

UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO

Escola de Engenharia de São Carlos

Dispositivo para Proteção de Pilares em Prédios: Impactos e Incêndios

Luiz Eduardo Gonçalves de Mattos

Dissertação de Mestrado do Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil
(Engenharia de Estruturas) da Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade
de São Paulo

Luiz Eduardo Gonçalves de Mattos

**Dispositivo para Proteção de Pilares em Prédios:
Impactos e Incêndios**

Dissertação apresentada à Escola de Engenharia de São Carlos da Universidade de São Paulo, para obtenção do título de Mestre em Ciências - Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil (Engenharia de Estruturas).

Área de concentração: Estruturas

Orientador: Prof. Dr. André Teófilo Beck

VERSÃO CORRIGIDA

São Carlos

2024

AUTORIZO A REPRODUÇÃO TOTAL OU PARCIAL DESTE TRABALHO,
POR QUALQUER MEIO CONVENCIONAL OU ELETRÔNICO, PARA FINS
DE ESTUDO E PESQUISA, DESDE QUE CITADA A FONTE.

Ficha catalográfica elaborada pela Biblioteca Prof. Dr. Sérgio Rodrigues Fontes da
EESC/USP com os dados inseridos pelo(a) autor(a).

M435 Mattos, Luiz Eduardo Gonçalves
d Dispositivo para Proteção de Pilares em Prédios:
Impactos e Incêndios / Luiz Eduardo Gonçalves Mattos;
orientador André Teófilo Beck. São Carlos, 2024.

Dissertação (Mestrado) - Programa de
Pós-Graduação em Engenharia Civil (Engenharia de
Estruturas) e Área de Concentração em Estruturas --
Escola de Engenharia de São Carlos da Universidade de
São Paulo, 2024.

1. Técnicas de reforço. 2. Impacto em pilares. 3.
Incêndio em pilares. 4. Colapso Progressivo. 5. Frentes
de Pareto. 6. Otimização de Riscos. I. Título.

FOLHA DE JULGAMENTO

Candidato: Bacharel **LUIZ EDUARDO GONÇALVES DE MATTOS**.

Título da dissertação: "Dispositivo para Proteção de Pilares em Prédios: Impactos e Incêndios".

Data da defesa: 20/03/2024.

Comissão Julgadora

Resultado

Prof Associado André Teófilo Beck
(Orientador)
(Escola de Engenharia de São Carlos/EESC-USP)

Prof. Dr. Wellison José de Santana Gomes
(Universidade Federal de Santa Catarina/UFSC)

Prof. Dr. Eduardo Lenz Cardoso
(Universidade do Estado de Santa Catarina/UDESC)

APROVADO

APROVADO

APROVADO

Coordenador do Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil (Engenharia de Estruturas):

Prof Associado **Ricardo Carrazedo**

Presidente da Comissão de Pós-Graduação:

Prof. Titular **Carlos De Marqui Junior**

Agradecimentos

Primeiramente, agradeço a Deus pela vida e pelas oportunidades que Ele tem me proporcionado, bem como por todas as conquistas alcançadas até agora. A Ele seja dada toda honra e glória, por todos os séculos.

Em especial, expresso minha profunda gratidão à minha família, que sempre me incentivou e zelou pelo meu sucesso profissional. Agradeço à minha mãe, Letícia, que desempenhou não apenas o papel de mãe, mas também o de professora, cobrando resultados cada vez melhores, confiando em meu potencial de evolução. Dedico este trabalho ao meu pai, Eduardo, que sempre me encorajou diante das dificuldades e me aconselhou sabiamente em momentos de insegurança. Ao meu querido irmão, Lucas, e à minha tia Karen, assim como aos meus avós Luís Antônio e Marisa, que sempre demonstraram orgulho pelos meus estudos. Agradeço também aos meus avós falecidos, Deolindo e Odete, e à minha falecida tia Rosângela, que deixaram tantas saudades. E, não menos importante, agradeço à Mariana, minha incondicional companheira, por tornar meus dias mais radiantes e por me amparar nos momentos de fraqueza.

Ao professor e amigo André Beck, expresso meu profundo agradecimento pela paciência, prontidão e por ter acreditado em meu potencial. Aos membros da banca examinadora, professores Eduardo Lenz Cardoso e Wellison Gomes, pelas valiosas contribuições. Aos professores e demais profissionais do departamento de estruturas, que contribuíram de alguma maneira não apenas para a consolidação deste trabalho, mas também para a minha formação.

Agradeço a todos os meus amigos do SET, com quem compartilhei momentos que levarei carinhosamente por toda a vida e que me ajudaram em diversas dificuldades. Aos amigos do grupo de pesquisa de Confiabilidade, agradeço por vossas solícitas e prestativas colaborações em todos os momentos que necessitei de auxílio.

Expresso meu carinho aos amigos e eternos orientadores Rodolfo K. Tessari e Cosmo D. Santiago, que foram os primeiros a me proporcionar a oportunidade de realizar pesquisas, despertando em mim a paixão e o desejo de me tornar um dia um professor pesquisador. Seus ensinamentos foram substanciais.

Obrigado a todos que, direta ou indiretamente, colaboraram para que eu chegasse até aqui. Os preciosos nomes de vocês não encontram espaço aqui, não por omissão, mas sim pela limitação desta única página. Em verdade vos digo, vossos nomes estão gravados em meu coração.

O presente trabalho foi realizado com apoio da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior – Brasil (CAPES) – Código de Financiamento 001.

Muito obrigado a todos!

"Por isso não temas, porque eu sou contigo; não te assombres, porque eu sou teu Deus; eu te fortaleço, e te ajudo, e te sustento com a destra da minha justiça"
(BÍBLIA SAGRADA, Isaías, 41:10).

Resumo

MATTOS, L. E. G. **Dispositivo para Proteção de Pilares em Prédios: Impactos e Incêndios**. 2024. 190 p. Dissertação (Mestrado) – Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, 2024.

Estruturas civis devem ser projetadas para resistir às solicitações ao longo de sua vida útil, proporcionando níveis adequados de segurança. Contudo, eventos acidentais, como incêndios e impactos veiculares, apresentam alta incerteza em relação à intensidade, à localização e à probabilidade de ocorrência, podendo expor a falta de capacidade resistente da estrutura e representar risco significativo. A perda de pilares, por exemplo, pode provocar o colapso progressivo. Para prevenir danos desproporcionais, pode-se utilizar de reforços ou dispositivos de segurança. No entanto, reforços tradicionais podem ser caros e inviáveis, especialmente em edifícios já construídos. Nesse contexto, propõe-se um dispositivo otimizado de proteção estrutural para pilares de concreto armado, capaz de inibir ou reduzir os danos provocados por impactos e incêndios, e reduzir a propensão à propagação do colapso devido ao desabamento de lajes. O dispositivo é composto por estruturas celulares, reconhecidas por suas propriedades de absorção de energia e isolamento térmico. Utilizando técnicas de otimização multiobjetivo, são explorados pontos de compromisso que compõem frentes de Pareto. Por meio de estudos de casos, esses pontos são avaliados e promovidos a soluções ótimas em cenários que requerem determinadas capacidades mecânicas e térmicas que asseguram a integridade de pilares contra as ameaças mencionadas, atrelados ao menor consumo de material possível. Apresenta-se também, a análise de custo-benefício fundamentada na minimização de riscos, visando a redução dos custos esperados de falha e das probabilidades de falha em cenários adversos. Respalhada pelos resultados positivos, afirma-se que a proposição do dispositivo de proteção celular emerge como uma boa alternativa às técnicas tradicionais de reforço estrutural, destacando-se por sua versatilidade, eficácia e potencial de aplicação com custos reduzidos.

Palavras-chave: técnicas de reforço; impacto em pilares; incêndio em pilares; colapso progressivo; frentes de Pareto; otimização de riscos.

Abstract

MATTOS, L. E. G. **Protection of Columns in Buildings: against accidental impact, fire and progressive collapse.** 2024. 190 p. Dissertation (M. Sc. in Civil Engineering (Structures)) – School of Engineering of São Carlos, University of São Paulo, São Carlos, 2024.

Civil structures must be designed to withstand demands throughout their lifespan, ensuring adequate safety levels. However, accidental events, such as fires and vehicular impacts, present high uncertainty regarding intensity, location and occurrence probability, potentially exposing the structure's lack of robustness and representing significant risk. A column loss, for example, can trigger progressive collapse. To prevent disproportionate damage, reinforcements or safety devices can be used. However, traditional reinforcements can be expensive and impractical, especially in existing buildings. In this context, an optimized structural protection device is proposed for reinforced concrete columns, capable of inhibiting or reducing damage caused by impacts and fires and reducing the likelihood of collapse due to falling slabs. The device consists of cellular structures, known for their energy absorption and thermal insulation properties. Using multi-objective optimization techniques, compromise points that composes Pareto fronts are explored. Through case studies, these points are evaluated and promoted to optimal solutions in scenarios that require specific mechanical and thermal capabilities to ensure the columns integrity against the mentioned hazards, coupled with optimized material consumption. A cost-benefit analysis based on risk minimization is also presented, aiming to reduce expected failure costs and failure probabilities in adverse scenarios. Supported by positive results, it is concluded that of the cellular protection device emerges as a good alternative to traditional structural reinforcement techniques, standing out for its versatility, effectiveness, and potential for application with reduced costs.

Keywords: reinforcement techniques; column impact; column fire; progressive collapse; Pareto fronts; risk optimization.

Lista de Figuras

Figura 3.1	– Formas e estruturas presentes na natureza que inspiraram o mimetismo na engenharia.	27
Figura 3.2	– Classes de estruturas <i>honeycomb</i> de diferentes formatos celulares. (A-a) Célula hexagonal regular; (A-b) célula quadrada; (A-c) célula triangular; (A-d) célula colunar; (B-a) célula <i>OX</i> ; (B-b) célula retangular; (B-c) hexágono reentrante; (B-d) hexágono assimétrico; (C-a) supercélula quadrada construída a partir de uma mistura de quadrados e triângulos; (C-b) célula do tipo Kagome; (D-a) célula <i>flex-core</i> ; (D-b) <i>double-flex</i> ; (D-c) célula hexagonal reforçada; (E-a) célula quadrada truncada; (E-b) células triquirais; (E-c) tetraquirais e (E-d) hexaquirais.	30
Figura 3.3	– Comparativo de rigidez e resistência para diferentes classes de materiais em função da densidade. (a) Rigidez e (b) resistência à compressão. (c) Rigidez e (d) resistência ao cisalhamento.	33
Figura 3.4	– <i>Honeycomb</i> hexagonal em perspectiva.	34
Figura 3.5	– Curvas tensão-deformação de <i>honeycomb</i> em compressão e tração: (a) e (b) Materiais elastomérico, (c) e (d) elásto-plástico, (e) e (f) elásto-frágil para solicitações axiais ao plano.	35
Figura 3.6	– Curvas tensão-deformação de <i>honeycomb</i> comprimido na direção do plano em diferentes níveis de densidade relativa	36
Figura 3.7	– Curvas tensão-deformação de <i>honeycomb</i> em (a) compressão e (b) tração para solicitações perpendiculares ao plano.	37
Figura 3.8	– Formação de dobras por flambagem elásticas das paredes de uma célula hexagonal comprimida perpendicularmente ao plano	38
Figura 3.9	– Curvas tensão-deformação de um <i>honeycomb</i> comprimido perpendicularmente ao plano em diferentes níveis de densidade relativa	38
Figura 3.10	– Modos de falha de <i>honeycomb</i> solicitado axialmente no plano: (a) estado indeformado; (b) flambagem; (c) formação de rótulas plásticas nas ligações e (d) fratura frágil da parede.	39
Figura 3.11	– Estruturas de diferentes formatos celulares. (a) Hexagonal com 3 conectividades, (b) circular com 4 conectividades, (c) e (d) triangulares equiláteros com 6 e 4 conectividades, respectivamente, (e) e (f) quadrados com 4 e 3 conectividades, respectivamente.	47
Figura 3.12	– Comparação da dependência da condutividade térmica efetiva com a porosidade, obtida a partir da circularidade com resultados numéricos em células (a) triangulares e (b) hexagonais.	49
Figura 4.1	– Curva temperatura-tempo caracterizando um incêndio real.	52
Figura 4.2	– Comparativo entre curvas de incêndio-padrão.	53

Figura 4.3	– Relação tensão-deformação do concreto em temperaturas elevadas.	56
Figura 4.4	– Relação tensão-deformação do aço em temperaturas elevadas.	58
Figura 4.5	– Perfis de temperatura (°C) para seção 30 cm × 30 cm de concreto armado.	61
Figura 4.6	– Malha de discretização bidimensional para a equação de calor e detalhamento de pontos nodais (a) centrais, (b) em região de contorno e (c) em vértice.	63
Figura 4.7	– Malha de discretização bidimensional para a equação de calor em uma seção composta por dois materiais.	65
Figura 4.8	– Perfis de temperatura (°C) em seção de concreto 30 cm × 30 cm exposta a curva de incêndio-padrão ISO 834 - Tempos de (a) 30, (b) 60, (c) 90 e (d) 120 minutos.	67
Figura 4.9	– Fator de redução da resistência do concreto ($k_{c,\theta}$) em seção de concreto 30 cm × 30 cm exposta a curva de incêndio-padrão ISO 834 - Tempos de (a) 30, (b) 60, (c) 90 e (d) 120 minutos.	68
Figura 4.10	– Perfis de temperatura (°C) em seção de concreto 30 cm × 30 cm exposta a curva de incêndio "H- Tempos de (a) 30, (b) 60, (c) 90 e (d) 120 minutos.	69
Figura 4.11	– Fator de redução da resistência do concreto ($k_{c,\theta}$) em seção de concreto 30 cm × 30 cm exposta a curva de incêndio "H- Tempos de (a) 30, (b) 60, (c) 90 e (d) 120 minutos.	70
Figura 4.12	– Valor médio do fator de redução da resistência do concreto ($k_{c,\theta,med}$) em 120 minutos para seções retangulares 30 cm × 30 cm, 20 cm × 40 cm e 40 cm × 40 cm em situações de incêndio conforme curva ISO 834 e curva "H".	71
Figura 4.13	– Campo linear de deformações.	75
Figura 4.14	– Relação momento-curvatura.	77
Figura 4.15	– Pilar em concreto armado com seção transversal 60 × 60 cm.	79
Figura 4.16	– Curvas de interação N-M para a seção transversal 60 × 60 cm em concreto armado.	81
Figura 5.1	– Impacto veicular em pilares de edifícios.	85
Figura 6.1	– Fluxograma de comparação dos processos iterativos de dimensionamento estrutural: convencional (esquerda); otimizado (direita).	93
Figura 6.2	– Restrições ativas e inativas.	95
Figura 6.3	– Pontos de mínimo de uma função.	96
Figura 6.4	– Aplicação do <i>crossover</i> pelo método de corte em um ponto.	101
Figura 6.5	– Aplicação do <i>crossover</i> pelo método de corte em dois pontos.	101
Figura 6.6	– Aplicação do operador de mutação.	102
Figura 6.7	– Domínio viável da decisão de compra de um produto.	103
Figura 6.8	– Exemplo de Fronteira de Pareto.	104
Figura 6.9	– Caso de comparação de dominância entre frentes de Pareto.	105
Figura 7.1	– Frentes de Pareto de <i>honeycombs</i> em liga de alumínio - AA5056.	111
Figura 7.2	– Frentes de Pareto de <i>honeycombs</i> em aço carbono - AISI 1010.	111
Figura 7.3	– Frentes de Pareto de <i>honeycombs</i> em aço inoxidável - AISI 304.	112

Figura 7.4	– Tensão crítica de <i>plateau</i> (σ_{cr}) de <i>honeycombs</i> em liga de alumínio - AA5056.	113
Figura 7.5	– Tensão crítica de <i>plateau</i> (σ_{cr}) de <i>honeycombs</i> em aço de carbono - AISI 1010.	114
Figura 7.6	– Tensão crítica de <i>plateau</i> (σ_{cr}) de <i>honeycombs</i> em aço inoxidável - AISI 304.	114
Figura 7.7	– Energia de absorção (<i>SEA</i>) de <i>honeycombs</i> em liga de alumínio - AA5056.	115
Figura 7.8	– Energia de absorção (<i>SEA</i>) de <i>honeycombs</i> em aço carbono - AISI 1010.	116
Figura 7.9	– Energia de absorção (<i>SEA</i>) de <i>honeycombs</i> em aço inoxidável - AISI 304.	116
Figura 7.10	– Pilares em concreto armado com dimensões de (a) 30×30 cm, (b) 40×40 cm, (c) 50×50 cm e (d) 60×60 cm utilizados nos estudos de caso.	118
Figura 7.11	– Curvas de interação N-M para a seção transversal de (a) 30 × 30 cm, (b) 40 × 40 cm, (c) 50 × 50 cm e (d) 60 × 60 cm.	119
Figura 7.12	– Capacidade resistente máxima à compressão para os pilares expostos ao longo da situação de incêndio.	120
Figura 7.13	– Capacidade resistente máxima à compressão para os pilares protegidos ao longo da situação de incêndio com <i>honeycombs</i> em liga de alumínio - AA5056 para a seção transversal de (a) 30 × 30 cm, (b) 40 × 40 cm, (c) 50 × 50 cm e (d) 60 × 60 cm.	121
Figura 7.14	– Capacidade resistente ao cisalhamento dos pilares.	123
Figura 7.15	– Força Estática Equivalente (<i>ESF</i>) para impacto veicular em pilar desprotegido.	124
Figura 7.16	– Força Estática Equivalente (<i>ESF</i>) para impacto veicular em pilar protegido com <i>honeycombs</i> em liga de alumínio - AA5056 (<i>in-plane</i>) para a seção transversal de (a) 30 × 30 cm, (b) 40 × 40 cm, (c) 50 × 50 cm e (d) 60 × 60 cm.	125
Figura 7.17	– Força Estática Equivalente (<i>ESF</i>) para impacto veicular em pilar protegido com <i>honeycombs</i> em liga de alumínio - AA5056 (<i>out-of-plane</i>) para a seção transversal de (a) 30 × 30 cm, (b) 40 × 40 cm, (c) 50 × 50 cm e (d) 60 × 60 cm.	126
Figura 8.1	– Edifício-garagem analisado na otimização de riscos com aplicação do dispositivo. (a) Planta baixa. (b) Corte/Elevação.	136
Figura 8.2	– Modelo estático equivalente da linha de pórtico do edifício-garagem analisado na otimização de riscos.	138
Figura 8.3	– Comparação entre modelo numérico e metamodelo para pilares em situação de incêndio a (a) 60 e (b) 120 minutos.	143
Figura 8.4	– Funcionamento do dispositivo como absorvedor de energia em caso de colapso das lajes.	148
Figura 8.5	– Custos esperados da falha do edifício com dispositivo otimizado para $v_{car} = 30$ km/h e $\theta(t = 60 \text{ min})$	151
Figura 8.6	– Índices de confiabilidade do edifício com dispositivo otimizado para $v_{car} = 30$ km/h e $\theta(t = 60 \text{ min})$	152
Figura 8.7	– Custos esperados da falha do edifício com dispositivo otimizado para $v_{car} = 30$ km/h e $\theta(t = 120 \text{ min})$	153

Figura 8.8 – Índices de confiabilidade do edifício com dispositivo otimizado para $v_{car} = 30$ km/h e $\theta(t = 120 \text{ min})$	154
Figura 8.9 – Custos esperados da falha do edifício com dispositivo otimizado para $v_{car} = 60$ km/h e $\theta(t = 60 \text{ min})$	155
Figura 8.10 – Índices de confiabilidade do edifício com dispositivo otimizado para $v_{car} = 60$ km/h e $\theta(t = 60 \text{ min})$	156
Figura 8.11 – Custos esperados da falha do edifício com dispositivo otimizado para $v_{car} = 60$ km/h e $\theta(t = 120 \text{ min})$	158
Figura 8.12 – Índices de confiabilidade do edifício com dispositivo otimizado para $v_{car} = 60$ km/h e $\theta(t = 120 \text{ min})$	159
Figura A.1 – Capacidade resistente máxima à compressão para os pilares protegidos ao longo da situação de incêndio com <i>honeycombs</i> em aço carbono - AISI 1010 para a seção transversal de (a) $30 \times 30 \text{ cm}$, (b) $40 \times 40 \text{ cm}$, (c) $50 \times 50 \text{ cm}$ e (d) $60 \times 60 \text{ cm}$	179
Figura A.2 – Capacidade resistente máxima à compressão para os pilares protegidos ao longo da situação de incêndio com <i>honeycombs</i> em aço inoxidável - AISI 304 para a seção transversal de (a) $30 \times 30 \text{ cm}$, (b) $40 \times 40 \text{ cm}$, (c) $50 \times 50 \text{ cm}$ e (d) $60 \times 60 \text{ cm}$	180
Figura A.3 – Força Estática Equivalente (<i>ESF</i>) para impacto veicular em pilar protegido com <i>honeycombs</i> em aço carbono - AISI 1010 (<i>in-plane</i>) para a seção transversal de (a) $30 \times 30 \text{ cm}$, (b) $40 \times 40 \text{ cm}$, (c) $50 \times 50 \text{ cm}$ e (d) $60 \times 60 \text{ cm}$	181
Figura A.4 – Força Estática Equivalente (<i>ESF</i>) para impacto veicular em pilar protegido com <i>honeycombs</i> em aço carbono - AISI 1010 (<i>out-of-plane</i>) para a seção transversal de (a) $30 \times 30 \text{ cm}$, (b) $40 \times 40 \text{ cm}$, (c) $50 \times 50 \text{ cm}$ e (d) $60 \times 60 \text{ cm}$	182
Figura A.5 – Força Estática Equivalente (<i>ESF</i>) para impacto veicular em pilar protegido com <i>honeycombs</i> em aço inoxidável - AISI 304 (<i>in-plane</i>) para a seção transversal de (a) $30 \times 30 \text{ cm}$, (b) $40 \times 40 \text{ cm}$, (c) $50 \times 50 \text{ cm}$ e (d) $60 \times 60 \text{ cm}$	183
Figura A.6 – Força Estática Equivalente (<i>ESF</i>) para impacto veicular em pilar protegido com <i>honeycombs</i> em aço inoxidável - AISI 304 (<i>out-of-plane</i>) para a seção transversal de (a) $30 \times 30 \text{ cm}$, (b) $40 \times 40 \text{ cm}$, (c) $50 \times 50 \text{ cm}$ e (d) $60 \times 60 \text{ cm}$	184

Lista de Tabelas

Tabela 3.1	– Densidade relativa de estruturas em diferentes formatos celulares	29
Tabela 3.2	– Propriedades mecânicas gerais para diferentes formatos celulares	42
Tabela 3.3	– Coeficientes de eficiência térmica de estruturas em diferentes formatos celulares	47
Tabela 3.4	– Comparação dos fatores de forma para diferentes formatos celulares bidimensionais obtidos por simulação numérica e equação analítica	49
Tabela 4.1	– Coeficientes de redução para a resistência ($k_{c,\theta}$), deformação específica correspondente à tensão máxima ($\epsilon_{c1,\theta}$) e deformação específica última ($\epsilon_{cu,\theta}$) do concreto em altas temperaturas.	57
Tabela 4.2	– Coeficientes de redução para a resistência ($k_{s,\theta}$), o limite de elasticidade ($k_{sp,\theta}$) e o módulo tangente ($k_{sE,\theta}$) do aço em altas temperaturas.	59
Tabela 5.1	– Resumo das recomendações normativas atuais considerando o carregamento por impacto	84
Tabela 7.1	– Propriedades mecânicas e térmicas de ligas metálicas utilizadas como material base de estruturas celulares.	109
Tabela 7.2	– Modos de falha dos pontos de compromisso.	117
Tabela 8.1	– Variáveis aleatórias consideradas nas equações de estado limite.	149
Tabela B.1	– Confiabilidade e custos esperados da falha do edifício na ausência do dispositivo para $v_{car} = 30$ km/h e $\theta(60$ min).	185
Tabela B.2	– Confiabilidade e custos esperados da falha do edifício na ausência do dispositivo para $v_{car} = 30$ km/h e $\theta(120$ min).	185
Tabela B.3	– Confiabilidade e custos esperados da falha do edifício na ausência do dispositivo para $v_{car} = 60$ km/h e $\theta(60$ min).	186
Tabela B.4	– Confiabilidade e custos esperados da falha do edifício na ausência do dispositivo para $v_{car} = 60$ km/h e $\theta(120$ min).	186
Tabela B.5	– Confiabilidade e custos esperados da falha do edifício com dispositivo otimizado para $v_{car} = 30$ km/h e $\theta(60$ min).	187
Tabela B.6	– Confiabilidade e custos esperados da falha do edifício com dispositivo otimizado para $v_{car} = 30$ km/h e $\theta(120$ min).	188
Tabela B.7	– Confiabilidade e custos esperados da falha do edifício com dispositivo otimizado para $v_{car} = 60$ km/h e $\theta(60$ min).	189
Tabela B.8	– Confiabilidade e custos esperados da falha do edifício com dispositivo otimizado para $v_{car} = 60$ km/h e $\theta(120$ min).	190

Sumário

1	INTRODUÇÃO	14
1.1	Justificativa	16
1.2	Objetivos	17
1.3	Procedimentos metodológicos	17
2	PREVENÇÃO AO COLAPSO PROGRESSIVO	20
2.1	Técnicas de Reforço e Adaptação em Estruturas	23
2.2	Prevenção e Mitigação de Danos Iniciais	23
2.2.1	Situações de Incêndio	24
2.2.2	Situações de Impacto	25
3	ESTRUTURAS CELULARES	27
3.1	Topologia e Evolução	28
3.2	Propriedades Mecânicas	31
3.2.1	Mecanismos de Deformação	33
3.2.1.1	Deformação no plano	34
3.2.1.2	Deformação fora do plano	36
3.2.2	Resistência axial e modos de falha	38
3.2.2.1	Resistência no plano	39
3.2.2.1.1	Flambagem elástica	39
3.2.2.1.2	Colapso plástico	39
3.2.2.1.3	Ruptura frágil	40
3.2.2.2	Resistência fora do plano	40
3.2.2.2.1	Flambagem elástica	40
3.2.2.2.2	Colapso plástico	41
3.2.2.2.3	Ruptura frágil	41
3.2.3	Resumo de formulações para comportamento elasto-plástico	42
3.2.4	Tensão crítica dinâmica	42
3.2.4.1	Impacto na direção do plano	42
3.2.4.2	Impacto perpendicular ao plano	43
3.2.5	Energia de absorção	44
3.2.5.1	Regime linear elástico ($\varepsilon \approx \varepsilon_{cr}$)	44
3.2.5.2	Região de <i>plateau</i> ($\varepsilon_{cr} < \varepsilon < \varepsilon_D$)	44
3.2.5.3	Regime de densificação ($\varepsilon \approx \varepsilon_D$)	44
3.3	Propriedades Térmicas	45
3.3.1	Condução	45
3.3.2	Convecção	50
3.3.3	Radiação	50
4	ESTRUTURAS DE CONCRETO ARMADO EM SITUAÇÃO DE INCÊNDIO	51
4.1	Modelos de incêndio	51
4.1.1	Curvas de incêndio-padrão	53
4.1.2	Curvas de incêndio natural	54

4.2	Propriedades dos materiais sob altas temperaturas	55
4.2.1	Propriedades mecânicas do concreto	55
4.2.2	Propriedades mecânicas do aço	57
4.2.3	Propriedades térmicas	60
4.3	Simulação e Análise Térmica	60
4.3.1	Solução via Método das Diferenças Finitas	62
4.3.1.1	Ponto nodal interior	63
4.3.1.2	Ponto nodal na região de contorno com convecção	64
4.3.1.3	Ponto nodal em vértice exterior com convecção	64
4.3.1.4	Pontos nodais em região de fronteira entre dois materiais diferentes	64
4.3.2	Validação do Modelo Numérico e Avaliação dos Efeitos do Incêndio em Seções Retangulares de Concreto	65
4.4	Tempo Requerido de Resistência ao Fogo	71
4.5	Métodos de Verificação	71
4.6	Método da Compatibilidade de Deformações	74
4.6.1	Relação Momento-Curvatura	75
4.6.2	Curva de Interação Esforço Normal-Momento Fletor	77
4.6.3	Validação do Algoritmo	79
5	ESTRUTURAS DE CONCRETO ARMADO SUJEITAS A CARGAS DE IMPACTO LATERAL	82
5.1	Pilares sujeitos a impactos veiculares	85
5.2	Força Estática Equivalente	86
5.3	Métodos de dimensionamento e verificação	90
6	OTIMIZAÇÃO ESTRUTURAL	92
6.1	Definições	92
6.1.1	Análise das Restrições	94
6.1.2	Pontos de Máximo/Mínimo Local e Global	95
6.2	Métodos de Otimização	95
6.3	Algoritmos Genéticos (<i>Genetic Algorithms</i>)	98
6.3.1	Elitismo	100
6.3.2	Cruzamento (<i>crossover</i>)	100
6.3.3	Mutação	101
6.4	Otimização Multiobjetivo	102
6.4.1	Otimalidade de Pareto	103
6.4.2	Técnicas de determinação de Fronteira de Pareto	104
6.4.2.1	Classificação não-dominada rápida (<i>fast non-dominated sorting</i>)	106
6.4.2.2	Princípio de arena (<i>arena's principle</i>)	106
6.4.2.3	Ordenação dedutiva (<i>deductive sort</i>)	107
7	ANÁLISE DE OTIMIZAÇÃO MULTIOBJETIVO	108
7.1	Otimização Multiobjetivo do dispositivo	108
7.1.1	Frentes de Pareto	110
7.1.2	Tensão crítica <i>in-plane</i> e <i>out-of-plane</i>	113
7.2	Energia de absorção específica (<i>SEA</i>) para impactos <i>in-plane</i> e <i>out-of-plane</i>	115
7.3	Avaliação do desempenho dos pontos de compromisso em situações de projeto	117
7.3.1	Pilares em situação de incêndio	118

7.3.2	Pilares em situação de impacto veicular	122
8	ANÁLISE DE OTIMIZAÇÃO DE RISCOS	128
8.1	Confiabilidade Estrutural	129
8.1.1	Método de confiabilidade de primeira ordem	129
8.1.2	Confiabilidade de pilares de concreto armado em situação de incêndio . . .	131
8.1.3	Confiabilidade de pilares de concreto armado em situação de impacto veicular	132
8.2	Otimização e Confiabilidade: Formulação	133
8.3	Tipos de Otimização Baseada em Confiabilidade	134
8.4	Otimização de Riscos de Edifícios Garagem	135
8.4.1	Configuração do sistema estrutural	136
8.4.2	Modelo mecânico	137
8.4.3	Confiabilidade do sistema estrutural	138
8.4.4	Custo esperado total do sistema	139
8.4.5	Equações de estado limite	141
8.4.5.1	Falha do pilar em situação de incêndio	141
8.4.5.2	Falha do pilar em situação de impacto veicular	144
8.4.5.3	Falha das lajes lisas	145
8.4.5.4	Falha do dispositivo de proteção	146
8.4.6	Variáveis aleatórias	149
8.5	Estudos de caso	149
8.5.1	Impacto veicular a 30 km/h e incêndio com 60 minutos de duração	150
8.5.2	Impacto veicular a 30 km/h e incêndio com 120 minutos de duração	153
8.5.3	Impacto veicular a 60 km/h e incêndio com 60 minutos de duração	154
8.5.4	Impacto veicular a 60 km/h e incêndio com 120 minutos de duração	157
9	CONSIDERAÇÕES FINAIS	160
9.1	Sugestões para Trabalhos Futuros	162
	REFERÊNCIAS	164
	APÊNDICE A – DESEMPENHO DOS PONTOS DE COMPROMISSO APLICADOS EM PILARES EM SITUAÇÕES DE IN- CÊNDIO E IMPACTO VEICULAR	179
	APÊNDICE B – RESULTADOS DOS ESTUDOS DE CASOS DE OTI- MIZAÇÃO DE RISCOS	185

1 Introdução

A Engenharia Estrutural desempenha um papel fundamental no projeto de elementos de sustentação que compõem diversas estruturas, suscitando resistência e rigidez para suportar as solicitações ao longo de sua vida útil e de maneira adequada. A segurança estrutural é uma prioridade, não apenas para garantir o cumprimento das funções de utilização, mas também para prevenir falhas, sobretudo as catastróficas.

Apesar da aplicação dos conceitos fundamentais de resistência dos materiais e da consideração de coeficientes de segurança, falhas estruturais ainda ocorrem, muitas vezes com consequências graves. Essas falhas podem ter origens variadas, como erros de projeto, falhas na execução e eventos acidentais, apresentando graus de incerteza que, em alguns casos, podem ser reduzidos por meio de estudos aprofundados. No entanto, a incerteza é inerente a qualquer projeto estrutural, e cada estrutura tem uma probabilidade de falha e um risco associado. As ações excepcionais, caracterizadas por serem verdadeiramente acidentais, com alta incerteza em sua intensidade, baixa probabilidade de ocorrência e curta duração (Beck, 2019), são de particular interesse nesse contexto. Dentre essas ações excepcionais, destacam-se os incêndios e as cargas de impacto, como impactos veiculares e falhas de ligação que resultam em impactos de lajes em pilares, por exemplo.

Conforme Beck (2019), a robustez de uma estrutura diz respeito à sua capacidade de evitar que a intensidade das ações causadoras resulte em danos finais desproporcionalmente severos ou que a extensão do dano inicial seja ampliada de maneira exagerada.

A preocupação com o colapso progressivo levou ao desenvolvimento de normas e diretrizes de projeto que visam prevenir essa forma de falha estrutural. Uma técnica preventiva de reforço estrutural contra o colapso progressivo é o método dos Caminhos de Cargas Alternativos (*Alternative Path Method* - APM), que assegura que, mesmo com a perda localizada de elementos e a consequente redistribuição de esforços para os elementos adjacentes, estes sejam suficientemente robustos para evitar a propagação da falha.

Ainda que as probabilidades de danos locais justifiquem o uso do APM, deve-se considerar a tipologia da estrutura, as consequências do colapso progressivo, os custos envolvidos e a viabilidade das medidas de reforço.

Como o entendimento do colapso progressivo ainda é recente em comparação com a idade das estruturas já construídas em todo o mundo, a robustez dessas estruturas pode ser insuficiente, exigindo reforços adicionais. Todavia, limitações arquitetônicas e econômicas podem inviabilizar a adoção de medidas tradicionais de reforço. Em geral, o APM é recomendado para estruturas mais altas, situações de ameaças extremas e alto risco de colapso progressivo (Kiakojourri *et al.*, 2022).

Além das técnicas de reforço tradicionais, existem diversas técnicas para aumentar a confiabilidade estrutural e prevenir o colapso progressivo por meio de reforços e adaptações.

Essas técnicas podem atuar em diferentes estágios do colapso, seja atenuando ou prevenindo danos locais, impedindo sua propagação ou controlando a falha global.

De acordo com Kiakojourri *et al.* (2022), técnicas de adaptação local, como dispositivos de proteção de pilares contra impactos veiculares e o uso de materiais anti-chamas que retardam a propagação de incêndios, são alternativas viáveis quando medidas tradicionais de reforço não são adequadas.

O uso de estruturas celulares inspiradas nas colmeias de favo de mel (*honeycomb*) tem ganhado destaque em diversas áreas de aplicação, incluindo a proteção de pilares. Essas estruturas são reconhecidas por suas propriedades excepcionais de absorção de energia e isolamento térmico. Compostas por células interconectadas, a geometria proporciona uma distribuição eficiente das cargas, permitindo a dissipação controlada da energia proveniente de impactos e reduzindo os danos resultantes. Além disso, o *honeycomb* funciona como um isolante térmico altamente eficaz devido à presença de células de ar aprisionado em sua estrutura, o que reduz consideravelmente os efeitos de condução e convecção térmica no interior do elemento. Essas características são cruciais para proteger os pilares contra a propagação de calor em situações de incêndio e contra impactos, evitando o enfraquecimento da estrutura e reduzindo o risco de colapso.

Com a necessidade global da busca por medidas sustentáveis, a engenharia estrutural procura soluções em que os elementos possuam a melhor configuração e/ou o menor peso, reduzindo seu custo de produção e seu impacto ambiental

Na maioria dos casos, define-se uma configuração inicial para o sistema estrutural ou elemento a ser projetado e, por meio de processos iterativos, verifica-se se as condições previstas em normas técnicas para a segurança, serviço e robustez são atendidas. No entanto, mesmo que a solução proposta respeite as condições exigidas, essa pode não ser a melhor em termos de consumo de materiais. Para a obtenção da solução otimizada, é necessária a utilização de técnicas de otimização.

Diante do cenário exposto, o presente trabalho tem como objetivo propor a otimização de um dispositivo de absorção de impactos e isolamento térmico para pilares, visando a obtenção da melhor configuração em relação às propriedades materiais que resultarão em segurança contra as ameaças mencionadas.

A otimização aqui considerada tem três objetivos principais: reduzir a massa, melhorar o isolamento térmico e garantir alta absorção de energia. No entanto, esses objetivos podem entrar em conflito uns com os outros. Para lidar com essa questão, são apresentados pontos de compromisso por meio de frentes de Pareto, que auxiliam na tomada de decisão, considerando as demandas específicas de absorção de energia e isolamento térmico, a fim de evitar falhas locais que possam levar ao colapso progressivo.

Com esse trabalho, espera-se obter um dispositivo eficiente, que utilize uma quantidade mínima de material em conformidade com os princípios de sustentabilidade na construção civil.

1.1 Justificativa

A maior parte dos estudos das técnicas de reforço e adaptação são dedicados ao colapso progressivo do tipo *zipper*, que se inicia pela falha de um ou mais elementos, causando a redistribuição dos esforços aos elementos adjacentes. O colapso progressivo do tipo *pancake* é um exemplo em que ocorrem impactos sucessivos, devido à ruína sequencial de pavimentos, e a aplicação de técnicas de proteção nessa vertente, assim como de dispositivos de absorção de energia, ainda é pouco explorada.

De acordo com Biagi, Marchelli e Peila (2020) e Marchelli, Biagi e Peila (2021), sistemas de absorção de energia são amplamente utilizados em casos especiais de estruturas, porém há poucos estudos numéricos e experimentais dedicados ao colapso progressivo decorrente de impactos, e quase nenhum destes referem-se a técnicas de reforço ou adaptação.

Técnicas de reforço são onerosas e estão condicionadas à viabilidade econômica e às possibilidades arquitetônicas. Kiakojouri *et al.* (2022) afirmam que medidas de redistribuição de carga, como o APM, são antieconômicos para pequenas falhas iniciais, como a perda de coluna.

Neste contexto, o presente trabalho visa corroborar com a comunidade estrutural ao propor um dispositivo otimizado, em estrutura celular, que possua capacidade de absorção de impactos e resistência ao fogo, atuando diretamente na mitigação de danos acidentais que podem ocasionar o colapso progressivo. O dispositivo tem como proposta o acoplamento em pilares, o que possibilitaria sua utilização em edifícios em que a mudança na configuração estrutural é limitada.

Do aspecto prático, uma aplicação imediata do dispositivo proposto seria em edifícios-garagem com lajes lisas, em que há uma maior ocorrência de impactos veiculares em pilares. Acidentes veiculares podem provocar incêndios, justificando novamente a aplicação do dispositivo. Por fim, no caso de lajes lisas, a ligação é feita diretamente nos pilares, sem a presença de vigas ou capitéis, portanto, a falha da ligação pode ser extremamente prejudicial à estrutura. As propriedades de amortecimento do dispositivo podem atenuar ou evitar o colapso sucessivo de pavimentos, em caso de dano a um pilar.

O alto valor econômico envolvido em um possível colapso de edifícios, em geral, fundamenta a utilização de técnicas de proteção, logo o presente trabalho propõe um dispositivo com menores custos de aplicação, quando comparado a técnicas de reforço tradicionais, e eficiente na mitigação de danos provenientes de eventos acidentais.

1.2 Objetivos

Em virtude das justificativas expostas, tal como da carência de trabalhos envolvendo a proposição de dispositivos para mitigar os efeitos de impactos e fogo simultaneamente, que podem desencadear o colapso progressivo, o presente trabalho objetiva propor um dispositivo otimizado de reforço estrutural para pilares de concreto armado, capaz de inibir ou reduzir os danos provocados pelos eventos acidentais mencionados.

Para alcançar o objetivo proposto, objetivos específicos devem ser cumpridos, sendo eles:

- Compreender os riscos associados ao colapso progressivo e explorar técnicas de mitigação para eventos acidentais;
- Desenvolver uma base sólida de conhecimento sobre as propriedades das estruturas celulares, propiciando a estimativa da capacidade de absorção de energia e eficiência na difusão de calor do dispositivo;
- Analisar o comportamento de pilares de concreto armado em situações de incêndio e impacto veicular, identificando modos de falha;
- Construir frentes de Pareto por meio de algoritmos de otimização multiobjetivo, promovendo pontos de compromisso às possíveis configurações ideais do dispositivo de proteção diante de diferentes severidades das ameaças;
- Apreçar a eficácia de dispositivos de proteção otimizados em cenários de incêndio e impacto, comparando com pilares sem o dispositivo;
- Conduzir estudos de caso de otimização estrutural baseada em confiabilidade, com o objetivo de minimizar os riscos esperados da falha global, considerando os custos de implementação do dispositivo e avaliando sua viabilidade econômica.

1.3 Procedimentos metodológicos

Com o intuito de alcançar os objetivos propostos, algumas atividades são desenvolvidas, sendo elas:

- **Revisão da literatura:** Realizar uma revisão de literatura envolvendo os assuntos relacionados ao presente trabalho. Dentro desse escopo, destacam-se as generalidades do colapso progressivo, as técnicas de reforço e proteção de estruturas, a caracterização detalhada de estruturas celulares e suas aplicações, o comportamento de estruturas de concreto armado frente a situações de incêndio e impacto veicular, juntamente com seus modelos de falha. Adicionalmente, são exploradas as técnicas de otimização multiobjetivo e as estratégias de otimização baseadas em confiabilidade, especificamente a otimização de riscos. Cabe salientar que todas as definições obtidas por meio desta revisão são apresentadas de forma contextualizada ao longo dos capítulos, sendo incorporadas conforme a necessidade de fundamentação teórica;
- **Conceituação das Estruturas Celulares:** Selecionar e adaptar formulações analíticas específicas para determinar adequadamente a capacidade de absorção de energia e a

eficiência na difusão de calor em estruturas celulares. Essas formulações servem como base das funções objetivos dos problemas de otimização, bem como em estudos de caso da aplicação do dispositivo;

- **Comportamento de Pilares em Incêndios:** Para definir modos de falha e o comportamento apropriado de pilares de concreto armado em incêndios, adota-se uma abordagem baseada em modelos numéricos que se respaldam na relação tensão-deformação. Utilizando o Método da Compatibilidade de Deformações (MCD), estima-se a resistência dos elementos expostos a altas temperaturas. Por meio de um processo incremental iterativo, este método proporciona a relação momento-curvatura para cada incremento de carga, permitindo a determinação das rigidezes generalizadas da seção transversal e a curva de interação normal-momento fletor. Essa abordagem permite estimar a capacidade resistente de pilares de concreto armado. Ressalta-se que as relações constitutivas do concreto e do aço sofrem alterações em altas temperaturas, demandando a aplicação de técnicas para calcular o campo de temperaturas na seção transversal. São propostas soluções fundamentadas em diferenças finitas, que permitem calcular a temperatura não apenas da seção transversal de um elemento único, mas também de uma seção composta, como um núcleo de concreto armado envolto por um isolante térmico;
- **Comportamento de Pilares sob Impactos Veiculares:** Após a compreensão do comportamento dos pilares diante de cargas de impacto lateral, especificamente geradas por veículos, define-se uma formulação analítica para estimar a força estática que causaria a mesma deflexão na estrutura observada durante o impacto dinâmico. Esse modelo é conceituado pelo princípio de balanço de energia, permitindo o cálculo da força estática equivalente com base na massa e na rigidez do veículo, juntamente com a velocidade de colisão. A formulação matemática permite incluir um parâmetro de desaceleração, se tornando adequado ao considerar a implementação de um dispositivo amortecedor de energia. Também são apresentadas fórmulas clássicas para estimar a capacidade de resistência dos pilares ao cisalhamento, dado que esse é o modo de falha mais comum em situações de impactos veiculares;
- **Otimização Multiobjetivo:** Implementar e adaptar algoritmos de otimização multiobjetivo, visando a construção das frentes de Pareto para identificar candidatos ótimos em relação a três funções objetivo: minimização da densidade relativa do dispositivo, reduzindo os custos de manufatura em termos de massa; minimização da difusividade térmica efetiva para aprimorar o isolamento térmico; e maximização da tensão crítica para assegurar melhores capacidades de absorção de energia contra impactos;
- **Apreciação dos Resultados:** Após obter os pontos de compromisso, a eficácia dessas soluções para a implementação de dispositivos de proteção em diferentes cenários de incêndio e impactos veiculares é avaliada. Para isso, são propostas configurações distintas de pilares de concreto armado, variando parâmetros como as dimensões da seção transversal e a resistência à compressão do concreto, além da severidade dos eventos acidentais,

como tempo total de exposição ao fogo e velocidade média do impacto veicular. Todas as soluções presentes nas frentes de Pareto são testadas e avaliadas, tendo como base de comparação o comportamento dos pilares na ausência de qualquer técnica de proteção ou mitigação;

- **Otimização de Riscos:** Em conclusão, são conduzidos estudos de casos para a otimização de riscos em estruturas de lajes lisas, levando em consideração a presença ou ausência do dispositivo proposto acoplado aos pilares. Nesses estudos, os dispositivos de proteção ganham destaque, assumindo não apenas a função de resguardar contra eventos acidentais que resultam na perda do pilar, mas também de proteger contra o colapso global, inibindo a propagação da queda das lajes lisas para os demais pavimentos. Com o objetivo exclusivo de minimizar os riscos, que incluem custos esperados de falha e o custo de implementação do dispositivo, devido à probabilidade de falha dos elementos e do sistema estrutural como um todo, o algoritmo de otimização requer simulações numéricas em cada iteração. Para isso, calcula-se a probabilidade de falha dos elementos estruturais por meio do método de confiabilidade de primeira ordem (FORM). As equações de estado limite são estabelecidas pelos modelos de falha predefinidos para os pilares, tanto em situações de incêndio quanto de impacto. Além disso, considera-se a probabilidade da falha dos dispositivos de proteção por esmagamento decorrente da queda das lajes. Essas simulações possibilitam a comparação de resultados, a análise do desempenho do dispositivo em termos de confiabilidade e a investigação de sua viabilidade econômica diante das probabilidades de ocorrência dos eventos excepcionais.

As simulações numéricas pertinentes ao desenvolvimento do trabalho são realizadas por meio do software *Matlab* (MATLAB, 2022) e do pacote *UQlab* (Marelli; Sudret, 2014), por possuírem métodos de otimização e confiabilidade estrutural implementados e que permitem alterações e adaptações de programação.

2 Prevenção ao Colapso Progressivo

Estudos pioneiros relacionados ao colapso progressivo das estruturas datam da época da Segunda Guerra Mundial, quando Baker, Williams e Lax (1948) avaliaram o estado das construções bombardeadas na cidade de Londres. Após 20 anos sem grandes publicações de destaque, o tema volta a ganhar relevância após o colapso progressivo do edifício *Ronan Point* no ano de 1968, também em Londres. Felipe (2019) afirma que o incidente é considerado o marco inicial para a inclusão de recomendações normativas daquela época no que se diz respeito aos riscos desse fenômeno.

Infelizmente, a comunidade de engenharia estrutural despertou para a importância do colapso progressivo apenas após o trágico ataque terrorista de "11 de Setembro", as torres gêmeas do complexo de edifícios *World Trade Center*, em 2001, em Nova Iorque (EUA). Desde então, devido à complexidade que envolve esse modo de falha, numerosos pesquisadores têm se dedicado ao estudo e proposto novas diretrizes normativas, metodologias preventivas de dimensionamento e medidas de mitigação dos riscos associados. Destacam-se nesse contexto as contribuições de Bažant e Zhou (2002), Starossek (2009) e Adam *et al.* (2018).

O colapso progressivo é uma condição em que a falha local de um elemento estrutural se propaga de forma sucessiva para outros elementos, resultando em um colapso desproporcional à magnitude do dano inicial (GSA, 2003). Apesar de ser um fenômeno amplamente estudado, a literatura apresenta diversas definições e aborda questões relacionadas ao tema de maneira variada. Algumas definições são mais abrangentes e generalistas, enquanto outras são aplicáveis apenas a uma classe específica de estruturas. Isso evidencia a complexidade e a diversidade de aspectos envolvidos no colapso progressivo.

De acordo com Starossek (2009), o colapso progressivo inicia-se devido a uma falha local originada por cargas acidentais, ou falta de resistência nos elementos estruturais, seja por erros de projeto e execução, ou pelo envelhecimento e ações ambientais.

Jiang *et al.* (2020) e Kiakojouri *et al.* (2021) compilaram definições propostas por diversos autores e normas de construção ao longo da história para descrever o colapso progressivo. Em uma abordagem abrangente, Kiakojouri *et al.* (2021) identificaram três características essenciais desse tipo de falha:

1. A falha inicial é de natureza localizada, abrangendo um único ou poucos elementos estruturais;
2. A falha pode se propagar para outros elementos ou partes da estrutura;
3. A gravidade final do colapso pode ser desproporcional à falha inicial.

Além das definições discutidas, Felipe (2019) amplia a definição de colapso progressivo considerando a natureza do dano acidental que o desencadeou, o grau de redundância da estrutura, o efeito da inércia e a energia cinética presente no sistema.

Ocorrências de rupturas em estruturas podem ter diversas origens, como erros na concepção, limitações de conhecimento sobre o comportamento da estrutura, falhas na execução ou montagem, resistência inferior à prevista em projeto, eventos acidentais e cargas inesperadas, entre outras. Todas essas causas apresentam algum grau de incerteza, que pode ser reduzido por meio de estudos mais aprofundados da natureza física do problema ou por meio de medidas de controle de qualidade. Contudo, as incertezas nunca podem ser completamente eliminadas, pois são inerentes ao problema. Portanto, toda estrutura tem sempre uma probabilidade de falha e um risco associado.

Dentre os tipos de ações que atuam sobre as estruturas, as ações excepcionais, que são verdadeiramente acidentais, são aquelas que apresentam altos níveis de incerteza em sua intensidade, pequena probabilidade de ocorrência e curta duração (Beck, 2019).

Nesse contexto, é fundamental que as estruturas e seus elementos tenham a robustez necessária para suportar danos causados por eventos acidentais, como incêndios, ataques terroristas, explosões, impactos ou erros humanos, sem que esses danos sejam desproporcionais à severidade do evento causador. No entanto, mesmo que os requisitos mínimos de projeto relacionados à robustez sejam atendidos, eventos extremamente anormais são difíceis de prever e podem resultar em graves riscos de falha em um ou mais elementos, como no caso da perda de pilares, que pode provocar o colapso progressivo de toda a estrutura ou parte dela (Adam *et al.*, 2018). Por vezes, o colapso progressivo vem acompanhado de grandes prejuízos materiais e vítimas fatais. Apesar das questões apresentadas, a maioria das estruturas civis são projetadas com baixíssimas probabilidades de falha.

Sabendo que o colapso progressivo é desencadeado por uma falha inicial, seguida da falha dos elementos adjacentes em cadeia, deve-se analisar quais as consequências que a perda do elemento inicialmente danificado traz à estrutura.

Beck, Ribeiro e Valdebenito (2020) propõem o conceito da probabilidade limite de perda de coluna (*threshold column loss probability - p_{CL}^{th}*), baseado na análise de danos locais iniciais de diferentes magnitudes, que têm potencial para afetar uma grande quantidade de pilares. Os autores afirmam que a probabilidade de perda de coluna tem um impacto significativo no cálculo do custo esperado de falha. Deste modo, p_{CL}^{th} é o valor acima do qual o dimensionamento para caminhos de carregamento alternativos em função de uma perda de coluna discreta tem custo-benefício positivo (mais vantajoso), em comparação com um projeto convencional.

Posteriormente, Beck, Ribeiro e Valdebenito (2022) avaliaram o custo-benefício de um projeto seguro contra o colapso progressivo considerando a perda de colunas devido a eventos extremos acidentais e maléficos. Os resultados indicam que a viabilidade econômica do reforço de elementos estruturais pelo método APM está fortemente relacionada à probabilidade de ocorrência das ameaças.

A probabilidade de um colapso estrutural global, considerando diversas ameaças, pode ser descrita como (Ellingwood, 2005):

$$P[C] = \sum_H \sum_{LD} P[C|LD, H] P[LD|H] P[H], \quad (2.1)$$

em que C é o colapso global; $P[H]$ é a probabilidade da ocorrência da ameaça; $P[LD|H]$ é a probabilidade de dano local, LD (*local damage*), condicionada à ocorrência da ameaça H ; e $P[C|LD, H]$ é a probabilidade do colapso global, condicionada à ocorrência do dano local devido à ameaça.

De acordo com Beck *et al.* (2022), o somatório sobre H representa as diferentes ameaças (cargas acidentais) às quais uma estrutura está sujeita, enquanto o somatório sobre LD indica os diversos tipos de danos iniciais manifestados em estruturas (danos em elementos estruturais importantes, recalque diferencial da fundação, danos locais, etc).

Uma análise de risco estrutural deve examinar os diversos eventos acidentais a fim de controlá-los ou reduzir suas probabilidades de ocorrência ($P[H]$). Medidas de proteção, como reforços e dispositivos apropriados, podem mitigar os efeitos de danos locais ocasionados por ameaças H , representados pelo termo $P[LD|H]$.

Características relacionadas à mecânica estrutural, como é o caso da robustez, têm a função de controlar as probabilidades de ocorrência de danos locais $P[LD|H]$, bem como a propagação desses danos para demais elementos estruturais, especialmente após a perda de um elemento de suporte, o que pode levar ao colapso global da estrutura com probabilidade $P[C|LD, H]$.

Danos locais resultantes de cargas excepcionais podem levar a vários estados de danos no sistema (*System Damage States - SDS*), cada um com suas próprias consequências. O risco total associado a uma estrutura é determinado pela probabilidade de ocorrência de cada estado de dano multiplicada pela medida de sua consequência. Seguindo Faber (2008), o risco total é calculado somando os riscos diretos, R_D , e indiretos, R_{ID} , considerando suas respectivas consequências:

$$R = R_D + R_{ID} = \sum_H \sum_{LD} \sum_{SDS} \{C_{ID}(SDS, LD) P[SDS|LD, H] + C_D(LD)\} P[LD|H] p_H, \quad (2.2)$$

em que $C_{ID}(SDS, LD)$ representa os custos indiretos associados a cada estado de dano do sistema resultante de um dano local, e $C_D(LD)$ representa os custos diretos decorrentes do dano local.

Essa formulação é apropriada, por exemplo, para a determinação de projetos otimizados de pórticos regulares de concreto armado com medidas de prevenção contra o colapso progressivo. Em tais estruturas, uma falha inicial causada por cargas excepcionais pode se propagar verticalmente através de rótulas plásticas nas vigas, ou horizontalmente por meio de esmagamento local ou instabilidade dos pilares adjacentes, resultando no colapso tipo *pancake*.

Segundo Beck e Stewart (2023), ao considerar a probabilidade de ocorrência da ameaça como um termo independente, é necessário combinar o projeto convencional sob condições de carregamentos normais e resistência na mesma formulação. Na prática, isso implica tratar as condições de carregamentos normais como uma ameaça na Equação 2.2, com uma probabilidade de

$p_H = p_{NLC} = 1$. Levando em conta que a probabilidade de ocorrência de uma carga excepcional é uma variável independente, é necessário ajustar a Equação 2.2, o que leva a

$$R = R_D + R_{ID} = \sum_{ID} C_{SDS}(SDS, NLC)P[SDS|NLC]p_{NLC} + \sum_{LD} \sum_{SDS} \{C_{ID}(SDS, LD)P[SDS|LD, H] + C_D(LD)\} P[LD|H]p_H, \quad (2.3)$$

em que NLC representa a condição normal de carregamento e $p_{NLC} = 1$.

Uma das principais conclusões do estudo de custo-benefício de Beck *et al.* (2022) é que as medidas de reforço estrutural devem ser objetivas, eficientes e de baixo custo, de forma que o custo do reforço seja menor do que a redução no custo esperado de colapso. Esta observação motivou o presente estudo, onde se pretende que um mesmo dispositivo ofereça proteção contra impactos veiculares, contra incêndio, e contra o colapso progressivo das lajes de um edifício.

2.1 Técnicas de Reforço e Adaptação em Estruturas

Com o objetivo de aprimorar o desempenho das estruturas em relação ao colapso progressivo e seus efeitos adversos, são estudadas diversas técnicas de reforço e adaptação, comumente chamadas de *retrofitting*. Conforme apontado por Kiakojouri *et al.* (2022), cada técnica é elaborada para atuar em estágios específicos do colapso progressivo, abrangendo a prevenção de falhas iniciais, o controle da propagação do colapso e a gestão do estado final do colapso. Além disso, essas estratégias podem ser classificadas de acordo com os tipos de estruturas ou eventos que desencadeiam o colapso.

No entanto, a classificação das técnicas de reforço e *retrofitting* pode ser desafiadora, especialmente quando há um efeito duplo sobre as estruturas ou quando o desempenho é influenciado pelo modo e intensidade do acidente, ou ainda pela dimensão da falha inicial. Um exemplo disso são as técnicas de prevenção de danos iniciais, que geralmente não fornecem caminhos alternativos de carga. A distinção entre técnicas que adicionam caminhos alternativos de carga e aquelas que aprimoram os existentes nem sempre é clara, pois o desempenho está relacionado ao regime de carregamento (Biagi; Chiaia, 2013).

2.2 Prevenção e Mitigação de Danos Iniciais

Como mencionado anteriormente, uma abordagem comum para controlar o colapso progressivo é a implementação de técnicas de prevenção e mitigação de danos iniciais nos elementos estruturais. Dentre esses elementos, os pilares desempenham um papel crucial na estabilidade e na sobrevivência das estruturas em situações de acidentes, tornando-se essencial adotar medidas eficazes de proteção para eles.

A literatura científica apresenta uma ampla gama de estudos voltados ao desenvolvimento de técnicas de mitigação para diversas classes de eventos acidentais. Neste trabalho, o foco está direcionado especificamente aos danos causados por incêndios e impactos em pilares. Para alcançar esse objetivo, é necessário investigar e analisar as medidas já propostas na literatura, buscando identificar abordagens promissoras e eficientes.

2.2.1 Situações de Incêndio

O efeito do fogo e das altas temperaturas nas estruturas é um fenômeno recorrente ao longo da história das construções, gerando uma preocupação constante para os construtores, que buscam adotar medidas eficazes de proteção. No entanto, somente nos últimos anos, devido a desastres significativos, os estudos sobre situações de incêndio que podem levar ao colapso progressivo ganharam destaque e atenção especial.

Embora existam muitos estudos sobre os efeitos do fogo em elementos de concreto armado, efeitos tais como a fragmentação ou explosão do concreto, e os efeitos da corrosão, poucas pesquisas abordam especificamente o colapso progressivo induzido pelo fogo em estruturas de concreto armado. A maioria das investigações está direcionada a estruturas de aço.

Nas estruturas de concreto armado, a resistência ao fogo pode ser alcançada em diferentes cenários de incêndio por meio da seleção adequada dos tipos e granulometrias dos agregados (Gedam, 2021), juntamente com a utilização de revestimento adequado (Murugan; Srinivasan, 2021).

Um método consagrado para proteção contra o fogo é o uso de materiais intumescentes (Vandersall, 1971). Esses materiais têm a capacidade de expandir quando expostos a altas temperaturas, devido à formação de compostos gasosos durante a sua queima. Estudos têm sido realizados para aprimorar as propriedades retardadoras de fogo desses materiais, incluindo a adição de nanopartículas, fílers e modificadores (Mariappan, 2016).

Embora os revestimentos intumescentes sejam comumente utilizados em estruturas de aço, existem pesquisas que demonstram a eficiência desses revestimentos com fibras reforçadas aplicados em pilares de concreto armado. Esses revestimentos não apenas oferecem proteção contra o fogo, mas também aumentam a resistência axial do elemento (Triantafyllidis; Bisby, 2020). Essa abordagem mostra o potencial de diversas técnicas para mitigar os efeitos de ameaças combinadas, como explosão e impacto. No entanto, até o momento, não existem estudos na literatura que abordem especificamente essa vertente (Kiakojoury *et al.*, 2022).

Além das técnicas mencionadas anteriormente, existem outras abordagens para a proteção de estruturas contra incêndio. Destaca-se a utilização de placas, o revestimento parcial ou completo do concreto, e o uso de membranas revestidas em placas e mantas de isolamento térmico. Um sistema interessante de proteção de pilares de aço, apresentado por Randaxhe *et al.* (2021), é composto por placas de lã de rocha de alta densidade envoltas por chapas de aço e garras de fixação para conexão ao pilar. Contudo, menciona-se que esse dispositivo tem limitações em relação às seções dos pilares, sendo adequado apenas para pilares de seção em tubo quadrado, I e H.

Mesmo que muitas técnicas de proteção contra o fogo sejam comprovadamente eficientes, a escolha pela utilização destas deve estar condicionada à compreensão de fenômenos que têm alcançado destaque recentemente, como os efeitos do resfriamento e da fluência induzida pelo fogo. Um estudo conduzido por Gernay e Gamba (2018) demonstrou que a perda de colunas durante um incêndio pode levar ao colapso progressivo de uma estrutura devido ao fenômeno

de aquecimento-resfriamento. Durante o resfriamento, uma coluna que estava inicialmente sob compressão passa a ser tracionada, gerando sobrecarga nas colunas adjacentes. Portanto, é essencial considerar esses fenômenos para escolher adequadamente as técnicas de proteção contra incêndio.

Em situações de incêndio itinerário, conforme descrito por Jiang *et al.* (2021), a velocidade de propagação do fogo desempenha um fator determinante na ocorrência de falhas estruturais. Uma propagação lenta resulta em falhas localizadas, enquanto uma propagação rápida pode levar ao colapso global da estrutura, com a perda sequencial das colunas.

Portanto, é necessário avaliar não apenas as técnicas de proteção contra incêndio a serem adotadas, mas também a configuração estrutural, as diferentes maneiras pelas quais um incêndio pode ocorrer e se propagar, e prever os efeitos indesejáveis durante o evento. Enfatiza-se a aplicação das técnicas de proteção com base na probabilidade de ocorrência e nos riscos associados a possíveis falhas.

2.2.2 Situações de Impacto

Existem vários estudos sobre técnicas de reforço e *retrofitting* de estruturas quando submetidas a cargas de impacto. Embora a maioria desses estudos não tenha como foco a análise do colapso progressivo, é possível afirmar que essas técnicas podem levar a níveis mais elevados de segurança ao mitigar a propagação de danos locais.

Dois metodologias de reforço contra impacto se destacam: o aumento da resistência e rigidez dos elementos por meio da aplicação de uma quantidade maior de material, como camadas extras de concreto ou polímeros reforçados com fibras; e a instalação de elementos de sacrifício para proteger a estrutura principal. Destaca-se que essas metodologias não são mutuamente exclusivas, já que os elementos de sacrifício podem aumentar a rigidez do sistema e proporcionar maior resistência contra carregamentos.

Kiakojoury *et al.* (2022) distinguem os danos resultantes de impacto em dois grupos:

- Impacto de elementos externos, como veículos, aeronaves e ameaças naturais, sobre a estrutura, que geralmente ocorrem na forma de impactos horizontais;
- Impacto decorrente da falha de um elemento estrutural que atinge outro elemento subjacente, como nos casos de colapsos em efeito dominó e panqueca, que ocorrem principalmente como impactos verticais.

Para lidar com essas categorias de impacto, deve-se desenvolver técnicas de proteção específicas para cada caso. No caso de impactos horizontais, os pilares são considerados elementos críticos, enquanto que os impactos verticais afetam principalmente as lajes, podendo também causar o esmagamento dos pilares.

Algumas técnicas de *retrofitting* para impactos utilizam materiais que possuem boa capacidade de dissipação de energia cinética, como as espumas. Um estudo realizado por Xu *et al.* (2021) investigou a aplicação de camadas de espuma de alumínio em formato de célula em pilares de concreto armado, combinadas com concreto de ultra-alta resistência (*Ultra High*

Performance Concrete - UHPC). De acordo com Lu *et al.* (2020), as espumas são mais indicadas para impactos de baixa intensidade, enquanto que para cargas de impacto mais elevadas, as espumas endurecidas são mais recomendadas, pois têm a capacidade de conter o concreto e proporcionar maior resistência estrutural.

Uma abordagem proposta por Fan *et al.* (2020) para pilares de concreto armado de pontes é a utilização de tubos de aço corrugado como elementos de absorção de energia, juntamente com concreto reforçado com fibras de ultra-alta resistência. Essa proposta visa reduzir os danos causados por impactos veiculares.

Nos últimos anos, tem havido um aumento significativo nos estudos sobre o uso de polímeros reforçados com fibras em estruturas de concreto para aumentar a resistência contra cargas de impacto, como discutido por Pham e Hao (2016). Uma simulação numérica conduzida por Mohammed e Parvin (2020) demonstrou que pilares reforçados com fibras de carbono apresentaram um bom desempenho quando sujeitos a impactos de veículos de pequeno e médio porte. Além disso, a adição de camadas adicionais de reforço resultou na minimização dos danos causados pelo impacto.

Kiakoouri *et al.* (2022) afirmam que, apesar das estruturas de painel sanduíche possuírem propriedades de absorção de impactos, poucos estudos acerca da sua aplicação como proteção em edifícios são reportados. Um estudo numérico conduzido por Zhang, Pan e Xiao (2020) demonstra que painéis sanduíche de espuma de alumínio envolvendo pilares podem efetivamente reduzir os danos causados por impactos veiculares. Esses painéis prolongam o tempo de colisão, resultando em uma redução significativa dos danos tanto na estrutura quanto no veículo. Além disso, pesquisas realizadas por Kang e Kim (2020) mostram que painéis sanduíche do tipo colmeia (*honeycomb*), aplicados na mitigação de impactos veiculares em pilares de aço, podem ser eficientes.

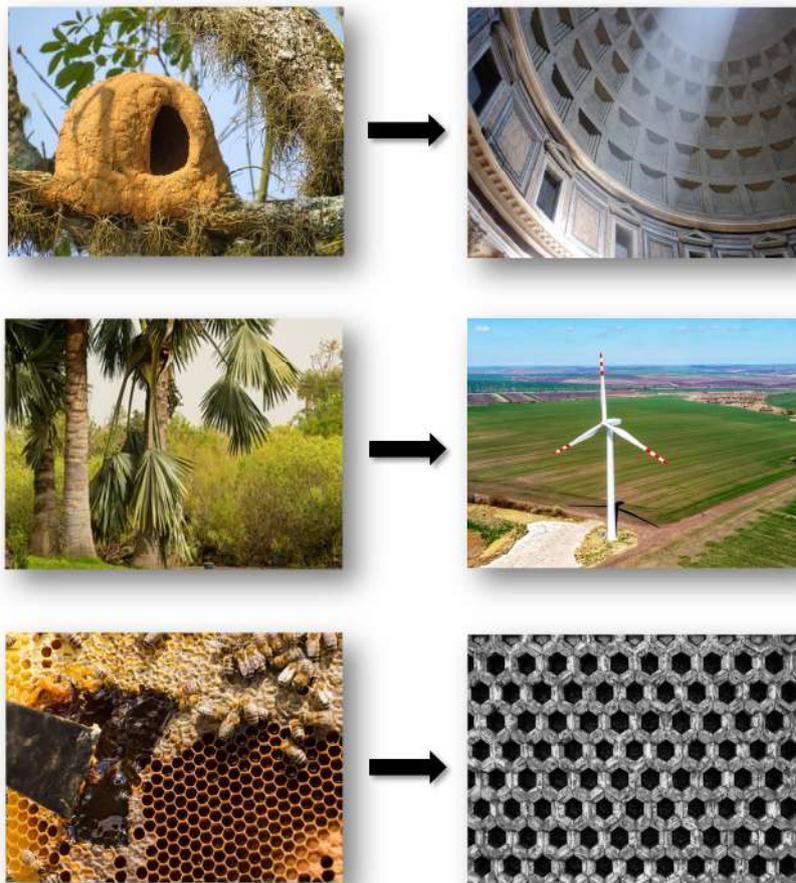
Zhou e Yu (2004) propõem a utilização de um dispositivo *honeycomb* de metal de alta resistência para absorção de energia contra impactos verticais decorrentes da falha de lajes, que podem levar ao colapso progressivo. Os autores apresentam uma metodologia para estimar a área de ocupação necessária do dispositivo por pavimento em um edifício de dimensões similares às do *World Trade Center*. Além disso, embora não tenham realizado a otimização do dispositivo proposto, os autores ressaltam as vantagens que a otimização pode proporcionar em termos de consumo de materiais e maximização da energia de absorção por unidade de volume ou massa, mediante a alteração de parâmetros como espessura da parede, tamanho e formato celular, material base, entre outros.

Em geral, a comunidade científica considera o colapso induzido por impacto como um fenômeno independente da ameaça causadora, especialmente quando se trata da remoção dinâmica de colunas. Sabendo que a resposta estrutural nessas situações de colapso pode variar consideravelmente, conforme evidenciado nos estudos de Kang e Kim (2015), Javidan *et al.* (2018) e Sadeghi *et al.* (2022), é necessário verificar criteriosamente os métodos de reforço e *retrofitting*, a fim de evitar ineficiências e a ocorrência de efeitos indesejáveis na estrutura.

3 Estruturas Celulares

Desde os primórdios, a humanidade recorreu ao mimetismo para garantir a resistência das estruturas, imitando formas presentes na natureza e validadas empiricamente pela observação ao longo de milhares de anos. A Figura 3.1 ilustra alguns exemplos de estruturas construídas pela engenharia e que possuem inspirações na natureza.

Figura 3.1 – Formas e estruturas presentes na natureza que inspiraram o mimetismo na engenharia.



Fonte: Compilação do autor¹

As cúpulas, presentes em diversas obras históricas como o Panteão (118-128 d.C.), são estruturas onde predomina o esforço de compressão simples, semelhante ao observado na casa do pássaro João-de-Barro (*Furnarius rufus*).

A palmeira imperial (*Roystonea oleracea*) pode ser considerada uma estrutura engastada na base e livre no topo, tal como postes de luz, hastes de turbinas eólicas e até edifícios de grande altura, como o Burj Khalifa. A seção transversal da palmeira imperial varia de forma crescente conforme o aumento da distribuição de momentos fletores, assim como nas estruturas citadas.

¹ Figura criada com os recursos de imagens gratuitas disponíveis em Freepik.com

A estrutura hexagonal do favo de mel da abelha, composta por células uniformemente distribuídas feitas de cera de própolis, tem despertado interesse devido às suas propriedades mecânicas e ao seu amplo potencial de aplicação (Wang, 2019).

Os estudos e utilizações de estruturas alveolares, como o favo de mel, remontam a milhares de anos atrás. No entanto, sua aplicação em larga escala teve início no final da década de 1930 (Xiong; Lin; Zou, 2011). Desde então, o campo de aplicação das estruturas celulares tem se expandido significativamente. Elas encontram aplicações na construção civil, arquitetura, engenharia mecânica, indústria automotiva, indústria naval, setor aeroespacial e na área da biomedicina.

A evolução das estruturas *honeycomb* pode ser dividida em quatro períodos, segundo Zhang *et al.* (2015). No primeiro estágio, que ocorreu entre 60 a.C. e 126 d.C., o ser humano apenas investigou e imitou a complexidade do favo de mel. A etapa exploratória iniciou-se em 1638 com Galileo Galilei, que realizou estudos sobre sólidos ocos e seu aumento de resistência sem adição de peso. Em 1665, Robert Hook descobriu que a estrutura celular da cortiça é semelhante ao favo de mel hexagonal, e Charles Darwin (1859) afirmou que a geometria do favo de mel é um exemplo de otimização na natureza, uma vez que as abelhas produzem a melhor colmeia economizando trabalho e cera.

A segunda revolução industrial proporcionou os primeiros avanços significativos em estruturas porosas usando microscópios. O objetivo era obter estruturas leves e eficientes, o que deu início ao estágio de aplicação em estruturas. Höfler e Renyi patentaram a primeira estrutura *honeycomb* em 1914 e, desde então, foram desenvolvidos vários tipos de estruturas alveolares em diferentes materiais, como papéis (Fahey *et al.*, 1961; Moore; Sturgeon, 1973), metais (Herbert, 1960), cerâmicas (Bardhan, 1997) e compósitos (Vinson, 1986).

Por volta da década de 90, inicia-se o estágio atual da evolução das estruturas *honeycomb*, com o desenvolvimento de estruturas micro e nano celulares aplicadas em áreas emergentes, como a biomedicina. Esse estágio é caracterizado pelo desenvolvimento rápido multi-funcional, multi-campo e multi-escala, segundo Zhang *et al.* (2015). Para um melhor detalhamento da evolução histórica das estruturas *honeycomb* desenvolvidas pela humanidade, recomenda-se a leitura dos trabalhos de Bitzer (1997) e Xiong, Lin e Zou (2011).

A partir da análise das propriedades de diferentes estruturas *honeycomb*, Zhang *et al.* (2015) abordam as relações entre a topologia e as propriedades mecânicas, térmicas e acústicas dessas estruturas em diversas aplicações.

3.1 Topologia e Evolução

Inspiradas na geometria natural do favo de mel, as estruturas do tipo *honeycomb* são compostas, em geral, por placas ou chapas finas corrugadas sobrepostas ou unidas, formando células fechadas com dimensões que variam de dezenas de micrômetros a dezenas de milímetros. As células podem ter formas hexagonais, triangulares, quadradas ou circulares. As três primeiras são indicadas para suportar cargas estruturais, especialmente cargas de cisalhamento encontradas

na dobra de painéis. Com os recentes avanços em micro/nano-fabricação e biomedicina, a topologia circular tem ganhado destaque.

De acordo com Gibson e Ashby (1997), a densidade relativa (ρ_r), dada pela razão entre a densidade efetiva da estrutura celular (ρ_e) e a densidade do material base (ρ_s), é um parâmetro importante para descrever e produzir as estruturas *honeycomb*. Assim como a densidade relativa, a porosidade (ϕ) também é empregada na caracterização, sendo ambas relacionadas da seguinte maneira:

$$\rho_r = 1 - \phi = \rho_e / \rho_s. \quad (3.1)$$

Para uma estrutura celular genérica de formato qualquer, em que l representa o comprimento e t a espessura da parede, é possível utilizar formulações para o cálculo da densidade relativa de diferentes formatos celulares. Essas formulações são apresentadas na Tabela 3.1 para os formatos celulares mais comuns.

Tabela 3.1 – Densidade relativa de estruturas em diferentes formatos celulares

Formato celular	Densidade relativa - ρ_e / ρ_s
Hexagonal regular	$2t / l\sqrt{3}$
Circular (raio = l)	$\pi t / l\sqrt{3}$
Triangular equilátero	$2t\sqrt{3} / l$
Quadrado	$2t / l$

Fonte: Adaptado de Lu e Chen (1999).

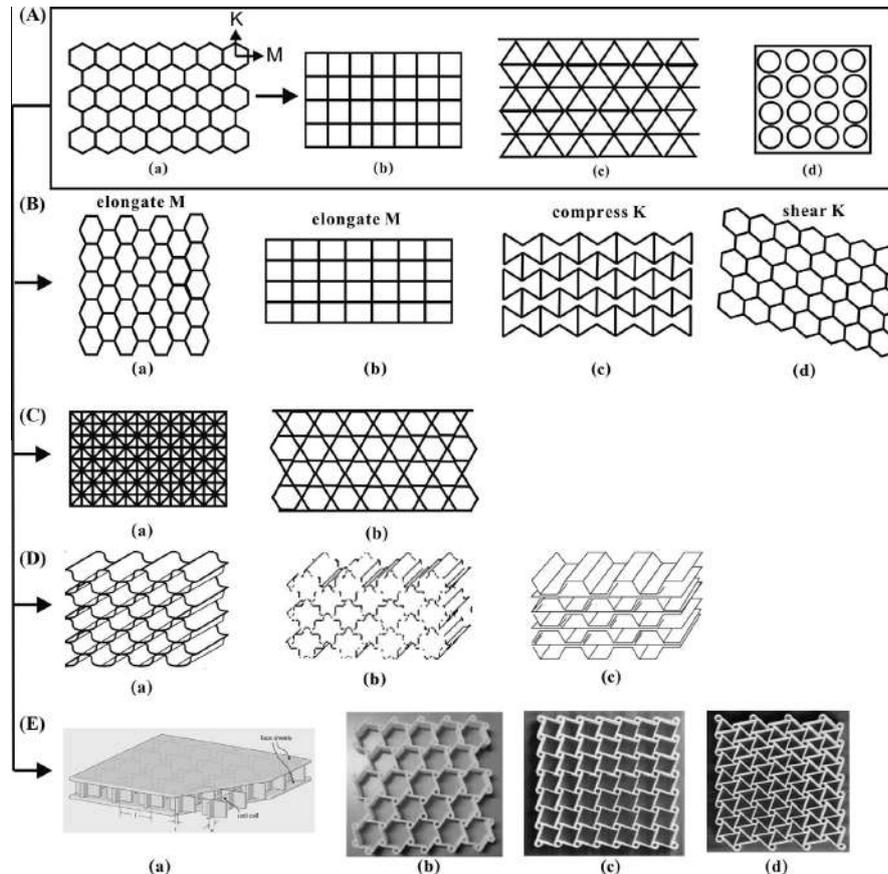
As formas hexagonais são convencionalmente as mais utilizadas e fabricadas com diversos materiais. Entretanto, a busca por geometrias mais adequadas para aplicações específicas tem impulsionado a evolução e o desenvolvimento de pesquisas em busca de configurações mais satisfatórias. Nesse contexto, Zhang *et al.* (2015) propõem uma classificação evolutiva das diferentes formas das estruturas *honeycomb*, conforme ilustrado na Figura 3.2.

As aplicações de engenharia evoluíram de células hexagonais para outras formas, como quadradas, triangulares e circulares (Fig. 3.2.A). Enquanto as estruturas hexagonais e retangulares apresentam vantagens em termos de transferência de calor convectiva forçada, as estruturas triangulares destacam-se pelo desempenho mecânico, especialmente em relação à rigidez e resistência em diversas condições de carga.

No entanto, a deformação, compressão ou distorção das arestas das células tradicionais (Fig. 3.2.B) resulta em uma classe de matrizes que buscam melhorar ou ajustar o desempenho, tais como hexágonos super-expandidos (*over-expanded OX*) (Scarpa *et al.*, 2003), células retangulares (Buchberg; Lalude; Edwards, 1971), hexágonos reentrantes (Muraoka; Sanada, 2010) e células assimétricas (Chen; Yang, 2011). A combinação dessas células pode gerar outras opções (Fig. 3.2.C), como a supercélula quadrada obtida pela união de quadrados e retângulos, e a célula do tipo Kagome.

Para permitir maior flexibilidade e reduzir custos em estruturas *honeycomb*, foram desenvolvidas variações como as células *flex-core*, *double-flex* e as células hexagonais reforçadas

Figura 3.2 – Classes de estruturas *honeycomb* de diferentes formatos celulares. (A-a) Célula hexagonal regular; (A-b) célula quadrada; (A-c) célula triangular; (A-d) célula colunar; (B-a) célula *OX*; (B-b) célula retangular; (B-c) hexágono reentrante; (B-d) hexágono assimétrico; (C-a) supercélula quadrada construída a partir de uma mistura de quadrados e triângulos; (C-b) célula do tipo Kagome; (D-a) célula *flex-core*; (D-b) *double-flex*; (D-c) célula hexagonal reforçada; (E-a) célula quadrada truncada; (E-b) células triquirais; (E-c) tetraquirais e (E-d) hexaquirais.



Fonte: Zhang *et al.* (2015)

(Fig. 3.2.D). A célula *flex-core* possui curvatura anticlástica reduzida, inibindo a ocorrência de flambagem das paredes, além de possuir resistência ao cisalhamento superior às de núcleos hexagonais com densidade equivalente, já que suas curvaturas são formadas por raios muito estreitos. A célula *double-flex* apresenta propriedades de flexibilidade superiores às demais.

Para obter mais funcionalidades, outras configurações são propostas (Fig. 3.2.E), como os quadrados truncados e as células quirais (triquirais, tetraquirais e hexaquirais). Destaca-se que existem muitas outras configurações de estruturas *honeycomb* que não foram listadas, como aquelas utilizadas no campo da micro e nano fabricação e biomedicina, alcançadas pela alta precisão dos equipamentos utilizados na fabricação.

3.2 Propriedades Mecânicas

Assim como os favos de mel construídos pelas abelhas, as estruturas celulares desenvolvidas pelo ser humano também possuem excelentes propriedades mecânicas. Em particular, o comportamento mecânico na direção do plano dessas estruturas tem sido extensivamente investigado, refletindo em um grande número de publicações científicas na área. Dentre os fatores que influenciam a resistência mecânica, destacam-se o material base, o formato das células e a densidade relativa. Em um estudo teórico, Zhu e Mills (2000) analisaram a compressão uniaxial na direção do plano de estruturas *honeycomb* fabricadas com diferentes materiais, desde polímeros até metais, e concluíram que a resistência está fortemente relacionada ao material base. Em outro estudo, Fleck e Qiu (2007) compararam a fratura de estruturas celulares elasto-frágeis bidimensionais e observaram que as estruturas *honeycomb* hexagonais se deformam por flexão de barras, enquanto as estruturas *honeycomb* triangulares se deformam predominantemente pelo alongamento das barras constituintes, devido à alta conectividade nodal.

A maioria dos estudos analíticos sobre a resistência mecânica de estruturas celulares assume um modelo bidimensional para a estrutura (Zhang *et al.*, 2018). Modelos mais antigos aplicados a *honeycombs* metálicas, por sua vez, são adequados apenas para estruturas com densidades relativas menores que 0,05, em que o modo de falha predominante é o encurvamento elástico. À medida que a densidade relativa ultrapassa 0,1, o encurvamento plástico deixa de ser recorrente e a plastificação das paredes das células se torna o modo de falha prevaiente em casos de compressão no plano (Wang; McDowell, 2004; Wang; McDowell, 2005).

Para atender às demandas da engenharia e maximizar a capacidade de absorção de energia de painéis sanduíche em direções fora do plano, são realizados estudos abrangentes para investigar o comportamento mecânico das estruturas celulares nessa direção. Constatou-se que o material base, o formato celular e a densidade relativa são os principais fatores que influenciam na resistência. Dentre os modelos estudados para aplicação de compressão fora do plano, destacam-se as estruturas *honeycombs* de folha de alumínio, metais pesados formados por extrusão e quadrados feitos de aço inoxidável (Cote *et al.*, 2006). Verificou-se que as estruturas *honeycombs* hexagonais se encurvam elasticamente, produzindo a primeira deformação na extremidade da cabeça (sem chapa de face) ou em meia altura (com chapa de face) e se deformam progressivamente formando dobras.

Um modelo para prever o comprimento de onda de esmagamento relacionada à resistência de núcleo é proposto por Yang e Qiao (2008). No caso das estruturas quadradas mencionadas anteriormente, o encurvamento ocorre em modo axial-torsional, no qual o eixo nodal vertical permanece reto, enquanto os segmentos das paredes celulares giram em torno desse eixo.

Em um estudo realizado por Kim e Christensen (2000) para comparar o desempenho mecânico de células triangulares, hexagonais e estreladas, verificou-se que as células triangulares possuem rigidez comparável à rigidez dos outros dois formatos, porém menor resistência ao encurvamento compressivo e esforços cisalhantes. Por outro lado, a célula estrelada apresentou maior flexibilidade, sendo recomendada para aplicações em construções com formato curvo na

engenharia.

As estruturas celulares têm sido avaliadas em diversas situações de solicitações externas. Essas solicitações incluem compressão biaxial no plano, tensão no plano (Foo; Chai; Seah, 2007), cisalhamento longitudinal e transversal fora do plano (Pan *et al.*, 2006; Pan; Wu; Sun, 2008), descascamento (Grove; Popham; Miles, 2006), tração uniaxial (Alonso; Fleck, 2009), ensaio de flexão por três e quatro pontos (Petras; Sutcliffe, 1999), compressão e cisalhamento combinados no plano e fora dele (Hong *et al.*, 2006; Doyoyo; Mohr, 2003), fadiga (Jen; Chang, 2008), fluência (Chen *et al.*, 2011), impactos de baixa velocidade (Hu; Yu, 2010) e impactos de alta velocidade (Xu *et al.*, 2012).

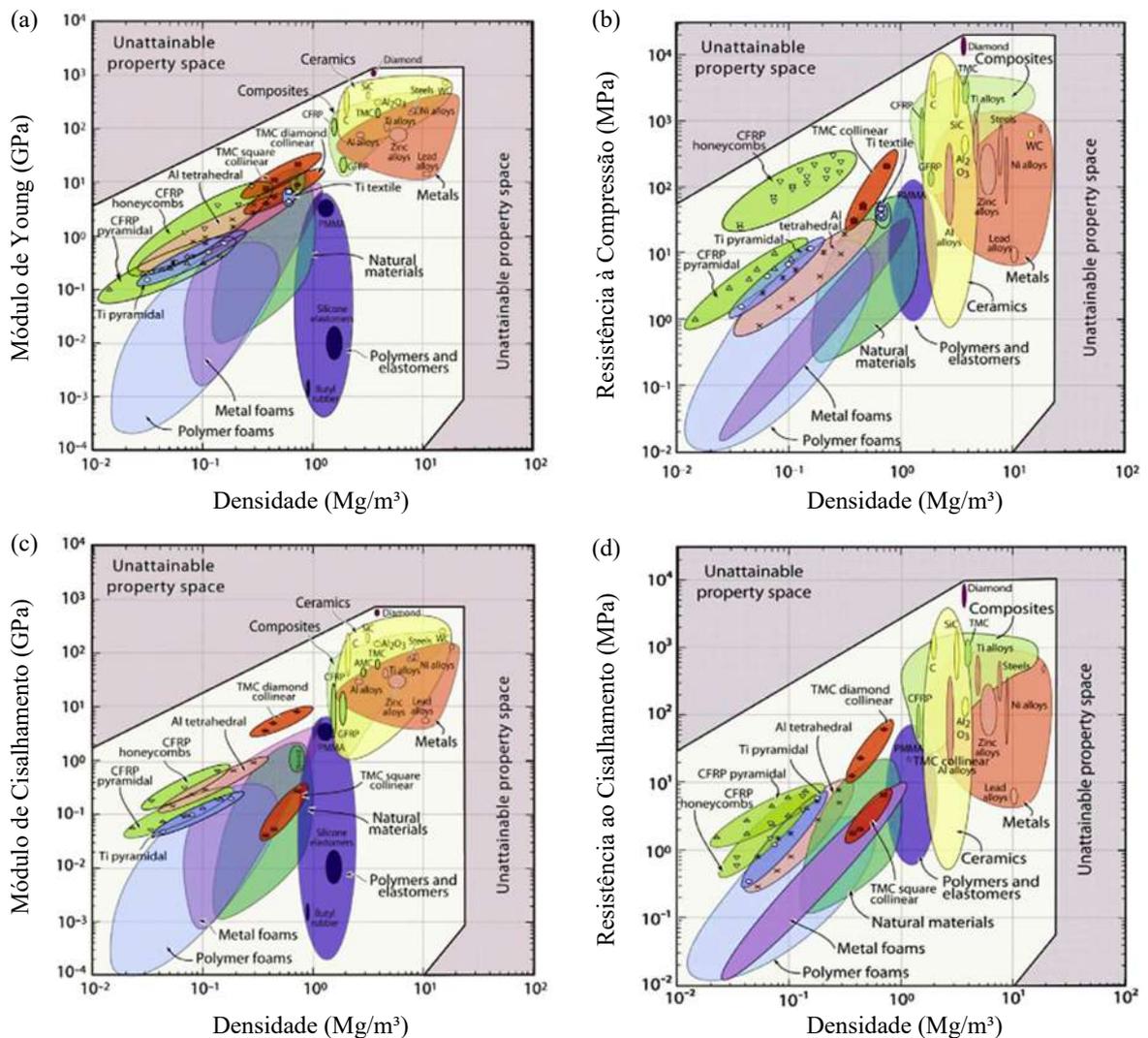
De acordo com Masters e Evans (1996), a deformação de estruturas celulares é governada pela combinação de três modos: flexão, alongamento e formação de rótulas plásticas. No modo de falha por flexão, as paredes da célula são submetidas a esforços que resultam em um comportamento semelhante ao de uma viga em balanço, com uma extremidade fixa e a outra livre. Já no modo de falha por alongamento, as paredes atuam como absorvedoras de impacto, resultando no estiramento simultâneo do perímetro, sem alteração de ângulo ou rotação. Por fim, no modo de falha pela formação de rótulas plásticas, as paredes se deformam angularmente umas em relação às outras, indicando um estado de cisalhamento global ou flexão local.

Ashby (2005) realizou uma extensa pesquisa sobre a relação entre a densidade de diversos tipos de materiais e seu desempenho mecânico. Com base nesses estudos, Moongkhamklang, Deshpande e Wadley (2010) compilaram graficamente diferentes classes de materiais em diversas densidades, classificando e comparando seu desempenho mecânico em termos de rigidez e resistência à compressão e cisalhamento, conforme ilustrado na Figura 3.3. Foi constatado que, para a faixa de densidade entre 20 e 300 kg/m³, as estruturas tipo *honeycomb* apresentam melhor desempenho do que outros materiais celulares. Além disso, essas estruturas mostram-se mais resistentes à flexão (Mai; Fleck; Lu, 2007; Valdevit; Hutchinson; Evans, 2004; Wei; Zok; Evans, 2006), absorção de energia (Cote *et al.*, 2006) e impactos (Xue; Hutchinson, 2004). Devido à busca constante por melhorias nas propriedades mecânicas, algumas pesquisas menos convencionais têm sido desenvolvidas, como *honeycombs* compostos e preenchidos por espumas, e até núcleos hexagonais reentrantes com coeficientes de Poisson negativos.

O estudo realizado por Gibson e Ashby (1997) contribui para a compreensão do comportamento mecânico de estruturas celulares. Os autores verificaram diferentes mecanismos de deformação e analisaram materiais com diferentes comportamentos de falha, submetidos a solicitações axiais no plano (*in-plane*) e fora do plano (*out-of-plane*). Tais investigações permitem uma melhor compreensão do desempenho estrutural de materiais celulares e podem ser utilizadas para o desenvolvimento de estruturas mais eficientes e seguras.

A seguir, são apresentados os mecanismos de deformação e as tensões críticas para diferentes modos de falha, tanto no plano quanto fora dele, considerando solicitações uniaxiais. As formulações que são apresentadas nessa seção são clássicas na literatura e foram propostas por Gibson e Ashby (1997) para *honeycombs* hexagonais regulares, mas foram estendidas para

Figura 3.3 – Comparativo de rigidez e resistência para diferentes classes de materiais em função da densidade. (a) Rigidez e (b) resistência à compressão. (c) Rigidez e (d) resistência ao cisalhamento.



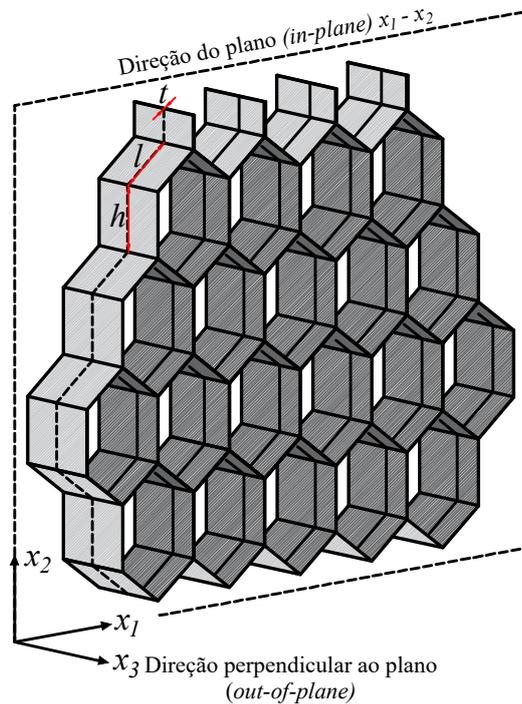
Fonte: Adaptado de Moongkhamklang, Deshpande e Wadley (2010)

outros formatos celulares, como mostrado por Wang e McDowell (2005) e Liu e Zhang (2009). O modelo em perspectiva do *honeycomb* hexagonal utilizado para elaboração das formulações está ilustrado na Figura 3.4. Para células hexagonais regulares, $l = h$.

3.2.1 Mecanismos de Deformação

As estruturas celulares bidimensionais exibem comportamentos mecânicos de deformação distintos quando são submetidas a solicitações no plano $x_1 - x_2$ e perpendicular a ele na direção x_3 , considerada transversalmente isotrópica. Portanto, é necessário analisar suas propriedades e comportamentos de forma diferenciada, levando em consideração as diferentes direções de aplicação de carga.

Figura 3.4 – Honeycomb hexagonal em perspectiva.



Fonte: Autoria própria

3.2.1.1 Deformação no plano

Curvas tensão-deformação, considerando compressão e tração, de estruturas celulares fabricadas com materiais elastoméricos (borracha), elasto-plásticos (metal) e elasto-frágeis (cerâmica) são ilustradas na Figura 3.5.

Em compressão, observa-se que todas as estruturas apresentam comportamento semelhante. Inicialmente, há um regime linear-elástico, seguido por um patamar de tensão aproximadamente constante e crescimento de deformação (conhecido como "*plateau stress*"), tendo como regime final tensões acentuadamente crescentes.

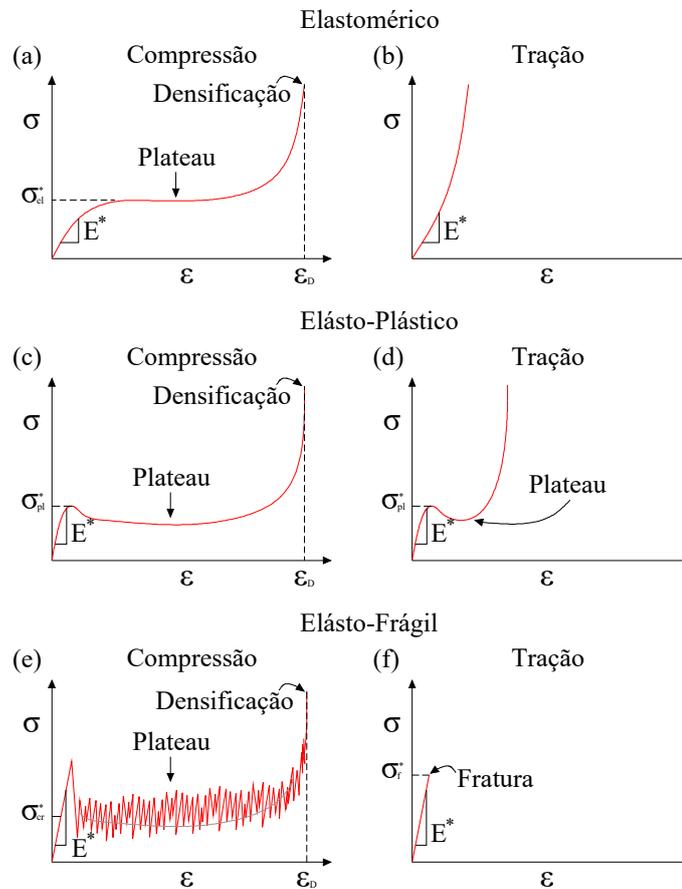
O primeiro regime é caracterizado pela flexão das paredes celulares com comportamento linear-elástico, caso o material base também se comporte assim. É possível estimar os módulos de elasticidade longitudinal (E_1 ou E_2) e transversal (G_{12}) equivalentes, nas direções no plano, em função do módulo do material base (E_s). Assume-se que as deformações são suficientemente pequenas, possibilitando negligenciar as mudanças na geometria. Para células hexagonais regulares, têm-se que:

$$E_1 = E_2 = 1,50E_s \left(\frac{\rho_e}{\rho_s} \right)^3 = 1,50E_s \left(\frac{2t}{\sqrt{3}l} \right)^3; \quad (3.2a)$$

$$G_{12} = 0,375E_s \left(\frac{\rho_e}{\rho_s} \right)^3 = 0,375E_s \left(\frac{2t}{\sqrt{3}l} \right)^3. \quad (3.2b)$$

Ao atingir uma tensão crítica, as células começam a colapsar, sendo que, em materiais elastoméricos, a falha ocorre por flambagem elástica das paredes. Em materiais com escoamento plástico, ocorre a formação de rótulas plásticas na seção de máximo momento, e em materiais

Figura 3.5 – Curvas tensão-deformação de *honeycomb* em compressão e tração: (a) e (b) Materiais elastomérico, (c) e (d) elásto-plástico, (e) e (f) elásto-frágil para solitações axiais ao plano.



Fonte: Adaptado de Gibson e Ashby (1997)

frágeis, ocorre a fratura frágil das paredes. Certamente, as duas últimas estruturas não são recuperáveis após o colapso.

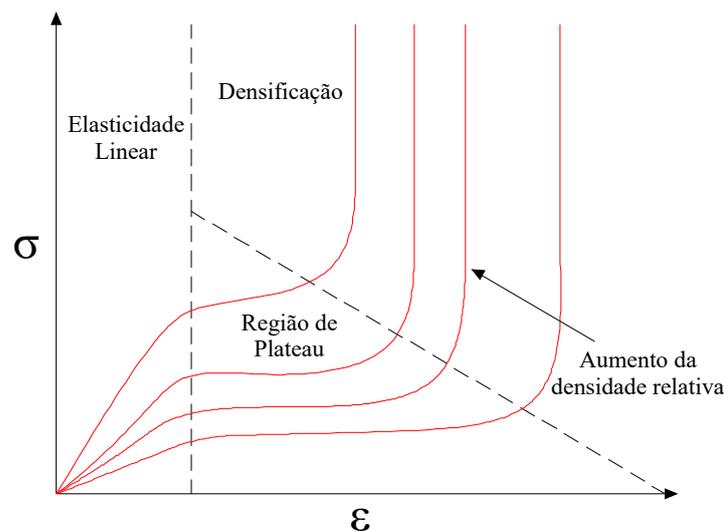
No caso de deformações excessivas, as células colapsam de modo que as paredes opostas se tocam e a deformação adicional comprime o material base, caracterizando a região final da curva tensão-deformação, denominada densificação. Embora se possa supor que esse nível de deformação ocorra quando todo o espaço poroso tenha sido comprimido, na realidade, as paredes celulares se encaixam de forma que a deformação seja menor do que a porosidade. Ao avaliar gráficos tensão-deformação de espumas, observa-se que o ponto de densificação ocorre para uma densidade relativa instantânea de cerca de 0,7. Na falta de dados mais precisos para os *honeycombs*, a deformação limite correspondente pode ser expressa como (Gibson; Ashby, 1997):

$$\epsilon_D = 1 - 1,4 \left(\frac{\rho_e}{\rho_s} \right). \tag{3.3}$$

O aumento da densidade relativa das células de um painel alveolar pode ser em decorrência do aumento da espessura das paredes celulares. Isso proporciona uma maior resistência à flexão e ao colapso, resultando em um patamar de tensão mais alto. No entanto, as paredes

celulares entram em contato em níveis mais baixos de deformação, o que reduz sua capacidade de deformação e resulta em uma densificação mais rápida do material. Por outro lado, as estruturas com menor densidade relativa se deformam mais, mas alcançam o *plateau stress* mais cedo. Uma comparação entre as curvas tensão-deformação para estruturas axialmente comprimidas no plano em diferentes níveis de densidade relativa está apresentada na Figura 3.6.

Figura 3.6 – Curvas tensão-deformação de *honeycomb* comprimido na direção do plano em diferentes níveis de densidade relativa



Fonte: Adaptado de Gibson e Ashby (1997)

Os gráficos de tensão-deformação mostram diferenças na tração para os materiais analisados. Em estruturas elastoméricas as paredes giram em direção ao eixo tracionado, aumentando a rigidez até a ruptura. Em estruturas plásticas, o comportamento em tração é semelhante ao da compressão: surgem rótulas plásticas, permitindo grandes deformações a uma tensão quase constante, porém com região de *plateau stress* mais curtas. Em contraste, as estruturas frágeis falham abruptamente na tração, com tensões geralmente menores do que na resistência ao esmagamento. Assim como todos os materiais frágeis, a falha ocorre em regiões com concentração de tensões ou defeitos, como trincas, entalhes ou aglomerados de células danificadas. O aumento da densidade relativa tem um efeito semelhante ao da compressão, aumentando o módulo de elasticidade, a tensão de escoamento plástico e a tensão de fratura frágil.

3.2.1.2 Deformação fora do plano

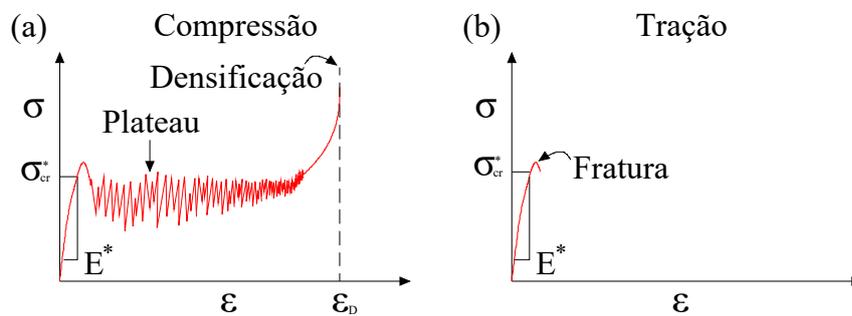
Como mencionado, as estruturas *honeycomb* são mais resistentes e rígidas quando submetidas a solicitações fora do plano das células. Nesse tipo de situação, a curva tensão-deformação começa com uma deformação linear-elástica devido às significativas deformações axiais ou de cisalhamento das paredes celulares. Considerando pequenas deformações, o módulo de elasticidade longitudinal (E_3) e transversal ($G_{13} = G_{23}$) fora do plano para células hexagonais regulares são obtidos por (Gibson; Ashby, 1997):

$$E_3 = E_s \left(\frac{\rho_e}{\rho_s} \right) \approx E_s \left(\frac{t}{l} \right); \quad (3.4a)$$

$$G_{13} = G_{23} = \frac{G_s}{\sqrt{3}} \left(\frac{t}{l} \right). \quad (3.4b)$$

Na compressão, o regime linear-elástico é interrompido pelo surgimento de uma tensão de pico que inicia a região de *plateau*, caracterizada por pequenas oscilações de tensão em torno de um valor médio. A Figura 3.7 ilustra a curva tensão-deformação para um *honeycomb* em (a) compressão e (b) tração, em que a carga atua perpendicular ao plano.

Figura 3.7 – Curvas tensão-deformação de *honeycomb* em (a) compressão e (b) tração para solicitações perpendiculares ao plano.



Fonte: Adaptado de Gibson e Ashby (1997)

As oscilações observadas na região de *plateau* são resultado da formação de dobras nas paredes celulares. Segundo Wierzbicki (1983), as células formam dobras progressivas com comprimento de onda λ , que em geral é aproximadamente igual ao comprimento do lado da célula l , conforme apresentado na Figura 3.8.

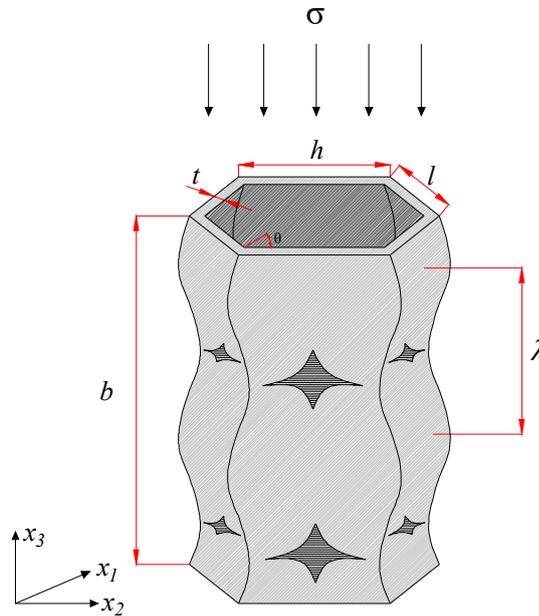
Wierzbicki (1983) considera a espessura residual por conta do encontro entre as paredes celulares para estimar de maneira simples a deformação limite que precede a densificação:

$$\epsilon_D = 1 - \frac{3t}{l}. \quad (3.5)$$

Por fim, a falha ocorre por meio de ruptura ou esmagamento total (densificação). Destaca-se que, em diferentes aplicações do *honeycomb*, é pouco provável que a estrutura seja comprimida até atingir sua deformação limite. Por exemplo, ao utilizar o *honeycomb* para mitigar impactos de lajes em pilares, evitando seu esmagamento, é improvável que o dispositivo chegue à sua densificação. Para isso, seria necessário que o pilar protegido sofresse uma deformação completa, isto é, que fosse completamente densificado. Zhou e Yu (2004) apontam que a capacidade de energia absorvida por um pilar em situações em que ocorre a falha de lajes é muito pequena comparada à energia cinética liberada, e o colapso ocorre praticamente em queda livre.

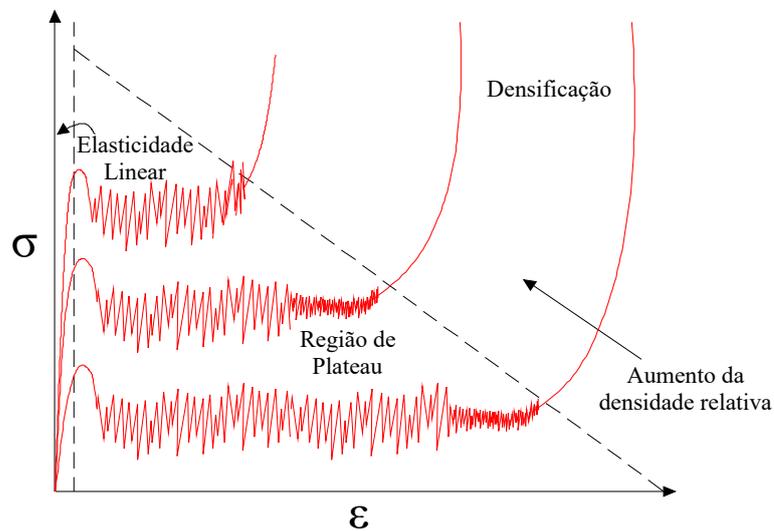
Na tração, a estrutura se deforma até falhar por rasgamento, deformação plástica ou fratura. A Figura 3.9 ilustra as curvas tensão-deformação para diferentes níveis de densidade relativa das estruturas celulares em compressão perpendicular ao plano.

Figura 3.8 – Formação de dobras por flambagem elásticas das paredes de uma célula hexagonal comprimida perpendicularmente ao plano



Fonte: Adaptado de Gibson e Ashby (1997)

Figura 3.9 – Curvas tensão-deformação de um *honeycomb* comprimido perpendicularmente ao plano em diferentes níveis de densidade relativa



Fonte: Adaptado de Gibson e Ashby (1997)

3.2.2 Resistência axial e modos de falha

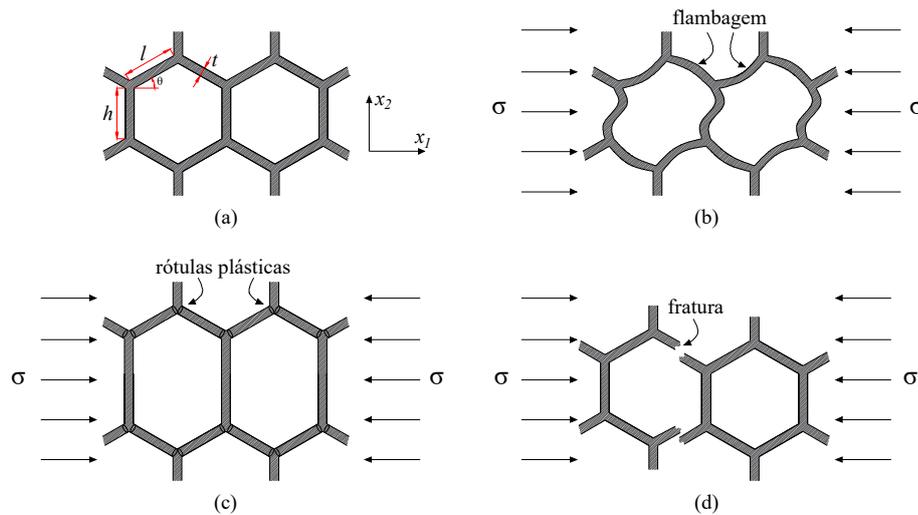
No caso das estruturas *honeycomb*, as rigidezes e resistências são maiores na direção fora do plano, uma vez que requerem a tensão ou compressão axial completa das paredes celulares. Por outro lado, quando solicitadas na direção do plano, as tensões levam as paredes celulares a se curvarem e falharem por flexão. A análise mecânica das estruturas celulares solicitadas fora do

plano é fundamental para o projeto de painéis sanduíche. Além disso, a resistência das estruturas *honeycomb* depende do tipo de material utilizado e do modo de falha predominante.

3.2.2.1 Resistência no plano

Uma estrutura *honeycomb* solicitada axialmente no plano pode falhar por diversos mecanismos a depender do comportamento do material base, conforme ilustrado na Figura 3.10.

Figura 3.10 – Modos de falha de *honeycomb* solicitada axialmente no plano: (a) estado indeformado; (b) flambagem; (c) formação de rótulas plásticas nas ligações e (d) fratura frágil da parede.



Fonte: Adaptado de Gibson e Ashby (1997)

A tensão atingida na falha corresponde ao *plateau stress*. Devido a simetria, as formulações das tensões correspondentes aos mecanismos de falha para células hexagonais regulares são as mesmas nas direções x_1 e x_2 , considerando, portanto, a isotropia. Os mecanismos de falha que são comumente observados são apresentados na sequência:

3.2.2.1.1 Flambagem elástica

Considerando estruturas de *honeycomb* elastoméricas submetidas à compressão, a tensão crítica de *plateau* é causada pela flambagem elástica das paredes. Segundo Gibson e Ashby (1997), as paredes mais próximas à direção de carregamento comportam-se como colunas que flambam quando a carga excede o valor crítico de Euler. As equações que descrevem a tensão e a deformação de flambagem elástica são

$$\sigma_{el} = 0,22E_s \left(\frac{t}{l}\right)^3, \tag{3.6a}$$

e

$$\epsilon_{el} = \frac{\sigma_{el}}{E} \approx \frac{1}{10}. \tag{3.6b}$$

3.2.2.1.2 Colapso plástico

Estruturas celulares compostas por materiais de comportamento elasto-plástico, como metais dúcteis, sofrem colapso plástico quando o momento fletor na parede gera rótulas plásticas

(Gibson; Ashby, 1997). Esse comportamento ocorre tanto na tração quanto na compressão no plano. A deformação plástica nas paredes também pode ocorrer devido a um carregamento por cisalhamento simples atuando no plano.

As tensões de colapso plástico e de cisalhamento são expressas em termos da tensão de escoamento do material base (σ_{ys}) e são definidas como

$$\sigma_{pl} = 0,5\sigma_{ys} \left(\frac{\rho_e}{\rho_s} \right)^2, \quad (3.7a)$$

e

$$\tau_{pl} = 0,217\sigma_{ys} \left(\frac{\rho_e}{\rho_s} \right)^2. \quad (3.7b)$$

Em algumas situações, estruturas elasto-plásticas podem sofrer flambagem elástica antes mesmo de atingir a tensão de colapso plástico. É possível determinar o valor crítico da densidade relativa, representada pela relação t/l , em que a tensão de flambagem elástica é igual à tensão de colapso plástico. Igualando as Equações 3.6a e 3.7a e simplificando adequadamente, obtêm-se

$$\left(\frac{t}{l} \right)_{crit} = 3 \frac{\sigma_{ys}}{E_s}. \quad (3.8)$$

Na maioria dos metais, a relação entre a tensão de escoamento (σ_{ys}) e o módulo de elasticidade (E_s) fica em torno da ordem de 10^{-3} . Portanto, a falha por flambagem ocorre antes da formação de rótulas plásticas apenas em estruturas com uma densidade relativa muito baixa, geralmente inferiores a 0,3%.

3.2.2.1.3 Ruptura frágil

Em estruturas celulares feitas de materiais elasto-frágeis, como cerâmica, vidro e polímeros frágeis, a falha ocorre por ruptura frágil (Gibson; Ashby, 1997). Na compressão, há um esmagamento progressivo das células, enquanto na tração ocorre uma fratura frágil e abrupta. As tensões de ruptura em compressão e tração são expressas, respectivamente, por

$$\sigma_{cr} = \frac{1}{3}\sigma_{fs} \left(\frac{\rho_e}{\rho_s} \right)^2 = \frac{4}{9}\sigma_{fs} \left(\frac{t}{l} \right)^2, \quad (3.9a)$$

e

$$\sigma_f = 0,3\sigma_{fs} \sqrt{\frac{l}{c}} \left(\frac{t}{l} \right)^2. \quad (3.9b)$$

O parâmetro σ_{fs} é a tensão crítica de ruptura do material sólido e c é o comprimento do rasgamento ocasionado pela tração da estrutura celular.

3.2.2.2 Resistência fora do plano

Assim como nas solicitações no plano, a falha de estruturas tipo *honeycomb* submetidas a esforços axiais fora dele (na direção x_3) pode ser caracterizada por diferentes mecanismos, dependendo do comportamento do material constituinte e da densidade relativa. As formulações das tensões correspondentes aos principais modos de falha observados nessa situação são apresentadas abaixo:

3.2.2.2.1 Flambagem elástica

Gibson e Ashby (1997) afirmam que testes com modelos celulares elastoméricos comprimidos na direção x_3 levam à flambagem elástica, na qual as paredes se encurvam de maneira

periódica. A tensão crítica de flambagem elástica para um *honeycomb* hexagonal regular é dada por

$$\sigma_{el} = 5,2E_s \left(\frac{t}{l}\right)^3. \quad (3.10)$$

Observa-se a similaridade dessa equação com a proposta para esforços axiais no plano (Equação 3.6a), porém cerca de 20 vezes maior.

3.2.2.2.2 Colapso plástico

Caso a tensão normal na seção transversal exceda o limite de escoamento do material que compõe as paredes celulares (σ_{ys}), estas sofrerão deformação plástica. No caso de estruturas elasto-plásticas tracionadas na direção x_3 , a tensão crítica pode ser calculada por

$$\sigma_{pl} = \sigma_{ys} \left(\frac{\rho_e}{\rho_s}\right). \quad (3.11)$$

Apesar de representar adequadamente a resistência axial à tração, essa formulação não pode ser aplicada para compressão, uma vez que, em geral, a flambagem plástica ocorre antes desse limite ser atingido.

Wierzbicki (1983) se destaca pelos estudos e proposição de equacionamentos referentes à falha por flambagem plástica de *honeycombs*. Nesse tipo de falha, a formação de dobras progressivas se propaga, causando deslocamentos que levam ao encontro das faces das células. Em um modelo mais realista, o autor considera a formação de rótulas plásticas adicionais nos cantos das células, e propõe a seguinte expressão para a tensão de colapso plástico por flambagem

$$\sigma_{pl} = \sigma_{ys} \left(\frac{t}{l}\right)^{5/3} \psi, \quad (3.12)$$

em que ψ é uma constante referente ao formato celular e à respectiva área de contribuição para a formação das dobras. Para células hexagonais regulares, $\psi = 5,6$.

Ressalta-se que a tensão crítica de escoamento da seção transversal dada pela Equação 3.11 ainda é válida. No entanto, em estruturas com alta densidade relativa, é comum que a falha por flambagem plástica ocorra antes de se atingir a tensão de escoamento. É possível determinar o valor crítico da relação t/l em que a tensão de colapso plástico por flambagem é igual à tensão de colapso por escoamento, igualando as respectivas formulações. Para células hexagonais regulares, esse valor crítico é de aproximadamente 0,1.

3.2.2.2.3 Ruptura frágil

As formulações que descrevem as tensões em estruturas celulares compostas por materiais elasto-frágeis, quando submetidas a cargas axiais na direção x_3 , levando em conta a falha por compressão e tração, podem ser expressas por

$$\sigma_{cr} \approx 12\sigma_{fs} \left(\frac{t}{l}\right), \quad (3.13a)$$

e

$$\sigma_f = \sigma_{fs} \left(\frac{\rho_e}{\rho_s}\right). \quad (3.13b)$$

O valor da tensão σ_f representa a máxima resistência à tração que o material pode suportar em condições ideais, ou seja, sem a presença de imperfeições. No entanto, se houver defeitos de fabricação ou danos na estrutura, ela pode falhar com tensões mais baixas. Para calcular essas tensões, é necessário levar em consideração o tamanho da imperfeição. Mais detalhes referentes a esse tipo de falha são encontrados em Gibson e Ashby (1997).

3.2.3 Resumo de formulações para comportamento elasto-plástico

O dispositivo de proteção proposto no presente trabalho requer um material com alto ponto de fusão, para resistir às situações de incêndio, e que se deforme e possua propriedades de absorção de energia, quando sujeito ao impacto. Ligas metálicas são materiais que atendem esses requisitos, que são destaque nos estudos e desenvolvimento de estruturas celulares em geral. Portanto, o estudo das propriedades mecânicas aqui apresentado tem um enfoque em materiais de comportamento elasto-plástico.

Além das formulações especificadas para células hexagonais, apresenta-se as propriedades mecânicas gerais de células quadradas e triangulares regulares.

Tabela 3.2 – Propriedades mecânicas gerais para diferentes formatos celulares

$\rho_r = \rho_e/\rho_s$	$E_{1,2}/E_s$	$G_{1,2}/E_s$	σ_{el}/E_s	σ_{pl}/σ_{ys}	τ_{pl}/σ_{ys}	σ_{pl3}/σ_{ys}
Hexagonal	$1,5\rho_r^3$	$0,375\rho_r^3$	$0,22(t/l)^3$	$0,5\rho_r^2$	$0,217\rho_r^2$	$5,6(t/l)^{5/3} \leq \rho_r$
Quadrado	$0,5\rho_r$	$0,0625\rho_r^3$	$\pi^2(t/l)^3/12$	$0,5\rho_r$	$0,125\rho_r^2$	$13,1(t/l)^{5/3} \leq \rho_r$
Triangular	$0,333\rho_r$	$0,125\rho_r$	$\pi^2(t/l)^3/\sqrt{3}$	$0,5\rho_r$	$0,289\rho_r$	$9,8(t/l)^{5/3} \leq \rho_r$

Fonte: Adaptado de Wang e McDowell (2005)

3.2.4 Tensão crítica dinâmica

As formulações das tensões críticas em estruturas celulares foram inicialmente desenvolvidas considerando carregamentos axiais estáticos. Para validar esses modelos analíticos, foram realizados ensaios com solicitações quasi-estáticas, que apresentaram concordância com os valores previstos por Gibson e Ashby (1997). No entanto, quando se trata de estruturas celulares projetadas para absorção de impactos, as cargas aplicadas ocorrem em taxas muito altas, tornando inviável o uso de cargas quasi-estáticas para determinar as tensões críticas. Nesses casos, modelos numéricos e ensaios que consideram o impacto dinâmico são mais adequados para avaliar o comportamento do material frente a cargas que provocam alta taxa de deformação.

3.2.4.1 Impacto na direção do plano

Diversos estudos têm demonstrado que em situações de impacto com altas velocidades na direção do plano, a curva tensão-deformação exibe semelhanças com a propagação de uma onda. Um modelo de impacto proposto por Reid e Peng (1997) fundamenta-se na teoria das ondas de choque e considera materiais rígidos e comportamento perfeitamente plástico. Durante a etapa de plastificação, a tensão oscila, sendo proposto um valor aproximadamente médio. A tensão crítica dinâmica para estruturas celulares é expressa por meio de

$$\sigma_{dyn} = 1,15\sigma_{cr} + \frac{\rho_e v^2}{\epsilon_D}, \quad (3.14)$$

em que, σ_{cr} é a tensão crítica de *plateau*, ρ_e é a densidade efetiva da estrutura celular, ϵ_D é a deformação limite para carregamentos estáticos e v é a velocidade de impacto.

A tensão crítica de *plateau* obedece ao mecanismo de falha do material base, que no caso de materiais elasto-plásticos corresponde à tensão de colapso plástico (σ_{pl}). Conforme Ruan *et al.* (2003), a tensão de *plateau* pode ser majorada por um fator de 1,15 para levar em conta a condição de deformação plana das paredes celulares, uma vez que para uma mesma espessura de parede celular, as tensões dinâmicas são maiores do que os valores estáticos teóricos.

Em um estudo conduzido por Zhang, Kim e Lu (2009), foram propostas adaptações à formulação clássica da tensão crítica dinâmica para levar em conta a influência da micro-topologia, da disposição das células, e das diferentes formas de deformação que podem ocorrer em função da velocidade do impacto. Para isso, foram realizadas simulações dinâmicas em elementos finitos. No entanto, tais simulações são computacionalmente custosas e, em alguns casos, podem dificultar ou até mesmo inviabilizar processos de otimização que exijam um grande número de avaliações e simulações para convergência do processo iterativo. Dessa forma, justifica-se o uso de modelos analíticos simplificados, desde que possam fornecer resultados e previsões satisfatórias.

3.2.4.2 Impacto perpendicular ao plano

Segundo Karagiozova e Alves (2017), a resposta dinâmica de estruturas celulares sob impacto perpendicular ao plano não pode ser modelada assumindo propriedades homogêneas do material. Além disso, seu comportamento não se assemelha à resposta observada quando a carga de impacto está na direção do plano, na qual são observadas ondas de choque, mesmo que haja oscilações na curva tensão-deformação devido à formação de dobras.

Em um modelo proposto por Karagiozova e Alves (2008), as estruturas celulares submetidas a compressão dinâmica apresentam maiores níveis de deformação plástica em comparação com solicitações estáticas, devido aos efeitos inerciais durante a formação sequencial de dobras. O modelo também sugere que o aumento da tensão é proporcional à velocidade de impacto. As formulações ainda são estendidas para tensões após a densificação da estrutura, na qual é necessário levar em conta possíveis alterações nas propriedades mecânicas, tal como comportamentos não-lineares, sendo de complexa formulação.

Sabendo que a falha ocorre durante a fase de *plateau*, tal como a parcela majoritária da capacidade de absorção de energia está relacionada à tensão crítica dessa fase, apresenta-se a tensão crítica dinâmica para impactos perpendiculares ao plano (Karagiozova; Alves, 2017)

$$\sigma_{dyn} = \sigma_{cr} \left(1 + \frac{v\sqrt{\rho_s E_h}}{\sigma_{ys}} \right), \quad (3.15)$$

em que, σ_{cr} é a tensão crítica de *plateau* fora do plano, v é a velocidade de impacto, ρ_s é a densidade e E_h é o módulo de encruamento do material base, respectivamente.

Novamente, a tensão crítica de *plateau* está associada ao mecanismo de falha do material base. Para materiais elasto-plásticos, refere-se à tensão de colapso plástico (σ_{pl})₃.

3.2.5 Energia de absorção

Um dos modelos mais utilizados para estimar a energia de absorção de estruturas, corresponde ao cálculo da área abaixo da curva tensão-deformação por meio de integração, isto é

$$W = \int_{\varepsilon_0}^{\varepsilon} \sigma(\varepsilon) d\varepsilon, \quad (3.16)$$

em que W é a energia de absorção por unidade de volume, em função da tensão σ , que pode variar em um intervalo de deformação ($\varepsilon \in [\varepsilon, \varepsilon_0]$).

Gibson e Ashby (1997) apresentam um modelo simplificado para o cálculo da energia de absorção de estruturas celulares. Para isso, os autores seccionam o diagrama tensão-deformação em três partes:

3.2.5.1 Regime linear elástico ($\varepsilon \approx \varepsilon_{cr}$)

Nesse regime, a estrutura ainda atende as leis de Hooke, portanto a deformação equivalente é dada pela razão da tensão crítica de ruptura e do módulo de elasticidade equivalente ($\varepsilon_{cr} = \sigma_{cr}/E_e$). A área sobre a curva pode ser aproximada pela área de um triângulo retângulo, resultando em

$$W = \frac{1}{2} \frac{(\sigma_{cr})^2}{E_e}, \quad (3.17)$$

em que σ_{cr} refere-se à tensão crítica de ruptura, correspondente ao modo de falha e à direção da solitação considerada, e E_e é o módulo de elasticidade equivalente, também na direção da solitação.

Por se tratar de um regime de curta duração, a energia absorvida pela deformação elástica é muito baixa, sendo desprezada em muitas análises.

3.2.5.2 Região de *plateau* ($\varepsilon_{cr} < \varepsilon < \varepsilon_D$)

Na região correspondente ao *plateau stress*, a deformação pode variar entre a deformação limite do regime linear elástico e a deformação limite de densificação. A tensão é considerada aproximadamente constante e refere-se à tensão crítica de ruptura. É possível estimar a energia absorvida em função de uma deformação qualquer por meio da área do retângulo

$$W = \sigma_{cr}(\varepsilon - \varepsilon_{cr}). \quad (3.18)$$

3.2.5.3 Regime de densificação ($\varepsilon \approx \varepsilon_D$)

Ao fim da região de *plateau*, inicia-se o regime de densificação. Por representar uma parcela muito pequena de deformação na curva, esta é desprezada de modo a considerar que a curva sobe verticalmente até a tensão de ruptura final. Esse ponto corresponde à máxima energia de absorção, em que se assume deformação igual ao limite de densificação, e negligencia-se a deformação limite do regime linear elástico, sendo expressa por

$$W_{max} = \sigma_{cr}\varepsilon_D. \quad (3.19)$$

No presente trabalho, as estruturas celulares propostas terão por objetivo a absorção de energia originária em impactos. Deste modo, propõe-se a utilização das tensões crítica dinâmicas no plano e fora dele, dadas pelas Equações 3.14 e 3.15, respectivamente.

Uma maneira muito utilizada para representar a eficiência de estruturas celulares ao impacto é por meio da energia específica de absorção (*SEA - specific energy absorption*), que basicamente é dada pela razão da energia de absorção por unidade de volume e da massa total da estrutura (representada pela densidade efetiva), dada por

$$SEA = \frac{W}{\rho_e}. \quad (3.20)$$

A energia específica de absorção é dada em termos de unidade de energia por massa, comumente kJ/kg (quilojoule por quilograma).

3.3 Propriedades Térmicas

Zhang *et al.* (2015) afirmam que as estruturas celulares são significativamente interessantes quando utilizadas como barreiras térmicas ou dissipadores de calor. Há três maneiras fundamentais de dissipação de calor nos sólidos celulares, que são: condução, convecção (natural e forçada), e radiação. Em algumas situações térmicas, esses modos podem se combinar.

Estruturas celulares são frequentemente utilizadas como isolantes térmicos devido à sua baixa condutividade térmica, especialmente aquelas com metais como materiais base, que possuem alto ponto de fusão. Estudos anteriores mostraram que a transferência de calor ocorre exclusivamente por condução dentro dessas estruturas. Além disso, modelos analíticos podem ser utilizados para calcular a condutividade térmica efetiva de estruturas celulares, levando em conta o formato celular, o tamanho das células e as propriedades térmicas do material base, permitindo a aplicação direta de técnicas de otimização e reduzindo os custos computacionais de simulação.

No entanto, destaca-se que em situações de incêndio, as estruturas celulares podem ser expostas a altas temperaturas que causam a desintegração das células e a liberação de gases inflamáveis. Nesse cenário, a transferência de calor pode ocorrer por meio de convecção e radiação, além da condução. Portanto, é necessário considerar esses outros mecanismos de transferência de calor ao projetar estruturas celulares para uso em aplicações de alta temperatura, especialmente em ambientes susceptíveis a incêndio.

3.3.1 Condução

De acordo com Gibson e Ashby (1997), a transferência de calor no interior de estruturas alveolares é dominada pela condução no meio sólido e gasoso, desprezando a convecção e radiação. Se o tamanho das células é pequeno (<10 mm), o efeito da convecção natural dentro dos alvéolos é desprezável. A condutividade térmica de sólidos celulares é denominada de condutividade efetiva (λ_e), que corresponde à capacidade do elemento em conduzir calor. A premissa de cálculo da condutividade térmica efetiva leva em conta que o material possui duas fases, mas a contribuição da condução dos gases é mínima, sendo da ordem de 10^{-2} W/(mK).

Portanto, a condutividade efetiva depende majoritariamente da condutividade do sólido e da geometria celular. A presença de vazios diminui a condutividade térmica efetiva da estrutura, uma vez que o ar é um isolante térmico relativamente bom. Estudos são dedicados à obtenção da condutividade efetiva na direção axial e lateral de sólidos celulares, tanto por métodos analíticos e numéricos, como por ensaios. (Torquato *et al.*, 1997; Gibson; Ashby, 1997; Lu; Chen, 1999; Yeh *et al.*, 2003; Yang; Lu; Kim, 2013).

Inicialmente proposta por Torquato *et al.* (1997), Gibson e Ashby (1997) e posteriormente explorada por Lu e Chen (1999), uma formulação analítica geral para o cálculo da condutividade térmica efetiva (λ_e) é dada por

$$\lambda_e = \xi \left(\frac{\rho_e}{\rho_s} \right) \lambda_s, \quad (3.21)$$

em que, λ_s é a condutividade térmica do meio sólido, ρ_e/ρ_s é a densidade relativa e ξ é o coeficiente de eficiência, que leva em conta o formato tortuoso das paredes celulares. A equação é válida apenas para estruturas com densidades relativa pequenas, em geral, menores que 0,3. Para condutividade térmica na direção axial (direção z), $\xi_z = 1$, independente do formato celular.

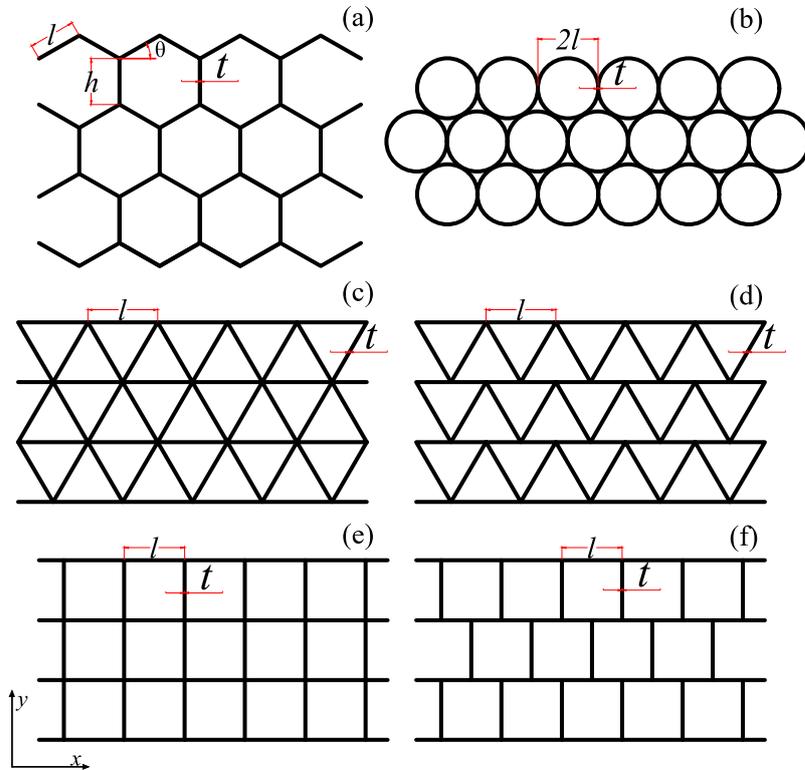
Torquato *et al.* (1997) utilizaram a teoria da homogeneização e análises de redes discretas para correlacionar e estimar propriedades mecânicas e térmicas efetivas de sólidos celulares bidimensionais de baixa densidade ($\rho_e/\rho_s \ll 1$). Neste trabalho, são apresentadas formulações similares à da Equação 3.21 para o cálculo da condutividade efetiva. Os referidos autores abordam aspectos da mecânica, tais como a possibilidade de obter os módulos de elasticidade longitudinal e transversal a partir de relações cruzadas. As formulações vão ao encontro com o princípio Cherkaev-Lurie-Milton, isto é, o módulo de elasticidade efetivo de qualquer estrutura isotrópica alveolar de baixa densidade não depende do coeficiente de Poisson do elemento sólido base.

O estudo realizado por Lu e Chen (1999) teve como objetivo analisar as propriedades retardantes ao fogo e a condutividade térmica de estruturas celulares compostas por ligas de alumínio. Durante a exposição ao fogo, a criação de finas camadas de Al_2O_3 ajuda a proteger a estrutura celular contra o colapso térmico e estrutural, mesmo que a temperatura média exceda a temperatura de fusão do alumínio dentro de um limite estabelecido. Os autores utilizaram modelos matemáticos para investigar como as propriedades térmicas e geométricas da estrutura influenciam a resistência ao fogo. Eles concluíram que o número de Biot, dominado pela condutividade térmica efetiva da estrutura, é um fator que influencia a resistência ao fogo.

Para fundamentar a pesquisa, Lu e Chen (1999) examinaram diferentes estruturas celulares, algumas delas representadas na Figura 3.11. Destaca-se que a célula hexagonal pode variar de configuração, dependendo dos valores dos comprimentos h e l , da espessura t e do ângulo θ . Em um hexágono regular, θ é de 30° e h é igual a l . Na produção industrial é comum encontrar *honeycombs* hexagonais em que as paredes verticais possuem espessura $2t$, devido ao processo de fabricação.

O coeficiente de eficiência ξ da condutividade térmica efetiva no plano (nas direções x e y)

Figura 3.11 – Estruturas de diferentes formatos celulares. (a) Hexagonal com 3 conectividades, (b) circular com 4 conectividades, (c) e (d) triangulares equiláteros com 6 e 4 conectividades, respectivamente, (e) e (f) quadrados com 4 e 3 conectividades, respectivamente.



Fonte: Adaptado de Lu e Chen (1999).

pode variar de acordo com a direção analisada, o formato da célula e as conectividades entre elas. Na Tabela 3.3 são apresentados valores de ξ para diversas estruturas celulares bidimensionais.

Tabela 3.3 – Coeficientes de eficiência térmica de estruturas em diferentes formatos celulares

Formato celular	Conectividade	ξ_x	ξ_y
Hexagonal regular ($\theta = 30^\circ$ e $h = l$) [Fig.3.11(a)]	3	1/2	1/2
Circular [Fig.3.11(b)]	3	$9/2\pi^2$	$9/2\pi^2$
Triangular equilátero [Fig.3.11(c)]	6	1/2	1/2
Triangular equilátero [Fig.3.11(d)]	4	1/2	1/3
Quadrado [Fig.3.11(e)]	4	1/2	1/2
Quadrado [Fig.3.11(f)]	3	1/2	2/5

Fonte: Adaptado de Lu e Chen (1999).

Os autores citados propõem modelos para a condutividade térmica de *honeycombs* hexagonais não regulares, bem como realizam uma análise do efeito de imperfeições geométricas nesses modelos. Cabe ressaltar que as formulações são válidas para qualquer material base da estrutura celular.

Em uma análise experimental apresentada por Yeh *et al.* (2003), investigou-se a resistência térmica de contato de estruturas *honeycombs* de alumínio, com diferentes diâmetros de células e alturas, montadas tanto axial quanto lateralmente entre dois blocos de alumínio. Os

ensaios conduzidos viabilizaram a obtenção da condutividade térmica efetiva dos modelos, as quais foram comparadas com os valores calculados pelo método analítico proposto por Lu e Chen (1999). Verificou-se uma boa concordância entre as medidas e os valores calculados, com aproximadamente 5% de diferença. A discrepância observada pode ser atribuída ao fato de que nem todas as células dos corpos de prova eram hexágonos perfeitos.

Yang, Lu e Kim (2013) conduziram um estudo detalhado sobre o cálculo da condutividade térmica efetiva de meios porosos de células fechadas bi/tridimensionais, como *honeycombs* e espumas, utilizando fatores de forma. Os autores expandiram o modelo inicialmente proposto por Bauer (1993) e posteriormente abordado por Zhang, Kim e Lu (2009), que foi derivado da equação de condução de calor de Laplace, para incluir células porosas não-circulares. Para isso, eles utilizaram fatores de correção de forma baseados em circularidade (Wadell, 1932) e esfericidade (Wadell, 1933). Além disso, o modelo considera o efeito da geometria e das dimensões celulares, da porosidade e das propriedades do material sólido base.

Geralmente, os meios porosos apresentam uma topologia tridimensional, heterogênea e anisotrópica, e a condutividade térmica é representada por um tensor de segunda ordem com nove elementos. Para simplificar o modelo, Yang, Lu e Kim (2013) utilizam a teoria da condutividade térmica efetiva, que pressupõe uma estrutura homogênea ideal e trata a condutividade efetiva como um valor escalar e isotrópico. Para estruturas celulares bidimensionais, apenas a condutividade térmica efetiva no plano (x, y) é considerada, sendo a mesma para ambas as direções.

Pode-se utilizar uma expressão geral para estimar a condutividade térmica efetiva, a qual pode ser representada por

$$\lambda_e = \left(\frac{\rho_e}{\rho_s} \right)^{(3\beta_f/2)} \lambda_s, \quad (3.22)$$

na qual λ_s é a condutividade térmica do meio sólido, ρ_e/ρ_s é a densidade relativa e β_f é fator de forma que depende da geometria celular.

Define-se que a difusividade térmica é dada por $D = \lambda/\rho c_p$. Zhang, Kim e Lu (2009), fizeram as devidas substituições na Equação 3.22 para obter uma expressão analítica da difusividade térmica efetiva, D_e :

$$D_e = \left(\frac{\rho_e}{\rho_s} \right)^{(3\beta_f/2-1)} \frac{\lambda_s}{\rho_s c_{ps}}, \quad (3.23)$$

em que ρ_s e c_{ps} são, respectivamente, a massa específica e o calor específico do meio sólido.

O fator de forma β_{f2} é utilizado para estruturas bidimensionais e representa a razão entre o perímetro da célula representativa (com a mesma área que um círculo de referência) e o perímetro do círculo de referência. Para calcular β_{f2} de maneira mais direta, é possível utilizar uma expressão que leva em consideração apenas o número de lados (n) de um polígono regular. Essa expressão é dada por:

$$\beta_{f2} = \sqrt{\frac{n}{\pi} \tan\left(\frac{\pi}{n}\right)}. \quad (3.24)$$

Os valores do fator de forma β_{f2} para diferentes formatos celulares foram obtidos por

Zhang, Kim e Lu (2009) por meio de simulações numéricas e comparados com aqueles calculados usando a relação da circularidade (Eq. 3.24). Esses valores podem ser encontrados na Tabela 3.4.

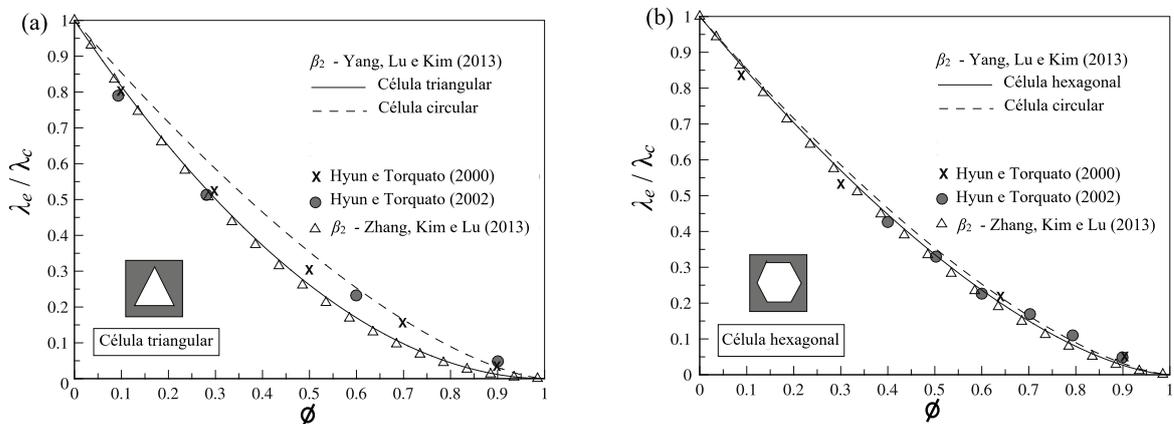
Tabela 3.4 – Comparação dos fatores de forma para diferentes formatos celulares bidimensionais obtidos por simulação numérica e equação analítica

Formato celular	Número de lados	β_{f2} - Simulação numérica	β_{f2} - Equação analítica
Triangular	3	1,35	1,29
Quadrado	4	1,14	1,13
Pentagonal	5	1,12	1,08
Hexagonal	6	1,10	1,05
Circular	∞	1,01	1,00

Fonte: Adaptado de Yang, Lu e Kim (2013)

Para validar o modelo proposto, Yang, Lu e Kim (2013) calcularam os valores de λ_e/λ_s para *honeycombs* triangulares e hexagonais, considerando uma faixa de porosidade completa ($0 \leq \phi \leq 1$). Esses valores foram comparados com estudos anteriores que investigaram a condutividade térmica efetiva de estruturas celulares bidimensionais, como Hyun e Torquato (2000), Hyun e Torquato (2002), Zhang, Kim e Lu (2009), e estão ilustrados na Figura 3.12, demonstrando concordância satisfatória.

Figura 3.12 – Comparação da dependência da condutividade térmica efetiva com a porosidade, obtida a partir da circularidade com resultados numéricos em células (a) triangulares e (b) hexagonais.



Fonte: Adaptado de Yang, Lu e Kim (2013)

Considerando os resultados satisfatórios e a aplicabilidade do método analítico em estruturas celulares com diferentes porosidades, o presente trabalho adota a metodologia apresentada por Yang, Lu e Kim (2013) para estimar a condutividade e a difusividade térmica efetiva do dispositivo de proteção proposto.

3.3.2 Convecção

Como mencionado, a convecção natural em estruturas celulares é desprezável em grande parte das aplicações. Partindo dessa premissa, estudos sobre o uso de estruturas em favo de mel para reduzir a perda de calor em painéis solares são conduzidos desde Hollands (1965), com a estrutura sendo colocada entre o painel coletor e o vidro de cobertura. O uso do *honeycomb* com paredes celulares finas e de baixa condutividade térmica reduz a ocorrência da convecção natural e, conseqüentemente, a perda de calor.

Na convecção forçada, estruturas celulares podem ser utilizadas como dissipadores de calor, com adição de fluido de resfriamento sendo passado através de seus canais abertos. Diversos estudos experimentais e numéricos foram realizados para otimizar as características de estruturas celulares, tais como formato, porosidade, densidade de área superficial e propriedades do material. De acordo com Lu (1999), a densidade de área superficial de estruturas celulares é um dos principais parâmetros que influenciam o desempenho da transferência de calor, enquanto a forma da célula tem impacto sobre o desempenho do fluxo de fluido. Quando comparadas com espumas metálicas, tecidos entrelaçados e materiais de quadro de treliça, as estruturas *honeycomb* são mais eficientes em termos de transferência de calor e queda de pressão, tornando-se uma escolha preferencial como material de dissipação de calor em diversas aplicações.

3.3.3 Radiação

Assim como a convecção, a ocorrência da radiação em estruturas celulares é mínima. A contribuição da radiação na transferência de calor é determinada pela temperatura da superfície exposta e pela condutividade térmica da parede celular. Sendo assim, Lu e Chen (1999) atestaram que a radiação tem influência insignificante na transferência de calor em *honeycomb* hexagonais metálicos com condutividade térmica $\lambda_s > 200$ W/mK. No entanto, em materiais com condutividade térmica baixa, menores que 1 W/mK, a radiação pode contribuir com até metade da transferência de calor total, mesmo em baixas temperaturas, por volta de 310 K.

O uso de painéis sanduíche com núcleos celulares em formato *honeycomb* é amplamente estudado no campo aeroespacial. Para investigar a transferência de calor por radiação e condução nestas estruturas durante o aquecimento aerodinâmico em aplicações de alta temperatura, Swann e Pittman (1961) desenvolveram um modelo semi-empírico para relacionar a condutividade térmica efetiva do núcleo de células com os parâmetros geométricos e propriedades do material, e realizaram simulações numéricas do uso desses painéis na indústria aeroespacial. Esses estudos permitiram avanços a respeito da influência da radiação na transferência de calor em estruturas alveolares.

4 Estruturas de Concreto Armado em Situação de Incêndio

O projeto de prevenção estrutural contra incêndios está inserido em um cenário ainda mais amplo, conhecido como engenharia de segurança contra incêndios. Conforme definido por Purkiss e Li (2013), a engenharia de segurança contra incêndios se baseia em princípios científicos aplicados ao combate a incêndios, com o objetivo de reduzir a perda de vidas e danos materiais, por meio da avaliação e quantificação dos riscos e perigos envolvidos e da implementação de medidas preventivas ou de proteção adequadas.

As áreas principais que compõem a engenharia de segurança contra incêndios são: controle de ignição, controle dos meios de fuga, detecção, controle da propagação do fogo e prevenção do colapso estrutural (Purkiss; Li, 2013). Das áreas mencionadas, as duas últimas são as que estão diretamente relacionadas ao tema estudado neste trabalho.

A utilização de medidas para evitar ou reduzir a propagação do fogo no interior de uma edificação pode ocorrer por meios mecânicos (como o uso de chuveiros automáticos) ou construtivas (por meio de dispositivos anti-chamas, compartimentação de ambientes, entre outros).

Em teoria, o colapso estrutural deve ser evitado durante um determinado período de tempo de exposição ao fogo, conhecido como tempo requerido de resistência ao fogo (TRRF). O projeto estrutural deve garantir que, mesmo que a estrutura esteja comprometida e sujeita a deformações consideráveis, ela ainda possua parte de sua capacidade portante. Além disso, podem ser adotadas medidas de controle de temperatura para evitar que esta atinja níveis que possam prejudicar a integridade estrutural. Um dimensionamento adequado proporciona tempo suficiente para a evacuação dos usuários e permite a aproximação e entrada de profissionais e equipamentos para combater o fogo.

Além da função e capacidade de suporte já citada, a norma ABNT NBR 15200:2012 prevê que uma estrutura deve possuir função corta-fogo, não permitindo que o fogo a ultrapasse ou que o calor se propague em quantidade capaz de gerar combustão nas construções adjacentes ao incêndio inicial.

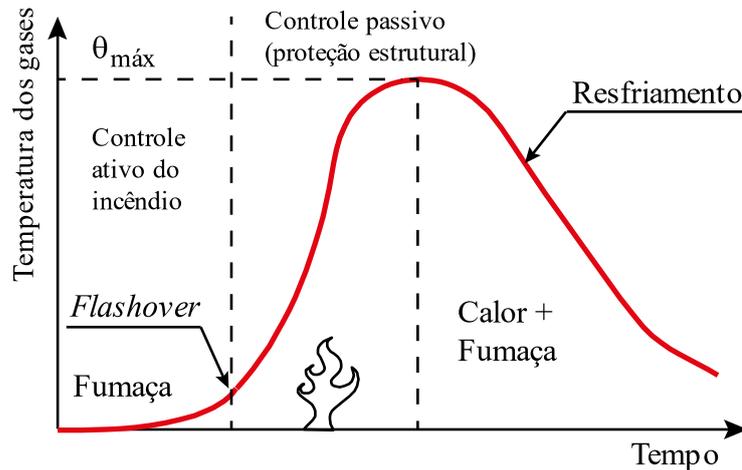
As normas ABNT NBR 15200:2012 e Eurocode 2 (EN 1992-1-2:2002), por exemplo, apresentam procedimentos de cálculo de estruturas de concreto armado de modo que estas atendam aos critérios supracitados de resistência ao fogo.

4.1 Modelos de incêndio

A propagação do fogo em um dado material e estrutura depende da evolução da temperatura ao longo da duração do incêndio, podendo variar consideravelmente por diversos motivos. Para avaliar a resistência ao fogo de estruturas, é necessário utilizar modelos que possam simular

o comportamento do incêndio. Em geral, utiliza-se curvas que relacionam o tempo com a temperatura média dos gases presentes no ambiente. Os parâmetros que caracterizam a curva são taxa de aquecimento, temperatura máxima do incêndio, duração do incêndio e fase de resfriamento. A Figura 4.1 ilustra a evolução da temperatura dos gases em um incêndio real.

Figura 4.1 – Curva temperatura-tempo caracterizando um incêndio real.



Fonte: Adaptado de Lie, Lin *et al.* (1985)

A curva de incêndio real, embora raramente utilizada em cálculos de dimensionamento devido a dificuldades em aplicá-la, considera as diversas fases de um incêndio.

Na fase inicial, chamada de ignição, ocorre a queima primária dos materiais e as temperaturas dos gases são relativamente baixas, o que não representa riscos aos usuários ou à estrutura. Portanto, se o fogo for controlado nessa etapa, não será necessário realizar avaliação estrutural posterior.

Durante a etapa de *flashover*, o calor acumula-se na região, fazendo com que todo o combustível presente entre em ignição. É nessa fase que o incêndio atinge maiores proporções e há um grande aumento de temperatura, prejudicial à resistência dos materiais.

Após o incêndio atingir o seu pico, ou seja, nas temperaturas máximas registradas e com a queima de todo o combustível presente, a temperatura começa a diminuir na fase de resfriamento.

Para descrever a curva de temperatura no tempo para um caso real de incêndio, seria necessário obter dados específicos e únicos de cada edificação, como carga de incêndio, condições de ventilação e características térmicas dos materiais de construção. Para padronizar as curvas de análise estrutural, diversos estudos e ensaios em laboratório propuseram modelos, incluindo as curvas de incêndio-padrão, curvas de incêndio natural e modelos que utilizam a dinâmica de fluidos computacional. Como a curva de incêndio-padrão é o modelo mais utilizado pelas normas vigentes, ela foi adotada nas simulações realizadas neste trabalho, juntamente com equações diferenciais de difusão de calor.

4.1.1 Curvas de incêndio-padrão

As curvas de incêndio-padrão descrevem incêndios idealizados a serem empregados em laboratório e, portanto, não levam em consideração fatores como quantidade de combustível, material e grau de ventilação, o que facilita a formulação de expressões matemáticas para análise de resistência ao fogo em edificações.

A curva de incêndio-padrão ISO 834 (ISO, 1990) é um modelo tradicional para análise de resistência ao fogo em edificações, que representa um incêndio com a presença de materiais combustíveis derivados da celulose, como papel, madeira e tecidos, entre outros materiais comumente encontrados em edifícios. A equação que descreve a curva de incêndio-padrão ISO 834 (ISO, 1990) é

$$\theta_g = \theta_o + 345 \log(8t + 1), \quad (4.1)$$

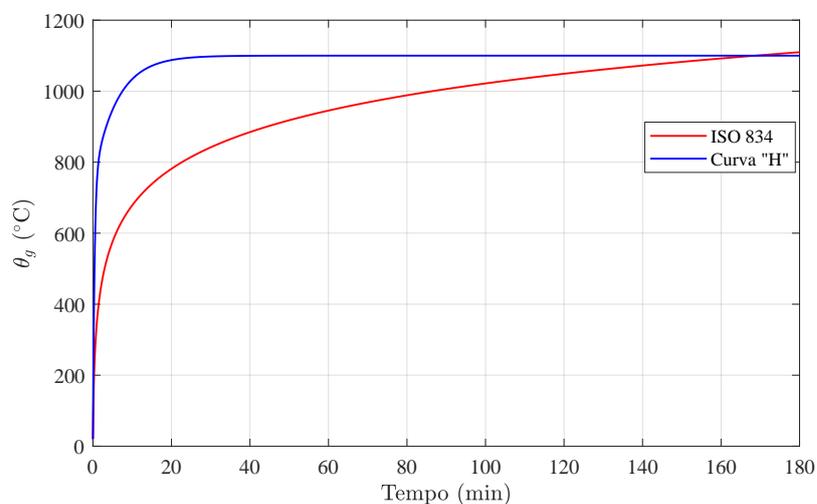
na qual θ_g é a temperatura dos gases no ambiente e θ_o é a temperatura ambiente antes do início do incêndio (em graus Celsius). O tempo é dado em minutos. A norma ABNT NBR 15200:2012 recomenda a utilização de $\theta_o = 20^\circ\text{C}$.

Apesar da tentativa de generalização, percebeu-se que a curva ISO 834 (ISO, 1990) pode não ser adequada no caso de construções e compartimentos em que há abundância de materiais à base de hidrocarbonetos. Para isso, a curva "H" (abreviação de *hydrocarbon curve*) foi desenvolvida, destinada a proteção contra incêndio em indústrias *offshore* e petroquímicas, assim como em edifícios com grande reserva de produtos inflamáveis e grande quantidade de veículos. A curva acompanha a rápida elevação da temperatura nos primeiros 5 minutos de incêndio e é proposta pelo Eurocode 2 (EN 1992-1-2:2004), sendo expressa por

$$\theta_g = \theta_o + 1080 \left(1 - 0,33e^{-0,167t} - 0,68e^{-2,5t} \right). \quad (4.2)$$

A Figura 4.2 ilustra o comparativo entre as curvas ISO 834 e curva "H".

Figura 4.2 – Comparativo entre curvas de incêndio-padrão.



Fonte: Autoria própria

Dentre as principais características das curvas de incêndio-padrão, pode-se destacar que elas representam a relação entre a temperatura média dos gases e o tempo, com um comportamento monotonicamente crescente. No entanto, essas curvas desconsideram a fase de resfriamento e são aplicáveis somente em situações de incêndio pleno. Para determinar a temperatura em um determinado tempo de incêndio, basta verificar a temperatura relacionada na curva.

Entretanto, o meio técnico aponta várias limitações no uso das curvas de incêndio-padrão (FIB, 2007). Uma delas é a discrepância entre as isotermas obtidas pelos modelos teóricos baseados nas curvas de incêndio-padrão e a resposta térmica real dos elementos estruturais *in situ*. Isso ocorre porque os gradientes térmicos em estruturas de concreto são mais severos no caso de incêndios reais, e a etapa de resfriamento pode causar efeitos danosos. Além disso, a consideração de incêndios não uniformes pode ocasionar fenômenos maléficos ao concreto, como o *spalling*, que consiste na expulsão, de forma explosiva ou não explosiva, de porções da superfície do elemento, quando sujeitos a altas temperaturas. Esse fenômeno não é considerado na maioria das análises com as curvas de incêndio-padrão.

4.1.2 Curvas de incêndio natural

Para contornar as limitações das curvas padronizadas, as curvas paramétricas de incêndio natural têm como objetivo representar de maneira mais adequada um incêndio real. Para isso, é necessário dispor de dados específicos da construção que será projetada, como a carga de incêndio (que usualmente pode variar de 25 a 3750 MJ/m²) e fatores de abertura (que comumente podem variar de 0,01 a 0,3 m^{1/2}). As curvas de incêndio natural se assemelham às curvas padrão por possuírem distribuição uniforme de temperatura ao longo do compartimento, mas diferem-se por considerarem o período de resfriamento (ramo descendente).

Embora não sejam muito adequadas para ensaios experimentais, as curvas naturais podem ser utilizadas em cálculos analíticos em projetos específicos, permitindo uma previsão mais precisa do comportamento estrutural em situações de incêndio e podendo resultar em projetos mais econômicos. No entanto, modelos constitutivos específicos e adequados para a estrutura em questão devem ser utilizados, já que a simulação da fase de resfriamento do concreto é complexa (FIB, 2007).

As curvas naturais estão definidas no Anexo A do Eurocode 1 (EN 1991-1-2:2004) e são aplicáveis a compartimentos com área de piso de até 500 m², sem aberturas no teto e altura máxima do piso de 4 m, onde se assume que toda a carga de incêndio do compartimento é consumida.

As curvas de incêndio natural não são utilizadas neste trabalho, uma vez que são aplicadas de maneira específica a cada construção em situação de incêndio, inviabilizando sua utilização para a simulação de uma situação genérica de incêndio em edifícios de estacionamento. Embora possam simular de maneira mais adequada, as especificidades da construção tornam sua aplicação impraticável. Por esse motivo, optou-se pelas curvas de incêndio-padrão, que são mais

generalistas e de fácil representação matemática.

4.2 Propriedades dos materiais sob altas temperaturas

As propriedades térmicas e mecânicas dos materiais variam em função da temperatura atingida durante um incêndio. Portanto, é necessário ter conhecimento da redução da resistência do concreto e do aço por meio da relação constitutiva, tal como das mudanças nas propriedades que interferem na propagação da chama, proporcionando informações necessárias para formulação da análise térmica do elemento.

4.2.1 Propriedades mecânicas do concreto

Difícilmente um elemento estrutural de concreto armado é protegido por camadas de proteção contra incêndio, uma vez que o concreto é um material com baixa condutividade e alta capacidade térmica. Porém, sua resistência à compressão diminui progressivamente com o aumento da temperatura. Estudos apontam que algumas alterações físico-químicas dos materiais que compõem o concreto em situações de incêndio podem ser reversíveis, após a etapa de resfriamento, mas outras são irreversíveis, prejudicando a capacidade resistente do elemento.

O processo de aquecimento do concreto causa diversas alterações físico-químicas, como apresentado por Khoury (1992) e detalhado por Klein Júnior (2011). Tais alterações estão listadas a seguir:

- 20°C a 80°C: hidratação do cimento aumenta, perda gradual de água nos capilares e redução das forças de coesão;
- 100°C: permeabilidade aumenta significativamente;
- 80°C a 200°C: taxa de perda de água capilar e água livre aumenta;
- 80°C a 850°C: perda da água unida quimicamente;
- 150°C: primeiro pico de decomposição dos hidratos de silicato de cálcio;
- 300°C e acima: porosidade aumenta significativamente e há microfissuração;
- 350°C: alguns agregados do tipo seixos de rio se rompem;
- 374°C: temperatura crítica na qual não há mais água livre;
- 400°C a 600°C: Ca(OH)_2 se dissocia em CaO e água;
- 573°C: agregados silicosos (à base de quartzo) se expandem;
- 700°C e acima: CaCO_2 se dissocia em CaO e CO_2 ;
- 720°C: segundo pico de decomposição dos hidratos de silicato de cálcio;
- 800°C: os agregados calcários se decompõem;
- 1060°C: início da fusão de alguns componentes do concreto.

Dentre as alterações apresentadas, destacam-se o início da perda de resistência dos concretos feitos com agregados silicosos, aumento significativo da porosidade e possibilidade de *spalling* (300 °C), expansão dos agregados silicosos à base de quartzo (600 °C) e o início da

fusão do concreto (1060 °C). Pode-se afirmar que ao se atingir 600 °C, o concreto deixa de ter qualquer função estrutural.

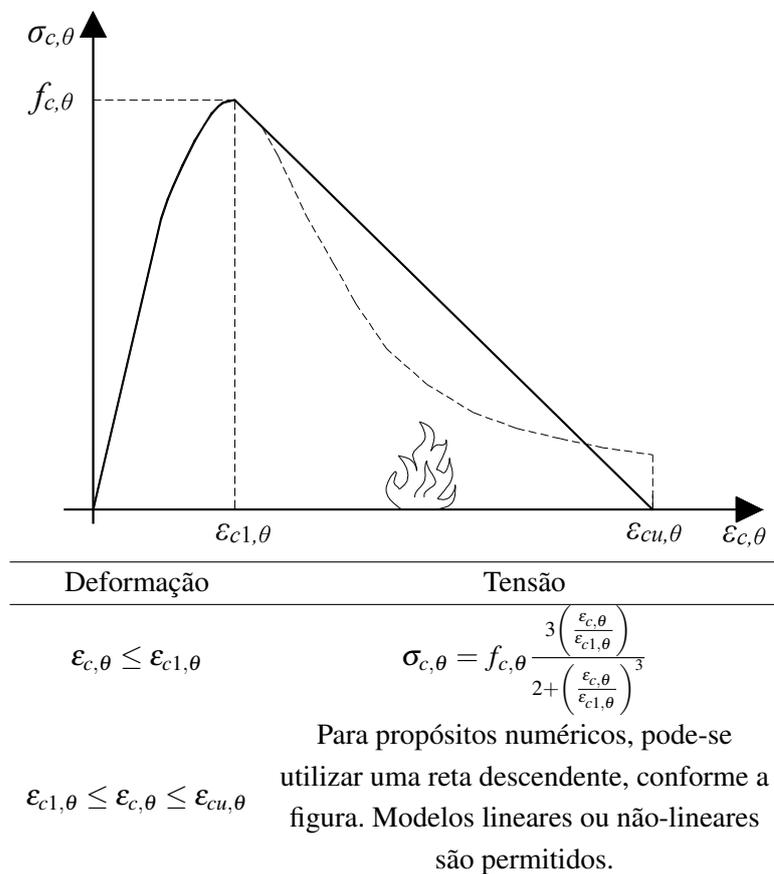
Segundo a ABNT NBR 15200:2012, a resistência à compressão do concreto decresce com o aumento da temperatura, podendo ser obtida por

$$f_{c,\theta} = k_{c,\theta} \cdot f_{ck}, \tag{4.3}$$

em que, $f_{c,\theta}$ é a resistência à compressão do concreto dada uma certa temperatura θ , f_{ck} é a resistência característica à compressão do concreto na temperatura ambiente, e $k_{c,\theta}$ é o fator de redução da resistência do concreto na temperatura θ .

O comportamento mecânico do concreto sob compressão em altas temperaturas pode ser descrito pela relação tensão-deformação, ilustrada e definida matematicamente na Figura 4.3.

Figura 4.3 – Relação tensão-deformação do concreto em temperaturas elevadas.



Fonte: Adaptado de Eurocode 2 (EN 1992-1-2:2004), Caldas (2008)

Na formulação apresentada para o concreto em temperatura elevada, tem-se as seguintes variáveis:

- $\sigma_{c,\theta}$: Tensão à compressão;
- $\epsilon_{c,\theta}$: Deformação específica aplicada;
- $\epsilon_{c1,\theta}$: Deformação específica da tensão máxima do concreto;
- $\epsilon_{cu,\theta}$: Deformação específica última.

Embora o Eurocode 2 (EN 1992-1-2:2002) não estabeleça um modelo matemático para descrever o ramo descendente, que corresponde à deformação no intervalo $\epsilon_{c1,\theta} < \epsilon_{c,\theta} < \epsilon_{cu,\theta}$, ele permite a utilização da própria equação usada para descrever o ramo ascendente (linha tracejada) ou um modelo de decaimento linear da tensão até a deformação última (linha contínua), conforme ilustrado na Figura 4.3.

Há estudos sobre a redução da resistência à tração do concreto em altas temperaturas, como destacado no Eurocode 2 (EN 1992-1-2:2002) e por Caldas (2008). No entanto, por questões de simplificação e conservadorismo, é comum ignorar a resistência à tração do concreto.

As propriedades mecânicas necessárias para descrever a relação tensão-deformação do concreto em relação à temperatura estão apresentadas na Tabela 4.1.

Tabela 4.1 – Coeficientes de redução para a resistência ($k_{c,\theta}$), deformação específica correspondente à tensão máxima ($\epsilon_{c1,\theta}$) e deformação específica última ($\epsilon_{cu,\theta}$) do concreto em altas temperaturas.

Temperatura do concreto θ (°C)	Agregados Silicosos			Agregados Calcários		
	$k_{c,\theta}$	$\epsilon_{c1,\theta}$	$\epsilon_{cu,\theta}$	$k_{c,\theta}$	$\epsilon_{c1,\theta}$	$\epsilon_{cu,\theta}$
20	1,00	0,0025	0,0200	1,00	0,0025	0,0200
100	1,00	0,0040	0,0225	1,00	0,0040	0,0023
200	0,95	0,0055	0,0250	0,97	0,0055	0,0250
300	0,85	0,0070	0,0275	0,91	0,0070	0,0275
400	0,75	0,0100	0,0300	0,85	0,0100	0,0300
500	0,60	0,0150	0,0325	0,74	0,0150	0,0325
600	0,45	0,0250	0,0350	0,60	0,0250	0,0350
700	0,30	0,0250	0,0375	0,43	0,0250	0,0375
800	0,15	0,0250	0,0400	0,27	0,0250	0,0400
900	0,08	0,0250	0,0425	0,15	0,0250	0,0425
1000	0,04	0,0250	0,0450	0,06	0,0250	0,0450
1100	0,01	0,0250	0,0475	0,02	0,0250	0,0475
1200	0,00	-	-	0,00	-	-

Fonte: Adaptado de Eurocode 2 (EN 1992-1-2:2002)

Na hipótese de valores intermediários não tabelados, a norma sugere que seja feita interpolação linear. No presente trabalho, optou-se por considerar concretos compostos majoritariamente por agregados silicosos.

4.2.2 Propriedades mecânicas do aço

O comportamento físico-químico do aço, tal como a variação das suas propriedades de resistência, são melhor compreendidos quando comparados ao concretos. Fletcher *et al.* (2007) afirmam que barras de aço devem ser protegidas quando expostas a temperaturas acima de 300°C, já que sofrem considerável redução de ductilidade e conseqüentemente redução da capacidade de se deformar sem apresentar formas de rupturas parciais ou locais.

Análogo ao proposto no cálculo da resistência à compressão do concreto em altas temperaturas, o Eurocode 2 (EN 1992-1-2:2004) recomenda um fator de redução da resistência do aço, $k_{s,\theta}$, sendo:

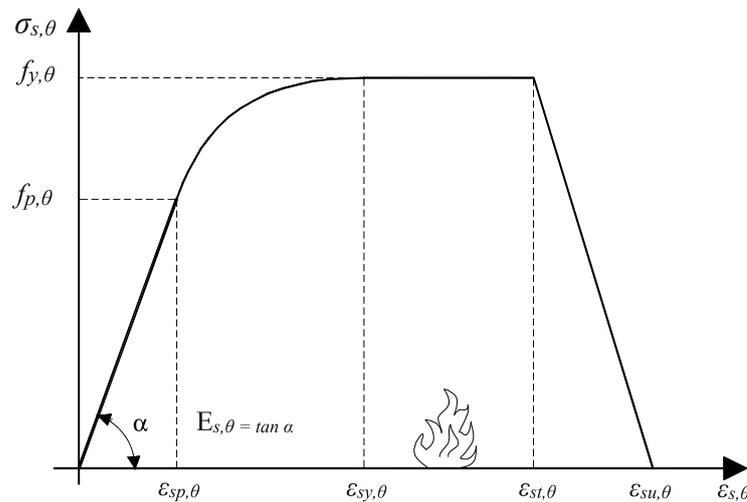
$$f_{y,\theta} = k_{s,\theta} \cdot f_{yk}, \quad (4.4)$$

em que, $f_{y,\theta}$ é a resistência ao escoamento do aço na temperatura θ e f_{yk} é a resistência característica do aço na temperatura ambiente.

O aço estrutural pode ser considerado um material elasto-plástico perfeito à temperatura ambiente, com um diagrama tensão-deformação que é representado de maneira bi-linear, apresentando um patamar de escoamento bem definido, como mencionado por Costa (2008). No entanto, essa simplificação não é adequada para altas temperaturas, uma vez que, acima de 100 °C, a região elasto-plástica se torna significativamente extensa, como apontado por Anderberg (1988).

O Eurocode 2 (EN 1992-1-2:2004) apresenta o comportamento mecânico do aço em altas temperaturas por meio da relação tensão-deformação padronizada, conforme ilustrado e descrito na Figura 4.4.

Figura 4.4 – Relação tensão-deformação do aço em temperaturas elevadas.



Deformação	Tensão	Módulo tangente
$\epsilon_{s,\theta} \leq \epsilon_{sp,\theta}$	$\epsilon_{s,\theta} E_{s,\theta}$	$E_{s,\theta} = k_{sE,\theta} \cdot E_s$
$\epsilon_{sp,\theta} \leq \epsilon_{s,\theta} \leq \epsilon_{sy,\theta}$	$f_{sp,\theta} - c + (b/a) \left[a^2 - (\epsilon_{sy,\theta} - \epsilon_{s,\theta})^2 \right]^{0,5}$	$\frac{b(\epsilon_{sy,\theta} - \epsilon_{s,\theta})}{a \left[a^2 - (\epsilon_{sy,\theta} - \epsilon_{s,\theta})^2 \right]^{0,5}}$
$\epsilon_{sy,\theta} \leq \epsilon_{s,\theta} \leq \epsilon_{st,\theta}$	$f_{y,\theta}$	0
$\epsilon_{st,\theta} \leq \epsilon_{s,\theta} \leq \epsilon_{su,\theta}$	$f_{y,\theta} \cdot \left[1 - \left(\frac{\epsilon_{s,\theta} - \epsilon_{st,\theta}}{\epsilon_{su,\theta} - \epsilon_{st,\theta}} \right) \right]$	-
$\epsilon_{s,\theta} = \epsilon_{su,\theta}$	0	-
Parâmetros	$f_{sp,\theta} = k_{sp,\theta} \cdot f_{yk}$ $\epsilon_{sp,\theta} = f_{sp,\theta} / E_{s,\theta}$ $\epsilon_{su,\theta} = 0,02$ $\epsilon_{st,\theta} = 0,15$ $\epsilon_{sy,\theta} = 0,20$	
Funções	$a^2 = (\epsilon_{sy,\theta} - \epsilon_{sp,\theta}) (\epsilon_{sy,\theta} - \epsilon_{sp,\theta} + c/E_{s,\theta})$ $b^2 = c (\epsilon_{sy,\theta} - \epsilon_{sp,\theta}) E_{s,\theta} + c^2$ $c = \frac{(f_{y,\theta} - f_{sp,\theta})^2}{(\epsilon_{sy,\theta} - \epsilon_{sp,\theta}) E_{s,\theta} - 2(f_{y,\theta} - f_{sp,\theta})}$	

Fonte: Adaptado de Eurocode 2 (EN 1992-1-2:2004), Caldas (2008)

Na formulação apresentada para o aço em temperatura elevada, as variáveis incluem:

- $\sigma_{s,\theta}$: Tensão do aço;
- $f_{sp,\theta}$: Tensão correspondente ao fim do limite de proporcionalidade;
- $\varepsilon_{s,\theta}$: Deformação específica aplicada;
- $\varepsilon_{sp,\theta}$: Deformação específica correspondente ao fim do limite de proporcionalidade;
- $\varepsilon_{sy,\theta}$: Deformação específica correspondente ao início do patamar de escoamento;
- $\varepsilon_{st,\theta}$: Deformação específica correspondente ao final do patamar de escoamento;
- $\varepsilon_{sy,\theta}$: Deformação específica última;
- $E_{s,\theta}$: Módulo tangente em temperatura elevada;
- $k_{sp,\theta}$: Coeficientes de redução do limite de elasticidade;
- $k_{sE,\theta}$: Coeficientes de redução do módulo tangente.

Os coeficientes de redução, que variam de acordo com a temperatura do aço, estão disponíveis em tabelas apresentadas pelo Eurocode 2 (EN 1992-1-2:2002). Os coeficientes necessários para os cálculos deste trabalho estão listados na Tabela 4.2.

Tabela 4.2 – Coeficientes de redução para a resistência ($k_{s,\theta}$), o limite de elasticidade ($k_{sp,\theta}$) e o módulo tangente ($k_{sE,\theta}$) do aço em altas temperaturas.

Temperatura do aço $\theta(^{\circ}\text{C})$	$k_{s,\theta}$			$k_{sp,\theta}$		$k_{sE,\theta}$	
	Tração		Compressão	CA-50	CA-60	CA-50	CA-60
	CA-50 CA-25	CA-60	CA-60 CA-50 CA-25	CA-25		CA-25	
20	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00
100	1,00	1,00	1,00	1,00	0,96	1,00	1,00
200	1,00	1,00	0,89	0,81	0,9	0,90	0,87
300	1,00	1,00	0,78	0,61	0,81	0,80	0,72
400	1,00	0,94	0,67	0,42	0,63	0,70	0,56
500	0,78	0,67	0,56	0,36	0,44	0,60	0,40
600	0,47	0,40	0,33	0,18	0,26	0,31	0,24
700	0,23	0,12	0,10	0,07	0,08	0,13	0,08
800	0,11	0,11	0,08	0,05	0,06	0,09	0,06
900	0,06	0,08	0,06	0,04	0,05	0,07	0,05
1000	0,04	0,05	0,04	0,02	0,04	0,04	0,03
1100	0,02	0,03	0,02	0,01	0,02	0,02	0,02
1200	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00

Fonte: Adaptado de Eurocode 2 (EN 1992-1-2:2002)

Novamente, a norma recomenda a utilização de interpolação linear para estimar valores dos coeficientes de redução quando eles não estão disponíveis nas tabelas.

4.2.3 Propriedades térmicas

Tanto o concreto, quanto o aço, sofrem variações nas propriedades térmicas com o aumento da temperatura, sendo que a condutividade térmica diminui e o calor específico aumenta ligeiramente. Entretanto, na análise de estruturas de concreto armado, as alterações das propriedades do aço podem ser desprezadas, já que a taxa de armadura presente na seção transversal é pequena a ponto de não influenciar significativamente o campo de temperaturas. Considera-se que a temperatura nas barras longitudinais e transversais é equivalente à sua localização no campo de temperaturas de uma seção homogênea de concreto.

Deste modo, apenas as alterações das propriedades térmicas do concreto são de interesse para este trabalho.

O calor específico $c_{p,c}$ (J/kg°C) do concreto silicoso em função da variação térmica pode ser calculado como (ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS, 2012):

$$\begin{aligned} c_{p,c}(\theta) &= 900 \text{ (J/kg}^\circ\text{C)}, & \text{para } 20^\circ\text{C} \leq \theta \leq 100^\circ\text{C} \\ c_{p,c}(\theta) &= 900 + (\theta - 100) \text{ (J/kg}^\circ\text{C)}, & \text{para } 100^\circ\text{C} \leq \theta \leq 200^\circ\text{C} \\ c_{p,c}(\theta) &= 1000 + (\theta - 200)/2 \text{ (J/kg}^\circ\text{C)}, & \text{para } 200^\circ\text{C} \leq \theta \leq 400^\circ\text{C} \\ c_{p,c}(\theta) &= 1100 \text{ (J/kg}^\circ\text{C)}, & \text{para } 400^\circ\text{C} \leq \theta \leq 1200^\circ\text{C}. \end{aligned} \quad (4.5)$$

A condutividade térmica λ_c (W/m°C) do concreto, para uma temperatura variando entre $20^\circ\text{C} \leq \theta \leq 1200^\circ\text{C}$ é expressa pela seguinte equação (ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS, 2012):

$$\lambda_c(\theta) = 1,36 - 0,136 \frac{\theta}{100} + 0,0057 \left(\frac{\theta}{100} \right)^2. \quad (4.6)$$

A massa específica do concreto (kg/m³) varia com o aumento da temperatura devido a perda de água e pode ser calculada da seguinte maneira (ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS, 2012):

$$\begin{aligned} \rho_c(\theta) &= \rho_c(20^\circ\text{C}), & \text{para } 20^\circ\text{C} \leq \theta \leq 115^\circ\text{C} \\ \rho_c(\theta) &= \rho_c(20^\circ\text{C}) \times [1 - 0,02(\theta - 115)/85], & \text{para } 115^\circ\text{C} \leq \theta \leq 200^\circ\text{C} \\ \rho_c(\theta) &= \rho_c(20^\circ\text{C}) \times [0,98 - 0,03(\theta - 200)/200], & \text{para } 200^\circ\text{C} \leq \theta \leq 400^\circ\text{C} \\ \rho_c(\theta) &= \rho_c(20^\circ\text{C}) \times [0,95 - 0,07(\theta - 400)/800], & \text{para } 400^\circ\text{C} \leq \theta \leq 1200^\circ\text{C} \end{aligned} \quad (4.7)$$

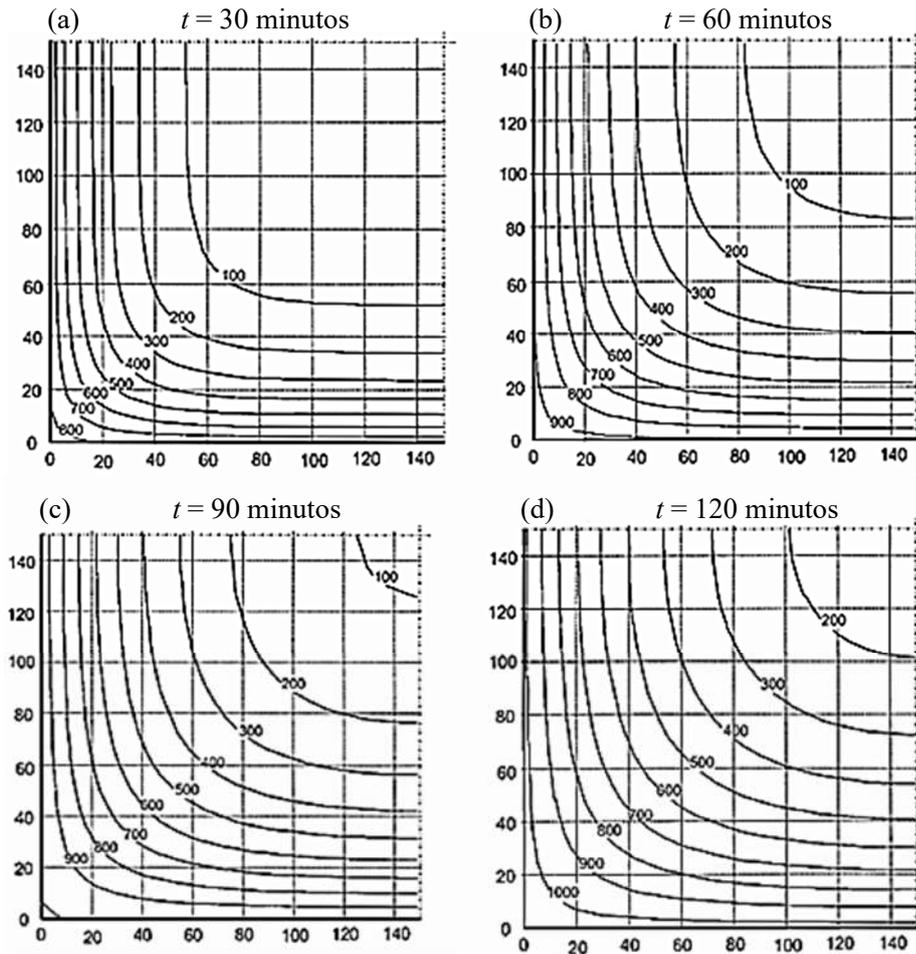
A massa específica do concreto silicoso está entre 2000 e 2800 (kg/m³) (ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS, 2012). Nas análises realizadas no presente trabalho, adota-se $\rho_c(20^\circ\text{C}) = 2400$ (kg/m³).

4.3 Simulação e Análise Térmica

Uma das metodologias mais utilizadas na análise térmica de estruturas de concreto antes do dimensionamento para situações de incêndio é a utilização de perfis de temperatura propostos

pelo Eurocode 2 (EN 1992-1-2:2004) . As chamadas isoterma são propostas para vigas, lajes e pilares em diferentes dimensões e tempos de exposição ao fogo de 30, 60, 90 e 120 minutos, permitindo o entendimento do campo de temperatura e o cálculo da resistência equivalente do elemento. A Figura 4.5 ilustra perfis de temperatura para uma seção quadrada 30 cm × 30 cm de concreto armado, considerando a dupla simetria da seção.

Figura 4.5 – Perfis de temperatura (°C) para seção 30 cm × 30 cm de concreto armado.



Fonte: Adaptado de Eurocode 2 (EN 1992-1-2:2004)

A mesma norma apresenta e permite o uso de técnicas mais aprimoradas de análise térmica, como simulações numéricas com equações diferenciais.

A equação de condução, também conhecida como equação de Fourier (Çengel; Ghajar, 2012), descreve o fluxo de calor em meios sólidos em uma análise transiente. Na ausência de geração de calor interno, a equação de calor transiente em sua forma bidimensional é dada por

$$\frac{1}{D} \cdot \frac{\partial \theta}{\partial t} = \frac{\partial^2 \theta}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \theta}{\partial y^2}, \text{ sendo} \tag{4.8}$$

$$D = \frac{\lambda}{\rho c_p}, \tag{4.9}$$

em que θ é a temperatura do material, t é o tempo de análise, x e y são as coordenadas cartesianas,

D é a difusividade térmica, ρ é a massa específica, c_p é o calor específico e λ é a condutividade térmica.

Na análise de pilares em concreto armado, as propriedades térmicas devem ser calculadas em função da própria temperatura. Portanto, os parâmetros devem ser atualizados a cada instante de tempo em função do campo de temperatura obtido.

A solução analítica da Equação 4.8 está restrita a condições de contorno e geometrias simples. Por isso, é necessário empregar técnicas de discretização e solução numérica, como o Método das Diferenças Finitas, o Método dos Elementos Finitos ou o Método dos Elementos de Contorno.

4.3.1 Solução via Método das Diferenças Finitas

O Método das Diferenças Finitas é baseado na expansão em séries de Taylor e é amplamente utilizado pela comunidade científica da engenharia estrutural, sendo empregado no presente trabalho para a solução da Equação 4.8. As simulações foram consideradas a partir de um sistema de coordenadas cartesianas particionado em um número de nós (ou pontos) dado por $N = N_x N_y$, em que N_x e N_y são o número de pontos nas direções x e y , respectivamente, incluindo os contornos. Cada ponto é definido na malha computacional como $(x_i, y_j) = [(i-1)\Delta x, (j-1)\Delta y]$, sendo $i = 1, \dots, N_x$, $j = 1, \dots, N_y$, $\Delta x = L_x/(N_x - 1)$ e $\Delta y = L_y/(N_y - 1)$, em que Δx e Δy são os tamanhos dos elementos da malha nas direções x e y , ou a distância entre dois pontos consecutivos.

O procedimento empregado utiliza aproximações por diferenças centrais para as derivadas espaciais. As derivadas temporais podem ser aproximadas por diferença adiantada (método explícito) ou por diferença atrasada (método implícito).

No método explícito, as temperaturas nodais no instante de tempo presente ($p+1$) são calculadas a partir do campo de temperatura conhecido no instante anterior (p), por meio de sucessivos incrementos temporais (Δt). Após obter a temperatura em cada nó da malha, o cálculo das temperaturas desconhecidas é realizado diretamente, e o campo de temperatura transiente é obtido por meio da evolução temporal.

Entretanto, de acordo com Bergman *et al.* (2011), o método explícito apresenta oscilações numéricas que podem desviar dos resultados esperados, e para evitar instabilidades, é necessário utilizar um valor pequeno de Δt que depende de Δx e Δy , e das propriedades térmicas do material. Esse critério de estabilidade pode tornar o método computacionalmente custoso.

Por outro lado, o método implícito é incondicionalmente estável, o que significa que não há restrições para Δx , Δy e Δt , e a solução permanece estável para todos os intervalos de tempo e espaço.

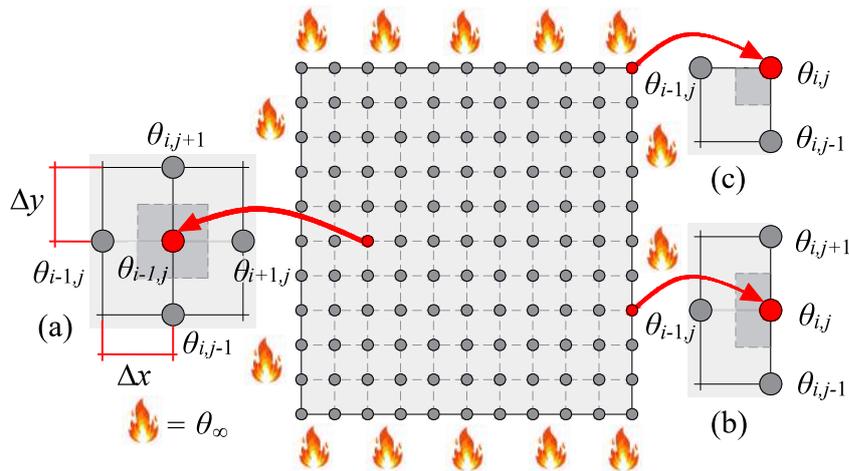
No método implícito, as temperaturas nodais no instante atual são calculadas a partir da própria temperatura no tempo anterior e das temperaturas dos nós adjacentes no instante presente, que ainda são desconhecidas. Esse cálculo é feito simultaneamente por meio da resolução de sistemas de equações lineares utilizando métodos iterativos, como Gauss-Seidel, ou por inversão

de matrizes. Com valores maiores de Δt , o método implícito pode reduzir o tempo de computação em comparação com o método explícito, mas isso pode resultar em perda de exatidão. Portanto, para garantir níveis adequados de exatidão, é necessário que tanto os valores de Δx e Δy , quanto de Δt sejam suficientemente pequenos.

Devido à alteração das propriedades térmicas do concreto, em função do aumento da temperatura, a utilização do método explícito se torna inapropriada. Isso ocorre porque, com esse método, a estabilidade numérica deve ser garantida para certos valores de Δt , que são calculados em função das propriedades mencionadas e que apresentam incerteza. Assim, para evitar problemas de estabilidade numérica, optou-se pela utilização do método implícito para aproximação das derivadas temporais, e os sistemas de equações são solucionados por meio do Método de Gauss-Seidel.

A malha discretizada pelo Método das Diferenças Finitas para um elemento bidimensional com as quatro faces expostas ao fogo é ilustrada na Figura 4.6.

Figura 4.6 – Malha de discretização bidimensional para a equação de calor e detalhamento de pontos nodais (a) centrais, (b) em região de contorno e (c) em vértice.



Fonte: Autoria própria

4.3.1.1 Ponto nodal interior

A equação em diferenças finitas da temperatura θ em um ponto nodal no interior de um elemento em análise bidimensional transiente de calor é expressa por

$$\frac{\rho \cdot c_p}{k} \cdot \frac{\theta_{i,j}^{p+1} - \theta_{i,j}^p}{\Delta t} = \frac{\theta_{i+1,j}^{p+1} + \theta_{i-1,j}^{p+1} - 2\theta_{i,j}^{p+1}}{(\Delta x)^2} + \frac{\theta_{i,j+1}^{p+1} + \theta_{i,j-1}^{p+1} - 2\theta_{i,j}^{p+1}}{(\Delta y)^2}. \quad (4.10)$$

Considerando uma malha de discretização equidistante nas duas direções, isto é, $\Delta x = \Delta y$ e isolando o ponto nodal de interesse, tem-se

$$\theta_{i,j}^p = (1 - 4F_O) \theta_{i,j}^{p+1} - F_O \left(\theta_{i+1,j}^{p+1} + \theta_{i-1,j}^{p+1} + \theta_{i,j+1}^{p+1} + \theta_{i,j-1}^{p+1} \right), \quad (4.11)$$

em que F_O é chamado de número de Fourier, expresso por

$$F_O = \frac{D \cdot \Delta t}{(\Delta x)^2}. \quad (4.12)$$

De acordo com Incropera *et al.* (1996), o critério de estabilidade que garante a convergência do método explícito consiste em $F_O \leq \frac{1}{4}$.

4.3.1.2 Ponto nodal na região de contorno com convecção

Para a simulação de pilares em situação de incêndio, pode-se dizer que as regiões de contorno, isto é, as faces em contato com o fogo, são definidas pela convecção de calor do ambiente externo (condição de Neumann).

A equação que define a temperatura na região de contorno, considerando a face lateral direita, é dada por

$$\theta_{i,j}^p + 2BiF_O\theta_\infty = (1 + 4F_O + 2BiF_O)\theta_{i,j}^{p+1} - F_O(2\theta_{i-1,j}^{p+1} + \theta_{i,j+1}^{p+1} + \theta_{i,j-1}^{p+1}), \quad (4.13)$$

em que, θ_∞ é a temperatura dos gases na superfície, Bi é conhecido como número de Biot, dado por

$$Bi = \frac{\varphi \Delta x}{k}, \quad (4.14)$$

sendo,

$$\varphi = h + \varepsilon\sigma(\theta_\infty + \theta_{i,j}^p) \left[(\theta_\infty)^2 + (\theta_{i,j}^p)^2 \right], \quad (4.15)$$

em que, h é coeficiente de transferência de calor por convecção ($\text{W}/\text{m}^2 \text{ }^\circ\text{C}$), ε é a emissividade na face exposta ao fogo (adimensional), $\sigma = 5,67 \times 10^{-8}$ ($\text{W}/\text{m}^2 \text{ }^\circ\text{C}^4$) é a constante de Stephan-Boltzmann. No caso de uma superfície adiabática, ou seja, que impede a ocorrência de troca de calor, basta considerar $Bi = 0$.

No caso da região de contorno, a estabilidade da solução é garantida para valores que levem a $F_O(2 + Bi) \leq \frac{1}{2}$ (Incropera *et al.*, 1996).

4.3.1.3 Ponto nodal em vértice exterior com convecção

De maneira similar ao apresentado na região de contorno, é possível formular um ponto nodal localizado no vértice da malha. Considerando o vértice superior direito, e incidência de chama nas duas faces adjacentes, têm-se que

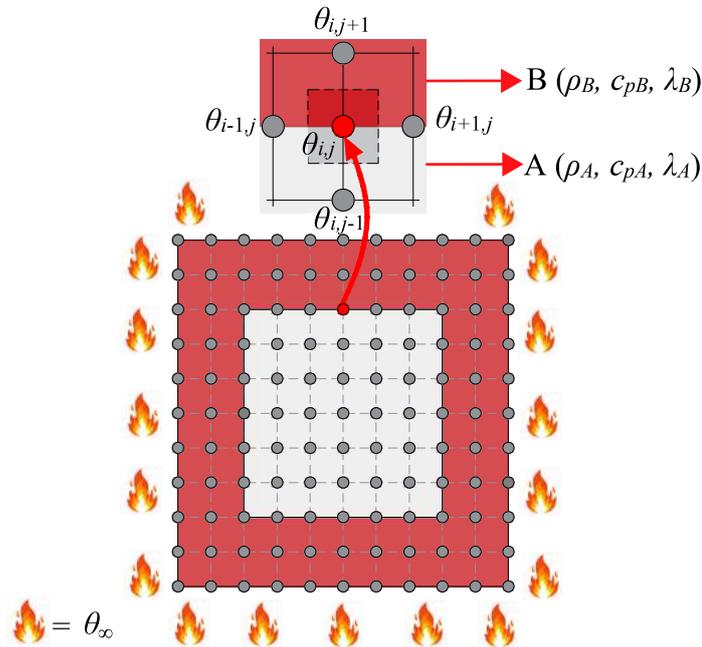
$$\theta_{i,j}^p + 4BiF_O\theta_\infty = (1 + 4F_O + 4BiF_O)\theta_{i,j}^{p+1} - 2F_O(\theta_{i-1,j}^{p+1} + \theta_{i,j-1}^{p+1}). \quad (4.16)$$

O critério de estabilidade para um nó localizado no vértice é dado por $F_O(1 + Bi) \leq \frac{1}{4}$ (Incropera *et al.*, 1996).

4.3.1.4 Pontos nodais em região de fronteira entre dois materiais diferentes

Apesar de se tratarem de pontos nodais no interior de uma malha, regiões de fronteira entre dois materiais com propriedades térmicas totalmente distintas requerem uma análise adequada do fluxo de calor. A Figura 4.7 ilustra uma seção retangular composta de um material A, envolta por uma camada de material B, com propriedades térmicas distintas.

Figura 4.7 – Malha de discretização bidimensional para a equação de calor em uma seção composta por dois materiais.



Fonte: Autoria própria

A equação em diferenças finitas que descreve a temperatura na região de fronteira superior é dada por

$$\theta_{i,j}^p = [1 + 2(F_{OA} + F_{OAB})] \theta_{i,j}^{p+1} - \frac{F_{OA} + F_{OAB}}{2} (\theta_{i+1,j}^{p+1} + \theta_{i-1,j}^{p+1}) - F_{OA} \theta_{i,j-1}^{p+1} - F_{OB} \theta_{i,j+1}^{p+1}, \quad (4.17)$$

na qual,

$$F_{OA} = \frac{2\lambda_A \Delta t}{(\rho_A \cdot c_{pA} + \rho_B \cdot c_{pB}) (\Delta x)^2}, \quad (4.18a)$$

e

$$F_{OB} = \frac{2\lambda_B \Delta t}{(\rho_A \cdot c_{pA} + \rho_B \cdot c_{pB}) (\Delta x)^2} \quad (4.18b)$$

O critério de estabilidade é verificado para $F_{OA} \leq \frac{1}{4}$ e $F_{OB} \leq \frac{1}{4}$ (Incropera *et al.*, 1996).

4.3.2 Validação do Modelo Numérico e Avaliação dos Efeitos do Incêndio em Seções Retangulares de Concreto

Para validar o modelo em diferenças finitas apresentado, são realizadas comparações entre os campos de temperatura simulados e as isotermas propostas pelo Eurocode 2 (EN 1992-1-2:2004) em seções retangulares de concreto sem isolamento térmico. Essa validação abrange diversas situações de incêndio, com durações de 30, 60, 90 e 120 minutos, e é feita por meio da análise de perfis retangulares de 30 cm × 30 cm.

As considerações, parâmetros e dados de entrada do algoritmo de simulação térmica em diferenças finitas são os seguintes:

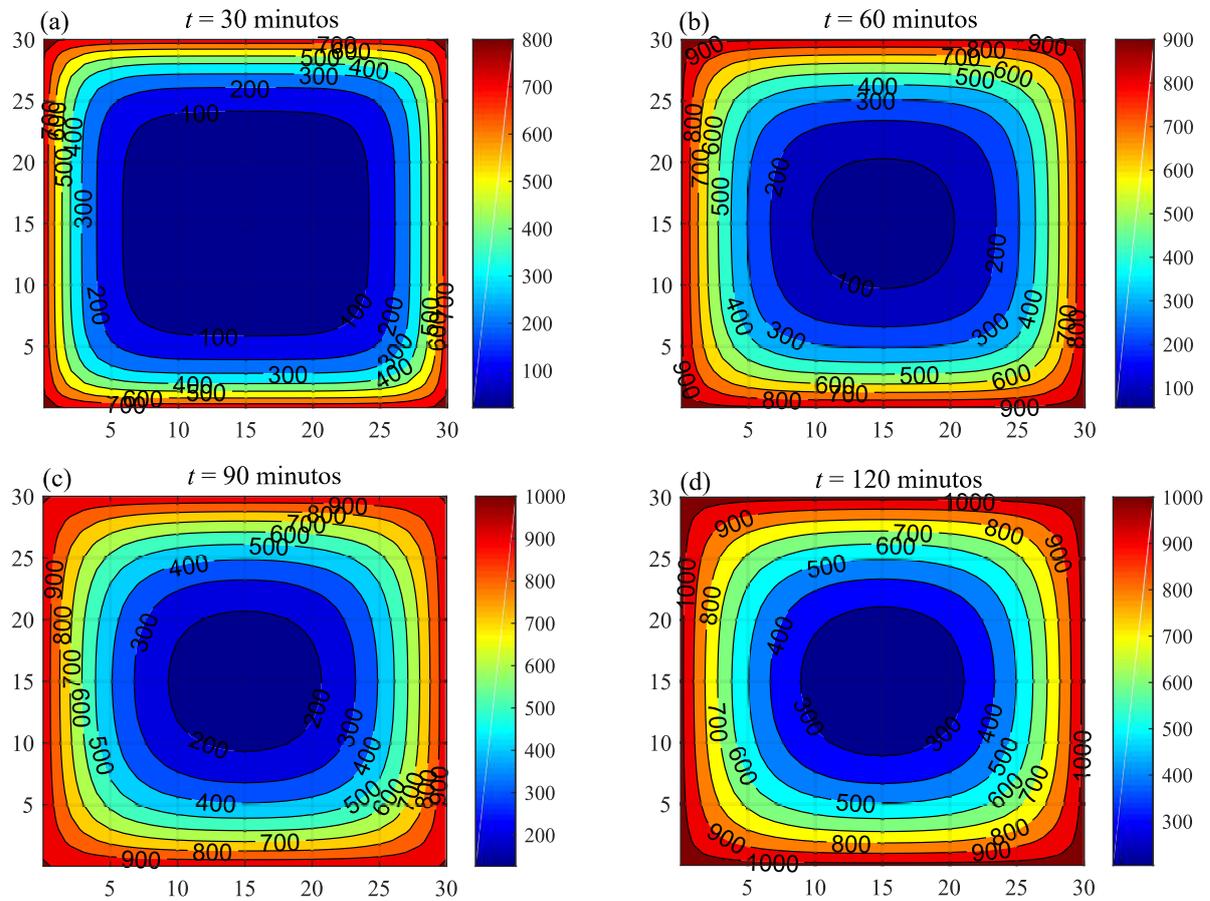
- As seções são discretizadas de forma equidistante, com intervalos de $\Delta x = \Delta y = 1$ cm;
- Utiliza-se o método implícito para aproximar as derivadas temporais, com um intervalo de tempo de $\Delta t = 60$ segundos;
- As simulações são realizadas por períodos de 30, 60, 90 e 120 minutos (convertidos em segundos no algoritmo);
- A temperatura inicial de todos os pontos nodais nas seções é de 20°C ;
- As propriedades térmicas de cada ponto nodal seguem as condições do concreto silicoso e variam com a temperatura do nó. Portanto, o calor específico, a condutividade térmica e a massa específica são determinados pelas Equações 4.5, 4.6 e 4.7, respectivamente;
- A massa específica do concreto na temperatura ambiente é de $\rho_c(20^\circ\text{C}) = 2400$ kg/m³;
- Considera-se a exposição das quatro faces ao fogo, adotando as condições de contorno do tipo Neumann;
- A temperatura dos gases na superfície, θ_∞ , varia de acordo com a curva de incêndio-padrão ISO 834 (ISO, 1990), descrita pela Equação 4.1;
- O coeficiente de transferência de calor por convecção é $h = 25$ W/(m² °C), a emissividade na face exposta é $\varepsilon = 0,7$ e a constante de Stefan-Boltzmann é $\sigma = 5,67 \times 10^{-8}$ W/(m² °C⁴), conforme o Eurocode 2 (EN 1992-1-2:2004) para pilares em situação de incêndio com materiais combustíveis celulósicos;
- O fator de redução da resistência do concreto, $k_{c,\theta}$, é calculado para cada ponto nodal usando a interpolação linear dos coeficientes apresentados na Tabela 4.1, e obtém-se a média dos valores;
- O cálculo do fator de redução da resistência do aço, $k_{s,\theta}$, requer a definição da localização das armaduras. No entanto, como o objetivo principal desta análise é verificar as isotermas de seções retangulares genéricas, não são calculados valores para $k_{s,\theta}$.

A Figura 4.8 ilustra os campos de temperatura da seção de concreto em situação de incêndio até 120 minutos, considerando exposição das quatro faces.

Os resultados da simulação apresentam valores bastante próximos aos perfis de temperatura fornecidos pelo Eurocode 2 (EN 1992-1-2:2004), conforme ilustrado na Figura 4.5. Observam-se pequenas discrepâncias nas localizações das isotermas, da ordem de 1 a 2 centímetros, em que o modelo apresentado exibe temperaturas ligeiramente mais altas. Destaca-se que tais diferenças são consideradas pouco significativas para a finalidade da análise. Caso seja necessário obter uma acurácia ainda maior, é possível refinar a malha de discretização. No entanto, para os propósitos desta investigação, os resultados apresentados são suficientemente exatos.

Por meio da análise das temperaturas registradas nos pontos nodais, é possível calcular e avaliar as alterações no fator de redução da resistência do concreto ao longo da simulação.

Figura 4.8 – Perfis de temperatura (°C) em seção de concreto 30 cm × 30 cm exposta a curva de incêndio-padrão ISO 834 - Tempos de (a) 30, (b) 60, (c) 90 e (d) 120 minutos.



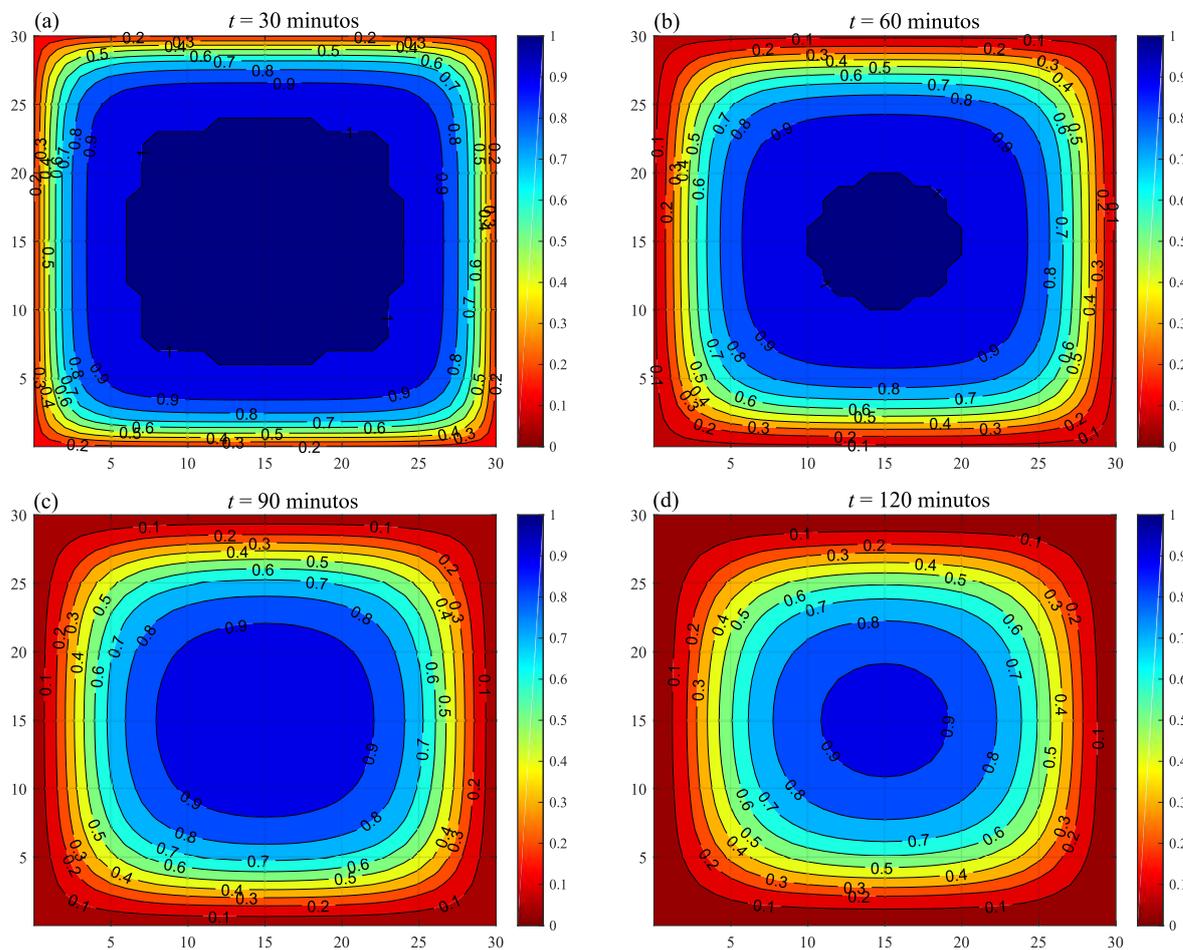
Fonte: Autoria própria

Conforme esperado, os resultados mostram que à medida que a temperatura aumenta no interior da seção, a resistência do concreto é cada vez mais comprometida. Para tempos de exposição mais curtos ao fogo, uma parte significativa da seção mantém sua resistência inalterada ($k_{c,\theta} = 1$). No entanto, conforme a exposição ao fogo se prolonga, a deterioração torna-se inevitável, resultando em danos até mesmo nas regiões centrais da seção.

Para fins de comparação, é realizada uma simulação utilizando os mesmos parâmetros e dados de entrada, porém considerando que o pilar incendiado está localizado em um edifício com abundância de materiais combustíveis, como é o caso de um edifício garagem. Nesse caso, as quatro faces são expostas ao fogo, mas a temperatura dos gases na superfície segue a curva "H", conforme a Equação 4.2. Além disso, o coeficiente de transferência de calor por convecção é ajustado para $h = 50 \text{ W}/(\text{m}^2 \text{ } ^\circ\text{C})$, que é comumente utilizado em situações de incêndio em locais com materiais à base de hidrocarbonetos (Costa, 2008), tais como encontrados em edifícios-garagem. Os resultados dessa simulação são apresentados na Figura 4.10.

A simulação apresentou um comportamento consistente com as expectativas ao gerar campos de temperatura com valores mais elevados para a situação em que é considerada a curva "H" em comparação com a curva de incêndio-padrão ISO 834 (ISO, 1990). Enquanto que, nos

Figura 4.9 – Fator de redução da resistência do concreto ($k_{c,\theta}$) em seção de concreto 30 cm × 30 cm exposta a curva de incêndio-padrão ISO 834 - Tempos de (a) 30, (b) 60, (c) 90 e (d) 120 minutos.



Fonte: Autoria própria

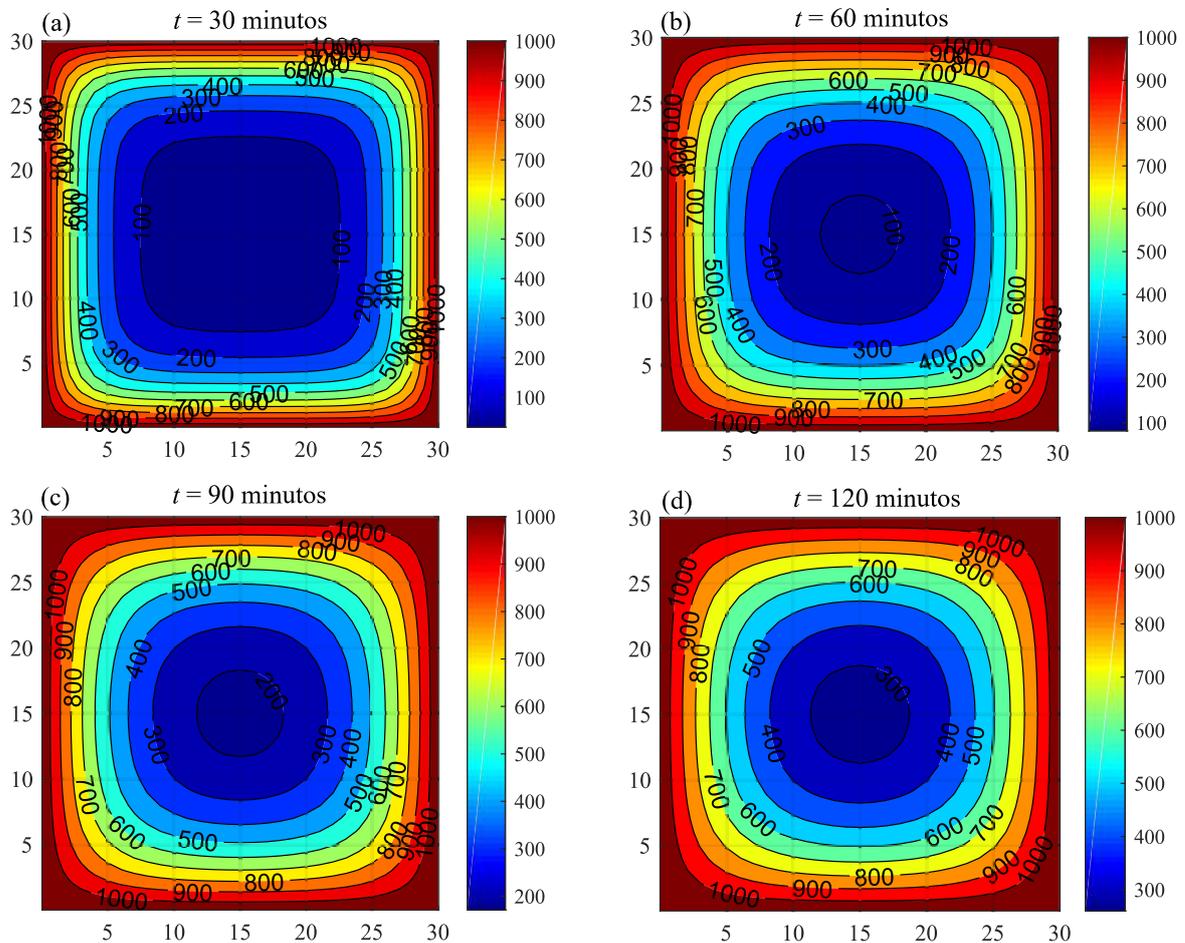
primeiros trinta minutos de exposição ao fogo, as faces atingem temperaturas próximas a 800 °C na primeira análise, na segunda análise a temperatura na face ultrapassa 1000 °C.

Em virtude da progressão acelerada do campo de temperatura na situação de incêndio com hidrocarbonetos, são obtidos fatores de redução da resistência do concreto mais agressivos, conforme ilustrado na Figura 4.11.

Uma forma de quantificar a deterioração da seção como um todo é calcular o valor médio do fator de redução da resistência nos nós. No entanto, deve-se considerar uma média ponderada dos valores nodais, levando em conta a área coberta por cada nó. Os nós localizados no centro da seção, que não estão diretamente expostos à borda do fogo, têm uma área completa de 1 cm × 1 cm. Os nós nas bordas possuem uma área reduzida de 0,5 cm × 1 cm, e nas quinas 0,5 cm × 0,5 cm. Portanto, o valor médio do fator de redução da resistência do concreto é obtido pela seguinte expressão:

$$k_{c,\theta,med} = \frac{\sum_{i=1}^N k_{c,\theta_i} A_i}{A_T}, \quad (4.19)$$

Figura 4.10 – Perfis de temperatura (°C) em seção de concreto 30 cm × 30 cm exposta a curva de incêndio "H- Tempos de (a) 30, (b) 60, (c) 90 e (d) 120 minutos.



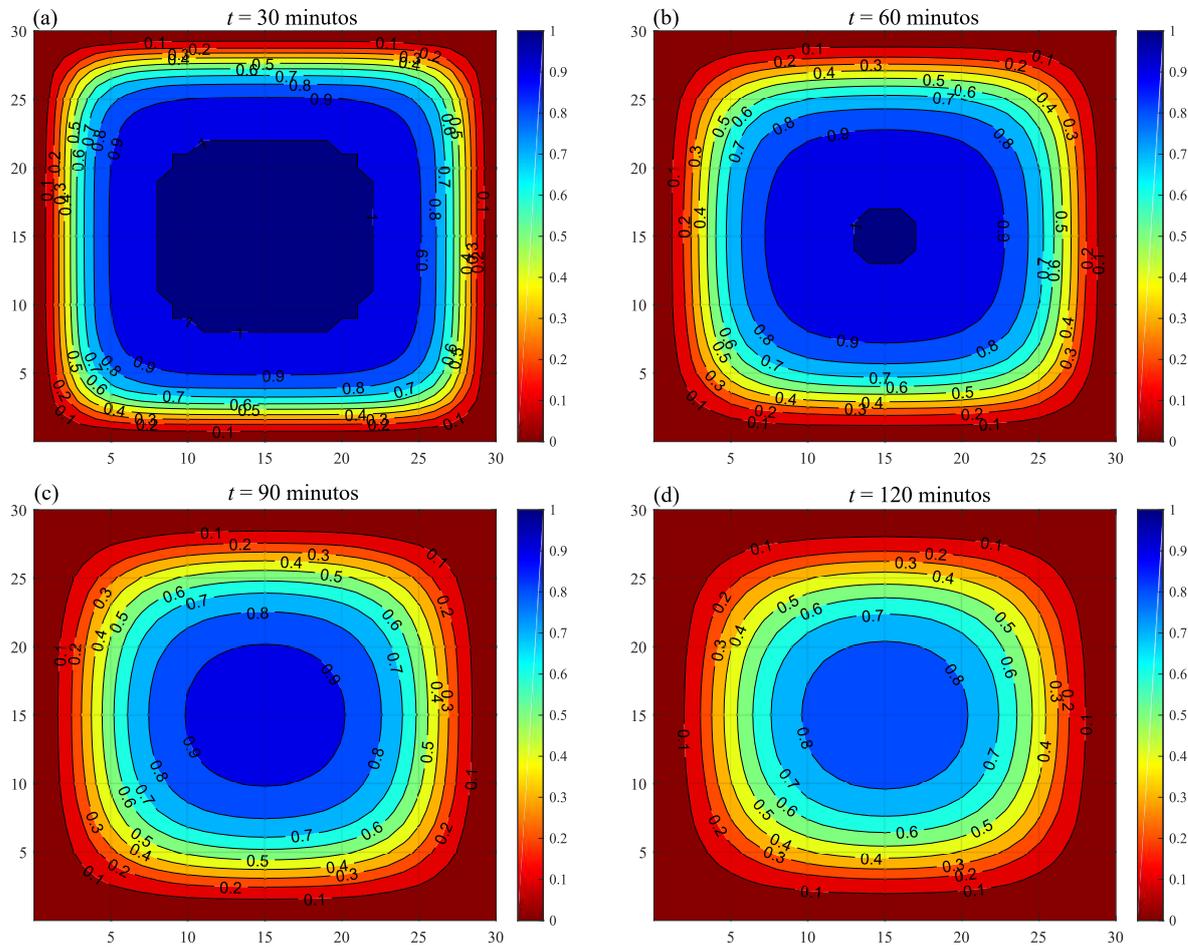
Fonte: Autoria própria

em que k_{c,θ_i} e A_i são os valores do fator de redução de cada ponto nodal e a área equivalente, respectivamente, de cada nó i , para uma seção com área total A_T discretizada em N pontos.

Para uma avaliação mais abrangente da simulação numérica proposta, é realizada uma comparação do valor médio do fator de redução da resistência do concreto em três seções retangulares distintas: 30 cm × 30 cm, 20 cm × 40 cm e 40 cm × 40 cm. Em todas as seções, a exposição ocorre nas quatro faces, considerando tanto a curva ISO 834, quanto a curva "H", a caracterização dos gases envolvidos.

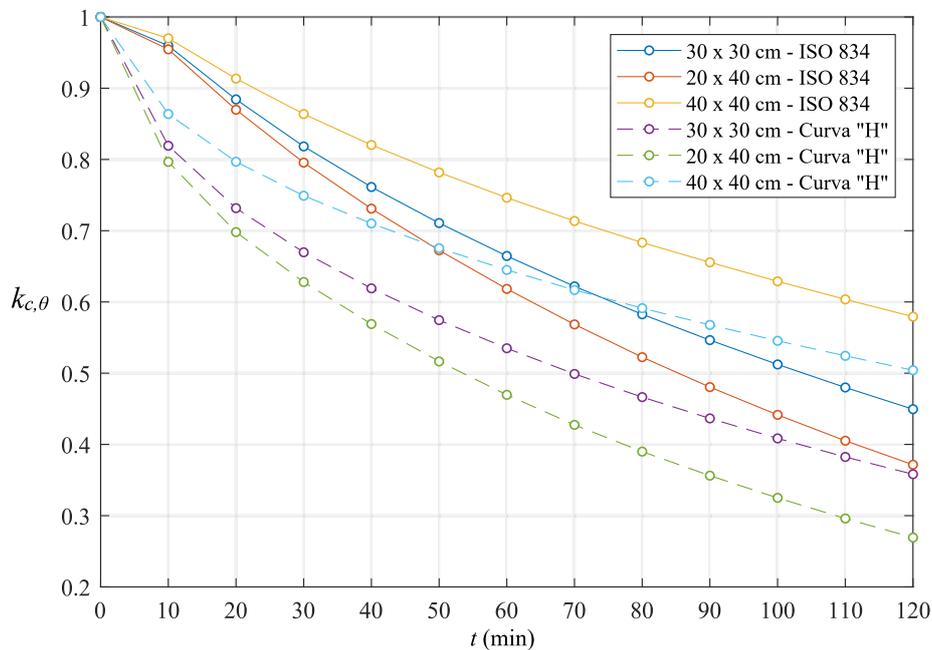
Os resultados indicam que a resistência do concreto é mais afetada pelo incêndio em seções com dimensões menores na direção perpendicular à face exposta ao fogo. Isso ocorre devido à menor distância até o interior da seção, o que justifica os valores mais prejudiciais do fator de redução para seções de 20 cm × 40 cm, e valores mais seguros para seções de 40 cm × 40 cm. Mais uma vez, confirma-se que colunas em situação de incêndio, onde a temperatura dos gases segue a curva "H", sofrem maiores redução de resistência em comparação com a curva ISO 834.

Figura 4.11 – Fator de redução da resistência do concreto ($k_{c,\theta}$) em seção de concreto 30 cm × 30 cm exposta a curva de incêndio "H- Tempos de (a) 30, (b) 60, (c) 90 e (d) 120 minutos.



Fonte: Autoria própria

Figura 4.12 – Valor médio do fator de redução da resistência do concreto ($k_{c,\theta,med}$) em 120 minutos para seções retangulares 30 cm × 30 cm, 20 cm × 40 cm e 40 cm × 40 cm em situações de incêndio conforme curva ISO 834 e curva "H".



Fonte: Autoria própria

4.4 Tempo Requerido de Resistência ao Fogo

Com o objetivo de padronizar o dimensionamento de estruturas em situação de incêndio, bem como das ações térmicas, foi estabelecido o Tempo Requerido de Resistência ao Fogo (TRRF), que corresponde ao tempo mínimo de resistência que um elemento deve apresentar em uma situação de incêndio-padrão. O cálculo do TRRF pode ser realizado com base em um método tabular apresentado no Anexo A da ABNT NBR 14432:2001, levando em consideração fatores como o tipo de ocupação e as dimensões do edifício.

Ressalta-se que o TRRF não refere-se ao tempo de duração de um incêndio qualquer, tempo de evacuação ou tempo suficiente para intervenção do corpo de bombeiros, mas sim o tempo que a estrutura deve resistir a um incêndio cuja severidade corresponda ao tempo da curva de incêndio-padrão ISO 834 (ISO, 1990).

Sabendo que em diversas ocasiões a severidade do incêndio é superestimada ao utilizar-se a curva de incêndio-padrão, a ABNT NBR 14432:2001 admite que sejam utilizadas curvas teóricas ou experimentais que simulem de maneira mais próxima da realidade do edifício dimensionado, desde que haja dados suficientes para comprovação.

4.5 Métodos de Verificação

Existem diversos métodos de cálculo e verificação de estruturas de concreto armado em situação de incêndio, os quais são descritos em normas e na literatura especializada. Entre

os métodos mais utilizados e difundidos no meio científico destacam-se os métodos tabulares (prescritivos) e os métodos de cálculo simplificados, que são abordados neste trabalho. Ademais, há outros métodos disponíveis na literatura, como os métodos baseados em limitação das deformações, os métodos de cálculo avançados, que utilizam simulações numéricas e *softwares* especializados para reproduzir com maior exatidão o comportamento do concreto em altas temperaturas, permitindo até mesmo a previsão do fenômeno de *spalling* e a fluência. A análise e verificação também podem ser realizadas por meio de ensaios de elementos isolados e de estruturas completas em escala real.

A norma ABNT NBR 14432:2001 propõe um método analítico para verificar a resistência de pilares com mais de uma face exposta ao fogo. Considera-se as solicitações de cálculo em situação de incêndio, tal como a resistência do elemento dado o campo térmico, que resulta no cálculo do tempo de resistência ao fogo (TRF), sendo este necessariamente igual ou superior ao TRRF. A norma ainda apresenta métodos tabulares, simplificados e avançados de cálculo, que consideram as solicitações de cálculo com a não-linearidade do elemento.

Os métodos tabulares consideram um incêndio seguindo a curva ISO 834 (ISO, 1990). A partir das dimensões do elemento estrutural e das distâncias mínimas das barras longitudinais à face mais próxima exposta ao fogo, as normas europeias e brasileiras apresentam tempos requeridos de resistência ao fogo. O Eurocode 2 (EN 1992-1-2:2004) propõe valores de TRRF de 30, 60, 90, 120, 180 e 240 minutos, enquanto a ABNT NBR 15200:2012 apresenta valores de TRRF de 30, 60, 90, 120 e 180 minutos. Embora esses métodos não forneçam informações sobre a aplicação e a manutenção de sistemas de isolamento térmico, eles permitem levar em consideração o efeito de revestimentos no cálculo do TRRF, na impossibilidade de aumentar as dimensões do elemento. Os métodos tabulares são amplamente utilizados por projetistas estruturais, devido à sua simplicidade e baixo custo, porém podem ser conservadores e limitados a elementos individuais, dificultando a análise de estruturas complexas.

Os métodos simplificados de cálculo se baseiam na análise da seção transversal do elemento. O Método da Isotermas de 500 °C consiste em reduzir a seção transversal de um elemento aquecido, de modo a excluir as regiões em que o concreto atingiu temperaturas superiores a 500 °C. Por simplificação, considera-se que as áreas remanescentes tem resistência e propriedades mecânicas iguais inalteradas (conforme temperatura ambiente). Considera-se a área das barras de aço em sua totalidade, porém com resistência mecânica compatível à temperatura no centro de cada barra.

Embora o Método das Isotermas de 500 °C seja um método simplificado amplamente utilizado, ele tem suas limitações e críticas. Ao reduzir a seção transversal do elemento em estudo, excluindo regiões em que a temperatura ultrapassa 500 °C, considera-se que as áreas remanescentes mantêm suas propriedades mecânicas inalteradas. No entanto, as propriedades mecânicas do concreto começam a ser afetadas a partir de 100°C, o que torna muito grosseira a suposição de que a resistência das áreas remanescentes permanece inalterada. Portanto, é necessário ter cuidado ao aplicar esse método, principalmente em situações em que a exatidão é

fundamental.

O Eurocode 2 (EN 1992-1-2:2004) apresenta também o Método das zonas, que se assemelha ao Método da Isotherma de 500°C, porém subdivide a seção transversal em zonas paralelas de igual espessura (no mínimo três zonas). Calcula-se a temperatura média da zona à partir da posição do seu centroide. Em seguida, encontra-se as propriedades mecânicas e resistência equivalente para cada zona em função da sua temperatura média. O método foi inicialmente proposto por Hertz (1985), e se mostrou mais acurado, quando comparado ao Método das Isotherma de 500°C, especialmente para pilares em flexo-compressão.

Ainda no que se refere ao Eurocode 2 (EN 1992-1-2:2004), o Método A consiste em uma expressão, composta por diversas etapas de cálculo, que retorna o TRF de um pilar sujeito a flexão normal composta, em função da geometria, da resistência do concreto e do aço, e do carregamento atuante. O Método B se assemelha ao A, porém resulta em valores mais conservadores ao utilizar de tabelas que fornecem valores mínimos de geometria. Ambos os métodos são detalhados pelo Eurocode 2 (EN 1992-1-2:2004).

Um método simplificado de dimensionamento de vigas de concreto armado em situação de incêndio foi proposto por Amaral e Real (2021), visando segurança estrutural, facilidade de aplicação e economia na execução. O método se mostra vantajoso ao dispensar a determinação da largura da seção reduzida do concreto, simplificando o processo em comparação com métodos convencionais, como o da Isotherma 500 °C. Além disso, os autores mostram que o método apresenta vantagens econômicas em relação ao método normativo tabular, mas ainda garante de maneira conservadora a segurança estrutural.

A determinação do diagrama de interação esforço normal-momento fletor resistente é comumente utilizada para verificar a condição de pilares de concreto armado submetidos a flexo-compressão. Essa construção se baseia em limitações das deformações, considerando os domínios de deformação no Estado Limite Último (ELU) em condições de temperatura ambiente. No entanto, segundo Klein Júnior (2011), essa abordagem não é diretamente aplicável a estruturas de concreto armado em situações de incêndio.

De acordo com o Boletim 46 da *fib* (FIB, 2008), quando se utiliza as relações constitutivas do concreto e do aço em altas temperaturas, conforme apresentado no Eurocode 2 (EN 1992-1-2:2004), análises não-lineares com limitações não são adequadas devido ao comportamento descendente. Isso ocorre porque as deformações últimas dos materiais não correspondem à capacidade resistente última da seção transversal. Na realidade, ao atingir a deformação última na fibra de concreto mais solicitada, a maior parte da seção transversal já estará em uma zona de descarregamento, ou seja, as tensões já serão inferiores à tensão máxima.

Para superar as limitações do ramo descendente das curvas tensão-deformação, foram desenvolvidos modelos simplificados para descrever a relação constitutiva dos materiais em altas temperaturas. Por exemplo, Meda *et al.* (2002) pioneiramente propuseram um método baseado na limitação das deformações para a construção de diagramas de interação esforço normal-momento para seções de concreto armado sob exposição a incêndios, utilizando curvas tensão-deformação

simplificadas. Essa abordagem parte do pressuposto de que o concreto se torna mais dúctil com o aumento da temperatura, e, portanto, é suficiente considerar as deformações últimas no plano mais frio da seção transversal. Isso garante automaticamente o respeito às deformações últimas em qualquer outro ponto. O método proposto considera pontos da seção transversal para rotacionar o eixo da linha neutra, obtendo diferentes campos de deformação e respectiva tensão. Uma vez que as deformações últimas da seção em temperatura elevada não é constante, o ponto do eixo da linha neutra deve-se mover ao longo da seção, e devido à isso, o método recebeu o nome de Método do Pivô Móvel.

Posteriormente, foram desenvolvidas abordagens semelhantes baseadas na limitação de deformações, como demonstrado por Caldas, Sousa e Fakury (2010) e El-Fitiany e Youssef (2014). No entanto, nota-se que os métodos baseados na limitação de deformações podem ser conservadores e aplicáveis apenas em faixas específicas de temperatura, requerendo a validação por meio de outros métodos para assegurar sua eficácia, conforme destacado por Chen *et al.* (2011).

O método iterativo-incremental é utilizado na construção de curvas de interação normal-momento fletor para estruturas de concreto armado, tanto em temperatura ambiente quanto em condições elevadas. Este método envolve a determinação dos esforços resistentes últimos a partir do diagrama momento-curvatura. Sua flexibilidade permite a utilização de relações constitutivas diversas, incluindo aquelas altamente não-lineares, como as do concreto e do aço em altas temperaturas. Além disso, o método pode ser combinado com abordagens que discretizam a seção transversal, como o Método da Compatibilidade de Deformações.

4.6 Método da Compatibilidade de Deformações

Quando um elemento estrutural é submetido a esforços externos, este sofre deformações e devem surgir esforços internos para restabelecer o equilíbrio do sistema. O Método da Compatibilidade de Deformações (MCD) aborda essa temática no contexto das seções transversais dos elementos (Caldas; Sousa; Fakury, 2010; Zubyan, 2013; Lemes, 2015). Ele parte da hipótese de Bernoulli, que pressupõe que todos os materiais constituintes atuam em conjunto, considera que o campo de deformações é supostamente linear, postula que a seção permanece plana após a deformação e desconsidera o efeito do cisalhamento na seção.

Essa abordagem permite calcular a capacidade resistente da seção transversal, bem como as rigidezes axial e à flexão de elementos estruturais de diferentes naturezas, tais como concreto armado, aço e seções compostas. Para isso, realiza-se a discretização da seção e avalia-se o comportamento dos materiais por meio das relações constitutivas nodais. Modelos matemáticos que descrevem a relação tensão-deformação são frequentemente empregados neste método. Nesse sentido, o MCD pode ser utilizado para estimar a resistência de elementos submetidos a altas temperaturas.

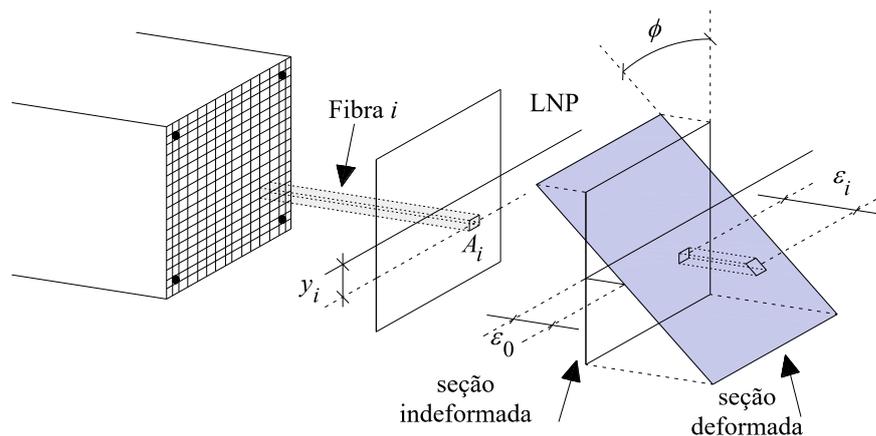
O Método da Compatibilidade de Deformações consiste em um processo incremental iterativo, no qual se obtém a relação momento-curvatura para cada incremento de carga. Isso

possibilita a determinação das rigidezes generalizadas da seção transversal e a curva de interação normal-momento fletor. Este método tem sido amplamente empregado em diversos trabalhos relacionados a essa temática, como demonstrado em Chen, Teng e Chan (2001), Caldas, Sousa e Fakury (2010), Lemes (2015), Lemes *et al.* (2017).

4.6.1 Relação Momento-Curvatura

Para construir a relação momento-curvatura, é necessário, inicialmente, realizar a discretização da seção transversal do elemento, conforme ilustrado na Figura 4.13, e considerar informações essenciais, tais como áreas, posições e relações constitutivas dos elementos nodais (ou fibras). Em geral, cada elemento nodal é referenciado por meio das coordenadas x e y em relação ao centroide plástico (CP) da fibra distanciado da Linha Neutra Plástica (LNP) da seção transversal, o que contribui para minimizar problemas de convergência (Chen; Teng; Chan, 2001). Destaca-se que a discretização da seção transversal aqui adotada também é empregada no presente trabalho para obter os campos de temperatura por meio de simulação numérica.

Figura 4.13 – Campo linear de deformações.



Fonte: Lemes (2015)

A discretização permite a imposição de um campo de deformações e, conseqüentemente, uma deformação ϵ_i no centroide de cada fibra, possibilitando o cálculo das respectivas tensões σ_i por meio das relações constitutivas do material. A deformação axial da i -ésima fibra é expressa como:

$$\epsilon_i = \epsilon_0 + \phi y_i, \quad (4.20)$$

em que y_i representa a distância entre os CPs da fibra em análise e a seção transversal, ϵ_0 é a deformação no CP da seção, e ϕ é a curvatura do campo imposto.

As variáveis ϵ_0 e ϕ são representadas em notação matricial, formando o vetor de deformações $\mathbf{X} = \begin{bmatrix} \epsilon_0 & \phi \end{bmatrix}^T$. Conforme observado por Chiorean (2013), ao adotar $\mathbf{X} = 0$ na primeira iteração dos processos, a convergência é alcançada rapidamente. Além disso, ao partir da configuração não deformada, evita-se problemas de convergência relacionados ao equilíbrio entre os esforços externos e os esforços internos. O equilíbrio da seção é obtido ao satisfazer

$$\mathbf{F}(\mathbf{X}) = \mathbf{f}_{ext} - \mathbf{f}_{int} = \begin{bmatrix} N_{ext} \\ M_{ext} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} N_{int} \\ M_{int} \end{bmatrix} \cong \mathbf{0}, \quad (4.21)$$

sendo \mathbf{f}_{ext} o vetor de esforços externos, composto pelo esforço axial, N_{ext} , e pelo momento fletor M_{ext} atuantes; e \mathbf{f}_{int} o vetor de esforços internos, composto pelo esforço axial, N_{int} , e pelo momento fletor M_{int} resistente da seção.

Obtidos por meio da integração clássica da configuração deformada da seção transversal, os esforços internos são expressos por

$$N_{int} = \iint_{A_c} \sigma_c dA + \iint_{A_b} \sigma_b dA = \sum_{i=1}^{n_{fib,c}} \sigma_{ci} A_{ci} + \sum_{i=1}^{n_{fib,b}} \sigma_{bi} A_{bi}, \quad (4.22a)$$

$$M_{int} = \iint_{A_c} \sigma_c y dA + \iint_{A_b} \sigma_b y dA = \sum_{i=1}^{n_{fib,c}} \sigma_{ci} A_{ci} y_{ci} + \sum_{i=1}^{n_{fib,b}} \sigma_{bi} A_{bi} y_{bi}, \quad (4.22b)$$

em que $n_{fib,c}$ e $n_{fib,b}$ representam, respectivamente, o número de fibras na seção de concreto e o número de fibras nas barras longitudinais de aço; A_{ci} e A_{bi} denotam a área da fibra de concreto e de barra de aço; e y_{ci} e y_{bi} referem-se a posição das fibras de concreto e das barras de aço, respectivamente, em relação à LNP.

O equilíbrio da seção pode ser obtido iterativamente por meio do Método de Newton-Raphson, aplicando incrementos sucessivos de deformações. Como mencionado anteriormente, é vantajoso iniciar o processo com $\mathbf{X} = 0$. No entanto, a convergência na primeira iteração só é alcançada quando nenhum esforço externo está sendo aplicado. Caso contrário, é necessário calcular o vetor de deformações para a iteração seguinte, $k + 1$.

$$\mathbf{X}^{k+1} = \mathbf{X}^k + \mathbf{F}'(\mathbf{X}^k)^{-1} \mathbf{F}(\mathbf{X}^k), \quad (4.23)$$

em que \mathbf{F}' é a matriz Jacobiana do problema não linear, dada por:

$$\mathbf{F}' = \left(\frac{\partial \mathbf{F}}{\partial \mathbf{X}} \right) = \begin{bmatrix} \frac{\partial N_{int}}{\partial \varepsilon_0} & \frac{\partial N_{int}}{\partial \phi} \\ \frac{\partial M_{int}}{\partial \varepsilon_0} & \frac{\partial M_{int}}{\partial \phi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} f_{11} & f_{12} \\ f_{21} & f_{22} \end{bmatrix}. \quad (4.24)$$

Os termos da matriz Jacobiana podem ser calculados com

$$f_{11} = \frac{\partial N_{int}}{\partial \varepsilon_0} = \frac{\partial}{\partial \varepsilon_0} \left[\int_A \sigma(\varepsilon(\varepsilon_0, \phi)) dA \right] = \int_A E_t dA = \sum_{i=1}^{n_{fib}} E_{t,i} A_i \quad (4.25a)$$

$$f_{12} = \frac{\partial N_{int}}{\partial \phi} = \frac{\partial}{\partial \phi} \left[\int_A \sigma(\varepsilon(\varepsilon_0, \phi)) dA \right] = \int_A E_t y dA = \sum_{i=1}^{n_{fib}} E_{t,i} A_i y_i \quad (4.25b)$$

$$f_{21} = \frac{\partial M_{int}}{\partial \varepsilon_0} = \frac{\partial}{\partial \varepsilon_0} \left[\int_A \sigma(\varepsilon(\varepsilon_0, \phi)) y dA \right] = \int_A E_t y dA = \sum_{i=1}^{n_{fib}} E_{t,i} A_i y_i \quad (4.25c)$$

$$f_{22} = \frac{\partial M_{int}}{\partial \phi} = \frac{\partial}{\partial \phi} \left[\int_A \sigma(\varepsilon(\varepsilon_0, \phi)) y dA \right] = \int_A E_t y^2 dA = \sum_{i=1}^{n_{fib}} E_{t,i} A_i y_i^2 \quad (4.25d)$$

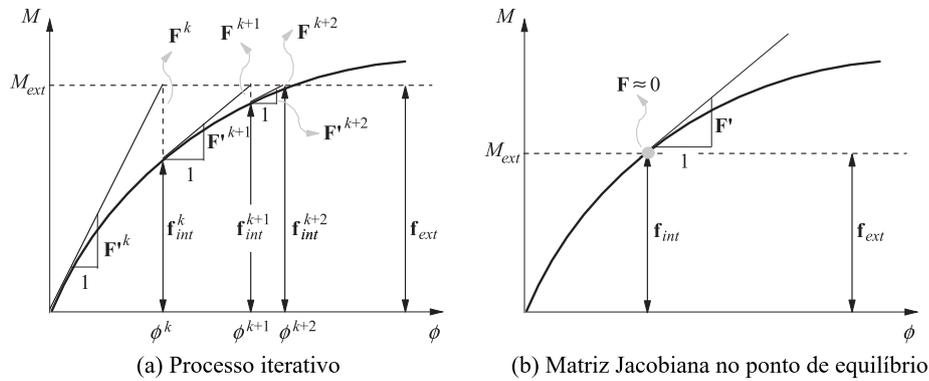
Nessas equações, $E_{t,i}$ é o módulo de elasticidade tangente obtido da relação constitutiva do material componente da i -ésima fibra. Em análises termoestruturais, os módulos de elasticidade dos materiais devem ser multiplicados pelos fatores de redução em função da temperatura nodal.

O equilíbrio é verificado calculando a razão entre as normas Euclidianas do vetor de forças desequilibradas, \mathbf{F} , e o vetor de esforços externos, \mathbf{f}_{ext} :

$$\frac{\|\mathbf{F}\|}{\|\mathbf{f}_{ext}\|} \leq Tol, \quad (4.26)$$

em que Tol representa a tolerância, a qual é fixada em 10^{-5} neste trabalho. O processo iterativo incremental, para um dado valor de esforço externo, é graficamente demonstrado pela construção da relação momento-curvatura, conforme ilustrado na Figura 4.14.

Figura 4.14 – Relação momento-curvatura.



Fonte: Lemes (2015)

Ao final do processo iterativo, alcança-se um ponto de equilíbrio. Em seguida, calculam-se os parâmetros de rigidez generalizada, EA_t e EI_t , com base nas deformações das fibras em relação à configuração deformada

$$EA_t = \frac{f_{11}f_{22} - f_{12}^2}{f_{22}}, \quad (4.27a)$$

e

$$EI_t = \frac{f_{11}f_{22} - f_{12}^2}{f_{11}}, \quad (4.27b)$$

em que f_{ij} são os termos da matriz Jacobiana (Eq.4.24).

4.6.2 Curva de Interação Esforço Normal-Momento Fletor

Considera-se que a seção transversal sofre plastificação total quando o momento máximo da relação momento-curvatura é alcançado, dado um esforço axial. Esse par de esforços é identificado como um ponto pertencente à curva de interação esforço normal-momento fletor (N-M), também conhecida como curva de resistência.

Para determinar o momento máximo na relação momento-curvatura, o processo iterativo descrito anteriormente deve ser repetido, aplicando incrementos de momento até que a matriz

Jacobiana se torne singular, ou seja, seu determinante seja nulo. Zubydan (2013) apresenta a seguinte estratégia de incremento

$$M_n = M_{n-1} + d\phi EI_t, \quad (4.28)$$

em que $d\phi$ é um incremento de curvatura adotado como 10^{-6} no presente trabalho, e EI_t é a rigidez à flexão tangente, obtida pela Equação 4.27b. Os subíndices n e $n - 1$ representam os incrementos atuais e passados.

Pode-se descrever o processo de construção das curvas de interação de N-M pelo seguinte algoritmo:

Etapa 1: Inicialização:

- (a) Realize a discretização da seção transversal do elemento estrutural.
- (b) Defina os dados para cada elemento nodal (fibra) e para as barras de aço, incluindo a área equivalente e a localização do centroide plástico.
- (c) Se estiver considerando que a estrutura está sujeita a altas temperaturas, realize a análise térmica e calcule a temperatura de cada ponto nodal.
- (d) Estabeleça a relação constitutiva para cada elemento nodal com base no material correspondente, na temperatura considerada e nos fatores de redução pertinentes.

Etapa 2: Cálculos primários:

- (a) Calcule os esforços axiais máximos resistentes de tração (N_t) e compressão (N_c), assumindo campos de deformação uniformes, ou seja, com momento fletor resistente nulo.
- (b) Defina o número de incrementos j de esforços normais (ΔN) a serem realizados. No presente trabalho, recomenda-se j_{\max} igual a 100 incrementos, portanto:

$$\Delta N = \frac{N_t - N_c}{100}.$$

Etapa 3: Construção da Curva de Interação Normal-Momento: $j = 1, 2, \dots, j_{\max}$

- (a) Se $j = 1$, adote $N_j = N_c$.
- (b) Se $j > 1$, incremente o esforço normal $N_j = N_{j-1} + \Delta N$. Prossiga para a Etapa 4.

Etapa 4: Processo Incremental da Relação Momento-Curvatura: $n = 1, 2, \dots, n_{\max}$

- (a) Inicialize o processo incremental para a construção da relação momento-curvatura com $\mathbf{X} = 0$. Para $n = 1$, adote $M_n = 0$.
- (b) Calcule $M_n = M_{n-1} + d\phi EI_t$.
- (c) Defina o vetor de esforços externos $\mathbf{f}_{ext} = [N_j \ M_n]^T$.

Etapa 5: Processo Iterativo: $k = 1, 2 \dots k_{máx}$

- Imponha o campo de deformações e calcule as deformações em cada ponto nodal usando a Equação 4.20.
- Calcule as tensões nodais com base nas relações constitutivas.
- Calcule o vetor de esforços internos \mathbf{f}_{int} usando as Equações 4.22a e 4.22b.
- Calcule as rigidezes generalizadas e atualize a matriz Jacobiana \mathbf{F}' .
- Calcule $\mathbf{F}(\mathbf{X})$ e verifique o equilíbrio da seção usando a Equação 4.26. Se estiver satisfeito, prossiga para a Etapa 6. Caso contrário, vá para a Etapa 5(f).
- Atualize o vetor de deformações \mathbf{X} usando a Equação 4.23 e retorne à Etapa 5(a).

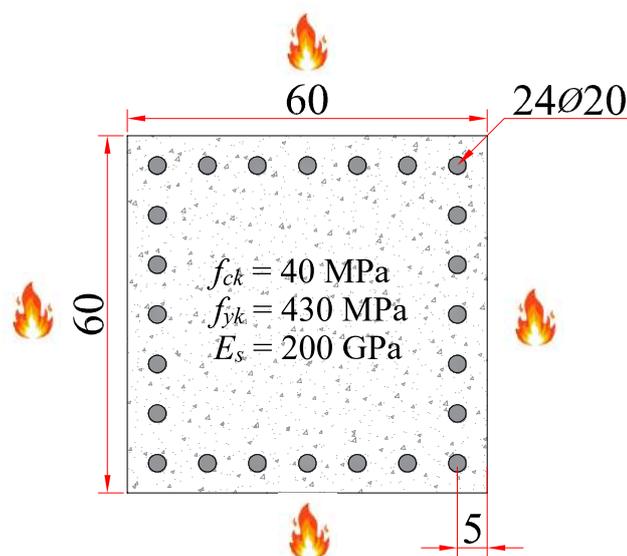
Etapa 6: Verificação do Processo Incremental:

- Verifique a singularidade da matriz \mathbf{F}' . Se \mathbf{F}' for singular, armazene o vetor de esforços internos como um ponto na curva de interação N-M e prossiga para a Etapa 6(b). Caso contrário, retorne à Etapa 4(b).
- Se $N_j < N_t$, retorne à Etapa 3(b). Se $N_j = N_t$, o processo incremental e iterativo é finalizado.

4.6.3 Validação do Algoritmo

O exemplo inicialmente estudado por Meda *et al.* (2002), e posteriormente por Caldas (2008) e Pires *et al.* (2017), e aqui escolhido para validar o algoritmo, diz respeito a um pilar de concreto armado com seção transversal quadrada de 60×60 cm, totalmente exposto ao fogo, conforme ilustrado na Figura 4.15.

Figura 4.15 – Pilar em concreto armado com seção transversal 60×60 cm.



Fonte: Autoria própria

O exemplo envolve as seguintes características geométricas e físicas da seção de concreto:

- Área da seção transversal - A_c : $60 \times 60 \text{ cm} = 3600 \text{ cm}^2$;
- Armadura longitudinal - A_s : 24 barras de aço com 20 mm de diâmetro;
- Altura útil da seção transversal - d : 550 mm;
- Resistência à compressão do concreto - f_{ck} : 40 MPa;
- Resistência ao escoamento do aço - f_{yk} : 430 MPa;
- Módulo de elasticidade do aço - E_s : 200 GPa.

Os autores mencionados conduziram uma avaliação do comportamento último da seção transversal de concreto armado após exposição ao fogo por diferentes períodos: 0, 30, 90, 180 e 300 minutos. As temperaturas aplicadas seguiram a curva padrão de incêndio ISO 834. Essa avaliação foi realizada por meio da análise de curvas de interação N-M.

As análises térmicas foram conduzidas utilizando métodos de integração numérica e algoritmos baseados em elementos finitos.

Meda *et al.* (2002) empregaram o Método do Pivô Móvel e relações constitutivas simplificadas para o aço e o concreto na obtenção das curvas de interação. Caldas (2008) também utilizou um método baseado na limitação das deformações. No entanto, o modelo de relação constitutiva do concreto seguiu o apresentado na Seção 4.2.1, que considera um ramo descendente linear. Por outro lado, a relação constitutiva do aço foi simplificada por esse autor, adotando um modelo bilinear. Por fim, Pires *et al.* (2017) utilizaram o MCD para obter as curvas de interação. Em relação às relações constitutivas, os autores também consideraram o modelo apresentado na Seção 4.2.1, que envolve um ramo descendente linear, além de levar em conta a resistência à tração do concreto. No entanto, em relação ao aço, considerou-se apenas o ramo ascendente da relação tensão-deformação, ou seja, a resistência ao escoamento do aço foi relacionada com uma deformação limite de 2%.

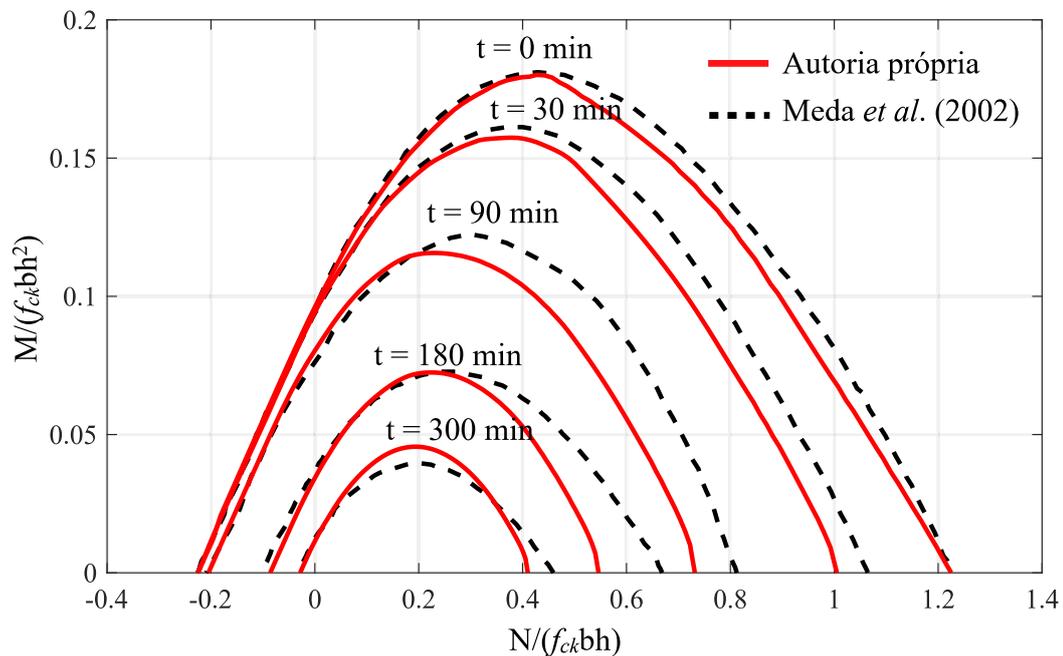
No presente estudo, a análise térmica da seção transversal foi conduzida utilizando o método de discretização em diferenças finitas, conforme descrito no Capítulo 4.3.1. As premissas, parâmetros e dados de entrada do algoritmo de simulação térmica foram ajustados para simular um incêndio padrão ISO 834. Além disso, as seguintes considerações foram aplicadas:

- As seções são discretizadas de forma equidistante, com intervalos de $\Delta x = \Delta y = 1 \text{ cm}$;
- O método implícito foi empregado para aproximar as derivadas temporais, com um intervalo de tempo de $\Delta t = 60 \text{ segundos}$;
- As simulações foram realizadas em intervalos de tempo de 30, 90, 180 e 300 minutos, convertidos em segundos para fins de cálculo no algoritmo;
- A temperatura inicial de todos os pontos nodais nas seções é definida como sendo igual a 20°C ;
- As propriedades térmicas de cada ponto nodal seguem as características típicas do concreto silicoso e variaram conforme a temperatura do nó;
- A massa específica do concreto na temperatura ambiente é considerada como $\rho_c(20^\circ\text{C}) = 2400 \text{ kg/m}^3$.

No que diz respeito às relações constitutivas, adotou-se o modelo não-linear tanto para o concreto, abrangendo os ramos ascendente e descendente, quanto para o aço, conforme detalhado na Seção 4.2. O coeficiente de redução das resistências do concreto e do aço foi calculado para cada ponto nodal, empregando a interpolação linear com base nos coeficientes apresentados nas Tabelas 4.1 e 4.2.

A Figura 4.16 exibe a curva de interação N-M obtida neste estudo em comparação com as curvas obtidas por outros pesquisadores. Os valores dos esforços normais e momentos fletores estão normalizados pelas expressões $N/(f_{ck}bh)$ e $M/(f_{ck}bh^2)$, respectivamente.

Figura 4.16 – Curvas de interação N-M para a seção transversal 60×60 cm em concreto armado.



Fonte: Autoria própria

Observa-se que os valores das curvas interação obtidas por meio do algoritmo empregado se aproximam daqueles apresentados por Meda *et al.* (2002), sendo, em geral, ligeiramente mais conservadoras. Isso ocorre devido à utilização de modelos constitutivos não simplificados, que resultam em valores de tensão menores nos ramos descendentes das curvas tensão-deformação. Tais diferenças podem ser consideradas pouco significativas, e para os propósitos deste trabalho, os resultados obtidos são considerados suficientemente precisos, validando assim o algoritmo empregado.

5 Estruturas de Concreto Armado Sujeitas a Cargas de Impacto Lateral

Para proporcionar níveis adequados de segurança e atender às diretrizes normativas, é necessário dimensionar estruturas de concreto armado levando em consideração a ocorrência de cargas dinâmicas e extremas, tais como impactos laterais. Essas cargas podem ser provenientes de diversos eventos, como queda de rochas e solos, quebra de ondas do mar, colisão de veículos e embarcações, ou mesmo impactos de cargas relativamente leves, como projéteis e foguetes em alta velocidade. De acordo com Zhang, Gholipour e Mousavi (2021), as cargas de impacto podem ser classificadas em três tipos com base em sua intensidade e duração (t_d): (1) carga quasi-estática, na qual a estrutura atinge sua máxima sollicitação antes do término da duração do impacto; (2) carga dinâmica, em que a estrutura recebe a máxima sollicitação praticamente no mesmo instante em que ocorre o fim do impacto; (3) carga impulsiva, na qual a duração do impacto termina antes que a estrutura atinja sua máxima sollicitação.

Os elementos estruturais podem apresentar diferentes comportamentos quando submetidos a cargas de impacto lateral, manifestando respostas localizadas ou globais. Quando uma estrutura é impactada por uma carga com alta taxa e curta duração em comparação com o período natural da estrutura (T), a propagação de ondas de tensão e a resistência inercial desempenham um papel predominante na resposta, o que torna mais provável a ocorrência de falhas localizadas nessas condições de carga. No entanto, quando a duração do impacto é longa, os modos de falha da estrutura dependem da sua rigidez, e é mais provável que ocorram modos de falhas globais (Pham; Hao, 2018).

O Eurocode 1 (EN 1991-1-7:2006) também apresenta uma classificação para cargas de impacto em estruturas de concreto, baseada no mecanismo de dissipação, que consiste em: (1) impactos fortes, em que a energia cinética inicial é dissipada pelos objetos que colidem, como o choque de embarcações e veículos deformáveis, e (2) impactos suaves, nos quais a maior parte da energia cinética inicial é dissipada pela estrutura impactada, como o impacto de objetos rígidos, como rochas.

A norma europeia recomenda abordagens simplificadas para o dimensionamento de estruturas submetidas a impacto lateral, utilizando modelos baseados em elementos de rigidez equivalente. Esses modelos podem ser de grau de liberdade único (*single-degree-of-freedom - SDOF*) ou de dois graus de liberdade (*two-degree-of-freedom - 2-DOF*), sendo aplicados para prever o comportamento global sob impactos suaves e fortes, respectivamente.

No modelo *SDOF*, a massa parcial do elemento impactado, sujeito a uma carga distribuída, é idealizada como um ponto de massa conectado a um elemento discreto com uma determinada rigidez, como uma mola. Essa configuração representa a rigidez global da estrutura sob uma carga dinâmica concentrada equivalente. No entanto, ressalta-se que as respostas estru-

turais globais e locais possuem rigidezes específicas, que estão conectadas às massas parciais relevantes.

Apesar das várias abordagens simplificadas apresentadas nas normas para prever o comportamento de estruturas de concreto armado sujeitas a cargas de impacto, elas geralmente não consideram adequadamente o comportamento frágil dessas estruturas quando expostas a cargas de impacto de alta taxa e impulsivas. Nesses casos, podem ocorrer falhas e danos localizados, como desprendimento frágil, escoriação, perfuração e falha por cisalhamento de punção, sob cargas de impacto de alta taxa. No caso de cargas de impacto de taxa relativamente baixa, é mais provável que ocorram falhas globais.

De maneira geral, os códigos normativos estabelecem diretrizes para estimar as cargas de impacto lateral, especialmente aquelas resultantes de colisões envolvendo embarcações e veículos. Essas estimativas são baseadas em análises estáticas e quasi-estáticas equivalentes, buscando assegurar a segurança no dimensionamento estrutural. No entanto, destaca-se que as simplificações adotadas nessas abordagens requerem uma avaliação criteriosa, uma vez que os efeitos dinâmicos, como inércia e taxa de deformação, não são considerados de forma abrangente. É fundamental analisar cuidadosamente a adequação dessas simplificações. A Tabela 5.1 apresenta um resumo das disposições de carga de impacto consideradas por diversos códigos normativos. Observa-se que é comum a consideração de cargas quasi-estáticas, especialmente para impactos veiculares em pilares.

No Brasil, a norma ABNT NBR 6120:2019 apresenta valores fixos de forças atuando em pilares de garagens em situação de colisão veicular de até 10 km/h. Esses valores dependem das dimensões e da massa do veículo, da direção do impacto (se é paralelo ou perpendicular ao fluxo do veículo), e variam de 50 kN a 320 kN. A norma também indica valores da altura da aplicação das forças e área atingida do pilar. Para colisões de veículos acima de 10 km/h, a norma destaca que as cargas estáticas sejam majoradas devido aos efeitos dinâmicos, considerando as especificações da ABNT NBR 7188:2013. No entanto, ao consultar a referida norma, observa-se inconsistência, uma vez que no item 7.3.1 de seu corpo textual, recomenda-se que os pilares sejam verificados à uma força horizontal de colisão de 100 kN na direção do tráfego e 50 kN perpendicular ao tráfego, não simultaneamente, aplicadas a uma altura de 1,0 m do pavimento, sem fazer distinções quanto a tipologia do veículo, e também não indicando nenhum valor de majoração.

Existem três abordagens principais para estudar o comportamento estrutural sob cargas de impacto: análise simplificada, simulação numérica e ensaios experimentais. As análises simplificadas, que geralmente utilizam formulações analíticas, têm limitações já mencionadas anteriormente e devem ser aplicadas com cautela, buscando evitar resultados muito discrepantes da realidade. As simulações numéricas, realizadas por meio de elementos finitos, permitem considerar não-linearidades dos elementos e existem softwares comerciais consagrados neste tipo de abordagem, como LS-DYNA e ABAQUS. No entanto, essas simulações podem ser computacionalmente custosas, especialmente em casos de impactos veiculares com elementos

Tabela 5.1 – Resumo das recomendações normativas atuais considerando o carregamento por impacto

Norma	Tipo de Colisão	Descrição
AASHTO (EUA)	Colisão de Embarcações	Carga estática equivalente com base em dados de deformação e energia cinética de colisões frontais de embarcações.
	Colisão de Veículos	Força de impacto estática equivalente com base em testes de colisão em escala real de caminhões e barreiras de proteção (derivada não diretamente de testes de impacto frontal). Considerando uma força estática de 1800 kN aplicada a 1,35 m da base da coluna.
JSCE (Japão)	Queda de Rochas	Projeto baseado no desempenho de estruturas sob a queda de objetos, como quedas de rochas, usando as forças médias de impacto equivalentes e a energia absorvida.
AS 1170.1 (Austrália)	Colisão de Veículos	Carga de impacto estática equivalente com base na energia cinética de veículos com massas entre 1500–2000 kg.
Eurocode 1 (Europa)	Colisão de Veículos	Força estática equivalente considerando os efeitos da velocidade de impacto, ângulo de impacto, distribuição de massa, comportamento de deformação e características de amortecimento do impacto e da estrutura. Faixas de forças máximas de impacto: 1000 kN para caminhão e 500 kN para colisões de carro.
	Colisão de Embarcações	Carga estática equivalente com base na energia de deformação da embarcação, considerando a influência do ângulo de impacto.
UK's Highways Agency (Reino Unido)	Colisão de Veículos	Cargas nominais equivalentes aplicadas horizontalmente nas pilastras da ponte com base em testes experimentais (entre 250 kN e 1000 kN).
CMR (China)	Colisão de Embarcações	Carga estática equivalente com base na energia cinética de navios impactantes (considerando o ângulo de impacto).

Fonte: Adaptado de Zhang, Gholipour e Mousavi (2021)

de impacto complexos e geometrias específicas. Portanto, apesar de trazer resultados exatos, a simulação numérica pode ser exagerada em situações em que o impacto é considerado leve ou moderado, em que os danos causados não são significativos à estrutura, ou quando são necessárias múltiplas simulações, como em problemas de otimização. Além disso, os testes experimentais oferecem a oportunidade de avaliar com exatidão as respostas estruturais no mundo real, porém requerem equipamentos especializados e recursos financeiros consideráveis.

5.1 Pilares sujeitos a impactos veiculares

Com o crescimento urbano desenfreado e a competição por espaço, o risco de acidentes veiculares envolvendo estruturas tem aumentado. Nos Estados Unidos, de acordo com Reiter (2014), cerca de 60 veículos colidem diariamente com edifícios comerciais, como restaurantes, fachadas de lojas e escritórios. Além disso, colisões em pilares de edifícios próximos a estradas e em estacionamentos estão se tornando mais frequentes em todo o mundo. Esses incidentes podem ser causados tanto por colisões acidentais, como veículos desgovernados e motoristas embriagados, quanto por atos intencionais, como ataques terroristas. A Figura 5.1(a) ilustra um acidente em que um pilar de um edifício em Chicago, EUA, à beira da estrada, foi gravemente danificado. A Figura 5.1(b) mostra outro incidente, no qual um carro colidiu com um pilar em um estacionamento.

Figura 5.1 – Impacto veicular em pilares de edifícios.



(a) Pilar de edificação danificado pelo impacto de um carro em Chicago, USA (b) Pilar de estacionamento impactado por carro SUV

Fonte: Adaptado de Soheli, Al-Jabri e Abri (2020)

Quando um pilar é atingido por um veículo em alta velocidade, a severidade do dano pode levar à falha do pilar pela perda de sua resistência projetada (Sharma; Hurlbaeus; Gardoni, 2012). Isso não apenas resulta na perda da capacidade de suportar cargas, mas também desencadeia a redistribuição de forças para pilares adjacentes, que podem não estar preparados para suportar as cargas adicionais. Em cenários mais críticos, a falha do pilar impactado pode desencadear um colapso progressivo de todo o edifício afetado. Pilares situados em edifícios de estacionamento ou próximos a estradas são mais vulneráveis a impactos veiculares.

Diversos estudos experimentais, analíticos e numéricos sobre colisões de veículos em pilares de edifícios e pontes estão documentados na literatura. Eles investigam a resposta das estruturas a cargas de impulso geralmente por meio de modelos simplificados. Entre os pesquisadores que abordaram esse tema estão Thilakarathna *et al.* (2010), Ferrer *et al.* (2010), Sharma, Hurlbaeus e Gardoni (2012), Abdelkarim e ElGawady (2017), Do, Pham e Hao (2019) e Auyeung, Alipour e Saini (2019).

Estudos experimentais que investigam o comportamento de pilares de concreto armado sob cargas de impacto foram conduzidos por pesquisadores como Sha e Hao (2013), Demartino, Wu e Xiao (2017) e Gurbuz *et al.* (2019). Buth *et al.* (2011), por sua vez, realizaram ensaios em escala real nos Estados Unidos, nos quais veículos pesados colidiram com pilares de pontes simulados a uma velocidade de 80,5 km/h. A maioria desses estudos se concentrou em pilares de pontes sujeitos a colisões de veículos pesados em velocidades superiores a 60 km/h. No entanto, Ferrer *et al.* (2010) conduziram uma série de ensaios de impacto veicular em tamanho real contra pilares de edifícios, com dimensões de 350 mm × 250 mm, a uma velocidade de aproximadamente 20 km/h. Os carros utilizados nesses ensaios eram de pequeno porte, do tipo sedan, com massa de no máximo 1080 kg. Nessas condições de ensaio, observou-se que a maior parte da energia de impacto foi absorvida pela deformação plástica da parte frontal do veículo.

Em estacionamentos e em pistas longas e retas, a velocidade dos veículos pode facilmente ultrapassar os 20 km/h. O avanço tecnológico tem impulsionado a popularidade dos carros de passageiros do tipo SUV (Sport Utility Vehicles), que são mais pesados em comparação com os carros de pequeno porte. Portanto, há uma necessidade significativa de investigar o comportamento de pilares de edifícios quando impactados por veículos de passageiros mais pesados em alta velocidade. Essa é uma área de pesquisa que tem recebido crescente atenção por parte da comunidade científica, como destacado por Sohel, Al-Jabri e Abri (2020).

5.2 Força Estática Equivalente

Uma carga de impacto é caracterizada por uma curva que correlaciona a intensidade da força com a duração da incidência do efeito dinâmico resultante do impacto. Durante esse evento, a força máxima é atingida em um intervalo de tempo extremamente curto. No entanto, destaca-se que, em geral, o pilar não reage à força de impacto máxima, devido à rápida variação da intensidade da carga (El-Tawil; Severino; Fonseca, 2005).

Portanto, a utilização da força máxima de impacto não é representativa para o projeto de pilares sujeitos a impactos veiculares. Para superar essa limitação, Chopra (2007) introduziu o conceito de Força Estática Equivalente (*Equivalent Static Force - ESF*). Essencialmente, a *ESF* é definida como a força estática que causaria o mesmo nível de deflexão na estrutura que ocorre durante o evento de impacto dinâmico.

Diretrizes normativas comumente empregam a utilização da força estática equivalente para estimar as cargas potenciais resultantes do impacto veiculares em pilares, particularmente aqueles localizados próximos a estradas ou estacionamentos. O cálculo da *ESF* geralmente utiliza um modelo baseado em balanço de energia e características de deformação do veículo, representadas por uma constante de rigidez de mola. No entanto, esse modelo tende a subestimar a *ESF* em casos de impactos em alta velocidade (Milner; Grzebieta; Zou, 2001).

Um problema adicional é a variação significativa nos valores recomendados pelos diferentes códigos normativos, como indicado por Ferrer, Irlles e Ivorra (2010). Al-Thairy e Wang (2013) também observam que o valor de *ESF* recomendado pelo Eurocode 1 (EN 1991-1-7:2006)

pode não proporcionar segurança adequada em situações de colisão. Diante dessas preocupações, Soheli, Al-Jabri e Abri (2020) conduziram uma pesquisa abordando o desempenho de pilares de concreto armado sob cargas axiais em edifícios sujeitos a impactos veiculares, bem como a avaliação de sua resistência a essas colisões.

Os autores propuseram uma modificação no modelo de rigidez de esmagamento de veículo apresentado pelo Eurocode 1 (EN 1991-1-7:2006), buscando uma estimativa mais exata da *ESF*. Para alcançar esse objetivo, eles empregaram modelos tridimensionais em elementos finitos para representar tanto os pilares de concreto armado quanto os veículos SUV, realizando análises dinâmicas da colisão. Valores de *ESF*s foram calculadas a partir das curvas de força-tempo resultantes do impacto e, posteriormente, comparadas com os valores determinados pelo Eurocode 1 (EN 1991-1-7:2006). Essa pesquisa resultou em uma nova proposta para a estimativa da *ESF*, oferecendo recomendações atualizadas para o projeto diante da carga de impacto lateral provocada por um veículo.

Diversos métodos foram propostos para estimar a *ESF*, com destaque para o método de deslocamento equivalente, o método de média global e o método de média local. No entanto, não há um consenso definido entre os pesquisadores em relação à melhor abordagem para calcular a *ESF* com base na curva de força de impacto.

O método da média global é baseado na média da integração da curva de força ao longo de toda a duração do impacto

$$ESF = \frac{1}{t_t} \int_0^{t_t} F(t) dt, \quad (5.1)$$

em que $F(t)$ representa a força de impacto no instante de tempo t , enquanto t_t corresponde ao tempo total de duração do impacto. No entanto, como mencionado por Zhou e Li (2018), esse método tende a subestimar o valor da *ESF* em situações de impacto de alta velocidade.

O método de média local, por outro lado, envolve a média da força de impacto ao longo de um período específico da força máxima de impacto. A fórmula para calcular a *ESF* nesse caso é dada pela integração média da curva de força de impacto durante um intervalo definido na proximidade da carga máxima de impacto

$$ESF = \frac{1}{T} \int_{t_p-T/2}^{t_p+T/2} F(t) dt, \quad (5.2)$$

sendo t_p e T o tempo de duração da carga máxima de impacto e o período natural do pilar, respectivamente.

Este método é bastante arbitrário e é comumente aplicado em estudos relacionados a colisões veiculares, como evidenciado em pesquisas como El-Tawil, Severino e Fonseca (2005) e Zhou e Li (2018). No entanto, a eficácia desse método depende das características específicas do período natural do pilar simulado e da representação da curva de impacto, o que pode tornar sua aplicação desafiadora, sobretudo em projetos que geralmente se baseiam em modelos mais abrangentes.

A ESF pode também ser estabelecida a partir da máxima deflexão durante o impacto e da rigidez efetiva (EI_{eff}) do pilar. Mediante o conceito de deflexão lateral de uma coluna com extremidades fixas sob ação de uma carga lateral concentrada, a ESF pode ser determinada por

$$ESF = \frac{3EI_{eff}(3L - 2a)^2 x_{max}}{2a^2 b^3}, \quad (5.3)$$

em que a é a distância entre a base da coluna e o ponto de aplicação da carga, b é a distância entre o topo da coluna e o ponto de aplicação da carga, L é o comprimento total da coluna e x_{max} é a máxima deflexão da coluna.

Portanto, surge a necessidade de calcular a rigidez efetiva do pilar para aplicar esse método. De acordo com o Eurocode 1 (EN 1991-1-7:2006), a EI_{eff} pode ser aproximada por $0,5E_c I_g$, em que E_c e I_g representam, respectivamente, o módulo de elasticidade do concreto e o momento de inércia da seção não fissurada. É amplamente reconhecido na literatura científica que a rigidez à flexão de pilares e vigas de concreto armado diminui à medida que a deflexão lateral aumenta e fissuras se formam ao longo do comprimento desses elementos estruturais (Mirza, 1990; Dundar; Kara, 2007).

Os estudos conduzidos por Sohel, Al-Jabri e Abri (2020) demonstram que as fibras extremas na base de pilares quadrados com seções de 30×30 cm, 40×40 cm e 50×50 cm cedem a velocidades de impacto de SUVs a 35, 50 e 60 km/h, respectivamente. Além disso, todos os pilares simulados apresentaram danos locais na área próxima à zona de impacto a uma velocidade de 40 km/h ou superior. Por essa razão, a rigidez à flexão estimada como $0,5E_c I_g$ deve ser ainda mais reduzida para considerar a formação de rótulas plásticas na base do pilar, juntamente com os danos localizados.

Os autores mencionados compararam os valores de ESF calculados a partir dos históricos de força de impacto ao longo do tempo e do deslocamento máximo nas colunas. Verificou-se que os resultados são congruentes e que o efeito das dimensões do pilar no valor da ESF é insignificante até uma velocidade de impacto de 30 km/h.

Conforme o Eurocode 1 (EN 1991-1-7:2006), cargas de impacto em pilares atingidos por veículos de passageiros não especificados devem ser tomadas como localizadas a aproximadamente 50 mm da base do pilar. Entretanto, as investigações conduzidas por Sohel, Al-Jabri e Abri (2020) revelam que, no caso do veículo Ford Econoline, o ponto de impacto ocorre cerca de 840 mm acima da base do pilar. Portanto, destaca-se que essa localização específica depende do tipo e do modelo do veículo envolvido na colisão.

O modelo apresentado pelo Eurocode 1 (EN 1991-1-7:2006), que se baseia no princípio do balanço de energia e considera um pilar como sendo rígido, para calcular a ESF , é expresso por meio de

$$ESF = \sqrt{km(v^2 + 2ar)}, \quad (5.4)$$

em que k representa a rigidez equivalente do veículo, m é a massa do veículo, v indica a velocidade no momento do impacto, a corresponde à aceleração, e r é a distância percorrida pelo veículo desde o início da aceleração até o ponto de colisão. A aceleração pode ser considerada positiva

em situações de impacto intencional e, negativa, ou seja, como desaceleração, em acidentes em que o motorista aciona os freios na tentativa de evitar a colisão.

Em situações típicas de colisões veiculares, a quantidade de energia absorvida pelo pilar de concreto armado é significativamente menor do que a absorvida pelo veículo (Al-Thairy; Wang, 2013). Portanto, essa contribuição é geralmente desconsiderada ao calcular a *ESF*.

O Eurocode 1 (EN 1991-1-7:2006) não diferencia os valores de rigidez equivalente com base na tipologia do veículo, recomendando um valor de $k = 300$ kN/m. No entanto, Sohel, Al-Jabri e Abri (2020) realizaram simulações numéricas de colisões envolvendo carros de passageiros do tipo SUV, com massas variando entre 2000 kg e 2500 kg, em diversas velocidades de impacto. Os resultados evidenciaram que o valor de rigidez sugerido pela norma europeia subestima a carga de impacto quando aplicado à Equação 5.4.

Os estudos conduzidos pelos autores revelam que a rigidez frontal do veículo permanece praticamente constante até uma velocidade de impacto de 20 km/h, tornando possível considerar, para fins de projeto, uma rigidez equivalente de 400 kN/m. Entretanto, acima desse ponto, a rigidez aumenta de forma quase linear até 40 km/h e, a partir desse ponto, mantém-se relativamente constante até 60 km/h. Isso ocorre porque, nessa faixa de velocidade, a rigidez de esmagamento do motor do veículo atinge seu valor máximo, enquanto a caixa do motor se deforma com uma rigidez aproximadamente constante. Dessa forma, os valores propostos para a rigidez equivalente k são os seguintes:

$$\begin{aligned} k &= 400 \text{ kN/m}, & \text{para } 0 < v \leq 20 \text{ km/h}, \\ k &= (59v - 745) \text{ kN/m}, & \text{para } 20 < v \leq 40 \text{ km/h}, \\ k &= 1625 \text{ kN/m}, & \text{para } 40 < v \leq 60 \text{ km/h}. \end{aligned} \quad (5.5)$$

Os valores apresentados foram derivados de dados de simulações de impacto envolvendo o carro Ford Econoline, sendo aplicáveis especificamente a veículos com características semelhantes, podendo variar para outras tipologias de carros. Sohel, Al-Jabri e Abri (2020) enfatizam a importância de futuras pesquisas abrangendo diferentes tipos de veículos para explorar o impacto sobre a rigidez equivalente. No entanto, é notável que a proposta dos autores se mostra conservadora em comparação com o valor preconizado pelo Eurocode 1 (EN 1991-1-7:2006). Portanto, adotar valores mais elevados de força estática equivalente de impacto é uma abordagem prudente.

Para os estudos realizados neste trabalho, que visam principalmente a concepção de um dispositivo de proteção para impactos veiculares e incêndios em pilares de concreto armado, a adoção de valores conservadores de *ESF* favorece a garantia de maiores níveis de segurança em uma ampla gama de cenários de colisão veicular. Por esse motivo, os valores de rigidez equivalente propostos por Sohel, Al-Jabri e Abri (2020) serão utilizados nos cálculos dos estudos de caso apresentados.

Quando se trata de comparação com os métodos da média global, da média local e da deflexão lateral, dados pelas Equações 5.1, 5.2 e 5.3, respectivamente, o método baseado no balanço de energia se destaca como o mais funcional em termos de aplicação em projetos. Isso

ocorre porque é o método mais flexível, uma vez que considera parâmetros que podem variar em cada situação de projeto, como a massa e a rigidez veicular, bem como a velocidade de impacto.

5.3 Métodos de dimensionamento e verificação

Na maioria das situações, o impacto de veículos ocorre próximo à base dos pilares. Portanto, em geral, a falha dos pilares em edifícios e pontes devido a colisões veiculares ocorre devido ao cisalhamento e não à flexão, conforme destacado por Reiter (2014) e Abdelkarim e ElGawady (2017).

A capacidade resistente ao cisalhamento de pilares é influenciada pela força normal à qual o elemento está sujeito. Alguns códigos normativos consideram essa interação para estimar a capacidade de cisalhamento, conforme apresentado pelo FEMA-273 (EUA) e ACI (EUA), e pela NZS 3101 (Nova Zelândia). Por meio de um estudo comparativo, Sezen e Moehle (2004) concluíram que a resistência ao cisalhamento de pilares submetidos a carga axial pode ser prevista de forma relativamente acurada pelo método proposto pelo ACI 318-11. Esse método é descrito por

$$V_n = V_c + V_s = 0,166 \left(1 + \frac{N_s}{13,8A_g} \right) \sqrt{f_{ck}}bd + \frac{A_s f_{yk} d}{S}, \quad (5.6)$$

na qual V_n é a capacidade nominal resistente ao cisalhamento do pilar, que é composta pela parcela resistente ao cisalhamento do concreto (V_c) e do aço (V_s). Os termos utilizados são definidos da seguinte forma: N_s é a força normal solicitante, A_g é a área bruta de concreto da seção transversal, f_{ck} é a resistência à compressão do concreto, b é a largura da seção do pilar, d é a altura útil da seção transversal, A_s é a área das barras de aço transversais (estribos), f_{yk} é a resistência ao escoamento das barras de aço transversais, e S é o espaçamento entre as barras.

Zhou e Li (2018) introduzem o conceito de índice de danos (*damage index - DI*) para avaliar pilares sujeitos a impactos veiculares, que é dado pela razão entre a força equivalente estática de impacto e a capacidade resistente ao cisalhamento do pilar, conforme

$$DI = \frac{ESF}{V_n}. \quad (5.7)$$

O índice de danos não só possibilita avaliar a segurança de um pilar de concreto armado em cenários de impacto veicular, mas também quantificar a magnitude do dano em caso de colisão. Sohel, Al-Jabri e Abri (2020) elaboraram uma classificação com base no índice de danos, que se desdobra da seguinte maneira:

- $0 \leq DI \leq 0,3$: O pilar não sofre nenhum tipo de dano;
- $0,3 \leq DI \leq 0,80$: O pilar sofre danos leves, como perda de camadas superficiais do concreto na localidade do impacto;
- $0,80 \leq DI \leq 1,00$: O pilar sofre danos leves a moderados, incluindo perda de camadas superficiais do concreto na área de impacto e fissuras de tração;

- $1,00 \leq DI \leq 1,40$: O pilar sofre danos moderados, como perda de camadas superficiais do concreto na localidade do impacto, fissuras de tração ao longo de seu comprimento, e a base pode ceder;
- $DI \geq 1,40$: O pilar sofre danos severos, indicando a perda total, caracterizada por fissuras de cisalhamento e a formação de rótulas plásticas próximas à base.

6 Otimização Estrutural

O dimensionamento convencional de uma estrutura segue um processo iterativo, em que o engenheiro projetista começa com uma configuração inicial que inclui dimensões, geometria, disposição e quantidade de elementos. Esta configuração inicial é então avaliada em relação à conformidade com as normas técnicas que definem critérios de resistência, desempenho e conforto. Quando a solução atende a todos esses requisitos, o processo iterativo é concluído, embora possam ocorrer algumas iterações adicionais na tentativa de reduzir custos. À medida que o projetista ganha experiência em projetos análogos, as configurações iniciais adotadas tendem a se aproximar cada vez mais da solução considerada ideal.

Na engenharia estrutural, depara-se com problemas desafiadores caracterizados por diversas variáveis relevantes. Em tal cenário, a intuição e a experiência do projetista podem não se mostrar suficientes para atingir uma solução verdadeiramente otimizada. Diante da necessidade de minimizar os custos de produção e reduzir o consumo de recursos naturais, as técnicas de otimização emergem como uma ferramenta eficaz para alcançar soluções estruturais aprimoradas.

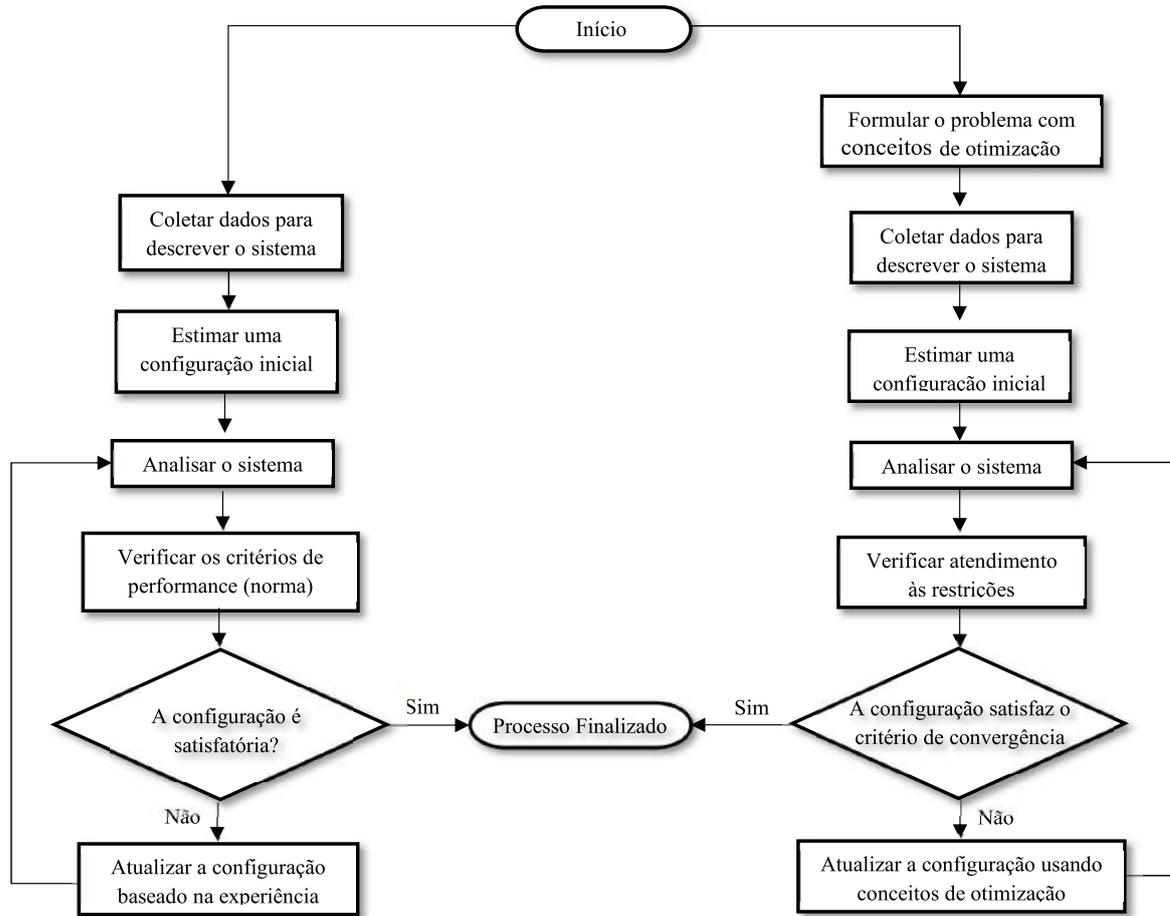
Conforme apontado por Arora (2012), um projeto estrutural convencional se distingue de uma estrutura otimizada, sobretudo, pelo seu processo iterativo mais simplificado. Nos projetos convencionais, geralmente, apenas as restrições normativas são consideradas, sem explorar a busca por soluções ótimas em relação a outras alternativas possíveis. O processo iterativo de dimensionamento estrutural, conforme ilustrado na Figura 6.1, exemplifica essa diferença.

6.1 Definições

Todo problema de otimização pode ser expresso por meio de uma ou mais funções objetivo que envolve variáveis independentes e/ou correlacionadas. O objetivo é encontrar uma solução que leve a um valor máximo ou mínimo da função dentro de um domínio viável, respeitando as restrições estabelecidas. Conforme definido por Arora (2012), um problema de otimização consiste em:

- **Variáveis de projeto:** conjunto de variáveis discretas e/ou contínuas que caracterizam o sistema, tendo seus valores ajustados durante o processo de otimização;
- **Função objetivo:** função que relaciona uma ou mais variáveis de projeto, e que será maximizada ou minimizada;
- **Domínio viável:** espaço que abrange o conjunto de soluções possíveis e viáveis da função objetivo. Geralmente, esse espaço é delimitado por funções de restrição;
- **Restrições funcionais:** são funções, sejam de igualdade ou desigualdade, associadas às variáveis de projeto ou dependentes, impondo limitações ao problema de otimização;
- **Restrições laterais:** valores limites impostos às variáveis de projeto.

Figura 6.1 – Fluxograma de comparação dos processos iterativos de dimensionamento estrutural: convencional (esquerda); otimizado (direita).



Fonte: Adaptado de Arora (2012)

Dado um vetor de n variáveis de projeto $\mathbf{x} = [x_1, x_2, \dots, x_n]$, a formulação de problemas de otimização pode ser matematicamente representada como

Determinar o ponto \mathbf{x}^* , que minimiza/maximiza

$$f(\mathbf{x}) \tag{6.1a}$$

sujeita a

$$h_i(\mathbf{x}) = 0; \quad i = 1, 2, \dots, m; \tag{6.1b}$$

$$g_j(\mathbf{x}) \leq 0; \quad j = 1, 2, \dots, p; \tag{6.1c}$$

$$\mathbf{a} \leq \mathbf{x} \leq \mathbf{b}; \tag{6.1d}$$

em que m e p são o número de restrições de igualdade $h_i(\mathbf{x})$ e de desigualdade $g_j(\mathbf{x})$, e \mathbf{a} e \mathbf{b} são os valores máximos e mínimos que o vetor \mathbf{x} pode assumir. Logo, o domínio viável do problema de otimização pode ser definido como:

$$\Omega = \{ \mathbf{x} \mid \mathbf{a} \leq \mathbf{x} \leq \mathbf{b}; \quad h_i(\mathbf{x}) = 0; \quad i = 1, 2, \dots, m; \quad \text{e} \quad g_j(\mathbf{x}) \leq 0; \quad j = 1, 2, \dots, p \} \tag{6.2}$$

De acordo com Rao (2019), é possível categorizar um problema de otimização com base em diversas características, tais como:

- Existência de restrições: Um problema pode ser classificado como restrito, quando há restrições a serem consideradas, ou irrestrito, quando não existem restrições;
- Tipo de restrições: As restrições podem ser expressas por meio de funções de igualdades, e/ou desigualdades; ou por meio de restrições laterais, que estabelecem intervalos válidos para as variáveis de projeto;
- Natureza do problema de otimização: Essas podem ser lineares (quando tanto a função objetivo quanto as restrições são lineares), quadráticas (quando a função objetivo é quadrática e as restrições são lineares), geométricas (quando tanto a função objetivo quanto as restrições são descritas por polinômios) ou não-lineares (quando qualquer função, seja objetivo ou de restrição, é não-linear);
- Características do domínio viável: Pode ser contínuo, discreto ou misto, dependendo da natureza das variáveis de projeto;
- Número de funções objetivo: Se houver apenas uma função objetivo, a otimização é chamada de mono-objetiva, enquanto a existência de duas ou mais funções objetivo caracteriza a otimização multiobjetiva;
- Natureza determinística das variáveis: As variáveis de projeto podem ser determinísticas ou estocásticas, dependendo se são ou não probabilísticas.

Essa classificação é necessária para a compreensão e escolha da abordagem adequada para resolver problemas de otimização em diferentes contextos.

Salienta-se que o número de restrições de igualdade deve ser menor ou igual ao número de variáveis (Nocedal; Wright, 2006). Caso contrário, o sistema de equações se torna superdeterminado. Contudo, não há limitações quanto ao número de restrições de desigualdade.

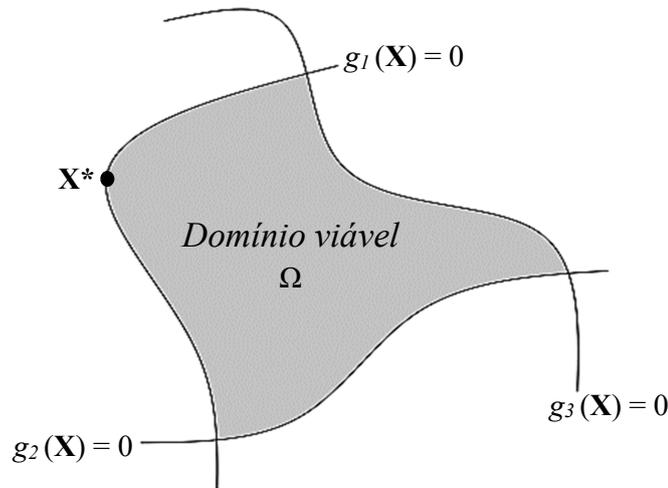
6.1.1 Análise das Restrições

Restrições de projeto podem ser classificadas como ativas, inativas ou violadas. No contexto de uma função de desigualdade $g_j(\mathbf{x}) \leq 0$, considera-se que a restrição é ativa em um ponto \mathbf{x}^* do domínio viável quando $g_j(\mathbf{x}^*) = 0$, e inativa quando $g_j(\mathbf{x}^*) < 0$. Se $g_j(\mathbf{x}^*) > 0$, a restrição é considerada violada.

Toda restrição de igualdade, $h_i(\mathbf{x}) = 0$, é ativa para qualquer ponto \mathbf{x}^* pertencente ao domínio viável. Desta forma, a restrição é dada como violada para os casos em que $h_i(\mathbf{x}^*) \neq 0$ (Soares; Debs, 1997).

No espaço de soluções viáveis (Ω), onde um ponto \mathbf{x}^* está presente, as restrições ativas são aquelas que efetivamente limitam o domínio do problema e devem ser verificadas primeiro. Por outro lado, as restrições inativas não influenciam diretamente o problema e podem ser verificadas em uma etapa posterior à obtenção da solução ótima. A Figura 6.2 ilustra um domínio em que $g_1(\mathbf{x}^*)$ é uma restrição ativa, enquanto $g_2(\mathbf{x}^*)$ e $g_3(\mathbf{x}^*)$ são consideradas inativas.

Figura 6.2 – Restrições ativas e inativas.



Fonte: Mattos (2021)

6.1.2 Pontos de Máximo/Mínimo Local e Global

A resolução de um problema de otimização pode variar conforme a abordagem utilizada na exploração do domínio viável, e com o critério adotado para encerrar o processo iterativo, ambos vinculados à metodologia escolhida. Durante essa busca, é viável identificar valores mínimos ou máximos que podem ser globais ou locais, sendo esta diferenciação moldada pelas particularidades inerentes ao problema em foco.

Os conceitos de mínimo local e mínimo global de uma função podem ser delineados da seguinte maneira (Chen; Ho, 1992):

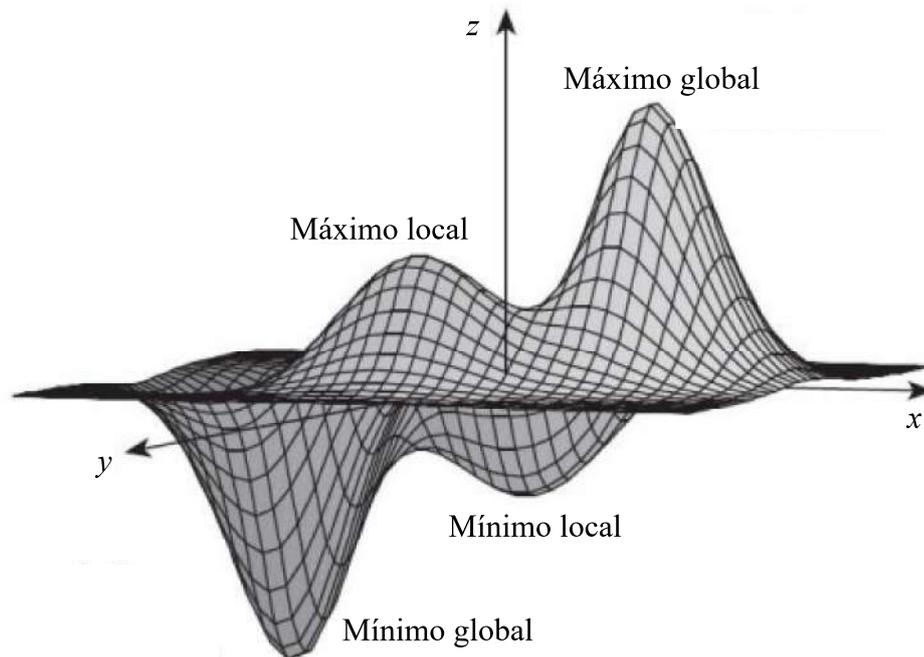
- **Mínimo local:** Uma função $f(\mathbf{x})$ possui um valor mínimo local em \mathbf{x}^* , pertencente a uma vizinhança N , quando $f(\mathbf{x}) \geq f(\mathbf{x}^*)$ é satisfeita para todo \mathbf{x} em $N \cap \Omega$. Se o valor de $f(\mathbf{x})$ for maior que $f(\mathbf{x}^*)$ para $\mathbf{x} \neq \mathbf{x}^*$, o ponto é denominado mínimo local estrito.
- **Mínimo global:** A função $f(\mathbf{x})$ possui um valor mínimo global em \mathbf{x}^* quando a condição $f(\mathbf{x}) \geq f(\mathbf{x}^*)$ é satisfeita em todo o domínio Ω . Novamente, se $f(\mathbf{x}) > f(\mathbf{x}^*)$ para $\mathbf{x} \neq \mathbf{x}^*$, o ponto é denominado mínimo global estrito.

O conceito de máximo local e máximo global é matematicamente definido de maneira similar. Para um melhor entendimento, a Figura 6.3 ilustra graficamente valores de mínimo e máximo local, e mínimo e máximo global de uma função.

6.2 Métodos de Otimização

Perante a importância dos problemas de otimização, diversos pesquisadores se empenharam para desenvolver métodos de otimização. Apesar da grande variedade de abordagens, esses métodos podem ser agrupados em duas categorias principais: métodos determinísticos e métodos heurísticos.

Figura 6.3 – Pontos de mínimo de uma função.



Fonte: Adaptado de Stewart (2012)

Os métodos determinísticos fundamentam-se na busca pela solução ideal utilizando operadores de cálculo, como as derivadas de primeira e segunda ordem da função objetivo. Essa abordagem se justifica pela capacidade da direção dos gradientes em conduzir a obtenção de uma solução ótima por meio de um processo iterativo, começando de um ponto de partida. Definido esse ponto, o algoritmo sempre convergirá para a mesma solução.

Os métodos determinísticos, também conhecidos como matemáticos, se destacam por diversas vantagens, como (Bastos, 2004):

- ✓ Teoremas que asseguram a convergência para uma solução ótima;
- ✓ A solução ótima é encontrada de maneira exata, o que garante a exatidão dos resultados, respeitando tolerâncias de erro e critérios de convergência;
- ✓ Eficiência para problemas em que as funções objetivo possuem derivadas bem-comportadas;
- ✓ Convergência para o ponto ótimo a partir de um ponto de partida próximo à região de mínimo/máximo, particularmente ao empregar derivadas.

Ainda que os métodos determinísticos possam ser eficazes na resolução de problemas de otimização, sua aplicação pode ser inviabilizada em certas situações. As principais limitações desses métodos incluem:

- ✗ Dificuldade em alcançar a solução ótima global para problemas com múltiplos ótimos locais, exigindo algoritmos versáteis ou a execução do algoritmo a partir de diferentes pontos no domínio. Dependendo do ponto de partida escolhido, o algoritmo pode convergir para um ótimo local diferente;

- ✗ Algumas técnicas requerem que a função objetivo e as restrições sejam diferenciáveis, o que nem sempre é possível, especialmente em caso de funções descontínuas. Ou então, o cálculo das derivadas pode ser computacionalmente custoso;
- ✗ Algumas operações demandam que as variáveis sejam contínuas no espaço, o que torna os métodos determinísticos inadequados para problemas que envolvem variáveis discretas.

A comunidade científica desenvolveu diversos métodos de otimização matemática, incluindo o Método do Máximo Declive, o Método de Newton, os Métodos Quase-Newton, o Método de Programação Quadrática Sequencial, o Método do Gradiente Conjugado, entre outros.

Os métodos heurísticos, ao incorporar elementos probabilísticos, podem alcançar resultados satisfatórios para o problema, embora não haja garantia de que a solução proposta seja o mínimo global no espaço viável. Ademais, em contraste com os métodos determinísticos, os heurísticos têm a capacidade de gerar soluções satisfatórias diversas a partir de um mesmo conjunto de pontos iniciais, devido aos elementos aleatórios incorporados ao processo de busca.

A partir da década de 1950, pesquisadores notaram que diversos fenômenos naturais seguiam padrões heurísticos e, assim, começaram a desenvolver algoritmos para simular tais comportamentos. Esses algoritmos, embora distintos entre si, compartilhavam uma característica em comum: a natureza aleatória e probabilística, semelhante ao acaso presente em processos naturais como a evolução das espécies e o comportamento social dos animais. Com a popularização dos computadores na década de 1980, os métodos heurísticos passaram a ser empregados para solucionar problemas desafiadores, especialmente aqueles em que métodos de otimização convencionais enfrentavam limitações, como problemas de otimização combinatória e situações com muitos mínimos locais, oferecendo flexibilidade tanto em domínios contínuos quanto discretos (Secchi, 1995).

Arora (2012) afirma que os métodos heurísticos apresentam etapas global e local de otimização. Na etapa global, a função é avaliada aleatoriamente em vários pontos do domínio viável. Já na fase local, esses pontos passam por procedimentos de busca local para identificar candidatos a mínimos globais. Portanto, o método precisa ser capaz de analisar integralmente o domínio viável, assegurando que áreas potenciais contendo mínimos não sejam negligenciadas.

Bastos (2004) destaca que um método heurístico eficiente deve equilibrar a exploração, que investiga e identifica regiões promissoras do domínio viável, e a exploração, que extrai soluções dessas regiões. O ajuste adequado entre esses dois elementos é crucial, pois uma exploração excessiva pode abranger áreas pouco relevantes, enquanto uma exploração demasiada pode levar à convergência prematura em um mínimo local. Além disso, uma exploração insuficiente pode resultar na não análise de regiões de interesse, enquanto uma exploração inadequada pode dificultar a convergência do método.

Os métodos heurísticos possuem características que superam as dificuldades enfrentadas pelos métodos matemáticos ao resolver diversos problemas de otimização. Dentre as vantagens desses métodos, destacam-se:

- ✓ Algoritmos versáteis, capazes de lidar com diversos tipos de problemas de otimização;

- ✓ Aplicáveis a domínios discretos, contínuos ou mistos;
- ✓ Não exigem que a função objetivo seja diferenciável ou contínua, e, muitas vezes, dispensam a necessidade de um modelo matemático explícito para expressá-la;
- ✓ Não impõem restrições quanto aos pontos de partida;
- ✓ Adequados para lidar com problemas que possuem restrições arbitrárias, sendo capazes de otimizar múltiplas funções com objetivos conflitantes;
- ✓ Capacidade de realizar buscas simultâneas em várias regiões do domínio viável por meio de uma população de indivíduos;
- ✓ Razoavelmente eficientes para problemas complexos, com múltiplos mínimos locais.

Embora os métodos heurísticos sejam flexíveis e aplicáveis à maioria dos problemas de otimização, algumas limitações podem torná-los inadequados em certos casos:

- ✗ Em geral, demandam um grande número de avaliações da função objetivo, principalmente em problemas com um amplo domínio viável, resultando em um elevado tempo de processamento computacional;
- ✗ De acordo com os parâmetros de entrada, o algoritmo pode convergir rapidamente para um mínimo local sem explorar outras regiões de interesse;
- ✗ A abundância de operações e combinações pode resultar na perda de soluções ótimas ao longo do processo de busca.

Dentre os métodos de otimização heurística, os quais foram inspirados em fenômenos naturais, destacam-se (Medeiros; Kripka, 2012): o Método do Recozimento Simulado (*Simulated Annealing*), os Algoritmos Genéticos (*Genetic Algorithms*), a Otimização por Colônia de Formigas (*Ant Colony Optimization*), a Otimização via Enxame de Partículas (*Particle Swarm Optimization*), a Busca Tabu (*Tabu Search*) e a Busca Harmônica (*Harmonic Search*).

Destaca-se que o sucesso de qualquer método de otimização, está associado à sua versatilidade, eficácia e eficiência. Embora a complexidade associada à implementação de um algoritmo seja um aspecto crucial para a escolha, deve-se atentar para sua capacidade na resolução do problema. Nesse contexto, destacam-se a seguir os Algoritmos Genéticos, reconhecidos na comunidade científica por sua aplicabilidade em problemas de otimização multiobjetivo.

6.3 Algoritmos Genéticos (*Genetic Algorithms*)

Inicialmente proposto por John Holland em 1975, o Algoritmo Genético (AG) é um método de otimização heurística fundamentado na teoria evolutiva de seleção natural de Charles Darwin. A ideia central é que membros de uma mesma espécie têm diferentes probabilidades de sobrevivência com base em suas características genéticas. Indivíduos mais adaptados apresentam maior longevidade, probabilidade ampliada de reprodução e, assim, maiores chances de transmitir suas características genéticas para futuras gerações, representando o processo de seleção natural. Essas características genéticas são a identidade de cada indivíduo e são representadas por cromossomos.

Alguns termos que caracterizam o AG são (Arora, 2012):

- **Indivíduo:** Solução qualquer no domínio viável;
- **Gene:** Termo utilizado para descrever um componente escalar presente no cromossomo, representando uma variável específica do problema;
- **Cromossomo:** Representa uma solução, seja ela viável ou inviável para o problema em questão, incorporando informações sobre todas as variáveis da função por meio de uma codificação;
- **Alelo:** Refere-se a um elemento ou numeral do vetor de codificação do indivíduo por meio do cromossomo;
- **População:** Conjunto de pontos (cromossomos) na iteração atual, representando um grupo de possíveis soluções;
- **Geração:** Iteração atual do algoritmo, após a qual ocorrerão modificações genéticas na população.

Assim como na natureza, onde as características dos indivíduos (que determinam a aptidão) são codificadas pelos genes presentes nos cromossomos, os Algoritmos Genéticos buscam otimizar o valor da função objetivo manipulando uma representação codificada dos genes dos indivíduos. Conforme destacado por Bastos (2004), um aspecto crucial dos Algoritmos Genéticos é a utilização de codificações dos parâmetros em vez dos próprios parâmetros, o que permite que o problema não dependa de um domínio viável contínuo ou que a função objetivo seja diferenciável. Existem várias formas de codificar e representar um indivíduo, sendo a codificação por vetores binários e por vetores do tipo *double* as mais tradicionais e amplamente utilizadas pelos Algoritmos Genéticos. A codificação por vetores binários permite que cada elemento do vetor seja preenchido apenas com 0 ou 1, proporcionando 2^n combinações para um vetor de n dígitos. Na codificação com vetores *double*, a representação ocorre pelo próprio número. Por exemplo, com uma precisão de 64 bits (8 bytes), proporciona um intervalo de valores de $-1,79769 \times 10^{308}$ a $-2,22507 \times 10^{-308}$ para números negativos e de $2,22507 \times 10^{-308}$ a $1,79769 \times 10^{308}$ para números positivos.

No processo de otimização por Algoritmos Genéticos, o cromossomo passa por um processo evolucionário que envolve avaliação por meio da função de aptidão (que associa a função objetivo com as funções de restrição), seleção, elitismo, cruzamento (*crossover*) e mutação. Por meio do processo iterativo de evolução, a população deve consistir em indivíduos cada vez mais aptos, visando alcançar uma solução satisfatória conforme parâmetros previamente definidos (critério de parada).

Após a avaliação da aptidão dos cromossomos em relação à função objetivo, os indivíduos passam por um processo de seleção, no qual os mais aptos são escolhidos para participar das operações genéticas na próxima geração, enquanto os de baixa aptidão são descartados. Diversos métodos de seleção existem, sendo os comuns a seleção por roleta, onde cada indivíduo contribui com uma parcela proporcional à sua aptidão para determinar a escolha, e a seleção por torneio, na qual indivíduos competem entre si, sendo escolhido o vencedor para reprodução.

Todavia, Bastos (2004) destaca que o método de seleção por roleta apresenta deficiências, como a propensão à escolha excessiva de um mesmo cromossomo com alta aptidão. Isso resulta na redução da variabilidade da população, podendo ocasionar problemas de convergência prematura. Já no método de seleção por torneio, dois ou mais indivíduos são selecionados aleatoriamente, suas aptidões são comparadas, e o mais apto é escolhido como um dos pais para a próxima geração. Em comparação ao método de seleção por roleta, o procedimento por torneio não demanda o cálculo de probabilidades ou faixas favoráveis, sendo considerado uma abordagem mais rápida e simples de implementar.

Após a seleção dos indivíduos mais aptos, são aplicados operadores genéticos para gerar uma nova população. De acordo com Michalewicz e Hartley (1996), o propósito desses operadores é facilitar a troca de informações entre diferentes soluções, introduzindo uma variabilidade extra na população. Portanto, os operadores genéticos são essenciais para garantir a diversidade no domínio viável e preservar as características de aptidão adquiridas pelas gerações anteriores. Os operadores mais comuns incluem o elitismo, o *crossover* e a mutação, detalhados a seguir:

6.3.1 Elitismo

Considerado o mais simples de ser aplicado, envolve essencialmente replicar um indivíduo de alta aptidão para a nova população, assemelhando-se a uma clonagem. Esse procedimento permite que as características das soluções mais promissoras se perpetuem nas gerações subsequentes.

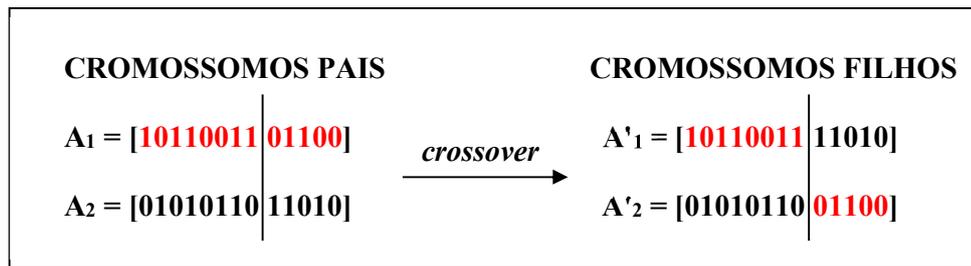
6.3.2 Cruzamento (*crossover*)

O processo de *crossover* envolve a combinação ou mistura de segmentos de genes presentes em dois cromossomos pais, resultando em dois novos cromossomos filhos. Semelhante ao elitismo, o *crossover* assegura que os filhos herdem as características das gerações anteriores. Diversas abordagens podem ser empregadas para implementar o *crossover*, sendo os métodos de corte em um ponto (*one-cut-point*) e corte em dois pontos (*two-cut-point*) os mais utilizados (Arora, 2012).

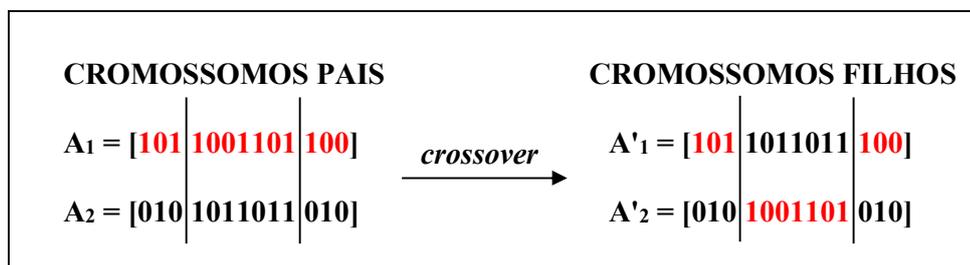
No método de corte em um ponto, uma posição aleatória na sequência genética dos dois cromossomos pais é selecionada, marcando o ponto em que os cromossomos se dividem. Os trechos retirados de cada pai são trocados, formando assim a sequência genética dos filhos, conforme ilustrado na Figura 6.4.

O método de corte em dois pontos difere-se ao selecionar dois pontos aleatórios em que são retiradas as sequências genéticas dos cromossomos pais. O método está apresentado na Figura 6.5.

Arora (2012) destaca que a seleção do número de cromossomos que passam pelo *crossover* e os pontos nos quais essa operação ocorre são aspectos inerentes à natureza heurística dos Algoritmos Genéticos. Diversas abordagens existem, a maioria baseada em seleções aleatórias. Em situações de otimização com restrições, os métodos de *crossover* padrão, como corte em um ou dois pontos, podem resultar em populações pouco eficientes. Nesse contexto, recomenda-se

Figura 6.4 – Aplicação do *crossover* pelo método de corte em um ponto.

Fonte: Mattos (2021)

Figura 6.5 – Aplicação do *crossover* pelo método de corte em dois pontos.

Fonte: Mattos (2021)

abordagens mais adequadas, como o *crossover* intermediário, que gera cromossomos filhos através de uma média ponderada dos cromossomos pais, favorecendo o pai mais apto.

6.3.3 Mutação

O processo de mutação de um cromossomo baseia-se na modificação aleatória de alelos. Por exemplo, se um alelo for escolhido e for igual a 0, ele passa a ter o valor de 1, e vice-versa. Tanto o número de alelos selecionados quanto suas posições obedecem a uma probabilidade de mutação estabelecida pelo programador. Geralmente, recomenda-se que a probabilidade de mutação dos cromossomos fique entre 0,1% e 1% (Cavalcanti, 2019). A mutação desempenha um papel fundamental para garantir uma boa diversidade genética dos cromossomos, permitindo a exploração de diferentes regiões do domínio viável e contornando problemas relacionados a ótimos locais. Para problemas de otimização com restrições e multiobjetivo, a mutação adaptável viável é amplamente recomendada. Essa abordagem gera cromossomos de maneira a direcionar para um indivíduo mais adaptado em relação à última geração, seja ela bem-sucedida ou malsucedida, respeitando limites de restrições. A Figura 6.6 ilustra um cromossomo que passa pelo operador de mutação em um de seus alelos.

Figura 6.6 – Aplicação do operador de mutação.



Fonte: Mattos (2021)

Embora os operadores genéticos ofereçam diversas vantagens quando empregados nos algoritmos, como mencionado anteriormente, a configuração desses mecanismos interfere diretamente o desempenho do AG, incluindo os seguintes operadores:

- **Tamanho da População (N):** Correspondendo ao número de cromossomos na população, este parâmetro influencia diretamente na diversidade das soluções e no custo computacional, pois mais cromossomos implicam em mais avaliações de aptidão. O tamanho ideal da população depende do número de variáveis de projeto e das características da função objetivo. Para problemas triviais, N pode variar entre 10 e 100 indivíduos, contudo o avanço dos algoritmos e dos computadores permitem que esse número seja ampliado.
- **Probabilidade de Cruzamento (Pc):** Indica a probabilidade de incluir novos indivíduos na população por meio do *crossover*. Valores muito altos podem resultar na perda de soluções promissoras. Afirma-se que um valor ideal varia entre 0,5 e 0,95.
- **Probabilidade de Mutação (Pm):** Este parâmetro influencia na eficácia da busca, sendo que valores baixos podem levar o algoritmo a mínimos locais, enquanto valores altos faz com que o algoritmo se perca no processo, tornando a busca pela solução ótima totalmente aleatória. Recomenda-se uma variação entre 0,1% e 1%, com a sugestão de ser inversamente proporcional ao tamanho da população (Jong, 1990).

O processo iterativo dos Algoritmos Genéticos é concluído ao atingir critérios de parada pré-definidos pelo usuário, como:

- O algoritmo atinge um número específico de gerações;
- Um critério de convergência é satisfeito, como a ausência de melhoria no indivíduo mais apto após um número determinado de gerações. Em representações binárias, a convergência pode ser considerada quando pelo menos 90% dos indivíduos compartilham a mesma aptidão (Bastos, 2004). Deve-se, no entanto, se atentar ao processo para evitar paradas prematuras.

6.4 Otimização Multiobjetivo

No campo da otimização, há diversos problemas práticos em que deseja-se efetuar a otimização considerando duas ou mais funções objetivo simultaneamente. Em geral, essas funções podem ser conflitantes, e dificilmente existirá uma solução ótima comum a todas

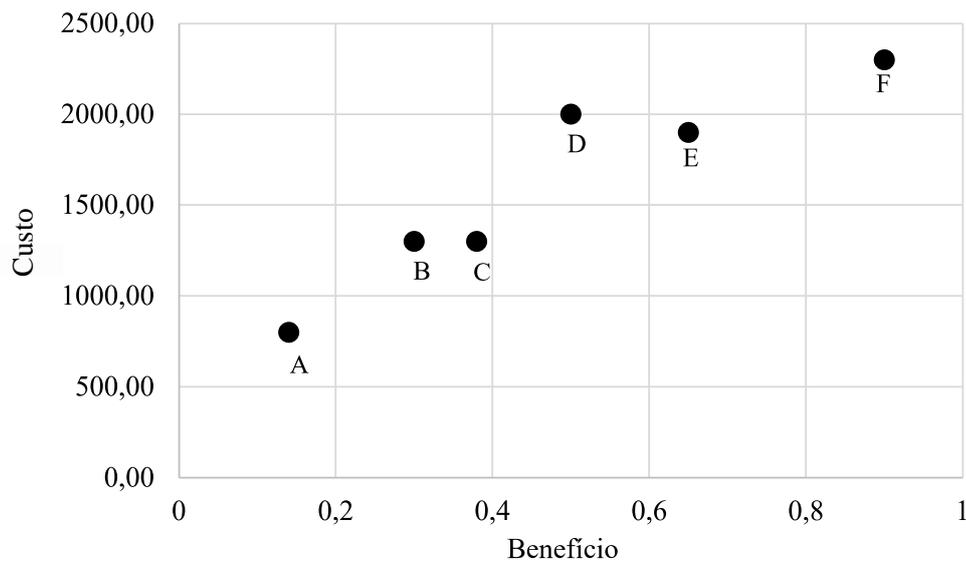
elas (Sampaio, 2011). O estudo destes problemas é conhecido como problema de Otimização Multiobjetivo, (*Multiobjective Optimization Problem - MOP*), ou Otimização Multicritério (*Multicriteria Optimization*).

6.4.1 Otimalidade de Pareto

Problemas clássicos de otimização multiobjetivo são os casos de "custo-benefício", em que considera-se critérios para determinar a melhor solução no espaço viável, dadas restrições.

De modo similar ao apresentado por Vieira (2011), toma-se como exemplo de otimização multiobjetivo a compra de um produto. A tomada de decisão do comprador está condicionada a critérios que devem garantir que a escolha foi a melhor dentro do espaço viável. Nesta situação, dois critérios são estabelecidos, que são o custo e o benefício, que serviram de base para a escolha do melhor produto. Para fins de entendimento, não serão impostas medidas, ou ponderações quanto aos critérios utilizados, mas apenas as averiguações feitas pelo comprador. As possibilidades de compra são ilustradas na Figura 6.7.

Figura 6.7 – Domínio viável da decisão de compra de um produto.



Fonte: Adaptado de Vieira (2011)

O comprador deseja encontrar a solução que minimiza o custo e maximiza o benefício do produto. Em uma análise preliminar, constata-se que algumas opções já podem ser descartadas. Os modelos B e C apresentam o mesmo custo, porém o primeiro apresenta um benefício inferior. O modelo D é mais custoso e possui benefício inferior quando comparado ao modelo E. Restam os modelos A, C, E e F. Entretanto, observa-se que há uma dependência entre os dois critérios, isto é, produtos mais caros apresentam melhores condições de benefício, não sendo possível encontrar um ponto ótimo comum a ambas considerações, o que é típico de problemas de otimização multiobjetivo.

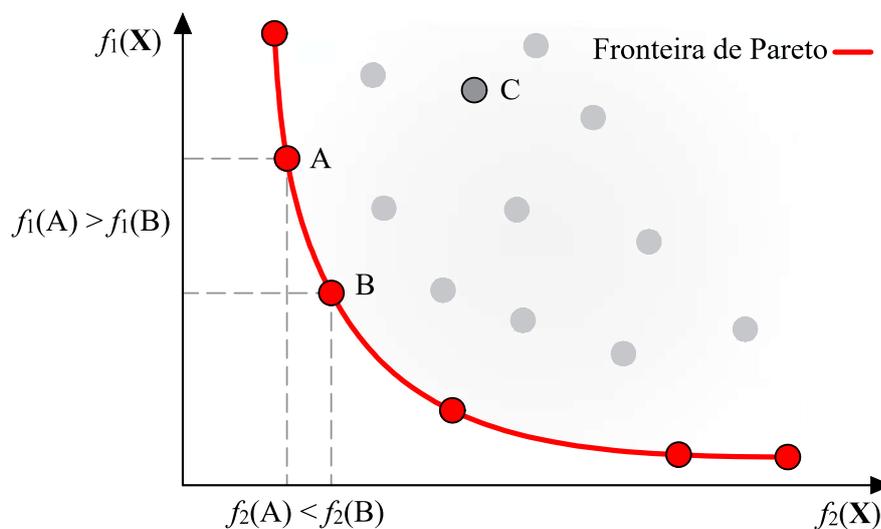
Conjuntos de soluções de um problema multiobjetivo que não podem ser melhorados em uma função objetivo, sem que haja alteração na otimalidade de outra, são conhecidos como

ótimos de Pareto (Pareto; Sensini, 1906).

Dado um problema de minimização, um ponto \mathbf{x}^* no domínio viável Ω é considerado ótimo de Pareto e dominante se, e apenas se, não houver outro ponto \mathbf{x} em Ω tal que $\mathbf{F}(\mathbf{x}^*) \leq \mathbf{F}(\mathbf{x})$, sendo que em ao menos uma função objetivo $f_k(\mathbf{x}^*) < f_k(\mathbf{x})$.

Um conjunto de ótimos de Pareto constituem a chamada Frente de Pareto (ou Fronteira de Pareto), como exemplificado na Figura 6.8, dado um problema de minimização de duas funções objetivo.

Figura 6.8 – Exemplo de Fronteira de Pareto.



Fonte: Adaptado de Vieira (2011)

As soluções A e B são dominantes à solução C, uma vez que:

$$\begin{aligned} f_1(A) < f_1(C) \text{ e } f_2(A) < f_2(C), \text{ e} \\ f_1(B) < f_1(C) \text{ e } f_2(B) < f_2(C). \end{aligned} \quad (6.3)$$

Diante disso, todas as soluções que não são dominadas por nenhuma outra irão compor a Fronteira de Pareto.

6.4.2 Técnicas de determinação de Fronteira de Pareto

Em problemas multiobjetivos, é possível que cada um dos objetivos sejam avaliados e otimizados simultaneamente, atendendo critérios de compensação e otimalidade baseados na dominância de Pareto. Dentre os diversos algoritmos de otimização destinados a problemas multiobjetivo, destacam-se os algoritmos evolucionários multiobjetivos (*multiobjective evolutionary algorithm* - MOEA), que utilizam técnicas probabilísticas e combinatórias para explorar o domínio viável com a obtenção gradual de soluções elitistas ao longo de gerações, por meio de operadores como mutação, reprodução, *crossover* e seleção.

Long, Wu e Wu (2021) afirmam que uma das justificativas dos MOEAs serem amplamente utilizados em problemas de otimização multiobjetivo é que suas iterações são baseadas em populações, ou seja, uma única execução fornece diversas soluções eficientes. Sabendo que

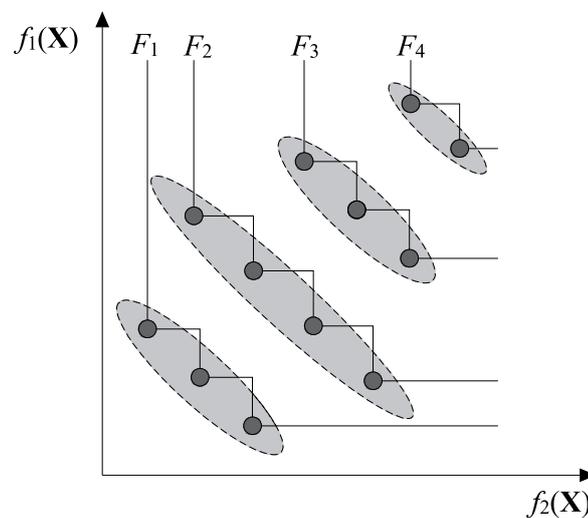
frentes de Pareto apresentam muitas soluções do problema, essa característica dos algoritmos evolucionários se faz adequada.

Nas últimas décadas, diversos algoritmos de otimização evolucionários foram desenvolvidos, destacando-se o NSGA (Srinivas; Deb, 1994), NSGAI (Deb *et al.*, 2002) e NSGAIII (Deb; Jain, 2013), que são baseados nos algoritmos genéticos, SPEA (Zitzler; Thiele, 1999) e SPEA2 (Zitzler; Laumanns; Thiele, 2001), que são baseados em outros algoritmos evolucionários.

Boa parte dos MOEAs citados utilizam a dominação de Pareto para conduzir uma busca e obter um conjunto de soluções não dominadas. Basicamente, esses algoritmos detectam o elitismo das soluções em uma população e realizam esquemas de ranqueamento, como é caso da classificação não-dominada (*non-dominated sorting*).

A classificação não-dominada utiliza o princípio da dominância para traçar diferentes frentes de Pareto. Dada uma população P , todas as soluções inicialmente não dominadas formam o conjunto que constitui a primeira frente de Pareto F_1 . Em seguida, com as soluções restantes do domínio viável $P - F_1$, obtém-se a segunda frente de Pareto F_2 . O processo se repete até que todo espaço de soluções seja ranqueado e organizado em n frentes de Pareto, conforme esquematizado na Figura 6.9, que apresenta 4 frentes de Pareto.

Figura 6.9 – Caso de comparação de dominância entre frentes de Pareto.



Fonte: Adaptado de Bao *et al.* (2017)

De acordo com Bao *et al.* (2017), a classificação não-dominada tradicional requer um alto custo computacional, principalmente no caso de um grande número de avaliação das funções objetivos e quando a população avaliada é grande, uma vez que o processo de avaliação da dominância é essencial para o traçado das frentes de Pareto. Deste modo, a eficiência dos algoritmos de classificação não-dominado é medida por meio do número de comparações de dominância. Diversos estudos se concentram na redução de comparações de dominância desnecessárias e redundantes. Alguns métodos melhorados de classificação não-dominada estão descritos a seguir.

6.4.2.1 Classificação não-dominada rápida (*fast non-dominated sorting*)

Proposto por Deb *et al.* (2002), a classificação não-dominada rápida (*fast non-dominated sorting*) é um dos primeiros algoritmos desenvolvidos para ranqueamento e traçado de frentes de Pareto, mas continua sendo amplamente empregado. Na abordagem tradicional para avaliar se uma solução é dominada, deve-se fazer comparações com todas as outras soluções do espaço, sendo assim de alta complexidade numérica, na ordem de $O(mN^3)$ no pior dos casos. Por não registrar nenhum resultado de comparação de dominância no processo, muitos cálculos são redundantes.

A *fast non-dominated sorting* traz como proposta a melhoria da abordagem de comparação tradicional por meio do cálculo de dois parâmetros a cada solução p :

1. Contagem de dominância n_p , que é o número de soluções que dominam a solução p ;
2. Conjunto dominante S_p , que é o conjunto de soluções dominada pela solução p .

Portanto, utiliza-se as seguintes etapas para encontrar as frentes de Pareto de 1 até n :

Etapas 1: A solução p , para $n_p = 0$, pertence à frente de Pareto corrente;

Etapas 2: Para cada solução p pertencente ao conjunto da frente de Pareto atual, deve-se reduzir 1 ponto na contagem de dominância n_p desses pontos em S_p , portanto, $n_q = n_q - 1$ para qualquer $q \in S_p$;

Etapas 3: Deve-se repetir as Etapas 1 e 2 até que todas soluções no espaço P sejam ranqueadas em frentes de Pareto.

O cálculo de n_p e S_p em uma população P requerem um custo na ordem de $O(mN^2)$, sendo que as Etapas 1 e 2 se repetem no máximo $O(N)$ vezes. Ademais, a cada solução é necessário obter um conjunto dominante para armazenar as soluções dominadas, e um contador do número de indivíduos que dominam a solução analisada, portanto a complexidade numérica é de $O(N^2)$.

6.4.2.2 Princípio de arena (*arena's principle*)

O princípio de arena (*arena's principle*), desenvolvido por Tang, Cai e Zheng (2008), é um método eficiente para reduzir o custo numérico da classificação não-dominada. Seu funcionamento pode ser descrito pelo seguinte algoritmo:

Etapas 1: Selecionar uma solução x da população aleatoriamente;

Etapas 2: Comparar a solução x com cada outra solução y do espaço;

Etapas 3: Se x domina y , y é removido para um espaço R . Caso contrário, x é substituído por y e retorna-se à Etapa 2 até que todas as soluções tenham sido comparadas;

Etapas 4: Ao final, x fará parte do conjunto de soluções não-dominadas Q , formando uma frente de Pareto;

Etapas 5: Se houver soluções no conjunto R , estas passam a ser tratadas como candidatas à próxima frente de Pareto. O processo retorna à Etapa 1 até que não reste nenhuma solução no espaço R .

O custo numérico da *arena's principle* é da ordem de $O(M\bar{N}N)$, em que \bar{N} é o número de soluções não-dominadas da população inicial. De acordo com Bao *et al.* (2017), resultados experimentais comprovam que essa técnica supera a *fast non-dominated sorting*.

6.4.2.3 Ordenação dedutiva (*deductive sort*)

McClymont e Keedwell (2012) propõem uma abordagem interessante para reduzir o número de comparações desnecessárias no processo de classificação não-dominada. Denominada de ordenação dedutiva (*deductive sort*), a técnica consiste em avaliar cada solução em uma ordem natural fixa, comparando-a com o espaço total uma a uma. Seja uma solução \mathbf{x} dominante à solução \mathbf{y} , deve-se registrar a solução \mathbf{y} e ignorá-la na análise corrente. Entretanto, se a solução atual \mathbf{x} for dominada por outra qualquer, ela quem será registrada e será ignorada na avaliação da próxima solução. Essa técnica evita que comparações duplicadas sejam feitas. Sua complexidade numérica é da ordem de $O(MN\sqrt{N})$ no melhor dos cenários, e $O(MN^2)$ no cenário mais custoso. O custo do espaço de soluções é de $O(N)$.

7 Análise de Otimização Multiobjetivo

No presente estudo, são solucionados problemas de otimização multiobjetivo por meio do Algoritmo Genético elitista, uma variante do NSGA-II (Deb *et al.*, 2002). Esse algoritmo classifica os indivíduos mais aptos e dominantes para construir a frente de Pareto, enquanto também avalia indivíduos que podem contribuir para aumentar a diversidade da população, mesmo que não sejam pontos dominantes. Manter a diversidade dos pontos dominantes ao longo do avanço do algoritmo é crucial para manter a diversidade da população. Esse controle de diversidade é realizado por meio de duas estratégias: a "Fração de Pareto", que limita o número de indivíduos dominantes na frente de Pareto, e a "Medida de Distância", que favorece a diversidade ao considerar indivíduos que estão relativamente distantes na frente. O algoritmo converge quando a dispersão, uma medida da alteração da frente de Pareto nas interações, é baixa, ou quando o número máximo de iterações é alcançado. Destaca-se que a natureza probabilística dos Algoritmos Genéticos tradicionais é presente no algoritmo para otimização multiobjetivo, tal como a utilização dos operadores genéticos, como o elitismo, o *crossover* e a mutação.

O algoritmo empregado é dotado de critérios de terminação e interrupção. Determina-se a terminação do processo ao calcular a diferença entre a média geométrica da geração atual e a geração anterior, por meio da avaliação das funções objetivo. Se essa diferença for inferior a uma tolerância predefinida, considera-se o processo como terminado.

Certifica-se a conformidade das soluções com as restrições de projeto por meio de uma tolerância de erro relativo. Essa medida é calculada como a diferença entre o valor do ponto de projeto e o valor da restrição, dividida pelo valor da restrição. Caso esse erro seja maior do que o valor de tolerância permitido, considera-se que a solução viola as restrições.

Os parâmetros e dados de ajuste do método de otimização empregado são:

- Tamanho máximo da população: $100 \times$ número de variáveis de projeto;
- Número máximo de gerações $200 \times$ número de variáveis de projeto;
- Tolerância de erro das funções objetivo: 10^{-9} ;
- Tolerância de erro das funções de restrição: 10^{-9} ;
- *Crossover* intermediário;
- Mutação adaptável viável.

7.1 Otimização Multiobjetivo do dispositivo

Após investigar teoricamente o comportamento de estruturas celulares, realizar simulações térmicas de seções retangulares compostas e explorar técnicas de otimização multiobjetivo, procede-se à implementação do algoritmo de otimização multiobjetivo proposto. Este algoritmo tem como finalidade auxiliar engenheiros estruturais na busca por configurações que satisfaçam

adequadamente critérios relacionados ao consumo de materiais, isolamento térmico e capacidade de absorção de energia em dispositivos do tipo *honeycomb* para pilares.

São abordados problemas de otimização que envolvem células de formatos hexagonais, triangulares e quadrados, todos regulares, ou seja, com lados de comprimento igual. Para essas análises, são consideradas três ligas metálicas como materiais base: a liga de alumínio AA5056, o aço carbono AISI 1010 e o aço inoxidável AISI 304. As propriedades mecânicas e térmicas desses metais, necessárias para os cálculos do algoritmo de otimização, estão detalhadas na Tabela 7.1.

Tabela 7.1 – Propriedades mecânicas e térmicas de ligas metálicas utilizadas como material base de estruturas celulares.

Liga metálica	ρ_s (kg/m ³)	σ_y (MPa)	E_s (GPa)	Eh (GPa)	λ_s (W/m°C)	c_{ps} (J/kg°C)
Alumínio - AA5056	2700	435	70	0,575	146,5	920
Aço - AISI 1010	7832	305	190	0,3	63,9	434
Aço - AISI 304	7900	215	193	0,3	14,9	477

Fonte: Incropera *et al.* (1996), Karagiozova e Alves (2017)

É de conhecimento que as propriedades dos materiais se alteram em altas temperaturas. No entanto, por simplificação e pela falta de dados físicos dos materiais adotados nas simulações, considera-se que as propriedades permanecem inalteradas.

A otimização compreende três objetivos principais: minimizar a massa específica para reduzir o consumo de material, minimizar a difusividade térmica efetiva para melhorar o isolamento térmico e maximizar a tensão crítica de *plateau* para proporcionar a segurança estrutural contra impactos. Devido à natureza conflitante do terceiro objetivo em relação aos outros dois, são identificados pontos de compromisso na frente de Pareto. Esses pontos auxiliam na tomada de decisões, considerando as necessidades específicas de absorção de energia e isolamento térmico, a fim de evitar falhas locais que possam resultar em colapsos progressivos.

A variável de projeto considerada no problema é a densidade relativa (ρ_r) da estrutura celular. Embora seja possível adotar o comprimento (l) e a espessura (t) da parede celular como variáveis de projeto, todas as formulações analíticas que descrevem o comportamento térmico e mecânico das estruturas celulares relacionam esses parâmetros através da razão t/l . Portanto, para evitar problemas de convergência que podem surgir devido a infinitas soluções locais, opta-se por utilizar a densidade relativa como variável de projeto. Essa escolha amplia as configurações possíveis da estrutura celular, permitindo adaptações a catálogos comerciais existentes e a restrições de produção.

A otimização multiobjetivo do dispositivo *honeycomb* proporciona uma ampla variedade de soluções adequadas a diversas situações de risco, incluindo incêndios, impactos veiculares e desabamentos de pavimentos. Portanto, não são aplicadas equações de restrição de projeto, com exceção das restrições laterais de domínio, dado como contínuo. A inclusão de restrições de projeto limitaria o espaço de soluções com base em requisitos e situações específicas de projeto, como dimensão da seção transversal do pilar, taxa de armadura, resistência à compressão do

concreto, tempo de exposição ao fogo, massa e velocidade do veículo que colide com o elemento, entre outras variáveis que afetam o espaço de soluções ideais. Nesse contexto, é recomendável realizar uma otimização mono-objetiva, cujo único propósito é encontrar a solução que minimize a massa específica do dispositivo, desde que atenda às condições de projeto e/ou confiabilidade.

A formulação matemática do problema de otimização proposto é dada por:

Determinar conjuntos de pontos $\mathbf{d}^* = \{\rho_r^*\}$, que

$$\text{minimizam } f_1(\mathbf{d}) = \rho_e; \quad (7.1a)$$

$$\text{minimizam } f_2(\mathbf{d}) = D_e = \left(\frac{\rho_e}{\rho_s}\right)^{(3\beta_f/2-1)} \frac{\lambda_s}{\rho_s c_{ps}}; \quad (7.1b)$$

$$\text{maximizam } f_3(\mathbf{d}) = \sigma_{cr}; \quad (7.1c)$$

$$\text{sujeitos a } \quad 0,001 \leq \rho_r \leq 0,2. \quad (7.1d)$$

A massa específica efetiva é calculada por meio das equações das densidades relativas para os formatos celulares adotados, podendo ser consultadas na Tabela 3.1.

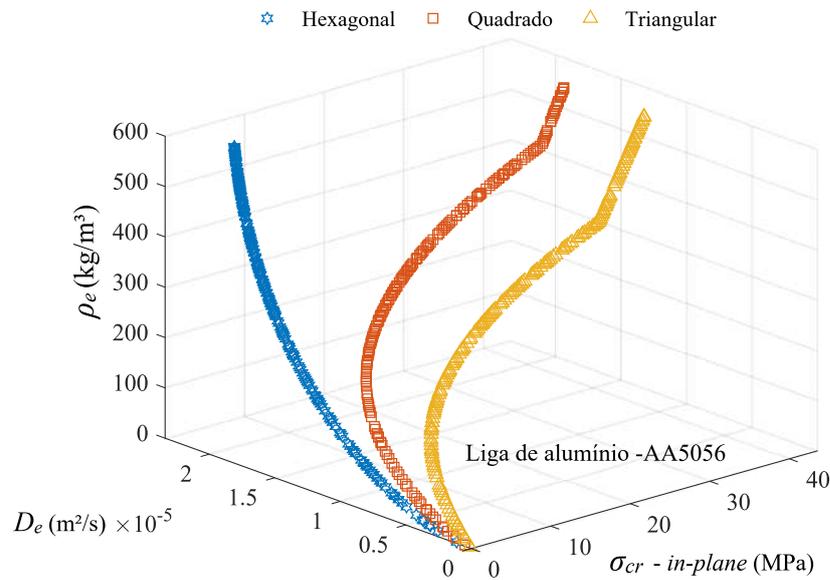
A difusividade térmica efetiva (D_e) é calculada utilizando a abordagem proposta por Zhang, Kim e Lu (2009). Sua determinação depende da densidade relativa, a qual é ajustada durante o processo de otimização, do fator de forma β_{f2} , que varia conforme o formato celular escolhido, bem como das propriedades físicas do material base, incluindo massa específica, condutividade térmica e calor específico.

A tensão crítica de *plateau* (σ_{cr}) é calculada de acordo com o formato celular, levando em consideração o valor mínimo entre a falha por colapso plástico e a falha por flambagem das paredes celulares. No algoritmo de otimização, a tensão crítica é considerada na direção do plano. No entanto, as equações analíticas que descrevem o comportamento mecânico das estruturas celulares indicam que, ao maximizar a resistência para solicitações na direção do plano, simultaneamente se maximiza a resistência para solicitações fora dele. As expressões para o cálculo podem ser consultadas na Tabela 3.2.

7.1.1 Frentes de Pareto

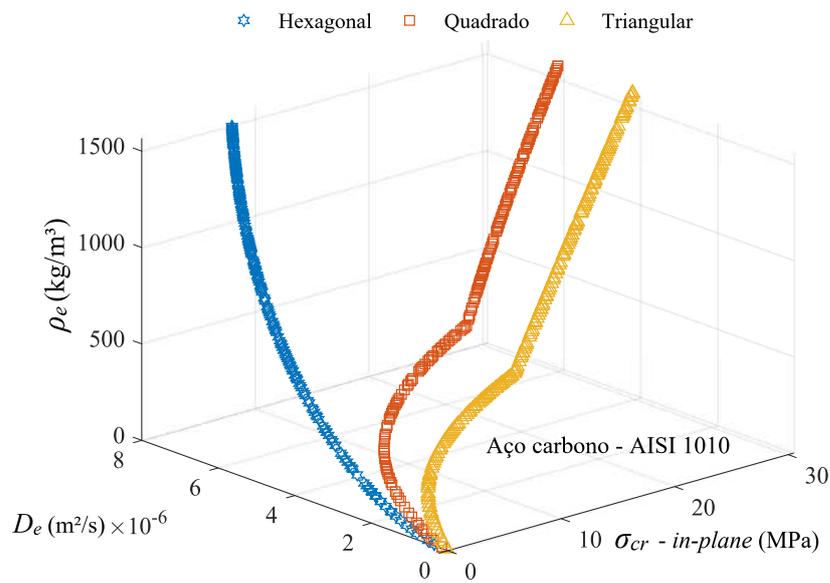
Ao todo, são construídas nove frentes de Pareto, combinando os formatos celulares e os materiais base mencionados. Agrupa-se as frentes de mesmo material base, e apresenta-se nas Figuras 7.1, 7.2 e 7.3.

Figura 7.1 – Frentes de Pareto de *honeycombs* em liga de alumínio - AA5056.



Fonte: Autoria própria

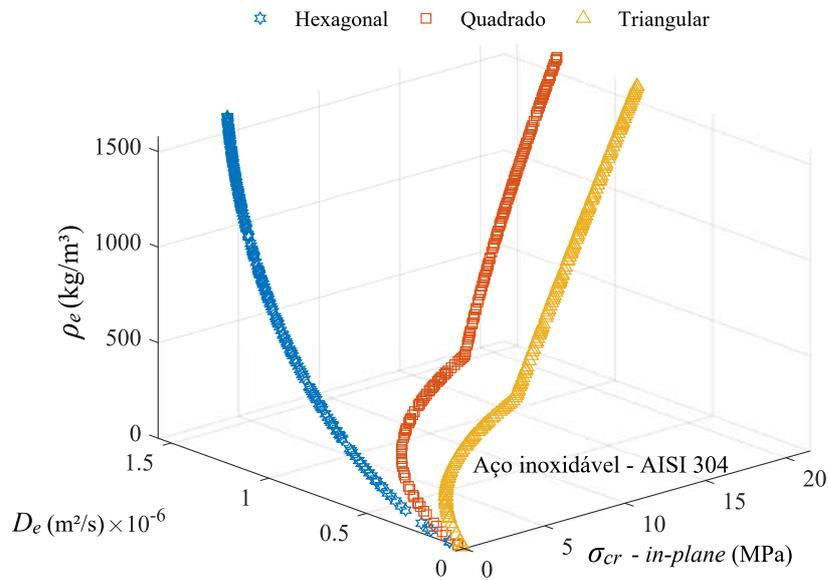
Figura 7.2 – Frentes de Pareto de *honeycombs* em aço carbono - AISI 1010.



Fonte: Autoria própria

Os resultados indicam que, para o mesmo intervalo de soluções da variável de projeto, as estruturas triangulares apresentam pontos ótimos com menores valores de difusividade térmica, o que implica em um melhor desempenho em termos de isolamento térmico quando comparadas aos outros formatos celulares.

Observa-se uma alteração no comportamento das curvas de Pareto para as células quadradas e triangulares devido ao modo de falha da estrutura celular, que está relacionado à sua densidade relativa. Para configurações mais leves, as estruturas celulares solicitadas axialmente

Figura 7.3 – Frentes de Pareto de *honeycombs* em aço inoxidável - AISI 304.

Fonte: Autoria própria

na direção do plano falham devido à flambagem elástica das paredes, em que o comprimento da parede celular l é significativamente maior que a espessura t , caracterizando uma parede esbelta. À medida que a densidade efetiva aumenta e, conseqüentemente, o comprimento da parede se aproxima do valor da espessura, a parede celular passa a falhar por esmagamento plástico. No entanto, as configurações em formato hexagonal não apresentam esse comportamento no espaço amostral analisado, pois, de acordo com as formulações analíticas adotadas, estruturas celulares hexagonais são mais propensas a falhar devido à formação de rótulas plásticas nas ligações das paredes, sendo apenas as soluções de densidade relativa extremamente baixas propensas a falhar por flambagem. Isso se deve ao maior número de nós associados a esse formato celular, resultando em menores valores de tensão crítica na direção do plano, em comparação às células quadradas e triangulares.

A tensão crítica de *plateau* está diretamente relacionada à tensão de escoamento e ao módulo de elasticidade do material base, como indicam as equações correspondentes. Os resultados corroboram essa relação, uma vez que os valores mais elevados de σ_{cr} são observados para as células fabricadas em liga de alumínio, que possui uma tensão de escoamento mais alta, resultando em maiores valores de tensão crítica. Em seguida, vêm as células fabricadas em aço carbono e aço inoxidável, respectivamente, que apresentam valores menores de tensão crítica.

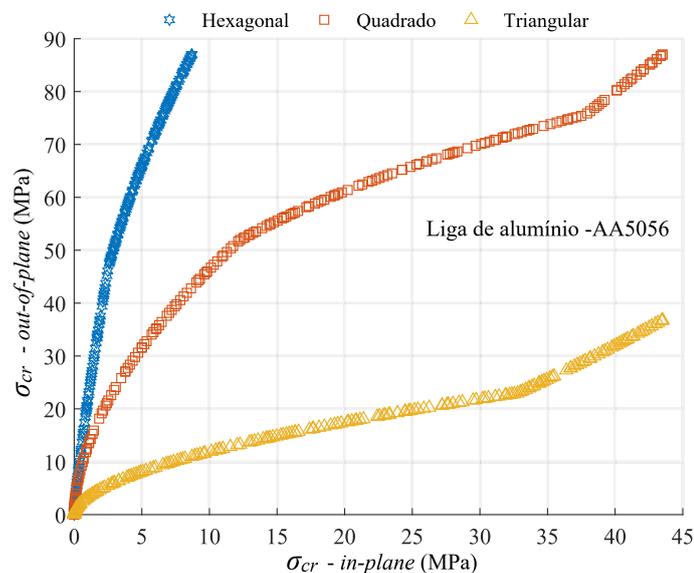
Outra contestação obtida pela análise das frentes de Pareto é de que, de fato, as maximizações das propriedades de isolamento térmico e de resistência a impactos são conflitantes. Além disso, a minimização da massa específica é favorável à minimização da difusividade efetiva, o que resulta em melhores propriedades de isolamento térmico. Destaca-se ainda que a maximização excessiva da tensão crítica está associada a valores elevados de massa específica, o que implica um maior consumo de material base. Portanto, a geração das frentes de Pareto e

um estudo criterioso dos pontos de compromisso são fundamentais para encontrar soluções que atendam às necessidades específicas do projeto.

7.1.2 Tensão crítica *in-plane* e *out-of-plane*

Conforme mencionado anteriormente, a maximização das propriedades mecânicas axiais das estruturas celulares na direção *in-plane* implica na maximização simultânea dessas propriedades na direção *out-of-plane*. Para avaliar essa relação e comparar os resultados da capacidade de resistência a solicitações fora do plano do dispositivo, apresenta-se as Figuras 7.4, 7.5 e 7.6.

Figura 7.4 – Tensão crítica de *plateau* (σ_{cr}) de *honeycombs* em liga de alumínio - AA5056.

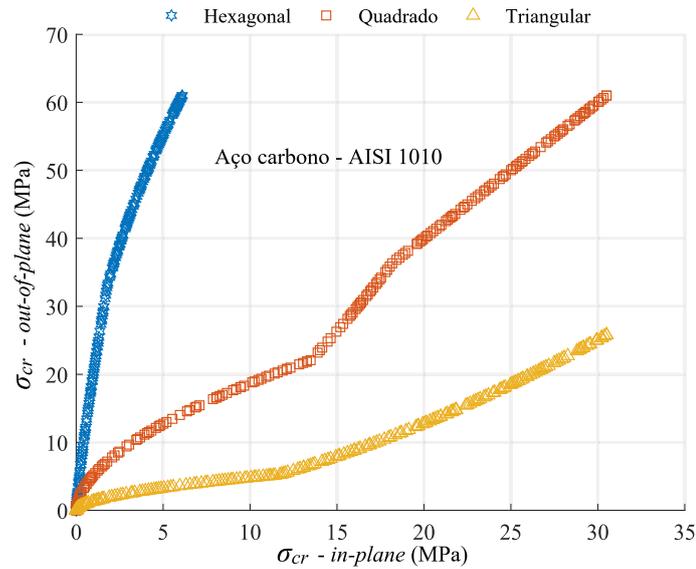


Fonte: Autoria própria

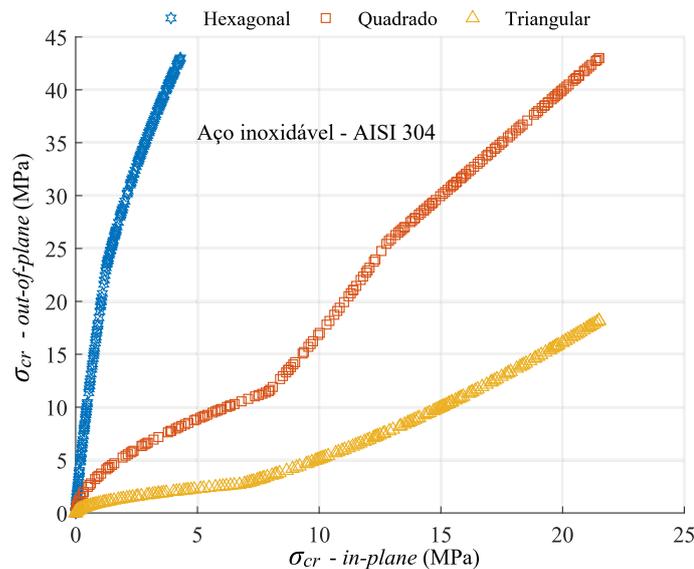
Ao analisar os resultados apresentados, observa-se que, de fato, a maximização das tensões críticas ocorre simultaneamente na direção do plano e fora dele. Além disso chega-se a conclusões significativas sobre o desempenho dos diferentes formatos celulares. As células hexagonais se destacam pela capacidade de resistir à solicitações fora do plano, enquanto apresentam um desempenho inferior quando solicitadas na direção do plano. Por outro lado, as células triangulares demonstram um desempenho notável quando solicitadas na direção do plano, mas têm um desempenho menos favorável quando solicitadas fora dele. Já as células quadradas conseguem manter um equilíbrio, proporcionando bons resultados de tensão crítica tanto na direção do plano quanto fora dele.

A compreensão das contestações mencionadas se fundamenta nas equações que descrevem o comportamento mecânico das estruturas celulares. Independentemente da geometria adotada, as estruturas celulares com densidade relativa mais baixa tendem a falhar devido à flambagem elástica, ao passo que o aumento da densidade relativa leva à falha por escoamento plástico.

Dentro do domínio da variável de projeto, que é a densidade relativa, imposta no problema

Figura 7.5 – Tensão crítica de *plateau* (σ_{cr}) de *honeycombs* em aço de carbono - AISI 1010.

Fonte: Autoria própria

Figura 7.6 – Tensão crítica de *plateau* (σ_{cr}) de *honeycombs* em aço inoxidável - AISI 304.

Fonte: Autoria própria

de otimização, a maioria das células hexagonais tende a falhar devido ao escoamento quando solicitadas na direção do plano. Por outro lado, o modo de falha varia quando o elemento é solicitado fora da direção do plano. No caso das células triangulares, todas as soluções falham devido à flambagem plástica quando solicitadas fora do plano, e para solicitações na direção do plano, ocorre a falha por flambagem em valores mais baixos de densidade e por escoamento em valores de densidade mais elevados.

As soluções associadas às células quadradas se distribuem amplamente no espaço amostral em relação ao modo de falha, como é evidenciado nas Figuras 7.4, 7.5 e 7.6. Além disso,

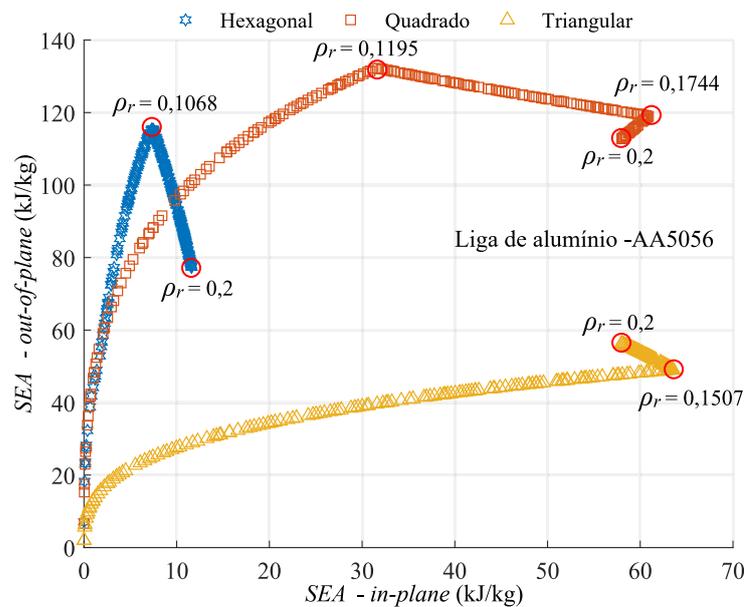
observa-se que o aumento da densidade relativa resulta em um ganho significativamente maior na capacidade resistente quando o critério de falha é a flambagem. Por outro lado, quando o critério de falha crítico é o escoamento, o aumento da densidade relativa e, conseqüentemente, da massa do dispositivo, resulta em ganhos muito pequenos na capacidade resistente.

7.2 Energia de absorção específica (SEA) para impactos *in-plane* e *out-of-plane*

A energia de absorção específica, representada pela variável *SEA*, é um parâmetro relevante no estudo de estruturas celulares, pois permite estimar a quantidade de massa necessária para absorver uma determinada quantidade de energia de impacto por unidade de massa.

As Figuras 7.7, 7.8, e 7.9 apresentam gráficos comparativos da energia de absorção nas direções de impacto *in-plane* e *out-of-plane* para diferentes formatos celulares e materiais base estudados.

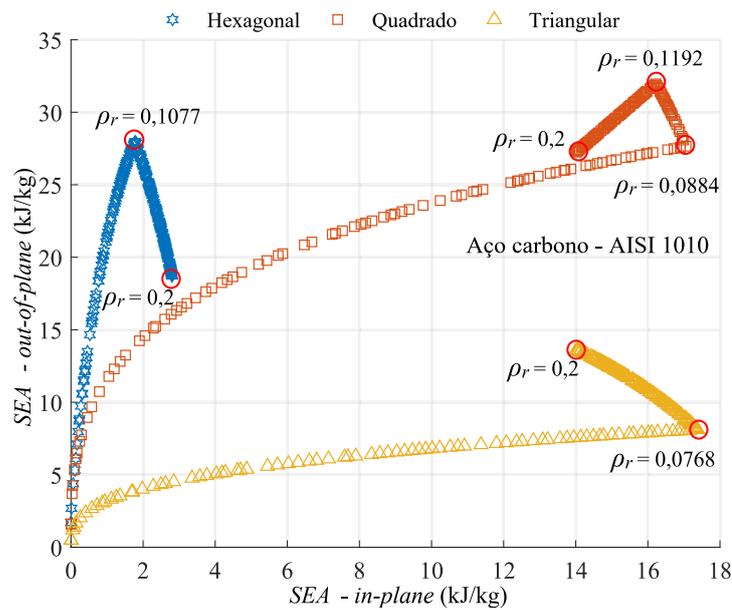
Figura 7.7 – Energia de absorção (*SEA*) de *honeycombs* em liga de alumínio - AA5056.



Fonte: Autoria própria

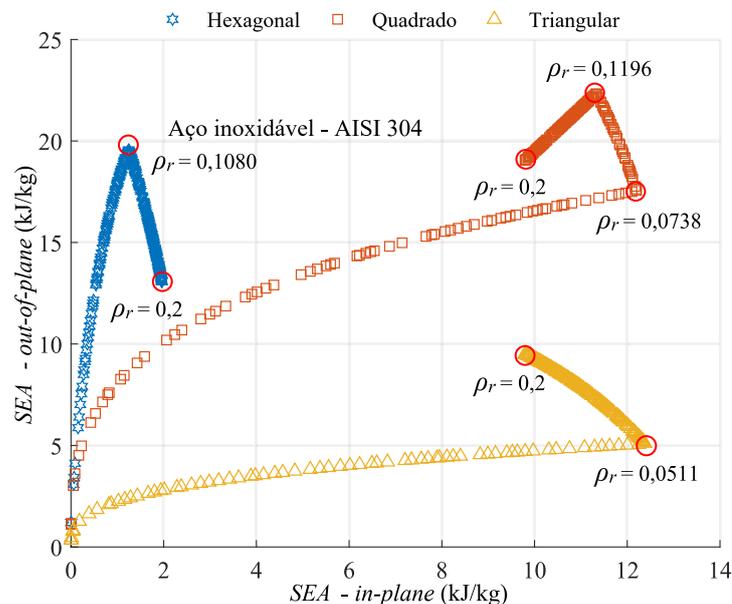
Os resultados apresentam considerações significativas para a análise e seleção de pontos de compromisso em situações de projeto. Observa-se que os gráficos não podem ser categorizados como Frentes de Pareto, uma vez que, para pontos com densidade relativa mais baixa, é possível obter valores mais elevados de *SEA*, tanto *in-plane* quanto *out-of-plane*. Isso se deve ao aumento gradual da densidade relativa, o que resulta em estruturas celulares mais pesadas. O aumento da massa, por sua vez, causa uma diminuição na capacidade de absorção de energia por unidade de massa, em vez de um aumento, à medida que a tensão crítica aumenta. Em outras palavras, o acréscimo na quantidade de massa é numericamente superior ao aumento na capacidade de absorção de energia, decorrente do aumento do valor da tensão crítica, resultando em uma redução no valor de *SEA*. Os pontos de compromisso que indicam valores máximos de *SEA*, que

Figura 7.8 – Energia de absorção (*SEA*) de *honeycombs* em aço carbono - AISI 1010.



Fonte: Autoria própria

Figura 7.9 – Energia de absorção (*SEA*) de *honeycombs* em aço inoxidável - AISI 304.



Fonte: Autoria própria

estão presentes nos gráficos, coincidem com situações em que ocorre uma mudança no modo de falha, conforme detalhado na Tabela 7.2.

A análise dos resultados nas Figuras 7.7, 7.8 e 7.9, combinada com os dados da Tabela 7.2, revela claramente que as estruturas celulares propensas a falharem por flambagem demonstram valores mais elevados de *SEA*, tanto nas direções *in-plane* quanto *out-of-plane*, em comparação com aquelas que falham devido ao escoamento plástico. Essa observação enfatiza que o aumento da densidade relativa e, conseqüentemente, da massa do dispositivo, resulta em ganhos modestos

Tabela 7.2 – Modos de falha dos pontos de compromisso.

Liga metálica	Formato celular	Densidade relativa	Modo de falha	
			<i>in-plane</i>	<i>out-of-plane</i>
Alumínio - AA5056	Hexagonal	$0,001 \leq \rho_r \leq 0,1068$	Escoamento	Flambagem
		$0,1068 \leq \rho_r \leq 0,2$	Escoamento	Escoamento
	Quadrado	$0,001 \leq \rho_r \leq 0,1195$	Flambagem	Flambagem
		$0,1195 \leq \rho_r \leq 0,1744$	Flambagem	Escoamento
		$0,1744 \leq \rho_r \leq 0,2$	Escoamento	Escoamento
		$0,001 \leq \rho_r \leq 0,1507$	Flambagem	Flambagem
Triangular	$0,1507 \leq \rho_r \leq 0,2$	Escoamento	Flambagem	
	Aço - AISI 1010	Hexagonal	$0,001 \leq \rho_r \leq 0,1077$	Escoamento
$0,1077 \leq \rho_r \leq 0,2$			Escoamento	Escoamento
Quadrado		$0,001 \leq \rho_r \leq 0,0884$	Flambagem	Flambagem
		$0,0884 \leq \rho_r \leq 0,1192$	Escoamento	Flambagem
		$0,1192 \leq \rho_r \leq 0,2$	Escoamento	Escoamento
		$0,001 \leq \rho_r \leq 0,0768$	Flambagem	Flambagem
Triangular	$0,0768 \leq \rho_r \leq 0,2$	Escoamento	Flambagem	
	Aço - AISI 304	Hexagonal	$0,001 \leq \rho_r \leq 0,1080$	Escoamento
$0,1080 \leq \rho_r \leq 0,2$			Escoamento	Escoamento
Quadrado		$0,001 \leq \rho_r \leq 0,0738$	Flambagem	Flambagem
		$0,0738 \leq \rho_r \leq 0,1196$	Escoamento	Flambagem
		$0,1162 \leq \rho_r \leq 0,2$	Escoamento	Escoamento
		$0,001 \leq \rho_r \leq 0,0511$	Flambagem	Flambagem
Triangular	$0,0511 \leq \rho_r \leq 0,2$	Escoamento	Flambagem	

Fonte: Autoria própria

em termos de capacidade de absorção de impactos, principalmente quando a falha é dominada pelo escoamento plástico, fenômeno que se torna proeminente em estruturas de densidade relativa mais alta.

Ressalta-se que a escolha de adotar o *SEA* como função objetivo no processo de otimização levaria o algoritmo a fornecer exclusivamente pontos de compromisso dominantes. Entretanto, essa abordagem implicaria na exclusão de pontos que apresentam maior resistência ao impacto, mesmo que esses pontos resultem em dispositivos mais massivos. Portanto, em situações de projeto que demandem maiores valores de tensão crítica, pode ser apropriada a escolha desses pontos, que, de outra forma, seriam descartados devido à menor eficiência em termos de absorção de energia por unidade de massa.

7.3 Avaliação do desempenho dos pontos de compromisso em situações de projeto

As análises dos resultados até este ponto se concentraram na comparação do desempenho térmico e mecânico por meio dos valores da difusividade térmica efetiva, da tensão crítica e da capacidade de absorção de energia. No entanto, essa análise pode não refletir completamente a capacidade de proteção do dispositivo proposto em situações de projeto real. Para uma compreensão mais abrangente dos resultados obtidos pelas Frentes de Pareto e para avaliar a aplicabilidade dos pontos de compromisso em cenários de projeto, são conduzidos estudos de caso envolvendo

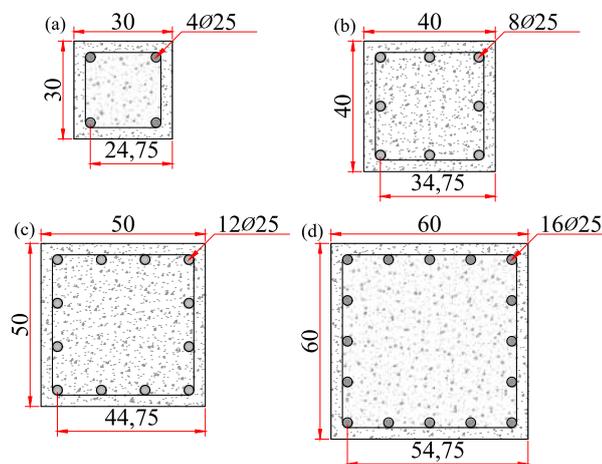
pilares de concreto armado em situações de incêndio e impacto veicular.

7.3.1 Pilares em situação de incêndio

O comportamento mecânico de pilares de concreto armado em situações de incêndio pode ser descrito por meio das relações constitutivas que relacionam o desempenho estrutural com o campo de temperaturas na seção transversal. Isso permite estimar a capacidade resistente por meio da curva de interação esforço normal-momento fletor (N-M).

É amplamente conhecido que a capacidade resistente de pilares depende de fatores geométricos da seção transversal, da taxa de aço e da classe de resistência do concreto utilizada. No entanto, observa-se que a relação constitutiva não é influenciada pela classe de resistência do concreto; ou seja, a capacidade resistente é proporcional ao valor de f_{ck} adotado. Por outro lado, é reconhecido que a severidade da exposição ao fogo é maior em seções transversais de menor dimensão. Quanto maiores as dimensões da seção transversal, menor a profundidade que temperaturas mais elevadas podem atingir em um mesmo período de tempo. Portanto, neste estudo, são comparadas quatro configurações de pilares em concreto armado com dimensões de 30×30 cm, 40×40 cm, 50×50 cm e 60×60 cm, mantendo a mesma classe de resistência à compressão ($f_{ck} = 40$ MPa) e a mesma taxa de aço. Essas configurações são ilustradas na Figura 7.10.

Figura 7.10 – Pilares em concreto armado com dimensões de (a) 30×30 cm, (b) 40×40 cm, (c) 50×50 cm e (d) 60×60 cm utilizados nos estudos de caso.



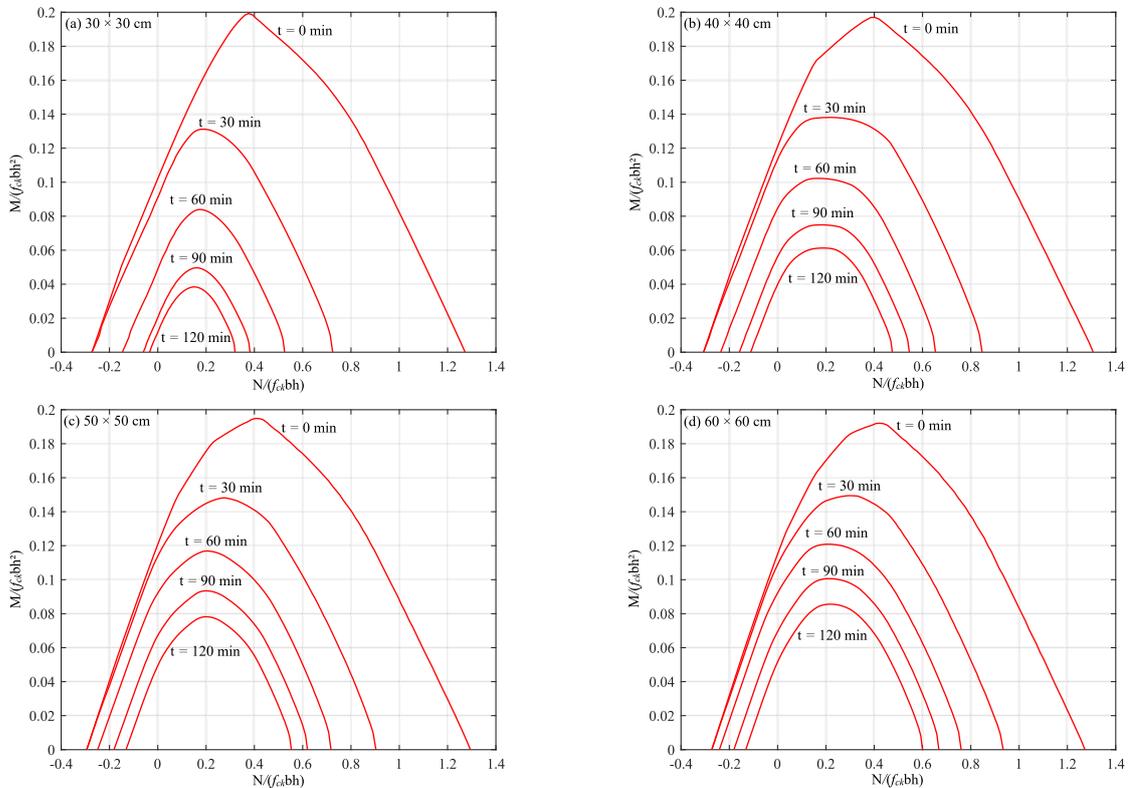
Fonte: Autoria própria

Para compreender o comportamento mecânico das seções em estudo, obtêm-se as curvas de interação esforço normal-momento fletor (N-M) para os pilares submetidos à exposição ao fogo em suas quatro faces durante períodos de 0, 30, 60, 90 e 120 minutos. Essa exposição seguiu a curva de incêndio-padrão H e não houve aplicação de qualquer tipo de proteção nas faces dos pilares.

A Figura 7.11 apresenta as curvas de interação N-M obtidas para as diferentes configurações propostas. Os valores dos esforços normais e momentos fletores estão normalizados

utilizando as expressões $N/(f_{ck}bh)$ e $M/(f_{ck}bh^2)$, respectivamente.

Figura 7.11 – Curvas de interação N-M para a seção transversal de (a) 30×30 cm, (b) 40×40 cm, (c) 50×50 cm e (d) 60×60 cm.



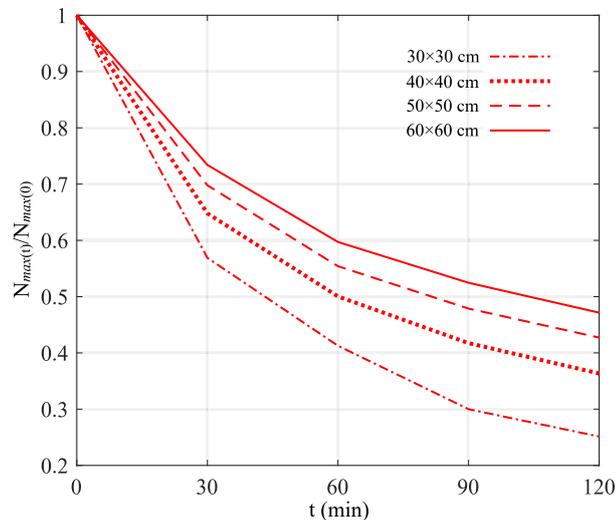
Fonte: Autoria própria

As curvas confirmam a expectativa de que, em seções transversais de menores dimensões, a capacidade resistente do pilar é mais severamente afetada. Mesmo nas seções de maiores dimensões estudadas, a capacidade resistente pode ser reduzida até pela metade, tanto em termos de esforços normais quanto de momentos fletores. Em todos os casos de seção transversal, a parcela negativa máxima do esforço normal resistente, correspondente à máxima resistência à tração, não sofre reduções na curva correspondente a 30 minutos de exposição. Isso se deve ao fato de que apenas as barras de aço contribuem para a resistência do pilar à tração, e como o aço só passa a sofrer reduções de resistência, conforme o modelo constitutivo, para temperaturas acima de 400°C , a isoterma referente a essa temperatura ainda não atingiu as barras de aço. Além disso, a resistência à compressão sofre reduções significativas nos primeiros minutos de exposição, uma vez que a parcela resistente do concreto é a maior contribuinte, e o concreto começa a perder resistência para temperaturas acima de 100°C .

Para fins de comparação da redução da capacidade resistente das seções ao longo do tempo de exposição ao fogo, apresenta-se a Figura 7.12, na qual é ilustrado um gráfico contendo a capacidade máxima de resistência à compressão em função do tempo, normalizada pela capacidade axial máxima para a seção íntegra, isto é, para $t = 0$ minutos, $N_{max}(t)/N_{max}(0)$. Essa expressão permite uma melhor compreensão e comparação das reduções de resistência

sofridas pelas seções.

Figura 7.12 – Capacidade resistente máxima à compressão para os pilares expostos ao longo da situação de incêndio.



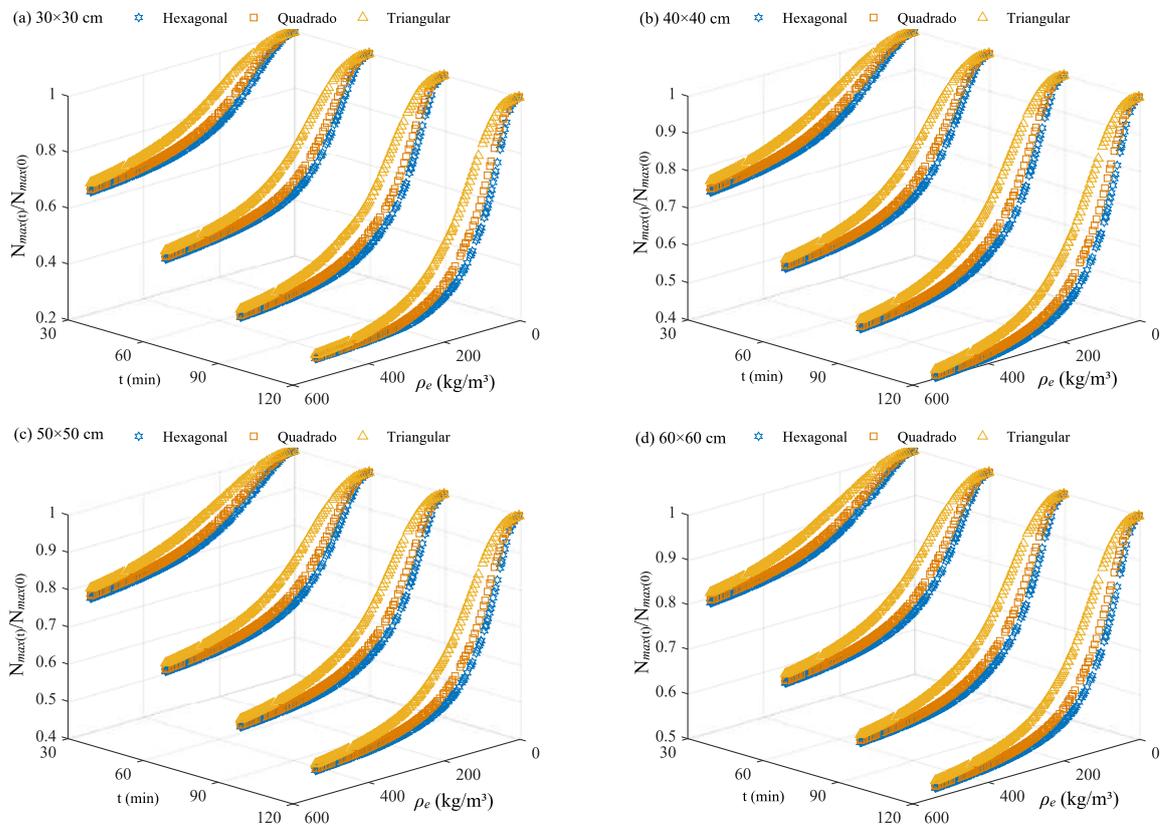
Fonte: Autoria própria

Uma vez mais, os resultados confirmam o maior grau de severidade nas seções de menores dimensões. Procede-se, então, à simulação térmica das quatro seções protegidas por uma camada de isolamento térmico. Todos os pontos de compromisso obtidos por meio das Frentes de Pareto são testados. Por questões práticas e de custo computacional, calcula-se apenas a capacidade resistente máxima das seções. Isso corresponde a um único ponto da curva de interação N-M para as mesmas durações de exposição ao fogo nas quatro faces, agora protegidas por uma camada de 5 cm em cada lado. A Figura 7.13 apresenta a capacidade máxima de compressão normalizada dos pilares estudados, quando protegidos por dispositivos em liga de alumínio durante a mesma situação de incêndio previamente abordada para os pilares não protegidos. Os resultados para dispositivos em aço carbono e aço inoxidável (Figuras A.1 e A.2) podem ser consultados no Apêndice A.

Ao analisar os gráficos algumas conclusões podem ser feitas:

- A utilização de dispositivos de isolamento térmico se mostrou eficaz na prevenção da propagação de temperaturas elevadas para o interior das seções dos pilares, mesmo para as seções de dimensões menores;
- Notavelmente, os pontos de compromisso mais leves, ou seja, com menor massa específica efetiva (ρ_e), exibiram um desempenho superior em termos de isolamento térmico. Isso reforça a ideia de que minimizar a difusividade térmica efetiva das estruturas celulares resulta em um melhor isolamento térmico dos pilares;
- As estruturas celulares com geometria triangular apresentaram um desempenho ligeiramente superior em relação ao isolamento térmico, seguidas pelas células quadradas e

Figura 7.13 – Capacidade resistente máxima à compressão para os pilares protegidos ao longo da situação de incêndio com *honeycombs* em liga de alumínio - AA5056 para a seção transversal de (a) 30×30 cm, (b) 40×40 cm, (c) 50×50 cm e (d) 60×60 cm.



Fonte: Autoria própria

hexagonais, respectivamente, para uma mesma massa específica efetiva;

- Como era esperado, o aço inoxidável demonstrou um melhor desempenho em termos de isolamento térmico, seguido pelo aço carbono e pela liga de alumínio. Essa diferença pode ser atribuída às propriedades térmicas distintas das ligas metálicas;
- Os resultados mostraram que, para valores muito baixos de massa específica, é possível alcançar um isolamento térmico praticamente perfeito durante todo o período de exposição ao fogo considerado, independentemente da seção estudada. Ressalta-se que essa simulação numérica não considera as modificações nas propriedades físico-químicas e térmicas das estruturas celulares e de seus materiais base. Em situações reais, essas alterações podem afetar os resultados, incluindo a possível fusão de partes da seção devido a altas temperaturas. No entanto, para o propósito desta análise, que é demonstrar que os pontos de compromisso podem aumentar a segurança dos pilares de concreto armado em situações de incêndio, essa simplificação é válida e os resultados são suficientes.

7.3.2 Pilares em situação de impacto veicular

O método de dimensionamento e verificação de pilares em situação de impacto veicular consiste em verificar se a carga solicitante proveniente do impacto é superior à capacidade resistente ao cisalhamento do elemento, conforme apresentado no Capítulo 5. Outras metodologias permitem não apenas avaliar a segurança do pilar frente ao impacto, como também quantificar a magnitude do dano por meio de índices, como apresentado por Mohammed e Parvin (2020).

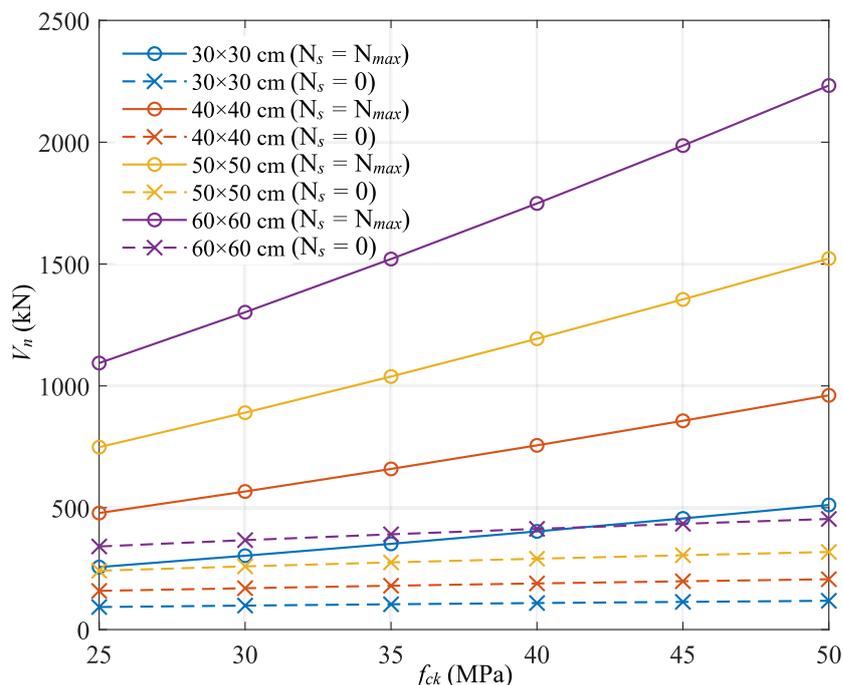
Têm-se como desafio a consideração do dispositivo de proteção *honeycomb* nos equacionamentos de verificação de segurança. Partindo do princípio de que o dispositivo atua como um amortecedor, toma-se a estratégia de estimar a redução da velocidade com que o veículo colide com o pilar, reduzindo consequentemente a *ESF*.

A capacidade resistente ao cisalhamento de pilares de concreto armado pode ser calculada pela Equação 5.6, apresentada pelo ACI 318-11. Para fins de estudos e verificações, calcula-se a capacidade resistente de diferentes configurações de pilares. Os seguintes parâmetros são considerados constantes: área das barras de aço transversais, $A_s = 0,315 \text{ cm}^2$, resistência ao escoamento das barras de aço transversais, $f_{yk} = 50 \text{ kN/cm}^2$, espaçamento entre as barras, $S = 150 \text{ mm}$. As geometrias da seção transversal dos pilares são as mesmas apresentadas na Figura 7.10, ou seja, $30 \times 30 \text{ cm}$, $40 \times 40 \text{ cm}$, $50 \times 50 \text{ cm}$ e $60 \times 60 \text{ cm}$, com a mesma taxa de aço para a armadura longitudinal. São avaliadas diferentes classes de resistência à compressão, $f_{ck} = [25, 30, 35, 40, 45, 50] \text{ MPa}$. Quanto à força solicitante N_s , que interfere diretamente na capacidade resistente do pilar ao cisalhamento, adota-se a um valor nulo, $N_s = 0$, e igual à capacidade máxima à compressão da respectiva seção $N_s = N_{max}$. Destaca-se ainda que esses valores referem-se à capacidade mínima e máxima, respectivamente, que os pilares estudados podem alcançar em função da solicitação axial. A capacidade resistente ao cisalhamento para as configurações de pilares propostos está graficamente ilustrada na Figura 7.14.

Os resultados mostram que a capacidade de resistência ao cisalhamento está fortemente ligada ao esforço axial solicitante no pilar. Destaca-se que, quanto mais comprimido o pilar está, maior é sua capacidade de resistência a impactos. Em contrapartida, apesar da flexão não ser o modo de falha mais frequentemente observado no caso de impactos veiculares, o momento fletor solicitante que atua no pilar sofrerá um acréscimo de valor igual à força da colisão, que pode ser estimada pela *ESF*, multiplicado pelo braço de alavanca, que é dado pelo comprimento do local em que o pilar é atingido pelo veículo até a base do pilar. De acordo com Mohammed e Parvin (2020), essa altura pode variar de 50 cm, para veículos de passageiros convencionais, até 80 a 130 cm, para veículos do tipo SUV.

Deve-se comparar a capacidade resistente com a força de colisão. Em casos em que o veículo colide com o pilar em baixas velocidades, dificilmente o elemento ocorrerá a perda do elemento e a propagação do dano para os demais elementos. No entanto, a situação se torna extremamente maléfica com o aumento da velocidade com que o veículo atinge o pilar. Para estimativas iniciais, calcula-se o valor de *ESF* por meio da Equação 5.4, para um veículo do tipo SUV de 2131 kg, caracterizado pelo veículo Ford Econoline (Fuhaid; Soheli; Arifuzzaman,

Figura 7.14 – Capacidade resistente ao cisalhamento dos pilares.

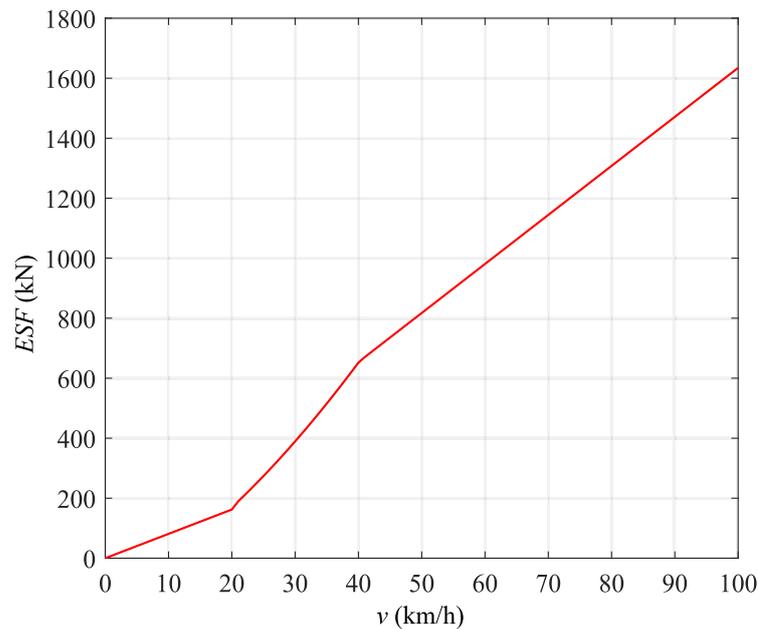


Fonte: Autoria própria

2022), em situação de impacto com velocidades de até 100 km/h. Adota-se o valor da rigidez equivalente em função da velocidade de impacto, conforme apresentado na Equação 5.5. Não é imposto nenhum tipo de barreira ou dispositivo de proteção, além de não considerar qualquer tipo de aceleração, ou desaceleração do condutor, portanto $a = 0$ m/s. Os resultados estão ilustrados na Figura 7.15.

Os resultados apontam que a força estática equivalente que é utilizada para estimar a carga atuante em um elemento devido ao impacto veicular pode alcançar valores que, em diversas configurações das quais foram apresentadas para pilares em concreto armado, ultrapassam a capacidade de resistência ao cisalhamento, especialmente no caso daqueles com menores dimensões de seção transversal ou dos pouco solicitados à compressão. Deste modo, observa-se a necessidade de impor reforços ou barreiras que impedem com que o elemento estrutural sofra danos irreversíveis e possível propagação. Avalia-se a capacidade de absorção de impacto dos pontos de compromisso ao reduzir a velocidade com que veículos atingem pilares.

O dispositivo *honeycomb* atua como um absorvedor de impactos ao desacelerar o veículo. Quando solicitado axialmente, seja na direção *in-plane*, ou *out-of-plane*, este passa a sofrer deformações em suas paredes sob tensão praticamente constante, dita tensão crítica de *plateau*, ou tensão crítica dinâmica, no caso de impactos, até seu esmagamento total. Sabendo que, a tensão é dada pela força resistente sob a área que atua a força solicitante, e que é possível calcular a aceleração de um corpo, a partir da força atuante e sua massa, calcula-se a desaceleração que estruturas celulares são capazes de impor em corpos que colidem à elas:

Figura 7.15 – Força Estática Equivalente (*ESF*) para impacto veicular em pilar desprotegido.

Fonte: Autoria própria

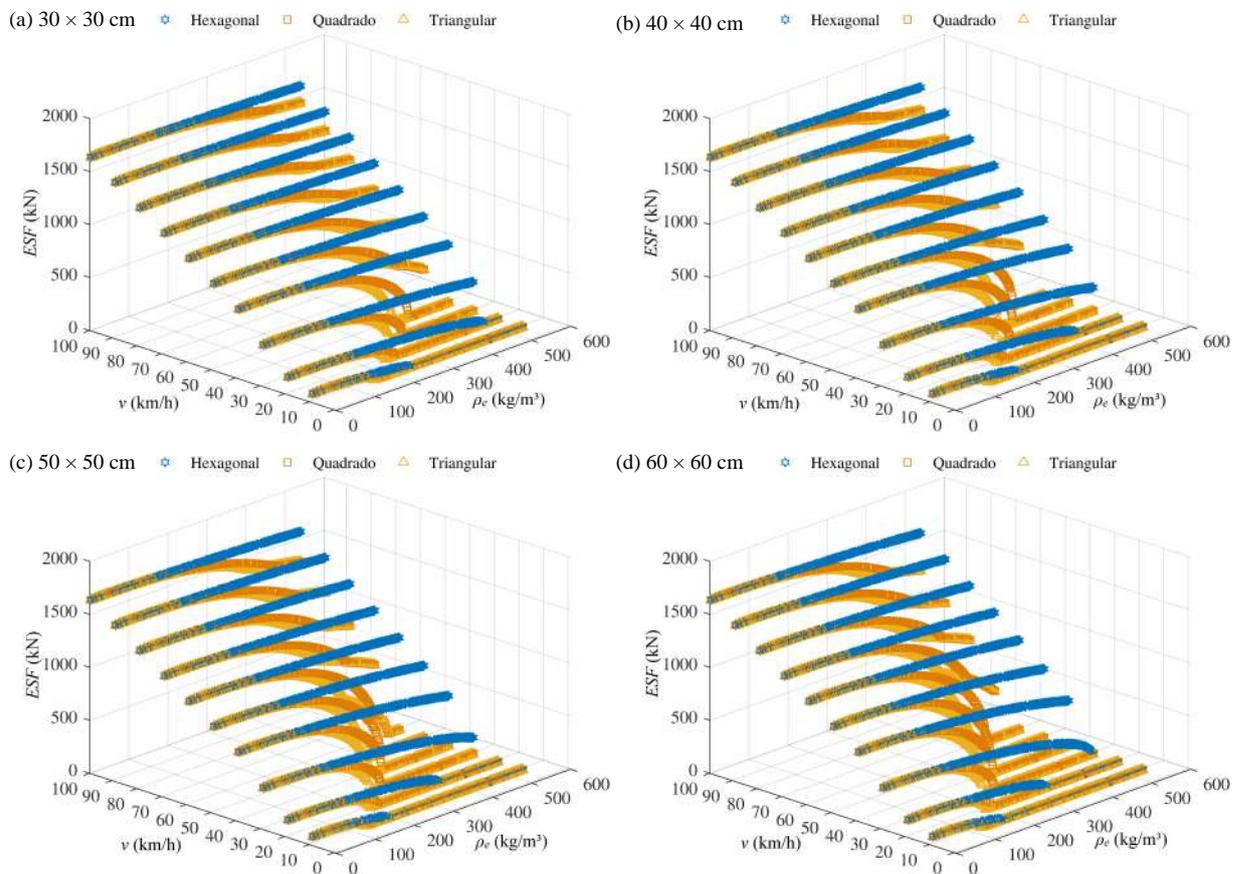
$$a = \frac{\sigma_{dyn} A_{imp}}{m_{car}}, \quad (7.2)$$

em que a é a desaceleração devido à absorção de impacto; σ_{dyn} é a tensão crítica dinâmica, que pode ser calculada por meio das Equações 3.14 e 3.15, no caso de impactos nas direções *in-plane* e *out-of-plane*, respectivamente; A_{imp} é a área atingida pelo veículo, que de acordo com o Eurocode 1 (EN 1991-1-7:2006), mede em torno de 25 cm de altura (valor adotado nas simulações), pela largura da seção do pilar atingida; e m_{car} é a massa do veículo, adotado como 2151 kg.

Dadas as considerações, calcula-se a Força Estática Equivalente (*ESF*) para impactos veiculares com velocidades de até 100 km/h em pilares protegidos por uma camada de 5 cm em cada face por estruturas celulares. São analisados pilares de dimensões de 30×30 cm, 40×40 cm, 50×50 cm e 60×60 cm. Considera-se que as estruturas celulares estejam dispostas de duas maneiras: plano das células paralelo a direção do impacto, caracterizando uma sollicitação axial *in-plane*; plano das células perpendicular à direção do impacto, caracterizando uma sollicitação axial *out-of-plane*. As configurações das estruturas referem-se aos pontos de compromisso que compõem as Frentes de Pareto, nos diferentes formatos celulares e materiais constituintes. Os resultados obtidos para dispositivos em liga de alumínio estão graficamente ilustrados nas Figuras 7.16 e 7.17. Os resultados dos outros materiais base estão ilustrados nas Figuras A.3 e A.4 (aço carbono), e A.5 e A.6 (aço inoxidável), e podem ser consultados no Apêndice A.

Após a análise dos resultados, pode-se destacar várias observações. Há uma clara relação entre o valor de *ESF* e a velocidade de impacto. As configurações celulares propostas demonstram a capacidade de reduzir o valor de *ESF* por meio da absorção do impacto, resultando na diminuição da velocidade com que o veículo colide com o pilar. Configurações celulares mais

Figura 7.16 – Força Estática Equivalente (*ESF*) para impacto veicular em pilar protegido com *honey-combs* em liga de alumínio - AA5056 (*in-plane*) para a seção transversal de (a) 30 × 30 cm, (b) 40 × 40 cm, (c) 50 × 50 cm e (d) 60 × 60 cm.



Fonte: Autoria própria

massivas, ou seja, com maiores valores de ρ_e , provaram ser mais eficazes na mitigação do impacto em todos os casos analisados.

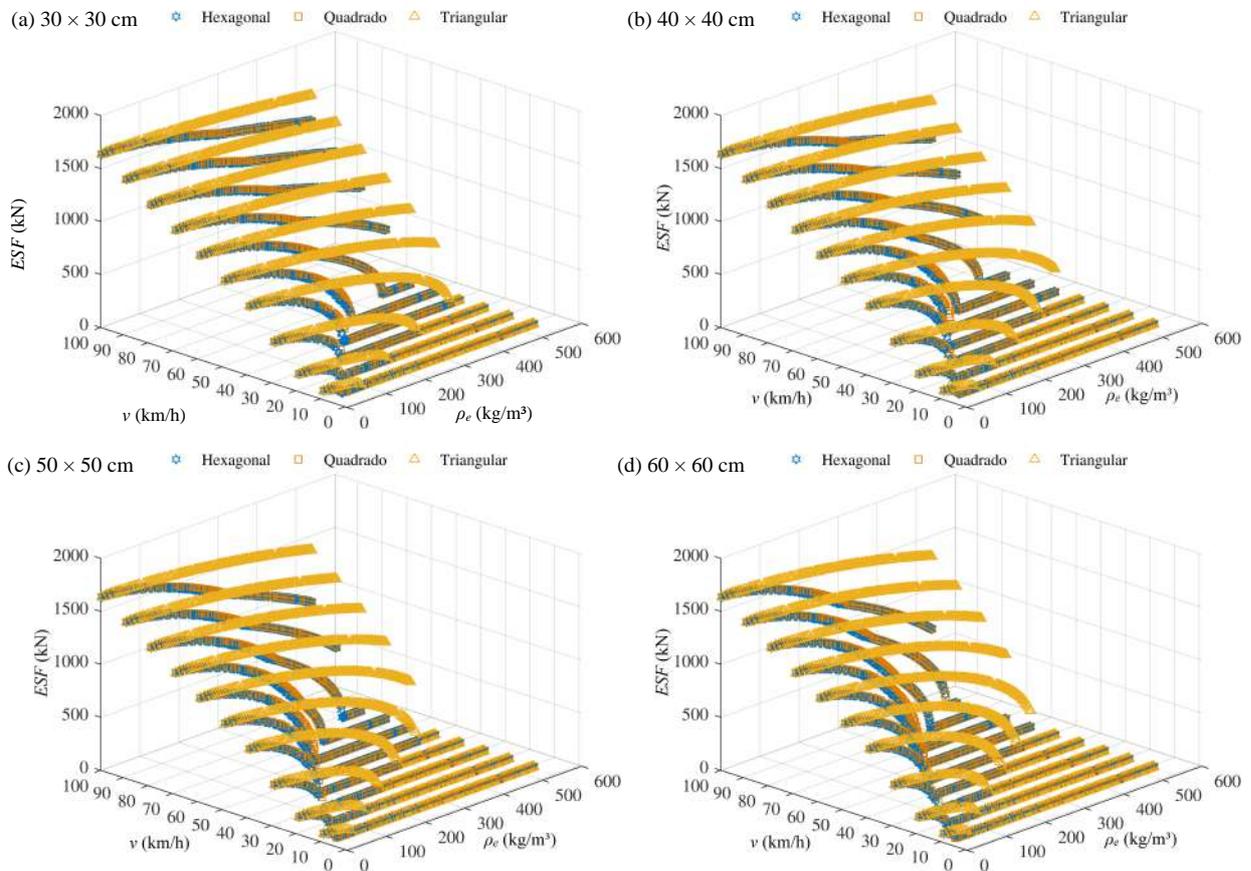
Além disso, os dispositivos de proteção se mostraram mais eficazes quando posicionados de forma que o impacto ocorra na direção *out-of-plane* da estrutura celular, especialmente no caso de células hexagonais e quadradas. No entanto, quando solicitados na direção *in-plane*, as estruturas celulares hexagonais apresentaram desempenho aquém do desejado.

Observou-se também que as estruturas celulares feitas de liga de alumínio apresentaram o melhor desempenho, seguidas pelas estruturas de aço carbono e aço inoxidável, respectivamente. Essa diferença de desempenho é atribuída aos valores da tensão de escoamento e do módulo de elasticidade e de encruamento desses materiais.

À medida que as dimensões do pilar alvo aumentaram, houve um aumento no desempenho dos dispositivos. Isso ocorre devido ao aumento da área de região de impacto do veículo e, conseqüentemente, dos valores da desaceleração resultante da absorção de impacto, o que está em concordância com a lógica da Equação 7.2.

Entretanto, destaca-se que, para velocidades de impacto muito elevadas, especialmente

Figura 7.17 – Força Estática Equivalente (*ESF*) para impacto veicular em pilar protegido com *honey-combs* em liga de alumínio - AA5056 (*out-of-plane*) para a seção transversal de (a) 30×30 cm, (b) 40×40 cm, (c) 50×50 cm e (d) 60×60 cm.



Fonte: Autoria própria

acima de 60 km/h, as configurações propostas não conseguiram reduzir significativamente a força de impacto. Para lidar com essas situações, algumas medidas podem ser consideradas, como o uso de uma camada mais espessa de estrutura celular para aumentar a distância de desaceleração. No entanto, essa abordagem pode ocupar uma área significativa do pavimento alvo, o que pode não ser viável em termos de serviço e operação.

Outra possibilidade é a proposição de estruturas celulares com valores mais elevados de densidade relativa, o que aumentaria a tensão crítica do dispositivo. No entanto, essa decisão precisa ser cuidadosamente avaliada, pois resultados anteriores mostram que o aumento excessivo da massa específica das estruturas celulares resulta em ganhos relativamente pequenos em termos de capacidade de absorção de energia e implica em custos mais elevados de fabricação.

Por fim, nota-se que, apesar de as configurações apresentadas não serem eficazes em situações de impactos muito severos, o contexto para o dispositivo de proteção proposto é a aplicação em *garage parkings*, onde geralmente são estabelecidas regras de velocidade máxima de trânsito, frequentemente limitadas a 30 km/h. Mesmo em colisões em que o veículo exceda esse limite, a probabilidade de ocorrerem velocidades superiores a 60 km/h é extremamente

baixa.

Nesse contexto, é fundamental destacar a necessidade de realizar um estudo de caso que envolva a aplicação do dispositivo de proteção em pilares de edifícios de estacionamento. Isso deve ser seguido pela implementação de uma análise de Otimização de Riscos (*Risk Optimization - RO*). O objetivo dessa otimização é alcançar soluções que sejam economicamente viáveis, seguras e eficientes para sistemas estruturais, levando em consideração as incertezas associadas às variáveis de projeto. Nesse método de otimização, o foco principal é minimizar o custo total esperado de falha.

8 Análise de Otimização de Riscos

A otimização estrutural visa encontrar um arranjo que minimize ou maximize uma função objetivo específica vinculada à estrutura. Objetivos como a massa ou volume dos elementos e o custo da estrutura são comumente alvos de otimização. A solução alcançada deve atender aos requisitos de projeto, podendo ser imposta por meio de funções de restrição ou penalização. Entre esses requisitos, destacam-se os de natureza técnica, conhecidos como primários, tais como resistência, rigidez e equilíbrio, os quais conferem segurança à estrutura (Beck, 2019). Contudo, em um ambiente competitivo, as estruturas devem ser projetadas considerando não apenas sua funcionalidade, mas também requisitos secundários relacionados a métricas de desempenho, como custos previstos de construção e operação, bem como sua capacidade de gerar lucro. Muitos desses requisitos podem entrar em conflito, pois o aumento da segurança estrutural geralmente acarreta um aumento nos custos de produção. Por outro lado, a redução de custos, se realizada de maneira inadequada, pode comprometer a segurança.

Conforme apontado por Petroski (2012), um dos principais desafios enfrentados pelo projetista é prevenir falhas estruturais, demandando a avaliação de todos os possíveis modos de falha. Projetos estruturais seguros aderem a diretrizes normativas, utilizando o conceito de estados limites para avaliar os modos de falha aos quais um elemento ou sistema estrutural está sujeito. O dimensionamento estrutural conforme as recomendações normativas é uma metodologia semi-probabilística, em que a aplicação de fatores de segurança parciais estabelece uma margem de segurança no ponto de projeto, reduzindo, assim, a probabilidade de ocorrência de falhas. Em resumo, os fatores de segurança visam mitigar os efeitos indesejados provenientes das incertezas nas ações, resistências e nos modelos de engenharia nas estruturas.

As incertezas na resistência dos materiais estruturais e nas cargas afetam o desempenho e a segurança dos sistemas estruturais, resultando em riscos ou a possibilidade de respostas estruturais indesejáveis. Contudo, as soluções alinhadas às diretrizes normativas são, por natureza, conservadoras, gerando um conflito com o conceito de otimização. Portanto, surgem questões pertinentes, como o grau apropriado de conservadorismo para um projeto estrutural, a definição de margens de segurança adequadas e a busca por um equilíbrio entre segurança e eficiência econômica.

A otimização estrutural baseada em confiabilidade aborda as incertezas inerentes aos problemas de engenharia usando variáveis aleatórias de projeto e/ou processos estocásticos e campos aleatórios.. Isso possibilita estimar a probabilidade de falha da estrutura otimizada ou impor funções de restrição, garantindo um nível de segurança adequado.

8.1 Confiabilidade Estrutural

Para um melhor entendimento da aplicabilidade da confiabilidade estrutural, aborda-se de maneira breve alguns conceitos básicos.

No âmbito da engenharia estrutural, a confiabilidade está associada à probabilidade de um sistema desempenhar níveis adequados de segurança e operação dentro de uma vida de projeto especificada, geralmente descritos por equações de estado limite (Beck, 2019). As equações são compostas por variáveis aleatórias que, em geral, são descritas por distribuições de probabilidade.

Dado um vetor $\mathbf{X} \in \mathbb{R}^n$ que reúne as variáveis aleatórias que compõem o problema. Uma equação de estado limite $g(\mathbf{X})$ qualquer é avaliada de modo que para valores negativos, $g(\mathbf{X}) \leq 0$, caracteriza-se o domínio de falha Ω_f , e para valores positivos, $g(\mathbf{X}) > 0$, o domínio de sobrevivência Ω_s é verificado. Em boa parte dos problemas de confiabilidade estrutural, a equação de estado limite (*limit state equation* - LSE) é descrita como a diferença entre a resistência e a solicitação de um elemento ou sistema, $g(\mathbf{X}) = R - S$.

Com o objetivo de que o domínio de falha seja evitado de maneira adequada, costuma-se adotar margens de segurança entre resistência e solicitação, que podem ser estimados por meio do cálculos probabilísticos. A probabilidade de falha, p_f , é basicamente a probabilidade de violação das equações de estado limite, e pode ser calculada a partir da integral da função conjunta de densidade de probabilidades $f_{\mathbf{x}}(\mathbf{x})$ sobre o domínio de falha:

$$p_f = \int_{\Omega_f} f_{\mathbf{x}}(\mathbf{x}) d\mathbf{x}. \quad (8.1)$$

Em diversas aplicações a problemas estruturais, a Equação 8.1 é difícil de ser resolvida analiticamente, portanto métodos numéricos aproximativos costumam ser empregados, como o método de primeira ordem e segundo momento (*First Order Second Moment* - FOSM), o método de confiabilidade de primeira ordem (*First Order Reliability Method* - FORM), e o método de confiabilidade de segunda ordem (*Second Order Reliability Method* - SORM). Outra alternativa são os métodos de simulação de Monte Carlo (SMC), que também permitem o cálculo da probabilidade de falha com a geração de amostragem de variáveis aleatórias e verificação das equações de estado limite.

No presente trabalho, emprega-se o FORM na etapa da análise de confiabilidade de pilares de concreto armado em situação de incêndio e impacto veicular. O método também é empregado para o cálculo da probabilidade de falha do dispositivo de proteção em situação de queda de lajes lisas.

8.1.1 Método de confiabilidade de primeira ordem

Em síntese, o FORM consiste no mapeamento e transformação do vetor de variáveis aleatórias do problema, \mathbf{X} , que podem ser descritas por qualquer tipo de distribuição conjunta de probabilidade $f_{\mathbf{x}}(\mathbf{x})$ e podem ser correlacionadas entre si, em um vetor de variáveis aleatórias independentes, \mathbf{Y} , de distribuição normal padrão $f_{\mathbf{Y}}(\mathbf{y})$ (Melchers; Beck, 2018).

O FORM permite a solução de problemas que envolvam equações de estado limite lineares e/ou não lineares. Em resumo, a busca pelo chamado ponto de projeto é feita por meio da aproximação da equação de estado limite por um hiper-plano centrado neste mesmo ponto. Portanto, o domínio de falha é aproximado por uma função linear, que resulta em bons resultados quando a equação de estado limite transformada no espaço normal padrão, $g(\mathbf{Y})$, for plana ou aproximadamente plana na vizinhança do ponto de projeto.

O índice de confiabilidade β é interpretado geometricamente como a distância mínima entre a equação de estado limite e a origem do espaço normal padrão. O ponto correspondente ao β , sobre a equação de estado limite é chamado de ponto de projeto, simbolizado por \mathbf{y}^* , no espaço normal padrão, e por \mathbf{x}^* no espaço de distribuição original das respectivas variáveis aleatórias. O FORM parte da obtenção do ponto de projeto de maneira iterativa com o emprego de algoritmos de busca, como o HRLF (Hasofer, Lind, Rackwitz e Fiessler) e sua versão modificada, o iHRLF (*improved* Hasofer, Lind, Rackwitz e Fiessler), implementado neste trabalho. Basicamente, o algoritmo HRLF é definido pela busca dos pontos de projeto \mathbf{y}_{k+1} , como:

$$\mathbf{y}_{k+1} = -\alpha_k \left[\beta_k + \frac{g(\mathbf{y}_k)}{\|\nabla g(\mathbf{y}_k)\|} \right], \quad (8.2)$$

em que, $\nabla g(\mathbf{y}_k)$ é o gradiente da equação de estado limite no espaço normal padrão avaliado no ponto \mathbf{y}_k , podendo este ser calculado por diferenças finitas, quando conveniente, e α_k é o vetor de cossenos diretores da equação de estado limite, também conhecido como vetor de coeficientes de sensibilidade, obtido por:

$$\alpha(\mathbf{y}) = \frac{\nabla g(\mathbf{y})}{\|\nabla g(\mathbf{y})\|}. \quad (8.3)$$

Por se tratar de um vetor unitário, os valores dos componentes α_i^2 indicam a contribuição de cada variável aleatória \mathbf{Y}_i , e portanto das respectivas \mathbf{X}_i , na probabilidade de falha. Costuma-se avaliar os coeficientes α_i^2 com seu sinal original, sendo que, em geral, os coeficientes positivos apontam variáveis de resistência, enquanto os negativos indicam variáveis de solicitação. Para valores α_i^2 muito pequenos em relação à unidade, pode-se dizer que a variável aleatória correspondente tem pouca influência sobre a probabilidade de falha, podendo ser substituída por um valor determinístico. Essa técnica é de grande valia, já que permite a redução da dimensão de problemas que envolvem um grande número de variáveis aleatórias.

O algoritmo iHRLF se difere da sua versão original por considerar uma direção de busca d_k e um ajuste no passo, λ_k , na busca pelos pontos de projeto:

$$\mathbf{y}_{k+1} = \mathbf{y}_k + \lambda_k \cdot d_k, \quad (8.4)$$

tal que,

$$d_k = \frac{\nabla g(\mathbf{y}_k)^T \cdot \mathbf{y}_k - g(\mathbf{y}_k)}{\|\nabla g(\mathbf{y}_k)\|^2} \cdot \nabla g(\mathbf{y}_k) - \mathbf{y}_k. \quad (8.5)$$

Enquanto que no HRLF o passo λ_k é sempre unitário, no iHRLF realiza-se uma busca linear pelo passo que minimiza uma função mérito, expressa por:

$$\lambda_k = \arg \min [m(\mathbf{y}_k + \lambda d_k)], \quad (8.6)$$

em que $m(\mathbf{y})$, representa a função mérito, dada por:

$$m(\mathbf{y}) = \frac{1}{2} \|\mathbf{y}\|^2 + c |g(\mathbf{y})|, \quad (8.7)$$

sendo c o fator de penalidade da função mérito.

Ao se obter passo ótimo a cada iteração, garante-se a convergência incondicional do algoritmo, desde que as restrições dos parâmetros sejam satisfeitas.

Beck (2019) afirma que, devido a complexidade na resolução do problema de minimização da função mérito, admite-se um passo que reduza a função mérito de maneira suficiente por meio da regra de Armijo.

Por fim, obtidos os pontos de projeto e o índice de confiabilidade β , é possível calcular a estimativa de primeira ordem da probabilidade de falha, por meio da função de distribuição cumulativa (*cumulative distribution function* - CDF) normal padrão, $\Phi(\cdot)$:

$$p_f = \Phi(-\beta). \quad (8.8)$$

Um melhor detalhamento do método de confiabilidade de primeira ordem pode ser encontrado em Melchers e Beck (2018) e Beck (2019).

8.1.2 Confiabilidade de pilares de concreto armado em situação de incêndio

Sabendo da possibilidade da ocorrência de eventos acidentais, incluindo incêndios, os engenheiros costumam dimensionar as estruturas de maneira conservadora, uma das maneiras de se fazer isto é por meio da utilização de fatores de segurança. As diretrizes normativas recomendam fatores de majoração das cargas atuantes, e de minoração da resistência dos materiais, permitindo um projeto seguro, porém não é possível quantificar o grau de segurança atingido. Para isso, a teoria da confiabilidade se mostra eficiente, permitindo estimar probabilidade de falhas de elementos estruturais em situação de risco.

O estudo da confiabilidade estrutural em situação de incêndio é relativamente recente. Registros apontam que Baldwin (1974) foi o primeiro trabalho a quantificar a segurança de uma estrutura em situação de incêndio. Posteriormente, poucos trabalhos foram desenvolvidos na mesma temática, até o advento da concepção estrutural baseada em desempenho, que despertou o interesse de diversos pesquisadores.

Shetty *et al.* (1998) avaliaram a segurança e o projeto ótimo contra incêndio de estruturas de plataformas marítimas protegidas termicamente por meio de uma abordagem probabilística. Os autores utilizaram métodos de confiabilidade FORM e SORM para estimar a probabilidade de falha.

Ellingwood (2005) apresenta dados probabilísticos para combinações de cargas para diversos eventos excepcionais, inclusive situações de incêndio. O autor afirma que a probabilidade de ocorrência de um incêndio, por ano, em coincidência com outros carregamentos máximos (que incluem as ações permanentes e variáveis), é insignificante. Portanto, recomenda-se que sejam feitas combinações que consideram apenas uma fração da carga de projeto, no caso de ocorrência de incêndio.

A confiabilidade de pilares em situação de incêndio costuma se concentrar em elementos de aço, como em Iqbal e Harichandran (2010), que aplicaram conceitos da confiabilidade para calibração de fatores de carga em situação de incêndio. O trabalho considerou também a possível utilização de dispositivos de proteção contra o fogo para redução da probabilidade de falha. Os autores concluíram que as incertezas atreladas às variáveis de projeto são mais significativas no caso de concepção para situação de incêndio quando comparadas a um projeto para temperaturas ambientes. Outras pesquisas, como Guo e Jeffers (2014) e Zhang, Li e Wang (2014) verificaram a confiabilidade de pilares de aço, considerando a ocorrência de incêndio natural por meio de Simulações de Monte Carlo.

Dentre os poucos estudos encontrados na literatura sobre a confiabilidade de pilares de concreto armado em situação de incêndio, pode-se citar Weilert, Hosser e Klinzmann (2008), que modelaram o incêndio por meio da curva natural considerando incertezas da carga acidental em um pilar de concreto armado. Os autores obtiveram uma família de curvas naturais, tal como a variação do índice de confiabilidade ao longo do tempo de duração do incêndio. Eamon e Jensen (2013) simularam diversas situações de incêndio em pilares de concreto armado, variando a tipologia do incêndio, parâmetros de resistência à compressão e número de barras de aço, relação entre carga permanente e variável. A confiabilidade dos elementos foi calculada usando Simulação de Monte Carlo, simulando um tempo de exposição de 4 horas ao fogo. Os autores concluíram que a confiabilidade decresce de maneira não linear ao longo do tempo, sendo a tipologia do incêndio, a razão carga variável/permanente e a taxa de reforço os parâmetros mais significativos na obtenção do índice de confiabilidade.

Apesar da preocupação em quantificar a confiabilidade de estruturas em situações de incêndio, tal como no desenvolvimento de técnicas de mitigação de danos causados pelo fogo, poucos estudos se dedicam em verificar a redução da probabilidade de falha que essas técnicas podem causar.

8.1.3 Confiabilidade de pilares de concreto armado em situação de impacto veicular

Ao expor métodos destinados a estimar as forças aplicadas às estruturas, ocasionadas por impactos veiculares, as diretrizes normativas visam assegurar que, mesmo diante de tais eventos extraordinários, os elementos estruturais conservem a capacidade resistente. Os fatores de redução da resistência e amplificação das forças devem proporcionar uma margem de segurança, diminuindo as probabilidades de falhas. Contudo, persistem desafios em avaliar a confiabilidade dos elementos estruturais sob impactos veiculares.

O modelo probabilístico para cargas de impacto, descrito por JCSS (2001), apresenta formulação matemática assemelhada à Equação 5.4. Esse modelo oferece distribuições de probabilidades para os impactos de veículos e embarcações, considerando variáveis aleatórias como velocidade do impacto, ângulo da colisão, desaceleração, massa e rigidez do veículo. Essa abordagem probabilística serviu de base para as orientações normativas do Eurocode 1 (EN 1991-1-7:2006).

O estudo de Mestrovic, Cizmar e Miculinic (2008) abordou a análise de confiabilidade de pilares de concreto armado em viadutos, projetados conforme as diretrizes do Eurocode 1 (EN 1991-1-7:2006). Para tanto, os pesquisadores avaliaram a probabilidade de falha de um pilar, utilizando o FORM, considerando veículos com médias de massa de 1000 kg (veículo de passeio) e 20000 kg (caminhão) em distintas velocidades médias de impacto: 130 km/h e 150 km/h para o veículo de passeio; 80 km/h e 60 km/h para o caminhão. Os resultados evidenciaram que as regulamentações normativas podem, em grande parte, subestimar a magnitude da força de impacto. Os autores recomendam a adoção de modelos que considerem a dissipação de parte da energia cinética durante o impacto, uma vez que os modelos probabilísticos baseados no simples modelo de força de impacto (estrutura rígida) tendem a superestimar esse valor.

Thomas, Steel e Sorensen (2018) abordam a confiabilidade de pilares circulares de concreto armado submetidos a impactos veiculares e explosões sequenciais. Os autores realizaram uma análise de sensibilidade, construindo curvas de fragilidade para investigar os efeitos do diâmetro e comprimento do pilar, da taxa de armadura, da velocidade e aceleração do veículo, além da distância de afastamento da explosão na confiabilidade estrutural. Diversos tipos de veículos foram avaliados no estudo. Constatou-se que a confiabilidade estrutural sob impacto veicular é mais sensível a mudanças no diâmetro do pilar, na taxa de armadura e na velocidade do veículo. A obtenção do índice de confiabilidade ocorreu por meio do FORM e por Simulações de Monte Carlo, sendo que o primeiro método demonstrou ser mais conservador.

Zhao e Qian (2020) investigaram a confiabilidade de pilares de concreto armado em situações de impacto lateral, focando no modo de falha por cisalhamento. Foi desenvolvido um estudo paramétrico para identificar o efeito de variáveis como a altura do impacto, a borda do pilar, a esbeltez do pilar e a velocidade do impacto na resposta dinâmica e na distribuição da força inercial dos pilares. Simulações computacionais permitiram que modelos analíticos fossem estabelecidos. O estudo, embora focado em situações genéricas de impactos laterais em pilares, revela descobertas significativas. A confiabilidade dos pilares sob cargas de impacto é sensível a vários fatores, como velocidade do impacto, massa do objeto, área da seção e resistência do concreto. Em comparação com a velocidade do impacto, a influência da massa do objeto na probabilidade de falha por cisalhamento do pilar é mínima.

Embora existam vários estudos sobre estratégias de reforço em pilares para mitigar danos provocados por impactos veiculares, especialmente em pilares de pontes e viadutos, a proposição de reforços para pilares de edifícios convencionais é raramente abordada. Pouco se discute sobre como esse reforço pode assegurar níveis superiores de confiabilidade e prevenir o colapso progressivo decorrente da perda localizada de um elemento estrutural.

8.2 Otimização e Confiabilidade: Formulação

Para estabelecer matematicamente como os conceitos de otimização e confiabilidade estão interligados nos algoritmos, são apresentadas formulações clássicas e definições que são aplicadas no presente trabalho.

O vetor $\mathbf{X} \in \mathbb{R}^{n_{RV}}$ é composto por n_{RV} variáveis aleatórias, abrangendo parâmetros de diferentes naturezas, como a capacidade resistente (por exemplo, dimensões e resistência do material), os esforços solicitantes (como ações permanentes e acidentais) e os erros de modelo. Esses parâmetros são representados como variáveis aleatórias.

O vetor $\mathbf{d} \in \mathbb{R}^{n_{DV}}$ é constituído por n_{DV} variáveis de projeto. A função objetivo depende destas variáveis e usualmente deseja-se minimizar o consumo de material ou maximizar o desempenho. Dimensões nominais de elementos, valores nominais de resistência e taxas de armadura são variáveis que normalmente compõem o vetor \mathbf{d} . Em alguns casos, o vetor \mathbf{d} pode incorporar parâmetros de variáveis aleatórias, frequentemente as médias, chamados de variáveis aleatórias de projeto.

8.3 Tipos de Otimização Baseada em Confiabilidade

Com base no estudo de Beck e Gomes (2012), compara-se três abordagens distintas de otimização estrutural e suas particularidades. A Otimização de Projeto Determinístico (*Deterministic Design Optimization* - DDO) busca a solução ótima para a estrutura ao definir uma função objetivo, tipicamente que envolve o consumo de material (em massa ou volume) ou os custos de manufatura, com a imposição de funções de restrição, como verificações de equações de limite de resistência. Estas restrições podem ou não conter fatores de segurança. No entanto, esta abordagem não considera diretamente a incerteza dos parâmetros e seus impactos na segurança estrutural. Quando não são aplicados fatores de segurança na verificação dos modos de falha, a solução ótima pode comprometer a segurança estrutural, resultando em uma alta probabilidade de falha. Quando esses fatores são adicionados, a solução pode atender aos requisitos mínimos estabelecidos pelas normas, mas pode se tornar excessivamente conservadora, contradizendo o próprio conceito de otimização.

A Otimização de Projeto Baseada em Confiabilidade (*Reliability-Based Design Optimization* - RBDO) surge como alternativa ao considerar adequadamente a segurança estrutural diante das incertezas do problema. Esse método permite atingir níveis adequados e mensuráveis de segurança para a estrutura otimizada. Basicamente, busca-se uma solução ótima para a estrutura que cumpra objetivos como minimização de consumo de material, por exemplo, e atenda a funções de restrição relacionadas à probabilidade de falha, calculadas por métodos de confiabilidade. Entretanto, a RBDO não aborda as consequências econômicas associadas à falha, já que o nível de segurança é um parâmetro de restrição, não uma variável a ser otimizada. Assim, tanto a DDO quanto a RBDO, embora úteis para alcançar soluções ótimas sob uma perspectiva mecânica, não conseguem equilibrar adequadamente segurança e economia.

Considerando que qualquer estrutura sempre terá probabilidades de falha, mesmo que baixas, é fundamental levar em conta os custos esperados de falha. A Otimização de Riscos (*Risk Optimization* - RO), também conhecida como Otimização de Custos Sobre o Ciclo de Vida (*Life-Cycle Risk Optimization* - LCRO), busca soluções seguras e economicamente eficientes para sistemas estruturais, minimizando o custo total esperado.

A definição do custo esperado de falha coincide com a definição de risco, que é calculado como o produto entre a probabilidade de falha e o custo associado a essa falha:

$$c_{ef}(\mathbf{d}) = c_f(\mathbf{d})p_f(\mathbf{d}). \quad (8.9)$$

Um sistema estrutural está sujeito a vários modos de falha, representados por meio das n_{LS} equações de estado limite, que acarretam consequências de diferentes magnitudes. Para os modos de falha reversíveis, como falhas de serviço, os custos de falha envolvem os gastos com reparos e o custo relacionado à indisponibilidade da estrutura, especialmente quando se trata de um edifício comercial, no contexto de edifícios de concreto armado. No caso dos modos de falha últimos, como a ruína parcial ou total da estrutura, os custos podem ser ainda maiores, uma vez que podem exigir demolição, reconstrução e, conseqüentemente, a indisponibilidade da estrutura.

Além disso, uma falha estrutural pode se propagar para estruturas vizinhas, causando danos físicos, morais, ambientais e até mesmo fatais. Esse tema é delicado e suscita várias discussões sobre os custos envolvidos em possíveis indenizações. Embora, em um contexto filosófico, o custo de uma indenização seja sempre controverso, considera-se uma questão sensível quando um projetista avalia os custos que um eventual colapso pode acarretar, o que pode viabilizar, ou não, a construção de um edifício ou o reforço de uma estrutura existente, do ponto de vista econômico.

Por sua vez, o custo esperado total é estabelecido como a soma agregada de todos os custos ao longo do ciclo de vida de um sistema estrutural, expresso por:

$$\begin{aligned} c_{et}(\mathbf{d}) = & c_{\text{construção}}(\mathbf{d}) \\ & + c_{\text{operação}}(\mathbf{d}) \\ & + c_{\text{inspeção e manutenção}}(\mathbf{d}) \\ & + c_{\text{descarte}}(\mathbf{d}) \\ & + \sum_{i=1}^{n_{LS}} c_{fi}(\mathbf{d})p_{fi}(\mathbf{d}). \end{aligned} \quad (8.10)$$

8.4 Otimização de Riscos de Edifícios Garagem

O dispositivo de proteção proposto tem por finalidade aprimorar o desempenho de estruturas em relação ao colapso progressivo e seus efeitos adversos. Suas funcionalidades de proteção estrutural abrangem três aspectos, sendo que dois deles são foco primário deste estudo: a redução de danos causados por incêndios em pilares e a minimização de danos resultantes de colisões veiculares. Dessa forma, o dispositivo evita a propagação de falhas locais para o restante do sistema estrutural.

A terceira funcionalidade, objeto de pesquisa em andamento realizada pelo grupo de pesquisa em Confiabilidade Estrutural da EESC/USP, trata da capacidade de absorção de energia proveniente da queda livre de lajes lisas, que pode ocorrer após a falha inicial causada pela

remoção de um pilar. Em essência, o dispositivo de proteção, envolto em todos os pilares do edifício, é ativado em eventos excepcionais de falha, impedindo o colapso sequencial dos pavimentos do edifício, evitando, assim, colapsos progressivos do tipo *pancake*.

Embora sua aplicação possa ser estendida a diferentes tipos de edificações, a ênfase imediata e principal para o uso desse dispositivo está nos edifícios garagem. Isso se justifica pela maior incidência de incêndios e colisões veiculares, nesse tipo particular de estrutura.

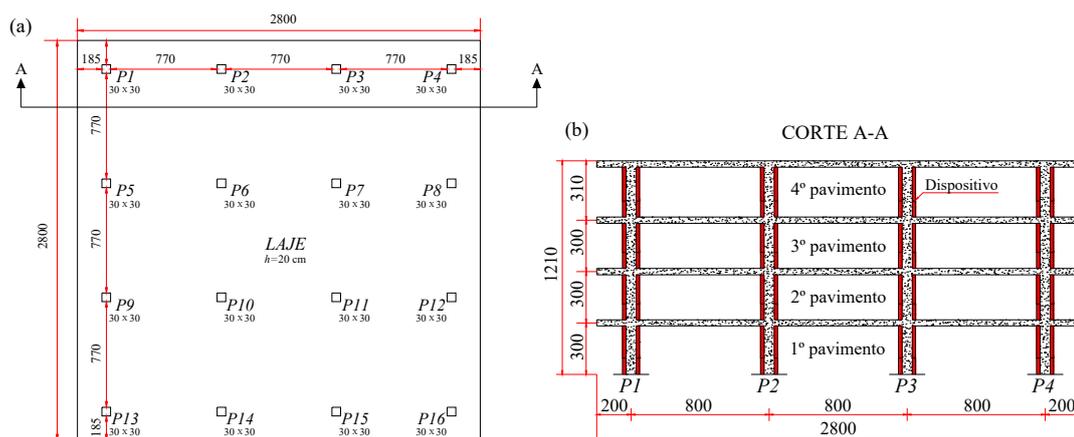
No contexto do Capítulo 3, é elucidado que estruturas celulares possuem notáveis propriedades de absorção de energia, atribuídas à sua capacidade de deformação. Inspirado na abordagem de Zhou e Yu (2004), investiga-se a eficácia do dispositivo em absorver energia em estudos de caso que contemplam a falha de lajes lisas.

Com o intuito de examinar a eficácia do dispositivo de proteção contra o colapso progressivo, é delineada uma análise focada na Otimização de Risco. O objetivo é identificar um conjunto de configurações de estruturas celulares que minimize o custo esperado total associado a um edifício garagem.

8.4.1 Configuração do sistema estrutural

Alguns aspectos essenciais são definidos para os estudos de caso. Inicialmente, estabelece-se as dimensões do edifício garagem alvo. Trata-se de um edifício com 4 pavimentos, incluindo o térreo, com uma altura de 3 metros em cada pavimento. Cada andar possui uma área total de 784 metros quadrados. A Figura 8.1 apresenta a (a) planta baixa do pavimento tipo e um (b) corte/elevação do edifício-garagem.

Figura 8.1 – Edifício-garagem analisado na otimização de riscos com aplicação do dispositivo. (a) Planta baixa. (b) Corte/Elevação.



Fonte: Autoria própria

Em relação às considerações estruturais, o sistema adotado é composto por lajes lisas com espessura de 20 cm, portanto, sem a presença de vigas. Todos os pilares do edifício possuem dimensões de 30×30 cm, com uma configuração de armadura correspondente à Figura 7.10(a). A resistência à compressão do concreto utilizado é de $f_{ck} = 30$ MPa, aplicável tanto para as lajes quanto para os pilares. A resistência ao escoamento do aço empregado é de $f_{yk} = 500$ MPa.

Considera-se a situação em que a estrutura proposta já está em uso, e identificou-se que não atende aos critérios de robustez necessários para prevenir o colapso progressivo. O método APM é recomendado especificamente para edifícios altos e preferencialmente para estruturas em fase de projeto, portanto não é aplicável a este edifício. Realizar reforços estruturais convencionais em concreto armado demandaria um tempo de mobilização que poderia acarretar prejuízos para um edifício comercial em operação, interrompendo seu funcionamento.

Assim, a instalação de dispositivos de proteção celulares pré-fabricados surge como uma alternativa viável. Eles podem ser instalados durante períodos nos quais o edifício não está em plena operação comercial ou de modo a minimizar o impacto na operação, como, por exemplo, a instalação em cada pavimento sequencialmente. O objetivo é garantir a viabilidade econômica, buscando uma configuração que justifique sua aplicação ao reduzir o custo esperado de falha do sistema estrutural e os custos associados ao reparo de uma eventual perda de pilar.

Do ponto de vista da instalação, define-se a aplicação de uma camada de 5 cm de estrutura celular quadrada em liga de alumínio - AA5056 em cada face de todos os pilares do edifício, estendendo-se ao longo de seu comprimento total de 3 metros. Esta configuração foi identificada como a mais eficiente na absorção de impactos, como demonstrado no Capítulo 7. Nos primeiros 1 metro de cada pilar, as células apresentam seus planos principais dispostos perpendicularmente à seção transversal do pilar. Nos dois metros restantes, as células têm seus planos principais alinhados na mesma direção da seção transversal do pilar. Esta disposição é estratégica, pois estruturas celulares tendem a ter maior resistência à compressão quando solicitadas na direção do plano.

A funcionalidade do dispositivo é condicionada à ocorrência de eventos acidentais, agindo como um mecanismo de mitigação de danos. Porém, ressalta-se que em situações normais, os pilares e lajes não têm suas capacidades resistentes ampliadas. Em situações de incêndio, o dispositivo age como isolante térmico, prevenindo o aumento excessivo de temperatura nos pilares para evitar falhas. Em casos de impactos, o dispositivo funciona como absorvedor, atenuando a intensidade das cargas dinâmicas para impedir a ruptura do pilar atingido.

8.4.2 Modelo mecânico

A representação precisa de um modelo mecânico para o sistema estrutural em análise é crucial. Opta-se por empregar o Método dos Pórticos Equivalentes (MPE) em conjunto com o Método dos Elementos Finitos (MEF) para modelar e analisar essa estrutura, composta por lajes lisas e pilares de concreto armado. Essa escolha visa garantir uma representação fiel da estrutura real, utilizando pórticos planos bidimensionais como modelo mecânico.

O Método dos Pórticos Equivalentes é uma abordagem que se baseia no teorema estático para estimar os esforços em lajes, utilizando pórticos representativos em diferentes direções. Normativas, como a ABNT NBR 6118:2023 e o ACI 318:2019, recomendam a utilização desse método.

Com base na ABNT NBR 6118:2023, o MPE pode ser utilizado em estruturas cujos

pilares estão dispostos em filas ortogonais, especialmente em lajes com vãos semelhantes, como é o caso das lajes lisas.

O método consiste-se em dividir a estrutura em pórticos em cada direção, compostos por colunas e barras horizontais com inércias equivalentes. Essa adaptação na rigidez dos elementos deve-se à necessidade de representação das lajes por meio de elementos lineares de barra.

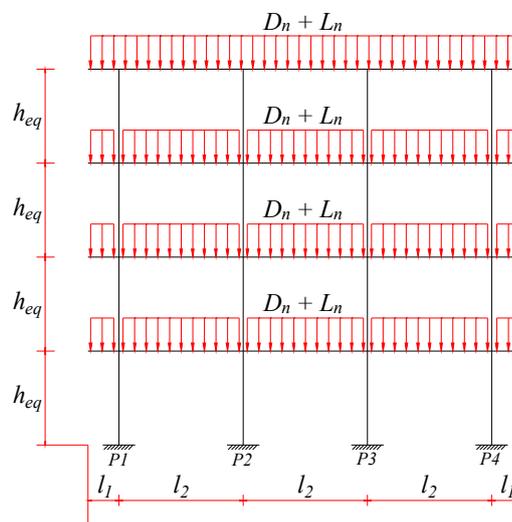
Para uma compreensão mais detalhada do MPE, recomenda-se a leitura do trabalho de Emerick (2005).

Após a obtenção dos pórticos equivalentes que melhor representam a estrutura das lajes lisas, o Método dos Elementos Finitos é utilizado para analisar a estrutura e obter os esforços atuantes nos elementos estruturais.

O Método dos Elementos Finitos é uma técnica numérica empregada para resolver problemas complexos por meio de equações diferenciais parciais. Esse método consiste em subdividir o domínio do problema em partes menores e mais simples, chamadas de elementos finitos, e utilizar técnicas de variação para obter uma solução aproximada, minimizando o erro associado (Zienkiewicz *et al.*, 2000).

A Figura 8.2 ilustra o modelo estático equivalente do pórtico tipo do edifício-garagem, implementado por meio do MEF para as simulações no processo de otimização de riscos.

Figura 8.2 – Modelo estático equivalente da linha de pórtico do edifício-garagem analisado na otimização de riscos.



Fonte: Autoria própria

8.4.3 Confiabilidade do sistema estrutural

O sistema estrutural, após a instalação do dispositivo de proteção, é composto pelos pilares de sustentação, lajes lisas e o dispositivo em questão.

Um cenário possível de colapso progressivo é identificado pela falha sequencial de todos os elementos do sistema estrutural. Se ocorrer um evento acidental que inicialmente danifique um pilar, a sequência de falha do sistema pode ser descrita em etapas, cada uma com uma

probabilidade de ocorrência:

1. Ocorrência do evento acidental (*hazard* - H), seja incêndio (p_{fire}) ou impacto veicular (p_{impact}): p_H ;
2. Perda do pilar (*column loss* - CL) devido aos danos causados pelos eventos acidentais, conhecida como probabilidade de falha latente: $p_{CL} = \sum_H P[CL|H]p_H$;
3. Perda das lajes (*slabs loss* - SL) em decorrência da perda do pilar, causada pelos danos do evento acidental: $p_{SL} = \sum_H P[SL|CL, H]P[CL|H]p_H$;
4. Perda dos dispositivos de proteção (*devices loss* - DL) resultante do desabamento das lajes, considerando a perda do pilar causada pelos danos do evento acidental: $p_{sys} = \sum_H P[DL|SL, CL, H]P[SL|CL, H]P[CL|H]p_H$.

Destaca-se que a ocorrência de cada evento está condicionada à ocorrência do evento anterior mencionado. Portanto, a confiabilidade do sistema estrutural pode ser estimada pela probabilidade p_{sys} . Para que a falha destes seja considerada, é necessário calcular a probabilidade de ocorrência de todos os eventos de falha anteriores a eles. Assume-se que a probabilidade de ocorrência de incêndio não interfere na probabilidade de ocorrência de impactos veiculares, no entanto, assume-se que os eventos não ocorrem simultaneamente. Portanto, adota-se a propriedade de soma para eventos mutuamente exclusivos e calcula-se o custo atrelado a cada uma das *hazards*. Assume-se que a remoção de um único pilar é capaz de desencadear a falha das lajes.

As probabilidades de ocorrência das falhas listadas estão associadas aos seguintes índices de confiabilidade:

- $\beta_{CL} = \Phi^{-1}[p_{CL}]$;
- $\beta_{SL} = \Phi^{-1}[p_{SL}]$;
- $\beta_{sys} = \Phi^{-1}[p_{sys}]$.

8.4.4 Custo esperado total do sistema

Para a otimização de risco, o objetivo é minimizar o custo esperado total do sistema (C_{et}), representado matematicamente da seguinte maneira:

Determinar conjuntos de pontos $\mathbf{d}^* = \{\rho_{r,1}^* \ \rho_{r,2}^*\}$, que

$$\begin{aligned} \text{minimizam} \quad C_{et}(\mathbf{d}, \mathbf{X}) &= C_{device}(\mathbf{d}) \\ &+ C_{sys}p_{sys}(\mathbf{d}, \mathbf{X}) \\ &+ C_{CL}P_{CL}(\mathbf{d}, \mathbf{X}); \end{aligned} \tag{8.11a}$$

$$\text{sujeito a} \quad 0,001 \leq \mathbf{d} \leq 0,2. \tag{8.11b}$$

A variável de projeto $\rho_{r,1}$ corresponde à densidade relativa do primeiro metro do dispositivo, destinado à proteção contra impactos veiculares, enquanto que a variável $\rho_{r,2}$ está relacionada à densidade relativa do comprimento restante do dispositivo até o teto do pavimento, que refere-se à proteção contra impactos da queda de lajes. Define-se que a difusividade térmica

efetiva do dispositivo é obtida por meio da densidade relativa $\rho_{r,2}$, uma vez que esta ocupa a maior parte de aplicação do dispositivo nos pilares, e portanto sendo mais representativa.

A primeira parte do custo esperado total, C_{device} , é associada ao custo de fabricação do dispositivo e pode ser estimada com base nos valores de massa da seguinte forma:

$$C_{device}(\mathbf{d}) = C_{material} \left[n_{pav} \times n_{columns} \times \rho_s \times Vol_{dev} \left(\frac{\rho_{r,1}}{3} + \frac{2\rho_{r,2}}{3} \right) \right], \quad (8.12)$$

em que

$C_{material} = \text{R}\$150,00$, representa o custo por quilograma da estrutura celular fabricada;

$n_{pav} = 4$, refere-se ao número de pavimentos do edifício;

$n_{columns} = 16$, refere-se ao número de pilares em cada pavimento;

$\rho_s = 2700 \text{ kg/m}^3$, indica a massa específica do material base da estrutura, que neste caso é a liga de alumínio - AA5056; e

$Vol_{dev} = 3 \times (0,4 \times 0,4 - 0,3 \times 0,3) = 0,21 \text{ m}^3$, é o volume ocupado pelo dispositivo.

As frações que precedem o volume correspondem à altura de aplicação do dispositivo.

O levantamento do custo da estrutura celular envolveu uma pesquisa de mercado específica para esse tipo de material. No entanto, foi observada uma escassez de referências com valores compatíveis com a estrutura desejada. As informações mais próximas da realidade nacional encontradas foram relacionadas aos materiais base para a fabricação de estruturas *honeycomb*, tais como aço carbono e liga de alumínio. Levando em consideração que o custo de manufatura da estrutura celular é equivalente ao custo da matéria-prima, foi estabelecido um valor médio de R\$150,00 por quilograma para o custo total de manufatura do dispositivo celular.

A segunda parcela do custo esperado total aborda o risco associado à falha do sistema estrutural, que é calculada multiplicando-se o custo esperado da falha do sistema, C_{sys} , pela probabilidade de falha do sistema, p_{sys} . Essa parcela deve incluir todos os custos decorrentes de um possível colapso progressivo, como custos de demolição, reparos, reconstrução, indenizações, entre outros.

A terceira parcela trata do risco associado à perda do pilar, calculado multiplicando o custo esperado do dano local, C_{CL} , pela probabilidade de perda do pilar, dado o evento acidental, $P[CL|H]p_H$. O custo associado a essa falha deve abranger possíveis despesas com reparos, reconstrução e prejuízos decorrentes do tempo de inatividade do edifício.

Definiu-se um custo total estimado para a construção do edifício ($C_{construction}$) em aproximadamente R\$4.500.000,00. Esse valor é derivado dos custos unitários do concreto C30 (R\$529,03 por m^3) e do aço CA-50 (R\$13,27 por kg), com um acréscimo de 114,15% referente aos encargos sociais, conforme dados fornecidos pela Secretaria de Infraestrutura. Além disso, foram incluídos os custos relativos a serviços preliminares, infraestrutura e complementares, como revestimentos e instalações. Por fim, o BDI (Benefícios e Despesas Indiretas) foi considerado, abrangendo a administração geral, despesas tributárias, imprevistos e contingências, lucro pretendido, custos indiretos e custo financeiro. Neste contexto, o BDI adotado para os exemplos apresentados nesta pesquisa é de 30%.

A metodologia empregada para estabelecer os custos C_{sys} e C_{CL} baseia-se no valor

estimado para a construção do edifício-garagem. Adota-se a premissa de que: $C_{sys} = 40 \times C_{construção}$ e $C_{CL} = C_{construção}/4$, quando p_{CL} está associada à falha do pilar em caso de impacto veicular (p_{impact}); e $C_{sys} = 80 \times C_{construção}$ e $C_{CL} = C_{construção}/2$, quando p_{CL} está relacionada à falha do pilar em caso de incêndio (p_{fire}). Essa definição é fundamentada nas consequências excepcionais que um incêndio pode provocar, como situações de pânico, propagação do fogo para edifícios adjacentes, comprometimento da estrutura devido às elevadas temperaturas, entre outros. Os valores adotados para majorar os custos esperados de falha são definidos conforme os estudos conduzidos por Beck, Ribeiro e Valdebenito (2020).

O custo de construção do edifício não é considerado na Equação 8.11a, uma vez que se presume a instalação do dispositivo em uma estrutura preexistente.

8.4.5 Equações de estado limite

Os modos de falha de elementos estruturais geralmente podem ser expressos por meio de equações de estado limite. Usualmente e a nível de elemento estrutural, uma LSE pode ser caracterizada pela diferença entre a capacidade resistente do elemento e o esforço solicitante atuante.

A seguir, são apresentados os métodos e as equações de estado limite adotados para representar os modos de falha dos elementos que constituem o sistema estrutural investigado.

8.4.5.1 Falha do pilar em situação de incêndio

A primeira etapa para avaliar o comportamento de falha de um pilar é determinar a natureza dos esforços que atuam sobre este elemento estrutural. Sob o sistema adotado de pórticos bidimensionais, todos os pilares estão sujeitos a esforços de flexo-compressão. Portanto, é fundamental verificar se o pilar tem capacidade de resistir tanto ao esforço axial quanto ao momento fletor atuante.

Diferente das vigas, a avaliação da resistência dos pilares não pode ser realizada de maneira direta, pois envolve um sistema não linear resultante da imposição das equações de equilíbrio entre os efeitos internos das cargas e as capacidades de resistência (Venturini; Andrade; Rodrigues, 1987). Deste modo, é apropriado desenvolver a curva de interação entre os esforços normal e momento fletor. Esta representação gráfica possibilita verificar se um determinado esforço combinado está dentro de uma zona de segurança ou de falha. Adicionalmente, fornece informações sobre a proximidade desse ponto em relação aos limites da curva de resistência, revelando a margem de segurança existente.

O critério de menor trajetória de carga, inicialmente proposto por Hong e Zhou (1999) e recentemente abordado por Facholli e Beck (2021), estabelece um estado limite de excentricidade constante, representado por uma variação linear entre o esforço normal e o momento fletor solicitante. A variação é descrita por uma reta que conecta a origem do diagrama N-M ao ponto de solitação $S = (N_S, M_S)$. Projetando essa reta, determina-se a localização do ponto de resistência $R = (N_R, M_R)$ na curva. A equação de estado limite (LSE 1) é expressa pela reta que mede a distância entre os pontos R e S , conforme a equação:

$$g_1(\mathbf{d}, \mathbf{X}) = \sqrt{N_R^2(\mathbf{d}, \mathbf{X}) + M_R^2(\mathbf{d}, \mathbf{X})} - \sqrt{N_S^2(\mathbf{X}) + M_S^2(\mathbf{X})}. \quad (8.13)$$

Essa abordagem é apropriada para avaliar pilares em condições de incêndio, pois permite a construção da curva de resistência considerando os efeitos do campo de temperatura na seção transversal do pilar, levando em conta a alteração da capacidade resistente do concreto e do aço.

Para calcular as parcelas resistentes e solicitantes que compõem a Equação 8.13, é necessária uma sequência de simulações numéricas que estão detalhadas no seguinte procedimento:

Etapa 1: Determinação da parcela solicitante:

- (a) Defina os carregamentos atuantes no sistema estrutural;
- (b) Obtenha o par ordenado $R = (N_R, M_R)$ referentes aos esforços solicitantes no pilar por meio do Métodos dos Elementos Finitos;
- (c) Com o ponto $R = (N_R, M_R)$ representado no plano cartesiano N-M, determine a inclinação da reta (excentricidade) que conecta a origem (0, 0) a esse ponto.

Etapa 2: Determinação da parcela resistente:

- (a) Considerando a aplicação de um isolante térmico sob o pilar, o tempo de exposição e natureza da curva de incêndio adotada, obtenha o campo de temperaturas na seção transversal;
- (b) Com base na inclinação da reta solicitante, construa a curva de interação N-M conforme o algoritmo apresentado na Seção 4.6.2, até localizar o ponto na curva que seja colinear com o ponto S ;
- (c) Defina o ponto colinear encontrado como parcela resistente $R = (N_R, M_R)$.

Destaca-se que este algoritmo pode ser iterado sequencialmente ao introduzir variáveis aleatórias que caracterizam tanto os esforços solicitantes quanto a capacidade resistente, o que viabiliza a estimativa da probabilidade de falha do pilar em contextos específicos. Adicionalmente, o método possibilita a inclusão dos dados referentes ao dispositivo de proteção, particularmente a variável de projeto ρ_r , nos cálculos.

As variáveis aleatórias consideradas nesse modo de falha englobam: a resistência à compressão do concreto (f_c); a resistência ao escoamento do aço (f_y); as cargas permanentes (D) e as cargas acidentais (L) aplicadas na estrutura; e a temperatura média (θ) dos gases em contato com a face mais exposta do pilar ou do dispositivo de proteção durante um incêndio, calculada pela Equação 4.2 que descreve a curva de incêndio padrão H, para 60 e 120 minutos de exposição.

Observou-se um considerável custo computacional relacionado ao cálculo da equação de estado limite devido aos múltiplos processos iterativos envolvidos. Tanto na busca pelo ponto ótimo quanto no cálculo de confiabilidade, a equação de estado limite é frequentemente avaliada. Nesse contexto, tornou-se relevante empregar métodos de aproximação para estimar o modelo que descreve essa equação. Por essa razão, optou-se por adotar um metamodelo baseado em

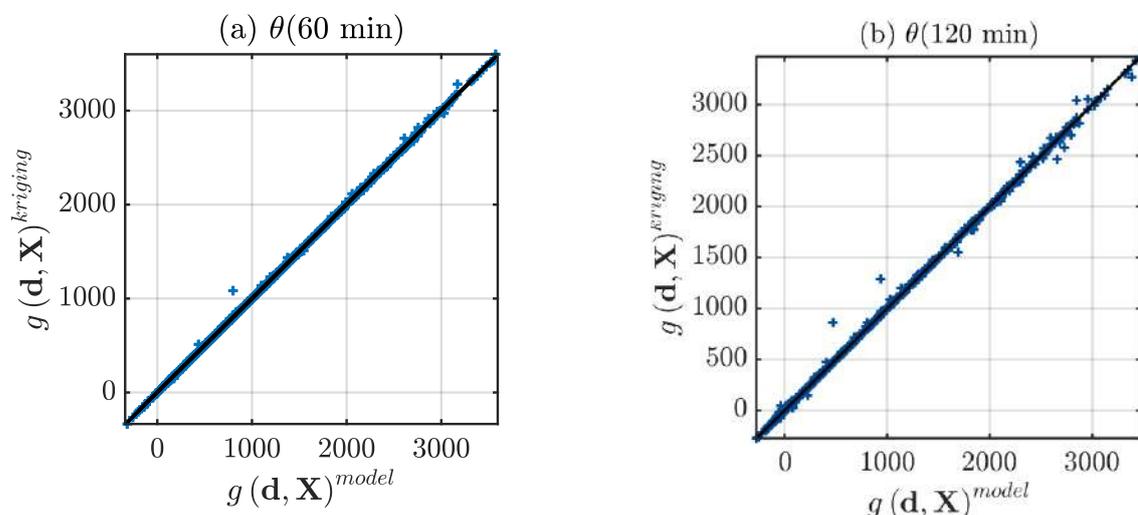
krigagem (*kriging*), capaz de fornecer uma descrição aproximada, porém com razoável precisão, da LSE por meio de polinômios. Essa estratégia possibilitou uma drástica redução no tempo de processamento, o que, anteriormente, poderia dificultar ou até mesmo inviabilizar a execução do algoritmo de otimização. Utilizou-se 1000 pontos de suporte para a geração de cada metamodelo.

Modelagem por Processos Gaussianos, mais conhecida como krigagem, consiste em uma técnica de meta-modelagem altamente eficaz. Seu propósito é aproximar um modelo de alta precisão, conhecido apenas em alguns pontos específicos considerados realizações de um processo estocástico gaussiano. No início, nos anos 60, sua aplicação estava principalmente restrita a sistemas físicos bidimensionais ou tridimensionais na área da geologia. No entanto, o trabalho de Sacks, Schiller e Welch (1989) expandiu o seu escopo para dados provenientes de modelos computacionais, abrindo novas possibilidades e ampliando significativamente suas aplicações.

Na área da confiabilidade estrutural, a utilização do *kriging* foi impulsionada por pesquisas como as de Romero, Swiler e Giunta (2004) e Kaymaz (2005). Atualmente, destacam-se várias pesquisas em otimização e confiabilidade estrutural que empregam a meta-modelagem por *kriging*, como os estudos de Moustapha *et al.* (2016), Schöbi, Sudret e Marelli (2017), Ribaud *et al.* (2020) e Kroetz, Tessari e Beck (2017), Kroetz *et al.* (2020). Para uma compreensão mais aprofundada sobre a técnica do *kriging* e suas aplicações em confiabilidade e otimização estrutural, recomenda-se a leitura dos trabalhos de Lataniotis, Marelli e Sudret (2015) e Kroetz (2015).

A Figura 8.3 representa a validação dos resultados obtidos por meio da krigagem da equação de estado limite de pilares em situação de incêndio, com temperaturas θ equivalentes a exposições de (a) 60 minutos e (b) 120 minutos, comparando o modelo numérico base com o metamodelo.

Figura 8.3 – Comparação entre modelo numérico e metamodelo para pilares em situação de incêndio a (a) 60 e (b) 120 minutos.



Fonte: Autoria própria

Os resultados mostram que a equação de estado limite pode ser descrita pelos metamodelos gerados com precisão suficiente para as simulações necessárias no processo de otimização de riscos.

8.4.5.2 Falha do pilar em situação de impacto veicular

O propósito do Capítulo 5 é elucidar o comportamento estrutural dos pilares quando sujeitos a impactos provenientes de veículos. São apresentados modelos quasi-estáticos que focam em estimar um valor de força estática equivalente atuante sobre o pilar, ocasionado pela colisão, calculado com base na velocidade de impacto contra o pilar e na massa do veículo.

A falha mais comum observada em pilares submetidos a impactos veiculares é a ruptura por cisalhamento. Dessa forma, a equação de estado limite (LSE 2) utilizada para descrever a falha dos pilares sob impacto de veículos é expressa por:

$$g_2(\mathbf{d}, \mathbf{X}) = V_R(\mathbf{X}) - V_S(\mathbf{d}, \mathbf{X}), \quad (8.14)$$

na qual, V_R é a capacidade resistente ao cisalhamento do pilar, que pode ser calculada por meio da Equação 5.6; e V_S é o esforço cortante atuante no pilar, que depende da força estática equivalente ESF proveniente do impacto veicular, calculada pela Equação 5.4, bem como dos demais carregamentos que atuam no sistema estrutural.

Para entender o cálculo das partes resistentes e solicitantes da equação de estado limite, é apresentado o procedimento a seguir.

Etapa 1: Determinação da parcela solicitante:

- (a) Estabeleça os parâmetros relativos ao veículo e à situação de impacto, como massa, rigidez equivalente e velocidade de colisão;
- (b) Defina as propriedades do material base do dispositivo de proteção, como tensão de escoamento (σ_{ys}), módulo de elasticidade (E_s), módulo de encruamento (E_h) e massa específica (ρ_s);
- (c) Estipule a densidade relativa (ρ_r) do dispositivo celular;
- (d) Calcule a tensão crítica dinâmica equivalente usando a Equação 3.15, para impactos perpendiculares ao plano;
- (e) Determine a área de impacto do veículo e calcule a desaceleração equivalente conforme a Equação 7.2;
- (f) Calcule a força estática equivalente ESF por meio da Equação 5.4;
- (g) Considere a altura de aplicação da ESF no pilar e aplique a carga pontual no modelo mecânico;
- (h) Obtenha o esforço cortante (V_S) e o esforço axial (N_S) no pilar usando o Método dos Elementos Finitos.

Etapa 2: Determinação da parcela resistente:

- (a) Defina os parâmetros pertinentes para o cálculo da capacidade resistente ao cisalhamento do pilar de concreto armado, como dimensões da seção transversal, resistência à compressão do concreto, altura útil da seção, área das barras de aço transversais (estribos), resistência ao escoamento das barras de aço transversais e o espaçamento entre as barras;
- (b) Com o esforço axial solicitante (N_S) conhecido, calcule a capacidade resistente ao cisalhamento do pilar (V_R) utilizando a Equação 5.6.

As variáveis aleatórias utilizadas para calcular a probabilidade de falha por cisalhamento em pilares submetidos a impactos veiculares são: a resistência à compressão do concreto (f_c); a resistência ao escoamento das barras de aço transversais (f_{yt}); as cargas permanentes (D) e as cargas acidentais (L) que atuam na estrutura; a massa do veículo (m_{car}); e a velocidade com que o veículo atinge o dispositivo de proteção (v_{car}).

Ressalta-se que o dispositivo de proteção age como um amortecedor de impacto. Ao ser atingido por uma determinada velocidade, a estrutura celular sofre deformações, gerando resistência ao impacto do veículo e reduzindo a velocidade com que ele atinge o pilar e conseqüentemente a magnitude da força aplicada.

8.4.5.3 Falha das lajes lisas

A análise detalhada dos modos de falha e confiabilidade das lajes lisas, consideradas nos estudos de caso, não é parte direta deste trabalho, sendo conduzida por Carneiro (2024) em uma pesquisa paralela.

Durante a investigação, são calculadas as probabilidades de falha dessas lajes em concreto armado, considerando a remoção de um pilar central da linha de pórtico. Dois modos de falha são examinados para cada conjunto de lajes, abrangendo os quatro pavimentos simulados: falha devido à flexão (para momentos fletores positivos e negativos) e falha devido à punção. Adicionalmente, leva-se em conta a presença de armadura projetada para resistir ao colapso progressivo, sendo ativada somente após a ocorrência de falha por punção, o que configura uma falha de sistema.

Com o intuito de evitar possíveis objeções na interpretação dos resultados e no âmbito do processo de otimização de riscos delineado neste trabalho, adotou-se uma abordagem conservadora, estipulando que a probabilidade de falha das lajes em todos os pavimentos, decorrente da remoção do pilar central, é igual a 1, ou seja, $P[SL|CL, H] = 1$. A partir desse princípio, a falha de uma única laje já se revelaria capaz de desencadear o colapso progressivo.

Embora esse valor subestime a capacidade resistente das lajes em circunstâncias excepcionais de falha, a confiabilidade dessas lajes nessas condições é reconhecidamente baixa, indicando um risco substancial de colapso. Portanto, a imposição da probabilidade de falha unitária não apenas é suficiente, mas também minimiza a influência nos resultados do processo de otimização de riscos. Recomenda-se a leitura do trabalho conduzido por Carneiro (2024) para

obter informações detalhadas sobre os modos de falha investigados e a confiabilidade das lajes lisas.

Ressalta-se que o processo de otimização não influencia diretamente nos índices de confiabilidade das lajes em si, mas sim nos eventos que antecedem (evento acidental e perda do pilar) e sucedem (perda dos dispositivos devido ao desabamento) sua falha.

8.4.5.4 Falha do dispositivo de proteção

O estágio final nos eventos de falha, que indica o colapso global da estrutura, ocorre quando os dispositivos de proteção se arruínam devido ao esmagamento causado pela queda das lajes. Para modelar o comportamento mecânico e descrever a falha desses dispositivos, adota-se um modelo energético analítico inspirado nas formulações propostas por Zhou e Yu (2004).

Considerando o desabamento sequencial das lajes, caracterizando um colapso progressivo do tipo *pancake*, a energia potencial gravitacional de cada pavimento é convertida em energia cinética, acumulando-se durante as quedas e contribuindo para a energia total de impacto do sistema. Nesse processo, há uma resistência oferecida pelo pavimento abaixo ao que está em colapso, mas sua capacidade de dissipação de energia é mínima, não sendo suficiente para interromper a catástrofe. Isso ocorre porque os pilares sobrecarregados deformam-se muito pouco antes de falhar, resultando no colapso do restante dos elementos estruturais do pavimento. Para abordar esse desafio, Zhou e Yu (2004) apresentam um estudo teórico e numérico que simula a instalação de dispositivos celulares para absorver a energia de impactos sucessivos de lajes em situações de colapso progressivo.

Os autores consideram que o dispositivo é instalado em todos os pavimentos e, quando acionados devido à queda de uma laje, sofrem compressão de maneira uniforme. Não são fornecidos detalhes sobre a localização específica da instalação dos dispositivos, no entanto, sugere-se que estejam espaçados de maneira a abranger todas as regiões das áreas afetadas.

No estudo de aplicação apresentado no trabalho supracitado, é considerado um edifício com dimensões proporcionais às das torres do *World Trade Center*. Utilizando conceitos de conservação de energia, os autores estimam a área de ocupação requerida em cada pavimento para a instalação de dispositivos quadrados de absorção de energia em alumínio, com o objetivo de dissipar a energia da queda das lajes que dão início ao colapso progressivo. A configuração da estrutura celular proposta é uniforme para todos os pavimentos, com uma densidade relativa de $\rho_r = 0,16$. A capacidade resistente das estruturas celulares é definida pela tensão crítica de *plateau*, $\sigma_{cr} = 27,5$ MPa. Em relação à parcela solicitante de energia, os autores assumem que a laje imediatamente acima do dispositivo analisado possui energia potencial gravitacional, calculada em termos do carregamento total do pavimento, somada à energia cinética dos pavimentos que estão em queda, calculada em termos da soma dos carregamentos desses pavimentos, subtraída da energia dissipada pelos respectivos dispositivos que foram esmagados.

A capacidade resistente requerida para assegurar a segurança de um dispositivo está vinculada à sua localização. No contexto de um dimensionamento determinístico, como feito por Zhou e Yu (2004), contempla-se o cenário mais desafiador de solicitações, exigindo que o

dispositivo tenha a capacidade resistente de absorver o impacto de todos os pavimentos situados acima do seu local, o que pode ser alcançado por meio do aumento da tensão crítica de *plateau* ou da área de ocupação do dispositivo. Por mais, fatores de segurança são empregados. No entanto, essa abordagem é excessivamente conservadora, pois não leva em conta que, para um pavimento receber o impacto do pavimento acima (considerando a instalação do dispositivo em todos os pavimentos), o dispositivo do pavimento em questão deve ter falhado. Ao considerar a energia proveniente da queda de n pavimentos, todos os n dispositivos também precisam ter falhado. Isso configura uma falha em sistema, envolvendo, portanto, probabilidades de falha condicionais.

Assim, para um edifício com um total de m pavimentos, um dispositivo localizado no pavimento n deve ser avaliado em $m - n + 1$ eventos de falha, alterando a parcela solicitante de energia. Por exemplo, um dispositivo instalado no segundo pavimento ($n = 2$) de um edifício com quatro pavimentos ao todo ($m = 4$) deve ser avaliado em 3 situações de falha: (1) energia solicitante proveniente apenas da queda da laje do pavimento 2; (2) energia solicitante proveniente da queda do pavimento 2 e energia cinética restante da falha do sistema do pavimento 3; (3) energia solicitante proveniente da queda do pavimento 2 e da energia cinética restante da falha do sistema dos pavimentos 3 e 4.

A equação de estado limite (LSE 3) que descreve a falha do dispositivo em termos de energia no pavimento n pode ser genericamente representada como:

$$g_3(\mathbf{d}, \mathbf{X}) = \Delta E_n(\mathbf{d}, \mathbf{X}) = E_r(\mathbf{d}) - E_{s,n}(\mathbf{d}, \mathbf{X}), \quad (8.15a)$$

para

$$E_r(\mathbf{d}) = A_{disp} \left(\frac{W_{max,1}}{3} + \frac{2W_{max,2}}{3} \right), \quad (8.15b)$$

$$E_{s,n}(\mathbf{d}, \mathbf{X}) = P_{pav} \left(\frac{\varepsilon_{D,1}}{3} + \frac{2\varepsilon_{D,2}}{3} \right) + \sum_{i=n-1}^m \Delta E_i(\mathbf{d}, \mathbf{X}). \quad (8.15c)$$

sendo

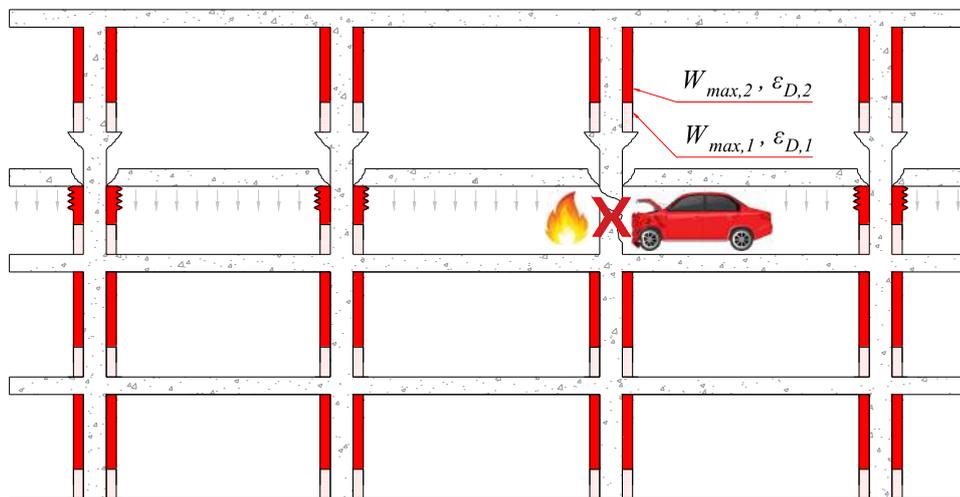
- ΔE_n : Balanço de energia no pavimento n ;
- E_r : Capacidade total resistente de absorção de energia do dispositivo;
- $E_{s,n}$: Energia total solicitante no pavimento n ;
- A_{disp} : Área total ocupada pelos dispositivos por pavimento;
- $W_{max,1}$: Capacidade máxima de energia por unidade de volume do primeiro 1/3 da altura total do dispositivo;
- $W_{max,2}$: Capacidade máxima de energia por unidade de volume dos 2/3 restantes à altura total do dispositivo;
- P_{pav} : Carregamento total solicitante em cada pavimento, considerando cargas permanentes e variáveis ($G_n + Q_n$);
- $\varepsilon_{D,1}$: Deformação limite do primeiro 1/3 da altura total do dispositivo;
- $\varepsilon_{D,2}$: Deformação limite dos 2/3 restantes à altura total do dispositivo.

W_{max} e ε_D são calculados com base nas propriedades da estrutura celular, da densidade relativa e do sentido da sollicitação axial.

Nas análises realizadas, a área de ocupação dos dispositivos por pilar é fixada em 0,07 m², referente à camada de 5 cm em cada face dos pilares da seção 30 × 30 cm, totalizando uma área total ocupada pelos dispositivos de $A_{disp} = 1,12$ m² por pavimento.

Conforme a abordagem de Zhou e Yu (2004), supõe-se um esmagamento uniforme dos dispositivos. Na Figura 8.4, ilustra-se o caso em que as lajes do terceiro pavimento falham por punção, acionando simultaneamente todos os dispositivos, exceto aquele ligado ao pilar danificado. Essa consideração, apesar de conservadora, possibilita avaliar a capacidade resistente dos dispositivos nos cenários mais severos de colapso. Nas análises de riscos considera-se outros cenários possíveis de falha, como em que mais de um pavimento colapsa e situações em que um pavimento falha, junto com seus dispositivos, mas os subsequentes conseguem evitar a propagação do colapso.

Figura 8.4 – Funcionamento do dispositivo como absorvedor de energia em caso de colapso das lajes.



Fonte: Autoria própria

8.4.6 Variáveis aleatórias

Considerando as equações de estado limite que descrevem os modos de falha dos elementos que integram o sistema estrutural em análise, as variáveis aleatórias correspondentes estão detalhadas na Tabela 8.1.

Tabela 8.1 – Variáveis aleatórias consideradas nas equações de estado limite.

LSE	Variável	Nominal	Média	Desvio Padrão	Distribuição	Fonte
1, 2	f_c	30 MPa	$1,22f_{ck}$	$0,183f_{ck}$	Normal	1
1	f_y	500 MPa	$1,22f_{yk}$	$0,0488f_{yk}$	Normal	1
2	f_{yt}	60 GPa	$1,22f_{ytk}$	$0,0488f_{ytk}$	Normal	1
1, 2	D_n	37,5 kN/m	$1,05D_n$	$0,105D_n$	Normal	2
3	G_n	5880 kN	$1,05D_n$	$0,105D_n$	Normal	2
1	L_n	15 kN/m	$0,24L_n$	$0,156L_n$	Gumbel	3
2	L_n	15 kN/m	$0,25L_n$	$0,138L_n$	Gamma	4
3	Q_n	1960 kN	$0,25L_n$	$0,138L_n$	Gamma	4
1	θ	Equação 4.2 - °C	θ	$0,45\theta$	Normal	5
2	m_{car}	2131 kg	m_{car}	$0,33m_{car}$	Normal	6
2	v_{car}	30 km/h e 60 km/h	v_{car}	$0,15v_{car}$	Log-normal	6

Fonte: Autoria própria

As referências citadas, elencadas no rodapé desta página, são empregadas de maneira específica para determinar o tipo e os parâmetros das distribuições de probabilidade das variáveis aleatórias. Os valores nominais são estabelecidos conforme as definições de projeto do edifício-garagem e seu sistema estrutural. As cargas permanentes e acidentais têm um valor nominal de 25 kN/m³, relacionado ao peso próprio do concreto armado, e 2,5 kN/m², que representa a carga de ação acidental em garagens, conforme recomendado por Costa e Beck (2023). Esses valores são ajustados em termos de cargas lineares (em kN/m) nas variáveis D_n e L_n , para as simulações em MEF, e em termos de cargas totais por pavimento (em kN) nas variáveis G_n e Q_n , para as simulações relacionadas à LSE 3.

8.5 Estudos de caso

Apresentadas as metodologias e as estratégias propostas para as análises de otimização de riscos em edifícios-garagem, parte-se para a exposição dos estudos de caso. Esses estudos tem por objetivo encontrar a solução ideal para o dispositivo que reduz significativamente o custo esperado de falha e eleva patamares de confiabilidade estrutural e segurança contra o colapso progressivo, desencadeado pela perda de pilares.

Os cenários adotados para os estudos de caso envolvem impactos veiculares, com velocidades médias de 30 km/h e 60 km/h, além de incêndios com temperaturas médias equivalentes à curva padrão H, com durações de 60 minutos e 120 minutos. As probabilidades atribuídas aos

¹ Santiago (2019)

² Ellingwood (2005)

³ Nowak e Szerszen (2003)

⁴ Santiago *et al.* (2020)

⁵ Eamon e Jensen (2013)

⁶ Thomas, Steel e Sorensen (2018)

eventos nessas simulações são de $p_H = [10^{-1}, 10^{-2}, 10^{-3}, 10^{-4}]$, combinadas entre si, configurando 16 cenários de ocorrência em cada caso analisado. Essas considerações permitem avaliar como a viabilidade econômica da instalação do dispositivo de proteção é afetada em resposta à severidade dos eventos acidentais e suas taxas de ocorrência.

Em todos os cenários analisados, são calculados os custos esperados de falha para o edifício na ausência da instalação do dispositivo de proteção, representados por $C_{w/o\ device} = C_{sys} + C_{CL}$. Para isso, segue-se a mesma metodologia previamente apresentada. No entanto, nesses cálculos, não são consideradas a camada de isolamento térmico para avaliar a falha do pilar em situação de incêndio, nem a desaceleração da velocidade com que o veículo atinge o pilar ao avaliar a falha por cisalhamento. Além disso, a análise da Equação 8.15 (LSE 3) é excluída do processo de cálculo, uma vez que não se contempla a capacidade do dispositivo em assegurar a contenção da queda das lajes ao absorver a energia cinética. Dessa forma, a confiabilidade do sistema na ausência do dispositivo é expressa por $\beta_{sys\ w/o\ device} = \Phi^{-1}[\sum_H P[SL|CL, H]P[CL|H]p_H]$.

Os resultados provenientes da otimização de riscos em todos os cenários analisados, abrangendo os pontos ótimos, custos esperados de falha, custos de manufatura dos dispositivos otimizados, custo esperado de falha do edifício na ausência do dispositivo, e índices de confiabilidade pertinentes à análise do problema, estão disponíveis no Apêndice B. Tabelas detalhadas apresentam esses resultados, facilitando a compreensão, introdução das discussões e apreciação dos resultados obtidos.

8.5.1 Impacto veicular a 30 km/h e incêndio com 60 minutos de duração

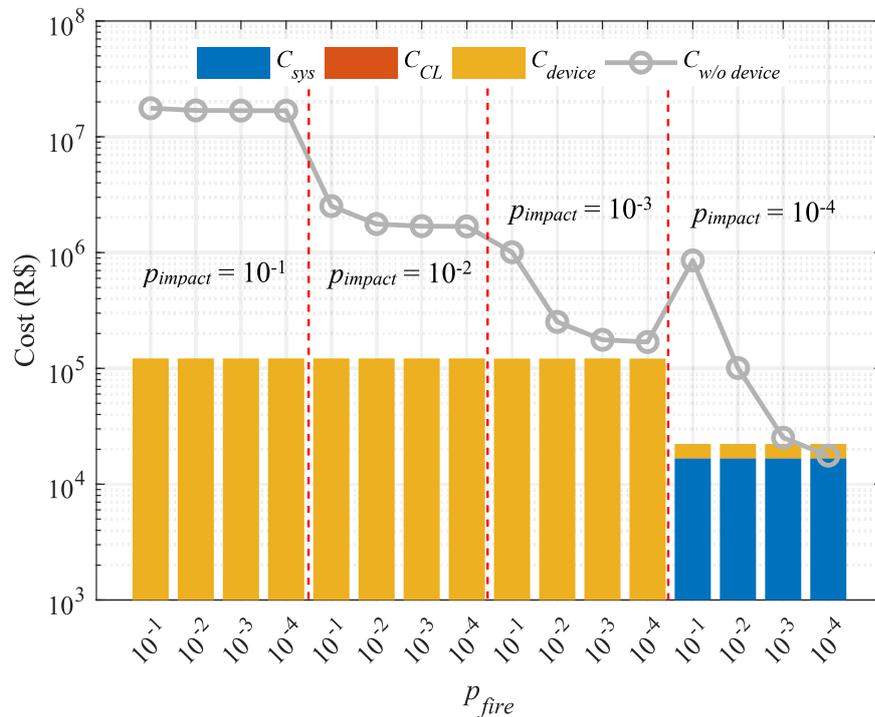
Considerada a combinação de eventos mais branda dentre as analisadas, pode ser imprudente supor que a ocorrência de um impacto veicular a 30 km/h ou um incêndio com duração de 60 minutos de exposição não seria capaz de desencadear a falha do pilar e sua subsequente propagação ao restante da estrutura.

Apresenta-se na Figura 8.5 o custo esperado de falha do edifício na ausência do dispositivo, comparado com os custos da solução otimizada do dispositivo de proteção.

Ao analisar os resultados, é evidente que o dispositivo de proteção otimizado demonstra uma redução significativa nos custos esperados de falha, especialmente quando as probabilidades de ocorrência de eventos acidentais são elevadas, reduzindo de valores em torno de R\$ 17,5 milhões para aproximadamente R\$ 122 mil. Com a diminuição das probabilidades de ocorrência dos eventos acidentais, o custo esperado de falha da estrutura desprotegida se aproxima do custo da solução otimizada. O custo esperado total permanece relativamente constante em várias situações, uma vez que é composto apenas pela parcela do custo de manufatura do dispositivo, independente da probabilidade de ocorrência dos eventos.

Os resultados indicam que a falha causada por impacto veicular define a solução ótima do problema para probabilidades de ocorrência de até $p_{impact} = 10^{-3}$, convergindo para uma solução com valores específicos $[p_{r,1}, p_{r,2} = 0,065, 0,001]$. Essa solução demonstra eficácia ao reduzir os custos esperados de falha a valores próximos de zero. Dessa forma, o custo esperado

Figura 8.5 – Custos esperados da falha do edifício com dispositivo otimizado para $v_{car} = 30 \text{ km/h}$ e $\theta(t) = 60 \text{ min}$.



Fonte: Autoria própria

total resume-se ao custo de manufatura do dispositivo, sem variações significativas em relação à mudança da probabilidade de ocorrência de incêndio p_{fire} . Esse comportamento é justificado pelo fato de que, para reduzir a probabilidade de falha do pilar em situações de incêndio, é necessário utilizar dispositivos mais porosos, resultando em estruturas mais leves e, conseqüentemente, menor custo de produção.

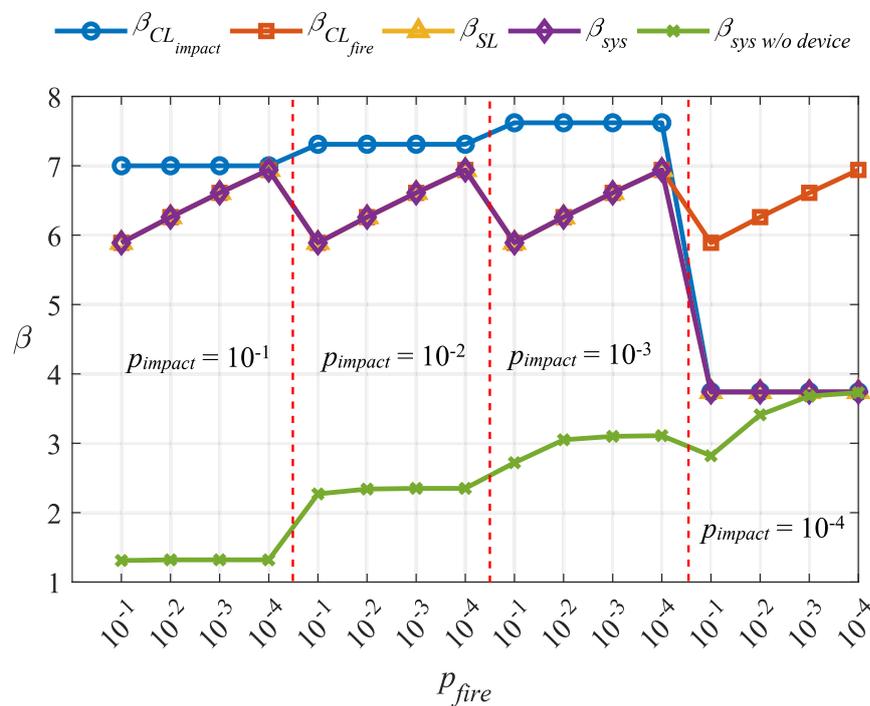
Para probabilidade de impacto veicular igual a 10^{-4} , a solução encontrada pelo algoritmo de otimização foi a mínima do espaço amostral, $[\rho_{r,1}, \rho_{r,2} = 0,001, 0,001]$. Isso realça que para eventos acidentais com taxas de ocorrência extremamente baixas, a viabilidade econômica da aplicação do dispositivo pode ser questionável. No entanto, em cenários com probabilidades mais elevadas de incêndio, a implementação do dispositivo é justificável, embora seu papel seja predominantemente o de isolamento térmico.

Considerando a relação direta entre custos e probabilidades de falha do sistema estrutural, são apresentados na Figura 8.6 os índices de confiabilidade obtidos por meio da otimização do dispositivo em comparação com a confiabilidade do sistema para o edifício desprotegido.

A disparidade observada entre a confiabilidade do sistema com a utilização do dispositivo, em comparação com a ausência dele, justifica os resultados dos custos esperados de falha. A significativa redução da probabilidade de falha do sistema como um todo decorre, em grande parte, da diminuição da probabilidade de perda do pilar.

É perceptível que os valores de confiabilidade condicional das lajes (β_{SL}) e do sistema

Figura 8.6 – Índices de confiabilidade do edifício com dispositivo otimizado para $v_{car} = 30$ km/h e $\theta(t = 60$ min).



Fonte: Autoria própria

(β_{sys}) coincidem com o menor índice de confiabilidade do pilar, sendo resultado de três condições. Primeiramente, devido ao modo de falha observado, o menor valor de confiabilidade do pilar tende a influenciar a confiabilidade condicional. Em segundo lugar, a probabilidade de falha das lajes, ocasionada pela remoção do pilar, dita unitária, o que culmina no mesmo índice de confiabilidade dos eventos condicionais. Por fim, a terceira condição é atribuída às soluções ótimas encontradas para o dispositivo, que não apresenta capacidade resistente suficiente para evitar o colapso progressivo no caso de queda das lajes.

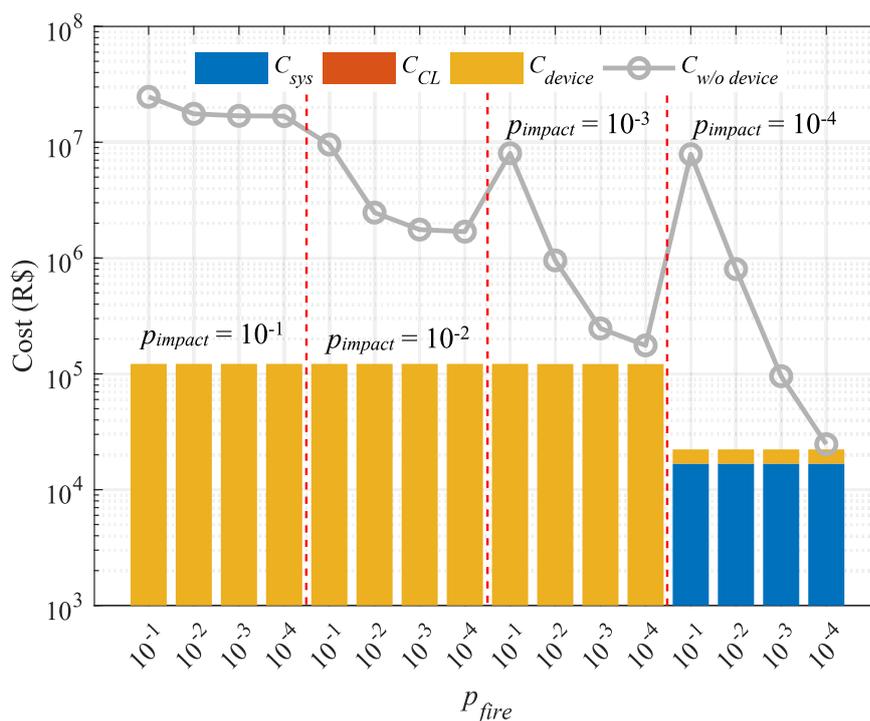
Entretanto, é importante destacar que isso não implica que as soluções encontradas para o dispositivo sejam ineficazes na prevenção do colapso progressivo. Pelo contrário, essas soluções atuam na mitigação do dano inicial, impedindo sua propagação. Se a solução já garante níveis adequados de confiabilidade para os pilares em situações de incêndio e impacto veicular, não há necessidade de impor um dispositivo mais robusto para evitar a queda das lajes, o que acarretaria em um custo de manufatura mais elevado.

Por fim, para probabilidades mais baixas de ocorrência dos eventos acidentais, os índices de confiabilidade do sistema para a estrutura com o dispositivo praticamente se igualam aos da estrutura desprotegida, reforçando a ideia de inviabilidade da aplicação do dispositivo nessas condições de eventos acidentais.

8.5.2 Impacto veicular a 30 km/h e incêndio com 120 minutos de duração

Neste contexto, aborda-se uma condição de incêndio mais rigorosa, com a duração estendida para 120 minutos. A velocidade média do impacto veicular permanece em 30 km/h. Os resultados derivados do processo de otimização de riscos para este cenário em particular estão ilustrados na Figura 8.7.

Figura 8.7 – Custos esperados da falha do edifício com dispositivo otimizado para $v_{car} = 30$ km/h e $\theta(t) = 120$ min).



Fonte: Autoria própria

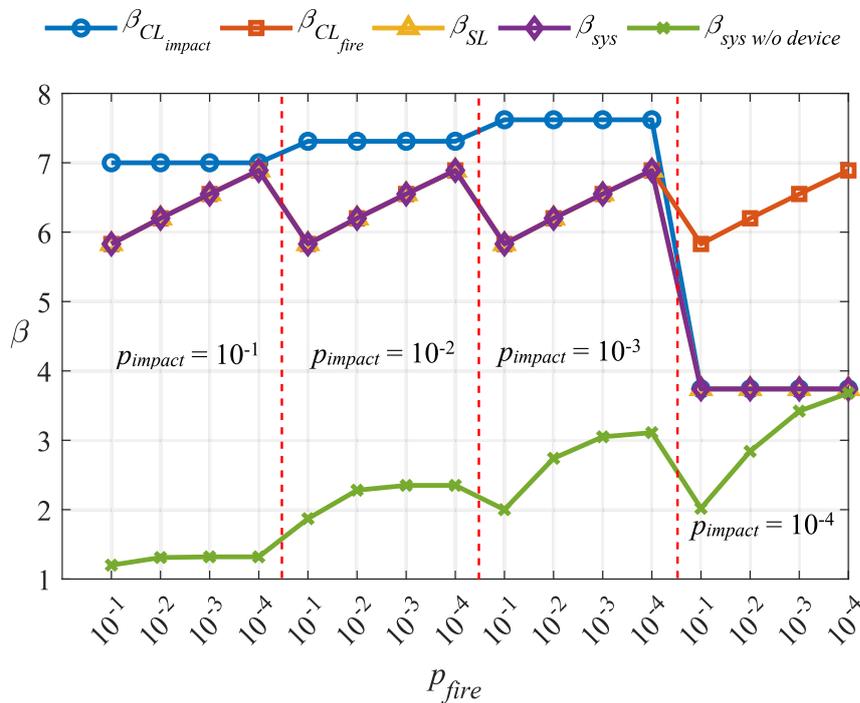
Os resultados obtidos pelo algoritmo de otimização para este cenário são praticamente idênticos aos do cenário anteriormente abordado. Essa consistência pode ser atribuída à manutenção da velocidade média de impacto, indicando que, teoricamente, as mesmas soluções para a variável $\rho_{r,1}$ seriam necessárias para garantir níveis adequados de confiabilidade, visando minimizar o custo esperado da perda do pilar (C_{CL}) e, por conseguinte, o custo esperado de falha do sistema (C_{sys}). Desse modo, resta apenas o custo de manufatura do dispositivo.

Mesmo diante de um cenário mais desafiador de exposição ao fogo, a solução ótima permaneceu restringida pela mínima densidade imposta, com $\rho_{r,2} = 0,001$. Esse resultado era antecipado, pois a minimização da densidade relativa implica na redução da difusividade térmica (melhor isolamento) aliada ao menor consumo de material.

Os índices de confiabilidade do sistema estrutural no cenário em questão estão apresentados na Figura 8.8.

Em conformidade com o cenário anterior, no qual as soluções encontradas no processo de otimização permaneceram inalteradas, os índices de confiabilidade também apresentam

Figura 8.8 – Índices de confiabilidade do edifício com dispositivo otimizado para $v_{car} = 30$ km/h e $\theta(t = 120$ min).



Fonte: Autoria própria

semelhanças. Contudo, é evidente que os valores de $\beta_{sys\ w/o\ device}$ são ainda mais baixos em uma situação de incêndio com 120 minutos de duração, especialmente quando a probabilidade desse evento é elevada. Conforme esperado, confirma-se que um incêndio com uma duração mais longa pode acarretar consequências mais severas à estrutura do edifício.

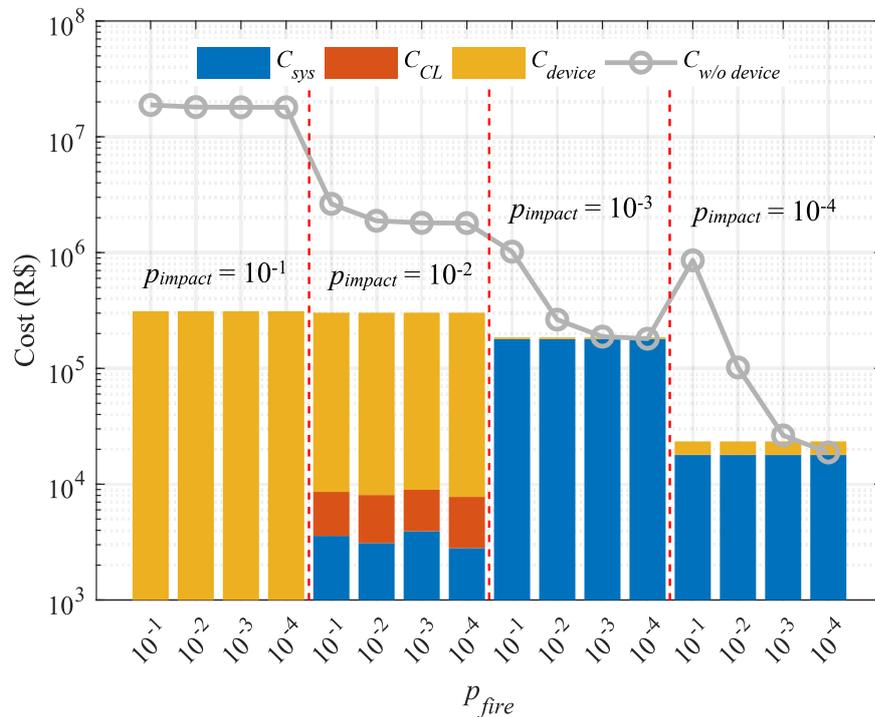
Mesmo considerando um incêndio mais rigoroso, a falha por impacto veicular continuou a ditar a otimização do dispositivo. Dado que o melhor isolamento térmico é alcançado com o menor valor de densidade relativa, basta encontrar a configuração que ofereça segurança contra o impacto veicular. No entanto, a minimização dos custos ainda converge para soluções que priorizam a redução da probabilidade de falha do elemento local em detrimento de assegurar níveis superiores de proteção global, com um dispositivo capaz de absorver a energia proveniente do impacto das lajes.

8.5.3 Impacto veicular a 60 km/h e incêndio com 60 minutos de duração

Sugere-se a análise de um cenário no qual a velocidade média do impacto veicular é de 60 km/h, e o tempo de duração do incêndio é de 60 minutos. Os resultados decorrentes da otimização de riscos são apresentados na Figura 8.9.

Os resultados apresentados destacam que as soluções ótimas proporcionam uma redução significativa do custo esperado de falha. Mais uma vez, a priorização de soluções que asseguram proteção contra impactos veiculares governa o processo de otimização. No entanto, observam-se algumas diferenças em relação aos resultados anteriores.

Figura 8.9 – Custos esperados da falha do edifício com dispositivo otimizado para $v_{car} = 60$ km/h e $\theta(t) = 60$ min).



Fonte: Autoria própria

Neste cenário em questão, há um aumento considerável do custo esperado total, especialmente para probabilidades mais altas de ocorrência de impacto veicular. Para $p_{impact} = 10^{-1}$, as densidades relativas ótimas são $\rho_{r,1}, \rho_{r,2} = 0,1695, 0,001$. Essa solução permite a redução da probabilidade de perda do pilar, devido a ambos os eventos acidentais impostos, de maneira que os custos relacionados a essa perda e à falha global resultem iguais a zero. Era esperado que as configurações ótimas encontradas tivessem densidades relativas mais elevadas, visando dispositivos com maior capacidade de absorção de impacto, uma vez que impactos a velocidades mais altas resultam em valores mais críticos de *ESF* atuantes sob o pilar. No entanto, isso também implica em um maior consumo de material. Portanto, os valores de custo total nessa faixa de probabilidades ficaram em torno de R\$ 311,5 mil.

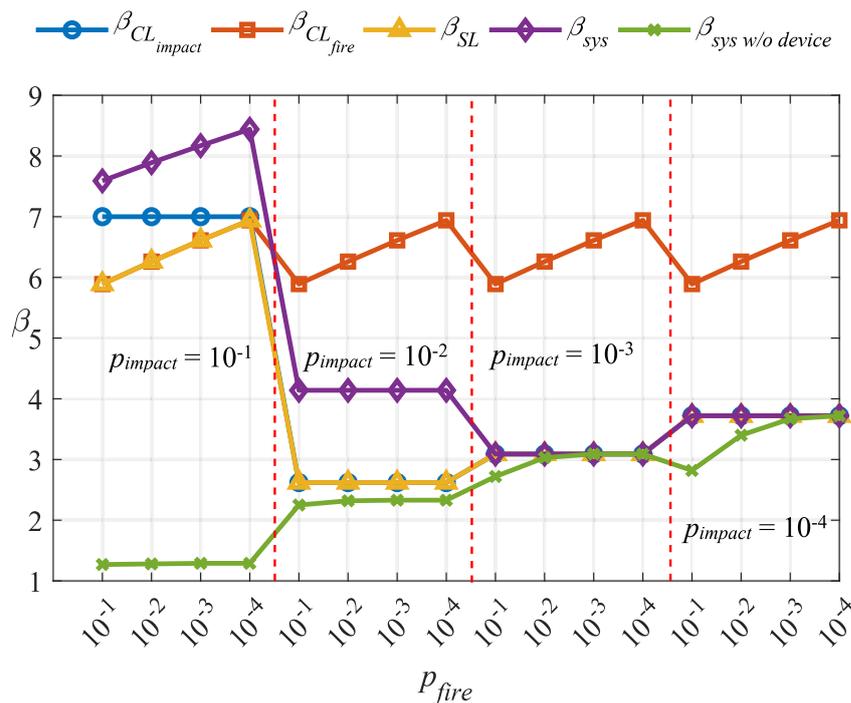
Com a diminuição da probabilidade de ocorrência para $p_{impact} = 10^{-2}$, uma solução diferente foi encontrada, apresentando valores próximos a $\rho_{r,1}, \rho_{r,2} = 0,1605, 0,001$. Essa configuração resultou em custos esperados totais, C_{et} , na ordem de R\$ 303 mil. No entanto, ao contrário dos resultados previamente discutidos, essa solução não eliminou completamente os custos de falha local e global. Para atingir essa meta, seria necessário um valor ainda mais elevado de densidade relativa, o que acarretaria em um aumento nos custos de manufatura, ultrapassando assim o valor ótimo encontrado. Mesmo assim, essa configuração conseguiu efetivamente reduzir os custos de falha, especialmente os relacionados à falha do sistema. Isso ocorre porque, mesmo com as células dispostas na direção dos impactos veiculares, o primeiro metro do dispositivo

pode diminuir a probabilidade de falha global devido à sua capacidade de absorção de energia do impacto das lajes.

A viabilidade econômica da implementação do dispositivo começa a ser questionada com a redução das probabilidades de ocorrência dos eventos acidentais. Como mencionado anteriormente, a gravidade de um impacto veicular com velocidade média de 60 km/h requer o uso de dispositivos de proteção mais robustos e dispendiosos, justificando sua instalação somente quando a probabilidade de ocorrência respalda essa medida. Em contrapartida, a redução da probabilidade de ocorrência influencia diretamente na diminuição do custo. Em cenários nos quais a probabilidade de ocorrência de ambos os eventos é mínima, os custos totais esperados com a implementação do dispositivo superam aqueles relacionados às falhas do edifício na ausência do dispositivo.

Para uma compreensão mais aprofundada do exposto, os índices de confiabilidade obtidos com as soluções ótimas para este caso são apresentados na Figura 8.10.

Figura 8.10 – Índices de confiabilidade do edifício com dispositivo otimizado para $v_{car} = 60$ km/h e $\theta(t) = 60$ min).



Fonte: Autoria própria

O incremento da densidade relativa no primeiro metro do dispositivo proporcionou maior confiabilidade para o pilar em casos de colisão veicular e maior capacidade de absorção de energia cinética proveniente da queda de lajes. Dessa forma, nota-se que a confiabilidade do sistema (β_{sys}) não coincide mais com o menor dos índices de confiabilidade do pilar, como observado anteriormente.

A confiabilidade do pilar sob impacto veicular exibe um comportamento intrigante. Para taxas mais elevadas de ocorrência, é justificada a escolha de soluções que asseguram sua

integridade. Entretanto, quando $p_{impact} = 10^{-2}$, o índice de confiabilidade sofre uma queda abrupta. Nessa faixa de probabilidades, as soluções ótimas tendem a configurações em que é mais vantajoso proteger a estrutura contra a queda de lajes do que evitar a perda do pilar. Devido ao custo de manufatura e à proteção contra incêndios, que levam a densidade relativa dos dois metros seguintes do dispositivo a serem iguais à mínima, a robustez é conferida à densidade relativa do primeiro metro. É evidente que a redução da probabilidade de ocorrência dos eventos também contribui para alcançar níveis superiores de confiabilidade.

Nas últimas duas faixas de probabilidades de ocorrência de impactos, destaca-se que os índices de confiabilidade para o sistema estrutural, tanto com a aplicação do dispositivo quanto sem ela, praticamente se equiparam. Essa constatação reforça a consideração de que proteger a estrutura contra impactos veiculares em alta velocidade pode se tornar um investimento tão expressivo que, diante da baixa probabilidade de ocorrência, sua aplicação torna-se desproporcional. Em termos práticos, o custo de implementação do dispositivo, nessas condições, supera a potencial economia proporcionada pela redução do custo esperado de falha. Nesse contexto, a estratégia de "pagar para ver" emerge como uma alternativa mais racional e financeiramente justificável.

8.5.4 Impacto veicular a 60 km/h e incêndio com 120 minutos de duração

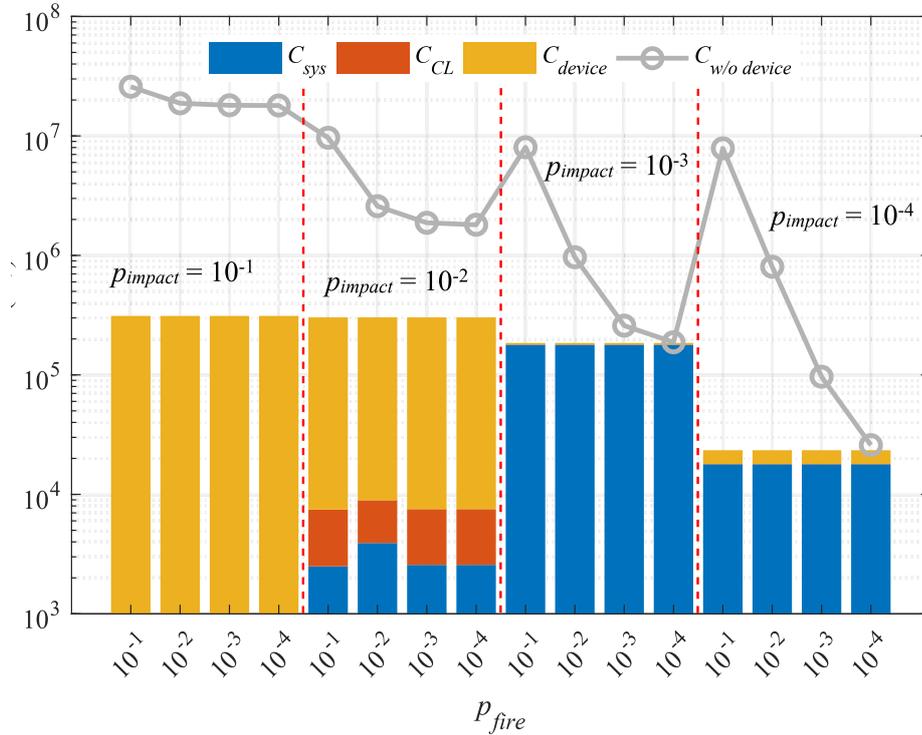
Por fim, apresenta-se o cenário mais severo dentre os analisados, com velocidade média do impacto veicular igual a 60 km/h e tempo de duração de incêndio igual a 120 minutos. Os custos obtidos com a otimização de riscos para este cenário estão apresentados na Figura 8.11.

Os resultados obtidos neste cenário apresentam semelhanças marcantes com o cenário anterior. A solução ótima encontrada mantém-se inalterada, justificada pela constância da velocidade de impacto em 60 km/h, o que demanda a mesma configuração ótima de densidade relativa ($\rho_{r,1}$) para mitigar os riscos de falha local e global. Os custos esperados para o edifício desprotegido refletem a gravidade do cenário, atingindo picos para probabilidades de ocorrência de incêndio de 10^{-1} . Esse resultado reforça a necessidade de dispositivos de proteção com propriedades de isolamento térmico, alcançadas com a densidade relativa mínima ($\rho_{r,2} = 0,001$).

Em síntese, as soluções obtidas no processo de otimização mantêm-se consistentes em relação ao cenário anterior, mesmo diante de uma situação de incêndio mais desafiadora. Este resultado decorre da eficácia da solução encontrada, que se destaca como a mais eficiente no âmbito do isolamento térmico dentro do espaço amostral considerado. A constante severidade do impacto veicular justifica a equivalência entre as soluções. Contudo, é crucial a comparação desses resultados otimizados com os custos de falha do edifício desprotegido.

Como antecipado, o cenário atual se caracteriza por custos mais elevados de falha, reforçando a necessidade de avaliar a viabilidade econômica da instalação do dispositivo. Essa viabilidade, por sua vez, se torna impraticável somente quando a probabilidade de ocorrência dos eventos acidentais é tão reduzida que não justifica o investimento, especialmente no contexto do incêndio. Avaliam-se, portanto, os índices de confiabilidade destacados na Figura 8.12,

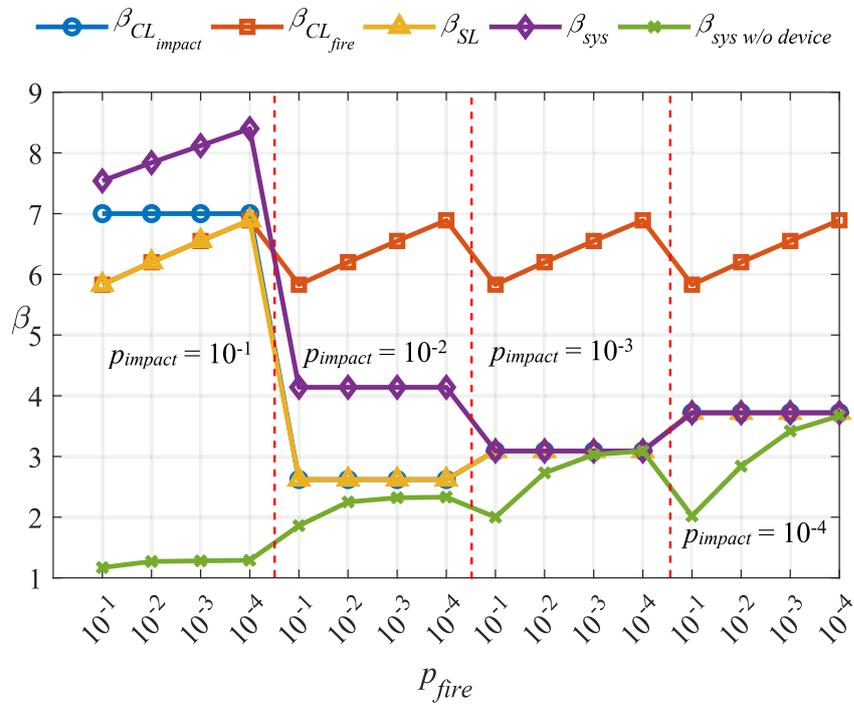
Figura 8.11 – Custos esperados da falha do edifício com dispositivo otimizado para $v_{car} = 60$ km/h e $\theta(t = 120$ min).



vinculados às soluções otimizadas.

De maneira evidente, os índices de confiabilidade assemelham-se aos do cenário em que $v_{car} = 60$ km/h e $\theta(t = 60$ min), com exceção dos picos de queda na confiabilidade do sistema desprotegido, $\beta_{sys w/o device}$. Essa alteração é atribuída ao aumento do tempo de exposição considerado para a situação de incêndio, tornando ainda mais incontestável a aplicação do dispositivo de proteção com a funcionalidade de isolamento térmico, especialmente para probabilidades mais elevadas de ocorrência de incêndio.

Figura 8.12 – Índices de confiabilidade do edifício com dispositivo otimizado para $v_{car} = 60$ km/h e $\theta(t) = 120$ min).



Fonte: Autoria própria

9 Considerações Finais

No presente trabalho, propôs-se um dispositivo de proteção otimizado aplicado a pilares de concreto armado, com o objetivo de atenuar os efeitos adversos provenientes de incêndios e impactos veiculares. Considerando que a ruptura de pilares pode desencadear o colapso progressivo, o dispositivo age como um método alternativo de proteção e reforço estrutural.

A revisão bibliográfica sobre estruturas celulares revelou a viabilidade de sua aplicação em áreas ainda pouco exploradas, como dispositivos de proteção e reforço estrutural. Diferentes tipologias de estruturas celulares foram abordadas: células regulares hexagonais, quadradas e triangulares. Essa escolha foi fundamentada na disponibilidade de modelos simplificados analíticos, que demandam baixo custo computacional, capazes de descrever o comportamento mecânico e térmico com razoável precisão.

Reconhecendo que a apresentação de um dispositivo alternativo não é suficiente, recorreu-se a técnicas de otimização multiobjetivo, visando garantir um dispositivo com níveis adequados de absorção de impactos e isolamento térmico, ao mesmo tempo que se busca minimizar o consumo de material. Três objetivos principais foram definidos para a otimização do dispositivo: redução do consumo de material pela minimização da massa específica efetiva, melhoria nos níveis de isolamento térmico por meio da minimização da difusividade térmica, e aumento da capacidade de absorção de energia pela maximização da tensão crítica de *plateau*. O material base escolhido para as estruturas celulares do dispositivo proposto foi em ligas metálicas, por serem reconhecidamente materiais de bom desempenho mecânico e também resistirem a altas temperaturas sem alteração do estado sólido. Foram avaliadas soluções otimizadas em liga de alumínio, aço carbono e aço inoxidável.

Os resultados obtidos confirmaram a expectativa de que os objetivos eram conflitantes. A minimização da massa específica efetiva resultou em menores valores de difusividade térmica. Contudo, a maximização da tensão crítica de *plateau* levou ao aumento da massa específica. Assim, a construção das Frentes de Pareto revela-se essencial para lidar com esse problema. Os pontos de compromisso são elevados a possíveis soluções, dependendo da severidade do cenário que se busca evitar. Em situações em que a estrutura do edifício tem melhores condições de evitar a propagação de um incêndio, mas ainda é considerada vulnerável a impactos, soluções mais massivas são preferíveis. O oposto também é verdadeiro, ou seja, para edifícios com abundância de materiais combustíveis e que não estão adequadamente dimensionados para enfrentar a gravidade de um incêndio possível, recomenda-se dispositivos com bom isolamento térmico, especialmente estruturas celulares com baixa densidade relativa. Edifícios-garagem, por apresentarem potencial evidente para a perda de pilares em ambas as ameaças mencionadas, favorecem pontos de compromisso que, embora não se destaquem como as melhores em ambas as funcionalidades, ainda assim são capazes de garantir níveis adequados de segurança com o menor consumo de material possível, sendo promovidos a soluções ótimas.

Os resultados das simulações térmicas com as soluções das Frentes de Pareto evidenciam um desempenho funcional adequado, mesmo em cenários críticos de exposição ao fogo. Esses resultados, embora satisfatórios, demandam cautela. As simulações térmicas baseiam-se em modelos que assumem simplificações significativas, como a preservação das propriedades do material base, a não consideração da possibilidade de fusão e as incertezas inerentes ao modelo de incêndio adotado, fundamentado em curvas de incêndio-padrão, entre outros. Mesmo diante dessas limitações, é válido afirmar que, para estudos preliminares de proposição de um dispositivo de proteção, as simulações são capazes de proporcionar uma estimativa razoavelmente precisa da capacidade de isolamento térmico.

Quanto à capacidade de absorção contra impactos, as estruturas celulares mostraram eficiência, reduzindo a carga *ESF* devido à desaceleração do veículo. Todavia, observou-se que, para padrões geométricos específicos do dispositivo proposto, sua aplicação é viável em impactos veiculares com velocidades médias de até 60 km/h. Velocidades mais altas demandariam ajustes no projeto, como camadas mais espessas de proteção ou soluções mais resistentes. Considerando limitações de espaço, viabilidade arquitetônica e custos associados, sua aplicação pode se tornar impraticável.

Os resultados das simulações nos pontos ótimos das Frentes de Pareto, destacaram a necessidade de estudos de caso específicos, como a otimização de riscos. Esses estudos visam avaliar não apenas a viabilidade econômica, mas também os ganhos em termos de confiabilidade estrutural proporcionados pela aplicação do dispositivo de proteção. A análise foi conduzida em um edifício-garagem comercial de 4 pavimentos, com sistema estrutural composto por pilares de dimensões constantes e lajes lisas. A escolha da estrutura celular do dispositivo, quadrada em liga de alumínio, baseou-se em seu destaque nos estudos das Frentes de Pareto, principalmente em relação à capacidade de absorção de impactos.

Os resultados da otimização de riscos revelam considerações importantes. A viabilidade econômica da instalação do dispositivo de proteção depende principalmente da probabilidade de ocorrência do evento que desencadeia a falha. Edifícios altamente vulneráveis, associados a custos elevados de falhas, justificam a implementação de métodos de proteção, especialmente quando esses métodos atuam na mitigação do dano inicial, evitando custos de reparo resultantes da perda de elementos.

À medida que a probabilidade de ocorrência do evento acidental diminui, a instalação do dispositivo pode tornar-se inviável, quando o custo associado à aplicação do dispositivo supera os custos decorrentes de um possível colapso.

A versatilidade do dispositivo de proteção revela facetas pouco exploradas na proteção de edifícios contra o colapso progressivo. Além da mitigação de danos iniciais contra pilares, o dispositivo possui propriedades mecânicas capazes de controlar a propagação e gerenciar o estado final do colapso com a absorção de energia devido ao desabamento de lajes. O problema de otimização proposto permite explorar cenários nos quais a solução prioriza evitar a falha local do elemento e, conseqüentemente, sua propagação. Em outros casos, a solução que resulta

em menores custos esperados de falha prefere uma configuração de dispositivo que, mesmo não garantindo níveis tão altos de proteção contra eventos acidentais, impede a propagação da falha do pilar, graças ao controle que o dispositivo proporciona. Todas essas possibilidades dependem da severidade das ameaças, da robustez da estrutura pré-existente (pilares e lajes) e, especialmente, da taxa de ocorrência dos eventos acidentais.

Vale destacar que os custos esperados de falha foram estimados com base no custo de construção do edifício estudado, e estão sujeitos a incertezas. Ponderadores escolhidos de maneira arbitrária afetam a solução ótima, destacando a necessidade de considerar uma variedade maior desses valores em estudos mais detalhados sobre a otimização de riscos. Além disso, os custos de manufatura do dispositivo, determinados por meio de pesquisa de mercado, podem variar de acordo com fatores como localização e quantidade de produção, influenciando a viabilidade econômica do dispositivo para diferentes cenários de ameaça.

Justificados pelos bons resultados apresentados, afirma-se que a proposição do dispositivo de proteção estrutural pode garantir níveis de segurança mais adequados ao mitigar danos provenientes de eventos acidentais, evitando que estes tenham uma severidade desproporcional à intensidade do agente causador. Além disso, os algoritmos de otimização multiobjetivo utilizados mostram-se adequados em situações em que se deseja encontrar uma gama de soluções com pontos de compromisso que podem ser promovidos a soluções ótimas, dependendo do cenário de ameaça e das probabilidades de ocorrência deste. Além disso, o presente trabalho contribui para a comunidade científica ao apresentar exemplos práticos da otimização de riscos e de estudos de viabilidade econômica da aplicação de métodos de reforço estrutural alternativos e versáteis.

9.1 Sugestões para Trabalhos Futuros

Com o objetivo de aperfeiçoar e dar continuidade ao presente trabalho, propõem-se algumas ideias para futuros estudos:

- Incorporar modelos mais avançados para simulação de incêndio em estruturas de concreto armado;
- Estudar e incorporar modelos mecânicos que considerem o comportamento dinâmico das estruturas em situações de impacto, tanto veicular quanto decorrente da queda de lajes;
- Analisar uma variedade mais ampla de cenários de ameaça, contemplando diferentes tipologias de edifícios, como vãos maiores entre pilares e edifícios mais altos, nos quais deve-se incorporar efeitos de ordem superior na resposta estrutural, devido às grandes deformações;
- Implementar simulações numéricas com estruturas tridimensionais para uma compreensão mais aprofundada da redistribuição das cargas e das sequências de falha decorrentes da remoção de pilares;
- E, por fim, buscar por materiais e/ou estruturas com propriedades mecânicas e térmicas adequadas para a mitigação de impactos veiculares e situações de incêndio contra pilares,

para possíveis comparações com o desempenho das estruturas celulares. Recomenda-se, por exemplo, a investigação dos concretos de ultra-alto desempenho.

Referências

- AASHTO. Commentary for vessel collision design of highway bridges. **American Association of State Highway and Transportation Officials: Washington, DC, USA, 2009.**
- AASHTO-LRFD. American association of state highway and transportation officials lrfd bridge design specifications. **American Association of State Highway and Transportation Officials: Washington, DC, USA, 2012.**
- ABDELKARIM, O. I.; ELGAWADY, M. A. Performance of bridge piers under vehicle collision. **Engineering Structures**, Elsevier, v. 140, p. 337–352, 2017.
- ADAM, J. M. *et al.* Research and practice on progressive collapse and robustness of building structures in the 21st century. **Engineering Structures**, Elsevier, v. 173, p. 122–149, 2018.
- AL-THAIRY, H.; WANG, Y. An assessment of the current eurocode 1 design methods for building structure steel columns under vehicle impact. **Journal of Constructional Steel Research**, Elsevier, v. 88, p. 164–171, 2013.
- ALONSO, I. Q.; FLECK, N. A. The damage tolerance of a sandwich panel containing a cracked honeycomb core. **Journal of Applied Mechanics**, American Society of Mechanical Engineers, v. 76, p. 061003, 2009.
- AMARAL, M. do; REAL, M. d. V. Proposta de um método simplificado para análise de vigas de concreto armado em situação de incêndio. In: _____. [S.l.: s.n.], 2021. p. 43–57. ISBN 9786559831326.
- ANDERBERG, Y. Modelling steel behaviour. **Fire Safety Journal**, Elsevier, v. 13, n. 1, p. 17–26, 1988.
- ARORA, J. S. **Introduction to optimum design**. 3. ed. [S.l.]: Elsevier, 2012.
- ASHBY, M. **Mater Select Mech Des**. New York: Butterworth-Heinemann, 2005.
- ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 14432**: Exigências de resistência ao fogo de elementos construtivos de edificações—procedimento. Rio de Janeiro, 2001.
- ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 15200**: Projeto de estruturas de concreto em situação de incêndio. Rio de Janeiro, 2012.
- ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 7188**: Carga móvel rodoviária e de pedestres em pontes, viadutos, passarelas e outras estruturas. Rio de Janeiro, 2013.
- ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 6120**: Ações para o cálculo de estruturas de edificações. Rio de Janeiro, 2019.
- ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 6118**: Projeto de estruturas de concreto. Rio de Janeiro, 2023.
- AUYEUNG, S.; ALIPOUR, A.; SAINI, D. Performance-based design of bridge piers under vehicle collision. **Engineering Structures**, Elsevier, v. 191, p. 752–765, 2019.

- BAKER, J. F.; WILLIAMS, E. L.; LAX, D. The design of framed buildings against high-explosive bombs. In: THOMAS TELFORD LTD. **The civil engineer in war: A symposium of papers on war-time engineering problems**. [S.l.], 1948. p. 3–80.
- BALDWIN, R. The analysis of fire safety. **Accident Analysis & Prevention**, Elsevier, v. 6, n. 3-4, p. 205–222, 1974.
- BAO, C. *et al.* A novel non-dominated sorting algorithm for evolutionary multi-objective optimization. **Journal of Computational Science**, Elsevier, v. 23, p. 31–43, 2017.
- BARDHAN, P. Ceramic honeycomb filters and catalysts. **Current Opinion in Solid State and Materials Science**, Elsevier, v. 2, n. 5, p. 577–583, 1997.
- BASTOS, E. A. **Otimização de seções retangulares de concreto armado submetidas à flexo-compressão oblíqua utilizando algoritmos genéticos**. 2004. Dissertação (Mestrado) — Universidade Federal do Rio de Janeiro, COPPE, 2004.
- BAUER, T. A general analytical approach toward the thermal conductivity of porous media. **International journal of heat and mass transfer**, Elsevier, v. 36, n. 17, p. 4181–4191, 1993.
- BAŽANT, Z. P.; ZHOU, Y. Why did the world trade center collapse?—simple analysis. **Journal of Engineering Mechanics**, American Society of Civil Engineers, v. 128, n. 1, p. 2–6, 2002.
- BECK, A. T. **Confiabilidade e segurança das estruturas**. [S.l.]: Elsevier Brasil, 2019.
- BECK, A. T.; GOMES, W. J. de S. A comparison of deterministic, reliability-based and risk-based structural optimization under uncertainty. **Probabilistic Engineering Mechanics**, Elsevier, v. 28, p. 18–29, 2012.
- BECK, A. T.; RIBEIRO, L. d. R.; VALDEBENITO, M. Cost-benefit analysis of design for progressive collapse under accidental or malevolent extreme events. In: **Engineering for Extremes**. [S.l.]: Springer, 2022. p. 313–334.
- BECK, A. T.; RIBEIRO, L. da R.; VALDEBENITO, M. Risk-based cost-benefit analysis of frame structures considering progressive collapse under column removal scenarios. **Engineering Structures**, Elsevier, v. 225, p. 111295, 2020.
- BECK, A. T. *et al.* Risk-based design of regular plane frames subject to damage by abnormal events: a conceptual study. **Journal of Structural Engineering**, American Society of Civil Engineers, v. 148, n. 1, p. 04021229, 2022.
- BECK, A. T.; STEWART, M. G. Risk-based cost-benefit analysis of structural strengthening to mitigate disproportionate collapse of buildings under terrorist blast loading. **Submitted to Structures SI**, 2023.
- BERGMAN, T. L. *et al.* **Introduction to heat transfer**. [S.l.]: John Wiley & Sons, 2011.
- BIAGI, V. D.; CHIAIA, B. Complexity and robustness of frame structures. **International Journal of Solids and Structures**, Elsevier, v. 50, n. 22-23, p. 3723–3741, 2013.
- BIAGI, V. D.; MARCHELLI, M.; PEILA, D. Reliability analysis and partial safety factors approach for rockfall protection structures. **Engineering Structures**, Elsevier, v. 213, p. 110553, 2020.

- BITZER, T. **Honeycomb technology: materials, design, manufacturing, applications and testing**. [S.l.]: Springer Science & Business Media, 1997.
- BUCHBERG, H.; LALUDE, O.; EDWARDS, D. Performance characteristics of rectangular honeycomb solar-thermal converters. **Solar Energy**, Elsevier, v. 13, n. 2, p. 193–221, 1971.
- BUTH, C. E. *et al.* **Collision loads on bridge piers: phase 2, report of guidelines for designing bridge piers and abutments for vehicle collisions**. [S.l.], 2011.
- CALDAS, R. B. Análise numérica de estruturas de aço, concreto e mistas em situação de incêndio. Universidade Federal de Minas Gerais, 2008.
- CALDAS, R. B.; SOUSA, J. B. M.; FAKURY, R. H. Interaction diagrams for reinforced concrete sections subjected to fire. **Engineering Structures**, Elsevier, v. 32, n. 9, p. 2832–2838, 2010.
- CARNEIRO, J. C. C. B. **Dispositivo para proteção de pilares em prédios: absorção de impactos contra colapso progressivo**. 2024. Dissertação (Mestrado) — Universidade de São Paulo, 2024.
- CAVALCANTI, I. T. N. **Otimização do peso de estruturas treliçadas metálicas utilizando algoritmos genéticos**. 2019. Dissertação (Mestrado) — Universidade Federal de Pernambuco, 2019.
- ÇENGEL, Y.; GHAJAR, A. **Transfer of mass and heat**. [S.l.]: New York: McGraw-Hill, 2012.
- CHEN, D.; YANG, L. Analysis of equivalent elastic modulus of asymmetrical honeycomb. **Composite Structures**, Elsevier, v. 93, n. 2, p. 767–773, 2011.
- CHEN, J. L.; HO, J. Direct variational method for sizing design sensitivity analysis of beam and frame structures. **Computers & structures**, Elsevier, v. 42, n. 4, p. 503–509, 1992.
- CHEN, S.; TENG, J.; CHAN, S. L. Design of biaxially loaded short composite columns of arbitrary section. **Journal of Structural Engineering**, American Society of Civil Engineers, v. 127, n. 6, p. 678–685, 2001.
- CHEN, Z. *et al.* Flexural creep behavior of sandwich panels containing kraft paper honeycomb core and wood composite skins. **Materials Science and Engineering: A - Structural Materials: Properties, Microstructure and Processing**, Elsevier, v. 528, p. 5621–5626, 2011.
- CHIOREAN, C. A computer method for nonlinear inelastic analysis of 3d composite steel–concrete frame structures. **Engineering Structures**, Elsevier, v. 57, p. 125–152, 2013.
- CHOPRA, A. K. **Dynamics of structures**. [S.l.]: Pearson Education India, 2007.
- CMR, C. M. o. R. **General code for design of railway bridges and culverts (TB10002.1-2005)**. [S.l.]: China Railway Press Beijing, China, 2005.
- COMMITTEE, A. Building code requirements for structural concrete (aci 318-08) and commentary. In: AMERICAN CONCRETE INSTITUTE. [S.l.], 2008.
- COSTA, C. N. Dimensionamento de elementos de concreto armado em situação de incêndio. **São Paulo. Universidade de São Paulo**, 2008.

- COSTA, L. G. L.; BECK, A. T. Probabilistic evaluation of design live loads for brazilian light-duty vehicle parking garages. **Revista IBRACON de Estruturas e Materiais**, SciELO Brasil, v. 17, p. e17209, 2023.
- COTE, F. *et al.* The compressive and shear responses of corrugated and diamond lattice materials. **International Journal of Solids and Structures**, Elsevier, v. 43, n. 20, p. 6220–6242, 2006.
- DARWIN, C. On the origin of species. **published on**, v. 24, p. 1, 1859.
- DEB, K.; JAIN, H. An evolutionary many-objective optimization algorithm using reference-point-based nondominated sorting approach, part i: solving problems with box constraints. **IEEE transactions on evolutionary computation**, IEEE, v. 18, n. 4, p. 577–601, 2013.
- DEB, K. *et al.* A fast and elitist multiobjective genetic algorithm: Nsga-ii. **IEEE transactions on evolutionary computation**, IEEE, v. 6, n. 2, p. 182–197, 2002.
- DEMARTINO, C.; WU, J.; XIAO, Y. Response of shear-deficient reinforced circular rc columns under lateral impact loading. **International Journal of Impact Engineering**, Elsevier, v. 109, p. 196–213, 2017.
- DO, T. V.; PHAM, T. M.; HAO, H. Proposed design procedure for reinforced concrete bridge columns subjected to vehicle collisions. In: ELSEVIER. **Structures**. [S.l.], 2019. v. 22, p. 213–229.
- DOYOYO, M.; MOHR, D. Microstructural response of aluminum honeycomb to combined out-of-plane loading. **Mechanics of Materials**, Elsevier, v. 35, n. 9, p. 865–876, 2003.
- DUNDAR, C.; KARA, I. F. Three dimensional analysis of reinforced concrete frames with cracked beam and column elements. **Engineering Structures**, Elsevier, v. 29, n. 9, p. 2262–2273, 2007.
- EAMON, C. D.; JENSEN, E. Reliability analysis of reinforced concrete columns exposed to fire. **Fire safety journal**, Elsevier, v. 62, p. 221–229, 2013.
- EL-FITIANY, S.; YOUSSEF, M. Interaction diagrams for fire-exposed reinforced concrete sections. **Engineering structures**, Elsevier, v. 70, p. 246–259, 2014.
- EL-TAWIL, S.; SEVERINO, E.; FONSECA, P. Vehicle collision with bridge piers. **Journal of Bridge Engineering**, American Society of Civil Engineers, v. 10, n. 3, p. 345–353, 2005.
- ELLINGWOOD, D. O. Building design for abnormal loads and progressive collapse. **Computer-Aided Civil and Infrastructure Engineering**, Wiley Online Library, v. 20, n. 3, p. 194–205, 2005.
- EMERICK, A. A. **Projeto e exucação de lajes protendidas**. [S.l.]: Interciência, 2005.
- EUROCODE. **Eurocode 1: Actions on structures. Part 2: Traffic loads on bridges (EN 1991-2: 2003)**. [S.l.]: European Committee Standardization, 2003.
- EUROCODE. **Eurocode 1: Actions on structures. Part 1-2: General actions-Actions on structures exposed to fire (EN 1991-1-2: 2004)**. [S.l.]: European Committee Standardization, 2004.
- EUROCODE. **Eurocode 2: Design of concrete structures- Part 1-2: General rules-Structural fire design (EN 1992-1-2: 2004)**. [S.l.]: European Committee for Standardization, 2004.

- FABER, M. H. **Risk assessment in engineering: Principles, system representation & risk criteria**. [S.l.], 2008.
- FACHOLLI, P. H. P.; BECK, A. T. Distribution of load effects and reliability of reinforced concrete frames: intact and with columns removed. **Revista IBRACON de Estruturas e Materiais**, SciELO Brasil, v. 15, 2021.
- FAHEY, D. J. *et al.* Thermal conductivity of paper honeycomb cores and sound absorption of sandwich panels. 1961.
- FAN, W. *et al.* A novel uhpfrc-based protective structure for bridge columns against vehicle collisions: Experiment, simulation, and optimization. **Engineering Structures**, Elsevier, v. 207, p. 110247, 2020.
- FELIPE, T. R. C. **Análise mecânica e probabilística de estruturas treliçadas sujeitas ao colapso progressivo**. 2019. Tese (Doutorado) — Universidade de São Paulo, 2019.
- FERRER, B.; IRLES, R.; IVORRA, S. Low-speed vehicle impact against building structures: a review of relevant codes. **Revista de la Construcción**, Pontificia Universidad Católica de Chile, v. 9, n. 2, p. 18–25, 2010.
- FERRER, B. *et al.* Real size experiments of car crash against building column. **Structures Under Shock and Impact XI, Wessex Institute of Thecnology, UK**, p. 231–241, 2010.
- FIB, F. I. D. B. **Bulletin 38 - Fire design of concrete structures-materials, structures and modeling**. 2007.
- FIB, F. I. D. B. **Bulletin 46 - Fire design of concrete structures—structural behaviour and assessment**. 2008.
- FLECK, N. A.; QIU, X. The damage tolerance of elastic–brittle, two-dimensional isotropic lattices. **Journal of the Mechanics and Physics of Solids**, Elsevier, v. 55, n. 3, p. 562–588, 2007.
- FLETCHER, I. A. *et al.* Behaviour of concrete structures in fire. **Thermal science**, v. 11, n. 2, p. 37–52, 2007.
- FOO, C. C.; CHAI, G. B.; SEAH, L. K. Mechanical properties of nomex material and nomex honeycomb structure. **Composites Structures**, Elsevier, v. 80, p. 588–594, 2007.
- FUHAID, A. A.; SOHEL, K. M. A.; ARIFUZZAMAN, M. The effect of strengthening methods on the performance of reinforced concrete columns against vehicle impact. **Applied Sciences**, MDPI, v. 12, n. 3, p. 1382, 2022.
- GALILEI, G. 1638 discorsi e dimostrazioni matematiche intorno a due nuove scienze attenenti alla meccanica. **Elzevier, Leiden.//1914 Dialogues Concerning Two New Sciences**.
- GEDAM, B. A. Fire resistance design method for reinforced concrete beams to evaluate fire-resistance rating. In: ELSEVIER. **Structures**. [S.l.], 2021. v. 33, p. 855–877.
- GERNAY, T.; GAMBA, A. Progressive collapse triggered by fire induced column loss: Detrimental effect of thermal forces. **Engineering Structures**, Elsevier, v. 172, p. 483–496, 2018.

- GIBSON, L.; ASHBY, M. **Cellular Solids: Structure and Properties**. 2nd. ed. Cambridge: Cambridge University Press, 1997.
- GROVE, S. M.; POPHAM, E.; MILES, M. E. An investigation of the skin/core bond in honeycomb sandwich structures using statistical experimentation techniques. **Composites Part A: Applied Science and Manufacturing**, Elsevier, v. 37, p. 804–812, 2006.
- GSA, U. Progressive collapse analysis and design guidelines for new federal office buildings and major modernization projects. **Washington, DC**, 2003.
- GUO, Q.; JEFFERS, A. E. Direct differentiation method for response sensitivity analysis of structures in fire. **Engineering structures**, Elsevier, v. 77, p. 172–180, 2014.
- GURBUZ, T. *et al.* Low-elevation impact tests of axially loaded reinforced concrete columns. **ACI Structural Journal**, v. 116, n. 1, 2019.
- HERBERT, J. T. A. **Method of making stainless steel honeycomb panels**. [S.l.]: Google Patents, 1960. US Patent 2,962,811.
- HERTZ, K. **Analyses of prestressed concrete structures exposed to fire**. [S.l.]: Technical University of Denmark Lyngby, 1985.
- HOLLANDS, K. Honeycomb devices in flat-plate solar collectors. **Solar Energy**, Elsevier, v. 9, n. 3, p. 159–164, 1965.
- HONG, H.; ZHOU, W. Reliability evaluation of rc columns. **Journal of Structural Engineering**, American Society of Civil Engineers, v. 125, n. 7, p. 784–790, 1999.
- HONG, S. T. *et al.* Quasi-static crush behavior of aluminum honeycomb specimens under compression dominant combined loads. **International Journal of Plasticity**, Elsevier, v. 22, p. 73–109, 2006.
- HOOKE, R. Micrographia. london: J. martyn and j. allestry, 1665. In: LIBRARY OF CONGRESS. **Vision of a Collector: The Lessing J. Rosenwald Collection in the Library of Congress**. [S.l.], 1991. p. 409.
- HU, L.; YU, T. Dynamic crushing strength of hexagonal honeycombs. **International Journal of Impact Engineering**, v. 37, p. 467–474, 2010.
- HYUN, S.; TORQUATO, S. Effective elastic and transport properties of regular honeycombs for all densities. **Journal of Materials Research**, Cambridge University Press, v. 15, n. 9, p. 1985–1993, 2000.
- HYUN, S.; TORQUATO, S. Optimal and manufacturable two-dimensional, kagome-like cellular solids. **Journal of Materials Research**, Cambridge University Press, v. 17, n. 1, p. 137–144, 2002.
- INCROPERA, F. P. *et al.* **Fundamentals of heat and mass transfer**. [S.l.]: Wiley New York, 1996. v. 6.
- IQBAL, S.; HARICHANDRAN, R. S. Capacity reduction and fire load factors for steel columns exposed to fire. **Proc. of SDSS’Rio 2010 Stability and Ductility of Steel Structures**, Citeseer, 2010.

- JAVIDAN, M. M. *et al.* Computationally efficient framework for probabilistic collapse analysis of structures under extreme actions. **Engineering Structures**, Elsevier, v. 172, p. 440–452, 2018.
- JCSS, J. Probabilistic model code. **Joint Committee on Structural Safety**, v. 601, 2001.
- JEN, Y.; CHANG, L. Evaluating bending fatigue strength of aluminum honeycomb sandwich beams using local parameters. **International Journal of Fatigue**, v. 30, p. 1103–1114, 2008.
- JIANG, J. *et al.* Disproportionate collapse of steel-framed gravity buildings under travelling fires. **Engineering Structures**, Elsevier, v. 245, p. 112799, 2021.
- JIANG, J. *et al.* Review on quantitative measures of robustness for building structures against disproportionate collapse. **International Journal of High-Rise Buildings**, Council on Tall Building and Urban Habitat Korea, v. 9, n. 2, p. 127–154, 2020.
- JONG, K. D. Genetic-algorithm-based learning. In: **Machine learning**. [S.l.]: Elsevier, 1990. p. 611–638.
- JSCE. Subcommittee of impact problems of jsce: practical methods for impact test and analysis. In: Kishi N (ed) **Japan Society of Civil Engineers, Japan**, 2004.
- JÚNIOR, O. K. **Pilares de concreto armado em situação de incêndio submetidos à flexão normal composta**. 2011. Tese (Doutorado) — Universidade de São Paulo, 2011.
- KANG, H.; KIM, J. Progressive collapse of steel moment frames subjected to vehicle impact. **Journal of Performance of Constructed Facilities**, American Society of Civil Engineers, v. 29, n. 6, p. 04014172, 2015.
- KANG, H.; KIM, J. Damage mitigation of a steel column subjected to automobile collision using a honeycomb panel. **Journal of Performance of Constructed Facilities**, American Society of Civil Engineers, v. 34, n. 1, p. 04019107, 2020.
- KARAGIOZOVA, D.; ALVES, M. Dynamic elastic-plastic buckling of structural elements: a review. **Applied Mechanics Reviews**, American Society of Mechanical Engineers Digital Collection, v. 61, n. 4, 2008.
- KARAGIOZOVA, D.; ALVES, M. On the dynamic compression of cellular materials with local structural softening. **International Journal of Impact Engineering**, Elsevier, v. 108, p. 153–170, 2017.
- KAYMAZ, I. Application of kriging method to structural reliability problems. **Structural safety**, Elsevier, v. 27, n. 2, p. 133–151, 2005.
- KHOURY, G. Compressive strength of concrete at high temperatures: a reassessment. **Magazine of concrete Research**, Thomas Telford Ltd, v. 44, n. 161, p. 291–309, 1992.
- KIAKOJOURI, F. *et al.* Strengthening and retrofitting techniques to mitigate progressive collapse: A critical review and future research agenda. **Engineering Structures**, Elsevier, v. 262, p. 114274, 2022.
- KIAKOJOURI, F. *et al.* Progressive collapse of structures: A discussion on annotated nomenclature. In: ELSEVIER. **Structures**. [S.l.], 2021. v. 29, p. 1417–1423.
- KIM, B.; CHRISTENSEN, R. M. Basic two-dimensional core types for sandwich structures. **International Journal of Mechanical Sciences**, Elsevier, v. 42, n. 4, p. 657–676, 2000.

- KROETZ, H. M. **Meta-modelagem em confiabilidade estrutural**. 2015. Tese (Doutorado) — Universidade de São Paulo, 2015.
- KROETZ, H. M. *et al.* A two-level kriging-based approach with active learning for solving time-variant risk optimization problems. **Reliability Engineering & System Safety**, Elsevier, v. 203, p. 107033, 2020.
- KROETZ, H. M.; TESSARI, R. K.; BECK, A. T. Performance of global metamodeling techniques in solution of structural reliability problems. **Advances in Engineering Software**, Elsevier, v. 114, p. 394–404, 2017.
- LATANIOTIS, C.; MARELLI, S.; SUDRET, B. Uqlab user manual—kriging (gaussian process modelling). **Report UQLab-V0**, p. 9–105, 2015.
- LEMES, Í. Jm, silva, ard, silveira, ram, rocha pas, “acomplamento mcd/mrpr para análise de estruturas metálicas, de concreto e mistas”. In: **Proceedings of the XXXVI Iberian Latin American Congress on Computational Methods in Engineering, Rio de Janeiro-RJ-Brazil, CILAMCE**. [S.l.: s.n.], 2015.
- LEMES, Í. J. *et al.* Nonlinear analysis of two-dimensional steel, reinforced concrete and composite steel-concrete structures via coupling scm/rphm. **Engineering Structures**, Elsevier, v. 147, p. 12–26, 2017.
- LIE, T. T.; LIN, T. D. *et al.* **Fire performance of reinforced concrete columns**. [S.l.]: ASTM International, 1985.
- LIU, Y.; ZHANG, X.-C. The influence of cell micro-topology on the in-plane dynamic crushing of honeycombs. **International Journal of Impact Engineering**, Elsevier, v. 36, n. 1, p. 98–109, 2009.
- LONG, Q.; WU, X.; WU, C. Non-dominated sorting methods for multi-objective optimization: review and numerical comparison. **Journal of Industrial & Management Optimization**, American Institute of Mathematical Sciences, v. 17, n. 2, p. 1001, 2021.
- LU, T. Heat transfer efficiency of metal honeycombs. **International Journal of Heat and Mass Transfer**, Elsevier, v. 42, n. 11, p. 2031–2040, 1999.
- LU, T.; CHEN, C. Thermal transport and fire retardance properties of cellular aluminium alloys. **Acta Materialia**, Elsevier, v. 47, n. 5, p. 1469–1485, 1999.
- LU, Z. *et al.* Experimental study on performance of frame structure strengthened with foamed aluminum under debris flow impact. **Journal of Performance of Constructed Facilities**, American Society of Civil Engineers, v. 34, n. 2, p. 04020011, 2020.
- MAI, S.; FLECK, N.; LU, T. Optimal design of box-section sandwich beams in three-point bending. **International Journal of Solids and Structures**, Elsevier, v. 44, n. 15, p. 4742–4769, 2007.
- MARCHELLI, M.; BIAGI, V. D.; PEILA, D. Reliability-based design of rockfall passive systems height. **International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences**, Elsevier, v. 139, p. 104664, 2021.

- MARELLI, S.; SUDRET, B. Uqlab: A framework for uncertainty quantification in matlab. In: **Vulnerability, uncertainty, and risk: quantification, mitigation, and management**. [S.l.: s.n.], 2014. p. 2554–2563.
- MARIAPPAN, T. Recent developments of intumescent fire protection coatings for structural steel: A review. **Journal of fire sciences**, SAGE Publications Sage UK: London, England, v. 34, n. 2, p. 120–163, 2016.
- MASTERS, I.; EVANS, K. Models for the elastic deformation of honeycombs. **Composites Structures**, v. 35, p. 403–422, 1996.
- MATLAB. **MATLAB version: 9.13.0 (R2022b)**. Natick, Massachusetts, United States: The MathWorks Inc., 2022. Disponível em: <<https://www.mathworks.com>>.
- MATTOS, L. E. G. d. **Otimização de estruturas em aço treliçadas**. 2021. Dissertação (B.S. thesis) — Universidade Tecnológica Federal do Paraná, 2021.
- MCCLYMONT, K.; KEEDWELL, E. Deductive sort and climbing sort: New methods for non-dominated sorting. **Evolutionary computation**, MIT Press, v. 20, n. 1, p. 1–26, 2012.
- MEDA, A.; GAMBAROVA, P. G.; BONOMI, M. High-performance concrete in fire-exposed reinforced concrete sections. **Structural Journal**, v. 99, n. 3, p. 277–287, 2002.
- MEDEIROS, G. F. de; KRIPKA, M. Algumas aplicações de métodos heurísticos na otimização de estruturas. **Revista CIATEC-UPF**, v. 4, n. 1, p. 19–32, 2012.
- MELCHERS, R. E.; BECK, A. T. **Structural reliability analysis and prediction**. [S.l.]: John wiley & sons, 2018.
- MESTROVIC, D.; CIZMAR, D.; MICULINIC, L. Reliability of concrete columns under vehicle impact. **Journal of WIT Transactions on the Built Environment**, v. 98, p. 157–165, 2008.
- MICHALEWICZ, Z.; HARTLEY, S. J. Genetic algorithms+ data structures= evolution programs. **Mathematical Intelligencer**, Berlin; New York: Springer-Verlag, [c1978-, v. 18, n. 3, p. 71, 1996.
- MILNER, R.; GRZEBIETA, R.; ZOU, R. Theoretical study of a motor vehicle-pole impact. In: **Proceeding of road safety research, policing and education conference, Monash University, Melbourne, VIC, Australia**. [S.l.: s.n.], 2001.
- MIRZA, S. Flexural stiffness of rectangular reinforced concrete columns. **ACI Structural Journal**, v. 87, n. 4, p. 425–435, 1990.
- MOHAMMED, T. A.; PARVIN, A. Vehicle collision impact response of bridge pier strengthened with composites. **Practice Periodical on Structural Design and Construction**, American Society of Civil Engineers, v. 25, n. 4, p. 04020027, 2020.
- MOONGKHAMKLANG, P.; DESHPANDE, V.; WADLEY, H. The compressive and shear response of titanium matrix composite lattice structures. **Acta Materialia**, Elsevier, v. 58, n. 8, p. 2822–2835, 2010.
- MOORE, J.; STURGEON, D. High modulus organic fibre composites in aircraft applications. **Composites**, Elsevier, v. 4, n. 1, p. 34–38, 1973.

- MOUSTAPHA, M. *et al.* Quantile-based optimization under uncertainties using adaptive kriging surrogate models. **Structural and multidisciplinary optimization**, Springer, v. 54, p. 1403–1421, 2016.
- MURAOKA, M.; SANADA, S. Displacement amplifier for piezoelectric actuator based on honeycomb link mechanism. **Sensors and Actuators A: Physical**, Elsevier, v. 157, n. 1, p. 84–90, 2010.
- MURUGAN, V.; SRINIVASAN, S. K. Influence of cover thickness in structural frames exposed to fire and service loads. **Environmental Science and Pollution Research**, Springer, p. 1–14, 2021.
- NOCEDAL, J.; WRIGHT, S. **Numerical optimization**. [S.l.]: Springer Science & Business Media, 2006.
- NOWAK, A. S.; SZERSZEN, M. M. Calibration of design code for buildings (aci 318): Part 1—statistical models for resistance. **Structural Journal**, v. 100, n. 3, p. 377–382, 2003.
- PAN, S. D.; WU, L. Z.; SUN, Y. G. Transverse shear modulus and strength of honeycomb cores. **Composites Structures**, Elsevier, v. 84, p. 369–374, 2008.
- PAN, S. D. *et al.* Longitudinal shear strength and failure process of honeycomb cores. **Composites Structures**, Elsevier, v. 72, p. 42–46, 2006.
- PARETO, V.; SENSINI, G. Applicazioni della matematica all'economia politica. **Giornale degli Economisti**, JSTOR, v. 33, p. 424–453, 1906.
- PETRAS, A.; SUTCLIFFE, M. Failure mode maps for honeycomb sandwich panels. **Composites Structures**, Elsevier, v. 44, p. 237–252, 1999.
- PETROSKI, H. **To forgive design: Understanding failure**. [S.l.]: Harvard University Press, 2012.
- PHAM, T. M.; HAO, H. Review of concrete structures strengthened with frp against impact loading. In: ELSEVIER. **Structures**. [S.l.], 2016. v. 7, p. 59–70.
- PHAM, T. M.; HAO, H. Influence of global stiffness and equivalent model on prediction of impact response of rc beams. **International Journal of Impact Engineering**, Elsevier, v. 113, p. 88–97, 2018.
- PIRES, D. *et al.* Curvas de resistência de seções transversais de elementos estruturais expostos ao fogo via mcd. In: **XXXVIII Ibero-Latin American Congress on Computational Methods in Engineering, Florianópolis, SC, Brasil**. [S.l.: s.n.], 2017.
- PURKISS, J. A.; LI, L.-Y. **Fire safety engineering design of structures**. [S.l.]: CRC press, 2013.
- RANDAXHE, J. *et al.* Development of a plug-and-play fire protection system for steel columns. **Fire Safety Journal**, Elsevier, v. 121, p. 103272, 2021.
- RAO, S. S. **Engineering optimization: theory and practice**. [S.l.]: John Wiley & Sons, 2019.
- REID, S.; PENG, C. Dynamic uniaxial crushing of wood. **International Journal of Impact Engineering**, Elsevier, v. 19, n. 5-6, p. 531–570, 1997.

- REITER, R. Crash course: The overlooked threat of vehicle-into-building accidents. **Risk Management**, Sabinet Online, v. 61, n. 7, p. 40–44, 2014.
- RIBAUD, M. *et al.* Robust optimization: a kriging-based multi-objective optimization approach. **Reliability Engineering & System Safety**, Elsevier, v. 200, p. 106913, 2020.
- ROMERO, V.; SWILER, L.; GIUNTA, A. Construction of response surfaces based on progressive-lattice-sampling experimental designs with application to uncertainty propagation. **Structural Safety**, Elsevier, v. 26, n. 2, p. 201–219, 2004.
- RUAN, D. *et al.* In-plane dynamic crushing of honeycombs—a finite element study. **International journal of impact engineering**, Elsevier, v. 28, n. 2, p. 161–182, 2003.
- SACKS, J.; SCHILLER, S. B.; WELCH, W. J. Designs for computer experiments. **Technometrics**, Taylor & Francis, v. 31, n. 1, p. 41–47, 1989.
- SADEGHI, A. *et al.* Fragility analysis of steel moment-resisting frames subjected to impact actions. **Journal of Building Pathology and Rehabilitation**, Springer, v. 7, n. 1, p. 1–14, 2022.
- SAMPAIO, P. R. **Teoria, métodos e aplicações de otimização multiobjetivo**. 2011. Tese (Doutorado) — Universidade de São Paulo, 2011.
- SANTIAGO, W. C. **Calibração baseada em confiabilidade dos coeficientes parciais de segurança das principais normas brasileiras de projeto estrutural**. 2019. Tese (Doutorado) — Universidade de São Paulo, 2019.
- SANTIAGO, W. C. *et al.* Reliability-based calibration of main brazilian structural design codes. **Latin American Journal of Solids and Structures**, SciELO Brasil, v. 17, 2020.
- SCARPA, F. *et al.* Mechanical and electromagnetic behaviour of auxetic honeycomb structures. **The Aeronautical Journal**, Cambridge University Press, v. 107, n. 1069, p. 175–183, 2003.
- SCHÖBI, R.; SUDRET, B.; MARELLI, S. Rare event estimation using polynomial-chaos kriging. **ASCE-ASME Journal of Risk and Uncertainty in Engineering Systems, Part A: Civil Engineering**, American Society of Civil Engineers, v. 3, n. 2, p. D4016002, 2017.
- SECCHI, A. R. Modelagem e simulação de processos. **Notas de Aula**, 1995.
- SEZEN, H.; MOEHLE, J. P. Shear strength model for lightly reinforced concrete columns. **Journal of structural engineering**, American Society of Civil Engineers, v. 130, n. 11, p. 1692–1703, 2004.
- SHA, Y.; HAO, H. Laboratory tests and numerical simulations of barge impact on circular reinforced concrete piers. **Engineering structures**, Elsevier, v. 46, p. 593–605, 2013.
- SHARMA, H.; HURLEBAUS, S.; GARDONI, P. Performance-based response evaluation of reinforced concrete columns subject to vehicle impact. **International Journal of Impact Engineering**, Elsevier, v. 43, p. 52–62, 2012.
- SHETTY, N. *et al.* Fire safety assessment and optimal design of passive fire protection for offshore structures. **Reliability Engineering & System Safety**, Elsevier, v. 61, n. 1-2, p. 139–149, 1998.

- SOARES, R. d. C.; DEBS, A. E. **Otimização de seções transversais de concreto armado sujeitas à flexão: aplicação a pavimentos**. 1997. Tese (Doutorado) — Dissertação (Mestrado)—Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, 1997.
- SOHEL, K.; AL-JABRI, K.; ABRI, A. A. Behavior and design of reinforced concrete building columns subjected to low-velocity car impact. In: ELSEVIER. **Structures**. [S.l.], 2020. v. 26, p. 601–616.
- SRINIVAS, N.; DEB, K. Multiobjective optimization using nondominated sorting in genetic algorithms. **Evolutionary computation**, MIT Press, v. 2, n. 3, p. 221–248, 1994.
- STANDARD, N. Z. **NZS 3101-1: concrete structures standard: part 1: the design of concrete structures**. [S.l.]: Wellington, 2006.
- Standards Australia. **AS/NZS 1170.1:1988: Structural Design Actions - Permanent, Imposed and Other Actions**. Australia: Standards Australia, 1989.
- STAROSSEK, U. **Progressive collapse of structures**. [S.l.]: thomas telford London, 2009. v. 153.
- STEWART, J. **Essential calculus: Early transcendentals**. [S.l.]: Cengage Learning, 2012.
- SWANN, R. T.; PITTMAN, C. M. **Analysis of effective thermal conductivities of honeycomb-core and corrugated-core sandwich panels**. [S.l.]: National Aeronautics and Space Administration, 1961.
- TANG, S.; CAI, Z.; ZHENG, J. A fast method of constructing the non-dominated set: arena's principle. In: IEEE. **2008 Fourth International Conference on Natural Computation**. [S.l.], 2008. v. 1, p. 391–395.
- THILAKARATHNA, H. *et al.* Numerical simulation of axially loaded concrete columns under transverse impact and vulnerability assessment. **International Journal of Impact Engineering**, Elsevier, v. 37, n. 11, p. 1100–1112, 2010.
- THOMAS, R.; STEEL, K.; SORENSEN, A. D. Reliability analysis of circular reinforced concrete columns subject to sequential vehicular impact and blast loading. **Engineering Structures**, Elsevier, v. 168, p. 838–851, 2018.
- TORQUATO, S. *et al.* Effective mechanical and transport properties of cellular solids. **International Journal of Mechanical Sciences**, Elsevier, v. 40, n. 1, p. 71–82, 1997.
- TRIANAFYLLIDIS, Z.; BISBY, L. A. Fibre-reinforced intumescent fire protection coatings as a confining material for concrete columns. **Construction and Building Materials**, Elsevier, v. 231, p. 117085, 2020.
- UK's Highways Agency. **The Design of Highway Bridges for Vehicle Collision Loads**. [S.l.], 2004.
- (US), B. S. S. C.; COUNCIL, A. T. **NEHRP guidelines for the seismic rehabilitation of buildings**. [S.l.]: Federal Emergency Management Agency, 1997. v. 1.
- VALDEVIT, L.; HUTCHINSON, J. W.; EVANS, A. G. Structurally optimized sandwich panels with prismatic cores. **International Journal of Solids and Structures**, Elsevier, v. 41, n. 19-20, p. 5105–5124, 2004.

- VANDERSALL, H. Intumescent coating system, their development and chemistry. **J Fire Flamm**, v. 2, p. 97–140, 1971.
- VENTURINI, W. S.; ANDRADE, J. R. de L.; RODRIGUES, R. O. **Dimensionamento de peças retangulares de concreto armado solicitadas à flexão reta**. [S.l.]: EESC-SET, 1987.
- VIEIRA, I. Otimização multi-objetivo de rotas de dutos submarinos através de sistemas imunológicos artificiais. **Universidade Federal do Rio de Janeiro. Rio de Janeiro**, 2011.
- VINSON, J. R. Optimum design of composite honeycomb sandwich panels subjected to uniaxial compression. **AIAA journal**, v. 24, n. 10, p. 1690–1696, 1986.
- WADELL, H. Volume, shape, and roundness of rock particles. **The Journal of Geology**, University of Chicago Press, v. 40, n. 5, p. 443–451, 1932.
- WADELL, H. Sphericity and roundness of rock particles. **The Journal of Geology**, University of Chicago Press, v. 41, n. 3, p. 310–331, 1933.
- WANG, A.-J.; MCDOWELL, D. In-plane stiffness and yield strength of periodic metal honeycombs. **J. Eng. Mater. Technol.**, v. 126, n. 2, p. 137–156, 2004.
- WANG, A.-J.; MCDOWELL, D. Yield surfaces of various periodic metal honeycombs at intermediate relative density. **International Journal of Plasticity**, Elsevier, v. 21, n. 2, p. 285–320, 2005.
- WANG, Z. Recent advances in novel metallic honeycomb structure. **Composites Part B: Engineering**, Elsevier, v. 166, p. 731–741, 2019.
- WEI, Z.; ZOK, F.; EVANS, A. Design of sandwich panels with prismatic cores. **Journal of Engineering Materials and Technology**, American Society of Mechanical Engineers, v. 128, n. 2, p. 186–192, 2006.
- WEILERT, A.; HOSSER, D.; KLINZMANN, C. Probabilistic safety concept for fire safety engineering based on natural fires. **Beton-und Stahlbetonbau**, Wiley Online Library, v. 103, n. S1, p. 29–36, 2008.
- WIERZBICKI, T. Crushing analysis of metal honeycombs. **International Journal of Impact Engineering**, Elsevier, v. 1, n. 2, p. 157–174, 1983.
- XIONG, X.; LIN, M.; ZOU, W. Honeycomb structured porous films prepared by the method of breath figure: history and development. **Current Organic Chemistry**, Bentham Science Publishers, v. 15, n. 21, p. 3706–3718, 2011.
- XU, S. *et al.* Experimental study of the out-of-plane dynamic compression of hexagonal honeycombs. **Composites Structures**, v. 94, p. 2326–2336, 2012.
- XU, S. *et al.* Dynamic behaviors of reinforced nsc and uhpc columns protected by aluminum foam layer against low-velocity impact. **Journal of Building Engineering**, Elsevier, v. 34, p. 101910, 2021.
- XUE, Z.; HUTCHINSON, J. A comparative study of impulse-resistant metal sandwich plates. **International Journal of Impact Engineering**, Elsevier, v. 30, n. 10, p. 1283–1305, 2004.

- YANG, M.; QIAO, P. Quasi-static crushing behavior of aluminum honeycomb materials. **Journal of Sandwich Structures & Materials**, Sage Publications Sage UK: London, England, v. 10, n. 2, p. 133–160, 2008.
- YANG, X.; LU, T.; KIM, T. Effective thermal conductivity modelling for closed-cell porous media with analytical shape factors. **Transport in porous media**, Springer, v. 100, p. 211–224, 2013.
- YEH, C. *et al.* Measurement of thermal contact resistance of aluminum honeycombs. **Experimental Thermal and Fluid Science**, Elsevier, v. 27, n. 3, p. 271–281, 2003.
- ZHANG, B.; KIM, T.; LU, T. Analytical solution for solidification of close-celled metal foams. **International Journal of Heat and Mass Transfer**, Elsevier, v. 52, n. 1-2, p. 133–141, 2009.
- ZHANG, C.; GHOLIPOUR, G.; MOUSAVI, A. A. State-of-the-art review on responses of rc structures subjected to lateral impact loads. **Archives of Computational Methods in Engineering**, Springer, v. 28, n. 4, p. 2477–2507, 2021.
- ZHANG, C.; LI, G.-Q.; WANG, Y.-C. Probabilistic analysis of steel columns protected by intumescent coatings subjected to natural fires. **Structural safety**, Elsevier, v. 50, p. 16–26, 2014.
- ZHANG, Q. *et al.* Bioinspired engineering of honeycomb structure—using nature to inspire human innovation. **Progress in Materials Science**, Elsevier, v. 74, p. 332–400, 2015.
- ZHANG, X. *et al.* Experimental study on the fire performance of tubular steel columns with membrane protections for prefabricated and modular steel construction. **Materials**, MDPI, v. 11, n. 3, p. 437, 2018.
- ZHANG, Y.; PAN, R.; XIAO, F. Numerical research on impact performance of bridge columns with aluminum foam protection devices. **International Journal of Distributed Sensor Networks**, SAGE Publications Sage UK: London, England, v. 16, n. 11, p. 1550147720974538, 2020.
- ZHAO, W.; QIAN, J. Resistance mechanism and reliability analysis of reinforced concrete columns subjected to lateral impact. **International Journal of Impact Engineering**, Elsevier, v. 136, p. 103413, 2020.
- ZHOU, D.; LI, R. Damage assessment of bridge piers subjected to vehicle collision. **Advances in structural engineering**, SAGE Publications Sage UK: London, England, v. 21, n. 15, p. 2270–2281, 2018.
- ZHOU, Q.; YU, T. Use of high-efficiency energy absorbing device to arrest progressive collapse of tall building. **Journal of Engineering Mechanics**, American Society of Civil Engineers, v. 130, n. 10, p. 1177–1187, 2004.
- ZHU, H.; MILLS, N. The in-plane non-linear compression of regular honeycombs. **International Journal of Solids and Structures**, Elsevier, v. 37, n. 13, p. 1931–1949, 2000.
- ZIENKIEWICZ, O. C. *et al.* **The finite element method: solid mechanics**. [S.l.]: Butterworth-heinemann, 2000. v. 2.

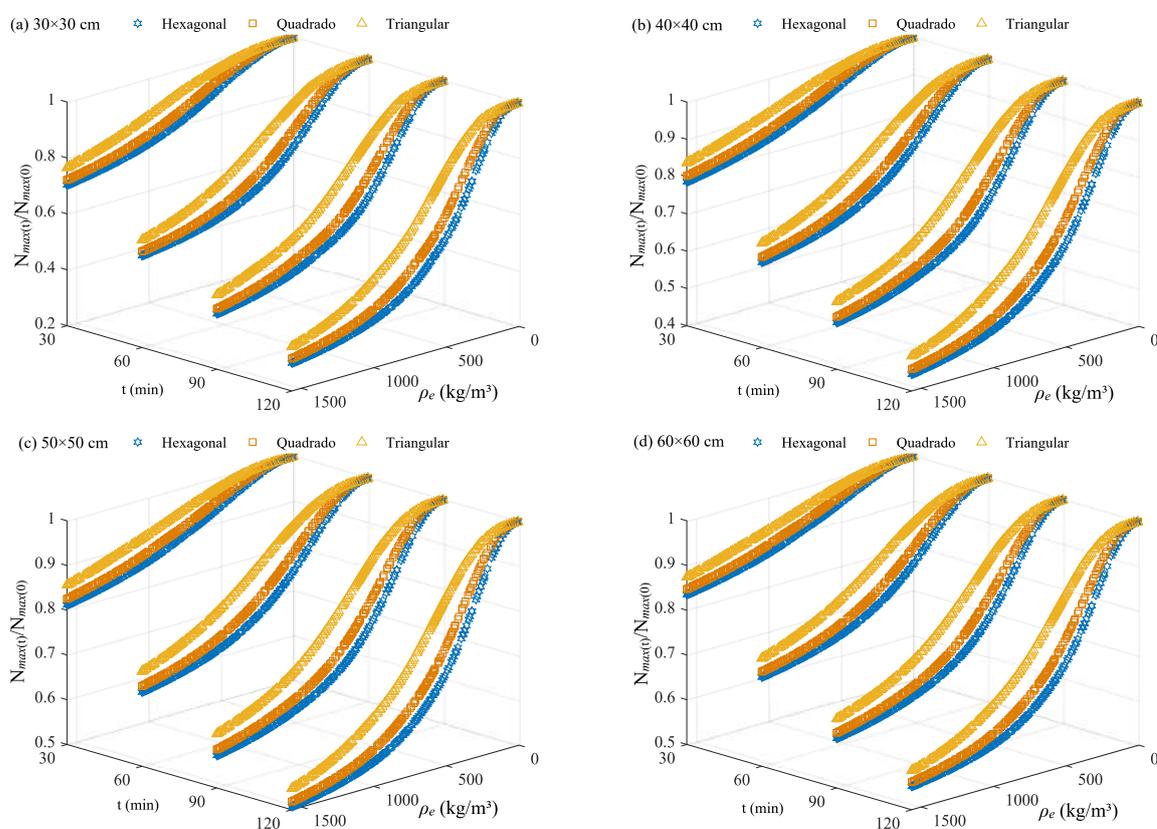
ZITZLER, E.; LAUMANN, M.; THIELE, L. Spea2: Improving the strength pareto evolutionary algorithm. **TIK-report**, Eidgenössische Technische Hochschule Zürich (ETH), Institut für Technische ..., v. 103, 2001.

ZITZLER, E.; THIELE, L. Multiobjective evolutionary algorithms: a comparative case study and the strength pareto approach. **IEEE transactions on Evolutionary Computation**, IEEE, v. 3, n. 4, p. 257–271, 1999.

ZUBYDAN, A. H. Inelastic large deflection analysis of space steel frames including h-shaped cross sectional members. **Engineering Structures**, Elsevier, v. 48, p. 155–165, 2013.

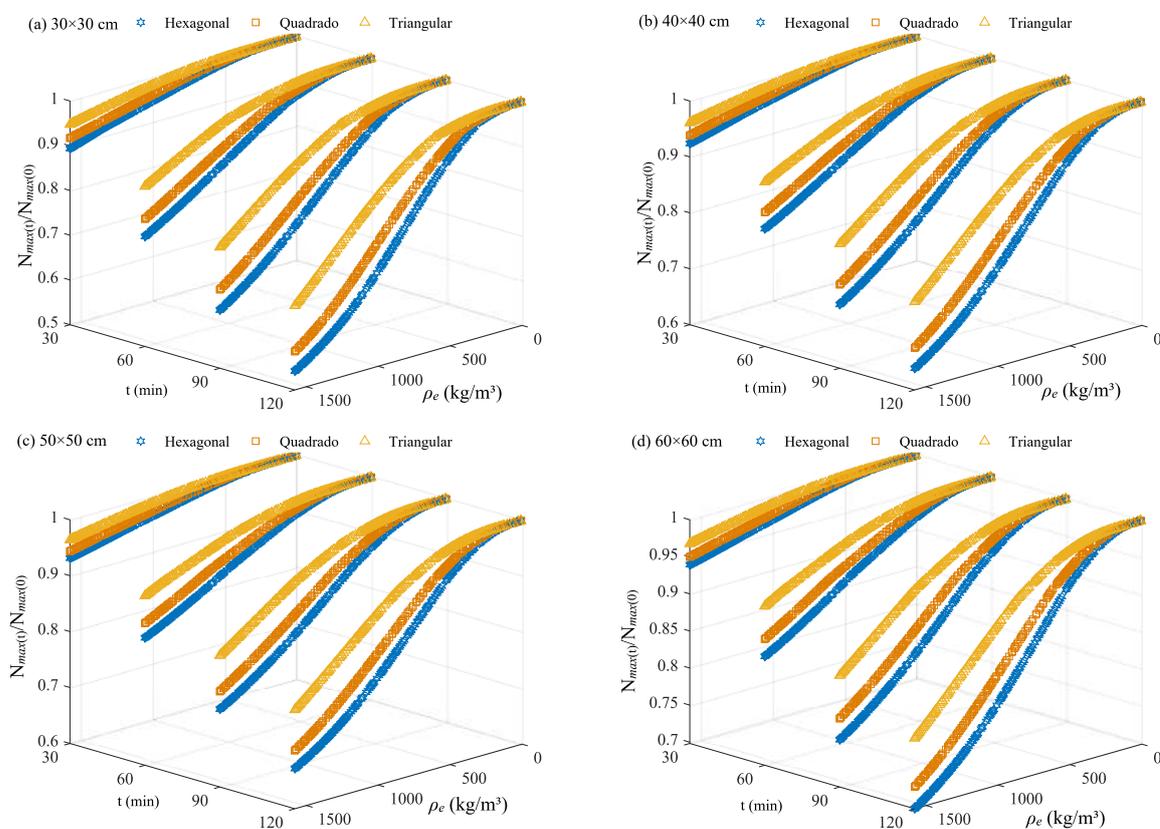
APÊNDICE A – Desempenho dos Pontos de Compromisso Aplicados em Pilares em Situações de Incêndio e Impacto Veicular

Figura A.1 – Capacidade resistente máxima à compressão para os pilares protegidos ao longo da situação de incêndio com *honeycombs* em aço carbono - AISI 1010 para a seção transversal de (a) 30×30 cm, (b) 40×40 cm, (c) 50×50 cm e (d) 60×60 cm.



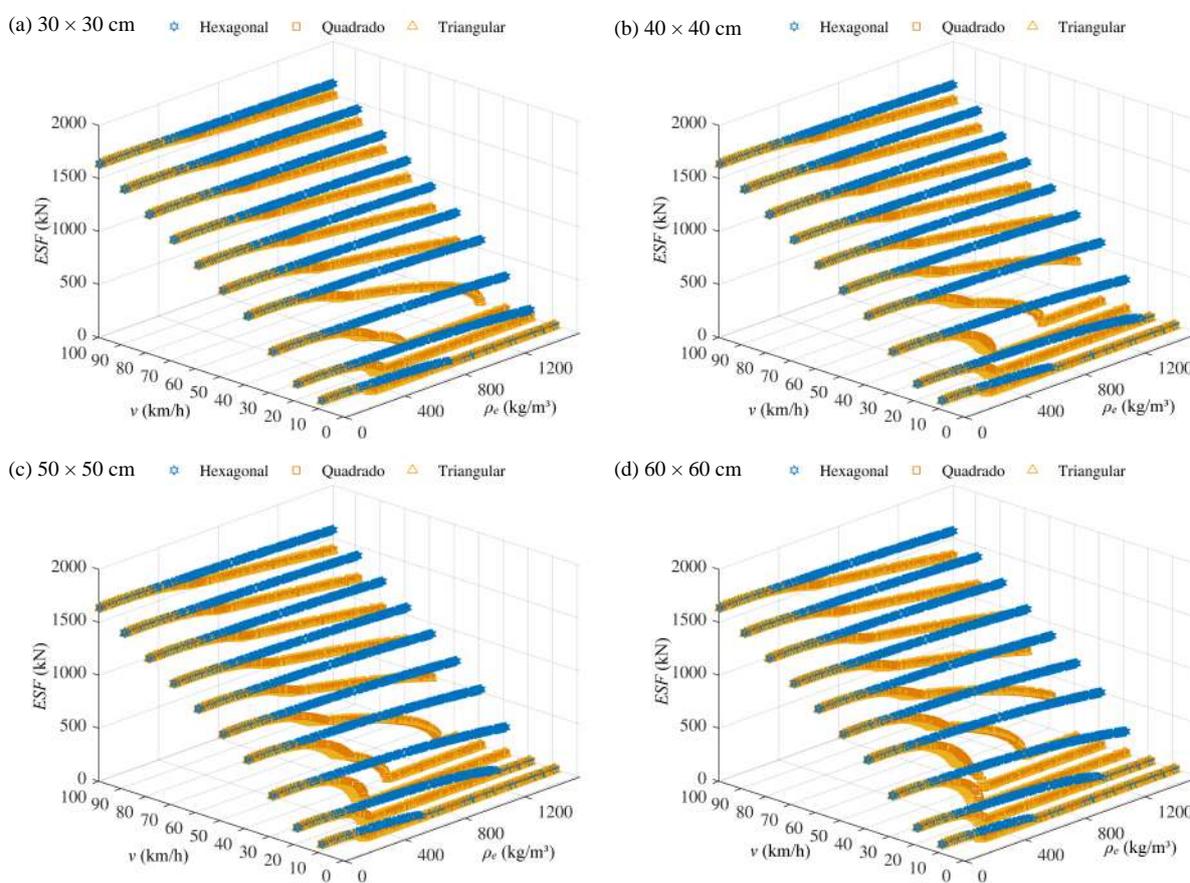
Fonte: Autoria própria

Figura A.2 – Capacidade resistente máxima à compressão para os pilares protegidos ao longo da situação de incêndio com *honeycombs* em aço inoxidável - AISI 304 para a seção transversal de (a) 30×30 cm, (b) 40×40 cm, (c) 50×50 cm e (d) 60×60 cm.



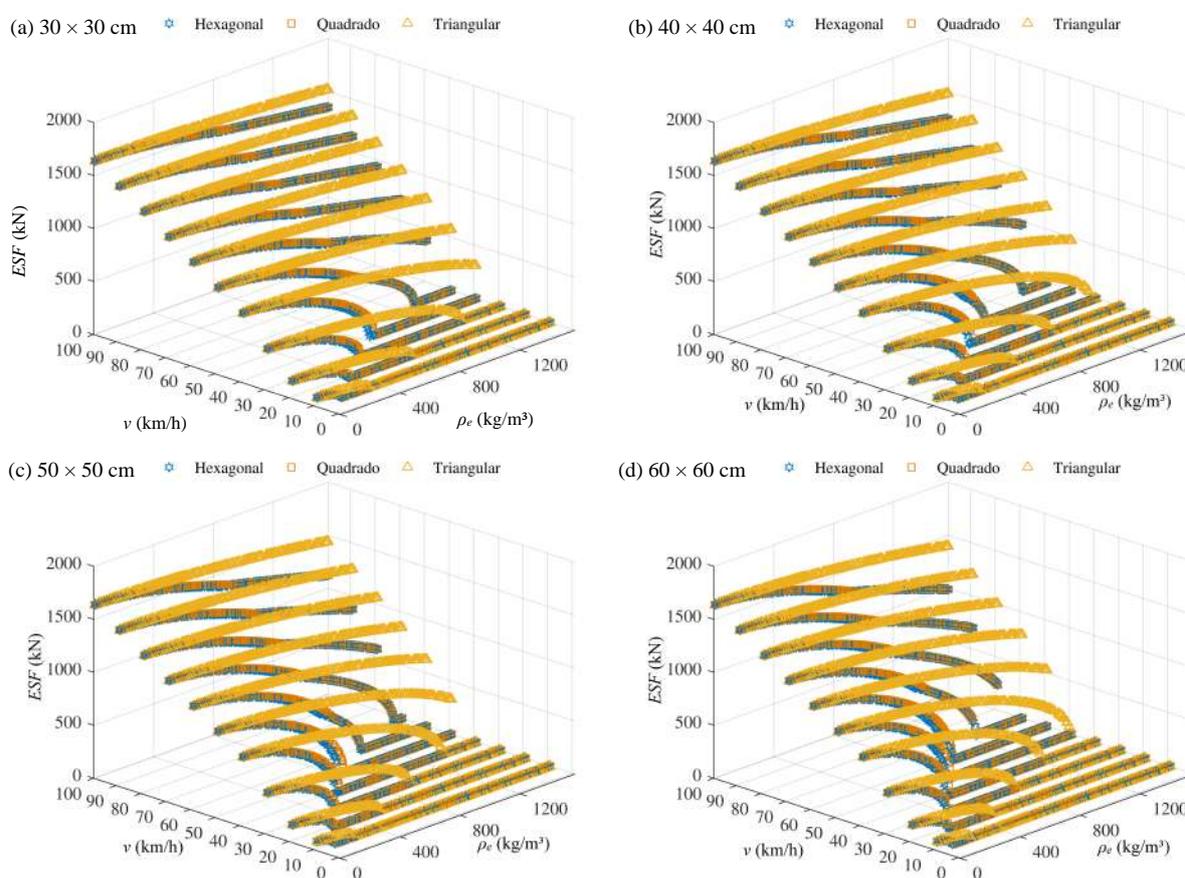
Fonte: Autoria própria

Figura A.3 – Força Estática Equivalente (*ESF*) para impacto veicular em pilar protegido com *honeycombs* em aço carbono - AISI 1010 (*in-plane*) para a seção transversal de (a) 30 × 30 cm, (b) 40 × 40 cm, (c) 50 × 50 cm e (d) 60 × 60 cm.



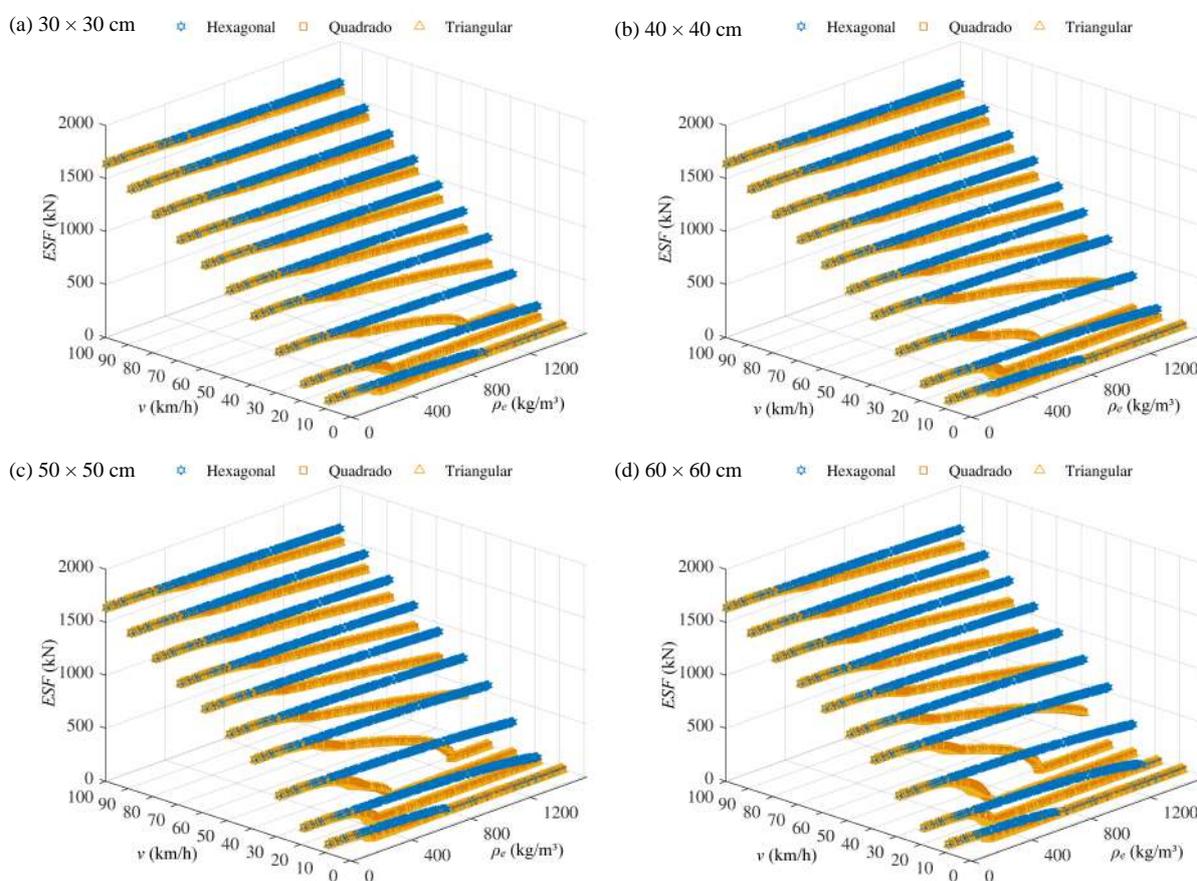
Fonte: Autoria própria

Figura A.4 – Força Estática Equivalente (*ESF*) para impacto veicular em pilar protegido com *honeycombs* em aço carbono - AISI 1010 (*out-of-plane*) para a seção transversal de (a) 30 × 30 cm, (b) 40 × 40 cm, (c) 50 × 50 cm e (d) 60 × 60 cm.



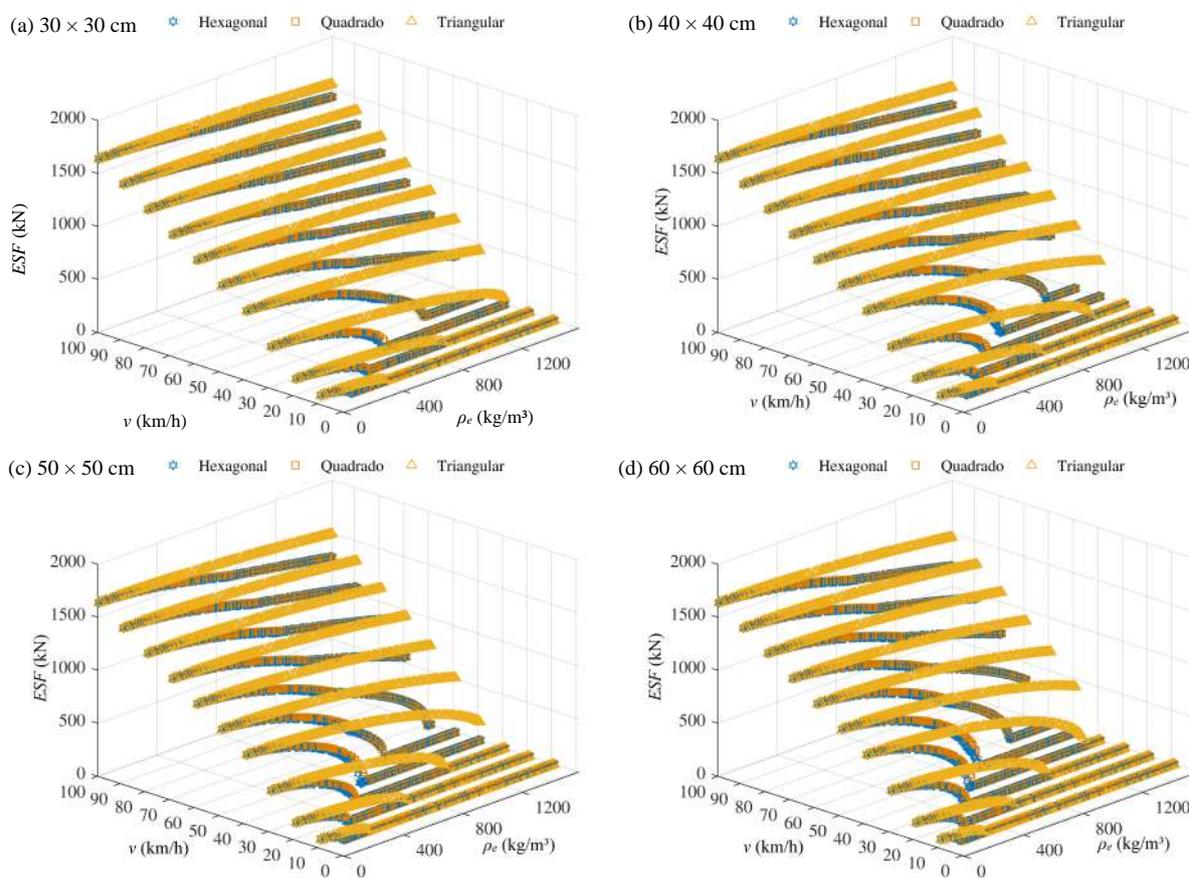
Fonte: Autoria própria

Figura A.5 – Força Estática Equivalente (*ESF*) para impacto veicular em pilar protegido com *honeycombs* em aço inoxidável - AISI 304 (*in-plane*) para a seção transversal de (a) 30×30 cm, (b) 40×40 cm, (c) 50×50 cm e (d) 60×60 cm.



Fonte: Autoria própria

Figura A.6 – Força Estática Equivalente (*ESF*) para impacto veicular em pilar protegido com *honeycombs* em aço inoxidável - AISI 304 (*out-of-plane*) para a seção transversal de (a) 30 × 30 cm, (b) 40 × 40 cm, (c) 50 × 50 cm e (d) 60 × 60 cm.



Fonte: Autoria própria

APÊNDICE B – Resultados dos Estudos de Casos de Otimização de Riscos

Tabela B.1 – Confiabilidade e custos esperados da falha do edifício na ausência do dispositivo para $v_{car} = 30$ km/h e $\theta(60$ min).

P_{impact}	P_{fire}	C_{sys}	C_{CL}	$C_{w/o device}$	$\beta_{CL_{impact}}$	$\beta_{CL_{fire}}$	β_{sys}
10^{-1}	10^{-1}	R\$ 17.543.741,62	R\$ 110.275,69	R\$ 17.654.017,31	1,32	2,83	1,31
	10^{-2}	R\$ 16.793.239,29	R\$ 105.558,21	R\$ 16.898.797,50		3,50	1,32
	10^{-3}	R\$ 16.718.189,06	R\$ 105.086,46	R\$ 16.823.275,52		4,07	1,32
	10^{-4}	R\$ 16.710.684,03	R\$ 105.039,29	R\$ 16.815.723,32		4,58	1,32
10^{-2}	10^{-1}	R\$ 2.504.876,49	R\$ 15.745,04	R\$ 2.520.621,54	2,35	2,83	2,27
	10^{-2}	R\$ 1.754.374,16	R\$ 11.027,57	R\$ 1.765.401,73		3,50	2,34
	10^{-3}	R\$ 1.679.323,93	R\$ 10.555,82	R\$ 1.689.879,75		4,07	2,35
	10^{-4}	R\$ 1.671.818,91	R\$ 10.508,65	R\$ 1.682.327,55		4,58	2,35
10^{-3}	10^{-1}	R\$ 1.000.989,98	R\$ 6.291,98	R\$ 1.007.281,96	3,11	2,83	2,72
	10^{-2}	R\$ 250.487,65	R\$ 1.574,50	R\$ 252.062,15		3,50	3,05
	10^{-3}	R\$ 175.437,42	R\$ 1.102,76	R\$ 176.540,17		4,07	3,10
	10^{-4}	R\$ 167.932,39	R\$ 1.055,58	R\$ 168.987,98		4,58	3,11
10^{-4}	10^{-1}	R\$ 850.601,33	R\$ 5.346,67	R\$ 855.948,00	3,74	2,83	2,82
	10^{-2}	R\$ 100.099,00	R\$ 629,20	R\$ 100.728,20		3,50	3,41
	10^{-3}	R\$ 25.048,76	R\$ 157,45	R\$ 25.206,22		4,07	3,68
	10^{-4}	R\$ 17.543,74	R\$ 110,28	R\$ 17.654,02		4,58	3,73

Fonte: Autoria própria

Tabela B.2 – Confiabilidade e custos esperados da falha do edifício na ausência do dispositivo para $v_{car} = 30$ km/h e $\theta(120$ min).

P_{impact}	P_{fire}	C_{sys}	C_{CL}	$C_{w/o device}$	$\beta_{CL_{fire}}$	$\beta_{CL_{impact}}$	β_{sys}
10^{-1}	10^{-1}	R\$ 24.519.666,76	R\$ 154.124,65	R\$ 24.673.791,42	1,32	2,02	1,20
	10^{-2}	R\$ 17.490.831,80	R\$ 109.943,11	R\$ 17.600.774,91		2,85	1,31
	10^{-3}	R\$ 16.787.948,31	R\$ 105.524,95	R\$ 16.893.473,26		3,52	1,32
	10^{-4}	R\$ 16.717.659,96	R\$ 105.083,14	R\$ 16.822.743,10		4,09	1,32
10^{-2}	10^{-1}	R\$ 9.480.801,64	R\$ 59.594,01	R\$ 9.540.395,65	2,35	2,02	1,87
	10^{-2}	R\$ 2.451.966,68	R\$ 15.412,47	R\$ 2.467.379,14		2,85	2,28
	10^{-3}	R\$ 1.749.083,18	R\$ 10.994,31	R\$ 1.760.077,49		3,52	2,35
	10^{-4}	R\$ 1.678.794,83	R\$ 10.552,50	R\$ 1.689.347,33		4,09	2,35
10^{-3}	10^{-1}	R\$ 7.976.915,12	R\$ 50.140,95	R\$ 8.027.056,07	3,11	2,02	2,00
	10^{-2}	R\$ 948.080,16	R\$ 5.959,40	R\$ 954.039,56		2,85	2,74
	10^{-3}	R\$ 245.196,67	R\$ 1.541,25	R\$ 246.737,91		3,52	3,05
	10^{-4}	R\$ 174.908,32	R\$ 1.099,43	R\$ 176.007,75		4,09	3,11
10^{-4}	10^{-1}	R\$ 7.826.526,47	R\$ 49.195,64	R\$ 7.875.722,11	3,74	2,02	2,02
	10^{-2}	R\$ 797.691,51	R\$ 5.014,09	R\$ 802.705,61		2,85	2,84
	10^{-3}	R\$ 94.808,02	R\$ 595,94	R\$ 95.403,96		3,52	3,42
	10^{-4}	R\$ 24.519,67	R\$ 154,12	R\$ 24.673,79		4,09	3,68

Fonte: Autoria própria

Tabela B.3 – Confiabilidade e custos esperados da falha do edifício na ausência do dispositivo para $v_{car} = 60$ km/h e $\theta(60$ min).

P_{impact}	P_{fire}	C_{sys}	C_{CL}	$C_{w/o device}$	$\beta_{CL_{fire}}$	$\beta_{CL_{impact}}$	β_{sys}
10^{-1}	10^{-1}	R\$ 18.694.321,21	R\$ 117.507,95	R\$ 18.811.829,16	1,28	2,83	1,27
	10^{-2}	R\$ 17.943.718,86	R\$ 112.789,85	R\$ 18.056.508,70		3,50	1,28
	10^{-3}	R\$ 17.868.658,62	R\$ 112.318,04	R\$ 17.980.976,66		4,07	1,29
	10^{-4}	R\$ 17.861.152,60	R\$ 112.270,85	R\$ 17.973.423,46		4,58	1,29
10^{-2}	10^{-1}	R\$ 2.620.034,47	R\$ 16.468,90	R\$ 2.636.503,37	2,33	2,83	2,25
	10^{-2}	R\$ 1.869.432,12	R\$ 11.750,79	R\$ 1.881.182,92		3,50	2,32
	10^{-3}	R\$ 1.794.371,89	R\$ 11.278,98	R\$ 1.805.650,87		4,07	2,33
	10^{-4}	R\$ 1.786.865,86	R\$ 11.231,80	R\$ 1.798.097,67		4,58	2,33
10^{-3}	10^{-1}	R\$ 1.012.605,79	R\$ 6.364,99	R\$ 1.018.970,79	3,09	2,83	2,72
	10^{-2}	R\$ 262.003,45	R\$ 1.646,89	R\$ 263.650,34		3,50	3,03
	10^{-3}	R\$ 186.943,21	R\$ 1.175,08	R\$ 188.118,29		4,07	3,09
	10^{-4}	R\$ 179.437,19	R\$ 1.127,90	R\$ 180.565,09		4,58	3,09
10^{-4}	10^{-1}	R\$ 851.862,93	R\$ 5.354,60	R\$ 857.217,53	3,72	2,83	2,82
	10^{-2}	R\$ 101.260,58	R\$ 636,50	R\$ 101.897,08		3,50	3,40
	10^{-3}	R\$ 26.200,34	R\$ 164,69	R\$ 26.365,03		4,07	3,67
	10^{-4}	R\$ 18.694,32	R\$ 117,51	R\$ 18.811,83		4,58	3,72

Fonte: Autoria própria

Tabela B.4 – Confiabilidade e custos esperados da falha do edifício na ausência do dispositivo para $v_{car} = 60$ km/h e $\theta(120$ min).

P_{impact}	P_{fire}	C_{sys}	C_{CL}	$C_{w/o device}$	$\beta_{CL_{fire}}$	$\beta_{CL_{impact}}$	β_{sys}
10^{-1}	10^{-1}	R\$ 25.670.135,22	R\$ 161.356,22	R\$ 25.831.491,44	1,28	2,02	1,17
	10^{-2}	R\$ 18.641.300,26	R\$ 117.174,67	R\$ 18.758.474,93		2,85	1,27
	10^{-3}	R\$ 17.938.416,76	R\$ 112.756,52	R\$ 18.051.173,28		3,52	1,28
	10^{-4}	R\$ 17.868.128,41	R\$ 112.314,70	R\$ 17.980.443,12		4,09	1,29
10^{-2}	10^{-1}	R\$ 9.595.848,48	R\$ 60.317,17	R\$ 9.656.165,65	2,33	2,02	1,86
	10^{-2}	R\$ 2.567.013,52	R\$ 16.135,62	R\$ 2.583.149,14		2,85	2,25
	10^{-3}	R\$ 1.864.130,03	R\$ 11.717,47	R\$ 1.875.847,49		3,52	2,32
	10^{-4}	R\$ 1.793.841,68	R\$ 11.275,65	R\$ 1.805.117,33		4,09	2,33
10^{-3}	10^{-1}	R\$ 7.988.419,81	R\$ 50.213,26	R\$ 8.038.633,07	3,09	2,02	2,00
	10^{-2}	R\$ 959.584,85	R\$ 6.031,72	R\$ 965.616,56		2,85	2,73
	10^{-3}	R\$ 256.701,35	R\$ 1.613,56	R\$ 258.314,91		3,52	3,03
	10^{-4}	R\$ 186.413,00	R\$ 1.171,75	R\$ 187.584,75		4,09	3,09
10^{-4}	10^{-1}	R\$ 7.827.676,94	R\$ 49.202,87	R\$ 7.876.879,81	3,72	2,02	2,02
	10^{-2}	R\$ 798.841,98	R\$ 5.021,33	R\$ 803.863,31		2,85	2,84
	10^{-3}	R\$ 95.958,48	R\$ 603,17	R\$ 96.561,66		3,52	3,42
	10^{-4}	R\$ 25.670,14	R\$ 161,36	R\$ 25.831,49		4,09	3,67

Fonte: Autoria própria

Tabela B.5 – Confiabilidade e custos esperados da falha do edifício com dispositivo otimizado para $v_{car} = 30$ km/h e $\theta(60$ min).

P_{impact}	P_{fire}	$\rho_{r,1}^*$	$\rho_{r,2}^*$	C_{sys}	C_{CL}	C_{device}	C_{et}	$\beta_{CL_{impact}}$	$\beta_{CL_{fire}}$	β_{SL}	β_{sys}
10^{-1}	10^{-1}	0,0650	0,0011	R\$ 3,44	R\$ 0,02	R\$ 121.886,06	R\$ 121.889,52	7,00	5,89	5,89	5,89
	10^{-2}	0,0650	0,0011	R\$ 0,34	R\$ 0,00	R\$ 121.886,13	R\$ 121.886,48		6,26	6,26	6,26
	10^{-3}	0,0650	0,0011	R\$ 0,03	R\$ 0,00	R\$ 121.886,06	R\$ 121.886,10		6,61	6,61	6,61
	10^{-4}	0,0650	0,0011	R\$ 0,00	R\$ 0,00	R\$ 121.886,06	R\$ 121.886,06		6,94	6,94	6,94
10^{-2}	10^{-1}	0,0650	0,0011	R\$ 3,39	R\$ 0,02	R\$ 121.886,27	R\$ 121.889,68	7,31	5,89	5,89	5,89
	10^{-2}	0,0650	0,0011	R\$ 0,34	R\$ 0,00	R\$ 121.886,08	R\$ 121.886,42		6,26	6,26	6,26
	10^{-3}	0,0650	0,0011	R\$ 0,03	R\$ 0,00	R\$ 121.886,06	R\$ 121.886,10		6,61	6,61	6,61
	10^{-4}	0,0650	0,0011	R\$ 0,00	R\$ 0,00	R\$ 121.886,06	R\$ 121.886,06		6,94	6,94	6,94
10^{-3}	10^{-1}	0,0650	0,0010	R\$ 3,39	R\$ 0,02	R\$ 121.555,27	R\$ 121.558,68	7,62	5,89	5,89	5,89
	10^{-2}	0,0650	0,0010	R\$ 0,34	R\$ 0,00	R\$ 121.555,21	R\$ 121.555,55		6,26	6,26	6,26
	10^{-3}	0,0650	0,0011	R\$ 0,00	R\$ 0,00	R\$ 121.886,06	R\$ 121.886,06		6,61	6,61	6,61
	10^{-4}	0,0650	0,0010	R\$ 0,34	R\$ 0,00	R\$ 121.555,21	R\$ 121.555,55		6,94	6,94	6,94
10^{-4}	10^{-1}	0,0010	0,0010	R\$ 16.707,47	R\$ 105,02	R\$ 5.443,20	R\$ 22.255,69	3,74	5,89	3,74	3,74
	10^{-2}	0,0010	0,0010	R\$ 16.707,47	R\$ 105,02	R\$ 5.443,20	R\$ 22.255,69		6,26	3,74	3,74
	10^{-3}	0,0010	0,0010	R\$ 16.704,12	R\$ 105,00	R\$ 5.443,20	R\$ 22.252,31		6,61	3,74	3,74
	10^{-4}	0,0010	0,0010	R\$ 16.704,09	R\$ 105,00	R\$ 5.443,21	R\$ 22.252,29		6,94	3,74	3,74

Fonte: Autoria própria

Tabela B.6 – Confiabilidade e custos esperados da falha do edifício com dispositivo otimizado para $v_{car} = 30$ km/h e $\theta(120$ min).

P_{impact}	P_{fire}	$\rho_{r,1}^*$	$\rho_{r,2}^*$	C_{sys}	C_{CL}	C_{device}	C_{et}	$\beta_{CL_{impact}}$	$\beta_{CL_{fire}}$	β_{SL}	β_{sys}
10^{-1}	10^{-1}	0,0650	0,0011	R\$ 0,99	R\$ 0,01	R\$ 121.886,06	R\$ 121.887,06	7,00	5,83	5,83	5,83
	10^{-2}	0,0650	0,0011	R\$ 0,10	R\$ 0,00	R\$ 121.886,06	R\$ 121.886,16		6,20	6,20	6,20
	10^{-3}	0,0650	0,0011	R\$ 0,01	R\$ 0,00	R\$ 121.886,06	R\$ 121.886,07		6,55	6,55	6,55
	10^{-4}	0,0650	0,0011	R\$ 0,00	R\$ 0,00	R\$ 121.886,06	R\$ 121.886,06		6,89	6,89	6,89
10^{-2}	10^{-1}	0,0650	0,0011	R\$ 0,99	R\$ 0,01	R\$ 121.887,08	R\$ 121.888,08	7,31	5,83	5,83	5,83
	10^{-2}	0,0650	0,0011	R\$ 0,10	R\$ 0,00	R\$ 121.886,09	R\$ 121.886,19		6,20	6,20	6,20
	10^{-3}	0,0650	0,0011	R\$ 0,01	R\$ 0,00	R\$ 121.886,06	R\$ 121.886,07		6,55	6,55	6,55
	10^{-4}	0,0650	0,0011	R\$ 0,00	R\$ 0,00	R\$ 121.886,06	R\$ 121.886,06		6,89	6,89	6,89
10^{-3}	10^{-1}	0,0650	0,0011	R\$ 0,01	R\$ 0,00	R\$ 121.886,06	R\$ 121.886,07	7,62	5,83	5,83	5,83
	10^{-2}	0,0650	0,0010	R\$ 0,10	R\$ 0,00	R\$ 121.555,37	R\$ 121.555,47		6,20	6,20	6,20
	10^{-3}	0,0650	0,0010	R\$ 0,10	R\$ 0,00	R\$ 121.555,37	R\$ 121.555,47		6,55	6,55	6,55
	10^{-4}	0,0650	0,0010	R\$ 0,00	R\$ 0,00	R\$ 121.555,27	R\$ 121.555,27		6,89	6,89	6,89
10^{-4}	10^{-1}	0,0010	0,0010	R\$ 16.705,07	R\$ 105,00	R\$ 5.443,20	R\$ 22.253,28	3,74	5,83	3,74	3,74
	10^{-2}	0,0010	0,0010	R\$ 16.705,07	R\$ 105,00	R\$ 5.443,20	R\$ 22.253,28		6,20	3,74	3,74
	10^{-3}	0,0010	0,0010	R\$ 16.705,07	R\$ 105,00	R\$ 5.443,20	R\$ 22.253,28		6,55	3,74	3,74
	10^{-4}	0,0010	0,0010	R\$ 16.704,08	R\$ 105,00	R\$ 5.443,20	R\$ 22.252,28		6,89	3,74	3,74

Fonte: Autoria própria

Tabela B.7 – Confiabilidade e custos esperados da falha do edifício com dispositivo otimizado para $v_{car} = 60$ km/h e $\theta(60$ min).

P_{impact}	P_{fire}	$\rho_{r,1}^*$	$\rho_{r,2}^*$	C_{sys}	C_{CL}	C_{device}	C_{et}	$\beta_{CL_{impact}}$	$\beta_{CL_{fire}}$	β_{SL}	β_{sys}
10^{-1}	10^{-1}	0,1695	0,0011	R\$ 0,00	R\$ 0,00	R\$ 311.537,07	R\$ 311.537,07	7,00	5,89	5,89	7,59
	10^{-2}	0,1695	0,0011	R\$ 0,00	R\$ 0,00	R\$ 311.537,07	R\$ 311.537,07		6,26	6,26	7,89
	10^{-3}	0,1695	0,0011	R\$ 0,00	R\$ 0,00	R\$ 311.537,07	R\$ 311.537,07		6,61	6,61	8,17
	10^{-4}	0,1695	0,0011	R\$ 0,00	R\$ 0,00	R\$ 311.537,07	R\$ 311.537,07		6,94	6,94	8,44
10^{-2}	10^{-1}	0,1601	0,0010	R\$ 3.582,35	R\$ 5.003,57	R\$ 294.195,10	R\$ 302.781,01	2,62	5,89	2,62	4,14
	10^{-2}	0,1604	0,0010	R\$ 3.102,57	R\$ 4.969,13	R\$ 294.624,32	R\$ 302.696,02		6,26	2,62	4,14
	10^{-3}	0,1600	0,0010	R\$ 3.926,92	R\$ 5.014,47	R\$ 293.911,03	R\$ 302.852,42		6,61	2,62	4,14
	10^{-4}	0,1605	0,0010	R\$ 2.808,42	R\$ 4.963,92	R\$ 294.930,21	R\$ 302.702,55		6,94	2,62	4,14
10^{-3}	10^{-1}	0,0010	0,0010	R\$ 178.613,55	R\$ 1.122,72	R\$ 5.445,27	R\$ 185.181,54	3,09	5,89	3,09	3,09
	10^{-2}	0,0010	0,0010	R\$ 178.613,55	R\$ 1.122,72	R\$ 5.445,27	R\$ 185.178,21		6,26	3,09	3,09
	10^{-3}	0,0010	0,0010	R\$ 178.610,20	R\$ 1.122,70	R\$ 5.445,32	R\$ 185.178,21		6,61	3,09	3,09
	10^{-4}	0,0010	0,0010	R\$ 178.613,55	R\$ 1.122,72	R\$ 5.445,27	R\$ 185.178,21		6,94	3,09	3,09
10^{-4}	10^{-1}	0,0010	0,0010	R\$ 17.866,51	R\$ 112,30	R\$ 5.443,20	R\$ 23.422,01	3,72	5,89	3,72	3,72
	10^{-2}	0,0010	0,0010	R\$ 17.861,39	R\$ 112,27	R\$ 5.445,04	R\$ 23.418,70		6,26	3,72	3,72
	10^{-3}	0,0010	0,0010	R\$ 17.862,26	R\$ 112,28	R\$ 5.444,35	R\$ 23.418,88		6,61	3,72	3,72
	10^{-4}	0,0010	0,0010	R\$ 17.863,12	R\$ 112,28	R\$ 5.443,66	R\$ 23.419,07		6,94	3,72	3,72

Fonte: Autoria própria

Tabela B.8 – Confiabilidade e custos esperados da falha do edifício com dispositivo otimizado para $v_{car} = 60$ km/h e $\theta(120$ min).

P_{impact}	P_{fire}	$\rho_{r,1}^*$	$\rho_{r,2}^*$	C_{sys}	C_{CL}	C_{device}	C_{et}	$\beta_{CL_{impact}}$	$\beta_{CL_{fire}}$	β_{SL}	β_{sys}
10^{-1}	10^{-1}	0,1695	0,0011	R\$ 0,00	R\$ 0,00	R\$ 311.537,07	R\$ 311.540,00	7,00	5,83	5,83	7,54
	10^{-2}	0,1695	0,0011	R\$ 0,00	R\$ 0,00	R\$ 311.537,07	R\$ 311.540,00		6,20	6,20	7,84
	10^{-3}	0,1695	0,0011	R\$ 0,00	R\$ 0,00	R\$ 311.537,07	R\$ 311.540,00		6,55	6,55	8,12
	10^{-4}	0,1695	0,0011	R\$ 0,00	R\$ 0,00	R\$ 311.537,07	R\$ 311.540,00		6,89	6,89	8,40
10^{-2}	10^{-1}	0,1607	0,0010	R\$ 2.498,72	R\$ 4.952,37	R\$ 295.282,42	R\$ 302.730,00	2,62	5,83	2,62	4,14
	10^{-2}	0,1600	0,0010	R\$ 3.915,48	R\$ 5.014,44	R\$ 294.006,90	R\$ 302.940,00		6,20	2,62	4,14
	10^{-3}	0,1607	0,0010	R\$ 2.568,90	R\$ 4.955,78	R\$ 295.199,64	R\$ 302.720,00		6,55	2,62	4,14
	10^{-4}	0,1607	0,0010	R\$ 2.568,90	R\$ 4.955,78	R\$ 295.199,64	R\$ 302.720,00		6,89	2,62	4,14
10^{-3}	10^{-1}	0,0010	0,0010	R\$ 178.613,55	R\$ 1.122,72	R\$ 5.445,27	R\$ 185.181,54	3,09	5,83	3,09	3,09
	10^{-2}	0,0010	0,0010	R\$ 178.613,55	R\$ 1.122,72	R\$ 5.445,27	R\$ 185.178,21		6,20	3,09	3,09
	10^{-3}	0,0010	0,0010	R\$ 178.610,20	R\$ 1.122,70	R\$ 5.445,32	R\$ 185.178,21		6,55	3,09	3,09
	10^{-4}	0,0010	0,0010	R\$ 178.613,55	R\$ 1.122,72	R\$ 5.445,27	R\$ 185.178,21		6,89	3,09	3,09
10^{-4}	10^{-1}	0,0010	0,0010	R\$ 17.866,51	R\$ 112,30	R\$ 5.443,20	R\$ 23.422,01	3,72	5,83	3,72	3,72
	10^{-2}	0,0010	0,0010	R\$ 17.861,39	R\$ 112,27	R\$ 5.445,04	R\$ 23.418,70		6,20	3,72	3,72
	10^{-3}	0,0010	0,0010	R\$ 17.862,26	R\$ 112,28	R\$ 5.444,13	R\$ 23.419,35		6,55	3,72	3,72
	10^{-4}	0,0010	0,0010	R\$ 17.863,12	R\$ 112,28	R\$ 5.443,22	R\$ 23.420,00		6,89	3,72	3,72

Fonte: Autoria própria

