

UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO

Escola de Engenharia de São Carlos

Técnicas de geração de modelos de bielas e tirantes para vigas-parede de concreto armado

João Victor Bergamo Segala

Dissertação de Mestrado do Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil (Engenharia de Estruturas) da Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo.

UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO
ESCOLA DE ENGENHARIA DE SÃO CARLOS
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA DE ESTRUTURAS

JOÃO VICTOR BERGAMO SEGALA

**Técnicas de geração de modelos de bielas e tirantes para vigas-parede de
concreto armado**

São Carlos

2024

JOÃO VICTOR BERGAMO SEGALA

**Técnicas de geração de modelos de bielas e tirantes para vigas-parede de
concreto armado**

Versão Corrigida

(A versão original encontra-se na Escola de Engenharia de São Carlos)

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil (Engenharia de Estruturas) da Escola de Engenharia de São Carlos da Universidade de São Paulo para obtenção do título de Mestre em Ciências.

Área de Concentração: Estruturas

Orientador: Prof. Dr. Ricardo Carrazedo

São Carlos

2024

AUTORIZO A REPRODUÇÃO E DIVULGAÇÃO TOTAL OU PARCIAL DESTA
TRABALHO, POR QUALQUER MEIO CONVENCIONAL OU ELETRÔNICO,
PARA FINS DE ESTUDO E PESQUISA, DESDE QUE CITADA A FONTE.

Ficha catalográfica elaborada pela Biblioteca Prof. Dr. Sérgio Rodrigues
Fontes da EESC/USP

S454t Segala, João Victor Bergamo
 Técnicas de geração de modelos de bielas e tirantes para
 vigas-parede de concreto armado / João Victor Bergamo
 Segala; orientador Ricardo Carrazedo. -- São Carlos, 2024.

 Dissertação (Mestrado) - Programa de Pós-Graduação em
 Engenharia Civil (Engenharia de Estruturas) e Área de
 Concentração em Estruturas -- Escola de Engenharia de São
 Carlos da Universidade de São Paulo, 2024.

 1. Modelo de biela e tirantes. 2. Análise não-linear.
 3. Otimização topológica. 4. Concreto armado.
 5. Viga-parede. I. Título.

Elaborado por Elena Luzia Palloni Gonçalves – CRB 8/4464

FOLHA DE JULGAMENTO

Candidato: Engenheiro **JOÃO VICTOR BERGAMO SEGALA**.

Título da dissertação: "Técnicas de geração de modelos de bielas e tirantes para vigas-parede de concreto armado".

Data da defesa: 30/07/2024.

Comissão Julgadora

Prof. Associado Ricardo Carrazedo
(Orientador)

(Escola de Engenharia de São Carlos/EESC-USP)

Profa. Dra. Sylvia Regina Mesquita de Almeida
(Universidade Federal de Goiás/UFG)

Prof. Dr. Fernando Menezes de Almeida Filho
(Universidade Federal de São Carlos/UFSCar)

Resultado

APROVADO

APROVADO

APROVADO

Coordenador do Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil (Engenharia de Estruturas):

Prof Associado **Ricardo Carrazedo**

Presidente da Comissão de Pós-Graduação:

Prof. Titular **Carlos De Marqui Junior**

DEDICATÓRIA

Dedico este trabalho a Deus, cuja orientação divina e amor incondicional foram a luz que guiou cada passo desta jornada e que me sustentou em todos os momentos. À minha família, pelo apoio incessante, encorajamento constante e amor incondicional que me deram ao longo dos anos, sendo a base sólida sobre a qual construí cada conquista. À minha querida namorada, cujo amor, compreensão e apoio foram uma fonte de força e inspiração durante os desafios desta jornada. A todos vocês, meu mais profundo agradecimento e amor eterno.

AGRADECIMENTOS

Primeiramente gostaria de agradecer a Deus pela oportunidade de realizar esse mestrado, por todas as bênçãos e graças recebidas. Sua orientação divina iluminou meu caminho nos momentos de dúvida e incerteza. Obrigado, Deus, por estar sempre ao meu lado, me guiando e me dando forças para não desistir perante as adversidades da vida.

Agradeço profundamente ao meu orientador Prof. Dr. Ricardo Carrazedo, cuja orientação, sabedoria e apoio foram fundamentais para a conclusão deste trabalho. Sua dedicação e seus insights foram verdadeiramente inspiradores e me tornaram um profissional melhor.

Agradeço, de coração, à minha família pelo amor incondicional, encorajamento e apoio emocional ao longo desta jornada. De maneira especial, expresso minha profunda gratidão aos meus pais, José Roberto e Marlene, por todo o amor, apoio e sacrifício que dedicaram a mim ao longo dos anos. Foram minha fonte constante de inspiração e de motivação, incentivando-me a perseguir meus sonhos com determinação e coragem. Tanto o amor como a orientação e o encorajamento, que eles me dedicaram, moldaram o caminho para o sucesso que estou celebrando hoje. Esta conquista não seria possível sem o seu apoio inabalável.

Agradeço imensamente à minha amada Gabriela por seu apoio incondicional ao longo desta jornada, por ser meu pilar de força durante os momentos desafiadores desta pesquisa. Sua presença ao meu lado trouxe conforto, alegria e equilíbrio à minha vida. Seu amor, compreensão e paciência foram fundamentais para me manter motivado e focado. Você é minha inspiração diária, e esta conquista também é sua.

Não poderia deixar de mencionar meus amigos, que estiveram ao meu lado, compartilhando tanto os momentos de alegria quanto os desafios acadêmicos. Suas palavras de incentivo e companheirismo foram essenciais para manter minha motivação.

Aos professores e colegas de departamento, agradeço pela troca de conhecimentos, pelas discussões estimulantes e pelo ambiente acadêmico colaborativo que contribuíram para o meu crescimento pessoal e acadêmico.

Por fim, gostaria de expressar minha gratidão a todas as pessoas que, de alguma forma, contribuíram para este trabalho, direta ou indiretamente. Suas contribuições foram inestimáveis e são verdadeiramente apreciadas.

O presente trabalho foi realizado com apoio da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior - Brasil (CAPES) - Código de Financiamento 001.

RESUMO

SEGALA, J. V. B. **Técnicas de geração de modelos de bielas e tirantes para vigas-parede de concreto armado**. 2024. Dissertação (Mestrado) – Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, 2024.

O Modelo de Bielas e Tirantes (MBT) é o método mais disseminado para o dimensionamento de vigas-parede de concreto armado, possuindo diversas maneiras de idealizar o modelo de treliça equivalente que constitui o método. Dentre estas maneiras, a que mais se destacou no meio técnico foi o desenvolvimento de MBT por meio da análise das tensões elásticas. É preciso destacar, no entanto, que não é uma tarefa trivial desenvolver modelos de bielas e tirantes para elementos estruturais que possuem geometrias ou carregamentos complexos, uma vez que, para cada elemento, pode haver mais de um MBT possível. Frente a esta realidade, esse trabalho teve como objetivo apresentar um estudo sobre a utilização de diferentes técnicas, nomeadamente, análise das tensões elásticas e otimização topológica (OT), para a geração de modelos de bielas e tirantes para vigas-parede de concreto armado, e analisar seus respectivos desempenhos. Para alcançar este objetivo, foram escolhidos três modelos de vigas-parede na literatura, de tal forma que, para cada uma delas, desenvolveram-se modelos de bielas e tirantes com base nas duas técnicas citadas acima. Na sequência, determinou-se a capacidade de carga para a ruptura do concreto, seguindo as recomendações da norma brasileira ABNT NBR 6118 (2023), e, a partir desta força resistente, adotou-se uma fração dela como sendo a capacidade de carga para a ruptura do aço, de forma que, estas duas intensidades de forças, foram aplicadas nos modelos. Com os MBT e as forças aplicadas definidas, realizaram-se o dimensionamento e o detalhamento dos tirantes, para, então, prosseguir com a modelagem numérica e posterior análise não-linear de cada MBT gerado para cada viga-parede. Destas análises, observou-se que os MBT gerados a partir da OT necessitaram de ajustes para ficarem isostáticos, assim como, notou-se que as frações de volume utilizadas (de 20% a 40% do volume inicial) resultaram em topologias que auxiliaram no traçado de MBT, além disso, extraíram-se dados que permitiram avaliar o desempenho de cada viga. Com base nesses resultados, chegou-se à conclusão de que a otimização topológica é uma ferramenta com potencial para auxiliar no traçado de MBT, podendo levar a estruturas com melhor desempenho, em comparação com os MBT gerados a partir da análise elástica.

Palavras-chave: Modelo de bielas e tirantes. Otimização topológica. Concreto armado. Análise não-linear. Viga-parede.

ABSTRACT

SEGALA, J. V. B. **Techniques for generating strut-and-tie models for reinforced concrete deep beams**. 2024. Dissertação (Mestrado) – Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, 2024.

The Strut-and-Tie Model (STM), the most widespread method for the design of reinforced concrete deep beams, encompasses several ways of developing the equivalent truss model that constitutes the method. Among them stands the development of the STM in the technical field through the analysis of elastic stress fields. However, the design of strut-and-tie models for structural elements with complex geometries or load conditions is not a simple task, as multiple STM may be applicable to a single element. This dissertation reports on a study of the use of different techniques, namely, analysis of elastic stress fields and topology optimization (TO), for the generation of strut-and-tie models for deep beams and to evaluate their performance. To achieve this objective, three deep beam models were selected from literature as case studies. For each beam, STM were developed based on both elastic stress analysis and topology optimization. The load carrying capacity for concrete failure was determined according to the Brazilian standard ABNT NBR 6118 (2023), and a fraction of this load was designated as the failure load for steel, so that, these forces, were applied to the deep beam models. With the STM and applied forces established, the design and detailing of the ties were completed, followed by numerical modeling and nonlinear analysis of each STM for each deep beam. From these analyses, it was observed that the STM generated through TO required adjustments to become isostatic. Additionally, the volume fractions used (ranging from 20% to 40% of the initial volume) resulted in topologies that assisted in defining the STM layouts. Moreover, data were extracted that allowed the evaluation of each beam's performance. Based on these results, it was concluded that topology optimization holds significant potential for enhancing STM development, potentially leading to structures with superior performance compared to those designed using elastic analysis.

Keywords: Strut-and-tie model. Topology optimization. Reinforced concrete. Nonlinear analysis. Deep beam.

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO.....	18
1.1 CONSIDERAÇÕES INICIAIS.....	18
1.2 JUSTIFICATIVA.....	20
1.3 OBJETIVOS.....	22
1.3.1 Objetivo Geral.....	22
1.3.2 Objetivos Específicos.....	22
2 REVISÃO DE LITERATURA.....	24
2.1 MODELOS DE BIELAS E TIRANTES.....	24
2.1.1 Teoria da plasticidade.....	25
2.1.2 Regiões B e D.....	28
2.1.3 Elementos do modelo de bielas e tirantes.....	30
2.1.4 Desenvolvimento dos modelos.....	33
2.1.5 Otimização dos modelos.....	35
2.1.6 Dimensionamento de modelos de bielas e tirantes de acordo com a ABNT NBR 6118 (2023).....	36
2.1.6.1 Coeficiente de ajustamento.....	37
2.1.6.2 Ângulo de inclinação das bielas.....	37
2.1.6.3 Parâmetros de resistência das bielas.....	37
2.1.6.4 Dimensionamento dos tirantes.....	38
2.1.6.5 Parâmetros de resistência dos nós.....	39
2.1.6.6 Vigas-parede.....	40
2.1.6.6.1 Detalhamento.....	41
2.1.6.6.2 Armadura mínima.....	41
2.1.6.6.3 Ancoragem.....	42
2.2 OTIMIZAÇÃO TOPOLÓGICA.....	45
2.2.1 Tipos de otimização.....	46
2.2.2 Técnicas de otimização topológica.....	46
2.2.3 SIMP.....	48
2.3 ANÁLISE NÃO-LINEAR.....	54
2.3.1 Modelo constitutivo do aço.....	55
2.3.2 Modelo constitutivo do concreto.....	56
3 METODOLOGIA.....	65

3.1 MODELOS DE VIGA-PAREDE AVALIADOS.....	66
3.2 ANÁLISE ELÁSTICA.....	68
3.3 OTIMIZAÇÃO TOPOLÓGICA.....	71
3.4 DEFINIÇÃO DOS MODELOS DE BIELAS E TIRANTES.....	72
3.5 VERIFICAÇÕES DOS MODELOS DE BIELAS E TIRANTES.....	74
3.6 DETALHAMENTO DAS ARMADURAS.....	77
3.7 ANÁLISE NÃO-LINEAR.....	79
3.8 MÉTRICAS AVALIATIVAS.....	85
4 RESULTADOS.....	89
4.1 VIGA-PAREDE SIMPLEMENTE APOIADA.....	89
4.1.1 Tensões da análise elástica.....	89
4.1.2 Resultados da otimização topológica.....	90
4.1.3 Modelos de Biela e Tirantes.....	92
4.1.4 Detalhamentos resultantes.....	95
4.1.5 Análises não-lineares.....	97
4.2 VIGA-PAREDE COM ABERTURA.....	106
4.2.1 Tensões da análise elástica.....	106
4.2.2 Resultados da otimização topológica.....	107
4.2.3 Modelos de Biela e Tirantes.....	109
4.2.4 Detalhamentos resultantes.....	112
4.2.5 Análises não-lineares.....	118
4.3 VIGA PAREDE COM VARIAÇÃO DE ALTURA E ABERTURA.....	126
4.3.1 Tensões da análise elástica.....	126
4.3.2 Resultados da otimização topológica.....	127
4.3.3 Modelos de Biela e Tirantes.....	129
4.3.4 Detalhamentos resultantes.....	130
4.3.5 Análises não-lineares.....	137
4.4 DISCUSSÕES GERAIS.....	142
4.5 RESULTADOS EXPERIMENTAIS DA LITERATURA BASE.....	148
5 CONCLUSÕES.....	155
REFERÊNCIAS.....	159
APÊNDICE A – Resultados das análises não-lineares para o modelo “UNIF”.....	164
APÊNDICE B – Resultados das análises não-lineares para o modelo “ABERT”.....	177
APÊNDICE C – Resultados das análises não-lineares para o modelo “HVAR”.....	194

1 INTRODUÇÃO

Neste capítulo, serão apresentadas as considerações iniciais sobre o tema desta dissertação, com o objetivo de proporcionar uma visão geral dos assuntos que foram explorados ao longo do trabalho.

1.1 CONSIDERAÇÕES INICIAIS

Uma estrutura em concreto armado pode ser subdividida, basicamente, em duas regiões: regiões B (contínuas) e regiões D (descontínuas). O primeiro tipo de região se refere a trechos da estrutura em que é válida a hipótese de Euler-Bernoulli, ou seja, seções planas permanecem planas e ortogonais à linha neutra após a flexão, indicando que as deformações ao longo da seção transversal do elemento variam linearmente conforme a altura.

Já as regiões D são aquelas em que não é válida esta hipótese, caracterizando um comportamento não-linear das deformações ao longo da altura da seção transversal da estrutura, fazendo com que não seja possível utilizar as equações clássicas da mecânica, nem as equações de dimensionamento de elementos de concreto armado, pois no desenvolvimento delas não foi considerado o efeito que as tensões de cisalhamento geram no campo de deformações e, conseqüentemente, nas tensões internas, sendo esta influência de extrema importância em elementos com descontinuidades.

Frente a isso, surgiram diversos métodos para dimensionar este tipo de região, sendo o mais consagrado o Modelo de Bielas e Tirantes (MBT). Este método consiste em representar a estrutura original em um sistema equivalente de treliça formada por bielas, tirantes e nós, sendo essa representação proveniente da aproximação do comportamento da peça de concreto armado quando fissurada.

As bielas correspondem ao campo de tensão de compressão atuando no elemento, assim como os tirantes representam o campo de tensão de tração, sendo esses dois elementos representados por barras de treliça, uma sujeita a esforços de compressão e a outra a esforços de tração, respectivamente. Já os nós são regiões de concreto que representam a intersecção entre as bielas e os tirantes.

O método mais utilizado para o desenvolvimento de modelos de bielas e tirantes é o da análise das tensões elásticas. Neste método é realizada uma análise elástica linear do elemento estrutural, considerando apenas o concreto, utilizando o Método dos Elementos Finitos (MEF).

O resultado desta análise é o campo de deslocamentos dos elementos finitos e, a partir deste, é possível determinar as deformações e, em sequência, as tensões internas (tração e compressão) atuantes na estrutura.

A partir desse campo de tensões, realiza-se o traçado do modelo de treliça equivalente, sendo que as bielas e os tirantes devem ser posicionados o mais próximo possível da direção da resultante das tensões de compressão e de tração, respectivamente, o que pode ser uma tarefa complexa, a depender da estrutura analisada, pois, para uma mesma estrutura, pode haver mais de uma configuração de treliça equivalente que represente seu comportamento no estado fissurado, sendo que, essa treliça equivalente, corresponde ao modelo de bielas e tirantes idealizado para a estrutura.

Isto acontece, pois o MBT é baseado no teorema do limite inferior da teoria da plasticidade, cujo enunciado evidencia que uma estrutura sujeita a um carregamento, cuja distribuição interna de tensões gerada por este último esteja em equilíbrio e seja plasticamente admissível, ou seja, em nenhum ponto seja excedida a tensão de plastificação do material, então, essa intensidade de carregamento é igual ou inferior à intensidade de colapso (Proença, 2022).

A relação deste teorema com os modelos de bielas e tirantes ocorre, pois, em uma análise limite, as variáveis que caracterizam os campos de tensões (variáveis estáticas), relacionam-se com as cargas aplicadas através das equações de equilíbrio, e, juntamente com as relações constitutivas, que representam a condição de resistência do material, constituem as principais restrições do problema, sendo justamente as duas condições que devem ser satisfeitas para o dimensionamento de estruturas utilizando os MBT, nomeadamente: condições de equilíbrio e relações constitutivas (Pantoja, 2012).

No entanto, para que este teorema seja válido, a principal hipótese que deve ser atendida é a que o material constituinte da estrutura possua comportamento rígido-plástico perfeito. Relacionando isto com os MBT, o material que possui comportamento mais semelhante a esse no Estado Limite Último (ELU) é o aço, portanto, para que esse teorema seja aplicável aos MBT, o esmagamento do concreto nas bielas e nas regiões nodais não pode ocorrer antes do escoamento das armaduras (Souza, 2004).

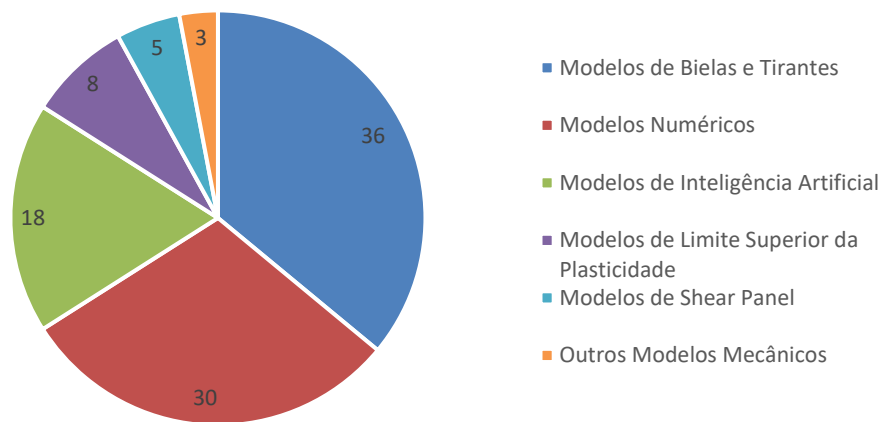
Desta forma, podem surgir situações nas quais diferentes soluções, que atendam ao critério de resistência, possam ser confrontadas, de modo que resultem em diferentes desempenhos quanto à segurança estrutural, custos, facilidade de execução e melhor comportamento em serviço. Com essas informações o engenheiro poderá tomar decisões quanto à melhor solução para determinado problema levando em conta os diversos fatores envolvidos.

Frente aos tópicos abordados acima, pesquisas estão sendo desenvolvidas para a obtenção de ferramentas que auxiliem os engenheiros no desenvolvimento de modelos de bielas e tirantes, bem como na verificação do comportamento em serviço do elemento dimensionado. Além disto, novas técnicas, baseadas no uso de otimização topológica, estão sendo avaliadas para a obtenção destes modelos, de forma que estes sejam mais eficientes em comparação com modelos desenvolvidos utilizando os métodos clássicos.

1.2 JUSTIFICATIVA

O dimensionamento de vigas-parede de concreto armado é uma tarefa complexa que é estudada desde 1960, segundo Abbood (2022). A partir desta época, vários modelos empíricos e analíticos foram desenvolvidos para avaliar a capacidade resistente desses elementos especiais, sendo o Modelo de Bielas e Tirantes (MBT) o mais utilizado (Figura 1), devido ao seu método de dimensionamento simples e ao fato de fornecer resultados a favor da segurança.

Figura 1 – Modelos utilizados no dimensionamento de vigas-parede de concreto armado.



Fonte: Adaptado de Abbood (2022).

Apesar do MBT ser amplamente utilizado e indicado por normas nacionais e internacionais para o dimensionamento de elementos especiais de concreto armado, sua aplicação ainda depende da experiência do projetista para a escolha do melhor modelo de treliça equivalente que represente a estrutura, pois, para um determinado elemento estrutural com descontinuidade, há diversos modelos de bielas e tirantes possíveis.

Isso ocorre pois o MBT é um método de dimensionamento baseado nas condições de equilíbrio e nas relações constitutivas dos materiais empregados, devido ao fato de ser garantido pelo teorema do limite inferior da plasticidade. Entretanto, mesmo com as recomendações

normativas para uso do MBT, não há métricas que tornam direto e objetivo o desenvolvimento desses modelos, uma vez que, qualquer alteração nas condições de contorno, ou de carregamento, ocasiona uma perturbação na distribuição das tensões internas, fazendo com que haja necessidade de desenvolver um novo MBT. Além disso, considerando que o elemento esteja seguro quanto ao seu comportamento no ELU, as normas técnicas não fornecem parâmetros para caracterizar o desempenho e assegurar o comportamento no Estado Limite de Serviço (ELS) de elementos dimensionados utilizando esse método.

Ademais, as normas de projeto estrutural preconizam a utilização de uma armadura mínima distribuída em malha nas faces de vigas-parede. Esta taxa mínima de armadura deve ser obedecida e adicionada no detalhamento deste tipo de elemento estrutural, nos casos em que a área de aço determinada pelos MBT seja inferior a ela, ou em situações em que os modelos não indiquem a necessidade de armadura em alguns locais da estrutura. Essa primeira situação pode ocorrer em vigas-parede que possuem bielas em garrafa, ou seja, bielas onde há o aparecimento de tensões transversais de tração significativas, devido ao espriamento das tensões principais de compressão, e que necessitam de armaduras para resistir a tais esforços. Com isso, essa armadura mínima tem como objetivo realizar o controle da fissuração, resistir às tensões de tração residuais não capturadas pelos MBT e assegurar um nível de ductilidade mínimo para o elemento estrutural.

Em alguns casos, esta armadura mínima pode ocasionar o acréscimo na área de aço, podendo gerar uma distorção no modelo de treliça equivalente que representa o MBT, pois estruturas de concreto armado são internamente hiperestáticas, ou seja, as forças internas atuante em cada elemento são proporcionais à sua rigidez relativa, fazendo com que elementos mais rígidos sejam mais solicitados (Muttoni; Schawartz; Thürlimann, 2006; Souza, 2008).

Diante dessas condições, diversos estudos sobre a utilização de técnicas de otimização topológica vêm sendo realizados para o desenvolvimento de modelos de bielas e tirantes, com o objetivo de tornar o processo de dimensionamento de elementos especiais de concreto armado mais ágil, preciso e seguro.

1.3 OBJETIVOS

Logo abaixo, encontra-se o objetivo geral elencado para essa dissertação, bem como os objetivos específicos definidos que devem ser cumpridos para que o objetivo geral seja alcançado.

1.3.1 Objetivo Geral

O presente trabalho tem como objetivo geral a análise do desempenho de diferentes modelos de bielas e tirantes desenvolvidos por meio do emprego de diferentes técnicas, sendo que para isto, foram escolhidos na literatura, modelos de vigas-parede de concreto armado para serem objetos deste estudo. As metodologias escolhidas para a obtenção dos modelos de bielas e tirantes foram: campo de tensões elásticas e otimização topológica.

1.3.2 Objetivos Específicos

Para alcançar o objetivo geral, foram definidos objetivos específicos, sendo estes:

- Buscar na literatura modelos de vigas-parede para serem objeto deste estudo;
- Desenvolver modelos de bielas e tirantes baseado no campo de tensões elásticas para cada uma das vigas-parede;
- Utilizar a técnica de otimização topológica para obter modelos de bielas e tirantes para as vigas-parede em estudo;
- Detalhar as armações calculadas para cada nível de carga aplicado e realizar a modelagem numéricas de todos os modelos gerados;
- Analisar o desempenho de cada modelo de bielas e tirantes gerado, sendo utilizado para isto, os resultados obtidos nas simulações numéricas, via Método dos Elementos Finitos, considerando a não-linearidade física dos materiais (concreto e aço);
- Avaliar e comparar os resultados apresentados por cada modelo com base em métricas de desempenho pré-estabelecidas.

2 REVISÃO DE LITERATURA

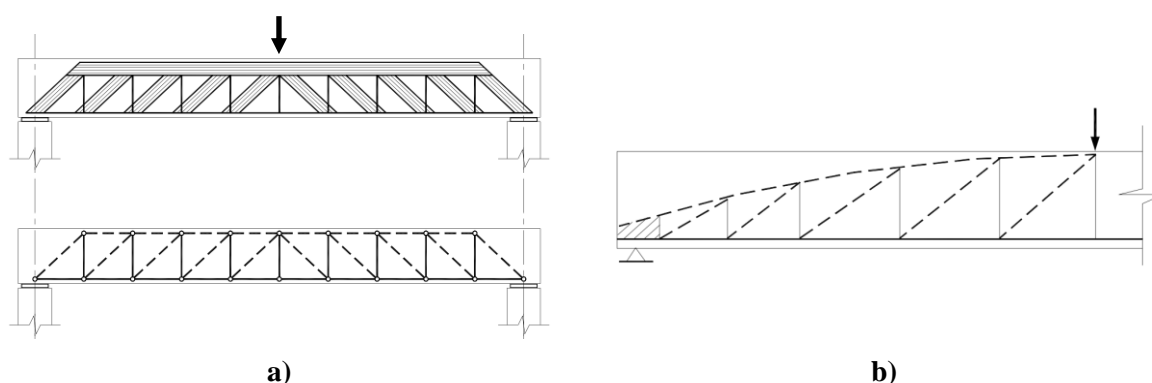
Neste capítulo, encontram-se as teorias que fundamentam os assuntos a serem abordados ao longo do desenvolvimento do trabalho. O objetivo é fornecer ao leitor uma visão abrangente do estado da arte de cada tema, estabelecendo uma base teórica sólida que sustente as discussões e análises subsequentes desta dissertação, permitindo uma exploração aprofundada e contextualizada do tema.

2.1 MODELO DE BIELAS E TIRANTES

O Modelo de Bielas e Tirantes teve origem no século XX a partir da proposição do Modelo de Analogia de Treliça feita por Mörsch (1909) e Ritter (1899). Neste modelo proposto, os autores assimilaram o comportamento de uma viga de concreto armado, quando fissurada, ao de uma treliça, onde o concreto entre as fissuras formava as bielas de compressão e estas, por sua vez, se conectavam com os estribos e com as barras longitudinais superior e inferior, formando assim uma treliça plana.

Inicialmente esta treliça apresentava bielas com inclinação de 45° em relação à horizontal, bem como banzos horizontais paralelos (Figura 2-a). No entanto, ensaios experimentais apresentaram grande discrepância com relação aos resultados gerados utilizando este método.

Figura 2 – Analogia de treliça clássica (a) e analogia de treliça generalizada (b).



Fonte: Adaptado de Fusco (1984) e Giongo (2017).

A partir destas observações, ao longo do tempo, diversos autores propuseram modificações para o método de analogia de treliça, de forma que este representasse com maior

fidelidade o comportamento real da viga de concreto armado (Figura 2-b). Dentre as mudanças, as que tiveram maior relevância foram: a inclinação das bielas se altera conforme estas se aproximam dos apoios; o banzo comprimido não é horizontal e paralelo com o banzo tracionado.

Apesar deste método ser utilizado até os dias atuais e estar presente em normas técnicas de projeto de estruturas de concreto, esta abordagem é válida apenas em regiões que não apresentem descontinuidades, sejam estas de origem estática ou geométrica, ou seja, regiões que atendam a Hipótese de Euler-Bernoulli.

Frente a esta limitação do método e com o avanço dos estudos baseados em análise limite, Schlaich, Schäfer e Jennewein (1987) publicaram um artigo onde apresentavam um método baseado no Teorema do Limite Inferior da Teoria da Plasticidade para o dimensionamento unificado de estruturas de concreto, ou seja, regiões contínuas e descontínuas poderiam ser dimensionadas de forma conjunta. Este método foi chamado de Modelo de Bielas e Tirantes (MBT) e pode ser entendido como a generalização da analogia de treliça.

Basicamente, o MBT consiste em simplificar a complexa distribuição de tensões internas de um elemento estrutural especial em um sistema de treliça equivalente, o qual conduzirá o carregamento aplicado até os apoios por meio de bielas comprimidas, tirantes tracionados e nós conectando estes dois últimos.

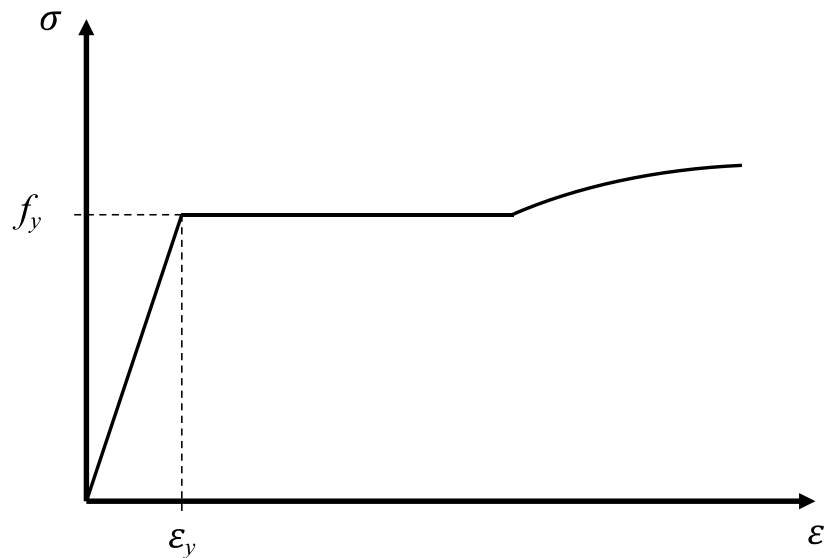
2.1.1 Teoria da plasticidade

Segundo El-Metwally e Chen (2017), para se obter uma solução válida na mecânica do contínuo, três condições devem ser satisfeitas, sendo elas: equilíbrio, compatibilidade entre deformação e deslocamento e as relações constitutivas dos materiais. No entanto, há casos em que a satisfação destas três condições possui um elevado grau de complexidade. Frente a esta constatação, para facilitar a análise e dimensionamento de elementos especiais, utiliza-se a chamada “análise limite”, na qual apenas duas das três condições citadas acima devem ser satisfeitas para se obter uma solução simplificada.

Esta ferramenta de análise fornece teoremas limite (superior e inferior) para a carga última de estruturas ou elementos estruturais. Para o desenvolvimento destes teoremas, o comportamento do material deve ser considerado rígido-plástico perfeito, devendo ser desconsiderado possíveis trechos de endurecimento ou amolecimento.

O aço, por ser um material dúctil, possui deformações plásticas elevadas quando comparadas com a deformação de escoamento, conforme pode-se observar na Figura 3. A partir desta característica do material, pode-se suficientemente considerar o modelo rígido-plástico perfeito para representar o comportamento do aço à tração (Santos, 2021).

Figura 3 – Diagrama tensão-deformação do aço à tração para concreto armado.



Fonte: Adaptado de Santos (2021).

Com relação ao comportamento do concreto à compressão (Figura 4), este apresenta três regiões distintas em seu diagrama tensão-deformação (Muttoni; Schwartz; Thürlimann, 1997):

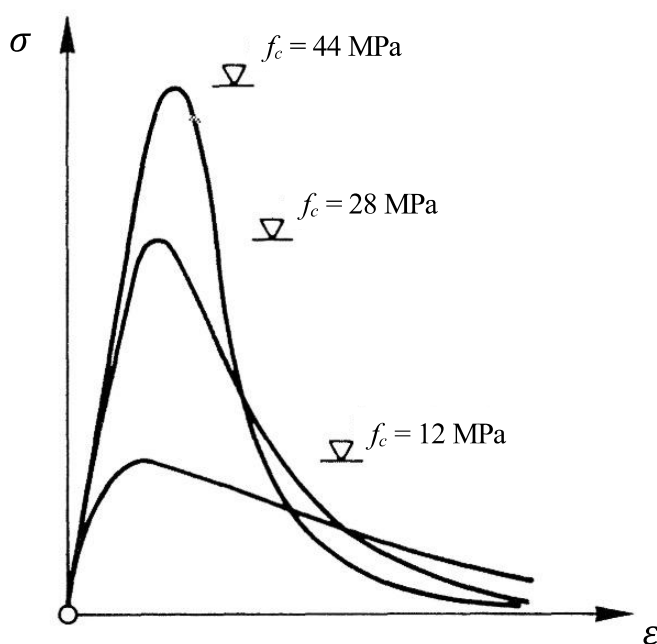
- região quase elástica linear;
- região de endurecimento com grandes deformações laterais;
- região de amolecimento com grandes deformações laterais.

Como pode-se observar na Figura 4, o comportamento real do concreto diverge bastante em relação ao comportamento de um material rígido-plástico perfeito. Porém, desde que seja utilizado um valor de resistência à compressão efetiva adequado, a teoria da plasticidade pode ser aplicada para o concreto.

Esta resistência efetiva é dada pela redução da resistência característica à compressão do concreto devida à dois fatores, basicamente, sendo eles: formação de fissuras e amolecimento do concreto. O primeiro fator pode ser subdividido em três subitens, segundo Nielsen e Hoang (2011): redução da resistência pela microfissuração do concreto antes do

carregamento, redução da resistência gerada pela microfissuração do concreto ocasionada pelo carregamento e a redução devida à macrofissuração. Portanto, ao considerar todos estes fatores na determinação da resistência efetiva à compressão do concreto, pode-se adotar um modelo rígido-plástico perfeito para seu comportamento, possibilitando a aplicação da teoria da plasticidade para as estruturas de concreto armado.

Figura 4 – Diagrama tensão-deformação do concreto à compressão.



Fonte: Adaptado de Muttoni, Schwartz e Thürlimann (1997).

O principal teorema da análise limite, que é o mais importante para o desenvolvimento deste trabalho, é o teorema do limite inferior, cuja aplicação é possível para diferentes materiais, mas, possui maior enfoque em aplicações com materiais de comportamento frágil, como o concreto, por exemplo.

Este teorema estabelece que um campo de tensões que satisfaça às condições de equilíbrio e que não viole o critério de escoamento do material em nenhum ponto do meio contínuo, fornece um limite inferior para a capacidade resistente de elementos constituídos por materiais com comportamento rígido-plástico perfeito. Esta teoria mostra a capacidade que o elemento tem de se ajustar para suportar as cargas aplicadas, se isto for possível (El-Metwally; Chen, 2017).

Para o desenvolvimento deste teorema, apenas a condição de equilíbrio e a relação constitutiva do material devem ser satisfeitas para que a solução seja representativa, mesmo que

esta solução não seja igual a carga real de colapso da estrutura. Tal correlação se deve ao fato de que esta carga é calculada para uma estrutura ideal, cuja deformação aumenta infinitamente enquanto a tensão é mantida constante. A idealização de uma estrutura analisada utilizando os teoremas de análise limite são originadas dos dois critérios básicos abaixo:

- Material constituinte deve possuir comportamento rígido-plástico perfeito;
- A estrutura deve apresentar pequenos deslocamentos e pequenas deformações (o que é comum em estruturas de concreto armado), tornando possível a aplicação do princípio dos trabalhos virtuais, que é chave para a comprovação dos teoremas limites.

2.1.2 Regiões B e D

Segundo El-Metwally e Chen (2017), uma estrutura de concreto pode ser dividida, basicamente, em dois tipos de regiões de acordo com a distribuição da deformação específica na seção transversal do elemento, sendo estas: regiões contínuas e descontínuas.

As regiões contínuas são aquelas para as quais a Hipótese de Euler-Bernoulli é válida, ou seja, seções planas permanecem planas e ortogonais à linha neutra após a flexão, indicando que as deformações específicas apresentam distribuição linear ao longo da seção transversal. Já para as regiões descontínuas esta hipótese não permanece válida. Schlaich, Schäfer e Jennewein (1987), denominaram as regiões descontínuas de regiões D (descontinuidade) e as regiões contínuas de regiões B (Bernoulli).

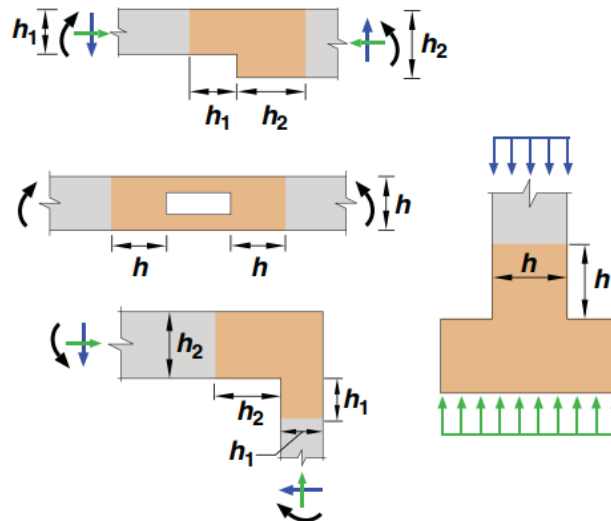
As regiões B são usualmente analisadas utilizando-se o modelo clássico de treliça proposto por Mörsch (1909) e Ritter (1899), sendo que para o tratamento de regiões D, este modelo foi ampliado e generalizado, tornando-se Modelo de Bielas e Tirantes. Este novo método permite que a estrutura seja analisada de maneira consistente e integrada, haja vista que as regiões descontínuas são usualmente as regiões mais críticas da estrutura, em razão da sua complexa distribuição de deformações e, conseqüentemente, de tensões.

De acordo com Silva e Giongo (2000), essas regiões descontínuas podem ser originadas por descontinuidades de caráter estático (cargas concentradas, reações de apoio, entre outros) e/ou geométrico (aberturas, redução de altura e nós de pórticos), sendo apresentados alguns exemplos nas Figura 5 e 6.

A divisão de uma estrutura em regiões B e D pode ser feita de acordo com as trajetórias de tensões, tendo como base o Princípio de Saint-Venant, que define as regiões próximas às descontinuidades como regiões que apresentam distribuições irregulares de tensão, no entanto

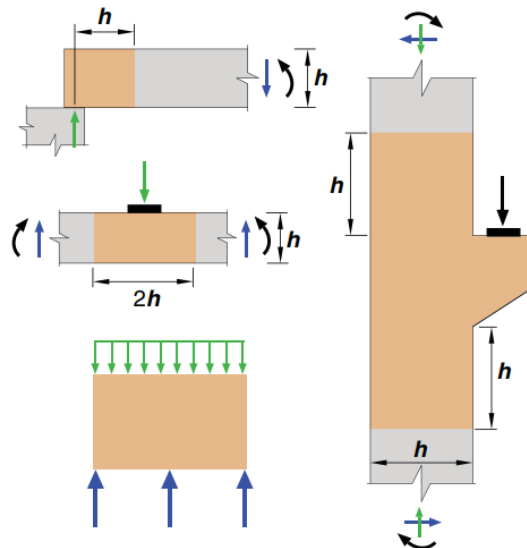
esta distribuição se regulariza à medida que se distancia destas perturbações, até que, a uma distância aproximadamente igual a maior dimensão (h) da seção transversal do elemento, a distribuição de tensões pode ser considerada uniforme.

Figura 5 – Regiões com descontinuidades geométricas.



Fonte: ACI (2019).

Figura 6 – Regiões com descontinuidades estáticas e geométricas.



Fonte: ACI (2019).

Portanto, a uma distância h do ponto onde há descontinuidade, delimitam-se as fronteiras entre regiões B e D, sendo que, normalmente, h é a altura da seção transversal da região B adjacente. É importante salientar que este procedimento de divisão é aproximado, pois

cada tipo de descontinuidade causa uma distribuição de tensões diferente, porém, qualitativamente, este método é satisfatório (Silva; Giongo, 2000).

2.1.3 Elementos do Modelo de Bielas e Tirantes

Os modelos de bielas e tirantes são constituídos basicamente por 2 tipos de elementos, sendo eles: as bielas e os tirantes, e pelos nós, que representam a interseção de três ou mais elementos.

As bielas são membros que representam a resultante do campo de tensão de compressão, ou seja, estão submetidas à compressão. Dependendo da geometria e das condições de contorno do problema analisado, o campo de tensão de compressão se altera, podendo apresentar três configurações típicas (Silva; Giongo, 2000):

- distribuição de tensões radiais (em leque);
- distribuição de tensões em linhas curvilíneas com afunilamento da seção (forma de garrafa);
- distribuição de tensões paralelas (prismática).

O primeiro tipo, conhecido como biela em forma de leque (Figura 7-c), representa os campos de tensão de compressão com curvatura desprezível, ou seja, as forças às quais o elemento está submetido são propagadas de maneira suave, não desenvolvendo tensão de tração transversal.

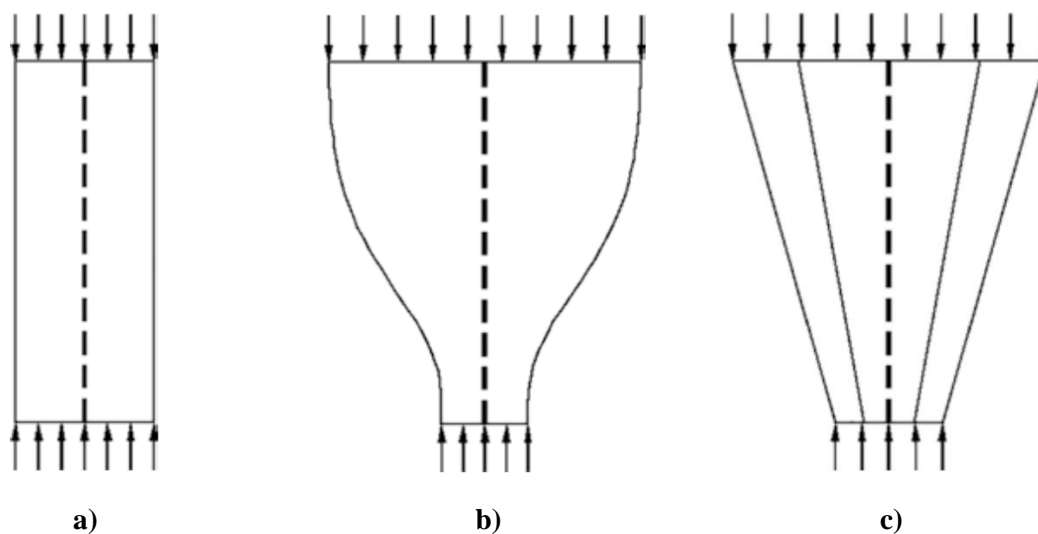
Por sua vez, a distribuição em linhas curvilíneas com afunilamento (Figura 7-b), também chamada de biela em forma de garrafa, apresenta uma propagação de tensões com curvatura acentuada, ou seja, de forma dispersa, ocorrendo principalmente quando há forças concentradas. Segundo Silva e Giongo (2000), este espraçamento de tensão de compressão provoca compressão biaxial ou triaxial abaixo da força aplicada, e tensão de tração transversal considerável no meio do comprimento da biela, devendo esta ser reforçada com armaduras transversais.

Conforme El-Metwally e Chen (2017), para facilitar o projeto de bielas em forma de garrafa, pode-se considerá-las como bielas prismáticas (com resistência igual a menor das resistências de suas extremidades) com armaduras para combater a tração transversal e para controlar a abertura de fissuras. Os autores ainda citam a possibilidade de tratar este tipo de biela com um modelo de bielas e tirantes próprio para ela (Figura 8), sendo possível realizar o

dimensionamento da armadura transversal, indo ao encontro do método do triângulo equilátero proposto por El-Zoughiby (2021).

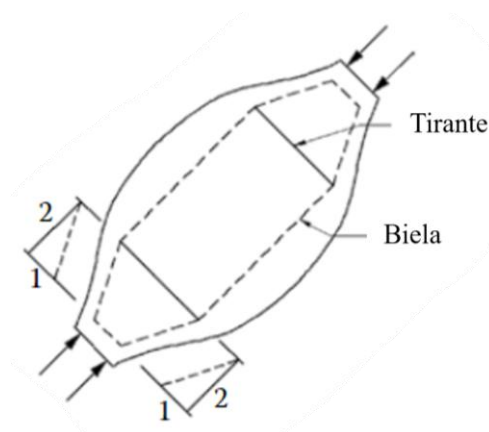
Por fim, a distribuição paralela (Figura 7-a) ocorre quando as tensões se distribuem uniformemente, não gerando tensão de tração transversal. Este tipo de biela é característico de regiões B.

Figura 7 – Tipos de bielas: a) prismática, b) garrafa e c) leque.



Fonte: El-Metwally e Chen (2017).

Figura 8 – Modelo de bielas e tirantes para determinação da armadura transversal de bielas em forma de garrafa.



Fonte: Adaptado de El-Metwally e Chen (2017).

Os tirantes, por sua vez, são membros tracionados cuja força é resistida, usualmente, pela armadura passiva, porém, pode ser resistida pela armadura ativa ou pela resistência à tração

do concreto. Normalmente um tirante representa uma ou mais camadas de armadura, tornando necessário que o centro de gravidade das barras que compõe o tirante seja coincidente com o eixo deste último.

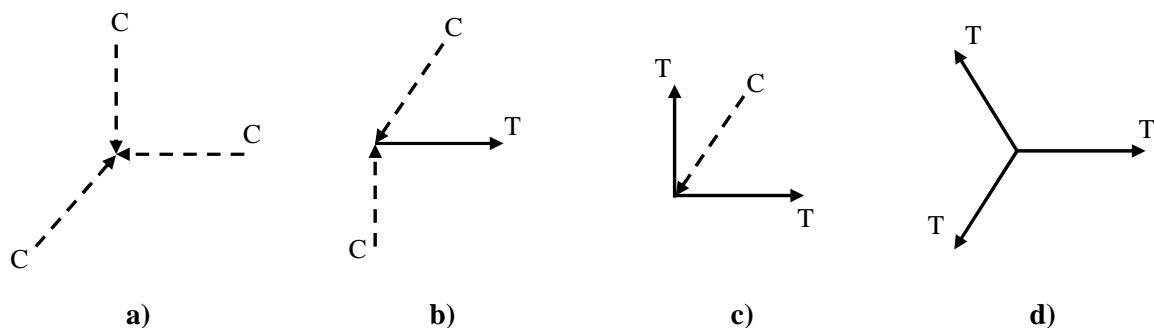
Já o nó, dentro do modelo de bielas e tirantes, é uma idealização da realidade, representando um volume de concreto que envolve o ponto onde o eixo das bielas, tirantes e forças concentradas se interceptam, o que ocasiona uma mudança brusca na direção das forças, sendo que, na realidade, este desvio é feito ao longo de um certo comprimento.

Schäfer e Schlaich (1998) evidenciaram dois tipos principais de nós dentro do modelo de bielas tirantes, nomeadamente: nós contínuos e nós singulares. Os nós contínuos são aqueles cujo desvio de força é realizado ao longo de um comprimento razoável, fazendo com que este tipo de nó não seja crítico, desde que a armadura do tirante tenha um comprimento de ancoragem adequado. Já os nós singulares são o oposto dos nós contínuos, ou seja, o desvio de forças ocorre localizadamente, sendo comum que este tipo de nó se encontre próximo à região de aplicação de cargas concentradas, reações de apoio e concentrações de tensão. Devido a isto, os nós singulares são críticos, e devem ter suas tensões verificadas.

Para que o nó esteja em equilíbrio, pelo menos três forças devem estar atuando nele e, a depender do tipo de força (compressão ou tração), os nós podem ser classificados como:

- nós CCC (Figura 9-a);
- nós CCT (Figura 9-b);
- nós CTT (Figura 9-c);
- nós TTT (Figura 9-d).

Figura 9 – Classificação dos nós.



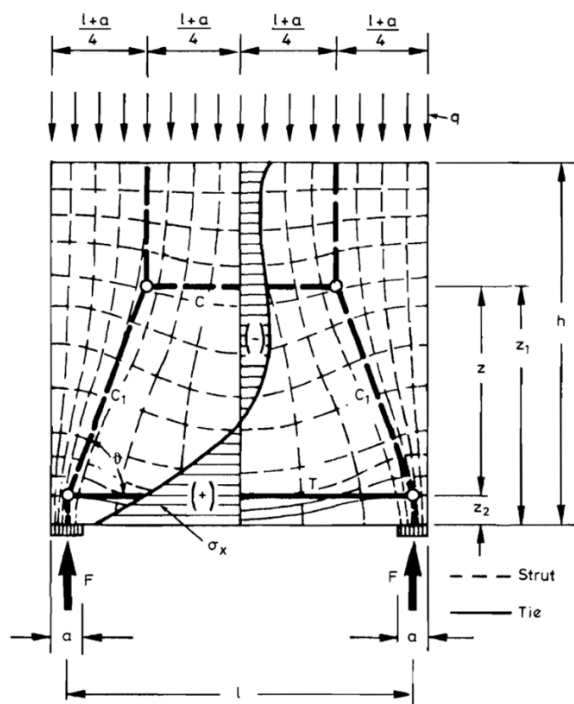
Fonte: Adaptado de El-Metwally e Chen (2017).

2.1.4 Desenvolvimento dos modelos

As regiões D podem apresentar diversas geometrias e condições de contorno, sendo que para cada tipo de região D é necessário o desenvolvimento de um modelo de bielas e tirantes específico. O desenvolvimento de modelos de bielas e tirantes é realizado, basicamente, utilizando duas abordagens clássicas, sendo elas o método do caminho de cargas e a análise elástica utilizando método dos elementos finitos. O método do caminho de cargas (baseado no conceito de mínima energia de deformação) foi amplamente utilizado para desenvolvimentos de modelos de bielas e tirantes, porém atualmente perdeu força frente à precisão e rapidez apresentada pela análise elástica.

A análise elástica linear fornece o campo de tensões elásticas e suas direções principais, sendo que as bielas e tirantes devem ser colocados no centro das trajetórias de tensão de compressão e tração (Figura 10), respectivamente, respeitando um desvio máximo de $\pm 15^\circ$ em relação a resultante destas trajetórias (El-Metwally; Chen, 2017).

Figura 10 – Trajetória das tensões elásticas e o respectivo modelo de bielas e tirantes.



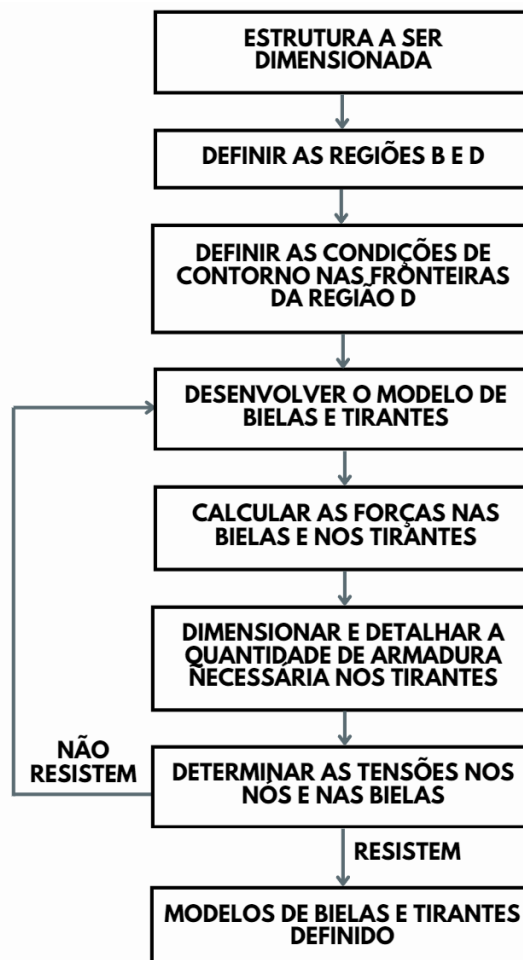
Fonte: Schlaich e Schäfer (1991).

Segundo Schlaich, Schäfer e Jennewein (1987), os modelos de bielas e tirantes desenvolvidos com base nas direções das tensões principais, que são obtidas através da análise

das tensões elásticas, tendem a garantir os requisitos de ductilidade, haja vista que pelo método do caminho das cargas, várias soluções são possíveis para um mesmo elemento sujeito às mesmas condições de contorno (isto é devido ao teorema do limite inferior), porém, diversos desses modelos podem apresentar fissuração excessiva e até uma ruptura prematura por tração transversal.

Apesar deste tipo de análise ter suas limitações, devidas ao fato de não considerar a não-linearidade física do concreto e do aço, ela é amplamente utilizada, pois, segundo pesquisadores, a ductilidade do concreto armado é capaz de absorver certos desvios de tensões causados por essa não-linearidade, considerando também que o elemento seja armado de acordo com as recomendações normativas e práticas, fazendo com que a estrutura se comporte de acordo com o sistema estrutural interno assumido. Abaixo, encontra-se ilustrado o fluxograma com a rotina de projeto (Figura 11) de elementos estruturais, utilizando modelo de bielas e tirantes, proposto por El-Metwally e Chen (2017).

Figura 11 – Fluxograma para determinação de um modelo de bielas e tirantes.



Fonte: Adaptado de El-Metwally e Chen (2017).

2.1.5 Otimização dos modelos

Conforme comentado anteriormente, para uma mesma estrutura podem existir diversos modelos de bielas e tirantes diferentes entre si, deixando o projetista em dúvida de qual seria o melhor modelo. Frente a tais possibilidades, Schäfer e Schlaich (1998) propuseram alguns passos para realizar a otimização do modelo de forma que este atenda ao fluxo de tensões elásticas e as especificidades do concreto armado:

- as armaduras devem estar dispostas de maneira que atenda aos requisitos práticos para simplificar sua armação;
- os cantos e as faces do elemento estrutural devem possuir armaduras que controlem a fissuração;
- no estado fissurado, o concreto perde sua capacidade de resistir a tração, considerando que esta passará a ser inteiramente resistida e conduzida pelas armaduras dos tirantes;
- a disposição das armaduras deve ser de tal forma que elas possam suportar mais de uma configuração de carregamento;
- as ações tendem a utilizar o caminho mais curto até o apoio, seguindo o princípio da mínima energia de deformação. A partir desta observação e, sabendo que as armaduras que formam os tirantes são muito mais deformáveis que as bielas de concreto, o modelo que apresentar tirantes mais curtos é considerado o melhor do ponto de vista de energia (Figura 12). A formulação deste critério encontra-se na Equação 1 abaixo (Schlaich; Schäfer; Jennewein, 1987).

$$\sum F_i \cdot l_i \cdot \varepsilon_i = \text{mínimo} \quad (1)$$

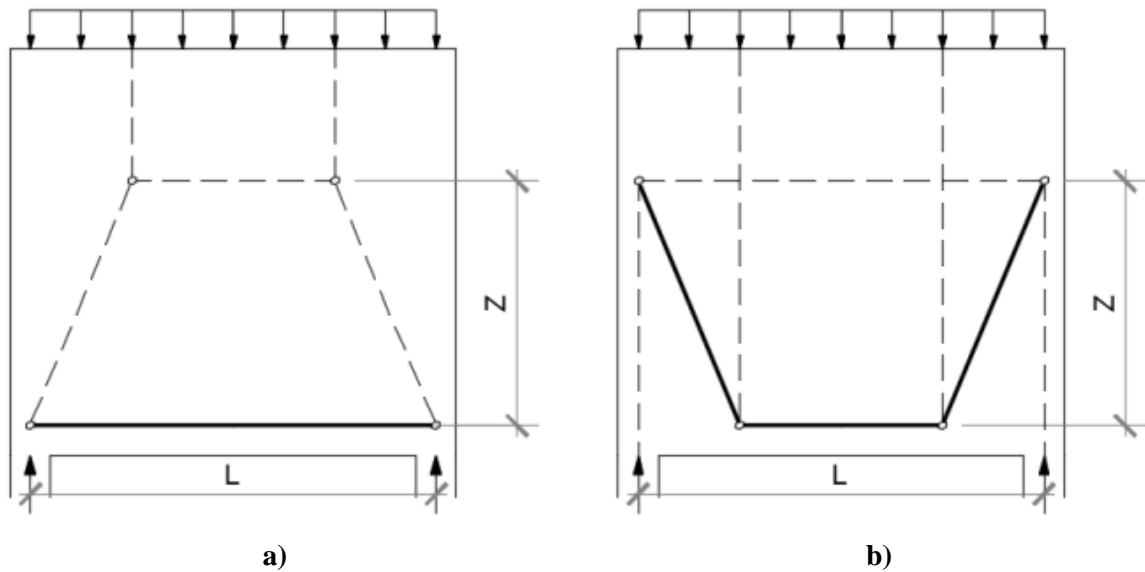
Sendo:

F_i = força nos tirantes;

l_i = comprimento do tirante;

ε_i = deformação específica média do tirante.

Figura 12 – Exemplo de um bom modelo de bielas e tirantes (a) e de um modelo menos eficaz (b).



Fonte: Adaptado de Schlaich, Schäfer e Jennewein (1987).

Como citado acima, a estrutura deve ser armada de forma que os tirantes sejam capazes de atender a mais de um caso de carregamento, o que pode ocorrer na realidade, sendo exemplos disto: mudança de uso da edificação, acréscimo de novos pavimentos, entre outros. A partir deste fato, El-Metwally e Chen (2017) recomendam que os modelos de bielas e tirantes sejam desenvolvidos baseados em sistemas de treliça equivalente isostáticos ou hiperestáticos, pois se o modelo desenvolvido não coincidir com as condições de carregamento e apoio reais, a estrutura irá reajustar o caminho de forças para coincidir com o modelo desenvolvido, porém, deformações significantes poderão aparecer e, consequentemente, fissuras.

2.1.6 Dimensionamento de Modelos de Bielas e Tirantes de acordo com a ABNT NBR 6118 (2023)

As estruturas dimensionadas utilizando modelo de bielas e tirantes apresentam tipicamente três modos de ruptura, segundo El-Metwally e Chen (2017), sendo eles:

- Escoamento dos tirantes, ou falha na ancoragem destes;
- Esmagamento das bielas;
- Ruptura da zona nodal.

Para evitar estes modos de ruptura e garantir um projeto seguro, os elementos que constituem o modelo de bielas e tirantes devem ser verificados ou dimensionados de acordo com o critério de resistência do material que o elemento é constituído.

2.1.6.1 Coeficiente de ajustamento

Em seu item 22.2, a NBR 6118 (ABNT, 2023) estabelece que, devido a responsabilidade dos elementos especiais na estrutura, as ações solicitantes de cálculo atuando em regiões D devem ser majoradas por um coeficiente adicional γ_n , definido conforme o item 5.3.3 da NBR 8681 (ABNT, 2003):

$$\gamma_n = \gamma_{n1} \cdot \gamma_{n2} \quad (2)$$

Sendo:

$\gamma_{n1} \leq 1,2$ em função da ductilidade em uma eventual ruína;

$\gamma_{n2} \leq 1,2$ em função da gravidade das consequências de uma eventual ruína;

2.1.6.2 Ângulo de inclinação das bielas

A NBR 6118 (ABNT, 2023) estabelece limites para a inclinação das bielas em relação ao eixo da armadura longitudinal do elemento estrutural. Em seu item 22.3.1, a norma indica que o ângulo de inclinação das bielas deve ser tal que sua tangente esteja entre 0,57 e 2, ou seja, o ângulo deve ser maior que 29,68° e menor que 63,43°.

2.1.6.3 Parâmetros de resistência das bielas

Conforme citado anteriormente, as bielas são elementos de concreto, e este, por sua vez, possui resistências distintas quando submetido a carregamento uniaxial ou biaxial. Ciente desta característica do material, pode-se afirmar, então, que a resistência das bielas é influenciada diretamente pelo seu formato (prismática, em garrafa ou em leque), pois há tipos de bielas em que há o aparecimento de tensões transversais de tração, que ocasiona uma diminuição na resistência à compressão do concreto.

Frente a isto, a NBR 6118 (ABNT, 2023) estabelece parâmetros de resistência de cálculo à compressão do concreto de acordo com o tipo de biela, resultando na resistência à compressão deste elemento (Tabela 1).

Tabela 1 – Resistência das bielas segundo a NBR 6118/2023.

Tipo de biela	Notação	Parâmetro de resistência
Biela prismática ou em leque	f_{cd1}	$0,85 \cdot \alpha_{v2} \cdot f_{cd}$
Biela em garrafa	f_{cd2}	$0,60 \cdot \alpha_{v2} \cdot f_{cd}$
Biela atravessada por um único tirante	f_{cd3}	$0,72 \cdot \alpha_{v2} \cdot f_{cd}$

Fonte: autor.

Sendo:

$$\alpha_{v2} = \left(1 - \frac{f_{ck}}{250}\right), 20 \leq f_{ck} \leq 90 \text{ MPa} \quad (3)$$

$$f_{cd} = \frac{f_{ck}}{\gamma_c} \quad (4)$$

Sendo:

α_{v2} = fator de efetividade do concreto;

f_{ck} = resistência característica à compressão do concreto (MPa);

γ_c = coeficiente de minoração da resistência do concreto, igual a 1,4 de acordo com a NBR 6118 (ABNT, 2023).

2.1.6.4 Dimensionamento dos tirantes

Usualmente, a força de tração à qual os tirantes são solicitados é absorvida por armaduras, cujo eixo deve coincidir com o eixo do tirante. A NBR 6118 (ABNT, 2023) adota como diagrama tensão-deformação para a armadura passiva, o equivalente a materiais com comportamento elastoplástico perfeito. Com isto, torna-se simples a definição da área de aço (A_s) necessária para resistir à solicitação de tração do tirante, sendo definida por:

$$A_s = \frac{F_{sd}}{f_{yd}} \quad (5)$$

Sendo:

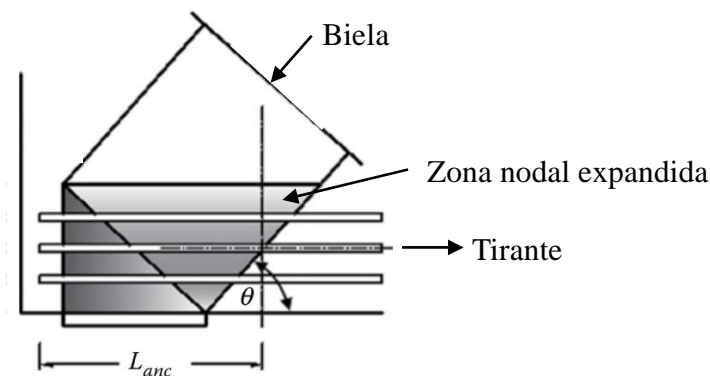
F_{sd} = força de tração solicitante de cálculo no tirante (kN);

f_{yd} = tensão de escoamento de cálculo do aço (kN/cm²).

Deve-se atentar na ancoragem das armaduras dos tirantes nas regiões nodais, pois tal fato influencia diretamente na resistência do nó. Recomenda-se que as armaduras que compõem os tirantes sejam compostas por bitolas menores e em maior número de barras, pois acarretam o aumento da região nodal, influenciando na resistência das bielas e das regiões nodais positivamente (Silva; Giongo, 2000).

Com relação ao comprimento de ancoragem, definido pela NBR 6118 (ABNT, 2023), este se inicia na intersecção do centroide das barras com a região nodal expandida, conforme ilustrado na Figura 13.

Figura 13 – Zona nodal expandida e comprimento de ancoragem.



Fonte: Adaptado de El-Metwally e Chen (2017).

2.1.6.5 Parâmetros de resistência dos nós

A resistência dos nós é influenciada por fatores como a existência de armadura tracionada, nível de confinamento, quantidades de bielas convergindo no nó, entre outros. Em razão de tais influências, é essencial o conhecimento dos tipos de nós, pois para cada um será fornecido um parâmetro de resistência (El-Metwally; Chen, 2017).

Os nós podem estar submetidos a níveis de tensão hidrostática ou não hidrostática, sendo que um nó hidrostático possui tensões iguais atuando perpendicularmente em suas faces (não gerando tensão de cisalhamento), diferentemente dos nós não-hidrostáticos, sendo estes últimos

os mais recorrentes em modelos de bielas e tirantes, pois os primeiros são de difícil obtenção. Considerando tais possibilidades, Schlaich, Schäfer e Jennewein (1987) sugeriram que, para nós não-hidrostáticos, a razão entre a tensão máxima e a mínima atuando em um mesmo nó deve ser inferior a 2.

A NBR 6118 (ABNT, 2023) estipula valores para quantificar a resistência de cada tipo de nó, sendo estes parâmetros apresentados na Tabela 2. El-Metwally e Chen (2017) e Silva e Giongo (2000) ainda forneceram detalhes e dicas para um dimensionamento mais seguro. Os primeiros autores comentaram que as barras que constituem o tirante devem atravessar por completo a região nodal, pois as tensões de compressão auxiliam na ancoragem das barras. Por sua vez, Silva e Giongo (2000) afirmaram que as tensões atuantes nos nós podem ser reduzidas utilizando algumas técnicas de projeto, sendo estas:

- aumento das dimensões dos apoios e das regiões de aplicação de forças;
- aumento das dimensões das bielas;
- aumento da área de armadura efetiva que representa o tirante.

Tabela 2 – Parâmetros de resistência dos nós conforme a NBR 6118/2023.

Tipo de nó	Notação	Parâmetro de resistência
Nó CCC	f_{cd1}	$0,85 \cdot \alpha_{v2} \cdot f_{cd}$
Nó CTT ou TTT	f_{cd2}	$0,60 \cdot \alpha_{v2} \cdot f_{cd}$
Nó CCT	f_{cd3}	$0,72 \cdot \alpha_{v2} \cdot f_{cd}$

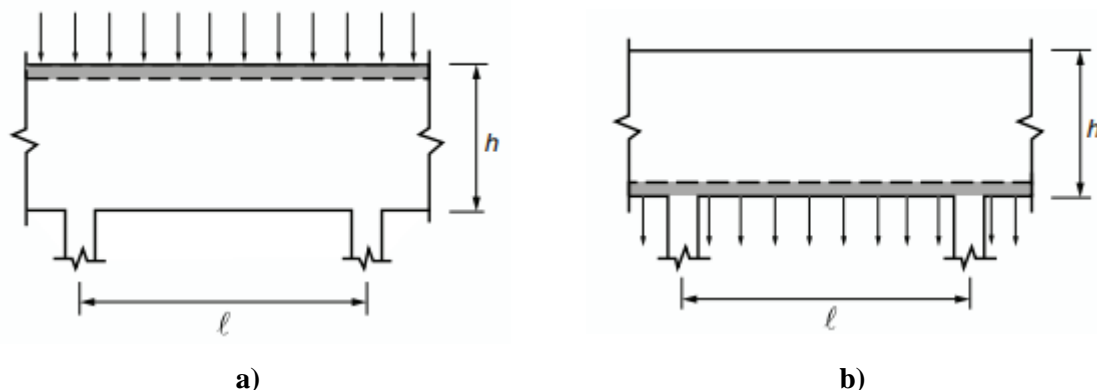
Fonte: autor.

2.1.6.6 Vigas-parede

A NBR 6118 (ABNT, 2023) considera como sendo vigas-parede, as vigas altas cuja relação entre o vão e a altura (l/h) é inferior a 2 para vigas biapoiadas e inferior a 3 em vigas contínuas. Esta definição faz com que as vigas-parede biapoiadas sejam sempre tratadas inteiramente como região D, em virtude da descontinuidade estática gerada pelos seus apoios. Já as vigas parede contínuas podem apresentar regiões B entre as regiões D, a depender do tipo de carregamento imposto, fazendo com que a resistência ao cisalhamento do elemento seja governada pela resistência ao cisalhamento da região B, haja vista que esta última é inferior a resistência da região D, quando a geometria e armadura das duas regiões são idênticas (El-Metwally; Chen, 2017).

As vigas-parede ainda podem receber carregamentos tanto em sua face superior quanto inferior, como ilustrado na Figura 14.

Figura 14 – Tipos comuns de vigas-parede em relação ao carregamento: (a) carregamento superior; (b) carregamento inferior.



Fonte: ABNT (2023).

2.1.6.6.1 Detalhamento

Em seu item 22.4.4.1, a NBR 6118 (ABNT, 2023) estabelece que os tirantes horizontais não podem ser concentrados em uma ou poucas camadas de armadura, mas, sim, devendo cobrir toda a região tracionada. Em vigas-parede biapoiadas, a norma sugere que esta distribuição deve ser feita em uma altura de aproximadamente $0,15 h$.

Já nas vigas-parede contínuas, a altura de distribuição da armadura negativa (A'_s) deve ser feita considerando três faixas na altura h , sendo que esta altura deve ser menor ou igual ao vão teórico ($3 \geq l/h \geq 1$):

- 20% superiores de h : $A_{s1} = \left(\frac{l}{2h} - 0,5 \right) \cdot A'_s$
- 60% centrais de h : $A_{s2} = \left(1,5 - \frac{l}{2h} \right) \cdot A'_s$
- 20% inferiores de h : $A_{s3} = 0$

Para as armaduras verticais, estas devem ser calculadas e distribuídas seguindo o modelo de cálculo utilizado.

2.1.6.6.2 Armadura mínima

Nos itens 22.4.4.1 e 22.4.4.3, a NBR 6118 (ABNT, 2023) estabelece que a armadura vertical e horizontal mínima deve ser de $0,075 \cdot b$ por face, por metro, onde b é a largura da seção transversal da viga-parede.

2.1.6.6.3 Ancoragem

A ancoragem das armaduras em concreto armado é um conceito fundamental para o funcionamento do sistema estrutural, pois é por meio desta que ocorre a transferência de esforços entre o concreto e o aço, bem como é assegurada a igualdade das deformações específicas entre os dois materiais (hipótese levada em conta no dimensionamento de estruturas em concreto armado). Este fenômeno também é essencial para assegurar o dimensionamento de elementos especiais por meio do Modelo de Bielas e Tirantes.

A NBR 6118 (ABNT, 2023), em seu item 9.3 e 9.4 fornece as diretrizes para cálculo da ancoragem necessária para garantir o comportamento conjunto dos materiais. No item 22.4.4.2, a norma ainda indica que a armadura de flexão, em vigas-parede, deve ser prolongada integralmente até os apoios e, aí, bem ancorada, não podendo ser utilizado ganchos verticais, sendo preferível a utilização de laços ou grampos horizontais ou dispositivos especiais.

A ancoragem das armaduras é diretamente dependente da aderência entre o concreto e o aço, que, por sua vez, pode ser dividida em três tipos: aderência por adesão, aderência por atrito e aderência mecânica.

Para quantificar a tensão de aderência entre o concreto e o aço, e posteriormente determinar o comprimento de ancoragem básico e necessário para as barras, primeiramente deve-se definir as situações de aderência em que uma barra de aço pode estar dentro de um elemento de concreto. A NBR 6118 (ABNT, 2023) define duas situações de aderência, determinando-as como boa aderência e má aderência, recebendo influências por três fatores principais, sendo eles:

- inclinação das barras em relação à horizontal;
- altura da camada de concreto sobre a barra;
- distância da barra em relação ao fundo da forma.

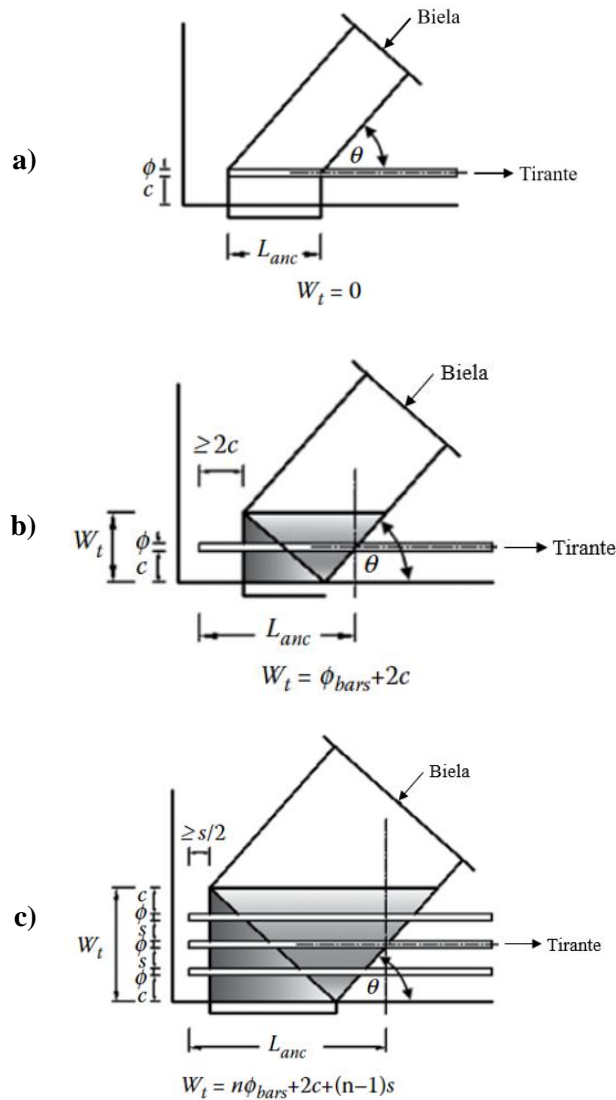
Sintetizando esses três fatores, a norma impõe as seguintes condições para classificar uma região quanto a aderência das barras:

- são consideradas em situação de boa aderência as barras que se encontram em uma das seguintes posições:
 - com inclinação maior que 45° em relação à horizontal;
 - horizontais ou com inclinação menor que 45° sobre a horizontal, desde que:

diminuir a largura efetiva do tirante, causando o mesmo efeito no nó, como pode-se observar na Figura 16.

Esta largura efetiva do tirante pode variar de zero a um valor máximo. Na Figura 16-a, há apenas uma linha de armadura sem a ancoragem das barras para além dos nós, fazendo com que a contribuição da largura do tirante na resistência do nó seja desconsiderada. Já na Figura 16-b, apesar de ilustrar também apenas uma linha de armadura, as barras estão sendo ancoradas para além da região nodal, garantindo a formação de uma pequena zona nodal. Por fim, na Figura 16-c, encontra-se ilustrada a altura efetiva do tirante quando há mais de uma linha de armadura que se estende para além da região nodal.

Figura 16 – Altura efetiva do tirante (W_t) utilizada para determinar a dimensão da zona nodal.



Fonte: Adaptado de El-Metwally e Chen (2017).

Segundo El-Metwally e Chen (2017), esta última situação apresentada possui um limite superior para a largura efetiva do tirante, sendo este limite correspondente à largura do tirante que gera uma zonal nodal hidrostática, considerando que a tensão atuando no nó seja a tensão resistente (Tabela 2).

Pode-se ainda observar, nas imagens da Figura 16, que o comprimento de ancoragem das barras do tirante se inicia a partir da intersecção do centroide das barras com a zona nodal expandida. Com isso, foi possível entender a importância de uma correta ancoragem das barras do tirante nas regiões nodais.

2.2 OTIMIZAÇÃO TOPOLÓGICA

Como mencionado anteriormente, para um mesmo problema, podem ser obtidos vários modelos de bielas e tirantes, e dentre estes vários modelos, cabe ao engenheiro escolher o que possui melhor desempenho, sendo isto uma tarefa nada fácil e trivial, principalmente em casos de geometria ou condições de contorno e carregamento complexas. Frente a esta situação de tomada de decisão, os engenheiros recorriam a modelos baseados em experiências anteriores. Cientes destes problemas, diversos pesquisadores estão estudando metodologias para a automatização do processo de geração de modelos de bielas e tirantes, tal como o uso de técnicas de otimização estrutural, metodologia esta que será utilizada neste trabalho.

Segundo Stoiber e Kromoser (2021), um processo de otimização tem como objetivo alcançar o melhor comportamento possível de um definido problema, sendo que a definição de “melhor” varia para cada tipo de aplicação de otimização. No caso de otimização em estruturas de engenharia civil, as propriedades mecânicas que podem ser matematicamente otimizáveis variam entre rigidez, peso, restrição de deslocamentos, economia, durabilidade, entre outras.

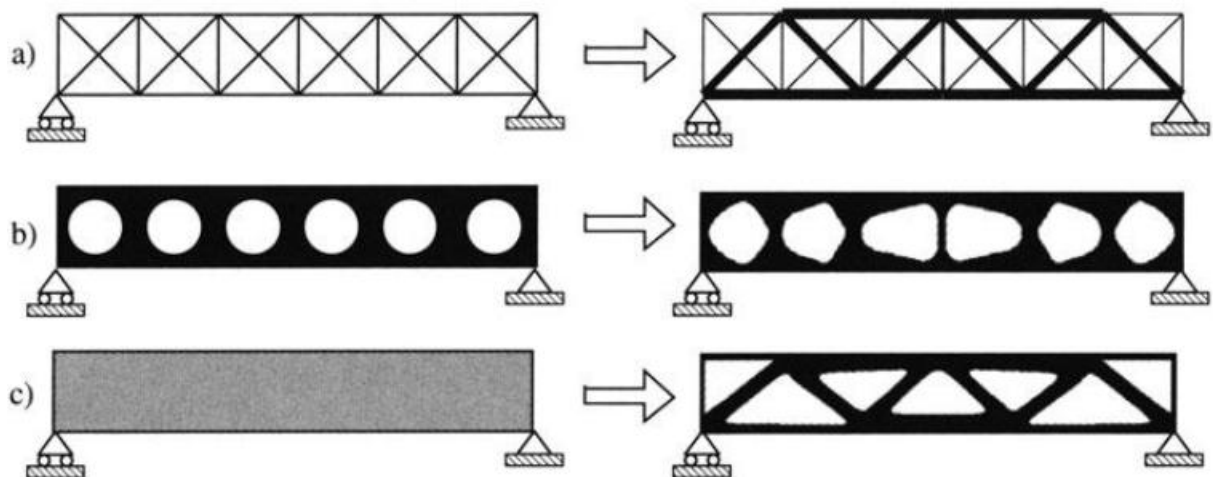
De forma resumida, um problema matemático de otimização estrutural usualmente é formado por: uma função objetivo (f), uma variável de projeto (x) e uma variável de estado (y) dentro do domínio de projeto (Ω). A função objetivo representa um problema de maximização ou de minimização de um parâmetro. Já a variável de projeto define o objeto que será alterado pelo processo de otimização (geometria ou material). A variável de estado, por sua vez, corresponde a resposta estrutural (tensão ou deslocamento), sendo estas duas últimas variáveis limitadas às restrições definidas (Stoiber; Kromoser, 2021).

2.2.1 Tipos de otimização

De acordo com a característica da variável de projeto, pode-se dividir a otimização estrutural em três categorias, sendo elas: otimização de tamanho, otimização de forma e otimização topológica (Figura 17).

A otimização de forma tem como objetivo encontrar uma forma ótima do seu domínio, ou seja, os problemas de forma são definidos em um domínio que é a própria variável de projeto. Já em problemas de otimização de tamanho, a variável de projeto geralmente representa um parâmetro geométrico, tal como seção transversal de um elemento, e tem como objetivo encontrar a distribuição de espessura ótima de uma placa elástica linear ou a área ótima de uma barra em uma estrutura treliçada. Por fim, a otimização topológica consiste em uma combinação destes dois tipos, nos quais a disposição e o tamanho dos elementos dentro do domínio de otimização são modificados, podendo, inclusive, remover materiais que não são solicitados (Bendsøe; Sigmund, 2004).

Figura 17 – Três categorias de otimização estrutural: a) otimização de tamanho, b) otimização de forma e c) otimização topológica.



Fonte: Bendsøe e Sigmund (2004).

2.2.2 Técnicas de otimização topológica

Segundo Querin *et al.* (2017), os métodos de otimização topológica podem ser divididos em dois grupos, sendo eles o dos métodos de critério de otimização (CO) e o dos métodos heurísticos-intuitivos, dos quais, o primeiro grupo é mais adequado quando se tem um número

maior de variáveis de projeto e apenas uma quantidade limitada de restrições, e o segundo, por sua vez, não garante sempre a otimização, mas, podem fornecer soluções eficientes viáveis.

O grupo dos métodos CO é constituído pelo Método de Estrutura Base (*Ground Structure Method - GSM*), Método da Homogeneização (*Homogenization Method - HM*) e Material Sólido Isotrópico com Penalização (*Solid Isotropic Material with Penalization - SIMP*). Já o grupo dos métodos heurísticos-intuitivos é composto por métodos tais como Otimização Estrutural Evolutiva (*Evolutionary Structural Optimization - ESO*), Otimização Estrutural Evolutiva Bi-direcional (*Bi-directional Evolutionary Structural Optimization - BESO*), entre outros (Stoiber; Kromoser, 2021).

O Método de Estrutura Base consiste na otimização de disposição das barras em estruturas de treliça, sendo caracterizado por um domínio de projeto feito em elementos discretos, ou seja, um *grid* de nós é iniciado e entre eles são inseridas barras de seção transversal constante ou variável, e, a partir desta disposição inicial, ocorre o processo de otimização. Esta técnica pode ser vista como sendo uma otimização de tamanho, porém, o fato de as barras poderem ser removidas caracteriza uma otimização topológica.

Por sua vez, o Método da Homogeneização busca resolver problemas feitos de infinitos vazios em microescala por meio de elementos finitos, resultando em uma estrutura formada por áreas vazias e áreas sólidas.

Já o Material Sólido Isotrópico com Penalização é a evolução do Método da Homogeneização, sendo que a principal diferença entre os dois é que este último resulta em uma estrutura otimizada com “tons de cinza”, já o primeiro gera otimizações “preto e branco”, ou seja, SIMP é uma solução macroscópica formada de vazios e sólidos, enquanto a Homogeneização resulta em soluções com mudança de geometria gradual. Como o SIMP (*Solid Isotropic Material with Penalization*) será o método adotado neste trabalho, ele será abordado com maiores detalhes logo abaixo.

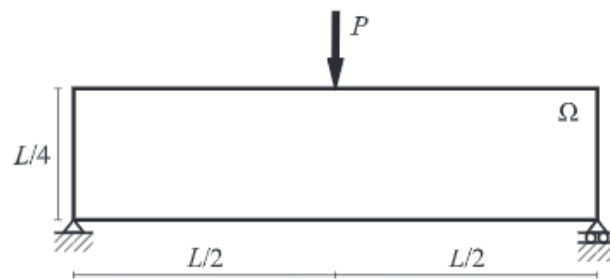
Por fim, os métodos ESO e BESO são baseados no princípio de remover materiais ineficientes do domínio de projeto. Isto é feito após uma análise em Elementos Finitos, de onde os elementos que não satisfaçam o critério de razão de rejeição (RR) definido são removidos do domínio. A principal diferença entre o ESO e o BESO é que este último pode reintroduzir elementos em áreas submetidas a altos níveis de tensão.

Entre os vários tipos de otimização topológica sugeridas para a definição de modelos de bielas e tirantes, a que é mais utilizada é a baseada na densidade do contínuo (*continuum density-based*), sendo o método SIMP o maior representante, pois sua vantagem, em comparação ao método da treliça, por exemplo, é que este tipo de otimização topológica possui

natureza de formato livre, ou seja, não necessita da definição de nós ou conexões à priori, levando a soluções com maior performance. Porém, com este tipo de otimização, a natureza discreta das armaduras é perdida, necessitando de um pós-processamento da solução antes que seja realizado o dimensionamento dos tirantes (Jewett; Carstensen, 2019).

Na otimização topológica, o engenheiro não precisa conhecer previamente como ficará o *layout* final, mas, ele deve definir o domínio de projeto e as condições de contorno (carregamento e apoio) da estrutura a ser otimizada, como ilustrado na Figura 18, por exemplo.

Figura 18 – Domínio de projeto e condições de contorno e carregamento para uma viga-parede biapoiada.



Fonte: Jewett e Carstensen (2019).

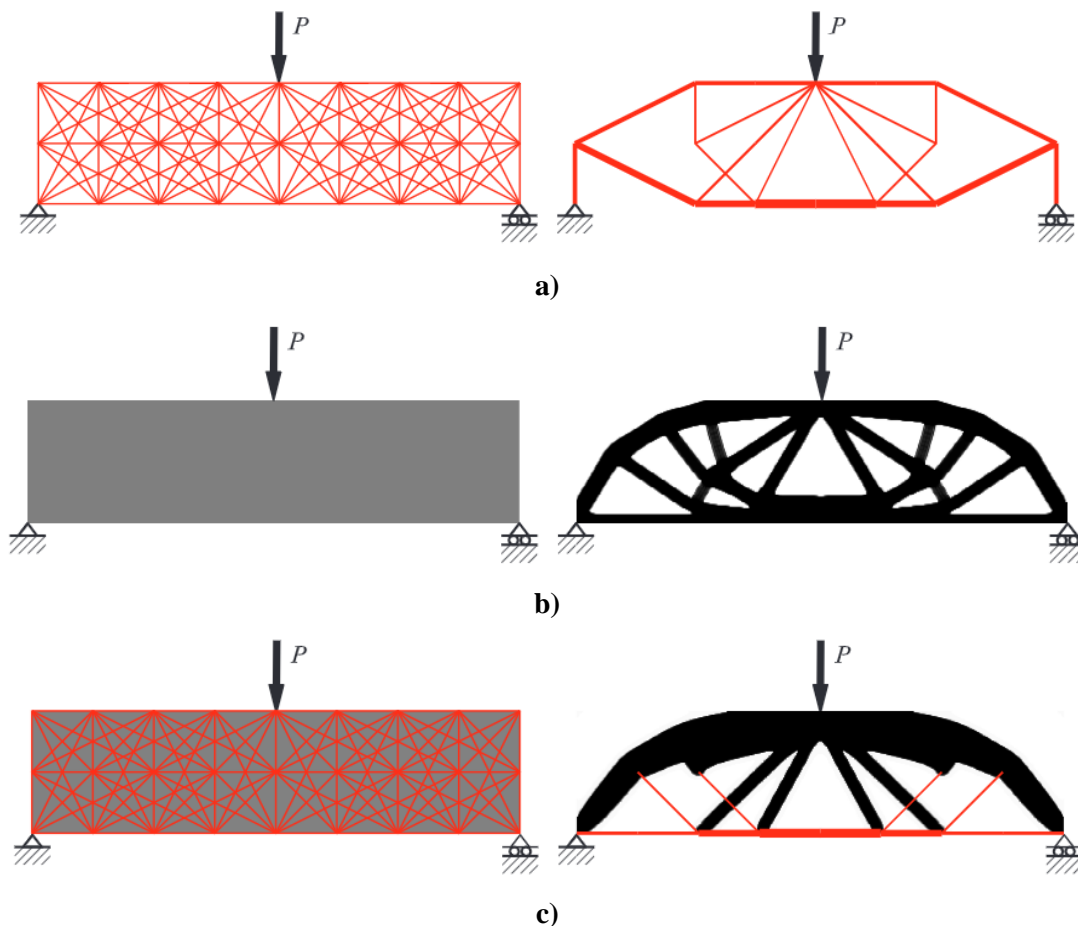
Como o problema de otimização é resolvido utilizando programas matemáticos, o domínio deve ser discretizado, sendo usualmente utilizando para isso o método dos elementos finitos (MEF). Nessa discretização, o engenheiro define qual tipo de elemento finito será utilizado, sendo que esta escolha afetará o formato da topologia final, como pode ser observado na Figura 19 (Jewett; Carstensen, 2019).

2.2.3 SIMP

Um marco importante dentro do campo de otimização estrutural foi o trabalho de Bendsøe e Kikuchi (1988), que introduziu a otimização topológica de meios contínuos como uma poderosa ferramenta para o projeto de estruturas. O método proposto por eles é formulado como um processo teórico e numérico capaz de encontrar *layouts* ótimos por meio da redistribuição de uma determinada quantidade de material elástico isótopo dentro de um domínio contínuo fixo. Esse método foi originalmente concebido para problemas de maximização da rigidez da estrutura que, por meio de equações matemáticas, vinculava a lei

constitutiva do material com sua densidade, sendo que, no final do processo de otimização, a densidade deve ser conhecida em todo o domínio (Bruggi, 2009).

Figura 19 – Exemplos de discretização do domínio utilizando diferentes elementos finitos: a) elementos de treliça, b) elementos contínuos e c) elementos contínuos e de treliça.



Fonte: Jewett e Carstensen (2019).

Para determinar esta densidade, utiliza-se da técnica *Solid Isotropic Material with Penalization* (SIMP), cujo objetivo principal é determinar topologias formadas por densidades de valor 0 ou 1, ou seja, a topologia final resultante do processo de otimização, será formada por regiões sólidas (de densidade igual a 1) e por áreas vazias (de densidade igual a 0), sem a aparição de regiões indesejadas de densidade intermediária.

Recorrendo à técnica clássica de elementos finitos, baseada em deslocamentos, o domínio geométrico do problema deve ser transformado em uma malha, a fim de permitir a discretização do campo de deslocamentos para a solução em Método dos Elementos Finitos (Bruggi, 2009).

Portanto, vinculando o problema matemático de otimização estrutural com o método SIMP, tem-se que a variável de projeto é representada pela densidade artificial do elemento, que varia de um valor mínimo até um, sendo que a matriz de rigidez do elemento depende desta densidade.

Há ainda um fator de penalização que é aplicado em valores intermediários de módulo de elasticidade da estrutura, podendo resultar no valor inicial ou em um novo valor de módulo de elasticidade próximo de zero, evitando assim a formação de regiões com densidade diferente de 0 e 1

Como isso, o problema discretizado para a otimização estrutural da minimização da flexibilidade, utilizando SIMP, é expressa pela Equação 6 abaixo:

$$\begin{aligned}
 &\text{Obter:} && \rho \\
 &\text{Que minimiza:} && c(\rho, U(\rho)) = F^T \cdot U(\rho) = \sum_{i=1}^{n_e} U^T(\rho) \cdot K(\rho) \cdot U(\rho) \\
 &\text{Tal que:} && V^T \cdot \rho \leq f \cdot V_{\Omega} \\
 & && 0 < \rho_{\min} \leq \rho_i \leq 1, \quad i = 1, \dots, n_e \\
 &\text{Com:} && K(\rho) \cdot U(\rho) = F \\
 & && E_i = E(\rho_i)
 \end{aligned} \tag{6}$$

Sendo:

ρ = vetor do conjunto das variáveis de projeto ρ_i ;

c = flexibilidade média da estrutura;

F = vetor das forças nodais;

U = vetor dos deslocamentos nodais;

V = vetor que contém o volume dos n_e elementos;

V_{Ω} = volume do domínio de projeto;

f = fração do volume do domínio de projeto que se pretende preencher com material;

E_i = módulo de elasticidade do material no elemento i ;

K = matriz de rigidez da estrutura.

O objetivo do problema de otimização expresso na Equação 6, é encontrar o vetor de densidades desconhecidas de cada elemento, de forma a minimizar a flexibilidade (ou

maximizar a rigidez, pois a flexibilidade é o inverso da rigidez), respeitando a restrição de volume disponível.

A partir do esquema apresentado, a distribuição de material dentro do processo de otimização topológica é realizada por meio da relação entre a densidade e o módulo de elasticidade do material. Para esse fim, utiliza-se o modelo SIMP, que propõe uma penalização das densidades intermediárias por meio da regra de potência, apresentada na Equação 8.

$$E_i(\rho) = \rho_i^p \cdot E_0 \quad (7)$$

Sendo:

E_i = módulo de elasticidade para a densidade ρ ;

p = coeficiente de penalização;

E_0 = módulo de elasticidade do material virgem (elemento puramente sólido).

Segundo Bruggi (2009) e Jewett e Carstensen (2019), usualmente, recomenda-se para ρ_{\min} valores menores que 10^{-3} para problemas elásticos a fim de evitar a singularidade da matriz de rigidez global. Já para o parâmetro de penalização do SIMP, Bruggi (2009) e Gaynor, Guest e Moen (2013) utilizam $p = 3$, estando em concordância com Bendsøe (1989), que propôs que o valor deste parâmetro deve ser igual ou maior que 1, fazendo com que a solução alcance os limites da variável de projeto ($\rho = 0$ e $\rho = 1$), resultando em uma estrutura formada apenas por elementos sólidos ou vazios.

No entanto, o esquema composto pelas Equações 6 e 7 possuem dois problemas que acabam por comprometer as soluções ótimas obtidas, sendo elas a dependência de malha e a aparição de padrão de tabuleiro de xadrez.

O primeiro deles pode ser explicado devido ao fato de que um maior número de vazios no domínio aumenta a rigidez da estrutura, ou seja, uma malha mais fina habilita a obtenção de modelos ótimos com rigidez maior do que aqueles obtidos utilizando uma malha mais grosseira. Esta situação ocorre, pois, uma malha mais fina, permite a aparição de elementos mais finos, aumentando o número de pequenos vazios no domínio da estrutura. Para controlar este problema, deve-se empregar uma restrição para a dimensão mínima de elementos estruturais que surgem no processo de otimização.

Já o segundo problema depende da escolha da discretização dos campos de densidade e deslocamentos no Método dos Elementos Finitos, nos quais discretizações pobres podem gerar

soluções otimizadas que não são viáveis do ponto de vista físico, ou seja, este fenômeno faz com que em regiões do domínio apareçam manchas onde a densidade atribuída a cada elemento adjacente alterne, de forma periódica, entre sólido e vazio.

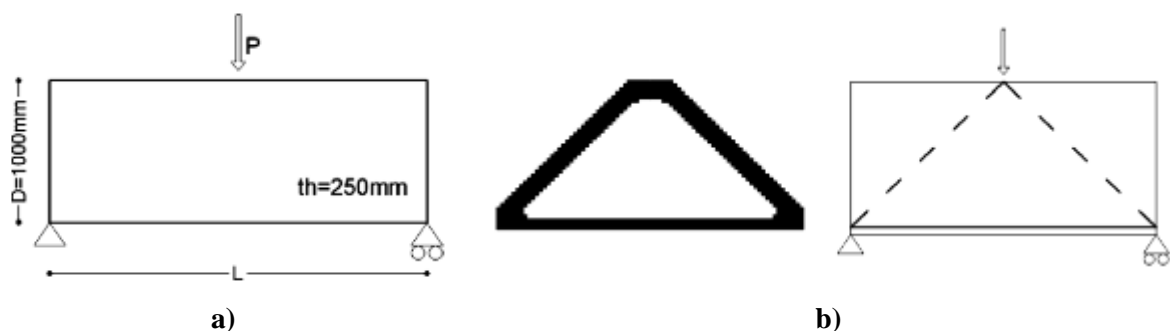
Para contornar esses problemas, muitas soluções foram propostas e testadas na literatura, sendo que uma delas consiste na adoção de um filtro aplicado na função objetivo, que é função de um raio imposto pelo usuário, introduzindo um controle de escala de comprimento (*length-scale control*) nos *layouts* criados, definindo uma dimensão mínima para a seção de qualquer elemento estrutural na configuração otimizada (Bruggi, 2009).

Este processo apresentado até aqui é reconhecido pela eficiência em encontrar configurações de máxima rigidez sob determinada restrição de volume. Segundo Bruggi (2009), observou-se que este processo tende a obter configurações em forma de treliça quando uma pequena fração de volume é imposta, ou seja, o volume final da otimização é uma pequena parcela do volume inicial da estrutura, sendo que, quanto maior for a fração de volume de material permitido, mais ramificada e articulada a configuração otimizada será.

Portanto, como o concreto apresenta pequena ductilidade, os modelos de bielas e tirantes devem apresentar pequenas deformações, ou seja, ser o mais rígido possível. Outro fato dos modelos de bielas e tirantes, como já mencionados nos capítulos anteriores, é que este método consiste em representar uma estrutura, ou parte dela, em um modelo de treliça equivalente. Portanto, com as informações apresentadas no parágrafo anterior, pode-se concluir que este modelo de otimização topológica é adequado para a geração de modelos de bielas e tirantes eficientes, desde que sejam utilizadas frações de volume adequadas.

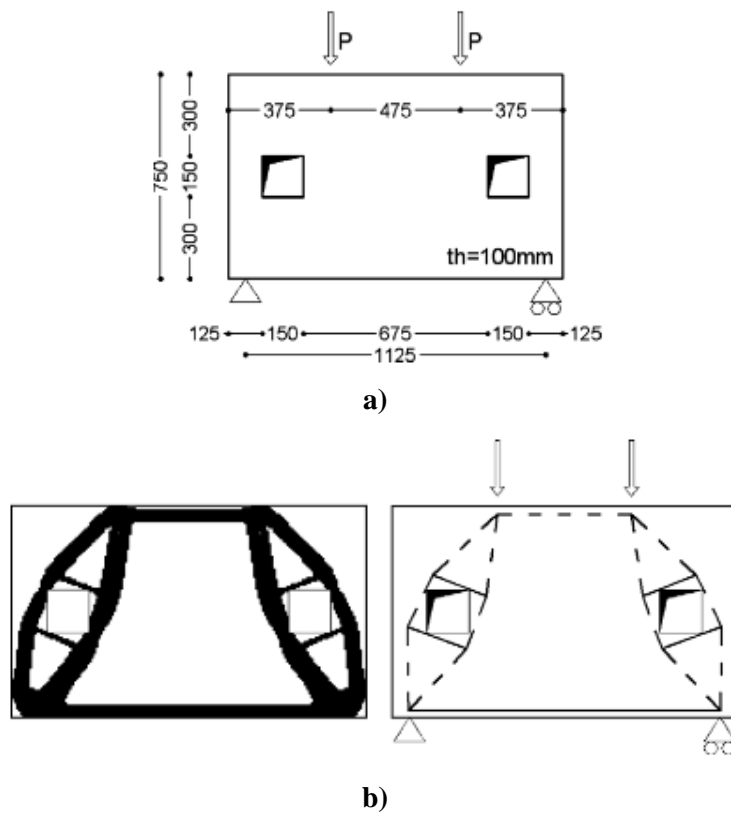
Como exemplo de aplicação desta técnica de otimização topológica, Bruggi (2009) escolheu dois modelos de viga em seu estudo e, utilizando SIMP, obteve modelos de bielas e tirantes baseados no resultado da otimização, como pode-se observar nas figuras 20 e 21 abaixo.

Figura 20 – a) Viga simplesmente apoiada com relação L/D variável, b) configuração otimizada da viga com relação $L/D = 2$ e seu modelo de bielas e tirantes.



Fonte: Bruggi (2009).

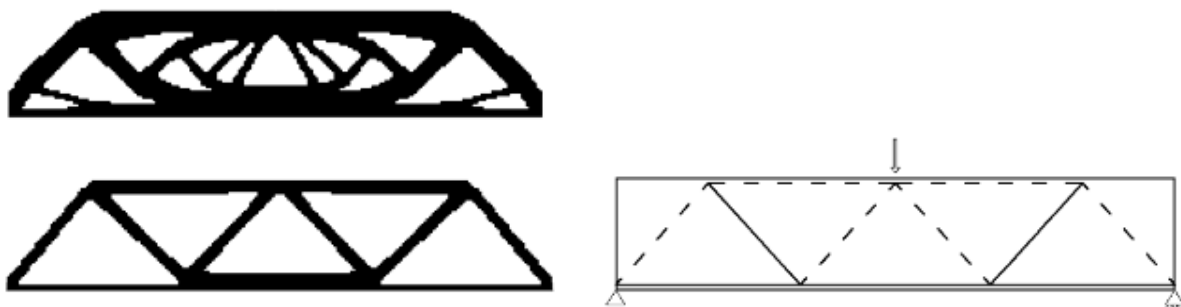
Figura 21 – a) Viga-parede simplesmente apoiada com aberturas, b) configuração otimizada e o modelo de bielas e tirantes correspondente.



Fonte: Bruggi (2009).

Com o objetivo de ilustrar o impacto que a escolha correta da fração de volume tem na configuração otimizada da estrutura, Bruggi (2009) fez vários processos de otimização para a viga da Figura 20, cujos resultados estão ilustrados na Figura 22, onde o primeiro modelo otimizado permitiu que uma maior quantidade de material fosse mantida (maior fração de volume) em relação ao segundo. Com isso, Bruggi (2009) e Stoiber e Kromoser (2021) recomendam que uma boa estimativa inicial para a fração de volume é da ordem de 60% a 90% de redução em comparação ao volume inicial.

Figura 22 –variação da fração de volume.



Fonte: Bruggi (2009).

2.3 ANÁLISE NÃO-LINEAR

De forma simplificada, uma estrutura pode apresentar comportamento linear ou não-linear, sendo possível identificar a natureza do comportamento global da estrutura por meio da análise do diagrama força-deslocamento. Caso este gráfico seja representado por uma reta, pode-se concluir que a estrutura apresenta um comportamento global linear, no entanto, caso a resposta seja descrita por uma curva, o comportamento global da estrutura pode ser entendido como sendo não-linear.

Pode-se entender que o modelo matemático que descreve o comportamento linear é uma simplificação (aplicada em forma de restrições sobre as relações que expressam as condições de equilíbrio, compatibilidade, constitutiva e de contorno) do modelo que expressa o comportamento não-linear. Portanto, para representar um regime de comportamento não-linear, deve-se, simplesmente, deixar de aplicar uma entre as restrições do regime linear, sendo que para cada tipo de restrição relaxada, será definido um tipo de comportamento não-linear (Proença, 2022).

Basicamente existem três possibilidades de não-linearidades aplicadas a estruturas, sendo elas a não-linearidade física, não-linearidade geométrica e não-linearidade de contato, de forma que, em uma mesma estrutura, pode ser considerado o efeito de cada uma isoladamente, ou a ação combinada de duas ou mais.

De acordo com Proença (2022), a não-linearidade física é formulada quando é removida a restrição de linearidade da resposta do material que constitui a estrutura. Já a não-linearidade geométrica é obtida quando o equilíbrio passa a ser descrito considerando a configuração deslocada da estrutura, não mais a configuração inicial. Por fim, quando são relaxadas as restrições impostas sobre a invariabilidade das condições de contorno, tem-se a não-linearidade de contato.

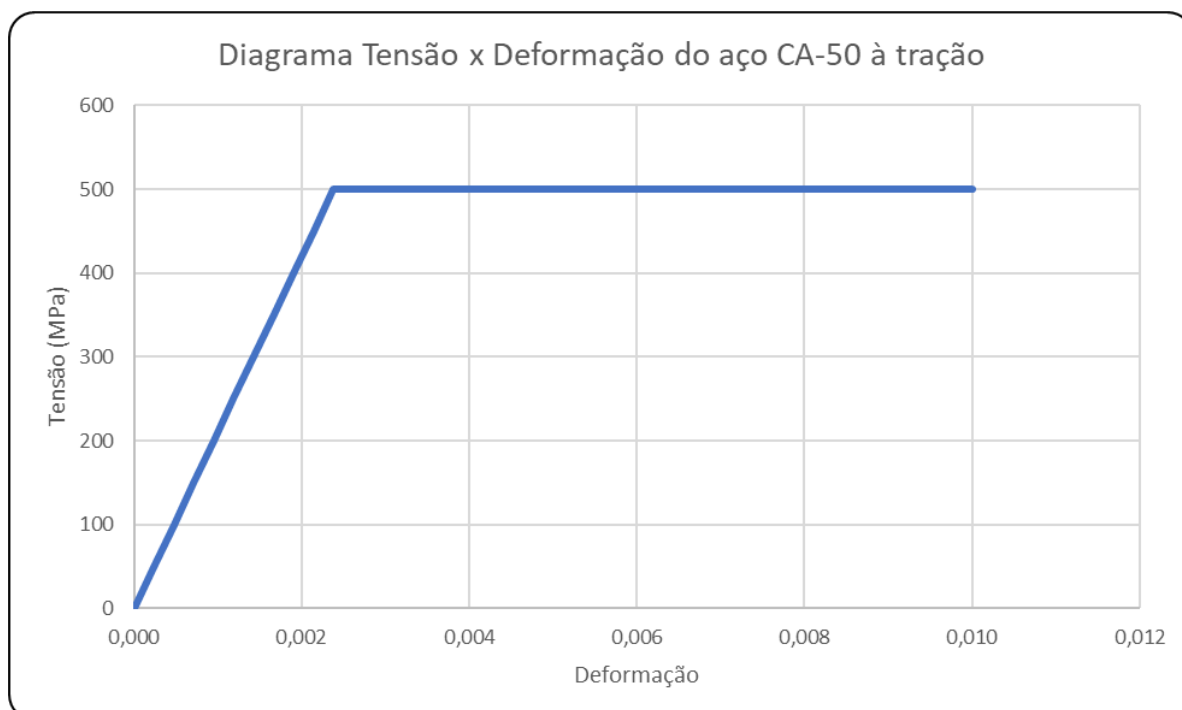
O comportamento não-linear de maior interesse neste trabalho é o físico, ou seja, a resposta do material não é linear. Isto se deve ao fato das vigas-parede, que serão alvo deste estudo, são constituídas de aço e concreto, sendo que o primeiro é um material dúctil e o segundo um material frágil. Em materiais frágeis há a predominância de processos de microfissuração evolutiva, que influenciam na resposta do material, fazendo com que ocorram deformações localizadas, formando fissuras discretas. Já em materiais dúcteis, deformações permanentes (deformações plásticas) ocorrem preliminarmente ao aparecimento de fissuras (Proença, 2022).

Frente a isso, será apresentado nos tópicos seguintes os modelos constitutivos considerados para a análise não-linear dos modelos de bielas e tirantes desenvolvidos para as vigas-parede, sendo esta análise processada no *software* Abaqus® utilizando controle de deslocamentos e, como método numérico para solução das equações, o método de Newton-Raphson.

2.3.1 Modelo constitutivo do aço

Pelo fato de o aço ser um material dúctil, seu comportamento foi simulado seguindo o modelo elastoplástico perfeito, modelo este recomendado pela NBR 6118 (ABNT, 2023). Com este comportamento, somado às propriedades do aço definidas pela NBR 7480 (ABNT, 2022), obtém-se o diagrama tensão-deformação apresentado na Figura 23. Para isto foi considerado como resistência característica à tração do aço o valor de 500 MPa (aço CA-50), e o módulo de elasticidade adotado foi de 210 GPa.

Figura 23 – Diagrama tensão-deformação do aço CA-50 à tração.



Fonte: autor.

2.3.2 Modelo constitutivo do concreto

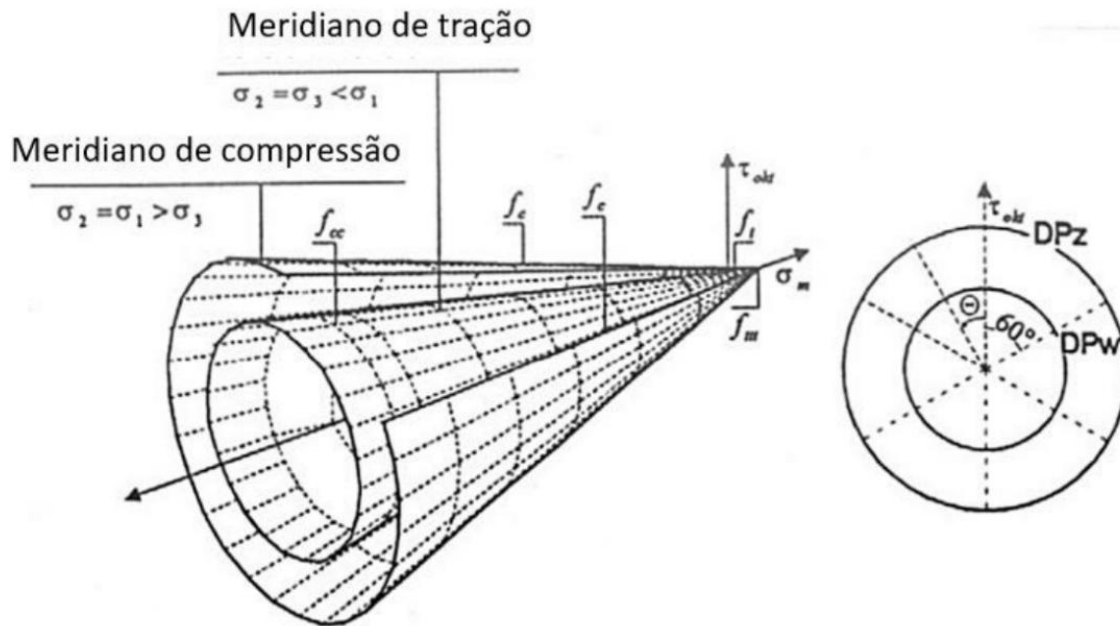
O modelo adotado para caracterizar o comportamento não-linear do concreto foi o *Concrete Damage Plasticity* (CDP) do Abaqus®. Este modelo tem capacidade de modelar concreto e outros materiais frágeis, podendo ser utilizado tanto para concreto simples quanto para concreto armado. Ele foi desenvolvido para aplicações na qual o concreto está sujeito a carregamentos monotônicos, cíclicos e/ou dinâmicos sob baixa pressão de confinamento. Para representar o comportamento do concreto, o CDP utiliza conceitos de elasticidade isotrópica danificada em conjunto com a tração isotrópica e a compressão plástica (Abaqus, 2014).

Para implementar o CDP no modelo numérico, deve-se definir alguns parâmetros de entrada para o modelo de plasticidade (superfície de plastificação, potencial plástico e lei de encruamento), para o comportamento à compressão e para o comportamento à tração. Com relação à plasticidade, os parâmetros de entrada são: ângulo de dilatação (ψ), excentricidade (e), relação entre a resistência biaxial e uniaxial (f_{bo}/f_{co}), parâmetro K_c e regularização viscoplástica (μ).

A superfície de plastificação utilizado no modelo CDP segue a função dada por Lubliner *et al.* (1989), com as modificações propostas por Lee e Fenves (1998) para considerar as diferenças entre a evolução da resistência sob tração e sob compressão. Com relação ao potencial plástico, a discretização utilizada é a função hiperbólica de Drucker-Prager. Por sua vez, a lei de encruamento é definida por um vetor de deformações plástica, que tem como finalidade melhorar a taxa de convergência do modelo na região de amolecimento sem comprometer os resultados (Abaqus, 2014).

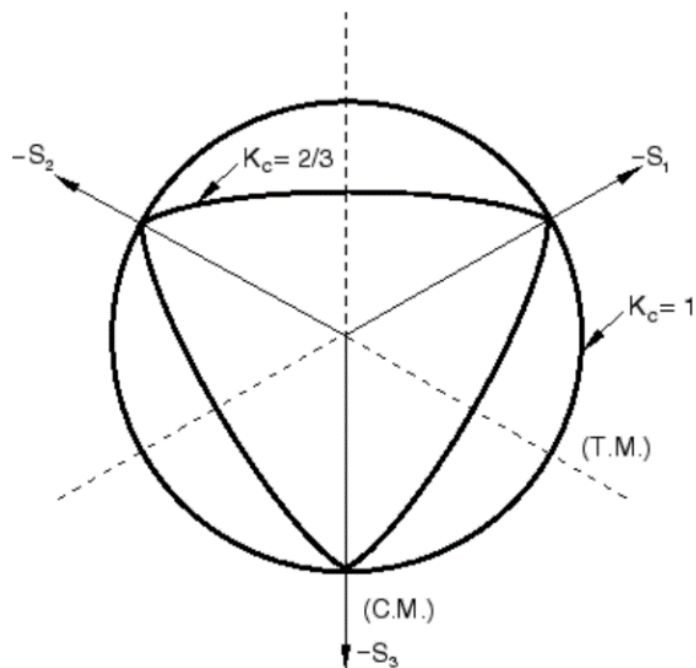
A superfície de plastificação citada acima é uma modificação da superfície de plastificação de Drucker-Prager no plano de Nadai. Na Figura 24, observa-se a superfície de plastificação original de Drucker-Prager. Já na Figura 25 observa-se esta variação, onde o coeficiente K_c (razão entre a distância do eixo hidrostático até o meridiano de compressão e a distância do eixo hidrostático até o meridiano de tração) é o responsável por esta alteração, sendo que quando $K_c = 1,0$ a superfície corresponde à de Drucker-Prager, e quando $K_c = 2/3$ a superfície é a proposta pelo CDP do Abaqus®. É importante salientar que este valor de $K_c = 2/3$ é o valor sugerido por Lubliner *et al.* (1989), sendo também adotado como *default* pelo Abaqus®.

Figura 24 – Superfície de plastificação de Drucker-Prager.



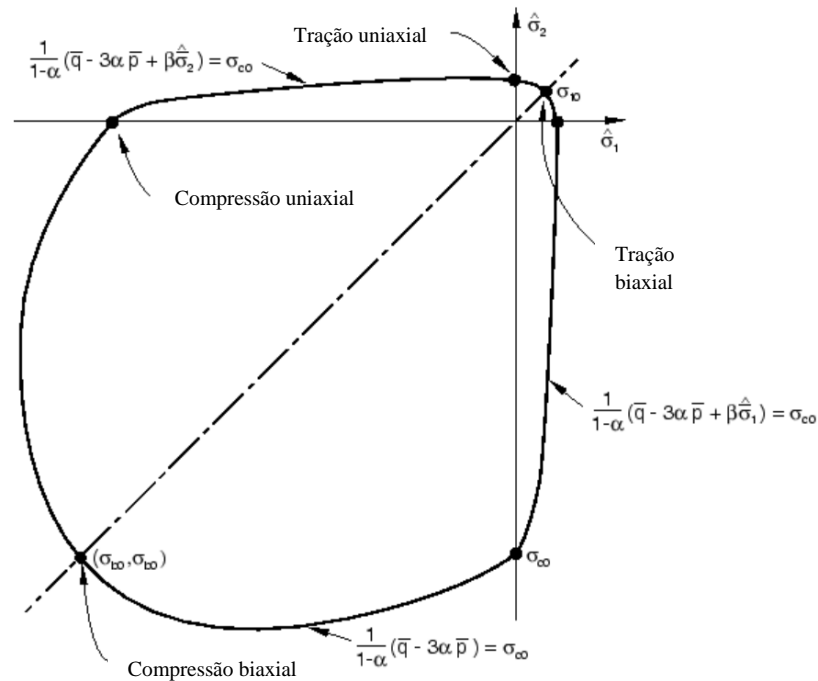
Fonte: Adaptado de Kmiecik e Kaminski (2011).

Figura 25 – Vista pelo plano de Nadai da superfície de plastificação.



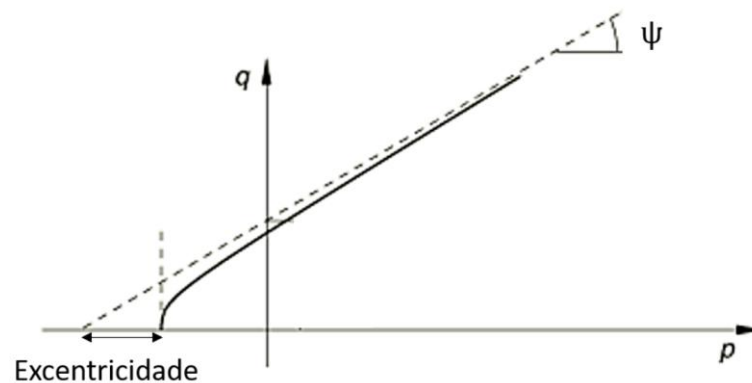
Fonte: Abaqus (2014).

Figura 26 – Superfície de escoamento no plano de tensões.



Fonte: Adaptado de Abaqus (2014).

Figura 27 – Função hiperbólica de Drucker-Prager.



Fonte: Adaptado de Kmiecik e Kaminski (2011).

O potencial plástico, considerando o modelo de Drucker-Prager, se traduz na Figura 27, onde esta função hiperbólica representa a superfície de plastificação a partir de uma revolução que possui como eixo de revolução o eixo hidrostático. Dentro desse parâmetro, observa-se que a superfície, vista pelo plano de Nadai, diminui conforme a tensão hidrostática diminui, ou seja, esta ocorrência impacta diretamente em problemas que envolvam confinamento do concreto. Esta variação é representada pelo ângulo de dilatação (ψ), que pode variar de 36° a 40° (Kmiecik; Kaminski, 2011).

A excentricidade é a taxa que representa a aproximação da função hiperbólica de Drucker-Prager a uma reta assintótica, sendo que, quando seu valor tende a 0, a função tende à reta assintótica. A literatura recomenda o valor de 0,1 para a excentricidade.

Outro parâmetro necessário para definir o comportamento não-linear do concreto é a relação entre a tensão de escoamento à compressão biaxial (σ_{b0}) e a tensão de escoamento à compressão uniaxial (σ_{c0}) do concreto (Figura 26). Lubliner et. al. (1989) recomenda o valor de 1,16 para esta relação ($\sigma_{b0} / \sigma_{c0}$).

Por fim, o último parâmetro de entrada necessário para a definição do modelo plástico de comportamento do concreto utilizando o CDP é o parâmetro de regularização viscoplástica das equações constitutivas. Este parâmetro faz com que a rigidez tangente de materiais com amolecimento fique positiva para incrementos de carga suficientemente pequenos, causando um relaxamento no sistema viscoplástico, que por fim acaba auxiliando no processo de convergência do modelo numérico. Este parâmetro deve possuir um valor pequeno quando comparado com o incremento dado, ou seja, o mais próximo de zero possível.

Deve-se ter atenção especial quanto à definição do valor adotado para a regularização viscoplástica, pois, a depender da complexidade do modelo, este parâmetro insere erros significativos nos resultados. Portanto, é recomendada que seja feita uma análise paramétrica dos valores de regularização viscoplástica até que o erro introduzido é suficientemente pequeno, sem comprometer a convergência do modelo. No capítulo 3 será descrita a análise paramétrica realizada neste trabalho.

Com todos estes parâmetros definidos, o comportamento plástico do concreto no modelo CDP está concluído, restando a definição dos parâmetros para representar o dano e o comportamento do concreto à tração e à compressão.

O CDP permite a utilização de variáveis de dano no modelo, porém não é obrigatória sua definição, podendo ser utilizadas apenas as propriedades de plastificação. Portanto, como o carregamento aplicado é de natureza monotônica, julgou-se não ser necessária a consideração do dano no modelo.

A modelagem do comportamento não-linear do concreto dentro do CDP é feita por meio dos diagramas tensão-deformação à compressão e à tração. Dentre os diversos modelos que buscam representar o comportamento à compressão, o modelo escolhido para ser utilizado neste trabalho foi o da *fib Model Code 2010* (International Federation for Structural Concrete, 2013), exemplificado na Figura 28, por ser um modelo muito estudado, difundido e aceito internacionalmente, cuja determinação se dá pelas equações apresentadas na sequência.

$$\frac{\sigma_c}{f_{c1}} = \frac{k \cdot \eta - \eta^2}{1 + (k - 2) \cdot \eta} \text{ para } |\varepsilon_c| < |\varepsilon_{c,lim}| \quad (9)$$

Sendo:

$$\eta = \frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_{c1}} \quad (10)$$

$$k = \frac{1,05 \cdot E_{ci} \cdot |\varepsilon_{c1}|}{f_{c1}} \quad (11)$$

$$\varepsilon_{c1} = \frac{0,7 \cdot f_{c1}^{0,31}}{1000} < 0,0028 \quad (12)$$

Sendo que:

σ_c = tensão de compressão no concreto devido a deformação ε (MPa);

f_{c1} = tensão de compressão de pico (MPa);

ε_c = deformação específica do concreto;

$\varepsilon_{c,lim}$ = deformação específica última do concreto;

ε_{c1} = deformação específica de pico do concreto, correspondente à deformação para a tensão de pico;

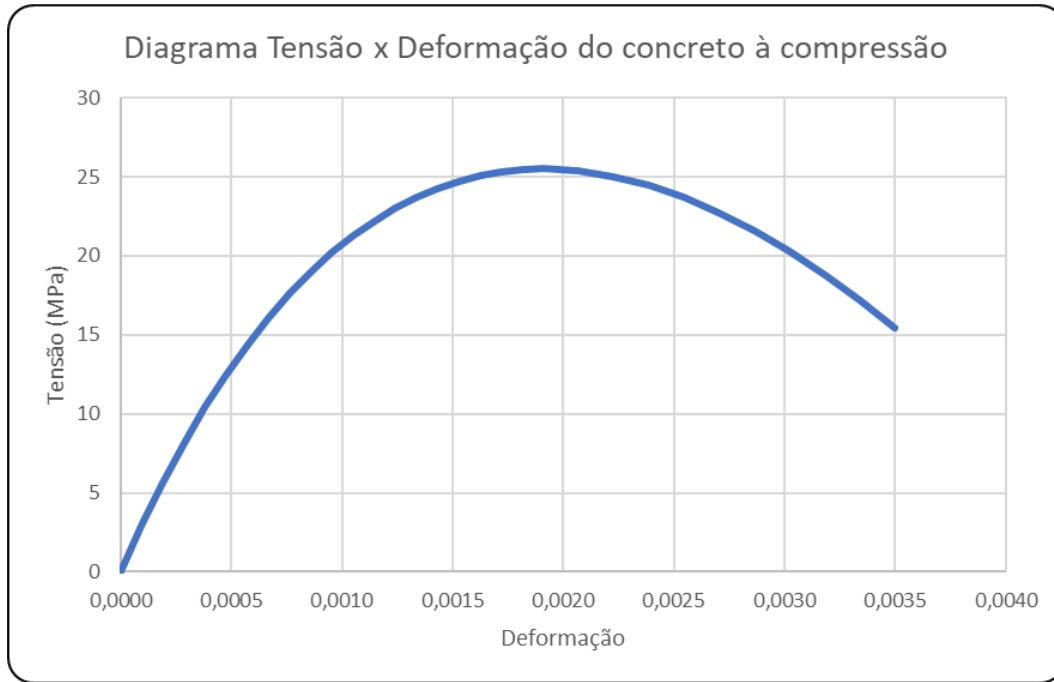
E_{ci} = módulo de elasticidade inicial do concreto (MPa);

No Abaqus[®], para definir o comportamento do material à compressão, deve-se fornecer a tensão e a respectiva deformação inelástica. Com isso, utilizando a Equação 9, consegue-se obter a tensão para um respectivo nível de deformação total, e para obter a deformação inelástica, basta subtrair da deformação total, a deformação elástica, dada por (σ_c/E_{ci}) .

Com relação ao comportamento do concreto à tração, adotou-se o modelo também proposto pela *fib Model Code 2010* (International Federation for Structural Concrete, 2013), que se baseia na energia necessária para formar uma unidade de área de fissura. Neste modelo, o diagrama tensão-deformação do concreto não fissurado à tração é bilinear, em cuja constituição o primeiro trecho vai até o valor de 90% da resistência característica à tração ($f_{ctk,inf}$), seguido de um trecho que apresenta amolecimento linear do concreto em função da

formação de microfissuras, que vai até o valor da resistência característica à tração e atingindo a deformação última de 0,00015.

Figura 28 – Exemplo de diagrama tensão-deformação do concreto à compressão, segundo a *fib Model Code 2010*.



Fonte: autor.

As microfissuras aumentam até formar uma fissura discreta quando a tensão solicitante se aproxima da tensão resistente. A partir desse ponto, o comportamento do concreto à tração é representado pelo diagrama tensão-abertura de fissura, no qual toda a tensão e deformação no processo de fratura pode ser relacionada a uma abertura de fissura fictícia.

Este diagrama de forma bilinear, pode ser estimado pelas equações abaixo, resultando no diagrama tensão-abertura de fissura exemplificado na Figura 29.

$$\sigma_{ct} = f_{ctk,inf} \cdot \left(1 - 0,8 \cdot \frac{w}{w_1} \right) \text{ para } w \leq w_1 \quad (13)$$

$$\sigma_{ct} = f_{ctk,inf} \cdot \left(0,25 - 0,05 \cdot \frac{w}{w_1} \right) \text{ para } w_1 \leq w \leq w_c \quad (14)$$

Sendo:

$$f_{ctk,inf} = 0,7 \cdot 0,3 \cdot (f_{ck})^{2/3} \quad (15)$$

$$w_c = 5 \frac{G_f}{f_{ctk,inf}} \quad (16)$$

$$w_1 = \frac{G_f}{f_{ctk,inf}} \quad (17)$$

$$G_f = \frac{73 (f_{cm})^{0,18}}{1000} \quad (18)$$

Sendo que:

σ_{ct} = tensão de tração no concreto (MPa);

$f_{ctk,inf}$ = resistência característica inferior do concreto à tração (MPa);

f_{cm} = resistência média à compressão do concreto, adotada como sendo igual a $f_{ck} + 8$ (MPa);

w = abertura de fissura (mm);

w_c = abertura de fissura crítica (mm);

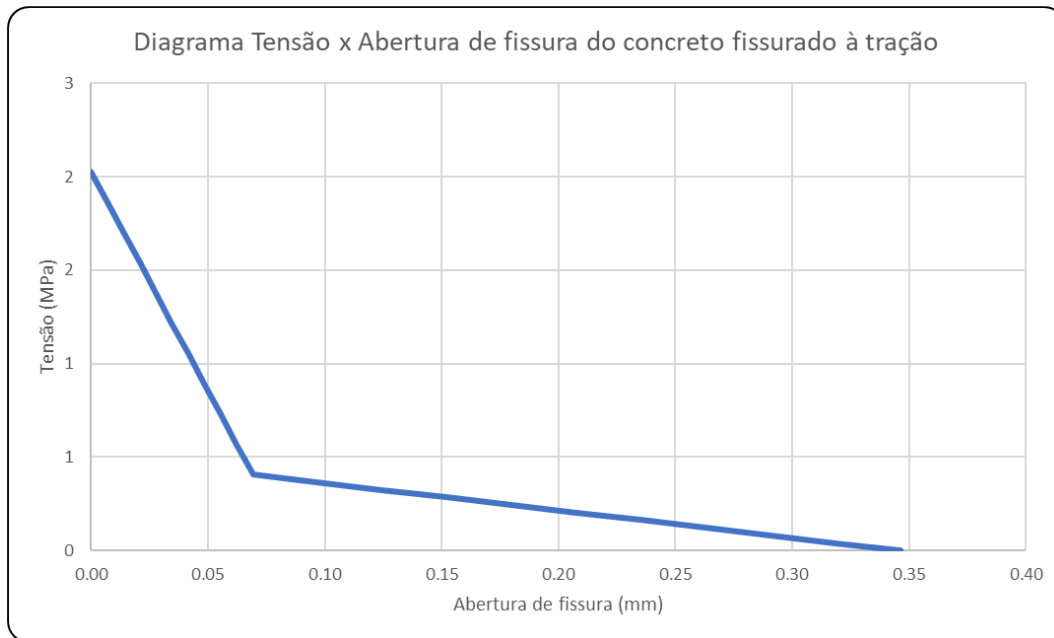
w_1 = abertura de fissura para a tensão correspondente a $0,2 \cdot f_{ctk,inf}$ (mm);

G_f = energia de fratura do concreto (N/mm).

A resistência à tração do concreto (Equação 15) foi obtida de acordo com a recomendação da NBR 6118 (ABNT, 2023) e a energia de fraturamento (Equação 18), por sua vez, foi determinada segundo recomendações da *fib Model Code 2010* (International Federation for Structural Concrete, 2013).

A partir da definição de todos os parâmetros apresentados neste capítulo, os modelos constitutivos do aço e do concreto adotados neste trabalho estão finalizados, permitindo então a realização de uma análise mais precisa do comportamento conjunto aço-concreto.

Figura 29 – Exemplo de diagrama tensão-abertura de fissura do concreto à tração, segundo a *fib Model Code 2010*.

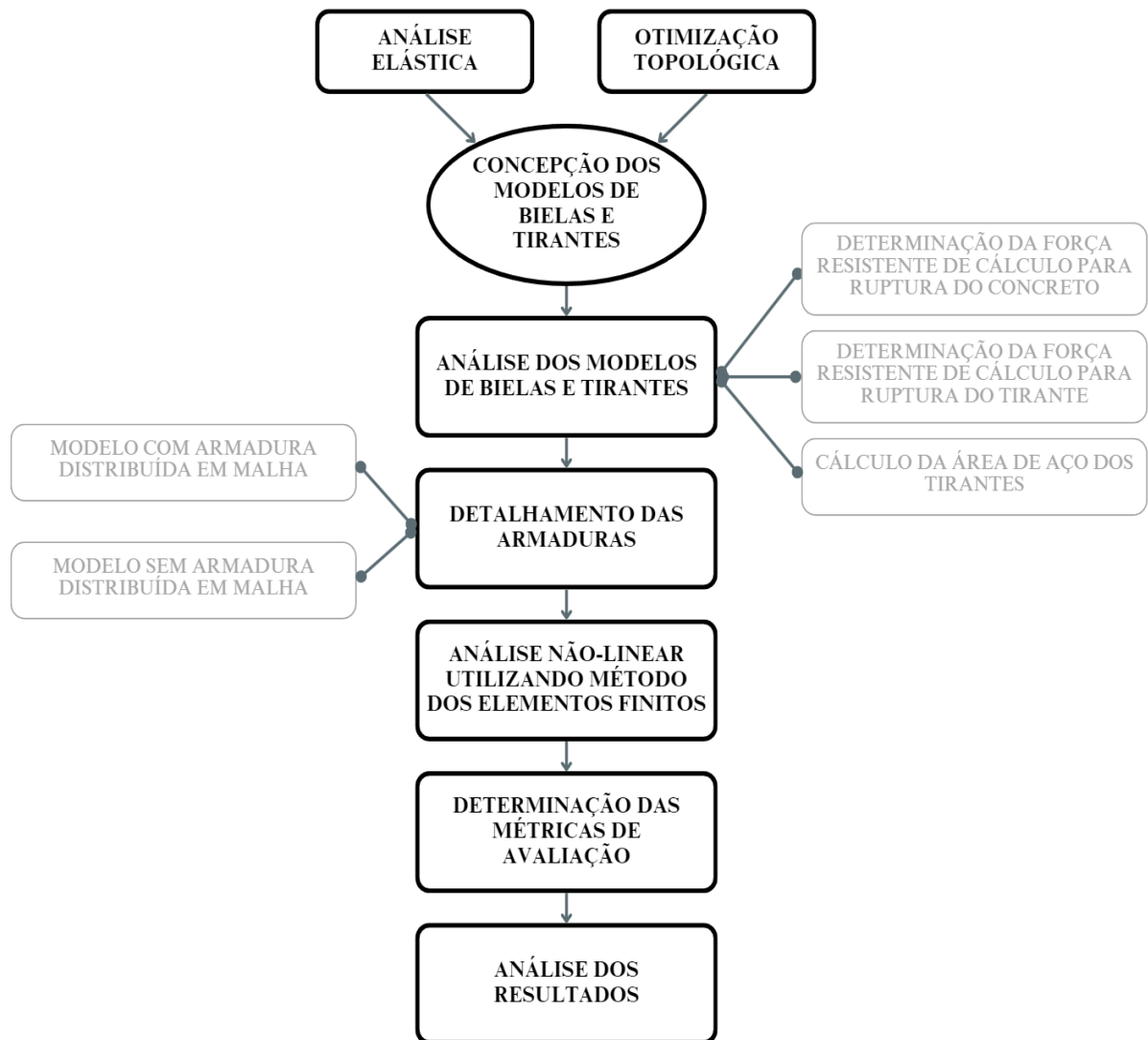


Fonte: autor.

3 METODOLOGIA

Ao longo deste capítulo, será enunciada a metodologia empregada nesta dissertação, detalhando os critérios e premissas utilizados no desenvolvimento da pesquisa. Serão discutidos desde a definição dos modelos de viga-parede estudados até as técnicas empregadas para a coleta e análise dos dados obtidos. Todos os passos e processos realizados até a obtenção dos resultados serão abordados de maneira detalhada, sendo possível observar na figura abaixo um fluxograma das etapas que constituem a metodologia adotada.

Figura 30 – Fluxograma da metodologia utilizada neste trabalho



Fonte: autor.

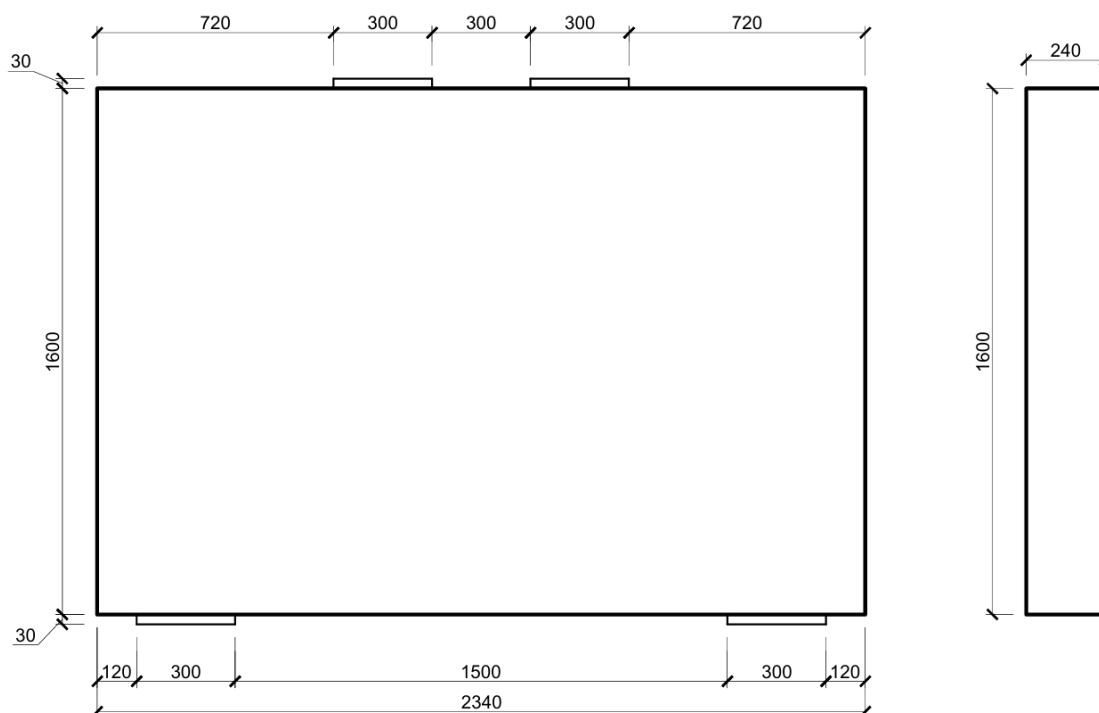
3.1 MODELOS DE VIGA-PAREDE AVALIADOS

Conforme elencado anteriormente nos objetivos deste trabalho, foram desenvolvidos Modelos de Bielas e Tirantes (MBT) para vigas-parede de concreto armado com base em duas técnicas principais, sendo elas a dos campos das tensões elásticas e a da otimização topológica.

Para o desenvolvimento destes MBT, foram escolhidos na literatura, três modelos de vigas-parede de concreto armado para serem objeto deste estudo. Na determinação desses modelos, buscou-se escolher aqueles que representassem uma maior abrangência dos desafios encontrados no dimensionamento de estruturas especiais utilizando MBT, indo de modelos mais simples (forças verticais simétricas sem variação de seção e/ou aberturas) até modelos mais complexos (força vertical assimétrica com variação de seção e com abertura excêntrica).

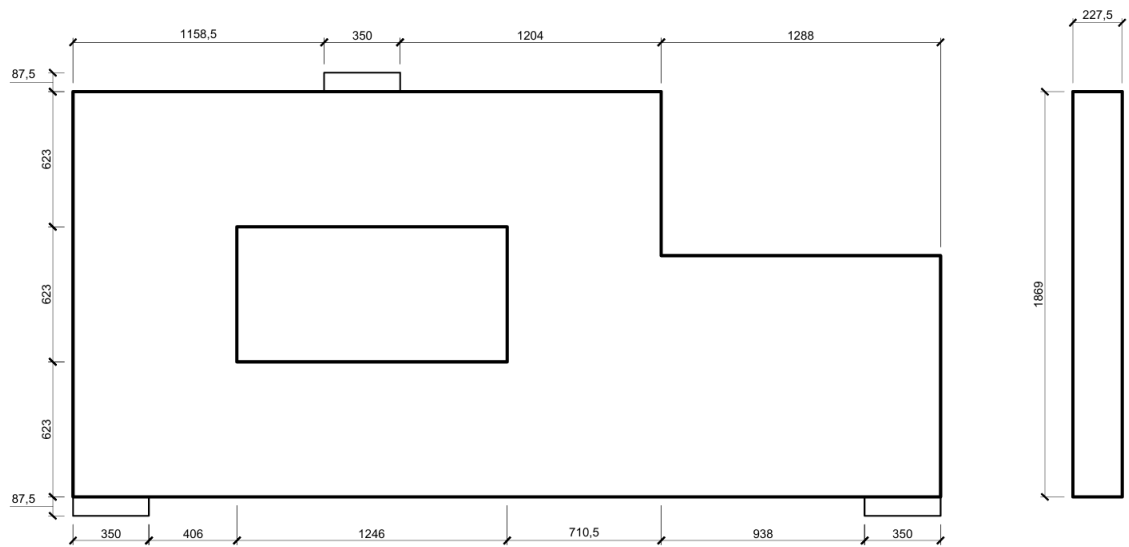
Frente a este objetivo, foram selecionados os modelos apresentados nas Figuras 31 a 33, onde o primeiro modelo (Figura 31), que possui geometria uniforme, será nomeado “modelo UNIF”, o segundo (Figura 32), com variação de altura, de “modelo HVAR”, por fim, ao modelo de viga-parede com abertura (Figura 33), será atribuído a nomenclatura de “modelo ABERT”.

Figura 31 –Modelo de viga-parede simplesmente apoiada (modelo UNIF) escolhido para o estudo (dimensões em mm).



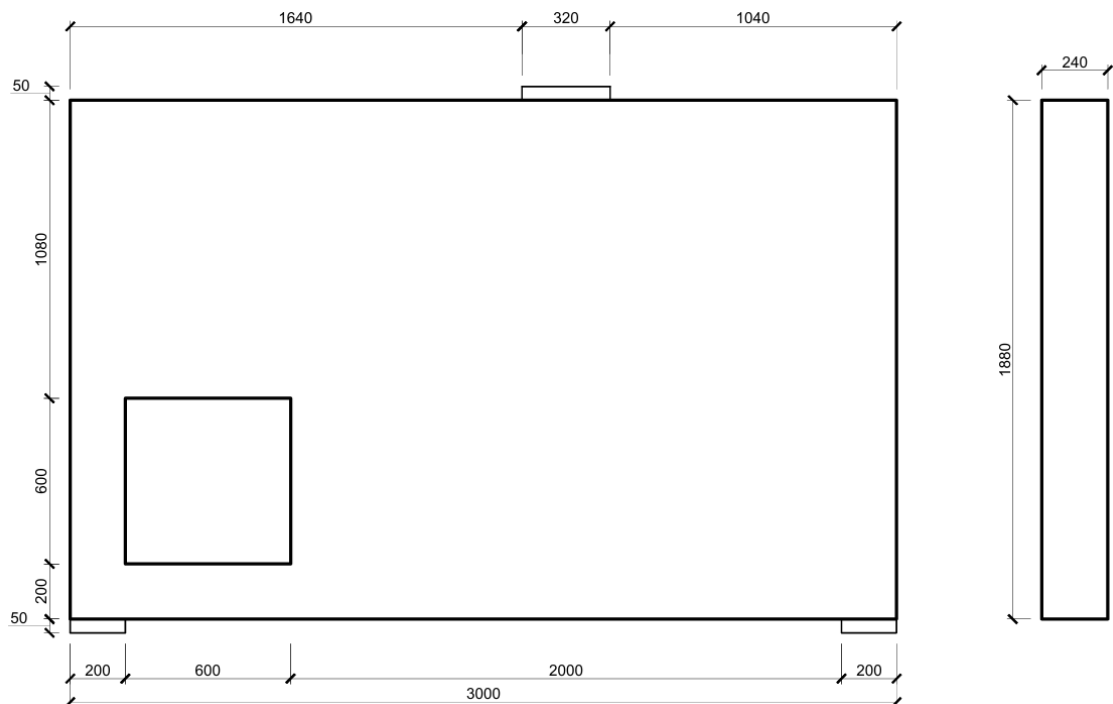
Fonte: Adaptado de Shoeib *et al.* (2022).

Figura 32 – Modelo de viga-parede com variação de altura e abertura (modelo HVAR) escolhido para o estudo (dimensões em mm).



Fonte: Adaptado de Chen, Wang e Zhong (2019).

Figura 33 – Modelo de viga-parede com abertura (modelo ABERT) escolhido para o estudo (dimensões em mm).



Fonte: Adaptado de Silveira *et al.* (2022).

O modelo UNIF foi inspirado no artigo elaborado por Shoeib *et al.* (2022), no entanto, a este foi aplicado um fator de escala de dois, pois os autores realizaram ensaios experimentais e, para que a viga-parede fosse compatível com os equipamentos disponíveis, ela foi

confeccionada em escala reduzida. Como não foram realizados ensaios experimentais nesta dissertação, apenas simulações numéricas, optou-se por ampliar a escala do modelo de forma que as dimensões e o detalhamento obtido fossem mais representativos com os casos que aparecem em edifícios usuais.

Por sua vez, o modelo HVAR foi baseado no artigo elaborado por Chen, Wang e Zhong (2019) e, de forma semelhante ao modelo UNIF, foi aplicado um fator de escala de três vezes e meia, sendo isso justificado da mesma forma que para o caso anterior.

Por fim, o último modelo escolhido para este estudo (modelo ABERT), foi selecionado a partir do artigo desenvolvido por Silveira *et al.* (2022). Neste artigo os autores se basearam no modelo de viga-parede “*Deep beam with a large hole*”, apresentado no trabalho de Schlaich, Schäfer e Jennewein (1987), e aplicam um fator de escala de 0,4 na altura e no comprimento, e um fator de escala de 0,6 na largura. Esta redução de escala se deve ao fator de que os autores realizaram ensaios experimentais da viga-parede e, devido à limitação do espaço disponível, foi necessária a redução do modelo original estudado por Schlaich, Schäfer e Jennewein (1987).

3.2 ANÁLISE ELÁSTICA

A partir da definição dos modelos estudados neste trabalho, procedeu-se com a modelagem numérica baseada no Método dos Elementos Finitos (MEF) e, para tal, foi utilizado o programa computacional Abaqus®.

Em todas as simulações numéricas realizadas neste trabalho, as vigas-parede e as placas de apoio foram modeladas com elementos 2D de chapa (CPS4R), utilizando o estado plano de tensões (quadrilátero bi linear 2D de 4 nós para estado plano de tensão com integração reduzida e com controle de “hourglass”), uma vez que, por se tratar de um elemento plano (contido no plano X-Y), ou seja, a dimensão perpendicular ao plano X-Y é muito inferior às outras duas dimensões, e pelo fato de não terem cargas aplicadas perpendicularmente a este plano, o ganho no tempo de processamento é significativo, sem deixar de lado a qualidade e a representatividade dos resultados obtidos.

Em relação às condições de contorno empregadas nas simulações, aplicou-se restrições ao deslocamento vertical nos dois apoios, e restringiu-se o deslocamento horizontal em apenas um deles, caracterizando modelos isostáticos. Além dessas restrições, foram aplicados deslocamento verticais, tanto nas análises lineares, quanto nas análises não-lineares, configurando o método de controle de carregamento utilizado na modelagem, uma vez que, nas

análises não-lineares, a utilização desse tipo de carregamento facilita a convergência do problema.

Para evitar picos de tensões em virtude da aplicação pontual do carregamento e dos apoios, utilizaram-se placas metálicas, juntamente com a ferramenta de acoplamento, de forma que, nesta operação, toda a superfície da placa foi vinculada ao nó no qual aplicou-se a condição de contorno ou a de carregamento, compatibilizando assim os deslocamentos de toda face da placa metálica. Ainda, foi considerado comportamento normal rígido para a interação de contato entre as placas metálicas e as vigas-parede, ao passo que, para comportamento tangencial entre esses elementos, adotou-se o modelo de atrito de Coulomb, que relaciona a máxima tensão de cisalhamento permitida na interface, com a pressão de contato entre a placa e a viga-parede, com coeficiente de atrito igual a 0,2, usualmente utilizado neste tipo de modelagem.

Nas modelagens das vigas-parede para a determinação dos Modelos de Bielas e Tirantes com base nos campos de tensões elásticas e na otimização topológica, considerou-se comportamento elástico linear do concreto, sendo adotado para todos os modelos o concreto da classe C30, ou seja, com resistência característica à compressão (f_{ck}) de 30 MPa, e aço com resistência característica ao escoamento à tração (f_{yk}) de 500 MPa, para caracterizar as placas de apoio. No entanto, como o objetivo dessa simulação numérica foi de obter os campos das tensões principais de tração e de compressão, a classe de resistência do concreto não influencia na geometria resultante desses campos de tensões.

A partir da resistência característica do concreto à compressão e com base no item 8.2.8 da NBR 6118 (ABNT, 2023), pode-se estimar o valor do módulo de elasticidade tangente inicial do concreto por meio da seguinte equação:

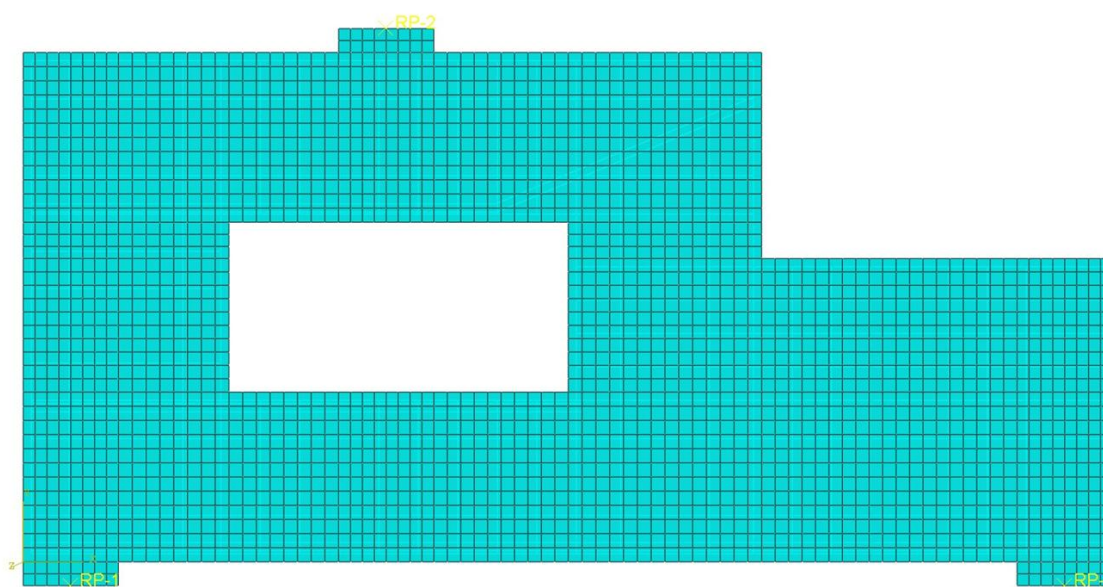
$$E_{ci} = \alpha_E \cdot 5600 \sqrt{f_{ck}} \quad (19)$$

Sendo α_E um parâmetro de correção do módulo de elasticidade a partir da natureza do agregado gráudo, com valor igual a unidade para agregados do tipo granito, valor este considerado neste trabalho. Portanto, a partir da Equação 19, chegou-se ao valor do módulo de elasticidade tangente inicial de 30.672,46 MPa, que foi o valor utilizado como Módulo de Young na definição das propriedades dos materiais dentro do programa computacional Abaqus®.

Ainda, utilizando as recomendações da NBR 6118 (ABNT, 2023), foram adotados como coeficiente de Poisson do concreto, módulo de elasticidade do aço e coeficiente de Poisson do aço os valores de 0,2; 210 GPa e 0,3, respectivamente.

Por fim, um último tema a ser abordado sobre as modelagens realizadas, refere-se à discretização da malha de elementos finitos, tanto dos elementos planos, quanto dos elementos de barra, sendo este último utilizado apenas nas análises não-lineares. Essa discretização foi realizada de tal forma que não onerasse o tempo de processamento dos modelos, bem como não introduzisse erros significativos nos resultados. Para isso, observou-se que uma dimensão média de aproximadamente 50 mm para cada elemento finito apresentou bons resultados, sendo esta a discretização adotada nos modelos, ou seja, nos elementos de chapa, suas arestas possuem dimensão de aproximadamente 50 mm, e nos elementos de barra, o comprimento de cada trecho é da ordem de 50 mm, como exemplificado na Figura 34 para o modelo de viga-parede com altura variável e abertura (modelo HVAR).

Figura 34 – Exemplo de discretização da malha de elementos finitos realizada.



Fonte: autor.

Os procedimentos descritos anteriormente foram seguidos nas simulações realizadas para a determinação dos modelos de bielas e tirantes a partir da análise elástica linear e do processo de otimização topológica, bem como nas análises não-lineares realizadas para avaliar o desempenho desses MBT. No entanto, para a obtenção dos modelos a partir da otimização topológica, foi necessário adicionar o método de otimização utilizado, que será apresentado no próximo tópico, uma vez que a análise continua sendo elástica linear. Já nas análises não-

lineares, foram adicionadas as armaduras detalhadas e foram modificadas as relações constitutivas dos materiais que compõem a estrutura, conforme será abordado no capítulo 3.6 deste trabalho, sendo estas as principais adições em relação ao processo descrito anteriormente neste tópico.

3.3 OTIMIZAÇÃO TOPOLÓGICA

Em relação ao processo de otimização topológica, pode-se entendê-lo como sendo um método computacional que realiza a distribuição ótima de material em uma determinada região do problema, através da modificação das propriedades do material, tornando-o um processo iterativo.

Para a resolução dos processos de otimização topológica realizados neste trabalho, foi utilizada a combinação do Método dos Elementos Finitos, por meio da análise elástica linear, com um método de otimização topológica do contínuo por meio da formulação SIMP. Esses processos de otimização foram realizados no programa computacional *TOSCA Structures*[®], que é uma extensão presente no *Abaqus*[®], pois, como todas as análises lineares foram realizadas no *Abaqus*[®], optou-se por utilizar o *TOSCA*[®] devido a integração entre estes dois programas computacionais.

Essa integração é vantajosa, pois o módulo de otimização realiza a modificação da densidade durante cada iteração do processo de otimização, e acopla esta densidade com o módulo de elasticidade de cada elemento finito. Esta modificação na densidade se traduz na modificação da rigidez, e a consequente remoção dos elementos que possuem rigidez pequena o suficiente para não influenciarem no comportamento geral da estrutura. Na sequência, com as propriedades do material já alteradas, o *Abaqus*[®] executa uma análise elástica linear do modelo e verifica se a solução ótima foi alcançada, sendo que este processo iterativo é realizado até que se obtenha o resultado desejado.

Por se tratar de uma análise elástica linear, foram utilizados os mesmos parâmetros e critérios elencados no tópico anterior, acrescentando apenas a parte do processo de otimização topológica em si.

Para realizar este processo de otimização, primeiramente criou-se uma tarefa de otimização topológica, utilizando a formulação SIMP, com fator de penalização igual a 3, e densidade mínima de 10^{-3} , conforme recomendações da literatura apresentadas no tópico 2.2.

A partir dessa tarefa de otimização, definiram-se as respostas de projeto que serão parametrizadas, sendo elas: o volume da estrutura e a medida de rigidez energética (*“energy stiffness measure”*). O volume da estrutura foi o parâmetro escolhido como restrição do modelo, e a rigidez energética como sendo a variável da função objetivo do problema de otimização. Destaca-se ainda que as condições de contorno foram “congeladas” durante o processo de otimização topológica, pois o foco desta pesquisa foi de utilizar esta ferramenta como um meio de obtenção de modelos de biela e tirantes, onde as condições de contorno são conhecidas e fixas.

A função objetivo criada tem o objetivo de minimizar a rigidez energética, que é equivalente a maximizar a rigidez da estrutura, porém, a primeira facilita o processo de convergência em relação à segunda. Esta função foi escolhida, pois vigas-parede são elementos naturalmente rígidos no plano que contém as maiores dimensões no elemento, e deseja-se que esta característica seja preservada ao máximo.

Por sua vez, a escolha do volume como sendo uma restrição do processo de otimização se deu, pois deseja-se que a topologia resultante tenha caráter unifilar, de forma que se assemelhe a uma treliça e, a partir desta restrição, definiram-se diversas frações do volume inicial como sendo o volume final desejado para a topologia resultante.

Para as vigas-parede das Figuras 32 e 33, foram utilizadas as frações de volume final de 40%, 30% e 20% do volume inicial, pois a geometria complexa dessas duas vigas permitiu que fossem observadas alterações notáveis na topologia final para cada uma dessas frações. Já no modelo de viga-parede simplesmente apoiado (modelo UNIF), a variação realizada foi de apenas 30% e 40%, pois, por se tratar de um modelo simples e uniforme, as topologias resultantes dessas duas frações foram muito semelhantes, inclusive para a fração final de 20%. A partir desta constatação, optou-se por desconsiderar a fração de 20%, uma vez que as informações ficariam demasiadamente repetitivas.

3.4 DEFINIÇÃO DOS MODELOS DE BIELAS E TIRANTES

Para a definição dos Modelos de Bielas e Tirantes que foram estudados neste trabalho, sejam àqueles desenvolvidos a partir dos resultados das análises elásticas ou dos processos de otimização topológica, foram definidos três critérios básicos a serem seguidos no momento do traçado dos elementos que constituem o modelo de treliça equivalente.

O primeiro critério se refere às posições das bielas e dos tirantes dentro do modelo, sendo que ambos foram posicionados o mais próximo possível do centro geométrico dos campos de tensões principais de compressão e de tração, respectivamente, indo ao encontro das recomendações encontradas na literatura.

Já o segundo critério, por sua vez, diz respeito à determinação geométrica dos Modelos de Bielas e Tirantes. Nesta pesquisa, os MBT desenvolvidos foram isostáticos, pois, no ponto de vista deste autor, são os modelos que melhor representam a distribuição das cargas internas da estrutura, uma vez que, em modelos hipostáticos (frequentemente encontrados nas literaturas que abordam modelos de bielas e tirantes) são necessárias adaptações ou considerações adicionais para obter soluções. Já em modelos hiperestáticos, a distribuição das cargas internas depende da rigidez relativa dos elementos que constituem os MBT, sendo que, a determinação dessas rigidezes depende das dimensões das bielas e da área de aço dos tirantes, podendo recair em um processo iterativo, adicionando maior complexidade na definição destes modelos, além de que, o próprio método de resolução de treliças hiperestáticas por si só, já acrescenta mais um grau de dificuldade na resolução do problema.

Por fim, o último critério utilizado no traçado dos MBT, refere-se aos modelos de vigas-paralelas nos quais a força solicitante é constituída por apenas uma força concentrada no topo do elemento. Para este traçado, seguiu-se a premissa proposta por Schlaich, Schäfer e Jennewein (1987), a qual considera que a força concentrada aplicada no topo do elemento estrutural, pode ser representada por duas forças concentradas, cujas intensidades sejam iguais às respectivas reações do lado oposto da viga, de forma que a resultante dessas duas forças seja equivalente à força original, permitindo que o lado direito da estrutura seja tratado de forma independente do lado esquerdo.

A partir dos critérios definidos anteriormente e dos resultados da análise elástica linear e dos processos de otimização topológica, realizou-se o traçado dos Modelos de Bielas e Tirantes. Para o traçado desses modelos a partir dos resultados da análise elástica, foram utilizados os campos das tensões máximas e mínimas principais. Já para os MBT desenvolvidos a partir dos resultados da otimização topológica, foram utilizados os campos das tensões elásticas principais máximas e mínimas das topologias resultantes, para cada fração de volume adotada e, a partir destas topologias e dos campos de tensões, realizou-se o traçado das bielas e dos tirantes, posicionando-os no centro geométrico dos seus respectivos campos de compressão e tração, conforme critério estabelecido.

3.5 VERIFICAÇÕES DOS MODELOS DE BIELAS E TIRANTES

Com os modelos de bielas e tirantes traçados e definidos, conforme os critérios elencados anteriormente, determinou-se a capacidade resistente de cada um deles, pois cada MBT desenvolvido foi dimensionado para dois níveis de forças solicitantes diferentes.

A primeira intensidade de força corresponde à força resistente de cálculo do modelo, determinada analiticamente, equivalente à ruptura do concreto, já a segunda intensidade, refere-se à força resistente de cálculo na qual o tirante atinge à ruptura antes do concreto, sendo esta última intensidade equivalente à 60% da força que ocasionou a ruptura do concreto.

Além disso, para cada modelo de bielas e tirantes definido, considerando cada um dos níveis de força elencados acima, detalhou-se um modelo com armadura distribuída em malha, e outro modelo somente com os tirantes definidos no MBT, com o objetivo de avaliar a influência que essa armadura tem no comportamento final de cada viga-parede. Destaca-se que esta armadura em malha foi determinada a partir de modelos de bielas e tirantes em que as bielas do tipo garrafa foram discretizadas, possibilitando a determinação da área de aço necessária para resistir aos esforços transversais de tração intrínsecos neste tipo de biela. Reitera-se ainda que esta armadura em malha, posicionada nas faces das vigas-parede, foi comparada com a armadura mínima recomendada pela norma brasileira NBR 6118 (ABNT, 2023), sendo detalhada maior dentre as duas.

Com isso, para cada modelo de bielas e tirantes desenvolvido, realizou-se quatro detalhamentos diferentes, sendo eles:

1. Correspondente a uma força solicitante de cálculo referente à ruptura da biela (determinada analiticamente) e incluindo armadura distribuída em malha;
2. Correspondente a uma força solicitante de cálculo referente à ruptura da biela (determinada analiticamente) sem a armadura distribuída em malha;
3. Correspondente a uma força solicitante de cálculo referente à ruptura do tirante (60% da força obtida nos modelos 1 e 2) e incluindo armadura distribuída em malha;
4. Correspondente a uma força solicitante de cálculo referente à ruptura do tirante (60% da força obtida nos modelos 1 e 2) sem a armadura distribuída em malha.

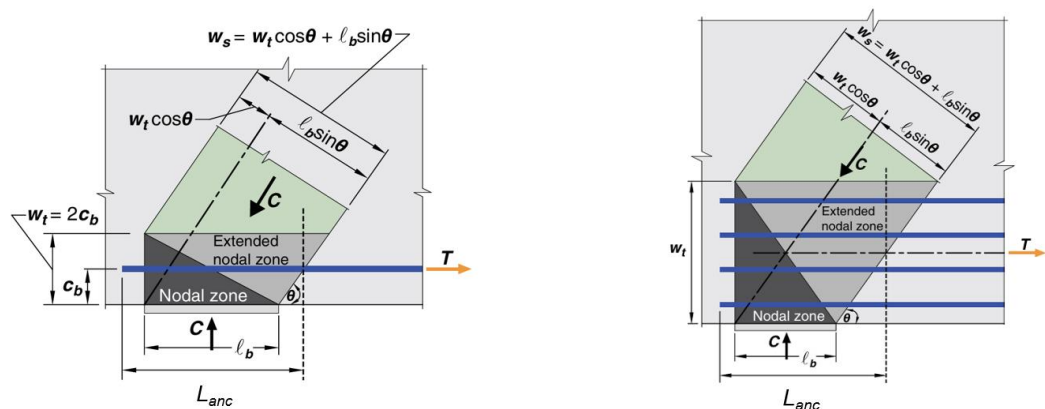
Frente ao exposto acima, o próximo passo foi de determinar a força resistente de cálculo de cada modelo de bielas e tirantes desenvolvido, considerando que a ruptura ocorra por meio

da ruína da biela, uma vez que a força resistente de cálculo para a ruptura do tirante é uma fração dela.

Para determinar essa força resistente referente à ruptura da biela, foram obedecidas as recomendações da ABNT (2023), ACI (2019), El-Metwally e Chen (2017) e Schlaich, Schäfer e Jennewein (1987), as quais determinam que, a partir da geometria das vigas-parede, das placas de apoio e dos modelos de bielas e tirantes, é possível determinar as dimensões das bielas e das regiões nodais e, conseqüentemente, obter a força resistente de cada um desses elementos, a partir das tensões resistentes de cálculo.

Mais especificamente, as dimensões das bielas e dos nós foram determinadas conforme ilustrado na Figura 35. Nesta figura fica evidente que a altura da biela (w_s) é diretamente dependente do seu ângulo de inclinação (θ) e da geometria da região nodal, que, por sua vez, é determinada a partir da largura do apoio (ℓ_b) e da altura efetiva do tirante (w_t). Com isso, observa-se que a determinação dessas variáveis depende apenas da geometria da viga-parede e do modelo de bielas e tirantes, fazendo com que, para uma mesma viga-parede, a proposição de diferentes MBT leve à determinação de forças resistentes de cálculo diferentes para cada um deles.

Figura 35 – Determinação da geometria dos nós e das bielas.



Fonte: ACI (2019).

Nas imagens acima, observa-se que há apenas três forças convergindo no nó, no entanto, podem ocorrer casos com quatro ou mais forças solicitando um mesmo nó. Nessas situações, conforme recomendado pelo ACI (2019), pode-se realizar a soma vetorial de duas ou mais forças, fazendo com que, após essa soma, restem apenas 3 forças concorrendo em um único nó, simplificando a região nodal, e permitindo utilizar as expressões presentes na Figura 35.

A partir das considerações apresentadas acima, determinaram-se todas as regiões nodais dos modelos de bielas e tirantes traçados, para cada modelo de viga-parede. No entanto, para a verificação dessas regiões, seguiu-se a recomendação de Schlaich, Schäfer e Jennewein (1987), no qual as regiões nodais que devem ser cuidadosamente conferidas, são as regiões que englobam nós singulares, pois nesses nós há a abrupta mudança de direção das forças que convergem nele, bem como restrições geométricas que limitam suas dimensões e, conseqüentemente, sua força resistente. Os demais nós, chamados de nós contínuos, representam mudanças de direções que se desenvolvem ao longo de um determinado comprimento, geradas pelo espraçamento dos campos das tensões principais de compressão que se desenvolvem no concreto, portanto, possuem uma maior região de desenvolvimento e, conseqüentemente, suas faces estão geralmente submetidas a baixos níveis de tensão, fazendo com que sua verificação seja usualmente dispensada, e o único requerimento que deve ser checado diz respeito à verificação da ancoragem das armaduras dos tirantes.

Com as regiões nodais a serem verificadas definidas, determinou-se a tensão resistente de cada elemento que compõe essa região, e então obteve-se sua respectiva força resistente e, por consequência, a força resistente de cálculo à qual o modelo pode ser solicitado. Essas tensões resistentes foram definidas conforme recomendação da NBR 6118 (ABNT, 2023), anteriormente apresentada no tópico 2.1.7.3, onde cada tipo de biela e cada tipo de nó, possui uma tensão resistente de cálculo específica, sendo esta dependente da resistência característica do concreto à compressão (f_{ck}), que, conforme apresentado no tópico 3.2, foi adotada como sendo igual a 30 MPa.

A partir desta recomendação, em cada região nodal analisada, foram verificadas todas suas interfaces com as bielas, uma vez que a resistência das bielas é determinada pelos seus extremos. Então, como na interface nó-biela há duas tensões resistentes possíveis (uma tensão resistente devido ao tipo da biela e a outra tensão resistente devido ao tipo do nó), foi tomada como sendo a tensão resistente de cálculo desta interface, a menor dentre estas duas.

Após a determinação da força resistente de cálculo das faces de cada uma das regiões nodais analisadas, tomou-se a menor dessas resistências e, pela geometria, calculou-se a força máxima solicitante de cálculo que pode ser aplicada no topo de cada viga-parede, para que tal elemento estrutural chegue à ruína devido à ruptura do concreto.

A partir deste ponto, conhece-se a força solicitante de cálculo que leva à ruína da viga-parede ocasionada pela ruptura do concreto, restando a definição do nível de força que caracterize à ruína pela ruptura do tirante, sendo este nível adotado como equivalente à fração de 60% da força resistente de cálculo que gera a ruptura do concreto, conforme citado

anteriormente, uma vez que, qualquer nível de força abaixo deste que ocasiona a ruptura do concreto, levaria à ruptura do tirante, teoricamente.

De posse dos modelos de bielas e tirantes e das forças solicitantes de cálculo aplicadas em cada viga-parede, determinou-se a força atuante em cada um dos tirantes que compõem os modelos, sem que seja necessário verificar as bielas e os nós, uma vez que essa verificação já fora realizada na etapa anterior, onde determinou-se a máxima força solicitante de cálculo (igual a força resistente de cálculo) que leva a viga-parede à ruína pela ruptura do concreto.

A força em cada tirante foi determinada utilizando o *software* CAST (*Computer Aided Strut-and-Tie*), desenvolvido pelos pesquisadores Tjen Tjhin e Daniel Kuchma da Universidade de Illinois em Urbana-Champaign, e, a partir dessa força, pode-se determinar a área de aço necessária em cada um dos tirantes que compõem o modelo, simplesmente dividindo a força atuante em cada um deles pela tensão de escoamento de cálculo do aço, que neste trabalho foi considerada igual a 434,8 MPa, uma vez que foi adotado aço CA-50, que possui tensão característica ao escoamento de 500 MPa, e coeficiente parcial de segurança minorador da resistência igual 1,15.

3.6 DETALHAMENTO DAS ARMADURAS

Referente ao detalhamento das armaduras dos tirantes dos modelos de bielas e tirantes, foram seguidos seis critérios básicos, sendo eles:

- a partir da área de aço necessária calculada para cada tirante, realizou-se a seleção de bitolas de forma que a área de aço detalhada fosse o mais próximo possível desta área de aço calculada;
- na definição das bitolas e da quantidade de barras necessária para armar os tirantes, deu-se preferência para mais de uma camada de barras com menor diâmetro, do que para menos camadas com maior diâmetro, pois essa preferência auxilia na resistência da zona nodal e no controle das aberturas de fissuras;
- nos casos dos tirantes que foram detalhados com apenas uma camada de armadura, essa camada está localizada o mais próximo possível da real posição do tirante dentro do MBT;
- para os tirantes detalhados com mais de uma camada de armadura, posicionou-se o centro geométrico dessas armaduras o mais próximo possível da posição que o tirante ocupa dentro do MBT;

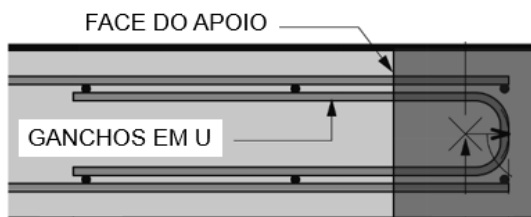
- nos modelos de bielas e tirantes que apresentam tirantes inclinados, localizados em regiões cujo campo das tensões principais de tração apresentou um certo espraçamento, ou pequena intensidade, ou ainda por questões executivas, estes tirantes inclinados foram detalhados ortogonalmente, ou seja, a área de aço inclinada necessária foi decomposta na vertical e na horizontal;
- foi considerado cobrimento nominal de 3 cm para as vigas-parede, sendo este referente à classe de agressividade ambiental II (CAA II), que diz respeito às estruturas em ambiente urbano, para uma vida útil de projeto de 50 anos.

Já no detalhamento das armaduras distribuídas em malha nas faces das vigas-parede, primeiramente foram verificadas as bielas em garrafa por meio de modelos de bielas e tirantes discretizados, onde estas bielas foram substituídas por um MBT que permitisse a obtenção da área de aço necessária para combater as tensões de tração transversais à estas bielas, que surgem devido ao espraçamento do campo das tensões principais de compressão.

Com esta área de aço calculada, foi feita uma comparação desta área com a taxa mínima de armadura estabelecida pela norma brasileira NBR 6118 (ABNT, 2023), que é de 0,075.b por face, por metro. Caso esta área de aço calculada, via MBT discretizado, resultou inferior à armadura mínima normativa, esta última foi considerada no detalhamento da viga-parede, no entanto, se ocorresse a situação oposta, as regiões ocupadas pelas bielas em garrafa foram detalhadas com a armadura obtida por meio do modelo de bielas e tirantes discretizado, e as demais regiões da viga-parede, detalhadas com a armadura mínima estabelecida pela norma brasileira.

Por fim, o último tópico a ser abordado referente ao detalhamento dos modelos de bielas e tirantes, diz respeito à ancoragem das armaduras dos tirantes. Para garantir a ancoragem eficiente dos tirantes nas regiões dos apoios, estes foram detalhados com bitolas que permitissem a utilização de ganchos em formato de U (Figura 36). Quanto aos demais tirantes, eles tiveram seu comprimento de ancoragem verificado, pois, apesar destes ganchos e dos comprimentos de ancoragem não terem sido modelados no Abaqus®, uma vez que, nas análises utilizando o Método dos Elementos Finitos, foi considerada aderência perfeita entre o aço e o concreto, estas considerações foram levadas em conta no detalhamento para que este fosse o mais condizente possível com a realidade de projeto.

Figura 36 – Ganchos em U para a ancoragem das armaduras dos tirantes nos apoios.



Fonte: Adaptado de Silveira *et al.* (2022).

3.7 ANÁLISE NÃO-LINEAR

No caso das análises não-lineares realizadas, as barras de armação foram modeladas como elementos 2D de treliça (T2D2 - treliça linear 2D de 2 nós) aderidos perfeitamente ao concreto (sem deslizamento relativo entre as partes), pois o ponto principal de interesse deste estudo foi de avaliar a contribuição da resistência à tração das barras nos modelos, haja visto que no dimensionamento de estruturas de concreto armado, a resistência à tração do concreto é desprezada, e as barras de aço é que ficam responsáveis por resistir a tal esforço, devendo estas serem perfeitamente ancoradas no concreto, de forma que a hipótese de cálculo de aderência perfeita entre aço e o concreto permaneça válida.

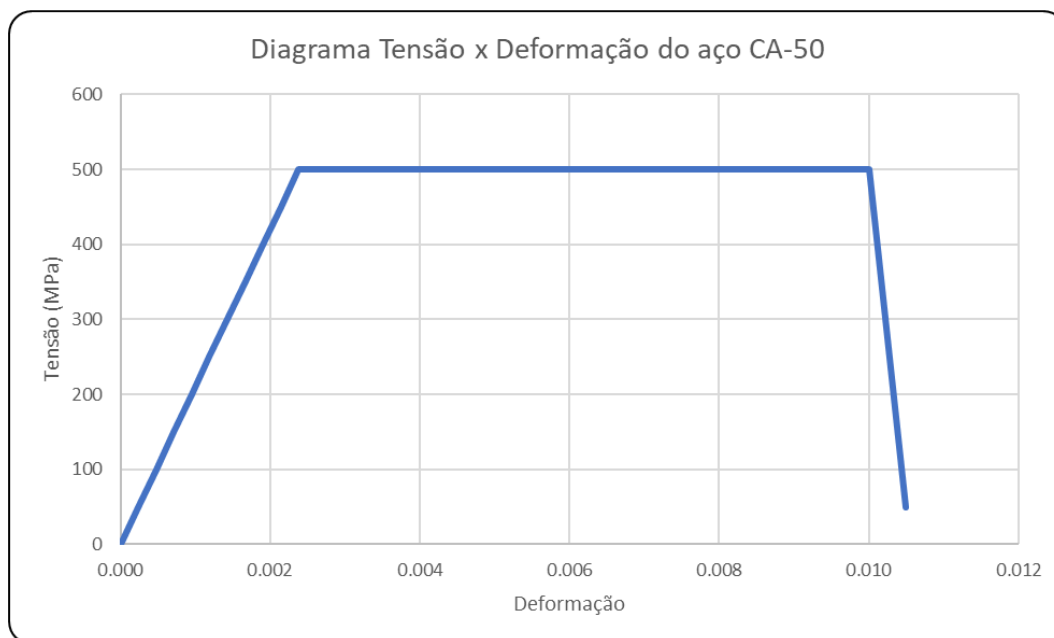
Os demais parâmetros utilizados na análise não-linear foram definidos conforme abordado no tópico 3.2, que tratou das premissas consideradas na análise elástica, tal como: tipo de elemento finito de superfície utilizado para modelar o concreto, condições de contorno e carregamento empregadas no modelo numérico, discretização da malha de elementos finitos, entre outros. Em relação aos parâmetros utilizados na análise elástica, a grande alteração realizada diz respeito aos modelos constitutivos adotados para o aço e para o concreto.

Para as armaduras dos modelos de bielas e tirantes, foi utilizado o aço CA-50 e, para representar seu comportamento na modelagem numérica, utilizou-se o modelo elastoplástico perfeito, conforme recomendado pela NBR 6118 (ABNT, 2023). Para definir este modelo constitutivo, considerou-se a tensão de escoamento característica de 500 MPa, como sendo a tensão limite do regime elástico, e módulo de elasticidade igual a 210 GPa, conforme mencionado no tópico 3.2.

Com o objetivo de que o comportamento do aço na análise numérica seja semelhante àquele considerado no dimensionamento das estruturas de concreto armado, criou-se uma queda no diagrama tensão-deformação para representar a ruptura do aço no modelo numérico.

Esta queda ocorre quando a deformação de alongamento do aço atinge o valor de 10‰, sendo este valor equivalente à sua deformação última, segundo a NBT 6118 (ABNT, 2023).

Figura 37 – Diagrama tensão-deformação do aço à tração utilizado nas análises não-lineares.



Fonte: autor.

Por sua vez, o modelo constitutivo utilizado para representar o comportamento do concreto nas análises não-lineares, foi o modelo CDP (*Concrete Damage Plasticity*) do Abaqus®, conforme apresentado no capítulo 2.3.3. Para sua implementação, necessária a definição de alguns parâmetros de entrada do modelo, nomeadamente: parâmetros do modelo de plasticidade (superfície de plastificação, potencial plástico e lei de encruamento), comportamento à compressão e o comportamento à tração do concreto.

Em relação ao modelo de plasticidade, os parâmetros que devem ser definidos são: o ângulo de dilatação (ψ), a excentricidade (e), a relação entre a resistência biaxial e uniaxial (f_{bo}/f_{co}), o parâmetro K_c e a regularização viscoplástica (μ). Para cada uma dessas variáveis, já explicadas anteriormente nesta dissertação, foram definidos os valores apresentados na Tabela 3.

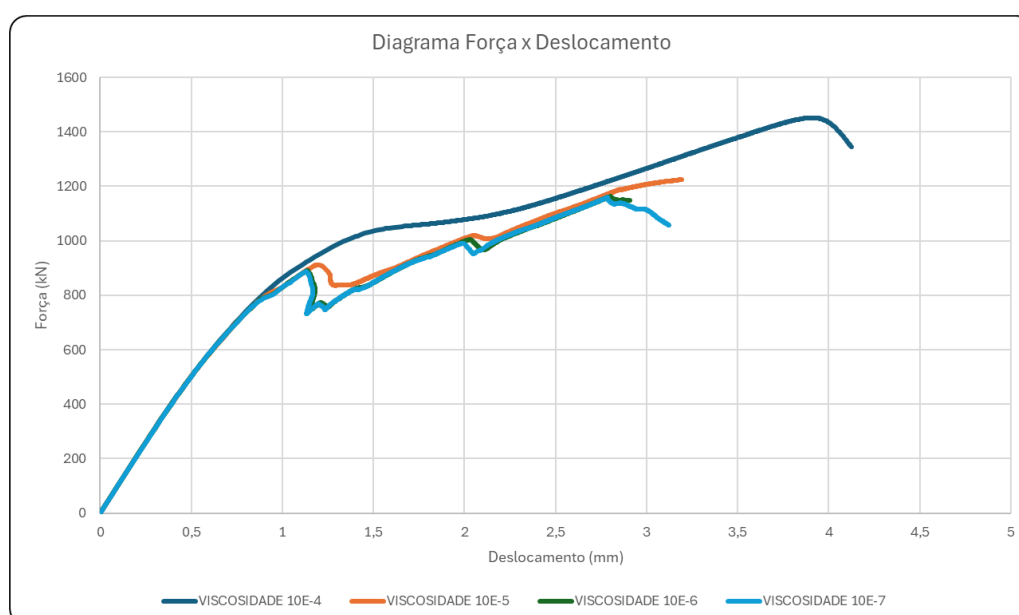
Tabela 3 – Parâmetros do modelo de plasticidade do CDP.

Ângulo de dilatação (ψ)	36°
Excentricidade (e)	0,1
$\sigma_{b0} / \sigma_{c0}$	1,16
K_c	0,666667
Regularização viscoplástica (μ)	10^{-6}

Fonte: autor.

Conforme apresentado no capítulo 2.3.3, um parâmetro fundamental na análise não-linear utilizando o CDP, é a regularização viscoplástica, pois como se trata de um parâmetro que causa o relaxamento da solução numérica, sua equivocada definição pode ocasionar na inserção de erros significativos na resolução do problema, sendo recomendável realizar uma análise paramétrica para avaliar sua influência nos resultados gerados pelo *software*.

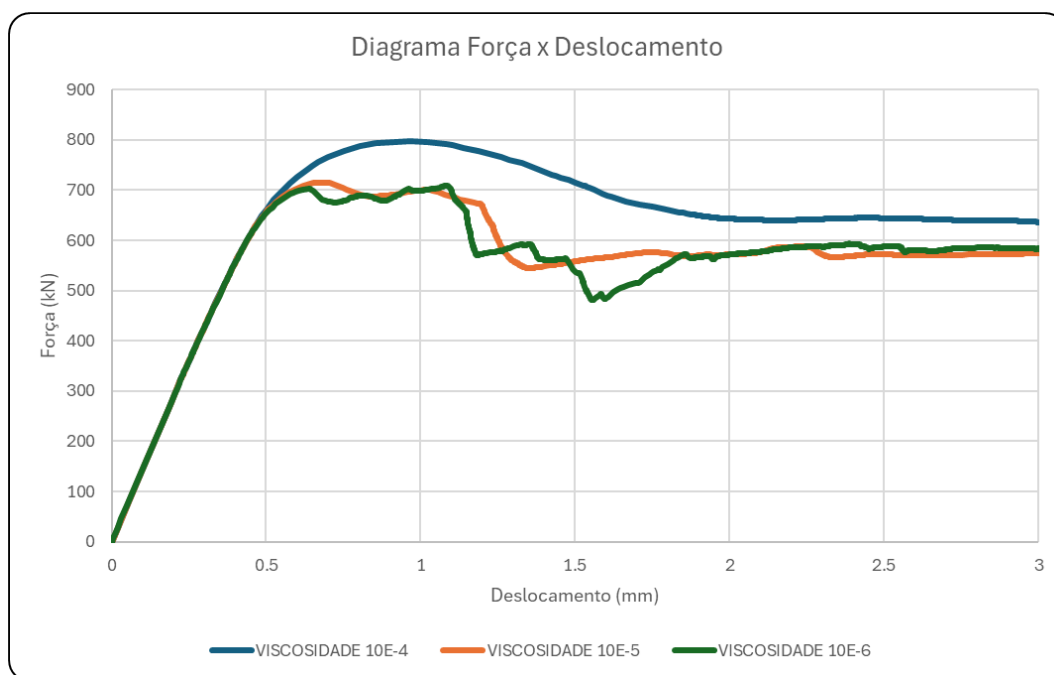
Frente ao exposto, foram realizados alguns processamentos variando o valor deste parâmetro de viscosidade, e a cada processamento era gerado o diagrama força-deslocamento da estrutura para a análise dos resultados. A primeira análise paramétrica foi realizada no modelo de viga-parede com abertura (modelo ABERT), de forma que a viscosidade utilizada foi de 10^{-4} a 10^{-7} , chegando aos resultados apresentados na Figura 38 abaixo.

Figura 38 – Análise paramétrica da regularização viscoplástica do modelo de viga-parede com abertura.**Fonte:** autor.

Nesta figura, pode-se observar que a alteração do valor da viscosidade de 10^{-4} para 10^{-5} acarretou numa mudança significativa do comportamento da estrutura, indicando que o primeiro valor de viscosidade estava introduzindo um erro elevado na resolução do problema. De 10^{-5} para 10^{-6} houve alteração, porém não foi tão significativa quanto à anterior. Por fim, de 10^{-6} para 10^{-7} praticamente não houve mudança, sinalizando que o erro introduzido pela viscosidade de 10^{-6} foi suficientemente pequeno para não alterar o comportamento da estrutura e ao mesmo tempo permitir a convergência na resolução do problema.

Com isso, já há um indício de que a viscosidade de 10^{-6} é um bom valor a ser considerado nas análises. Para confirmar tal fato, fez-se a mesma análise paramétrica, porém agora com o modelo de viga-parede simplesmente apoiado (modelo UNIF), e os resultados obtidos estão apresentados na Figura 39.

Figura 39 – Análise paramétrica da regularização viscoplástica do modelo de viga-parede simplesmente apoiado.



Fonte: autor.

Observou-se que a alteração do valor da regularização viscoplástica de 10^{-4} para 10^{-5} gerou uma modificação significativa no diagrama força-deslocamento da estrutura, indicando que o erro introduzido por este parâmetro estava sendo considerável. Já para a alteração de 10^{-5} para 10^{-6} , notou-se que a alteração foi mínima, e o trecho em que houve uma maior diferença foi no pós-pico, que é uma região de pouco interesse para este estudo.

Frente ao exposto acima, foi possível concluir que o melhor valor a ser utilizado para a regularização viscoplástica foi de 10^{-6} , pois o erro inserido no problema foi mínimo e não prejudicou o processo de convergência do problema.

Definidos os parâmetros do modelo de plasticidade do CDP, o próximo passo foi de inserir os modelos constitutivos adotados para representar o comportamento do concreto à tração e à compressão e, para isso, foram escolhidos os modelos recomendados pela *fib model code* 2010 (International Federation for Structural Concrete, 2013), também apresentado no capítulo 2.3.3.

Iniciando pelo modelo que representa o comportamento do concreto à compressão, para sua implementação, é necessário definir algumas variáveis, tais como a tensão de compressão de pico (f_{ci}) e o módulo de elasticidade do concreto (E_{ci}), sendo que, para isso, foi considerado um concreto da classe C30, com resistência característica à compressão de 30 MPa e, a partir dessa resistência, determinou-se o módulo de elasticidade tangente inicial, conforme apresentado no capítulo 3.2.

Para a tensão de compressão de pico, adotou-se o valor equivalente à resistência característica à compressão do concreto, considerando sua redução devido ao efeito Rüsck, ou seja, $0,85.f_{ck}$, que resulta em 25,5 MPa. Quanto ao módulo de elasticidade, este foi considerado igual ao módulo de elasticidade tangente inicial, resultando em 30.672,46 MPa.

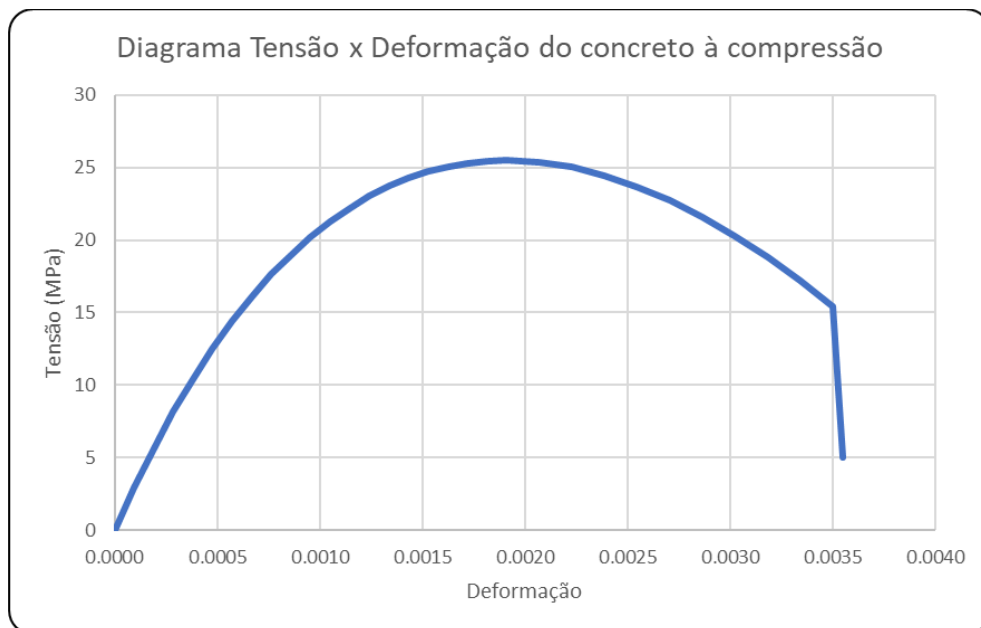
A partir destes parâmetros, e das equações apresentadas no tópico 2.3.3, obteve-se o diagrama tensão-deformação do concreto à compressão que foi utilizado nas análises não-lineares realizadas neste trabalho, como pode-se observar na Figura 40.

Da mesma forma que foi inserido uma queda na tensão do aço quando este alcança sua deformação última, estipulada pela norma, pode-se observar no diagrama da tensão-deformação do concreto à compressão que, o concreto ao atingir sua deformação última normativa, equivalente a 0,0035 (3,5‰), sua tensão cai significativamente, representando que o concreto chegou à ruptura.

Em relação ao modelo constitutivo adotado para representar o concreto à tração, como já mencionado, foi considerado o modelo proposto pela *fib Model Code* 2010 (International Federation for Structural Concrete, 2013), apresentado no capítulo 2.3.3. Para a implementação desse modelo, é necessária a definição de apenas um parâmetro, que é a resistência característica à compressão do concreto (f_{ck}), uma vez que, a partir dessa variável, determina-se todas as demais, como pode-se observar nas expressões apresentadas no tópico 2.3.3. Salienta-se que, a tensão resistente adotada para o concreto à tração, foi a resistência característica inferior ($f_{ctk,inf}$), de forma que, por não haver ensaios experimentais que

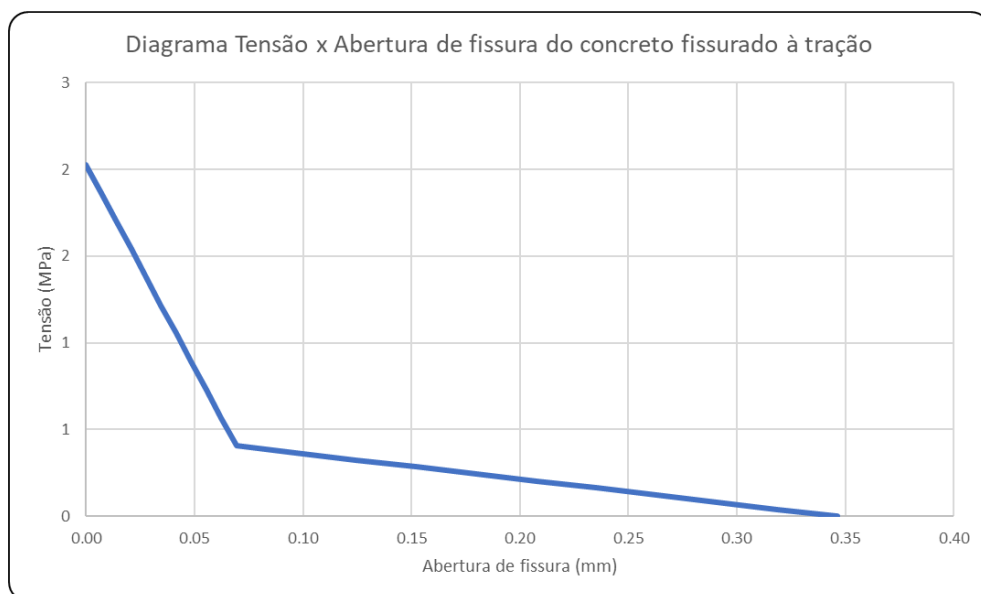
permitissem a obtenção de valores de resistência de corpos de prova, todos os valores de resistência considerados nas análises não-lineares realizadas neste trabalho, foram adotados com seus valores característicos.

Figura 40 – Diagrama tensão-deformação do concreto à compressão utilizado nas análises não-lineares.



Fonte: autor.

Figura 41 – Diagrama tensão-abertura de fissura do concreto à tração utilizado nas análises não-lineares.



Fonte: autor.

A partir das considerações feitas acima, e da explicação apresentada no tópico 2.3.3, chegou-se ao diagrama tensão-abertura de fissura ilustrado na Figura 41, que mostra o comportamento do concreto à tração, sendo este modelo implementado dentro do Abaqus® para o processamento das análises não-lineares.

3.8 MÉTRICAS AVALIATIVAS

Para avaliar os resultados obtidos nas análises não-lineares realizadas, foram definidas algumas métricas avaliativas alimentadas com os resultados obtidos no Abaqus®. Estas métricas foram escolhidas com base em publicações relacionadas ao tema, e podem ser divididas em duas categorias: as métricas para avaliar o desempenho quanto ao Estado Limite Último (ELU), e as métricas para analisar o atendimento do Estado Limite de Serviço (ELS).

Para a avaliação do desempenho no ELU, os parâmetros definidos foram: razão entre força resistente numérica e a força resistente analítica, eficiência da armadura e gráfico força-deslocamento.

A razão entre a força resistente obtida através dos resultados das análises não-lineares ($F_{Rk,MEF}$) e a força resistente obtida analiticamente ($F_{Rk,MBT}$), é um parâmetro que tem como objetivo ilustrar o quão preciso o modelo de bielas e tirantes foi na determinação da capacidade resistente da viga-parede. Para essa comparação foram utilizadas as forças resistentes com valores característicos (sem coeficientes de majoração das ações e sem coeficientes minoradores de resistência).

Em relação a eficiência da armadura (*eff.*), proposto por Herranz *et al.* (2012), este parâmetro pode ser determinado pela razão entre a força resistente obtida nas análises não-lineares ($F_{Rk,MEF}$), e a quantidade de aço em quilogramas (W_s), sendo que quanto maior o valor desta relação, maior a eficiência da armadura do elemento, por exemplo, para uma mesma carga última, uma quantidade menor de armadura resulta em uma eficiência maior.

Quanto ao gráfico força-deslocamento, este busca descrever o comportamento da estrutura, indicando se ela possui comportamento frágil ou dúctil, sendo um parâmetro de muita importância para o dimensionamento de elementos de concreto armado, pois é sempre desejável obter uma estrutura com ruptura dúctil, cuja ruína ocorre de forma lenta e gradual, dando indícios de que o elemento está ruindo, permitindo assim que os usuários da edificação tomem as providências necessárias.

Visando avaliar o comportamento em serviço de cada MBT, procurou-se analisar o desempenho das vigas-parede quanto ao atendimento do Estado Limite de Serviço (ELS) de abertura de fissura. Esta verificação consistiu em uma análise aproximada e comparativa da abertura de fissura, na qual, tal fissura deve ser inferior a 0,3 mm para estruturas em ambientes classificados dentro da Classe de Agressividade Ambiental II (CAA II).

A abertura de fissura será estimada por meio da obtenção da tensão principal de tração atuante na barra mais solicitada de cada viga-parede, sendo esta tensão extraída do Abaqus®. A partir desta tensão, será utilizado o processo simplificado proposto pela NBR 6118 (ABNT, 2023), que permite a dispensa da avaliação da grandeza da abertura de fissura, caso a viga siga as recomendações de detalhamento apresentadas na Tabela 4.

Essa tensão será determinada para um nível de carga equivalente à força aplicada no modelo ($F_{Rd,MBT}$) dividida por 1,4. Isso se deve ao fato que de, em estruturas usuais, os ponderadores de ação para o ELU são de 1,4 para as cargas permanentes e para as ações variáveis, enquanto, para o ELS de abertura de fissura, as cargas permanentes entram com seus valores característicos, e as variáveis são minoradas na ordem de 30% a 70%, a depender do tipo de uso da edificação. Portanto, o valor considerado para o nível de carga do ELS é uma aproximação plausível e está a favor da segurança.

Tabela 4 – Valores máximos de diâmetro e espaçamento das barras que permitem dispensar a verificação da abertura de fissura.

Tensão na barra (MPa)	Diâmetro máximo (mm)	Espaçamento máximo (cm)
160	32	30
200	25	25
240	20	20
280	16	15
320	12,5	10
360	10	5
400	8	-

Fonte: Adaptado NBR 6118 (ABNT, 2023).

Caso os resultados obtidos nas análises numéricas não se enquadrem na tabela acima, a verificação da magnitude da abertura de fissura deixa de ser prescindida, e passa a ser necessária. Essa estimativa da abertura de fissura pode ser realizada por meio das equações

abaixo, extraídas da NBR 6118 (ABNT, 2023), onde o valor característico da abertura de fissura é o menor dos valores determinado por essas expressões.

$$w_k = \frac{\Phi_i \cdot \sigma_{si} \cdot 3 \cdot \sigma_{si}}{12,5 \cdot \eta_i \cdot E_{si} \cdot f_{ctm}} \quad (22)$$

$$w_k = \frac{\Phi_i \cdot \sigma_{si}}{12,5 \cdot \eta_i} \left(\frac{4}{\rho_{ri}} + 45 \right) \quad (23)$$

Sendo:

w_k = abertura de fissura característica (mm);

Φ_i = diâmetro da barra (mm);

σ_{si} = tensão de tração na barra (kN/cm²);

η_i = coeficiente de conformação superficial da barra (igual a 2,25 para aço CA-50);

E_{si} = módulo de elasticidade do aço (kN/cm²);

f_{ctm} = resistência média à tração do concreto (kN/cm²);

ρ_{ri} = taxa de armadura em relação à área da região de envolvimento da barra.

Destaca-se que este procedimento proposto para a avaliação do ELS de abertura de fissura é limitado, sendo utilizado apenas para permitir uma análise comparativa do comportamento apresentado por cada MBT, necessitando da realização de experimentos para avaliar a real grandeza das aberturas de fissuras, bem como permitir a calibração de modelos numéricos para capturar esse efeito.

4 RESULTADOS

Conforme abordado no tópico anterior, foram desenvolvidos modelos de bielas e tirantes para três tipos de vigas-parede selecionadas na literatura. Para cada uma dessas vigas, foram desenvolvidos MBT a partir dos campos das tensões elásticas principais e das topologias resultantes dos processos de otimização topológica, de forma que, para esta última abordagem, definiram-se alguns valores-chave para o volume final desejado da estrutura, em relação ao volume inicial, de forma que fossem formados padrões que permitissem o traçado dos MBT e que gerassem uma discussão a respeito dos resultados obtidos para cada uma dessas frações volumétricas.

Na sequência deste capítulo, serão apresentados os resultados obtidos nas análises lineares e não-lineares e nos processos de otimização topológica, também serão ilustrados os modelos de bielas e tirantes traçados com base em cada uma dessas duas técnicas, bem como o detalhamento resultante de cada MBT, considerando duas intensidades de forças aplicadas (uma referente à ruína pela ruptura da biela e a outra referente à ruptura do tirante), e, por fim, serão feitas comparações e discussões dos resultados obtidos.

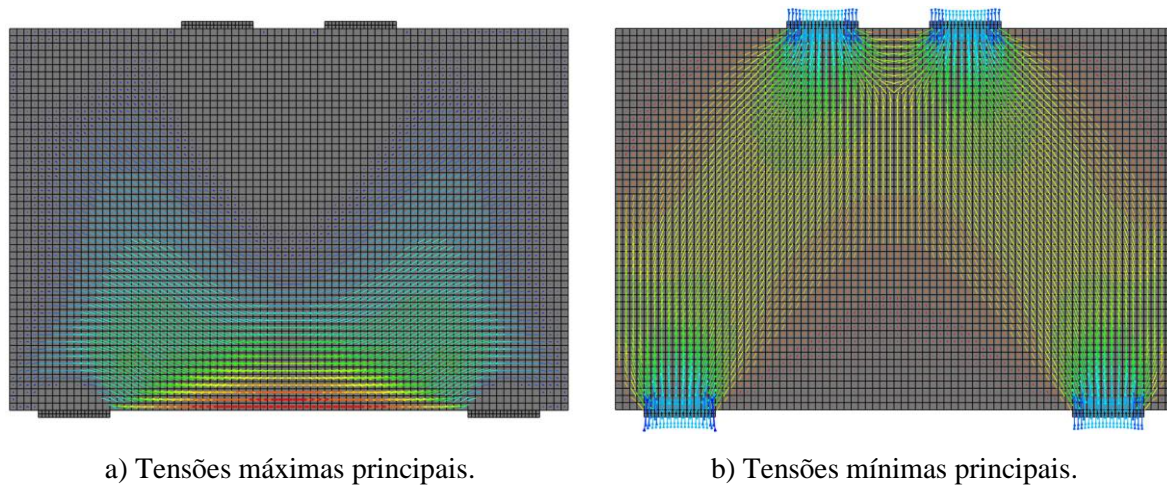
4.1 VIGA-PAREDE SIMPLEMENTE APOIADA

Neste tópico, serão apresentados os resultados obtidos na análise elástica e nos processos de otimização topológica, que serviram de base para a geração dos modelos de bielas e tirantes para o modelo UNIF. Também serão apresentados os MBT desenvolvidos e o detalhamento obtido para cada um. Por fim, encontram-se os resultados das análises não-lineares e as discussões correspondentes.

4.1.1 Tensões da análise elástica

A partir da metodologia proposta no capítulo 3.2, realizou-se uma análise elástica linear no modelo de viga-parede simplesmente apoiada (modelo UNIF), de onde foi possível extrair os campos das tensões principais de tração (tensões máximas principais) e compressão (tensões mínimas principais) ilustrados na Figura 42.

Figura 42 – Tensões principais obtidas na análise elástica do modelo UNIF.



Fonte: autor.

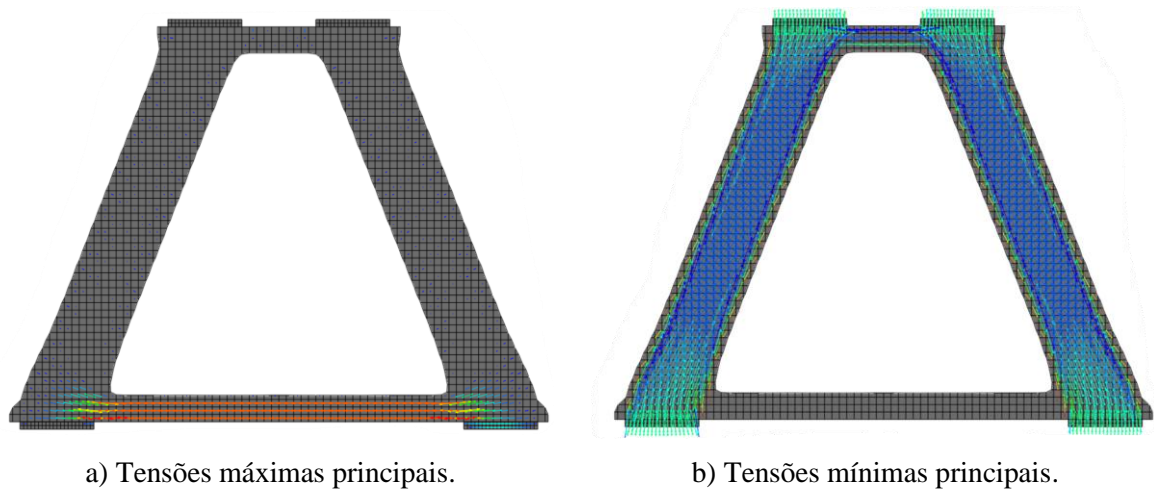
Nesta figura encontram-se ilustradas, de forma vetorial, a intensidade e a direção das tensões principais de tração (a) e compressão (b) obtidas na análise, onde pode-se observar a formação das bielas inclinadas (Figura 42-b) e do tirante horizontal inferior (Figura 42-a). Estas bielas inclinadas apresentam um espraio das tensões principais de compressão e a presença de tensões de tração transversais, caracterizando-as como bielas em garrafa. Quanto às tensões de tração que formam o tirante, nota-se que estas estão distribuídas ao longo de uma determinada altura, indicando que este tirante deve ser posicionado mais afastado da borda inferior, em uma posição equivalente à resultante dessas tensões.

4.1.2 Resultados da otimização topológica

A partir dos critérios estabelecidos no capítulo 3.3, foram realizados dois processos de otimização topológica para o modelo UNIF, um para uma fração de volume 30% e outro para a fração de 40%, onde esta fração de volume indica a porcentagem desejada de material que a topologia final apresentará em relação ao modelo inicial.

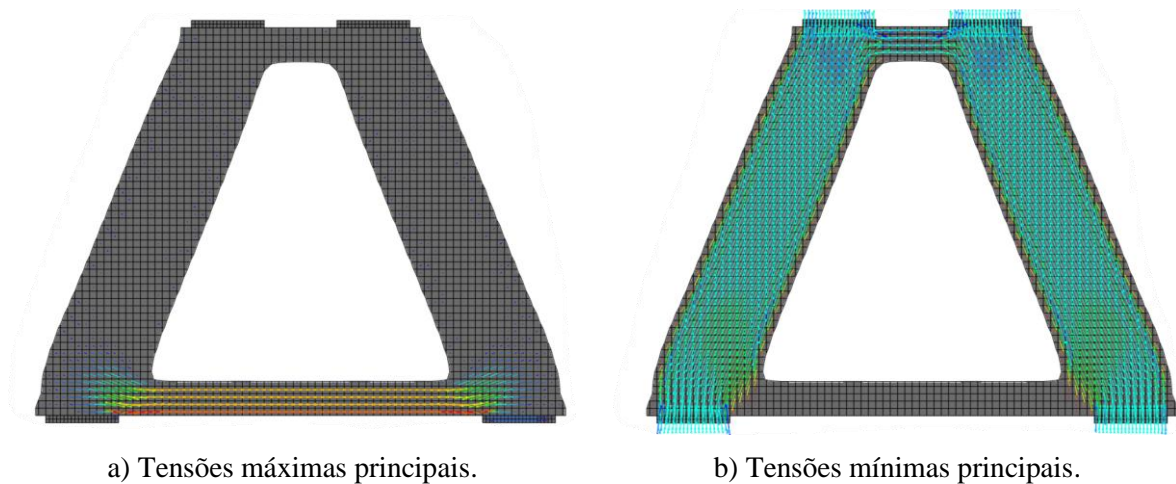
A partir dessas topologias finais, foram extraídos os campos das tensões principais de tração e de compressão para cada fração de volume, estando estes campos de tensões ilustrados nas Figuras 43 e 44.

Figura 43 – Tensões principais obtidas no processo de otimização topológica do modelo UNIF, para a fração de volume de 30%.



Fonte: autor.

Figura 44 – Tensões principais obtidas no processo de otimização topológica do modelo UNIF, para a fração de volume de 40%.



Fonte: autor.

Pode-se observar nessas figuras que, com a redução do volume total de material, evidencia-se a formação das bielas e do tirante, indicadas pelas tensões principais de compressão e de tração, respectivamente, podendo-se determinar modelos de bielas e tirantes diretamente pela inserção de elementos nos centros geométricos dos campos de tensões obtidos. Destaca-se que o método de otimização topológica utilizado não remove os elementos finitos do domínio, apenas modifica a densidade dos elementos menos solicitados, fazendo com que sua contribuição na rigidez global do modelo possa ser desconsiderada.

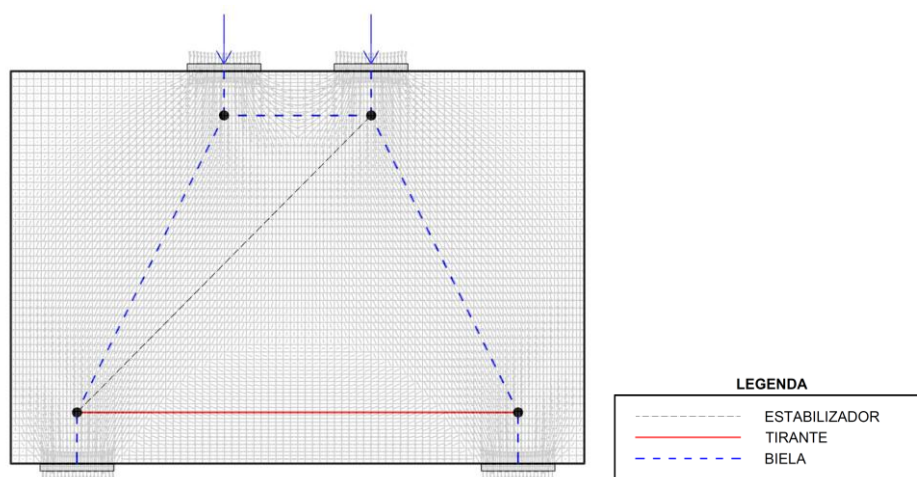
Ao realizar a comparação entre os campos de tensões obtidos pela otimização topológica e os obtidos pela análise elástica, notou-se que as bielas demonstraram comportamentos distintos, pois na análise elástica, as tensões de compressão exibiram um claro espreadimento, indicando um comportamento de biela em garrafa. Já nos resultados da otimização topológica, observou-se que as tensões de compressão seguiram um fluxo reto, sem apresentar tensões transversais de tração, caracterizando assim o comportamento de uma biela prismática. No entanto, nas verificações analíticas realizadas nos MBT determinados tanto pela análise elástica, quanto pelos processos de otimização topológica, essas bielas foram consideradas como bielas em garrafa, pois julgou-se que o comportamento resultante da análise elástica foi o mais adequado para esse elemento.

Observando ainda as Figuras 43 e 44, pode-se perceber que, ao inserir bielas e tirantes somente nas regiões resultantes do processo de otimização topológica, o modelo obtido seria hipostático. Com isso, há a indicação de que o traçado dos MBT diretamente pelos resultados da otimização, conduzirá a modelos indeterminados geometricamente, necessitando de adaptações para que estes se tornem isostáticos.

4.1.3 Modelos de Bielas e Tirantes

A partir dos resultados apresentados nos dois tópicos anteriores, e das premissas elencadas no capítulo 3.4, foram traçados os modelos de bielas e tirantes apresentados na sequência, onde o primeiro dos modelos desenvolvidos foi o MBT baseado nos campos das tensões principais elásticas, apresentado na Figura 45.

Figura 45 – Modelo de bielas e tirantes baseado na análise elástica.

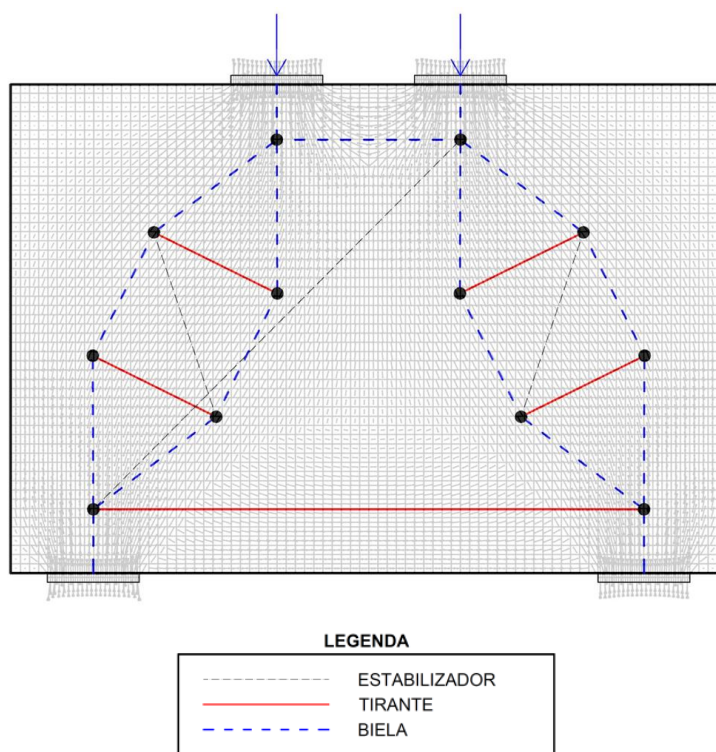


Fonte: autor.

Ressalta-se que o estabilizador representado na Figura 45, possui esta nomenclatura pois este não é solicitado em situações de carregamento simétrico, servindo apenas como elemento estabilizador para tornar o modelo isostático. No entanto, caso o carregamento seja assimétrico, o que é o mais provável de ocorrer na estrutura real, este elemento passa a ser solicitado.

Baseado no MBT da Figura 45, necessitou-se realizar a discretização das bielas em garrafa de forma a possibilitar a determinação da área de aço necessária para resistir aos esforços transversais de tração que ocorrem neste tipo de elemento, obtendo então um modelo de bielas e tirantes discretizado. A área de aço obtida nesse modelo onde as bielas em garrafa foram discretizadas em um MBT local, foi posteriormente comparada com a armadura mínima recomendada pela norma brasileira NBR 6118 (ABNT, 2023). Este MBT discretizado encontra-se representado na Figura 46.

Figura 46 – Modelo de bielas e tirantes discretizado, baseado na análise elástica.



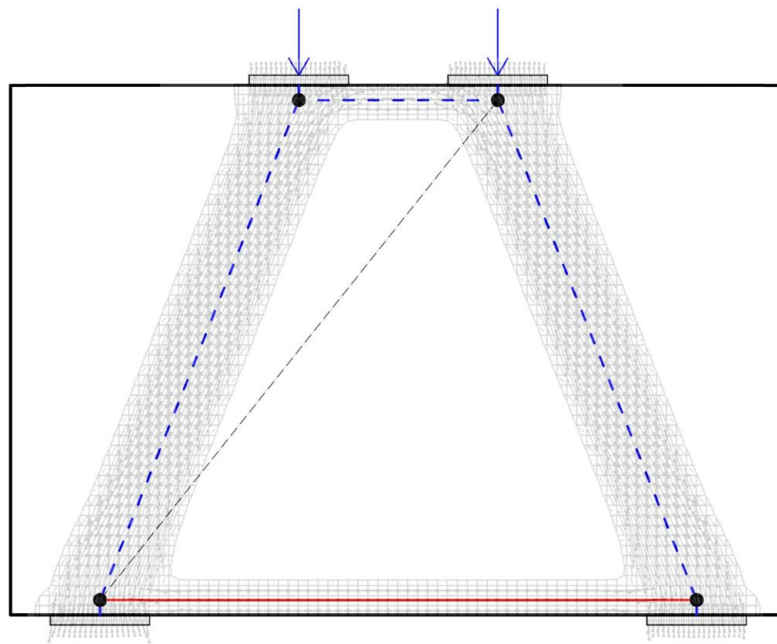
Fonte: autor.

Em relação aos modelos de bielas e tirantes desenvolvidos a partir dos resultados dos processos de otimização topológica, estes se encontram na Figura 47, na qual o primeiro MBT refere-se à fração de volume de 30%, e o segundo referente à fração de 40%.

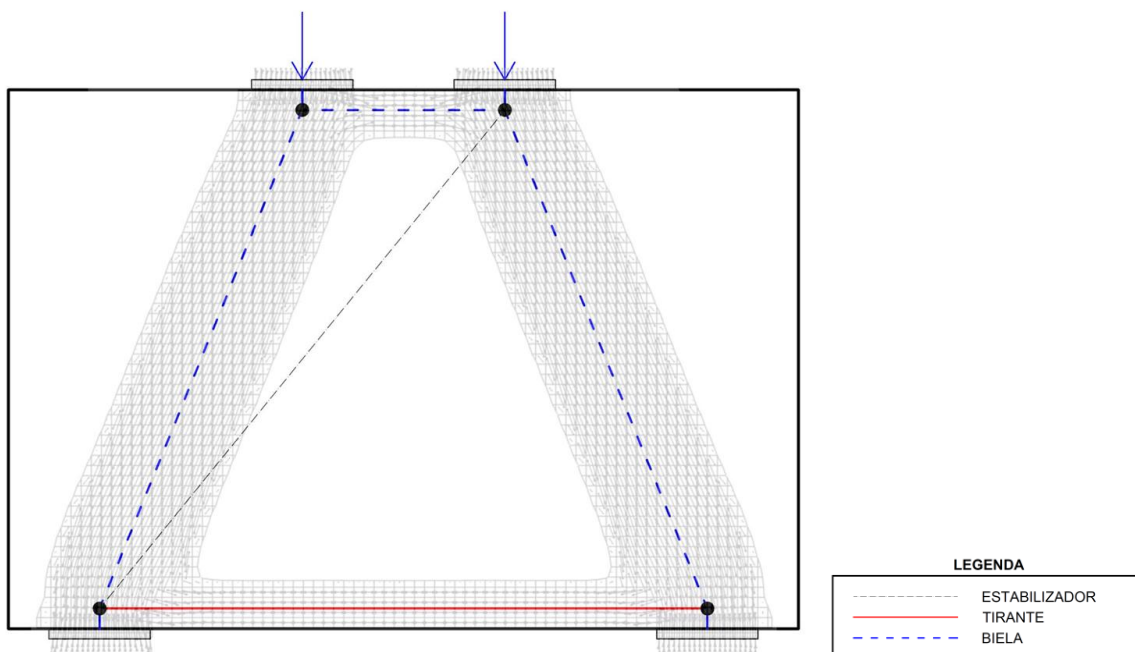
Da mesma forma que foi realizada para o MBT baseado na análise elástica, também se desenvolveram modelos em que as bielas em garrafa foram discretizadas, sendo feitos um para

cada fração de volume. No entanto, devido à similaridade apresentada pelos MBT, será apresentado um modelo discretizado genérico (Figura 48), que foi utilizado como base na determinação do MBT de cada fração de volume final, sendo feitas as adaptações necessárias para cada caso.

Figura 47 – Modelos de bielas e tirantes desenvolvidos com base nos processos de otimização topológica.



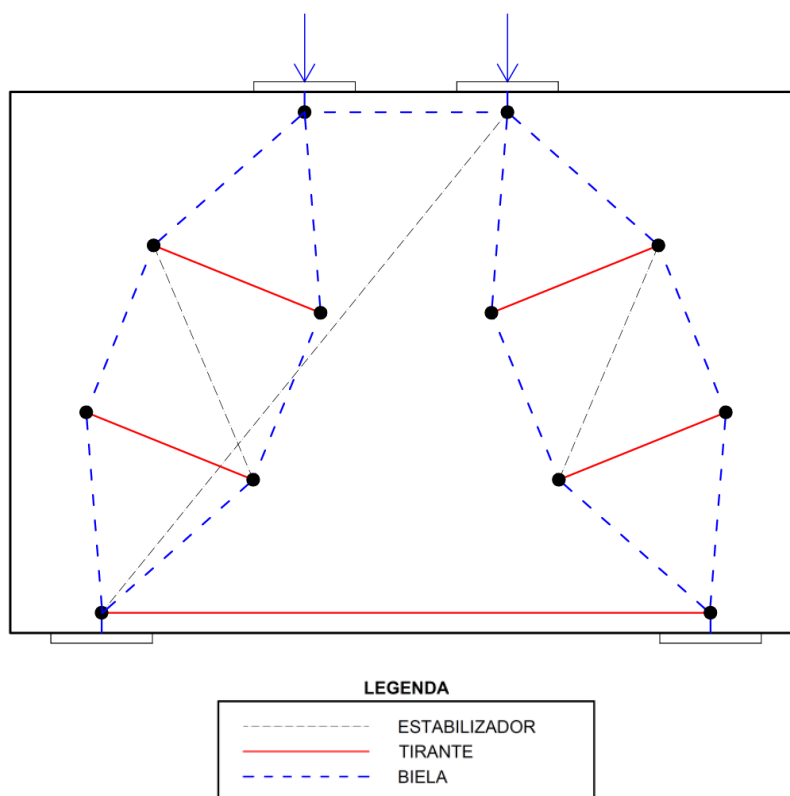
a) 30% do volume inicial.



b) 40% do volume inicial.

Fonte: autor.

Figura 48 – Modelo de bielas e tirantes discretizado genérico, baseado nos processos de otimização topológica.



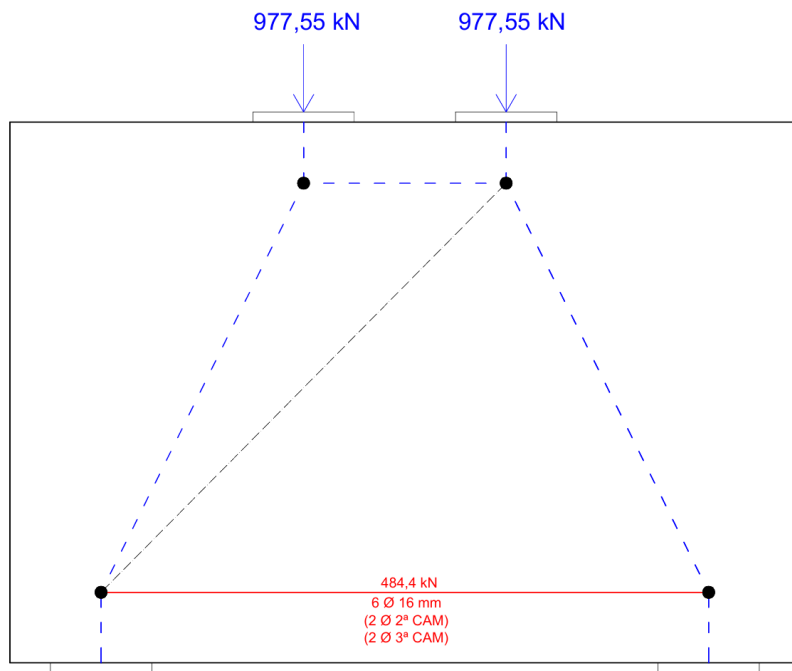
Fonte: autor.

4.1.4 Detalhamentos resultantes

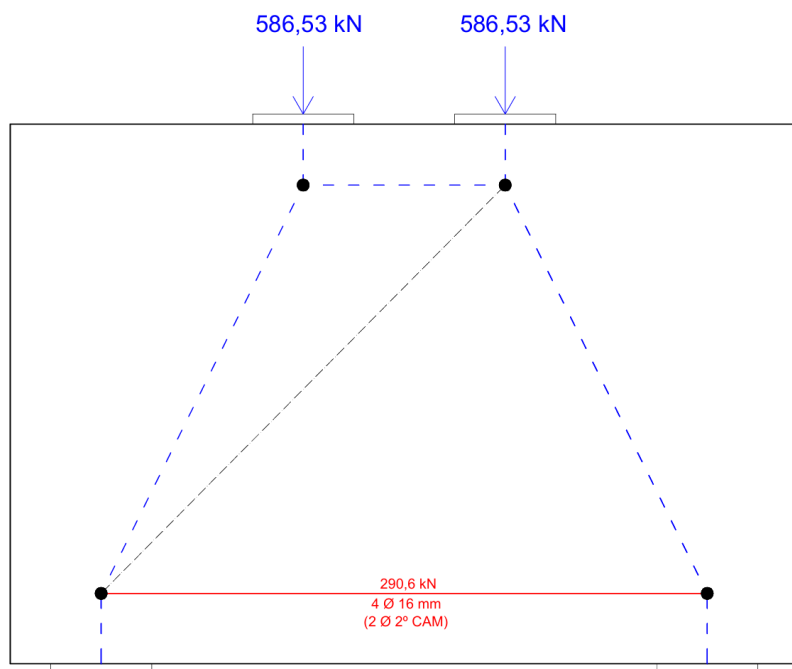
Com todos os modelos de bielas e tirantes desenvolvidos, realizou-se a verificação analítica da força resistente de cálculo para cada um deles, considerando que a ruína da viga-parede ocorrerá devido à ruptura do concreto, conforme metodologia apresentada no capítulo 3.5. Determinada esta força limite que pode ser aplicada no MBT para que ocorra a ruptura do concreto, adotou-se a força resistente que leva à ruína pela ruptura do tirante, como sendo equivalente a 60% da primeira, conforme comentado anteriormente neste trabalho.

Conhecidos os dois níveis de força que foram aplicados nos modelos de bielas e tirantes, prosseguiu-se com a determinação da força solicitante no tirante e com seu respectivo detalhamento, para cada um desses níveis, como pode-se observar na Figura 49, os resultados obtidos para o MBT desenvolvido a partir da análise elástica.

Figura 49 – Forças solicitantes no MBT baseado na análise elástica, considerando a ruptura do concreto (a) e a ruptura do aço (b).



a) Força para ruptura da biela.



b) Força para ruptura do tirante.

LEGENDA	
-----	ESTABILIZADOR
-----	TIRANTE
-----	BIELA

Fonte: autor.

De forma semelhante à descrita acima, os modelos de bielas e tirantes traçados a partir dos resultados do processo de otimização topológica, tanto para a fração de volume de 30%, quanto para a de 40%, tiveram suas forças resistentes de cálculo para a ruptura do concreto determinadas analiticamente e, a partir destas, foram adotadas as forças resistentes de cálculo para a ruptura do tirante.

Referente à força resistente de cálculo para a ruptura do concreto, obtida nos modelos de bielas e tirantes, destaca-se um ponto importante observado nos resultados, que diz respeito a intensidade destas. Nota-se que, quanto mais próximo das faces superior e inferior da viga-parede estiverem a biela e o tirante horizontal, menor será a força resistente apresentada pelo modelo, uma vez que isso ocasiona uma redução nas dimensões da região nodal, levando à obtenção de uma força resistente menor, haja vista que a tensão resistente permanece inalterada.

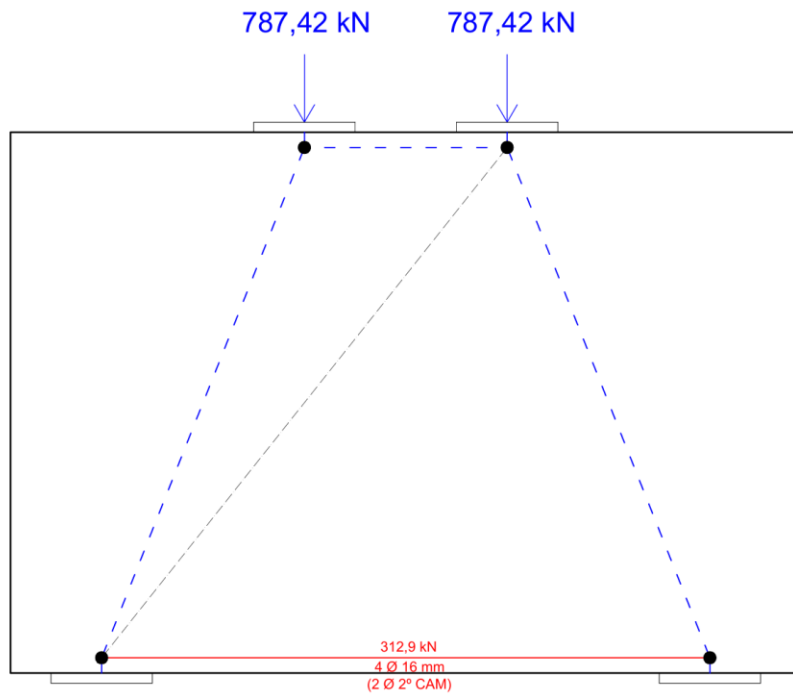
Determinadas essas 4 forças solicitantes para os modelos de otimização topológica, foi então obtida a força solicitante no tirante de cada MBT e, na sequência, feita a seleção de bitolas e consequente detalhamento. Os resultados obtidos para o modelo de bielas e tirantes referente à fração de volume de 30% e 40%, encontram-se ilustrados nas Figuras 50 e 51, respectivamente.

Quanto aos modelos de bielas e tirantes discretizados, sejam os desenvolvidos a partir da análise elástica ou dos processos de otimização topológica, eles tiveram suas armaduras transversais calculadas, e comparadas com a armadura mínima recomendada pela norma NBR 6118 (ABNT, 2023), para cada um dos níveis de carga apresentados anteriormente, sendo adotada a maior entre estas duas armaduras no detalhamento. Os resultados dessas verificações e o detalhamento final de cada MBT encontram-se na tabela 5.

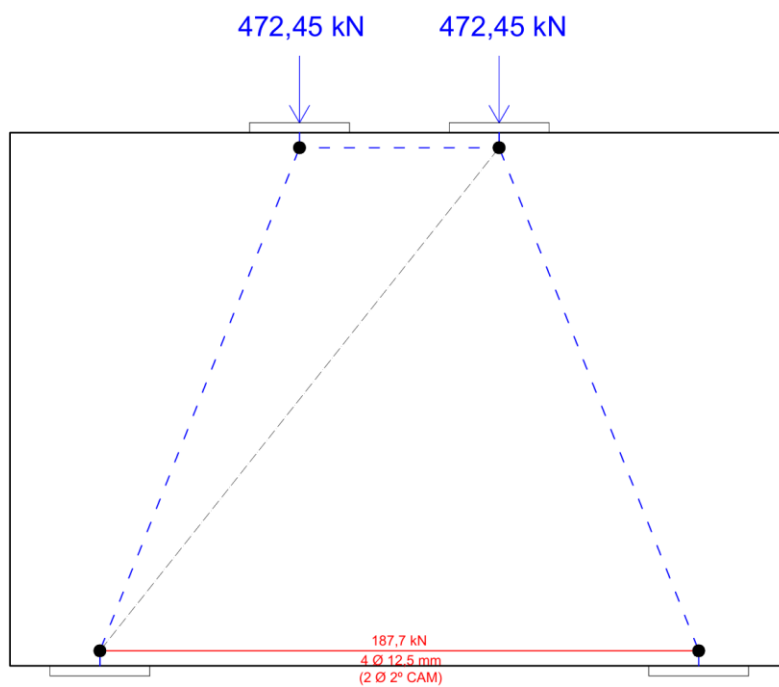
4.1.5 Análises não-lineares

Neste tópico encontram-se os resultados obtidos nas análises não-lineares para cada modelo de bielas e tirantes desenvolvido para a viga-parede simplesmente apoiada (modelo UNIF), conforme mostrado nos capítulos anteriores. Para deixar mais visível e facilitar o entendimento, foram condensados na Tabela 6, os valores das forças resistentes de cálculo determinadas analiticamente, tanto para a ruptura do concreto, quanto para a ruptura do tirante, para cada MBT, bem como o valor da força resistente característica e o valor da força solicitante considerada para as verificações do Estado Limite de Serviço (ELS).

Figura 50 – Forças solicitantes no MBT baseado na otimização topológica com fração de 30%, considerando a ruptura do concreto (a) e a ruptura do aço (b).



a) Força para ruptura da biela.

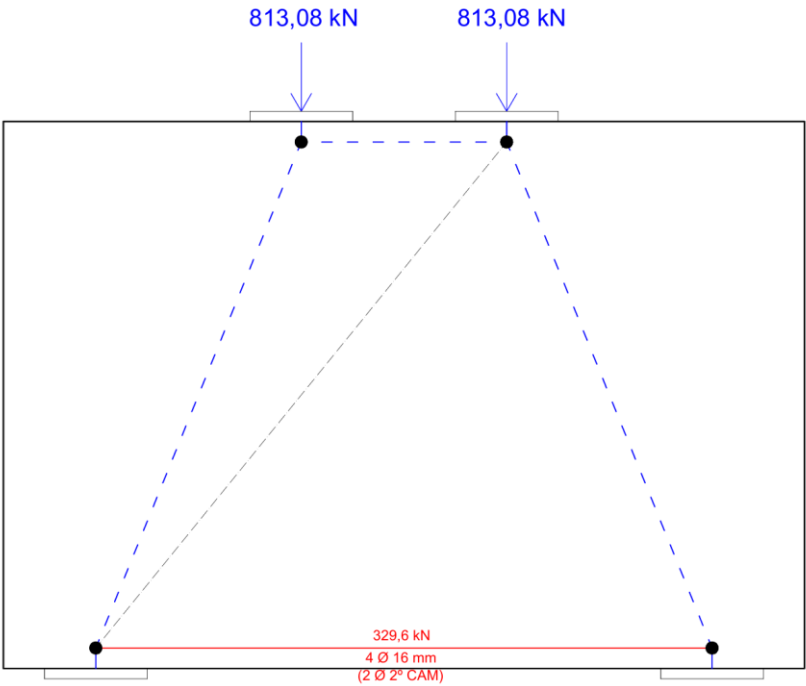


b) Força para ruptura do tirante.

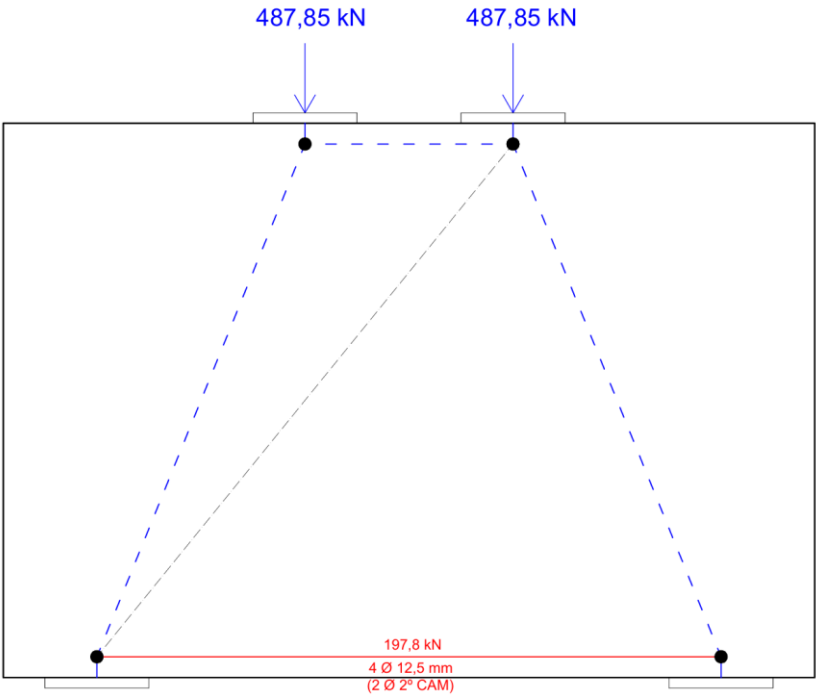
LEGENDA	
-----	ESTABILIZADOR
-----	TIRANTE
-----	BIELA

Fonte: autor.

Figura 51 – Forças solicitantes no MBT baseado na otimização topológica com fração de 40%, considerando a ruptura do concreto (a) e a ruptura do aço (b).



a) Força para ruptura da biela.



b) Força para ruptura do tirante.

LEGENDA	
	ESTABILIZADOR
	TIRANTE
	BIELA

Fonte: autor.

Tabela 5 – Armadura distribuída em malha obtida em cada modelo de bielas e tirantes.

Modelos de Bielas e Tirantes	Armadura obtida nos MBT discretizados (cm ² /face/m)		Armadura detalhada	
	Vertical	Horizontal	Vertical	Horizontal
AE – ruptura biela	4,16	2,06	Ø10 mm c/ 18,8 cm (MBT)	Ø8 mm c/ 22,0 cm (MBT)
AE – ruptura tirante	2,49	1,24	Ø8 mm c/ 18,8 cm (MBT)	Ø6,3 mm c/ 17,1 cm (mínima)
OT30 – ruptura biela	2,79	1,11	Ø8 mm c/ 15,7 cm (MBT)	Ø6,3 mm c/ 17,1 cm (mínima)
OT30 – ruptura tirante	1,67	0,66	Ø6,3 mm c/ 16,3 cm (mínima)	Ø6,3 mm c/ 17,1 cm (mínima)
OT40 – ruptura biela	2,93	1,19	Ø8 mm c/ 15,7 cm (MBT)	Ø6,3 mm c/ 17,1 cm (mínima)
OT40 – ruptura tirante	1,76	0,71	Ø6,3 mm c/ 16,3 cm (mínima)	Ø6,3 mm c/ 17,1 cm (mínima)

Nota:

Armadura mínima normativa (vertical e horizontal) = 1,80 cm²/face/m;

AE: MBT determinados a partir da análise elástica;

OT30: MBT determinados a partir da otimização topológica com fração de volume de 30%;

OT40: MBT determinados a partir da otimização topológica com fração de volume de 40%.

Fonte: autor.

A partir do exposto anteriormente, na terceira coluna da tabela estão apresentados os valores de força resistente de cálculo determinados analiticamente, a partir dos quais se obtém os valores característicos apresentados na quarta coluna. Estes valores de força resistente característica, foram obtidos a partir da multiplicação dos valores da coluna anterior, pelo γ_c de 1,4 (nos casos de ruptura da biela) e pelo γ_s de 1,15 (nas situações de ruptura do tirante).

Em relação à força resistente característica, esta foi utilizada na comparação com a força última obtida nas análises não-lineares, permitindo verificar o quão preciso o modelo de bielas e tirantes foi na determinação da capacidade resistente da viga-parede. Por fim, a força solicitante no ELS, foi adotada como sendo a força para o qual os MBT foram dimensionados, dividida por 1,4, que é uma aproximação aceitável e a favor da segurança, da intensidade da força atuante em serviço, em comparação com a força solicitante no ELU.

Tabela 6 – Valores das forças obtidas para o modelo UNIF.

Modelo de Bielas e Tirantes	Tipo de ruptura	Força resistente de cálculo (kN)	Força resistente característica (kN)	Força solicitante ELS (kN)
Análise elástica	Ruptura da biela	977,55	1368,57	698,25
	Ruptura do tirante	586,53	674,51	418,95
Otimização topológica (30%)	Ruptura da biela	787,42	1102,39	562,44
	Ruptura do tirante	472,45	543,32	337,46
Otimização topológica (40%)	Ruptura da biela	813,08	1138,31	580,77
	Ruptura do tirante	487,85	561,03	348,46

Fonte: autor.

O processo de determinação das forças últimas dos modelos numéricos encontra-se no Apêndice A, onde apresentaram-se os diagramas força-deslocamento de cada modelo, e discutiu-se qual a força última que cada estrutura alcançou. Portanto, para mais detalhes desse processo, recomenda-se consultar esse apêndice.

Os resultados obtidos para os MBT gerados com base na análise elástica linear estão apresentados na Tabela 7, onde pode-se observar que os modelos dimensionados para a ruptura do concreto se mostraram menos conservadores, pois apresentaram uma capacidade resistente, determinada analiticamente, superior à força resistente obtida nas análises não-lineares, indicando que o modelo de bielas e tirantes proposto ou o modelo numérico, não representam de forma consistente o comportamento da viga-parede, demonstrando limitações na determinação desta capacidade resistente.

Tabela 7 – Resultados obtidos nas análises não-lineares para os MBT gerados a partir da análise elástica.

	ELU		ELS	
	Força resistente MBT (kN)	Força resistente MEF (kN)	Razão entre as forças resistentes	Tensão no aço (MPa)
Ruptura da biela c/ As,malha	1368,57	708,31	0,52	147,20
Ruptura da biela s/ As,malha	1368,57	706,26	0,52	274,80
Ruptura do tirante c/ As,malha	674,51	646,79	0,96	65,24
Ruptura do tirante s/ As,malha	674,51	708,60	1,05	67,60

Fonte: autor.

Por sua vez, os modelos dimensionados para a ruptura do tirante resultaram em razões entre as forças resistentes próximas de 1, indicando que o modelo de bielas e tirantes proposto e a análise não-linear foram representativos nas situações em que as bielas estavam submetidas à uma baixa tensão, que é o caso dos modelos dimensionados para a ruptura do tirante, nos quais é possível verificar que a maior tensão solicitante nas bielas, ou nos nós, é equivalente a 60% da tensão resistente.

Com isso, ao calcular esta razão, deseja-se que ela seja o mais próximo possível de 1, indicando convergência entre os resultados dos modelos. Caso este valor resulte menor que 1, isto é um indicativo de que o MBT é menos conservador, ou que o modelo numérico simulado utilizando o MEF apresentou limitações. Por fim, caso essa razão resulte acima de 1, o modelo de bielas e tirantes analisado está a favor da segurança, no entanto, se este valor for muito maior que um, o MBT está levando a um superdimensionamento da estrutura, aumentando o consumo de aço e, conseqüentemente, elevando seu custo.

Em relação a forma de ruptura obtida nas análises não-lineares, foi observado que todos os modelos chegaram à ruína por meio da ruptura das bielas. Comparando isto com os modos de ruptura previstos para os MBT, observa-se que os modelos que foram dimensionados para a ruptura do concreto atenderam às expectativas, no entanto, os modelos dimensionados para a ruptura do tirante não tiveram seu modo de falha correspondido, sendo isto um indicativo de que algum dos dois modelos (MBT ou MEF) não representou corretamente o comportamento da estrutura.

Para entender um dos possíveis motivos que levaram a estas divergências entre modelos, foram feitas análises comparativas entre os resultados experimentais obtidos pelos autores dos artigos nos quais foram extraídas as vigas-parede, e os resultados que os MBT proposto neste trabalho apresentariam, permitindo observar qual dos dois modelos (MBT ou MEF) estava apresentando resultados divergentes do esperado. Destaca-se que esta análise comparativa foi realizada para poucos modelos, pois os autores realizaram apenas alguns ensaios experimentais e, devido à individualidade dos MBT obtidos neste trabalho, sua representatividade é limitada. Esta comparação encontra-se no capítulo 4.5.

Em relação à verificação do atendimento ao estado limite de serviço de abertura de fissura, este foi verificado para o pior caso, que corresponde à situação em que o aço está sujeito ao maior nível de tensão. Com isso, pode-se observar na Tabela 7, que a maior tensão obtida na armadura foi de 274,80 MPa e, ao correlacionar este valor com a Tabela 4, chegou-se à conclusão de que a máxima bitola e o máximo espaçamento entre barras devem ser de 16 mm e 15 cm, respectivamente. Portanto, a partir do detalhamento da viga-parede, estima-se que

todos os modelos atenderam a este ELS (ressalta-se que esta verificação consiste em uma análise aproximada e de caráter comparativo), pois a maior bitola utilizada foi de 16 mm, e o espaçamento entre barras detalhado foi de 5 cm na vertical e de 14 cm na horizontal, entre as faces da viga.

Por sua vez, os resultados obtidos dos modelos de bielas e tirantes determinados a partir do processo de otimização topológica, com volume final equivalente a 40% do volume inicial, estão condensados na Tabela 8, onde é possível notar que, de maneira semelhante àquela que ocorreu nos MBT desenvolvidos a partir da análise elástica, os modelos que foram dimensionados para a força de ruptura da biela se mostraram menos conservadores, ao passo que, os modelos dimensionados para a ruptura do tirante, resultaram em força resistente numérica maior que a força resistente determinada analiticamente.

Tabela 8 – Resultados obtidos nas análises não-lineares para os MBT gerados a partir do processo de otimização topológica (40%).

	ELU		ELS	
	Força resistente MBT (kN)	Força resistente MEF (kN)	Razão entre as forças resistentes	Tensão no aço (MPa)
Ruptura da biela c/ As,malha	1138,31	655,58	0,58	86,45
Ruptura da biela s/ As,malha	1138,31	585,55	0,51	300,60
Ruptura do tirante c/ As,malha	561,03	666,05	1,19	18,71
Ruptura do tirante s/ As,malha	561,03	671,07	1,20	18,50

Fonte: autor.

Isto indica que, o modelo de bielas e tirantes determinado para esta viga-parede chegou a resultados coerentes com a simulação numérica, nas situações em que as bielas estão submetidas a baixos níveis de tensão, que é justamente o caso dos modelos dimensionados para a ruptura do tirante.

Comparando os resultados dos modelos de bielas e tirantes desenvolvidos a partir do processo de otimização topológica, para a fração de volume de 40%, com os modelos determinados através da análise elástica, observou-se uma consistência na redução da força resistente apresentada pelo primeiro em relação ao segundo, ou seja, tanto a força resistente

determinada analiticamente, quanto a obtida numericamente, apresentaram valores menores para o MBT traçado a partir da otimização topológica.

Analisando agora os modos de falha apresentados para esses modelos de bielas e tirantes, foi observado que todos os modelos chegaram à ruína devida à ruptura da biela, exceto o modelo “ruptura do tirante s/ Asmín”, que não apresentou nenhum modo de ruptura evidente até o momento em que a análise foi interrompida devido à problemas de convergência.

Quanto à verificação do ELS de abertura de fissura, observou-se que a maioria dos modelos resultou em valores de tensão no aço muito inferiores àqueles indicados na Tabela 4, indicando o atendimento à verificação deste ELS. No entanto o modelo “ruptura da biela s/ Asmín” não atendeu aos critérios da Tabela 4 e necessitou de ser avaliado com maior cautela, por causa do nível de tensão obtido na armadura.

O não atendimento dos critérios desta tabela, não indica que o elemento não atende o ELS de abertura de fissura, mas, sim, que verificação da abertura de fissura deixa de ser prescindida, e passa a ser necessária, devendo esta ser realizada seguindo as recomendações da NBR 6118 (ABNT, 2023) que, por sua vez, indica o uso das equações 22 e 23 apresentadas anteriormente.

A partir dessas equações e do detalhamento da viga-parede, foi determinado o valor característico da abertura de fissura de 0,25 mm, que é inferior ao limite normativo de 0,3 mm para classe de agressividade ambiental II (CAA II), que caracteriza ambiente urbano, dando indícios de que a viga-parede atendeu o ELS de abertura de fissura nesta análise aproximada.

Por fim, os resultados obtidos nas análises não-lineares realizadas nas vigas-parede dimensionadas a partir do modelo de bielas e tirantes, determinado com base no processo de otimização topológica para uma fração de volume final equivalente a 30% do volume inicial, foram compilados na Tabela 9, onde pode-se observar que, assim como nos dois casos anteriores, os modelos dimensionados para a ruptura do concreto apresentaram divergência entre os resultados dos MBT e MEF, apresentado valores de força resistente determinadas analiticamente, até 90% maiores que àquelas obtidas nas análises não-lineares. Já os modelos dimensionados para a ruptura do tirante, estes apresentaram valores próximos aos obtidos numericamente.

Quanto aos modos de falha obtidos nas análises não-lineares, observou-se que os modelos “ruptura da biela c/ Asmín” e “ruptura da biela s/ Asmín” chegaram à ruína por meio da ruptura da biela, indo ao encontro da previsão de falha determinada analiticamente. Já para o modelo “ruptura do tirante s/ Asmín” não houve um modo de falha evidente, pois, até o momento em que o modelo foi abortado pelo programa computacional, devido à problemas de

convergência, nem o concreto, nem o aço, chegaram a deformações próximas às suas respectivas deformações últimas. Por fim, o modelo “ruptura do tirante c/ Asmín”, teve seu modo de falha determinado pela ruptura do aço, no entanto, a armadura que atingiu a deformação última não foi a correspondente ao tirante principal, conforme era esperando, mas sim a armadura horizontal distribuída em malha, localizada no meio do vão da viga-parede.

Tabela 9 – Resultados obtidos nas análises não-lineares para os MBT gerados a partir do processo de otimização topológica (30%).

	ELU		ELS	
	Força resistente MBT (kN)	Força resistente MEF (kN)	Razão entre as forças resistentes	Tensão no aço (MPa)
Ruptura da biela c/ As,malha	1102,39	651,19	0,59	73,03
Ruptura da biela s/ As,malha	1102,39	566,00	0,51	276,40
Ruptura do tirante c/ As,malha	543,32	663,48	1,22	17,42
Ruptura do tirante s/ As,malha	543,32	643,79	1,18	17,30

Fonte: autor.

O motivo principal deste ocorrido, foi o fato de que o campo das tensões principais de tração não se encontra concentrado na face inferior do elemento, mas distribuído ao longo de uma determinada altura, apesar de que as maiores intensidades destas tensões de tração, estão justamente localizadas próximas à face inferior. No entanto, ao se calcular a resultante deste campo de tensões de tração, obteve-se que ela está localizada em uma região mais distante da face inferior, região esta que seria próxima a barra de armadura que atingiu a ruptura.

Com isso, observa-se a importância de seguir a recomendação normativa, apresentada na NBR 6118 (ABNT, 2023), de distribuir a armadura do tirante em uma faixa de largura equivalente a 15% da altura total da viga-parede, a partir da face inferior, garantindo que toda a região submetida às tensões de tração esteja armada.

Comparando os valores de força resistente obtidos nas análises não-lineares dos MBT determinados para a fração de volume de 30%, com os MBT desenvolvidos a partir da otimização topológica para a fração de 40%, foi observado que os resultados apresentados por estes últimos modelos, foram ligeiramente maiores, conforme era esperado, uma vez que os valores de força resistente, determinados analiticamente, também foram maiores.

Enfim, concluídas as análises para o Estado Limite Último, procedeu-se com a verificação do ELS de abertura de fissura. Para isso, foi analisado o modelo “ruptura da biela s/ Asmín”, que apresentou maior tensão solicitante na armadura, sendo este o caso mais crítico a ser avaliado.

Comparando este valor de tensão no aço com os requisitos apresentados na Tabela 4, observou-se que este modelo dispensa a verificação da abertura de fissura, uma vez que sua tensão resultou inferior a 280 MPa, e as armaduras detalhadas respeitam os limites máximos de diâmetro e espaçamento de 16 mm e 15 cm, respectivamente, mostrando que todos os modelos passaram na verificação aproximada do Estado Limite de Serviço de abertura de fissura.

4.2 VIGA-PAREDE COM ABERTURA

Neste tópico, encontram-se os resultados gerados para o modelo de viga-parede com abertura (modelo ABERT), iniciando pelos campos de tensões obtidos na análise elástica, passando para as topologias resultantes dos processos de otimização, até chegar aos MBT desenvolvidos e seus respectivos detalhamentos. Por fim, são apresentados e discutidos os resultados obtidos nas análises não-lineares.

4.2.1 Tensões da análise elástica

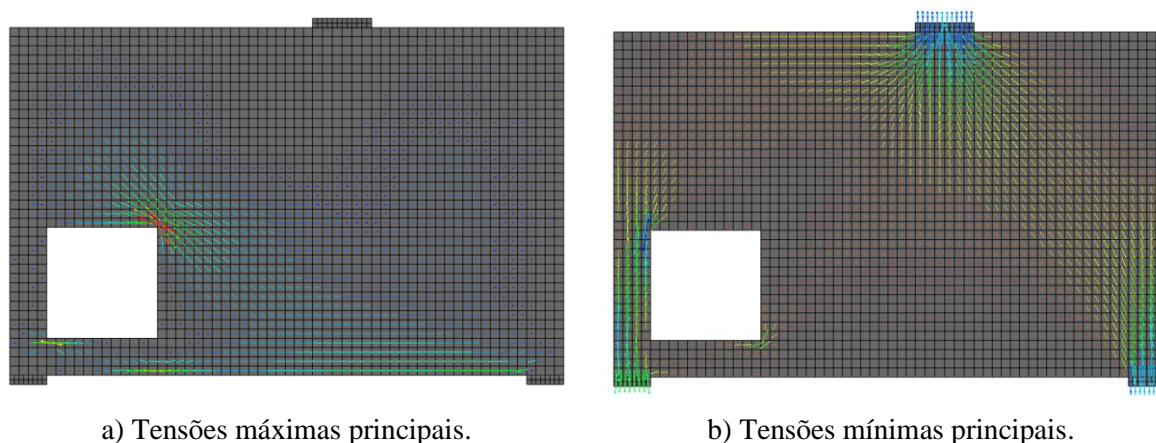
A partir da análise elástica linear realizada para o modelo de viga-parede com abertura (modelo ABERT), foram extraídos os campos de tensões principais de tração (Figura 52-a) e compressão (Figura 52-b) apresentados abaixo. Esta figura apresenta, de forma vetorial, a intensidade e a direção das tensões principais obtidas na análise, permitindo visualizar a formação das bielas e dos tirantes, a partir da visualização dos campos das tensões de compressão e de tração, respectivamente.

Observando o campo das tensões principais de compressão, notou-se a formação de uma biela em garrafa (devido à presença de tensões transversais de tração) do lado direito da viga-parede, enquanto do lado esquerdo, houve a formação de duas bielas, uma que segue o caminho superior à abertura (com maior intensidade), indo diretamente para o apoio, e outra que vem pelo lado direito desta abertura (com baixa intensidade).

Quanto às tensões de tração apresentadas, observou-se a formação de um tirante inferior horizontal, posicionado próximo à face inferior da viga-parede, e outro tirante inclinado, saindo

da parte inferior desta viga, e passando logo acima do canto superior direito da abertura, com elevada intensidade.

Figura 52 – Tensões principais obtidas na análise elástica do modelo ABERT.

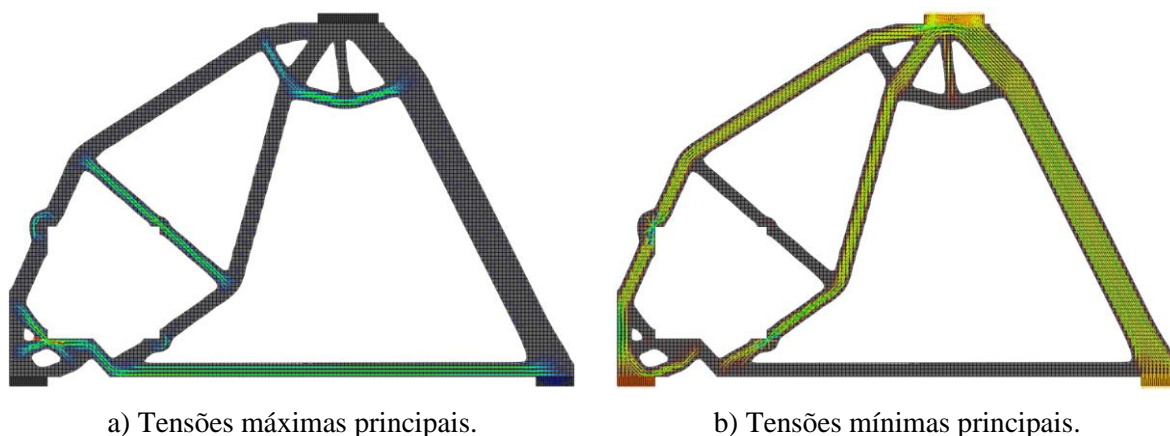


Fonte: autor.

4.2.2 Resultados da otimização topológica

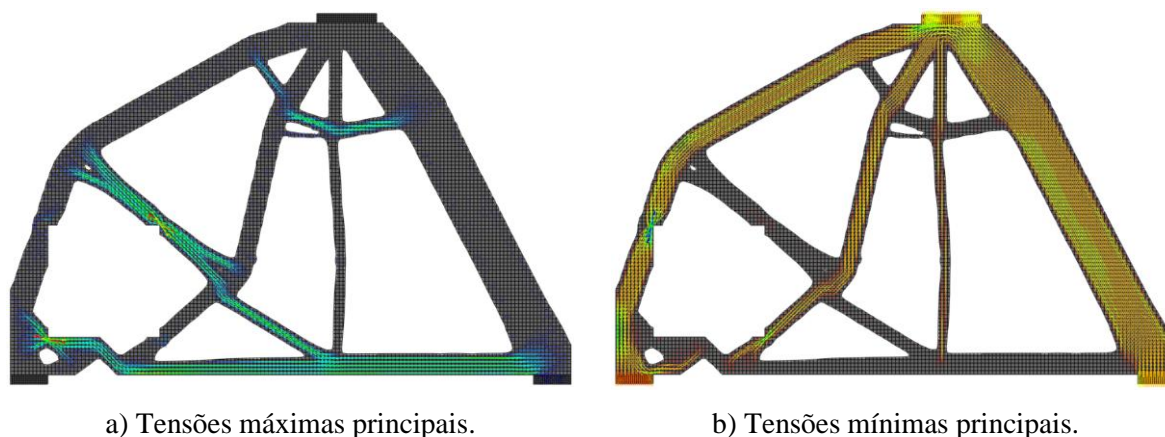
Conforme apresentado anteriormente neste trabalho, para este modelo de viga-parede foram realizados três processos de otimização topológica, sendo que em cada um foi utilizado uma fração de volume diferente (20%, 30% e 40%). A partir dessas otimizações, foram obtidas as topologias finais resultantes para cada fração de volume, possibilitando a obtenção dos campos de tensões principais de tração e compressão nos modelos ótimos, conforme apresentado nas Figuras 53 a 55.

Figura 53 – Tensões principais obtidas no processo de otimização topológica do modelo ABERT, para a fração de volume de 20%.



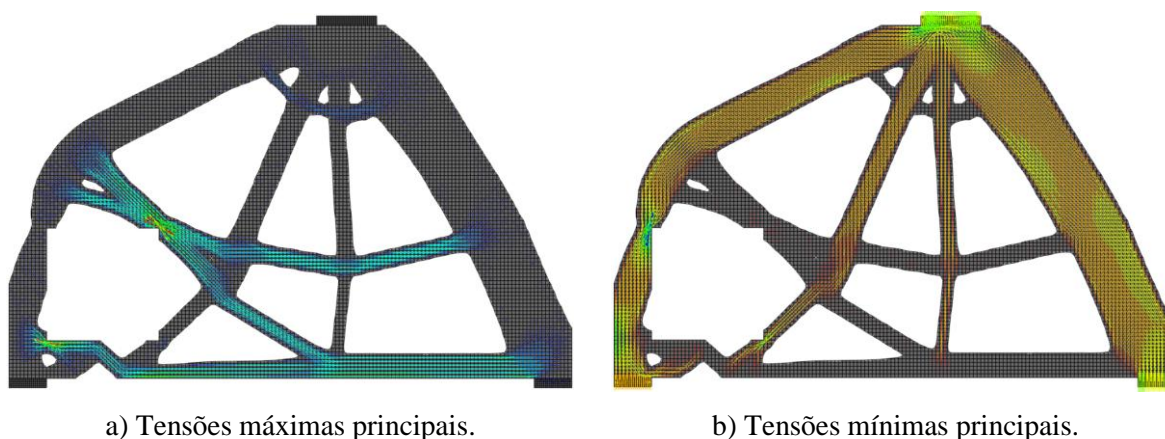
Fonte: autor.

Figura 54 – Tensões principais obtidas no processo de otimização topológica do modelo ABERT, para a fração de volume de 30%.



Fonte: autor.

Figura 55 – Tensões principais obtidas no processo de otimização topológica do modelo ABERT, para a fração de volume de 40%.



Fonte: autor.

Com base nessas tensões principais e na redução do volume de material, fica evidente a formação das bielas e dos tirantes, sendo que, em cada fração de volume, foi obtida uma topologia final distinta, trazendo à tona a importância desta variável na definição de modelos de bielas e tirantes.

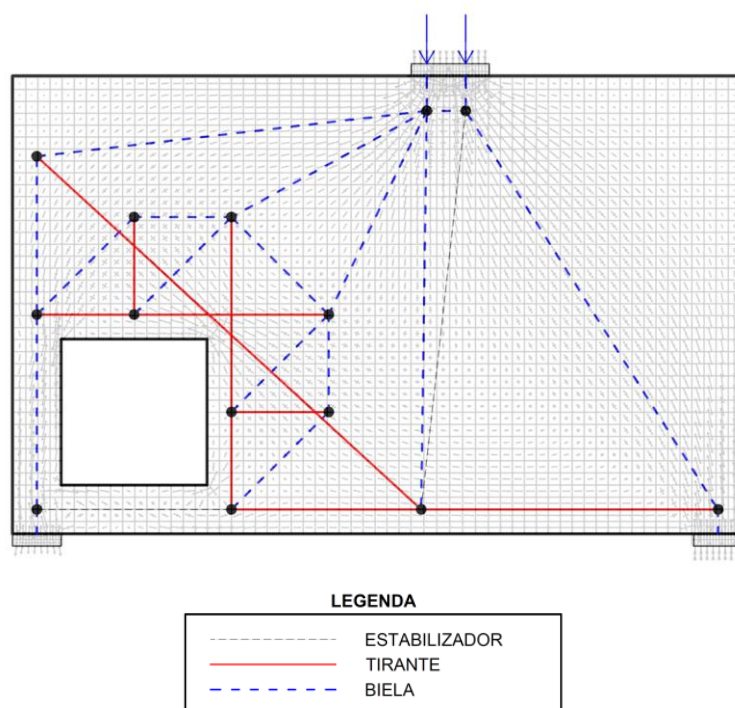
De forma semelhante ao que foi observado no modelo UNIF, o simples posicionamento de bielas e tirantes nos respectivos fluxos de tensões de compressão e tração, levou à modelos hipostáticos, necessitando que fossem feitas adaptações para torná-los isostáticos. Percebeu-se também que as bielas perderam suas características de bielas em garrafa, pois todas elas apresentaram fluxos de tensões retos, sem apresentar curvatura, sendo essa uma característica

de bielas prismáticas. Com isso, utilizou-se da premissa de considerar as bielas com o comportamento apresentado nos resultados da análise elástica linear.

4.2.3 Modelos de Bielas e Tirantes

Baseado nos resultados da análise elástica e dos processos de otimização topológica, foram desenvolvidos os modelos de bielas e tirantes apresentados ao longo desse capítulo, sendo representado na Figura 56, o MBT traçado a partir dos campos de tensões principais obtidos na análise elástica.

Figura 56 – Modelo de bielas e tirantes baseado na análise elástica.

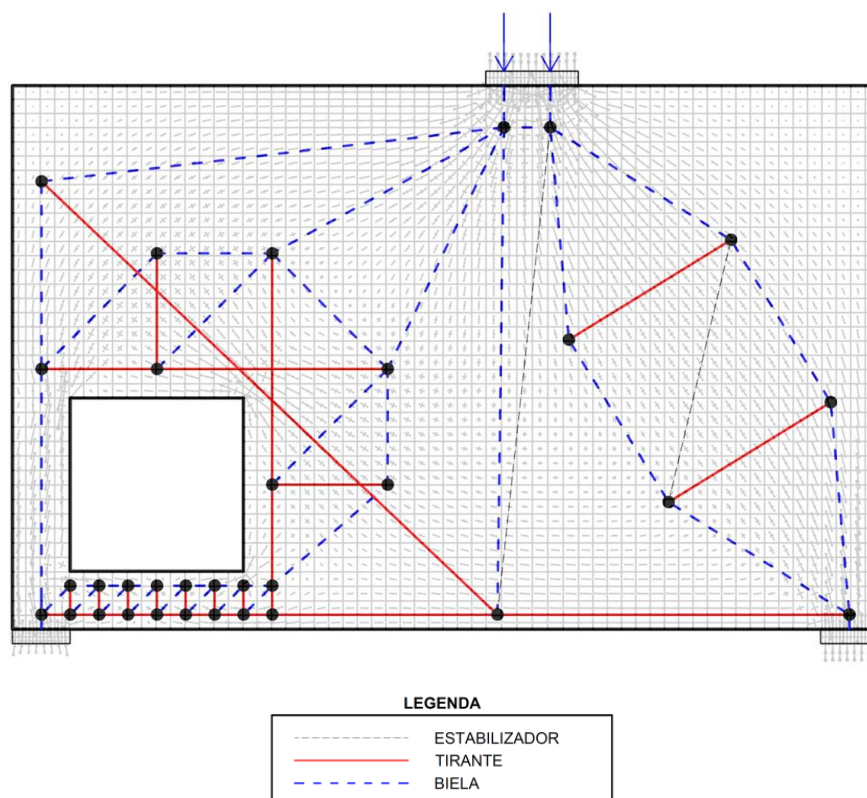


Fonte: autor.

A partir dos campos de tensões principais de compressão, foi identificada a existência de bielas em garrafa, tornando necessário realizar a discretização destas bielas em um MBT local, possibilitando a determinação da área de aço necessária para resistir aos esforços transversais de tração que ocorrem neste tipo de elemento, obtendo então um modelo de bielas e tirantes discretizado (Figura 57), sendo que esta área de aço foi posteriormente comparada com a armadura mínima estipulada pela NBR 6118 (ABNT, 2023) e a maior dentre as duas foi considerada no detalhamento.

Observa-se neste modelo de bielas e tirantes discretizado, que a região localizada abaixo da abertura também foi detalhada, possibilitando a determinação da área de aço necessária para resistir aos esforços de tração que ocorrem neste trecho, sendo posteriormente comparada com a taxa mínima de armadura recomendada pela norma brasileira.

Figura 57 – Modelo de bielas e tirantes discretizado, baseado na análise elástica.

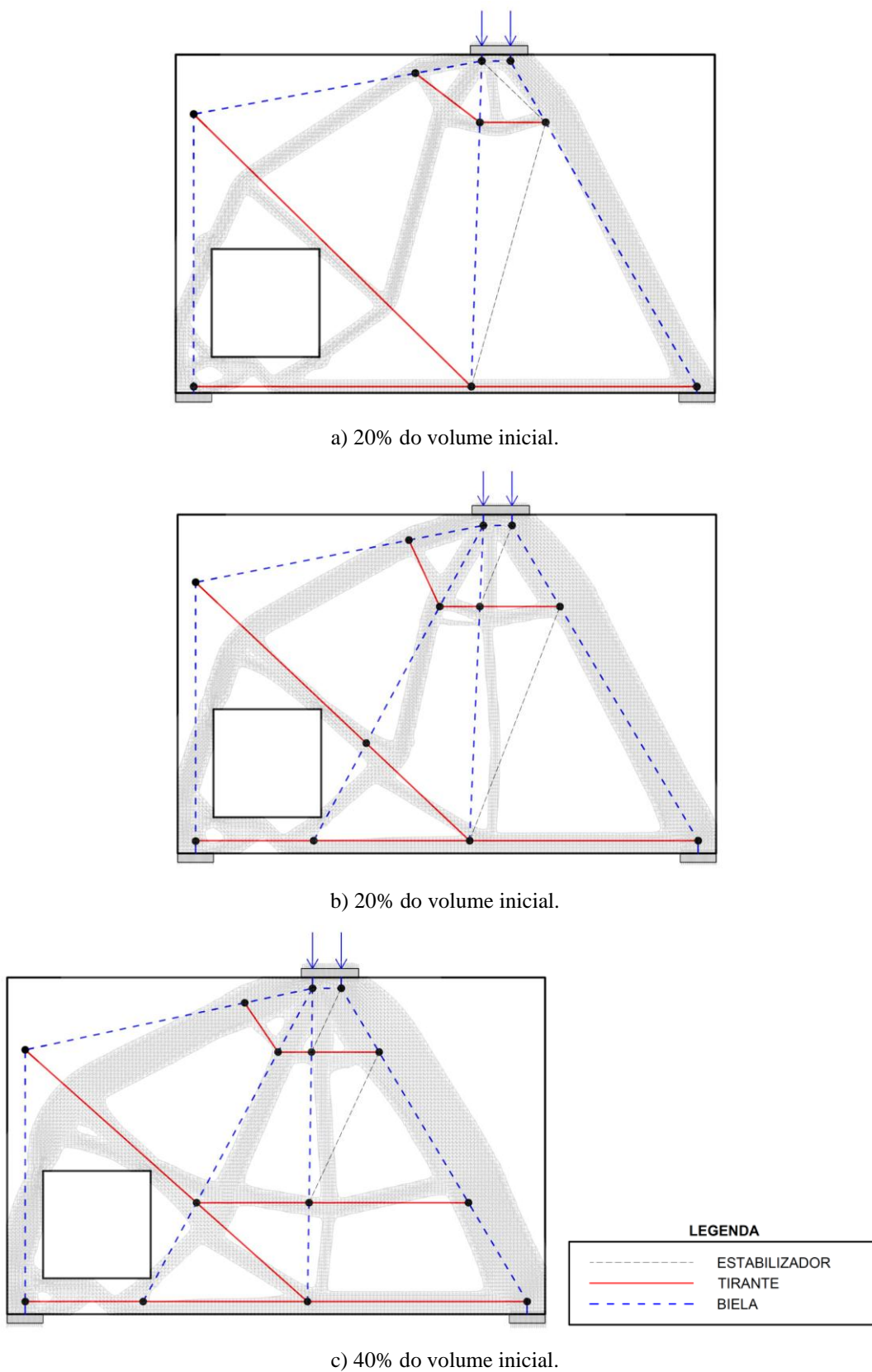


Fonte: autor.

Por sua vez, os modelos de bielas e tirantes desenvolvidos a partir dos resultados dos processos de otimização topológica, encontram-se ilustrados na Figura 58. Para o desenvolvimento desses MBT, foi seguida a premissa de manter o formato da topologia resultante da otimização da maneira mais fiel possível, porém, para que o modelo fosse isostático, foi necessário realizar alguns ajustes.

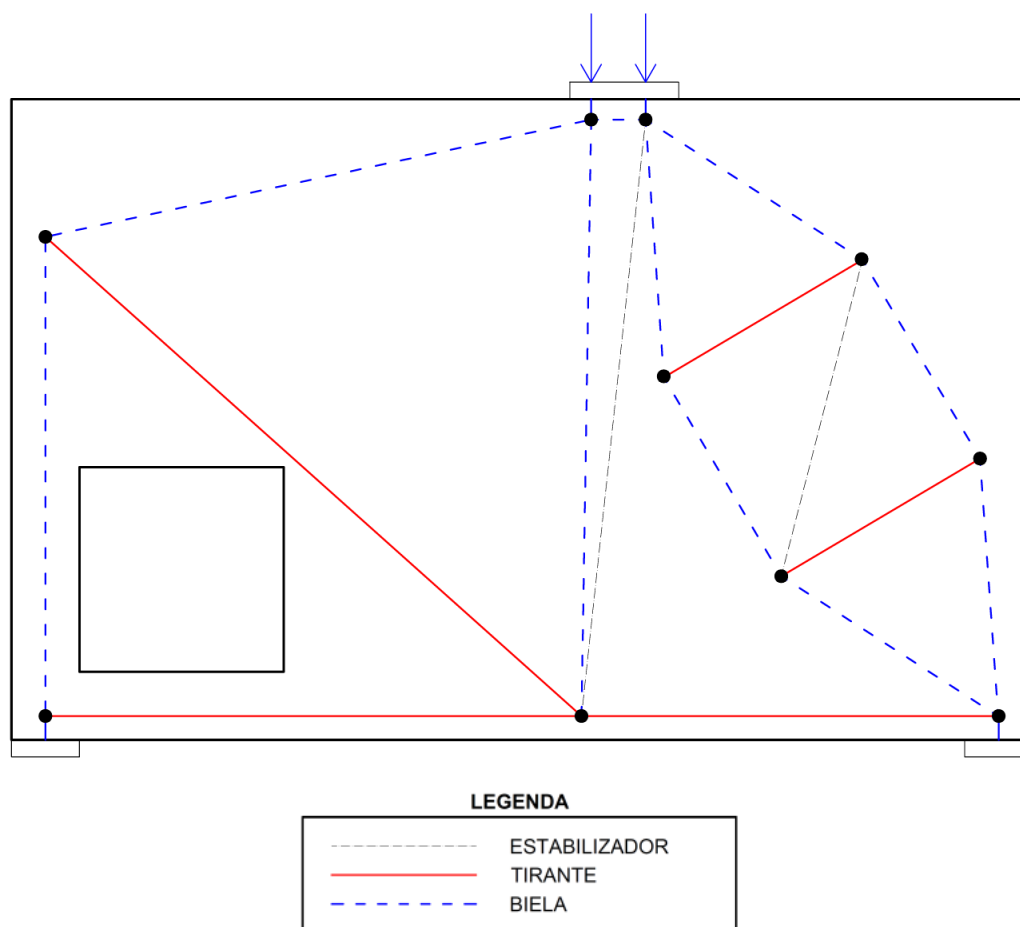
Da mesma forma que foi realizada para o MBT baseado na análise elástica, também foram desenvolvidos modelos em que as bielas em garrafa foram discretizadas, sendo feito um para cada fração de volume. No entanto, devido à similaridade apresentada pelos MBT, encontra-se representado na Figura 59 um modelo de bielas e tirantes discretizado genérico, que foi utilizado como base na determinação do MBT de cada fração de volume, sendo feitas as adaptações necessárias para cada caso.

Figura 58 – Modelos de bielas e tirantes desenvolvidos com base nos processos de otimização topológica.



Fonte: autor.

Figura 59 – Modelo de bielas e tirantes discretizado genérico, baseado nos processos de otimização topológica.



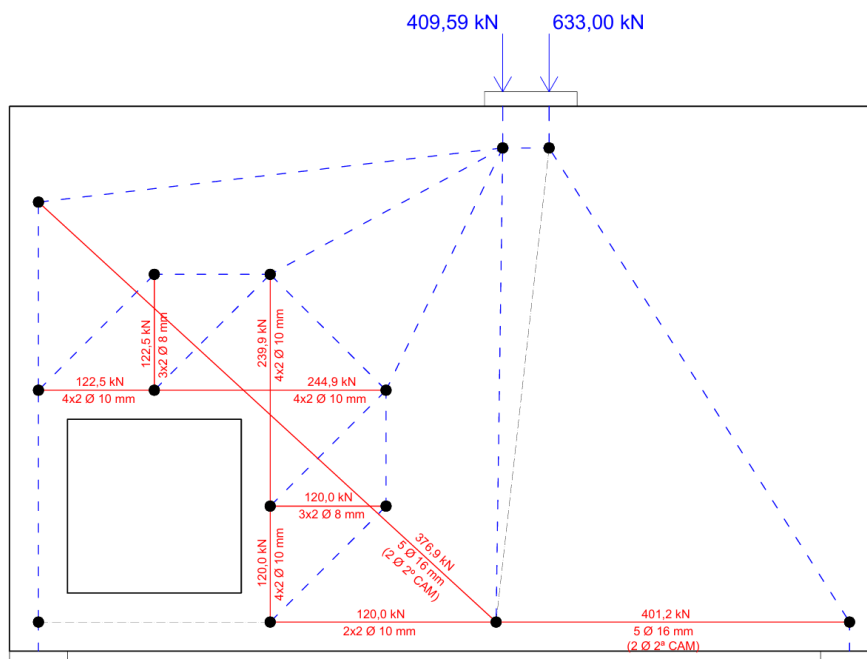
Fonte: autor.

4.2.4 Detalhamentos resultantes

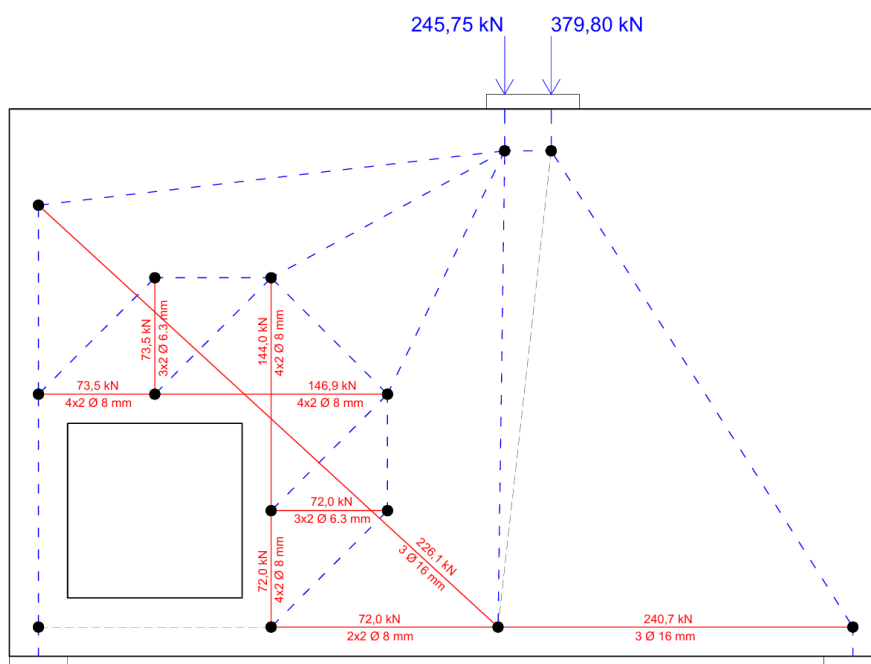
Desenvolvidos todos os modelos de bielas e tirantes, foi realizada a verificação analítica da força resistente de cálculo para cada um deles, conforme a metodologia apresentada no capítulo 3.5. Determinada esta força resistente para a ruptura do concreto, adotou-se a força resistente que leva o modelo à ruína pela ruptura do tirante, como sendo equivalente a 60% da primeira, como apresentado anteriormente neste trabalho.

Com os níveis de força definidos, determinou-se a força solicitante no tirante para cada nível e seu respectivo detalhamento, como pode-se observar na Figura 60 os resultados apresentados para o MBT desenvolvido a partir da análise elástica.

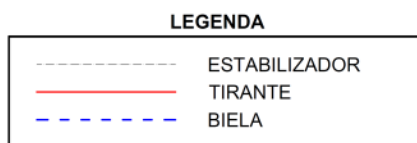
Figura 60 – Forças solicitantes no MBT baseado na análise elástica, considerando a ruptura do concreto (a) e a ruptura do aço (b).



a) Força para ruptura da biela.



b) Força para ruptura do tirante.



Fonte: autor.

Da mesma forma, os MBT traçados a partir dos processos de otimização topológica, com frações de volume de 20%, 30% e 40%, tiveram suas forças resistentes de cálculo para a ruptura do concreto determinadas analiticamente e, com base nelas, as forças para a ruptura do tirante foram adotadas. Após determinar as forças solicitantes para os modelos otimizados, calculou-se a força solicitante no tirante de cada MBT, selecionando bitolas e detalhando-as. Os resultados para as frações de volume de 20%, 30% e 40% estão ilustrados nas Figuras 61, 62 e 63, respectivamente.

A partir dos modelos de bielas e tirantes discretizados, tanto da análise elástica quanto da otimização topológica, as armaduras transversais das bielas em garrafa foram calculadas e comparadas com a armadura mínima normativa recomendada pela NBR 6118 (ABNT, 2023), sendo adotada a maior armadura dentre as duas para o detalhamento da viga-parede. O resultado da área de aço necessária para combater os esforços de tração transversais às bielas encontra-se na Tabela 10, na qual pode-se observar que a armadura mínima recomendada por norma foi superior à armadura calculada pelo MBT discretizado, portanto, todos os modelos foram detalhados com armadura mínima.

Tabela 10 – Armadura distribuída em malha obtida em cada modelo de bielas e tirantes.

Modelos de Bielas e Tirantes	Armadura obtida nos MBT discretizados (cm ² /face/m)		Armadura detalhada	
	Vertical	Horizontal	Vertical	Horizontal
AE – ruptura biela	1,16	1,82	Ø6,3 mm c/ 16,5 cm	Ø6,3 mm c/ 17,0 cm
AE – ruptura tirante	1,09	0,69	Ø6,3 mm c/ 16,5 cm	Ø6,3 mm c/ 17,0 cm
OT20 – ruptura biela	1,22	0,70	Ø6,3 mm c/ 16,5 cm	Ø6,3 mm c/ 17,0 cm
OT20 – ruptura tirante	0,73	0,42	Ø6,3 mm c/ 16,5 cm	Ø6,3 mm c/ 17,0 cm
OT30 – ruptura biela	1,51	0,89	Ø6,3 mm c/ 16,5 cm	Ø6,3 mm c/ 17,0 cm
OT30 – ruptura tirante	0,90	0,54	Ø6,3 mm c/ 16,5 cm	Ø6,3 mm c/ 17,0 cm
OT40 – ruptura biela	1,51	0,89	Ø6,3 mm c/ 16,5 cm	Ø6,3 mm c/ 17,0 cm
OT40 – ruptura tirante	0,90	0,54	Ø6,3 mm c/ 16,5 cm	Ø6,3 mm c/ 17,0 cm

Nota:

Armadura mínima normativa (vertical e horizontal) = 1,80 cm²/face/m;

AE: MBT determinados a partir da análise elástica;

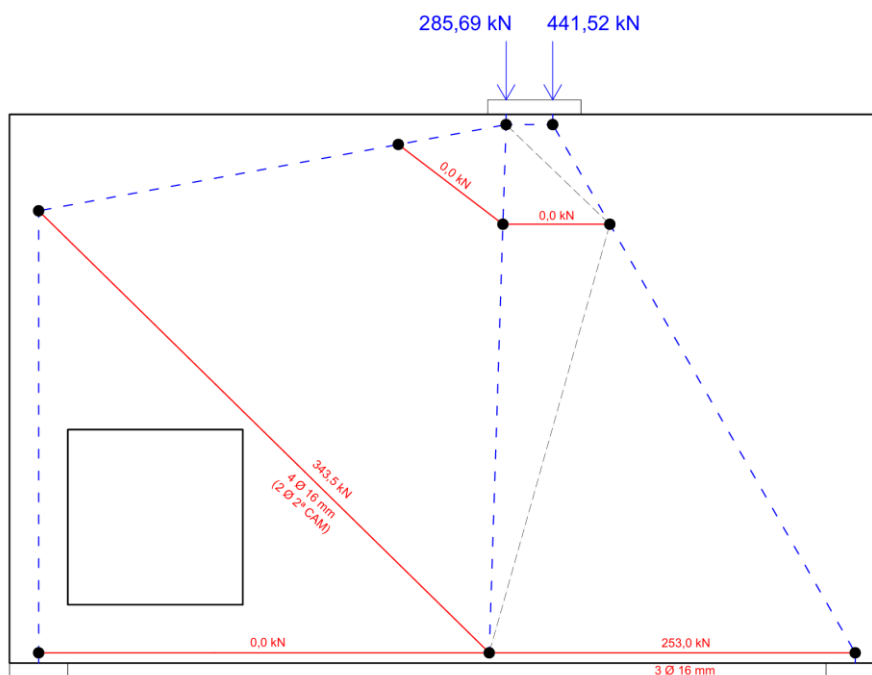
OT20: MBT determinados a partir da otimização topológica com fração de volume de 20%;

OT30: MBT determinados a partir da otimização topológica com fração de volume de 30%;

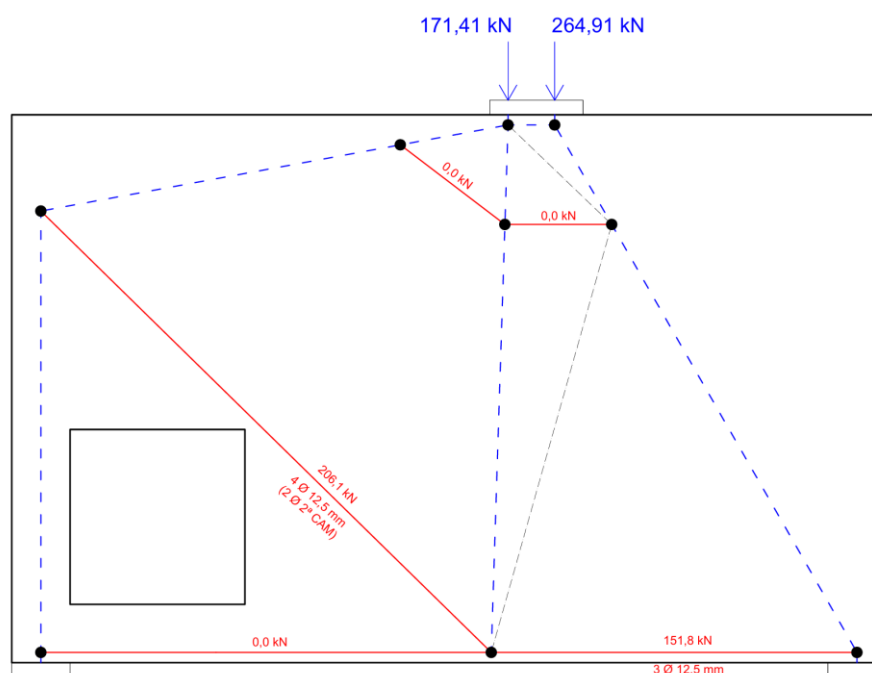
OT40: MBT determinados a partir da otimização topológica com fração de volume de 40%.

Fonte: autor.

Figura 61 – Forças solicitantes no MBT baseado na otimização topológica com fração de 20%, considerando a ruptura do concreto (a) e a ruptura do aço (b).



a) Força para ruptura da biela.

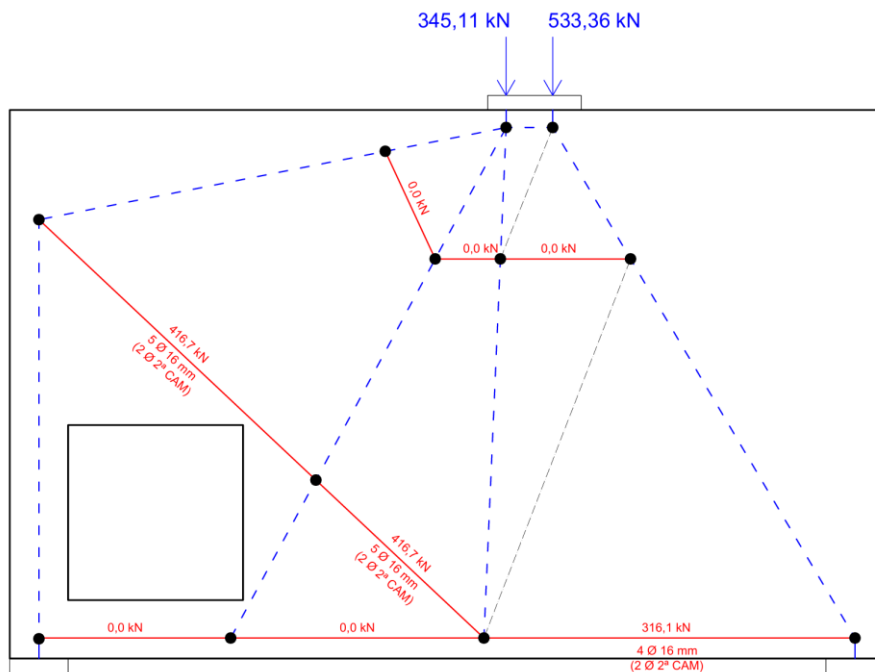


b) Força para ruptura do tirante.

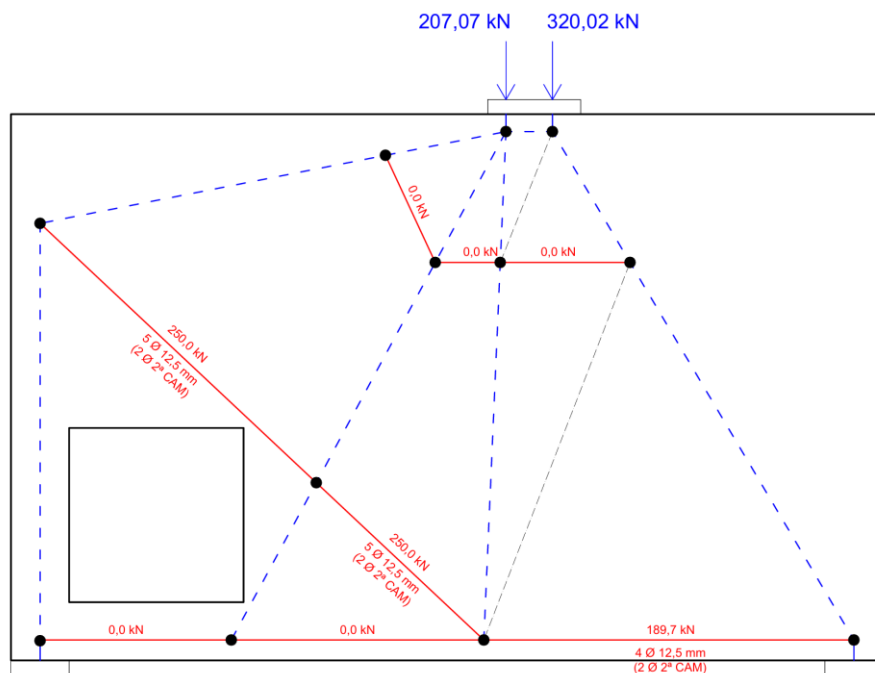
LEGENDA	
---	ESTABILIZADOR
---	TIRANTE
---	BIELA

Fonte: autor.

Figura 62 – Forças solicitantes no MBT baseado na otimização topológica com fração de 30%, considerando a ruptura do concreto (a) e a ruptura do aço (b).



a) Força para ruptura da biela.

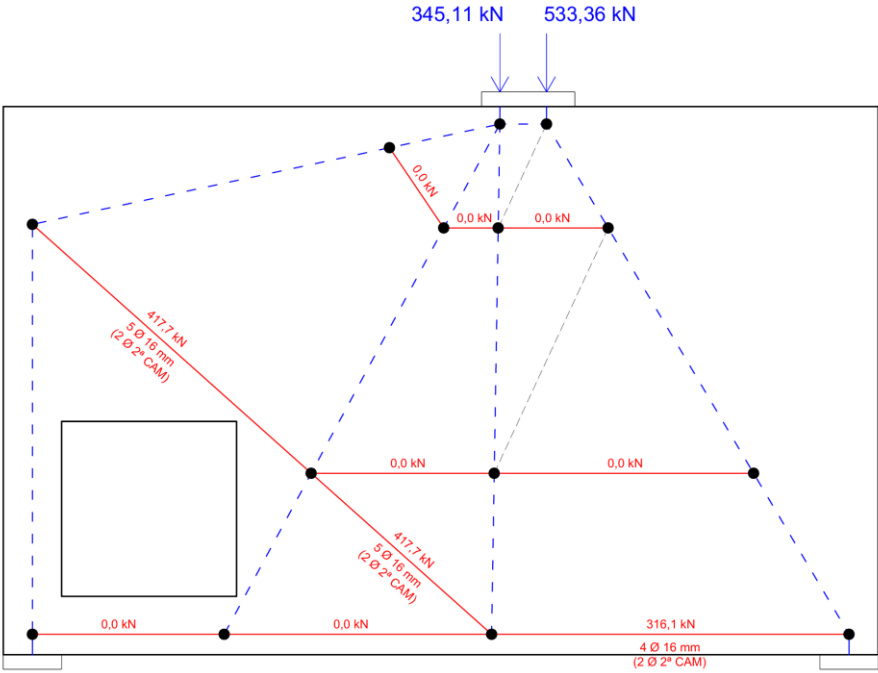


b) Força para ruptura do tirante.

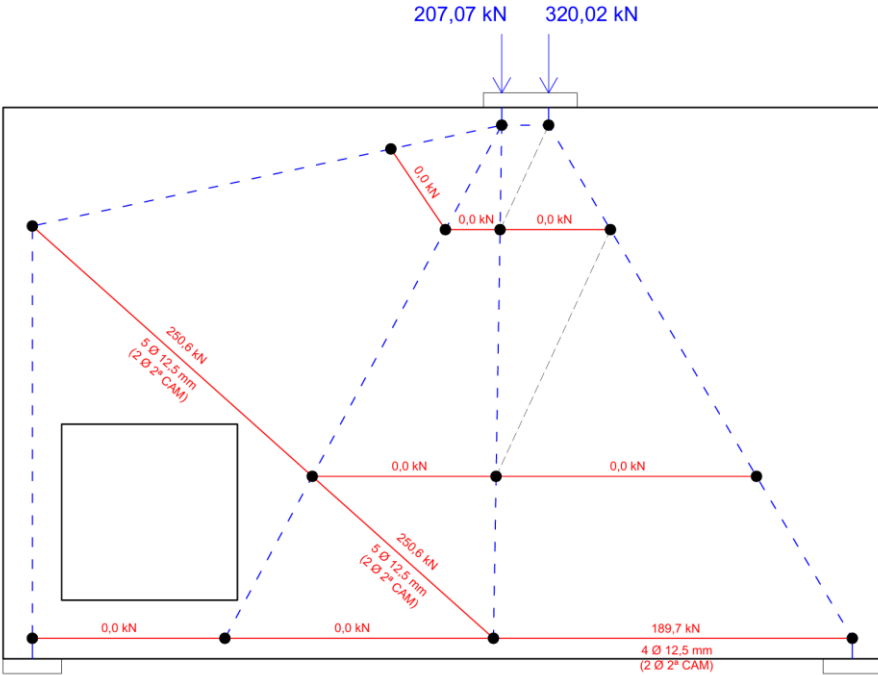
LEGENDA	
-----	ESTABILIZADOR
-----	TIRANTE
-----	BIELA

Fonte: autor.

Figura 63 – Forças solicitantes no MBT baseado na otimização topológica com fração de 40%, considerando a ruptura do concreto (a) e a ruptura do aço (b).



a) Força para ruptura da biela.



b) Força para ruptura do tirante.

LEGENDA

---	ESTABILIZADOR
—	TIRANTE
- - -	BIELA

Fonte: autor.

4.2.5 Análises não-lineares

Neste tópico, serão discutidos os resultados das análises não-lineares para cada modelo de bielas e tirantes desenvolvidos para a viga-parede com abertura (modelo ABERT), conforme discutido nos capítulos anteriores. Para maior clareza e compreensão, a Tabela 11 resume os valores das forças resistentes de cálculo determinadas analiticamente para a ruptura do concreto e do tirante para cada MBT, além dos valores das forças resistentes características e das forças solicitantes consideradas para as verificações do Estado Limite de Serviço (ELS) de abertura de fissura.

Na terceira coluna da tabela, são mostrados os valores de força resistente de cálculo obtidos analiticamente, a partir dos quais se derivam os valores característicos apresentados na quarta coluna. Esses valores de força resistente característica foram calculados multiplicando os valores da coluna anterior por γ_c de 1,4 (para ruptura da biela) e γ_s de 1,15 (para ruptura do tirante).

Tabela 11 – Valores das forças obtidas para o modelo ABERT.

Modelo de Bielas e Tirantes	Tipo de ruptura	Força resistente de cálculo (kN)	Força resistente característica (kN)	Força solicitante ELS (kN)
Análise elástica	Ruptura da biela	1042,59	1459,63	744,70
	Ruptura do tirante	625,55	719,38	446,82
Otimização topológica (20%)	Ruptura da biela	727,21	1018,09	519,44
	Ruptura do tirante	436,32	501,77	311,66
Otimização topológica (30%)	Ruptura da biela	878,47	1229,86	627,48
	Ruptura do tirante	527,09	606,15	376,49
Otimização topológica (40%)	Ruptura da biela	878,47	1229,86	627,48
	Ruptura do tirante	527,09	606,15	376,49

Fonte: autor.

Em relação a força resistente característica, esta foi utilizada na comparação com a força última obtida nas análises não-lineares, permitindo verificar a precisão do modelo de bielas e tirantes na determinação da capacidade resistente da viga-parede. Por fim, a força solicitante no ELS foi adotada como a força para a qual os MBT foram dimensionados, dividida por 1,4, representando uma aproximação segura da intensidade da força atuante em serviço, em comparação com a força solicitante no ELU.

A partir das análises realizadas no Apêndice B, os resultados obtidos para os MBT gerados a partir da análise elástica linear estão apresentados na Tabela 12. Observa-se nesta tabela, que os modelos dimensionados para a ruptura do concreto apresentaram relação entre a força resistente numérica e a força resistente analítica menor que um, indicando que o modelo de bielas e tirantes proposto para esta viga-parede está superestimando sua capacidade resistente, chegando a valores até 25% maiores, como é o caso do modelo detalhado sem armadura em malha. Este fato, também pode indicar que o modelo numérico apresentou limitações na determinação da capacidade resistente da viga-parede, fato este que será verificado na análise comparativa entre os resultados experimentais apresentados no artigo do qual foi extraído o modelo de viga-parede, e os resultados previstos pelo MBT proposto nessa dissertação.

Observou-se, ainda, que o modelo detalhado com armadura em malha, apresentou uma força resistente 14% superior àquela obtida para o modelo sem esta armadura, fazendo com que a razão entre as forças resistentes numérica e analítica ficasse mais próxima de um, melhorando a convergência entre os modelos, e destacando a importância que esta armadura em malha possui na resistência global do elemento estrutural. Esta constatação ainda indica a importância de realizar uma criteriosa avaliação das bielas em garrafa, garantindo que o modelo seja detalhado com armadura em malha suficiente para resistir aos esforços transversais de tração que ocorrem, garantindo a integridade da biela.

Tabela 12 – Resultados obtidos nas análises não-lineares para os MBT gerados a partir da análise elástica.

	ELU		ELS	
	Força resistente MBT (kN)	Força resistente MEF (kN)	Razão entre as forças resistentes	Tensão no aço (MPa)
Ruptura da biela c/ Asmín	1459,63	1329,06	0,91	256,80
Ruptura da biela s/ Asmín	1459,63	1164,11	0,80	281,60
Ruptura do tirante c/ Asmín	719,38	954,85	1,33	66,47
Ruptura do tirante s/ Asmín	719,38	806,92	1,12	72,87

Fonte: autor.

Por outro lado, os modelos dimensionados para a ruptura do tirante apresentaram razões entre as forças resistentes maiores que um, dando indícios de que o MBT proposto levou à resultados seguros nas situações em que as bielas estavam submetidas a uma baixa tensão, que é o caso dos modelos dimensionados para a ruptura do tirante. Destaca-se ainda que, a consideração da armadura em malha nesse caso, elevou sua resistência em 18%, ressaltando novamente sua importância no comportamento geral da estrutura.

Observando agora o comportamento global apresentado pelos 4 modelos, foi constatado que nos casos detalhados com armadura em malha, além de mostrar capacidade resistente maior, também indicaram uma ductilidade superior à dos modelos sem essa armadura.

Quanto ao ELS, os modelos dimensionados para a ruptura do concreto apresentaram os maiores níveis de tensão solicitante nas armaduras, como era de se esperar, portanto, como estes são os casos mais críticos, eles que foram avaliados.

Nos dois primeiros modelos, a barra de armadura que apresentou maior nível de tensão está localizada logo abaixo do canto inferior esquerdo da abertura, se tratando de barras de 10 mm de diâmetro. Com isso, comparando os resultados mostrados acima com os parâmetros da Tabela 4, pode-se concluir que, para o nível de tensão apresentado, fica prescindida a verificação da abertura de fissura, pois a NBR 6118 (ABNT, 2023) estabelece que o diâmetro e o espaçamento máximo das barras de armadura para a tensão apresentada devem ser de 16 mm e 15 cm, respectivamente, sendo que a viga-parede foi detalhada com barras de 10 mm de diâmetro e com espaçamento vertical e horizontal de aproximadamente 13 cm e 15 cm. Portanto, uma vez que os dois piores casos apresentaram resultados favoráveis ao atendimento do ELS de abertura de fissura, os outros dois também atenderam à esta verificação aproximada.

Nesta verificação de ELS, também foi possível observar a influência da armadura em malha no controle de fissuração da viga-parede, pois no modelo dimensionado para a ruptura do concreto e detalhado com essa armadura, a tensão obtida na barra mais solicitada foi 9% inferior à obtida no modelo sem ela, sendo que isto ocorreu também no modelo dimensionado para a ruptura do tirante.

Em relação ao modo de falha apresentado por cada modelo, foi observado que o único que apresentou ruptura pela biela foi o “ruptura da biela c/ Asmín”, enquanto os demais chegaram à ruína devido à ruptura da armadura. Com isso, o modelo “ruptura da biela s/ Asmín” foi o único que apresentou modo de falha diferente do que foi previsto nas verificações analíticas.

Por sua vez, os resultados obtidos para os modelos de bielas e tirantes desenvolvidos a partir do processo de otimização topológica com fração de volume de 40%, encontram-se

compilados na Tabela 13. Observando esses resultados, nota-se que os modelos dimensionados para a ruptura da biela se mostraram menos conservadores, apresentando valores de força resistente analítica até 54% maiores que os obtidos nas análises não-lineares, indicando que o MBT proposto para essa viga-parede, ou o modelo numérico, não representaram corretamente o comportamento deste elemento estrutural na situação de ruína.

Entretanto, os modelos dimensionados para a ruptura do tirante apresentaram bons resultados, evidenciando que o MBT proposto levou a um dimensionamento seguro nos casos em que as bielas estavam submetidas à baixas tensões.

Quando comparado os resultados apresentados pelos modelos detalhados com armadura em malha com o sem esta armadura, observou-se uma força última maior nos primeiros modelos, pois esta armadura em malha tem a função de resistir às tensões transversais de tração que ocorrem nas bielas em garrafa, aumentando sua resistência, gerando o respectivo aumento na resistência apresentada pelos modelos. Nos casos dimensionados para a ruptura da biela, esse aumento na força resistente foi da ordem de 11%, enquanto nos modelos calculados para a ruptura do tirante, esse aumento foi de aproximadamente 17%. Esses resultados voltam a evidenciar a importância de uma análise minuciosa das bielas em garrafa.

Tabela 13 – Resultados obtidos nas análises não-lineares para os MBT gerados a partir do processo de otimização topológica (40%).

	ELU		ELS	
	Força resistente MBT (kN)	Força resistente MEF (kN)	Razão entre as forças resistentes	Tensão no aço (MPa)
Ruptura da biela c/ Asmín	1229,86	890,26	0,72	424,10
Ruptura da biela s/ Asmín	1229,86	799,26	0,65	267,90
Ruptura do tirante c/ Asmín	606,15	837,52	1,38	49,13
Ruptura do tirante s/ Asmín	606,15	717,65	1,18	42,76

Fonte: autor.

Comparando os resultados dos MBT desenvolvidos a partir do processo de otimização topológica com fração de volume de 40%, com os modelos determinados com base na análise elástica, observou-se uma consistência na redução das forças resistentes analíticas e numéricas de uma técnica para a outra, ou seja, os MBT baseados na otimização topológica apresentaram

forças resistentes numéricas menores que as obtidas pelos MBT da análise elástica, indo ao encontro dos resultados previstos analiticamente.

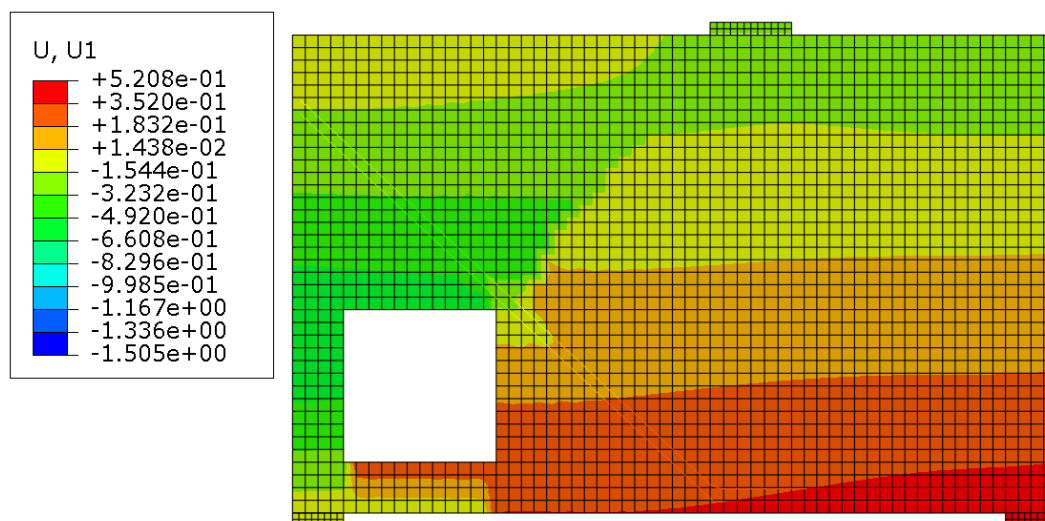
Em relação ao modo de falha, o modelo “ruptura da biela c/ Asmín” não apresentou o tipo de ruína previsto analiticamente, uma vez que esta ocorreu devido à ruptura da armadura que costura a fissura vertical que nasce no meio do vão da viga-parede. Quanto ao modelo “ruptura da biela s/ Asmín”, sua ruína ocorreu devido ao estrangulamento da biela horizontal superior, divergindo um pouco do modo de falha esperado, que era referente à ruptura da biela direita.

Já os modelos dimensionados para a ruína do tirante, estes representaram mais fielmente o modo de falha esperado, que é devido à ruptura da armadura que costura a fissura central (“ruptura do tirante c/ Asmín”), e devido à ruptura do tirante inferior (“ruptura do tirante s/ Asmín”).

Quanto à verificação do ELS de abertura de fissura, observou-se que o caso crítico a ser analisado corresponde ao modelo “ruptura da biela c/ Asmín”, que apresentou a maior tensão na armadura. Notou-se que o valor da tensão atuante para a situação em serviço é superior ao limite apresentado na Tabela 4, portanto, foi necessário estimar a magnitude da abertura de fissura, utilizando as equações 22 e 23 apresentadas anteriormente. Com isso, foram extraídas as informações necessárias para a aplicação das fórmulas, que seriam: a bitola, a tensão solicitante e a área de envolvimento da barra, cujos valores obtidos foram de 6,30 mm, 424,10 MPa e 120,00 cm², respectivamente. Com essas informações, foram realizados os cálculos e obteve-se o valor aproximado da abertura característica de fissura de 0,20 mm, que atende ao valor máximo de 0,30 mm, estipulado por norma, indicando que todos os modelos apresentaram resultados favoráveis ao atendimento dos critérios do ELS de abertura de fissura.

No entanto, cabe destacar que todos os modelos de bielas e tirantes desenvolvidos a partir da otimização topológica, independentemente da fração de volume utilizada, não indicaram a necessidade de considerar um tirante na região inferior à abertura. Com isso, os modelos que não foram detalhados com a armadura em malha, apresentaram um elevado grau de plastificação nessa região devido à ausência de armadura, apontando deslocamento horizontal relativo superior a 0,3 mm, como exemplificado na Figura 64.

Figura 64 – Exemplo de deslocamento horizontal apresentado pelos modelos sem armadura em malha para o carregamento de serviço.



Fonte: autor.

Este deslocamento relativo indica que a abertura de fissura estimada pelo modelo numérico superou o limite normativo, apontando que esses modelos não atenderiam ao ELS de abertura de fissura na região abaixo da abertura, apesar destes modelos terem atendido à verificação aproximada que foi realizada conforme as recomendações normativas, cujo processo se baseia na tensão solicitante da armadura. Este ocorrido ilustra mais um motivo das normas técnicas exigirem que seja respeitada uma taxa mínima de armadura vertical e horizontal distribuída nas faces das vigas-parede.

Concluída a análise dos resultados obtidos nas análises não-lineares realizadas nos MBT gerados a partir da otimização topológica com fração de volume de 40%, prossegue-se com a discussão dos resultados apresentados pelos modelos dimensionados a partir dos MBT desenvolvidos com base na otimização topológica de 30%, que se encontram na Tabela 14.

A partir desta tabela, observa-se que os resultados foram muito similares àqueles obtidos para a fração de volume de 40%, conforme previsto analiticamente. Os MBT dimensionados para a ruptura da biela continuaram apresentando resultados menos conservadores. No entanto, os modelos dimensionados para a ruptura do tirante apresentaram bons resultados, dando indícios de que o MBT proposto para esta viga-parede e o modelo numérico, conseguiram representar adequadamente o comportamento previsto para a estrutura nas situações em que as bielas estejam sob baixo nível de tensão.

Tabela 14 – Resultados obtidos nas análises não-lineares para os MBT gerados a partir do processo de otimização topológica (30%).

	ELU			ELS
	Força resistente MBT (kN)	Força resistente MEF (kN)	Razão entre as forças resistentes	Tensão no aço (MPa)
Ruptura da biela c/ Asmín	1229,86	883,03	0,72	406,10
Ruptura da biela s/ Asmín	1229,86	965,59	0,79	274,80
Ruptura do tirante c/ Asmín	606,15	849,39	1,40	49,20
Ruptura do tirante s/ Asmín	606,15	762,63	1,26	42,74

Fonte: autor.

Quanto à influência que a armadura em malha teve nos resultados numéricos, pode-se perceber que sua consideração elevou a força resistente apresentada pelos modelos dimensionados para a ruptura do tirante em aproximadamente 11%. No entanto, o modelo dimensionado para a ruptura de biela sem esta armadura em malha, apresentou força resistente superior ao modelo com a armadura, podendo significar que a plastificação apresentada pelo modelo não é real.

Em relação aos modos de falha dos modelos numéricos nas análises não-lineares, o modelo “ruptura da biela c/ Asmín” chegou à ruína por meio do estrangulamento da biela superior, divergindo ligeiramente da previsão analítica, que era da ruptura da biela direita. Já o modelo “ruptura da biela s/ Asmín” ruiu devida à ruptura do tirante inclinado, próximo ao canto superior direito da abertura, divergindo completamente do modo de falha esperado. Por sua vez, o modelo “ruptura do tirante c/ Asmín” rompeu devida à falha da armadura horizontal que costura a fissura vertical que nasce no meio do vão da viga-parede, sendo que o modo de falha previsto era pela ruptura do tirante. Por fim, o modelo “ruptura do tirante s/ Asmín” apresentou modo de falha exatamente como era previsto, que foi através da ruptura do tirante inclinado.

Em relação ao atendimento do estado limite de serviço de abertura de fissura, realizou-se a verificação aproximada para o modelo “ruptura da biela c/ Asmín”, cuja situação apresentada era a mais crítica dentre os quatro. Neste modelo, observou-se que a barra de armadura que apresentou a maior tensão, foi a barra de 6,3 mm localizada logo abaixo da abertura. Com isso, realizou-se a verificação para esta barra, a partir das equações 22 e 23, constatou-se que abertura de fissura para o carregamento de serviço foi de 0,18 mm, que é

inferior a abertura limite de 0,30 mm, estabelecido pela norma brasileira, indicando que todos os modelos deram indício ao atendimento da verificação do ELS de abertura de fissura. Entretanto, permanece válida a observação realizada anteriormente a respeito dos MBT detalhados sem armadura em malha, onde a ausência de armadura na região abaixo da abertura levou a fissuras que superam o limite normativo.

Por fim, o último modelo de bielas e tirantes proposto para esta viga-parede foi o desenvolvido a partir do processo de otimização topológica com fração de volume de 20%, cujos resultados obtidos nas análises não-lineares estão apresentados na Tabela 15.

Nesta tabela, é possível observar a similaridade nos resultados obtidos, em comparação com os resultados das outras frações de volume, no entanto, os resultados apresentados aqui são ligeiramente inferiores, indo ao encontro dos valores de força resistente determinados analiticamente.

Da mesma forma que ocorreu nos casos anteriores, os modelos dimensionados para a ruptura da biela permanecem fornecendo resultados de força resistente menos conservadores, chegando a valores analíticos 42% maiores que os obtidos numericamente. No entanto, os MBT dimensionados para a ruptura do tirante continuam apresentando convergência entre os modelos (MBT e MEF).

Tabela 15 – Resultados obtidos na análises não-lineares para os MBT gerados a partir do processo de otimização topológica (20%).

	ELU			ELS
	Força resistente MBT (kN)	Força resistente MEF (kN)	Razão entre as forças resistentes	Tensão no aço (MPa)
Ruptura da biela c/ Asmín	1018,09	822,41	0,81	181,10
Ruptura da biela s/ Asmín	1018,09	717,89	0,71	203,80
Ruptura do tirante c/ Asmín	501,77	806,46	1,61	31,66
Ruptura do tirante s/ Asmín	501,77	657,53	1,31	31,71

Fonte: autor.

Quanto à verificação do ELS de abertura de fissura, notou-se que o modelo que apresentou o caso mais crítico foi o “ruptura da biela s/ Asmín”, apresentando o maior nível de tensão para a solicitação de serviço. Para realizar a análise desta situação, procedeu-se com a

verificação da magnitude da abertura de fissura por meio das equações 22 e 23, uma vez que as características do problema não se enquadram na Tabela 4.

Foi identificado que a armadura que apresentou esse nível de tensão, corresponde à barra de 16 mm que constitui o tirante inclinado, possibilitando a aplicação das equações recomendadas pela NBR 6118 (ABNT, 2023). A partir dessas informações, determinou-se a abertura característica de fissura, chegando ao valor estimado de 0,12 mm, que é bem inferior ao limite normativo de 0,3 mm, indicando que o elemento apresentou resultados favoráveis ao atendimento do estado limite de serviço de abertura de fissura e, por consequência, os demais modelos também seguirão o mesmo caminho.

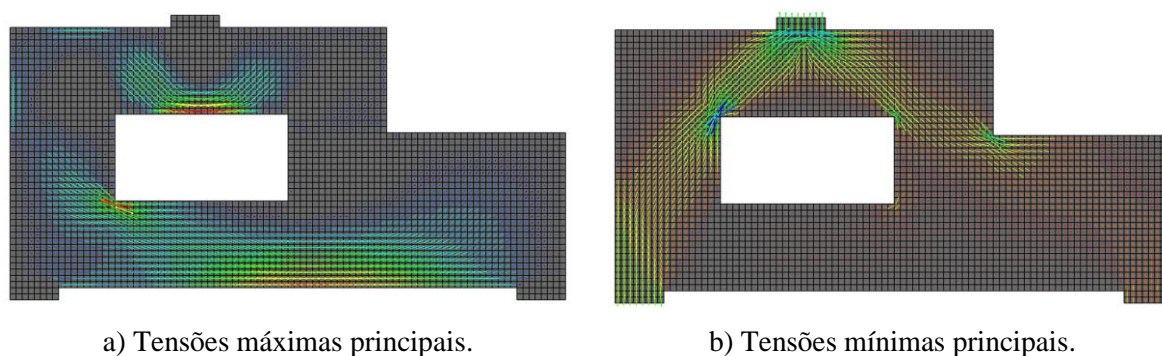
4.3 VIGA-PAREDE COM VARIAÇÃO DE ALTURA E ABERTURA

Por fim, serão apresentados neste tópico os resultados gerados para o modelo de viga-parede com variação de altura e abertura (modelo HVAR), iniciando pela análise elástica, passando pelos processos de otimização topológica e concluindo com os resultados das análises não-lineares e as respectivas discussões.

4.3.1 Tensões da análise elástica

A partir da metodologia apresentada no capítulo 3 dessa dissertação, procedeu-se com a análise elástica linear do modelo de viga-parede com variação de altura e abertura (modelo HVAR), da qual foram extraídos os campos de tensões principais de tração (tensões máximas principais) e de compressão (tensões mínimas principais) ilustrados na Figura 65.

Figura 65 – Tensões principais obtidas na análise elástico do modelo HVAR.



Fonte: autor.

Nesta figura, os campos de tensões estão representados vetorialmente, permitindo visualizar sua intensidade e direção, facilitando na identificação das bielas e dos tirantes. Observando a Figura 65-b, nota-se a formação das bielas que saem do ponto de aplicação de carga e migram diretamente para o apoio esquerdo, enquanto do lado direito, uma parcela da carga que sai do ponto de aplicação de força, em sentido ao apoio direito, migra para o apoio esquerdo, sendo isto representado pela biela que se forma no canto inferior direito da abertura.

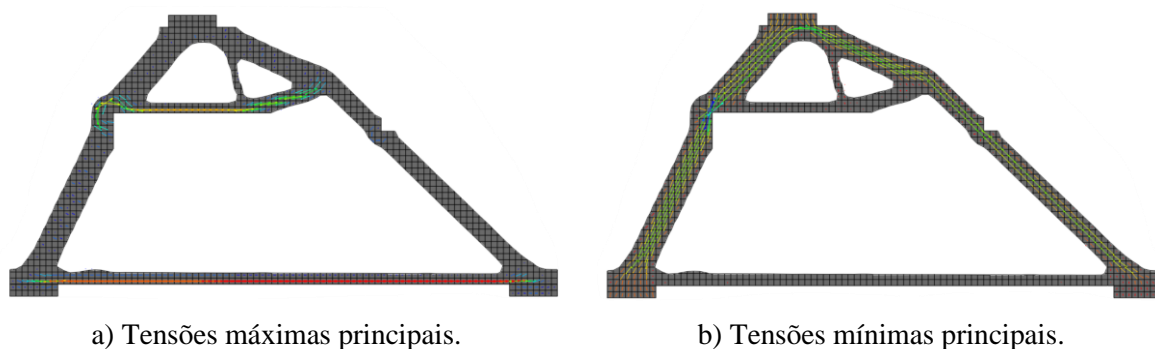
Já na Figura 65-a, observa-se a presença de tirantes nas regiões acima da abertura, próximo à face inferior da viga-parede, e no canto inferior esquerdo da abertura, além de apresentar tensões de tração transversais à direção das bielas, indicando que todas as bielas deste modelo são do tipo garrafa.

4.3.2 Resultados da otimização topológica

Para este modelo de viga-parede, foram realizados três processos de otimização topológica: um para a fração de volume de 20%, outro para a fração de 30%, e o último considerando 40%, sendo que esta fração de volume corresponde ao volume final desejado para a topologia resultante, em relação ao volume inicial da viga-parede.

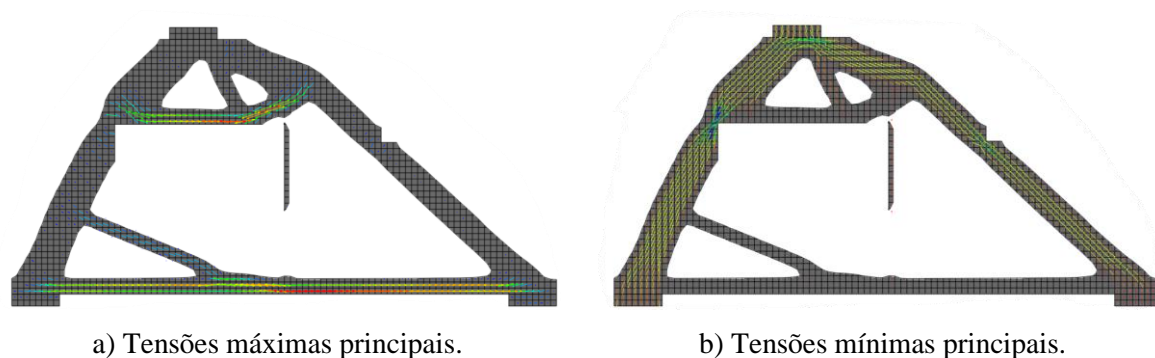
A partir desses processos de otimização, foram obtidas as topologias ótimas para cada fração de volume e, a partir dessas, foi possível extrair os campos das tensões principais de tração e compressão, representados nas Figuras 66 a 68.

Figura 66 – Tensões principais obtidas no processo de otimização topológica do modelo HVAR, para a fração de volume de 20%.



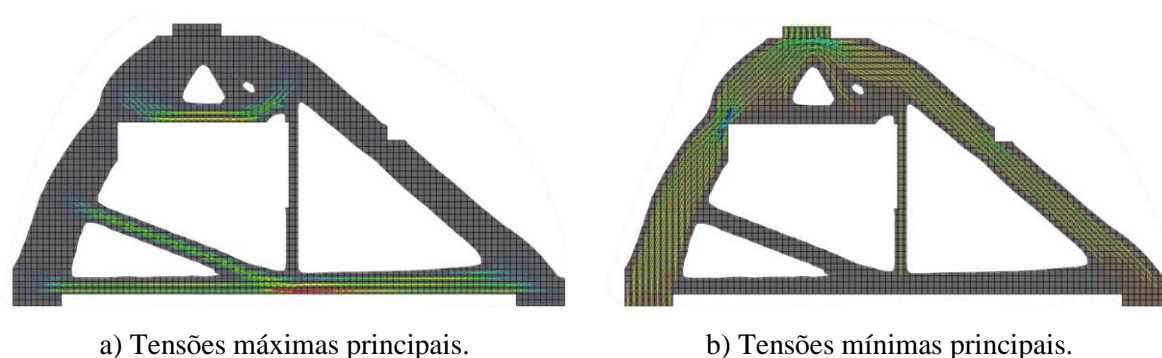
Fonte: autor.

Figura 67 – Tensões principais obtidas no processo de otimização topológica do modelo HVAR, para a fração de volume de 30%.



Fonte: autor.

Figura 68 – Tensões principais obtidas no processo de otimização topológica do modelo HVAR, para a fração de volume de 40%.



Fonte: autor.

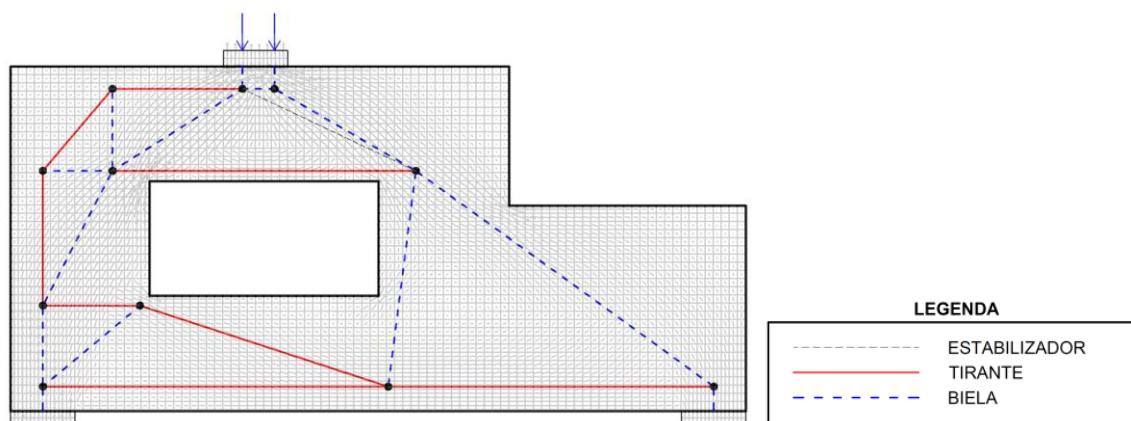
Observa-se nestas figuras que, com a redução do volume de material, fica evidente a formação das bielas e dos tirantes, indicados pelas tensões principais de compressão e de tração, respectivamente, permitindo um traçado rápido dos modelos de bielas e tirantes por meio da simples inserção dos elementos que constituem esses modelos, nos centros geométricos de seus respectivos campos de tensões principais. Entretanto, ao fazer isto, os MBT que se obtém são modelos hipostáticos, que necessitam de alguns ajustes para se tornarem isostáticos.

Assim como foi observado nos outros dois modelos de viga-parede apresentados anteriormente neste trabalho, os campos das tensões principais de compressão obtidos através da otimização topológica, deixaram de representar o comportamento típico de bielas em garrafa. No entanto, nas verificações analíticas realizadas, as bielas foram consideradas com seu comportamento original, determinado a partir da análise elástica, ou seja, mesmo nos MBT determinados a partir da otimização topológica, as bielas que apresentaram comportamento em garrafa na análise elástica, continuaram sendo tratadas como tal.

4.3.3 Modelos de Bielas e Tirantes

A partir dos resultados apresentados nos tópicos anteriores e tendo como base as premissas definidas no capítulo 3.4, foram desenvolvidos os modelos de bielas e tirantes apresentados ao longo deste capítulo. O primeiro MBT traçado, ilustrado na Figura 69, foi baseado nos campos das tensões principais obtidos na análise elástica.

Figura 69 – Modelo de bielas e tirantes baseado na análise elástica.

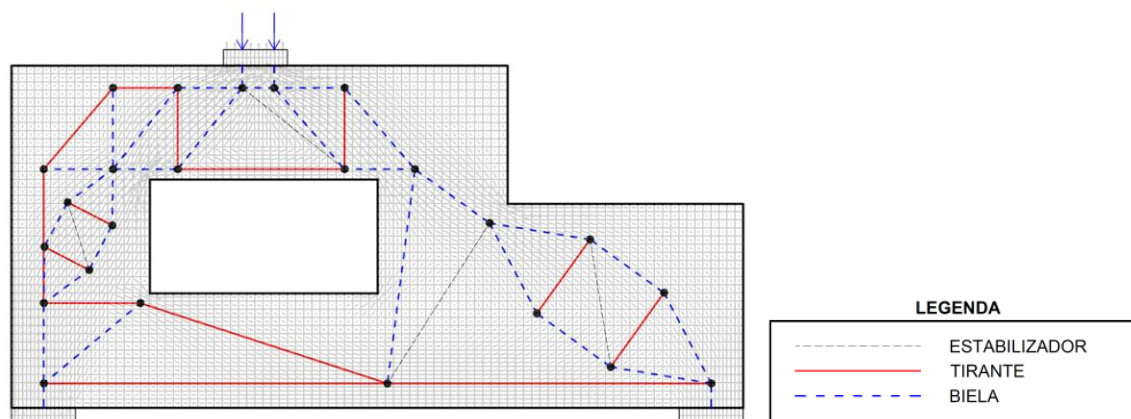


Fonte: autor.

Observando os campos de tensões principais, foram identificadas bielas sujeitas a tensões transversais de tração, caracterizando o comportamento de bielas em garrafa. Também foi observada a necessidade da inserção de tirantes verticais na região acima da abertura, para absorver os esforços de tração apresentados pelo modelo. A partir desta observação, foram incorporadas todas essas modificações no modelo da Figura 69, resultando no modelo de bielas e tirantes discretizado apresentado na Figura 70.

Para o traçado dos MBT desenvolvidos a partir dos processos de otimização topológica, buscou-se seguir, o mais fiel possível, a topologia resultante do processo de otimização, realizando apenas os ajustes necessários para deixar o modelo estaticamente determinado. Estes ajustes foram baseados nos resultados obtidos na análise elástica, resultando os modelos de bielas e tirantes apresentados na Figura 71.

Figura 70 – Modelo de bielas e tirantes discretizado, baseado na análise elástica.



Fonte: autor.

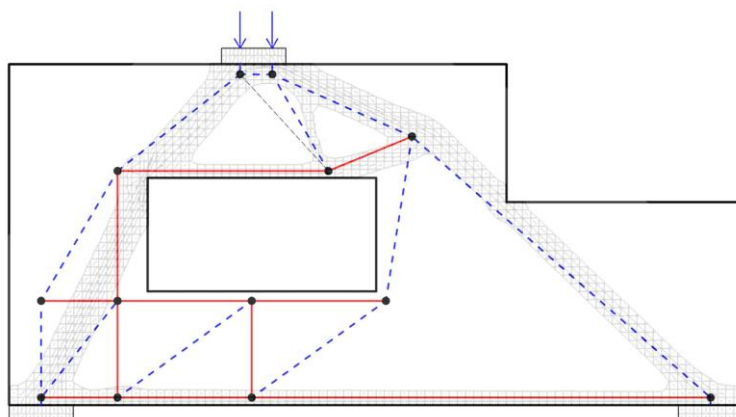
Da mesma forma que foi realizado para o MBT determinado a partir da análise elástica, foram desenvolvidos MBT discretizados, onde as bielas em garrafa foram detalhadas com um MBT local, providência esta que permitiu a determinação da área de aço necessária para resistir aos esforços transversais de tração que ocorrem nesse tipo de elemento. Esta área de aço foi então comparada com a taxa de armadura mínima normativa, na qual a maior delas foi detalhada nos modelos com armadura em malha.

Como os modelos de bielas e tirantes determinados para cada fração de volume foram semelhantes, apresentando as mesmas bielas em garrafa, encontra-se representado na Figura 72 um MBT discretizado genérico, que foi utilizado como base para os traçados dos MBT discretizados de cada fração volume, onde foram feitas as adaptações necessárias para cada caso.

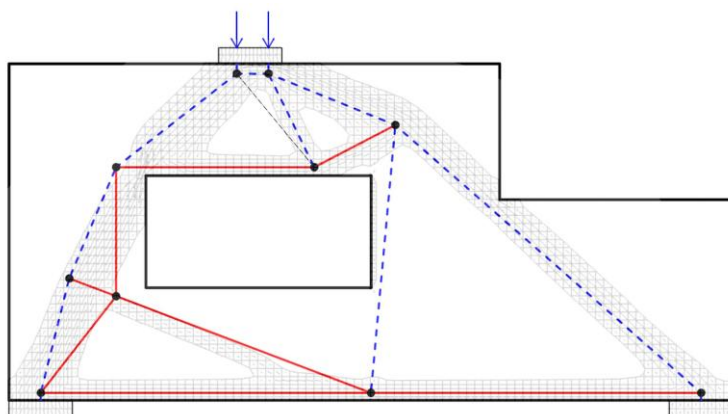
4.3.4 Detalhamentos resultantes

Com todos os modelos de bielas e tirantes definidos, foram determinadas analiticamente as forças resistentes de cálculo de cada MBT, conforme a metodologia apresentada no capítulo 3.5. Após determinar essa força resistente para a ruptura do concreto, estabeleceu-se que a força resistente que leva o modelo à ruína, pela ruptura do tirante, é equivalente a 60% da primeira.

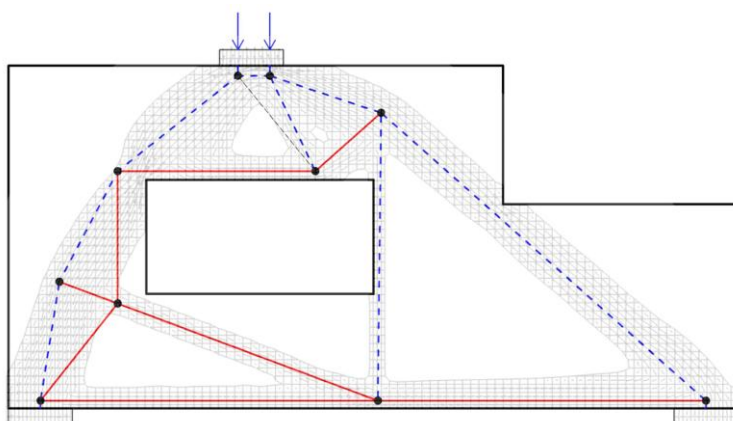
Figura 71 – Modelos de bielas e tirantes desenvolvidos com base nos processos de otimização topológica.



a) 20% do volume inicial.



b) 30% do volume inicial.

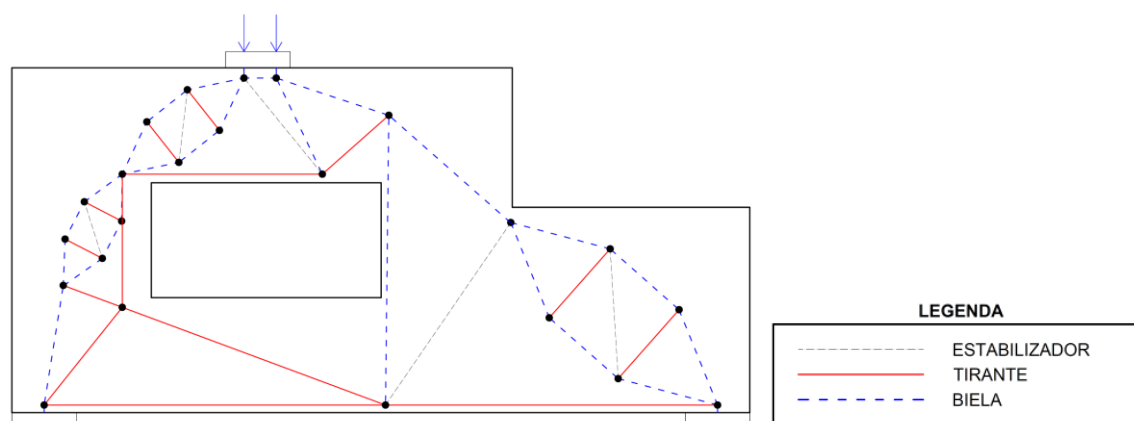


c) 40% do volume inicial.

LEGENDA	
-----	ESTABILIZADOR
-----	TIRANTE
-----	BIELA

Fonte: autor.

Figura 72 – Modelo de bielas e tirantes discretizado genérico, baseado no processo de otimização topológica.



Fonte: autor.

Com estes dois níveis de força definidos, determinou-se a força solicitante no tirante para cada nível e seu respectivo detalhamento. A área de aço necessária e o detalhamento adotado para o modelo de bielas e tirantes desenvolvido a partir da análise elástica, está ilustrado na Figura 73 abaixo.

Da mesma forma, os MBT traçados a partir dos processos de otimização topológica, com frações de volume de 20%, 30% e 40%, tiveram suas forças resistentes de cálculo determinadas analiticamente, considerando a ruptura do concreto e, com base nessas forças, foram adotadas as forças para a ruptura do tirante.

Após determinar as forças solicitantes para todos os MBT, calculou-se a força solicitante no tirante de cada modelo, selecionando as bitolas e detalhando-as. Os resultados para as frações de volume de 20%, 30% e 40% estão ilustrados nas Figuras 75, 75 e 76, respectivamente.

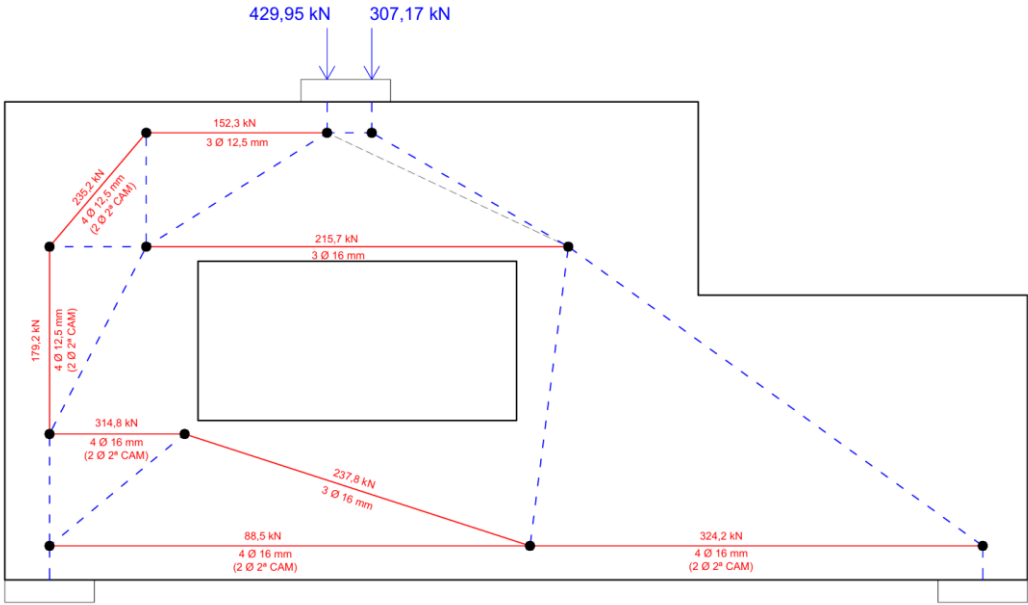
A partir dos modelos de bielas e tirantes discretizados, tanto da análise elástica quanto da otimização topológica, as armaduras transversais das bielas em garrafa foram calculadas e comparadas com a armadura mínima normativa recomendada pela NBR 6118 (ABNT, 2023), sendo adotada a maior armadura entre as duas para o detalhamento da viga-parede.

Destaca-se que, em todos os MBT discretizados, a biela em garrafa do lado direito da viga-parede foi armada com a taxa mínima de armadura, uma vez que a área de aço obtida nos MBT foram todas inferiores à mínima normativa.

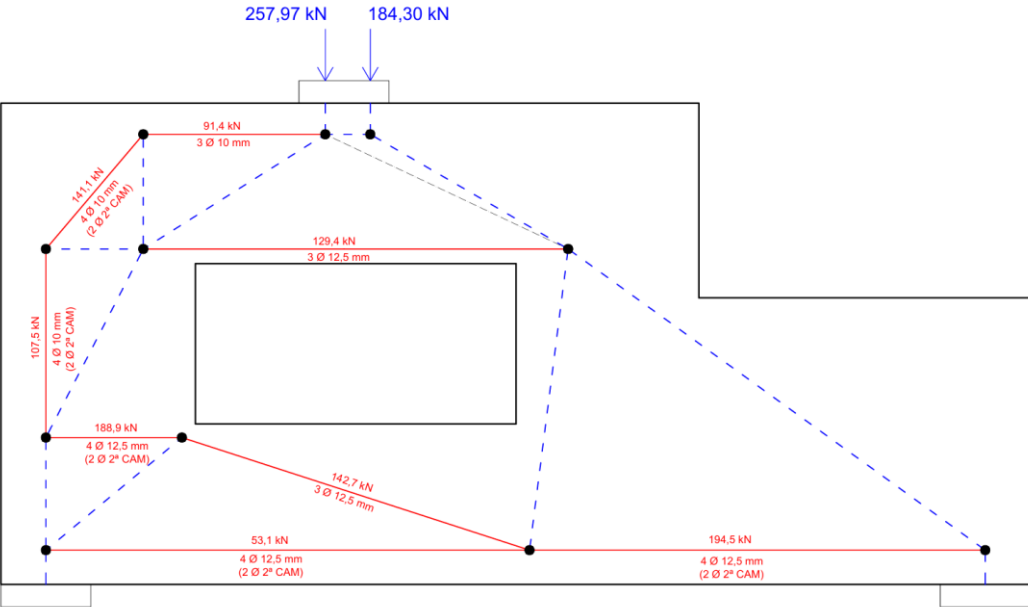
Nos modelos de bielas e tirantes discretizados, desenvolvidos para os casos de otimização topológica, a biela em garrafa localizada no lado esquerdo da viga-parede, logo acima da abertura, apresentou área de armadura praticamente idêntica para todas as frações de

volume, com isso, a armadura detalhada corresponde a maior área de aço obtida nos MBT discretizados.

Figura 73 – Forças solicitantes no MBT baseado na análise elástica, considerando a ruptura do concreto (a) e a ruptura do aço (b).



a) Força para ruptura da biela.



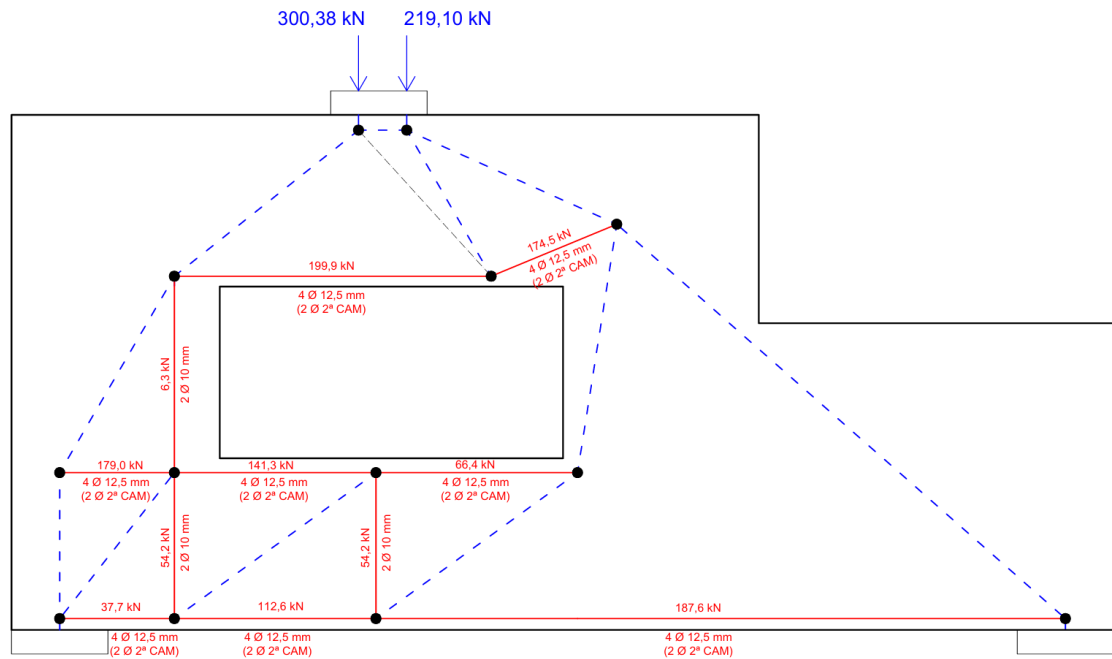
b) Força para ruptura do tirante.

LEGENDA

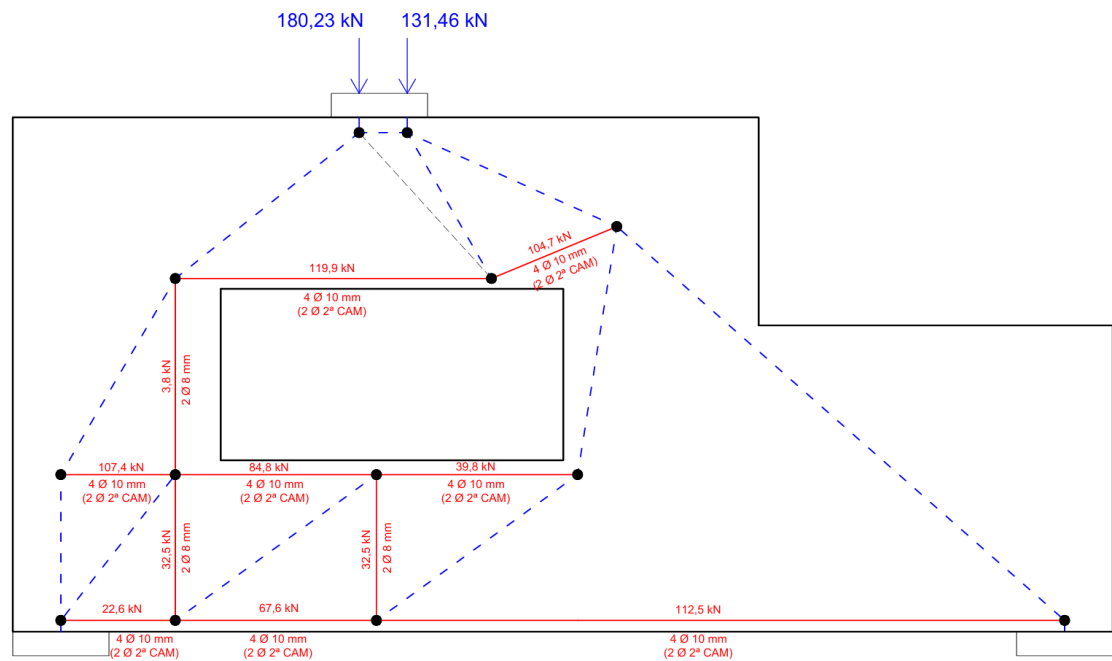
---	ESTABILIZADOR
—	TIRANTE
- - -	BIELA

Fonte: autor.

Figura 74 – Forças solicitantes no MBT baseado na otimização topológica com fração de 20%, considerando a ruptura do concreto (a) e a ruptura do aço (b).



a) Força para ruptura da biela.

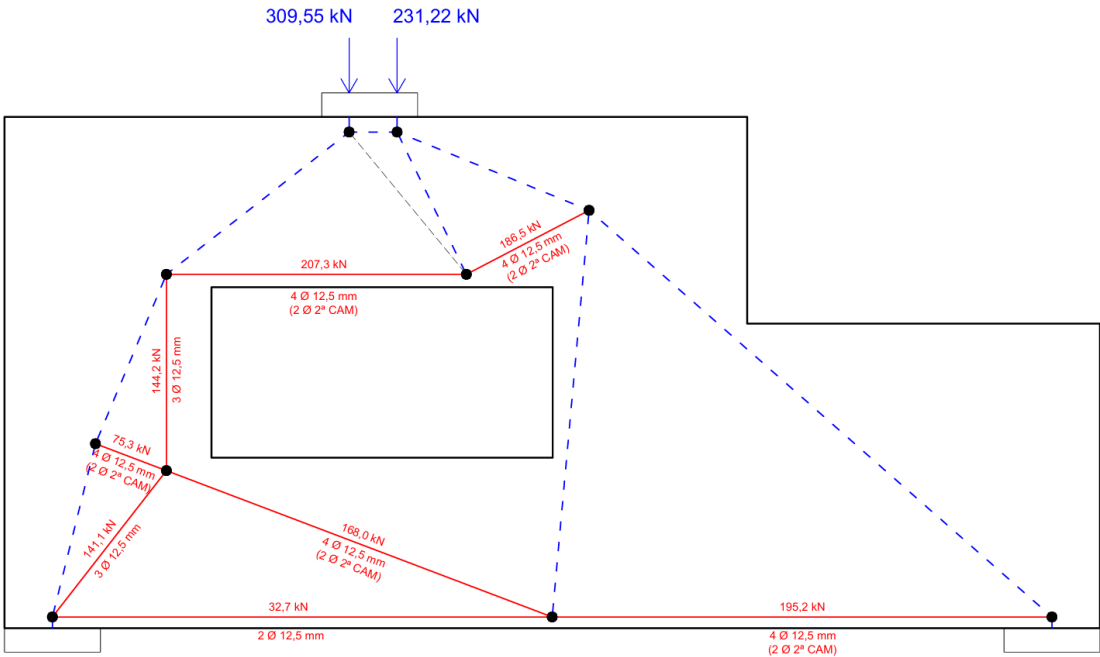


b) Força para ruptura do tirante.

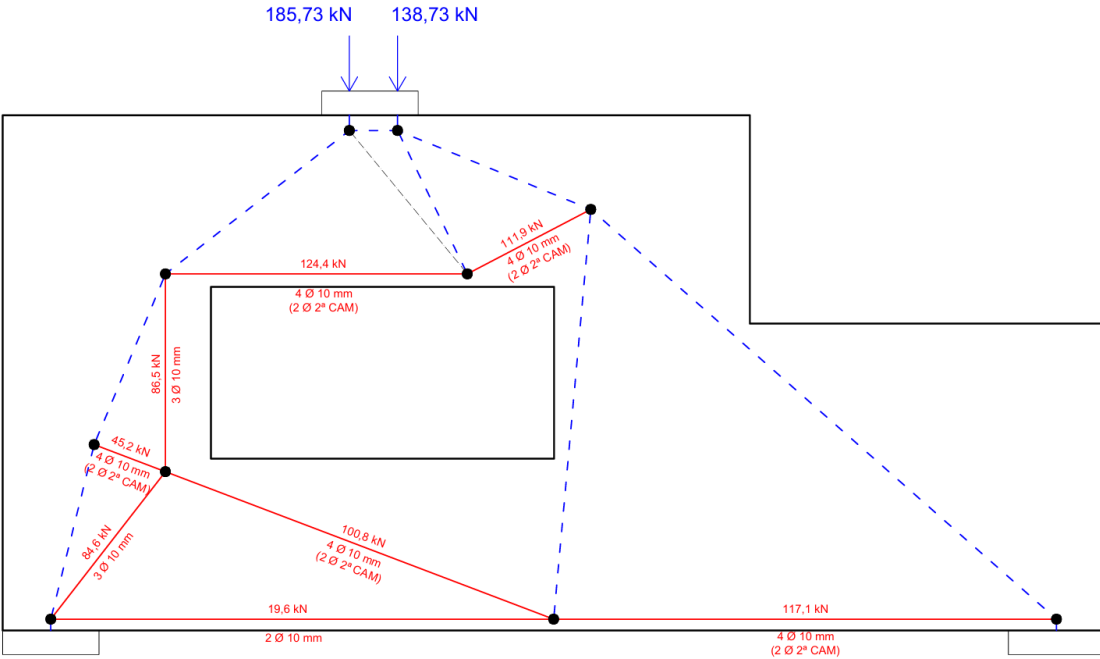
LEGENDA	
-----	ESTABILIZADOR
-----	TIRANTE
-----	BIELA

Fonte: autor.

Figura 75 – Forças solicitantes no MBT baseado na otimização topológica com fração de 30%, considerando a ruptura do concreto (a) e a ruptura do aço (b).



a) Força para ruptura da biela.

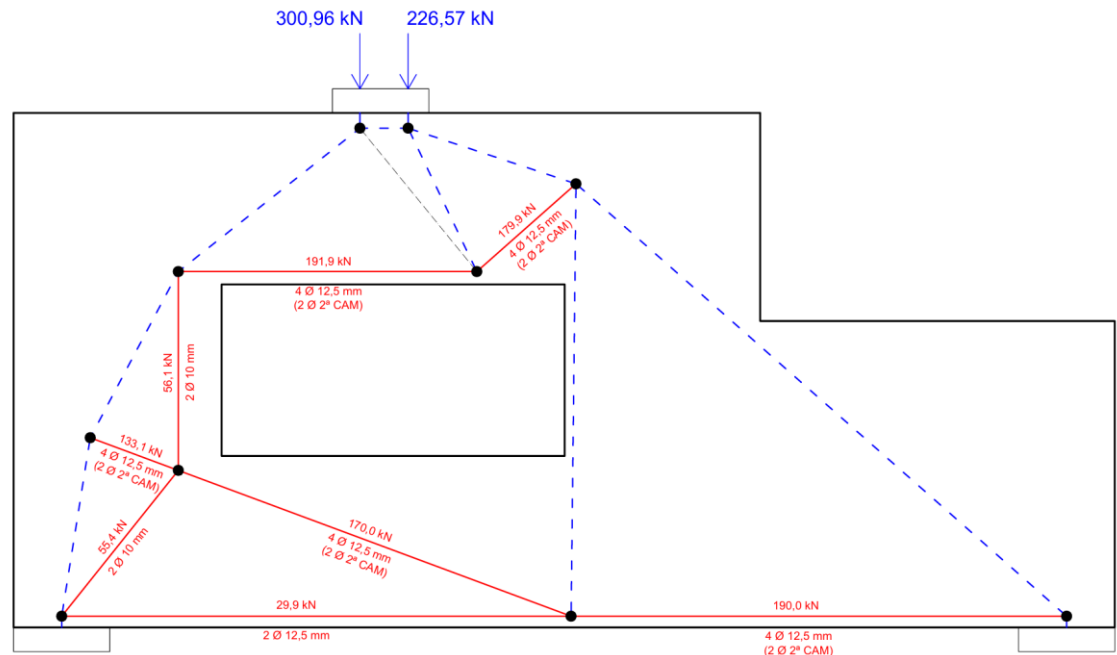


b) Força para ruptura do tirante.

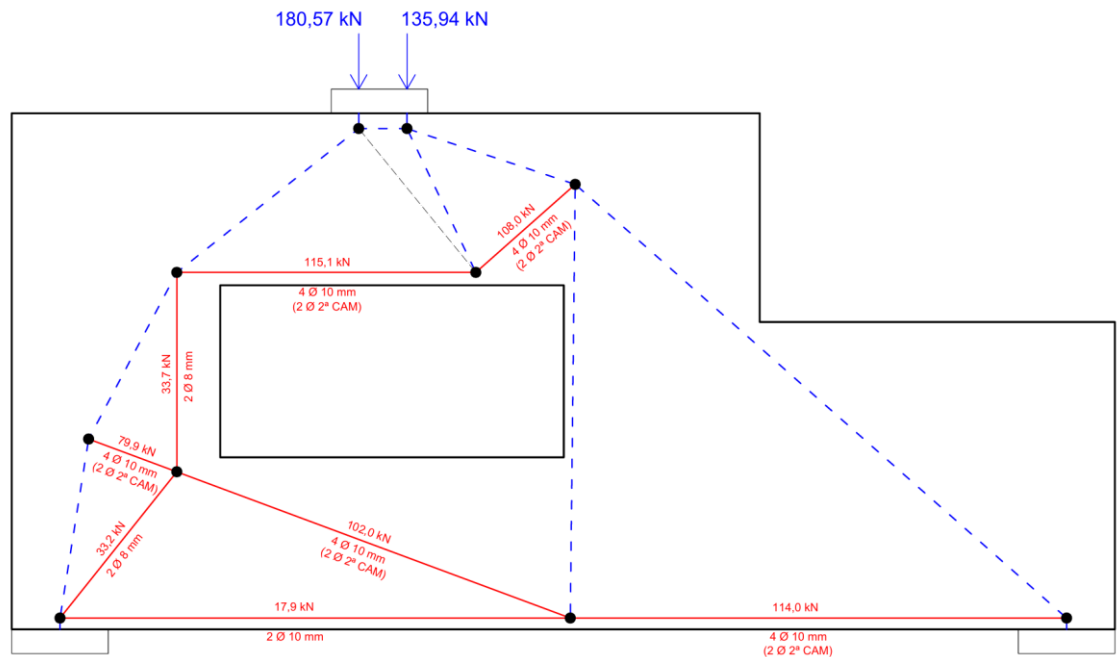
LEGENDA	
---	ESTABILIZADOR
---	TIRANTE
---	BIELA

Fonte: autor.

Figura 76 – Forças solicitantes no MBT baseado na otimização topológica com fração de 40%, considerando a ruptura do concreto (a) e a ruptura do aço (b).



a) Força para ruptura da biela.



b) Força para ruptura do tirante.

LEGENDA	
---	ESTABILIZADOR
---	TIRANTE
---	BIELA

Fonte: autor.

Por sua vez, no modelo discretizado desenvolvido para a análise elástica, observou-se a existência de armaduras verticais acima da abertura. Ao analisar a área de aço necessária nesses tirantes verticais, obteve-se valores superiores à armadura mínima, conforme observa-se abaixo:

- Tirante vertical do lado esquerdo, para o modelo dimensionado para a ruptura da biela = $6,99 \text{ cm}^2/\text{face/m}$ ($\varnothing 12,5 \text{ mm c/ } 12,1 \text{ cm}$);
- Tirante vertical do lado direito, para o modelo dimensionado para a ruptura da biela = $4,59 \text{ cm}^2/\text{face/m}$ ($\varnothing 12,5 \text{ mm c/ } 17,4 \text{ cm}$);
- Tirante vertical do lado esquerdo, para o modelo dimensionado para a ruptura do tirante = $4,19 \text{ cm}^2/\text{face/m}$ ($\varnothing 10,0 \text{ mm c/ } 12,1 \text{ cm}$);
- Tirante vertical do lado direito, para o modelo dimensionado para a ruptura do tirante = $2,76 \text{ cm}^2/\text{face/m}$ ($\varnothing 10,0 \text{ mm c/ } 17,4 \text{ cm}$).

Por fim, os resultados obtidos para a biela localizada no lado esquerdo da abertura podem ser observados na Tabela 16.

4.3.5 Análises não-lineares

A partir dos resultados acima, são apresentados, neste capítulo, os resultados das análises não-lineares realizadas para cada modelo de bielas e tirantes, desenvolvidos para a viga-parede com variação de altura e abertura (modelo HVAR). Para facilitar a observação dos resultados obtidos, a Tabela 17 resume os valores das forças resistentes de cálculo determinadas analiticamente para a ruptura do concreto e do tirante para cada MBT, além dos valores das forças resistentes características e das forças solicitantes consideradas para as verificações do Estado Limite de Serviço (ELS) de abertura de fissura.

Na terceira coluna da tabela, são mostrados os valores de força resistente de cálculo obtidos analiticamente, a partir dos quais se derivam os valores característicos apresentados na quarta coluna. Conforme apresentado anteriormente nessa dissertação, esses valores de força resistente característica foram calculados multiplicando os valores da coluna anterior por γ_c de 1,4 (para ruptura da biela) e γ_s de 1,15 (para ruptura do tirante).

Tabela 16 – Armadura distribuída em malha obtida para a biela em garrafa da esquerda, em cada modelo de bielas e tirantes.

Modelos de Bielas e Tirantes	Armadura obtida nos		Armadura detalhada	
	MBT discretizados			
	(cm ² /face/m)			
	Vertical	Horizontal	Vertical	Horizontal
AE – ruptura biela	4,25	2,20	Ø10,0 mm c/ 17,4 cm (MBT)	Ø6,3 mm c/ 11,4 cm (MBT)
AE – ruptura tirante	2,55	1,32	Ø8,0 mm c/ 17,4 cm (MBT)	Ø6,3 mm c/ 13,7 cm (mínima)
OT20 – ruptura biela	2,14	1,25	Ø6,3 mm c/ 13,9 cm (MBT)	Ø6,3 mm c/ 13,7 cm (mínima)
OT20 – ruptura tirante	1,28	0,75	Ø6,3 mm c/ 17,4 cm (mínima)	Ø6,3 mm c/ 13,7 cm (mínima)
OT30 – ruptura biela	3,89	1,63	Ø10,0 mm c/ 17,4 cm (MBT)	Ø6,3 mm c/ 13,7 cm (mínima)
OT30 – ruptura tirante	2,33	0,98	Ø8,0 mm c/ 17,4 cm (MBT)	Ø6,3 mm c/ 13,7 cm (mínima)
OT40 – ruptura biela	3,01	1,59	Ø8,0 mm c/ 13,9 cm (MBT)	Ø6,3 mm c/ 13,7 cm (mínima)
OT40 – ruptura tirante	1,80	0,96	Ø6,3 mm c/ 13,9 cm (MBT)	Ø6,3 mm c/ 13,7 cm (mínima)

Nota:

Armadura mínima normativa (vertical e horizontal) = 1,71 cm²/face/m;

AE: MBT determinados a partir da análise elástica;

OT20: MBT determinados a partir da otimização topológica com fração de volume de 20%;

OT30: MBT determinados a partir da otimização topológica com fração de volume de 30%;

OT40: MBT determinados a partir da otimização topológica com fração de volume de 40%.

Fonte: autor.

A força resistente característica, apresentada na quarta coluna da tabela abaixo, foi utilizada para comparação com a força última obtida nas análises não-lineares, permitindo verificar a precisão do modelo de bielas e tirantes na determinação da capacidade resistente da viga-parede. Finalmente, a força solicitante no ELS foi adotada como a força para a qual os MBT foram dimensionados, dividida por 1,4, representando uma aproximação segura da intensidade da força atuante em serviço, em comparação com a força solicitante no ELU.

Tabela 17 – Valores das forças obtidas para o modelo HVAR.

Modelo de Bielas e Tirantes	Tipo de ruptura	Força resistente de cálculo (kN)	Força resistente característica (kN)	Força solicitante ELS (kN)
Análise elástica	Ruptura da biela	737,12	1031,97	526,51
	Ruptura do tirante	442,27	508,61	315,91
Otimização topológica (20%)	Ruptura da biela	519,48	727,27	371,06
	Ruptura do tirante	311,69	358,44	222,63
Otimização topológica (30%)	Ruptura da biela	540,77	757,08	386,26
	Ruptura do tirante	324,46	373,13	231,76
Otimização topológica (40%)	Ruptura da biela	527,53	738,54	376,80
	Ruptura do tirante	316,52	364,00	226,08

Fonte: autor.

Com base nos resultados das análises não-lineares apresentados no Apêndice C, os valores de força resistente obtidos para os modelos de bielas e tirantes desenvolvidos a partir da análise elástica encontram-se na Tabela 18.

Tabela 18 – Resultados obtidos nas análises não-lineares para os MBT gerados a partir da análise elástica.

	ELU			ELS
	Força resistente MBT (kN)	Força resistente MEF (kN)	Razão entre as forças resistentes	Tensão no aço (MPa)
Ruptura da biela c/ Asmín	1031,97	486,57	0,47	-
Ruptura da biela s/ Asmín	1031,97	457,13	0,44	-
Ruptura do tirante c/ Asmín	508,61	469,19	0,92	27,00
Ruptura do tirante s/ Asmín	508,61	445,96	0,88	23,34

Fonte: autor.

Nesta tabela, fica evidente que todos os MBT apresentaram resultados menos conservadores do que o esperado, pois a força resistente obtida analiticamente foi maior que a força obtida nas análises não-lineares, evidenciando que o modelo de bielas e tirantes proposto para este modelo de viga-parede, ou o modelo numérico, apresentaram limitações na determinação das capacidades resistente e no comportamento apresentado pela estrutura.

Comparando os valores de força resistente obtidos nas análises não-lineares, para os modelos detalhados com e sem armadura em malha, chegou-se à conclusão de que as vigas-parede com essa armadura apresentaram forças resistentes até 6% maiores que os modelos sem a armadura em malha.

Analisando agora, o modo de falha apresentado por cada modelo, observou-se que todos eles chegaram à ruína devido à ruptura da biela em garrafa, localizada abaixo do ponto de aplicação de carga, do lado esquerdo da viga-parede. Com isso, conclui-se que os modelos dimensionados para a ruptura da biela tiveram seu modo de falha previsto correspondido, enquanto os modelos dimensionados para a ruptura do tirante apresentaram uma divergência entre os modelos.

Quanto à verificação do ELS de abertura de fissura, este foi possível de ser analisado apenas nos modelos dimensionados para a ruptura do tirante, pois os modelos dimensionados para a ruptura da biela não chegaram ao nível de força previsto em serviço. Analisando então os resultados obtidos, observou-se que o nível de tensão atuante nas armaduras foi muito inferior àqueles indicados na Tabela 4, permitindo que fosse dispensada a análise da magnitude da abertura de fissura, conforme procedimento aproximado adotado.

Por sua vez, os resultados obtidos para os modelos de bielas e tirantes desenvolvidos a partir do processo de otimização topológica para a fração de volume de 40%, encontram-se ilustrados na Tabela 19.

Tabela 19 – Resultados obtidos nas análises não-lineares para os MBT gerados a partir do processo de otimização topológica (40%).

	ELU		ELS	
	Força resistente MBT (kN)	Força resistente MEF (kN)	Razão entre as forças resistentes	Tensão no aço (MPa)
Ruptura da biela c/ Asmín	738,54	458,12	0,62	38,50
Ruptura da biela s/ Asmín	738,54	440,44	0,60	61,16
Ruptura do tirante c/ Asmín	364,00	452,27	1,24	14,10
Ruptura do tirante s/ Asmín	364,00	429,62	1,18	16,02

Fonte: autor.

Analisando os resultados acima, observa-se que os modelos dimensionados para a ruptura da biela continuam se mostrando menos conservadores, no entanto, os modelos dimensionados para a ruptura do tirante, apresentaram razão entre a força resistente numérica e a força resistente analítica maior que 1, indicando que o MBT proposto e o modelo numérico conseguiram representar o comportamento apresentado por esta viga-parede, nas situações em que as bielas estejam submetidas a baixos níveis de tensão.

Comparando os MBT gerados a partir da otimização topológica de 40%, com os MBT determinados com base na análise elástica, observou-se que a redução da força resistente prevista analiticamente foi correspondida pelo modelo numérico.

Em relação ao modo de falha apresentado pelos modelos, este se repetiu em todas as análises não-lineares realizadas para esta viga-parede, independentemente do tipo de análise na qual foi baseado o traçado dos MBT, seja a análise elástica, seja a otimização topológica (20%, 30% ou 40% de fração de volume). Este modo de falha padrão refere-se à ruptura da biela em garrafa localizada do lado esquerdo da viga-parede, na região acima da abertura.

Quanto à verificação do ELS de abertura de fissura, esta análise aproximada foi realizada em todos os modelos, obtendo resultados favoráveis em cada um, pois o nível de tensão ao qual estavam sujeitas as armaduras dos MBT eram muito inferiores àqueles apresentados na Tabela 4, permitindo que fosse dispensada a verificação da abertura de fissura.

Apresentando agora os resultados obtidos nas análises não-lineares realizadas nas vigas-parede dimensionadas a partir do modelo de bielas e tirantes, determinado com base no processo de otimização topológica para a fração de volume de 30%, pode-se observar na Tabela 20 os valores de força resistente obtidos em cada caso, e a respectiva razão entre a força resistente numérica e a analítica.

Com base nesses resultados, conclui-se que os modelos dimensionados para a ruptura da biela permaneceram gerando resultados divergentes entre os modelos (MBT e MEF), indicando que algum deles está apresentando limitações na determinação da capacidade resistente desse modelo de viga-parede. No entanto, os modelos dimensionados para a ruptura do tirante apontaram resultados coerentes entre os modelos de análise.

Ao compararmos os resultados obtidos neste caso, com os obtidos para os MBT gerados a partir da otimização topológica de 40%, observou-se uma similaridade entre eles, indo ao encontro da previsão analítica. Esta semelhança ocorreu, inclusive, nos modelos detalhados com armadura em malha, em relação aos sem esta armadura, onde os resultados apresentados pelos primeiros, superaram os resultados dos segundos, em média 5%.

Tabela 20 – Resultados obtidos na análise não-linear para os MBT gerados a partir da otimização topológica (30%).

	ELU			ELS
	Força resistente MBT (kN)	Força resistente MEF (kN)	Razão entre as forças resistentes	Tensão no aço (MPa)
Ruptura da biela c/ Asmín	757,08	464,20	0,61	39,82
Ruptura da biela s/ Asmín	757,08	439,57	0,58	42,63
Ruptura do tirante c/ Asmín	373,13	458,57	1,23	18,11
Ruptura do tirante s/ Asmín	373,13	441,51	1,18	14,11

Fonte: autor.

Em relação ao modo de falha, este continuou se mostrando conforme o modo padrão apresentado anteriormente, indicando que os modelos dimensionados para a ruptura da biela foram correspondidos, mas os modelos dimensionados para a ruptura do tirante não tiveram sua previsão atendida.

Na verificação do ELS de abertura de fissura, todos os modelos apresentaram níveis de tensão nas armaduras que permitissem a dispensa da verificação da magnitude da abertura de fissura, conforme permitido pelo método aproximado apresentado na NBR 6118 (ABNT, 2023).

Por fim, os resultados obtidos para as vigas-parede dimensionadas a partir dos MBT desenvolvidos com base na otimização topológica com fração de volume de 20%, estão apresentados na Tabela 21. Analisando essa tabela, observa-se uma incrível semelhança com os resultados obtidos para os outros dois casos de otimização topológica, permitindo que as discussões apresentadas nos casos anteriores também sejam válidas aqui, evitando a repetição de informações que já foram apresentadas e discutidas anteriormente neste capítulo.

4.4 DISCUSSÕES GERAIS

A partir de toda a discussão realizada ao longo deste capítulo, os resultados das análises não-lineares realizadas foram sintetizados nas Tabela 22, 23 e 24. Nessas tabelas, encontram-se os três modelos de vigas-parede estudados, bem como todas as técnicas utilizadas para gerar

os modelos de bielas e tirantes, considerando os modelos com e sem armadura distribuída em malha nas faces das vigas. Nessas tabelas, “ $F_{Rk,MEF}$ ” é a força resistente característica obtida nas análises não-lineares, “ $F_{Rk,MEF}/F_{Rk,MBT}$ ” é a razão entre a força resistente característica das análises numéricas e a força resistente característica determinada analiticamente e “ $\sigma_{s,MEF}$ ” significa a tensão solicitante na armadura para o carregamento de serviço obtida no Abaqus®.

Tabela 21 – Resultados obtidos na análise não-linear para os MBT gerados a partir da otimização topológica (20%).

	ELU			ELS
	Força resistente MBT (kN)	Força resistente MEF (kN)	Razão entre as forças resistentes	Tensão no aço (MPa)
Ruptura da biela c/ Asmín	727,27	461,59	0,63	31,66
Ruptura da biela s/ Asmín	727,27	434,70	0,60	33,55
Ruptura do tirante c/ Asmín	358,44	456,24	1,27	13,90
Ruptura do tirante s/ Asmín	358,44	424,85	1,19	13,12

Fonte: autor.

Analisando esses resultados, pode-se observar que, na maioria dos casos, os modelos gerados a partir da análise elástica resultaram em uma capacidade resistente superior à dos modelos baseados na otimização topológica, que por sua vez, apresentaram valores de força resistente próximos, independentemente da fração de volume considerada, indo ao encontro das previsões analíticas realizadas. Isto se deve ao fato de que, geralmente, os modelos de bielas e tirantes obtidos por meio desta técnica, apresentaram força resistente semelhante, resultando em detalhamento e área de aço muito parecidos.

A partir dessas tabelas, também é possível comparar os resultados obtidos pelos modelos detalhados com armadura em malha com os modelos sem essa armadura, tanto para os casos dimensionados para a ruptura da biela, quanto para os dimensionados para a ruptura do tirante, possibilitando avaliar o impacto desta armadura no comportamento das vigas-parede no ELU e ELS.

Tabela 22 – Síntese dos resultados das análises não-lineares para o modelo UNIF.

MODELO UNIF		Análise elástica	Otimização topológica (30%)	Otimização topológica (40%)
Ruptura da biela c/ Asmín	$F_{Rk,MEF}$ (kN)	708,31	651,19	655,58
	$F_{Rk,MEF}/F_{Rk,MBT}$	0,52	0,59	0,58
	$\sigma_{s,MEF}$ (MPa)	147,20	73,03	86,45
Ruptura da biela s/ Asmín	$F_{Rk,MEF}$ (kN)	706,26	566,00	585,55
	$F_{Rk,MEF}/F_{Rk,MBT}$	0,52	0,51	0,51
	$\sigma_{s,MEF}$ (MPa)	274,80	276,40	300,60
Ruptura do tirante c/ Asmín	$F_{Rk,MEF}$ (kN)	646,79	663,48	666,05
	$F_{Rk,MEF}/F_{Rk,MBT}$	0,96	1,22	1,19
	$\sigma_{s,MEF}$ (MPa)	65,24	17,42	18,71
Ruptura do tirante s/ Asmín	$F_{Rk,MEF}$ (kN)	708,60	643,79	671,07
	$F_{Rk,MEF}/F_{Rk,MBT}$	1,05	1,18	1,20
	$\sigma_{s,MEF}$ (MPa)	67,60	17,30	18,50

Fonte: autor.

Tabela 23 – Síntese dos resultados das análises não-lineares para o modelo ABERT.

MODELO ABERT		Análise elástica	Otimização topológica (20%)	Otimização topológica (30%)	Otimização topológica (40%)
Ruptura da biela c/ Asmín	$F_{Rk,MEF}$ (kN)	1329,06	822,41	883,03	890,26
	$F_{Rk,MEF}/F_{Rk,MBT}$	0,91	0,81	0,72	0,72
	$\sigma_{s,MEF}$ (MPa)	256,80	181,10	406,10	424,10
Ruptura da biela s/ Asmín	$F_{Rk,MEF}$ (kN)	1164,11	717,89	965,59	799,26
	$F_{Rk,MEF}/F_{Rk,MBT}$	0,80	0,71	0,79	0,65
	$\sigma_{s,MEF}$ (MPa)	281,60	203,80	274,80	267,90
Ruptura do tirante c/ Asmín	$F_{Rk,MEF}$ (kN)	954,85	806,46	849,39	837,52
	$F_{Rk,MEF}/F_{Rk,MBT}$	1,33	1,61	1,40	1,38
	$\sigma_{s,MEF}$ (MPa)	66,47	31,66	49,20	49,13
Ruptura do tirante s/ Asmín	$F_{Rk,MEF}$ (kN)	806,92	657,53	762,63	717,65
	$F_{Rk,MEF}/F_{Rk,MBT}$	1,12	1,31	1,26	1,18
	$\sigma_{s,MEF}$ (MPa)	72,87	31,71	42,74	42,76

Fonte: autor.

Tabela 24 – Síntese dos resultados das análises não-lineares para o modelo HVAR.

MODELO HVAR		Análise elástica	Otimização topológica (20%)	Otimização topológica (30%)	Otimização topológica (40%)
Ruptura da biela c/ Asmín	$F_{Rk,MEF}$ (kN)	486,57	461,59	464,20	458,12
	$F_{Rk,MEF}/F_{Rk,MBT}$	0,47	0,63	0,61	0,62
	$\sigma_{s,MEF}$ (MPa)	-	31,66	39,82	38,50
Ruptura da biela s/ Asmín	$F_{Rk,MEF}$ (kN)	457,13	434,70	439,57	440,44
	$F_{Rk,MEF}/F_{Rk,MBT}$	0,44	0,60	0,58	0,60
	$\sigma_{s,MEF}$ (MPa)	-	33,55	42,63	61,16
Ruptura do tirante c/ Asmín	$F_{Rk,MEF}$ (kN)	469,19	456,24	458,57	452,27
	$F_{Rk,MEF}/F_{Rk,MBT}$	0,92	1,27	1,23	1,24
	$\sigma_{s,MEF}$ (MPa)	27,00	13,90	18,11	14,10
Ruptura do tirante s/ Asmín	$F_{Rk,MEF}$ (kN)	445,96	424,85	441,51	429,62
	$F_{Rk,MEF}/F_{Rk,MBT}$	0,88	1,19	1,18	1,18
	$\sigma_{s,MEF}$ (MPa)	23,34	13,12	14,11	16,02

Fonte: autor.

De maneira geral, os elementos que foram detalhados com essa armadura em malha apresentaram maior força última em comparação com seus similares sem ela. O único caso em que isso não ocorreu foi no modelo UNIF de viga-parede, dimensionado para a ruptura do tirante, no qual o comportamento apresentado pelo elemento na análise não-linear indicou um elevado grau de plastificação no concreto, dando um indício de que esse nível de plastificação não é real, no entanto, devido à ausência de modelos físicos que permitissem a calibração dos modelos numéricos, foram seguidos os critérios de parada estabelecidos para a definição da força resistente, nomeadamente:

- deformação principal de encurtamento no concreto superior a 3,5‰, indica ruptura da biela;
- deformação principal de alongamento no aço superior a 10‰, indica ruptura do tirante.

A principal justificativa para essa maior força última, nos modelos detalhados com armadura em malha, é que todos os modelos apresentaram bielas do tipo garrafa, onde as tensões transversais de tração são significativas. Portanto, a armadura em malha desempenha a

função de resistir a esses esforços transversais, que, nos modelos sem ela, são resistidos pelo concreto, que sabidamente não é eficiente para combater tal esforço.

Em relação ao estado limite de serviço, essa armadura em malha se mostrou muito efetiva na limitação da abertura de fissuras nas vigas-parede, reduzindo as deformações principais de alongamento apresentadas pelo concreto. Também foi observado que, em alguns casos, esta armadura era a única responsável por resistir aos esforços de tração que não foram previstos pelo modelo de bielas e tirantes, bem como absorver os esforços transversais de tração nas bielas em garrafa, fazendo com que os modelos detalhados com armadura em malha apresentassem níveis maiores de tensão solicitante na armadura para o carregamento de serviço.

Esse último ponto merece destaque especial por ressaltar a importância dessa armadura em elementos como vigas-parede, que apresentam elevada rigidez e, muitas vezes, geometrias complexas, que acabam camuflando os campos de tensões de tração de pequena intensidade, fazendo com que esses campos não sejam considerados nos MBT. No entanto, essa tração residual pode ocasionar a abertura de fissuras que, devido à ausência de armadura, superem o valor limite permitido por norma.

Ainda sobre a avaliação simplificada realizada para o ELS de abertura de fissura, pode-se observar nas tabelas acima que os MBT gerados a partir dos processos de otimização topológica (independentemente da fração de volume) apresentaram níveis de tensão na armadura menores que os modelos desenvolvidos a partir da análise elástica. Isto pode indicar que os MBT da otimização topológica permitiram que as armaduras utilizadas fossem posicionadas de forma mais eficiente dentro da viga-parede. No entanto, torna-se necessário a realização de ensaios experimentais para confirmar esses resultados obtidos numericamente.

O fato de cada MBT ter sido dimensionado para um nível de força diferente fez com que a comparação direta das forças resistentes obtidas nas análises não-lineares entre as diferentes técnicas, para um mesmo modelo de viga-parede, perdesse a representatividade. Para contornar essa situação, foi definido o parâmetro de avaliação de eficiência da armadura, no qual vincula a força resistente obtida numericamente com a área de aço detalhada, permitindo uma comparação mais fiel entre modelos de diferentes técnicas. Os valores dessa eficiência encontram-se na Tabela 25.

Com base nesses resultados, observou-se que a maioria dos modelos de viga-parede apresentaram eficiência de armadura superior para os MBT desenvolvidos a partir da otimização topológica, em comparação aos gerados com base na análise elástica, independentemente da fração de volume utilizada. Isso dá indícios de que essa primeira técnica resultou em modelos mais eficientes, ou seja, para uma mesma força resistente, a otimização

topológica levaria a uma menor quantidade de armadura. Entretanto, para poder afirmar tal fato, são necessários ensaios experimentais que validem os resultados obtidos numericamente.

Tabela 25 – Eficiência da armadura.

Modelo de viga-parede		Ruptura da biela c/ Asmín		Ruptura da biela s/ Asmín		Ruptura do tirante c/ Asmín		Ruptura do tirante s/ Asmín	
		W_s (kg)	eff.	W_s (kg)	eff.	W_s (kg)	eff.	W_s (kg)	eff.
Modelo UNIF	AE	90,88	7,79	21,59	32,72	42,43	15,25	14,39	49,24
	OT30	44,86	14,52	14,39	39,33	31,27	21,22	8,78	73,30
	OT40	44,86	14,61	14,39	40,69	31,27	21,30	8,78	76,41
Modelo ABERT	A.E.	79,86	16,64	55,09	21,13	58,77	16,25	34,00	23,73
	OT20	52,45	16,97	20,16	39,65	44,59	18,78	12,30	58,34
	OT30	57,99	15,23	25,69	27,39	47,97	17,71	15,68	42,67
	OT40	57,99	14,18	25,69	27,94	47,97	16,81	15,68	41,93
Modelo HVAR	A.E.	116,84	4,16	64,87	7,05	84,87	5,53	39,98	11,15
	OT20	75,86	6,08	35,73	12,17	62,13	7,34	22,89	18,56
	OT30	84,38	5,50	38,40	11,45	61,29	7,48	24,26	18,20
	OT40	75,57	6,06	32,19	13,68	57,07	7,93	20,60	20,85

Nota:

W_s : Peso de aço, em kg;

AE: MBT determinados a partir da análise elástica;

OT20: MBT determinados a partir da otimização topológica com fração de volume de 20%;

OT30: MBT determinados a partir da otimização topológica com fração de volume de 30%;

OT40: MBT determinados a partir da otimização topológica com fração de volume de 40%.

Fonte: autor.

Partindo para a análise da eficiência apresentada pelos MBT gerados a partir do processo de otimização topológica, para cada uma das frações de volume, é possível observar que, para os modelos de viga-parede UNIF e HVAR, os casos com volume final equivalente a 40% do inicial resultaram em uma eficiência superior às frações menores. Já o modelo ABERT apresentou resultado totalmente oposto, ficando constatado que a menor fração de volume (20%) resultou em uma maior eficiência em relação as demais. Apesar dessa constatação, no geral, os modelos de bielas e tirantes baseados na otimização topológica apresentaram níveis de eficiência bem próximos para os diferentes volumes finais desejados.

Esses resultados representam as particularidades que cada problema apresenta, ou seja, para um determinado tipo de estrutura, as menores frações de volume podem fornecer uma topologia bem representativa do problema e apresentar resultados melhores do que frações maiores. Já para outros tipos de problemas, pode acontecer das maiores frações serem a melhor escolha, ficando a critério do engenheiro projetista determinar a fração que melhor se encaixa no problema estudado.

4.5 RESULTADOS EXPERIMENTAIS DA LITERATURA BASE

Como pode-se observar nas análises anteriores, alguns modelos de bielas e tirantes apresentaram força resistente característica superior às forças resistentes obtidas nas análises não-lineares, fazendo com que esses MBT se mostrassem menos conservadores, sendo que isto ocorreu, de forma majoritária, quando o modelo foi dimensionado para a ruptura do concreto, ou seja, quando as bielas estavam sob elevada tensão. No entanto, devida à ausência de ensaios experimentais que permitissem a calibração do modelo numérico, e que comprovassem os resultados obtidos nas análises computacionais, não é possível afirmar que os MBT se mostraram contra a segurança, pois os modelos analisados através do Método dos Elementos Finitos podem apresentar limitações, deixando de capturar algum comportamento fundamental na resistência do modelo.

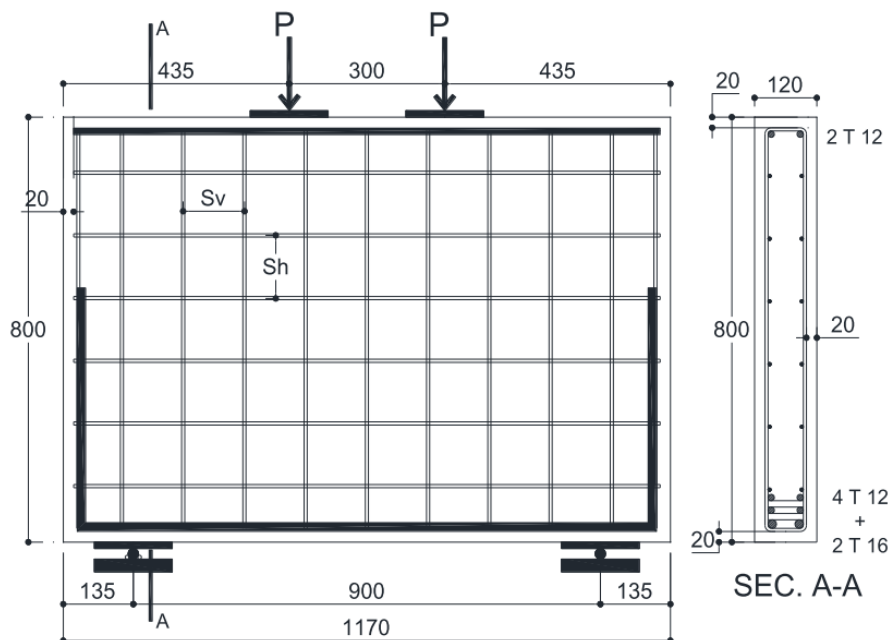
Frente a isso, foram analisados os resultados experimentais apresentados nos artigos utilizados como referência na escolha dos modelos de vigas-parede estudados nesta dissertação, permitindo comparar os resultados de força resistente que os MBT propostos neste trabalho indicariam, com os resultados experimentais obtidos pelos autores. Entretanto, salienta-se que, devido à modificação da escala nas vigas-paredes estudadas nesta dissertação, esta comparação possui uma certa limitação em sua representatividade devido ao efeito escala, que possui grande influência na resistência ao cisalhamento dos elementos em concreto armado. Frente à esta constatação, esta comparação tem como objetivo principal fazer uma análise qualitativa dos resultados.

O primeiro modelo de viga-parede analisado foi o modelo UNIF, apresentado no artigo desenvolvido por Shoeib *et al.* (2022). Neste artigo, os autores utilizaram concreto com resistência à compressão de 25 MPa e barras de aço com tensão de escoamento de 360 MPa, sendo detalhado como tirante principal 2 barras de 16 mm de diâmetro e 4 barras de 12 mm de diâmetro, posicionadas próximas à face inferior da viga-parede, como pode-se observar na Figura 77. Estes autores ensaiaram experimentalmente (conforme configuração apresentada na Figura 78) três modelos desta viga-parede: um modelo sem armadura em malha, outro modelo com taxa de armadura de 0,2% e um terceiro modelo com taxa de armadura em malha de 0,4%.

A partir da geometria desta viga-parede e da área de aço detalhada, determinou-se que o modo de falha esperado para este elemento era devido à ruptura da biela diagonal. Com isso, utilizando o MBT proposto para a otimização topológica com fração de volume de 40%, que foi o modelo que mais se assemelhou ao caso estudado no artigo, obteve-se a força resistente

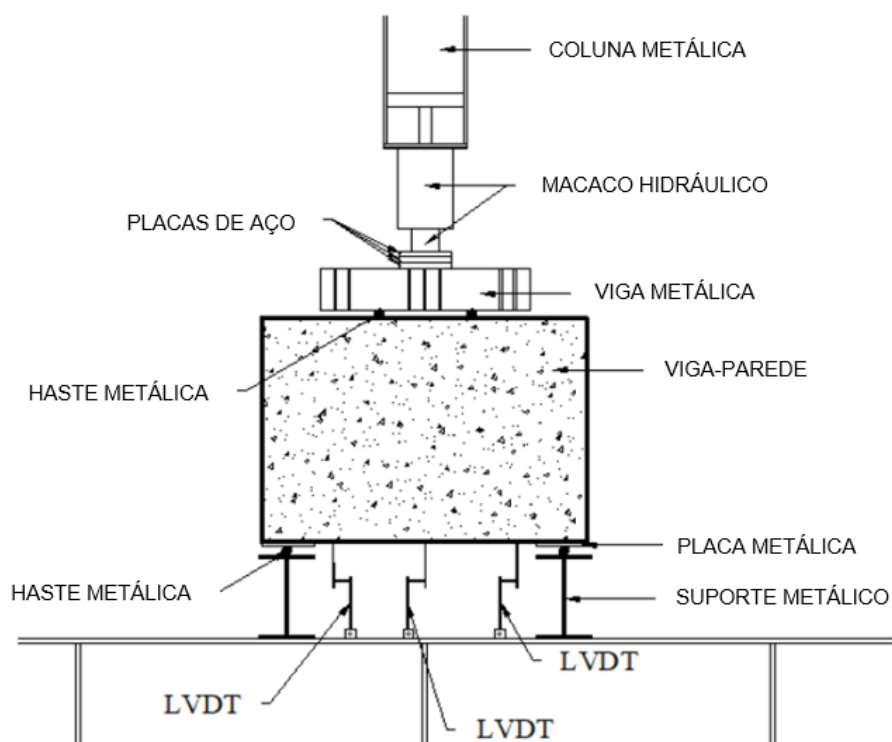
característica esperada de 242,5 kN, considerando as propriedades dos materiais obtidas pelos autores.

Figura 77 – Viga-parede UNIF ensaiada pelos autores.



Fonte: Shoeib *et al.* (2022).

Figura 78 – Configuração dos ensaios realizados pelos autores.



Fonte: Adaptado de Shoeib *et al.* (2022).

Em relação às forças últimas obtidas experimentalmente, foram obtidos os seguintes valores para o modelo sem armadura em malha e para o modelo com armadura em malha com taxa de armadura em malha de 0,2% (taxa que resultou em uma armadura mais próxima da armadura em malha obtida pelo MBT discretizado):

- viga-parede sem armadura em malha: $F_u = 277$ kN;
- viga-parede com armadura em malha de 0,2%: $F_u = 332,5$ kN.

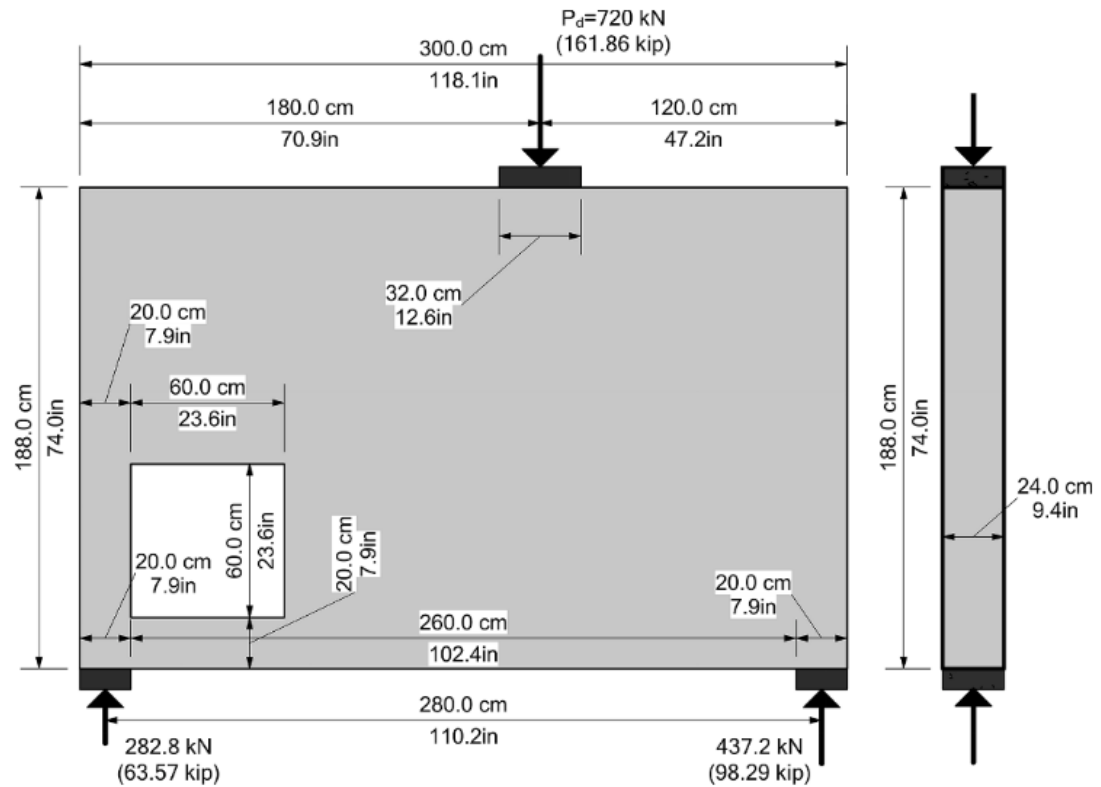
Com isso, pode-se observar que o modelo de bielas e tirantes proposto nesta dissertação indicou uma convergência entre o resultado previsto e os obtidos experimentalmente, pois o valor da força resistente analítica foi inferior aos resultados experimentais obtidos pelos autores do artigo. Este resultado dá indícios de que as análises não-lineares realizadas neste trabalho apresentaram limitações quanto à representatividade da resistência do modelo numérico, nas situações em que as bielas estavam sob elevado nível de tensão.

Como exemplo desta situação, observam-se os resultados obtidos neste trabalho para os modelos “ruptura da biela c/ Asmín” e “ruptura da biela s/ Asmín”, gerados a partir do MBT desenvolvido com base na otimização topológica com fração de volume de 40% (Tabela 8). Nesta tabela, nota-se que as forças resistentes previstas pelos MBT foram superiores às resistências apresentadas pelos modelos numéricos, indo contra os resultados obtidos na comparação com os ensaios experimentais.

Na sequência, analisou-se o resultado experimental obtido para o modelo de viga-parede ABERT, conforme apresentado no trabalho de Silveira *et al.* (2022). Neste artigo, os autores dimensionaram a viga-parede, ilustrada na Figura 79, para uma força solicitante de cálculo de 720 kN, utilizando um Modelo de Bielas e Tirantes (MBT) por eles proposto. O cálculo considerou concreto com resistência à compressão específica de 40 MPa e aço *grade* 400W, com tensão de escoamento de 400 MPa, resultando no detalhamento mostrado na Figura 80.

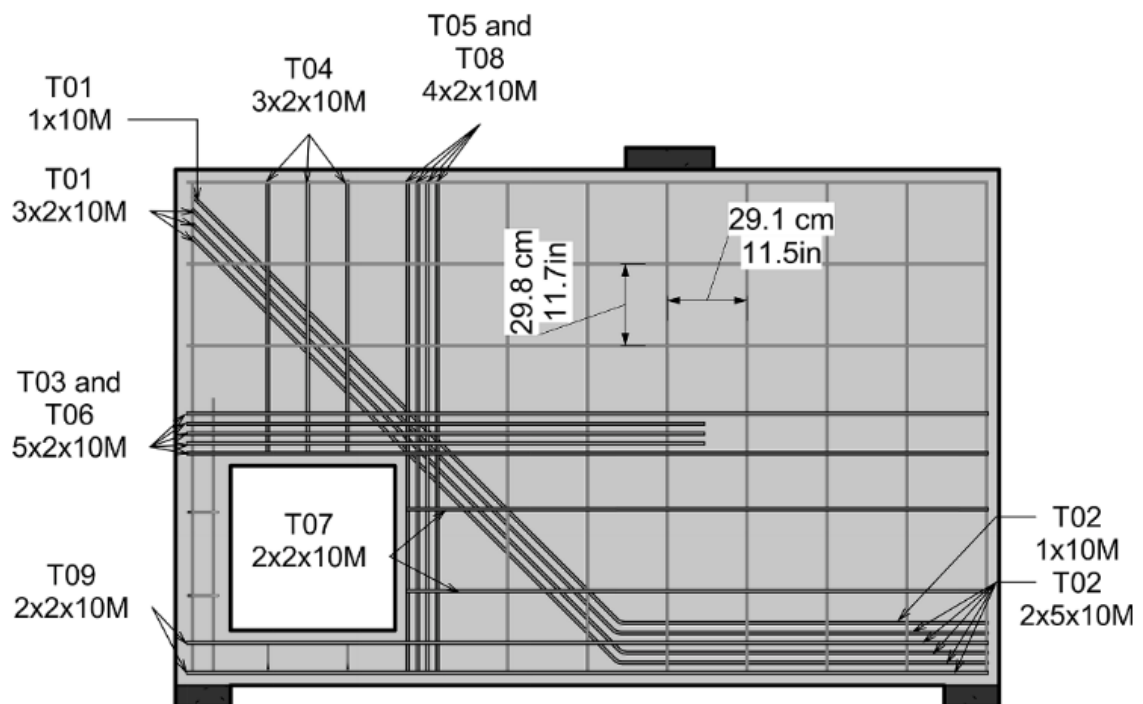
A partir deste detalhamento, os autores realizaram um ensaio experimental (conforme configuração indicada na Figura 81) para a determinação da força última resistente da viga-parede, permitindo comparar esse resultado com a força determinada analiticamente, via MBT. A força última obtida no experimento foi de 1831,6 kN, sendo que o modo de falha não foi especificado pelos autores, mas estes deram indícios de que a falha ocorreu devido à ruptura da região nodal no apoio direito. Em contraste, a força resistente prevista pelo MBT foi de 1188,2 kN, com um modo de falha previsto devida à ruptura de um dos tirantes, sendo utilizado nesta previsão, as propriedades dos materiais obtidas experimentalmente.

Figura 79 – Viga-parede ABERT ensaiada pelos autores.



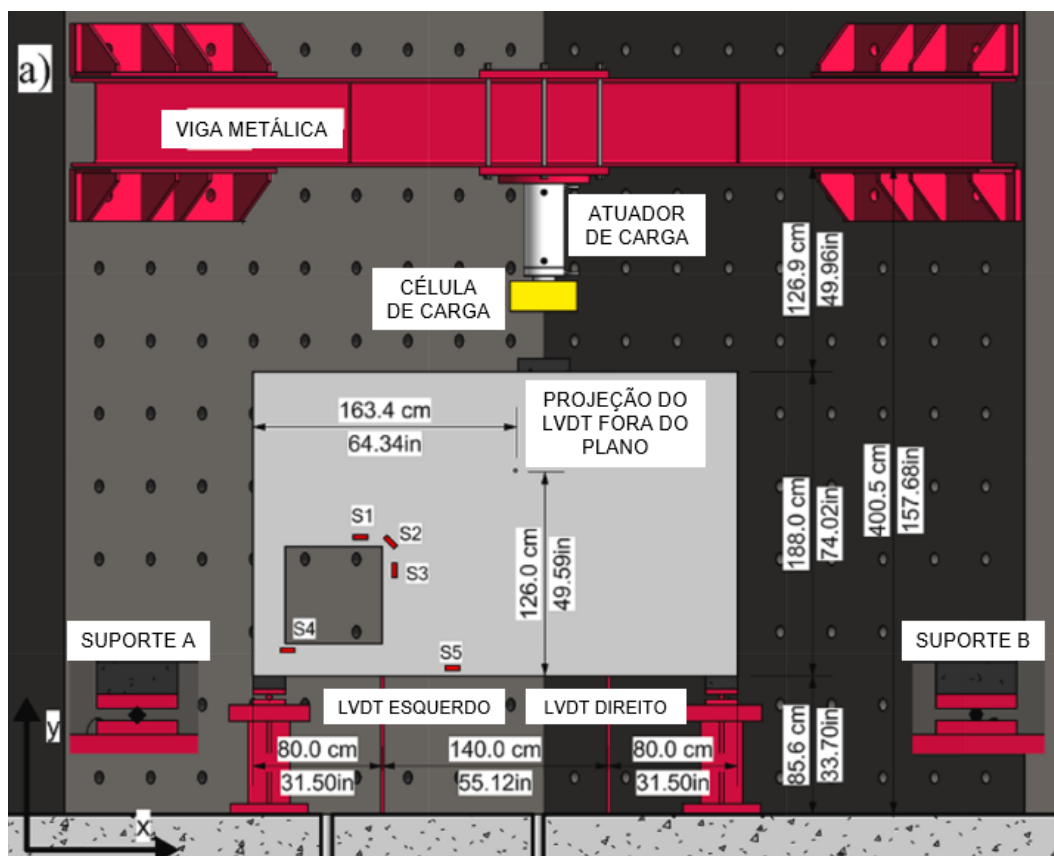
Fonte: Silveira *et al.* (2022).

Figura 80 – Detalhamento da viga-parede ensaiada pelos autores.



Fonte: Silveira *et al.* (2022).

Figura 81 – Configuração do ensaio experimental.



Fonte: Silveira *et al.* (2022).

Observando a Figura 80, nota-se que o MBT proposto pelos autores é semelhante ao modelo de bielas e tirantes utilizado neste trabalho desenvolvido a partir da análise elástica. Com isso, utilizou-se este MBT para estimar a força resistente característica da viga-parede ensaiada, utilizando as propriedades dos materiais obtidas experimentalmente e o detalhamento apresentado pelos autores, chegando ao valor de 958,6 kN (modo de falha previsto corresponde à ruptura do tirante).

A partir desses resultados, observou-se que tanto o MBT utilizado pelos autores do artigo quanto o MBT proposto nesta dissertação forneceram valores de força resistente a favor da segurança, quando comparados com o resultado experimental. Esses achados corroboram os resultados obtidos neste trabalho, pois os MBT dimensionados para a ruptura do tirante apresentaram razões $F_{Rk,MEF}/F_{Rk,MBT}$ maiores que um, conforme observado na Tabela 12. Isso indica que os modelos numéricos desenvolvidos para situações em que as bielas estejam sob baixo nível de tensão (modelos dimensionados para a ruptura do tirante) mostraram convergência com os resultados experimentais obtidos pelos autores, em termos de força última.

No entanto, ambos os MBT não conseguiram prever corretamente o modo de falha da viga-parede, evidenciando a complexidade existente na análise de estruturas especiais

utilizando modelos de bielas e tirantes, principalmente nas análises não-lineares. Ademais, esta análise fica ainda mais desafiadora nas situações em que não há modelos físicos para calibração e validação dos modelos numéricos elaborados, uma vez que a redistribuição de tensões é notável neste tipo de elemento estrutural (Silveira *et al.*, 2022).

Por fim, não foi possível realizar estas comparações para o modelo HVAR, pois os detalhamentos dos exemplares ensaiados pelos autores do artigo divergiram consideravelmente dos MBT detalhados nessa dissertação, impossibilitando uma análise direta com os resultados experimentais. No entanto, a partir das comparações realizadas para os dois casos anteriores, observou-se que os modelos numéricos apresentaram limitações na determinação da capacidade resistente dos MBT dimensionados para a ruptura da biela.

5 CONCLUSÕES

A partir dos resultados apresentados, pode-se concluir que a otimização topológica surge como uma ferramenta poderosa e inovadora que permite a identificação automática das regiões de interesse estrutural, auxiliando no traçado de modelos de bielas e tirantes.

Sua principal vantagem reside na capacidade de explorar todo o espaço de design disponível, fornecendo soluções inovadoras que muitas vezes não seriam intuitivas pelo método tradicional do caminho das cargas. Esta possibilidade não só melhora o desempenho estrutural, como também abre novas possibilidades para o design arquitetônico e a aplicação de materiais avançados.

No entanto, observou-se que o resultado do processo de otimização por si só não é suficiente para o traçado de um bom modelo de bielas e tirantes, pois a continuidade gerada entre os elementos finitos na modelagem numérica, fez com que a geometria resultante não resultasse diretamente em uma treliça isostática equivalente. Em outras palavras, a treliça traçada diretamente a partir da topologia resultante do processo de otimização exige a transmissão de momentos fletores entre as barras para alcançar o equilíbrio, no entanto o MBT é constituído por barras de treliça rotuladas nas extremidades, demandando que o engenheiro realize algumas adaptações, tornando necessária a tomada de decisões em relação à quantidade e à posição dos elementos que devem ser acrescentados para deixar o modelo em equilíbrio isostático. Além disso, a escolha da fração de volume final desejada em relação ao volume inicial é fundamental na definição dos modelos de bielas e tirantes.

Para auxiliar o engenheiro na geração dos MBT isostáticos, a partir dos resultados dos processos de otimização topológica, recomenda-se que seja realizada, inicialmente, uma análise elástica linear para evidenciar a distribuição das tensões internas em todo o elemento estrutural. Isso facilita a tomada de decisão de onde devem ser inseridas bielas e/ou tirantes para tornar estável, o modelo gerado pela otimização.

Em relação à fração de volume ideal para a definição dos modelos de bielas e tirantes, observou-se ao longo deste trabalho que a faixa de valores escolhida (de 20% a 40%) mostrou bons resultados. Valores maiores ou menores que esses poderiam levar a topologias muito finas e ramificadas, com poucos elementos restantes, ou a casos em que pode ocorrer a união dos campos de tensão de tração com os de compressão, fazendo com que se perca a natureza discreta desejada para a topologia final, ou seja, uma topologia em que seja possível distinguir os

campos de compressão dos de tração, caracterizando as bielas e os tirantes dos modelos, respectivamente.

Observou-se também que a escolha da fração de volume depende da complexidade do elemento estrutural, pois no modelo UNIF, notou-se pouca diferença entre as topologias resultantes dos processos de otimização. Já nos outros dois modelos de viga-parede, conforme se diminuía a fração de volume desejada, elementos eram removidos da topologia final, gerando alterações notáveis e, muitas vezes, dificultando o traçado dos modelos de bielas e tirantes, demandando maior conhecimento prévio do comportamento da estrutura, seja por meio de experiências anteriores ou pela análise dos resultados gerados por uma análise elástica linear.

Com isso, o autor recomenda que, ao desenvolver modelos de bielas e tirantes a partir da otimização topológica, inicie esse processo partindo da maior fração de volume para a menor, como, por exemplo, iniciar com um volume final desejado igual a 40% do volume inicial e ir reduzindo essa fração aos poucos, até que se chegue a uma topologia julgada como adequada.

Dentre os três modelos de vigas-parede estudados, sendo que cada um possuía uma particularidade, conclui-se que a fração de volume que apresentou melhor resultado, em relação ao traçado do modelo de bielas e tirantes, foi a de 30%. Essa fração apresentou uma quantidade razoável de ramificações dos campos de tensões (que posteriormente serão transformados em bielas e tirantes), com dimensões adequadas, e um posicionamento desses campos mais próximo do que seria o detalhamento final das armaduras dos tirantes do modelo, sem deixar de evidenciar algum elemento importante, como ocorreu em alguns casos com fração de volume de 20%.

Ressalta-se que o volume de 30%, de maneira geral, resultou em topologias finais que facilitaram a geração de modelos de bielas e tirantes, mas, tal condição não significa que essa fração de volume apresentou resultados superiores às outras, uma vez que, conforme visto no capítulo anterior, cada tipo de viga-parede apresentou uma fração de volume que levou a resultados melhores. No entanto, como também dito anteriormente, todos os modelos gerados a partir da otimização topológica apresentaram resultados da mesma ordem de grandeza, sem variações significativas. Por isso, é aceitável concluir que a fração de 30% é uma boa escolha para uma primeira análise e traçado do MBT.

Comparando os resultados obtidos para um mesmo modelo de viga-parede, dimensionado a partir de MBT gerados com base em diferentes técnicas, utilizando o fator de eficiência da armadura, foi possível observar que os modelos de bielas e tirantes gerados a partir do processo de otimização topológica, independentemente da fração de volume utilizada,

apresentaram melhores resultados quando comparados com os MBT baseados na análise elástica linear, trazendo à tona o potencial que esta técnica tem e a necessidade de pesquisas mais aprofundadas sobre o tema para buscar viabilizar sua utilização.

Por fim, em relação à avaliação aproximada e comparativa do ELS de abertura de fissura realizada nas vigas-parede, observou-se que, devido à elevada rigidez deste tipo de elemento, as tensões atuantes nas barras de armadura para as solicitações de serviço foram baixas, permitindo que fosse prescindida a avaliação da abertura de fissura na maioria dos casos. No entanto, até mesmo nos casos em que houve a necessidade de realizar essa verificação, o elemento estrutural deu indícios de que a estimativa da abertura de fissuras apresentaria resultados favoráveis ao atendimento dessa verificação de ELS.

Entretanto, ressalta-se aqui a importância da armadura mínima distribuída em malha nas faces das vigas-parede para o controle do processo de fissuração, pois, além de resistir aos esforços de tração transversais aos campos das tensões principais de compressão, no caso das bielas em garrafa, esta armadura garante que ao longo de toda a área do elemento haverá armadura, evitando a propagação e controlando a abertura das fissuras, além de resistir aos esforços de tração não capturados pelo modelo de bielas e tirantes.

Frente às conclusões apresentadas acima, deixa-se como sugestão de trabalhos futuros a ideia de selecionar um ou mais modelos de vigas-parede, com geometria e condições de contorno e carregamento bem definidas, e realizar o dimensionamento dessas vigas utilizando modelos de bielas e tirantes baseados na análise elástica e na otimização topológica. A partir desse dimensionamento, seria interessante realizar simulações numéricas não-lineares e ensaios experimentais para avaliar os resultados apresentados por cada uma das duas técnicas empregadas no dimensionamento, bem como calibrar os parâmetros da modelagem computacional, permitindo extrapolar os resultados para outros modelos. Essa metodologia eliminaria a variável da carga utilizada no dimensionamento, fazendo com que a variável mais determinante seja a geometria dos MBT gerados por cada técnica.

REFERÊNCIAS

- ABAQUS. **Abaqus analysis user's manual**. Providence: Dassault Systèmes Simulia Corporation, 2014.
- ABBOOD, I. S. Strut-and-tie model applications on reinforced concrete deep beam: a comprehensive review. **Case Studies in Construction Materials**, Dec. 2022. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.cscm.2022.e01767>.
- AGUIAR, C. C. P. **Dimensionamento de estruturas especiais de concreto armado pelo método de bielas e tirantes**. 2018. Dissertação (Mestrado) – Programa de Projeto de Estruturas, Escola Politécnica, Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2018.
- AMERICAN CONCRETE INSTITUTE. **ACI 318-19**: Building code requirements for structural concrete. Farmington Hills: ACI, 2019.
- ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 8681**: Ações e segurança nas estruturas - procedimento. Rio de Janeiro: ABNT, 2003.
- ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 7480**: Aço destinado às armaduras para estruturas de concreto armado - requisitos. Rio de Janeiro: ABNT, 2022.
- ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 6118**: Projeto de estruturas de concreto - procedimento. Rio de Janeiro: ABNT, 2023.
- BENDSØE, M. P. Optimal shape design as a material distribution problem. **Structural Optimization**, v. 1, n. 4, p. 193–202, 1989.
- BENDSØE, M. P.; KIKUCHI, N. Generating optimal topologies in structural design using a homogenization method. **Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering**, v. 71, n. 2, p. 197–224, 1988.
- BENDSØE, M. P.; SIGMUND, O. **Topology optimization**: theory, methods and applications. New York: Springer-Verlag, 2004.
- BRUGGI, M. Generating strut-and-tie patterns for reinforced concrete structures using topology optimization. **Computers & Structures**, v. 87, n. 23–24, p. 1483–1495, 2009.
- CARREIRA, D. J.; CHU, K. H. Stress-strain relationship for plain concrete in compression. **ACI Journal**, v. 82, n. 6, p. 797–804, 1985.
- CHEN, H.; WANG, L.; ZHONG, J. Study on an optimal strut-and-tie model for concrete deep beams. **Applied Sciences**, v. 9, n. 17, p. 3637, 2019.
- EL-METWALLY, S. E. E.; CHEN, W. **Structural concrete**: strut-and-tie models for unified design. Boca Raton: CRC Press, 2017.
- EL-ZOUGHIBY, M. E. Load-spread spectrum in strut-and-tie modeling of structural concrete. **ACI Structural Journal**, v. 73, n. 118, p. 3-15, 2021.

- FIGUEIRAS, J. A.; PÓVOAS, R. H. C. F.; CACHIM, P. B.; GENÉSIO, M. L. V. P. Aplicação de modelos não-lineares a análise e dimensionamento de estruturas laminares de betão. *In: CONGRESSO IBERO-LATINO AMERICANO SOBRE MÉTODOS COMPUTACIONAIS PARA ENGENHARIA*, 1990, Rio de Janeiro. **Proceedings[...]**. Rio de Janeiro: COPPE-UFRJ, 1990. v. 9.
- FUSCO, P. B. **Estruturas de concreto: solicitações tangenciais**. São Paulo: Escola Politécnica, Universidade de São Paulo, 1984.
- GAYNOR, A. T.; GUEST, J. K.; MOEN, C. D. Reinforced concrete force visualization and design using bilinear truss-continuum topology optimization. **Journal of Structural Engineering**, v. 139, n. 4, p. 607–618, 2013.
- GIONGO, J. S. **Concreto armado: análise das resistências de seções transversais de elementos estruturais**. São Carlos: Departamento de Engenharia de Estruturas, Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, 2017.
- HERRANZ, J. P.; SANTA MARIA, H.; GUTIÉRREZ, S.; RIDELL, R. Optimal strut-and-tie models using full homogenization optimization method. **ACI Structural Journal**, v. 109, n. 5, p.605-617, Sept. 2012.
- HORDIJK, D. A. **Local approach to fatigue of concrete**. 1991. Thesis (Doctorate) - Delft University, Mekelweg, 1991.
- INTERNATIONAL FEDERATION FOR STRUCTURAL CONCRETE. **Model code for concrete structures 2010**. Lausanne: Fédération International du Béton, 2013.
- JEWETT, J. L.; CARSTENSEN, J. V. Experimental investigation of strut-and-tie layouts in deep RC beams designed with hybrid bi-linear topology optimization. **Engineering Structures**, v. 197, p. 109-322, 2019.
- KMIECIK, P.; KAMINSKI, M. Modelling of reinforced concrete structures and composite structures with concrete strength degradation taken into consideration. **Archives of Civil and Mechanical Engineering**, v. 11, n. 3, p. 623-636, 2011.
- LEE, J. H.; FENVES, G. L. Plastic-damage model for cyclic loading of concrete structures. **Journal of Engineering Mechanics**, v. 124, p. 892-900, 1998.
- LUBLINER, J.; OLIVER, J.; OLLER, S.; OÑATE, E. A Plastic-damage model for concrete. **International Journal of solids and structures**, v. 25, n. 3, p. 299–326, 1989.
- MÖRSCH, E. **Concrete-steel construction**. New York: The Engineering News, 1909.
- MUTTONI, A.; SCHWARTZ, J.; THÜRLIMANN, B. **Design of concrete structures with stress fields**. Berlin: Birkhäuser, 1997.
- MUTTONI, A.; SCHWARTZ, J.; THÜRLIMANN, B. **Dimensionamiento y concepción de estructuras en hormigón armado mediante campos de tensiones: teoría y aplicación práctica**. Lausanne: École Polytechnique Fédérale de Lausanne, 2006.

NIELSEN, M. P.; HOANG, L. C. **Limit analysis and concrete plasticity**. 3rded. Boca Raton: CRC Press, 2011.

PANTOJA, J. C. **Geração automática via otimização topológica e avaliação de segurança de modelos de bielas e tirantes**. 2012. Tese (Doutorado em Engenharia Civil) - Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2012.

PIMENTEL, M. J. D. S. **Modelação e análise de estruturas laminares de betão: possibilidades e desafios**. 2004. Dissertação (Mestrado) - Universidade do Porto, Portugal, 2004.

PROENÇA, S. P. B. **Análise não-linear de estruturas**. São Carlos: Departamento de Engenharia de Estruturas, Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, 2022.

QUERIN, O. M.; VICTORIA, M.; ALONSO, C.; ANSOLA, R.; MARTÍ, R. **Topology design methods for structural optimization**. Londres: Academic Press, 2017.

RITTER, W. **Die Bauweise hennebique**. Zurich: Druck von Zörcher & Furrer, 1899.

RUIZ, M. F.; MUTTONI, A. On Development of suitable stress fields for structural concrete. **ACI Structural Journal**, v.104, p. 495–502, 2007.

SANTOS, D. M. **Projeto estrutural por bielas e tirantes**. São Paulo: Oficina de Textos, 2021.

SANTOS, D. P.; FERNANDES NETO, J. A. D.; REGINATO, L.; CARRAZEDO, R. optimized design of RC deep beams based on performance metrics applied to strut and tie model and in-plane stress conditions. **Latin American Journal of Solids and Structures**, v. 16, n. 7, 2019. DOI: <https://doi.org/10.1590/1679-78255633>.

SCHÄFER, K.; SCHLAICH, J. **Strut-and-tie models for the design and detailing of structural concrete**. Calgary: Department of Civil Engineering, University of Calgary, 1998. (Seminar notes).

SCHLAICH, J.; SCHÄFER, K. Design and detailing of structural concrete using strut-and-tie models. **Structural Engineer**, v. 69, n. 6, p. 113-125, Mar. 1991.

SCHLAICH, J.; SCHÄFER, K.; JENNEWEIN, M. Toward a consistent design of structural concrete. **PCI Journal**, v. 32, n. 3, p. 74–150, 1987.

SHOEIB, A. E. K.; ARAFA, A. N. M.; EL RADY, R. A. E. H. A.; TAWHED, W. M. F. Experimental and analytical study on the behavior of hybrid GFRP/steel bars in reinforced concrete deep beams. **Curved and Layered Structures**, v. 9, n. 1, p. 124–145, 2022.

SILVA, R. C.; GIONGO, J. S. **Modelos de bielas e tirantes aplicados a estruturas de concreto armado**. São Carlos: EESC/USP, 2000.

SILVEIRA, M. V. G.; BITENCOURT, L. A. G.; DAS, S. A Performance-based optimization framework applied to a classical STM-designed deep beam. **Structures**, v. 41, p. 488–500, 2022.

SOUZA, R. A. **Concreto estrutural: análise e dimensionamento de elementos com descontinuidades**. 2004. Tese (Doutorado) - Escola Politécnica, Universidade de São Paulo, São Paulo, 2004.

SOUZA, R. A. Factors affecting strength of elements designed using strut-and-tie models. **ACI Structural Journal**, v. 26, n. 105, p. 232-233, 2008.

SOUZA, R. A.; BITTENCOURT, T. N. Análise, dimensionamento e verificação de elementos especiais em concreto armado utilizando o método dos elementos finitos e o método das bielas. **Revista Internacional de Métodos Numéricos para Cálculo y Diseño en Ingeniería**, v. 22, n. 1, p. 31-44, 2006.

STOIBER, N.; KROMOSER, B. Topology optimization in concrete construction: a systematic review on numerical and experimental investigations. **Structural and Multidisciplinary Optimization**, v. 64, n. 4, p. 1725-1749, 2021.

VAQUERO, S. F.; BERTERO, R. D. Automatic generation of proper strut-and-tie model. **ACI Structural Journal**, v. 117, n. 6, p. 81–92, 2020.

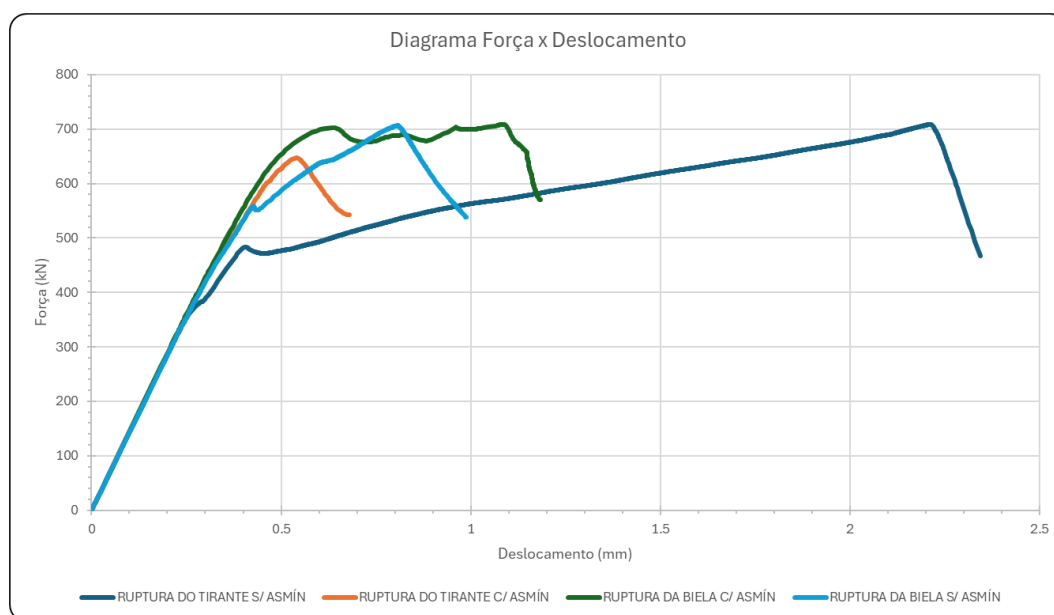
YU, T.; TENG, J. G.; WONG, Y. L.; DONG, S. L. Finite element modeling of confined concrete-II: plastic-damage model. **Engineering Structures**, v. 32, n. 3, p. 680–691, 2010.

APÊNDICE A – Resultados das análises não-lineares para o modelo “UNIF”

Para as vigas-parede dimensionadas através do modelo de bielas e tirantes desenvolvido a partir da análise elástica linear, foram obtidos os diagramas força-deslocamento apresentados na Figura 82, onde estão ilustrados os comportamentos dos modelos dimensionados para a ruptura do concreto e para a ruptura do tirante, sendo que, em ambos os casos, foi feito o detalhamento de um modelo com a armadura distribuída em malha e outro sem.

Com o objetivo de melhorar o entendimento do texto ao longo deste capítulo, os modelos dimensionados para a ruína do concreto, serão chamados de modelos "ruptura da biela", e os modelos em que a ruína é esperada que ocorra pela ruptura do tirante, serão designados de modelos "ruptura do tirante". Aqueles que contêm armadura distribuída em malha, terão o pós-fixo "c/ Asmín", e aqueles que não têm essa armadura serão "s/ Asmín".

Figura 82 – Diagrama força-deslocamento dos MBT gerados a partir da análise elástica.



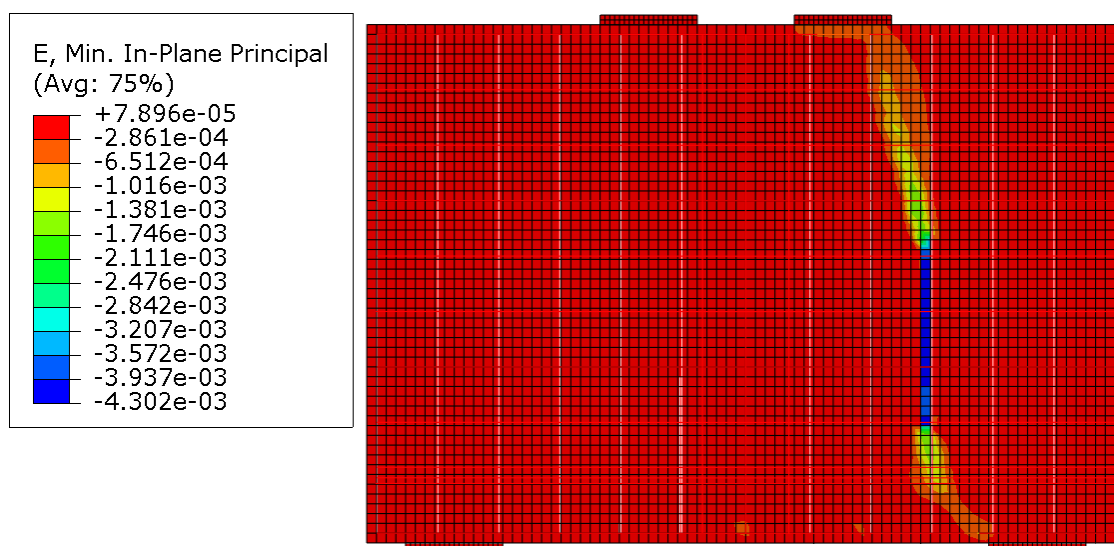
Fonte: autor.

Na determinação das forças resistentes de cada modelo, foram seguidas duas premissas principais, que vão ao encontro das relações constitutivas utilizadas nas análises não-lineares, e das recomendações presentes na norma brasileira NBR 6118 (ABNT, 2023). A primeira premissa é referente à ruptura do concreto, que foi considerada como alcançada, quando a deformação principal de encurtamento do concreto (deformação mínima principal) superar o valor de 3,5‰ em uma região considerável, evitando assim distorções geradas pelo modelo. Já

a segunda premissa, diz respeito à ruptura do tirante, que foi considerada atingida quando a deformação principal de alongamento do aço superar o valor de 10‰.

Ao analisar os resultados gerados pelas análises não-lineares, foi observado o modo de ruptura que cada modelo apresentou. Para o modelo "ruptura do tirante c/ Asmín", foi observado que, ao atingir o pico do diagrama, a biela inclinada da direita rompeu, atingindo níveis de deformação mínima superiores a 3,5‰ (Figura 83), o que, segundo a NBR 6118 (ABNT, 2023), caracteriza a ruptura do concreto por encurtamento. Portanto, a força última determinada para este modelo foi a força correspondente ao pico do diagrama força-deslocamento.

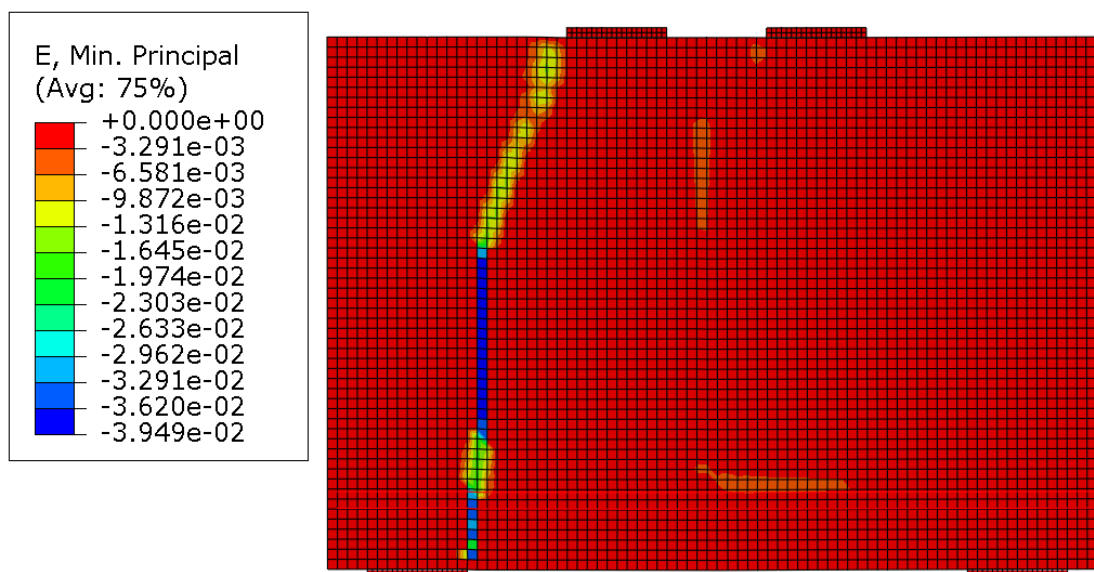
Figura 83 – Deformação mínima principal do modelo “ruptura do tirante c/ Asmín”.



Fonte: autor.

Já para o modelo "ruptura do tirante s/ Asmín", pode-se observar na Figura 82, que este mostrou uma ductilidade acentuada em relação aos demais. Ao analisar seus resultados, observou-se que o primeiro pico do diagrama (equivalente ao deslocamento aproximado de 0,4 mm) corresponde ao momento em que a fissura que se forma no meio do vão, se propaga para a região acima do tirante, causando uma leve queda na força resistente. A partir deste ponto, a armadura do tirante assume papel fundamental na resistência do elemento, pois o concreto começa a plastificar significativamente, até que, no segundo pico (referente ao deslocamento aproximado de 2,2 mm), a biela da esquerda atinge sua deformação última e rompe (Figura 84), sendo esta, então, considerada como força última resistente.

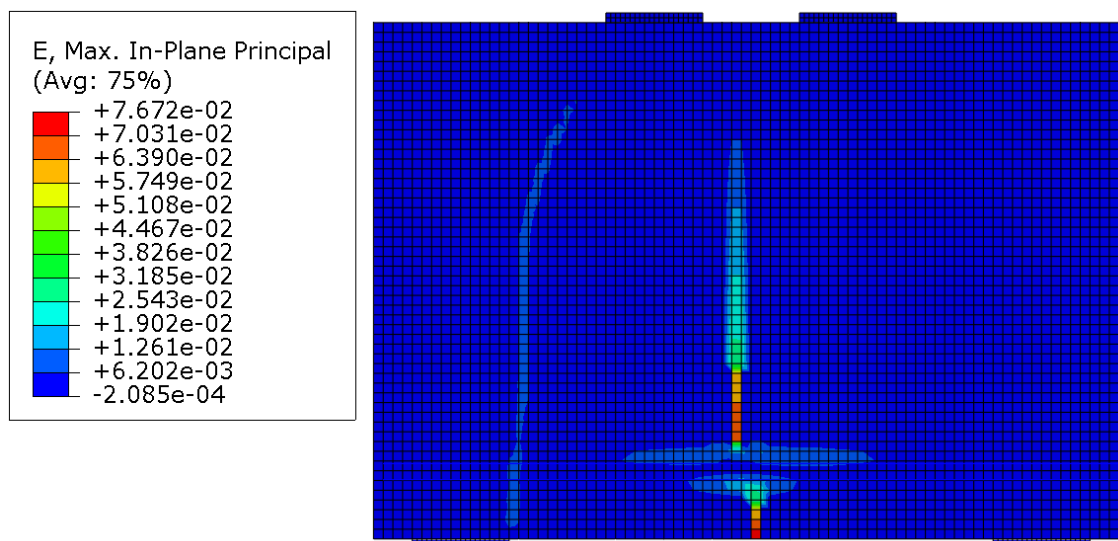
Figura 84 – Deformação mínima principal do modelo “ruptura do tirante s/ Asmín”.



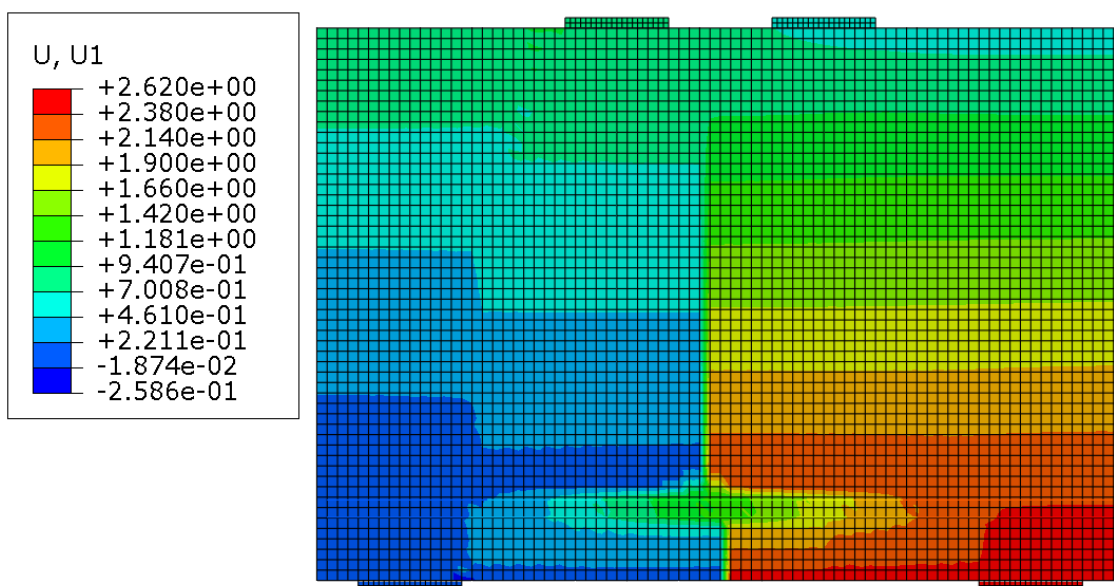
Fonte: autor.

Devida à ausência de ensaios experimentais que comprovem esta capacidade de adaptação plástica e de redistribuição de esforços internos, não pode-se afirmar que o comportamento apresentado pela estrutura na análise numérica corresponde ao comportamento que se obteria através de modelos físicos, pois no momento em que a biela atinge a ruptura por esmagamento, o concreto na região central da viga-parede apresenta deformações principais máximas de alongamento de 76‰ (Figura 85) e um deslocamento horizontal relativo, ou seja, a diferença do deslocamento entre o lado direito e o lado esquerdo da fissura, de aproximadamente 2,4 mm (Figura 86), sem que a armadura do tirante alcance o patamar de escoamento. Portanto, frente às complicações enfrentadas nas análises dos resultados numéricos, seguiu-se as premissas definidas anteriormente para a determinação da força resistente dos modelos.

Este deslocamento relativo observado na Figura 86, ocorre devido às vinculações impostas ao modelo numérico, uma vez que a estrutura foi considerada isostática, ou seja, o deslocamento horizontal foi restringido em apenas um dos apoios, permitindo que a estrutura apresentasse deslocamento horizontal. Com esse deslocamento permitido, a partir do momento em que ocorre a abertura da fissura vertical no meio do vão da viga-parede, o concreto nos arredores desta região inicia o processo de plastificação, apresentando grandes deslocamentos e deformações, possibilitando que seja obtida uma medida do deslocamento horizontal relativo de um lado e do outro da região plastificada, caracterizando uma medida aproximada da abertura de fissura.

Figura 85 – Deformação máxima principal do modelo “ruptura do tirante s/ Asmín”.

Fonte: autor.

Figura 86 – Deslocamento horizontal do modelo “ruptura do tirante s/ Asmín”.

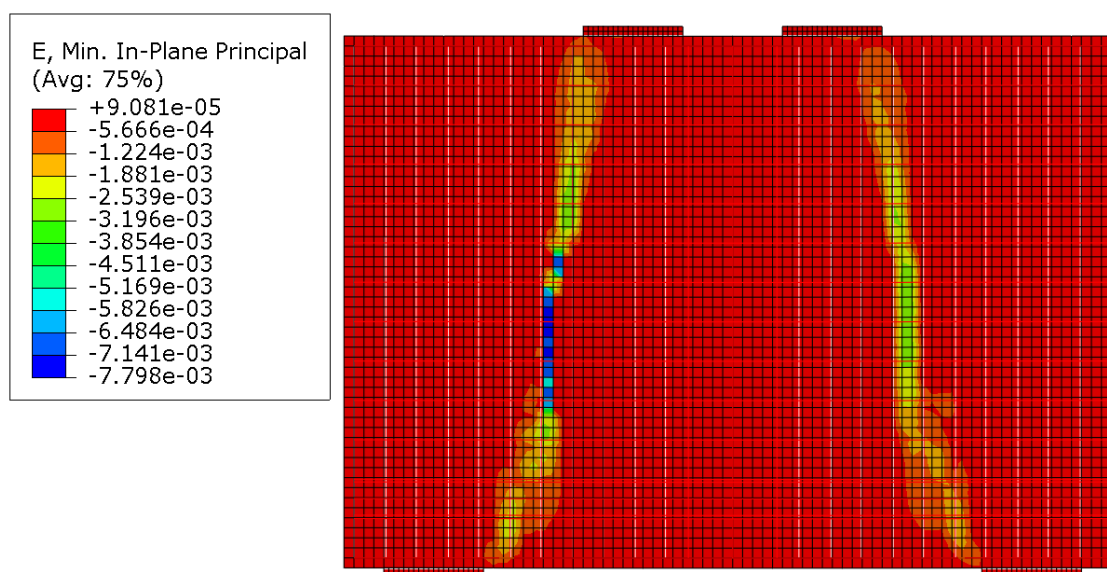
Fonte: autor.

Com relação ao modelo "ruptura da biela c/ Asmín", observa-se no diagrama força-deslocamento que a estrutura apresenta um primeiro pico (referente ao deslocamento de 0,63 mm, aproximadamente) e, logo em seguida, manifesta o que se assemelha a um patamar de escoamento, até que sua resistência caia significativamente.

Este primeiro pico representa a ruptura da biela da esquerda. No entanto, devido à presença de armadura vertical e horizontal costurando esta biela (determinada a partir do modelo discretizado de biela em garrafa), a estrutura ainda apresentou capacidade resistente,

até que, no pico localizado imediatamente antes da queda da resistência (equivalente ao deslocamento de aproximadamente 1,08 mm), a biela da direita também se rompe (Figura 87), sem que as armaduras comecem a escoar, sendo que, deste ponto em diante, a biela da esquerda passa a deformar significativamente. Com isso, seguindo os critérios estabelecidos no início deste capítulo, será adotada como força resistente àquela referente ao momento em que a primeira biela se rompe (biela da esquerda).

Figura 87 – Deformação mínima principal do modelo “ruptura da biela c/ Asmín”.



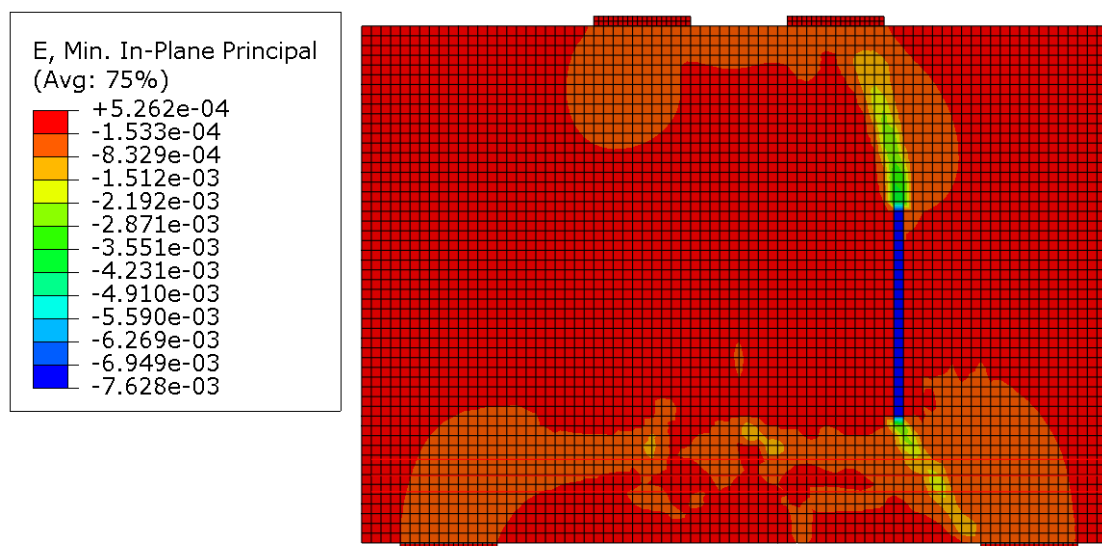
Fonte: autor.

Por fim, o último modelo de bielas e tirantes gerado a partir da análise elástica, é o modelo “ruptura da biela s/ Asmín”. Seu diagrama força-deslocamento indicou a presença de um pico (equivalente ao deslocamento de 0,42 mm, aproximadamente), seguido de uma leve queda, que simboliza a propagação da fissura vertical que se origina no meio do vão da viga-parede. A partir desse ponto do diagrama, o concreto começa a plastificar significativamente até que, no segundo pico (referente ao deslocamento de 0,8 mm), a biela da direita atinge a ruptura (Figura 88), sem que o tirante sequer chegue ao patamar de escoamento.

De forma semelhante ao comportamento apresentado pelo modelo "ruptura do tirante s/ Asmín", quando a biela se rompe, o concreto no meio do vão da viga-parede está sujeito a deformações máximas de alongamento significativas, que neste caso foram de 22%, e deslocamento horizontal relativo de aproximadamente 0,6 mm, o que acaba por dificultar a interpretação dos resultados, uma vez que, devido à ausência de comprovação experimental, não é possível afirmar se o elemento estrutural suportaria esta plastificação. No entanto,

seguindo as premissas apresentadas no início deste capítulo, será adotada como força última resistente aquela referente ao segundo pico do diagrama força-deslocamento, que representa a ruptura da biela por encurtamento.

Figura 88 – Deformação mínima principal do modelo “ruptura da biela s/ Asmín”.

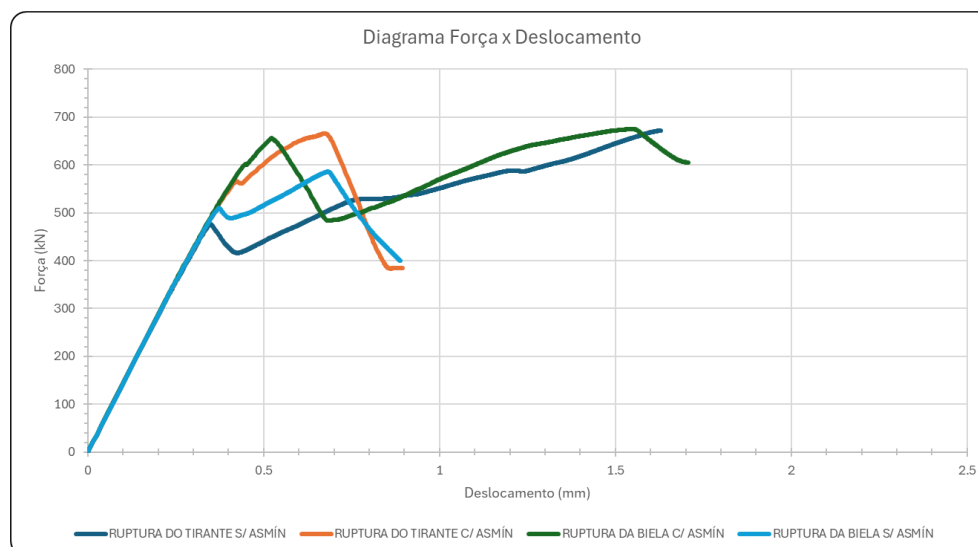


Fonte: autor.

Concluída a análise dos resultados das análises não-lineares realizadas no modelo de bielas e tirantes desenvolvido a partir da análise elástica, será abordado agora os resultados dos MBT gerados a partir do processo de otimização topológica, iniciando com modelo com fração de volume final equivalente a 40% do inicial, cujos diagramas força-deslocamento estão ilustrados na Figura 89.

O primeiro MBT a ser analisado é o "ruptura do tirante s/ Asmín", sendo possível observar em seu diagrama que, no primeiro pico, equivalente ao deslocamento aproximado de 0,35 mm, ocorre uma queda brusca na força resistente, sendo esta devido a propagação da fissura vertical, que nasce no meio do vão da viga-parede, para a região superior ao tirante. A partir desse ponto, o concreto nesta região central começa a plastificar intensamente, apresentando elevada deformação principal de alongamento, até que o problema matemático pare de convergir e o software encerre o processamento, sem que o aço ou o concreto chegue à suas respectivas deformações últimas.

Figura 89 – Diagrama força-deslocamento dos MBT baseados na otimização topológica (40%).



Fonte: autor.

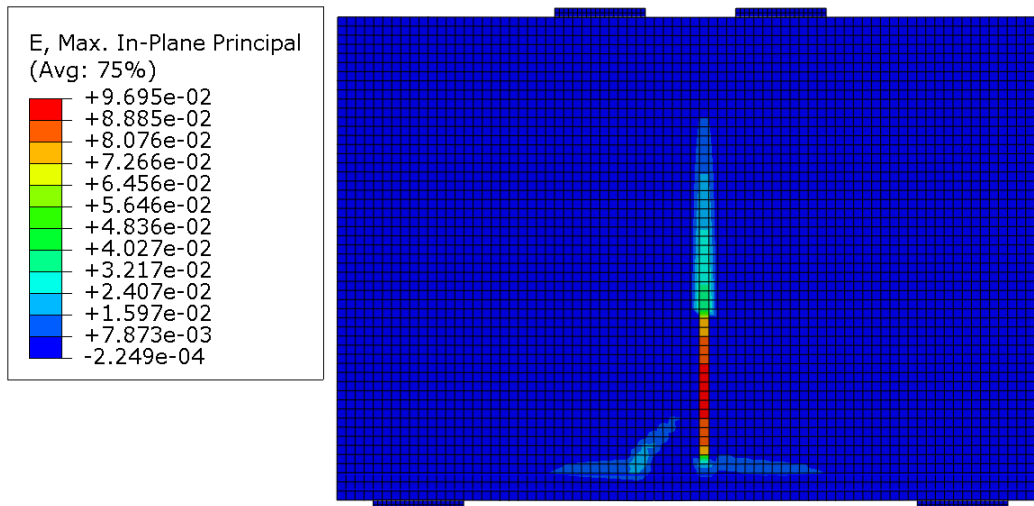
Apesar deste problema de convergência observado, a grandeza da força obtida no último incremento de carga que o programa conseguiu processar, é semelhante à força última determinada para os demais modelos, portanto, esta será a força considerada como sendo a força última resistente. No entanto, de forma semelhante ao que ocorreu em alguns modelos da análise elástica, o nível da deformação de alongamento no concreto neste último incremento é expressivo, sendo da ordem de 97‰ (Figura 90), e o deslocamento relativo entre um lado da fissura e o outro de aproximadamente 3,77 mm (Figura 91).

Estes valores indicam um elevado grau de degradação do concreto na região central da viga-parede, dificultando a análise dos resultados e a definição da força última, uma vez que não há resultados experimentais que comprovem a capacidade de adaptação plástica e redistribuição de esforços apresentada pelo modelo numérico, além de que, este valor de deformação de alongamento e de deslocamento relativo, implica em um intenso grau de fissuração e em aberturas de fissuras que não atenderiam aos requisitos de durabilidade e conforto ao usuário.

Por sua vez, o modelo “ruptura do tirante c/ Asmín” apresentou um comportamento mais próximo do esperado, onde o primeiro ponto de queda do diagrama força-deslocamento, equivalente ao deslocamento aproximado de 0,42 mm, simboliza a propagação da fissura vertical que se forma na parte inferior da viga-parede, no meio do vão. Após esta queda, a estrutura voltar a ganhar rigidez, devido a armadura distribuída em malha, e inicia o processo de plastificação do concreto nesse trecho central, até que, no ponto de pico do gráfico (referente

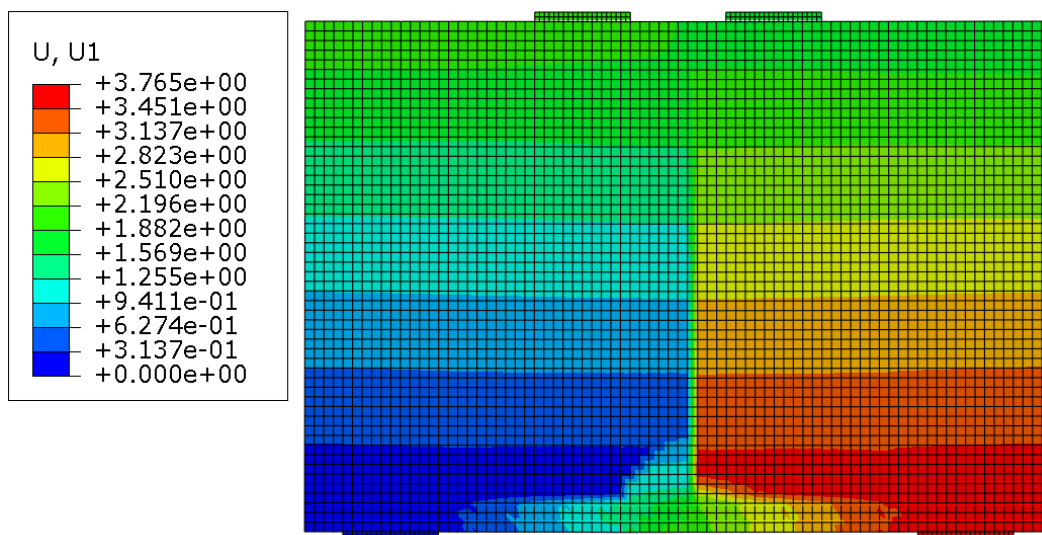
ao deslocamento de 0,68 mm), a biela do lado esquerdo do MBT atinge sua deformação última, caracterizando a ruptura da viga-parede, ocasionada pelo encurtamento do concreto (Figura 92).

Figura 90 – Deformação mínima principal do modelo “ruptura do tirante s/ Asmín”.



Fonte: autor.

Figura 91 – Deslocamento horizontal do modelo “ruptura do tirante s/ Asmín”.

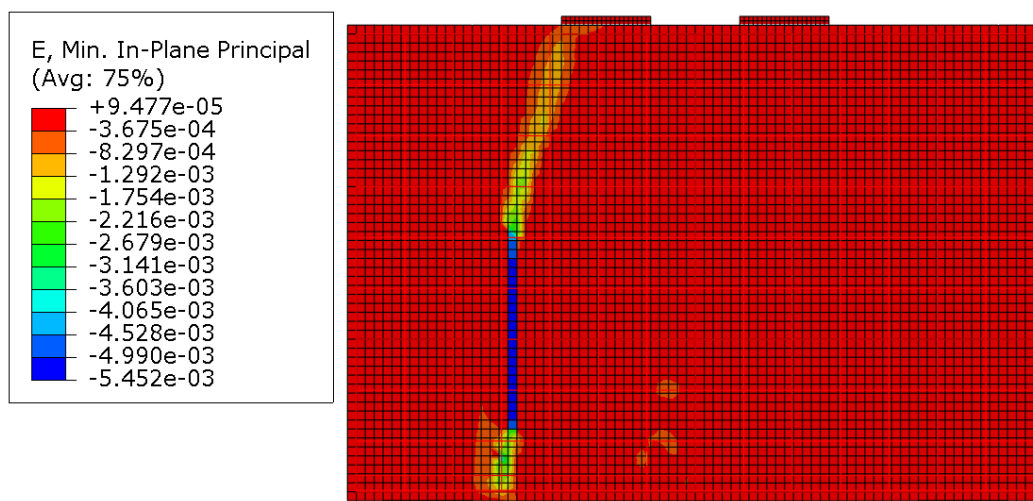


Fonte: autor.

Partindo agora para o modelo “ruptura da biela s/ Asmín”, seu diagrama força-deslocamento apresentou um primeiro ponto de queda na força resistente, na posição equivalente a abscissa de 0,48 mm, aproximadamente. Esta queda ocorreu devido à propagação da fissura vertical central, para a região acima da armadura do tirante, sendo que, após esta leve queda, inicia-se o processo de plastificação do concreto nos arredores desta fissura, até que, no

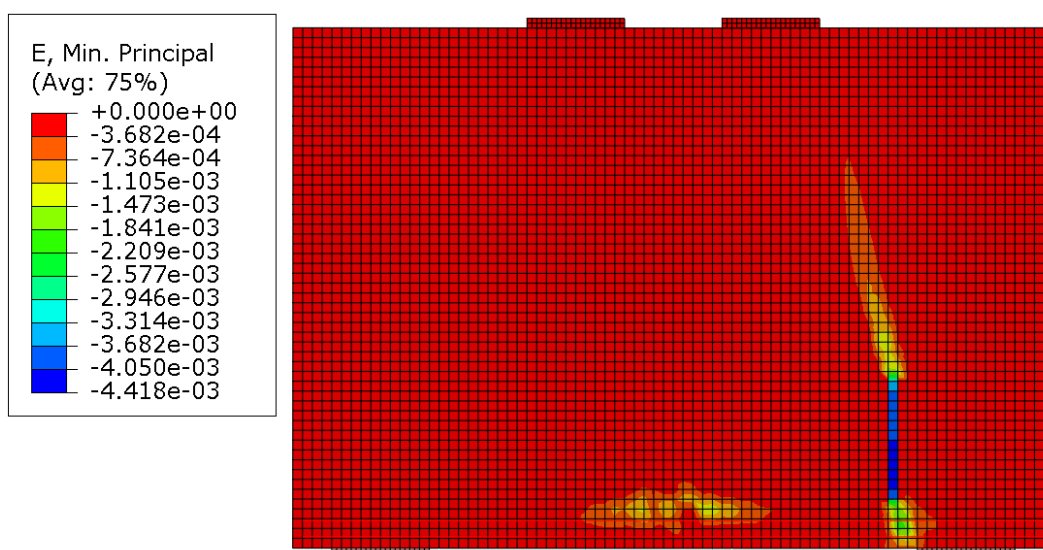
ponto de pico do gráfico (referente ao ponto do gráfico equivalente ao deslocamento de 0,68 mm), a biela do lado direito do MBT chega à sua deformação última, indicando a ruptura do concreto e a consequente ruptura do modelo (Figura 93).

Figura 92 – Deformação mínima principal do modelo “ruptura do tirante c/ Asmín”.



Fonte: autor.

Figura 93 – Deformação mínima principal do modelo “ruptura da biela s/ Asmín”.

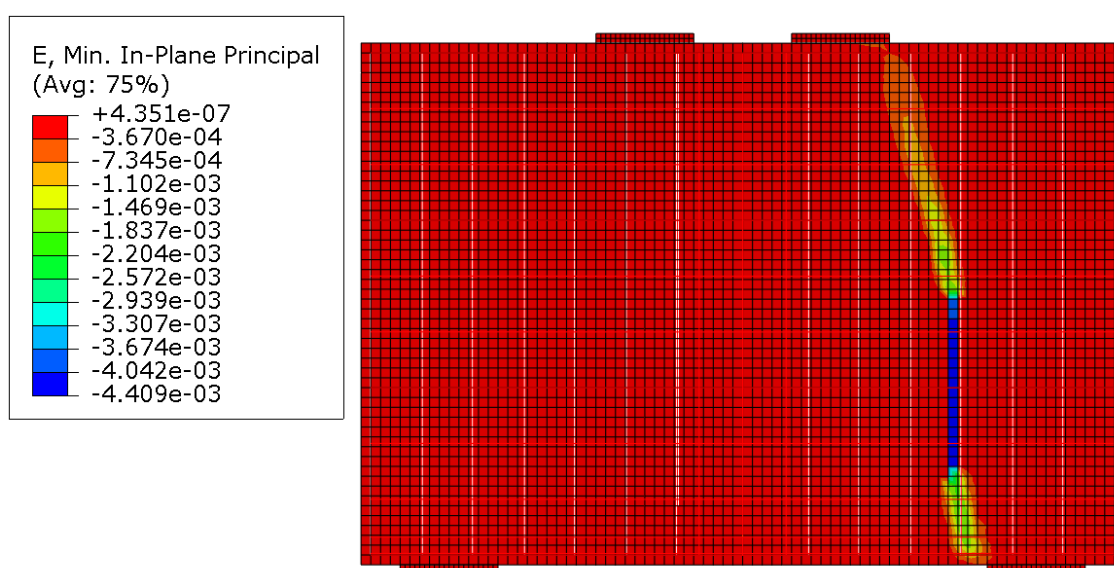


Fonte: autor.

Por fim, o último modelo de bielas e tirantes gerado a partir dos resultados do processo de otimização topológica para a fração de volume de 40%, é o modelo “ruptura da biela c/ Asmín”. Seu diagrama força-deslocamento apresentou um comportamento distinto dos demais, pois, no primeiro pico do diagrama (localizado na abscissa equivalente ao deslocamento de 0,52

mm), ocorre a ruptura da biela da direita por encurtamento do concreto, apresentando deformações principais de compressão superiores a 3,5‰ (Figura 94). Porém, após uma queda na força resistente de aproximadamente 26%, a estrutura volta a ganhar rigidez devido às armaduras verticais e horizontais que costuram essa biela, fazendo com que o diagrama volte a subir, até que, no segundo pico (ponto equivalente ao deslocamento de 1,56 mm), essa armadura em malha chegue à deformação de 10‰ que, segundo a norma brasileira NBR 6118 (ABNT, 2023), equivale a deformação última do aço, indicando que este atingiu a ruptura.

Figura 94 – Deformação mínima principal do modelo “ruptura da biela c/ Asmín”.



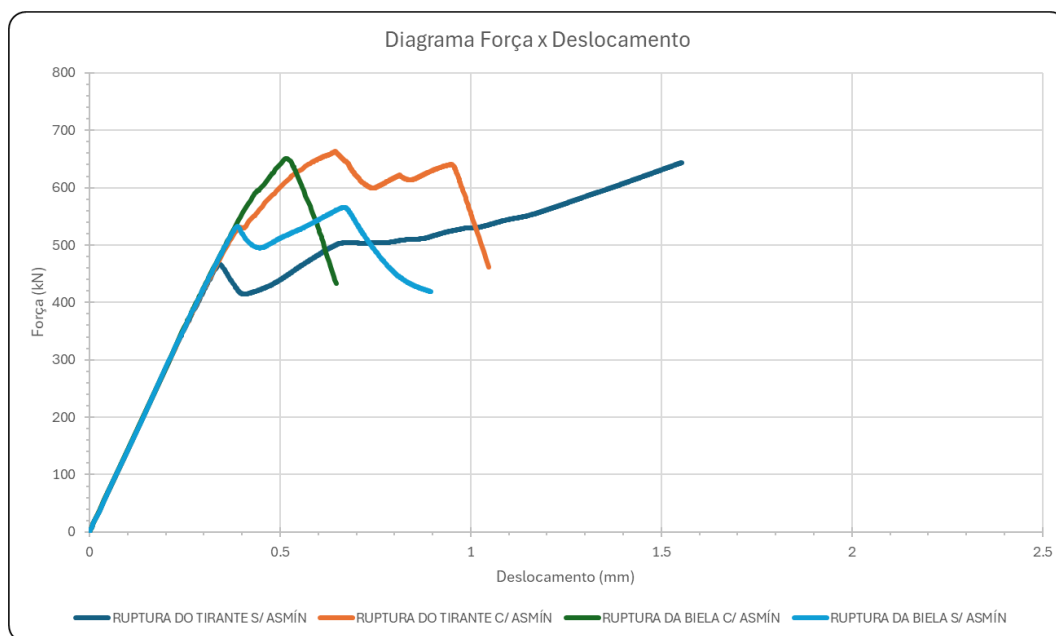
Fonte: autor.

Para a definição da força resistente apresentada pelo modelo numérico, como este apresentou dois modos de ruptura distintos, será considerado o primeiro deles como sendo a força última resistente, ou seja, será considerada a força equivalente ao ponto em que a biela atinge sua deformação última, pois, após essa ruptura, o diagrama força-deslocamento apresentou uma queda significativa da força resistente, indo ao encontro dos critérios de parada usualmente utilizados em ensaios experimentais.

Concluídas as análises das vigas-parede dimensionadas por meio do modelo de bielas e tirantes desenvolvido a partir do processo de otimização topológica com fração de volume de 40%, prossegue-se para a análise dos resultados obtidos nas análises não-lineares, realizadas nas vigas-parede calculadas a partir do MBT desenvolvido com base no processo de otimização topológica, com fração de volume de 30%. Nestas análises, foram obtidos os diagramas força-deslocamento apresentados na Figura 95, sendo possível perceber que o comportamento dos

modelos “ruptura do tirante s/ Asmín”, “ruptura da biela c/ Asmín” e “ruptura da biela s/ Asmín”, foi semelhante ao comportamento dos mesmos modelos para o processo de otimização topológica com fração de volume de 40%.

Figura 95 – Diagrama força-deslocamento do MBT baseado na otimização topológica (30%).



Fonte: autor.

Investigando mais a fundo o comportamento de cada um, foi constatado que esses modelos citados acima apresentaram os mesmos modos de ruptura de seus similares, para fração de volume de 40%, sendo apresentado na sequência o modo de falha de cada um:

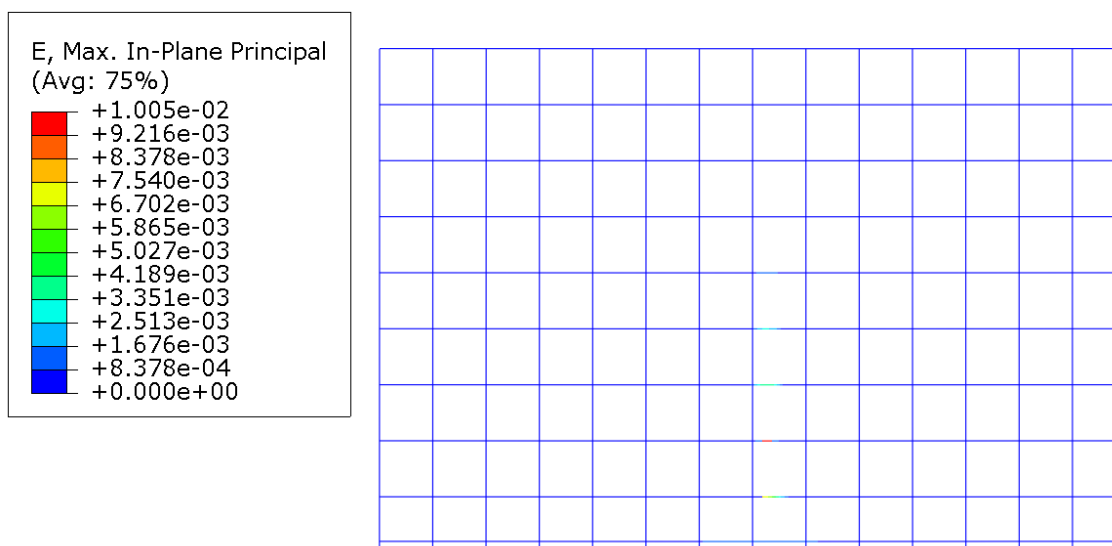
- o modelo “ruptura do tirante s/ Asmín” não indicou queda em sua força resistente, pois o modelo numérico apresentou problemas de convergência, devido à propagação da fissura vertical que nasce no meio do vão, na parte inferior da viga-parede, causando intensa plastificação do concreto na região ao seu redor. Com isso, seguiu-se o mesmo critério utilizado no modelo equivalente para a otimização topológica com fração de volume de 40%, e foi adotada como força resistente aquela referente ao ponto de máxima do gráfico;
- por sua vez, o modelo “ruptura da biela s/ Asmín” apresentou uma ruptura bem definida, sendo esta devido ao esmagamento do concreto na biela do lado direito do MBT. Com isso, a força resistente apresentada pelo modelo foi adotada como sendo aquela referente ao pico do diagrama força-deslocamento (ponto este correspondente ao deslocamento

de 0,68 mm, aproximadamente), que equivale ao momento em que a biela atinge sua deformação última;

- o modelo “ruptura da biela c/ Asmín” também apresentou modo de ruína devido à ruptura da biela direita, no entanto, diferentemente do modelo correspondente para a fração de volume de 40%, neste não houve ganho na resistência após a queda do diagrama, por isso, sua força resistente foi adotada como sendo a ordenada equivalente ao pico do diagrama força-deslocamento.

O único modelo que resultou em um comportamento completamente diferente do seu modelo correspondente para o caso anterior de otimização topológica, foi o “ruptura do tirante c/ Asmín”, onde o primeiro pico do diagrama (correspondente à abscissa de 0,64 mm) representa o momento em que a primeira barra aço atinge a deformação última de 10‰ (Figura 96), e o segundo pico, referente ao deslocamento aproximado de 0,95 mm, indica a ruptura da biela esquerda. Nesse caso, quando a biela rompe, quase todas as barras de aço já atingiram sua deformação última, e o concreto apresenta deformações principais de alongamento de 40‰, com isso, a força resistente adotada para este modelo, seguindo a mesma premissa considerada em casos anteriores, é a força equivalente ao ponto que ocorre o primeiro tipo de ruína, ou seja, quando a armadura atinge sua deformação última.

Figura 96 – Deformações máximas principais na armadura do modelo “ruptura do tirante c/ Asmín”.

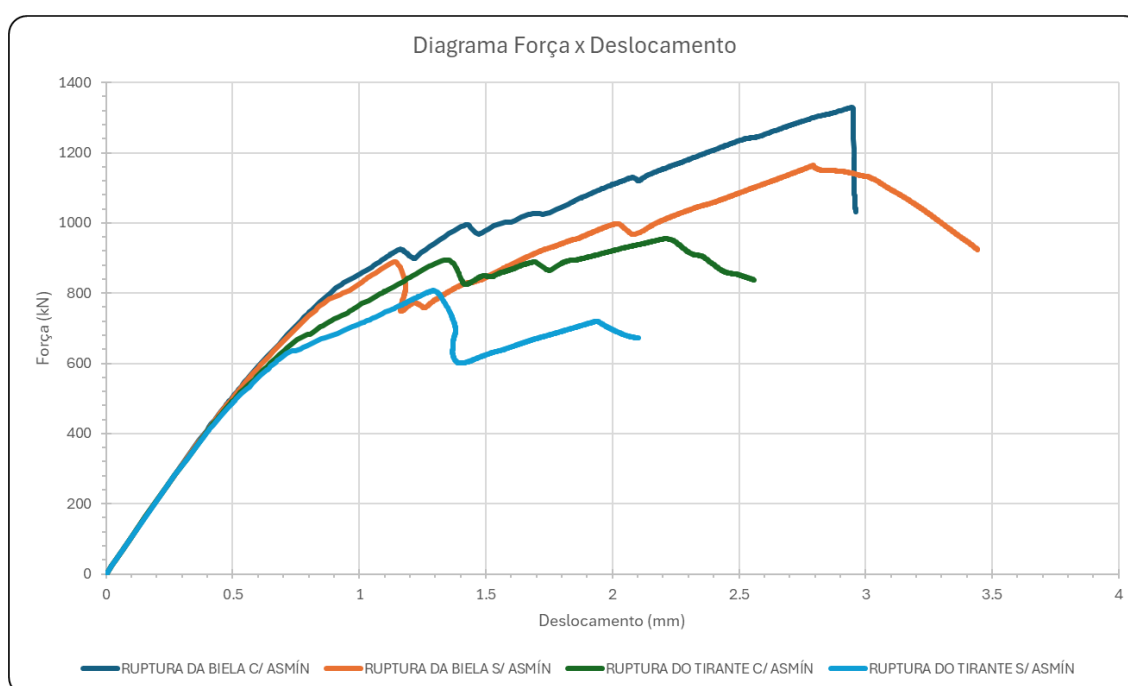


Fonte: autor.

APÊNDICE B – Resultados das análises não-lineares para o modelo “ABERT”

Para as vigas-parede dimensionadas pelo modelo de bielas e tirantes desenvolvido a partir da análise elástica linear, foram obtidos os diagramas força-deslocamento apresentados na Figura 97. Estes diagramas ilustram os comportamentos dos modelos dimensionados, tanto para a ruptura do concreto, quanto para a ruptura do tirante, sendo que foram detalhados modelos com armadura distribuída em malha e outros sem.

Figura 97 – Diagrama força-deslocamento dos MBT gerados a partir da análise elástica.



Fonte: autor.

Para determinar a força resistente de cada modelo, foram seguidas as mesmas premissas apresentadas na análise dos resultados dos MBT do modelo UNIF. Iniciando pelos resultados do modelo “ruptura da biela c/ Asmín”, este apresentou um diagrama força-deslocamento constituído por um primeiro trecho praticamente linear, até o ponto em que houve uma leve alteração na inclinação da reta, que representa a abertura das primeiras fissuras, estando estas localizadas no canto inferior esquerdo e superior direito da abertura, e na parte inferior da viga, logo abaixo do canto inferior direito desta mesma abertura.

A partir desse ponto do diagrama, ocorreu a propagação do processo de fissuração, principalmente na região acima do canto superior direito da abertura, até o primeiro ponto de

queda da força no gráfico (referente à abscissa de aproximadamente 1,16 mm), cuja origem foi devida à abertura de uma nova fissura, localizada no meio do vão, na parte inferior da viga.

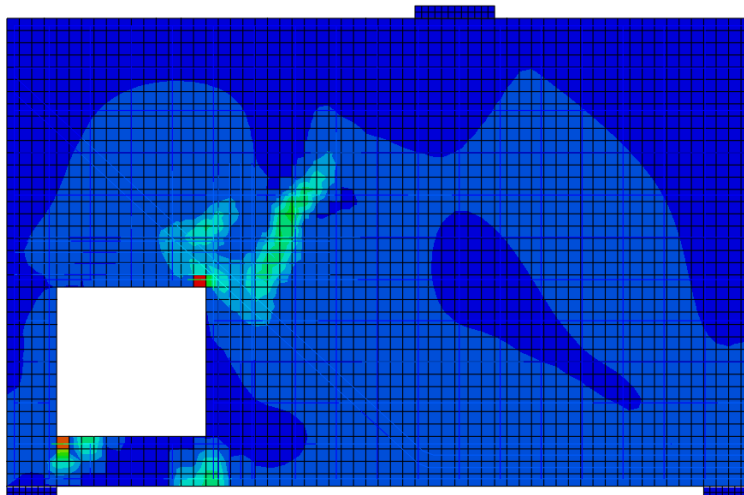
Continuando os incrementos de deslocamento, essa fissura central se propagou verticalmente até que, no segundo ponto de queda (equivalente ao deslocamento de 1,43 mm, aproximadamente), a fissura no canto superior direito da abertura se ramificou, gerando uma queda na rigidez do modelo. No entanto, desse ponto em diante, apesar da propagação e da aparição de novas fissuras, a armadura em malha e os tirantes foram responsáveis por fornecer rigidez ao modelo, permitindo que a força resistente no diagrama aumentasse até que, no ponto de pico (próximo à abscissa de 3 mm), ocorreu a ruptura da biela direita, ocasionando a queda brusca na resistência. Esse processo de fissuração está ilustrado na Figura 98, e a deformação de ruína da biela encontra-se na Figura 99.

Apesar do intenso processo de fissuração apresentado, as armaduras costuraram essas fissuras, de forma que o aço alcançou o patamar de escoamento, mas sem chegar à deformação última, impedindo que o concreto apresentasse grandes deformações de alongamento. Com isso, a força última resistente do modelo considerada foi a força referente ao momento em que a biela atinge sua deformação última.

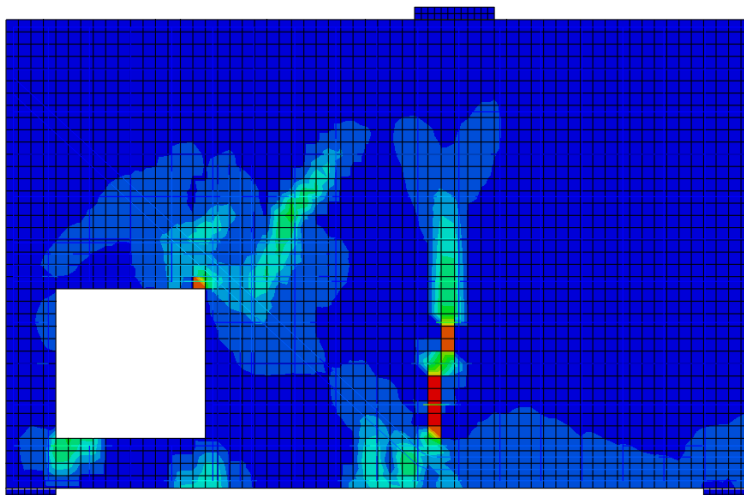
Por sua vez, o modelo “ruptura da biela s/ Asmín” indicou um comportamento semelhante ao descrito acima, porém, devido à ausência da armadura em malha, a fissura que nasceu no meio do vão, se propagou verticalmente ao longo de quase toda a altura da viga-parede, sendo costurada apenas pelo tirante inferior. A partir desta constatação, o concreto nos arredores dessa fissura apresentou elevado grau de plastificação, até que, no ponto de pico do diagrama (referente ao deslocamento de 2,7 mm), a armadura do tirante inferior atingiu sua deformação última, caracterizando a ruptura do aço (Figura 100).

Quando o tirante chegou à sua deformação última, o concreto apresentou deformações máximas principais de alongamento da ordem de 49‰ (Figura 101) e um deslocamento horizontal relativo de aproximadamente 3 mm (Figura 102), indicando um elevado grau de plastificação do modelo. No entanto, devido à ausência de ensaios experimentais que comprovem essa capacidade de plastificação e redistribuição de esforços, considerou-se como força resistente aquela correspondente ao momento em que a armadura alcançou sua deformação última.

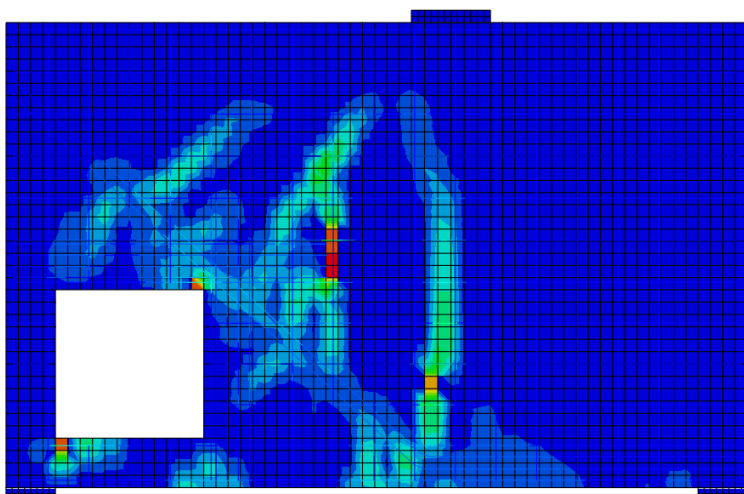
Figura 98 – Processo evolutivo de fissuração característico dos modelos.



a) Abertura das primeiras fissuras.



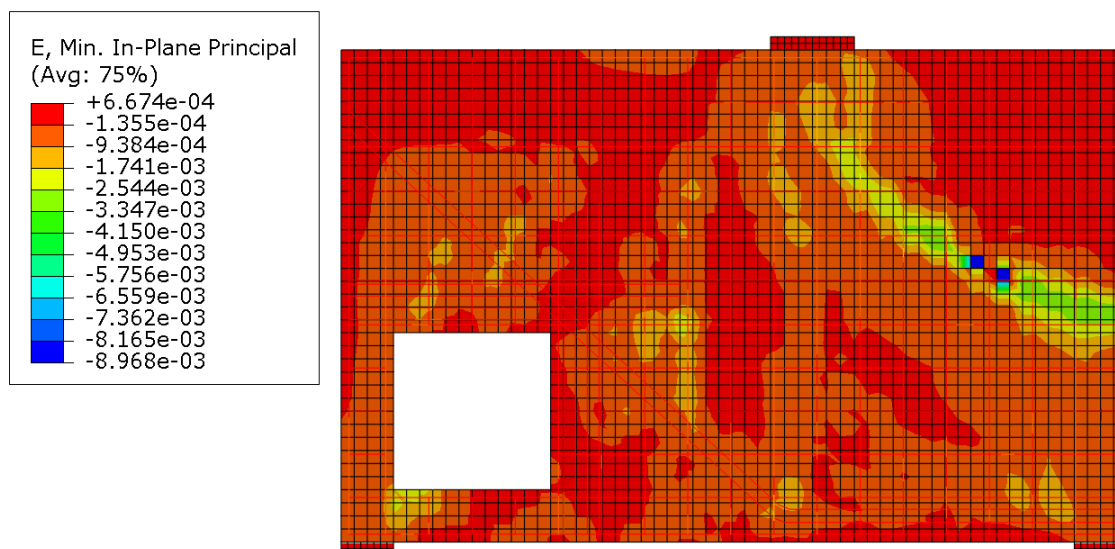
b) Primeira queda no diagrama.



c) Segunda queda no diagrama.

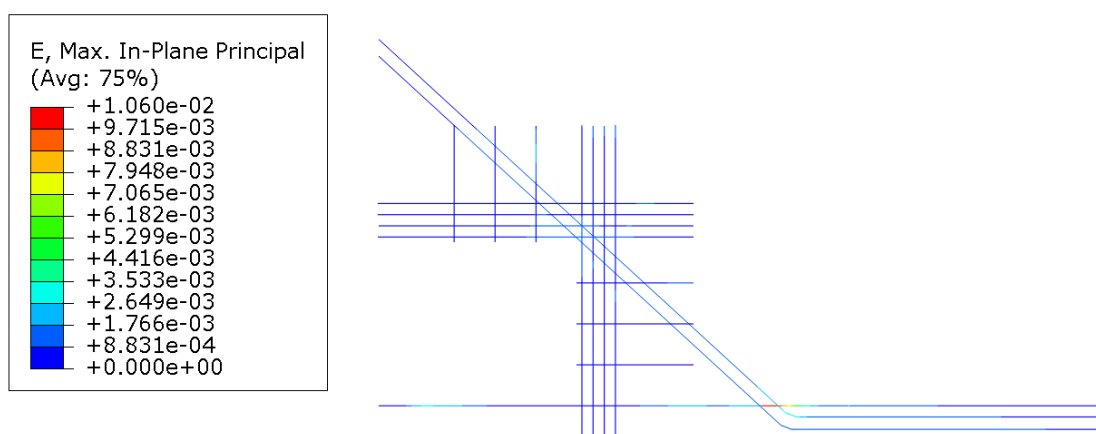
Fonte: autor.

Figura 99 – Deformação mínima principal do modelo “ruptura da biela c/ Asmín”.



Fonte: autor.

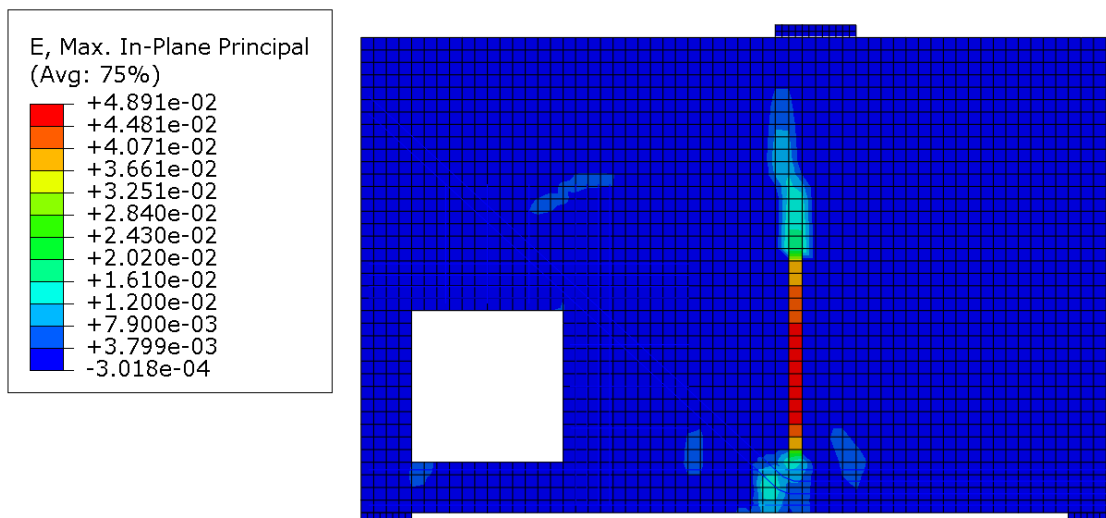
Figura 100 – Deformação máxima principal na armadura do modelo “ruptura da biela s/ Asmín”.



Fonte: autor.

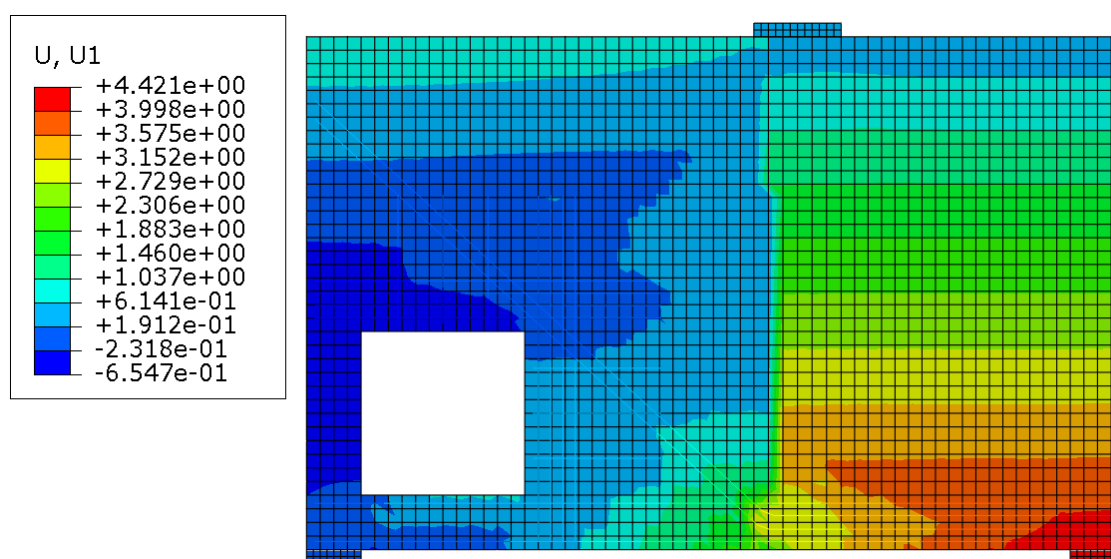
Em relação ao modelo “ruptura do tirante c/ Asmín”, a propagação das fissuras se deu de forma semelhante à apresentada anteriormente, causando as mesmas quedas no diagrama força-deslocamento, no entanto, o modo de ruptura observado no pico do diagrama (localizado na abscissa de 2,23 mm) foi devida à ruptura das armaduras que costuravam a fissura vertical que nasceu no meio do vão da viga-parede, como pode-se observar na Figura 103, o que causou a posterior queda de força no gráfico. Portanto, a força resistente considerada para este modelo foi a correspondente ao ponto em que ocorreu a ruptura da armadura.

Figura 101 – Deformação máxima principal do modelo “ruptura da biela s/ Asmín”.



Fonte: autor.

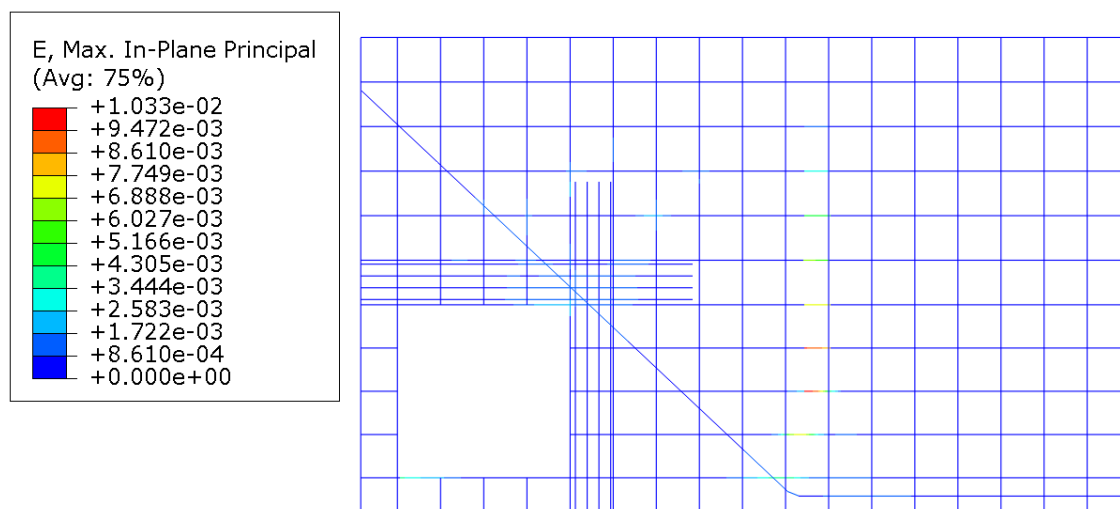
Figura 102 – Deslocamento horizontal do modelo “ruptura da biela s/ Asmín”.



Fonte: autor.

Por fim, o último modelo de bielas e tirantes gerado a partir dos resultados da análise elástica linear, foi o modelo “ruptura do tirante s/ Asmín”, cujo comportamento observado se assemelhou aos analisados anteriormente. No entanto, no pico imediatamente antes da primeira queda do gráfico, localizado na abscissa de 1,31 mm, houve a abertura e a propagação da fissura vertical que nasce no meio do vão da viga e, devido à pequena quantidade de armadura presente no modelo, este não conseguiu recuperar o patamar atingido no primeiro pico, apesar de ter apresentado uma parte ascendente após a primeira queda.

Figura 103 – Deformação máxima principal na armadura do modelo “ruptura do tirante c/ Asmín”.



Fonte: autor.

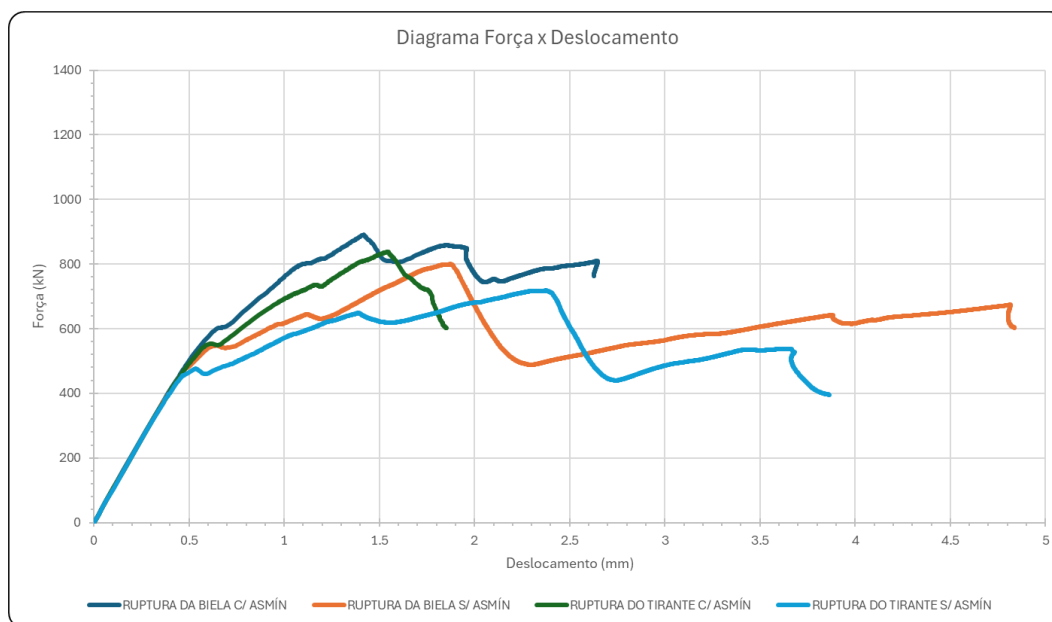
Esta parte ascendente, que se desenvolveu até o segundo pico do diagrama, representa a contribuição do tirante inferior na resistência do modelo, pois quando este tirante atingiu sua deformação última (ponto de máxima equivalente ao deslocamento de 1,95 mm), a resistência do modelo voltou a cair, caracterizando a ruptura do elemento, de forma similar à apresentada na Figura 100. No entanto, como o segundo pico apresentou um nível de força inferior ao primeiro, este último foi tomado como parâmetro na definição da força resistente do modelo.

Partindo agora para a análise dos modelos de bielas e tirantes desenvolvidos a partir do processo de otimização topológica, primeiramente serão analisados os modelos baseados nos resultados gerados para a fração de volume final equivalente a 40% do volume inicial, cujos resultados das análises não-lineares estão apresentados na Figura 104. Com base nesses diagramas força-deslocamento, foi realizada uma análise detalhada do comportamento apresentado pela estrutura, e observou-se que as fissuras se formaram e propagaram de forma semelhante àquela apresentada para os modelos desenvolvidos a partir da análise elástica linear.

No modelo “ruptura da biela c/ Asmín”, identificou-se que no ponto de pico do gráfico (referente ao deslocamento de 1,4 mm) ocorreu a abertura, e posterior propagação, da fissura vertical que nasceu no meio do vão da viga-parede. A partir desse ponto, a estrutura voltou a apresentar alguma rigidez ao carregamento aplicado, devido a presença das armaduras que costuravam essa fissura central. No entanto, a quantidade de armadura detalhada não foi suficiente para fazer com que a parte ascendente do gráfico ultrapassasse o patamar do primeiro pico, pois o aço atingiu seu patamar de escoamento, fazendo com que este deformasse cada vez mais, até que, no deslocamento de aproximadamente 2,63 mm, ele atingiu sua deformação

última, indicando a ruptura do modelo, de forma similar à ilustrada na Figura 103. Com isso, a força resistente adotada para este modelo foi a força equivalente ao ponto em que a armadura alcançou sua deformação última.

Figura 104 – Diagrama força-deslocamento dos MBT baseados na otimização topológica (40%).

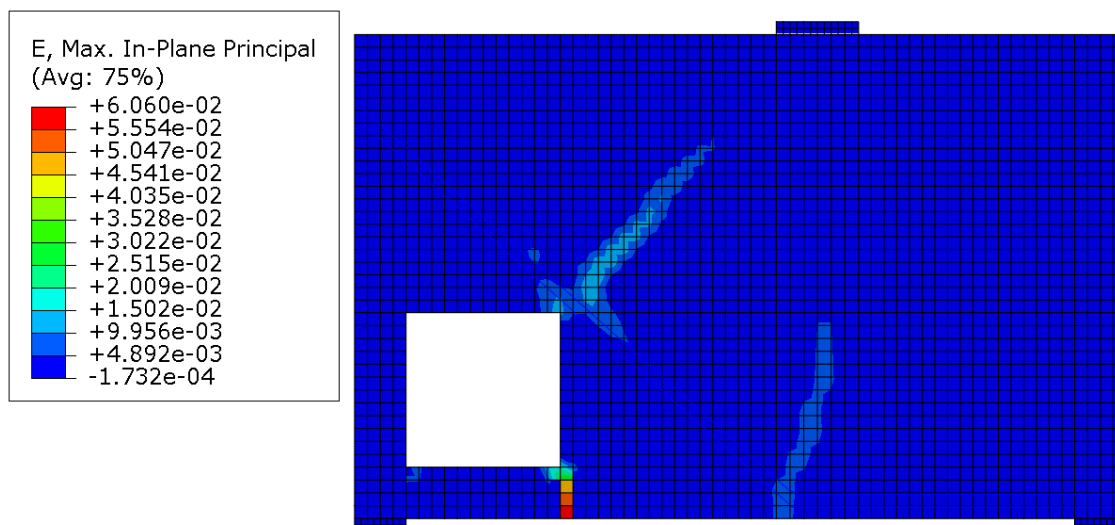


Fonte: autor.

Em relação ao modelo “ruptura da biela s/ Asmín”, o padrão evolutivo de fissuração continuou se repetindo, conforme ocorrido nos modelos anteriores, entretanto, devido à ausência de armadura abaixo da abertura, a fissura que apareceu nesta região ocasionou uma intensa plastificação do concreto, gerando grandes deformações de alongamento, até o momento que, no pico do diagrama (equivalente à abscissa de 1,89 mm), ocorreu a abertura da fissura no meio do vão.

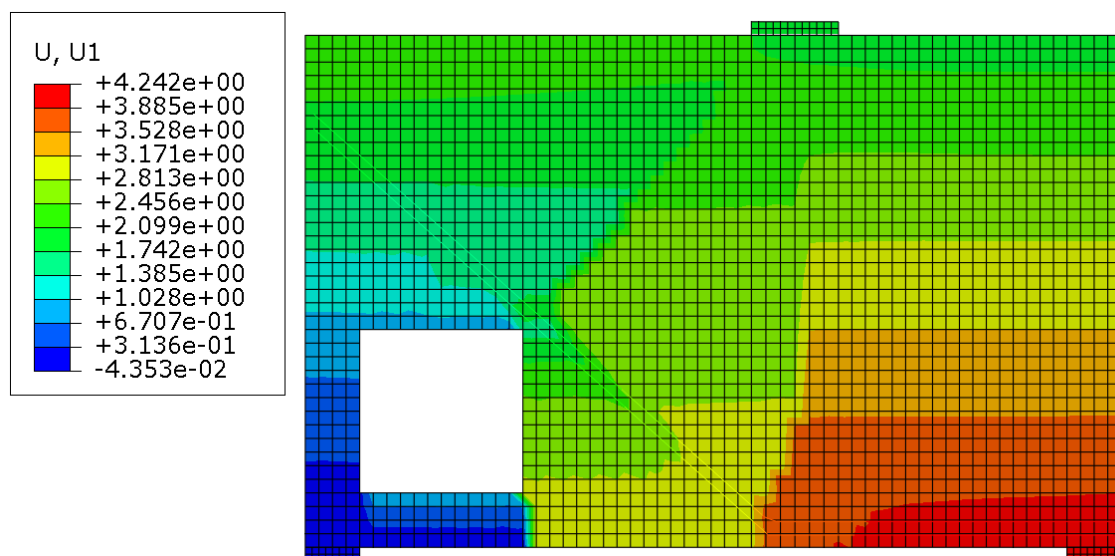
No entanto, quando ocorreu a abertura dessa última fissura, o concreto abaixo da abertura apresentou deformação máxima de alongamento de 60% (Figura 105) e deslocamento horizontal relativo de 3,12 mm (Figura 106), aproximadamente. Ao continuar o processamento do modelo, observou-se a formação de um patamar de escoamento, onde a fissura central se propagou verticalmente até o momento em que esta ocasionou a ruptura da biela horizontal superior, devido ao estrangulamento de sua seção, conforme ilustrado na Figura 107, indicando a ruína do modelo. Portanto, frente ao comportamento apresentado acima, a força resistente considerada para o modelo foi aquela referente ao ponto em que ocorre a abertura da fissura no meio do vão da viga-parede, que corresponde ao ponto máximo do gráfico.

Figura 105 – Deformação máxima principal do modelo “ruptura da biela s/ Asmín”.



Fonte: autor.

Figura 106 – Deslocamento horizontal do modelo “ruptura da biela s/ Asmín”.



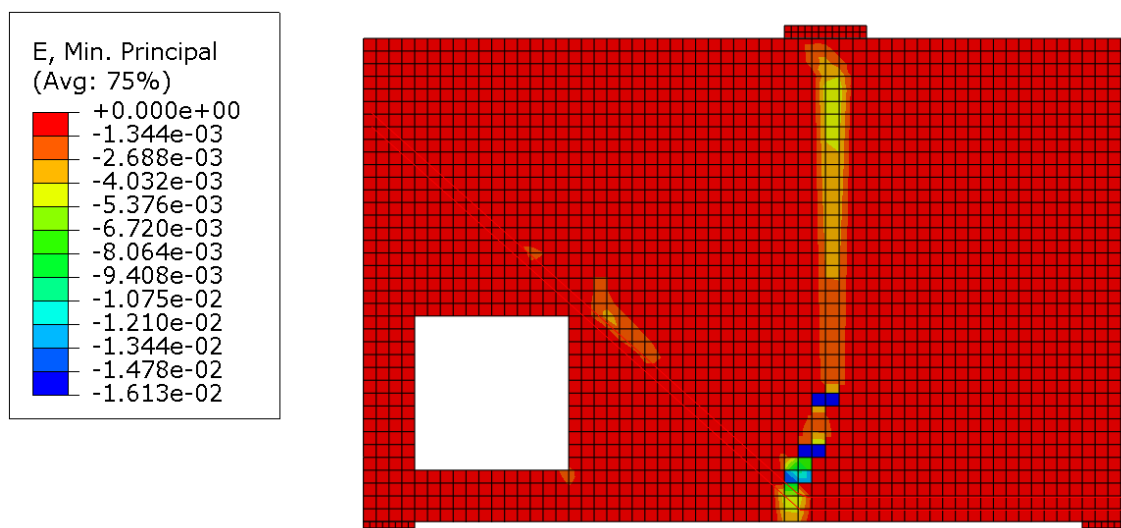
Fonte: autor.

Quanto ao modelo "ruptura do tirante c/ Asmín", este apresentou um comportamento muito semelhante ao "ruptura da biela c/ Asmín", inclusive o mesmo modo de ruína, que foi devido à ruptura das armaduras que costuravam a fissura vertical que nasceu no meio do vão da viga-parede. Portanto, a força última resistente adotada para esse modelo também foi aquela equivalente ao ponto de máxima força do diagrama força-deslocamento.

Por fim, o modelo "ruptura do tirante s/ Asmín" também apresentou um comportamento parecido com sua versão dimensionada para a ruptura da biela, onde notou-se uma intensa plastificação do concreto abaixo da abertura, até que ocorresse abertura da fissura que nasceu

no meio do vão da viga-parede, o que gerou uma queda acentuada presente no diagrama força-deslocamento na abscissa de 2,4 mm.

Figura 107 – Deformação mínima principal do modelo “ruptura da biela s/ Asmín”.



Fonte: autor.

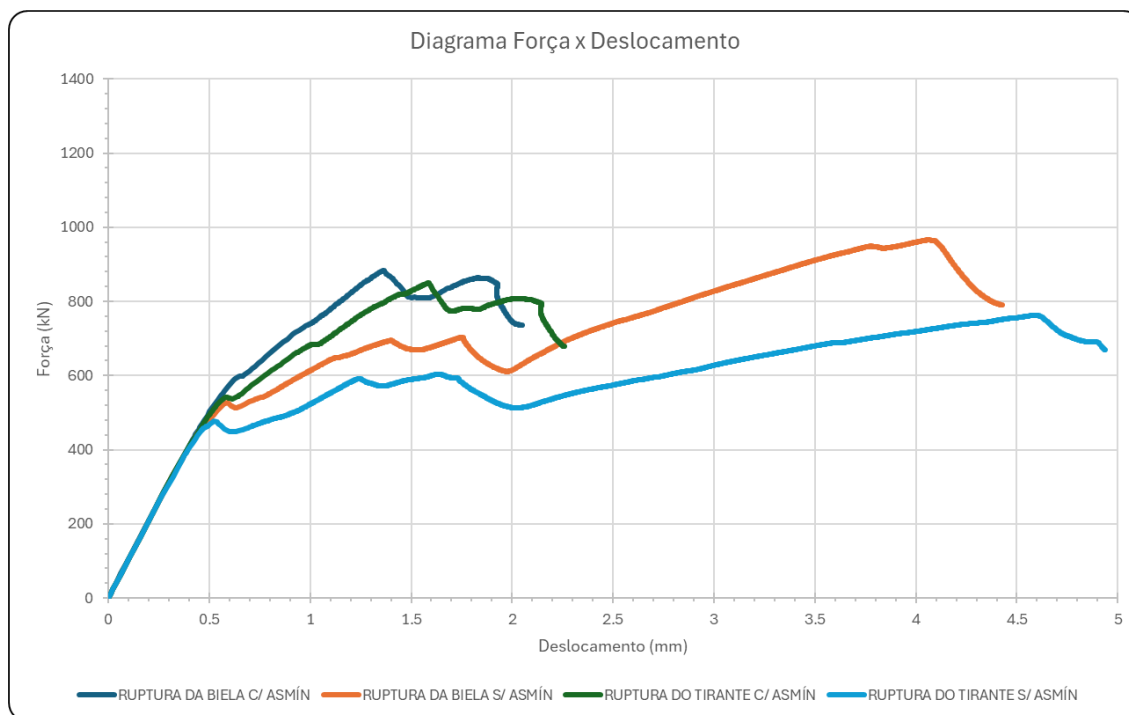
O nível de deformação máxima de alongamento e de deslocamento horizontal relativo observado no concreto abaixo da abertura, quando se iniciou o processo de formação da fissura central, foi de 96% e 5 mm, respectivamente. A partir deste ponto de queda, essa fissura central se expandiu cada vez mais, até que, no último pico do diagrama (referente ao deslocamento de 3,68 mm), o tirante inferior atingiu sua deformação última, indicando a ruptura do modelo. Com isso, seguiu-se o mesmo critério utilizado no modelo "ruptura da biela s/ Asmín", ou seja, a força última resistente adotada para o modelo foi a força equivalente ao ponto de máxima do diagrama.

Referente aos modelos de bielas e tirantes desenvolvidos a partir dos resultados do processo de otimização topológica com fração de volume de 30%, cujos resultados da análise não-linear estão apresentados na Figura 108, foi analisado o comportamento que cada modelo apresentou e observou-se uma semelhança com os resultados discutidos para os modelos do caso de otimização anterior.

O modelo “ruptura da biela c/ Asmín” apresentou um ponto de força máxima (localizado na abscissa de 1,35 mm) imediatamente antes que ocorresse a abertura, e posterior propagação, da fissura vertical que nasceu no meio do vão da viga-parede, que ocasionou a queda da força no diagrama. A partir desse ponto de queda, a armadura que costurava essa fissura passou a resistir aos esforços presente nesta interface, fornecendo rigidez ao modelo, fazendo com que

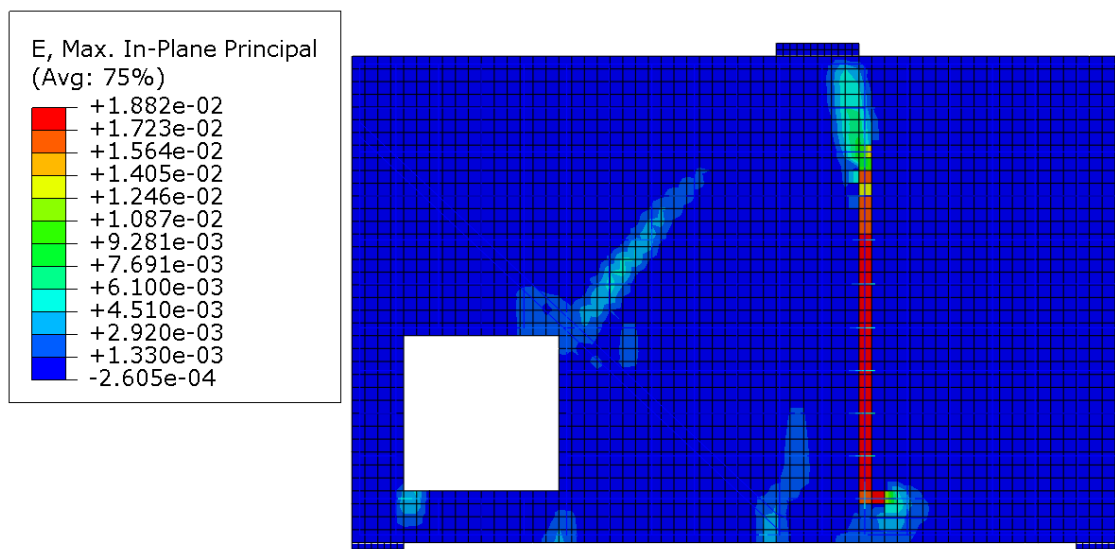
este apresentasse um trecho ascendente no diagrama força-deslocamento. No entanto, no segundo pico (referente ao deslocamento de 1,9 mm, aproximadamente), a fissura central se propagou por quase toda a altura do elemento, como pode-se observar na Figura 109, ocasionando o estrangulamento da biela horizontal superior e sua consequente ruptura.

Figura 108 – Diagrama força-deslocamento dos MBT baseados na otimização topológica (30%).

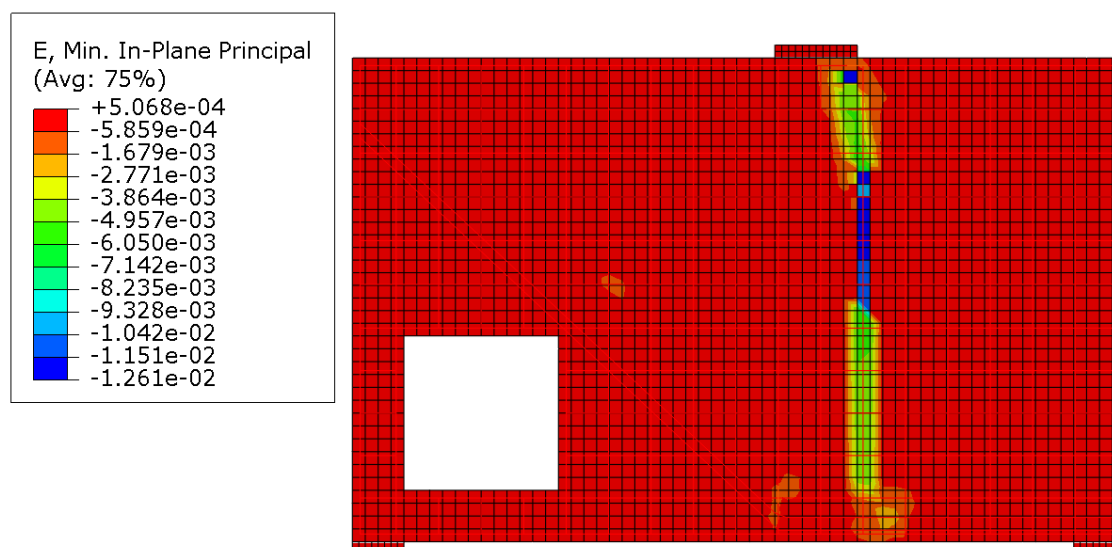


Fonte: autor.

A partir desse ponto, o concreto localizado na região central da viga-parede passou a plastificar excessivamente, até que a armadura que cruzava a fissura vertical localizada no meio do vão, alcançasse sua deformação última. Com isso, foram observadas duas formas de ruptura neste modelo: a primeira referente ao estrangulamento da biela horizontal superior (Figura 110), e a segunda devida à ruptura das armaduras que costuravam a fissura vertical que apareceu no meio da viga-parede. Portanto, frente ao exposto acima, adotou-se como força resistente do modelo, o nível de força máxima apresentada no diagrama força-deslocamento, que corresponde ao momento em que ocorre a abertura dessa fissura no meio do vão.

Figura 109 – Deformação máxima principal do modelo “ruptura da biela c/ Asmín”.

Fonte: autor.

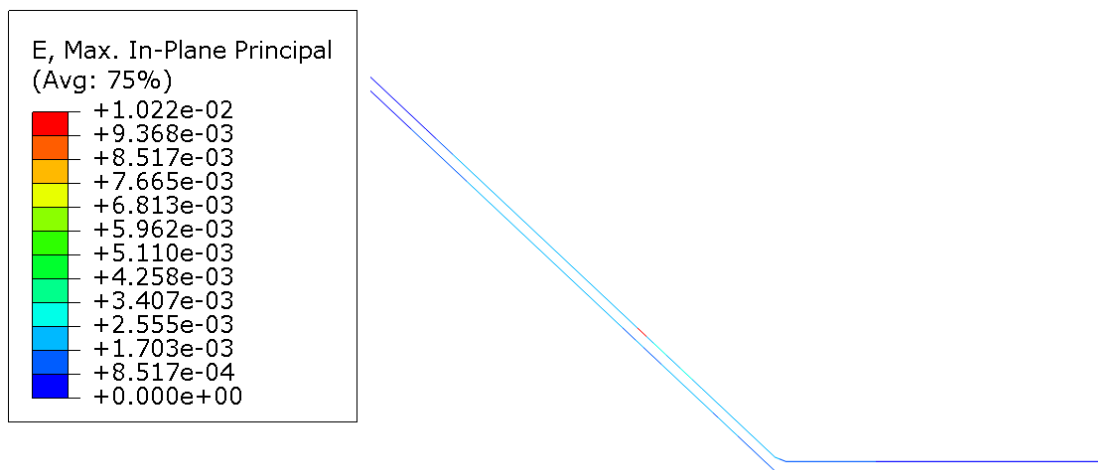
Figura 110 – Deformação mínima principal do modelo “ruptura da biela c/ Asmín”.

Fonte: autor.

Por sua vez, o modelo “ruptura da biela s/ Asmín”, apresentou logo no início do gráfico a formação das fissuras nos cantos da abertura, de forma semelhante à ocorrida nos modelos anteriores, mas devido à ausência de armadura na região abaixo dessa abertura, a fissura se expandiu e causou a plastificação do concreto ao seu entorno. Mesmo com esse elevado grau de plastificação, o modelo apresentou ainda um ganho de resistência, devido ao tirante inclinado que costurava as fissuras que nasceram no canto superior direito da abertura, fissuras estas que foram responsáveis pela queda no diagrama força-deslocamento, localizado na abscissa de 1,75

mm. Esse ganho de resistência avançou até o ponto em que a armadura do tirante inclinado atingiu sua deformação última de 10‰ (Figura 111), que ocasionou a última queda na resistência do modelo.

Figura 111 – Deformação máxima principal na armadura do modelo “ruptura da biela s/ Asmín”.

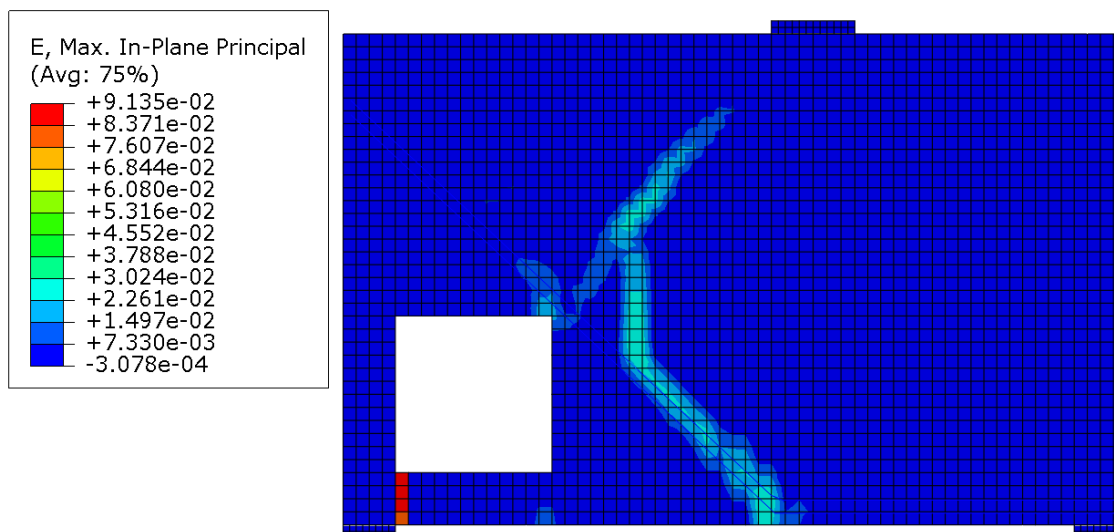


Fonte: autor.

Quando o tirante alcançou essa deformação última, o concreto na região inferior à abertura apresentava deformação de alongamento de 91‰ (Figura 112) e deslocamento horizontal relativo de 4,80 mm (Figura 113), aproximadamente. Esses valores indicam um elevado grau de plastificação e de redistribuição de esforços, levando a crer que a parte inferior do modelo é pouco representativa para a resistência da estrutura, uma vez que, quando ocorreu a fissuração da região inferior a abertura, o modelo plastificou e começou a transmitir o carregamento inteiramente pela parte superior da viga-parede. Frente a isto, considerou-se como força resistente àquela referente ao ponto em que ocorreu a ruptura do tirante, equivalente ao deslocamento de 4,08 mm.

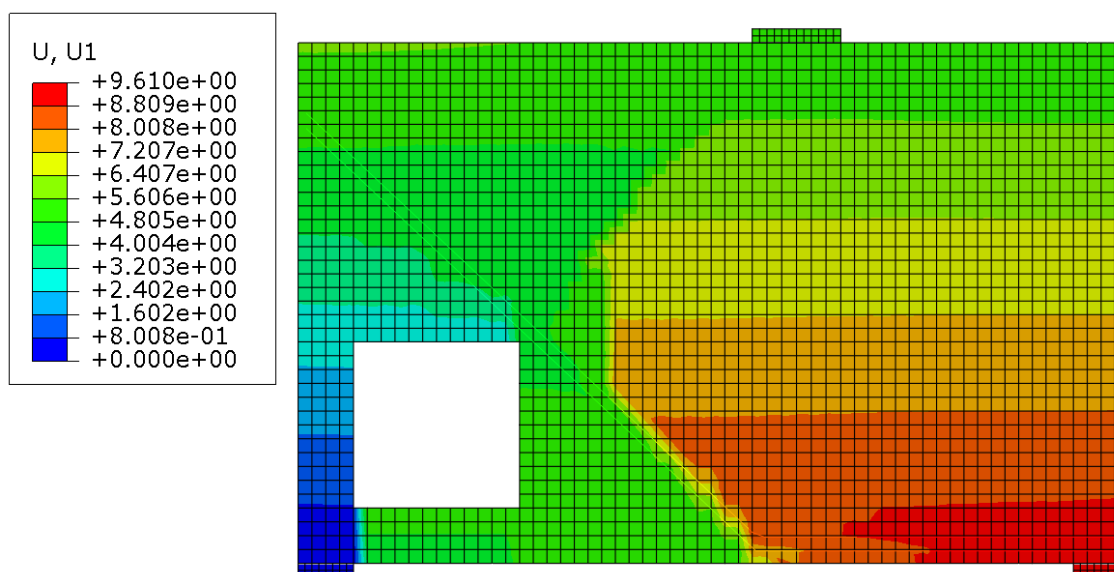
Em relação ao modelo “ruptura do tirante c/ Asmín”, este apresentou comportamento semelhante ao modelo “ruptura da biela c/ Asmín”, diferenciando apenas no modo de falha, sendo que, neste último caso, ocorreu devido ao estrangulamento da biela horizontal superior, e no primeiro, devido à ruptura das armaduras que costuravam a fissura vertical que nasceu no meio do vão. Portanto, a força última resistente do modelo “ruptura do tirante c/ Asmín” foi a força equivalente ao ponto de máxima do diagrama força-deslocamento, correspondente ao deslocamento de 1,6 mm.

Figura 112 – Deformação máxima principal do modelo “ruptura da biela s/ Asmín”.



Fonte: autor.

Figura 113 – Deslocamento horizontal do modelo “ruptura da biela s/ Asmín”.

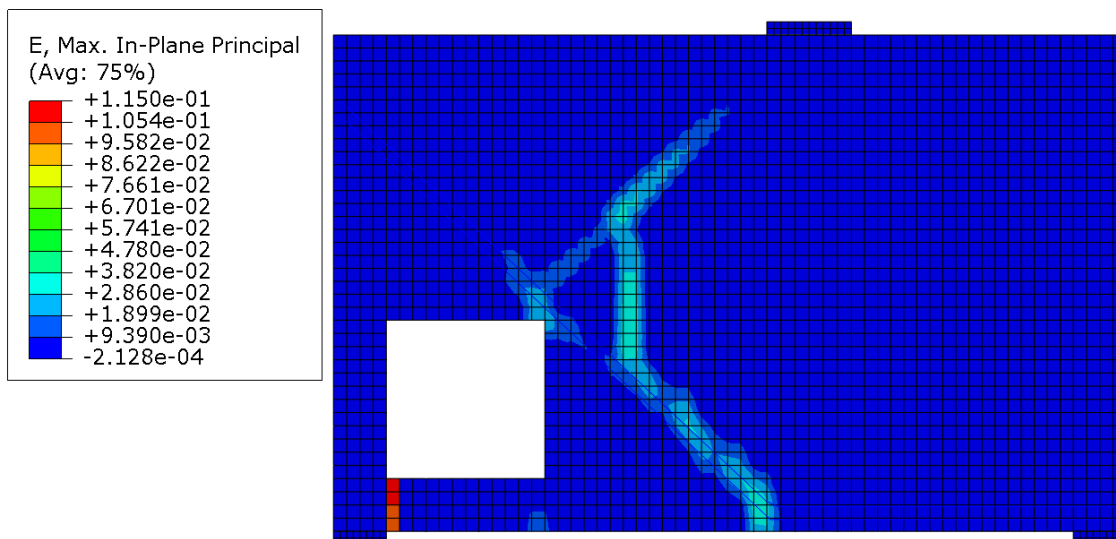


Fonte: autor.

Por fim, o modelo “ruptura do tirante s/ Asmín”, apresentou comportamento similar ao do modelo dimensionado para a ruptura da biela e detalhado sem a armadura em malha, exibindo modo de falha devido à ruptura do tirante inclinado, localizado no canto superior direito da abertura. Apesar da similaridade, vale a pena destacar que, no ponto em que o tirante atingiu sua deformação última, o concreto localizado abaixo da abertura, apresentava deformação principal de alongamento de 115% (Figura 114), e deslocamento horizontal

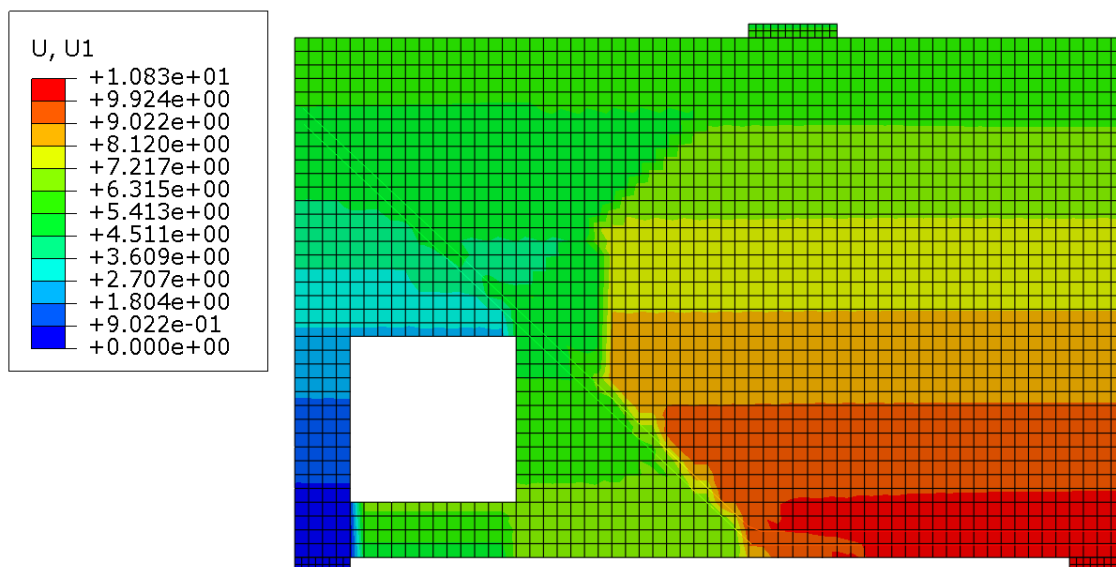
relativo de aproximadamente 5,28 mm (Figura 115). Com isso, a força resistente adotada para este modelo foi aquela referente ao deslocamento de 4,6 mm.

Figura 114 – Deformação máxima principal do modelo “ruptura do tirante s/ Asmín”.



Fonte: autor.

Figura 115 – Deslocamento horizontal do modelo “ruptura do tirante s/ Asmín”.

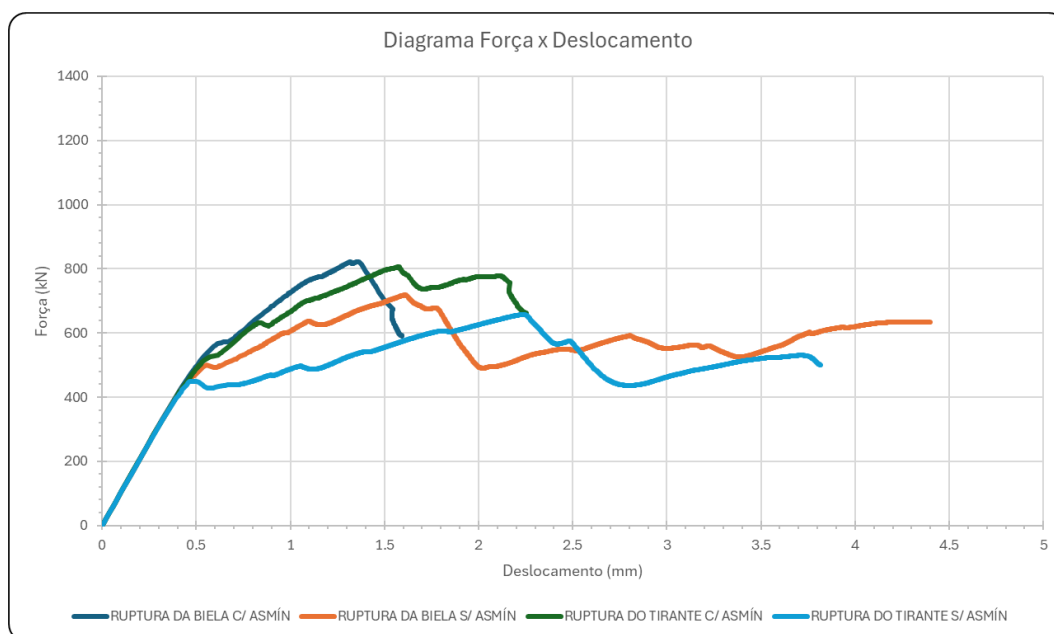


Fonte: autor.

Enfim, resta analisar os resultados obtidos nas análises não-lineares, realizadas nas vigas-parede dimensionadas a partir do modelo de bielas e tirantes desenvolvido com base no processo de otimização topológica, com fração de volume de 20%. A partir destas análises, foram extraídos os diagramas força-deslocamento apresentados na Figura 116.

Começando pelo modelo “ruptura da biela c/ Asmín”, este apresentou uma queda brusca na força resistente logo após o ponto de máxima no diagrama, localizado na abscissa de aproximadamente 1,35 mm . Ao verificar o motivo dessa queda, constatou-se que o modo de falha do modelo se deu de forma semelhante ao seu correspondente para a fração volumétrica de 30%, ou seja, a abertura que nasceu no meio do vão da viga-parede, se propagou verticalmente de forma a praticamente seccionar o elemento estrutural, reduzindo a área da biela horizontal superior, fazendo com que esta atingisse sua deformação última, conforme exemplificado na Figura 110. Com isso, foi adotado como força última resistente do modelo, a força equivalente ao pico do diagrama.

Figura 116 – Diagrama força-deslocamento dos MBT baseados na otimização topológica (20%).



Fonte: autor.

Quanto ao modelo “ruptura da biela s/ Asmín”, este apresentou força máxima no ponto equivalente ao deslocamento de 1,6 mm, que corresponde ao momento em que se formou a fissura no meio do vão da viga-parede. A partir deste ponto, ocorreu a intensa plastificação do concreto localizado abaixo da abertura e nos arredores desta fissura central e, logo em sequência, observou-se a formação de um patamar de escoamento no diagrama força-deslocamento, de forma que nem o aço e nem o concreto chegasse à sua respectiva deformação última. Com isso, a força última resistente adotada se refere ao ponto localizado na abscissa de 1,6 mm.

Em relação ao modelo “ruptura do tirante c/ Asmín”, este demonstrou um comportamento similar ao do modelo dimensionado para a ruptura do concreto detalhado com armadura em malha, exibindo um modo de falha que se deu pela ruptura das armaduras que costuravam a fissura vertical que nasceu no meio do vão. Com isso, a força resistente adotada para este modelo foi a força referente ao ponto localizado na abscissa de 1,57 mm, aproximadamente.

Por fim, o modelo “ruptura do tirante s/Asmín” apresentou o mesmo padrão evolutivo das fissuras que os demais modelos sem armadura em malha, onde houve a formação das fissuras nos cantos da abertura e, devida à ausência de armação na região inferior desta abertura, ocorreu a intensa plastificação do concreto, até que, no ponto correspondente à maior força no diagrama, houve a propagação da fissura já existente no canto superior direito da abertura, o que gerou a queda da força resistente.

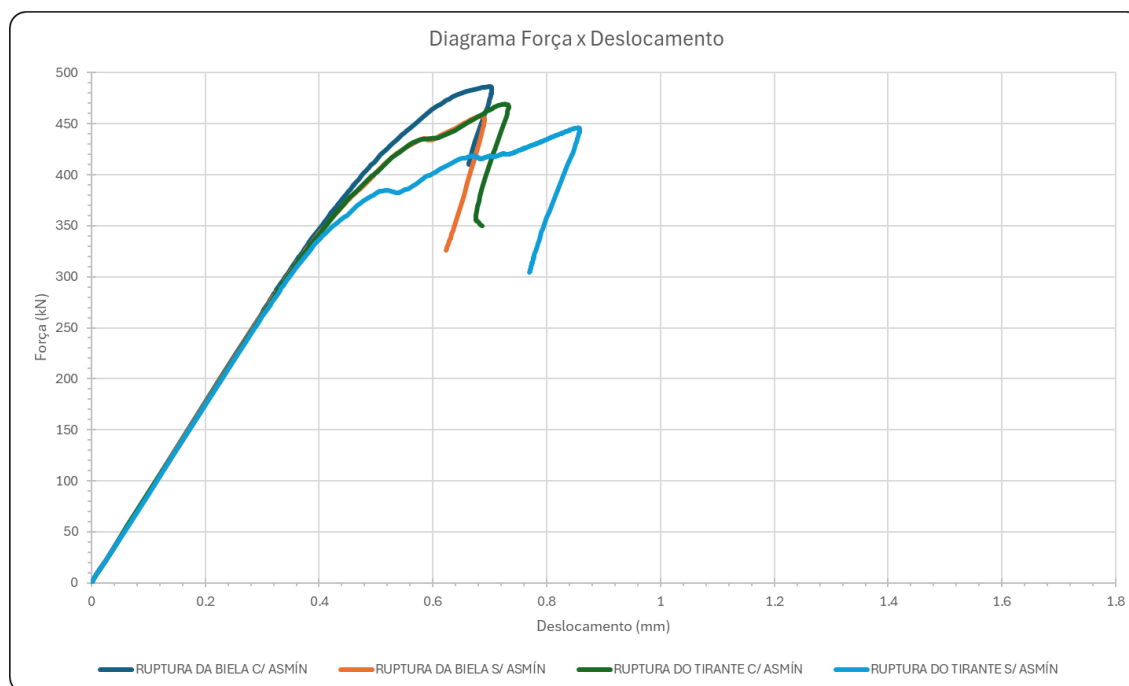
Essa fissura continuou a se abrir até o deslocamento aproximado de 2,5 mm, onde observou-se uma rápida ascensão no gráfico, seguido de outra queda brusca, devida à abertura da fissura vertical no meio do vão da viga. Deste ponto em diante, essa última fissura abriu cada vez mais, até o momento em que o tirante inferior atingiu sua deformação última, caracterizando a ruína da viga-parede. Portanto, a partir do comportamento apresentado acima, a força resistente apresentada pelo modelo corresponde ao ponto equivalente ao deslocamento de 2,24 mm, aproximadamente.

APÊNDICE C – Resultados das análises não-lineares para o modelo “HVAR”

Para as vigas-parede dimensionadas a partir do modelo de bielas e tirantes desenvolvido com base nos resultados da análise elástica, foram obtidos os diagramas de força-deslocamento apresentados na Figura 117, onde é possível observar o comportamento das vigas-parede dimensionadas para a ruptura da biela e para a ruptura do tirante, sendo que para cada um desses modelos, foi detalhado um exemplar com armadura em malha e outro sem.

Em relação às premissas utilizadas na determinação da força resistente que cada modelo apresentou nas análises não-lineares, foram mantidos os critérios utilizados nos dois modelos de vigas-parede anteriores, onde considerava-se a ruptura do concreto quando o modelo apresentasse nível de deformações principais de encurtamento superiores a 3,5%, enquanto a ruptura do aço era considerada atingida quando as barras de armadura indicassem deformações principais de alongamento superiores a 10%.

Figura 117 – Diagrama força-deslocamento dos MBT gerados a partir da análise elástica.



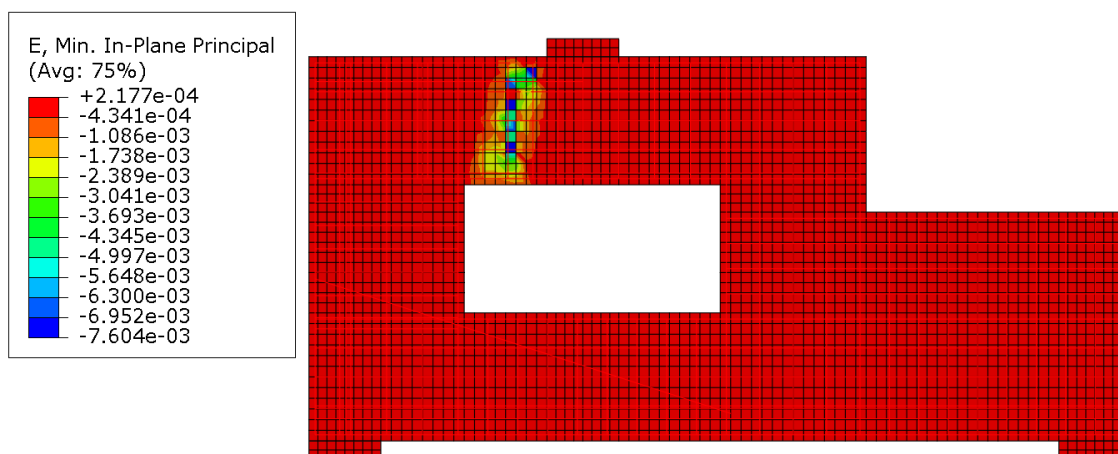
Fonte: autor.

Observando os diagramas apresentados acima, nota-se uma semelhança considerável entre o comportamento dos modelos. Analisando mais a fundo o modo de ruína de cada um, verificou-se que todos eles apresentaram o mesmo modo de falha, em que houve a abertura da primeira fissura, localizada no meio do vão da viga-parede, próximo à sua face inferior, e então

essa fissura se propagou verticalmente, causando uma leve queda na rigidez do modelo, até que, a biela superior esquerda, localizada logo abaixo do ponto de aplicação de força, atingisse níveis de deformação superiores à deformação última de 3,5‰, chegando à ruptura. Esse modo de falha característico foi obtido nos quatro modelos, e está representado na Figura 118.

Como esse tipo de ruptura caracterizou uma ruína do tipo frágil (apresentando uma queda brusca no diagrama força-deslocamento), de forma que as armaduras não apresentassem escoamento, a força última resistente de todos os modelos foi considerada como sendo a força equivalente ao pico do gráfico.

Figura 118 – Ruptura característica dos MBT baseados na análise elástica.



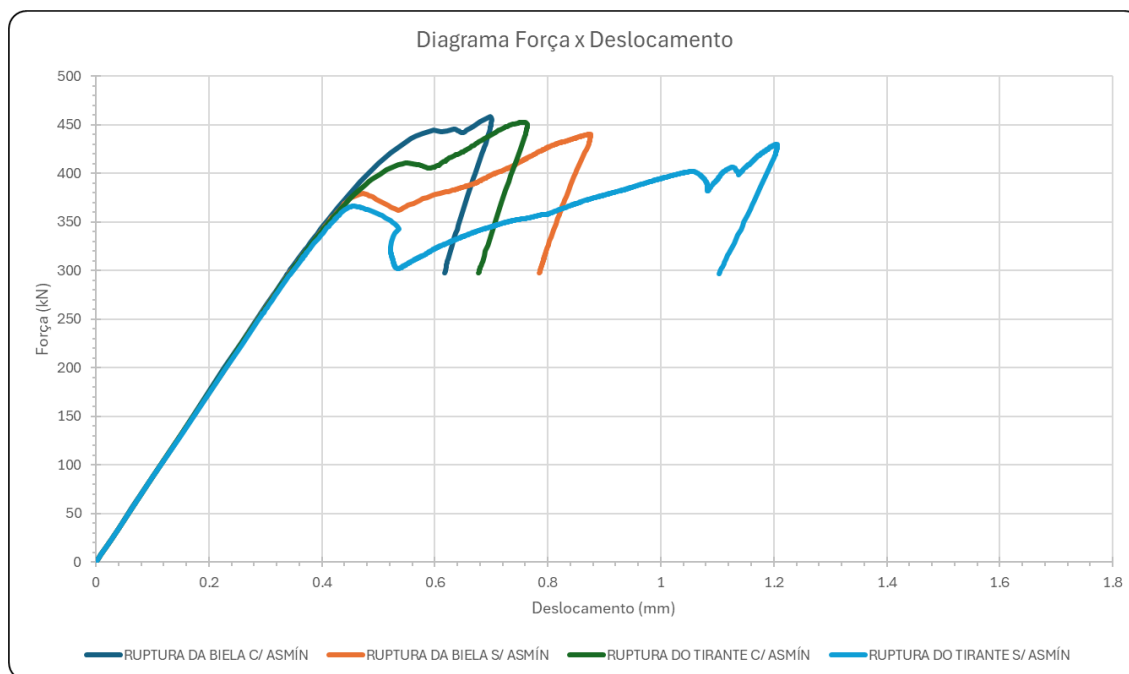
Fonte: autor.

Partindo agora para a análise dos resultados apresentados na Figura 119, referente aos modelos de bielas e tirantes desenvolvidos com base no processo de otimização topológica, para uma fração de volume final equivalente a 40% do volume inicial, também foi possível notar uma semelhança no comportamento dos modelos, sendo que o modelo que apresentou maior diferença foi o “ruptura do tirante s/ Asmín”.

O modo de falha destes modelos foi idêntico ao dos MBT gerados a partir da análise elástica linear (Figura 118), apresentando apenas uma ductilidade maior, onde primeiramente houve a formação da fissura vertical que nasceu no meio do vão da viga-parede, próximo à sua face inferior. Na sequência, essa fissura se propagou verticalmente, gerando uma queda na rigidez do modelo, como pode-se observar nos diagramas força-deslocamento. A partir desse ponto, a armadura do tirante inferior garantiu uma certa rigidez ao modelo, ao passo que o concreto localizado nos arredores desta fissura plastificou. Este processo ocorreu até o momento em que a biela superior esquerda, posicionada logo abaixo da placa de carregamento,

apresentou níveis de deformação superiores à sua deformação última, indicando a ruptura da biela.

Figura 119 – Diagrama força-deslocamento dos MBT baseados na otimização topológica (40%).



Fonte: autor.

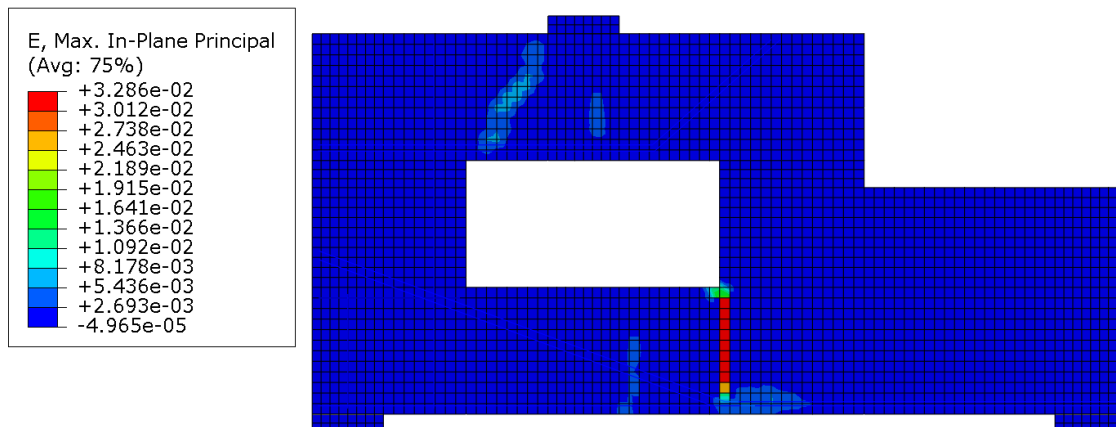
Analisando mais a fundo o modelo “ruptura do tirante s/ Asmín”, que apresentou um comportamento levemente distinto dos demais, observou-se que este modelo foi o único em que a armadura atingiu o patamar de escoamento, justificando a maior ductilidade indicada no diagrama força-deslocamento. Neste modelo, observou-se também uma plastificação mais acentuada do concreto nos arredores da fissura que nasceu no meio do vão, chegando a níveis de deformação principal de alongamento de 33% (Figura 120), e de deslocamento horizontal relativo de aproximadamente 1,69 mm (Figura 121), quando a biela superior atingiu a ruptura.

Entretanto, devido à ausência de comprovações experimentais que validassem essa capacidade de adaptação plástica e de redistribuição de esforços, optou-se por considerar como força última resistente àquela referente ao ponto de máxima do diagrama força-deslocamento, que corresponde ao momento em que a biela superior atingiu a ruptura, indo ao encontro dos critérios utilizados nos modelos de viga-parede analisados anteriormente neste trabalho.

Na sequência, apresentam-se os resultados obtidos nas análises não-lineares, realizadas nos modelos de bielas e tirantes desenvolvidos a partir do processo de otimização topológica, para a fração de volume de 30%, ilustrados na Figura 122. A partir da observação desses

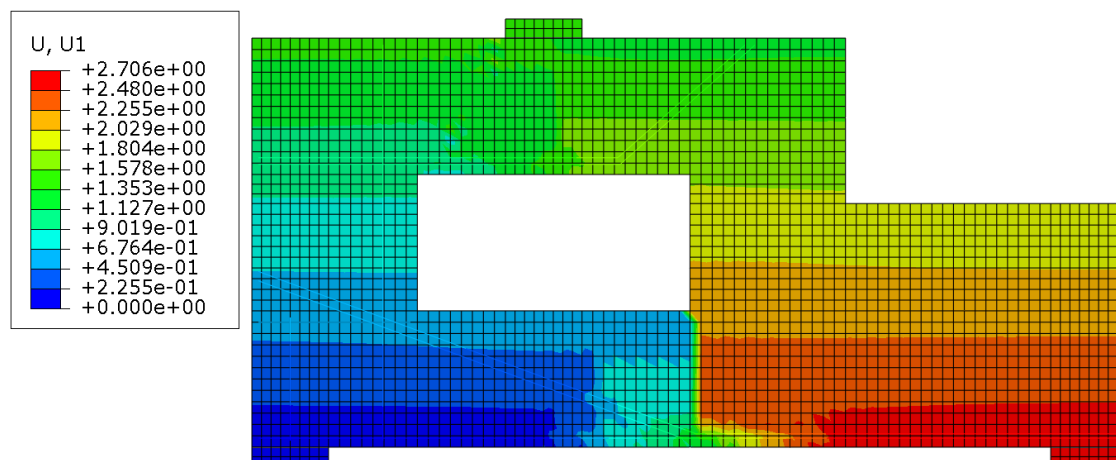
diagramas força-deslocamento, verificou-se que os modelos apresentam comportamentos semelhantes aos apresentados para o caso de otimização topológica com volume final equivalente a 40% do inicial.

Figura 120 – Deformação máxima principal do modelo “ruptura do tirante s/ Asmín”.



Fonte: autor.

Figura 121 – Deslocamento horizontal do modelo “ruptura do tirante s/ Asmín”.

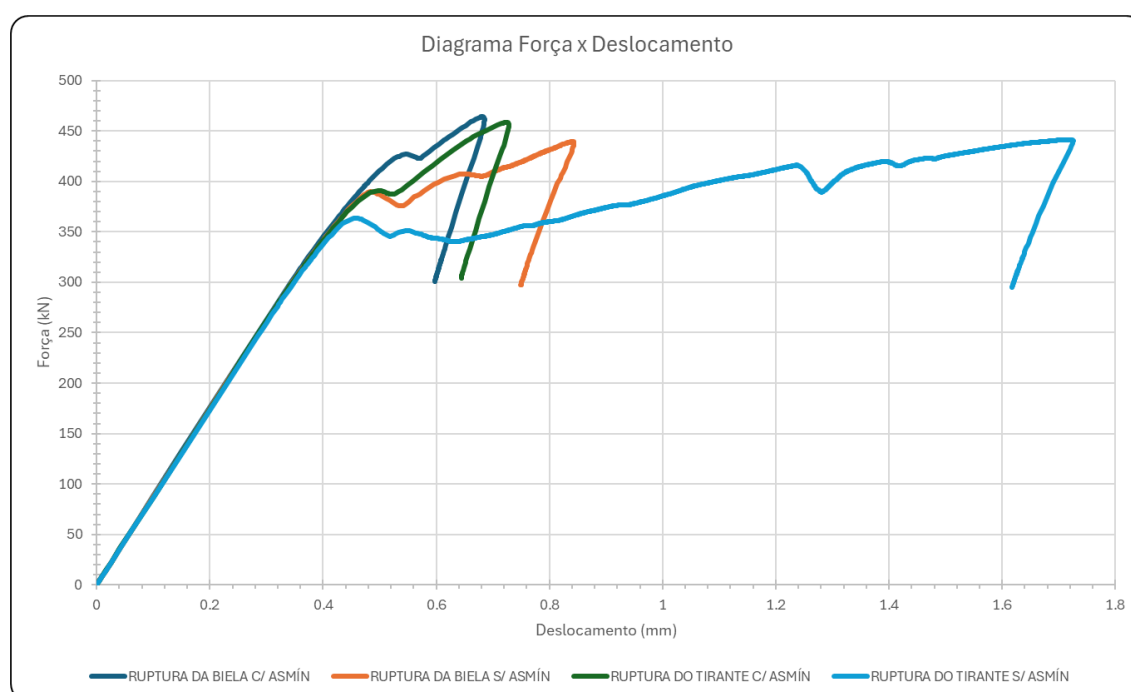


Fonte: autor.

Analisando individualmente o comportamento dos modelos apresentados na figura acima, constatou-se que o modo de falha de todos foi idêntico, correspondendo à ruptura da biela superior do lado esquerdo, localizada abaixo do ponto de aplicação de força. Frente a isso, o único modelo que foi explorado com maiores detalhes foi o “ruptura do tirante s/ Asmín”, uma vez que este foi único modelo que apresentou comportamento distinto dos demais, pois os outros modelos já foram discutidos anteriormente.

Inicialmente, notou-se que o processo evolutivo de fissuração foi similar ao dos demais modelos, ou seja, ocorreu a abertura da primeira fissura, localizada no meio do vão da viga-parede, próximo à sua face inferior, e então essa fissura se propagou verticalmente, causando a plastificação do concreto nos seus arredores e, conseqüentemente, reduzindo a rigidez do modelo. No entanto, apesar do elevado grau de deformação de alongamento apresentado pelo concreto nesta região, a armadura do tirante inferior forneceu rigidez ao modelo, até o momento em que a biela superior esquerda, localizada abaixo da placa de carregamento, apresentou deformações superiores à última, caracterizando a ruptura da biela.

Figura 122 – Diagrama força-deslocamento dos MBT baseados na otimização topológica (30%).



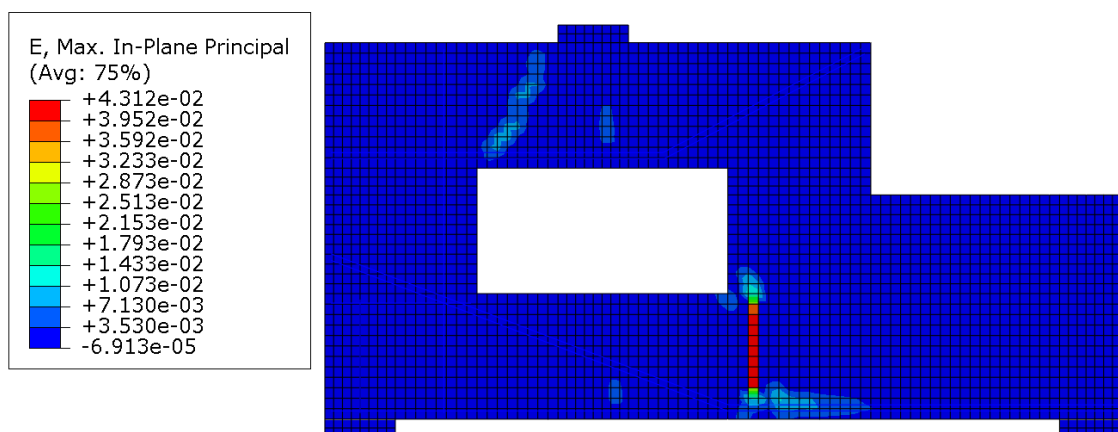
Fonte: autor.

Quando ocorreu essa ruptura, o concreto aos redores da fissura que se abriu na região inferior da viga-parede, apresentou deformações principais de alongamento da ordem de 43% (Figura 123), e deslocamento horizontal relativo de aproximadamente 2 mm (Figura 124). No entanto, seguindo as premissas utilizadas nesta dissertação, foram adotadas como forças resistentes dos modelos, os valores correspondentes aos pontos em que a biela superior esquerda atingiu a ruptura.

Por fim, os resultados obtidos nas análises não-lineares, realizadas nos modelos de bielas e tirantes desenvolvidos a partir do processo de otimização topológica para a fração de

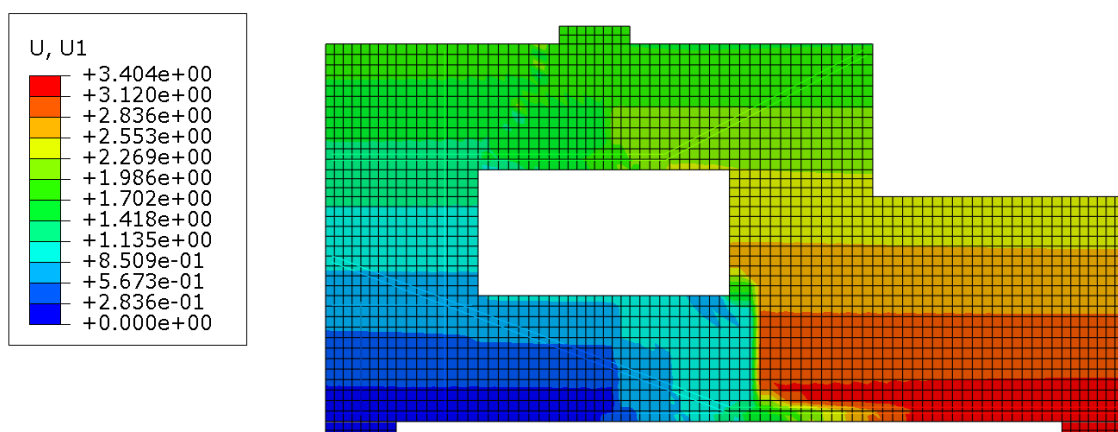
volume de 20%, encontram-se ilustrados na Figura 125, por meio de seus diagramas força-deslocamento.

Figura 123 – Deformação máxima principal do modelo “ruptura do tirante s/ Asmín”.



Fonte: autor.

Figura 124 – Deslocamento horizontal do modelo “ruptura do tirante s/ Asmín”.



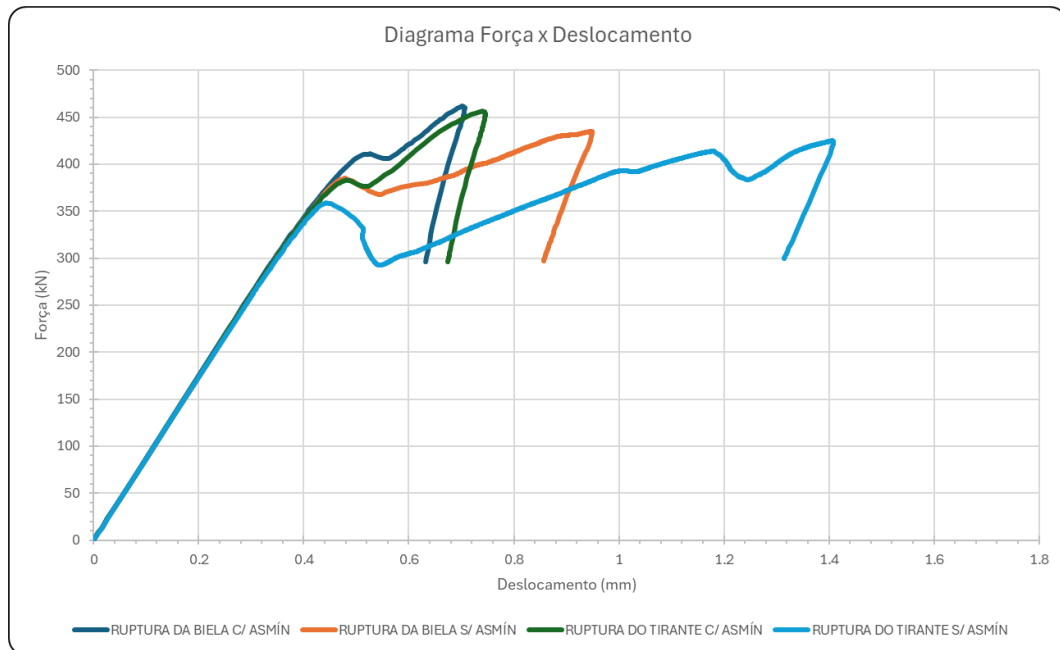
Fonte: autor.

A partir desses resultados, observou-se que os comportamentos apresentados por estes modelos são semelhantes aos já apresentados anteriormente, inclusive o mesmo modo de falha, que corresponde à ruptura da biela localizada no lado esquerdo da viga-parede, na região abaixo da placa de carregamento.

Com isso, todas as observações feitas nos modelos das frações de volume anteriores, são válidas também para este caso, inclusive para o modelo “ruptura do tirante s/ Asmín”, sendo que a única diferença observada neste último modelo, em relação ao dos outros casos de otimização, está na magnitude da deformação principal de alongamento obtida no concreto localizado aos arredores na fissura que nasceu no meio do vão da viga-parede, e do

deslocamento horizontal relativo, onde os valores obtidos neste modelos foram de 34‰ e 1,76mm, respectivamente.

Figura 125 – Diagrama força-deslocamento dos MBT baseados na otimização topológica (20%).



Fonte: autor.

