

UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO

Escola de Engenharia de São Carlos

Estudo do comportamento em serviço e na ruína de lajes mistas protendidas formadas por fôrmas de aço incorporadas, concreto leve e monocordoalhas engraxadas

Lucas Antônio Moraes Oliveira

Tese de Doutorado do Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil (Engenharia de Estruturas) da Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo.

LUCAS ANTÔNIO MORAIS OLIVEIRA

**Estudo do comportamento em serviço e na ruína de lajes mistas
protendidas formadas por fôrmas de aço incorporadas, concreto leve e
monocordoalhas engraxadas**

VERSÃO CORRIGIDA

(A versão original encontra-se na Escola de Engenharia de São Carlos)

Tese apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil (Engenharia de Estruturas) da Escola de Engenharia de São Carlos da Universidade de São Paulo, como parte dos requisitos necessários para obtenção do título de Doutor em Ciências.

Área de Concentração: Estruturas

Orientadora: Dra Ana Lúcia Homce de Cresce
El Debs

SÃO CARLOS

2025

AUTORIZO A REPRODUÇÃO TOTAL OU PARCIAL DESTE TRABALHO,
POR QUALQUER MEIO CONVENCIONAL OU ELETRÔNICO, PARA FINS
DE ESTUDO E PESQUISA, DESDE QUE CITADA A FONTE.

Ficha catalográfica elaborada pela Biblioteca Prof. Dr. Sérgio Rodrigues Fontes da
EESC/USP com os dados inseridos pelo(a) autor(a).

Oliveira, Lucas Antônio Moraes Oliveira

O48e Estudo do comportamento em serviço e na ruína de lajes
mistas protendidas formadas por fôrmas de aço
incorporadas, concreto leve e monocordoalhas engraxadas
/ Lucas Antônio Moraes Oliveira; orientadora Ana Lúcia
Homce de Cresce El Debs. São Carlos, 2025.

Tese (Doutorado) - Programa de Pós-Graduação em
Engenharia Civil (Engenharia de Estruturas) e Área de
Concentração em Estruturas -- Escola de Engenharia de
São Carlos da Universidade de São Paulo, 2025.

1. Estruturas mistas de aço e concreto. 2. Concreto
leve estrutural. 3. Protensão não-aderente.
4. Cisalhamento longitudinal. 5. Flexão positiva e
negativa. 6. Hiperestático estrutural. I. Título.

FOLHA DE JULGAMENTO

Candidato: Engenheiro **LUCAS ANTÔNIO MORAIS OLIVEIRA.**

Título da tese: "Estudo do comportamento em serviço e na ruína de lajes mistas protendidas formadas por formas d aço incorporadas, concreto leve e monocordoalhas engraxadas".

Data da defesa: 11/07/2025.

Comissão Julgadora

Resultado

Profa. Associada Ana Lucia Homce de Cresce El Debs
(Orientadora)

(Escola de Engenharia de São Carlos/EESC-USP)

APROVADO

Prof. Associado Vladimir Guilherme Haach

(Escola de Engenharia de São Carlos/EESC-USP)

APROVADO

Prof. Dr. Hidelbrando José Farkat Diógenes

(Universidade Federal da Paraíba/UFPB)

APROVADO

Prof. Dr. Gerson Moacyr Sisnegas Alva

(Universidade Federal de Uberlândia/UFU)

APROVADO

Prof. Dr. Augusto Teixeira de Albuquerque

(Universidade Federal do Ceará/UFC)

APROVADO

Coordenador do Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil (Engenharia de Estruturas):

Prof Associado **Ricardo Carrazedo**

Presidente da Comissão de Pós-Graduação:

Prof. Titular **Carlos De Marqui Junior**

AGRADECIMENTOS

Agradeço a Deus pelo dom da vida, por sua proteção divina constante. Renovai a minha fé e esperança e guiai meus passos. Que Nossa Senhora Aparecida sempre me abençoe e guarde.

À minha esposa Eliane, pelo seu companheirismo, pelo seu amor e carinho. Obrigado pela sua atenção e carinho de cada dia, pela sua paciência e compreensão. Aos meus pais, Décio e Nilda, e meus irmãos Hugo e José Garibaldi. A Nina. As minhas afilhadas Livia, Alice e Helena. Um abraço aos meus avós que sempre me acompanharam: vô Zé e vó Alda, vô Garibaldi (*in memorian*) e vó Aparecida, meus tios(as), padrinhos e madrinhas, primos(as), aos meus sogros Nicanor e Edilma, compadres Aline e Lucas e aos avôs Sinésio e Joana. Difícil falar da importância de todos vocês em minha vida. A minha família, meu muito obrigado, de coração.

À minha orientadora, desde o mestrado, professora Dra. Ana Lúcia H. C. El Debs pela sua orientação, apoio, prontidão e compreensão ao longo de todos esses oito anos de SET/EESC/USP. Sempre serei grato pela ajuda, seja sobre a pesquisa ou nos assuntos pessoais. Com certeza, um exemplo para mim. Estendo um forte abraço ao amigo e professor Dr. Mounir Kalil El Debs e pela oportunidade da redação do capítulo sobre protensão, do seu livro de Pontes.

Aos técnicos do Laboratório de Estruturas prof. Dante Martinelli do Departamento de Estruturas: Amaury, Romeu, Fabiano, Mauri, Luiz Vareda e ao Jorge (*in memorian*), pelos auxílios nos ensaios e pela força e coragem durante e após as concretagens, além das amizades construídas e conversas descontraídas. Um agradecimento especial ao professor Dr. Maximiliano Malite, Chefe do Laboratório L.E., por sempre estar de portas abertas e as trocas de experiências.

Ao Departamento de Engenharia de Estruturas (SET), a Escola de Engenharia de São Carlos (EESC) e a Universidade de São Paulo, a todos os professores, técnicos e funcionários que de maneira direta e indireta contribuíram para realização deste trabalho.

Aos professores Dr. Vladimir e Dr. Daniel pelas contribuições no exame de qualificação.

Aos colegas de turma desde o mestrado e do doutorado, amigos do SET. Não posso deixar de agradecer a turma do futebol das sextas-feiras e a turma diária do bandeirão.

Pelas ajudas nas montagens dos pórticos, fôrmas, dos protótipos e das suas concretagens, em que não posso deixar de citar alguns nomes: Alex Dantas, Welington Hilário, Wanderson Ferreira, Danilo Pereira, Anchieta, Gabrielzinho, Ítalo, Deymer, Filipe e Felipe, Thiago Delfino, Herbert Medeiros, Humberto, Lucas Rosa, João Vitor Caldas, Mariana Rossi, Isabela Durci e ao Bruno Marques . A todos aqueles que ajudaram e não citei aqui, meu agradecimento especial.

Um agradecimento especial ao Eng. Ms. Bruno B. Marques pelo excelente auxílio prestado nos ensaios experimentais.

Ao pessoal da república Bruxas, que se findou uma era: Alex, Sérgio, Richard e Welington, pela convivência harmoniosa e local de repouso. Ao Bretas e a dona Júlia um enorme abraço a cada um de vocês.

Agradecimento a equipe técnica da empresa Rudloff, que desde o meu primeiro contato se colocaram a total disposição, fornecendo as cordoalhas e acessórios necessários, agradeço ao senhor Eduardo Toutin e senhora Mônica Toutin, ao engenheiro Douglas Brito e ao excelente profissional, Raimundo, que se deslocou até São Carlos para a realização da preparação e protensão das monocordoalhas engraxadas dos protótipos deste trabalho.

Agradecimento a Cinexpan Brasil, na pessoa de Icaro e Ilda Ferreira pela atenção prestada durante a aquisição e envio dos agregados de argila expandida para a produção do concreto leve. Agradecimento ao pessoal da Elkem (microsilica) e a Holcim (cimento CPV-ARI). Agradecimento à GCP, na pessoa de Danila Ferraz pelo fornecimento dos aditivos redutores de água utilizados na produção do concreto leve. Agradecimento ao pessoal da Udiaço São Carlos pela atenção e atendimentos ofertados.

Agradecimento a Excel Sensores, na pessoa de Fátima, pela presteza e cuidado com o envio dos extensômetros elétricos de resistência.

Agradecimento ao pessoal da Oficina Mecânica, na pessoa de Flávio, e ao Laboratório de Materiais (Campus 2), pelos trabalhos de confecção e ensaios das amostras da fôrma de aço.

Agradecimento em especial, ao apoio financeiro fornecido pela FAPESP – Número do processo FAPESP: 2019/03513-5 (Vigência: 01/11/2019 - 21/07/2022), pelo financiamento da pesquisa de doutorado concedida e pelos recursos de reserva técnica, sem os quais não tornaria viável a realização deste trabalho e dos ensaios experimentais realizados.

Agradeço pelo apoio da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES) – Financiamento 001, junto ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Estruturas (SET/EESC/USP).

A todos os professores, mestres e doutores que fazem ciência neste país.

Aos colegas Peritos Criminais, em especial a turma dos engenheiros (as) PC-03 e aos companheiros rotarianos, pelo apoio emocional na finalização deste trabalho.

A minha gratidão a todos e o amor reflexo na ciência.

*“A educação transforma,
a ciência revela,
a justiça guia”.*
O autor

*“Confie ao Senhor tudo o que faz, e
seus planos serão bem-sucedidos”.*
Provérbios 16-3

RESUMO

OLIVEIRA, L. A. M. **Comportamento em serviço e na ruína de lajes mistas protendidas formadas por fôrmas de aço incorporadas, concreto leve e monocordoalhas engraxadas.** 2025. 422 p. Tese (Doutorado em Ciências - Engenharia Civil (Engenharia de Estruturas)) – Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, 2025.

As lajes mistas protendidas são um novo tipo de sistema para pisos, destinado principalmente a edificações em estruturas de aço e mistas de aço e concreto que combina os benefícios da construção mista com a protensão. O sistema proposto combina a agilidade da construção mista com a possibilidade de vencer grandes vãos, inerente às estruturas protendidas. Uma investigação experimental foi realizada no entendimento dos mecanismos associados à condição em serviço, capacidade resistente e dos aspectos do projeto do sistema estrutural de lajes mistas protendidas constituídas de fôrma de aço incorporada e concreto leve, nas situações estáticas com e sem continuidade entre vãos adjacentes. A protensão foi do tipo pós-tração, com a utilização de monocordoalhas engraxadas e plastificadas. A proposta traz o uso do concreto leve ao sistema, na redução do peso próprio das lajes, em torno de 35%, potencializando sua capacidade estrutural. A combinação surge como uma proposta à solução estrutural aos pisos de edificações e dado a carência de estudos do comportamento do sistema, desenvolveram-se estudos experimentais e teóricos. Por meio da análise experimental, investigaram-se a resposta dos protótipos nas etapas do ato da protensão (deformações e perdas de protensão), condição em serviço (flechas) e comportamento sob ensaio de flexão até sua ruína (formação de rótulas plásticas). O estudo incluiu a avaliação da resposta dos materiais (fôrma de aço, armadura de protensão e concreto leve) e a contribuição da fôrma de aço e da protensão não-aderente na capacidade resistente do sistema, dos acréscimos das forças de protensão, considerando o concreto leve e os modos de rupturas por flexão associada ao cisalhamento longitudinal. Uma ampla revisão das hipóteses de cálculo foi apresentada, com a proposição de modelos analíticos de engenharia na previsão do comportamento em serviço e, sobretudo na capacidade última do sistema misto com protensão não-aderentes e concreto leve, cujos resultados foram representativos e de adequada acurácia nas previsões do comportamento estrutural. Ao final, por meio de modelos teóricos baseados nos princípios dos trabalhos virtuais e dos mecanismos plásticos, amparados pelos resultados experimentais, foram avaliados os modelos mecânicos na representação da resposta estática estrutural e o comportamento dos sistemas com continuidade e o desenvolvimento de análises paramétricas, com a proposição de orientações do comportamento e cuidados ao projeto estrutural do sistema em estudo.

Palavras-chave: Estruturas mistas de aço e concreto. Concreto leve estrutural. Protensão não-aderente. Cisalhamento longitudinal. Flexão positiva e negativa. Hiperestático estrutural.

ABSTRACT

OLIVEIRA, L. A. M. **Serviceability and Ultimate behaviour of unbonded post-tensioned composite slabs using steel decking and lightweight concrete.** 2025. 422 p. Thesis (PhD. in Civil Engineering (Structures)) – School of Engineering of São Carlos, University of São Paulo, São Carlos, 2025.

Unbonded post-tensioning composite slabs represent a novel floor system primarily intended for buildings with steel and composite steel-concrete structures. The proposed system combines the construction speed of composite structures with the large span capabilities inherent in post-tensioned structures. An experimental investigation was conducted to understand the mechanisms associated with the load-bearing capacity and design aspects of the structural system under static loading conditions, with and without continuity between adjacent spans. The slabs are composed of trapezoidal profiled steel decking, lightweight concrete, and greased and sheathed monostrands. Unbonded post-tensioning was employed. The proposal introduces a reduction in the self-weight of the slabs, approximately 35%, by using lightweight concrete using expanded clay, thereby enhancing its structural capacity. This combination emerges as a potential structural solution for building floors. Due to the scarcity of studies on the system's behavior, experimental and theoretical investigations were developed. The experimental analysis investigate the response of structural system during the post-tensioning stages (deformations and prestress losses), under service loads (deflections), and the four-point bending test until failure tests (formation of plastic hinges). The study includes the evaluation of the materials responses (profiled steel decking, post-tensioning tendons and lightweight concrete) and the contribution of the steel decking and unbonded post-tensioning to the system's load-bearing capacity, considering lightweight concrete and flexural failure modes associated with longitudinal shear behavior. A comprehensive review of the calculation assumptions for the systems was presented. Proposals for analytical models are presented for the ultimate capacity of the unbonded post-tensioning composite slab system with lightweight concrete, with satisfactory results in predicting the structural behavior. Finally, through design models based on the principle of virtual work and plastic mechanisms, the adequacy of the responses in representing the composite structural behavior of simply supported and continuous systems was verified, supported by the experimental results. Parametric analyses were developed, leading to guidelines on the behavior and considerations for the structural design.

Keywords: Steel-concrete composite structures. Lightweight concrete. Unbonded post-tensioning. Longitudinal shear. Sagging bending moment and hogging bending moment. Hyperstatic structures.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1.1 - Combinação dos sistemas de lajes mistas e protensão não-aderente: sistemas isolados	34
Figura 2.1 – Abrangência e delineamento dos assuntos envolvidos da tese	49
Figura 2.2 – Ensaio das lajes mistas protendidas aderentes de Ranzi <i>et al.</i> (2013b)	52
Figura 2.3 – Modos de ruína do sistema de laje mistas contínuas protendidas.....	52
Figura 2.4 – Aplicação de protensão em sistemas de pisos em lajes mistas com continuidade	59
Figura 2.5 – Sistema de pós- tração aderente e não-aderente.....	66
Figura 2.6 – Ações de avaliação estrutural da laje mista protendida	71
Figura 2.7 – Regiões de plastificação das peças com continuidade e simplesmente apoiadas	73
Figura 2.8 – Uso de conectores de cisalhamento nas lajes mistas.....	74
Figura 3.1 – Comportamento uniaxial típico do concreto à tração e compressão.....	78
Figura 3.2 – Curvas típicas de tensão × deformação de concretos na compressão	79
Figura 3.3 - Modelo 3D e corte do comportamento do concreto ao longo do tempo	80
Figura 3.4 – Curva típica carregamento × deformação de uma peça protendida	81
Figura 3.5 – Distribuição de tensões em função do aumento dos carregamentos	83
Figura 3.6 – Inércia efetiva das seções da laje com continuidade com ocorrência da fissuração	84
Figura 3.7 – Diferença da secagem da umidade interna do concreto nas lajes convencional e nas lajes mistas com fôrma de aço incorporada.....	90
Figura 3.8 – Perfil de secagem do concreto com medição da umidade interna,	90
Figura 3.9 – Perfil de retração não-uniforme nas lajes mistas.....	91
Figura 3.10 – Perfil de retração admitido para seção da laje mista	94
Figura 3.11 – Seção de peça típica com protensão excêntrica	95
Figura 3.12 – Traçado típico das armaduras de protensão	96

Figura 3.13 – Distribuição do carregamento de protensão com cabo curvo	97
Figura 3.14 – Cabo discretizado em segmentos e ações equivalentes no eixo centroidal.....	99
Figura 3.15 – Forças de protensão ao longo da vida útil da peça.....	103
Figura 3.16 – Curva de tensão deformação média típica das armaduras e protensão (CP190)	104
Figura 3.17 – Contribuição e relação de cada parcela das perdas de protensão nas perdas totais.	106
Figura 3.18 – Histórico da força de protensão em cabos com pós-tração	107
Figura 4.1 – Diagrama de cálculo do método da interação parcial	119
Figura 4.2 – Método de verificação da segurança estrutural	120
Figura 4.3 – Forças desenvolvidas nos conectores de cisalhamento	121
Figura 4.4 – Ancoragem laje-viga com conectores de cisalhamento nas lajes mistas	122
Figura 4.5 – Seções críticas	123
Figura 4.6 – Diagrama de tensões para momento positivo - com linha neutra plástica acima da fôrma de aço	124
Figura 4.7 – Diagrama de tensões para momento positivo - com linha neutra plástica na fôrma de aço.....	124
Figura 4.8 – Diagrama de tensões para momento negativo.....	127
Figura 4.9 – Método m-k na avaliação da resistência ao cisalhamento longitudinal	128
Figura 4.10 – Diagrama de corpo livre no vão de cisalhamento e distribuição das forças internas para lajes mistas convencionais	129
Figura 4.11 – Hipóteses do modelo para capacidade ruína da Laje mista protendida	132
Figura 4.12 – Diagrama de deformações em uma seção para armaduras ativas aderentes e não- aderentes e diagrama de tensões e resultantes de forças	133
Figura 4.13 – Estágios típicos da relação momento $\times$ curvatura da seção crítica	136
Figura 4.14 – Variação de tensão para armadura ativas aderentes e não aderentes	137
Figura 4.15 – Zona comprimida do concreto: bloco de compressão equivalente	145
Figura 4.16 – Coeficientes do bloco de compressão equivalente.....	147

Figura 4.17 – Análise estrutural de uma laje mista com continuidade.....	149
Figura 4.18 – Definição de vão equivalente ao na avaliação do cisalhamento longitudinal para lajes mistas convencionais.....	150
Figura 4.19 – Laje com protensão não aderente com continuidade	151
Figura 4.20 – Mecanismos de colapso das lajes mistas com continuidade	153
Figura 4.21 - Diagramas de momento fletor devido carregamento externos e devido ao hiperestático de protensão	154
Figura 4.22 – Distribuição de deformações e tensões na seção da laje mistas e concreto	156
Figura 4.23 – Relação entre M_{PSC} e N_{PSC}	157
Figura 4.24 - Simplificações nos modelos normativos superadas na nova abordagem	158
Figura 4.25 – Diagrama de interação na determinação do grau de interação e a resistência ao cisalhamento longitudinal na interface	159
Figura 4.26 – Equilíbrio da seção mista na presença de armadura de protensão	160
Figura 4.27 – Ruína ao cisalhamento longitudinal de laje com continuidade e equilíbrio de forças	161
Figura 5.1 – Detalhes da geometria e disposição das armaduras nas vigas de Yang <i>et al.</i> (2013a)	164
Figura 5.2 – Detalhes da geometria das vigas e arranjo das armaduras de Yang e Mun (2013)	168
Figura 5.3 – Detalhes e geometria e arranjo das armaduras das lajes com protensão não-aderentes	170
Figura 5.4 – Perfil da fôrma de aço incorporada do tipo trapezoidal MF75	179
Figura 5.5 – Esquema de ensaio dos protótipos das lajes mistas	180
Figura 5.6 – Lajes mistas MF75 ensaiados por Melo (1999)	182
Figura 5.7 - Equação da reta m-k dos protótipos das lajes com fôrma de aço MF75 (#0,80 mm)	183
Figura 5.8 - Equação da reta m-k dos protótipos das lajes com fôrma de aço MF75 (#1,25 mm)	183
Figura 5.9 – Dispersão dos valores da tensão última de cisalhamento nas lajes mistas, plotadas em função do vão de cisalhamento e altura útil.....	186

Figura 5.10 – Esquema de ensaio dos protótipos das lajes mistas com protensão aderente ..	188
Figura 5.11 – Esquema de ensaio dos protótipos das lajes mistas com protensão aderente ..	188
Figura 5.12 – Seção transversal típicas das lajes mistas protendidas.....	189
Figura 5.13 – Ensaio de avaliação da capacidade última das lajes mistas protendidas (aderentes)	190
Figura 5.14 – Curva típica de momento fletor $\times$ flechas e deslizamentos relativos nas extremidades (Laje S2).....	190
Figura 6.1 – Estudo inicial de dosagem do concreto leve	199
Figura 6.2 – Perfil da fôrma de aço incorporada do tipo trapezoidal MF75	201
Figura 6.3 – Esquema da seção de uma monocordoalha engraxada com sete fios	202
Figura 6.4 – Esquema de ensaio dos protótipos das lajes mistas	204
Figura 6.5 – Esquema de ensaio da laje mista (não protendida) com continuidade.....	205
Figura 6.6 – Ensaio de avaliação do comportamento no ato da protensão	206
Figura 6.7 – Sistema de ancoragem e medição da força instalada nas monocordoalhas usados nas lajes, baseado no trabalho de Melges (2001)	207
Figura 6.8 – Geometria e esquema de ensaio da laje mista com protensão não-aderente na condição simplesmente apoiada	208
Figura 6.9 – Seção transversal dos protótipos LMP seção meio do vão (medidas em mm). .	208
Figura 6.10 – Seção transversal e vista lateral dos protótipos LMP junto às zonas de ancoragem (medidas em mm)	208
Figura 6.11 - Geometria e esquema de ensaio da laje mista com continuidade (simetria)	209
Figura 6.12 – Seções transversais do protótipo proposto (medidas em mm).....	209
Figura 6.13 – Esquema estático do ensaio de avaliação da capacidade estrutural da laje mista simplesmente apoiada com vão de cisalhamento referência de $L/4$	210
Figura 6.14 – Esquema estático do ensaio de avaliação da capacidade estrutural da laje mista com continuidade sobre apoio intermediário (vão 01 / simetria)	211
Figura 6.15 – Seção transversal típica das seções das lajes mistas com esquema de extensometria utilizada na medição das deformações	211
Figura 6.16 – Preparação do concreto e concretagem dos protótipos	213

Figura 6.17 – Concretagem da laje mista (não-protendida) com continuidade LMc-03.....	215
Figura 6.18 – Traçado adotado das monocordoalhas das lajes mistas protendidas LMP-01 e LMP-02 simplesmente apoiadas (medidas em mm).....	217
Figura 6.19 – Traçado adotado das monocordoalhas da laje mista com continuidade LMPc-03 (medidas em mm)	218
Figura 6.20 – Montagem das monocordoalhas engraxadas: a) colocação das cordoalhas nas lajes simplesmente apoiadas e b) na laje com continuidade; c) e d) traçado curvo na laje LMP-01; e) e f) traçado curvo na laje com continuidade LMPc-03	219
Figura 6.21 – Esquema geral de montagem do traçado e do sistema de ancoragens e com armaduras de fretagem utilizadas nas lajes mistas protendidas.....	220
Figura 6.22 – Detalhe para armaduras de fretagem adotadas na região das zonas de ancoragem das lajes mistas protendidas.....	221
Figura 6.23 – Detalhe para a região do apoio intermediário da laje mista protendida com continuidade (LMPc-03)	222
Figura 6.24 – Concretagem do protótipo da laje mistas protendida com continuidade	223
Figura 6.25 – Concretagem e acabamento dos dois protótipos das lajes mistas protendidas simplesmente apoiadas	223
Figura 6.26 - Condição de acabamento superficial e cura úmida dos protótipos com recobrimento da superfície com lonas plásticas	224
Figura 6.27 – Abatimento de tronco de cone do concreto leve produzido.....	225
Figura 7.1 - Curva tensão × deformação do ensaio de compressão nas idades de 07 e 28 dias	229
Figura 7.2 – Ensaio de avaliação da resistência a tração do concreto leve: tração na flexão de prismas com ensaio de flexão por três pontos 3P (a) e quatro pontos 4P (b), corpo de prova prismático com entalhe de 25 mm e visualização da distribuição geral dos agregados e pasta (c), ensaio de tração por compressão diametral em corpos de provas cilíndricos (d) e, respectiva visualização da distribuição dos agregados (e) e pasta.....	231
Figura 7.3 - Corpos de provas submetido aos ensaios de a) fluência e b) retração	233
Figura 7.4 - Temperatura e umidade relativa do ar médias diárias	233
Figura 7.5 - Resultados experimentais do ensaio de fluência do corpo de prova cilíndrico sob carga de compressão.....	234
Figura 7.6 - Valores dos coeficientes de fluência $\varphi_{cr}(t, t_0)$ experimental e estimativas pelos modelos normativos e da literatura técnica	235

Figura 7.7 - Valores da retração do concreto $\varepsilon_{sh}(t, t_s)$ experimental e estimativas pelos modelos normativos e da literatura técnica.....	236
Figura 7.8 - Curva experimental tensão $\times$ deformação do ensaio de caracterização da fôrma de aço incorporada	237
Figura 7.9 - Curvas carga (kN) $\times$ deformação específica em duas amostras de monocordoalhas CP190RB ϕ 12,7mm.....	238
Figura 7.10 - Curva experimental tensão $\times$ deformação das armaduras ϕ 10 mm (CA-50) ...	240
Figura 8.1 - Instrumentação e seções transversais analisadas	242
Figura 8.2 - Posição dos extensômetros (E) na seção transversal	242
Figura 8.3 - Protótipo de laje mistas usando concreto leve LM-1 com vão livre de 1.800 mm	242
Figura 8.4 - Protótipo de laje mistas usando concreto leve LM-2 com vão de 2.800 mm	243
Figura 8.5 – Curva experimental Força aplicada $\times$ Deslocamentos verticais (flechas) dos protótipos das lajes mistas simplesmente apoiadas	243
Figura 8.6 - Curva Força $\times$ Deslizamentos relativos de extremidades: a) LM-01 e b) LM-02	244
Figura 8.7 - Deslizamentos relativos de extremidade entre aço e concreto	245
Figura 8.8 - Fissura típica sob ponto de aplicação do carregamento: a) LM-01 e b) LM-02	245
Figura 8.9 - Separação vertical entre aço e concreto no vão de cisalhamento observado nas extremidades	246
Figura 8.10 - Ondulações na parte comprimida da fôrma de aço no final do ensaio	246
Figura 8.11 - Curvas de distribuição de deformações específicas do protótipo nas seções indicadas dos protótipos: a) LM-02 e B) LM-02 – seção S1, S2 e S3, respectivamente	247
Figura 8.12 – Dados experimentais da literatura com fôrma de aço incorporada e dados experimentais dos protótipos LM-01 e LM-02 nos parâmetros do método da reta m-k.....	249
Figura 8.13 - Dados experimentais da literatura com fôrma de aço MF75 e dados experimentais dos protótipos LM-01 e LM-02 para resistência média última da interface τ_m pelo método da interação parcial considerando e separando a parcela de atrito	250
Figura 8.14 – Comparação dos valores normativos e parâmetro α na relação $M_{PSC} \times N_{PSC}$..	251
Figura 8.15 – Comparação dos valores normativos e parâmetro α na relação $M_{pr} \times N_{PSC}$	251

Figura 8.16 – Esquema de ensaio com indicação da instrumentação e das seções transversais analisadas na laje mista com continuidade LMc-03.....	252
Figura 8.17 - Curva força × deslocamento vertical do meio de vão do protótipo LMc-03 comparativamente com protótipos simplesmente apoiados	253
Figura 8.18 - Curva Força aplicada no vão × deslizamentos relativos de extremidades do protótipo com continuidade LMc-03.....	253
Figura 8.19 – Visão geral do protótipo de laje mistas usando concreto leve LMc-03 com continuidade entre dois vão adjacentes com vãos de 2×2.800 mm.....	254
Figura 8.20 - Fissura típica sob ponto de aplicação do carregamento junto ao ponto de carregamento nos quartos de vão externos	255
Figura 8.21 - Deslizamentos relativos de extremidade entre aço e concreto	255
Figura 8.22 - Curva Força × deslocamento vertical dos quartos de vão externos de LMc-03	255
Figura 8.23 - Curva de distribuição de deformações específicas das armaduras negativas do protótipo LMc-3 (S4) sobre apoio intermediário	256
Figura 8.24 - Detalhe da região sobre do apoio central e região do quarto de vão interno	256
Figura 8.25 - Curvas de distribuição das deformações específicas da fôrma de aço do protótipo LMc-03 nas seções junto ao apoio central	257
Figura 8.26 - Curvas de distribuição de deformações específicas do protótipo LMc-03 nas seções do vão 01 (esquerda) e do vão 02 (direita): quarto de vão externo, meio de vão e quarto de vão interno, respectivamente	258
Figura 8.27 - Valores experimentais das reações de apoio de extremidade e central a partir das células de carga e valores teóricos em função da carga aplicada no vão	260
Figura 8.28 - Valores dos momentos fletores experimentais e teóricos para seções de máximo momento fletor positivo e negativo para LMc-03 em função da carga aplicada no vão.....	260
Figura 8.29 - Diagramas de momento fletor (M) e de força cortante (V) de LMc-03 sob ação da carga última e sob peso próprio.....	261
Figura 8.30 - Diagrama de momento fletor e força cortante (V) de LMc-03 sob peso próprio	261
Figura 8.31 – Esquema geral da distribuição de momentos fletores no protótipo no vão externo com continuidade entre vãos adjacentes.....	263
Figura 8.32 – Seções respectivas de formação dos mecanismos das rótulas plásticas e cálculo da carga última para o sistema com continuidade	263

Figura 9.1 - Esquema de apoios dos protótipos e estiramento dos cabos.....	266
Figura 9.2 - Detalhe para montagem do sistema de ancoragens: chapa e bloco metálicos para distribuir a força de protensão no concreto, célula de carga, porta cunhas e cunhas tripartidas	266
Figura 9.3 – Aplicação da protensão nos protótipos LMPC-01/LMP-02 e LMPc-03	267
Figura 9.4 – Detalhe da ancoragem passiva	268
Figura 9.5 - Forças nas cordoalhas aplicadas durante a protensão junto aos protótipos	269
Figura 9.6 - Avaliação das forças de protensão dos três protótipos ao longo do tempo	271
Figura 9.7 - Diferença entre força de protensão medidas entre as extremidades: a) LMP-01, b) LMP-02 e c) LMPc-03	272
Figura 9.8 - Resposta dos encurtamentos do concreto medido junto às extremidades dos protótipos durante ato de protensão.....	273
Figura 9.9 - Resposta dos deslocamentos verticais dos protótipos durante ato de protensão	274
Figura 9.10 - Evolução dos deslocamentos verticais no meio de vão	275
Figura 9.11 - Deformações específicas do protótipo LMP-01 durante ato de protensão nas seções junto aos apoios S1 e S7.....	277
Figura 9.12 – Deformações específicas dos protótipos durante ato de protensão na seção do meio do vão (S4)	278
Figura 9.13 – Resumo geral das deformações específicas das seções dos protótipos ao final da aplicação da protensão.....	279
Figura 9.14 – Seções transversais junto aos apoios externos, junto a seção de maior excentricidade e junto ao apoio interno nas lajes mistas com continuidade, que definem traçado das monocordoalhas, com relação ao centro de gravidade da seção homogeneizada.....	281
Figura 9.15 – Diagrama de corpo livre das cargas equivalentes devidas a protensão e respectivos diagramas de força normal (N), força cortante (V), momento fletor (M) e linha elástica (L.E) do protótipo LMP-02.....	284
Figura 9.16 – Diagrama de corpo livre do protótipo LMP-02 sob atuação do seu peso próprio e respectivos diagramas de força normal (N), força cortante (V), momento fletor (M) e linha elástica	284
Figura 9.17 – Estimativas do momento de fissuração para borda inferior do protótipo LMP-02	285
Figura 9.18 – Tensões nas bordas inferior do protótipo LMP-02 sob a atuação da protensão e peso próprio	285

Figura 9.19 – Tensões nas bordas superior do protótipo LMP-02 sob a atuação da protensão e peso próprio	285
Figura 9.20 – Comparação entre deformações experimentais e estimativas analíticas da resposta imediata da protensão e peso próprio na LMP-01 e LMP-02.....	286
Figura 9.21 – Diagrama de corpo livre das cargas equivalentes devidas a protensão e respectivos diagramas de força normal (N), força cortante (V), momento fletor (M) e linha elástica (L.E) do protótipo LMPc-03	288
Figura 9.22 – Diagrama de corpo livre (DCL) das cargas equivalentes devidas a protensão e respectivos diagramas de força normal (N), força cortante (V), momento fletor (M) e linha elástica (L.E.) do protótipo LMPc-03.....	288
Figura 9.23 – Diagrama de corpo livre (DCL) das cargas equivalentes devidas a protensão e peso próprio para vão de simetria do protótipo LMPc-03 e respectivos diagramas de momento fletor (M) isostáticos e hiperestáticos de protensão e devido ao peso próprio	289
Figura 9.24 – Estimativas do momento de fissuração para bordas superior e inferior do protótipo LMPc-03.....	290
Figura 9.25 – Tensões nas bordas superior da laje com continuidade (Vão 01)	291
Figura 9.26 – Tensões nas bordas inferior da laje com continuidade (Vão 01)	291
Figura 9.27 – Comparação entre as deformações experimentais e estimativas analíticas da resposta imediata da aplicação da protensão e atuação do peso próprio na LMPc-03.....	292
Figura 9.28 – Previsão do coeficiente de relaxação para monocordoalhas CP-190-RB@12,7 EP	294
Figura 9.29 – Previsão do coeficiente de fluência para concreto leve com referência ao concreto normal.....	294
Figura 9.30 – Previsão da retração do concreto leve com referência ao concreto de peso normal	294
Figura 10.1 - Esquema de ensaio [1] da LMP-01 com carga central distanciadas em L/10 e vão de cisalhamento de 2.520 mm	301
Figura 10.2 - Esquema de ensaio [2] da LMP-01 com vão de cisalhamento de 1.000 mm ...	301
Figura 10.3 - Protótipo de laje mistas protendida LMP-01 no ensaio de flexão [1]	302
Figura 10.4 - Protótipo de laje mistas protendida LMP-01 no ensaio de flexão [2]	302
Figura 10.5 - Curvas Força × Deslocamento do meio de vão (flecha) da LMP-01	303
Figura 10.6 - Curvas de distribuição de deformações específicas do protótipo LMP-01 nas seções S1 (junto ao apoio), S2, S3, S4 (meio do vão), S5 e S6.....	304

Figura 10.7 - Curva Força aplicada × acréscimos de força nas cordoalhas da LMP-01	305
Figura 10.8 - Curva Força aplicada × Deslizamentos relativos de extremidades entre fôrma de aço e o concreto no protótipo LMP-01	306
Figura 10.9 – Panorama geral da fissuração concentrado na região do meio do vão da LMP-01 ensaio [1]	307
Figura 10.10 – Fissuras típica sob ponto de aplicação de carga na LMP-01 ensaio [2]	308
Figura 10.11 – Deslizamentos relativos de extremidade entre aço e concreto na LMP-01 [2]	308
Figura 10.12 – Protótipo experimental da laje mistas protendida LMP-02 junto ao pórtico 01 no ensaio de flexão a quatro pontos	309
Figura 10.13 - Esquema de ensaio da LMP-02 (referência) com carga aplicada no vão de cisalhamento de $L/4=1.400$ mm	310
Figura 10.14 - Curvas Força × Deslocamento do meio de vão (flecha) da LMP-02	310
Figura 10.15 - Curva de deformações específicas da LMP-02 na seção S4 (meio do vão) durante ensaio de flexão	311
Figura 10.16 - Curva Força aplicada × acréscimos de força nas cordoalhas da LMP-02	312
Figura 10.17 - Curva Força aplicada × Deslizamentos relativos de extremidades entre fôrma de aço e o concreto no protótipo LMP-02	313
Figura 10.18 - Curvas de distribuição de deformações específicas do protótipo LMP-02 nas seções S1 e S7 (junto ao apoio), S2 e S6, S3 e S5	314
Figura 10.19 – Protótipo LMP-02 durante ensaio de flexão: panorama de fissuração e fissura principal sob ponto de aplicação da carga	315
Figura 10.20 - Visão geral do protótipo de laje mistas protendida com continuidade LMPc-03	316
Figura 10.21 - Esquema de ensaio da LMPc-03 com cargas aplicadas no vão de cisalhamento de $L/4=1.400$ mm	317
Figura 10.22 – Carregamento final com controle de deslocamento dos cursos dos atuadores servo-hidráulicos e suas respectivas reações de apoio na LMPc-03	318
Figura 10.23 – Sistema de distribuição de carregamentos composto por dois pórticos de reação com seus respectivos atuadores servo-hidráulicos controlados.....	318
Figura 10.24 - Curvas Força × Deslocamento do meio de vão (flecha) da LMPc-03.....	319

Figura 10.25 - Curva Força aplicada $\times$ acréscimos de força nas monocordalhas da LMPc-03	320
Figura 10.26 - Detalhes da região sobre o apoio central com fissuração (borda superior) e esmagamento do concreto (borda inferior).....	321
Figura 10.27 - Curva de distribuição de deformações específicas das armaduras negativas e da fôrma de aço do protótipo LMc-03 na seção (S7) junto ao apoio central	322
Figura 10.28 - Fissura típica sob ponto de aplicação do carregamento junto ao ponto de carregamento nos quartos de vão externos (vão 01 - esquerda e vão 02 - direita).....	323
Figura 10.29 - Curva Força aplicada $\times$ Deslizamentos relativos de extremidades entre fôrma de aço e o concreto no protótipo LMPc-03	324
Figura 10.30 - Curvas de distribuição de deformações específicas do protótipo LMPc-03 nas seções S1 e S13 (junto ao apoio), S2 e S12, S3 e S11	325
Figura 10.31 - Curvas de distribuição de deformações específicas do protótipo LMPc-03 nas seções S4 e S10 (seção do meio do vão), S5 e S19, S6 e S8.....	326
Figura 10.32 – Protótipo da LMPc-03 ao final do ensaio de flexão.....	327
Figura 10.33 - Valores experimentais das reações de apoio de extremidade e central a partir das células de carga e valores teóricos em função da carga média aplicada no vão.....	329
Figura 10.34 - Valores dos momentos fletores experimentais e teóricos para seções de máximo momento fletor positivo e negativo para LMc-03 em função da carga aplicada no vão.....	329
Figura 10.35 - Comparativo entre os resultados experimentais dos protótipos: relação entre força aplicada no vão e os deslocamento no meio do vão	330
Figura 10.36 - Comparativo entre resultados experimentais dos protótipos: relação entre força aplicada no vão e os acréscimos das forças de protensão.....	331
Figura 10.37 - Comparativo entre resultados experimentais dos protótipos: relação entre flechas e os acréscimos das forças de protensão.....	332
Figura 10.38 - Análise elástica dos momentos fletores devido a aplicação do carregamento	342
Figura 10.39 – Capacidade última das seções críticas.....	343
Figura 10.40 – Diagramas de momento fletor (M) da LMPc-03 sob ação da carga teórica que promoveu a plastificação da seção junto ao apoio intermediário	344
Figura 10.41 – Diagramas de momento fletor (M) da LMPc-03 sob ação da carga teórica que promoveu a plastificação da seção junto ao apoio intermediário	345
Figura 10.42 - Análise paramétrica: altura da laje, tensão última de cisalhamento – em função da altura útil/espessura total da laje	347

Figura 10.43 – Análise paramétrica: altura da laje, altura útil, número de cabos e resistência do concreto	347
Figura 10.44 - Análise paramétrica: número de monocordoalhas, presença de conectores de cisalhamento na nervura, altura da laje – em função da altura útil	349
Figura 10.45 - Comparativo da contribuição na fôrma de aço e da armadura ativa no momento último da seção	350

LISTA DE TABELAS

Tabela 2.1 – Resumo de importantes trabalhos reunidos e relacionados ao tema.....	55
Tabela 2.2 – Principais contribuições destacadas (continua)	56
Tabela 2.3 – Principais contribuições destacadas (continua)	57
Tabela 2.4 – Principais contribuições destacadas.....	58
Tabela 3.1 – Carregamentos equivalentes para traçados de cabos curvos	97
Tabela 3.2 – Estados limites das peças protendidas em serviço.....	100
Tabela 3.3 – Limites usuais de tensão no concreto de densidade normal (convencional)	101
Tabela 3.4 – Valores limites da força de protensão (cordoalhas engraxadas).....	103
Tabela 3.5 – Estágios de avaliação das perdas de protensão na pós-tração	106
Tabela 3.6 – Modelos simplificados de avaliação das perdas progressivas	112
Tabela 3.7 – Valores de ψ_{1000} para cordoalhas (RB), segundo ABNT NBR 6118:2023.....	114
Tabela 4.1 – Equações de códigos normativos na estimativa da tensão última (armaduras não aderentes).....	140
Tabela 4.2 – Estimativa do acréscimo de tensões pelos métodos escolhidos da literatura	142
Tabela 5.1 – Propriedades das armaduras do ensaio de Yang <i>et al.</i> (2013a)	165
Tabela 5.2 – Detalhes dos protótipos ensaiados e resultados experimentais.....	165
Tabela 5.3 – Comparação entre resultados experimentais e analíticos para o momento de fissuração.....	167
Tabela 5.4 - Comparação entre resultados experimentais e analíticos para o momento último	167
Tabela 5.5 – Detalhes dos protótipos ensaiados e resultados experimentais de Yang e Mun (2013)	169
Tabela 5.6 – Propriedades das armaduras dispostas do ensaio de Yang <i>et al.</i> (2013b)	169
Tabela 5.7 – Detalhes dos protótipos e resultados experimentais de Yang <i>et al.</i> (2013b).....	171

Tabela 5.8 - Comparação entre resultados experimentais e analíticos para o momento de fissuração.....	172
Tabela 5.9 - Comparação entre resultados experimentais e analíticos para o acréscimo de tensão na armadura de protensão Δf_{pu}	174
Tabela 5.10 - Comparação entre resultados experimentais e analíticos para a tensão última na armadura de protensão.....	176
Tabela 5.11 - Comparação entre resultados experimentais e analíticos para o momento último	177
Tabela 5.12 – Dimensões e propriedades geométricas da fôrma de aço MF75 (largura unitária)	178
Tabela 5.13 – Propriedades mecânicas da chapa utilizada na fabricação da fôrma de aço MF75	180
Tabela 5.14 – Dados geométricos e resultados das lajes mistas com MF75 (#0,80 mm)	181
Tabela 5.15 – Dados geométricos e resultados das lajes mistas com MF75 (#1,25 mm)	181
Tabela 5.16 – Previsões analíticas da ruína pelo cisalhamento longitudinal pelos métodos m-k e método da interação parcial (PSC) para lajes mistas MF75	185
Tabela 5.17 – Dimensões e propriedades geométricas da fôrma de aço HP 55 dos protótipos	189
Tabela 5.18 – Propriedades mecânicas da fôrma de aço e do aço de protensão	189
Tabela 5.19 – Detalhes dos protótipos ensaiados e resultados experimentais das lajes mistas protendidas (aderentes).....	191
Tabela 5.20 - Previsões analíticas da capacidade última das lajes mistas com protensão aderente	192
Tabela 6.1 - Composição traço do concreto leve.....	200
Tabela 6.2 – Dimensões e propriedades geométricas por unidade da fôrma de aço MF75 ...	201
Tabela 6.3 – Características típicas das principais monocordoalhas engraxadas com sete (7) fios	202
Tabela 6.4 - Dimensões dos protótipos das lajes mistas (LM).....	204
Tabela 6.5 - Dimensões dos protótipos das lajes mistas protendidas (LMP).....	209
Tabela 6.6 – Resumo geral das datas e idades correspondentes do ato de protensão e do ensaio a flexão na avaliação da ruína dos protótipos.....	226

Tabela 6.7 – Resumo geral das propriedades da seção transversais dos materiais constituintes das lajes mistas protendidas.....	226
Tabela 7.1 - Resultados dos testes de caracterização mecânica do concreto leve.....	228
Tabela 7.2 – Resumo dos resultados dos corpos de prova na avaliação do modulo de elasticidade e da resistência.....	228
Tabela 7.3 - Valores da caracterização da resistência a tração por compressão diametral e tração na flexão por três pontos (3P) e quatro pontos (4P)	230
Tabela 7.4 - Caracterização mecânicas da força de aço incorporada MF-75.....	237
Tabela 7.5 - Especificação da cordoalha engraxadas e plastificadas para protensão	238
Tabela 7.6 – Caracterização geométrica e mecânica das armaduras passivas.....	240
Tabela 8.1 - Resultados experimentais dos protótipos das lajes mistas usando concreto leve na condição simplesmente apoiadas.....	248
Tabela 8.2 - Resultados experimentais dos protótipos das lajes mistas usando concreto leve na condição simplesmente apoiadas e com continuidade (por vão).....	259
Tabela 8.3 - Resultados experimentais dos protótipos das lajes mistas usando concreto leve na condição simplesmente apoiadas e com continuidade (por vão) versus previsões analíticas da capacidade última das seções transversais (ruína).....	262
Tabela 9.1 – Resumo das forças de protensão aplicadas e perda imediata devido a ancoragem	270
Tabela 9.2 – Resumo da força de protensão efetiva e na idade final e respectiva perda progressiva na idade de interesse.....	271
Tabela 9.3 – Resumo dos encurtamentos dos protótipos e contraflechas ao final da protensão	275
Tabela 9.4 – Resumo geral das propriedades da seção homogeneizada	281
Tabela 9.5 - Resumo das perdas imediatas de protensão	282
Tabela 9.6 – Resumo dos valores estimados para efeitos diferidos no tempo do concreto leve com referência ao concreto de peso normal para idade do concreto de 84 dias e $t_0 = 24$ dias	294
Tabela 9.7 – Estimativas das perdas de protensão até idade avaliada.....	296
Tabela 9.8 – Estimativas das flechas junto ao meio de vão do protótipo LMP-02	297
Tabela 9.9 – Estimativas das flechas junto ao meio de vão do protótipo com continuidade LMPc-03.....	297

Tabela 10.1 - Dimensões dos protótipos das lajes mistas protendidas (LMP).....	300
Tabela 10.2 - Resultados experimentais das cargas aplicadas de interesse nos protótipos das lajes mistas protendidas	328
Tabela 10.3 - Resultados experimentais dos acréscimos das forças de protensão dos protótipos das lajes mistas protendidas.....	331
Tabela 10.4 - Resultados experimentais e estimativas teóricas dos acréscimos das forças das armaduras ativas dos protótipos das lajes mistas protendidas na ruína.....	333
Tabela 10.5 - Relação entre os resultados experimentais e das estimativas teóricas dos acréscimos das forças das armaduras ativas dos protótipos das lajes mistas protendidas na ruína.	333
Tabela 10.6 - Resultados experimentais e estimativas teóricas das forças totais das armaduras ativas dos protótipos das lajes mistas protendidas na ruína.....	334
Tabela 10.7 - Relação entre os resultados experimentais e das estimativas teóricas dos acréscimos das forças das armaduras ativas dos protótipos das lajes mistas protendidas na ruína	334
Tabela 10.8 - Resultados experimentais e estimativas teóricas da capacidade última das seções críticas dos protótipos das lajes mistas protendidas	336
Tabela 10.9 - Relação entre estimativas dos resultados experimentais e estimativas teóricas da capacidade última das seções críticas dos protótipos das lajes mistas protendidas	336
Tabela A.1 – Coeficientes α em função do tipo de cimento	377

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	33
1.1	<i>Contexto e motivação</i>	<i>33</i>
1.2	<i>Justificativa.....</i>	<i>35</i>
1.3	<i>Objetivos.....</i>	<i>37</i>
1.4	<i>Metodologia da pesquisa.....</i>	<i>38</i>
1.5	<i>Proposta do sistema estrutural.....</i>	<i>40</i>
1.6	<i>Originalidade</i>	<i>44</i>
1.7	<i>Estrutura da Tese</i>	<i>45</i>
2	ESTADO DA ARTE.....	49
2.1	<i>Definições e breve contexto histórico das lajes mistas protendidas</i>	<i>50</i>
2.2	<i>Pisos em lajes mistas de aço e concreto.....</i>	<i>61</i>
2.3	<i>Protensão e concretos leves</i>	<i>65</i>
2.4	<i>Sistema estrutural com continuidade entre vãos adjacentes.....</i>	<i>70</i>
2.5	<i>Simulações numéricas dos sistemas de lajes mistas e de protensão não-aderente.....</i>	<i>75</i>
3	ATO DE PROTENSÃO E VERIFICAÇÕES DO DESEMPENHO EM SERVIÇO.....	77
3.1	<i>Considerações iniciais.....</i>	<i>77</i>
3.2	<i>Não-linearidade das estruturas de concreto</i>	<i>81</i>
3.3	<i>Sobre o comportamento dependente do tempo no concreto.....</i>	<i>86</i>
3.4	<i>Influência da fôrma de aço incorporada nos efeitos progressivos do concreto.....</i>	<i>90</i>
3.4.1	<i>Sobre a consideração da retração não-uniforme nas lajes mistas.....</i>	<i>93</i>
3.5	<i>Protensão.....</i>	<i>95</i>
3.5.1	<i>Verificações das tensões.....</i>	<i>99</i>
3.5.2	<i>Forças de protensão</i>	<i>102</i>
3.5.3	<i>Perdas de protensão nas armaduras ativas.....</i>	<i>104</i>

4	SOBRE AS CONSIDERAÇÕES DE PROJETO PARA AS LAJES MISTAS PROTENDIDAS NA RUÍNA	117
4.1	<i>Considerações iniciais.....</i>	118
4.2	<i>Contribuição da fôrma de aço e os modos de ruína das lajes mistas</i>	118
4.2.1	<i>Avaliação da capacidade resistente à flexão e cisalhamento longitudinal.....</i>	124
4.2.2	<i>Avaliação da capacidade resistente o cisalhamento vertical</i>	129
4.2.3	<i>Avaliação da capacidade resistente à punção</i>	130
4.3	<i>Sobre as hipóteses de validade do modelo normativo teórico para a ruína das lajes mistas protendidas</i>	131
4.4	<i>Tensão última nas armaduras ativas não-aderente</i>	135
4.5	<i>Comportamento na compressão do concreto leve.....</i>	144
4.6	<i>Comportamento último dos sistemas com continuidade</i>	148
4.6.1	Avaliação dos esforços solicitantes e de cálculo na presença de hiperestáticos	148
4.6.2	Efeitos das armaduras ativas nas lajes contínuas.....	151
4.6.3	Avaliação da ruína do sistema com PTV e Mecanismos plásticos ...	152
4.7	<i>Uma proposta de Método Geral na estimativa da contribuição da fôrma de aço nas lajes mistas.....</i>	155
5	AVALIAÇÃO DAS HIPÓTESES DE CÁLCULO EM SISTEMAS NA LITERATURA TÉCNICA	163
5.1	<i>Peças com pré-tração usando concreto leve</i>	164
5.2	<i>Vigas e lajes com pós-tração não-aderente usando concreto leve</i>	168
5.3	<i>Lajes mistas de aço e concreto usando fôrma de aço MF75.....</i>	178
5.4	<i>Lajes mistas protendidas (protensão aderente)</i>	187
5.4.1	Método da AS/NZS 2327	193
5.4.2	Proposta Método Geral (M×N)_{PSC}	194
6	METODOLOGIA EXPERIMENTAL	197
6.1	<i>Da caracterização mecânica dos materiais componentes</i>	198
6.1.1	Concreto leve.....	198

6.1.2	<i>Forma de aço incorporada</i>	201
6.1.3	<i>Armadura ativa – monocordoalhas engraxadas</i>	202
6.1.4	<i>Armadura passivas</i>	203
6.2	<i>Estudo do comportamento de lajes mistas usando concreto leve</i>	204
6.3	<i>Estudo do comportamento das lajes mistas durante a fase de protensão e em serviço</i>	206
6.4	<i>Estudo da capacidade resistente das lajes mistas protendidas</i>	208
6.5	<i>Preparação dos protótipos</i>	213
6.5.1	<i>Lajes mistas não-protendidas</i>	214
6.5.2	<i>Lajes mistas protendidas</i>	216
7	SOBRE A CARACTERIZAÇÃO MECÂNICA DOS MATERIAIS	227
7.1	<i>Concreto leve</i>	227
7.2	<i>Fôrma de aço incorporada</i>	237
7.3	<i>Aço de protensão</i>	238
7.4	<i>Armaduras passivas</i>	239
8	COMPORTAMENTO DAS LAJES MISTAS DE AÇO E CONCRETO LEVE E AVALIAÇÃO DA RESISTÊNCIA DA INTERFACE AÇO-CONCRETO ..	241
8.1	<i>Lajes mistas simplesmente apoiadas</i>	241
8.2	<i>Laje mista com continuidade</i>	252
9	ATO DE PROTENSÃO E COMPORTAMENTO EM SERVIÇO DAS LAJES MISTAS PROTENDIDAS	265
9.1	<i>Ato de protensão</i>	265
9.1.1	<i>Aplicação da protensão nas monocordoalhas</i>	267
9.1.2	<i>Forças de protensão aplicadas e forças efetivas</i>	269
9.1.3	<i>Encurtamentos e deslocamentos verticais e durante ato de protensão</i>	272
9.1.4	<i>Deformações nas seções durante ato de protensão</i>	276
9.1.5	<i>Deslizamentos relativos</i>	280
9.2	<i>Estimativas do desempenho em serviço</i>	280

9.2.1	Resposta imediata	282
9.2.2	Resposta de longa-duração	293
10	COMPORTAMENTO NA RUÍNA E CAPACIDADE ÚLTIMA DAS LAJES MISTAS PROTENDIDAS.....	299
10.1	<i>Resultados experimentais das lajes mistas protendidas.....</i>	<i>300</i>
10.1.1	LMP-01 (simplesmente apoiada).....	300
10.1.2	LMP-02 (simplesmente apoiada).....	309
10.1.3	LMPc-03 (Laje mista protendida com continuidade)	316
10.1.4	Resumo comparativo dos resultados experimentais	330
10.2	<i>Previsão da capacidade das lajes mistas protendidas</i>	<i>333</i>
10.3	<i>Análise paramétrica</i>	<i>346</i>
11	CONCLUSÕES.....	353
	REFERÊNCIAS.....	359
	APÊNDICE A - Modelo reológico ao concreto leve – fib MODEL CODE:2010: fluência e retração	377
A. 1	<i>Retração</i>	<i>377</i>
A. 2	<i>Fluência.....</i>	<i>379</i>
	APÊNDICE B - Modelo analítico refinado para o ELS na resposta imediata e de longa duração.....	381
B.1	<i>Análise das deformações e curvaturas na seção transversal.....</i>	<i>381</i>
B.1.1	Análise da resposta imediata.....	384
B.1.2	Análise da resposta de longa-duração	392
B.2	<i>Análise da resposta das estruturas hiperestáticas</i>	<i>407</i>
B.2.1	Cálculo dos hiperestáticos do sistema	412
B.2.2	Cálculo das deformações de referência e curvaturas para sistema com continuidade.....	415
B.2.3	Cálculo das flechas imediatas e diferidas.....	415

1 INTRODUÇÃO

Neste primeiro capítulo é apresentado o tema central deste trabalho sobre o estudo do comportamento estrutural em serviço e na ruína e sobre o projeto das lajes mistas protendidas formadas por fôrmas de aço incorporadas, concreto leve e associadas ao uso de protensão não-aderente com uso de monocordoalhas engraxadas. São apresentadas as questões a serem investigadas, justificativas, objetivos, metodologia, originalidade e descrição sucinta dos capítulos propostos do trabalho.

1.1 Contexto e motivação

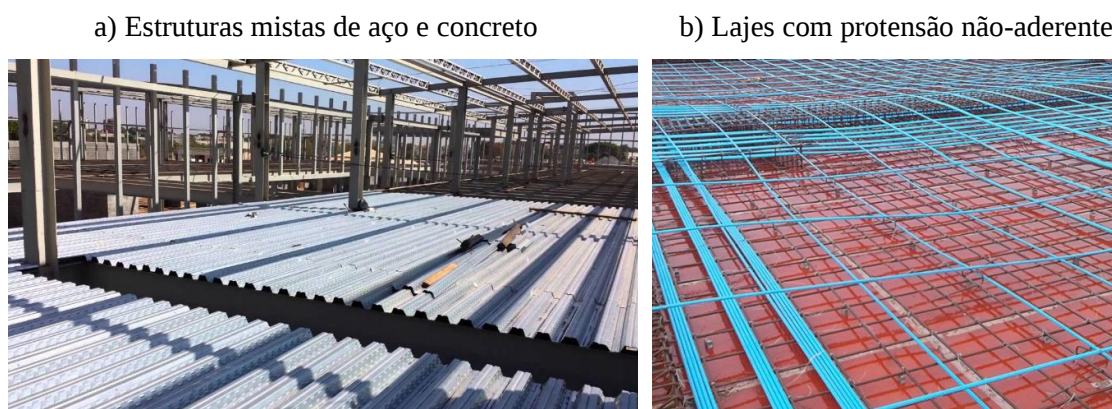
O uso de estruturas mistas de aço e concreto nas edificações e pontes brasileiras tem se tornado cada vez mais recorrente, com o uso extensivo das vigas mistas e, em especial, das lajes mistas formadas pelas fôrmas de aço incorporadas, que já são encontradas no mercado em quase todas as regiões brasileiras. Além da facilidade de instalação e velocidade de construção, permite uma estrutura de estética agradável e alternativa aos pisos tradicionais de lajes de concreto.

O aumento dos vãos das lajes mistas usuais não apresenta vantagem competitiva para as telhas-fôrmas presentes no mercado nacional, uma vez que diante às solicitações, exigiria o aumento do consumo de aço e o aumento da espessura da camada de concreto, o que aumentaria consideravelmente o peso próprio. Por isso, nos projetos de estruturas mistas de aço e concreto, se recorre normalmente ao uso de vigas metálicas secundárias.

Nesse ponto, o uso combinado dos sistemas das lajes mistas com a protensão não-aderente surge como uma proposta à área da engenharia estrutural na solução aos pisos. Dessa maneira, dado a carência de estudos do comportamento do sistema, propõe-se um estudo experimental e abordagem analíticas de engenharia ao comportamento em serviço, durante o ato de protensão e da capacidade última (ruína), bem como os aspectos relacionados ao projeto do sistema estrutural de lajes mistas protendidas, constituídas de fôrma de aço incorporada e concreto leve, considerando ainda a continuidade entre vãos adjacentes.

O sistema do estudo proposto combina a agilidade da construção mista com a possibilidade de vencer grandes vãos, inerente às estruturas protendidas. A protensão do tipo pós-tração não-aderente utiliza-se de monocordoalhas engraxadas e plastificadas. A Figura 1.1 traz uma ilustração típica dos sistemas isolados no uso de lajes mistas de aço e concreto e de lajes de concreto estrutural com protensão não-aderente.

Figura 1.1 - Combinação dos sistemas de lajes mistas e protensão não-aderente: sistemas isolados



Fonte: *Steel Structures* (2019)

Fonte: *Indiamart* (2021)

Com o objetivo de aproveitar os benefícios da tecnologia do concreto propõe-se trazer ao sistema o uso do concreto leve. Essa escolha busca reduzir o peso próprio das lajes, e com a protensão, otimizar o material quanto ao controle da fissuração do concreto e a potencialização da sua capacidade estrutural que torna o sistema estrutural mais competitivo para os grandes vãos.

Neste estudo, ênfase adicional foi dada a avaliação dos sistemas estruturais de pisos com continuidade, que são comuns dada a possibilidade de ligação entre painéis de lajes adjacentes dos pavimentos e a continuidade pelo traçado curvo das monocordoalhas de protensão. O sistema estrutural permite uma melhor distribuição de esforços, diminuição das flechas e mais robustez frente à colapsos progressivos, comparativamente aos sistemas simplesmente apoiados, comuns em projeto das lajes mistas.

Neste estudo, ênfase é dada na: i) avaliação experimental da transferência da força de protensão, ii) proposta de modelos analíticos de engenharia na avaliação da contribuição da fôrma de aço e da protensão não-aderente na capacidade última do sistema com sistemas simplesmente apoiados e com continuidade sobre apoios

intermediários, considerando os modos de rupturas por flexão e por cisalhamento longitudinal.

Além disso, realiza-se uma iii) discussão sobre o projeto de estruturas protendidas, onde se destacam as questões relacionadas ao comportamento em serviço e fissuração do concreto e compressão excessiva, as perdas de protensão, a redistribuição de esforços e as estimativas das deformações e flechas imediatas e diferidas no tempo. Esses aspectos relacionados aos efeitos diferidos no tempo devido à fluência e da retração não-uniforme do concreto e os efeitos da relaxação do aço de protensão esperados nesse sistema de pisos mistos protendidos.

O estudo consiste de uma importante investigação e desenvolvimento de modelos de engenharia, amparados por uma análise experimental. Os modelos analíticos consideram um elemento unidirecional pela direção preferencial de ação da nervura da fôrma de aço incorporada e utiliza os princípios dos trabalhos virtuais nas avaliações dos elementos estruturas nas condições em serviço e na ruína. São propostos estudos futuros com uso de simulações pelo método dos elementos finitos. Por fim, por meio dos modelos analíticos foram apresentadas análises paramétricas com extrapolação dos resultados, para um estudo mais abrangente do comportamento estrutural desse sistema.

1.2 Justificativa

O entendimento do sistema estrutural proposto vai de encontro com propostas de inovação para a construção civil e aos requisitos de sustentabilidade das estruturas, com atenção na utilização de menos matérias-primas, geração de menos resíduos e menos agressivas ao meio ambiente. Expande o conhecimento e traz solução de engenharia de estruturas, na garantia de adequada funcionalidade e capacidade resistente ao longo de sua vida útil.

O projeto propõe elaborar e aprimorar os modelos de cálculo na avaliação da capacidade estrutural das lajes mistas com protensão não-aderente incorporando o uso de concreto leve. Envolve a investigação da resposta das peças no ato de transferência da protensão ao sistema misto e a questão dos estados limites associados ao cisalhamento longitudinal e flexão negativa/positiva, efeitos da protensão (isostáticos e hiperestáticos) e perdas de protensão. Somado a isso, as questões do projeto associadas ao estado limites

de serviço, em que se destacam a importância da avaliação adequada das tensões nos materiais e sobre os efeitos diferidos no tempo (fluência e retração do concreto) e da relaxação do aço.

Internacionalmente, inovações e novas tecnologias já permeiam em obras da indústria australiana, usando lajes mistas protendidas associadas às estruturas de concreto (Ranzi *et al.*, 2013, 2017; Fielders, 2018). Os trabalhos encontrados usam concretos normais e protensão aderente, com estudos em lajes simplesmente apoiadas. No Brasil, um caso real foi encontrado, com lajes mistas e uso da protensão não-aderente, em uma obra na região de Belo Horizonte (MG) (Neuenschwander, 2019), que permite identificar o interesse técnico nacional e internacional, que mereceu o subsídio na investigação, aplicação e estudo de viabilidade técnica da área de engenharia estrutural.

De antemão, a pesquisa provoca, principalmente nos profissionais, a fazer reflexões do tipo “mas será que neste caso, não vale a pena avaliar essa alternativa” (El Debs, 2021) para as situações em que a alternativa é “normal”, ou “clássica”, ou “o mercado está acostumado”, ou “o construtor tem grande experiência”. Assim, reforça-se o desejo de ampliar o horizonte “ter os olhos no futuro” e não só ficar com o “pé no chão”, o que pode atrasar e bloquear a modernização da indústria e engenharia brasileira.

No Brasil, as normas de desempenho ABNT NBR 15575: 2013 já visam garantir níveis de segurança, conforto e resistência dos sistemas que compõem um imóvel, desde estrutura, pisos, vedações, coberturas e instalações. Vale lembrar que nos países europeus e asiáticos já não é raro especificar uma vida útil de 100 anos para infraestrutura, como as pontes. Logo, o conhecimento de sistemas modernos são necessários.

A situação mais provável é de que os projetistas tem desconsiderado a contribuição da fôrma de aço incorporada no sistema, utilizando-a apenas como fôrma e plataforma de trabalho quando utilizadas junto a protensão. Ignoram a presença das fôrmas de aço quando do seu uso, pela falta de estudos aprofundados do assunto e usam as recomendações normativas como para laje convencional quanto à protensão (Gholamhoseini, 2014). A condição evidenciada, deixa assim de lado alguns de seus benefícios e ignoram potenciais questões como a da retração não-uniforme que difere da consideração da retração uniforme (Gholamhoseini *et al.*, 2018), que refletirá diretamente no cálculo das flechas em serviço, e de modo secundário nas perdas de protensão e redistribuição de esforços e dos hiperestáticos secundários do sistema das lajes mistas.

Sobre o concreto leve, diversos trabalhos tem estudado o potencial do uso associado à sua protensão. A protensão nas lajes mistas usando o concreto leve reduz o peso próprio e aumenta o controle da fissuração do concreto, e, garante um maior domínio da rigidez da peça. Espera-se uma melhora na interação entre os materiais (Rana *et al.*, 2015) e, conseqüentemente o aumento da capacidade da resistência à flexão e controle das flechas e fissuração dessas lajes, comparativamente às lajes mistas convencionais e sobre as lajes de concreto armado.

Desse modo, o estudo subsidia trazer informações técnicas especializadas importantes sobre o desempenho estrutural e amparar os projetistas, trazendo-lhes análises mais adequadas na avaliação da capacidade última e indicações sobre o comportamento no ato de protensão e das peças em serviço, diretamente associados à resistência e segurança, e ao conforto dos usuários e funcionalidade da estrutura, respectivamente. Além disso, existe potencialidade de aplicação das proposições e formulações a serem desenvolvidas na indústria da construção civil, subsidiar discussões às revisões normativas e contribuir à literatura especializada.

1.3 Objetivos

O objetivo geral do presente trabalho é estudar o comportamento estrutural estático de lajes mistas pós-tracionadas com monocordoalhas engraxadas não-aderentes desse sistema de piso sem e com continuidade entre tramos adjacentes e formados pelas fôrmas de aço incorporadas do tipo trapezoidal e concreto leve.

São objetivos específicos do presente estudo, a avaliação experimental e numérico-analíticas os principais tópicos:

- Avaliar o comportamento das lajes mistas durante o ato de protensão, com medição das deformações e deslocamentos, encurtamentos e deslizamentos relativos;
- Mensurar o efeito da protensão e suas perdas imediatas nas lajes mistas;
- Avaliar o aumento da tensão das armaduras de protensão não-aderente sob ação de flexão com carregamento até a sua ruína e estimar seus valores mediante modelos de engenharia;

- Avaliar o desempenho do concreto leve nas lajes mistas protendidas e propor modelo de engenharia na consideração do concreto leve pelo bloco de compressão;
- Avaliar as flechas imediatas e diferidas das lajes mistas em serviço;
- Avaliar os mecanismos e a capacidade resistente (ruína) das lajes mistas protendidas simplesmente apoiadas e com continuidade.

Com base na literatura, trazer orientações ao projeto nas verificações das condições em serviço considerando os efeitos diferidos, requisito para o dimensionamento das estruturas protendidas, por meio de propostas para:

- Mensurar os efeitos da retração e fluência no concreto com a presença da fôrma de aço incorporada;
- Mensurar o efeito da retração não-uniforme das lajes mistas protendidas nas flechas e na perda de protensão, das lajes biapoiadas e com continuidade.
- Quantificar as perdas progressivas de protensão do sistema;
- Avaliar as deformações e flechas diferidas no tempo das lajes mistas protendidas.

Por fim, traçar diretrizes e orientações para o projeto e estudos futuros, com base nos resultados experimentais, e nas análises paramétricas e orientações para trabalhos futuros usando modelagens numéricas.

1.4 Metodologia da pesquisa

A metodologia proposta no cumprimento dos objetivos foi dividida em 05 (cinco) etapas principais:

- **Revisão bibliográfica:** investigação do estado da arte sobre os principais conceitos necessários ao estudo e desempenho que envolvem: lajes mistas + protensão + concreto leve + sistemas sem e com continuidade. Destaque para os principais trabalhos na investigação sobre as peculiaridades de cada tópico e trabalhos correlatos ao sistema. Uma revisão das questões relacionadas ao comportamento último do sistema de lajes mistas em interação parcial e de lajes com protensão não-aderente e concreto leve, além de questões associadas ao comportamento reológico do concreto nas lajes de concreto e lajes mistas de aço e concreto e sua influência nas perdas de protensão.

- **Análise experimental:** contempla a caracterização mecânica dos materiais e avaliação de protótipos das lajes mista protendidas, em escala real. A análise experimental consistiu basicamente de 04 (quatro) partes: i) Estudo de caracterização material e caracterização da interface fôrma de aço-concreto leve; ii) Estudo do comportamento de lajes mistas convencionais usando concreto leve, na condição simplesmente apoiadas e com continuidade; iii) Estudo da laje mista protendida na avaliação do comportamento na etapa de transferência da protensão, com medição das deformações e forças nos cabos de protensão; iv) Estudo das lajes mistas protendidas na avaliação da capacidade resistente, com ensaio de flexão até a ruína das peças estruturais.

- **Modelos Teóricos-Analíticos:** desenvolvimento de propostas de modelo de projeto na previsão da capacidade resistente do sistema de lajes mistas protendidas, com base na extensão do método da interação parcial, considerando a presença do reforço devido as monocordoalhas não-aderentes. No Apêndice B, apresenta-se a extensão do modelo baseados na cinemática de Euller-Bernoulli na investigação do comportamento em serviço das lajes mistas protendidas contínuas, considerando os carregamentos externos e a protensão, bem como os efeitos diferidos do concreto e a relaxação do aço.

- **Análise paramétrica e avaliação dos resultados:** dado os altos custos e espaços físicos demandados e serviços correlatos para a realização de uma série de ensaios experimentais em protótipos semelhantes, em escala real, a partir do modelo/proposta representativa/calibrada, extrapolam-se e avaliam-se as estimativas do momento último da laje mista protendidas e proposições de sugestões para novos estudos. Foram avaliados dos seguintes parâmetros: i) relação altura útil do cabo/altura da laje; ii) quantidade de armadura ativa; iii) classe de resistência à compressão do concreto (C25, C30, C40); iv) resistência mecânica da interface aço-concreto; i) presença de conectores de cisalhamento no aumento da carga imobilizada da fôrma de aço incorporada.

Com as discussões advindas desses resultados e das análises experimentais e dos modelos teóricos, foram propostas as adequações às formulações existentes na representação das estruturas de mistas de aço e concreto protendidas. Dessa maneira, traz-se um referencial adequado sobre avaliação da capacidade resistente e as peculiaridades

no comportamento em serviço do sistema, de modo refinado e com abordagens simplificadas como rotinas ao projeto estrutural.

Por fim, pretende-se com o estudo que sua contribuição estabeleça os fundamentos e as bases teóricas sobre o comportamento estrutural das lajes mistas protendidas, com o uso de concreto leves, resultado das publicações científicas, fruto dos trabalhos e discussões aqui desenvolvidas.

1.5 Proposta do sistema estrutural

A ideia inicial do presente trabalho surge como um avanço na abrangência e continuação do tema do trabalho de mestrado de Oliveira (2019). Lá foi avaliado o comportamento em serviço ao longo do tempo e a ruína de lajes mistas de aço e concreto convencional, na condição estática simplesmente apoiadas. Em serviço, observou-se que a parcela de flecha devido à retração não-uniforme foi identificada como a mais importante e os modelos analíticos propostos apresentaram excelente acurácia na previsão das flechas. Na ruína, destacou-se o estado limite último do cisalhamento longitudinal e a não observação de influência da idade do concreto dos protótipos quanto à capacidade última dessas lajes mistas.

Nesse presente estudo, integra na avaliação estrutural das lajes mistas os efeitos da incorporação da protensão não-aderente, do uso do concreto leve e de estruturas sob condição hiperestática, dada a continuidade da laje sobre apoio intermediário da laje mista protendida. O entendimento dessa solução estrutural visa trazer luz à algumas questões e discussões em aberto na literatura.

Dessa reflexão, alguns pontos de interesse já são elencados:

- Qual a contribuição e influência da fôrma de aço incorporada na laje protendida ou qual a influência da protensão sobre o desempenho da laje mista?
- Quais os pontos de melhoria ou preocupação do projetista sobre a consideração da continuidade dos vãos adjacentes das lajes?
- Qual a influência do concreto de agregado leve na resistência da interface da fôrma de aço e concreto, e sobre o comportamento geral com a aplicação da protensão?

Todos esses pontos refletem no desempenho da estrutura durante a sua vida útil e condição última que engloba basicamente três estágios: ato de protensão, comportamento em serviço e condição última (ruína).

Sobre a proposta alguns benefícios da associação das estruturas mistas de aço e concreto com a aplicação da protensão, e pontos relevantes ao sistema merecem atenção, dentre eles:

- A fôrma de aço suporta os carregamentos durante a concretagem e funciona como plataforma de trabalho, dispensando ou diminuindo significativamente os escoramentos e uso de fôrmas de madeiras e custos de mão-de-obra, e aumentando a velocidade de construção dos pisos da obra. Após a cura do concreto, o aço da telha-fôrma e o concreto trabalham em conjunto, formando o sistema misto.
- A contribuição da fôrma de aço no sistema pode ser feita considerando a situação de interação parcial da interface fôrma de aço e laje protendida. A resistência ao cisalhamento longitudinal pode ainda ser aumentada pela presença de conectores de cisalhamento nas vigas metálicas de apoio das lajes, ou por outros meios que restrinjam o movimento relativo entre a fôrma de aço e o concreto.
- A protensão potencializa o uso do concreto e minimiza ou até elimina fissuras geradas por tração no concreto pelo estado de compressão no concreto obtido pelo alongamento de cabos de protensão e sua ancoragem junto as extremidades.
- A protensão dos elementos no canteiro de construção (pós-tração), elimina o custo com transporte de peças pré-moldadas; torna possível a construção de grandes vãos e o direcionamento da força de protensão, permitindo a continuidade estrutural dos elementos, com o uso de cabos com traçados curvos e a possibilidade ainda de protensão em estágios;
- As vantagens desse sistema não-aderente sobre outros se dá pela maior facilidade de instalação, possibilita maior excentricidade dos cabos junto as lajes, baixas perdas por atrito e, principalmente, não requer a etapa de grauteamento dos sistemas com pós-tração aderentes.
- A disposição dos cabos em formato curvo, permite ao projetista ajustar adequadamente a sua excentricidade, de forma a balancear as tensões ao longo de todo o elemento e obter melhor aproveitamento da altura útil da peça, com o cabo junto à borda superior ou inferior da laje.

- O uso das monocordoalhas engraxadas e plastificadas garantem proteção à corrosão, são de fácil fabricação e de posicionamento prático na obra, suas ancoragens são relativamente pequenas e baratas e utiliza-se de macaco hidráulico leve para a introdução da protensão. A graxa inibidora da corrosão fornece também excelente lubrificação entre a cordoalha e a capa, reduzindo o seu coeficiente de atrito.
- Com os avanços tecnológicos na produção e uso de concretos com agregados leves, o material pode se tornar uma solução viável à aplicação estrutural nas práticas de projeto. Pesquisas tem demonstrado a obtenção de concretos com resistências à compressão acima de 50 MPa, com uso de subprodutos da indústria, com o uso das *cenosferas*, no exterior. Nacionalmente, Lyra *et al.* (2019) cita ainda um grande potencial de uso e aplicação de argilas expandidas, dado o grande volume de matéria prima disponível e o seu processo produtivo que transforma para cada 1m³ de material *in natura*, um volume de 5 m³ de agregado leve, com um forte apelo ambiental.
- O uso de concreto leve reduz o peso próprio das lajes na fase construtiva com a fôrma de aço isolada e na fase definitiva, que combinado com a sua protensão propicia um aumento do controle da fissuração e da rigidez da peça, consequentemente o controle de deslocamentos dessas lajes.

No entanto, a avaliação desses benefícios merece adequada avaliação para sua viabilidade técnica e econômica. A abordagem da presente tese limita-se ao entendimento e avanço na compreensão do comportamento estrutural no ramo técnico.

Sobre o desempenho das lajes mistas usando protensão não-aderente, limitados estudos estão presentes na literatura, sendo praticamente impossível desenvolver algo, sem recorrer a simplificações. Em relação às lajes mistas protendidas do tipo aderentes, um conjunto de estudos foi feito nessa última década, sobretudo na Austrália e Nova Zelândia, inclusive com a incorporação de indicações normativas a seu respeito, na AS/ANS 2327:2017. Fielders (2021) indica que a construção de pisos em concreto protendido com pós-tração conjuntamente ao uso de fôrmas de aço provou ser um método popular e econômico para os edifícios na Austrália, possibilitando o projeto de grandes vãos e otimização dos espaçamentos de pilares.

Quanto à protensão, pela maior facilidade de execução e disseminação do uso nas obras brasileiras, a proposta traz o uso de monocordoalhas engraxadas (protensão não-aderente). Paralelamente, associa-se com o sistema de lajes mistas, já consolidado isoladamente e que também tem sido utilizado nas obras em estruturas metálicas e mistas de aço e concreto. Desse modo, o desempenho estrutural conjunto do sistema depende da compreensão e do comportamento dos sistemas isolados e da interação entre os mesmos, associados ainda ao uso do concreto leve, onde se destacam algumas das seguintes constatações e diferenciais:

- Diferente da protensão aderente, a transferência da protensão não-aderente é realizada exclusivamente por meio dos pontos de ancoragens nas extremidades. Não existe aderência entre a armadura de protensão e o concreto, havendo a possibilidade de deslocamento relativo da monocordoalha em relação ao concreto. Dessa forma, não se verifica compatibilidade local de deformações entre aço e concreto, como ocorre na protensão aderente ou com as armaduras passivas.
- Dada a inexistência da compatibilidade local de deformações, uma análise global é mais adequada na avaliação das perdas de protensão do cabo, bem como na avaliação dos acréscimos de tensão na capacidade última do sistema.
- O concreto leve possui menor módulo de elasticidade e uma menor resistência à tração, quando comparado com concretos de peso normal, que reflete em deformações maiores e uma ligeira diminuição da resistência à força cortante, pela menor resistência à tração e menor poder do engrenamento dos agregados.
- A associação da protensão às peças de concreto leve no primeiro momento oferece melhor controle da fissuração e contribuição ao aumento da resistência à força cortante. No entanto, devido ao menor módulo deve-se avaliar as perdas por encurtamento elástico e as contra-flechas provenientes dos carregamentos equivalentes de protensão. Nesse sentido, a fôrma de aço incorporada, especificadamente do tipo trapezoidal, comuns no Brasil, possibilitam redução do consumo de concreto (*laje nervuradas*) e trazem uma rigidez à flexão e normal adicional, que auxilia tanto no encurtamento elástico como nas questões de deformações e flechas.
- Nas situações da peça em serviço, a presença da fôrma de aço incorporada no sistema acarreta uma condição de secagem diferenciada no concreto, devendo-se considerar um perfil de retração não-uniforme do concreto ao longo da altura das

lajes. É de conhecimento na literatura que as deformações devido à retração em concreto leves são comumente superiores aos dos concretos convencionais;

- Nos sistemas com continuidade, os esforços provenientes dos hiperestáticos de protensão são uma solicitação adicional a ser considerada. Somado a eles, em um menor grau de importância acrescentam-se os esforços secundários advindos dos efeitos progressivos no tempo, como a retração e fluência do concreto, bem como da relaxação do aço, que pode ser abordada numa análise mais refinada;
- A avaliação de comportamento e capacidade última do sistema depende da capacidade plástica das seções, merecendo a avaliação da capacidade última das regiões de momento negativo e de momento positivo, e da capacidade da redistribuição dos esforços. A colaboração da fôrma de aço é mais efetiva junto ao momento positivo e o melhor aproveitamento da peça com formação de rótulas plásticas, se dá com o esgotamento da capacidade última de ambas as seções críticas.

Mesmo internacionalmente, pouquíssimos trabalhos avaliaram as lajes (convencionais ou mistas) protendidas (simplesmente apoiadas ou com continuidade) usando concreto normal ou leve, durante os principais estágios: ato da protensão (*medição das perdas imediatas e deformações x tensões nos materiais*), condições de serviço (*dado os grandes vãos alcançados, a flecha excessiva pode ser um problema corrente*) e capacidade última (rupturas por flexão, associada ao cisalhamento longitudinal).

De todo modo, a eficiência em vencer grandes vãos mantendo a estrutura esbelta tornam o sistema de protensão não-aderente e as estruturas mistas competitivas como solução de pisos aos edifícios. Assim, espera-se que os resultados aqui apresentados venham sanar as principais lacunas nessa área e apresentar resultados pertinentes no conhecimento desse sistema estrutural, que se apresenta como alternativa para desenvolvimento de projetos estruturais para pisos.

1.6 Originalidade

O entendimento do sistema estrutural proposto envolve um conjunto de estudos experimentais e analíticos das lajes mistas protendidas. Inicialmente investigam-se o comportamento da interface fôrma de aço e concreto nas lajes em diferentes condições de

contorno, o ato de protensão, comportamento em serviço e os modos de falhas de flexão e cisalhamento longitudinal e do uso de concreto leve associado à protensão. Investiga-se ainda a fase de transferência da protensão ao sistema misto. Tais análises visam dar subsídio aos projetistas sobre a avaliação do sistema estrutural proposto, que carecem de informações no meio técnico e científico.

Dado o avanço nos materiais, das técnicas construtivas e estudos de melhoria da interação aço e concreto, atinge-se consequente vãos e/ou carregamentos maiores, que indicam a necessidade de consideração de modelos mais representativos na sua avaliação estrutural. Dentre esses, os avanços no conhecimento do comportamento do concreto leve e na sua produção (Lyra *et al.*, 2019; Rossignolo *et al.*, 2003); o conhecimento da importância da consideração da acentuada retração não-uniforme existente nas lajes com forma de aço incorporada para as avaliações em situação de serviço (Oliveira *et al.*, 2021); melhoria do comportamento da interface aço e concreto (Simões e Pereira, 2020).

Observa-se um limitado conhecimento sobre o comportamento do sistema das lajes mistas protendidas, especialmente envolvendo a protensão não-aderente, concreto leve e em sistemas hiperestáticos. Portanto, o estudo possibilita maior entendimento do comportamento global do sistema de lajes mistas protendidas, principalmente quanto aos estados limites últimos de flexão e ao cisalhamento longitudinal e, indicações para as avaliações do ato de protensão e em serviço, possuindo caráter inédito no ramo da engenharia de estruturas.

1.7 Estrutura da Tese

A tese foi organizada em 10 capítulos.

Neste **Capítulo 1** são apresentados o contexto e motivação do estudo proposto, bem como suas justificativas, objetivos e metodologia de pesquisa, a proposta do sistema estrutural e aspectos de originalidade do estudo.

O **Capítulo 2** apresenta o estado da arte, com os principais pontos de estudo encontrados na literatura sobre o comportamento isolado e conjunto da combinação dos sistemas das lajes mistas + protensão + continuidade. Destacam-se os pontos relativos quanto as avaliações na ruína e aspectos peculiares das peças em serviço.

No **Capítulo 3** são apresentados os aspectos relacionados à não-linearidade do concreto e sua reologia e os efeitos da fluência e retração não-uniforme nas lajes mistas. São destacadas as questões quanto à fissuração e maturidade do concreto. As principais diferenças de comportamento entre o concreto leve e normal são destacadas. São apresentados os fundamentos da protensão, dos conceitos para análise estrutural tanto nas fases do ato de protensão, em serviço e das suas perdas.

O **Capítulo 4** traz as considerações de projeto fundamentais para análise do comportamento das lajes mistas protendidas, com apresentação dos modelos mecânico-analíticos de avaliação da capacidade última das lajes mistas protendidas, que tomam como base o método de interação parcial da laje mistas com o concreto e leva em consideração a contribuição da armadura ativa. Dado que a armadura não-aderente não possui compatibilidade de deformação na seção, se recorre às previsões analíticas presentes em códigos normativos na avaliação da tensão última dessas armaduras. A contribuição de armaduras passivas adicionais, bem como o uso de conectores de cisalhamento são apresentadas.

O **Capítulo 5** traz uma avaliação das hipóteses de cálculo apresentadas no capítulo 4, com resultados parciais dos estudos analíticos e formulações, na avaliação da capacidade última de ensaios experimentais de protótipos reportadas na literatura técnica, com características correlatas aos dos protótipos propostos na investigação experimental.

O **Capítulo 6** traz a metodologia experimental do presente estudo na avaliação do sistema estrutural. Primeiramente são descritos a caracterização geométrica e material. São especificados os protótipos, instrumentação e sistema estático de cada ensaio e os pontos relativos aos objetivos de cada ensaio na avaliação da resposta no ato de protensão, em serviço e na ruína, bem como os detalhes da preparação dos protótipos.

O **Capítulo 7** apresenta os resultados experimentais de caracterização mecânica dos materiais utilizados nas lajes mistas protendidas: concreto leve, fôrma de aço incorporada, armaduras passivas e monocordoalhas engraçadas. Além disso, foi realizado um estudo exploratório do comportamento reológico de corpos de provas de concreto leve na avaliação da resposta da fluência e das deformações devido a retração ao longo do tempo. Foram realizadas comparações dos resultados experimentais da fluência e retração com modelos de previsões analíticas normativas, indicando uma proposta de ajuste ao anexo A da ABNT NBR 6118:2023 na consideração do concreto leve.

O **Capítulo 8** apresenta os resultados dos ensaios de flexão a quatro pontos das lajes mistas simplesmente apoiadas LM-01 (vão livre de 1.800 mm) e LM-02 (vão livre de 2.800 mm) no estudo da avaliação em ruína e obtenção dos parâmetros da resistência da interface τ_m e realizado das comparações com os resultados encontrados na literatura. Por fim, são apresentados os resultados do ensaio da laje mistas com continuidade LMc-03 (dois vãos contínuos de 1.800 mm) e apresentados as estimativas da carga última da laje considerando formação das rótulas plásticas e esgotamento da estrutura.

O **Capítulo 9** traz os resultados experimentais associados a resposta dos protótipos das lajes mistas quando submetidas à protensão das monocordoalhas engraxadas, com avaliação dos deslocamentos verticais, encurtamentos e deformações específicas e os valores das forças de protensão efetivas. Por meio de um ensaio exploratório, foi realizado o monitoramento ao longo do tempo junto as lajes mistas protendidas simplesmente apoiada e com continuidade, na avaliação da evolução das forças de protensão e dos deslocamentos verticais (flechas). Abordagens analíticas de projeto foram realizadas nas previsões do comportamento dos protótipos e as devidas comparações e discussões frente aos resultados experimentais.

O **Capítulo 10** traz os resultados experimentais dos protótipos das lajes mistas protendidas sujeitos ao ensaio de flexão a quatro pontos, duas lajes mistas protendidas na condição simplesmente apoiadas LMP-01 e LMP-02 (vãos livres de 5.600 mm) e uma laje mista com continuidade LMPc-03 (dois vãos livres contínuos de 5.600 mm). São apresentados os resultados das curvas de avaliação dos deslocamentos verticais (flechas), deformações específicas, deslizamentos relativos de extremidades entre fôrma de aço e concreto, as medições dos acréscimos de força nas armaduras ativas e as reações de apoio junto ao protótipo com continuidade. Comparações foram realizadas entre os ensaios e foram detalhadas as nuances observáveis do sistema com continuidade entre vãos. Através das abordagens teóricas calcularam-se as estimativas da capacidade últimas do sistema. As abordagens baseadas no método de interação parcial estimaram com nível satisfatório a capacidade resistente das seções críticas positivas e negativa dos sistemas, considerando a formação das rótulas plásticas e esgotamento capacidade estrutural. Através dos modelos de engenharia propostos foram realizadas análises paramétricas, com a extensão das previsões do momento último da seção para diferentes parâmetros, apresentando considerações e apontamentos pertinentes.

No **Capítulo 11** foram apresentadas as principais conclusões obtidas a partir de todo o conjunto que envolveu os estudos experimentais, teóricos e analíticos realizados nesse trabalho e as considerações finais. Apresenta ainda sugestões para trabalhos futuros e as limitações do trabalho sobre as lajes mistas pretendidas.

Após a conclusão são apresentadas as Referências bibliográficas e os Apêndices A e B.

No **Apêndice A** são apresentados os modelos de previsão dos coeficientes de fluência e deformação de retração, com peculiaridades indicadas na consideração do concreto leve, pelo modelo *fib* Model Code:2010. Uma extensão baseada nos coeficientes de ajustes do modelo foi aplicada ao modelo normativo brasileiro ABNT NBR 6118:2023 para estimativas da fluência e retração de concreto leves produzidos no Brasil, cujos resultados mostraram condizentes ao estudo exploratório apresentados no Capítulo 6.1.1.

No **Apêndice B** são apresentadas formulação analítica denominada de modelo analítico refinado para as avaliações do comportamento em serviço considerando resposta imediata das seções transversais sob carregamentos e as respostas ao longo do tempo, considerando a ocorrência da retração e fluência do concreto e a relaxação das armaduras ativas. Foi apresentado um modelo mecânico analítico que parte da cinemática de Euler-Bernoulli e da abordagem do Método do Módulo Efetivo Ajustado à Idade (AEMM) na avaliação do comportamento das estruturas ao longo do tempo. Incorpora na análise os hiperestáticos (carregamento externo, de protensão e secundários devido à retração e fluência) associados ao sistema, na obtenção das curvaturas, deformação e das flechas do sistema, a partir de modelos de integração das curvaturas.

2 ESTADO DA ARTE

O Capítulo 2 traz uma revisão bibliográfica e o atual estado do conhecimento a respeito do comportamento estrutural dos sistemas que compõem a tese.

O esquema da Figura 2.1 abrange de modo geral os assuntos envolvidos na tese e destaca o delineamento das principais contribuições e considerações na literatura técnica.

Figura 2.1 – Abrangência e delineamento dos assuntos envolvidos da tese

Lajes				
Fôrma de aço incorporada	Concreto	Protensão	Sistemas estáticos	Condição
• Reentrante	• Normal	• Aderente	• Isostáticas	• Serviço
• Trapezoidal	• Leve	• Não-aderente	• Hiperestáticas	• Última

Fonte: Elaborado pelo autor

Desse modo, foram selecionados os principais trabalhos no assunto, destacando as particularidades do comportamento na ruína e em serviço: i) das lajes mistas de aço e concreto, ii) os sistemas com protensão não-aderentes, iii) a produção do concreto leve e aplicações estruturais nas lajes mistas e nas estruturas protendidas e iv) as avaliações desse sistema considerando a continuidade entre vãos adjacentes.

Cada assunto isolado mereceria um capítulo à parte, mas não traria significativas contribuições à formulação das hipóteses e delineamentos sobre o comportamento estrutural, focando aqui na apresentação dos aspectos relacionados às peculiaridades do seu comportamento estrutural. Sobre as lajes destacam-se: a análise do cisalhamento longitudinal e efeitos diferidos da retração não-uniforme das lajes mistas; a aplicação do concreto leve junto às lajes mistas e sua influência na capacidade última, não sendo encontrado nenhum trabalho relacionado ao comportamento em serviço; o uso associado da protensão em lajes mistas; o uso da protensão em lajes usando agregados leves. Todas essas análises sob o ponto de vista da aplicação em peças isostáticas e hiperestáticas, considerando o elemento estrutural sob condição em serviço e última (na ruína).

2.1 Definições e breve contexto histórico das lajes mistas protendidas

A laje mista protendida é um novo tipo de sistema para pisos destinado principalmente a edificações em estruturas de aço e mistas de aço e concreto que combina os benefícios da construção mista com a protensão. A fôrma de aço suporta os carregamentos durante a concretagem e funciona como plataforma de trabalho, dispensando ou diminuindo os escoramentos e aumentando a velocidade da obra. Após a cura do concreto, o aço da fôrma e o concreto trabalham em conjunto formando o sistema misto. A protensão induz um estado de compressão no concreto através do auto equilíbrio de esforços obtido pelo alongamento de cabos de protensão. A técnica potencializa o uso do concreto e minimiza ou até elimina fissuras geradas por tração no concreto nas situações em serviço.

Na literatura técnica os estudos sobre lajes mistas protendidas com fôrma de aço incorporada com uso da pós-tração são incipientes. Os primeiros trabalhos encontrados na literatura são os de Hedhli (1988) e Scharandeel *et al.* (1990), no qual realizaram-se ensaios experimentais e foi destacado o potencial da protensão na capacidade resistente em comparação com as estruturas pré-moldadas de lajes alveolares, indicando sua viabilidade construtiva para grandes vãos.

Anos mais tarde, um projeto finlandês intitulado *Prestressing Techniques in Composite Floors* avaliou o comportamento das lajes mistas protendidas, nos anos de 1994-1996. Destaca-se o trabalho de Koukkari (1999, 2001) que analisaram o comportamento das lajes mistas contínuas protendidas com armadura não aderente na avaliação da interação entre a fôrma de aço e o concreto ao ser submetida à protensão e, ao final realizou ensaio com laje mista de dois vãos de 11.200 mm, espessura de laje total de 240 mm, relatando a interação total do sistema e orientações quanto às zonas de ancoragem dos cabos de protensão, indicando atenção às zonas de transferência do cabo ao concreto e, posteriormente à fôrma de aço. Cita ainda que a fôrma pôde ser utilizada nos cálculos da inércia efetiva e na resistência à flexão da laje mista. Nenhum resultado dos ensaios e detalhes são apresentados, não sendo possível replicá-los.

Do mesmo projeto, Malaska e Pajari (1996) apresentaram um código computacional, com um modelo numérico na avaliação do comportamento ao longo do tempo das lajes mistas protendidas, usando as expressões do *fib* CEB-FIP Model Code

para as estruturas de concreto armado. Exemplos são apresentados pelos autores, demonstrando que as flechas são substancialmente reduzidas pela protensão.

Bailey, Currie e Miller (2006) e Miller e Bailey (2007) apresentaram resultados experimentais de protótipos com protensão do tipo pré-tração de lajes mistas simplesmente apoiadas com vão da ordem de 11.000 mm. Os autores avaliaram o desempenho sob vibração, ensaio cíclico e capacidade resistente, demonstrando resultados aceitáveis para a maioria das construções. Patrick e Lloyde (2008) compararam as respostas estruturais de laje mista, de laje de concreto convencional protendida e da laje mista protendida com pós-tração, todas simplesmente apoiadas. Os autores identificaram um aumento representativo na capacidade resistente da laje mista protendida em relação às demais, conduzindo à contribuição da fôrma ao sistema da laje protendida.

Mais recentemente, destacam-se os trabalhos de Ranzi *et al.* (2013a, 2013b) e Ranzi e Ostinelli (2017). O primeiro avaliou o comportamento ao longo do tempo das lajes mistas protendidas com pós-tração aderente simplesmente apoiadas, ao longo do tempo, com análise experimental da laje por 239 dias. Estudou o perfil de deformação da laje ao longo da altura e apresentou um modelo teórico contabilizando o efeito da retração não-uniforme observada na avaliação das flechas ao longo do tempo. O segundo e terceiro trabalhos, apresentaram resultados experimentais da capacidade resistente de dez lajes mistas protendidas simplesmente apoiadas, usando concreto normal e fôrmas de aço do tipo reentrantes, cujo esquema é apresentado na Figura 2.2. Destacou-se a ruptura por esmagamento do concreto ao meio do vão e significativos deslizamentos relativos da fôrma de aço e concreto. Ranzi e Ostinelli (2017) propuseram um modelo teórico levando em conta a interação parcial e obtiveram boa acurácia, comparativamente aos resultados experimentais.

Modelagens numéricas e avaliação da protensão tipo aderente na outra direção (secundária) das lajes mistas foram recentemente publicadas por Dihn *et al.* (2023) e Dihn e Doh (2024). No primeiro trabalho foram apresentadas técnicas de modelagem numéricas usando pacote computacional ABAQUS e a calibração da interface aço-concreto e dos modelos comparativos aos resultados experimentais como os de Ranzi e Ostinelli (2016) e Ranzi *et al.* (2013b). O segundo trabalho apresentou um estudo experimental de protótipos com protensão aderente com fôrma de aço na direção secundária e sua respectiva modelagem numérica.

Figura 2.2 – Ensaio das lajes mistas protendidas aderentes de Ranzi *et al.* (2013b)



a) Ensaio de flexão

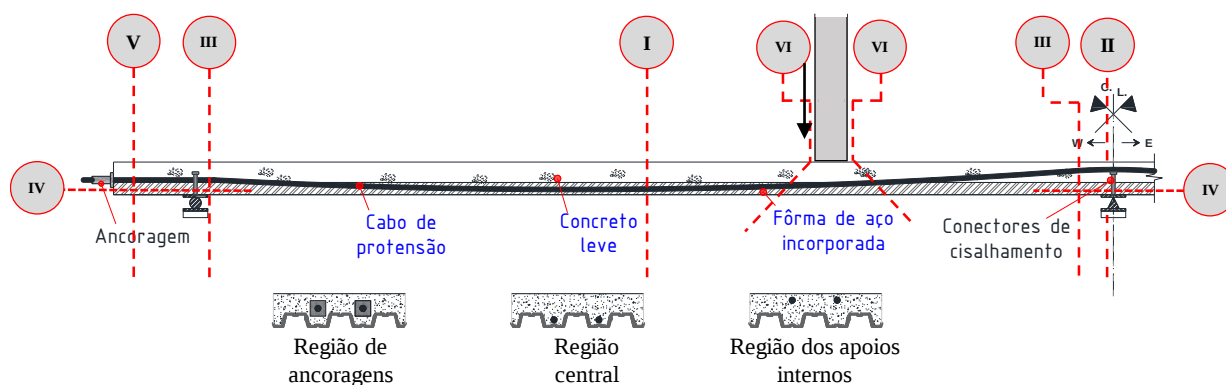
b) Deslizamento relativos

Fonte: Ranzi *et al.* (2013b)

Desse modo, essa é a revisão teórica a respeito do estudo das lajes mistas protendidas relatada na literatura. Observa-se um limitado conhecimento sobre o comportamento do sistema das lajes mistas contínuas, principalmente alinhados a proposta com o uso da protensão não-aderente (pós-tração) com fôrma de aço incorporada do tipo trapezoidal e concreto leve.

Sobre os modos de ruína do sistema de lajes mistas protendidas, tomando como base os modos de falha que podem ocorrer em cada sistema isolado, a Figura 2.3 destaca as seções críticas que o sistema apresenta e que devem ser dadas atenção.

Figura 2.3 – Modos de ruína do sistema de laje mistas contínuas protendidas



Fonte: Elaborado pelo autor

- Seção I: Flexão positiva (momento positivo “*hogging bending moment*”);
- Seção II: Flexão negativa (momento negativo “*sagging bending moment*”);
- Seção III: Cisalhamento vertical (“*vertical shear*”);
- Seção IV: Cisalhamento longitudinal (“*longitudinal shear*”);
- Seção V: Ruptura das ancoragens da protensão;
- Seção VI: Ruptura por punção.

O desempenho na flexão do sistema misto (fôrma de aço-concreto) é garantido pela adequada transmissão de esforços de cisalhamento na interface aço e concreto, atrito e dispositivos complementares. A presença de mossas e reentrâncias ou dispositivos auxiliares, como os conectores de cisalhamento, auxiliam na adequada transferência dos esforços. Se a transmissão do cisalhamento não é total, a seção possui ruptura pelo cisalhamento longitudinal, com estágio de interação parcial. Dado os grandes vãos e a incerteza de continuidade física da fôrma de aço entre os vãos adjacentes, somada ainda pela questão dos fenômenos de instabilidade da seção da fôrma de aço ao momento negativo, a resistência dessa seção é usualmente garantida pela presença de armaduras passivas e na existência da protensão, pela contribuição das armaduras ativas.

Sobre a contribuição da protensão não-aderente, seguindo as mesmas considerações das peças de concretos usuais, recorre-se a análise não-lineares ou equações empíricas para a avaliação da tensão última de tração das monocordoalhas, devido a peculiaridade da não compatibilidade de deformações local entre o aço de protensão e o concreto.

Na presença da protensão e da fôrma de aço, as resistências das seções à ruína pelo cisalhamento vertical e por punção são aumentadas, em comparação à seção isolada de concreto armado convencional, como nas lajes mistas de pontes (Kaido e Matsui, 2009).

Devida atenção deve ser dada à ruptura do concreto junto às ancoragens pela compressão excessiva, evitando o fendilhamento do concreto, com disposição adequada das armaduras de fretagem. Sobre as regiões de ancoragens em lajes mistas, Rana, Uy e Mirza (2013, 2015, 2016) e Rana (2016) apresentam uma avaliação do comportamento da interface e das ancoragens das lajes mistas protendidas por meio de ensaios do tipo *push-test* e simulações numéricas. Citam também que, no geral, a resistência do concreto e a espessura da fôrma de aço influenciam na resistência à fissuração e na maior capacidade de carga e redução das deformações.

Em ampla investigação da aplicação do sistema de laje mistas protendidas na atualidade, destacaram-se o uso do sistema de protensão aderente na Austrália (Fielders, 2018), ressaltando-se os benefícios e ainda a preocupação com a posição dos cabos de protensão, principalmente por conta das verificações em situação de incêndio. A norma australiana AS/NZS 2327:2017 traz orientações do projeto de lajes mistas protendidas.

De modo a reunir alguns dos principais e recentes estudos alinhados nessa temática, trabalhos envolvendo análises experimentais são apresentados na Tabela 2.1. São classificados quanto ao tipo de laje (convencional ou mista), ao tipo de concreto (peso normal ou leve), ao uso ou não da protensão e se aderente ou não-aderente, ao sistema estático avaliado da peça (vão isostático ou hiperestático) e ao estado limite foco do artigo (em serviço ou último).

Os trabalhos relativos ao primeiro bloco destacado são de estudos nacionais envolvendo o comportamento das lajes mistas, representados por Melo (1999) e Gomes (2001) na caracterização do cisalhamento longitudinal, com dezenas de estudos semelhantes. Esses dois foram elencados para representá-los e por serem ensaios de lajes mistas nacionais, utilizando a fôrma de aço da *Metform MF75*, fôrma de aço do tipo trapezoidal proposta a ser investigada experimentalmente neste trabalho.

Ainda sobre as lajes mistas, um conjunto importante de trabalhos avaliaram as lajes mistas simplesmente apoiadas na ruína e em serviço (Gholamhoseini, 2014a; e Gholamhoseini, 2014b), respectivamente, assim como as lajes mistas com continuidade na ruína e em serviço (Gholamhoseini, 2016; Gholamhoseini, 2018). Sobre as lajes mistas protendidas, destacam-se o conjunto dos ensaios na avaliação da capacidade resistente e em serviço, representados por Ranzi (2013 a), Ranzi e Ostinelli (2017) e Ranzi (2013b), respectivamente. Por fim, enumera-se o trabalho de Oliveira (2019) na avaliação das lajes mistas em serviço e Santos (2019) na avaliação da ruína das lajes mistas com continuidade. Ambos trabalhos avaliaram a mesma fôrma de aço incorporada, denominada *Modular MD55*.

A outra divisão reúne principalmente os trabalhos que envolveram protensão e concreto leve. Recentes estudos têm sido feitos nessa associação, na avaliação da capacidade última de sistemas simplesmente apoiados, com protensão não-aderente (2013) e com protensão aderente (Yang *et al.*, 2014). Os trabalhos de Vakhshouri (2018a) e Vakhshouri (2018b) analisaram as lajes de concreto leve na situação em serviço, com análise das deformações diferidas no tempo. Foram elencados trabalhos envolvendo análise da ruína de vigas: Zhou e Zheng (2013) analisou vigas contínuas protendidas não-aderentes, usando concreto de peso normal, Yang *et al.* (2020) com vigas contínuas sem protensão, mas usando concreto leve e Yang *et al.* (2016) lajes contínuas usando protensão não-aderente e concreto leve.

Tabela 2.1 – Resumo de importantes trabalhos reunidos e relacionados ao tema

Autor	Laje		Concreto		Protensão			Sistema estático		Estado Limite	
	Conv.	Mista	Normal	Leve	Sem	Ader.	Ñ Ader.	ISO	HIPER.	ELS	ELU
Melo (1999)*											
Gomes (2001)*											
Campos (2001)*											
Gholamhoseini (2014a)											
Gholamhoseini (2014b)											
Gholamhoseini (2016)											
Gholamhoseini (2018)											
Ranzi <i>et al.</i> (2013a)											
Ranzi <i>et al.</i> (2013b)											
Ranzi e Ostinelli (2017)											
Oliveira (2019)**											
Santos (2019)**											
Vakhshouri (2018a)											
Vakhshouri (2018b)											
Zhou e Zheng (2013)	Viga										
Yang <i>et al.</i> (2013)	Laje										
Yang e Mun (2013)	Viga										
Yang <i>et al.</i> (2014)	Viga										
Yang <i>et al.</i> (2016)	Laje										
Yang <i>et al.</i> (2020)	Viga										
Estudo proposto	Laje										

Legenda:

(*) Ensaaios feitos com a mesma fôrma de aço *Metform MF75* (UFMG), Belo Horizonte Brasil.

(**) Ensaaios feitos com a mesma fôrma de aço *Modular MD55* junto ao Departamento SET/EESC/USP, São Carlos, Brasil.

Fonte: Elaborado pelo autor

Desses trabalhos, Yang *et al.* (2013) e Yang *et al.* (2016) foram destacados por trazer principalmente estudos da capacidade resistente de lajes de concreto leve protendidas não-aderentes nas situações de vãos isostáticos e hiperestáticos, respectivamente.

As principais conclusões dos trabalhos são apresentadas na Tabela 2.2.

Tabela 2.2 – Principais contribuições destacadas (continua)

Autor	Contribuições destacadas
Melo (1999)	Realizou um dos primeiros trabalhos a respeito da avaliação do comportamento e resistência de lajes mistas no Brasil. A ruptura se deu por cisalhamento longitudinal e as lajes apresentaram comportamento dúctil. Foram estabelecidos os parâmetros da interface na avaliação teórica da resistência ao cisalhamento longitudinal pelos métodos da interação parcial e método m-k.
Gomes (2001)	Realizou estudo do sistema de lajes mistas, simplesmente apoiadas, empregando concreto estrutural leve, verificando resultados similares de comportamento das lajes confeccionadas com concreto leve e convencional para uma mesma resistência do concreto.
Campos (2001)	Estudou o efeito da continuidade no comportamento e na resistência das lajes mistas, observou melhoria no desempenho pelo aumento da rigidez e capacidade resistente. O modo de ruptura foi uma combinação de cisalhamento longitudinal com o escoamento da armadura negativa sobre o apoio intermediário
Gholamhoseini (2014a)	Avaliou diferentes tipos de fôrmas de aço incorporada, com dois diferentes vãos de cisalhamento para as lajes mistas simplesmente apoiadas. Avaliou a relação entre cisalhamento longitudinal e deslizamentos na interface usando diferentes métodos. Traz um modelo numérico na investigação da capacidade última para as suas lajes mistas.
Gholamhoseini (2014b)	Realizou a maior investigação sobre o comportamento em serviço de lajes mistas simplesmente apoiadas em ensaios de longa duração (240-251 dias). Realizou 10 ensaios com lajes mistas e painéis na investigação do efeito da retração. Apresenta a evolução experimental das flechas diferidas e um modelo de previsão, com boa acurácia. Destaca a ocorrência da retração não-uniforme e os efeitos da fluência na avaliação das flechas.
Gholamhoseini (2016)	Com temática semelhante ao trabalho anterior, estendeu a análise das avaliações em serviço com ensaio de longa duração em 3 lajes mistas com continuidade, sob 3 condições de níveis de carregamento. Os efeitos diferidos do concreto ocasionaram uma redistribuição de esforços, observada pelas células de carga junto ao apoio central. Trouxe uma proposta simplificada para previsão das flechas diferidas.
Gholamhoseini (2018)	Completo a linha de seu estudo com a avaliação experimental e numérica da capacidade resistente das lajes mistas com continuidade. A ruína se deu pela ocorrência do escoamento das armaduras negativas e do cisalhamento longitudinal das lajes. Realizou a avaliação da redistribuição de esforços, constatando uma distribuição de momentos próxima à da análise elástica, mas pontua que quando a laje fissurou junto ao momento positivo, iniciou-se o deslizamento da fôrma de aço e o concreto e a carga redistribuiu com aumento dos momentos negativos. Realizou uma análise numérica, com consideração de elementos de interface para modelagem das propriedades da adesão entre a fôrma de aço e o concreto, com adequada representação do problema.
Ranzi <i>et al.</i> (2013a)	Apresentou os resultados experimentais de três protótipos em escala real, com vãos de 6.000 mm na avaliação da resposta de longa duração (239 dias) das lajes mistas com protensão aderente. Uma laje de concreto protendida convencional foi tomada como referência e as outras duas cada uma com um perfil metálico da fôrma diferente. Painéis de lajes mistas foram analisados quanto aos efeitos da retração não-uniforme. Os resultados mostram o efeito e a importância da consideração dos efeitos da fluência e, principalmente da retração não-uniforme na avaliação das flechas nas lajes mistas.

Tabela 2.3 – Principais contribuições destacadas (continua)

Ranzi <i>et al.</i> (2013b)	Realizou o ensaio de flexão à 4 pontos das lajes do trabalho anterior (Ranzi <i>et al.</i> , 2013a) ao final do ensaio de longa duração e outro conjunto semelhante com idade de aproximadamente de 40 dias, toda simplesmente apoiadas. Não foi verificado influência significativa do efeito do tempo, das lajes do ensaio de longa duração, na capacidade última. Todos os protótipos apresentaram comportamento dúctil em termos das curvas momento $\times$ flecha e momento $\times$ deslizamentos relativos e ruína com esmagamento do concreto. As lajes mistas apresentaram capacidade última da ordem de 78% e 20% para as duas fôrmas avaliadas, respectivamente.
Ranzi e Ostinelli (2017)	Em temática semelhante ao trabalho anterior (Ranzi <i>et al.</i> , 2013b) realizou a análise experimental de outras seis lajes mistas protendidas aderente, simplesmente apoiadas. Avaliou 4 lajes (L = 6.000 mm e h = 180 mm) e outras duas (L = 7450 mm e h=225mm), variando ainda nessa última a quantidade de cordoalhas $\phi 12.7$ mm (4 e 5). Nesse trabalho as fôrmas de aço avançavam sobre os apoios, diferente do trabalho anterior. Os resultados indicaram comportamento semelhante ao ensaio anterior e um modelo analítico baseado no método da interação parcial foi proposto. O modelo foi validade pelos resultados experimentais do conjunto de ensaios desse trabalho e do anterior.
Oliveira (2019)	O ensaio de longa duração de duas lajes mistas indicou expressivo efeito da parcela de retração não-uniforme nas flechas diferidas, com boa acurácia de previsão pelos modelos analíticos simplificados e refinados. A capacidade última no ensaio de ruína nas lajes mistas com 28 e 260 dias foi similar, com ruína por cisalhamento longitudinal.
Santos (2019)	Verificou aumento de capacidade resistente das lajes mistas com continuidade e de contribuição de conectores de cisalhamento ao cisalhamento longitudinal, diante comparação às lajes isostáticas. Previsões analíticas simplificadas e sua abordagem numéricas foram adequadas. Ressalta que a laje, a depender da taxa de armadura negativa sobre os apoios, pode romper sem mobilizar a plastificação das armaduras da seção negativa.
Vakhshouri <i>et al.</i> (2018)	Apresentaram uma avaliação experimental e numérica dos efeitos diferidos do concreto na avaliação das flechas de lajes de concreto leve, respectivamente. Indicam que o modelo da <i>fib</i> Model Code 2010, que incluem o tipo de agregado e a densidade do concreto, mostrou boa concordância para o nível de carregamento d dados experimentais.
Vakhshouri (2018a, 2018b)	Com a estratégia de modelagem dos efeitos diferidos de Vakhshouri <i>et al.</i> (2018), estendeu a avaliação na previsão de comportamento das flechas em serviço das lajes protendidas não-aderentes de concreto leve de Yang <i>et al.</i> (2016), com base em diferentes previsões da fluência e retração por modelos normativos. Dos seus resultados, observa-se que as flechas podem ser uma questão preocupante no atendimento no ELS, principalmente pela esbeltez das peças.
Zhou e Zheng (2010, 2013)	Avaliaram experimentalmente 16 vigas contínuas com protensão não-aderente, usando concreto de agregado leve. Os autores avaliaram a redistribuição de momentos e o aumento da tensão e tensão última nas armaduras de protensão na ruína, respectivamente. Apresentam uma proposta para quantificar o grau de redistribuição baseado nos seus ensaios. A previsão da tensão última foi feita por meio dos modelos normativo do ACI e modelo Chinês, além de uma proposta baseado na []

Tabela 2.4 – Principais contribuições destacadas

Zhou e Zheng (2010, 2013)	... [] calibração de coeficientes de regressão por meio dos resultados experimentais, com uma média adequada de previsão em todos os modelos. Do resultado experimental, concluiu-se que a rotação plástica no apoio interno teve a maior parcela de contribuição no aumento da tensão da armadura ativa. O modelo proposto foi mais acurado do que os modelos dos ACI e Chinês e atribui ao fato de incluir a consideração da continuidade da estrutura.
Yang <i>et al.</i> (2013)	Realizaram um trabalho semelhante ao anterior na avaliação da capacidade resistente e do aumento da tensão das armaduras não-aderentes em vigas de concreto com protensão não-aderentes, usando concreto leve. Foram avaliados 11 protótipos com variação da quantidade de armaduras passivas, tensão efetiva e taxa de armadura ativa. Indicam que os efeitos dos parâmetros avaliados são semelhantes às tendências típicas observadas nas vigas protendidas não-aderentes de concreto normal. Foi ressaltado o conservadorismo na previsão do aumento da tensão última pelo modelo do ACI 318 em comparação com os resultados experimentais.
Yang <i>et al.</i> (2014)	Avaliaram lajes mistas pré-tracionadas usando concreto leve. A validade da compatibilidade de deformações no sistema é válida. Expressões empíricas na previsão da tensão última nas cordoalhas foram avaliadas, com adequada comparação, geralmente conservadoras, entre valores previstos e experimentais. Os autores apresentam um modelo não-linear na avaliação da capacidade última, com a curva tensão $\times$ deformação na compressão proposta por Thorenfeldt <i>et al.</i> (1987) modificada usando fatores especificados para concreto leve do EM 1992-1-1:2004, baseado na densidade do concreto leve.
Yang <i>et al.</i> (2016)	Apresenta os resultados experimentais de seis lajes com protensão não-aderentes com concreto de agregado leve e com continuidade. A capacidade última na flexão e os aumentos de tensão das armaduras ativas foram avaliados e comparados com as lajes simplesmente apoiadas. Ressaltam que o aumento de tensão das armaduras ativas não aderentes é maior do que nas peças de concreto normal para uma mesma taxa de armadura. Em todas as lajes, nenhuma mudança na tensão da armadura de protensão foi observada antes de ocorrer a fissuração da peça. As previsões normativas dos aumentos de tensão última do ACI e AASHTO foram menores do que os resultados experimentais.
Yang <i>et al.</i> (2020)	Avaliaram o desempenho de 12 vigas de concreto armado usando agregados leves, com continuidade entre dois vãos adjacentes. Analisaram o tipo de concreto, a quantidade de armadura longitudinal de acordo com as taxas mínimas e máximas especificadas pelo ACI 318:2004. Analisaram a redistribuição de momentos e análise da seção pelo bloco de compressão equivalente, indicando grau de redistribuição da ordem de 3% para as vigas com taxas de armaduras máximas e de 126% para as vigas com taxas de armaduras mínimas. A previsão da capacidade última com bloco de compressão do ACI forneceu resultados mais conservadores, sendo indicado melhores resultados com a proposta de Yang <i>et al.</i> (2013).

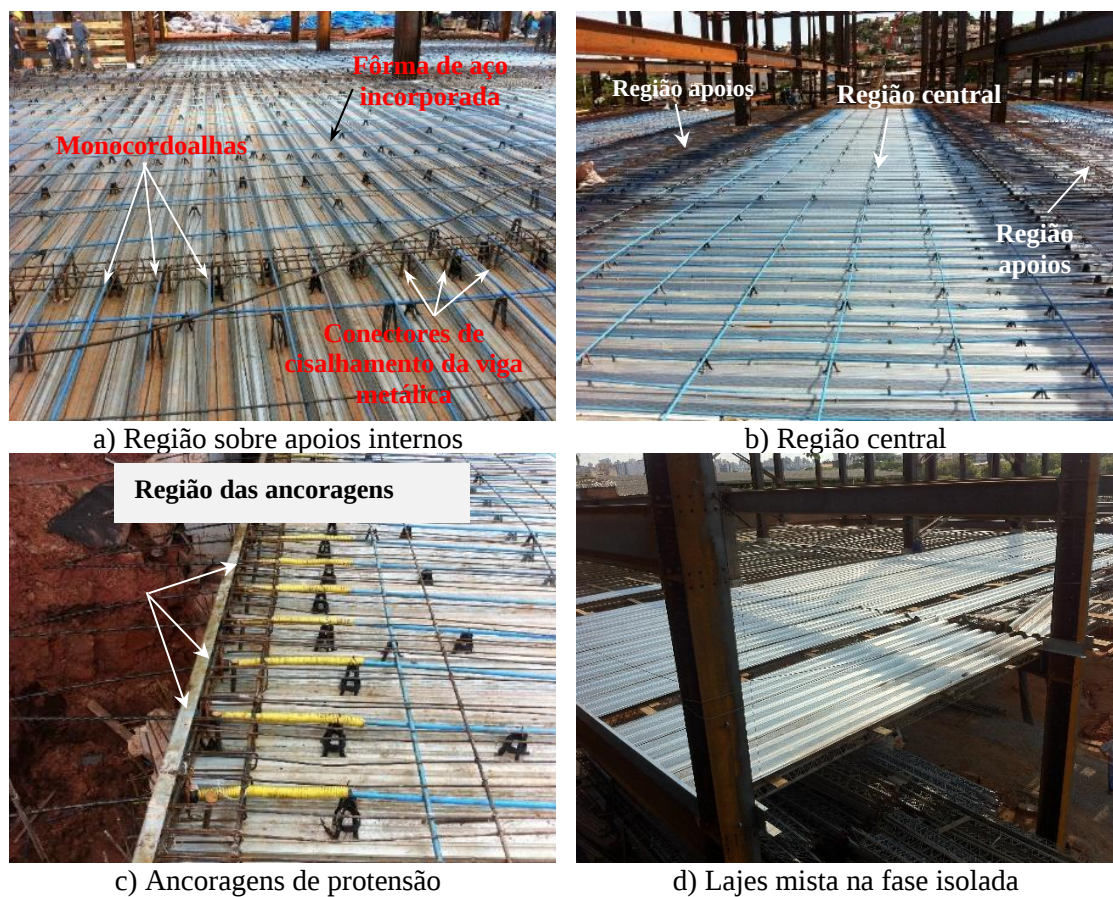
Fonte: Elaborado pelo autor

Dado as particularidades de cada sistema, sejam elas dos sistema de pisos em lajes mistas ou dos sistema em lajes protendidas não-aderentes, dois pontos são primordiais na avaliação do comportamento na ruína: 1) avaliação da resistência da interface fôrma de

aço e concreto e 2) a avaliação do aumento da tensão nas armaduras de protensão. Somados a eles, mesmo internacionalmente, observam-se pouquíssimos trabalhos na avaliação dessas lajes em serviço, que dado os grandes vãos pode ser um problema corrente, potencializado ainda pela questão da retração não-uniforme que ocasiona aumento das flechas na condição dos elementos estruturais em serviço.

Sobre a aplicação do sistema proposto, um caso no Brasil foi encontrado com a utilização das lajes mistas associada ao uso de protensão não-aderente, sendo especificado concreto de peso normal. A Figura 2.4 traz uma ilustração da obra, realizada em Belo Horizonte/Brasil e, permite identificar o interesse técnico de aplicação e viabilidade.

Figura 2.4 – Aplicação de protensão em sistemas de pisos em lajes mistas com continuidade



Fonte: Neuenschwander (2019)

A empresa Fielders (Fielders, 2018) indica que realizaram os primeiros testes sobre o comportamento do uso das fôrmas de aço incorporadas KingFlor® em lajes de concreto com protensão do tipo pós-tensão com aderência posterior. Os ensaios foram realizados exclusivamente para a Fielders pela Universidade de Western Sydney, na Austrália. Esses ensaios e análises refletem os resultados encontrados nas publicações de

Ranzi *et al.* (2013a, 2013b) e Ranzi e Ostinelli (2017) e, sobretudo das recomendações da norma de estruturas mistas protendidas pela norma AS/NZS 2327:2017.

A norma AS/NZS 2327:2017 na sua seção 2.7.3 e seu Anexo H trazem recomendações a respeito das hipóteses de projeto e do modelo de avaliação da contribuição da laje mista às estruturas protendidas com aderência posterior e dos ensaios de caracterização do sistema. Desse modo, já oferecem aos projetistas a segurança e confiabilidade ao projeto de lajes mistas unidirecionais pós-tracionadas incorporando as fôrmas de aço incorporadas. Na empresa *Fielders*, a abordagem de projeto já é representada no mercado como *Fielders PT-PLUS* e foi incorporada no software *RAPT*. Indicam que a inclusão da fôrma como reforço de tração na borda inferior pode proporcionar economias significativas sem a necessidade de protensão adicional ou reforço com armaduras passivas convencionais.

A norma AS/NZS 2327:2017 indica que a possibilidade de ignorar a contribuição e a presença da fôrma de aço incorporada é permitida apenas na verificação dos estados limites últimos, estando a favor da segurança. No entanto, nas verificações do estado limite de serviço, de flechas excessivas, a presença da fôrma de aço ocasiona a distribuição de um gradiente de retração do concreto que deve ser levada em consideração. Ressalta também que para as lajes mistas apoiadas sobre vigas faixas, a resistência ao cisalhamento longitudinal deve ser calculada considerando a contribuição dos intertravamentos mecânicos e do atrito fôrma de aço e concreto e não devem incluir a parcela adicional advinda da reação de apoio.

Desse modo, não há na literatura qualquer consideração a respeito do uso em sistemas com protensão não-aderente, havendo a lacuna nesse campo. Com a ideia de generalizar a sua aplicação às estruturas metálicas, o estudo parte dos princípios básicos da correção das hipóteses da protensão aderente para a não-aderente e as peculiaridades às estruturas com continuidade, sobretudo na aplicação às estruturas metálicas e mistas de aço e concreto leve.

Os tópicos seguintes visam trazer uma revisão sobre os principais pontos enumerados envolvendo as questões associadas aos pisos de lajes mistas de aço e concreto e sobre assuntos envolvendo a protensão não-aderente, ambos destes relacionados ao conhecimento e aplicação com concreto leve e desempenho em sistemas com continuidade.

2.2 Pisos em lajes mistas de aço e concreto

Ao contrário das barras de aço, a fôrma de aço incorporada não está inserida dentro do concreto e, por essa razão, depende da interação entre o aço e o concreto para a transferência de esforços, geralmente promovida por mossas e reentrâncias. Pela dificuldade, fatores envolvidos e variedade de fôrmas existentes, não existem equações consolidadas que representem o mecanismo de transferência de cisalhamento nas lajes mistas. Ensaio experimentais são recomendados para a avaliação da capacidade resistente das lajes mistas (Eurocode 4:2004). Dentre esses, o cisalhamento longitudinal é usualmente o estado limite crítico de lajes mistas. Nesse ponto, vale destacar o uso de dois principais métodos para sua avaliação: o método m-k e o método da interação parcial.

O avanço na tecnologia e conhecimento do comportamento da interação entre o aço e concreto e dos modos de falhas das lajes mistas já estão consolidados em normas de projetos, como a AS/NZS 2327:2017, Eurocode 4:2004, ANSI/ASCE 3 e 9:1992, ANSI/SDI C:2011, CSSBI S3:2017 e BS 5950-4:1994 e a norma brasileira ABNT NBR 8800:2008 e 2024, no seu Anexo Q que traz as considerações ao projeto das lajes mistas.

Na literatura técnica reportam-se alguns destaques, em especial ao cisalhamento longitudinal, como Porter e Ekberg (1976), Stark (1978), Easterling e Young (1992), Daniels e Crisinel (1993), Patrick e Bridge (1994), Oehlers e Bradford (1995), Chen (2003), Johnson (2004) e mais recentes como Kim e Jeong (2010), Gholamhoseini *et al.* (2014), Ahmed e Tsavdaridis (2019) e Simões e Pereira (2020). Sobre o cisalhamento vertical nas lajes mistas destaca-se o trabalho de Pereira e Simões (2019) e, particularmente de laje mista sob momento negativo, destaca-se Abspoel *et al.* (2018).

Uma ampla revisão sobre os aspectos normativos e parâmetros de influência no desempenho na ruína das lajes mistas é apresentada por Grossi (2016), Santos (2019) e Rodrigues (2020). Sobre comportamento dinâmico de pisos mistos cita-se Ferreira *et al.* (2021).

As novas pesquisas sobre o comportamento em serviço das lajes mistas têm mostrado que devido a impermeabilidade da face inferior promovida pela fôrma de aço, a retração não-uniforme do concreto é um aspecto relevante. Constata-se sua influência sobre a indução de flechas, na redistribuição de esforços e fissuração do concreto (Gholamhoseini, 2014).

Importantes contribuições sobre as lajes mistas simplesmente apoiadas sem protensão, em situação de serviço ao longo do tempo foram pesquisadas por Uy (1997), Shayan et al. (2010), Ranzi et al. (2013), Gholamhoseini (2014b, 2014c), Al-Deen, Ranzi e Uy (2015) e Wang et al. (2016). Somado a esses estudos vale citar Oliveira (2019) e Oliveira et al. (2021). Destaca-se o trabalho de Al-Deen (2018) que trouxe um modelo na avaliação da retração não-uniforme devido à retração por secagem estimada com base na correlação entre a umidade interna do concreto e a sua retração. A avaliação da umidade interna das camadas de concreto foi feita com base no processo de difusão linear de massas (Lei de Fick). Bocciarelli e Ranzi (2018) trouxeram uma discussão da aplicação do modelo geral de Difusão de Massas e seus parâmetros, por meio de análise inversa, na avaliação da retração não-uniforme e gradiente linear equivalente.

Sobre o fenômeno da retração não-uniforme das lajes mistas, Ranzi e Vrcelj (2009), Bradford (2010), Bradford et al. (2011), Gilbert et al. (2012); Ranzi, Leoni e Zandonini (2013); Gilbert (2013), Ranzi et al. (2013), Al-Deen e Ranzi (2015); Al-Deen, Ranzi e Uy (2015), Wang et al. (2016) e Gholamhoseini et al. (2014b, 2014c, 2015, 2016 e 2018) desenvolveram bases teóricas para entendimento e aplicação prática, como a proposta de um perfil de retração linear da norma australiana AS/ANS 2327:2017.

Mais recentemente, trabalho de Wang *et al.* (2020) com modelos numéricos em elementos finitos na previsão do comportamento diferido das lajes mistas contínuas com concreto de agregados reciclados, obtendo adequada resposta de previsão considerando os efeitos da fluência, gradiente de retração linear e a fissuração do concreto. Ranzi *et al.* (2020) avaliaram experimentalmente a influência do acabamento superficial das lajes mistas sobre a resposta de longa duração, dado a alteração da ocorrência da retração não-uniforme.

Trabalhos sobre lajes mistas com continuidade sobre apoios intermediários ao longo do tempo citam-se Gholamhoseini (2016, 2018) e Altoubat, Rieder e Junaid (2017) e Zhang *et al.* (2020). Nesse sentido, destaca-se a verificação dos efeitos dos hiperestáticos secundários devido ao aumento de curvatura provenientes dos efeitos diferidos do concreto, principalmente pela retração não-uniforme, conforme relatado por Gholamhoseini (2016).

Poucos trabalhos estão disponíveis na literatura a respeito do comportamento das lajes mistas com continuidade. Destacam-se os trabalhos de Stark e Brekelmans (1990) e

Daniels, Leary e Crisinel (1990) e Lee *et al.* (2001a, 2001b) destacam contribuição na capacidade resistente da fôrma de aço quando é contínua sobre os apoios e, sobretudo da importância da armadura negativa na capacidade resistente e capacidade de rotação plástica, na redistribuição de momentos.

Gholamhoseini (2016) realizou ensaio das lajes mistas com continuidade após os seus ensaios de longa duração na avaliação das flechas diferidas (Gholamhoseini, 2018). Ele observou uma redistribuição de momentos, com as lajes atingindo o escoamento das armaduras e ruína por cisalhamento longitudinal. Sobre o uso de materiais alternativos, Abas, Gilbert e Foster (2013) avaliaram o uso de concreto com adição de fibras de aço, cujo trabalho semelhante foi feito por Gholamhoseini *et al.* (2016), com resultados relativos ao melhor desempenho no controle da fissuração do concreto e aumento da capacidade última.

Ainda sobre lajes mistas com continuidade, no Brasil, Campos (2001) realizou ensaios com as lajes mistas formadas pela fôrma incorporada MF75 (Metform, 2001) identificando aumento da capacidade resistente e menores flechas diante as lajes similares na condição simplesmente apoiada. Trabalho mais recente foi feito por Santos (2019), na avaliação comparativa das lajes mistas com continuidade e simplesmente apoiadas, considerando ainda a presença de conectores de cisalhamento junto aos apoios. Foi identificado um aumento de ductilidade e capacidade resistente do sistema nas lajes com continuidade e também com o uso dos conectores de cisalhamento. A falha das lajes com menores taxas de armadura negativa teve início com o escoamento da armadura negativa, seguido do cisalhamento longitudinal. Enquanto que para determinadas taxas de armaduras negativas mais elevadas, a falha por cisalhamento longitudinal pode ocorrer sem mobilizar o escoamento das armaduras negativas sobre os apoios intermediários.

Sobre o uso de concreto leves nas lajes mistas, Mohammed *et al.* (2011) estudaram o uso de agregados de clínquer de óleo de palma sinterizado, com redução do peso em 18%, obtendo resultados similares de desempenho aos das lajes de concreto convencional. Kan *et al.* (2013) obtiveram resultados similares na capacidade última usando concreto leve e normal. Waldmann *et al.* (2017) avaliaram concretos leves produzidos com taliscas de madeira, com redução da densidade do concreto da ordem de 30% e, apresentou uma redução de 20% da capacidade resistente das lajes mistas, em relação as de concreto normal. Ahmed e Tsavdaridis (2019) avaliaram um novo tipo de

laje mista pré-fabricada com uso de dois concretos leves e diferentes tipos de conectores de cisalhamentos, com avaliação por ensaios do tipo *push-out*, sendo verificado uma redução significativa do peso próprio e uma redução da resistência nas lajes com uso de concreto leve. Aarthi *et al.* (2019) avaliaram a resistência de lajes usando três tipos de concretos: convencional, com argila expandida e com agregados de cinza volante sinterizada, cujos resultados indicaram redução da ordem de dois terços e um terço na resistência das lajes, em comparação às de concreto convencional.

Li *et al.* (2017) avaliaram o uso de concretos leves nas lajes mistas com fôrmas reentrantes, associando ainda com uso de conectores de extremidade, com adequado desempenho e mostrou resultados superiores às das lajes com concreto convencional. Sohail *et al.* (2021) obtiveram resultados equivalentes para as resistências ao cisalhamento longitudinal das lajes mistas com fôrma trapezoidal com concretos leves e de concreto normal, indicando seu uso, de modo a reduzir o peso próprio das lajes

No Brasil, Gomes (2001) avaliou o uso de concretos com agregados do tipo argila expandida aplicados nas lajes com fôrma incorporada MF75 (Metform, 2001), obtendo resultados muito similares na capacidade última dos protótipos ensaiados com concreto convencional de Melo (1999) e Silva (1999), todos com ruína por cisalhamento longitudinal. No entanto, na literatura técnica, a influência do uso de concretos leves na capacidade resistente ao cisalhamento longitudinal das lajes mistas é um parâmetro ainda indefinido, se reduz ou não a resistência da interface, carecendo de avaliação experimental.

Dessa forma, a maioria dos trabalhos feitos dedicaram a avaliação de comportamento e capacidade resistente com ensaios experimentais, caracterizando as lajes mistas com uso de fôrmas de aço incorporadas. No Brasil, vale citar ainda os trabalhos de Melo (1999), Martins (2001), Vieira (2003), Brendolan (2007), Araújo (2008), Sieg (2015), Grossi (2016) e Kataoka, Friedrich e El Debs (2017), todos com uso de concretos de peso normal.

Sobre o uso do concreto leve em estruturas mistas, Valente (2007) realizou ensaios de longa duração e ensaios de avaliação da capacidade resistente monotônicos e cíclicos, bem como da interface em vigas mistas de aço-concreto leve. Valente e Cruz (2004, 2009, 2010) realizaram estudos na comprovação de adequado comportamento na interação entre viga mista composta com lajes de concretos leves.

2.3 Protensão e concretos leves

Segundo ACI 213R-03:2013 o uso de concreto leve protendidos tem sido amplamente usado em edificações na América do Norte, dadas as vantagens na redução do peso próprio no desempenho estrutural e sísmico, bem como redução com custos com as fundações. Somado a isso, um melhor comportamento térmico e acústico, melhoria na resistência ao fogo e menores custos de transporte para peças pré-fabricadas.

A redução média esperada da densidade é do concreto de peso normal da ordem de 23-25 kN/m³ para valores em torno de 16-18 kN/m³. Khatib (1958), Furr e Sino (1967), Roy (1980) e Herrero *et al.* (2013) estudaram o comportamento e a comprovação da possibilidade do uso de concretos leves submetidos à protensão, mediante ensaios de vigas atestando comportamento dúctil e capacidade resistente adequada.

Greene e Graybeal (2009, 2013, 2014, 2019) vem estudando o potencial do uso de concreto leve e da sua protensão em vigas destinadas às obras de infraestrutura nos Estados Unidos. Nesses estudos, o uso da protensão do tipo pré-tração tem sido investigado na resistência à força cortante e flexão das peças, bem como na determinação dos comprimentos de ancoragens necessários às cordoalhas.

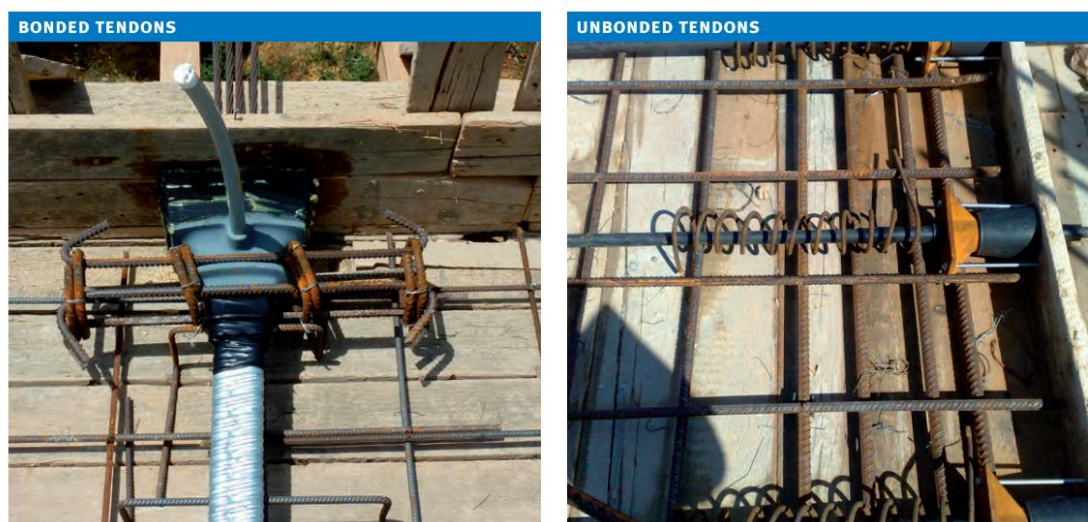
A ideia da protensão em sistemas de pisos mistos, iniciou-se com as vigas mistas com concreto normal, onde grande número de trabalhos são encontrados, desde análises experimentais a análises numéricas, como apresentado por Reagan (1966) e Reagan e Krahel (1967). Trabalhos mais recentes têm sido feitos com estudo das vigas mistas protendidas como Safan e Kahoutková (2001), Chen (2006), Chen e Zhang (2006), Chen, Jia e Wang (2009), Kim *et al.* (2011), Kim e Lee (2011), Du *et al.* (2016), El-Zohairy e Salim (2017) e com vigas mistas contínuas com Zhang *et al.* (2020) e avaliações ao longo do tempo como Cao *et al.* (2018).

Como foco no trabalho, a protensão não-aderente associados em estruturas mistas aço-concreto leve tem sido pouco investigada, destacando registro de sua utilização em elementos com protensão externa em vigas de concreto armado e vigas mistas com o objetivo de recuperação estrutural ou aumento da capacidade resistente destes elementos.

Pela sua facilidade executiva frente ao sistema de pós-tração protensão aderente, somado a presença da bainha protetora com a graxa, inibem a corrosão e fornece excelente lubrificação entre a cordoalha e a capa, reduzindo drasticamente o coeficiente de atrito,

que passa da ordem de 0,24, no caso de bainhas metálicas, para 0,07, no caso de capa plástica. A Figura 2.5 traz ilustração típica comparativo dos sistemas. Reitera-se ainda a maior facilidade da protensão dos cabos com os macacos e sistema de ancoragens mais simples e baratos. Esse sistema apresenta praticidade e simplicidade dos materiais e serviços conforme ressalta Cauduro (2003) e publicações do *Post Tensioning Institute* (PTI, 2019).

Figura 2.5 – Sistema de pós- tração aderente e não-aderente



Fonte: Mega Prefab (2021)

A protensão não-aderente é regida pelos mesmos princípios da protensão convencional aderente, isto é, aplica-se às peças estruturais um sistema permanente de forças por intermédio de cabos esticados, que não retornam ao comprimento inicial devido a um sistema de ancoragens. A diferença é que no sistema não-aderente, a ligação entre as cordoalhas e o elemento estrutural ocorre somente nas regiões de ancoragens. Não existe aderência entre a armadura de protensão e o concreto, havendo a possibilidade de deslocamento relativo da monocordoalha em relação ao concreto. Dessa forma, não se verifica a hipótese de compatibilidade de deformações entre aço e concreto nas seções transversais, como ocorre na protensão aderente ou com as armaduras passivas.

O sistema mais usual é denominado “monocordoalha”, pois cada ancoragem segura apenas uma cordoalha. Devido a seu baixo coeficiente de atrito, geralmente cada cordoalha pré-encunhada em uma extremidade (ancoragem passiva), sendo protendida apenas pela outra extremidade (ancoragem ativa). Apesar de ancoradas individualmente, as cordoalhas podem ser reunidas em grupos; podem também ser separadas no meio de

uma laje para desviar de obstáculos (Emerick, 2002). A capa protetora (bainha plástica), feita de polietileno de alta densidade de espessura mínima de 1,0 mm (um milímetro), oferece excelente resistência ao manuseio e arraste por entre as armaduras passivas da obra.

O sistema já é difundido no Brasil, com possibilidade de aplicações em diversos sistemas estruturais (*radiers*, lajes, vigas, estacas, etc). Permite protender os elementos no canteiro de construção, elimina o custo com transporte de peças pré-moldadas, torna possível a construção de grandes vãos e o direcionamento da força de protensão, permitindo a continuidade estrutural dos elementos, com o uso de cabos com traçado em catenária e a protensão em estágios, com perdas de protensão reduzidas.

Herrero *et al.* (2013) em um estudo comparativo do comportamento à flexão de vigas protendidas de concreto convencional e concreto leve, atestou que as peças em concreto leve apresentaram comportamento dúctil e capacidade resistente adequada. Recomendou, no entanto, atenção ao uso nas vigas de pontes devido à detecção do maior risco de corrosão do aço de protensão e garantia de durabilidade dos concretos leves. No entanto, as características de durabilidade são inerentes à tecnologia de concreto e cobrimentos adequados devem atender a esses requisitos. O modelo do *fib* Model Code:2010 indica o uso comum de 5-10 mm adicionais de cobrimentos para os concretos leves. Desse modo, o uso das monocordoalhas engraxadas reduzem a preocupação com as questões associadas à atenção na corrosão citado por Herrero *et al.* (2013) nas estruturas de concretos leves. A face inferior das lajes mistas ainda tem a proteção adicional devido à presença da fôrma de aço incorporada, que tem camada zincada protetora.

Especificadamente ao projeto das estruturas de concreto protendido do tipo não-aderentes tem evoluído no Brasil, no entanto não cobrem o emprego do uso de concretos leve ou outros concretos especiais. A norma ABNT NBR 7197:1989 trazia que os concretos protendidos sem aderência só podiam ser empregados em casos especiais e sempre com protensão completa. Substituída pela ABNT NBR 6118:2003 e atualizada em 2014 e em 2023, atualmente a norma ainda não consta do emprego associados a concretos leve ou especiais, mas avançou no quesito do projeto com requisitos similares ao projeto dos sistemas com protensão aderente.

Com a chegada de novas tecnologias na construção civil vêm a possibilidade de desenvolvimento de produtos com maiores resistências de modo a ganhar performance estrutural e redução de custos. Desse modo, atualizações recentes nas normas brasileiras como a da ABNT NBR 7483:2021 trouxe normalização às cordoalhas engraxadas na especificação técnica para sua produção com base em regulamentação nacional, embora o mercado já o empregasse. Além disso, a atualização traz a possibilidade de desenvolver cordoalhas com resistência de até 240 kgf/mm² (CP240) e baixa relaxação, situação anterior que abrangia cordoalhas com resistência de até 190 kgf/mm² (CP190). Conjuntamente, a essa atualização, a norma ABNT NBR 7484:2020 foi atualizada sobre os critérios do método de ensaio da relaxação isotérmica das armaduras de protensão.

A ABNT NBR 6118:2023 (p. 3) no seu item 3.1.4 diz que os elementos de concreto protendido são:

Aqueles nos quais parte das armaduras é previamente alongada por equipamentos especiais de protensão, com a finalidade de, em condições de serviço, impedir ou limitar a fissuração e os deslocamentos da estrutura, bem como propiciar o melhor aproveitamento de aços de alta resistência no estado-limite último (ELU)

Desse modo, a aplicação da protensão não-aderente é facilitada pelos acessíveis e pequenos macacos hidráulicos. Com o estiramento dos cabos, o concreto é comprimido e dependendo do traçado do cabo, permite adequar a posição de forma a respeitar os requisitos de fissuração (a depender do nível de protensão completa, limitada ou parcial). A tendência de retificação do cabo na peça, ocasiona a geração de forças de alívio que provocam deformação da peça contrária às ações gravitacionais, de modo a reduzir os deslocamentos da peça.

Nesse ponto ainda, há maior controle da rigidez da peça dada com a limitação da fissuração do concreto. A fissuração do concreto é implicitamente relacionada à resistência à tração do concreto. No concreto leve estrutural a resistência à tração seu valor reduzido na ordem de 75 a 85%, na média, em relação aos concretos de peso normal (ACI 318:2019; EN-1992-1-1:2004). Desse modo, para a situação comum de protensão limitada e seção nervurada das lajes mistas com fôrma trapezoidal, o limite de tensão de tração, segundo a ABNT NBR 6118:2014 pode ser da ordem de $0,9f_{ctk,inf}$. Sobre o protensão parcial ao sistema de lajes mistas, essa consideração parece inapropriada, dada

as incertezas associadas na avaliação das aberturas de fissuras dada a presença da fôrma de aço incorporada em vez das armaduras passivas comuns.

A ausência de armadura aderente pode resultar em ruptura brusca da seção quando da ocorrência de eventual fissuração, desse modo, a protensão não-aderente necessita de armaduras passivas para evitar a fissuração exagerada. A ausência de armaduras passivas complementares na peça com protensão não-aderente pode provocar o fenômeno peculiar chamado de instabilidade à flexão (Monteiro, 2008). Isso acontece quando a resistência da seção transversal antes da fissuração é maior que aquela obtida imediatamente após a formação da primeira fissura. Desse modo, é comum na avaliação do projeto, estabelecer uma taxa mínima de armadura passiva, melhorando a ductilidade, capacidade resistente, distribuição de fissuração no ELU e comportamento pós-fissuração. A norma ACI 318:2019 indica a verificação de que o momento resistente da seção seja superior a 20% do momento de fissuração da seção, como requisito de ductilidade, para evitar ruptura frágil.

Sobre a protensão, três itens importantes merecem destaque: i) as perdas de protensão; ii) hiperestáticos de protensão nos sistemas com continuidade, e; iii) avaliação do acréscimo de tensão /tensão última nas armaduras de protensão no ELU. As perdas elas se dividem em imediatas (*short-term*) e de longa-duração/progressivas (*long-term*). Na primeira, enumeram-se as por atrito (reduzido no sistema não-aderente), por encurtamento elástico (parcela influenciada pelo menor módulo de elasticidade do concreto leve) e por deslizamento no encunhamento das ancoragens. Nas perdas de longa duração, tem-se as devidas à fluência e retração do concreto e à relaxação do aço protendido. Destaque à importância da consideração das perdas na análise da força de protensão atuante durante a vida útil da estrutura. Nesse ponto, os fatores envolvendo a reologia do concreto tomam destaque, principalmente devido a retração não-uniforme do concreto nas lajes mistas e fluência no concreto.

Oliveira, Valente e El Debs (2021) apresentaram uma avaliação comparativa das estimativas das perdas de protensão do sistema de lajes mistas usando concreto leve e convencional sobre as lajes mistas protendidas com aderência avaliadas por Ranzi *et al.* (2013). As perdas em ambos os sistemas foram praticamente similares e da ordem de 20%, com perdas imediatas da ordem de 12% e perdas progressivas de 8%. Soares (2008) reafirma esses valores para lajes planas protendidas usuais, trazendo o percentual total de

perdas corresponde da ordem de 20% da força inicial de protensão, sendo 10% para as perdas imediatas e 10% para as perdas progressivas, reforçando que o projeto deve prever essas perdas de protensão, no entanto, raramente são medidas em campo, cujo tema foi objetivo do seu trabalho.

Sobre a protensão em peças em condição hiperestática, diferentemente das estruturas isostáticas onde a protensão é um carregamento auto equilibrado que não gera reações de apoio nos vínculos, no caso das lajes com continuidade surgem os hiperestáticos de protensão. Os hiperestáticos de protensão são provocados pelas reações de apoio induzidas pela tendência de deformação da peça hiperestática com o estiramento dos cabos protendidos. A determinação desses esforços pode ser obtida pelo uso de métodos de grelhas ou elementos finitos com softwares de mercado ou usando métodos da literatura como o método das cargas equivalente ou do balanceamento (*load balancing*) de Lin e Burns (1981) e do instituto americano *Precast/Prestressed Concrete Institute*. Desse modo, os esforços obtidos da protensão são compostos por duas parcelas: o esforço isostático e o hiperestático. Os momentos isostáticos são aqueles advindos da parcela força de protensão $\times$ excentricidade do cabo. Para a análise do comportamento em serviço (ELS) a distinção das parcelas não merece atenção.

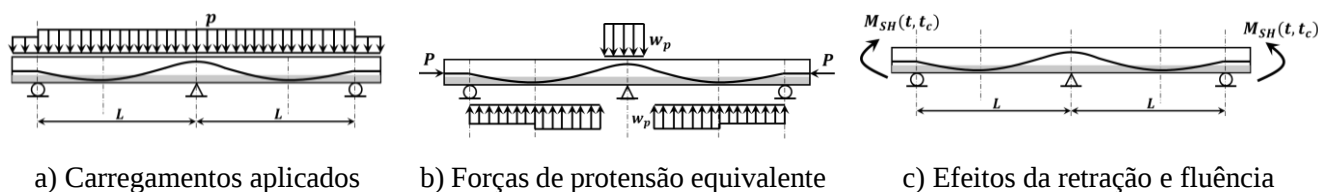
A separação dessas parcelas é importante para a avaliação do comportamento na ruína, no dimensionamento ao ELU (estado limite último). A ABNT NBR 6118:2023 indica que na verificação ELU devem ser considerados, além do efeito de outras ações, apenas os esforços solicitantes hiperestáticos de protensão. Desse modo, os hiperestáticos de protensão são analisados como solicitação, enquanto que o efeito da força do cabo na sua posição da seção é considerado como “resistência da seção” na avaliação da sua capacidade resistente, já incluindo as deformações de pré-alongamento do cabo e a tensão inicial na armadura de protensão.

2.4 Sistema estrutural com continuidade entre vãos adjacentes

Dessa forma, no sistema com continuidade, a região de momentos negativos nos apoios intermediários passa a ser uma região de maiores solicitações devido aos carregamentos. Somado a eles, acrescentam os esforços advindos dos esforços devido ao hiperestáticos de protensão e dos efeitos secundários devido a retração e fluência do

concreto, como destacado por Gholamhoseini (2016, 2018), este último na análise do comportamento das peças em serviço. A Figura 2.6 traz as ações pertinentes na avaliação do sistema misto.

Figura 2.6 – Ações de avaliação estrutural da laje mista protendida



Fonte: Elaborado pelo autor

Na maioria das estruturas com continuidade, os momentos hiperestáticos tem o efeito de aumentar a magnitude dos momentos positivos no meio dos vãos e reduzir os momentos negativos junto aos apoios intermediários. Já os efeitos secundários dos efeitos reológicos do concreto tendem a aumentar os momentos negativos junto aos apoios intermediários. O levantamento e quantificação dessas ações permite avaliar principalmente a situação do comportamento em serviço, ao longo do tempo, na avaliação das tensões e flechas excessivas.

Para a avaliação da capacidade resistente do sistema de lajes mistas com continuidade, um panorama já foi indicado na seção anterior, onde se destaca que dependem da taxa de armadura negativa (apoios internos) e da resistência ao cisalhamento da laje mista (junto ao apoio das extremidades), a ruína pode ocorrer por cisalhamento longitudinal sem antes ocorrer o escoamento das armaduras negativas sobre os apoios.

Na avaliação da capacidade resistente das lajes com continuidade com protensão não aderente, o principal ponto é a determinação da tensão última na armadura de protensão (f_{pu}). A relevância no conhecimento do acréscimo de tensão Δf_{pu} , que se soma à tensão efetiva f_{pe} (já desprezada todas as perdas até a data em exame), reflete uma melhor precisão do dimensionamento e verificação do elemento na ruína à flexão. Dada a não existência de compatibilidade local de deformações, seria necessária a integração das curvaturas ao longo de todo o comprimento do vão para a obtenção do alongamento do cabo, numa análise não-linear, levando em conta a fissuração e plastificação com escoamento das armaduras nas seções.

Da literatura, observa-se que os fatores mais influentes na determinação da tensão última f_{pu} : i) a taxa mecânica de armaduras passivas e ativas; ii) o índice de protensão parcial (PPR); iii) a tensão efetiva de protensão; iv) a esbeltez da peça (L/d_p), v) o tipo de carregamento e vi) a continuidade da estrutura. Maiores detalhes podem ser vistos em Monteiro (2008).

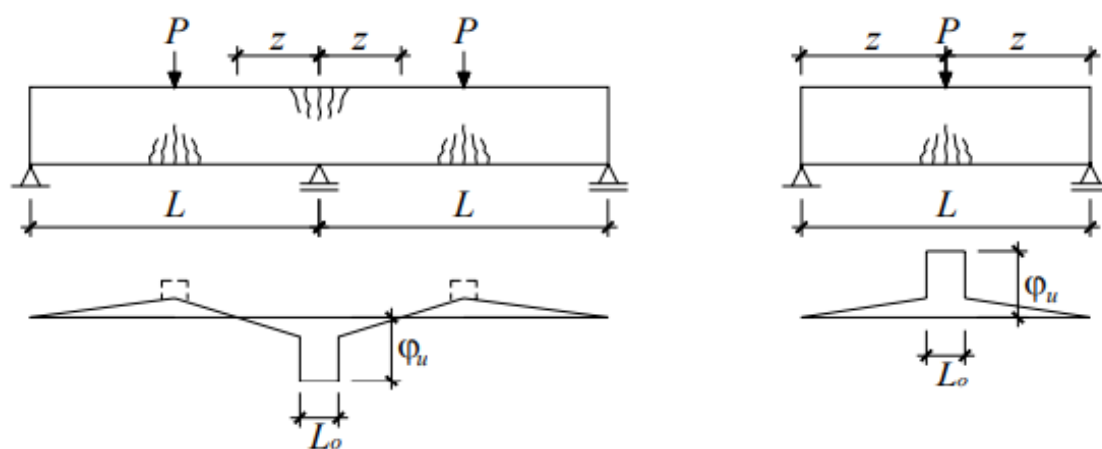
Ao fazer o levantamento dos modelos normativos de previsão da tensão última, observa-se que duas grandes categorias de abordagens baseadas em deformações foram identificadas: i) equações baseadas na relação de esbeltez da peça vão/altura útil e taxa geométrica de armadura (ACI 318, AS 3600, NBR 6118 e DIN 1045); e, ii) equações baseadas na profundidade da linha neutra da seção (CABR JGJ:2006, CSA A23.4:2014 e AASHTO LRFD:2017). Maiores detalhes são apresentados na *Seção 5.4*. Desses modelos normativos apenas os modelos da CSA:2014 e da AASHTO LRFD:2017 levam explicitamente em conta a influência da continuidade na consideração da formação de rótulas plásticas sobre os apoios. Nessa linha, também se destaca um modelo analítico mais recente e completo da literatura, proposto por Alqam, Alkhairi e Naaman (2020).

A grande maioria dos trabalhos experimentais na investigação do comportamento e da tensão última das armaduras de protensão foram realizados com elementos simplesmente apoiados, usando concreto normal. Em vigas e lajes de concreto leve usando protensão não-aderente, destacam-se os trabalhos de Yang e co-autores, da Tabela 2.1, com vigas e lajes simplesmente apoiadas (Yang *et al.*, 2013; Yang e Mun, 2013) e lajes com continuidade (Yang *et al.*, 2016). Nesses ensaios, os autores indicam que o aumento de tensão última foi maior nas vigas e lajes com concreto leve, em relação às de concreto normal, e as previsões usando o modelo do ACI 318 foram conservadoras, enquanto que as previsões usando o modelo da AASHTO:1998 e modelo canadense CAN 3 e tiveram resultados melhores para as lajes com continuidade.

Yang *et al.* (2016) indicam que nas lajes com continuidade, as fissuras iniciaram sobre o apoio intermediário (região de momentos negativos) e, em seguida, desenvolveram-se nas junto a região do meio do vão (região de momentos positivos). Aos níveis do carregamento máximo alcançada, as fissuras atingiram sua abertura máxima no meio do vão e as fissuras na região de momento negativo pararam de ser desenvolver. A falha se deu pelo esmagamento do concreto e paralização do ensaio com a redução da força $\times$ deslocamento nas peças.

O aumento do alongamento dos cabos de protensão são provenientes principalmente das regiões plastificadas. Em paralelo com esses resultados e as análises de Harajli (1990), observa-se que nos elementos com continuidade, a região plastificada pode ser comparada com os elementos com um vão sob uma carga concentrada, conforme a Figura 2.7. A região plastificada desenvolve-se junto aos apoios internos, onde se tem os maiores momentos.

Figura 2.7 – Regiões de plastificação das peças com continuidade e simplesmente apoiadas



Fonte: Adaptado de Harajli (1990).

Dessa forma, o valor do acréscimo de tensão Δf_{ps} é dependente principalmente da relação entre a região plastificada e a distância entre as ancoragens. Monteiro (2008) indica ainda que na formação da primeira rótula plástica, o incremento de tensão é maior no caso de vigas simplesmente apoiadas do que nas peças com continuidade. No entanto, havendo redistribuição dos momentos fletores, garantida por suficiente ductilidade do sistema, espera-se um aumento no valor de Δf_{ps} até a formação da rótula plástica no vão, que levaria o sistema a sua capacidade máxima. Nesse ponto, Mattock *et al.* (1971) indica que a colocação de uma pequena quantidade de armadura de compressão junto aos apoios internos, promova ductilidade suficiente para redistribuição de momentos fletores e atingir a capacidade máxima nas seções no meio do vão.

Nesse sentido, as lajes mistas por possuírem a fôrma de aço na sua face inferior que se estendem até junto aos apoios, serve de reforço de armadura de compressão no

sentido de aumentar a ductilidade do sistema, ainda quando do uso de conectores de cisalhamento comuns nas vigas garante a fixação adicional das fôrmas de aço que chegam aos apoios. Sobre estes, desenvolvimentos recentes têm sido feitos com a simplificação dos procedimentos de aplicação desses conectores, onde possa existir dificuldade executiva de soldagem, como comparativamente mostrado na Figura 2.8 a) com os conectores convencionais soldados e b) os conectores de impacto.

Figura 2.8 – Uso de conectores de cisalhamento nas lajes mistas



a) Conectores convencional (*stud bolt*)

Fonte: Estruturas mistas (2019)



b) Conectores CTF da Tecnaria, Itália.

Fonte: Tecnaria (2019)

Como resumo geral, a associação da protensão nas lajes mistas com o uso de concreto leve reduz o peso próprio e aumenta o controle da fissuração do concreto com maior domínio da rigidez da peça no ELS. Adicionalmente, incorporam a preocupação com verificação adequada das flechas devido os efeitos da retração não-uniforme e fluência, de modo que a análise garanta atendimento aos estados limites de serviço, e quantificação adequada de sua influência nas perdas de protensão progressivas.

Na ruína, a fôrma de aço tem contribuição mais efetiva na região dos momentos positivos, e pode-se ainda adicionar os benefícios do uso de dispositivos auxiliares como de ancoragens de extremidades, com conectores de extremidade (*stud-bolts*) ou por outros meios que restrinjam o movimento relativo entre a fôrma de aço e o concreto. Na região de momentos negativos, além da presença das monocordoalhas engraxadas integra a presença de armadura passiva na região sobre apoios. Numa análise plástica das capacidades resistentes das seções e admitindo adequada ductilidade do sistema, o sistema aproveita da capacidade máxima do sistema com continuidade.

2.5 Simulações numéricas dos sistemas de lajes mistas e de protensão não-aderente

A modelagem numérica do sistema na avaliação da ruína tem dois pontos peculiaridades relacionados à simulação das interfaces aço-concreto: i) modelagem da interface fôrma de aço e concreto e da ii) interface cordoalha e concreto. Os trabalhos presentes na literatura tomam como base no método dos elementos finitos (MEF).

Os trabalhos de Santos (2019) e Rodrigues (2020) reuniram os principais trabalhos envolvendo simulações numéricas de lajes mistas de aço e concreto, além de trazerem propostas de simulações numéricas. Sobre a consideração da interface se destacam algumas modelagens como: i) elementos de mola com comportamento definido pela relação tensão de cisalhamento $\times$ deslizamentos relativos, incluindo ou não atrito e adesão; ii) elemento de contato e de combinação com rigidezes e ruptura associada à tensão e deslizamento ou de adesão e atrito de Coulomb; e, iii) elementos de interface com modelo de Mohr-Coulomb.

Sobre a modelagem da protensão não-aderente, especificadamente na modelagem dos cabos de protensão e sua interação com o concreto, usualmente elementos especiais de treliça ou de elementos de molas são usados. De modo a permitir simular o atrito do cabo $\times$ bainha, a etapa de aplicação da força de protensão, bem como a variação da tensão ao longo do cabo. No Brasil, citam-se os trabalhos de Barbieri (2003) e Alves (2020) e Diaz *et al.* (2020) que modelaram com base no método dos elementos finitos.

Destaca-se o modelo usado por Rodrigues (2020) na simulação da interface fôrma de aço-concreto com programa Diana, baseado no MEF, usando modelagem da interface com modelo de interface *Coulomb Friction* com *Hardening*, cujos parâmetros de entrada tomam como base resultados de ensaios de escala reduzida do tipo slip-block, desenvolvida pelo autor.

Na simulação das monocordoalhas não-aderentes destaca-se o trabalho de Diaz (2018) e Diaz *et al.* (2020), com o programa Diana, com uso dos modelos de aderência *bond-slip*, que permitem o escorregamento relativo entre aço e concreto e a transferência de esforços entre a armadura de protensão e o concreto. Foi usado o modelo de aderência de Dörr (1860) no estabelecimento da relação entre as tensões de cisalhamento e o

deslocamento tangencial relativo nas armaduras de protensão. Os resultados indicam adequada representação da protensão.

Mais recentemente, indica-se o trabalho de Dinh *et al.* (2022) e Dinh e Doh (2024), simularam lajes mistas protendidas do tipo pós-tração com aderência posterior, usando elementos finitos usando pacote computacional do ABAQUS. Destacam-se que foram calibrados os modelos numéricos na simulação de lajes mistas protendidas de Ranzi *et al.* (2023) e Ranzi e Ostinelli (2017), ampliando os estudos na consideração de protensão em lajes bidirecionais. O segundo trabalho na mesma linha, apresentou resultados experimentais de lajes com protensão do tipo aderência posterior, usando fôrma de aço na direção secundária.

Os estudos de Diaz (2018) e Rodrigues (2020) são indicados como referência a propostas de estudos futuros para os modelos da simulação numérica na modelagem das lajes mistas com protensão não-aderente.

3 ATO DE PROTENSÃO E VERIFICAÇÕES DO DESEMPENHO EM SERVIÇO

O Capítulo 3 traz os conceitos relacionados à análise do comportamento das peças de concreto, apresentando os conceitos pertinentes às peculiaridades do concreto, especialmente aos pontos relativos ao concreto leve e do comportamento reológico típico do concreto, com uma discussão sobre a influência da presença da fôrma de aço incorporada no desenvolvimento de um gradiente de retração não-uniforme.

Incluem-se no texto as recomendações para as peças de concreto pretendidas, quanto às verificações de tensões e verificação da fissuração do concreto. Nesse sentido, incluem-se no texto as recomendações quanto ao traçado e força de protensão, abrangendo as fases durante ato de protensão e ao longo da vida útil, bem como as perdas de protensão e, com destaque aos pontos relativos as assertivas para protensão não-aderente, representando as monocordoalhas engraxadas.

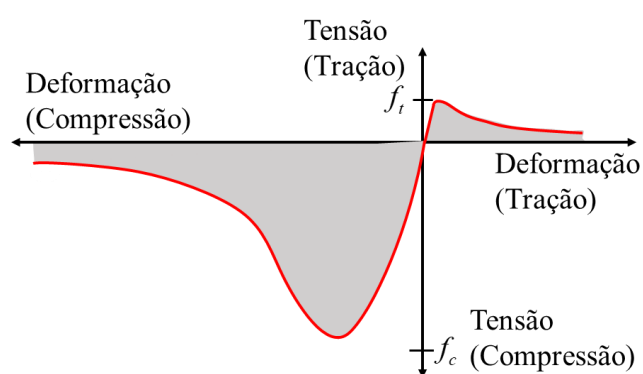
3.1 Considerações iniciais

As estruturas de concreto e mistas de aço concreto possuem um comportamento particularmente diferenciado na tração e compressão e pela ocorrência dos fenômenos reológicos. Na preparação do concreto, as misturas de agregados graúdos e miúdos com cimento e água, dá início à reação química do cimento com a água, formando os compostos que constituem a massa coesiva do cimento hidratado. Dessa reação química de hidratação do cimento, ocorre uma redução de volume, com a formação de poros. A estrutura interna do concreto formado resulta-se altamente heterogênea, com formação de uma microestrutura de cristais complexos, com os grãos de agregados graúdos e miúdos envoltos por grande quantidade de poros e capilares, portadores de água que não entrou na reação química, somado a presença de vapor de água e ar.

A presença de microfissuras vem da própria natureza do material, que somado à sua propagação durante o carregamento, acarreta o comportamento não-linear do concreto. De maneira esquemática, a Figura 3.1 apresenta a curva tensão $\times$ deformação

do concreto sob solicitação uniaxial à tração e na compressão. Na tração, a presença de zonas porosas e microfissuras acarretam uma propagação da fissuração rápida e redução da área de resistência disponível e, com pequenos incrementos de tensão, levam a ruptura do concreto com a união de poucas fissuras. Essa característica, torna o concreto um material de característica frágil. A resistência à tração no concreto é relativamente inferior à resistência à compressão, mas de grande interesse para as avaliações em serviço, principalmente às estruturas protendidas e verificações simplificadas dos estados limites no ato de protensão.

Figura 3.1 – Comportamento uniaxial típico do concreto à tração e compressão



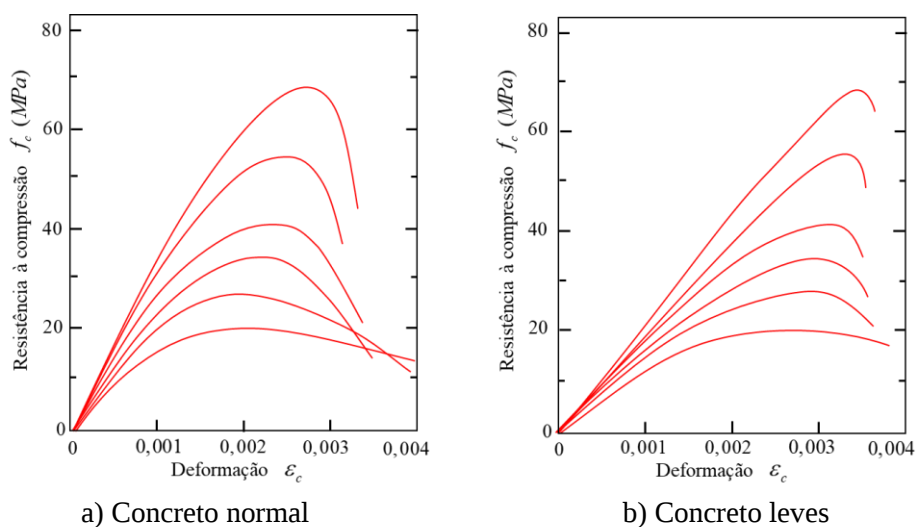
Fonte: Elaborado pelo autor

Para concretos de peso normal, verifica-se um comportamento elástico linear da ordem de 30-40% da resistência última f_c , justificado pela não alteração da propagação das microfissuras nas zonas de interface agregado gráudo e argamassa. Essa relação aumenta para ordem de 50-60% para concretos leves, conforme evidenciado pelos resultados experimentais encontrados na literatura Yang *et al.* (2014).

Nos concretos leve, especialmente com uso de argila expandida, com o aumento do carregamento, as microfissuras se interligam e observa-se que a matriz por vezes tem resistência superior à do próprio agregado e, a ruptura não ocorre na interface e, sim, no agregado (Rossignolo, 2003).

A Figura 3.2 traz uma curva típica de tensão deformação de concretos normais e concretos leves. Com relação ao concreto de peso normal, as curvas tensão-deformação dos concretos leves apresentam um comportamento mais linear, com menor rigidez até um valor de tensão que está muito próximo da resistência máxima e um ramo de amolecimento (*softening*) mais íngreme.

Figura 3.2 – Curvas típicas de tensão × deformação de concretos na compressão



Fonte: Adaptado de Yang *et al.* (2014)

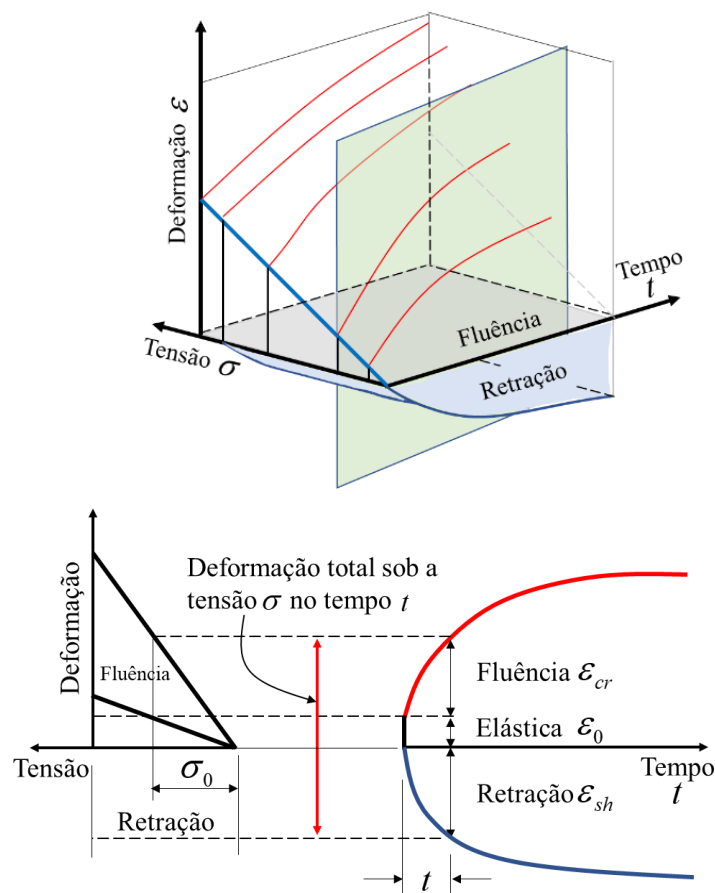
Para os trechos acima de 30 a 50% de f_c , admite-se que as fissuras apresentam considerável extensão na interface, no entanto, sem efeito na matriz da argamassa, portanto, estabilizadas. Já no trecho que compreende o intervalo de 50 a 75% e posteriores, o sistema tende a ficar mais instáveis a cada incremento de tensão e crescimento das fissuras, consequentemente, a velocidade de propagação aumenta e ocorre a ruptura na união de fissuras na interface e na matriz da argamassa, conforme Mehta e Monteiro (2014).

Em virtude principalmente da presença de água na microestrutura interna do concreto, e da redução de volume com as reações químicas, dois fenômenos merecem atenção: a fluência e a retração. A fluência consiste do aumento de deformação sob uma tensão constante, advinda principalmente pela deformação da microestrutura pela perda de água fisicamente adsorvida. A retração é a redução de volume do concreto, principalmente pela perda da água contida no seu interior e de reações químicas de hidratação. A componente de deformação devido à retração independe do carregamento ou estado de tensão da peça e começa logo que o concreto começa a endurecer, enquanto a fluência ocorre quando a peça está sujeita a um carregamento.

A Figura 3.3 apresenta um diagrama 3D esquemático, onde observa-se que a fluência e a retração tendem a uma assíntota horizontal num tempo dito infinito, e desse modo, a deformação a longo prazo tende a um valor limite. A componente total de deformação do concreto, numa idade t é formada pelas parcelas: elástica ϵ_0 , pela

deformação devido à fluência ε_{cr} , que depende da componente de deformação elástica ε_0 , somadas à componente de formação devido à retração ε_{sh} .

Figura 3.3 - Modelo 3D e corte do comportamento do concreto ao longo do tempo



Fonte: Elaborado pelo autor

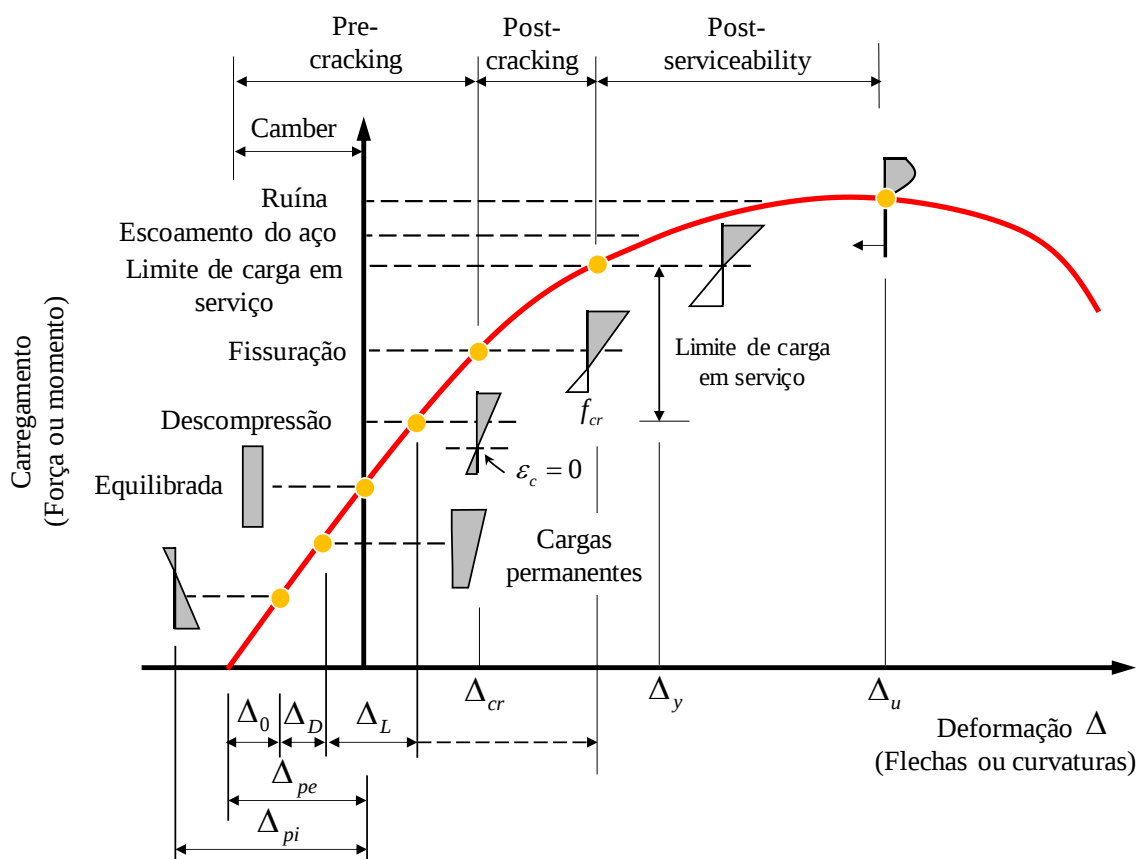
Especialmente nas estruturas protendidas, a adequada avaliação dessas deformações é primordial nas estimativas das perdas de protensão. Dado que a protensão influencia diretamente no comportamento em serviço, principalmente pela não ocorrência ou maior controle da fissuração do concreto, que afeta diretamente questões relacionadas às flechas excessivas e durabilidade no controle da fissuração do concreto.

Outro ponto de investigação da tese é que dada à existência da fôrma de aço incorporada nas lajes mistas, ela restringe a deformação devido à retração e fluência. No entanto, acarreta um gradiente de retração pela impermeabilidade da peça na face inferior e maiores curvaturas na seção. Desse modo, o capítulo apresenta as bases do desenvolvimento e adaptação do modelo teórico-analítico que contabilize os fenômenos citados.

3.2 Não-linearidade das estruturas de concreto

Em virtude do comportamento do concreto na compressão e na tração, para uma peça de concreto protendida submetida à flexão, a depender do nível do carregamento são distinguidas duas regiões principais: i) estágio da peça em serviço e ii) estágio da peça em uma condição pós-serviço. A Figura 3.4 traz uma curva típica desse comportamento, da deformação da peça em função do carregamento aplicado.

Figura 3.4 – Curva típica carregamento × deformação de uma peça protendida



Fonte: Adaptado de Nawy (2009)

No estágio em serviço distingue-se ainda dois estágios típicos da peça: o concreto sem fissuração e concreto fissurado. Tal diferenciação se dá quando o momento solicitante supera o momento de fissuração da peça, estágio no qual a fibra mais tracionada supera a resistência à tração do concreto na flexão.

O desenvolvimento do projeto das peças protendidas parte da premissa da avaliação do elemento sob as condições em serviço. A depender do nível relativo principalmente às exigências frente à durabilidade relacionada à fissuração e à proteção das armaduras, estabelece-se o nível de protensão e as combinações de ações em serviço.

Nesse quesito basicamente se referem às combinações de formação de fissura e descompressão.

Se as condições ambientais de agressividade ambiental à estrutura forem fracas a brandas, permite-se ainda um nível de fissuração da peça e, consequente avaliação com limitação das aberturas de fissuras. Esse nível de carregamento define de modo geral, o limite do carregamento em serviço. Após esse estágio, a estrutura atinge um patamar da condição última na ruína, com possibilidade de escoamento das armaduras ou esmagamento do concreto.

Desse modo, com o uso da protensão, o momento de fissuração é aumentado pela componente de compressão do concreto, conforme a Eq. 3.1, baseada no teorema da elasticidade:

$$M_{cr} = \frac{I_g}{y_t} \cdot \left(f_r - \sigma_{cs} + \frac{P}{A} \right) + P \cdot e \geq 0 \quad (3.1)$$

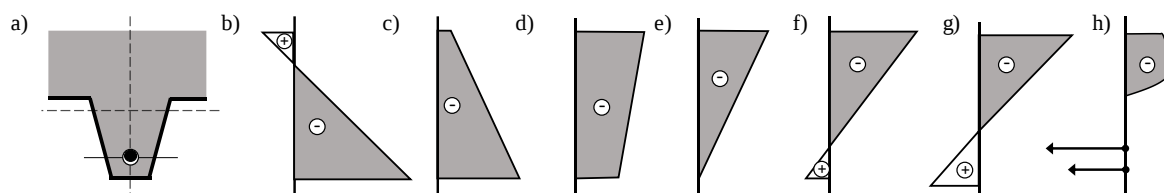
Onde f_r é a resistência à tração do concreto na flexão, σ_{cs} é a máxima tensão de tração induzida pela retração na seção não fissurada, P é a força de protensão atuante sobre a área A e com uma excentricidade do cabo e na seção avaliada.

A avaliação da resistência à tração na flexão, ou chamada de módulo de ruptura, pode ser estimada com base na resistência à compressão do concreto, conforme modelos do ACI 318:2005 e AS 3600:2018 dado pela Eq. 1.2 $f_r = 0,6\sqrt{f_c}$, em MPa. O modelo da norma brasileira é semelhante ao modelo do *fib* CEB Model Code:2010, dado por $f_r = \alpha \cdot f_{ct}$, onde $f_{ct} = 0,3 f_{ck}^{2/3}$ é a resistência à tração direta do concreto e o termo α leva em conta o formato da seção sobre a resistência à tração na flexão, sendo o valor de α 1,2 e 1,5, para seções tipo T e retangulares, respectivamente. A inclusão da consideração do efeito do uso do concreto leve é indicada com a consideração de usar de 75% e 85% da resistência do concreto normal para concretos com todos os agregados leves e apenas agregados graúdos leves, respectivamente, no modelo do ACI 318. No modelo do *fib* Model Code:2010, corrige-se a resistência obtida com parâmetro $\eta_1 = 0,4 + 0,6 \rho / 2200 \leq 1,0$, com a densidade do concreto leve ρ , em kg/m³.

As tensões de compressão se situam, em geral, a níveis razoáveis de um comportamento linear entre tensões e deformações, em serviço.

A depender do nível de protensão, pode-se ter três diferentes situações típicas de protensão completa, limitada e parcial. A Figura 3.5 traz representação da distribuição de tensões, em uma seção nervurada de laje (Figura 3.5 a) em função do aumento dos carregamentos para um mesma taxa de armadura ativa, em um paralelo com a Figura 3.4.

Figura 3.5 – Distribuição de tensões em função do aumento dos carregamentos



a) Seção da laje; b) Protensão inicial isolada; c) Peso próprio e a protensão efetiva; d), e), f) Carregamento gradual somado à protensão efetiva; g) Nível de sobrecarga elevado somado à protensão (estágio da peça fissurada); h) tensões no estado limite último.

Fonte: Elaborado pelo autor

As Figuras 3.5 b) e c) representam as tensões devido à protensão inicial isolada e somada ao peso próprio da peça, respectivamente. As Figuras. 3.5 d) e e) representam o caso típico da combinação de ações e uma protensão completa, com a seção toda em compressão, sendo verificado o estado limite de descompressão da seção. Na Fig. 14 f) representa o caso da protensão limitada, com possibilidade de tração na seção, desde que limitada à formação de fissuras. A Fig. 3.5 g) representa o nível de protensão parcial com ocorrência de fissuração da seção e h) representa então o estado limite último da seção.

A melhoria quanto à fissuração é um ponto importante para as lajes mistas, visto que a ocorrência da fissuração nas lajes mista favorece os mecanismos de deslizamentos entre a fôrma de aço e o concreto. Desse modo, a fôrma de aço tende a ser efetiva na contribuição da inércia da seção para os níveis de tensões da protensão completa e limitada, em serviço.

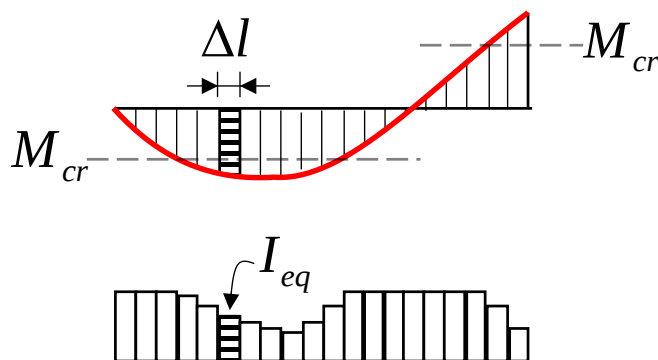
Nas peças de concreto armado a ocorrência da fissuração é natural, já sua ocorrência nas peças de concreto protendidas podem ser completamente eliminadas, ou a depender, as aberturas de fissuras devem ser reduzidas em níveis aceitáveis da ordem de 0,20 mm, em função do ambiente, de modo que não prejudique a estética e a durabilidade.

Ao voltar atenção na investigação das possíveis situações do estudo proposto, alguns pontos chamam atenção: i) o concreto leve possui uma menor resistência à tração e um menor módulo de elasticidade que os concretos normais; ii) ocorrência da retração

não-uniforme bem como a restrição dessa deformação pela fôrma de aço, acarreta em uma tensão de tração induzida; e, iii) a armadura passiva aderente é “substituída” pela fôrma de aço incorporada e a armadura ativa é não-aderente. Os itens anteriores destacam a dificuldade em se determinar com adequada consistência o desempenho da peça com nível de protensão parcial, visto que por si só, a avaliação da abertura de fissura não seria uma tarefa fácil, no entanto, devido a impermeabilidade da face, sem prejuízo estético.

Por meio de ensaio de flexão na avaliação da capacidade resistente do sistema, com o aumento do carregamento, atinge-se o trecho da pós-fissuração em serviço, cuja avaliação toma como base as recomendações das estruturas de concreto. Os modelos normativos indicam o cálculo de uma inércia equivalente ou curvatura equivalente, como ponderação das inércias ou curvaturas nos estádios não fissurado (Estádio I) e fissurado (Estádio II). A Figura 3.6 traz uma representação para laje com continuidade.

Figura 3.6 – Inércia efetiva das seções da laje com continuidade com ocorrência da fissuração



Fonte: Elaborado pelo autor

Dada a menor inércia da seção na ocorrência da fissuração, como esquematicamente representado na Figura 3.6, as curvaturas e deformações são maiores e, conseqüentemente a preocupação com as flechas excessivas. O modelo de cálculo da curvatura equivalente κ segundo o EN-1992-1-1:2004 leva em conta a contribuição do concreto entre fissuras (*tension stiffening effect*) com o coeficiente ζ que considera o nível de solicitação e o grau de fissuração e, pode ser tomado, conforme Eq. 3.2. Essa equação leva em conta as propriedades das seções não-fissurada e fissurada (que despreza a contribuição do concreto tracionado).

$$\begin{aligned}\kappa &= \zeta \kappa_{cr} + (1 - \zeta) \kappa_{uncr} \\ \zeta &= 1 - \beta \left(\frac{M_{cr}}{M_s} \right)^2\end{aligned}\tag{3.2}$$

A abordagem do cálculo de curvatura equivalente tem apresentado bons resultados para as lajes mistas de aço e concreto apresentados por Gholamhoseini (2014, 2016) e Oliveira (2019). Outros modelos, como Branson (1968) recomendado pelo ACI 318:2005 e também constante na ABNT NBR 6118:2023 consideram uma ponderação para a inércia equivalente para a avaliação de flechas, conforme Eq. 3.3.

$$I_{eq} = \left(\frac{M_{cr}}{M_s} \right)^3 I_{uncr} + \left[1 - \left(\frac{M_{cr}}{M_s} \right)^3 \right] I_{cr} \leq I_{uncr} \quad (3.3)$$

Wang *et al.* (2016) apresenta esquema de ponderação de rigidez usando equação similar para o cálculo das flechas de suas lajes mistas, com bons resultados. Desse modo, a avaliação das deformações da peça pós-fissurada tende a ser mais adequadas do que considerar a peça sem fissuração, em uma análise onde se subestima os efeitos, ou da peça totalmente fissurada, com uma superestimativa das deformações.

De acordo com uma pesquisa e estudos de simulação preliminares, o momento em serviço corresponde da ordem de 40 a 65% do momento último de projeto da seção, conforme Eq. 3.4.

$$M_s = \frac{M_{ult}}{1,5 \text{ a } 2,5} = (40\% \text{ a } 65\%) \cdot M_{ult(\text{projeto})} \quad (3.4)$$

A depender do nível de protensão, conduz-se ao controle da fissuração e rigidez da seção. Nas peças em concreto protendido, a avaliação cuidadosa das deformações (e curvaturas) bem como o das forças de protensão são fundamentais para adequado desempenho da estrutura. Consta nessa etapa de projeto uma correta avaliação das forças efetivas de protensão, com as estimativas das perdas de protensão, bem como da avaliação adequada das deformações totais, tomando em consideração as deformações progressivas no tempo do concreto devidas às deformações devido à fluência e à retração, bem como a relaxação das armaduras ativas.

A verificação em relação ao estado limite de deformações excessivas admite combinação quase permanente de utilização, segundo a ABNT NBR 6118:2023. A extrapolação dos limites de flechas pode ser determinante pelos grandes vãos alcançados, mesmo que atendidas às verificações dos limites de tensões. Deve-se atentar também à ocorrência das flechas negativas (contra-flechas ou “*camber*”), principalmente nas peças com concreto leve de menor peso próprio e menor módulo elástico, além das flechas diferidas no tempo.

3.3 Sobre o comportamento dependente do tempo no concreto

As propriedades mecânicas do concreto variam ao longo do tempo, como uma resposta de maturidade do concreto e somam-se os efeitos reológicos das deformações devido à fluência e retração. Os modelos normativos levam em conta um número significativo de parâmetros para sua consideração, como o tipo de cimento, temperatura do ambiente, umidade relativa do ar, resistência do concreto, tempo de cura e idades de carregamento.

A evolução da resistência à compressão do concreto no tempo (maturidade) pode ser descrita pela Eqs. 3.5-3.6 (ABNT NBR 6118:2014; EN-1992-1-1, 2004):

$$f_{cjk}(t) = \beta_c(t) \cdot f_{cm28} \quad (3.5)$$

$$\beta_c(t) = \exp \left[s \left(1 - \left(28/t_{eq} \right)^{1/2} \right) \right] \quad (3.6)$$

Onde $\beta_c(t)$ é o coeficiente dependente do tempo e s toma os valores de 0,20; 0,25 e 0,38 para cimentos do tipo endurecimento rápido de alta resistência inicial (CPV-ARI); normal e rápido endurecimento (CPI e CPII) e de baixo endurecimento

O módulo de elasticidade do concreto na idade t pode ser estimado pela Eq. 3.7:

$$E_{cm}(t) = \begin{cases} [\beta_c(t)]^{0,5} E_{cm28} & \text{para } 20 \text{ MPa} \leq f_c \leq 50 \text{ MPa} \\ [\beta_c(t)]^{0,3} E_{cm28} & \text{para } 55 \text{ MPa} \leq f_c \leq 90 \text{ MPa} \end{cases} \quad (3.7)$$

A normativa brasileira ABNT NBR 6118:2023 dispõe no seu Anexo A (informativo) um modelo de previsão da fluência e retração para concretos normais. No entanto, não traz qualquer consideração da avaliação de concretos leves. Desse modo, recorreu-se ao indicado pelos modelos de normativas estrangeiras, como o CEB Model Code (2010) - [MC10] de modo que permitisse as considerações pertinentes. As equações anteriores da evolução da resistência à compressão e módulo elástico são similares ao modelo brasileiro.

A deformação livre do concreto $\varepsilon_c(t)$, quando a ele é aplicada uma tensão constante no intervalo de tempo $(t-t_0)$ e que tem sua superfície exposta por tempo $(t-t_s)$, tem sua deformação total, no tempo t , dada basicamente pela Eq. 3.8.

$$\varepsilon_c(t) = \varepsilon_c(t_0) + \varepsilon_{cr}(t, t_0) + \varepsilon_{sh}(t, t_s) \quad (3.8)$$

Em que $\varepsilon_c(t_0)$ é a deformação imediata, por ocasião do carregamento aplicado no tempo (t_0) , $\varepsilon_{cr}(t, t_0)$ é deformação por fluência, no intervalo (t, t_0) e $\varepsilon_{sh}(t, t_s)$ é a deformação por retração, no intervalo (t, t_s) . O modelo do *fib* CEB Model Code:2010 descreve a evolução da fluência do concreto por meio da função de fluência $J(t, t_0)$ que é formulada como (Eq. 3.9), em que $E_c(t_0)$ é o módulo de elasticidade do concreto na idade de carregamento e E_{c28} é o modulo correspondente na idade de 28 dias.

$$J(t, t_0) = \frac{1}{E_c(t_0)} + \frac{\phi_{cr}(t, t_0)}{E_{c28}} \quad (3.9)$$

Quando ocorre variação de tensão ao longo do tempo, induzida pelas ações externas ou pela ação de agentes de diferentes propriedades reológicas (armaduras, fôrmas de aço incorporada, concreto de diferentes tipos e idades, etc), a deformação total no concreto pode ser calculada por Eq. 3.10 (ABNT NBR 6118:2023), em que os três primeiros termos representam a deformação não impedida e a integral, e os efeitos da variação de tensões ocorridas no intervalo.

$$\varepsilon_c(t) = \frac{\sigma_c(t_0)}{E_c(t_0)} + \frac{\sigma_c(t_0)}{E_{c28}} \cdot \phi_{cr}(t, t_0) + \varepsilon_{sh}(t, t_s) + \int_{t_0}^{t_k} \frac{\partial \sigma_c}{\partial t} \left(\frac{1}{E_{c(0)}} + \frac{\alpha \cdot \phi_{cr}(t_k, t_0)}{E_{c28}} \right) dt \quad (3.10)$$

O modelo baseia-se na formulação do Método do Módulo Efetivo Ajustado à Idade (*Adjusted Effective Modulus Method*, AEMM). Proposto por Trost (1969) e, posteriormente desenvolvido por Dilger e Neville (1971) e Bazant (1972). Ao considerar carregamentos aplicados em fases próximas e únicas, em que $\Delta\sigma_c(t, t_0)$ é a variação total de tensão no concreto, e o coeficiente característico $\chi(t_k, t_0)$ que tem valor variável conforme o caso, também chamado de coeficiente de envelhecimento do concreto (*ageing coefficient*), em tradução livre, a equação pode ser reescrita pela Eq. 3.11:

$$\begin{aligned} \varepsilon_c(t) = & \sigma_c(t_0) \left[\frac{1}{E_c(t_0)} + \frac{\phi_{cr}(t, t_0)}{E_{c28}} \right] + \varepsilon_{sh}(t, t_s) \\ & + \Delta\sigma_c(t, t_0) \cdot \left(\frac{1}{E_c(t_0)} + \frac{\chi(t_k, t_0) \cdot \phi_{cr}(t, t_0)}{E_{c28}} \right) \end{aligned} \quad (3.11)$$

No cálculo de perdas de protensão em casos usuais, onde as peças de concreto podem ser consideradas como concretadas em única etapa, indica-se adotar $\chi = 0,5$. Nos

outros casos, pode-se atribuir o valor de $\chi = 0,8$, observando valor real do módulo de elasticidade nas idades $E_c(t_0) \neq E_{c28}$ (ABNT NBR 6118:2023).

De modo geral, a deformação por fluência pode ser estimada pelo coeficiente de fluência $\phi_{cr}(t, t_0)$, usualmente determinado a partir da função de potência parabólica, dada pela somatória entre duas parcelas: a fluência básica $\phi_{cr,b}(t, t_0)$ e a fluência por secagem $\phi_{cr,d}(t, t_0)$, onde as variáveis de interesse mais comuns são a umidade relativa do ar, a espessura fictícia da peça, calculada com base na área da seção transversal e perímetro exposto com a atmosfera, cabendo considerar no tempo de avaliação, a maturidade do concreto como função .

Para os concretos de agregados leves, o coeficiente de fluência por ser estimado, com base na Eq. 3.12 (EN-1992-1-1:2004; *fib* Model Code:2010), em que o parâmetro η_E (Eq. 3.13) leva em conta a massa específica do concreto leve (*lightweight concrete*) ρ , em kg/m³, e $\phi_{cr}(t, t_0)_{NWC}$, coeficiente de fluência calculado para concreto de peso normal (*normal weight concrete*).

$$\phi_{cr}(t, t_0)_{LWC} = \eta_E \cdot \phi_{cr}(t, t_0)_{NWC} \quad (3.12)$$

$$\eta_E = (\rho / 2.200)^2 \quad (3.13)$$

Como prática de projeto, é comum ser estabelecido o limite da ordem de 40% da resistência da resistência à compressão, fugindo da fluência não-linear. O Apêndice A traz modelo reológico para cálculo do coeficiente de fluência e deformação de retração do concreto pelo modelo *fib* CEB Model Code:2010. Considera que de fluência do concreto de agregado leve ocorre de modo diferenciado devido a rigidez reduzida dos agregados, no entanto, é parcialmente compensada pela menor capacidade de fluência da matriz de pasta de cimento usualmente mais densa.

Para a deformação da retração $\varepsilon_{sh}(t, t_s)$, conforme o modelo *fib* CEB Model Code:2010, divide-se em duas parcelas principais, compostas pela: retração autógena $\varepsilon_{sh,au}(t)$ e retração por secagem $\varepsilon_{sh,dr}(t, t_c)$ (Eq. 3.14):

$$\varepsilon_{sh}(t, t_c) = \varepsilon_{sh,au}(t) + \varepsilon_{sh,dr}(t, t_c) \quad (3.14)$$

A previsão das parcelas de retração autógena e por secagem são apresentadas no Apêndice A, conforme modelo *fib* CEB Model Code 2010. São parâmetros de entrada para cálculo da parcela autógena, a idade t do concreto em dias, t_s é a idade de cura do concreto, tempo a partir do qual se inicia a contagem da secagem, em dias; f_{cm} é a resistência à compressão média do concreto, aos 28 dias, em MPa e o coeficiente α_{au} é dependente do tipo de cimento. Na parcela de retração por secagem (*drying*), para situações práticas de projeto, com umidades relativas da ordem de 40-90% e com a consideração do efeito da temperatura T , em graus celsius, é dada em função do tempo t na idade do concreto desde sua concretagem avaliado e da idade de cura do concreto t_s , considerando os parâmetros adicionais de umidade relativa do ar, em porcentagem, h é a espessura fictícia dada pela relação $h = 2A_c/u$, em mm, em que A_c é a área da seção transversal em mm² e u é o perímetro exposto com a atmosfera, em mm.

A estimativa da retração de concreto com agregados leves $\varepsilon_{sh,dr}(t, t_c)_{LWC}$ pelo modelo *fib* CEB Model Cod:2010, baseia-se na retração do concreto de peso normal $\varepsilon_{sh,dr}(t, t_c)_{NWC}$, conforme Eq. 3.15, com aplicação de um fator η , tomado de acordo com a resistência dos concretos, dado que para concretos acima de 20 MPa, tem-se $\eta = 1, 2$.

$$\varepsilon_{sh,dr}(t, t_c)_{LWC} = \eta \cdot \varepsilon_{sh,dr}(t, t_c)_{NWC} \quad (3.15)$$

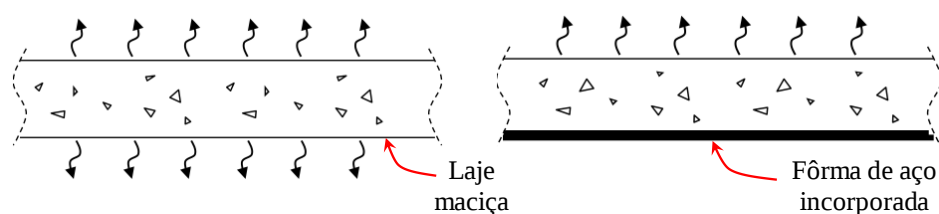
Os modelos de retração e fluência tem dispersão média da ordem de 20% aos valores experimentais. De modo especial, o *fib* Model Code:2010 indica o modelo mais sofisticado, proposto por Kvitsel (2011), na previsão da deformação da retração e do coeficiente de fluência de concretos leves usando com argila expandida, compatível com a proposta do presente estudo.

De modo geral, Kvitsel (2011) considera o modelo da norma Alemã DIN 1045-1 como referencial e adapta a formulação considerando a massa específica do concreto leve, levando em conta os parâmetros comuns de resistência a compressão do concreto, tipo de cimento, umidade relativa do ambiente, espessura fictícia da peça e ainda grau de saturação do agregado leve.

3.4 Influência da fôrma de aço incorporada nos efeitos progressivos do concreto

Sobre o assunto abordado anteriormente, os modelos de retração e fluência foram baseados em estudos experimentais em corpos de provas considerando que a parcela decorrente da secagem da umidade interna do concreto ocorre com a perda da umidade de modo uniforme na peça. A Figura 3.7 ilustra esquematicamente a diferença da secagem nas lajes convencionais e das lajes mistas. Na laje convencional, as faces inferiores e superiores estão em contato com a ambiente e permite secagem em ambas as faces (Figura 3.7), enquanto na laje mista ocorre a secagem do concreto apenas pela face superior.

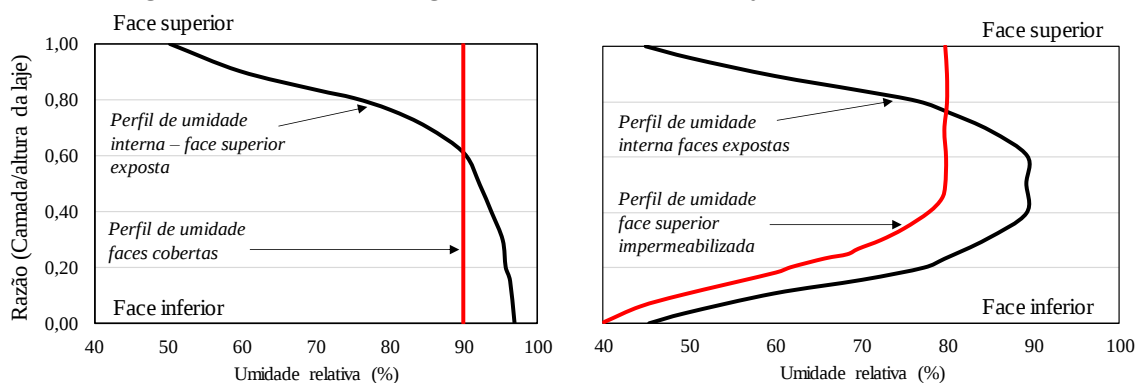
Figura 3.7 – Diferença da secagem da umidade interna do concreto nas lajes convencional e nas lajes mistas com fôrma de aço incorporada



Fonte: Elaborado pelo autor

Hedebland (1997) realizou estudo interessante medindo a umidade relativa das camadas de dois pisos, de uma laje sobre o solo e uma laje convencional. Hedebland (1997) verificou que a laje sobre o solo, ocorreu secagem do concreto muito mais pronunciada junto à borda livre à atmosfera, enquanto na laje convencional a secagem ocorreu junto às duas faces expostas. Nessa última, ele ainda faz uma avaliação com aplicação de um revestimento impermeável no piso aplicado na face superior, no qual, o gradiente de umidade interno foi redistribuído numa condição de equilíbrio, conforme a Figura 3.8.

Figura 3.8 – Perfil de secagem do concreto com medição da umidade interna,



a) Laje sobre o solo – uma face exposta

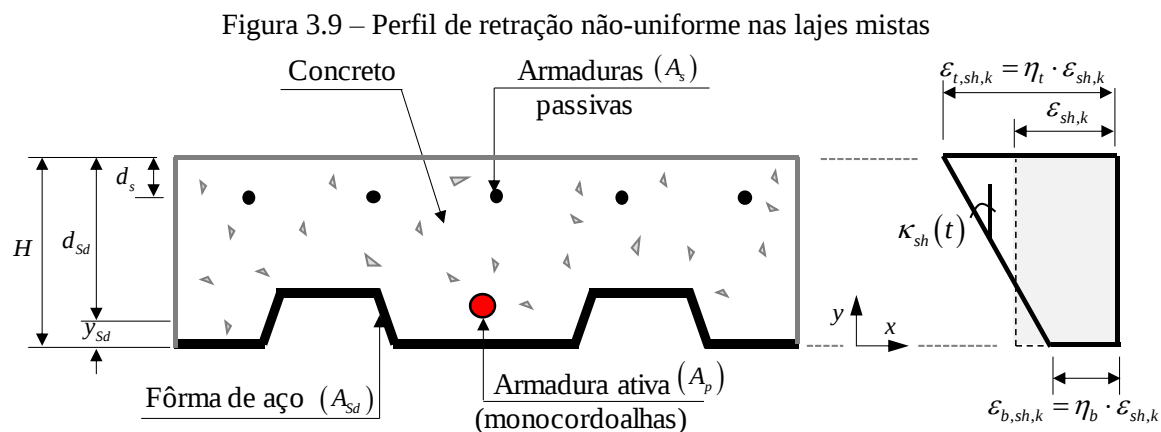
b) Laje convencional – duas faces expostas

Fonte: Adaptado de Hedebland (1997)

A presença da fôrma de aço incorporada acaba por não permitir a secagem do concreto pela face inferior da laje, apresentando diferença significativa na secagem entre uma laje convencional e as lajes na presença do deck. Como resultado, a secagem da umidade do concreto só ocorre pela face superior (Figura 3.7 b).

Na literatura técnica, a investigação desse efeito tem mostrado um gradiente de deformação devido à retração ao longo da altura da laje mista (Ranzi e Vrcelj (2009), Bradford (2010), Gilbert *et al.* (2012), Gholamhoseini (2014); Al-Deen, Ranzi e Uy (2015); Al-Deen e Ranzi (2015), Ranzi (2017). Até o momento, a principal consideração ao projeto das lajes mistas toma como base o método simplificado na consideração da aproximação de um gradiente linear, tomando como referência os valores de deformação livre devido à retração, com espessura fictícia igual a espessura da laje.

Esse método está inserido no modelo da AS/NZS 2327:2017 e toma como base os trabalhos feitos por Gholamhoseini (2014), Al-Deen e Ranzi (2015), Al-Deen, Ranzi e Uy (2015) e Ranzi (2017). A Figura 3.9 ilustra o perfil de retração proposto, em que a deformação devido à retração é assumida linear e com deformação da face superior e inferior, dados pela multiplicação dos termos η_t e η_b , respectivamente, com a deformação $\varepsilon_{sh,k}$, estimada com base nos modelos normativos às estruturas de concreto



Fonte: Elaborado pelo autor

Dado que a secagem do concreto também influencia a fluência, o modelo da norma AS/NZS 2327:2017 indica no seu método simplificado, considerar a condição de espessura fictícia t_h como de uma laje convencional, perímetro exposto igual à largura da laje, assumindo, portanto, a ocorrência de secagem apenas na face superior exposta.

Gholamhoseini (2014, 2016) também propôs um perfil de distribuição da retração não-uniforme com função parabólica, baseado numa calibração empírica de seus ensaios experimentais com utilização de fôrmas trapezoidais. Indica modificação dos parâmetros de entrada para cálculo da deformação devido à retração e o coeficiente de fluência por meios de diferentes modelos de previsão, como os do modelo norte-americano ACI 209 2R:2008 e modelo australiano AS 3600:2009.

O concreto possui maior retração em função de menor umidade relativa do ambiente, portanto, para a umidade relativa do ambiente menor que a umidade interna do concreto acarreta a secagem das camadas superiores do concreto e, promovem o gradiente de retração. Gholamhoseini (2014) e Wang *et al.* (2020) citam alguns trabalhos iniciais na investigação do efeito da impermeabilidade de alguma face na difusão da umidade pela secagem do concreto, como de Carrier *et al.* (1975) que mediu a umidade interna do concreto de duas lajes de pontes, uma com laje mista e outra convencional, já identificando secagem mais pronunciada junto às bordas livres à atmosfera.

Com base no trabalho de Al-Deen (2018) e conjunto de trabalho de Bocciarelli, Ranzi e Rahman (2017) e Bocciarelli e Ranzi (2018a, 2018b, 2019, 2020) a análise da avaliação da retração das lajes mistas avança numa linha de investigação com base em modelos higro-termo-mecânicos com a difusão de massas, com acurácia nos resultados.

De acordo com Sakata (1983), a retração por secagem do concreto foi explicada pela chamada *seepage theory*, onde a umidade interna do concreto é perdida ao ambiente. Cita que se o fluxo de água fosse inteiramente por difusão de vapor e, se a pressão de vapor da água no concreto fosse proporcional ao teor de umidade e, ainda, se a permeabilidade fosse independente do teor de umidade, a equação diferencial para o fluxo da água seria uma equação de difusão. Diversos modelos tem sido propostos para descrever esse comportamento (Bazant; Najjar (1972), Sakata (1983), Moon (2006), Bocciarelli; Ranzi (2018)). Dos estudos, foi demonstrado que a difusão de umidade é expressa pela equação de difusão não-linear e incorpora fenômenos microestruturais.

O problema tem natureza complexa e não existem equações analíticas de solução direta. Al-Deen (2018) apresenta um roteiro de análise com base em uma análise inversa, tomando como base uma laje equivalente sólida, exposta à retração em ambas as faces. A primeira etapa é simular a secagem não uniforme do concreto na laje equivalente, com proposta de relação direta com a difusão da umidade do concreto. O modelo de difusão

permite calcular a variação da umidade interna do concreto, ao longo do tempo, para cada camada discretizada ao longo da espessura da laje. Na segunda etapa, o resultado da primeira etapa é utilizado para calcular a deformação de retração da laje equivalente devido à secagem não uniforme. Na terceira etapa, calcula-se a deformação total de retração do concreto, com a soma da retração por secagem não uniforme com a retração autógena. Al-Deen (2018) propõe ajuste do perfil de retração com um gradiente linear, semelhante à ideia da Figura 3.9, para fins de projeto. Um estudo de revisão é apresentado em Rahman e Ranzi (2022).

Voltado às lajes mistas, Al-Deen (2018) e Bocciarelli e Ranzi (2018a, 2018b, 2019, 2020) realizaram avaliação da retração por secagem pelos modelos de difusão. Al-Deen (2018) utilizou um modelo de difusão linear, bastante simples, proposto por Moon (2006), que é baseado da difusão linear, com a estimativa da umidade interna do concreto, com uma solução da Lei de Fick de difusão de massas.

3.4.1 Sobre a consideração da retração não-uniforme nas lajes mistas

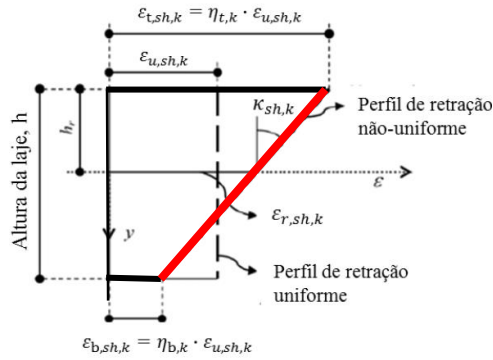
A condição de vedação promovida pela fôrma de aço incorporada na face inferior da afeta o comportamento geral da retração das lajes mistas de aço e concreto, onde ocorre uma secagem não simétrica que leva a deformações e curvaturas induzidas pela retração, pelo desenvolvimento de um gradiente não-uniforme da retração.

A norma AS/NZS 2327:2017, traz um método simplificado, fruto dos trabalhos de Al-Deen e Ranzi (2015), Al-Deen, Ranzi e Uy (2015) e Ranzi (2017), que apresenta uma aproximação baseada na variação linear de distribuição de retração, que usa como referência os valores de retração livre das lajes convencionais de concreto avaliados por meio de códigos ou de medidas experimentais, que é indicado para a avaliação das flechas nas lajes mistas.

O método simplificado para o perfil de retração com gradiente linear para as lajes mistas pode ser descrito por uma deformação $\varepsilon_{r,sh,k}$ e uma curvatura $\kappa_{r,sh,k}$ obtidas pela atribuição de valor ponderado devido a retração na face superior (*top*) $\eta_{t,k}$ e uma deformação devido retração na face inferior (*bottom*) $\eta_{b,k}$ com base em fatores multiplicadores do valor calculado para retração uniforme. Os coeficientes multiplicadores são $\eta_{t,k}$ e $\eta_{b,k}$ que para projeto recomendam os valores de $\eta_{t,k} = 1,20$ e

$\eta_{b,k} = 0,20$ (Al-Deen; Ranzi (2015), AS/NZS 2327:2017). O valor da deformação de referência de ε_{sh} pode ser calculado de acordo com normativas para concreto convencional com livre deformação. A Figura 3.10 lustra esquematicamente o perfil do gradiente de retração e valores tomados com referência (Eqs. 3.16 e 3.17), para análise da seção transversal, da peça em serviço.

Figura 3.10 – Perfil de retração admitido para seção da laje mista



$$\varepsilon_{r,sh,k} = \frac{(h - h_r) \cdot \eta_{t,k} + h_r \cdot \eta_{b,k}}{h} \cdot \varepsilon_{sh,k} \quad (3.16)$$

$$\kappa_{r,sh,k} = \frac{(\eta_{t,k} - \eta_{b,k})}{h} \cdot \varepsilon_{sh,k} \quad (3.17)$$

Fonte: Adaptado de Al-Deen e Ranzi (2015)

Oliveira (2019) apresenta a avaliação de seção transversal de lajes mistas em serviço ao longo do tempo, com equacionamento e aplicação ao modelo experimental e de resultados presentes na literatura. Foi adotado como eixo de referência a base da laje e cálculo das propriedades da seção mista com base na homogeneização da seção. Para modelo experimental, o cálculo da deformação da retração e do coeficiente de fluência foram obtidos segundo normativa brasileira ABNT NBR 6118:2014 e corrigidos pelos coeficientes indicado pela normativa australiana e Ranzi (2015).

O cálculo das flechas totais δ_T é obtido pela somatória das parcelas de flechas imediatas δ_0 , parcela de flechas devido a fluência δ_{cr} e parcela de flecha devido a retração δ_{sh} , conforme Eq. 3.18, em que as parcelas podem calculadas por meio de equações simplificadas, conforme indicações de Oliveira (2019), Oliveira *et al.* (2021) e Ranzi (1015).

$$\delta_c(t) = \delta_0 + \delta_{cr} + \delta_{sh} \quad (3.18)$$

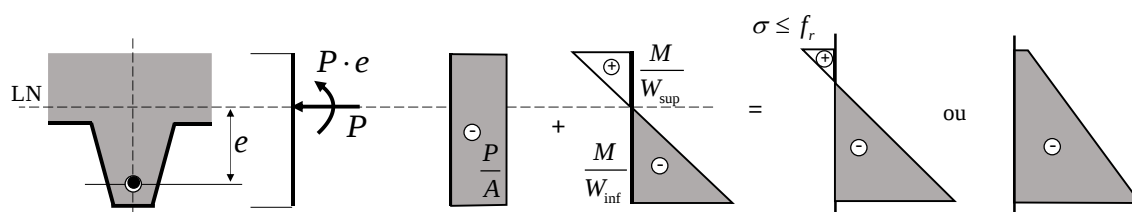
Abordagens refinadas de cálculo de deformações e curvaturas são apresentadas no Apêndice B, tomados como referência Oliveira (2019), Gholamhoseini (2014) e Gilbert, Mickleborough e Ranzi (2017), cujas deformações (flechas) são calculadas mediante a integração das curvaturas κ_i ao longo da peça.

3.5 Protensão

A protensão é uma técnica cujo propósito é diminuir ou eliminar as tensões de tração no concreto e assim aumentar a capacidade de suporte das estruturas. Aplica-se um estado interno de tensões na estrutura oposto ao que ocorrerá na presença de carregamentos externos. Para isso são usadas as armaduras ativa de alta resistência na aplicação deste estado de tensões, que são tracionados e que, por sua vez, comprimem a estrutura de concreto.

Nas estruturas de concreto armado, uma parte substancial da seção, fissurada, não contribui efetivamente para a inércia, e com a protensão aplicam-se tensões prévias de compressão nessas partes tracionadas, eliminando ou reduzindo-as. Desse modo, pela manipulação das tensões internas, pode-se obter a contribuição da área total ou parcial da seção para a inércia do elemento, principalmente para cabo excêntrico, típico de cabos curvos em protensão do tipo pós-tração, conforme ilustra a Figura 3.11. A tensão σ na seção é dada pela Eq. 3,19, com área homogeneizada da seção A e momento M devido à protensão pela excentricidade e do cabo, que varia de seção a seção, no uso de cabos curvos.

Figura 3.11 – Seção de peça típica com protensão excêntrica



Fonte: Elaborado pelo autor

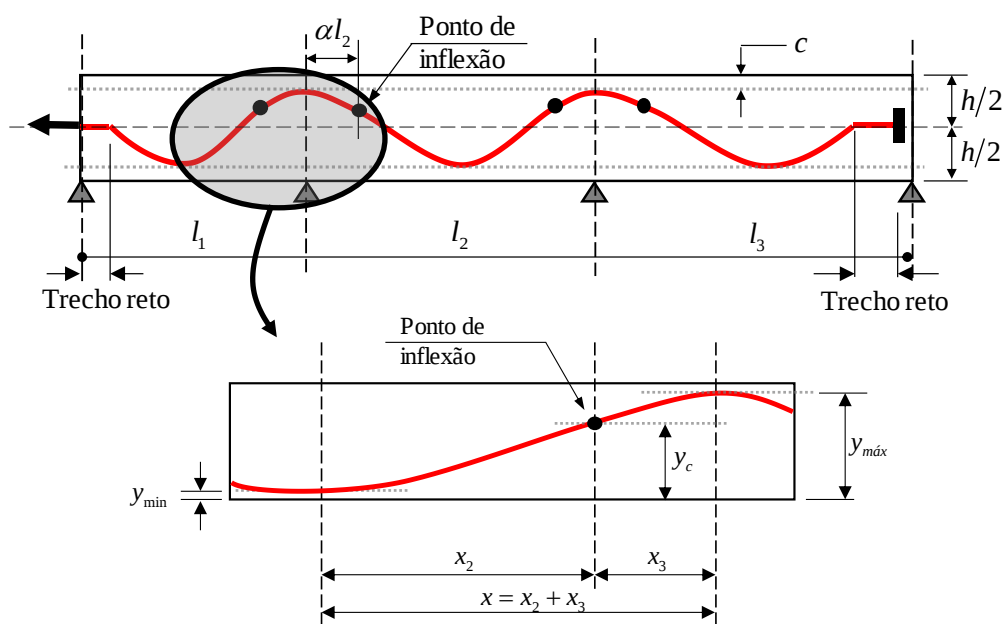
$$\sigma = \frac{P}{A} \pm \frac{M}{I} \cdot y = \frac{P}{A} \pm \frac{P \cdot e}{W} \quad (3.19)$$

A compressão na seção melhora o comportamento para as solicitações externas de tração devido a flexão e, também contribui em relação ao cisalhamento. Se as tensões de tração provocadas pelas cargas forem inferiores às tensões prévias de compressão, a seção permanece comprimida, não sofrendo fissuração, nas condições gerais em serviço. Sob ação de cargas mais elevadas, as tensões de tração ultrapassam as tensões prévias, de modo que o concreto fica tracionado e pode fissurar. No entanto, com a retirada da carga, a protensão provoca o fechamento das fissuras.

Outro ponto é que no ato da operação de protensão, o concreto e o aço são submetidos a tensões em geral superiores às que poderão ocorrer na vida útil do elemento sujeito às cargas de serviço e nesse caso a operação de protensão constitui uma espécie de prova de carga. Nesse estudo, a temática se utiliza dos conceitos da protensão do tipo pós-tração, sem aderência, com uso de monocordoalhas engraxadas.

Dado a possibilidade do traçado curvo dos cabos (pós-tração), aproveitam-se as excentricidades máximas nas zonas de maiores momentos fletores e sempre que possível, os cabos situam-se dentro do núcleo central das seções nas extremidades e onde os momentos são nulos, para os carregamentos externos. Deve-se respeitar as restrições de ordem prática da construção, com raios mínimos de curvatura dos cabos, garantir comprimentos retos nas ancoragens das extremidades e os limites correspondentes às dimensões das ancoragens e resistência do concreto. A Figura 3.12 traz esquema típico do traçado de cabos indicados nos principais manuais e recomendações de projeto.

Figura 3.12 – Traçado típico das armaduras de protensão



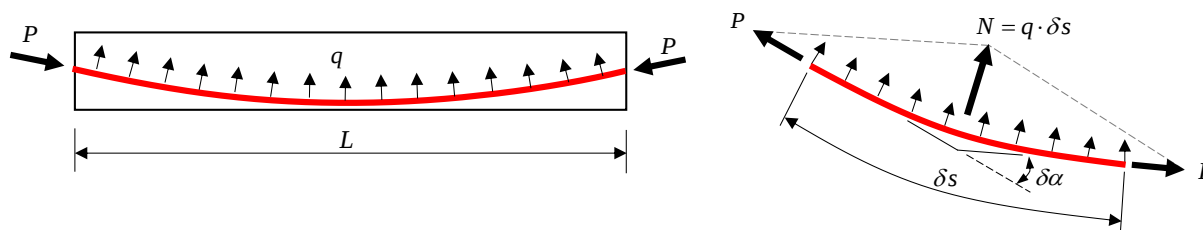
Fonte: Elaborado pelo autor

A concordância dos trechos curvos, tipicamente parábolas, se dá com: i) a definição do ponto de inflexão (derivadas nulas), ii) do ponto comum y_c e mesma inclinação do cabo e, iii) com base nas excentricidades máximas e mínimas, junto às seções das extremidades, do vão e sobre os apoios intermediários.

As monocordoalhas com traçado curvo ao serem tracionados são alongadas e tendem a se retificarem, no entanto, a tendência da retificação é resistida pela peça de

concreto. Dessa forma, as monocordoalhas aplicam uma força relativamente distribuída no concreto ao seu redor, conforme esquema da Figura 3.13. Essa força distribuída é comumente denominada de forças de alívio ou de cargas balanceadas.

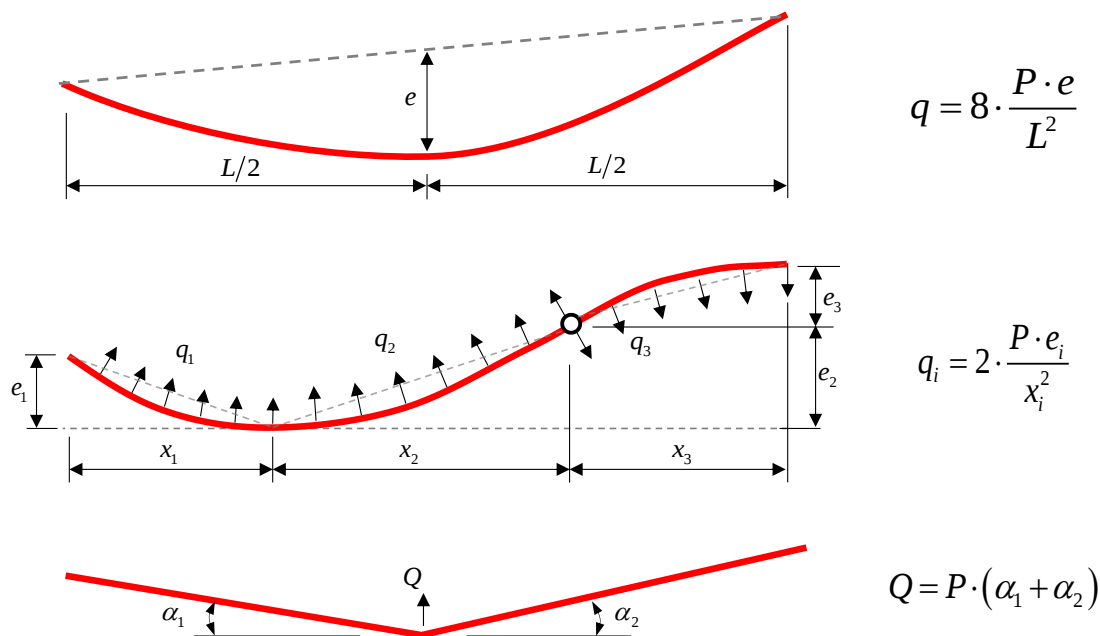
Figura 3.13 – Distribuição do carregamento de protensão com cabo curvo



Fonte: Elaborado pelo autor

Para um segmento infinitesimal e considerando ângulos infinitesimais, o equilíbrio de forças pode ser traçado pelo trapézio de forças e a carga equivalente q . Considerando que o erro gerado entre a consideração do segmento de arco e traçado parabólico é desprezível, para pequenos desvios usualmente adotados na prática, e considerando força de protensão uniforme, os esforços equivalentes da protensão são resumidos na Tabela 3.1, para os traçados mais comuns.

Tabela 3.1 – Carregamentos equivalentes para traçados de cabos curvos



Fonte: Elaborado pelo autor

Essa carga pode ser utilizada como alvo para o projeto das estruturas protendidas. Para peças de concreto de peso normal, Emerick (2002) indica que normalmente os projetistas tomam como base as seguintes opções nas cargas de alívio:

- Peso próprio acrescido de $0,50 \text{ kN/m}^2$, quando a laje possuir paredes divisórias leve e tiver sobrecarga entre 2 e 3 kN/m^2 ;
- Entre 60% e 80% das cargas permanentes
- Equilibrar o peso próprio somado a 10% da sobrecarga total prevista.

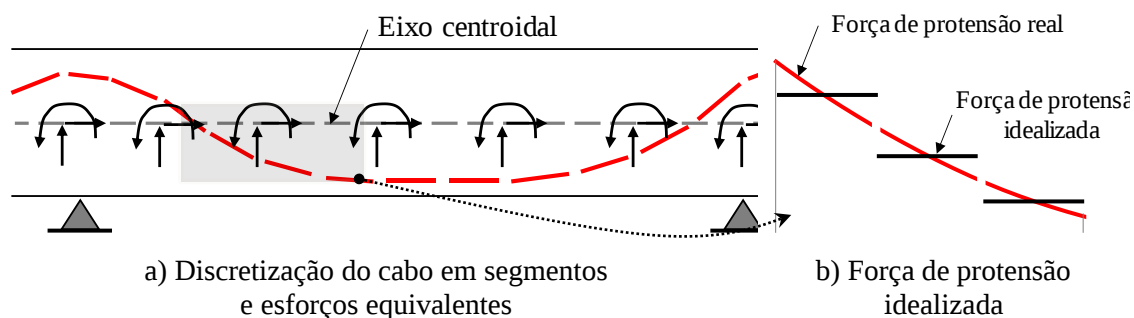
Esse método da carga equivalente permite o cálculo do momento de protensão de peças isostáticas e hiperestáticas, ao aplicar a carga equivalente de protensão ao longo do vão, de acordo com a curvatura do cabo, sendo muito útil para obtenção dos diagramas de esforços isostáticos e hiperestáticos. Uma propriedade importante é a resultante de forças oriundas da protensão é nula, ou seja, é auto equilibrada. Significa que numa peça isostática, a protensão não gera reações de apoio. No caso de peças hiperestáticas, devido à restrição dos apoios às deformações impostas pela protensão, surgem reações de apoio.

Sobre esse assunto, existem pelo menos três métodos de representação da protensão em uma peça de concreto, sendo eles: i) conjunto de deformações iniciais; ii) um conjunto de cargas externas equivalentes; e, iii) conjunto de esforços solicitantes iniciais equivalentes. A ABNT NBR 6118:2023 indica na sua seção 11.3.3.5 considerações nesse quesito.

O primeiro método baseado no conjunto de deformações iniciais é relativamente custoso na determinação de esforços hiperestáticos, entretanto, bastante útil na verificação das seções no ELU. O segundo método é o baseado na transformação da força de protensão em um carregamento equivalente, baseado no princípio atribuído a Lin (1963), como o método do *load balancing*. Já no terceiro método, a protensão é representada como um conjunto de cargas externas equivalentes, através da discretização do cabo em segmentos de reta ao longo do comprimento, e permite considerar com boa precisão a variação da força de protensão devida às perdas imediatas e progressivas.

A Figura 3.14 a) traz um esquema da discretização do cabo em segmentos e aplicação das ações equivalentes. Ao assumir a hipótese de seções planas de Navier-Bernoulli, a ação do cabo de protensão em cada seção transversal é representada por uma força normal e um momento em relação ao seu centro de gravidade, em seções discretizadas da peça, com a consideração que a força e excentricidade seja constante para cada elemento da discretização. Em razão da variação da inclinação do cabo, normalmente pequena, despreza-se a parcela de força vertical.

Figura 3.14 – Cabo discretizado em segmentos e ações equivalentes no eixo centroidal



Fonte: Elaborado pelo autor

A representação dos esforços equivalentes permite considerar a variação da força de protensão, com a força de protensão idealizada constante no segmento em análise (Figura 3.14 b). A consideração das perdas imediatas é direta e das perdas progressivas pode ser feita através de um procedimento iterativo.

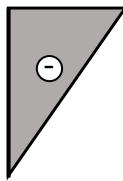
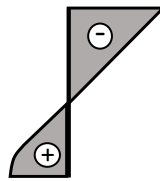
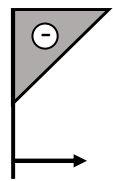
3.5.1 Verificações das tensões

Avaliados os esforços solicitantes da peça protendida, o dimensionamento da força de protensão é usualmente feito para os estados limites de serviço, como ressaltado, geralmente relacionados com a possibilidade de fissuração. No entanto, outros fatores podem impor necessidades de determinados níveis de protensão, relativos à compressão excessiva e às flechas excessivas.

A Tabela 3.2 traz resumo dos estados limites em serviço (ELS) típicos do projeto de estruturas protendidas, com as verificações de tensões nas combinações:

- ELS-D: estado no qual, em um ou mais pontos da seção, a tensão normal é nula, não havendo tração na seção;
- ELS-F: estado em que se inicia a formação de fissuras. Admite-se que a tensão de tração máxima seja igual à resistência à tração na flexão;
- ELS-W: estado em que fissuras se apresentam com aberturas características de valores especificados.

Tabela 3.2 – Estados limites das peças protendidas em serviço

Descompressão (ELS-D)	Formação de fissuras ELS-F	Abertura de fissuras ELS-W	
			
Tipo de protensão	Combinações em serviço		
	Quase-permanente	Frequente	Rara
Completa	-	Descompressão	Formação de fissuras
Limitada	Descompressão	Formação de fissuras	—
Parcial	-	Abertura de fissuras	—

Fonte: Elaborado pelo autor

A avaliação do ELS-D e ELS-F é realizado considerando Estádio I, enquanto o ELS-W considera o Estádio II, com concreto fissurado à tração e comportamento elástico dos materiais. Os carregamentos na estrutura são definidos pelas combinações de ações que têm probabilidades não desprezíveis de atuação simultânea sobre a estrutura, durante um período pré-estabelecido.

Seja as ações com seu valor característico, onde G_i representa as ações permanentes, Q_j as ações variáveis e ψ_{1j} e ψ_{2j} são os fatores de redução para as combinação frequente e quase permanente, respectivamente.

As solicitações para as três combinações são dadas pelas Eqs (3.20-3.22):

- Combinação quase permanente:

$$F_{serv,CQP} = \sum_{i=1}^m G_i + \sum_{j=1}^n \psi_{2j} Q_j \quad (3.20)$$

- Combinação frequente:

$$F_{serv,CF} = \sum_{i=1}^m G_i + \psi_1 Q_1 + \sum_{j=2}^n \psi_{2j} Q_j \quad (3.21)$$

- Combinação rara:

$$F_{serv,CR} = \sum_{i=1}^m G_i + Q_1 + \sum_{j=2}^n \psi_{1j} Q_j \quad (3.22)$$

Desse modo, avaliam-se o atendimento aos níveis de tensão máximas na garantia de adequada segurança. Os limites de tensão recomendados entre diferentes modelos normativos variam, mas em termos gerais, os valores usuais são os apresentados na Tabela 3.3.

Tabela 3.3 – Limites usuais de tensão no concreto de densidade normal (convencional)

Tensões máximas admissíveis (MPa)	No ato de protensão (após perdas imediatas)		ELS-F (após todas as perdas)	
	ACI 318:2005	NBR 6118:2023	ACI 318:2005	ABNT NBR 6118:2023
Compressão	$0,6 f_c$	$0,7 f_c$	1. $0,45 f_c$	1. $(0,45 f_c)^{**}$
			2. $0,60 f_c$	2. $(0,6 f_c)^{***}$
Tração	$0,25\sqrt{f_c}$	$(0,30 f_{ck}^{2/3})^*$	$0,5\sqrt{f_c}$	$(0,21 f_{ck}^{2/3})^*$

(*) Para seções do tipo T ou duplo T;

(**) Combinação quase permanente: seção não fissurada e após todas as perdas de protensão.

(***) Combinação frequente ou rara: seção não fissurada e após todas as perdas de protensão.

Fonte: Elaborado pelo autor

O estado limite último de ruptura no ato da protensão deve ser verificada em relação ao estado limite último de ruptura ou alongamento plástico excessivo. Admite como uma verificação simplificada, desde que satisfeitas as seguintes condições (NBR 6118):

- A tensão máxima de compressão na seção de concreto simples, calculada em regime elástico linear, não ultrapassar 70% da resistência característica na idade de aplicação da protensão;
- A tensão máxima de tração no concreto, nas seções transversais, não ultrapassar 1,2 vezes a resistência à tração média correspondente ao valor f_{ckj} especificado;
- Quando existem tensões de tração nas seções transversais, deve haver armadura de tração calculada com a hipótese de ser nula a resistência à tração do concreto. Permite-se admitir que a força nessa armadura, nessa fase de construção, seja igual à resultante das tensões de tração no concreto. Essa força não deve provocar acréscimos de tensões na armadura ativa superiores a 150 MPa no caso de fios e barras lisas e a 250 MPa em barras nervuradas.

Sobre os limites, verifica-se o atendimento dos limites das tensões ao longo de todo o cabo, com a discretização das seções, dado o uso comum de cabos curvos na pós-tração. O chamado estado limite de compressão excessiva (ELS-CE) ocorre quando as tensões de compressão atingem o limite convencional estabelecido, conforme indicado na Tabela 3.3.

Essa verificação é realizada na fase de aplicação da protensão, fase na qual a protensão é máxima e próximo aos apoios externos as solicitações devido aos carregamentos externos são praticamente nulas. O traçado curvo nesse ponto é benéfico, pois tende a acompanhar razoavelmente o traçado do diagrama de momentos fletores, que junto nas extremidades da peça reduz-se a excentricidade de modo a controlar adequadamente as tensões.

As verificações de tensão da peça têm basicamente duas etapas principais: i) a peça em vazio e ii) a peça em situação definitiva, em serviço. A peça em vazio se trata no caso da pós-tração, do ato de protensão, onde agem a força de protensão e o peso próprio do elemento. Na peça na situação definitiva, agem as ações permanentes e sobrecargas, somadas aos efeitos da protensão. Nesse ponto, devido aos efeitos das deformações progressivas que ocorrem no concreto e da relaxação da armadura ativa, a força de protensão final efetiva deve ser avaliada, com a contabilização das perdas de protensão.

3.5.2 Forças de protensão

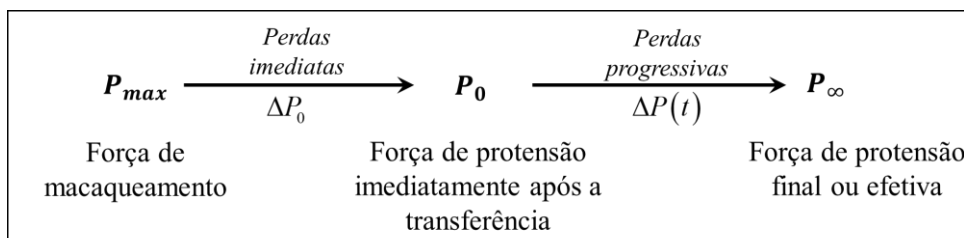
O valor da força de protensão pode ser estimado em função das características geométricas da seção e vão e sua condição estática, da resistência dos materiais, grau e tipo de protensão estabelecido em função da sua utilização e das estimativas das perdas de tensão na armadura de protensão. Com base nessa estimativa, calculam-se a armadura ativa necessária, avaliando-se os estados limites para cada situação do projeto.

Esquemáticamente, a força média na armadura de protensão (ativa) versus o tempo t , em análise ao longo de uma seção pelo eixo na sua abscissa x , é dada pela Eq. 3.23, onde ΔP_0 são as perdas imediatas e $\Delta P(t)$ as perdas progressivas no tempo:

$$\begin{aligned} P(x,t) &= P_0(x) - \Delta P(x,t) = P_{m\acute{a}x} - \Delta P_0(x) - \Delta P(x,t) \\ P_0(x) &= P_{m\acute{a}x} - \Delta P_0(x) \end{aligned} \quad (3.23)$$

Os valores da força de protensão varia com a fase em questão. A Figura 3.15 traz uma ilustração das forças de protensão ao longo da vida útil da peça. Com as seguintes definições:

Figura 3.15 – Forças de protensão ao longo da vida útil da peça



Fonte: Elaborado pelo autor

- $P_{máx}$ é a força máxima aplicada à armadura ativa pelo equipamento de tração. Corresponde à força aplicada pelos macacos hidráulicos antes de ser realizada a ancoragem dos cabos;
- P_0 é a força de protensão no instante imediatamente após à liberação da protensão nos macacos. Corresponde ao valor inicial da força de protensão transferida ao concreto (t_0). É obtida da força $P_{máx}$ deduzido as perdas imediatas ΔP_0 .
- $P(t) \xrightarrow{t=\infty} P_\infty$ é a força no tempo avaliado t após a protensão da peça. Corresponde à força P_0 deduzidas as perdas progressivas devidas à retração e fluência do concreto e pela relaxação da armadura ativa ($\Delta P(t)$).

A limitação da força máxima de protensão $P_{máx}$ visa garantir segurança aos serviços de protensão na ocasião da operação de protensão e da força máxima P_0 (ao término da operação de protensão) traz limitações, principalmente relacionadas às perdas por relaxação. A depender do código normativo, os valores limites podem alterar relativamente. Para o caso das cordoalhas engraxadas, a Tabela 3.4 resume os principais valores dos modelos do EN 1992-1-1:2004, ACI 318:2019 e ABNT NBR 6118:2023.

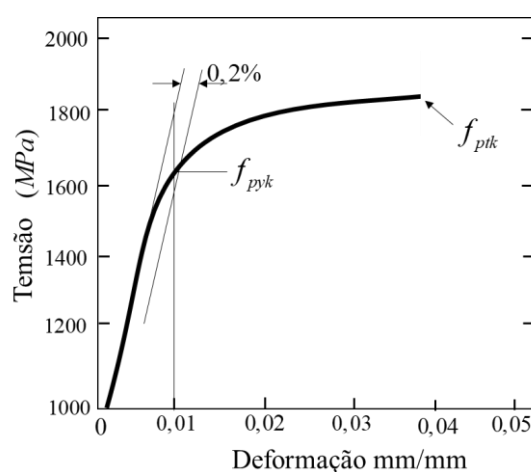
Tabela 3.4 – Valores limites da força de protensão (cordoalhas engraxadas)

Valores - limites	EN 1992-1-1:2004	ACI 318:2019	ABNT NBR 6118:2014	ABNT NBR 6118:2023
$\sigma_{máx}$	$\leq \begin{cases} 0,8 f_{ptk} \\ 0,9 f_{pyk} \end{cases}$	$\leq \begin{cases} 0,80 f_{ptk} \\ 0,94 f_{pyk} \end{cases}$	$\leq \begin{cases} 0,80 f_{ptk} \\ 0,88 f_{pyk} \end{cases}$	$\leq \begin{cases} 0,80 f_{ptk} \\ 0,74 f_{pyk} \end{cases}$
σ_0	$\leq \begin{cases} 0,75 f_{ptk} \\ 0,85 f_{pyk} \end{cases}$	$\leq \begin{cases} 0,74 f_{ptk} \\ 0,82 f_{pyk} \end{cases}$		

Fonte: Elaborado pelo autor

Onde f_{pyk} e f_{ptk} correspondem aos valores característicos da resistência ao escoamento convencional e da resistência à tração na ruptura, respectivamente. Nacionalmente, os valores de f_{pyk} e f_{ptk} e do alongamento após ruptura ε_{uk} devem atender ao que é especificado na ABNT NBR 7482:2020. Os valores das resistências dependem da classe do aço de protensão, para as monocordoalhas CP190 tem-se os valores médios de $f_{ptk} = 190 \text{ kgf/mm}^2$ e $f_{pyk} \approx 0,9 f_{ptk} = 171 \text{ kgf/mm}^2$. O alongamento após a ruptura indicado por fornecedores é comum ser de $\varepsilon_{uk} = 3,5\%$. A curva típica de tensão $\times$ deformação das armaduras ativas é apresentada na Figura 3.16.

Figura 3.16 – Curva de tensão deformação média típica das armaduras e protensão (CP190)



Fonte: Elaborado pelo autor

Os valores da carga de 1% de alongamento são considerados equivalentes à carga de 0,2% de alongamento permanente (ABNT NBR 7483:2021). No ato de protensão, além de avaliar os valores de força máxima pelo monitoramento da pressão da bomba do macaco hidráulico no ato de protensão, uma medida importante e indispensável é a avaliação dos alongamentos durante a protensão, na garantia do regime elástico e especificação de projeto.

3.5.3 Perdas de protensão nas armaduras ativas

A diminuição da intensidade da força de protensão é chamada de perda de protensão. De acordo com a ABNT NBR 6118:2023, o projeto deve prever as perdas da força de protensão em relação ao valor inicial aplicado pelo aparelho tensor, ocorridas antes da transferência da protensão ao concreto (perdas iniciais, na pré-tração), durante a

transferência da protensão ao concreto (perdas imediatas) e ao longo do tempo (perdas progressivas).

Nesse contexto, dado o uso da pós-tração, as perdas ocorridas antes da transferência não entram em questão, diferentemente ao sistema da pré-tração, onde se contabilizam as perdas ocorridas na relaxação do aço de protensão sob cura térmica, e encunhamento das ancoragens das cabeceiras da pista de protensão, como desenvolvido em El Debs (2021), no Apêndice 10 do livro.

De modo geral, as perdas imediatas são aquelas ocorridas durante a operação de estiramento e ancoragem dos cabos, elas dividem-se em perda por atrito, perda por deformação da ancoragem e perda por encurtamento do concreto.

- *Perda por atrito*: como o próprio nome sugere, ocorre em função do atrito existente entre o cabo e a bainha;
- *Perda por cravação da ancoragem*: quando se executa a ancoragem de um cabo, há sempre um pequeno retrocesso no cabo que estava esticado, acarretando numa queda de tensão no mesmo;
- *Perda por encurtamento do concreto*: o tensionamento dos cabos acarreta em perdas por encurtamento do concreto, dependente do momento oriundo do peso próprio e da relação entre os módulos de elasticidade longitudinal do aço e do concreto.

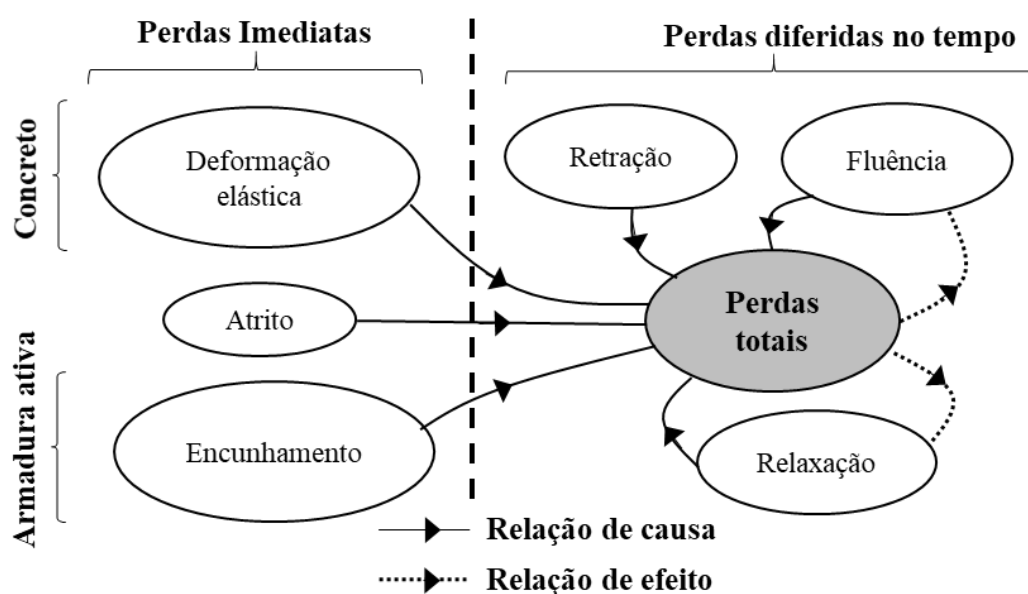
Por sua vez, as perdas progressivas (também chamadas de diferidas) ocorrem após a liberação do dispositivo de tração. Elas dividem-se em perdas por retração do concreto, fluência do concreto e perda por relaxação da armadura. De forma mais detalhada, tem-se que:

- *Perda por retração do concreto*: ocorre devido à diminuição de seu volume em razão da perda de sua água intersticial;
- *Perda por fluência do concreto*: ocorre em função do aumento gradual de deformação com o tempo, sob tensão constante;
- *Perda por relaxação da armadura*: a relaxação do aço é a perda gradual de tensão e é natural quando um sistema está em um estado de deformação constante.

A Figura 3.17 ilustra esquematicamente a ocorrência dos estágios das perdas de protensão, decorrentes do concreto e da armadura ativa, nas parcelas imediatas e progressivas. Realiza-se o estiramento dos cabos com macaqueamento e, consequente instalação da protensão no concreto na fase de transferência. Após instalada a protensão no concreto e tração na armadura ativa, as perdas progressivas ocorrem ao longo do tempo e chegam a um patamar assintótico de perdas, ditas infinitas.

A Tabela 3.5 resume os estágios de avaliação das perdas de protensão na pós-tração com diferenciação entre parcelas imediatas e diferidas no tempo.

Figura 3.17 – Contribuição e relação de cada parcela das perdas de protensão nas perdas totais.



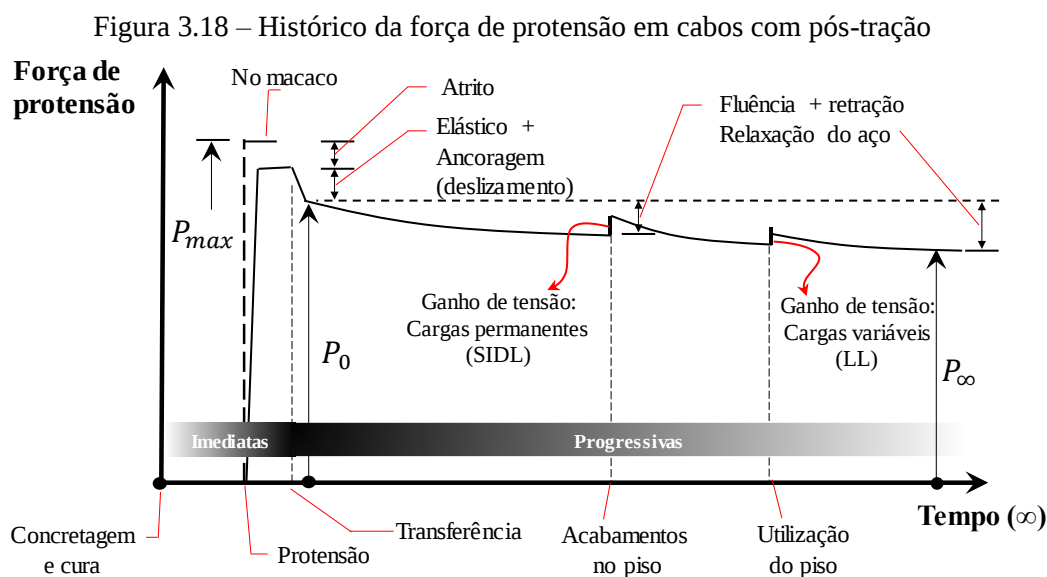
Fonte: Elaborado pelo autor

Tabela 3.5 – Estágios de avaliação das perdas de protensão na pós-tração

Tipo de perdas	Estágio de ocorrência	Perda de protensão
1. Atrito	Durante a protensão do cabo	$\Delta F_{p,atrito}$
2. Encunhamento/deslizamento das ancoragens	Na transferência da protensão ao concreto	$\Delta F_{p,anc}$
3. Deformação elástica	Durante a protensão do cabo	$\Delta F_{p,el}$
4. Retração do concreto	Depois da transferência	$\Delta F_{p,sh}$
5. Fluência do concreto	Depois da transferência	$\Delta F_{p,cr}$
6. Relaxação do aço	Após a protensão do cabo	$\Delta F_{p,rel}$
Total	Vida útil	$\Delta F_{p,total}$

Fonte: Elaborado pelo autor

A Figura 3.18 traz ilustração típica da força de protensão em sistema de pisos com pós-tração, que permite correlacionar adequadamente com a Figura 3.17 e Tabela 3.5. O tempo é avaliado desde a concretagem da peça até vida útil da estrutura, onde se espera ter ocorrido todas as perdas de protensão. O esquema ainda traz detalhes da ocorrência dos ganhos de tensão na armadura com aumentos das solicitações externas, como sobrecargas permanentes e de utilização, no entanto, usualmente esses ganhos tem pouca expressão e são desprezados em projeto.



Fonte: Elaborado pelo autor

A adequada avaliação do sistema estrutural proposto, tanto em termos da capacidade resistente e o desempenho em serviço dependem de adequada mensuração da força de protensão efetiva, nas idades de interesse. Desse modo, o próximo tópico traz informações para estimativas das parcelas de perdas de protensão.

Perdas por atrito

A perda de protensão ocorre durante o processo de protensão devido ao atrito entre a armadura de protensão e o concreto. Esse atrito consiste em uma parte devido à curvatura da armadura ativa e outra parte devido às irregularidades locais (curvaturas não-intencionais). As perdas dependem do coeficiente médio de atrito (μ), entre o cabo e a bainha, e da configuração geométrica do cabo, medida pela variação angular α do eixo do cabo. Os desvios da bainha em relação ao eixo teórico do cabo construtivos (falta de

linearidade, flechas entre pontos de suspensão) manifestam-se tanto nos trechos retos como nos trechos curvos dos cabos; e para efeito de cálculo são assimilados a variações angulares (k) por metro linear de cabo.

A Eq. 3.24 expressa a estimativa da perda por atrito, ao longo do comprimento x :

$$\Delta F_{p,atrito} = P_{\max} \left[1 - e^{-(\mu \sum \alpha + kx)} \right] \quad (3.24)$$

As monocordoalhas engraxadas se destacam pela baixa perda de protensão por atrito, dado o uso de graxa entre cabo e a bainha. Os valores indicados para atrito e de variação angular médio são de $\mu = 0,05$ e $k = 0,0035 \text{ m}^{-1}$, respectivamente (ABNT NBR 6118:2023). Os fabricantes de monocordoalhas, Belgo Bekaert Arames especifica um valor para o coeficiente de atrito aparente entre 0,06 e 0,07, este último similar ao valor proposto pelo ACI 318:2019. Sobre o coeficiente de perda por metro k , na falta de valores experimentais, a ABNT NBR 6118:2023 ainda indica adotar o valor de $0,01\mu \text{ (m}^{-1}\text{)}$.

As perdas por atrito que ocorrem internamente no macaco hidráulico de protensão podem ser avaliadas em torno de 2,5% da força de protensão (Cauduro, 2003; Rudloff, 2012). Desse modo, o projetista é orientado a levar em conta este valor por ocasião do cálculo final do esforço da protensão.

Perdas por acomodação das ancoragens

Nos sistemas protendidos com pós-tração como das monocordoalhas, assim que atingido o valor da carga máxima prevista em projeto da força de tração, os cabos são fixados nos dispositivos de ancoragens mecânicas (cunhas de ancoragens), onde a força do macaco hidráulico é liberada e transferida às ancoragens com cunha central (típicas). No momento da transferência, as ancoragens sofrem uma pequena acomodação de deformação com afrouxamento da força dos cabos e ocorre um pequeno deslizamento das monocordoalhas nas cunhas até que esteja totalmente cravada.

Geralmente as empresas especializadas em serviços de protensão fornecem os valores típicos de penetração da cunha na ancoragem, determinados após a execução de várias operações de protensão. Nos sistema que utilizam cunha individual, os valores

médios de perda de alongamento (δ) por encunhamento, para a carga máxima ($P_{máx}$) para as cordoalhas de $\phi 1/2"$ é da ordem de 3 a 6 mm para cunhas cravadas com macaco.

As perdas pela acomodação das ancoragens $\Delta F_{p,anc}$ ocasionam uma redução da força de protensão ao longo das monocordoalhas. A extensão do cabo é influenciada pela perda na ancoragem depende do valor da perda de alongamento ($\delta = \Delta l$), da geometria do cabo e do coeficiente de atrito entre o cabo e a bainha. A força gerada pelo atrito tem sentido oposto ao do movimento de retorno do cabo e irá se opor ao mesmo, dando origem a um atrito negativo. Após a perda devida a cravação e a depender da geometria e comprimento do cabo, o diagrama ascendente encontra a força de protensão após as perdas por atrito, numa distância Δx . A Eq. 3.25 representa de modo geral a avaliação da perda por acomodação das ancoragens.

$$\int_{\Delta x} \Delta P(x) dx = \delta \cdot E_p \cdot A_p \quad (3.25)$$

A depender do traçado muitos curtos e pela baixa perda devido menor atrito nas monocordoalhas engraxadas, pode ocorrer que o valor seja maior que o comprimento do cabo e, desse modo, todo o diagrama seja deslocado.

Perdas por deformação (encurtamento) elástica do concreto

Na fase de transferência da protensão, na ocorrência da tração dos cabos pelos macacos, estes se apoiam no concreto e, assim, o encurtamento elástico do concreto se realiza antes de ancorar o cabo. No entanto, dado a existência de n cabos a serem protendidos sucessivamente, a perda de tensão média de encurtamento elástico na peça pode ser dada pela Eq. 3.26.

$$\Delta \sigma_{p,el} = \frac{1}{2} \frac{n-1}{n} \frac{E_p}{E_c} (\sigma_{cp} + \sigma_{cg}) \quad (3.26)$$

Onde σ_{cp} e σ_{cg} são as tensões no concreto ao nível do cabo devido à protensão e ao peso próprio da peça. Essa expressão é bastante válida para as vigas protendidas. Nas lajes com distribuição mais espaçada das monocordoalhas, a influência de vários cabos tende a ser menos efetiva. Para um número elevado de cabos, a equação recai para

$0,5(E_p/E_c)\sigma_c$ e para levar em conta o espaçamento entre cabos dispostos isolados, tem-se indicado o valor da metade desse encurtamento $0,25(E_p/E_c)\sigma_c$ pelo estiramento sucessivo de cabos.

Dado o traçado parabólico variável, o valor da tensão no concreto ao nível do traçado da monocordoalhas também varia. Na situação não-aderente, a hipótese de compatibilidade de deformação não é válida, portanto, a perda por deformação elástica é considerada constante ao longo do comprimento do cabo. Para uma análise mais refinada deve-se tomar a tensão no concreto σ_c igual a seu valor médio. Nesse ponto ainda, dado a existência da fôrma de aço, ela contribui com rigidez da seção na diminuição da perda devido ao encurtamento elástico do concreto.

Perdas de protensão progressivas

As perdas progressivas de protensão, decorrentes da retração e da fluência do concreto e da relaxação do aço de protensão, devem ser determinados considerando-se a interação dessas causas. Gilbert *et al.* (2017) exemplifica que a perda da força de protensão devido à retração e fluência diminui a força média no cabo com o tempo, e com isso reduz a perda por relaxação. A perda por relaxação diminui a força de protensão e, conseqüentemente os efeitos da fluência da parcela devido à protensão. Somado a isso, a restrição à retração pelas armaduras passivas (presença da fôrma de aço incorporada, ao caso, e barras de aço, se existentes) podem reduzir as tensões de compressão no concreto ao nível do cabo e, isso afetar a fluência do concreto, reduzindo as perdas por fluência.

Alguns métodos simplificados são apresentados nos códigos normativos na contabilização das perdas de protensão progressivas, como o EN 1992-1-1:2004, PCI:2014 e ABNT NBR 6118:2014. Gilbert *et al.* (2014) também apresenta uma proposta simplificada, considerando ainda o fato que a restrição que as armaduras aderentes promovem na redução do encurtamento da peça, que para as lajes mistas, dado a existência da fôrma tende a contribuir nesse sentido.

A Tabela 3.6 apresenta os modelos das normativas brasileira ABNT NBR 6118:2014 e europeia EN-1992-1-1:2004 e método apresentado por Gilbert *et al.* (2017), conforme as Eqs. 3.27-3.29, respectivamente. Esses métodos simplificados são indicados

para casos de fases únicas de operação, com a concretagem e protensão em fases relativamente próximas. Admite-se ainda a existência de aderência entre a armadura e o concreto e que o elemento permaneça no estágio I.

Como pode ser visto, os modelos da ABNT NBR 6118:2014 e do EN 1992-1-1:2004 apresentam certa semelhança. Os termos referentes a contribuição da retração e fluência são idênticos, sendo no modelo europeu deixado claramente a avaliação da tensão no concreto para a combinação quase permanente. A diferença no sinal é apenas referente a convenção adotada para as tensões de compressão. A parcela relacionada a perda por relaxação muda apenas a forma de entrada na equação e o índice relativo a 0,80 do modelo europeu, é um fator de redução, responsável em levar em conta a interdependência de efeitos no encurtamento dependente do tempo do concreto devido à fluência e retração.

No denominador, as parcelas são equivalentes com duas pequenas diferenças: i) o termo χ_p dá um valor ligeiramente maior que a unidade e o valor do termo relativos ao coeficiente de envelhecimento do concreto $\chi_c(t, t_0)$, que é tomado igual a 0,5 e 0,8 para modelo brasileiro e europeu, respectivamente. Dessa maneira, os modelos trazem fenômenos similares na sua estimativa de perdas progressivas. No entanto, esse denominador contabiliza apenas restrição à fluência e à retração fornecida pela armadura ativa aderente, mas ignora o efeito de qualquer outra armadura passiva na perda de protensão. Nessa situação, as equações não contabilizariam adequadamente a restrição a essas deformações dado a proposta com o uso de armaduras não-aderentes e da fôrma de aço incorporada, ressaltando ainda a questão da retração não-uniforme ao longo da altura da laje.

O modelo de Gilbert *et al.* (2017) é uma tentativa de contabilizar a presença das armaduras passivas na restrição à fluência e à retração. Leva em conta a presença de armaduras passivas A_s (como a fôrma de aço incorporada e vergalhões) e armaduras ativas aderentes. Indica o valor de $\chi_c(t, t_0) = 0,8$ no cálculo do Módulo Efetivo Ajustado à Idade, do método denominada AEMM (Ranzi; Gilbert, 2011). A perda de protensão por relaxação é calculada pela expressão que toma como a variação livre da tensão de protensão $\psi(t, t_0) \cdot \sigma_{p0}$ ponderado pelas perdas ocorridas pela fluência e retração, obtendo como perdas totais de protensão, a soma das duas parcelas.

Tabela 3.6 – Modelos simplificados de avaliação das perdas progressivas

ABNT NBR 6118:2014	$\Delta\sigma_p(t, t_0) = \frac{\varepsilon_{sh}(t, t_0)E_p - \alpha_p\sigma_{c,p0g}\varphi(t, t_0) - \sigma_{p0}\chi(t, t_0)}{\chi_p + \chi_c\alpha_p\eta\rho_p}$ $\chi(t, t_0) = -\ln[1 - \psi(t, t_0)]; \chi_p = 1 + \chi(t, t_0)$ $\chi_c = 1 + 0,5\varphi(t, t_0)$ $\eta = 1 + e_p^2 \frac{A_c}{I_c}; \rho_p = A_p/A_c; \alpha_p = E_p/E_{ci28}$	(3.27)
EN 1992-1- 1:2004	$\Delta\sigma_p(t, t_0) = \frac{\varepsilon_{sh}(t, t_0)E_p + \frac{E_p}{E_{cm}}\varphi(t, t_0)\sigma_{c,QP} + 0,8\Delta\sigma_{p,r}}{1 + \frac{E_p A_p}{E_{cm} A_c} \left(1 + \frac{A_c}{I_c} z_{cp}^2\right) [1 + 0,8\varphi(t, t_0)]}$ $\Delta\sigma_{p,r} = \varphi_p(t, \sigma_{p0}) \cdot \sigma_{p0}$	(3.28)
Gilbert <i>et al.</i> (2017)	$\Delta\sigma_{p,cr+sh}(t, t_0) = \frac{E_p \left[\varphi_{cr}(t, t_0) \cdot \left(\frac{\sigma_c}{E_c} \right) \right] + E_p \cdot \varepsilon_{sh}(t)}{1 + \frac{E_p}{E_{c,eff}} \cdot \frac{A_s + A_p}{A_c} \left[1 + \frac{A_c z_{cp} e_s}{I_c} \right]}$ $E_{c,eff} = \frac{E_c \cdot (t_0)}{1 + \chi_c(t, t_0) \cdot \varphi_{cr}(t, t_0)}$ $\Delta\sigma_{p,rel}(t, t_0) = \psi(t, t_0) \cdot \sigma_{p0} \cdot \left(1 - \frac{\Delta\sigma_{p,sh+cr}}{\sigma_{p0}} \right)$ $\Delta\sigma_p(t, t_0) = \Delta\sigma_{p,cr+sh} + \Delta\sigma_{p,rel}$	(3.29)

Onde:

$\sigma_{c,p0g}$, σ_c , $\sigma_{c,QP}$ é a tensão no concreto adjacente ao cabo resultante, provocada pela protensão e pela carga permanente, onde QP se refere a combinação quase-permanente se considerada ação variável.

$\varphi(t, t_0)$, $\varphi_{cr}(t, t_0)$ é o coeficiente de fluência do concreto no instante t para a protensão e carga permanente mobilizada no instante t_0 ;

σ_{p0} é a tensão na armadura ativa devida à protensão;

$\chi(t, t_0)$ é chamada de coeficiente de fluência do aço;

$\varepsilon_{sh}(t, t_0)$ é a retração no instante t, descontada a retração ocorrida até instante t_0

$\psi(t, t_0)$, $\varphi_p(t, \sigma_{p0})$ é o coeficiente de relaxação do aço, dado por $[\Delta\sigma_{p,rel}(t, t_0)/\sigma_{p0}]$, no instante t, desde o estiramento do cabo no instante t_0 .

ρ_p é a taxa geométrica da armadura de protensão

z_p é a excentricidade do cabo resultante em relação ao baricentro da seção de concreto.

e_s é a excentricidade do centroide das armaduras passivas (aderentes) ao baricentro da seção de concreto.

Fonte: Elaborado pelo autor

Gilbert *et al.* (2017) apresenta em seu livro um exemplo de perdas de uma seção com protensão aderente, comparando os métodos do EN-1992-1-1:2004 e sua proposta simplificada. Observou que o valor para o método do EN-1992-1-1:2004 leva a valores de perdas mais conservadores. Indica ainda que não leva em conta a questão da restrição da armadura aderente no desenvolvimento da relaxação.

A última versão da ABNT NBR 6118:2023 indica que o modelo pode ser utilizado para estimativas de perdas progressivas em protensão não-aderente, considerando o valor médio das tensões, dado que a consideração da seção mais solicitada não representaria o valor da tensão média ao longo de todo o cabo. Os valores médios devem ser calculados entre seções definidas pelos pontos de inflexão dos cabos de protensão externa ou ao longo de todo o comprimento para o caso de protensão interna.

Sobre o coeficiente de relaxação do aço de protensão

O coeficiente de relaxação do aço $\psi(t, t_0)$ ou $\varphi_p(t, \sigma_{p0})$ depende do tipo de aço usados, sejam eles de baixa relaxação (RB) ou de relação normal (RN), como descrito pelos catálogos dos fabricantes.

O coeficiente é calculado pela Eq. 3.30:

$$\psi(t, t_0) = \frac{\Delta\sigma_{p,rel}(t, t_0)}{\sigma_{p0}} \quad (3.30)$$

Onde $\Delta\sigma_{p,rel}(t, t_0)$ é a perda de tensão por relaxação pura desde o instante t_0 do estiramento da armadura até o instante t considerado. Em projeto, os cálculos da relaxação do aço são baseados no valores médios da relaxação medidos após 1.000 h, à temperatura constante de 20°C, para perdas de tensão referidas a valores básicos de tensão inicial de 50% a 80% da resistência característica f_{ptk} . Para tensões inferiores a $0,5 f_{ptk}$ admite que não haja perda de tensão por relaxação (ABNT NBR 6118:2014).

As monocordalhas engraxadas são normalmente produzidas com aços de baixa relaxação (RB) devido ao tratamento térmico, com grande vantagem na redução das perdas por relaxação. A ABNT NBR 6118:2023 indica que os valores de relaxação do aço, a 20°C, podem ser determinados a partir da Eq. 3,31, com o tempo expresso em dias,

onde o denominador 41,67 é equivalente a mil horas, em dias. Comparativamente, os modelos EN 1992-1-1:2004 e da AASHTO LRFD:2004 sugerem que $\psi(t, t_0)$ pode ser avaliado pelas Eqs 3.32 e 3.33, respectivamente.

$$\psi(t, t_0) = \psi_{1000} \left(\frac{t - t_0}{41,67} \right)^{0,15} \quad (\text{NBR 6118}) \quad (3.31)$$

$$\psi(t, t_0) = 0,66 \cdot \psi_{1000} \cdot \exp \left[9,1 \cdot \left(\frac{\sigma_{p0}}{f_{ptk}} \right) \right] \cdot \left(\frac{t}{41,67} \right)^{0,75 \cdot \left[1 - \left(\frac{\sigma_{p0}}{f_{ptk}} \right) \right]} \times 10^{-5} \quad (\text{EN 1992-1-1}) \quad (3.32)$$

$$\psi(t, t_0) = \frac{\log(24t)}{40} \left(\frac{\sigma_{p0}}{f_{pyk}} - 0,55 \right) \quad (\text{AASHTO LRFD}) \quad (3.33)$$

O valor de ψ_{1000} depende da tensão inicial σ_{p0} , para temperatura de referência de 20°C. O *fib* CEB ModelCode:2010 indica um fator corretor linear de $(T/20)$ em razão de temperatura diferentes, com uma razão linear entre a da temperatura considerada e a de 20°C, mas ressalta que este fator não é conservador e para temperaturas muito acima, recomenda ensaios experimentais.

Para as cordoalhas de aço de baixa relaxação (RB) o modelo do EN-1992-1-1:2004 traz o valor base de $\psi_{1000} = 2,5\%$, correspondente a razão de $\sigma_{p0} / f_{ptk} = 0,7$. Os valores de ψ_{1000} indicados pela ABNT NBR 6118:2023 são apresentados na Tabela 3.7.

Tabela 3.7 – Valores de ψ_{1000} para cordoalhas (RB), segundo ABNT NBR 6118:2023

σ_{p0} / f_{ptk}	0,5	0,6	0,7	0,8
$\psi_{1000} (\%)$	0	1,3	2,5	3,5

Fonte: Adaptado de ABNT NBR 6118:2023

O valor de ψ_{1000} depende da tensão atuante, que pode variar de seção a seção, casi mais típico de protensão aderente, devido às perdas imediatas (atrito, ancoragens e encurtamento elástico do concreto), o cálculo deve ser feito para cada seção. De maneira prática, costuma-se adotar valor médio e, no caso das monocordoalhas não-aderentes, a força de protensão inicial tem valor praticamente uniforme ao longo do comprimento.

Para relações de tensões intermediárias entre os valores indicados, indica-se a realização de interpolação linear. Segundo a ABNT NBR 6118:2023 para um tempo infinito, o valor de $\psi(t, t_0)$ pode ser avaliado pela Eq. 3.31:

$$\psi(t_{\infty}, t_0) = 2,5\psi_{1000} \quad (3.31)$$

A ABNT NBR 7484:2020 estabelece o método de ensaio para relaxação isotérmica dos aços da armadura de protensão especificados de acordo com a norma ABNT NBR 7483:2021 (atualizada) que estabelece os requisitos gerais das armaduras ativas.

A avaliação das perdas de protensão nas estruturas protendidas com monocordoalhas engraxadas difere consideravelmente das peças com armaduras aderentes, onde a compatibilização das deformações na seção é admitida.

As perdas de protensão devido o encurtamento elástico, bem como as progressivas (fluência e retração, principalmente) das monocordoalhas numa análise refinada dependem da avaliação do encurtamento das fibras adjacentes ao perfil de protensão ao longo de todo o comprimento do cabo. Integra ainda nesse ponto, a questão de o cabo ser curvo e a existência de perfil com um gradiente de deformações devido à retração ao longo da altura da seção.

Dessa maneira, dadas as considerações e a presença de limitada literatura do assunto, apresenta-se um método refinado na avaliação das deformações e curvaturas da seção transversal, no Apêndice B. Admite-se regime elástico linear dos materiais da peça em serviço e não ocorrência de deslizamentos relativos entre a fôrma de aço e o concreto, condição usual das estruturas mistas de aço e concreto em serviço (Oliveira, 2019). A análise consta da avaliação da resposta imediata (curta-duração) e da avaliação dos efeitos progressivos, de longa duração, com inclusão dos efeitos da fluência, retração do concreto e da relaxação do aço das armaduras ativas.

4 SOBRE AS CONSIDERAÇÕES DE PROJETO PARA AS LAJES MISTAS PROTENDIDAS NA RUÍNA

O Capítulo 4 traz as premissas e hipótese de modelo de projeto observadas para as estruturas mistas de aço e concreto e das estruturas de concreto protendidas.

A contribuição da fôrma de aço no momento resistente da seção é feita pela teoria do método da interação parcial entre a fôrma de aço e o concreto, como apresentado por Ranzi e Ostinelli (2017) e AS/NZS 2327:2017, como de conhecimento nas lajes mistas com comportamento dúctil.

São elencados os principais modelos presentes nos códigos normativos e da literatura na estimativa da tensão última no aço de protensão não-aderente.

São apresentadas as considerações a respeito do concreto leve, principalmente na previsão das deformações últimas na ruína e módulo de elasticidade, bem como método de avaliação do bloco de compressão, baseado no trabalho de Yang *et al.* (2014).

A avaliação da continuidade é levada em consideração tomando como base uma análise plástica admitindo adequada capacidade de rotação plástica da seção sobre os apoios, associada ao Princípio dos Trabalhos Virtuais na formação de rótulas plásticas nas seções críticas, na estimativa da capacidade última à flexão na ruína do sistema.

Fica proposto um modelo teórico-analítico de previsão da capacidade última para as lajes mistas protendidas considerando os aspectos da protensão não-aderente, uso do concreto leve e a colaboração da fôrma de aço incorporada e, por fim, a capacidade de redistribuição devido a continuidade estrutural entre vãos adjacentes.

Ficam propostos dois métodos, ambos pelo método da interação parcial: i) o primeiro uma adaptação do modelo proposto por Ranzi e Ostinelli (2017) e AS/NZS 2327:2017, e, o segundo, ii) denominado Modelo geral $(M \times N)_{PSC}$ baseado na interação parcial momento $\times$ normal resistentes da seção da seção mista, considerando a interação parcial no cisalhamento longitudinal, na avaliação da capacidade última da seção com ruína por flexão e cisalhamento longitudinal.

4.1 Considerações iniciais

O comportamento das lajes mistas pós-tracionadas toma as premissas do comportamento das estruturas de concreto protendido associado à contribuição da fôrma de aço incorporada. A transferência de tensões entre a interface aço-concreto é avaliada por meio da teoria do método da interação parcial (*Partial Shear Connection, PSC*), comumente conhecido para a avaliação das lajes mistas, conforme EN 1992-1-1:2004 e a AS/NZS 2327:2017.

A contribuição da fôrma de aço incorporada pelo método da interação parcial (*PSC*) é realizada com o cálculo da força resistida pela interface aço-concreto e do momento fletor de plastificação reduzido da fôrma de aço, devido à presença da força axial. O força resistida pela interface é tomada como uma tensão média resistente ao cisalhamento longitudinal atuando na projeção horizontal da área da interface.

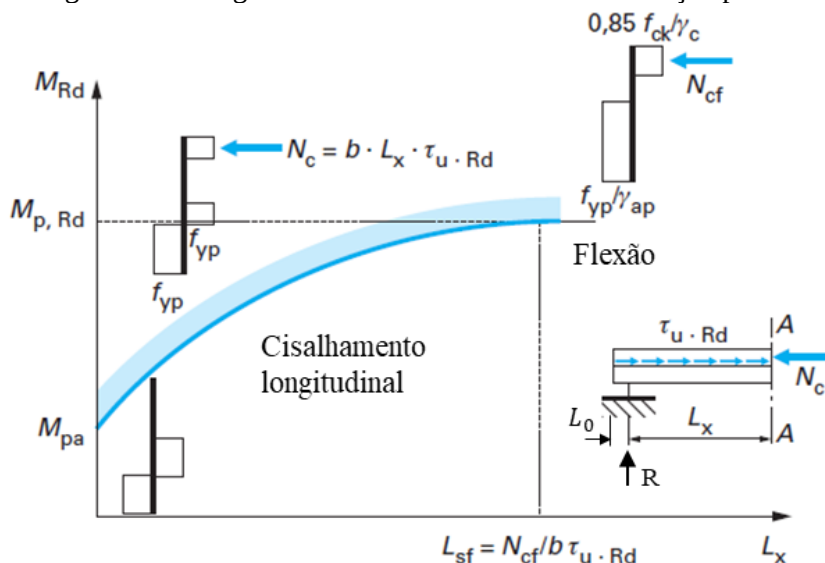
Dado que na literatura não foi encontrado nenhuma relação direta com o problema tratado nessa tese, uma proposta para avaliação do sistema é formulada. Toma como base inicial as premissas para as lajes protendidas aderentes, discutidas em Ranzi *et al.* (2013), Ranzi e Ostinelli (2017) e do código de projeto AS/NZS 2327:2017. Para levar em conta a condição de uso da protensão não-aderente, utilizam-se das estimativas da tensão última para as monocordoalhas engraxadas, conforme modelos normativos e outros apresentados da literatura técnica. Num segundo momento, a avaliação da tensão é indicada ser baseada em uma análise numérica não-linear, como proposta nos desenvolvimentos e trabalhos futuros.

4.2 Contribuição da fôrma de aço e os modos de ruína das lajes mistas

A contribuição da fôrma de aço considera a possibilidade de interação total (*Full Shear Connection, FSC*) e parcial (*Partial Shear Connection, PSC*). Especificadamente para o caso de interação parcial, mais comum na prática de projeto (Ranzi *et al.*, 2013), é proposto a quantificação através do método da interação parcial com a avaliação da resistência da interface aço-concreto. O método é indicado para lajes simplesmente apoiadas com comportamento dúctil, conforme indicado por Crisinel (2008), no entanto, avalia-se sua validade ao estudo das lajes mistas protendidas e com continuidade.

O método da interação parcial (PSC) é um método semiempírico que emprega resultados de ensaios de flexão de lajes mistas, em escala real. A Figura 4.1 traz um diagrama do cálculo da interação parcial. O momento resistente M_{Rd} de uma seção localizada a uma distância L_x do apoio mais próximo depende da posição de avaliação. A força no concreto $N_{cf} = N_{FSC}$ considera a interação total entre os materiais e o comprimento L_{sf} necessário para obter a interação total é dado pela Eq. 4.1. O diagrama abaixo não considera a contribuição de outras forças como a de armaduras adicionais.

Figura 4.1 – Diagrama de cálculo do método da interação parcial



Fonte: Adaptado de Crisinel (2008)

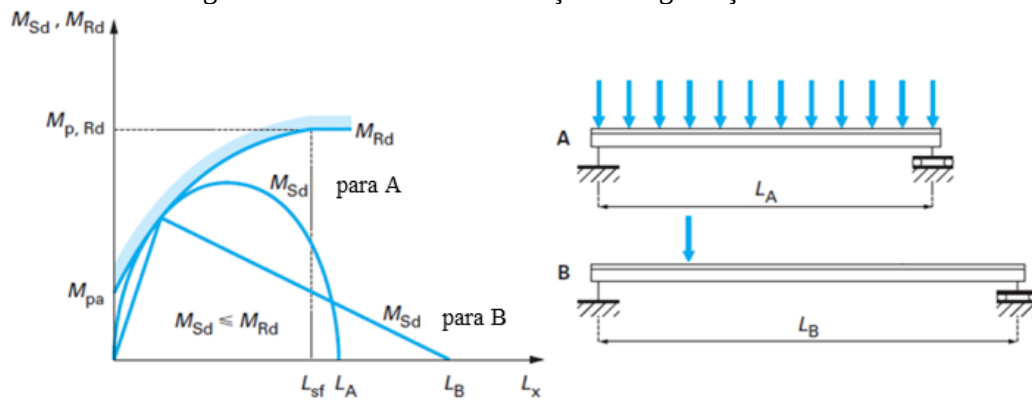
$$L_{sf} = \frac{N_{cf}}{b \cdot \tau_{u,Rd}} \quad (4.1)$$

O modelo AS/NZS 2327:2017 indica um procedimento para a realização da determinação da tensão média resistente ao cisalhamento longitudinal (τ_u) para as lajes mistas protendidas, que toma como constante (em módulo) a tensão em toda interface e considera atuando numa área retangular que consiste na projeção horizontal da área real da interface (bL_x). O modelo ainda indica que se o valor da tensão obtido para as lajes mistas convencionais fornecerem previsões seguras da resposta estrutural, seu valor também pode ser usado para as aplicações nas lajes pós-tracionadas. O valor de τ_u é determinado pela Eq. 4.2, em que η é grau de interação da laje mista, μ é o coeficiente de atrito entre aço e concreto e R é a reação junto ao apoio de extremidade.

$$\tau_u = \frac{\eta \cdot N_{cf} - \mu \cdot R}{b \cdot (L_s + L_0)} \quad (4.2)$$

O intuito do método é a determinação do momento fletor resistente das seções, M_{Rd} . Admite-se uma distribuição de tensões de plastificação no aço e no concreto, com interação parcial (presença de duas linhas neutras na seção). O procedimento de verificação do estado limite de cisalhamento longitudinal é ilustrado na Figura 4.2 para duas condições de carregamento e vãos. Em qualquer seção transversal, o valor do momento resistente M_{Rd} deve ser maior que o valor do momento solicitante M_{Sd} .

Figura 4.2 – Método de verificação da segurança estrutural



Fonte: Adaptado de Crisinel (2008)

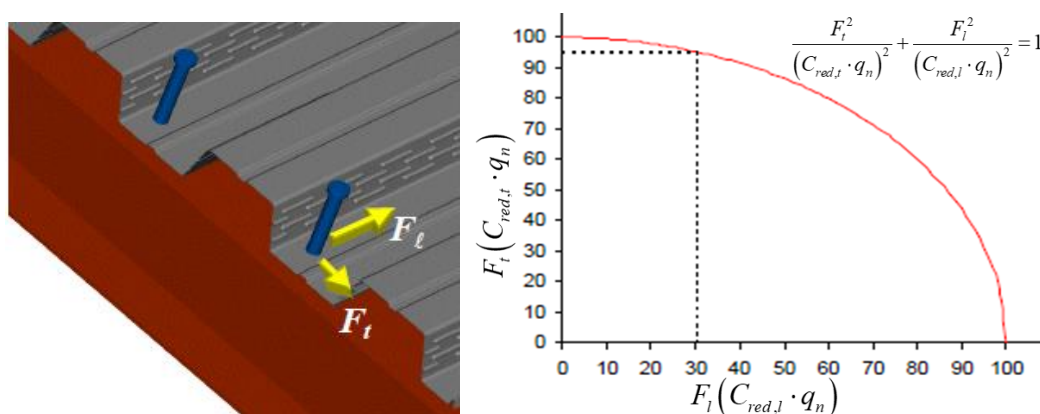
O método da interação parcial permite incorporar ainda a adição de parcelas adicionais como a contribuição do atrito junto aos apoios, o uso de dispositivos de conexão, como os conectores de cisalhamento e uso de armaduras adicionais. Souza Neto (2001), Santos (2019) e Medino (2020) verificaram a significativa contribuição no aumento da capacidade resistente com a utilização de conectores do tipo pino com cabeça junto aos apoios. A contribuição do uso de armaduras passivas adicionais foi verificada experimentalmente por Silva (2001) e Grossi (2016). Dujmovic, Andrioic e Lukavevic (2015) apresentam cálculos simplificados utilizando essas verificações e Grossi *et al.* (2018) uma proposta usando método m-k, discorrido mais adiante.

A contribuição da parcela de atrito sobre os apoios pode ser levada em consideração, conforme Eq. 4.3. *A priori* não se sabe qual a capacidade resistente do sistema e, portanto, não se sabe qual a reação junto aos apoios (R). No entanto, uma análise inicial de tentativa e erro facilmente permite verificar a sua contribuição.

$$N_c = \tau_u \cdot b \cdot L_s + \mu \cdot R \leq N_{cf} \quad (4.3)$$

A adição de conectores de cisalhamento junto aos apoios das lajes mistas é relativamente comum, principalmente pelo seu uso em vigas mistas, com fixação das fôrmas de aço junto a viga. A consideração no aumento da capacidade resistente no cisalhamento longitudinal na laje se mostra como alternativa, desde que avaliadas as forças combinadas desenvolvidas na viga mista e as decorrentes da laje mista. A Figura 4.3 mostra as forças F_t e F_l que se desenvolvem devido a mobilização da transferência de esforços na viga e laje, respectivamente e a equação de interação entre as duas forças no conector avaliada por Souza Neto (2001), com curva proposta pelo Eurocode 4:1993.

Figura 4.3 – Forças desenvolvidas nos conectores de cisalhamento

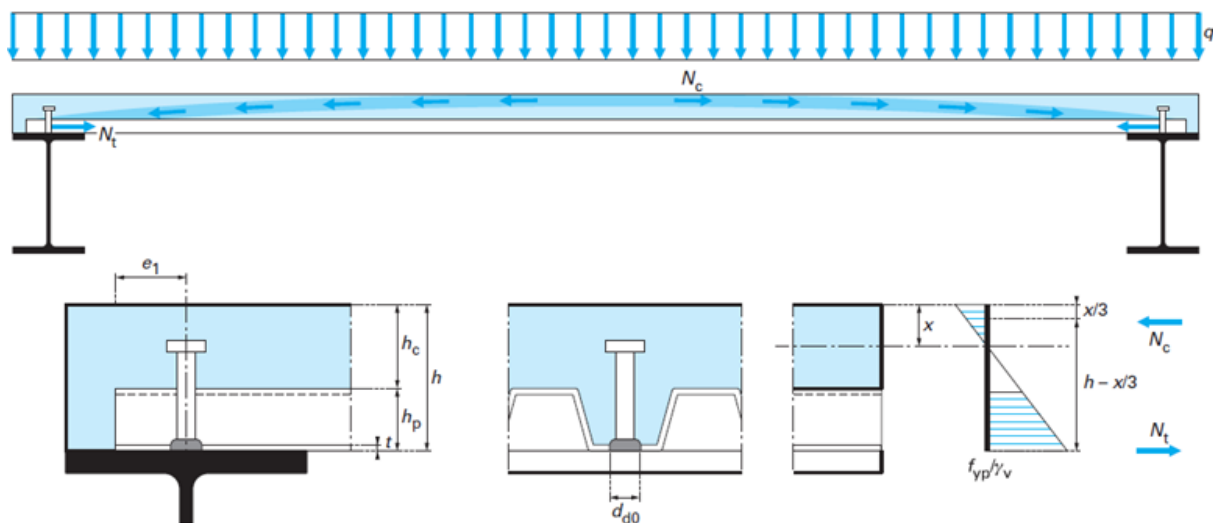


Fonte: Adaptado de Souza Neto (2001)

De acordo com Souza Neto (2001), a utilização de uma porcentagem de 30% da resistência da ancoragem ($C_{red,l} \cdot q_n$) não implicaria em uma redução significativa no desempenho do conector de cisalhamento utilizado na capacidade da viga mista.

A incorporação da parcela de resistência ao cisalhamento longitudinal devido aos conectores de cisalhamento, é dada pela força ancorada junto à forma de aço e no pino com cabeça (*stud bolts*). Para isso, deve-se garantir que a ligação do pino na viga metálica também liga adequadamente a fôrma de aço. O esquema da Figura 4.4 traz a geometria e hipótese de distribuição de forças. Os modelos EN-1994-1-1:2004 e AS/NZS 2327:2017 trazem orientações semelhantes quanto à sua quantificação.

Figura 4.4 – Ancoragem laje-viga com conectores de cisalhamento nas lajes mistas



Fonte: Adaptado de Crisinel (2008)

Numa análise isolada, a força ancorada N_t está em equilíbrio com a força de compressão no concreto N_c . Para as lajes mistas convencionais a hipótese da distribuição de tensões no regime elástico tem uma validade observada experimentalmente, dado que as deformações medidas no concreto mostram tensões relativamente baixas. Desse modo, o valor de N_t pode ser aumentada com a parcela N_c , conforme Eq. 4.4, em que N_D é o número de conectores instalados por unidade de largura da fôrma de aço.

$$N_t = N_D \cdot P_{pb,Rd} \quad (4.4)$$

$P_{pb,Rd}$ é a menor resistência entre: rasgamento da chapa em torno do conector ou do escoamento da fôrma de aço ou esmagamento entre furos ou entre o furo extremo e a bordas da laje, e do cisalhamento do conector ou escoamento da fôrma, dadas pela Eq. 4.5, e com valor de k_ϕ pela Eq. 4.6:

$$P_{pb,Rd} \leq \left[\begin{array}{l} 1,2 \cdot l \cdot t \cdot f_u / \gamma_{a2} \text{ (rasgamento)} \\ 2,4 \cdot d_b \cdot t \cdot f_u / \gamma_{a2} \text{ (esmagamento)} \end{array} \right] \leq k_\phi \cdot d_{do} \cdot t \cdot \frac{f_{y,Sd}}{\gamma_v} \leq A_{Sd,eff} \cdot \frac{f_{y,Sd}}{\gamma_v} \quad (4.5)$$

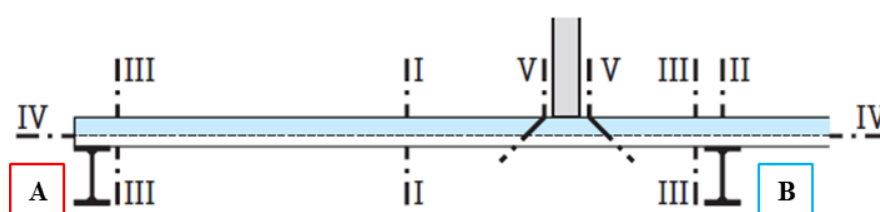
$$k_\phi = 1 + a/d_{do} \leq 6,0 \quad (4.6)$$

Em que: l é a distância livre na direção da força entre borda da conexão e a borda da conexão adjacente ou a borda da parte conectada; t é a espessura da chapa; f_u é a tensão última da chapa; d_{do} é o diâmetro do colar soldado; indica-se que o seu diâmetro d_{do} pode ser considerado 1,1 vezes o diâmetro do conector, em conformidade com os

requisitos da ISO 13918; a é a distância do eixo do conector até extremidade da fôrma, não menor que $1,5d_{do}$; t é a espessura da fôrma de aço; $A_{sd,eff}$ é a área efetiva da seção transversal da fôrma de aço por unidade de comprimento, com as larguras das mossas e endentações desprezadas, a menos que comprovadas que essas áreas também são efetivas.

Sobre os modos de ruína das lajes mistas, a Figura 4.5 apresenta um esquema interessante, com a laje mista com continuidade em B. As seções críticas necessárias de verificação no dimensionamento das lajes mistas são as seguintes:

Figura 4.5 – Seções críticas



Fonte: Adaptado de Crisinel (2008)

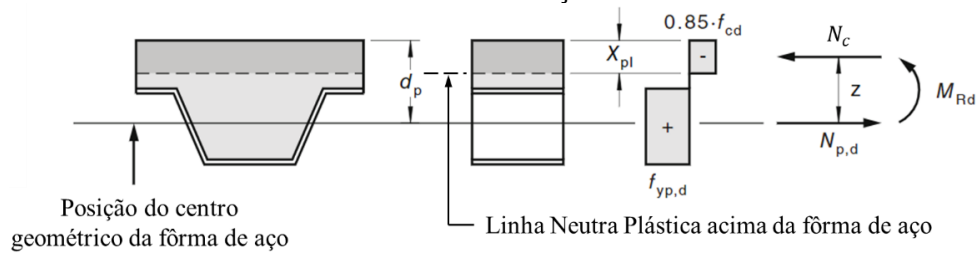
- **Seção I:** ruína à flexão no momento positivo, condicionada ao atingir o momento plástico resistente da seção, interação total entre a fôrma de aço e o concreto nesse estado limite e costuma ser crítico se o vão for suficientemente grande;
- **Seção II:** ruína à flexão na região de momentos negativos, condicionada ao atingir a capacidade resistente ao momento plástico negativo da seção;
- **Seção III:** ruína ao cisalhamento vertical, próxima aos apoios; ocorre em casos especiais de lajes espessas de vão curto, sujeitas a cargas elevadas;
- **Seção IV:** ruína ao cisalhamento longitudinal, susceptível de ser alcançada quando se supera a resistência da ligação; caracteriza-se pela interação parcial entre aço e concreto, usualmente é o estado limite último com mais frequência na prática das lajes mistas;
- **Seção V:** ruína à punção, condicionada a ser crítica em casos devido a cargas de alta intensidade sobre pequenas áreas e espessuras de laje.

As discussões desses modos de ruína são importantes para a extensão das previsões às lajes mistas protendidas. Os modelos da ABNT NBR 8800:2024, Eurocode 4:2004 e AS/NZS 2327:2017 trazem equacionamentos semelhantes.

4.2.1 Avaliação da capacidade resistente à flexão e cisalhamento longitudinal

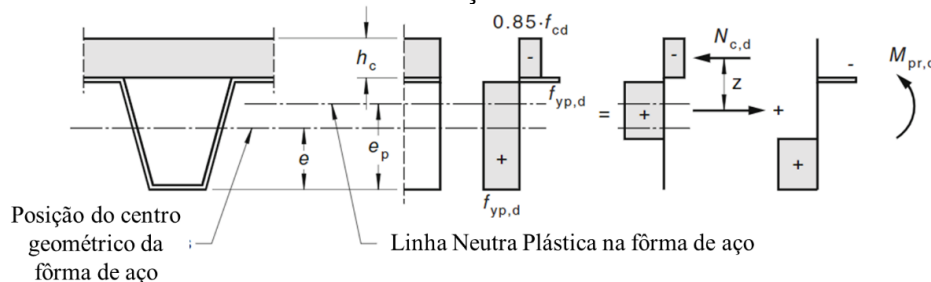
A avaliação da capacidade resistente à flexão de qualquer seção é determinada com base na teoria da plasticidade, onde admite-se uma distribuição de tensões de plastificação no aço e no concreto. Em seções submetidas a momentos positivos, a avaliação do momento resistente à flexão corresponde a interação total ou parcial entre os materiais. As Figura 4.6 e Figura 4.7 apresentam os diagramas de tensões para as situações da linha neutra plástica acima e na fôrma de aço, respectivamente.

Figura 4.6 – Diagrama de tensões para momento positivo - com linha neutra plástica acima da fôrma de aço



Fonte: Adaptado de AS/NZS 2327:2017

Figura 4.7 – Diagrama de tensões para momento positivo - com linha neutra plástica na fôrma de aço



Fonte: Adaptado de AS/NZS 2327:2017

Do equilíbrio da seção, o momento resistente positivo M_{Rd}^+ é dado pela Eq. 4.7:

$$M_{Rd} = N_{Sd,d} z + M_{pr,d} \quad (4.7)$$

Em que:

- N_{Sd} é a força resistida pela fôrma de aço, dada pela Eq. 43;
- $M_{pr,d}$ é o momento plástico na fôrma de aço reduzido pela força normal.

Por simplificação, o seu valor pode ser tomado como sendo o dado pela Eq. 4.8:

$$M_{pr,d} = 1,25 \cdot M_{pa,d} \cdot \left(1 - \frac{N_{Sd}}{N_{y,Sd}} \right) \leq M_{pa,d} \quad (4.8)$$

- $M_{pa,d}$ é o momento plástico à flexão da fôrma de aço, dividido pelo coeficiente de ponderação da resistência γ_{a1} ;

O valor da força resistida pela fôrma de aço $N_{p,d}$ é dado pela Eq. 4.9:

$$N_{sd} = \min(N_{\tau,d}, N_{FSC,d}) \quad (4.9)$$

Na interação total, a força resistida pela fôrma de aço $N_{FSC,d}$ é dada pela Eq. 4.10:

$$N_{FSC,d} = \min(N_{yp,d}, N_{c,d}) \quad (4.10)$$

Em que:

- $N_{yp,d}$ é a força na força com a tensão de escoamento (Eq. 4.11):

$$N_{yp,d} = f_{yp,d} \cdot A_{pe} \quad (4.11)$$

- $N_{c,d}$ é a força de compressão na seção com linha neutra plástica abaixo da altura da fôrma de aço (Eq. 4.12):

$$N_{c,d} = 0,85 \cdot f_{cd} \cdot h_c \cdot b \quad (4.12)$$

- $N_{\tau,d}$ é a força mobilizada pelo cisalhamento na interface entre fôrma de aço e o concreto, contando com o intertravamento mecânico e atrito, conforme Eq. 4.13:

$$N_{\tau,d} = \tau_{u,Rd} \cdot b \cdot L_x \quad (4.13)$$

- $\tau_{u,Rd}$ é a resistência ao cisalhamento obtido em testes experimentais, em escala real;

- L_x é a distância da seção até o apoio mais próximo para as lajes simplesmente apoiadas.

Desse modo, analisada a seção ela pode ser classificada com base na interação parcial e total a depender da magnitude da força resistida pela fôrma de aço:

a) De interação total: se $N_{sd} = N_{FSC}$

b) De interação parcial: se $N_{sd} < N_{FSC}$.

A distância z é determinada com base na Eq. 4.14, simplificada:

$$z = h - 0,5 \cdot h_1 - e_p + (e_p - e) \cdot \frac{N_{p,d}}{N_{yp,d}} \quad (4.14)$$

Em que:

- $h_1 = x_{pl}$ quando projetada com interação parcial ou quando em interação total com $x_{pl} < h_c$; ou, $h_1 = h_c$ quando a seção está em interação completa e $x_{pl} \geq h_c$;
- x_{pl} é a posição da linha neutra plástica da fibra mais comprimida da laje, com valores de cálculo, dada pela Eq. 4.15:

$$x_{pl} = \frac{N_{p,d}}{0,85 f_{cd} \cdot b} \quad (4.15)$$

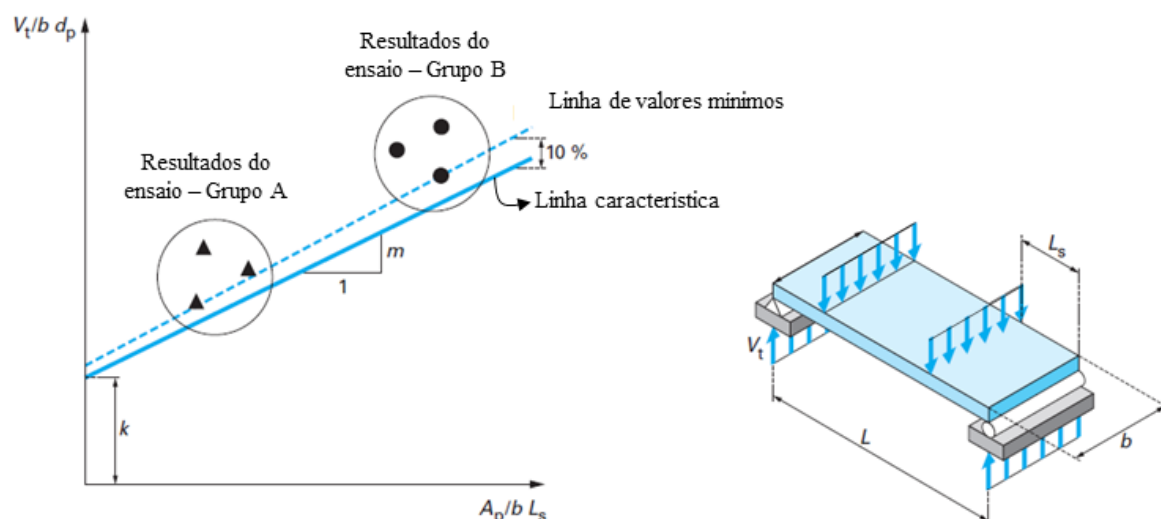
- e é distância da posição do eixo geométrico da fôrma à fibra mais tracionada da laje mista;
- e_p é a distância da linha neutra plástica à fibra mais tracionada da laje mista.

Para as lajes com consideração de continuidade, a contribuição da fôrma de aço no momento fletor negativo resistente pode ser levada em conta se possuir continuidade física e se, não tiver sido utilizada a redistribuição dos momentos por plastificação nas seções sobre o apoio na fase de construção. Deve-se considerar o efeito das instabilidades locais das partes comprimidas da fôrma, usando por exemplo, o método das larguras efetivas. Além disso, deve se avaliar a efetividade da área de aço da chapa junto região de mossas e endentações. Sobre a consideração da contribuição da fôrma de aço aos esforços de compressão somente poderá ser considerada se existir ali a continuidade física ou se estiver devidamente ancorada às vigas suportes.

Desse modo, é comum desprezar a contribuição da fôrma de aço incorporada no momento resistente negativo. A Figura 4.8 mostra o diagrama de tensões para o momento negativo. Nas lajes protendidas, dado os maiores vãos é comum se pensar que as fôrmas de aço não possuirão garantia de continuidade física entre vãos adjacentes, pela questão de facilidade de montagem.

Os parâmetros empíricos m e k são constantes para um dado tipo de fôrma de aço. Estes parâmetros são determinados com base em ensaios experimentais, em no mínimo dois conjuntos de três lajes mistas submetida ao ensaio de flexão à quatro pontos, simplesmente apoiada e submetidas a duas cargas concentradas de mesma intensidade e a uma distância L_x , denominada vão de cisalhamento, conforme esquema da Figura 4.9.

Figura 4.9 – Método m-k na avaliação da resistência ao cisalhamento longitudinal



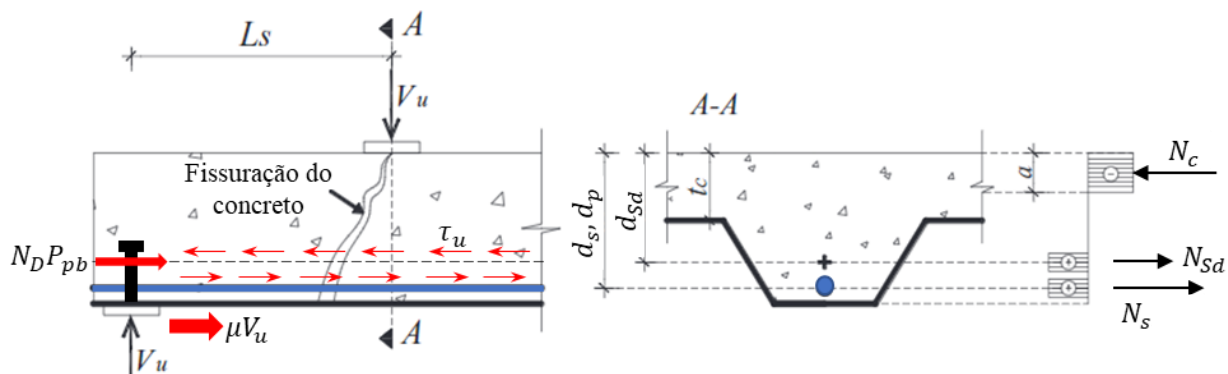
Fonte: Adaptado de Crisinel (2008)

Atualmente é um método amplamente utilizado na determinação do valor da resistência de projeto ao cisalhamento longitudinal, disposto nos vários códigos normativos: ABNT NBR 8800:2024, Eurocode 4:2004, ANSI/ASCE 3-91:1992, CSSBI S3:2017, AS/NZS 2327:2017, etc.

No entanto, o método m-k não incorpora a contribuição da presença de armaduras adicionais ou conectores de cisalhamento. Grossi (2016) trouxe uma proposta, que toma como referência o método m-k, e inclui a contribuição de armaduras passivas adicionais.

A Figura 4.10 traz um diagrama de corpo livre, com a distribuição das forças internas, tomando a presença de armaduras passivas (A_s). A força desenvolvida na interface é dada por N_{sd} , no qual, o método já leva em conta as questões da interface e atrito nos apoios junto à obtenção dos parâmetros m-k. Pelo equilíbrio da seção em relação à linha de atuação da força de compressão no concreto e na incorporação dos conectores de cisalhamento, conforme indicado por Santos (2019), apresenta-se a Eq. 4.18.

Figura 4.10 – Diagrama de corpo livre no vão de cisalhamento e distribuição das forças internas para lajes mistas convencionais



Fonte: Adaptado de Grossi (2016)

$$\begin{aligned}
 V_{l,total,Rd} &= V_{l,Rd} + V_{anc,Rd} + V_{As,Rd} \\
 &= \text{interface aço-concreto} + \text{ancoragem de apoio} + \text{armaduras passivas adicionais} \\
 &= \frac{bd_p}{\gamma_{v,s}} \left[m \frac{A_{sd}}{bL_s} + k \right] + \frac{N_t (d_{sd} - 0,5a)}{L_s} + \frac{N_s (d_s - 0,5a)}{L_s} \\
 &= \frac{bd_p}{\gamma_{v,s}} \left[m \frac{A_{sd}}{bL_s} + k \right] + \frac{N_D P_{pb,Rd} (d_{sd} - 0,5a)}{L_s} + \frac{A_s f_{ys} (d_s - 0,5a)}{L_s}
 \end{aligned} \tag{4.18}$$

A validade da equação proposta foi apresentada por Grossi (2016) e Santos (2019) para lajes mistas convencionais para vão de cisalhamento de até 900mm, validadas com base nos resultados respectivos resultados experimentais.

4.2.2 Avaliação da capacidade resistente o cisalhamento vertical

A capacidade resistente ao cisalhamento vertical foi tema de investigação no trabalho de Pereira e Simões (2019) e, particularmente com o tema em lajes mistas sob momento negativo, destaca-se o trabalho de Abspoel *et al.* (2018). Ambos os autores indicaram que as previsões normativas foram conservadoras. De todo modo, geralmente aceitasse que a resistência à força cortante é dada apenas pela contribuição da seção de concreto das nervuras, sendo negligenciada a participação da fôrma de aço, como é o caso do modelo Eurocode 4:2004.

O modelo da ABNT NBR 8800:2024 considera a contribuição do concreto e da fôrma de aço. A força cortante vertical resistente de cálculo das lajes mistas com fôrma de aço incorporada pode ser determinada pela Eq. 4.19.

$$V_{v,Rd} = V_{v,Sd,Rd} + V_{v,c,Rd} \leq V_{máx} \tag{4.19}$$

Onde: $V_{v,Sd,Rd}$ é a força cortante vertical resistente da fôrma de aço incorporada, determinada conforme normas de estruturas metálicas, como a ABNT NBR 14762:2010. $V_{v,c,Rd}$ é a força cortante vertical resistente do concreto, determinado com base nas prerrogativas das lajes sem estribos, igualmente disposta na norma ABNT NBR 6118:2023 e no EN 1992-1-1:2004, com o ajuste da área de concreto dentro das nervuras. O modelo da ABNT NBR 8800:2024 e Eurocode 4:2004 não consideram a presença de protensão na laje, no entanto, dado a presente proposta, considera-se pertinente a contribuição da parcela de protensão, conforme traz a ABNT NBR 6118:2023 e o EN 1992-1-1:2004, com a inclusão da parcela $(0,15 \cdot \sigma_{cp})$. A consideração do concreto leve é levada em conta pelo coeficiente do coeficiente $C_{lRd,c}$ do valor de 0,18 para 0,15 e do redutor η_L na parcela resistente do concreto, conforme *Seção 11* do EN 1992-1-1:2004.

4.2.3 Avaliação da capacidade resistente à punção

Na literatura, cita-se o estudo de verificações à punção, como nas lajes mistas em pontes (Kaido; Matsui, 2009). De modo similar às previsões da capacidade resistente ao cisalhamento vertical, alguns modelos levam em conta apenas a parcela resistente do concreto. Levam em conta ainda apenas o concreto acima da nervura. Tomam como base o perímetro de controle crítico dado pela largura da área carregada somado a duas vezes a altura da capa de concreto acima da nervura da fôrma de aço.

O modelo da ABNT NBR 8800:2024, de modo similar, usa essas considerações e estima a força resistente de cálculo usando as premissas às estruturas de concreto da ABNT NBR 6118:2023, na verificação da tensão resistente na superfície crítica C', associado à resistência à tração diagonal. A inclusão dos efeitos na protensão, conforme a ABNT NBR 6118:2023, inclui a parcela adicional $0,10\sigma_{cp}$, para o concreto normal. Para a consideração do concreto leve, assume-se atribuição dos mesmos coeficientes redutores $C_{lRd,c}$ e η_L na parcela resistente do concreto, conforme *Seção 11* do EN 1992-1-1:2004 e indica na protensão o valor adicional de $0,08\sigma_{cp}$ a contribuição da protensão.

4.3 Sobre as hipóteses de validade do modelo normativo teórico para a ruína das lajes mistas protendidas

Com base na abordagem teórica relacionadas às estruturas de concreto, em especial de concreto leve dos códigos EN 1992-1-1:2014, e das estruturas mistas nos modelos da EN 1994-1-1:2004 e AS/NZS 2327:2017, as hipótese de validade e cálculos para a determinação da resistência última de lajes mistas e lajes mista pós-tracionadas, devem ser determinadas com base no equilíbrio e quando aplicável à compatibilidade de deformações locais e/ou globais e consistente com as seguintes hipóteses:

- A seção plana permanece plana e perpendicular ao eixo da peça antes e depois do carregamento;
- A resistência à tração do concreto é ignorada;
- As tensões no concreto na compressão são derivadas da relação tensão $\times$ deformação; nesse ponto, dado sua validação, o uso de um bloco de tensão retangular pode ser usado para representar a tensão do concreto;
- a máxima deformação de compressão no concreto não seja superior a 3‰.
- As lajes mistas protendidas são classificadas como de comportamento dúctil se a carga última for pelo menos 1,10 vezes maior que a carga que provocou um deslizamento do valor de 0,50 mm entre a fôrma de aço incorporada e o concreto. As lajes mistas que não se enquadrarem como dúcteis, devem ter sua capacidade última estimada ignorando a contribuição da fôrma de aço incorporada;
- A conexão de interação total e parcial descreve o comportamento da interface entre a fôrma de aço e a laje de concreto;
- Todos os componentes são considerados dúcteis o suficiente, e uma possível falha devido à ductilidade limitada deve ser verificada separadamente.

Para a protensão aderente:

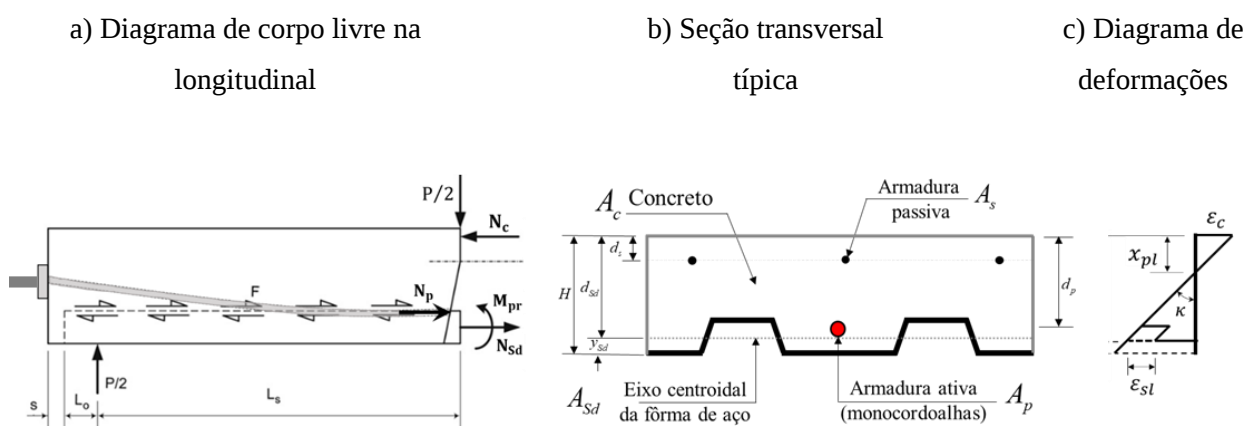
- Perfeita aderência entre o concreto e a armadura ativa e com compatibilidade de deformações nas seções;
- A resposta material usa uma relação bi-linear de tensão $\times$ deformação na armadura de protensão, ou lei constitutiva adequada;
- A deformação inicial é levada em consideração ao avaliar a tensão na armadura ativa.

Para a protensão não aderente:

- Não existe aderência entre o concreto e a armadura ativa, não se aplicando a compatibilidade de deformações;
- Distribuição das tensões na armadura ativa de maneira praticamente uniforme ao longo do seu comprimento.

Esquemáticamente, a Figura 4.11 ilustra em a) uma seção longitudinal e b) transversal de uma laje mista protendida. Destaca-se comportamento típico do elemento misto em c) com a mobilização da interface aço-concreto, com ocorrência de deslizamentos relativos. A partir da compatibilização de deformações, chega-se ao equilíbrio da seção, com resultantes das ações, conforme ilustra a Figura 4.12.

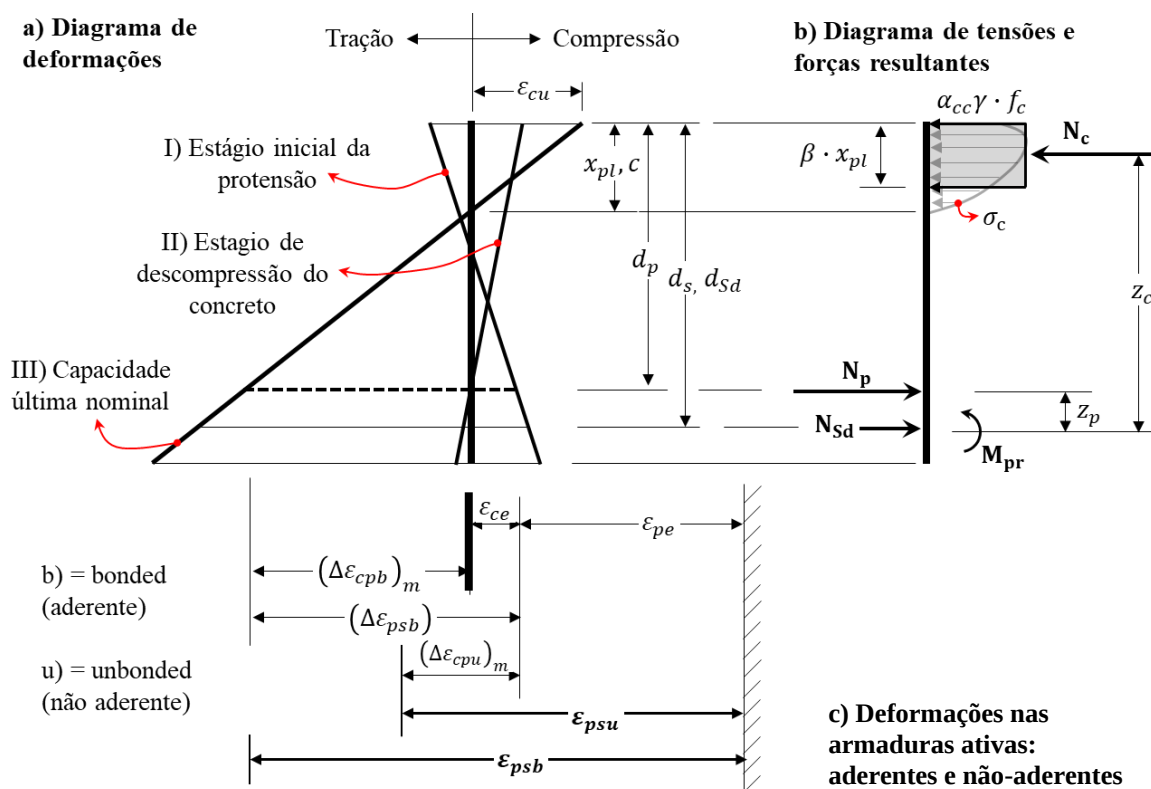
Figura 4.11 – Hipóteses do modelo para capacidade ruína da Laje mista protendida



Fonte: Elaborado pelo autor

A Figura 4.12 a) e b) apresenta o diagrama de deformações para uma seção de concreto com armaduras ativas e o diagrama de tensões e forças resultantes, respectivamente. A situação da compatibilidade de deformações entre a armadura não-aderente e o concreto é pontuada na Figura 4.12 c).

Figura 4.12 – Diagrama de deformações em uma seção para armaduras ativas aderentes e não-aderentes e diagrama de tensões e resultantes de forças



Fonte: Elaborado pelo autor

Ressaltam-se os estágios do comportamento da peça com protensão com o incremento dos carregamentos externos, que passam pelo Estágio I) Protensão inicial, Estágio II) Descompressão do concreto ao nível da armadura ativa e Estágio III) Capacidade última.

A partir dessas hipóteses, o momento último resistente M_{ult}^+ para uma seção disposta na região de momentos positivos é determinado a partir do equilíbrio da seção, tomando como base a linha resultante de ação da fôrma de aço incorporada (Eq. 4.20):

$$M_{ult.}^+ = N_c z_c - N_p z_p + M_{pr} \quad (4.20)$$

No qual,

- N_c é a resultante da força de compressão resistida pelo concreto;
- N_p é a resultante da força resistido pela armadura ativa;

- z_c é o braço de alavanca medido entre a resultante da linha de ação do concreto e a linha de ação da resultante N_{sd} da fôrma de aço incorporada;
- z_p é o braço de alavanca medido entre a resultante da linha de ação da armadura ativa e a linha de ação da resultante N_{sd} da fôrma de aço incorporada;
- M_{pr} é o momento fletor de plastificação da fôrma de aço reduzido devido à presença da força axial N_{sd} ;
- M_{pa} representa o momento plástico da seção da fôrma de aço incorporada.

As parcelas resultantes das ações na seção são dadas pelas Equações 4.21 a 4.27:

$$N_c = \int_{i=1}^n \sigma_i \cdot dA = \alpha_c \cdot \gamma \cdot f_c \cdot A_c \quad (4.21)$$

$$N_p = \sigma_{pu} A_p \quad (4.22)$$

$$N_{sd} = \min(N_\tau, N_{FSC}) = \min \begin{cases} N_\tau = \tau_u \cdot b \cdot L_x \\ N_{FSC} = \min(N_{y,sd}, N_{c(max)} - N_{p(max)}) \end{cases} \quad (4.23)$$

$$N_{p(max)} = f_{pb} \cdot A_p \quad (4.24)$$

$$N_{y,sd} = f_{y,sd} \cdot A_{sd} \quad (4.25)$$

$$M_{pr} = 1,25 \cdot M_{pa} \cdot \left(1 - \frac{N_{sd}}{N_{y,sd}} \right) \leq M_{pa} \quad (4.26)$$

$$z_c = h - 0,5 \cdot h_1 - e_{sd} + (e_{sd} - e) \cdot \frac{N_{p,d}}{N_{yp,d}} \quad (4.27)$$

O método da interação parcial considera a ruína por cisalhamento longitudinal no cálculo da máxima força resultante N_{sd} mobilizada na interface N_τ . O parâmetro de interface τ_u representa a resistência mecânica ao cisalhamento obtida por meio de teste experimentais, b é a largura e L_x é a distância da seção transversal considerada até o apoio mais próximo.

Para a avaliação do momento último resistente M_{ult}^- da seção crítica disposta na região de momentos negativos, é comum desprezar a contribuição da fôrma de aço

incorporada por dois motivos principais. Primeiro, pela questão da garantia de continuidade física da fôrma junto aos vãos adjacentes, sucessivos, dado que as fôrmas de aço vêm com comprimentos, que por vezes pode não ser suficiente para vencer todo o vão em questão. E segundo, pela questão das instabilidades ocasionadas na fôrma quando em compressão, dado a sua reduzida espessura das paredes, acabam reduzindo a contribuição para a seção resistente.

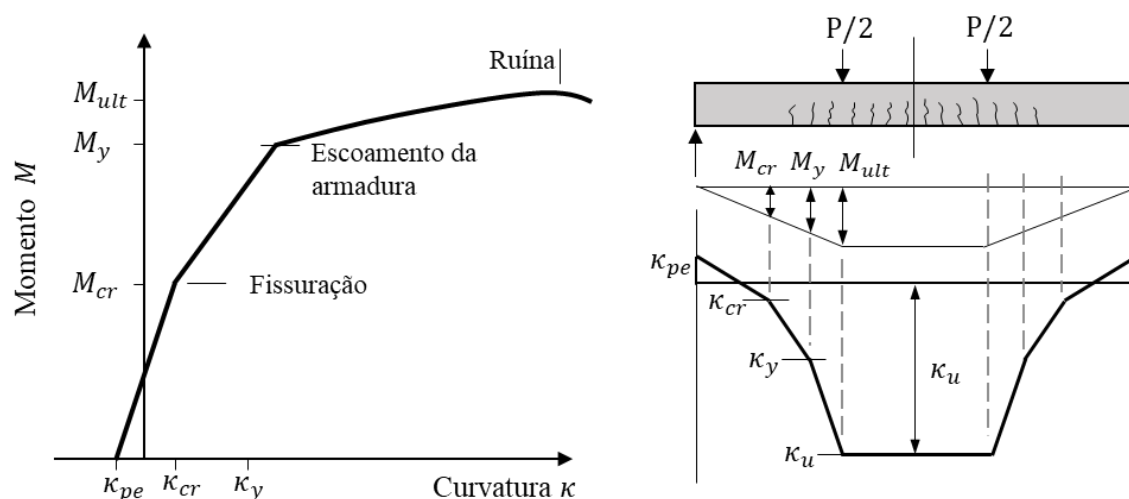
Como proposto, a tensão última da armadura ativa depende se é do tipo aderente ou não aderente. A avaliação da tensão da armadura aderente pode ser avaliada por meio da curva tensão $\times$ deformação do aço, com sucessivas interações na obtenção do equilíbrio, ou ainda por meio de com métodos aproximados, como os normativos AS/NZS 2327:2017 ou ACI 318:2015. Nessa mesma ideia dos métodos simplificados, propõe-se a avaliação da tensão última pelos métodos simplificados e normativos para proposta de projeto para acréscimo de tensão das armaduras de protensão não-aderente.

4.4 Tensão última nas armaduras ativas não-aderente

Diferentemente da condição aderente, onde se admite a compatibilidade de deformações na seção, na protensão não-aderente a determinação precisa do acréscimo de tensão $\Delta\sigma_p$ no estado limite último é mais complexa. Como não ocorre a compatibilidade de deformações, não se obtém uma relação analítica de tensão $\times$ deformação a partir de uma determinada seção. Existe de fato uma compatibilidade de deslocamentos, onde a deformação total do cabo é igual o somatório das deformações de todas as fibras de concreto adjacentes ao perfil da protensão.

No estado limite último, um processo analítico de obtenção dessas curvaturas tem uma relativa dificuldade envolvida, onde o concreto tem um comportamento não-linear, com a fissuração do concreto na tração e esmagamento na compressão e do escoamento das armaduras. De maneira simplificada, a Figura 4.13 traz a curva típica de momento $\times$ curvatura do ensaio de flexão.

Figura 4.13 – Estágios típicos da relação momento $\times$ curvatura da seção crítica



Fonte: Elaborado pelo autor

Desse modo, para obter a tensão última f_{pu} é necessário realizar o cálculo das curvaturas (κ) e deformações das seções, ao nível da cordoalha (e_p) ao longo de todo o vão (L) e identificar o acréscimo de tensão Δf_{pu} à tensão efetiva f_{pe} . A tensão efetiva é definida como a tensão atuante na armadura após a dedução das perdas imediatas e diferidas. De forma genérica, o incremento de tensão é dado pela Eq. 4.28, com a variação de comprimento (Δl) dada pela integração das deformações específicas ao longo de todo o comprimento (l) do elemento, conforme Eq. 4.29.

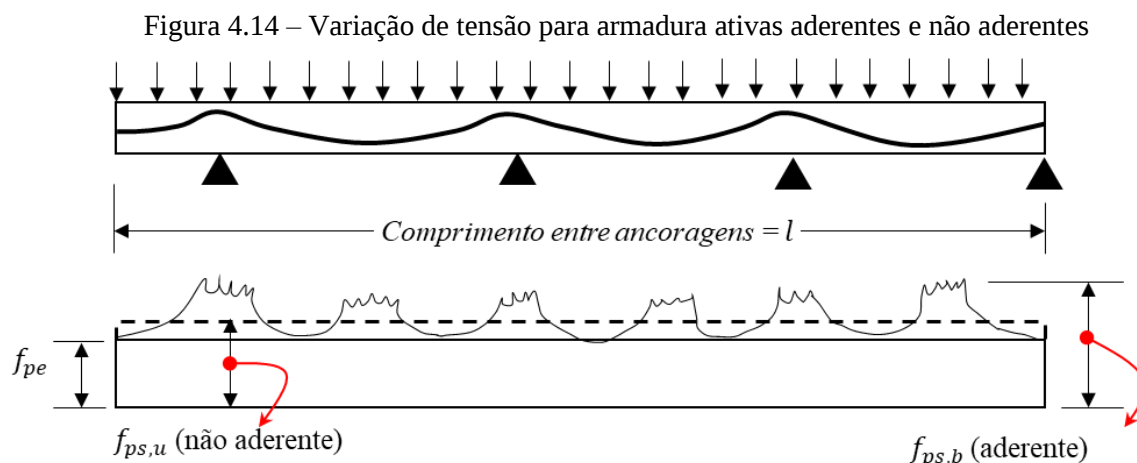
$$\Delta f_{pu} = \frac{\Delta l}{l} E_p \quad (4.28)$$

Em que:

$$\Delta l = \int_0^L \varepsilon \cdot dl = \int_0^L (\kappa \cdot e) dl \quad (4.29)$$

Desprezando o efeito do atrito, as tensões são constantes ao longo do perfil de protensão e o incremento de tensão é maior à medida que cresce a região plastificada, onde apresentam-se as maiores deformações. Conforme esquematizado na Figura 4.12 c), especificadamente sobre as deformações locais nas armaduras ativas não-aderentes, as mesmas apresentam um acréscimo de deformações menores às comparadas a armadura aderente.

A Figura 4.14 é bastante elucidativa nessa investigação e dado um sistema com continuidade, a armadura aderente alcança consequentemente tensões últimas maiores junto aos pontos de maiores solicitações.



Fonte: Elaborado pelo autor

O uso de ferramentas com simulação numéricas, com adequada representação do comportamento não-linear dos materiais, tem-se conseguido boa precisão nas avaliações, frente a resultados experimentais (Alkhairi (1991), Alkhairi; Naaman (1993); Alqam; Alkhairi (2019); Alves (2020); Barbieri (2003), Moon; Burns (1997)). Tais análises requerem ferramentas computacionais sofisticadas, no entanto, muitas vezes não são muito práticas do ponto de vista do cotidiano de projeto.

Diante disso, os principais modelos de projeto ABNT NBR 6118:2023, ACI 318:2019, AASHTO:2010, indicam que na falta de valores experimentais e de análises não-lineares adequadas, os valores de acréscimos das tensões para estruturas usuais de edifícios são estimados com base em expressões empíricas ou semiempíricas na determinação do acréscimo de tensões, determinando a tensão última, conforme a Eq. 4.30:

$$f_{pu} = f_{pe} + \Delta f_{pu} \quad (4.30)$$

Vários métodos têm sido sugeridos para essa estimativa no acréscimo de tensão. Várias equações foram desenvolvidas empiricamente a partir de resultados experimentais ou analíticas, ou ainda com regressões a partir de modelos não lineares, no qual muitas foram propostas para vigas simplesmente apoiadas, e apenas algumas incluem algum aspecto relativo ao efeito da continuidade entre vãos.

De modo geral, duas grandes categorias de abordagens baseadas em deformações foram identificadas:

- Equações baseadas na relação de esbeltez da peça vão/altura útil associada ao tipo de carregamento; e.
- Equações baseadas na profundidade da linha neutra da seção.

Dentro desse conjunto ainda é possível realizar uma distinção entre os modelos apresentados em códigos de projeto e aqueles propostos por pesquisadores na literatura técnica.

Alqam e Alkhairi (2019) realizaram um estudo de revisão do estado da arte bastante completo sobre o assunto de determinação da tensão última nas armaduras ativas, com apresentação dos principais modelos normativos e equações da literatura. Complementarmente, em estudo posterior, Alqam, Alkhairi e Naaman (2020) apresentaram uma melhoria à metodologia de previsão da tensão última e comparação de vários modelos indicados no trabalho anterior frente à resultados experimentais da literatura.

Desse modo, ao tomar como base as indicações na normativa brasileira às estruturas protendidas, a ABNT NBR 6118:2023 indica para os valores de acréscimos das tensões para as estruturas usuais de edifícios as seguintes relações:

- Para elementos com relação vão/altura útil (L / d_p) igual ou menor que 35 (Eq. 4.31):

$$\Delta f_{ps} = \Delta \sigma_p = 70 + \frac{f_{ck}}{100 \cdot \rho_p} \quad (4.31)$$

O valor de $\Delta \sigma_p$ em megapascal, não podendo ultrapassar 420 MPa.

- Para elementos com relação vão/altura útil (L / d_p) maior que 35 (Eq. 4.32):

$$\Delta f_{ps} = \Delta \sigma_p = 70 + \frac{f_{ck}}{300 \cdot \rho_p} \quad (4.32)$$

O valor de $\Delta \sigma_p$ em megapascal, não podendo ultrapassar 210 MPa.

Em que:

$$\rho_p = \frac{A_p}{b_c d_p} \quad (4.33)$$

$\Delta\sigma_p$ e f_{ck} são dados em megapascal (MPa);

ρ_p é a taxa geométrica de armadura ativa;

b_c é a largura da mesa de compressão;

d_p é a altura útil referida à armadura ativa.

Esse modelo é semelhante ao modelo do ACI 318:2019, e foi baseado nos estudos de Mattock *et al.* (1971) e modificado por Mojtahedi e Gamble (1978) ao contabilizar a relação vão/altura útil (L / d_p) . Esse método é aplicado quando a tensão efetiva (f_{pe}) é maior que a metade da tensão de ruptura da armadura $(0,5 f_{pu})$ (Alqam; Alkhairi; Naaman, 2020). O modelo ACI 318:2019 ainda indica que é necessário providenciar uma taxa de armadura passiva mínima na garantia do desempenho na flexão.

De modo, a realizar um comparativo dos principais métodos de previsão normativo da tensão última das armaduras não-aderentes, um resumo é disposto na Tabela 4.1. De modo geral, observa-se que cada um dos códigos traz uma abordagem particular na previsão da tensão última às armaduras ativas não-aderentes. Os códigos da AASHTO LRFD:2017 e canadense CSA:2014 trazem considerações a respeito da consideração da continuidade, com a formação de rótulas plásticas sobre apoios internos e ambos utilizam abordagem relacionada à profundidade da linha neutra.

Já nos modelos do americano ACI 314, alemão DIN 1045:2001 e chinês CABR JGJ-04:2006 consideram a relação do vão pela altura útil, tendo o modelo chinês incluído uma parcela relativa ao índice da taxa de armadura. O modelo europeu e da Nova Zelândia SNS:2006 consideram valores de acréscimo independentes de outros parâmetros. Dessa forma, observa-se uma diferença relativamente grande na filosofia dos modelos e semi empirismo associado, onde a dispersão dos resultados é considerável (Alqam; Alkhairi; Naaman, 2020).

Tabela 4.1 – Equações de códigos normativos na estimativa da tensão última (armaduras não aderentes)

Referência	Equação proposta	Observações
ACI:2014 e AS 3600: 2009	$f_{ps} = f_{pe} + 70 + \frac{f_c}{\mu \cdot \rho_p} \leq f_{pe} + 420 \text{ ou } f_{py} \text{ (MPa)}$ $f_{ps} = f_{pe} + 70 + \frac{f_c}{\mu \cdot \rho_p} \leq f_{pe} + 200 \text{ ou } f_{py} \text{ (MPa)}$	$\mu = 100; \frac{L}{d_p} \leq 35$ $\mu = 300; \frac{L}{d_p} > 35$
Eurocode 2: 2004	$f_{ps} = f_{pe} + 200 \text{ (MPa)}$	-
SNZ: 2006	$f_{ps} = f_{pe} + 100 \text{ (MPa)}$	-
AASHTO LRFD: 2017	$f_{ps} = f_{pe} + 6206 \cdot \left(\frac{d_p - c}{l_e} \right) \leq f_{py} \text{ (MPa)}$ $c = \frac{A_{ps} \cdot f_{pe} + \frac{d_p}{l_e} \cdot 6206 \cdot A_p + A_s \cdot f_y - A'_s \cdot f'_s - \alpha_1 \cdot f'_c \cdot (b - b_w) \cdot h_f}{(\alpha_1 \cdot \beta_1 \cdot f'_c \cdot b) + \frac{1}{l_e} \cdot 6206 \cdot A_p}$ $l_e = \frac{l_i}{1 + N_s/2};$ $N_s \text{ é o número de rotulas plásticas sobre apoios}$	$\alpha_1 = \begin{cases} 0,85 \text{ para } f'_c \leq 68,95 \text{ MPa} \\ 0,85 - \frac{(f'_c - 68,95)0,02}{6,895} \\ \text{para } (68,95 \text{ MPa} \leq f'_c \leq 103,43 \text{ MPa}) \\ 0,75 \text{ para } f'_c > 103,43 \text{ MPa} \end{cases}$ $\beta_1 = \begin{cases} 0,85 \text{ para } f'_c \leq 68,95 \text{ MPa} \\ 0,85 - \frac{(f'_c - 27,60)0,05}{6,895} \\ \text{para } (27,60 \text{ MPa} \leq f'_c \leq 55,20 \text{ MPa}) \\ 0,65 \text{ para } f'_c > 55,20 \text{ MPa} \end{cases}$
Canadian Code CSA A23.4: 2014	$f_{ps} = f_{pe} + 8000 \cdot \left(\frac{d_p - c_y}{l_e} \right) \leq f_{py}$ $c = \frac{\phi_p \cdot A_{ps} \cdot f_{pe} + \phi_s \cdot A_s \cdot f_y - \phi'_s \cdot A'_s \cdot f'_s - \alpha_1 \phi_c f'_c (b - b_w) h_f}{(\alpha_1 \phi_c \beta_1 f'_c b_w)}$	$\alpha_1 = 0,85 - 0,0015 f'_c \geq 0,67$ $\beta_1 = 0,97 - 0,0025 f'_c \geq 0,67$ $\phi_p = 0,90; \phi_s = 0,85; \phi_c = 0,65;$
DIN 1045 Code: 2001	$f_{ps} = f_{pe} + \frac{1}{17} \frac{E_p}{L/d_p} \leq f_{py}$	-
Chinese Code CABR: JGJ- 04:2006	$f_{ps} = \frac{f_{pe} + (500 - 770 \cdot \beta_0)}{1,2} \text{ para } \frac{L}{d_p} \leq 35$ $f_{ps} = \frac{f_{pe} + (230 - 380 \cdot \beta_0)}{1,2} \text{ para } \frac{L}{d_p} > 35$	$f_{pe} \leq f_{ps} \leq f_{py}$ $\beta_0 = \frac{A_p f_{pe} + A_s f_y}{b d_p f'_c} \leq 0,45$

Fonte: Elaborado pelo autor

Dentre diversos modelos de previsão presentes na literatura, pontuados por Alqam, Alkhairi e Naaman (2020), dois modelos chamaram a atenção pela acurácia observada nos artigos originais e pelo modo de consideração das variáveis. São destacadas as propostas de:

- **Zheng e Wang (2010)**: com proposta de equação de estimativa do acréscimo de tensão, para vigas simplesmente apoiadas e com continuidade, baseada numa regressão múltipla advinda de uma análise não linear dos momentos $\times$ curvaturas, considerando a

integração das curvaturas, conforme a Figura 4.13. O modelo considera como parâmetros de entrada o tipo de carregamento, taxa mecânica de armadura passiva e ativa e a razão (L / d_p) . O autor identificou pouca influência do traçado do cabo no aumento da tensão última, bem como pouca influência da relação (L / d_p) para os carregamentos nos terços de vão e uniformemente distribuídos.

- **Alqam, Alkhairi e Naaman (2020)**: fez uma melhoria no modelo originalmente proposto por Naaman e Alkhairi (1991a, 1991b), que era o fundamento do modelo normativo da AASHTO LRFD:1994. Emprega o coeficiente de redução de aderência Ω_u em uma abordagem de compatibilidade de deformações. A posição da linha neutra é calculada como solução da equação quadrática a partir da substituição do termo f_{ps} na sua equação. O termo Ω pode ser considerado como parâmetro da proporção do acréscimo de deformação de uma armadura não-aderente e o equivalente na armadura aderente $(\Delta\varepsilon_{psu} / \Delta\varepsilon_{psb})$, que varia de 0 a 1, onde 1 representa o caso de armadura aderente. Esse termo leva em conta a relação de esbeltez com a relação (L/d_p) . Permite ainda levar em conta a existência da continuidade com o termo (L_1/L_2) .

A Tabela 4.2 apresenta um resumo dos dois métodos na previsão do acréscimo de tensão e da tensão última, respectivamente, dos autores indicados.

Observa-se que as formulações baseadas no cálculo da profundidade da linha neutra, levam em conta a presença da área de aço das armaduras passivas no escoamento. Indiretamente, as outras formulações também consideram a presença de uma armadura passiva mínima, como especificações padrão dos modelos respectivos. Sendo assim, sob o ponto de vista prático os modelos normativos fornecem previsões adequadas sob ponto de vista de segurança estrutural para as vigas e lajes de concreto com presença de armaduras passivas e ativas não aderentes. Sob o ponto de vista teórico, os modelos da literatura destacados se apresentaram com adequada acurácia frente a resultados experimentais, conforme pontuado pelos próprios autores.

Tabela 4.2 – Estimativa do acréscimo de tensões pelos métodos escolhidos da literatura

Zheng e Wang (2010)	Para elementos simplesmente apoiados: $\Delta f_{ps} = 663 - 1131 \cdot \beta_p - 703 \cdot \beta_s \text{ (Carregamento nos terços do vão)}$ $\Delta f_{ps} = 631 - 1144 \cdot \beta_p - 753 \cdot \beta_s \text{ (Carregamento uniforme)}$ $\Delta f_{ps} = (560 - 1449 \cdot \beta_p - 837 \cdot \beta_s)(0,86 + 2,4 \cdot h/L) \text{ (Carga concentrada)}$
	Para elementos com continuidade: $\Delta f_{ps} = 677 - 1057 \cdot \beta_p - 741 \cdot \beta_s \text{ (Carregamento nos terços do vão)}$ $\Delta f_{ps} = 659 - 1128 \cdot \beta_p - 833 \cdot \beta_s \text{ (Carregamento uniforme)}$ $\Delta f_{ps} = (632 - 1408 \cdot \beta_p - 834 \cdot \beta_s)(0,8 + 2 \cdot h/L) \text{ (Carga concentrada)}$ Em que: $\beta_s = \frac{f_y \cdot A_s}{f_c \cdot b \cdot d_p}$; $\beta_p = \frac{f_{pe} \cdot A_p}{f_c \cdot b \cdot d_p}$
	Proposta de tensão última: $f_{ps} = f_{pe} + \Omega_u \cdot E_p \cdot \varepsilon_{cu} \left(\frac{d_p}{c} - 1 \right) \cdot \frac{L_1}{L_2} \leq 0,86 \cdot f_{pu}$ Posição da linha neutra plástica: $A_p f_{ps} + A_s f_y - A'_s f'_y = 0,85 \beta_1 f'_c (b - b_w) h_f + 0,85 \beta_1 f'_c b_w c$
	Coeficiente $\beta_1 = \begin{cases} 0,85 \text{ para } f'_c \leq 68,95 \text{ MPa} \\ 0,85 - \frac{(f'_c - 27,60)0,05}{6,895} \\ \text{para } (27,60 \text{ MPa} \leq f'_c \leq 55,20 \text{ MPa}) \\ 0,65 \text{ para } f'_c > 55,20 \text{ MPa} \end{cases}$
	Coeficiente redutor de aderência: $\Omega_u = \alpha \cdot \left(\frac{d_p - h/2}{0,25 \cdot d_p} \right) \cdot \left[\mu + \frac{18}{\left(\frac{L}{d_p} \right)} \right]$
Alqam, Alkhairi e Naaman (2020)	Para projeto: $\alpha = \begin{cases} 0,05 \text{ para carga pontual} \\ 0,09 \text{ para carga dois pontos ou uniforme} \end{cases}$ $\mu = \begin{cases} 0,10 \text{ para carga pontual} \\ 0,80 \text{ para carga dois pontos ou uniforme} \end{cases}$
	L_1/L_2 é a relação entre o comprimento do vão ou dos vãos carregados e o comprimento do cabo entre ancoragens.
	$f_{pe} + 0,50 \cdot f_{py} \cdot \varpi_{pe} \leq f_{ps} \leq 0,86 \cdot f_{pu}$
	Em que: $\varpi_{pe} = \frac{A_{ps} \cdot f_{pe} + A_s \cdot f_y}{f'_c \cdot b \cdot d_p}$

Fonte: Elaborado pelo autor com referência aos trabalhos indicados

Um ponto de investigação particular se dá quanto ao desempenho da laje mistas com a fôrma de aço incorporada. Dado a sua presença, traz uma rigidez relativamente considerável, somando ainda o fato que a área de aço não é mobilizada totalmente a ponto de escoamento, devido às questões da ruína do cisalhamento longitudinal, a estimativa correta dos acréscimos de tensão é desconhecida.

Para um ponto de partida inicial de estimativas, dois pontos são traçados analiticamente:

- i) se recorre aos modelos que não levam em conta a contribuição da presença de armaduras passivas, como a fôrma de aço, ou,
- ii) dado os ensaios de flexão com lajes mistas convencionais observa-se o grau de interação e utiliza-se essa contribuição parcial a resistência do modelo.

Após a realização dos ensaios experimentais propostos, uma análise mais criteriosa baseada na investigação das forças alcançadas pelas células de carga nas armaduras ativas e nas deformações nos materiais permitiram uma análise mais detalhada, com as estimativas para a tensão última f_{ps} pelos métodos normativos e semiempíricos com boa representação da carga última alcançada nos ensaios de flexão realizados.

A modelagem numérica se mostra ainda uma outra poderosa ferramenta nessa investigação, que não foi tema da presente proposta e segue indicado como proposta de trabalhos futuros. De modo a permitir a consideração de todas as principais variáveis citadas como inclusão das não-linearidades associadas: i) ao concreto; ii) do comportamento das interfaces: fôrma de aço $\times$ concreto, iii) da interface da armadura ativa não-aderente (monocordoalha engraxada) $\times$ concreto.

Dos ensaios experimentais realizados, avaliaram-se a concordância dos modelos normativos e semiempíricos na representação do estudo proposto.

4.5 Comportamento na compressão do concreto leve

Diferentemente dos ensaios encontrados na literatura, majoritariamente dos autores australianos, o presente estudo do sistema integra como proposta o uso das armaduras não-aderentes, associado ao uso do concreto leve estrutural e a contribuição da continuidade entre vãos adjacentes. Desse modo, como observado na seção anterior, as monocordoalhas usualmente se situam em região de tensão abaixo da sua tensão última de ruptura e a formação dos mecanismos de ruína (formação de rótulas plásticas) se dão sobretudo pelo esmagamento do concreto, associado ao estágio elevado de fissuração do concreto nas seções críticas e escoamento por encruamento das armaduras ativas.

Baseando-se com os ensaios das lajes mistas simplesmente apoiadas com armadura aderente de Ranzi *et al.* (2013) e Ranzi e Ostineli (2017), a previsão do comportamento último do sistema de lajes mistas com protensão não-aderente deve se assemelhar ao comportamento obtido na ruína das lajes dos autores. A ruína ocorre quando se atinge a resistência máxima da interface da fôrma de aço $\times$ concreto e do esmagamento do concreto na compressão.

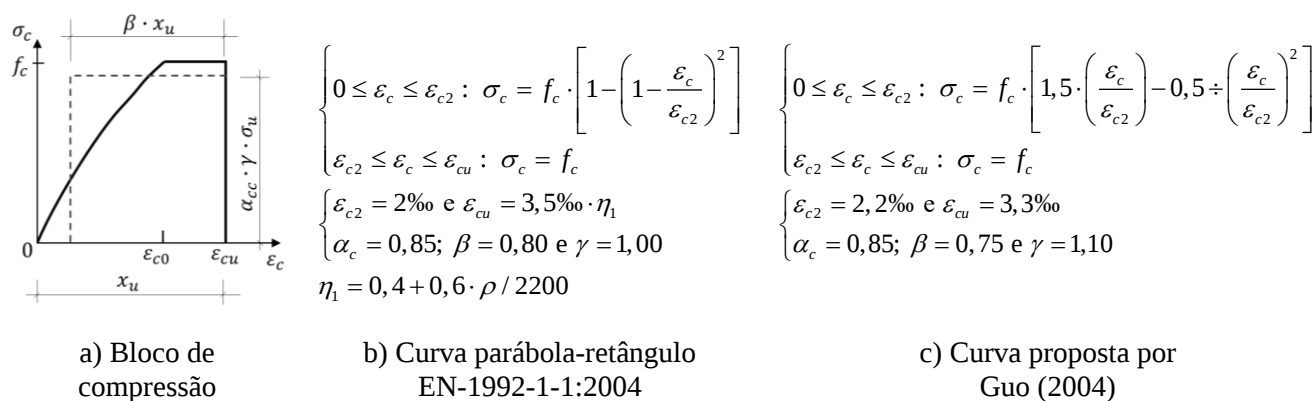
Desse modo, a avaliação do desempenho do concreto leve merece atenção. Como destacado, seu comportamento mecânico distingue-se pelo menor módulo elástico, menor resistência à tração e curva tensão $\times$ deformação quase linear até a resistência máxima à compressão. De acordo com o guia para estruturas de concreto com agregado leve (ACI 213R-14:2014), a deformação última (ε_{cu}) na maioria dos concretos leves pode ser relativamente superior ao valor de 0,003 (3‰) usualmente assumida para fins de projeto do ACI 318:2019 e do modelo australiano AS 3600:2016.

A força de compressão necessária ao equilíbrio da seção mista protendida da Figura 4.12, pode ser representada com a determinação da altura do bloco de compressão. Esta simplificação apresenta-se de fácil implementação à prática de projeto e dispensa a questão da análise das deformações, até pela dificuldade da compatibilização de deformação das seções. A própria formulação da proposta de Alqam, Alkhairi e Naaman (2020) toma como base a distribuição de tensões como bloco de compressão no equilíbrio da seção, com o coeficiente de redução de aderência Ω_u em uma abordagem de compatibilidade de deformações.

A análise de compatibilidade de deformações não mais faz mais sentido físico no equilíbrio da seção, dado que na ruína tanto a fôrma de aço, quanto as armaduras ativas (monocordoalhas engraxadas) não dependem da deformação do concreto e vice-versa. Dado essa questão, a avaliação experimental das deformações dos materiais e a força ancoradas nas monocordoalhas poderá indicar o nível mais adequado atingido nas tensões últimas dos materiais e a concordância dos modelos teórico-analíticos.

De todo modo, o bloco de compressão visa representar adequadamente a resultante de compressão, com um arbitrado valor constante de tensão de compressão. Como destacado no modelo do Eurocode 2:2004, na sua Seção 11 dedicado às estruturas de concreto leve, a curvas tensão deformação na compressão é ajustada pelo parâmetro η_1 , em função da densidade do concreto ρ , para levar em conta a menor valor de deformação alcançada até a sua ruína. A Figura 4.15 traz a representação do bloco de compressão e indicação de duas propostas para sua representação, o modelo do EN-1992-1-1:2004 e de Guo (2004).

Figura 4.15 – Zona comprimida do concreto: bloco de compressão equivalente



Fonte: Elaborado pelo autor

A resultante da força de compressão N_c é dada por $N_c = \alpha_c \cdot \gamma \cdot f_c \cdot A_c$, em que os parâmetros α_c , γ e β visam ajustar e inserir os efeitos da consideração do efeito *Rusch* (de longa duração), ajuste na tensão máxima de compressão, e, a transformação da área parábola-retângulo em área retangular equivalente, respectivamente. A área de concreto é dado por $A_c = (\beta \cdot x) \cdot b$ onde x é altura da linha neutra e b é a largura da seção comprimida.

Um trabalho bastante interessante nesse t3pico do bloco de compress3o equivalente 3 de Yang *et al.* (2014). Baseado na modifica33o do modelo geral da curva tens3o $\times$ deforma33o na compress3o de Thorenfeldt *et al.* (1978), considera os efeitos da massa espec3fica ρ do concreto e os trechos de *hardening* e *softening*, conforme Eqs. 4.34 e 4.35:

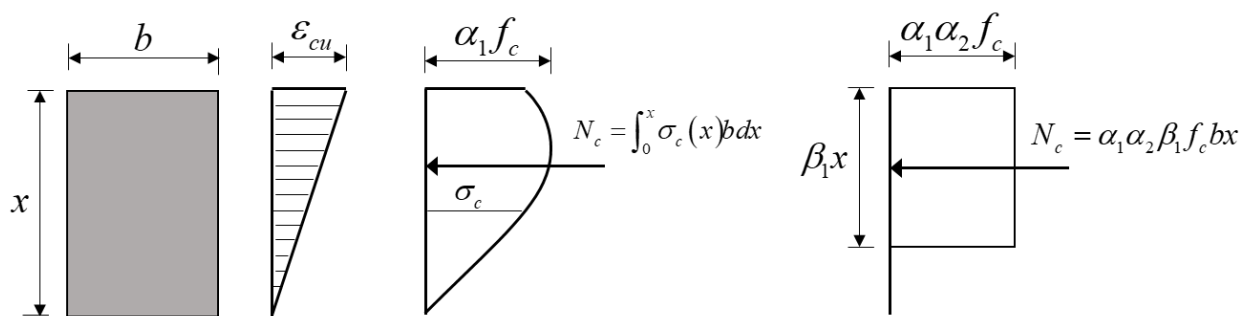
$$\sigma_c = \frac{n(\varepsilon_c/\varepsilon_0)}{n-1+(\varepsilon_c/\varepsilon_0)^{nk}} f_c \quad \left\{ \begin{array}{l} \varepsilon_0 = \frac{f_c}{E_c} \frac{n}{n-1} \\ n = \left(0,8 + \frac{f_c}{17,2} \right) \frac{1}{\eta_E} \\ \eta_E = \left(\frac{\rho}{2200} \right)^2 \leq 1,00 \\ \varepsilon_c \leq \varepsilon_0 : k = 1,0 \\ \varepsilon_c > \varepsilon_0 : k = \text{Max} \left[\left(0,67 + \frac{f_c}{62} \right); 1,0 \right] \end{array} \right. \quad (4.34)$$

$$E_c = \left\{ \begin{array}{l} 0,043 \rho^{1,5} (f_c)^{0,5} \text{ (ACI 318:2019)} \\ \eta_E \cdot 22 (f_c/10)^{0,3} \text{ (EN-1992-1-1:2004)} \\ 9500 \cdot \sqrt[3]{f_c} \cdot \eta_E \text{ (DIN:2001)} \\ 40,5 \cdot \left(\frac{\rho_c}{100} \right)^{1,5} \sqrt{f_c} \text{ (ABNT NBR 8800:2024)} \end{array} \right. \quad (4.35)$$

Onde n e k descrevem o grau da curva tens3o $\times$ deforma33o na compress3o. O modulo el3stico do concreto E_c 3 estimado com base em normativas definida pelo local ou projetista. A norma brasileira ABNT NBR 8800:2024 trouxe uma recomenda33o na sua 3ltima vers3o.

A partir da integra33o em se33o retangular, pela curva que define a rela33o constitutiva, o bloco de compress3o equivalente 3 determinado, conforme esquema da Figura 4.16. Os coeficientes foram calibrados com base numa an3lise param3trica (Yang *et al.*, 2014) e s3o em fun33o do par3metro ξ , dados pelas Eqs. 4.36 e 4.37, respectivamente.

Figura 4.16 – Coeficientes do bloco de compressão equivalente

Fonte: Adaptado de Yang *et al.* (2014)

$$\xi = \frac{\left(\frac{f_c}{f_{c0}}\right)^{1,5}}{\left(\frac{\rho_c}{\rho_0}\right)^{3,5}}; \quad f_{c0} = 10 \text{ MPa}; \quad \rho_0 = 2300 \text{ kg/m}^3 \quad (4.36)$$

$$\begin{aligned} \alpha_1 &= 0,85 \\ \alpha_2 &= 0,96 \cdot \exp(-0,0039\xi) \\ \beta_1 &= 0,925 \cdot \xi^{-0,075} \leq 1,0 \end{aligned} \quad (4.37)$$

Os valores da deformação última de projeto para concretos normais situam-se por volta de 3‰ e 3,5‰. Para concretos leves valores de 3‰ a 4‰ foram alcançados nos ensaios de Yang *et al.* (2013a, 2013b, 2014).

Para o concreto leve desenvolvido e empregado no estudo, a partir da sua caracterização material, os resultados da curva tensão-deformação tiveram boa concordância com a curva numérica proposta nas Eqs. 4.34 e 4.35, resultados apresentados adiante no item 6.1. A adequação das curvas de projeto e do modelo do bloco de compressão na comparação dos resultados dos protótipos foi realizada nos cálculos numérico-analíticos.

4.6 Comportamento último dos sistemas com continuidade

A grande maioria dos trabalhos desenvolvidos e ensaios experimentais presentes da literatura são derivados ou associados a sistemas isostáticos com protótipos de lajes simplesmente apoiadas. Nesse aspecto, essa seção traz luz aos pontos que merecem atenção na consideração da continuidade.

São pontuados os seguintes pontos:

- i) a determinação usual dos esforços internos de sistemas com múltiplos vãos;
- ii) avaliação do comportamento da interface com a laje com continuidade;
- iii) aspectos sobre a avaliação da tensão última da armadura aderente;
- iv) avaliação da ruína do sistema com continuidade com a utilização dos Princípios dos trabalhos virtuais (PTV) associado aos mecanismos plásticos de ruptura.

4.6.1 Avaliação dos esforços solicitantes e de cálculo na presença de hiperestáticos

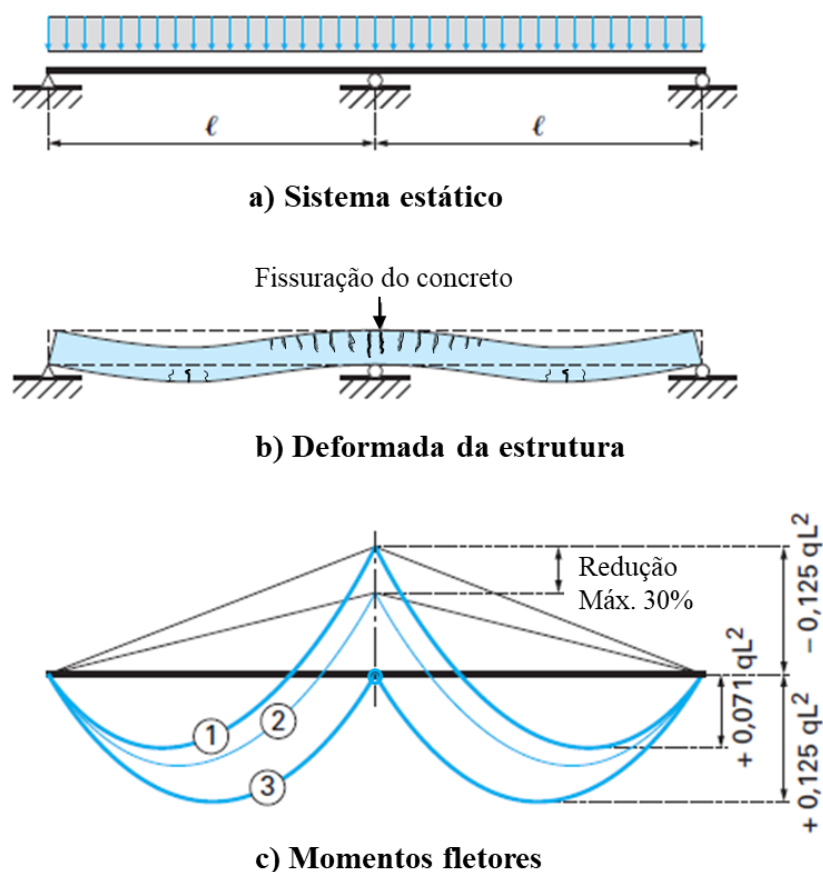
De acordo com o Eurocode 4:2004 e modelo da AS/ANS 2327:2017, a análise estrutural na determinação dos esforços internos e momentos solicitantes de um sistema estático formado por lajes mistas com continuidade (*sem protensão*) (Figura 4.17) podem adotar os seguintes métodos analíticos :

i) Análise elástico-linear sem ou com redistribuição: a análise é realizada para uma laje mista contínua de largura unitária (1.000 mm) assimilada a uma viga de inércia constante (Figura 4.17 b). Com a redistribuição, consideramos a inércia da seção não fissurada e toma-se os efeitos da fissuração sobre apoio intermediário, reduzindo o momento negativo (redução máxima de 30%) e aumentando proporcionalmente os momentos positivos dos vãos adjacentes (Figura 4.17 c);

ii) Análise global rígido plástica: a análise negligencia completamente a existência de armadura negativas sobre os apoios intermediários e considera a laje como uma sucessão de vãos isostáticos (Figura 4.17 a). Uma taxa de armadura mínima deve ser disposta nessa região, de modo a garantir capacidade de rotações plásticas suficientes. Esta distribuição de força independe de qualquer variação na inércia porque a laje é considerada isostática;

iii) Análise elasto-plástica: a análise é realizada considerando que a laje é uma viga contínua com inércia variável, dependendo da armadura instalada e do estado de fissuração ou não-fissurado das seções. Desse modo, leva em conta as propriedades não-lineares dos materiais.

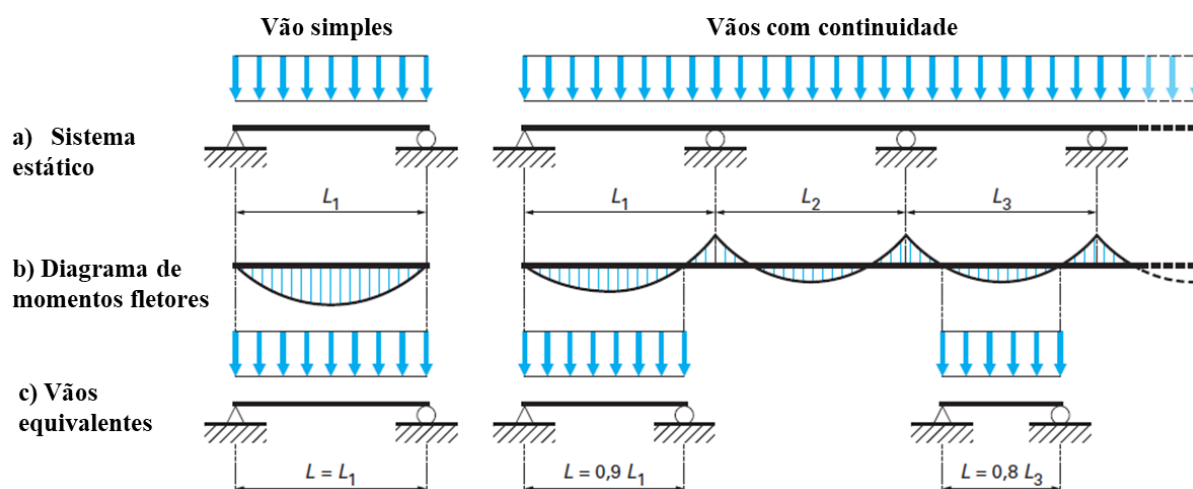
Figura 4.17 – Análise estrutural de uma laje mista com continuidade



Fonte: Adaptado de Crisinel (2008)

Nas lajes mistas convencionais é comum na prática de projeto o uso da análise de múltiplos tramos isostáticos, conforme a análise ii) com sucessão de vão isostáticos. Nesse aspecto, os modelos normativos tem usado de uma simplificação, com a definição de um vão equivalente, conforme mostra a Figura 4.18. Realiza-se uma penalização de 10% do vão, para cada extremidade na presença de momentos negativos. Como exemplo, a norma brasileira ABNT NBR 8800:2024 permite usar um vão equivalente simplesmente apoiado para a determinação da resistência, ficando indiretamente associada usar um vão de cisalhamento respectivo na determinação da força cortante associada ao cisalhamento longitudinal pelo método m-k.

Figura 4.18 – Definição de vão equivalente ao na avaliação do cisalhamento longitudinal para lajes mistas convencionais



Fonte: Adaptado de Crisinel (2008)

Nessa linha, foi realizada a análise da proposta de Hang e Nie (2015) na avaliação da interface das lajes mistas com continuidade, cujo método foi aqui estendido para considerar a contribuição total da fôrma de aço nas lajes mistas convencionais ou protendidas, formulação apresentada no Tópico 4.7.

Dada a presente proposta do sistema estrutural usando da protensão não aderente com cabos curvos e com continuidade entre tramos, a análise de atendimento aos estados limites últimos associados a flexão e ao cisalhamento longitudinal abrange duas abordagens de avaliações principais para a seção crítica a ser avaliada:

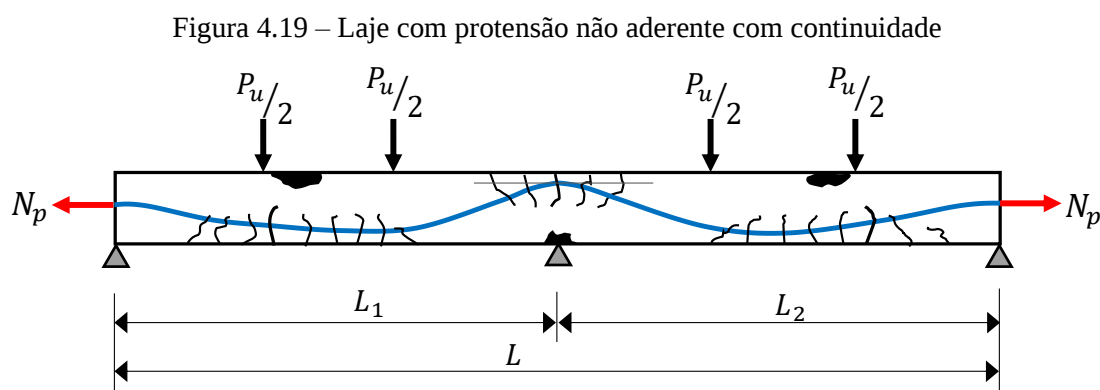
i) avaliação da capacidade última associada a flexão e cisalhamento longitudinal M_{Rd}^+ da seção crítica baseado nas hipóteses de cálculo, tendo o cálculo da contribuição da fôrma de aço incorporada sendo avaliada por dois métodos distintos: 01) prescrições normativas indicadas na norma australiana AS/ANS 2327:2017; 02) método geral $M \times N$ proposto e adaptado de Hang e Nie (2015);

ii) avaliação da força cortante associada principalmente ao cisalhamento longitudinal $V_{l,Rd}$: essa avaliação pode ser uma primeira estimativa ao cálculo de vão de cisalhamento corrigido e o valor da contribuição da fôrma de aço na capacidade resistente pelo método m-k, conforme descrito na Eq. 4.18, comparando-a aos esforços solicitantes.

4.6.2 Efeitos das armaduras ativas nas lajes contínuas

Um dos pontos de investigação adicional é o efeito que a continuidade traz na avaliação da tensão última da armadura ativa não-aderente e a ocorrência do hiperestático de protensão nessa situação. Conforme observado na Seção 4.4, alguns modelos levam em consideração a existência de continuidade na previsão da tensão última, com algum fator de correção, no comprimento da viga ou relação entre comprimento do cabo não-aderente e os vãos.

A Figura 4.19 traz uma ilustração do comportamento esperado, com a formação dos mecanismos plásticos de ruína da laje. O comportamento esperado considerando ainda a fôrma de aço, aborda a ocorrência de deslizamentos relativos entre a fôrma de aço e o concreto, com mobilização da capacidade última da interface, seguido do esmagamento do concreto junto ao ponto de aplicação da força e sobre apoio interno.



Fonte: Elaborado pelo autor

A avaliação dos esforços solicitantes considera a parcela de esforços advindos do hiperestático de protensão. Os isostáticos de protensão não são incluídos. Sobre os hiperestáticos de protensão na condição de estado limite último, a estrutura não possui comportamento elástico e a inelasticidade provoca uma redistribuição dos momentos. Pfeil (1984) destaca três fatores de influência dessa redistribuição:

- i) reduções locais de rigidez, oriundas pela fissuração das seções;
- ii) plastificação da estrutura diminui o grau de hiperstaticidade, o que gera uma diminuição nos momentos hiperestáticos de protensão;
- iii) com o aumento das solicitações externas atuantes, para o caso da protensão aderente a força de protensão sofre aumento localizados nas seções críticas e se mantém pouco alterado nas demais seções; diferentemente da protensão não-aderente, que se

mantem com valor relativamente constante, mas com menor valor de força de protensão última para casos de protensão aderente, em termos comparativos.

Com os acréscimos do carregamento P_u até a ruína, ocorrem acréscimos da força de protensão N_p , pela deformação da laje como um todo. A atuação dessa força de protensão deve continuar a aumentar os efeitos dos hiperestáticos de protensão. Devido a ocorrência da fissuração junto ao apoio intermediário e do vão central, somado a possibilidade da plastificação das armaduras, ocorre uma redistribuição de esforços.

Diante os conhecimentos disponíveis, dada a relativa complexidade na determinação dos momentos hiperestáticos considerando a inelasticidade da estrutura próxima a ruína, a avaliação mais rigorosa não é alvo de rigor de projeto, no entanto, pode ser amparada sobretudo por análises numérica não-lineares, a depender da complexidade do projeto.

Em projeto e experiência prática, é comum a determinação dos momentos hiperestáticos de protensão com base na força de protensão efetiva da estrutura. Tais esforços são considerados como efeitos secundários e se somam aos esforços solicitantes externos produzidos pelos carregamentos para compor esforço solicitante de cálculo, com seus respectivos coeficientes de ponderação de ações associados.

4.6.3 Avaliação da ruína do sistema com PTV e Mecanismos plásticos

A avaliação da ruína do sistema com continuidade difere um pouco da análise dos sistemas isostáticos. Dado o grau de hiperstaticidade dos sistemas com continuidade, a estrutura tem uma reserva de capacidade resistente a depender da capacidade de rotações plásticas sobre os apoios.

Dessa forma, com base no Princípio dos Trabalhos Virtuais (PTV) e da Teoria das Rótulas Plásticas, determina-se a carga prevista de ruína do sistema com base nas capacidades resistentes previstas para o momento resistente positivo, que considera a interação parcial para seções submetidas aos momentos positivos, e ao momento resistente da seção submetida aos momentos negativos.

Admite no sistema suficiente capacidade de rotação plástica nas seções críticas, até a formação do mecanismo de colapso previstos, junto ao apoio intermediário e da formação de rótulas plásticas junto às seções de máximos momentos negativos e positivos.

Pelo equilíbrio do Princípio dos Trabalhos Virtuais (PTV), tem-se (Eq. 4.38):

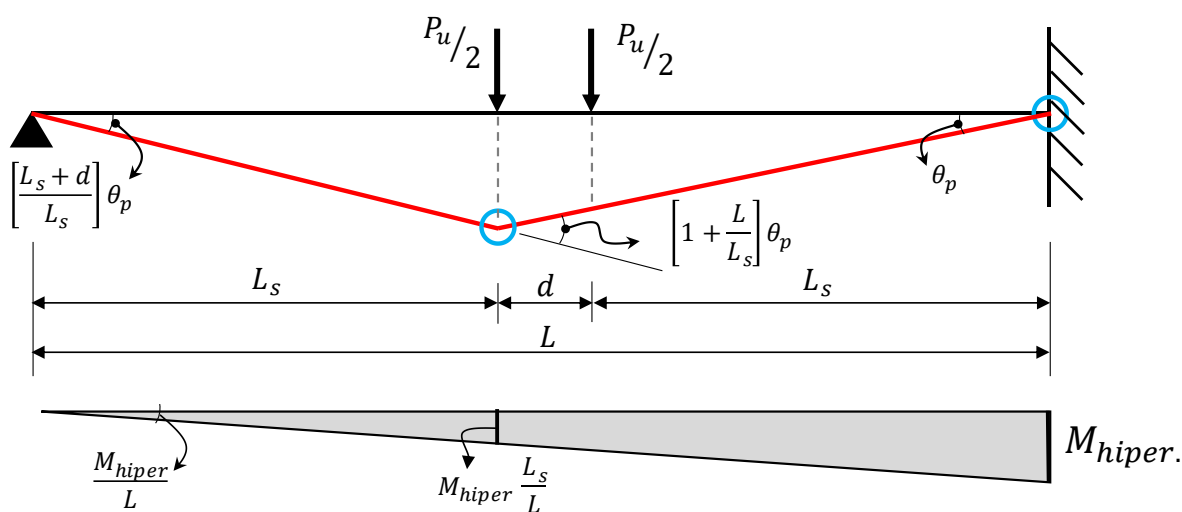
$$W_{ext} = W_{int}$$

$$\sum_{i=1} (F_i \cdot \delta_i + q_i \cdot \delta_i + M_i \cdot \theta_i) = \sum_{s=1}^n M_{u,s} \cdot \theta_s \quad (4.38)$$

N qual F_i , q_i e M_i são forças concentradas, carregamento distribuídos e momento aplicados associados aos deslocamentos virtuais de translação e giros δ_i e θ_i , respectivamente. O termo $M_{u,s}$ representa o momento último da seção e θ_s o giro relativo associado.

A Figura 4.20 apresenta os mecanismos de colapso com formação das rotulas plásticas junto às seções críticas para as lajes mistas com continuidade, submetidas a um carregamento simétrico de flexão a quatro pontos.

Figura 4.20 – Mecanismos de colapso das lajes mistas com continuidade



Fonte: Elaborado pelo autor

Com a aplicação do PTV associado aos mecanismos plásticos, tomando força externa aplicada no vão, a previsão dessa carga última P_u do sistema, é dada pela Eq. 4.39. Foi considerado comprimento de cisalhamento L_s , que para vão igual a $L/4$.

$$P_u = \frac{2}{L} \cdot \left[M_u^- + M_u^+ \cdot \left(\frac{L}{L_s} \right) \right] \quad (4.39)$$

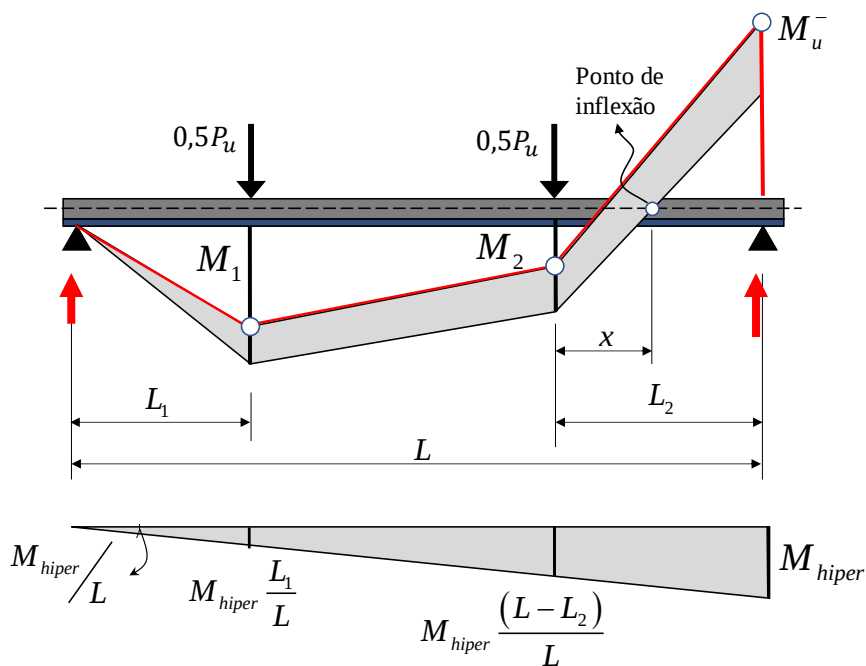
$$P_u (L_s = L/4) = \frac{2 \cdot [M_u^- + 4 \cdot M_u^+]}{L}$$

A extensão de proposta pode ser feita de maneira semelhante para carregamentos uniformemente distribuído ou outras distribuição de cargas concentradas nos vãos.

Como indicado, os hiperestáticos de protensão são esforços solicitantes que devem ser considerados na avaliação da capacidade última, como ressaltado pelos códigos normativos.

Esquemáticamente, a Figura 4.21 apresenta o diagrama de momento fletor para um ensaio de flexão a quatro pontos, e a presença do diagrama típico do momento hiperestático de protensão. Desse modo, a posição do ponto de inflexão na consideração dos dois carregamentos leva a um valor de x maior.

Figura 4.21 - Diagramas de momento fletor devido carregamento externos e devido ao hiperestático de protensão



Fonte: Elaborado pelo autor

A determinação dos pontos de inflexão (momento nulo) para a determinação do vão sob momento positivo na determinação do vão de cisalhamento e, consequentemente determinação da resistência ao cisalhamento longitudinal, para vão na extremidade de apoio externo fica determinado pelo ponto de aplicação L_1 , onde ocorre momento fletor máximo M_1 . Para o vão na extremidade do apoio interno, a posição do ponto de inflexão na consideração dos dois carregamentos leva a um valor de x maior, aumentando o vão de cisalhamento, e consequentemente a contribuição da interface aço-concreto.

No contexto do presente estudo, e com base no PTV e da distribuição usual dos hiperestáticos de protensão, e com o desenvolvimento da sua parcela de trabalho externo W_{ext} , verifica-se que a correspondente é nula, e, portanto não interfere na estimativa da carga de ruína P_u estimada do sistema.

De modo geral há dois itens a ser evidenciados quanto a distribuição geral dos momentos fletores:

- i) a diminuição do momento negativo sobre os apoios intermediários;
- ii) aumento dos momentos positivos decorrentes do momento hiperestático de protensão aumenta-se a solicitação na seção crítica positiva, bem como aumento a distância do ponto de inflexão dos momentos positivo para negativo.

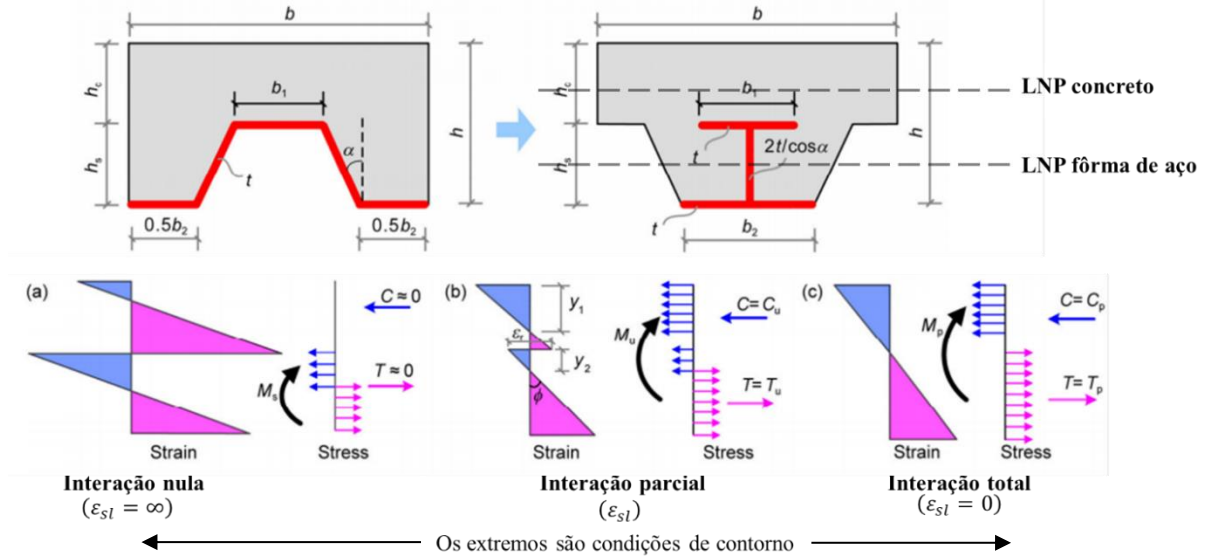
Se o segmento B for mais crítico, a depender do nível de solicitação, esse aumento pode ser significativo para mobilizar um maior vão de cisalhamento e, consequentemente para a capacidade total última do sistema com continuidade.

4.7 Uma proposta de Método Geral na estimativa da contribuição da fôrma de aço nas lajes mistas

Com base nos desenvolvimentos analíticos de Hang e Nie (2015), uma melhoria no rigor teórico analítico é apresentada associada ao desenvolvimento do modelo teórico proposto. Parte-se da premissa da plastificação da seção e da análise da interação entre a fôrma de aço e o concreto, como mostra a Figura 4.22. A geometria da fôrma de laje trapezoidal é transformada numa geometria similar de uma viga em perfil I. Baseado na

análise de interação, tem-se: a) interação nula (NSC); b) interação parcial (PSC) e c) interação total (FSC).

Figura 4.22 – Distribuição de deformações e tensões na seção da laje mistas e concreto



Fonte: Adaptado de Hang e Nie (2015)

De acordo com a condição de equilíbrio das forças normais, a equação de equilíbrio pode ser estabelecida pela Eq. 4.40:

$$f_y t_w (h_s - t - y_2) + f_y b_2 t = f_c b y_1 + \int_0^{y_1} f_c b(y) dy + f_y b_1 t + f_y t_w (y_2 - t) \quad (4.40)$$

A equação para cálculo de M_{PSC} e $N_{\tau(PSC)}$ podem ser expressas, pela Eq. 4.41.

$$\begin{cases} M_{PSC} = f_y b_2 t h + f_y t_w (h_s - y_2) (h_c + 0,5 h_s + 0,5 y_2) \\ \quad - 0,5 f_c b y_1^2 - f_y b_1 t h_c - f_y t_w y_2 (h_c + 0,5 y_2) \\ \quad - \int_0^{y_1} f_c b(y) (h_c + y) dy \\ N_{\tau(PSC)} = f_y t_w (h_s - 2 y_2) + f_y (b_2 - b_1) t \end{cases} \quad (4.41)$$

Considerando a posição da linha neutra acima da fôrma de aço e isolando o termo y_2 da Eq. 4.40 e substituindo na Eq. 4.41, as equações de equilíbrio das forças normais e do momento resistente na interação parcial ficam dependente da posição da linha neutra plástica no concreto y_1 , dados pelas equações 71-73, respectivamente:

$$N_{\tau(PSC)} = N_c = f_c b y_1 \quad (4.42)$$

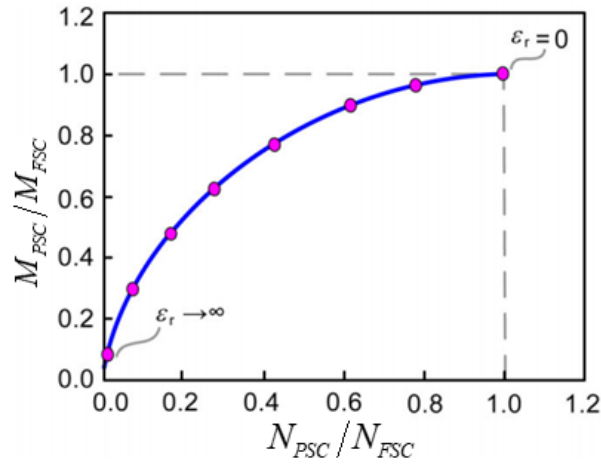
$$\begin{aligned}
M_{PSC} &= M + M(y_2) \\
&= f_y b_2 t h - f_y b_1 t h_c - \left[f_y t_w h_s (h_c + 0,5 h_s) \right] - f_c b \frac{y_1^2}{2} \\
&\quad + f_y t_w y_2^2 - 2 f_y t_w h_c y_2 + f_y t_w t \frac{y_2}{2}
\end{aligned} \tag{4.43}$$

$$\begin{aligned}
M_{PSC} &= M + M(y_2) \\
&= f_y b_2 t h - f_y b_1 t h_c - \left[f_y t_w h_s (h_c + 0,5 h_s) \right] - f_c b \frac{y_1^2}{2} \\
&\quad + f_y t_w y_2^2 - 2 f_y t_w h_c y_2 + f_y t_w t \frac{y_2}{2}
\end{aligned} \tag{4.44}$$

$$y_2 = \frac{1}{2 f_y t_w} \left[f_y (t_w h_s + b_2 t - b_1 t) - f_c b y_1 \right] \tag{4.45}$$

Realizando os cálculos de $N_{\tau(PSC)}$ e M_{PSC} em função de $y_2(y_1)$ e seguindo a ideia de Hang e Nie (2015), plota-se o gráfico da relação entre os momentos resistentes na interação parcial e total em função da força axial na fôrma de aço pela força na interação total $(M_{PSC}/M_{FSC}) \times (N_{PSC}/N_{FSC})$ ilustrado esquematicamente na Figura 4.23, que recai à Figura 4.1. Aas condições de interação nula (NSC) e interação total (FSC) são condições de contorno do problema.

Figura 4.23 – Relação entre M_{PSC} e N_{PSC}



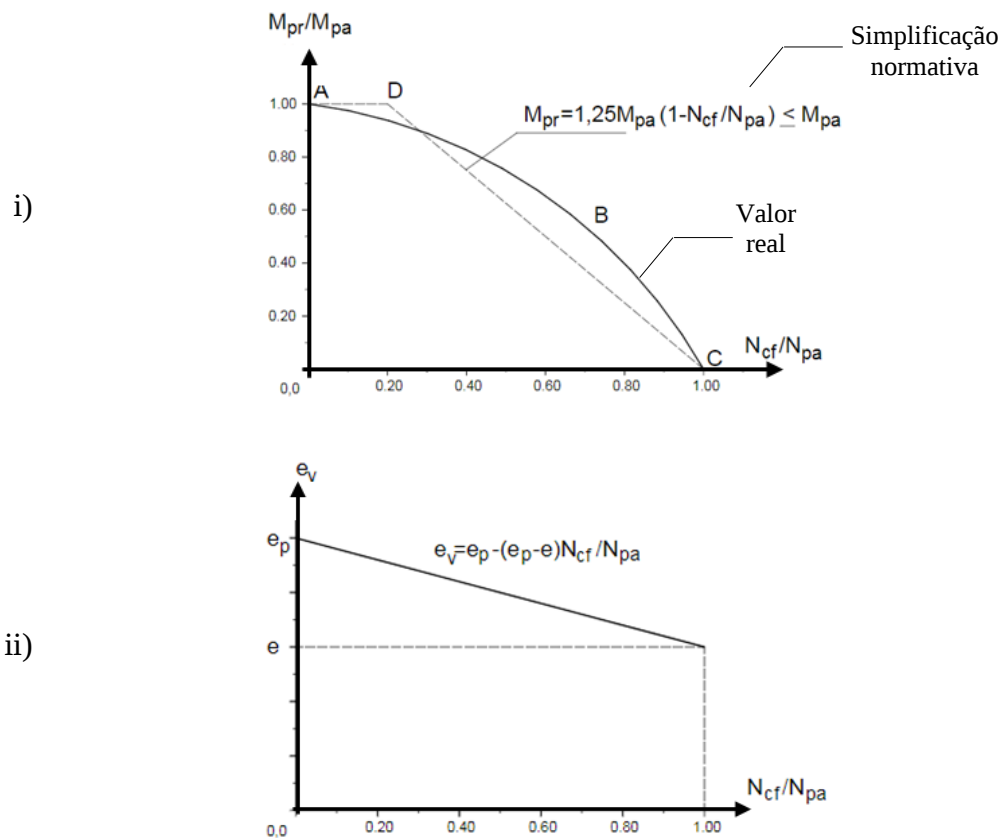
Fonte: Adaptado de Hang e Nie (2015)

A partir da solução do problema, a relação pode ser simplificada pela Eq. 4.46, onde arbitra-se o parâmetro α , entre os valores 1 a 2, valor a ser determinado para cada fôrma de aço incorporada.

$$\frac{M_{PSC}}{M_{FSC}} = 1 - \left(1 - \frac{M_{NSC}}{M_{FSC}} \right) \left(1 - \frac{N_{PSC}}{N_{FSC}} \right)^\alpha \quad (4.46)$$

Em paralelo com a Seção 4.2.1, a expressão sugere uma proposta racional e de fácil entendimento, além disso pode melhorar algumas das simplificações feitas pelos modelos no cálculo do momento resistente da fôrma reduzido pela fôrma normal (M_{pr}) e dispensar o cálculo da posição da resultante da força axial na fôrma de aço e_v , como mostrado na Figura 4.24.

Figura 4.24 - Simplificações nos modelos normativos superadas na nova abordagem



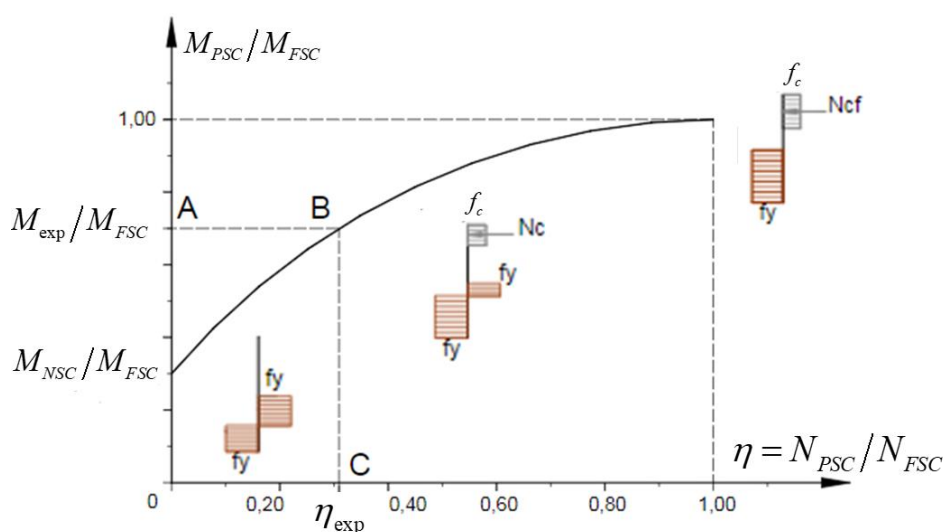
- i) Diagrama de interação entre a força axial e o momento na fôrma;
 ii) variação da posição do centro de gravidade da fôrma - em função da relação N_{cf}/N_{pa}

Fonte: Adaptado pelo autor

A avaliação do momento resistente em interação parcial necessita de uma adequada avaliação da força axial N_r . Essa avaliação depende diretamente do conhecimento do valor da contribuição da interface que é obtida por meio de ensaios

padrão, conforme pontuado na Seção 4.2.1 (Figura 4.9). Conforme indicado pelas recomendações normativas da AS/ANS 2327:2017, o valor da a resistência ao cisalhamento obtido pela tensão de cisalhamento, toma os valores obtidos de resultados experimentais de protótipos, em escala real, de lajes mistas simplesmente apoiadas, com determinação do grau de interação e da resistência ao cisalhamento na interface, conforme esquema ilustrativo da Figura 4.25 e associação com Eq. 4.2, novamente apresentada.

Figura 4.25 – Diagrama de interação na determinação do grau de interação e a resistência ao cisalhamento longitudinal na interface



$$\tau_u = \frac{\eta \cdot N_{cf} - \mu \cdot R}{b \cdot (L_s + L_0)} \quad (4.2)$$

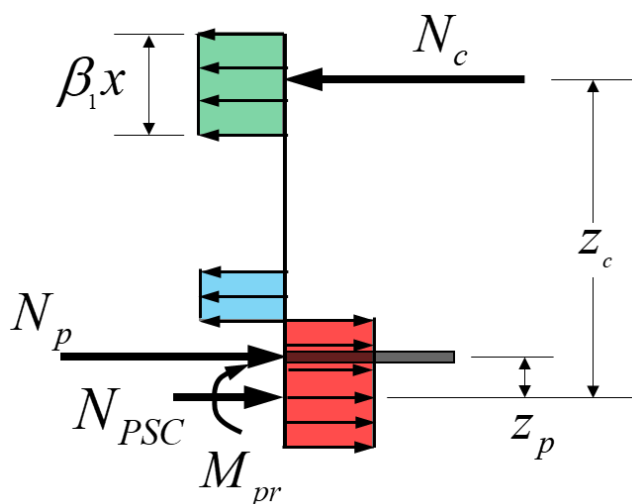
Fonte: Adaptado pelo autor

Estudos alternativos baseados em ensaios de pequena escala vem sendo aprimorado com a proposta de Rodrigues (2020). A partir de ensaios de cisalhamento do tipo *slip-block*, com análise dos fenômenos do atrito e do intertravamento mecânico da interface aço-concreto, com a determinação da tensão mecânica resistente ao cisalhamento. No entanto, nesse momento atual de pesquisa, se utiliza da abordagem padrão, a partir de ensaios em escala real dos protótipos de lajes mistas.

Com base na estimativa do momento último da seção mista M_{PSC} , calculado pela contribuição da interação parcial entre fôrma de aço e concreto, e considerando a

contribuição das armaduras ativas (ou ainda amaduras passivas) na ruína das lajes mistas, a presente proposta considera o seguinte equilíbrio para a seção, tomando como base a contribuição do momento da fôrma de aço e da força de protensão, conforme esquema da Figura 4.26.

Figura 4.26 – Equilíbrio da seção mista na presença de armadura de protensão



Fonte: Elaborado pelo autor

O momento último M_u proposto é dado pela Eq. 4.47. As parcelas (M_{PSC}) são calculadas conforme Eq. 4.46; o braço de alavanca z_c pela Eq. 4.48; e, o braço de alavanca entre a resultante da força de protensão e centroide da fôrma de aço incorporada z_p é dada pela Eq. 4.49.

$$\begin{aligned} M_u &= (M_{PSC})_{laje\ mista} + N_p z_c - N_p z_p \\ &= (M_{PSC})_{laje\ mista} + N_p \cdot (z_c - z_p) \end{aligned} \quad (4.47)$$

$$\begin{aligned} z_c &= \left(h - e_{sd} - \frac{\beta_1 \cdot x}{2} \right) \\ &= \left(h - e_{sd} - 0,5 \cdot \frac{N_c}{\alpha_1 \alpha_2 f_c b} \right) \end{aligned} \quad (4.48)$$

$$z_p = e_p - e_{sd} \quad (4.49)$$

Nas lajes com continuidade, com esquema estático apresentado simplificadaamente na Figura 4.27, a ruína ao cisalhamento longitudinal pode ocorrer nos dois segmentos ao longo do vão: o segmento A entre apoio e o momento fletor máximo (aplicação do

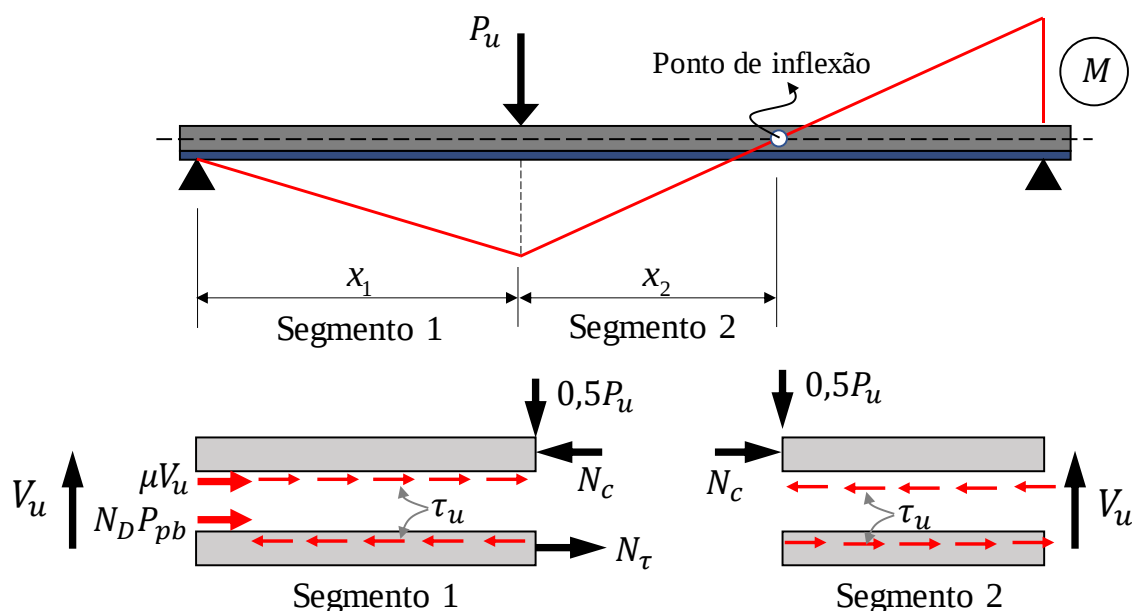
carregamento) e o segmento B entre esse ponto de carregamento e o ponto de momento nulo (ponto de inflexão).

Ainda sobre esse ponto, algumas orientações (ABNT NBR 8800:2024, AS/ANS 2327:2017, Eurocode 4:2004) são dispostas a respeito do vão de cisalhamento a ser considerado sobre lajes simplesmente apoiadas de referência:

- Vão de cisalhamento igual a $L/4$ para cargas uniformemente distribuídas, onde L é o vão teórico da laje na direção das nervuras;
- A distância entre uma carga aplicada e o apoio mais próximo para duas cargas concentradas simétricas;
- A relação entre o máximo momento e a reação de apoio, para outras condições de carregamento, incluindo combinação de carga distribuída ou carga concentradas assimétricas.

Tais considerações são tomadas com base em lajes simplesmente apoiadas, mas que se generalizam às com continuidade, quando tomados os pontos de inflexão, sob momento positivo.

Figura 4.27 – Ruína ao cisalhamento longitudinal de laje com continuidade e equilíbrio de forças



Fonte: Elaborado pelo autor

Pela condição de equilíbrio das forças, ocorre a ruína quando a força solicitante supera a força na interface desenvolvida N_τ e elementos adicionais de resistência considerados, seja a consideração isolado do atrito nos apoios ou de elementos adicionais de ancoragens junto aos apoios, que de modo genérico é expresso para os segmentos:

- **Segmento 1:** na presença de conectores de cisalhamento e na consideração da contribuição do atrito, N_τ é expressa pela Eq. 4.50:

$$N_{PSC-1} = \tau_u \cdot b \cdot x_1 + \mu \cdot R_1 + N_D \cdot P_{pb,Rd} \leq N_{FSC} = f_y \cdot A_{sd,eff} \quad (4.50)$$

- **Segmento 2:** a resistência depende exclusivamente da resistência da interface ao cisalhamento longitudinal (Eq. 4.51):

$$N_{PSC-2} = N_{\tau 2} = \tau_u \cdot b \cdot x_2 \leq N_{FSC} = f_y \cdot A_{sd,eff} \quad (4.51)$$

Observa-se que surge a necessidade determinação do ponto de momento nulo (ponto de inflexão). Nesse ponto, a investigação toma mais relevância quando da análise de uma estrutura sujeita a carregamento distribuído, situação típica de projeto, sobre esse ponto, segue-se as orientações apresentadas na seção.

5 AVALIAÇÃO DAS HIPÓTESES DE CÁLCULO DE SISTEMAS CORRELATOS DA LITERATURA TÉCNICA

Este capítulo traz resultados parciais na investigação da capacidade resistente de sistemas correlatos ao estudo, na validação das hipóteses assumidas aplicadas ao entendimento das parcelas resistentes do sistema proposto. Foram elencados um conjunto de ensaios experimentais do exemplo 1 ao 4, e a previsão do comportamento dos protótipos da investigação experimental proposta, sendo eles:

- **Exemplo 5.1** – Lajes com pré-tração usando concreto leve (Yang *et al.*, 2014): avaliação da capacidade última na flexão com análise de compatibilidade de deformações e previsão da tensão última da armadura de protensão pelos métodos simplificados ACI 318 e AS 3600;
- **Exemplo 5.2** – Vigas e lajes com pós-tração não-aderente usando concreto leve (Yang e Mun (2013) e Yang *et al.*, 2013, respectivamente): avaliação da capacidade última na flexão com análise pelas abordagens do ACI 318 e AASHTO, método Regressão de Zheng e Wang (2010) e método semiempírico de Alqam, Alkhairi e Naaman (2020);
- **Exemplo 5.3** – Lajes mistas de aço e concreto usando fôrma de aço MF75: avaliação da capacidade resistente ao cisalhamento longitudinal, com base nos resultados experimentais de Melo (1999), Silva (1999) e Gomes (2001) – avaliação pelos métodos m-k e da interação parcial.
- **Exemplo 5.4** – Lajes mistas protendidas (protensão aderente) de Ranzi *et al.* (2013a) e Ranzi e Ostinelli (2017): avaliação da capacidade resistente da peça considerando flexão e cisalhamento longitudinal: i) análise de f_{ps} por compatibilidade de deformações e método simplificado; ii) consideração da interface fôrma de aço e concreto: método da interação parcial com abordagem simplificada do AS/ANS 2327:2017e com método geral M-N_{PSC} proposto para a contribuição da fôrma de aço.

Os exemplos de aplicação tomam como base resultados experimentais da literatura e verificação da adequação e acurácia dos modelos analíticos na previsão da

Tabela 5.1 – Propriedades das armaduras do ensaio de Yang *et al.* (2013a)

Aço	Diâmetro (mm)	Área (mm ²)	Resistência ao escoamento (MPa)	Deformação de escoamento (%)	Resistência última (MPa)	Módulo de elasticidade (GPa)
Passivo	6	28,26	399	3,86	445	204
	10	71	383	1,87	570	205
Ativo	2,9	19,82	1741	10	2048	202

Fonte: Adaptado de Yang *et al.* (2013a)

Os detalhes dos protótipos e o conjunto de resultados das cargas que provocaram fissuração (P_{cr}) na viga e a carga última (P_n) são apresentadas na Tabela 5.2.

Tabela 5.2 – Detalhes dos protótipos ensaiados e resultados experimentais

Viga	A_p (mm ²)	d_p (mm)	f_{pe} / f_{pu}	A_s (mm ²)	A'_s (mm ²)	f_c (MPa)	P_{cr} (kN)	P_n (kN)	ε_{cu} (‰)
PLB1	79,28	245	0,6	142	56,5	30	20	58,6	3,0
PLB2	158,26	245	0,59	142	56,5	33,2	24,5	87,3	2,8
PLB3	79,28	270	0,59	0	0	35,2	13,7	41,1	3,7
PLB4	79,28	270	0,58	142	56,5	32,1	23,4	62,5	3,2
PLB5	79,28	270	0,58	213	56,5	34,6	20,8	71,9	2,9
PLB6	79,28	270	0,39	142	56,5	31,7	20,7	61,6	3,0
PLB7	79,28	270	0,48	142	56,5	33,8	21,7	63,8	3,3
PLB8	79,28	270	0,68	142	56,5	31,5	24,9	63,3	3,5

Fonte: Adaptado de Yang *et al.* (2013a)

Na primeira análise, avalia-se o momento de fissuração com base na estimativa da resistência à tração do concreto leve por meio dos modelos do ACI 318 e do EN-1992-1-1 (2004)- Eurocode 2. A segunda análise avaliou a capacidade resistente, com avaliação da tensão última na armadura de protensão pela análise de compatibilidade de deformação na seção, e pelo método simplificado baseado nas prerrogativas do ACI 318 e AS3600.

Sobre esse método simplificado, as normas ACI 318 e AS 3600 trazem as seguintes equações (Eqs. 5.1 e 5.2) na estimativa da tensão última f_{ps} para a protensão aderente:

$$f_{ps} = f_{pu} \left[\frac{\gamma_p}{\beta_1} \left(\frac{\rho_p f_{pu}}{f_c} + \frac{d_s}{d_p} (\omega_s - \omega'_s) \right) \right]$$

$$\rho_p = A_p / bd_p$$

$$\omega_s = A_s f_y / bd_e; \quad \omega'_s = A'_s f_y / bd_e \quad (\text{ACI 318}) \quad (5.1)$$

$$d_e = \frac{A_p f_{ps} d_p + A_s f_y d_s}{A_p f_{ps} + A_s f_y}$$

$$\begin{aligned}
f_{ps} &= f_{pu} \left(1 - \frac{k_1 k_2}{\gamma} \right) \\
k_1 &= \begin{cases} 0,28 & \text{se } f_{py} / f_{pu} \geq 0,9; \text{ ou} \\ 0,4 & \end{cases} \quad (\text{AS 3600}) \\
k_2 &= \frac{1}{bd_p f_c} \left[A_p f_{pb} + (A_s - A'_s) f_y \right]
\end{aligned} \tag{5.2}$$

Os termos entre as normas γ_p e k_1 são similares e representam parâmetro associado ao tipo do aço de protensão, valendo para as monocordoalhas o valor usual de 0,4. Os termos β_1 e γ são similares entre as equações e são associados a altura do bloco de compressão. Para concretos convencionais, o modelo do ACI 318 cita o valor de $\beta_1 = 0,8$, enquanto o modelo AS 3600 indica uma variação com a resistência à compressão do concreto $\gamma = 1,05 - 0,007 f_c$, com limites de $0,67 \leq \gamma \leq 0,85$.

Desse modo, com base nessas observações, o presente modelo simplificado é apresentado, na Eq. 5.3, baseado na relação entre posição da linha neutra e altura útil

$$\begin{aligned}
f_{ps} &= f_{pu} \left[1 - \frac{k_1}{\beta_1} \left(\frac{c}{d_p} \right) \right] \\
k_1 &= \begin{cases} 0,28 & \text{se } f_{py} / f_{pu} \geq 0,9; \text{ ou} \\ 0,4 & \end{cases} \\
\beta_1 &= \begin{cases} 1,05 - 0,007 f_c & \text{para concretos normais (NWC)} \\ \text{Eq. 68} & \text{para concretos leves (LWC)} \end{cases} \\
c &= \frac{1}{bd_p f_c} \left[A_p f_{ps} + (A_s - A'_s) f_y \right]
\end{aligned} \tag{5.3}$$

Para a avaliação do presente exemplo, na utilização do concreto leve foi usado o modelo do bloco de compressão da Eq. 4.37, que leva em consideração a resistência à compressão e a densidade do concreto.

As Tabela 5.3 e Tabela 5.4 apresentam o conjunto de resultados experimentais e as previsões analíticas para o momento de fissuração e para o momento último, respectivamente. Para verificar se a influência da consideração das armaduras no momento de fissuração, foi realizada a homogeneização da seção. Na Tabela 5.3 foi considerado na avaliação a tensão de tração f_r foi considerado igual a f_{ctm} .

Tabela 5.3 – Comparação entre resultados experimentais e analíticos para o momento de fissuração

Lajes	Exp. Momento de fissuração (kNm) (1)	Previsão				Experimental/Teórico			
		ACI		Eurocode 2					
		Bruta (2)	Homog. (3)	Bruta (4)	Homog. (5)	(1)/(2)	(1)/(3)	(1)/(4)	(1)/(5)
PLB1	21,8	22,32	23,22	22,66	23,60	0,98	0,94	0,96	0,92
PLB2	25,8	35,46	36,37	35,99	36,96	0,73	0,71	0,72	0,70
PLB3	16,2	25,26	25,43	25,91	26,10	0,64	0,64	0,63	0,62
PLB4	24,7	24,55	25,58	25,02	26,10	1,01	0,97	0,99	0,95
PLB5	22,5	24,92	26,28	25,53	26,99	0,90	0,86	0,88	0,83
PLB6	22,4	19,56	20,58	20,00	21,07	1,15	1,09	1,12	1,06
PLB7	23,3	22,20	23,26	22,77	23,89	1,05	1,00	1,02	0,98
PLB8	26,1	27,06	28,08	27,49	28,56	0,96	0,93	0,95	0,91
Média =						0,93	0,89	0,91	0,87
Desvio padrão =						0,17	0,15	0,16	0,15

O modelo de previsão do momento de fissuração apresentou boa concordância, a menos das vigas PLB2 e PLB3. Desconsiderado esses dois ensaios, a razão entre os valores experimentais e analíticos são da ordem de 1,00 e desvio-padrão de 0,10. Os modelos do ACI 318:2018 e do Eurocode 2:2004 apresentaram resultados muito similares e a consideração da homogeneização da seção influenciou ligeiramente os valores do momento de fissuração.

Tabela 5.4 - Comparação entre resultados experimentais e analíticos para o momento último

Lajes	Momento último (kNm) (1)	Previsão		Experimental/Teórico	
		Compatibilidade de deformações (2)	Método simplificado (3)	(1)/(2)	(1)/(3)
PLB1	56,0	49,16	49,28	1,14	1,14
PLB2	81,4	77,07	76,92	1,06	1,06
PLB3	40,5	39,58	40,21	1,02	1,01
PLB4	59,4	53,46	53,71	1,11	1,11
PLB5	67,7	60,72	61,13	1,11	1,11
PLB6	58,6	53,09	53,63	1,10	1,09
PLB7	60,6	53,57	54,01	1,13	1,12
PLB8	60,1	53,52	53,59	1,12	1,12
Média =				1,10	1,09
Desvio-padrão =				0,04	0,04

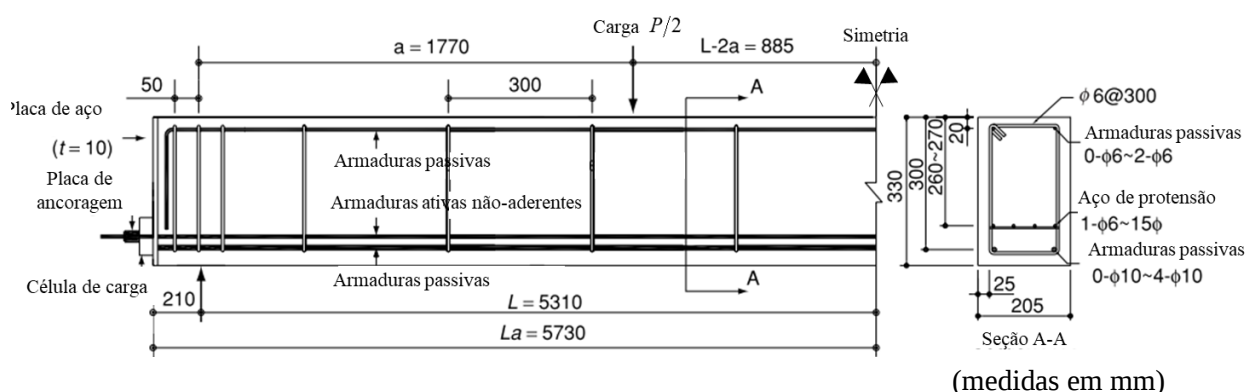
Na previsão da capacidade última na flexão, tanto os modelos de previsão da tensão última da armadura de protensão por compatibilização de deformações ou pelo método simplificado resultaram em valores muito próximos, concordando com os resultados experimentais, com média da razão entre valores experimentais e previstos de 1,10 e 1,04, respectivamente, com iguais desvio-padrão de 0,04. O principal objetivo desse investigação foi verificar a proposição das hipóteses para o concreto leve e a avaliação da tensão última e o equilíbrio na previsão da capacidade última à flexão da peça, dado a reduzida quantidade de ensaios na literatura.

5.2 Vigas e lajes com pós-tração não-aderente usando concreto leve

O segundo exemplo avalia as peças de concreto leve com protensão não-aderente, alinhadas à proposição da tese, com o conjunto de dez (10) vigas de Yang e Mun (2013) e de doze (12) lajes de Yang *et al.* (2013b), todas na condição simplesmente apoiadas. As lajes foram confeccionadas com largura igual a seis vezes a altura útil da peça e sem presença de armaduras de cisalhamento (estribos). O concreto leve é o similar em todos os ensaios.

A Figura 5.2 traz os detalhes das vigas de Yang e Mun (2013). Esse conjunto de ensaios de flexão a quatro pontos tem disposição similar às das vigas com protensão aderente de Yang *et al.* (2013a) e mesmas propriedades materiais (Tabela 5.1), com diferentes taxas das armaduras não-aderentes e passivas.

Figura 5.2 – Detalhes da geometria das vigas e arranjo das armaduras de Yang e Mun (2013)



Fonte: Adaptado de Yang e Mun (2013)

As Tabela 5.5 reúne os dados dos ensaios das vigas com protensão não-aderentes usando concreto leve de Yang e Mun (2013). No denominado grupo G1 foram analisadas a resposta estrutural com a variação do uso da taxa mínima de armadura passiva recomendada pelo modelo do ACI 318 ($A_{s,min} = 0,004 \cdot A_c$), com seu uso de 50%, 100%, 150% e 200%. No grupo G2 avaliou a influência do efeito da tensão efetiva de protensão aplicada na estrutura, no comportamento da flexão, mantendo as armaduras ativas e passivas constantes. No grupo G3 variaram-se a quantidade de armadura ativa, usando $1,5 \cdot A_{s,min}$. A resistência do concreto foi da ordem de 30 MPa e apresentaram-se as forças que causaram a fissuração e o esgotamento da capacidade última da peça em cada ensaio, não sendo apresentado pelo autor a deformação última alcançado pelo concreto na compressão, mas informa que a ruína se deu associada com o esmagamento do concreto.

Tabela 5.5 – Detalhes dos protótipos ensaiados e resultados experimentais de Yang e Mun (2013)

Vigas	$A_p (mm^2)$	$d_p (mm)$	f_{pe} / f_{pu}	$A_s (mm^2)$	$f_c (MPa)$	$P_{cr} (kN)$	$P_n (kN)$
G1-0.5	79,28	270	0,62	71	29	25,7	54,2
G1-1.0		270	0,61	142	29	24,5	60,2
G1-1.5		270	0,61	213	30,6	25,5	70,1
G1-2.0		270	0,62	284	30,6	29,1	76,1
G2-0.4		270	0,41		31,3	23,4	57,3
G2-0.5		270	0,5	142	28,1	26,4	60,6
G2-0.7		270	0,7		30,5	32,1	60,7
G3-0.02		270	0,62		31,3	10,2	44,3
G3-0.106	19,82	260	0,61	213	29,4	29,8	74,3
G3-0.286	99,1	260	0,55		30,2	74,5	130

Fonte: Adaptado de Yang e Mun (2013)

As lajes investigaram: i) a influência do tipo de carregamento, com a variação do ensaio na aplicação de duas (2) cargas concentradas (2P) nos terços do vão (ensaio de quatro pontos) e uma carga concentrada (1P), com carregamento no meio do vão, respectivamente; ii) o perfil dos cabos de protensão, com cabos retos e poligonais; iii) a variação da esbeltez das lajes, na relação vão pela altura útil L/d_p , com razões de 15, 35 e 55, respectivamente, para cada perfil do traçado do cabo e tipo de carregamento, totalizando as doze (12) lajes.

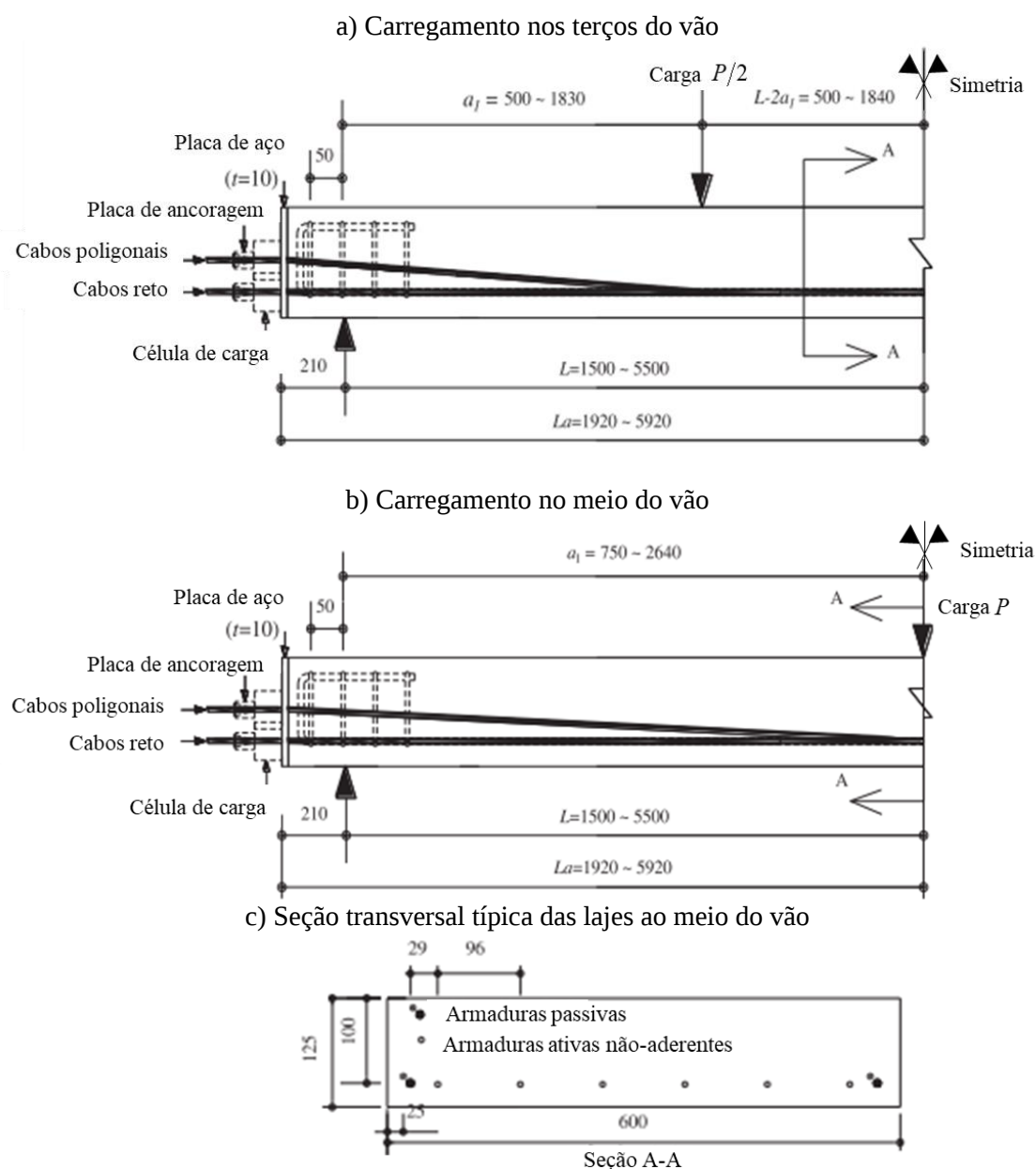
A Figura 5.3 apresenta esquematicamente os detalhes da geometria, carregamento e arranjo das armaduras, com relação as lajes com carregamentos nos terços do vão (Figura 5.3 a) e carga concentrada no meio do vão (Figura 5.3 b). A Figura 5.3 c traz a seção transversal da laje. A altura total é de 125 mm e a altura útil da peça é de 100 mm. A Tabela 5.6 traz as propriedades das armaduras dispostas na seção, iguais para todas as lajes avaliadas.

Tabela 5.6 – Propriedades das armaduras dispostas do ensaio de Yang *et al.* (2013b)

Aço	Diâmetro (mm)	Área total (mm ²)	Resistência ao escoamento (MPa)	Deformação de escoamento (‰)	Resistência última (MPa)	Módulo de elasticidade (GPa)
Passivo	2 ϕ 10	142	383	1,87	570	205
Ativo	6 ϕ 6	118,92	1741	10	2048	202

Fonte: Adaptado de Yang e Mun (2013)

Figura 5.3 – Detalhes e geometria e arranjo das armaduras das lajes com protensão não-aderentes



Fonte: Yang *et al.* (2013b)

Observa-se no primeiro momento o uso de armadura de fretagem junto aos apoios, em comparação com as lajes com protensão aderente (pré-tração), em virtude da preocupação com a ruptura por fendilhamento do concreto. No entanto, observa-se um melhor aproveitamento com o uso de uma excentricidade maior nos cabos de protensão.

O autor relata que ensaiou uma laje sem armadura passiva, no entanto apresentou ruptura frágil, nos estágios iniciais de carregamento. Tal verificação corrobora com a necessidade de armaduras passivas mínimas junto às estruturas com protensão não-aderentes.

A Tabela 5.7 traz os dados dos ensaios das lajes com protensão não-aderentes usando concreto leve de Yang *et al.* (2013b). O concreto é o mesmo utilizado nos trabalhos de Yang *et al.* (2013a) e Yang e Mun (2013), com densidade da ordem de 1.770 kg/m³ e resistência à compressão de 30 MPa. As armaduras passivas e ativas possuem as mesmas características dos ensaios anteriores. Foram identificadas e medidas as cargas que causaram a fissuração da peça e a carga máxima alcançada no ensaio experimental.

Tabela 5.7 – Detalhes dos protótipos e resultados experimentais de Yang *et al.* (2013b)

Lajes	Ensaio	Perfil cabo	Vão (mm)	L_s (mm)	A_p (mm ²)	f_{pe}/f_{pu}	A_s (mm ²)	f_c (MPa)	P_n (kN)	P_n (kN)	ε_{cu} (‰)
2-S15	4P		1500	500		0,67		29,1	42,12	95,76	3,9
2-S35	4P	—	3500	1165		0,66		32,64	19,52	42,32	3,7
2-S55	4P		5500	1830		0,67		30,24	10,2	26,55	3,7
2-H15	4P		1500	500		0,67		29,1	43,54	102,86	3,9
2-H35	4P	⌞	3500	1165		0,67		31,74	22,0	44,67	3,7
2-H55	4P		5500	1830	118,92	0,67	142	30,24	10,8	27,66	3,7
1-S15	3P		1500	750		0,67		25,8	35,2	57,72	4,0
1-S35	3P	—	3500	1750		0,66		32,64	14,7	25,84	3,6
1-S55	3P		5500	2750		0,67		29,89	6,1	15,39	3,5
1-H15	3P		1500	750		0,66		29,1	37,7	67,68	3,9
1-H35	3P	⌞	3500	1750		0,65		32,64	15,9	32,01	4,2
1-H55	3P		5500	2750		0,68		30,24	7,8	16,84	4,1

Fonte: Adaptado de Yang *et al.* (2013b)

Dos resultados experimentais, observa-se que a deformação última do concreto ε_{cu} na compressão foi na média da ordem de 3,8‰, valor superior ao encontrado por Yang *et al.* (2013a), com os valores da ordem de 3,2‰. No entanto, na presente avaliação analítica foi usado o modelo proposto pelo Eurocode 2:2004 de 3,5 ‰ (0,4 + 0,6 ρ /2200).

Na previsão do momento de fissuração das peças foi avaliado a tensão à tração do concreto pelos modelos do ACI 318:2019 e do Eurocode 2:2004, variando a análise na consideração da seção bruta e da seção homogeneizada (que leva em conta a presença das armaduras passivas). A Tabela 5.8 traz os resultados comparativos das previsões analíticas e a razão entre os resultados experimentais e previsões analíticas para as vigas e lajes analisadas.

Diante os resultados, observa-se que para as vigas a análise usando modelos de previsão do Eurocode 2:2004, associada a homogeneização da seção, trouxe resultados analíticos mais próximos aos experimentais, com razão (Exp./Analítico) média de 1,08 e desvio-padrão de 0,09. Enquanto o modelo do ACI 318:2019, considerando seção bruta levou ao resultado da razão média e desvio padrão de 1,14 e 0,09, respectivamente. Dessa forma, o modelo foi razoável na avaliação do momento de fissuração para as vigas.

Tabela 5.8 - Comparação entre resultados experimentais e analíticos para o momento de fissuração

Vigas (10)	Momento de fissuração (kNm) (1)	Previsão (kNm)				Experimental/Teórico			
		ACI 318		Eurocode 2					
		Bruta (2)	Homog. (3)	Bruta (4)	Homog. (5)	(1)/(2)	(1)/(3)	(1)/(4)	(1)/(5)
G1-0.5	26,8	25,07	25,37	25,35	25,66	1,07	1,06	1,06	1,04
G1-1.0	25,7	24,74	25,34	25,03	25,64	1,04	1,01	1,03	1,00
G1-1.5	26,6	24,93	25,84	25,31	26,25	1,07	1,03	1,05	1,01
G1-2.0	29,8	25,14	26,34	25,52	26,77	1,19	1,13	1,17	1,11
G2-0.4	24,8	19,95	25,34	20,36	20,98	1,24	0,98	1,22	1,18
G2-0.5	27,4	21,72	22,60	21,95	22,85	1,26	1,21	1,25	1,20
G2-0.7	32,5	27,24	28,15	27,61	28,56	1,19	1,15	1,18	1,14
G3-0.02	13,1	13,10	13,96	13,52	14,42	1,00	0,94	0,97	0,91
G3-0.106	30,4	27,43	28,34	27,74	28,68	1,11	1,07	1,10	1,06
G3-0.286	70,0	58,84	59,88	59,19	60,27	1,19	1,17	1,18	1,16
Média =						1,14	1,08	1,12	1,08
Desvio-padrão =						0,09	0,09	0,09	0,09
Lajes (12)									
2-S15	10,53	13,34	13,38	13,46	13,51	0,79	0,79	0,78	0,78
2-S35	11,37	13,45	13,50	13,66	13,71	0,85	0,84	0,83	0,83
2-S55	9,33	13,41	13,46	13,56	13,71	0,70	0,69	0,69	0,68
2-H15	10,89	13,27	13,31	13,39	13,71	0,82	0,82	0,81	0,79
2-H35	12,82	13,54	13,58	13,72	13,71	0,95	0,94	0,93	0,93
2-H55	9,88	13,39	13,43	13,54	13,71	0,74	0,74	0,73	0,72
1-S15	13,21	12,95	12,99	12,99	13,71	1,02	1,02	1,02	0,96
1-S35	12,85	13,54	13,58	13,75	13,71	0,95	0,95	0,93	0,94
1-S55	8,40	13,36	13,41	13,50	13,71	0,63	0,63	0,62	0,61
1-H15	14,14	13,17	13,21	13,29	13,71	1,07	1,07	1,06	1,03
1-H35	13,38	13,25	13,30	13,46	13,71	1,01	1,01	0,99	0,98
1-H55	10,73	12,37	12,38	12,47	13,71	0,87	0,87	0,86	0,78
Média =						0,87	0,86	0,86	0,84
Desvio-padrão =						0,14	0,14	0,14	0,13

Fonte: Adaptado de Yang *et al.* (2013b)

Para as lajes, as previsões do momento de fissuração apresentaram resultados menos próximos aos resultados experimentais (razão média 0,86). O modelo do ACI 318:2019 apresentou resultados um pouco melhores na previsão da resistência à tração do concreto e consideração da inércia bruta, e menor razão (Exp./Analítico) para o modelo Eurocode 2:2004 com seção homogeneizada, contrariando os resultados da análise anterior.

Ao analisar a diminuição da tensão à tração do concreto, para valores inferiores com $f_{ctk,inf} = 0,7 f_{ctm}$, conforme recomendação da ABNT NBR 6118:2023 para concretos de peso normal, os valores ficam mais próximos, com a razão da ordem de 0,93 e desvio-padrão de 0,15. Nessa ideia, a análise das vigas foi feita considerando o limite superior da tensão de tração do concreto $f_{ctk,sup} = 1,3 f_{ctm}$, os valores da razão alcançadas são da ordem de 1,01 e 0,97, na consideração da inércia bruta e homogeneizada. Desse modo, dado a variação da resistência à tração do concreto estimado com base na resistência à compressão do concreto, a análise considerando essa variação mostra que os resultados ficam mais próximos aos experimentais.

Para a avaliação da capacidade última das peças foram estimados três itens: a) o acréscimo de tensão na armadura de protensão Δf_{ps} ; b) a tensão última na armadura de protensão f_{ps} e, por fim, c) o momento último da seção $M_{ult.}$. Para isso, foram avaliados o acréscimo de tensão da armadura por cinco abordagens, anteriormente apresentadas nas Tabela 4.1 e Tabela 4.2, sendo elas:

- ACI 318:2019;
- AASHTO LRFD:2017
- Regressão de Zheng e Wang (2010)
- Alqam, Alkhairi e Naaman (2020)
 - a) Limite de $f_{ps} \leq f_{py}$
 - b) Limite f_{ps} dado pela Eq. 5.4:

$$f_{pu} = f_{pe} + \Delta f_{pu} \leq \frac{f_{py} + f_{pt}}{2} \quad (5.4)$$

Os modelos de previsão da tensão última das armaduras, usualmente limitam a tensão última na armadura de protensão até o seu limite de escoamento f_{py} . No entanto, observa-se pelos ensaios que essa tensão pode ser superada e que as normas visam ser

mais conservadoras. De modo a avaliar o efeito da consideração de tensão maior, foi admitido atingir a tensão última, dada pela média entre tensão de escoamento e tensão última máxima de ruptura do aço de protensão. Essa proposta foi feita por Yang *et al.* (2013b) - Eq. 54.

As Tabela 5.9, Tabela 5.10 e Tabela 5.11 apresentam os resultados para Δf_{pu} , f_{pu} e $M_{ult.}$, respectivamente, para as vigas de Yang e Mun (2013) no primeiro bloco, e para as lajes de Yang *et al.* (2013b), no segundo bloco.

Tabela 5.9 - Comparação entre resultados experimentais e analíticos para o acréscimo de tensão na armadura de protensão Δf_{pu}

Vigas	Δf_{ps} (MPa) (1)	Previsões (MPa)					Experimental/Teórico				
		ACI 318 (2)	AASHTO (3)	Zheng e Wang (2010) (4)	Alqam <i>et al.</i> (2020) (5a)	Alqam <i>et al.</i> (2020) (5b)	(1) (2)	(1) (3)	(1) (4)	(1) (5a)	(1) (5b)
G1-0.5	679,5	272,5	214,9	581,3	491,6	624,5	2,49	3,16	1,17	1,38	1,09
G1-1.0	620,9	272,5	209,4	581,3	511,9	645,5	2,28	2,97	1,07	1,21	0,96
G1-1.5	550,9	272,5	206,7	571,8	511,9	645,5	2,02	2,67	0,96	1,08	0,85
G1-2.0	524,3	283,6	200,7	566,4	491,6	624,5	1,85	2,61	0,93	1,07	0,84
G2-0.4	862,0	283,6	220,2	555,1	922,0	988,3	3,04	3,91	1,55	0,93	0,87
G2-0.5	736,0	288,5	205,5	599,7	737,3	769,6	2,55	3,58	1,23	1,00	0,96
G2-0.7	456,0	266,2	203,5	570,8	327,8	460,5	1,71	2,24	0,80	1,39	0,99
G3-0.02	759,0	282,9	243,7	556,3	491,6	624,5	2,68	3,11	1,36	1,54	1,22
G3-0.106	511,9	420,0	182,4	616,1	511,9	579,3	1,22	2,81	0,83	1,00	0,88
G3-0.286	317,0	228,1	101,2	541,9	237,5	237,5	1,39	3,13	0,58	1,33	1,33
Média =							2,12	3,02	1,05	1,19	1,00
Desvio-padrão =							0,59	0,48	0,29	0,21	0,17
Lajes											
2-S15	437,8	216,8	273,1	535,1	385,0	432,3	2,02	1,60	0,82	1,14	1,01
2-S35	472,6	234,7	139,2	550,1	401,4	534,6	2,01	3,40	0,86	1,18	0,88
2-S55	409,5	120,9	139,2	539,9	385,0	514,9	3,39	2,94	0,76	1,06	0,80
2-H15	443,3	216,8	139,2	535,9	395,3	528,5	2,04	3,18	0,83	1,12	0,84
2-H35	477,1	230,1	139,2	545,4	380,9	514,1	2,07	3,43	0,87	1,25	0,93
2-H55	430,2	120,9	139,2	540,2	389,1	515,8	3,56	3,09	0,80	1,11	0,83
1-S15	288,5	200,2	139,2	402,9	233,4	233,4	1,44	2,07	0,72	1,24	1,24
1-S35	246,7	234,7	139,2	393,4	156,5	156,5	1,05	1,77	0,63	1,58	1,58
1-S55	276,8	120,3	139,2	368,4	109,1	109,1	2,30	1,99	0,75	2,54	2,54
1-H15	324,1	216,8	139,2	424,6	260,1	260,1	1,49	2,33	0,76	1,25	1,25
1-H35	273,9	234,7	139,2	396,8	160,1	160,2	1,17	1,97	0,69	1,71	1,71
1-H55	283,3	120,9	139,2	368,2	109,0	109,0	2,34	2,04	0,77	2,60	2,60
Média =							2,07	2,48	0,77	1,48	1,35
Desvio-padrão =							0,78	0,67	0,07	0,54	0,64

Fonte: Elaborado pelo autor

Na proposta de Alqam, Alkhairi e Naaman (2020), a avaliação do bloco de compressão do concreto leve foi feita com as considerações da Eq. 4.37. e aplicando nas equações de previsão, a avaliação da deformação última com base na recomendação do Eurocode 2 (2004).

Observa-se uma boa previsão do acréscimo de tensão pela regressão de Zheng e Wang (2010) para as vigas, dado que foram calibradas para vigas de concreto de peso normal. No entanto, não apresentaram boa acurácia para as lajes. A abordagem do ACI 318:2019 e da AASHTO:2017 mostram conservadorismo na previsão de Δf_{ps} .

As propostas de Alqam, Alkhairi e Naaman (2020) levam a resultados mais próximos do Exp./Analítico. A consideração do limite superior de f_{ps} em (b) possuiu as melhores respostas para as vigas. Nas lajes avaliadas, a diferença já não é tão considerável, e na condição (b) o desvio-padrão da amostra ainda é superior que a consideração (a) com limite de tensão igual a tensão de escoamento. A Tabela 5.10 traz a tensão última alcançada pelas cordoalhas nos ensaios e as estimativas dadas pela soma da tensão efetiva e os acréscimos de tensão calculados.

Interessante analisar que a grande dispersão dos resultados entre as abordagens se dilui na avaliação da tensão última, como pode ser notado entre a máxima e mínima razão dos valores experimentais e previstos, tanto nas vigas (0,99 e 1,30) e lajes (1,02 e 1,11), respectivamente, para as abordagens de Alqam, Alkhairi e Naaman (2020) (b) e da ASSTHO (2017). Para as vigas os melhores resultados são para a abordagem de Alqam, Alkhairi e Naaman (2020) (b) e da regressão de Alqam et al. (2020), seguido pela abordagem de Alqam, Alkhairi e Naaman (2020) (a). Nas lajes, foram as abordagens de Alqam, Alkhairi e Naaman (2020) (a) e (b), tendo esse último um menor desvio-padrão.

A Tabela 5.11 traz as estimativas para os momentos últimos.

Tabela 5.10 - Comparação entre resultados experimentais e analíticos para a tensão última na armadura de protensão

Vigas	f_{ps} (MPa) (1)	Previsões (MPa)					Experimental/Teórico				
		ACI 318 (2)	AASHTO (3)	Zheng e Wang (2010) (4)	Alqam <i>et al.</i> (2020) (5a)	Alqam <i>et al.</i> (2020) (5b)	(1) (2)	(1) (3)	(1) (4)	(1) (5a)	(1) (5b)
G1-0.5	1949,3	1.542,5	1.484,9	1.851,3	1.761,6	1.894,5	1,26	1,31	1,05	1,11	1,03
G1-1.0	1870,2	1.542,5	1.458,4	1.851,3	1.760,9	1.894,5	1,21	1,28	1,01	1,06	0,99
G1-1.5	1800,2	1.521,5	1.455,7	1.820,8	1.760,9	1.894,5	1,18	1,24	0,99	1,02	0,95
G1-2.0	1794,1	1.532,6	1.470,7	1.815,4	1.761,6	1.894,5	1,17	1,22	0,99	1,02	0,95
G2-0.4	1701,7	1.553,6	1.060,2	1.825,1	1.762,0	1.828,31	1,10	1,61	0,93	0,97	0,93
G2-0.5	1760,0	1.128,5	1.235,5	1.439,7	1.761,3	1.793,56	1,56	1,42	1,22	1,00	0,98
G2-0.7	1889,6	1.290,2	1.643,1	1.605,8	1.761,8	1.894,5	1,46	1,15	1,18	1,07	1,00
G3-0.02	2028,8	1.716,9	1.513,7	2.000,5	1.761,6	1.894,5	1,18	1,34	1,01	1,15	1,07
G3-0.106	1761,2	1.690,0	1.431,4	1.886,1	1.760,9	1.828,31	1,04	1,23	0,93	1,00	0,96
G3-0.286	1443,4	1.477,1	1.227,2	1.790,9	1.363,5	1.363,51	0,98	1,18	0,81	1,06	1,06
Média =							1,22	1,30	1,01	1,05	0,99
Desvio-padrão =							0,18	0,13	0,12	0,06	0,05
Lajes											
2-S15	1809,1	1.593,1	1.649,4	1.911,4	1.761,3	1.808,6	1,14	1,10	0,95	1,03	1,00
2-S35	1775,5	1.594,6	1.499,1	1.910,0	1.761,3	1.894,5	1,11	1,18	0,93	1,01	0,94
2-S55	1781,8	1.497,2	1.466,9	1.916,2	1.761,3	1.891,2	1,19	1,21	0,93	1,01	0,94
2-H15	1809,7	1.582,8	1.639,3	1.901,9	1.761,3	1.894,5	1,14	1,10	0,95	1,03	0,96
2-H35	1800,9	1.610,5	1.518,5	1.925,8	1.761,3	1.894,5	1,12	1,19	0,94	1,02	0,95
2-H55	1779,4	1.493,1	1.462,8	1.912,4	1.761,3	1.888,0	1,19	1,22	0,93	1,01	0,94
1-S15	1638,6	1.551,9	1.613,0	1.754,6	1.585,1	1.585,1	1,06	1,02	0,93	1,03	1,03
1-S35	1651,9	1.606,9	1.511,3	1.765,6	1.528,7	1.528,7	1,03	1,09	0,94	1,08	1,08
1-S55	1633,0	1.492,5	1.462,6	1.740,6	1.481,3	1.481,3	1,09	1,12	0,94	1,10	1,10
1-H15	1683,4	1.568,5	1.625,4	1.776,3	1.611,8	1.611,8	1,07	1,04	0,95	1,04	1,04
1-H35	1651,9	1.565,9	1.470,7	1.728,0	1.491,3	1.491,4	1,05	1,12	0,96	1,11	1,11
1-H55	1709,3	1.513,5	1.483,1	1.760,8	1.501,6	1.501,6	1,13	1,15	0,97	1,14	1,14
Média =							1,11	1,13	0,94	1,05	1,02
Desvio-padrão =							0,05	0,07	0,01	0,04	0,07

Fonte: Elaborado pelo autor

Na previsão da capacidade resistente à flexão, os melhores resultados foram para as abordagens de Alqam, Alkhairi e Naaman (2020) (b) e (a). No entanto, a variação da resposta final da capacidade última entre os modelos é bem menor que na avaliação do acréscimo e da tensão última. Mesmos os modelos do ACI 318:2019 e da AASHTO:2017

apresentam resultados da razão entre Exp./Analítico da ordem de 1,07 e 1,09, com desvios-padrão de 0,07 e 0,08, respectivamente.

Tabela 5.11 - Comparação entre resultados experimentais e analíticos para o momento último

Vigas	M_{exp} (kNm) (1)	Previsões (kNm)					Experimental/Teórico				
		ACI 318 (2)	AASHTO (3)	Zheng e Wang (2010) (4)	Alqam <i>et al.</i> (2020) (5a)	Alqam <i>et al.</i> (2020) (5b)	(1) (2)	(1) (3)	(1) (4)	(1) (5a)	(1) (5b)
G1-0.5	52,0	39,1	38,0	45,0	43,3	45,8	1,33	1,37	1,16	1,20	1,13
G1-1.0	57,3	46,1	44,9	51,7	50,5	53,0	1,24	1,28	1,11	1,13	1,08
G1-1.5	66,1	53,7	52,2	58,9	57,9	60,3	1,23	1,27	1,12	1,14	1,10
G1-2.0	71,4	61,2	59,7	66,1	64,9	67,3	1,17	1,20	1,08	1,10	1,06
G2-0.4	54,8	38,7	37,4	44,7	50,8	52,1	1,42	1,47	1,23	1,08	1,05
G2-0.5	57,7	41,6	40,6	47,6	50,5	58,1	1,39	1,42	1,21	1,14	0,99
G2-0.7	57,8	49,9	48,5	55,2	50,7	60,1	1,16	1,19	1,05	1,14	0,96
G3-0.02	43,3	32,0	31,2	33,0	32,4	33,0	1,35	1,39	1,31	1,34	1,31
G3-0.106	69,8	57,8	56,8	64,5	63,9	65,3	1,21	1,23	1,08	1,09	1,07
G3-0.286	119,1	102,9	101,7	116,9	108,9	108,9	1,16	1,17	1,02	1,09	1,09
Média =							1,26	1,30	1,14	1,15	1,09
Desvio-padrão =							0,11	0,12	0,09	0,08	0,09
Lajes											
2-S15	23,9	22,5	23,1	25,7	24,2	24,7	1,06	1,04	0,93	0,99	0,97
2-S35	24,7	22,7	21,7	25,9	24,4	25,8	1,08	1,13	0,95	1,01	0,96
2-S55	24,3	21,6	21,3	25,8	24,3	25,6	1,12	1,14	0,94	1,00	0,95
2-H15	25,7	22,4	23,0	25,6	24,2	25,5	1,15	1,12	1,01	1,06	1,01
2-H35	26,0	22,8	21,9	26,0	24,4	25,7	1,14	1,19	1,00	1,07	1,01
2-H55	25,3	21,6	21,3	25,8	24,3	25,5	1,17	1,19	0,98	1,04	0,99
1-S15	21,7	21,9	22,5	23,9	22,2	22,2	0,99	0,96	0,91	0,97	0,97
1-S35	22,6	22,9	21,9	24,5	22,0	22,1	0,99	1,03	0,92	1,03	1,03
1-S55	21,2	21,5	21,2	24,1	21,4	21,4	0,98	1,00	0,88	0,99	0,99
1-H15	22,6	22,3	22,8	24,4	22,7	22,7	1,01	0,99	0,93	0,99	0,99
1-H35	25,0	22,4	21,4	24,1	21,7	21,7	1,11	1,16	1,04	1,15	1,15
1-H55	23,2	21,8	21,5	24,3	21,7	21,7	1,06	1,08	0,95	1,07	1,07
Média =							1,07	1,09	0,95	1,03	1,01
Desvio-padrão =							0,07	0,08	0,05	0,05	0,06

Fonte: Elaborado pelo autor

A resposta global de todos os modelos foi satisfatória, dentro da escala de razão Exp./Teórico de (0,85-1,15). O melhor refinamento foi obtido no modelo de Alqam, Alkhairi e Naaman (2020) com a consideração das particularidades do concreto leve, na consideração da estimativa da deformação última e altura do bloco retangular de

compressão, bem como da tensão máxima da cordoalha acima da tensão de escoamento típica definida pelos códigos normativos.

Desse modo, mesmo diante o limitado número de estudos com peças de concreto leve com protensão não-aderente fica verificado a adequação dos modelos nas estimativas teóricas de: a) momento de fissuração que definiu razoavelmente o ponto ao qual a peça deve considerar a presença de fissuras numa avaliação em serviço, por exemplo, sendo seu valor influenciado diretamente com a avaliação da resistência à tração do concreto, que pode apresentar uma variabilidade se estimado através da resistência à compressão; b) os acréscimos de tensão; c) a tensão última das armaduras de protensão e; d) a capacidade resistente última à flexão.

O próximo estudo se refere à avaliação das lajes mistas de aço e concreto.

5.3 Lajes mistas de aço e concreto usando fôrma de aço MF75

O objetivo do presente tópico é realizar a avaliação das lajes mistas de aço e concreto, sobretudo na investigação dos modelos do cisalhamento longitudinal. A análise baseia-se nos resultados experimentais de Melo (1999), Silva (1999) e Gomes (2001). As lajes mistas são formadas pela fôrma de aço incorporada MF75 da Metform, cuja fábrica situava-se na época na cidade de Betim-MG. Destaque que no trabalho de Gomes (2001) foi utilizado concreto leve com agregado do tipo argila expandida. A fôrma de aço incorporada é apresentada em estudos na literatura nacional e pelo seu uso nas obras brasileiras em estruturas mistas de aço e concreto (Metform, 2019).

Os ensaios foram feitos com as fôrmas de aço perfiladas a frio de espessuras de 0,80 mm e 1,25 mm. A Tabela 5.12 traz as dimensões e propriedades geométricas. O perfil é conformado à frio, fabricado com aço especial galvanizado, especificação ZAR-280 e, comercialmente tem sido oferecido nas espessuras 0,80 mm, 0,95 mm e 1,25 mm.

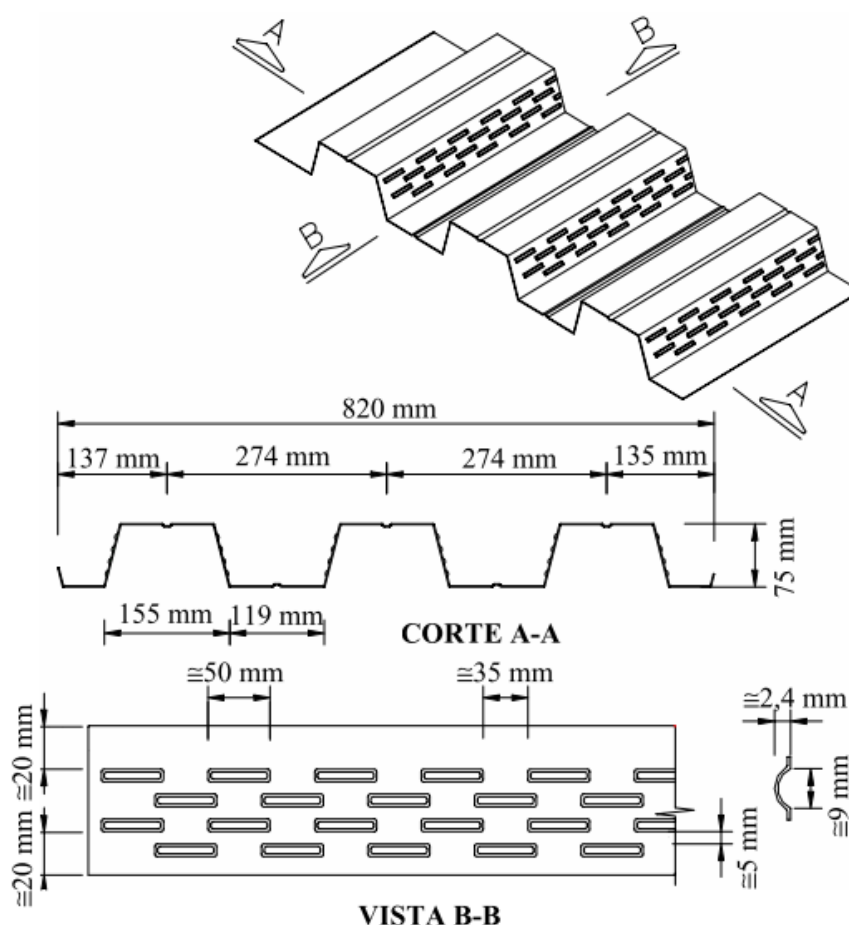
Tabela 5.12 – Dimensões e propriedades geométricas da fôrma de aço MF75 (largura unitária)

Espessura nominal (mm)	Espessura de projeto (mm)	Altura da nervura h (mm)	Peso da fôrma (kg/m ²)	Área de aço A_{sd} (mm ² /mm)	Inércia I_{sd} (mm ⁴ /mm)
0,80	0,76	75	9,37	1.112	1.017.138
1,25	1,21	75	14,63	1.771	1.666.741

Fonte: Adaptado de Melo (1999), Gomes (2001), Metform (2019)

Conforme a Figura 5.4, o perfil trapezoidal possui altura de 75 mm, com a presença de mossas, horizontalizadas, simétricas, de modo a auxiliar no intertravamento mecânico para desenvolvimento da ação composta com o concreto. As mossas são corrugações estampadas nas almas inclinadas do perfil e observa-se a presença dos enrijecedores nas mesas, inferiores e superiores, de modo a aumentar a resistência às instabilidades locais. Tem sido fornecida comercialmente com a largura efetiva de 820 mm.

Figura 5.4 – Perfil da fôrma de aço incorporada do tipo trapezoidal MF75



Fonte: Gomes (2001)

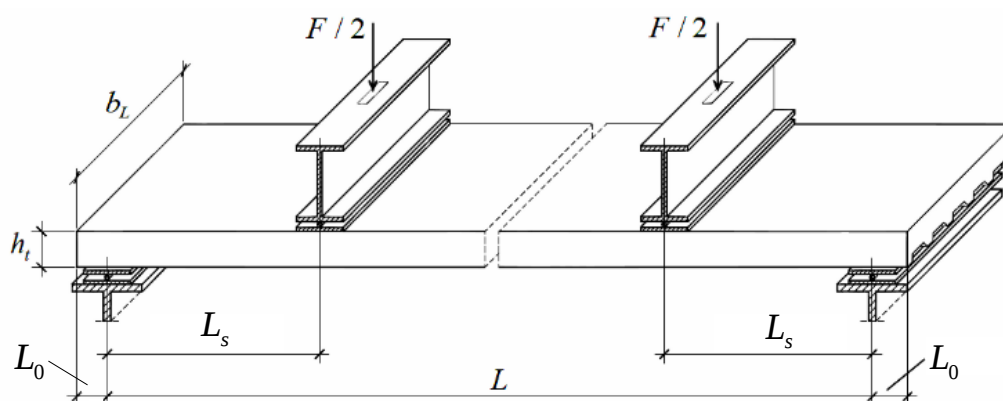
A avaliação das propriedades mecânicas das chapas da fôrma, com especificação ZAR280, indica um mínimo de tensão de escoamento nominal de 280 MPa. Na caracterização das chapas, Melo (1999), Gomes (2001) e Campos (2001) obtiveram os resultados apresentados na Tabela 5.13. Observa-se que a tensão de escoamento das chapas superou da ordem de 24% a especificada e elevada capacidade de alongamento até a ruptura, acima de 30%.

Tabela 5.13 – Propriedades mecânicas da chapa utilizada na fabricação da fôrma de aço MF75

Propriedade mecânicas	t = 0,80 mm			t = 1,25 mm	
	Melo (1999)	Gomes (2001)	Campos (2001)	Melo (1999)	Gomes (2001)
Tensão de escoamento (MPa)	351	347	342	345	360
Limite de resistência (MPa)	385	440	438	396	440
Módulo de elasticidade (MPa)	220.889	199.867	194.187	221.129	228.462
Alongamento até a ruptura (%)	31,2	30,1	32,6	35,3	36,2

Os ensaios experimentais desses autores tiveram como objetivo estabelecer a resistência última ao cisalhamento longitudinal dessas lajes mistas, com protótipos com vãos simplesmente apoiados, submetidos aos ensaios de flexão. A Figura 5.5 traz o esquema de ensaio de flexão à quatro pontos, com definição do comprimento do vão de cisalhamento (L_s).

Figura 5.5 – Esquema de ensaio dos protótipos das lajes mistas



Fonte: Adaptado de Grossi (2016)

O esquema experimental proposto por Melo (1999) que serviu de referência ao de Silva (1999) e Gomes (2001), tomou como base os procedimentos apresentados por Schuster (1984), com a variação do vão de cisalhamento de $L/3$ a $L/6$. Os modelos atuais do Eurocode 2:2004 e da AS/ANS 2327:2017 indicam o uso de vão de cisalhamento de $L/4$.

A Tabela 5.14 e Tabela 5.15 trazem um compilado das características geométricas de um total de trinta e quatro (34) lajes mistas ensaiadas, como o vãos livre de 1.800 mm e 3600 mm, e dados da seção transversal, bem como os resultados da resistência à compressão do concreto e as cargas obtidas nos ensaios para as fôrmas de aço separadas para as duas espessuras de 0,80 mm e 1,25 mm, respectivamente.

Tabela 5.14 – Dados geométricos e resultados das lajes mistas com MF75 (#0,80 mm)

Autor	Lajes (18)	L (mm)	L _s (mm)	B (mm)	H _t (mm)	d _{sd} (mm)	f _c (MPa)	P _u (kN)	P _{ut} (kN)	pp (kPa)	V _{ult} (kN)	V _{ult} (kN/m)
Melo (1999)	1	1800	450	820	133	95,5	29	44,5	48,2	2,27	25,75	31,4
	2	1803	600	820	143	106,0	27,2	37,4	41,1	2,5	22,39	27,3
	3	1803	300	820	153	106,0	32,3	89,8	93,5	2,74	48,79	59,5
	4	1797	300	820	172	135,0	30,4	104,1	107,8	3,21	56,25	68,6
	5	3605	900	820	182	145,0	29,7	22,8	26,5	3,44	18,37	22,4
	6	3597	1500	820	192	155,0	30	15,5	19,2	3,68	15,01	18,3
Silva (1999)	P1SA	1800	600	817	136	98,5	25,3	35,58	40,23	2,41	21,89	26,79
	P2SA	1800	600	826	136	98,5	24,6	35,58	40,23	2,41	22,25	26,94
	P1SC	3600	900	819	176	138,5	24,6	25,8	30,45	3,35	20,16	24,62
	P2SC	3600	900	821	178	140,5	24,9	21,35	26	3,39	18,01	21,94
Gomes (2001)	A1	1800	450	847,5	129,5	92,0	23,9	46,6	50,3	1,5	26,27	31,0
	A2	1800	450	846,5	127,8	90,3	23,9	43	46,7	1,4	24,38	28,8
	B3	1800	600	845	137	99,5	25	34,7	38,4	1,6	20,36	24,1
	B4	1800	600	838	138	100,5	25	35,6	39,3	1,6	20,87	24,9
	E11	3600	900	850	175	137,5	32,4	31,2	34,9	2,3	20,97	24,7
	E12	3600	900	850	175	137,5	32,4	30,8	34,5	2,3	20,77	24,4
	G13	3600	900	822,5	175,1	137,7	25	24,7	28,4	2,3	17,60	21,4
	G14	3600	900	829,5	176,8	139,3	25	24,2	27,9	2,3	17,42	21,0

Tabela 5.15 – Dados geométricos e resultados das lajes mistas com MF75 (#1,25 mm)

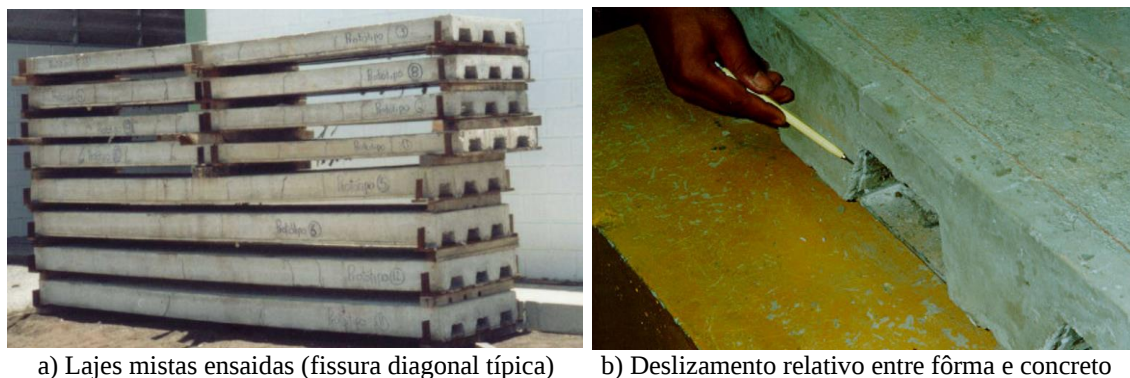
Autor	Lajes (16)	L (mm)	L _s (mm)	B (mm)	H _t (mm)	d _{sd} (mm)	f _c (MPa)	P _u (kN)	P _{ut} (kN)	pp (kPa)	V _{ult} (kN)	V _{ult} (kN/m)
Melo (1999)	7	1800	450	830	129	91,3	29,0	79,2	82,9	2,3	43,16	52
	8	1803	600	830	140	102,3	27,2	67,6	71,3	2,6	37,60	45,3
	9	1803	300	830	151	113,3	32,3	127,2	130,9	2,8	67,56	81,4
	10	1801	300	830	171	133,3	30,4	168,1	171,8	3,3	88,31	106,4
	11	3599	900	830	180	142,3	29,7	43,4	47,1	3,5	28,80	34,7
	12	3609	1500	830	191	153,3	30,0	31,1	34,8	4	23,32	28,1
Silva (1999)	P1SF	1800	450	820	124	86,5	25,3	57,8	62,5	2,2	32,80	40
	P2SF	1800	450	821	123	85,5	24,6	57,8	62,5	2,2	32,84	40,0
	P1SG	3600	900	821	175	137,5	24,6	47,1	51,8	3,4	30,87	37,6
	P2SG	3600	900	821	176	138,5	24,9	48,9	53,6	3,4	31,77	38,7
Gomes (2001)	C5	1800	450	852,5	127,8	90,1	23,5	78,6	82,3	1,4	42,28	49,6
	C6	1800	450	852,5	128,4	90,6	23,4	75,9	79,6	1,4	40,92	48,0
	D7	1800	600	855	138,1	100,4	23,5	63,1	66,8	1,6	34,63	40,5
	D8	1800	600	853	138	100,3	23,5	57,1	60,8	1,6	31,65	37,1
	F11	3600	900	855	175	137,5	23,5	45,1	48,8	2,3	30,60	36,0
	F12	3600	900	855	175	137,5	23,5	52,8	56,5	2,3	31,80	37,4

Legenda: Vão (L); Vão de cisalhamento (L_s); Largura (B); Altura da laje (H_t); Altura útil (d_{sd}); Resistência à compressão do concreto (f_c); Força última aplicada pelo atuador hidráulico (P_u); Força última aplicada pelo macaco somada ao peso dos dispositivos e aparatos de ensaio (P_{ut}); peso próprio da laje (pp); Força de reação vertical máxima do ensaio (V_{ult}) para o ensaio e para a faixa de um metro (kN/m).

Todas as lajes mistas atingiram a sua capacidade última pelo cisalhamento longitudinal, marcado pela ocorrência de significativos deslizamentos relativos entre o aço e concreto e, com aparecimento de fissura diagonal abaixo do ponto de aplicação da carga pelo atuador hidráulico. A Figura 5.6 traz imagens após ensaio experimental dos protótipos de Melo (1999), identificando as fissuras diagonais típicas sobre o ponto de

aplicação da carga (Figura 5.6 a) e os significativos deslizamentos relativos entre a fôrma de aço e concreto, característica da ruptura por cisalhamento longitudinal.

Figura 5.6 – Lajes mistas MF75 ensaiados por Melo (1999)



a) Lajes mistas ensaiadas (fissura diagonal típica)

b) Deslizamento relativo entre fôrma e concreto

Fonte: Melo (1999)

A avaliação da capacidade última do cisalhamento longitudinal através dos métodos m-k e da interação parcial, leva à determinação dos parâmetros m e k e da tensão última de cisalhamento τ_u , respectivamente, sendo únicos para cada tipo e espessura de fôrma de aço.

A reta m-k foi determinada para as duas espessuras da fôrma de aço (0,80 mm e 1,25 mm) com base nos ensaios experimentais (Tabela 5.14 e Tabela 5.15), obtendo a seguintes Eq. 5.5 e Eq. 5.6, respectivamente:

$$\frac{V_u}{bd_{sd}} = 131,63 \cdot \frac{A_{sd}}{bL_s} - 0,0091 \quad (\#0,80mm) \quad (5.5)$$

$$\frac{V_u}{bd_{sd}} = 124,02 \cdot \frac{A_{sd}}{bL_s} + 0,0286 \quad (\#1,25mm) \quad (5.6)$$

As Figura 5.7 e Figura 5.8 apresentam as retas m-k do conjunto de ensaios. Foi traçado retas auxiliares representando uma dispersão de $\pm 10\%$, e observa-se que a reta m-k levando em conta todos os ensaios representou adequadamente a resposta obtida. Do conjunto das lajes mistas, apenas uma laje apresentou uma dispersão acima de 10% (Laje 6 de Melo (1999)), influenciada pelo uso da menor relação vão da laje e do vão de cisalhamento, sendo desprezado esse resultado na determinação da reta m-k.

Figura 5.7 - Equação da reta m-k dos protótipos das lajes com fôrma de aço MF75 (#0,80 mm)

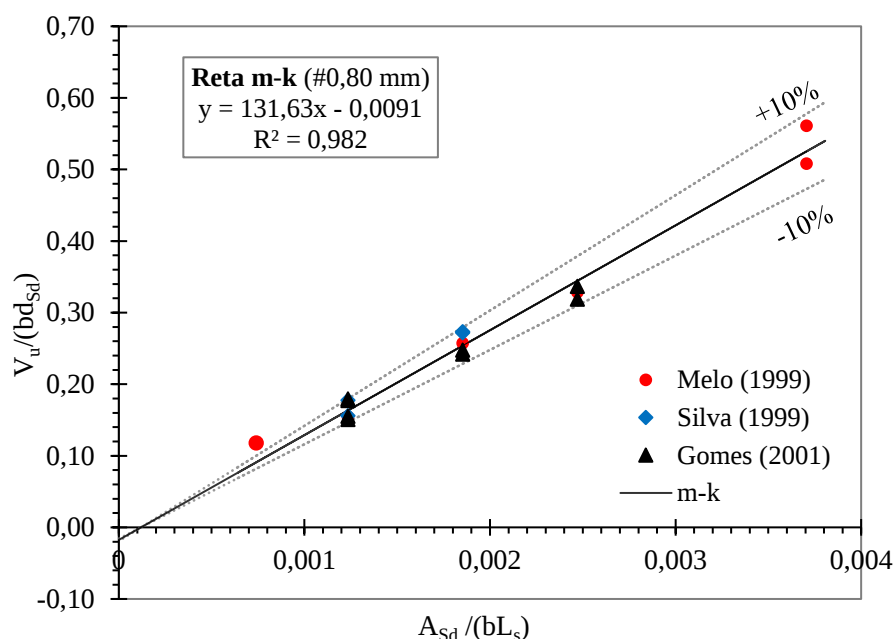
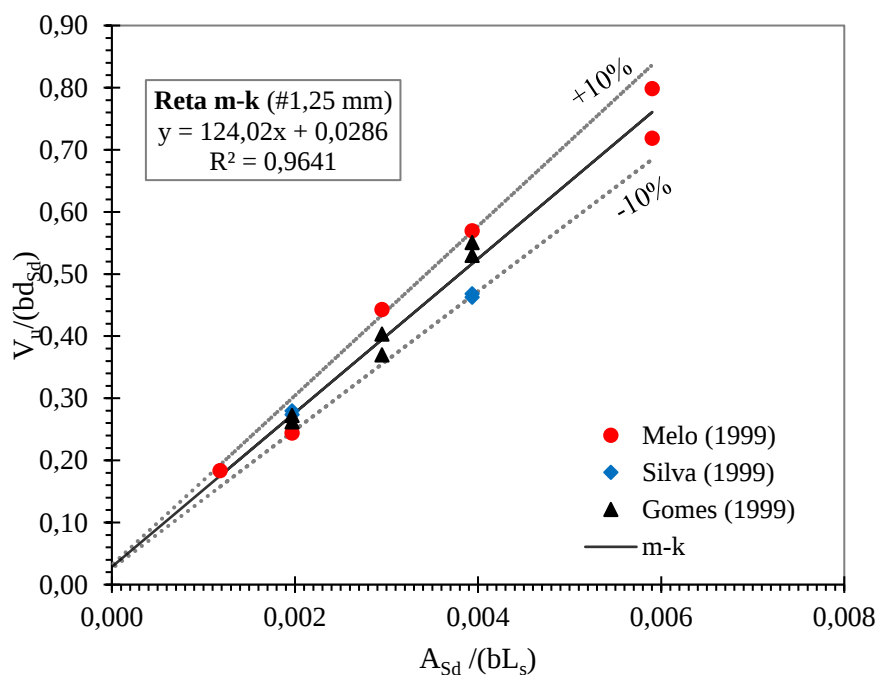


Figura 5.8 - Equação da reta m-k dos protótipos das lajes com fôrma de aço MF75 (#1,25 mm)



Gomes (2001) atentou que as lajes mistas com concreto leve obtiveram resposta semelhante ao cisalhamento longitudinal às lajes mistas de concreto de peso normal, para ambas espessuras das fôrmas. Uma característica importante observada, dada a dispersão comum entre os resultados experimentais do conjunto de lajes analisadas. Desse modo, para as lajes mistas com a fôrma MF75, as retas m-k representaram adequadamente as

lajes com uso de concretos leves. Essas lajes com concreto leve tiveram redução do peso próprio da ordem de 30%.

A determinação da tensão de cisalhamento τ_u pelo método de interação parcial, tomando como base as prescrições do Eurocode 4:2004 (EN-1994-1-1:2004), indica a determinação com base em ensaio de flexão à quatro pontos com vão de cisalhamento $L/4$. Os ensaios realizados pelos autores variaram o vão de cisalhamento. No entanto, com base nesse conjunto de dados, prosseguiu-se no procedimento na determinação de τ_u para as presentes lajes mistas. Mais indicações dessa determinação podem ser vistas em Grossi (2016). Esse valor de τ_u é importante para a caracterização da interface e avaliação da contribuição da fôrma de aço incorporada nas lajes mistas protendidas.

A avaliação do momento da seção considerando interação total partiu do equilíbrio da seção e na avaliação do momento de plastificação da seção. Foi considerada uma análise elástica com tensão máxima de escoamento da seção pelas mesas superiores e inferiores. Os momentos de plastificação determinados são de 10,53 kNm/m e 16,76 kNm/m para as fôrmas MF75, nas espessuras de 0,80 mm e 1,25 mm, respectivamente. Há ainda controversas nessa questão, em função da efetividade da fôrma devido à presença das mossas e tensões residuais da sua conformação. No entanto, parece razoável essa consideração. A avaliação atendeu à exigência de segurança às instabilidades locais foi feita com base no Anexo Q (item 3.1.1.4) da ABNT NBR 8800:2024.

Os resultados da comparação entre o experimental e analítico dos protótipos das lajes mistas são apresentados na Tabela 5.16 a), para as lajes formadas pelas fôrmas de aço de 0,80 mm e na parte da Tabela 5.16 b), para as lajes formadas pelas fôrmas de aço de 1,25 mm. São comparadas os valores com base nas previsões pelo método m-k e pelo método da interação parcial.

Na avaliação da tensão média de cisalhamento $\tau_{u,médio}$ dos protótipos, a dispersão dos resultados foi mais expressiva. Desse modo, os valores considerados muito acima ou muito abaixo da ordem de $\pm 20\%$ foram excluídos da análise, como mostrado esquematicamente na Figura 5.9.

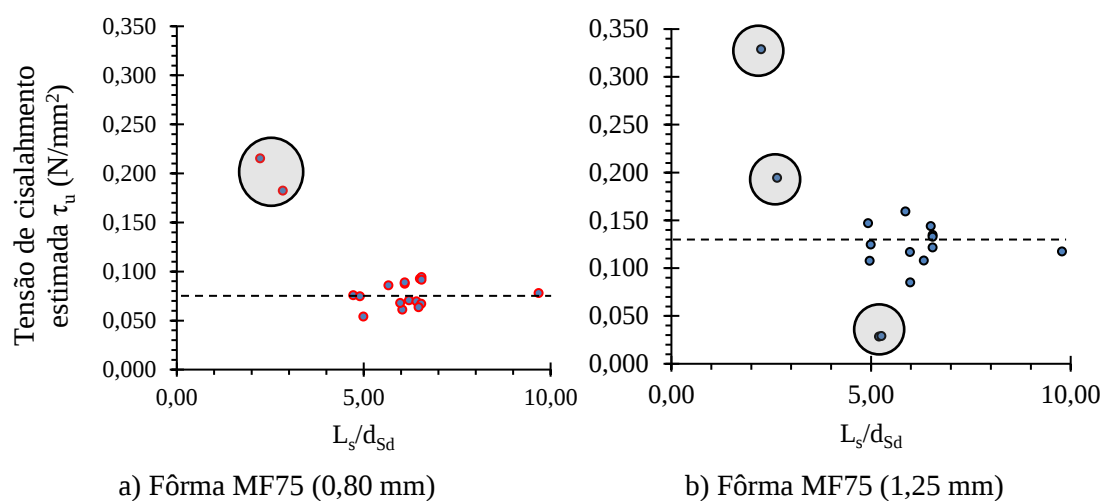
Tabela 5.16 – Previsões analíticas da ruína pelo cisalhamento longitudinal pelos métodos m-k e método da interação parcial (PSC) para lajes mistas MF75

a) Lajes mistas com fôrma de aço com espessura de 0,80 mm							
Método m-k					Método da interação parcial (PSC)		
Autor	Lajes	V _{Exp} (kN/m)	V _{teórico} (kN/m)	Exp./ Teórico	M _{exp} (kNm/m)	M _{teórico} (kNm/m)	Exp./ Teórico
Melo (1999)	1	31,4	33,2	0,95	14,13	14,14	1,00
	2	27,3	27,4	1,00	16,38	15,69	1,04
	3	59,5	55,8	1,07	17,85	13,60	1,31
	4	68,6	71,0	0,97	20,58	14,11	1,46
	5	22,4	24,5	0,91	20,16	20,87	0,97
	6	18,3	15,2	1,21	27,45	26,92	1,02
Silva (1999)	P1SA	26,8	25,6	1,05	16,07	15,34	1,05
	P2SA	26,9	25,3	1,07	16,16	15,33	1,05
	P1SC	24,6	23,5	1,05	22,16	20,40	1,09
	P2SC	21,9	23,7	0,92	19,75	20,54	0,96
Gomes (2001)	A1	31,0	30,9	1,00	13,95	13,99	1,00
	A2	28,8	30,4	0,95	12,96	13,93	0,93
	B3	24,1	24,5	0,97	14,46	15,39	0,94
	B4	24,9	25,4	0,98	14,94	15,44	0,97
	E11	24,7	22,4	1,10	22,23	20,33	1,09
	E12	24,4	22,4	1,09	21,96	20,33	1,08
	G13	21,4	23,2	0,92	19,26	20,38	0,94
	G14	21,0	23,3	0,90	18,90	20,51	0,92
Média =				1,00	Média = 1,00		
Desvio-padrão =				0,06	Desvio-padrão = 0,06		
b) Lajes mistas com fôrma de aço com espessura de 1,25 mm							
Melo (1999)	7	52	47,17	1,10	23,40	22,58	1,04
	8	45,3	40,37	1,12	27,18	25,19	1,08
	9	81,4	86,19	0,94	24,42	21,88	1,12
	10	106,4	101,41	1,05	31,92	22,79	1,40
	11	34,7	38,80	0,89	31,23	33,85	0,92
	12	28,1	26,83	1,05	42,15	43,70	0,96
Silva (1999)	P1SF	40	44,69	0,89	18,00	22,23	0,81
	P2SF	40,0	44,18	0,91	18,00	22,16	0,81
	P1SG	37,6	37,49	1,00	33,84	33,12	1,02
	P2SG	38,7	37,76	1,02	34,83	33,25	1,05
Gomes (1999)	C5	49,6	46,55	1,07	22,32	22,47	0,99
	C6	48,0	46,81	1,03	21,60	22,51	0,96
	D7	40,5	39,62	1,02	24,30	24,99	0,97
	D8	37,1	39,58	0,94	22,26	24,98	0,89
	F11	36	37,49	0,96	32,40	33,09	0,98
	F12	37,4	37,49	1,00	33,66	33,09	1,02
Média =				1,00	Média = 1,00		
Desvio-padrão =				0,07	Desvio-padrão = 0,06		

Notas adicionais:

- **Método m-k:** Eq. 5.5 e 5.6. em valores característicos, para fôrma de aço 0,80 mm e 1,25 mm, respectivamente.
- **Método da interação parcial (PSC):** Tensão de cisalhamento $\tau_{u,médio}$ em valores característicos são iguais a **80 kPa** e **130 kPa**, e desvios-padrão de 10,5 kPa e 27,3 kPa, **respectivamente**, para as fôrmas de aço com espessuras de 0,80 e 1,25 mm.

Figura 5.9 – Dispersão dos valores da tensão última de cisalhamento nas lajes mistas, plotadas em função do vão de cisalhamento e altura útil



Fonte: Elaborado pelo autor

Em ambas as análises os pontos que fogem à tendência são para o vão de cisalhamento curto e a possível relação com a proximidade do apoio e aos efeitos devido à parcela de atrito, que passa a ser parcela significativa e, conseqüentemente, apresentam maior resistência ao cisalhamento longitudinal devido ao atrito. Se considerado o atrito na estimativa de τ_u , vide Equação 37, os valores ficam mais próximos, mais ainda supera o limite de $\pm 20\%$ da média. Nas lajes mistas com fôrma de aço de 1,25 mm, a estimativa da tensão de cisalhamento para o conjunto de duas lajes de Silva (1999) apresentadas por Gomes (2001), levou a valores bem inferiores e, por isso, foram desprezados. Os autores não indicam qualquer consideração a respeito de algum problema no ensaio ou afim.

A recomendação para projeto para o método da interação parcial é adotar o valor mínimo de τ_u para a determinação da resistência ao cisalhamento longitudinal $\tau_{u,Rd}$ (Souza Neto, 2001; Eurocode 4:2004) ou os valores com base no modelo estatístico com quantil de 5%, conforme indicado pela AS/ANS 2327:2017.

Como uma revisão geral, tanto as previsões pelo método m-k para a força cortante de cisalhamento ou do momento fletor resistente pelo método da interação parcial tiveram razões entre os valores experimentais e desvio-padrão semelhantes, da ordem de 1,00 e 0,06, respectivamente. Nota-se que para casos com maior vão de cisalhamento, o método

m-k não trouxe resultados adequados na previsão (Laje 6), enquanto método PSC foi capaz. Situação oposta com pequenos vãos, já levam a boas previsões para o método m-k e respostas inadequadas ao método PSC, verificadas principalmente para as lajes MF75 de 0,80 mm.

Destaca-se que o método m-k é considerado o padrão internacionalmente aceito para cálculo dessa força cortante longitudinal resistente, presente nos vários modelos às lajes mistas (ANSI/ASCE 3-91, NBR 8800, Eurocode 2, AS/NZS 2327, CSSBI S3, etc). O método é o mais utilizado por diversos fabricantes na criação de tabelas bases para verificação da capacidade última. Tem sido indicado principalmente para as lajes de comportamento frágil e dúctil e para médios e pequenos vãos, e não é normalizado quanto a levar em consideração a incorporação de reforços com armaduras e conectores de extremidade.

O método da interação parcial (PSC) está ligado diretamente à determinação do momento resistente da seção, cuja resistência ao cisalhamento longitudinal é função principalmente da resistência mecânica fornecida pelas mossas e observa-se que pode levar a resultados conservadores para lajes com pequenos vãos e mais adequados ao projeto com grandes vãos (comuns para lajes protendidas), pela menor influência da resistência devida ao atrito nos apoios das lajes. Além disso, por descrever o comportamento físico das lajes, permite incorporar as parcelas de contribuição do uso de conectores e, sobretudo da contribuição das armaduras passivas e, principalmente das armaduras ativas, alvo de estudo da presente tese.

5.4 Lajes mistas protendidas (protensão aderente)

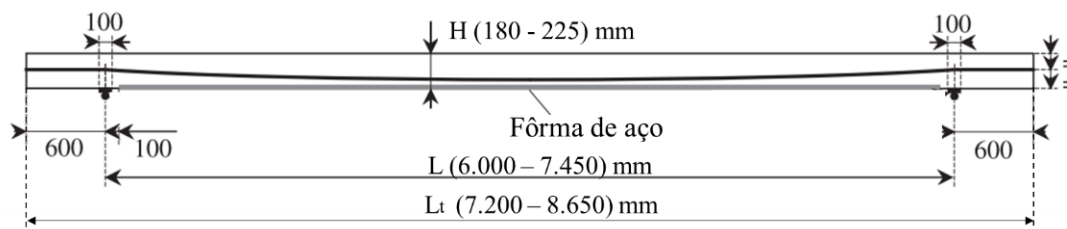
O objetivo desse estudo é avaliar as lajes mistas protendidas (protensão aderente posterior) de Ranzi et al. (2013a) e Ranzi e Ostinelli (2017) na avaliação da capacidade resistente de um conjunto de oito (8) lajes ensaiadas experimentalmente, considerando ruína por flexão associada ao cisalhamento longitudinal. As lajes mistas são formadas por fôrma de aço do tipo reentrante, concreto de densidade normal e protensão do tipo pós-tração com aderência posterior com traçado parabólico, na condição simplesmente apoiadas. Esse conjunto de ensaios é o mais próximo encontrado da presente proposta desta tese, envolvendo suficiência de dados e sistema [laje mista + protensão].

A capacidade última do sistema foi feita com base nas seguintes hipóteses:

- Consideração de interação total e parcial do sistema fôrma de aço e concreto;
- Sobre a consideração da contribuição da fôrma de aço: método da interação parcial com abordagem simplificada do AS/ANS 2327:2017e pela proposta do método geral, na interação $M_{PSC} \times N_{PSC}$ proposto para a fôrma de aço;
- Sobre a avaliação da tensão última na armadura ativa aderente f_{pu} : por compatibilidade de deformações e por método simplificado.

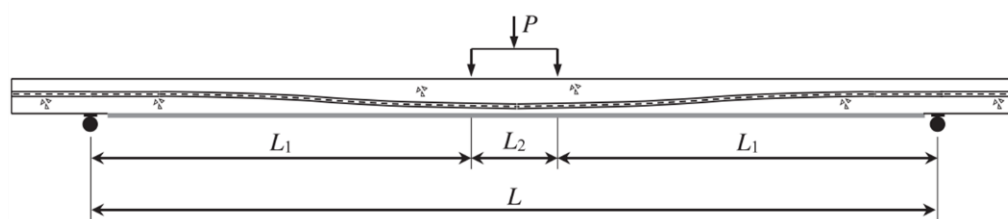
A Figura 5.10 a) apresenta o esquema de ensaio das lajes mistas com protensão aderentes. Foram avaliadas seis lajes com vão livre de 6.000 mm com espessura total 180 mm e outras duas com 7.450 mm, com espessura de 225 mm. A laje possuía ainda mais 600 mm de cada lado, indicada pelos autores a minimizar a influência das ancoragens de protensão sobre o comprimento do vão (Ranzi e Ostinelli, 2017). O esquema de carregamento foi de flexão à 4 pontos, onde se variou o comprimento do vão de cisalhamento L_1 , conforme Figura 5.10 e 5.11).

Figura 5.10 – Esquema de ensaio dos protótipos das lajes mistas com protensão aderente



Esquema e dados das lajes avaliadas experimentalmente

Figura 5.11 – Esquema de ensaio dos protótipos das lajes mistas com protensão aderente



Esquema de aplicação dos carregamentos no ensaio de flexão

Fonte: Ranzi e Ostinelli (2017)

A seção da laje é formada por fôrma do tipo reentrante (tipo *clip-pan*), por três telhas-fôrmas, formando a largura de 900 mm, concreto de peso normal e as armaduras de protensão em cordoalhas de 12.7 mm, ilustrados na Figura 5.12. As propriedades geométricas da fôrma de aço são resumidas na Tabela 5.17.

Figura 5.12 – Seção transversal típicas das lajes mistas protendidas

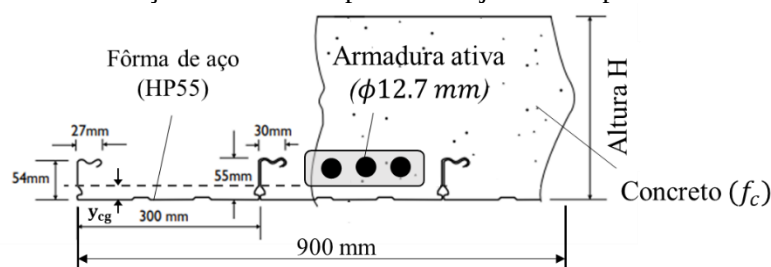
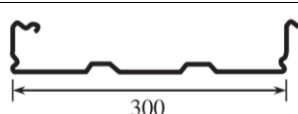


Tabela 5.17 – Dimensões e propriedades geométricas da fôrma de aço HP 55 dos protótipos

Fôrma de aço Condeck HP55	Espessura da fôrma (mm)	Altura da fôrma h (mm)	Posição do centroide (mm)	Peso da fôrma (kg/m ²)	Área de Aço A _{Sd} (mm ² /m)	Inércia I _{Sd} (mm ⁴ /m)
	1,00	55	15,41	12,7	1.620	647.000
Nota: Tensão última de cisalhamento da interface de $\tau_u = 210 \text{ kPa}$						

Fonte: Ranzi e Ostinelli (2017)

A fôrma de aço possui tensão de escoamento da ordem de 600 MPa, bem superior ao aço das lajes mistas tratadas na Seção 6.3 anterior. Os ensaios foram realizados na Austrália. A Tabela 5.18 resume as propriedades mecânicas da fôrma de aço e do aço de protensão, esse último possui características similares que remetem à especificação do aço de protensão CP190, de fabricação nacional.

Tabela 5.18 – Propriedades mecânicas da fôrma de aço e do aço de protensão

Aço	Tipo ou Diâmetro (mm)	Área total (mm ²)	Resistência ao escoamento (MPa)	Deformação de escoamento (%)	Resistência última (MPa)	Módulo de elasticidade (GPa)
Fôrma de aço	HP55	1458	601	3,07 (*)	629	196
Ativo	φ12.7	98,6	1.533	7,67 (*)	1870	200

Nota: (*) Os valores foram estimados pela curva tensão x deformação no trecho linear.

As Figura 5.13 e Figura 5.14 ilustram o ensaio de flexão das lajes, que segundo os autores atingiu sua capacidade máxima com esmagamento do concreto e deslizamentos relativos significativos entre fôrma de aço e o concreto (Figura 5.13 b e Figura 5.14 b). As flechas atingiram valores significativos, conforme pode ser observados no ensaio (Figura 5.13) e na curva momento $\times$ flechas da Figura 5.14 a.

Figura 5.13 – Ensaio de avaliação da capacidade última das lajes mistas protendidas (aderentes)

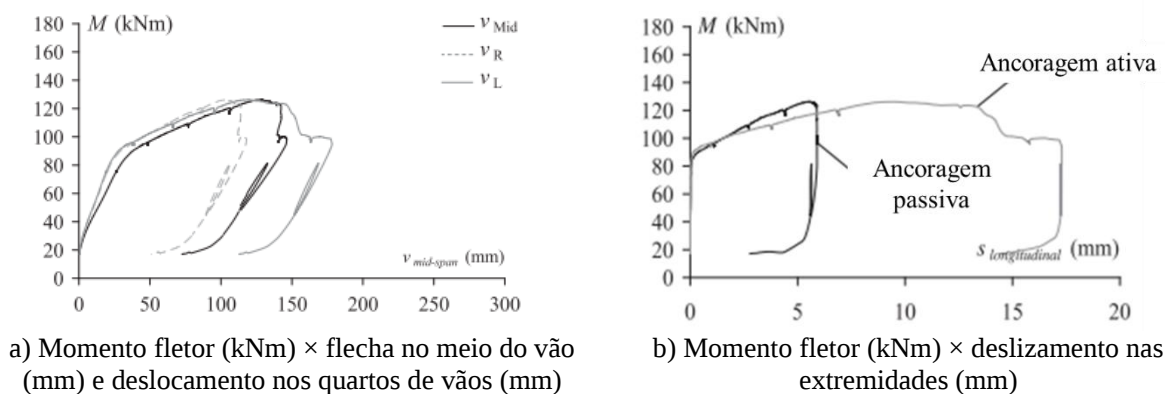


a) Laje mista no ensaio de flexão

b) Detalhe dos deslizamentos relativos

Fonte: Ranzi e Ostinelli (2017)

Figura 5.14 – Curva típica de momento fletor $\times$ flechas e deslizamentos relativos nas extremidades (Laje S2)



Fonte: Ranzi e Ostinelli (2017)

O conjunto de informações geométricas das lajes, a resistência do concreto, quantidade de cordoalhas dispostas na seção das lajes e altura útil das armaduras de protensão (avaliada após o ensaio, com corte da seção ao meio do vão), bem como as cargas últimas e o momento fletor último alcançado são apresentados na Tabela 5.19.

Tabela 5.19 – Detalhes dos protótipos ensaiados e resultados experimentais das lajes mistas protendidas (aderentes)

Protótipo	Vão total (mm)	L (mm)	L _{1s} (mm)	B (mm)	H (mm)	f_c (MPa)	Idade t (dias)	Qtd. de cabos	d _p (mm)	Carga última (kN)	Momento último (kNm) (*)
CK1 ^[a]	7.200	6.000	2.700	900	180	33,7	40		110	84,2	132,8
CK2 ^[a]	7.200	6.000	2.700	900	180	36,9	240		112	92,9	144,6
S1 ^[b]	7.200	6.000	2.700	880	180	44,9	60	3	123	100,0	152,1
S2 ^[b]	7.200	6.000	1.500	890	180	48,8	120		137	145,4	124,2
S3 ^[b]	7.200	6.000	2.700	880	180	44,9	60		130	113,1	170,0
S4 ^[b]	7.200	6.000	2.700	895	180	48,8	120		146	116,7	174,9
S5 ^[b]	8.650	7.450	3.425	900	225	44,9	60	4	175	129,4	250,9
S6 ^[b]	8.650	7.450	3.425	900	225	41,5	28	5	168	138,3	265,9

Notas: [a] Ranzi *et al.* (2013); [b] Ranzi e Ostinelli (2017); (*): Os momentos últimos consideram a carga última (P) do atuador hidráulico somado aos dispositivos de ensaios e o peso próprio.

Com base nessas informações e nas hipóteses do modelo de avaliação da capacidade resistente, foram estimados os momentos últimos das lajes. Considerou-se a flexão e o cisalhamento longitudinal, por meio do método já normalizado pela AS/ANS 2327:2017, apresentado na Seção 4.3 e de nova proposta com método geral $M_{PSC} \times N_{PSC}$, apresentado na Seção 4.6.2, sobretudo nas Equações 74 e 75.

Os autores indicam que cada cabo foi tracionado com uma força inicial correspondente a 156 kN/cabo, que corresponde a 85% da tensão última na ruptura dos cabos. A protensão foi feita em dois estágios: 25% aplicado um dia após a concretagem e o restante (75%) após 7 dias. O módulo de elasticidade do concreto foi estimado com base na recomendação da AS 3600:2016 cuja equação é similar à do ACI 318:2019.

Para a avaliação considerando a compatibilidade de deformações, foram calculadas as deformações iniciais do cabo de protensão e a deformação de descompressão do concreto, onde foi considerado homogeneização da seção, incluindo a contribuição nas rigidezes da fôrma de aço, concreto e armaduras ativas aderentes. Foram estimados o valor médio de 10% para as perdas de protensão, no entanto, numa análise preliminar, observou-se que as perdas tem influência pequena sobre o momento resistente da seção.

A Tabela 5.20 apresenta os resultados e comparação com os valores experimentais. Na primeira coluna são apresentados os momentos últimos experimentais,

na segunda coluna a previsão analítica, considerando interação total entre a fôrma de aço e o concreto e, nas colunas seguintes a consideração da interação parcial pela ruína por cisalhamento longitudinal da interface. O ensaio S2 foi destacado, por possuir o menor vão de cisalhamento e representar adequadamente a importância do vão de cisalhamento na contribuição ao cisalhamento longitudinal na mobilização na resistência da interface da laje.

Tabela 5.20 - Previsões analíticas da capacidade última das lajes mistas com protensão aderente

Lajes	M_{Exp} (kNm)	M_{FSC} (kNm)	Método da AS/NZS 2327		Proposta (M×N) _{PSC}		Exp./teórico				
			Compat.	Eq.	Compat.	Eq.	(1)	(1)	(1)	(1)	(1)
			Deform.	Simpl.	Deform.	Simpl.	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)
	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)					
CK1 ^[a]	132,8	166,9	124,6	125,0	131,2	131,6	0,80	1,07	1,06	1,01	1,01
CK2 ^[a]	144,6	175,7	132,4	133,4	139,3	140,4	0,82	1,09	1,08	1,04	1,03
S1 ^[b]	152,1	180,9	134,2	136,0	141,7	143,5	0,84	1,13	1,12	1,07	1,06
S2^[b]	124,2	190,4	114,8	116,5	119,9	121,6	0,65	1,08	1,07	1,04	1,02
S3 ^[b]	170	184,5	151,9	153,7	159,4	161,3	0,92	1,12	1,11	1,07	1,05
S4 ^[b]	174,9	195,2	149,1	151,4	157,0	159,2	0,90	1,17	1,16	1,11	1,10
S5 ^[b]	250,9	270,5	233,6	237,0	243,9	247,3	0,93	1,07	1,06	1,03	1,01
S6 ^[b]	265,9	283,0	247,6	250,7	257,6	260,8	0,94	1,07	1,06	1,03	1,02
Média =							0,85	1,10	1,09	1,05	1,04
Desvio-padrão =							0,10	0,04	0,03	0,03	0,03

Observa-se que os valores médios considerando interação total (F_{SC}) situam-se em boa concordância, justificado pelos significativo vão de cisalhamento, que mobiliza um maior desenvolvimento de forças de interface ($\tau_u bL_x$). No entanto, fica claro na laje S2, que possui menor vão de cisalhamento que o projeto considerando interação total é contra a segurança. Como nota, as indicações dos modelos do Eurocode 2:2004 e AS/ANS 2327:2017 para o valor do vão de cisalhamento nas lajes simplesmente apoiadas sob carregamento uniformemente distribuído é de $L/4$, como o empregado na Laje S2.

A razão entre os valores experimentais e previstos pelo modelo do AS/ANS 2327:2017, situaram na média de 1,10 e 1,09, com avaliação da tensão última da armadura de protensão por compatibilidade de deformação e pelo método simplificado (Eq. 86), respectivamente. Para a proposta do método geral (M×N)_{PSC}, os resultados foram mais

acurados, com valores de 1,05 e 1,04 na razão entre valores experimentais e analíticos, considerando f_{ps} pela compatibilidade e método simplificado, respectivamente.

De modo a permitir a reprodutibilidade dos valores e trazer as considerações pertinentes da avaliação, apresentam os principais desenvolvimentos de previsão analíticas para a Laje S2 para método da AS/ANS 2327:2017 e Proposta do Método Geral $(M \times N)_{PSC}$, considerando método simplificado na estimativa da tensão última para f_{pu} .

5.4.1 Método da AS/NZS 2327

O momento último resistente $M_{ult.}^+$ da seção do meio do vão submetida aos máximos momentos positivos é determinado pelo equilíbrio, conforme Eqs. 4.20 e conjunto de Eqs. 4.21-4.27, para a Laje S2, onde as parcelas são calculadas conforme procedimento da Seção 4.3:

$$\begin{aligned}
 N_{Sd} &= \min(N_r, N_{FSC}) = 280,4 \text{ kN} \\
 &= \min \begin{cases} N_r = \tau_u \cdot b \cdot L_x = 0,021 \cdot 89 \cdot 150 = 280,4 \text{ kN} \\ N_{FSC} = \min(N_{y,Sd}, N_{c(max)} - N_{p(max)}) = \min \left[(f_{y,Sd} \cdot A_{Sd}), (h_c \cdot b \cdot f_c - f_{pb} \cdot A_p) \right] \\ \quad = \min \left[(14,58 \cdot 60,1), (12,5 \cdot 89 \cdot 4,88 - 2,987 \cdot 187) \right] \\ \quad = \min [876,3; 4870,4] \text{ kN} \end{cases} \\
 N_p &= f_{ps} A_p = 179,6 \cdot 2,958 = 531,2 \text{ kN} \\
 f_{pu} &= f_{ptk} \left[1 - \frac{k_1}{\beta_1} \cdot \left(\frac{c}{d_p} \right) \right] = 1870 \cdot \left[1 - \frac{0,4}{0,708} \cdot \left(\frac{1,92}{13,7} \right) \right] = 1796 \text{ MPa} \leq 1870 \text{ MPa} \\
 k_1 &= 0,4 \rightarrow (f_{py} / f_{pu}) = 1533/1870 = 0,82 < 0,9 \\
 \beta_1 &= 1,05 - 0,007 \cdot f_c = 1,05 - 0,007 \cdot 48,8 = 0,708 \\
 c &= \frac{1}{b \cdot d_p \cdot f_c} \cdot \left[A_p \cdot f_{ps} + \cancel{(A_s - A'_s) \cdot f_y} + N_{Sd} \right] \\
 &= \frac{1}{89 \cdot 13,7 \cdot 4,88} \left[(2,958 \cdot 187) + 280,4 \right] = 1,92 \text{ cm} = 19,2 \text{ mm} \\
 \therefore N_c &= N_{Sd} + N_p = 280,4 + 531,2 = 811,6 \text{ kN}
 \end{aligned}$$

O momento plástico da seção da fôrma de aço isolada foi estimado, com base geometria e tensão de escoamento, com valor de $M_{pa} = 6,048 \text{ kNm}$.

$$M_{pa} = 6,72 \text{ kNm} / m \times 0,90 \text{ m} = 6,048 \text{ kNm} = 604,8 \text{ kNcm}.$$

$$M_{pr} = 1,25M_{pa} \cdot \left(1 - \frac{N_{sd}}{N_{y,sd}}\right) \leq M_{pa} = 1,25 \cdot 6,048 \cdot \left(1 - \frac{280,4}{876,3}\right) = 5,141 \text{ kNm}$$

$$z_c = h - 0,5 \cdot h_1 - e_{sd} + (e_{sd} - e) \cdot \frac{N_{sd}}{N_{y,sd}} = 180 - 0,5 \cdot 19,2 - 15,41 + (15,41 - 15,41) \frac{280,4}{876,3} = 155 \text{ mm}$$

$$z_p = h - d_p - e_{sd} = 180 - 137 - 15,41 = 27,59 \text{ mm}$$

O momento último estimado para a seção da laje S2 é (aplicando a Eq. 4.20):

$$M_{ult.}^+ = N_c z_c - N_p z_p + M_{pr}$$

$$= 811,6 \cdot 15,5 - 531,2 \cdot 27,59 + 604,8 = 11.720 \text{ kNcm} (117,2 \text{ kNm})$$

5.4.2 Proposta Método Geral (M×N)_{PSC}

Estima-se o momento último capaz de promover a formação da rotula plástica na seção crítica pela proposta apresentada na Seção 4.7, no equilíbrio da seção (vide Eq. 4.47). A contribuição do da fôrma de aço incorporada M_{PSC} considerando o cisalhamento longitudinal N_{PSC} é estimado com base na Eq. 4.46. Considera-se ação de curta duração e para comparação com resultados experimentais, despreza-se os confidentes de ponderação.

O expoente α da interação inicialmente proposto por Hang e Nie (2015) é igual a 2, no entanto, esse valor levou a resultados muito superiores, com razão Exp./Teórico da ordem de 0,90. Para $\alpha = 1$, as estimativas recaíram para valores praticamente iguais aos do método simplificado da interação parcial.

O valor de $\alpha = 1,25$ foi arbitrado após s testes na avaliação de todo o conjunto das lajes. Desse modo, para a Laje S2:

$$N_{sd} = \min(N_r, N_{FSC}) = 280,4 \text{ kN}$$

$$N_p = f_{ps} \cdot A_p = 179,6 \cdot 2,958 = 531,2 \text{ kN}$$

$$N_c = N_{sd} + N_p = 280,4 + 531,2 = 811,6 \text{ kN}$$

$$M_{NSC} = M_{pa} = 6,048 \text{ kNm}$$

$$M_{FSC} = f_{y,sd} \cdot A_{sd} \cdot \left(h - e_{sd} - 0,5 \cdot \frac{f_{y,sd} \cdot A_{sd}}{\alpha f_c \cdot b} \right) = 135,4 \text{ kNm}$$

$$\begin{aligned}
 M_{PSC} &= M_{FSC} \left[1 - \left(1 - \frac{M_{NSC}}{M_{FSC}} \right) \cdot \left(1 - \frac{N_{PSC}}{N_{FSC}} \right)^\alpha \right] \\
 &= 131,6 \left[1 - \left(1 - \frac{6,048}{135,4} \right) \cdot \left(1 - \frac{280,4}{876,3} \right)^{1,25} \right] = 55,5 \text{ kNm} = 5.550 \text{ kNcm}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 z_c &= h - e_{sd} - \beta_1 \cdot \left(\frac{N_{PSC} + N_p}{\alpha f_c \cdot b} \right) \\
 &= 18,0 - 1,541 - 0,5 \cdot \left(\frac{811,6}{4,88 \cdot 89} \right) = 15,525 \text{ cm}
 \end{aligned}$$

$$z_p = e_p - e_{sd} = (h - d_p) - e_{sd} = 18 - 13,7 - 1,541 = 2,759 \text{ cm}$$

O momento último M_u é determinado, pelo equilíbrio da seção:

$$\begin{aligned}
 M_u &= (M_{PSC})_{\text{laje mista}} + N_p \cdot (z_c - z_p) \\
 &= 5.550 + 531,2 \cdot (15,525 - 2,759) = 12.281,3 \text{ kNcm} \text{ (122,81 kNm)}
 \end{aligned}$$

O valor experimental na Laje S2 foi de $M_{Exp} = 124,2 \text{ kNm}$, obtido razão Exp./Analítico = 1,01, muito próximo aos valores obtidos analiticamente, em ambos os métodos, conforme Tabela 5.20.

Desse modo, foram avaliados os modelos de previsão da ruína do sistema de lajes mistas com protensão aderente e concreto normal. Foram validadas as hipóteses de cálculo, cujos resultados refletiram em adequadas previsões frente aos resultados experimentais.

6 METODOLOGIA EXPERIMENTAL

Este capítulo apresenta a metodologia experimental empregada à investigação do comportamento em serviço e na ruína de lajes mistas protendidas formadas por fôrmas de aço incorporadas, concreto leve e monocordoalhas engraxadas. Foram conduzidos ensaios de caracterização dos componentes e ensaios de flexão a quatro pontos em seis (06) protótipos, em escala real, três conjuntos de lajes não protendidas e outros três em lajes mistas com protensão. Os protótipos foram produzidos no galpão principal do Laboratório de Estruturas, cujos ensaios foram conduzidos e realizados no Laboratório de Engenharia de Estruturas Prof. Dante Martinelli da Escola de Engenharia de São Carlos – EESC/USP.

A análise experimental consistiu de pelo menos quatro (04) partes principais:

- i) Caracterização geométrica e mecânica dos materiais constituintes: concreto leve, fôrma de aço incorporada, monocordoalhas engraxadas e armaduras passivas; na parte referente ao concreto leve, ainda foi realizado um ensaio exploratório para avaliação da fluência e da retração do concreto leve;
- ii) Estudo do comportamento das lajes mistas durante a fase de protensão e em serviço;
- iii) Estudo do comportamento estrutural das lajes mistas formadas por forma de aço incorporada e concreto leve, na condição simplesmente apoiadas e com continuidade entre apoios, em ensaio de flexão a quatro pontos, até o estágio de ruína;
- iv) Estudo do comportamento estrutural das lajes mistas formadas por forma de aço incorporada e concreto leve e protendidas, na condição simplesmente apoiadas e com continuidade entre apoios, em ensaio de flexão a quatro pontos, até o estágio de ruína.

Dada a complexidade do problema, a avaliação experimental foi considerada imprescindível no entendimento do sistema estrutural, além de fornecer dados e background para adequada caracterização da interface e para as avaliações de modelos analíticos de engenharia propostas.

Foram ensaiadas três lajes mistas (não-protendidas), sendo duas na condição estática simplesmente apoiadas e uma com continuidade entre dois vãos adjacentes.

Igualmente, foram ensaiadas três lajes mistas protendidas, sendo duas na condição estática simplesmente apoiadas e uma com continuidade entre dois vão adjacentes.

6.1 Da caracterização mecânica dos materiais componentes

A caracterização dos materiais inclui a avaliação dos materiais quanto às suas resistências, módulos elásticos e dimensões que formam o sistema estrutural: concreto com agregado leve do tipo argila expandida, fôrma de aço incorporada, armadura ativa (monocordoalhas engraxadas), armaduras passivas (vergalhões).

Sobre o concreto com agregado leve, destacam-se i) estudo de dosagem do concreto leve, e as avaliações na caracterização da ii) resistência mecânica à compressão, iii) tração na flexão e diametral, iv) módulo elástico e curva tensão-deformação, nas diferentes idades de interesse: idade do ato de protensão e na idade do ensaio de flexão.

Consta na avaliação o estudo da resistência à tração uniaxial e módulos elásticos do aço protendido e da fôrma de aço incorporada. Quanto às questões associadas à relaxação do aço de protensão, esses dados serão obtidos pelos seus fabricantes, bem como as características das peças de ancoragens.

6.1.1 Concreto leve

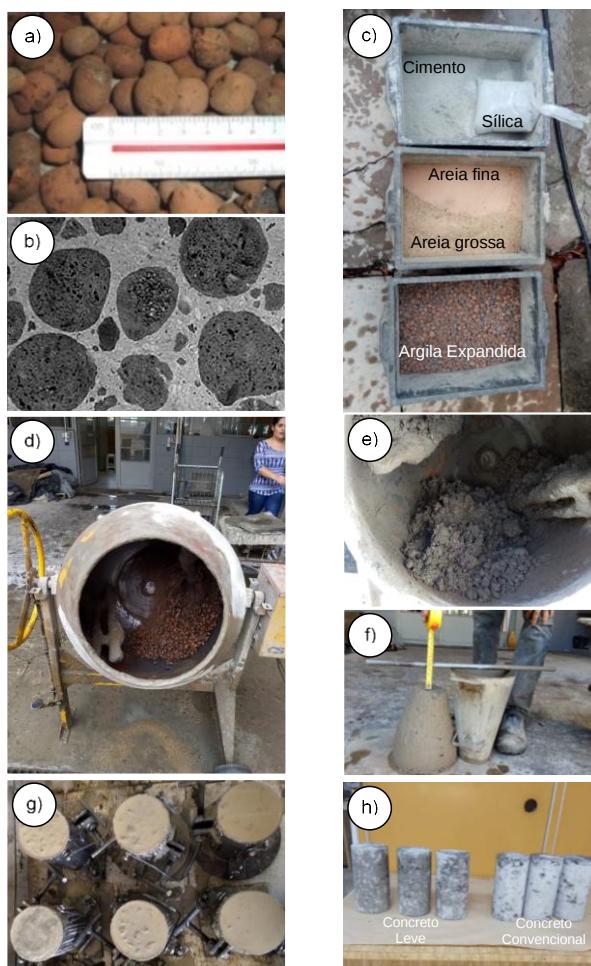
O uso e a produção do concreto leve tiveram sua inspiração mediante um trabalho experimental em grupo realizado durante a disciplina SET5879-4/1 Fundamentos do Concreto Estrutural, sob direção dos professores Dr. Ricardo Carrazedo e Dra. Alessandra L. Castro, do Departamento de Estruturas da Escola de Engenharia de São Carlos.

O desenvolvimento do traço do concreto leve tomou como ponto de partida os estudos desenvolvidos por Rossignolo (2003), de concreto com agregado leve do tipo argila expandida, com massa específica seca do concreto da ordem de 1.500 – 1.600 kg/m³. O agregado graúdo é composto por argila expandida de duas graduações, dimensões de #0500 (1 mm - 5 mm) e de #1506 (6 mm - 15 mm). As argilas expandidas são do tipo Cinexpan Brasil.

As análises preliminares indicaram um concreto leve de resistências médias da ordem de 25 MPa, aos 7 dias e de 30 MPa, aos 28 dias, de modo a possibilitar investigar adequadamente a realização da protensão e aplicação dos carregamentos propostos, respectivamente.

Estudos de dosagens iniciais foram previamente avaliados com os mesmos materiais e traços indicados por Rossignolo (2003), no entanto, devido à pandemia os estudos laboratoriais foram paralisados em decorrência do *lockdown*. Foram avaliados a mistura no estado fresco por meio do abatimento do tronco de cone, e no estado endurecido, com avaliação da resistência à compressão. A Figura 6.1 traz ilustração do estudo e ilustra esquematicamente alguns passos realizados.

Figura 6.1 – Estudo inicial de dosagem do concreto leve



a) Argila expandida; b) Estrutura interna do concreto leve com argila expandida; c) Materiais da composição do traço inicial referência Rossignolo (2003); d) argila expandida na betoneira; e) mistura do concreto leve; f) consistência do concreto através do *slump-test*; g) moldagem dos corpos de prova; h) corpos de prova desmoldados preparados para o ensaio de resistência à compressão.

Fonte: Elaborado pelo autor

O método de mistura adotados segue o utilizado por Rossignolo (2003): i) Cimento + areia + 50% de água; ii) Sílica ativa + superplastificante + 50% de água, e, iii) Agregado leve tipo argila expandida. Com mistura em betoneira, adensamento do tipo vibração por imersão e cura úmida. O índice de consistência foi da ordem de 180 - 250 mm, considerado adequado para moldagem das peças. Foi fixado mediante estudo preliminares, o seguinte traço do concreto leve para as lajes mistas e lajes mistas protendidas da Tabela 6.1. Agregados na condição seca.

Tabela 6.1 - Composição traço do concreto leve

Consumo (kg/m ³)	Cimento CPV ARI^{1*}	Sílica^{2*}	Argila expandida #1506	Argila expandida #0500	Areia fina	Água^{3*}	Aditivo^{4*}
	480	60	280	280	350	243	4,8

Nota 1: Cimento CPV-ARI (Alta resistência inicial) marca Holcim – Ultra rápido.

Nota 2: adição de sílica de 10-15% massa de cimento. Sílica tipo microsílica Elkem Materials.

Nota 3: relação água /aglomerante (cimento + sílica ativa) = 0,45.

Nota 4: aditivo redutor de água tipo 1 - Miraset 63 GCPAT (polifuncional), taxa de 1,0% do cimento.

Fonte: Elaborado pelo autor

Guias de projeto como os americanos ACI 213 R-14:2014 e ACI 211.2-98:2004 ampararam a investigação das propriedades do concreto leve e na validação da dosagem definitiva, que figura dentro das relações aproximadas entre a resistências médias e consumo de cimento de concretos da literatura.

Foram produzidos corpos de provas cilíndricos 10 cm × 20 cm e prismáticos 150 cm × 150 cm × 500 mm, para caracterização por meio dos ensaios de resistência à compressão, tração por compressão diametral e na flexão e módulo elástico.

Foram realizados dois ensaios exploratórios, usando equipamentos do laboratório:

i) ensaio de fluência de um corpo de prova cilíndrico sob carga constante, medidas de 100 mm × 200 mm, em condição ambiente (ambiente não controlado), sob um nível de tensão em torno de 30-40% da tensão de compressão última. Foi utilizado bomba hidráulica junto a um pórtico com apoio em rótula;

ii) retração de um corpo de prova prismático padrão de 75 mm × 75 mm × 285 mm, medido junto relógio medidor comparador de deformação fixo a pórtico.

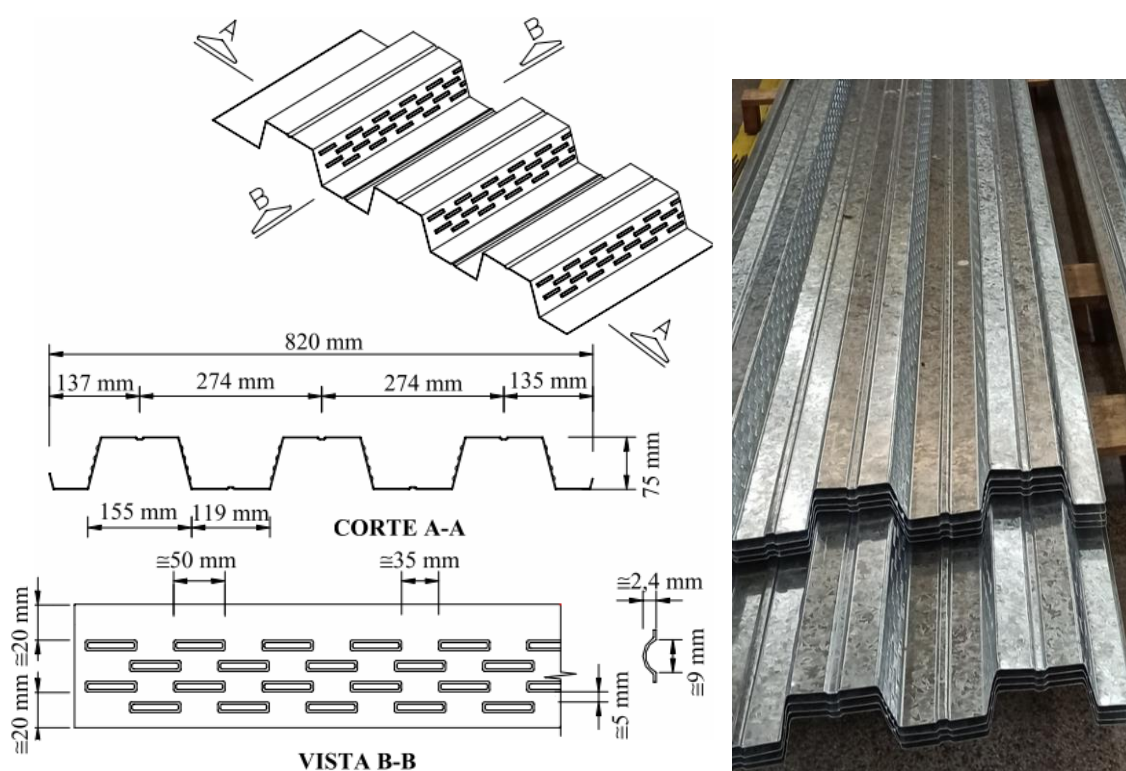
Os ensaios de avaliação dos efeitos diferidos no tempo do concreto leve foram acompanhados por doze semanas, desde a idade da retirada da cura e aplicação do carregamento, até os ensaios de ruína dos protótipos das lajes.

6.1.2 Forma de aço incorporada

Os protótipos foram construídos com a fôrma de aço de perfil trapezoidal, denominada de MF-75, semelhantes a fôrma de aço empregada nos trabalhos de Melo (1999), Silva (1999) e Gomes (2001). Possui espessura nominal de 0,80 mm, espessura efetiva de 0,76 mm, fornecida na época pela empresa Metform.

Ressalta-se que durante a aquisição das fôrmas de aço, o contato foi repassado a nova empresa responsável pelo seu fornecimento, empresa Isoeste Metálica. A seção geométrica e o padrão das mossas da fôrma são mostrados na Figura 6.2. As propriedades geométricas da fôrma são apresentadas na Figura 6.2. Especificação do aço especial galvanizado ZAR-280. Tem sido fornecida comercialmente com a largura efetiva de 820 mm, sendo largura unitária total de aproximadamente 850 mm.

Figura 6.2 – Perfil da fôrma de aço incorporada do tipo trapezoidal MF75



Fonte: Elaborado pelo autor

Tabela 6.2 – Dimensões e propriedades geométricas por unidade da fôrma de aço MF75

Espessura Nominal (mm)	Espessura de Projeto (mm)	Altura da nervura H (mm)	Peso da fôrma (unidade) (kg)	Área de aço A_{Sd} (mm ²)	Inércia I_{Sd} (mm ⁴)
0,80	0,76	75	8,00	1.000	989.198

Fonte: Elaborado pelo autor

Conforme a Figura 6.2, o perfil trapezoidal possui altura de 75 mm, com a presença de mossas, horizontalizadas, simétricas, de modo a auxiliar no intertravamento mecânico para desenvolvimento da ação composta com o concreto. As mossas são corrugações estampadas nas almas inclinadas do perfil e observa-se a presença dos enrijecedores nas mesas, inferiores e superiores, de modo a aumentar a resistência às instabilidades locais.

Foram realizados testes mecânicos de ensaio uniaxial de tração em seis amostras.

6.1.3 Armadura ativa – monocordoalhas engraxadas

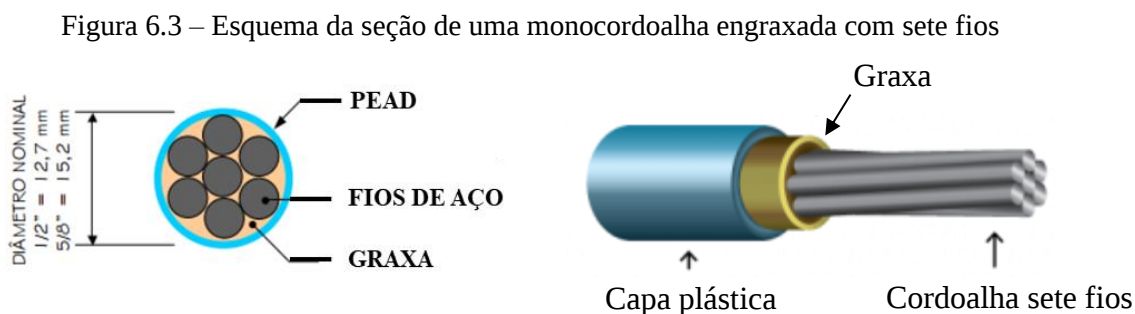
Foi adotada no estudo as monocordoalhas engraxadas e plastificadas CP190-RB @12,7 mm (EP). Pesquisa junto a empresa especializada Rudloff indicou tratar da especificação mais comum de mercado. As propriedades geométricas e mecânicas são apresentadas na Tabela 6.3 e Figura 6.3 em que comparativamente apresentam-se as duas categorias presentes no mercado, dos aços de protensão CP 190 RB e CP 210 RB.

Tabela 6.3 – Características típicas das principais monocordoalhas engraxadas com sete (7) fios

Categoria	Diâmetro Nominal (mm)	Área Nominal da seção (mm ²)	Massa Nominal (kg/1000m)	Carga de Ruptura Mín (kN)	Carga a 1% de Deformação Mín. (kN)	Módulo de Elasticidades (GPa)	Relaxação máxima 1.000 h (%)*
CP 190 RB	12,7	100,9	890	187	169	200 ± 10	3,50
	15,2	143,4	1240	265	239		
CP 210RB	12,7	100,9	890	203	183	200 ± 10	3,50
	15,2	143,4	1240	288	259		

Nota: 1* valor normativo

Fonte: Adaptado de Rudloff (2015) e ArcelorMittal (2021)



Fonte: Adaptado de Emerick (2002)

O valor de f_{ptk} está associado a carga de ruptura mínima e usualmente o valor de f_{pyk} com a carga a 1% de deformação mínima, que correspondem a aproximadamente aos valores de 1870 e 1690 MPa, respectivamente. O valor de relaxação referência de 1.000h no valor de 3,5% corresponde a tensão de $f_{pe}/f_{ptk} = 0,80$, recomendação normativa.

A força inicial de protensão aplicada prevista nas cordoalhas das lajes mistas é de 150 kN (em conversão simples, representa uma carga similar de aproximadamente (15 tf) quinze toneladas-força), com respeito aos limites indicados pela normativa brasileira vigente à época ABNT NBR 6118:2014.

O sistema de ancoragem adotado foi de placas de aço com espessura de 12,5 mm, retangulares, com dimensão de 100 mm × 100 mm, acoplado a um bloco de aço de dimensões de 75 mm × 75 mm × 75 mm, correspondente ao porta-cunhas. As cunhas de ancoragem são do tipo tripartidas.

6.1.4 Armadura passivas

Como armaduras passivas, foram utilizados vergalhões de aço CA-50, constituindo armaduras negativas, junto a região dos momentos negativos dos modelos com continuidade, principalmente. Foram adotadas armaduras passivas com vergalhões de diâmetro de 10 mm.

Teste de tração uniaxial foram realizados em amostra de referência na avaliação da tensão de escoamento f_y e tensão última f_u correspondentes.

Como armaduras complementares foi utilizado malhas de aço (*tipo pop*) junto a bordas superiores das lajes, diâmetro de 4,2 mm, espaçadas de 150 mm. Na região de momento negativo essa armadura era descontínua.

As armaduras adotadas na região das zonas de ancoragem foram compostas por vergalhões de aço CA-50, com diâmetros de 12,5 mm, estribos e armaduras auxiliares de montagem de 5,0 mm de diâmetro.

6.2 Estudo do comportamento de lajes mistas usando concreto leve

Estudo do comportamento estrutural das lajes mistas (*adotado a sigla LM*) formadas por forma de aço incorporada e concreto leve, na condição simplesmente apoiadas e com continuidade entre apoios, em ensaio de flexão a quatro pontos, até o estágio de ruína.

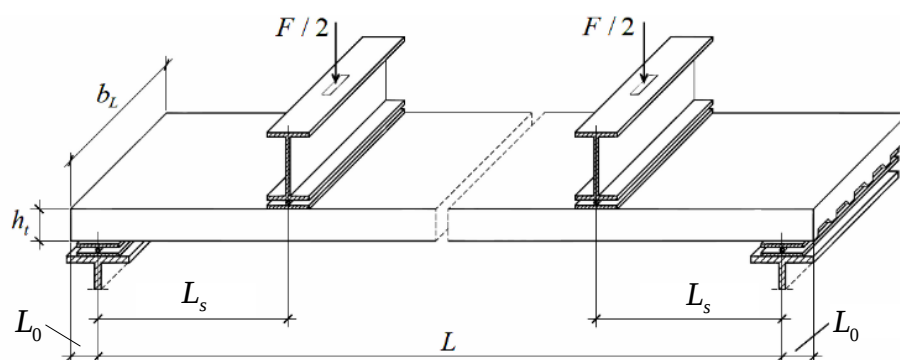
Foram desenvolvidas na proposta a realização da avaliação experimental de:

- **LM-01:** Uma laje mista (*não-protendidas*) usando concreto leve, condição estática simplesmente apoiada, vão entre apoios $L = 1.800$ mm, mais 100 mm de cada lado de extremidade, com vão de cisalhamento de $L/4 = 450$ m;
- **LM-02:** Uma laje mista (*não-protendidas*) usando concreto leve, condição estática simplesmente apoiada, vão entre apoios $L = 2.800$ mm, mais 100 mm de cada lado de extremidade, com vão de cisalhamento de $L/4 = 700$ m;
- **LMc-03:** Uma laje mista (*não-protendidas*) com continuidade entre vãos adjacentes ($L = 2 \times 2.800$ mm), mais 100 mm de cada lado de extremidade, com vão de cisalhamento de $L/4 = 700$ mm, similar a LM-02.

A Figura 6.4 ilustra o esquema estático do ensaio das lajes mistas.

A Tabela 6.4 traz as dimensões gerais dos protótipos.

Figura 6.4 – Esquema de ensaio dos protótipos das lajes mistas



Fonte: Grossi (2016)

Tabela 6.4 - Dimensões dos protótipos das lajes mistas (LM)

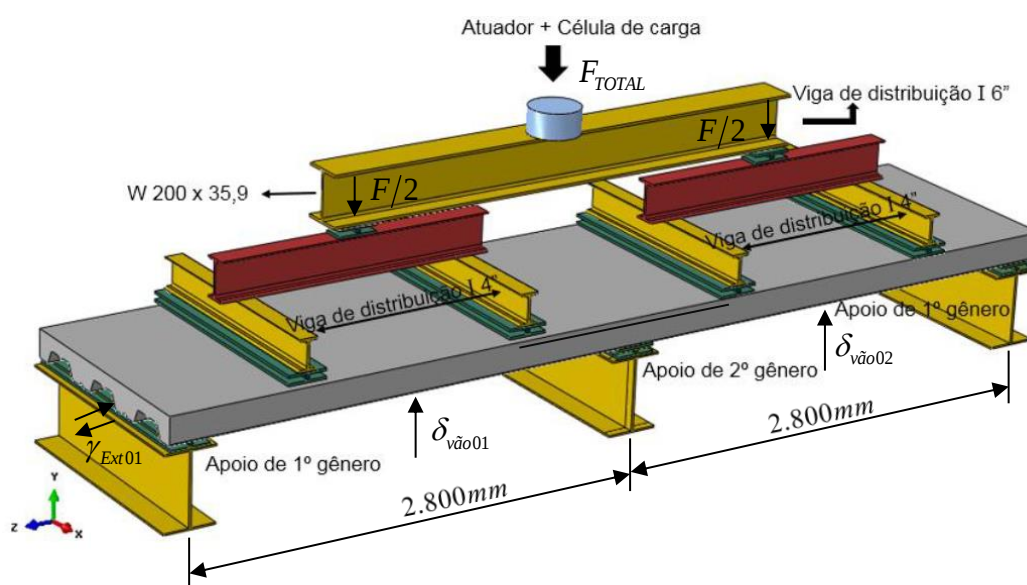
Protótipo	Vão livre L (mm)	Vão de cisalhamento L_s (mm)	Comprimento total L_T (mm)	Largura b_L (mm)	Altura h_t (mm)
LM-01	1.800	450	2.000		
LM-02	2.800	700	3.000	850	150
LMc-03	2 x 2.800	700	5.800		

Fonte: Elaborado pelo autor

Os dois ensaios de flexão nas lajes mistas simplesmente apoiadas acima descritos são usados como referência para principal determinação do parâmetro de interface τ_m e verificação comparativa com os ensaios e resultados presentes na literatura.

Para a laje mista com continuidade (LMc-03), tomou como referencial o esquema adotado por Santos (2019), realizado junto ao Laboratório de Estruturas da Escola de Engenharia de São Carlos (LE/EESC), conforme ilustrado na Figura 6.5.

Figura 6.5 – Esquema de ensaio da laje mista (não protendida) com continuidade



Fonte: Adaptado de Santos (2019)

Foram utilizadas duas fôrmas de aço com dimensões de 3.000 mm, justapostas sobre o apoio, com projeção de 100 mm de uma na outra, não possuindo elas continuidade entre os dois vãos adjacentes.

Como armadura negativa foram utilizados seis (06) vergalhões CA-50 de 10 mm, com cobrimento superior de 35 mm, obtendo-se altura útil de 110 mm, com comprimento total de 1.400 mm, 700 mm de cada lado (vão).

A instrumentação contou com: i) medição dos deslocamentos verticais e deslizamentos relativos entre aço e concreto, por meio de transdutores de deslocamentos; ii) medição das deformações específicas das seções do meio do vão e quartos de vão, por meio de extensômetros elétricos de resistência; iii) células de carga sob os apoios na medição da força de reação no protótipo com continuidade.

6.3 Estudo do comportamento das lajes mistas durante a fase de protensão e em serviço

Não foram encontradas referências de estudos de avaliação de lajes mistas protendidas usando pós-tração com cabos não aderente durante a fase de protensão, tanto para lajes simplesmente apoiadas e contínuas. Avaliação em serviço tomou como referência o trabalho de Oliveira (2019).

Os objetivos da análise experimental durante o ato de protensão são:

- Avaliar as deformações específicas do concreto e na fôrma de aço incorporada, através de extensômetros, em seções transversais especificadas;
- Avaliar o encurtamento do concreto nos protótipos;
- Medir as forças de protensão aplicada pelo macaco hidráulico e a força inicial da protensão efetiva instalada, através das células de carga.

Instalada a protensão, o sistema de aquisição de dados junto às células de carga acompanha a evolução das perdas imediatas e as progressivas do tempo até o ensaio de ruína.

A protensão é do tipo da pós-tração. As monocordoalhas que constituem a laje mista são protendidas (tracionadas) por equipe técnica especializada da Rudloff, com equipamento próprios (macacos hidráulicos, bombas e medidores de pressão). A Figura 6.6 ilustra o os equipamentos típicos para realização dos serviços de protensão

Figura 6.6 – Ensaio de avaliação do comportamento no ato da protensão



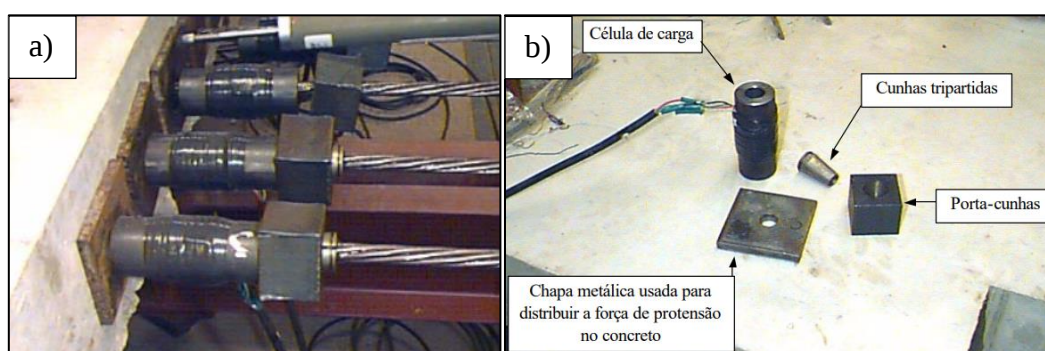
Equipamentos para protensão – macaco hidráulico do tipo monobloco e bomba

Fonte: imagens cedidas por Rudloff (2021)

O sistema apresenta traçado curvo parabólico do cabo e ancoragem ativa e passiva, externas, instaladas nas faces laterais externa do concreto da laje mista. Foram realizadas medições das forças de protensão das monocordoalhas durante os ensaios, desde o ato da protensão até e durante o ensaio de avaliação da capacidade última, por meio de células de carga junto às suas extremidades.

O sistema de ancoragem proposto foi baseado nos usados nos protótipos das lajes lisas protendidas de Melges (2001), cujos dispositivos encontravam-se junto ao Laboratório de Estruturas, em plenas condições. A Figura 6.7 traz esquematicamente o sistema da célula de carga e o conjunto de placas de ancoragem. Utilizou-se de estratégia similar de encunhamento/cravação das monocordoalhas engraxadas ao sistema de ancoragem (chapa de aço/porta-cunha e cunha tripartida) e da disposição das células de carga junto às extremidades das lajes.

Figura 6.7 – Sistema de ancoragem e medição da força instalada nas monocordoalhas usados nas lajes, baseado no trabalho de Melges (2001)



Fonte: Melges (2001)

Um sistema de aquisição de dados foi dedicado na medição das forças de protensão de uma cordoalha de cada protótipo ao longo do tempo, desde a protensão até o ensaio de flexão, na avaliação do comportamento na ruína.

Com o uso de relógios comparadores foram realizadas medições visuais semanais, no monitoramento das flechas ao longo do tempo dos protótipos protendidos, desde a protensão até data de montagem do ensaio de flexão. O ensaio de avaliação das flechas, ao longo do tempo, tomou como referência o trabalho do autor em Oliveira (2019), realizado no mestrado junto ao Laboratório de Estruturas no Departamento de Estruturas, na Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo.

6.4 Estudo da capacidade resistente das lajes mistas protendidas

O objetivo do ensaio é avaliar o comportamento estrutural das lajes mistas formadas por forma de aço incorporada e concreto leve e protendidas, na condição simplesmente apoiadas e com continuidade entre apoios, em ensaio de flexão a quatro pontos, até o estágio de ruína.

Os ensaios tomam como referências a norma AS/ANS 2327:2017 e Eurocode 4:2004 e os trabalhos de Ranzi *et al.* (2013, 2017). O modelo referência é tomado como a da laje simplesmente apoiada. Na literatura técnica não foi encontrado ensaio semelhante na avaliação desse sistema proposto, combinando os aspectos de protensão e continuidade em lajes mistas e, ainda com a utilização do concreto leve. As Figura 6.8 e Figura 6.9 apresentam a geometria e esquema de ensaio, bem como a seção transversal da laje com máxima excentricidade do cabo junto ao meio do vão e na região das zonas de ancoragens, respectivamente.

Figura 6.8 – Geometria e esquema de ensaio da laje mista com protensão não-aderente na condição simplesmente apoiada

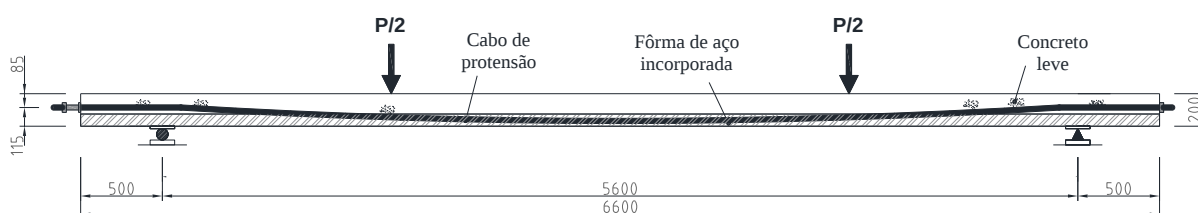


Figura 6.9 – Seção transversal dos protótipos LMP seção meio do vão (medidas em mm).

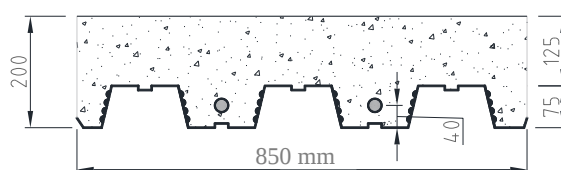
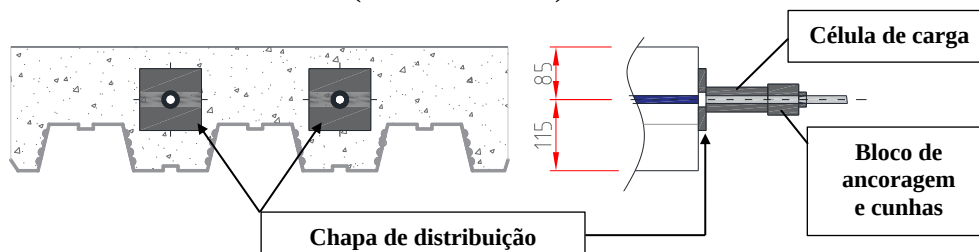


Figura 6.10 – Seção transversal e vista lateral dos protótipos LMP junto às zonas de ancoragem (medidas em mm)



Fonte: Elaborado pelo autor

A Figura 6.11 ilustra a proposta do ensaio de flexão à quatro pontos na laje com continuidade, em esquema semelhante ao realizado para lajes simplesmente apoiadas, com um protótipo semelhante ao de referência com dois vãos iguais adjacentes, em ensaio de flexão a quatro pontos, com vão de cisalhamento $L/4$. A Figura 6.12 detalha as seções de máxima excentricidade na região de momento positivo e negativo, respectivamente.

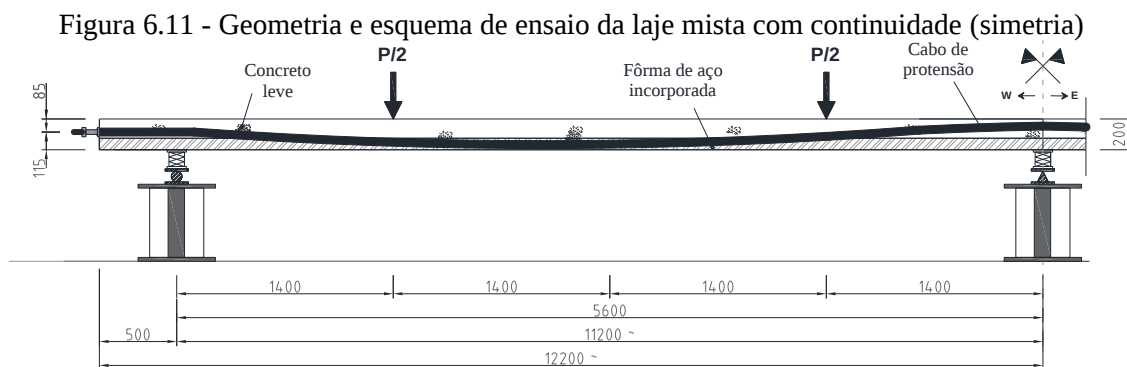
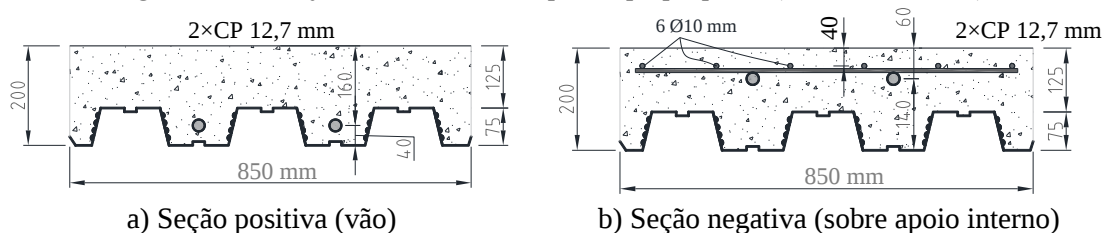


Figura 6.12 – Seções transversais do protótipo proposto (medidas em mm)



Fonte: Elaborado pelo autor

A Tabela 6.5 apresenta as dimensões dos protótipos das lajes mistas protendidas, adotado na representação a sigla LMP. Dois protótipos semelhantes na condição estática simplesmente apoiados, possui variação apenas da posição de aplicação da carga de ensaio. A laje mista protendidas LMP-02 foi tomada como referência ao estudo na laje mista com continuidade. O ensaio de avaliação da capacidade resistente do sistema conta com a realização do ensaios de flexão a 4 pontos, comprimento do vão de cisalhamento de $L/4$ para laje de referência LMP-02, conforme esquematizado nas Figura 6.13 e, respectivamente, para a laje com continuidade e simplesmente apoiadas.

Tabela 6.5 - Dimensões dos protótipos das lajes mistas protendidas (LMP)

Protótipo	Vão livre (mm)	Vão de Cisalhamento (mm)	Comprimento total (mm)	Largura (mm)	Altura (mm)
LMP-01	5.600	2.520 / 1.000	6.600		
LMP-02	5.600	1.400	6.600	850	200
LMPc-03	2 x 5.600	1.400	12.200		

Fonte: Elaborado pelo autor

Sendo:

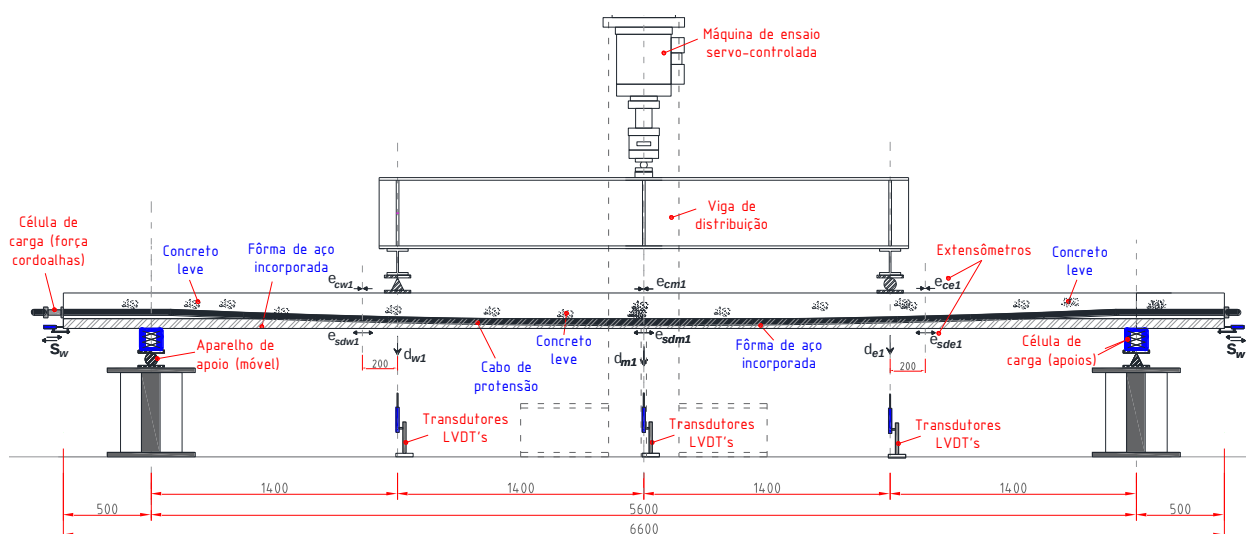
- **Duas lajes (02) mistas simplesmente apoiada:** 5.600 mm de vão livre, mais as duas zonas de ancoragens adotadas de 500 mm, totalizando protótipos de 6.600 mm.
- **Uma (01) laje mista protendida com continuidade:** dois vão de 5.600 mm, mais as duas zonas de ancoragens de 500 mm, totalizando 12.200 mm.

As armaduras negativas foram compostas de seis (06) vergalhões CA-50, diâmetro de 10 milímetros, com comprimento total de 2.800 mm.

Em razão da logística e agenda do laboratório e com o objetivo de realizar o acompanhamento do desempenho em serviço ao longo do tempo, os ensaios foram realizados com idades superiores a 12 semanas de idade do concreto.

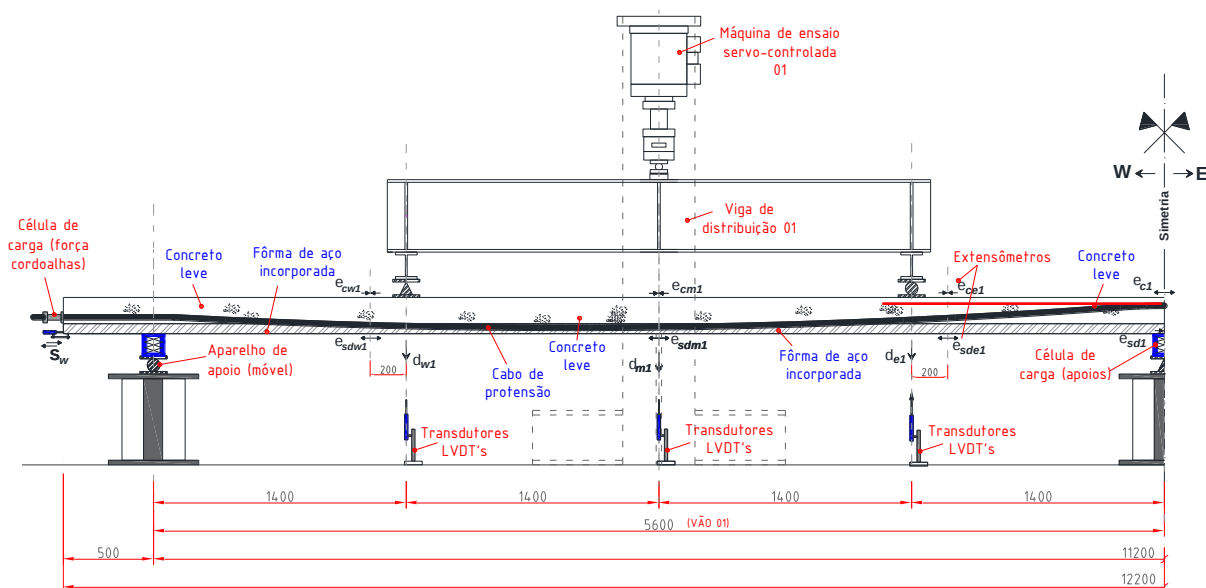
O esquema de ensaio proposto traz um ensaio estático, realizado junto ao galpão do Laboratório de Estruturas (LE-SET/USP), com montagem dos pórticos de reação na aplicação dos carregamentos, com controle em deslocamentos, com os atuadores servo-hidráulicos controladas. Como particularidade do ensaio, necessidade de montagem de dois pórticos de reação e robusto sistema de aquisição de dados sincronizado para a lajes mista protendida com continuidade.

Figura 6.13 – Esquema estático do ensaio de avaliação da capacidade estrutural da laje mista simplesmente apoiada com vão de cisalhamento referência de L/4



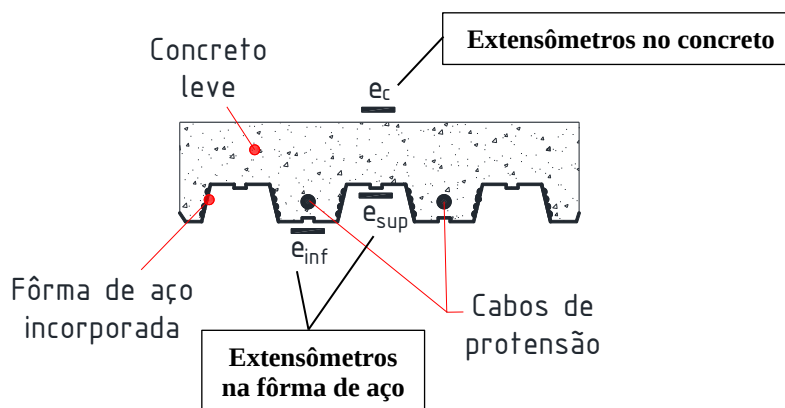
Fonte: Elaborado pelo autor

Figura 6.14 – Esquema estático do ensaio de avaliação da capacidade estrutural da laje mista com continuidade sobre apoio intermediário (vão 01 / simetria)



Fonte: Elaborado pelo autor

Figura 6.15 – Seção transversal típica das seções das lajes mistas com esquema de extensometria utilizada na medição das deformações



Fonte: Elaborado pelo autor

Conforme mostram as Figura 6.13, Figura 6.14, Figura 6.15, a instrumentação da seção e ao longo do vão longitudinal das lajes são compostas através de:

- i) **Transdutores de deslocamentos 1 (LVDT's):** na medição dos deslocamentos verticais dos pontos do meio do vão e quartos de vão ao longo de todo o ensaio. Marca KYOWA – Curso 150 mm;

- ii) **Transdutores de deslocamentos 2 (LVDT's):** na medição dos possíveis deslizamentos relativos nas extremidades entre fôrma de aço incorporada e o concreto da laje. Marca Kyowa – Curso 25 mm;
- iii) **Extensômetros elétricos de resistência (*strain gages*)** na medição das deformações específicas do concreto, da fôrma de aço e das armaduras negativas ao longo dos carregamentos aplicados. Marca Excel Sensores – modelo PA-06-250BA-120-L e modelo PA-06-800BA-120-L.
- iv) **Células de carga nas cordoalhas** junto às ancoragens das lajes na medição das forças nas cordoalhas e verificação dos acréscimos de tensões com aumento da força e flechas alcançadas nos ensaios – calibrada no atuador, capacidade de até 200 kN;
- v) **Células de carga nos apoios** das lajes com continuidade na medição das reações de apoios e verificação dos níveis de redistribuição de esforços – calibrada no atuado, capacidade de 100 kN;
- vi) **Inclinômetros** junto ao apoio intermediário na medição dos giros relativos entre seções na laje com continuidade.

Os ensaios foram conduzidos com controle de deslocamento, sistema servo hidráulico, marca MTS, capacidade nominal de 500 kN, curso do pistão de 150mm, com taxa de 0,02 mm/s a 0,06 mm/s, presumindo-se carregamento estático. A aquisição de dados do ensaio foi automática, com leituras de força, deslocamentos e deformações específicas pelo sistema de aquisição de dados System 5000, marca Vishay.

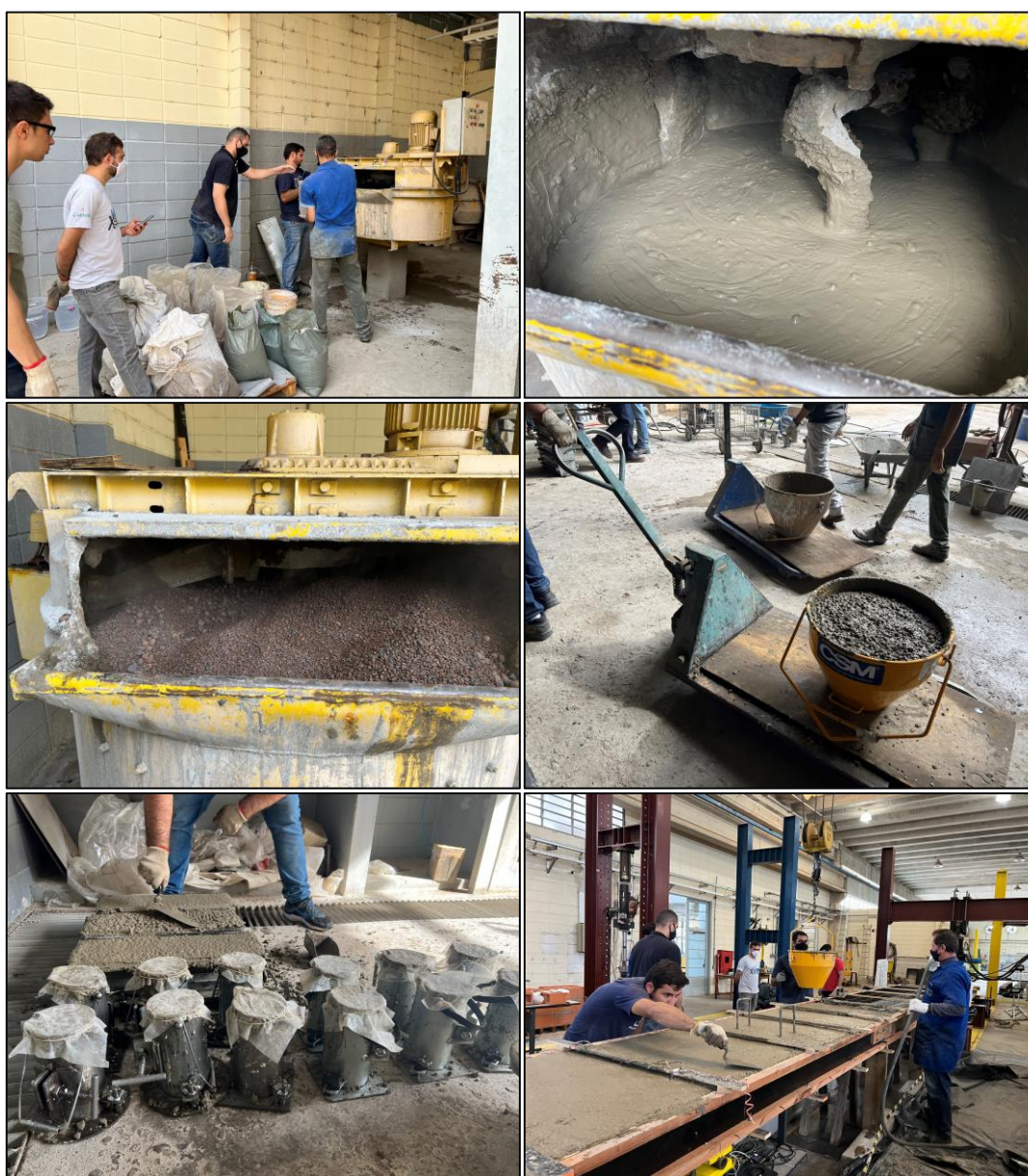
Os protótipos foram solicitados em linhas concentradas ao longo de toda a largura. As forças correspondentes aos deslocamentos impostos foram medidas a partir de célula de carga localizada sobre o atuador mecânico, para os protótipos simplesmente apoiados, e, de células de carga posicionadas sob os apoios, para os protótipos com continuidade.

A partir desse conjunto de resultados, juntamente às previsões dos modelos de engenharia, um adequado estudo na análise estrutural avança na adequação na proposta na: i) avaliação do(s) modo(s) de falha da flexão associada ao cisalhamento longitudinal; ii) o acréscimo de tensão nas armaduras ativas; iii) verificação e quantificação do aumento da capacidade última dessas lajes com continuidade frente às lajes simplesmente apoiadas; iv) avaliação da redistribuição de esforços e hiperestáticos na laje mista com continuidade. Com as devidas adequações e validações analíticas, estendendo-se previsões dos modelos em uma análise paramétrica.

6.5 Preparação dos protótipos

Todos os trabalhos de montagem dos protótipos, preparo do concreto e concretagem, adensamento e cura, protensão, medição da protensão e flechas ao longo do período e, por finalmente, o ensaio de flexão a quatro pontos, foram conduzidos e realizados no Laboratório de Estruturas (L.E.) Prof. Dante Martinelli da Escola de Engenharia de São Carlos – EESC/USP. A Figura 6.16 ilustra telas da preparação do concreto junto ao L.E., com própria produção em betoneira misturadora de eixo vertical, com capacidade unitária de 0,360 m³.

Figura 6.16 – Preparação do concreto e concretagem dos protótipos



Fonte: Elaborado pelo autor

Todos os materiais foram pesados, na condição seca, com o método sequencial de mistura na betoneira: 1) (cimento CPV-ARI + areia + 50% de água), 2) (microssílica ativa + superplastificante + 50% de água) e, 3) agregado leve tipo argila expandida, com tempo médio de mistura junto a betoneira da ordem de cinco minutos. Para cada betonada produzida foram retirados como amostra pelos menos seis corpos de prova cilíndricos e outros três prismáticos.

Foram utilizadas caçambas metálicas para transporte e içamento por meio da ponte rolante para concretagem dos protótipos. Equipe técnica do laboratório e pós-graduandos colaboradores realizaram os serviços sob a supervisão técnica.

O adensamento foi realizado por meio de vibrador de agulha e o acabamento superficial por meio manual mediante uso de passagem de réguas metálicas, em deslocamentos longitudinais, com movimentos de vaivém, e desempenadeiras metálicas.

Foram utilizadas alças metálicas de içamento, em todos os protótipos, posicionadas de modo a permitir o manuseio e transporte junto às dependências do laboratório para posição de ensaio e, posterior descarte, com auxílio de ponte rolante com motor de capacidade efetiva na ocasião de 30 kN, disposta no L.E.

São descritos os detalhes da preparação dos protótipos e concretagens desenvolvidas no estudo.

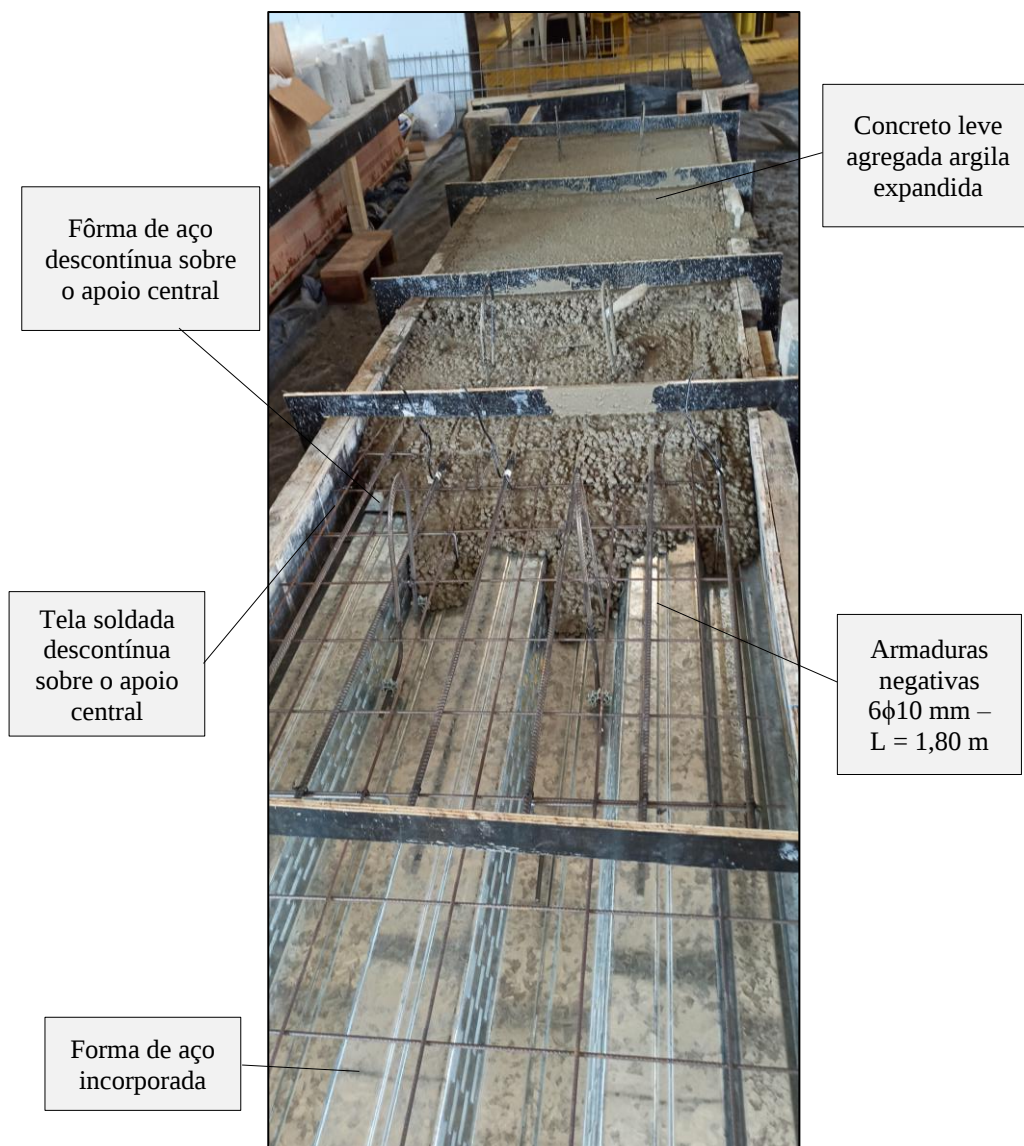
6.5.1 Lajes mistas não-protendidas

Nos protótipos das lajes mistas não-protendidas, de altura total de 150 mm, foram montadas fôrmas laterais temporárias de madeira, tipo madeirite laminado, com espessura de 10 mm, de suporte lateral aos serviços de concretagem até o endurecimento do concreto sobre a fôrma de aço incorporada MF-75, cujos protótipos foram concretados apoiados sobre ripas de madeira dispostas sobre o piso do galpão do L.E. As fôrmas laterais foram retiradas ao fim da cura do concreto, aos sete dias.

Foi utilizada uma malha de armadura construtiva de diâmetro $\phi 4.2mm$, espaçadas em 150 mm, em tela soldada posicionada na parte superior, com cobrimento de 35 mm, destinada a combater os efeitos da retração superficial do concreto.

A Figura 6.17 ilustra a laje mista (não-protendida), comprimento total de 5.800 mm, altura total de 150 mm, composta por dois vãos livres de 2.800 mm, somado a 100 mm destinada a região dos apoios nas extremidades.

Figura 6.17 – Concretagem da laje mista (não-protendida) com continuidade LMc-03



Fonte: Elaborado pelo autor

Detalhe para as armaduras negativas posicionadas sobre a região do apoio central da LMc-03, composta por seis (06) vergalhões de 10 mm (dez milímetros), espaçados em 150 mm. Foram utilizadas duas fôrmas de aço incorporada MF-75, uma para cada vão, ou seja, não há continuidade física entre fôrmas de aço na região do apoio central. Igualmente, a malha de aço solda é descontínua na região do apoio central.

6.5.2 Lajes mistas protendidas

Nos protótipos das lajes mistas protendidas, esquema semelhante foi realizado para concretagem sobre a fôrma de aço incorporada, com posicionamento de fôrmas laterais de madeira tipo madeirite plastificados e resinados, de espessura de 10 mm.

Os protótipos simplesmente apoiados (LMP-01 e LMP-02) foram apoiados sobre linhas de apoio provisórias em toda sua largura, sobre vigas de aço, dispostas em seus terços do vão, espaçados em 1.867 mm, aproximadamente. Uso de dois balanços de 500 mm, região destinada a ancoragem das armaduras ativas.

Na laje mista protendida com continuidade (LMPc-03), pela sua dimensão longitudinal, com comprimento total de 12.200 mm, foi realizada sua concretagem na posição final destinada ao ensaio de flexão na avaliação da ruína, em uma altura já determinada de aproximadamente 1.000 mm, tomada como referência o piso e do ponto de aplicação de carga pelo sistema de vigas de distribuição e altura dos atuadores fixados nos pórticos de reação. Dessa forma, todos os apoios definitivos e suas células de carga correspondentes, bem como espaços para colocação dos pórticos de reação, movimentação de peças e ponte rolantes tiveram que ser cuidadosamente planejados. Foram dispostos além dos apoios definitivos, duas linhas de apoios provisórios em cada vão, igualmente realizado nos protótipos simplesmente apoiados.

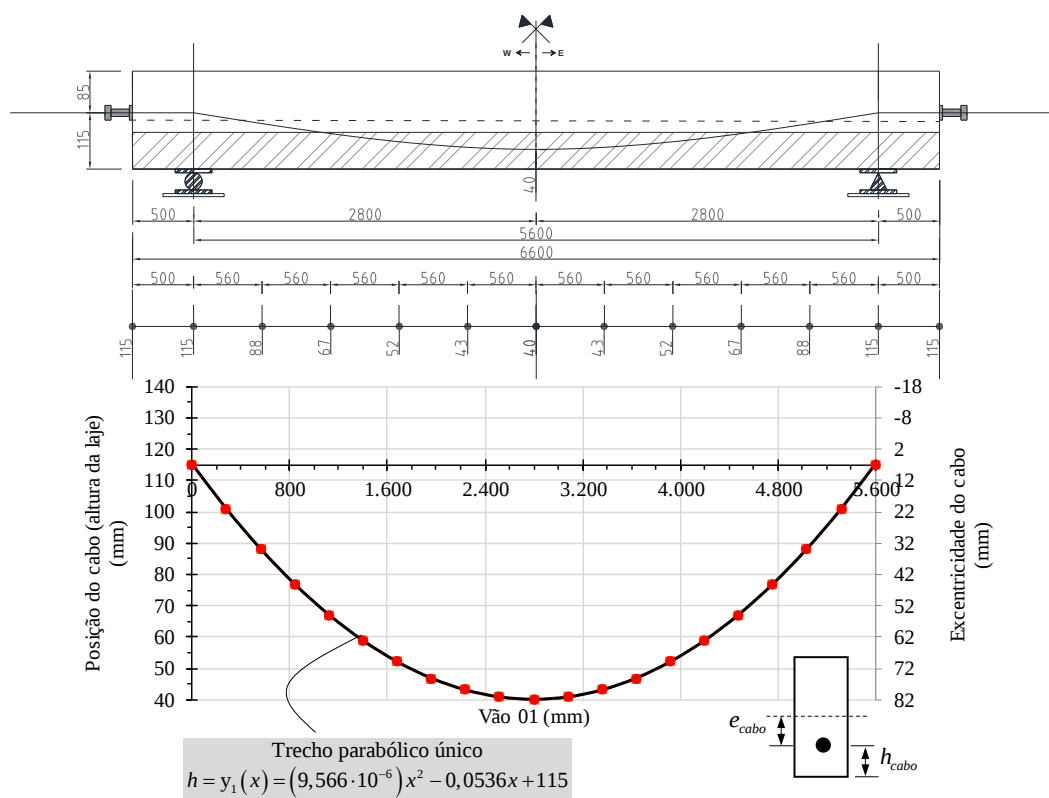
A sequência de montagem dos protótipos das lajes mistas protendidas, basicamente foi composta por:

- 1) Colocação dos apoios (definitivos ou provisórios);
- 2) Colocação da fôrma provisória de madeira;
- 3) Colocação da fôrma de aço incorporada;
- 4) Colocação das armaduras destinadas às regiões das ancoragens junto às extremidades;
- 5) Colocação das monocordoalhas engraxadas;
- 6) Fixação das monocordoalhas junto aos espaçadores com alturas pré-estabelecidas para cada seção definida;
- 7) Colocação das outras armaduras complementares construtivas (tela de aço soldada, alças de içamento destinada para transporte e descarte);

- 8) Concretagem, com adensamento por meio de vibrador de agulha 40 mm e finalização superficial por meio de régua metálica e desempenadeiras;
- 9) Cura úmida, com uso de lonas plásticas, por oito dias;
- 10) Retirada das fôrmas laterais provisórias;
- 11) Colagem dos extensômetros elétricos de resistência na superfície superior do concreto e na face inferior da fôrma de aço incorporada;
- 12) Colocação das placas de distribuição de carga, célula de carga e bloco de ancoragem e cunhas;
- 13) Realização do estiramento dos cabos (protensão);

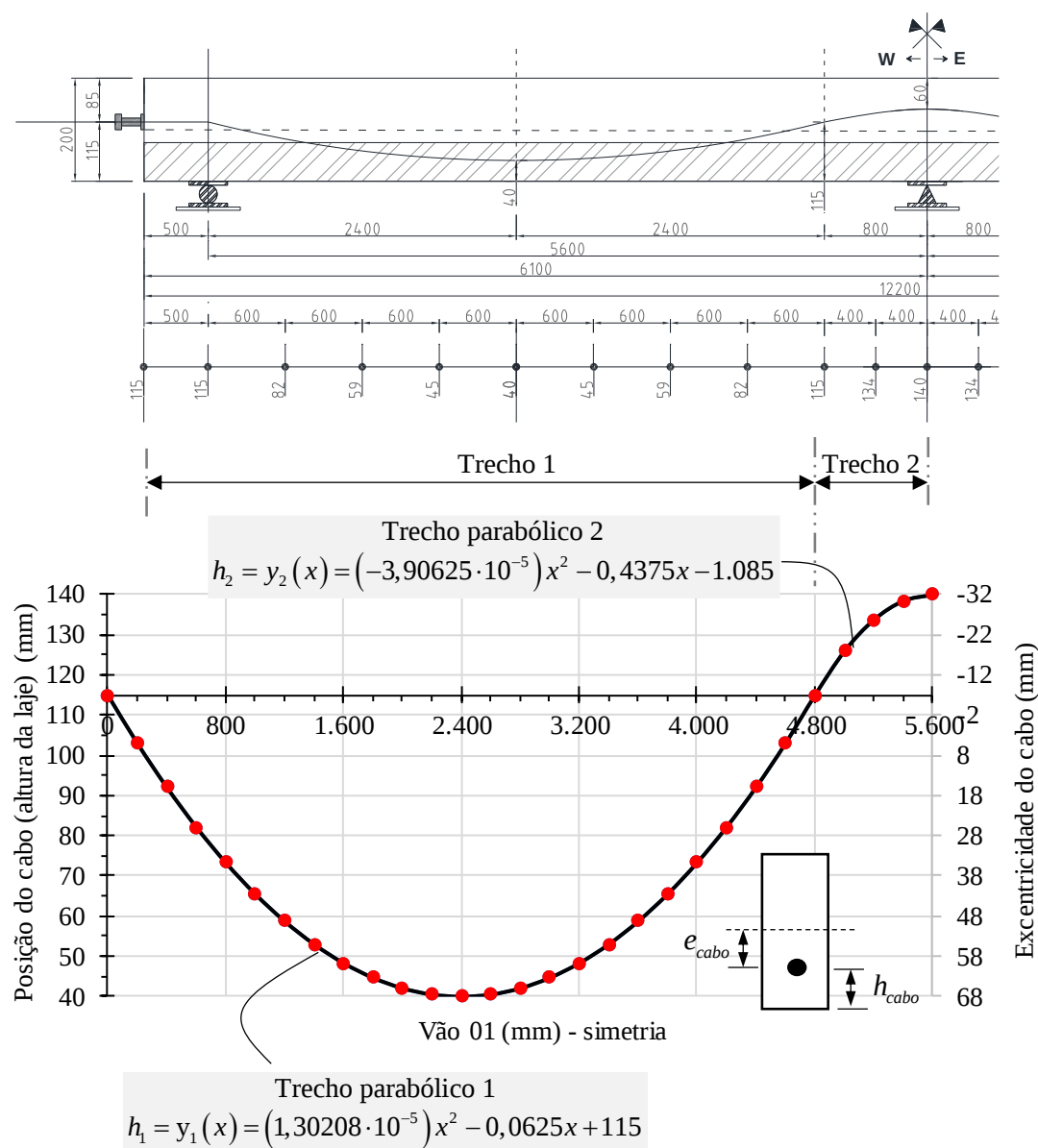
As Figura 6.18 e Figura 6.19 apresentam os traçados das monocordoalhas ao longo do seus comprimentos das lajes simplesmente apoiadas e com continuidade, cujo esquema possui simetria longitudinal e transversal. Na laje mista com continuidade, o traçado foi adotado sendo composto por dois trechos principais, onde foi arbitrado o ponto de inflexão a 800 mm do apoio interno (segundo *recomendação entre 5-15% vão*).

Figura 6.18 – Traçado adotado das monocordoalhas das lajes mistas protendidas LMP-01 e LMP-02 simplesmente apoiadas (medidas em mm)



Fonte: Elaborado pelo autor

Figura 6.19 – Traçado adotado das monocordoalhas da laje mista com continuidade LMPc-03 (medidas em mm)

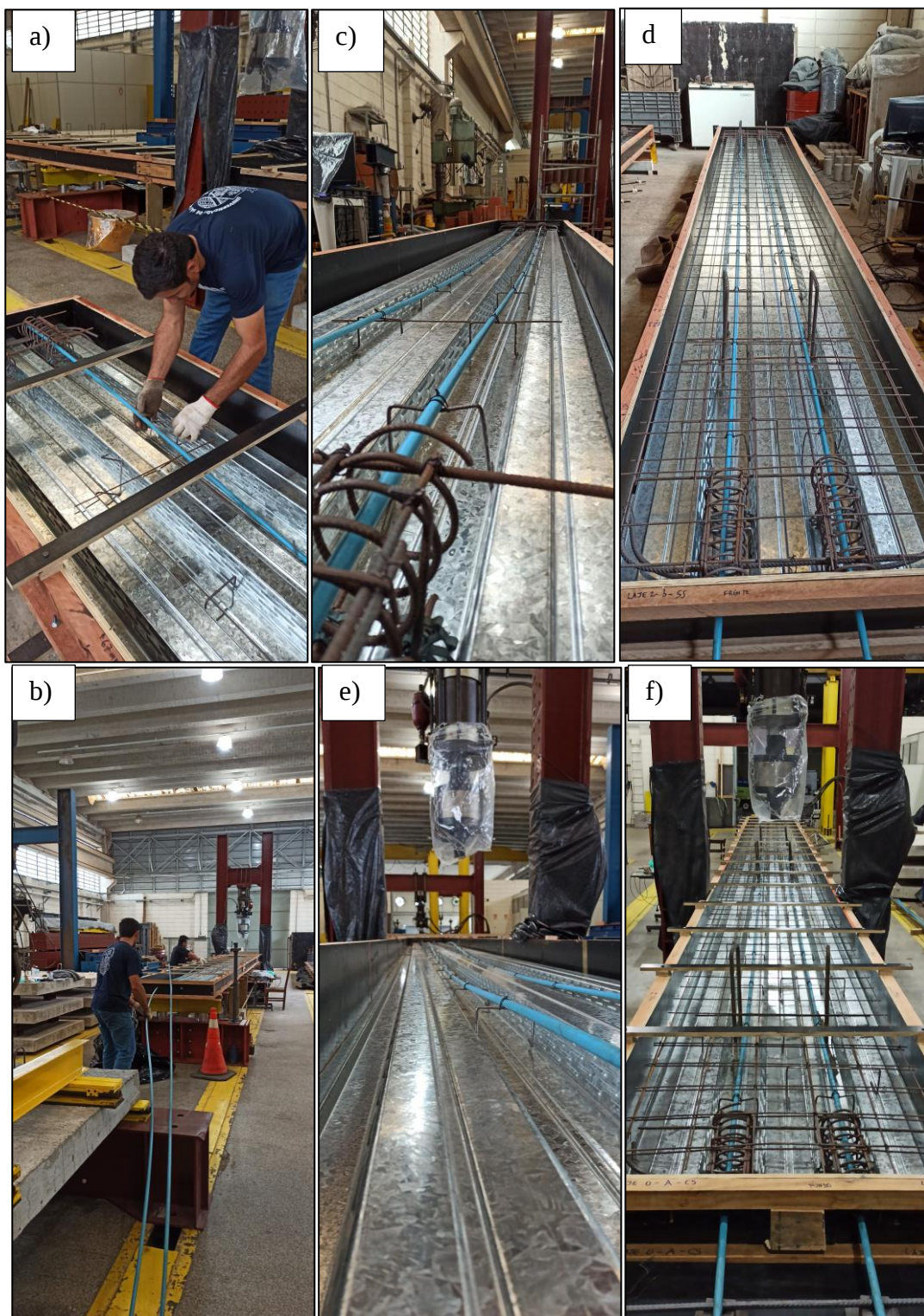


Fonte: Elaborado pelo autor

Foram produzidos espaçadores para linhas de espaçadores, dado a variação da altura do traçado curvo dos cabos, especificado pelo traçado das monocordoalhas. Foram utilizadas barras de aço de diâmetro de 4,2 mm, com espaçamentos da ordem do décimo do vão livre ($L/10$).

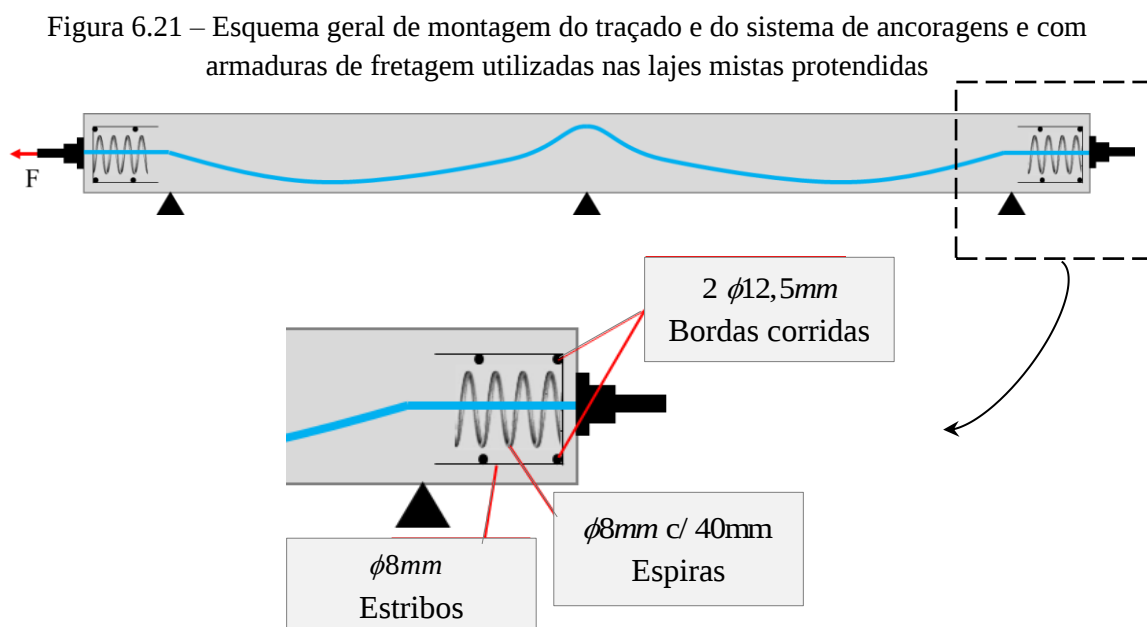
A Figura 6.20 traz esquemas de montagem das lajes mistas protendidas.

Figura 6.20 – Montagem das monocordoalhas engraxadas: a) colocação das cordoalhas nas lajes simplesmente apoiadas e b) na laje com continuidade; c) e d) traçado curvo na laje LMP-01; e) e f) traçado curvo na laje com continuidade LMPc-03



Fonte: Elaborado pelo autor

Foram utilizados como referência inicial as armaduras de fretagem indicadas nos catálogos da Rudlodff (2021), utilizando diâmetros igual ou maior aos indicados. Foram utilizadas armaduras corridas junto as bordas das extremidades dos protótipos com uso de dois vergalhões, de diâmetro de 12,5mm. Conjuntamente, uso de armaduras composta por estribos verticais ancorados na longitudinal com uso de dois estribos diâmetro de 8 mm para cada monocordoalhas e uso de armaduras em espirras, diâmetro de 8 mm, espaçadas a cada 40 mm, também conhecidas como armaduras de *cintamento*, promovendo o confinamento do concreto e para evitar o fendilhamento do concreto. A Figura 6.21 ilustra esquematicamente as regiões de ancoragem e armaduras adotadas. A Figura 6.22 ilustra a região das extremidades com armaduras dobradas e dispostas na laje mista protendidas.

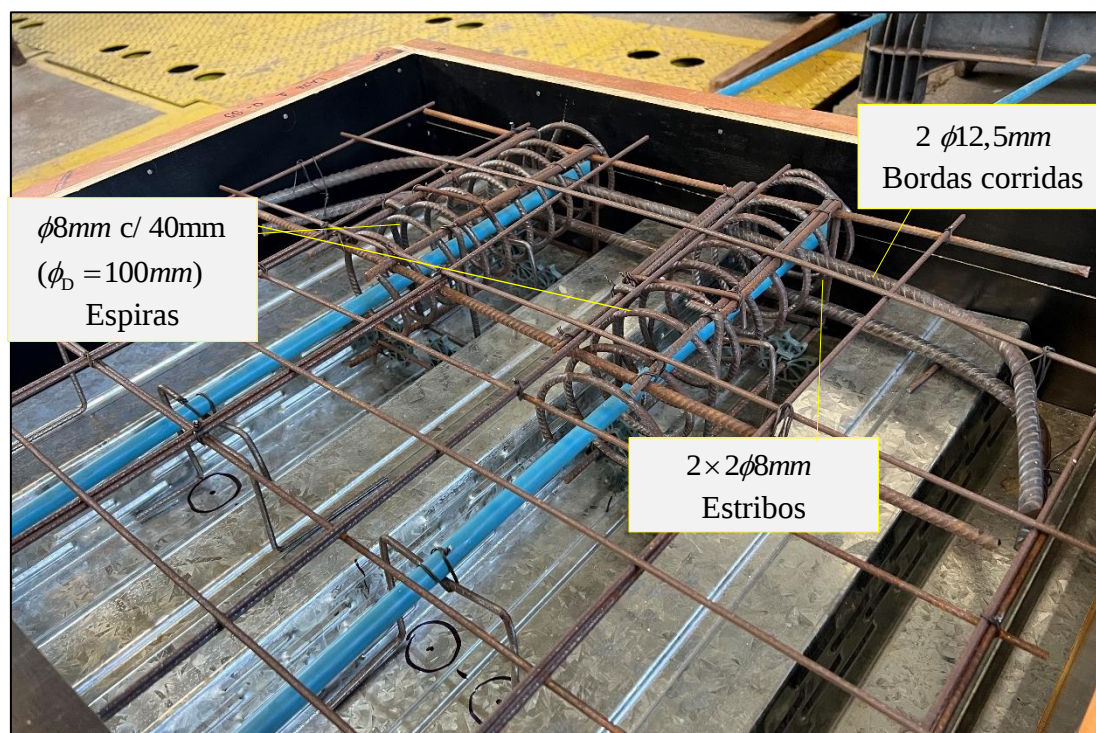


Fonte: Elaborado pelo autor

O uso dessas armaduras são para combater os efeitos das forças concentradas que causam os fenômenos conhecidos como fendilhamento longitudinal (ou em inglês é comum surgir os termos *bursting zone and spalling zone*) e o esmagamento concentrado do concreto, situação típica de blocos parcialmente carregados, com alta concentração de tensões de compressão na sua extremidade, devido à transferência da força de protensão por meio das ancoragens mecânicas. Pelo Princípio de Saint Venant, o comprimento de regularização é da ordem de grandeza da maior dimensão da seção transversal da peça. Fusco (2013) indica que ao longo de um certo trecho, denominado trecho de

regularização, a distribuição de tensões não é uniforme, com a tensão longitudinal de compressão acompanhada por tensões de tração nas direções transversais.

Figura 6.22 – Detalhe para armaduras de fretagem adotadas na região das zonas de ancoragem das lajes mistas protendidas



Fonte: Elaborado pelo autor

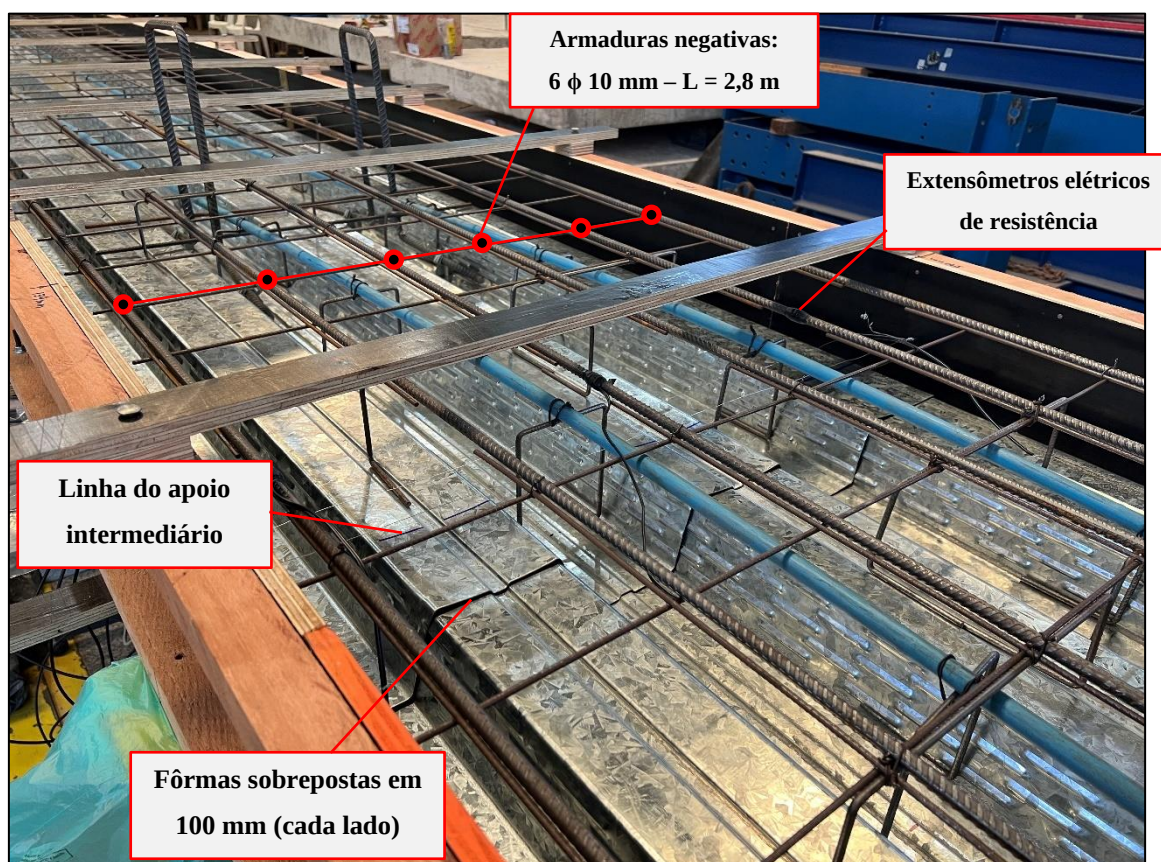
De modo que a ruptura das ancoragens não representasse um problema ao estudo em questão, foi adotado armaduras que suprisse com segurança a sua ruína. De todo modo, e por efeito comparativo, foram utilizadas abordagens analíticas com bloco parcialmente carregado, conforme estudos de Leonhardt (Axson, 2008) e exemplos de Thomaz (2010). A resultante de forças Z a ser resistidas pelas armaduras para uma área carregada (a_0) disposta numa largura (a), que P é a força de protensão, é dada pela Eq. 6.1:

$$Z = 0,30 \cdot P \cdot \left(1 - \frac{a_0}{a}\right) \quad (6.1)$$

Arbitrando-se a favor da segurança o valor limite máximo, correspondente a $Z = 0,30 \cdot P$, tem-se força máxima a ser resistida da ordem de 51,0 kN/monocordoalha CP190-RB @12,7 EP, para armaduras de fretagem classe CA-50, tem-se a área de aço correspondente $A_s = 1,17 \text{ cm}^4$, condição satisfeita pelas armaduras adotadas.

Detalhe particular se deu na região sobre o apoio central (intermediário), cujas monocordoalhas possuem altura de 140 mm, da face inferior. As armaduras negativas compostas por seis vergalhões de 10 mm, espaçadas a cada 150 mm, cobrimento de 35 mm. A tela soldada, bem como a fôrma de aço são descontinuas sobre a linha de apoio central. Detalhe da região indicada na Figura 6.23.

Figura 6.23 – Detalhe para a região do apoio intermediário da laje mista protendida com continuidade (LMPc-03)



Fonte: Elaborado pelo autor

Realizada todas as etapas até a montagem das armaduras complementares, realizaram-se as concretagens dos protótipos das lajes mistas protendidas, em duas etapas: primeiro dia, concretaram-se os protótipos das lajes mistas protendidas LMP-01 e LMP-02. No segundo dia consecutivo, concretou-se a laje mista protendida com continuidade LMPc-03. A Figura 6.24 ilustra a metodologia empregada no lançamento do concreto, por meio do basculamento de caçambas, adensamento por vibrador de agulha e acabamento da superfície por sarrafeamento com régua metálica e desempenadeira.

Figura 6.24 – Concretagem do protótipo da laje mista protendida com continuidade



Fonte: Elaborado pelo autor

As Figura 6.25 e Figura 6.26 registram a condição da lajes, finalizadas as concretagens, nas lajes simplesmente apoiadas e com continuidade, respectivamente.

Figura 6.25 – Concretagem e acabamento dos dois protótipos das lajes mistas protendidas simplesmente apoiadas



Fonte: Elaborado pelo autor

Figura 6.26 - Condição de acabamento superficial e cura úmida dos protótipos com recobrimento da superfície com lonas plásticas



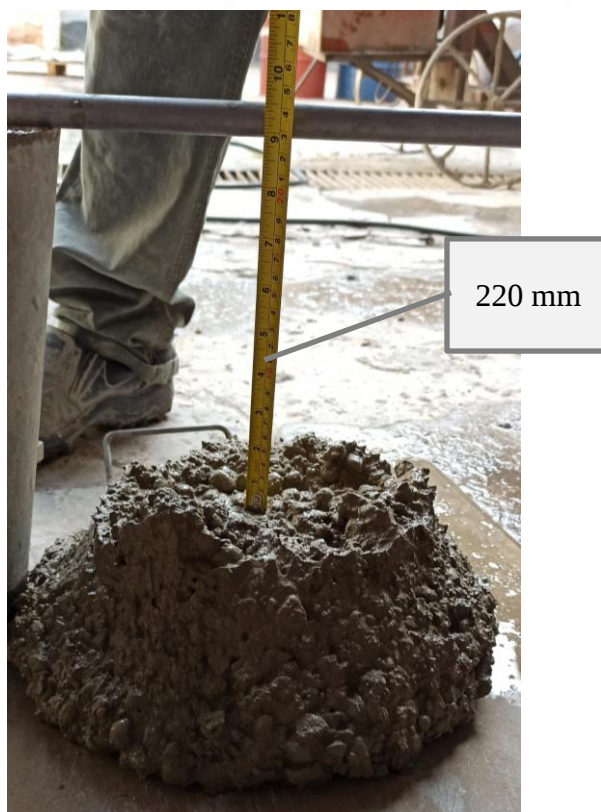
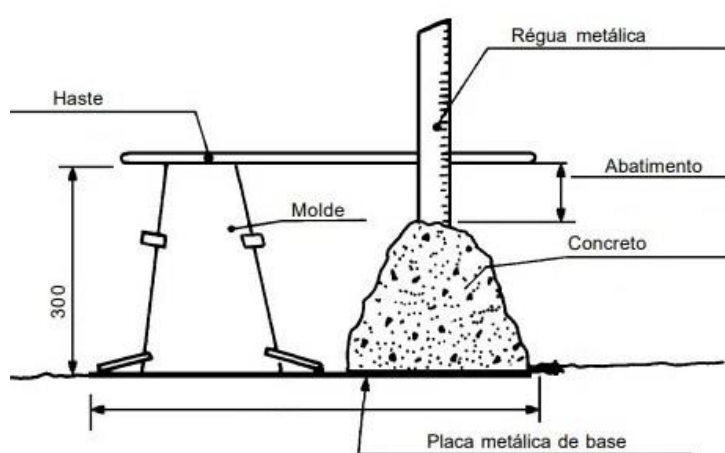
Fonte: Elaborado pelo autor

Em detalhe nas figuras anteriores (Figura 6.25 e Figura 6.26) é possível observar onde foi realizado os dois furos nas fôrmas de madeira provisórias para passagem das monocordoalhas engraxadas.

Sobre o concreto leve e concretagem dos modelos, o adensamento foi realizado com uso de vibrador de imersão tipo agulha diâmetro de 40 mm.

O abatimento foi determinado usando como referência padrão a norma brasileira ABNT NBR 16889:2020 e produção dos corpos de prova com moldagem e cura indicados pela ABNT NBR 5738:2015. A Figura 6.27 ilustra procedimento e respectivo resultado experimental. O abatimento médio foi de 220 mm.

Figura 6.27 – Abatimento de tronco de cone do concreto leve produzido



Fonte: Elaborado pelo autor

A Tabela 6.6 traz um resumo geral das datas e idades correspondentes da realização da protensão nos protótipos e das datas e idades correspondentes da realização dos ensaios de flexão a quatro pontos das lajes mistas não-protendidas e das lajes mistas protendidas, respectivamente.

Tabela 6.6 – Resumo geral das datas e idades correspondentes do ato de protensão e do ensaio a flexão na avaliação da ruína dos protótipos

	Protótipos	Data de concretagem	Protensão		Ensaio de flexão	
			Data de protensão	idade (dias)	Data de ensaio	idade (em dias)
Lajes mistas não-protendidas	LM-01	19/04/2022	-	-	10/06/2022	52
	LM-02	19/04/2022	-	-	21/06/2022	63
	LMc-03	29/04/2022	-	-	27/03/2022	33
Lajes mistas protendidas	LMP-01	13/06/2022	07/07/2022	24	05/09/2022	84
	LMP-02	13/06/2022	07/07/2022	24	13/09/2022	92
	LMPc-03	14/06/2022	07/07/2022	23	12/09/2022	91
					10/10/2022	118

Fonte: Elaborado pelo autor

A Tabela 6.7 traz um resumo das propriedades da seção dos protótipos das lajes mistas protendidas e dos seus materiais constituintes.

Tabela 6.7 – Resumo geral das propriedades da seção transversais dos materiais constituintes das lajes mistas protendidas

	Concreto Leve	Fôrma de aço incorporada	Armaduras ativas (monocordoalhas)	Armadura passiva negativa
Especificação	30 MPa 1.550 kg/m ³	MF75 #0,80 mm	CP190RB	CA-50
Espessura/diâmetro (mm)	200 mm	0,76 mm	2×φ12,7mm	6×φ10 mm
Área total (mm ²)	137.930	1.000	201,8	471
Distância do Centróide em relação a base (mm)	115	37,5	40 / 140	160
Módulo de elasticidade (MPa)	14.500	210.000	200.000	200.000
Inércia da seção (mm ⁴)*	386.688.300	989.200	-	-

Nota (*): Inércia calculada em relação ao seu próprio centro de gravidade da seção.

Fonte: Elaborado pelo autor

Nos capítulos seguintes são apresentados os resultados experimentais, discussões, previsões teórico-analíticas e comparações.

7 SOBRE A CARACTERIZAÇÃO MECÂNICA DOS MATERIAIS

Nesse capítulo são apresentados e discutidos os resultados de caracterização dos materiais utilizados nas lajes mistas: concreto leve, fôrma de aço incorporada, armaduras passivas e monocordoalhas engraçadas.

Seguem descritos os resultados, análises e comparações.

7.1 Concreto leve

Todos os protótipos das lajes foram produzidos com concreto leve usando argila expandida com traço referência indicado na Tabela 6.1 do tópico 6.1.1 Concreto leve. A resistência média f_{cm} foi de 30 MPa e a massa específica do concreto leve de $\rho_c = 1.550 \text{ kg/m}^3$ e o módulo elástico (médio) de 14,5 GPa. Comparativamente com os concretos de agregados normais, possuem massa específica média da ordem de 2.400 kg/m^3 , o concreto produzido apresentou redução da sua massa da ordem de 35%.

As propriedades mecânicas de resistência à compressão média f_{cm} , módulo de elasticidade E_{cm} foram obtidas a partir de ensaios padronizados em corpos de prova cilíndricos (100 mm $\times$ 200 mm). A massa específica do concreto leve foi medida a partir dos corpos de prova ensaiados. A Tabela 7.1 apresenta os resultados obtidos para idades de sete, dez, vinte e oito e trinta e dois dias de idade do concreto. A resistência à compressão não obteve diferença significativa entre as idades avaliadas, devido principalmente ao uso do cimento de alta resistência inicial (CPV-ARI).

Três corpos de prova foram ensaiados a compressão e medidas as deformações através de extensômetros elétricos de resistência. A partir da curva tensão $\times$ deformação, o módulo de deformação elástica do concreto foi determinado, com módulo cordal entre 0,5 e 10 MPa ($\sim 0,3 \cdot f_c$). A Tabela 7.2 e a Figura 7.1 apresenta os resultados teóricos e gráfico do ensaio de compressão com curva tensão $\times$ deformação, respectivamente.

Tabela 7.1 - Resultados dos testes de caracterização mecânica do concreto leve

Data concretagem	Data do ensaio	Idade (dias)	CPs	Massa m (g)	Altura h (mm)	Força F _u (kN)	Tensão σ _u (MPa)	Massa Esp. δ _c (kg/m ³)	
13/06/2022	20/06/2022	7	1	2.409	197	214,1	27,3	1.557	
14/06/2022		6	2	2.386	195	219,5	27,9	1.557	
			3	2.366	196	243,8	31,0	1.537	
			4			209,5	26,7		
			5			225,6	28,7		
			6			171,6	21,9		
	23/06/2022	10	1	2.406	192	231,2	29,4	1.596	
		9	2	2.391	194	246,3	31,4	1.569	
			3	2.417	196	252,5	32,1	1.570	
	12/07/2022	28	1			235,0	29,9		
		27	2			218,4	27,8		
			3			259,3	33,0		
	15/07/2022	32	1	2.323	196	216,6	27,6	1.509	
			2	2.400	196	243,3	31,0	1.559	
			3	2.313	195	220,0	28,0	1.510	
			4	2.299	190	219,3	27,9	1.541	
			5	2.399	195	230,0	29,3	1.566	
			6	2.278	190	255,8	32,6	1.523	
			7	2.322	193	236,1	30,1	1.532	
			8	2.363	194	235,6	30,0	1.551	
		31	9	2.306	192	238,2	30,3	1.529	
Valor Médio:							30,0	1.550	
Desvio padrão:							1,75	27	

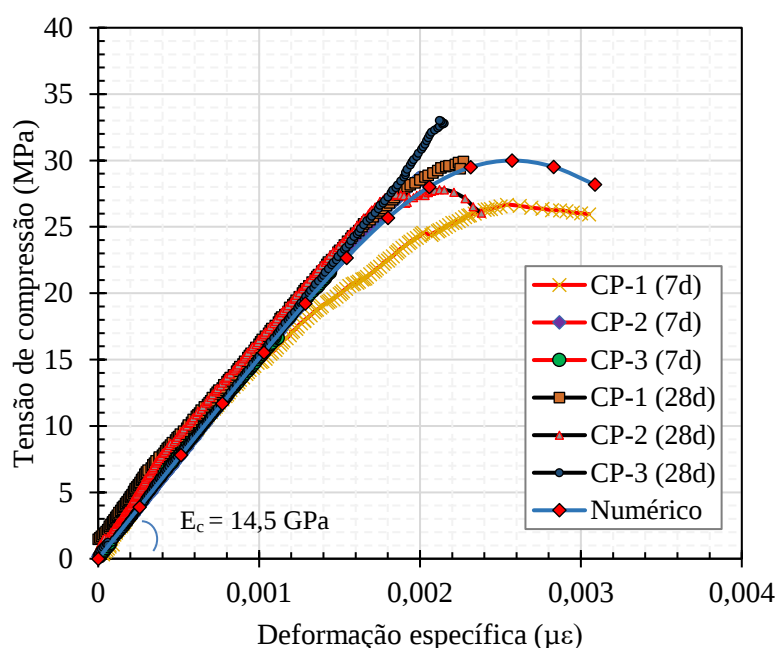
Fonte: Elaborado pelo autor.

Tabela 7.2 – Resumo dos resultados dos corpos de prova na avaliação do módulo de elasticidade e da resistência

CP	Idade t (dias)	f _{cm} (MPa)	E _{cm} (GPa)
01	7	26,7	14,5
02		28,7	15,0
03		21,9	14,8
01	28	29,9	14,0
02		27,8	14,2
03		33,0	14,5
Média geral:		30,0	14,5

Fonte: Elaborado pelo autor

Figura 7.1 - Curva tensão × deformação do ensaio de compressão nas idades de 07 e 28 dias



Fonte: Elaborado pelo autor

O módulo elástico para concreto normal para a resistência média de 30 MPa, possui valor médio de 25 a 30 GPa, conforme previsões nos modelos normativos (ABNT NBR 6118:2012, ACI 318:2019, Eurocode 2:2004). Dessa forma, o valor do módulo elástico para concreto leve empregado tem uma redução da ordem de 42% a 52% para os de concreto normal.

A partir dos resultados experimentais, foi traçando a curva teórica do comportamento à compressão do concreto leve pelo modelo baseado na modificação do modelo da curva tensão × deformação na compressão de Thorenfeldt *et al.* (1978), que considera os efeitos da massa específica ρ do concreto – Eq. 4.34. O valor do módulo elástico foi estimado pelo EN-1992-1-1:2004 e a curva descreveu satisfatoriamente o comportamento médio de tensão × deformação na compressão.

Sobre a resistência à tração do concreto, foi realizada avaliação mediante ensaio de flexão a três pontos (3P) e quatro pontos (4P), em seis prismas de concreto, de dimensões 150 mm × 150 mm × 500 mm. Ensaio de tração por compressão diametral foram realizados em dezoito corpos de provas cilíndricos 100 mm × 200 mm, cujas faces de apoio foram retificadas mecanicamente. A Tabela 7.3 apresenta os resultados obtidos nas idades de interesse.

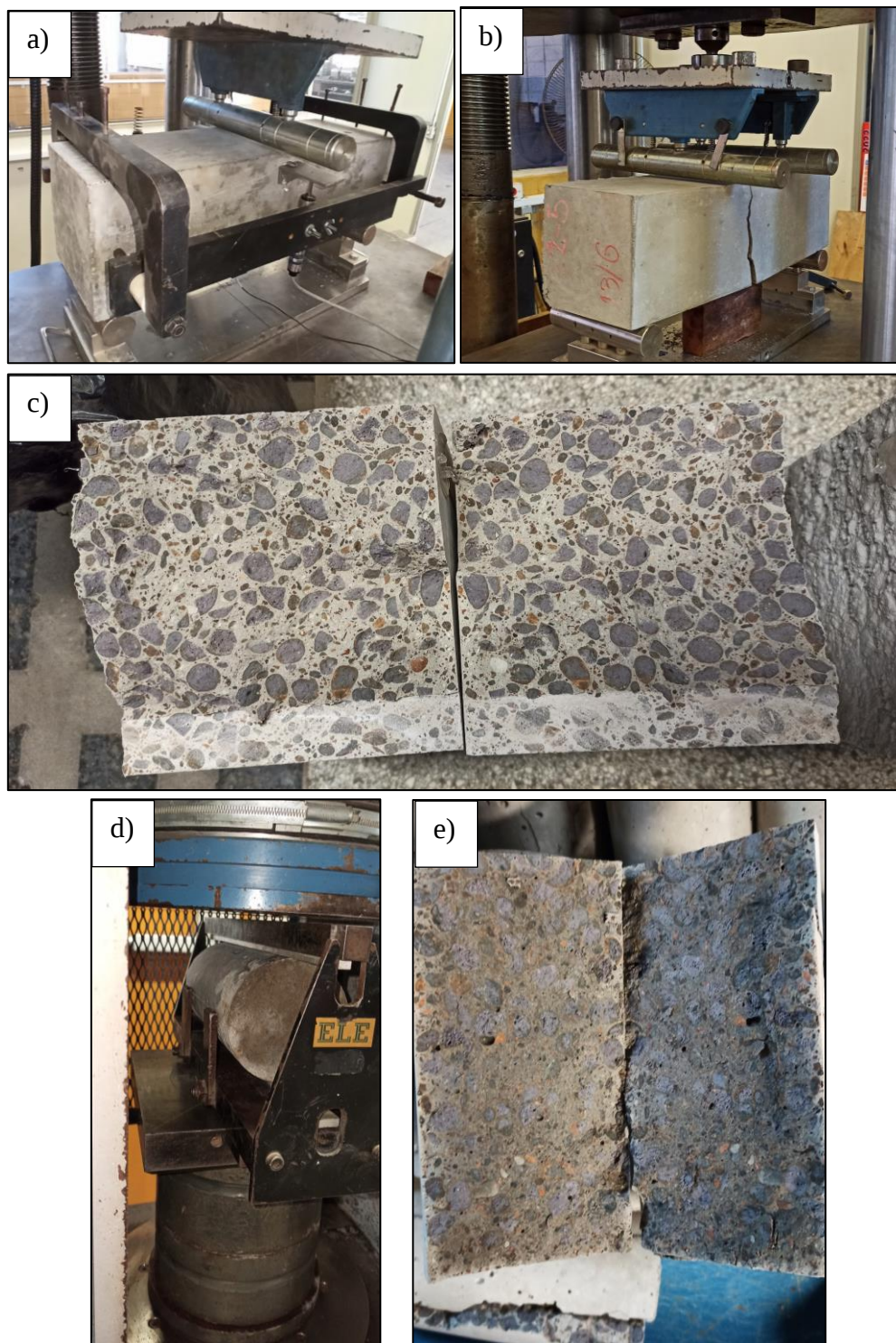
Tabela 7.3 - Valores da caracterização da resistência a tração por compressão diametral e tração na flexão por três pontos (3P) e quatro pontos (4P)

Ensaio de tração por compressão diametral				Ensaio de tração na flexão			
CP	Idade do concreto (t) (em dias)	Força aplicada (kN)	Tensão $f_{ct,sp}$ (MPa)	Força aplicada (kN)		Tensão $f_{ct,f}$ (MPa)	
		-	-	3P	4P	3P	4P
01	7	36,7	1,21	5,59	-	1,93	-
02		55,6	1,82	4,90	-	1,69	-
03		60,7	2,00	5,54	-	1,91	-
01	9	46,4	1,53				
02		64,9	2,13				
03		73,6	2,44				
01	21	66,4	2,18				
02		49,4	1,62				
03		29,9	1,98				
04		57,9	1,90				
05		46,4	1,52				
06		53,4	1,75				
01	31	49,2	1,62	5,95	12,5	2,06	1,67
02		74,9	2,46	4,94	13,43	1,71	1,79
03		53,8	1,76	4,99	15,67	1,72	2,09
04		46,3	1,54				
05		61,5	2,04				
06		58,6	1,93				
Valor máximo:		74,9	2,46	5,98	12,5	1,69	1,67
Média geral:		54,8	1,86	5,32	13,87	1,84	1,85
Valor mínimo:		29,9	1,52	4,90	15,67	2,06	2,09

Fonte: Elaborado pelo autor

A resistência média à tração do concreto média obtida na idade de sete dias (7d) e para a idade de trinta e um dias (31d) teve um ligeiro acréscimo. De modo geral, a resistência à tração pelas três abordagens apresentou valores muito próximos, com a sua média em torno de 1,85 MPa. A Figura 7.2 ilustra corpos de prova durante ensaios na avaliação na tração do concreto e a visualização da distribuição geral dos agregados e pasta, após ruptura do corpo de prova, onde se observa uma regular distribuição dos agregados leves da argila expandida e ruptura do agregado, diferente daquela que ocorre principalmente na interface pasta-agregado nos concretos convencionais.

Figura 7.2 – Ensaios de avaliação da resistência a tração do concreto leve: tração na flexão de prismas com ensaio de flexão por três pontos 3P (a) e quatro pontos 4P (b), corpo de prova prismático com entalhe de 25 mm e visualização da distribuição geral dos agregados e pasta (c), ensaio de tração por compressão diametral em corpos de provas cilíndricos (d) e, respectiva visualização da distribuição dos agregados (e) e pasta



Fonte: Elaborado pelo autor

Os valores médios de resistência à tração do concreto f_{ct} para a resistência média na compressão de 30 MPa, estimados com base nos modelos convencionais para concreto normal, são da ordem de 2,9 a 3,3 MPa. A estimativa para a resistência à tração do concreto leve, mediante modelo *fib* CEB Model Code:2010, cuja resistência é estimada com base na avaliação de concretos normais ponderado pelo parâmetro de redução $\eta_{LWC} = 0,4 + 0,6 \rho / 2200 = 0,82$, tem valor estimado entre 2,4 MPa a 2,7 MPa. Portanto, a resistência a tração no concreto leve apresentou uma redução significativa, comparada aos valores médios de um concreto normal.

Da literatura técnica, a estimativa mais aproximada para resistência à tração do concreto leve foi tomada como estimativa pela resistência à compressão, tomando 0,9 do valor e corrigida pelos parâmetros α de forma da seção transversal e η_{LWC} que eleva em conta a massa específica do concreto, pela Eq. 7.1:

$$f_{ct} = 0,9 \cdot \eta_{LWC} \cdot \alpha \cdot 0,3 \sqrt{f_c} \quad (7.1)$$

Em que: $\eta_{LWC} = 0,4 + 0,6 \rho / 2200$, α é parâmetro depende da forma da seção transversal, sendo adotado valor de 1,5 para seção transversal retangular; e f_c é a resistência à compressão do concreto.

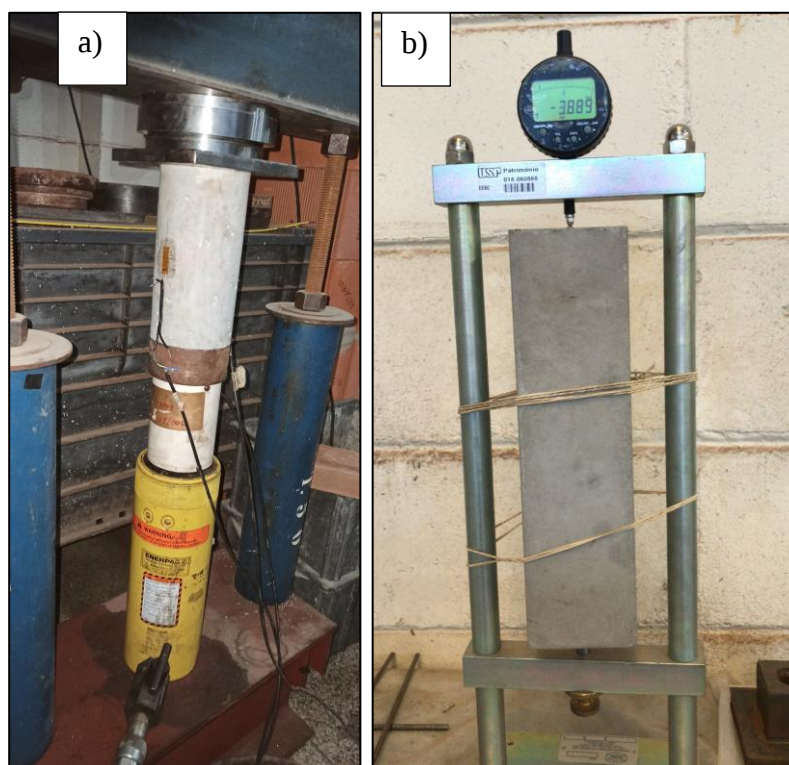
O valor da resistência a tração do concreto leve f_{ct} pela proposta é de 1,83 MPa, muito aproximado dos valores médios experimentais de 1,85 MPa.

Comportamento reológico do concreto leve

Dois ensaios exploratórios foram realizados junto ao concreto leve: 01) ensaio de fluência de um corpo de prova cilíndrico mediante força de compressão ao longo de doze semanas; e, 02) avaliação da deformação por retração de corpo de prova prismático, na condição de secagem e na condição selado, mantido nas mesmas condições locais e ambientais dos protótipos das lajes mistas. A Figura 7.3 ilustra os corpos de prova sob ensaio.

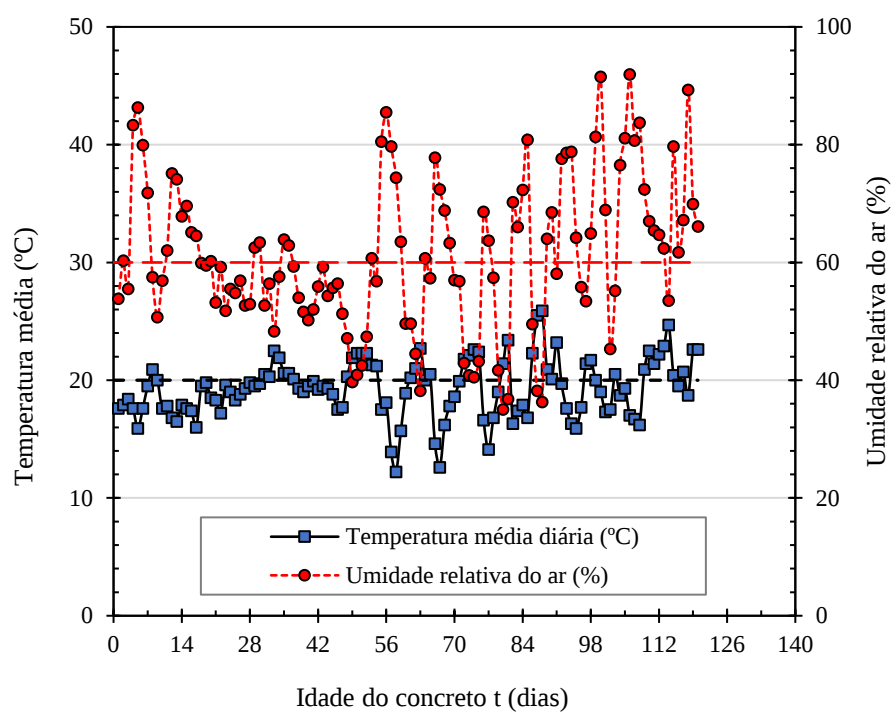
A temperatura e a umidade relativa do ar foram monitoradas mediante sensor local, com medição da média diária, conforme ilustrado na Figura 7.4. A temperatura média foi de 20°C e a umidade relativa média de 60% pelo período analisado.

Figura 7.3 - Corpos de provas submetido aos ensaios de a) fluência e b) retração



Fonte: Elaborado pelo autor

Figura 7.4 - Temperatura e umidade relativa do ar médias diárias



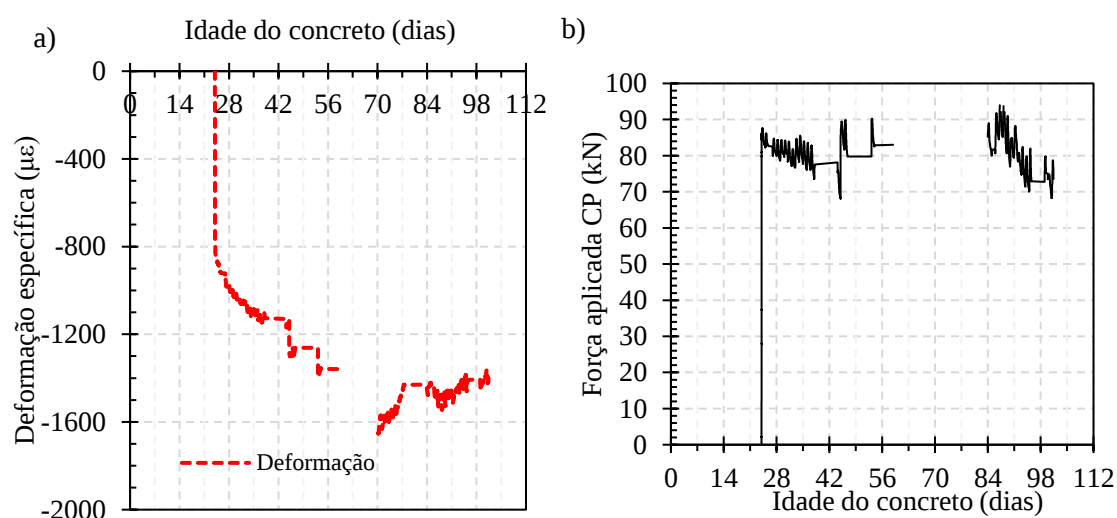
Fonte: Elaborado pelo autor

Ensaio de fluência

A Figura 7.5 a) traz os resultados da evolução da deformação do corpo de prova mantido sob carregamento de compressão indicada em b). A força média inicial aplicada foi da ordem de 85 kN, $t_0 = 24$ dias, correspondente a 36% da tensão de compressão de 30 MPa.

O coeficiente de fluência do concreto leve $\varphi_{cr}(t, t_0)$ foi obtido pela Eq. 3.10. O valor experimental sofreu flutuações devidas as variações da temperatura e umidade relativa do ar e devido a flutuação do carregamento observado, por se tratar de ambiente não controlado, apenas monitorado.

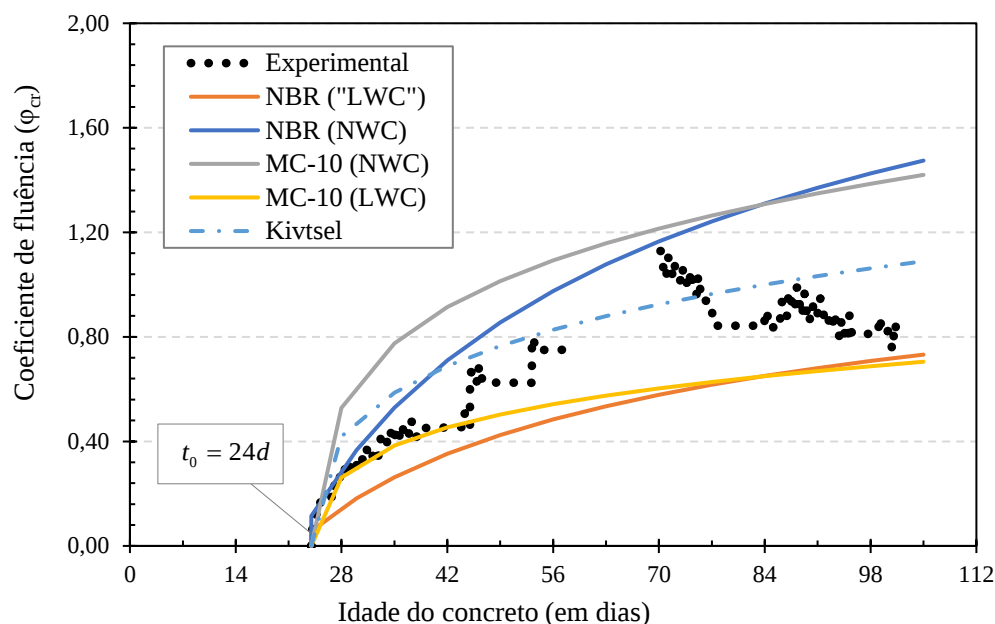
Figura 7.5 - Resultados experimentais do ensaio de fluência do corpo de prova cilíndrico sob carga de compressão



Fonte: Elaborado pelo autor

A Figura 7.6 apresenta os valores do coeficiente de fluência $\varphi_{cr}(t, t_0)_{Exp.}$ obtido experimentalmente e dos coeficientes de fluência $\varphi_{cr}(t, t_0)_{Num.}$ obtidos pelas previsões dos modelos da *fib* CEB Modelo Code:2010 para concreto normal (NWC) e para concreto leve (LWC), corrigido pelo coeficiente η_{LWC} . Foi estimado o coeficiente de fluência pelo modelo da ABNT NBR 6118:2023 para concreto normal (NWC) e estendido ao concreto leve (LWC) pelo fator de correção η_{LWC} . Por fim, foi estimado o coeficiente de fluência pelo modelo de Kivitsel (2010). Os modelos estão apresentados no Apêndice A.

Figura 7.6 - Valores dos coeficientes de fluência $\varphi_{cr}(t, t_0)$ experimental e estimativas pelos modelos normativos e da literatura técnica



Fonte: Elaborado pelo autor

Os modelos normativos da ABNT NBR 6118:2023 e do *fib* CEB Model Code:2010, ajustados considerando concreto leve tem aspectos similares da curva de evolução da fluência, tendo o modelo da NBR 6118 valores de coeficiente de fluência menores nas primeiras idades. Os valores previstos pelo modelo de Kivtsel (2010) apresentaram boa concordância com aspecto médio visual da curva experimental. As previsões dos modelos normativos para concreto leve representaram adequadamente a faixa de valores mínimos e máximos obtidos experimentalmente no intervalo do exame.

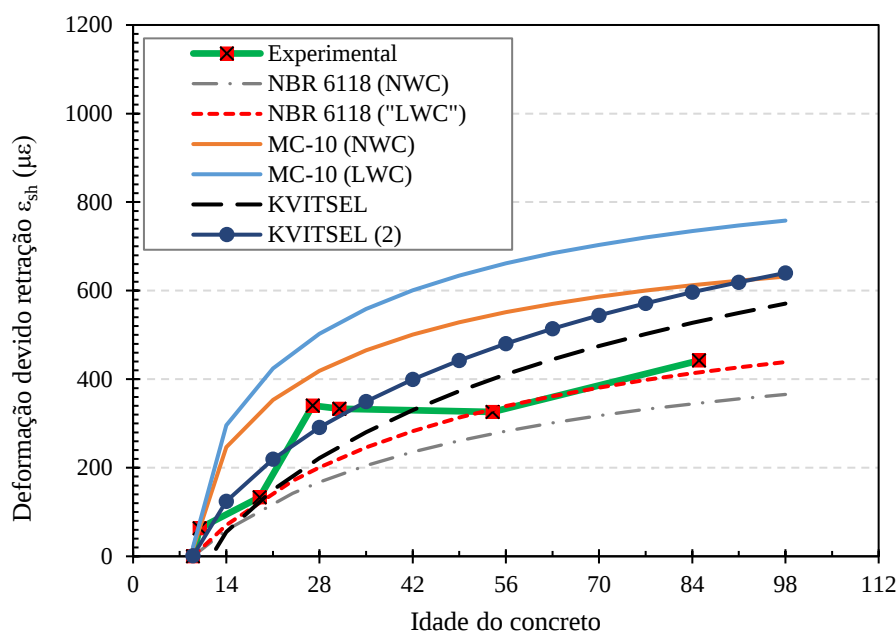
Ensaio de retração

A Figura 7.7 traz os resultados do ensaio realizado na avaliação da retração do concreto leve, mediante medições das deformações de corpo de prova prismático 75 mm × 75 mm × 285 mm, ao final da cura da laje e corpos de prova, idade do concreto de 9 dias. O teste exploratório avaliou a deformação do corpo de prova com suas faces expostas ao meio local.

Os valores da retração $\varepsilon_{sh}(t, t_s)_{Exp.}$ experimental foi comparado com as previsões dos modelos da *fib* CEB Model Code:2010 para concreto normal (NWC) e para concreto

leve (LWC), ampliados pelo multiplicador 1,20. Foi estimado a retração pelo modelo da ABNT NBR 6118:2023 para concreto normal (NWC) e estendido ao concreto leve (LWC) pelo fator de correção 1,20. Por fim, foi estimada a retração pelo modelo de Kivitsel (2010). Os modelos estão apresentados no Apêndice A.

Figura 7.7 - Valores da retração do concreto $\varepsilon_{sh}(t, t_s)$ experimental e estimativas pelos modelos normativos e da literatura técnica



Fonte: Elaborado pelo autor

O modelo normativo do *fib* CEB Model Code 2010 para concreto leve apresentou valores superiores em toda a curva, apresentando os maiores valores previstos. A proposta do modelo da NBR 6118, para concreto normal e majorado na estimativa da retração do concreto leve apresentou boa concordância com os valores inferiores da curva experimental. Os valores previstos pelo modelo de Kivitsel (2010), considerando e desprezando a parcela de inchaço do modelo, apresentaram melhor concordância nas primeiras idades com aspecto médio visual da curva experimental. As previsões da retração do modelo normativo da ABNT NBR 6118:2023 ao concreto normal, estendido pelo multiplicador 1,20 na estimativa da retração do concreto leve representou razoável adequação a faixa de valores médios obtidos experimentalmente.

7.2 Fôrma de aço incorporada

As propriedades mecânicas do aço das fôrmas de aço incorporadas, de especificação ZAR-280, conforme ABNT NBR 7008-3:2021 foram determinadas com base em ensaios de tração uniaxial de seis corpos de prova extraídos junto as mesas inferiores e superiores do perfil trapezoidal, seguindo os procedimentos da ASTM A370-14:2014, apresentado por Santos (2019).

Os valores da resistência ao escoamento (f_y), da resistência à ruptura (f_u), do alongamento na ruptura e do módulo de elasticidade (E_{sd}) são mostrados na Tabela 7.4, possuindo valores médios de 348,5 MPa, 394,7 MPa e 210 GPa, respectivamente.

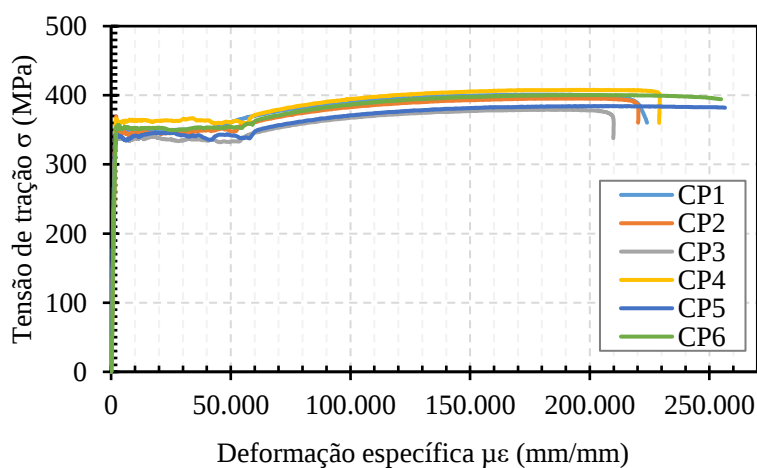
Tabela 7.4 - Caracterização mecânicas da força de aço incorporada MF-75

Corpo de prova	f_y (MPa)	f_u (MPa)	E_{sd} (MPa)	Alongamento (%)
CP1	350,1	401,2	209,4	23,0
CP2	345,9	395,2	215,7	22,0
CP3	350,0	379,2	208,1	21,0
CP4	338,2	407,9	206,3	23,0
CP5	363,3	384,6	206,7	25,7
CP6	343,4	400,3	213,9	25,5
Média	348,5	394,7	210,0	23,4
Base de medida: 50 mm				

Fonte: Elaborado pelo autor

A Figura 7.8 mostra a curva tensão × deformação das amostras ensaiadas, composta por patamar de escoamento e encruamento até estricção e ruptura.

Figura 7.8 - Curva experimental tensão × deformação do ensaio de caracterização da fôrma de aço incorporada



Fonte: Elaborado pelo autor

7.3 Aço de protensão

Foram utilizadas monocordoalhas engraxadas e plastificadas, do tipo cordoalha CP190RB EP - $\phi 12,7\text{mm}$ (ou $\phi 0,5''$ polegadas), compostas por sete fios, fornecidas pela Empresa Rudloff¹ (2022). Os valores médios adotados na caracterização geométrica e mecânica de cordoalhas CP190RB - $\phi 12,7\text{mm}$ são adotados conforme relatório cedido pelo r das fornecedoras Arcelor Mittal (2021) e Belgo Bekaert Arames (2021), mediante relatório de qualidade com medições e de ensaios disponíveis em Arcelor Mittal (2021) e (www.belgo.com.br). A Tabela 7.5 traz resumo das especificações das monocordoalhas utilizadas.

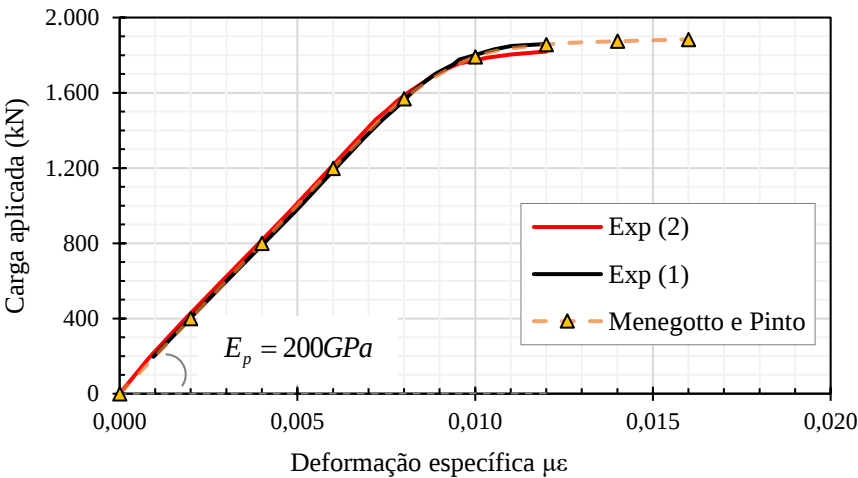
Tabela 7.5 - Especificação da cordoalha engraxadas e plastificadas para protensão

Espec.	Diâmetro nominal (mm)	Área aprox. (mm²)	Massa aprox. de aço (kg/1000 m)	Massa aprox. cordoalha plastificada e engraxada (kg/1000 m)	Carga mínima ruptura (kN)	Carga mínima a 1% de deformação (kN)	Alongamento até a ruptura (%)
Cordoalha CP190RB12,70	12,7	101	792	890	187	169	3,5

Fonte: Arcelor Mittal (2021)

A Figura 7.9 traz os resultados do comportamento uniaxial por ensaio de tração de duas amostras com especificação semelhantes.

Figura 7.9 - Curvas carga (kN) × deformação específica em duas amostras de monocordoalhas CP190RB $\phi 12,7\text{mm}$



Fonte: Adaptado de Arcelor Mittal (2021)

¹ A **Rudloff** foi fundada em 1960, como indústria de materiais para a construção civil, com especialização em concreto protendido. Disponível em: www.rudloff.com.br. Acesso em: jan. 2025.

A curva experimental do comportamento da armadura ativa foi representada adequadamente pelo modelo proposto por Menegotto e Pinto (1973) para comportamento à tração do aço de protensão, conforme Eq. 7.2 e 7.3

$$f_p = \varepsilon_p E_p \left[Q + \frac{1-Q}{(1 + \varepsilon_p^{*R})^{1/R}} \right] \leq f_{pu} \quad (7.2)$$

$$\varepsilon_p^* = \frac{\varepsilon_{pi} E_p}{K \cdot f_{py}} \quad (7.3)$$

Em que E_p é o módulo de elasticidade do aço de protensão, igual a 200 GPa. Q, K e R são os coeficientes adimensionais, sendo atribuídos os valores de 1,1; 0,019 e 10, respectivamente, que melhor representaram o comportamento dos ensaios experimentais da armadura ativa e f_{pyk} corresponde a tensão de escoamento da armadura, conforme ilustrado na Figura 7.9.

As cordoalhas engraxadas produzidas pela Belgo Bekaert Arames atendem as especificações técnicas nacionais da ABNT NBR 7483:2021.

Em relatório de ensaios de caracterização de Belgo Bekaert Arames (2021), a partir do teste de relaxação com uma amostra de monocordoalha CP190RB - $\phi 12,7\text{mm}$, o valor médio encontrado foi para perda por relaxação após 1000 horas a 20°C, para carga inicial de 80% da carga de ruptura correspondente, o valor médio obtido foi de 1,56%, respeitando os valores normativos indicados de no máximo 3,5%, para as armaduras de baixa relaxação.

7.4 Armaduras passivas

O módulo de elasticidade, a resistência ao escoamento e a resistência à ruptura dos vergalhões CA-50, utilizadas como armaduras negativas nos protótipos com continuidade e nas armaduras de fretagem junto as ancoragens, foram determinadas com base em ensaios de tração de corpos de prova de 800 mm de comprimento, seguindo as recomendações da ABNT NBR 7480:2024.

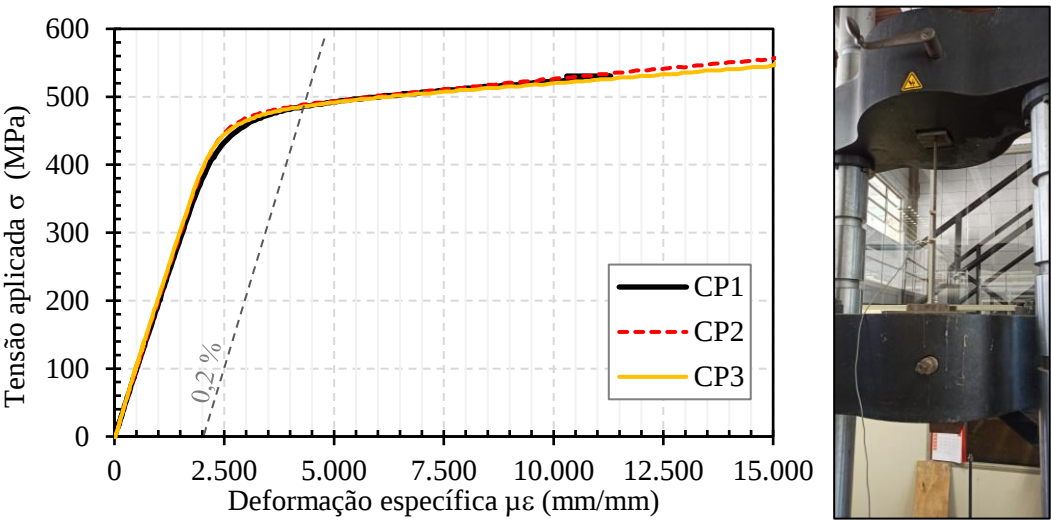
Os resultados são mostrados na Tabela 4.3 e Figura 7.10 traz a curva de tensão deformação do ensaio de tração uniaxial.

Tabela 7.6 – Caracterização geométrica e mecânica das armaduras passivas

Diâmetro ϕ (mm)	Área (mm ²)	Corpo de prova	f_y (MPa)	f_u (MPa)	E (MPa)
8	50,3	CP1	638	692	187
		CP2	640	686	188
		CP3	595	697	180
10	78,5	CP1	492	661	194
		CP2	494	666	200
		CP3	491	661	199
12,5	122,7	CP1	516	758	199
		CP2	507	753	189
		CP3	500	748	198
<i>Média ϕ 10 mm:</i>			492	663	198
Base de medida: 10 ϕ – NBR 7480 (ABNT, 2024)					

Fonte: Elaborado pelo autor

Figura 7.10 - Curva experimental tensão × deformação das armaduras ϕ 10 mm (CA-50)



Fonte: Elaborado pelo autor

As armaduras passivas estão de acordo com as recomendações da ABNT NBR 7480:2024, com valores de $f_u \geq 1,10 f_y$ e $f_u \geq 660 MPa$.

Os valores médios das armaduras negativas adotadas ϕ 10mm para tensão de escoamento e tensão de ruptura foram de 492 MPa e 663 MPa, respectivamente.

8 COMPORTAMENTO DAS LAJES MISTAS DE AÇO E CONCRETO LEVE E AVALIAÇÃO DA RESISTÊNCIA DA INTERFACE AÇO-CONCRETO

Nesse capítulo são apresentados os resultados dos ensaios de flexão a quatro pontos das lajes mistas simplesmente apoiadas LM-01 e LM-02 no estudo da avaliação em ruína e obtenção dos parâmetros da resistência da interface τ_m e realizado as comparações com os resultados encontrados na literatura.

Por fim, são apresentados os resultados do ensaio da laje mistas com continuidade LMc-03 e apresentados as estimativas da carga última da laje considerando formação das rótulas plásticas e esgotamento da estrutura.

Os resultados experimentais do comportamento estrutural dos protótipos das lajes mistas (não-protendidas) usando concreto leve, na condição simplesmente apoiadas são apresentados na sequência. Os dois ensaios (LM-01 e LM-02) foram utilizados para a determinação da resistência ao cisalhamento da interface aço-concreto τ_m e parâmetros do método m-k e sua verificação com os dados presentes na literatura.

Um protótipo com continuidade entre dois vãos (LMc-03) com a mesma geometria do protótipo referência (LM-02) avalia o comportamento nas condições de carregamento em serviço e a capacidade última do sistema com continuidade entre vão mediante uso de armadura negativa, em relação aos protótipos simplesmente apoiados. Por fim, usando método de interação parcial estima a capacidade resistente da seção positiva e foi calculado a estimativa da carga última do sistema.

8.1 Lajes mistas simplesmente apoiadas

Foram medidas a força aplicada pelo atuador (com controle de deslocamentos), deslocamentos verticais (flechas) e deslizamentos relativos de extremidades entre fôrma de aço e concreto pelos transdutores deslocamento (TD) e as deformações específicas na fôrma de aço e no concreto em três seções específicas por meio de extensômetros elétricos de resistência (E): no meio do vão (S2) e nas proximidades do ponto de aplicação da força (S1 e S3), afastadas em 150 mm, em direção aos apoios.

As Figura 8.1 e Figura 8.2 ilustram a instrumentação e posição dos extensômetros utilizados.

Figura 8.1 - Instrumentação e seções transversais analisadas

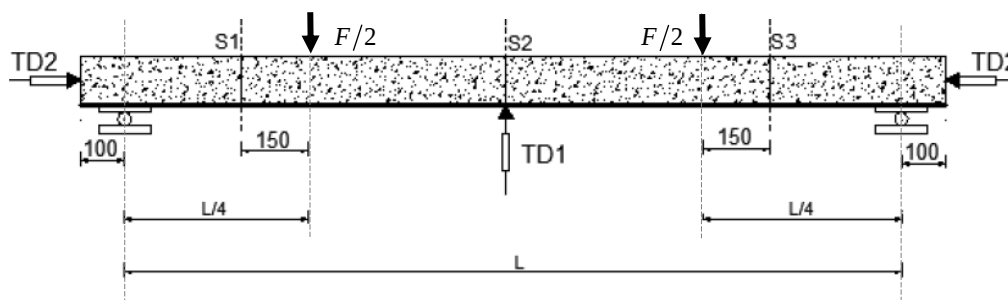
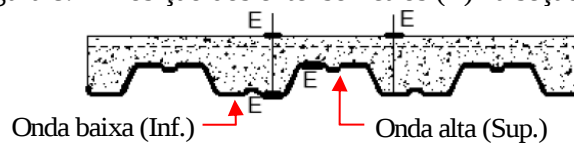


Figura 8.2 - Posição dos extensômetros (E) na seção transversal



Fonte: Elaborado pelo autor

As Figura 8.3 e Figura 8.4 ilustram a configuração e montagem final do ensaio de flexão a quatro pontos dos protótipos LM-01 e LM-02, com vão de cisalhamento L_s igual a quarto do vão $L/4$, conforme normativas do Eurocode 4:2004 e AS/ANS 2327:2017.

Figura 8.3 - Protótipo de laje mistas usando concreto leve LM-1 com vão livre de 1.800 mm



Fonte: Elaborado pelo autor

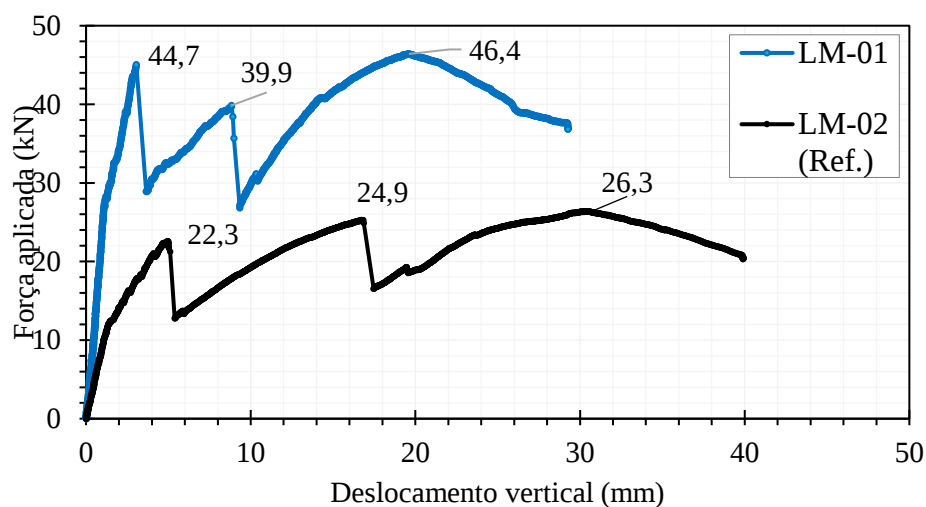
Figura 8.4 - Protótipo de laje mistas usando concreto leve LM-2 com vão de 2.800 mm



Fonte: Elaborado pelo autor

A Figura 8.5 traz os resultados da curva força $\times$ deslocamento (flecha) dos protótipos. A laje mista LM-01 com menor vão de cisalhamento $L_s = 450\text{mm}$ apresentou maior capacidade última do que a LM-02 com maior vão de cisalhamento $L_s = 700\text{mm}$. Ambos ensaios apresentaram um panorama geral muito semelhantes.

Figura 8.5 – Curva experimental Força aplicada $\times$ Deslocamentos verticais (flechas) dos protótipos das lajes mistas simplesmente apoiadas

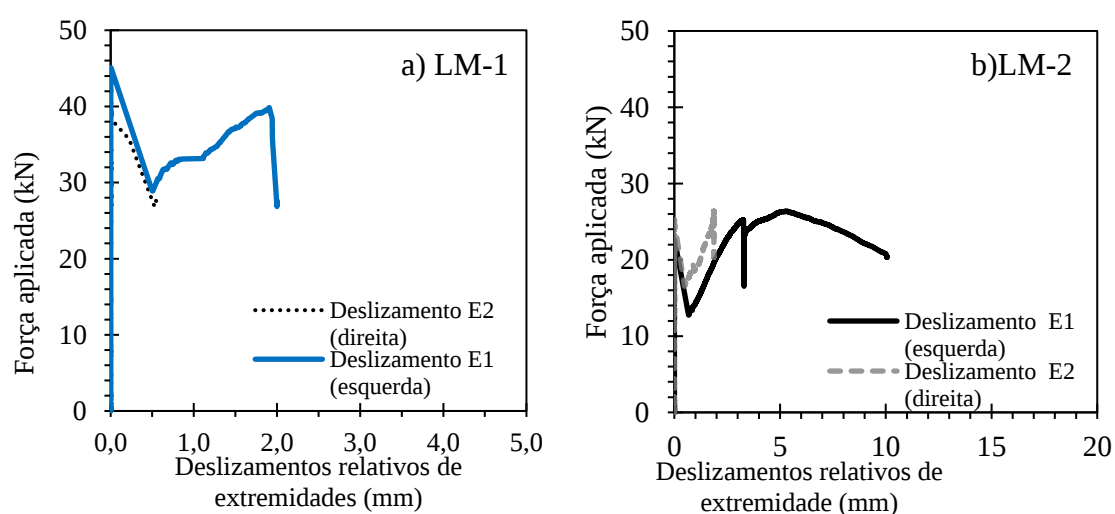


Fonte: Elaborado pelo autor

No estágio inicial de carregamento, os protótipos estão em regime de interação total e com comportamento tipicamente linear. Com os acréscimos do carregamento, ocorreu a formação de fissuras na região do vão central com diminuição da rigidez do sistema. Com aumento gradual do carregamento, ocorreu deslizamentos relativos de extremidades levando a mudança do regime de interação total para interação parcial, tendo ocorrido deslizamentos em ambas as extremidades pronunciadas pelos picos e quedas consecutivas, seguidas por um engrenamento devido a interação ainda crescente da superfície aço-concreto, com aumento da capacidade resistência até o pico máximo, onde ocorreu posterior queda da curva, sem novas acréscimos de carga, momento que foi paralisado e encerrado os ensaios. Após esse pico final, indica-se que ocorreu ali regime de interação nula, onde não mais ocorreu transferência de forças entre aço e concreto, onde a separação vertical entre aço e concreto no vão de cisalhamento e a ocorrência de ondulações indicativas da ocorrência das instabilidades locais no perfil da fôrma de aço incorporada, verificadas ao final do ensaio, resultando na falha estrutural típica do cisalhamento longitudinal.

A Figura 8.6 ilustra o comportamento dos protótipos quanto a ocorrência dos deslizamentos relativos de extremidade ao longo dos ensaios. A Figura 8.7 registra a ocorrência dos deslizamentos relativos de extremidades entre aço e concreto para o protótipo LM-02 ao ser finalizado o ensaio. Ambas extremidades ocorrem deslizamentos.

Figura 8.6 - Curva Força $\times$ Deslizamentos relativos de extremidades: a) LM-01 e b) LM-02



Fonte: Elaborado pelo autor

Figura 8.7 - Deslizamentos relativos de extremidade entre aço e concreto

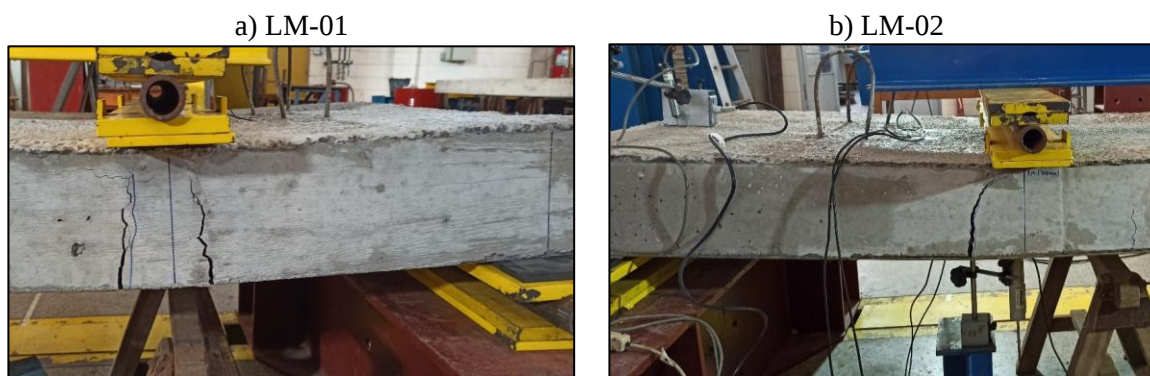


Fonte: Elaborado pelo autor

Os dois protótipos apresentaram ruína (falha) por cisalhamento longitudinal, evidenciada pela típica formação de pronunciadas fissuras diagonais próximas aos pontos de aplicação de força (Figura 8.8) e pelos deslizamentos relativos entre a fôrma de aço e o concreto (Figura 8.7). Somado a ocorrência das instabilidades locais (ondulação na parte comprimida) do perfil da fôrma de aço (Figura 8.9) e da separação vertical entre aço e concreto no vão de cisalhamento (Figura 8.10).

As curvas de deformações específicas na fôrma de aço e no concreto para as seções transversais (Figura 8.1) ao longo dos ensaios são apresentadas na Figura 8.11.

Figura 8.8 - Fissura típica sob ponto de aplicação do carregamento: a) LM-01 e b) LM-02



Fonte: Elaborado pelo autor

Figura 8.9 - Separação vertical entre aço e concreto no vão de cisalhamento observado nas extremidades



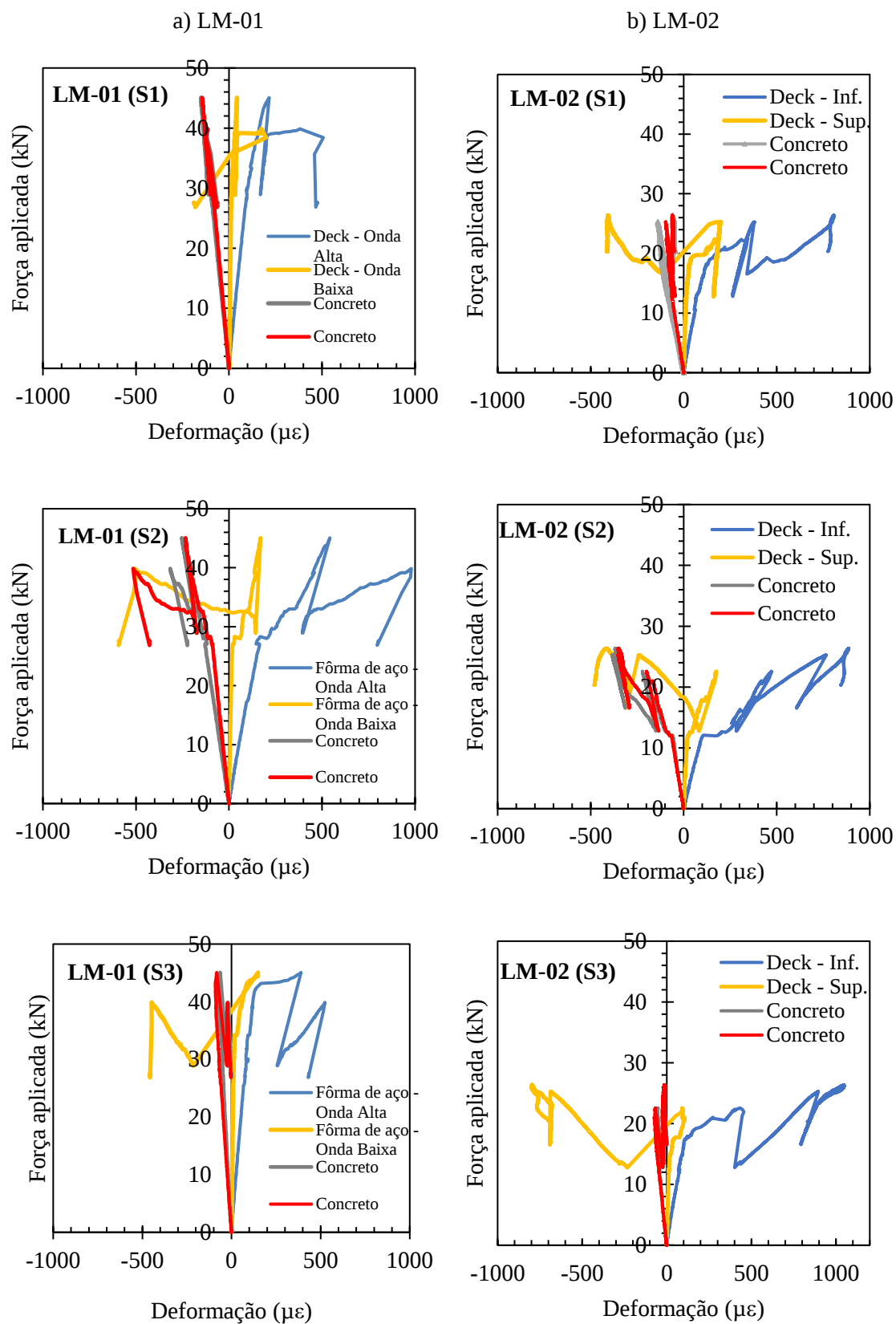
Fonte: Elaborado pelo autor

Figura 8.10 - Ondulações na parte comprimida da fôrma de aço no final do ensaio



Fonte: Elaborado pelo autor

Figura 8.11 - Curvas de distribuição de deformações específicas do protótipo nas seções indicadas dos protótipos: a) LM-02 e B) LM-02 – seção S1, S2 e S3, respectivamente



Fonte: Elaborado pelo autor

Ambos os protótipos apresentaram comportamentos nas seções de aspectos semelhantes. As curvas (força aplicada $\times$ deformações específicas) demonstram que as lajes possuem comportamento material linear até a fissuração do concreto, se ocorrida naquela seção, sendo mais pronunciada nas seções ao meio do vão $L/2$, com os maiores momentos fletores. Antes da ocorrência dos deslizamentos relativos entre fôrma de aço e concreto, toda a fôrma de aço encontra-se tracionada, indicando regime de interação total. Após o início dos deslizamentos relativos, surge inversão progressiva das deformações da parte superior (onda alta) da fôrma de aço, indicando deformações de compressão, apontando para a existência de duas linhas neutras na seção transversal, caracterizando o regime de interação parcial das lajes mistas para nível de carregamento atuante.

O nível de deformação última do concreto para o protótipo LM-01 e LM-02 para seção do meio do vão, foi da ordem de $-400\mu\epsilon$ a $-500\mu\epsilon$, correspondendo a uma tensão de aproximadamente 5,8 MPa a 7,25 MPa. Para a fôrma de aço nas seções analisadas, a onda alta e a onda baixa chegaram a valores da ordem de $-500\mu\epsilon$ e $1.000\mu\epsilon$, correspondendo a uma tensão de aproximadamente 100 MPa a 200 MPa, respectivamente.

A Tabela 8.1 traz um resumo dos resultados experimentais dos protótipos LM-01 e LM-02, na condição simplesmente apoiados, carga máxima suportada pelos protótipos, para as cargas de interesse, correspondentes a ocorrência de deslizamentos (valores referências de 0,1 mm e 0,5 mm) e cargas máximas. A relação $F_{m\acute{a}x}/F_{s=0,5mm}$ maior que 1,10 indica que as lajes mistas tiveram comportamento dúctil, conforme recomendação da AS/ANS 2327:2017.

Tabela 8.1 - Resultados experimentais dos protótipos das lajes mistas usando concreto leve na condição simplesmente apoiadas

Protótipo	$F_{s=0,1mm}$ (kN)	$F_{s=0,5mm}$ (kN)	$F_{m\acute{a}x}$ (kN)	$F_{m\acute{a}x}/F_{s=0,5mm}$	F_{TOTAL}^{1*} (kN)	$V_{F_{m\acute{a}x}}^{2*}$ (kN)	V_{TOTAL} (kN)
LM-01	28,9	28,9	46,4	1,61	48,0	22,5	24,0
LM-02	21,2	21,2	26,4	1,25	28,4	13,2	14,2

Nota 1*: Soma-se os pesos devidos aos aparatos do ensaio (viga de distribuição, apoios e acessórios):

Para ensaio da LM-01 = 1,6 kN / Para ensaio da laje LM-02 = 2,0 kN

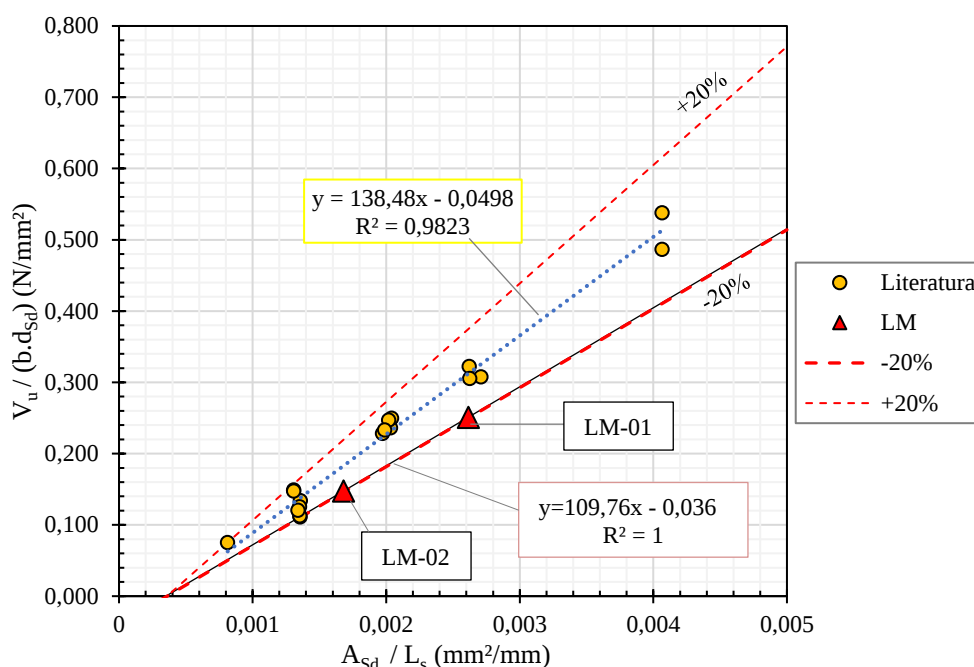
Nota 2*: $V_{F_{m\acute{a}x}}$ é tomado como metade de $F_{m\acute{a}x}$.

Fonte: Elaborado pelo autor

A partir dos resultados experimentais da literatura, primeiramente foram plotados os dados conforme procedimento de caracterização da interface aço-concreto disposto no método m-k, para o cisalhamento longitudinal ilustrado na Figura 8.12.

A proposta desconsidera o peso próprio do concreto como solicitação ao momento fletor e força cortante para a caracterização das lajes mistas, devido ao processo de construção típica, não escorado, onde a fôrma de aço isolada absorve os esforços devido ao peso próprio durante a etapa de construção, devendo ter sido analisado conforme prerrogativas das estruturas de aço formadas a frio. A fase mista inicia após o endurecimento do concreto e atuação de cargas externas.

Figura 8.12 – Dados experimentais da literatura com fôrma de aço incorporada e dados experimentais dos protótipos LM-01 e LM-02 nos parâmetros do método da reta m-k

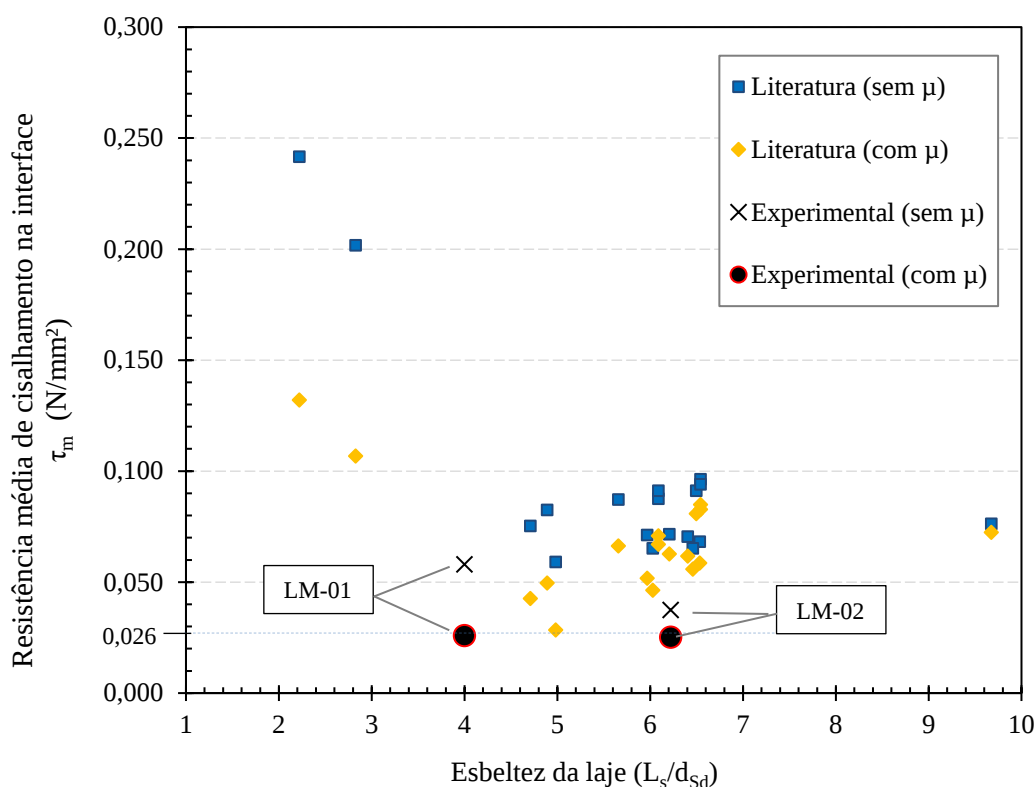


As lajes mistas usando concreto leve do presente trabalho tiveram resistência da interface analisada pelo método m-k, valores reduzidos em aproximadamente 20% daqueles ensaiados com mesma fôrma de aço incorporada pelos dados presentes na literatura (Melo (1999), Silva (1999) e Gomes (2001)), possuindo novos parâmetros $m = 109,76$ e $k = -0,036$, conforme Equação 8.1 de previsão da força cortante resistente ao cisalhamento longitudinal:

$$\frac{V_u}{b d_{s_d}} = 109,76 \cdot \frac{A_{s_d}}{b \cdot L_s} - 0,036 \quad (\text{MF75 } \#0,80\text{mm}) \quad (8,1)$$

Pelo método da interação parcial (*Partial Shear Connection – PSC*), foram calculadas a tensão de cisalhamento última da interface aço concreto τ_m considerando ou não a parcela devido ao atrito nos apoios (μ), cujos resultados estão apresentados na Figura 8.13. Os métodos e passos de cálculo foram discutidos no item 4.2.1 e detalhados em Grossi (2016). O valor de $\mu = 0,5$ foi adotado como coeficiente de atrito entre aço e concreto.

Figura 8.13 - Dados experimentais da literatura com fôrma de aço MF75 e dados experimentais dos protótipos LM-01 e LM-02 para resistência média última da interface τ_m pelo método da interação parcial considerando e separando a parcela de atrito



Fonte: Elaborado pelo autor

Grande dispersão foi observada nos valores calculados pelos outros ensaios da literatura, tendo os valores do presente trabalho sido inferiores.

Para o método de interação parcial (*PSC*), considerando cálculo da parcela de atrito separada, o valor de τ_m das lajes mistas usando concreto leve do presente trabalho (LM-01 e LM-02) foi igual a $\tau_m = 0,026$ MPa (26 kPa).

Pela proposta do Método Geral $(M \times N)_{PSC}$ apresentada no tópico 4.7 (Equação 4.46), foi explorado a partir dos presentes resultados experimentais das lajes mistas usando concreto leve e com fôrma de aço incorporada MF75 (#0,80mm). O valor do parâmetro do expoente α foi estimado via análise inversa, aplicando função logaritmo. Foi obtido o valor de $\alpha = 1,25$, recaindo na Equação 8.2:

$$\frac{M_{PSC}}{M_{FSC}} = 1 - \left(1 - \frac{M_{NSC}}{M_{FSC}} \right) \left(1 - \frac{N_{PSC}}{N_{FSC}} \right)^{1,25} \quad (8.2)$$

De modo, a comparar os dois métodos de interação parcial: método normativo e a proposta, foram calculadas as curvas adimensionais da relação N_{PSC}/N_{FSC} versus M_{PSC}/M_{FSC} e a relação N_{PSC}/N_{FSC} versus M_{pr}/M_{FSC} , para a seção das presentes lajes mistas $h = 150mm$. As Figura 8.14 e Figura 8.15 ilustram os resultados para cada relação acima indicada para diferentes valores de α (1; 1,25; 1,5; 1,75 e 2), respectivamente, Em que M_{pr} é o momento de plastificação da fôrma de aço, reduzido pela presença da força axial N_{PSC} da interação parcial.

Figura 8.14 – Comparação dos valores normativos e parâmetro α na relação $M_{PSC} \times N_{PSC}$

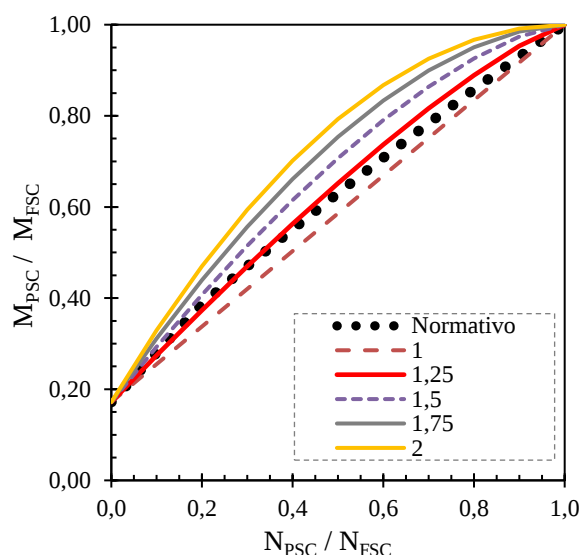
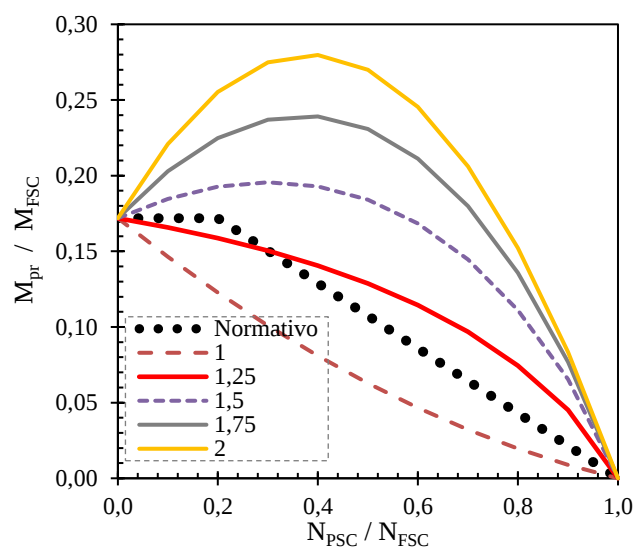


Figura 8.15 – Comparação dos valores normativos e parâmetro α na relação $M_{pr} \times N_{PSC}$

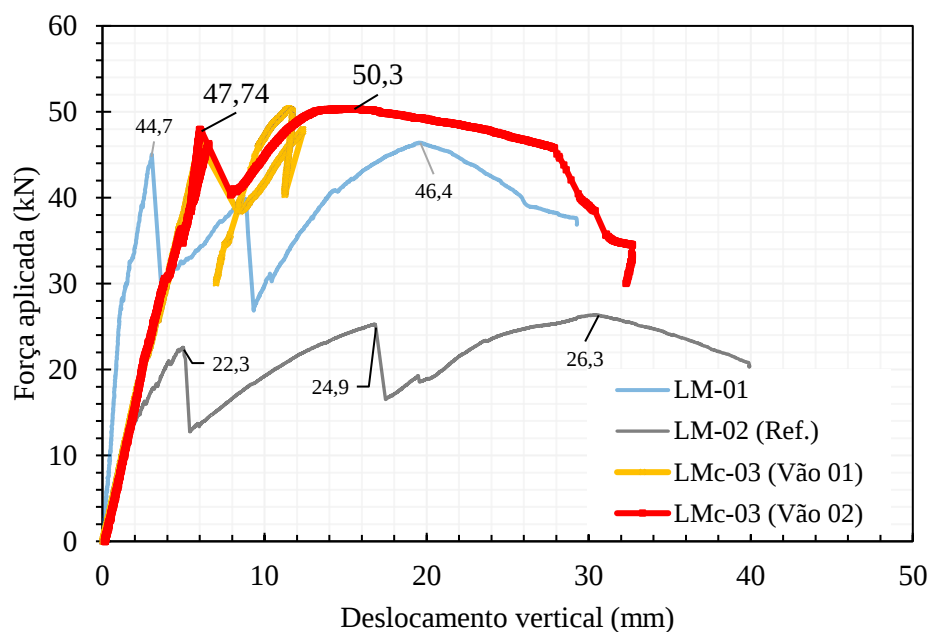


Fonte: Elaborado pelo autor

O valor de $\alpha = 1,25$ resulta em valores mais aproximados da média do método normativo e não extrapola a relação M_{pr}/M_{FSC} , onde M_{FSC} é o momento de plastificação total da seção, considerando interação total.

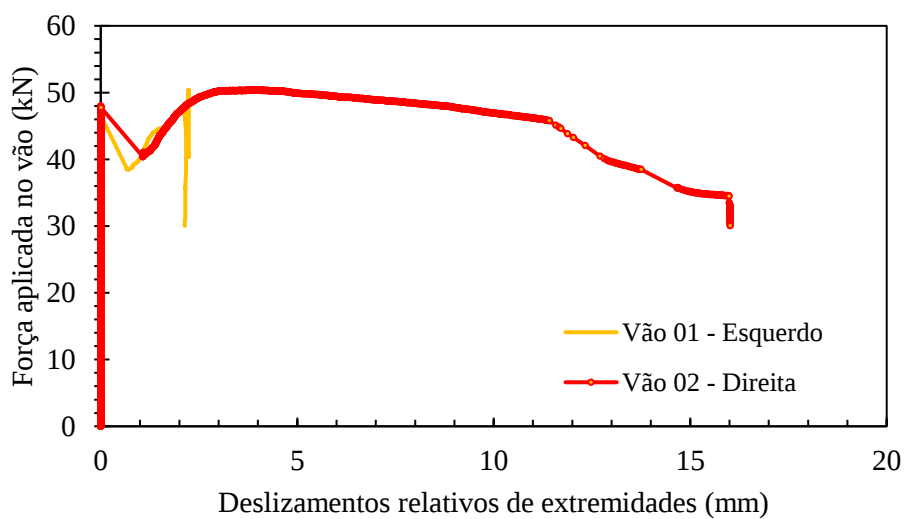
relativos. A Figura 8.18 apresenta a curva força aplicada versus deslocamentos relativos de extremidades.

Figura 8.17 - Curva força $\times$ deslocamento vertical do meio de vão do protótipo LMc-03 comparativamente com protótipos simplesmente apoiados



Fonte: Elaborado pelo autor

Figura 8.18 - Curva Força aplicada no vão $\times$ deslocamentos relativos de extremidades do protótipo com continuidade LMc-03



Fonte: Elaborado pelo autor

A visão geral do ensaio de flexão a quatro pontos por vão da laje mista com continuidade é apresentada na Figura 8.19. Detalhe para o esquema das vigas de distribuição e células de carga dispostas sob os pontos de apoio.

Figura 8.19 – Visão geral do protótipo de laje mistas usando concreto leve LMc-03 com continuidade entre dois vão adjacentes com vãos de 2×2.800 mm



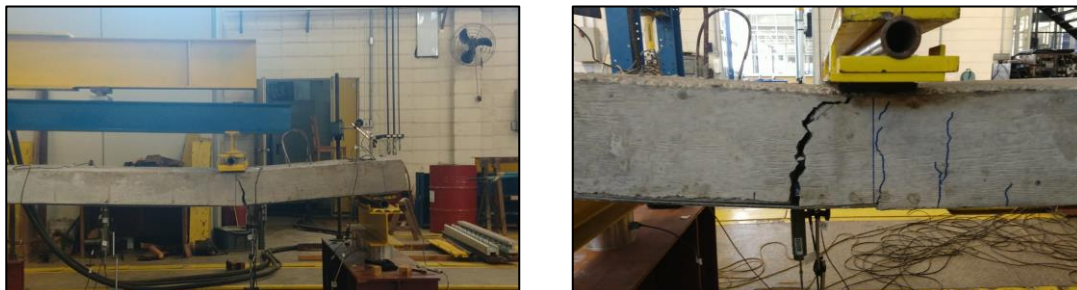
Fonte: Elaborado pelo autor

A ruína do protótipo LMc-03 foi alcançada com ocorrência da formação dos mecanismos de rotulas plásticas nas seções de máximo momento fletor positivo e negativo. Junto ao vão de cisalhamento do quarto de vão externo, ocorreu a formação da fissura típica sob ponto de aplicação do carregamento (ilustrado na Figura 8.20), associado a ocorrência dos deslizamentos relativos de extremidades entre fôrma de aço e concreto (ilustrado na Figura 8.21). Conforme esperado os deslocamentos verticais máximos ocorrem junto ao quarto de vão externo, com aspecto mostrado na Figura 8.22.

Na região do apoio interno, sob atuação do momento negativo, foram verificadas a ocorrência do escoamento das armaduras negativas e a nítida fissuração do concreto na região da face superior foram registradas. A Figura 8.23 apresenta os resultados dos

extensômetros junto as armaduras negativas e a Figura 8.24 ilustram os registros fotográficos da região do apoio central e do quarto de vão interno.

Figura 8.20 - Fissura típica sob ponto de aplicação do carregamento junto ao ponto de carregamento nos quartos de vão externos



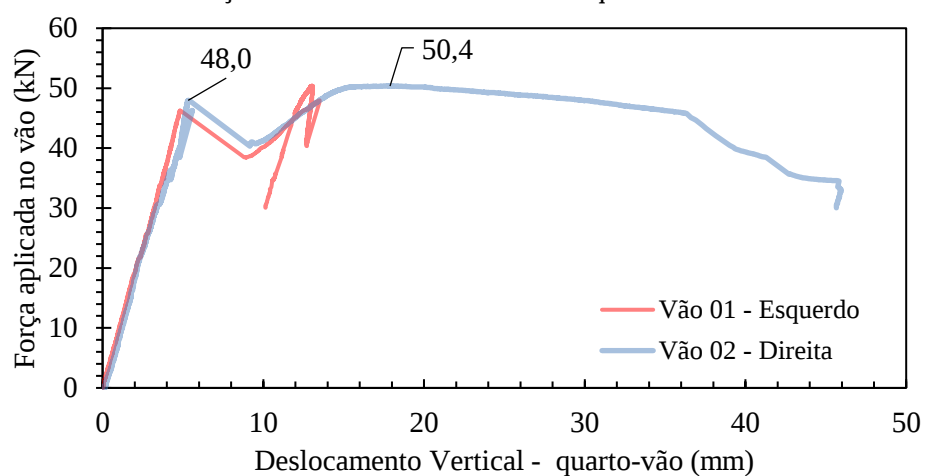
Fonte: Elaborado pelo autor

Figura 8.21 - Deslizamentos relativos de extremidade entre aço e concreto



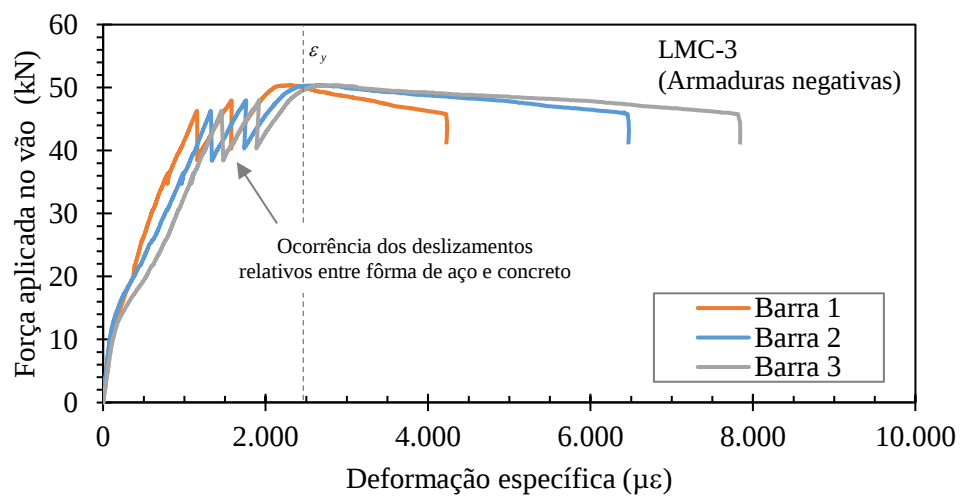
Fonte: Elaborado pelo autor

Figura 8.22 - Curva Força $\times$ deslocamento vertical dos quartos de vão externos de LMc-03



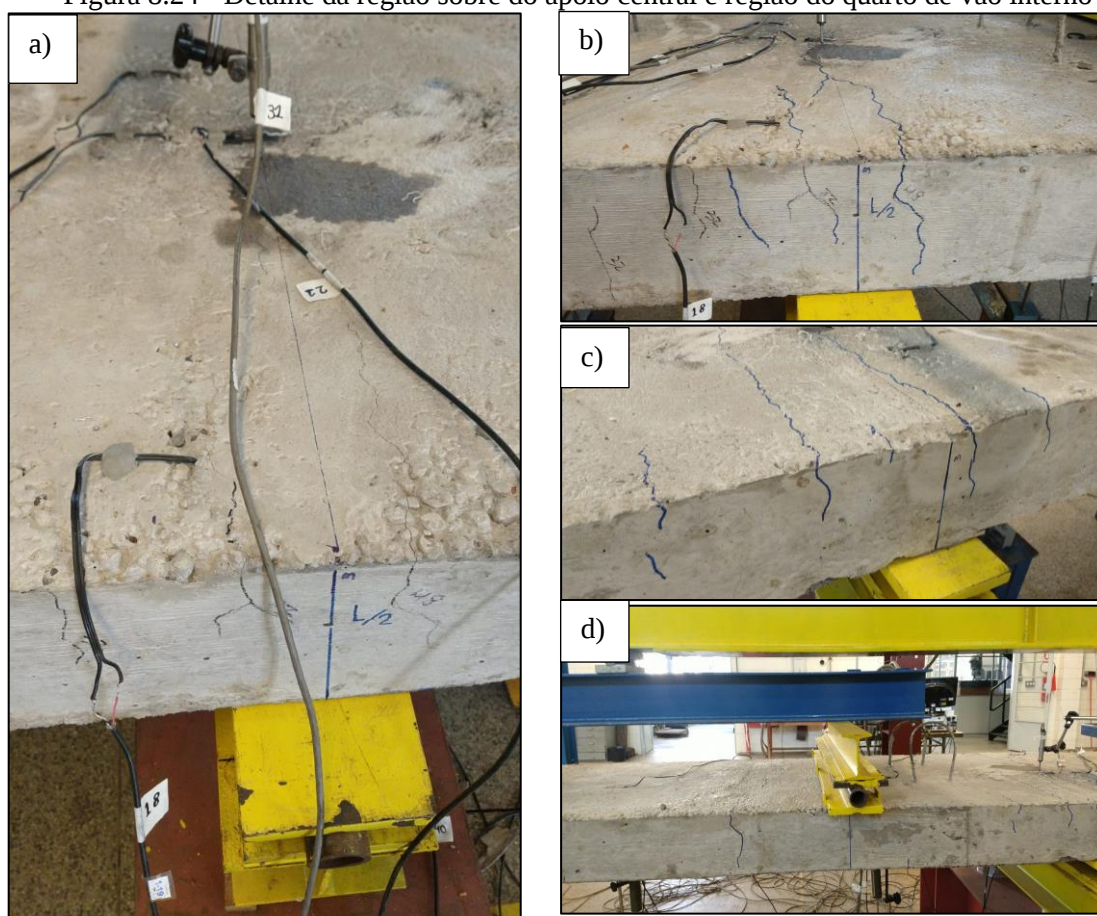
Fonte: Elaborado pelo autor

Figura 8.23 - Curva de distribuição de deformações específicas das armaduras negativas do protótipo LMc-3 (S4) sobre apoio intermediário



Fonte: Elaborado pelo autor

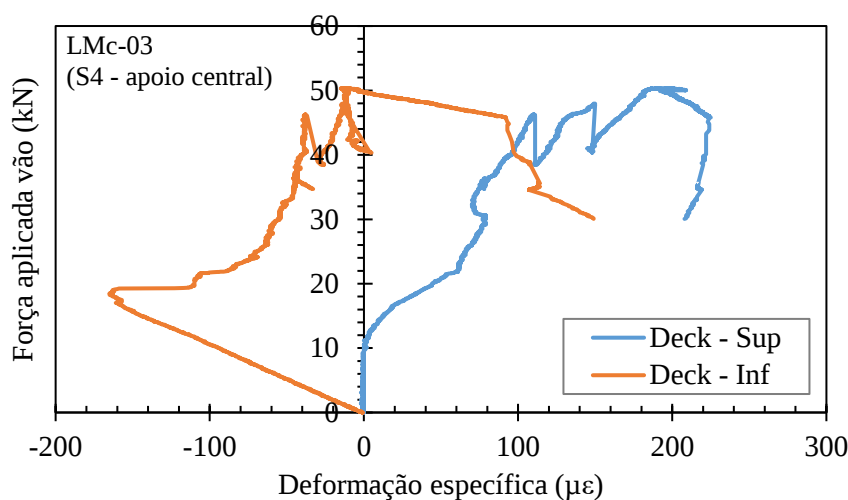
Figura 8.24 - Detalhe da região sobre do apoio central e região do quarto de vão interno



Fonte: Elaborado pelo autor

Por meio de dois extensômetros elétricos de resistência aderidos na fôrma de aço foram verificados o desempenho da fôrma de aço junto ao apoio central, cujos resultados são ilustrados na A Figura 8.25. Em análise, observa-se que a parte inferior da fôrma de aço (onda baixa) se encontra em comportamento linear com deformação de compressão até carga aplicada da ordem de 18,3 kN. A parte superior da fôrma de aço (onda alta) até carga de aproximadamente 11,2 kN não havia sido solicitada. Com os acréscimos dos carregamentos externos, a parte da onda alta da fôrma de aço apresentou deformações de tração com valor aproximado de $206\mu\epsilon$ para a carga máxima, correspondente a tensão de 41,2 MPa. A fôrma de aço, na sua parte inferior que se encontrava apoiada sobre o apoio central, teve suas deformações de compressão diminuídas com os acréscimos dos carregamentos, até nível aproximadamente nulo, quando após pico da carga máximo, apresentou deformações de tração. Resultados indicativos que ocorreu interação parcial junto a seção, com apenas o concreto absorvendo a força de compressão da região.

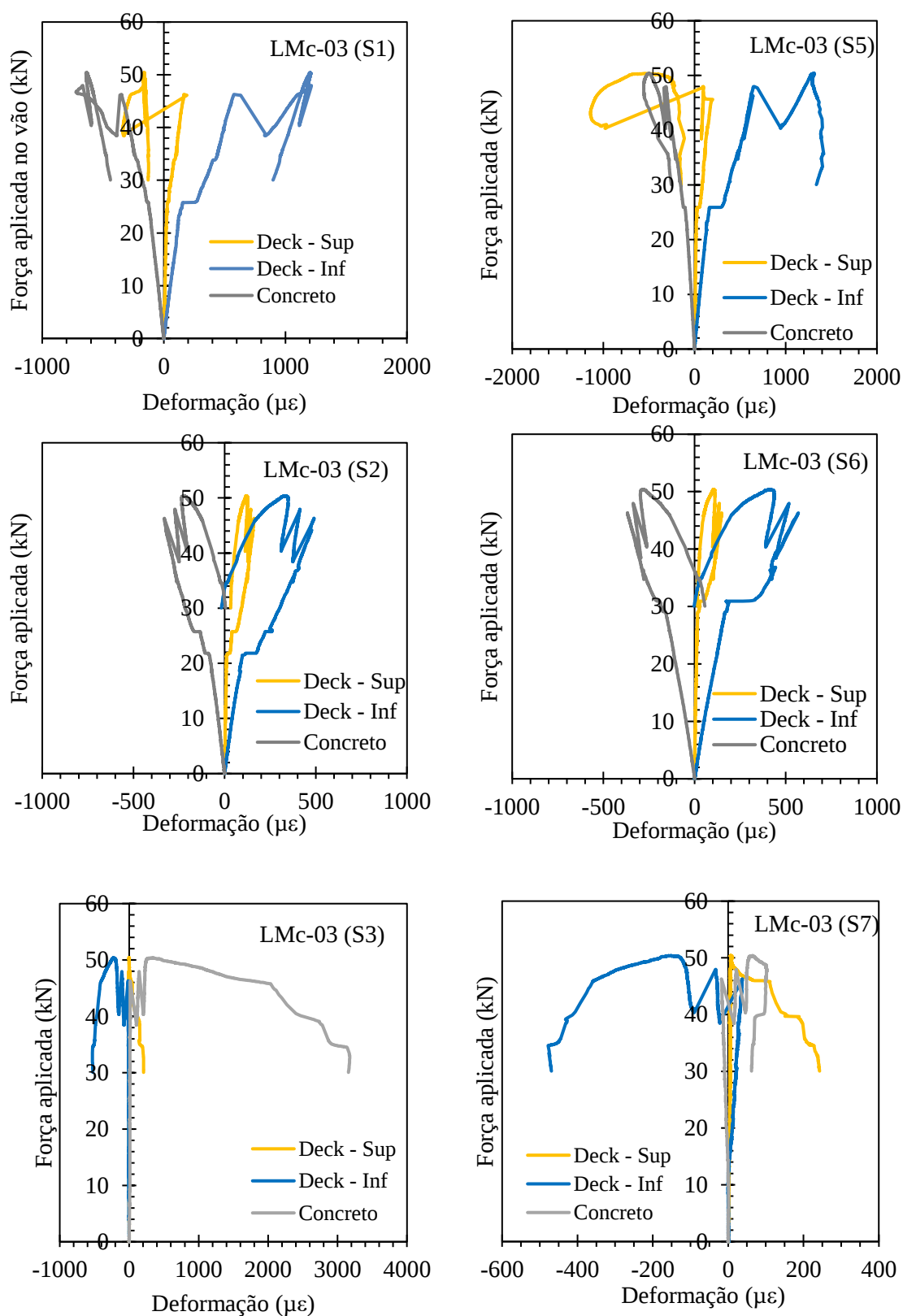
Figura 8.25 - Curvas de distribuição das deformações específicas da fôrma de aço do protótipo LMc-03 nas seções junto ao apoio central



Fonte: Elaborado pelo autor

A Figura 8.26 traz os resultados das medidas das deformações da fôrma de aço e no concreto para as seções analisadas, para quartos de vãos externos (S1=S5), meio do vão (S2=S6) e quartos de vão internos (S3=S7) para ambos vão da laje LMc-03.

Figura 8.26 - Curvas de distribuição de deformações específicas do protótipo LMc-03 nas seções do vão 01 (esquerda) e do vão 02 (direita): quarto de vão externo, meio de vão e quarto de vão interno, respectivamente



Fonte: Elaborado pelo autor

Verifica-se que nas seções dos quartos de vão internos apresentaram comportamento relativamente similares, com início em trecho linear, seguido de mudança da inclinação da curva, quando da ocorrência do deslizamento relativo de extremidade, a fôrma de aço na sua parte superior teve inversão de deformações de compressão para tração, tendo o concreto comportamento relativamente linear. As deformações na seção do meio do vão têm valores menores que na seção do quarto de vão externo, como esperado. Para as seções nos quartos de vão internos, o nível de solicitação é praticamente nulo até a carga de ocorrência de deslizamentos relativos, devido a posição da seção na região de momentos praticamente nulos.

A Tabela 8.2 apresenta os resultados experimentais das cargas de interesse para lajes mistas simplesmente apoiadas e para a laje mista com continuidade (LMc-03). O valor da força cortante máximo $V_{F_{máx}}$ junto ao apoio foi obtido pela medição da reação junto aos apoios pelas células de carga.

Tabela 8.2 - Resultados experimentais dos protótipos das lajes mistas usando concreto leve na condição simplesmente apoiadas e com continuidade (por vão)

Protótipo	Vão de cisalham. $L_s (mm)$	$F_{s=0,1mm}$ (kN)	$F_{s=0,5mm}$ (kN)	$F_{máx}$ (kN)	$\frac{F_{máx}}{F_{s=0,5mm}}$	F_{TOTAL}^{*1} (kN)	$V_{F_{máx}}^{*2}$ (kN)	V_{TOTAL}^{*3} (kN)
LM-01	450	28,9	28,9	46,4	1,61	48,0	22,5	24,0
LM-02	700	21,2	21,2	26,4	1,25	28,4	13,2	14,2
LMc-03	700	38,9	38,9	50,4	1,30	52,7	16,8 ^{*4}	17,7
		40,4	40,4		1,25		16,4 ^{*4}	17,3

Nota *1: Soma-se os pesos devidos aos aparatos do ensaio (viga de distribuição, apoios e acessórios) ao vão: Ensaio: LM-01 = 1,6 kN / LM-02 = 2,0 kN / LMc-03 = 2,3 kN.

Nota *2: $V_{F_{máx}}$ é tomado como metade de $F_{máx}$.

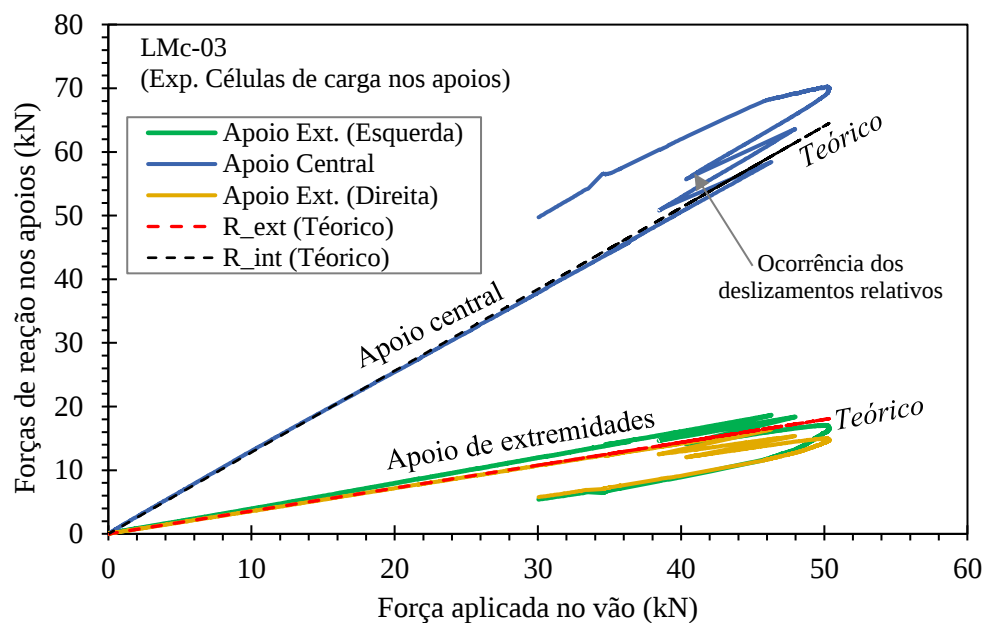
Nota *3: V_{TOTAL} é tomado como valor da carga $V_{F_{máx}}$ somado ao peso dos aparatos do ensaio no vão.

Nota *4: $V_{F_{máx}}$ para laje com continuidade é tomado como carga de reação obtida no apoio de extremidade pelas células de carga.

Fonte: Elaborado pelo autor

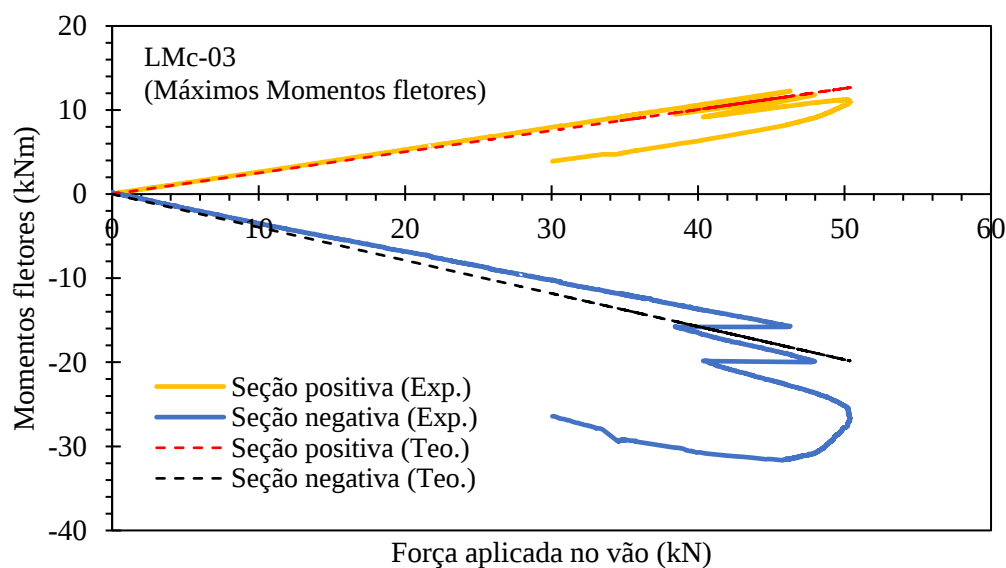
As Figura 8.27 e Figura 8.28 ilustram os valores experimentais das reações de apoio de extremidade e central e os respectivos valores dos momentos fletores associados, calculados a partir da reações de apoio obtidas pelas células de carga. Os valores teóricos foram calculados considerando comportamento linear.

Figura 8.27 - Valores experimentais das reações de apoio de extremidade e central a partir das células de carga e valores teóricos em função da carga aplicada no vão



Fonte: Elaborado pelo autor

Figura 8.28 - Valores dos momentos fletores experimentais e teóricos para seções de máximo momento fletor positivo e negativo para LMc-03 em função da carga aplicada no vão



Fonte: Elaborado pelo autor

O comportamento experimental teve concordância bem aproximada com a previsão elástica linear. Divergiu principalmente nas estimativas para momento negativo, no entanto, ocorre devido a ocorrência da fissuração da região e da ocorrência da

plastificação das armaduras, onde ocorre redistribuição dos momentos fletores negativo para positivo após escoamento as armaduras. O patamar de escoamento das armaduras (Figura 8.23) reflete o patamar da curva carga $\times$ deslocamento do protótipo (Figura 8.17).

Na condição que foi construído o protótipo LMc-03, concretado ao nível do piso, transportado via ponte rolante e colocado sobre os pontos de apoio, apresentam os diagramas teóricos de momento fletor e força cortante para carga última e peso próprio, das Figura 8.29 e Figura 8.30, respectivamente. Os esforços foram calculados considerando a carga última do ensaio experimental e sob atuação do peso próprio, sendo que as medições realizadas do ensaio não consideraram ação do peso próprio.

Figura 8.29 - Diagramas de momento fletor (M) e de força cortante (V) de LMc-03 sob ação da carga última e sob peso próprio

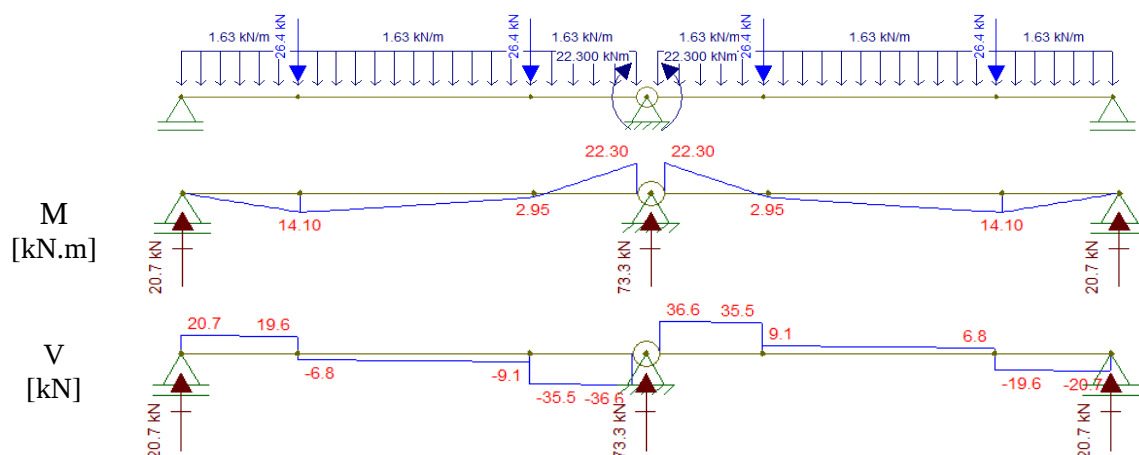
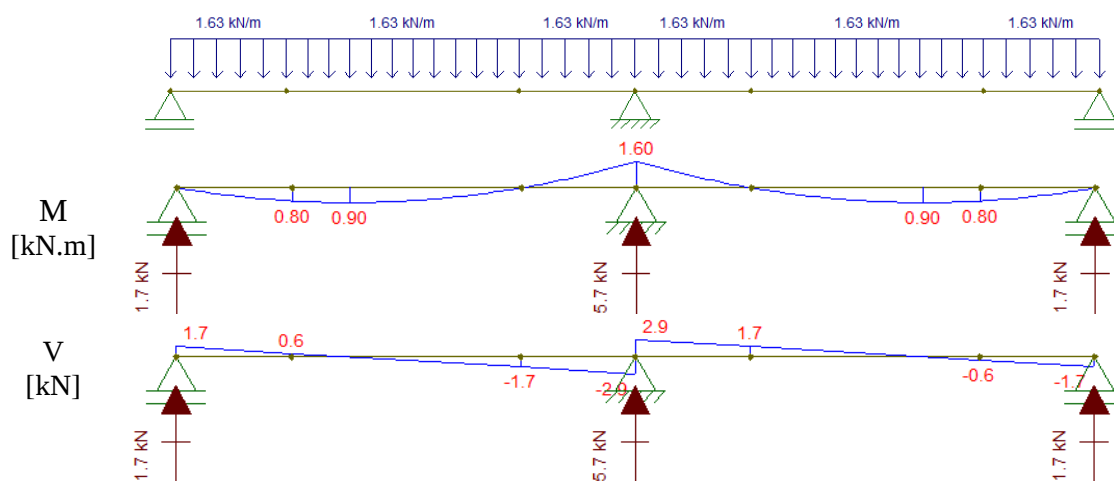


Figura 8.30 - Diagrama de momento fletor e força cortante (V) de LMc-03 sob peso próprio



Fonte: Elaborado pelo autor

Diante as constatações, para o caso o protótipo LMc-03 e suas seções respectivas transversais resistentes, a laje mista atingiu a capacidade total de momento negativo da seção junto ao apoio central, com plastificação das armaduras, onde com os acréscimos de carregamentos, ocorreu redistribuição de esforços, vindo a atingir a capacidade última da seção de momento positivo e correspondente força última ao cisalhamento longitudinal.

A Tabela 8.3 traz os resultados experimentais comparativamente com as previsões analíticas pelo métodos m-k, método da interação parcial dos modelos normativos e proposta método geral de interação parcial $(M \times N)_{PSC}$ para seção momento positivo e método clássico para seção de concreto estrutural com considerações atinentes ao concreto leve, apresentadas no tópico 4.5.

Tabela 8.3 - Resultados experimentais dos protótipos das lajes mistas usando concreto leve na condição simplesmente apoiadas e com continuidade (por vão) versus previsões analíticas da capacidade última das seções transversais (ruína)

Experimental				Analítico (<i>capacidade última</i>)				Razão (Exp./Analítico.)			
Prot.	V_{TOTAL} (kN) [1]	M_{Exp}^+ (kNm) [2]	M_{Exp}^- (kNm) [3]	Reta m-k V [4]	Método padrão M_{TEO} [5]	Método $M \times N$ M_{TEO} [6]	M_{TEO}^- (kNm) [7]	[1] [4]	[2] [5]	[2] [6]	[3] [7]
LM-01	24,0	10,80	-	24,0	10,7	11,2	-	1,00	1,00	0,96	-
LM-02	14,2	9,94	-	14,2	10,8	11,3	-	1,00	0,92	0,88	-
LMc-03	17,7	12,39	-21,0	16,2	10,9	11,4	-22,3	1,09	1,15	1,10	0,94

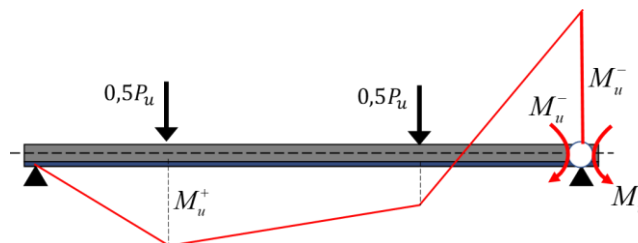
Fonte: Elaborado pelo autor

As forças de tração mobilizada pela fôrma de aço são equilibradas pelo concreto leve, cuja resultante é N_c . A força mobilizada na fôrma de aço incorporada é dada pela resistência da interface aço-concreto, cuja resistência ao cisalhamento longitudinal τ_u e parcela de atrito junto aos apoios μ . Essa resultante é equilibrada pelo bloco de compressão retangular de altura x estimado como $N_c = \alpha_1 \cdot \alpha_2 \cdot \beta_1 \cdot f_c \cdot b \cdot x$.

A partir do esquema estático da Figura 8.31 duas hipóteses são observáveis para análise das estruturas com continuidade: i) a seção crítica positiva possui capacidade última que permita que a seção crítica negativa atinja sua capacidade última, no aproveitamento integral da capacidade resistente do sistema; ii) se a seção crítica positiva não possuir capacidade resistente suficiente para que a seção negativa atinja sua capacidade última, ocorrerá a plastificação da seção positiva antes que seção negativa

possa plastificar-se. A análise comparativa dos esforços solicitantes com esforços resistentes é primordial numa análise preliminar de projeto.

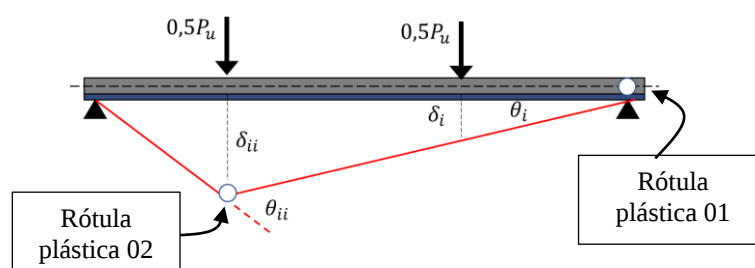
Figura 8.31 – Esquema geral da distribuição de momentos fletores no protótipo no vão externo com continuidade entre vãos adjacentes



Fonte: Elaborado pelo autor

Para o protótipo LMc-03 ambas as seções tiveram aproveitamento máximo. A partir da consideração dos mecanismos plásticos, detalhados no tópico 4.6.3, a força total para vão é estimada em 48,5 kN (analítico) diante 52,7 kN (experimental), razão (Exp./Analítico.) igual a 1,09. A Figura 8.32 ilustra consideração dos mecanismos das rótulas plásticas associadas e cálculo exemplificativo em questão.

Figura 8.32 – Seções respectivas de formação dos mecanismos das rótulas plásticas e cálculo da carga última para o sistema com continuidade



$$\begin{aligned}
 P_u &= \frac{2 \cdot [M_u^- + 4 \cdot M_u^+]}{L} \\
 &= \frac{2 \cdot [22,3 + 4 \cdot 11,4]}{2,8} = 48,5 \text{ kN}
 \end{aligned}$$

Fonte: Elaborado pelo autor

Os resultados das diferentes abordagens e previsões analíticas tiveram excelente acurácia na previsão do comportamento último da laje mista usando concreto leve com sistema estático com continuidade entre vãos adjacentes. As previsões para a ruína por momento fletor associada ao cisalhamento longitudinal foram baseadas nos resultados da caracterização da interface pelos ensaios dos protótipos simplesmente apoiados.

9 ATO DE PROTENSÃO E COMPORTAMENTO EM SERVIÇO DAS LAJES MISTAS PROTENDIDAS

Neste capítulo apresentam-se os resultados experimentais associados a resposta dos protótipos das lajes mistas quando submetidas à protensão das monocordoalhas engraxadas, com avaliação dos deslocamentos verticais, encurtamentos e deformações específicas e os valores das forças de protensão efetivas.

Além disso, um ensaio exploratório de monitoramento ao longo do tempo junto as lajes mistas protendidas simplesmente apoiada e com continuidade, avaliaram a resposta da evolução das forças de protensão e dos deslocamentos verticais.

Abordagens analíticas de projeto foram realizadas nas previsões dos comportamentos dos protótipos e as devidas comparações e discussões frente aos resultados experimentais.

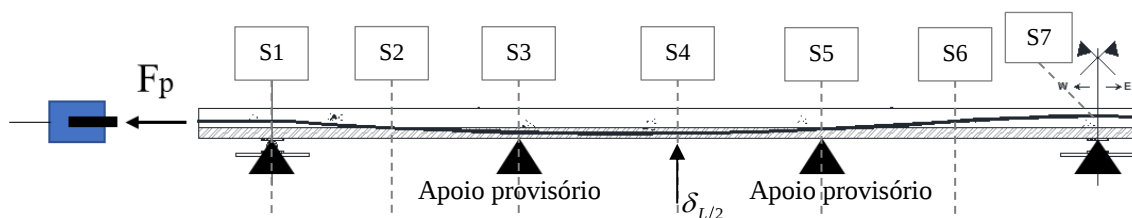
9.1 Ato de protensão

Durante o estiramento dos cabos, compostos pelas duas monocordoalhas engraxadas [CP-190RB@12,7mm-EP], foram medidas as forças nos cabos junto às ancoragens, o encurtamento do concreto, as deformações no concreto e na fôrma de aço incorporada, além dos deslocamentos verticais e medição dos possíveis deslizamentos relativos entre forma de aço-concreto.

Não existe aderência entre o aço de protensão e a estrutura de concreto leve. As armaduras ativas são compostas basicamente por uma ancoragem em cada extremidade e das monocordoalhas de aço envoltas com graxa e revestidas capa de polietileno de alta densidade. A graxa possibilita ali a livre movimentação das cordoalhas nas bainhas, por ocasião da protensão. Após a concretagem das estruturas e cura do concreto, os cabos foram protendidos (pós-tração) e ancorados nas extremidades externas das lajes mistas formadas pela fôrma de aço incorporada e concreto leve.

A Figura 9.1 ilustra o esquema utilizado, em que os protótipos foram escorados sob apoios internos provisórios nos terços do vão, onde a fôrma de aço incorporada serviu de cofragem até o endurecimento do concreto. As seções indicadas foram monitoradas.

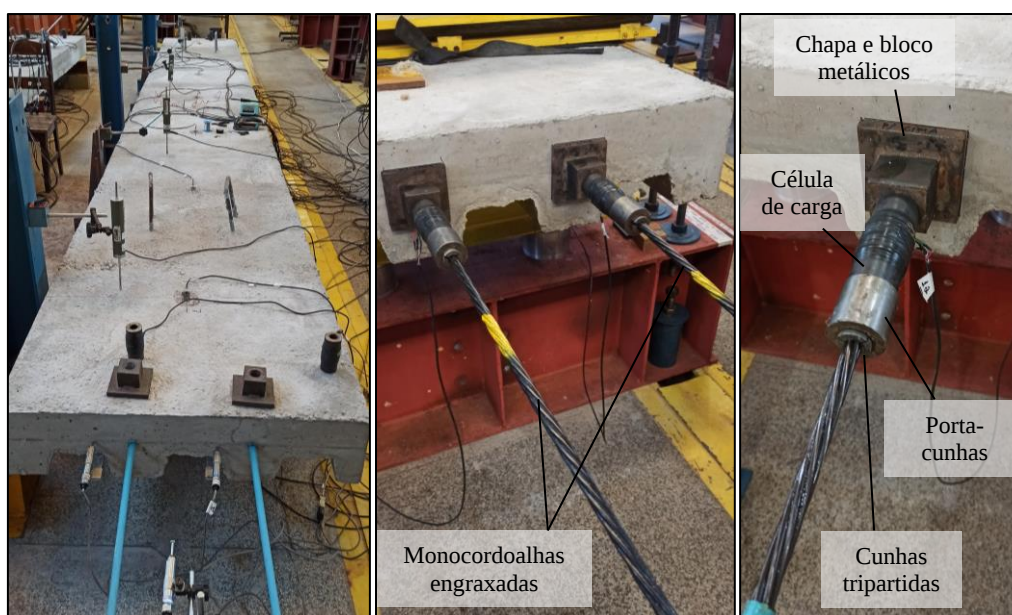
Figura 9.1 - Esquema de apoios dos protótipos e estiramento dos cabos



Fonte: Elaborado pelo autor

A Figura 9.2 ilustra a montagem do sistema de ancoragem utilizado. As ancoragens foram compostas por bloco de aço, porta cunhas e cunhas tripartidas de aço. Foi posicionado uma célula de carga entre a chapa de aço de distribuição (medidas aproximadas de $96mm \times 96mm$) e o porta cunhas para a avaliação das forças aplicadas e ancoradas. As monocordoalhas foram protendidas com uso de macaco hidráulico, cujos serviços foram realizados pela equipe técnica especializada da empresa Rudloff.

Figura 9.2 - Detalhe para montagem do sistema de ancoragens: chapa e bloco metálicos para distribuir a força de protensão no concreto, célula de carga, porta cunhas e cunhas tripartidas

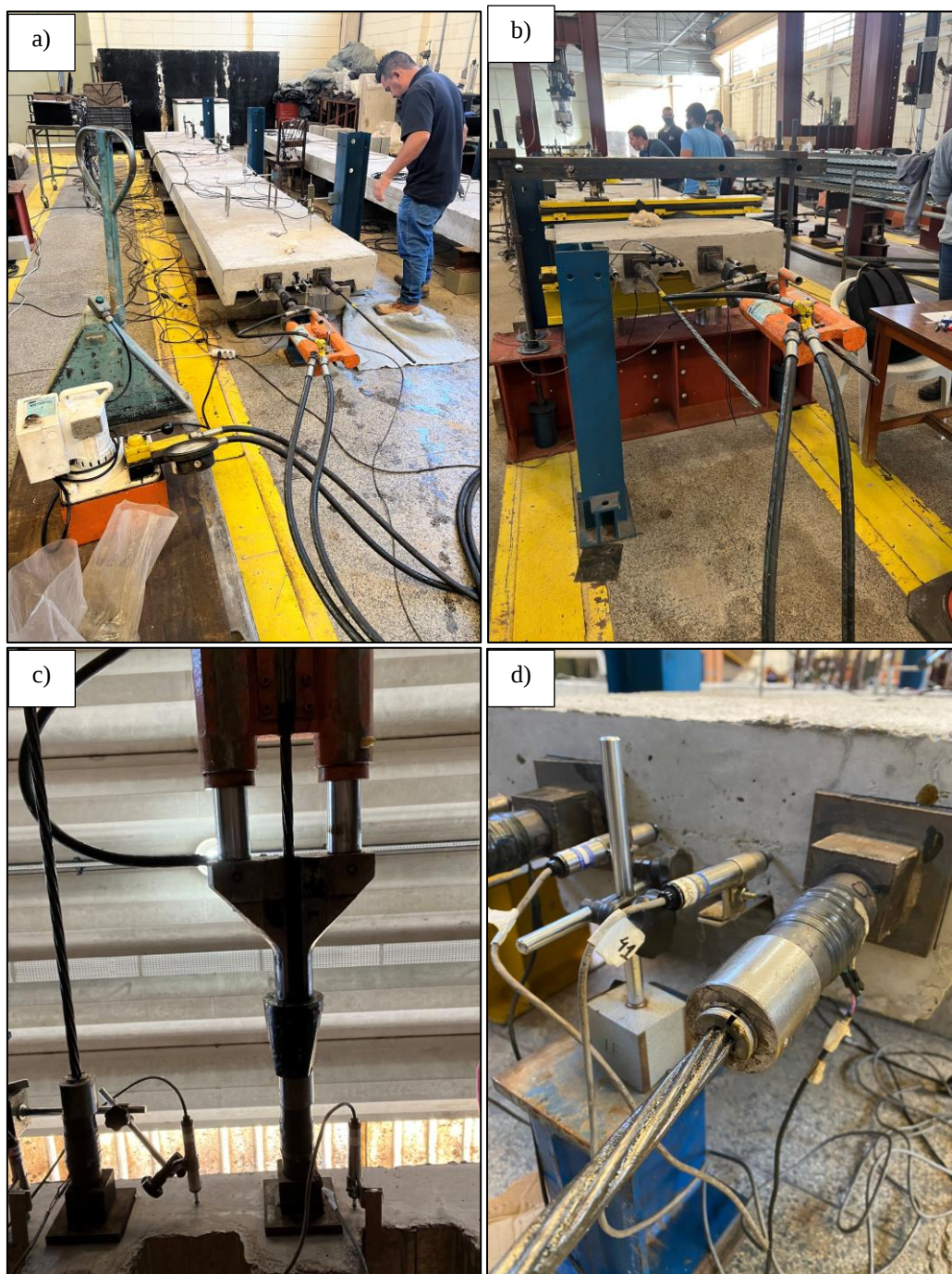


Fonte: Elaborado pelo autor

9.1.1 Aplicação da protensão nas monocordalhas

A Figura 9.3 traz uma visão geral da protensão realizada nos protótipos. A pressão junto a bomba hidráulica e o valor do estiramento foram comparados com valores esperados, controlados pelo técnico especializado nos serviços.

Figura 9.3 – Aplicação da protensão nos protótipos LMPC-01/LMP-02 e LMPc-03



Fonte: Elaborado pelo autor

Neste presente tópico, a ancoragem ativa fica denominada como a extremidade onde ocorreu a aplicação direta dos estiramentos pelo macaco hidráulico, enquanto a ancoragem passiva, a outra extremidade. Na Figura 9.3 b) foi mostrado a região da ancoragem ativa, durante aplicação da força de protensão. Na Figura 9.4 ilustra-se a ancoragem passiva junto a extremidade da laje mista com continuidade LMPc-03.

Figura 9.4 – Detalhe da ancoragem passiva



Fonte: Elaborado pelo autor

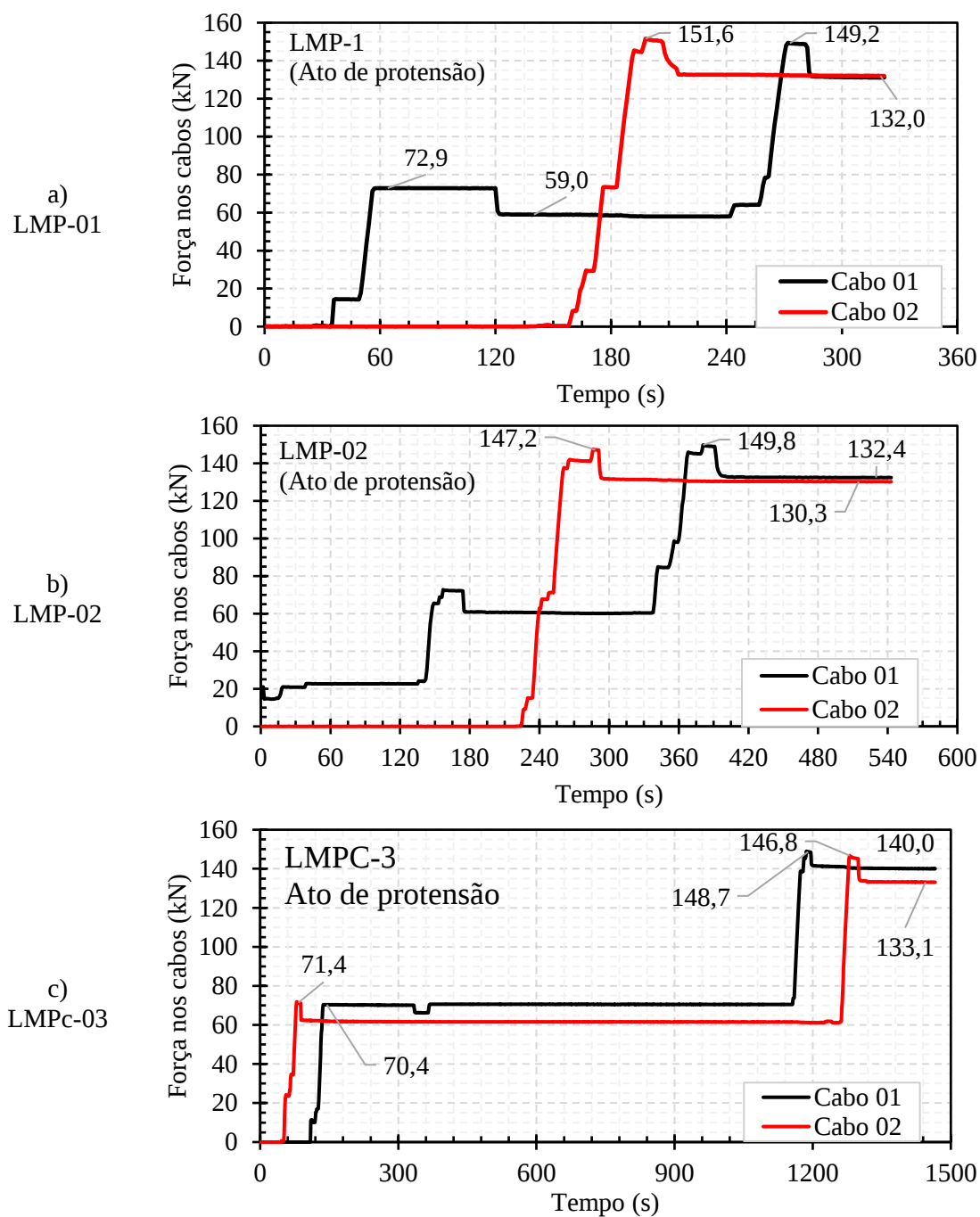
A força máxima de projeto aplicada nas monocordoalhas foi de 150 kN (15,0 tf), correspondente a tensão de 1.487 MPa ($0,80 \cdot f_{ptk}$).

Sobre a sequência de protensão aplicada, primeiro uma das monocordoalhas engraxada foi estirada (tracionado) pelo macaco hidráulico até a ordem da metade da carga de projeto. Na sequência, a outra foi tracionada até mesmo nível de carregamento. Em sequência, ambas foram tracionadas até força de projeto.

9.1.2 Forças de protensão aplicadas e forças efetivas

A Figura 9.5 traz os resultados da resposta do ato de protensão junto aos protótipos das lajes mistas protendidas (LMP-01, LMP-02 e LMPc-03).

Figura 9.5 - Forças nas cordoalhas aplicadas durante a protensão junto aos protótipos



Fonte: Elaborado pelo autor

Como interpretação dos resultados para a LMP-01, o primeiro cabo 01 foi tracionado até a força de 72,9 kN, retirado o macaco, cuja força caiu para 59,0 kN. O cabo 02 foi tracionado, alcançando aproximadamente a carga de projeto de 151,6 kN, quando ancorado, a força efetiva foi para 132,0 kN. Na sequência foi tracionado novamente o cabo 01, alcançando a força de 149,2 kN, que quando ancorado junto a ancoragem, apresentou força efetiva média de 132,0 kN. Modo semelhante foi realizado na LMP-02, com valores máximo aplicados de 147,2 kN e 149,8 kN, tendo como forças efetivas após ancoragens de 130,3 kN e 132,4 kN, respectivamente, com valor médio de 131,4 kN. NO protótipo com continuidade LMPc-03, a força de protensão foi aplicada até ordem da metade da força máxima de projeto em ambos os cabos, mantida constante, e aplicada a força final de projeto, tendo sido aplicado força máxima de 148,7 e 146,8 kN, nos cabos, respectivamente, que depois de ancorados, tiveram força de protensão efetiva de 140,0 kN e 133,1 kN, respectivamente, resultando no valor médio de 136,6 kN.

A Tabela 9.1 apresenta um resumo das forças de protensão máximas alcançadas nos protótipos e respectiva perda de protensão média devido encunhamento das ancoragens.

Tabela 9.1 – Resumo das forças de protensão aplicadas e perda imediata devido a ancoragem

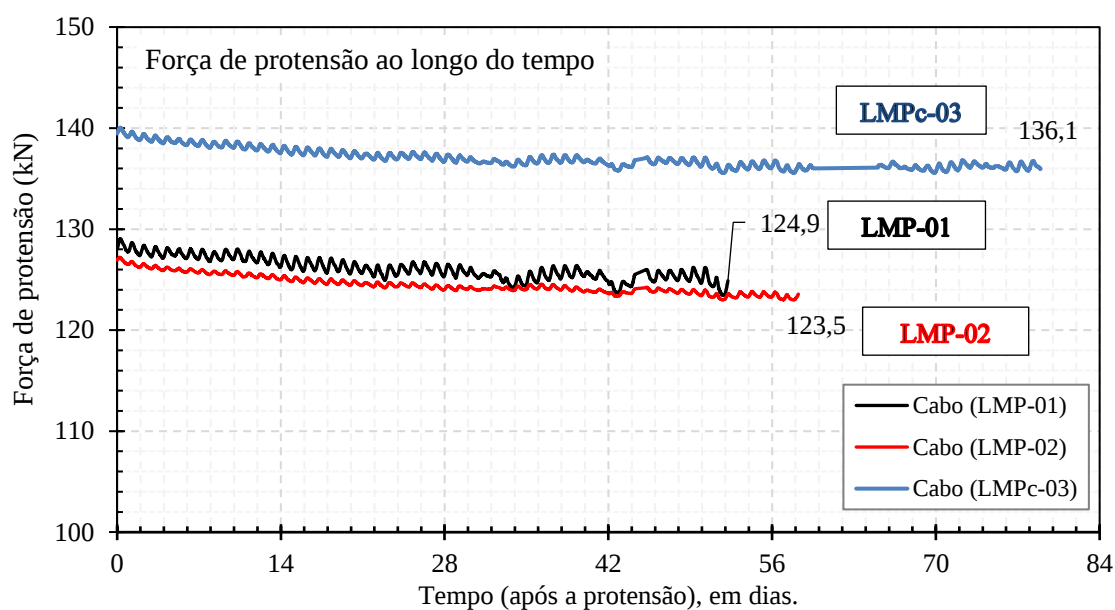
Protótipo	Força máxima aplicada (kN)			Força ancoradas (kN)			Perda média ancoragem (kN)
	Cabo 01	Cabo 02	(Média)	Cabo 01	Cabo 02	(Média)	
LMP-01	149,2	151,6	150,4	132,0	132,0	132,0	18,4
LMP-02	149,8	147,2	148,5	132,4	130,3	132,8	15,7
LMPc-03	146,8	148,7	147,8	140,0	133,1	136,6	11,3

Fonte: Elaborado pelo autor

Após a protensão, o cabo 01 de cada protótipo foi monitorado ao longo do tempo, até o ensaio final de flexão. A Tabela 6.6 indica as idades de referência dos ensaios, com acompanhamento da evolução ao longo do tempo.

A Figura 9.6 traz a evolução das forças de protensão ao longo da idade de acompanhamento, cujos resultados são resumidos na Tabela 9.2.

Figura 9.6 - Avaliação das forças de protensão dos três protótipos ao longo do tempo



Fonte: Elaborado pelo autor

Tabela 9.2 – Resumo da força de protensão efetiva e na idade final e respectiva perda progressiva na idade de interesse

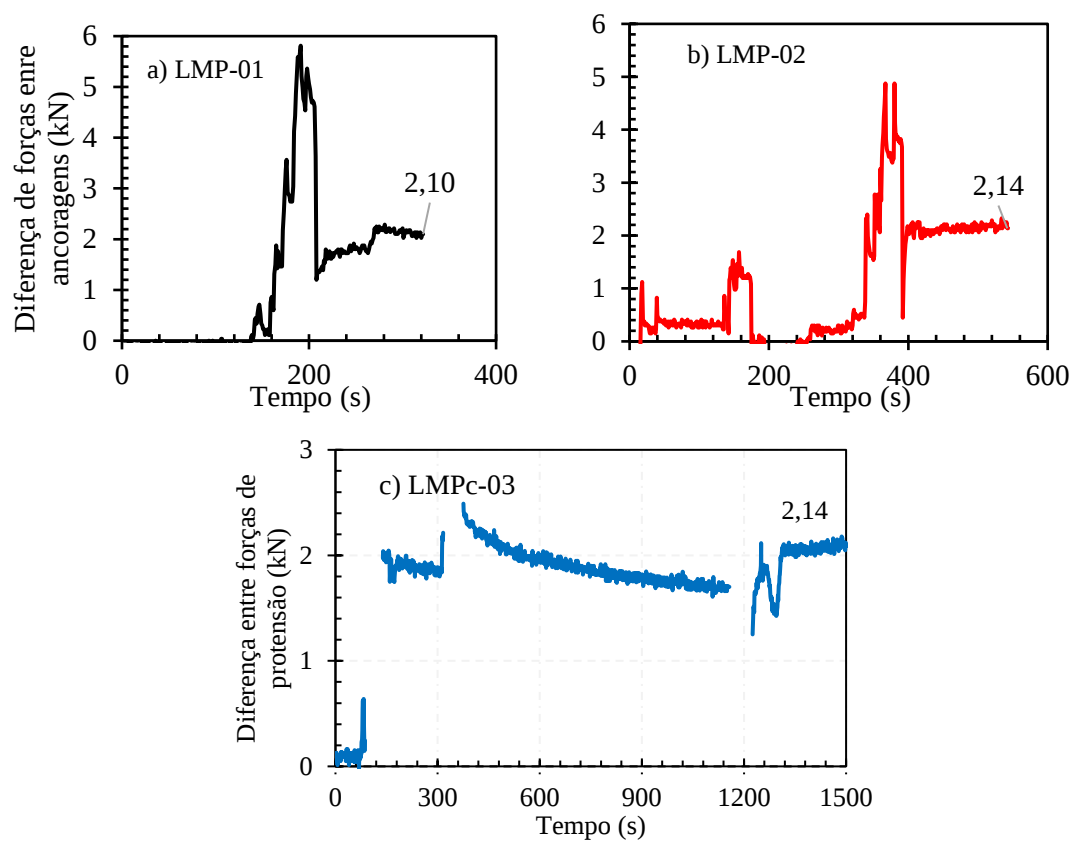
Protótipo	Força Ancorada Cabo 01 (kN)	Tempo após a protensão (dias)	Força de protensão na idade final (kN)	Perda progressiva média (kN)
LMP-01	132,0	52d	124,9	7,1
LMP-02	132,4	58d	123,5	8,9
LMPc-03	140,0	79d	136,1	3,9

Fonte: Elaborado pelo autor

O resultado das diferenças de forças medidas entre as ancoragens dos protótipos nas monocordoalhas são mostrados na Figura 9.7.

Os valores da diferença de forças entre ancoragens apresentaram um valor praticamente semelhante, sendo medidos para os protótipos a) LMP-01, b) LMP-02 e c) LMPc-03 os valores de a) 2,10 kN, b) 2,14 e c) 2,14 kN, respectivamente.

Figura 9.7 - Diferença entre força de protensão medidas entre as extremidades: a) LMP-01, b) LMP-02 e c) LMPc-03



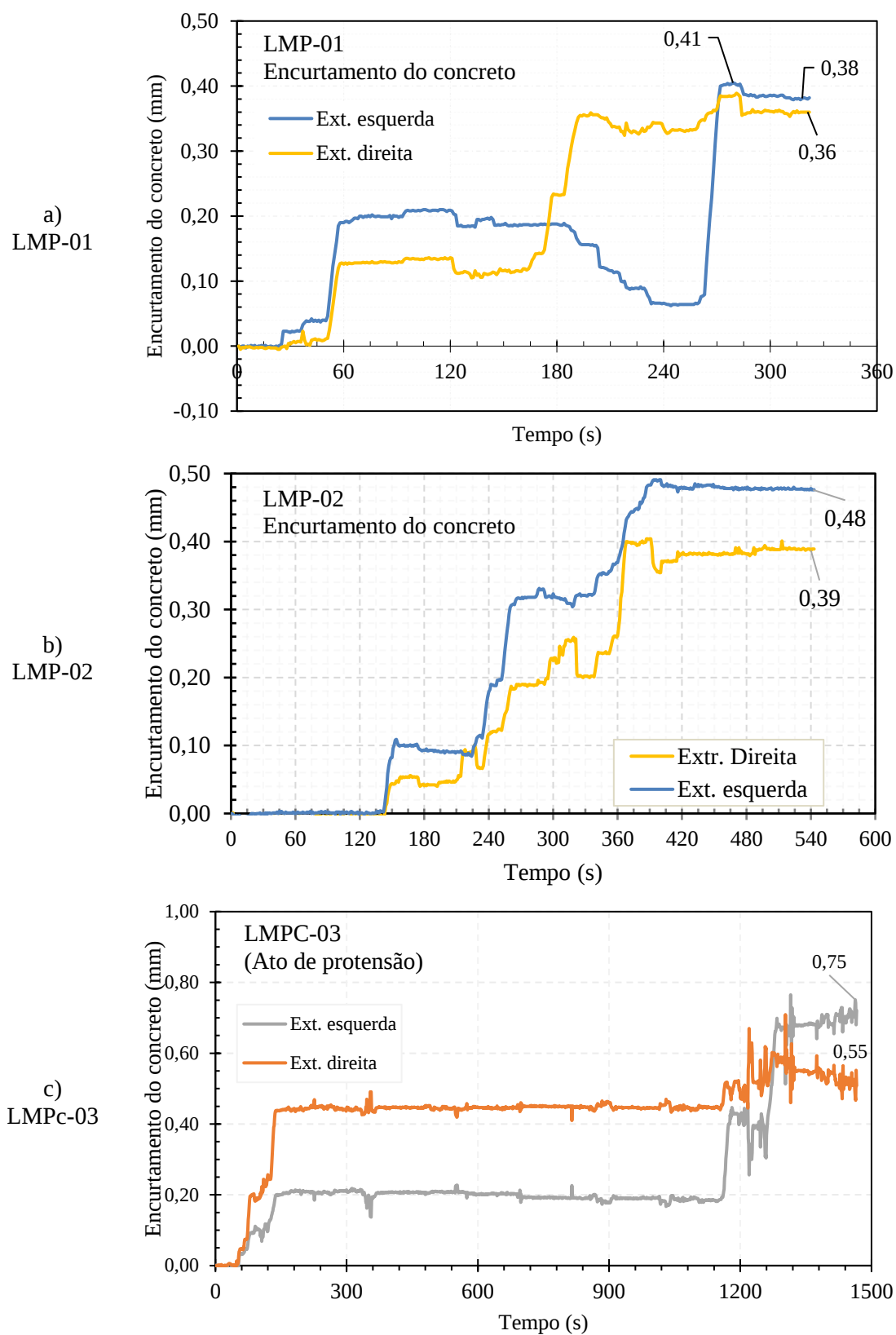
Fonte: Elaborado pelo autor

Discussão teórica e comparações foram apresentadas no capítulo .2.1.

9.1.3 Encurtamentos e deslocamentos verticais e durante ato de protensão

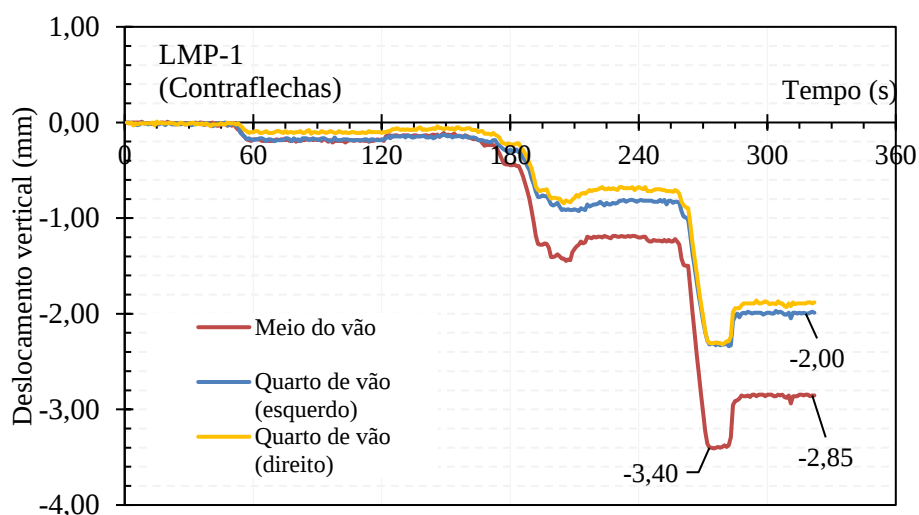
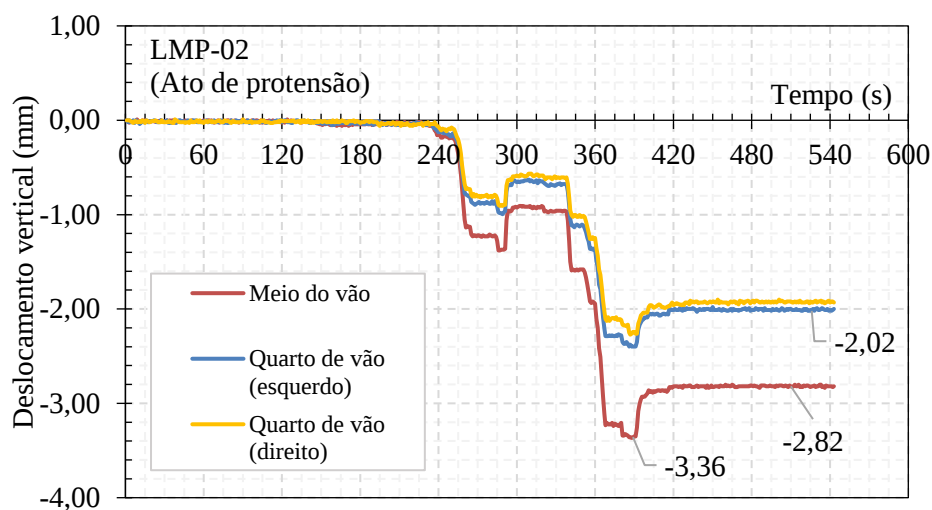
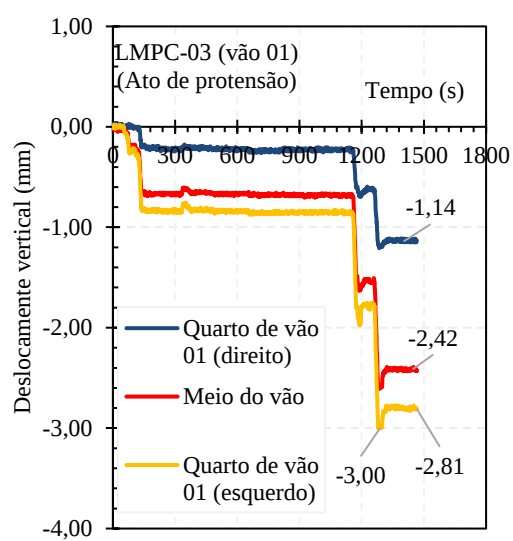
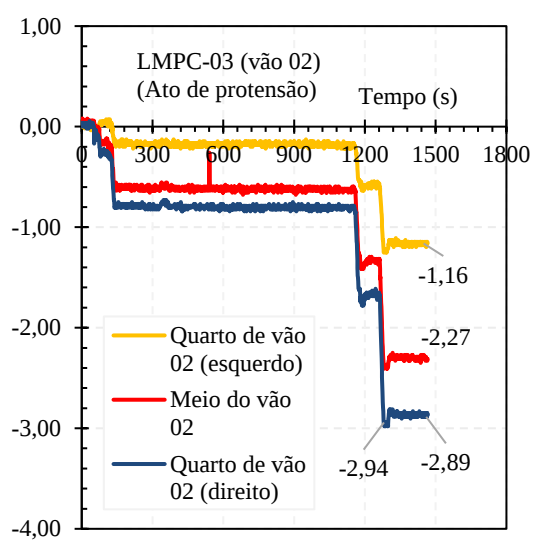
As Figura 9.8 e Figura 9.9 apresentam os resultados dos encurtamentos longitudinal e dos deslocamentos verticais apresentados pelos protótipos (LMP-01, LMP-02 e LMPc-03) durante a realização da protensão, respectivamente. Os encurtamentos foram medidos por transdutores de deslocamentos fixados em base externa ao protótipo e junto às extremidades ao nível da altura das monocordoalhas. Os deslocamentos verticais foram monitorados junto ao quarto de vão e no meio do vão, pelos transdutores de deslocamentos.

Figura 9.8 - Resposta dos encurtamentos do concreto medido junto às extremidades dos protótipos durante ato de protensão



Fonte: Elaborado pelo autor

Figura 9.9 - Resposta dos deslocamentos verticais dos protótipos durante ato de protensão

a)
LMP-01b)
LMP-02c)
LMPC-03

Fonte: Elaborado pelo autor

Os deslocamentos verticais quando do ato da protensão são conhecidos como contraflechas, dado o sentido ascendente provocados pelas cargas equivalentes. Os resultados gerais são mostrados na Tabela 9.3, com o resumo dos encurtamentos totais dos protótipos e das contraflechas. Realizada a protensão, o vão dos protótipos se apoiaram nos apoios verticais das extremidades, sendo retirado livremente os apoios internos provisórios

Tabela 9.3 – Resumo dos encurtamentos dos protótipos e contraflechas ao final da protensão

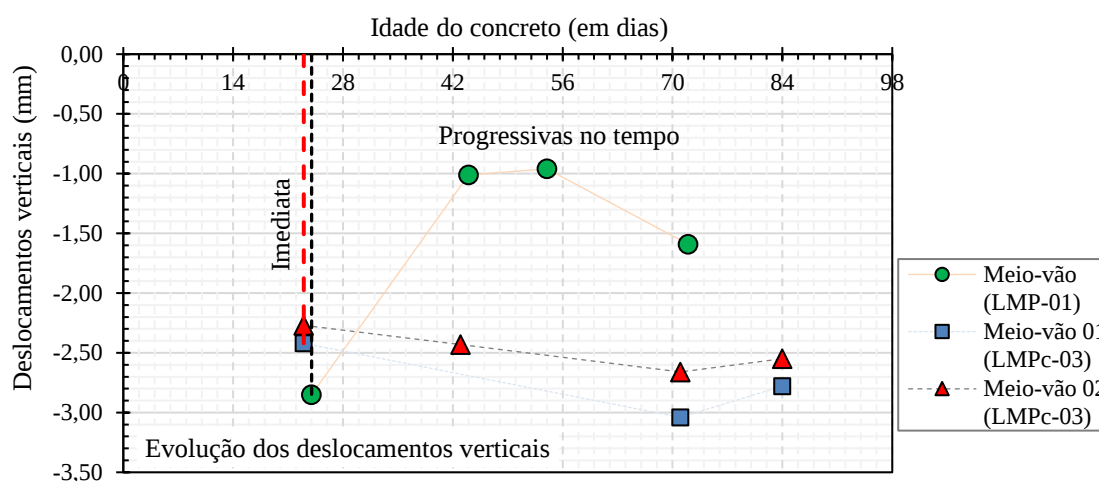
Protótipo	Encurtamentos (mm)			Contraflechas (mm)
	Ext. esquerda	Ext. direita	Total	
LMP-01	0,38	0,36	0,74	-2,85
LMP-02	0,48	0,39	0,87	-2,82
LMPc-03 (vão 01)	0,75	-	-	-2,27 / -2,89 ^{*1}
LMPc-03 (vão 02)	-	0,55	1,30	-2,42 / -2,81 ^{*1}

Nota (^{*1}): deslocamento vertical medido junto ao quarto de vão externo.

Fonte: Elaborado pelo autor

Após a protensão, os deslocamentos verticais junto ao meio do vão foram monitorados ao longo do tempo por dez semanas por meio de relógios comparadores, até a data de preparação do ensaio final, de flexão. A Figura 9.10 traz a evolução dos deslocamentos verticais.

Figura 9.10 - Evolução dos deslocamentos verticais no meio de vão



Fonte: Elaborado pelo autor

Discussão teórica e comparações foram apresentadas no capítulo 9.2.2.

9.1.4 Deformações nas seções durante ato de protensão

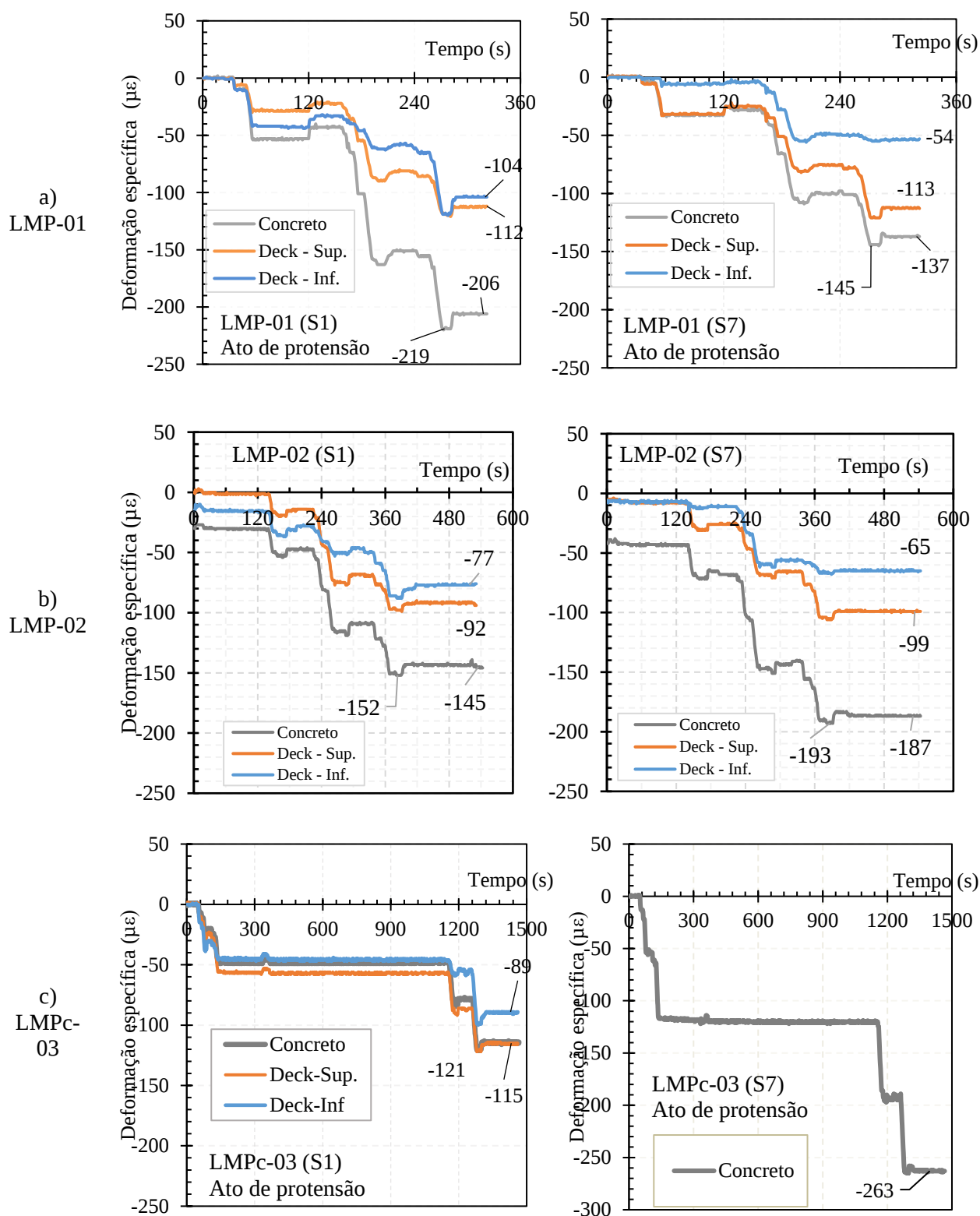
Durante a etapa de protensão dos protótipos, as deformações específicas do concreto e da fôrma de aço foram monitoradas nas seções transversais S1 a S7. Foram medidas a deformação no concreto, na mesa inferior e mesa superior da fôrma de aço incorporada. Para os protótipos simplesmente apoiados, as seções S1 e S7 se referem as seções transversais junto aos apoios verticais, que definem o vão livre de 5.600 mm. A seção S4 se refere a seção do meio do vão. No protótipo LMPc-03 com continuidade, a seção S1 e S13 são referentes a linha de apoio de extremidade, a seção S7 a linha do apoio central, a seção S4 seção do meio do vão.

A Figura 9.11 a, b) e c) traz os resultados para a seções S1 e S7 para os protótipos LMP-01, LMP-02 e LMP-03, respectivamente. Todos apresentaram deformações de compressão. Em todos os protótipos, as seções junto as linhas de apoio externas apresentaram maiores deformações para o concreto, seguida pela mesa superior e pela mesa inferior da fôrma de aço. A Figura 9.11 c) ilustra a seção S7, na medição da deformação específica no concreto sobre o apoio intermediário da laje mista protendida com continuidade, cujo valor de deformação específica foi de $-263\mu\epsilon$.

A Figura 9.12 a, b) e c) traz os resultados da seção S4 (meio do vão) para os protótipos LMP-01, LMP-02 e LMP-03, respectivamente. No protótipo LMP-02 foi realizada ainda a medição de deformação interna, na altura de 115 mm, por meio de dois extensômetros de imersão no centroide da seção de concreto. Todos os protótipos apresentaram deformações de compressão. O protótipo LMP-01 e LMP-02 apresentaram níveis de deformações com valores praticamente nulos, quase a níveis de deformação de tração, com valores correspondentes de $-5\mu\epsilon$ e $-24\mu\epsilon$, respectivamente. Para a seção S4 por meio dos dois extensômetros de imersão, os valores foram de $-70\mu\epsilon$ e $-90\mu\epsilon$. Para a seção do meio do vão do protótipo LMPc-03, apresentou deformação na borda superior no concreto de $-86\mu\epsilon$. Ainda na LMPc-03 a mesa inferior apresentou deformação específica de $-20\mu\epsilon$, indicando níveis mais reduzidos de compressão na seção, proporcionada pelo traçado do cabo e da distribuição de esforços do sistema com continuidade.

A Figura 9.13 traz um resumo geral das deformações obtidas nas seções avaliadas ao final da aplicação da protensão.

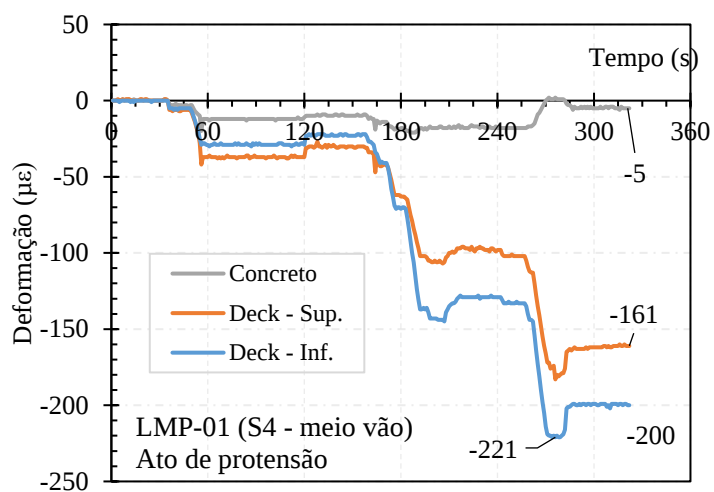
Figura 9.11 - Deformações específicas do protótipo LMP-01 durante ato de protensão nas seções junto aos apoios S1 e S7



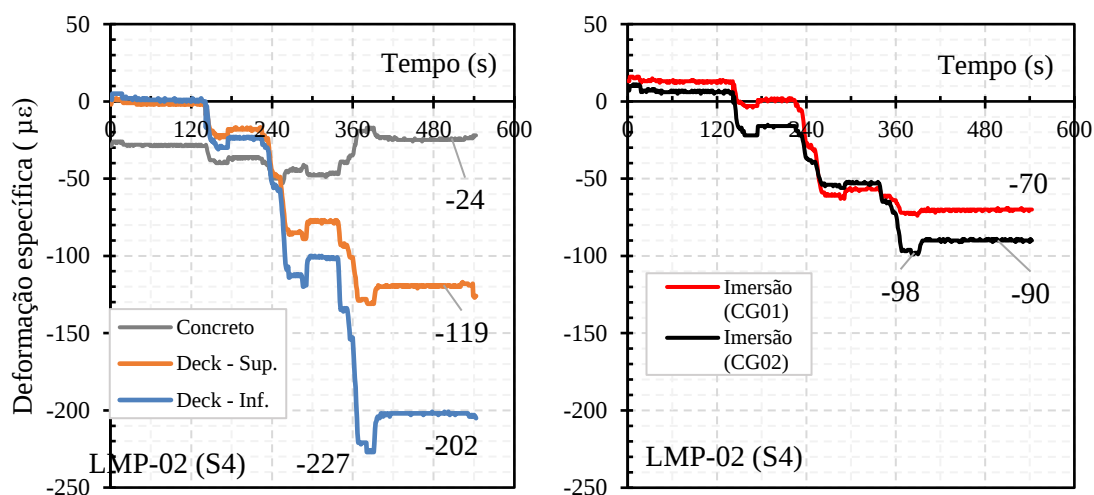
Fonte: Elaborado pelo autor

Figura 9.12 – Deformações específicas dos protótipos durante ato de protensão na seção do meio do vão (S4)

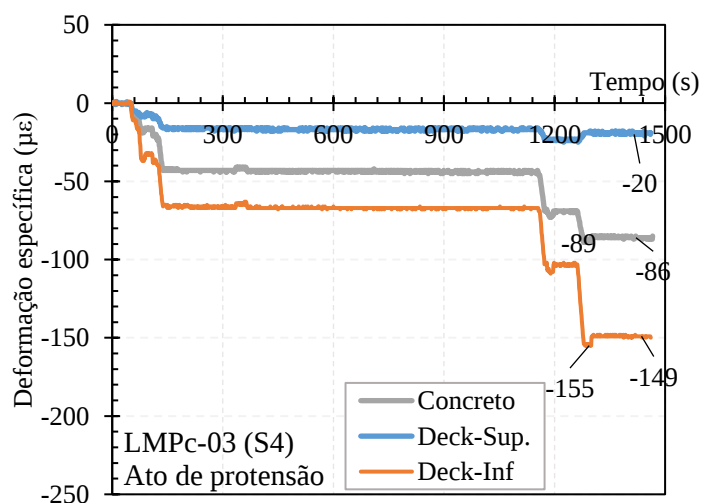
a)
LMP-01



b)
LMP-02

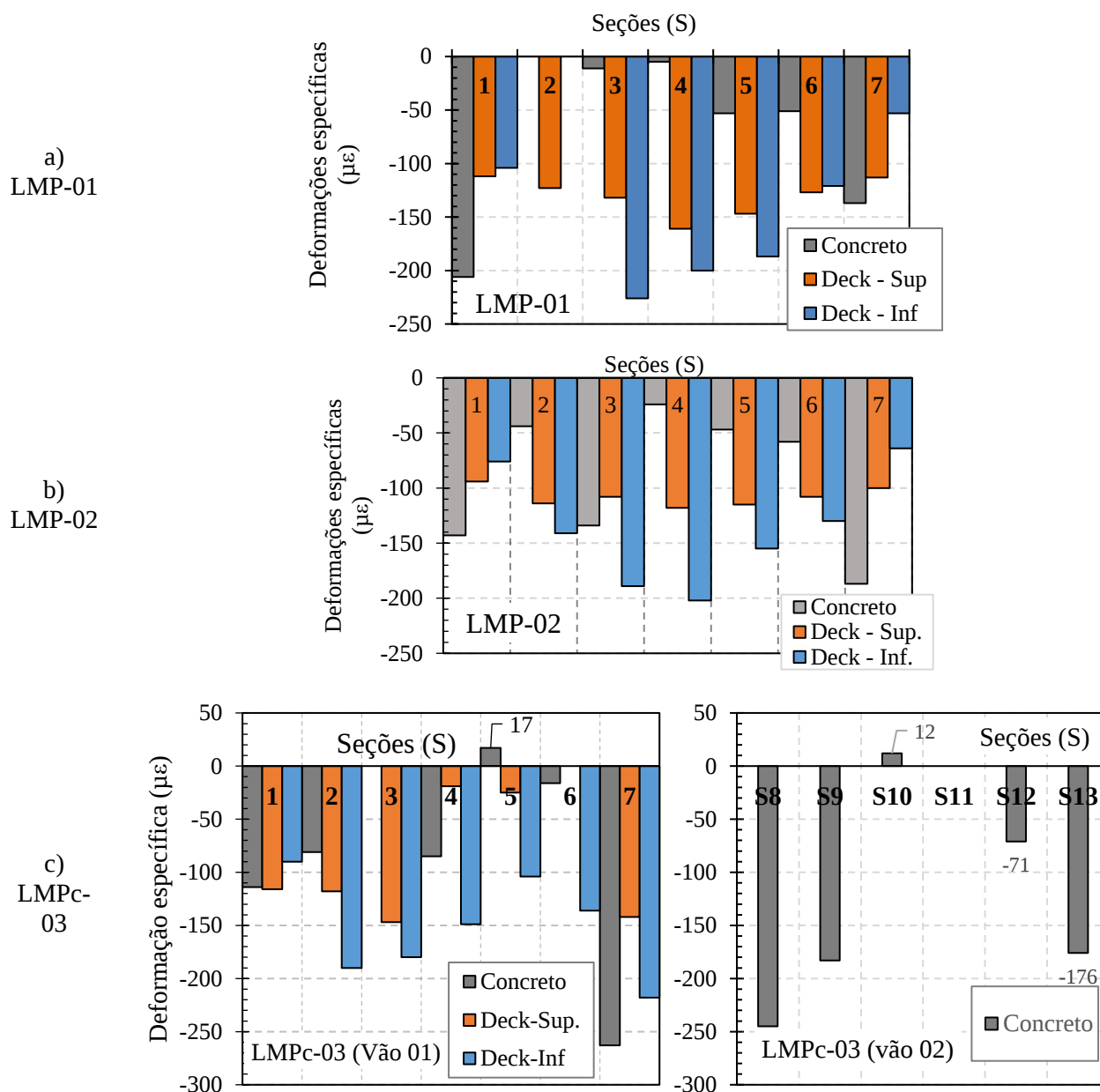


c)
LMPc-03



Fonte: Elaborado pelo autor

Figura 9.13 – Resumo geral das deformações específicas das seções dos protótipos ao final da aplicação da protensão



Fonte: Elaborado pelo autor

Em geral, o comportamento das seções nas LMP-01 e LMP-02 foram relativamente semelhantes, com deformação no concreto máxima junto aos apoios e deformação compressão máxima junto a mesa inferior junto ao meio do vão. As mínimas deformações de compressão ocorreram na seção do meio do vão, junto borda superior no concreto. Para a LMPc-03 a máxima compressão no concreto ocorreu junto a seção S7, apoio interno.

Para a LMPc-03, no vão 02, foram medidas apenas as deformações no concreto. Baixos valores de deformações específicas de tração foram medidas nas seções S5 e S10, com valores de $+17\mu\epsilon$ e $-12\mu\epsilon$, respectivamente. A seção S11 apresentou problema na medição.

9.1.5 Deslizamentos relativos

Não foram detectados deslizamentos relativos entre a fôrma de aço e concreto junto às extremidades. Portanto, a fôrma de aço e o concreto apresentaram regime de interação parcial durante todos os serviços da protensão.

9.2 Estimativas do desempenho em serviço

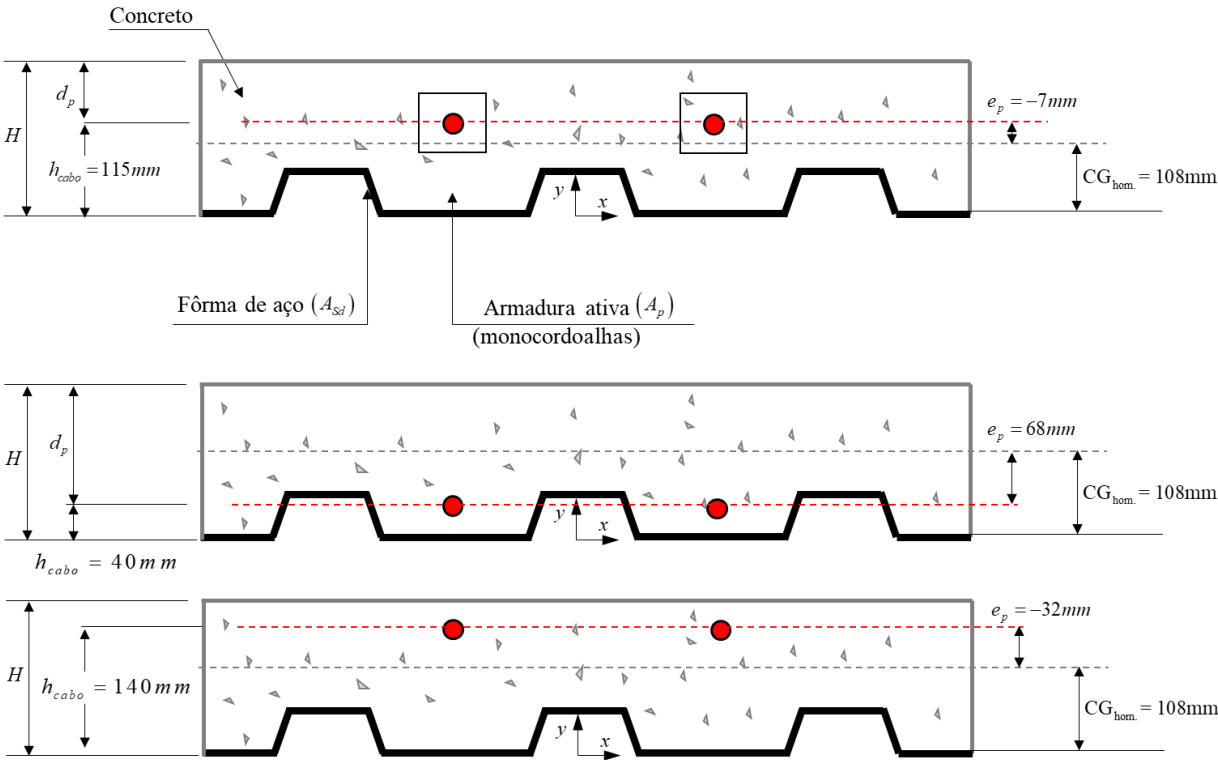
As verificações das lajes mistas protendidas em serviço toma como premissas, as verificações das tensões atuantes nas seções transversais e ocorrência de fissuração da seção, os deslocamentos verticais e as perdas de protensão imediatas e diferidas no tempo.

Com base nos apontamentos teóricos trazidos no Capítulo 3.5 e diante as concepções de projeto adotadas vide Capítulo 6.4, a força de protensão aplicada junto aos apoios externos tem excentricidade $e_p = -7mm$, que promove um momento fletor isostático direto junto as extremidades. A partir do método da carga equivalente foi realizado o cálculo do momento de protensão isostáticos e, quando aplicado o momento do hiperestático de protensão para protótipo com continuidade. Ao aplicar a carga equivalente de protensão ao longo do vão, de acordo com a curvatura do cabo, foi obtido o carregamento distribuído equivalente, para obtenção dos diagramas de esforços isostáticos e hiperestáticos.

A Figura 10.14 apresenta esquematicamente as seções transversais junto a mínima e máxima excentricidade adotadas para o traçado das monocordoalhas engraxadas, respectivamente. A excentricidade mínima foi de $e_p = -7mm$ e a excentricidade máxima de $e_p = 68mm$ para protótipos lajes mistas protendidas simplesmente apoiadas (LMP-01 e LMP-02). Para o protótipo com continuidade LMPc-03 excentricidade junto aos apoios

externos é de $e_p = -7mm$, excentricidade máxima junto ao vão é de $e_p = 68mm$ e a excentricidade do cabo junto ao apoio interno é de $e_p = -32mm$.

Figura 9.14 – Seções transversais junto aos apoios externos, junto a seção de maior excentricidade e junto ao apoio interno nas lajes mistas com continuidade, que definem traçado das monocordoalhas, com relação ao centro de gravidade da seção homogeneizada



Fonte: Elaborado pelo autor

A Tabela 9.4 ilustra as propriedades geométricas da seção homogeneizada, tomando como referência o concreto leve ($E_c = 14.500\text{ MPa}$).

Tabela 9.4 – Resumo geral das propriedades da seção homogeneizada

Dados da seção	Área equivalente (mm ²)	Inércia Equivalente (mm ⁴)	Altura do centroide da seção (mm)
	151.800	475.650.000	108

Fonte: Elaborado pelo autor

Com base nas definições são apresentadas as estimativas das respostas da estrutura no ato de protensão, de resposta imediata. Na sequência, são apresentadas as estimativas para comportamento ao longo do tempo.

9.2.1 Resposta imediata

Ao realizar a protensão conforme verificados, as estruturas sofreram mobilizações de esforços interno, promovendo respostas pelas deformações, deslocamentos e perdas de protensão.

As parcelas imediatas das perdas de protensão são conhecidas, conforme enunciado no Capítulo 3.5.3, em perdas por atrito, perdas por encunhamento/deslizamento de ancoragens e perdas por deformação elástica. Dado a modo como foram medidas as forças diretamente entre as ancoragens pelas células de carga, o cálculo das perdas devidas o encurtamento elástico e do encunhamento acarretam em um retorno do cabo de protensão, diminuindo sua tensão. A Tabela 9.5 traz resumo das perdas experimentais e suas estimativas.

Tabela 9.5 - Resumo das perdas imediatas de protensão

Protótipo	Experimental					Estimados				
	Vão Total	Varição Angular	Força média aplicada	Força média ancorada	Perda média	Encurtamento (mm)		Perda Elástica	Perda encunhamento ($\delta = 6mm$)	Perda Atrito
	(mm)	α (rad)	(kN)	(kN)	(kN)	Exp.	Teórico.	(kN)	(kN)	(kN)
LMP-01	6.600	0,10714	150,4	132,0	18,4	0,74	0,79	8,28	18,4	1,30
LMP-02	6.600	0,10714	148,5	132,8	15,7	0,87	0,78	8,14	18,4	1,28
LMPc-03	12.200	0,50000	147,8	136,6	11,3	1,30	1,50	8,21	9,9	4,53

Fonte: Elaborado pelo autor

Na perda por deformação elástica do concreto é calculada pela tensão média no concreto ao nível do centroide das cordoalhas ao longo do vão. A tensão média para carga aplicada é de -2,40 MPa, -2,36 MPa e -2,38 MPa, para os protótipos LMP-01, LPMP-02 e LMP-03, respectivamente.

A acomodação das cunhas nas ancoragens (processo de cravação) provoca uma perda de aproximadamente de 6 mm no alongamento inicial ao qual se chegou antes da cravação. Os valores estimados das perdas de protensão por atrito ao longo do cabo foram calculadas em função da curvatura do cabo e dos seguintes coeficientes médios de atrito para as cordoalhas e bainha de polipropileno lubrificadas:

$$\mu = 0,05 \text{ [1/rad]} \text{ (coeficiente de atrito médio aparente entre cabo e bainha)}$$

$k = 0,5 \times 10^{-3} \text{ [1/m]}$ (coeficiente de perda média por metro provocada por curvaturas não intencionais no cabo).

As perdas imediatas medidas durante o ensaio, junto a extremidade da ancoragem ativa registraram os valores diretos da perda de protensão devido ao encunhamento e da parcela devido o encurtamento do concreto, cujos valores experimentais foram relativamente aproximados às previsões, indicando correspondência entre considerações adotadas. Devido ao vão relativamente curto dos protótipos simplesmente apoiados, a parcela de perda por encunhamento foi a mais significativa, seguido pela perda por encurtamento elástico e pelo atrito.

Da Figura 9.7, os valores medidas juto as ambas ancoragens indicaram a diferença de forças para cabo monitorado de 2,10 kN; 2,14 kN e 2,14 kN para LMP-01, LMP-02 e LMP-03, respectivamente. Os valores para os protótipos simplesmente apoiados são ligeiramente maiores às previsões de 1,30kN e 1,28kN para LMP-01 e LMP-02, respectivamente. Para a LMPc-03 o valor medido de 2,14 kN é menor que estimado de 4,53 kN.

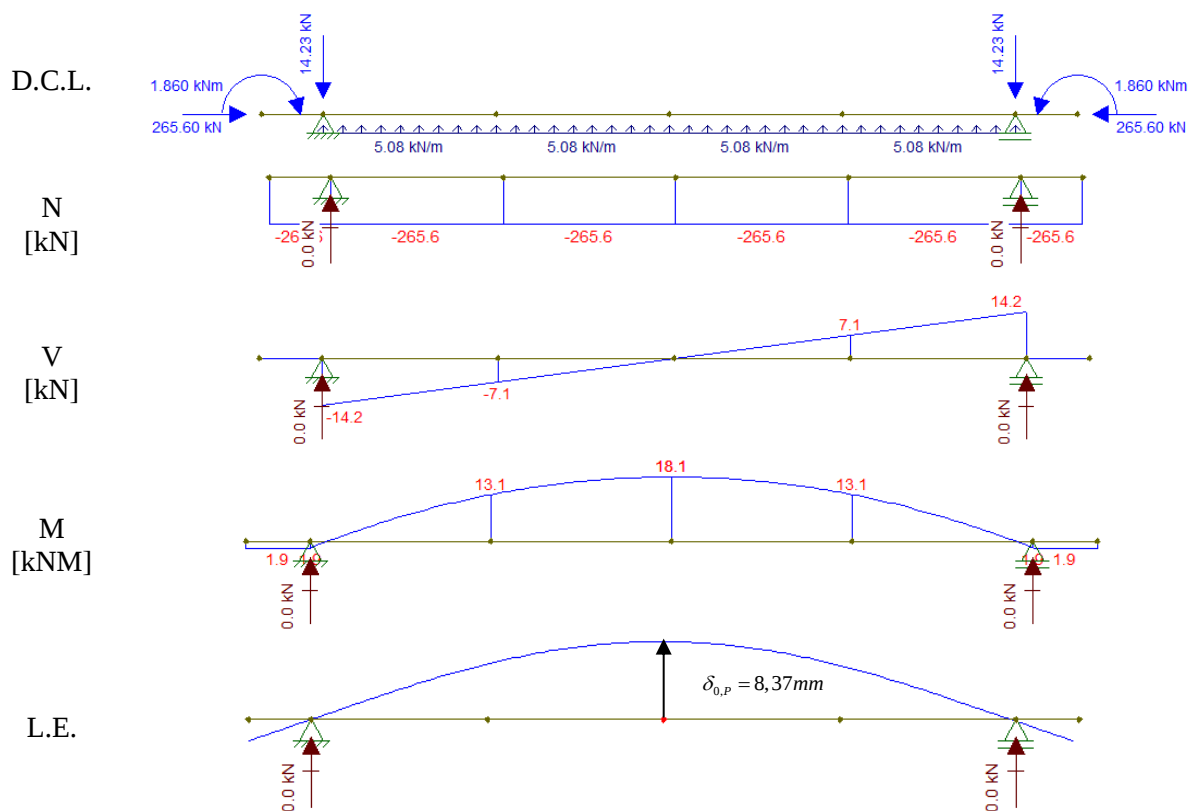
De modo geral, as previsões apresentaram concordância com os valores médios obtidos nos ensaios experimentais.

Sobre a avaliação das tensões nas seções transversais da LMP-02, o diagrama de corpo livre apresentado na Figura 9.15 ilustra os carregamentos equivalente decorrentes dos isostáticos de protensão, o diagrama de força normal, de força cortante, de momento fletor e da linha elástica. A Figura 9.16 ilustra o diagrama de corpo livre sob atuação do peso próprio do protótipo LMP-02, seu respectivo diagrama de força cortante (V), de momento fletor (M) e da linha elástica (δ) com indicação do valor da flecha elástica ao meio do vão.

A estimativa do momento de fissuração foi calculada conforme Capítulo 3.2 Equação 3.1, para borda inferior, relativa a borda sujeita a tensões de tração sob a aplicação de cargas verticais externas A Figura 9.21 ilustra esquematicamente os valores do momento de fissuração que é variável seção a seção, dado sua dependência com traçado do cabo curvo.

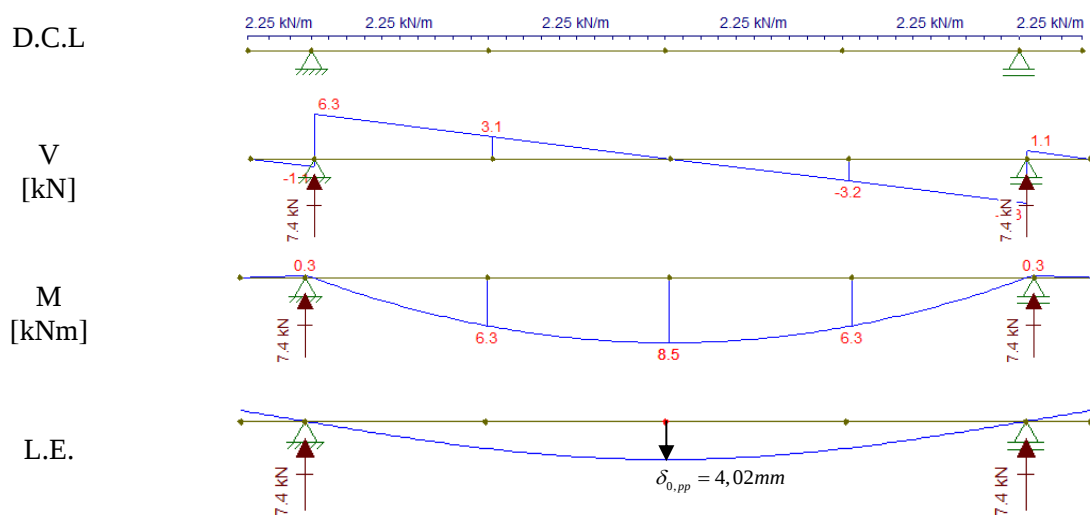
As Figura 9.18 e Figura 9.19 ilustram o resultados das tensões normais junto a borda inferior e superior, respectivamente, obtidas em função dos esforços normais decorrentes da protensão e do peso próprio, considerando área e momento de inércia da seção homogeneizada.

Figura 9.15 – Diagrama de corpo livre das cargas equivalentes devidas a protensão e respectivos diagramas de força normal (N), força cortante (V), momento fletor (M) e linha elástica (L.E) do protótipo LMP-02



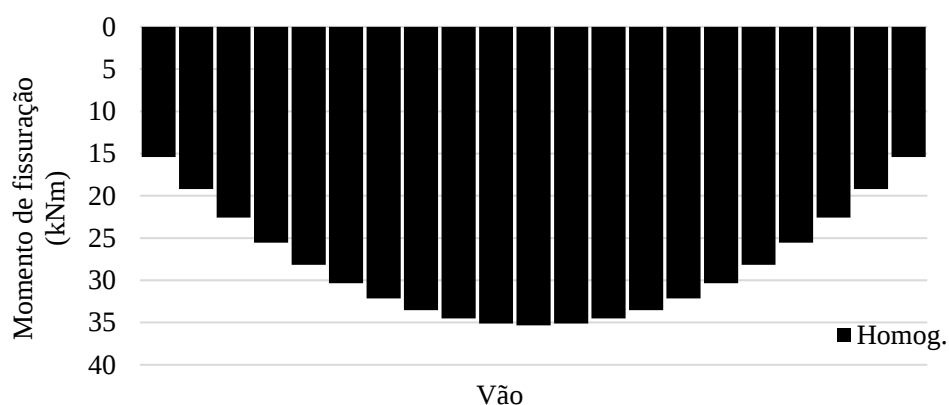
Fonte: Elaborado pelo autor

Figura 9.16 – Diagrama de corpo livre do protótipo LMP-02 sob atuação do seu peso próprio e respectivos diagramas de força normal (N), força cortante (V), momento fletor (M) e linha elástica



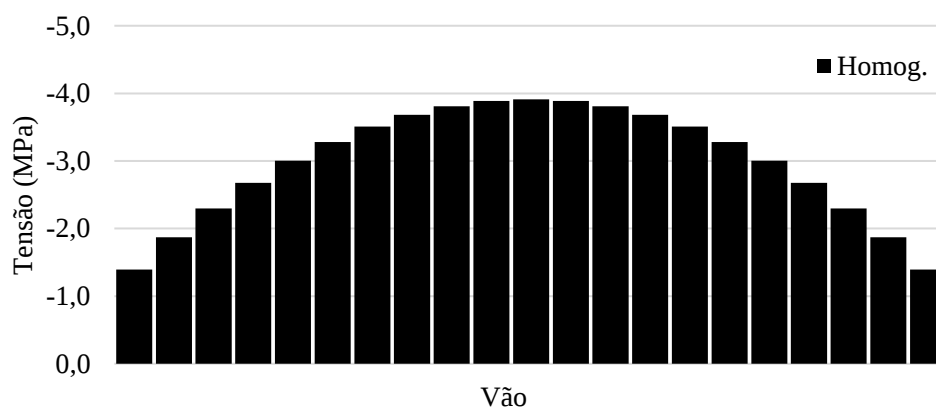
Fonte: Elaborado pelo autor

Figura 9.17 – Estimativas do momento de fissuração para borda inferior do protótipo LMP-02



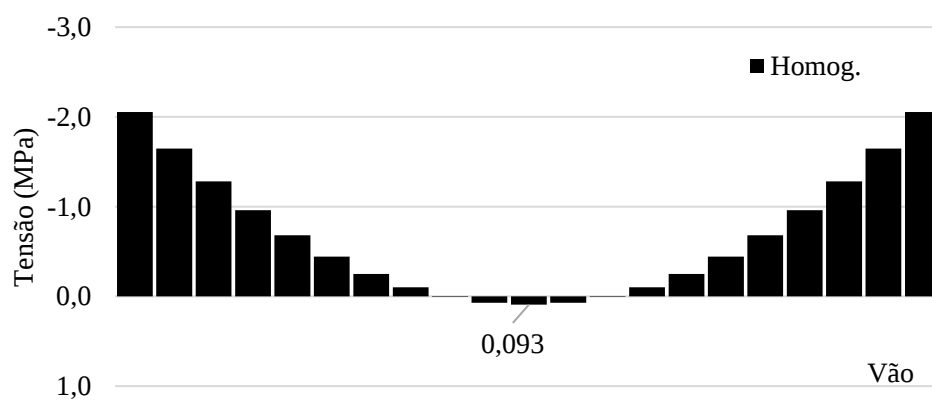
Fonte: Elaborado pelo autor

Figura 9.18 – Tensões nas bordas inferior do protótipo LMP-02 sob a atuação da protensão e peso próprio



Fonte: Elaborado pelo autor

Figura 9.19 – Tensões nas bordas superior do protótipo LMP-02 sob a atuação da protensão e peso próprio

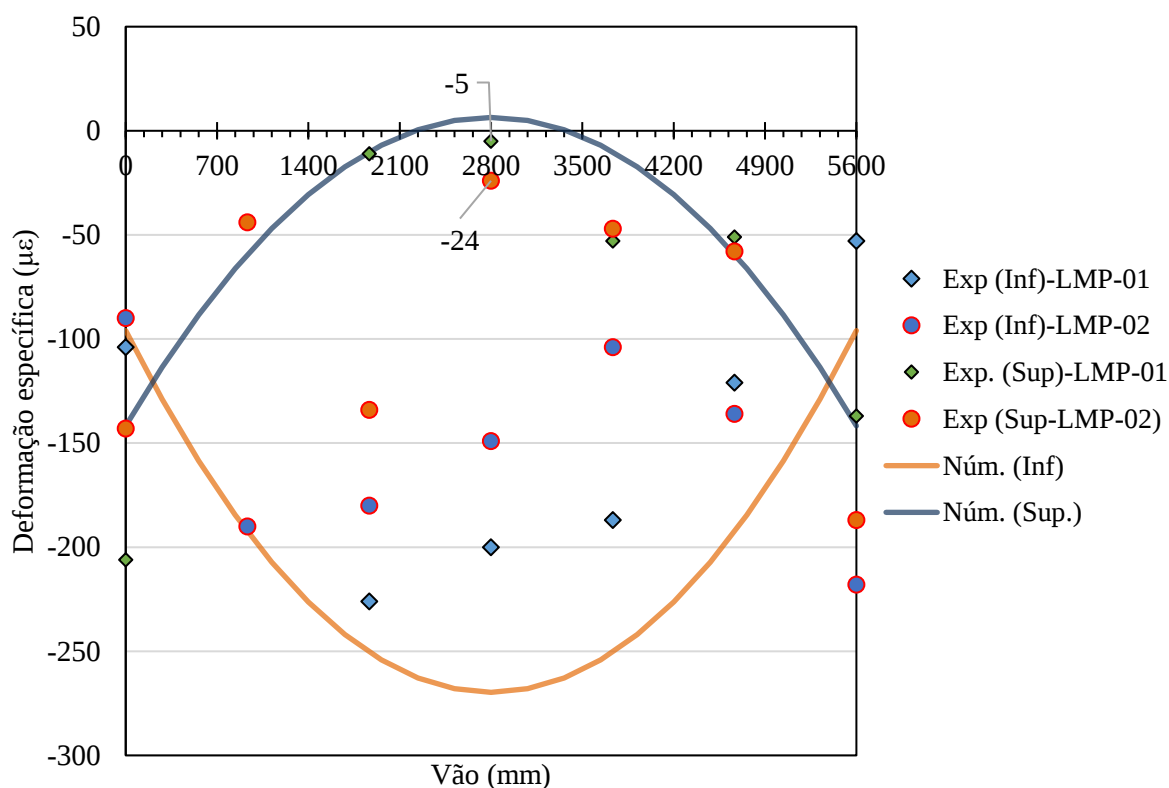


Fonte: Elaborado pelo autor

Os valores teóricos máximos e mínimos foram de -3,91 MPa (compressão) e 0,093 MPa (tração) junto a seção do meio do vão para protótipo LMP-02. O valor da deformação de tração tem valor inferior a resistência à tração, não ocasionando ali fissuração do concreto leve da peça em vazio.

A Figura 9.20 traz uma comparação entre deformações experimentais e as estimativas analíticas para borda inferior e superior. No experimento, o protótipo na seção do meio do vão apresentou valor de deformação de compressão ($-5\mu\epsilon$ e $-24\mu\epsilon$) na LMP-01 e LMP-02, qualitativamente, tem valor aproximado com a previsão teórica. Na seção junto ao apoio esquerdo os valores foram muito aproximados entre valores experimentais e previsões analíticas. Para as outras seções, os valores apresentaram divergências, principalmente na seção junto ao apoio direito, no entanto, a curva teórica serviu aproximadamente como valor limite aos resultados experimentais.

Figura 9.20 – Comparação entre deformações experimentais e estimativas analíticas da resposta imediata da protensão e peso próprio na LMP-01 e LMP-02



Fonte: Elaborado pelo autor

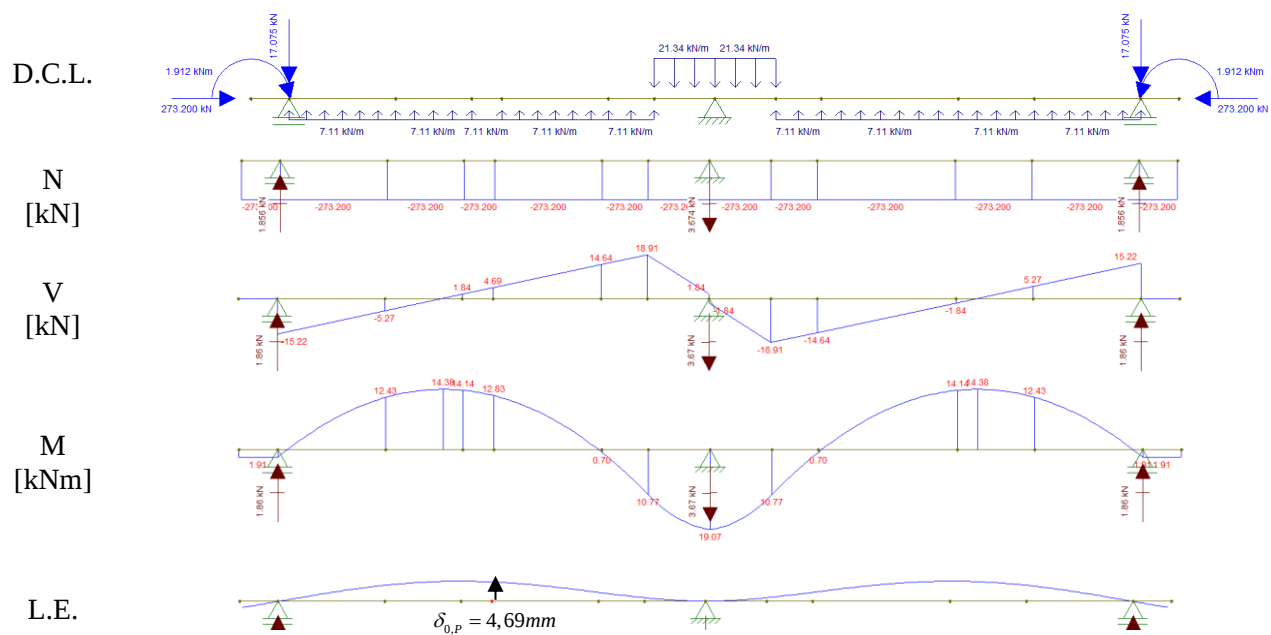
A fôrma de aço incorporada contribui para a diminuição das tensões na ordem de 17% e no aumento do momento de fissuração com um aumentou de 11% para seção do meio do vão, quando em comparação com a seção de concreto isolada. Todas as tensões atendem aos limites de tensão normativas indicadas no Capítulo 3.5.1 - Tabela 3.3. Uma observação pertinente é que para o traçado e peso do protótipo, as tensões da borda inferior são aproximadamente nulas junto ao vão de cisalhamento ($L = 1.400 \text{ mm}$). Outro ponto é relativo à verificação da condição de ductilidade, na verificação da instabilidade à flexão, onde capacidade resistente deve ser tal que $\phi M_n \geq 1,2 M_{cr}$.

Para a avaliação da protensão do protótipo com continuidade LMPc-03, foi separado os efeitos das parcelas dos efeitos isostático e hiperestáticos. A avaliação dos efeitos secundários foi feita pelo método das cargas equivalentes. As Figura 9.21 ilustram os carregamentos equivalente decorrentes dos carregamentos equivalente da protensão, o diagrama de força normal, de força cortante, de momento fletor e da linha elástica. A e Figura 9.22 Figura 9.16 ilustra o diagrama de corpo livre sob atuação do peso próprio do protótipo LMPc-03, seu respectivo diagrama de força cortante (V), de momento fletor (M) e da linha elástica (δ) com indicação do valor da flecha elástica ao meio do vão.

A Figura 9.23 traz diagramas de momento fletor respectivo a cada parcela e soma das parcelas decorrentes dos isostáticos e do hiperestático de protensão e devido ao peso próprio. O efeito do hiperestático de protensão ocasiona um aumento nos momentos fletores positivos em todo o vão. Quando da consideração do efeito no peso próprio no protótipo com continuidade, o momento fletor junto ao apoio interno diminui, e dada o menor peso devido o concreto leve, observa-se ainda a presença de momento positivo sobre o apoio. Essa verificação deve ser realizada e na ocorrência de tração, deve-se atentar aos requisitos de formação e abertura de fissuras.

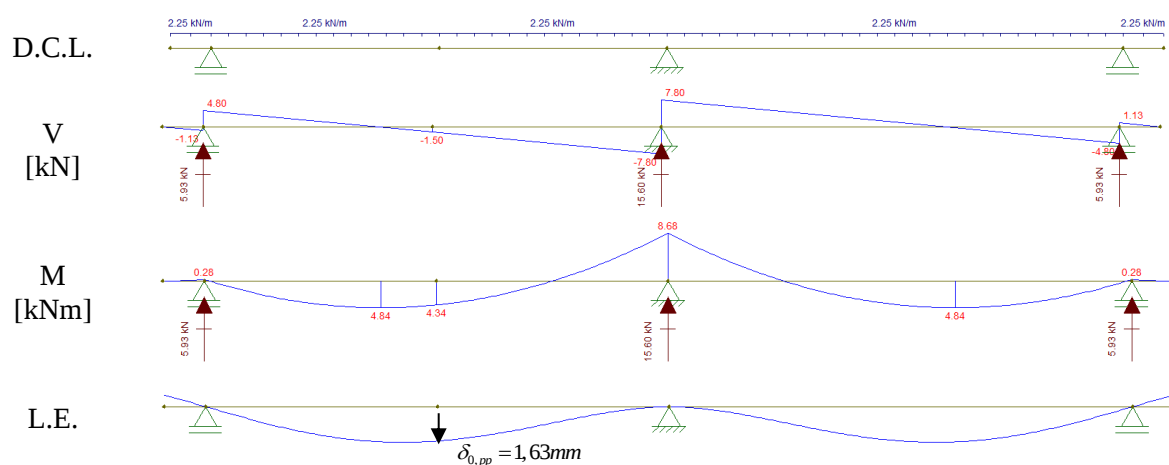
Para o protótipo LMPc-03, os valores dos momentos de fissuração estão apresentados na Figura 9.24. Comparativamente à Figura 9.23, os valores teóricos para momento de fissuração da peça em vazio no trecho central do vão, indica que qualquer ação adicional que provoque momento negativo junto à borda superior, superará o momento de fissuração. Isso reflete que qualquer aumento da força de protensão poderá causar fissuração nessas seções para a situação analisada, nas condições apresentadas.

Figura 9.21 – Diagrama de corpo livre das cargas equivalentes devidas a protensão e respectivos diagramas de força normal (N), força cortante (V), momento fletor (M) e linha elástica (L.E.) do protótipo LMPc-03



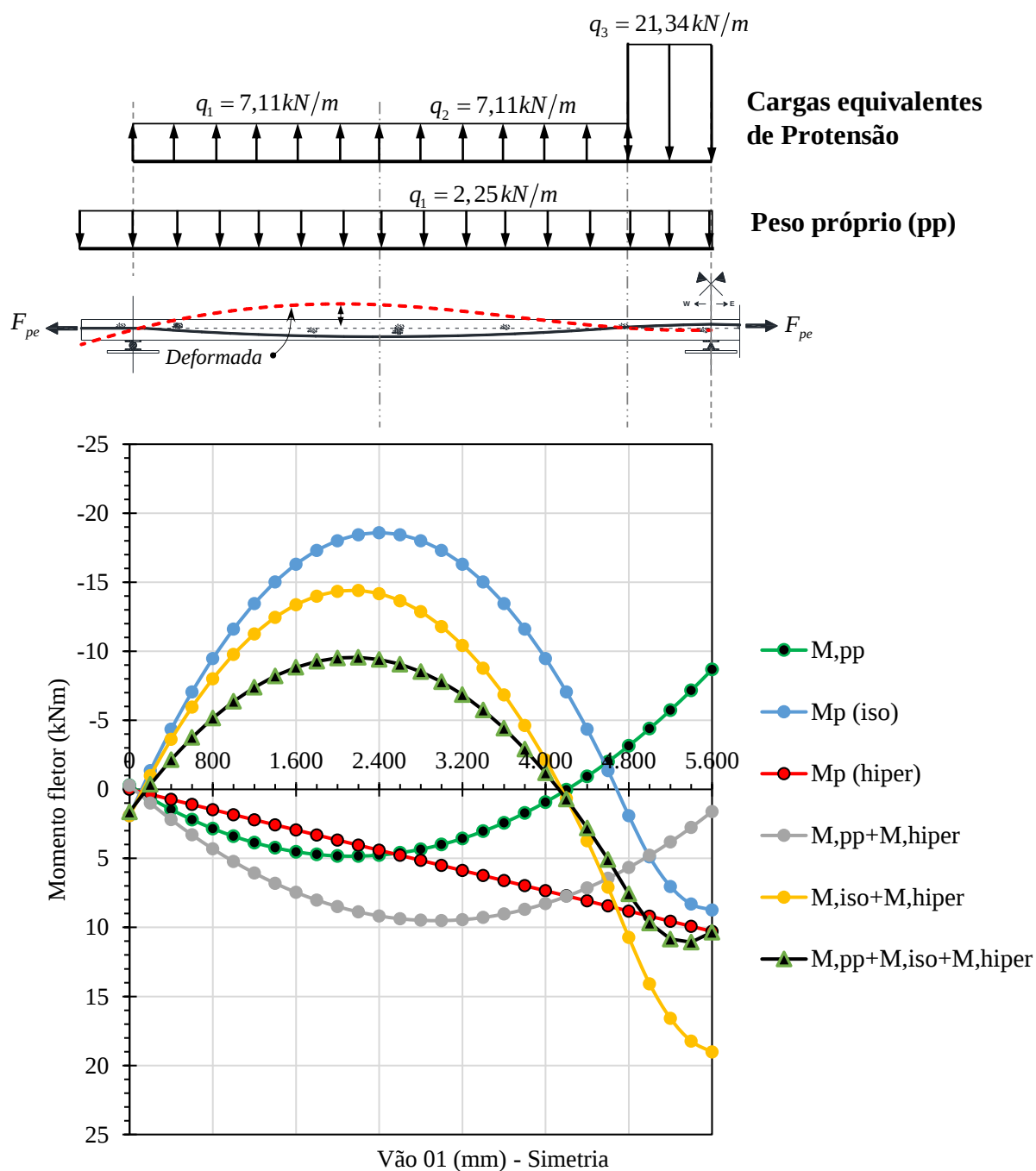
Fonte: Elaborado pelo autor

Figura 9.22 – Diagrama de corpo livre (DCL) das cargas equivalentes devidas a protensão e respectivos diagramas de força normal (N), força cortante (V), momento fletor (M) e linha elástica (L.E.) do protótipo LMPc-03



Fonte: Elaborado pelo autor

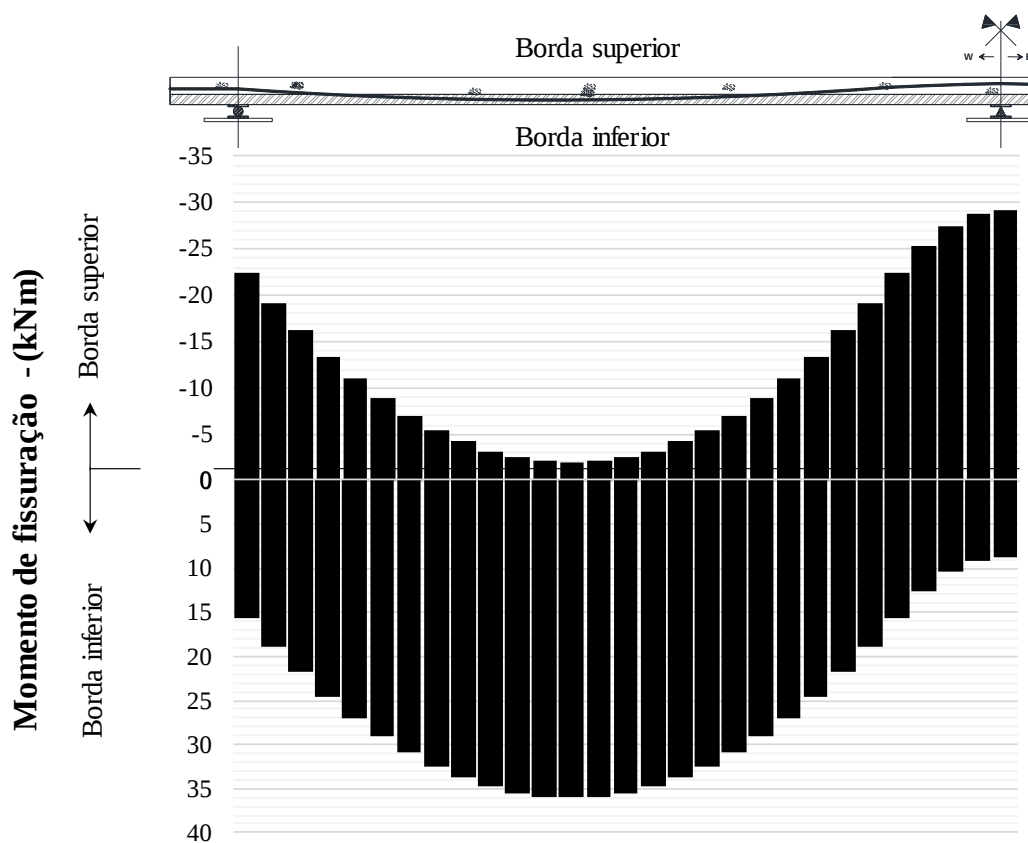
Figura 9.23 – Diagrama de corpo livre (DCL) das cargas equivalentes devidas a protensão e peso próprio para vão de simetria do protótipo LMPc-03 e respectivos diagramas de momento fletor (M) isostáticos e hiperestáticos de protensão e devido ao peso próprio



Fonte: Elaborado pelo autor

Devido a protensão, na fase em vazio a fissuração do concreto leve na seção sobre o apoio interno deve ser verificada principalmente na borda inferior e junto à borda superior na região do meio do vão. A Figura 9.24 ilustra as estimativas do momento de fissuração das seções, dependentes da força de protensão e sua posição em relação ao centroide da seção homogeneizada, e da resistência à tração do concreto leve, avaliada considerando resistência à tração do concreto leve obtidas experimentalmente ou por equacionamento apropriado.

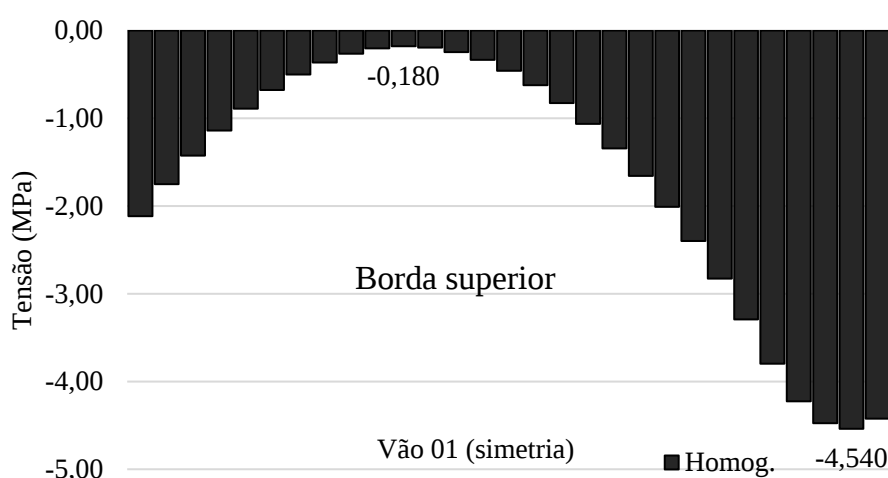
Figura 9.24 – Estimativas do momento de fissuração para bordas superior e inferior do protótipo LMPc-03



Fonte: Elaborado pelo autor

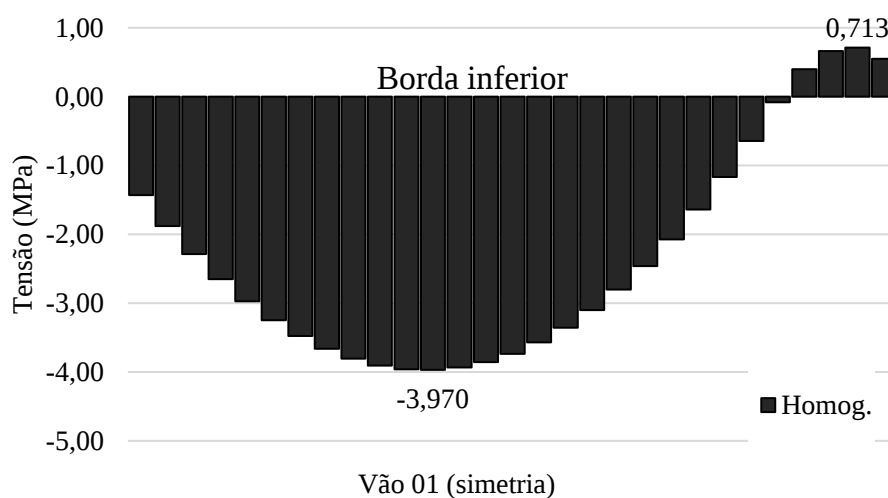
Para o caso em questão, as Figura 9.25 e Figura 9.26 trazem os valores das tensões nas bordas inferior e superior do vão 01 do protótipo LMPc-03. Os valores previstos teoricamente, indicam que a região do meio do vão apresenta as menores e maiores tensões de compressão (-0,18 MPa e -4,54 MPa) junto ao apoio central para borda superior da seção transversal, respectivamente. Na borda inferior apresenta maiores tensões de compressão (-3,97 MPa) na região do meio do vão e menores tensões de compressão, chegando até a tensões de tração na borda inferior (0,713 MPa).

Figura 9.25 – Tensões nas bordas superior da laje com continuidade (Vão 01)



Fonte: Elaborado pelo autor

Figura 9.26 – Tensões nas bordas inferior da laje com continuidade (Vão 01)

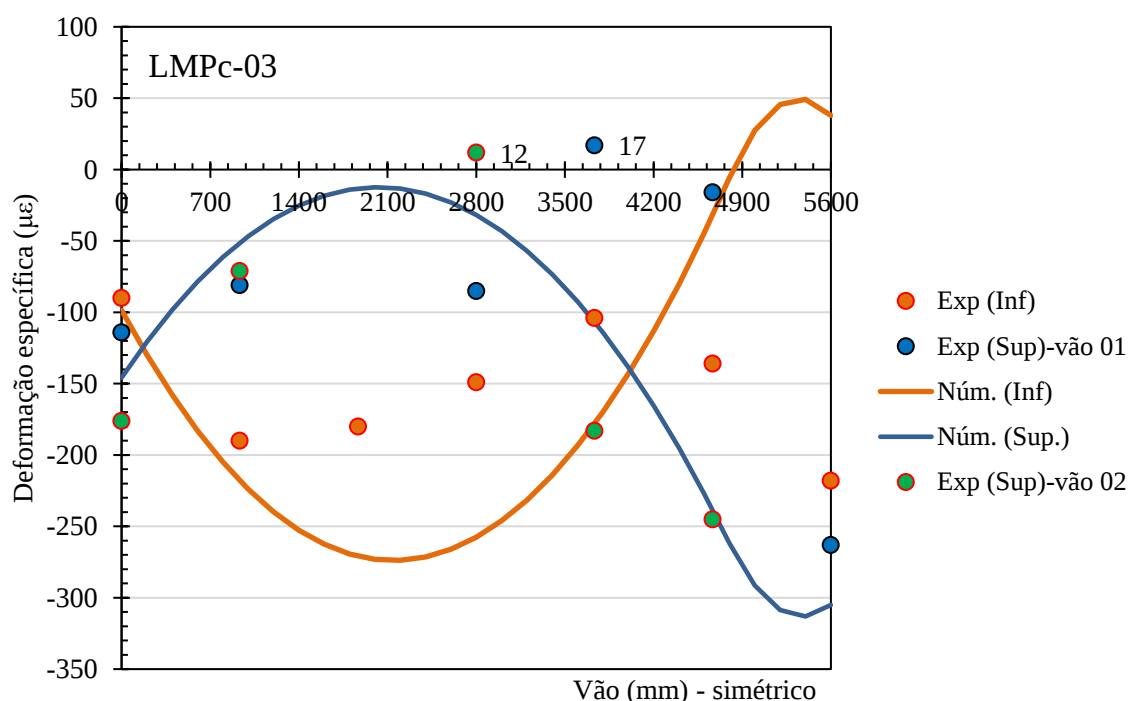


Fonte: Elaborado pelo autor

A seção transversal considera a rigidez da fôrma de aço incorporada. Sua consideração leva a redução nas tensões, especialmente na borda inferior. Os valores das tensões situaram-se em níveis baixos, da ordem de valores menores que 1 MPa na tração, e de até 5 MPa na compressão.

A Figura 9.27 traz uma comparação entre as correspondentes deformações experimentais e suas estimativas para as borda inferior e superior de LMPc-03, considerando vão 01 (simétrico). No experimento, o protótipo na seção do meio do vão apresentou valor de deformação de tração na borda superior ($12\mu\epsilon$ e $17\mu\epsilon$) superando valores da previsão teórica. Na seção junto ao apoio esquerdo os valores foram mais aproximados entre valores experimentais e previsões. Para as outras seções, os valores apresentaram divergências, principalmente nas seções entre o meio do vão e apoio central, no entanto, a curva teórica serviu aproximadamente como valor limite aos resultados experimentais.

Figura 9.27 – Comparação entre as deformações experimentais e estimativas analíticas da resposta imediata da aplicação da protensão e atuação do peso próprio na LMPc-03



Fonte: Elaborado pelo autor

Com a atuação das sobrecargas de utilização, as tensões junto a borda inferior junto ao vão central são acrescidas de parcelas correspondentes de tração, e na região sobre os apoios corresponde a parcela de compressão na borda inferior. Dessa maneira, a protensão atua na melhoria das condições em serviço e controle de deformações.

9.2.2 Resposta de longa-duração

Sobre a resposta de longa duração estão apresentadas as estimativas das perdas de protensão e avaliação dos deslocamentos verticais das lajes mistas protendidas.

Diante os resultados do estudo exploratório apresentado no Capítulo 7.1.1, sobre a avaliação da fluência e da deformação de retração, apresentados nas Figura 7.6 e Figura 7.7, tomando as considerações decorrentes da ocorrência de retração não-uniforme ao longo da altura da laje apresentam-se os resultados obtidos. O método simplificado proposto no trabalho de Al-Deen e Ranzi (2015) e AS/ANS 2327:2017 foi utilizado para descrever o perfil de retração para as lajes mistas. Maiores detalhes sobre formulações foram apresentados em Oliveira (2019).

A Figura 9.6 ilustra os resultados experimentais de referência, cujos valores foram resumidos na Tabela 9.2. O valor de perda por relaxação após 1.000 horas a 20°C, para carga inicial de 80% da carga de ruptura correspondente, o valor médio obtido experimentalmente é de $\psi_{1000} = 1,56\%$. A ABNT NBR 6118:2023 recomenda o valor de $\psi_{1000} = 2,5\%$ para relação de $\sigma_{p0}/f_{ptk} = 0,7$. Para a previsão das perdas de protensão devido a retração e fluência do concreto leve, foram tomados os valores médios correspondentes da seção transversal ao longo do vão. Os valores da fluência e retração foram estimados pelos diferentes modelos: *fib* Model Code:2010, ABNT NBR 6118:2023 e modelo de Kvitsel (2010).

As Figura 9.28, Figura 9.29 e Figura 9.30 trazem os resultados das previsões do coeficiente de relaxação do aço, considerando valor normativo e experimental; os coeficientes de fluência e retração do concreto leve com referência ao concreto de peso normal, respectivamente. A Tabela 9.6 reúne os valores estimados do coeficiente de fluência e retração do concreto leve e normal pelas diferentes abordagens.

Figura 9.28 – Previsão do coeficiente de relaxação para monocordalhas CP-190-RB@12,7 EP

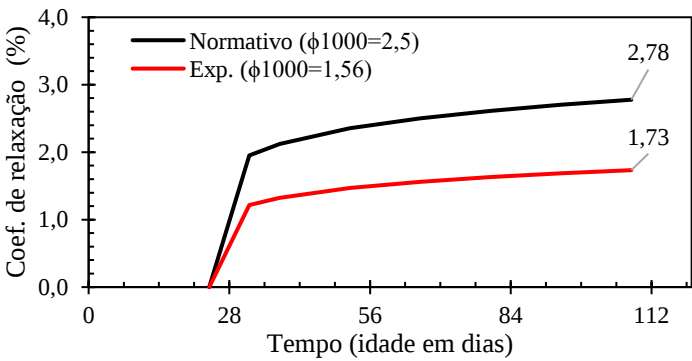


Figura 9.29 – Previsão do coeficiente de fluência para concreto leve com referência ao concreto normal

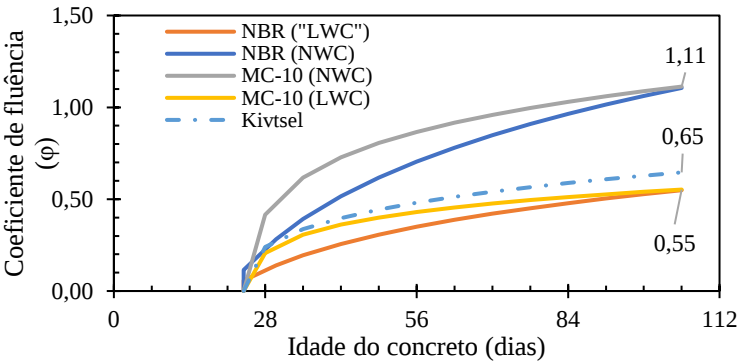
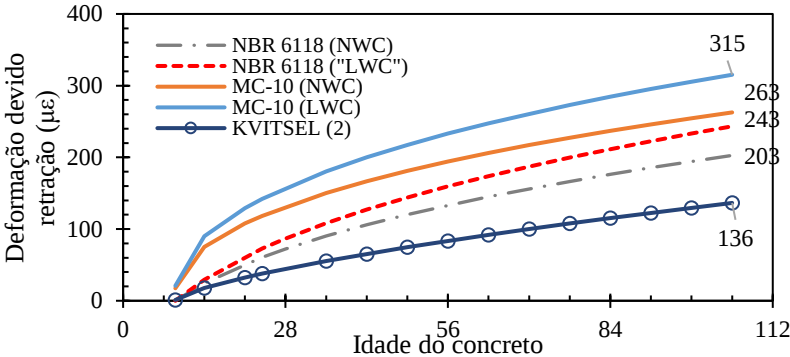


Figura 9.30 – Previsão da retração do concreto leve com referência ao concreto de peso normal



Fonte: Elaborado pelo autor

Tabela 9.6 – Resumo dos valores estimados para efeitos diferidos no tempo do concreto leve com referência ao concreto de peso normal para idade do concreto de 84 dias e $t_0 = 24$ dias

Valores de referência $t = 84d$	Concreto leve (LWC)		
	Model Code 2010 LWC	NBR 6118 LWC	Kvitsel (2010)
Coef. de fluência ϕ_{cr}	0,51	0,48	0,60
Retração do concreto $\varepsilon_{sh}(\mu\epsilon)$	246	211	115

Fonte: Elaborado pelo autor

O valor normativo para a relaxação das armaduras ativas é geralmente maior que o valor experimental em questão, de modo que resguarda as variações em favor da segurança. Os valores previstos dos coeficientes de fluência para concreto leve foram da ordem da metade daqueles do concreto de peso normal referência. Os valores para a retração para modelos *fib* Model Code:2010 e a extensão da ABNT NBR 6118:2023 são calculados como 20% maiores para concreto leve em relação ao concreto de peso normal. Os valores previstos pelo modelo Kvitsel (2010) para a retração foram bem abaixo do que os outros dois modelos.

Perda de protensão diferida no tempo

O capítulo 3.5.3 apresentou uma discussão e os fundamentos a respeito das perdas de protensão diferidas no tempo. A partir do equacionamento proposto pela EN 1992-1-1:2004, com as previsões dos efeitos diferidos do modelo da ABNT NBR 6118:2023, tem-se para caso em questão, na idade última analisada nos ensaios:

$$\begin{aligned}
 \Delta\sigma_{p,r} &= \varphi_p(t, \sigma_{p0}) \cdot \sigma_{p0} \\
 &= 1,73\% \cdot 1.308 \text{ MPa} \\
 &= 22,6 \text{ MPa}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \Delta\sigma_p(t=100d, t_0=24d) &= \frac{\varepsilon_{sh}(t, t_0) \cdot E_p + \frac{E_p}{E_{cm}} \cdot \varphi(t, t_0) \cdot \sigma_{c,QP} + 0,8 \cdot \Delta\sigma_{p,r}}{1 + \frac{E_p \cdot A_p}{E_{cm} \cdot A_c} \cdot \left(1 + \frac{A_c}{I_c} \cdot z_{cp}^2\right) [1 + 0,8 \cdot \varphi(t, t_0)]} \\
 &= \frac{233 \times 10^{-6} \cdot 200.000 + \frac{200.000}{14.500} \cdot 0,55 \cdot 2,36 + 0,8 \cdot 22,6}{1 + \frac{200.000 \cdot 201,8}{14.500 \cdot 137.930} \left(1 + \frac{137.930}{386.688.300} \cdot 50^2\right) [1 + 0,8 \cdot 0,55]} \\
 &= \frac{46,6 + 17,9 + 18,1}{1 + 0,056} = \frac{82,6}{1,056} \\
 &= 44,1 + 17 + 17,1 = 78,2 \text{ MPa}
 \end{aligned}$$

Com as considerações adotadas, as perdas totais progressivas totais incluem parcela devido a retração, a fluência do concreto e devido a relaxação do aço, cujos valores estimados foram de 44,1 MPa, 17 MPa e 17,1 MPa, respectivamente, totalizando 78,2 MPa. O valor corresponde a perda de força por monocordoalha de 7,9 kN. A Tabela

9.7 ilustra as estimativas analíticas usando os valores referência da retração e fluência dos outros modelos.

Tabela 9.7 – Estimativas das perdas de protensão até idade avaliada

Estimativa perdas de protensão (MPa)	Retração e fluência pelos modelos		
	<i>fib</i> Model Code:2010 <i>LWC</i>	NBR 6118 <i>LWC</i>	Kvitsel (2010)
Tensão (MPa)	92,0	78,2	61,8
Força por cabo (kN)	9,3	7,9	6,2

Fonte: Elaborado pelo autor

A comparação com os valores experimentais da Tabela 9.2 (valor médio de 8,0 kN, idade concreto de 60 dias, para as lajes simplesmente apoiadas), indicam que as abordagens aproximadas apresentaram valores condizentes com os resultados obtidos experimentalmente para ensaio exploratório da evolução das perdas de protensão das lajes mistas em condição ambiente junto ao Laboratório de Estruturas. Dada a complexidade do tema e variáveis envolvidas, os resultados puderam representar com boa aproximação as perdas progressivas, com métodos propostos a favor da segurança.

Flechas imediatas e flechas diferidas no tempo

As parcelas de flechas imediatas decorrem de análise elástica linear, conforme observados na análise experimental e previsões analíticas, com não ocorrência de fissuração do concreto. As Figura 9.15 e Figura 9.16 ilustram as linhas elásticas e respectivos deslocamentos verticais para os carregamentos equivalentes de protensão e de peso próprio, respectivamente para os protótipos simplesmente apoiados e nas Figura 9.21 e Figura 9.22 as ilustram as linhas elásticas e respectivos deslocamentos verticais para os carregamentos equivalentes de protensão e de peso próprio, respectivamente para o protótipo com continuidade entre vão (LMPc-03).

As parcelas de flechas devidos os efeitos da retração e fluência foram estimadas, conforme os fundamentos apresentados no Capítulo 3.4.1, Oliveira (2019) e do e Apêndice B. Oliveira *et al.* (2021) traz exemplos de cálculo para lajes mistas simplesmente apoiadas, em ensaios experimentais e previsões analíticas semelhantes. Para a retração foram simuladas duas situações, com consideração de ocorrência de retração uniforme e com gradiente linear proposto indicado na norma AS/ANS 2327:2017.

Os protótipos foram protendidos nas idades do concreto indicadas de 23 e 24 dias, respectivamente, para LMP-01/LMP-02 e LMPc-03, respectivamente. A cura úmida foi realizada até o oitavo dia, passando o concreto a estar sob situação das condições ambientes a partir do nono dia de idade do concreto.

A partir das análises dos resultados experimentais e dos valores previstos, constata-se que: dado que o protótipo se encontrava escorado, quando ocorreu a protensão o protótipo ficou sob os apoios permanentes. Os efeitos de retração existentes ali, ocasionaram na ocasião deformações respectivas, manifestando sua parcela de flecha nos protótipos. As Tabela 9.8 e Tabela 9.9 traz os resultados das estimativas das flechas imediatas, flechas diferidas e totais para os protótipos LMP-02 (simplesmente apoiado) e LMPc-03 (com continuidade), respectivamente.

Tabela 9.8 – Estimativas das flechas junto ao meio de vão do protótipo LMP-02

Flechas imediatas (teóricas) (mm)			Flechas diferidas (teóricas) (mm)				Total (mm)		Valor Exp. (mm)	Δ		Razão		
Idade (dias)	Pro- -tensão	Peso próprio	Modelo	Fluência		Retração		$\delta_T = \delta_0 + \delta_{cr} + \delta_{sh}$		Exp - [1] (mm)	Exp - [2] (mm)	Exp/ Teo. [1]	Exp/ Teo. [2]	
				Pro- -tensão	Peso próprio	Uniforme [1]	Gradiente [2]	[1]						[2]
Ato de protensão tc = 24d ts = 15d			NBR			+0,79	+1,96	-3,56	-2,39		0,71	-0,46	0,80	1,19
	-8,37	+4,02	MC2010	-	-	+1,35	+3,23	-3,00	-1,12	-2,85	0,15	-1,73	0,95	2,54
			Kvitsel			+0,36	+0,86	-3,99	-3,49		1,14	0,64	0,71	0,82
Final do ensaio tc = 84d ts = 75d			NBR	-3,10	+1,49	+2,00	+4,77	-3,96	-1,19		2,36	-0,41	0,40	1,35
	-8,37	+4,02	MC2010	-3,26	+1,57	+2,35	+5,56	-3,70	-0,49	-1,60	2,10	-1,14	0,43	3,29
			Kvitsel	-3,85	+1,85	+1,13	+2,61	-5,22	-3,74		3,62	2,14	0,31	0,43

Fonte: Elaborado pelo autor

Tabela 9.9 – Estimativas das flechas junto ao meio de vão do protótipo com continuidade
LMPc-03

Flechas imediatas (mm)			Flechas diferidas (mm)				Total (mm)		Valor Exp. (mm)	Δ		Razão	Razão	
Idade (dias)	Pro- -tensão	Peso próprio	Modelo	Fluência		Retração		[1]		[2]	Exp - [1] (mm)	Exp - [2] (mm)	Exp. / Teo. [1]	Exp. / Teo. [2]
				Pro- -tensão	Peso próprio	Uniforme [1]	Gradiente [2]							
Ato de protensão tc = 23d ts = 14d	-4,69	+1,63	NBR			+0,20	+0,49	-2,86	-2,57		0,51	0,22	0,82	0,91
			MC2010	-	-	+0,34	+0,81	-2,72	-2,25	-2,35	0,37	-0,10	0,86	1,04
			Kvitsel			+0,09	+0,22	-2,97	-2,85		0,62	0,50	0,79	0,83
Final do Ensaio tc = 83d ts = 77d	-4,69	+1,63	NBR	-1,74	+0,60	+0,50	+1,19	-3,69	-3,00		1,02	0,33	0,72	0,89
			MC2010	-1,83	+0,64	+0,59	+1,39	-3,67	-2,86	-2,67	1,00	0,19	0,73	0,93
			Kvitsel	-2,16	+0,75	+0,28	+0,65	-4,19	-3,82		1,52	1,15	0,64	0,70

Fonte: Elaborado pelo autor

A partir dos diferentes modelos de previsão da fluência e retração expostos, as flechas totais estimadas foram comparadas com a flecha experimental. Quando da aplicação da protensão, passa a atuar de maneira contrária às forças equivalentes de protensão, a ação do peso próprio, com um mesmo coeficiente de fluência associado.

Para o protótipo LMP-02, na condição simplesmente apoiada, a evolução das flechas indicou uma diminuição da contra-flecha da protensão. Dado que a fluência ocasiona um aumento das deformações do concreto, essa parcela de flecha tenderia a aumentar. No entanto, a flecha total sofreu diminuição. A explicação para o fato se deveu aos efeitos pronunciados da retração não-uniforme, que ocasionou curvaturas com aumento das flechas descendentes. A Tabela 9.8 apresenta as flechas devidas as parcelas da fluência do concreto e devido a retração. Na retração foi apresentado os valores respectivos quando da consideração da retração uniforme [1] ao longo de toda a altura e com gradiente linear [2] conforme exposto no Capítulo 3.4. Os resultados mostram que a retração com gradiente linear [2] apresenta valores superiores de flechas correspondentes. O modelo proposto de previsão do coeficiente de fluência e retração pela ABNT NBR 6118:2023 ajustado pelos parâmetros que levam em conta o concreto leve mostraram-se satisfatórios, com resultados de razão relativa (Exp./Núm.) de 1,19 e 1,35, para flechas avaliadas quando do ato de protensão e ao final do ensaio de monitoramento das flechas ao longo do tempo, respectivamente.

De modo semelhante para protótipo com continuidade LMPc-03, as estimativas das parcelas de flechas para seção do meio do vão, indicaram consistência quando da consideração da retração não-uniforme. O modelo proposto com ajustes devidos usando previsões da ABNT NBR 6118:2023, mostraram-se resultados razoáveis de razão (Exp./Núm.) de 0,91 e 0,89 para flechas avaliadas quando do ato de protensão e ao final do ensaio de monitoramento das flechas ao longo do tempo, respectivamente. O modelo de previsão para fluência e retração do *fib* Model Code 2010 no presente caso, trouxe resultados com razão relativa (Exp./Núm.) de 1,04 e 0,93, mais aproximados aos resultados experimentais. Em termos dos valores absolutos todos os métodos com consideração da fluência e retração não-uniforme (gradiente) mostraram-se razoáveis para nível de flechas alcançadas.

Os modelos de previsão apresentados representaram de modo adequado o comportamento em serviço das lajes mistas pretendidas.

10 COMPORTAMENTO NA RUÍNA E CAPACIDADE ÚLTIMA DAS LAJES MISTAS PROTENDIDAS

Neste capítulo são apresentados os resultados experimentais do comportamento estrutural dos protótipos das lajes mistas protendidas (LMP), formadas pela fôrma de aço incorporada trapezoidal MF75, concreto leve com agregados leve tipo argila expandida e monocordoalhas engraxadas e plastificadas CP-190-RB ϕ 12,7mm (EP). Foram ensaiados três (03) protótipos a flexão de quatro pontos (por vão), em escala real, sendo dois deles ensaiados na condição simplesmente apoiadas (LMP-01 e LMP-02) e um com continuidade entre dois vão adjacentes (LMPc-03). O protótipo com continuidade (LMPc-03) possuía o mesmo esquema de ensaio do protótipo referência (LMP-02), onde foi avaliado a sua ruína considerando a continuidade proporcionada pelo traçado curvo dos cabos de protensão e do uso de armadura passivas negativa, em relação ao protótipo simplesmente apoiados.

São apresentados os resultados das curvas das avaliações dos deslocamentos verticais (flechas), deformações específicas, deslizamentos relativos de extremidades entre fôrma de aço e concreto, as medições dos acréscimos de força nas armaduras ativas e as reações de apoio junto ao protótipo com continuidade. Comparações foram realizadas entre os ensaios e detalhados as nuances observáveis do sistema com continuidade entre vãos

Através das abordagens teóricas descritas no Capítulo 05 e o valor da resistência ao cisalhamento da interface aço-concreto obtido nos dois ensaios (LM-01 e LM-02) das lajes mistas usando concreto leve, calcularam-se os valores teórico-analíticos das estimativas da capacidade últimas dos sistemas. As abordagens baseadas no método de interação parcial estimaram com nível satisfatório a capacidade resistente da seção positiva e negativa dos sistemas. Por fim, são apresentados os resultados do ensaio da laje mista protendida com continuidade e apresentados as estimativas da carga última da laje considerando a formação das rótulas plásticas e seu esgotamento da estrutura.

Os resultados experimentais foram analisados, sendo apresentados gráficos das principais curvas do desempenho estrutural. A Tabela 6.6 apresentou um resumo geral

das datas de concretagens e as idades correspondentes dos ensaios a flexão na avaliação da ruína dos protótipos. Na ocasião, o concreto leve das lajes possuía idade de 84 a 118 dias (12 a 17 semanas).

A Tabela 10.1 ilustra as dimensões dos protótipos e seus respectivos vãos de cisalhamento analisados. A seção transversal da fôrma de aço e o tipo de concreto foi a mesma para todos os protótipos.

Tabela 10.1 - Dimensões dos protótipos das lajes mistas protendidas (LMP)

Protótipo	Ensaio	Vão livre (mm)	Vão de Cisalhamento (mm)	Comprimento total (mm)	Largura (mm)	Altura (mm)
LMP-01	[01]	5.600	2.520	6.600	850	200
	[02]		1.000			
LMP-02	-	5.600	1.400	6.600		
LMPc-03	-	2 x 5.800	1.400	12.200		

Fonte: Elaborado pelo autor

Os resultados para as lajes simplesmente apoiadas e para a laje com continuidade estão apresentados nos Tópicos 10.1 e 10.2, respectivamente. No Tópico 10.2 são apresentadas estimadas e comparadas a capacidade última dos sistemas. No tópico complementar, após validação do modelo de engenharia, foram apresentados uma análise paramétrica na previsão da capacidade última característica considerando outras variáveis de interesse de projeto.

10.1 Resultados experimentais das lajes mistas protendidas

Foram realizado um total de três (03) ensaios de flexão a quatro pontos nos dois (02) protótipos, na condição estática de simplesmente apoiados. Dois ensaios no mesmo protótipo LMP-01 e um no protótipo LMP-02.

10.1.1 LMP-01 (simplesmente apoiada)

O protótipo LMP-01 durante o ensaio de flexão [1], não apresentou total esgotamento da sua seção transversal, tendo sido o ensaio limitado até próximo ao limite de curso do pistão do atuador servo-hidráulico, com flechas máxima da ordem de $L/50$. Devido a capacidade de deformação da estrutura protendida, aliada ao ponto de aplicação

Figura 10.3 - Protótipo de laje mistas protendida LMP-01 no ensaio de flexão [1]



Fonte: Elaborado pelo autor

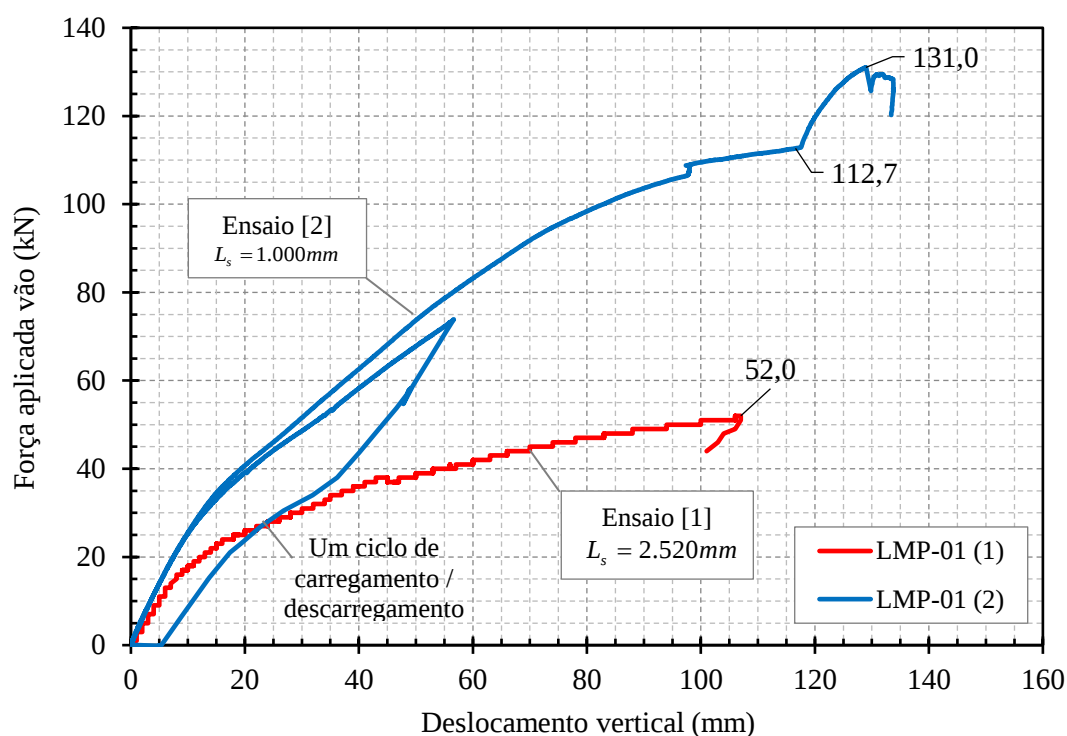
Figura 10.4 - Protótipo de laje mistas protendida LMP-01 no ensaio de flexão [2]



Fonte: Elaborado pelo autor

A Figura 10.5 traz os resultados da curva força $\times$ flecha dos ensaios de flexão do protótipo LMP-01. O ensaio [1], por motivo não determinado, teve os dados experimentais gravados com algarismos inteiros, não sendo registrados casas decimais. Desse modo, o aspecto em escada é associado a este motivo. O ensaio [2] teve um ciclo de carregamento e descarregamento, seguido de aplicação de incrementos de deslocamento até sua ruína. As cargas máximas alcançadas nos ensaios foram de 52,0 kN e 131,0 kN, respectivamente.

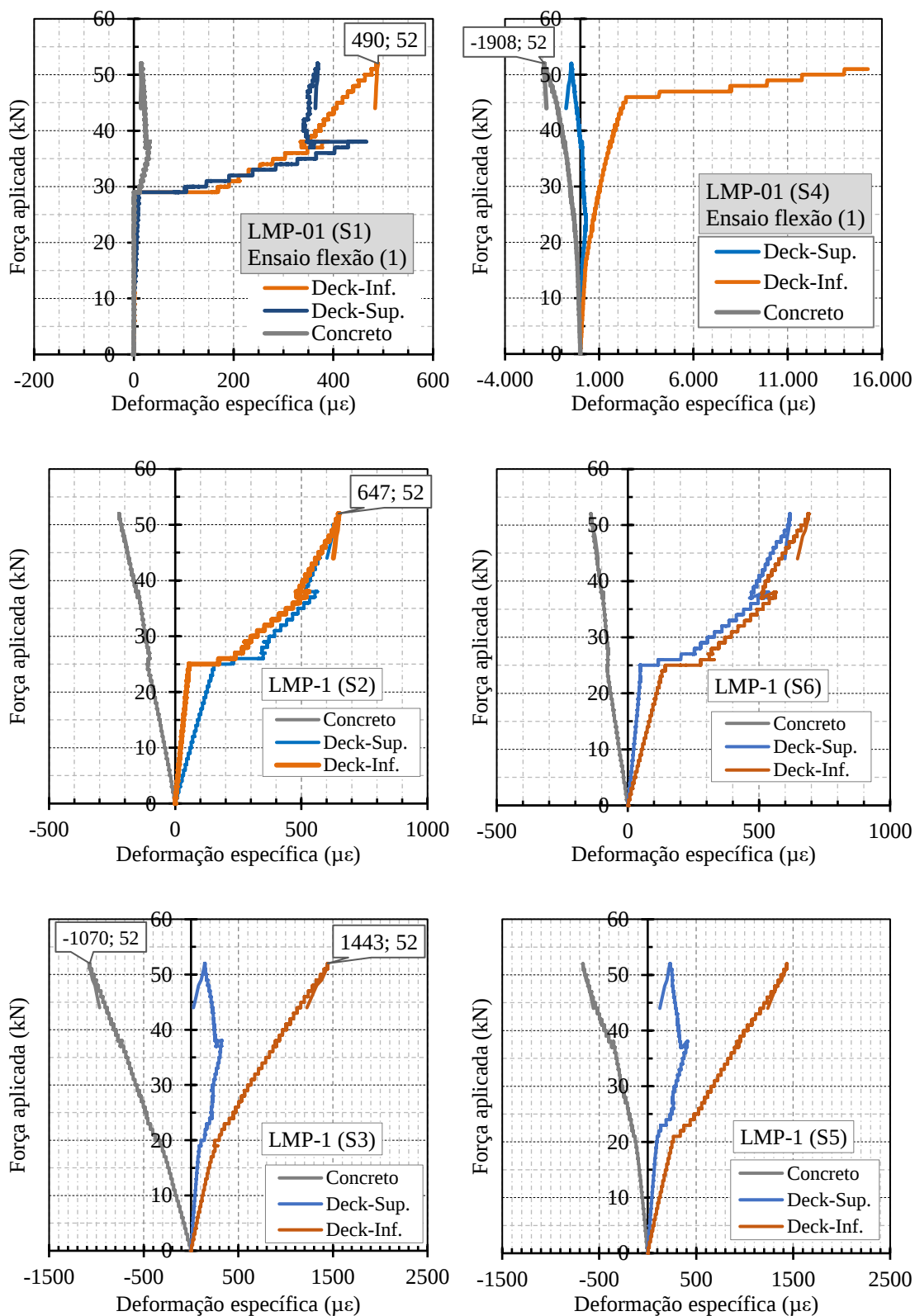
Figura 10.5 - Curvas Força $\times$ Deslocamento do meio de vão (flecha) da LMP-01



Fonte: Elaborado pelo autor

Através de extensômetros elétricos de resistência mediram-se as deformações específicas no concreto leve e na fôrma de aço nas suas onda baixa (mesa inferior) e onda alta (mesa superior), nas seções transversais da LMP-01 no ensaio de flexão [1], junto aos apoios e a cada $1/6$ do vão, incluindo a seção do meio do vão $L/2$, conforme ilustrada na Figura 10.1. Os resultados estão apresentados na Figura 10.6.

Figura 10.6 - Curvas de distribuição de deformações específicas do protótipo LMP-01 nas seções S1 (junto ao apoio), S2, S3, S4 (meio do vão), S5 e S6



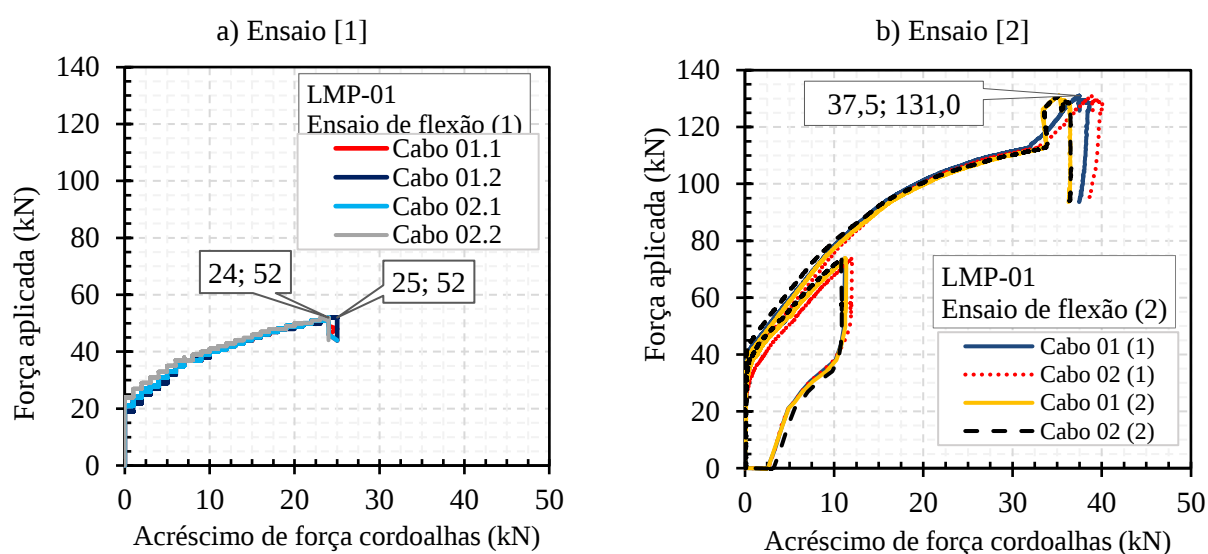
Nota técnica: a seção junto ao apoio direito (S7) apresentou erro de leitura durante o ensaio.

Fonte: Elaborado pelo autor

A partir da análise da seção transversal mais solicitada do ensaio de flexão [1], ao meio do vão, observam-se que a fôrma de aço incorporada alcançou nível de formação que causou a sua plastificação, alcançando escoamento e encruamento típico esperado, conforme resposta material da Figura 7.8. A mesa superior encontrava inicialmente comprimida e após ocorrência dos deslizamentos, tornou-se comprimida. O concreto leve teve suas deformações específicas máximas de compressão ordem de $-1.908 \mu\epsilon$, nível de deformação de plastificação da seção comprimida do concreto. No ensaio [2] as deformações não foram medidas. Mediram-se a carga última, acréscimo de força de protensão, deslizamentos relativos de extremidades e as flechas.

Os resultados da medição dos acréscimos das forças de protensão das monocordalhas através das células de carga dispostas nas extremidades das lajes junto às ancoragens, ao longo do ensaio, estão ilustrados na Figura 10.7. A força de protensão efetiva no ensaio de flexão era de $F_{pe} = 124,9 \text{ kN}$. O acréscimo no ensaio [1] e no ensaio [2] foram de aproximadamente $\Delta F_p = 25,0 \text{ kN}$ e $\Delta F_p = 37,5 \text{ kN}$, respectivamente, resultando em força total de protensão na condição últimas dos ensaios de $F_{p_ult} = 149,9 \text{ kN}$ e $F_{p_ult} = 162,4 \text{ kN}$, respectivamente, por monocordalha. Em uma análise geral, o ensaio [1] permitiria aumento dos acréscimos da força de protensão se o ensaio fosse continuado.

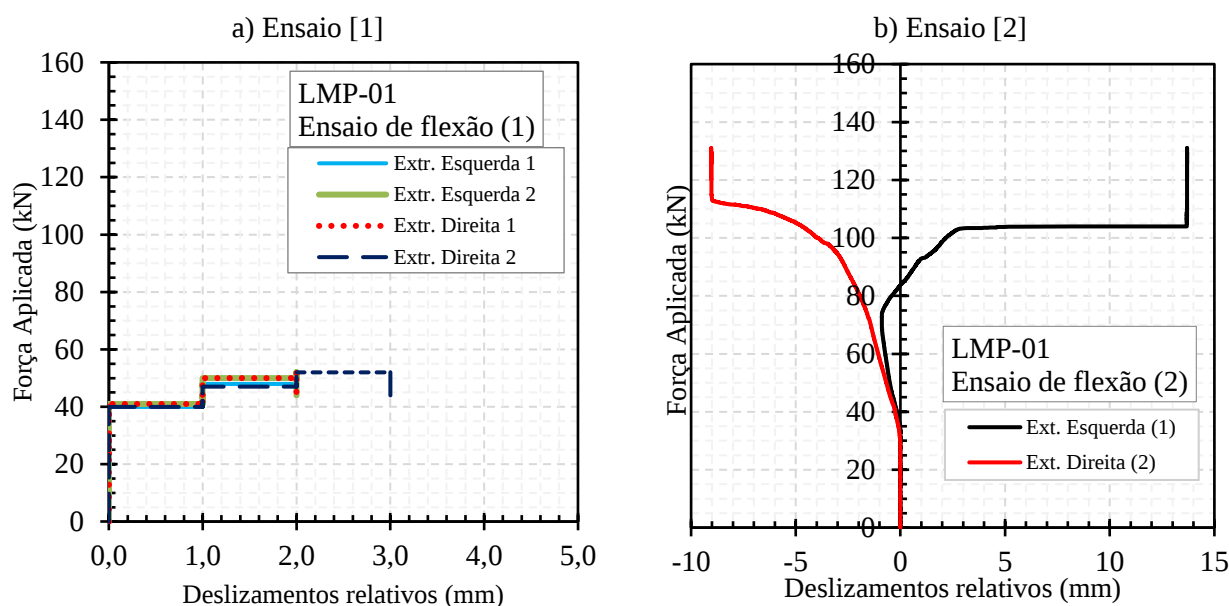
Figura 10.7 - Curva Força aplicada $\times$ acréscimos de força nas cordoalhas da LMP-01



Fonte: Elaborado pelo autor

As seções teoricamente simétricas apresentaram nível de deformação e aspectos gerais correspondentes. A seção junto ao apoio (S1) mediante carregamento externos, apresentou ocorrência de tração a partir de carga de 30 kN, indicando a mobilização de forças e correspondente deformação da fôrma de aço junto ao apoio. A ocorrência do deslizamento relativos entre fôrma de aço e o concreto ocorreu com a carga aplicada de 40,0 kN e de 30,0 kN para ensaios [1] e [2] respectivamente. Os resultados das medições dos deslizamentos relativos Δs através dos transdutores de deslocamento (LVDTs) estão apresentados na Figura 10.8. Ambas as extremidades apresentaram deslizamentos de extremidades.

Figura 10.8 - Curva Força aplicada $\times$ Deslizamentos relativos de extremidades entre fôrma de aço e o concreto no protótipo LMP-01



Fonte: Elaborado pelo autor

Sobre o panorama geral observado no experimento da LMP-01 no ensaio [1] e da curva força $\times$ flecha, para a carga em torno de 16,0 kN, ocorreu a fissuração do protótipo, que corresponde a um momento de fissuração experimental de $M_{cr(Exp.)} = 40,3 \text{ kN} \cdot \text{m}$. O valor foi relativamente aproximado com a previsão teórica do momento de fissuração para seção do meio do vão de $41,5 \text{ kN} \cdot \text{m}$

A Figura 10.9 ilustra o panorama geral da fissuração observada durante ensaio experimental, concentrada na região do meio do vão. As fissuras tiveram espaçamentos médios da ordem da altura total de laje de 200 mm a 250 mm.

Figura 10.9 – Panorama geral da fissuração concentrado na região do meio do vão da LMP-01 ensaio [1]



Fonte: Elaborado pelo autor

Ao ser retirado o carregamento aplicado pelo atuador servo-hidráulico, o protótipo praticamente retornou a mesma posição inicial, com o respectivo fechamento das fissuras. Os deslizamentos relativos entre fôrma de aço e o concreto foram pequenos, com valores da ordem de 1,0 mm para carga de 90% da carga última obtida no ensaio [1].

No ensaio de flexão [2] da LMP-01 a ruína geral do protótipo foi bem definida, com aspectos gerais conforme ilustrados nas Figura 10.10 e Figura 10.11.

Figura 10.10 – Fissuras típica sob ponto de aplicação de carga na LMP-01 ensaio [2]



Fonte: Elaborado pelo autor

Figura 10.11 – Deslizamentos relativos de extremidade entre aço e concreto na LMP-01 [2]



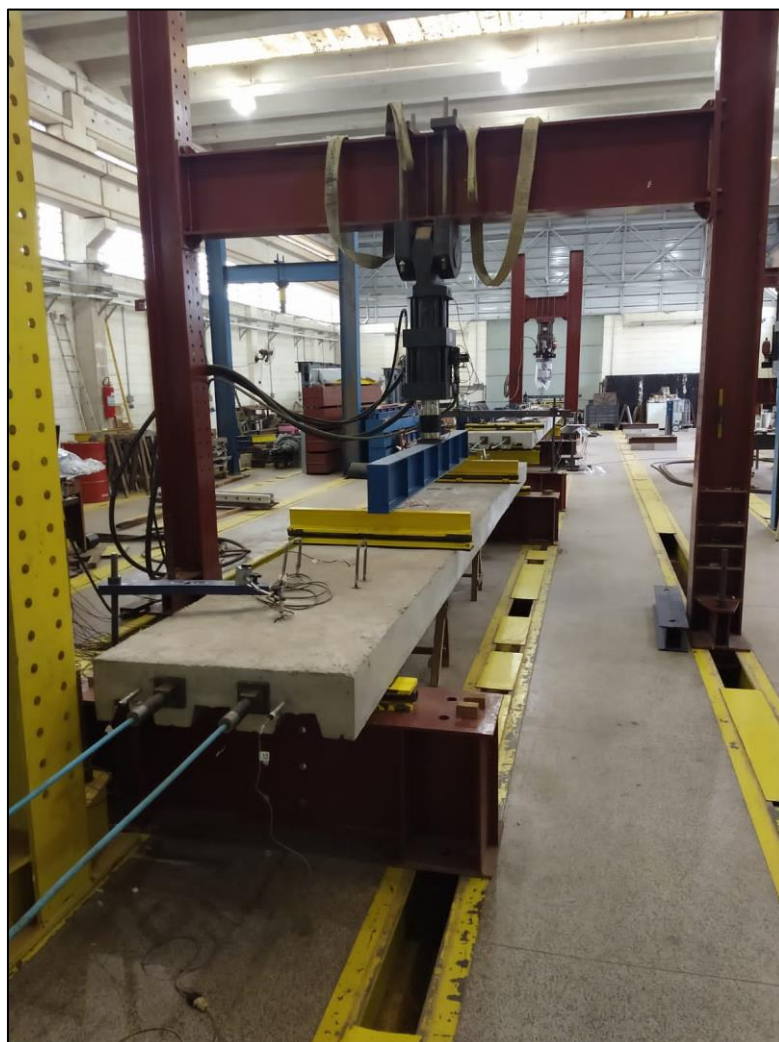
Fonte: Elaborado pelo autor

Ruína do protótipo por flexão associada ao cisalhamento longitudinal. Ocorrência de deslizamentos relativos iniciais com carga de 30,0 kN, valor aproximado da carga teórica que provocaria momento de fissuração na seção de 33,5 kN·m. Os cabos no ensaio [2] alcançaram aproximadamente a tensão de escoamento. Presença de fissuras típicas sob o ponto de aplicação do carregamento, que alcançaram grande abertura sob a carga última, da ordem de 8,0 mm. Presença de significativos deslizamentos relativos de extremidade entre fôrma de aço e o concreto, alcançando valores de 15,0 mm.

10.1.2 LMP-02 (simplesmente apoiada)

O protótipo LMP-02 possui aplicação de carregamentos juntos aos vãos de cisalhamento dados por $L/4$. A Figura 10.12 ilustra o protótipo sob o ensaio de flexão a quatro pontos nos dependência do galpão principal do Laboratório de Estruturas (L.E.). Foram monitoradas sete seções transversais, junto aos apoios e a cada $1/6$ do vão, incluindo a seção do meio do vão $L/2$, conforme esquema de ensaio ilustrado na Figura 10.13.

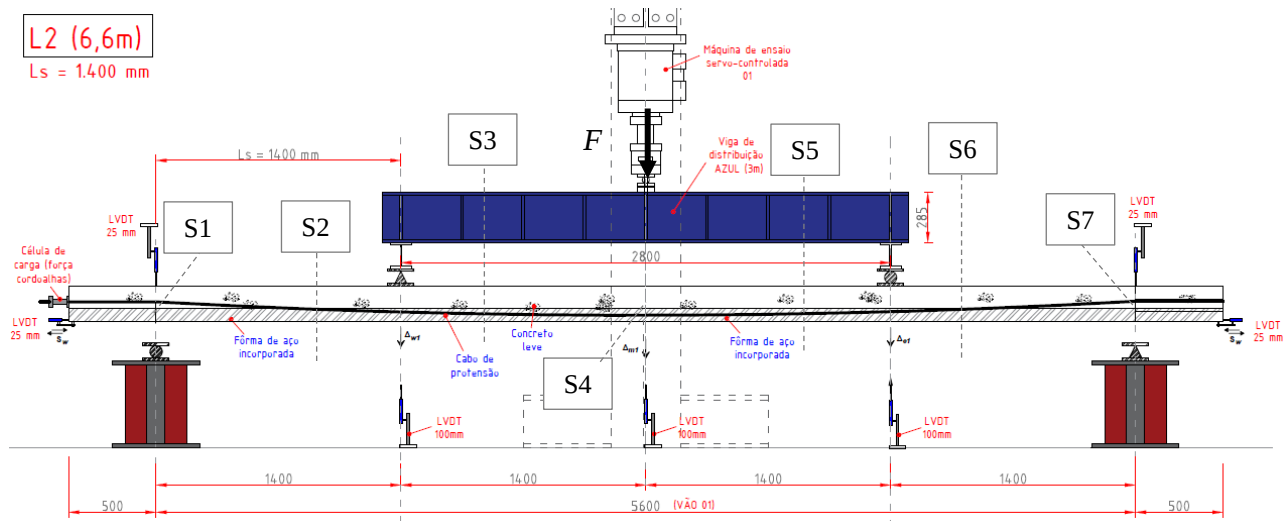
Figura 10.12 – Protótipo experimental da laje mistas protendida LMP-02 junto ao pórtico 01 no ensaio de flexão a quatro pontos



Nota técnica: as pontas das monocordoalhas estão com suas partes encapadas (cor azul), recolocadas após a protensão de modo a proteger os usuários e equipe técnica local da graxa que compõe as monocordoalhas engraxadas

Fonte: Elaborado pelo autor

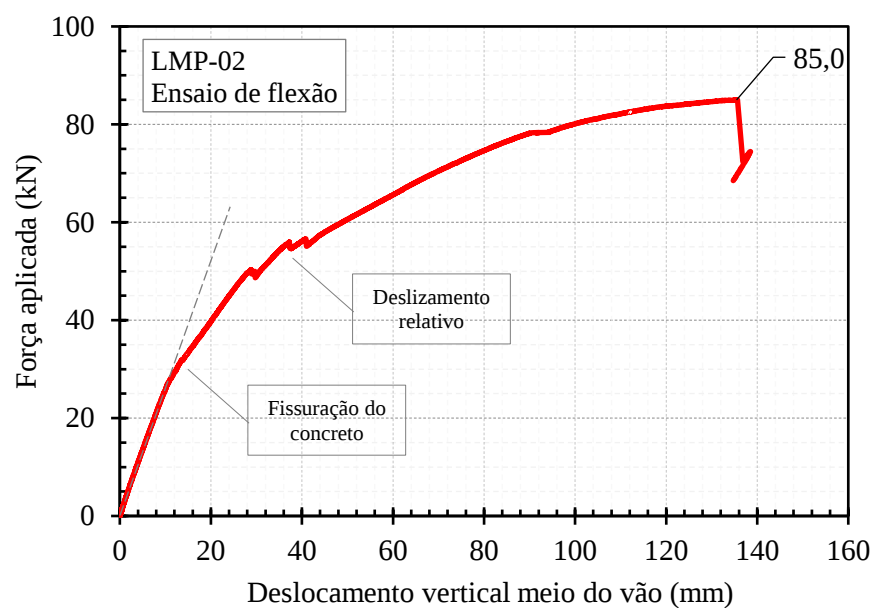
Figura 10.13 - Esquema de ensaio da LMP-02 (referência) com carga aplicada no vão de cisalhamento de $L/4=1.400$ mm



Fonte: Elaborado pelo autor

A Figura 10.14 traz os resultados da curva força $\times$ flecha dos ensaio de flexão do protótipo LMP-02. O ensaio foi encerrado quando atingido o curso máximo de trabalho do pistão atuador servo-hidráulico, com alcance da flecha máxima da ordem de $L/50$ e verificado os níveis relativos de deformação de plastificação na fôrma de aço e no concreto. A carga máxima total no ensaio foi de 85,0 kN.

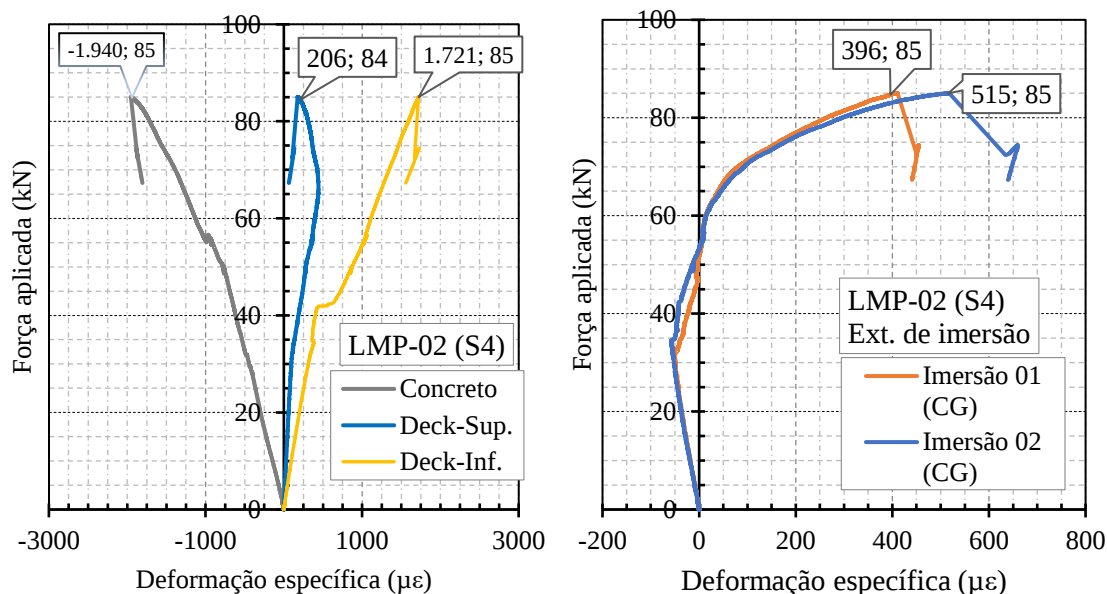
Figura 10.14 - Curvas Força $\times$ Deslocamento do meio de vão (flecha) da LMP-02



Fonte: Elaborado pelo autor

A Figura 10.15 apresentam os resultados da extensômetria junto a seção ao meio do vão. Adicionalmente, foram posicionados dois extensômetros de imersão na altura correspondente ao centroide da seção de concreto.

Figura 10.15 - Curva de deformações específicas da LMP-02 na seção S4 (meio do vão) durante ensaio de flexão



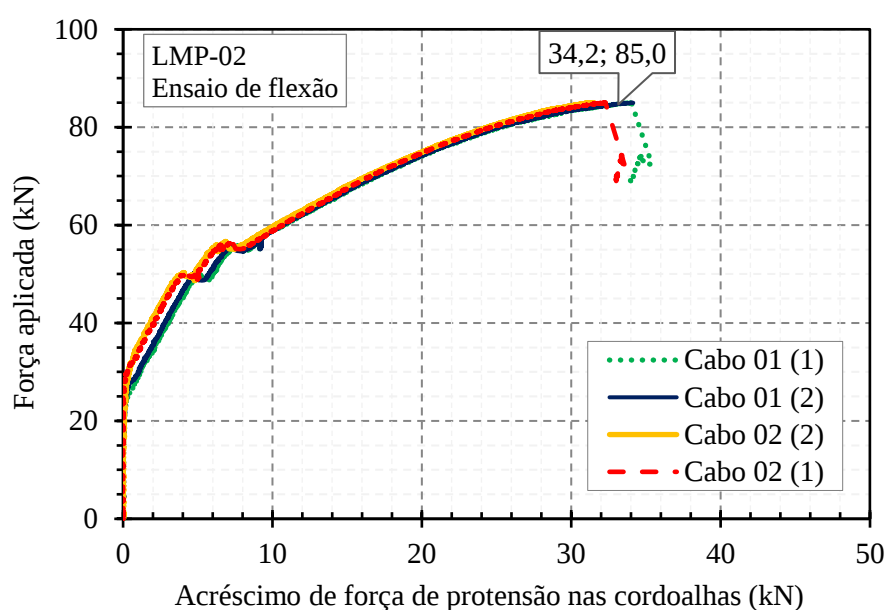
Fonte: Elaborado pelo autor

A partir da análise da seção transversal e extensômetria do meio do vão, foi verificado que o concreto leve alcançou deformações de compressão compatíveis com correspondentes níveis de tensão máximo, com plastificação da área comprimida, com valor de $-1.940 \mu\epsilon$, nível de deformação de plastificação da seção comprimida do concreto. A fôrma de aço na sua mesa inferior também alcançou nível de deformação $\epsilon_{Sd} = 1.721 \mu\epsilon$, valor num primeiro momento superior o valor de referência da plastificação da seção $\epsilon_{y,Sd} = 1.660 \mu\epsilon$, no entanto a curva mantém-se sem o aspecto típico de patamar de plastificação, fato explicado pela existência dos esforços prévio da protensão, cuja deformação inicial era $-202 \mu\epsilon$ e $-119 \mu\epsilon$ para a mesa inferior e superior, respectivamente.

Dos extensômetros de imersão junto a seção do meio do vão, observam-se que na altura da laje avaliada, até a carga aproximada de 30 kN, encontrava-se comprimida, quando então ocorreu a fissuração do concreto, e com os acréscimos de carregamento, teve suas deformações crescentes de tração observadas.

Os resultados da medição dos acréscimos das forças de protensão das monocordoalhas através das células de carga dispostas nas extremidades das lajes junto às ancoragens, ao longo do ensaio LMP-02 estão ilustrados na Figura 10.16. A força de protensão efetiva no ensaio de flexão era de $F_{pe} = 123,5 \text{ kN}$. O acréscimo de força de protensão foi de $\Delta F_p = 25,0 \text{ kN}$, resultando em força total de protensão na condição última do ensaio de $F_{p_ult} = 157,7 \text{ kN}$, por monocordoalha.

Figura 10.16 - Curva Força aplicada $\times$ acréscimos de força nas cordoalhas da LMP-02



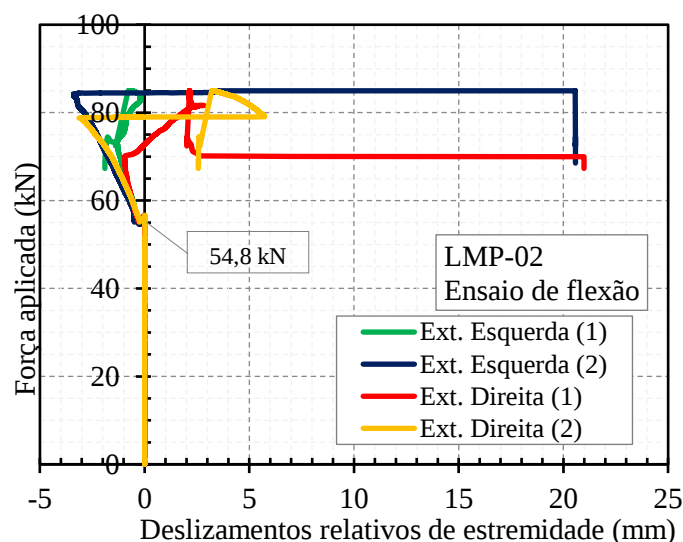
Fonte: Elaborado pelo autor

O ponto de início dos acréscimos da força nas monocordoalhas ocorreu a partir da fissuração da seção do concreto, com carga aplicada de aproximadamente 27,0 kN. O valor foi aproximado com a previsão teórica do momento de fissuração de $36,8 \text{ kN} \cdot \text{m}$, para a seção do ponto de aplicação do carregamento.

Sobre os deslizamentos relativos da fôrma de aço e o concreto leve, observou ocorrência de deslizamentos em ambas as extremidades para a carga aplicada de 54,8 kN, conforme curva experimental correspondente, apresentada na Figura 10.17. O reflexo da ocorrência dos deslizamentos relativo pode ser constatado nas seções transversais (S3 e S5), mais próximas dos pontos de aplicação do carregamento. Os resultados das

deformações nas seções transversais da LMP-02 durante o ensaio de flexão são apresentados na Figura 10.18.

Figura 10.17 - Curva Força aplicada × Deslizamentos relativos de extremidades entre fôrma de aço e o concreto no protótipo LMP-02



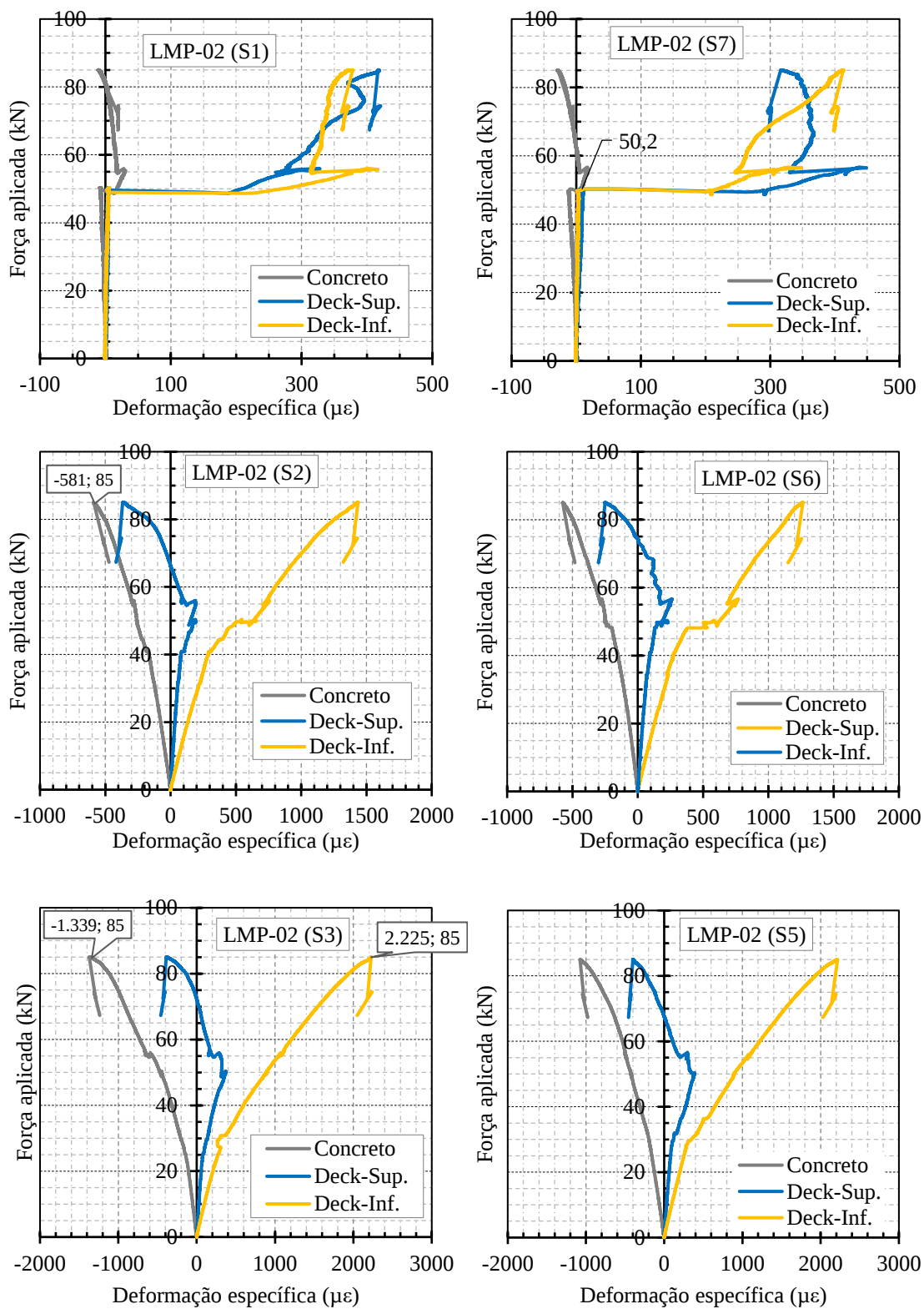
Fonte: Elaborado pelo autor

Nas seções S3 e S5 ocorreu deformações de tração compatíveis indicando a plastificação da mesa inferior da fôrma de aço e a nítida inversão das deformações de tração para compressão na mesa superior da fôrma de aço. As deformações prévias devidas ao ato de protensão para a seção S3, os valores correspondentes de $-193\mu\epsilon$ e $-109\mu\epsilon$ para as mesas inferior e superior da fôrma de aço, respectivamente.

As seções S2 e S6, distanciadas a 933 mm dos apoios, apresentaram comportamento semelhantes, indicativas da adequação da simetria geométrica e de carregamento no protótipo. A deformação específica no concreto foi aproximadamente linear com os acréscimos de carregamento, alcançando deformação máxima da ordem de $-580\mu\epsilon$, correspondente a tensão de compressão máxima na borda superior de 8,4 MPa. A fôrma de aço na sua mesa superior teve inversão de deformação quando da ocorrência dos deslizamentos relativos, passando ao regime de interação parcial.

Nas seções junto aos apoios (S1 e S7) mediante aplicação do carregamento, passaram a apresentar deformação de tração a partir de carga de 50,2 kN, indicando a mobilização de forças e correspondente deformação da na fôrma de aço (*deck*) junto aos apoios, com a ocorrência dos deslizamentos na sequência, com a carga de 54,8 kN.

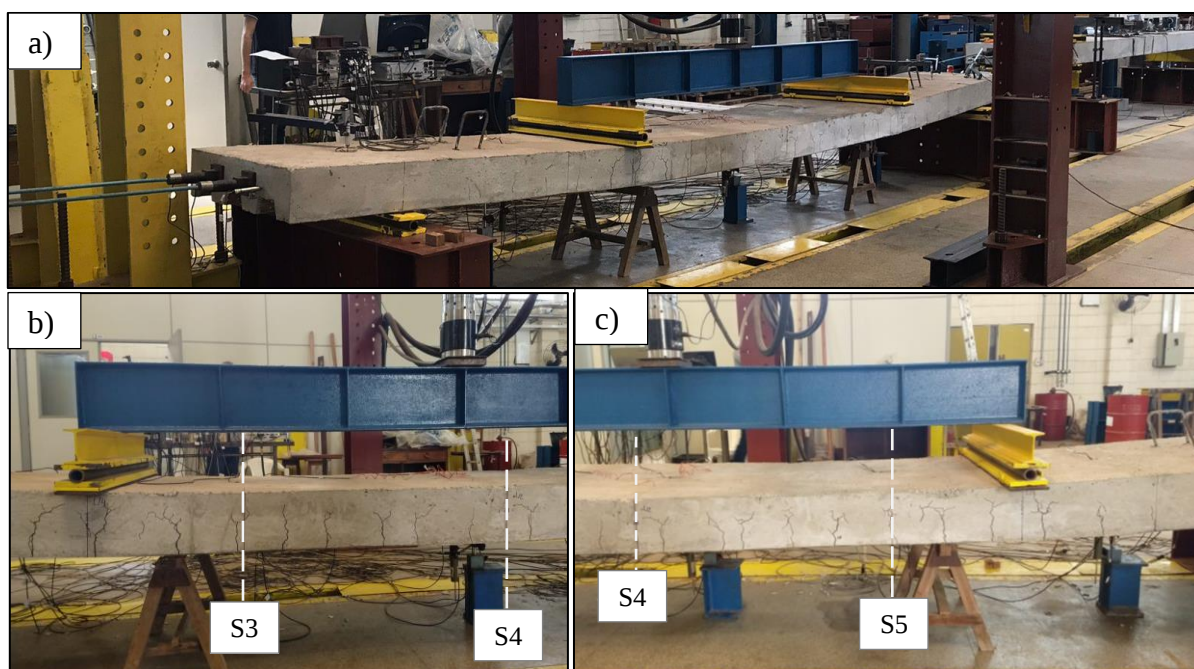
Figura 10.18 - Curvas de distribuição de deformações específicas do protótipo LMP-02 nas seções S1 e S7 (junto ao apoio), S2 e S6, S3 e S5



Fonte: Elaborado pelo autor

A ruína por flexão associada ao cisalhamento longitudinal do protótipo LMP-02 foi bem definida. De modo ilustrativa, a Figura 10.19 a) registra o protótipo LMP-02 durante a realização do ensaio de flexão. A Figura 10.19 b) e c) ilustram panorama de fissuração, em toda a região de momentos fletores praticamente constante. A Figura 10.19 b) e c) ilustram a presença da fissura típica sob o ponto de aplicação do carregamento, definindo claramente o vão de cisalhamento. Os deslizamentos de extremidade entre fôrma de aço e o concreto alcançaram um aumento para a carga última do ensaio, alcançando valor de 20 mm, em aspecto semelhante ao da Figura 10.11 (LMP-01).

Figura 10.19 – Protótipo LMP-02 durante ensaio de flexão: panorama de fissuração e fissura principal sob ponto de aplicação da carga



Fonte: Elaborado pelo autor

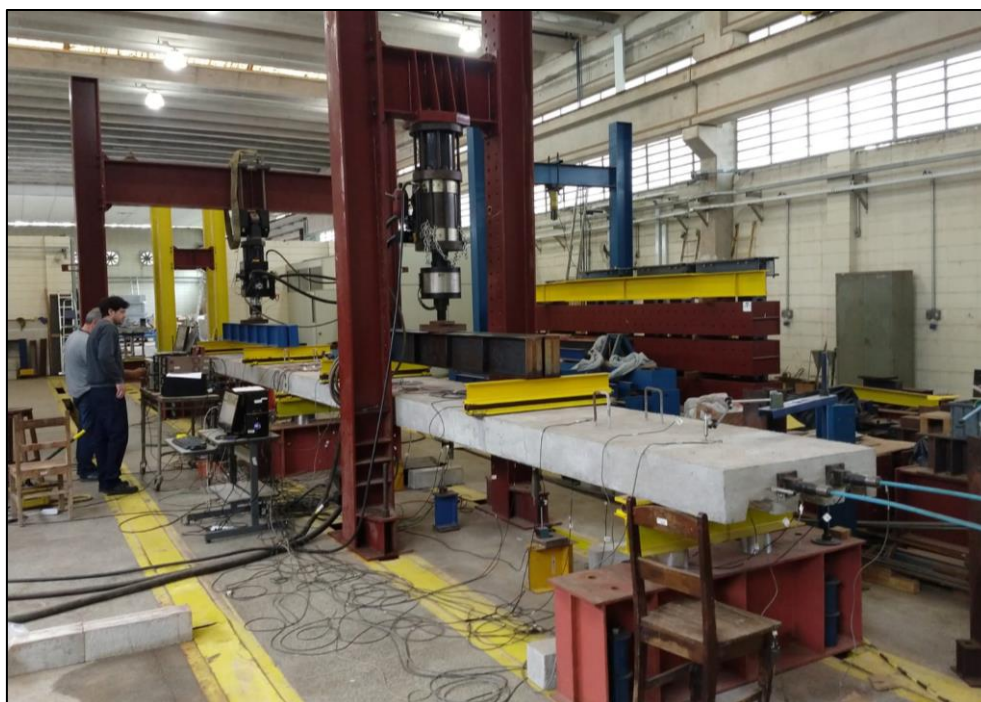
Finalizado o ensaio por questões técnicas do laboratório, com flecha próxima ao limite do curso do pistão atuador servo-hidráulico. As monocordalhas não atingiram sua deformação de escoamento. Laje mista em regime de interação parcial diante ocorrência de deslizamentos de extremidade entre fôrma de aço e o concreto e concreto alcançou nível de compressão última. No aspecto da curva força $\times$ flecha verificou-se um panorama de assíntota ao valor da carga aplicada, definida como a carga última do ensaio.

10.1.3 LMPc-03 (Laje mista protendida com continuidade)

A Figura 10.20 ilustra uma perspectiva geral do ensaio de flexão realizado na laje mista protendida com continuidade entre dois vãos adjacentes (LMPc-03). A laje tem como modelo de referência, o protótipo da LMP-02, de condição estática simplesmente apoiada nos aspectos geométricos e aplicação dos carregamentos.

Na sequência a Figura 10.21 ilustra esquematicamente todo o esquema de ensaio com detalhamento da posição dos carregamentos, apoios, posição das células de carga e transdutores de deslocamentos, bem como indicação das treze seções transversais (espaçadas a cada $1/6$ do vão) controladas durante os ensaios realizados.

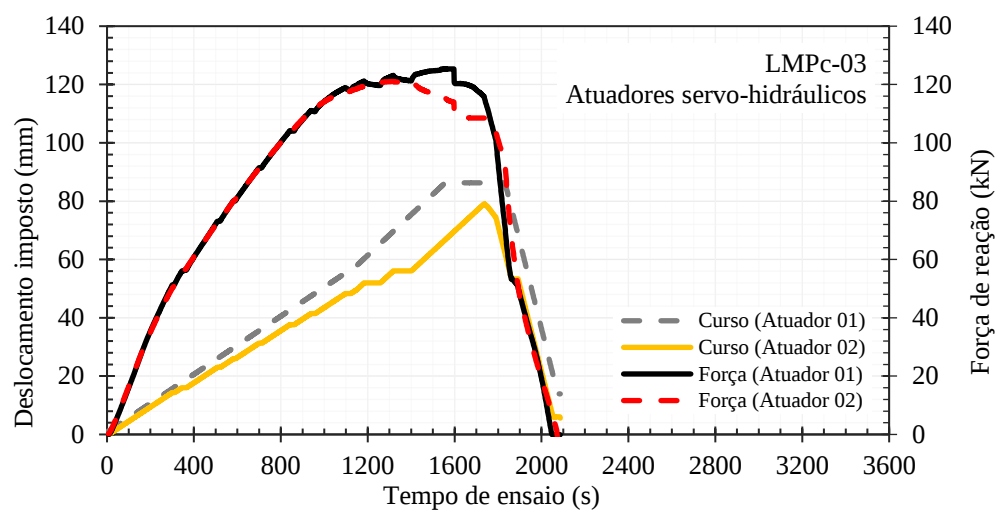
Figura 10.20 - Visão geral do protótipo de laje mistas protendida com continuidade LMPc-03



Fonte: Elaborado pelo autor

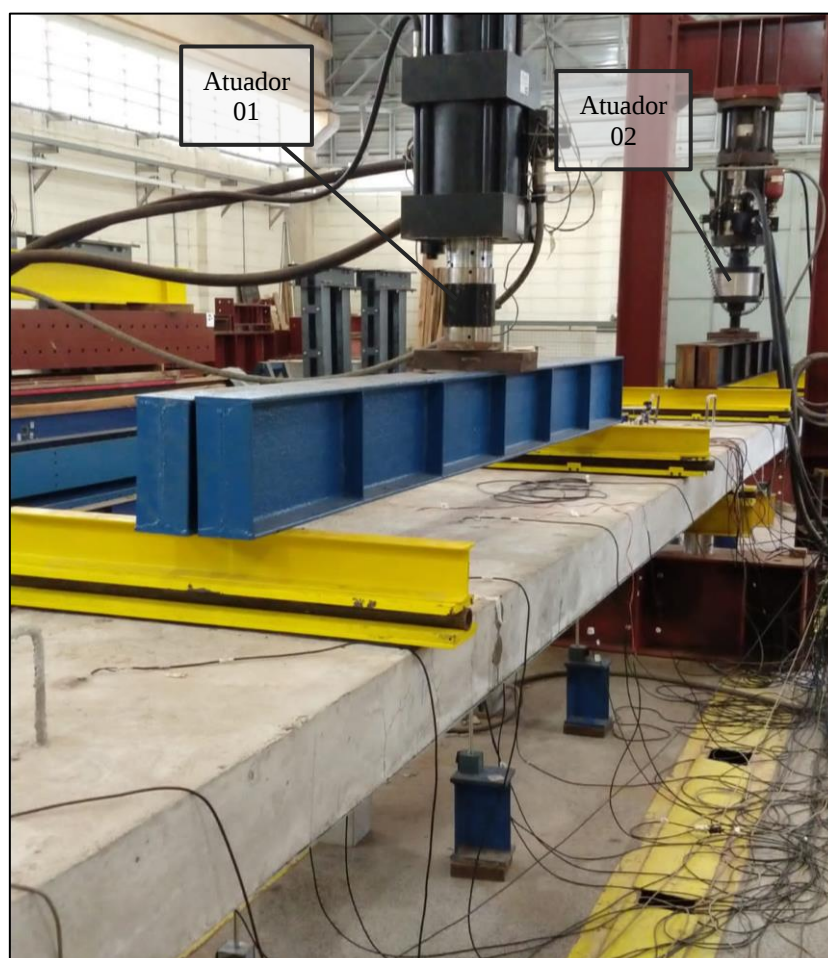
Foram montados dois pórticos de reação independentes com seus respectivos atuadores servo-hidráulicos controlados, sincronizados, cujos carregamentos incrementais tiveram um mesmo padrão de controle dos deslocamentos impostos. A Figura 10.22 ilustra o controle de deslocamentos dos cursos dos atuadores servo-hidráulicos e suas respectivas reações de apoio na LMPc-03. A Figura 10.23 ilustra o sistema final das vigas de distribuição empregada.

Figura 10.22 – Carregamento final com controle de deslocamento dos cursos dos atuadores servo-hidráulicos e suas respectivas reações de apoio na LMPc-03



Fonte: Elaborado pelo autor

Figura 10.23 – Sistema de distribuição de carregamentos composto por dois pórticos de reação com seus respectivos atuadores servo-hidráulicos controlados



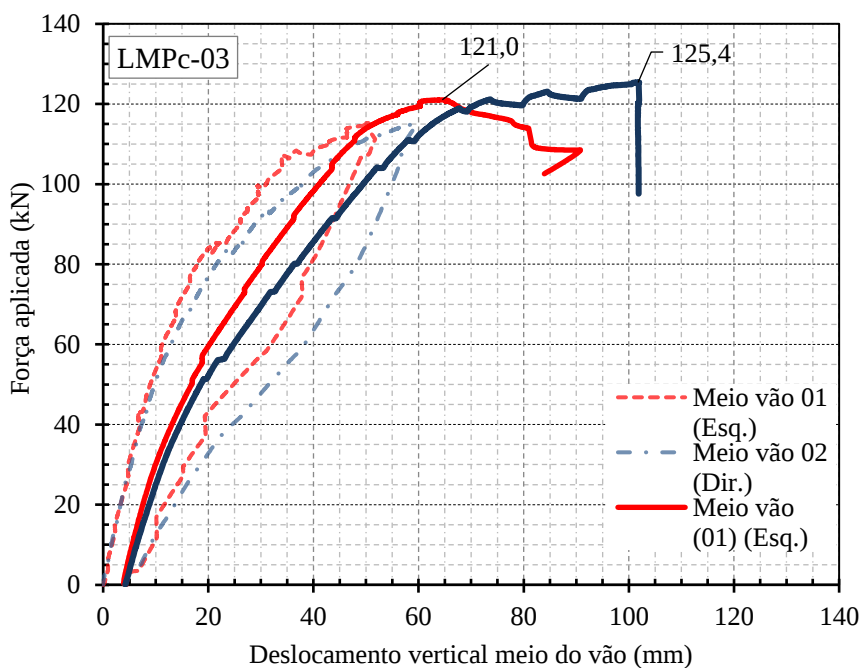
Fonte: Elaborado pelo autor

O protótipo experimental da laje mista protendida LMPc-03 foi constituído por duas fôrmas de aço incorporada MF75 #080 mm, concreto leve usando argilas expandidas e duas monocordoalhas engraxadas CP-190RB@12,7(EP), com sistema estático estrutural com continuidade entre dois vão adjacentes com vãos de 5.600 mm. A continuidade entre vãos foi estabelecida pelas armaduras negativas e pelas duas monocordoalhas, e, não existe continuidade dada pela fôrma de aço incorporada, dado que foi colocada uma fôrma de aço em cada vão e sobrepostas sobre o apoio central.

Foram realizados dois ciclos de carregamento na LMPc-03. O primeiro ciclo de carregamento foi paralisado durante o ensaio, realizando o descarregamento, devido necessidade verificada de reforço nas vigas metálicas de distribuição dos carregamentos. Um novo ciclo de carregamento foi realizado, mantendo as medições de referência do primeiro carregamento, até a ruína do protótipo.

A resposta da força aplicada *versus* deslocamento vertical do meio de cada vão são mostradas nas curvas experimentais da Figura 10.24. Após o descarregamento, um deslocamento residual da ordem de 5 mm foi verificado. Com carregamento incrementais, o protótipo alcançou as forças máximas correspondentes de 121,0 kN e 125,4 kN, para vão 01 e vão 02, respectivamente.

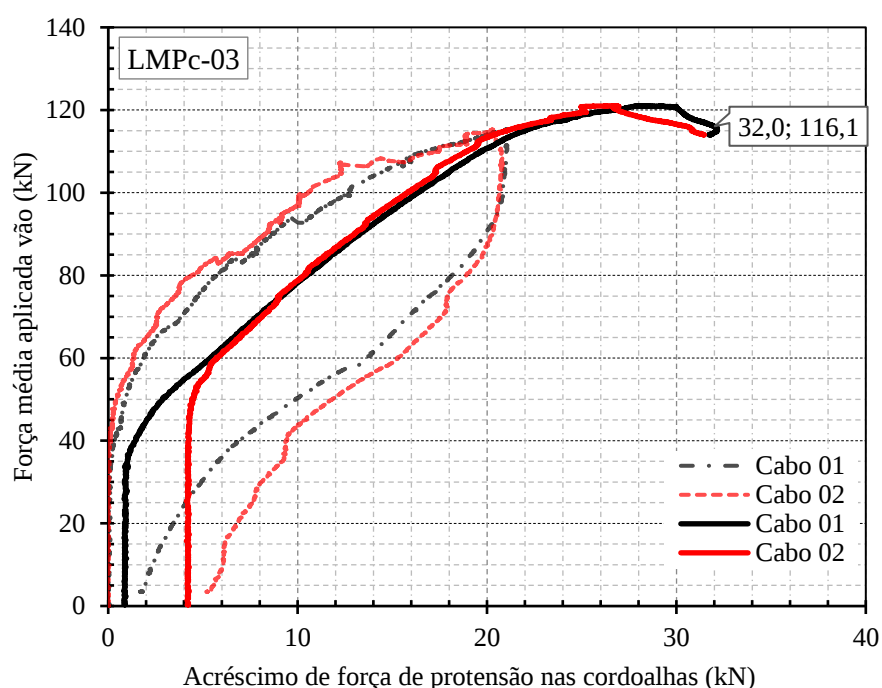
Figura 10.24 - Curvas Força × Deslocamento do meio de vão (flecha) da LMPc-03



Fonte: Elaborado pelo autor

Os resultados da medição dos acréscimos das forças de protensão das monocordoalhas através das células de carga dispostas nas extremidades das lajes junto às ancoragens, ao longo do ensaio LMPc-03, são ilustrados na Figura 10.25. A força de protensão efetiva no início do ensaio de flexão era de $F_{pe} = 136,1$ kN. O acréscimo de força de protensão foi de $\Delta F_p = 32,0$ kN, resultando em força total de protensão na condição última dos ensaio de $F_{p_ult} = 168,1$ kN, por monocordoalha.

Figura 10.25 - Curva Força aplicada $\times$ acréscimos de força nas monocordoalhas da LMPc-03



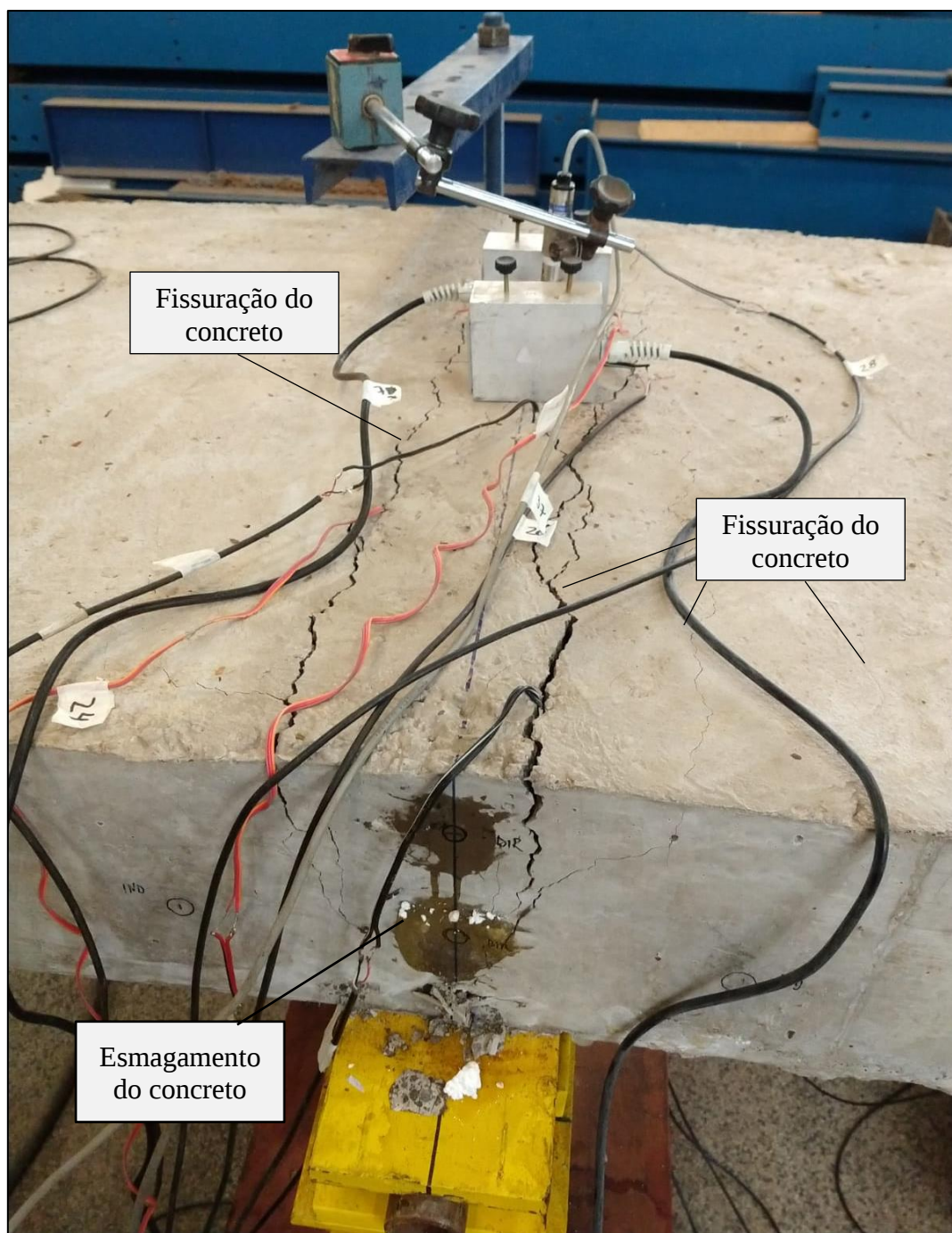
Fonte: Elaborado pelo autor

O ponto de início dos acréscimos da força nas monocordoalhas ocorreu a partir da carga aplicada de 35,0 kN e 45 kN para cada um dos cabos. O primeiro valor foi aproximado com a previsão teórica do momento de fissuração de $36,2 \text{ kN} \cdot \text{m}$, para a seção do ponto de aplicação do carregamento.

A ruína do protótipo LMPc-03 ocorreu primeiramente com o esgotamento da seção transversal, na formação da rótula plástica junto ao apoio central, evidenciada pelo esmagamento do concreto leve e pelo escoamento das armaduras passivas negativas e pelo nível de força compatível com o de escoamento das monocordoalhas engraxadas

CP190RB@12,7 ($f_{pyk}=1.690$ MPa) com respectivas região com extensas aberturas de fissuras. A Figura 10.26 mostra em detalhes, a região junto ao apoio central.

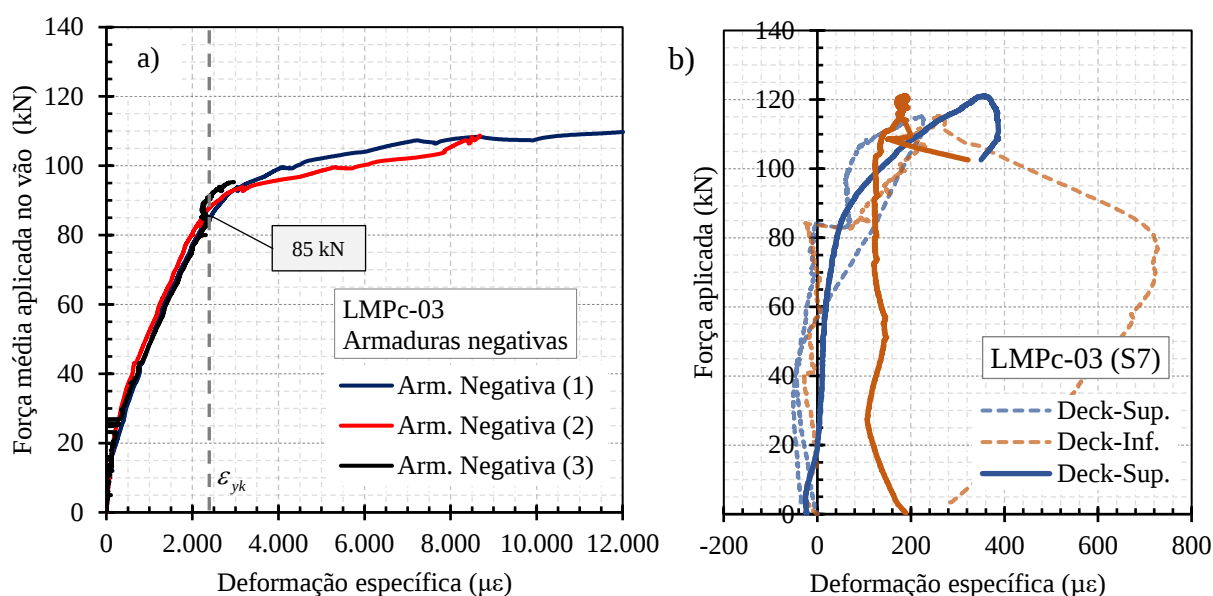
Figura 10.26 - Detalhes da região sobre o apoio central com fissuração (borda superior) e esmagamento do concreto (borda inferior)



Fonte: Elaborado pelo autor

As armaduras passivas negativas ($6\phi 10$ mm CA-50) apresentaram início de escoamento para a carga aplicada de aproximadamente 85,0 kN, com posterior encruamento típico do material, conforme mostrado na Figura 10.27 (a). Na mesma seção dois extensômetros junto a fôrma de aço (mesa superior e inferior) monitoraram seu comportamento, tendo sido pouco solicitada até o nível de carga aplicada de 85,0 kN, quando passou a apresentar deformações de tração, valor correspondente a força que causou escoamento das armaduras passivas.

Figura 10.27 - Curva de distribuição de deformações específicas das armaduras negativas e da fôrma de aço do protótipo LMc-03 na seção (S7) junto ao apoio central



Fonte: Elaborado pelo autor

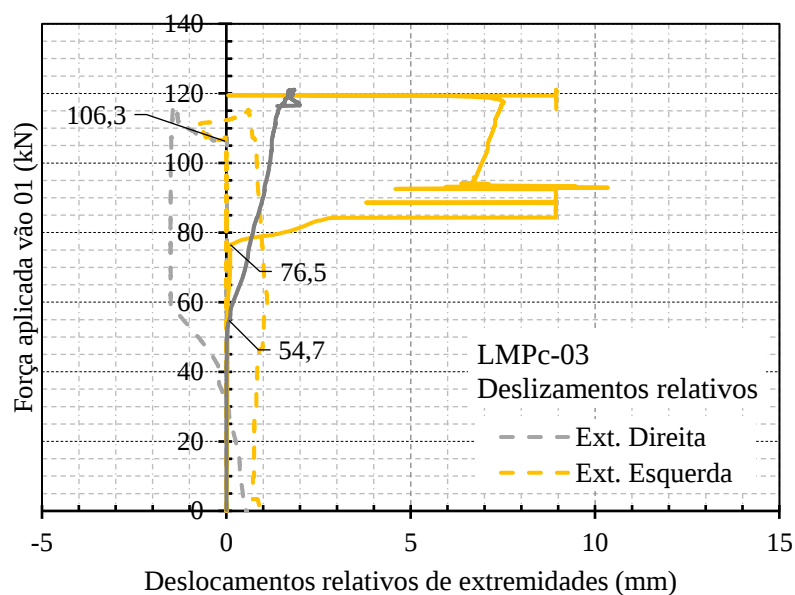
Sobre o esgotamento da seção positiva, a ruína ocorreu pela flexão associada ao cisalhamento longitudinal, junto as seções de momento fletores máximos, situadas sob os pontos de aplicação do carregamento a distância de $L/4$ dos apoios externos. A Figura 10.28 ilustra as fissuras principais junto a região de momentos positivos em ambos os vãos, nas seções em que ocorrem esgotamento da capacidade última (rótulas plásticas). Formação das fissuras típicas, com definição clara do vão de cisalhamento, que alcançaram grande abertura sob a carga última, da ordem de 5,0 a 8,0 mm, com presença de deslizamentos relativos de extremidade entre fôrma de aço e o concreto de 2 a 15 mm, conforme registros da Figura 10.29.

Figura 10.28 - Fissura típica sob ponto de aplicação do carregamento junto ao ponto de carregamento nos quartos de vão externos (vão 01 - esquerda e vão 02 - direita)



Fonte: Elaborado pelo autor

Figura 10.29 - Curva Força aplicada × Deslizamentos relativos de extremidades entre fôrma de aço e o concreto no protótipo LMPc-03

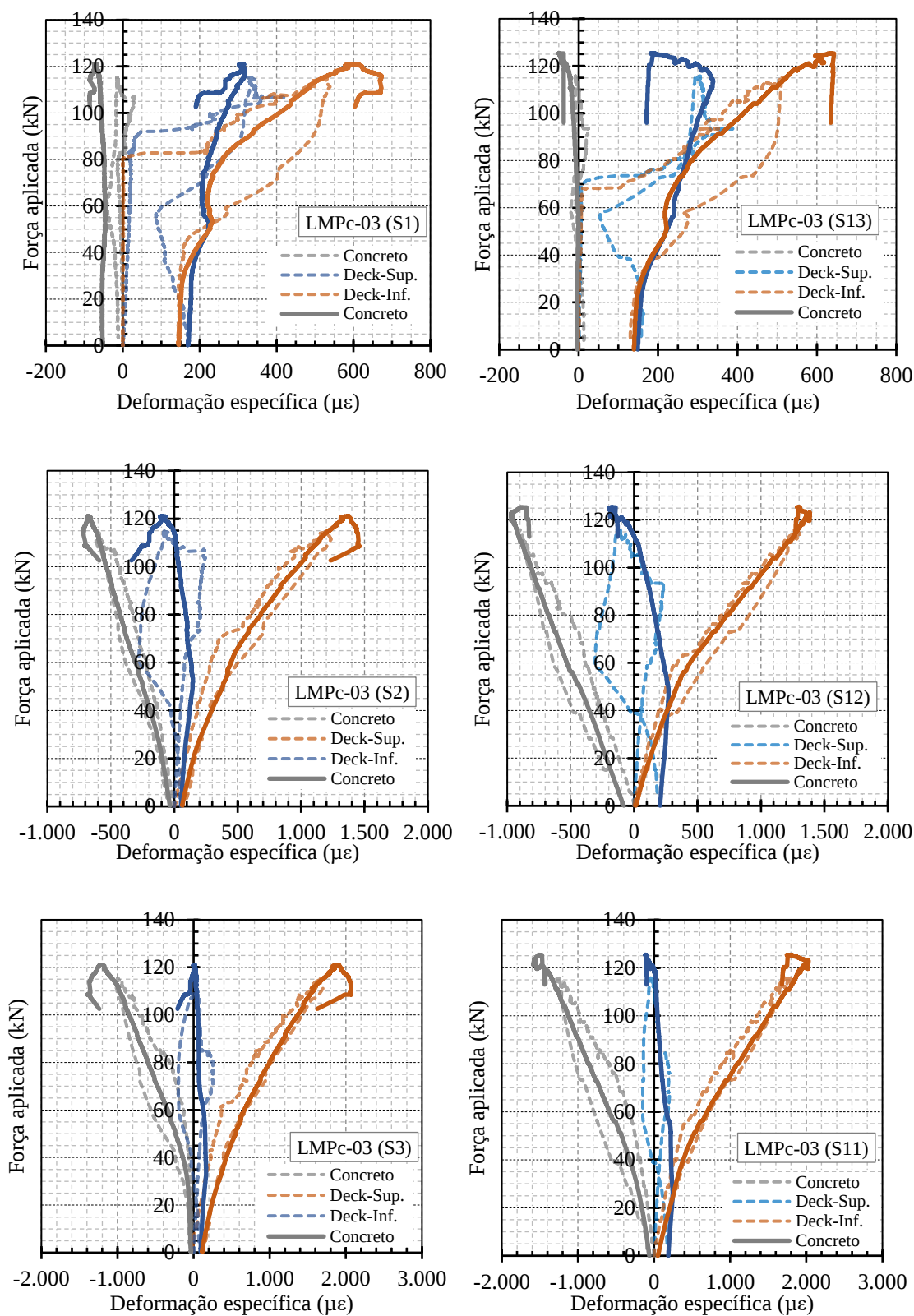


Fonte: Elaborado pelo autor

Os deslizamentos relativos entre a fôrma de aço e concreto ocorreram no primeiro carregamento com a força aplicada de 106,3 kN. Após o descarregamento e o segundo carregamento, os deslizamentos ocorreram com forças de aproximadamente 76,5 kN e 54,7 kN, na extremidade da esquerda e direita, respectivamente. Uma vez que a interface fôrma de aço e concreto havia superado a resistência, a parcela de ligação química existente faz com que os deslizamentos ocorreram com menores cargas impostas.

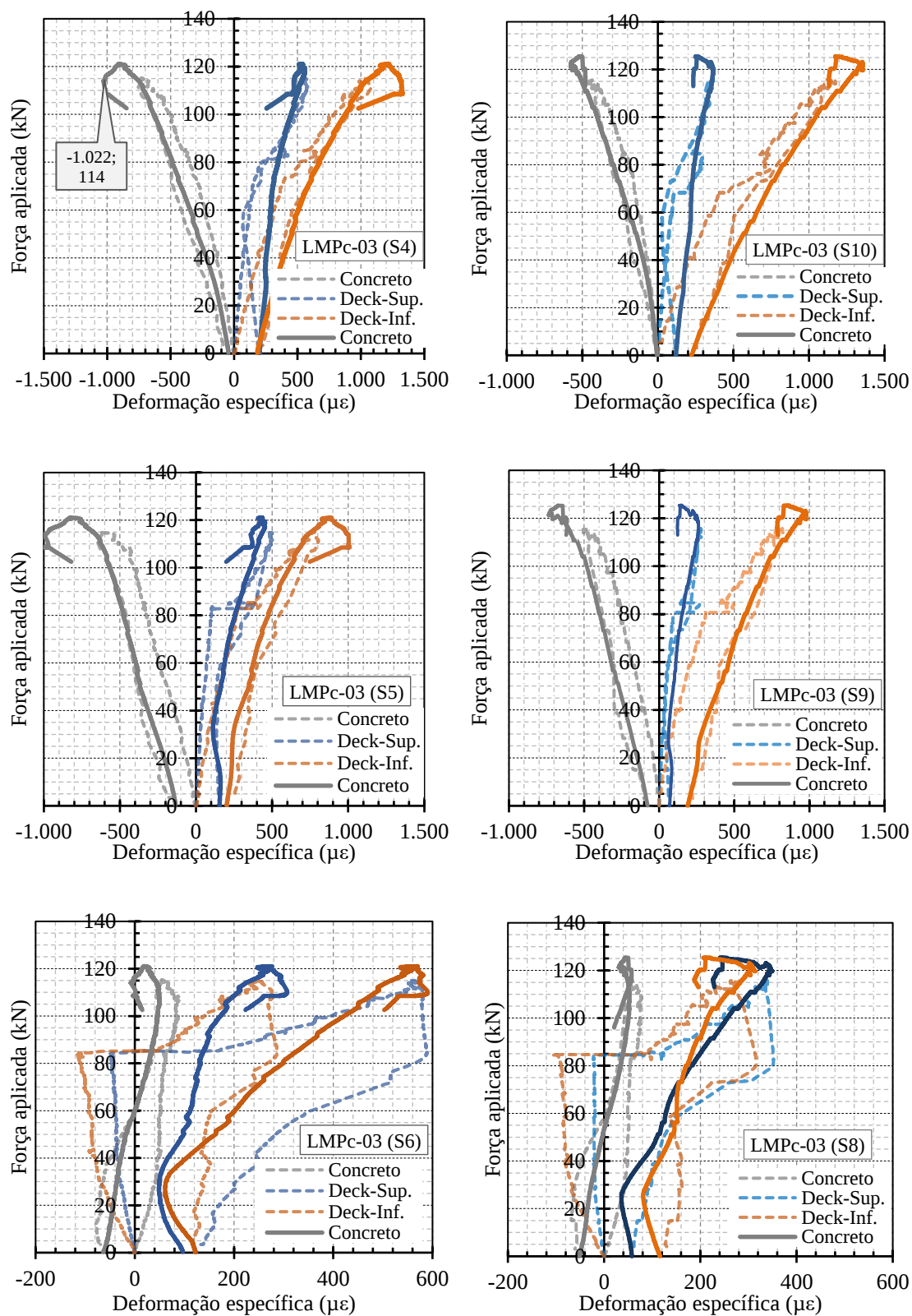
Sobre as deformações específicas na fôrma de aço e concreto, as treze seções analisadas de LMPc-03 registraram o comportamento geral local frente a aplicação incremental das forças aplicadas. Os resultados estão apresentados nas Figura 10.30 e Figura 10.31. As seções junto aos apoios externos (S1) e S13) mobilizaram deformações com cargas de 80 kN e 70 kN, respectivamente, para primeiro carregamento aplicado. Ambas mesas superior e inferior permaneceram tracionadas, alcançando deformações para carga máxima da ordem de $300\mu\epsilon$ e $600\mu\epsilon$. A seção mais solicitada na flexão positiva é a seção entre S2 e S3, pela análise dessas seções, o concreto apresentou comportamento praticamente linear. A mesa inferior da fôrma de aço manteve-se tracionada, enquanto a mesa superior ocorreu inversão com os deslizamentos, indicando regime de interação parcial.

Figura 10.30 - Curvas de distribuição de deformações específicas do protótipo LMPc-03 nas seções S1 e S13 (junto ao apoio), S2 e S12, S3 e S11



Fonte: Elaborado pelo autor

Figura 10.31 - Curvas de distribuição de deformações específicas do protótipo LMPc-03 nas seções S4 e S10 (seção do meio do vão), S5 e S19, S6 e S8



Fonte: Elaborado pelo autor

A comparação entre as deformações específicas das seções correspondentes, simétricas, mostrou que o ensaio foi conduzido com adequada simetria, com resultados gerais muito similares.

O nível de deformações específicas observados nos materiais, considerando ainda a compressão prévia devido a protensão não indicou plastificação total das seções anteriormente analisadas.

A ruína pelos mecanismos de formação de rótulas plásticas ficou evidenciada ao final do ensaio pelas rotações visíveis das seções críticas positiva e negativa, conforme pode ser constatado no registro da Figura 10.32.

Figura 10.32 – Protótipo da LMPc-03 ao final do ensaio de flexão



Fonte: Elaborado pelo autor

A Tabela 10.2 apresenta os resultados experimentais das cargas de interesse para lajes mistas protendidas simplesmente apoiadas (LMP-01 e LMP-02) e para a laje mista com continuidade (LMPc-03). O valor da força cortante máximo junto ao apoio foi obtido pela medição das forças de reação junto aos apoios pelas células de carga nos apoios externos. O comportamento dos protótipos foi considerado de ruína dúctil.

Tabela 10.2 - Resultados experimentais das cargas aplicadas de interesse nos protótipos das lajes mistas protendidas

Protótipo	Vão de cisalham. L_s (mm)	$F_{\Delta s=0,1mm}$ (kN)	$F_{\Delta s=0,5mm}$ (kN)	$F_{m\acute{a}x}$ (kN)	$\frac{F_{m\acute{a}x}}{F_{s=0,5mm}}$	F_{TOTAL}^{*1} (kN)	$V_{F_{m\acute{a}x}}^{*2}$ (kN)	V_{TOTAL}^{*3} (kN)
LMP-01 [1]	2.520	40,0	40,0	52,0	1,30	53,8	26,0	26,9
LMP-01 [2]	1.000	30,0	30,0	131,0	4,37	135,0	65,5	67,5
LMP-02	1.400	54,8	54,8	85,0	1,55	87,4	42,5	43,7
LMPc-03	1.400	106,3	106,3	121,0	1,14	124,6	44,1* ⁴	45,4
		106,3	106,3	125,4	1,18	129,0	49,0* ⁴	50,3

Nota *1: Soma-se os pesos devidos aos aparatos do ensaio (viga de distribuição, apoios e acessórios) ao vão: Ensaio: LMP-01 = 1,8 kN e 4,0 kN / LMP-02 = 2,4 / LMPc-03 = 3,6 kN (por vão).

Nota *2: $V_{F_{m\acute{a}x}}$ é tomado como metade de $F_{m\acute{a}x}$.

Nota *3: V_{TOTAL} é tomado como valor da carga $V_{F_{m\acute{a}x}}$ somado a reação do peso dos aparatos do ensaio no vão.

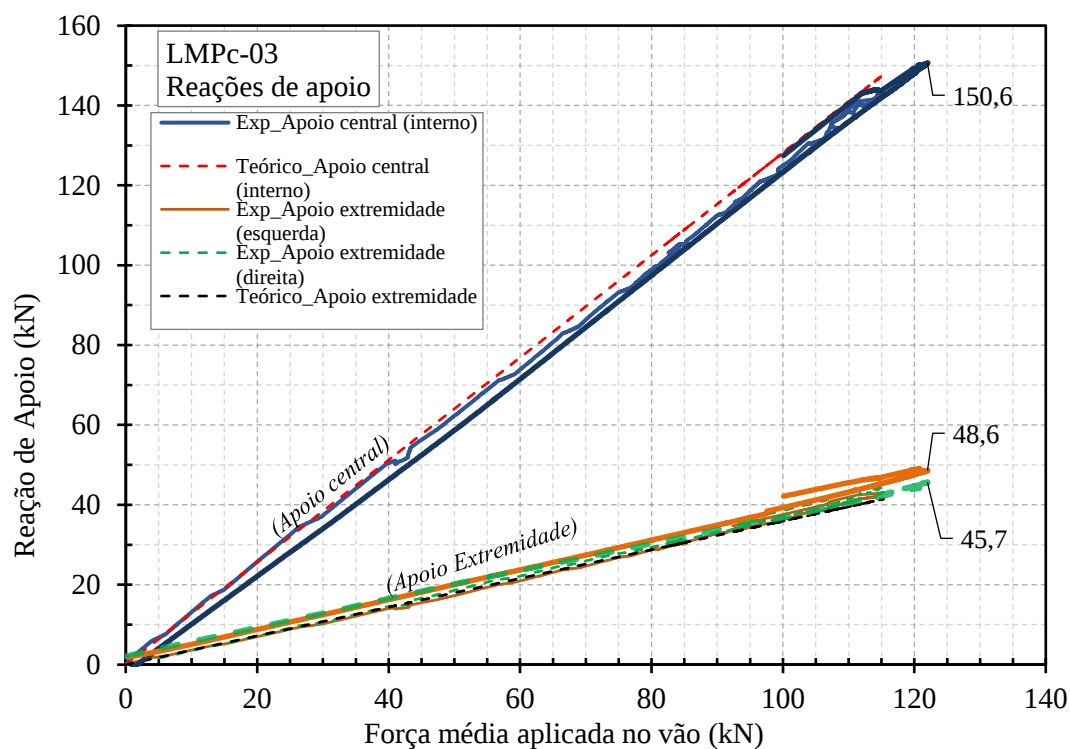
Nota *4: $V_{F_{m\acute{a}x}}$ para laje com continuidade é tomado como carga de reação obtida no apoio de extremidade externo pelas células de cargas.

Fonte: Elaborado pelo autor

As Figura 10.33 e Figura 10.34 ilustram os valores experimentais das reações de dos apoios de extremidade (externos) e do apoio central (intermediário), e os respectivos valores dos momentos fletores experimentais associados, calculados a partir da reações de apoio obtidas pelas células de cargas. Os valores teóricos foram calculados considerando comportamento elástico linear.

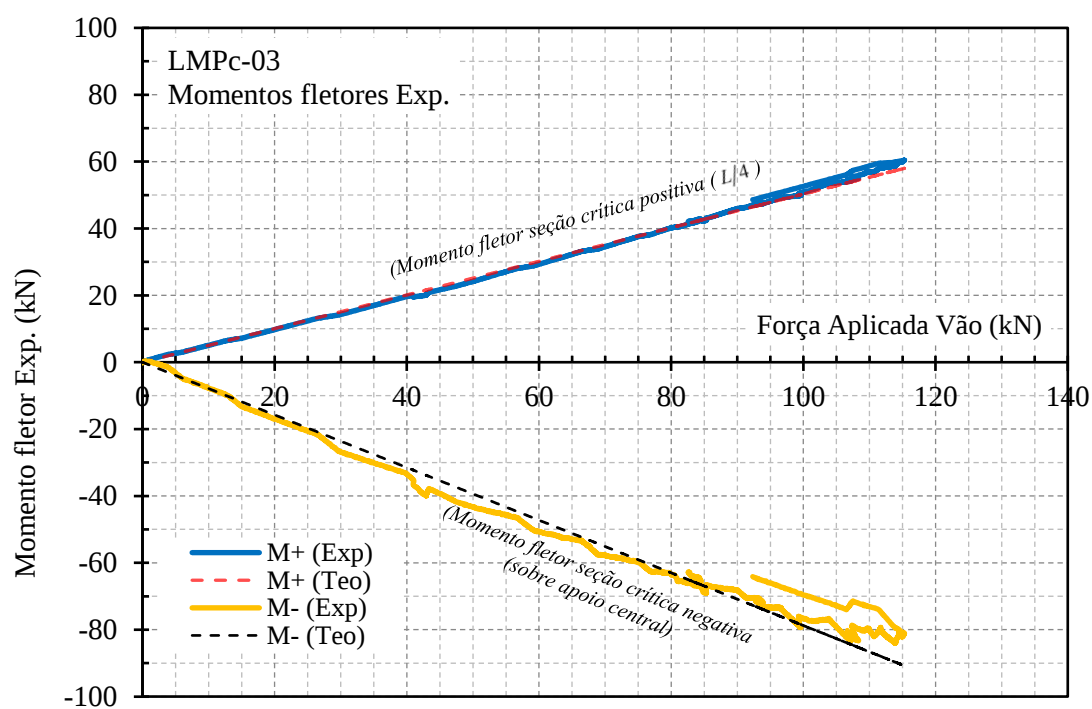
O comportamento experimental teve acurada concordância com a previsão elástica linear. Divergiu ligeiramente nas estimativas para momento negativo, que se mostrou menor que ao valor teórico, no entanto, ocorre devido a ocorrência da fissuração da região e da ocorrência da plastificação das armaduras, onde ocorre redistribuição dos momentos fletores negativo para positivo após escoamento as armaduras. Desse fato e de modo condizente, os valores dos momentos positivos foram ligeiramente superiores aos valores teóricos.

Figura 10.33 - Valores experimentais das reações de apoio de extremidade e central a partir das células de carga e valores teóricos em função da carga média aplicada no vão



Fonte: Elaborado pelo autor

Figura 10.34 - Valores dos momentos fletores experimentais e teóricos para seções de máximo momento fletor positivo e negativo para LMc-03 em função da carga aplicada no vão

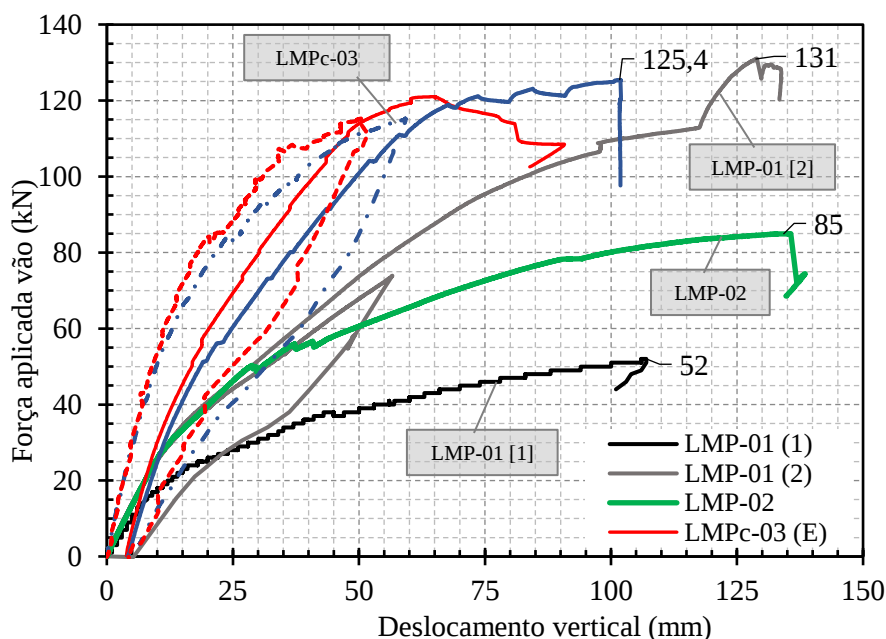


Fonte: Elaborado pelo autor

10.1.4 Resumo comparativo dos resultados experimentais

De modo comparativo, as curvas de força aplicada no vão e os deslocamento no meio do vão dos protótipos ensaiados foram compiladas na Figura 10.35.

Figura 10.35 - Comparativo entre os resultados experimentais dos protótipos: relação entre força aplicada no vão e os deslocamento no meio do vão

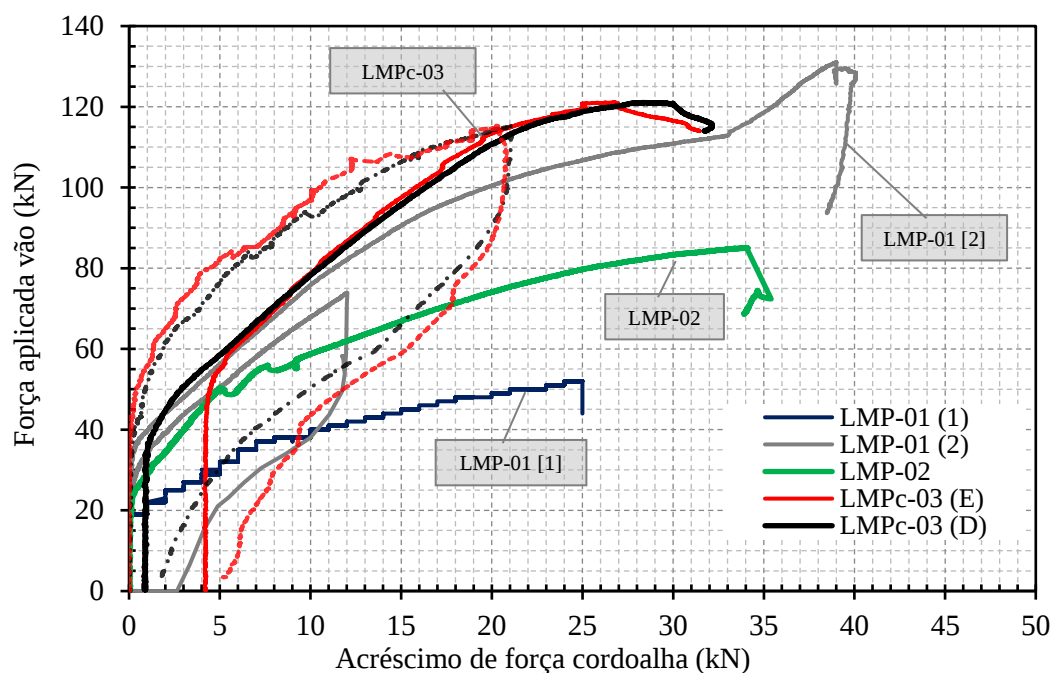


Fonte: Elaborado pelo autor

Em comparação com a laje mista protendida simplesmente apoiada LMP-02 e a com continuidade LMPc-03, observaram-se os efeitos diretos da continuidade entre vãos adjacentes: i) diminuição dos deslocamentos verticais e, ii) o aumento da capacidade última do protótipo, que para ensaio realizado foi da carga aplicada de 85,0 kN para valor médio de 123,2 kN, somando os pesos dos aparatos e acessórios foi de 87,4 kN para valor médio de 126,8 kN, corresponde a aumento da carga última de 45%. Conforme verificado, as seções críticas positivas tiveram um semelhante modo de ruína nos protótipos.

Sobre o desempenho das monocordoalhas engraxadas nos protótipos durante ensaio de flexão, a Figura 10.36 traz um compilado das curvas dos acréscimos de forças nos cabos em função da força aplicada no vão. A Tabela 10.3 traz os resultados dos acréscimos da força de protensão nas monocordoalhas obtidas nos ensaios.

Figura 10.36 - Comparativo entre resultados experimentais dos protótipos: relação entre força aplicada no vão e os acréscimos das forças de protensão



Fonte: Elaborado pelo autor

Tabela 10.3 - Resultados experimentais dos acréscimos das forças de protensão dos protótipos das lajes mistas protendidas

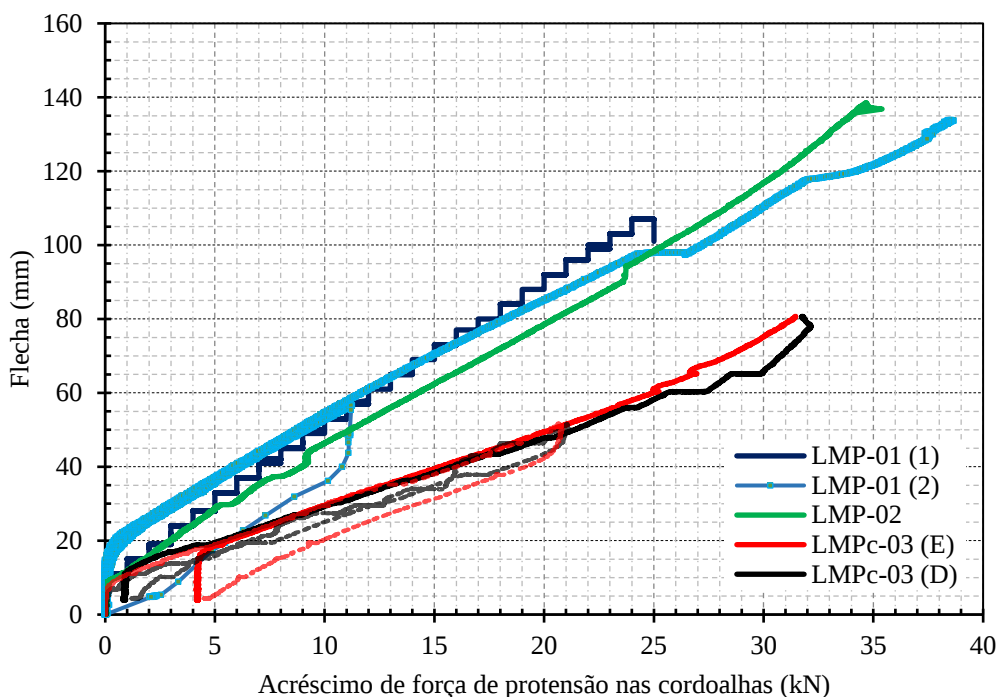
Protótipo	Forças nos cabos (kN)			Tensão nos cabos (MPa)		
	Início do ensaio F_{pe}	Acréscimo ΔF_p	Total $F_{p,ult}$	Início do ensaio σ_{pe}	Acréscimo $\Delta \sigma_p$	Total $\sigma_{p,ult}$
LMP-01 [1]	124,9	25,0	149,9	1.238	248	1.486
LMP-01 [2]	124,9	37,5	162,4	1.248	372	1.610
LMP-02	123,5	34,2	157,7	1.224	339	1.563
LMPc-03	136,1	32,0	168,1	1.349	317	1.666

Fonte: Elaborado pelo autor

O protótipo da LMPc-03 mobilizou a maior força junto as monocordoalhas, com valores praticamente próximos ao nível da plastificação do aço. Ao explorar os conceitos pertinentes abordados no Capítulo 4.4, que discorreu sobre o aumento de tensão estar correlacionado aos acréscimos de alongamento das seções, realizando um paralelo com os deslocamentos verticais foi constatado a relação aproximadamente linear entre

deslocamento verticais do meio do vão e os acréscimos de forças nas monocordoalhas. A Figura 10.37 ilustra a relação apontada.

Figura 10.37 - Comparativo entre resultados experimentais dos protótipos: relação entre flechas e os acréscimos das forças de protensão



Fonte: Elaborado pelo autor

Todos os protótipos apresentaram acréscimos de forças a partir de um certo nível de carregamento. A partir daquele ponto, os acréscimos de força são praticamente lineares com os acréscimos dos deslocamentos verticais (flechas) dos protótipos. Nos protótipos simplesmente apoiados a evolução foi menor, dado a menor inclinação das curvas experimentais (Figura 10.37), em comparação com o protótipo com continuidade. Conforme indicado no Capítulo 4.4, as zonas de plastificação tem grande influência nos alongamentos das armaduras ativas e consequente acréscimo das tensões nas monocordoalhas. A região de momento negativo apresenta-se como uma região que permitiu ductilidade da seção e, consequente alongamento das monocordoalhas.

Avaliações numéricas não-lineares são indicadas como trabalhos futuros na investigação dos acréscimos das forças nas cordoalhas.

10.2 Previsão da capacidade das lajes mistas protendidas

A partir das considerações do Capítulo 5, o presente tópico tem como objetivo avaliar a capacidade última (de ruína) dos protótipos, e verificar a concordância das propostas das hipóteses de cálculo elencadas na previsão do comportamento na ruína dos protótipos das lajes mistas protendidas investigadas experimentalmente.

Nenhum ensaio ou estudo com suficiência de dados e informações na temática foi encontrado. Koukarri (1999, 2001) indica ter realizado a avaliação de lajes mistas contínuas protendidas, no entanto, nenhuma informação quantitativa foi apresentada. Um estudo com temática próxima, sem a presença de lajes mista com fôrma de aço incorporada foi apresentado em Yang *et al.* (2016), que trouxe resultados da avaliação de lajes com continuidade entre vão, usando concreto leve com protensão não-aderente.

Primeiramente, foram estimadas as previsões dos acréscimos de tensão das armaduras ativas (monocordoalhas) na condição última das lajes, seguindo prescrições dos métodos normativos e semiempíricos, apresentados no Capítulo 4.4. Os resultados dos acréscimos são mostrados na Tabela 10.4 e a respectiva relação entre os resultados experimentais e os valores de previsão teóricas são apresentadas na Tabela 10.5.

Tabela 10.4 - Resultados experimentais e estimativas teóricas dos acréscimos das forças das armaduras ativas dos protótipos das lajes mistas protendidas na ruína

Experimental (MPa)			Modelos de previsão											
Protótipo	f _{pe}	Acréscimo de tensão	ACI 318	CEN: 2004	SNZ: 2006	Normativos				Semiempíricos				
						AASHTO: 2007	CSA A23.4	DIN: 2001	CABR JGJ- 04:2004	Zhang e Wang (2010)	Alqam <i>et al.</i> (2020)			
LMP-01 [1]	1.238	248				131	174				583	452 ¹	465	215 ²
LMP-01 [2]	1.248	372	273	200	100	131	174	336	372	583	442 ¹	465	205 ²	
LMP-02	1.224	339				132	174			583	466 ¹	465	229 ²	
LMPc-03	1.349	317				194	259			601	341 ¹	440	104 ²	

Nota: O método limita a tensão última no valor mínimo de (1) em f_{py} e, (2) em $0,86 f_{pu}$.

Tabela 10.5 - Relação entre os resultados experimentais e das estimativas teóricas dos acréscimos das forças das armaduras ativas dos protótipos das lajes mistas protendidas na ruína.

Experimental (MPa)			Modelos de previsão										
Protótipo	f _{pe} MPa	Acréscimo de tensão	Normativos						Semiempíricos				
			ACI 318	CEN: 2004	SNZ: 2006	AASHTO: 2007	CSA A23.4	DIN 1045: 2001	CABR JGJ- 04:2004	Zhang e Wang (2010)	Alqam <i>et al.</i> (2020)		
LMP-01 [1]	1.238	248	0,91	1,24	2,48	1,89	1,43	0,74	0,67	0,43	0,55	0,53	1,15
LMP-01 [2]	1.248	372	1,37	1,86	3,72	2,84	2,14	1,11	1,00	0,64	0,84	0,80	1,81
LMP-02	1.224	339	1,25	1,70	3,39	2,57	1,95	1,01	0,91	0,58	0,73	0,73	1,48
LMPc-03	1.349	317	1,16	1,59	3,17	1,63	1,22	0,94	0,85	0,53	0,93	0,72	3,04
		Média:	1.17	1.60	3.19	2.23	1.68	0.95	0.86	0.54	0.76	0.70	1.87

Fonte: Elaborado pelo autor

Os valores totais de tensão nas armaduras ativas (monocordoalhas) alcançados experimentalmente e os valores previstos pelos diferentes modelos são apresentados na Tabela 10.6, e as respectivas relações entre valores experimentais e previsões analíticas são mostradas na Tabela 10.7, respectivamente.

Tabela 10.6 - Resultados experimentais e estimativas teóricas das forças totais das armaduras ativas dos protótipos das lajes mistas protendidas na ruína

Experimental				Modelos de previsão										
(MPa)				Normativos							Semiempíricos			
Protótipo	f _{pe}	Acréscimo de tensão	Total f _{pu}	ACI 318	CEN: 2004	SNZ: 2006	AASHTO: 2007	CSA A23.4	DIN 1045: 2001	CABR JGJ-04:2004	Zhang e Wang (2010)	Alqam <i>et al.</i> (2020)		
LMP-01 [1]	1.238	248	1.486	1510	1438	1338	1369	1412	1574	1610	1821	1690 ¹	1703	1608 ²
LMP-01 [2]	1.248	372	1.610	1520	1448	1348	1379	1422	1584	1620	1831	1690 ¹	1713	1608 ²
LMP-02	1.224	339	1.563	1497	1424	1324	1356	1398	1560	1596	1807	1690 ¹	1689	1608 ²
LMPc-03	1.349	317	1.666	1621	1549	1449	1543	1608	1685	1721	1950	1690 ¹	1789	1608 ²

Fonte: Elaborado pelo autor

Tabela 10.7 - Relação entre os resultados experimentais e das estimativas teóricas dos acréscimos das forças das armaduras ativas dos protótipos das lajes mistas protendidas na ruína

Protótipo	Experimental (MPa)			Modelos de previsão							Semiempíricos			
	f_{pe}	Acréscimo	Total f_{pu}	ACI 318	CEN: 2004	SNZ: 2006	AASHTO : 2007	CSA A23.4	DIN 1045: 2001	CABR JGJ-04:2004	Zhang e Wang (2010)	Alqam <i>et al.</i> (2020)		
LMP-01 [1]	1.238	248	1.486	0,98	1,03	1,11	1,09	1,05	0,94	0,92	0,82	0,88	0,87	0,92
LMP-01 [2]	1.248	372	1.610	1,06	1,11	1,19	1,17	1,13	1,02	0,99	0,88	0,95	0,94	1,00
LMP-02	1.224	339	1.563	1,04	1,10	1,18	1,15	1,12	1,00	0,98	0,86	0,92	0,93	0,97
LMPc-03	1.349	317	1.666	1,03	1,08	1,15	1,08	1,04	0,99	0,97	0,85	0,99	0,93	1,04
			Média:	1,03	1,08	1,16	1,12	1,08	0,99	0,97	0,85	0,94	0,92	0,98

Fonte: Elaborado pelo autor

De forma geral, todos os modelos normativos elencados foram a favor da segurança, enquanto os modelos semiempíricos elencados tiveram previsão superior aos valores experimentais. Para as estimativas das forças totais, os modelos apresentaram relação entre os valores experimentais e previstos com valores médios variando de 0,85 a 1,16. Destacam-se melhor concordância dos valores experimentais com os modelos normativos do ACI 318:2019 (semelhante ao modelo brasileiro da ABNT NBR 6118:2023), modelo alemão DIN 1045:2001, modelo chinês CABR JGJ:04:2004 e modelo semiempírico de Alqam *et al.* (2020), com razões (Exp./Analítico) de 1,03; 0,99;

0,97 e 0,98, respectivamente. No modelo de Alqam et al. (2020) o valor foi considerado como o limite superior indicado de $0,86 f_{ptk}$.

Arbitrando como modelos de referência normativo aqueles do ACI 318:2019 (similar a norma brasileira ABNT NBR 6118:2023) e do método semiempírico de Alqam et al. (2020), as previsões das tensões últimas, considerando a tensão efetiva da medição experimental tiveram razão entre os valores experimental e teóricos de 0,98 a 1,06 para o método do ACI 318:2019/ABNT NBR 6118:2023. Para os valores estimados pelo método semi-empirico de Alqam et al. (2020) a razão entre os valores experimental e teóricos foi de 0,92 a 1,04.

Na primeira análise das lajes mistas protendidas, foram estimadas as previsões da capacidade última para as lajes simplesmente apoiadas e, posteriormente as considerações para as lajes mistas protendidas com continuidade. Esta última, considera a hipótese de redistribuição plástica dos momentos negativos e avaliação da capacidade última através do PTV (Capítulo 4.6.3).

Sobre a determinação do equilíbrio da seção, destacam-se aqui os tópicos: i) a avaliação da resistência da interface fôrma de aço incorporada e concreto leve e a avaliação da tensão última da armadura de protensão. Dessa forma, foram abordadas as seguintes situações:

- Método indicado pela norma AS/ANS 2327:2017 na consideração na interação parcial, conjunta com a estimativa da tensão última das armaduras ativas pelos modelos do ACI 318:2019 e pelo método semiempírico de Alqam, Alkhairi e Naaman (2020);
- Proposta método geral $M \times N_{PSC}$ na avaliação da contribuição da fôrma de aço, conjunta com a estimativa da tensão última da armadura de protensão pelos modelos do ACI 318:2019 e pelo método semiempírico de Alqam, Alkhairi e Naaman (2020).

As Tabela 10.8 e Tabela 10.9 trazem os resultados experimentais e as estimativas analíticas, expondo ainda a estimativa da capacidade última quando da consideração de regime de interação total e a razão entre resultados experimentais e estimativas dos modelos de cálculo dos momentos últimos, respectivamente.

Os momentos positivos e negativos da LMPc-03 foram calculados considerando as forças últimas aplicadas e os hiperestáticos de protensão de +2,6 kNm e +10,3 kNm, para seções críticas positiva e negativa, respectivamente, para a carga de protensão efetiva.

Tabela 10.8 - Resultados experimentais e estimativas teóricas da capacidade última das seções críticas dos protótipos das lajes mistas protendidas

Experimental						AS/ANS 2327:2017		Método Geral Proposto		Seção negativa	
						ACI 318	Alqam <i>et al.</i> (2020)	ACI 318	Alqam <i>et al.</i> (2020)	ACI 318	Alqam <i>et al.</i> (2020)
Protótipo	Vão de cisalham. L_s (mm)	F_{TOTAL} [kN]	V_{TOTAL} [kN]	$M^+_{Exp.}$ [kNm] (2)	$M^-_{Exp.}$ [kNm] (3)	$M^+_{Exp.}$ [kNm] (4)	$M^+_{Exp.}$ [kNm] (5)	$M^+_{Exp.}$ [kNm] (6)	$M^+_{Exp.}$ [kNm] (7)	$M^-_{Exp.}$ [kNm] (8)	$M^-_{Exp.}$ [kNm] (9)
LMP-01 [1]	2.520	53,8	26,9	67,8	-	65,15	67,87	65,52	68,25	-	-
LMP-01 [2]	1.000	135,0	67,5	67,5	-	64,67	67,26	64,04	66,60	-	-
LMP-02	1.400	87,4	43,7	61,2	-	64,05	67,39	64,00	67,65	-	-
LMPc-03	1.400	124,6	45,4	66,2	-84,3	64,05	67,39	64,00	67,65	-69,24	-68,98
(Vão 01/02)		129,0	50,3	73,0	-69,2						

Fonte: Elaborado pelo autor

Tabela 10.9 - Relação entre estimativas dos resultados experimentais e estimativas teóricas da capacidade última das seções críticas dos protótipos das lajes mistas protendidas

Protótipo	AS/ANS 2327:2017		Método Geral Proposto		Interação total (FSC)	Seção negativa	
	ACI 318	Alqam <i>et al.</i> (2020)	ACI 318	Alqam <i>et al.</i> (2020)		ACI 318	Alqam <i>et al.</i> (2020)
	[4]	[5]	[6]	[7]	Alqam <i>et al.</i> (2020)	[6]	[7]
	[2]	[2]	[2]	[2]		[3]	[3]
LMP-01 [1]	1,04	1,00	1,03	0,99	0,69	-	-
LMP-01 [2]	1,05	1,01	1,06	1,02	0,69	-	-
LMP-02	1,06	1,01	1,06	1,01	0,63	-	-
LMPc-03	1,06	1,01	1,06	1,01	0,68	1,21	1,22
					0,75	1,00	1,00
<i>Média:</i>	1,05	1,00	1,05	1,01	0,67	1,11	1,11

Fonte: Elaborado pelo autor

Os resultados da previsão última da ruína das seções críticas dos protótipos apresentaram boa concordância, com razões da relação Exp./Núm. da ordem de 0,99 a 1,06 para seções críticas positivas. A relação teórica com a consideração de interação total da seção apresentou razão de 0,67, deixando claro a necessidade de consideração da correta contribuição devido interação parcial entre fôrma de aço incorporada e concreto.

Como exemplo, para a laje mista protendida LMP-02, o momento último resistente $M_{ult.}^+$ determinado pelo método normativo da AS/ANS 2327:2017, com adaptação na consideração da protensão não-aderente e avaliação da tensão última das armaduras de protensão, tem como exemplo discorrido, o cálculo das seguintes parcelas usando diferentes métodos como segue.

- **Força na armadura de protensão:** o valor da tensão última na armadura de protensão foi estimado com base nas indicações proposta pelo ACI 318:2019 e pela abordagem de Alqam *et al.* (2020), valendo:

$$N_p = f_{ps} A_p = 201,8 \cdot 1.497 = 302,1 \text{ kN (ACI 318:2019)}$$

$$N_p = f_{ps} A_p = 201,8 \cdot 1.608 = 324,5 \text{ kN (Alqam et al., 2020)}$$

Os resultados das tensões foram relativamente próximos. No entanto, alguns questionamentos são pertinentes.

O método toma como base a relação entre o vão e a altura útil L/d_p , dado que $5.600/16=35$ está no valor limite entre as equações do método (apresentadas na Tabela 4.1). Observa-se a equação apresenta uma descontinuidade entre as tensões previstas, como segue:

- Para elementos com relação vão/altura útil (L / d_p) igual ou menor que 35:

$$\begin{aligned} f_{ps} &= f_{pe} + 70 + \frac{f_c}{100\rho_p} \\ &= 1.224 + 70 + \frac{30}{100 \cdot 0,00148} = 1.224 + 70 + 203 \\ &= 1224 + 273 = 1.497 \text{ MPa} \leq f_{pe} + 420 \text{ ou } f_{py} = 1690 \text{ MPa} \end{aligned}$$

- Para elementos com relação vão/altura útil (L / d_p) maior que 35:

$$\begin{aligned} f_{ps} &= f_{pe} + 70 + \frac{f_c}{300 \cdot \rho_p} \leq f_{pe} + 200 \text{ ou } f_{py} \text{ (MPa)} \\ &= 1.303 \text{ MPa} \end{aligned}$$

$$\rho_p = \frac{A_p}{b_c d_p} = \frac{201,8 \text{ mm}^2}{850 \text{ mm} \cdot 160 \text{ mm}} = 0,00148$$

Na estimativa pelo modelo do ACI 318, semelhante ao modelo da ABNT NBR 6118:2023, foi considerado o valor de $f_{ps} = 1.497 \text{ MPa}$.

A previsão pelo modelo de Alqam *et al.* (2020) foi obtida conforme equacionamento apresentado na Tabela 4.2, com algumas adaptações, sobretudo na consideração da tensão última do concreto e bloco de compressão do concreto leve, bem como a consideração da força na fôrma de aço na obtenção da posição da linha neutra.

- Estimativa da tensão última da armadura de protensão:

$$\begin{aligned} f_{ps} &= f_{pe} + \Omega_u E_p \varepsilon_{cu} \left(\frac{d_p}{c} - 1 \right) \frac{L_1}{L_2} \\ &= 1.224 + 0,167 \cdot 200.000 \cdot 2,468\% \left(\frac{160}{24} - 1 \right) \cdot 1 \\ &= 1.224 + 465 = 1.689 \text{ MPa} \leq \min(f_{py}; 0,86 f_{pu}) = \min(1.690, 1.608) = 1.608 \text{ MPa} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \varepsilon_{cu} &= \varepsilon_{cu, NWC} \cdot \eta_E \\ &= 3,0\% \cdot (0,4 + 0,6 \cdot 1.550/2.200) = 2,468\% \end{aligned}$$

Posição da linha neutra plástica:

$$\begin{aligned} c &= \frac{A_p f_{ps} + A_s f_y - A'_s f'_y + N_{sd}}{\alpha_1 \alpha_2 \beta_1 f_c b_w} \\ &= \frac{201,8 \cdot 1.689 + 60020}{1 \cdot 0,886 \cdot 0,737 \cdot 30 \cdot 850} = 24 \text{ mm} \end{aligned}$$

Para o carregamento do ensaio de flexão a quatro pontos, os valores de α e μ indicados são 0,09 e 0,80, respectivamente. Desse modo, o coeficiente “reduzidor de aderência” Ω_u é estimado em 0,167.

$$\begin{aligned} \Omega_u &= \alpha \left(\frac{d_p - h/2}{0,25 d_p} \right) \left[\mu + \frac{18}{\left(\frac{L}{d_p} \right)} \right] \\ &= 0,09 \left(\frac{16 - 20/2}{0,25 \cdot 16} \right) \left[0,80 + \frac{18}{\left(\frac{660}{16} \right)} \right] = 0,167 \end{aligned}$$

A força mobilizada na fôrma de aço incorporada foi calculada pela resistência da interface aço-concreto somada a força mobilizada no atrito junto ao apoio. A resistência ao cisalhamento longitudinal $\tau_u = 26 \text{ kPa}$ foi atribuída com base na resposta das lajes mistas da seção 7.2.

$$N_{Sd} = \min(N_\tau + N_\mu, N_{FSC}) = 60,13 \text{ kN}$$

$$= \min \begin{cases} N_\tau = \tau_u b L_x = 0,026 \cdot 850 \cdot 1900 = 41.990 \text{ N} = 42,0 \text{ kN} \\ N_\mu = \mu V = 0,5 \cdot 36,25 = 18,13 \text{ kN} \\ N_{FSC} = \min(N_{y,Sd}, N_{c(\max)} - N_{p(\max)}) = \min \left[(f_{y,Sd} A_{Sd}), (h_c b f_c - f_{pb} A_p) \right] \\ = \min \left[(1000 \cdot 384,5), (125 \cdot 850 \cdot 30 - 201,8 \cdot 1870) \right] \text{ N} \\ = \min [384,5; 2.810] \text{ kN} \end{cases}$$

O momento plástico reduzido M_{pr} da seção da fôrma de aço foi estimado, com base na força normal mobilizada e momento plástico da seção isolada valor de $M_{pa} = 10,53 \text{ kNm} / \text{m} \cdot 0,85 \text{ m} = 8,95 \text{ kNm}$:

$$M_{pr} = 1,25 M_{pa} \left(1 - \frac{N_{Sd}}{N_{y,Sd}} \right) \leq M_{pa} = 1,25 \cdot 8,95 \cdot \left(1 - \frac{60,13}{348,5} \right) = 9,24 \text{ kNm} \leq M_{pa} = 8,95 \text{ kNm}$$

A força de tração mobilizada pela fôrma de aço e nas monocordoalhas engraxadas são equilibradas pelo concreto leve., cuja resultante é N_c . Essa resultante é equilibrada pelo bloco de compressão retangular de altura x estimado como $N_c = \alpha_1 \alpha_2 \beta_1 f_c b x$, cujas componentes para o concreto leve são:

$$\xi = \frac{\left(\frac{f_c}{f_{c0}} \right)^{1,5}}{\left(\frac{\rho_c}{\rho_0} \right)^{3,5}} = \frac{\left(\frac{30}{10} \right)^{1,5}}{\left(\frac{1.550}{2.300} \right)^{3,5}} = 20,68$$

$$\alpha_1 = 1,0 \text{ (efeito curta duração) e } 0,85 \text{ (Efeito Rusch-longa duração)}$$

$$\alpha_2 = 0,96 \cdot \exp(-0,0039\xi) = 0,96 \cdot \exp(-0,0039 \cdot 20,68) = 0,886$$

$$\beta_1 = 0,925 \cdot \xi^{-0,075} = 0,925 \cdot 20,68^{-0,075} = 0,737$$

Estimativas pelo Método normativo AS/ANS 2327:2017

Para esse exemplo, foi utilizado a tensão f_{ps} estimado pela abordagem de Alqam *et al.* (2020), com altura do bloco de compressão do concreto na avaliação da posição da linha neutra. Os braços de alavancas para o equilíbrio são estimados com base na geometria e posição da resultante do bloco de compressão no concreto.

$$z_c = h - 0,5h_1 - e_{sd} + (e_{sd} - e) \frac{N_{sd}}{N_{y, sd}} = 200 - 0,5 \cdot 17,85 - 37,5 + (37,5 - 37,5) \frac{60,13}{348,5} = 153,98 \text{ mm}$$

$$h_1 = \beta_1 x = 0,773 \cdot 23,1 = 17,85 \text{ cm}$$

$$z_p = h - d_p - e_{sd} = 180 - 160 - 37,5 = 2,5 \text{ mm}$$

A resultante de compressão é dada pela soma das parcelas da fôrma e monocordoalha:

$$N_c = N_{sd} + N_p = 60,32 + 324,49 = 384,82 \text{ kN}$$

O momento último estimado para a laje (ensaio experimental) é de 67,4 kNm:

$$\begin{aligned} M_{ult.}^+ &= N_c z_c - N_p z_p + M_{pr} \\ &= (384,82 \times 10^3) \cdot 153,98 - (324,49 \times 10^3) \cdot 2,5 + 8,95 \times 10^6 = 67,4 \times 10^6 \text{ Nmm} \\ &= 67,4 \text{ kNm} \end{aligned}$$

Na estimativa do momento último característico, com base da tensão f_{pu} pelo ACI 318:2019, o momento último é de $M_{ult.}^+ = 64,05 \text{ kNm}$.

Estimativas pela Proposta do Método Geral (M×N)_{PSC}

A avaliação da contribuição da fôrma de aço incorporada no momento fletor M_{PSC} considerando o cisalhamento longitudinal N_{PSC} foi feita pelo método geral (M×N)_{PSC} proposto. O valor do expoente foi de $\alpha = 1,25$, semelhante à Seção 6.4.2.

As parcelas para o equilíbrio da seção são estimadas como segue:

$$N_{sd} = 65,77 \text{ kN}$$

$$N_p = 324,49 \text{ kN}$$

$$M_{NSC} = M_{pa} = 8,95 \text{ kNm}$$

$$M_{FSC} = f_{y,sd} A_{sd} \left(h - e_{sd} - 0,5 \frac{f_{y,sd} A_{sd}}{\alpha f_c b} \right) = 52,55 \text{ kNm}$$

$$\begin{aligned} M_{PSC} &= M_{FSC} \left[1 - \left(1 - \frac{M_{NSC}}{M_{FSC}} \right) \left(1 - \frac{N_{PSC}}{N_{FSC}} \right)^\alpha \right] \\ &= 52,55 \left[1 - \left(1 - \frac{8,95}{52,55} \right) \left(1 - \frac{65,77}{348,5} \right)^{1,25} \right] = 19,54 \text{ kNm} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} z_c &= h - e_{sd} - 0,5 \left(\frac{N_c}{\alpha_1 \alpha_2 f_c b} \right) \\ &= 200 - 37,5 - 0,5 \left(\frac{390,26 \times 10^3}{1 \cdot 0,886 \cdot 0,737 \cdot 30 \cdot 850} \right) \\ &= 200 - 37,5 - 23,45 \\ &= 150,78 \text{ mm} \end{aligned}$$

$$z_p = e_p - e_{sd} = (h - d_p) - e_{sd} = (200 - 160) - 37,5 = 2,5 \text{ cm}$$

O momento último M_u é determinado, pelo equilíbrio da seção:

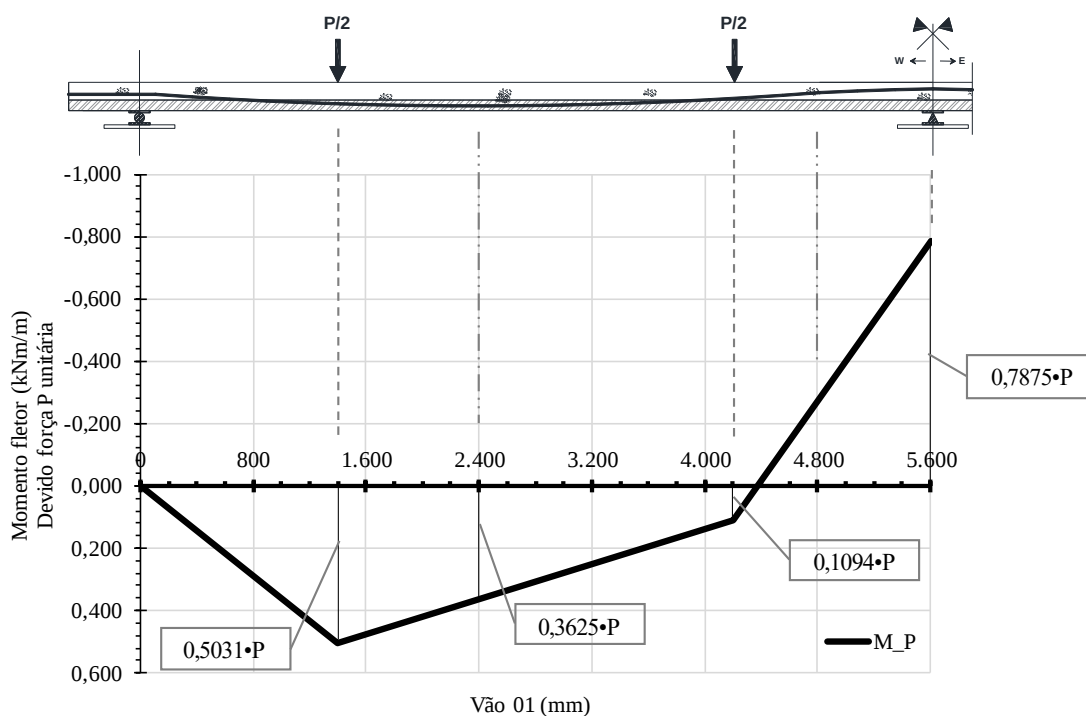
$$\begin{aligned} M_u &= (M_{PSC})_{\text{laje mista}} + N_p (z_c - z_p) \\ &= 19,54 \times 10^6 + 324,49 \times 10^3 \cdot (150,78 - 2,5) = 67,65 \times 10^6 \text{ Nmm} \\ &= 67,65 \text{ kN} \cdot \text{m} \end{aligned}$$

O valor estimado da ruína da laje LMP-02 é de $M_{ult} = 67,65 \text{ kNm}$. Valores muito próximos os obtidos em ambos os métodos.

O valor da carga última (de ruína) é da ordem de $P = 48,3 \text{ kN}$.

Sobre a resposta estrutural da laje mista protendida com continuidade (LMPc-03) até a ruína, seja a Figura 10.38 na representação da resposta elástica da peça submetida ao ensaio de flexão a quatro pontos, considerando a simetria geometria e de carregamento:

Figura 10.38 - Análise elástica dos momentos fletores devido a aplicação do carregamento

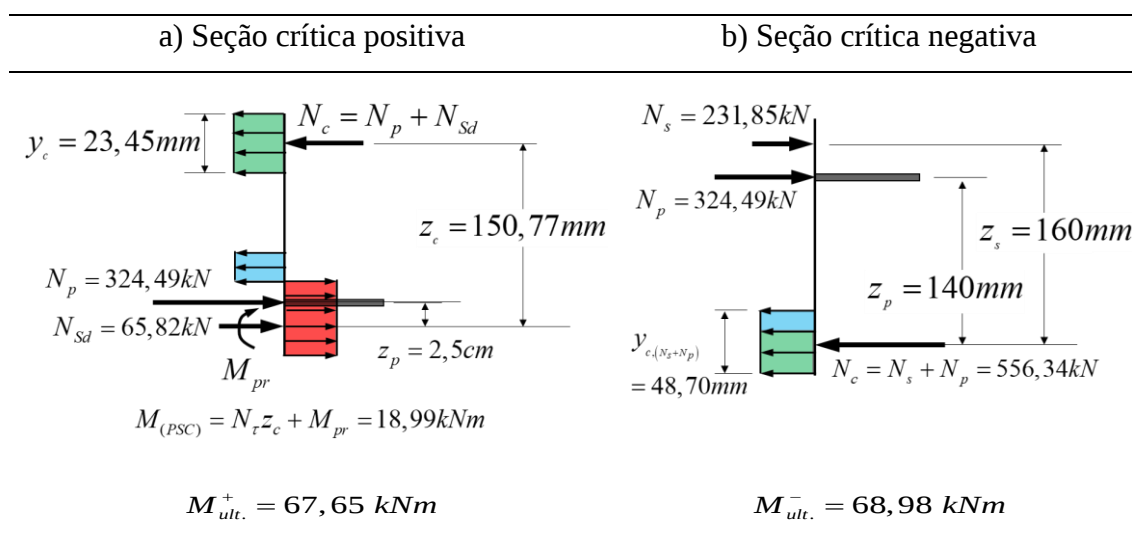


Fonte: Elaborado pelo autor

Da análise das seções críticas, positiva ($L = 1.400\text{mm}$) e negativa (sobre o apoio interno, central, em $L = 5.600\text{mm}$), espera-se pela distribuição dos momentos fletores a ocorrência da fissuração da seção sobre apoio interno para carga P da ordem de 37 kN ($M_{cr}^- = 30\text{kNm}$), vide previsão teórica da Figura 9.24. Com aumento do carregamento, deve-se atingir o momento de fissuração da seção positiva estimado é de $M_{cr}^+ = 32,5\text{kNm}$ com a carga de aproximadamente 64,5 kN. Com a fissuração da região negativa ocorre redistribuição das rigidezes e consequente uma redistribuição de esforços.

A Figura 10.39 traz a avaliação da capacidade última das seções críticas positiva e negativa, respectivamente. Na seção crítica negativa não foi considerado a contribuição da fôrma de aço na compressão. Os momentos últimos são $M_{ult.}^+ = 67,65\text{kNm}$ e $M_{ult.}^- = 68,98\text{kNm}$, para as seções positiva e negativa, respectivamente, valores aproximadamente iguais para ambas seções críticas.

Figura 10.39 – Capacidade última das seções críticas



Fonte: Elaborado pelo autor

A ruína final do sistema ocorreu com a formação das duas rótulas plástica na peça nessas seções críticas, com esgotamento da capacidade última. Dessa forma, conforme Seção 4.6.4, a força P última por vão estimada do sistema com continuidade é $P_{ult} = 121,3\text{kN}$, frente ao valor médio de 126,8 kN, relação Exp./Analítico igual a 1,05:

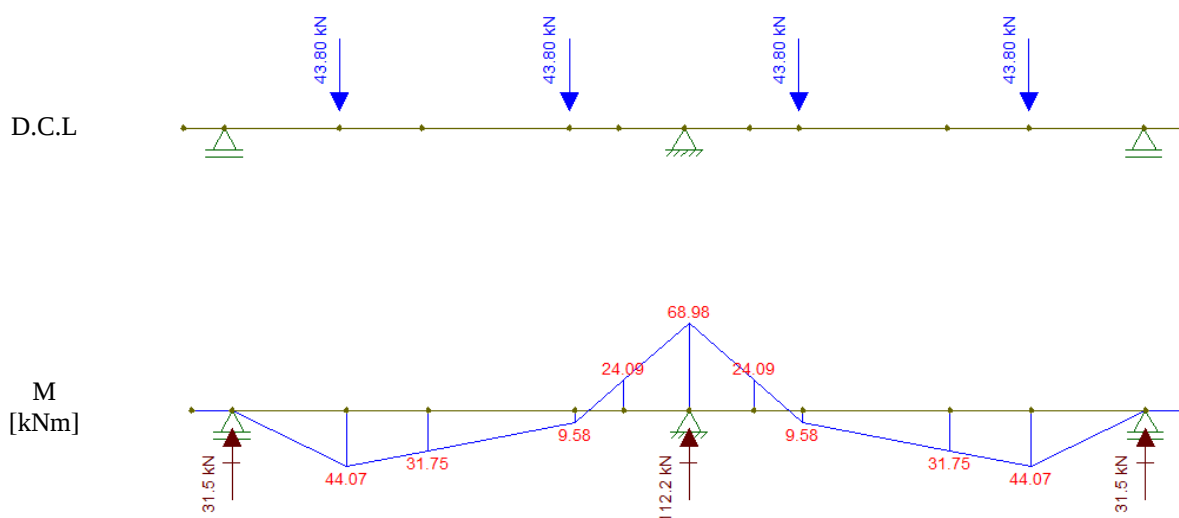
$$\begin{aligned}
 P_u (L_s = L/4) &= \frac{2 \cdot [M_u^- + 4 \cdot M_u^+]}{L} \\
 &= \frac{2 \cdot [(68,98) + 4 \cdot 67,65]}{5,6} = 121,3\text{kN}
 \end{aligned}$$

Além do aumento indicado na capacidade última, conforme apresentado no Capítulo 8.1.3, ocorreu maior controle das flechas e, portanto, um maior aproveitamento da continuidade estrutural entre vãos adjacentes no controle das deformações excessivas.

Na condição que foi construído o protótipo LMPC-03, concretado sobre as fôrmas de aço, na condição escorada, a fôrma de aço apresentam os diagramas teóricos de momento fletor e força cortante para carga última e peso próprio, das Figura 7.39 e Figura 7.40, respectivamente. Os esforços foram calculados considerando a carga última do ensaio experimental e sob atuação do peso próprio, sendo que as medições realizadas do ensaio não consideraram ação do peso próprio.

A Figura 10.40 ilustra em diagrama unifilar o sistema estático da LMPc-03 sob o carregamento teórico que leva ao momento de plastificação da seção crítica sobre o apoio central, onde $P = 87,6 \text{ kN}$ e momento fletor último é de $M_{ult.}^- = 69,98 \text{ kNm}$. O valor foi representativo com os resultados experimentais apresentado na Figura 10.27, cuja força aplicada correspondente da ordem de 85,0 kN, por vão, apresenta plastificação das armaduras negativas.

Figura 10.40 – Diagramas de momento fletor (M) da LMPc-03 sob ação da carga teórica que promoveu a plastificação da seção junto ao apoio intermediário

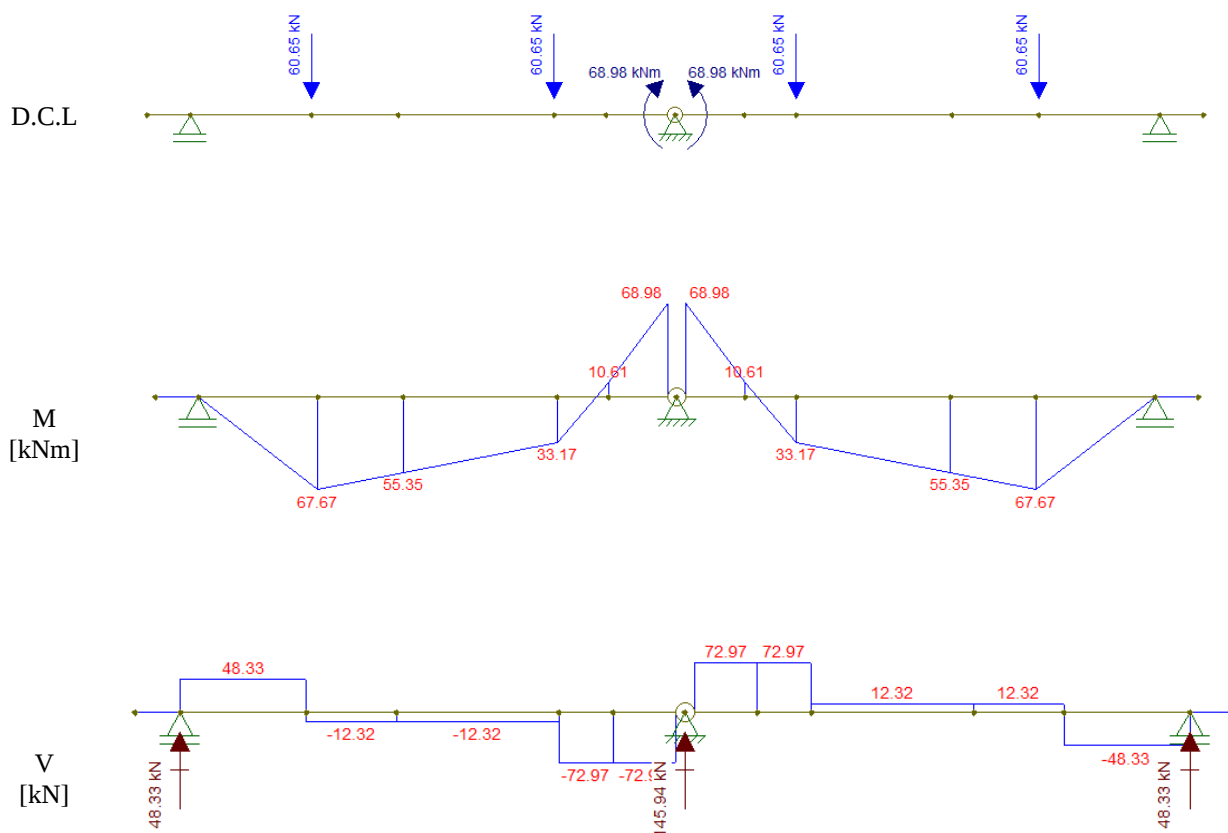


Fonte: Elaborado pelo autor

A partir das estimativas da capacidade última das seções transversais e correspondentes formação da rótula plástica na seção negativa sobre apoio central, ocorreu redistribuição de esforços, até que a seção crítica positiva tivesse sido totalmente esgotada.

A Figura 10.41 traz o diagrama unifilar do sistema da LMPc-03 quando do carregamento máximo estimado para carga no vão de $P_{ult} = 121,3 \text{ kN}$ e momento fletor resistente atuando na região do apoio interno.

Figura 10.41 – Diagramas de momento fletor (M) da LMPc-03 sob ação da carga teórica que promoveu a plastificação da seção junto ao apoio intermediário



Fonte: Elaborado pelo autor

Com os acréscimos de carregamentos, a seção crítica positiva alcançou sua capacidade limite e sistema estrutural chegou ao limite e colapso estrutural (ruína), conforme pontuado no Capítulo 9.1.3. A força cortante máxima junto ao vão de cisalhamento foi de 48,33 kN, valor próximo ao obtido pelas células de carga junto aos apoios externos, com valor médio de aproximadamente 47,2 kN. Sobre a reação de apoio junto ao apoio central, o valor estimado (teórico) foi de 145,94 kN diante o valor experimental da reação de apoio de 150,6 kN, relação Exp./Analítico igual a 1,03.

Os modelos propostos apresentados representaram de modo adequado e com acurácia o comportamento na ruína das lajes mistas protendidas.

10.3 Análise paramétrica

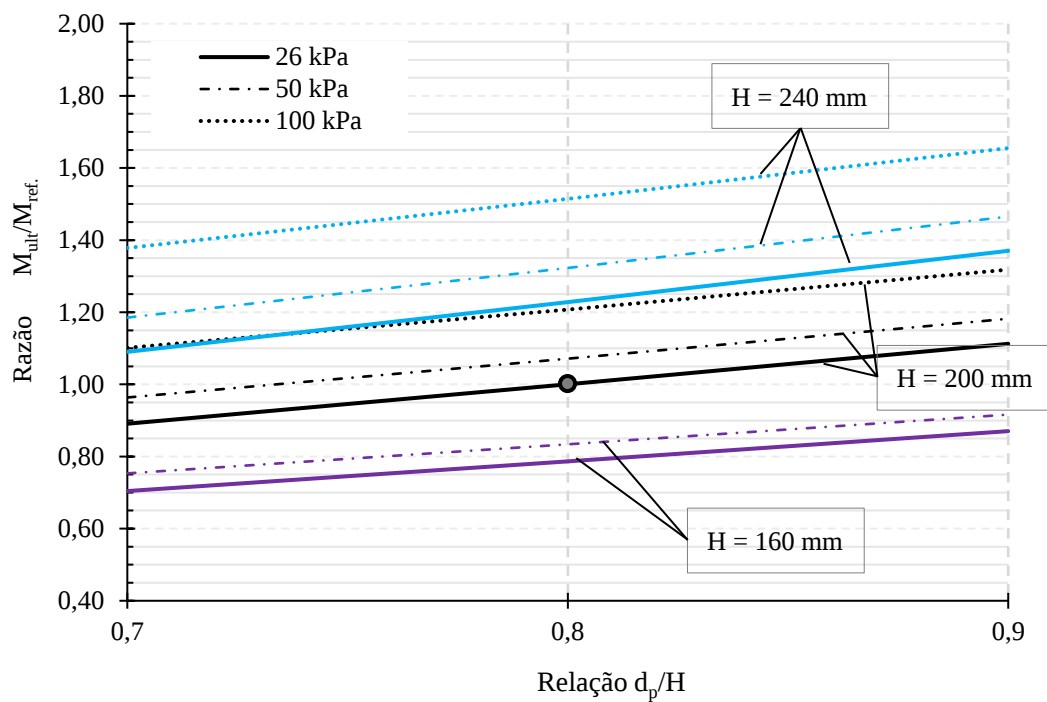
A partir dos modelos analíticos de engenharia validados diante os resultados experimentais, análises paramétricas foram desenvolvidas e são apresentadas nas Figura 10.42, Figura 10.43 e Figura 10.44.

As análises trazem os resultados da razão entre o momento último previsto e o momento último de referência do protótipo da LMP-02. Foi considerado nas análises a avaliação dos acréscimos da tensão nas armaduras ativas usando o modelo da ABNT NBR 6118:2023 (similar a ACI 318:2019) e a contribuição da fôrma de aço incorporada usando o modelo normativo estendido apresentando usando como referência à AS/NZS 2327:2017. Para a consideração do concreto leve foi utilizado as indicações de Yang *et al.*, 2014. Foi considerado armadura ativa CP190-RB-12,7mm, com tensão efetiva de protensão de 1.200 MPa (considerado perdas totais da ordem de 20%).

A primeira análise paramétrica (Figura 10.42) analisa a resposta com a variação da altura da laje H (160 mm, 200 mm e 240 mm) e da tensão última de cisalhamento τ_u (26 kPa, 50 kPa e 100 kPa), em função da variação da altura útil da laje d_p/H (0,7, 0,8 e 0,9). Observa-se relação direta com aumento da altura da laje e também da altura útil da armadura de protensão no aumento dos momentos últimos. Para a laje de referência, com o aumento da tensão de cisalhamento de aproximadamente 100% (50 kPa) e aumento de 200% (100 kPa) no parâmetro da interface τ_m , tem influência no aumento de 7% e de 20% no momento último, respectivamente.

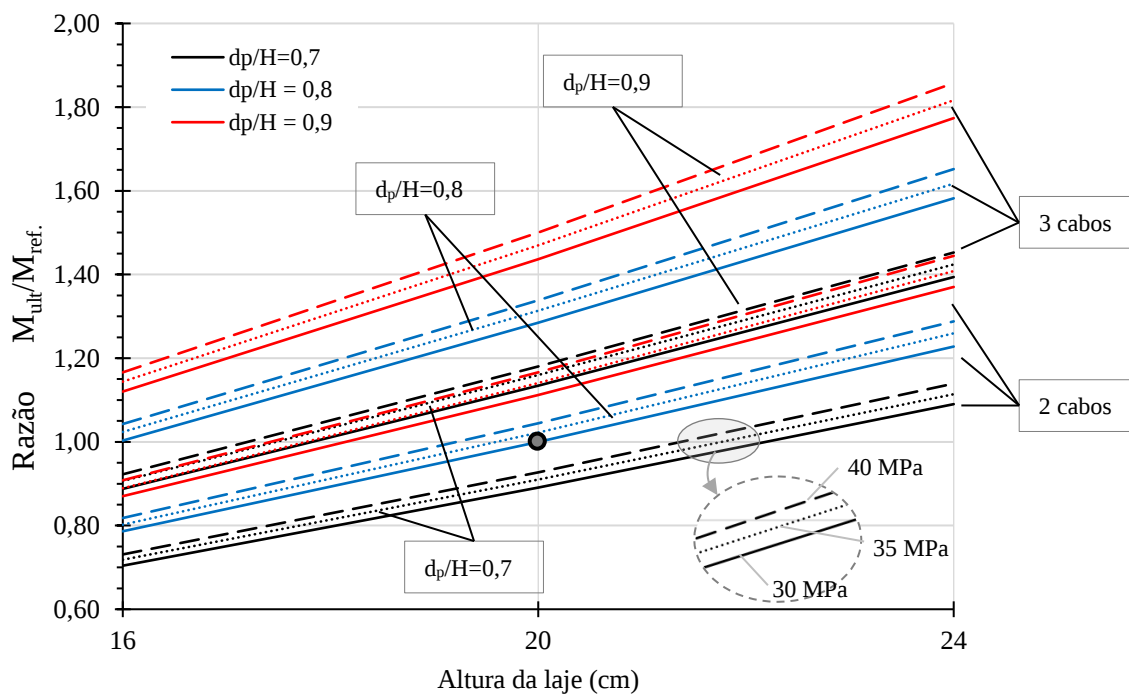
A segunda análise (Figura 10.43) avalia a variação do número de cabos (2 e 3) na laje a ser ensaiada para diferentes relações entre altura útil da armadura ativa (0,7; 0,8 e 0,9) e alturas da laje (160 mm, 200 mm e 240 mm), avaliando ainda a influência da resistência do concreto (30 MPa, 35 MPa e 40 MPa). Para a laje de referência, a variação da resistência a compressão se mostrou pouco significativa para valor do momento último, menor que 5%. O aumento da taxa de armadura ativa, alterando de 2 para 3 cabos na faixa de laje, espera-se para a laje de referência um aumento de 28,5% no M_u .

Figura 10.42 - Análise paramétrica: altura da laje, tensão última de cisalhamento – em função da altura útil/espessura total da laje



Fonte: Elaborado pelo autor

Figura 10.43 – Análise paramétrica: altura da laje, altura útil, número de cabos e resistência do concreto



Fonte: Elaborado pelo autor

A variação da altura útil da armadura ativa na seção d_p/H (0,7, 0,8 e 0,9), tomando laje de referência no valor de 0,8, mantendo constantes os demais parâmetros, resultou que para d_p/H iguais a 0,7 e 0,9, a razão estimada foram de diminuição de aproximadamente 11% e um aumento de 11% no momento último, respectivamente.

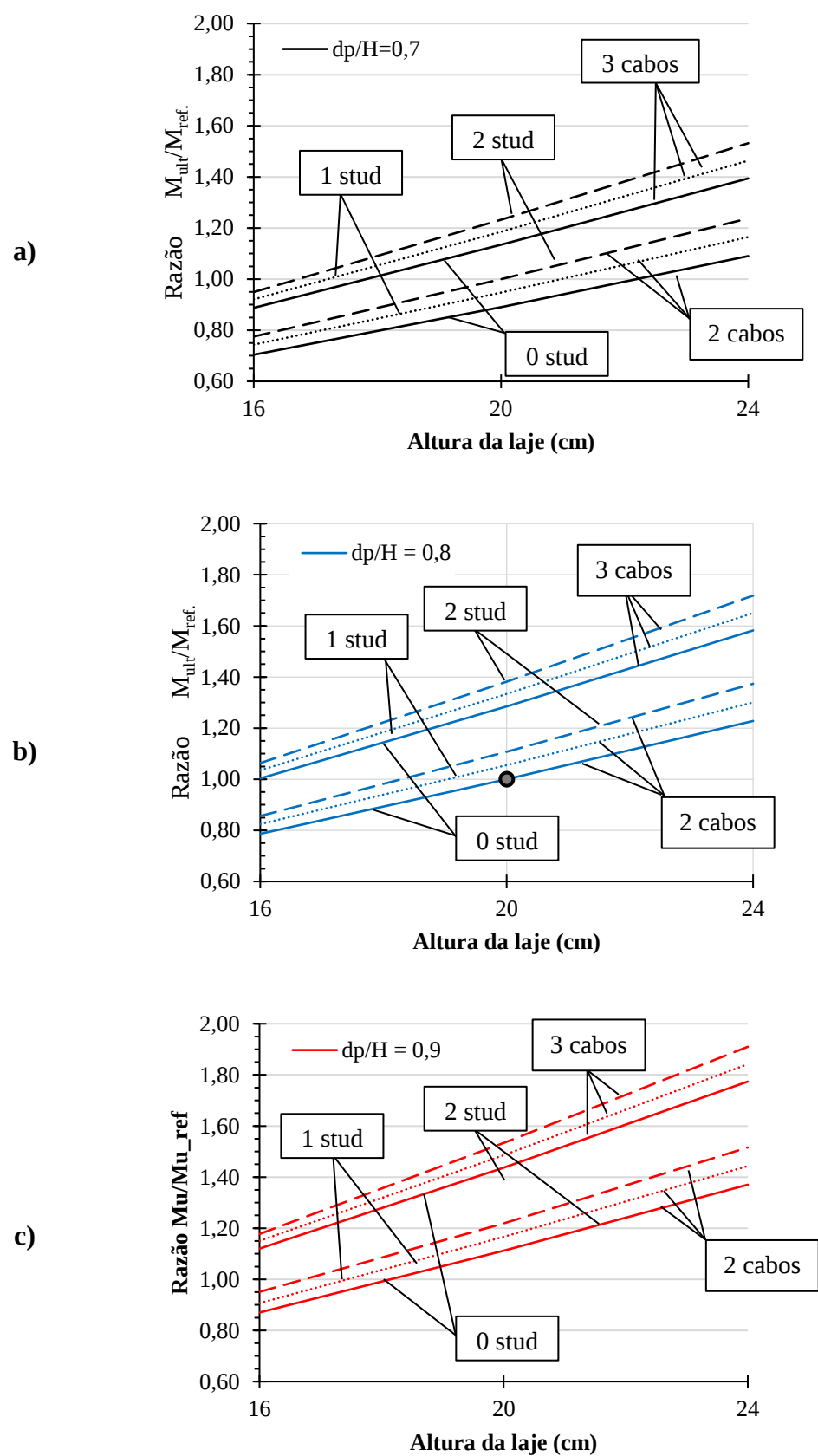
O aumento da altura da laje para o valor de 240 mm, aumento de 20% na altura total, trouxe aumento no momento último de 23%. Já a diminuição da altura da laje para 160 mm (redução da altura em 20%), ocasionou redução do momento último de 21%, demonstrando relação praticamente direta entre aumento da altura com o momento último devido aumento relação de altura útil da laje.

A análise paramétrica (Figura 10.44) considerando a contribuição teórica quando da presença de conectores de cisalhamento junto aos apoios, tomando como referência a laje sem conector de cisalhamento, variando ainda o número de monocordoalhas de protensão, em função da altura da laje para diferentes alturas útil (a, b e c). O uso de um e de dois conectores de cisalhamento por nervura da laje de referência, aumento em 5% e 10%, respectivamente, o momento último esperado, respectivamente.

Para a laje mista de 240 mm, $d_p/H=0,9$, composta por dois cabos ativos e considerando ou não a contribuição da presença de dois conectores de cisalhamento por nervura da fôrma de aço, apresentou razão do valor previsto da laje de referência de 1,37 e 1,52, respectivamente ao momento último. Quando da consideração de três cabos ativos, os valores foram de razão foram de 1,77 e 1,91, respectivamente, ao momento último.

Destaca-se aqui uma variedade de opções ao projetista ao aumento da capacidade resistente com a mudança da altura útil e total, concreto, aumento do número de monocordoalhas e ainda do uso da contribuição dos conectores de cisalhamento junto aos apoios. Para a mesma laje de referência, com uso de três cabos (um em cada nervura e cabo adicional sobre região das emendas entre fôrmas de aço incorporadas e ainda do uso de dois conectores em cada nervura da fôrma de aço, espera-se um aumento da capacidade última da ordem de 38% do seu momento fletor na ruína. Esse aumento é da mesma ordem de grandeza ao que se obteria para a laje de 240 mm, com o uso de dois conectores junto aos apoios e usando 2 cabos de protensão ($\phi 12.7mm$), ou ainda, de laje mista com altura de 240 mm, sem uso de conectores, com altura útil de 0,9H e com resistência de interface da ordem do dobro da obtida para fôrma de aço utilizada.

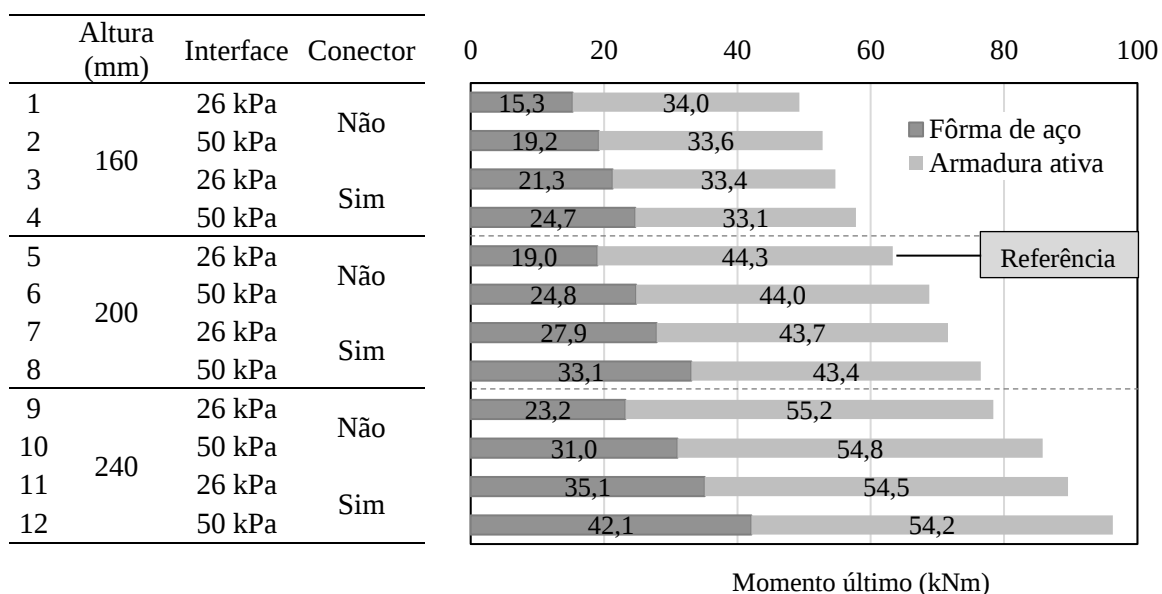
Figura 10.44 - Análise paramétrica: número de monocordoalhas, presença de conectores de cisalhamento na nervura, altura da laje – em função da altura útil



Fonte: Elaborado pelo autor

Sobre a avaliação das forças de tração na seção, compostas pela fôrma de aço incorporada e pela armadura ativa na contribuição no momento último (de ruína) do sistema, a proposta do modelo proposto do método geral $(M \times N)_{PSC}$ permite uma direta distinção entre as parcelas de contribuição do momento fletor. Dessa forma, de modo comparativo apresentam-se na Figura 10.45, o comparativo entre as parcelas de contribuição de forças na seção ao momento último característico para lajes mistas protendidas considerando alturas de 160 mm, 200 mm e 240 mm, com variação da interface de 26 kPa (experimental) e 50 kPa (teórico), e inclusão teórica da presença ou não da contribuição dos conectores de cisalhamento tipo com cabeça $2\phi 19$ mm por nervura da fôrma de aço.

Figura 10.45 - Comparativo da contribuição na fôrma de aço e da armadura ativa no momento último da seção



Fonte: Elaborado pelo autor

Em termos percentuais, considerando a laje mista protendida de referência (altura de 200 mm), a parcela tração na fôrma de aço, formada pela força mobilizada pelo atrito nos apoios e interface aço-concreto e o momento plástico da fôrma de aço, representou da ordem de $30\% \cdot M_{u,ref}$ da contribuição ao momento último da seção mista protendida, restando a contribuição da ordem de $70\% \cdot M_{u,ref}$ para as armaduras ativas.

Com um aumento (teórico) da força de cisalhamento na interface para 50 kPa, a contribuição da fôrma de aço aumenta para aproximadamente $(36\% \cdot M_{u,ref})$. Ao considerar ainda a parcela mobilizada de força mobilizada quando da presença de dois conectores de cisalhamento, 2 ϕ 19 mm por nervura da fôrma de aço junto aos apoios, a contribuição da fôrma de aço ao momento último da seção foi da ordem de 39% e 43%, para resistências de interface experimental e teórica de 26 kPa e 50 kPa, respectivamente. Resultados similares foram obtidos para seções com alturas de 160 mm e 200 mm.

Sobre a contribuição da parcela de momento último pela fôrma de aço incorporada, para a laje de referência ($h = 200$ mm, $\tau_m = 26kPa$), tem-se as seguintes parcelas de contribuição na força de tração mobilizada na seção do vão de cisalhamento: força total de tração de 65,6 kN: dividida em nas forças mobilizadas devido ao atrito nos apoios de 23,6 kN (36%) e a força mobilizada da interface aço-concreto leve: 42,0 kN (64%).

As análises apresentadas trazem estudo sobretudo ao desempenho de variáveis geométricas da seção transversal, aumento da força de protensão, parâmetro de interface e presença de dispositivos auxiliares de conexão fôrma de aço e concreto. Além disso, analisaram a contribuição da seção transversal formada pela fôrma de aço incorporada do tipo trapezoidal, monocordoalhas engraxadas e concreto leve formado por argila expandida, do momento último característico.

Esclarece o autor que para o projeto das lajes mistas protendidas outras análises estruturais devem ser tomadas como premissas básicas de projetos: verificação das tensões de compressão e tração nas seções transversais, nas condições em vazio e em serviço, avaliação das perdas de protensão imediatas e progressivas e avaliação das contra-flechas e flechas. Quando na condição estática das lajes com continuidade entre apoios, a avaliação dos hiperestáticos de protensão. Na condição última (ruína), a avaliação de outros modos de ruína deve ser verificada.

11 CONCLUSÕES

O presente trabalho apresentou uma investigação sobre o comportamento estrutural de lajes mistas protendidas na condição simplesmente apoiada e com continuidade nos apoios, formadas por fôrmas de aço incorporadas do tipo trapezoidal, concreto leve produzido com agregados leves do tipo argilas expandidas e de armaduras ativas compostas por monocordoalhas engraxadas. O estudo foi dividido em quatro partes principais: i) caracterização mecânica dos materiais e da interface da fôrma de aço e concreto leve, ii) comportamento durante ato de protensão, iii) um estudo exploratório sob condições em serviço e, por fim, iv) estudo do comportamento último dos protótipos em escala real, sob ensaio de flexão. Foi possível explorar todos os conceitos e fundamentos atinentes às estruturas das lajes mistas e das estruturas protendidas, destacar suas peculiaridades, obtendo informações sobre os modos de falha, resistências dos materiais e aspectos dos efeitos diferidos no tempo.

As principais conclusões podem ser destacadas:

- As lajes mistas (não-protendidas) formadas pelas fôrmas de aço incorporada e concreto leve desenvolvidas apresentaram comportamento dúctil, com ruína (estado último) devido ao cisalhamento longitudinal, evidenciadas pela típica formação de pronunciadas fissuras diagonais próximas aos pontos de aplicação das forças e pelos deslizamentos relativos entre a fôrma de aço e o concreto. Somam-se a ocorrência de instabilidades locais (ondulações na parte comprimida) do perfil da fôrma de aço junto a seção crítica e da separação vertical entre aço e concreto no vão de cisalhamento;

- A caracterização da interface fôrma de aço incorporada e concreto leve feita com base nos ensaios de flexão de dois vãos de cisalhamento em lajes mistas ditas convencionais se mostrou adequada experimentalmente pelo método da interação parcial com uso do valor médio da resistência da interface. A proposta desconsidera o peso próprio do concreto como solicitação ao momento fletor e força cortante para a caracterização das lajes mistas, pela condição inicial isolada de suporte aos carregamentos de peso próprio e, considera-se mais pertinente e adequada a separação da parcela de resistência da interface e daquela devido ao atrito nos apoios.

- As lajes mistas do presente estudo, na condição simplesmente apoiadas, quando comparadas com os resultados experimentais disponíveis na literatura que usaram a mesma especificação técnica da fôrma de aço incorporada, em outros estudos em datas passadas, apresentaram uma diminuição da capacidade última, em torno de 20%, quando comparadas as previsões pelo método m-k de caracterização do cisalhamento longitudinal pelos ensaios anteriores, presentes na literatura. As causas da diferença média verificada não puderam ser categoricamente determinadas, em razão das diferentes variáveis envolvidas, sejam elas a mudança do tipo de concreto ou associadas a conformação ou material da fôrma de aço, além da diferença do ensaio padrão utilizado pelos outros autores.

- Na avaliação da ruína da laje mista (não protendida) com continuidade, os resultados das diferentes abordagens de previsões analíticas tiveram excelente acurácia na previsão do comportamento último da laje mista usando concreto leve com sistema estático com continuidade entre vãos adjacentes. As previsões para a ruína por momento fletor associada ao cisalhamento longitudinal foram baseadas nos resultados da caracterização da interface pelos ensaios dos protótipos simplesmente apoiados. A proposta do método geral $M \times N_{PSC}$ para o método da interação parcial mostrou-se adequado e com resultados aproximados aos do método de interação parcial normativo de referência do Eurocode 4:2004 e AS/NZS 2327:2017.

- Sobre o concreto leve, a massa específica média foi de 1.550 kg/m^3 , com redução da ordem de 35% da massa específica dos concretos de peso normal. A resistência à compressão média foi de 30 MPa. A resistência a tração média obtida experimentalmente apresentou valores inferiores àqueles estimados pelas previsões encontradas na literatura tomando como referência estimativas pelo valor da resistência a compressão.

- Os ensaios exploratórios da retração e fluência do concreto leve possibilitaram uma análise reológica do concreto no ambiente de ensaio monitorado. Nesse ponto, foi apresentado uma proposta de previsão dos valores de retração e fluência a partir do informativo ABNT NBR 6118:2023 ajustados pelos parâmetros indicados no EN-1992-1-1:2004 na consideração do concreto leve, apresentaram resultados satisfatórios e representativos.

- A proposta experimental dos protótipos das lajes mistas protendidas mostrou-se exequível e reproduzível, em que foram descritos e ilustrados os detalhes referentes a

preparação do concreto, montagem e dos serviços de protensão. Todos os cuidados com as regiões das ancoragens foram indicados.

- No ato de protensão das lajes mistas, o concreto leve apresentou comportamento linear quanto aos efeitos da protensão. Não foram verificadas ocorrência de deslizamentos relativos entre fôrma de aço e concreto. Os resultados foram comparados experimentalmente com as previsões analíticas propostas com a consideração da seção mista homogeneizada, cujos valores de deformação, encurtamentos e flechas dos protótipos serviram aproximadamente como valores limites aos resultados experimentais, apresentando-se resultados satisfatórios, nas perdas imediatas, flechas e deformações.

- Os modelos de avaliação da retração e fluência a partir do informativo ABNT NBR 6118:2023 ajustado pelos parâmetros indicados no EN-1992-1-1:2004 na consideração do concreto leve, apresentaram resultados médios representativos na avaliação dos efeitos diferidos no tempo para as perdas de protensão e nas estimativas das flechas imediatas e progressivas, com nível de aproximação adequado.

- A instrumentação proposta possibilitou a medição e correlação da resposta teórica na avaliação das deformações, flechas e perdas de protensão de interesse, imediatas e ao longo do tempo monitorado. Sobre a proposta dos ensaios com aplicação de carregamento vertical por controle de deslocamento, os mesmos permitiram obtenção das curvas até nível de carga considerados aproximadamente assintóticos para as lajes mistas protendidas e na laje mista protendida com continuidade a obtenção de curvas pós-pico.

- Sobre o comportamento na ruína dos protótipos das lajes mistas protendidas, os resultados experimentais das forças últimas foram obtidos para valores aproximados das flechas máxima da ordem $L/50$, valores próximos ao correspondente valor limite do curso dos atuadores servo-hidráulicos junto ao Laboratório de Estruturas. Dos ensaios sob flexão, os protótipos apresentaram comportamento inicial linear, com formação de fissuras junto às seções críticas, seguida pela ocorrência dos deslizamentos relativos em ambas as extremidades, entre a fôrma de aço e o concreto leve. A capacidade última ficou definida pelo acréscimo significativo de deformações e deslocamentos verticais com pequenos acréscimos da carga última ou pela queda da curva da carga no pós-pico.

- O protótipo da laje mista protendida com continuidade, pelas suas grandes dimensões longitudinais e pelo seu esquema estático, apresentou detalhes e cuidados especiais na preparação, montagem, protensão e ensaio de flexão, dado a montagem de células de carga nos apoios e montagem de dois pórticos de reação, com seus respectivos atuadores servo-hidráulicos controlados e sincronizados. Os resultados experimentais mostraram condizentes com os esperados sobretudo pela simetria geométrica e de carregamentos e dos deslocamentos impostos alcançados.

- A ruína do protótipo com continuidade ocorreu primeiramente com o esgotamento e plastificação da seção transversal, na formação da rótula plástica junto ao apoio central, evidenciada pelo esmagamento do concreto leve na borda inferior da seção e pelo escoamento das armaduras passivas negativas e com nível de força nas cordoalhas compatíveis com o de escoamento das armadura ativas, com região da borda superior com extensas aberturas de fissuras. Sobre o esgotamento da seção positiva, a ruína ocorreu pela flexão associada ao cisalhamento longitudinal, junto as seções de momento fletores máximos, situadas sob os pontos de aplicação do carregamento, vãos externos. Nítida formação de fissuras, típicas, com definição clara do vão de cisalhamento, que alcançaram grandes aberturas sob a carga última e com presença de deslizamentos relativos de extremidade entre fôrma de aço e o concreto leve.

- Através das abordagens analíticas propostas e com o valor da resistência ao cisalhamento da interface aço-concreto obtida nos dois ensaios das lajes mistas usando concreto leve, os valores das estimativas da capacidade últimas dos sistemas baseadas nas adaptações ao método de interação parcial normativo e da proposta denominada método geral, associadas as estimativas dos acréscimos das forças nas armaduras ativas pelo método normativo do ACI 318:2019 (similar da ABNT NBR 6118:2023) e de métodos semiempíricos, estimaram com nível satisfatório a capacidade resistente da seção positiva e negativa dos sistemas, com valores médios de razão Experimental/Analítica igual a 1,00 a 1,05.

- Com base no Princípio dos Trabalhos Virtuais (PTV) e da Teoria das Rótulas Plásticas, determinou-se a carga última (de ruína) do sistema com continuidade, com base nas capacidades resistentes previstas para o momento resistente positivo, que considera a interação parcial para seções submetidas aos momentos positivos, e ao momento resistente da seção submetida aos momentos negativos.

Os modelos propostos apresentados representaram de modo adequado e com acurácia o comportamento na ruína das lajes mistas protendidas.

Como sugestões para trabalhos futuros recomendam-se:

- Estudo sobre a contribuição do uso de conectores de cisalhamento junto aos apoios em vigas metálicas no aumento da força mobilizada junto a interface da fôrma de aço incorporada e o concreto; além da influência desses conectores quanto a possíveis efeitos maléficos de retenção da protensão junto aos apoios;
- Investigação do desempenho dinâmico do sistema de pisos apresentados;
- Estudo do comportamento em situação de incêndio do sistema estrutural das lajes mistas formadas pelas fôrmas de aço incorporadas, uso de concreto leves usando argilas expandidas e protensão não aderente usando monocordoalhas engraxadas;
- Avaliação de diferentes tipos de fôrmas de aço incorporadas, com variação da espessura, tipos de fôrmas e outras taxas de armaduras negativas quando em continuidade entre tramos adjacentes.
- Investigação estrutural dos outros modos de colapso correlatos ao sistema estrutural avaliado, como o cisalhamento vertical e punção, além de estudos em corpos de provas reduzidos na avaliação da ruptura das ancoragens por meio de blocos de concreto leve parcialmente carregados, com diferentes armaduras de fretagens e suas disposições;
- Desenvolvimento de concretos leves estruturais a partir de outros agregados e pesquisas correlatas;
- Estudo de viabilidade econômica do uso de concreto leves e protensão não-aderente aos sistemas de pisos em aplicações de obras de estruturas mistas de aço e concreto;
- Fica sugerido, por fim, a realização de modelagens numéricas baseadas no Método dos Elementos Finitos (MEF), com uso de pacotes computacionais. Explorar as simulações numéricas, notadamente tridimensionais com comportamento não-linear dos materiais, quando da protensão e com a inclusão das propriedades dependentes do tempo,

com análise da resposta ao longo do tempo, na consideração da retração não-uniforme (por camadas na seção transversal) e a fluência do concreto e da relaxação da armadura ativa. Avaliar as perdas de protensão e flechas imediatas e progressivas. Outro ponto trata-se da simulação numérica dos protótipos sob ensaio de flexão na avaliação da ruína. Aspectos como a modelagem e leis constitutivas materiais do concreto leve na compressão e tração, fôrma de aço incorporada, monocordoalhas e das condições de contorno do problema foram indicadas ao longo do presente trabalho. Para o concreto leve indica-se o modelo proposto por Thorenfeldt *et al.* (1987) com ajuste proposto por Yang, *et al.* (2014) e modelos de elasto-plasticidade para os aços, que se mostraram condizentes aos resultados experimentais. Para o problema da interface aço-concreto indica-se a modelagem da interface, com a estratégia do Modelo de Atrito de Coulomb, conforme proposta de Rodrigues (2020). Na interface concreto e cordoalhas não-aderentes indica-se o modelo de Dörr (Diaz, 2018).

Espera-se ainda que as contribuições desta pesquisa possam gerar reflexão à comunidade científica e da construção civil sobre o uso de materiais e técnicas alternativas de elevada técnica e rigor científico. Destaca-se principalmente os relativos ao uso e tecnologia de concretos leves estruturais, e sobre as considerações do uso e projeto da solução das lajes mistas protendidas do tipo não-aderente, com devida preocupação aos projetistas e construtores nas questões atinentes ao ato de protensão e da estrutura na condição em serviço e última (ruína). Por fim, consubstanciar avanços na engenharia estrutural e de literatura técnica especializada às revisões das normas brasileiras de concreto estrutural e das estruturas metálicas e mistas de aço e concreto, nas ABNT NBR 6118:2023 e ABNT NBR 8800:2024, respectivamente, nos estudos e avanços ao uso, aplicação, projeto e conhecimento técnico das estruturas de concreto leve protendido e mistas de aço e concreto, respectivamente.

REFERÊNCIAS

AARTHI, D. K.; JEYSHANKARAN, E.; ARANGANATHAN, N. Comparative study on longitudinal shear resistance of light weight concrete composite slabs with profiled sheets. **Engineering Structures**, v. 200, 109738, 2019.

ABAS, F. M.; GILBERT, R. I.; FOSTER, S. J.; BRADFORD, M. A. Strength and serviceability of continuous composite slabs with deep trapezoidal steel decking and steel fibre reinforced concrete. **Engineering Structures**, v. 49, p. 866-875, 2013.

ABSPOEL, R.; STARK, J.; PRINS, H. J. The influence of vertical shear on the hogging bending moment resistance of ComFlor composite slabs. **In: 12th International Conference on Advances in Steel-Concrete Composite Structures – ASCCS**, 2018, Valencia. Proceedings [...], pp. 183-190, Universitat Politècnica de Valencia, 2018.

AHMED, I. M.; TSAVDARIDIS, K. D. The evolution of composite flooring systems: applications, testing, modelling and Eurocode design approaches. **Journal of Constructional Steel Research**, v.115, p.286-300, 2019.

AL-DEEN, S. Hydro-mechanical analysis of non-uniform shrinkage development and its effects on steel-concrete composite slabs. **Steel and Composite Structures**, v. 26, n.3, p.303-314, 2018.

AL-DEEN, S.; RANZI, G. Effects of Non-uniform Shrinkage on the Long-term Behavior of Composite Steel-Concrete Slabs. **International Journal of Steel Structures**, v.15, n.2, p.415-162, 2015.

AL-DEEN, S.; RANZI, G.; UY, B. Non-uniform shrinkage in simply-supported composite steel-concrete slabs. **Steel and Composite Structures: An International Journal**, v.18, n.2, p. 375 - 394, 2015.

ALKHAIRI, F. M. **On the flexural behavior of concrete beams prestressed with unbonded internal and external tendons**. PhD dissertation, University of Michigan, Ann Arbor, Michigan, 1991.

ALKHAIRI, F. M.; NAAMAN, A. Analysis of beams prestressed with unbonded internal or external tendons. **Journal of Structural Engineering**, v. 119, n. 9, p. 2680-2700, 1993.

ALQAM, M.; ALKHAIRI, F. M. Numerical and analytical behavior of beams prestressed with unbonded internal or external steel tendons: a state-of-the-Art review. **Arabian Journal for Science and Engineering**, v. 44, p. 8149-8170, 2019.

ALQAM, M.; ALKHAIRI, F. M.; NAAMAN, A. An improved methodology for the prediction of the stress at ultimate in unbonded internal and external steel tendons. **Arabian Journal for Science and Engineering**, v. 45, p. 7915-7954, 2020.

ALTOUBAT, S.; RIEDER, K. A.; JUNAID, M. T. Short- and long-term restrained shrinkage cracking of fiber reinforced concrete composite metal decks: an experimental study. **Materials and Structures**, v. 50, n. 2, p. 1-15, 2017.

ALVES, J. C. **Análise de vigas com protensão não-aderente submetidas a carga de curta e longa duração via método dos elementos finitos**. 2020. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil) – Centro de Tecnologia, Universidade Federal do Ceará, Fortaleza, 2020.

AMERICAN ASSOCIATION OF STATE HIGHWAY AND TRANSPORTATION OFFICIALS. **AASHTO LRFD Bridge Design Specifications**. Washington, 2017.

AMERICAN CONCRETE INSTITUTE. **ACI 209.2R-08**: Guide for modeling and calculating shrinkage and creep in hardened concrete. Farmington Hills, 2008.

AMERICAN CONCRETE INSTITUTE. **ACI 211.2-98**: Standard practice for selecting proportions for structural lightweight concrete. Farmington Hills, 2004.

AMERICAN CONCRETE INSTITUTE. **ACI 213R-14**: Guide for structural Lightweight-Aggregate Concrete. Farmington Hills, 2014.

AMERICAN CONCRETE INSTITUTE. **ACI 318**: Building code requirements for structural concrete – code requirements and commentary. Farmington Hills, 2019.

AMERICAN NATIONAL STANDARDS INSTITUTE/AMERICAN SOCIETY CIVIL ENGINEERS: **ANSI/ASCE 3-9**: Standard for the structural design of composite slabs. New York, 1992.

AMERICAN NATIONAL STANDARDS INSTITUTE/STEEL DECK INSTITUTE. **ANSI/SDI C**: Standard for composite steel floor deck-slabs. Ohio, 2011.

AMERICAN SOCIETY FOR TESTING AND MATERIALS. **ASTM A370-14**: Standard test methods and definitions for mechanical testing of steel products. ASTM International, 2014.

ARAÚJO, G. S. **Análise do Comportamento e da Resistência de um Sistema de Lajes Mistas pelo Método da Interação Parcial**. 2008. Dissertação (Mestrado em Engenharia de Estruturas) – Escola de Engenharia, Universidade Federal de Minas Gerais, Belo Horizonte, 2008.

ARCELOR MITTAL. Aços de protensão: fios e cordoalhas (catálogos). 2021. Disponível em: <http://brasil.arcelormittal.com>. Acesso em: 26 de fev. 2021.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 14762**: Dimensionamento de estruturas de aço constituídas por perfis formados a frio. Rio de Janeiro, 2010.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 15575**: Edificações habitacionais – desempenho Parte 1: requisitos gerais. Rio de Janeiro, 2013.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 16889**: Concreto – Determinação da consistência pelo abatimento do tronco de cone. Rio de Janeiro, 2020.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 5738**: Concreto – Procedimento para moldagem e cura de corpos de prova. Rio de Janeiro, 2015.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 6118**: Projeto de estruturas de concreto. Rio de Janeiro, 2023.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 7008-3**: Chapas e bobinas revestidas com zinco ou liga de zinco-ferro pelo processo contínuo de imersão a quente – Parte 1: Aços estruturais. Rio de Janeiro, 2021.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 7197**: Projeto de estruturas de concreto protendido. Rio de Janeiro, 1989.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 7480**: Aços destinados às armaduras para estruturas de concreto armado – Requisitos. Rio de Janeiro, 2024.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 7483**: Cordoalhas de aço para estruturas de concreto protendido - Especificação. Rio de Janeiro, 2021.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 7484**: Barras, cordoalhas e fios destinados a armaduras de protensão - Método de ensaio de relaxação isotérmica. Rio de Janeiro, 2020.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 8800**: Projeto de estruturas de aço e de estruturas mistas de aço e concreto de edifícios. Rio de Janeiro, 2008.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 8800**: Projeto de estruturas de aço e de estruturas mistas de aço e concreto de edifícios. Rio de Janeiro, 2024.

AUSTRALIAN STANDARD. **AS 3600**: Concrete structures. Sydney, 2009.

AUSTRALIAN STANDARD. **AS 3600**: Concrete structures. Sydney, 2018.

AUSTRALIAN STANDARDS/NEW ZELAND STANDARDS. **AS/NZS 2327**: Composite structures-composite steel-concrete construction in buildings. Wellington, 2017.

AXSON, D. P. **Ultimate bearing strenght of post-tensioned local anchorage zones in lightweight concrete**. Master of Science in Civil Engineering – Virginia Polytechnic Institute and State University, 2008.

BAILEY, C.G.; CURRIE, P.M.; MILLER, F.R. Development of a new long span composite floor system. **The Structural Engineering**, v. 84, n. 21, p. 32–8, 2006.

BARBIERI, R. A. **Modelo numérico para análise à flexão de elementos estruturais com protensão aderente e não aderente**. Tese (Doutorado em Engenharia de Civil) - Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2003.

BAŽANT, Z. P. Prediction of concrete creep effects using age-adjusted effective modulus method. **Journal of the American Concrete Institute**, v. 69, p. 212-217, 1972.

BAŽANT, Z. P.; NAJJAR, L. J. Nonlinear water diffusion in nonsaturated concrete. **Materiaux et Constructions**, v. 5, n.25, p. 3-20, 1972.

BELGO BAKAERT ARAMES. Fios e Cordoalhas para Concreto Protendido - ArcelorMittal. Disponível em: www.belgo.com.br/wp-content/uploads/2019/02/Fios-cordoalhas-2019.pdf. Acesso em: mar. de 2021.

BOCCIARELI, M.; RANZI, G. Evaluation of shrinkage-induced deflection of composite slabs with simplified design approach and a hygro-thermo-chemical-mechanical model. **In: Proceedings of the 25th Australian Conference on the Mechanics of Structures and Materials**, Brisbane, Australia, 2018.

BOCCIARELLI, M.; RANZI, G. Identification of the hygro-thermo-chemical-mechanical model parameters of concrete through inverse analysis. **Construction and Building Materials**, v. 162, p. 202-214, 2018.

BRADFORD, M. Generic modelling of composite steel-concrete slabs subjected to shrinkage, creep and thermal strains including partial interaction. **Engineering Structures**, n. 32, p. 1459-1465, 2010.

BRADFORD, M.; GILBERT, R. I.; ZEUNER, R.; BROCK, G. Shrinkage Deformations of Composite Slabs with Open Trapezoidal Sheeting. **Procedia Engineering**, n. 14, p. 52-61, 2011.

BRANSON, D. E. Design procedures for computing deflections. **Journal of American Concrete Institute**, v. 65, n. 9, p. 730-42, 1968.

BRENDOLAN, G. **Análise do comportamento e da resistência de um sistema de lajes com fôrma de aço incorporada**. 2007. Dissertação (Mestrado em Engenharia de Estruturas) - Universidade Federal de Minas Gerais, Belo Horizonte, 2007.

BRITISH STANDARD. **BS5950-4**: Structural use of steelwork in buildings – Part 4: Code of practice for design of composite slabs with profiled steel sheeting. London, 1994.

CAMPOS, P. C. **Efeito da continuidade no comportamento e na resistência de lajes mistas com fôrma de aço incorporada**. 2001. Dissertação (Mestrado em Engenharia de Estruturas) – Escola de Engenharia, Universidade Federal de Minas Gerais, Belo Horizonte, 2001.

CANADIAN SHEET STEEL BUILDING INSTITUTE. **CSSBI S3**: Criteria for the design of composite slabs. Cambridge, Ontario, 2008.

CANADIAN STANDARD ASSOCIATION. **CSA A23.4**: Design of concrete structures. Ontario, 2014.

CAO, G.; HAN, C.; DAI, Y.; ZHANG, W. Long-Term Experimental Study on Prestressed Steel-Concrete Composite Continuous Box Beams. **Journal Bridge Engineering**, v. 23, n. 9, p.04018067, 2018.

CARRIER, R. E.; PU, D. C.; CADY, P. D. Moisture distribution in concrete bridge decks and pavements. **In: Symposium of Durability of concrete**. American Concrete Institute, v. 47, p. 169-192, 1975.

CAUDURO, E. L. **Manual para a Boa Execução de Estruturas Protendidas Usando Cordoalhas de Aço Engraxadas e Plastificadas**. 2003. Disponível em: http://www.set.eesc.usp.br/mdidatico/protendido/arquivos/manual_para_a_boa_execuca_o_de_estruturas_protendidas.pdf. Acesso em: 14 jan. 2019.

CHEN, S. JIA, Y.; WANG, X. Experimental study of moment redistribution and load carrying capacity of externally prestressed continuous composite beams. **Structural Engineering and Mechanics**, v. 31, n. 5, p. 605-619, 2009.

CHEN, S. Load carrying capacity of composite slabs with various end constraints. **Journal Construction Steel Research**, v.59, n. 3, p. 385-403, 2003.

CHEN, S.; ZHANG, Z. Effective width of a concrete slab in steel–concrete composite beams prestressed with external tendons. **Journal of Constructional Steel Research**, v. 62, p. 493-500, 2006.

CHINA ACADEMY OF BUILDING RESEARCH. **CABR:JGJ-04**: Technical specifications for concrete structures prestressed with unbonded tendons. Beijing, 2004.

CINEXPAN BRASIL. Argilas expandidas. Disponível em: <http://www.cinexpan.com.br>. Acesso em 05 de jun. 2020.

CRISINEL, M. Conception et calcul des dalles mixtes acier-béton. [S. l.]. DOI: 10.51257/a-v1-c2567. Acesso em: 17 mai. 2020.

DANIELS, B. J.; CRISINEL, M. Composite slab behavior and strength analysis. Part II: Comparisons with test results and parametric analysis. **Journal Structural Engineering**, v. 119, n. 1, p. 36-49, 1993.

DANIELS, B. J.; LEARY, D. O.; CRISINEL, M. The analysis of composite slabs with profiled sheeting using a computer based semi-empirical partial interaction approach. In: [S. l.] 10th International Speciality Conference on Cold-Formed Steel Structures, p. 49 – 63, 1990.

DASSAULT SYSTÈMES SIMULIA CORP. ABAQUS/CAE documentation: version 6.14. Providence: Dassault Systèmes Simulia Corp., 2016. Disponível em: <http://www.simulia.com>. Acesso em 10 de out. 2024.

DEUTSCHES INSTITUT FÜR NORMUNG. **DIN 1045**: Reinforced and Prestressed Concrete Structures. Berlin, 2001.

DIAZ, R. A. S. **Análise numérica da resistência à punção de lajes lisas protendidas com cabos não aderentes**. Dissertação (Mestrado) – Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 2018.

DIAZ, R. A. S.; TRAUTWEIN, L. M.; ALMEIDA, L. C. Numerical investigation of the punching shear capacity of unbonded post-tensioned concrete slabs. **Structural Concrete**, DOI: 10.1002/suco.202000448. Acesso em 12 jan. 2021.

DILGER, W. NEVILLE, A. M. Method for creep analysis of structural members. **ACI Journal**, v. 27, p. 349-372, 1971.

DINH, P. T.; DOH, J. H. Experimental study and numerical modelling of post-tensioning systems on transverse Direction of composite steel deck-concrete structures. **Structures**, v. 70, 2024. DOI: 10.1016/j.intruc.2024.107881. Acesso em: 20 de mar. 2025.

DINH, P. T.; DOH, J. H.; FRAGOMENI, S.; HO, N. M.; PETERS, T. Numerical modeling techniques and investigation into the flexural behavior of two-way posttensioned concrete slabs with profiled steel sheeting. **Structural Concrete**, DOI: 10.1002/suco.202200180. Acesso em 13 jan. 2023.

DÖRR, K. Ein Beitrag zur Berechnung von Stahlbetonscheiben unter besonderer Berücksichtigung des Verbundverhaltens. Tese (Doutorado) - PhD Thesis, University of Darmstadt, 1980.

DU, J. S.; AU, F. T. K. CHAN, E. K. H.; LIU, L. Deflection of unbonded partially prestressed concrete continuous beams. **Engineering Structures**. v. 18, p. 89-96, 2016.

DUJMOVIC, D.; ANDROIC, B.; LUKACEVIC, I. Composite Structures according to Eurocode 4: Worked Examples. Croácia: Ernst & Sohn, 2015.

EASTERLING, A. S.; YOUNG, C. S. Strenght os composite slabs. **Journal of Structural Engineering**, v.118, n. 9, p. 2370-2389, 1992.

EL DEBS, M. K. **Pontes de concreto: com ênfase na aplicação de elementos pré-moldados**. São Paulo: Oficina de Textos, 2021.

EL-ZOHAIRY, A.; SALIM, H. Parametric study for post-tensioned composite beams with external tendons. **Advances in Structural Engineering**, v. 20, n.10, p. 1433–1450, 2017.

EMERICK, A. **Projeto e execução de lajes protendidas**. Brasília, Editora Interciência, 2002.

ESTRUTURAS MISTAS. Imagem de laje mista. 2019. Disponível em: <https://www.oxitek.com.br/stud-welding-linha-sda>. Acesso em: 20 jun. 2020.

EUROPEAN COMITTEE FOR STANDARDIZATION. EN 1992-1-1. Eurocode 2: Design of concrete structures. Brussels, Belgium, 2004.

EUROPEAN COMITTEE FOR STANDARDIZATION. EN 1994-1-1. Eurocode 4: Design of composite steel and concrete structures – Part 1-1: General Rules for Buildings. Brussels, Belgium, 2004.

FEDERATION INTERNATIONALE DU BETON. **fib Model Code**: CEB Bulletin d’Information n. 65, Comité Euro-International du Béton, Lausanne, 2010.

FERREIRA, B. E.; CARVALHO, H.; SILVA, J. G. S.; CALDAS, R. B.; AGUIAR, J. V. Experimental evaluation of induced human walking vibrations on steel-concrete composite floors. **IBRACON Structures and Materials Journal**, v. 14, n. 4, e14406, 2021.

FIELDERS. Post-tensioned composite slabs. Disponível em: <http://fielders.com.au>. Acesso em: 16 jul. 2019.

FURR, H.; SINNO, R. **Creep in prestressed lightweight concrete**. [S. l.]: Texas Transportation Institute, 1967. Research Report Number 69-2.

FUSCO, P. B. **Técnicas de armar as estruturas de concreto**. 2 ed. [S. l.]: Pini, 2013.

GHOLAMHOSEINI, A. Long-term deformation of composite concrete slabs. **Concrete in Australia**, v. 38, n. 4, p. 25-32, 2014b.

GHOLAMHOSEINI, A. Time-dependent deflection of composite concrete slabs. **ACI Structural Journal**, v. 111, n. 4, p.765-776, 2014c.

GHOLAMHOSEINI, A.; GILBERT, R. I.; BRADFORD, M. Calculation of time-dependent deflection of composite concrete slabs: simplified design approach. **Journal of Structural Design and Construction**, v.20, n.1, p.11, 2015.

GHOLAMHOSEINI, A.; GILBERT, R. I.; BRADFORD, M.; CHANG, Z. T. Long-term behavior of continuous composite concrete slabs with steel decking. **ACI Structural Journal**, v. 115, n. 2, p. 439-449, 2018.

GHOLAMHOSEINI, A.; GILBERT, R.I.; BRADFORD, M.A.; CHANG, Z.T. Longitudinal shear stress and bond-slip relationships in composite concrete slabs. **Engineering Structures Journal**, v. 6, p. 37-48, 2014a.

GHOLAMHOSEINI, A.; KHANLOU, A.; MACRAE, G.; SCOTT, A.; HICKS, S.; LEON, R. An Experimental study on strength and serviceability of reinforced and steel fibre reinforced concrete (SFRC) continuous composite slabs. **Engineering Structures**, v. 114, p.171-180, 2016.

GILBERT, R. I. Time-dependent stiffness of cracked reinforce and composite concrete slabs. **Procedia Engineering**, n. 57, p. 19-34, 2013.

GILBERT, R. I.; BRADFORD, M. A. Time-dependent behavior of continuous composite beams at service loads. **Journal of Structural Engineering**, v. 121, n. 2, p.319-327, 1995.

GILBERT, R. I.; BRADFORD, M. A.; GHOLAMHOSEINI, A.; CHANG, Z. T. Effects of shrinkage on the long-term stress and deformations of composite concrete slabs. **Engineering Structures**, n. 40, p. 9-19, 2012.

GILBERT, R. I.; MICKLEBOROUGH, N. C.; RANZI, G. **Design of prestressed concrete to Eurocode 2**. 2nd ed. [S. l.]: CRC Press, 2017.

GILBERT, R. I.; RANZI, G. **Time-dependent behaviour of concrete structures**. London: Spon Press, 2011.

GOMES, L. C. **Estudo do sistema de lajes mistas com fôrma de aço incorporada empregando concreto estrutural leve**. 2001. Dissertação (Mestrado em Engenharia de Estruturas) – Universidade Federal de Minas Gerais, Belo Horizonte, 2001.

GREENE, G. G.; GRAYBEAL, B. A. FHWA Research Program on lightweight high-performance concrete – Current project status. [S. l.]. In: LWC Bridges Workshop, 2009.

GREENE, G.G.; GRAYBEAL, B.A. Lightweight concrete: mechanical properties. Report FHWA-HRT-13-062, Federal Highway Administration Report, Washington, 2013.

GREENE, G.G.; GRAYBEAL, B.A. Lightweight concrete: shear performance. Report FHWA-HRT-15-022, Federal Highway Administration Report, Washington, 2014.

GREENE, G.G.; GRAYBEAL, B.A. Lightweight concrete: transfer and development length of prestressed strands. Report FHWA-HIF-19-018, Federal Highway Administration Report, Washington, 2019.

GROSSI, L. G. F. **Sobre o comportamento estrutural e o dimensionamento de lajes mistas de aço e concreto com armadura adicional**. 2016. Dissertação (Mestrado em Engenharia de Estruturas) – Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, 2016.

GUO, Z. **Principles of reinforced concrete**. 1st ed. [S. l.]: Elsevier, 2014.

HANG, Y. H.; NIE, J. G. Analytical model for ultimate loading of continuous composite slabs with profiled steel sheets. **Science China Technological Sciences**, v. 58, n. 11, p. 1956-1962, 2015.

HEDEBLAND, G. Drying of construction water in concrete. **In**: Swedish Council for Building Research, Stockhol, 1997.

HEDHLI, N. **Development of prestressed composite floor slabs constructed with cold-formed steel decking**. Dissertação (Mestrado) – *Iowa State University*, 1988.

HERRERO, C. V.; LAGE, I. M.; VÁSQUEZ, H. V.; ABELLA, F. M. Comparative study of the flexural behavior of lightweight and normal weight prestressed concrete beams. **Engineering Structures**, v. 56, p. 1868–1879, 2013.

HIBBELER, R. C. **Análise das estruturas**. 8ed. São Paulo: Pearson, 2013.

HIRAJLI, M. H. Effects of span-depth ratio on the ultimate steel stress in unbonded prestressed concrete members. **ACI Structural Journal**, v. 87, n. 3, p. 305-312, 1990.

INDIAMART. Lajes com cordoalhas não-aderente. 2021. Disponível em: <https://www.indiamart.com/proddetail/post-tensioning-drafting-service-241537077955.html>. Acesso em: set. 2021.

ISOESTE METÁLICA. Fôrmas de aços incorporadas. Disponível em: <https://www.isoestemetalica.com.br>. Acesso em: fev. 2022.

JOHNSON, R.P. **Composite structures of steel and concrete**. ed. 3. Oxford, UK: Blackwell scientific Publishing, 2004.

KAIDO, H.; MATSUI, S. Estimation of punching shear fatigue strenght for steel plate-concrete composite decks. **Steel Construction**, v. 2, n. 3, 2009.

KAN, Y. C.; CHEN, L. H.; YEN, T. Mechanical behavior of lightweight concrete steel deck. **Construction and Building Materials**, v. 42, p. 78-86, 2013.

KATAOKA, M. N.; FERREIRA, M. A.; EL DEBS, A. L. H. C. Nonlinear FE analysis of slab-beam-column connection in precast concrete structures. **Engineering Structures**, v. 143, p. 306-315, 2017.

KATAOKA, M. N.; FRIEDRICH, J.; EL DEBS, A. L. H. C. Experimental investigation of longitudinal shear behavior for composite floor slab. **Steel and Composite Structures**, v. 23, p. 351-362, 2017.

KHATIB, T. M. **Lightweight aggregate in prestressed concrete**. Dissertação (Mestrado) – *Oklahoma State University*, 1958.

KIM, H. Y.; JEONG, Y. J. Experimental investigation on behavior of steel–concrete composite bridge decks with perfobond ribs. **Journal Construction Steel Research**, v.62, p.463-471, 2006.

KIM, H. Y.; JEONG, Y. J. Ultimate strength of a steel–concrete composite bridge deck slab with profiled sheeting. **Engineering Structures**, v. 32(2), p.534-546, 2010.

KIM, K. S.; LEE, D. H. Flexural behavior of prestressed composite beams with corrugated web: Part II. Experiment and verification. **Composites Part B: Engineering**, v. 42, n. 6, p. 1617-1629, 2011.

KIM, K. S.; LEE, D. H.; CHOI, S. M.; CHOI, Y. H.; JUNG, S. H. Flexural behavior of prestressed composite beams with corrugated web: Part I. Development and analysis. **Composites Part B: Engineering**, v. 42, n. 6, p. 1603-1616, 2011.

KIM, S. **Creep and shrinkage effects on steel-concrete composite beams**. 2014. Dissertation (Master of Science in Civil Engineering) - Virginia Polytechnic Institute and State University, Virginia, 2014.

KOUKKARI, H. Anchorage zone in a steel-concrete composite slab with unbonded tendons. **In:** Proceedings of the International Symposium on Connections between Steel and Concrete, Stuttgart, Germany, 2001.

KOUKKARI, H. Steel sheet in a post-tensioned composite slab. **In:** Proceedings of Eurosteel 99, Prague, Czech Republic, 1999.

KVITSEL, V. Zur Vorhersage des Schwindens und Kriechens von normal- und hochfestem Konstruktionsleichtbeton mit Blähtongesteinskörnung. Dissertation - Karlsruher Instituts für Technologie (KIT), Karlsruhe, 2010.

LEE, K. H.; YANG, K. H.; YOON, H. S. Shrinkage strains of lightweight aggregate concrete using expanded bottom ash and dredged soil granules. *Construction and Buildings Materials*. V. 188, p. 934-945, 2018.

LEE, L. H.; QUEK, S. T.; ANG, K. K. Moment redistribution in continuous profiled steel–concrete composite slabs. **Magazine of Concrete Research**, v. 53, n. 5, p. 301-309, 2001b.

LEE, L. H.; QUEK, S. T.; ANG, K. K. Negative moment behavior of cold-formed steel deck and concrete composite slabs. **Journal of Constuctional Steel Research**, v. 57, p. 401-415, 2001a.

LI, X.; ZHENG, X.; ASHRAF, M.; LI, H. Experimental study on the longitudinal shear bond behavior of lightweight aggregate concrete – closed profiled steel sheeting composite slabs. **Construction and Building Materials**, v. 156, n. 15, p. 599-610, 2017.

LIN, T. Y.; BURNS, N. H. **Design of prestressed concrete structures**. 1st ed. Wiley, 1981.

LOPEZ, M.; KAHN, L. F.; KURTIS, K. E. Creep and shrinkage of high-performance lightweight concrete. **ACI Materials Journal**, v. 101, n. 5, p. 391-399, 2004.

LOU, T.; LOPS, S. M. R.; LOPES, A. V. A finite element model to simulate long-term behavior of prestressed concrete girders. **Finite Elements in Analysis and Design**, v. 82, p. 48-56, 2014.

LYRA, G. P.; SANTOS, V.; SANTIS, B. C. RIVABEN, R. R.; FISCHER, C.; PALLONE, E. M. J. A.; ROSSIGNOLO, J. A. Reuse of sugarcane bagasse ash to produce a lightweight aggregate using microwave oven sintering. **Construction and Building Materials**, v. 222, p. 22-228, 2019. <https://doi.org/10.1016/j.conbuildmat.2019.06.150>.

MALASKA, M.; PAJARI, M. **Long-term behaviour of composite slabs prestressed with unbonded tendons**. Technical Research Centre of Finland. VTT Research Notes 1778. 29, p. 11, 1996.

MARTINS, A. G. **Estudo comparativo de respostas estruturais, após a cura do concreto, de algumas fôrmas metálicas incorporadas às lajes, disponíveis nos mercados nacional e internacional**. 2001. 128p. Dissertação (Mestrado em Engenharia de Estruturas) – Universidade Federal de Minas Gerais, Belo Horizonte, 2001.

MATTOCK, A. M.; YAMAZAKI, J.; KATTULA, B. T. Comparative study os prestressed concrete beams with and without bond. **ACI Journal**, v. 68, n. 2, p. 116-125, 1971.

MEDINO, U. A. Estudo de um sistema de laje com fôrma de aço incorporada e conectores de cisalhamento nos apoios. 2020. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil – Estruturas) – Escola de Engenharia de São Carlos da Universidade de São Paulo, São Carlos, 2020.

MEGA PREFAB. Precast and post-tension specialists. Disponível em: megaprefab.com/wp-content/uploads/2020/02/Mega-Prefab-Catalogue-de-Post-tension-Francais-.pdf. Acesso em: jun. 2021.

MEHTA, P. K.; MONTEIRO, P. J. M. **Concreto: Microestrutura, Propriedades e Materiais**. Berkeley: McGraw-Hill, 2014.

MELGES, J. L. P. Análise experimental da punção em lajes de concreto armado e protendido. Tese (Doutorado em Engenharia Civil – Estruturas) – Escola de Engenharia de São Carlos da Universidade de São Paulo, São Carlos, 2001.

MELO, C. B. **Análise do comportamento e da resistência do sistema de lajes mistas**. 1999. 168p. Dissertação (Mestrado em Engenharia de Estruturas) – Escola de Engenharia, Universidade Federal de Minas Gerais, Belo Horizonte, 1999.

MENEGOTTO, M.; PINTO, P. E. Method of analysis for cyclically loaded reinforced concrete plane frames including changes in geometry and non-elastic behaviour of elements under combined normal force and bending. **In:** IABSE Symposium of resistance and ultimate deformability of structures acted on by well-defined repeated loads, v. 3, p. 15-22, Lisbon, Portugal: International Association of Bridge and Structural Engineering: 1973.

METFORM. MF75: Fôrmas de aço incorporadas. 2001. Disponível em: <https://www.metform.com.br>. Acesso em: fev. 2021.

MILLER, F. R.; BAILEY, C. G. Design concept for a novel long span composite floor system. **The Structural Engineer**, v. 85, n. 21, p.38-47, 2007.

MOHAMMED, B. S.; AL-GANAD, M. A.; ABDULLAHI, M. Analytical and experimental studies on composite slabs utilising palm oil clinker concrete. **Construction and Buildings Materials**, v. 25, n. 11, p. 3350-3560, 2011.

MOJTAHEDI, S.; GAMBLE, W. L. Ultimate steel stress in unbonded prestressed concrete. **ASCE Journal of the Structural Division**, v. 104, n. ST7, p. 1159-1165, 1978.

MONTEIRO, T. C. L. **Análise comparativa dos fatores influentes na tensão última de protensão em cabos aderentes e não aderentes**. 2008. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil) – Escola de Engenharia da Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2008.

MOON, J. H. **Shrinkage, residual stress and cracking in heterogeneous materials**. Dissertation – Purdue University, West Lafayette, 2006.

MOON, J. H.; BURNS, N. H. Flexural behaviour of members with unbonded tendons. I: Theory. **Journal of Structural Engineering**, v. 123, n. 8, p. 1087-1094, 1997.

NAAMAN, A. E.; ALKHAIRI, F. M. Stress and ultimate in unbonded post-tensioning tendons: part 1 – evaluation of the state of the art. **ACI Structural Journal**, v. 88, n. 5, p. 641-651, 1991a.

NAAMAN, A. E.; ALKHAIRI, F. M. Stress and ultimate in unbonded post-tensioning tendons: part 2 – proposed methodology. **ACI Structural Journal**, v. 88, n. 6, p. 683-692, 1991b.

NAWY, E. G. **Prestressed concrete: a fundamental approach**. 5th ed. [S. l.]: Pearson, 2009.

NEUENSCHWANDER, R. ABECE - Engenharia estrutural: portfólio. Disponível em: http://www.abece.com.br/Engenharia_estrutural2017/files/assets/basic-html117.html. Acesso em: 01 jun. 2019.

NEUENSCHWANDER, R. Lajes protendidas mistas. Disponível em: raulneuenschwander.com.br. Acesso em: 01 jun. 2019.

OEHLERS, D. J.; BRADFORD, M. A. **Composite steel and concrete structural members: fundamental behaviour**. Oxford: Pergamon Press, 1995.

OLIVEIRA, L. A. M. **Comportamento em serviço das lajes mistas de aço e concreto ao longo do tempo**. 2019. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil – Estruturas) – Escola de Engenharia de São Carlos da Universidade de São Paulo, São Carlos, 2019.

OLIVEIRA, L. A. M.; BORGHI, T. M.; RODRIGUES, Y. O.; EL DEBS, A. L. H. C. Assessment of design codes for the in-service behaviour of steel-concrete composite slabs. **IBRACON Structures and Materials Journal**, v. 14, n. 5, e14501, 2021, <https://doi.org/10.1590/S1983-41952021000500001>.

OLIVEIRA, L. A. M.; EL DEBS, A. L. H. C. Evaluation of the In-Service Behaviour of Steel-Concrete Composite Slabs. **In: fib SYMPOSIUM 2019**, 2019, Kraków. Proceedings of the fib Symposium 2019 "Concrete - Innovations in Materials, Design and Structures", p. 730-737, 2019.

OLIVEIRA, L. A. M.; VALENTE, I. B. EL DEBS, A. L. H. C. Serviceability and ultimate behaviour os prestressed composite slabs with steel decking and lightweight concrete. **In: fib SYMPOSIUM 2021**, 2021, Lisbon, Portugal. Proceedings of the fib Symposium 2021 "Concrete Structures: New trends fr eco-efficiency and performance", p. 1880-1891, 2021.

PATRICK, M.; BRIDGE, R. Q. Partial shear connection design of composite slabs. **Engineering Structures**, v. 16, n. 5, p. 348-362, 1994.

PATRICK, M.; LLOYDE, M. **Development of moment capacity tables for post-tensioned composite slabs incorporating high-tensile steel decking, validated by test data**. **In: Proceedings of the Australasian Structural Engineering Conference (ASEC)**, Melbourne, Australia, 2008.

PEREIRA, M.; SIMÕES, R. Contribution of steel sheeting to the vertical shear capacity of composite slabs. **Journal of Constructional Steel Research**, v. 161, p. 275-284, 2019.

PORTER M.; EKBERG, C. Design recommendations for steel deck floor slabs. **ASCE Journal Structural Division**, v. 102, p. 2121–2136, 1976.

POST-TENSIONING INSTITUTE. PTI. Disponível em: <https://www.post-tensioning.org/publications/ptijournal.aspx>. Acesso: 14 fev. 2019.

PRECAST/PRESTRESSED CONCRETE INSTITUTE. PCI. Disponível em: <https://www.pci.org>. Acesso: 14 fev. 2019.

RAHMAN, M. M.; RANZI, G. Shrinkage-induced response of composite steel-concrete slabs: state-of-the-Art review. **Appied Sciences**, v. 12, n. 223, p. 1-15, 2022.

RANA, M. M. **The effects of bond and anchorage on the behavior and design of composite slabs**. Tese (Doutorado) - School of Civil and Environmental Engineering, Faculty of Engineering the University of New South Wales, Sydney, Australia, 2016.

RANA, M. M.; UY, B.; MIRZA, O. A finite elemento study on the behaviour of post-tensioned composite steel-concrete slabs. **In: Advancements and Achievements in Structural Steel**. Proceedings of the 10th Pacific Structural Steel Conference, Singapore: 2013.

RANA, M. M.; UY, B.; MIRZA, O. A push test study on the behaviour of post-tensioned composite steel-concrete slabs. **In: Composite Construction in Steel and Concrete VII**. ASCE, p. 779-790, 2016.

RANA, M. M.; UY, B.; MIRZA, O. Experimental and numerical study of the end Anchorage in composite slabs. **Journal of Constructional Steel Research**, v. 115, p. 372-386, 2015.

RANZI G.; LEONI, G.; ZANDONINI R. State of the art on the time-dependent behaviour of composite steel-concrete structures. **Journal of Constructional Steel Research**, v.80, p. 252–263, 2013a.

RANZI, G. Service design approach for composite steel-concrete floors. **Proceedings of the Institution of Civil Engineers - Structures and Buildings**, v. 171, n.1, p. 38-49, 2017.

RANZI, G.; AL-DEEN, S.; AMBROGI, L.; UY, B. Long-term behaviour of simply-supported post-tensioned composite slabs. **Journal of Constructional Steel Research**, n.88, p. 172-180, 2013b.

RANZI, G.; FRIGERIO, G.; VALLATI, O. Long-term experiments on composite slabs exposed to different surface drying conditions. **In: Lecture Notes in Civil Engineering**. 2019. Proceedings of the 16th East Asian-Pacific Conference on Structural Engineering and Construction, v. 101. Singapore: Springer, 2020.

RANZI, G.; OSTINELLI, A. Ultimate behavior and design of post-tensioned composite slabs. **Engineering Structures**, v. 150, p.711-718, 2017.

RANZI, G.; VRCERJ, Z. **Closed form solutions for the long-term behaviour analysis of composite steel-concrete members subject to non-uniform shrinkage distributions**. Proceedings of 6th International Conference on Advances in Steel Structures and Progress in Structural Stability and Dynamics. p. 552-559, 2009.

REAGAN, R. S. **An analytical study of the behavior of prestressed composite beam**. Dissertação (Mestrado) – Rice University, 1966.

REAGAN, R. S.; KRAHL, N. W. Behavior of prestressed composite beams. **Journal Structural Division**, ASCE, v.93(6), p. 87-108, 1967.

ROCKSCIENCE COMPANY. DIANA FEA. Diana finite element analysis user's manual release, 2012. Disponível em: <http://www.dianafea.com>. Acesso em 10 de out. 2024.

RODRIGUES, Y. O. **Análise Numérica e Experimental do comportamento da interface aço-concreto de lajes mistas**. 2020. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil – Estruturas) – Escola de Engenharia de São Carlos da Universidade de São Paulo, São Carlos, 2020.

ROSSIGNOLO, J.A.; AGNESINI, M. V.C.; MORAIS, J. A. Properties of high-performance LWAC for precast structures with Brazilian lightweight aggregates. **Cement & Concrete Composite**, v. 25, p. 77-82, 2003.

ROY, B. K. B. Design considerations for prestressed lightweight aggregate concrete. **The International Journal of Lightweight concrete**, v. 2, n. 4, p. 171-184, 1980.

RUDLOFF. Concreto protendido: publicações técnicas. Disponível em: <https://www.rudloff.com.br>. Acesso em: 10 de set. de 2019.

SAFAN, M.; KOHOUTKOVÁ, A. Experiments with Externally Prestressed Continuous Composite Girders. **Acta Polytechnica**, v. 41 n. 3, 2001.

SAKATA, L. A study on moisture diffusion in drying and drying shrinkage of concrete. **Cement and Concrete Research**, v. 13, n. 2, p. 216-224, 1983.

SANTOS, C. F. R. 2019. **Estudo teórico e experimental do comportamento estrutural de lajes mistas de aço e concreto com continuidade nos apoios**. Tese (Doutorado em Engenharia Civil – Estruturas) – Escola de Engenharia de São Carlos da Universidade de São Paulo, São Carlos, 2019.

SCHRAVENDEEL, P.L.; DE SITTER, W.R.; KLOP G.R. **Prestressed post-tensioned composite floor slabs**. IABSE Conference; 1990.

SHAYAN, S.; AL-DEEN. S.; RANZI G.; VRCELJ Z. Long-term behaviour of composite concrete slabs: an experimental study. **In** Proceedings of the 4th International Conference on Steel & Composite Structures. Sydney, Austrália, 2010.

SIEG, A. P. A. **Estudo de um sistema de laje com fôrma de aço incorporada**. 2015. 143p. Dissertação (Mestrado em Engenharia de Estruturas) – Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, 2015.

SILVA, H. J. F. **Análise do sistema de laje mista com fôrma de aço incorporada aplicado a estruturas prediais em concreto armado**. Dissertação (Mestrado) – Escola de Engenharia da Universidade Federal de Minas Gerais, Universidade Federal de Minas Gerais, Belo Horizonte, 1999.

SIMÕES, R.; PEREIRA, M. An innovative system to increase the longitudinal shear capacity of composite slabs. **Steel and Composite Structures: An International Journal**, v. 35, n. 4, p.509-525, 2020.

SOARES, S. J. D. L. **Avaliação “in loco” das perdas de protensão de cordoalhas engraxadas em lajes planas**. Dissertação (Mestrado) – Escola de Engenharia da Universidade Federal de Minas Gerais, Universidade Federal de Minas Gerais, Belo Horizonte, 2008.

SOARES, S. J. D. L.; CALIXTO, J. M.; CHUMBINHO, H. Avaliação “in loco” das perdas de protensão de cordoalhas engraxadas em lajes planas. **Revista IBRACON de Estruturas e Materiais**, v. 1, n. 3, p. 237-260, 2008.

SOHEL, K. M. A.; LIEW, J. Y. R.; FARES, A. I. Shear bond behavior of composite slabs with ultra-lightweight cementitious composite. **Journal of Building Engineering**, v. 44, 2021

SOUZA NETO, A. S. **Análise do comportamento e da resistência de um sistema de lajes mistas com ancoragem de extremidade com considerações sobre a fôrma de aço isolada e atrito nos apoios**. 2001. Dissertação (Mestrado) – Universidade Federal de Minas Gerais, Belo Horizonte, 2001.

SOUZA, P. T.; KATAOKA, M. N.; EL DEBS, A. L. H.C. Experimental and numerical analysis of the push-out test on shear studs in hollow core slabs. **Engineering Structures**, v. 147, p. 398-409, 2017.

STANDARDS NEW ZEALAND. **SNZ/NZS 3101**:Concrete Structures Standard – The design of concrete structures, Wellington, 2006.

STARK J. Design of composite floors with profiled steel sheet. **In**: Proceedings of 4th international specialty conference on cold-formed steel structures. p. 893–922, 1978.

STARK, J. W. B.; BREKELMANS, J. W. P. M. Plastic design of continuous composite slabs. **Journal of Constructional Steel Research**, v. 15, n. 1-2, p. 23-47, 1990.

STEEL STRUCTURES. Steel-concrete composite slabs. Disponível em: <https://www.adtomall.com/building-material-galvanized-metal-floor-decking-wholesale>. Acesso em set. 2019.

TECNARIA. Conectores para laje. Disponível em: [https://www.archiproducts.com/pt/tecnaria/conector-para-laje-ctf\)126760](https://www.archiproducts.com/pt/tecnaria/conector-para-laje-ctf)126760). Acesso em set. 2019.

THOMAZ, E. C. S. Concreto Protendido: Fretagem. [S.l.]. Instituto Militar de Engenharia, 2010. Disponível em: aquarius.ime.eb.br. Acesso em: 16 abr. 2024.

THORENFELDT, E.; TOMASZEWICZ, A.; JENSEN, J. J. Mechanical properties of high strength concrete and application in design. **In**: TAPIR TRONDHEIM NORWAY. Proceedings of Symposium on Utilization of High-Strength Concrete, Trondheim, Norway, p. 149-159, 1987.

TROST, H. The implications of the principle of superposition for creep and relaxation problems of concrete and prestressed concrete. **Beton- und Stahlbetonbau**, v. 10, p. 230-238, 1967.

UY, B. Long-term service-load behavior of simply supported profiled composite slabs. **Proceedings of the Institution of Civil Engineers-Structures and Buildings**. v. 123, p.193-208, 1997.

VAKHSHOURI, B. Experimental and numerical analysis of deflection of posttensioned lightweight concrete slabs. **Mechanics of Advanced Materials and Structures**, v. 26, n. 22, p. 1849-1857, 2018b.

VAKHSHOURI, B. Time-dependent deflection of conventional, self-compacting and lightweight concrete slabs. **Structures and Buildings**, v. 171, n. 6, p. 434-443, 2018a.

VAKHSHOURI, B.; NEJADI, S.; ERKMEN, E. Advances in numerical analysis of creep effect in time-dependent deflection of light-weight concrete slabs. **Mechanics of Advanced Materials and Structures**, DOI:10.1080/15376494.2018.1519616.

VALENTE, I. B. **Experimental Studies on Shear Connection Systems in Steel and Lightweight Concrete Composite Bridges**. 2007. 427p. Tese (Doutorado em Engenharia Civil) – Escola de Engenharia, Universidade de Minho, Portugal, 2007.

VALENTE, I. B.; CRUZ, P. J. S. Experimental analysis of perfobond shear connections between steel and lightweight concrete. **Journal of Constructional Steel Research**, p. 465- 479, v. 60, n. 3-5, 2004.

VALENTE, I. B.; CRUZ, P. J. S. Experimental Analysis of Shear Connection between Steel and Lightweight Concrete. **Journal of Constructional Steel Research**, p. 1954-1963, v. 65, n 10/11, 2009.

VALENTE, I. B.; CRUZ, P. J. S. Experimental Analysis on Steel and Lightweight Concrete Composite Beams. **Steel and Composite Structures**, p. 169-185, v.10, n. 2, 2010.

VIEIRA, J. D. **Estudo teórico-experimental do comportamento de lajes mistas com perfis incorporados de aço**. Rio de Janeiro. 2003. 121p. Dissertação (Mestrado) - Departamento de Engenharia Civil, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2003.

WALDMANN, D.; MAY, A.; THAPA, V. G. Influence of the sheet profile design on the composite action of slab made of lightweight woodchip concrete. **Construction and Building Materials**, v. 148, p. 887-899, 2017.

WANG, Q.; YANG, J.; LIANG, Y.; ZHANG, H.; ZHAO, Y.; REN, Q. Prediction of time-dependent behavior of steel-recycled aggregate concrete (RAC) composite slabs via thermo-mechanical finite element modelling. **Journal of Buildings Engineering**, v. 29, n. 101191, 2020.

WANG, Y.; GENG, Y.; WANG, Q.; RANZI, G. Long-term behaviour of simply supported composite slabs with recycled coarse aggregate. **Magazine of Concrete Research**, v.68, n.24, p. 1278-1293, 2016.

WATTS, M. J.; AMIN, A.; GILBERT, R. I.; KAUFMANN, W.; MINELLI, F. Simplified prediction of the time dependente deflection of SFRC flexural members. **Structural Concrete**, v. 53, n. 48, 2020.

WATTS, M. J.; AMIN, A.; GILBERT, R. I.; KAUFMANN, W.; MINELLI, F. Simplified time-dependent crack width prediction for fiber reinforced concrete flexural members. **Structural Concrete**, v. 22, p. 1549-1560, 2021.

YANG, K. H. LEE, Y. JOO, D. B. Flexural Behavior of post-tensioned lightweight concrete continuous one-way slabs. **International Journal of Concrete Structures and Materials**, v. 10, n. 4, p. 425- 434, 2016.

YANG, K. H. SIM, J.; KANG, T. H. K. Generalized equivalent stress block model considering varying concrete compressive strength and unit weight. **ACI Structural Journal**, v. 110, n. 5, 2014.

YANG, K. H.; MUN, J. H. Flexural capacity and stress in unbonded tendons of post-tensioned lightweight concrete beams. **Advances in Structural Engineering**, v. 16, n. 7, 2013.

YANG, K. H.; MUN, J. H.; KIM, G. H. Flexural behavior of post-tensioned normal-strength lightweight concrete one-way slabs. **Engineering Structures**, v. 56, p. 1295-1307, 2013.

YANG, K. H.; MUN, J. H.; KIM, S. J.; LEE, H. J. Flexural behavior of two-span lightweight aggregate concrete T-beams. **ACI Structural Journal**, v. 117, n. 2, p. 267-276, 2020.

YANG, K.H.; MUN, J. H.; LEE, J. S. Flexural tests on pre-tensioned lightweight concrete beams. **Structures and Buildings**, v.167. 2014.

YANG, K.H.; SIM. J.; KANG, T. H. K. Generalizes equivalent stress block model considering varying concrete compressive strength and unit weight. **ACI Structural Journal**, v.110, n. 5, p. 791-800. 2014.

ZHANG, H.; GENG, Y.; WANG. Y. Y. WANG, Q. Long-term of continuous composite slabs made with 100% fine and coarse recycled aggregate. **Engineering Structures**, v. 212, n.110464, 2020.

ZHANG, X.; ZHANG, Z.; CAO, G.; MO, D. An experimental study on the flexural behavior of local prestressed steel-concrete composite continuous box beams. **Advances in Structural Engineering**, doi:10.1177/1369433220949464, 2020.

ZHENG, W. Z.; WANG, X. D. Ultimate stress increase in unbonded tendons in prestressed concrete beams. **Journal of Zhejiang University: Science Applied Physics & Engineering**, v. 11, n. 12, p. 998-1014, 2010.

ZHOU, W.; ZHENG, W. Unbonded tendon stress in continuous post-tensioned beam. **ACI Structural Journal**, v. 111, n. 3, p. 525-536, 2013.

APÊNDICE A

Modelo reológico ao concreto leve – *fib* MODEL CODE:2010: fluência e retração

A. 1 Retração

A deformação devido à retração $\varepsilon_{sh}(t, t_c)$ conforme o modelo MC-10 é dividida em duas parcelas: retração autógena $\varepsilon_{sh,au}(t, t_c)$ e retração por secagem $\varepsilon_{sh,dr}(t, t_c)$ (Eq. A.1):

$$\varepsilon_{sh}(t, t_c) = \varepsilon_{sh,au}(t, t_c) + \varepsilon_{sh,dr}(t, t_c) \quad (\text{A.1})$$

A previsão das parcelas de retração autógena e por secagem são dadas pela Eqs. A.2 e A.3, respectivamente.

$$\begin{aligned} \varepsilon_{sh,au}(t, t_c) &= \varepsilon_{sh,au,0}(f_{cm}) \cdot \beta_{au}(t) \\ &= \left[-\alpha_{au} \left(\frac{f_{cm}/10}{6 + f_{cm}/10} \right)^{2,5} \cdot 10^{-6} \right] \cdot \left(1 - \exp(-0,2\sqrt{t}) \right) \end{aligned} \quad (\text{A.2})$$

Em que t é a idade do concreto em dias, t_c é a idade de cura do concreto, tempo a partir do qual se inicia a contagem da secagem, em dias; f_{cm} é a resistência à compressão média do concreto aos 28 dias, em MPa e o coeficiente α_{au} é dependente do tipo de cimento, conforme a Tabela A.1.

Tabela A.1 – Coeficientes α em função do tipo de cimento

Tipo de cimento	α_{au}	α_{ds1}	α_{ds2}
32,5N	800	3	0,013
32,5R, 42,5N	700	4	0,012
42,5 R, 52,5N, 52,5R	600	6	0,012

Fonte: Adaptado de *fib* Model Code:2010

A parcela de retração por secagem (*drying*), para situações práticas de projeto, com umidades relativas da ordem de 40-90% e com a consideração do efeito da temperatura T , em graus celsius, é dada em função do tempo t na idade do concreto desde sua concretagem avaliado e da idade de cura do concreto t_c , conforme Eq. A.3.

$$\begin{aligned}\varepsilon_{sh,dr}(t, t_c) &= \varepsilon_{sh,dr,0}(f_{cm}) \cdot \beta_{RH}(RH) \cdot \beta_{ds}(t - t_c) \\ &= \left[(220 + 110\alpha_{ds1}) \cdot \exp(-\alpha_{ds2} \cdot f_{cm}) \right] \cdot 10^{-6} \cdot \\ &\quad \cdot \left\{ \left(-1,55 \cdot \left[1 - \left(\frac{RH}{100} \right)^3 \right] \right) \cdot \left[1 + \left(\frac{4}{103 - RH} \right) \cdot \left(\frac{T - 20}{40} \right) \right] \right\} \\ &\quad \cdot \left[\frac{(t - t_c)}{\left\{ 0,035h^2 \cdot \exp[-0,06(T - 20)] \right\} + (t - t_c)} \right]^{0,5}\end{aligned}\quad (A.3)$$

Onde RH é a umidade relativa do ar, em porcentagem, h é a espessura fictícia dada pela relação $h = 2A_c/u$, em mm, em que A_c é a área da seção transversal em mm² e u é o perímetro exposto com a atmosfera, em mm.

A estimativa da retração de concreto com agregados leves $\varepsilon_{sh,dr}(t, t_c)_{LWC}$ baseia-se na retração do concreto de peso normal $\varepsilon_{sh,dr}(t, t_c)_{NWC}$, conforme Eq. A.4, com aplicação de um fator η , tomado de acordo com a resistência dos concretos, dado que para concretos acima de 20 MPa, tem-se $\eta = 1, 2$.

$$\varepsilon_{sh,dr}(t, t_c)_{LWC} = \eta \cdot \varepsilon_{sh,dr}(t, t_c)_{NWC} \quad (A.4)$$

Os modelos de retração e fluência tem dispersão média da ordem de 20% aos valores experimentais, conforme ressalta boletim da *fib* Model Code:2010.

Alguns trabalhos, como o de Lee *et al.* (2018) e Lopez *et al.* (2004) indicam outros modelos na previsão dos valores de retração para concreto com agregados leves, sendo objeto de estudos e desenvolvimentos futuros. No entanto, o *fib* Model Code:2010 indica o modelo de Kvitsel (2011), mais sofisticado, na previsão da retração e fluência de concretos feitos com argila expandida.

A. 2 Fluência

O coeficiente de fluência $\phi_{cr}(t, t_0)$ pode ser determinado a partir da função de potência parabólica, dada pela somatória entre duas parcelas: a fluência básica $\phi_{cr,b}(t, t_0)$ e a fluência por secagem $\phi_{cr,d}(t, t_0)$, dada pela Equação A.5:

$$\phi_{cr}(t, t_0) = \phi_{cr,b}(t, t_0) + \phi_{cr,d}(t, t_0) \quad (\text{A.5})$$

Os coeficientes de fluência básica $\phi_{cr,b}(t, t_0)$ e de fluência por secagem $\phi_{cr,d}(t, t_0)$ são estimados conforme as Eqs. A.6-A.7:

$$\begin{aligned} \phi_{cr,b}(t, t_0) &= \beta_{bc}(f_{cm}) \cdot \beta_{bc}(t, t_0) \\ &= \frac{1,8}{(f_{cm})^{0,7}} \cdot \ln \left[\left(\frac{30}{t_{0,eq}} + 0,035 \right)^2 (t - t_0) + 1 \right] \end{aligned} \quad (\text{A.6})$$

$$\begin{aligned} \phi_{cr,d}(t, t_0) &= \beta_{dc}(f_{cm}) \cdot \beta_{dc}(RH) \cdot \beta_{dc}(t_0) \cdot \beta_{dc}(t, t_0) \\ &= \frac{412}{(f_{cm})^{1,4}} \cdot \frac{1 - \frac{RH}{RH_0}}{\sqrt[3]{0,1 \frac{h}{100}}} \cdot \frac{1}{0,1 + t_{0,eq}^{0,2}} \cdot \left[\frac{t - t_0}{\beta_H + (t - t_0)} \right]^{\gamma(t_0)} \end{aligned} \quad (\text{A.7})$$

Onde RH é a umidade relativa do ar, em porcentagem, h é a espessura fictícia dada pela relação $h = 2A_c/u$, em mm, em que A_c é a área da seção transversal em mm² e u é o perímetro exposto com a atmosfera, em mm.

Com os parâmetros β_H e $\gamma(t_0)$ dados pelas Eqs. A.8 e A.9:

$$\begin{aligned} \beta_H &= \min \begin{cases} 1,5h + 250\alpha_{f_{cm}} \\ 1500\alpha_{f_{cm}} \end{cases} \\ \alpha_{f_{cm}} &= \left(\frac{35}{f_{cm}} \right)^{0,5} \end{aligned} \quad (\text{A.8})$$

$$\gamma(t_0) = \frac{1}{2,3 + \frac{3,5}{\sqrt{t_{0,eq}}}} \quad (\text{A.9})$$

O tempo equivalente do concreto $t_{0,eq}$ leva em conta a maturidade como função do tipo de cimento e a temperatura do ambiente, conforme Eqs. (A.10 e A.11):

$$t_{0,eq} = t_{0,T} \left[\frac{9}{2 + t_{0,T}^{1,2}} + 1 \right]^\alpha \geq 0,5 \text{ dias} \quad (\text{A.10})$$

$$t_T = \int_0^t 4.000 \left[\frac{1}{273} - \frac{1}{T(t)} \right] dt = \sum_{i=1}^n \Delta t_i \cdot \exp \left[13,65 - \frac{4.000}{273 + T(\Delta t_i)} \right] \quad (\text{A.11})$$

O fator α é o coeficiente dependente do tipo de cimento, valendo -1, 0 e 1, para os cimentos de endurecimento lento, endurecimento normal e endurecimento rápido, respectivamente. O termo $t_{0,T}$ é a idade do concreto que leva em conta o efeito da temperatura, quando difere de 20°C, com Δt_i expresso em dias e a temperatura T , em graus celsius, atuante nesse período $T(\Delta t_i)$.

Para concretos de agregados leves, o coeficiente de fluência por ser estimado, com base na Eq. A.12 (EN-1992-1-1:2004; *fib* Model Code:2010):

$$\phi_{cr}(t, t_0)_{LWC} = \eta_E \cdot \phi_{cr}(t, t_0)_{NWC} \quad (\text{A.12})$$

Onde $\eta_E = (\rho/2.200)^2$, sendo ρ a massa específica do concreto leve, em kg/m³ e $\phi_{cr}(t, t_0)_{NWC}$, a fluência calculada para concreto de peso normal.

Para levar em conta o caso de níveis de tensões acima de 40% até 60% da resistência média à compressão, onde a fluência não é considerada linear, a não linearidade pode ser contabilizada pela Eq. 17.

$$\phi_{cr}(t, t_0)_\sigma = \phi_{cr}(t, t_0) \cdot e^{1,5(k_\sigma - 0,4)}, \text{ para } 0,4 < k_\sigma < 0,6, \text{ onde } k_\sigma = |\sigma_c|/f_{cm} \quad (\text{A.13})$$

No entanto, é comum ser estabelecido como prático de projeto o limite da ordem de 40% da resistência da resistência à compressão, fugindo da fluência não-linear.

O modelo indica que a maior tendência de fluência do concreto de agregado leve é devido a rigidez reduzida dos agregados é parcialmente compensada pela menor capacidade de fluência da matriz de pasta de cimento mais densa.

APÊNDICE B

Modelo analítico refinado para o ELS na resposta imediata e de longa duração

Ao tomar como base a avaliação das perdas de protensão com métodos refinados apresentados por Gilbert *et al.* (2011) para peças protendidas e das estimativas das flechas diferidas e totais de Gholamhoseini (2014), propõe-se o modelo analítico para a avaliação do ELS do sistema misto protendido.

Um procedimento teórico-analítico para a análise das deformações progressivas da seção mista protendida é apresentado. Baseia-se no princípio dos trabalhos virtuais (PTV), onde o equacionamento é feito pelo equilíbrio das forças internas e externas para cada variação virtual dos deslocamentos e deformações correspondentes. Considera os materiais elástico-lineares e cinemática de Euler-Bernoulli, interação total entre a fôrma de aço e o concreto (*nas situações em serviço*) e a realização da homogeneização da seção pela técnica das rigidezes associadas.

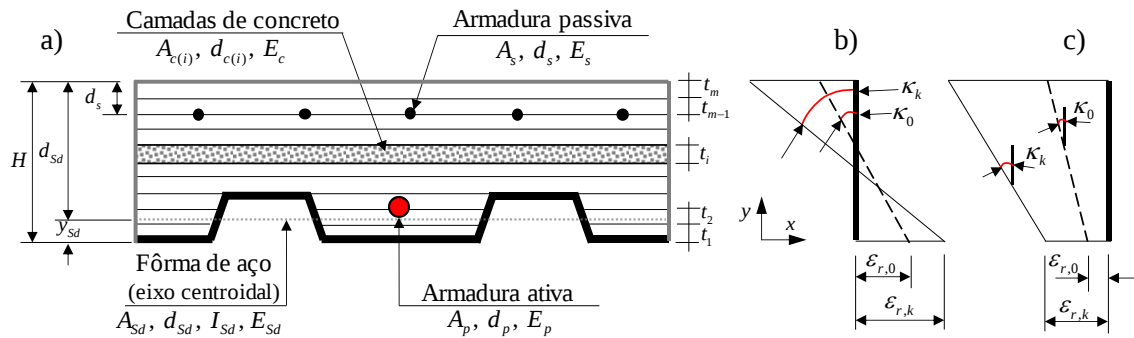
Os efeitos da retração não-uniforme e fluência do concreto são considerados, bem como a relaxação do aço de protensão. Discretiza-se a seção em camadas e calculam-se as curvaturas associadas. Baseado nessas curvaturas, a avaliação das lajes com continuidade é feita com base no PTV na discretização dos vãos das lajes, com avaliação dos hiperestáticos devidos o carregamento externo aplicado e da protensão, bem como os hiperestáticos secundários devido à redistribuição de esforços na seção decorrente dos efeitos progressivos da retração, fluência e relaxação. Por fim, com base na integração das curvaturas, é apresentada uma proposta analítica na avaliação das flechas do sistema.

B.1 Análise das deformações e curvaturas na seção transversal

Seja uma seção da laje mista protendida, conforme a Figura B.1 a), discretizadas as camadas de concreto de modo a permitir calcular os efeitos do gradiente da retração do concreto ao longo da altura da peça. A espessura das camadas de concreto são dadas

por t_i e a altura da laje H , com área $A_{c(i)}$ e momento de inércia $I_{c(i)}$ e módulo de elasticidade E_c , do concreto. A fôrma de aço incorporada possui espessura, área e inércia e módulo de elasticidade de t_{sd} , A_{sd} , I_{sd} e E_{sd} respectivamente. A área e a posição das armaduras passivas e ativas na seção são A_s e A_p , e, d_s e d_p , respectivamente.

Figura B.1 – Seção transversal típica da laje mista protendida subdividida em m camadas



Fonte: Elaborado pelo autor

A análise da seção toma como base o método apresentado por (Gilbert e Ranzi, 2011) e ampliada por Gholamhoseini (2014) na consideração do gradiente de retração, também analisada por Oliveira (2019, 2021), com avaliação da resposta de longa duração usando o Método do Módulo Efetivo Ajustado à idade (*Age-Adjusted Effective Modulus Method*), propostos por Dilger e Neville (1971) e Bazant, (1972). Desse modo, as variáveis de investigação são as deformações de referência ($\epsilon_{r,0}$ e $\epsilon_{r,k}$) e as curvaturas (κ_0 e κ_k) nas análises: imediata (no instante t_0 da aplicação do carregamento) e de longa duração, na idade t_k de interesse. O eixo de referência da seção transversal é tomado como a face inferior da laje.

De modo a deixar o método genérico na avaliação da seção, considera-se as situações da seção não fissurada (*uncracked cross-section*) e da seção fissurada (*cracked cross-section*). A abordagem permite analisar, portanto, peças de concreto estrutural e mistas de aço e concreto de forma geral. O aprimoramento ao método é incluir as parcelas da protensão juntamente com a fôrma de aço incorporada e as propriedades do concreto (normal ou leve) adequadamente. Na ocorrência da fissuração, a curvatura equivalente é tomada, conforme visto na Eq. 3.2, no Capítulo 3.

O método apresentado baseia-se nos trabalhos de Gilbert *et al.* (2017) e Gilbert e Ranzi (2011) para peças de concreto protendidas, aqui estendidas a considerar a presença da fôrma de aço incorporada e particularidades das armaduras aderentes e não-aderentes. Seja uma seção submetida a uma força axial N_{ext} e um momento fletor M_{ext} aplicado sobre o eixo de referência arbitrado, o diagrama de deformações é mostrado na Figura A.1 b) e c), a deformação em qualquer altura da seção y acima do eixo de referência é dada pela Eq. B.1:

$$\varepsilon = \varepsilon_r - y\kappa \quad (\text{B.1})$$

A determinação da deformação de referência ε_r e a curvatura κ pode ser obtida pelo equilíbrio da seção pelas condição de equilíbrio das forças normais e da momento da seção (Eqs. B.2 e B.3), respectivamente:

$$N_{int} = N_{ext} \quad (\text{B.2})$$

$$M_{int} = M_{ext} \quad (\text{B.3})$$

N_{int} e M_{int} são as forças internas axial e momento, respectivamente (Eq. B.4 e B.5):

$$N_{int} = \int_A \sigma dA \quad (\text{B.4})$$

$$M_{int} = \int_A -y\sigma dA \quad (\text{B.5})$$

Esse procedimento forma a base das análises de avaliação das respostas imediatas e de longa duração. A principal diferença entre as análises é a relação constitutiva apropriadas para o aço e o concreto. A resposta imediata serve de parâmetro inicial para as avaliações das parcelas de fluência e relaxação, dado a dependência do estado de tensão prévio.

B.1.1 Análise da resposta imediata

A) Seção não-fissurada

Essa análise trata da resposta imediatamente após o primeiro carregamento ou imediatamente após a transferência da protensão, no instante t_0 . Dada a inexistência de fissuração da seção, a inércia da seção de concreto é contabilizada integralmente. A relação constitutiva para concreto e para os aços são assumidas elástico lineares, conforme Eq. B.6.

$$\begin{aligned}
 \sigma_{c,0} &= E_{cm,0} \varepsilon_0 && \text{(Concreto)} \\
 \sigma_{s(i),0} &= E_{s(i)} \varepsilon_{s(i),0} && \text{(Armaduras passivas)} \\
 \sigma_{sd} &= E_{sd} \varepsilon_{sd,0} && \text{(Fôrma de aço incorporada)} \\
 \begin{cases} \sigma_{p(i),0} = E_{p(i)} (\varepsilon_{cp(i),0} + \varepsilon_{p(i),init}) & \text{(se } A_{p(i)} \text{ é aderente)} \\ \sigma_{p(i),0} = E_{p(i)} \varepsilon_{p(i),init} & \text{(se } A_{p(i)} \text{ é não-aderente)} \end{cases} &&& \text{(B.6)}
 \end{aligned}$$

No qual, $\sigma_{c,0}$, σ_{sd} , $\sigma_{s(i),0}$ e $\sigma_{p(i),0}$ representam as tensões no concreto, no eixo centroidal da fôrma de aço, na armadura passiva e da armadura de protensão, respectivamente. As deformações correspondentes são calculadas, pela Eq. B.7. Na protensão aderente, a deformação $\varepsilon_{cp(i),0}$ é deformação no concreto ao nível da posição dos cabos existentes, enquanto a deformação $\varepsilon_{p(i),init}$ é a deformação inicial produzida pela força de protensão, dada pela Eq. B.7:

$$\varepsilon_{p(i),init} = \frac{P_{init(i)}}{A_{p(i)} E_{p(i)}} \quad \text{(B.7)}$$

Gilbert *et al.* (2017) indica que a força de protensão $P_{init(i)}$ para elementos pós-tracionados não-aderentes é a força imediatamente após a transferência. Ressalta que em serviço, a mudança na geometria do elemento é relativamente pequena e a mudança de deformação no cabo é usualmente menor que $0,5\% \varepsilon_{p(i),init}$ e por isso, qualquer aumento de tensão é desprezado. Para os elementos pós-tracionados com armadura aderentes, $P_{init(i)}$ é a força de protensão imediatamente após tracionar o cabo e para elemento com pré-tração é a força imediatamente antes da transferência da protensão. Dessa forma, a força de protensão é incluída na análise por meio de uma deformação induzida, ao invés de uma ação externa.

A força normal interna $N_{\text{int},0}$ da seção é a soma das parcelas resistidas pelos materiais constituintes da seção, dadas pela Eq. B.8, que se desdobram nas Eqs B.9 a B.12:

$$N_{\text{int},0} = N_{c,0} + N_{s,0} + N_{sd,0} + N_{p,0} \quad (\text{B.8})$$

$$\begin{aligned} N_{c(i),0} &= \int_{A_c} \sigma_{c(i),0} dA = \int_{A_c} E_{c(i),0} \varepsilon_0 dA \\ &= \int_{A_c} E_{c(i),0} (\varepsilon_{r,0} - y \kappa_0) dA = A_{c(i)} E_{c(i),0} \varepsilon_{r,0} - B_{c(i)} E_{c(i),0} \kappa_0 \end{aligned} \quad (\text{B.9})$$

$$\begin{aligned} N_{s,0} &= \sum_{i=1}^{m_s} (A_{s(i)} E_{s(i)}) (\varepsilon_{r,0} - y_{s(i)} \kappa_0) = \\ &= \sum_{i=1}^{m_s} (A_{s(i)} E_{s(i)}) \varepsilon_{r,0} - \sum_{i=1}^{m_s} (y_{s(i)} A_{s(i)} E_{s(i)}) \kappa_0 \end{aligned} \quad (\text{B.10})$$

$$\begin{aligned} N_{sd,0} &= A_{sd} E_{sd} (\varepsilon_{r,0} - y_{s(i)} \kappa_0) \\ &= A_{sd} E_{sd} \varepsilon_{r,0} - B_{sd} E_{sd} \kappa_0 \end{aligned}$$

$$N_{p,0} = \sum_{i=1}^{m_p} (A_{p(i)} E_{p(i)}) \varepsilon_{p(i),\text{init}} \quad (\text{n\~{a}o-aderente}) \quad (\text{B.11})$$

$$\begin{aligned} N_{p,0} &= \sum_{i=1}^{m_p} (A_{p(i)} E_{p(i)}) (\varepsilon_{r,0} - y_{p(i)} \kappa_0 + \varepsilon_{p(i),\text{init}}) = \\ &= \sum_{i=1}^{m_p} (A_{p(i)} E_{p(i)}) \varepsilon_{r,0} - \sum_{i=1}^{m_p} (y_{p(i)} A_{p(i)} E_{p(i)}) \kappa_0 + \sum_{i=1}^{m_p} (A_{p(i)} E_{p(i)}) \varepsilon_{p(i),\text{init}} \quad (\text{aderente}) \end{aligned} \quad (\text{B.12})$$

Com manipulação algébrica das parcelas na Eq. B.8, $N_{\text{int},0}$ é expresso em termos da geometria e dos módulos elásticos da seção. Para o caso da armadura de protensão aderente e não-aderente, tem-se (Eqs. B.13 e B.14, respectivamente):

$$\begin{aligned} N_{\text{int},0} &= \left(A_{c(i)} E_{c(i),0} + \sum_{i=1}^{m_s} A_{s(i)} E_{s(i)} + A_{sd} E_{sd} + \sum_{i=1}^{m_p} A_{p(i)} E_{p(i)} \right) \varepsilon_{r,0} \\ &\quad - \left(B_{c(i)} E_{c(i),0} + \sum_{i=1}^{m_s} y_{s(i)} A_{s(i)} E_{s(i)} + B_{sd} E_{sd} + \sum_{i=1}^{m_p} y_{p(i)} A_{p(i)} E_{p(i)} \right) \kappa_0 + \sum_{i=1}^{m_p} (A_{p(i)} E_{p(i)}) \varepsilon_{p(i),\text{init}} \quad (\text{B.13}) \\ &= R_{A,0} \varepsilon_{r,0} - R_{B,0} \kappa_0 + \sum_{i=1}^{m_p} (A_{p(i)} E_{p(i)}) \varepsilon_{p(i),\text{init}} \quad [\text{aderente}] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} N_{\text{int},0} &= \left(A_{c(i)} E_{c(i),0} + \sum_{i=1}^{m_s} A_{s(i)} E_{s(i)} + A_{sd} E_{sd} \right) \varepsilon_{r,0} \\ &\quad - \left(B_{c(i)} E_{c(i),0} + \sum_{i=1}^{m_s} y_{s(i)} A_{s(i)} E_{s(i)} + B_{sd} E_{sd} \right) \kappa_0 + \sum_{i=1}^{m_p} (A_{p(i)} E_{p(i)}) \varepsilon_{p(i),\text{init}} \quad (\text{B.14}) \\ &= R_{A,0} \varepsilon_{r,0} - R_{B,0} \kappa_0 + \sum_{i=1}^{m_p} (A_{p(i)} E_{p(i)}) \varepsilon_{p(i),\text{init}} \quad [\text{n\~{a}o-aderente}] \end{aligned}$$

De modo similar, o momento interno $M_{\text{int},0}$ da seção pode ser expresso pela Eq. B.15 e B.16, desdobrando-se nas parcelas dadas:

$$\begin{aligned}
 M_{\text{int},0} = & - \left(B_{c(i)} E_{c(i),0} + \sum_{i=1}^{m_s} y_{s(i)} A_{s(i)} E_{s(i)} + B_{sd} E_{sd} + \sum_{i=1}^{m_p} y_{p(i)} A_{p(i)} E_{p(i)} \right) \varepsilon_{r,0} \\
 & + \left(I_{c(i)} E_{c(i),0} + \sum_{i=1}^{m_s} y_{s(i)}^2 A_{s(i)} E_{s(i)} + I_{sd} E_{sd} + \sum_{i=1}^{m_p} y_{p(i)}^2 A_{p(i)} E_{p(i)} \right) \kappa_0 - \sum_{i=1}^{m_p} (y_{p(i)} A_{p(i)} E_{p(i)}) \varepsilon_{p(i),\text{init}} \quad (\text{B.15}) \\
 = & -R_{B,0} \varepsilon_{r,0} + R_{I,0} \kappa_0 - \sum_{i=1}^{m_p} (y_{p(i)} A_{p(i)} E_{p(i)}) \varepsilon_{p(i),\text{init}} \quad [\text{aderente}]
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 M_{\text{int},0} = & - \left(B_{c(i)} E_{c(i),0} + \sum_{i=1}^{m_s} y_{s(i)} A_{s(i)} E_{s(i)} + B_{sd} E_{sd} \right) \varepsilon_{r,0} \\
 & + \left(I_{c(i)} E_{c(i),0} + \sum_{i=1}^{m_s} y_{s(i)}^2 A_{s(i)} E_{s(i)} + I_{sd} E_{sd} \right) \kappa_0 - \sum_{i=1}^{m_p} (y_{p(i)} A_{p(i)} E_{p(i)}) \varepsilon_{p(i),\text{init}} \quad (\text{B.16}) \\
 = & -R_{B,0} \varepsilon_{r,0} + R_{I,0} \kappa_0 - \sum_{i=1}^{m_p} (y_{p(i)} A_{p(i)} E_{p(i)}) \varepsilon_{p(i),\text{init}} \quad [\text{n\~ao-aderente}]
 \end{aligned}$$

Em que as parcelas $R_{A,0}$, $R_{B,0}$ e $R_{I,0}$ representam as rigidezes axiais e do momento estático de área da seção, e, a rigidez à flexão da seção em relação ao eixo de referência, respectivamente. Para o caso da armadura não-aderente, como não ocorre compatibilidade de deformações, a contribuição da área de aço nas rigidezes $R_{A,0}$ e $R_{B,0}$ é desprezada.

Essas parcelas são dadas pelas Eqs B.17, B.18 e B.19, respectivamente.

$$R_{A,0,\text{uncr}} = A_{c(i)} E_{c(i),0} + \sum_{i=1}^{m_s} A_{s(i)} E_{s(i)} + A_{sd} E_{sd} + \sum_{i=1}^{m_p} A_{p(i)} E_{p(i)} \quad (\text{B.17})$$

$$R_{B,0,\text{uncr}} = B_{c(i)} E_{c(i),0} + \sum_{i=1}^{m_s} y_{s(i)} A_{s(i)} E_{s(i)} + B_{sd} E_{sd} + \sum_{i=1}^{m_p} y_{p(i)} A_{p(i)} E_{p(i)} \quad (\text{B.18})$$

$$R_{I,0,\text{uncr}} = I_{c(i)} E_{c(i),0} + \sum_{i=1}^{m_s} y_{s(i)}^2 A_{s(i)} E_{s(i)} + I_{sd} E_{sd} + \sum_{i=1}^{m_p} y_{p(i)}^2 A_{p(i)} E_{p(i)} \quad (\text{B.19})$$

Substituindo as expressões de $N_{\text{int},0}$ e $M_{\text{int},0}$ na equação de equilíbrio, recai-se numa equação de equilíbrio que pode ser reescrita de forma compacta no formato matricial, conforme Eq. B.20:

$$r_{\text{ext},0} = D_{0,\text{uncr}} \varepsilon_{0,\text{uncr}} + f_{p,\text{init}} \quad (\text{B.20})$$

Em que, reagrupando-se tem as parcelas das Eq. B.21 a B.24:

$$r_{ext,0} = \begin{bmatrix} N_{ext,0} \\ M_{ext,0} \end{bmatrix} \quad (B.21)$$

$$D_{0,uncr} = \begin{bmatrix} R_{A,0,uncr} & -R_{B,0,uncr} \\ -R_{B,0,uncr} & R_{I,0,uncr} \end{bmatrix} \quad (B.22)$$

$$f_{p,init} = \sum_{i=1}^{m_p} \begin{bmatrix} A_{p(i)} E_{p(i)} \varepsilon_{p(i),init} \\ -\gamma_{p(i)} A_{p(i)} E_{p(i)} \varepsilon_{p(i),init} \end{bmatrix} = \sum_{i=1}^{m_p} \begin{bmatrix} P_{init(i)} \\ -\gamma_{p(i)} P_{init(i)} \end{bmatrix} \quad (B.23)$$

$$\varepsilon_{0,uncr} = \begin{bmatrix} \varepsilon_{r,0,uncr} \\ \kappa_{0,uncr} \end{bmatrix} \quad (B.24)$$

O vetor $r_{ext,0}$ é o vetor das ações externas. A matriz D_0 traz as propriedades geométricas e materiais da seção transversal. O vetor $f_{p,init}$ contém as ações causadas pela força de protensão inicial, no tempo t_0 , e, o vetor ε_0 contém as variáveis independentes de interesse (deformação de referência e da curvatura), que são obtidas pela equação de equilíbrio (Eq. B.25):

$$\varepsilon_{0,uncr} = D_{0,uncr}^{-1} (r_{ext,0} - f_{p,init}) = F_{0,uncr} (r_{ext,0} - f_{p,init}) \quad (B.25)$$

Em que $F_{0,uncr}$ é dado pela Eq. B.26:

$$F_{0,uncr} = \frac{1}{R_{A,0,uncr} R_{I,0,uncr} - R_{B,0,uncr}^2} \begin{bmatrix} R_{I,0,uncr} & R_{B,0,uncr} \\ R_{B,0,uncr} & R_{A,0,uncr} \end{bmatrix} \quad (B.26)$$

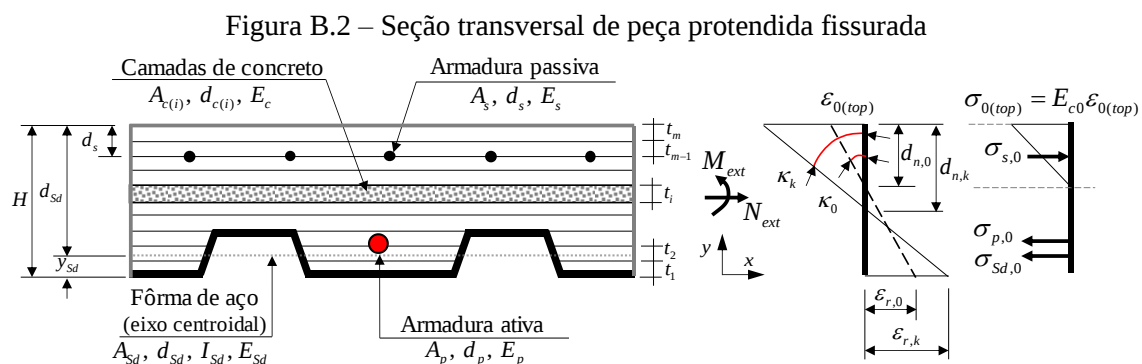
Portanto, as tensões nos materiais podem ser obtidas pela distribuição de deformações associada as relações constitutivas, onde $\varepsilon_0 = \varepsilon_{r,0} - \gamma \kappa_0 = [1 - \gamma] \varepsilon_0$, e as tensões nos materiais são para o concreto, armaduras passivas, fôrma de aço e armaduras ativas (aderentes e não-aderentes), respectivamente iguais a (Eq. B.27 e B.28):

$$\begin{aligned}
\sigma_{c(i),0} &= E_{c(i)} \varepsilon_0 = E_{c(i)} (\varepsilon_{r,0} - y_{c(i)} \kappa_0) \\
\sigma_{s(i),0} &= E_{s(i)} \varepsilon_{s(i),0} = E_{s(i)} (\varepsilon_{r,0} - y_{s(i)} \kappa_0) \\
\sigma_{sd,0} &= E_{sd} \varepsilon_{sd,0} = E_{sd} (\varepsilon_{r,0} - y_{sd} \kappa_0)
\end{aligned} \tag{B.27}$$

$$\begin{cases} \sigma_{p(i),0} = E_{p(i)} (\varepsilon_{cp(i),0} + \varepsilon_{p(i),init}) \\ \quad = E_{p(i)} (\varepsilon_{r,0} - y_{p(i)} \kappa_0 + \varepsilon_{p(i),init}) \quad [\text{aderente}] \\ \sigma_{p(i),0} = E_{p(i)} \varepsilon_{p(i),init} \quad [\text{n\~ao-aderente}] \end{cases} \tag{B.28}$$

B) Seção fissurada

A fissuração do concreto ocorre se a tensão na fibra superar a resistência à tração na flexão da peça. Seja a Figura B.2 cuja seção encontra-se fissurada e as solicitações externas N_{ext} e M_{ext} produzam tensão suficiente para causar fissuração na fibra inferior do concreto. Assim como na seção não-fissurada, as propriedades dos materiais são dadas pelas suas áreas, inércias e módulos de elasticidade correspondentes.



Fonte: Elaborado pelo autor

A deformação em qualquer posição y do eixo de referência, tomado na face inferior, no tempo t_0 é dada por $\varepsilon_0 = \varepsilon_{r,0} - y \kappa_0$ e as tensões nos materiais podem ser obtidas de maneira similar à da seção não-fissurada, destacando-se que a tensão no concreto é assumida como Eq. (B.29), com $y_{n,0} = H - d_{n,0}$.

$$\begin{aligned}
\sigma_{c(i),0} &= E_{c(i)} \varepsilon_0 = E_{c(i)} (\varepsilon_{r,0} - y_{c(i)} \kappa_0) \quad \text{para } y \geq y_{n,0} \\
\sigma_{c(i),0} &= 0 \quad \text{para } y \leq y_{n,0}
\end{aligned} \tag{B.29}$$

Dessa forma, a força interna N_{int} possui as mesmas parcelas apresentadas para a avaliação da seção não-fissurada, a diferenciar agora a contribuição do concreto, tomado apenas a parte comprimida, desprezando qualquer contribuição das áreas tracionadas. Desse modo, ao reescrever a Eq. (B.9), em termos das rigidezes da seção, em termos do equilíbrio (Eq. B.30), tem-se a Eq. (B.31):

$$N_{\text{int},0} = \int_{A_c} E_{c(i),0} (\varepsilon_{r,0} - y\kappa_0) dA + (R_{A,s} + R_{A,sd} + R_{A,p}) \varepsilon_{r,0} - (R_{B,s} + R_{B,sd} + R_{B,p}) \kappa_0 + P_{\text{init}} \quad (\text{B.30})$$

$$\begin{aligned} N_{\text{int},0} &= N_{\text{ext},0} \\ N_{\text{ext},0} - P_{\text{init}} &= \int_{A_c} E_{c(i),0} (\varepsilon_{r,0} - y\kappa_0) dA + (R_{A,s} + R_{A,sd} + R_{A,p}) \varepsilon_{r,0} - (R_{B,s} + R_{B,sd} + R_{B,p}) \kappa_0 \end{aligned} \quad (\text{B.31})$$

De modo similar, ao equilíbrio do momento fletor, tem-se as Eqs. (B.32 e B.33):

$$M_{\text{int},0} = - \int_{A_c} E_{c(i),0} (\varepsilon_{r,0} - y\kappa_0) y dA + (R_{B,s} + R_{B,sd} + R_{B,p}) \varepsilon_{r,0} - (R_{I,s} + R_{I,sd} + R_{I,p}) \kappa_0 + M_{\text{init}} \quad (\text{B.32})$$

$$\begin{aligned} M_{\text{ext},0} &= M_{\text{int},0} \\ M_{\text{ext},0} - M_{\text{init}} &= - \int_{A_c} E_{c(i),0} (\varepsilon_{r,0} - y\kappa_0) y dA + (R_{B,s} + R_{B,sd} + R_{B,p}) \varepsilon_{r,0} - (R_{I,s} + R_{I,sd} + R_{I,p}) \kappa_0 \end{aligned} \quad (\text{B.33})$$

A equação pode ser simplificada a depender da existência de protensão ou flexão pura, ou a seção transversal ser retangular, por exemplo, no qual a equação quadrática pode ser resolvida encontrando a posição da linha neutra. Dada uma seção protendida ou existir uma força axial externa ($(N_{\text{ext},0} - P_{\text{init}} \neq 0)$) a estratégia de solução da posição da linha neutra na seção pode ser feita com a divisão das duas equações (Eq. B.34) (Gilbert *et al.*, 2014).

$$\frac{M_{\text{ext},0} - M_{\text{init}}}{N_{\text{ext},0} - P_{\text{init}}} = \frac{- \int_{A_c} E_{c(i),0} (\varepsilon_{r,0} - y\kappa_0) y dA + (R_{B,s} + R_{B,sd} + R_{B,p}) \varepsilon_{r,0} - (R_{I,s} + R_{I,sd} + R_{I,p}) \kappa_0}{\int_{A_c} E_{c(i),0} (\varepsilon_{r,0} - y\kappa_0) dA + (R_{A,s} + R_{A,sd} + R_{A,p}) \varepsilon_{r,0} - (R_{B,s} + R_{B,sd} + R_{B,p}) \kappa_0} \quad (\text{B.34})$$

Dividindo o numerador e denominador à direita por κ_0 e sabendo que no eixo de deformação nula $y = y_{n,0} = \varepsilon_{r,0} / \kappa_0$ a expressão se torna Eq. B.35:

$$\frac{M_{\text{ext},0} - M_{\text{init}}}{N_{\text{ext},0} - P_{\text{init}}} = \frac{- \int_{A_c} E_{c(i),0} (y_{n,0} - y) y dA + (R_{B,s} + R_{B,sd} + R_{B,p}) y_{n,0} - (R_{I,s} + R_{I,sd} + R_{I,p})}{\int_{A_c} E_{c(i),0} (y_{n,0} - y) dA + (R_{A,s} + R_{A,sd} + R_{A,p}) y_{n,0} - (R_{B,s} + R_{B,sd} + R_{B,p})} \quad (\text{B.35})$$

A equação pode ser resolvida iterativamente usando métodos simples de solução de equação não-linear. Com rotinas de *Excel*, pode-se usar a estratégia do “*Atingir Metas*”, de fácil implementação e de acesso aos escritórios de projeto.

As parcelas das rigidezes da seção $R_{A,i}$, $R_{B,i}$ e $R_{I,i}$ de contribuição das armaduras passivas, fôrma de aço e armaduras ativas são calculadas com base nos valores apresentados na Tabela B.1

Tabela B.1 – Resumo da contribuição nas rigidezes dos materiais

	Armaduras Passivas (s)	Fôrma de aço (Sd)	Armaduras ativas aderentes (p)	Armaduras ativas Não-aderentes (p)
$R_{A,i} = (Axial)$	$\sum_{i=1}^{m_s} (A_{s(i)} E_{s(i)})$	$A_{sd} E_{sd}$	$\sum_{i=1}^{m_p} (A_{p(i)} E_{p(i)})$	
$R_{B,i} = (Mom. est. área)$	$\sum_{i=1}^{m_s} (y_{s(i)} A_{s(i)} E_{s(i)})$	$y_{sd} A_{sd} E_{sd}$	$\sum_{i=1}^{m_p} (y_{p(i)} A_{p(i)} E_{p(i)})$	$R_{A,p} = R_{B,p} = R_{I,p} = 0$
$R_{I,i} = (Flexão)$	$\sum_{i=1}^{m_s} (y_{s(i)}^2 A_{s(i)} E_{s(i)})$	$I_{sd} E_{sd}$	$\sum_{i=1}^{m_p} (y_{p(i)}^2 A_{p(i)} E_{p(i)})$	

Fonte: Elaborado pelo autor

Os efeitos da protensão são incluídas nos termos $P_{init(i)}$ e M_{init} que denotam a força de protensão e o momento gerado pela força de protensão, este calculado em função do eixo de referência adotado, conforme Eq. B.36:

$$P_{init(i)} = \sum_{i=1}^{m_p} (A_{p(i)} E_{p(i)} \epsilon_{p(i),init}) \quad (B.36)$$

$$M_{init} = - \sum_{i=1}^{m_p} (y_{p(i)} A_{p(i)} E_{p(i)} \epsilon_{p(i),init}) \quad (B.37)$$

Com a determinação da posição da linha neutra, a zona comprimida é definida e as propriedades do concreto determinadas com base no eixo de referência adotado (A_c , B_c e I_c) e usando o método de discretização das camadas (*Layer-by-layer*), determina-se respectivas rigidezes pelas Eqs. B.38, B.39 e B.40:

$$\begin{aligned} R_{A,0,cr} &= \sum_{i=1}^{m_c} A_{c(i)} E_{c(i),0} + R_{A,s} + R_{A,sd} + R_{A,p} \\ &= \sum_{i=1}^{m_c} (b_{c(i)} h_{c(i)}) E_{c(i),0} + R_{A,s} + R_{A,sd} + R_{A,p} \end{aligned} \quad (B.38)$$

$$\begin{aligned}
R_{B,0,cr} &= \sum_{i=1}^{m_c} B_{c(i)} E_{c(i),0} + R_{B,s} + R_{B,sd} + R_{B,p} = \sum_{i=1}^{m_c} y_{c(i)} A_{c(i)} E_{c(i),0} + R_{B,s} + R_{B,sd} + R_{B,p} \\
&= \sum_{i=1}^{m_c} (y_{c(i)} b_{c(i)} h_{c(i)}) E_{c(i),0} + R_{B,s} + R_{B,sd} + R_{B,p}
\end{aligned} \tag{B.39}$$

$$\begin{aligned}
R_{I,0,cr} &= \sum_{i=1}^{m_c} I_{c(i)} E_{c(i),0} + R_{I,s} + R_{I,sd} + R_{I,p} \\
&= \sum_{i=1}^{m_c} \left(\frac{b_{c(i)} h_{c(i)}^3}{12} + y_{c(i)} b_{c(i)} h_{c(i)} \right) E_{c(i),0} + R_{B,s} + R_{I,sd} + R_{B,p}
\end{aligned} \tag{B.40}$$

Usando o mesmo procedimento para solução da seção não-fissurada, o sistema de equilíbrio que governa o problema pode ser escrito sob a mesma forma, onde $r_{ext,0}$ é a vetor com as solicitações externas. A matriz $D_{0,cr}$ traz as propriedades geométricas e materiais da seção transversal considerando seção de concreto fissurado. O vetor $f_{p,init}$ contém as ações causadas pela força de protensão inicial, no tempo t_0 , e, o vetor $\varepsilon_{0,cr}$ contém as variáveis independentes de interesse (deformação de referência e da curvatura), que são obtidas pela equação de equilíbrio dadas pelas Eqs. B. 41 a B.47:

$$r_{ext,0} = D_{0,cr} \varepsilon_{0,cr} + f_{p,init} \tag{B.41}$$

$$D_{0,cr} = \begin{bmatrix} R_{A,0,cr} & -R_{B,0,cr} \\ -R_{B,0,cr} & R_{I,0,cr} \end{bmatrix} \tag{B.42}$$

$$\varepsilon_{0,cr} = \begin{bmatrix} \varepsilon_{r,0,cr} \\ \kappa_{0,cr} \end{bmatrix} \tag{B.43}$$

$$\begin{aligned}
\varepsilon_{0,cr} &= D_{0,cr}^{-1} (r_{ext,0} - f_{p,init}) \\
&= F_{0,cr} (r_{ext,0} - f_{p,init})
\end{aligned} \tag{B.44}$$

$$F_{0,cr} = \frac{1}{R_{A,0,cr} R_{I,0,cr} - R_{B,0,cr}^2} \begin{bmatrix} R_{I,0,cr} & R_{B,0,cr} \\ R_{B,0,cr} & R_{A,0,cr} \end{bmatrix} \tag{B.45}$$

Determinam-se assim as deformações de referência e a curvatura para a seção fissurada, e o cálculo das tensões nos materiais é feito com base nas Eqs B.46 e B.47:

$$\begin{aligned}
\sigma_{c(i),0} &= E_{c(i)} \varepsilon_0 = E_{c(i)} (\varepsilon_{r,0,cr} - \gamma_{c(i)} \kappa_{0,cr}) \\
\sigma_{s(i),0} &= E_{s(i)} \varepsilon_{s(i),0} = E_{s(i)} (\varepsilon_{r,0,cr} - \gamma_{s(i)} \kappa_{0,cr}) \\
\sigma_{sd,0} &= E_{sd} \varepsilon_{sd,0} = E_{sd} (\varepsilon_{r,0,cr} - \gamma_{sd} \kappa_{0,cr})
\end{aligned} \tag{B.46}$$

$$\begin{cases} \sigma_{p(i),0} = E_{p(i)} (\varepsilon_{cp(i),0} + \varepsilon_{p(i),init}) \\ \quad = E_{p(i)} (\varepsilon_{r,0,cr} - \gamma_{p(i)} \kappa_{0,cr} + \varepsilon_{p(i),init}) \text{ [aderente]} \\ \sigma_{p(i),0} = E_{p(i)} \varepsilon_{p(i),init} \text{ [n\~ao-aderente]} \end{cases} \tag{B.47}$$

A curvatura média da seção é obtida pelas equações de ponderação, como exemplificado na Eq. 3.2.

B.1.2 Análise da resposta de longa-duração

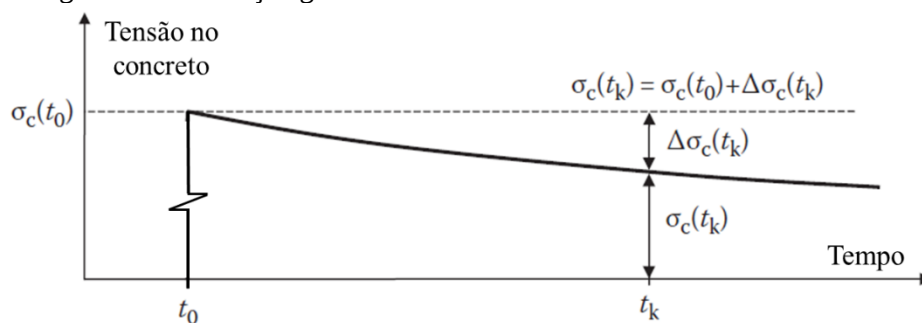
A abordagem de avaliação da resposta de longa duração da seção transversal para as análises das tensões e deformações na seção mista protendida em um idade de avaliação t_k depois da aplicação do carregamento ou da transferência da protensão ao concreto, baseia-se na formulação do Método do Módulo Efetivo Ajustado à Idade (*Adjusted Effective Modulus Method, AEMM*). O método foi proposto por Trost (1969) e, posteriormente desenvolvido por Dilger e Neville (1971) e Bazant (1972).

Vários trabalhos na avaliação em serviço das estruturas mistas de aço e concreto (Gholamhoseini (2014, 2016); Al-Deen; Ranzi (2013), Ranzi *et al.* (2013), bem como as de concreto armado e protendidas ((Gilbert (1999,2001, 2013), Ranzi; Gilbert (2011), Watts (2020, 2021) tem usado o método na consideração dos efeitos dependentes do tempo, sendo um dos métodos mais úteis (Bazant (1972) e Watts *et al.* (2020)).

Nesse método, as mudanças de tensão e deformações no tempo t_0 até a idade t_k de interesse são aproximadamente calculadas usando o módulo efetivo ajustado à idade $\bar{E}_{c,eff}(t, t_0)$, e os incrementos de fluência são calculados pelo coeficiente de fluência $\varphi_{cr}(t_k, t_0)$ como se a tensão permanece constante. A peça é assumida permanecer com carregamento constante, embora a inclusão ou retirada de carregamentos possa ser considerada com a sobreposição dos cálculos separados.

As deformações progressivas no tempo do concreto (retração e fluência) com as armaduras aderentes (passivas e ativas) fornecem uma restrição ao encurtamento do concreto. À medida que o concreto tende a encurtar, as armaduras tendem a se comprimir. No entanto, uma força de tração oposta é aplicada ao concreto, reduzindo a força de compressão. Essas forças induzidas podem resultar em mudanças significativas nas deformações e curvaturas, ao longo do tempo. A Figura B.3 ilustra a típica redução de tensão que ocorre no concreto ao longo do tempo em peças de concreto com armaduras aderentes, sujeitas a um carregamento constante.

Figura B.3 – Redução gradual da tensão no histórico de tensão no concreto



Fonte: Elaborado pelo autor

Desse modo, a deformação total no tempo t_k pode ser expressa (Eq. B.48) pela soma da deformação imediata somada a fluência produzida por $\sigma_c(t_0)$, a deformação imediata e a fluência produzida pelo incremento de tensão aplicada $\Delta\sigma_c(t_k)$ e a deformação devido à retração.

$$\begin{aligned}\varepsilon(t_k) &= \frac{\sigma_c(t_0)}{E_{c,0}}[1 + \varphi(t_k, t_0)] + \frac{\Delta\sigma_c(t_k)}{E_{c,0}}[1 + \chi(t_k, t_0)\varphi(t_k, t_0)] + \varepsilon_{cs}(t_k) \\ &= \frac{\sigma_c(t_0)}{E_{c,eff}(t_k, t_0)} + \frac{\Delta\sigma_c(t_k)}{\bar{E}_{c,eff}(t, t_0)} + \varepsilon_{cs}(t_k)\end{aligned}\quad (B.48)$$

Onde $E_{c,eff}(t_k, t_0)$ é o módulo efetivo e $\bar{E}_{c,eff}(t, t_0)$ é o módulo efetivo ajustado à idade, dados pelas Eqs (B.49 e B.50), respectivamente

$$E_{c,eff}(t_k, t_0) = \frac{E_{c,0}}{1 + \varphi(t_k, t_0)} \quad (B.49)$$

$$\bar{E}_{c,eff}(t, t_0) = \frac{E_{c,0}}{1 + \chi(t_k, t_0)\varphi(t_k, t_0)} \quad (B.50)$$

A deformação do concreto pode ser reescrita em termos na tensão inicial $\sigma_c(t_0)$, da tensão $\sigma_c(t_k)$ na idade de interesse t_k , juntando os termos, é expressa na Eq. B.51:

$$\begin{aligned}\varepsilon(t_k) &= \frac{\sigma_c(t_0)}{E_{c,eff}} + \frac{\sigma_c(t_k) - \sigma_c(t_0)}{E_{c,eff}} + \varepsilon_{cs}(t_k) \\ &= \frac{\sigma_c(t_0)\varphi(t_k, t_0)[1 - \chi(t_k, t_0)]}{E_{c,0}} + \frac{\sigma_c(t_k)[1 + \chi(t_k, t_0)\varphi(t_k, t_0)]}{E_{c,0}} + \varepsilon_{cs}(t_k)\end{aligned}\quad (B.51)$$

Rearranjando a equação, em função da tensão no concreto, tem-se a relação constitutiva, ou seja, a relação temporal da lei tensão-deformação para o concreto, Eq. B.52:

$$\sigma_c(t_k) = \bar{E}_{c,eff}(\varepsilon_k - \varepsilon_{cs,k}) + \sigma_c(t_0)\bar{F}_{e,0} \quad (B.52)$$

Em que, o termo $\bar{F}_{e,0}$ dado pela Eq. B.53:

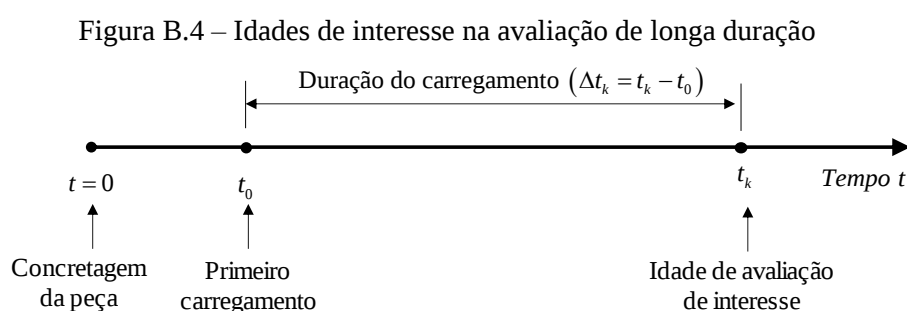
$$\bar{F}_{e,0} = \varphi(t_k, t_0) \frac{[\chi(t_k, t_0) - 1]}{[1 + \chi(t_k, t_0)\varphi(t_k, t_0)]} \quad (B.53)$$

Os termos $\varphi(t_k, t_0)$ e $\chi(t_k, t_0)$ são respectivamente o coeficiente de fluência e o chamado coeficiente de envelhecimento do concreto (*ageing coefficient*), em tradução livre. Para os elementos sujeitos a cargas constante, onde a mudança nas tensões é causada pela restrição da fluência e retração devido armaduras aderentes ao concreto, $\chi(t_k, t_0)$ pode ser aproximadamente igual a 0,65, quando o tempo t_k , excede 100 dias (Gilbert e Ranzi, 2011). Outros valores de $\chi(t_k, t_0)$ a depender da avaliação, são indicados, como 0,55 para a análises da retração e 0,75-0,80 para a fluência devido carregamentos externos (Eurocode 4:2004). No seu trabalho, Bazant (1972) apresenta alguns valores para os coeficientes $\chi(t_k, t_0)$, em função do valor de $\varphi(t_k, t_0)$ e das idades consideradas.

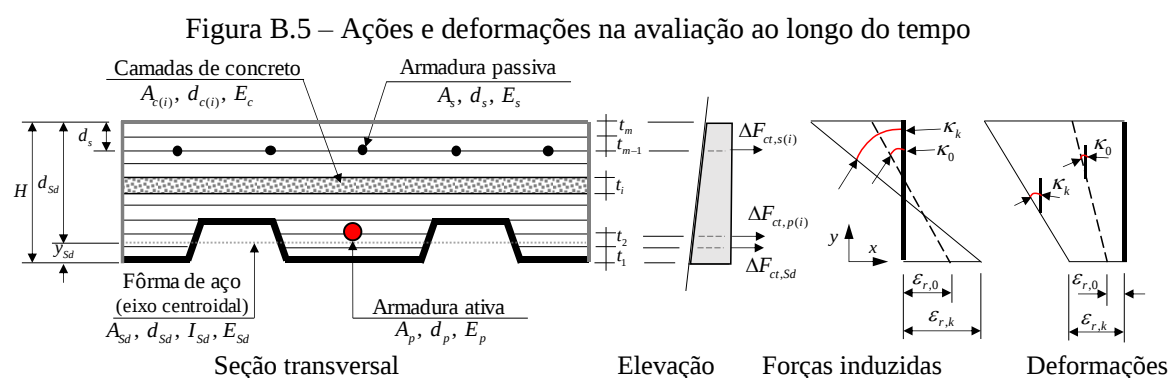
Bazant *et al* (2013) trouxe uma discussão na melhoria na estimativa do coeficiente de envelhecimento do concreto. No entanto, cita que os modelos normativos da *fib* e do ACI, tem tomado como base a suposição de comportamento viscoelástico de envelhecimento linear, sem necessidade de solução numérica de equações integrais. Indica que apesar das não linearidades presentes nas peças de concreto, a teoria linear viscoelástica da fluência e envelhecimento, baseada no princípio da superposição, tem representado adequadamente, indicando ainda que como o estado de tensão em serviço

geralmente é baixo, está adequadamente dentro da faixa linear de fluência do concreto. Isso justifica, portanto, a importância da limitação da faixa de tensões do concreto, principalmente nas peças protendidas.

Seja a Figura B.4 identificados as duas idades de interesse, a do primeiro carregamento t_0 (protensão, peso próprio e sobrecargas) e a idade de avaliação da peça t_k . O tempo de cura do concreto t_c também é importante na avaliação das deformações devido à retração. No intervalo de interesse $\Delta t_k = t_k - t_0$, desenvolvem-se as deformações devido à fluência e retração, bem como a relaxação do aço.



Com a deformação no concreto, à medida que as fibras encurtam, uma mudança gradual da força no aço aderido ao concreto surge, de modo oposto à força de restrição ΔF_{ct} para manter o equilíbrio, conforme a Figura B.5. Essas deformações acarretam um alívio da tensão de compressão no concreto e, às perdas de protensão das armaduras ativas. Entretanto, essa restrição é benéfica no sentido de reduzir as perdas de protensão.



A resultante das forças internas induzidas pela retração e fluência do concreto são dadas por um incremento de força normal e um incremento de momento em relação ao eixo de referência adotado, dados pelas Eq. B.54 e Eq. B.55:

$$\Delta N(t_k) = \sum_{i=1}^{m_s} \Delta F_{ct,s(i)} + \Delta F_{ct,Sd} + \sum_{i=1}^{m_p} \Delta F_{ct,p(i)} \quad (\text{B.54})$$

$$\Delta M(t_k) = - \sum_{i=1}^{m_s} \Delta F_{ct,s(i)} y_{s(i)} - \Delta F_{ct,Sd} y_{Sd} - \sum_{i=1}^{m_p} \Delta F_{ct,p(i)} y_{p(i)} \quad (\text{B.55})$$

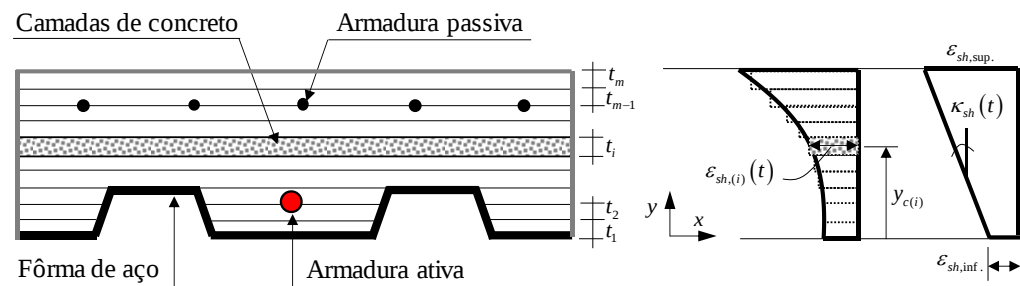
A deformação no tempo t_k é expressa pela Eq. B.56, com base na deformação de referência $\varepsilon_{r,k}$ e curvatura κ_k , que para uma seção a distância y do eixo de referência, origem na face inferior da laje, tem-se:

$$\varepsilon_k = \varepsilon_{r,k} - y\kappa_k \quad (\text{B.56})$$

A variação de deformação $\Delta\varepsilon_k = \varepsilon_k - \varepsilon_0$ que ocorre no tempo em qualquer ponto da seção transversal é a soma de cada um dos componentes (Gilbert *et al.*, 2011):

- a) A deformação da fluência não-restrita causada pela tensão inicial no concreto, no instante inicial do carregamento;
- b) A fluência e a deformação elástica causadas por $\Delta N(t_k)$ e $\Delta M(t_k)$ são gradualmente aplicadas na seção de concreto durante o período de tempo de interesse;
- c) A deformação livre da retração $\varepsilon_{sh}(t_k)$ nas peças e concreto armado e protendidas considera-se uniforme. Para a seção mista na presença da fôrma de aço incorporada, se utiliza da adoção do perfil de retração não-uniforme, seja com gradiente em formato parabólicos de Al-Deen (2018) e Gholamhoseini (2014) ou linear, como o proposto por Ranzi (2017), esquematicamente apresentados na Figura B.6.

Figura B.6 – Consideração dos efeitos do gradiente de retração nas lajes mistas



Fonte: Elaborado pelo autor

De modo análogo à análise da resposta imediata, assume-se ser linear elástica a relação constitutiva entre tensão e deformação para a fôrma de aço e armaduras ativas e passivas e, a relação constitutiva para concreto na Eq. B.52.

Desse modo, tem-se:

- No concreto: $\sigma_{c,k} = \bar{E}_{c,eff} (\varepsilon_k - \varepsilon_{cs,k}) + \sigma_{c,0} \bar{F}_{e,0}$
- Nas armaduras passivas: $\sigma_{s(i),k} = E_{s(i)} \varepsilon_{s(i),k}$
- Na fôrma de aço incorporada: $\sigma_{sd,k} = E_{sd} \varepsilon_{sd,k}$
- Na armadura ativa:

Pré-tração ou pós-tração aderentes no t_0 : $\sigma_{p(i),k} = E_{p(i)} (\varepsilon_{cp(i),k} + \varepsilon_{p(i),init} - \varepsilon_{p,rel(i),k})$

Pós-tração sem aderência em t_0 :

Aderentes em t_k : $\sigma_{p(i),k} = E_{p(i)} (\varepsilon_{cp(i),k} - \varepsilon_{cp(i),0} + \varepsilon_{p(i),init} - \varepsilon_{p,rel(i),k})$

Não-aderentes em t_k : $\sigma_{p(i),k} = E_{p(i)} (\varepsilon_{p(i),init} - \varepsilon_{p,rel(i),k})$

As deformações associadas à armaduras ativas são $\varepsilon_{cp(i),k}$, $\varepsilon_{cp(i),0}$, $\varepsilon_{p(i),init}$ e $\varepsilon_{p,rel(i),k}$, iguais a deformação no concreto ao nível da armadura na idade t_k , na idade t_0 , a deformação inicial (Eq. X) e a deformação devido à relaxação. Protensão aderente. A deformação devido a relaxação $\varepsilon_{p,rel(i),k}$ pode ser calculada pela Eq B.57:

$$\varepsilon_{p,rel(i),k} = \frac{\sigma_{p(i),init}}{E_{p(i)}} \psi_{p(i)} = \varepsilon_{p(i),init} \psi_{p(i)} \quad (B.57)$$

O valor de $\psi_{p(i)}$ é o coeficiente de relaxação para armadura ativa devido a tensão inicial após a ancoragem dos cabos ou cordoalhas.

As equações que governam o equilíbrio da seção para solicitações internas e externas, no tempo t_k são dadas pela Eq. B.58:

$$r_{ext,k} = r_{int,k} \quad (B.58)$$

Em que parcelas respectivas são representadas por B.59 e B.60:

$$r_{ext,k} = \begin{bmatrix} N_{ext,k} \\ M_{ext,k} \end{bmatrix} \quad (B.59)$$

$$r_{int,k} = \begin{bmatrix} N_{int,k} \\ M_{int,k} \end{bmatrix} \quad (B.60)$$

No qual $N_{int,k}$ e $M_{int,k}$ são as força axial e o momento resistido pela seção, enquanto $N_{ext,k}$ e $M_{ext,k}$ são as ações externas aplicadas no intervalo de tempo considerado.

A força interna $N_{int,k}$ é a soma das parcelas dos materiais constituintes (Eq. B.61) concreto, armaduras passivas, fôrma de aço incorporada e armadura ativas.

$$N_{int,k} = N_{c,k} + N_{s,k} + N_{p,k} \quad (B.61)$$

Com base nas relações constitutivas dos materiais, a resultante normal pode ser descrita com base nas rigidezes e deformações da seção e curvatura. As Eqs. B.62-B.65) apresentam as resultantes para concreto, armaduras passivas, fôrma de aço e os casos das armaduras de protensão, respectivamente:

$$\begin{aligned} N_{c,k} &= \int_{A_c} \sigma_{c,k} dA = \int_{A_c} \left[\bar{E}_{c,eff} (\varepsilon_k - \varepsilon_{cs,k}) + \sigma_{c,0} \bar{F}_{e,0} \right] dA \\ &= \int_{A_c} \left[\bar{E}_{c,eff} (\varepsilon_{r,k} - y \kappa_k - \varepsilon_{cs,k}) + \sigma_{c,0} \bar{F}_{e,0} \right] dA \\ &= A_{c(i)} \bar{E}_{c,eff} \varepsilon_{r,k} - B_{c(i)} \bar{E}_{c,eff} \kappa_k - A_{c(i)} \bar{E}_{c,eff} \varepsilon_{cs,k} + N_{c(i),0} \bar{F}_{e,0} \end{aligned} \quad (B.62)$$

Onde $N_{c,0}$ é a força axial resistida pelo concreto no tempo t_0 , dado que a fluência depende do estado de tensão inicial.

$$N_{s,k} = \sum_{i=1}^{m_s} (A_{s(i)} E_{s(i)}) \varepsilon_{r,k} - \sum_{i=1}^{m_s} (y_{s(i)} A_{s(i)} E_{s(i)}) \kappa_k \quad (B.63)$$

$$N_{Sd,k} = A_{Sd} E_{Sd} \varepsilon_{r,k} - y_{Sd} A_{Sd} E_{Sd} \kappa_k \quad (B.64)$$

A depender do tipo de armadura ativa adotada e condição de aderência, as expressões levam em conta, as diferentes deformações na avaliação da tensão no cabo. Para o caso de armaduras não-aderentes, como não há compatibilidade de deformações

na seção, considera-se apenas a deformação inicial imposta menos a parcela da relaxação do aço. Separam-se em três casos:

- A) Para as armaduras com pré-tração ou pós-tração aderentes na idade t_0 (*caso da resposta de um carregamento após a protensão, onde o cabo já é aderente*):

$$N_{p,k} = \sum_{i=1}^{m_p} (A_{p(i)} E_{p(i)}) \varepsilon_{r,k} - \sum_{i=1}^{m_p} (y_{p(i)} A_{p(i)} E_{p(i)}) \kappa_k + \sum_{i=1}^{m_p} \left[A_{p(i)} E_{p(i)} (\varepsilon_{p(i),init} - \varepsilon_{p,rel(i),k}) \right] \quad (B.65a)$$

- B) Para armaduras ativas não aderentes até tempo t_0 (*situação da realização da protensão*):

$$N_{p,k} = \sum_{i=1}^{m_p} (A_{p(i)} E_{p(i)}) \varepsilon_{r,k} - \sum_{i=1}^{m_p} (y_{p(i)} A_{p(i)} E_{p(i)}) \kappa_k + \sum_{i=1}^{m_p} \left[A_{p(i)} E_{p(i)} (\varepsilon_{p(i),init} - \varepsilon_{p,rel(i),k} - \varepsilon_{cp(i),0}) \right] \quad (B.65b)$$

$\varepsilon_{cp(i),0}$ é a deformação do concreto na camada da armadura ativa no tempo t_0 .

- C) Para as armaduras ativa não-aderentes, típico das monocordoalhas engraxadas:

$$N_{p,k} = \sum_{i=1}^{m_p} \left[A_{p(i)} E_{p(i)} (\varepsilon_{p(i),init} - \varepsilon_{p,rel(i),k}) \right] \quad (B.65c)$$

Substituindo as Equações anteriores, a força normal $N_{int,k}$ em um elemento pré-tracionado (ou um elemento com pós-tração que está aderido no tempo t_0 (Caso A):

$$\begin{aligned} N_{int,k} &= \left(A_c \bar{E}_{c,eff} + \sum_{i=1}^{m_s} A_{s(i)} E_{s(i)} + A_{sd} E_{sd} + \sum_{i=1}^{m_p} A_{p(i)} E_{p(i)} \right) \varepsilon_{r,k} \\ &\quad - \left(B_c \bar{E}_{c,eff} + \sum_{i=1}^{m_s} y_{s(i)} A_{s(i)} E_{s(i)} + B_{sd} E_{sd} + \sum_{i=1}^{m_p} y_{p(i)} A_{p(i)} E_{p(i)} \right) \kappa_k - A_c \bar{E}_{c,eff} \varepsilon_{sh,k} + N_{c,0} \bar{F}_{e,0} \\ &\quad + \sum_{i=1}^{m_p} \left[A_{p(i)} E_{p(i)} (\varepsilon_{p(i),init} - \varepsilon_{p,rel(i),k}) \right] \\ &= R_{A,k} \varepsilon_{r,k} - R_{B,k} \kappa_k - A_c \bar{E}_{c,eff} \varepsilon_{sh,k} + N_{c,0} \bar{F}_{e,0} + \sum_{i=1}^{m_p} \left[A_{p(i)} E_{p(i)} (\varepsilon_{p(i),init} - \varepsilon_{p,rel(i),k}) \right] \end{aligned} \quad (B.66a)$$

Para elementos com pós-tração sem aderência no tempo t_0 (Caso B):

$$\begin{aligned} N_{int,k} &= R_{A,k} \varepsilon_{r,k} - R_{B,k} \kappa_k - A_c \bar{E}_{c,eff} \varepsilon_{cs,k} + N_{c,0} \bar{F}_{e,0} \\ &\quad + \sum_{i=1}^{m_p} \left[A_{p(i)} E_{p(i)} (\varepsilon_{p(i),init} - \varepsilon_{p,rel(i),k} - \varepsilon_{cp(i),0}) \right] \end{aligned} \quad (B.66b)$$

Para os elementos pós-tracionados com armadura ativa não-aderente (Caso C):

$$\begin{aligned} N_{int,k} &= R_{A,k} \varepsilon_{r,k} - R_{B,k} \kappa_k - A_c \bar{E}_{c,eff} \varepsilon_{cs,k} + N_{c,0} \bar{F}_{e,0} \\ &\quad + \sum_{i=1}^{m_p} \left[A_{p(i)} E_{p(i)} (\varepsilon_{p(i),init} - \varepsilon_{p,rel(i),k}) \right] \end{aligned} \quad (B.66c)$$

O momento interno $M_{\text{int},k}$ resistido pela seção no tempo t_k , com desenvolvimento analítico de maneira similar ao da resposta imediata, tem-se (Eq. B.67):

- Caso A) Elementos com pré-tração ou pós-tração com armadura aderente em t_0

$$\begin{aligned}
 M_{\text{int},k} = & - \left(B_c \bar{E}_{c,\text{eff}} + \sum_{i=1}^{m_s} y_{s(i)} A_{s(i)} E_{s(i)} + B_{sd} E_{sd} + \sum_{i=1}^{m_p} y_{p(i)} A_{p(i)} E_{p(i)} \right) \varepsilon_{r,k} \\
 & + \left(I_c \bar{E}_{c,\text{eff}} + \sum_{i=1}^{m_s} y_{s(i)}^2 A_{s(i)} E_{s(i)} + I_{sd} E_{sd} + \sum_{i=1}^{m_p} y_{p(i)}^2 A_{p(i)} E_{p(i)} \right) \kappa_k \\
 & + B_c \bar{E}_{c,\text{eff}} \varepsilon_{sh,k} + M_{c,0} \bar{F}_{e,0} - \sum_{i=1}^{m_p} \left[y_{p(i)} A_{p(i)} E_{p(i)} \left(\varepsilon_{p(i),\text{init}} - \varepsilon_{p,\text{rel}(i),k} \right) \right] \\
 = & -R_{B,k} \varepsilon_{r,k} + R_{I,k} \kappa_k + B_c \bar{E}_{c,\text{eff}} \varepsilon_{sh,k} + M_{c,0} \bar{F}_{e,0} - \sum_{i=1}^{m_p} \left[y_{p(i)} A_{p(i)} E_{p(i)} \left(\varepsilon_{p(i),\text{init}} - \varepsilon_{p,\text{rel}(i),k} \right) \right]
 \end{aligned} \tag{B.67a}$$

- Caso B) Elementos com pós-tração aderentes, ainda não aderentes no tempo t_0 :

$$\begin{aligned}
 M_{\text{int},k} = & -R_{B,k} \varepsilon_{r,k} + R_{I,k} \kappa_k + B_c \bar{E}_{c,\text{eff}} \varepsilon_{cs,k} + M_{c,0} \bar{F}_{e,0} \\
 & - \sum_{i=1}^{m_p} \left[y_{p(i)} A_{p(i)} E_{p(i)} \left(\varepsilon_{p(i),\text{init}} - \varepsilon_{p,\text{rel}(i),k} - \varepsilon_{cp(i),0} \right) \right]
 \end{aligned} \tag{B.67b}$$

- Caso C) Elementos com armadura não-aderentes:

$$\begin{aligned}
 M_{\text{int},k} = & -R_{B,k} \varepsilon_{r,k} + R_{I,k} \kappa_k + B_c \bar{E}_{c,\text{eff}} \varepsilon_{cs,k} + M_{c,0} \bar{F}_{e,0} \\
 & - \sum_{i=1}^{m_p} \left[y_{p(i)} A_{p(i)} E_{p(i)} \left(\varepsilon_{p(i),\text{init}} - \varepsilon_{p,\text{rel}(i),k} \right) \right]
 \end{aligned} \tag{B.67c}$$

Em que $M_{c,0}$ é o momento resistido pela parcela de concreto no tempo t_0 da resposta imediata (Eq. B.68):

$$\begin{aligned}
 M_{c,0} = & - \int_{A_c} y \sigma_{c,0} dA = \int_{A_c} y E_{c,0} (\varepsilon_{r,0} - y \kappa_0) dA \\
 = & -\bar{B}_c E_{c,0} \varepsilon_{r,0} + \bar{I}_c E_{c,0} \kappa_0
 \end{aligned} \tag{B.68}$$

As parcelas de rigidezes $R_{A,k}$, $R_{B,k}$ e $R_{I,k}$ para a seção no tempo t_k são dadas pelas Eqs (B. 69, B.70 e B.71), respectivamente:

$$\begin{aligned}
 R_{A,k} = & \sum_{i=1}^{m_s} A_{c(i)} \bar{E}_{c,\text{eff}}(i) + R_{A,s} + R_{A,sd} + R_{A,p} \\
 = & \sum_{i=1}^{m_s} (b_{c(i)} h_{c(i)}) \bar{E}_{c,\text{eff}}(i) + \sum_{i=1}^{m_s} A_{s(i)} E_{s(i)} + A_{sd} E_{sd} + \sum_{i=1}^{m_p} A_{p(i)} E_{p(i)}
 \end{aligned} \tag{B.69}$$

$$\begin{aligned}
 R_{B,k} = & \sum_{i=1}^{m_c} B_{c(i)} \bar{E}_{c,\text{eff}}(i) + R_{B,s} + R_{B,sd} + R_{B,p} = \sum_{i=1}^{m_c} y_{c(i)} A_{c(i)} \bar{E}_{c,\text{eff}}(i) + R_{B,s} + R_{B,sd} + R_{B,p} \\
 = & \sum_{i=1}^{m_c} (y_{c(i)} b_{c(i)} h_{c(i)}) \bar{E}_{c,\text{eff}}(i) + \sum_{i=1}^{m_s} y_{s(i)} A_{s(i)} E_{s(i)} + y_{sd} A_{sd} E_{sd} + \sum_{i=1}^{m_p} y_{p(i)} A_{p(i)} E_{p(i)}
 \end{aligned} \tag{B.70}$$

$$\begin{aligned}
 R_{I,k} = & \sum_{i=1}^{m_c} I_{c(i)} \bar{E}_{c,\text{eff}}(i) + R_{I,s} + R_{I,sd} + R_{I,p} \\
 = & \sum_{i=1}^{m_c} \left(\frac{b_{c(i)} h_{c(i)}^3}{12} + y_{c(i)} b_{c(i)} h_{c(i)} \right) \bar{E}_{c,\text{eff}}(i) + \sum_{i=1}^{m_s} y_{s(i)}^2 A_{s(i)} E_{s(i)} + I_{sd} E_{sd} + \sum_{i=1}^{m_p} y_{p(i)}^2 A_{p(i)} E_{p(i)}
 \end{aligned} \tag{B.71}$$

Para as armaduras não aderentes (monocordoalhas engraxadas), a contribuição da área A_p é desprezada nas rigidezes $R_{A,p}$, $R_{B,p}$ e $R_{I,p}$, tornando essas parcelas nulas.

Depois de fazer as substituições, para o caso mais geral (caso A) com pós-tração com elemento aderente em t_k não-aderente na idade t_0 , tem no equilíbrio a Eq. B.72:

$$\begin{aligned} r_{ext,k} &= r_{int,k} \\ &= D_k \varepsilon_k + f_{cr,k} - f_{cs,k} + f_{p,init} - f_{p,rel,k} - f_{cp,0} \end{aligned} \quad (B.72)$$

Em que:

$$\varepsilon_k = \begin{bmatrix} \varepsilon_{r,k} \\ \kappa_k \end{bmatrix} \quad (B.73)$$

$$D_k = \begin{bmatrix} R_{A,k} & -R_{B,k} \\ -R_{B,k} & R_{I,k} \end{bmatrix} \quad (B.74)$$

As forças normais e momento interno induzidos pela fluência e retração do concreto $\Delta N_c(t_k)$ e $\Delta M_c(t_k)$ (Eq. B.75) são representados pelos vetores que compõem as parcelas da equação $f_{cr,k}$ e $f_{cs,k}$, que levando em conta o efeito não uniforme da retração e da fluência com método *layer-by-layer*, resulta na avaliação das Eqs (B.76 e B.77), respectivamente:

$$\begin{bmatrix} \Delta N_c(t_k) \\ \Delta M_c(t_k) \end{bmatrix} = f_{cr,k} + f_{cs,k} \quad (B.75)$$

$$f_{cr,k} = \sum_{i=1}^{m_c} \bar{F}_{e(i),0} \begin{bmatrix} N_{c,0} \\ M_{c,0} \end{bmatrix} = \sum_{i=1}^{m_c} \bar{F}_{e(i),0} E_{c(i),0} \begin{bmatrix} A_{c(i)} \varepsilon_{r,0} - B_{c(i)} \kappa_0 \\ -B_{c(i)} \varepsilon_{r,0} + I_{c(i)} \kappa_0 \end{bmatrix} \quad (B.76)$$

$$f_{cs,k} = \sum_{i=1}^{m_c} \begin{bmatrix} A_{c(i)} \\ -B_{c(i)} \end{bmatrix} \bar{E}_{c,eff(i)} \varepsilon_{cs(i),k} \quad (B.77)$$

O vetor que leva em conta a força de protensão inicial e o vetor que leva em conta as perdas pela protensão na relaxação do aço são respectivamente (Eqs (B.78 e B.79):

$$f_{p,init} = \sum_{i=1}^{m_p} \begin{bmatrix} P_{init(i)} \\ -y_{p(i)} P_{init(i)} \end{bmatrix} \quad (B.78)$$

$$f_{p,rel,k} = \sum_{i=1}^{m_p} \begin{bmatrix} P_{init(i)} \varphi_{p(i)} \\ -y_{p(i)} P_{init(i)} \varphi_{p(i)} \end{bmatrix} \quad (B.79)$$

A parcela $f_{cp,0}$ para os elementos do (Caso A) é dada pela Eq. B.80:

$$f_{cp,0} = \sum_{i=1}^{m_p} \begin{bmatrix} A_{p(i)} E_{p(i)} \varepsilon_{cp(i),0} \\ -y_{p(i)} A_{p(i)} E_{p(i)} \varepsilon_{cp(i),0} \end{bmatrix} \quad (B.80)$$

A solução do problema de equilíbrio, resulta no vetor solução da Eq. B.81:

$$\begin{aligned} \varepsilon_k &= D_k^{-1} (r_{ext,k} - f_{cr,k} + f_{cs,k} - f_{p,init} + f_{p,rel,k} + f_{cp,0}) \\ &= F_k (r_{ext,k} - f_{cr,k} + f_{cs,k} - f_{p,init} + f_{p,rel,k} + f_{cp,0}) \end{aligned} \quad (B.81)$$

Em que F_k (Eq. B.82):

$$F_k = \frac{1}{R_{A,k} R_{I,k} - R_{B,k}^2} \begin{bmatrix} R_{I,k} & R_{B,k} \\ R_{B,k} & R_{A,k} \end{bmatrix} \quad (B.82)$$

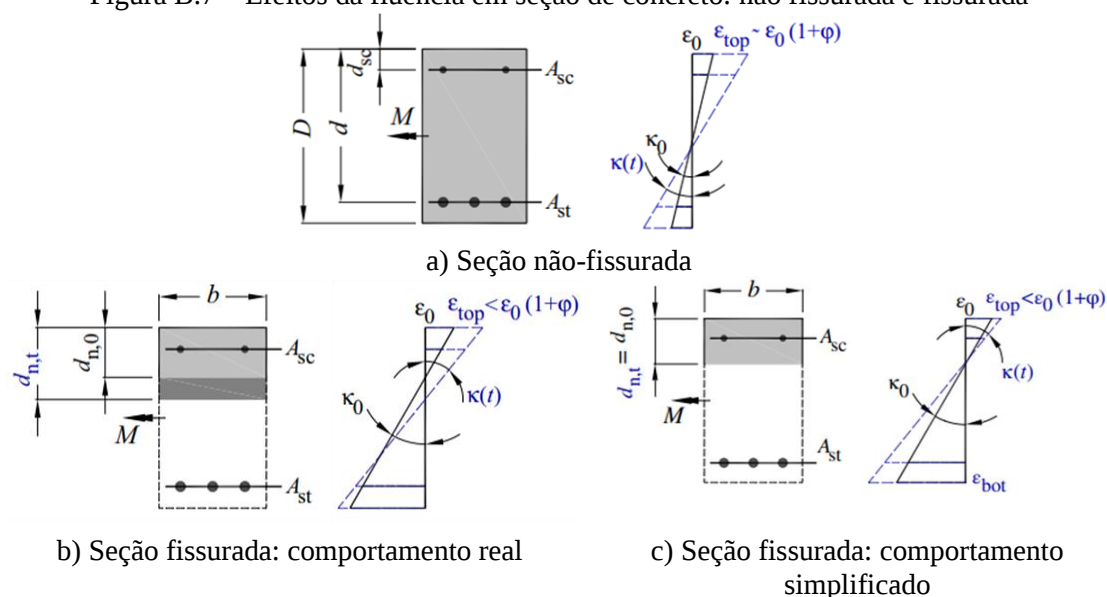
Dessa forma, determinam-se a deformação de referência e a curvatura, na idade t_k de interesse.

A abordagem apresentada vale tanto para a análise de seção não-fissurada, com seção do concreto contribuindo integralmente, e para as seções fissuradas, onde apenas o concreto em compressão contribui nas parcelas de rigidezes associadas.

A avaliação dos efeitos da fluência depende do estado de tensão inicial do concreto, em t_0 . Simplificadamente, adota-se um mesmo coeficiente de fluência ao concreto comprimido e tracionado, justificado pelas respostas adequadas às aplicações práticas de projeto. A fluência do concreto à tração ainda é um assunto em aberto na comunidade científica, especialmente hoje com concretos com fibras.

Gholamhoseini (2014) e Watts *et al.* (2021) citam que a posição da linha neutra varia com os efeitos de longa duração, principalmente nas seções fissuradas, e para cada passo de tempo avaliado, uma posição da linha neutra d_n uma solução iterativa deve ser feita. Para uma abordagem mais simplificada e orientada ao projeto, os dois autores sugerem adotar que a posição da linha neutra permaneça constante ($d_{n,0} = d_{n,t}$), conforme traz a Figura B.7.

Figura B.7 – Efeitos da fluência em seção de concreto: não fissurada e fissurada



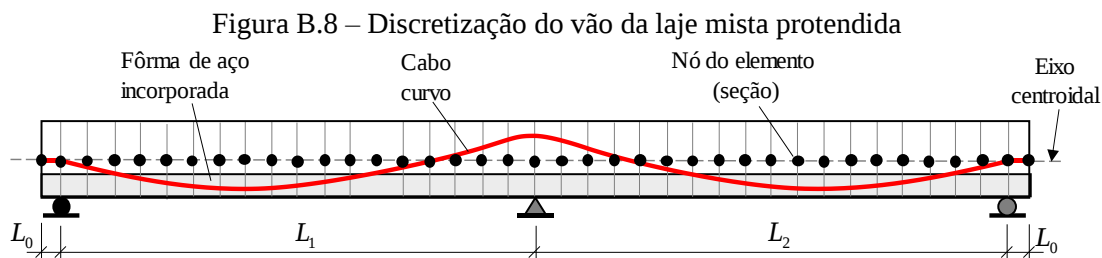
Fonte: Adaptado de Watts *et al.* (2020, 2021)

Tal suposição é necessária, principalmente quando calculados a resposta imediata e de longa duração separadamente e somadas de modo a obter a resposta geral, como feito por Ranzi (2017).

Outro ponto particular se trata da consideração da retração na seção fissurada. Oliveira (2019) avaliou as abordagens simplificadas de Ranzi (2017) e proposta de Gholamhoseini (2014). Baseado nas recomendações de Ranzi (2017), onde apresenta na avaliação da curvatura devido à retração a indicação da consideração da contribuição apenas da área de concreto na seção fissurada. Desse modo, entendeu-se tratar da área de concreto sob compressão, desprezando a parcela sob tração. Igual procedimento foi realizado na abordagem de Gholamhoseini (2014) mais próxima da abordagem refinada apresentada. Os resultados analíticos com essas considerações foram condizentes com as respostas experimentais, de ensaios próprios do autor e da literatura.

Uma estimativa das perdas de protensão para as armaduras ativas não aderentes é proposta, de modo a considerar as perdas pela retração e fluência do concreto. Contabiliza-se a variação da deformação média do concreto adjacente ao traçado do cabo $\bar{\varepsilon}_{cp(i),0}$ e $\bar{\varepsilon}_{cp(i),k}$ das análises da resposta imediata e de longa duração. Com a discretização do vão da laje e avaliação da resposta de suas seções transversais, uma deformação média pode ser calculada ao nível da posição da monocordoalha.

A Figura B.8 traz o esquema proposto do sistema estrutural com a discretização na avaliação do comportamento das tensões, deformações e curvaturas. Com essa discretização é possível ainda incluir o perfil da força de protensão advindo da análise das perdas imediatas de protensão.



Fonte: Elaborado pelo autor

Desse modo, a tensão na armadura ativa não-aderente pode ser estimada:

- Na idade t_0 contabilizando a deformação por encurtamento elástico do concreto (Eq. B.83):

$$\sigma_{p(i),0} = E_{p(i)} \left(\varepsilon_{p(i),init} - \bar{\varepsilon}_{cp(i),0} \right) \quad (B.83)$$

- Na idade t_k contabilizando todas as deformações progressivas (B.84):

$$\sigma_{p(i),k} = E_{p(i)} \left(\varepsilon_{p(i),init} - \bar{\varepsilon}_{cp(i),k} - \varepsilon_{p,rel(i),k} \right) \quad (B.84)$$

A perda de protensão diferidas no tempo é então dada pela diferença entre tensões na cordoalha na idade t_k e t_0 . Para tornar o método mais refinado, a força de protensão a ser avaliada na idade de interesse t_k pode levar em conta a perda devido o encurtamento elástico do concreto.

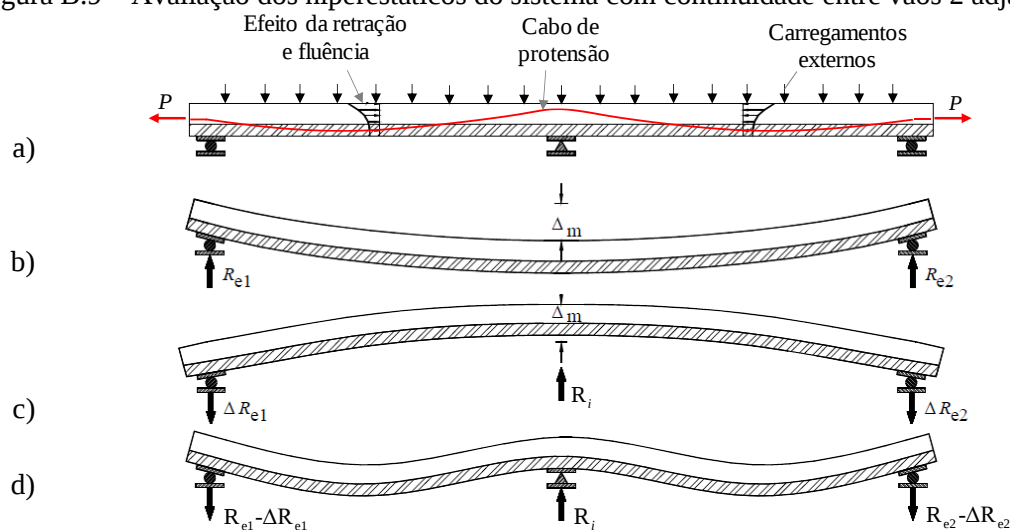
O cálculo das deformações de referência e curvaturas em todas as seções discretizadas ao longo da laje simplesmente apoiada é de fácil solução, dado o conhecimento dos esforços solicitantes externos do sistema isostático. A resposta de avaliação das lajes mistas protendidas com continuidade já necessita do cálculo dos hiperestáticos das solicitações externas, dos hiperestáticos de protensão e dos hiperestáticos primários e secundários advindos da fluência e retração.

Nesse sentido, o ponto de partida indicado para o projeto toma como referência principalmente a análise estática com base nas cargas equivalentes com o método de Lin (1963) (*load balancing method*) na determinação dos hiperestáticos de protensão.

Considerando as perdas imediatas e estimativas nas perdas progressivas, com base nas equações simplificadas ou na experiência de projeto e indicações dos construtores e fabricantes de sistemas em lajes com protensão similares.

Um método analítico mais rigoroso na investigação da resposta de longa duração pode ser feito com base nos desenvolvimentos anteriores. Seja a Figura B.9, uma laje unidirecional com continuidade sujeita à força de protensão, carregamentos externos e às ações de longa duração.

Figura B.9 – Avaliação dos hiperestáticos do sistema com continuidade entre vãos 2 adjacentes



Fonte: Adaptado de Gholamhoseini (2014)

A avaliação do hiperestático do sistema para um sistema com dois vãos (*mais simples*) (Figura B.9 a) pode ser feita por meio do princípio dos trabalhos virtuais (PTV). O apoio interno é removido, alterando a laje assim para um elemento isostático simplesmente apoiado, onde os carregamentos externos, a protensão e efeitos de retração e fluência desenvolvem uma curvatura com flexão positiva, com deslocamento vertical Δ_m . Para as lajes nessa condição, apenas reações de apoios devido aos carregamentos externos é mobilizada nos apoios das extremidades (R_{e1} e R_{e2}) (Figura B.9b).

Na presença do apoio interno no sistema real, esse deslocamento Δ_m é nulo sobre o apoio, considerando-o indeslocável e uma reação de apoio surge R_i , bem como uma variação nas reações nos apoios das extremidades ΔR_{e1} e ΔR_{e2} (Figura B.9c), com equilíbrio final da Figura B.9 d). Uma distinção aqui é feita no sentido dos carregamentos: i) a força de protensão tende a acarretar um deslocamento para cima, e ii) os

carregamentos externos e os efeitos de fluência e retração tendem a acarretar um deslocamento da peça para baixo. Ao observar o equilíbrio do sistema, o hiperestático de protensão acarreta a um aumento dos momentos positivos da peça (e redução do valor do hiperestático R_i), enquanto o carregamento e efeitos diferidos da fluência e retração a um aumento dos momentos negativos (e aumento do valor do hiperestático R_i).

O hiperestático do sistema da resposta imediata (t_0), é composto pelas parcelas do carregamento externo e da força de protensão. Admitindo sobreposição de efeitos, o hiperestático do sistema avaliado numa idade (t_k) será em função do carregamento externo e efeito da sua fluência no concreto, da protensão e efeitos da sua fluência no concreto, bem como efeito da relaxação da força de protensão e, por fim o efeito da retração do concreto.

Com base na avaliação das deformações e curvaturas das seções e que os deslocamentos em qualquer ponto da peça podem ser integrados a partir das curvaturas (Eq. B.85), conforme a cinemática adotada:

$$v(z) = \int_0^z \int_0^z \kappa(z) dz dz \quad (\text{B.85})$$

Os autores Gholamhoseini (2014, 2016, 2018), Bradford e Gilbert (1989) e Bradford *et al.* (2002) realizaram ensaios experimentais e análises teóricas similares nas lajes mistas e vigas mistas com continuidade. O ponto principal de atenção destacado pelos autores é o da ocorrência da fissuração do concreto, seja na região de momentos negativos e de momentos positivos. Para o sistema protendidos com ou sem continuidade, essa preocupação é reduzida, dado que o sistema usualmente é projetado de modo a não ocorrer fissuração em serviço (na protensão limitada e total).

De todo modo, a avaliação da peça fissurada, necessita da correção da rigidez da seção e, conseqüentemente a curvatura ($\kappa = M(z)/EI$), que por sua vez, acarreta na redistribuição de esforços e novas seções podem fissurar ou não. Sendo assim, uma análise iterativa é necessária, com garantia de atendimento aos critérios de convergência admitidos.

A inércia da seção de concreto com armaduras aderentes quando fissuradas dependem do nível de solicitação e do grau de fissuração, conforme indica o EN-1992-1-1:2004, que para análise mais adequada indica considerar a contribuição do concreto entre fissuras (*tension stiffening effect*).

A curvatura equivalente κ pode ser estimada com base no coeficiente ζ na ponderação da curvatura da seção não fissurada (κ_{uncr}) e fissurada (κ_{cr}) expresso pela Eq. B.86:

$$\begin{aligned}\kappa &= \zeta \kappa_{cr} + (1 - \zeta) \kappa_{uncr} \\ \zeta &= 1 - \beta \left(\frac{M_{cr}}{M_s} \right)^2\end{aligned}\tag{B.86}$$

Onde o coeficiente β depende do tipo de aderência da barra ao concreto e da duração do carregamento. Para a fôrma de aço incorporada, Gholamhoseini (2014) indica o valor de 0,5. Os termos M_{cr} e M_s são o momento de fissuração e o momento em serviço atuante na seção, decorrente das solicitações externas e, no caso das peças hiperestáticas, devem incluir os momentos decorrentes do hiperestáticos de protensão.

B.2 Análise da resposta das estruturas hiperestáticas

Com base no Princípio dos Trabalhos Virtuais (PTV), para uma dada estrutura deformável em equilíbrio sob a ação de um sistema de carregamento, para uma pequena deformação virtual compatível, o trabalho virtual realizado pelas forças externas (carregamentos) é igual ao trabalho virtual realizado pelas forças internas (esforços solicitantes). Sendo δW_{ext} o trabalho virtual das forças externas e δW_{int} o trabalho virtual das forças internas, tem-se de acordo com o referido princípio Eq. B.87:

$$\delta W_{ext} = \delta W_{int}\tag{B.87}$$

A deformação virtual imposta provoca deslocamentos virtuais das seções transversais, correspondentes aos esforços solicitantes reais atuantes nestas seções. Portanto, o trabalho virtual das forças internas realizado ao longo de todo o comprimento da estrutura pode ser expresso pela Eq. B.88:

$$\delta W_{int} = \int_0^L (N + \delta N) d\bar{\delta} + \int_0^L (V + \delta V) d\bar{\lambda} + \int_0^L (M + \delta M) d\bar{\theta} \quad (B.88)$$

Aplicando o PTV, e desprezando as parcelas devido a força normal aplicada ao centroide da seção homogeneizada e de força cortante, no equilíbrio, pela influência secundária em comparação com as deformações decorrentes do momento fletor, e desprezando os produtos de dois infinitésimos, tem-se:

$$\delta W_{ext} = \int_0^L (M + \delta M) d\bar{\theta} = \int_0^L M d\bar{\theta} \quad (B.89)$$

Que recai na Eq. B.90:

$$\delta W_{ext} = \sum_{i=1}^n (M_i \delta \theta_i + P_i \delta v_i) \quad (B.90)$$

Aplicando o método da carga unitária, com a particularização das forças virtuais na qual se considera a força virtual com o valor unitário, chamado de Método do Trabalho Virtual permite obter o deslocamento em estruturas isostáticas, conforme Eq. B.91 e Eq. B.92:

$$\delta W_{ext} = P \times \Delta = 1 \times \Delta = \Delta \quad (B.91)$$

$$\Delta = \int_{Estr} \bar{M} d\theta \quad (B.92)$$

$$d\theta = \frac{M}{EI} dx$$

O deslocamento vertical pode ser obtido pela integral do produto da curvatura pelo diagrama de momento fletor da força virtual, expresso na Eq. B.93:

$$\Delta = \int_{Estr} \frac{M}{EI} \bar{M} dx = \int_{Estr} \kappa \bar{M} dx \quad (B.93)$$

Seguindo uma publicação de Gilbert e Bradford (1995) no estudo de vigas mistas contínuas, a abordagem analítica foi ampliada e reformulada de modo a considerar as particularidades para as lajes mistas protendidas.

A proposta para a solução do problema é dividida em duas etapas:

- a) *Cálculo dos hiperestáticos do sistema:* para resposta imediata no instante da aplicação dos carregamentos t_0 e na idade de interesse t_k ;
- b) *Cálculo das deformações de referência e curvaturas para sistema com continuidade* para as respostas imediatas e de longa duração. Desse modo,

calcular as tensões nos materiais, bem como avaliar as perdas de protensão, e, sobretudo avaliar as flechas imediatas e diferidas ao longo do tempo.

A curvatura da seção κ (Eq. B.86) pode ser expressa da seguinte maneira pela Eq. B.94:

$$\kappa = \kappa_0 + \Delta\kappa + \delta\kappa \quad (\text{B.94})$$

Onde κ_0 , $\Delta\kappa$ e $\delta\kappa$ são: a curvatura da seção na idade t_0 (resposta imediata), o incremento de curvatura devido os efeitos diferidos no tempo (retração, fluência e relaxação), e o incremento de curvaturas devido os hiperestáticos secundários (redistribuição de esforços). Conforme apresentado na seção B.1.1, a resposta da seção pode ser descrita pela deformação de referência (sempre tomando mesmo eixo de referência) e sua curvaturas.

Retomando a Eq. B.25 e isolando a parcela da curvatura de interesse da Eq. B.95, tem-se para a resposta imediata, Eq. B.96:

$$\begin{bmatrix} \varepsilon_{r,0} \\ \kappa_0 \end{bmatrix} = \frac{1}{R_{0,0}} \begin{bmatrix} R_{I,0} & R_{B,0} \\ R_{B,0} & R_{A,0} \end{bmatrix} \left(\begin{bmatrix} N_{ext,0} \\ M_{ext,0} \end{bmatrix} - \sum_{i=1}^{m_p} \begin{bmatrix} P_{init(i)} \\ -y_{p(i)} P_{init(i)} \end{bmatrix} \right) \quad (\text{B.95})$$

$$\kappa_0 = \frac{1}{R_{0,0}} \begin{bmatrix} R_{B,0} & R_{A,0} \end{bmatrix} \left(\begin{bmatrix} N_{ext,0} \\ M_{ext,0} \end{bmatrix} - \sum_{i=1}^{m_p} \begin{bmatrix} P_{init(i)} \\ -y_{p(i)} P_{init(i)} \end{bmatrix} \right) \quad (\text{B.96})$$

A última parcela acima incorpora a proposta da perda de protensão imediata devido ao encurtamento médio do cabo pela deformação elástica da seção.

O termo $R_{0,0}$ é denominador da matriz F_0^{-1} , na forma compacta, expresso pela Eq. B.97:

$$R_{0,0} = R_{A,0} R_{I,0} - R_{B,0}^2 \quad (\text{B.97})$$

A curvatura na idade t_k pode ser igualmente isolada da Eq. B.73, conforme Eq. B.98:

$$\kappa_k = \frac{1}{R_{0,k}} \begin{bmatrix} R_{B,k} & R_{A,k} \end{bmatrix} \left(\begin{bmatrix} N_{ext,0} \\ M_{ext,0} \end{bmatrix} - \sum_{i=1}^{m_p} \begin{bmatrix} P_{init(i)} \\ -y_{p(i)} P_{init(i)} \end{bmatrix} - \sum_{i=1}^{m_c} \bar{F}_{e(i),0} E_{c(i),0} \begin{bmatrix} A_{c(i)} & -B_{c(i)} \\ -B_{c(i)} & I_{c(i)} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_{r,0} \\ \kappa_0 \end{bmatrix} + \sum_{i=1}^{m_c} \begin{bmatrix} A_{c(i)} \\ -B_{c(i)} \end{bmatrix} \bar{E}_{c,eff(i)} \varepsilon_{cs(i),k} + \sum_{i=1}^{m_p} \begin{bmatrix} P_{init(i)} \varphi_{p(i)} \\ -y_{p(i)} P_{init(i)} \varphi_{p(i)} \end{bmatrix} \right) \quad (B.98)$$

Em que $R_{0,k}$ é dado pela Eq. B.99:

$$R_{0,k} = R_{A,k} R_{I,k} - R_{B,k}^2 \quad (B.99)$$

O termo $\Delta\kappa = \kappa_k - \kappa_0$, é a variação na resposta de longa duração descontando a resposta imediata. A parcela $\Delta\kappa$ pode ser avaliada como a força axial e momento induzidos pelos fenômenos diferidos do concreto e da relaxação do aço (ΔN e ΔM), expresso pela Eq. B.100 e parcelas correspondentes Eq. B.101:

$$\Delta\kappa = \frac{1}{R_{A,k} R_{I,k} - R_{B,k}^2} \begin{bmatrix} R_{B,k} & R_{A,k} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta N \\ \Delta M \end{bmatrix} = \frac{1}{R_{0,k}} \begin{bmatrix} R_{B,k} & R_{A,k} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta N \\ \Delta M \end{bmatrix} \quad (B.100)$$

$$\begin{bmatrix} \Delta N \\ \Delta M \end{bmatrix} = \left(\begin{bmatrix} -\sum_{i=1}^{m_c} \bar{F}_{e(i),0} E_{c(i),0} \begin{bmatrix} A_{c(i)} & -B_{c(i)} \\ -B_{c(i)} & I_{c(i)} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_{r,0} \\ \kappa_0 \end{bmatrix} + \sum_{i=1}^{m_c} \begin{bmatrix} A_{c(i)} \\ -B_{c(i)} \end{bmatrix} \bar{E}_{c,eff(i)} \varepsilon_{sh(i),k} + \sum_{i=1}^{m_p} \begin{bmatrix} P_{init(i)} \varphi_{p(i)} \\ -y_{p(i)} P_{init(i)} \varphi_{p(i)} \end{bmatrix} \right) \quad (B.101)$$

Substituindo ε_0 na parcela da fluência, a forma geral é dada por Eq. B.102:

$$\begin{bmatrix} \Delta N \\ \Delta M \end{bmatrix} = \left(\begin{bmatrix} -\sum_{i=1}^{m_c} \bar{F}_{e(i),0} E_{c(i),0} \begin{bmatrix} A_{c(i)} & -B_{c(i)} \\ -B_{c(i)} & I_{c(i)} \end{bmatrix} \frac{1}{R_{0,0}} \begin{bmatrix} R_{I,0} & R_{B,0} \\ R_{B,0} & R_{A,0} \end{bmatrix} \left(\begin{bmatrix} N_{ext,0} \\ M_{ext,0} \end{bmatrix} - \sum_{i=1}^{m_p} \begin{bmatrix} P_{init(i)} \\ -y_{p(i)} P_{init(i)} \end{bmatrix} \right) + \sum_{i=1}^{m_c} \begin{bmatrix} A_{c(i)} \\ -B_{c(i)} \end{bmatrix} \bar{E}_{c,eff(i)} \varepsilon_{sh(i),k} + \sum_{i=1}^{m_p} \begin{bmatrix} P_{init(i)} \varphi_{p(i)} \\ -y_{p(i)} P_{init(i)} \varphi_{p(i)} \end{bmatrix} \right) \quad (B.102)$$

Substituindo ΔN e ΔM e reescrevendo a Eq. B.100, $\Delta\kappa$ é dado por [Eq.B.103]:

$$\Delta\kappa = \frac{1}{R_{0,k}} \begin{bmatrix} R_{B,k} & R_{A,k} \end{bmatrix} \left(\begin{bmatrix} -\sum_{i=1}^{m_c} \bar{F}_{e(i),0} E_{c(i),0} \begin{bmatrix} A_{c(i)} & -B_{c(i)} \\ -B_{c(i)} & I_{c(i)} \end{bmatrix} \frac{1}{R_{0,0}} \begin{bmatrix} R_{I,0} & R_{B,0} \\ R_{B,0} & R_{A,0} \end{bmatrix} \left(\begin{bmatrix} N_{ext,0} \\ M_{ext,0} \end{bmatrix} - \sum_{i=1}^{m_p} \begin{bmatrix} P_{init(i)} \\ -y_{p(i)} P_{init(i)} \end{bmatrix} \right) + \sum_{i=1}^{m_c} \begin{bmatrix} A_{c(i)} \\ -B_{c(i)} \end{bmatrix} \bar{E}_{c,eff(i)} \varepsilon_{sh(i),k} + \sum_{i=1}^{m_p} \begin{bmatrix} P_{init(i)} \varphi_{p(i)} \\ -y_{p(i)} P_{init(i)} \varphi_{p(i)} \end{bmatrix} \right) \quad (B.103)$$

Integra a equação as seguintes parcelas: da fluência (devido às ações externas e à protensão e sua perda imediata no encurtamento elástico médio), a retração, da relaxação do aço, respectivamente.

A parcela $\delta\kappa$ devido aos hiperestáticos secundários causados pelo redistribuição dos momentos devido à retração e fluência do concreto e a relaxação do aço é dada pela Eq. B.104, que se desprezada a parcela δN , no primeiro momento, recai na Eq. B.104:

$$\delta\kappa = \frac{1}{R_{A,k}R_{I,k} - R_{B,k}^2} \begin{bmatrix} R_{B,k} & R_{A,k} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta N \\ \delta M \end{bmatrix} = \frac{1}{R_{0,k}} R_{A,k} \delta M \quad (\text{B.104})$$

A parcela δN pode ser de interesse dada a possível mudança nas forças de protensão, seja em perdas ou ganhos elásticos de força na armadura ativa.

De modo a aplicar o Método do Trabalho Virtual, a curvatura da seção, pode ser escrita em função do momento externo aplicado, conforme a Eq. B.105:

$$\kappa(z) = \alpha + \beta \cdot M(z) + \gamma \cdot \delta M(z) \quad (\text{B.105})$$

Através da manipulação algébrica das parcelas ($\kappa = \kappa_0 + \Delta\kappa + \delta\kappa$), os termos α , β e γ são determinados, respectivamente pelas Eqs. B.106, B.107 e B.108:

$$\alpha = \frac{1}{R_{0,0}} \begin{bmatrix} R_{B,0} & R_{A,0} \end{bmatrix} \left(- \sum_{i=1}^{m_p} \begin{bmatrix} P_{init(i)} \\ -y_{p(i)} P_{init(i)} \end{bmatrix} \right) + \frac{1}{R_{0,k}} \begin{bmatrix} R_{B,k} & R_{A,k} \end{bmatrix} \left(- \sum_{i=1}^{m_c} \bar{F}_{e(i),0} E_{c(i),0} \begin{bmatrix} A_{c(i)} & -B_{c(i)} \\ -B_{c(i)} & I_{c(i)} \end{bmatrix} \frac{1}{R_{0,0}} \begin{bmatrix} R_{I,0} & R_{B,0} \\ R_{B,0} & R_{A,0} \end{bmatrix} \left(- \sum_{i=1}^{m_p} \begin{bmatrix} P_{init(i)} \\ -y_{p(i)} P_{init(i)} \end{bmatrix} \right) \right) + \sum_{i=1}^{m_p} \begin{bmatrix} P_{init(i)} \varphi_{p(i)} \\ -y_{p(i)} P_{init(i)} \varphi_{p(i)} \end{bmatrix} + \sum_{i=1}^{m_c} \begin{bmatrix} A_{c(i)} \\ -B_{c(i)} \end{bmatrix} \bar{E}_{c,eff(i)} \mathcal{E}_{cs(i),k} \quad (\text{B.106})$$

$$\beta = \frac{R_{A,0}}{R_{0,0}} + \frac{1}{R_{0,k}} \begin{bmatrix} R_{B,k} & R_{A,k} \end{bmatrix} \left(- \sum_{i=1}^{m_c} \bar{F}_{e(i),0} E_{c(i),0} \begin{bmatrix} A_{c(i)} & -B_{c(i)} \\ -B_{c(i)} & I_{c(i)} \end{bmatrix} \frac{1}{R_{0,0}} \begin{bmatrix} R_{B,0} \\ R_{A,0} \end{bmatrix} \right) = \frac{1}{R_{0,0}} \left(R_{A,0} + \frac{1}{R_{0,k}} \begin{bmatrix} R_{B,k} & R_{A,k} \end{bmatrix} \left(- \sum_{i=1}^{m_c} \bar{F}_{e(i),0} E_{c(i),0} \begin{bmatrix} A_{c(i)} & -B_{c(i)} \\ -B_{c(i)} & I_{c(i)} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} R_{B,0} \\ R_{A,0} \end{bmatrix} \right) \right) \quad (\text{B.107})$$

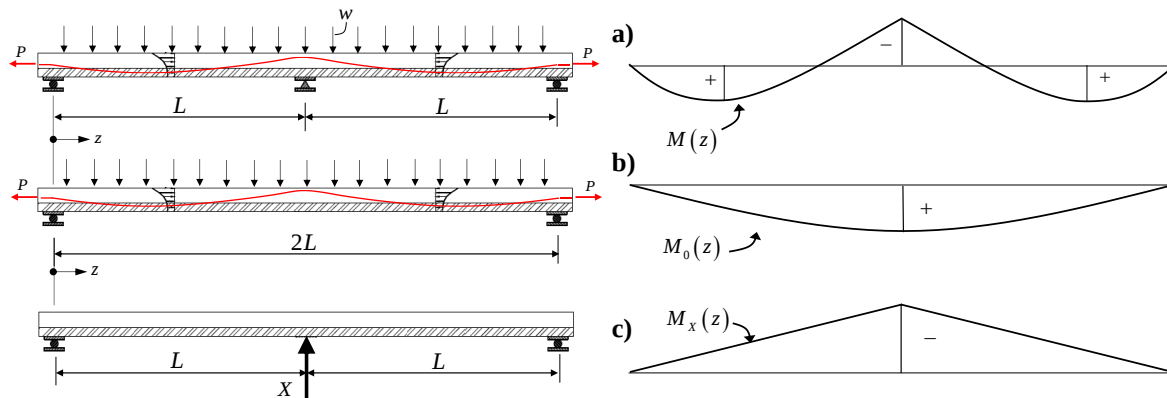
$$\gamma = \frac{R_{A,k}}{R_{0,k}} \quad (\text{B.108})$$

Para a análise da resposta imediata (t_0), as parcelas de curvatura são: α se reduz ao efeito da protensão; o termo associado ao momentos externos aplicados $\beta = R_{A,0}/R_{0,0}$ e γ é nulo.

B.2.1 Cálculo dos hiperestáticos do sistema

A distribuição dos momentos fletores e das flechas em qualquer ponto da peça pode ser obtido usando o princípio dos trabalhos virtuais (Gilbert e Bradford, 1995). Seja a laje mista protendida unidirecional com dois vão adjacentes, submetida a um carregamento uniformemente distribuído, como o esquematizado na Figura B.10. O problema hiperestático (Figura B.10 a) é dividido no problema isostático (Figura B.10 b) e no problema da força do hiperestático X (Figura B.10 c) com sobreposição de efeitos, de modo que o momento fletor atuante na seção transversal é dado pela Eq. B.109.

Figura B.10 – Diagramas de momentos fletores para laje unidirecional com continuidade entre dois vãos adjacentes



Fonte: Elaborado pelo autor

- a) Laje hiperestática e momento total $M(z) = M_0(z) + M_X(z)$;
- b) Laje isostática (problema inicial) e momentos isostático $M_0(z)$; e,
- c) Reação e momento fletores devido ao hiperestático $M_X(z)$.

$$\begin{aligned} M(z) &= M_0(z) + M_X(z) \\ &= wLz - \frac{wz^2}{2} - X \frac{z}{2} \end{aligned} \quad (\text{B.109})$$

Dessa forma, para o instante de tempo t_0 da primeira aplicação do carregamento, o momento fletor na seção é dado pela Eq. B.110:

$$M_0(z) = wLz - \frac{wz^2}{2} - X_0 \frac{z}{2} \quad (\text{B.109})$$

Pelo PTV, se uma força virtual unitária é aplicada ao problema isostático (Figura B.10b) na posição da reação de apoio central (Figura B.10a), o diagrama de momento virtual $\bar{M}(z)$ tem a mesma configuração da Figura B.10c e dado pela Eq. B.110:

$$\overline{M}(z) = -\frac{z}{2} \quad (\text{B.109})$$

Para o instante de tempo t_k de interesse, o momento atuante na seção é dado pelo momento da resposta imediata somada ao incremento de momentos devido à redistribuição decorrente dos efeitos diferidos no tempo, Eq. B.110:

$$\begin{aligned} M &= M_0 + \delta M \\ M_0(z) &= wLz - \frac{wz^2}{2} - X_0 \frac{z}{2} \\ \delta M(z) &= -\delta X \frac{z}{2} \end{aligned} \quad (\text{B.110})$$

Desse modo, a reação de apoio central X é dado pela soma da resposta imediata somado ao incremento δX devido à redistribuição de esforços, dado pela Eq. B.111:

$$X = X_0 + \delta X \quad (\text{B.111})$$

Desse modo, com a condição que o deslocamento vertical sobre o apoio é nulo e, substituindo $\kappa(z)$, tem-se Eq. B.112:

$$\begin{aligned} v(L) &= \int_{Estr} \kappa(z) \overline{M}(z) dz = 0 \\ &= \int_{Estr} (\alpha + \beta \cdot M + \gamma \cdot \delta M) \overline{M}(z) dx \end{aligned} \quad (\text{B.112})$$

Para a laje hiperestática de dois vãos adjacentes, a expressão geral recai na Eq. B.113:

$$\begin{aligned} v(L) &= \int_{Estr} \kappa(z) \cdot \overline{M}(z) dz = 0 \\ &= \int_{Estr} \left[\alpha + \beta \left(wLz - \frac{wz^2}{2} - X_0 \frac{z}{2} \right) + \gamma \left(-\delta X \frac{z}{2} \right) \right] \cdot \left(-\frac{z}{2} \right) dx \end{aligned} \quad (\text{B.113})$$

O valor do hiperestático do sistema, na resposta imediata (t_0) é dado pela Eq. B.114:

$$\begin{aligned}
v(L) &= \int_{Estr} \kappa(z) \overline{M}(z) dz = 0 \\
&= \int_0^L \left[\alpha + \beta \left(wLz - \frac{wz^2}{2} - X_0 \frac{z}{2} \right) \right] \left(-\frac{z}{2} \right) dz + \int_0^L \left[\alpha + \beta \left(wLz - \frac{wz^2}{2} - X_0 \frac{z}{2} \right) \right] \left(-\frac{z}{2} \right) dz \\
&= 2 \int_0^L \left[\alpha + \beta \left(wLz - \frac{wz^2}{2} \right) \right] \left(-\frac{z}{2} \right) dz + 2 \int_0^L \beta X_0 \left(-\frac{z}{2} \right) \left(-\frac{z}{2} \right) dz = 0
\end{aligned} \tag{B.114}$$

$$X_0 = \frac{\int_0^L \left[\alpha + \beta \left(wLz - \frac{wz^2}{2} \right) \right] \left(\frac{z}{2} \right) dz}{\int_0^L \beta \left(\frac{z}{2} \right) \left(\frac{z}{2} \right) dz}$$

O valor do hiperestático do sistema para a idade (t_k) é dado pela Eq. B.115:

$$\begin{aligned}
v(L) &= \int_{Estr} \kappa(z) \overline{M}(z) dz = 0 \\
&= \int_0^L \left[\alpha + \beta \left(wLz - \frac{wz^2}{2} - X_0 \frac{z}{2} \right) \right] \left(-\frac{z}{2} \right) dz + \int_0^L \left[\gamma \left(\delta X \frac{z}{2} \right) \right] \left(\frac{z}{2} \right) dz = 0
\end{aligned} \tag{B.115}$$

$$\delta X = \frac{\int_0^L \left[\alpha + \beta \left(wLz - \frac{wz^2}{2} - X_0 \frac{z}{2} \right) \right] \left(\frac{z}{2} \right) dz}{\int_0^L \gamma \left(\frac{z}{2} \right) \left(\frac{z}{2} \right) dz}$$

A integral do produto de duas funções na solução dos valores dos hiperestáticos, com estratégia da discretização das seções e do vão é calculada por meio de solução numérica.

A incorporação da parcela de perda pelo encurtamento médio do concreto $\overline{\varepsilon}_{cp(i),0}$, da resposta imediata, depois da primeira avaliação da iteração pode integrar as equações com a correção da parcela a seguir [Eq. B.116)], que se estende para a análise de longa duração sobre o efeito da fluência do concreto.

$$\sum_{i=1}^{m_p} \begin{bmatrix} P_{init(i)} \\ -y_{p(i)} P_{init(i)} \end{bmatrix} = \sum_{i=1}^{m_p} \begin{bmatrix} A_{p(i)} E_{p(i)} \varepsilon_{init} \\ -y_{p(i)} A_{p(i)} E_{p(i)} \varepsilon_{init} \end{bmatrix} - \sum_{i=1}^{m_p} \begin{bmatrix} A_{p(i)} E_{p(i)} \overline{\varepsilon}_{cp(i),0} \\ -y_{p(i)} A_{p(i)} E_{p(i)} \overline{\varepsilon}_{cp(i),0} \end{bmatrix} \tag{B.116}$$

Determinados os hiperestáticos (do carregamento externo, da protensão e dos efeitos diferidos), para a situação da condição não-fissurada, determina-se o diagrama de

momento fletores do sistema e realiza-se a verificação da condição de fissuração. Na ocorrência de fissuração ($M_s \geq M_{cr}$), ponderam-se as rigidezes por meio dos parâmetros α e β da respectiva seção, do modelo EN-1992-1-1:2004. Repete-se o processo até atingida uma tolerância entre sucessivas iterações sejam menores que, por exemplo, $tol \leq (R \cdot 10^{-3})$.

Tal procedimento vale tanto para a análise da resposta imediata ou de longa duração. A fissuração causa uma redistribuição de esforços no sistema, usualmente com valores que podem ser desprezados, dado ainda que o sistema com protensão, a peça substancialmente trabalha em regime não-fissurado do concreto.

B.2.2 Cálculo das deformações de referência e curvaturas para sistema com continuidade

Com os valores dos hiperestáticos e com o sistema estático determinado, a avaliação das deformações de referência e curvaturas são avaliadas pelo procedimento da seção B.1. A avaliação das tensões nos materiais são então calculadas com bases nas relações tensão $\times$ deformação, de regime linear na condição em serviço.

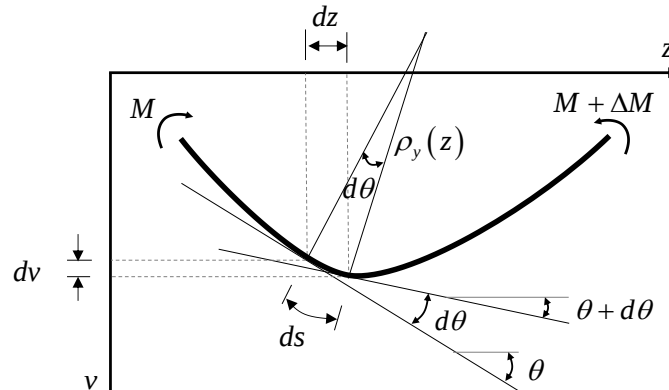
A avaliação das tensões nas armaduras ativas não-aderentes incorpora a mesma proposta de incluir a variação média do encurtamento do concreto adjacente ao traçado do cabo. Contabiliza-se a perda imediata pelo encurtamento elástico médio do concreto ao longo de todo o comprimento do aço, e para avaliação de longa duração, contabilizam-se os encurtamentos médios junto às fibras posicionadas adjacentes ao traçado do cabo decorrentes dos efeitos da fluência, retração não-uniforme e relaxação, já computados na análise anterior as influências dos efeitos dos hiperestáticos.

B.2.3 Cálculo das flechas imediatas e diferidas

O cálculo das parcelas de flechas imediatas (v_0) e diferidas no tempo (v_k) da estrutura é realizado com na integração dupla das curvaturas κ ao longo de toda a peça. Baseado no trabalho de Oliveira (2019), toma como base métodos numéricos na solução da equação diferencial da linha elástica.

A relação entre a curvaturas, giros e deslocamentos verticais são conhecidas na literatura pela cinemática de Euler-Bernoulli, para pequenos deslocamentos, de estruturas sujeitas ao momento fletor, pela equação diferencial da linha elástica. Essa curva define o eixo da peça após a sua deformação, representada na Figura B.11. Da análise de um infinitésimo, M , ρ , θ , v são o momento fletor, o raio de curvatura, o giro e a flecha na seção, respectivamente.

Figura B.11 – Deslocamentos verticais causada pela ação do momento fletor



Fonte: Elaborado pelo autor

O giro da seção θ e a linha elástica v são dados pelas Eqs. B.117 e B.118 com base nas relações do momento fletor e curvaturas, como resultado da primeira e segunda integração da curvatura:

$$\theta(z) = \frac{dv}{dz} = \int_0^z -\frac{M(z)}{EI} dz + \varphi_i = \int_0^z \kappa(z) dz + \varphi_i \quad (\text{B.117})$$

$$v(z) = \int_0^z \theta(z) dz + v_i = \int_0^z \int_0^z -\frac{M(z)}{EI} dz dz + \theta_i z + v_i = \int_0^z \int_0^z \kappa(z) dz dz + \theta_i z + v_i \quad (\text{B.118})$$

O cálculo das constantes de integração θ_i e v_i tomam como base os valores das condições de contorno onde se realiza a integração. Essas condições de contorno são:

i) **Condições de apoio:** relacionadas às condições de apoio:

- a) Em um engaste: $\theta_{L=0} = 0$ e $v_{L=0} = 0$;
- b) Em uma peça simplesmente apoiada de comprimento L : $v_{L=0} = 0$ e $v_L = 0$;

ii) **Condições de continuidade entre vãos adjacentes:** dado que a mudança da função $M(z)$, as condições de continuidade deformadas são impostas, entre os vãos

adjacentes, em relação ao giro de deslocamento na seção, tal que: $\varphi_{(esq.)} = \varphi_{(dir.)}$ e $V_{(esq.)} = V_{(dir.)}$

Com a imposição das condições de contorno, o sistema é possível e determinado.

Oliveira (2019) apresentou uma formulação por meio da integração das curvaturas pelo método das diferenças finitas (MDF), com base nos desenvolvimentos da Série de Taylor. Utiliza como técnica de solução da equação diferencial a substituição das derivadas por formas de diferenças finitas que podem ser obtidas pela expansão da série de Taylor e truncamento ao nível da ordem de erro admitida.

De tal modo que, para uma discretização do vão em segmentos Δz , a curvatura de uma seção é dada pela Eq. B.119, que recai no sistema, expresso pela Eq. B.120 baseado nos deslocamentos relativos entre os nós da seção discretizadas:

$$\kappa_i = \left(\frac{d^2 v}{d^2 z} \right)_i = \frac{v_{(i+1)} - v_i + v_{(i-1)}}{(\Delta z)^2} \quad (B.119)$$

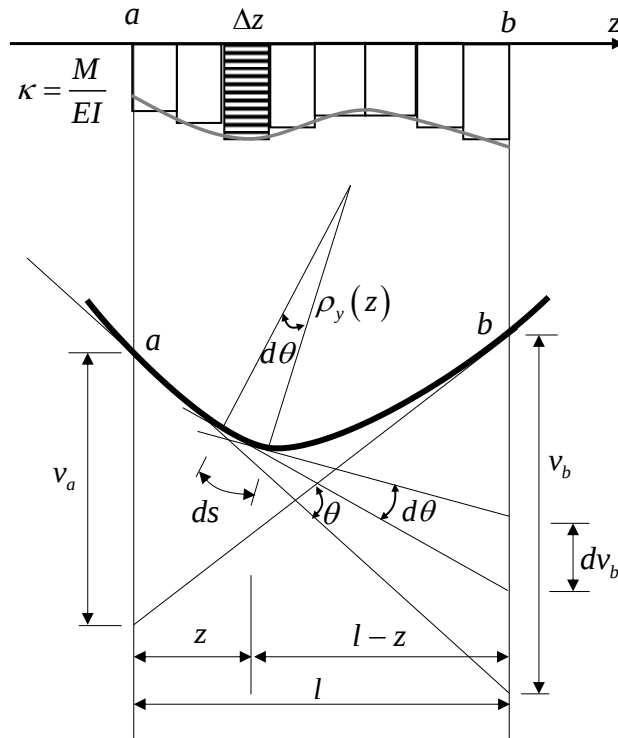
$$v_{(i+1)} - v_i + v_{(i-1)} = \kappa_i \cdot (\Delta z)^2 \quad (B.120)$$

Essa abordagem foi aplicada por Oliveira (2019) na avaliação das flechas de lajes mistas simplesmente apoiadas, cujos resultados foram adequados e com acurácia frente as respostas experimentais. A resposta das flechas é obtida com a solução do sistema linear de tamanho $m \times m$ nós discretizados, com as condições de contorno associadas.

A equação simplificada na avaliação das flechas, toma como base as curvaturas das seções transversais. Da investigação, chegou-se à conclusão de sua solução simplificada com uso de ferramentas simples na aplicação do Método ou Analogia de Mohr. Esse método trabalha com a ideia de viga conjugada, pela analogia entre as equações diferenciais. A avaliação das flechas pelo método clássico de analogia de Mohr é um procedimento simples na aplicação às peças com inércia variável, situação onde ocorre a fissuração das seções ou mudanças da seção transversal.

Com base na Figura B.12, seja a análise de um infinitésimo e a linha elástica de um tramo da peça estrutural entre os pontos a e b, com a curvatura κ correspondente.

Figura B.12 – Teorema de Mohr na aplicação da equação da linha elástica



Fonte: Elaborado pelo autor

As relações do teorema de Mohr são (Hibbeler, 2004):

- **1º Teorema de Mohr:** o cálculo de ângulos de rotação relativa entre dois pontos: a rotação relativa de duas seções é igual à área do diagrama de curvatura entre essas duas seções (Eq. B.121):

$$\theta = \int_a^b \frac{M(z)}{EI} dz = \int_a^b \kappa(z) dz \quad (\text{B.121})$$

- **2º Teorema de Mohr:** o cálculo dos deslocamentos: a distância entre as tangentes à linha elástica em quaisquer dois pontos a e b, medida na vertical do ponto b, é igual ao momento estático da área definida pelo diagrama de curvaturas κ (Eq. B.122):

$$v_b = \int_a^b \int_a^b \kappa(z) dz dz = \int_a^b \int_a^b \frac{M(z)}{EI} dz dz = \int_a^b dz \int_a^b \frac{M(z)}{EI} dz = \int_a^b \frac{M(z)}{EI} dz (l-z) dz = \int_a^b \kappa(z) (l-z) dz \quad (\text{B.122})$$

Atribuída as condições de contorno do problema, a solução da integral do produto de duas funções é realizada numericamente.

Nas lajes unidirecionais com carregamento uniformemente distribuídos, nas condições simplesmente apoiadas e com continuidade entre dois vão iguais adjacentes, a flecha no meio do vão pode ser avaliada pela Eq. B.123, conforme aplicação do 2º teorema de Mohr (Figura B.13).

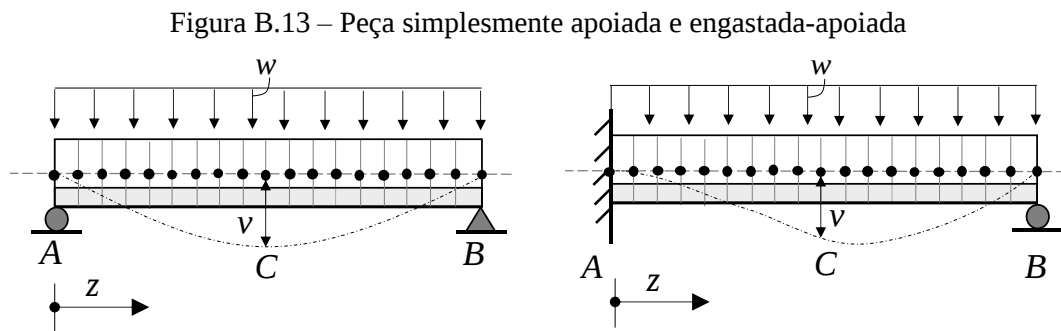
$$v_c = \int_0^{1/2L} \kappa(z) \cdot z \, dz \quad (\text{B.123})$$

Pela a solução pela regra dos trapézios (Eq. B.124):

$$v_c = \frac{1}{2} \Delta z \left[\kappa_0 z_0 + 2(\kappa_1 z_1 + \kappa_2 z_2 + \dots + \kappa_{n-1} z_{n-1}) + \kappa_{L/2} z_{L/2} \right] \quad (\text{B.124})$$

Pela solução da Regra de Simpson $\left(\frac{1}{3}\right)$ (Eq. B.125):

$$v_c = \frac{1}{3} \Delta z \left[\kappa_0 z_0 + 4 \left(\kappa_1 z_1 + \kappa_3 z_3 + \sum_{n=3} \kappa_{2n-1} z_{2n-1} \right) + 2 \left(\kappa_2 z_2 + \kappa_4 z_4 + \sum_{n=3} \kappa_{2n} z_{2n} \right) + \kappa_{L/2} z_{L/2} \right] \quad (\text{B.125})$$



Fonte: Elaborado pelo autor

No qual $\kappa_0 z_0$ representam a curvatura na posição $z_0 = 0$ e $\kappa_{L/2} z_{L/2}$ são a curvatura e posição da seção ao meio do vão. Na solução da Regra de Simpson, o número de subdivisões deve ser um número par.

Ranzi (2017) propõe a Eq. B.126 na avaliação da flecha do meio do vão, estimada com base nas curvaturas do meio do vão κ_c e das extremidades κ_a e κ_b :

$$v_m = \frac{L^2}{96} (\kappa_a + 10\kappa_c + \kappa_b) \quad (\text{B.126})$$

Essa equação assume que a distribuição das curvaturas tem formato parabólico, similar ao do momento fletor de uma peça uniformemente carregada. Com vista a um método simplificado de avaliação das flechas, algumas considerações são admitidas: considerar a protensão com sua força média e seu efeito pelo método da carga equivalente; ii) os efeitos da fluência advindos do carregamento externo e da protensão; e; iii) a relaxação do aço e a retração do concreto são estimados com base na análise dos resultados do método rigoroso anteriormente apresentado.

Para os sistemas com continuidade, a flecha máxima não se situa do meio do vão, estando deslocada mais junto aos apoios externos. No entanto, a diferença teórica entre os deslocamentos é relativamente pequena, da ordem de 5%, considerando inércia constante (Oliveira, 2019). Somado a isso, comumente os ensaios experimentais medem os deslocamentos do meio dos vãos.

No projeto, os deslocamentos devem ser limitados a fim de proporcionar integridade, funcionabilidade, estética e durabilidade à estrutura. Nesse aspecto, a protensão influencia diretamente no comportamento em serviço, com os carregamentos equivalentes diminuindo as flechas e, principalmente pela não ocorrência ou maior controle da fissuração do concreto, o que afeta diretamente questões sobre flechas excessivas e durabilidade com controle da abertura de fissuras.

Para as lajes com múltiplos vãos (3, 4, 5, etc.), a mesma ideia se aplica de modo a considerar os procedimentos de cálculo dos hiperestáticos. A formulação recai no princípio do Método das Forças. Desse modo, os procedimentos clássicos apresentados com as devidas adequações e propostas servem de ponto de referência aos estudos experimentais e validações teórico analíticas aos modelos de engenharia.

Um último ponto a ser discutido, trata-se da formulação considerando os deslizamentos entre fôrma de aço e o concreto, onde pode ser citado as formulações baseadas no trabalho de Kim (2014), na incorporação da parcela que leva em conta possíveis deslizamentos da interação aço-concreto nas vigas mistas.

