

**UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO**

Escola de Engenharia de São Carlos

## **Dispositivo para proteção de pilares em prédios: absorção de impactos contra colapso progressivo**

**José Caio Couto Bezerra Carneiro**

Dissertação de Mestrado do Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil (Engenharia de Estruturas) da Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo.

JOSÉ CAIO COUTO BEZERRA CARNEIRO

**Dispositivo para proteção de pilares em prédios: absorção de impactos contra colapso progressivo**

VERSÃO CORRIGIDA

A versão original encontra-se na Escola de Engenharia de São Carlos

Dissertação apresentada à Escola de Engenharia de São Carlos da Universidade de São Paulo, para obtenção do título de Mestre em Ciências – Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil (Engenharia de Estruturas).

Área de Concentração: Estruturas

Orientador: Prof. Dr. André Teófilo Beck

SÃO CARLOS

2024

AUTORIZO A REPRODUÇÃO TOTAL OU PARCIAL DESTE TRABALHO, POR QUALQUER MEIO CONVENCIONAL OU ELETRÔNICO, PARA FINS DE ESTUDO E PESQUISA, DESDE QUE CITADA A FONTE.

Ficha catalográfica elaborada pela Biblioteca Prof. Dr. Sérgio Rodrigues Fontes da EESC/USP com os dados inseridos pelo(a) autor(a).

C289d Carneiro, José Caio Couto Bezerra  
Dispositivo para proteção de pilares em prédios: absorção de impactos contra colapso progressivo / José Caio Couto Bezerra Carneiro; orientador André Teófilo Beck. São Carlos, 2024.

Dissertação (Mestrado) - Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil (Engenharia de Estruturas) e Área de Concentração em Estruturas -- Escola de Engenharia de São Carlos da Universidade de São Paulo, 2024.

1. colapso progressivo. 2. dispositivo de reforço. 3. absorção de energia. 4. confiabilidade. 5. otimização. 6. lajes lisas. I. Título.

Eduardo Graziosi Silva - CRB - 8/8907

FOLHA DE JULGAMENTO

Candidato: Bacharel **JOSE CAIO COUTO BEZERRA CARNEIRO**.

Título da dissertação: "Dispositivo para proteção de pilares em prédios: absorção de impactos contra colapso progressivo".

Data da defesa: 20/03/2024.

Comissão Julgadora

Resultado

**Prof Associado André Teófilo Beck**  
(Orientador)  
(Escola de Engenharia de São Carlos/EESC-USP)

APROVADO

**Prof. Dr. Mauro de Vasconcellos Real**  
(Universidade Federal do Rio Grande/FURG)

APROVADO

**Prof. Dr. Elyson Andrew Pozo Liberati**  
(Universidade Estadual de Maringá/UEM)

APROVADO

Coordenador do Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil (Engenharia de Estruturas):

Prof Associado **Ricardo Carrazedo**

Presidente da Comissão de Pós-Graduação:

Prof. Titular **Carlos De Marqui Junior**

## AGRADECIMENTOS

Primeiramente, agradeço a Deus pela minha vida, saúde e por ter sido minha luz nos dias mais escuros no processo de realização desse sonho.

Aos meus pais, Amilcar e Cândida, aos meus irmãos, Amilcar Filho e Annah Maria, ao meu amor, Hanah Amorelli, vocês sempre me apoiaram e me deram a força necessária quando mais precisei, a distância nos fortaleceu. Amo vocês incondicionalmente.

Ao meu orientador, André Beck, por ter me dado a oportunidade de ser seu orientando, pela paciência, pelos ensinamentos valiosos e pela cordialidade em todas as fases do mestrado. Seu entusiasmo, trabalho duro e prontidão servirão sempre como exemplo e inspiração ao longo da minha trajetória.

Aos membros da banca de qualificação, Elyson Liberati e Mauro Real, pelas contribuições valiosas na minha pesquisa e pelas correções construtivas.

Aos irmãos do mundo probabilístico, em especial Luiz Eduardo, Lucas Araújo, Lucas da Rosa, Felipe Macedo, Pedro Facholli e Luís Gustavo, pela humildade e prontidão em me ajudar sempre que precisei, mas principalmente pela amizade maravilhosa que semeamos.

Aos colegas da turma, especialmente os que dividiram a ME-08 comigo. Humberto, Marcos, Gilmar, Guilherme, Danilo, Daniel, Segala e Thiago, a amizade de vocês foi parte essencial para que eu chegasse até aqui, aprendi muito com suas histórias e virtudes. Um agradecimento especial ao brilhante Gabriel de Bessa, que além da amizade, também me ajudou com ótimas fontes de estudo para que eu programasse o modelo mecânico utilizado nesta pesquisa.

Aos engenheiros estruturais que foram meus professores, supervisores de estágio ou colegas de profissão: Sérgio Carvalho, Sérgio dos Santos, Enson Portela, Gerson, Matheus Marinho, Marcelo Diego, Daniel Crispim, Sergiomar Israel, Geovanne Nogueira, Juliana Cunha, Bergson Matias, Venícius Ciríaco e Jamires Cordeiro. Devo muito a vocês.

Aos que se foram, em especial Bá Ávila, não pude estar presente no velório, mas senti muito em São Carlos sua partida. Ao meu padrinho, tio Beildo, e minhas avós, Raimunda e Hilda. A minha tia Mazé.

Agradeço à empresa TQS, por ter disponibilizado uma licença plena de estudante. Gratidão também a todos os funcionários que compõem o SET.

O presente trabalho foi realizado com apoio da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior – Brasil (CAPES) – Código de Financiamento 001.

*“Desdenham teus ensinamentos, porque és manso e humilde de coração. Porque escondeste estas coisas dos sábios e doutos, e as revelaste aos pequeninos.”*

*Santo Agostinho, Confissões*

## RESUMO

CARNEIRO, J. C. C. B. **Dispositivo para proteção de pilares em prédios: absorção de impactos contra colapso progressivo**. 2024. 137 p. Dissertação (Mestrado em Ciências – Engenharia Civil (Engenharia de Estruturas)) – Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, 2024.

O colapso progressivo pode ser definido como um mecanismo de reação em cadeia caracterizado por significativa desproporção entre a área acometida pela falha inicial e a área total afetada. Este fenômeno pode ser ainda mais catastrófico em estruturas com estados limites que envolvam rupturas frágeis, como as lajes lisas, tendo em vista que uma falha localizada tende a se propagar em toda ou grande parte da extensão do pavimento. Nesse contexto, diversas metodologias de mitigação da propensão ao colapso desproporcional são propostas na literatura, mas poucas visam mitigar um colapso já iniciado. Dito isto, esta pesquisa tem como objetivo a proposição de um dispositivo de reforço estrutural com potencial aplicação em pilares de estruturas em concreto armado e protendido, a fim de conter o colapso progressivo proveniente de ruína em lajes lisas, obtendo propriedades ótimas deste mitigador de energia após avaliações sobre os modos de propagação de falha na laje advindas de ruína de pilar central. Para tanto, foi implementado um modelo mecânico para estimar os esforços solicitantes do pórtico com lajes lisas baseado no Método dos Pórticos Equivalentes (MPE). Para estimar a resistência dos elementos que compõem a laje, foram utilizados modelos analíticos baseados na ABNT NBR 6118 (2023) para a punção, contemplando também lajes com protensão e com armadura contra o colapso progressivo. Para avaliar o rendimento do dispositivo em situação de absorção de energia dado impactos longitudinais, um modelo analítico baseado em energia foi implementado para simulação do edifício em situação de colapso, que também auxilia no dimensionamento da área necessária do dispositivo EA (*energy absorbing*). O método de confiabilidade para estimar o nível de segurança das lajes do edifício foi o FORM (*First Order Reliability Method*). Observou-se que a maioria das lajes possuem segurança adequada com confiabilidades alvo de normas como o ACI 318 (2019) e o CEB-FIP/MC (2010), mas após a remoção de pilar central, que foi uma falha condicional para avaliar o nível de propagação na laje, há colapso parcial e uma parte das lajes caem, acionando o dispositivo desenvolvido.

**Palavras-chave:** colapso progressivo; dispositivo de reforço; absorção de energia; confiabilidade; lajes lisas.

## ABSTRACT

CARNEIRO, J. C. C. B. **Device for column protection in buildings: impact absorption against progressive collapse.** 2024. 137 p. Dissertation text (Master of Science – Civil Engineering (Structural Engineering)) – School of Engineering of São Carlos, University of São Paulo, São Carlos, 2024.

Progressive collapse can be defined as a chain reaction mechanism characterized by a significant disproportion between the area affected by the initial failure and the total affected area. This phenomenon can be catastrophic in less compartmentalized structures subjected to limit states involving brittle failures, such as flat slabs, given that a localized failure tends to propagate throughout the entire floor or over a large part of the slab. In this context, several methodologies for mitigating the propensity for disproportionate collapse are proposed in the literature, but few aim to mitigate a collapse already initiated. Thus, this research aims to propose a structural reinforcement device with potential application in columns of reinforced and prestressed concrete structures, aiming to contain progressive collapse resulting from failures in flat slabs, achieving optimal properties of this energy dissipator after evaluations of failure propagation modes in the slab arising from central columns failures. To this end, a mechanical model was implemented to estimate the demand forces of the frame with flat slabs based on the Equivalent Frame Method (EFM). Analytical models based on ABNT NBR 6118 (2023) for punching were used to estimate the resistance of the elements composing the slab, also considering slabs with prestressing and with reinforcement against progressive collapse. To assess the device's performance in energy absorption during longitudinal impact situations, an energy-based analytical model was implemented to simulate the building in a collapse situation, which also assists in sizing the required area of the EA (energy-absorbing) device. The reliability method used to estimate the safety level of the building slabs was the FORM (First Order Reliability Method). It was observed that the slabs have adequate safety, with reliability levels targeted by standards such as ACI 318 (2019) and CEB-FIP/MC (2010). However, after the removal of the central pillar, which was a conditional failure to assess the level of propagation on the slab, there is partial collapse and a portion of the slabs falls, triggering the developed device.

**Keywords:** progressive collapse; reinforcement device; energy absorption; reliability; flat slabs.



## SUMÁRIO

<b>1</b>	<b>INTRODUÇÃO</b> .....	<b>11</b>
<b>1.1</b>	<b>Considerações iniciais</b> .....	<b>11</b>
<b>1.2</b>	<b>Objetivos</b> .....	<b>13</b>
<b>1.3</b>	<b>Justificativa</b> .....	<b>14</b>
<b>1.4</b>	<b>Metodologia</b> .....	<b>15</b>
<b>2</b>	<b>REVISÃO BIBLIOGRÁFICA</b> .....	<b>16</b>
<b>2.1</b>	<b>Colapso progressivo</b> .....	<b>16</b>
2.1.1	Tipos de colapso progressivo .....	17
2.1.2	Diretrizes de prevenção .....	20
<b>2.2</b>	<b>Métodos de prevenção do colapso progressivo</b> .....	<b>20</b>
<b>2.3</b>	<b>Absorvedores de energia</b> .....	<b>22</b>
<b>2.4</b>	<b>Lajes lisas</b> .....	<b>23</b>
<b>2.5</b>	<b>Aplicações da protensão na construção civil</b> .....	<b>27</b>
<b>2.6</b>	<b>Concepção de lajes protendidas</b> .....	<b>32</b>
<b>3</b>	<b>FORMULAÇÃO</b> .....	<b>35</b>
<b>3.1</b>	<b>Confiabilidade de sistemas sujeitos ao colapso progressivo</b> .....	<b>35</b>
<b>3.2</b>	<b>Custo esperado de falhas de sistemas devido à incerteza</b> .....	<b>37</b>
3.2.1	Formulação genérica .....	37
3.2.2	Custo esperado total do sistema com o dispositivo .....	38
<b>3.3</b>	<b>Fundamentos da protensão</b> .....	<b>41</b>
3.3.1	Efeito da força de protensão e verificação de tensões limites .....	41
3.3.2	Níveis de protensão .....	42

3.3.3	Pré-alongamento e força de protensão inicial.....	44
3.3.4	Ato da protensão .....	45
3.3.5	Perdas de protensão .....	46
<b>3.4</b>	<b>Dimensionamento e estado limite último em lajes lisas.....</b>	<b>48</b>
3.4.1	Flexão em seção transversal de concreto armado.....	48
3.4.2	Flexão em seção transversal de concreto protendido .....	50
3.4.3	Punção.....	56
3.4.4	Armadura contra o colapso progressivo .....	60
<b>3.5</b>	<b>Armadura mínima de flexão e dispensa de armadura de cisalhamento.....</b>	<b>62</b>
<b>3.6</b>	<b>Análise do desempenho de estruturas <i>honeycomb</i> submetidas a impacto.....</b>	<b>63</b>
<b>3.7</b>	<b>Modelo energético para simulação do colapso e acionamento do dispositivo.....</b>	<b>67</b>
<b>4</b>	<b>IMPLEMENTAÇÕES .....</b>	<b>72</b>
<b>4.1</b>	<b>Modelo numérico mecânico para simulação do pórtico.....</b>	<b>72</b>
4.1.1	Modelo em elementos finitos 2D para estimar esforços solicitantes.....	72
4.1.2	Método dos pórticos equivalentes .....	75
4.1.3	Programa computacional para integração do MEF e MPE .....	81
<b>4.2</b>	<b>Erro de modelo.....</b>	<b>83</b>
<b>4.3</b>	<b>Limites de confiabilidade .....</b>	<b>85</b>
<b>4.4</b>	<b>Análise de confiabilidade via FORM .....</b>	<b>86</b>
<b>5</b>	<b>RESULTADOS .....</b>	<b>89</b>
<b>5.1</b>	<b>Definição dos modelos e dimensionamento .....</b>	<b>89</b>
<b>5.2</b>	<b>Erro de modelo entre TQS e MEF PÓRTICO .....</b>	<b>101</b>
<b>5.3</b>	<b>Confiabilidade das lajes .....</b>	<b>112</b>

<b>5.4</b>	<b>Custo de construção para compor otimização de risco .....</b>	<b>119</b>
<b>5.5</b>	<b>Dimensionamento da área necessária do dispositivo EA .....</b>	<b>121</b>
<b>5.6</b>	<b>Aplicação dos resultado em problema de custo esperado de falha .....</b>	<b>124</b>
<b>6</b>	<b>CONCLUSÕES.....</b>	<b>127</b>
<b>6.1</b>	<b>Sugestões para trabalhos futuros .....</b>	<b>129</b>
	<b>REFERÊNCIAS .....</b>	<b>130</b>

# 1 INTRODUÇÃO

Nesta seção são apresentadas as considerações iniciais sobre os tópicos abordados nesta pesquisa, culminando nos objetivos, justificativa e metodologia adotada.

## 1.1 Considerações iniciais

Pode-se definir o colapso progressivo como um mecanismo de reação em cadeia caracterizado por significativa desproporção entre a área acometida pela falha inicial e a área total afetada. Assim, o dano total, de significativa extensão na estrutura, é desproporcional à causa original, que é localizada (GSA, 2016). Ademais, caso a falha estrutural em questão seja inevitável, é preferível um colapso progressivo que permita tempo de evacuação em relação a um instantâneo, pela maior possibilidade de preservação de vidas.

No caso das estruturas de concreto armado, embora os modelos de cálculo tenham satisfatória acurácia, diversas falhas estruturais ocorreram ao longo da história, variando alcance do dano e prejuízo associado. As causas de falhas estruturais, que podem ou não acarretar em colapsos progressivos, podem estar associadas a erros de projeto, imperícia de execução, como também à ocorrência de ações excepcionais na estrutura, como terremotos, incêndio e atentados terroristas (BECK, 2019).

Nesse contexto, estudos sobre as causas e técnicas de mitigação de colapso progressivo vêm ganhando maior enfoque nas últimas décadas (KIAKOJOURI *et al.*, 2020; ADAM *et al.*, 2018). A maioria é concentrada na análise dos modos de propagação de falha após danos locais, enquanto uma minoria propõe dispositivos de reforço estrutural que possam vir a ter potencial mercadológico de aplicação em estruturas, especialmente aliando diversas frentes de mitigação em um único dispositivo. Dentre as causas de colapso progressivo, as que são predominantemente alvo das soluções propostas na literatura são o impacto lateral em pilares e o incêndio (KIAKOJOURI *et al.*, 2022).

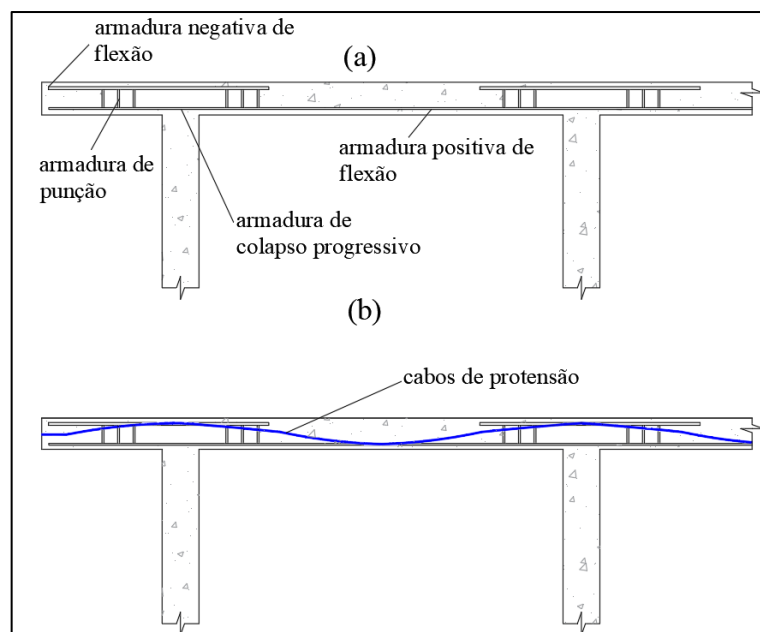
Como exemplo de ameaça causadora de impacto lateral em pilares, pode-se citar as colisões veiculares. Este fenômeno pode inclusive se propagar do pilar para a laje, ocasionando outro tipo de impacto, que é de uma laje em situação de queda sobre a inferior. Para mitigar tais fenômenos que envolvem transferência de energia e podem ser mitigados com o auxílio de algum dispositivo que consiga dissipar energia do sistema, pode-se citar os dispositivos absorvedores de energia com geometria *honeycomb*.

Estes dispositivos são sistemas capazes de dissipar energia cinética por deformações permanentes. A estrutura externa de um carro, por exemplo, é capaz de, em caso de colisão, sofrer este tipo de deformação como um sacrifício em prol da parte interna, evitando que vidas sejam perdidas ou diminuindo a gravidade das consequências para os passageiros (KIAKOJOURI *et al.*, 2020).

No presente cenário de racionamento de custos, um dos sistemas estruturais em concreto que mais se destaca é o de lajes lisas, cujas vantagens incluem maior velocidade de execução, redução de índices de consumo de concreto e aço, além de vantagens arquitetônicas e de compatibilização de projetos. Entretanto, pelo fato da laje apoiar diretamente no pilar, proporciona o fenômeno da punção, um tipo de falha que ocorre de maneira abrupta, sem aviso prévio (MELGES, 2001). Este tipo de laje pode ser dimensionada de diferentes formas (Figura 1.1), como por exemplo, considerando o efeito resistente da protensão na laje ou dispensando a armadura de punção (ABNT NBR 6118:2023).

Entende-se que, dependendo da maneira como a laje foi dimensionada e de quais elementos portantes foram adotados nesse processo, o rendimento deste elemento estrutural pode falhar de diferentes formas, proporcionando diferentes probabilidades de falha para a estrutura.

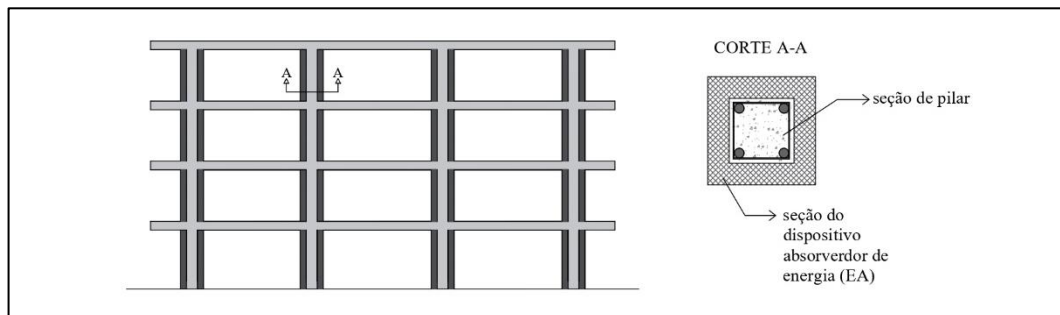
Figura 1.1 – (a) seção transversal de laje lisa sem protensão. (b) seção transversal de laje lisa com protensão.



Fonte: autor.

A Figura 1.2 ilustra a aplicação de um dispositivo absorvedor em uma estrutura com lajes lisas, tal como uma seção transversal no pilar, onde é possível identificar o trecho em concreto armado e o trecho externo, que é a idealização de um dispositivo *honeycomb* aplicado. A maneira como esse dispositivo auxilia na mitigação do colapso será debatida nas próximas seções.

Figura 1.2 – Edifício com dispositivo absorvedor de energia aplicado.



Fonte: autor.

Diante disso, levando em consideração a lacuna na literatura sobre dispositivos que aliem a mitigação de causas diversas de colapso progressivo, principalmente simuladas em sistemas estruturais de amplo uso, faz-se necessário o desenvolvimento de pesquisas que não só avaliem os modos de propagação nesses sistemas, mas que proponham soluções baseadas em custo-benefício. Para tanto, a otimização baseada em riscos, que alia as propriedades físicas e geométricas do dispositivo, com a probabilidade de falha do sistema estrutural, é uma abordagem adequada para que essa solução tenha seu potencial mercadológico justificado.

## 1.2 Objetivos

Esta pesquisa tem como objetivo geral a proposição de um dispositivo de reforço estrutural com potencial aplicação em pilares de estruturas em concreto armado e protendido, a fim de mitigar a possível queda parcial ou total de lajes lisas. Diante disso, os objetivos específicos são:

- a) Avaliar o comportamento de pórticos 2D em lajes lisas sob ações convencionais de projeto e após remoção de pilar central;
- b) Avaliar o erro de modelo da estrutura teórica, implementada, em relação a modelo de referência, para as situações intacta e danificada;

- c) Estimar os índices de confiabilidade dos elementos portantes das lajes lisas para as situações intacta e danificada;
- d) Avaliar a ativação do dispositivo de absorção de energia para os diferentes modelos simulados;
- e) Utilizar os resultados desta pesquisa, que focam na capacidade de absorção de energia longitudinal por parte do dispositivo, para compor algoritmo de otimização de riscos desenvolvido por Mattos (2024), que investigou o rendimento do dispositivo para impacto veicular e incêndio.

### 1.3 Justificativa

Embora haja uma quantidade significativa de pesquisas sobre colapso progressivo em estruturas de concreto armado, contemplando tipologias de colapso provenientes de danos diversos, a literatura ainda carece de pesquisas que proponham soluções para mitigação desses fenômenos indesejados (KIAKOJOURI *et al.*, 2022). Especialmente em situações excepcionais de ruína de pilares, onde os custos de falha são mais significativos do que nos demais elementos (BECK *et al.*, 2022a).

Ademais, as estruturas com lajes lisas, protendidas ou não, são uma solução cada vez mais adotada, especialmente em estruturas de múltiplos pavimentos, em decorrência de vantagens econômicas: redução do consumo de concreto e racionamento eficiente do sistema de formas pela ausência de vigas, além dos benefícios arquitetônicos decorrentes da possibilidade de maiores vãos e *layout* mais flexível no posicionamento das alvenarias.

Essas estruturas são comumente usadas em situações que demandam vãos maiores, para as quais a ruína de uma laje pode ser ainda mais prejudicial do que estruturas convencionais em concreto armado, principalmente por ser um elemento único em toda a área do pavimento, diferente das convencionais, cujas lajes são apoiadas nas vigas adjacentes, o que proporciona uma compartimentalização entre as lajes.

Além disso, o modo de falha à punção favorece o acionamento de dispositivos mitigadores, tendo em vista que a extensão da falha na laje costuma ser maior do que em lajes convencionais e tendo em vista também que o dispositivo teria toda a extensão da sua superfície faceando a laje, caso o edifício fosse com vigas, teria uma região de contato menor.

Diante do exposto, a proposição de dispositivos de reforço estrutural em estruturas sujeitas a colapso, principalmente nas quais a falha de um pavimento tende a ser generalizada para os demais e em toda a extensão do pavimento, é um campo vasto de pesquisa a explorar.

## 1.4 Metodologia

A metodologia deste trabalho se inicia a partir da revisão bibliográfica dos seguintes temas: colapso progressivo e técnicas de mitigação, otimização, modelos mecânicos para simulação de estruturas com lajes lisas e modelos mecânicos para simulação de edifícios em colapso. Para isso, bases de dados como o Portal de Periódicos da CAPES e *Web of Science* foram utilizadas.

A etapa subsequente consistiu na implementação de um modelo numérico mecânico para simular um pórtico com lajes lisas. Para tanto, um modelo elástico linear 2D, composto por elementos de pórtico, baseado no Método dos Elementos Finitos (MEF), foi implementado para simular um edifício. A fim de simular com aceitável precisão as rigidezes da ligação laje e pilar, adaptações foram realizadas no modelo de acordo com o que preconiza o Método dos Pórticos Equivalentes (MPE). Normas como o ACI 318 (2019) e ABNT NBR 6118 (2023) permitem essa metodologia de análise para estruturas com vãos regulares e pilares alinhados, que se adequam ao edifício garagem avaliado nesta pesquisa. A linguagem de alto nível (*MATLAB*) foi utilizada nesta implementação.

Para a simulação da situação de colapso, a metodologia proposta por Zhou e Yu (2004) foi implementada. A formulação proposta por estes autores é analítica e baseada em energia total do sistema, na qual é possível entender como ocorre a absorção de energia em um edifício em situação de colapso. Além disso, também é possível prever a massa e a área do dispositivo EA necessária em cada pavimento.

O método de confiabilidade utilizado para a análise do subsistema laje foi o *First Order Reliability Method* (FORM). Para tanto, o *software* UQLab, também desenvolvido em *MATLAB*, foi acoplado aos modelos mecânicos desenvolvidos nesta pesquisa.

As implementações dos modelos mecânicos, para o edifício intacto e para a situação de colapso, tal como o método de confiabilidade, compuseram um algoritmo de otimização de riscos desenvolvido em paralelo por Mattos (2024).



## 2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

Nesta seção é apresentada uma revisão bibliográfica sobre os tópicos colapso progressivo, métodos de prevenção do colapso, lajes lisas e protensão.

### 2.1 Colapso progressivo

O primeiro foco especial neste fenômeno foi em 1968, com o colapso parcial do *Ronan Point Apartment Tower*, localizado em Londres (Figura 2.1). Esta estrutura era formada por painéis pré-fabricados de concreto armado e sua construção foi pelo sistema Larsen-Nielsen, a fim de minimizar custos de insumos e de mão de obra. Contudo, por falhas na distribuição de esforços advindas da descontinuidade entre os elementos, houve um colapso parcial na estrutura. Uma situação em que a redução de custos interferiu na segurança da estrutura (PEARSON e DELATTE, 2005; RUSSELL *et al.*, 2019).

Figura 2.1 – Colapso parcial do Ronan Point Apartment Tower.



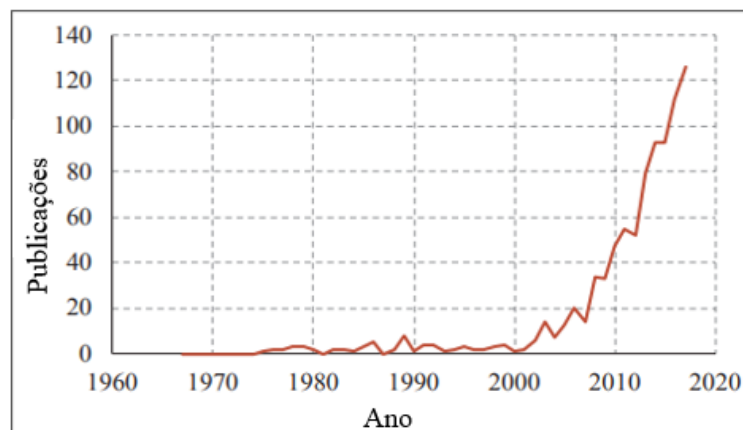
Fonte: Nelsson (2018).

Após o episódio do *Ronan Point*, outros colapsos foram registrados e pesquisas foram desenvolvidas para tratar o tema, geralmente em decorrência de algum novo colapso. Entretanto, a comunidade científica passa a circundar o tema com maior constância após o atentado ao World Trade Center, 2001, em Nova Iorque, devido à comoção mundial que o evento causou (ADAM *et al.*, 2018). Neste caso, as duas superestruturas mostraram grande capacidade em redistribuir esforços após a perda de pilares do perímetro externo da estrutura

no impacto das aeronaves. Contudo, a explosão causada pelo combustível dos aviões, e o incêndio subsequente, foram suficientes para que a integridade da estrutura fosse comprometida e o edifício entrasse em colapso progressivo (BAZANT e ZHOU, 2002).

A Figura 2.2 ilustra a quantidade de publicações sobre colapso progressivo por ano, reitera-se o enfoque maior no tema a partir de 2001. A base de estudos e pesquisas contém pelo menos quatro livros e uma quantidade significativa de artigos de revisão (KIAKOJOURI *et al.*, 2022), onde a China é o país que mais publica a respeito do tema, seguida de Estados Unidos e Reino Unido (ADAM *et al.*, 2018). Dentro desse contexto, o tema convergiu em segmentações que delimitam as tipologias de colapso, variando ação (causa) e local (elemento estrutural).

Figura 2.2 – Evolução no número de publicações sobre colapso progressivo de estruturas (1968-2017).



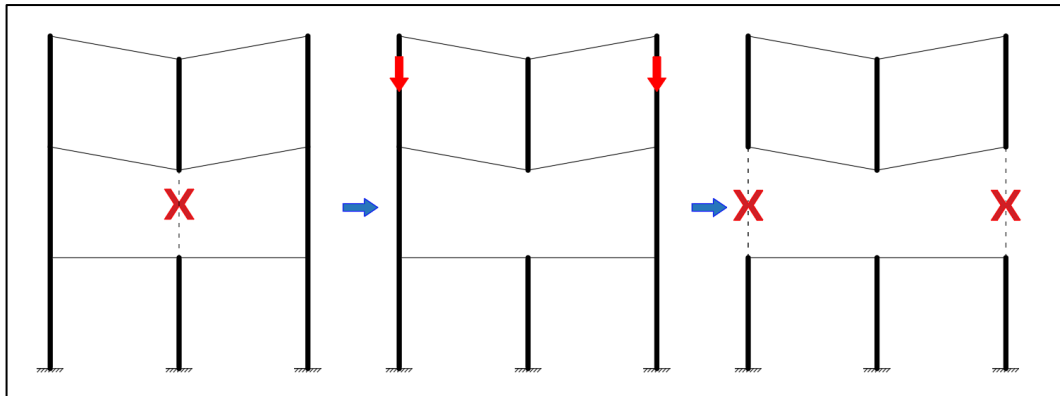
Fonte: adaptado de Adam *et al.* (2018).

### 2.1.1 Tipos de colapso progressivo

Kozlova (2013) diferencia as tipologias de colapso progressivo em seis categorias: *pancake*, *zipper*, *domino*, *section*, *instability* e *mixed-type collapse*, que é a junção de dois ou mais tipos. As variações estão nas causas, mecanismos e características próprias.

O tipo *zipper* se caracteriza pela ruína de um ou mais elementos estruturais e consequente redistribuição de esforços aos elementos adjacentes, de tal forma que estes elementos não resistem à sobrecarga adicional (Figura 2.3).

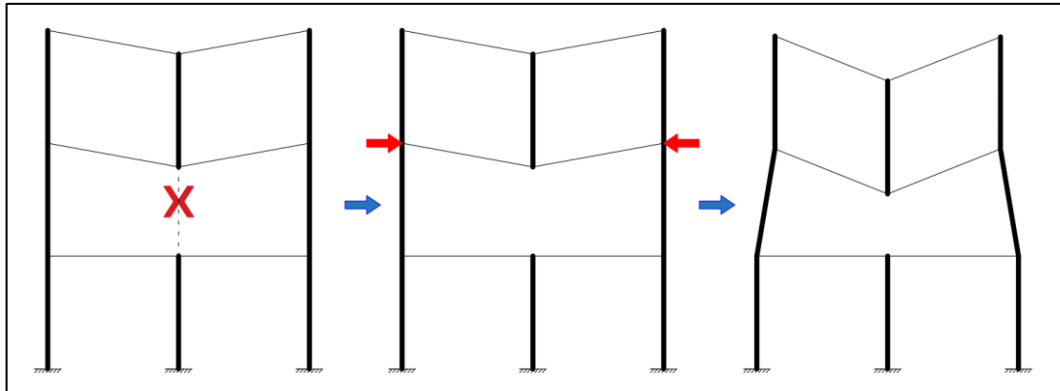
Figura 2.3 – Colapso progressivo tipo *zipper*.



Fonte: autor.

Por conseguinte, os colapsos tipo *domino* se caracterizam pela falha inicial de um elemento seguido do surgimento de forças horizontais excessivas, que são capazes de se propagarem horizontalmente e verticalmente de modo a formar uma reação em cadeia (Figura 2.4).

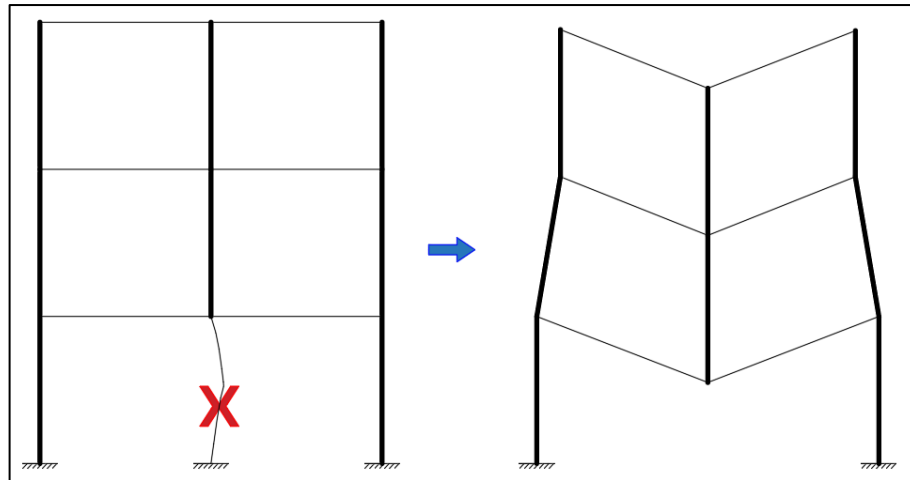
Figura 2.4 – Colapso progressivo tipo *domino*.



Fonte: autor.

Já os colapsos tipo *instability* se caracterizam pela instabilidade de um elemento, que se propaga para outros que inicialmente eram estáveis, propiciando o colapso de toda a estrutura (Figura 2.5).

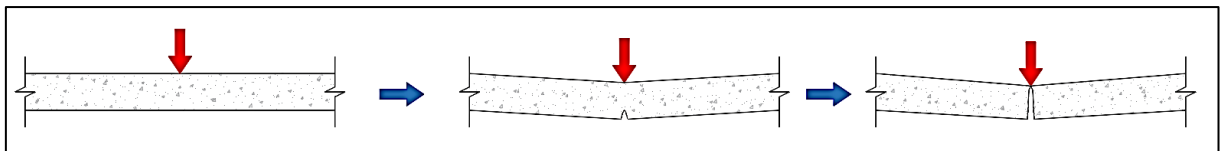
Figura 2.5 – Colapso progressivo tipo *instability*.



Fonte: autor.

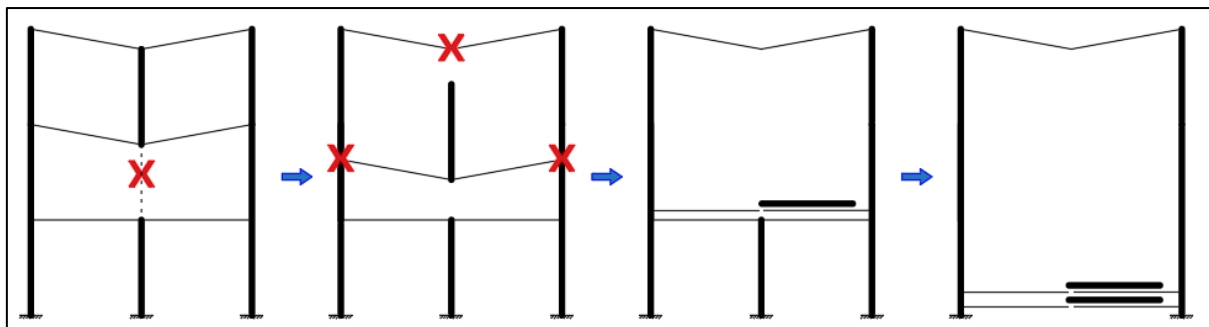
O colapso tipo *section* (Figura 2.6) se assemelha ao tipo *zipper*, difere apenas porque a ruptura inicial e as falhas subsequentes ocorrem em uma seção transversal, não no contexto de um sistema estrutural. Esforços internos elevados geralmente são a causa desta tipologia de colapso.

Figura 2.6 – Colapso progressivo tipo *section* em seção transversal de viga de concreto armado.



Fonte: autor.

O tipo *pancake* é caracterizado pela separação dos elementos estruturais e posterior queda vertical (Figura 2.7). Dessa forma, uma força de impacto significativa causada pelas lajes que adquirem energia cinética é aplicada nos pavimentos inferiores, podendo levar estas também à ruína. Este tipo de colapso é típico de estruturas delgadas.

Figura 2.7 – Colapso progressivo tipo *pancake*.

Fonte: autor.

### 2.1.2 Diretrizes de prevenção

Em 1980, normas americanas passaram a incorporar parâmetros de projeto relativos à mitigação de colapso progressivo (NISTIR, 2007), fenômeno até então pouco explorado em normas técnicas. Atualmente, diversos códigos normativos já tratam do tema (GSA, 2016; ABNT NBR 6118:2023; ABNT NBR 9062:2017; EUROCODE 2:2004; FIP MODEL CODE:2010). O objetivo é propor medidas de mitigação do colapso progressivo que provenham continuidade de transferência de carga, redundância e ductibilidade às estruturas.

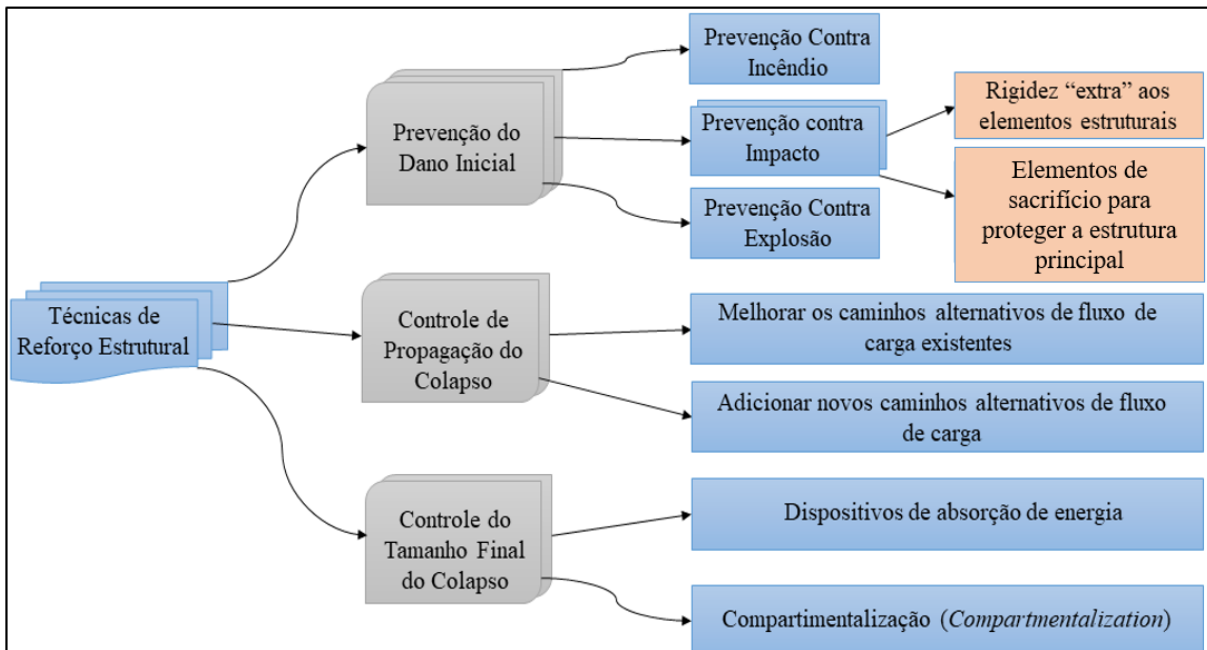
A redundância refere-se à existência de possibilidades alternativas para que os esforços possam se redistribuir em determinado sistema estrutural inicialmente danificado. A continuidade é o atributo que garante a interconexão adequada à redistribuição de cargas entre vigas, lajes e pilares, para o caso de um colapso inicial em algum destes elementos (LARANJEIRAS, 2011).

Segundo o mesmo autor, a ductibilidade é a capacidade de plastificação da estrutura, que lhe permite a sustentação de cargas, mesmo em situações de grandes deformações. Assim, uma estrutura dúctil, precisa suportar as transferências de cargas, resultantes da perda de algum elemento estrutural.

## 2.2 Métodos de prevenção do colapso progressivo

As técnicas de reforço estrutural possuem diversas frentes, segmentadas em função do tipo de prevenção do dano inicial, tal como dos tipos de controle de propagação do colapso. Kiakojouri *et al.* (2022) subdividiram as linhas de pesquisa sobre técnicas de reforço para mitigação de colapso progressivo de acordo com o fluxograma da Figura 2.8.

Figura 2.8 – Linhas de pesquisa sobre técnicas de reforço estrutural para mitigar colapso progressivo.

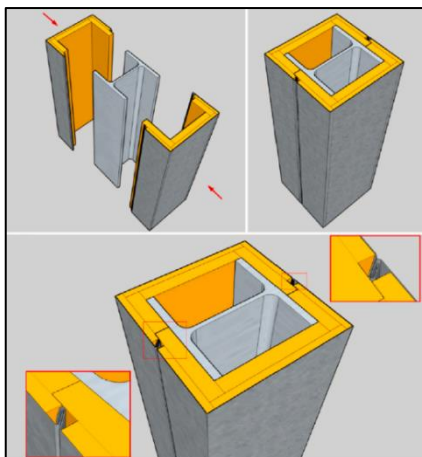


Fonte: autor.

Segundo Kiakojoury *et al.* (2022), o foco no colapso progressivo induzido pelo fogo só surgiu após grandes desastres de colapso induzidos por esta ameaça. Dentre as pesquisas que propõem dispositivos de mitigação, a maioria é voltada para estruturas metálicas, como o dispositivo proposto por Randaxhe *et al.* (2021), Figura 2.9, devido a danos ocasionados pelo fogo serem mais catastróficos quando comparadas com estruturas de concreto armado, embora colapsos severos devido ao fogo também possam ser ocasionados nestas últimas.

Neste exemplo, que consiste em um sistema *plug-and-play*, foram simuladas placas de lã de rocha de alta densidade dispostas em chapas de aço em forma de U apresentando um sistema de garras para garantir sua conexão.

Figura 2.9 – Dispositivo de proteção contra incêndio para pilares metálicos.

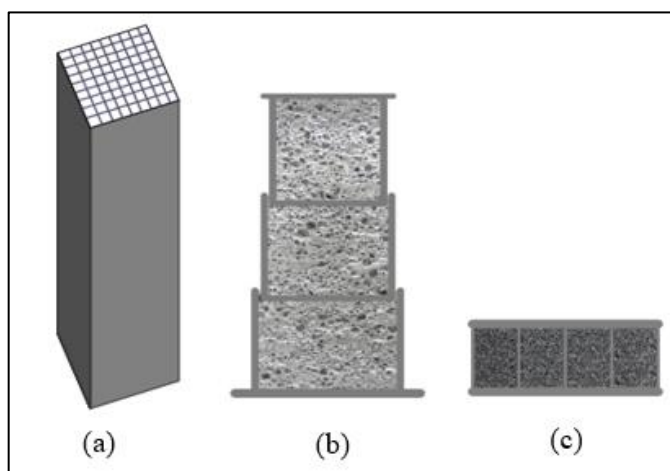


Fonte: Randaxhe *et al.* (2021).

### 2.3 Absorvedores de energia

Outras frentes de mitigação baseadas em dispositivos buscam controlar o tamanho final do colapso. Nesse contexto, pesquisas recentes vêm propondo dispositivos de absorção de impacto, também focadas no elemento pilar, não com viés da proteção ao dano local (Figura 2.9), mas no controle da extensão final do dano. Dentre estes dispositivos, destacam-se (Figura 2.10): *square honeycomb configuration*, *telescoping tube configuration* e *heavy floor sandwich panel* (STAROSSEK, 2017; ZHOU E YU, 2004).

Figura 2.10 – Dispositivos de absorção de impacto: (a) *square honeycomb configuration*, (b) *telescoping tube configuration* e (c) *heavy floor sandwich panel*.



Fonte: Kiakojouri (2022).

Os materiais que compõem estes dispositivos, também chamados de sólidos celulares, são bons absorvedores de energia devido à natureza porosa. Quando sujeitos a forças

compressivas, as paredes celulares podem girar, dobrar e esticar, o que é possível pelos vazios no interior (GIBSON E ASHBY, 1997).

Dentre essas soluções, Zhou e Yu (2004) propuseram o que denominaram como *heavy-duty metal-based honeycomb energy absorbing structure*, que demonstrou uma capacidade significativa de absorção de impacto para edifício em situação de colapso. O estudo de caso foi inclusive com dados do colapso do World Trade Center. Nesta pesquisa, evidenciou-se que a energia potencial liberada no colapso de cada andar é maior que a energia dissipada na deformação do pórtico, resultado que corrobora com a importância de um dispositivo agindo como absorvedor de energia na mitigação de colapso progressivo.

Como dito antes, as pesquisas sobre colapso progressivo são escassas no tocante à proposição de soluções de mitigação. Por essa razão a motivação desta pesquisa em combinar uma solução de prevenção do dano inicial, inspirada no dispositivo de Randaxhe *et al.* (2021), com uma solução de controle do tamanho final de colapso, proposta por Zhou e Yu (2004).

Além disso, investigações sobre custo-benefício de medidas de mitigação do colapso progressivo, baseadas em riscos, mostram que as medidas de mitigação devem ser objetivas, eficientes e de baixo custo (BECK *et al.*, 2020, 2022b). Este resultado motiva a presente pesquisa, que visa desenvolver um único dispositivo capaz de proteger pilares contra impactos laterais e incêndios, além de absorver o impacto de lajes, em eventual colapso destas.

## 2.4 Lajes lisas

A laje é um dos elementos estruturais de maior relevância econômica nos custos de uma obra em concreto armado, principalmente em edificações de múltiplos pavimentos. Isso ocorre porque o volume de concreto deste elemento é mais significativo em relação aos demais na construção.

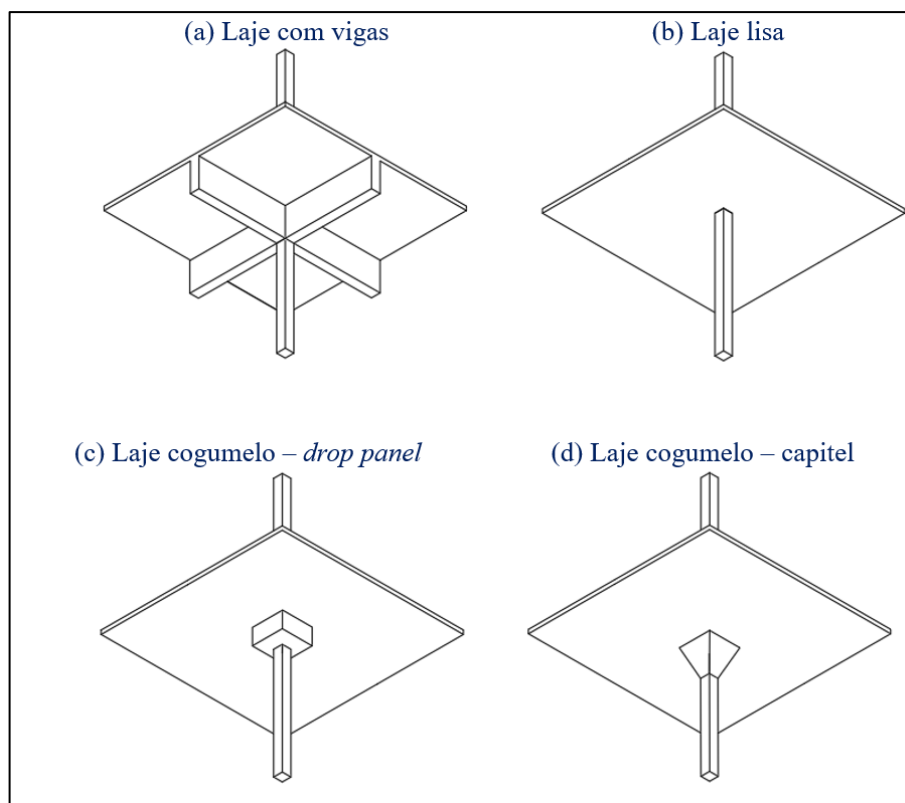
Dessa forma, a escolha adequada da tipologia de laje está diretamente relacionada ao lucro de um empreendimento, não apenas porque determinado tipo pode apresentar consumos menores, mas também pela velocidade de execução que a solução pode prover. Entretanto, a variação de soluções não proporciona apenas custos diferentes, mas também implica em sistemas estruturais com diferentes níveis de segurança.

A Figura 2.11 ilustra algumas das soluções em concreto armado *in loco*. A solução mais convencional são as lajes com vigas (Figura 2.11a), cujo estado limite que governa o dimensionamento das lajes é apenas a flexão. Já na solução com lajes lisas (Figura 2.11b) ou lajes sem vigas, além da flexão, também há o estado limite último à punção. Em determinadas



situações, a espessura da laje é insuficiente para combater este fenômeno, fazendo-se necessário o aumento de espessura no trecho de ligação laje e pilar, o que faz com que a laje seja denominada de laje cogumelo com tipologias *drop panel* (Figura 2.11c) ou laje com capitéis (Figura 2.11d). Nas tipologias sem vigas, também é comum o uso de protensão na laje.

Figura 2.11 – Tipologias de lajes em concreto armado ou protendido.



Fonte: autor.

As principais vantagens das lajes lisas consistem na simplificação de formas, que propiciam maior agilidade ao processo construtivo, reduzindo o custo de mão-de-obra. O sistema também propicia vantagens em termos de compatibilização com outras disciplinas de projeto, como as de instalação, já que não é necessário avaliar furos em vigas ou desvios de dutos. A arquitetura também possui mais flexibilidade para definição de espaços, já que o elemento viga, que geralmente delimita as vedações, não existe na estrutura ou possui uma quantidade mínima.

Dentre as desvantagens, pode-se citar a redução na rigidez do edifício quanto a esforços horizontais e a verificação de estado limite à punção, que consiste em um modo de ruptura frágil, podendo levar à ruína total ou parcial da estrutura (Figura 2.12), por colapso progressivo.

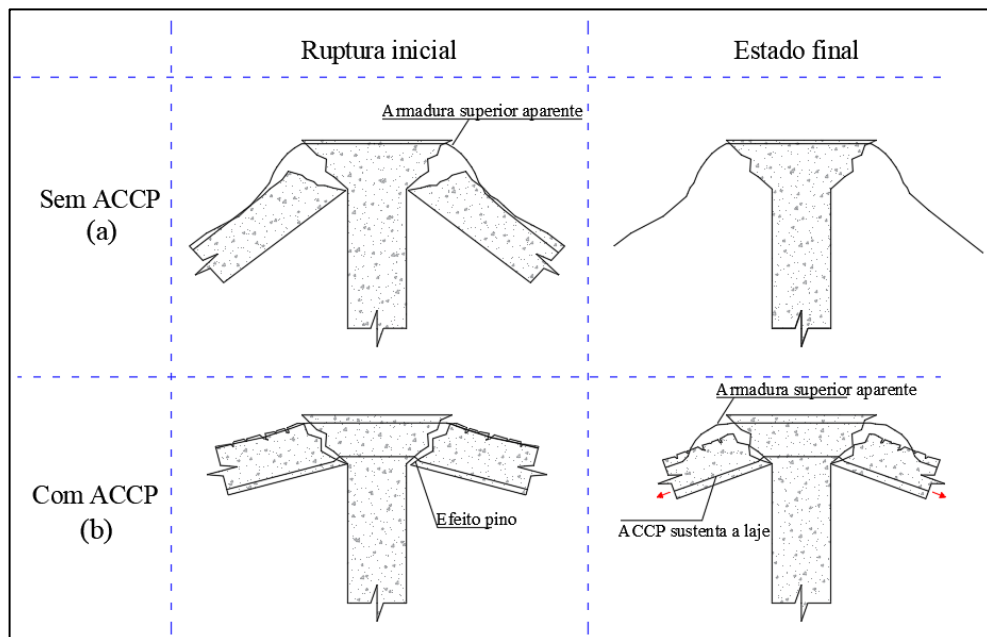
Figura 2.12 – Colapso parcial do Pipers Row Car Park.



Fonte: CIVIL'S GUIDE (2021).

No caso de existir ou não armadura contra o colapso progressivo (ACCP), a falha pode ocorrer de acordo com a Figura 2.13.

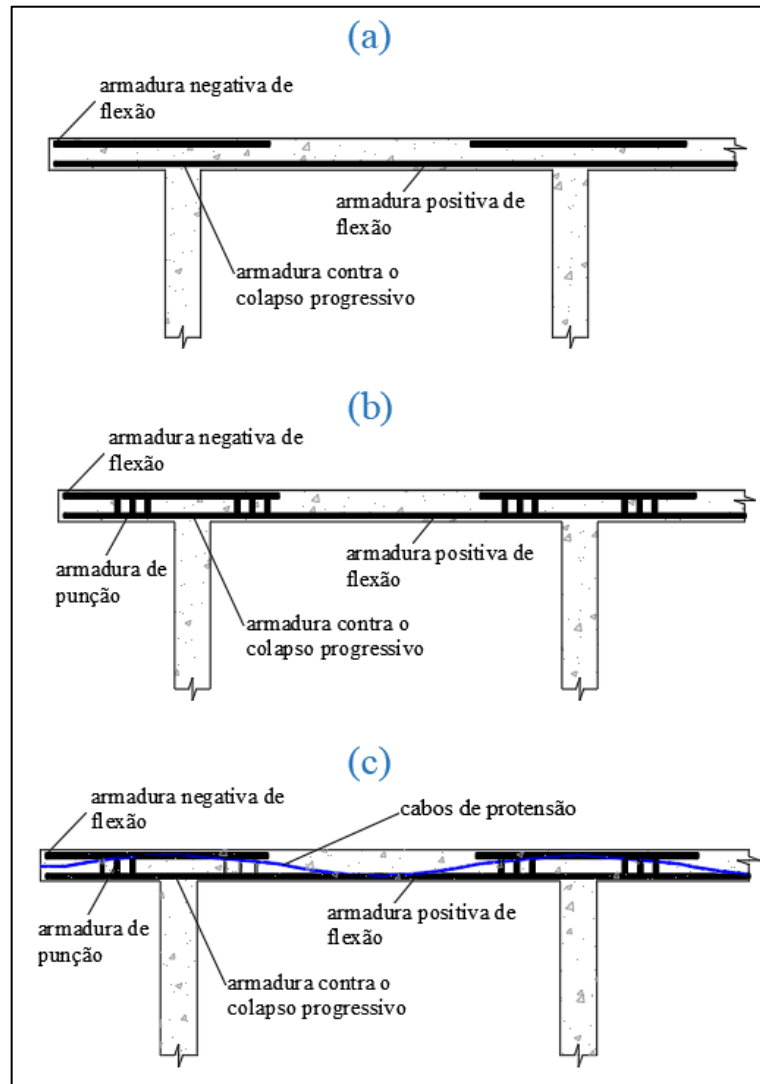
Figura 2.13 – Falha à punção em lajes com e sem armadura contra o colapso progressivo.



Fonte: autor.

De acordo com as possibilidades de dimensionamento de lajes lisas previstas na ABNT NBR 6118:2023, pode-se inferir que há três tipos de combinação de armaduras (Figura 2.14).

Figura 2.14 – Possibilidades de arranjo de armaduras em lajes lisas: laje com armaduras de flexão e colapso progressivo (a); laje com armaduras de flexão, punção e colapso progressivo (b); laje com armadura de flexão, colapso progressivo, punção e protensão (c).



Fonte: autor.

Segundo Gomes (1991), Oliveira *et al.* (2000) e Broms (2000), o uso da armadura contra punção, ou armadura de cisalhamento, pode ser extremamente eficiente no combate ao fenômeno da punção.

Contudo, é uma possibilidade normativa aumentar a taxa de armadura negativa ( $\rho$ ), até certo limite, e dispensar a armadura de punção. Caso tivesse sido adotada a armadura de punção, a taxa  $\rho$  poderia ser menor, em alguns casos, e é discutível atestar qual das duas alternativas proveria um maior índice de confiabilidade à ligação no estado limite último da ligação.

Quando é adotada a solução com armadura de cisalhamento, a ruptura por punção pode ocorrer de três formas: por ruptura da biela comprimida próximo à face do pilar, por ruptura dentro da região das armaduras de cisalhamento, na qual ocorre o esgotamento da resistência à tração diagonal da ligação laje-pilar. Por fim, também pode ocorrer fora da região das armaduras de cisalhamento, modo que se assemelha à falha em lajes sem armadura de cisalhamento.

A ABNT NBR 6118:2023 permite verificar a resistência de lajes à punção para as três possibilidades de arranjos da Figura 2.14. Essa metodologia de verificação foi a utilizada para a análise de confiabilidade das lajes desta pesquisa, principalmente por abranger todas as tipologias de laje lisa objeto deste trabalho.

Contudo, ressalta-se que existem outros modelos de previsão para resistência de lajes à punção, em normas consagradas, como o EUROCODE 2:2004 (EC2), ACI 318 (2019), CEB-FIP/MC:2010 (MC), esta tem como base a Teoria da Fissura Crítica de Cisalhamento (TFCC) proposta por Muttoni (2008).

Há também teorias baseadas em investigação da resistência de diferentes superfícies, como o Método de Resistência Mínima ao Cisalhamento (SRMC), proposto por Ferreira (2010), onde até o espaçamento da armadura interfere na previsão de falha. Este modelo também tem uma versão simplificada (NASCIMENTO, 2020), SMRC simplificado, que apresentou satisfatória correlação com um universo de resultados experimentais. Cita-se ainda a *Shear Crack Propagation Theory* (SCPT), proposta por Classen (2020).

Ao comparar as normas MC, EC2, ACI 318 e a ABNT NBR 6118:2014 quanto à confiabilidade dos processos de dimensionamento à punção de lajes sem armadura de cisalhamento, Silva, Campos Filho e Real (2024) discutiram a confiabilidade destes métodos de dimensionamento para um mesmo modelo de previsão de falha.

## **2.5 Aplicações da protensão na construção civil**

Aalami (2023) afirma que a protensão passou a ser aplicada na construção de edifícios nos Estados Unidos, na década de 1950. O objetivo inicial era eliminar fissuras e reduzir o deslocamento em lajes lisas delgadas. A Figura 2.15 ilustra um exemplo de laje lisa em edifício.

Figura 2.15 – Exemplo de laje lisa protendida.

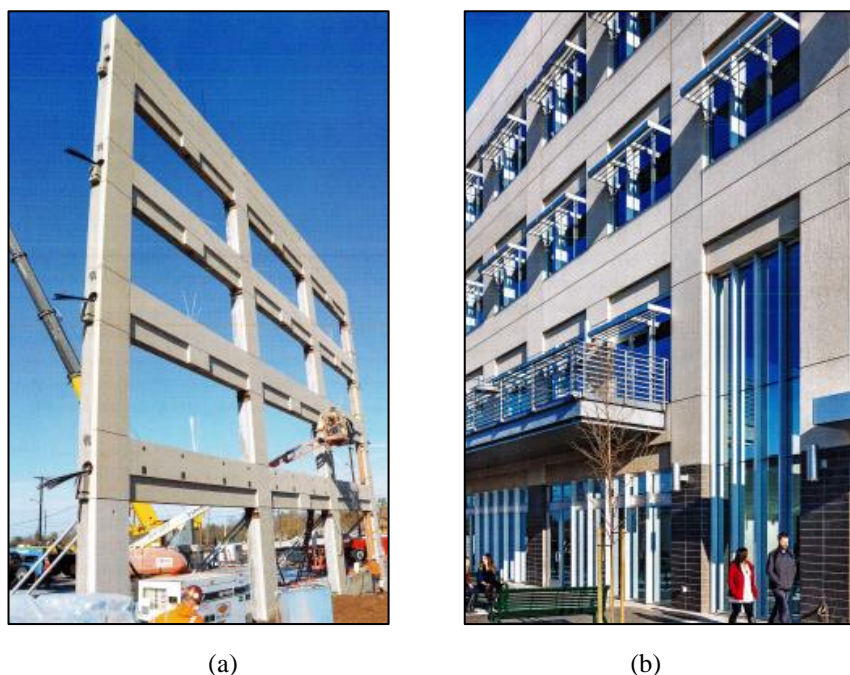


Fonte: HOUSING NEWS DESK (2023).

Na década de 1950, o conceito de equilíbrio de carga, ou carga balanceada, foi a principal metodologia utilizada para projetar lajes lisas ou vigas protendidas. O método consiste em avaliar os efeitos do pós-tensionamento na redução da cargas advindas de ações permanentes. Posteriormente, o método foi expandido para abranger o projeto de elementos estruturais não prismáticos e com configurações diversas (AALAMI, 2023).

A protensão já atua inclusive em construções projetadas para controle de danos advindos de ações excepcionais, que podem causar o colapso progressivo. Um exemplo é nas regiões com alto risco sísmico, como grande parte da Califórnia, cujos edifícios são projetados para passar por deformação pós elástica quando submetidos à força sísmica considerada em projeto, embora danos sejam esperados (Figura 2.16).

Figura 2.16 – Detalhe de estrutura pré-moldada protendida para recuperação de deformação sísmica (a), pórtico de recuperação de deformação sísmica instalado (b).



Fonte: Aalami (2023).

A ABNT NBR 6118:2023 define concreto protendido como aqueles elementos estruturais nos quais parte das armaduras é previamente alongada (protensão) com a finalidade de, em serviço, reduzir fissuras, deslocamentos e, no estado limite último, propiciar melhor aproveitamento de aços de alta resistência.

Cholfé e Bonilha (2018) afirmam que o atendimento às finalidades citadas determina que os efeitos da força de protensão nas seções de concreto combatam as tensões normais de tração provadas pelas ações externas. A eliminação ou redução das regiões tracionadas causará, automaticamente, diminuições de fissuras e deslocamentos em serviço. Para situações de estado limite último, após a descompressão da seção, haverá o acréscimo de deformação da armadura ativa  $\Delta\varepsilon_p$ , permitindo melhor aproveitamento dos aços especiais.

As regras para verificação no estado limite último de elementos protendidos são as mesmas que se aplicam nas seções de concreto armado, com especial interesse nos domínios em que estão definidas as deformações de rupturas convencionais do aço e do concreto.

Uma das classificações do concreto protendido é quanto ao processo construtivo. No pré-traçado, o pré-alongamento da armadura ativa é feito utilizando-se apoios independentes do elemento estrutural, antes do lançamento do concreto.

Já na pós-tração com aderência posterior o pré-alongamento da armadura ativa é realizado após o endurecimento do concreto, sendo utilizadas como apoios partes do próprio

elemento estrutural, criando posteriormente aderência com o concreto de modo permanente, através da injeção de calda de cimento para preencher os vazios no interior das bainhas. Este tipo tem aplicação generalizada em estruturas protendidas de médio e grandes portes, destacando-se obras viárias de infraestrutura como pontes e viadutos. São as tradicionais estruturas moldadas e protendidas no local da construção.

O penúltimo tipo consiste na pós-tração com protensão externa, mais usual para reforços de estruturas prontas (Figura 2.17), como pontes e viadutos, esta modalidade ocorre quando a armadura ativa atua fora da seção de concreto, ligada ao elemento por meio de dispositivos especiais, os desviadores.

Figura 2.17 – Protensão externa como reforço de ponte.

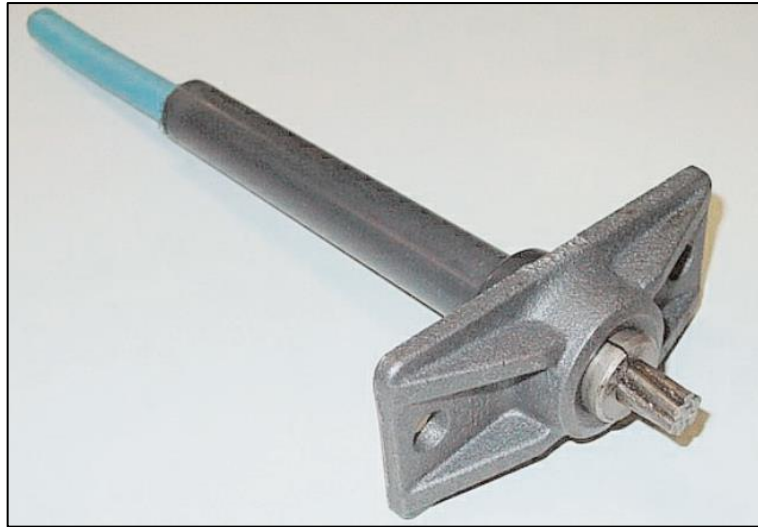


Fonte: Vitório e Barros (2011).

Por fim, a protensão com pós-tração sem aderência posterior, objeto dessa pesquisa, não possui aderência entre a armadura ativa e o concreto, a ligação com o concreto ocorre apenas nas ancoragens (Figura 2.18), exatamente nos pontos onde a força de protensão é transferida aos elementos estruturais. A sua única diferença para a pós-tração com aderência é que não há a etapa de injeção com calda de cimento, facilitando o processo de execução.



Figura 2.18 - Ancoragem de protensão.



Fonte: Cauduro (2002).

Segundo Cholfe e Bonilha (2018), a protensão com cabos de cordoalhas engraxadas está presente na maioria dos projetos de lajes lisa (Figura 2.20) ou nervuradas (Figura 2.21) de edifícios residenciais e comerciais.

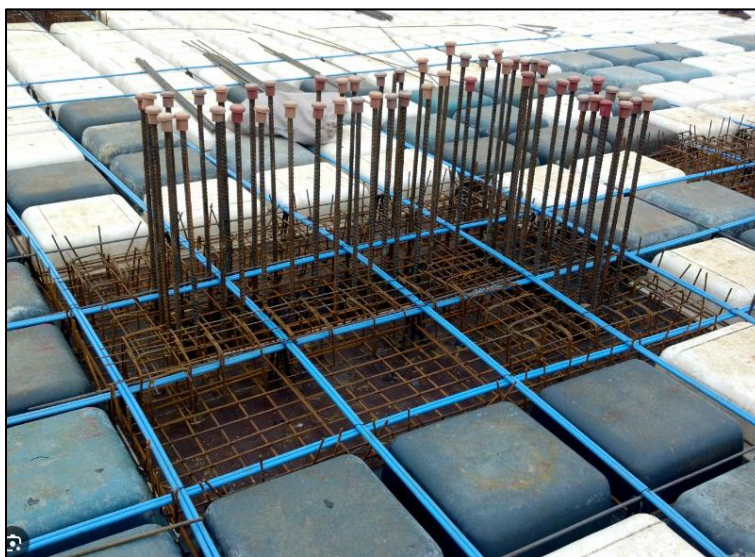
Figura 2.20 - Montagem de laje lisa protendida.



Fonte: Cauduro (2002).



Figura 2.21 - Montagem de laje nervurada protendida.



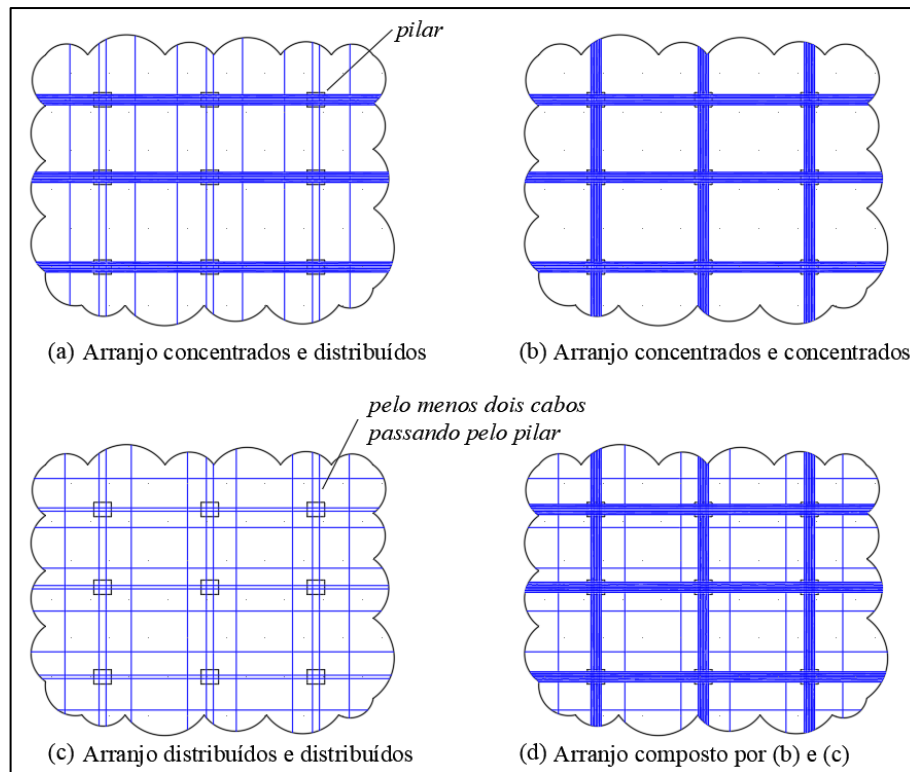
Fonte: Carpeggiani (2024).

## 2.6 Concepção de lajes protendidas

O arranjo ou “lançamento” dos cabos de protensão em uma laje pode ter diversas configurações, cujas razões de escolha podem ser baseadas pela busca de um melhor rendimento na resistência aos esforços solicitantes, como até mesmo questões de compatibilização com outras disciplinas de projeto.

Estudos realizados na Universidade do Texas (BURNS e GERBER, 1971; SMITH e BURNS, 1974) utilizaram essencialmente a mesma quantidade de pós-tensionamento em cada modelo de laje teste, variando apenas o arranjo de cabos protendidos, como ilustrado na Figura 2.22. O objetivo dos autores foi investigar o impacto do arranjo dos cabos no estado limite último das lajes.

Figura 2.22 - Possibilidades de arranjos para lajes protendidas.



Fonte: autor.

Os autores concluíram que as quatro opções de arranjo desenvolvem a resistência de projeto necessária para carregamento uniforme. Dessa forma, conclui-se que a concepção de lançamento dos cabos não deve ter significância na análise do estado último de lajes lisas, seja na avaliação da sequência de falha de um edifício ou na análise de confiabilidade dos elementos portantes, tendo em vista a semelhança entre as tipologias no tocante à resistência da laje para cargas distribuídas.

Segundo a ABNT NBR 6118:2023, para que uma faixa de laje seja tratada como uma região protendida, na direção considerada, o espaçamento entre cordoalhas, cabos ou feixes de cabos deve ser no máximo de  $6h$ , não excedendo 120 cm. Além disso, na seção da laje correspondente ao cabo ou feixe de cabos, o espaçamento entre eles deve resultar em uma tensão de compressão média igual ou superior a 1 MPa, considerando-se todas as perdas de protensão.

Para dimensionar e estimar a confiabilidade do sistema laje lisa protendida, considerando as seções de apoio e meio de vão como as seções de controle, é necessário entender sobre os níveis de protensão, o equilíbrio da seção transversal com armadura ativa e os hiperestáticos de protensão, cuja consideração é indispensável em estruturas

hiperestáticas, como vigas contínuas e lajes lisas protendidas. As formulações desses assuntos são debatidas na seção 3.

### 3 FORMULAÇÃO

Nesta seção são apresentadas as formulações base para as implementações da seção 4. Trata-se de fundamentações teóricas sobre confiabilidade de sistemas sujeitos ao colapso progressivo, custo esperado de falhas de sistemas devido à incerteza, fundamentos da protensão, aspectos de dimensionamento e estado limite último em lajes lisas, como também as formulações adotadas para análise de estruturas *honeycomb* submetidas a impacto e um modelo energético analítico para simulação do colapso e acionamento do dispositivo.

#### 3.1 Confiabilidade de sistemas sujeitos ao colapso progressivo

Segundo Beck (2019), os sistemas de engenharia são, de forma idealizada, concebidos, projetados e construídos para não apresentarem falhas. Contudo, devido às incertezas, os sistemas podem não apresentar o comportamento idealizado. A possibilidade de respostas não desejadas pode ser mensurada em termos de probabilidade de falha ( $p_f$ ).

Diante disso, entendendo esses sistemas como as estruturas, seu  $i$ -ésimo modo de falha pode ser escrito por meio da função de estado limite  $g_i(\mathbf{X})$ , em que  $\mathbf{X}$  corresponde ao vetor de variáveis aleatórias.

O domínio de falha  $\Omega_f$  pode ser descrito para o  $i$ -ésimo modo de falha como:

$$\Omega_{fi} = \{\mathbf{X} | g_i(\mathbf{X}) \leq 0\} \quad (3.1)$$

Naturalmente, a definição do domínio de sobrevivência corresponde a valores positivos para  $g_i(\mathbf{X})$ .

$$\Omega_{si} = \{\mathbf{X} | g_i(\mathbf{X}) > 0\} \quad (3.2)$$

Por conseguinte, a probabilidade associada ao modo de falha  $i$  ( $p_{fi}$ ) pode ser obtida como:

$$p_{fi} = P[\mathbf{X} \in \Omega_{fi}] = \int_{\Omega_{fi}} f_{\mathbf{X}}(\mathbf{X}) d\mathbf{x} \quad (3.3)$$

Nesta equação (3.3),  $f_{\mathbf{X}}$  representa a função densidade de probabilidades de  $\mathbf{X}$ . Tratando-se da definição de domínio de falhas de sistemas ( $\Omega_{f_{SYS}}$ ), é importante ressaltar que se trata de um domínio composto, podendo ser genericamente descrito pela Equação (3.4).

$\cup_k$  corresponde à união entre os  $k$ -ésimos caminhos de falha, enquanto que  $\cap_{i \in C_k}$  corresponde à interseção dos modos de falha que proporcionam os caminhos de falha.

$$\Omega_{fSYS} = \{\mathbf{X} \mid \cup_k [\cap_{i \in C_k} (g_i(\mathbf{X}) \leq 0)]\} \quad (3.4)$$

Por conseguinte, define-se a probabilidade de falha de um sistema genérico (série, paralelo ou misto) como:

$$p_{fSYS} = \int_{\Omega_{fSYS}} f_X(\mathbf{X}) d\mathbf{x} = \int_{\cup_k [\cap_{i \in C_k} (g_i(\mathbf{X}) \leq 0)]} f_X(\mathbf{X}) d\mathbf{x} \quad (3.5)$$

O conceito de probabilidade condicional consiste na probabilidade de ocorrência de um evento  $A$ , condicional à ocorrência de um evento  $B$ , considerando que este último evento não tenha probabilidade nula, ou seja,  $P[B] > 0$ . A definição matemática consta como:

$$P[A|B] = \frac{P[A \cap B]}{P[B]} \quad (3.6)$$

Assim, define-se a probabilidade de colapso anual,  $P_C$ , de uma estrutura sujeita a múltiplas ameaças como (ELLINGWOOD, 2006):

$$P_C = P[\text{colapso}] = \sum_H \sum_{LD} P[\text{colapso}|LD, H] P[LD|H] p_H \quad (3.7)$$

Nesta expressão,  $p_H$  representa a probabilidade anual de ocorrência de uma ameaça à estrutura, como explosão, acidente, sismos e ateadados.  $P[LD|H]$  é a probabilidade de dano localizado  $LD$ , condicionado à  $H$ . Por fim,  $P[\text{colapso}|LD, H]$  é a probabilidade de colapso, condicional à ocorrência de  $LD$  e  $H$ .

A mitigação do risco de colapso progressivo pode ser alcançada ao combater três possíveis frentes: controlando a ameaça ou reduzindo a sua taxa de ocorrência ( $p_H$ ), outra possibilidade é controlando o dano local ( $P[LD|H]$ ). Por fim, também pode-se controlar a propagação do dano  $P[\text{colapso}|LD, H]$ .

## 3.2 Custo esperado de falhas de sistemas devido à incerteza

Nesta seção é apresentada uma formulação genérica sobre custo esperado de falhas, culminando em uma formulação adequada para o problema desta pesquisa.

### 3.2.1 Formulação genérica

O problema de otimização, na sua forma mais generalista, pode ser definido segundo Rao (2009) como:

$$\text{Encontrar } \mathbf{d}^* = \begin{Bmatrix} d_1 \\ d_2 \\ d_3 \\ \vdots \\ d_n \end{Bmatrix} \text{ que minimize } f(\mathbf{d})$$

sujeito às seguintes restrições:

$$\begin{aligned} g_j(\mathbf{d}) &\leq 0, & j &= 1, 2, \dots, q \\ h_i(\mathbf{d}) &= 0, & i &= 1, 2, \dots, p \end{aligned} \quad (3.8)$$

o termo  $\mathbf{d}$  é um vetor de dimensão  $n$  chamado de vetor de projeto, enquanto que  $f(\mathbf{d})$  representa a função objetivo,  $g_j(\mathbf{d})$  e  $h_i(\mathbf{d})$  são, respectivamente, as restrições de desigualdade e de igualdade. O número de variáveis  $n$  e o número de restrições  $q$  e/ou  $p$  precisam estar relacionados de alguma forma. O problema apresentado na Equação (3.8) é conhecido como *problema de otimização com restrição*. Caso não haja restrições, o problema será conhecido como *problema de otimização sem restrições*, cuja única diferença está na ausência das restrições  $g_j(\mathbf{d})$  e  $h_i(\mathbf{d})$ .

Uma vez definido o problema de otimização em engenharia na sua forma mais generalista, pode-se aplicar esse conceito no problema do custo esperado de falhas em sistemas devido à incerteza.

Algumas consequências de falhas podem ser medidas em termos financeiros, por meio de uma função custo de falha ( $c_f$ ). Enquanto que o risco associado à falha é dado pela Equação (3.9), expressão que pode ser interpretada como custo esperado de falha ( $c_{ef}$ ):

$$c_{ef} = p_f c_f \quad (3.9)$$

Diversos custos são levados em consideração na realização de um empreendimento, como: aquisição de terreno e custos de projeto. Os custos esperados de falha são custos ditos

indiretos, a serem pagos apenas na ocorrência de eventos de falha. Estes podem ter magnitude variada, desde falhas que provoquem interrupção breve da produção, até mesmo falhas catastróficas, como explosões ou incêndios. Diante disso, são necessárias quantificações de custo-benefício para medidas, especialmente preventivas, para que os investimentos em segurança, seja na fase de projeto ou na fase de execução, tenham justificativa financeira para o empreendedor.

Uma das maneiras de quantificar este custo-benefício, é por meio de um problema de otimização matemática, cuja formulação genérica já foi apresentada, particularizando agora em aplicação que busca o ponto de mínimo custo esperado total, conforme Equação (3.10):

$$\begin{aligned}
 &\text{Determinar : } \mathbf{d}^* \\
 &\text{que minimize : } c_{et}(\mathbf{d}, \mathbf{X}) \\
 &\text{sujeito a restrições de} \\
 &\text{projeto: } \mathbf{d} \in D
 \end{aligned} \tag{3.10}$$

o termo  $\mathbf{d}$  é um vetor que reúne as variáveis de projeto: dimensões de elementos estruturais, taxas de armadura, propriedades do reforço utilizado, etc.  $D$  é o espaço de projeto,  $c_{et}(\mathbf{d}, \mathbf{X})$  é o chamado custo esperado total, sobre o ciclo de vida de um empreendimento de engenharia, obtido como:

$$\begin{aligned}
 c_{et}(\mathbf{d}, \mathbf{X}) = & c_{projeto}(\mathbf{d}) \\
 & + c_{construção}(\mathbf{d}) \\
 & + c_{operação}(\mathbf{d}) \\
 & + c_{insp.\&manut.}(\mathbf{d}) \\
 & + c_{descarte}(\mathbf{d}) \\
 & + \sum_i c_{fi}(\mathbf{d}) p_{fi}(\mathbf{d}, \mathbf{X}).
 \end{aligned} \tag{3.11}$$

sendo  $c_{fi}(\mathbf{d})$  o custo associado ao evento de falha  $i$ .

### 3.2.2 Custo esperado total do sistema com o dispositivo

Ao particularizar a otimização de risco para o sistema edifício com aplicação do dispositivo, busca-se minimizar o custo esperado total ( $c_{et}$ ), representado matematicamente de acordo com as Equações (3.12) e (3.13).

Determinar conjunto de pontos  $\mathbf{d}^* = \{\rho_{r,1}^*, \rho_{r,2}^*\}$ , que

$$\begin{aligned} \text{minimizam:} \quad c_{et}(\mathbf{d}, \mathbf{X}) = & C_{device}(\mathbf{d}) \\ & + C_{sys}p_{sys}(\mathbf{d}, \mathbf{X}) \\ & + C_{CL}p_{CL}(\mathbf{d}, \mathbf{X}) \end{aligned} \quad (3.12)$$

sujeito a

$$0,001 \leq \mathbf{d} \leq 0,2. \quad (3.13)$$

a variável de projeto  $\rho_{r,1}$  corresponde à densidade relativa do primeiro terço do dispositivo, destinado à proteção contra impactos veiculares, enquanto que a variável  $\rho_{r,2}$  está relacionada à densidade relativa do comprimento restante do dispositivo até o teto do pavimento, que se refere à proteção contra impactos da queda de lajes. Define-se que a difusividade térmica do dispositivo é obtida por meio da densidade relativa  $\rho_{r,2}$ , uma vez que esta ocupa a maior parte de aplicação do dispositivo nos pilares, sendo assim, a mais representativa.

A primeira parte do custo esperado total diz respeito ao dispositivo,  $C_{device}$ , que é associada ao custo de fabricação do dispositivo e pode ser estimada com base nos valores de massa de acordo com:

$$C_{device}(\mathbf{d}) = C_{material} \left[ n_{pav} \cdot n_{columns} \cdot \rho_s \cdot Vol_{dev} \left( \frac{\rho_{r,1}}{3} + \frac{2\rho_{r,2}}{3} \right) \right], \quad (3.14)$$

em que:

$C_{material} = \text{R\$}150,00$ , que representa o custo por quilograma da estrutura celular fabricada;

$n_{pav} = 4$ , refere-se ao número de pavimentos do edifício;

$n_{columns} = 16$ , refere-se ao número de pilares em cada pavimento;

$\rho_s = 2700 \text{ kg/m}^3$ , indica a massa específica do material base da estrutura, que neste caso é a liga de alumínio – AA5056, enquanto que  $VOL_{dev} = 3 \cdot (0,4 \cdot 0,4 - 0,3 - 0,3) = 0,21 \text{ m}^3$ , que é o volume ocupado pelo dispositivo. As frações que precedem o volume correspondem à altura de aplicação do dispositivo.

O levantamento do custo da estrutura celular, realizada por Mattos (2024), envolveu uma pesquisa de mercado específica para esse tipo de material. No entanto foi observada uma escassez de referências com valores compatíveis com a estrutura desejada. As informações mais próximas da realidade nacional encontradas foram relacionadas aos



materiais base para a fabricação de estruturas *honeycomb*, tais como aço carbono e liga de alumínio. Levando em consideração que o custo de manufatura da estrutura celular é equivalente ao custo da matéria-prima, foi estabelecido um valor médio de R\$150,00 por quilograma para o custo total de manufatura do dispositivo celular.

A segunda parcela do custo esperado total aborda o risco associado à falha do sistema estrutural, que é calculada multiplicando-se o custo esperado da falha do sistema,  $C_{sys}$ , pela probabilidade de falha do sistema,  $p_{f_{sys}}$ . Essa parcela deve incluir todos os custos decorrentes de um possível colapso progressivo, como custos de demolição, reparos, reconstrução, indenizações, entre outros.

A terceira parcela trata do risco associado à perda do pilar, calculado multiplicando o custo esperado do dano local,  $C_{CL}$ , pela probabilidade de perda do pilar, dado o evento acidental,  $P[CL|H]p_H$ . O custo associado a essa falha deve abranger possíveis despesas com reparos, reconstrução e prejuízos decorrentes do tempo de inatividade do edifício.

Definiu-se um custo total estimado para a construção do edifício ( $C_{construction}$ ) em aproximadamente R\$4.500.000,00. Esse valor é derivado dos custos unitários do concreto C30 (R\$529,03 por m<sup>3</sup>) e do aço CA-50 (R\$13,27 por kg), com um acréscimo de 114,15% referente aos encargos sociais, conforme dados fornecidos pela Secretaria de Infraestrutura. Além disso, foram incluídos os custos relativos a serviços preliminares, infraestrutura e complementares, como revestimentos e instalações. Por fim, o BDI (Benefícios e Despesas Indiretas) foi considerado, abrangendo a administração geral, despesas tributárias, imprevistos e contingências, lucro pretendido, custos indiretos e custo financeiro. Neste contexto, o BDI adotado para os exemplos apresentados nesta pesquisa é de 30%.

A metodologia empregada para estabelecer os custos  $C_{sys}$  e  $C_{CL}$  baseia-se no valor estimado para a construção do edifício-garagem. Adota-se a premissa de que:  $C_{sys} = 40 \cdot C_{construção}$  e  $C_{CL} = C_{construção}/4$ , quando  $p_{CL}$  está associada à falha do pilar em caso de impacto veicular ( $p_{impact}$ ), e  $C_{sys} = 80 \cdot C_{construção}$  e  $C_{CL} = C_{construção}/2$ , quando  $p_{CL}$  está relacionada à falha do pilar em caso de incêndio ( $p_{fire}$ ). Essa definição é fundamentada nas consequências excepcionais que um incêndio pode provocar, como situações de pânico, propagação do fogo para edifícios adjacentes, comprometimento da estrutura devido às elevadas temperaturas, entre outros. Os valores adotados para majorar os custos esperados de falha são definidos conforme os estudos conduzidos por Beck, Ribeiro e Valdebenito (2020).

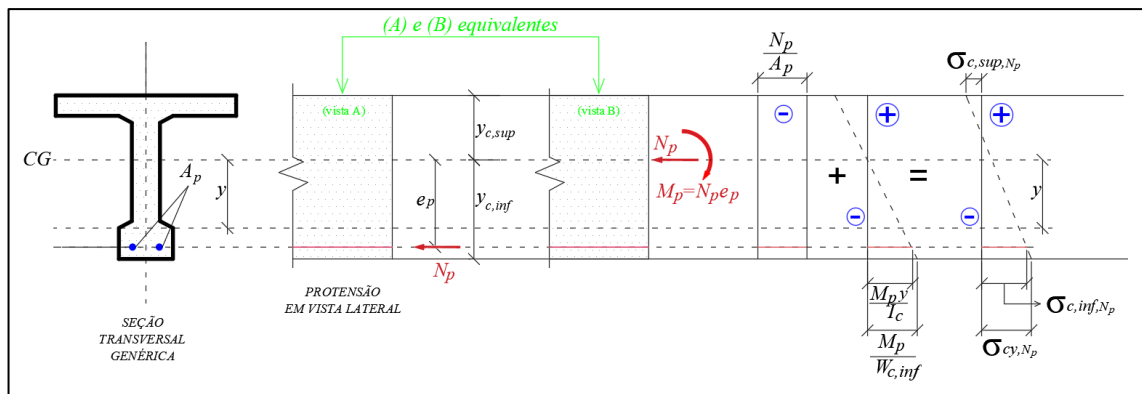
### 3.3 Fundamentos da protensão

Nesta seção são apresentadas as formulações sobre protensão que possibilitam o dimensionamento e avaliação do estado limite último em peças protendidas, com enfoque em elementos pós-tracionados sem aderência posterior.

#### 3.3.1 Efeito da força de protensão e verificação de tensões limites

A protensão pode ser entendida como uma força normal externa ( $N_p$ ) que comprime as seções de concreto. Em seções não fissuradas, os efeitos são equivalentes aos de uma flexão composta normal, podendo haver diferentes excentricidades ao longo do elemento estrutural. A Figura 3.1 ilustra a seção transversal, os esforços e diagramas de tensões resultantes (CHOLFE e BONILHA, 2018).

Figura 3.1 – Seção de concreto neutralizada com a protensão.



Fonte: autor.

As tensões normais da protensão em uma fibra genérica  $y$  podem ser calculadas de acordo com a Equação (3.15). Os termos  $e_p$  (excentricidade do cabo) e  $y$  são positivos abaixo do centro de gravidade, em contrapartida à  $N_p$ , que é negativa.

$$\sigma_{cy,Np} = \frac{N_p}{A_c} + \frac{N_p e_p y}{I_c} \quad (3.15)$$

As tensões máximas ocorrem nas fibras extremas superior e inferior da seção transversal. Na fibra superior são calculadas de acordo com a Equação (3.17) e na fibra inferior de acordo com a Equação (3.18).  $W_c$  é o módulo de resistência, já  $A_c$  é a área de concreto.

$$\sigma_{c,sup,Np} = \frac{N_p}{A_c} + \frac{N_p e_p}{W_{c,sup}} \quad (3.17)$$

$$\sigma_{c,inf,Np} = \frac{N_p}{A_c} + \left( \frac{N_p e_p}{W_{c,inf}} \right) \quad (3.18)$$

A protensão pode ser classificada também quanto à excentricidade de  $N_p$ . Quando é aplicada no centro de gravidade da seção transversal, então a protensão é considerada centrada. Já quando há excentricidade da força, ou do cabo, classificamos a protensão como excêntrica. Neste caso, a situação será de flexão composta normal com tensões máximas nas fibras extremas superior e inferior, que é adotada na seção em função dos carregamento de projeto.

As tensões-limites a serem observadas pela protensão são definidas pelo códigos vigentes que abordam protensão, como a ABNT NBR 6118:2023. Neste código, os três casos de protensão são completa, limitada e parcial.

Segundo a ABNT NBR 6118:2023, as tensões de compressão excessivas no concreto sob cargas em serviço podem provocar fissuras longitudinais e elevadas perdas de protensão por fluência. Para evitar esses efeitos, devem se limitar as tensões de compressão do concreto a um nível apropriado. Para o caso de protensão completa e limitada, as tensões no concreto em serviço, que consideram a seção não fissurada e após todas as perdas de protensão, são de  $0,45f_{ck}$  para a combinação quase permanente e de  $0,6f_{ck}$  para a combinação frequente. Para a combinação rara, que deve ser verificada somente para protensão completa, o limite é também é de  $0,6f_{ck}$ .

### 3.3.2 Níveis de protensão

O nível de protensão define quais as classes de agressividade possíveis, exigências relativas à fissuração e qual a combinação de ações em serviço a utilizar para a verificação do elemento protendido. A Tabela 3.1 resume essas exigências de acordo com o nível de protensão.

Tabela 3.1 – Nível de protensão e exigências relativas de acordo com ABNT NBR 6118:2023.

<b>Tipo de concreto protendido</b>	<b>Tipo de protensão quanto à execução</b>	<b>Classe de agressividade ambiental (CAA)</b>	<b>Exigências relativas à fissuração</b>	<b>Combinações de ações em serviço a utilizar</b>
<b>Nível 1 (protensão parcial)</b>	Pré-tração	CAA I	ELS-W $w_k \leq 0,2$ mm	combinação frequente
	Pós-tração	CAA I e CAA II		
<b>Nível 2 (protensão limitada)</b>	Pré-tração	CAA I e CAA II	ELS-F	combinação frequente
	Pós-tração	CAA I a CAA IV	ELS-D	combinação quase permanente
<b>Nível 3 (protensão completa)</b>	Pré-tração	CAA I a CAA IV	ELS-F	combinação rara
	Pós-tração		ELS-D	combinação frequente

Fonte: ABNT NBR 6118:2023.

O ELS-D diz respeito ao estado-limite de descompressão, estado no qual em um ou mais pontos da seção transversal a tensão normal é nula, não havendo tração no restante da seção. Já o ELS-W é o estado limite de abertura de fissuras, estado em que as fissuras se apresentam com aberturas iguais aos máximos especificados.

Outro estado limite de serviço é o ELS-F, que é o de formação de fissuras, em que se inicia a formação de fissura. Admite-se que esse estado-limite é atingido quando a tensão de tração máxima na seção transversal for igual a  $f_{ctk,f}$ , que é a resistência característica à tração do concreto na flexão.

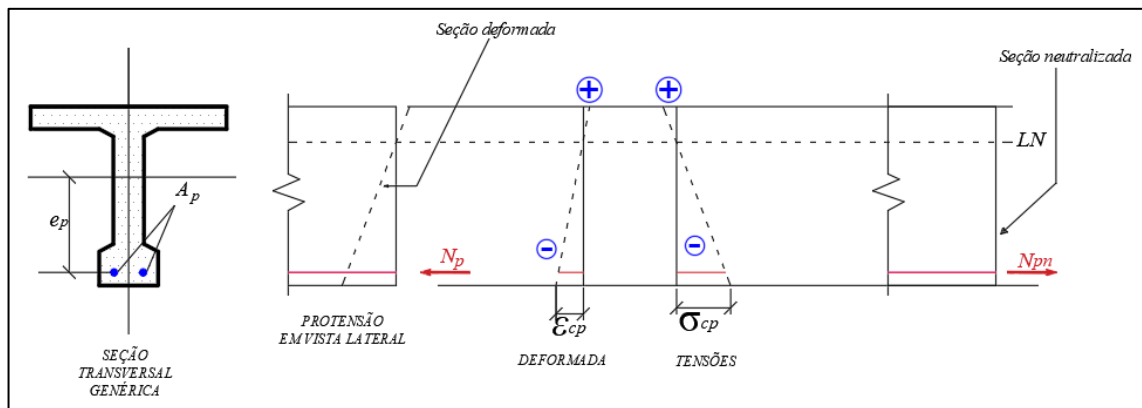
Além dos que constam na Tabela 3.1, também é necessário verificar para todos os tipos de elementos protendidos o ELS-DP, que é o estado limite de descompressão parcial, estado no qual se garante a compressão na seção transversal, na região onde existem armaduras ativas. Além disso, é necessário também verificar o ELS-CE, que é o estado limite de compressão excessiva, em que as tensões de compressão atingem o limite convencional estabelecido. Usual no caso do concreto protendido, na ocasião da protensão e em utilização com todas as ações devidamente combinadas.

### 3.3.3 Pré-alongamento e força de protensão inicial

O pré-alongamento, ou deformação, da armadura ativa, representado por  $\Delta\varepsilon_{pi}$ , está relacionado diretamente ao valor da força de protensão,  $N_p$ , que sofre o efeito das perdas imediatas, que ocorrem no instante da protensão, tal como das perdas progressivas, que acontecem ao longo da vida útil da peça protendida. No caso de verificações em ELU, deve-se considerar os valores finais da força de protensão, descontando perdas imediatas e progressivas. Este valor é encontrado multiplicando  $N_p$  pelo fator de perdas,  $\gamma'_p$ , gerando a chamada força de protensão no tempo infinito.

No cálculo do pré-alongamento, deve ser utilizada a hipótese do estado de neutralização da seção protendida (Figura 3.2), representado pela tensão normal nula na seção de concreto na posição correspondente ao centro de gravidade da armadura ativa. Esta Figura representa a situação em que apenas a força de protensão está atuando na seção.

Figura 3.2 – Efeito da protensão em seção genérica de concreto.



Fonte: autor.

Nesta Figura,  $N_{pn}$  representa a força externa que anula a tensão no centro de gravidade da área de protensão, que é função da força de protensão e da parcela de  $\Delta N_p$  que “recupera” a deformação  $\varepsilon_{cp}$ , de acordo com:

$$N_{pn} = N_p + \Delta N_p \quad (3.18)$$

A deformação  $\varepsilon_{cp}$  da seção de concreto protendido é calculada de acordo com:

$$\varepsilon_{cp} = \frac{|\sigma_{cp}|}{E_c} = \frac{\Delta N_p}{A_p E_p} \quad (3.19)$$

o que resulta em:

$$\Delta N_p = \frac{E_p}{E_c} A_p |\sigma_{cp}| \quad (3.20)$$

Enfim, o valor da deformação de pré-alongamento,  $\Delta\varepsilon_{pi}$ , é calculado de acordo com:

$$\Delta\varepsilon_{pi} = \frac{N_{pnd}}{E_p A_p} \quad (3.21)$$

O termo  $N_{pnd}$  é a força externa de protensão de cálculo, de acordo com a Equação (3.22), sendo  $a_p$  a razão entre  $E_p$  e  $E_c$ .

$$N_{pnd} = \gamma'_p (N_p + a_p A_p |\sigma_{cp}|) \quad (3.22)$$

### 3.3.4 Ato da protensão

A execução ou tracionamento da protensão costuma acontecer quando as ações externas consideradas em etapas do dimensionamento ainda não estão atuando, tornando obrigatória a verificação da segurança da peça, tendo como carregamento a protensão e as ações por ela mobilizadas e considerando o concreto com a respectiva resistência na idade considerada. Esta é uma verificação de estado limite último, mas importante apenas para a fase de execução, não sendo relevante para análise de ruptura de uma peça protendida já em condições normais de carregamento.

Esta verificação indicará o número de etapas de execução da protensão, que precisa ser mais de uma quando a aplicação completa da protensão em uma única etapa viola a tensão resistente para determinada idade de resistência do concreto.

Uma verificação simplificada, de acordo com Cholfe e Bonilha (2018), consiste em admitir que a peça está no Estádio 1 (concreto não fissurado e comportamento elástico dos materiais), desde que sejam satisfeitas três condições: a tensão máxima de compressão na seção de concreto não deve ultrapassar 70% da resistência característica  $f_{ckj}$  prevista para a idade de aplicação da protensão. Outra condição é que a mesma tensão máxima de tração não ultrapasse 1,2 vezes a resistência à tração  $f_{ctm}$  correspondente ao valor  $f_{ckj}$  especificado.

Por fim, quando existem na seção transversal tensões de tração, deve haver armadura de tração calculada no Estádio 2. Para efeitos de cálculo, a força nessa armadura pode ser considerada igual à resultante das tensões de tração no concreto no Estádio 1.

A força de aplicação da protensão na saída do aparelho de tração,  $P'_i$ , deve respeitar o limite de  $0,8f_{ctk}$  para armadura pós-tracionada não aderente, para respeitar os requisitos das normas ABNT NBR 7482:2020 e ABNT NBR 7483:2020.

### 3.3.5 Perdas de protensão

O projeto deve prever as perdas de protensão em relação ao valor inicial aplicado pelo aparelho tensor, ocorridas antes da transferência da protensão ao concreto, que são as perdas iniciais, na fase de pré-tração. Há também as perdas durante essa transferência, chamadas perdas imediatas, e, por fim, as perdas ao longo do tempo ou progressivas (ABNT NBR 6118:2023).

A força média na armadura de protensão na abscissa  $x'$  e no tempo  $t$  é dada por:

$$P'_t(x') = P'_0(x') - \Delta P'_t(x') = P'_i - \Delta P'_0(x') - \Delta P'_t(x') \quad (3.23)$$

o termo  $P'_0(x')$  pode ser descrito de acordo com:

$$P'_0(x') = P'_i - \Delta P'_0(x') \quad (3.24)$$

As perdas iniciais ocorrem na pré-tração antes da liberação do dispositivo de tração e são decorrentes de atrito nos pontos de desvio da armadura poligonal, cuja avaliação deve ser feita experimentalmente, em função do tipo de aparelho de desvio empregado. Podem decorrer também do escorregamento dos fios na ancoragem, cuja determinação deve ser experimental, ou devem ser adotados valores indicados pelo fabricante dos dispositivos de ancoragem.

Ocorrem também pela relaxação inicial da armadura, função do tempo decorrido entre o alongamento da armadura e liberação do dispositivo de tração. Por fim, ocorre também pela retração inicial do concreto, considerando o tempo decorrido entre a concretagem do

elemento estrutural e a liberação do dispositivo de tração. Estas perdas iniciais também englobam os efeitos provocados pela temperatura, quando o concreto é curado termicamente.

Já as perdas imediatas para casos de pós-tração ocorrem devido ao encurtamento imediato do concreto, ao atrito entre as armaduras e as bainhas ou o concreto, ao deslizamento da armadura junto à ancoragem e à acomodação dos dispositivo de ancoragem.

A perda média de protensão, por cabo, dado o encurtamento imediato, pode ser calculada por:

$$\Delta\sigma_p = \alpha_p(t) \left( \frac{n-1}{2n} \right) \sigma_{c,p0g}^* \quad (3.25)$$

o termo  $\sigma_{c,p0g}^*$  é a tensão no concreto adjacente ao cabo resultante, provocada pelo efeito conjunto da protensão (compressão) após as perdas por atrito e por acomodação da ancoragem e pelo efeito da carga permanente (tração) mobilizada no instante  $t_0$ , sendo positiva se de compressão.

Ainda no contexto de perdas imediatas, há também as perdas por atrito, determinadas por:

$$\Delta P'_{(x)} = P'_i [1 - e^{-(\mu\Sigma\alpha' + kx)}] \quad (3.26)$$

O termo  $\Sigma\alpha'$  é a soma dos ângulos de desvio entre a ancoragem e o ponto de abscissa  $x'$ , expressa em radianos (rad). Já  $\mu$  representa o coeficiente de atrito aparente entre o cabo e a bainha. Na falta de dados experimentais, pode ser estimado de acordo com coeficientes fornecidos por norma.

O último caso de perda imediata é o por deslizamento da armadura na ancoragem e acomodação da ancoragem. Devem ser determinadas experimentalmente ou adotados valores indicados pelos fabricantes.

A última categoria de perdas de protensão são as perdas progressivas. Estas decorrem da retração e da fluência do concreto, como da relaxação do aço de protensão, devem ser determinados considerando-se a interação dessas causas. A Norma brasileira permite o uso de um método simplificado para o caso de fase única de operação, um outro processo chamado aproximado e o método geral de cálculo. O equacionamento não será abordado aqui pois as perdas progressivas pelo TQS, *software* utilizado para o dimensionamento das lajes



protendidas, é feita por um coeficiente que aproxima estes efeitos, incidindo diretamente na força de protensão junto às perdas imediatas.

### 3.4 Dimensionamento e estado limite último em lajes lisas

Neste tópico são apresentadas as formulações utilizadas para dimensionamento e avaliação do estado limite último de flexão e punção em lajes lisas, com ou sem protensão.

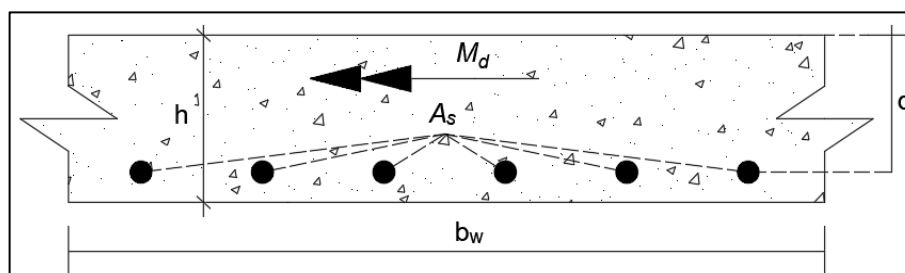
#### 3.4.1 Flexão em seção transversal de concreto armado

Ao tratar de seções transversais de concreto armado submetidas à flexão simples ou composta, é necessário definir quais as hipóteses básicas simplificadoras. Nesta formulação, segundo Araújo (2023), admite-se que uma seção transversal ao eixo do elemento estrutural indeformado permaneça nessa condição após as deformações do elemento. Esta é considerada a hipótese fundamental da teoria de flexão de barras esbeltas.

Além disso, também admite-se a existência de uma aderência perfeita entre o concreto e o aço, que significa que nenhum escorregamento da armadura é considerado. Dessa forma, as armaduras são consideradas sujeitas às mesmas deformações do concreto que as envolve. Por fim, a última hipótese pertinente consiste no desprezo à resistência à tração do concreto, considerando apenas a armadura como elemento resistente ao esforço de tração.

A fim de determinar o momento limite em seções retangulares com armadura simples, ou seja, cujas barras de aço são colocadas apenas no banzo tracionado, é necessário introduzir os seguintes parâmetros para caracterizar a seção transversal:  $b_w$  (largura da seção resistente),  $h$  (altura da seção),  $d$  (altura útil da seção) e  $A_s$  (área da seção da armadura tracionada). A Figura 3.3 ilustra estes parâmetros, tal como o vetor do momento solicitante  $M_d$  atuante na seção.

Figura 3.3 – Seção transversal de concreto armado sujeita à flexão.



Fonte: autor.

Ressalta-se que a conversão de tensões características para tensões de cálculo consiste na aplicação de coeficientes parciais. Para este problema, são  $\gamma_f$ ,  $\gamma_c$  e  $\gamma_s$ . O primeiro majora o momento de cálculo, enquanto que os dois últimos reduzem as tensões características do concreto e do aço, respectivamente.

O  $A_s$  de dimensionamento pode ser calculado de acordo com:

$$A_s = \lambda \xi b d \frac{\sigma_{cd}}{f_{yd}} \quad (3.27)$$

$$\xi = x/d \quad (3.28)$$

$$\sigma_{cd} = \alpha_c f_{cd} \quad (3.29)$$

em que:

$\lambda$  – Fator adimensional que multiplica a linha neutra  $x$  no equilíbrio de tensões da seção transversal, a fim de tornar o diagrama de tensão retangular e simplificar as equações de dimensionamento;

$\xi$  – Parâmetro adimensional que é função de  $d$  e  $x$ ;

$\sigma_{cd}$  – Tensão de compressão de cálculo do concreto;

$\alpha_c$  – Coeficiente de adequação do diagrama de tensão, usualmente 0,85;

$f_{cd}$  – Resistência à compressão de cálculo do concreto.

O dimensionamento da seção é um processo pretérito à análise de confiabilidade e da otimização. Mas antes de deduzir a equação de estado limite para a flexão, faz-se necessário definir o momento resistente de uma seção já dimensionada.

O momento de ruína pode ser encontrado de acordo com:

$$M_{rd} = \lambda b x (d - 0,5 \lambda x) \sigma_{cd} \quad (3.30)$$

$$x = \frac{A_s f_{yd}}{\lambda b \sigma_c} \quad (3.31)$$

A Equação (3.31), para cálculo da linha neutra, é utilizado em decorrência de a armadura ser dimensionada sempre como simples, então há a previsibilidade da altura no cálculo do momento resistente.

Para a análise de confiabilidade, define-se a equação de estado limite último à flexão em seções transversais de concreto armado de acordo com:

$$g_{flexão}(\mathbf{X}) = M_R(f_c, f_y) - M_S(g, q) \quad (3.32)$$

Os termos  $g$  e  $q$  representam as ações permanentes e de ocupação, respectivamente, que consistem nas variáveis aleatórias necessárias para o cálculo de  $M_S$ , este advindo do modelo mecânico numérico em elemento finitos, com adaptações do MPE.  $M_R$  é o momento resistente, calculado de acordo com  $M_{rd}$  (Equação 3.30), mas sem os coeficientes parciais de segurança. Aleatoriedades associadas à geometria da laje e posicionamento de armaduras foi desconsiderada.

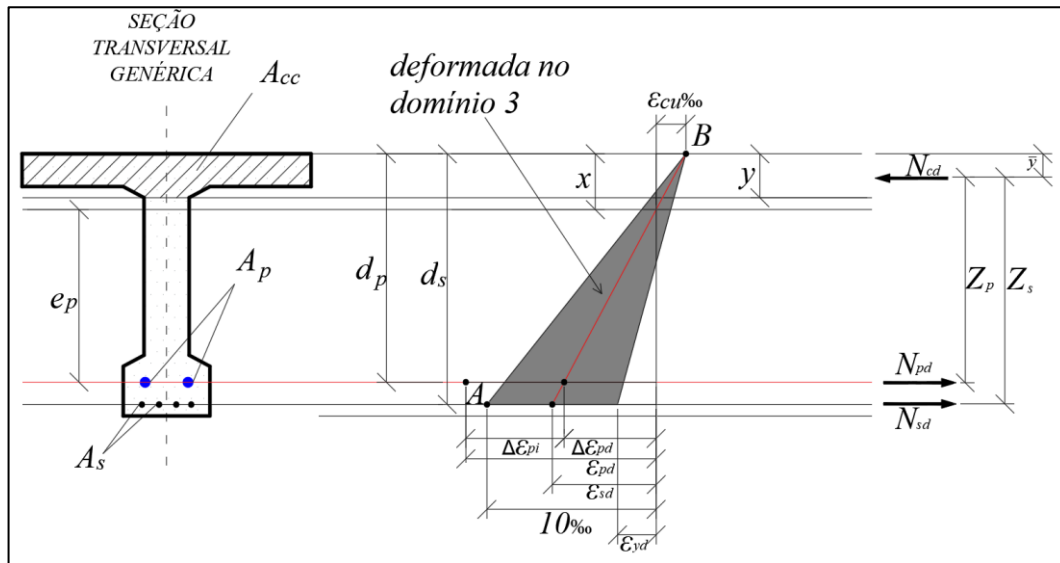
### 3.4.2 Flexão em seção transversal de concreto protendido

Cholfe e Bonilha (2018) afirmam que a maioria das seções transversais de concreto protendido são dimensionadas no Domínio 3, com seção subarmada, ruptura à compressão do concreto e escoamento do aço. As verificações neste domínio são essenciais quando se pretende avaliar a capacidade de resistência de uma seção.

Para que se calcule a capacidade resistente de uma seção protendida é necessário conhecer os materiais e a geometria da seção: área de aço protendido ( $A_p$ ), área de armadura passiva ( $A_s$ ) e a deformação de pré-alongamento ( $\Delta\varepsilon_{pi}$ ). Com isso, é possível calcular o momento resistente,  $M_{Rd}$ . A variável  $e_p$  é a excentricidade do cabo em relação à linha neutra da seção.

Para verificar se  $M_{Rd} \geq M_{Sd}$ , no domínio 3, considera-se as condições expressas na Equação (3.33), de acordo com a Figura 3.4.

Figura 3.4 – Arranjo de equilíbrio em elemento protendido.



Fonte: autor.

$$\varepsilon_{cd} = \varepsilon_{cu} \text{‰}$$

$$\varepsilon_{yd} \leq \varepsilon_{sd} \leq 10 \text{‰} \quad (3.33)$$

$$\varepsilon_{pd} > \varepsilon_{pyd} \text{ com } \varepsilon_{pd} = \Delta\varepsilon_{pi} + \Delta\varepsilon_{pd} \text{ com } \Delta\varepsilon_{pd} \leq 10 \text{‰}$$

A variável  $\varepsilon_{cd}$  representa a deformação máxima do concreto,  $\varepsilon_{cu} \text{‰}$  representa a deformação específica de encurtamento do concreto na ruptura ( $\varepsilon_{cu} = 3,5 \text{‰}$ ). Já  $\varepsilon_{sd}$  representa a deformação da armadura passiva ( $\varepsilon_{sd} \leq 10 \text{‰}$ ),  $\varepsilon_{yd}$  é a deformação de escoamento de cálculo do aço passivo,  $\varepsilon_{pd}$  é a deformação total da armadura ativa,  $\Delta\varepsilon_{pi}$  é a deformação de pré-alongamento do aço ativo e  $\Delta\varepsilon_{pd}$  é a deformação da armadura ativa, em conjunto com o concreto. Análogo a  $\varepsilon_{yd}$ , a variável  $\varepsilon_{pyd}$  é a deformação de escoamento de cálculo da armadura ativa.

A partir das considerações da Equação (3.33), calcula-se as tensões nos aços de acordo com a Equação (3.34),  $\sigma_{pd}$  é a tensão de cálculo do aço ativo e  $\sigma_{pd}$  a tensão de cálculo no aço passivo. A variável  $\gamma_p$  é o minorador da tensão de escoamento do aço protendido.

$$\sigma_{pd} = \frac{f_{pyk}}{\gamma_p} \quad (3.34)$$

$$\sigma_{sd} = \frac{f_{yk}}{\gamma_s}$$

Em seguida, calcula-se as forças de tração de acordo com a Equação (3.35). A variável  $N_{sd}$  representa a força de tração na armadura passiva ( $A_s$ ),  $N_{pd}$  a força de tração na armadura ativa,  $A_p$ . Por fim,  $N_{td}$  representa a tração total.

$$\begin{aligned} N_{pd} &= A_p \sigma_{pd} \\ N_{sd} &= A_s \sigma_{sd} \\ N_{td} &= N_{pd} + N_{sd} \end{aligned} \quad (3.35)$$

Já a tensão no concreto é calculada de acordo com:

$$\begin{aligned} \sigma_{cd} &= \alpha_c f_{cd} = \alpha_c \frac{f_{ck}}{\gamma_c} \\ \text{Concretos C20 até C50: } \alpha_c &= 0,85 \\ \text{Concretos C50 até C90: } \alpha_c &= 0,85 \left[ 1 - \frac{(f_{ck} - 50)}{200} \right] \end{aligned} \quad (3.36)$$

Caso a largura da seção, que é medida de forma paralela à linha neutra, diminua a partir desta para a borda comprimida, considerar a alternativa da Equação (3.37).

$$\sigma_{cd} = 0,9 \alpha_c f_{cd} \quad (3.37)$$

Enfim, o equilíbrio é dado pelo princípio básico de que a tração é igual à compressão,  $N_{cd}$ , ou seja, de acordo com (3.38).

$$N_{td} = N_{cd} \quad (3.38)$$

A área comprimida ( $A_{cc}$ ) é dada por:

$$A_{cc} = \frac{N_{cd}}{\sigma_{cd}} \quad (3.39)$$

Com isso, é possível calcular a posição da linha neutra ( $x$ ) em relação à borda mais comprimida, por meio de (3.40).

$$x = \frac{y}{\lambda}$$

$$\text{Concretos C20 até C50: } \lambda = 0,8 \quad (3.40)$$

$$\text{Concretos C50 até C90: } \lambda = 0,8 - \left[ \frac{(f_{ck} - 50)}{400} \right]$$

Então é necessário confirmar se a seção se encontra no domínio 3, verificação feita por:

$$\Delta \varepsilon_{pd} = \frac{d_p - x}{x} \varepsilon_{cu} \text{‰}$$

$$\varepsilon_{sd} = \frac{d_s - x}{x} \varepsilon_{cu} \text{‰} \quad (3.41)$$

$$\varepsilon_{pd} = \Delta \varepsilon_{pi} + \Delta \varepsilon_{pd}$$

A partir de (3.41), e com as informações dos aços CA e CP, confirma-se as tensões de  $\sigma_{pd}$  e de  $\sigma_{sd}$ . A linha neutra é representada por  $x$ .

Calcula-se  $\bar{y}$ , que é a posição do centro de gravidade da área comprimida de altura  $y$  em que  $\sigma_{cd}$  é constante de acordo com (3.42).

$$z_p = d_p - \bar{y}$$

$$z_s = d_s - \bar{y} \quad (3.42)$$

Enfim, calcula-se  $M_{PRd}$ , que representa a capacidade resistente de cálculo da seção protendida, de acordo com (3.43). A variável  $z_p$  representa o braço de alavanca de  $N_{pd}$  em relação à  $N_{cd}$ , enquanto que  $z_s$  é o braço de alavanca de  $N_{sd}$  em relação à  $N_{cd}$ .

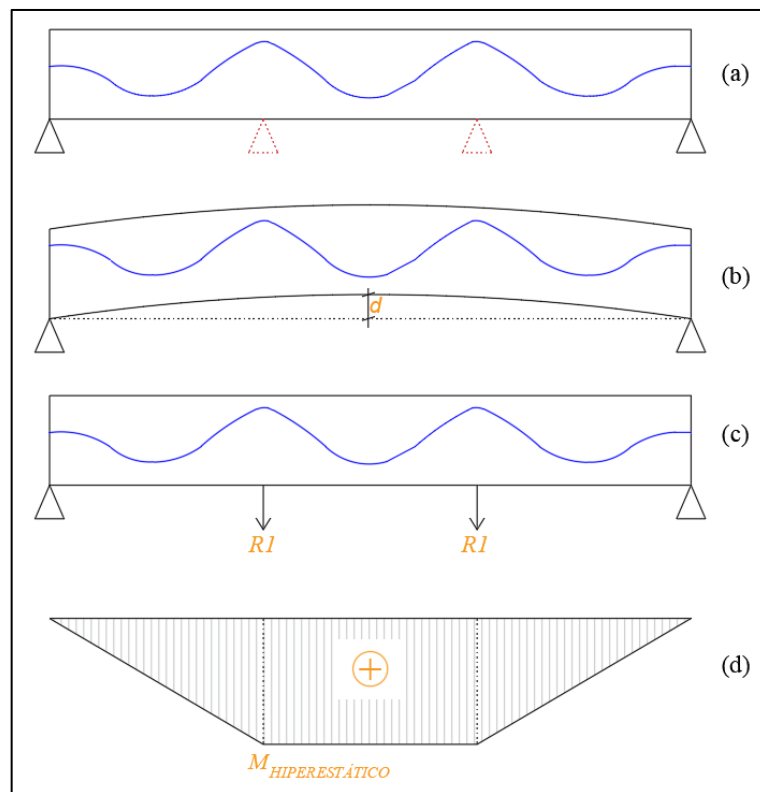
$$M_{PRd} = N_{pd} z_p + N_{sd} z_s \quad (3.43)$$

Em estruturas hiperestáticas protendidas, a continuidade da estrutura se opõe à livre deformação de cada tramo, dando origem a momento fletores e esforços cortantes, no caso de estruturas protendidas (EMERICK, 2005). Esse efeito é denominado como efeito

hiperestático de protensão, cujos momentos devem ser levados em consideração no dimensionamento de estado limite último de elementos hiperestáticos protendidos, como também é coerente que sejam considerados em análise de confiabilidade desses elementos.

Considere a viga protendida ilustrada na Figura 3.5a, imagine que os dois apoios intermediários foram retirados. Após a protensão desses cabos, a viga apresenta um deslocamento vertical no sentido superior, Figura 3.5b, Contudo, como existem apoios intermediários, a viga não se deslocará, de tal forma que surgem reações, ilustradas na Figura 3.5c.

Figura 3.5 - Momento hiperestático de protensão.



Fonte: autor.

Essas reações,  $R_1$  e  $R_2$ , são denominadas de reações hiperestáticas ou secundárias, gerando o diagrama de momento fletor da Figura 3.5d. Este momento pode ser benéfico ou maléfico à seção de análise, depende se o momento advindo das ações permanentes e de ocupação tracionam a mesma fibra do momento hiperestático.

O momento hiperestático pode ser calculado a partir de:

$$M_{BAL} = M_{ISO} + M_{HIP} \quad (3.44)$$

a variável  $M_{BAL}$  representa o momento balanceado com a protensão, que consiste na soma do momento isostático,  $M_{ISO}$ , com o momento hiperestático  $M_{HIP}$ . O momento isostático é calculado, para uma seção, como o produto da força de protensão na seção,  $P_p$ , pela excentricidade dos cabos atuantes no trecho em análise,  $e_p$ , de acordo com:

$$M_{ISO} = P_p e_p \quad (3.45)$$

Assim, para encontrar o momento hiperestático na seção, é preciso saber a força de protensão atuante, da excentricidade do(s) cabo(s) e saber o momento balanceado com a protensão, de acordo com:

$$M_{HIP} = M_{BAL} - P_p e_p \quad (3.46)$$

Enfim, pode-se estimar a equação de estado limite último à flexão para análise de confiabilidade de elementos protendidos de acordo com:

$$g_{flexão}(\mathbf{X}) = M_{Rp}(f_c, f_y, f_{pt}) + M_{HIP} - M_{Sp}(g, q) \quad (3.47)$$

O valor de  $M_{Rp}$  (Equação 3.48) é calculado de forma analítica, em função do arranjo e materiais adotados para a armadura ativa e passiva em cada seção. Já o hiperestático de protensão foi adotado determinístico a partir do valor fornecido pelo TQS para cada seção de controle de falha, enquanto  $M_{Sp}$  é estimado a partir do *software* MEF PÓRTICO de forma numérica. Ressalta-se que o efeito de  $M_{BAL}$  também pode ser maléfico à resistência, caso esteja tracionando a mesma fibra atingida pelos carregamentos permanentes e de ocupação adotados em projeto, assim, seu sinal pode variar dependendo da seção de controle avaliada.

$$M_{Rp} = A_s f_y z_s + A_p f_{pt} z_p \quad (3.48)$$

A resistência à tração do aço da armadura de protensão,  $f_{pt}$ , teve a distribuição normal utilizada no cálculo da confiabilidade das lajes. O coeficiente de variação  $V_{f_{pt}}$  adotado foi igual a 0,05, enquanto a média,  $\mu_{f_{pt}}$ , e o desvio padrão,  $V_{f_{pt}}$ , foram calculados de acordo com as Equações (3.49) e (3.50). O termo  $f_{ptk}$  é a resistência característica do aço ativo (SAN MARTINS, 2014).



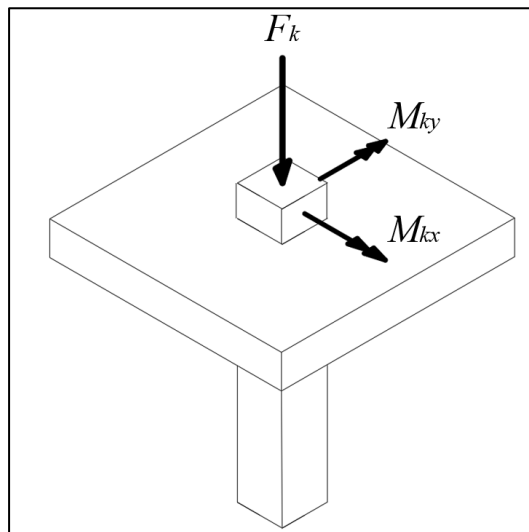
$$\mu_{f_{pt}} = f_{ptk} / (1 - 1,65V_{f_{pt}}) \quad (3.49)$$

$$\sigma_{f_{pt}} = \mu_{f_{pt}} V_{f_{pt}} \quad (3.50)$$

### 3.4.3 Punção

Em termos de solicitações, os parâmetros de entrada para dimensionamento estão resumidos na Figura 3.6. O vetor  $F_k$  representa a força característica de punção,  $M_{ky}$  representa o momento atuante na direção y e  $M_{kx}$  representa o momento atuante na direção x. Estas reações devem ser majoradas por coeficientes parciais de segurança para que sejam encontradas as reações de cálculo.

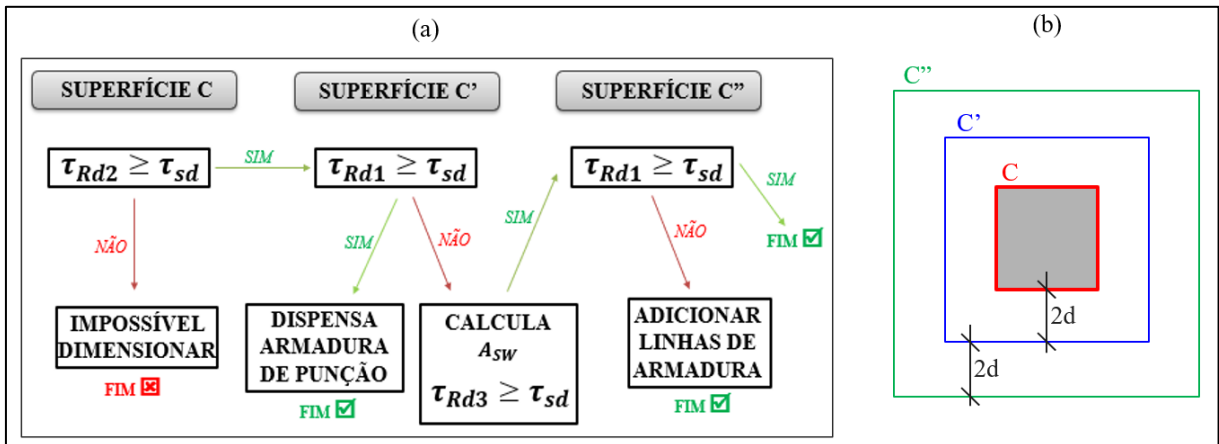
Figura 3.6: Esforços solicitantes característicos para dimensionamento à punção.



Fonte: autor.

Uma vez definidas as características geométricas e físicas dos elementos estruturais, que representam os elementos portantes da estrutura, tal como os esforços solicitantes citados, é possível realizar o dimensionamento. A Figura 3.7 ilustra de forma resumida as verificações de acordo com a NBR 6118:2023.

Figura 3.7: (a) - Procedimento resumido de verificações sobre punção segundo a NBR 6118/23, (b) – contornos críticos.



Fonte: autor.

$C$  - Contorno da área de aplicação da carga, coincide com a superfície do pilar;

$C'$  - Contorno crítico externo e distante  $2d$  do contorno  $C$ ;

$C''$  - Contorno distante  $2d$  do contorno  $C'$ ;

$\tau_{Rd1}$  - Tensão de cisalhamento resistente de cálculo-limite para que uma laje possa prescindir de armadura transversal;

$\tau_{Rd2}$  - Tensão de cisalhamento resistente de cálculo-limite para verificação da compressão diagonal do concreto na ligação laje-pilar;

$\tau_{Rd3}$  - Tensão de cisalhamento resistente de cálculo;

$\tau_{sd}$  - Tensão de cisalhamento solicitante de cálculo;

$d$  - Altura útil da laje;

$A_{sw}$  - Armadura de punção em um contorno completo paralelo à  $C'$ .

O modelo de cálculo da ABNT NBR 6118:2023, baseado no EUROCODE 2:2004, corresponde à verificação do cisalhamento em duas ou mais superfícies críticas definidas no entorno de forças concentradas. Na primeira superfície crítica (contorno  $C$ ), do pilar ou da carga concentrada, deve ser verificada indiretamente a tensão de compressão diagonal do concreto, através da tensão de cisalhamento. Na segunda superfície crítica (contorno  $C'$ ) afastada  $2d$  do pilar ou carga concentrada, deve ser verificada a capacidade da ligação à punção, associada à resistência à tração diagonal. Essa verificação também é feita através de uma tensão de cisalhamento, no contorno  $C'$ . Caso haja necessidade, a ligação deve ser

reforçada por armadura transversal. A terceira superfície crítica (contorno  $C''$ ) apenas deve ser verificada quando for necessário colocar armadura transversal. Ressalta-se que

Para a análise de confiabilidade de ligações sem armadura de punção, a equação de estado limite expandida, semelhante à de Rabello (2016), pode ser descrita de acordo com (3.51).

$$g_{punção}(\mathbf{X}) = \tau_R(f_c) - \tau_S(g, q) = \xi \left( 1 + \sqrt{\frac{20}{d}} \right) (100\rho f_c)^{\frac{1}{3}} - F_S \left( 1 + ke \frac{u_1}{W_1} \right) \quad (3.51)$$

$$e = \frac{M_S}{F_S} \quad (3.52)$$

em que:

$\xi$  - Valor implícito de segurança no cálculo da punção pela NBR 6118/23;

$d$  - Altura útil da laje;

$\rho$  - Taxa de armadura negativa de flexão;

$f_c$  - Resistência à compressão do concreto;

$F_S$  - Força de puncionamento;

$u_1$  - Perímetro de controle na distância  $2d$  do pilar;

$k$  - Coeficiente de proporção dos lados do pilar;

$e$  - Excentricidade da reação de esforço normal do pilar;

$W_1$  - Módulo de resistência plástica do perímetro crítico.

Com o objetivo de simplificar a equação de estado limite, o termo que multiplica  $F_S$  será substituído por um  $\beta'$  (EUROCODE 2:2004; BELLUZZI, 1971; ARAÚJO, 2023), que, por retirar o termo de excentricidade, oculta a necessidade de consideração do momento fletor no cálculo da punção. Este  $\beta'$  é função da posição do pilar na laje: borda ( $\beta' = 1,40$ ), interno ( $\beta' = 1,15$ ) ou canto ( $\beta' = 1,50$ ).

A simplificação é pertinente tendo em vista a dificuldade de estimar o momento fletor perpendicular à direção das barras do pórtico 2D. Desta forma, uma Equação reduzida para o estado limite último à punção pode ser descrita de acordo com (3.53). Esta é a Equação adotada para a resistência à punção das ligações sem armadura de punção.

$$g_{punçãoA}(\mathbf{X}) = \tau_R(f_c) - \tau_S(g, q) = \xi \left( 1 + \sqrt{\frac{20}{d}} \right) (100\rho f_c)^{\frac{1}{3}} - (F_S/u_1 d) \beta' \quad (3.53)$$

Já para o caso das lajes com armadura de punção, a equação de estado limite para a análise de confiabilidade consiste na Equação (3.54). Como simplificação, foi considerado que a armadura de cisalhamento detalhada contribui integralmente durante a simulação de confiabilidade.

$$g_{punçãoB}(\mathbf{X}) = \tau_R(f_c) - \tau_S(g, q) = \xi \left( 1 + \sqrt{\frac{20}{d}} \right) (100\rho f_c)^{\frac{1}{3}} + 1,5 \frac{d}{S_r} \frac{A_{sw} f_{yw} \sin \alpha}{u_1 d} - (F_S / u_1 d) \beta' \quad (3.54)$$

Em que:

$S_r$  - Espaçamento radial entre linhas de armadura de punção, não maior do que  $0,75d$ ;

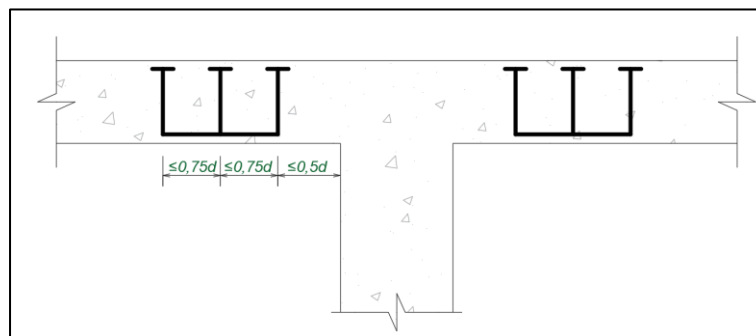
$A_{sw}$  - Área de armadura de punção em um contorno completo paralelo a  $C'$ ;

$f_{yw}$  - É a resistência de cálculo da armadura de punção, não maior que 300 MPa para conectores ou 250 MPa para estribos (de aço CA-50 ou CA-60). Para lajes com espessura até 15 cm, utilizar 250 MPa. Para lajes maiores que 35 cm, utilizar 435 MPa. Interpolação linear é permitida;

$\alpha$  - Ângulo de inclinação entre o eixo da armadura de punção e o plano da laje, será sempre adotado como  $90^\circ$  neste trabalho.

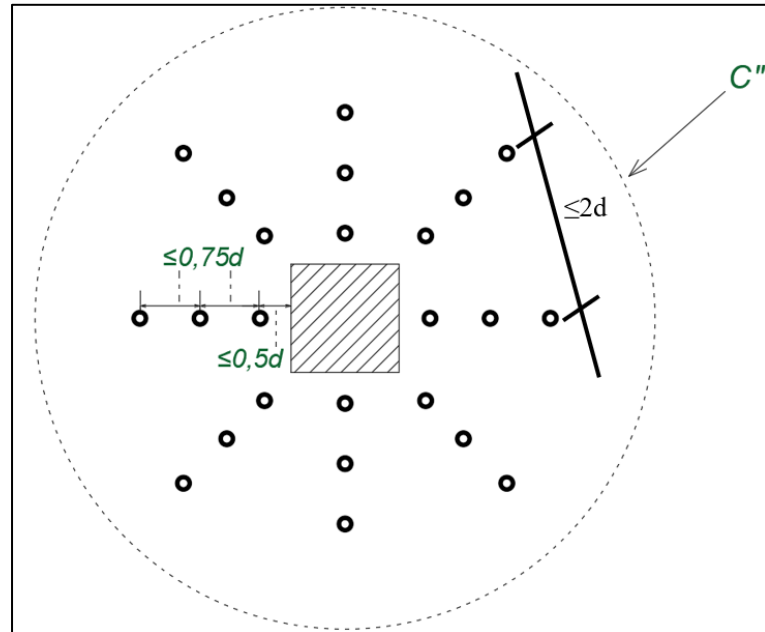
Os espaçamentos normativos da armadura de punção, em corte e em planta, constam na Figura 3.8 e Figura 3.9.

Figura 3.8: Espaçamento entre pinos considerados para detalhamento à punção em corte.



Fonte: autor.

Figura 3.9: Espaçamento entre pinos considerados para detalhamento à punção em planta.



Fonte: autor.

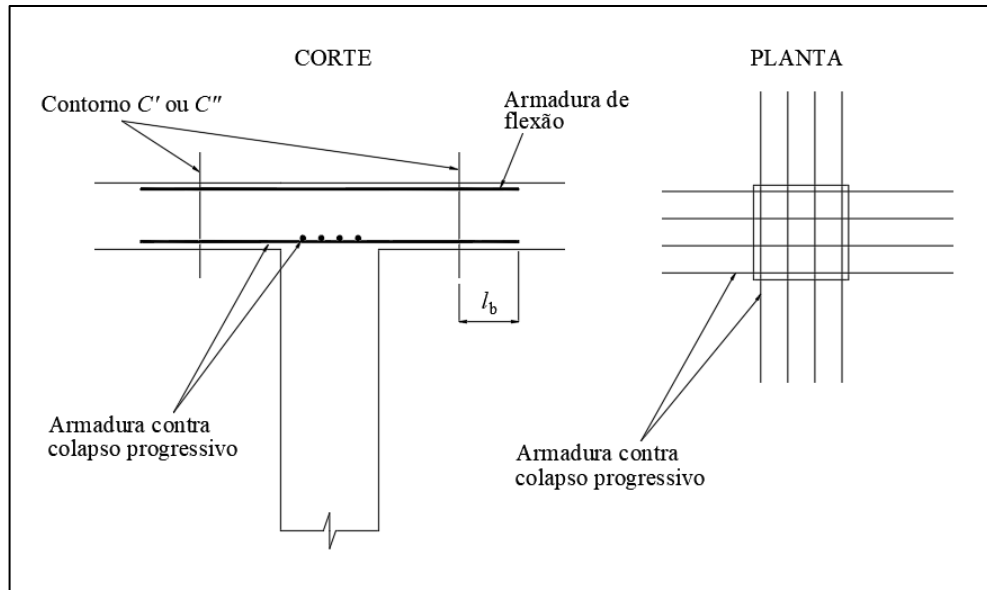
Já para a laje com armadura de punção e com protensão, a Equação (3.54) é acrescida de outro termo: a tensão gerada pela força axial de protensão,  $\sigma_{cp}$ , como apresentado a seguir.

$$g_{punçãoC}(\mathbf{X}) = \tau_R(f_c) - \tau_S(g, q) = \xi \left( 1 + \sqrt{\frac{20}{d}} \right) (100\rho f_c)^{\frac{1}{3}} + 0,1\sigma_{cp} + 1,5 \frac{d}{s_r} \frac{A_{sw} f_{yw} k s e n \alpha}{u_1 d} - (F_S / u_1 d) \beta' \quad (3.55)$$

### 3.4.4 Armadura contra o colapso progressivo

A ABNT NBR 6118:2023 exige que a armadura de flexão inferior que atravessa o contorno da seção do pilar deve ser ancorada além do contorno  $C'$  ou do  $C''$ , a fim de garantir a ductilidade local e a consequente proteção contra o colapso progressivo, conforme indicado na Figura 3.10.

Figura 3.10 - Armadura contra colapso progressivo.



Fonte: autor.

Na Figura 3.10,  $l_b$  representa o comprimento de ancoragem básico da armadura contra o colapso progressivo. A área de aço desta armadura ( $A_{s,ccp}$ ) deve ser calculada por:

$$f_{yd}A_{s,ccp} \geq 1,5F_{sd} \quad (3.56)$$

O valor de  $A_{s,ccp}$  deve ser detalhado em cada direção do pilar. O valor de  $F_{sd}$  pode ser calculado com  $\gamma_f$  igual a 1,2.

Na penúltima versão da NBR 6118 (ABNT, 2014), de acordo com o item 20.3.2.6, era possível prescindir da armadura passiva contra o colapso progressivo, se pelo menos um cabo de protensão, em cada direção ortogonal, passasse pelo interior da armadura longitudinal contida na seção transversal dos pilares ou elementos de apoio das lajes lisas ou cogumelo de edifícios comerciais ou residenciais.

Na versão atual, NBR 6118 (ABNT, 2023), é permitido considerar os cabos de protensão, no mínimo dois por cada direção ortogonal do pilar, apenas como parte da armadura contra o colapso progressivo, não sendo mais permitido prescindir desta.

A Equação (3.57) representa uma estimativa da equação de estado limite para a armadura de colapso progressivo a partir da Equação (3.56), retirando os coeficientes parciais de segurança e formulando em termos de resistência menos sollicitação.

$$g_{CCP}(\mathbf{X}) = F_R(f_y) - F_S(g, q) = (f_y A_{s,ccp})/1,8 - F_S \quad (3.57)$$

Diferentemente da abordagem adotada para as armaduras de flexão e de punção, a armadura de colapso progressivo será considerada uma redundância passiva, cuja ativação é condicional à falha à punção na ligação laje/pilar.

### 3.5 Armadura mínima de flexão e dispensa de armadura de cisalhamento

A armadura de flexão deve ser calculada para o momento fletor de cálculo e este valor deve ser sempre comparado com a armadura mínima, adotando-se a maior. Para a verificação da armadura mínima de flexão, adotou-se para a armadura positiva e para a negativa a equação (3.58). O valor de  $\rho_{min}$  pode ser encontrado pela Tabela 17.3 da ABNT NBR 6118:2023 em função do  $f_{ck}$ .

$$A_{s,min} = \rho_{min} b h \quad (3.58)$$

Outra verificação necessária é se a laje dispensa a armadura de cisalhamento, segundo o item 19.4.1 da NBR 6118:2023. Para que essa armadura transversal possa ser dispensada, é necessário que a tensão convencional de cisalhamento  $\tau_{wd}$  seja menor que um determinado valor limite, Equação (3.59) e (3.60). A tensão limite,  $\tau_{wu1}$ , depende da resistência do concreto, da taxa de armadura longitudinal do banzo tracionado e da espessura da laje. Ressalta-se que esta armadura de cisalhamento não é a mesma verificada para resistir ao efeito da punção.

$$\tau_{wd} \leq \tau_{wu1} \quad (3.59)$$

$$\tau_{wd} = V_d / (b_w d) \quad (3.60)$$

Para o caso de lajes submetidas à flexão simples e considerando  $\rho_1$  como a taxa de armadura longitudinal de tração, tem-se:

$$\tau_{wu1} = k(1,2 + 40\rho_1) \tau_{rd} \quad (3.61)$$

$$\tau_{rd} = 0,25 f_{ctd} \quad (3.62)$$

em que  $f_{ctd}$  representa a resistência à tração de cálculo do concreto, obtida por:

$$f_{ctd} = f_{ctk,inf}/\gamma_c \quad (3.63)$$

neste caso, adota-se a resistência à tração característica inferior:

$$f_{ctk,inf} = 0,7 f_{ctm} \quad (3.64)$$

Por fim, o valor de  $\tau_{rd}$ , considerando concretos com  $f_{ck}$  menor que 50 MPa, resulta:

$$\tau_{rd} = 0,0375(f_{ck})^{2/3} \quad (3.65)$$

### 3.6 Análise do desempenho de estruturas *honeycomb* submetidas a impacto

A eficiência de um dispositivo absorvedor está em dissipar a maior quantidade de energia com a menor massa possível. Esta dissipação é realizada por meio da deformação do dispositivo ao absorver energia. Dentre as configurações geométricas já comercializadas, destaca-se aquelas do tipo *honeycomb*, como a que está presente na solução proposta por Zhou e Yu (2004), já disseminadas em diversos setores, como o da aviação, o automotivo e o espacial, devido a excelente relação entre resistência mecânica e peso (BITZER, 1997).

Dessa forma, avaliar o rendimento de um dispositivo, como os derivados da configuração *honeycomb*, para esta função significa determinar a sua *Specific Energy Absorption (SEA)*, cujo significado físico consiste no quanto de energia este material consegue dissipar por unidade de massa do dispositivo acoplado à estrutura (RODRIGUES e LUERSEN, 2020).

Na Equação (3.66),  $E_a$  representa a energia absorvida durante o impacto e  $m_{EA}$  a massa do dispositivo. A Equação (3.67) representa a definição matemática de  $E_a$ , que é função da força instantânea  $F(\delta)$  para um certo deslocamento  $\delta$ . Esta formulação é baseada no trabalho de Rodrigues e Luersen, (2020).



$$SEA = \frac{E_a(\delta)}{m_{EA}} \quad (3.66)$$

$$E_a(\delta) = \int_0^{\delta_{m\acute{a}x}} F(\delta)d\delta \quad (3.67)$$

Além do parâmetro *SEA*, é importante que durante o impacto, por exemplo, de um veículo sobre o dispositivo *honeycomb*, a força máxima ( $F_{m\acute{a}x}$ ) não seja maior que a resistência do dispositivo, de tal forma que este tenha um valor suficiente de *Crush force efficiency* (*CFE*), cuja definição é dada por:

$$CFE = \frac{F_{m\acute{e}dia}}{F_{m\acute{a}x}} \quad (3.68)$$

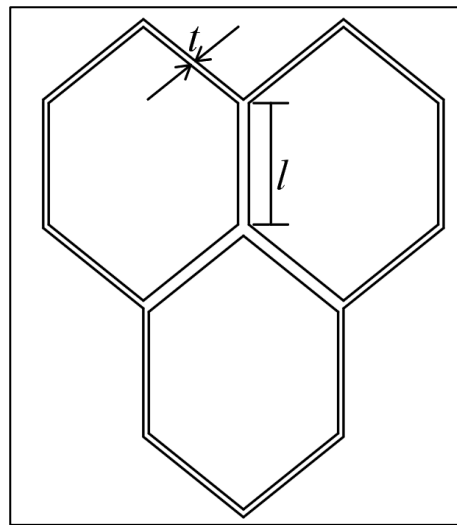
Na Equação (3.69),  $F_{m\acute{e}dia}$  é a força média durante o impacto, enquanto que  $\delta_{m\acute{a}x}$  corresponde ao deslocamento relativo à  $F_{m\acute{a}x}$ .

$$F_{m\acute{e}dia} = \frac{E_a}{\delta_{m\acute{a}x}} \quad (3.69)$$

Dentre os parâmetros apresentados, destaca-se *SEA* e  $F_{m\acute{a}x}$  como os mais adotados nos estudos recentes a fim de avaliar o desempenho de estruturas *honeycomb* submetidas ao impacto (BAROUTAJI *et al.*, 2017).

Possíveis variáveis de projeto, a fim de maximizar a eficiência energética do dispositivo, são o comprimento da aresta da célula do *honeycomb* ( $l$ ) e a espessura da parede da célula que forma o *honeycomb* ( $t$ ), cujas representações geométricas estão ilustradas na Figura 3.11.

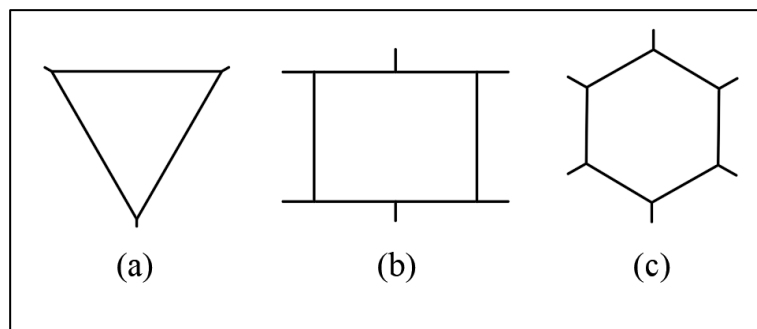
Figura 3.11 – Exemplos de variáveis de projeto para otimização de estruturas *honeycomb* ao impacto.



Fonte: autor.

Ademais, diferentes formatos da matriz podem ser utilizados, como representado na Figura 3.12. As demais variáveis presentes no cálculo de SEA e  $F_{m\acute{a}x}$  são dependentes de características físicas do material que compõe a matriz do honeycomb.

Figura 3.12 – Exemplos de formatos regulares da célula da matriz: (a) triangular, (b) retangular e (c) hexagonal.



Fonte: autor.

Um modelo simplificado para o cálculo da energia de absorção de estruturas celulares foi apresentado por Gibson e Ashby (1997). Os autores dividiram a capacidade absorção de acordo com três possibilidade de regime de deformação.

O primeiro regime é o linear elástico ( $\varepsilon \approx \varepsilon_{cr}$ ), onde a estrutura ainda atende as leis de Hooke, portanto a deformação equivalente é dada pela razão entre tensão crítica de ruptura ( $\sigma_{cr}$ ) e módulo de elasticidade equivalente ( $E_e$ ), de tal forma que  $\varepsilon_{cr} = \sigma_{cr}/E_e$ . A área sobre

a curva pode ser aproximada pela área de um triângulo retângulo, resultando na seguinte formulação para a energia.

$$W = \frac{1}{2} \frac{(\sigma_{cr})^2}{E_e} \quad (3.70)$$

Por se tratar de um regime de curta duração, a energia absorvida pela deformação elástica costuma ser desprezada em análises

O segundo regime é a região de *plateau* ( $\varepsilon_{cr} \leq \varepsilon \leq \varepsilon_D$ ), cuja deformação pode variar entre a deformação limite do regime linear elástico e a deformação limite de densificação ( $\varepsilon_D$ ), calculada de acordo com:

$$W = \sigma_{cr}(\varepsilon - \varepsilon_{cr}) \quad (3.71)$$

Por fim, o regime de densificação ocorre ao fim da região de *plateau*. Por apresentar uma parcela muito pequena de deformação na curva, esta é desprezada de modo a considerar que a curva sobe verticalmente até a tensão de ruptura final. Esse ponto é correspondente à máxima energia de absorção, quando se assume deformação igual ao limite de densificação, negligenciando a deformação limite do regime linear elástico. Assim, a Equação (3.72) define a máxima energia de absorção.

$$W_{max} = \sigma_{cr} \varepsilon_D \quad (3.72)$$

Como dois dos três objetivos na otimização do dispositivo absorvedor de energia constituem em mitigar energia advinda de impactos, ou seja, efeitos dinâmicos, foram adotadas as Equações (3.73) e (3.74) para estimar as tensões críticas dinâmicas.

$$\sigma_{dyn1} = 1,15\sigma_{cr} + \frac{\rho_e v^2}{\varepsilon_D} \quad (3.73)$$

$$\sigma_{dyn2} = \sigma_{cr} \left( 1 + \frac{v \sqrt{\rho_s E_h}}{\sigma_{ys}} \right) \quad (3.74)$$

O termo  $\sigma_{dyn1}$  corresponde à tensão crítica dinâmica para impactos na direção do plano (REID e PENG, 1997), correspondente aos impactos horizontais, enquanto que  $\sigma_{dyn2}$  é para impactos perpendiculares ao plano (KARAGIOZOVA e ALVES, 2008), correspondentes aos impactos verticais (queda de lajes).

### 3.7 Modelo energético para simulação do colapso e acionamento do dispositivo

Para o módulo de análise do colapso, esta pesquisa adota a formulação proposta por Zhou e Yu (2004), que propõe uma estimativa analítica do comportamento dinâmico de um edifício em colapso.

Supondo que haja uma situação de desabamento progressivo de lajes, em cada andar que cai, mais energia potencial é convertida em cinética, contribuindo para a energia total do sistema. Neste processo, há uma resistência apresentada pelo pavimento abaixo ao que está em colapso, porém a sua capacidade de dissipação energética, que poderia mitigar o processo, é mínima. Isto ocorre porque os pilares sobrecarregados deformam minimamente antes de falhar e desabar com o restante dos elementos estruturais do pavimento. Essa é a justificativa apresentada por Zhou e Yu (2004) para assumir a não consideração da capacidade dissipativa dos pilares antes da falha, deixando apenas o dispositivo mitigador, ou *energy absorbing device* (EA), como responsável por este objetivo.

Além disso, também é assumido que o dispositivo de mitigação é instalado em cada pavimento do edifício, este deve ser instalado na área livre disponível, e outra simplificação assumida é que todos os dispositivos instalados são comprimidos de forma uniforme durante o colapso de um pavimento.

Assume-se que a massa de cada pavimento do edifício é uma função linear, de acordo com:

$$m(i) = \varphi(n + 1 - i), \quad i = 1, \dots, n \quad (3.75)$$

A massa em cada pavimento é  $m(i)$ , onde  $i$  representa o  $i$ -ésimo pavimento,  $n$  é o número total de andares e  $\varphi$  é o coeficiente a determinar a partir da massa total do edifício, que é equivalente à massa do último andar. Considerando um andar  $j$  qualquer nesta estrutura, a massa total deste pavimento, juntamente com o que está acima, pode ser representado como:

$$M(j) = \sum_{i=j}^n m(i) = \sum_{i=j}^n \varphi(n+i-1) = \frac{1}{2} \varphi(n-j+1)(n-j+2) \quad (3.76)$$

Pode-se definir que a força máxima admissível  $F_c$  do piso é:

$$F_c = \eta(M + m)g' \quad (3.77)$$

Nesta equação,  $\eta > 1$ , é o fator de segurança e  $g'$  representa a aceleração da gravidade. A variação da energia cinética do sistema após colapso de um novo pavimento pode ser dada por:

$$\Delta E = (M + m)g'h - W_c \quad (3.78)$$

Nesta Equação (3.78),  $W_c$  representa o trabalho realizado pelo dispositivo no pavimento inferior ao andar em queda. A Equação (3.78) também pode ser escrita de outra forma, mais abrangente:

$$\Delta E = (M + m)gh' \left(1 - \frac{\eta}{\omega}\right) = (M + m)gh(1 - \Psi) \quad (3.79)$$

O termo  $\Psi$  equivale à relação  $\eta/\omega$ , sendo  $\omega > 1$  um parâmetro que relaciona  $F_c$ ,  $h'$  (altura máxima de queda de um pavimento) e  $W_c$ , como representado a seguir:

$$\omega = \frac{F_c h}{W_c} \quad (3.80)$$

A importância de  $\Psi$  está em definir se a energia cinética do sistema diminui ou aumenta à medida que ocorre o colapso. Quando  $\Psi < 1$ , significa que a energia cinética aumentará após o colapso de cada andar adicional, ou seja, o colapso não será interrompido tendo que vista que a energia cinética continua aumentando, fazendo deste exemplo um sistema inerentemente instável. Em contrapartida, se  $\Psi > 1$ , então parte da energia cinética já acumulada no colapso será dissipada, quando a velocidade de colapso se tornar pequena o suficiente, este será interrompido, fazendo com que esse sistema seja considerado inerentemente estável.

Quando ocorrer a sollicitação compressiva no dispositivo de absorção, ele deve prover uma força, para um andar  $j$  qualquer, de acordo com (3.81), que é uma releitura da equação (3.77).

$$F_c(j) = \eta M(j)g \quad (3.81)$$

Nesta equação, o fator de segurança  $\eta$  é considerado o mesmo para todos os pavimentos. Como este fator é maior que 1, então o trabalho plástico realizado pelo EA é maior do que a energia potencial recém liberada. Dessa forma:

$$W_{EA} = F_c(j)h = \eta M(j)gh > M(j)gh \quad (3.82)$$

Caso o EA de determinado pavimento utilize todo o seu comprimento útil, durante o processo de dissipação energética, se ainda houver energia cinética restante no sistema, a força de esmagamento aumentará acentuadamente, fazendo com que o próximo andar desmorone, acionando o dispositivo do pavimento atual. Neste processo, há uma contínua dissipação de energia do sistema.

Para atingir a força de esmagamento necessária por parte do EA, deve-se conhecer a sua tensão última de compressão, onde  $F_{EA}$  é a força de esmagamento e  $A_{CP}$  é a área do corpo de prova, como:

$$\sigma_{EA} = \frac{F_{EA}}{A_{CP}} \quad (3.83)$$

em posse desse conceito e das propriedades físicas da matriz que compõe o EA, deve-se conhecer a densidade ( $d_{EA}$ ), o módulo de elasticidade ( $E_{EA}$ ), a sua tensão de escoamento ( $f_{EA}$ ), como também o coeficiente de Poisson,  $\lambda_{EA}$ . Além disso, deve-se conhecer o índice de vazios ( $\alpha_{EA}$ ), que é uma propriedade dependente da sua geometria, a fim de encontrar a densidade relativa.

Finalmente, determina-se a capacidade de dissipação do EA, em energia por volume, como:

$$EA_V = \sigma_{EA}\tau_{EA} \quad (3.84)$$

Nesta equação,  $\tau_{EA}$  representa a densidade levando em consideração o índice de vazios, como representado a seguir:

$$\tau_{EA} = \alpha_{EA} d_{EA} \quad (3.85)$$

A equação (3.86) também pode ser escrita em função da dissipação por massa do dispositivo EA:

$$EA_M = EA_V / \tau_{EA} \quad (3.86)$$

Dessa forma, é possível definir a massa e a área necessária de um dispositivo absorvedor EA, desde que sejam conhecidas suas características físicas e geométricas, assim como a massa total do edifício a mitigar num possível colapso.

A equação de estado limite que descreve a falha do dispositivo em termos de energia no pavimento  $n$  pode ser genericamente representada por:

$$g_{EA}(\mathbf{d}, \mathbf{X}) = \Delta E_n(\mathbf{d}, \mathbf{X}) = E_r(\mathbf{d}) - E_{s,n}(\mathbf{d}, \mathbf{X}) \quad (3.87)$$

as Equações (3.45) e (3.46) explicitam os termos  $E_r(\mathbf{d})$  e  $E_{s,n}(\mathbf{d}, \mathbf{X})$ .

$$E_r(\mathbf{d}) = A_{disp} \left( \frac{W_{max,1}}{3} + \frac{2W_{max,2}}{3} \right) \quad (3.88)$$

$$E_{s,n}(\mathbf{d}, \mathbf{X}) = P_{pav} \left( \frac{\varepsilon_{D,1}}{3} + \frac{2\varepsilon_{D,2}}{3} \right) + \sum_{i=n-1}^m \Delta E_i(\mathbf{d}, \mathbf{X}) \quad (3.89)$$

Em que

$\Delta E_n$  – Balanço de energia no pavimento  $n$ ;

$E_r$  - Capacidade total resistente de absorção de energia do dispositivo;

$E_{s,n}$  – Energia total solicitante no pavimento  $n$ ;

$A_{disp}$  – Área total ocupada pelos dispositivos por pavimento;

$W_{max,1}$  – Capacidade máxima de energia por unidade de volume do primeiro 1/3 da altura total do dispositivo;

$W_{max,2}$  - Capacidade máxima de energia por unidade de volume dos 2/3 restantes à altura total do dispositivo;

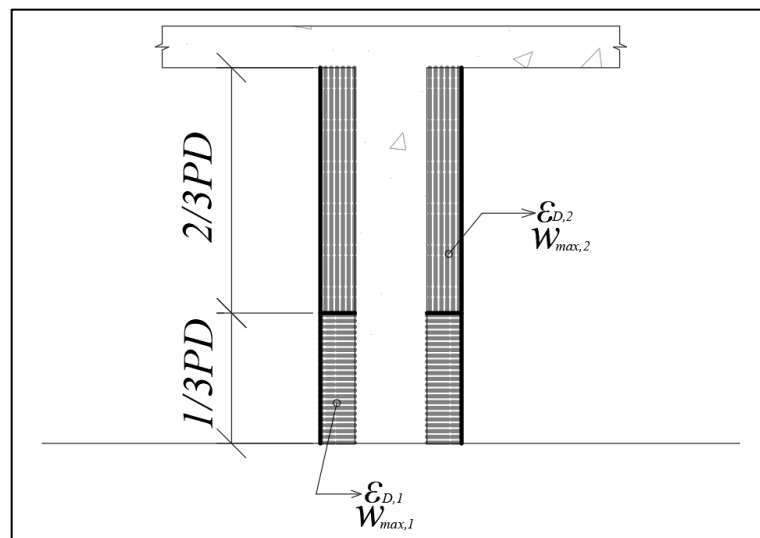
$P_{pav}$  – Carregamento total solicitante em cada pavimento, considerando cargas permanentes e variáveis ( $g + q$ );

$\varepsilon_{D,1}$  – Deformação limite do primeiro 1/3 da altura total do dispositivo;

$\varepsilon_{D,2}$  – Deformação limite dos 2/3 restantes à altura total do dispositivo.

Os termos  $W_{max}$  e  $\varepsilon_D$  são calculados com base nas propriedades da estrutura celular, da densidade relativa e do sentido da solicitação axial. A Figura 3.13 ilustra a divisão do dispositivo para que seja priorizado o sentido de maior capacidade de dissipação no primeiro terço, onde ocorre o impacto veicular, deixando a parte restante no sentido de combate da queda de lajes. Mas é importante ressaltar que a base também apresenta uma resistência para a queda de lajes, embora não esteja na direção mais favorável. A variável  $PD$  é o pé direito entre as faces internas ao pavimento.

Figura 3.13 - Configuração estratégica do dispositivo *honeycomb* a fim de maximizar a capacidade de absorção para impacto veicular, na base, e queda de lajes, no restante.



Fonte: autor.



## 4 IMPLEMENTAÇÕES

Nesta seção são apresentadas as implementações baseadas nas formulações da seção 3. Trata-se das estratégias para simulação do edifício em situação intacta e após remoção de pilar central, estimativa do erro de modelo e método para estimativa dos índices de confiabilidade.

### 4.1 Modelo numérico mecânico para simulação do pórtico

Para a compreensão do modelo mecânico, é necessário explicar o modelo de estimativa de esforços solicitantes, em MEF, que integra elementos 2D de pórtico. Além disso, explica-se as adaptações necessárias, de acordo com o MPE, para que este modelo de solicitações possa simular lajes lisas. Por fim, aborda-se a estratégia de implementação computacional que integra os conceitos do MEF com o MPE.

#### 4.1.1 Modelo em elementos finitos 2D para estimar esforços solicitantes

O Método dos Elementos Finitos (MEF) consiste na fragmentação de um meio contínuo em vários elementos. Estes elementos são descritos por equações diferenciais e, dependendo da magnitude do problema, devem ser solucionados por meio de recursos computacionais.

Já o método dos pórticos equivalentes (MPE) é um método de estimativa de esforços em lajes lisas que permite análises com a hipótese de material linear elástico, simulando a laje como elemento de barra. A formulação em elementos finitos para esta pesquisa se limita ao elemento de pórtico.

Além da consideração do material como linear elástico, a formulação do MEF para análise linear de estruturas também assume pequenos deslocamentos e condições de contorno constantes, ou seja, não variam durante a aplicação das cargas (BATHE, 2016).

A partir dessas condições, pode-se descrever o vetor de deslocamentos nodais da estrutura  $\mathbf{u}$ , que é relacionado linearmente com o vetor de cargas externas  $\mathbf{F}_{ext}$ , de acordo com:

$$\mathbf{K}\mathbf{u} = \mathbf{F}_{ext} \quad (4.1)$$

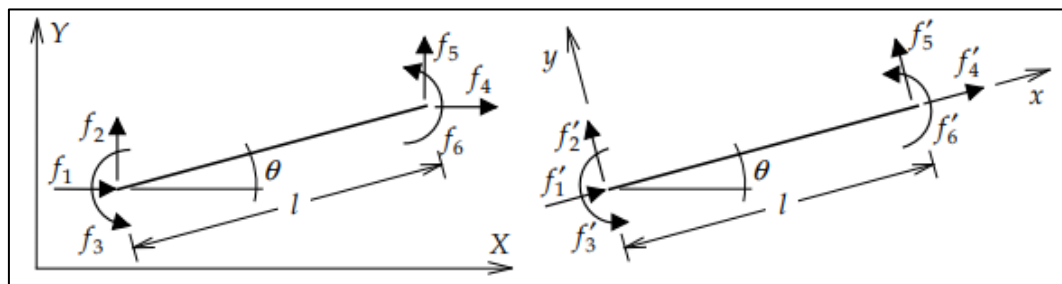
Nesta equação,  $\mathbf{K}$  representa a matriz de rigidez global da estrutura. Caso um coeficiente  $\psi$  multiplique o vetor de forças, como  $\psi\mathbf{F}_{ext}$ , os deslocamentos também

aumentam de tal forma  $\psi \mathbf{u}$ . Esta é uma leitura da Lei de Hooke, que preconiza que a tensão é proporcional ao produto da deformação pelo módulo de elasticidade do material.

Também é considerado o princípio de Saint-Venant, que indica que a distribuição de tensões pode ser considerada equivalente em uma seção suficientemente distante do ponto de aplicação dos carregamentos.

Retomando o elemento de pórtico, considera-se que cada elemento de pórtico possui dois nós e três graus de liberdade para cada nó respectivo. A Figura 4.1 representa estes elementos e as forças nodais em cada nó, tanto para o sistema global, como para o sistema local.

Figura 4.1 – Representação das forças generalizadas de uma barra em sistema global e em sistema local.



Fonte: autor.

É possível identificar também as forças do vetor  $\mathbf{F}_{ext}$ , Equação (4.2), nas coordenadas globais.

$$\mathbf{F}_{ext} = \begin{bmatrix} f_1 \\ f_2 \\ f_3 \\ f_4 \\ f_5 \\ f_6 \end{bmatrix} \quad (4.2)$$

No sistema global de coordenadas, o vetor de deslocamento nodais  $\mathbf{u}$ , para elementos de pórtico planos, consiste em:

$$\mathbf{u} = \begin{bmatrix} u_1 \\ v_1 \\ \theta_1 \\ u_2 \\ v_2 \\ \theta_2 \end{bmatrix} \quad (4.3)$$

Na Equação (4.3),  $u_i$ ,  $v_i$  e  $\theta_i$  representam os deslocamentos horizontal, vertical e a rotação, respectivamente, sendo  $i = 1, 2$ , representando o nó inicial 1 e o nó final 2 do elemento.

A relação entre os deslocamentos nos sistemas global e local de coordenadas é dada por:

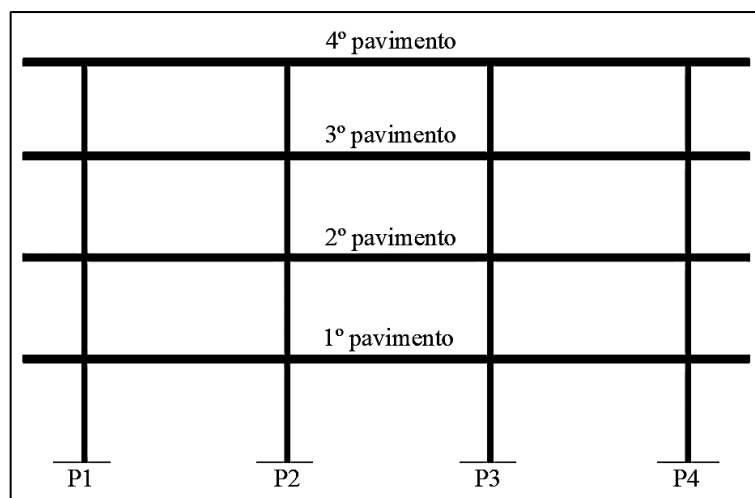
$$\begin{bmatrix} u_1 \\ v_1 \\ \theta_1 \\ u_2 \\ v_2 \\ \theta_2 \end{bmatrix} = \mathbf{R} \begin{bmatrix} u_{L1} \\ v_{L1} \\ \theta_{L1} \\ u_{L2} \\ v_{L2} \\ \theta_{L2} \end{bmatrix} \quad (4.4)$$

Em (4.4),  $\mathbf{R}$  representa a matriz de rotação, descrita com:

$$\mathbf{R} = \begin{bmatrix} \cos\alpha & \sin\alpha & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -\sin\alpha & \cos\alpha & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \cos\alpha & \sin\alpha & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\sin\alpha & \cos\alpha & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (4.5)$$

Esta formulação desenvolvida é válida para um único elemento de pórtico, mas para o caso simulado nesta pesquisa, como o da Figura 4.2, há uma integração entre vários elementos de pórtico, de tal forma que as matrizes de rigidezes locais e os vetores de forças locais para cada elemento devem ser devidamente rotacionados e superpostos a fim de gerar uma equação de equilíbrio global da estrutura, análoga à Equação (4.1), mas agora com a estrutura sendo composta por diversos elementos de pórtico.

Figura 4.2 – Configuração do pórtico em lajes lisas para análise de confiabilidade.



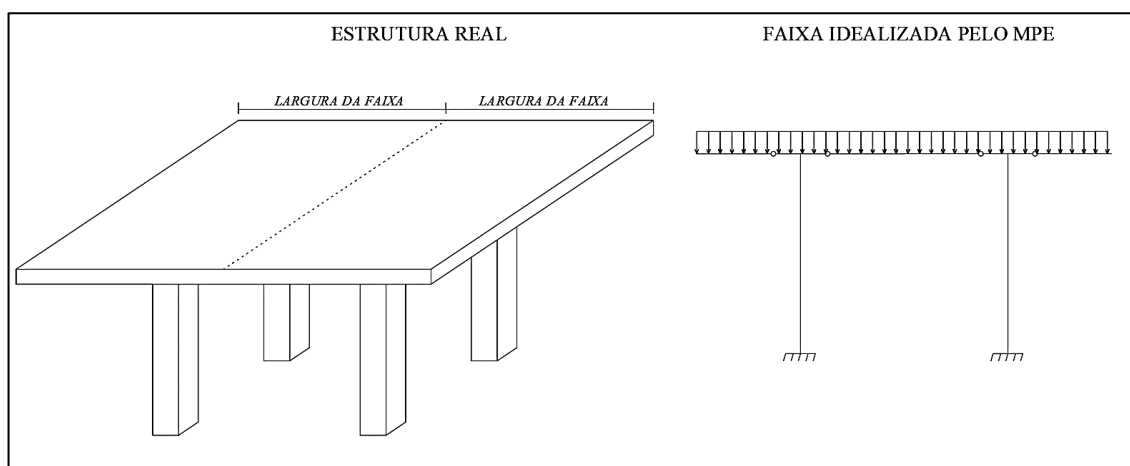
Fonte: autor.

Ressalta-se que este modelo mecânico se limita ao comportamento elástico linear dos materiais, não considerando não linearidade física e geométrica, como também não considera efeitos dinâmicos. Tratando-se de uma análise de colapso progressivo, esta abordagem é considerada conservadora e simplificada, mas se justifica pela adequação à simulação de lajes lisas com vãos e pilares regulares. Além disso, é adequada às simplificações do modelo de colapso progressivo proposto por Zhou e Yu (2004), que é a metodologia base para simulação do dispositivo proposto.

#### 4.1.2 Método dos pórticos equivalentes

O método dos pórticos equivalentes (MPE) é um método numérico validado por diversos estudos para estimativa de momentos fletores e esforços cortantes em lajes lisas (SMITH e BURNS, 1974; BURNS e HEMAKOM, 1977; BURNS e GERBER, 1971). Essa metodologia envolve a representação de um sistema de laje tridimensional em uma série de pórticos bidimensionais (Figura 4.3).

Figura 4.3 – Faixa de estrutura real e faixa idealizada pelo método dos pórticos equivalentes.



Fonte: autor.

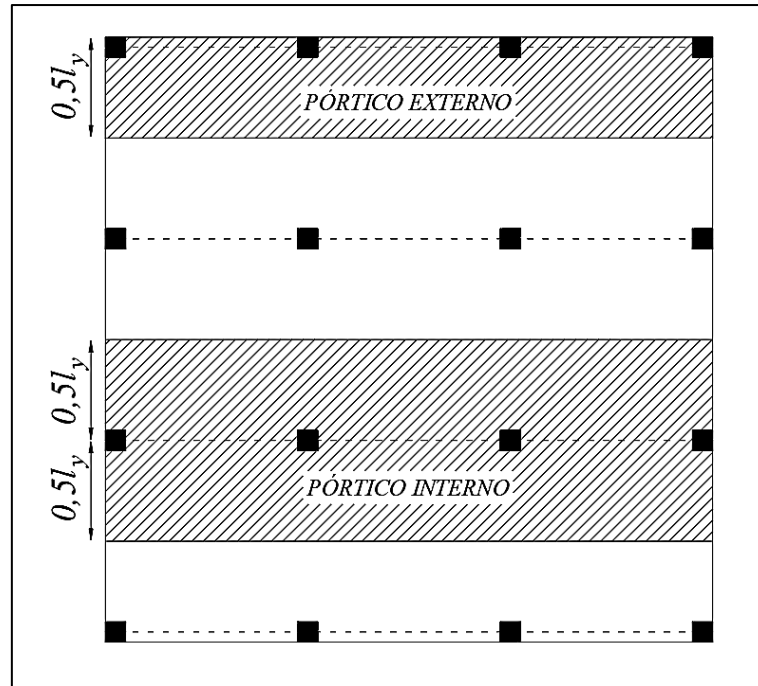
No ACI 318:2019, esclarece-se que as edições de 1971 até a penúltima, de 2014, contém procedimentos para o uso do MPE, ressaltando que o método é consagrado para dimensionamento de lajes sem vigas, que são as lajes lisas. O procedimento de aplicação do método foi retirado da última versão do ACI 318, de 2019, em decorrência de a comissão da norma entender que este é apenas um dos diversos métodos consagrados que podem ser utilizados para estimativa de solicitações em lajes lisas bidirecionais, assim como o *direct design method*, que também teve sua instrução de aplicação retirada da última versão do ACI.

Contudo, ressalta-se que a retirada dessas instruções não invalidam tais métodos, mas buscam não favorecer essas metodologias de cálculo estrutural em detrimento de outras, que embora permitidas pela norma americana, nunca tiveram seus respectivos métodos de aplicação presentes no texto, apenas citados como possibilidade.

Além do ACI 318, alguns outros códigos que abordam seu uso são a ABNT NBR 6118:2023 e o EUROCODE 2 (2004). A diferença entre as normas consiste na definição da largura das faixas internas e externas, como também na distribuição dos momentos a considerar em cada faixa.

A Figura 4.4 ilustra a definição da largura das faixas de uma laje de acordo com a norma brasileira,  $l_y$  representa o comprimento entre os pilares.

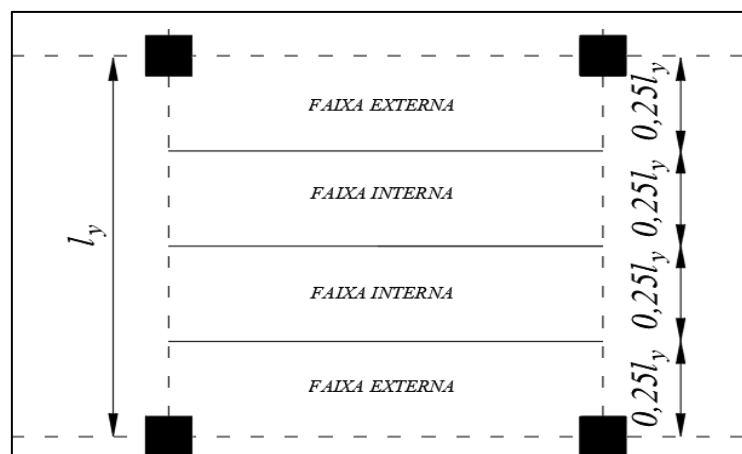
Figura 4.4 – Definição dos pórticos de acordo com a norma brasileira.



Fonte: autor.

A distribuição de momentos fletores, ao dividir a laje em faixas (Figura 4.5), deve ser feita da seguinte forma: 45% dos momentos positivos para as duas faixas internas, 27,5% dos momentos positivos para cada uma das faixas externas, 25% dos momentos negativos para as duas faixas internas e 37,5% dos momentos negativos para cada uma das faixas externas.

Figura 4.5 – Determinação geométrica das faixas interna e externa.



Fonte: autor.

As normas citadas neste capítulo permitem o uso do método e definem a distribuição dos momentos em cada faixa, mas a formulação matemática sobre o comprimento

equivalente do pilar e a inércia equivalente da ligação laje e pilar são explicados com detalhes no ACI 318:1989 e por Emerick (2005).

O método permite que seja realizado um aumento da rigidez na região dos pilares em decorrência da presença de capitéis, engrossamentos ou até mesmo a existência do próprio pilar, como é o caso das lajes lisas tratadas nesta pesquisa. Neste caso, o momento de inércia da “laje-viga”,  $I_{eq}$ , no eixo do pilar até a face externa é tomado como o valor do momento de inércia na face do pilar (havendo ou não engrossamento), dividido por:

$$\left(1 - \frac{c_A}{l_2}\right) \quad (4.6)$$

O termo  $c_A$  é a dimensão do apoio na direção transversal ao pórtico e  $l_2$  é o vão na direção transversal ao pórtico. A previsão da inércia adequada para a ligação laje e pilar é feita pela atribuição de uma rigidez à torção na ligação destes elementos. A partir da combinação da rigidez do elemento de torção com a do pilar, calcula-se uma rigidez equivalente  $k_{ec}$ , dada por:

$$\frac{1}{k_{ec}} = \frac{1}{\sum k_c} + \frac{1}{k_T} \quad (4.7)$$

Nesta equação,  $1/k_{ec}$  é a flexibilidade do pilar equivalente,  $\sum k_c$  é a soma da rigidez dos pilares acima e abaixo do pórtico, enquanto que  $k_T$  é a rigidez do elemento torcional.

Por conseguinte, a rigidez de uma barra bi-engastada pode ser calculada por:

$$k_c = \frac{4E_c I_c}{l_c} \quad (4.8)$$

onde  $E_c$  representa o módulo de elasticidade do pilar,  $I_c$  é o momento de inércia do pilar e  $L_c$  é o comprimento do mesmo.

Além disso, define-se a rigidez do elemento torcional como:

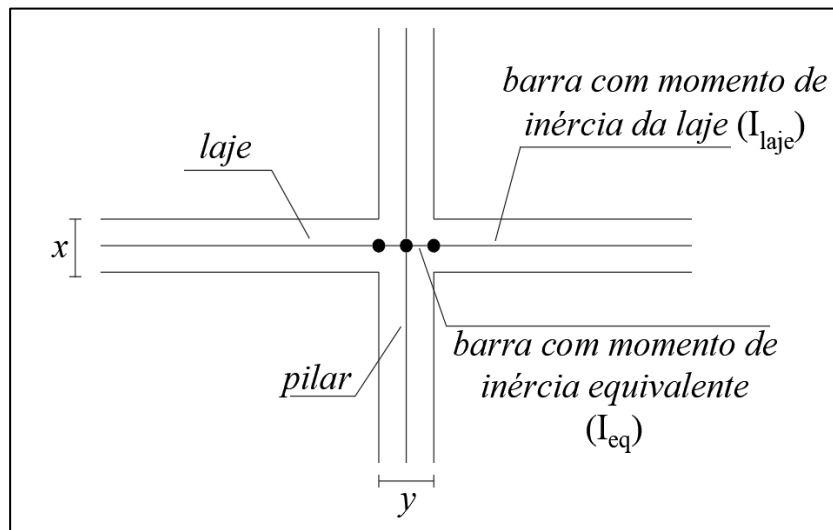
$$k_T = \sum \frac{9E_c C_{eq}}{l_2(1 - C_A/l_2)^3} \quad (4.9)$$

sendo:

$$C_{eq} = \sum \left[ \left( 1 - 0,63 \frac{x}{y} \right) \frac{x^3 y}{3} \right] \quad (4.10)$$

Os elementos geométricos  $x$  e  $y$  representam o menor e o maior lado do retângulo que compõe a seção transversal da laje-pilar, como ilustra a Figura 4.6:

Figura 4.6 – Elementos geométricos e inércias das barras para o MPE.

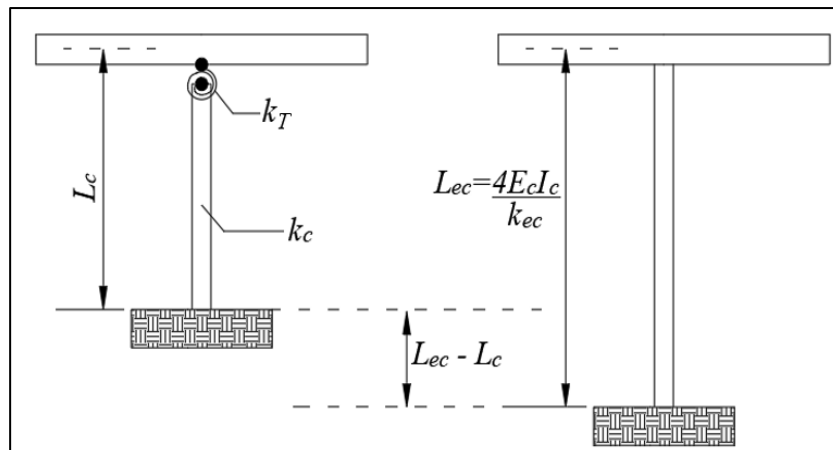


Fonte: autor.

Outra possibilidade para considerar a rigidez equivalente, que inclusive foi a adotada para o desenvolvimento do modelo mecânico desta pesquisa, é por meio do cálculo do comprimento equivalente para o pilar, de tal forma que a rigidez do pilar passe a ser a rigidez equivalente do conjunto, como representado pela Figura 4.7.



Figura 4.7 – Pilar equivalente.



Fonte: autor.

Por fim, ressalta-se que, embora o método capture os esforços solicitantes para lajes, a fim de dimensionar e calcular os estados limites últimos em diferentes situações, não foi encontrado na literatura aplicações do método para estimar esforços nos pilares. Esta possível lacuna no método não deve afetar o estudo do colapso para estruturas em laje lisa, pois estes se caracterizam pela particularidade de preservar os pilares após ocorrência de colapso, tendendo a falhar apenas as lajes, como ilustrado nas Figuras 4.8 e 4.9.

Figura 4.8 – Pilares quase intactos após colapso do Cassino Tropicana.



Fonte: Salem *et al.* (2012).

Figura 4.9 – Pilares quase intactos após colapso de laje em condomínio residencial.



Fonte: Machado e Varejão (2016).

Por esta razão, apenas os modos de falha da laje: flexões positivas nos vãos, flexões negativas nos apoios, punção nas ligações e falha da armadura contra o colapso progressivo, são abordados na análise de confiabilidade.

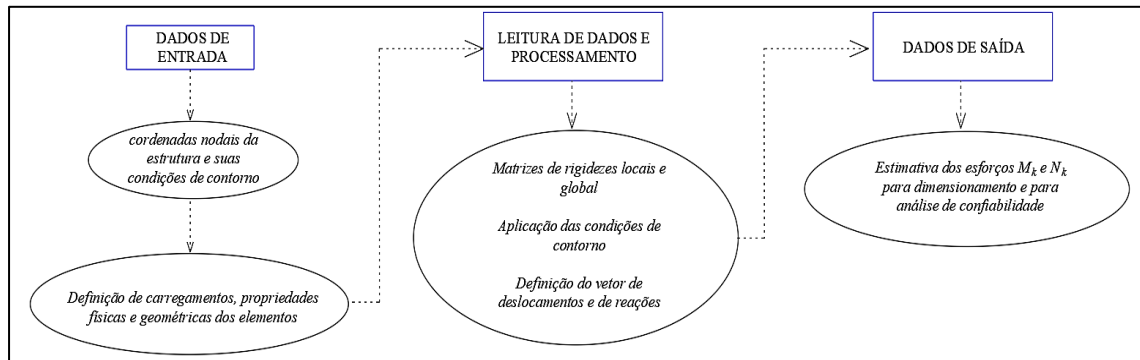
#### 4.1.3 Programa computacional para integração do MEF e MPE

O código desenvolvido para o módulo mecânico integra o MEF com o MPE, ou seja, os elementos de pórtico advindos da formulação em elementos finitos são adaptados de acordo com sua função estrutural em uma estrutura em lajes lisas, podendo ser um pilar, um trecho da laje ou um trecho da ligação laje/pilar.

É necessário adaptar as rigidezes dos trechos da ligação laje/pilar, tal como a altura equivalente das barras que compõem estes trechos. Além disso, é necessário calcular o comprimento equivalente dos pilares a fim de capturar no modelo a rigidez adequada. A linguagem utilizada para este desenvolvimento foi *MATLAB*.

Um resumo do fluxo de processamento do código desenvolvido está descrito na Figura 4.10.

Figura 4.10 – Fluxo de rotinas do *software* desenvolvido pelo autor, denominado MEF PÓRTICO.



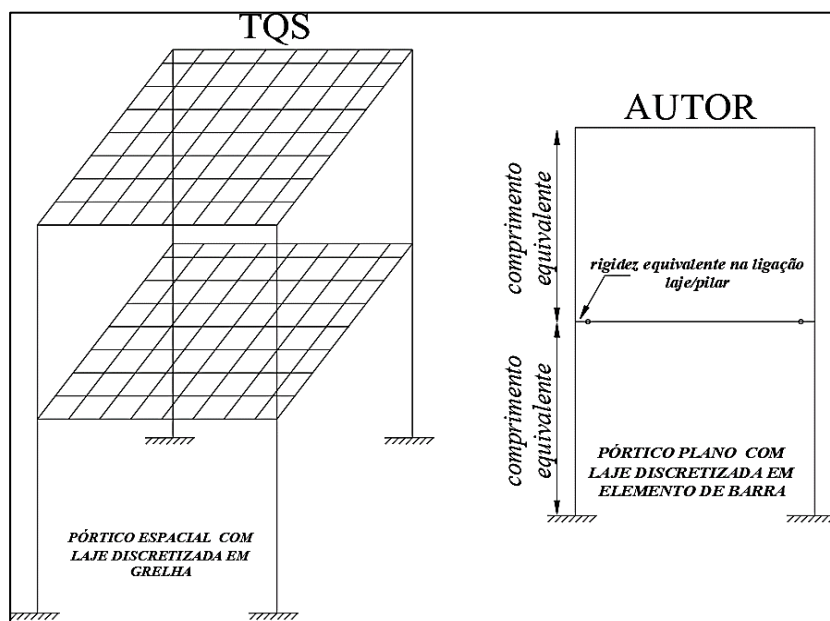
Fonte: autor.

O programa possui integração com a rotina de confiabilidade, desenvolvida por meio do *software* UQLab, que é desenvolvido também em *MATLAB*.

Os resultados do MEF PÓRTICO foram comparados com o *software* TQS, que possibilita a modelagem da estrutura como um pórtico espacial com lajes discretizadas como grelhas (Figura 4.11), essa possibilidade é conhecida no programa como modelo VI.

Em contrapartida, o programa desenvolvido nesta pesquisa visa, por meio apenas de elementos reticulados, alcançar resultados satisfatórios com a implementação das devidas adequações de rigidez aos elementos portantes. Esta simplificação visa otimizar o tempo de processamento quando aplicadas as rotinas de confiabilidade e de otimização.

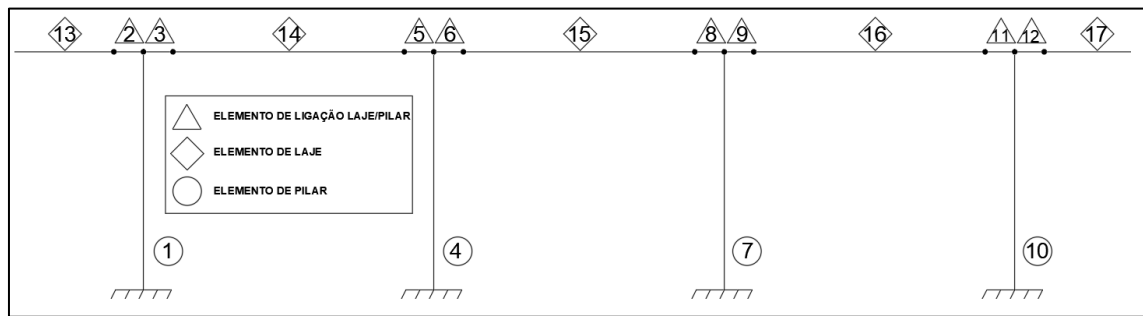
Figura 4.11 – Modelos de análise do TQS à esquerda e o do autor, à direita, que concilia MEF com MPE em um modelo 2D.



Fonte: autor.

A Figura 4.12 representa uma ilustração do modelo mecânico simulado no programa desenvolvido pelo autor, a fim de identificar a numeração dos elementos e as barras inseridas nos trechos de ligação laje/pilar, com altura útil e rigidez diferente do restante de barras da laje.

Figura 4.12 – Representação dos elementos modelados na rotina desenvolvida pelo autor.



Fonte: autor.

## 4.2 Erro de modelo

As equações de estado limite último possuem a finalidade de estimar a falha dos elementos analisados, seja em situação de dimensionamento, seja para a análise de confiabilidade, quando são eliminados das equações os coeficientes parciais de segurança e são introduzidas as variáveis aleatórias.

Bulleit (2008) afirma que uma significativa parte dos modelos estruturais adotados na análise e no dimensionamento estrutural simplifica muitos aspectos da estrutura, podendo até mesmo excluir alguns ou ser conceitualmente incorretos. Além disso, o autor também afirma que as incertezas de modelo podem ser passivas de ocorrer em função do quão bem calibrada uma equação é em relação a dados experimentais, como também em função do nível de previsibilidade do comportamento da estrutura.

Já segundo o JCSS (2001), as incertezas de modelo podem ocorrer também de duas formas: na consideração de modelos cujas equações possuem efeitos de natureza aleatória negligenciados ou por simplificações matemáticas no equacionamento.

Nesta pesquisa, a estratégia para consideração do erro de modelo,  $E_m$ , foi a partir da Equação (4.11), de acordo com Santos (2012).

$$E_m = \frac{F_{ref}}{F_{teo}} \quad (4.11)$$

O termo  $F_{ref}$  representa o esforço de referência ou real. Em contrapartida,  $F_{teo}$  representa o esforço obtido no modelo teórico ou simplificado. O valor de  $E_m$ , que pode ou não ser representado por uma variável aleatória na formulação do problema, indica se o modelo analítico ou numérico é conservador. O modelo ideal é aquele com variável  $E_m$  de média 1 (um) e desvio padrão 0 (zero).

No caso dos modelos de resistência à flexão e à punção, foram multiplicados às parcelas resistentes, para situação de estrutura intacta, variáveis aleatórias erro de modelo. A Tabela 4.1 ilustra parâmetros encontrados na literatura.

Tabela 4.1 – Variáveis aleatórias erro de modelo de resistência para a avaliação da confiabilidade das lajes em situação ainda intacta.

<b>Variáveis Aleatórias</b>	<b>Distribuição</b>	<b>Média</b>	<b>Desvio Padrão</b>	<b>Fonte</b>
$E_{Rp}$	Normal	0,1870	0,0200	(RABELLO, 2016)
$E_{Rp}'$	Normal	0,1766	0,0260	(RABELLO, 2016)
$E_{Rf}$	Lognormal	0,9900	0,0240	(SANTOS, 2012)

Fonte: Autor (2022).

A variável adicionada  $E_{Rf}$  consiste na variável aleatória erro de modelo para resistência de vigas à flexão apresentada por Santos (2012) e utilizada por Facholli e Beck (2022) em um estudo sobre confiabilidade de pórticos em concreto armado. Como a teoria de flexão em seção transversal pode ser a mesma para vigas e lajes, adotou-se este parâmetro na análise à flexão das lajes sem protensão.

Semelhante à estratégia utilizada na flexão, foi utilizada uma variável aleatória para melhorar a acurácia do modelo de resistência à punção de lajes sem armadura de cisalhamento,  $E_{Rp}$ , e outra variável aleatória para as lajes com armadura de cisalhamento,  $E_{Rp}'$  (RABELLO, 2016).

Como não foram encontrados parâmetros de uma variável aleatória que corrija o modelo de solicitação desenvolvido nesta pesquisa, que consiste em elementos finitos de pórtico para simulação de lajes lisas, baseado no Método dos Pórticos Equivalentes, utilizou-se o TQS para aferir o modelo simplificado em elementos finitos de pórtico. Ressalta-se que

este *software* também permite o comparativo e dimensionamento para lajes protendidas, além de permitir modelar lajes lisas.

Ao invés de levantar diversas amostras que comparem valores de referência no modelo de laje discretizada em grelha do TQS, com o modelo de elemento finito de pórtico, a fim de gerar uma curva de distribuição e parâmetros adequados para elaborar uma variável aleatória, preferiu-se por corrigir, exemplo a exemplo, o valor da solicitação de forma direta na equação, por meio do parâmetro  $E_{Sf}$ .

$$E_{Sf} = \frac{F_{TQS}}{F_{MEF}} \quad (4.11)$$

Para isso, é necessário modelar no TQS e no programa de elemento finito de pórtico, desenvolvido nesta pesquisa para dimensionamento e análise de confiabilidade, todos os exemplos que se pretende simular, incluindo as situações que se pretende avaliar sequência de falha, cada etapa sequencial deve ser modelada em ambos os programas. Assim, afere-se o esforço de referência no TQS,  $F_{TQS}$ , e divide-se este valor pelo esforço teórico,  $F_{MEF}$ , advindo do programa desenvolvido. Tornando mais acurado o parâmetro de solicitação. Os esforços citados são os momentos fletores atuantes na laje e as normais na ligação laje e pilar.

Esta estratégia é considerada a mais próxima do ideal para correção de erro de modelo, segundo RABELLO (2016).

A Equação 4.12 resume a estratégia de erro de modelo adotado nesta pesquisa.  $g(X)$  representa uma equação de estado limite qualquer,  $E_R$  representa o erro de modelo de resistência, que é uma variável aleatória, e  $E_{Sf}$  é o erro de modelo de solicitações, percebe-se que este é o único fator determinístico da equação de estado limite.  $R$  e  $S$  representam resistência e solicitação,  $X_R$  e  $X_S$  representam suas respectivas variáveis aleatórias.

$$g(X_R, X_S, X_E) = E_R(X_E)R(X_R) - E_{Sf}S(X_S) \quad (4.12)$$

### 4.3 Limites de confiabilidade

O cálculo da probabilidade de falha em sistemas envolve a avaliação de interseções e uniões de eventos múltiplos, no caso de uma laje lisa, por exemplo, pode ser a ruína por punção, as flexões positivas no vão ou as negativas nos apoios. Por não ser uma tarefa trivial a avaliação da relação entre os eventos de falha, Cornell (1967) definiu uma abordagem que permite a determinação da probabilidade de falha de sistemas por meio dos limites de

probabilidade. Quando considerados limites uni-modais, possibilidade mais simplista para a determinação do intervalo de probabilidades de falha, os limites são definidos como:

$$\max_{i=1}^n [P(F_i)] \leq p_{fSYS} \leq \sum_{i=1}^n P[F_i] \quad (4.13)$$

A fim de determinar um intervalo mais preciso, pois desconta a interseção dois a dois entre os diversos modos de falha, também pode-se aplicar os limites bi-modais (DITLEVSEN, 1979), considerados mais precisos que os uni-modais, com um nível de aproximação já satisfatório para diversos tipos de problemas:

$$P[F_1] + \sum_{i=2}^{nls} \max[0, P[F_i] - \sum_{j=1}^{i-1} P(F_i \cap F_j)] \leq p_{fSYS} \leq \sum_{i=1}^{nls} P[F_i] - \sum_{i=2}^{nls} \max_{i>j} [P(F_i \cap F_j)] \quad (4.14)$$

#### 4.4 Análise de confiabilidade via FORM

O método de confiabilidade utilizado para estimar as probabilidades de falha dos modelos desenvolvidos nesta pesquisa é o FORM – *First Order Reliability Method*, baseado na transformação de Hasofer e Lind (1974). Por ser um método de transformação, envolve a solução de um problema de otimização para busca do ponto de projeto.

Neste método, é possível incorporar à análise, além da média e covariância das variáveis aleatórias, informações a respeito de distribuição de probabilidades, como também a correlação entre as variáveis aleatórias do problema.

O método consiste basicamente em mapear a função de probabilidade conjunta,  $f_{\mathbf{X}}$ , do espaço padrão de projeto  $\mathbf{X}$  para o espaço isoprobabilístico  $\mathbf{Y}$ . Para tanto, é necessário aplicar o princípio da aproximação normal (DITLEVSEN, 1981) e a transformação de Nataf (1962).

O princípio da aproximação normal consiste em determinar, para um ponto  $x_i^*$ , uma distribuição normal equivalente que preserve o conteúdo de probabilidades da distribuição cumulativa conjunta original,  $F_{\mathbf{X}}(x_i^*)$ , neste ponto. Por conseguinte, a transformação de Nataf elimina possíveis correlações entre as variáveis, por meio da decomposição ortogonal ou da fatoração de Cholesky.

No espaço  $\mathbb{Y}$ , a equação de estado limite  $g_i(\mathbf{Y})$  é aproximada por um hiper-plano tangente a esta no ponto de projeto. Este ponto,  $\mathbf{y}^*$ , representa o de mais provável ocorrência no domínio de falha. Este pode ser obtido a partir do seguinte problema de otimização:

$$\begin{aligned} &\text{Determinar: } \mathbf{y}^* \\ &\text{Que minimize : } \|\mathbf{y}\| = \sqrt{\mathbf{y}^t \mathbf{y}} \\ &\text{Sujeito à restrição: } g(\mathbf{y}) = 0 \end{aligned} \tag{4.15}$$

Nesta equação,  $\mathbf{y}$  representa o vetor de variável aleatória no espaço isoprobabilístico, enquanto que  $\|\mathbf{y}\|$  é a distância do ponto e a origem. Essa solução fornece o índice de confiabilidade Hasofer e Lind (1974), denominado por  $\beta$ .

A transformação de  $\mathbb{X}$  para  $\mathbb{Y}$  é feita à medida que o algoritmo de otimização se move em direção ao ponto de projeto. Para alcançar a convergência de forma mais rápida, adotou-se o iHLRF (ZHANG e DER KIUREGHIAN, 1997; SUDRET e DER KIUREGHIAN, 2000), que é a versão melhorada do algoritmo de Hasofer e Lind (1974), HLRF, garantindo a convergência incondicional do algoritmo. Isso ocorre porque nesta versão há uma busca linear por um passo ótimo, ao invés de passos unitários.

Utilizando a propriedade de simetria da distribuição normal padrão, uma aproximação de primeira ordem da probabilidade de falha,  $p_f$ , pode ser dada por:

$$p_f \cong \Phi(-\beta) \tag{4.16}$$

Nesta equação,  $\Phi(\cdot)$  representa o operador função de distribuição de probabilidade cumulativa normal padrão. A contribuição de cada variável aleatória para as probabilidades de falha calculadas pode ser encontrada por:

$$\alpha(\mathbf{y}^*) = \frac{\nabla g(\mathbf{y}^*)}{\|\nabla g(\mathbf{y}^*)\|} \tag{4.17}$$

Nesta equação,  $\nabla g$  representa o vetor gradiente que contém as derivadas parciais das equações de estado limite em relação à cada variável aleatória, no espaço isoprobabilístico. O termo  $\alpha_i^2$  fornece uma aproximação linear da sensibilidade de cada variável aleatória em



relação à probabilidade de falha, o que fornece uma significância destas variáveis no problema de confiabilidade estrutural analisado.

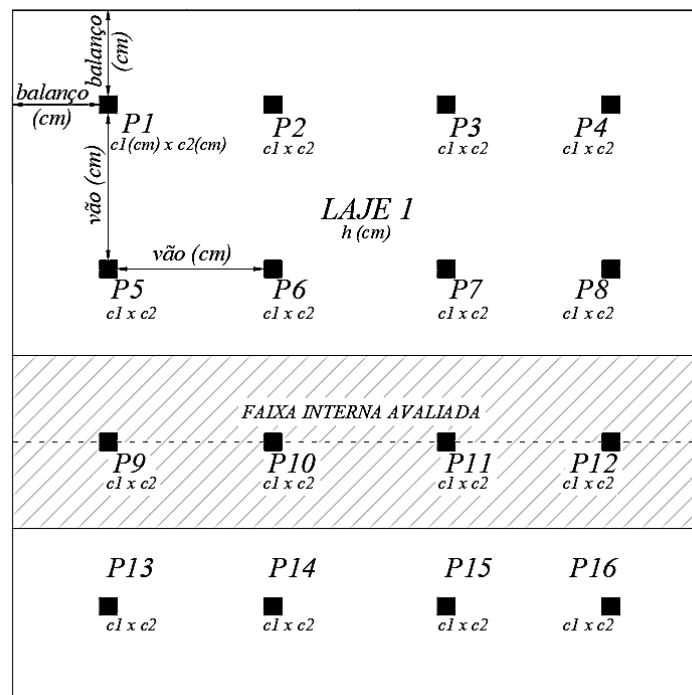
## 5 RESULTADOS

Nesta seção são apresentados os resultados para as implementações discutidas na seção 4.

### 5.1 Definição dos modelos e dimensionamento

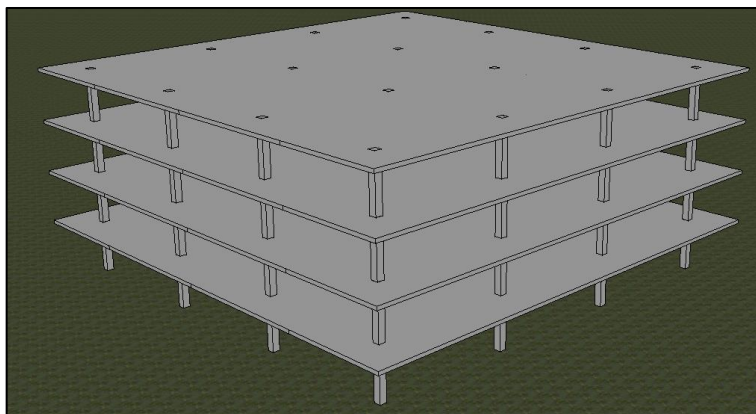
Nas Figuras 5.1 e 5.2 temos a representação de uma forma estrutural genérica que serviu como base para a definição dos modelos, tal como uma representação em perspectiva do edifício garagem idealizado.

Figura 5.1 – Forma base para desenvolvimento dos modelos.



Fonte: autor.

Figura 5.2 – Representação em perspectiva do edifício garagem.



Fonte: autor.

Os únicos valores fixos para todos os modelos constam na Tabela 5.1.

Tabela 5.1 – Parâmetros fixos do edifício garagem.

<b>Parâmetro (unidade)</b>	<b>Valor</b>
c1 (cm)	40
c2 (cm)	40
Balanço (cm)	200
Pé-direito (cm)	300
$f_{ck}$ (MPa)	30
Ação Permanente (kN/m <sup>2</sup> )	$25h$
Ação de ocupação para edifício garagem (kN/m <sup>2</sup> ) – ABNT NBR 6120:2019	3

Fonte: Autor.

Levando em consideração que a opção protendida costuma ser mais econômica para vãos acima de 7 metros (EMERICK, 2005), decidiu-se por comparar as tipologias de laje para vãos de 7, 8 e 9 metros. Totalizando nove modelos de dimensionamento, já que cada vão será dimensionado para três tipologias de laje, como descrito na Tabela 5.2.

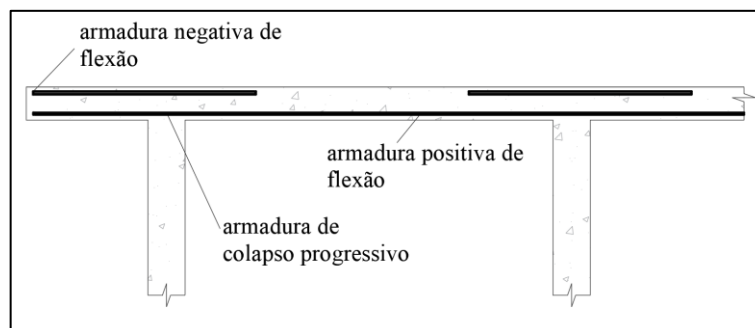
Tabela 5.2 – Lajes dimensionadas.

Nomenclatura do edifício	Armaduras existentes nas lajes	Vão (cm)
A700	Armadura de flexão e colapso progressivo	700
A800	Armadura de flexão e colapso progressivo	800
A900	Armadura de flexão e colapso progressivo	900
B700	Armadura de flexão, colapso progressivo e punção	700
B800	Armadura de flexão, colapso progressivo e punção	800
B900	Armadura de flexão, colapso progressivo e punção	900
C700	Armadura de flexão, colapso progressivo, punção e protensão	700
C800	Armadura de flexão, colapso progressivo, punção e protensão	800
C900	Armadura de flexão, colapso progressivo, punção e protensão	900

Fonte: Autor.

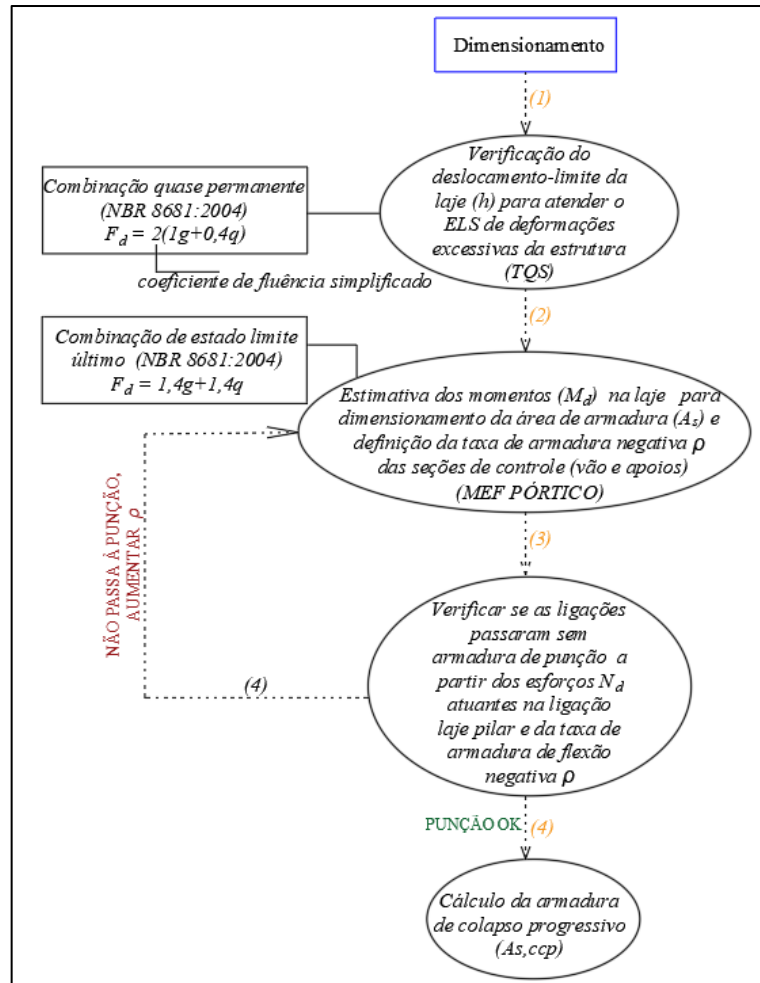
Uma representação em corte e a estratégia de dimensionamento das Lajes A estão definidos nas Figuras 5.3 e 5.4.

Figura 5.3 – Corte detalhando as armaduras utilizadas para dimensionamento da Laje A.



Fonte: autor.

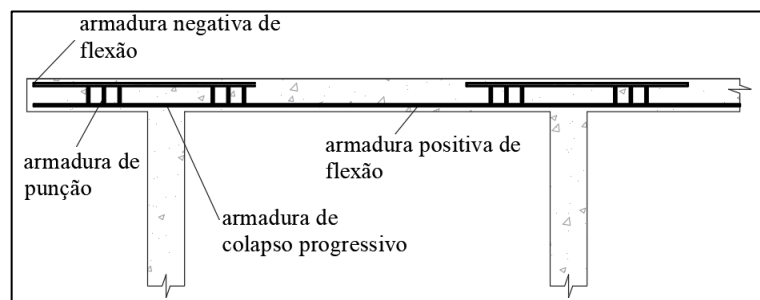
Figura 5.4 – Fluxograma para dimensionamento da Laje A.



Fonte: autor.

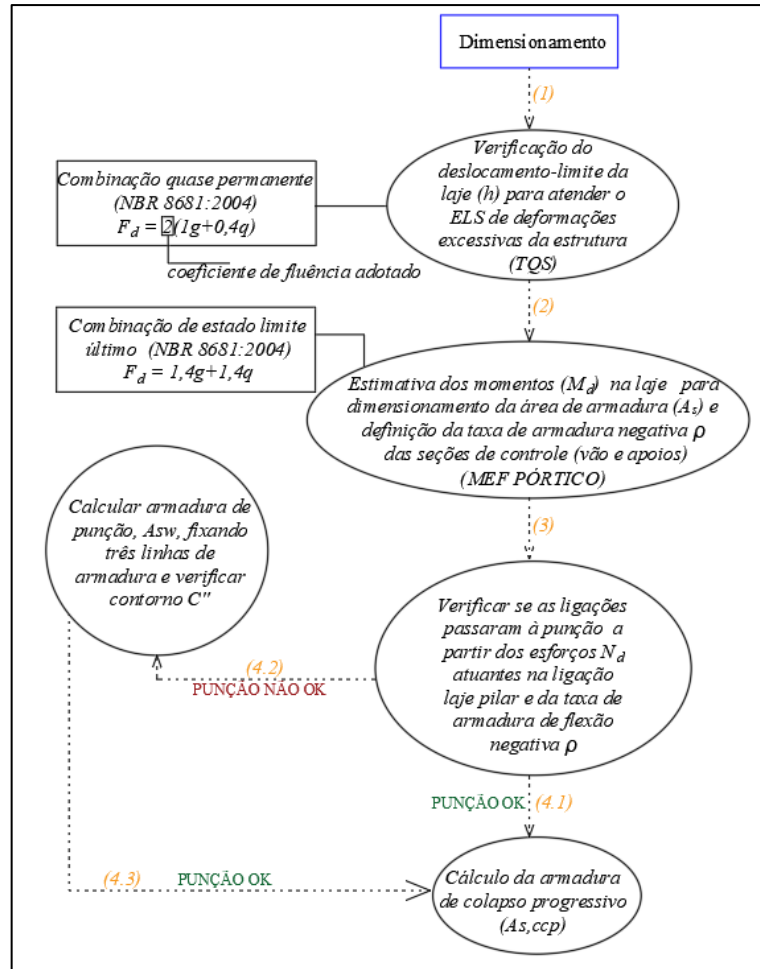
Já para as Lajes B, o corte e a estratégia de dimensionamento adotada estão de acordo com as Figuras 5.5 e 5.6.

Figura 5.5 - Corte detalhando as armaduras utilizadas para dimensionamento da Laje B.



Fonte: autor.

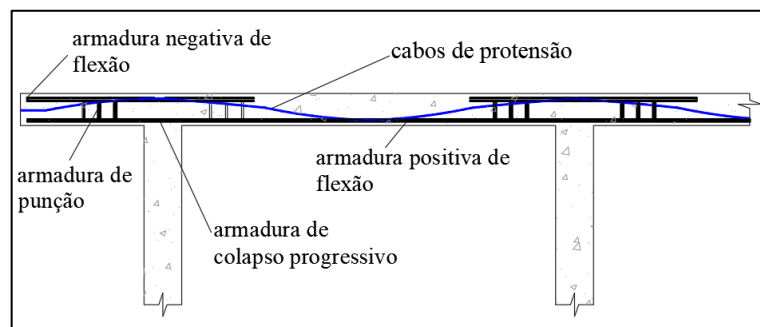
Figura 5.6 - Fluxograma para dimensionamento da Laje B.



Fonte: autor.

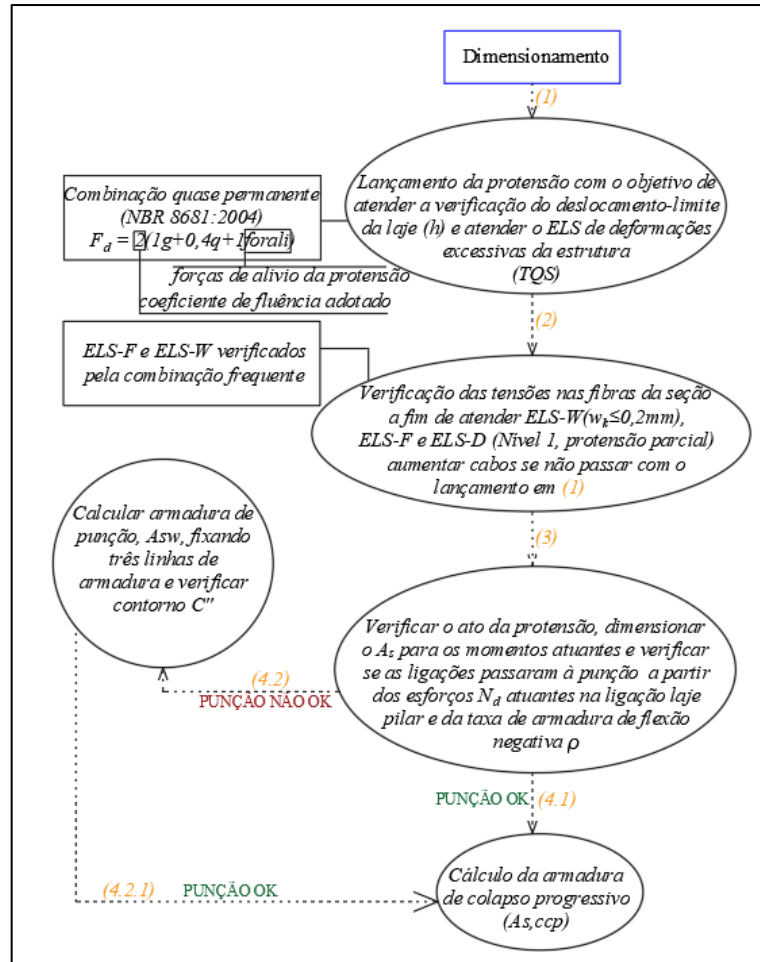
Por fim, para as Lajes C, o corte e a estratégia de dimensionamento adotada estão de acordo com as Figuras 5.7 e 5.8.

Figura 5.7 - Corte detalhando as armaduras utilizadas para dimensionamento da Laje C.



Fonte: autor.

Figura 5.8 - Fluxograma para dimensionamento da Laje C.



Fonte: autor.

Após os procedimentos citados, a espessura final das estrutura constam na Tabela 5.3. Ressalta-se que foi adotado para dimensionamento das armaduras o maior valor após as verificações de ELS e ELU.

Tabela 5.3 – Espessuras necessárias da laje após dimensionamento.

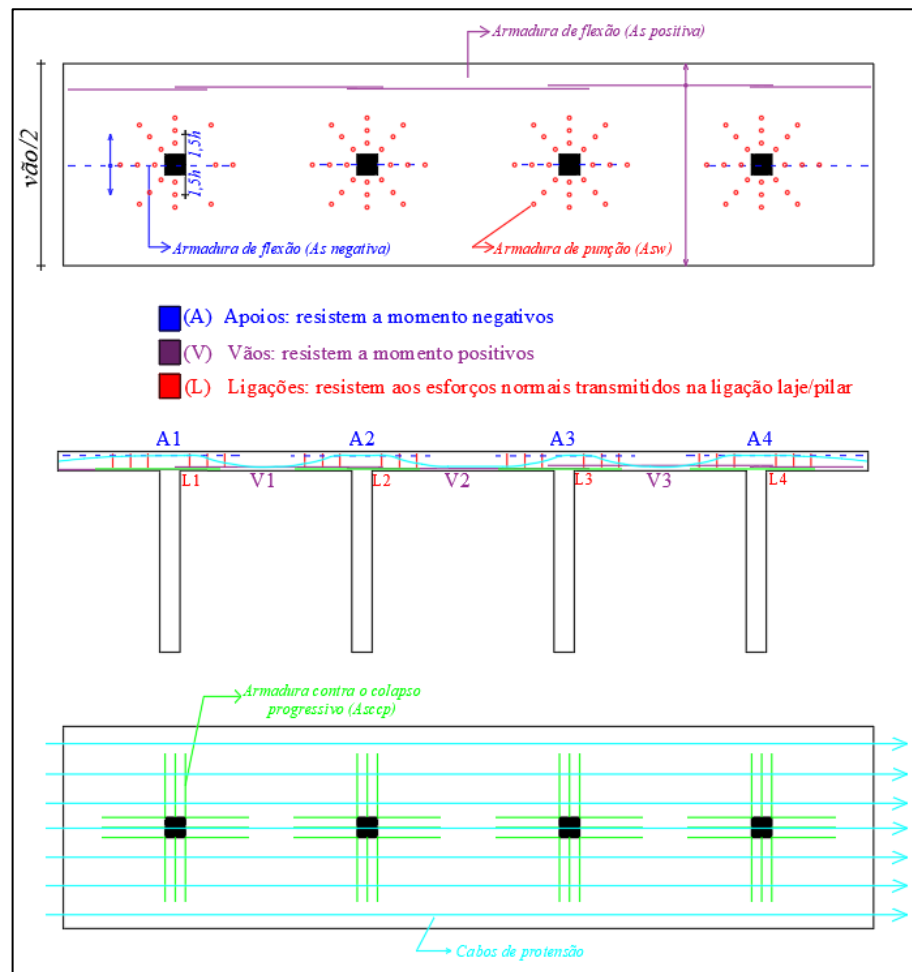
<b>Nomenclatura do edifício</b>	<b>Deslocamento admissível no meio do vão (cm)</b>	<b>Deslocamento calculado no meio do vão (cm)</b>	<b><i>h</i> (cm) adotada após verificações de ELS</b>	<b><i>h</i> (cm) adotada após verificações de ELU</b>
A700	2	1,85	17	18
A800	2,28	2,23	20	25
A900	2,57	2,57	24	33
B700	2	1,85	17	17
B800	2,28	2,23	20	20
B900	2,57	2,57	24	24
C700	2	1,60	16	16
C800	2,28	2,30	17	17
C900	2,57	2,51	22	22

Fonte: autor.

Uma vez definida a espessura necessária para atender os requisitos de ELU e ELS da ABNT NBR 6118:2023, define-se agora o valor das armaduras, ativas e passivas, calculadas em cada tipologia de laje. A Figura 5.9 permite identificar a posição das armaduras, contemplando as três tipologias de laje, tal como o elemento portante beneficiado com a armadura.



Figura 5.9 - Representação de todas as armaduras em planta e em corte, tal como a identificação dos elementos portantes.



Fonte: autor.

As Tabelas 5.4, 5.5 e 5.6 resume as armaduras dimensionadas em cada trecho de cada laje.

Tabela 5.4 – Armaduras de flexão dimensionadas.

<b>Nomenclatura do edifício</b>	<b><math>A_s</math> negativo A1 e A4 (cm<sup>2</sup>/m)</b>	<b><math>A_s</math> negativo A2 e A3 (cm<sup>2</sup>/m)</b>	<b><math>A_s</math> positivo V1 e V3 (cm<sup>2</sup>/m)</b>	<b><math>A_s</math> positivo V2 (cm<sup>2</sup>/m)</b>
A700	12	18	10	10
A800	15	18.25	15	15
A900	48	90	18	18
B700	13.75	20	10	10
B800	14	24	12	12
B900	16	26	16	16
C700	8.75	8.75	8.75	8.75
C800	8	11.25	10.5	10.5
C900	10	15	15	15

Fonte: autor.

Tabela 5.5 – Armadura de cisalhamento e contra o colapso progressivo dimensionadas.

<b>Nomenclatura do edifício</b>	<b><math>A_{sw}</math> absoluto L1 e L4 (cm<sup>2</sup>)</b>	<b><math>A_{sw}</math> absoluto L2 e L3 (cm<sup>2</sup>)</b>	<b><math>A_{sccp}</math> L1 e L4 (cm<sup>2</sup>)</b>	<b><math>A_{sccp}</math> L2 e L3 (cm<sup>2</sup>)</b>
A700	0	0	11.25	16
A800	0	0	18	26
A900	0	0	26	40
B700	19.2	19.2	11.25	16
B800	19.2	19.2	15.2	24
B900	19.2	48	22	32
C700	19.2	19.2	11.25	15
C800	19.2	30	15	20
C900	30	48	15	20

Fonte: autor.

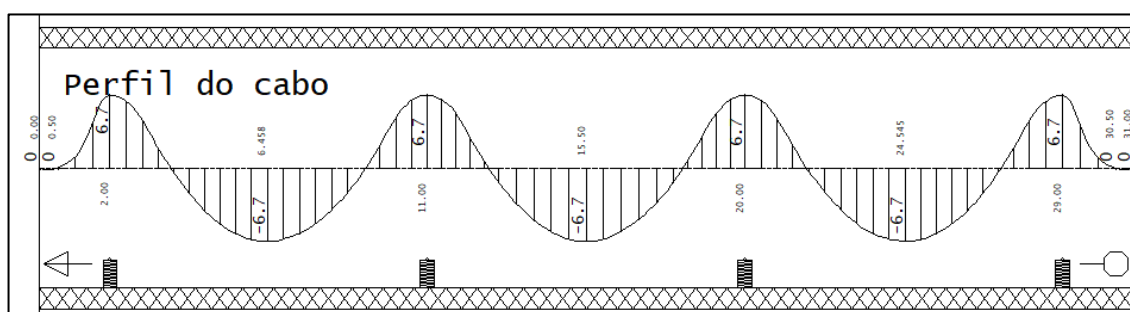
Tabela 5.6 – Quantidade de cabos adotadas para cada tipologia de laje protendida.

Nomenclatura do edifício	Quantidade de cabos CP-190 RB $\Phi$ 12,7mm
C700	16
C800	28
C900	30

Fonte: autor.

Para o caso das lajes protendidas, foi adotado o traçado padrão da Figura 5.10. Nos picos de momento, o cabo é levado até a excentricidade máxima, onde foi respeitado um cobrimento de 3,5 cm até a face do cabo.

Figura 5.10 - Representação do traçado dos cabos na faixa de laje protendida.



Fonte: autor.

Para todas as verificações realizadas no *software* TQS, as seguintes propriedades de materiais foram adotadas, de acordo com a Tabela 5.7.

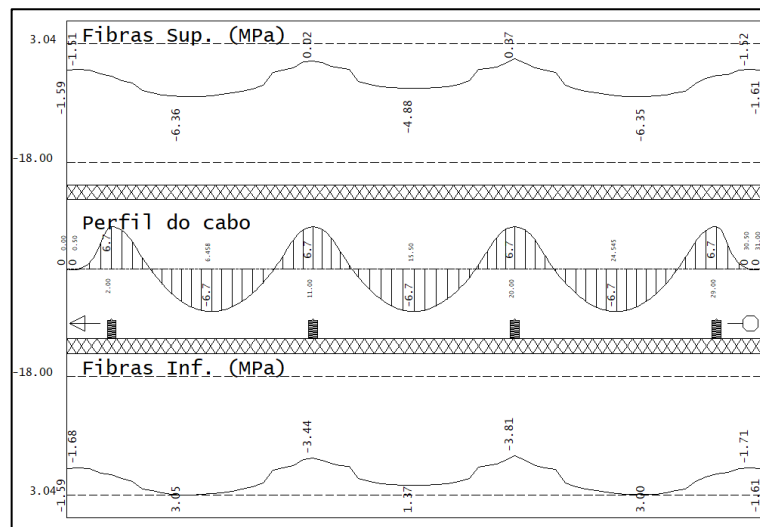
Tabela 5.7 – Parâmetros considerados no dimensionamento da protensão.

<b>Parâmetro</b>	<b>Valor (unidade)</b>
Cobrimento da armadura passiva	2,5 cm
Cobrimento da armadura ativa	3,5 cm
$f_{ck}$	30 MPa
$f_{ckj}$	21 MPa
Área do CP190 RB 12.7 mm	1 cm <sup>2</sup>
$E_p$ (ELU)	210000 MPa
Coefficiente de atrito (cordoalhas engraxadas)	0,08
Coefficiente de perda/metro (cordoalhas engraxadas)	0,0035/m
$\gamma_{hiper}$ favorável	0,9
$\gamma_{hiper}$ desfavorável	1
$P_{inicial}$	150 kN
$P_t$ no infinito	118,8 kN
Perdas ao longo do tempo $P_{\%}$	15%
$f_{pyk}$	1710 MPa
$f_{ptk}$	1900 MPa

Fonte: autor.

Além disso, foram feitas as verificações citadas na Figura 5.8, como por exemplo, a verificação de tensões nas fibras de extremidade na combinação frequente (Figura 5.11), que devem ser respeitadas para que a protensão seja considerada parcial.

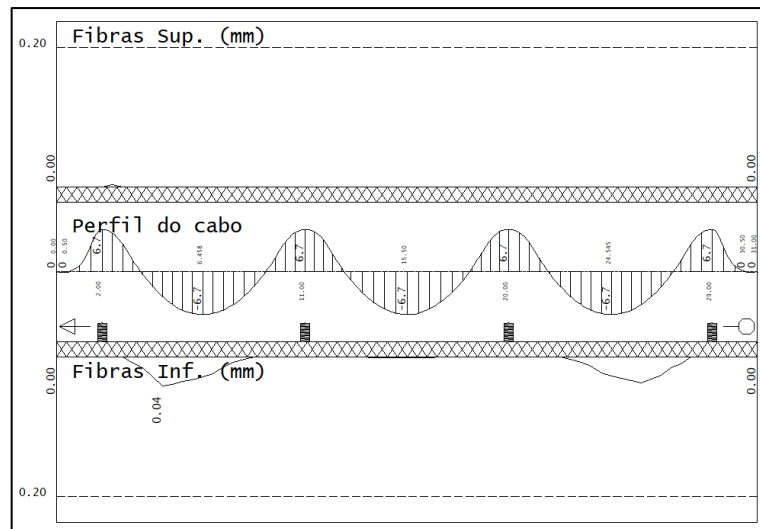
Figura 5.11 - Verificação dos limites de tensão nas fibras superior e inferior de uma faixa de laje lisa .



Fonte: autor.

Outra verificação foi em relação aos limites de fissuração das seções da faixa de laje protendida, de acordo com a Figura 5.12, também na combinação frequente.

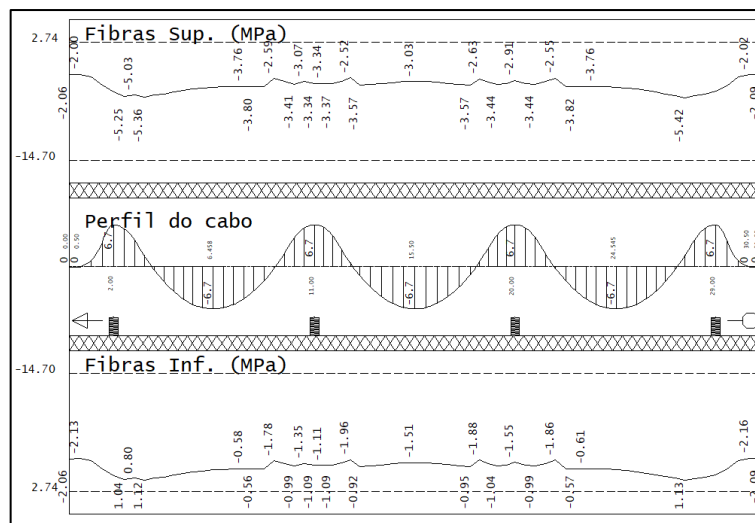
Figura 5.12 - Verificação dos limites de tensão nas fibras superior e inferior de uma faixa de laje lisa .



Fonte: autor.

Também foi verificado o ato da protensão, de acordo com a Figura 5.13.

Figura 5.13 - Verificação do ato da protensão.



Fonte: autor.

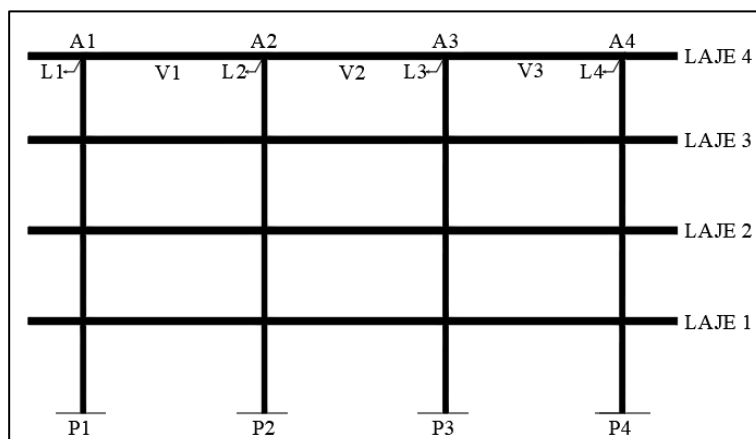
Com essas informações fica concluído o dimensionamento dos nove modelos de laje, a fim de avaliar a confiabilidade das faixas centrais de lajes lisas em situação intacta e em situação de remoção de pilar central.

## 5.2 Erro de modelo entre TQS e MEF PÓRTICO

As Figuras a seguir ilustram os resultados dos erros de modelo de esforços do TQS em relação ao MEF PÓRTICO, além do valor do erro médio de momentos e normais ( $\bar{E}_{momento}$  e  $\bar{E}_{normal}$ ). O objetivo, além de validar o uso do Método dos Pórticos Equivalentes, foi calcular o erro médio em cada elemento portante, para compor a equação de estado limite nas análises de confiabilidade, nas parcelas de solicitação.

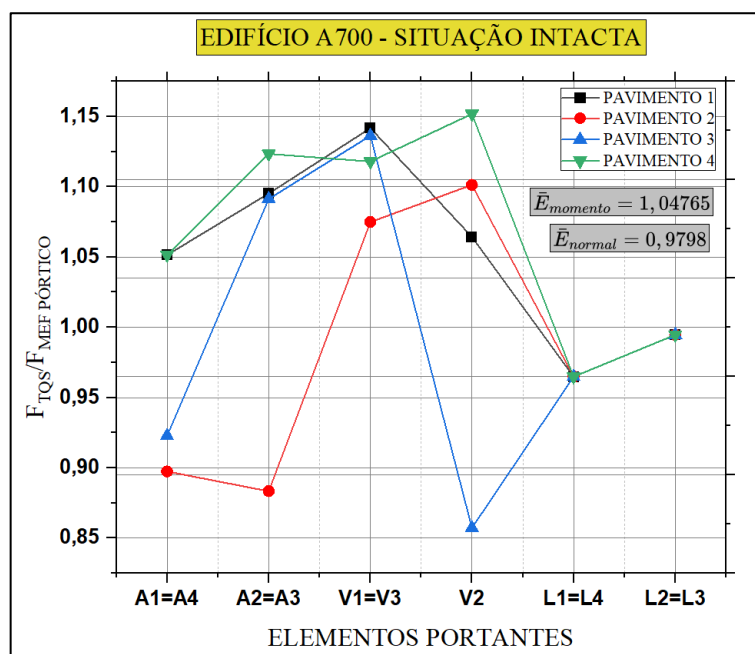
O erro ( $F_{TQS}/F_{MEF\ PÓRTICO}$ ) foi calculado em relação aos momentos fletores atuantes nos vãos (V1, V2 e V3) e apoios (A1, A2, A3 e A4), além dos esforços normais atuantes nas ligações (L1, L2, L3 e L4), de acordo com a Figura 5.14.

Figura 5.14 – Legenda dos elementos portantes e lajes no pórtico.



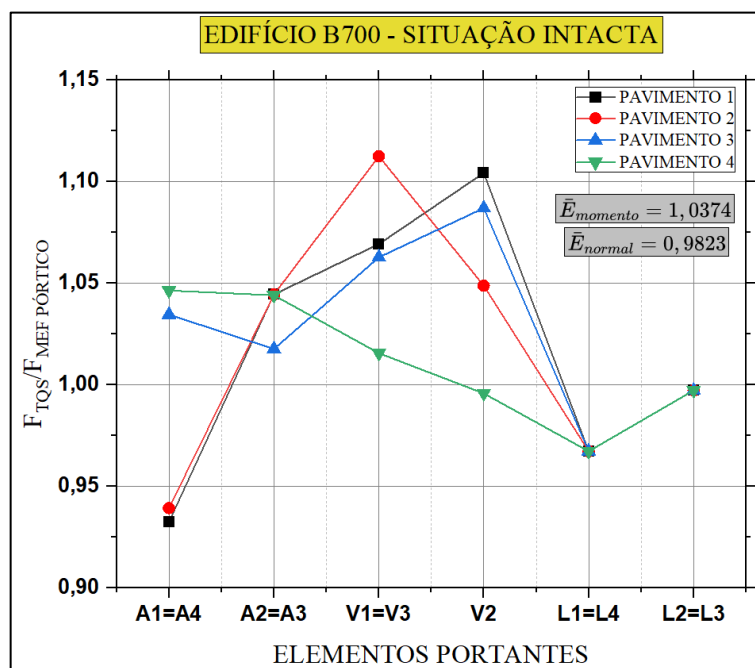
Fonte: autor.

Figura 5.15 – Erros de modelo de solicitações entre o TQS e o MEF PÓRTICO para o edifício A700 em situação intacta.



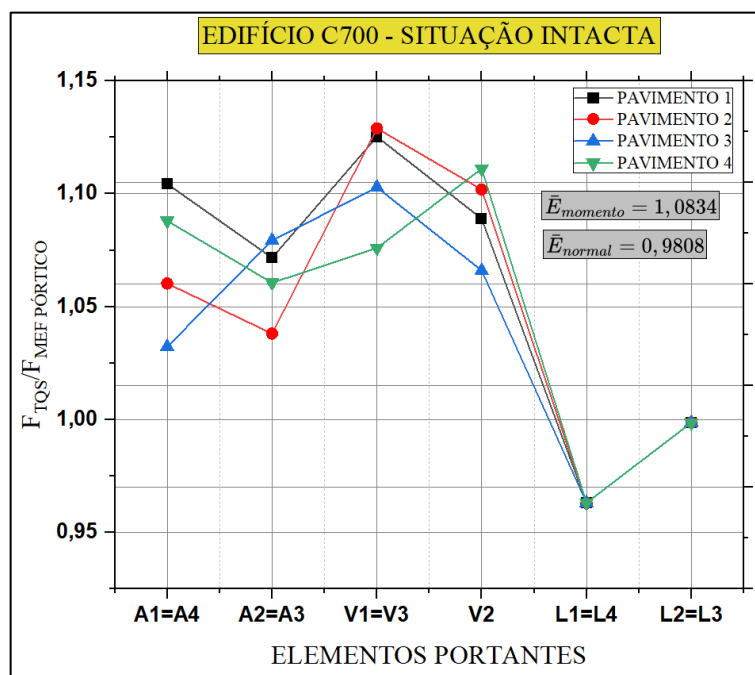
Fonte: autor.

Figura 5.16 – Erros de modelo de solicitações entre o TQS e o MEF PÓRTICO para o edifício B700 em situação intacta.



Fonte: autor.

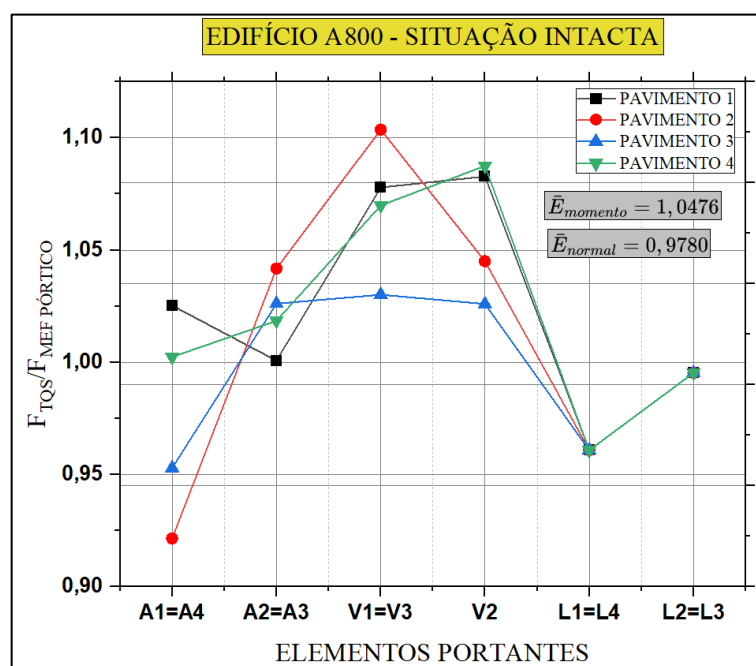
Figura 5.17 – Erros de modelo de solicitações entre o TQS e o MEF PÓRTICO para o edifício C700 em situação intacta.



Fonte: autor.

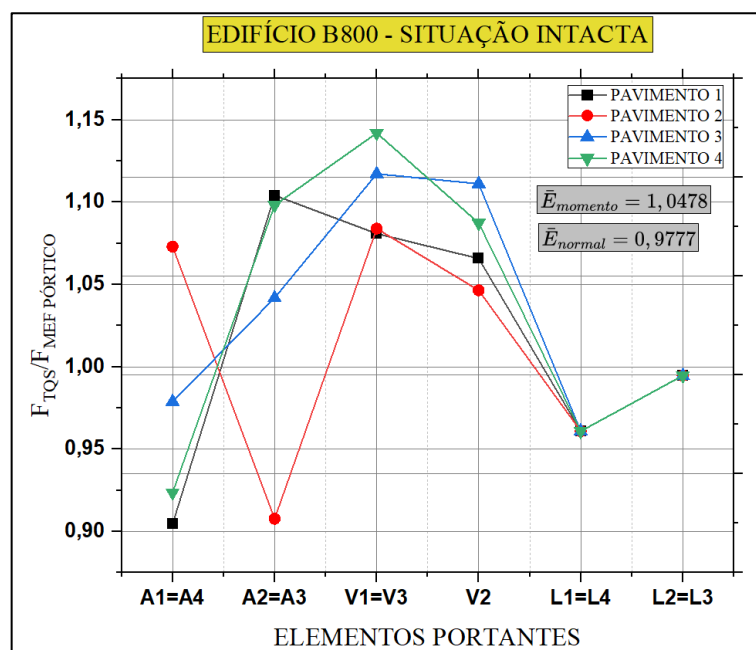


Figura 5.18 – Erros de modelo de solicitações entre o TQS e o MEF PÓRTICO para o edifício A800 em situação intacta.



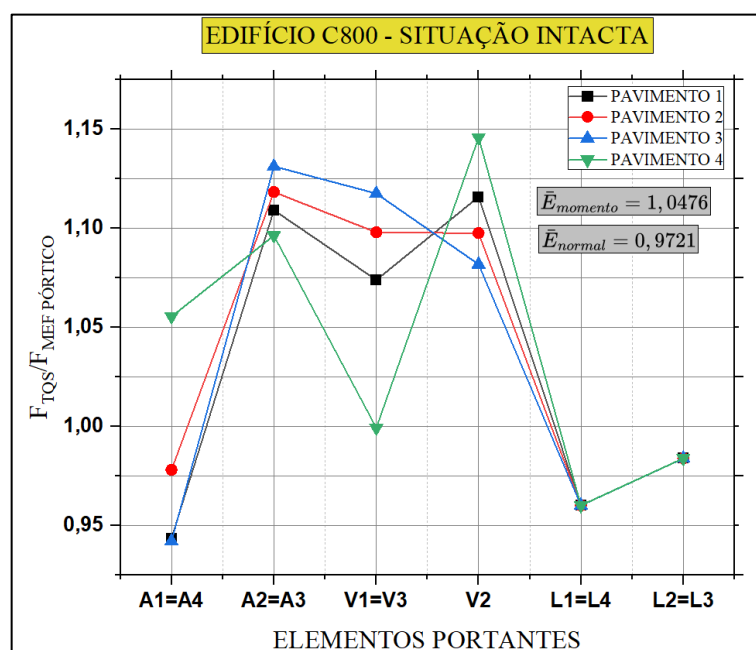
Fonte: autor.

Figura 5.19 – Erros de modelo de solicitações entre o TQS e o MEF PÓRTICO para o edifício B800 em situação intacta.



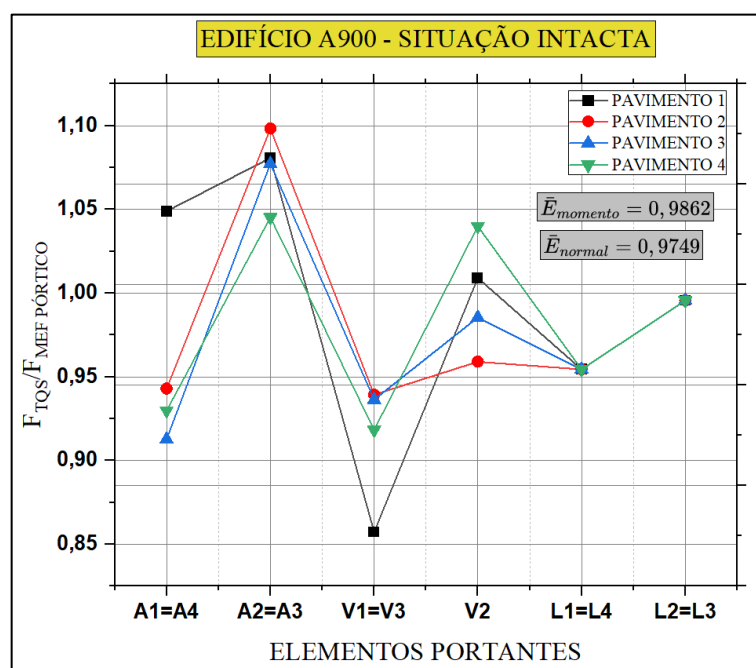
Fonte: autor.

Figura 5.20 – Erros de modelo de solicitações entre o TQS e o MEF PÓRTICO para o edifício C800 em situação intacta.



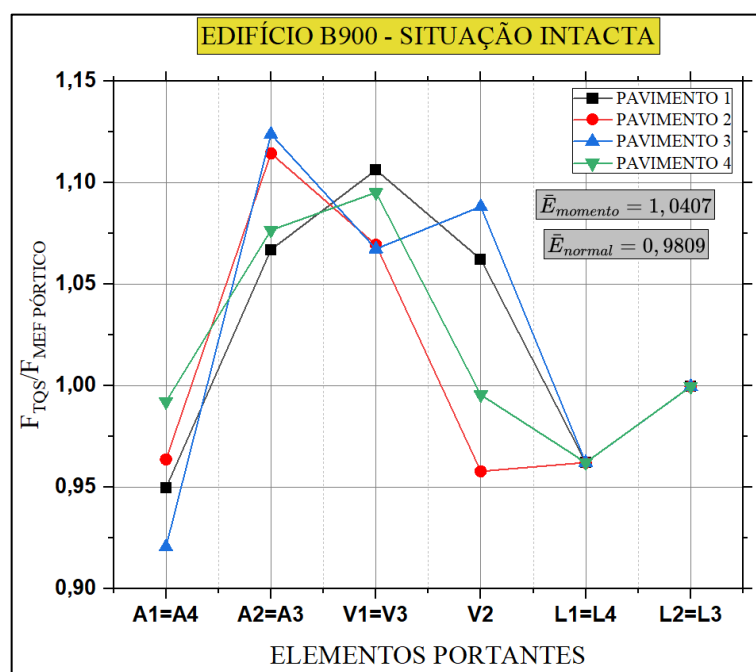
Fonte: autor.

Figura 5.21 – Erros de modelo de solicitações entre o TQS e o MEF PÓRTICO para o edifício A900 em situação intacta.



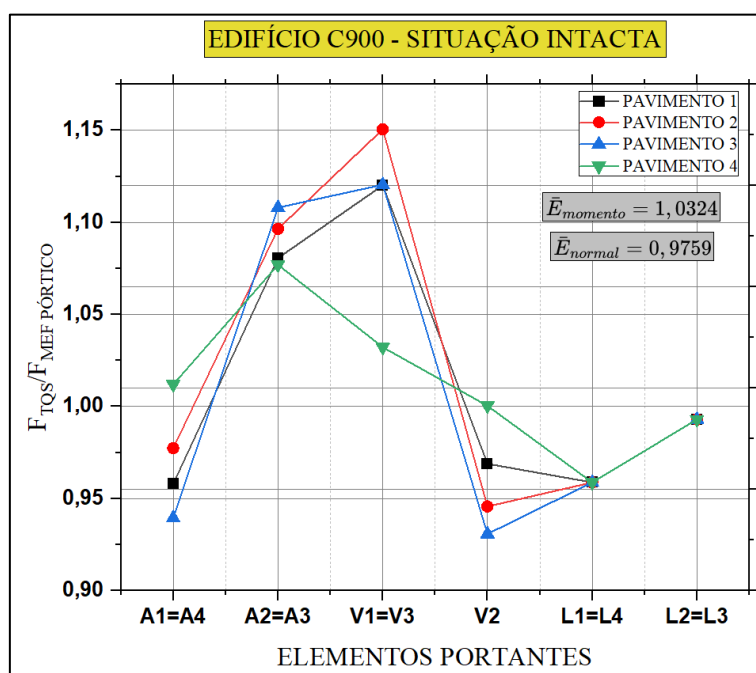
Fonte: autor.

Figura 5.22 – Erros de modelo de solicitações entre o TQS e o MEF PÓRTICO para o edifício B900 em situação intacta.



Fonte: autor.

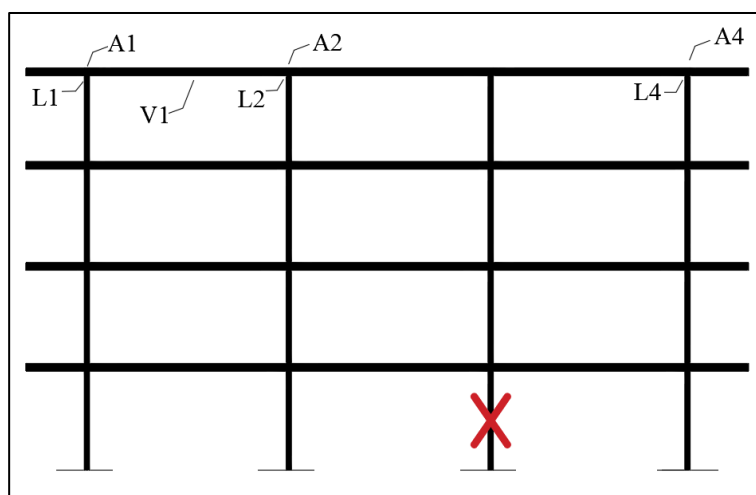
Figura 5.23 – Erros de modelo de solicitações entre o TQS e o MEF PÓRTICO para o edifício C900 em situação intacta.



Fonte: autor.

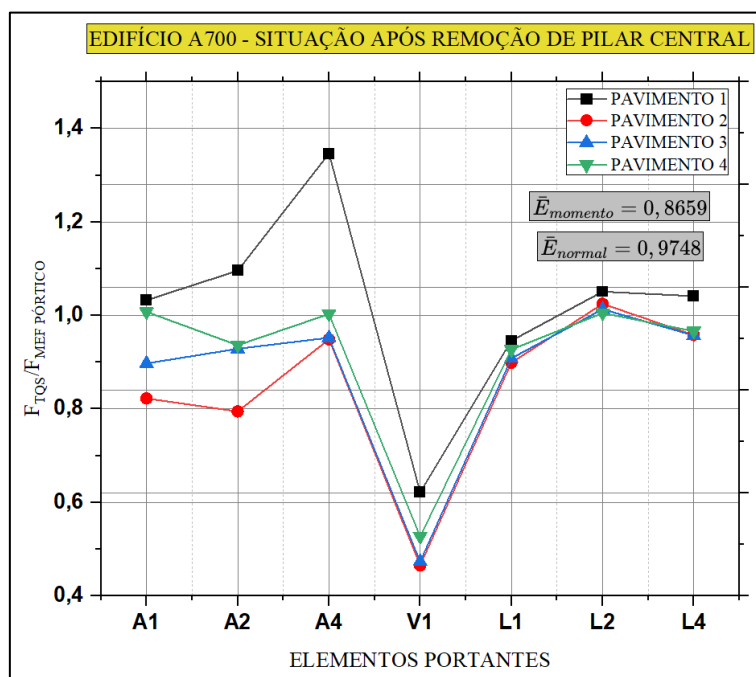
Para os erros de modelo da estrutura sem pilar central, perceba que deixam de ser monitorados os esforços nas seções de controle L3, A3, V2 e V3, restando apenas os demais, como ilustra a Figura 5.24. Além disso, não há mais coincidências entre os esforços de alguns elementos, como havia na situação intacta.

Figura 5.24 – Legenda dos elementos portantes e lajes no pórtico após remoção de pilar central.



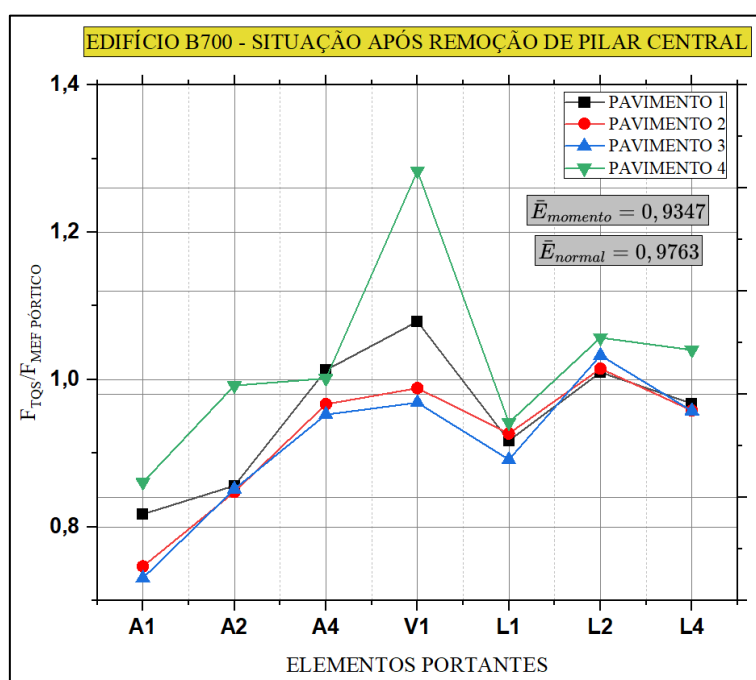
Fonte: autor.

Figura 5.25 – Erros de modelo de solicitações entre o TQS e o MEF PÓRTICO para o edifício A700 em situação de remoção de pilar central.



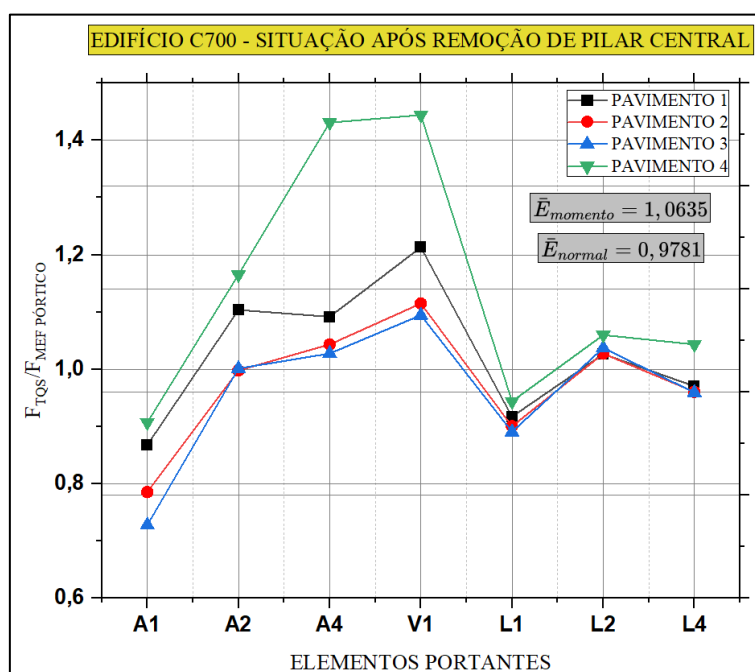
Fonte: autor.

Figura 5.26 – Erros de modelo de solicitações entre o TQS e o MEF PÓRTICO para o edifício B700 em situação de remoção de pilar central.



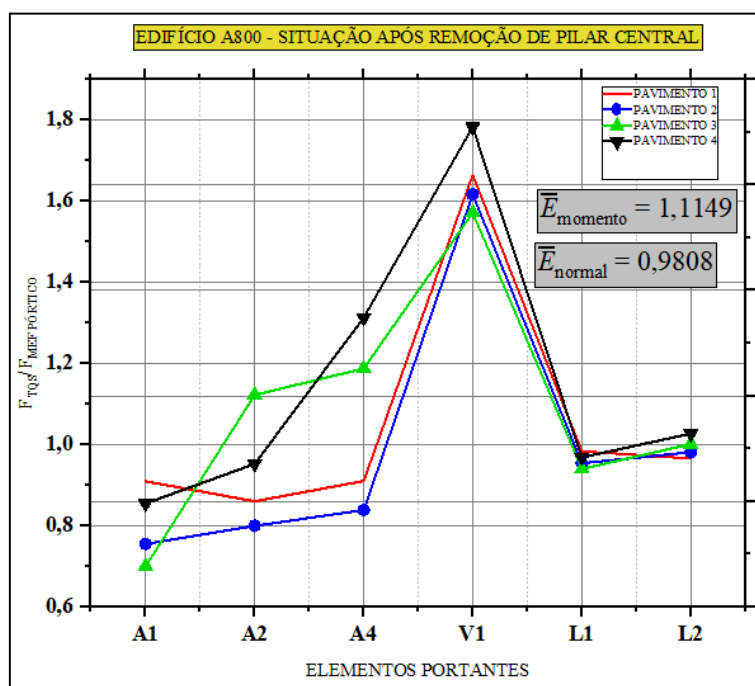
Fonte: autor.

Figura 5.27 – Erros de modelo de solicitações entre o TQS e o MEF PÓRTICO para o edifício C700 em situação de remoção de pilar central.



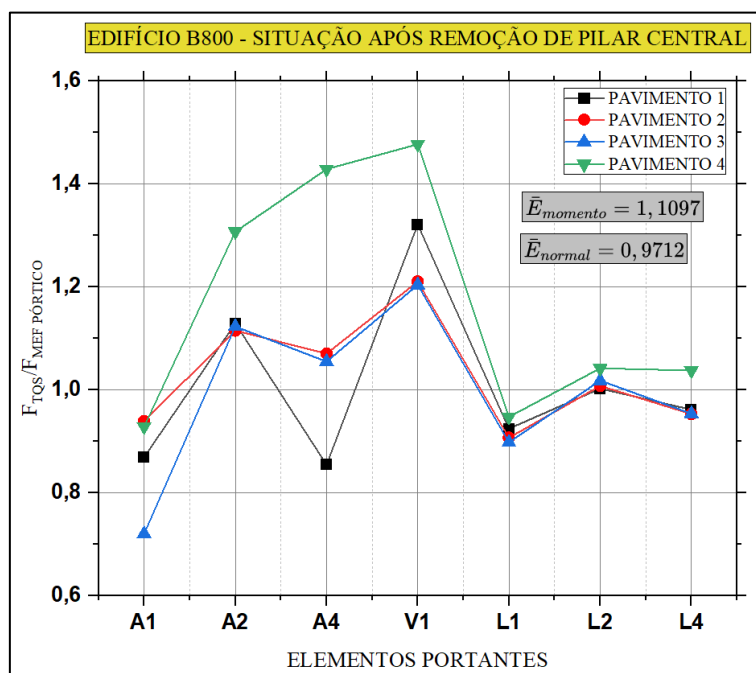
Fonte: autor.

Figura 5.28 – Erros de modelo de solicitações entre o TQS e o MEF PÓRTICO para o edifício A800 em situação de remoção de pilar central.



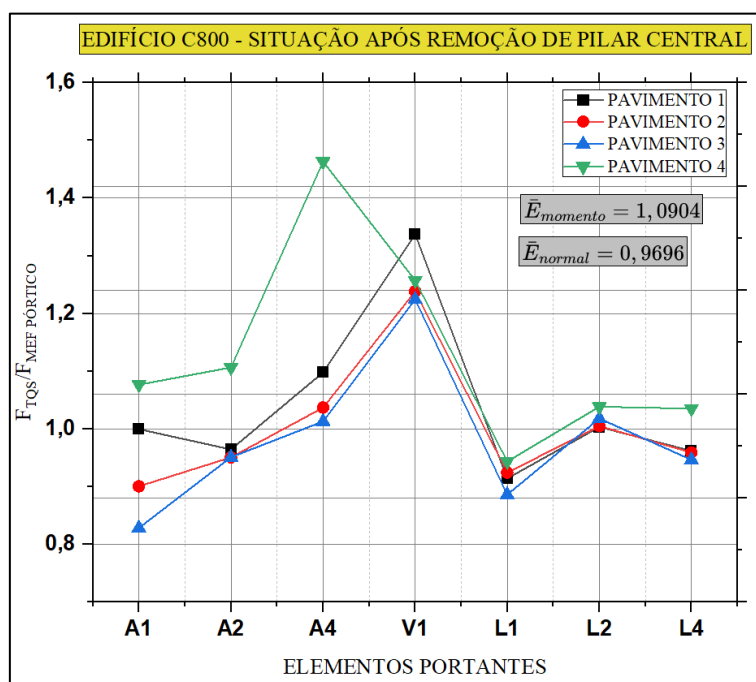
Fonte: autor.

Figura 5.29 – Erros de modelo de solicitações entre o TQS e o MEF PÓRTICO para o edifício B800 em situação de remoção de pilar central.



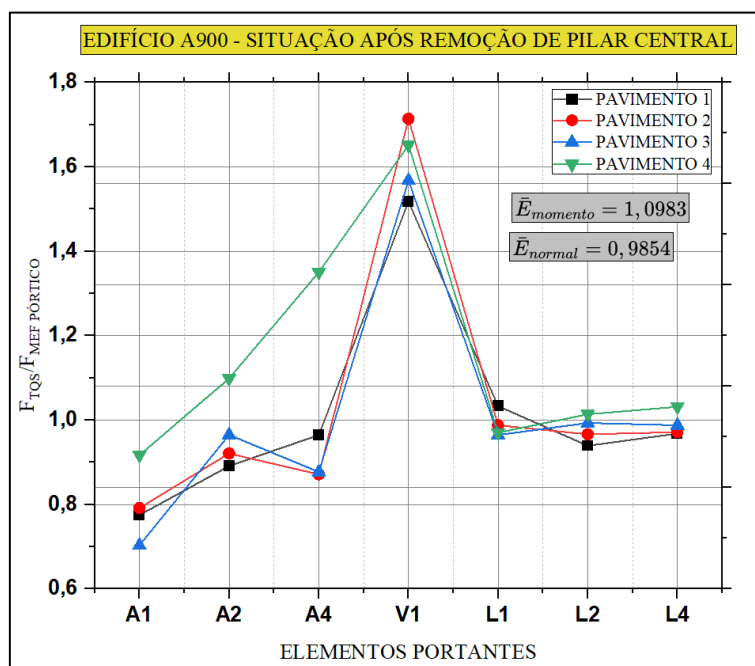
Fonte: autor.

Figura 5.30 – Erros de modelo de solicitações entre o TQS e o MEF PÓRTICO para o edifício C800 em situação de remoção de pilar central.



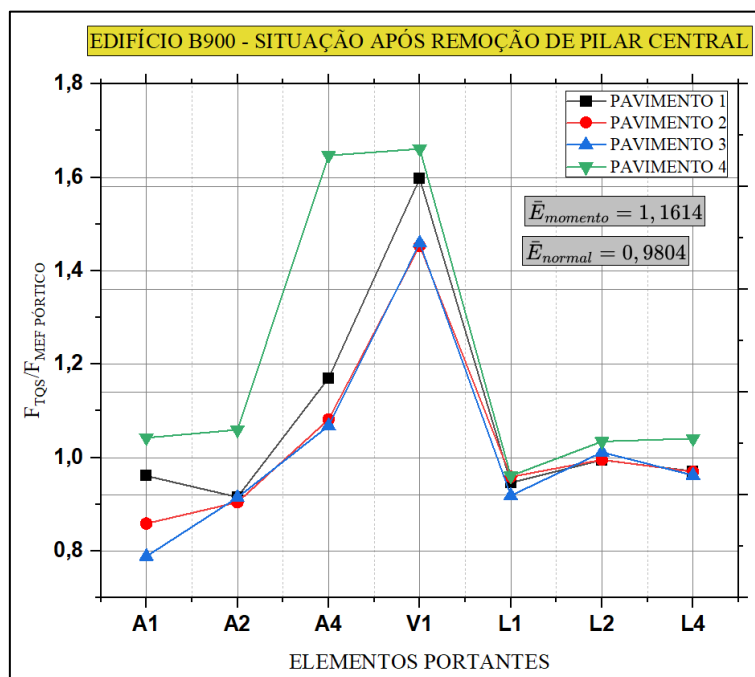
Fonte: autor.

Figura 5.31 – Erros de modelo de solicitações entre o TQS e o MEF PÓRTICO para o edifício A900 em situação de remoção de pilar central.



Fonte: autor.

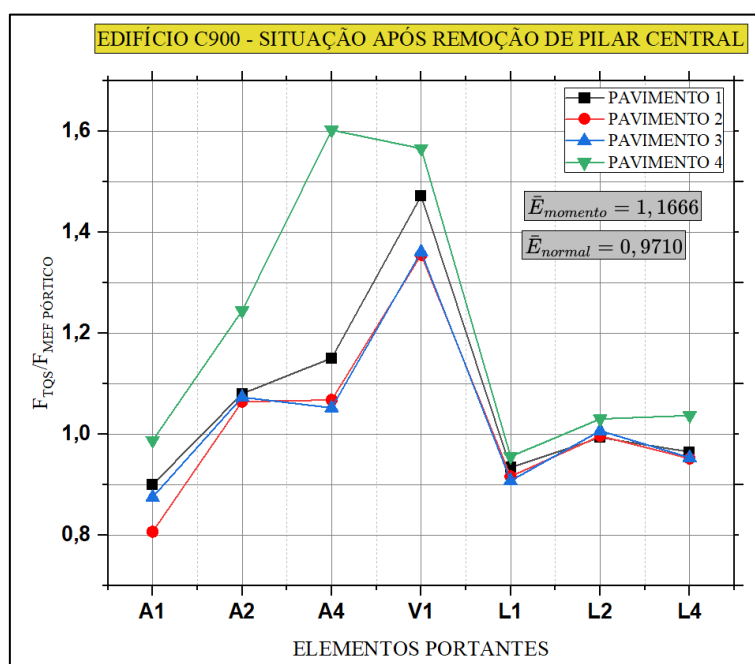
Figura 5.32 – Erros de modelo de solicitações entre o TQS e o MEF PÓRTICO para o edifício B900 em situação de remoção de pilar central.



Fonte: autor.



Figura 5.33 – Erros de modelo de solicitações entre o TQS e o MEF PÓRTICO para o edifício C900 em situação de remoção de pilar central.



Fonte: autor.

### 5.3 Confiabilidade das lajes

O método adotado para estimar os índices de confiabilidade, e, consequentemente as probabilidades de falha das lajes foi o método de transformação FORM, via *software* UQLab, que é compatível com modelos mecânicos desenvolvidos em *MATLAB*, como é o caso desta pesquisa. A Tabela 5.8 ilustra as variáveis aleatórias consideradas nas simulações dos edifícios.

Tabela 5.8 – Variáveis aleatórias consideradas nas análises de confiabilidade.

Variáveis Aleatórias	Distribuição	Média	Desvio Padrão	Tipos de laje presente	Fonte
$f_c$	Normal	$1,2200f_{ck}$	$0,1830f_{ck}$	A, B, C, intactas e danificadas	(SANTIAGO, 2019)
$f_y$	Normal	$1,2200f_{yk}$	$0,0488f_{yk}$	A, B, C, intactas e danificadas	(SANTIAGO, 2019)
$f_{pt}$	Normal	$1,0899f_{ptk}$	$0,055f_{ptk}$	C, intactas e danificadas	(SAN MARTINS, 2014)
$g$	Normal	$1,0600g$	$0,1272g$	A, B, C, intactas	(SANTIAGO, 2019)
$q_{50}$	Gumbel	$0,9890q$	$0,0278q$	A, B, C, intactas	(COSTA e BECK, 2024)
$q_{apt}$	Gamma	$0,25 q$	$0,1375q$	A, B, C danificadas	(SANTIAGO, 2019)
$E_{Rp}$	Normal	0,1870	0,0200	A intactas	(RABELLO, 2016)
$E_{Rp}'$	Normal	0,1766	0,0260	B intactas	(RABELLO, 2016)
$E_{Rf}$	Lognormal	0,9900	0,0240	A e B intactas	(SANTOS, 2012)

Fonte: autor.

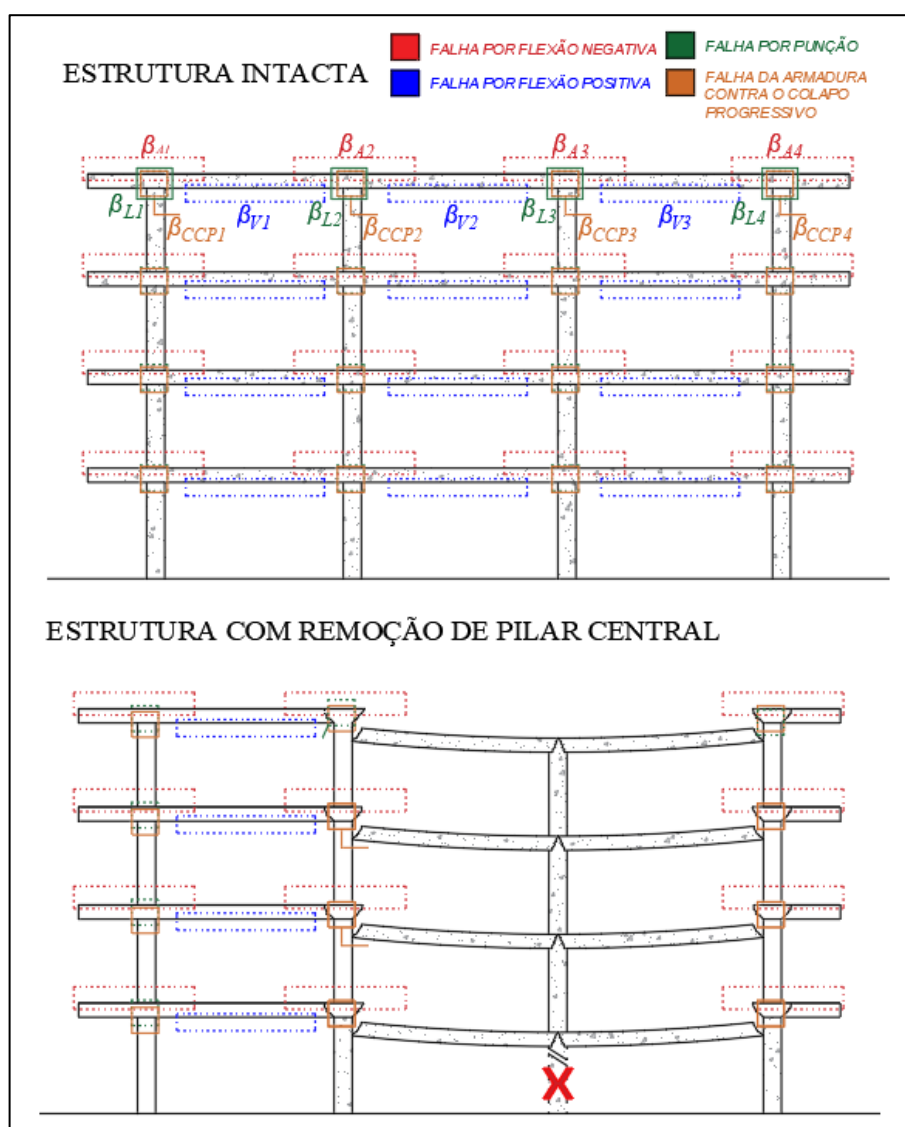
Para os edifícios com lajes tipo A, as equações de estado limite são  $g_{flexão}(\mathbf{X})$  para apoios e vãos,  $g_{punçãoA}(\mathbf{X})$  para o estado limite à punção sem armadura de cisalhamento e sem protensão, que ocorre nas ligações laje e pilar. Já para as lajes tipo B, as equações de estado limite são também  $g_{flexão}(\mathbf{X})$  para as flexões de apoios e vãos, mas a punção é calculada agora considerando a armadura de cisalhamento,  $g_{punçãoB}(\mathbf{X})$ . Por fim, as lajes tipo C têm a ruína a flexão de apoios e vãos calculada por  $g_{flexão}(\mathbf{X})$  e a punção por  $g_{punçãoC}(\mathbf{X})$ . A equação para previsão de falha da ACCP,  $g_{CCP}(\mathbf{X})$ , é a mesma para todas as tipologias de laje. Contudo, nas lajes protendidas, não foi considerado o efeito benéfico da protensão nesse modo de falha.

A variável  $q_{50}$  representa a máxima ação de ocupação para um período de retorno de 50 anos e é utilizada apenas para situação intacta. Em contrapartida,  $q_{apt}$  representa a ação

de ocupação para um ponto arbitrário no tempo (*arbitrary-point-in-time*), utilizada para a situação danificada com remoção de pilar central.

A Figura 5.34 ilustra os modos de falha monitorados nos pórticos intactos e danificados. Destaca-se que a ACCP é considerada uma redundância passiva, ou seja, só é ativada após a falha de outro elemento portante, no caso, a ligação que resiste à punção.

Figura 5.34 – Edifício intacto e com remoção de pilar na ótica da análise de confiabilidade, onde é possível perceber os elementos e seus modos de falha.



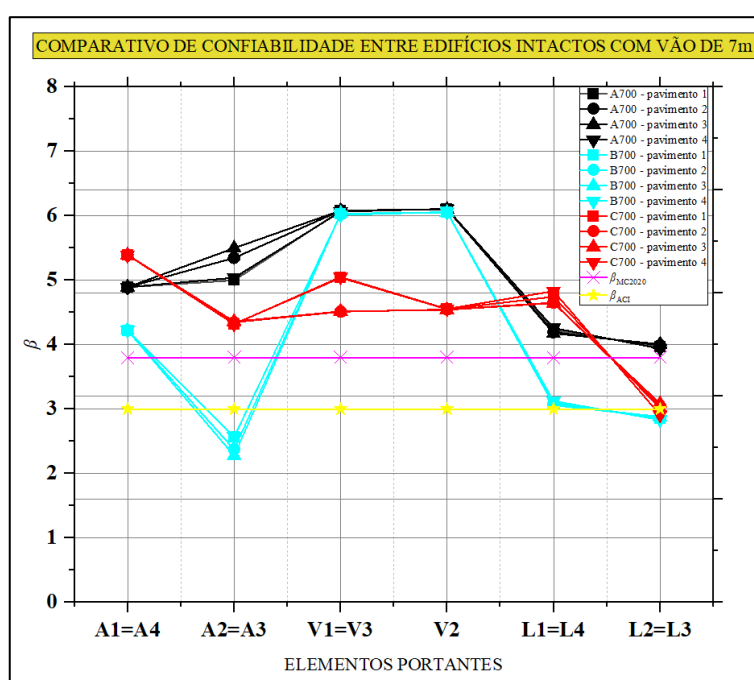
Fonte: autor.

Cada laje, seja na situação intacta, ou na situação danificada, teve sua  $p_{fSYS}$  calculada pela média dos limites uni-modais. Atentando-se que o índice de

confiabilidade referente à ACCP está sempre condicionada à falha à punção, pois é projetada como uma redundância passiva, ou seja, só é ativada após a falha de outro elemento portante, no caso, a ligação que resiste à punção.

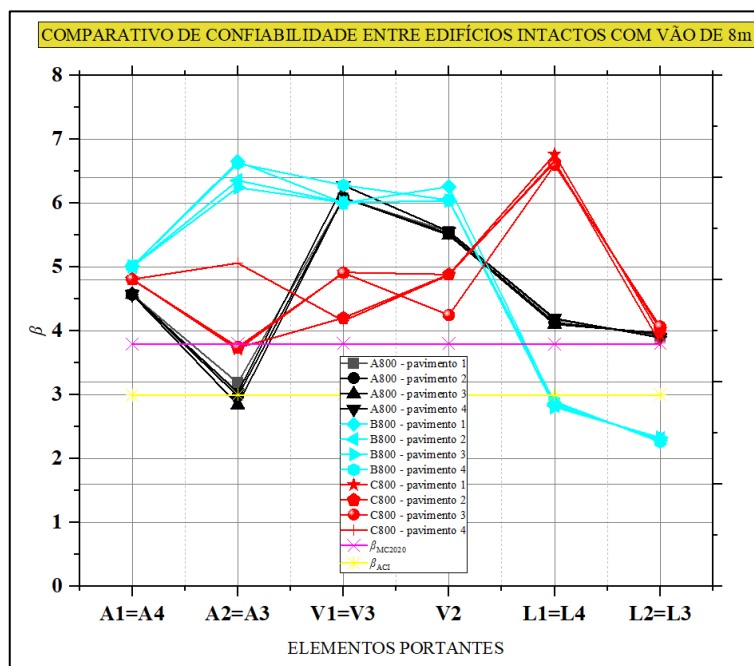
Nas situações intactas, a confiabilidade dos elementos foi comparada com os índices de confiabilidade alvo do MC 2010 e do ACI 318:2019, de acordo com as Figuras 5.35, 5.36 e 5.37.

Figura 5.35 – Comparativo de confiabilidade entre edifícios intactos com vão de 7 metros.



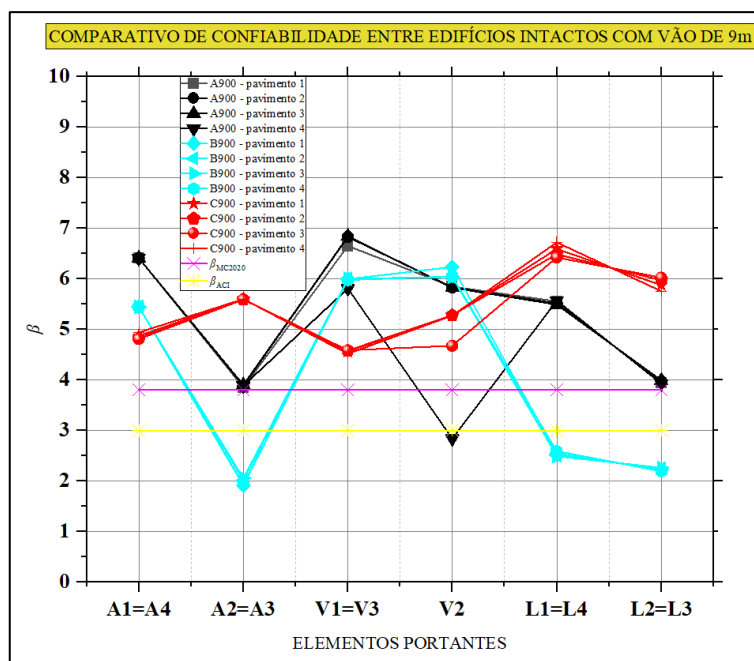
Fonte: autor.

Figura 5.36 – Comparativo de confiabilidade entre edifícios intactos com vão de 8 metros.



Fonte: autor.

Figura 5.37 – Comparativo de confiabilidade entre edifícios intactos com vão de 9 metros.

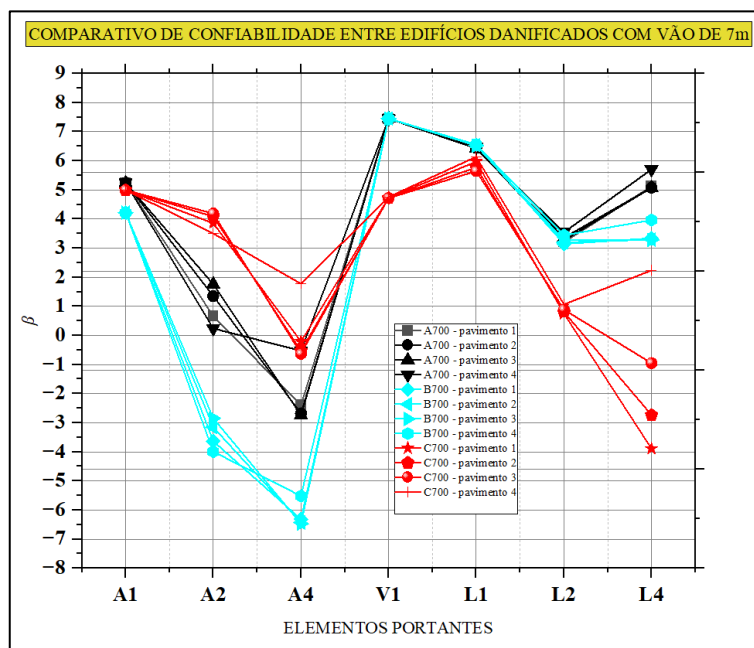


Fonte: autor.

Para os comparativos dos exemplos danificados (Figura 5.38 à 5.40), destaca-se a existência de índices de confiabilidade negativos e positivos, a depender do elemento

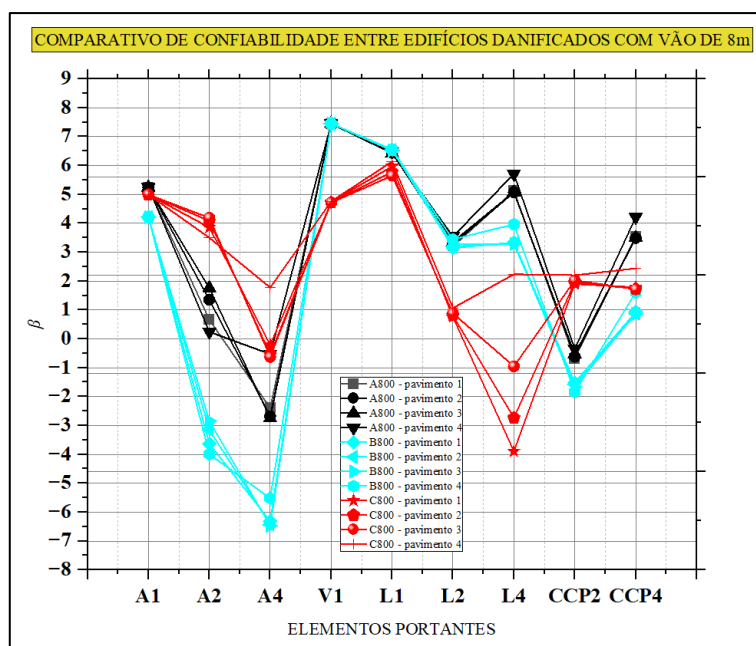
portante monitorado. Em função desses resultados, é possível estimar se o colapso é total ou parcial em relação ao trecho das lajes em queda.

Figura 5.38 – Comparativo de confiabilidade entre edifícios danificados com vão de 7 metros.



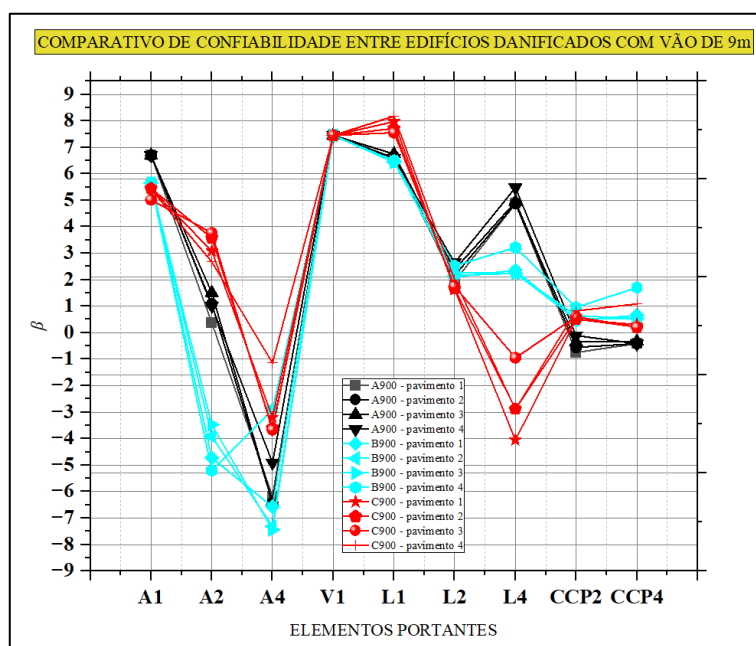
Fonte: autor.

Figura 5.39 – Comparativo de confiabilidade entre edifícios danificados com vão de 8 metros.



Fonte: autor.

Figura 5.40 – Comparativo de confiabilidade entre edifícios danificados com vão de 9 metros.



Fonte: autor.

A Tabela 5.9 ilustra os índices de confiabilidade de sistemas para os edifícios na situação intacta e após remoção de pilar. Primeiramente se calculou pela média dos limites uni-modais a probabilidade de falha do sistema laje, em seguida se calculou a média entre os pavimentos para ter um valor único representativo para o pórtico. Dependendo da proximidade de  $p_{fSYS}$  de 1, o algoritmo implementado não retorna seu respectivo valor de  $\beta_{SYS}$ , nesses casos, foi adotado o valor de  $\beta_{SYS} = -7,9414$ . Destaca-se que valores de  $\beta$  negativos são correspondentes a probabilidades de falha maiores que 50%.

Tabela 5.9 – Índice de confiabilidade de sistemas para os edifícios simulados.

Modelo	$\beta_{SYS}$ intacta	$\beta_{SYS}$ após remoção de pilar
A700	3,9434	-0,3164
A800	3,1746	-5,9978
A900	3,6979	-0,5840
B700	2,3125	-3,4607
B800	2,2844	-7,9414
B900	1,7823	-7,9414
C700	3,0815	-1,5816
C800	3,7027	-0,9685
C900	4,1727	-7,9414

Fonte: autor.

Percebe-se que o ponto crítico dos dimensionamentos, no caso de perda de pilar, é a ligação entre as lajes nas colunas mais próximas ao pilar afetado. Esta ligação tende a falhar por puncionamento (L4) e/ou por falha da armadura negativa (A4), o que justifica a introdução do dispositivo proposto, como forma de mitigar as consequências de falha.

Ressalta-se ainda que os índices de confiabilidade calculados nesta pesquisa, para a estrutura íntegra e condicionais ao caso de perda de pilar, deram sustentação ao estudo de otimização de riscos de Mattos (2024), como segue.

#### 5.4 Custo de construção para compor otimização de risco

Os custos de materiais e execução das três tipologias de laje lisa abordadas nesta pesquisa foram estimados em função das tabelas de Custos e Insumos da Secretaria de Infraestrutura (2023), de acordo com a Tabela 5.10.



Tabela 5.10 – Custos unitários onerados em 114,15% (encargos sociais) fornecidos pela Secretaria de Infraestrutura.

<b>Item</b>	<b>Custo unitário</b>	<b>Unidade</b>
Aço CP190 RB 12,7mm	R\$ 31,74	kg
Aço CA-50	R\$ 13,27	kg
Concreto $f_{ck}=30$ MPa	R\$ 529,03	m <sup>3</sup>

Fonte: autor.

A fim de estimar um custo global para a estrutura, levando em consideração as etapas prévias e posteriores à estrutura, estimou-se um coeficiente das etapas de serviços preliminares, infraestrutura, etapas complementares, revestimento e instalações em função do custo estimado da superestrutura. Após um levantamento das possíveis etapas de construção de um edifício garagem, os coeficientes aproximados constam na Tabela 5.11.

Tabela 5.11 – Coeficientes para consideração simplificada de outras etapas de construção em função do custo da superestrutura.

<b>Item</b>	<b>Coeficiente sobre a superestrutura</b>
Serviços preliminares	0,5
Infraestrutura	0,65
Complementares, revestimento e instalações	2,3

Fonte: autor.

Além dos custos da superestrutura, que são levantados após o dimensionamentos dos três tipos de laje, e dos coeficientes que simulam os custos das demais etapas de construção, também é necessário incidir o BDI (Benefícios e Despesas e Indiretas), que contempla a administração geral, despesas tributárias, imprevistos e contingências, lucro pretendido, custos indiretos e custo financeiro. Para os exemplos desta pesquisa, o BDI considerado é de 30%.

A Tabela 5.12 ilustra os custos baseados no dimensionamento apresentado no tópico 5.1.

Tabela 5.12 – Variáveis aleatórias consideradas nas análises de confiabilidade.

<b>Edifício</b>	<b><math>h</math> (cm)</b>	<b>Volume de concreto por faixa (m<sup>3</sup>)</b>	<b>Massa de aço passivo por faixa (kg)</b>	<b>Massa de aço ativo por faixa (kg)</b>	<b>Custo total da estrutura com despesas indiretas (R\$)</b>
A700	18	34	2012	0	6.881.132,21
A800	25	29	3844	0	12.853.428,80
A900	33	94	7071	0	23.041.782,25
B700	17	32	2069	0	6.952.510,20
B800	20	47	3214	0	10.671.698,94
B900	24	69	5204	0	16.963.325,67
C700	16	30	1406	724	5.089.206,10
C800	17	40	2108	1416	7.416.101,95
C900	22	64	4709	1678	15.417.442,73

Fonte: autor.

## 5.5 Dimensionamento da área necessária do dispositivo EA

A título de ilustrar um problema prático de dimensionamento do dispositivo EA, de acordo com a formulação de Zhou e Yu (2004), realizou-se a determinação da massa e área de dispositivo necessárias em cada pavimento do modelo C800. Para isto, são necessários dados de entrada sobre as propriedades físicas e geométricas do dispositivo EA, tal como informações do edifício em questão, de acordo com as Tabelas 5.13 e 5.14. Para os dados do dispositivo, replicou-se as propriedades adotadas por Zhou e Yu (2004).

Tabela 5.13 – Propriedades do dispositivo *honeycomb* utilizadas no estudo de Zhou e Yu (2004).

<b>Propriedades do EA</b>	<b>Valor</b>
$d_{EA}$ (densidade)	2700 kg/m <sup>3</sup>
$E_{EA}$ (módulo de elasticidade)	69 GPa
$f_{EA}$ (tensão de escoamento)	134 MPa
$\lambda$ (coeficiente de Poisson)	0,33

Fonte: autor.

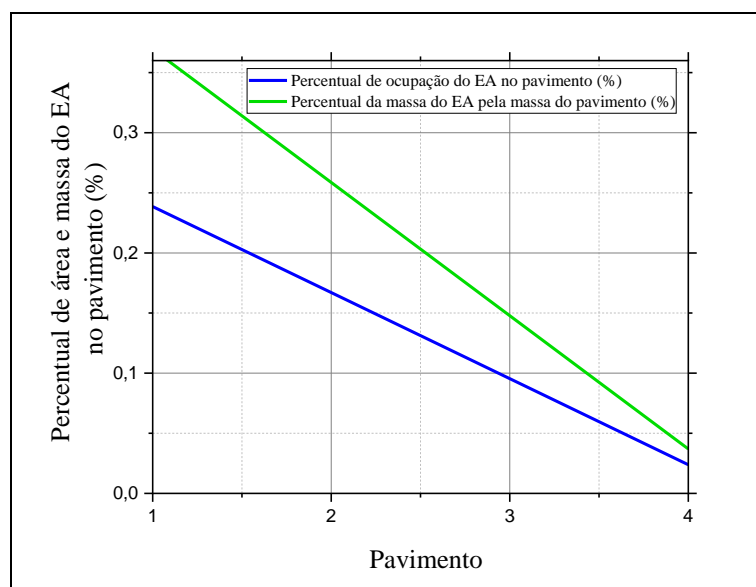
Tabela 5.14 – Propriedades do edifício estudado no tópico C800.

<b>Propriedades do edifício</b>	<b>Valor</b>
Número de pavimentos	4
Altura do edifício	12 m
Altura de um pavimento	3 m
Massa do edifício	24288 kN
Área total de um pavimento	728 m <sup>2</sup>
Área ocupada de um pavimento	2,56 m <sup>2</sup>
Área disponível para garagens, circulação e para o dispositivo	725,44 m <sup>2</sup>

Fonte: autor.

De acordo com a metodologia apresentada de Zhou e Yu (2004), foi encontrada a relação percentual de massa e área necessária do EA por pavimento do edifício ilustrada na Figura 5.41. Este dimensionamento permite encontrar o quanto de massa e área do dispositivo EA será necessário para que a estrutura consiga mitigar um colapso progressivo iniciado, assumindo o formato de *pancake*. Observa-se que os primeiros pavimentos necessitam de mais área do EA, enquanto que os do topo necessitam de menos, tendo em vista que energia a mitigar tende a ser maior nos primeiros pavimentos e menor quanto mais próximo do topo do edifício.

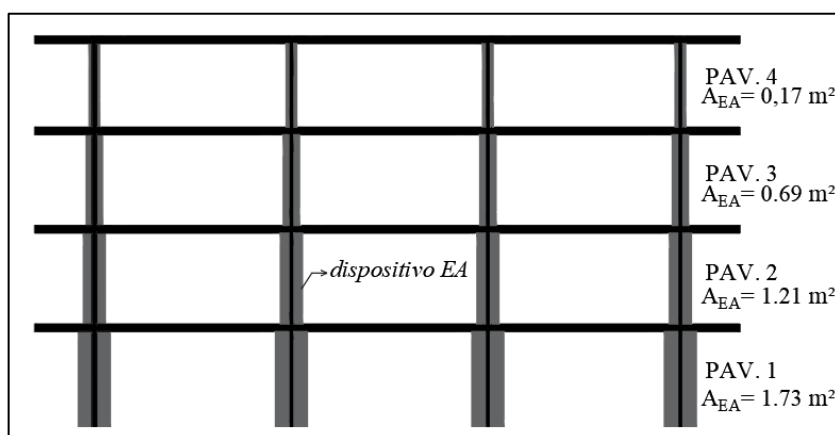
Figura 5.41 – Relação de área e massa do dispositivo EA para cada pavimento do pórtico em análise, considerando uma distribuição uniforme de massa.



Fonte: autor.

A massa necessária por pavimento em números absolutos seria o que consta na Figura 5.42.

Figura 5.42 – Área absoluta do dispositivo EA para cada pavimento.



Fonte: autor.

Esta metodologia serviu como base para o problema de otimização de riscos desenvolvido por Mattos (2024) no tocante ao rendimento do dispositivo dado a queda de lajes.

## 5.6 Aplicação dos resultado em problema de custo esperado de falha

Em um estudo de caso, Mattos (2024) formulou e implementou uma otimização de riscos a fim de encontrar as propriedades ótimas do dispositivo atendendo impacto veicular, incêndio e possível queda de lajes após ruína de pilar. Para tanto, as estimativas da confiabilidade do pórtico e os custos levantados nesta pesquisa foram necessários. O autor utilizou as seguintes possibilidades para a probabilidade de ocorrência das ameaças incêndio e impacto veicular no pilar  $P_H = [10^{-1}, 10^{-2}, 10^{-3}, 10^{-4}]$ , que combinadas entre si, totalizam 16 combinações de ocorrência em cada caso analisado.

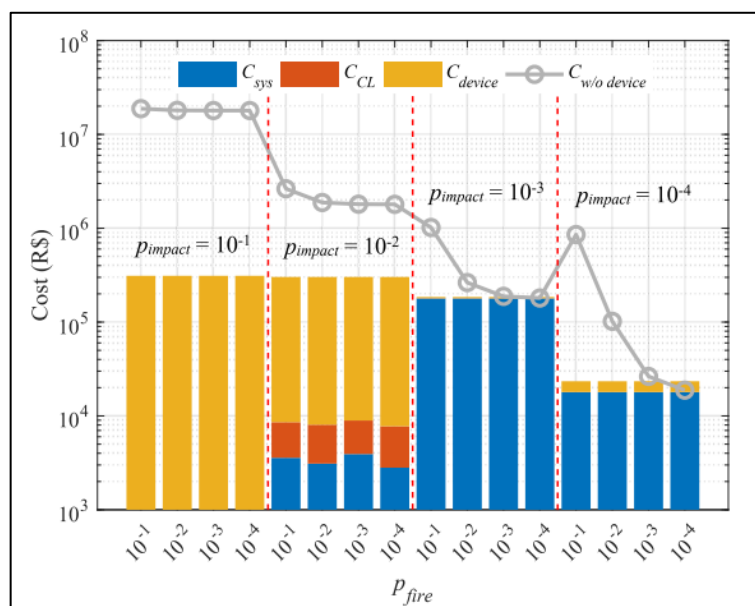
A razão desta estratégia é permitir avaliar como a viabilidade econômica da instalação do dispositivo de proteção é afetada em resposta à severidade dos eventos acidentais e suas taxas de ocorrência.

Os cenários adotados para os estudos de caso envolvem impactos veiculares, com velocidades médias ( $v_{car}$ ) de 30 km/h e 60 km/h, além de incêndios com temperatura médias equivalentes à curva padrão H, com durações ( $\theta$ ) de 60 minutos e 120 minutos. Maiores detalhes sobre os modelos de solicitações e de resistência para impacto veicular e incêndio podem ser encontrados no trabalho referenciado.

Em todos os cenários analisados, são calculados os custos esperados de falha para o edifício na ausência da instalação do dispositivo de proteção, representado por  $C_{w/o device} = C_{SYS} + C_{CL}$ . O autor considera que a confiabilidade do sistema na ausência do dispositivo é expressa por  $C_{SYS w/o device} = \Phi^{-1}[\sum_H P[SL|CL, H]P[CL|H] p_H]$ . O termo  $C_{SYS}$  é o custo de falha do sistema,  $C_{CL}$  é o custo da perda de coluna,  $P[SL|CL, H]$  é a probabilidade de ocorrência da queda de lajes condicional à perda de coluna e condicional às ameaças consideradas (impacto veicular e incêndio).

Para uma aplicação que considerou impacto veicular a 60 km/h e incêndio com 60 minutos de duração (Figura 5.43), os resultados destacam que as soluções ótimas proporcionam uma redução significativa do custo esperado de falha. O autor atestou, assim como em outros exemplos, que a priorização de soluções que asseguram proteção contra impactos veiculares governa o processo de otimização.

Figura 5.43 – Custos esperados de falha do edifício com dispositivo otimizado para  $v_{car} = 60 \text{ km/h}$  e  $\theta = 60 \text{ min}$ .



Fonte: Mattos (2024).

Neste exemplo, há um aumento considerável do custo esperado total em relação às outras aplicações, especialmente para probabilidades mais altas de ocorrência de impacto veicular. Para  $p_{impact} = 10^{-1}$ , as densidades relativas ótimas são  $\rho_{r,1}, \rho_{r,2} = 0,1695, 0,001$ . Essa solução permite a redução da probabilidade de perda do pilar, devido a ambos os eventos acidentais impostos, de maneira suficiente para que os custos relacionados a essa perda e à falha global sejam igualados a zero. Era esperado que as configurações ótimas encontradas tivessem densidades relativas mais elevadas, visando dispositivos com maior capacidade de absorção de impacto.

Ao reduzir  $p_{impact}$  para  $10^{-2}$ , o autor encontrou o ponto ótimo  $\rho_{r,1}, \rho_{r,2} = 0,1605, 0,001$ . Percebe-se a redução de  $\rho_{r,1}$ , resultando também na redução dos custos esperados totais.

A viabilidade econômica da implementação do dispositivo começa a ser questionada com a redução das probabilidades de ocorrência dos eventos acidentais. Por exemplo, a gravidade de um impacto veicular com velocidade média de 60 km/h requer o uso de dispositivos de proteção mais robustos e dispendiosos, justificando sua instalação somente quando a probabilidade de ocorrência respalda essa medida.

Por outro lado, a redução da probabilidade de ocorrência influencia diretamente na diminuição do custo de aplicação. Em cenários nos quais a probabilidade de ocorrência de ambos os eventos é mínima, os custos totais esperados com a implementação do dispositivo superam aqueles relacionados às falhas do edifício na ausência do dispositivo.

## 6 CONCLUSÕES

Iniciando pela seção de definição dos modelos e dimensionamento, constatou-se que quanto maior o vão da estrutura, maior a economia em termos de consumo de concreto promovida pela solução em concreto protendido. Para o menor vão estudado nesta etapa, a economia foi mínima em relação às soluções sem armadura ativa. Além disso, a protensão proporcionou apenas o uso de armaduras de flexão mínima para os vãos de 700 cm e 800 cm, que foi um aspecto significativo na composição dos custos de construção do edifício garagem.

Quanto aos resultados obtidos para definição do erro de modelo de solicitações, concluiu-se que de fato o Método dos Pórticos Equivalentes é adequado para estimar esforços solicitantes de estrutura intactas, como esperado, seguindo as premissas de vãos regulares e pilares alinhados. Nos modelos simulados neste trabalho, o valor médio dos erros de modelo para momentos fletores do MEF PÓRTICO em relação ao TQS foi de 1,041% para momentos fletores e de 0,9780% para as solicitações normais.

Em pesquisas que envolvem análise de confiabilidade e otimização estrutural, modelos com tempo de processamento compatível com o cronograma de pesquisa precisam ser considerados, a depender da finalidade do problema em questão. Essa foi uma das principais vantagens do uso do MPE, que foi utilizado para as etapas de dimensionamento, confiabilidade do pórtico intacto e danificado, e para as análises de impacto veicular no pilar, no trabalho de Mattos (2024). Contudo, o erro de modelo médio para momentos fletores na análise de estruturas sem pilar central cresceu para quase 10%, com picos significativos na estimativa do erro do vão central do pórtico, que chegou a apresentar divergências na ordem de 50% para situação danificada.

Uma solução poderia ser utilizar outro divisor de momentos definidos pela ABNT NBR 6118:2023, que é atualmente de 55% para dividir o momento total do pórtico para as faixas centrais, por um valor maior quando se perde o alinhamento de pilares, provendo maior acurácia para o modelo em análises de colapso progressivo.

Em contrapartida, o erro médio para esforços normais permaneceu praticamente o mesmo da estrutura intacta, o que valoriza os resultados de confiabilidade para falha à punção e para colapso progressivo da estrutura danificada, mantendo um tempo de processamento adequado.

Já sobre a análise de confiabilidade, os elementos de ligação, que resistem a esforços normais, assim como os elementos de apoio e vão, que resistem aos momentos fletores,



demonstraram índices de confiabilidade compatíveis com os alvos das normas ACI 318:2019 e MC 2010, com exceção das lajes com armadura de punção e sem protensão (tipologia B), que ficaram abaixo do índice alvo em alguns elementos portantes. Uma das justificativas possíveis é a armadura de flexão negativa na ligação laje e pilar tender a ser a mínima, tendo em vista a presença da armadura de punção, o que também permitiu uma menor espessura desta tipologia de laje em comparação às lajes sem armadura de punção (tipologia A), que obtiveram um índice de confiabilidade maior. Ressalta-se que estas precisaram de mais espessura que as de tipologia B.

Nesse sentido, uma discussão pertinente sobre o comparativo das diferentes tipologias de laje é sobre o artifício de aumentar a taxa de armadura negativa ( $\rho$ ), concentrada nos apoios, para melhorar o rendimento da ligação à punção, estratégia limitada para até 2% de acordo com a atualização de 2023 da ABNT NBR 6118. Como citado, em alguns casos, ligações sem armadura de punção demonstraram índices melhores que estruturas com armadura de punção em decorrência de ter taxa de armadura negativa e espessura maiores, a depender obviamente do quanto é a diferença destes fatores. Ressalta-se ainda que nesta pesquisa houve a simplificação de considerar toda a armadura de punção detalhada contribuindo na falha. Ao adotar modelos mais refinados, que não necessariamente considerarão a contribuição de toda a armadura na falha, essa divergência entre os índices de confiabilidade poderia ser ainda maior.

No caso da análise de confiabilidade da estrutura com remoção de pilar central, observou-se que a falha tenderia a ser parcial em praticamente todos os modelos de análise, o que inclusive foi considerado no problema de otimização de riscos elaborado por Mattos (2024), ao contrário da simplificação inicial, que era baseada na simplificação de Zhou e Yu (2004), que já considera a massa inteira do pavimento acionando os dispositivos absorvedores de energia em situação de colapso progressivo. Essa percepção foi importante para a análise de otimização de riscos, tendo em vista que o estado limite do dispositivo quanto à queda de lajes não ser tão governante sobre os outros objetivos do dispositivo no processo de busca pelo ponto de projeto .

Retomando o comparativo de custos, que também compuseram o problema de otimização de riscos, as opções protendidas (tipo C) proporcionaram uma economia exponencial à medida que foi aumentado o vão do modelo, não sendo ainda tão superior em termos de custo benefício para o vão mínimo adotado nos modelos, de 7 metros. Se analisarmos também a confiabilidade da solução em situação intacta, a laje protendida de 9

metros não só foi bem mais econômica que as demais tipologias, como obteve um índice de confiabilidade maior, mesmo com uma espessura de laje menor.

## **6.1 Sugestões para trabalhos futuros**

A primeira sugestão é para que se replique a metodologia de Mattos (2024) para todos os modelos desta pesquisa, a fim de avaliar como as mudanças nos índices de confiabilidade e as variações de custos de construção interferem na definição do ponto de projeto, levando em consideração os diferentes arranjos de probabilidade das ameaças consideradas no problema.

Além disso, propõe-se que a metodologia de confiabilidade seja reproduzida utilizando modelos de resistência numéricos, especialmente para a previsão de ruptura à punção, considerando também os momentos fletores atuantes na ligação laje e pilar.

Outra sugestão é replicar a metodologia aqui apresentada utilizando um modelo de solicitações que seja não linear físico e geométrico, a fim de prover maior acurácia nos resultados, de preferência validados experimentalmente.

## REFERÊNCIAS

AALAMI, B. O. **Post-Tensioning in Building Construction**. 1. Ed. U.S.A: CRC PRESS. 2023.

ADAM, J. M.; PARISI, F.; SAGASETA, J.; LU, X. Research and practice on progressive collapse and robustness of building structures in the 21st century, **Engineering Structures**, v. 173, p. 122–149, 2018.

AMERICAN CONCRETE INSTITUTE. ACI 318-19. **Building Code Requirements for Structural Concrete and Commentary (ACI 318R- 19)**. Farmington Hills, Michigan, 2019.

AMERICAN CONCRETE INSTITUTE. ACI 318-89. **Building Code Requirements for Structural Concrete and Commentary (ACI 318R- 89)**. Farmington Hills, Michigan, 1989.

ARAÚJO, J.M.D. **Curso de concreto armado**. v. 1, 2, 3, 4. Rio Grande: Dunas, 2023.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS, **ABNT NBR 6118**: Projeto de Estruturas de Concreto. Rio de Janeiro, RJ, 2023.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS, **ABNT NBR 6118**: Projeto de Estruturas de Concreto. Rio de Janeiro, RJ, 2014.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS, **ABNT NBR 6120**: Ações para o cálculo de estruturas de edificações. Rio de Janeiro, RJ, 2019.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS, **ABNT NBR 7482**: Fios de Aço para Estruturas de Concreto Protendido (especificação). Rio de Janeiro, RJ, 2020.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS, **ABNT NBR 7483**: Cordoalhas de Aço para Estruturas de Concreto Protendido (especificação). Rio de Janeiro, RJ, 2021.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS, **ABNT NBR 9062**: Projeto e Execução de Estruturas de Concreto Pré-Moldado. Rio de Janeiro, RJ, 2017.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **ABNT NBR 8681**. Ações e segurança nas estruturas - Procedimentos. Rio de Janeiro, RJ, 2003.

BAROUTAJI, A.; SAJJIA, M.; OLABI, A. On the crashworthiness performance of thinwalled energy absorbers: recent advances and future developments. **Thin-Walled Structures**, v. 118, p. 137-163, 2017.

BATHE, K. J. **Finite element procedures**. 2ª Ed. Watertown, MA: Klaus-Jurgen Bathe, 2016.

BAZANT, Z. P.; ZHOU, Y. Why did the world trade center collapse? – Simple analysis. **Journal of Engineering Mechanics**, v. 128, n. 1, p. 2-6, 2002.

BECK, A. T. **Confiabilidade e segurança das estruturas**. 1. ed. Rio de Janeiro: Elsevier, 2019.

BECK, A. T.; RIBEIRO, L. D. R.; VALDEBENITO, M. Cost-Benefit Analysis of Design for Progressive Collapse Under Accidental or Malevolent Extreme Events. **Engineering for Extremes**. Cham: Springer International Publishing, p. 313–334, 2022b.

BECK, A. T.; RIBEIRO, L. D. R.; VALDEBENITO, M. Risk-based cost-benefit analysis of frame structures considering progressive collapse under column removal scenarios. **Engineering Structures**, v. 225, p. 111295, 2020.

BECK, A. T.; RIBEIRO, L. D. R.; VALDEBENITO, M.; JENSEN, H. A. Risk-Based Design of Regular Plane Frames Subject to Damage by Abnormal Events: A Conceptual Study, **Journal of Structural Engineering**, v. 148, n. 1, p. 04021229, 2022a.

BELLUZZI, O. **Ciencia de la Construcción**. v.2. Madrid: Aguilar, 1971.

BITZER, T. **Honeycomb technology: materials, design, manufacturing, applications and testing**. 1 ed. Dublin (EUA): Springer Science & Business Media, 1997.

BROMS, C. E. Elimination of Flat Plate Punching Failure Mode. **ACI Structural Journal**, V. 97, N0. 1, pp. 94-101, Jan-Feb. 2000.

BULLEIT, W. Uncertainty in structural engineering. **Practice Periodical On Structural Design And Construction** (ASCE); v13; p.24-30, 2008.

BURNS, N. H.; GERBER, L. L. Ultimate Strength Test of Post-Tensioned Flat Plates, **Journal of the Prestressed Concrete Institute**, V. 16, No. 6, pp. 40–58, 1971.

BURNS, N. H.; HEMAKOM, R. Test of Scale Model of Post-Tensioned Flat Plate, **Journal of the Structural Division**, V. 11, pp.1237–1255, 1977.

CARPEGGIANI. Concreto protendido, projetos com lajes planas e lajes nervuradas de grande vãos entre pilares, com a utilização de cordoalhas engraxadas, gerando otimização e flexibilização de espaços. **Carpeggiani**, 2024. Disponível em: <http://carpeggiani.eng.br/project/concreto-protendido/>. Acesso em: 15 de jan. de 2024.

CAUDURO, E. L. **Manual para a boa execução de estruturas protendidas usando cordoalhas de aço engraxadas e plastificadas**. São Paulo: Belgo Bekaert Arames, 2002.

CHOLFE, L.; BONILHA, L. **Concreto Protendido: Teoria e Prática**. 1.ed. São Paulo: Pini LTDA, 2018.

CIVIL'S GUIDE. What is Punching Shear? **CIVIL'S GUIDE**, 2021. Disponível em <https://civilsguide.com/what-is-punching-shear>. Acesso em: 8 de dez. de 2023.

CLASSEN, M. Shear Crack Propagation Theory (SCPT) – The Mechanical Solution to the Riddle of Shear in RC Members without Shear Reinforcement. **Engineering Structures**, vol. 210, p. 110207, 2020.

COMITÉ EURO-INTERNATIONAL DU BÉTON. CEB-FIP. **Model Code 2010**: Final Draft. Bulletin D'information, CEB, Lausanne, 2011.

CORNELL, C. A. Bounds on the reliability of structural systems. **J Struct Div**, ASCE, [s. l.], v. 93, p. 171–200, 1967.

COSTA, L.G.L.; BECK, A.T. Probabilistic evaluation of design live loads for Brazilian light-duty vehicle parking garages, **Revista IBRACON de Estruturas e Materiais**, vol. 17, no. 2, e17209, 2024.

DITLEVSEN, O. Journal of Structural Mechanics : An International Narrow Reliability Bounds for Structural Systems Narrow Reliability Bounds for Structural. **Journal of Structural Mechanics**, [s. l.], v. 7, n. 4, p. 453–472, 1979.

DITLEVSEN, O. Principle of normal tail approximation. **Journal of Engineering Mechanics** (ASME), v.107, n. EM6, p. 11911208, 1981.

ELLINGWOOD, B. R. Mitigating Risk Form Abnormal Loads and Progressive Collapse. **Journal of Performance of Constructed Facilities**, 20 (4), p.315-323, 2006.

EMERICK, A. A. **Projeto e Execução de Lajes Protendidas**. 1. ed. Rio de Janeiro: Editora Interciência, v. 1. 191p, 2005.

EUROPEAN COMMITTEE FOR STANDARTIZATION, **EUROCODE 2, Design of Concrete Structures – Part 1-1: General Rules and Rules for Buildings**. CEN, EN 1992, Brussels, Belgium, 2004.

FACHOLLI, P.H.P.; BECK, A. T. Distribution of load effects and reliability of reinforced concrete frames: intact and with columns removed. **Revista IBRACON de Estruturas e Materiais**, vol. 15, no 2, p. e15207, 2022.

FERREIRA, M. P. **Punção em Lajes Lisas de Concreto Armado com Armaduras de Cisalhamento e Momentos Desbalanceados**. 2010. Tese de Doutorado - Departamento de Engenharia Civil e Ambiental, Universidade de Brasília, Brasília, DF, 275p, 2010.

GENERAL SERVICES ADMINISTRATION (GSA). **General Services Administration Alternate Path Analysis & Design Guidelines for Progressive Collapse Resistance**. Washington DC, 2016.

GIBSON, L. J.; ASHBY, M. F. **Cellular Solids: Structure and Properties**, 2. ed. Cambridge University Press, 1997.

GOMES, R. B. **Punching Resistance of Reinforced Concrete Flat Slabs with Shear Reinforcement**. 1991. 185p. Tese de doutorado - Polytechnic of Central London, London, 1991.

HASOFER, A. M.; LIND, N. C. Exact and invariant second-moment code format. **Journal of the engineering mechanics division**, p. 111-121, 1974.

HOUSING NEWS DESK. Flat slab: What is it, types advantages and disadvantages. **Housing**, 2023. Disponível em: <https://housing.com/news/flat-slab-why-should-you-build-with-a-flat-slab/>. Acesso em: 27 de dez. de 2023.

JCSS. **Probabilistic model code**. Joint Committee on Structural Safety, 2001.

KARAGIOZOVA, D.; ALVES, M. Dynamic elastic-plastic buckling of structural elements: a review. **Applied Mechanics Reviews**, American Society of Mechanical Engineers Digital Collection, v. 61, n. 4, 2008.

KIAKOJOURI, F.; BIAGI, D. V.; CHIAIA, B.; SHEIDAI, M. R. Progressive collapse of framed building structures: Current knowledge and future prospects, **Engineering Structures**, v.260, p. 110061, 2020.

KIAKOJOURI, F.; BIAGI, D. V.; CHIAIA, B.; SHEIDAI, M. R. Strengthening and retrofitting techniques to mitigate progressive collapse: A critical review and future research agenda, **Engineering Structures**, v. 262, p. 114274, 2022.

KOZLOVA, P. **The phenomenon of progressive collapse according to russian norms**. 2013. 92 p. Tese de doutorado - Saimaa University of Applied Sciences, Lappeenranta, 2013.  
 LARANJEIRAS, C. A. Colapso progressivo dos edifícios - breve introdução. **TQS News**, 2011.

MACHADO, V.; VAREJÃO, V. Área de lazer em condomínio de luxo desaba e porteiro é achado morto. **G1 ES**, 2016. Disponível em: <https://g1.globo.com/espírito-santo/noticia/2016/07/torres-de-condominio-de-luxo-no-es-sao-evacuadas-apos-desabamento.html>. Acesso em: 07 mai. 2023.

MATTOS, L.E.G. **Dispositivo para Proteção de Pilares em Prédios: Impactos e Incêndios**. 2024. 189p. Dissertação de mestrado – Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, 2024.

MELGES, J. L. P. **Análise experimental da punção em lajes de concreto armado e protendido**. 2001. 414p. Tese de doutorado – Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, 2001.

MUTTONI, A. Punching shear strength of reinforced concrete slabs without transverse reinforcement. **ACI Structural Journal**, v. 105, n. 4, p. 440-450, 2008.

NASCIMENTO, A. J. C. **Método da Superfície de Resistência Mínima ao Cisalhamento para Ligações Laje-Pilar com Armadura de Punção**. 2020. 91p. Dissertação de mestrado – Universidade Federal do Pará, Belém, 2020.

NATAF, A. Determination des distribution dont les marges sont donnees. **Comptes Rendus de l'Académie des Sciences**, v. 225, p. 42-43, 1962.

NATIONAL INSTITUTE OF STANDARDS AND TECHNOLOGY. NISTIR 7396. **Best Practices for Reducing the Potential for Progressive Collapse in Buildings**. 1 ed. Estados Unidos da América, 2007.

NELSSON, R. The collapse of Ronan Point, 1968 – in Pictures. **The Guardian**, 2018. Disponível em <https://www.theguardian.com/society/from-the-archive-blog/gallery/2018/may/16/ronan-point-tower-collapse-may-1968>. Acesso em: 8 de jul. de 2023.

OLIVEIRA, D. R.; MELO, G. S.; REGAN, P. E. Punching Strengths of Flat Plates with Vertical or Inclined Stirrups. **ACI Structural Journal**, V. 97, No. 3, p. 485-491, 2000.

PEARSON, C.; DELATTE, N. Ronan Point Apartment Tower Collapse and its Effect on Building Codes. **Journal of Performance of Constructed Facilities**, v. 19, n. 2, p. 172–177, 2005.

RABELLO, F. T. **Estudo de lajes lisas de concreto com visão integrada de flexão e punção**. 2016. 192p. Tese (Doutorado) - Curso de Engenharia Civil, Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, 2016.

RANDAXHE, J.; POPA, N.; VASSART, O.; TONDINI, N. Development of a plug-and-play fire protection system for steel columns, **Fire Safety Journal**, v. 121, p. 103272, 2021.

RAO, S. S. **Engineering Optimization: Theory and Practice**. 4. ed. John Wiley & Sons, 2009.

REID, S.; PENG, C. Dynamic uniaxial crushing of wood. **International Journal of Impact Engineering**, Elsevier, v. 19, n. 5-6, p. 531–570, 1997.

RODRIGUES, M.T.; LUERSEN, M.A. Crashworthiness optimization of honeycomb structures under out-of-plane impact using radial basis functions. **Materialwissenschaft und Werkstofftechnik**, v. 51, n. 5, p. 654–664, 2020.

RUSSELL, J.M.; SAGASETA, J.; CORMIE, D.; JONES, A.E.K. Historical review of prescriptive design rules for robustness after the collapse of Ronan Point, **Structures**, v. 20, p. 365–373, 2019.

SALEM, H.; ISSA, H.; GREITH, H.; FARAHAT, A. Punching shear strength of reinforced concrete flat slabs subjected to fire on their tension sides, **HBRC Journal**, 8:1, p.36-46, 2012.

SAN MARTINS, D. A. **Confiabilidade de vigas pré-tracionadas de concreto protendido**. 2014. Dissertação de mestrado - Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2014.

SANTIAGO, W. C.; KROETZ, H. M.; SANTOS, S. H. D. C.; STUCCHI, F. R.; BECK, A. T. Reliability-based calibration of main brazilian structural design codes, **Lat. Am. J. Solids Struct.**, vol. 17, no. 1, pp. 1–28, 2020.

SANTOS, E. S. **Avaliação estatística do erro de modelos de resistência para elementos lineares de concreto armado da ABNT NBR 6118:2007**. 2012. 128p. Dissertação de mestrado – Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, 2012.

SECRETARIA DE INFRAESTRUTURA DO ESTADO DO CEARÁ, SEINFRA. Disponível em: <<https://www.seinfra.ce.gov.br/tabela-de-custos/>>. Acesso em: 09 out. 2023.

SILVA, G. R. D.; CAMPOS FILHO, A.; REAL, M. D. V. Reliability of codes provisions for punching shear design. **Revista IBRACON de Estruturas e Materiais**, vol. 17, no 4, p. e17401, 2024.

SMITH, S. W.; BURNS, N. H. Post-Tensioned Flat Plate to Column Connection Behavior. **Journal of the Prestressed Concrete Institute**, V. 19, No. 3, p. 74–91, 1974.

STAROSSEK, U. **Progressive Collapse of Structures**. 2. ed. England: ICE Publishing, 2017.

SUDRET, B.; KIUREGHIAN, A. D. **Stochastic Finite Element Methods and Reliability: A state-of-the-art Report**. 2000. Research report No. Dep. of Civil & Env. Eng., University of California, Berkeley, 2000.

VITÓRIO, J.A.P.; BARROS, R. C. D. **Reforço e Alargamento de Pontes Rodoviárias com a Utilização de Protensão Externa**. CINPAR, Fortaleza, 2011.

ZHANG, Y.; KIUREGHIAN, A. **Finite element reliability methods for inelastic structures**. 1997, Dep. of Civil and Environmental Engineering, University of California, Berkeley, 1997.

ZHOU, Q.; YU, T. X. **Use of High-Efficiency Energy Absorbing Device to Arrest Progressive Collapse of Tall Building**, *Journal of Engineering Mechanics*, v. 130, n. 10, p. 1177–1187, 2004.



