

UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO

Escola de Engenharia de São Carlos

Análise da reologia do concreto autoadensável com uso de redes neurais artificiais para simulação de escoamento por meio do modelo constitutivo de Bingham

Thiago da Silva Costa Santos

Dissertação de Mestrado do Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil (Engenharia de Estruturas) da Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo

Thiago da Silva Costa Santos

**Análise da reologia do concreto autoadensável com uso de
redes neurais artificiais para simulação de escoamento por
meio do modelo constitutivo de Bingham**

Dissertação apresentada à Escola de Engenharia
de São Carlos da Universidade de São Paulo,
para obtenção do título de Mestre em Ciências
- Programa de Pós-Graduação em Engenharia
Civil (Engenharia de Estruturas).

Área de concentração: Estruturas

Orientador: Prof. Dr. Rogério Carrazedo

São Carlos

2025

AUTORIZO A REPRODUÇÃO TOTAL OU PARCIAL DESTE TRABALHO,
POR QUALQUER MEIO CONVENCIONAL OU ELETRÔNICO, PARA FINS
DE ESTUDO E PESQUISA, DESDE QUE CITADA A FONTE.

Ficha catalográfica elaborada pela Biblioteca Prof. Dr. Sérgio Rodrigues Fontes da
EESC/USP com os dados inseridos pelo(a) autor(a).

S237a Santos, Thiago da Silva Costa
Análise da reologia do concreto autoadensável com
uso de redes neurais artificiais para simulação de
escoamento por meio do modelo constitutivo de Bingham /
Thiago da Silva Costa Santos; orientador Rogério
Carrazedo. São Carlos, 2025.

Dissertação (Mestrado) - Programa de
Pós-Graduação em Engenharia Civil (Engenharia de
Estruturas) e Área de Concentração em Estruturas --
Escola de Engenharia de São Carlos da Universidade de
São Paulo, 2025.

1. Concreto autoadensável. 2. Reologia. 3. Redes
neurais artificiais. 4. Plástico de Bingham. 5. PFEM.
6. Simulação numérica. I. Título.

FOLHA DE JULGAMENTO

Candidato: Bacharel **THIAGO DA SILVA COSTA SANTOS**.

Título da dissertação: "Análise da reologia do concreto autoadensável com uso de redes neurais artificiais para simulação de escoamento por meio do modelo constitutivo de Bingham".

Data da defesa: 08/05/2025.

Comissão Julgadora

Prof. Associado Rogério Carrazedo
(Orientador)

(Escola de Engenharia de São Carlos/EESC-USP)

Prof. Dr. Luiz Alkimin de Lacerda

(Universidade Federal do Paraná/UFPR)

Prof. Dr. Jeferson Wilian Dossa Fernandes

(Universidade Federal de Minas Gerais/UFMG)

Resultado

Aprovado

Aprovado

Aprovado

Coordenador do Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil (Engenharia de Estruturas):

Prof Associado **Ricardo Carrazedo**

Presidente da Comissão de Pós-Graduação:

Prof. Titular **Carlos De Marqui Junior**

AGRADECIMENTOS

Agradeço a Deus por ter me amparado durante toda a minha caminhada, dando-me força para persistir e enfrentar todas as dificuldades e desafios.

Aos meus pais, Maria Angélica e José Luiz, e ao meu irmão, Luiz Fernando, por todo o amor e incentivo doados ao longo da vida.

Agradeço à minha noiva, Verena Macedo, pelo amor, apoio e toda a força doados ao longo dos últimos seis anos. Sua presença é fundamental na minha vida.

Ao meu orientador, Rogério Carrazedo, pela confiança depositada, paciência e orientação excepcional dedicada desde março de 2022, dando-me a oportunidade de ingressar na pesquisa na área de métodos numéricos aplicados à engenharia estrutural.

Aos membros da banca de qualificação, Alessandra Lorenzetti de Castro e Rodolfo André Kuche Sanches, pelas excelentes contribuições feitas para o avanço da pesquisa.

Aos meus amigos Gabriel Dantas e Herbert Melo, com quem compartilhei cerca de 1 ano e meio. Tivemos diversas experiências e nos apoiamos em diversos momentos. A presença de vocês foi muito importante para tornar mais leve a adaptação à mudança de cidade.

Aos amigos que fiz na EESC-USP, em especial aos que dividimos a sala da ME-08: José Caio, Daniel, Humberto, Marcos, Gabriel, Gilmar, Guilherme e Danilo. A amizade de vocês tornou essa caminhada mais leve e cheia de histórias para relembrar.

Este trabalho foi realizado com apoio da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior - Brasil (CAPES) - Código de Financiamento 001, e do Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPq) - nº do Processo 130950/2022-0.

RESUMO

SANTOS, T. S. C. **Análise da reologia do concreto autoadensável com uso de redes neurais artificiais para simulação de escoamento por meio do modelo constitutivo de Bingham.**

2025. Dissertação (Mestrado) - Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, 2025.

No estado fresco, o concreto é composto por uma pasta de cimento (fluido), com agregados graúdos e miúdos (sólidos). A obtenção dos parâmetros de viscosidade plástica e tensão de escoamento é fundamental para estudar sua reologia. Dentre os diferentes tipos de concreto, destaca-se o concreto autoadensável (CAA), que se diferencia pela sua capacidade de fluir e preencher fôrmas sem a necessidade de vibração mecânica, devido à sua formulação otimizada com aditivos superplastificante e maior presença de materiais finos. Este estudo investiga o comportamento reológico do CAA em estado fresco, focando na previsão dos parâmetros de viscosidade plástica e tensão de escoamento, considerando a complexidade e não linearidade desses parâmetros em fluidos não-newtonianos. Para isso, redes neurais artificiais (RNAs) do tipo perceptron multicamadas (MLP) foram aplicadas devido à sua capacidade de otimização preditiva. Três diferentes conjuntos de dados foram utilizados no treinamento das RNAs, analisados em 60 topologias distintas, variando o número de neurônios, camadas ocultas e funções de ativação. As RNAs apresentaram bom desempenho na previsão dos parâmetros reológicos, avaliados por meio do coeficiente de determinação (R^2) e da raiz do erro quadrático médio normalizado (NRMSE), com melhores resultados na previsão da tensão de escoamento. Além disso, os parâmetros reológicos previstos pelas RNAs foram integrados às simulações numéricas de escoamento, com o objetivo de analisar o comportamento da solução. A modelagem foi conduzida com base no modelo constitutivo de Bingham suavizado, conforme Papanastasiou (1987), em combinação com o Método dos Elementos Finitos e Partículas (PFEM), apropriado para fluidos com superfícies livres e contornos móveis. Por fim, o estudo demonstrou a complementariedade entre RNAs e simulações numéricas na análise do concreto autoadensável.

Palavras-chave: Concreto autoadensável. Reologia. Redes neurais artificiais. Plástico de Bingham. PFEM. Simulação numérica.

ABSTRACT

SANTOS, T. S. C. **Rheology analysis of the self-compacting concrete using artificial neural networks for flow simulation with the Bingham constitutive model.** 2025. Dissertation (Master) - School of Engineering of São Carlos, University of São Paulo, São Carlos, 2025.

In its fresh state, concrete consists of a cement paste (fluid), along with coarse and fine aggregates (solids). Obtaining plastic viscosity and yield stress parameters is essential to study its rheology. Among the different types of concrete, self-compacting concrete (SCC) stands out, due to its ability to flow and fill forms without needing mechanical vibration, due to its optimized formulation with superplasticizing additives and a greater presence of fine materials. This study investigates the rheological behavior of SCC in its fresh state, focusing on the prediction of these parameters, given the complexity and non-linearity characteristic of non-Newtonian fluids. For this purpose, artificial neural networks (ANNs) of the multilayer perceptron (MLP) type were employed, known for their predictive optimization capabilities. Three different datasets were used for training the ANNs, analyzed through 60 distinct topologies, varying the number of neurons, hidden layers, and activation functions. The ANNs demonstrated good performance in predicting rheological parameters, evaluated by the coefficient of determination (R^2) and normalized root mean square error (NRMSE), with better results for yield stress prediction. Furthermore, the rheological parameters predicted by the ANNs were integrated into the numerical flow simulations, with the aim of analyzing the solution behavior. The modeling was conducted based on the smoothed Bingham constitutive model, according to Papanastasiou (1987), in combination with the Particle Finite Element Method (PFEM), appropriate for fluids with free surfaces and moving boundaries. Finally, the study demonstrated the complementarity between ANNs and numerical simulations in the analysis of self-compacting concrete.

Keywords: Self-compacting concrete. Rheology. Artificial neural networks. Bingham plastic. PFEM. Numerical simulation.

LISTA DE FIGURAS

Figura 2.1 – Classificação de Fluidos Não-Newtonianos	20
Figura 2.2 – Ensaio de espalhamento	22
Figura 2.3 – Ensaio da caixa L	23
Figura 2.4 – Reômetro BTRHEOM	23
Figura 2.5 – Esquematização do Neurônio	25
Figura 2.6 – Variação do potencial de ação no neurônio	25
Figura 2.7 – RNA de arquitetura <i>feedforward</i> de camada simples	26
Figura 2.8 – RNA de arquitetura <i>feedforward</i> de múltiplas camadas	26
Figura 2.9 – Configuração básica do <i>perceptron</i>	28
Figura 2.10–Funções de ativação totalmente diferenciáveis	28
Figura 2.11–Funções de ativação parcialmente diferenciáveis	29
Figura 2.12–Função de ativação exponencial	29
Figura 2.13–Critério de <i>early stopping</i> para evitar <i>overfitting</i>	35
Figura 2.14–Validação cruzada com 8 partições do problema 1	36
Figura 3.1 – Volume de fluido infinitesimal em coordenadas cartesianas	38
Figura 3.2 – Configurações do corpo ao longo do tempo	39
Figura 3.3 – Mapeamento de mudança de configuração	40
Figura 3.4 – Funcionamento do PFEM	47
Figura 3.5 – Triangulação de Delaunay com circunferência circunscrita	48
Figura 3.6 – Triangulação de Delaunay e Alpha Shapes com diferentes parâmetros α (α_1 $> \alpha_2$)	49
Figura 3.7 – Elemento finito T3	54
Figura 3.8 – Comportamento do modelo de Bingham suavizado com variação do parâmetro " n "	55
Figura 4.1 – Histograma e distribuição normal - Modelo 1	59
Figura 4.2 – NRMSE (%) e R^2 para função sigmoide na previsão de σ_0 - Modelo 1	60
Figura 4.3 – NRMSE (%) e R^2 para função sigmoide na previsão de μ - Modelo 1	60
Figura 4.4 – NRMSE (%) e R^2 para função exponencial na previsão de σ_0 - Modelo 1	61
Figura 4.5 – NRMSE (%) e R^2 para função exponencial na previsão de μ - Modelo 1	61
Figura 4.6 – NRMSE (%) e R^2 para função tangente hiperbólica na previsão de σ_0 - Modelo 1	62
Figura 4.7 – NRMSE (%) e R^2 para função tangente hiperbólica na previsão de μ - Modelo 1	62
Figura 4.8 – Resultados da RNA 3-1-2 para previsão de tensão - Modelo 1	63
Figura 4.9 – Resultados da RNA 5-2-1 para previsão de viscosidade - Modelo 1	63
Figura 4.10–Histograma e distribuição normal - Modelo 2	65
Figura 4.11–NRMSE (%) e R^2 para função sigmoide na previsão de σ_0 - Modelo 2	65
Figura 4.12–NRMSE (%) e R^2 para função sigmoide na previsão de μ - Modelo 2	66

Figura 4.13–NRMSE (%) e R^2 para função exponencial na previsão de σ_0 - Modelo 2 . . .	66
Figura 4.14–NRMSE (%) e R^2 para função exponencial na previsão de μ - Modelo 2 . . .	67
Figura 4.15–NRMSE (%) e R^2 para função tangente hiperbólica na previsão de σ_0 - Modelo 2	67
Figura 4.16–NRMSE (%) e R^2 para função tangente hiperbólica na previsão de μ - Modelo 2	68
Figura 4.17–Resultados da RNA 9-1-3 para previsão de tensão - Modelo 2	69
Figura 4.18–Resultados da RNA 10-1-3 para previsão de viscosidade - Modelo 2	70
Figura 4.19–Histograma e distribuição normal - Modelo 3	72
Figura 4.20–NRMSE (%) e R^2 para função sigmoide na previsão de σ_0 - Modelo 3	73
Figura 4.21–NRMSE (%) e R^2 para função sigmoide na previsão de μ - Modelo 3	73
Figura 4.22–NRMSE (%) e R^2 para função exponencial na previsão de σ_0 - Modelo 3 . .	74
Figura 4.23–NRMSE (%) e R^2 para função exponencial na previsão de μ - Modelo 3 . .	74
Figura 4.24–NRMSE (%) e R^2 para função tangente hiperbólica na previsão de σ_0 - Modelo 3	75
Figura 4.25–NRMSE (%) e R^2 para função tangente hiperbólica na previsão de μ - Modelo 3	75
Figura 4.26–Resultados da RNA 7-1-2 para previsão de tensão - Modelo 3	76
Figura 4.27–Resultados da RNA 3-1-2 para previsão de viscosidade - Modelo 3	77
Figura 4.28–Geometria do ensaio da caixa L	78
Figura 4.29–Malha empregada no programa de fluidos para o exemplo do artigo de Cremonesi <i>et al.</i> (2010)	79
Figura 4.30–Comprimento final (m) para ensaio da caixa L no exemplo de Cremonesi <i>et al.</i> (2010)	80
Figura 4.31–Altura máxima no eixo vertical do ensaio da caixa L - exemplo de <i>benchmarking</i> de Cremonesi <i>et al.</i> (2010)	80
Figura 4.32–Comprimento de escoamento do concreto no ensaio da caixa L - exemplo de <i>benchmarking</i> de Cremonesi <i>et al.</i> (2010)	81
Figura 4.33–Geometria do ensaio da caixa L, medidas em mm - Hosseinpour, Yahia e Khayat (2019)	81
Figura 4.34–Malha empregada no programa de fluidos para o exemplo do artigo de Hosseinpour, Yahia e Khayat (2019)	82
Figura 4.35–Altura máxima no eixo vertical do ensaio da caixa L - exemplo de <i>benchmarking</i> de Hosseinpour, Yahia e Khayat (2019)	83
Figura 4.36–Comprimento de escoamento do concreto no ensaio da caixa L - exemplo de <i>benchmarking</i> de Hosseinpour, Yahia e Khayat (2019)	83
Figura 4.37–Malha empregada no programa de fluidos para o exemplo 57	84
Figura 4.38–Altura máxima inicial ensaio da caixa L - RNA vs Experimental	85
Figura 4.39–Altura máxima final ensaio da caixa L - RNA vs Experimental	85

LISTA DE TABELAS

Tabela 2.1 – Ensaaios de reologia do concreto	21
Tabela 4.1 – Amostra de dados do modelo 1 para teste e treinamento das RNAs	57
Tabela 4.2 – Parâmetros estatísticos para o Modelo 1	57
Tabela 4.3 – Amostra de dados do modelo 2 para teste e treinamento das RNAs	64
Tabela 4.4 – Parâmetros estatísticos para o Modelo 2	64
Tabela 4.5 – Amostra de dados do modelo 3 para teste e treinamento das RNAs	71
Tabela 4.6 – Parâmetros estatísticos para o Modelo 3	71
Tabela 4.7 – Medidas do ensaio da caixa L para exemplo de Cremonesi <i>et al.</i> (2010) . . .	78

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	13
1.1	Justificativa	15
1.2	Objetivos	15
1.2.1	Objetivos Específicos	15
1.3	Metodologia	16
1.3.1	Obtenção de parâmetros reológicos	16
1.3.2	Escoamento com uso do PFEM	17
1.4	Apresentação do texto	17
2	PROPRIEDADES REOLÓGICAS DO CONCRETO E AS REDES NEU- RAIS ARTIFICIAIS	19
2.1	Propriedades reológicas do concreto	19
2.1.1	Reologia do Concreto	20
2.2	Rede neural artificial de múltiplas camadas	24
2.2.1	Introdução a redes neurais artificiais	24
2.2.2	Composição da RNA	27
2.2.3	<i>Perceptron</i> multicamadas (PMC ou MLP - <i>Multilayer Perceptron</i>)	29
2.2.4	Metodologia para implementação das Redes Neurais Artificiais	33
2.2.4.1	Dados utilizados para a RNA	34
2.2.4.2	Arquiteturas propostas	34
2.2.4.3	Implementação do programa na biblioteca <i>Keras</i> com o <i>Python</i>	34
3	SIMULAÇÃO DO ESCOAMENTO DO CONCRETO	37
3.1	Dinâmica dos Fluidos Computacional	37
3.1.1	Descrição matemática dos meios contínuos	38
3.1.2	Medida de deformação empregada e modelo constitutivo adotado	40
3.1.2.1	Modelo constitutivo para fluidos Newtonianos e plásticos de Bingham	41
3.1.3	Equações governantes	42
3.1.3.1	Conservação da massa	42
3.1.3.2	Conservação da quantidade de movimento	42
3.1.4	Formulação do método dos elementos finitos para materiais incompressíveis	44
3.2	Método dos Elementos Finitos e Partículas (PFEM)	46
3.2.1	Fundamentos do PFEM	47
3.2.1.1	Triangulação de Delaunay	47
3.2.1.2	Definição de contornos pelo método α -shape	48
3.2.2	Metodologia do trabalho	50

3.2.2.1	Estabilização com técnica <i>Pressure Stabilizing Petrov-Galerkin</i> (PSPG) . . .	50
3.2.2.2	Integrador α – generalizado	51
3.2.2.3	Processo de solução com matriz tangente	52
3.2.2.4	Elemento finito adotado para funções aproximadoras	53
3.3	Modelo Reológico de Plástico de Bingham	54
4	RESULTADOS E DISCUSSÕES	56
4.1	Resultados das redes neurais artificiais	56
4.1.1	Modelo 1	56
4.1.1.1	Dados para treinamento da RNA	57
4.1.1.2	Resultados do treinamento da RNA	59
4.1.2	Modelo 2	63
4.1.2.1	Dados para treinamento da RNA	64
4.1.2.2	Resultados do treinamento da RNA	65
4.1.3	Modelo 3	70
4.1.3.1	Dados para treinamento da RNA	71
4.1.3.2	Resultados do treinamento da RNA	73
4.2	Resultados do programa numérico de dinâmica dos fluidos	78
4.2.1	Exemplos de <i>benchmarking</i> de Cremonesi <i>et al.</i> (2010) e Hosseinpour, Yahia e Khayat (2019)	78
4.2.2	Simulação para ensaio da caixa L com dados reológicos obtidos a partir de RNA	83
5	CONCLUSÕES	87
5.1	Sugestões para trabalhos futuros	88
	REFERÊNCIAS	90
	APÊNDICES	96
	APÊNDICE A – RESULTADOS DAS REDES NEURAS ARTIFICIAIS	97
A.1	Resultados para o Modelo 1	97
A.1.1	R ² e RMSE para as redes neurais artificiais do modelo 1	97
A.1.2	Valores observados (<i>i</i>) e previstos (<i>j</i>) da RNA com melhor desempenho para previsão da viscosidade (5-2-1) no Modelo 1	99
A.1.3	Valores observados (<i>i</i>) e previstos (<i>j</i>) da RNA com melhor desempenho para previsão da tensão de escoamento (3-1-2) no Modelo 1	99
A.2	Resultados para o Modelo 2	100
A.2.1	R ² e RMSE para as redes neurais artificiais do modelo 2	100
A.2.2	Valores observados (<i>i</i>) e previstos (<i>j</i>) da RNA com melhor desempenho para previsão da viscosidade (10-1-3) no Modelo 2	102

A.2.3	Valores observados (<i>i</i>) e previstos (<i>j</i>) da RNA com melhor desempenho para previsão da tensão de escoamento (9-1-3) no Modelo 2	104
A.3	Resultados para o Modelo 3	105
A.3.1	R ² e RMSE para as redes neurais artificiais do modelo 3	105
A.3.2	Valores observados (<i>i</i>) e previstos (<i>j</i>) da RNA com melhor desempenho para previsão da viscosidade (3-1-2) no Modelo 3	107
A.3.3	Valores observados (<i>i</i>) e previstos (<i>j</i>) da RNA com melhor desempenho para previsão da tensão de escoamento (7-1-2) no Modelo 3	108

ANEXOS 109

ANEXO A – DADOS UTILIZADOS PARA TREINAMENTO DAS RNAS110

A.1	Modelo 1	110
A.2	Modelo 2	110
A.3	Modelo 3	113

1 INTRODUÇÃO

No campo da construção civil o concreto é largamente empregado, devido a sua grande versatilidade, que permite moldar diversas formas com baixo custo, além de oferecer uma extensa durabilidade. Um dos fatores principais para sua popularidade, como material de construção, é o fato de ser capaz de escoar e preencher uma fôrma, em estado fluido, e suportar a aplicação de uma carga, em estado sólido (Wangler *et al.*, 2016).

Existem diversas propriedades possíveis de avaliar o desempenho do concreto tanto em seu estado fresco, como a trabalhabilidade, o teor de água e a segregação, quanto em seu estado endurecido, como a resistência à compressão, o módulo de elasticidade e a porosidade. Dessa forma, etapas da produção do concreto como a dosagem de materiais e o processo de mistura, bem como etapas relacionadas à sua aplicação como o transporte, lançamento e adensamento, são essenciais para controle de qualidade do material. Nesse contexto, Brand, Roesler e Salas (2015) obtiveram que o processo de mistura em dois estágios, com o uso de agregados de resíduo de concreto, apresentou melhores resultados em termos de trabalhabilidade e resistência à compressão do que o processo de mistura convencional em um estágio.

A fim de entender melhor esse material cimentício, em seu estado fluido, é fundamental estudar a sua reologia. Essa ciência trata do estudo do escoamento e deformação dos materiais, com foco nas relações entre tensão e deformação ao longo do tempo. Nesse estado, tanto o concreto quanto a pasta de cimento tem um comportamento não linear complexo, análogo a um fluido não newtoniano.

Dentre os diferentes tipos de concreto, o concreto autoadensável (CAA) se destaca por sua formulação diferenciada, que permite escoamento sem a necessidade de vibração mecânica. Desenvolvido orinalmente no Japão, o CAA foi criado de modo a não precisar de uma mão de obra altamente capacitada para realizar compactação adequada no concreto que é necessária no concreto convencional vibrado (CCV). Seu desenvolvimento foi muito importante para garantir a elevada qualidade e durabilidade das construções, sem depender de uma mão de obra especializada cada vez mais escassa (Okamura; Ouchi, 2003). O que caracteriza um CAA é a sua capacidade de alcançar três propriedades simultaneamente: fluidez, coesão para que mistura escoie intactamente entre as barras de aço (ou habilidade passante) e resistência à segregação (European Federation for Specialist Construction Chemicals and Concrete Systems, 2002).

A composição do CAA emprega mais materiais finos do que no CCV, geralmente em quantidades superiores a 420 kg/m^3 , além disso, é comum o uso de aditivos dispersantes de grande eficiência como os policarboxilatos os quais permitem uma maior dispersão das partículas de cimento (Costa; Cabral, 2019). As propriedades reológicas de viscosidade e tensão de escoamento são críticas para avaliar o desempenho e a aplicação do CAA, pois influenciam

diretamente na sua capacidade de fluir e preencher a fôrma sem segregação ou necessidade de vibração (Kabagire; Yahia; Chekired, 2019; Safhi *et al.*, 2024).

A fim de conhecer melhor as propriedades do concreto diversos métodos tem sido empregados, como a utilização de redes neurais artificiais (RNAs), devido a sua capacidade de aprendizado com um conjunto de dados representativo. Dentre os empregos de RNAs com o foco de conhecer melhor as propriedades do concreto, incluem:

- A elaboração de uma RNA para previsão do módulo de elasticidade do concreto com agregados reciclados, considerando como dados de entrada a dosagem da mistura, as características do agregado graúdo, o tipo de cimento, o tamanho da amostra e a característica, tipo e preparação do agregado reciclado (Duan; Kou; Poon, 2013).
- O desenvolvimento de uma rede neural para prever a profundidade de carbonatação de um concreto com adição de cinzas volantes (Felix; Carrazedo; Possan, 2021);
- A construção de uma RNA para prever a tensão de escoamento de pastas de cimento com variação de dosagem de misturas, além da obtenção de uma relação empírica entre essa tensão e o resultado do ensaio de mini-*slump* (Charrier; Ouellet-Plamondon, 2022);

A escolha da arquitetura mais adequada para cada rede neural é essencial para otimizar seu desempenho. O trabalho de Rafiq, Bugmann e Easterbrook (2001) analisou três arquiteturas diferentes: o *perceptron* de múltiplas camadas (PMC), a rede neural com função de base radial convencional (RBF) e a rede neural com base radial normalizada (NRBF). Os resultados mostraram que as arquiteturas PMC e NRBF apresentaram valores mais próximos aos esperados, destacando-se em relação à RBF convencional.

O comportamento do concreto pode ser simulado com os dados de sua viscosidade e de tensão de escoamento, pelo método dos elementos finitos e partículas (PFEM). Trabalhos como os de Rizzieri, Ferrara e Cremonesi (2024) demonstram a aplicação do PFEM para o escoamento do concreto.

Para o CAA, é possível realizar a caracterização reológica do material por meio do modelo de Bingham, que caracteriza o comportamento do material por meio de dois parâmetros principais: tensão de escoamento e viscosidade plástica (Jovein; Shen, 2016). No entanto, o emprego do modelo clássico de Bingham apresenta instabilidades numéricas devido a mudança brusca do comportamento de sólido para fluido, de modo que é possível empregar a suavização com o modelo proposto por Papanastasiou (1987) para contornar essas instabilidades.

Dessa forma, este trabalho propõe o uso de RNAs do tipo *perceptron* multicamadas para previsão de parâmetros reológicos do concreto e da pasta de cimento. A partir desses parâmetros, foi feita a simulação do escoamento desses fluidos por meio do PFEM, permitindo uma análise mais precisa e eficiente do comportamento do concreto autoadensável.

1.1 Justificativa

O conhecimento a respeito das propriedades reológicas do concreto e da pasta de cimento, em estado fresco, é importante para garantir a qualidade e a trabalhabilidade do concreto. Devido à dificuldade envolvida no processo produtivo e na composição do concreto, a previsão de seus parâmetros reológicos mais influentes é de alta complexidade.

Nesse sentido, métodos mais complexos e com boa capacidade preditiva, como o de RNAs com múltiplas camadas podem apresentar grande contribuição. A utilização de redes neurais artificiais inclusive apresenta a vantagem de conseguir extrair conhecimentos mais profundos dos dados, além de ter a capacidade de aprender quando expostas a novas informações.

Também é relevante prever o comportamento do concreto, tanto em situações reais quanto em ensaios de campo ou de laboratório. E, a fim de prever seu comportamento, é apropriado o uso de um método que seja capaz de lidar com escoamentos de contornos móveis com possíveis mudanças topológicas do domínio fluido, tal como o método dos elementos finitos e partículas.

Dessa forma, é possível usufruir do benefício de prever a viscosidade plástica e a tensão de escoamento do concreto, por meio de redes neurais artificiais de múltiplas camadas, e da possibilidade de utilizar esses parâmetros para simular o comportamento do material em situações reais de aplicação. Essas duas aplicações podem ser empregadas de modo combinado, com a finalidade de reduzir custos e aperfeiçoar o controle de qualidade do material, uma vez que suas propriedades e comportamentos reológicos podem ser previstos com maior precisão com base em valores de dosagem dos materiais e/ou de ensaios reológicos.

1.2 Objetivos

Este trabalho teve como finalidade desenvolver um modelo de rede neural artificial (RNA) de múltiplas camadas para estimar os parâmetros reológicos da pasta de cimento e do concreto autoadensável, em estado fresco, visando fornecer dados de entrada consistentes para simulações computacionais e estudos posteriores. Desse modo, tem-se como objetivos específicos:

1.2.1 Objetivos Específicos

- a) Treinar RNAs com dados de dosagem de misturas cimentícias (dados de entrada) e seus valores de tensão de escoamento e viscosidade (dados de saída);
- b) Treinar RNAs com dados de parâmetros de ensaios reológicos (dados de entrada) e seus valores de tensão de escoamento e viscosidade (dados de saída);
- c) Treinar RNAs com dados de dosagem de misturas cimentícias e de parâmetros de ensaio ensaios reológicos (dados de entrada) e seus valores de tensão de escoamento e viscosidade (dados de saída);

- d) Realizar análise de desempenho de diferentes arquiteturas de redes neurais artificiais de múltiplas camadas para a previsão de sua reologia com valores de dosagem;
- e) Realizar análise de desempenho de diferentes arquiteturas de RNAs de múltiplas camadas para a previsão de sua reologia com valores de ensaio da caixa L comparando com valores esperados através de simulações numéricas com uso do PFEM;
- f) Analisar o escoamento de misturas cimentícias através de simulação numérica com uso do PFEM.

1.3 Metodologia

Esta seção visa descrever a metodologia deste trabalho para a análise reológica da pasta de cimento e do concreto, com seus parâmetros reológicos obtidos por meio de RNAs e o escoamento simulado com o uso do método de elementos finitos e partículas. Para a pesquisa dos artigos e dos dados de ensaios e dosagens, foram utilizadas as bases de dados da *Scopus* e da *Web of Science*.

1.3.1 Obtenção de parâmetros reológicos

Antes da construção da RNA, foram coletados dados de parâmetros reológicos, ou seja, da viscosidade, da tensão de escoamento e das dosagens do material, bem como de ensaios reológicos.

Devido à dificuldade em encontrar dados suficientemente robustos para a modelagem dos parâmetros reológicos do concreto e da pasta de cimento, optou-se por treinar a rede neural artificial com três diferentes conjuntos de dados, cada um voltado para um problema específico. Esses conjuntos foram subdivididos da seguinte forma:

- O modelo 1 com 16 dados de dosagem do trabalho de Charrier e Ouellet-Plamondon (2020) referentes à pasta de cimento, com dados do consumo de nanoargilas, do aditivo modificador de viscosidade, do acelerador de pega e do aditivo acelerador de resistência;
- O modelo 2 com 59 dados de ensaios reológicos do trabalho de Asri *et al.* (2022), que apresentam dados referentes a um concreto autoadensável com seus parâmetros reológicos.
- O modelo 3 com 12 dados de dosagem do concreto autoadensável do trabalho de Ajay, Girish e Nagakumar (2021), que apresenta seus parâmetros do ensaio reológico de slump e seu parâmetros reológicos.

Para gerar as topologias foram utilizadas três variações: 1 a 10 neurônios por camada oculta, 1 a 2 camadas ocultas e três funções de ativação, a exponencial, a sigmoide e a tangente hiperbólica, o que totalizou 60 diferentes topologias.

O programa de RNA foi desenvolvido com a biblioteca *open source* Keras, que utiliza a linguagem de programação *Python*. Para o treinamento com o *retropropagation* foi utilizado o algoritmo *Adam* para o modelo 1, e o *AdamW* (Adam com otimização na taxa de aprendizagem (Loshchilov; Hutter, 2019)) para os modelos 2 e 3. Essa adoção foi feita devido a maiores estabilidades de cada otimizador para cada um dos modelos. Nesse trabalho foi adotada a taxa de aprendizagem inicial de 10 % e 500 como o número de épocas máximo para a convergência. Para evitar o *overfitting* do método foram implementadas duas estratégias, a parada antecipada, com separação de 20 % dos dados para treinamento, e da validação cruzada com 8 partições para o modelo 1 e 4 partições para o modelo 2 e 3. Essa diferenciação do número de partições foi feita de modo a deixar as partições mais uniformemente distribuídas para cada conjunto de dados disponíveis.

Enquanto isso, para análise do desempenho da rede neural foram utilizadas duas medidas, o r-quadrado (R^2), que analisa a capacidade de uma variável explicar a variância de outra, e a raiz do erro quadrado médio normalizado, que funciona como uma medida de erro para comparar diferentes modelos.

1.3.2 Escoamento com uso do PFEM

Conhecidas as propriedades reológicas do CAA, foi realizada a modelagem do escoamento para a análise do ensaio da caixa L, devido à sua simplicidade e aplicabilidade no estudo do concreto autoadensável. Para a simulação numérica, utilizou-se o *software* desenvolvido pelo grupo de pesquisa coordenado pelo Prof. Dr. Rodolfo André Kuche Sanches, da EESC-USP. Esse programa recebeu, como dados de entrada, os parâmetros reológicos do modelo de Bingham, obtidos a partir de redes neurais artificiais previamente treinadas. A solução implementada no código emprega o método dos elementos finitos e partículas (PFEM), proposto por Idelsohn, Oñate e Pin (2004), com integrador α -generalizado (Chung; Hulbert, 1993) e estabilização PSPG (Tezduyar, 1991). A resolução do problema foi realizada por meio do método de Newton-Raphson, utilizando elementos finitos planos triangulares de aproximação linear.

A versão do *software* utilizada neste trabalho incorpora as contribuições de Avancini e Sanches (2020), que implementaram a estabilização PSPG adaptada para formulações lagrangianas. Além disso, o Doutorando Luiz Fernando Honorato Teodoro adicionou ao programa o modelo reológico suavizado de Bingham, proposto por Papanastasiou (1987), ampliando sua capacidade de simulação para fluidos de Bingham.

Foi feita a avaliação do programa com 2 exemplos de *benchmarking* com os trabalhos de Cremonesi *et al.* (2010) e Hosseinpoor, Yahia e Khayat (2019). Em seguida, utilizou-se uma das previsões de RNA para simular o escoamento do ensaio da caixa L.

1.4 Apresentação do texto

Os assuntos abordados neste trabalho estão divididos do seguinte modo:

No Capítulo 2 discute-se na Seção 2.1 a reologia do concreto considerando o seu comportamento não linear, em que são apresentados alguns ensaios para análise reológica. Além disso, é tratado em sua Seção 2.2 redes neurais artificiais de múltiplas camadas, contemplando desde sua introdução ao seu funcionamento, sua composição, as equações do perceptron de múltiplas camadas e seu funcionamento.

O Capítulo 3 detalha na Seção 3.1 as equações envolvidas na resolução do problema de escoamento do fluido com sua descrição Lagrangiana parcialmente atualizada. Na Seção 3.2 o método de elementos finitos e partículas utilizado para solução do escoamento com contornos móveis é apresentado e discute-se seu funcionamento básico, aplicações do método e a metodologia a ser adotada neste trabalho. Na Seção 3.3 é apresentado o modelo suavizado de Bingham, proposto por Papanastasiou (1987), que foi o modelo reológico empregado para simulação do escoamento do concreto.

Os resultados e discussões deste trabalho encontram-se no Capítulo 4.

Por fim, as conclusões do trabalho desenvolvido encontram-se no Capítulo 5.

2 PROPRIEDADES REOLÓGICAS DO CONCRETO E AS REDES NEURAIIS ARTIFICIAIS

Este capítulo apresenta, na Seção 2.1, algumas das principais características reológicas do concreto, bem como os ensaios de reologia mais utilizados para determinar suas propriedades. Na Seção 2.2, são discutidos aspectos das redes neurais artificiais (RNAs), incluindo sua composição básica e estrutura, com foco em RNAs de múltiplas camadas. Detalham-se as equações envolvidas nesse tipo de RNA, destacando o uso do algoritmo de retropropagação como método de treinamento adotado, além de apresentar a metodologia adotada para a implementação da rede neural artificial utilizada neste trabalho.

2.1 Propriedades reológicas do concreto

A reologia é uma área da ciência que estuda as conexões entre solicitações e respostas que a matéria apresenta em seus estados sólido, líquido, gasoso e até em estados intermediários entre essas fases. Esse ramo observa as propriedades reológicas do material, como a viscosidade (Silva *et al.*, 2019). No contexto da engenharia civil e ciência dos materiais, a reologia tem um papel fundamental em entender o comportamento e o desempenho de diversos materiais, como o concreto.

A fim de caracterizar e quantificar o comportamento reológico dos materiais, é possível determinar variados parâmetros, tais como:

- Viscosidade: se refere à resistência do material ao escoamento, quantifica o atrito interno entre as camadas do material ao sofrerem cisalhamento. É influenciada por alguns fatores como temperatura, pressão e taxa de cisalhamento;
- Tensão de escoamento: representa a tensão de cisalhamento mínima para dar início ao escoamento do material. A partir dessa tensão há uma transição do comportamento do material de um estado similar a um sólido para um comportamento análogo a um fluido;
- Tixotropia: propriedade exibida em materiais que mostram um decréscimo da viscosidade sob tensão ou taxa de cisalhamento, e recuperação da viscosidade quando escoamento é interrompido (Mewis, 1979).

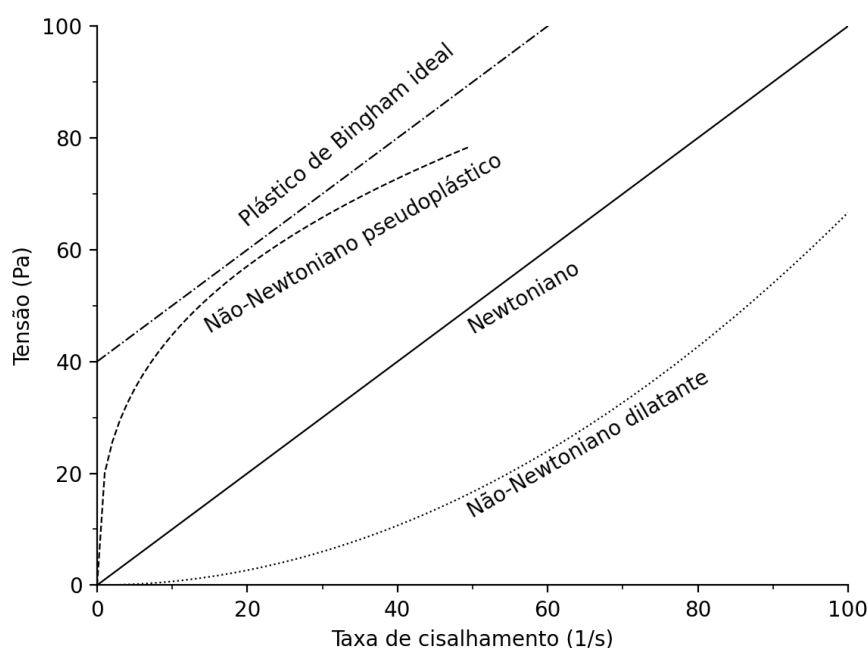
Para o caso de fluidos Newtonianos, sua viscosidade é constante, independente da taxa de cisalhamento. Essa condição implica que: a resposta do fluido em tensão cisalhante sempre será diretamente proporcional à taxa de cisalhamento; seu comportamento é independente do histórico de tensões de cisalhamento; e não há uma tensão de escoamento, ele escoar em qualquer tensão aplicada não nula. Alguns exemplos clássicos desse fluido são a água e a maioria dos gases.

Em contrapartida, os fluidos não-newtonianos apresentam um comportamento reológico mais complexo como a fluência, além de sua viscosidade ser dependente do tempo e da taxa de cisalhamento (Su; Chen; Xu, 2017).

Dentre os fluidos não-newtonianos, ao considerar seu comportamento de cisalhamento em função da tensão aplicada, destacam-se alguns tipos (ver Figura 2.1), tais como:

- Plástico de Bingham: nesse fluido, de acordo com Bird, Stewart e Lightfoot (2001), o escoamento só ocorre após ultrapassar a tensão de escoamento, momento em que passa a se comportar como um fluido newtoniano;
- Fluidos pseudoplásticos: nesses fluidos, segundo Rapp (2017), ocorre uma redução da viscosidade para uma tensão de cisalhamento constante. Alguns exemplos desse tipo são soluções poliméricas;
- Fluidos dilatantes: para esse fluido, de acordo com Barnes (1989), o aumento da taxa de cisalhamento aplicada provoca um aumento da viscosidade, de modo que sua resistência ao fluxo cresce com a aplicação da força de cisalhamento. É comum sua ocorrência em suspensões, como o amido de milho em água.

Figura 2.1 – Classificação de Fluidos Não-Newtonianos



Fonte: Elaborado pelo autor

2.1.1 Reologia do Concreto

O concreto é um material de construção compósito, heterogêneo e de alta complexidade. Ao analisar sua reologia, é possível classificá-lo como um fluido não-newtoniano pelas seguintes

razões: por não respeitar a relação linear entre tensão de cisalhamento e taxa de deformação (Roussel, 2011); por apresentar tixotropia, de modo que, quando uma força cisalhante externa é removida a tensão de escoamento é recuperada; por possuir uma tensão de cisalhamento mínima para dar início ao escoamento, a tensão de escoamento; e alguns tipos de concreto como o concreto autoadensável, de acordo com Feys, Verhoeven e Schutter (2009), podem apresentar um comportamento de fluido não-newtoniano dilatante, especialmente, para taxas de cisalhamento elevadas como em processos de mistura e no bombeamento.

De modo geral, o concreto fresco pode ser considerado como fluido de Bingham sendo um modelo representativo de seu escoamento, no qual os parâmetros do modelo podem ser medidos de modo independente (Ferraris, 1999). Nesse modelo reológico, é necessário conhecer os parâmetros de viscosidade dinâmica (μ) e a tensão de escoamento (σ_0) do material para representá-lo (vide Seção 3.3).

Existem diversas técnicas de medição dos parâmetros reológicos do material. No caso de concreto, de acordo com Koehler e Fowler (2003), a Tabela 2.1 mostra as diferentes técnicas e suas descrições (Hackley; Ferraris, 2001), com base no Instituto Nacional de Padrões e Tecnologias dos Estados Unidos.

Tabela 2.1 – Ensaios de reologia do concreto

Categoria	Descrição	Ensaios
Ensaios de escoamento livre	O material escoa sob ação do peso próprio, sem nenhum confinamento, ou um objeto penetra o material devido à gravidade	• Teste de Abatimento de tronco de cone (<i>Slump Test</i>) • Teste de espalhamento (<i>Flow Test</i>) • Ensaio com anel J
Ensaios de escoamento confinado	O material flui sob seu próprio peso ou sob pressão aplicada através de um orifício estreito.	• Ensaio da caixa L • Ensaio de funil V
Ensaios de vibração	O material flui sob a influência de vibração aplicada. A vibração é aplicada por meio de uma mesa vibratória, deixando cair a base que suporta o material, um vibrador externo ou um vibrador interno.	• <i>Flow Table Test</i> • <i>Compaction Test</i> • <i>Vibropenetrator</i>

Continuação na próxima pág.

Tabela 2.1 - Ensaios de reologia do concreto (cont.)

Categoria	Descrição	Ensaios
Reômetros rotacionais	O material é cisalhado entre duas superfícies paralelas, que podem estar girando	• Viscosímetro BML • Reômetro BTRHEOM • Reômetro IBB

Fonte: Adaptado de Jayathilakage, Rajeev e Sanjayan (2022)

De acordo com Jayathilakage, Rajeev e Sanjayan (2022), a maioria dos ensaios de escoamento livre são indicados para concretos convencionais e concretos autoadensáveis devido à sua alta capacidade de escoamento, sendo possível obter a tensão de escoamento. A Figura 2.2 mostra o exemplo do ensaio de espalhamento. Para concretos mais viscosos com menor capacidade de escoamento, o peso próprio pode não ser suficiente.

Figura 2.2 – Ensaio de espalhamento



(a) Configuração inicial do ensaio



(b) Ensaio após espalhamento

Fonte: Kim e Park (2018)

O emprego de ensaios confinados pode não ser indicado para concretos de menor a moderado abatimento, sendo mais recomendado para concretos de maior fluidez, como concretos autoadensáveis (Jayathilakage; Rajeev; Sanjayan, 2022). Nesse tipo de ensaio é possível obter tanto a tensão de escoamento quanto a viscosidade aparente. A Figura 2.3 apresenta o ensaio da caixa L.

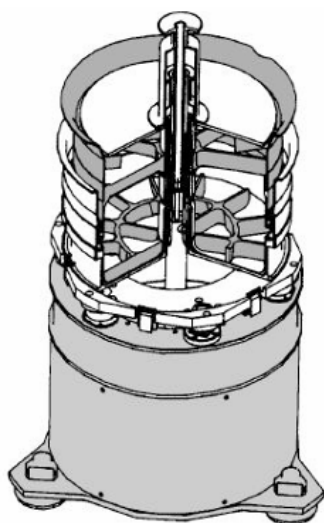
Figura 2.3 – Ensaio da caixa L



Fonte: Hashim e Wrayosh (2020)

Segundo Jayathilakage, Rajeev e Sanjayan (2022), para concretos com menores a moderados abatimentos é indicado o emprego de ensaios de vibração, que podem ser de escoamento livre ou confinado. Um exemplo é o *flow table test*, que compara a reologia de duas misturas cimentícias diferentes. Contudo, esse método é apenas comparativo, sem fornecer dados quantitativos sobre a reologia. Para uma análise mais precisa, pode-se combiná-lo com reômetros, como o BTRHEOM, mostrado na Figura 2.4. Esse reômetro é capaz de determinar a tensão de escoamento e a viscosidade plástica de materiais que seguem o modelo de Bingham (Hu *et al.*, 1996).

Figura 2.4 – Reômetro BTRHEOM



(a) Esquema do reômetro



(b) Reômetro

Fonte: Banfill *et al.* (2001)

2.2 Rede neural artificial de múltiplas camadas

Neste trabalho foram empregadas redes neurais de múltiplas camadas (MLP), a fim de prever os parâmetros reológicos do concreto. A seção atual detalha o que é uma RNA, apresenta sua composição, expõe a estrutura de uma MLP, mostra suas equações e apresenta a metodologia proposta para a implementação da rede neural artificial neste trabalho. Os textos de Haykin (2001) e de Silva, Spatti e Flauzino (2016) foram utilizados como referência para as formulações.

2.2.1 Introdução a redes neurais artificiais

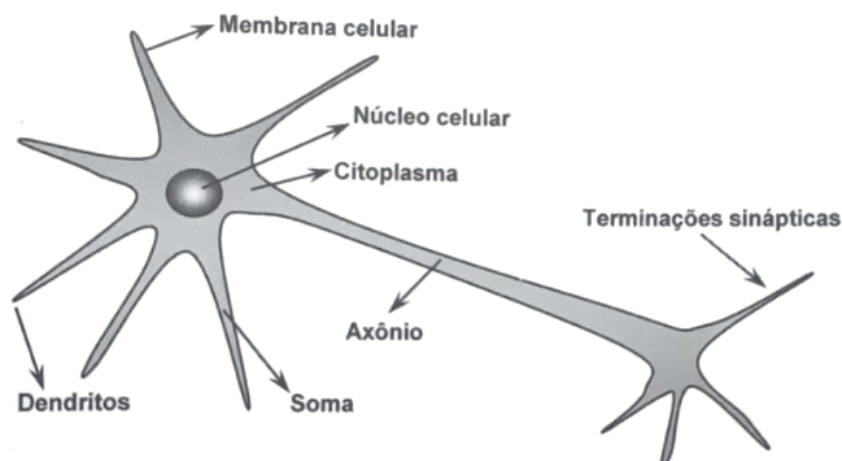
As redes neurais artificiais (RNAs), usualmente denominadas “redes neurais”, tiveram como inspiração o funcionamento do cérebro humano, que processa informações de uma forma distinta de um computador convencional. Enquanto a máquina realiza uma lista de tarefas de modo sequencial, o cérebro apresenta um funcionamento altamente não linear e executa seus processos em paralelo. Antes de falar sobre as RNAs propriamente ditas, é importante entender o funcionamento básico do cérebro humano.

O cérebro é um sistema bastante complexo, com aproximadamente 100 bilhões de neurônios (Silva; Spatti; Flauzino, 2016). Cada neurônio é interligado por conexões sinápticas, em média, a outros 6.000 neurônios, o que implica em um total de 600 trilhões de sinapses (Shepherd, 1990). Devido a esse elevado número de conexões, o cérebro apresenta um funcionamento não linear intenso, o que dificulta a descrição de seu funcionamento, mas também explica o porquê de seu funcionamento ser altamente paralelizado, uma vez que cada conexão envia e recebe informações, ou seja, estímulos elétricos, entre seus neurônios.

A célula fundamental desse sistema é o neurônio, que tem como seu papel conduzir impulsos. Esse elemento pode ser dividido em 3 partes (Figura 2.5):

- Os dendritos, que tem como função captar continuamente os estímulos advindos de outros neurônios;
- O corpo celular, formado pelo núcleo e o citoplasma que o envolve, que deve processar as informações captadas pelos dendritos e produzir um potencial de energia de ativação, que por sua vez indica se o neurônio irá disparar ou não um impulso elétrico através do axônio;
- O axônio, que através de um único prolongamento conduz o impulso elétrico para outros neurônios.

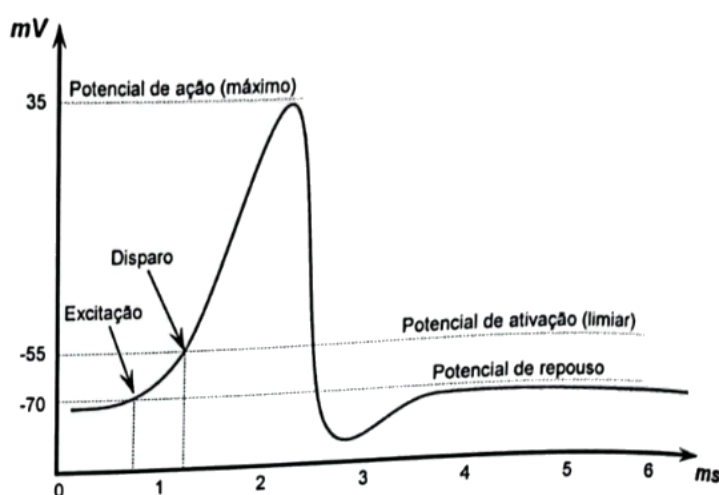
Figura 2.5 – Esquemática do Neurônio



Fonte: Silva, Spatti e Flauzino (2016)

As conexões entre os neurônios são realizadas através das sinapses, em que há transferência de estímulos elétricos do axônio de um neurônio para o dendrito de outro neurônio. Inexiste contato físico entre os neurônios, a transmissão desses impulsos elétricos é feita de acordo com a liberação de substâncias neurotransmissoras (variação de íons Na^+ e K^+), de modo que o funcionamento de um neurônio é determinado pelas ponderações entre cada sinapse, que por sua vez são dependentes da química cerebral. A Figura 2.6 mostra as fases envolvidas no potencial da célula nervosa na ocorrência de uma sinapse.

Figura 2.6 – Variação do potencial de ação no neurônio



Fonte: Silva, Spatti e Flauzino (2016)

As redes neurais artificiais foram desenvolvidas com base nesse sistema nervoso biológico, nas quais suas unidades processadoras, os neurônios artificiais denominados *perceptrons*, representam um modelo matemático dos neurônios biológicos.

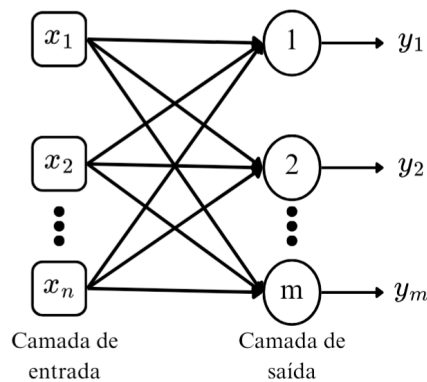
O modelo matemático do *perceptron* proposto por McCulloch e Pitts (1943) trouxe avanços com a consideração de uma estrutura que lida com sinais binários. Além disso, apre-

sentou um vetor de pesos sinápticos para ponderar a influência de cada sinal de entrada para o valor de saída, chamados pesos sinápticos. Por fim, analisa-se se o nível de ação excede ou não determinado limite o que produz uma saída, simulando uma sinapse.

Apesar disso, esse modelo inicial estava limitado apenas a números binários, o que foi solucionado pelo modelo de *perceptron* de Rosenblatt (1958), que expandiu o domínio do modelo e incluiu a consideração de funções para ativação do neurônio mais complexas.

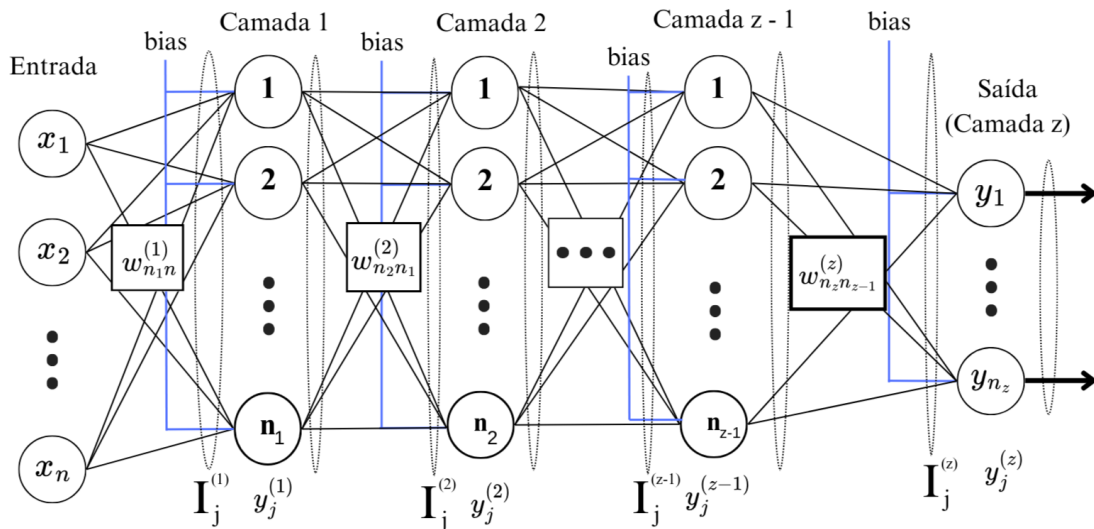
Esses dois modelos eram capazes de resolver apenas problemas lineares, uma vez que suas equações eram equivalentes às equações de uma regressão linear. Para tornar o modelo mais complexo e aumentar sua capacidade de solução, foram propostas arquiteturas de redes neurais mais complexas como redes *feedforward* de camadas simples ou de camadas múltiplas. O nome *feedforward* é devido à informação ir em um único sentido, da camada de entrada à camada de saída. As Figuras 2.7 e 2.8 mostram, respectivamente, as RNAs *feedforward* de camada simples e de múltiplas camadas. Os componentes das redes neurais artificiais estão detalhados na Subseção 2.2.2.

Figura 2.7 – RNA de arquitetura *feedforward* de camada simples



Fonte: Adaptado de Silva, Spatti e Flauzino (2016)

Figura 2.8 – RNA de arquitetura *feedforward* de múltiplas camadas



Fonte: Elaborado pelo autor

2.2.2 Composição da RNA

A unidade básica da rede neural, o *perceptron*, pode ser dividida em 7 elementos básicos (Silva; Spatti; Flauzino, 2016):

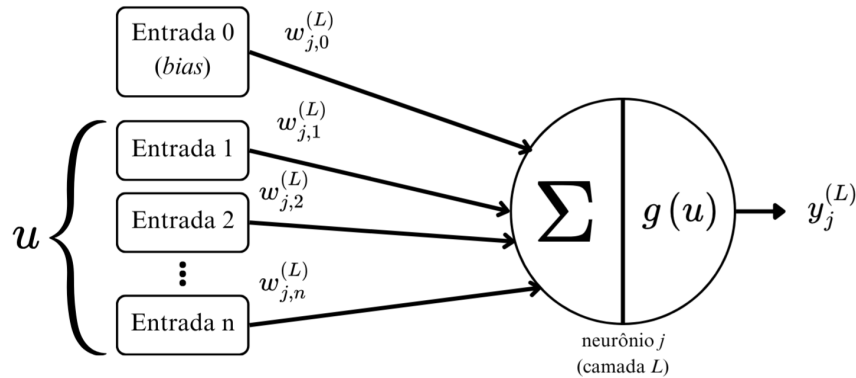
- a. Sinais de entrada ($x_1, x_2, \dots, x_n$): são os sinais captados do meio externo ao *perceptron*. Esses estímulos devem ser normalizados, a fim de melhorar a convergência dos cálculos;
- b. Pesos sinápticos ($w_1, w_2, \dots, w_n$): são valores que ponderam o peso de cada variável de entrada da rede, o que possibilita mensurar suas importâncias em relação a cada neurônio;
- c. Combinador linear (Σ): agrega os sinais de entrada ponderados pelos respectivos pesos sinápticos, a fim de obter o valor de potencial de ativação do neurônio;
- d. Limiar de ativação (θ): essa variável define o valor a partir do qual a soma ponderada das entradas de um neurônio ultrapassa um limite e gera uma ativação na saída. Em outras palavras, determina o patamar mínimo necessário para que o neurônio dispare;
- e. *Bias* (w_0): para incorporar o efeito do limiar de ativação de maneira mais flexível, é comum utilizar um termo de ajuste, chamado *bias*, que desloca a função de ativação. Geralmente, o *bias* assume valores fixos, como -1 ou 1, mas em redes neurais modernas ele é treinado junto com os pesos da rede;
- f. Potencial de ativação (u): esse valor é obtido através da diferença do valor produzido pelo combinador linear e o limiar de ativação. Se $u \geq 0$ o potencial do neurônio é excitatório, caso contrário é inibitório;
- g. Função de ativação (g): essa função é utilizada para limitar o sinal de saída do neurônio a valores padronizados, que possam ser assumidos pela imagem da função. Segundo Sonoda e Murata (2017), matematicamente funções de ativação não-limitadas e não-polinomiais tem a propriedade de funcionar como um aproximador universal de funções;
- h. Sinal de saída (y): trata-se do valor final produzido pelo neurônio. No caso de uma rede composta por múltiplos neurônios poderá ser utilizado como sinal de entrada por outros neurônios interligados.

As equações 2.1 e 2.2 mostram, respectivamente, o processo de obtenção do potencial de ativação para n variáveis de entrada e a obtenção do sinal de saída do *perceptron*.

$$u = \sum_{i=1}^n w_i \cdot x_i - \theta = \sum_{i=1}^n w_i \cdot x_i + w_0 \quad (2.1)$$

$$y = g(u) \quad (2.2)$$

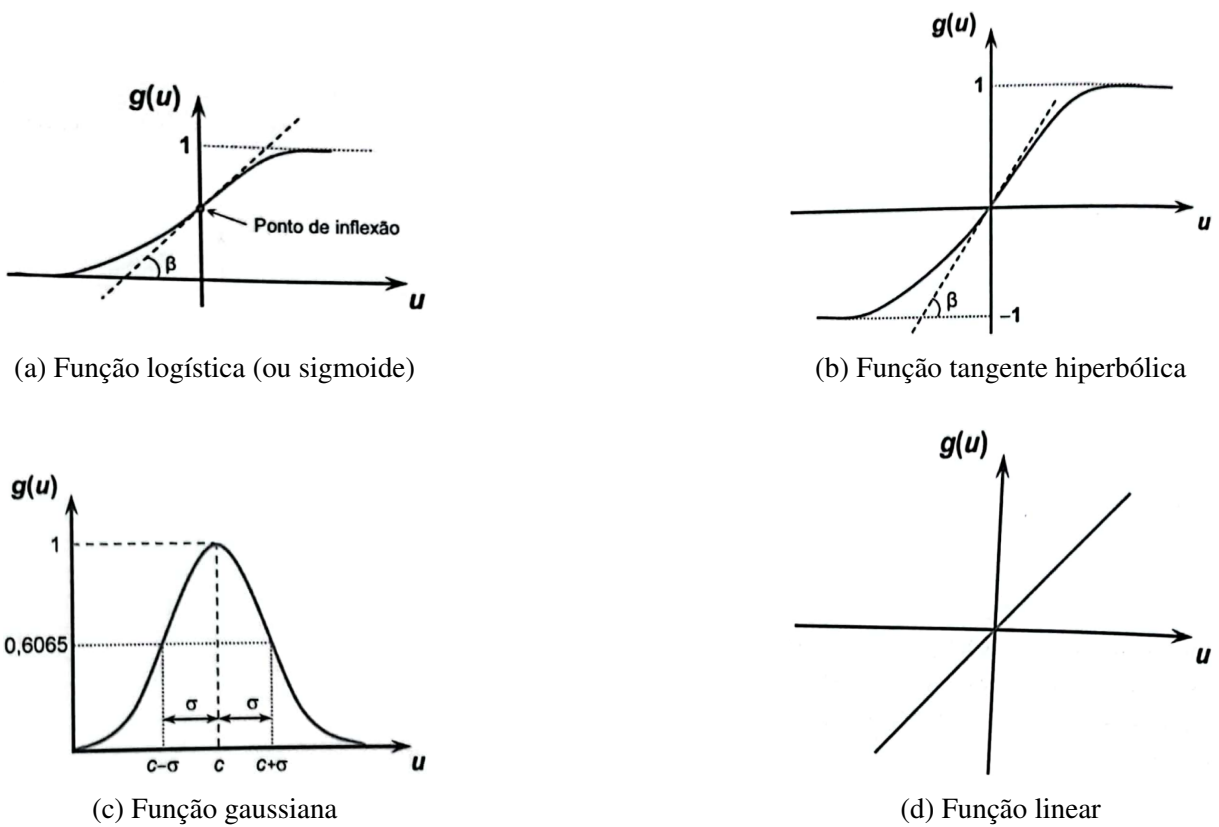
A Figura 2.9 apresenta um esquema do *perceptron*.

Figura 2.9 – Configuração básica do *perceptron*

Fonte: Adaptado de Silva, Spatti e Flauzino (2016)

Sobre os tipos de função de ativação é importante citar as possibilidades, que se dividem em dois grupos principais, as totalmente diferenciáveis e as parcialmente diferenciáveis. As Figuras 2.10 e 2.11 mostram as principais opções desses grupos. É importante considerar que o tipo de função a se adotar muda a resposta da rede neural, de modo que se deve considerar a natureza de cada problema ao escolher a função.

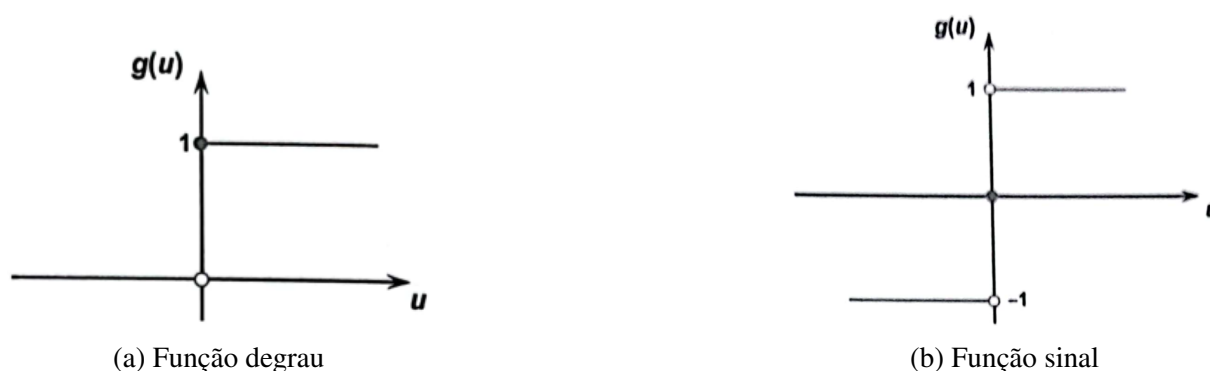
Figura 2.10 – Funções de ativação totalmente diferenciáveis



Fonte: Silva, Spatti e Flauzino (2016)

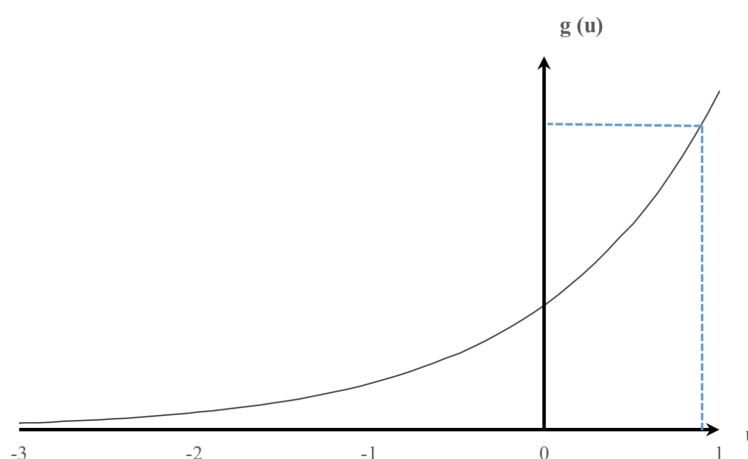
Outra função de ativação possível de utilizar, do tipo totalmente diferenciável, é a função de ativação exponencial conforme Figura 2.12.

Figura 2.11 – Funções de ativação parcialmente diferenciáveis



Fonte: Silva, Spatti e Flauzino (2016)

Figura 2.12 – Função de ativação exponencial



Fonte: Elaborado pelo autor

2.2.3 Perceptron multicamadas (PMC ou MLP - *Multilayer Perceptron*)

Esse tipo de rede é definido pela presença de ao menos uma camada intermediária (oculta) entre a camada de entrada da rede e sua camada de saída. Sua arquitetura é bastante versátil, de modo que é possível utilizar diversas camadas ocultas, além de variar o número de neurônios em cada camada. Conforme visto na Subseção 2.2.1, a rede PMC pertence à arquitetura *feedforward* de camadas múltiplas. Nesse arranjo, o treinamento da rede ocorre de modo supervisionado, com as saídas dos neurônios de cada camada servindo como dados de entrada para os *perceptrons* da camada subsequente, até atingir a camada de saída.

A rede PMC funciona do seguinte modo: os estímulos (sinais) são introduzidos na rede a partir de sua camada de entrada; em seguida esses sinais são propagados para as camadas ocultas que extraem a maioria das informações referentes ao seu comportamento, codificando-as através dos pesos sinápticos e limiares dos neurônios; e, por fim, os *perceptrons* da camada de saída recebem os sinais produzidos pela última camada intermediária e gera uma resposta padronizada que é a saída produzida pela rede.

No entanto, não basta apenas fornecer esses dados de entrada para a rede, é preciso

realizar um treinamento da rede com base nas amostras de dados de treino através de um algoritmo de aprendizagem como o *backpropagation* ou algoritmo de retropropagação do erro, o qual se encontra bem detalhado em Rumelhart, Hinton e Williams (1986).

Esse algoritmo é composto de duas fases bem delimitadas e feitas de modo sucessivo: a fase *forward* ou "propagação adiante", em que os sinais de entrada de uma amostra são inseridos nas entradas da rede, propagados camada a camada até atingir a camada de saída e obtidos os valores de saída; na sequência, compara-se os valores de saída com os valores esperados para os dados de treinamento, em que são obtidos valores de erros para essas respostas desejadas. A partir desse momento dá-se início à fase *backward* ou "propagação reversa", na qual são efetuados ajustes dos pesos sinápticos em todos os neurônios da rede. Essa aplicação sucessiva das duas fases faz com que os pesos sinápticos dos neurônios sejam ajustados a cada iteração, o que diminui a soma dos erros produzidos sucessivamente em relação às respostas de saída esperadas pela rede. A arquitetura de RNA da Figura 2.8 foi utilizada como base para o desenvolvimento das equações, apresentadas a seguir.

Os elementos das matrizes de pesos ($w_{ji}^{(L)}$) indicam o peso sináptico para cada neurônio, o qual conecta o j -ésimo neurônio da camada atual (L) até o i -ésimo neurônio da camada anterior ($L - 1$).

A entrada ponderada em relação ao j -ésimo neurônio da camada atual L é definida pelos vetores $I_j^{(L)}$, dado pela equação 2.3.

$$I_j^{(L)} = \sum_{i=0}^{n_{L-1}} w_{ji}^{(L)} \cdot y_i^{L-1} \Leftrightarrow I_j^{(L)} = w_{j0}^{(L)} \cdot y_0^{L-1} + w_{j1}^{(L)} \cdot y_1^{L-1} + \dots + w_{jn_{L-1}}^{(L)} \cdot y_{n_{L-1}}^{L-1} \quad (2.3)$$

Os vetores $y_j^{(L)}$ representam a saída do j -ésimo neurônio em relação à camada atual, sendo definidos pela equação 2.4.

$$y_j^{(L)} = g \left(I_j^{(L)} \right) \quad (2.4)$$

Desse modo, o sinal de entrada é propagado de cada neurônio de cada uma das camadas, na fase *forward*, desde a camada de entrada até às ocultas, até, por fim, chegar à camada de saída (camada z). A partir da última camada calcula-se o resultado da função de erro quadrático (equação 2.5) para medir o desempenho local associado aos resultados obtidos pelos *perceptrons* de saída em comparação com cada k -ésima amostra utilizada no treinamento.

$$E(k) = \frac{1}{2} \sum_{j=1}^{n_z} \left(d_j(k) - y_j^{(z)}(k) \right)^2 \quad (2.5)$$

em que n_z é o número de neurônios na camada de saída e os vetores $d_j(k)$ e $y_j(k)^{(z)}$ representam,

respectivamente, o valor esperado e o sinal emitido pela camada de saída para cada k -ésima amostra.

Assumindo que o conjunto de treinamento é composto por p amostras, a medição de desempenho global do algoritmo pode ser calculada por meio da avaliação do erro quadrático médio (E_M), dado pela equação 2.6.

$$E_M = \frac{1}{p} \sum_{k=1}^p E(k) \quad (2.6)$$

Após a obtenção dos sinais de saída e seus respectivos valores de erro para a respectiva amostra, dá-se início à fase *backward* do algoritmo. Essa etapa é dividida em duas, primeiro com ajuste dos pesos sinápticos da camada de saída (etapa 1), e, em seguida, com o ajuste sináptico das camadas escondidas (etapa 2).

Com a finalidade de minimizar o erro, é possível aplicar nele o operador gradiente em relação a matriz de pesos sinápticos do neurônio, sendo possível expandir a equação com a regra da diferenciação em cadeia conforme equação 2.7.

$$E^{(L)} = \frac{\partial E}{\partial w_{ji}^{(L)}} = \frac{\partial E}{\partial y_j^{(L)}} \cdot \frac{\partial y_j^{(L)}}{\partial I_j^{(L)}} \cdot \frac{\partial I_j^{(L)}}{\partial w_{ji}^{(L)}} \quad (2.7)$$

A partir das equações 2.3, 2.4 e 2.5, respectivamente, é possível desenvolver as parcelas da equação 2.7.

$$\frac{\partial I_j^{(L)}}{\partial w_{ji}^{(L)}} = y_i^{(L-1)} \quad (2.8)$$

$$\frac{\partial y_j^{(L)}}{\partial I_j^{(L)}} = g' \left(I_j^{(L)} \right) \quad (2.9)$$

$$\begin{cases} \frac{\partial E}{\partial y_j^{(z)}} = - \left(d_j - y_j^{(z)} \right), & L = z \text{ (etapa 1)} \\ \frac{\partial E}{\partial y_j^{(L)}} = \sum_{k=1}^{n_L} \frac{\partial E}{\partial I_k^{(L)}} \cdot \frac{\partial I_k^{(L)}}{\partial y_j^{(L-1)}}, & L \neq z \text{ (etapa 2)} \end{cases} \quad (2.10)$$

É possível notar que o cálculo da equação 2.10 se diferencia para a etapa 1 e para a etapa 2. Isso ocorre devido à diferenciação do erro em relação ao sinal da camada de saída ($y_j^{(z)}$) ser conhecido de modo direto, através da equação 2.4, para a camada de saída. Enquanto isso para as camadas ocultas, na etapa 2, o cálculo da derivada precisa ser feito com uso da regra da cadeia, conforme equação 2.10.

A seguir, é possível substituir as parcelas obtidas na equação completa.

$$\frac{\partial E}{\partial w_{ji}^{(L)}} = -\frac{\partial E}{\partial y_j^{(L)}} \cdot g' \left(I_j^{(L)} \right) \cdot y_j^{(L-1)} \quad (2.11)$$

Nesse sentido, o ajuste da matriz de pesos deve ser realizado em direção oposta ao gradiente, a fim de minimizar o erro, conforme equação a seguir.

$$\Delta w_{ji}^{(L)} = -\eta \cdot \frac{\partial E}{\partial w_{ji}^{(L)}} \Leftrightarrow \Delta w_{ji}^{(L)} = \eta \cdot \delta_j^{(L)} \cdot y_i^{(L-1)} \quad (2.12)$$

em que η representa a taxa de aprendizagem do algoritmo de *retropropagation* e $\delta_j^{(L)}$ é considerado o gradiente local em relação ao j -ésimo neurônio da camada atual, dado pela equação 2.13.

$$\delta_j^{(L)} = \frac{\partial E}{\partial y_j^{(L)}} \cdot g' \left(I_j^{(L)} \right) \quad (2.13)$$

Substituindo na equação 2.12, é possível reescrevê-la de modo iterativo, conforme equação 2.14.

$$w_{ji}^{(L)}(t+1) = w_{ji}^{(L)}(t) + \eta \cdot \delta_j^{(L)} \cdot y_i^{(L-1)} \quad (2.14)$$

em que t é a iteração anterior, com os pesos conhecidos, e $t+1$ a iteração atual.

Essas atualizações das matrizes de pesos sinápticos são realizadas a partir da camada de saída, em que são conhecidos os erros a partir dos valores esperados, indo em direção às camadas escondidas anteriores até ajustar o peso da primeira camada oculta. Nesse sentido, após a fase de *backward* o algoritmo de retropropagação está finalizado, tendo sido feito o ajuste para a iteração. Denomina-se época o momento em que foram feitos os ajustes para todas as amostras de treinamento disponíveis.

O critério de parada do algoritmo fica estipulado em função da medida de erro utilizada. Neste trabalho foi estipulado o erro quadrático médio, levando em consideração todas as amostras de treinamento disponíveis. Pode-se considerar que o algoritmo convergiu - ou seja, a rede está treinada - quando o erro entre duas épocas sucessivas for suficientemente pequeno, ou ao atingir um número máximo de épocas (E_{max}), conforme equação a seguir.

$$\left| E_M^{atual} - E_M^{anterior} \right| \leq \epsilon \text{ ou } E_{atual} = E_{max} \quad (2.15)$$

de modo que E_{atual} representa o número de épocas atingido no treinamento.

O algoritmo 1 detalha a etapa de treinamento da rede neural artificial.

Algoritmo 1: Algoritmo PMC - Fase de treinamento

Entrada : $\mathbf{x}^{(k)}$ - Conjunto de amostras de treinamento
 $\mathbf{d}^{(k)}$ - Vetor de saída desejada

Definições : Iniciar $w_{ji}^{(1)}, \dots, w_{ji}^{(n)}$ com valores aleatórios pequenos
Especificar taxa de aprendizagem (η) e precisão necessária (ε)

```

1  $E_{atual} \leftarrow 0$ ;
2  $E_M^{atual} 1000, E_M^{anterior} \leftarrow 0$ ;
3 enquanto  $|E_M^{atual} - E_M^{anterior}| > \varepsilon$  ou  $E_{atual} = E_{max}$  faça
4    $E_M^{anterior} \leftarrow E_M$ ;
5   para cada  $x_i, d_j \in \mathbf{x}^{(k)}, \mathbf{d}^{(k)}$  faça
6     para  $if = 1; if \leq n; if = if + 1$  faça
7       Calcular  $I_j^{(if)}, y_j^{(if)}$ ;                                     // Passo Forward
8     fim
9     para  $ib = n; ib \geq 1; ib = ib - 1$  faça
10      Determina-se  $\delta_j^{(ib)}$ ;                                       // Passo Backward
11      Ajusta-se  $w_{ji}^{(ib)}$ ;
12    fim
13  fim
14  Calcular  $y_j^{(n)}$ ;
15   $E_M^{atual} \leftarrow E_M$ ;
16   $E_{atual} \leftarrow E_{atual} + 1$ ;
17 fim

```

Finalizado o treinamento da rede neural, é possível aplicá-la em validações e/ou testes para usar a rede em casos reais e até mesmo avaliar seu desempenho em dados ainda não conhecidos pela rede, a fim de verificar sua capacidade de aplicação. O algoritmo 2 apresenta a etapa de teste da RNA.

Algoritmo 2: Algoritmo PMC - Fase de funcionamento/teste

Entrada : $\mathbf{x}$ - Amostra de teste

```

1 para  $if = 1; if \leq n; if = if + 1$  faça
2   Calcular  $I_j^{(if)}, y_j^{(if)}$ ;                                     // Passo Forward
3 fim
4 Disponibilizar saídas da rede em  $y_j^{(n)}$ ;

```

2.2.4 Metodologia para implementação das Redes Neurais Artificiais

Neste trabalho, é de interesse obter a topologia mais adequada de redes neurais para predição dos parâmetros reológicos de misturas cimentícias (concreto e pasta de cimento) da viscosidade e da tensão de escoamento.

2.2.4.1 Dados utilizados para a RNA

Com os dados disponíveis nos trabalhos de Charrier e Ouellet-Plamondon (2020), Asri *et al.* (2022) e Ajay, Girish e Nagakumar (2021), com os resultados de ensaios de reômetro e com as informações da dosagem do material, é possível estruturar a RNA de modo que a camada de entrada receba as informações de dosagem e/ou de parâmetros de ensaios reológicos, as camadas ocultas realizem o processamento e a camada de saída informe os valores dos parâmetros reológicos. Dado que tanto a pasta de cimento quanto o concreto, segundo Senff, Hotza e Repette (2010), podem ser modelados como plásticos de Bingham, este trabalho considerou a previsão para esse tipo de material.

2.2.4.2 Arquiteturas propostas

Baseado na metodologia observada no trabalho de Felix, Carrazedo e Possan (2021), considerou-se variações de 1 a 2 camadas escondidas, e 1 a 10 neurônios por camada. Além disso, para esse trabalho foram considerados também 3 tipos de funções de ativação: a sigmoide, a tangente hiperbólica e a exponencial (e^x), o que totalizou 60 topologias a serem testadas.

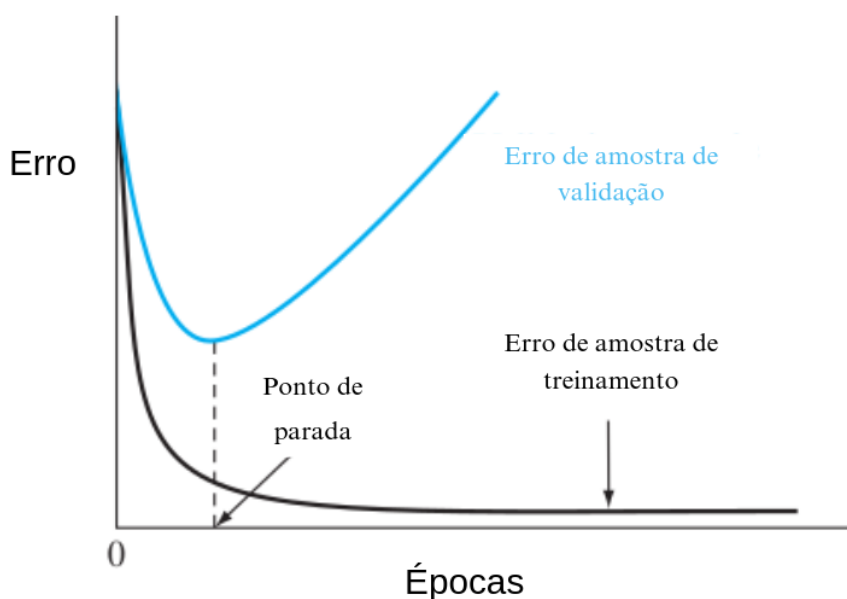
2.2.4.3 Implementação do programa na biblioteca *Keras* com o *Python*

O programa de RNA foi desenvolvido com a biblioteca de código aberto *Keras* (Chollet, 2015), que faz uso da linguagem de programação *Python*. Ela apresenta diversas funções para criação de redes neurais, desde métodos para criação das camadas, definição das funções de ativação e otimizadores do método do gradiente para o *retropropagation*. Como parâmetros básicos da rede neural, adotou-se a taxa de aprendizagem da ordem de 10 % e considerou-se 500 como o número de épocas máximo para convergência da RNA. Os otimizadores do *Keras* para treinamento do programa adotados foram o *Adam* para o problema 1 e o *AdamW* para o problema 2 e 3. Este faz o ajuste automático da taxa de aprendizagem e atualiza o valor do *bias* durante o treinamento (Kingma; Ba, 2017).

No desenvolvimento do trabalho, foram implementadas algumas estratégias de modo a garantir a convergência da rede neural artificial e evitar seu sobreajuste (*overfitting*).

Uma das estratégias foi a parada antecipada (*Early Stopping*), na qual separou-se do conjunto de dados de treinamento cerca de 20 % de dados para validação, para avaliar o sobreajuste. Nesse sentido, foi definido no programa que, caso o erro médio quadrático do modelo para os dados de validação fique 60 épocas seguidas sem evoluir, a rede neural irá finalizar o treinamento. A Figura 2.13 mostra como identificar o ponto da parada antecipada. No caso da figura, os dados de validação não poderiam ficar 1 época sequer sem evoluir.

Além disso, uma estratégia utilizada em conjunto para reduzir o sobreajuste foi a validação cruzada de k -partições (*k-fold cross-validation*). Nesse método divide-se o conjunto de amostras em k partições para dados de treinamento e dados de teste da rede neural artificial, de modo que o processo de treinamento se repete k vezes até todas partições terem sido

Figura 2.13 – Critério de *early stopping* para evitar *overfitting*

Fonte: Adaptado de Haykin (2001)

utilizadas. Um caso particular desse método é a validação cruzada por unidade (*leave-one-out cross-validation*), em que divide-se as partições na quantidade total de dados disponíveis, mas o esforço computacional acaba sendo muito maior, por ter uma quantidade maior de treinamentos.

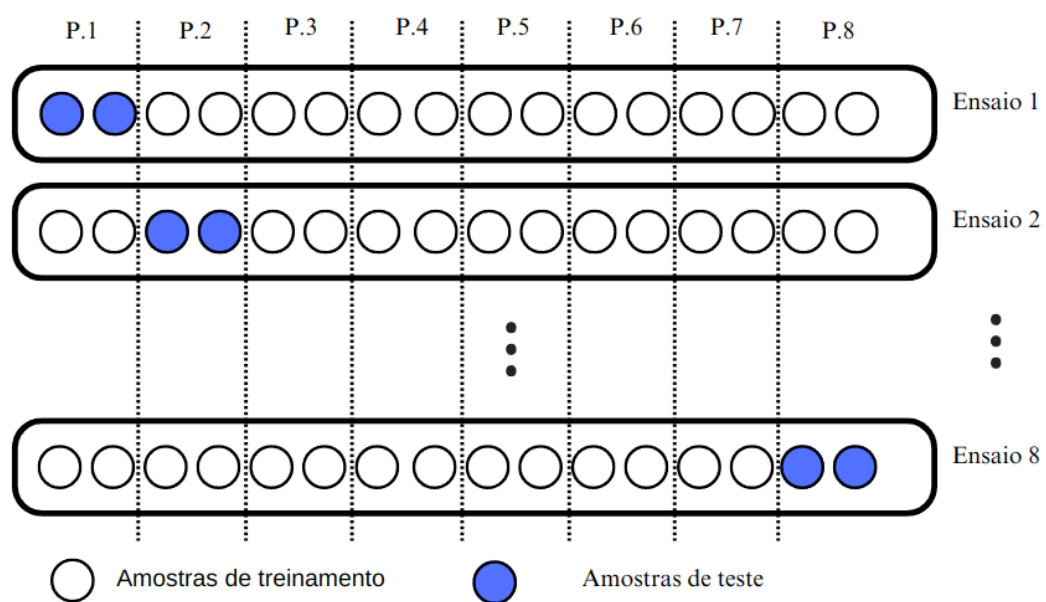
Nesse trabalho, após realizar o treinamento de cada um dos ensaios para as possíveis partições, adotou-se para cada topologia os resultados com menor erro obtido para as amostras de dados de teste.

A Figura 2.14 ilustra o processo de validação cruzada utilizado no problema 1, no qual os dados foram divididos em 8 partições. A avaliação da RNA no conjunto de teste foi realizada apenas após a conclusão do treinamento, seja ao atingir o número máximo de épocas, seja pelo acionamento do critério de *early stopping*.

No caso do modelo 1, o conjunto de dados foi estruturado da seguinte forma: 2 amostras foram reservadas para teste, enquanto as 14 restantes foram utilizadas para treinamento. Do conjunto do treinamento, 2 amostras foram separadas para a fase de validação, com o objetivo de monitorar o critério de parada antecipada. Por outro lado, para os modelos 2 e 3, os dados foram divididos em 4 partições para o processo de validação cruzada.

Uma vez definida a arquitetura apropriada, e devidamente treinada e validada, a RNA foi empregada para obter os parâmetros reológicos de um CAA. Os parâmetros são então utilizados na resolução de escoamento do material. Assim, o Capítulo 3 detalha a teoria envolvida para resolução do problema de escoamento do concreto, o método numérico empregado para resolução do problema e o modelo constitutivo reológico adotado para o material.

Figura 2.14 – Validação cruzada com 8 partições do problema 1



Fonte: Elaborado pelo autor

3 SIMULAÇÃO DO ESCOAMENTO DO CONCRETO

Este capítulo apresenta os fundamentos teóricos e metodológicos utilizados para a modelagem dos escoamentos incompressíveis do concreto, combinando conceitos de dinâmica dos fluidos computacional, métodos numéricos e reologia. O objetivo é fornecer uma base sólida para compreender a abordagem adotada neste trabalho, detalhando aspectos teóricos relevantes, métodos computacionais e o modelo reológico empregado.

Na Seção 3.1, são discutidos os conceitos de dinâmica dos fluidos computacional aplicados a escoamentos incompressíveis, com ênfase na abordagem Lagrangiana parcialmente atualizada. Essa abordagem permite uma descrição eficiente do comportamento do concreto em simulações computacionais. O trabalho de Avancini (2023) foi utilizado como principal referência, pois forneceu as diretrizes e notações fundamentais para o programa de simulação utilizado. Complementarmente, foram utilizados os livros de Ogden (1997) e Belytschko, Liu e Moran (2000) para estudo sobre as formulações utilizadas.

Na Seção 3.2, aborda-se o método dos elementos finitos e partículas, que se destaca por sua capacidade de atualizar a malha em análises lagrangianas parcialmente atualizadas. Essa seção explora o funcionamento básico do método e apresenta a metodologia específica utilizada neste trabalho, destacando sua adequação para modelar o comportamento do concreto em escoamentos complexos, incluindo aqueles com superfície livre.

Por fim, na Seção 3.3, é apresentado o modelo reológico Plástico de Bingham, que é um modelo tradicionalmente empregado para representar o concreto. No entanto, devido a instabilidades numéricas advindas da mudança de comportamento de sólido para fluido, que é brusca no modelo convencional, utilizou-se neste trabalho o modelo suavizado de Bingham, proposto por Papanastasiou (1987).

3.1 Dinâmica dos Fluidos Computacional

O estudo da dinâmica dos fluidos cumpre um papel crucial no estudo e proposição de soluções para diversos problemas de engenharia, em particular os que envolvem fluidos não newtonianos. O aprofundamento nesta área tem ajudado a prever e controlar o comportamento complexo desses fluidos em diferentes cenários, melhorando processos de projeto e construção.

Para situações controladas e específicas, é possível utilizar modelos analíticos, como o modelo de Dam Break Theory, proposto por Matson e Hogg (2007) para fluidos viscoplásticos de Herschel-Bulkley ou de Bingham, que podem ser utilizados para simular o concreto autoadensável em configurações específicas como o de ensaio da caixa L. Essa solução analítica é capaz de prever perfis de escoamento ao considerar a força gravitacional atuante no concreto. No entanto, conforme trabalho de Hosseini, Yahia e Khayat (2019), ao comparar com soluções

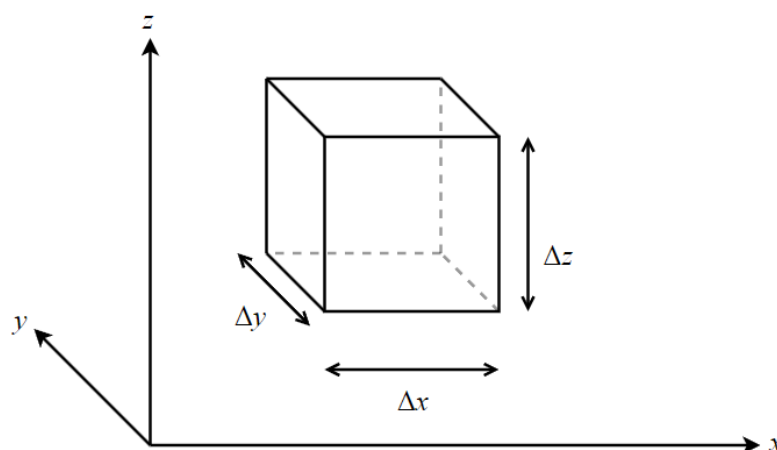
numéricas para o escoamento no ensaio da caixa L, como esta solução analítica não considera os efeitos das tensões de atrito e presença de obstáculos, apresenta resultados distintos dos obtidos experimentalmente para concretos com uma altura inicial de ensaio mais elevada.

Nesse sentido, a evolução da dinâmica dos fluidos computacional tem desempenhado um papel fundamental no avanço das ferramentas de modelos e simulação aplicadas à engenharia estrutural e ao comportamento reológico de materiais, como o caso do concreto autoadensável. Por meio de métodos numéricos, é possível tanto a resolução de problemas outrora considerados em aberto devido à sua complexidade, como a melhoria na previsão e entendimento de outras questões, com os modelos analíticos já consolidados. Por exemplo, no trabalho de Hosseinpour, Khayat e Yahia (2017) foi feita uma simulação numérica, em que considerou-se o efeito acoplado do espaçamento das barras de reforço e do teor de agregado graúdo na performance do escoamento do CAA no ensaio da caixa L.

3.1.1 Descrição matemática dos meios contínuos

A mecânica dos fluidos, assim como a mecânica dos sólidos, pode ser descrita com base na hipótese de meios contínuos. Esta suposição possibilita a simplificação da representação do comportamento do fluido ao considerar as propriedades do fluido em quantidades contínuas e locais, calculadas como uma média sobre um volume reduzido, que ainda é grande o suficiente para ignorar as distâncias entre as moléculas (Merci, 2016). Este volume de fluido é representado na Figura 3.1.

Figura 3.1 – Volume de fluido infinitesimal em coordenadas cartesianas



Fonte: Adaptado de Bird, Stewart e Lightfoot (2001)

Para descrição dos problemas mecânicos podem ser empregadas duas abordagens: a descrição espacial (ou Euleriana) ou a descrição material (ou Lagrangiana). Em suma, a configuração inicial do contínuo é levada em conta na descrição Lagrangiana, simbolizada pelas coordenadas x_i . Em contrapartida, na descrição Euleriana, a referência é a configuração presente do contínuo, simbolizada por y_i . Na análise Lagrangiana, as partículas do contínuo são reconhecidas pelas posições que ocupam em um tempo inicial. Por outro lado, na perspectiva Euleriana,

as quantidades de fluxo em cada momento do tempo são descritas em pontos fixos (Kaptsov; Meleshko, 2020).

Ao analisar o escoamento de fluidos, considerando sua capacidade de se distorcer indefinidamente, a descrição Euleriana pode representar melhor essa condição. No entanto, ao levar em consideração o escoamento em superfície livre e sua capacidade de resistir ao escoamento até a tensão limite, a formulação Lagrangiana pode ser aplicada.

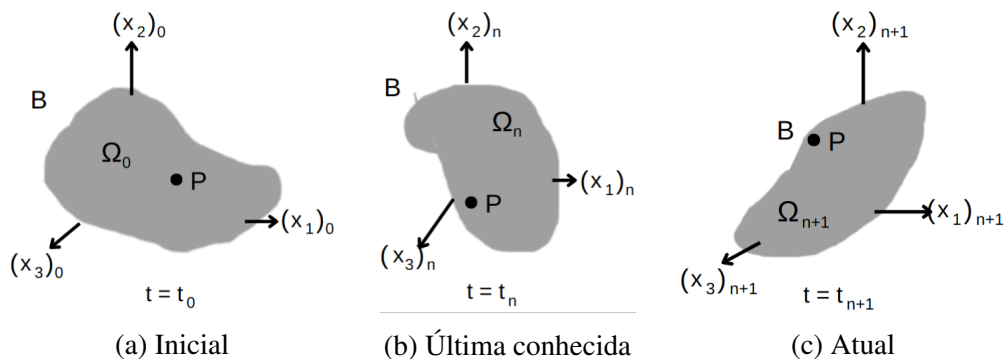
A descrição Lagrangiana pode ser dividida em três subtipos:

- Lagrangiana total: considera-se a configuração inicial Ω_0 como configuração de referência, de modo que permanece fixa e deve ser conhecida durante o escoamento;
- Lagrangiana parcialmente atualizada: considera-se a configuração conhecida Ω_n como configuração de referência. Essa configuração trata-se da última em que o equilíbrio é conhecido, sendo conhecida durante o processo de solução. É atualizado ao final de cada passo de tempo;
- Lagrangiana atualizada: considera-se a configuração atual Ω_{n+1} como configuração de referência. A configuração de referência torna-se a própria incógnita a se determinar, de modo que as integrações são realizadas sobre essa configuração a se determinar.

O trabalho de Avancini e Sanches (2020) utiliza da formulação na forma Lagrangiana total para descrever o escoamento livre de fluidos incompressíveis. No entanto, com a deformação dos elementos, é necessário realizar uma atualização da malha, sendo possível considerar a descrição Lagrangiana parcialmente atualizada para análise do problema.

A fim de analisar as diferentes configurações do corpo ao longo do tempo, considere a região ocupada por um corpo contínuo B , em um instante t qualquer, a configuração Ω_t de B . Desse modo, para o instante t_0 o corpo encontra-se na configuração inicial Ω_0 , para o instante t_n em sua última configuração conhecida Ω_n , e para o instante t_{n+1} em sua configuração atual Ω_{n+1} . A Figura 3.2 mostra as três configurações.

Figura 3.2 – Configurações do corpo ao longo do tempo



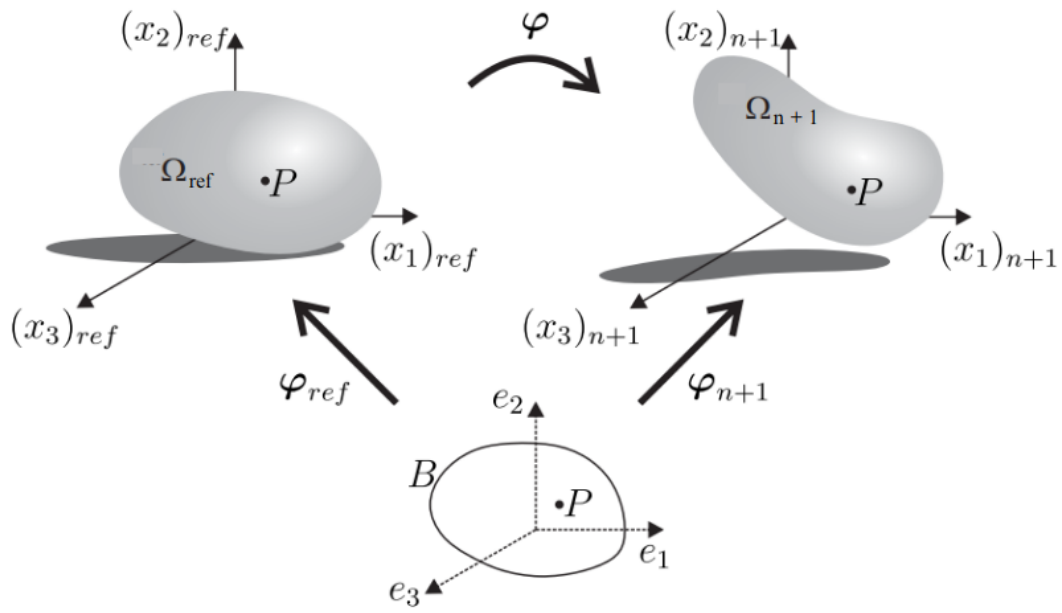
Fonte: Adaptado de Avancini (2023)

A função mudança de configuração φ é utilizada para mapear a posição atual (x_{n+1}) de um ponto $P \in B$, a partir de sua posição na configuração de referência (x_{ref}), sendo descrita pela equação abaixo:

$$x_{n+1} = \varphi_{n+1} (\varphi_{ref})^{-1} = \varphi (x_{ref}, t) \quad (3.1)$$

de modo que "ref" refere-se à configuração de referência e as funções φ_{n+1} e φ_{ref} são as funções que, respectivamente, mapeiam as posições atuais e de referência. A Figura 3.3 detalha como é feito o mapeamento de mudança de configuração.

Figura 3.3 – Mapeamento de mudança de configuração



Fonte: Avancini (2023)

O gradiente da função mudança de configuração $\mathbf{F}$ é dado por:

$$\mathbf{F} = \nabla_{ref} (\varphi) \quad (3.2)$$

em que o operador $\nabla_{ref} (\cdot)$ representa o operador gradiente para a configuração de referência.

A partir de $\mathbf{F}$ diversas medidas de tensão e deformação podem ser obtidas.

3.1.2 Medida de deformação empregada e modelo constitutivo adotado

Define-se o alongamento à direita de Cauchy-Green como (Holzapfel, 2000):

$$\mathbf{C} = \mathbf{F}^T \mathbf{F} \quad (3.3)$$

A medida de deformação utilizada é a de Green-Lagrange, devido a ser uma medida objetiva, ou seja, independe de movimentos de corpo rígido ou dos eixos de referência adotados. O tensor de deformações de Green-Lagrange é dado por:

$$\mathbf{E} = \frac{1}{2}(\mathbf{C} - \mathbf{I}) \quad (3.4)$$

3.1.2.1 Modelo constitutivo para fluidos Newtonianos e plásticos de Bingham

Fluidos Newtonianos não possuem resistência a tensões de cisalhamento, deformando-se indefinidamente quando sujeitos solicitações de cisalhamento. Decompondo o tensor de Cauchy em sua parcela desviadora e hidrostática obtém-se:

$$\boldsymbol{\sigma} = \boldsymbol{\sigma}' + p\mathbf{I} \quad (3.5)$$

de modo que $\boldsymbol{\sigma}'$ simboliza as tensões desviadoras de Cauchy, p é a pressão hidrostática, e $\mathbf{I}$ é o tensor identidade.

Quando se trata de um fluido Newtoniano, as tensões desviadoras dependem linearmente da taxa de deformação de modo que:

$$\boldsymbol{\sigma}' = \mathcal{D} : \dot{\mathbf{D}} \quad (3.6)$$

em que $\dot{\mathbf{D}}$ trata-se do tensor taxa de deformação na configuração atual, e $\mathcal{D}$ é o tensor constitutivo de quarta ordem referente à configuração atual, dados por:

$$\dot{\mathbf{D}} = \frac{1}{2}(\mathbf{L} + \mathbf{L}^T) \quad (3.7)$$

$$\mathcal{D} = \mu(\mathbf{I} \otimes \mathbf{I} + \mathbf{I} \otimes \mathbf{I}) \quad (3.8)$$

de modo que $\mathbf{L}$ é o gradiente da taxa de mudança da configuração ($\mathbf{L} = \dot{\mathbf{F}}\mathbf{F}^{-1}$) e μ é o parâmetro constitutivo da viscosidade.

Para adaptar a formulação utilizada para fluidos Newtonianos para plásticos de Bingham com o modelo suavizado de Bingham proposto por Papanastasiou (1987), utiliza-se a viscosidade efetiva (η), conforme apresentada na seção 3.3. Utiliza-se essa viscosidade efetiva na equação 3.8.

A partir da transformação de Piola de $\mathcal{D}$, obtém-se o tensor constitutivo de quarta ordem em relação à configuração de referência ($\mathcal{D}_{ref}$):

$$(\mathcal{D}_{ref})_{ijkl} = J F_{ia}^{-1} F_{jb}^{-1} F_{kc}^{-1} F_{ld}^{-1} \mathcal{D}_{abcd} \quad (3.9)$$

3.1.3 Equações governantes

Esta subseção visa apresentar as equações governantes fundamentais que regem o movimento dos corpos contínuos.

3.1.3.1 Conservação da massa

A conservação da massa, conforme apresentado em Avancini (2023), implica na seguinte relação entre a densidade de referência ρ_{ref} , a densidade atual ρ_{n+1} e o Jacobiano J :

$$\rho_{ref} = J \rho_{n+1} \quad (3.10)$$

em que J é dado pelo determinante da função mudança de configuração $\mathbf{F}$, representando a deformação volumétrica de um corpo conforme equação 3.11.

$$J = \det(\mathbf{F}) \quad (3.11)$$

O Jacobiano pode ser usado para relacionar mudanças de volume em relação à configuração de referência, como pode ser visto na equação 3.12.

$$d\Omega_{n+1} = J d\Omega_{ref} \quad (3.12)$$

3.1.3.2 Conservação da quantidade de movimento

Em uma descrição Lagrangiana, tem-se que a quantidade de movimento de um corpo ($\mathbf{Q}$) é expressa em termos de uma integral em relação à sua configuração atual (Belytschko; Liu; Moran, 2000):

$$\mathbf{Q}(t) = \int_{\Omega_{n+1}} \rho_{n+1} \dot{\mathbf{x}}_{n+1} d\Omega_{n+1} \quad (3.13)$$

A força total atuante no corpo ($\mathbf{f}$) é dada a partir das integrais das forças distribuídas ao longo do volume Ω_{n+1} denotadas por $\mathbf{b}_{n+1}$, e das forças de superfície $\mathbf{t}_{n+1}$ que atuam sob a superfície Γ_{n+1} :

$$\mathbf{f}(t) = \int_{\Omega_{n+1}} \mathbf{b}_{n+1} d\Omega_{n+1} + \int_{\Gamma_{n+1}} \mathbf{t}_{n+1} d\Gamma_{n+1} \quad (3.14)$$

Aplicando a segunda lei de Newton, define-se a força como a variação temporal da quantidade de movimento $\mathbf{Q}$:

$$\mathbf{f}(t) = \frac{d\mathbf{Q}}{dt} \quad (3.15)$$

Substituindo as equações 3.13 e 3.14 em 3.15, tem-se:

$$\frac{d}{dt} \int_{\Omega_{n+1}} \rho_{n+1} \dot{\mathbf{x}}_{n+1} d\Omega_{n+1} = \int_{\Omega_{n+1}} \mathbf{b}_{n+1} d\Omega_{n+1} + \int_{\Gamma_{n+1}} \mathbf{t}_{n+1} d\Gamma_{n+1} \quad (3.16)$$

Conforme regra de Leibniz generalizada para integrais de domínio fixo, $\frac{d}{dt} \int_{\Omega} f d\Omega = \int_{\Omega} \frac{\partial f}{\partial t} d\Omega$, tem-se que a parcela esquerda da equação 3.16 pode ser definida como:

$$\frac{d}{dt} \int_{\Omega_{n+1}} \rho_{n+1} \dot{\mathbf{x}}_{n+1} d\Omega_{n+1} = \int_{\Omega_{n+1}} \rho_{n+1} \ddot{\mathbf{x}}_{n+1} d\Omega_{n+1} \quad (3.17)$$

Com a equação 3.17 é possível reescrever a equação 3.16:

$$\int_{\Omega_{n+1}} \rho_{n+1} \ddot{\mathbf{x}}_{n+1} d\Omega_{n+1} = \int_{\Omega_{n+1}} \mathbf{b}_{n+1} d\Omega_{n+1} + \int_{\Gamma_{n+1}} \mathbf{t}_{n+1} d\Gamma_{n+1} \quad (3.18)$$

Considerando a relação entre o tensor de tensões de Cauchy ($\boldsymbol{\sigma}$) e as forças de superfície a partir de um vetor normal ($\mathbf{n}$), $\mathbf{t} = \boldsymbol{\sigma} \mathbf{n}$, é possível reescrever a equação 3.18 com aplicação do teorema da divergência:

$$\int_{\Omega_{n+1}} \rho_{n+1} \ddot{\mathbf{x}}_{n+1} d\Omega_{n+1} = \int_{\Omega_{n+1}} \mathbf{b}_{n+1} d\Omega_{n+1} + \int_{\Gamma_{n+1}} \nabla_{n+1} \cdot \boldsymbol{\sigma}_{n+1} d\Omega_{n+1} \quad (3.19)$$

Com a utilização da Fórmula de Nanson, é possível relacionar as áreas infinitesimais de um corpo antes (ds_{n+1}) e após uma mudança de configuração (ds_{ref}) a partir de seus vetores normais a cada área ($\mathbf{n}_{n+1}$ e $\mathbf{n}_{ref}$), conforme equação 3.20.

$$\mathbf{n}_{n+1} ds_{n+1} = J \mathbf{F}^{-T} \mathbf{n}_{ref} ds_{ref} \quad (3.20)$$

com aplicação da Fórmula de Nanson e da relação entre volumes da equação 3.12 na equação 3.19, obtém-se:

$$\int_{\Omega_{ref}} J \rho_{n+1} \ddot{\mathbf{x}}_{n+1} d\Omega_{ref} = \int_{\Omega_{ref}} J \mathbf{b}_{n+1} d\Omega_{ref} + \int_{\Gamma_{ref}} \nabla_{ref} \cdot J \boldsymbol{\sigma} \mathbf{F}^{-T} d\Omega_{ref} \quad (3.21)$$

Como o tensor de Piola-Kirchhoff de primeira espécie pode ser definido a partir de uma relação com o tensor de tensões de Cauchy, $\mathbf{P} = J \boldsymbol{\sigma} \mathbf{F}^{-T}$, com as relações encontradas a partir da conservação da massa (3.10) e considerando a força de volume como conservativa $\mathbf{b}_{ref} = J \mathbf{b}_{n+1}$, é possível obter:

$$\int_{\Omega_{ref}} \rho_{ref} \ddot{\mathbf{x}}_{n+1} d\Omega_{ref} = \int_{\Omega_{ref}} \mathbf{b}_{ref} d\Omega_{ref} + \int_{\Gamma_{ref}} \nabla_{ref} \cdot \mathbf{P} d\Omega_{ref} \quad (3.22)$$

Como o domínio Ω_{ref} é arbitrário, é possível escrever a equação de equilíbrio de momento em sua forma local:

$$\rho_{ref} \ddot{\mathbf{x}}_{n+1} = \mathbf{b}_{ref} + \nabla_{ref} \cdot \mathbf{P} \quad (3.23)$$

Para resolução dessas equações utilizou-se o método de elementos finitos e partículas, tendo em vista sua capacidade de atualizar a malha a cada iteração.

3.1.4 Formulação do método dos elementos finitos para materiais incompressíveis

Antes de aplicar o método numérico, deve-se encontrar a forma variacional do equilíbrio obtido a partir de uma formulação energética (Avancini, 2023). O funcional da energia mecânica total de um sistema pode ser escrito a partir da soma da energia interna de deformação (Π_{int}), da energia potencial das forças externas (Π_{ext}) e da energia cinética (Π_{cin}), conforme equação 3.24:

$$\Pi = \Pi_{int} + \Pi_{ext} + \Pi_{cin} \quad (3.24)$$

As parcelas de energia são escritas em relação à última configuração conhecida (Ω_n) conforme equações 3.25 a 3.27:

$$\Pi_{int} = \int_{\Omega_n} \Psi dv_n \quad (3.25)$$

$$\Pi_{ext} = - \int_{\Omega_n} \mathbf{b}_n \cdot \mathbf{x} dv_n - \int_{\partial\Omega_n} \mathbf{t}_n \cdot \mathbf{x} ds_n \quad (3.26)$$

$$\Pi_{cin} = \frac{1}{2} \int_{\Omega_n} \rho_n \dot{\mathbf{x}} \cdot \dot{\mathbf{x}} dv_n \quad (3.27)$$

de modo que ρ_n , t_n e b_n representam, respectivamente, a massa específica, a força de superfície e a força de volume no instante t_n , Ψ refere-se a energia livre de Helmholtz.

Como o material considerado é incompressível, a condição $J = 1$ é imposta no problema, de modo que se decompõe a energia livre de Helmholtz em uma parcela referente a deformações isocóricas (Ψ_{iso}), em que não ocorre variação no volume e outra parcela referente às deformações volumétricas:

$$\Psi = \Psi_{iso} + p(J - 1) \quad (3.28)$$

O termo p representa a pressão hidrostática e atua como um multiplicador de Lagrange, de modo que a energia de deformação volumétrica (Ψ_{vol}) deve ser igual a zero, para respeitar a condição $J = 1$.

$$\Psi_{\text{vol}} = p(J - 1) \quad (3.29)$$

Derivando-se Ψ em relação ao tensor de Green-Lagrange ($\mathbf{E}$) obtém-se o tensor de tensões de Piola-Kirchhoff de segunda espécie ($\mathbf{S}$):

$$\mathbf{S} = \frac{\partial \Psi}{\partial \mathbf{E}} = \frac{\partial \Psi_{\text{iso}}}{\partial \mathbf{E}} + p \frac{\partial J}{\partial \mathbf{E}} = \mathbf{S}' + p \frac{\partial J}{\partial \mathbf{E}} = \mathbf{S}' + p J \mathbf{C}^{-1} \quad (3.30)$$

Escrevendo as aproximações para a pressão e a posição como:

$$p^h(\xi) = N^a(\xi)p^a, \quad x^h(\xi) = N^a(\xi)x^a \quad (3.31)$$

de modo que o sobrescrito h indica que é uma grandeza aproximada e o sobrescrito a representa que as aproximações estão associadas a um nó a qualquer do domínio. Além disso, p^a é a pressão nodal, x^a é a posição nodal e N^a é a função de forma.

Considerando a primeira variação do funcional de energia em relação às posições (x) e em relação às pressões (p), com a restrição da incompressibilidade, obtém-se a seguinte formulação semi-discreta:

$$\begin{aligned} \delta \Pi_x^h = & \int_{\Omega_n} \rho_n \ddot{x}^h \delta x^h dv_n + \int_{\Omega_n} S^h : \delta E^h dv_n + \int_{\Omega_n} p^h J^h C^{-1h} : \delta E^h dv_n \\ & - \int_{\Omega_n} b_n \delta x^h dv_n - \int_{\partial \Omega_n} t_n \delta x^h ds_n = 0 \end{aligned} \quad (3.32)$$

$$\delta \Pi_p^h = \int_{\Omega_n} \delta p^h (J^h - 1) dv_n = 0 \quad (3.33)$$

Deriva-se a variação do funcional para cada variável em relação aos parâmetros nodais, por meio de:

$$\delta(\cdot)^h = \frac{\partial(\cdot)^h}{\partial x^a} \delta x + \frac{\partial(\cdot)^h}{\partial p^a} \delta p \quad (3.34)$$

Como os incrementos $\delta \mathbf{x}$ e δp são arbitrários e $\frac{\partial \mathbf{x}^h}{\partial \mathbf{x}^a} = \frac{\partial \mathbf{p}^h}{\partial \mathbf{p}^a} = N^a$, obtém-se:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \Pi^h}{\partial x^a} = & \int_{\Omega_n} \rho_n \ddot{x}^h N^a dv_n + \int_{\Omega_n} S^h : \frac{\partial E^h}{\partial x^a} dv_n + \int_{\Omega_n} p^h J^h C^{-1h} : \frac{\partial E^h}{\partial x^a} dv_n \\ & - \int_{\Omega_n} b_n N^a dv_n - \int_{\partial \Omega_n} t_n N^a ds_n = 0 \end{aligned} \quad (3.35)$$

$$\frac{\partial \Pi^h}{\partial p^a} = \int_{\Omega_n} N^a (J^h - 1) dv_n = 0 \quad (3.36)$$

O sistema apresentado nas equações 3.35 e 3.36 representa o equilíbrio do problema em cada nó a , em que:

$$\mathbf{f}_{iner}^a + \mathbf{f}_{iso}^a + \mathbf{f}_{vol}^a - \mathbf{f}_{ext}^a = 0 \quad (3.37)$$

$$c_{inc}^a = 0 \quad (3.38)$$

de modo que $\mathbf{f}_{iso}^a$ e $\mathbf{f}_{vol}^a$ são as parcelas isocórica e hidrostática das forças internas, $\mathbf{f}_{iner}^a$ e $\mathbf{f}_{ext}^a$ são, respectivamente, as forças inerciais e externas, e c_{inc}^a representa a condição de incompressibilidade apresentada em (3.36).

Considerando o vetor global de posições ($\mathbf{x}$) e pressões ($\mathbf{p}$), para o caso bidimensional utilizado neste trabalho, obtém-se os seguintes vetores para o número total de nós (n_{nos}):

$$\{\mathbf{x}\} = \left\{ (x_1^1 x_2^1) (x_1^2 x_2^2) \cdots (x_1^{n_{nos}} x_2^{n_{nos}}) \right\}^T \quad (3.39)$$

$$\{\mathbf{p}\} = \{p^1 p^2 \cdots p^{n_{nos}}\}^T \quad (3.40)$$

3.2 Método dos Elementos Finitos e Partículas (PFEM)

O PFEM é um método Lagrangiano que foi proposto por Idelsohn, Oñate e Pin (2004) e por Idelsohn *et al.* (2006), com foco em problemas sujeitos a mudanças de topologia. Os nós do método são considerados como partículas que levam em consideração as propriedades do meio físico e/ou material.

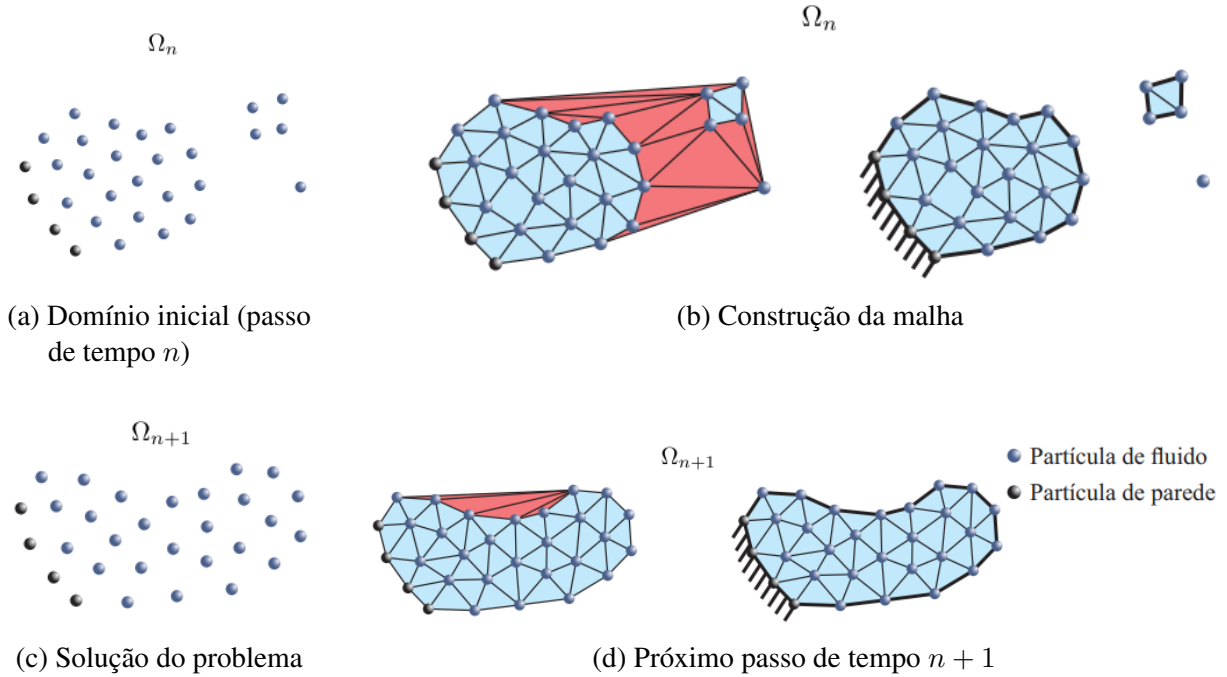
A fim de lidar com a distorção da malha, o PFEM combina a Triangulação de Delaunay (Edelsbrunner; Tan, 1993) com o método α -shape (Edelsbrunner, 1992; Edelsbrunner; Mücke, 1994), o qual é um método gráfico para eliminar elementos indesejados, que sejam muito distorcidos, reconstruindo a malha.

O funcionamento do método segue os seguintes passos:

- No início de cada passo de tempo, o domínio é representado por um conjunto de partículas infinitesimais, às quais são atribuídas propriedades físicas do meio. No caso desse trabalho, essas propriedades são a viscosidade e a tensão de escoamento (Figura 3.4a);
- Em seguida, é construída uma malha de elementos finitos sobre as partículas (Figura 3.4b). Essa construção envolve a triangulação das partículas para geração da malha e o uso do α -shape, para determinar os contornos do domínio, além de remover elementos distorcidos indesejados (destacados em vermelho na Figura 3.4b);

- O próximo passo é resolver o problema para a próxima iteração (Figura 3.4c);
- Por fim, a malha do fluido é reestruturada e recomeça-se o processo para o próximo passo de tempo (Figura 3.4d).

Figura 3.4 – Funcionamento do PFEM



3.2.1 Fundamentos do PFEM

O Método dos Elementos Finitos e Partículas (PFEM) se caracteriza pela reconstrução dinâmica da malha, que acompanha o movimento das partículas, pela formulação Lagrangiana Atualizada para representar o escoamento e pelo uso do Método dos Elementos Finitos (FEM) na solução das equações governantes. Além disso, o PFEM emprega critérios específicos para a detecção e remoção de contornos, permitindo a definição precisa do domínio físico ao longo da simulação.

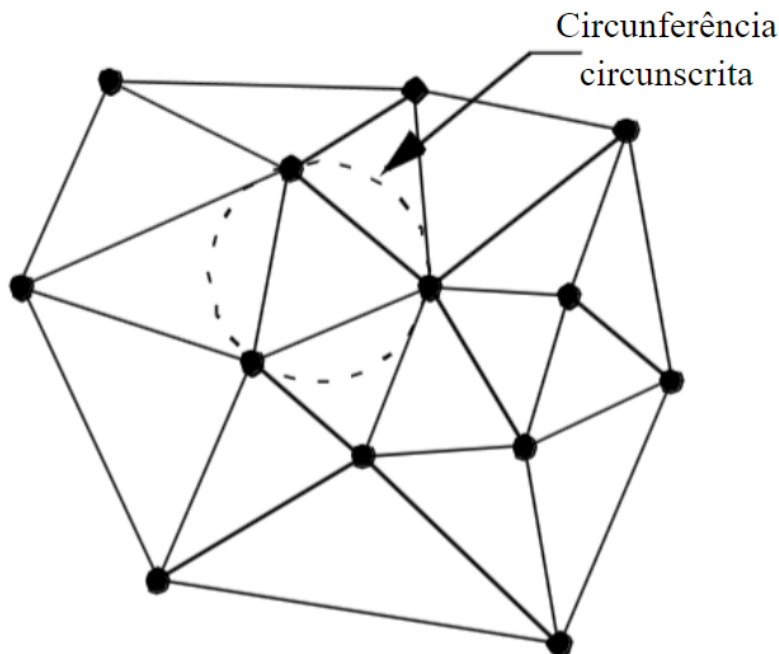
Para a geração da malha em cada passo de tempo, um dos métodos mais utilizados é a triangulação de Delaunay, que assegura a formação de elementos bem condicionados do ponto de vista geométrico, melhorando a precisão das interpolações no método de elementos finitos. No entanto, essa triangulação conecta todas as partículas, inclusive aquelas fora do domínio físico. Para corrigir esse problema, pode-se aplicar o método α -shape, um filtro geométrico que identifica e remove conexões espúrias, refinando a definição da interface do domínio.

3.2.1.1 Triangulação de Delaunay

A triangulação de Delaunay trata-se de um processo de organização e divisão espacial a partir de pontos em uma malha, criada pelo russo Boris Nikolaevich Delaunay, em 1934. Nesse

processo é feito a união entre um determinado conjunto de pontos, com a finalidade de formar triângulos de modo que o círculo formado pelos três vértices de cada triângulo não possa conter nenhum outro ponto da malha em seu interior (Lima, 2017). A Figura 3.5 mostra um exemplo de triângulo de Delaunay válido.

Figura 3.5 – Triangulação de Delaunay com circunferência circunscrita



Fonte: Schroeder, Martin e Lorensen (2006)

A triangulação de Delaunay no plano otimiza alguns critérios geométricos como a maximização do ângulo mínimo, a minimização das circunferências que contém os vértices dos triângulos e a minimização do maior círculo inscrito que contenham apenas vértices das arestas do triângulo, com exceção dos vértices da malha. Essas propriedades tornam as malhas de Delaunay boas opções para a utilização em métodos de elementos finitos, por minimizar os erros de interpolação e deixar a simulação mais homogênea (Machado, 2021). Utilizou-se o algoritmo Triangle¹, elaborado por Shewchuk (1996), no código empregado.

3.2.1.2 Definição de contornos pelo método α -shape

A triangulação de Delaunay conecta todas as partículas, mesmo em regiões em que possivelmente não existe material (domínio físico). Por exemplo, em casos nos quais há partículas fora do corpo do fluido, a triangulação criará conexões espúrias nessas áreas.

Nesse sentido, de modo a complementar a definição geométrica da malha, é possível utilizar o método α -shape como filtro geométrico para identificar e reconstruir o domínio físico do problema, removendo as conexões indesejadas. O método é feito a partir de um critério de remoção de elementos que cumprem o seguinte critério para o raio circunscrito (r_e) de cada

¹ Disponível em: <https://www.cs.cmu.edu/~quake/triangle.html>

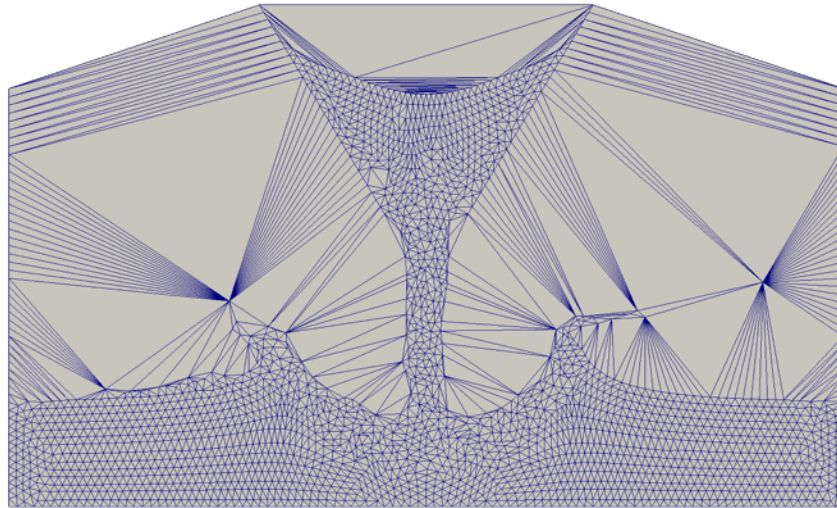
elemento construído pela triangulação de Delaunay com o tamanho característico da malha (h) para um determinado parâmetro α (Alessandro; Massimiliano, 2016):

$$\text{se } r_e > \alpha h \quad \rightarrow \quad \text{apague o elemento } e \quad (3.41)$$

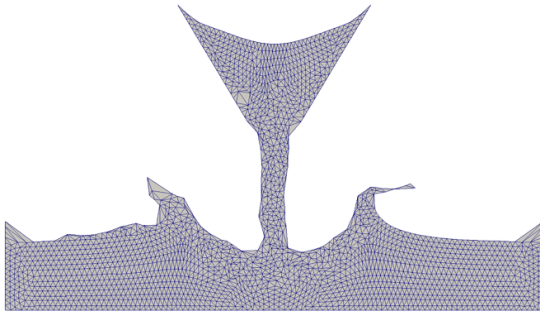
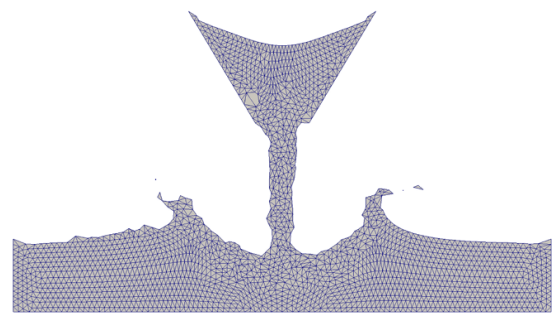
Para o programa utilizado, o tamanho característico da malha foi determinado a partir da média das distâncias mínimas para cada uma das arestas vizinhas de cada partícula. A adoção do parâmetro α neste método implica o quão rigoroso será o critério da equação 3.41 para remoção de elementos da malha, e para cada valor do parâmetro podem ser obtidas diferentes configurações para a malha. O valor de α utilizado nos exemplos numéricos desse trabalho foi de 1,25.

Conforme α diminui, a malha se refina, passando da triangulação de Delaunay original (na qual o α tende ao infinito), para ajustes mais finos em que o raio dos elementos a serem eliminados diminui progressivamente até que todos os elementos sejam eliminados (Gardiner; Behnken; Brassey, 2018). A Figura 3.6a mostra um exemplo em que foi feita a triangulação de Delaunay, e foram utilizados dois valores diferentes de α (Figura 3.6b e Figura 3.6c), de modo que fica evidente que um maior valor de α foi menos rigoroso no critério de remoção dos elementos.

Figura 3.6 – Triangulação de Delaunay e Alpha Shapes com diferentes parâmetros α ($\alpha_1 > \alpha_2$)



(a) Triangulação de Delaunay

(b) Alpha Shape (α_1)(c) Alpha Shape (α_2)

Fonte: Alessandro e Massimiliano (2016)

3.2.2 Metodologia do trabalho

Para análise numérica neste trabalho foi utilizado um programa desenvolvido no grupo de pesquisa ² do Professor Dr. Rodolfo André Kuche Sanches da EESC-USP e do Doutorando Luiz Fernando Honorato Teodoro (da mesma instituição). As simulações numéricas foram conduzidas em uma máquina com processador AMD Ryzen 7 5700U com CPU de 3.59 GHz, 8 núcleos físicos e 16 threads (2 threads por núcleo).

3.2.2.1 Estabilização com técnica *Pressure Stabilizing Petrov-Galerkin* (PSPG)

Considerando a formulação mista de posição-pressão apresentada na subseção 3.1.4, é possível notar que a pressão não está explicitamente definida na equação 3.36. Isso induz a termos nulos na diagonal do sistema, que não garantem unicidade de solução e podem deixar o sistema mal condicionado para o campo de pressões.

Para eliminar singularidades que afetem a qualidade do campo de pressões, Avancini (2023) empregou a estabilização PSPG, que foi proposta inicialmente por Tezduyar (1991). Essa estabilização adiciona uma parcela baseada no resíduo da equação da conservação da quantidade de movimento ($S_{\tau_{\text{PSPG}}}$), de modo que:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \Pi^h}{\partial p^a} + S_{\tau_{\text{PSPG}}}^a &= 0, \\ \int_{\Omega_n} N^a (J^h - 1) dv_n + \int_{\Omega_n} \frac{\tau_{\text{PSPG}}}{\rho_n} \nabla N^a (\rho_n \ddot{x}^h - \nabla_n \cdot (\mathbf{F}^h \mathbf{S}^h) - \mathbf{b}_n) dv_n &= 0 \end{aligned} \quad (3.42)$$

O parâmetro τ_{PSPG} , desprezando a parcela de convecção presente apenas em formulações Eulerianas, é obtido com a partir de Bazilevs, Takizawa e Tezduyar (2013):

$$\tau_{\text{PSPG}} = \left(\frac{1}{\tau_1^2} + \frac{1}{\tau_2^2} \right)^{-\frac{1}{2}} \quad (3.43)$$

² Disponível em: <https://wikimechanica.eesc.usp.br/>

de modo que τ_1 representa a parcela dinâmica e τ_2 a parcela viscosa, obtidos por:

$$\tau_1 = \frac{\Delta t^2}{2} \quad (3.44)$$

$$\tau_2 = \frac{\Delta t h_{\text{RGN}}^2}{4\nu} \quad (3.45)$$

em que $\nu = \mu/\rho$ é a viscosidade cinemática, e h_{RGN} é obtido por:

$$h_{\text{RGN}} = 2 (|\mathbf{r} \cdot \nabla N^a|)^{-1} \quad (3.46)$$

em que $\mathbf{r}$ dado por:

$$\mathbf{r} = \frac{\nabla \|\dot{\mathbf{x}}^h\|}{\|\nabla \|\dot{\mathbf{x}}^h\|\|} \quad (3.47)$$

3.2.2.2 Integrador α – generalizado

O integrador temporal utilizado é o α -generalizado, proposto por Chung e Hulbert (1993). Esse método permite o controle da dissipação numérica, a partir de um instante intermediário no qual considera-se o equilíbrio. Para um instante intermediário $t_{n+\alpha} \in [t_n, t_{n+1}]$, uma variável qualquer U pode ser interpolada por meio da equação 3.48.

$$U_{n+\alpha} = U_n + \alpha (U_{n+1} - U_n) \quad (3.48)$$

em que $n + 1$ representa o instante atualizado e n o instante atual.

A interpolação depende da variável a ser calculada. Para o caso específico da aceleração, sua formulação é definida pela relação $\alpha = \alpha_m$, em que o parâmetro α_m é determinado pela expressão:

$$\alpha_m = \frac{2 - \rho_\infty}{1 + \rho_\infty} \quad (3.49)$$

e, para as outras variáveis, tem-se que $\alpha = \alpha_f$, dado por:

$$\alpha_f = \frac{1}{1 + \rho_\infty} \quad (3.50)$$

em que ρ_∞ representa o raio espectral que controla a dissipação numérica, definido no intervalo $0 \leq \rho_\infty \leq 1$.

Essa ferramenta é incondicionalmente estável, desde que $\alpha_m \geq \alpha_f \geq \frac{1}{2}$. Nesse sentido, independente do passo de tempo adotado, a solução não cresce indefinidamente. Para $\rho_\infty = 1$ o

efeito de dissipação numérica é mínimo, e para $\rho_\infty = 0$ a influência das altas frequências são retiradas da solução (Avancini, 2023). O valor adotado para ρ_∞ neste trabalho foi de 0,8.

As velocidades e acelerações na configuração atual são escritas em função das posições nodais na configuração atual, conforme método de Newmark- β :

$$\dot{x}_{n+1} = \frac{\gamma}{\beta\Delta t}(x_{n+1} - x_n) + \left(1 - \frac{\gamma}{\beta}\right)\dot{x}_n + \Delta t\left(1 - \frac{\gamma}{2\beta}\right)\ddot{x}_n \quad (3.51)$$

$$\ddot{x}_{n+1} = \frac{1}{\beta\Delta t^2}(x_{n+1} - x_n) - \frac{1}{\beta\Delta t}\dot{x}_n + \left(1 - \frac{1}{2\beta}\right)\ddot{x}_n \quad (3.52)$$

Conforme Chung e Hulbert (1993) o método apresenta convergência de segunda ordem caso os parâmetros γ e β respeitem as relações:

$$\gamma = \frac{1}{2} + \alpha_m - \alpha_f \quad (3.53)$$

$$\beta = \frac{1}{4}(1 + \alpha_m - \alpha_f)^2 \quad (3.54)$$

3.2.2.3 Processo de solução com matriz tangente

Para resolução do sistema, define-se o resíduo da equação da conservação do momento linear (equação 3.37) como $\mathbf{r}_m^a$ e $\mathbf{r}_m^a$ o resíduo da equação de incompressibilidade com termo estabilizante (equação 3.42) para cada nó a , obtidos a partir de:

$$r_m^a(\mathbf{x}_{n+1}, p_{n+1}) = (f_{\text{iner}}^a)_{n+\alpha_m} + (f_{\text{iso}}^a)_{n+\alpha_f} + (f_{\text{vol}}^a)_{n+\alpha_f} - (f_{\text{ext}}^a)_{n+\alpha_f} = 0 \quad (3.55)$$

$$r_c^a(\mathbf{x}_{n+1}, p_{n+1}) = (c_{\text{inc}}^a)_{n+\alpha_f} + (S_{\tau_{PSPG}}^a)_{n+\alpha} = 0 \quad (3.56)$$

Considerando apenas a contribuição de primeira ordem da expansão de série de Taylor, já que ambos dependem de $\mathbf{x}_{n+1}$ e p_{n+1} , obtém-se o sistema de equações:

$$-\begin{bmatrix} \frac{\partial r_m}{\partial x} & \frac{\partial r_m}{\partial p} \\ \frac{\partial r_c}{\partial x} & \frac{\partial r_c}{\partial p} \end{bmatrix}^k \begin{Bmatrix} \Delta x \\ \Delta p \end{Bmatrix}^k = \begin{Bmatrix} r_m \\ r_c \end{Bmatrix}^k \quad (3.57)$$

$$-[\mathbf{M}_T]^k \{\Delta u\}^k = \{\mathbf{r}\}^k \quad (3.58)$$

de modo que $[\mathbf{M}_T]^k$ é a matriz tangente na iteração k , $\{\Delta u\}^k$ é o vetor de parâmetros nodais dados pelo vetor de posições (equação 3.39) e pressões (equação 3.40), e $\{\mathbf{r}\}^k$ o vetor de resíduos, todos com dimensões $(n_{\text{dim}} + 1) \cdot n_{\text{nós}}$.

A solução é calculada de modo iterativo com o método de Newton-Raphson, para o cálculo das posições (x) e pressões (p), por meio do sistema de equações em 3.58, com uso das equações:

$$\{x^{k+1}\} = \{x^k\} + \{\Delta x^k\} \quad (3.59)$$

$$\{p^{k+1}\} = \{p^k\} + \{\Delta p^k\} \quad (3.60)$$

em que o índice sobrescrito k representa a iteração do processo, Δp representa a atualização das pressões e Δx a atualização das posições.

O processo é repetido até atingir os critérios de tolerância para as posições (tol_x) e de tolerância para as pressões (tol_p):

$$\frac{||\Delta x||}{||\Delta x_0||} \leq tol_x \quad (3.61)$$

$$\frac{||\Delta p||}{||\Delta p_0||} \leq tol_p \quad (3.62)$$

em que x_0 representa as posições iniciais e p_0 representa as pressões iniciais.

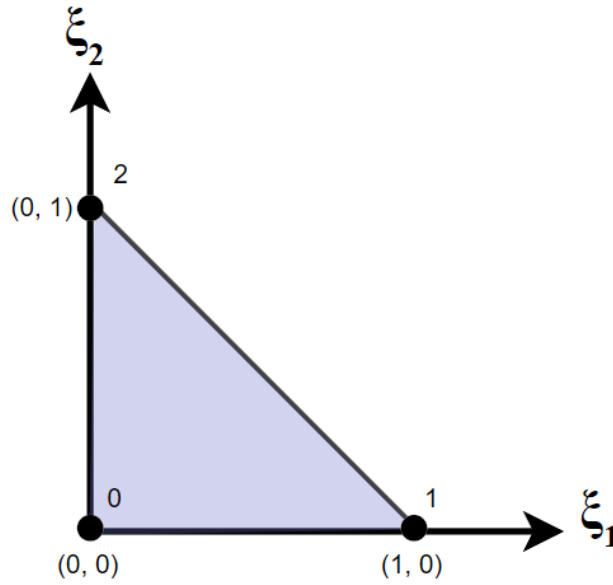
Os critérios de tolerância adotados neste trabalho foram de $tol_x = 10^{-6}$ e $tol_p = 10^{-4}$.

3.2.2.4 Elemento finito adotado para funções aproximadoras

O remalhamento no PFEM sempre aproveita os nós das malhas anteriores, o que evita interpolação dos dados da malha anterior para a nova malha para variáveis nodais. No entanto, limita a aplicação do método para elementos lineares, uma vez que para interpolações de maior ordem seria necessário remapear para cada malha as posições desconhecidas ao longo dos segmentos dos elementos (Cremonesi *et al.*, 2020).

Como os exemplos utilizados foram de domínios bidimensionais o elemento finito utilizado foi o T3 tanto para aproximar as pressões quanto às posições, conforme Figura 3.7, um elemento triangular de aproximação linear.

Figura 3.7 – Elemento finito T3



Fonte: Adaptado de Belytschko *et al.* (2013)

3.3 Modelo Reológico de Plástico de Bingham

Este modelo reológico foi proposto por Bingham (1922) e trouxe como avanço a capacidade de modelar fluidos não-newtonianos, que apresentam uma tensão de escoamento (ou crítica) para dar início ao escoamento. A equação do modelo é dada a seguir:

$$\begin{cases} \sigma = \sigma_0 + \mu_p \dot{\gamma}, & \text{para } |\sigma| > |\sigma_0| \\ \dot{\gamma} = 0, & \text{para } |\sigma| < |\sigma_0| \end{cases} \quad (3.63)$$

em que σ é a tensão de cisalhamento aplicada, σ_0 é a tensão de escoamento do material, μ_p é a viscosidade plástica do material e $\dot{\gamma}$ é a taxa de cisalhamento no fluido.

No entanto, enquanto esse fluido não atinge a tensão crítica, não há escoamento, se comportando como sólido, o que leva a pontos de viscosidade que tendem ao infinito (Ortega, 2019). Essa condição acarreta em uma instabilidade numérica na modelagem do escoamento. Nesse sentido, Papanastasiou (1987) propôs o modelo de Bingham suavizado.

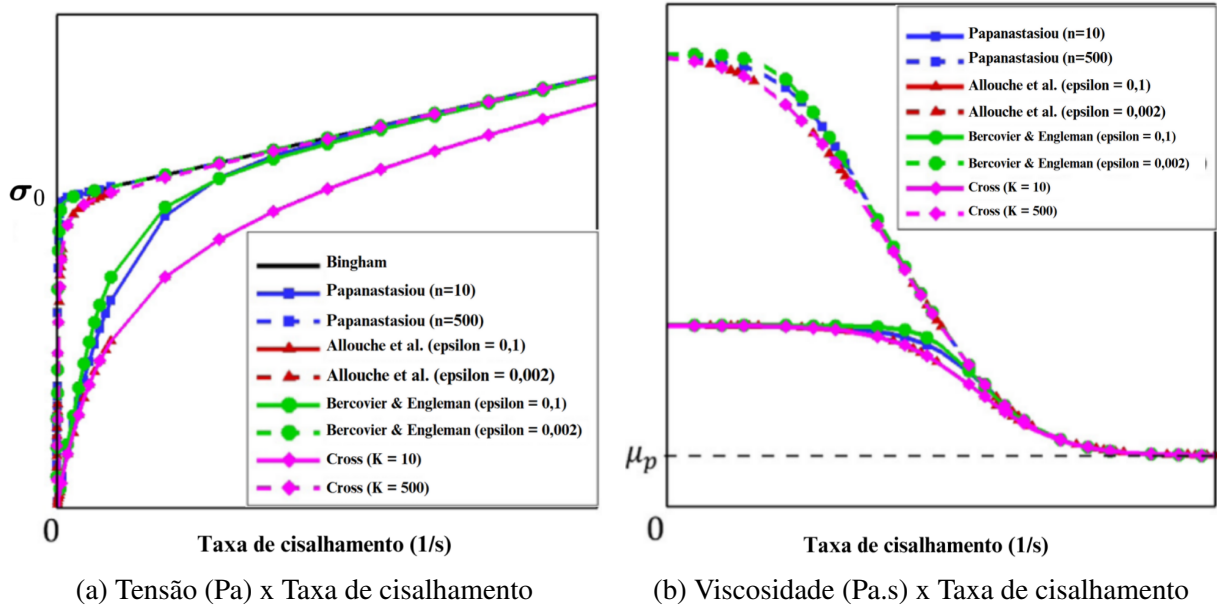
Nesse modelo é feita a suavização da transição da condição de sólido para fluido. Adiciona-se à equação 3.63 uma função exponencial, conforme equação a seguir:

$$\sigma = \left(\frac{\sigma_0}{|\dot{\gamma}|} (1 - \exp(-n |\dot{\gamma}|)) + \mu_p \right) \dot{\gamma} \quad (3.64)$$

em que n é um parâmetro adimensional do modelo.

O parâmetro " n " adicionado é responsável por controlar o nível de suavização do modelo, quanto maior o n menos suavizada será a curva. Neste trabalho, o valor utilizado foi de $n = 1000$. Segundo Tran-Duc, Ho e Thamwattana (2021), o valor de $n = 500$ apresentou boa conformidade com o modelo de plástico de Bingham ideal, conforme apresentado na Figura 3.8.

Figura 3.8 – Comportamento do modelo de Bingham suavizado com variação do parâmetro "n"



Fonte: Adaptado de Tran-Duc, Ho e Thamwattana (2021)

Relacionando as equações 3.63 e 3.64, conforme Mehmood *et al.* (2020), é possível considerar a viscosidade efetiva (η):

$$\eta = \frac{\sigma_0}{|\dot{\gamma}|} (1 - \exp(-n |\dot{\gamma}|)) + \mu_p \quad (3.65)$$

Para empregar este modelo é necessária a obtenção da viscosidade e da tensão de escoamento do material. Esses valores podem ser obtidos por meio de ensaios, conforme visto na Subseção 2.1.1. No entanto, deve-se considerar os custos da realização dessas medições.

Nesse sentido, existem ferramentas numéricas para auxiliar na previsão desses valores, quer seja através do controle da dosagem do concreto, da correlação desses parâmetros com resultados de ensaios, ou de resultados de modelagens numéricas. Alguns exemplos de modelos de previsão desses parâmetros são regressões lineares multivariadas, técnicas de aprendizado de máquina (*machine learning*) como redes neurais artificiais (Nazar *et al.*, 2022) ou equações analíticas (Roshavelov, 2005). Esse trabalho propõe-se a utilizar redes neurais artificiais de múltiplas camadas para prever esses parâmetros, como visto na seção 2.2.

4 RESULTADOS E DISCUSSÕES

Neste trabalho, validou-se a geração de 60 diferentes topologias de redes neurais artificiais de múltiplas camadas para 3 conjuntos de dados diferentes a fim de prever a reologia do concreto com os dados obtidos na literatura. Além disso, foram feitas simulações numéricas de escoamento do concreto para o ensaio da caixa L, de modo que uma dessas simulações foi realizada com a previsão reológica do concreto a partir de uma RNA. Esse Capítulo visa apresentar os resultados obtidos e discuti-los.

4.1 Resultados das redes neurais artificiais

Nesta seção, serão apresentados os resultados obtidos a partir da aplicação das redes neurais artificiais (RNAs) desenvolvidas para prever os parâmetros reológicos do concreto autoadensável. A análise inclui a avaliação de diferentes topologias de RNAs para os conjuntos de dados utilizados, destacando o desempenho de cada modelo em relação à precisão e eficiência.

Os modelos utilizados para aplicação das RNAs foram:

- Modelo 1: previsão de μ e σ_0 a partir dos dados de dosagem da pasta de cimento do trabalho de Charrier e Ouellet-Plamondon (2020) e de seus parâmetros reológicos obtidos por meio de ensaio com reômetro;
- Modelo 2: com dados de ensaios reológicos de concretos autoadensáveis do trabalho de Asri *et al.* (2022), foram feitas previsões dos parâmetros reológicos de μ e σ_0 ;
- Modelo 3: a partir de dados do trabalho de Ajay, Girish e Nagakumar (2021) de dosagem do concreto autoadensável, de parâmetros do ensaio reológico de *slump* e de seus parâmetros reológicos obtidos por ensaio do concreto em caixa de cisalhamento, foram feitas previsões para μ e σ_0 .

Os exemplos implementados para as arquiteturas de RNA serão identificados no texto a partir de uma sequência de três números, de modo que o primeiro número representa a quantidade de neurônios por camada, o segundo número representa a quantidade de camadas ocultas e o terceiro número representa a função de ativação adotada (1: sigmoide, 2: exponencial, 3: tangente hiperbólica). Nesse sentido, a rede neural 3-1-3, por exemplo, é a arquitetura de RNA com 3 neurônios por camada, 1 camada oculta e de função de ativação tangente hiperbólica.

4.1.1 Modelo 1

Foram utilizados os dados de dosagem da pasta de cimento e seus parâmetros reológicos obtidos por ensaio de reômetro do trabalho de Charrier e Ouellet-Plamondon (2020).

4.1.1.1 Dados para treinamento da RNA

A Tabela no Anexo A.1, apresenta os componentes de cada uma das misturas e os respectivos consumos de cada aditivo, expressos em porcentagem de massa em relação ao cimento. A Tabela 4.1 traz dois dos dezesseis registros para visualização. Nessa Tabela, **X** corresponde ao aditivo acelerador de resistência, **A** é um acelerador de pega, **C** representa nanoargilas e **VMA** é o aditivo modificador de viscosidade.

Tabela 4.1 – Amostra de dados do modelo 1 para teste e treinamento das RNAs

X (% w/w)	A (% w/w)	C (% w/w)	VMA (% w/w)	μ (Pa.s)	σ_0 (Pa)
0,0	0,0	0,0	0,000	0,246	9,7
0,0	0,0	0,0	0,004	0,181	14,5

Fonte: Adaptado de Charrier e Ouellet-Plamondon (2020)

Com o intuito de aferir adequadamente os resultados, a partir dos dados da Tabela A.1 foram realizados tratamentos estatísticos por meio da utilização de testes de correlação de *Pearson* e *Spearman*, conforme equações 4.1 e 4.2.

$$p = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - x_m)(y_i - y_m)}{\sqrt{\sum_{i=1}^n (x_i - x_m)^2} \sqrt{\sum_{i=1}^n (y_i - y_m)^2}} \quad (4.1)$$

$$S = \frac{cov(rg_X, rg_Y)}{\bar{\sigma}(rg_X) \bar{\sigma}(rg_Y)} \quad (4.2)$$

em que x_i e y_i são as variáveis analisadas, x_m e y_m são os valores médios, $cov(\circ, \circ)$ é a função da covariância, $\bar{\sigma}(\circ)$ é a função do desvio-padrão, e rg_X e rg_Y são os postos, ou *rank* (em inglês), das variáveis de X e Y .

A Tabela 4.2 apresenta os coeficientes de correlação mencionados, além de mostrar os valores de média, mediana e desvio-padrão.

Tabela 4.2 – Parâmetros estatísticos para o Modelo 1

Parâmetro	Média	Desvio-padrão	Mediana	p_μ	S_μ	p_{σ_0}	S_{σ_0}
X (%w/w)	0,1500	0,1549	0,1500	-0,1439	0,0544	0,5483	0,5152
A (%w/w)	0,3500	0,3615	0,3500	-0,2824	-0,3538	-0,6790	-0,7050
C (%w/w)	0,2500	0,2582	0,2500	0,3037	0,2586	0,1979	0,2169
VMA (%w/w)	0,0020	0,0021	0,0020	-0,4955	-0,5035	0,3665	0,4067
μ (Pa.s)	0,2174	0,0242	0,2150	1,0000	1,0000	0,0094	0,0546
σ_0 (Pa)	14,2937	6,8163	13,3500	0,0094	0,0546	1,0000	1,0000

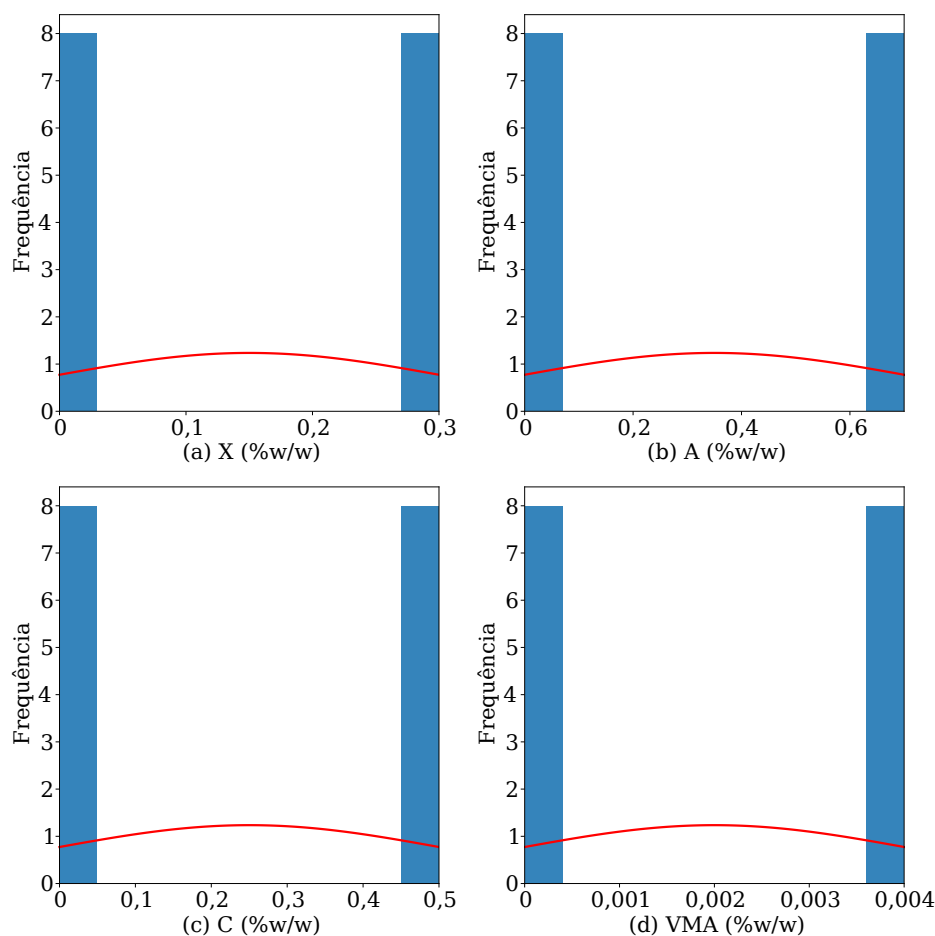
Fonte: Elaborado pelo autor

Em relação à viscosidade, os coeficientes de correlação obtidos indicam que há uma relação inversamente proporcional mais forte para o agente modificador de viscosidade (**VMA**) e mais fraca em relação ao acelerador de pega (**A**). Enquanto isso há uma relação diretamente proporcional quanto à presença de microargilas (**C**). Para o aditivo acelerador de resistência (**X**) não houve uma correlação bem definida.

No que diz respeito à tensão de escoamento, os coeficientes de correlação mostram que há uma diretamente proporcional mais forte em relação ao aditivo acelerador de resistência (**X**), moderada em relação ao agente modificador de viscosidade e mais fraca quanto à concentração de microargilas (**C**). Quanto a presença do acelerador de pega foi notado uma forte relação inversamente proporcional. Cabe salientar que o coeficiente de correlação de *Pearson* avalia a linearidade na relação entre 2 variáveis, enquanto o coeficiente de Spearman avalia a consistência de uma relação monotônica entre 2 variáveis não necessariamente sendo uma relação linear.

Além disso, foram gerados histogramas para analisar a distribuição dos dados, com um ajuste para distribuição normal, linha em vermelho, conforme Figura 4.1. Como a Tabela A.1 e a Figura 4.1 mostram, o conjunto de dados tem uma variabilidade bem restrita, por isso os dados podem não ser muito representativos.

Figura 4.1 – Histograma e distribuição normal - Modelo 1



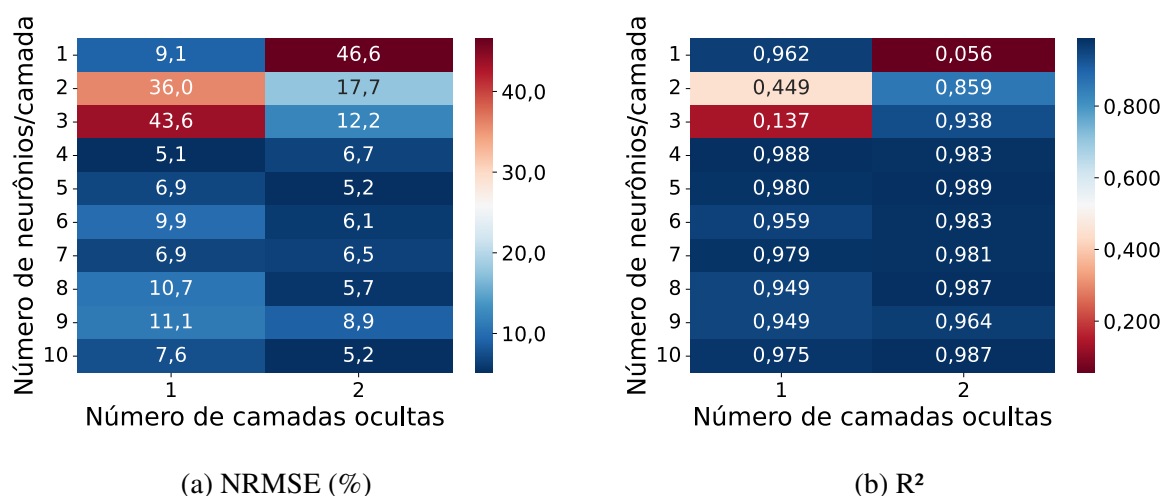
Fonte: Elaborado pelo autor

4.1.1.2 Resultados do treinamento da RNA

Conforme discutido na Subseção 2.2.4, foram analisadas 60 topologias considerando as variações de função de ativação, neurônios por camada oculta e números de camada oculta, de modo a verificar as topologias e a tendência dos resultados de cada uma. Os resultados de cada uma das redes neurais e os detalhes das RNAs com melhor desempenho encontram-se no Apêndice A.1.

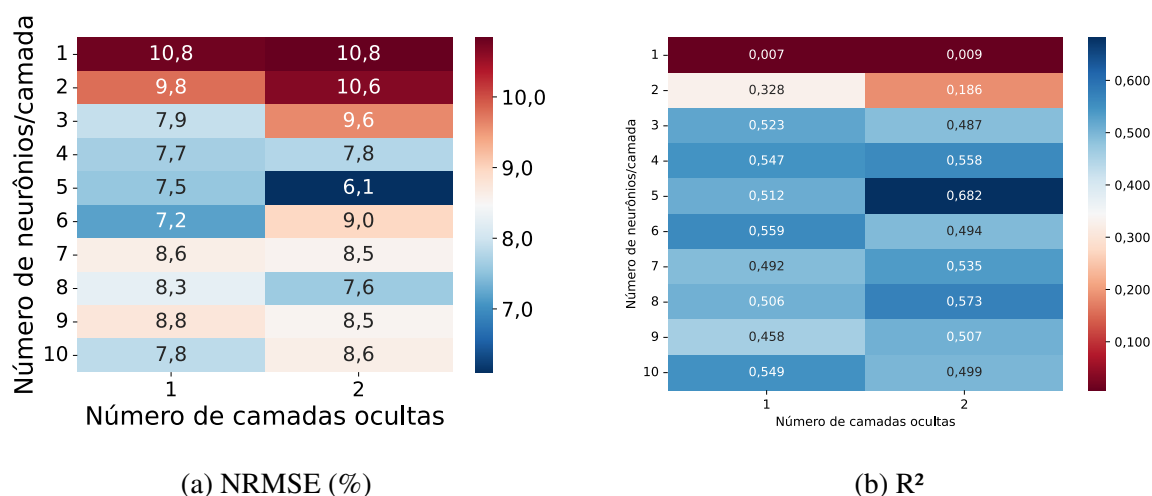
Como critério de qualidade para os dados previstos e observados, considerou-se o R-quadrado (R^2) e a raiz do erro quadrático médio normalizado (NRMSE). O NRMSE indica uma medida de erro normalizada pela média dos dados observados, que ajuda a comparar modelos diferentes entre si, e o R^2 mostra o quanto a variação dos valores previstos explica os dados observados. Quanto mais próximo de 1, melhor a correlação para o R^2 . São, portanto, métricas complementares.

Comparando os resultados obtidos para cada uma das arquiteturas foi possível observar alguns padrões, conforme será discutido com a apresentação das Figuras 4.2 a 4.7 a seguir.

Figura 4.2 – NRMSE (%) e R^2 para função sigmoide na previsão de σ_0 - Modelo 1

Fonte: Elaborado pelo autor

Nesse caso da Figura 4.2, foi possível notar que, para a função de ativação sigmoide, a previsão de tensão de escoamento (σ_0) teve boa qualidade e estabilidade na previsão. No entanto, houve maior discrepância para as arquiteturas com poucos neurônios por camada.

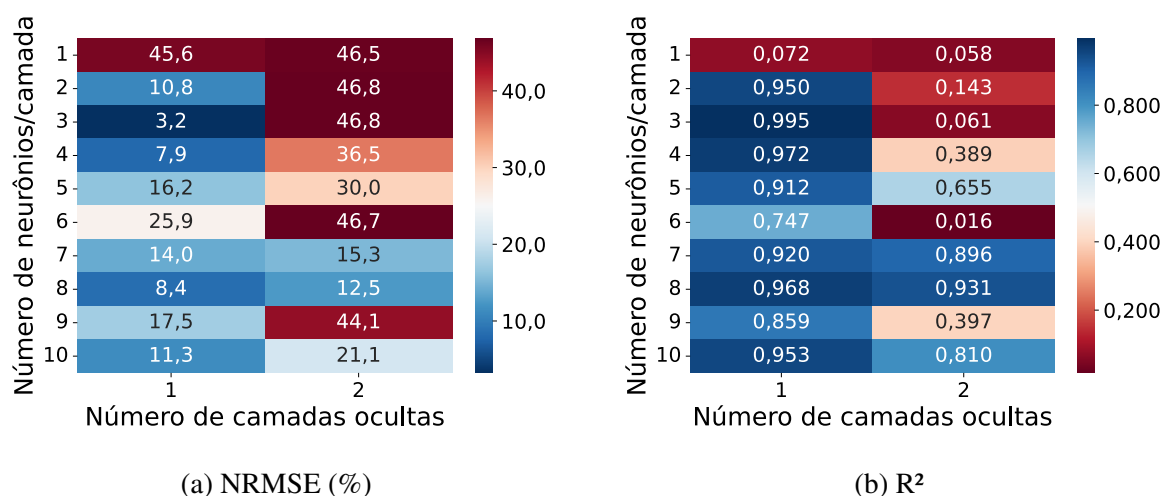
Figura 4.3 – NRMSE (%) e R^2 para função sigmoide na previsão de μ - Modelo 1

Fonte: Elaborado pelo autor

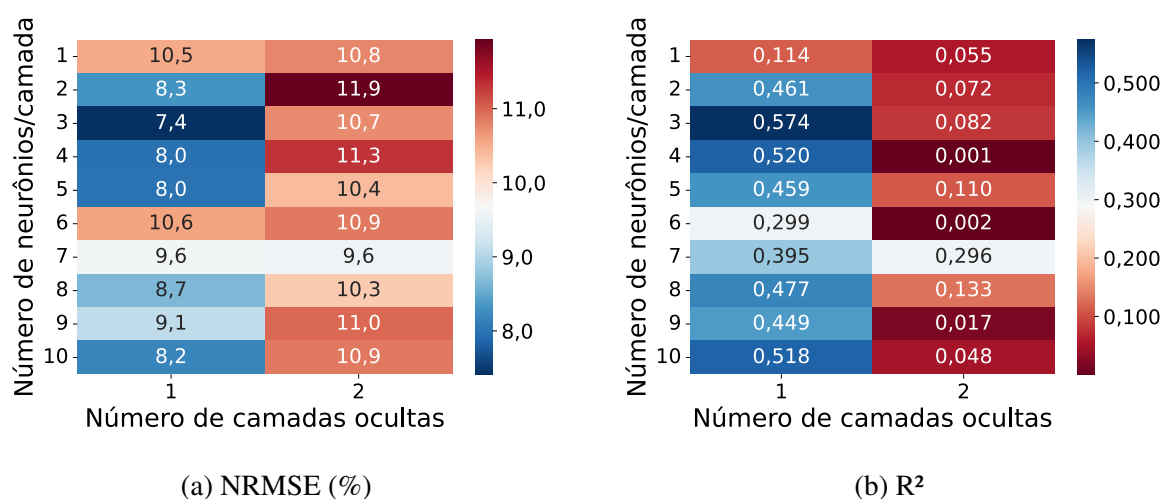
Para previsão da viscosidade (μ) com a função sigmoide (Figura 4.3), o desempenho da rede foi inferior a da tensão de escoamento, em especial nas arquiteturas com poucos neurônios por camada. É um indicativo que, para os dados disponíveis, não houve uma boa correlação com a viscosidade ou que a função utilizada não é apropriada.

Com a utilização da função de ativação exponencial na previsão da tensão de escoamento (Figura 4.4), as arquiteturas com 1 camada oculta tiveram desempenho superior em relação as que possuíam 2 camadas.

Enquanto isso, com a utilização da função de ativação exponencial para previsão da viscosidade (Figura 4.5), os resultados tiveram melhor desempenho com uma camada oculta do

Figura 4.4 – NRMSE (%) e R^2 para função exponencial na previsão de σ_0 - Modelo 1

Fonte: Elaborado pelo autor

Figura 4.5 – NRMSE (%) e R^2 para função exponencial na previsão de μ - Modelo 1

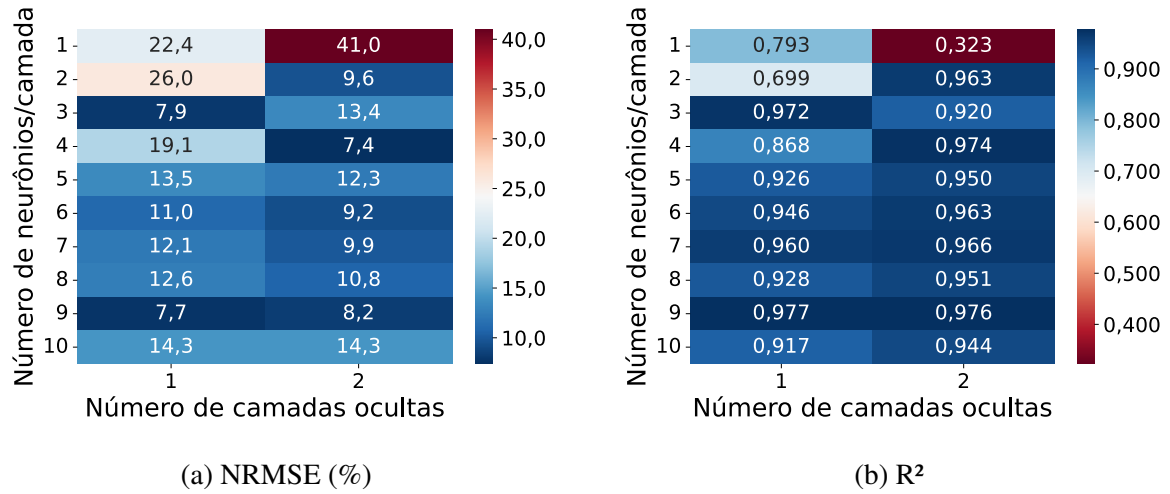
Fonte: Elaborado pelo autor

que com duas camadas ocultas.

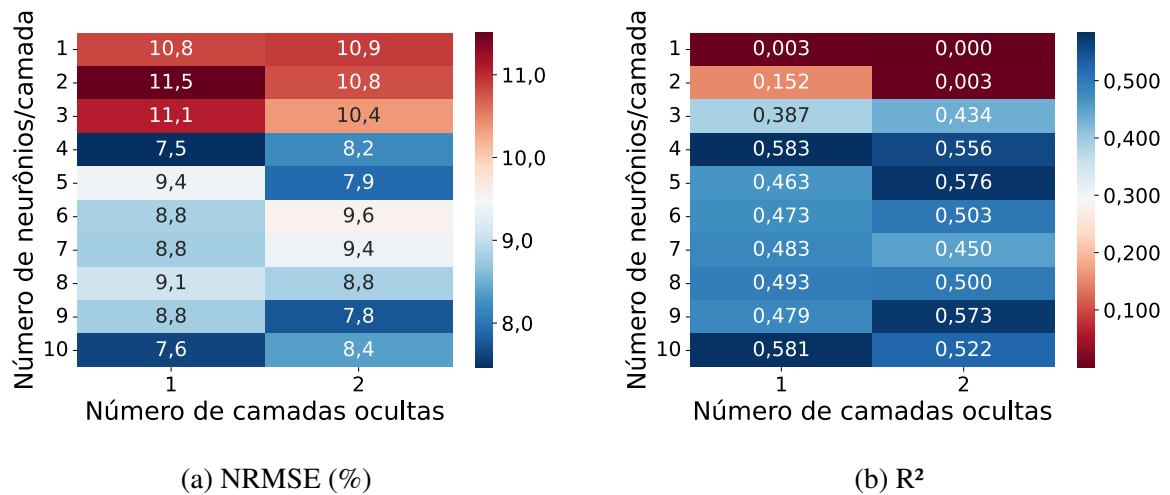
Para as arquiteturas em que foram adotadas a função de ativação tangente hiperbólica, para previsão da tensão crítica (Figura 4.6), o desempenho foi bem estável, independentemente da quantidade de camadas ocultas. Nesses casos, houve uma queda no desempenho para redes com 1 a 2 neurônios por camada e o melhor resultado foi com 9 neurônios por camada.

Ainda sobre a utilização da função de ativação tangente hiperbólica, agora em relação à previsão da viscosidade (Figura 4.7), houve uma queda para os casos de 1 a 2 neurônios por camada, mas o desempenho de modo geral foi inferior em relação à previsão da tensão de escoamento.

Pode ser visto na Figura 4.8 que a RNA que obteve melhores resultados para prever a tensão de escoamento foi a rede 3-1-2 (3 neurônios por camada oculta, 1 camada oculta, e função de ativação exponencial) com R^2 de 0,995 e NRMSE de 3,24%.

Figura 4.6 – NRMSE (%) e R^2 para função tangente hiperbólica na previsão de σ_0 - Modelo 1

Fonte: Elaborado pelo autor

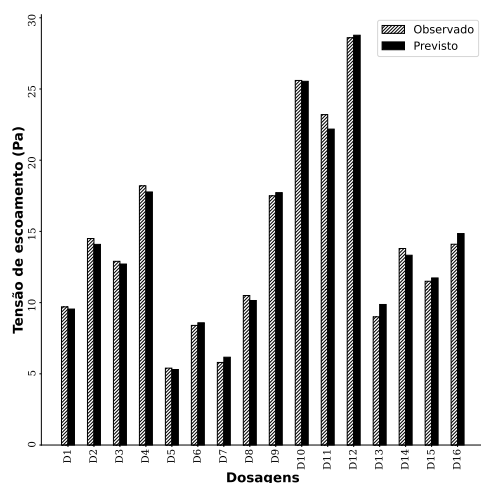
Figura 4.7 – NRMSE (%) e R^2 para função tangente hiperbólica na previsão de μ - Modelo 1

Fonte: Elaborado pelo autor

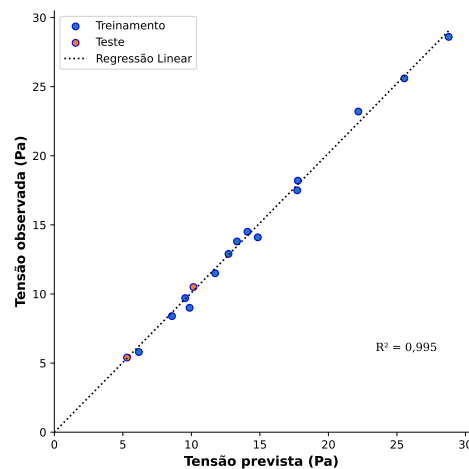
O trabalho de Charrier e Ouellet-Plamondon (2022) utilizou uma rede neural de 1 camada oculta e 10 neurônios para prever os resultados de tensão de escoamento e obteve NRMSE 1,3% e R^2 de 0,999, no qual ele fez uma validação cruzada com 16 partições. Seu resultado teve um desempenho melhor, especialmente considerando o valor do erro normalizado. No entanto, ele empregou uma validação cruzada com mais partições, 16 ao invés das 8 utilizadas nesse trabalho. Além disso, utilizou o algoritmo de otimização de Levenberg-Marquardt para atualizar os pesos sinápticos, o qual tem ordem de convergência maior que o método de gradiente. Não há informações suficientes para replicar a sua RNA, pois não foram definidos a função de ativação utilizada, os critérios de parada antecipada e a taxa de aprendizagem.

A RNA que obteve melhores resultados para previsão da viscosidade foi a RNA 5-2-1 (5 neurônios por camada oculta, 2 camadas ocultas, e função de ativação sigmoide), como pode ser visto na Figura 4.9, com NRMSE de 6,11% e R^2 de 0,682.

Figura 4.8 – Resultados da RNA 3-1-2 para previsão de tensão - Modelo 1



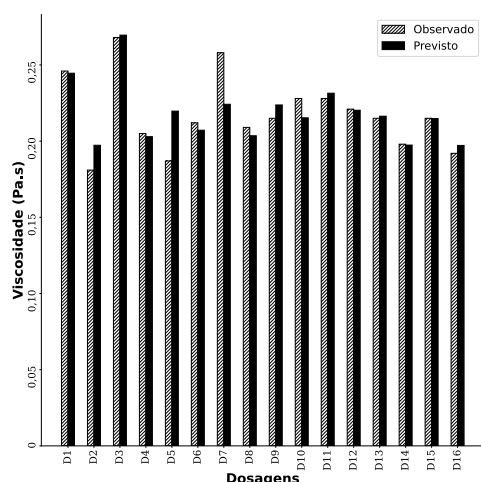
(a) Histograma de valores observados e de valores previstos



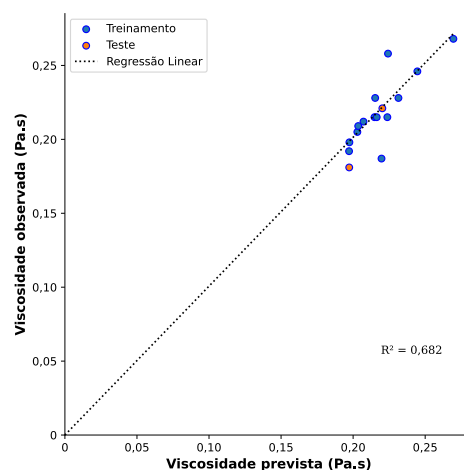
(b) Valores observados versus valores previstos

Fonte: Elaborado pelo autor

Figura 4.9 – Resultados da RNA 5-2-1 para previsão de viscosidade - Modelo 1



(a) Histograma de valores observados e de valores previstos



(b) Valores observados versus valores previstos

Fonte: Elaborado pelo autor

As redes neurais artificiais tiveram desempenho sensivelmente pior para previsão da viscosidade, em comparação com a tensão de escoamento. Há que se considerar a quantidade de dados de apenas 16 exemplos. O trabalho de Charrier e Ouellet-Plamondon (2022), citado anteriormente, não considerou a previsão da viscosidade, de modo que isso pode ter influenciado na comparação dos resultados.

4.1.2 Modelo 2

Foram utilizados os dados de ensaios reológicos de concretos autoadensáveis e de seus parâmetros reológicos do trabalho de Asri *et al.* (2022).

4.1.2.1 Dados para treinamento da RNA

A Tabela no Anexo A.2 detalha os dados do diâmetro de *slump* (cm), tempo no **Funil V** (s) e relação entre alturas (h_1/h_2) de caixa L e os dados de viscosidade e tensão de escoamento, utilizados para treinamento das redes neurais deste modelo. A Tabela 4.3 apresenta dois registros dessa Tabela.

Tabela 4.3 – Amostra de dados do modelo 2 para teste e treinamento das RNAs

Slump (s)	Funil V (s)	h_1/h_2 (m/m)	μ (Pa.s)	σ_0 (Pa)
65	22	0,8	142,8	40,20
66	21	0,82	142,2	39,2

Fonte: Adaptado de Asri *et al.* (2022)

A Tabela 4.4 apresenta os coeficientes de correlação de *Pearson* e *Spearman*, além de mostrar os valores de média, mediana e desvio-padrão.

Tabela 4.4 – Parâmetros estatísticos para o Modelo 2

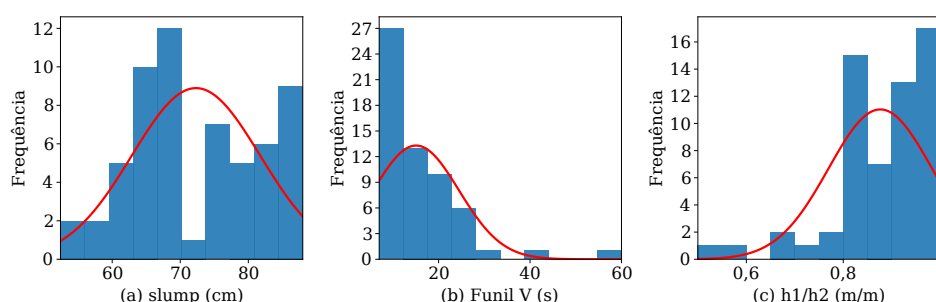
Parâmetro	Média	Desvio-padrão	Mediana	p_μ	S_μ	p_{σ_0}	S_{σ_0}
slump (cm)	72,3119	9,4202	70,0000	-0,9552	-0,9701	-0,8627	-0,9252
Funil V (s)	15,0678	9,3806	13,0000	0,8746	0,9872	0,9712	0,9573
h1/h2 (m/m)	0,8764	0,1067	0,9000	-0,8994	-0,9501	-0,9483	-0,9228
μ (Pa.s)	84,9093	54,8007	79,9000	1,0000	1,0000	0,9080	0,9649
σ_0 (Pa)	23,5603	19,3407	18,6000	0,9080	0,9649	1,0000	1,0000

Fonte: Elaborado pelo autor

Os coeficientes de correlação indicaram que a viscosidade é fortemente influenciada de forma inversamente proporcional ao *slump* e à relação entre alturas do ensaio caixa L (h_1/h_2). Enquanto isso, o tempo do **Funil V** apresentou uma forte correlação diretamente proporcional com a viscosidade. Em relação à tensão de escoamento, os coeficientes de correlação revelaram as mesmas tendências apresentadas para a viscosidade, sendo menos intensa a correlação para o *slump* e mais intensa para o **Funil V**.

Além disso, os histogramas gerados encontram-se na Figura 4.10. Em relação ao *slump*, a distribuição teve uma apresentação aproximadamente normal, com a maioria das amostras entre 65 e 75 cm. Para a distribuição do **Funil V**, a distribuição apresentou assimetria à direita com a maioria das amostras com tempo de escoamento entre 15 e 25 segundos. Enquanto isso, a relação de alturas do ensaio da caixa L (h_1/h_2) tem a maioria dos valores concentrados em torno de 0,8 e com assimetria à esquerda.

Figura 4.10 – Histograma e distribuição normal - Modelo 2

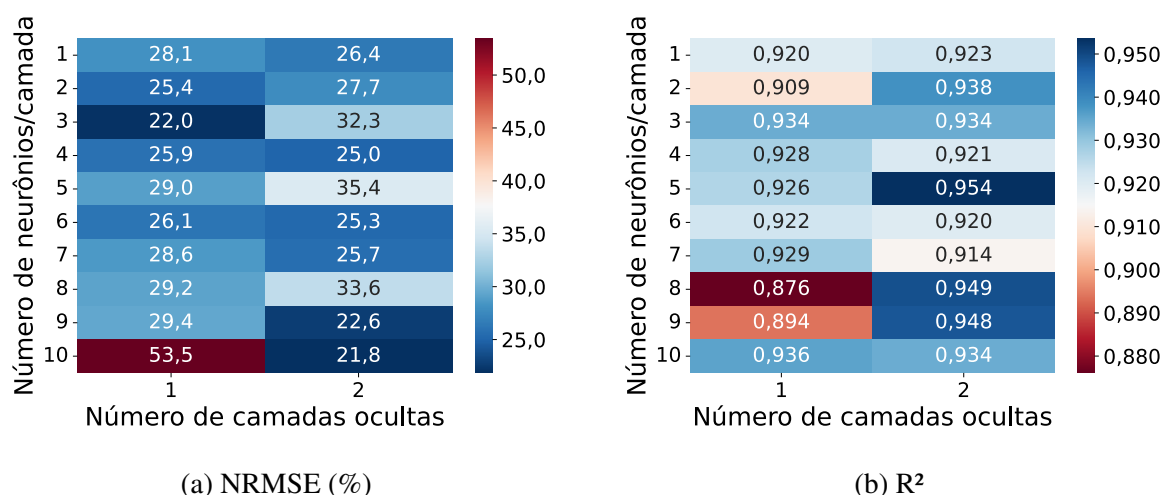


Fonte: Elaborado pelo autor

4.1.2.2 Resultados do treinamento da RNA

Conforme discutido na Subseção 2.2.4, foram analisadas 60 topologias considerando as variações de função de ativação, neurônios por camada oculta e números de camada oculta, de modo a verificar as topologias e a tendência dos resultados de cada uma. Os resultados de cada uma das redes neurais e os detalhes das RNAs com melhor desempenho encontram-se no Apêndice A.2. Foi utilizado como critério o R-quadrado (R^2) e a raiz do erro quadrático médio normalizado (NRMSE).

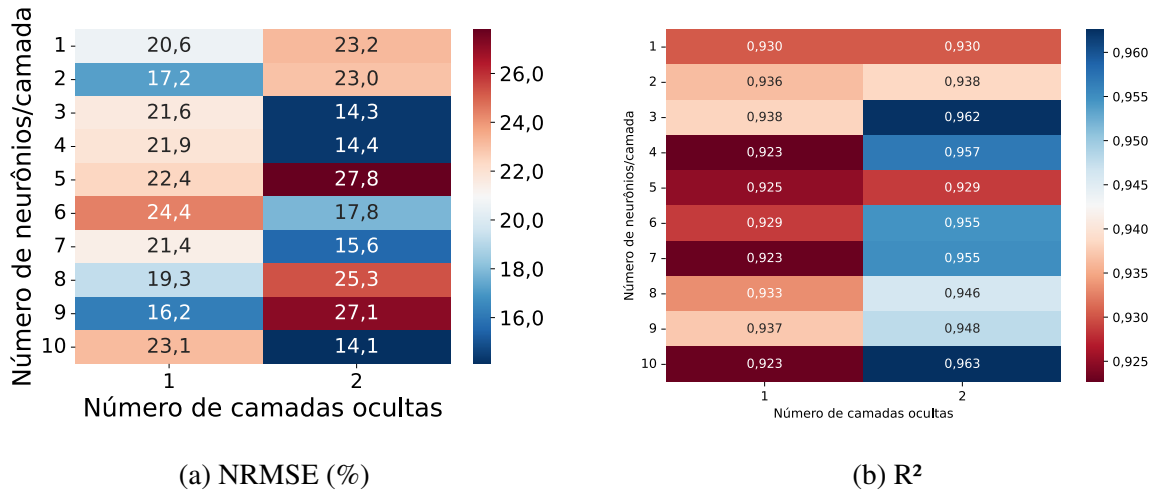
Comparando os resultados obtidos para cada uma das arquiteturas foi possível observar alguns padrões, conforme será discutido com a apresentação das Figuras 4.11 a 4.16 a seguir.

Figura 4.11 – NRMSE (%) e R^2 para função sigmoide na previsão de σ_0 - Modelo 2

Fonte: Elaborado pelo autor

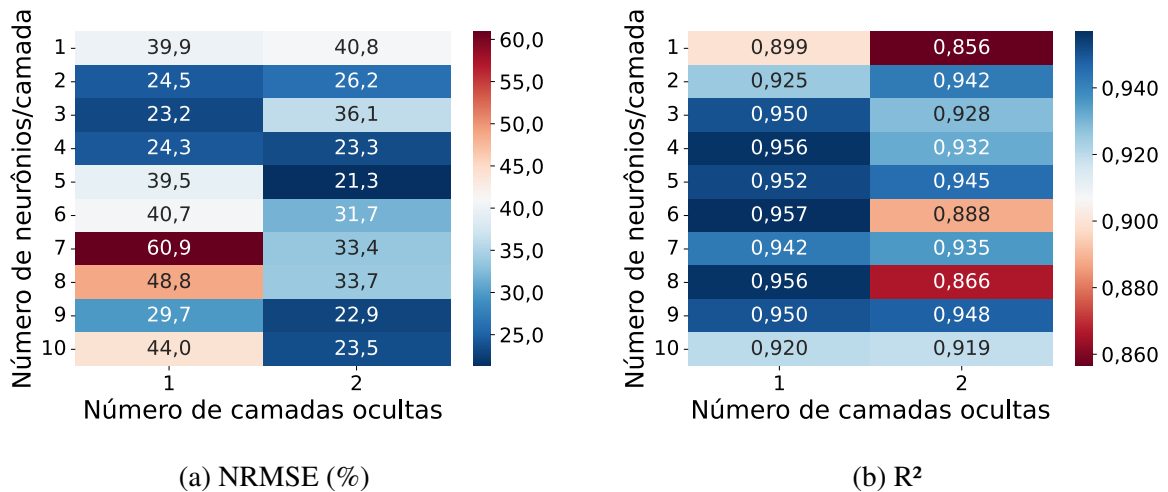
No caso da tensão de escoamento (σ_0) na Figura 4.11, foi possível notar que, para a função de ativação sigmoide, a previsão de tensão teve melhores resultados com redes neurais mais profundas, com 2 camadas ocultas, tendo um bom desempenho em termos de R^2 e NRMSE, além de boa qualidade e estabilidade na previsão. O desempenho em redes com 1 camada oculta apresentou piora com o aumento da quantidade de neurônios.

Para previsão da viscosidade com a função sigmoide (Figura 4.12), a análise combinada

Figura 4.12 – NRMSE (%) e R^2 para função sigmoide na previsão de μ - Modelo 2

Fonte: Elaborado pelo autor

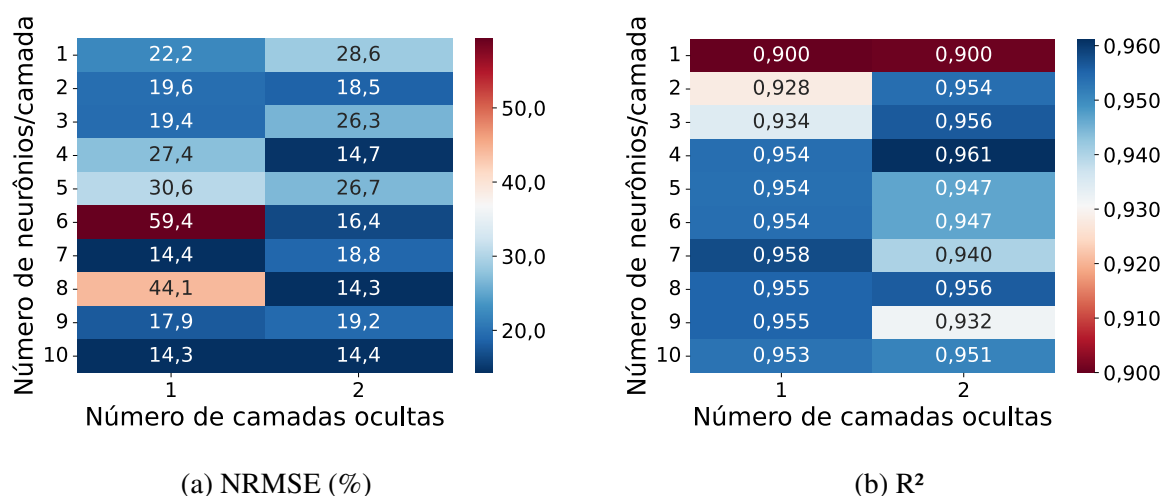
do NRMSE e do R^2 sugere que a RNA com 10 camadas ocultas e 2 neurônios foi a mais eficaz. No entanto, as variações no desempenho não foram lineares, de modo que adicionar mais camadas e/ou neurônios não produziu necessariamente um melhor desempenho.

Figura 4.13 – NRMSE (%) e R^2 para função exponencial na previsão de σ_0 - Modelo 2

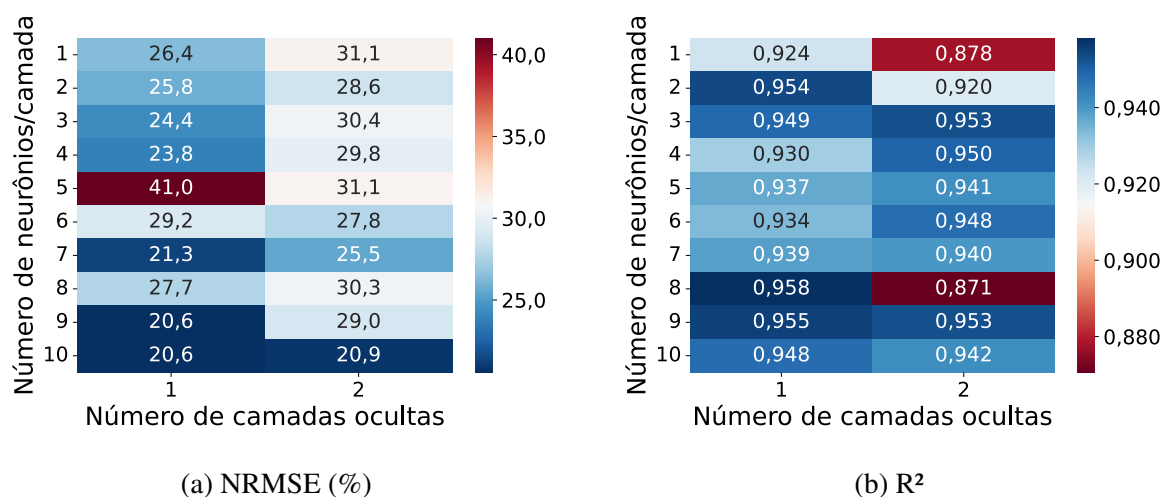
Fonte: Elaborado pelo autor

Com a utilização da função de ativação exponencial na previsão da tensão de escoamento (Figura 4.13), encontrou-se que a RNA com 5 neurônios por camada e 2 camadas ocultas foi a mais eficaz. O aumento do número de neurônios por camada apresentou uma tendência de melhora dos resultados de R^2 , enquanto que o NRMSE teve uma melhores resultados com 2 camadas ocultas.

Com a utilização da função de ativação exponencial para previsão da viscosidade (Figura 4.14), o melhor resultado foi apresentado pela rede neural com 4 neurônios por camada e 2 camadas ocultas. As variações na arquitetura da rede não apresentaram um padrão muito bem definido nos resultados, mas percebeu-se que RNAs com menos de 4 neurônios por camada tiveram desempenho reduzido no que diz respeito ao R^2 .

Figura 4.14 – NRMSE (%) e R^2 para função exponencial na previsão de μ - Modelo 2

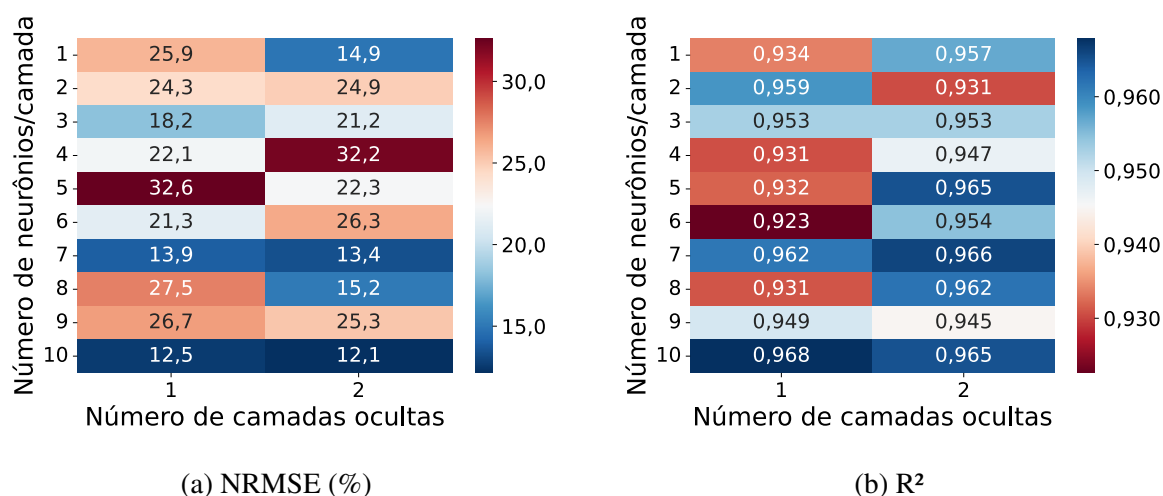
Fonte: Elaborado pelo autor

Figura 4.15 – NRMSE (%) e R^2 para função tangente hiperbólica na previsão de σ_0 - Modelo 2

Fonte: Elaborado pelo autor

A utilização da função de ativação tangente hiperbólica para previsão da tensão de escoamento, conforme Figura 4.15, apresentou o melhor resultado com 1 camada oculta e 8 neurônios por camada oculta. Para essa função, o desempenho foi melhor para redes neurais mais simples com uso de apenas 1 camada, e teve uma tendência geral de melhora com o aumento do número de neurônios para as RNAs com apenas 1 camada oculta, exceto o caso de 5 neurônios por camada.

Sobre a utilização da função de ativação tangente hiperbólica, agora em relação à previsão da viscosidade (Figura 4.16), houve uma tendência de melhores resultados para 2 camadas ocultas e com um número maior de neurônios por camada. Para esse modelo a rede neural com melhores resultados foi a RNA com 10 neurônios por camada.

Figura 4.16 – NRMSE (%) e R^2 para função tangente hiperbólica na previsão de μ - Modelo 2

Fonte: Elaborado pelo autor

O trabalho de Asri *et al.* (2022) fez uma solução utilizando redes neurais e avaliando seu desempenho com os seguintes parâmetros: validação cruzada com 10 partições; 1 a 3 camadas ocultas; 5 a 60 neurônios por camada oculta; a função de erro utilizada foi a erro quadrado médio; épocas entre 1 a 1000; função de ativação linear, tangente hiperbólica e Relu, a qual é uma função de ativação parcialmente diferenciável; o algoritmo de treinamento adotado em seu trabalho foi o Gradiente Descente Estocástico (SGD).

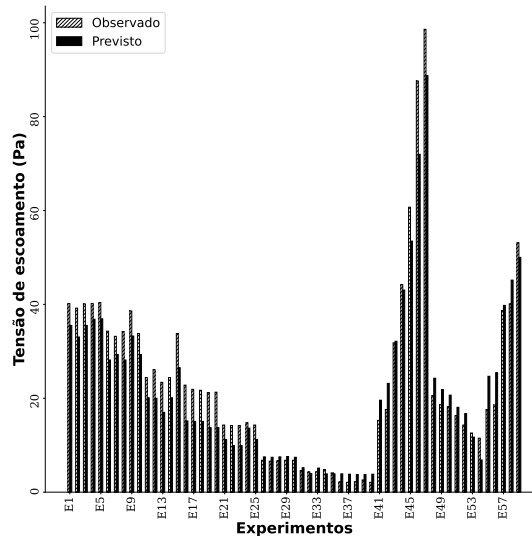
Sua melhor previsão para a tensão de escoamento foi obtida com 2 camadas ocultas, sendo a primeira camada oculta com 16 neurônios e segunda camada oculta com 37 neurônios. A função de ativação para as camadas ocultas foi a tangente hiperbólica, enquanto a função de ativação para a camada de saída foi a Relu. Seu resultado para o R^2 em sua RNA foi de 0,9732 com 955 épocas para convergência. Os resultados obtidos neste trabalho não superaram esse valor de R^2 . No entanto, com RNAs muito menos complexas, foram atingidos desempenhos próximos. Também não está presente no artigo medidas de erro normalizadas que tornem possível a comparação direta entre diferentes modelos.

Para a previsão da viscosidade, seu melhor resultado foi obtido a partir de uma RNA com 2 camadas ocultas, sendo que a primeira tinha 15 neurônios e a segunda 25 neurônios, fazendo uso da função de ativação tangente hiperbólica para as camadas ocultas e da função de ativação Relu para a camada de saída. Nessa RNA seu R^2 foi de 0,9811 e levou 405 épocas para convergência. Os resultados obtidos neste trabalho para a tensão de escoamento não superaram esse valor de R^2 , mas as arquiteturas adotadas mais simples atingiram bons desempenho em termos das medidas de erro adotadas, em que também não esteve presente no artigo medidas de erro normalizadas que tornasse possível a comparação direta entre os diferentes modelos.

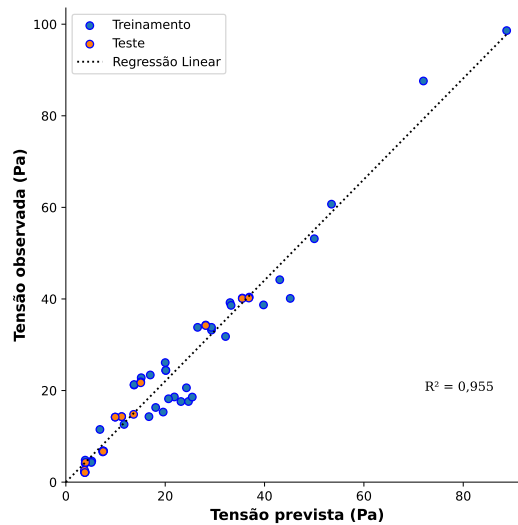
Além disso, vale considerar que sua rede neural artificial, de acordo com as imagens de sua arquitetura no artigo, não fez a previsão das 2 variáveis de saída na mesma rede neural, conforme este trabalho realiza.

Pode ser visto na Figura 4.17 que a RNA que obteve melhores resultados neste trabalho para prever a tensão de escoamento foi a rede 9-1-3 (9 neurônios por camada oculta, 1 camada oculta, e função de ativação tangente hiperbólica) com R^2 de 0,955 e NRMSE de 20,57%.

Figura 4.17 – Resultados da RNA 9-1-3 para previsão de tensão - Modelo 2



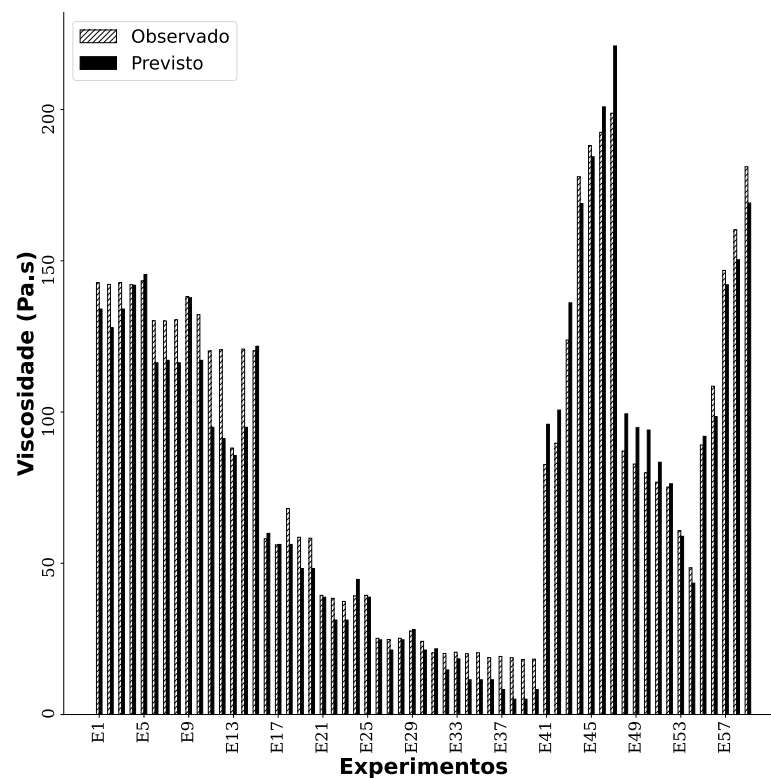
(a) Histograma de valores observados e de valores previstos



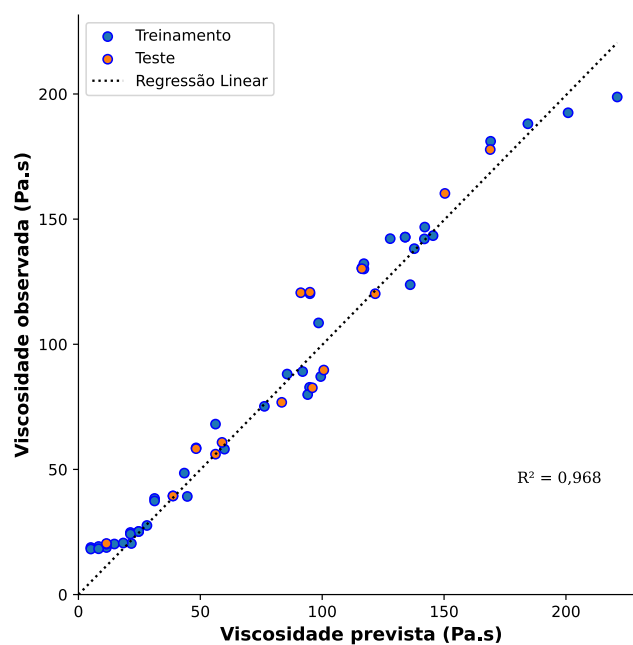
(b) Valores observados versus valores previstos
Fonte: Elaborado pelo autor

A RNA que obteve melhores resultados neste trabalho para previsão da viscosidade foi a RNA 10-1-3 (10 neurônios por camada oculta, 1 camada oculta, e função de ativação tangente hiperbólica), como pode ser visto na Figura 4.18, com NRMSE de 12,55% e R^2 de 0,968.

Figura 4.18 – Resultados da RNA 10-1-3 para previsão de viscosidade - Modelo 2



(a) Histograma de valores observados e de valores previstos

(b) Valores observados versus valores previstos
Fonte: Elaborado pelo autor

4.1.3 Modelo 3

Foram utilizados os dados de dosagem do concreto autoadensável, seus parâmetros do ensaio reológico de *slump* e seus parâmetros reológicos obtidos por ensaio do concreto com

caixa de cisalhamento (*concrete shear box test*) do trabalho de Ajay, Girish e Nagakumar (2021).

4.1.3.1 Dados para treinamento da RNA

A Tabela no Anexo A.3, detalha os componentes de cada uma das misturas e os respectivos valores de consumo de cada componente, em que **C** representa o cimento, **GGBS** refere-se à escória granulada de alto forno, **finos** que representa a soma de materiais finos (escória + cimento), **V_p** refere-se ao volume da pasta, **SP** representa a dosagem de superplastificante, **a/c** é a relação água cimento, **slump** representa o diâmetro obtido no ensaio de *slump* e **T_{50 cm}** representa o tempo em segundos para atingir a marca de 50 cm no ensaio de *slump*. A Tabela 4.5 apresenta os dois primeiros registros desses dados.

Tabela 4.5 – Amostra de dados do modelo 3 para teste e treinamento das RNAs

C (kg/m ³)	GGBS (kg/m ³)	Finos (kg/m ³)	Água (L/m ³)	V _p (L/m ³)	SP (%)	a/c	Slump (mm)	T _{50 cm} (s)	μ (MPa.s)	σ ₀ (kPa)
300	279	579	175	0,37	0,75	0,302	750	4,7	9,90	6,40
300	337	637	175	0,39	0,75	0,274	750	3,8	8,10	6,00

Fonte: Adaptado de Ajay, Girish e Nagakumar (2021)

A Tabela 4.6 apresenta os coeficientes de correlação de *Pearson* e *Spearman*, além de mostrar seus valores de média, mediana e desvio-padrão.

Tabela 4.6 – Parâmetros estatísticos para o Modelo 3

Parâmetro	Média	Desvio-padrão	Mediana	p_{μ}	S_{μ}	p_{σ_0}	S_{σ_0}
C (kg/m ³)	387,5000	67,8401	400,0000	-0,5280	-0,5491	0,1831	0,3414
GGBS (kg/m ³)	236,5000	94,5569	236,5000	0,7454	0,7363	-0,6098	-0,6409
Finos (kg/m ³)	611,5000	58,1151	611,5000	0,5422	0,3894	-0,8323	-0,6972
Água (L/m ³)	185,0000	10,4447	185,0000	-0,0313	0,0728	0,6304	0,6759
V _p (L/m ³)	0,3900	0,0171	0,3900	0,6546	0,6687	-0,6006	-0,5026
SP (%)	0,6292	0,1815	0,6000	0,1150	0,1545	-0,8406	-0,9011
a/c	0,3053	0,0413	0,3020	-0,3978	-0,1813	0,8489	0,7811
Slump (mm)	749,1667	56,9622	740,0000	0,5265	0,5296	-0,9235	-0,9610
T _{50 cm} (s)	2,9250	0,7759	2,7500	0,1233	0,0914	-0,2615	-0,4965
μ (Pa.s)	10,7750	9,1840	7,2000	1,0000	1,0000	-0,4157	-0,4077
σ ₀ (Pa)	6,7583	9,7615	7,4000	-0,4157	-0,4077	1,0000	1,0000

Fonte: Elaborado pelo autor

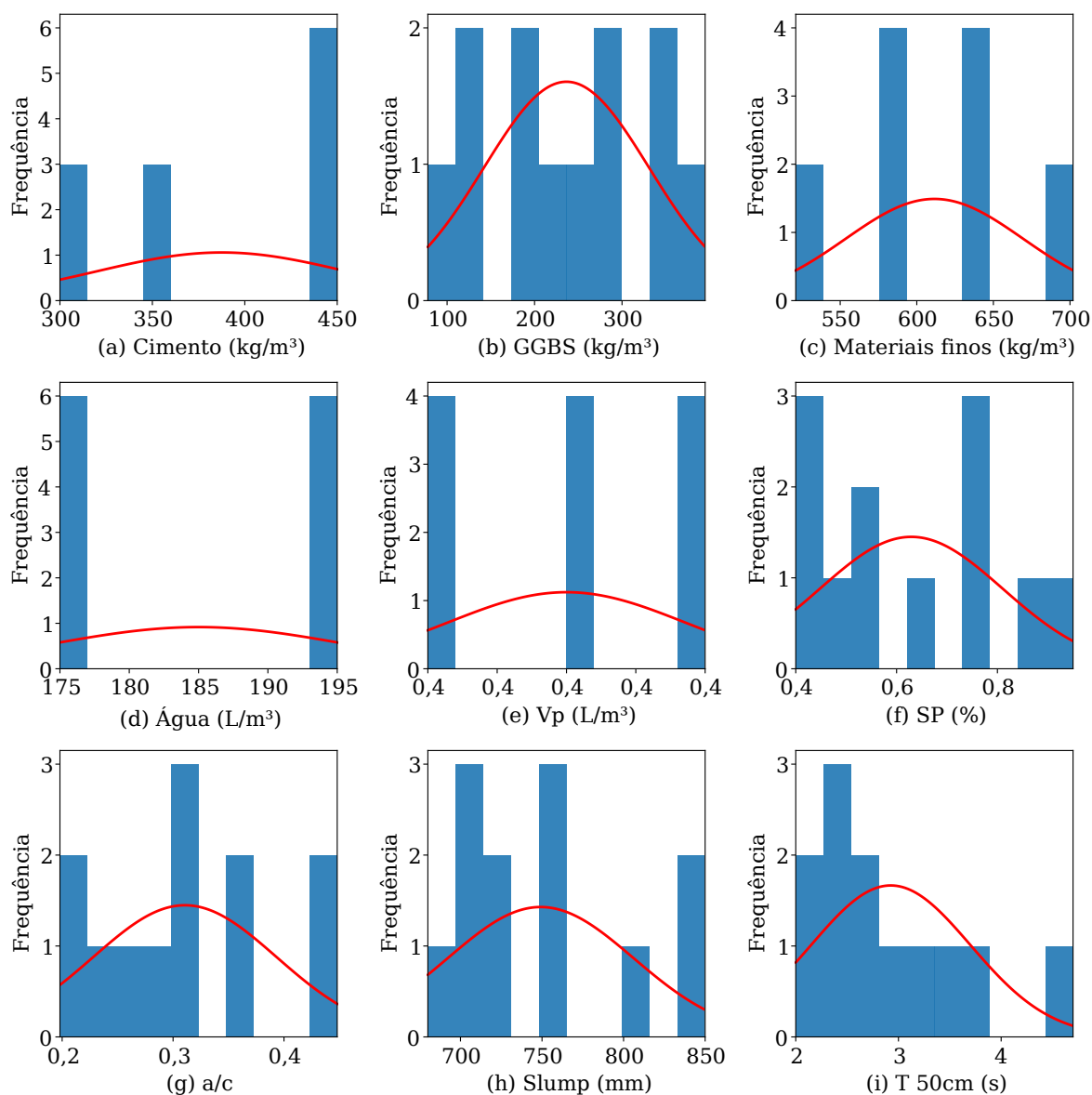
Os coeficientes de correlação indicaram que a viscosidade é fortemente influenciada de forma diretamente proporcional em relação à presença de escória e ao volume da pasta, sendo moderadamente influenciada de modo diretamente proporcional à presença de finos e ao valor do *slump*. Enquanto isso, houve um relação inversamente proporcional moderada em relação ao consumo de cimento. Para as outras variáveis não houve uma relação significativa.

Em relação à tensão de escoamento, houve um forte relação inversamente proporcional quanto ao valor de *slump* e à dosagem do superplastificante, e uma moderada relação inversamente proporcional no que diz respeito à presença de finos, de escória e ao volume de

pasta. Enquanto isso, foi obtido uma forte relação diretamente proporcional quanto à relação água/cimento e mais moderada para a presença de água. Para a presença de cimento e o parâmetro $T_{50\text{ cm}}$ não foram obtidas correlações significativas.

Também foi realizado a plotagem de histogramas de distribuição das variáveis, conforme Figura 4.19.

Figura 4.19 – Histograma e distribuição normal - Modelo 3



Fonte: Elaborado pelo autor

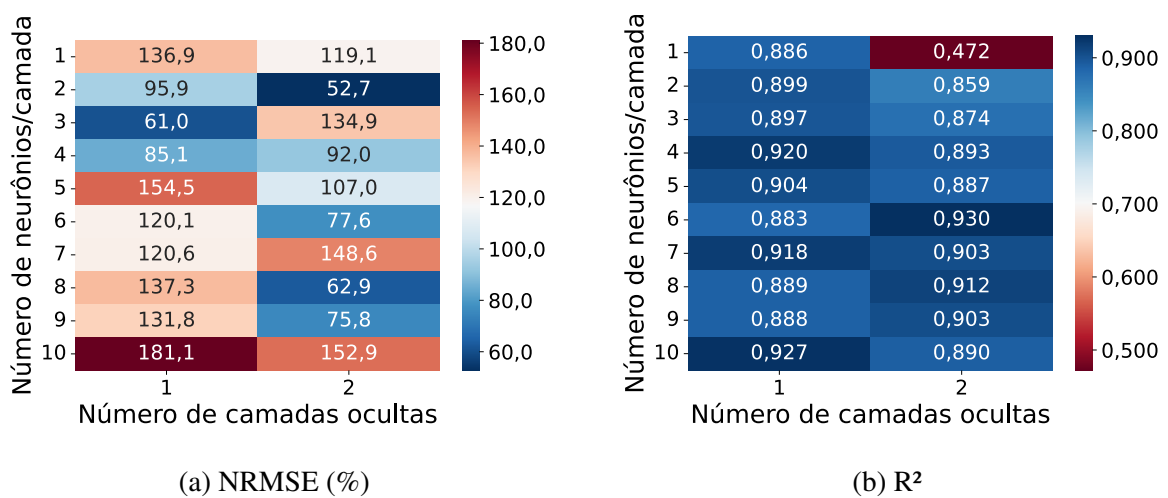
De modo geral, o conjunto de dados apresentou uma variabilidade bem restrita, sendo possível que os dados não sejam tão representativos. Os parâmetros GGBS, *slump* e a/c tiveram uma melhor distribuição de valores, com maior proximidade com a distribuição normal em comparação com os outros parâmetros.

4.1.3.2 Resultados do treinamento da RNA

Conforme discutido na Subseção 2.2.4, foram analisadas 60 topologias considerando as variações de função de ativação, neurônios por camada oculta e números de camada oculta, de modo a verificar as topologias e a tendência dos resultados de cada uma. Os resultados de cada uma das redes neurais e os detalhes das RNAs com melhor desempenho encontram-se no Apêndice A.3.

Comparando os resultados obtidos para cada uma das arquiteturas foi possível observar alguns padrões, conforme será discutido com a apresentação das Figuras 4.20 a 4.25 a seguir.

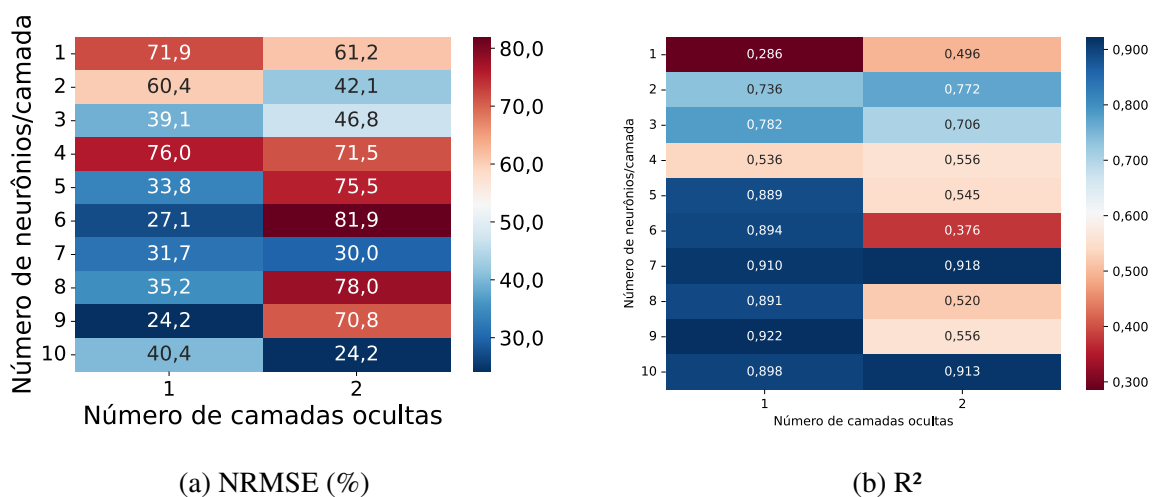
Figura 4.20 – NRMSE (%) e R^2 para função sigmoide na previsão de σ_0 - Modelo 3



Fonte: Elaborado pelo autor

Nesse caso da Figura 4.20, foi possível notar que, para a função de ativação sigmoide, a previsão de tensão teve boa qualidade e estabilidade na previsão, em especial com um número moderado de neurônios por camada entre 3 a 6 neurônios. As arquiteturas com 1 e 10 neurônios por camada tiveram desempenhos bem piores.

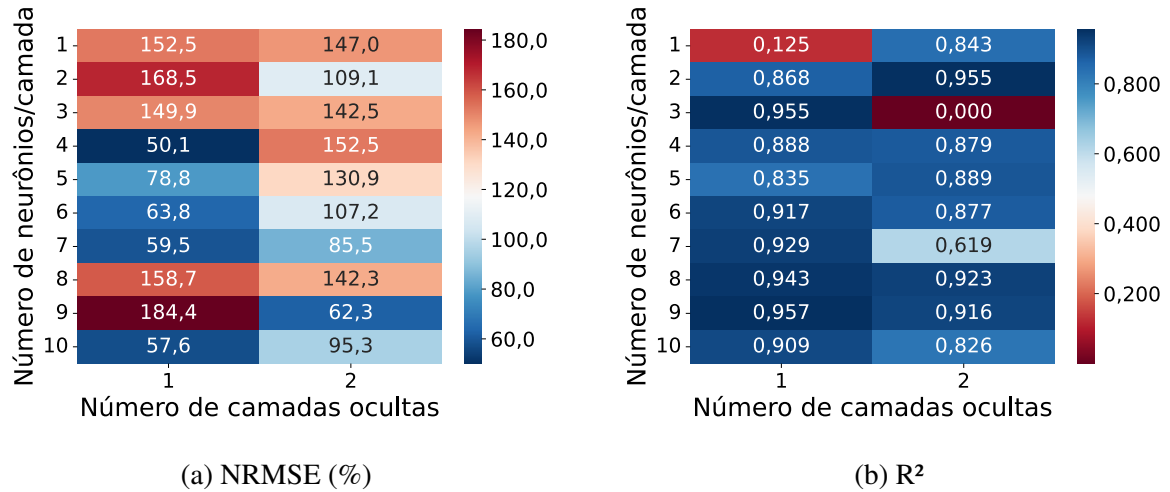
Figura 4.21 – NRMSE (%) e R^2 para função sigmoide na previsão de μ - Modelo 3



Fonte: Elaborado pelo autor

Para previsão da viscosidade com a função sigmoide (Figura 4.21), o desempenho da rede foi melhor para arquiteturas entre 5 a 9 neurônios por camada. Além disso, o desempenho foi mais estável para arquiteturas com 1 camada oculta.

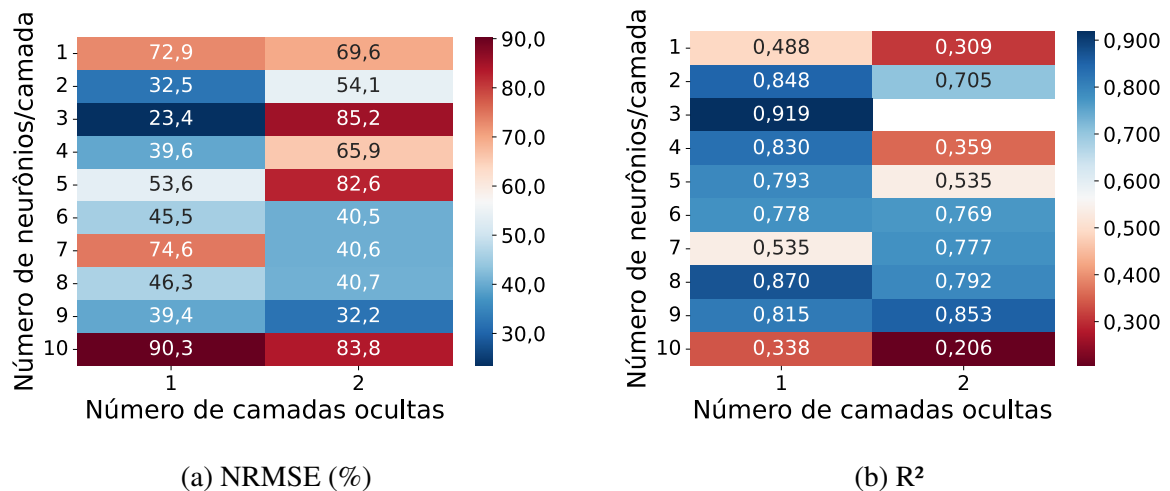
Figura 4.22 – NRMSE (%) e R^2 para função exponencial na previsão de σ_0 - Modelo 3



Fonte: Elaborado pelo autor

Com a utilização da função de ativação exponencial na previsão da tensão de escoamento (Figura 4.22), cabe ressaltar que as arquiteturas com 1 camada oculta foram mais estáveis. Somado a isso, arquiteturas com 4 a 7 neurônios por camada tiveram desempenho superior.

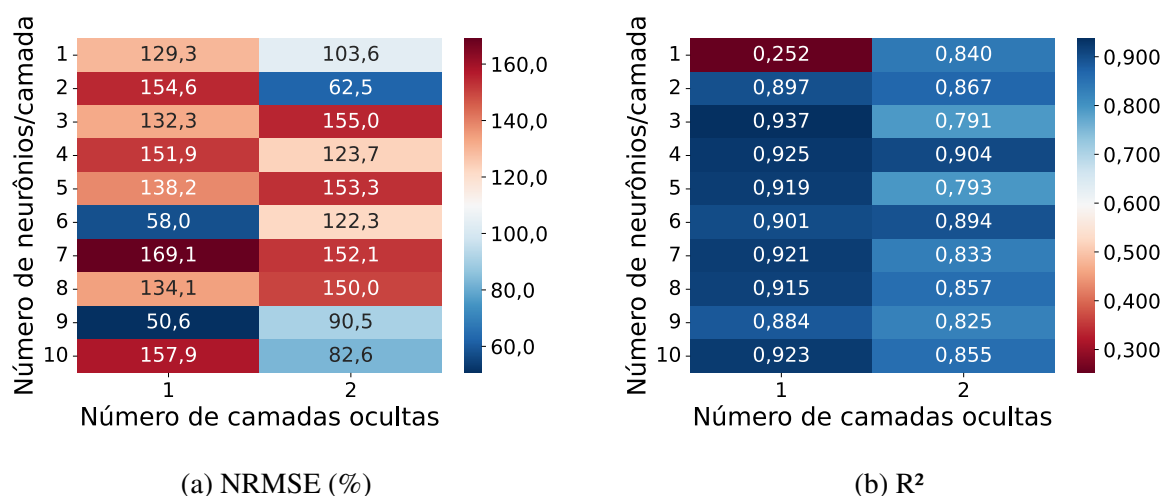
Figura 4.23 – NRMSE (%) e R^2 para função exponencial na previsão de μ - Modelo 3



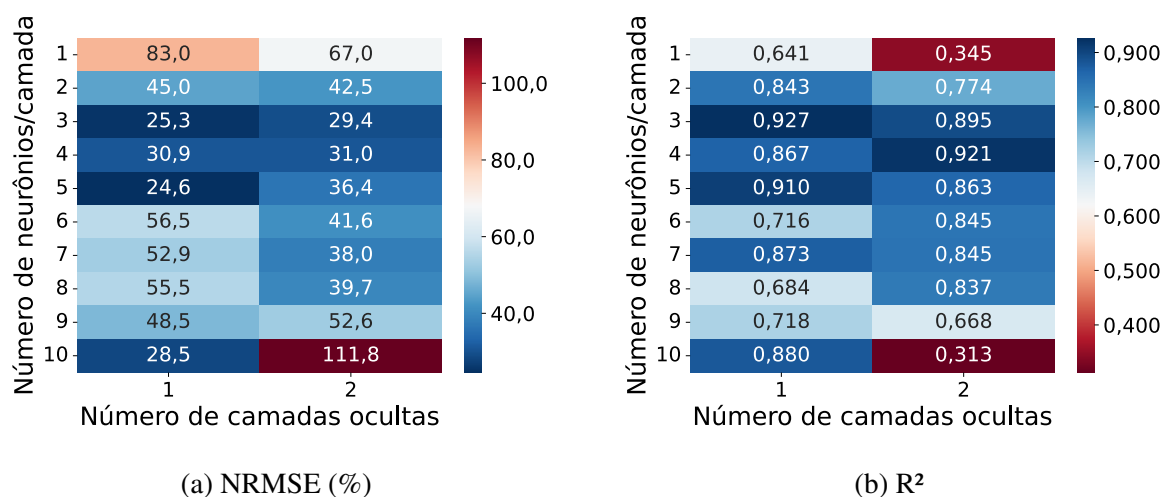
Fonte: Elaborado pelo autor

Com a utilização da função de ativação exponencial para previsão da viscosidade (Figura 4.23), os resultados tiveram um desempenho mais estável para RNAs com 1 camada oculta e entre 2 a 4 neurônios por camada.

Nas arquiteturas em que foram adotadas a função de ativação tangente hiperbólica, para previsão da tensão crítica (Figura 4.24), o desempenho foi superior com uma única camada, especialmente entre 3 a 8 neurônios por camada.

Figura 4.24 – NRMSE (%) e R^2 para função tangente hiperbólica na previsão de σ_0 - Modelo 3

Fonte: Elaborado pelo autor

Figura 4.25 – NRMSE (%) e R^2 para função tangente hiperbólica na previsão de μ - Modelo 3

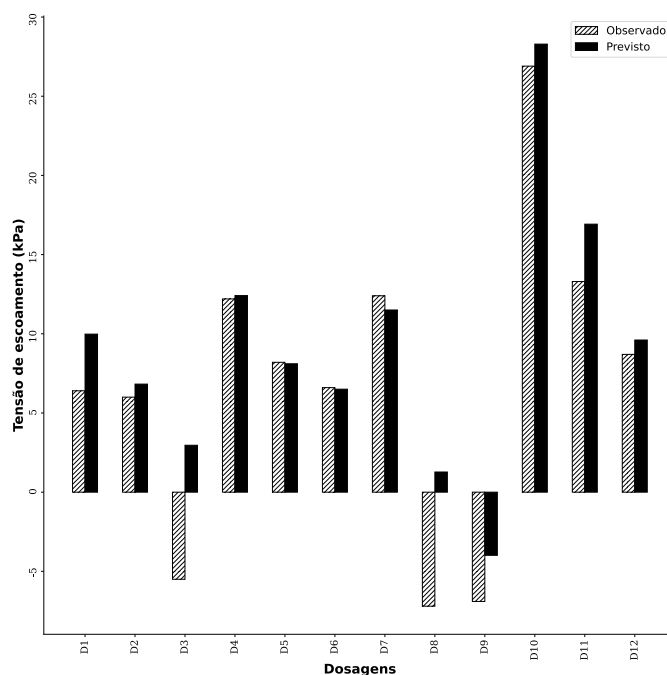
Fonte: Elaborado pelo autor

Ainda sobre a utilização da função de ativação tangente hiperbólica, agora em relação à previsão da viscosidade (Figura 4.25), o desempenho foi mais estável para RNAs com 3 a 5 neurônios por camadas.

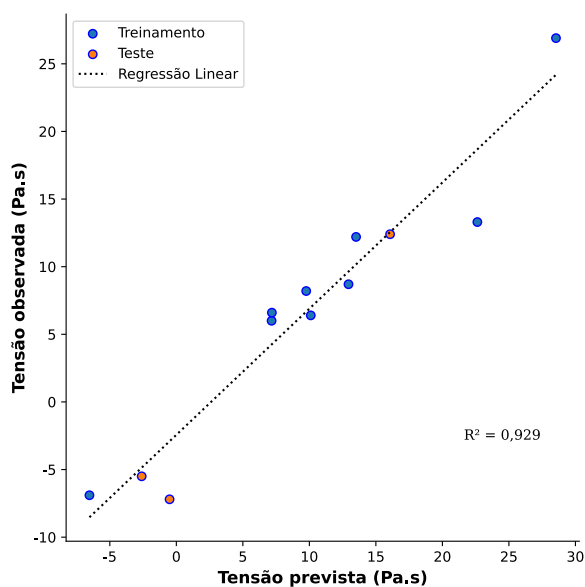
O trabalho de Ajay, Girish e Nagakumar (2021) não utilizou seus dados para realizar quaisquer previsão dos parâmetros reológicos. Seu objetivo foi de mostrar o uso de dados de ensaio da caixa de cisalhamento no concreto como um instrumento adicional para medir os parâmetros reológicos de plástico de Bingham para concretos autoadensáveis. Seu estudo também mostrou que este modelo é inválido para concretos que apresentem *slump* acima de 800 mm.

Pode ser visto na Figura 4.26 que a RNA que obteve melhores resultados para prever a tensão de escoamento foi a rede 7-1-2 (7 neurônios por camada oculta, 1 camada oculta, e função de ativação exponencial) com R^2 de 0,929 e NRMSE de 59,5%.

Figura 4.26 – Resultados da RNA 7-1-2 para previsão de tensão - Modelo 3



(a) Histograma de valores observados e de valores previstos

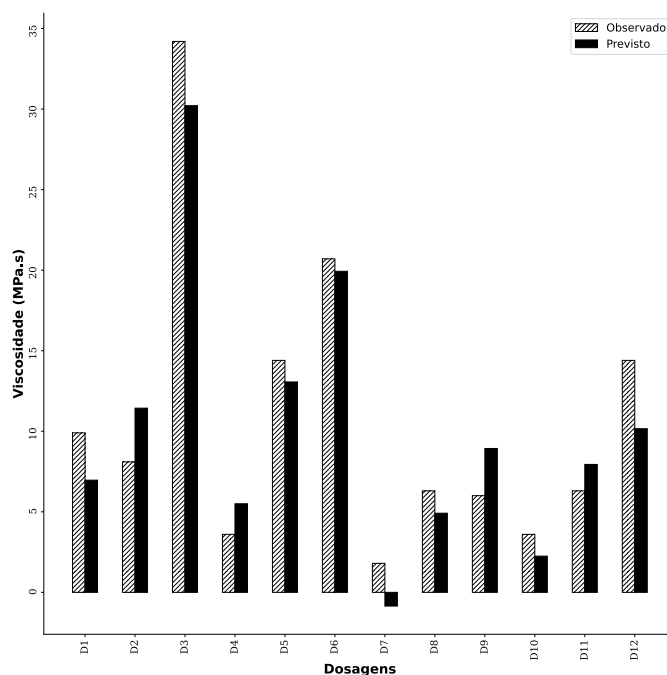


(b) Valores observados versus valores previstos

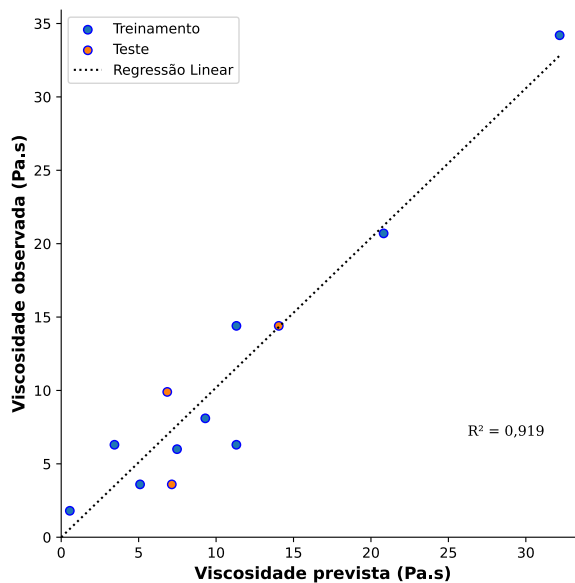
Fonte: Elaborado pelo autor

A RNA que obteve melhores resultados para previsão da viscosidade foi a RNA 3-1-2 (3 neurônios por camada oculta, 1 camada oculta, e função de ativação exponencial), como pode ser visto na Figura 4.27, com NRMSE de 23,4% e R^2 de 0,919.

Figura 4.27 – Resultados da RNA 3-1-2 para previsão de viscosidade - Modelo 3



(a) Histograma de valores observados e de valores previstos



(b) Valores observados versus valores previstos

Fonte: Elaborado pelo autor

Algumas das arquiteturas de redes neurais artificiais tiveram bom desempenho no que diz respeito ao parâmetro R^2 , em especial arquiteturas com 1 camada oculta. No entanto, avaliando o erro normalizado adotado (NRMSE), os resultados foram bem inferiores ao modelo 1 (Subseção 4.1.1) e ao modelo 2 (Subseção 4.1.2), o que indica um desempenho relativo pior para este conjunto de dados com a metodologia deste trabalho. No entanto, deve-se considerar a quantidade reduzida de registros do conjunto de dados para esse modelo, com apenas 12 registros para 9 categorias de dados de entrada.

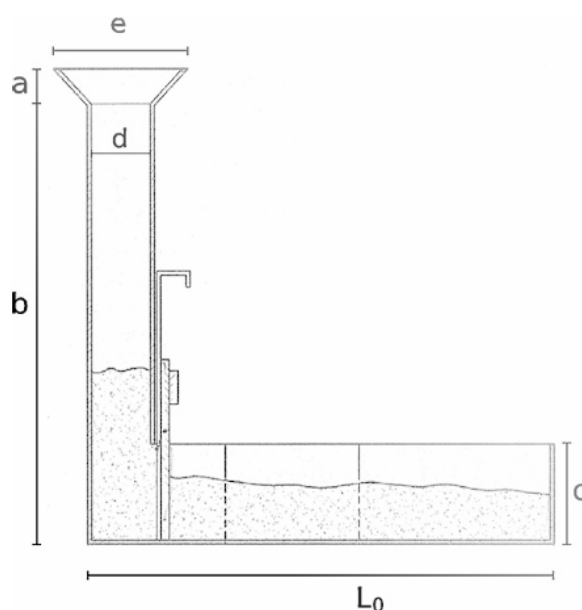
4.2 Resultados do programa numérico de dinâmica dos fluidos

Esta seção visa apresentar os resultados obtidos para exemplos de *Benchmarking* para avaliação da solução numérica para o escoamento do concreto. Além disso, apresenta o resultado numérico obtido com os resultados previstos pela RNA 10-1-3 do modelo 2 para o ensaio da caixa L.

4.2.1 Exemplos de *benchmarking* de Cremonesi *et al.* (2010) e Hosseinpour, Yahia e Khayat (2019)

Os parâmetros físicos do concreto para o exemplo de Cremonesi *et al.* (2010) foram densidade (ρ) de 2200 kg/m³, viscosidade (μ) de 40 Pa.s e de tensão de escoamento (σ_0) de 61 Pa. Enquanto isso as medidas geométricas da caixa L (Figura 4.28) foram adotadas conforme Tabela 4.7, de modo que a espessura do plano utilizada foi de 20 cm:

Figura 4.28 – Geometria do ensaio da caixa L



Fonte: Cremonesi *et al.* (2010)

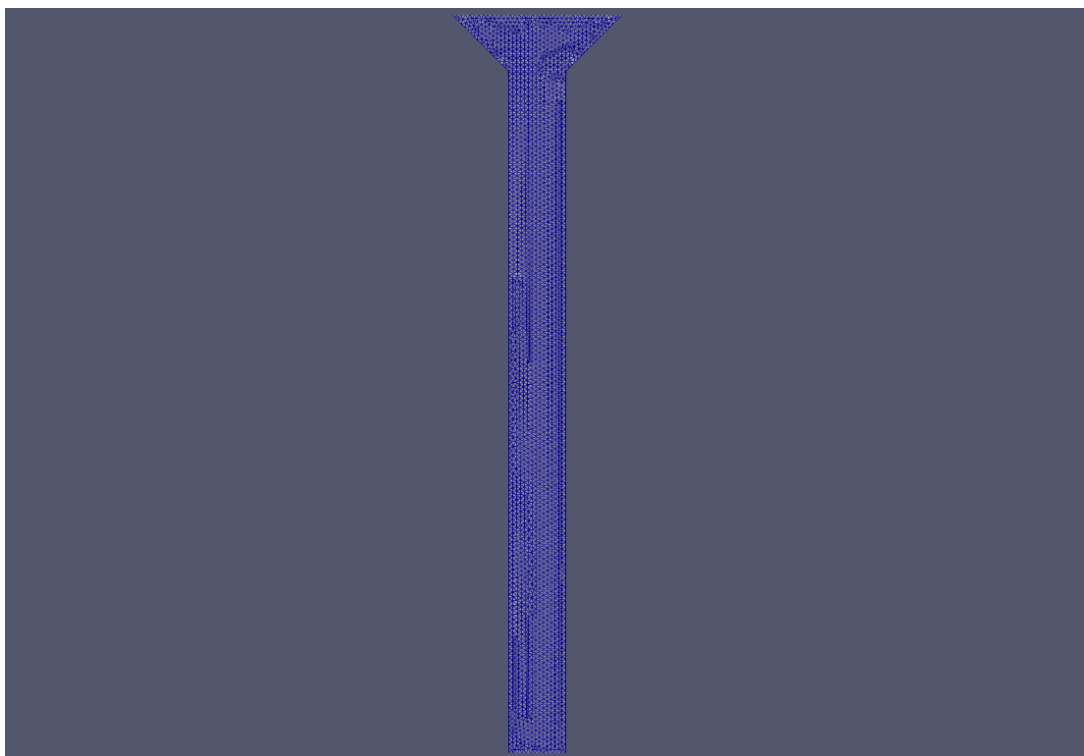
Tabela 4.7 – Medidas do ensaio da caixa L para exemplo de Cremonesi *et al.* (2010)

a (cm)	b (cm)	c (cm)	d (cm)	e (cm)	L_0 (cm)
5	60	15	5	15	70

A malha mais refinada para este exemplo adotada por Cremonesi *et al.* (2010) foi uma malha com 10162 nós e 18787 elementos com passo de tempo de 2 milissegundos. Enquanto isso, neste trabalho a malha adotada teve 3088 nós, 5384 elementos e o passo de tempo adotado foi de 1 milissegundo. A configuração inicial da malha adotada encontra-se na Figura 4.29. A simulação numérica demorou 79 horas e 21 minutos para convergência.

Em sua solução numérica, Cremonesi *et al.* (2010) obteve o valor de 62,8 cm para o comprimento final, com uma diferença relativa de 1,29% em relação à solução analítica de

Figura 4.29 – Malha empregada no programa de fluidos para o exemplo do artigo de Cremonesi *et al.* (2010)



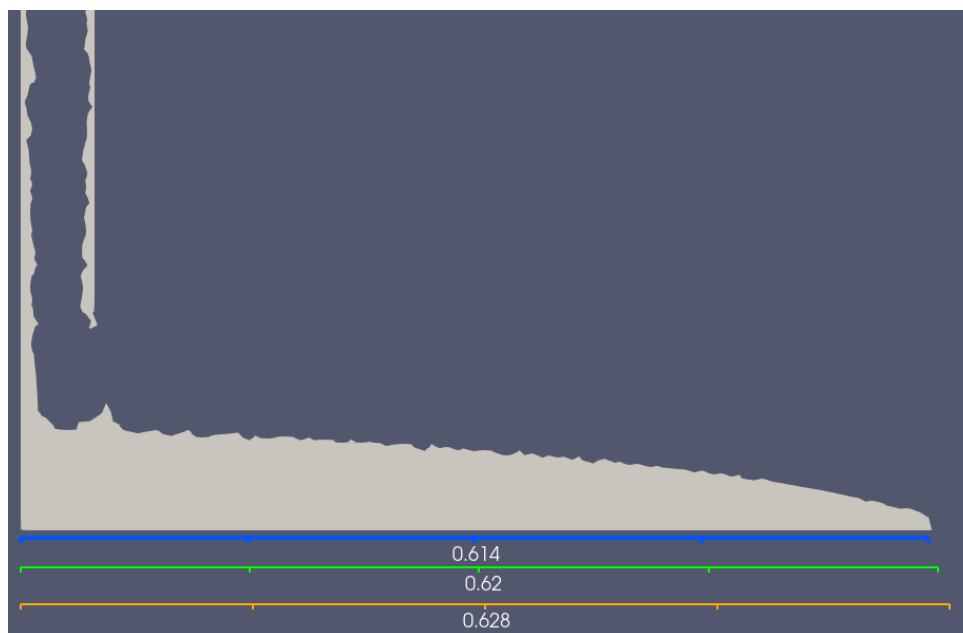
Fonte: Autor

referência adotada em seu trabalho com valor de 62 cm. Enquanto isso, neste trabalho o valor obtido foi de 61,4 cm para L_0 , em que teve uma diferença relativa de 0,96% para a solução analítica. Deste modo, a solução deste trabalho ficou próxima tanto da referência numérica do PFEM quanto de uma solução analítica presente na literatura para o escoamento do concreto. A Figura 4.30 mostra o comprimento final obtido pela solução numérica deste trabalho, pela solução analítica e pelo trabalho de Cremonesi *et al.* (2010), representados pelas cores azul, verde e amarelo, respectivamente.

Para analisar a evolução do escoamento do concreto ao longo do tempo, foram gerados dois gráficos: o primeiro apresenta a variação da altura máxima do concreto no eixo vertical da caixa L (Figura 4.31), enquanto o segundo ilustra a variação do comprimento máximo de escoamento horizontal em função do tempo (Figura 4.32).

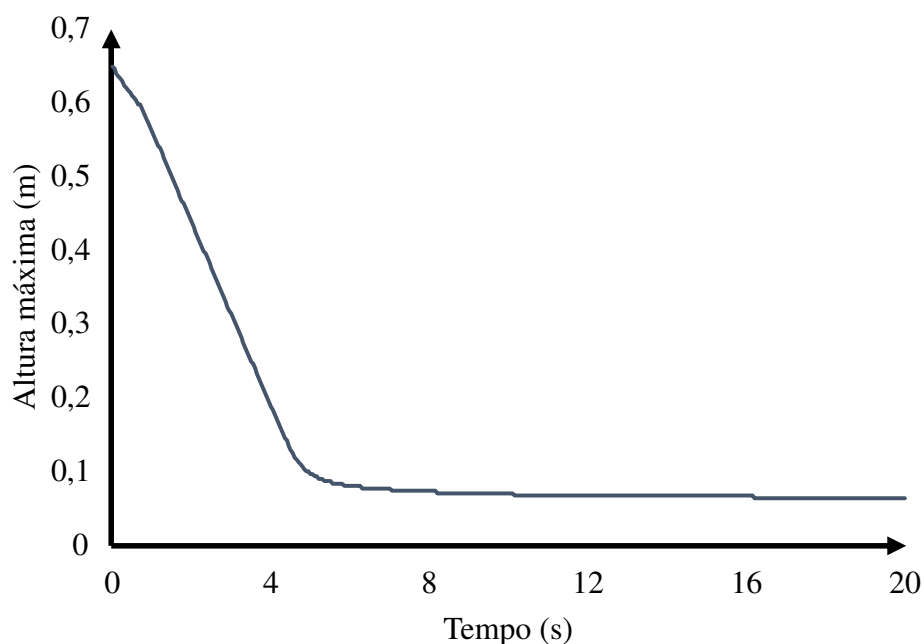
A análise do gráfico da altura máxima do concreto na caixa L (Figura 4.31) sugere a existência de três estágios distintos no processo de escoamento. Inicialmente, observa-se uma rápida queda na altura, provavelmente devido à elevada tensão de cisalhamento atuante sobre o concreto logo após sua liberação. Em seguida, a taxa de queda diminuiu, indicando que a influência da tensão de escoamento do material na resistência ao escoamento se torna mais pronunciada com o passar do tempo. Por fim, após cerca de 8 segundos, a altura se estabiliza em torno de 0,07 m. Essa estabilização sugere que a tensão de cisalhamento se aproxima do valor da tensão de escoamento, reduzindo significativamente a taxa de escoamento.

Figura 4.30 – Comprimento final (m) para ensaio da caixa L no exemplo de Cremonesi *et al.* (2010)



Fonte: Autor

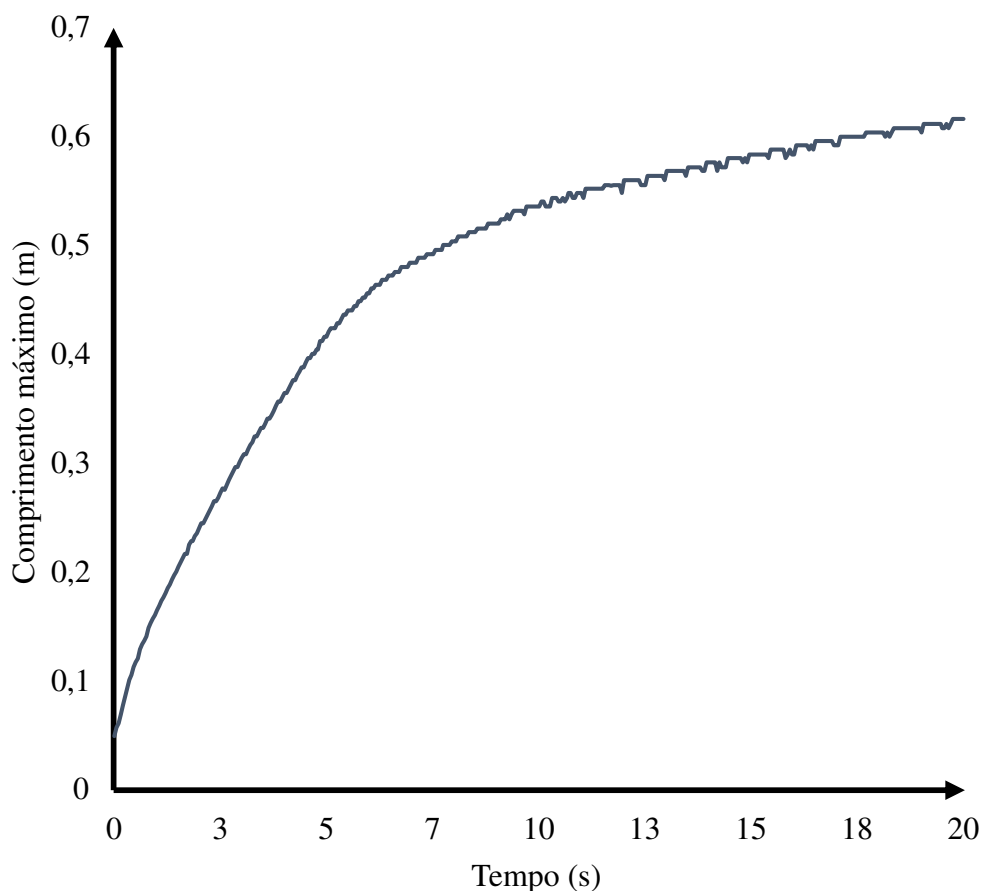
Figura 4.31 – Altura máxima no eixo vertical do ensaio da caixa L - exemplo de *benchmarking* de Cremonesi *et al.* (2010)



Fonte: Autor

O gráfico da Figura 4.32 indica um rápido crescimento do comprimento máximo de escoamento nos primeiros segundos, especialmente até os 6 segundos. Ao final de 20 segundos, o comprimento atingiu 0,614 m, e o gráfico sugere que o escoamento ainda não se estabilizou por completo. Como o estudo de Cremonesi *et al.* (2010), utilizado como benchmark, limitou a análise a este período, a simulação numérica também foi conduzida até 20 segundos após o início do escoamento.

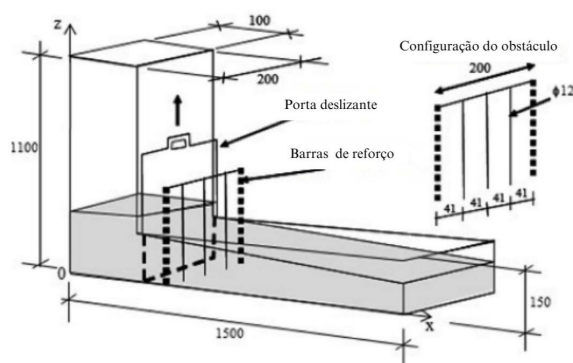
Figura 4.32 – Comprimento de escoamento do concreto no ensaio da caixa L - exemplo de *benchmarking* de Cremonesi *et al.* (2010)



Fonte: Autor

Para o exemplo de Hosseinpour, Yahia e Khayat (2019), a geometria adotada encontra-se na Figura 4.33, de modo que não foi realizada a modelagem do funil. A mistura adotada foi a de número 1 do seu artigo, com altura inicial de 50 cm, e propriedades reológicas do modelo de Bingham de viscosidade de 19 Pa.s e de 94 Pa para a tensão de escoamento.

Figura 4.33 – Geometria do ensaio da caixa L, medidas em mm - Hosseinpour, Yahia e Khayat (2019)

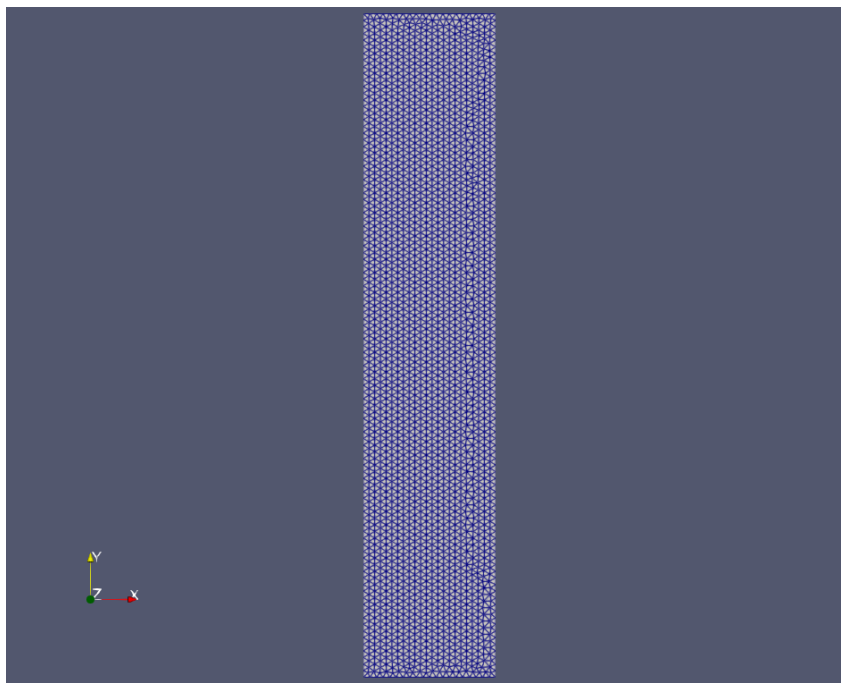


Fonte: Traduzido de Hosseinpour, Yahia e Khayat (2019)

Neste trabalho, a malha adotada teve 2816 nós, 4630 elementos e o passo de tempo

adotado foi de 2,5 milisegundos. A configuração da malha adotada encontra-se na Figura 4.34. A simulação numérica demorou 30 horas e 20 minutos para convergência.

Figura 4.34 – Malha empregada no programa de fluidos para o exemplo do artigo de Hosseinpour, Yahia e Khayat (2019)

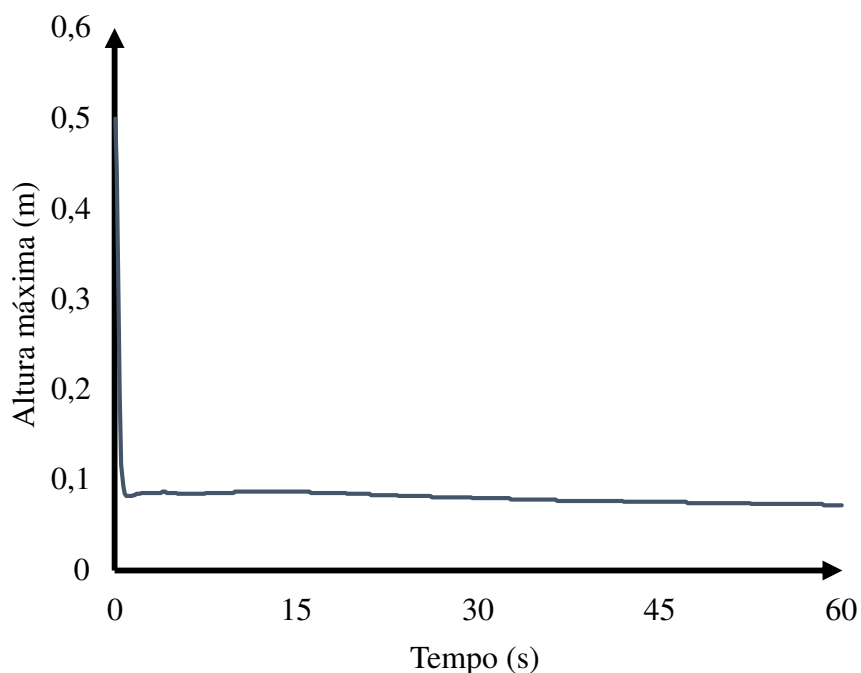


Fonte: Autor

A partir da simulação numérica, foram gerados gráficos para acompanhar a altura máxima do concreto no eixo vertical da caixa L (Figura 4.35) e o comprimento do concreto ao longo do escoamento (Figura 4.36). A partir da análise da altura máxima ao longo do tempo, notou-se que houve um rápido decrescimento da altura e estabilização da mesma em 0,073 m.

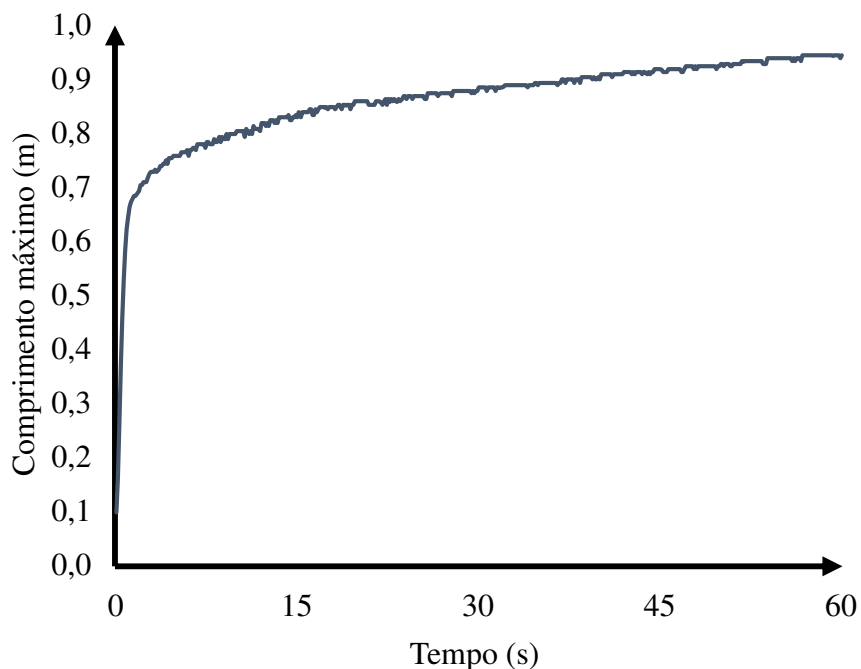
Do mesmo modo, verificou-se que o comprimento máximo de escoamento apresentou um rápido crescimento no início do escoamento atingindo o valor máximo de 0,948 m ao final dos 60 segundos de escoamento. No entanto, ao final desse tempo ainda aparentou haver uma leve tendência ao crescimento.

Figura 4.35 – Altura máxima no eixo vertical do ensaio da caixa L - exemplo de *benchmarking* de Hosseinpour, Yahia e Khayat (2019)



Fonte: Autor

Figura 4.36 – Comprimento de escoamento do concreto no ensaio da caixa L - exemplo de *benchmarking* de Hosseinpour, Yahia e Khayat (2019)



Fonte: Autor

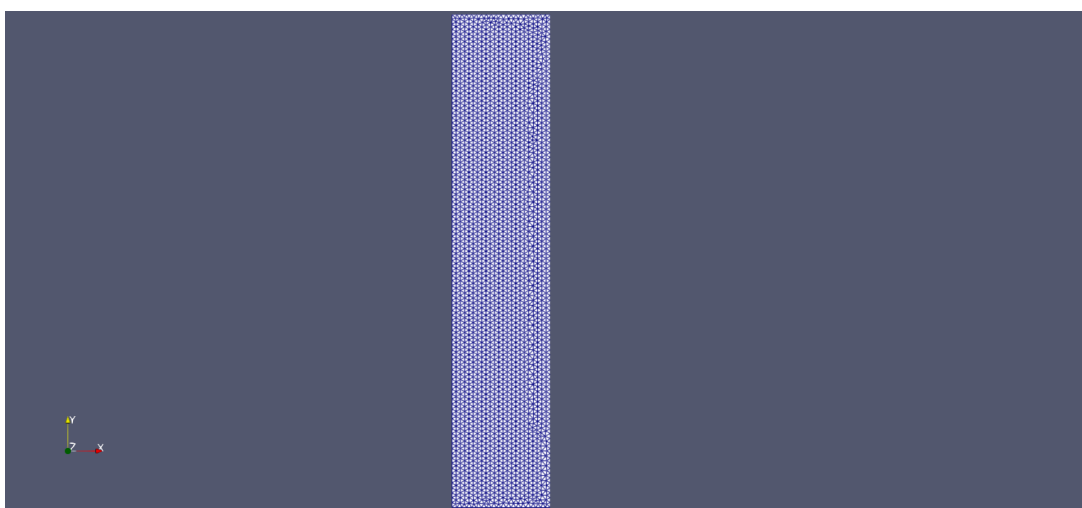
4.2.2 Simulação para ensaio da caixa L com dados reológicos obtidos a partir de RNA

Com o intuito de comparar os resultados previstos pela rede neural artificial com a simulação numérica de fluidos, foram adotados os dados do exemplo 57 para o modelo 2 com a previsão obtida para a RNA 10-1-3, com a viscosidade de 142,072 Pa.s e a tensão de escoamento

de 41,803 Pa. Também foi feita uma simulação numérica com os dados reológicos experimentais do concreto de 38,7 Pa para a tensão de escoamento e 146,82 Pa.s para a viscosidade. A escolha desse exemplo deve-se à necessidade de representar um comportamento intermediário dentro do conjunto de misturas disponíveis, a fim de evitar extremos de fluidez excessiva ou elevada viscosidade, que poderiam comprometer a capacidade do modelo de Bingham suavizado de representar adequadamente o escoamento do material.

A geometria do ensaio adotada foi a mesma da Subseção 4.2.1 para o exemplo do Cremonesi *et al.* (2010), mas não foi considerada a modelagem do funil, sendo utilizado apenas os 10 cm para a largura da caixa L. Para os exemplos, a malha adotada (Figura 4.37) apresentou 2656 nós e 4630 elementos, enquanto que o passo de tempo adotado foi de 2,5 ms para o exemplo com uso dos dados previstos pela RNA e de 12,5 ms para o exemplo com uso dos dados reológicos experimentais. Essa diferença foi devido a questões de convergência da simulação numérica para cada passo de tempo. As simulações numéricas para os dados reológicos previstos e experimentais demoraram, respectivamente, 7h 19min e 8h 20min para finalizarem.

Figura 4.37 – Malha empregada no programa de fluidos para o exemplo 57



Fonte: Autor

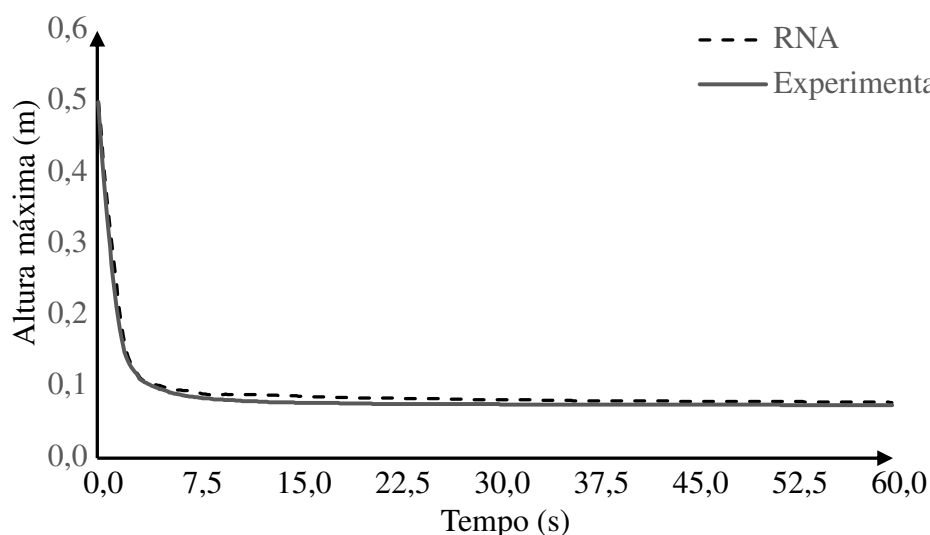
A relação entre as alturas obtidas pelo exemplo numérico para os dados reológicos previstos foi de 0,878, de modo que a altura inicial foi de 7,8 cm e a altura final 6,85 cm. Enquanto isso, a simulação numérica com os dados reológicos experimentais foi de 0,966, de maneira que a altura inicial foi de 7,15 cm e a altura final foi de 7,4 cm. O resultado experimental para a relação de alturas, utilizado para o treinamento das redes neurais foi de 0,75.

Nesse sentido, a diferença entre as relações de alturas obtidas pelo programa com uso dos dados reológicos previstos pela RNA foi de 17,1%, enquanto que a diferença com uso dos dados reológicos experimentais foi de 28,8%. Essa comparação é um indicativo que a simulação numérica, mesmo com os dados experimentais não chegou tão próximo do resultado esperado. Isto pode sugerir que uma outra abordagem, seja com melhorias na modelagem numérica do problema ou mudança do modelo constitutivo adotado, pode melhorar a capacidade de previsão

do comportamento do concreto.

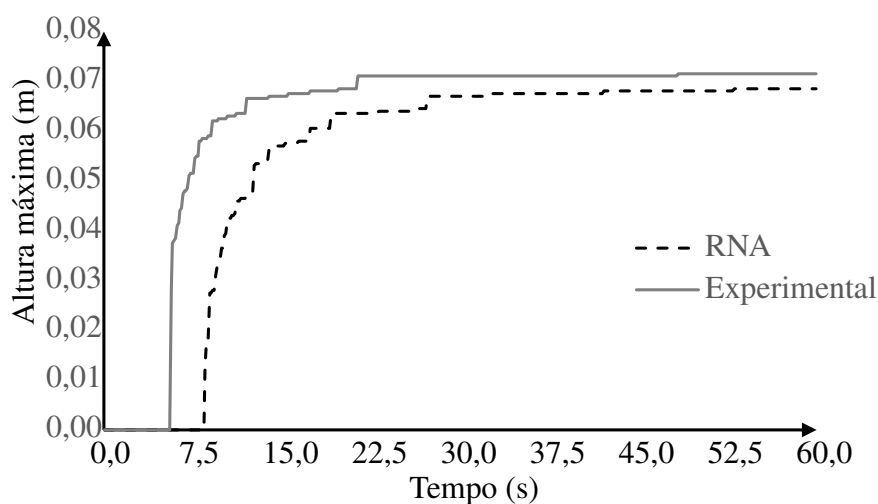
As Figuras 4.38 e 4.39 apresentam, respectivamente, a evolução da altura máxima inicial e altura máxima final do ensaio da caixa L para os exemplos numéricos. O comportamento da altura máxima inicial ao longo do tempo foi parecido com os dados reológicos previstos e experimentais.

Figura 4.38 – Altura máxima inicial ensaio da caixa L - RNA vs Experimental



Fonte: Autor

Figura 4.39 – Altura máxima final ensaio da caixa L - RNA vs Experimental



Fonte: Autor

A evolução da altura máxima final apresentou diferenças significativas entre as simulações. Em particular, o tempo necessário para que o concreto atingisse a extremidade da caixa L variou entre os casos analisados. Na simulação baseada nos dados experimentais, o material alcançou o final da caixa em 5,625 s, enquanto na simulação com os dados previstos esse tempo

foi de 8,5 s. No entanto, ao final dos 60 s de escoamento, as alturas máximas finais em ambas as simulações se tornaram mais próximas, como pode ser visto na Figura 4.39.

5 CONCLUSÕES

Este trabalho teve como finalidade o estudo do escoamento da pasta de cimento e do concreto em estado fresco, tratados como fluidos não-newtonianos segundo o modelo de Bingham, cujos parâmetros reológicos foram obtidos por meio de redes neurais artificiais (RNAs). A partir de três modelos, foram desenvolvidas 60 diferentes arquiteturas de RNAs, com conjuntos de dados experimentais distintos, abordando a previsão de viscosidade plástica e tensão de escoamento do concreto. Além disso, foi realizada a validação numérica através de um *benchmarking* e de um ensaio simulado utilizando os dados previstos pelas RNAs. A combinação dessas abordagens proporcionou uma análise detalhada do comportamento reológico do concreto autoadensável.

Dessa forma, os resultados obtidos das redes neurais artificiais mostraram-se promissores, especialmente na previsão da tensão de escoamento. O Modelo 1, que utilizou dados reológicos e de dosagem da pasta de cimento de Charrier e Ouellet-Plamondon (2020), obteve bom desempenho na previsão da tensão, com um coeficiente de determinação (R^2) de 0,999 em seu melhor caso. Contudo, as previsões de viscosidade foram menos precisas, indicando a complexidade intrínseca da sua modelagem. Já no Modelo 2, com dados reológicos e de ensaios experimentais para o concreto autoadensável provenientes de Asri *et al.* (2022), observou-se um bom desempenho tanto na previsão da tensão de escoamento, com a RNA 9-1-3 alcançando R^2 de 0,955, quanto na previsão da viscosidade, com a RNA 10-1-3 obtendo R^2 de 0,968.

Enquanto isso, para o modelo 3, com os dados de suas propriedades reológicas, do ensaio de *slump* e os dados de dosagem para o concreto autoadensável do trabalho de Ajay, Girish e Nagakumar (2021), ao avaliar o parâmetro do R^2 , as RNAs tiveram bom desempenho, especialmente as arquiteturas com uma camada oculta. Por outro lado, para o parâmetro do NRMSE, o desempenho apresentado foi inferior aos outros modelos. Nesse modelo deve-se considerar a quantidade reduzida de registros do seu conjunto de dados, com apenas 12 registros para 9 categorias de dados de entrada.

Além disso, a integração das previsões fornecidas pelas RNAs com as simulações numéricas de escoamento foi essencial para avaliar os resultados obtidos e ampliar a análise do comportamento do concreto autoadensável em condições de escoamento controladas. O *benchmarking* realizado com o exemplo de Cremonesi *et al.* (2010) confirmou a precisão do modelo numérico adotado, apresentando uma diferença de apenas 0,96% em relação à solução analítica de referência. Também foi feita outra simulação de *benchmarking* a partir de um exemplo do trabalho de Hosseinpoor, Yahia e Khayat (2019), de modo que nesse exemplo verificou-se uma rápida resposta do concreto ao escoamento.

Posteriormente, foi realizada uma modelagem numérica do escoamento no ensaio da

caixa L, utilizando tanto os dados reológicos experimentais quanto os valores previstos por uma rede neural artificial (RNA). Para isso, foi considerado o exemplo 57 com o modelo 2, em que a previsão foi obtida pela RNA na configuração 10-1-3. Observou-se uma discrepância de 17,1% entre a relação de alturas prevista na simulação com os dados reológicos da RNA e os valores obtidos experimentalmente. Já na modelagem numérica realizada com os dados reológicos experimentais, a diferença em relação ao resultado experimental foi de 28,8% para a relação de alturas esperada. Esses resultados sugerem que a modelagem numérica pode ser aprimorada para prever com maior precisão a relação de alturas esperadas no ensaio.

Na análise das abordagens de previsão por redes neurais artificiais (RNAs) e na simulação numérica de fluidos, observa-se que ambas se complementam de maneira significativa. As RNAs oferecem uma alternativa eficiente para prever rapidamente os parâmetros reológicos, enquanto as simulações numéricas aprofundam a compreensão do comportamento de escoamento do concreto, permitindo uma validação mais detalhada. Contudo, a diferença entre os resultados previstos e simulados indica a necessidade de aprimoramentos nos modelos de RNAs, especialmente em relação ao volume de dados e à complexidade das redes empregadas, visando tornar as previsões mais precisas e confiáveis quando aplicadas a cenários numéricos. Além disso, percebe-se a necessidade de testar outros modelos constitutivos nas simulações numéricas.

Em síntese, a utilização de redes neurais artificiais, combinada com simulações numéricas de fluidos, demonstrou grande potencial para melhorar a análise da reologia do concreto autoadensável, ao prever os parâmetros reológicos e assim simular seu comportamento. Embora existam desafios em termos de precisão, especialmente na previsão de viscosidade, os resultados indicam que, com a expansão dos dados experimentais e a melhoria contínua das arquiteturas de redes neurais, é possível melhorar a precisão das RNAs, contribuindo com avanços na modelagem reológica do concreto.

5.1 Sugestões para trabalhos futuros

Com base nas conclusões deste estudo, algumas sugestões são propostas. Em relação às redes neurais artificiais, recomenda-se a ampliação da base de dados para melhorar a capacidade de predição e generalização dos modelos, uma vez que a limitação de dados foi um desafio nesta pesquisa. Além disso, é sugerida a exploração de arquiteturas mais sofisticadas, como redes convolucionais e recorrentes, que podem capturar padrões mais complexos nos dados. Testes com algoritmos de otimização avançados, como o Levenberg-Marquardt, também são recomendados, especialmente para conjuntos de dados menores, com o objetivo de melhorar a eficiência e precisão do treinamento das RNAs.

Quanto aos modelos constitutivos e simulações numéricas, sugere-se a utilização de modelos reológicos mais representativos, como o modelo de Herschel-Bulkley, para compará-los ao modelo suavizado de Bingham e verificar qual abordagem oferece previsões mais precisas. Além disso, recomenda-se o emprego de diferentes métodos numéricos para a solução do

problema de escoamento, o que permitirá uma avaliação mais ampla dos resultados obtidos. A validação adicional por meio da simulação de outros ensaios reológicos, como o funil V e o *slump*, também é essencial para avaliar a precisão das previsões em diversos cenários experimentais.

Essas sugestões visam não apenas aprimorar a capacidade preditiva das redes neurais e a representatividade dos modelos constitutivos, mas também proporcionar uma base mais robusta para futuras pesquisas e aplicações práticas no campo da reologia do concreto autoadensável. A implementação dessas melhorias poderá levar a resultados mais precisos e aplicáveis, contribuindo significativamente para o desenvolvimento de soluções inovadoras na engenharia estrutural.

REFERÊNCIAS

- AJAY, N.; GIRISH, S.; NAGAKUMAR, M. Use of concrete shear box for measuring the bingham parameters of SCC. **Materials Today: Proceedings**, v. 46, p. 4598-4604, 2021. Disponível em: <https://dx.doi.org/10.1016/j.matpr.2020.09.714>. Acesso em: 11/05/2023.
- ALESSANDRO, F.; MASSIMILIANO, C. On the effect of standard pfem remeshing on volume conservation in free-surface fluid flow problems. **Computational Particle Mechanics**, v. 4, p. 331-343, 2016.
- ASRI, Y. E. *et al.* Modelization of the rheological behavior of self-compacting concrete using artificial neural networks. **Materials Today: Proceedings**, v. 58, p. 1114-1121, 2022. Disponível em: <https://dx.doi.org/10.1016/j.matpr.2022.01.257>. Acesso em: 12/12/2022.
- AVANCINI, G. **Formulação unificada para análise tridimensional de interação fluido-estrutura com escoamento de superfície livre: uma abordagem Lagrangiana baseada em posições**. 2023. Tese (Doutorado em Engenharia de Estruturas) - Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, 2023.
- AVANCINI, G.; SANCHES, R. A. K. A total Lagrangian position-based finite element formulation for free-surface incompressible flows. **Finite Elements in Analysis and Design**, v. 169, p. 1-17, 2020. Disponível em: <https://doi.org/10.1016/j.finel.2019.103348>. Acesso em: 20/10/2022.
- BANFILL, P. *et al.* **Comparison of concrete rheometers: international tests at LCPC (Nantes, France) in October, 2000**. [S. l.]: NIST, 2001.
- BARNES, H. A. Shear-thickening (“dilatancy”) in suspensions of nonaggregating solid particles dispersed in Newtonian liquids. **Journal of Rheology**, v. 33, p. 329-366, 1989. Disponível em: <https://doi.org/10.1122/1.550017>. Acesso em: 15/04/2024.
- BAZILEVS, Y.; TAKIZAWA, K.; TEZDUYAR, T. E. **Computational fluid-structure interaction**. Hoboken: Wiley-Blackwell, 2013. (Wiley Series in Computational Mechanics).
- BELYTSCHKO, T.; LIU, K.; MORAN, B. **Nonlinear finite elements for continua and structures**. Chichester: John Wiley & Sons, 2000.
- BELYTSCHKO, T. *et al.* **Nonlinear finite elements for continua and structures**. 2nd. ed. Nashville: John Wiley & Sons, 2013.
- BINGHAM, E. C. **Fluidity and Plasticity**. New York: McGraw-Hill, 1922.
- BIRD, R. B.; STEWART, W. E.; LIGHTFOOT, E. N. **Transport Phenomena**. Nashville: John Wiley & Sons, 2001.
- BRAND, A. S.; ROESLER, J. R.; SALAS, A. Initial moisture and mixing effects on higher quality recycled coarse aggregate concrete. **Construction and Building Materials**, v. 79, p. 83-89, Mar. 2015. Disponível em: <https://doi.org/10.1016/j.conbuildmat.2015.01.047>. Acesso em: 12/04/2023.

CHARRIER, M.; OUELLET-PLAMONDON, C. Testing procedures on materials to formulate the ink for 3D printing. **Transportation Research Record: Journal of the Transportation Research Board**, v. 2674, p. 21-32, 2020. Disponível em: <https://doi.org/10.1177/0361198120907583>. Acesso em: 20/11/2022.

CHARRIER, M.; OUELLET-PLAMONDON, C. M. Artificial neural network for the prediction of the fresh properties of cementitious materials. **Cement and Concrete Research**, v. 156, p. 106761, Jun. 2022. Disponível em: <https://doi.org/10.1016/j.cemconres.2022.106761>. Acesso em: 12/11/2022.

CHOLLET, F. **Keras 3: deep learning for humans**. 2015. GitHub. Disponível em: <https://github.com/fchollet/keras>. Acesso em: 11/03/2023.

CHUNG, J.; HULBERT, G. M. A time integration algorithm for structural dynamics with improved numerical dissipation: The Generalized-alpha Method. **Journal of Applied Mechanics**, v. 60, n. 2, p. 371-375, 1993. Disponível em: <https://doi.org/10.1115/1.2900803>. Acesso em: 15/04/2023.

COSTA, A. C. S. de S.; CABRAL, A. E. B. Estudo comparativo entre o concreto autoadensável e o concreto convencional vibrado em obra vertical. **Ambiente Construído**, v. 19, n. 4, p. 289-301, Out. 2019. Disponível em: <https://dx.doi.org/10.1590/s1678-86212019000400356>. Acesso em: 17/10/2024.

CREMONESI, M. *et al.* Simulation of the flow of fresh cement suspensions by a Lagrangian finite element approach. **Journal of Non-Newtonian Fluid Mechanics**, v. 165, n. 23-24, p. 1555-1563, Dec. 2010. Disponível em: <https://dx.doi.org/10.1016/j.jnnfm.2010.08.003>. Acesso em: 16/04/2024.

CREMONESI, M. *et al.* A state of the art review of the Particle Finite Element Method (PFEM). **Archives of Computational Methods in Engineering**, v. 27, n. 5, p. 1709-1735, Aug. 2020. Disponível em: <https://dx.doi.org/10.1007/s11831-020-09468-4>. Acesso em: 15/09/2024.

DUAN, Z. H.; KOU, S. C.; POON, C. S. Using artificial neural networks for predicting the elastic modulus of recycled aggregate concrete. **Construction and Building Materials**, v. 44, p. 524-532, 2013. Disponível em: <https://doi.org/10.1016/j.conbuildmat.2013.02.064>. Acesso em: 12/11/2022.

EDELSBRUNNER, H. **Weighted Alpha Shapes**. Urbana: University of Illinois at Urbana-Champaign, 1992.

EDELSBRUNNER, H.; MÜCKE, E. P. Three-dimensional alpha shapes. **ACM Transactions on Graphics**, v. 13, p. 43-72, 1994. Disponível em: <https://doi.org/10.1145/174462.156635>. Acesso em: 13/02/2023.

EDELSBRUNNER, H.; TAN, T. S. An upper bound for conforming Delaunay triangulations. **Discrete & Computational Geometry**, v. 10, p. 197-213, 1993.

EUROPEAN FEDERATION FOR SPECIALIST CONSTRUCTION CHEMICALS AND CONCRETE SYSTEMS. **Specification and Guidelines for Self-Compacting Concrete**. [S. l.]: EFNARC, 2002.

- FELIX, E. F.; CARRAZEDO, R.; POSSAN, E. Carbonation model for fly ash concrete based on artificial neural network: development and parametric analysis. **Construction and Building Materials**, v. 266, p. 1-13, 2021. Disponível em: <https://doi.org/10.1016/j.conbuildmat.2020.121050>. Acesso em: 12/07/2022.
- FERRARIS, C. F. Measurement of the rheological properties of high performance concrete: state of the art report. **Journal of Research of the National Institute of Standards and Technology**, v. 104, p. 461-478, 1999. Disponível em: <https://doi.org/10.6028/jres.104.028>. Acesso em: 20/02/2023.
- FEYS, D.; VERHOEVEN, R.; SCHUTTER, G. D. Why is fresh self-compacting concrete shear thickening? **Cement and Concrete Research**, v. 39, p. 510-523, 2009. Disponível em: <https://doi.org/10.1016/j.cemconres.2009.03.004>. Acesso em: 12/05/2023.
- GARDINER, J. D.; BEHNSEN, J.; BRASSEY, C. A. Alpha shapes: determining 3D shape complexity across morphologically diverse structures. **BMC Evolutionary Biology**, v. 18, n. 1, Dec. 2018. Disponível em: <https://dx.doi.org/10.1186/s12862-018-1305-z>. Acesso em: 15/12/2024.
- HACKLEY, V.; FERRARIS, C. **Guide to rheological nomenclature**: measurement in ceramic particulate systems. Gaithersburg: NIST, 2001. (NIST Special Publication, 946).
- HASHIM, A. H.; WRAYOSH, W. A. Using carbon fiber strips in joints strengthing of box segmental self-compacting concrete beams. **Journal of Engineering and Sustainable Development**, v. 24, n. 6, p. 22-32, Nov. 2020. Disponível em: <https://doi.org/10.31272/jeasd.24.6.2>. Acesso em: 16/11/2024.
- HAYKIN, S. **Redes Neurais**. 2nd. ed. [S. l.]: Bookman, 2001.
- HOLZAPFEL, G. A. **Nonlinear solid mechanics**. [S. l.]: John Wiley & Sons, 2000.
- HOSSEINPOOR, M.; KHAYAT, K. H.; YAHIA, A. Numerical simulation of self-consolidating concrete flow as a heterogeneous material in L-Box set-up: coupled effect of reinforcing bars and aggregate content on flow characteristics. **Materials and Structures**, v. 50, n. 2, Apr. 2017. Disponível em: <https://dx.doi.org/10.1617/s11527-017-1032-8>. Acesso em: 11/08/2024.
- HOSSEINPOOR, M.; YAHIA, A.; KHAYAT, K. H. Modeling of flow performance of self-consolidating concrete using dam break theory and computational fluid dynamics. **Cement and Concrete Composites**, v. 102, p. 14-27, Sep. 2019. Disponível em: <https://dx.doi.org/10.1016/j.cemconcomp.2019.04.018>. Acesso em: 16/08/2024.
- HU, C. *et al.* Validation of BTRHEOM, the new rheometer for soft-to-fluid concrete. **Materials and Structures**, v. 29, n. 10, p. 620-631, Dec. 1996. Disponível em: <https://dx.doi.org/10.1007/BF02485970>. Acesso em: 12/06/2023.
- IDELSOHN, S. R.; OÑATE, E.; PIN, F. D. The particle finite element method: a powerful tool to solve incompressible flows with free-surfaces and breaking waves. **International Journal for Numerical Methods in Engineering**, v. 61, p. 964-989, Sep. 2004. Disponível em: <https://doi.org/10.1002/nme.1096>. Acesso em: 11/02/2023.
- IDELSOHN, S. R. *et al.* Fluid-structure interaction using the particle finite element method. **Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering**, v. 195, p. 2100-2123, 2006. Fluid-Structure Interaction. Disponível em: <https://doi.org/10.1016/j.cma.2005.02.026>. Acesso em: 14/02/2023.

- JAYATHILAKAGE, R.; RAJEEV, P.; SANJAYAN, J. Rheometry for concrete 3D printing: A review and an experimental comparison. **Buildings**, v. 12, p. 1-46, 2022. Disponível em: <https://doi.org/10.3390/buildings12081190>. Acesso em: 02/01/2023.
- JOVEIN, H. B.; SHEN, L. Effects of aggregate properties on rheology of self-consolidating concrete. **Advances in Civil Engineering Materials**, v. 5, n. 1, p. 235-255, Oct. 2016. Disponível em: <https://dx.doi.org/10.1520/acem20160008>. Acesso em: 12/04/2023.
- KABAGIRE, K. D.; YAHIA, A.; CHEKIRE, M. Toward the prediction of rheological properties of self-consolidating concrete as diphasic material. **Construction and Building Materials**, v. 195, p. 600-612, Jan. 2019. Disponível em: <https://dx.doi.org/10.1016/j.conbuildmat.2018.11.053>. Acesso em: 12/05/2023.
- KAPTSOV, E.; MELESHKO, S. Analysis of the one-dimensional Euler-Lagrange equation of continuum mechanics with a Lagrangian of a special form. **Applied Mathematical Modelling**, v. 77, p. 1497-1511, Jan. 2020. Disponível em: <https://dx.doi.org/10.1016/j.apm.2019.09.014>. Acesso em: 17/06/2023.
- KIM, J.-H.; PARK, M. Visualization of concrete slump flow using the Kinect Sensor. **Sensors**, v. 18, p. 1-16, 2018. Disponível em: <https://doi.org/10.3390/s18030771>. Acesso em: 19/03/2023.
- KINGMA, D. P.; BA, J. **Adam**: a method for stochastic optimization. 2017. Disponível em: <https://arxiv.org/abs/1412.6980>. Acesso em: 09/02/2023.
- KOEHLER, E. P.; FOWLER, D. W. **Summary of concrete workability test methods**. Austin: International Center for Aggregates Research, 2003. (ICAR Report, n. 105-1).
- LIMA, F. F. Arquiteturas digitais a partir do diagrama de Voronoi e triangulação de Delaunay. **Revista Projetar - Projeto e Percepção do Ambiente**, v. 2, n. 2, p. 52-60, Ago. 2017. Disponível em: <https://periodicos.ufrn.br/revprojetar/article/view/16583>. Acesso em: 05/11/2024.
- LOSHCHILOV, I.; HUTTER, F. **Decoupled Weight Decay Regularization**. 2019. Disponível em: <https://doi.org/10.48550/arXiv.1711.05101>. Acesso em: 12/06/2024.
- MACHADO, B. N. **Desenvolvimento de um gerador de malhas Delaunay em três dimensões**. 2021. Dissertação (Mestrado) - Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2021.
- MATSON, G.; HOGG, A. Two-dimensional dam break flows of Herschel-Bulkley fluids: the approach to the arrested state. **Journal of Non-Newtonian Fluid Mechanics**, v. 142, n. 1-3, p. 79-94, Mar. 2007. Disponível em: <https://dx.doi.org/10.1016/j.jnnfm.2006.05.003>. Acesso em: 12/02/2024.
- MCCULLOCH, W. S.; PITTS, W. A logical calculus of the ideas immanent in nervous activity. **The Bulletin of Mathematical Biophysics**, v. 5, p. 115-133, Dez. 1943. Disponível em: <https://doi.org/10.1007/bf02478259>. Acesso em: 02/11/2022.
- MEHMOOD, A. *et al.* Finite element analysis on Bingham-Papanastasiou viscoplastic flow in a channel with circular/square obstacles: A comparative benchmarking. **Processes**, v. 8, n. 7, p. 1-14, 2020. Disponível em: <https://doi.org/10.3390/pr8070779>. Acesso em: 19/03/2024.
- MERCI, B. Introduction to fluid mechanics. In: HURLEY, M. J. *et al.* (ed.). **SFPE handbook of fire protection engineering**. New York: Springer, 2016. p. 1-24. Disponível em: http://dx.doi.org/10.1007/978-1-4939-2565-0_1. Acesso em: 15/06/2023.

- MEWIS, J. Thixotropy - a general review. **Journal of Non-Newtonian Fluid Mechanics**, v. 6, n. 1, p. 1-20, 1979.
- NAZAR, S. *et al.* Comparative study of evolutionary artificial intelligence approaches to predict the rheological properties of fresh concrete. **Materials Today Communications**, v. 32, p. 1-12, 2022. Disponível em: <https://doi.org/10.1016/j.mtcomm.2022.103964>. Acesso em: 14/04/2023.
- OGDEN, R. W. **Non-linear elastic deformations**. [S. l.]: Courier Corporation, 1997.
- OKAMURA, H.; OUCHI, M. Self-compacting concrete. **Journal of Advanced Concrete Technology**, v. 1, n. 1, p. 5-15, 2003.
- ORTEGA, J. L. V. Bingham fluid simulation in porous media with lattice Boltzmann method. In: JI, G.; ZHU, J. (ed.). **Computational fluid dynamics simulations**. London: IntechOpen, 2019. Disponível em: <https://doi.org/10.5772/intechopen.90167>. Acesso em: 15/04/2024.
- PAPANASTASIOU, T. C. Flows of materials with yield. **Journal of Rheology**, v. 31, n. 5, p. 385-404, Jul. 1987.
- RAFIQ, M. Y.; BUGMANN, G.; EASTERBROOK, D. J. Neural network design for engineering applications. **Computers and Structures**, v. 79, p. 1541-1552, Jul. 2001. Disponível em: [https://doi.org/10.1016/s0045-7949\(01\)00039-6](https://doi.org/10.1016/s0045-7949(01)00039-6). Acesso em: 11/07/2023.
- RAPP, B. E. Fluids. In: RAPP, B. E. (ed.). **Microfluidics: modeling, mechanics and mathematics**. Kidlington: Elsevier, 2017. cap. 9, p. 243-263. Disponível em: <https://doi.org/10.1016/B978-1-4557-3141-1.50009-5>. Acesso em: 11/07/2024.
- RIZZIERI, G.; FERRARA, L.; CREMONESI, M. Numerical simulation of the extrusion and layer deposition processes in 3D concrete printing with the particle finite element method. **Computational Mechanics**, v. 73, p. 277-295, 2024. Disponível em: <https://doi.org/10.1007/s00466-023-02367-y>. Acesso em: 12/07/2024.
- ROSENBLATT, F. The perceptron: a probabilistic model for information storage and organization in the brain. **Psychological Review**, v. 65, n. 6, p. 386-408, 1958. Disponível em: <https://doi.org/10.1037/h0042519>. Acesso em: 12/10/2022.
- ROSHAVELOV, T. Prediction of fresh concrete flow behavior based on analytical model for mixture proportioning. **Cement and Concrete Research**, v. 35, p. 831-835, 2005. Disponível em: <https://doi.org/10.1016/j.cemconres.2004.09.019>. Acesso em: 14/03/2023.
- ROUSSEL, N. **Understanding the rheology of concrete**. [S. l.]: Woodhead Publishing, 2011.
- RUMELHART, D. E.; HINTON, G. E.; WILLIAMS, R. J. **Parallel distributed processing**. [S. l.]: MIT Press, 1986.
- SAFHI, A. e. M. *et al.* Prediction of self-consolidating concrete properties using XGBoost machine learning algorithm: Rheological properties. **Powder Technology**, v. 438, p. 1-13, Apr. 2024. Disponível em: <https://dx.doi.org/10.1016/j.powtec.2024.119623>. Acesso em: 17/08/2024.
- SCHROEDER, W.; MARTIN, K.; LORENSEN, B. **The Visualization Toolkit: an object-oriented approach to 3D graphics**. [S. l.]: Ingram, 2006.
- SENFF, L.; HOTZA, D.; REPETTE, W. L. Comportamento reológico de pastas de cimento com adição de sílica ativa, nanossílica e dispersante policarboxílico. **Matéria**, v. 15, p. 12-20, 2010. Disponível em: <https://doi.org/10.1590/s1517-70762010000100003>. Acesso em: 13/05/2024.

SHEPHERD, G. M. **The Synaptic Organization of the Brain**. 3rd ed. New York: Oxford University Press, 1990.

SHEWCHUK, J. R. Triangle: Engineering a 2D quality mesh generator and Delaunay triangulator. In: LIN, M. C.; MANOCHA, D. (ed.). **Applied computational geometry: towards geometric engineering**. New York: Springer, 1996. p. 203-222. Disponível em: <https://dx.doi.org/10.1007/BFb0014497>. Acesso em: 13/10/2024.

SILVA, C. M. da *et al.* Caracterização reológica de fluidos não newtonianos e sua aplicabilidade na indústria. **Caderno de Graduação - Ciências Exatas e Tecnológicas - UNIT - ALAGOAS**, v. 5, p. 285, 2019.

SILVA, I. N.; SPATTI, D. H.; FLAUZINO, R. A. **Redes Neurais Artificiais Para Engenharia e Ciências Aplicadas**. [S. l.]: Artliber, 2016.

SONODA, S.; MURATA, N. Neural network with unbounded activation functions is universal approximator. **Applied and Computational Harmonic Analysis**, v. 43, p. 233-268, Sep. 2017. Disponível em: <https://doi.org/10.1016/j.acha.2015.12.005>. Acesso em: 12/11/2023.

SU, X.; CHEN, W.; XU, W. Characterizing the rheological behaviors of non-Newtonian fluid via a viscoelastic component: Fractal dashpot. **Advances in Mechanical Engineering**, v. 9, n. 10, p. 1-12, May. 2017. Disponível em: <https://doi.org/10.1177/1687814017699765>. Acesso em: 12/11/2024.

TEZDUYAR, T. E. Stabilized finite element formulations for incompressible flow computations. **Advances in Applied Mechanics**, v. 28, p. 1-44, 1991.

TRAN-DUC, T.; HO, T.; THAMWATTANA, N. A smoothed particle hydrodynamics study on effect of coarse aggregate on self-compacting concrete flows. **International Journal of Mechanical Sciences**, v. 190, p. 1-9, 2021. Disponível em: <https://doi.org/10.1016/j.ijmecsci.2020.106046>. Acesso em: 11/11/2023.

WANGLER, T. *et al.* Digital concrete: Opportunities and challenges. **RILEM Technical Letters**, v. 1, p. 67-75, Oct. 2016. Disponível em: <https://doi.org/10.21809/rilemtechlett.2016.16>. Acesso em: 04/06/2024.

APÊNDICES

APÊNDICE A – RESULTADOS DAS REDES NEURAIS ARTIFICIAIS

A.1 Resultados para o Modelo 1

A.1.1 R^2 e RMSE para as redes neurais artificiais do modelo 1

Descrição ¹	$R^2 - \mu$	NRMSE (%) - μ	$R^2 - \sigma_0$	NRMSE (%) - σ_0	Épocas
1-1-1	0,00723	10,78%	0,96248	9,14%	154
1-1-2	0,11423	10,53%	0,07157	45,64%	65
1-1-3	0,00271	10,83%	0,79262	22,40%	72
1-2-1	0,00916	10,84%	0,05572	46,57%	81
1-2-2	0,05544	10,78%	0,05767	46,55%	95
1-2-3	0,00004	10,89%	0,32269	40,99%	69
2-1-1	0,32792	9,79%	0,44883	35,97%	66
2-1-2	0,46079	8,33%	0,94984	10,76%	152
2-1-3	0,15238	11,51%	0,69910	25,99%	80
2-2-1	0,18647	10,64%	0,85889	17,69%	97
2-2-2	0,07204	11,93%	0,14328	46,83%	68
2-2-3	0,00280	10,79%	0,96312	9,61%	94
3-1-1	0,52295	7,91%	0,13713	43,58%	87
3-1-2	0,57384	7,42%	0,99536	3,24%	173
3-1-3	0,38691	11,08%	0,97202	7,93%	111
3-2-1	0,48671	9,62%	0,93750	12,22%	161
3-2-2	0,08171	10,74%	0,06116	46,79%	100
3-2-3	0,43381	10,37%	0,91997	13,35%	80
4-1-1	0,54704	7,66%	0,98785	5,12%	104
4-1-2	0,52026	7,99%	0,97151	7,90%	164
4-1-3	0,58346	7,47%	0,86815	19,07%	68
4-2-1	0,55838	7,77%	0,98342	6,72%	90
4-2-2	0,00112	11,30%	0,38884	36,50%	93
4-2-3	0,55600	8,20%	0,97450	7,38%	71
5-1-1	0,51208	7,55%	0,97979	6,91%	105
5-1-2	0,45937	8,01%	0,91157	16,20%	191
5-1-3	0,46276	9,40%	0,92552	13,53%	83
5-2-1	0,68166	6,11%	0,98866	5,18%	88
1. Descrição: Neurônios por camada - Camadas ocultas - Função de ativação (1: Sigmoid; 2: Exponencial; 3: Tangente hiperbólica)					
Continuação na próxima pág.					

Descrição ¹	R ² - μ	NRMSE (%) - μ	R ² - σ_0	NRMSE (%) - σ_0	Épocas
5-2-2	0,10971	10,39%	0,65518	30,05%	323
5-2-3	0,57567	7,92%	0,95031	12,31%	75
6-1-1	0,55866	7,18%	0,95866	9,87%	89
6-1-2	0,29882	10,58%	0,74707	25,91%	127
6-1-3	0,47296	8,84%	0,94606	10,96%	67
6-2-1	0,49374	8,95%	0,98276	6,07%	101
6-2-2	0,00184	10,87%	0,01638	46,68%	108
6-2-3	0,50326	9,58%	0,96341	9,24%	72
7-1-1	0,49189	8,62%	0,97930	6,87%	212
7-1-2	0,39487	9,61%	0,92021	13,97%	121
7-1-3	0,48318	8,78%	0,96017	12,12%	79
7-2-1	0,53468	8,55%	0,98141	6,49%	110
7-2-2	0,29647	9,57%	0,89563	15,27%	450
7-2-3	0,45048	9,37%	0,96617	9,91%	137
8-1-1	0,50595	8,26%	0,94865	10,72%	79
8-1-2	0,47692	8,67%	0,96833	8,41%	100
8-1-3	0,49308	9,06%	0,92819	12,58%	65
8-2-1	0,57318	7,61%	0,98720	5,73%	95
8-2-2	0,13300	10,26%	0,93085	12,51%	212
8-2-3	0,49980	8,84%	0,95118	10,77%	93
9-1-1	0,45849	8,76%	0,94941	11,11%	80
9-1-2	0,44909	9,09%	0,85945	17,51%	108
9-1-3	0,47936	8,78%	0,97715	7,74%	114
9-2-1	0,50695	8,54%	0,96446	8,92%	213
9-2-2	0,01714	10,97%	0,39703	44,13%	105
9-2-3	0,57251	7,76%	0,97553	8,19%	125
10-1-1	0,54932	7,85%	0,97452	7,63%	112
10-1-2	0,51832	8,19%	0,95298	11,26%	142
10-1-3	0,58087	7,63%	0,91706	14,25%	63
10-2-1	0,49936	8,64%	0,98745	5,22%	204
10-2-2	0,04824	10,85%	0,81025	21,06%	120
10-2-3	0,52227	8,38%	0,94439	14,30%	85
1. Descrição: Neurônios por camada - Camadas ocultas - Função de ativação (1: Sigmoid; 2: Exponencial; 3: Tangente hiperbólica)					

A.1.2 Valores observados (i) e previstos (j) da RNA com melhor desempenho para previsão da viscosidade (5-2-1) no Modelo 1

Tipo de dado	μ_i (Pa.s)	μ_j (Pa.s)	σ_{0_i} (Pa)	σ_{0_j} (Pa)
Treinamento	0,246	0,245	9,7	9,164
Treinamento	0,181	0,197	14,5	15,114
Teste	0,268	0,270	12,9	12,877
Treinamento	0,205	0,203	18,2	18,870
Treinamento	0,187	0,220	5,4	5,310
Treinamento	0,212	0,207	8,4	8,122
Treinamento	0,258	0,224	5,8	5,807
Treinamento	0,209	0,204	10,5	9,608
Treinamento	0,215	0,224	17,5	19,308
Teste	0,228	0,215	25,6	25,125
Treinamento	0,228	0,231	23,2	23,809
Treinamento	0,221	0,220	28,6	27,997
Treinamento	0,215	0,216	9,0	8,400
Treinamento	0,198	0,197	13,8	12,605
Treinamento	0,215	0,215	11,5	10,652
Treinamento	0,192	0,197	14,1	14,321

A.1.3 Valores observados (i) e previstos (j) da RNA com melhor desempenho para previsão da tensão de escoamento (3-1-2) no Modelo 1

Tipo de dado	μ_i (Pa.s)	μ_j (Pa.s)	σ_{0_i} (Pa)	σ_{0_j} (Pa)
Treinamento	0,246	0,246	9,7	9,548
Treinamento	0,181	0,201	14,5	14,089
Teste	0,268	0,266	12,9	12,709
Treinamento	0,205	0,203	18,2	17,770
Treinamento	0,187	0,241	5,4	5,302
Treinamento	0,212	0,193	8,4	8,583
Treinamento	0,258	0,260	5,8	6,168
Treinamento	0,209	0,195	10,5	10,149
Treinamento	0,215	0,216	17,5	17,722
Teste	0,228	0,225	25,6	25,540
Treinamento	0,228	0,219	23,2	22,185
Continuação na próxima pág.				

Tipo de dado	μ_i (Pa.s)	μ_j (Pa.s)	σ_{0_i} (Pa)	σ_{0_j} (Pa)
Treinamento	0,221	0,219	28,6	28,776
Treinamento	0,215	0,203	9	9,870
Treinamento	0,198	0,199	13,8	13,328
Treinamento	0,215	0,208	11,5	11,732
Treinamento	0,192	0,197	14,1	14,849

A.2 Resultados para o Modelo 2

A.2.1 R^2 e RMSE para as redes neurais artificiais do modelo 2

Descrição ¹	$R^2 - \mu$	NRMSE (%) - μ	$R^2 - \sigma_0$	NRMSE (%) - σ_0	Épocas
1-1-1	0,93045	20,59%	0,92012	28,06%	81
1-1-2	0,89994	22,25%	0,89906	39,92%	123
1-1-3	0,93388	25,85%	0,92363	26,37%	70
1-2-1	0,93034	23,16%	0,92272	26,36%	92
1-2-2	0,90050	28,61%	0,85646	40,79%	117
1-2-3	0,95689	14,92%	0,87763	31,11%	93
2-1-1	0,93642	17,17%	0,90946	25,38%	92
2-1-2	0,92819	19,56%	0,92534	24,50%	76
2-1-3	0,95862	24,30%	0,95389	25,83%	70
2-2-1	0,93842	22,98%	0,93845	27,72%	124
2-2-2	0,95398	18,52%	0,94218	26,19%	166
2-2-3	0,93052	24,94%	0,92036	28,64%	71
3-1-1	0,93811	21,64%	0,93399	22,04%	80
3-1-2	0,93445	19,40%	0,95035	23,18%	104
3-1-3	0,95274	18,19%	0,94895	24,38%	81
3-2-1	0,96244	14,34%	0,93403	32,34%	118
3-2-2	0,95644	26,28%	0,92844	36,13%	219
3-2-3	0,95268	21,15%	0,95288	30,39%	96
4-1-1	0,92265	21,87%	0,92778	25,90%	112
4-1-2	0,95398	27,44%	0,95578	24,27%	86
4-1-3	0,93066	22,14%	0,92980	23,82%	145
1. Descrição: Neurônios por camada - Camadas ocultas - Função de ativação (1: Sigmoides; 2: Exponencial; 3: Tangente hiperbólica)					
Continuação na próxima pág.					

Descrição ¹	R ² - μ	NRMSE (%) - μ	R ² - σ_0	NRMSE (%) - σ_0	Épocas
4-2-1	0,95697	14,36%	0,92071	24,99%	147
4-2-2	0,96124	14,67%	0,93204	23,32%	221
4-2-3	0,94683	32,16%	0,94988	29,76%	95
5-1-1	0,92494	22,43%	0,92639	28,98%	122
5-1-2	0,95365	30,59%	0,95211	39,55%	87
5-1-3	0,93197	32,63%	0,93684	41,02%	87
5-2-1	0,92872	27,80%	0,95360	35,40%	108
5-2-2	0,94676	26,66%	0,94481	21,28%	163
5-2-3	0,96492	22,25%	0,94112	31,07%	90
6-1-1	0,92862	24,39%	0,92249	26,07%	120
6-1-2	0,95391	59,37%	0,95689	40,67%	83
6-1-3	0,92261	21,34%	0,93387	29,18%	120
6-2-1	0,95464	17,83%	0,91992	25,26%	85
6-2-2	0,94678	16,39%	0,88819	31,74%	166
6-2-3	0,95448	26,27%	0,94763	27,79%	94
7-1-1	0,92294	21,43%	0,92881	28,61%	172
7-1-2	0,95799	14,39%	0,94238	60,92%	83
7-1-3	0,96161	13,93%	0,93859	21,35%	128
7-2-1	0,95505	15,58%	0,91365	25,66%	111
7-2-2	0,94038	18,85%	0,93549	33,44%	250
7-2-3	0,96606	13,39%	0,93991	25,50%	105
8-1-1	0,93337	19,29%	0,87610	29,22%	148
8-1-2	0,95515	44,08%	0,95607	48,84%	78
8-1-3	0,93105	27,52%	0,95823	27,74%	91
8-2-1	0,94612	25,30%	0,94898	33,63%	137
8-2-2	0,95620	14,27%	0,86625	33,73%	192
8-2-3	0,96199	15,17%	0,87060	30,32%	101
9-1-1	0,93718	16,21%	0,89381	29,39%	130
9-1-2	0,95519	17,92%	0,95008	29,67%	116
9-1-3	0,94916	26,65%	0,95527	20,57%	126
9-2-1	0,94786	27,11%	0,94796	22,64%	174
9-2-2	0,93202	19,24%	0,94783	22,94%	152
9-2-3	0,94479	25,25%	0,95276	28,97%	104
10-1-1	0,92284	23,13%	0,93573	53,46%	158
10-1-2	0,95331	14,30%	0,92015	43,98%	99

1. Descrição: Neurônios por camada - Camadas ocultas - Função de ativação (1: Sigmoid; 2: Exponencial; 3: Tangente hiperbólica)

Continuação na próxima pág.

Descrição ¹	R ² - μ	NRMSE (%) - μ	R ² - σ_0	NRMSE (%) - σ_0	Épocas
10-1-3	0,96789	12,55%	0,94814	20,63%	94
10-2-1	0,96260	14,11%	0,93397	21,85%	175
10-2-2	0,95109	14,41%	0,91892	23,52%	216
10-2-3	0,96506	12,14%	0,94167	20,88%	125
1. Descrição: Neurônios por camada - Camadas ocultas - Função de ativação (1: Sigmoides; 2: Exponencial; 3: Tangente hiperbólica)					

A.2.2 Valores observados (i) e previstos (j) da RNA com melhor desempenho para previsão da viscosidade (10-1-3) no Modelo 2

Tipo de dado	μ_i (Pa.s)	μ_j (Pa.s)	σ_{0_i} (Pa)	σ_{0_j} (Pa)
Treinamento	142,8	134,049	40,2	37,999
Treinamento	142,2	127,898	39,2	35,542
Treinamento	142,8	134,049	40,1	37,999
Treinamento	142,1	141,920	40,2	39,536
Treinamento	143,4	145,479	40,4	39,590
Teste	130,2	116,283	34,3	30,063
Treinamento	130,1	117,098	33,2	31,509
Treinamento	130,5	116,283	34,2	30,063
Treinamento	138,2	137,789	38,6	36,246
Treinamento	132,2	117,098	33,8	31,509
Treinamento	120,2	94,970	24,4	21,403
Teste	120,6	91,210	26,1	21,285
Treinamento	88,1	85,628	23,4	18,306
Teste	120,8	94,970	24,4	21,403
Teste	120,2	121,752	33,8	29,328
Treinamento	58,1	59,897	22,8	15,696
Teste	56,1	56,235	21,9	15,614
Treinamento	68,1	56,235	21,7	15,614
Treinamento	58,6	48,265	21,2	14,049
Teste	58,3	48,265	21,3	14,049
Treinamento	39,4	38,791	14,3	11,604
Treinamento	38,4	31,230	14,2	10,152
Treinamento	37,4	31,230	14,2	10,152
Treinamento	39,2	44,667	14,8	13,986
Continuação na próxima pág.				

Tipo de dado	μ_i (Pa.s)	μ_j (Pa.s)	σ_{0_i} (Pa)	σ_{0_j} (Pa)
Teste	39,4	38,791	14,3	11,604
Treinamento	25,2	24,698	6,8	8,348
Treinamento	24,8	21,319	6,6	8,347
Treinamento	25,2	24,698	6,7	8,348
Treinamento	27,6	28,100	6,8	8,357
Treinamento	24,2	21,319	6,8	8,347
Treinamento	20,4	21,715	4,6	6,594
Treinamento	20,2	14,738	4,3	5,302
Treinamento	20,6	18,389	4,3	6,606
Teste	20,1	11,491	4,8	5,336
Teste	20,4	11,491	4,1	5,336
Treinamento	18,8	11,491	2,2	5,336
Treinamento	19,2	8,269	2,1	5,378
Treinamento	18,8	5,074	2,2	5,428
Treinamento	18,2	5,074	2,6	5,428
Treinamento	18,3	8,269	2,1	5,378
Teste	82,6	95,959	15,3	20,477
Teste	89,7	100,651	17,6	23,897
Treinamento	123,8	136,110	31,8	33,830
Teste	177,8	168,938	44,2	46,040
Treinamento	188,1	184,385	60,7	55,094
Treinamento	192,5	200,890	87,6	71,193
Treinamento	198,8	221,037	98,6	82,583
Treinamento	87,1	99,400	20,6	25,284
Treinamento	82,8	94,824	18,6	22,788
Treinamento	79,9	94,044	18,2	21,836
Teste	76,8	83,403	16,3	19,162
Treinamento	75,2	76,290	14,3	18,030
Teste	60,8	58,912	12,6	12,928
Treinamento	48,53	43,437	11,5	8,073
Treinamento	89,1	91,973	17,61	25,026
Treinamento	108,53	98,512	18,58	25,689
Treinamento	146,82	142,072	38,7	41,803
Teste	160,27	150,343	40,12	46,873
Treinamento	181,1	169,097	53,15	51,656

A.2.3 Valores observados (i) e previstos (j) da RNA com melhor desempenho para previsão da tensão de escoamento (9-1-3) no Modelo 2

Tipo de dado	μ_i (Pa.s)	μ_j (Pa.s)	σ_{0_i} (Pa)	σ_{0_j} (Pa)
Treinamento	142,8	110,640	40,2	35,520
Treinamento	142,2	105,056	39,2	33,052
Teste	142,8	110,640	40,1	35,520
Teste	142,1	116,660	40,2	36,841
Treinamento	143,4	118,685	40,4	36,920
Treinamento	130,2	93,221	34,3	28,155
Treinamento	130,1	95,251	33,2	29,317
Teste	130,5	93,221	34,2	28,155
Treinamento	138,2	111,702	38,6	33,257
Treinamento	132,2	95,251	33,8	29,317
Treinamento	120,2	73,397	24,4	20,114
Treinamento	120,6	71,243	26,1	20,007
Treinamento	88,1	65,637	23,4	16,996
Treinamento	120,8	73,397	24,4	20,114
Treinamento	120,2	96,558	33,8	26,518
Treinamento	58,1	48,238	22,8	15,172
Treinamento	56,1	46,130	21,9	15,071
Teste	68,1	46,130	21,7	15,071
Treinamento	58,6	39,944	21,2	13,736
Treinamento	58,3	39,944	21,3	13,736
Teste	39,4	32,306	14,3	11,232
Teste	38,4	26,334	14,2	9,934
Treinamento	37,4	26,334	14,2	9,934
Teste	39,2	37,868	14,8	13,640
Treinamento	39,4	32,306	14,3	11,232
Treinamento	25,2	21,378	6,8	7,516
Teste	24,8	19,413	6,6	7,434
Teste	25,2	21,378	6,7	7,516
Treinamento	27,6	23,355	6,8	7,600
Treinamento	24,2	19,413	6,8	7,434
Treinamento	20,4	18,465	4,6	5,211
Teste	20,2	12,807	4,3	3,971
Treinamento	20,6	16,527	4,3	5,130
Treinamento	20,1	10,912	4,8	3,897
Continuação na próxima pág.				

Tipo de dado	μ_i (Pa.s)	μ_j (Pa.s)	σ_{0_i} (Pa)	σ_{0_j} (Pa)
Treinamento	20,4	10,912	4,1	3,897
Teste	18,8	10,912	2,2	3,897
Treinamento	19,2	9,031	2,1	3,826
Teste	18,8	7,163	2,2	3,757
Teste	18,2	7,163	2,6	3,757
Teste	18,3	9,031	2,1	3,826
Treinamento	82,6	72,663	15,3	19,591
Treinamento	89,7	78,012	17,6	23,173
Treinamento	123,8	107,167	31,8	32,150
Treinamento	177,8	138,636	44,2	43,062
Treinamento	188,1	155,877	60,7	53,478
Treinamento	192,5	183,147	87,6	71,980
Teste	198,8	212,319	98,6	88,742
Treinamento	87,1	78,871	20,6	24,276
Treinamento	82,8	74,133	18,6	21,847
Treinamento	79,9	73,140	18,2	20,666
Treinamento	76,8	64,912	16,3	18,080
Treinamento	75,2	60,276	14,3	16,728
Treinamento	60,8	45,972	12,6	11,724
Treinamento	48,53	32,686	11,5	6,857
Treinamento	89,1	73,868	17,61	24,686
Treinamento	108,53	77,875	18,58	25,451
Treinamento	146,82	118,074	38,7	39,791
Treinamento	160,27	127,157	40,12	45,177
Treinamento	181,1	142,835	53,15	50,020

A.3 Resultados para o Modelo 3

A.3.1 R^2 e RMSE para as redes neurais artificiais do modelo 3

Descrição ¹	R ² - μ	NRMSE (%) - μ	R ² - σ_0	NRMSE (%) - σ_0	Épocas
1-1-1	0,28588	71,88%	0,88559	136,93%	97
1-1-2	0,48785	72,94%	0,12505	152,52%	240
1-1-3	0,64131	83,03%	0,25219	129,34%	174
1-2-1	0,49623	61,22%	0,47209	119,07%	147
1-2-2	0,30909	69,64%	0,84289	147,01%	143
1-2-3	0,34524	67,03%	0,84023	103,58%	225
2-1-1	0,73560	60,44%	0,89947	95,87%	93
2-1-2	0,84822	32,46%	0,86804	168,48%	139
2-1-3	0,84313	44,98%	0,89688	154,64%	87
2-2-1	0,77168	42,10%	0,85905	52,75%	264
2-2-2	0,70491	54,09%	0,95487	109,15%	157
2-2-3	0,77373	42,51%	0,86690	62,54%	186
3-1-1	0,78157	39,09%	0,89749	60,96%	151
3-1-2	0,91858	23,40%	0,95544	149,90%	132
3-1-3	0,92655	25,33%	0,93748	132,25%	116
3-2-1	0,70557	46,78%	0,87367	134,90%	76
3-2-2	0,00000	85,15%	0,00000	142,47%	95
3-2-3	0,89477	29,44%	0,79111	155,03%	105
4-1-1	0,53601	76,00%	0,91990	85,05%	88
4-1-2	0,82961	39,58%	0,88769	50,10%	257
4-1-3	0,86735	30,87%	0,92515	151,87%	152
4-2-1	0,55567	71,48%	0,89293	91,97%	132
4-2-2	0,35864	65,85%	0,87924	152,54%	182
4-2-3	0,92081	30,99%	0,90378	123,66%	163
5-1-1	0,88876	33,76%	0,90405	154,50%	134
5-1-2	0,79257	53,65%	0,83486	78,77%	212
5-1-3	0,90959	24,58%	0,91943	138,18%	91
5-2-1	0,54466	75,49%	0,88700	107,00%	126
5-2-2	0,53460	82,55%	0,88896	130,93%	112
5-2-3	0,86311	36,40%	0,79330	153,34%	90
6-1-1	0,89354	27,10%	0,88274	120,08%	147
6-1-2	0,77843	45,51%	0,91699	63,83%	353
6-1-3	0,71553	56,54%	0,90082	57,97%	106
6-2-1	0,37578	81,92%	0,92988	77,55%	119
6-2-2	0,76943	40,51%	0,87714	107,22%	238
1. Descrição: Neurônios por camada - Camadas ocultas - Função de ativação (1: Sigmoid; 2: Exponencial; 3: Tangente hiperbólica)					
Continuação na próxima pág.					

Descrição ¹	R ² - μ	NRMSE (%) - μ	R ² - σ_0	NRMSE (%) - σ_0	Épocas
6-2-3	0,84453	41,58%	0,89430	122,25%	150
7-1-1	0,91028	31,72%	0,91757	120,63%	115
7-1-2	0,53535	74,60%	0,92944	59,50%	240
7-1-3	0,87285	52,87%	0,92133	169,08%	153
7-2-1	0,91798	29,98%	0,90325	148,65%	302
7-2-2	0,77716	40,58%	0,61924	85,47%	101
7-2-3	0,84533	38,04%	0,83285	152,10%	109
8-1-1	0,89125	35,16%	0,88869	137,32%	111
8-1-2	0,86990	46,26%	0,94337	158,65%	267
8-1-3	0,68432	55,48%	0,91509	134,11%	187
8-2-1	0,52009	78,05%	0,91248	62,90%	214
8-2-2	0,79248	40,67%	0,92328	142,26%	198
8-2-3	0,83673	39,71%	0,85685	150,03%	247
9-1-1	0,92224	24,22%	0,88791	131,77%	135
9-1-2	0,81504	39,42%	0,95659	184,40%	188
9-1-3	0,71793	48,54%	0,88428	50,62%	144
9-2-1	0,55565	70,77%	0,90339	75,78%	215
9-2-2	0,85328	32,21%	0,91607	62,34%	221
9-2-3	0,66794	52,60%	0,82542	90,54%	198
10-1-1	0,89845	40,35%	0,92687	181,13%	163
10-1-2	0,33848	90,32%	0,90851	57,64%	131
10-1-3	0,88003	28,50%	0,92327	157,86%	214
10-2-1	0,91281	24,15%	0,88997	152,90%	174
10-2-2	0,20571	83,75%	0,82645	95,32%	205
10-2-3	0,31275	111,80%	0,85537	82,63%	188
1. Descrição: Neurônios por camada - Camadas ocultas - Função de ativação (1: Sigmoid; 2: Exponencial; 3: Tangente hiperbólica)					

A.3.2 Valores observados (i) e previstos (j) da RNA com melhor desempenho para previsão da viscosidade (3-1-2) no Modelo 3

Tipo de dado	μ_i (Pa.s)	μ_j (Pa.s)	σ_{0_i} (Pa)	σ_{0_j} (Pa)
Teste	9,9	6,848	6,4	18,211
Teste	14,4	14,049	8,2	18,258
Teste	3,6	7,141	26,9	39,178
Treinamento	8,1	9,304	6	14,663
Treinamento	34,2	32,184	-5,5	-4,145
Continuação na próxima pág.				

Tipo de dado	μ_i (Pa.s)	μ_j (Pa.s)	σ_{0_i} (Pa)	σ_{0_j} (Pa)
Treinamento	3,6	5,093	12,2	25,264
Treinamento	20,7	20,819	6,6	15,986
Treinamento	1,8	0,556	12,4	23,928
Treinamento	6,3	3,438	-7,2	-3,460
Treinamento	6	7,480	-6,9	-8,988
Treinamento	6,3	11,309	13,3	30,262
Treinamento	14,4	11,313	8,7	16,793

A.3.3 Valores observados (i) e previstos (j) da RNA com melhor desempenho para previsão da tensão de escoamento (7-1-2) no Modelo 3

Tipo de dado	μ_i (Pa.s)	μ_j (Pa.s)	σ_{0_i} (Pa)	σ_{0_j} (Pa)
Teste	34,2	21,375	-5,5	-2,604
Teste	1,8	-3,559	12,4	16,068
Teste	6,3	3,913	-7,2	-0,508
Treinamento	9,9	17,536	6,4	10,105
Treinamento	8,1	17,028	6	7,161
Treinamento	3,6	2,087	12,2	13,512
Treinamento	14,4	21,928	8,2	9,762
Treinamento	20,7	36,469	6,6	7,181
Treinamento	6	8,820	-6,9	-6,531
Treinamento	3,6	5,317	26,9	28,538
Treinamento	6,3	11,941	13,3	22,629
Treinamento	14,4	23,784	8,7	12,942

ANEXOS

ANEXO A – DADOS UTILIZADOS PARA TREINAMENTO DAS RNAS

A.1 Modelo 1

X (% w/w)	A (% w/w)	C (% w/w)	VMA (% w/w)	μ (Pa.s)	σ_0 (Pa)
0,0	0,0	0,0	0,000	0,246	9,7
0,0	0,0	0,0	0,004	0,181	14,5
0,0	0,0	0,5	0,000	0,268	12,9
0,0	0,0	0,5	0,004	0,205	18,2
0,0	0,7	0,0	0,000	0,187	5,4
0,0	0,7	0,0	0,004	0,212	8,4
0,0	0,7	0,5	0,000	0,258	5,8
0,0	0,7	0,5	0,004	0,209	10,5
0,3	0,0	0,0	0,000	0,215	17,5
0,3	0,0	0,0	0,004	0,228	25,6
0,3	0,0	0,5	0,000	0,228	23,2
0,3	0,0	0,5	0,004	0,221	28,6
0,3	0,7	0,0	0,000	0,215	9,0
0,3	0,7	0,0	0,004	0,198	13,8
0,3	0,7	0,5	0,000	0,215	11,5
0,3	0,7	0,5	0,004	0,192	14,1

Fonte: Adaptado de Charrier e Ouellet-Plamondon (2020)

A.2 Modelo 2

Slump (s)	Funil V (s)	h_1/h_2 (m/m)	μ (Pa.s)	σ_0 (Pa)
65	22	0,8	142,8	40,20
66	21	0,82	142,2	39,2
65	22	0,8	142,8	40,1
64	23	0,8	142,1	40,2
63	23	0,8	143,4	40,4
66	18	0,84	130,2	34,3
67	19	0,84	130,1	33,2
66	18	0,84	130,5	34,2
65	22	0,84	138,2	38,6
67	19	0,84	132,2	33,8
68	14	0,89	120,2	24,4
Continuação na próxima pág.				

Slump (s)	Funil V (s)	h_1/h_2 (m/m)	μ (Pa.s)	σ_0 (Pa)
69	14	0,89	120,6	26,1
70	13	0,92	88,1	23,4
68	14	0,89	120,8	24,4
67	19	0,89	120,2	33,8
74	11	0,9	58,1	22,8
75,00	11,00	0,90	56,10	21,90
75,00	11,00	0,90	68,10	21,70
76,00	10,00	0,90	58,60	21,20
76,00	10,00	0,90	58,30	21,30
78,00	9,00	0,92	39,40	14,30
79,00	8,00	0,92	38,40	14,20
79,00	8,00	0,92	37,40	14,20
77,00	10,00	0,90	39,20	14,80
78,00	9,00	0,92	39,40	14,30
82,00	8,00	0,96	25,20	6,80
83,00	8,00	0,96	24,80	6,60
82,00	8,00	0,96	25,20	6,70
81,00	8,00	0,96	27,60	6,80
83,00	8,00	0,96	24,20	6,80
84,00	8,00	1,00	20,40	4,60
85,00	7,00	1,00	20,20	4,30
85,00	8,00	1,00	20,60	4,30
86,00	7,00	1,00	20,10	4,80
86,00	7,00	1,00	20,40	4,10
86,00	7,00	1,00	18,80	2,20
87,00	7,00	1,00	19,20	2,10
88,00	7,00	1,00	18,80	2,20
88,00	7,00	1,00	18,20	2,60
87,00	7,00	1,00	18,30	2,10
66,26	13,00	0,88	82,60	15,30
65,26	14,00	0,84	89,70	17,60
60,84	19,00	0,80	123,80	31,80
60,20	27,00	0,78	177,80	44,20
56,56	31,00	0,68	188,10	60,70
55,66	42,00	0,55	192,50	87,60
52,40	60,00	0,50	198,80	98,60
66,82	15,00	0,84	87,10	20,60
Continuação na próxima pág.				

Slump (s)	Funil V (s)	h_1/h_2 (m/m)	μ (Pa.s)	σ_0 (Pa)
67,30	14,00	0,86	82,80	18,60
68,00	14,00	0,88	79,90	18,20
70,10	13,00	0,90	76,80	16,30
72,50	13,00	0,92	75,20	14,30
75,80	11,00	0,96	60,80	12,60
78,80	9,00	1,00	48,53	11,50
66,82	14,00	0,81	89,10	17,61
64,84	14,00	0,80	108,53	18,58
62,64	23,00	0,75	146,82	38,70
61,24	25,00	0,70	160,27	40,12
58,36	28,00	0,68	181,10	53,15

Fonte: Adaptado de Asri *et al.* (2022)

A.3 Modelo 3

C (kg/m ³)	GGBS (kg/m ³)	Finos (kg/m ³)	Água (L/m ³)	V _p (L/m ³)	SP (%)	a/c	Slump (mm)	T _{50 cm} (s)	μ (MPa.s)	σ ₀ (kPa)
300	279	579	175	0,37	0,75	0,302	750	4,7	9,90	6,40
300	337	637	175	0,39	0,75	0,274	750	3,8	8,10	6,00
300	395	695	175	0,41	0,75	0,251	850	3,5	34,20	-5,50
350	221	521	195	0,37	0,45	0,374	700	2	3,60	12,20
350	279	579	195	0,39	0,50	0,336	730	2,2	14,40	8,20
350	337	637	195	0,41	0,55	0,306	750	2,5	20,70	6,60
450	136	586	175	0,37	0,65	0,298	700	3,2	1,80	12,40
450	194	644	175	0,39	0,85	0,271	800	3	6,30	-7,20
450	252	702	175	0,41	0,95	0,249	850	2,8	6,00	-6,90
450	78	528	195	0,37	0,40	0,369	680	2,7	3,60	26,90
450	136	586	195	0,39	0,40	0,332	700	2,3	6,30	13,30
450	194	644	195	0,41	0,55	0,302	730	2,4	14,40	8,70

Fonte: Adaptado de Ajay, Girish e Nagakumar (2021)

