

**UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO**

Escola de Engenharia de São Carlos

## **Efeitos do colapso progressivo na confiabilidade de estruturas de concreto armado**

**Pedro Henrique Preto Facholli**

Dissertação de Mestrado do Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil (Engenharia de Estruturas) da Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo.



PEDRO HENRIQUE PRETO FACHOLLI

**Efeitos do colapso progressivo na confiabilidade de estruturas  
de concreto armado**

VERSÃO CORRIGIDA

(A versão original encontra-se na Escola de Engenharia de São Carlos)

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil (Engenharia de Estruturas) da Escola de Engenharia de São Carlos da Universidade de São Paulo para obtenção do título de Mestre em Ciências.

Área de Concentração: Estruturas

Orientador: Prof. André Teófilo Beck, Ph. D.

SÃO CARLOS - SP

Junho/2023



AUTORIZO A REPRODUÇÃO TOTAL OU PARCIAL DESTA TRABALHO,  
POR QUALQUER MEIO CONVENCIONAL OU ELETRÔNICO, PARA FINS  
DE ESTUDO E PESQUISA, DESDE QUE CITADA A FONTE.

Ficha catalográfica elaborada pela Biblioteca Prof. Dr. Sérgio Rodrigues Fontes da  
EESC/USP com os dados inseridos pelo(a) autor(a).

F139e Facholli, Pedro Henrique Preto  
Efeitos do colapso progressivo na confiabilidade de  
estruturas de concreto armado / Pedro Henrique Preto  
Facholli; orientador André Beck. São Carlos, 2023.

Dissertação (Mestrado) - Programa de  
Pós-Graduação em Engenharia Civil (Engenharia de  
Estruturas) e Área de Concentração em Estruturas --  
Escola de Engenharia de São Carlos da Universidade de  
São Paulo, 2023.

1. Estruturas de concreto armado. 2. Colapso  
progressivo. 3. Incertezas. 4. Confiabilidade  
estrutural. 5. Caminhos de carga alternativos. I.  
Título.

Eduardo Graziosi Silva - CRB - 8/8907

---



## FOLHA DE JULGAMENTO

Candidato: Engenheiro **PEDRO HENRIQUE PRETO FACHOLLI**.

Título da dissertação: "Efeitos do colapso progressivo na confiabilidade de estruturas de concreto armado".

Data da defesa: 12/04/2023.

### **Comissão Julgadora**

### **Resultado**

Prof. Associado **André Teófilo Beck**

APROVADO

**(Orientador)**

(Escola de Engenharia de São Carlos – EESC/USP)

Prof. Dr. **André Jacomel Torli**

APROVADO

(Universidade Federal da Integração Latino-Americana/UNILA)

Prof. Dr. **Wellison José de Santana Gomes**

APROVADO

(Universidade Federal de Santa Catarina/UFSC)

Coordenador do Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil

(Engenharia de Estruturas):

Prof. Associado **Vladimir Guilherme Haach**

Presidente da Comissão de Pós-Graduação:

Prof. Titular **Carlos De Marqui Junior**





## **AGRADECIMENTOS**

Agradeço a Deus, por ser maravilhoso e por não ter me abandonado em nenhum momento.

Aos meus pais, Adriano e Fernanda, por tudo o que sou, pelos sacrifícios, educação e exemplo primorosos que permitiram com que eu chegasse onde estou.

Ao meu irmão, João, por todo apoio e parceria inigualáveis.

Ao meu orientador, André Beck, pela paciência, compreensão e ensinamentos que levarei para a vida.

À minha namorada, Isadora, por me ajudar e me incentivar a perseguir meus sonhos, e por compreender minha ausência nesta reta final.

Aos meus amigos do mestrado, Lucas e José Renan, pelas inúmeras risadas, conversas e apoio que fizeram com que essa jornada fosse mais leve.

Aos professores André Torii e Wellison Gomes, pelas contribuições valiosas durante a qualificação deste trabalho.

Aos professores da Unesp de Bauru: Caio Nogueira, por despertar minha paixão pela engenharia de estruturas; Paulo Bastos, pela amizade e ensinamentos incomparáveis; Luttgardes de Oliveira Neto, pela orientação e incentivo ao meu ingresso no mestrado e Carlos Javaroni, pelas conversas e exemplo.

O presente trabalho foi realizado com apoio da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior – Brasil (CAPES) – Código de Financiamento 001.



## RESUMO

FACHOLLI, P. H. P. **Efeitos do colapso progressivo na confiabilidade de estruturas de concreto armado**. 2023. 98 p. Dissertação de Mestrado em Engenharia Civil (Estruturas) – Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, 2023.

O projeto de estruturas de concreto armado considerando o colapso progressivo usualmente é tratado pelas normativas através de prescrições empíricas que objetivam a garantia de um certo nível de robustez, fazendo com que o sistema seja capaz de resistir a carregamentos excepcionais ou de mitigar a propagação desproporcional de danos. As normativas brasileiras endereçam o fenômeno de maneira subjetiva, apenas recomendando redundância e prescrevendo taxas de armação mínimas. Uma das metodologias que tratam o colapso progressivo de maneira direta é conhecida na literatura por caminhos de carga alternativos, que verifica a capacidade da estrutura em resistir à remoção de um elemento de sustentação vertical. Utilizando este método, o presente estudo analisa a influência de incertezas na segurança de estruturas intactas e danificadas pela remoção de colunas. Através de um modelo mecânico linear simples mas capaz de capturar a interação entre os esforços nos elementos estruturais, diferentes modos de falha são investigados para as colunas, com base na variação desconhecida, *à priori*, da relação entre força normal e momento fletor. Para as vigas, as probabilidades de falha são analisadas considerando o momento fletor resistente último da seção, avaliado nas extremidades e no centro dos elementos. Mostrou-se que estruturas dimensionadas convencionalmente não apresentam níveis aceitáveis de confiabilidade dos elementos, e que aquelas reforçadas pela metodologia de caminhos de carga alternativos tendem a ser conservadoras ao utilizar modelos lineares de análise. Além disso, a sensibilidade da probabilidade de falha para cada variável aleatória é estudada, apontando para a necessidade de uma melhor caracterização do erro de modelo de acordo com diferentes modos de falha das colunas.

**Palavras-chave:** Estruturas de concreto armado; colapso progressivo; incertezas; confiabilidade estrutural; caminhos de carga alternativos.

## ABSTRACT

FACHOLLI, P. H. P. **Effects of progressive collapse in reliability of reinforced concrete structures.** 2023. 98 p. Master thesis in Civil Engineering (Structures) – São Carlos School of Engineering, University of São Paulo, São Carlos, 2023.

The design of reinforced concrete structures taking progressive collapse into account is usually treated by the standards through empirical prescriptions that aim to ensure a certain level of robustness, allowing the system to withstand exceptional loads or to mitigate the disproportionate propagation of damage. Brazilian standards address the phenomenon in a subjective manner, recommending redundancy and prescribing minimum reinforcement ratio in the elements. One of the methodologies that treats progressive collapse in a direct manner is known in the literature as alternative load path method, which verifies the structure's ability to bridge over the removal of a vertical support element. Using this method, this study analyzes the influence of uncertainties on the safety of intact and damaged structures by a discretionary column removal. Using a simple linear mechanical model capable of capturing the interaction between the internal forces in the elements, different failure modes are investigated for the columns, based on the unknown variation of the relationship between normal force and bending moment. For the beams, the failure probabilities are calculated considering the ultimate bending moment resistance of the cross-section, evaluated at the ends and in the center of the elements. It was demonstrated that conventionally designed structures do not exhibit acceptable levels of element reliability, and that structures strengthened by the alternative load path methodology lean toward conservatism when using linear models of analysis. Furthermore, the sensitivity of the failure probability for each random variable is studied, suggesting the need for a better characterization of the model error according to different failure modes of the columns.

**Keywords:** Reinforced concrete structures; progressive collapse; uncertainties; structural reliability; alternate load paths.

## LISTA DE FIGURAS

Figura 3.1 - Tipos de projeto considerando o colapso progressivo de acordo com Ellingwood e Leyendecker (1978). .....	23
Figura 3.2 - Comportamento de uma viga de concreto armado submetida ao colapso progressivo. Mecanismos resistentes (a) e forças durante os estágios de efeito de arco (b), instabilidade do tipo snap-through (c) e ação catenária (d). (Adaptado de Praxedes, 2020) .....	26
Figura 4.1 - Representação dos caminhos de falha de um sistema misto qualquer. (BECK, 2019) .....	33
Figura 4.2 - Elemento de pórtico e seus graus de liberdade (MARTHA, 2020). .....	36
Figura 4.3 - Diagrama momento curvatura de uma viga de concreto armado. ....	38
Figura 4.4 - Modelo bilinear de tensão-deformação do concreto à compressão. ....	39
Figura 4.5 - Modelo simplificado de tensão-deformação do concreto à tração. ....	39
Figura 4.6 - Modelo bilinear da relação tensão-deformação do aço. ....	40
Figura 4.7 - Diagrama de deformações em uma seção transversal de uma viga de concreto armado – Adaptado de Torii (2021). .....	41
Figura 4.8 - Forças resultantes e diagrama de tensões em uma seção transversal – Adaptado de Torii (2021). ....	42
Figura 4.9 - Casos de distribuição de tensão em uma seção transversal – Adaptado de Torii (2021). .....	43
Figura 4.10 - Curva de interação normal-momento e equações de estado limite de pilares. ....	47
Figura 4.11 - Diagrama de deformações de um pilar de concreto armado submetido à flexão composta normal – Adaptado de Venturini e Rodrigues (1987). ....	51
Figura 4.12 - Diagramas de deformação, tensão e forças resultantes em uma seção transversal de pilar – Adaptado de Venturini e Rodrigues (1987). ....	53
Figura 4.13 - Diagrama de momentos de 1ª e 2ª ordem em pilares. ....	56
Figura 4.14 - Fluxograma das análises de confiabilidade. ....	57
Figura 4.15 - Pontos de avaliação da EEL para vigas e diagramas de momento fletor para a) situação estrutura intacta; b), perda de coluna interna no apoio próximo à f; c) perda de coluna lateral em f. ....	58
Figura 4.16 - Indicação das armações em cada região de avaliação das EEL em vigas. ..	58

Figura 5.1 - Pórtico de 4 pavimentos utilizado para análises. ....	60
Figura 5.2 - Situações danificadas do pórtico. ....	61
Figura 5.3 - Índices de confiabilidade para o pórtico intacto. ....	65
Figura 5.4 - Diagramas MN para pilares externos do 3º pavimento (à esquerda) e do 4º pavimento (à direita) – pórtico intacto.....	66
Figura 5.5 - Variação dos índices de confiabilidade de pilares externos (à esquerda) e internos (à direita) para cada modo de falha – pórtico intacto.....	67
Figura 5.6 - Variação da sensibilidade das variáveis aleatórias na probabilidade de falha dos pilares externos, para cada modo de falha – pórtico intacto. ....	68
Figura 5.7 - Variação da sensibilidade das variáveis aleatórias na probabilidade de falha dos pilares internos, para cada modo de falha – pórtico intacto. ....	68
Figura 5.8 - Índices de confiabilidade para o pórtico com remoção de coluna interna – não reforçado. ....	69
Figura 5.9 - Índices de confiabilidade para o pórtico com remoção de coluna interna – reforçado. ....	69
Figura 5.10 - Variação dos índices de confiabilidade dos pilares adjacentes ao removido para cada modo de falha – pórtico com remoção de coluna interna. ....	70
Figura 5.11 - Variação da sensibilidade das variáveis aleatórias na probabilidade de falha do pilar externo CE-D, para cada modo de falha – pórtico com remoção de coluna interna. ....	71
Figura 5.12 - Variação da sensibilidade das variáveis aleatórias na probabilidade de falha do pilar interno CI-E, para cada modo de falha – pórtico com remoção de coluna interna. ....	72
Figura 5.13 - Índices de confiabilidade para o pórtico com remoção de coluna externa – não reforçado.....	73
Figura 5.14 - Índices de confiabilidade para o pórtico com remoção de coluna externa – reforçado. ....	73
Figura 5.15 - Variação dos índices de confiabilidade dos pilares CI-D e CI-E para cada modo de falha – pórtico com remoção de coluna externa.....	74
Figura 5.16 – Variação da sensibilidade das variáveis aleatórias na probabilidade de falha do pilar interno CI-D, para cada modo de falha – pórtico com remoção de coluna externa. ....	74

Figura 5.17 – Variação da sensibilidade das variáveis aleatórias na probabilidade de falha do pilar interno CI-E, para cada modo de falha – pórtico com remoção de coluna externa.

.....75

## SUMÁRIO

<b>1</b>	<b>INTRODUÇÃO</b> .....	6
1.1	OBJETIVOS .....	7
1.2	JUSTIFICATIVA.....	8
1.3	METODOLOGIA.....	8
1.4	ESTRUTURA DO TRABALHO .....	9
<b>2</b>	<b>REVISÃO BIBLIOGRÁFICA</b> .....	10
2.1	INCERTEZAS E CONFIABILIDADE ESTRUTURAL .....	10
2.2	COLAPSO PROGRESSIVO .....	12
<b>3</b>	<b>COLAPSO PROGRESSIVO</b> .....	21
3.1	INTRODUÇÃO.....	21
3.2	CAMINHOS DE CARGA ALTERNATIVOS – APM.....	22
3.3	A PROBABILIDADE DE DANO LOCAL .....	24
3.4	MECANISMOS RESISTENTES .....	25
3.5	MODELAGEM NUMÉRICA.....	27
<b>4</b>	<b>FORMULAÇÕES</b> .....	30
4.1	CONFIABILIDADE ESTRUTURAL.....	30
4.1.1	<i>Funções de Estado Limite</i> .....	31
4.1.2	<i>Determinação da probabilidade de falha</i> .....	33
4.1.3	<i>Método de confiabilidade de primeira ordem (FORM)</i> .....	34
4.2	MODELO MECÂNICO E ANÁLISE GLOBAL .....	36
4.3	EQUAÇÃO DE ESTADO LIMITE PARA VIGAS .....	38
4.3.1	<i>Relações constitutivas</i> .....	39
4.3.2	<i>Deformações</i> .....	41
4.3.3	<i>Forças resultantes na seção transversal</i> .....	42
4.3.4	<i>Equilíbrio da seção e construção do diagrama momento curvatura</i> .....	46



4.4	EQUAÇÕES DE ESTADO LIMITE PARA PILARES .....	47
4.4.1	<i>Relações constitutivas</i> .....	50
4.4.2	<i>Compatibilidade de deformações</i> .....	51
4.4.3	<i>Equilíbrio da seção</i> .....	52
4.4.4	<i>Solicitações e efeitos de 2ª ordem</i> .....	54
4.5	IMPLEMENTAÇÕES .....	56
<b>5</b>	<b>ANÁLISES E RESULTADOS NUMÉRICOS</b> .....	<b>60</b>
5.1	ESTRUTURAS ANALISADAS .....	60
5.1.1	<i>Carregamentos e combinação de ações</i> .....	61
5.1.2	<i>Dimensionamento</i> .....	63
5.1.3	<i>Variáveis aleatórias e análise de confiabilidade</i> .....	64
5.2	RESULTADOS PARA O PÓRTICO INTACTO .....	65
5.3	RESULTADOS PARA O PÓRTICO COM REMOÇÃO DE COLUNA INTERNA.....	69
5.4	RESULTADOS PARA O PÓRTICO COM REMOÇÃO DE COLUNA EXTERNA.....	72
5.5	PROBABILIDADES DE COLAPSO ESTRUTURAL.....	75
<b>6</b>	<b>CONCLUSÕES</b> .....	<b>77</b>
6.1	SUGESTÃO PARA TRABALHOS FUTUROS.....	78
	REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS .....	79

# 1 INTRODUÇÃO

---

As incertezas que afetam a resistência dos materiais estruturais, os carregamentos atuantes e a acurácia dos modelos de engenharia devem ser considerados no projeto de edifícios. Atualmente, coeficientes parciais de segurança são empregados no dimensionamento dos elementos estruturais de maneira a garantir uma reserva de resistência e compensar a variabilidade destes fatores. Com a disseminação da teoria da confiabilidade, os impactos das incertezas nas estruturas puderam ser mais compreendidos, apontando para a importância de métricas probabilísticas para aferir a segurança.

Entre os fenômenos que sabidamente afetam a segurança estrutural estão os carregamentos atuantes, tanto aqueles aos quais certamente a estrutura estará exposta, como as ações permanentes e verticais de utilização, quanto aqueles oriundos de ações excepcionais ou malevolentes, aos quais o edifício estará sujeito, porém com menores probabilidades de ocorrência.

Uma das condições excepcionais de carregamento é a perda de um elemento vertical devido a ações extraordinárias. Essas ações incluem acidentes de tráfego, como impacto de veículos, explosões acidentais e intencionais, incêndios de grandes proporções, erros humanos grosseiros ou o próprio envelhecimento da estrutura. Exemplos recentes de colapso estrutural devido a eventos de dano iniciais como estes levantaram a atenção para o projeto robusto de estruturas.

Robustez estrutural está relacionada à capacidade do sistema em resistir a danos locais, não os propagando ao longo da estrutura de maneira desproporcional à extensão do evento inicial, o que caracterizaria um colapso progressivo. As normativas de projeto brasileiras ainda não endereçam objetivamente a robustez estrutural, fazendo apenas recomendações para a continuidade de barras longitudinais inferiores nas vigas e reforços localizados em lajes lisas apoiadas em pilares. Mesmo assim, episódios de colapso progressivo foram observados no Brasil, por exemplo a ruptura das varandas de 15 pavimentos do Edifício Dom Gerônimo (Maringá – PR, 2008), o colapso total do Edifício *Real Class*, de 34 pavimentos (Belém do Pará – PA, 2011), e do Edifício Liberdade (Rio de Janeiro – RJ, 2012), e, mais recentemente, o colapso do Edifício Andrea (Fortaleza – CE, 2019), este último vítima de reparos localizados nos pilares do pavimento térreo sem o correto escoramento da estrutura.

Segundo Ellingwood (2007), o colapso progressivo pode ser evitado ou controlado por meio da eliminação da ameaça inicial, do controle do dano local ou da verificação da capacidade resistente da estrutura, já ocorrida a perda de um componente. Este último é conhecido na literatura como análise por caminhos de carga alternativos, em inglês *Alternate load path method (APM)*, em que é verificada se a estrutura fornece outros mecanismos resistentes que suportem o carregamento anteriormente suportado pelo elemento danificado. Normativas americanas como a UFC 4-023-03 (2009), a GSA (2013) e a futura ASCE 76 já caracterizam o método como apropriado para a validação da robustez estrutural, e discorrem sobre as premissas para sua utilização.

Utilizando a metodologia de caminhos de carga alternativos, esta pesquisa busca compreender a distribuição dos esforços solicitantes em estruturas intactas e com remoção de colunas, simulando a ocorrência de ameaças que ocasionam danos locais iniciais em edificações. Ademais, considerando a influência das incertezas, a verificação da segurança estrutural é realizada através da quantificação das probabilidades de colapso condicionais. Mais detalhes são descritos nas seções a seguir.

## 1.1 OBJETIVOS

O presente trabalho tem como objetivo investigar os efeitos do colapso progressivo na confiabilidade dos elementos de estruturas planas em concreto armado. Os seguintes objetivos específicos podem ser elencados:

1. Programar um modelo mecânico linear em elementos finitos para obtenção de esforços solicitantes ao longo dos elementos;
2. Desenvolver e implementar equações de estado limite que considerem as armaduras inferiores e superiores nas vigas e que cerceiem as diversas possibilidades da variação independente entre momento fletor e esforço normal solicitantes na flexo-compressão de pilares;
3. Estudar a confiabilidade dos elementos de pórticos planos de concreto armado, em situações intactas e com remoção de colunas segundo a metodologia APM;
4. Comparar a probabilidade de colapso de estruturas não reforçadas e reforçadas de acordo com a metodologia de caminhos de carga alternativos;
5. Analisar a influência das variáveis aleatórias na composição das probabilidades de falha dos elementos estruturais ao longo do pórtico.

## 1.2 JUSTIFICATIVA

Os projetos estruturais ainda são elaborados seguindo normativas semi-probabilísticas, fazendo uso de coeficientes parciais de segurança para levar em conta as incertezas em ações, resistências e modelos de cálculo. No entanto, a consideração explícita das incertezas no projeto pode impactar em muito a resposta estrutural e, conseqüentemente, a segurança da estrutura.

Através da revisão bibliográfica contida neste trabalho, nota-se o pequeno número de estudos que consideram o colapso progressivo na análise de confiabilidade de estruturas no Brasil. Ainda, as normativas nacionais endereçam o fenômeno de maneira subjetiva, recomendando a garantia de ductilidade e prescrevendo continuidade de armações em vigas e lajes. Enquanto isso, normas norte-americanas, por exemplo, prescrevem métodos objetivos para verificação do colapso desproporcional. Pesquisas nacionais nessa linha contribuem para o conhecimento do fenômeno e alavancam futuras implementações normativas.

Além disso, a distribuição de esforços e a influência das variáveis aleatórias na probabilidade de falha dos elementos considerando a estrutura globalmente ainda é pouco estudada para situações de carregamento excepcionais, principalmente em abordagens baseadas em caminhos de carga alternativos.

Tendo isso em vista, o trabalho apresentado contribui para o entendimento do fenômeno do colapso progressivo e o impacto das incertezas nas probabilidades de colapso de estruturas. Um estudo aprofundado da confiabilidade dos principais elementos de sustentação vertical, os pilares, é realizado considerando a estrutura como um todo, levando em conta a variação entre a força normal e momento fletor solicitantes ao longo dos pavimentos.

## 1.3 METODOLOGIA

O trabalho foi realizado através de uma implementação computacional de técnicas de análise estrutural e de resistência de elementos de concreto armado em ambiente MATLAB.

Um modelo mecânico foi programado baseado no método dos elementos finitos, capaz de realizar análises lineares em estruturas planas formadas por elementos de pórtico com 3 graus de liberdade por nó. Nos pilares, a interação entre momento fletor e esforço

normal é capturada através da elaboração de curvas de resistência à flexão composta normal. São propostos quatro modos de falha para verificação da segurança dos pilares, baseados na movimentação horizontal (acréscimo e decréscimo de compressão), vertical (variação de momento fletor) e com excentricidade constante do par normal-momento solicitantes. Nas vigas, o modelo é capaz de quantificar a resistência última ao momento fletor, através da elaboração de diagramas momento-curvatura. Embora possuam limitações, as análises mecânicas permitem que o comportamento geral da estrutura seja compreendido, bem como a resistência dos elementos de viga e pilar.

Em seguida, os modelos mecânicos e de resistência foram aplicados em análises de confiabilidade em pórticos íntegros e com pilares removidos, utilizando o método de confiabilidade de primeira ordem (FORM – *First order reliability method*) através do software UQLab (MARELLI; SUDRET, 2014).

#### 1.4 ESTRUTURA DO TRABALHO

O presente capítulo aborda uma introdução a colapso progressivo, incertezas e confiabilidade estrutural, elucidando as metodologias utilizadas para a elaboração deste trabalho. O Capítulo 2 faz a revisão bibliográfica sobre os temas, descrevendo trabalhos de importância e o atual estado da arte. O Capítulo 3 aborda o colapso progressivo, descrevendo as principais técnicas de análise e mecanismos resistentes desenvolvidos na estrutura. O Capítulo 4 descreve as formulações do método de confiabilidade, tratamento estatístico das variáveis, modelo mecânico por elementos finitos linear, modelos de resistência de vigas e pilares e equações de estado limite. As análises e resultados numéricos são abordados no Capítulo 5 e as conclusões são descritas no Capítulo 6, incluindo sugestões de trabalhos futuros.

## 2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

---

Este capítulo expõe um breve histórico e o atual estado da arte da pesquisa sobre incertezas na engenharia, confiabilidade estrutural e colapso progressivo. As formulações mais importantes para a realização deste trabalho são descritas com maiores detalhes nos capítulos dedicados.

### 2.1 INCERTEZAS E CONFIABILIDADE ESTRUTURAL

Presentes em todas as relações da construção civil, desde a variabilidade da resistência de corpos de prova de concreto até a flutuação do preço dos insumos, as incertezas podem ser classificadas em intrínseca, epistêmica e de erro humano. Segundo Beck (2019), as incertezas intrínsecas são associadas à natureza do processo envolvido e não podem ser eliminadas, sendo previsíveis e quantificáveis em termos de probabilidades, como a variação na resistência de materiais e na intensidade de terremotos. Já as incertezas epistêmicas são relacionadas ao conhecimento atual sobre o fenômeno em estudo, tendendo a ser subjetivas e até imprevisíveis, com apenas alguns tipos observáveis, como incertezas de modelo e estatísticas. O erro humano pode ser interpretado tanto como intrínseco como epistêmico, uma vez que é inevitável, porém pode ser reduzido através de treinamento e capacitação.

Ao longo da história, clássicos exemplos da influência das incertezas epistêmicas devido ao conhecimento incompleto de fenômenos importantes que podem atuar nas estruturas puderam ser observados. Estes geralmente são descobertos após falhas catastróficas em sistemas inovadores, que até então nunca foram observadas ou compreendidas, como o fenômeno de *flutter* ocorrido na famosa ponte Tacoma Narrows (EUA, 1940) e a falha por instabilidade das colunas metálicas, aquecidas pelo incêndio, do atentado ao *World Trade Center* (EUA, 2001).

Durante a primeira metade do século XX, o reconhecimento da presença de incertezas nos mais diversos processos e materiais envolvidos na construção de estruturas levantou a atenção da comunidade científica sobre a segurança das edificações, mesmo sendo dimensionadas considerando coeficientes de segurança. Ficou claro, portanto, que uma quantificação mais apropriada da segurança de estruturas poderia ser realizada a partir de probabilidades de falha, que levam em conta a distribuição de probabilidades das mais diversas variáveis envolvidas no projeto e construção de uma edificação. Mayer (1926),

Wierzbicki (1936) e Streletskii (1947) estão entre os primeiros pesquisadores a observar a aleatoriedade de resistências e ações atuantes em estruturas e a propor que fossem tratadas como variáveis aleatórias. Como consequência da presença destas variáveis, pode-se associar probabilidades de falha a estruturas, formuladas inicialmente por Freudenthal (1947), através da integração das distribuições de probabilidade das variáveis aleatórias sob um domínio de falha.

Segundo Beck (2019), a probabilidade de falha estrutural é uma medida de que um componente ou sistema estrutural não atenda a requisitos de projeto dentro de um tempo determinado e respeitando condições de operação. Requisitos de projeto referem-se à resistência dos elementos, estabilidade do sistema, equilíbrio e deslocamentos da estrutura, que podem ser descritos como Equações de Estado Limite, conforme será discutido com mais detalhes no Capítulo 4. A confiabilidade estrutural, portanto, refere-se ao complemento da probabilidade de falha, ou seja, ao grau de confiança de que uma estrutura atenda a requisitos de projeto, pelo tempo determinado e respeitando condições de operação.

Por mais que Freudenthal tenha formulado a probabilidade de falha matematicamente, a resolução da integração descoberta pelo autor foi realizada de maneira prática apenas na segunda metade do século XX por Cornell (1969), que propôs o índice de confiabilidade ( $\beta$ ) medido através do método de primeira ordem no ponto médio. Mais tarde, a definição de  $\beta$  foi ampliada por Hasofer e Lind (1974), descrevendo-o como a menor distância do ponto de projeto à origem do espaço normal padrão, sendo o ponto de projeto aquele que possui maior probabilidade de ocorrência sobre o domínio de falha. O índice de confiabilidade, desde então, representa um conhecido indicador de segurança, correspondendo a uma medida geométrica da probabilidade de falha.

Com o aumento da assimilação da teoria da confiabilidade pela comunidade científica, diversas técnicas foram desenvolvidas para determinação da probabilidade de falha de estruturas nos anos 70 e 80, baseadas principalmente em métodos de transformação devido à limitada capacidade de processamento computacional. Entre elas pode-se destacar o método de confiabilidade de primeira ordem e segundo momento (FOSM – *First order second moment*), o método de confiabilidade de primeira ordem (FORM – *First order reliability method*) e o método de confiabilidade de segunda ordem (SORM – *Second order reliability method*). Atualmente, as técnicas de simulação de Monte Carlo têm ganhado espaço nas análises de confiabilidade, através de técnicas de amostragem inteligente e

metamodelagem, que reduzem o custo computacional da análise (KROETZ, TESSARI e BECK, 2017; BECK, 2019).

Conforme descrito até aqui, a Teoria da Confiabilidade Estrutural permitiu uma maior compreensão do impacto das incertezas na segurança estrutural. Dentro das incertezas que afetam as estruturas estão a intensidade dos carregamentos ou ações, como cargas gravitacionais, vento, sismos e impactos. Grande parte destes carregamentos são quantificáveis e possuem estatísticas bem estudadas. Entretanto, a estrutura também pode ser exposta a carregamentos excepcionais ou maléficos, como impacto de veículos, detonação de bombas ou dutos de gás. Embora possuam menor probabilidade de ocorrência, usualmente essas ações impõem condições extremas à estrutura, que podem levá-la a uma situação de colapso progressivo, detalhada na seção a seguir.

## 2.2 COLAPSO PROGRESSIVO

O colapso progressivo pode ser entendido como um processo em que um dano local causa uma cadeia de eventos de falha, levando ao colapso parcial ou total de uma estrutura, de maneira que os danos finais sejam muito desproporcionais ao dano inicial (ADAM et al., 2018). Eventos causadores de danos locais podem incluir explosões, incêndio, colisões veiculares, erros grosseiros de projeto, ataques terroristas e elevado grau de deterioração de um ou mais elementos estruturais.

Embora estes eventos possuam baixa probabilidade de ocorrência durante a vida útil de uma estrutura, casos notórios de colapso progressivo infelizmente puderam ser observados ao redor do mundo, como o colapso do edifício *Ronan Point* (Londres – Reino Unido, 1968), das torres gêmeas do *World Trade Center* (Nova Iorque – EUA, 2001), e, mais recentemente, da *Champlain Tower South* (Miami – EUA, 2021), levantando a atenção de normativas e pesquisadores sobre o fenômeno. No Brasil, casos como o colapso das varandas do Edifício Don Gerônimo (Maringá – PR, 2008), o quase completo colapso do Shopping Center Poty (Teresina – PI, 2013) e o colapso total do edifício Andrea (Fortaleza – CE, 2019), este último devido a manutenções inadequadas nos pilares do térreo, demonstram a relevância e atualidade do assunto.

Os primeiros estudos sobre o tema foram conduzidos durante a Segunda Guerra Mundial (1939-1945) pelos professores Baker e Christopherson após diversos bombardeamentos aéreos em Londres, que identificaram uma série de fraquezas estruturais



em edifícios de múltiplos pavimentos (SMITH, BYFIELD e GOODE, 2010). Mais tarde, após o colapso do edifício Ronan Point, visando tornar os edifícios menos suscetíveis à ruína, pesquisadores recomendaram a garantia de níveis mínimos de ductilidade, continuidade e resistência, enquanto normativas britânicas enfatizaram a importância de forças de amarração horizontais nas estruturas (PRAXEDES, 2020). Entretanto, segundo Adam et al. (2018), foi somente após os ataques de 11 de setembro de 2001 que o número de estudos sobre colapso progressivo e robustez estrutural se intensificou, principalmente nos Estados Unidos.

O *Eurocode 1* (CEN, 2006) pontua que este tipo de colapso geralmente pode ocorrer em edifícios caso um ou mais de seus elementos de sustentação vertical falhem. Uma das maneiras de evitar o alastramento do dano é conhecido na literatura como APM – *Alternate path method*, prescrito pelas diretrizes americanas UFC 4-023-03 (2009) e GSA (2013) e, recentemente, pela ASCE 76 – *Disproportionate Collapse* (em consulta pública). O método consiste em garantir que a estrutura possua resistência e continuidade necessárias para redistribuir o carregamento, inicialmente suportado pelo elemento que sofreu algum dano, para elementos adjacentes. Para realizar uma análise APM, o projetista verifica a resistência da estrutura removendo um ou mais elementos, através de uma análise não-linear dinâmica, não-linear estática ou linear estática. Nesta última, o carregamento aplicado na estrutura é majorado por um fator de amplificação dinâmica, e os esforços solicitantes nos elementos são comparados com sua resistência esperada (MCKAY, MARCHAND e DIAZ, 2012).

Um maior entendimento da propagação de dano ao longo do edifício veio com o trabalho de Starossek (2007), que diferenciou os tipos de colapso em *pancake*, *zipper*, *domino*, *section*, de instabilidade e mistos. O autor destacou que o tratamento teórico entre eles pode variar, incluindo abordagens probabilísticas, uma vez que o evento é de baixa probabilidade de ocorrência e de grandes consequências.

A falha global da estrutura envolve o estudo de caminhos de falha, que podem ser identificados utilizando ferramentas como árvore de falhas. Tais ferramentas permitem a associação de uma probabilidade de falha a cada evento elementar, de maneira que a probabilidade de ocorrência de um evento principal (no caso deste estudo, o colapso parcial ou total da estrutura) possa ser determinada (BECK, 2019).

Seguindo essa linha, uma metodologia sistemática baseada em confiabilidade foi proposta por Felipe, Haach e Beck (2018) com o intuito de identificar os elementos chave

em uma estrutura redundante, aqueles que, se danificados, possuem maior probabilidade de iniciar um caminho de falha que leva ao colapso estrutural.

Ellingwood (2006, 2007) propôs uma formulação para a probabilidade de colapso fazendo uso de probabilidades condicionais envolvendo eventos de dano local e ameaças. O autor identificou que a redução da probabilidade de colapso pode ser alcançada através de 3 estratégias: (1) limitar a probabilidade de ocorrência de eventos de ameaça através de políticas administrativas e sociais, (2) prevenir a ocorrência de dano local significativo em elementos estruturais que podem causar um colapso progressivo e (3) reprimir o colapso do sistema através de estratégias como compartimentalização, caminhos de carga alternativos, redundância, entre outras (ADAM et al., 2018). Nota-se que, dentre as 3 estratégias citadas, somente a terceira aborda o comportamento de sistema, representando um grande desafio para projetistas.

Parte desse desafio compreende a complexidade da análise mecânica da estrutura e a definição de uma quantidade apropriada e mensurável de segurança. O primeiro é caracterizado por um comportamento estrutural não-linear, com desenvolvimento de grandes deslocamentos e rotações, e também por efeitos dinâmicos causados pela falha repentina de elementos. O segundo pode ser definido através de alguma medida de robustez estrutural, que consiste na capacidade da estrutura de resistir a carregamentos excepcionais. Conforme pontuam Fascetti, Kunnath e Nisticò (2015), embora a APM consista na abordagem mais comum para verificar a segurança da estrutura, ela não fornece informação do quão próximo da falha está o sistema, uma vez que uma estrutura que passa na verificação e supostamente fornece caminhos de carga alternativos pode estar à beira de propagar o dano inicial, o que reforça a importância da definição de índices de robustez que possam comparar diferentes projetos quanto à resistência ao colapso progressivo.

Baker, Schubert e Faber (2008) apresentaram um índice de robustez composto pela razão entre os riscos direto e total. O primeiro é associado ao dano inicial sofrido pela estrutura e o último inclui os riscos indiretos, aqueles associados a falhas subsequentes ao dano inicial. Três outros índices de robustez foram propostos por Izzuddin et al. (2008) baseados na capacidade de absorção de energia, na redundância e no fornecimento de ductilidade da estrutura. Para a análise mecânica, foi proposta uma ferramenta para avaliação do colapso desproporcional baseada em três etapas: análise não-linear estática da estrutura sob ação do carregamento gravitacional, avaliação simplificada dos efeitos dinâmicos e verificação da ductilidade das ligações entre os elementos.

Recentemente, Praxedes e Yuan (2018) e Praxedes, Yuan e He (2020) formularam um índice de robustez que permite a consideração de todos os danos causados na estrutura durante um possível colapso através de uma curva de risco, derivada da curva de evolução de dano da estrutura. Os autores demonstraram, através de exemplos simples hiperestáticos, treliças e pórticos, que o índice proposto é mais adequado para representar o fenômeno do colapso progressivo do que outros índices existentes que apenas consideram o estado final da estrutura, como o de Baker, Schubert e Faber (2008). Para a aplicação do índice em estruturas de concreto, nas quais os aspectos probabilísticos representam um desafio computacional, Praxedes (2020) propôs uma metodologia integrando análise *pushdown*, efeitos dinâmicos e uma nova formulação de simulação direcional.

A análise *pushdown*, proposta por Khandelwal e El-Tawil (2008, 2011), consiste em analisar a estrutura, que sofreu a perda de um ou mais elementos, sob a ação de cargas gravitacionais incrementais até a falha total do sistema. O incremento de carga pode ser realizado em toda a estrutura (UP – *Uniform pushdown*) ou apenas nas baias imediatamente afetadas pela remoção do elemento (BP – *Bay pushdown*) através de uma análise estática, ou ainda, em baias de interesse associadas à uma análise dinâmica (IDP – *Incremental dynamic pushdown*). Mostrou-se que a BP levou a resultados muito próximos da IDP, sendo mais simples e requerendo um esforço computacional muito menor. O estudo ainda propôs uma medida de robustez estrutural dada por um fator de sobrecarga, definido como a razão entre o carregamento que causa a falha e o carregamento em condições normais de utilização.

Uma extensão da análise *pushdown* foi estudada por Fascetti, Kunnath e Nisticò (2015) e denominada de Avaliação da Robustez Local (LRE – *Local robustness evaluation*), combinando avaliações dinâmicas sucedidas de análises *pushdown* estáticas com o intuito de identificar a sequência crítica de remoção de colunas através de dois índices de robustez, um baseado na razão entre o número de colunas que falham pelo número total e o outro através de um multiplicador de esforço axial. Verificou-se também que a *bay pushdown* é uma opção eficaz para a análise do colapso progressivo.

Outra metodologia capaz de modelar os efeitos da perda de coluna de maneira fidedigna em estruturas planas de concreto armado foi desenvolvida por Droogné, Botte e Caspeepele (2018), em que a estrutura é dividida em três regiões. As baias acima da coluna removida compreendem a região diretamente afetada (DAP – *Directly affected part*) e são modeladas considerando não-linearidades geométrica e física a fim de capturar os grandes

deslocamentos desenvolvidos. As baias restantes do pórtico em que a coluna é removida compreendem a região indiretamente afetada (IAP – *Indirectly affected part*) em que uma análise menos detalhada é realizada através de um modelo elastoplástico, uma vez que são esperadas menores deformações. Por fim, a terceira compreende a região não afetada e não é considerada nas análises.

Utilizando uma formulação de elementos finitos em lâminas e análises dinâmicas e não-lineares, Sosso et al. (2020) verificaram probabilisticamente o comportamento de pórticos planos de concreto armado quando submetidos à remoção de uma coluna, concluindo que a robustez é altamente influenciada pela ductilidade do concreto, que pode ser obtida através do efeito de confinamento do material promovido pelos estribos. Além disso, nos casos estudados, o dano se conteve às baias adjacentes à coluna removida, não se espalhando para o restante da estrutura.

Ainda que muitos avanços tenham sido realizados em modelos complexos que representam as estruturas com um elevado grau de discretização, denominados micromodelos, simplificações na representação dos elementos estruturais através de macromodelagem também foram alvo de pesquisas nas últimas duas décadas, com destaque ao trabalho de Bao et al. (2008), que apresentou um macromodelo para ligações inelásticas de pórticos de concreto armado, permitindo a captura de grandes deformações através da não-linearidade geométrica com um esforço computacional reduzido.

Embora o colapso progressivo seja um fenômeno cuja análise requeira modelos extremamente complexos para representá-lo de maneira fidedigna, conforme discutido até aqui, a realidade da prática de engenharia estrutural ainda não permite empregar tais modelos para análise do colapso desproporcional em edifícios complexos e de grande porte, seja pela elevada capacidade computacional requerida e, conseqüentemente, o tempo de processamento, seja pela complexidade em se analisar resultados avançados. Desta forma, abordagens mais simples também foram alvo de pesquisas, de maneira a fornecer respostas preliminares do comportamento estrutural de edificações sujeitas ao colapso progressivo.

Nesta linha, Masoero, Darò e Chiaia (2013) analisaram pórticos planos através de modelos simplificados, levando em consideração a resistência ao momento fletor das vigas e ao esforço axial dos pilares. Ao remover colunas do edifício, os autores formularam expressões fechadas para determinar a carga máxima que a estrutura resiste antes de entrar em ruína e compararam os resultados com análises não-lineares dinâmicas baseadas no

método dos elementos discretos. Respostas estruturais com maiores confluências foram obtidas para cenários em que as colunas do edifício possuem maior capacidade de deformação plástica.

Já com foco em analisar apenas o pavimento acima da coluna removida, baseando-se na hipótese de que todos os andares da estrutura entrem em modos de vibração livres idênticos, Dat, Hai e Jun (2015) propuseram uma metodologia simplificada para verificar a segurança de estrutura ao colapso progressivo. Partindo do pressuposto de que a resistência à flexão das vigas se mantém como principal mecanismo resistente ao colapso, os autores propuseram um critério de falha baseado na deformação excessiva das rótulas plásticas formadas nas ligações entre vigas e pilares.

Utilizando um modelo mecânico linear formado por barras, com modos de falha à flexão simples para as vigas e flexo-compressão para os pilares, Facholli e Beck (2022) estudaram os impactos da remoção de colunas na confiabilidade de pórticos planos, focando na distribuição de esforços em pórticos regulares. Os autores evidenciaram a alta sensibilidade da variável erro de modelo na segurança dos pilares e que estruturas dimensionadas convencionalmente possuem probabilidades de falha inaceitáveis perante condições extremas.

Uma comparação entre metodologias simplificadas e complexas para a representação do comportamento do colapso progressivo foi realizada por Alashker, Li e El-Tawil (2011), em que modelos planos apresentaram resultados mais conservadores que modelos tridimensionais, produzindo maiores deformações e maior intensidade da redistribuição de esforços por não serem capazes de representar o comportamento das lajes. Entretanto, um ponto de atenção foi levantado em alguns casos em que a modelagem plana não foi capaz de alastrar o dano pela estrutura de maneira adequada, concentrando o colapso apenas em baias próximas à coluna removida.

Maiores informações sobre o estado da arte da modelagem e simulação numérica em estruturas de concreto armado podem ser encontradas em Kunnath, Bao e El-Tawil (2018), no qual os autores enfatizam a importância da representação da ação de membrana promovida pelas lajes e catenária pelas vigas na quantificação da resistência ao colapso. Uma revisão mais geral, sobre o histórico do fenômeno, estatísticas sobre as pesquisas desenvolvidas, mecanismos resistentes, ensaios experimentais e robustez é abordado no trabalho de Adam et al. (2018), que finaliza apontando diversos campos promissores para pesquisas futuras.

Uma das linhas de estudos que vem ganhando destaque na última década é a otimização estrutural considerando o colapso progressivo. Neste caso, a redistribuição de esforços após um evento de falha localizado pode afetar o projeto ótimo, principalmente no caso da otimização de risco, em que o colapso parcial ou total da estrutura influencia consideravelmente os custos esperados totais de uma edificação.

Beck, Tessari e Kroetz (2019) compararam as formulações de otimização baseada em confiabilidade (RBDO – *Reliability based design optimization*) e otimização de risco (RO – *Risk optimization*) para otimização do volume e do custo, respectivamente, de uma treliça hiperestática de 6 barras com material de comportamento frágil e a consideração do colapso progressivo. A otimização RBDO encontrou uma estrutura isostática de apenas 2 barras. Já a otimização RO, que agrega as vantagens de um sistema redundante como o aviso prévio de colapso para evacuação da estrutura, levou a estruturas isostáticas e hiperestáticas, dependendo dos custos de falha e de colapso. Os autores concluíram ainda que ter elementos redundantes que possam falhar e servir de aviso, antes do colapso total, levam a uma menor confiabilidade ótima do sistema e, conseqüentemente, a custos mais baixos.

Também com a consideração do fenômeno em estruturas treliçadas, Luiz (2020) estudou a otimização topológica por meio da formulação baseada em confiabilidade e em risco considerando instabilidades locais, globais e a propagação de falha em elementos.

Já em estruturas de concreto armado, Ribeiro (2020) constatou a influência preponderante dos modos de falha frágeis em relação aos dúcteis na otimização, devido ao aviso prévio de colapso estrutural. Para os problemas abordados no trabalho, mostrou-se uma tendência, no projeto ótimo, de reduzir a resistência média do concreto e aumentar os demais parâmetros, como a resistência do aço e altura das seções transversais.

Através de um ferramental para tomada de decisões em projetos considerando o colapso progressivo, Praxedes (2020) otimizou estruturas planas de concreto armado determinando a alocação ótima de reforços nos elementos. Utilizando a Teoria da Utilidade, o estudo encontrou pontos de equilíbrio entre redução de riscos e custos adicionais de reforço e projeto, concluindo que, para os casos analisados, o investimento em reforço para o colapso progressivo apenas é justificado se as conseqüências de falha forem substancialmente altas, ou seja, cerca de 1000 vezes o custo inicial de construção.

Beck (2020) propôs separar a análise de risco da análise estrutural ao introduzir o conceito de probabilidade de falha latente, a qual é fixa e provém de incertezas físicas e

epistêmicas não relacionadas diretamente ao comportamento estrutural. A referida probabilidade pode ser associada a um elemento específico ou a um sistema ou subsistema estrutural e possui a vantagem de evitar laços aninhados para determinar as incertezas, avaliando-as uma única vez no início do processo. O autor abordou um problema simples em RO e RBDO com consideração objetiva do colapso progressivo, de comportamento pós-falha do material e fatores de impacto, concluindo que fatores não estruturais, como incertezas epistêmicas, são preponderantes na determinação da configuração ótima do sistema. Mostrou-se também que a única maneira de fazer com que o sistema tenha uma probabilidade de falha menor que a probabilidade de falha latente é através da redundância.

A aplicação do conceito de probabilidade de falha latente foi utilizado por Beck, Ribeiro e Valdebenito (2020) através de uma probabilidade de perda de coluna inicial à qual as estruturas estariam sujeitas. Os autores otimizaram estruturas mais realistas, como uma viga contínua, um pavimento e um pórtico bidimensional de concreto armado, sujeitas a carregamentos verticais. O estudo constatou que o projeto considerando remoção de colunas (APM) possui custo benefício positivo em relação ao projeto usual apenas se a probabilidade de perda de coluna for maior que um valor limite. Esse valor, denominado como probabilidade de perda de coluna limite ( $p_{CL}^{th}$  - do inglês, *column loss probability threshold*), pode auxiliar projetistas quanto à abordagem mais econômica a ser utilizada, dada uma probabilidade de perda de coluna do edifício previamente conhecida, avaliada por uma análise de risco.

Generalizando o estudo anterior, Beck et al. (2021) e Beck, Ribeiro e Valdebenito (2021) ampliaram o conceito do  $p_{CL}^{th}$  para probabilidade de dano local limite ( $p_{LD}^{th}$  - do inglês, *local damage probability threshold*) e investigaram a alteração deste valor em relação a edifícios de diferentes alturas, configurações estruturais, custos de falha e custos de reforço, utilizando o modelo mecânico de Masoero, Darò e Chiaia (2013). Os autores mostraram que o projeto baseado na APM é vantajoso para altas probabilidades de dano local, edifícios mais altos, reforços mais baratos e maiores consequências de falha.

Nota-se, portanto, que a consideração objetiva do colapso progressivo no projeto de estruturas é recente, com trabalhos desenvolvidos principalmente nas últimas duas décadas. A consideração das incertezas epistêmicas dissociadas da análise estrutural através da probabilidade de falha latente, ou probabilidade de dano local, abre um caminho de pesquisas promissor para o tema, de maneira a formar uma base para normativas

proporem abordagens específicas para níveis de risco diferentes aos quais uma estrutura pode estar sujeita.



### 3 COLAPSO PROGRESSIVO

---

Este capítulo aborda com maiores detalhes o colapso progressivo em estruturas de concreto armado, apresentando os mecanismos resistentes desenvolvidos pela estrutura e particularidades de modelagem e análise do fenômeno.

#### 3.1 INTRODUÇÃO

Os elementos de uma estrutura estão sujeitos a falhas das mais diversas naturezas e magnitudes que podem levar o sistema estrutural ao colapso. Esse colapso pode ser instantâneo, em que a perda da capacidade portante da estrutura é imediata, como em sistemas isostáticos, ou progressivo, em que um dano localizado desencadeia um processo de propagação de falhas capaz de levar ao colapso parcial ou total da estrutura (ADAM et al., 2018). Se essas falhas sucessivas atingirem uma parte significativa do sistema, o colapso progressivo muitas vezes é referido como colapso desproporcional (STAROSSEK e HABERLAND, 2010).

O dano localizado pode ser resultado de um carregamento excepcional imposto à estrutura, como explosões de bombas ou gás, incêndio de altas proporções, colisão veicular e erros humanos grosseiros no projeto ou durante a construção. Esses carregamentos são classificados como de baixa probabilidade de ocorrência e de grandes consequências, e geralmente não são considerados no dimensionamento usual dos elementos. Entretanto, a estrutura como um todo deve ser projetada de maneira a ser robusta e capaz de suportar a falha de alguns de seus componentes (BECK, RIBEIRO e VALDEBENITO, 2020).

Conforme discutido na seção 2.1, a segurança das estruturas deve ser aferida de maneira adequada através da confiabilidade estrutural. Dessa forma, Ellingwood et al. (2007) formularam a probabilidade de colapso estrutural causado por eventos iniciais através da Equação (3.1), fazendo uso do teorema da probabilidade total.

$$p_c = P[C] = \sum_H \sum_{LD} P[C|LD, H] P[LD|H] P[H] \quad (3.1)$$

Na Equação (3.1),  $C$  denota o colapso,  $LD$  o dano local (*local damage*) e  $H$  a ameaça (*hazard*), referindo-se ao carregamento excepcional.  $P[H]$  é a probabilidade de ocorrência

de uma ameaça,  $P[LD|H]$  a probabilidade condicional de ocorrência de dano local, tendo ocorrido uma ameaça, e  $P[C|LD, H]$  a probabilidade condicional de ocorrência de colapso, tendo ocorrido um dano local e uma ameaça. Os somatórios sobre  $H$  e  $LD$  consideram todas as possíveis ameaças e danos locais significativos aos quais uma estrutura está exposta.

A Equação (3.1) demonstra que é possível reduzir a probabilidade de colapso alterando os valores dos três termos envolvidos, através da: (1) limitação da probabilidade de ocorrência de eventos de ameaça  $P[H]$ , (2) controle da ocorrência de danos locais causados pela ameaça  $P[LD|H]$  e (3) mitigação da propagação do dano no sistema  $P[C|LD, H]$ . A primeira estratégia envolve fatores não estruturais, como intervenções sociais e administrativas, e podem ser endereçadas via análise de risco. Valores típicos de ocorrência anual de ameaças à integridade estrutural estão na ordem de  $10^{-6}$  a  $10^{-5}$  (ELLINGWOOD, 2006; NIST, 2007). A segunda envolve o aumento de resistência dos elementos diretamente sujeitos à ameaça, cuja intensidade é incerta, o que leva a um dimensionamento geralmente antieconômico. Já a terceira estratégia pode ser realizada através do aumento da ductilidade e redundância, fornecimento de caminhos de carga alternativos, fusos estruturais, garantia de ação de arco e catenária das vigas, entre outras ações que envolvem o projeto e análise estrutural, sendo competência direta do projetista.

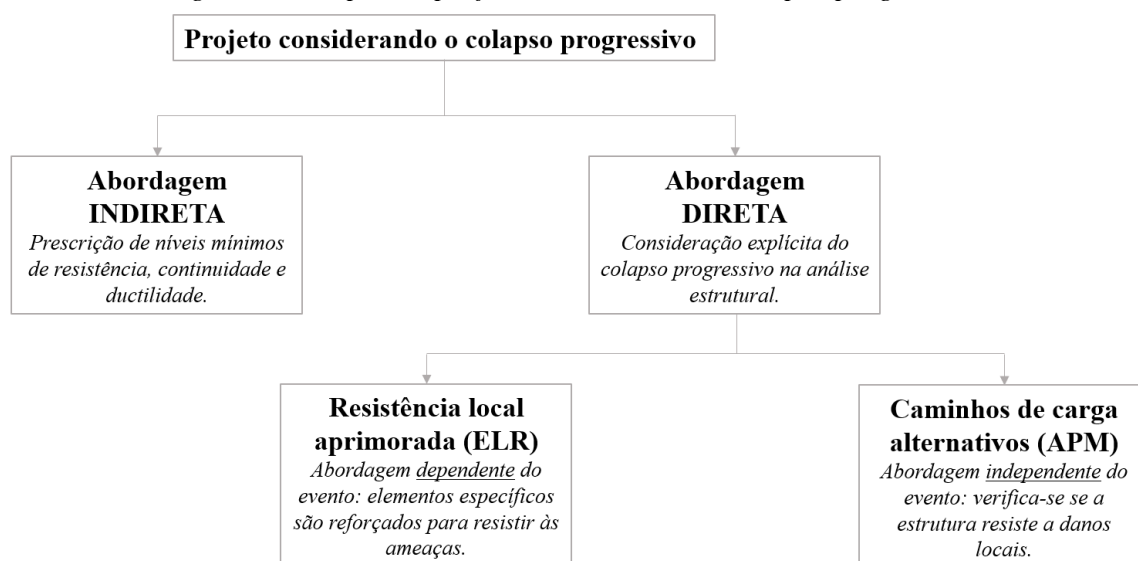
Essas diversas frentes para considerar o colapso progressivo no projeto de estruturas, tanto de maneira direta quanto indireta, são ilustradas na Figura 3.1, baseada em Ellingwood e Leyendecker (1978).

Nos itens a seguir, seguindo uma abordagem direta através de caminhos de carga alternativos, o conceito de probabilidade de dano local é explicado, e o comportamento da estrutura frente a uma falha inicial é descrita com maiores detalhes, de maneira a levar ao entendimento de como o termo  $P[C|LD, H]$  pode ser reduzido ou controlado.

### 3.2 CAMINHOS DE CARGA ALTERNATIVOS – APM

A metodologia de caminhos de carga alternativos (*Alternate path method – APM*) foi desenvolvida pelas normativas americanas UFC 4-023-03 (2009) e GSA (2013) e será prescrita como um tipo válido de análise contra a propagação de dano em estruturas pela ASCE 76 (DUSENBERRY, 2022), a norma americana em desenvolvimento sobre colapso progressivo.

Figura 3.1 - Tipos de projeto considerando o colapso progressivo..



Fonte: Ellingwood e Leyendecker (1978)

Conforme descrito na seção 2.2 deste trabalho, a APM consiste em avaliar a capacidade da estrutura em resistir a eventos que causem algum tipo de dano local em um ou mais elementos, através da redistribuição de esforços para componentes adjacentes, fornecendo caminhos de carga alternativos aos carregamentos que eram suportados pelos elementos danificados.

Para aplicar o método, a estrutura é analisada removendo elementos de sustentação vertical importantes. Os elementos que não resistirem à redistribuição de esforços causada por essa perturbação no sistema devem ser reforçados.

Conforme indicado na ASCE 76, a análise estrutural poderá ser estática linear, não-linear estática ou não-linear dinâmica. O uso da análise estática linear é permitido desde que o edifício não apresente determinadas irregularidades estruturais, como grandes descontinuidades em caminhos de carga (transições), formatos complexos em planta, diferença de mais de 50% de rigidez de colunas adjacentes, entre outros. A diretriz UFC 4-023-03 (2009) ainda limita o método para edifícios de no máximo 10 pavimentos. Ademais, modelos bidimensionais como pórticos planos serão permitidos pela ASCE 76 desde que o engenheiro projetista ateste que o modelo é conservador ou capture com certa acurácia qualquer efeito tridimensional causado por lajes, travamentos transversais e assim por diante. Mais detalhes sobre modelagens estruturais considerando o colapso progressivo são abordados na seção 3.5.

As combinações de ações em análises APM devem seguir as recomendações da ASCE 7-16 para carregamentos excepcionais, com a combinação de “capacidade residual”.

Para elementos que apresentem ruptura frágil, como pilares submetidos à flexo-compressão ou vigas ao cisalhamento, a normativa recomendará a avaliação da capacidade do componente através das resistências inferiores dos materiais (aço e concreto). Já para elementos com ruptura dúctil, a ASCE 76 prescreve usar a resistência média.

### 3.3 A PROBABILIDADE DE DANO LOCAL

A confiabilidade de sistemas estruturais não depende apenas das incertezas nos materiais e carregamentos empregados, mas também de fatores não estruturais como os carregamentos excepcionais. A probabilidade de uma estrutura experienciar essas ameaças é quantificada por uma complexa análise de risco, que depende das mais diversas condições de construção e projeto às quais a edificação está sujeita.

Com o intuito de separar esta análise de risco da análise estrutural, Beck (2020b) propôs o conceito de probabilidade de falha latente, um valor fixo que considera as incertezas epistêmicas não relacionadas à estrutura em uma análise de confiabilidade. Fisicamente, esse valor pode se referir a uma probabilidade de falha constante de um elemento ou de um subsistema estrutural. Nesta pesquisa, a probabilidade de falha latente será denominada probabilidade de dano local, seguindo o trabalho mais recente de Beck et al. (2021).

À luz da Equação (3.1), a análise de propagação de dano na estrutura pode ser feita considerando a probabilidade de dano local  $p_{LD}$  dada por:

$$p_{LD} = \sum_H P[LD|H] P[H] \quad (3.2)$$

Projetar uma estrutura segundo a metodologia APM equivale a considerar  $p_{LD} = 1$ , uma vez que um ou mais elementos são removidos de forma discricionária. Conforme a Equação (3.1) de Ellingwood, a probabilidade de falha de elementos ou estruturas sujeitas a carregamentos excepcionais pode então ser determinada avaliando a confiabilidade do sistema com  $p_{LD} = 1$ , ou seja, encontrando o termo  $P[C|LD, H]$ . Esse termo refere-se à confiabilidade do sistema estrutural condicional à ocorrência de dano local (remoção de elementos). Após isso, as probabilidades de falha encontradas devem ser multiplicadas por

um  $p_{LD}$  condizente com a análise de risco da edificação, determinando-se, assim, a probabilidade de falha final da estrutura.

### 3.4 MECANISMOS RESISTENTES

Conforme apresentado na seção 2.2, a metodologia APM verifica se a estrutura possui capacidade de redistribuir os esforços, após a remoção de um elemento, através de caminhos de carga alternativos. As vigas proporcionam mecanismos importantes que garantem essa capacidade, ilustrados pela Figura 3.2. O conteúdo apresentado a seguir foi baseado nos trabalhos de Bao et al. (2008), Adam et al. (2018) e Praxedes (2020).

Após um evento de dano inicial que remove uma coluna da estrutura, as vigas suportadas por ela perdem um apoio. Caso essa coluna seja de extremidade, as vigas afetadas passam a trabalhar como um cantiléver. Já se a coluna for central, passam a trabalhar com um vão estendido. Para estas últimas, inicialmente, o elemento apresenta comportamento de flexão, apresentando zonas de tração e compressão. Nesta fase, a viga passa por um comportamento elástico, seguido pela formação de regiões elastoplásticas ou inelásticas, nas quais as armaduras iniciam processo de plastificação, principalmente nas extremidades. A partir deste ponto, os pilares adjacentes desempenham o importante papel de confinar o elemento de viga, impedindo grande parte dos deslocamentos horizontais. Caso não possuam essa resistência necessária, a capacidade de carga máxima da estrutura é representada pelo ponto A (Figura 3.2), com comportamento pós-pico definido pela curva 1.

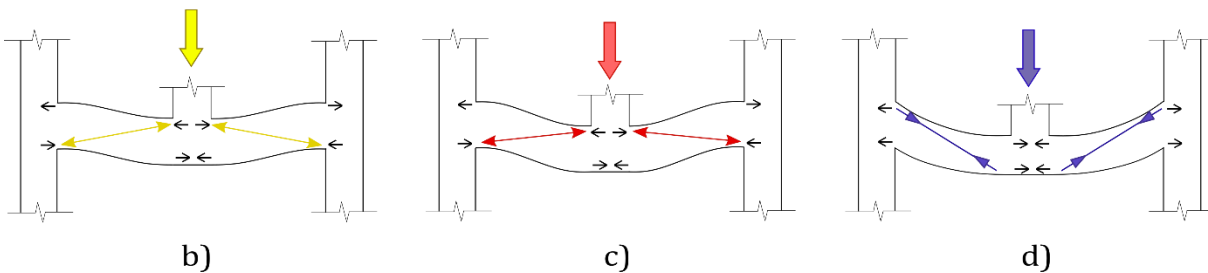
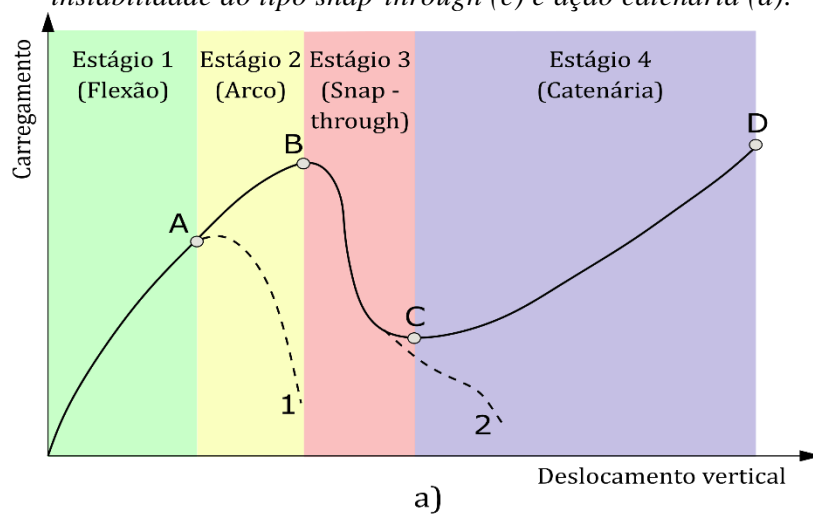
Caso os pilares apresentem rigidez suficiente, forças compressivas são desenvolvidas nas vigas ao passo que tentam empurrar as colunas para fora (Figura 3.2b). Esse estágio, denominado de ação de arco ou ação compressiva, mobiliza rigidez adicional e proporciona maior capacidade de carga à estrutura, com seu valor máximo representado pelo ponto B.

O terceiro estágio se inicia com a região comprimida de concreto apresentando tensões cada vez maiores até a ocorrência do esmagamento, ao mesmo tempo que a fissuração das regiões tracionadas continua a aumentar. Neste ponto, rótulas plásticas são desenvolvidas no elemento, favorecendo a instabilidade do tipo *snap-through*, que reduz drasticamente a capacidade de carga da estrutura. Caso a armadura das vigas se rompa ou

os pilares adjacentes não apresentem rigidez horizontal suficiente, a curva 2 representa a resposta do sistema.

Por fim, o quarto estágio reflete o comportamento catenário, ou de membrana, em que as armaduras comprimidas passam a ser tracionadas devido a grandes deslocamentos verticais e deflexões. Com isso, a viga passa a trabalhar como tirante, mobilizando uma grande resistência. O trecho CD da curva reflete o comportamento catenário, com as forças desenvolvidas no elemento retratadas em (d).

Figura 3.2 - Comportamento de uma viga de concreto armado submetida ao colapso progressivo. Mecanismos resistentes (a) e forças durante os estágios de efeito de arco (b), instabilidade do tipo snap-through (c) e ação catenária (d).



Fonte: Adaptado de Praxedes (2020)

Além dos mecanismos resistentes ao colapso progressivo proporcionados pelas vigas, que se comportam em sequência como descrito anteriormente, há outros dois mecanismos que atuam simultaneamente e durante todos os estágios da estrutura, contribuindo para evitar o alastramento de dano: a contribuição de elementos não estruturais, como paredes, e a ação Vierendeel.

A ação Vierendeel se refere à transmissão de momento fletor entre as colunas e as vigas adjacentes, prevenindo que as últimas atuem como um cantiléver. Isso ocorre através da interação das vigas com os pilares acima do elemento removido, restringindo a rotação excessiva. A configuração deformada resultante permite que os esforços cortantes nas

vigas distribuam a carga para os pilares adjacentes, limitando o deslocamento vertical no centro do vão, onde o pilar foi removido. Especial atenção deve ser dada para casos em que um pilar de extremidade é removido, pois a ação Vierendeel só é mobilizada se existirem pelo menos dois lances de pilares remanescentes acima dele (SAGIROGLU, 2012).

Essa seção demonstra a complexidade do comportamento da estrutura frente ao colapso progressivo. Para determinar se o colapso ocorre ou não, diferentes tipos de modelagem da estrutura podem ser empregados, com maior ou menor grau de detalhamento, explicado com maiores detalhes na próxima seção.

### 3.5 MODELAGEM NUMÉRICA

Em qualquer problema na Engenharia de Estruturas, a modelagem estrutural constitui um dos principais passos para simular o comportamento e avaliar as respostas de um sistema sujeito às mais diversas ações, como gravitacionais, de vento, sismos e carregamentos excepcionais. Modelos mais ou menos complexos podem ser utilizados, desde que o projetista interprete os resultados à luz das limitações de cada método.

Na consideração do colapso progressivo, um fenômeno que gera grandes deslocamentos e deformações na estrutura, o modelo utilizado deve ser capaz de redistribuir o carregamento, antes suportado pelos elementos que sofreram um dano inicial, para os elementos adjacentes. As análises podem ser lineares ou não-lineares, estáticas ou dinâmicas e, ainda, considerar macro ou micromodelagem. A escolha do método mais apropriado envolve, por exemplo, a dimensão da estrutura a ser analisada e o nível de precisão necessário.

Na análise linear, a resposta material se atém à elasticidade linear, desconsiderando efeitos de ordem superior e possíveis instabilidades locais e globais. Com isso, embora a redistribuição de esforços de primeira ordem ocorra devidamente, os esforços resultantes de não-linearidades não são redistribuídos. No caso das vigas, a análise linear permite a quantificação da resistência até o ponto A da Figura 3.2, que se refere ao comportamento elástico. Quanto ao projeto, a técnica usualmente leva ao superdimensionamento pela necessidade de manter a estrutura em regime de pequenas deformações, de maneira a validar as considerações do modelo (ALASHKER, LI e EL-TAWIL, 2011; BYFIELD et al., 2014).

Já a análise não-linear leva em consideração as não-linearidades geométricas e/ou físicas, permitindo que efeitos de segunda ordem sejam redistribuídos pela estrutura, levando a respostas mais fidedignas. Esses modelos, quando ajustados apropriadamente, conseguem representar os efeitos de arco e catenária das vigas (pontos B e D da Figura 3.2), permitindo a mobilização de resistência adicional em uma situação de colapso progressivo.

Os modelos estruturais ainda podem ser classificados em micromodelos ou macromodelos. Os primeiros são baseados em relações constitutivas ponto a ponto, e o domínio discretizado por elementos sólidos, também chamados de elementos contínuos. Já os últimos são baseados em relações de compatibilidade generalizadas, como deformações e curvaturas, e o domínio discretizado por elementos de viga-coluna, cascas e molas discretas que simulam o comportamento global da estrutura. Como os micromodelos apresentam um alto custo computacional, geralmente não são utilizados para simular edifícios inteiros, atendo-se a algumas subestruturas ou elementos isolados (ADAM et al., 2018). Por outro lado, os macromodelos possuem alta eficiência computacional, sendo utilizado por diversos autores para simular respostas de estruturas de concreto armado apresentando grandes deformações, embora precisem ser minuciosamente calibrados e validados (KUNNAT, BAO e EL-TAWIL, 2018).

Quanto à consideração dos efeitos dinâmicos nas estruturas, há a possibilidade de se realizar análises estáticas ou dinâmicas. A remoção de uma coluna em um edifício pode ser causada de maneira repentina, em casos como impactos de veículos e explosões, em que os efeitos dinâmicos desempenham papel importante na análise estrutural. Um método simples de se considerar esses efeitos é através de fatores de amplificação dinâmica, que multiplicam os valores dos carregamentos estáticos impostos à edificação. Esses fatores são determinados a partir da razão entre a ação dinâmica e a ação estática necessárias para produzir o mesmo deslocamento na estrutura. Para pórticos em concreto armado, valores entre 1,10 a 1,15 foram encontrados por Sasani e Sagioglu (2008) e Sasani e Kazemi-Moghaddam (2011). Em uma análise dinâmica propriamente dita, as equações de movimento são resolvidas para cada passo de tempo, o que aumenta o custo computacional e produz resultados que devem ser analisados com cautela pois algumas técnicas podem afetar a acurácia (KUNNATH, BAO e EL-TAWIL, 2018).

Uma alternativa computacionalmente eficiente é dada através do princípio da conservação de energia. A partir da análise *pushdown* não-linear, a abordagem de



Equivalência de Energia (EBA – *Energy based approach*) permite a construção de uma curva pseudo-estática a partir da resposta estática da estrutura, levando em consideração os efeitos dinâmicos (IZZUDDIN et al., 2008; DAT, HAI e JUN, 2015). Um estudo sobre o erro de modelo do método pode ser consultado em Ding et al. (2021).

As técnicas citadas aqui têm o intuito de compilar os métodos que permitem que o comportamento da estrutura após a perda de um elemento seja modelado, de maneira mais ou menos refinada, possibilitando verificar se a estrutura resiste ao carregamento excepcional imposto de acordo com a metodologia APM. Os métodos empregados neste trabalho são descritos com detalhes na seção a seguir.

## 4 FORMULAÇÕES

---

Este capítulo apresenta a teoria e descreve as formulações utilizadas neste trabalho, desde o método para análise de confiabilidade até os modelos mecânicos e de resistência implementados.

### 4.1 CONFIABILIDADE ESTRUTURAL

Conforme introduzido no item 2.1, a confiabilidade de uma estrutura refere-se ao grau de confiança de que a mesma atenda aos requisitos de projeto durante uma vida útil especificada e respeitando condições operacionais (BECK, 2019).

Para calcular a confiabilidade de uma estrutura, modelos físicos e mecânicos do problema devem ser conhecidos, sendo estes dependentes de variáveis e parâmetros que podem ser medidos e observados na natureza. Neste trabalho, as incertezas nas variáveis necessárias para o projeto de estruturas são modeladas probabilisticamente através de variáveis aleatórias (VA). De acordo com Beck (2019), uma variável aleatória  $X(w)$  é uma função real. Essa função atribui um valor real  $x$  a cada ponto amostral  $w$  de um espaço amostral  $\Omega$ . A letra  $X$ , maiúscula, representa a variável aleatória e a letra  $x$ , minúscula, representa a realização desta variável.

Pode-se ainda definir um conjunto  $X \leq x$  como um evento para qualquer número real  $x$ . Este evento é utilizado para caracterizar as variáveis aleatórias através da função de distribuição acumulada de probabilidades (CDF – *Cumulative distribution function*), definida como a probabilidade de que uma variável aleatória  $X$  assumira qualquer valor menor que  $x$ . Matematicamente, essa relação é dada pela Equação (4.1), em que  $P[.]$  representa probabilidade.

$$F_X(x) = P[X \leq x] \quad (4.1)$$

Derivando-se a Equação (4.1) em relação a  $x$  obtém-se a função de densidade de probabilidades (PDF – *Probability density function*), dada pela Equação (4.2), que permite obter o conteúdo de probabilidades em um dado ponto.

$$f_X(x) = \frac{dF_X(x)}{dx} \quad (4.2)$$

A partir da PDF, podem-se definir os momentos de ordem  $k$  e os momentos centrais de ordem  $k$ , através das Equações (4.3) e (4.4) respectivamente, em que  $E[.]$  é o operador valor esperado e  $D_X$  é o domínio de  $f_X$ .

$$\mu_X^k = E[X^k] = \int_{D_X} x^k f_X(x) dx \quad (4.3)$$

$$m_X^k = E[(X - \mu)^k] = \int_{D_X} (x - \mu)^k f_X(x) dx \quad (4.4)$$

Casos particulares importantes são os momentos  $\mu_X^1 = \mu_X$ , a média ou o valor esperado, e  $m_X^2 = \sigma_X^2$ , a variância ou o quadrado do desvio padrão, utilizado como medida da dispersão dos dados em torno da média. Essa dispersão usualmente é representada por meio do coeficiente de variação, dado pela Equação (4.5).

$$CV = \frac{\sigma_X}{\mu_X} \quad (4.5)$$

Um estudo completo sobre as estatísticas de diversas variáveis de projeto utilizadas na construção civil no Brasil pode ser consultado no trabalho de Santiago (2019), com um extenso levantamento sobre dados de resistência de concreto e de aço, módulos de elasticidade e ações verticais e de vento nas estruturas. Para mais informações acerca de variáveis aleatórias, distribuição e teoria de probabilidades, recomenda-se o material de Ang e Tang (2013), Melchers e Beck (2018) e Beck (2019).

#### 4.1.1 Funções de Estado Limite

As condições de segurança, robustez e serviço que definem se um sistema estrutural falha ou sobrevive podem ser descritas por estados limites: últimos e de serviço. Estados limites últimos representam modos de falha que atentam à segurança da estrutura, como equilíbrio, estabilidade e capacidade de carga, e podem levar ao colapso ou a falhas catastróficas. Os estados limites de serviço correspondem à utilidade e serviço da estrutura e estão relacionados à fissuração, deformação e vibração excessiva, cuja violação implica

em desconforto ou ainda inutilização da edificação, não representando uma ameaça direta à segurança dos usuários.

Em um problema de confiabilidade estrutural, os estados limites são considerados através de funções de estado limite, genericamente descritas para cada modo de falha de acordo com a Equação (4.6), em que  $\mathbf{X}$  é um vetor-coluna contendo todas as  $n$  variáveis aleatórias do problema.

$$g(\mathbf{X}) = g(X_1, X_2, \dots, X_n) = 0 \quad (4.6)$$

As funções de estado limite definem dois conjuntos: os domínios de falha  $\Omega_f$ , ao assumir valores negativos, e sobrevivência  $\Omega_s$ , ao assumir valores positivos, de acordo com as Equações (4.7) e (4.8), respectivamente.

$$\Omega_f = \{\mathbf{x} \mid g(\mathbf{x}) \leq 0\} \quad (4.7)$$

$$\Omega_s = \{\mathbf{x} \mid g(\mathbf{x}) > 0\} \quad (4.8)$$

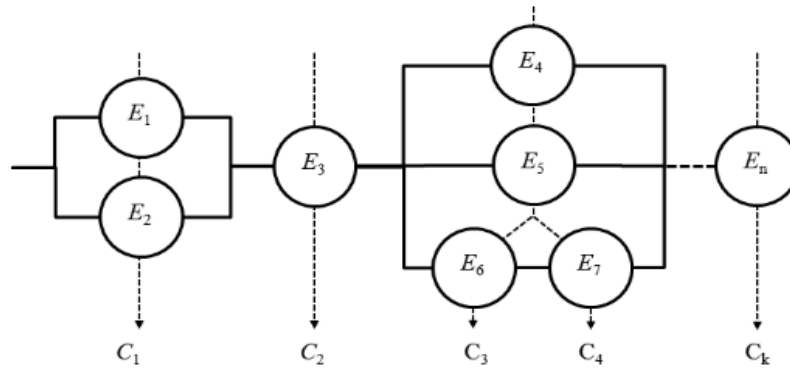
Como as estruturas são compostas por uma combinação de elementos estruturais, cada um com pelo menos um modo de falha, a formulação dos domínios de falha e sobrevivência é dada pela associação desses diversos modos em paralelo, em série ou mista. Em componentes associados em paralelo, a falha do sistema ocorre apenas se todos os componentes falharem. Em sistemas em série, a falha de um só componente promove a falha do sistema. Genericamente, o domínio de falha de sistemas é dado por equações semelhantes à Equação (4.9).

$$\Omega_{f_{SYS}} = \{\mathbf{x} \mid \cup_k [\cap_{i \in C_k} (g_i(\mathbf{x}) \leq 0)]\} \quad (4.9)$$

em que  $C_k$  representa o caminho de falha  $k$  do sistema. Um caminho de falha representa um conjunto de eventos de falha que, todos ocorrendo, levam à falha da estrutura. Na Figura 4.1, é ilustrada a identificação de cada caminho de falha  $C_k$  de um sistema misto qualquer.

Vale destacar que o resultado das funções de estado limite é proveniente de modelos que representam a resposta da estrutura, que podem ser analíticos, como as equações de equilíbrio em estruturas isostáticas, ou numéricos, como o método dos elementos finitos, diferenças finitas e elementos de contorno.

Figura 4.1 - Representação dos caminhos de falha de um sistema misto qualquer.



Fonte: Beck (2019).

#### 4.1.2 Determinação da probabilidade de falha

Definidas as equações de estado limite do problema, pode-se determinar a probabilidade de falha, referente a cada modo de falha, através da integral da função conjunta de densidade de probabilidades  $f_{\mathbf{X}}(\mathbf{x})$  sobre o domínio de falha, dada pela Equação (4.10).

$$p_f = P[\mathbf{X} \in \Omega_f] = P[g(\mathbf{x}) \leq 0] = \int_{\Omega_f} f_{\mathbf{X}}(\mathbf{x}) d\mathbf{x} \quad (4.10)$$

A determinação da probabilidade de falha compreende a solução de um problema de confiabilidade estrutural. Um problema que contém apenas variáveis aleatórias e não processos estocásticos é denominado de problema de confiabilidade estrutural independente do tempo, dado pela integral da Equação (4.10). Em casos reais de engenharia, essa integral pode assumir formas difíceis ou até impossíveis de se resolver analiticamente, muitas vezes pela indisponibilidade de informações e observações para determinação direta da função conjunta de densidade de probabilidade. Geralmente, é possível obter apenas distribuições marginais de cada variável e coeficientes de correlação entre pares de variáveis aleatórias. Com essas informações, pode-se construir uma aproximação da função conjunta de densidade de probabilidades e resolver o problema de confiabilidade através de métodos de transformação ou de simulação.

As técnicas de simulação permitem a resolução de problemas de qualquer nível de dificuldade através de avaliações repetitivas de um modelo estrutural, sendo basicamente uma técnica numérica de se realizar experimentos em computador. Dependendo do número de experimentos, o custo computacional pode se tornar proibitivo, principalmente ao

empregar modelos mecânicos de alta fidelidade. Devido a isso, os métodos de transformação foram e ainda são muito utilizados justamente por empregar aproximações que reduzem a quantidade de simulações numéricas altamente custosas.

Basicamente, os métodos de transformação consistem em mapear o vetor de variáveis aleatórias do problema, de distribuição conjunta de probabilidades qualquer, em um vetor de variáveis aleatórias normais padrão. O conjunto formado por essas variáveis padronizadas é denominado de espaço normal padrão, no qual é possível aproximar as equações de estado limite e determinar a probabilidade de falha através da distribuição normal padrão acumulada, que possui solução numérica de fácil implementação.

#### 4.1.3 Método de confiabilidade de primeira ordem (FORM)

O método de confiabilidade de primeira ordem é um método de transformação que aproxima a função conjunta de densidade de probabilidades considerando todas as informações estatísticas das variáveis aleatórias, como as funções de distribuição marginal quaisquer e a dependência linear entre pares de variáveis. A função conjunta é mapeada do espaço original de projeto  $\mathbb{X}$  para o espaço isoprobabilístico  $\mathbb{Y}$ , através da transformação de Rosenblatt (1952) ou do modelo de Nataf (1962).

No espaço  $\mathbb{Y}$ , a equação de estado limite é aproximada por um hiper-plano tangente ao ponto de projeto, o ponto sobre o domínio de falha com maior probabilidade de ocorrência. Entretanto, este ponto não é conhecido *a priori*. O FORM, portanto, compreende duas principais etapas: a busca pelo ponto de projeto e a linearização da equação de estado limite.

O ponto de projeto pode ser determinado através da resolução de um problema de otimização: encontrar o ponto de menor distância entre a função de estado limite e a origem do espaço normal padrão, dado pela Equação (4.11).

$$\begin{aligned} \text{determinar:} & \quad \mathbf{y}^* \\ \text{que minimize:} & \quad d = \|\mathbf{y}\| = \sqrt{\mathbf{y}^t \mathbf{y}} \\ \text{sujeito a:} & \quad g(\mathbf{y}) = 0 \end{aligned} \tag{4.11}$$

em que  $\mathbf{y}$  é o vetor de variáveis no espaço normal padrão,  $\mathbf{y}^*$  é o ponto de projeto e  $d$  é a distância de um ponto qualquer à origem. A solução deste problema permite a obtenção do índice de confiabilidade de Hasofer e Lind (1974), dado pela distância do ponto  $\mathbf{y}^*$  à origem, comumente usado como medida de segurança das estruturas.

À medida que o algoritmo de otimização avança em direção ao ponto de projeto, a transformação do espaço original, no qual a equação de estado limite pode ser avaliada, para o espaço isoprobabilístico é feita ponto a ponto. Neste trabalho, foi utilizado o algoritmo HLRF melhorado (ZHANG e DER KIUREGHIAN, 1997; SUDRET e DER KIUREGHIAN, 2000) que proporciona garantia de convergência incondicional, desde que se respeitem propriedades descritas pelos autores. Uma comparação interessante entre alguns algoritmos em problemas com equações altamente não-lineares e variáveis aleatórias de suporte compacto pode ser consultado em Beck e Ávila da Silva (2016).

Encontrado o ponto de projeto, lineariza-se a equação de estado limite e determina-se uma estimativa de primeira ordem da probabilidade de falha aproveitando a propriedade de simetria radial da distribuição normal padrão, através da Equação (4.12).

$$p_f \cong \Phi(-\beta) \quad (4.12)$$

em que  $\Phi(\cdot)$  é a função normal padrão acumulada e  $\beta$  é a distância do ponto de projeto à origem do espaço normal padrão, conhecido também como índice de confiabilidade de Hasofer e Lind.

A contribuição relativa de cada variável aleatória na composição da probabilidade de falha pode ser mensurada a partir da Equação (4.13).

$$\alpha(\mathbf{y}^*) = \frac{\nabla g(\mathbf{y}^*)}{\|\nabla g(\mathbf{y}^*)\|} \quad (4.13)$$

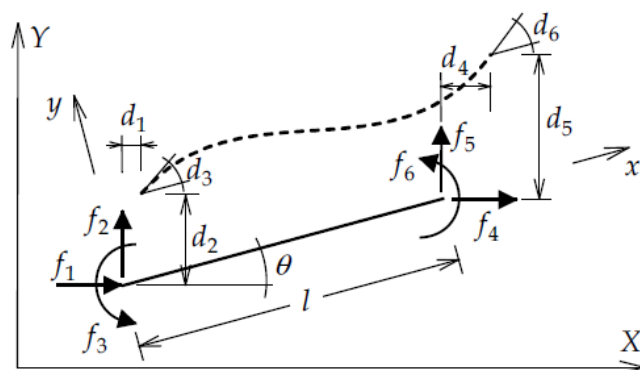
Os componentes  $\alpha_i^2$  fornecem uma aproximação linear dessa contribuição, constituindo uma combinação do valor médio, do desvio-padrão e da distribuição de probabilidades da variável aleatória  $X_i$  (BECK, 2019). Através dessa contribuição, é possível identificar as variáveis mais ou menos significativas em um problema de confiabilidade estrutural, de maneira a indicar ao projetista aspectos importantes que merecem mais atenção, principalmente no tratamento estatístico das variáveis, que pode reduzir as incertezas e aumentar a acurácia da análise.

## 4.2 MODELO MECÂNICO E ANÁLISE GLOBAL

Determinar o resultado das funções de estado limite envolve a obtenção da resposta da estrutura perante condições de contorno, geometria e solicitações impostas. Os esforços solicitantes nas estruturas estudadas neste trabalho foram calculados através de um modelo mecânico baseado no método dos elementos finitos bidimensional (MEF), em regime elástico-linear.

As estruturas foram discretizadas utilizando elementos lineares de pórtico. Cada elemento possui dois nós com três graus de liberdade em cada nó: uma rotação e duas translações, conforme ilustrado pela Figura 4.2.

Figura 4.2 - Elemento de pórtico e seus graus de liberdade.



Fonte: Martha (2020).

O modelo é baseado na formulação tradicional do MEF, com incógnitas em deslocamentos nodais. O sistema contendo a matriz de rigidez global  $\mathbf{K}$  e o vetor de forças nodais  $\mathbf{f}$  é dada pela Equação (4.14), que permite a obtenção dos deslocamentos  $\mathbf{d}$  em cada nó da estrutura através da solução do sistema de equações lineares.

$$\mathbf{K} \mathbf{d} = \mathbf{f} \quad (4.14)$$

A partir dos deslocamentos, é possível determinar os esforços solicitantes (momento fletor, esforço cortante e esforço normal) ao longo de cada elemento a partir de condições de equilíbrio. A validação da implementação computacional do modelo mecânico foi realizada comparando resultados com o software acadêmico Ftool (MARTHA, 1999).

A análise global das estruturas deste trabalho admitiu cada lance de pilar e cada tramo de viga modelados por um elemento de pórtico. Por se tratar de um sistema de concreto armado, a não-linearidade física exerce grande influência na rigidez global da



estrutura, uma vez que os elementos são dimensionados como fissurados no Estado Limite Último.

Dessa forma, a não-linearidade física foi considerada de maneira aproximada na análise global através da redução da rigidez dos elementos, conforme prescreve o item 15.7.3 da NBR 6118:2014. Para pilares, a rigidez foi reduzida conforme a Equação (4.15), enquanto para vigas conforme a Equação (4.16).

$$(EI)_{sec,p} = 0,8 E_c I_c \quad (4.15)$$

$$(EI)_{sec,v} = 0,4 E_c I_c \quad (4.16)$$

em que  $I_c$  é o momento de inércia da seção bruta de concreto (não fissurada) e  $E_c$  é o valor representativo do módulo de elasticidade do concreto.

Seguindo o item 14.6.4.1 da NBR 6118:2014, para análises globais lineares, o módulo de elasticidade do concreto pode ser admitido pelo módulo secante  $E_{cs}$ , dado pela Equação (4.17) para concretos de 20 MPa a 50 MPa.

$$E_{cs} = \alpha_i \alpha_e 5600 \sqrt{f_c} \quad (4.17)$$

em que  $\alpha_e$  é um coeficiente dependente do tipo de agregado utilizado no concreto, sendo igual a 1,2 para basalto e diabásio, 1,0 para granito e gnaisse, 0,9 para calcário e 0,7 para arenito,  $f_c$  é a resistência à compressão do concreto, em MPa, e  $\alpha_i$  é dado pela Equação (4.18):

$$\alpha_i = 0,8 + 0,2 \frac{f_c}{80} \quad (4.18)$$

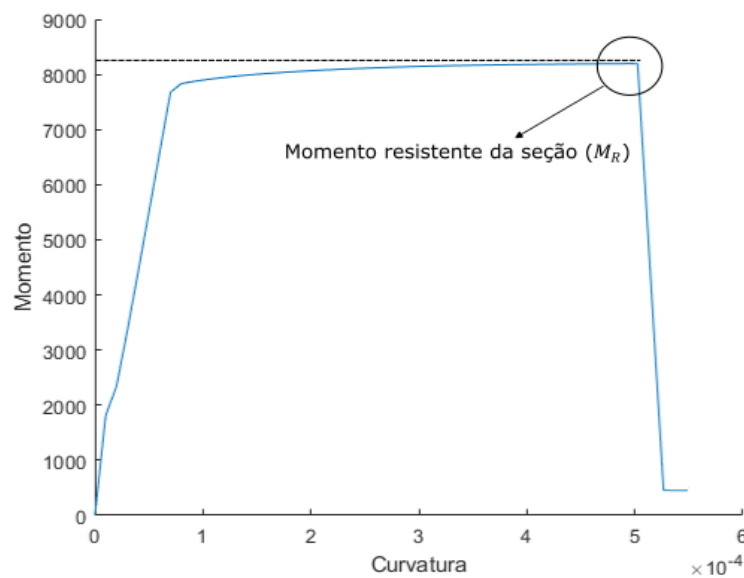
O item 15.5.1 da norma brasileira descreve que, para a análise da estabilidade global da estrutura, o valor representativo do módulo de deformação secante pode ser majorado em 10%. Sendo assim, este é o valor utilizados nas análises globais das estruturas deste trabalho.

### 4.3 EQUAÇÃO DE ESTADO LIMITE PARA VIGAS

A equação de estado limite utilizada para calcular a probabilidade de falha dos elementos de viga baseia-se na resistência à flexão simples de elementos lineares. Conforme apresentado na seção 2.2 deste trabalho, a flexão das vigas apresenta grande parcela na resistência ao colapso progressivo, suportando os momentos fletores solicitantes desenvolvidos na estrutura. A formulação apresentada nesta seção baseia-se na norma brasileira NBR 6118:2014 e no trabalho de de Melo et al (2021).

A capacidade resistente à ruína de uma seção transversal de concreto armado devido à atuação de momento fletor pode ser determinada através do diagrama momento-curvatura, que relaciona a rotação de uma seção com o momento necessário para causá-la, conforme ilustra a Figura 4.3.

Figura 4.3 - Diagrama momento curvatura de uma viga de concreto armado.



Fonte: O autor.

A construção do diagrama momento-curvatura baseia-se na imposição de valores para a rotação da seção e, através de equações de equilíbrio de forças, relações constitutivas dos materiais e da distribuição de deformações na seção transversal, na determinação do momento interno necessário para o equilíbrio.

O momento resistente da seção transversal será, portanto, o máximo momento obtido na construção da curva. Dessa forma, a equação de estado limite para vigas pode ser escrita pela Equação (4.19).

$$g_v(\mathbf{X}) = E_v M_{R,v} - M_{s,v} \quad (4.19)$$

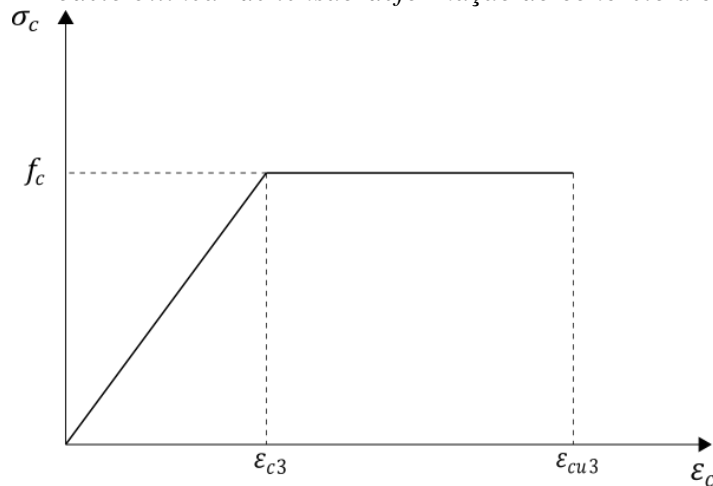
em que  $\mathbf{X}$  é o vetor de variáveis aleatórias,  $E_v$  é a variável aleatória de erro de modelo de flexão de vigas,  $M_{R,v}$  é o momento resistente da seção transversal e  $M_{S,v}$  é o momento solicitante da seção.

As seções a seguir demonstram as considerações utilizadas neste trabalho para a construção do diagrama momento curvatura e a determinação da parcela  $M_{R,v}$ .

#### 4.3.1 Relações constitutivas

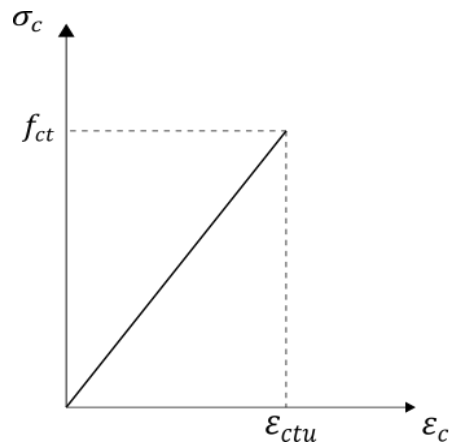
As relações entre tensão e deformação adotadas para a determinação do comportamento das vigas deste trabalho seguiram o modelo bilinear para o concreto submetido à compressão, dado pela Figura 4.4, e o modelo simplificado para o concreto submetido à tração, dado pela Figura 4.5.

Figura 4.4 - Modelo bilinear de tensão-deformação do concreto à compressão.



Fonte: O autor.

Figura 4.5 - Modelo simplificado de tensão-deformação do concreto à tração.



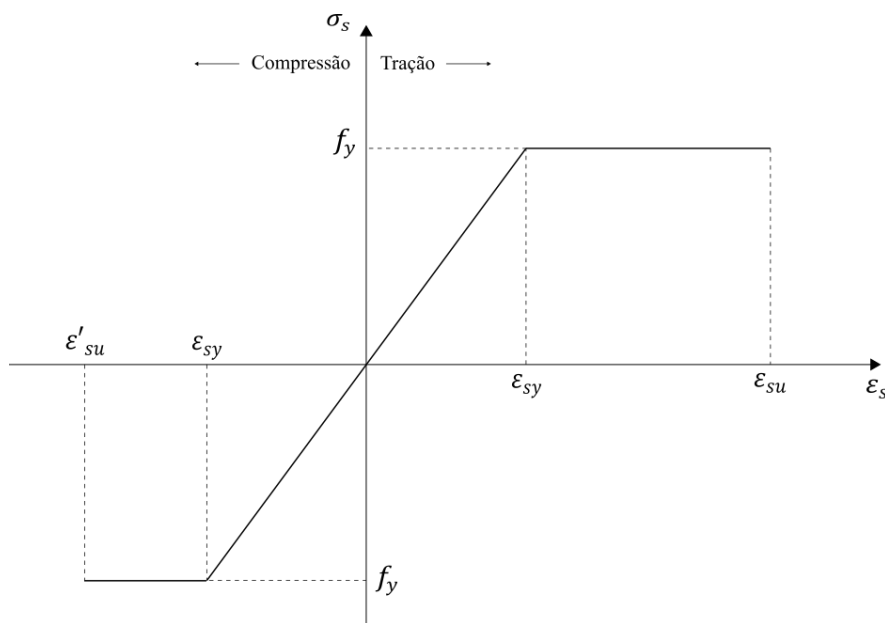
Fonte: O autor.

No modelo para o concreto à compressão, a deformação  $\varepsilon_{c3}$  é igual a 0,175% e a deformação última  $\varepsilon_{cu3}$  é igual a 0,35%. No modelo para o concreto à tração, a deformação última  $\varepsilon_{ctu}$  é igual a 0,015%.

Embora não seja um modelo de relação constitutiva citado pela NBR 6118:2014, a adoção do modelo bilinear do EUROCODE justifica-se pela facilidade de implementação e pelo valor último de deformação ser muito semelhante ao modelo parábola-retângulo da norma brasileira. Como neste trabalho as estruturas estão sendo levadas a situações extremas, em que altos valores de tensão serão desenvolvidos devido à remoção discricionária de colunas, a aproximação pelo modelo bilinear se mostrou suficiente para capturar o comportamento das vigas.

Já a relação constitutiva para o aço segue o modelo prescrito da NBR 6118:2014, ilustrado pela Figura 4.6.

Figura 4.6 - Modelo bilinear da relação tensão-deformação do aço.



Fonte: O autor.

A deformação última a tração  $\varepsilon_{su}$  é igual a 1,00% e a deformação última a compressão  $\varepsilon'_{su}$  é igual a 0,35%. A deformação de início escoamento  $\varepsilon_{sy}$  é dada pela Equação (4.20), em que  $f_y$  é a tensão de escoamento do aço e  $E_s$  é o módulo de elasticidade, considerado igual a 200 GPa.

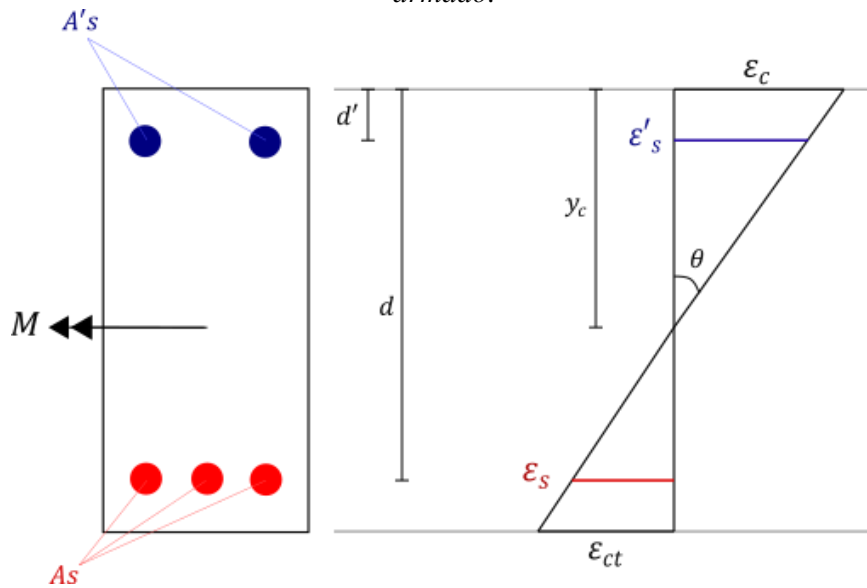
$$\varepsilon_{sy} = \frac{f_y}{E_s} \quad (4.20)$$

### 4.3.2 Deformações

As deformações da seção transversal de uma viga podem ser escritas matematicamente considerando simplificações conhecidas como hipóteses de Bernoulli: a seção transversal plana permanece plana e perpendicular ao eixo longitudinal do elemento após as deformações.

Impondo essas hipóteses, as deformações se tornam lineares ao longo da altura do elemento, conforme ilustra a Figura 4.7, em que  $A_s$  e  $A'_s$  representam, respectivamente, a área de armadura tracionada e comprimida,  $d$  a altura útil,  $d'$  a distância da armadura comprimida à face comprimida da seção,  $y_c$  a distância do topo da seção à linha neutra,  $\theta$  a curvatura ou rotação,  $\varepsilon_s$  a deformação da armadura tracionada,  $\varepsilon'_s$  a deformação da armadura comprimida e  $\varepsilon_c$  a deformação da extremidade comprimida da seção.

Figura 4.7 - Diagrama de deformações em uma seção transversal de uma viga de concreto armado.



Fonte: O autor.

A deformação ao longo da altura da seção transversal pode ser escrita por relações geométricas através da Equação (4.21), em função de  $\theta$  e  $y_c$ .

$$\varepsilon = (y_c - y) \tan \theta \quad (4.21)$$

Com isso, pode-se determinar as deformações na armadura tracionada pela Equação (4.22), na armadura comprimida pela Equação (4.23), no topo da seção pela Equação (4.24) e na base da seção pela Equação (4.25).

$$\varepsilon_s = (y_c - d) \tan \theta \quad (4.22)$$

$$\varepsilon'_s = (y_c - d') \tan \theta \quad (4.23)$$

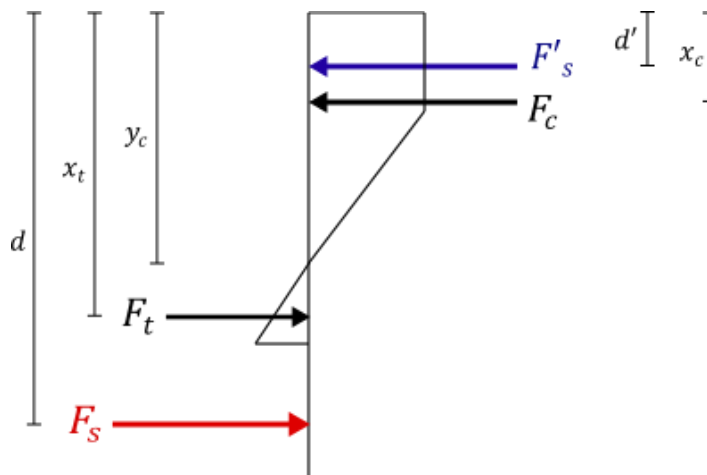
$$\varepsilon_c = y_c \tan \theta \quad (4.24)$$

$$\varepsilon_{ct} = (h - y_c) \tan \theta \quad (4.25)$$

### 4.3.3 Forças resultantes na seção transversal

Para determinar as relações de equilíbrio de forças em uma seção de concreto armado, é necessário integrar as tensões ao longo de sua altura para encontrar as forças resultantes das parcelas comprimidas e tracionadas, indicadas pela Figura 4.8.

Figura 4.8 - Forças resultantes e diagrama de tensões em uma seção transversal.



Fonte: O autor.

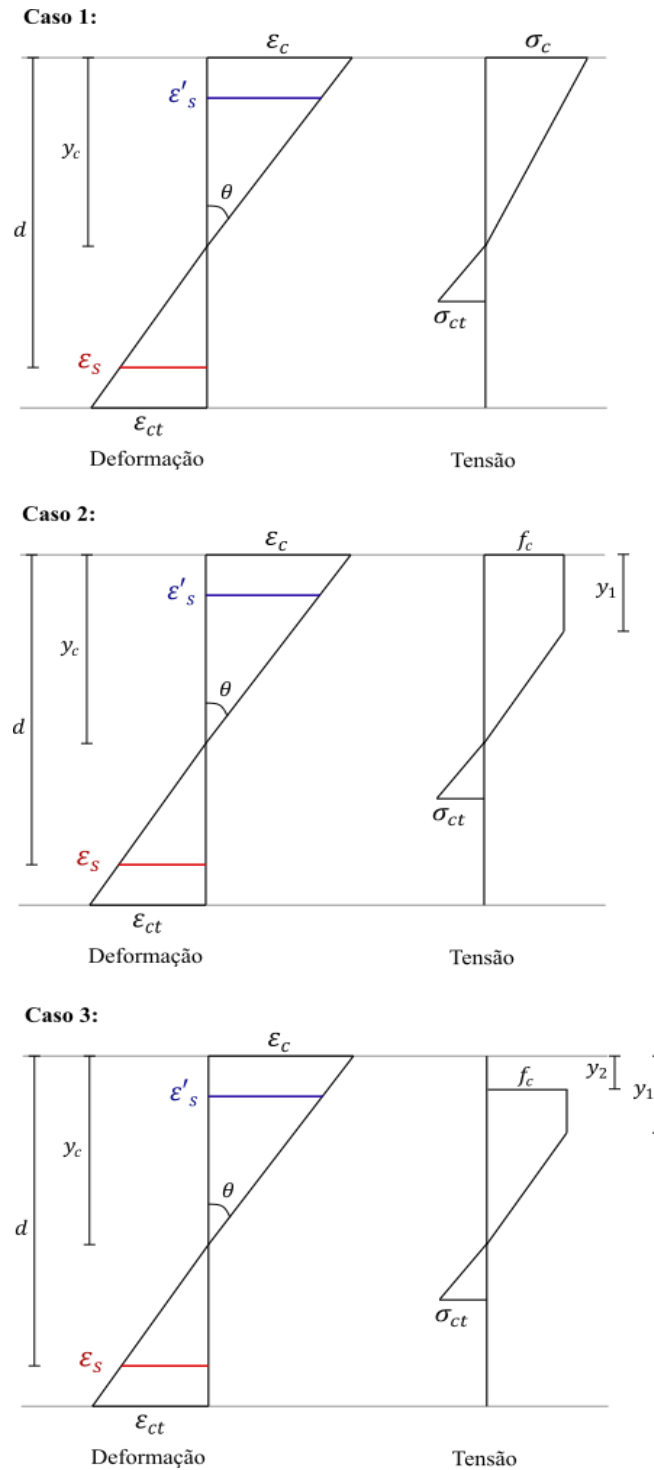
Na Figura 4.8,  $F_c$  e  $F'_s$  são as forças resultantes do concreto e da armadura comprimidos e  $F_t$  e  $F_s$  são as forças resultantes do concreto e da armadura tracionados, determinados de acordo com as relações indicadas a seguir.

#### 4.3.3.1 Região comprimida

Em consequência das relações constitutivas dos materiais aço e concreto, as tensões de compressão em uma seção poderão assumir basicamente três formatos, conforme ilustra a Figura 4.9. Para o primeiro caso, a deformação no topo da região comprimida da seção não atinge o valor  $\varepsilon_{c3}$ , portanto tem-se uma variação linear das tensões. Já o segundo caso

é caracterizado pela deformação na região comprimida ultrapassar o valor  $\epsilon_{c3}$  porém não atingir a deformação última  $\epsilon_{cu}$ , causando uma região com variação linear e outra constante de tensões na seção. Por fim, no terceiro caso, a deformação na região comprimida ultrapassa  $\epsilon_{cu}$ , caracterizando uma falha no material até a distância  $y_2$ .

Figura 4.9 - Casos de distribuição de tensão em uma seção transversal.



Fonte: O autor.

Para equacionar as forças resultantes, adota-se o módulo de elasticidade aparente do concreto comprimido dado pela Equação (4.26), segundo o modelo constitutivo bilinear.

$$E_c = \frac{f_c}{\varepsilon_{c3}} \quad (4.26)$$

As forças resultantes para cada formato de distribuição de tensões da Figura 4.9 e para a armadura comprimida são descritas a seguir:

**a) Caso 1** ( $\varepsilon_c \leq \varepsilon_{c3}$ ) : Para o caso 1, a tensão na região comprimida é dada pela Equação (4.27).

$$\sigma_c = \varepsilon_c E_c = \varepsilon_c \frac{f_c}{\varepsilon_{c3}} \quad (4.27)$$

Integrando as tensões ao longo da altura da seção, a força resultante é dada pela Equação (4.28), localizada na posição dada pela Equação (4.29).

$$F_c = b \frac{y_c}{2} \sigma_c \quad (4.28)$$

$$x_c = \frac{y_c}{3} \quad (4.29)$$

**b) Caso 2** ( $\varepsilon_{c3} \leq \varepsilon_c \leq \varepsilon_{cu}$ ) : Para o caso 2, a tensão na região mais comprimida da seção é igual a  $f_c$  e a distância  $y_1$  é dada pela Equação (4.30).

$$y_1 = y_c - \frac{\varepsilon_{c3}}{\tan \theta} \quad (4.30)$$

A força resultante é dada pela Equação (4.31), posicionada à uma distância da face pela Equação (4.32).

$$F_c = \frac{1}{2} b f_c (y_1 + y_c) \quad (4.31)$$

$$x_c = \frac{1}{3} \frac{y_1^2 + y_1 y_c + y_c^2}{y_1 + y_c} \quad (4.32)$$

**c) Caso 3** ( $\varepsilon_c \geq \varepsilon_{cu}$ ) : Para o caso 3, a posição  $y_2$  até onde a tensão é zero é dada pela Equação (4.33).

$$y_2 = y_c - \frac{\varepsilon_{cu}}{\tan \theta} \quad (4.33)$$



A força resultante é dada pela Equação (4.34), posicionada à uma distância da face pela Equação (4.35).

$$F_c = \frac{1}{2} b f_c (y_1 - 2 y_2 + y_c) \quad (4.34)$$

$$x_c = \frac{1}{3} \frac{y_1^2 + y_1 y_c - 3 y_2^2 + y_c^2}{y_1 - 2 y_2 + y_c} \quad (4.35)$$

**d) Força na armadura comprimida:** A tensão nas armaduras comprimidas é dada pela Equação (4.36), de acordo com a deformação  $\varepsilon'_s$ .

$$\sigma'_s = \begin{cases} \varepsilon'_s E_s, & \varepsilon'_s \leq \varepsilon_{sy} \\ f_y, & \varepsilon_{sy} < \varepsilon'_s \leq \varepsilon_{su} \\ 0, & \varepsilon'_s > \varepsilon_{su} \end{cases} \quad (4.36)$$

A força resultante nas armaduras é dada pela Equação (4.37).

$$F'_s = \sigma'_s A'_s \quad (4.37)$$

#### 4.3.3.2 Região tracionada

O módulo de elasticidade aparente do concreto tracionado é dado pela Equação (4.38).

$$E_{ct} = \frac{f_{ct}}{\varepsilon_{ctu}} \quad (4.38)$$

Para a região tracionada, podemos identificar dois casos para a distribuição de tensões:

**a) Caso 1** ( $\varepsilon_{ct} \leq \varepsilon_{ctu}$ ): A deformação na região tracionada não alcança a deformação última, portanto, a tensão é dada pela Equação (4.39).

$$\sigma_{ct} = \varepsilon_{ct} E_{ct} = \varepsilon_{ct} \frac{f_{ct}}{\varepsilon_{ctu}} \quad (4.39)$$

A força resultante é dada pela Equação (4.40), posicionada à uma distância dada pela Equação (4.41).

$$F_t = \frac{h - y_c}{2} b \sigma_{ct} \quad (4.40)$$

$$x_t = \frac{2}{3} h + \frac{1}{3} y_c \quad (4.41)$$

**b) Caso 2** ( $\varepsilon_{ct} > \varepsilon_{ctu}$ ): Neste caso, a deformação na região tracionada ultrapassa a deformação última, caracterizando o rompimento do material. A posição  $y_3$  até onde a tensão é zero é dada pela Equação (4.42).

$$y_3 = y_c + \frac{\varepsilon_{ctu}}{\tan \theta} \quad (4.42)$$

A força resultante é dada pela Equação (4.43), posicionada à uma distância dada pela Equação (4.44).

$$F_t = \frac{y_3 - y_c}{2} b f_{ct} \quad (4.43)$$

$$x_t = \frac{2}{3} y_3 + \frac{1}{3} y_c \quad (4.44)$$

**c) Força na armadura tracionada:** A tensão nas armaduras tracionadas é dada pela Equação (4.45), de acordo com a deformação  $\varepsilon_s$ .

$$\sigma_s = \begin{cases} \varepsilon_s E_s, & \varepsilon_s \leq \varepsilon_{sy} \\ f_y, & \varepsilon_{sy} < \varepsilon_s \leq \varepsilon_{su} \\ 0, & \varepsilon_s > \varepsilon_{su} \end{cases} \quad (4.45)$$

A força resultante nas armaduras é dada pela Equação (4.46).

$$F_s = \sigma_s A_s \quad (4.46)$$

#### 4.3.4 Equilíbrio da seção e construção do diagrama momento curvatura

O equilíbrio da seção é encontrado fazendo a somatória de forças e de momentos ser nula. Para o caso de flexão simples, sem esforços normais na seção, o equilíbrio de forças é dado pela Equação (4.47).

$$N(\theta, y_c) = F_c(\theta, y_c) + F'_s(\theta, y_c) - F_t(\theta, y_c) - F_s(\theta, y_c) = 0 \quad (4.47)$$

Nota-se que a relação depende principalmente das variáveis  $\theta$ , a curvatura da seção, e  $y_c$ , a posição da linha neutra. Ao impor um valor na curvatura da seção, é possível

encontrar a posição da linha neutra. Para isso, métodos computacionais para determinação de raízes de equações não-lineares podem ser utilizados.

Com a posição da linha neutra definida, o momento resultante em relação à  $y_c$  é encontrado a partir da Equação (4.48).

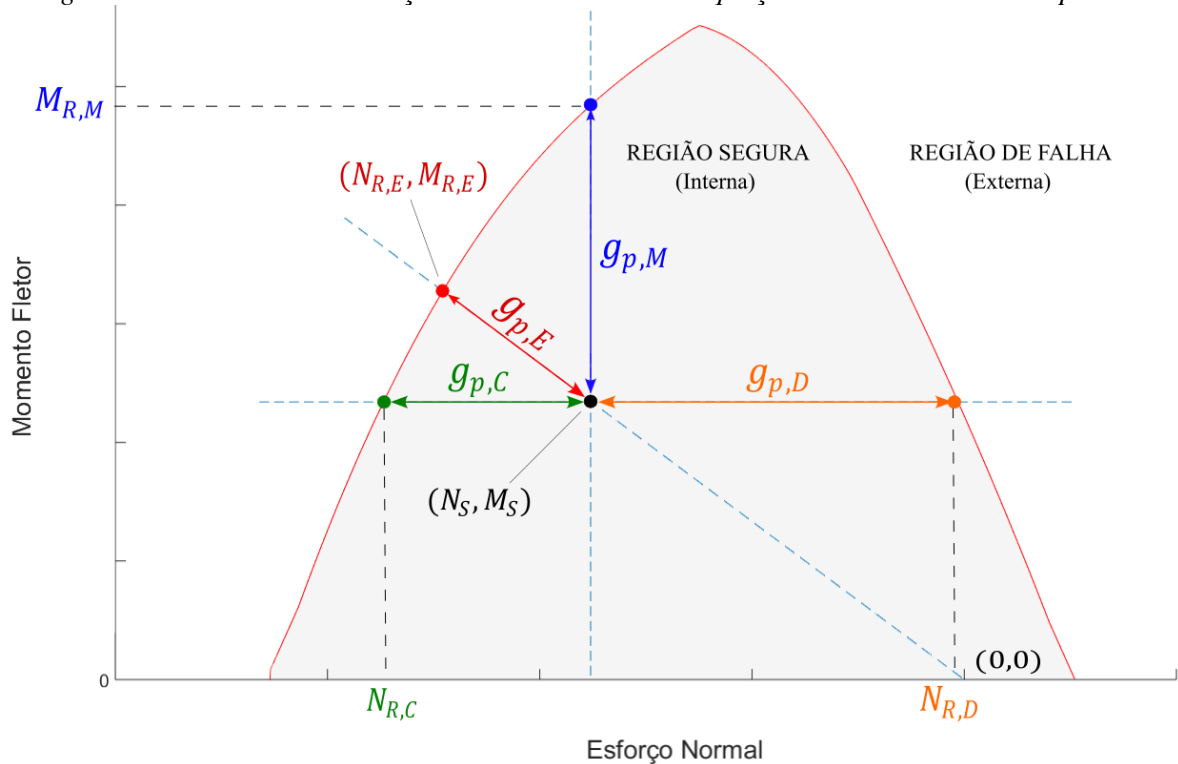
$$M(\theta, y_c) = (y_c - x_c) F_c(\theta, y_c) + (y_c - d') F'_s(\theta, y_c) + (4.48) \\ + (x_t - y_c) F_t(\theta, y_c) + (d - y_c) F_s(\theta, y_c)$$

O diagrama momento curvatura é construído ao impor uma sequência de valores de curvaturas e resolver as Equações (4.47) e (4.48).

#### 4.4 EQUAÇÕES DE ESTADO LIMITE PARA PILARES

As equações de estado limite para determinar a probabilidade de falha de pilares baseiam-se na resistência de uma seção à flexão composta normal, uma vez que os elementos verticais estão sujeitos à atuação de momento fletor combinado com esforço axial. A resistência destes elementos pode ser definida por uma curva de interação entre a normal resistente e o momento resistente, conforme ilustra a Figura 4.10.

Figura 4.10 - Curva de interação normal-momento e equações de estado limite de pilares.



Fonte: O autor.

A curva de interação separa a região de falha da região de sobrevivência, de modo que um par normal-momento solicitante ( $N_S, M_S$ ) que esteja na região externa resulte na falha do elemento, enquanto um par que esteja na região interna da curva resulte na sobrevivência. Neste texto, a sigla NM refere-se ao par normal-momento.

Desse modo, nota-se que diferentes trajetórias, ou variações, em cada um dos esforços solicitantes pode levar o elemento a estar mais próximo ou longe da fronteira entre a falha e a sobrevivência. Por exemplo: aumentar o esforço normal e manter constante o momento fletor pode, ou não, ser mais crítico que aumentar o momento e manter constante a normal, e vice-versa, dependendo da região em que o par solicitante esteja na curva de interação. Em ensaios controlados em laboratório, usualmente esses esforços estão linearmente relacionados pois desenvolver momento fletor em uma peça requer apenas que a força de compressão, ou tração, esteja aplicada fora do eixo de gravidade da seção transversal. Entretanto, em estruturas reais, a variação entre momento e normal nos elementos verticais depende da geometria da estrutura, das rigidezes dos elementos conectados, da distribuição de carregamentos e das condições de apoio. Uma variação em qualquer um desses fatores faz com que a trajetória da alteração no par normal-momento solicitantes seja difícil de ser rastreada, o que pode impactar a probabilidade de falha do elemento estrutural.

Por isso, a fim de cercar o máximo de possibilidades para a trajetória de variação entre a normal e o momento fletor, neste trabalho são empregadas quatro formulações para a equação de estado limite de pilares, descritas a seguir:

#### **a) Estados limites de variação de esforço normal**

Os estados limites descritos nesta seção representam uma variação na intensidade de esforço normal enquanto mantém-se constante o momento fletor. Essa variação caracteriza um deslocamento horizontal do par NM solicitante no espaço ilustrado pela Figura 4.10. A projeção desta trajetória até a curva de resistência define o valor da normal resistente a ser usada para quantificação da segurança.

Entretanto, nota-se que é possível obter dois valores para essa resistência devido ao formato da curva de interação. Por isso, define-se aqui duas equações de estado limite para a variação de esforço normal:

### **a.1) Estado limite de aumento de compressão**

Este estado limite é definido pela trajetória horizontal para a esquerda do par NM solicitante, o que fisicamente representa um aumento da compressão atuante na seção transversal. A projeção desta trajetória até a curva de resistência do elemento define o valor da normal resistente  $N_{R,C}$ , de modo que a equação de estado limite seja dada por:

$$g_{p,C}(\mathbf{X}) = N_S - E_{p,c} N_{R,C} \quad (4.49)$$

Em que  $E_{p,c}$  representa a variável aleatória erro de modelo para pilares à flexo-compressão e  $N_S$  a normal solicitante na seção.

### **a.2) Estado limite de descompressão**

Este estado limite é definido pela trajetória horizontal para a direita do par NM solicitante, o que fisicamente representa uma redução no valor de compressão atuante na seção transversal, ou até um aumento da tração. A projeção desta trajetória até a curva de resistência do elemento define o valor da normal resistente  $N_{R,D}$ , de modo que a equação de estado limite seja dada pela Equação (4.50).

$$g_{p,D}(\mathbf{X}) = E_{p,c} N_{R,D} - N_S \quad (4.50)$$

### **b) Estado limite de variação de momento fletor**

Este estado limite representa uma variação na intensidade de momento fletor enquanto mantém-se constante o esforço normal. Essa variação caracteriza um deslocamento vertical do par NM solicitante no espaço ilustrado pela Figura 4.10. A projeção desta trajetória até a curva de resistência define o valor do momento resistente  $M_{R,M}$  e a equação de estado limite é dada pela Equação (4.51), em que  $M_S$  é o momento solicitante da seção transversal.

$$g_{p,M}(\mathbf{X}) = E_{p,c} M_{R,M} - M_S \quad (4.51)$$

### c) Estado limite de excentricidade constante

Formulado por Hong e Zhou (1989) como o critério de menor trajetória de carga, o estado limite de excentricidade constante representa uma variação linear entre a normal e o momento fletor solicitantes. Essa variação se traduz em uma reta que liga a origem do sistema NM até o ponto de sollicitação. Seguindo a projeção desta reta, a distância do par NM solicitante até a curva de resistência define a equação de estado limite, dada por:

$$g_{p,E}(\mathbf{X}) = E_{p,c} \sqrt{N_{R,E}^2 + M_{R,E}^2} - \sqrt{N_S^2 + M_S^2} \quad (4.52)$$

em que  $N_{R,M}$  e  $M_{R,M}$  são a normal e momento resistentes dados pelo ponto em que a projeção da reta que liga a origem ao par NM solicitante toca a curva de resistência e  $N_S$  e  $M_S$  são a normal e momento solicitantes na seção transversal.

Considerando que os eventos de falha são perfeitamente dependentes, é possível considerar as quatro equações de estado limite para pilares como um sistema em série em que a probabilidade de falha é definida pelo componente mais fraco, dada pela Equação (4.53).

$$p_{f,P} = \max [p_{f,C}; p_{f,D}; p_{f,M}; p_{f,E}] \quad (4.53)$$

em que  $p_{f,P}$  é a probabilidade de falha do pilar e  $p_{f,i}$  é a probabilidade de falha segundo cada modo de falha descrito acima (aumento de compressão, descompressão, variação de momento e excentricidade constante).

Para determinar as probabilidades de falha, a construção das curvas de resistência utilizadas neste trabalho envolve definições das relações constitutivas, da compatibilidade de deformações e do equilíbrio da seção, da mesma maneira que para as vigas. As formulações são descritas a seguir:

#### 4.4.1 Relações constitutivas

A relação constitutiva do aço é dada pelo modelo bilinear apresentado na Figura 4.6, com a deformação última à tração  $\varepsilon_{su}$  igual à 1,00% e a deformação última a compressão  $\varepsilon'_{su}$  igual à 0,35%.

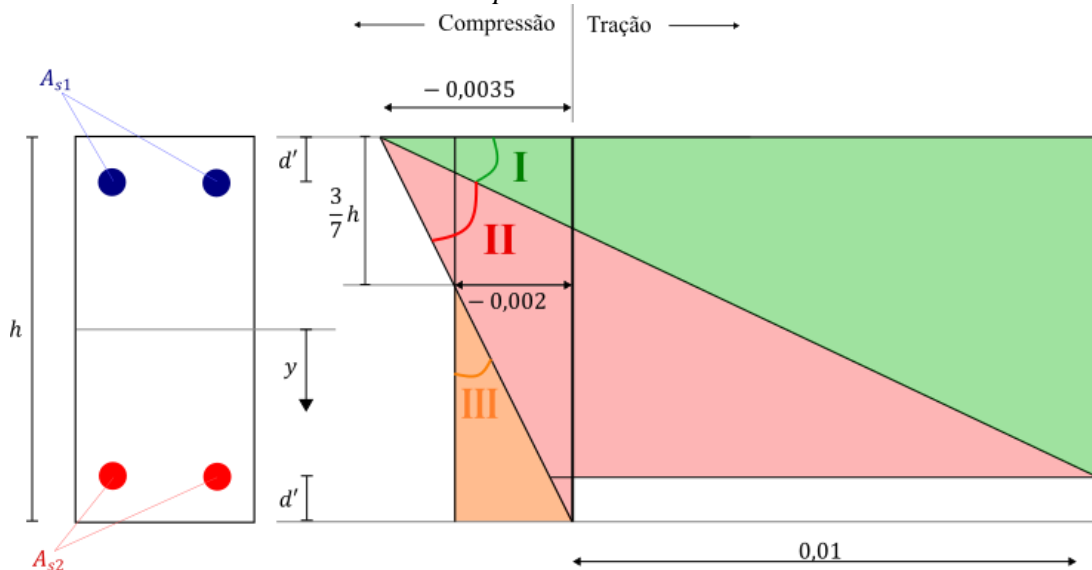
Para o concreto, utilizou-se um modelo simplificado de distribuição uniforme das tensões através do *stress block*, conforme exposto na seção 4.4.3.

#### 4.4.2 Compatibilidade de deformações

Admitindo as hipóteses de Bernoulli apresentadas na seção 4.3.2 e as relações constitutivas dos materiais aço e concreto, as deformações em uma seção de um elemento submetido à flexão composta normal tomam o formato ilustrado pela

Figura 4.11, em que é possível identificar três regiões (I, II e III), com valores distintos para as deformações máximas de compressão e tração.

Figura 4.11 - Diagrama de deformações de um pilar de concreto armado submetido à flexão composta normal.



Fonte: Adaptado de Venturini e Rodrigues (1987).

Através de relações geométricas, é possível determinar a deformação em uma fibra de interesse a partir da relação apresentada na Equação (4.54), em que  $\varepsilon_u$  é o valor da deformação última em cada região,  $\xi$  é o parâmetro do eixo neutro, dado por  $x/h$ , sendo  $x$  a posição da linha neutra e  $h$  a altura da seção transversal,  $\beta_y$  é a medida do centro da seção à linha de armaduras e  $\xi_0$  é uma constante adimensional da distância vertical do valor último em cada região até a borda mais comprimida, dividida por  $h$ .

$$\varepsilon = \varepsilon_u \frac{\xi - 0,5 - \beta_y}{\xi - \xi_0} \quad (4.54)$$

Para cada região de deformação apresentada pela Figura 4.11, os valores de  $\varepsilon_u$  e  $\xi_0$  e os limites de  $\xi$  são definidos a seguir, em que  $\delta$  é uma medida adimensional dada por:

$$\delta = \frac{d'}{h} \quad (4.55)$$

#### 4.4.2.1 Região de deformação I

Para a região I, a deformação última  $\varepsilon_u$  é igual à 0,01 e o parâmetro do eixo neutro deve respeitar a condição dada pela Equação (4.56).

$$\xi \leq 0,259 (1 - \delta) \quad (4.56)$$

A constante adimensional  $\xi_0$  é expressa pela Equação (4.57).

$$\xi_0 = 1 - \delta \quad (4.57)$$

#### 4.4.2.2 Região de deformação II

Para a região II, a deformação última  $\varepsilon_u$  é igual à  $-0,0035$  e o parâmetro do eixo neutro deve respeitar a condição dada pela Equação (4.58):

$$0,259 (1 - \delta) < \xi \leq 1 \quad (4.58)$$

sendo nula a constante adimensional  $\xi_0$ :

$$\xi_0 = 0 \quad (4.59)$$

#### 4.4.2.3 Região de deformação III

Para a região III, a deformação última  $\varepsilon_u$  é igual à  $-0,002$  e o parâmetro do eixo neutro deve ser maior que um:

$$\xi > 1 \quad (4.60)$$

e a constante adimensional  $\xi_0$  vale:

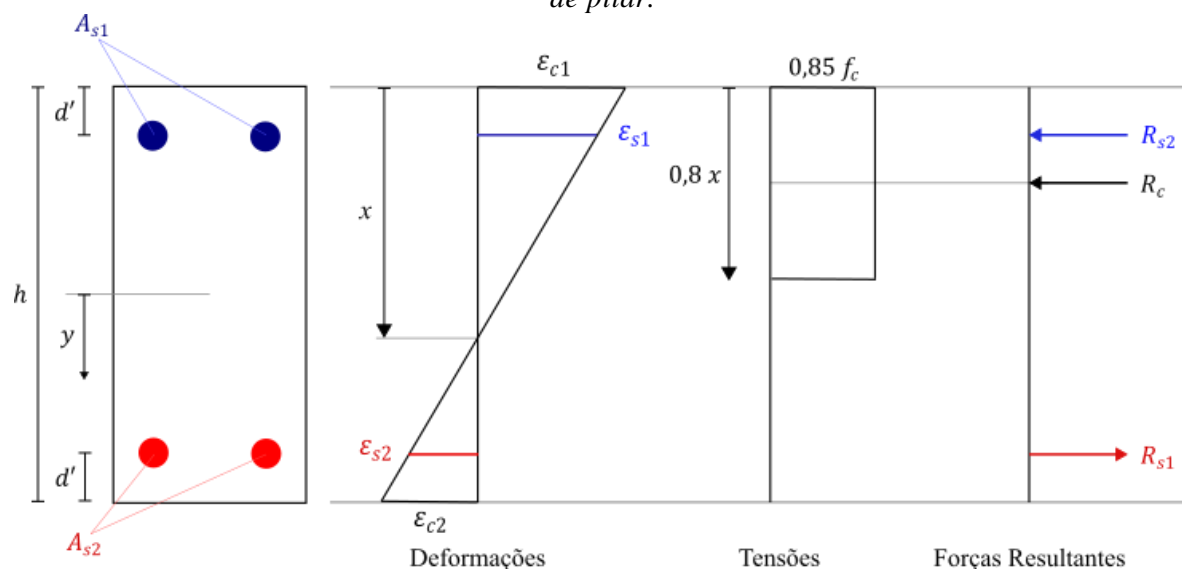
$$\xi_0 = 3/7 \quad (4.61)$$

#### 4.4.3 Equilíbrio da seção

As forças resultantes em uma seção de concreto armado com duas linhas de armadura submetida à flexão composta normal são ilustradas na Figura 4.12, juntamente com os diagramas simplificados de deformações e de tensões.



Figura 4.12 - Diagramas de deformação, tensão e forças resultantes em uma seção transversal de pilar.



Fonte: Adaptado de Venturini e Rodrigues (1987).

Na Figura 4.12,  $A_{s1}$  e  $A_{s2}$  representam a área de armadura do topo e da base da seção transversal,  $\sigma_{s1}$  e  $\sigma_{s2}$  as respectivas tensões atuantes nas armaduras,  $\varepsilon_{s1}$  e  $\varepsilon_{s2}$  as respectivas deformações nas armaduras,  $\varepsilon_{c1}$  e  $\varepsilon_{c2}$  as deformações do topo e da base da seção,  $f_c$  a resistência do concreto à compressão e  $x$  a distância do topo da seção à linha neutra.

Neste trabalho, o diagrama de tensões no concreto comprimido foi representado pelo diagrama retangular *stress block*, de formato retangular, com altura  $0,8x$  e largura  $0,85f_c$ . Com isso, através da integração das tensões e equilíbrio da seção, o par normal resistente e momento resistente é dado pelas Equações (4.62) e (4.63), respectivamente.

$$N_R = -0,68 f_c b_w x + A_{s1} \sigma_{s1} + A_{s2} \sigma_{s2} \quad (4.62)$$

$$M_R = -0,34 f_c b_w x (h - 0,8x) + (A_{s1} \sigma_{s1} - A_{s2} \sigma_{s2}) (0,5h - d') \quad (4.63)$$

Ao reunir as condições de compatibilidade de deformações, as relações constitutivas e o equilíbrio da seção, é possível determinar a curva de resistência do elemento ao variar o parâmetro de linha neutra  $\xi$ . O algoritmo implementado para avaliar a resistência de pilares segue os seguintes passos:

1. Cálculo dos limites para cada região do parâmetro do eixo neutro  $\xi$ ;
2. Inicialização de vetores com valores de  $\xi$ , posição da linha neutra  $x$  e imposição de seus limites de  $0,0$  e  $1,25h$ ;

3. Cálculo das deformações nas linhas de armadura para cada valor de  $\xi$  segundo a compatibilidade de deformações dada pela Equação (4.54);
4. Cálculo das tensões atuantes em cada linha de armadura segundo o diagrama tensão-deformação do aço;
5. Cálculo dos esforços resistentes  $N_R$  e  $M_R$  segundo as Equações (4.62) e (4.63).

#### 4.4.4 Solicitações e efeitos de 2ª ordem

Uma vez definidas as relações necessárias para a construção da curva de resistência, resta analisar as solicitações nos elementos. Para pilares, aos esforços advindos de uma análise global devem ser acrescentados os efeitos de 2ª ordem, que podem impactar muito o dimensionamento e a segurança da estrutura.

Segundo a NBR 6118:2014, efeitos de 2ª ordem são aqueles que se somam aos obtidos em uma análise de 1ª ordem quando a verificação do equilíbrio passa a ser efetuada considerando a configuração deformada. A norma classifica esses efeitos em globais, locais e localizados, este último aplicado apenas para pilares-parede.

Os efeitos globais de 2ª ordem estão relacionados à estrutura como um todo e ocorrem principalmente devido a atuação de forças de vento ou por uma própria assimetria da estrutura, causando deslocamentos horizontais que, combinados com o carregamento vertical, geram momentos adicionais nos elementos. Estes acréscimos não foram considerados neste trabalho.

Já os efeitos locais de 2ª ordem ocorrem isoladamente em cada elemento da estrutura devido aos seus respectivos eixos não se manterem retilíneos ao se aplicar os carregamentos. Estes efeitos requerem, claramente, que o equilíbrio da peça seja analisado na sua configuração deformada, considerando as não-linearidades física e geométrica do elemento.

Neste trabalho, a determinação dos esforços finais nos pilares considerando os efeitos locais de 2ª ordem foi realizada através do **método do Pilar-padrão com rigidez  $\kappa$  aproximada**. Neste método, a não-linearidade geométrica é considerada de maneira aproximada, admitindo que a deformação da barra siga uma função senoidal. Já a não-linearidade física é tomada através de uma expressão estimada para a rigidez da peça.

O momento solicitante máximo no elemento, dado pelo esforço advindo da análise global da estrutura somado com o acréscimo de 2ª ordem local, pode ser encontrado através de uma formulação direta do método pela Equação (4.64), segundo NBR 6118:2014.

$$M_{S,tot} = \frac{-B + \sqrt{B^2 - 4 A C}}{2 A} \quad (4.64)$$

onde:

$$A = 5 h \quad (4.65)$$

$$B = h^2 N_S - N_S \frac{l_e^2}{320} - 5 h \alpha_b M_{1,A} \quad (4.66)$$

$$C = - N_S h^2 \alpha_b M_{1,A} \quad (4.67)$$

em que  $h$  é a altura da seção transversal na direção considerada,  $N_S$  é o esforço normal solicitante,  $M_{1,A}$  é o maior valor absoluto do momento fletor nos extremos do pilar, advindo da análise global em 1ª ordem,  $l_e$  é o comprimento equivalente do elemento e  $\alpha_b$  é um coeficiente para levar em consideração o tipo de vinculação nas extremidades e o formato do diagrama de momento fletor do pilar.

A expressão para determinar o valor de  $\alpha_b$  para pilares biapoiados sem carregamentos transversais é dada pela Equação (4.68), obtida da NBR 6118:2014, em que  $M_{1,B}$  é o valor do momento fletor na extremidade oposta em que atua  $M_{1,A}$ .  $M_{1,B}$  deve ser tomado com sinal positivo se tracionar a mesma face que  $M_{1,A}$  e sinal negativo caso contrário.

$$\alpha_b = 0,6 + 0,4 \frac{M_{1,A}}{M_{1,B}} \quad (4.68)$$

sendo:

$$0,4 \leq \alpha_b \leq 1,0 \quad (4.69)$$

A Figura 4.13 exemplifica o diagrama de momentos solicitantes em um pilar ao longo de seu comprimento.

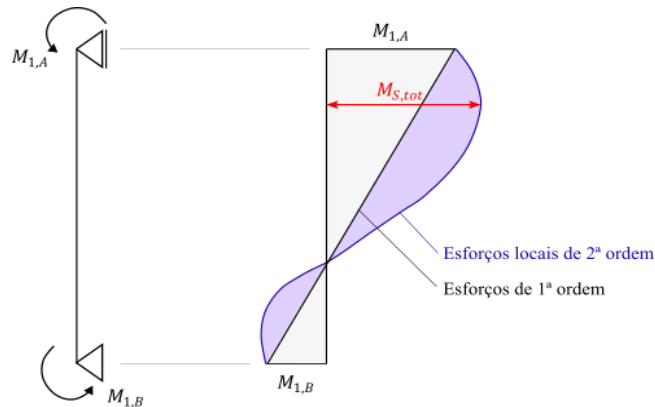


Figura 4.13 - Diagrama de momentos de 1ª e 2ª ordem em pilares.

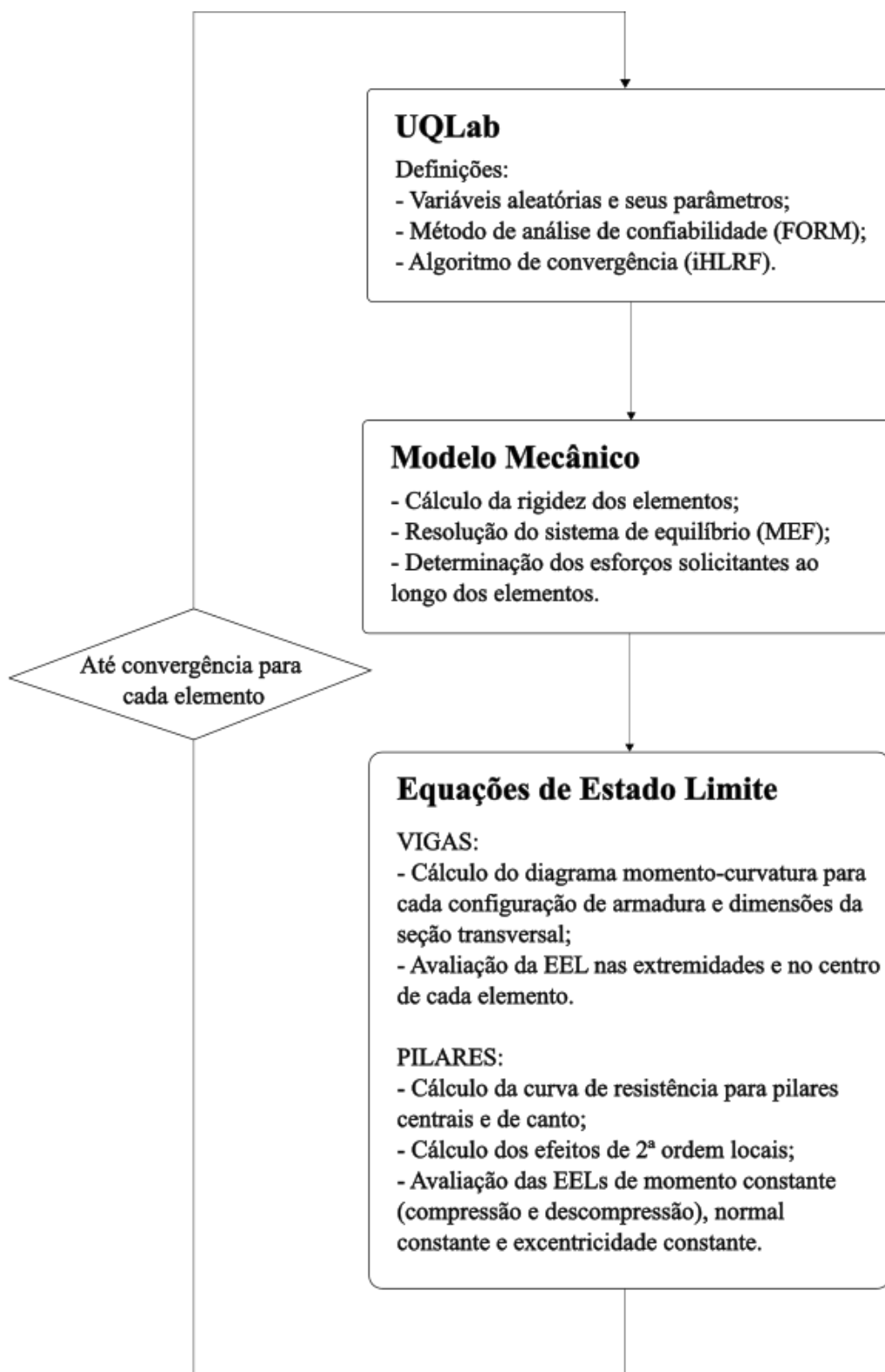
#### 4.5 IMPLEMENTAÇÕES

As análises de confiabilidade deste trabalho foram realizadas através do software de quantificação de incertezas UQLab (MARELLI e SUDRET, 2014) em ambiente MATLAB. As rotinas elaboradas para o modelo mecânico e para as resistências de vigas e pilares seguem o esquema ilustrado pela Figura 4.14.

Nas vigas, as equações de estado limite foram avaliadas em três regiões diferentes: nas duas extremidades ( $i$  e  $f$ ) e no meio do vão ( $m$ ) de cada elemento, conforme ilustra a Figura 4.15. Nesta figura, considera-se um elemento de viga isolado da estrutura, porém que possui continuidade (outros elementos de viga) à esquerda e à direita do elemento. Os diagramas de momento fletor indicados referem-se à uma situação intacta da estrutura, retratado pelo caso a), por uma situação em que há uma perda de coluna interna no apoio próximo à  $f$ , retratado pelo caso b) e por uma situação em que há uma perda de coluna lateral em  $f$ , pelo caso c). Neste último caso, o elemento de viga retratado é o de extremidade, ou seja, não possui outros elementos de viga à direita do mesmo.

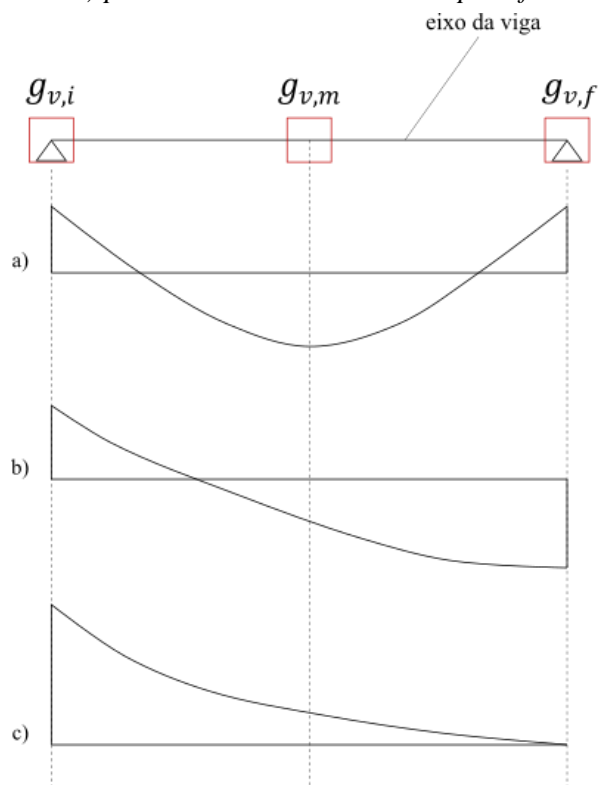
Nota-se que os três pontos de avaliação da EEL conseguem capturar regiões críticas de atuação de momento fletor, em qualquer das situações de remoção de colunas.

Figura 4.14 - Esquema das análises de confiabilidade.



Fonte: O autor.

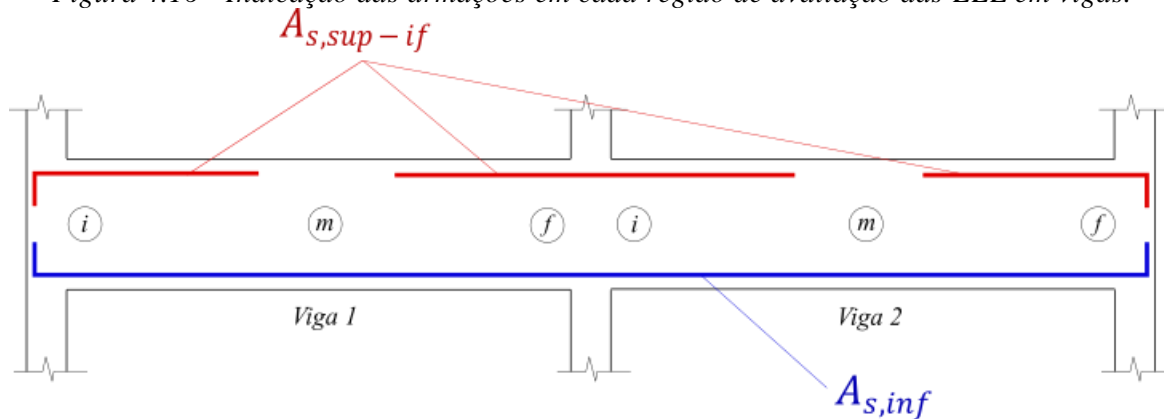
Figura 4.15 - Pontos de avaliação da EEL para vigas e diagramas de momento fletor para  
 a) situação estrutura intacta; b), perda de coluna interna no apoio  $f$ ;  
 c) perda de coluna lateral no apoio  $f$ .



Fonte: O autor.

As armações em cada ponto de avaliação das EEL são indicadas na Figura 4.16, em que foi considerada a extensão da armação inferior necessária no meio do vão até os apoios e o posicionamento da armação superior apenas nas regiões próximas aos pilares, de forma que as regiões  $i$  e  $f$  da viga possuam amaduras superior e inferior e a região  $m$  possua apenas armação inferior.

Figura 4.16 - Indicação das armações em cada região de avaliação das EEL em vigas.



Fonte: O autor.

Já para os pilares, a avaliação das quatro equações de estado limite é feita para o maior momento solicitante ao longo do elemento, conforme ilustra a Figura 4.13. São adotadas seções e armações diferentes para pilares laterais e centrais.

O próximo capítulo apresenta com mais detalhes as análises conduzidas neste trabalho e seus resultados.

## 5 ANÁLISES E RESULTADOS NUMÉRICOS

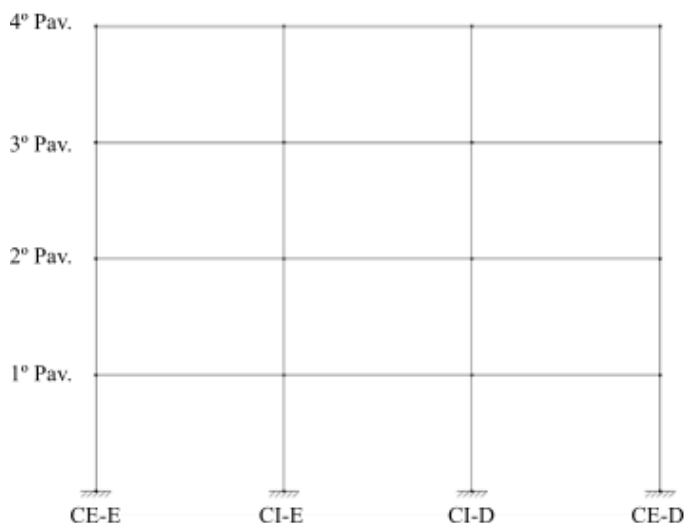
---

Este capítulo apresenta os edifícios analisados segundo as formulações descritas nas seções anteriores. As combinações de ações e variáveis aleatórias utilizadas são descritas, bem como considerações sobre os resultados numéricos do trabalho.

### 5.1 ESTRUTURAS ANALISADAS

As análises apresentadas neste trabalho são baseadas no pórtico ilustrado pela Figura 5.1, contendo quatro pavimentos e três baias. Os vãos internos possuem 5,0 metros de comprimento, enquanto o pé-direito possui 3,0 metros.

*Figura 5.1 - Pórtico de 4 pavimentos utilizado para análises.*

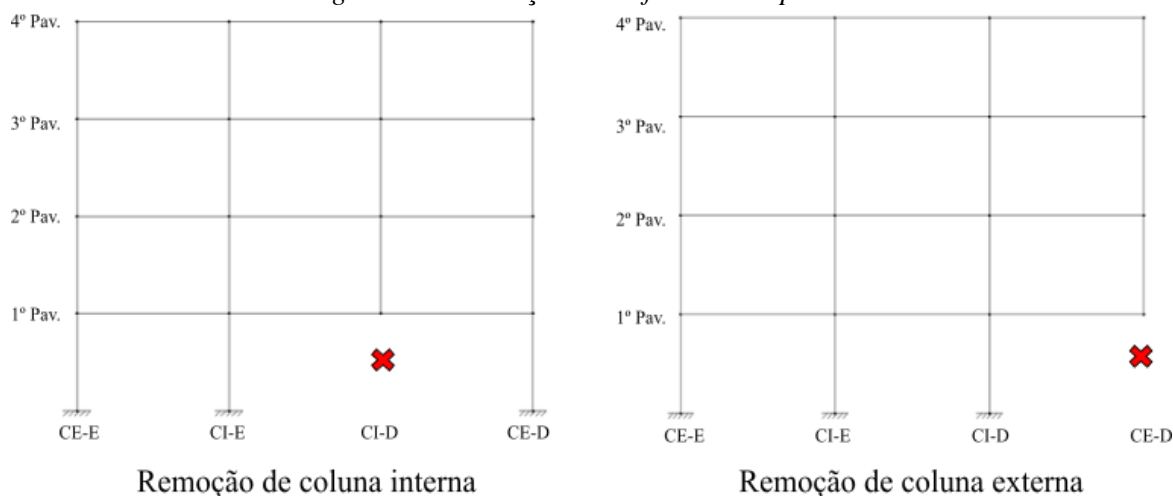


*Fonte: O autor.*

Foram estudadas cinco situações distintas para a estrutura em questão, sendo um pórtico intacto, dois pórticos com remoção de coluna interna e dois pórticos com remoção de coluna externa. Para as estruturas danificadas, ilustradas na Figura 5.2, considerou-se um dimensionamento convencional, ou seja, sem reforço considerando a remoção de colunas, e um dimensionamento reforçado de acordo com a metodologia APM.



Figura 5.2 - Situações danificadas do pórtico.



Fonte: O autor.

### 5.1.1 Carregamentos e combinação de ações

As cargas verticais aplicadas para o dimensionamento e análise de confiabilidade das estruturas foram quantificadas baseando-se em uma área de influência, com profundidade de 8,0 metros, sendo 4,0 metros para cada lado perpendicular ao pórtico. Todos os valores nominais do carregamento seguiram a norma NBR 6120:2019 – *Cargas para cálculo de edificações*. Não foram consideradas cargas horizontais oriundas de ação do vento ou sismos.

Para a ação de utilização, considerou-se um prédio residencial, com as lajes carregadas com valor de 2,0 kN/m<sup>2</sup>, referente ao maior valor para ação residencial de apartamentos da norma NBR 6120 (Despensa, área de serviço e lavanderia). Já para a ação permanente, apenas o peso próprio dos elementos estruturais foi aplicado, considerando lajes maciças de 12,0 cm de espessura e peso específico do concreto armado de 25,0 kN/m<sup>3</sup>.

Conforme discutido em Facholli e Beck (2022), a combinação de ações excepcional da NBR 8681:2003 é prescrita para ações que podem causar eventos catastróficos. Entretanto, por mais que a definição de carregamento excepcional esteja em convergência com a definição de colapso progressivo, a norma brasileira não recomenda uma combinação específica para o dimensionamento ou reforço de estruturas que já foram danificadas, que é o caso de uma análise APM. Neste caso, a combinação excepcional da NBR 8681 resultou em elementos superdimensionados quando uma coluna externa é removida, sendo mais adequada para utilização no método de Resistência Local

Aprimorada, em que o colapso estrutural é prevenido através do reforço de elementos específicos para resistir eventos iniciais de dano.

Portanto, para casos em que colunas do edifício foram danificadas, a capacidade residual da estrutura deve ser verificada, que é condicional à ocorrência de um evento de dano local. De maneira a manter coerência entre as análises apresentadas neste trabalho para as situações de pórtico intacto e de pórticos danificados com a perda de coluna, as combinações de ações utilizadas para o dimensionamento foram baseadas na ASCE 7-16, tanto para situações de carregamento usual quanto para carregamentos excepcionais (capacidade residual).

Sob condições usuais de carregamento, a resistência necessária dos elementos prescrita pela ASCE 7-16 é dada pela Equação (5.1).

$$R_D \geq 1,2 D_n + 1,6 L_n \quad (5.1)$$

em que  $D_n$  é o valor das ações permanentes e  $L_n$  é o valor das ações variáveis. Neste trabalho,  $R_D$  é avaliada utilizando coeficientes de segurança prescritos pela NBR6118:2014, com  $\gamma_c$  do concreto igual à 1,40,  $\gamma_s$  do aço igual à 1,15 e valores característicos para a resistência dos materiais.

Já sob condições de remoção de colunas, correspondendo à um evento extraordinário, os elementos da estrutura foram dimensionados utilizando a combinação de capacidade residual da ASCE 7-16, dado pela Equação (5.2). Seguindo a normativa ASCE 76, para os elementos com modo de ruptura frágil, a resistência dos materiais considerada deve ser a característica, enquanto para elementos com modo de ruptura dúctil, pode-se adotar a resistência média.

$$R_D \geq 1,2 D_n + 0,5 L_n \quad (5.2)$$

Nota-se que um valor reduzido da ação variável é adotado na combinação de capacidade residual. Não é esperado que a estrutura danificada suporte o valor máximo de carregamento relacionado a toda a vida útil do edifício, mas sim, uma parte deste até que ações de reparo sejam tomadas. A análise de confiabilidade segue a mesma premissa, conforme será discutido à frente, devido à não necessidade da estrutura suportar a perda de coluna durante a vida de projeto de 50 anos.

O valor das cargas atuantes nos elementos e as razões entre as cargas variáveis e permanentes são dispostas na Tabela 1.

Tabela 1 - Valores nominais para as cargas nos elementos em  $kN/m^2$  e razões  $L_n/D_n$ .

<b>Caso de Carregamento</b>	<b>Acidental nas vigas (<math>q_n</math>)</b>	<b>Permanente nas vigas (<math>g_{v,n}</math>)</b>	<b>Peso-próprio dos pilares (<math>g_{p,n}</math>)</b>	$L_n/D_n$ <b>nas vigas</b>	$L_n/D_n$ <b>nas colunas</b>
Intacta	16.00	26.40	1.43	0.61	0.57
Reforçada PC interna	16.00	27.30	2.38	0.59	0.54
Reforçada PC externa	16.00	27.30	2.38	0.59	0.54

### 5.1.2 Dimensionamento

Para o dimensionamento da estrutura, foi considerado concreto C30, com resistência característica à compressão de 30,0 MPa ( $f_{ck}$ ), e aço CA-50, com resistência característica ao escoamento de 500,0 MPa ( $f_{yk}$ ). Os efeitos de 2ª ordem locais nos pilares foram considerados de acordo com a Equação (4.64).

A análise estrutural foi realizada considerando módulo de elasticidade secante do concreto majorado em 10% e a rigidez dos elementos minoradas considerando a não-linearidade física de maneira aproximada, conforme descrito no item 4.2.

As dimensões da seção transversal e a área de armadura para as vigas e para os pilares são apresentadas pela Tabela 2 e Tabela 3, respectivamente.

Tabela 2 - Dimensões da seção transversal e área de armadura das vigas.

<b>Caso de Carregamento</b>	<b>Base da Seção (cm)</b>	<b>Altura da seção (cm)</b>	<b>Armadura negativa: extremidades (cm<sup>2</sup>)</b>	<b>Armadura positiva: centro do vão (cm<sup>2</sup>)</b>
Intacta	19.00	50.00	6.70	3.60
Reforçada PC interna	19.00	70.00	13.20	8.30
Reforçada PC externa	19.00	70.00	13.20	6.60

Tabela 3 - Dimensões da seção transversal e área de armadura empregadas para as colunas.

Caso de Carregamento	Base da seção (cm)	Colunas internas		Colunas externas	
		Altura da seção (cm)	Armadura (cm <sup>2</sup> )	Altura da seção (cm)	Armadura (cm <sup>2</sup> )
Intacta	19.00	30.00	5.00	30.00	13.50
Reforçada PC interna	19.00	50.00	11.70	50.00	23.40
Reforçada PC externa	19.00	50.00	11.70	50.00	18.70

### 5.1.3 Variáveis aleatórias e análise de confiabilidade

As análises de confiabilidade deste trabalho foram realizadas considerando as variáveis aleatórias apresentadas na Tabela 4. Todas as vigas foram carregadas com a mesma VA simultaneamente, portanto, não foram consideradas alternância de carregamentos. Para as situações de remoção de colunas, a ação variável foi tomada de acordo com valores de ponto arbitrário no tempo e de distribuição Gamma, uma vez que não é esperado que a estrutura danificada resista ao carregamento máximo de 50 anos.

Tabela 4 - Variáveis aleatórias consideradas na análise de confiabilidade e seus parâmetros.

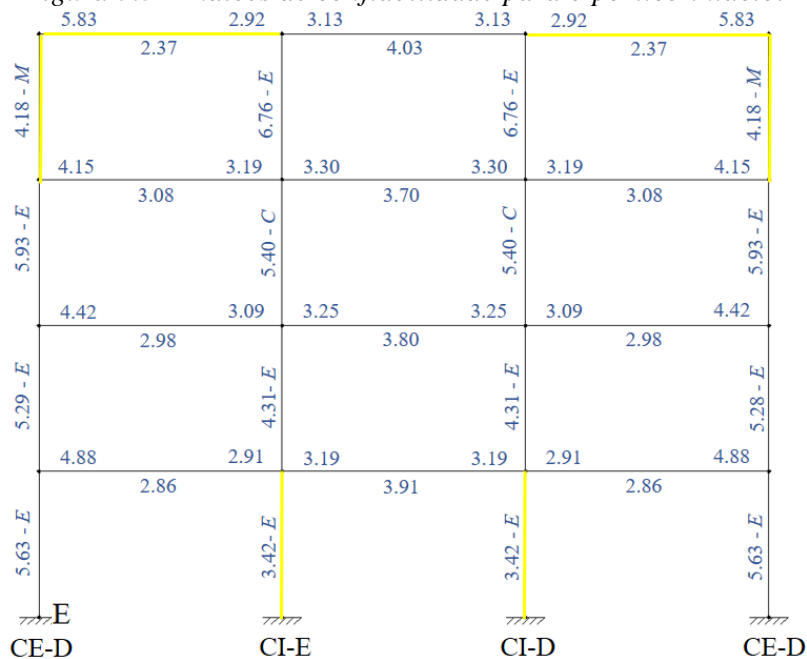
Variável	Distribuição	Média	C.o.V.	Desvio-padrão	Referência
Peso próprio dos pilares ( $G_p$ )	Normal	1.06 $g_{p,n}$	0.12	0.1272 $g_{p,n}$	Santiago (2019)
Carga permanente nas vigas ( $G_v$ )	Normal	1.06 $g_{v,n}$	0.12	0.1272 $g_{v,n}$	Santiago (2019)
Carga variável nas vigas, pórtico intacto ( $Q_{50}$ )	Gumbel	$q_n$	0.40	0.40 $q_n$	Santiago (2019)
Carga variável nas vigas, perda de coluna ( $Q_{p.a.t.}$ )	Gamma	0.25 $q_n$	0.55	0.1375 $q_n$	Santiago (2019)
Resistência à compressão do concreto ( $f_c$ )	Normal	1.22 $f_{ck}$	0.15	0.183 $f_{ck}$	Santiago (2019)
Resistência ao escoamento do aço ( $f_y$ )	Normal	1.22 $f_{yk}$	0.04	0.0488 $f_{yk}$	Santiago (2019)
Erro de modelo de resistência de vigas ( $E_v$ )	Lognormal	0.99	0.024	0.02376	Santos (2007)
Erro de modelo de resistência de pilares ( $E_{p,c}$ )	Normal	1.15	0.145	0.016675	Santiago et al (2020)

## 5.2 RESULTADOS PARA O PÓRTICO INTACTO

Os resultados para o pórtico em situação intacta são apresentados na Figura 5.3. Estes valores representam o índice de confiabilidade referente à probabilidade de colapso dos elementos condicional à ocorrência de uma ameaça e de um dano local, o termo  $P[C|LD, H]$  da Equação (3.1).

Para as vigas, valores nas extremidades e no centro de cada elemento são apresentados, relativos aos índices calculados nestas regiões, conforme ilustra a Figura 4.15. Para os pilares, há a indicação do modo de falha que resultou no menor índice de confiabilidade, sendo  $C$  para o modo de compressão excessiva,  $D$  para descompressão,  $M$  para variação de momento e  $E$  para excentricidade constante. Os elementos e regiões destacados em amarelo são aqueles que controlaram o dimensionamento da armação, sendo este replicado para os demais componentes estruturais.

Figura 5.3 - Índices de confiabilidade para o pórtico intacto.



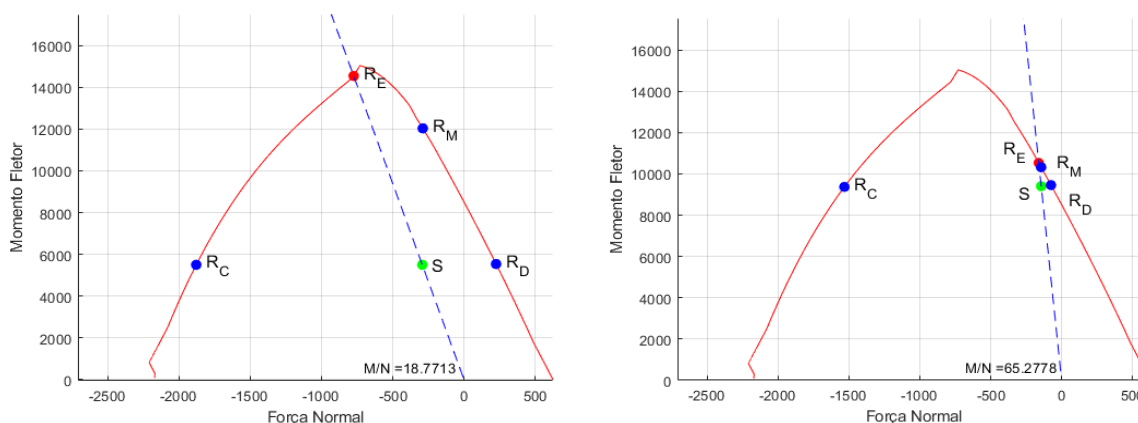
Fonte: O autor.

São observados índices de confiabilidade próximos de 2,50 para o meio do vão das vigas e de 3,00 para as extremidades. Para as colunas internas, o menor valor é de 3,42, com modo de falha preponderante a excentricidade constante, e de 4,18 para as colunas externas, com modo de falha a variação de momento fletor.

Nota-se que a maior variação nos índices de confiabilidade é manifestada em pilares de diferentes lances, principalmente nos centrais. Nestes, o dimensionamento é controlado pelos lances do 1º pavimento, sendo predominantemente solicitados à compressão. Para lances de pavimentos superiores, uma maior reserva de segurança é apresentada, uma vez que o esforço normal é significativamente reduzido. Já para os pilares externos, menores valores de índice de confiabilidade são desenvolvidos no último lance, em que a atuação de momento fletor é preponderante em relação ao esforço normal. A Figura 5.4 ilustra os pontos de solicitação S, em verde, para a coluna externa e interna críticas no diagrama NM. A razão entre o momento fletor e o esforço normal (M/N) eleva-se demasiadamente do 3º para o 4º pavimento, fazendo com que o modo de ruptura crítico se altere da excentricidade constante para a variação de momento. Cabe destacar que não foram consideradas plastificações no encontro de vigas com pilares.

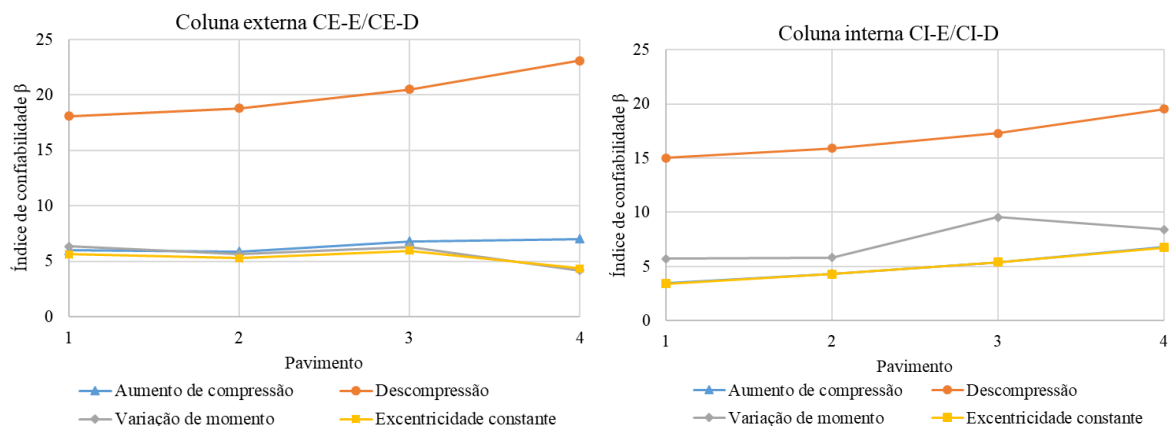
A Figura 5.5 apresenta a variação dos índices de confiabilidade dos pilares ao longo dos pavimentos para cada modo de falha. Nota-se que, para a coluna externa, os modos por excentricidade constante e variação de momento competem entre os mais críticos (possuem  $\beta_s$  mais baixos). Já para as colunas internas, a excentricidade constante compete principalmente com o aumento de compressão. Essa competição indica, neste exemplo de estrutura intacta, que a EEL por excentricidade é ou representa de forma muito próxima a pior situação para diferentes relações MN em elementos à flexo-compressão.

Figura 5.4 - Diagramas MN para pilares externos do 3º pavimento (à esquerda) e do 4º pavimento (à direita) – pórtico intacto.



Fonte: O autor.

Figura 5.5 - Variação dos índices de confiabilidade de pilares externos (à esquerda) e internos (à direita) para cada modo de falha – pórtico intacto.



Fonte: O autor.

Os resultados apresentados aqui podem ser melhor interpretados através dos coeficientes de sensibilidade, que explicitam a contribuição de cada variável aleatória nas probabilidades de falha calculadas. A Figura 5.6 e a Figura 5.7 apresentam estes valores ao longo dos lances dos pilares externos e internos, respectivamente, com cada coloração representando a mesma VA e diferentes marcadores para os modos de falha, com a mesma simbologia da Figura 5.3. O modo por descompressão foi omitido para melhor entendimento da Figura e por apresentar os maiores índices de confiabilidade, conforme ilustra a Figura 5.5.

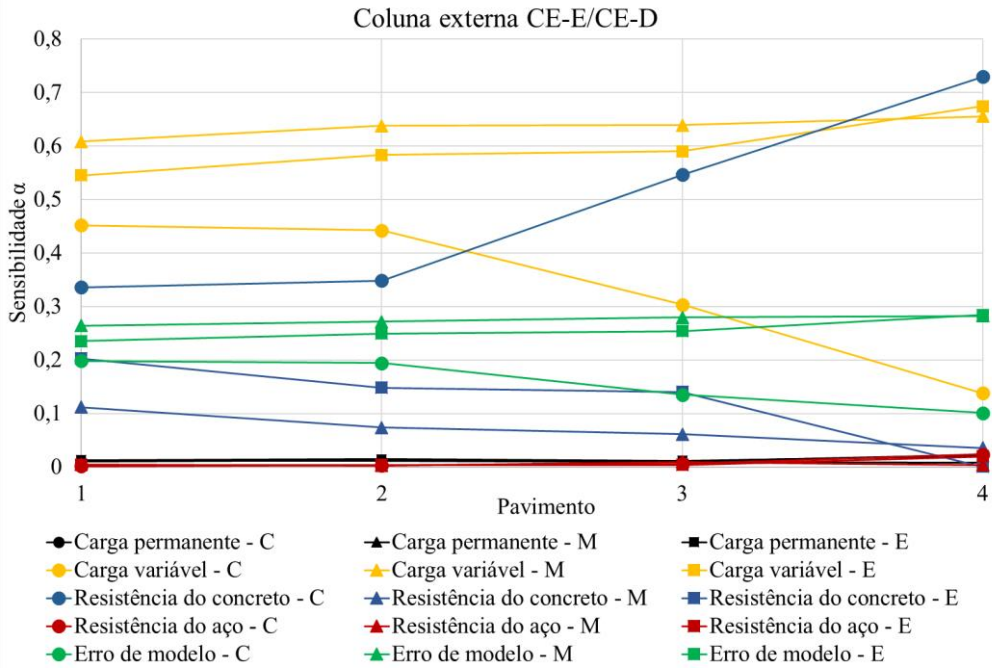
Para os pilares externos, uma regularidade na participação das VAs com relação aos diferentes modos de falha é observada, sendo a carga variável, o erro de modelo e a resistência do concreto as mais significativas, nesta ordem. Apenas para o modo de falha por compressão excessiva, a resistência do concreto apresentou maior sensibilidade do que o erro de modelo, sendo a de maior importância para o último lance. Como esse trecho possui pouca carga axial, uma explicação plausível é que o ponto de projeto mais próximo encontrado pelo método FORM necessita de uma redução expressiva da resistência à compressão do material. Ademais, observa-se participações próximas a zero das variáveis resistência do aço e carga permanente, para todas as equações de estado limite.

Os pilares internos não apresentam regularidade nas sensibilidades semelhante à dos externos, entretanto, ainda há preponderância da ação acidental, resistência do concreto e erro de modelo. Esta última possui a maior participação no modo de falha por variação de momento fletor, perdendo espaço para a resistência do concreto apenas no último lance.

Nota-se, em comparação com os pilares externos, uma redução da sensibilidade da carga acidental frente ao concreto, principalmente devido aos grandes níveis de esforço

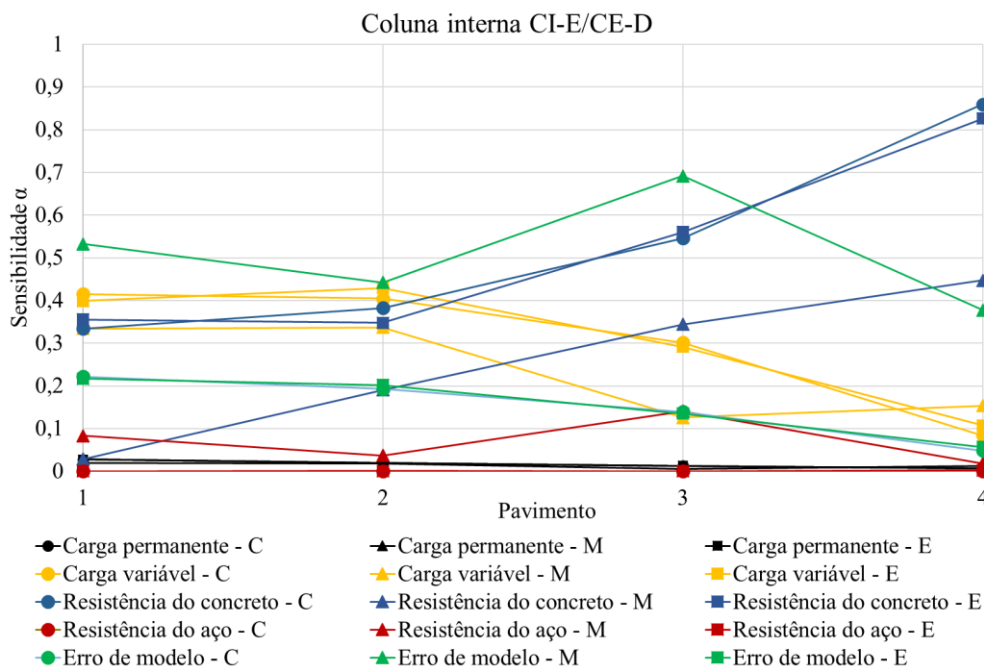
normal atuantes nos elementos, e uma maior participação da resistência do aço para a EEL por variação de momento.

Figura 5.6 - Variação da sensibilidade das variáveis aleatórias na probabilidade de falha dos pilares externos, para cada modo de falha – pórtico intacto.



Fonte: O autor.

Figura 5.7 - Variação da sensibilidade das variáveis aleatórias na probabilidade de falha dos pilares internos, para cada modo de falha – pórtico intacto.



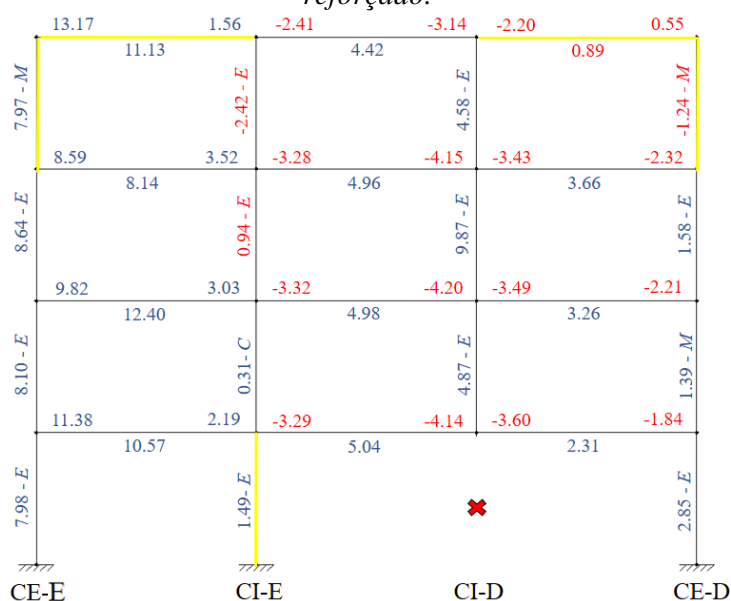
Fonte: O autor.



### 5.3 RESULTADOS PARA O PÓRTICO COM REMOÇÃO DE COLUNA INTERNA

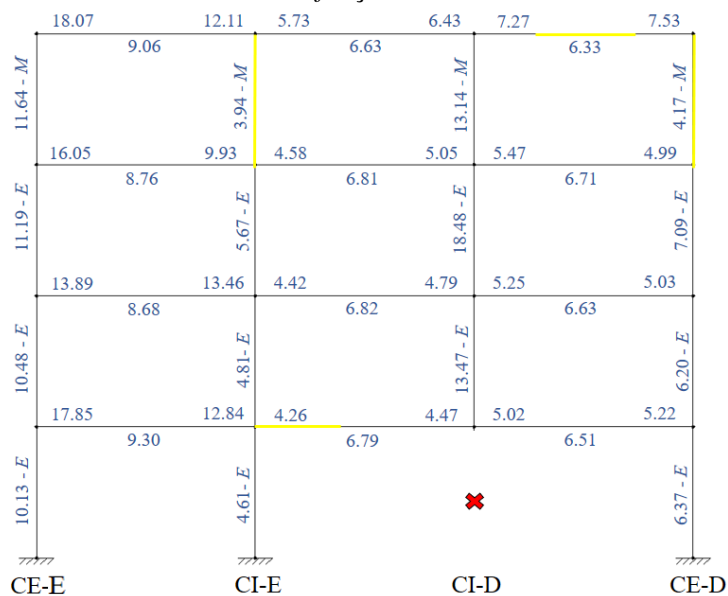
A Figura 5.8 apresenta os índices de confiabilidade para o pórtico com remoção de coluna na situação não reforçada, ou seja, com seção e armações dos elementos idênticas ao exemplo de situação intacta. A Figura 5.9 apresenta os resultados para o pórtico reforçado para resistir à perda de um pilar interno de acordo com a metodologia APM.

Figura 5.8 - Índices de confiabilidade para o pórtico com remoção de coluna interna – não reforçado.



Fonte: O autor.

Figura 5.9 - Índices de confiabilidade para o pórtico com remoção de coluna interna – reforçado.



Fonte: O autor.

Valores em vermelho caracterizam elementos cuja probabilidade de falha é maior que 0,1, que corresponde ao máximo valor aceitável para a probabilidade condicional de ocorrência de colapso  $P[C|LD,H]$  da Equação (3.1), enquanto valores negativos representam  $P[C|LD,H] > 0,5$ .

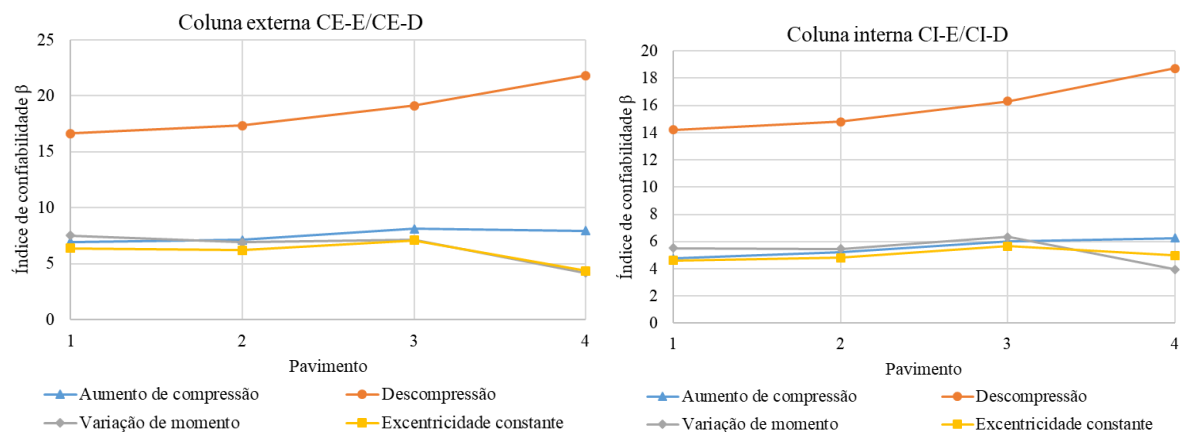
Conforme observado na Figura 5.8, o pórtico não reforçado não resiste à perda de uma coluna interna. As vigas acima da região danificada apresentaram índices de confiabilidade inaceitáveis, principalmente nas regiões de extremidade desses elementos. Para os pilares, índices de confiabilidade muito baixos foram observados nos elementos adjacentes à coluna removida, nos lances do 3º e 4º pavimentos.

Já o pórtico reforçado segundo a metodologia APM provavelmente é capaz de resistir à um evento de perda de coluna, uma vez que os valores de  $P[C|LD,H]$  dos elementos não ultrapassam 0,1. O menor índice de confiabilidade foi apresentado pela coluna interna esquerda (CI-E), no 4º lance, com valor de 3,94.

O mesmo comportamento com relação à variação da confiabilidade de cada modo de falha dos pilares é observado na estrutura danificada, com a excentricidade constante competindo entre os mais críticos, conforme ilustra a Figura 5.10. Para a coluna interna CI-E, nota-se o método por variação de momento apresentando  $\beta$  significativamente menor que os outros modos para o último lance e, novamente, a descompressão apresenta-se como a situação de falha menos provável.

As sensibilidades das variáveis aleatórias para as colunas adjacentes à removida são apresentadas pela Figura 5.11 e Figura 5.12.

Figura 5.10 - Variação dos índices de confiabilidade dos pilares adjacentes ao removido para cada modo de falha – pórtico com remoção de coluna interna.



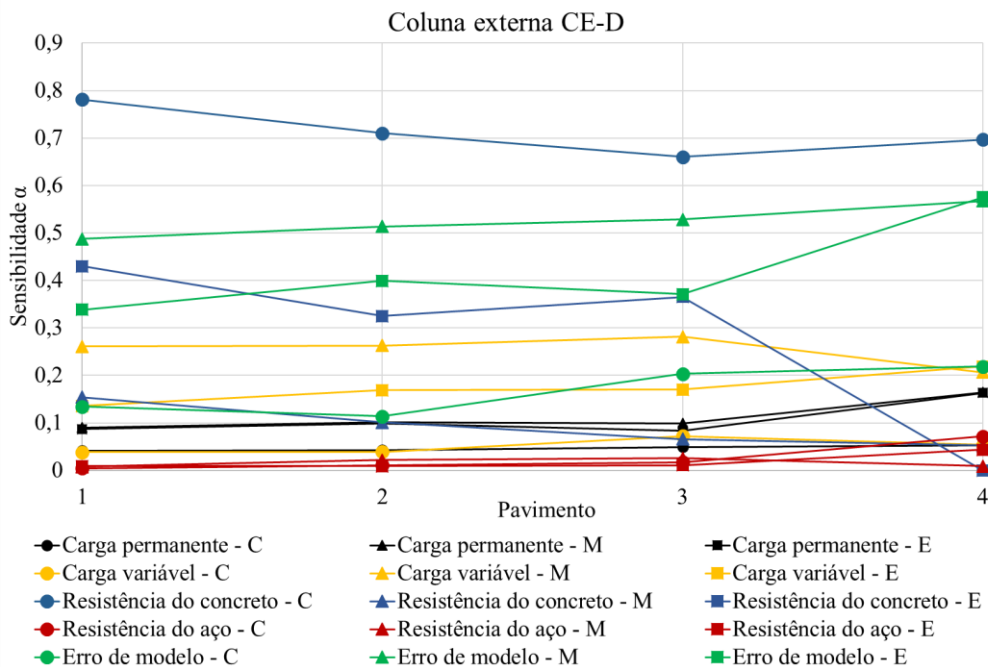
Fonte: O autor.

Para a coluna externa, as variáveis erro de modelo e resistência à compressão do concreto possuem a maior sensibilidade para todos os modos de falha, a não ser para a compressão excessiva. Já a ação variável apresenta participações de 15% a 30%, significativamente menores que a situação de pórtico intacto, principalmente devido à distribuição de probabilidades Gamma, representando a ação de ponto arbitrário no tempo. Consequentemente, nota-se um aumento da sensibilidade da ação permanente, chegando a valores próximos a 15%.

Para a coluna interna, um comportamento similar da sensibilidade das variáveis aleatórias é observado, entretanto, a resistência do concreto passa a ser a mais significativa tanto para o modo de compressão excessiva quanto o de excentricidade constante. Para o lance do último pavimento, o erro de modelo passa a ser predominante, sendo acompanhado pelas ações variável e permanente.

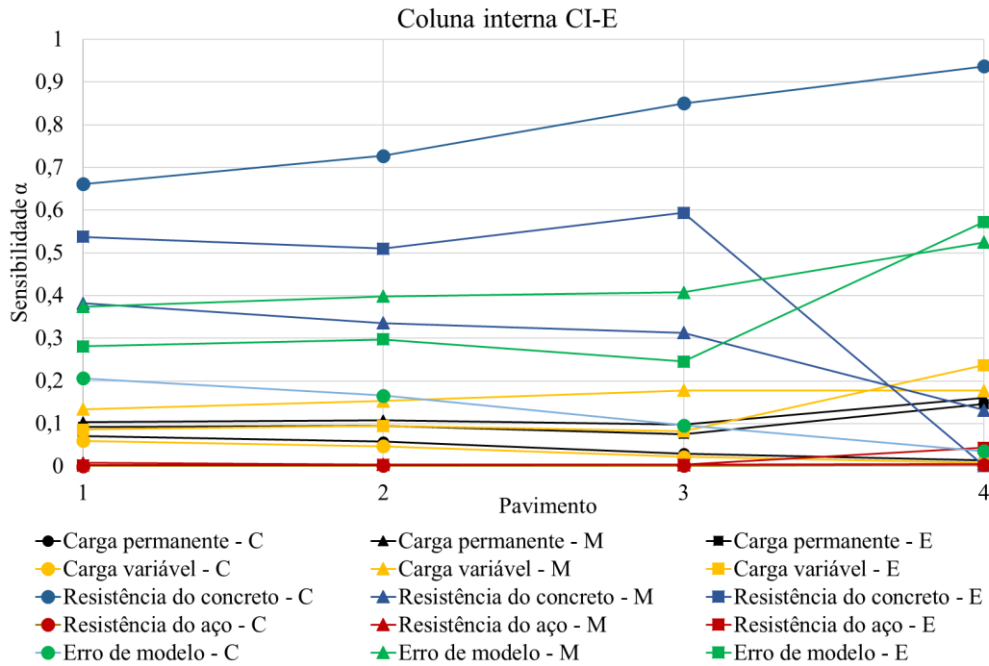
Nota-se que a sensibilidade da variável erro de modelo acompanha inversamente o valor do índice de confiabilidade. Para  $\beta_s$  mais baixos, o erro de modelo se torna mais significativo na quantificação da probabilidade de falha.

Figura 5.11 - Variação da sensibilidade das variáveis aleatórias na probabilidade de falha do pilar externo CE-D, para cada modo de falha – pórtico com remoção de coluna interna.



Fonte: O autor.

Figura 5.12 - Variação da sensibilidade das variáveis aleatórias na probabilidade de falha do pilar interno CI-E, para cada modo de falha – pórtico com remoção de coluna interna.



#### 5.4 RESULTADOS PARA O PÓRTICO COM REMOÇÃO DE COLUNA EXTERNA

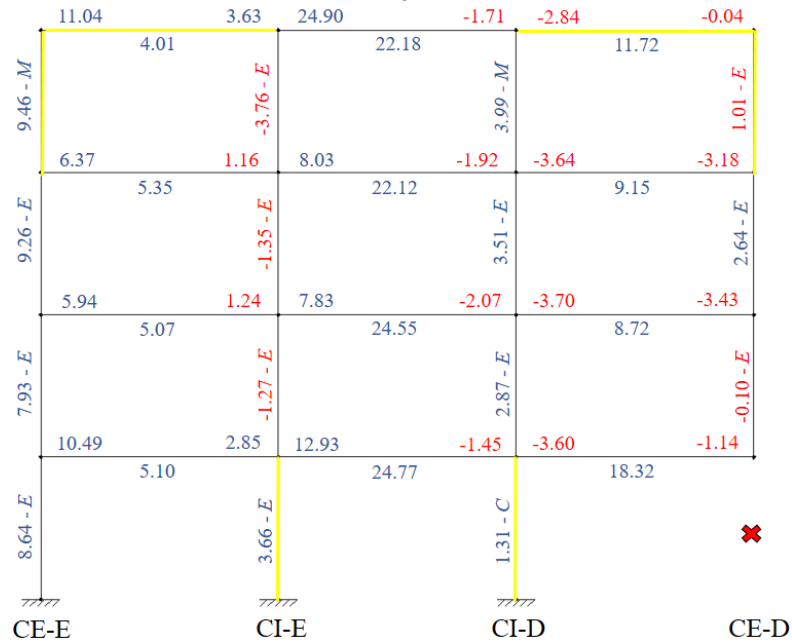
Os índices de confiabilidade para o pórtico com remoção de coluna externa na situação não reforçada são apresentados na Figura 5.13. A Figura 5.14 apresenta os resultados para o pórtico reforçado para resistir à perda de um pilar externo de acordo com a metodologia APM.

O pórtico não reforçado apresenta índices de confiabilidade inaceitáveis para a maioria das vigas, sendo as acima da coluna removida as mais afetadas. Para os pilares, observa-se que quase todos os trechos do elemento CI-E apresentam  $\beta_s$  baixos devido à grande intensidade de momento fletor gerado pela remoção do elemento, com exceção do primeiro lance. Um comportamento oposto é observado para a coluna CI-D, adjacente à removida, em que o lance inferior apresenta o menor índice de confiabilidade, controlado pela equação de estado limite de compressão excessiva, e que cresce ao longo dos pavimentos, sendo controlados, então, pela EEL de excentricidade constante.

Já o pórtico reforçado apresenta índices de confiabilidade acima de 3,5 para todos os elementos. Em comparação com exemplos anteriores, mais colunas foram definidas pelo modo de falha de variação de momento fletor. Isso reflete que a remoção de pilar externo causa um comportamento global mais discrepante na estrutura, com o aumento do momento fletor atuante nos elementos. Mesmo assim, através da Figura 5.15, nota-se que

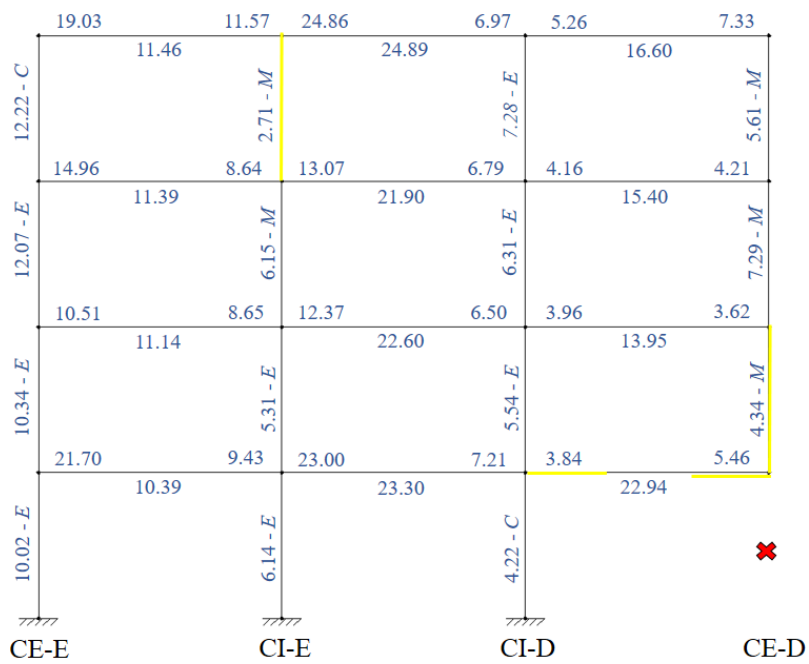
o modo de falha por excentricidade constante fica muito próximo da variação de momento. Ademais, novamente o modo por descompressão apresenta os maiores índices de confiabilidade.

Figura 5.13 - Índices de confiabilidade para o pórtico com remoção de coluna externa – não reforçado.



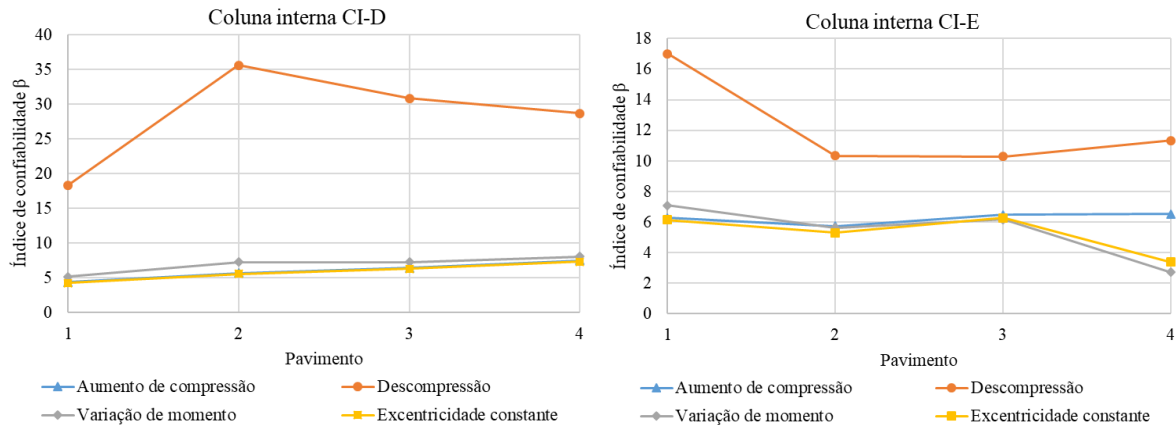
Fonte: O autor.

Figura 5.14 - Índices de confiabilidade para o pórtico com remoção de coluna externa – reforçado.



Fonte: O autor.

Figura 5.15 - Variação dos índices de confiabilidade dos pilares CI-D e CI-E para cada modo de falha – pórtico com remoção de coluna externa.

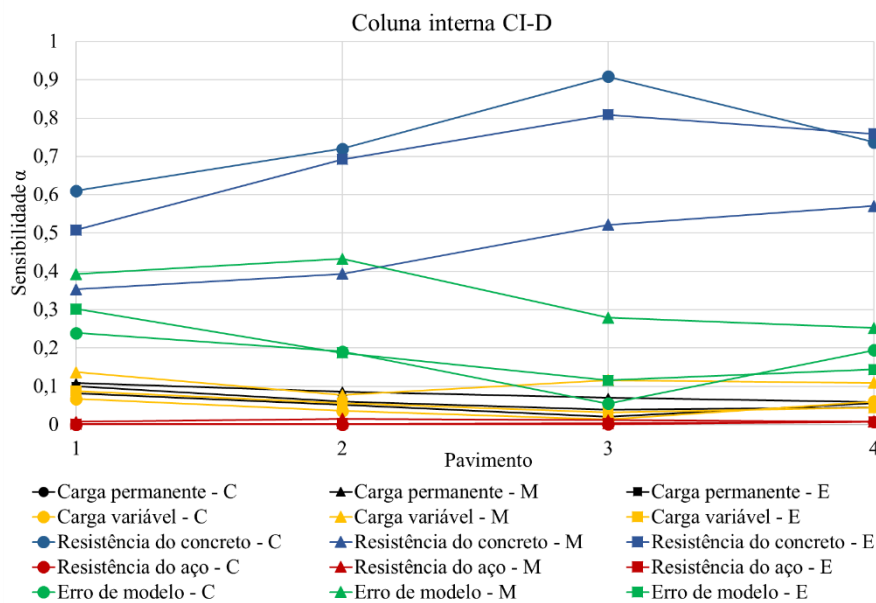


Fonte: O autor.

Por fim, a Figura 5.16 e a Figura 5.17 apresentam a participação das variáveis aleatórias na composição da probabilidade de falha para as colunas CI-D e CI-E, respectivamente. Nota-se que a resistência do concreto é preponderante na maioria dos casos, chegando à mais de 80% na CI-D e de 50% na CI-E, para os modos de falha mais críticos. Apenas perde espaço no último lance do pilar CI-E, para as equações de estado limite por momento e excentricidade.

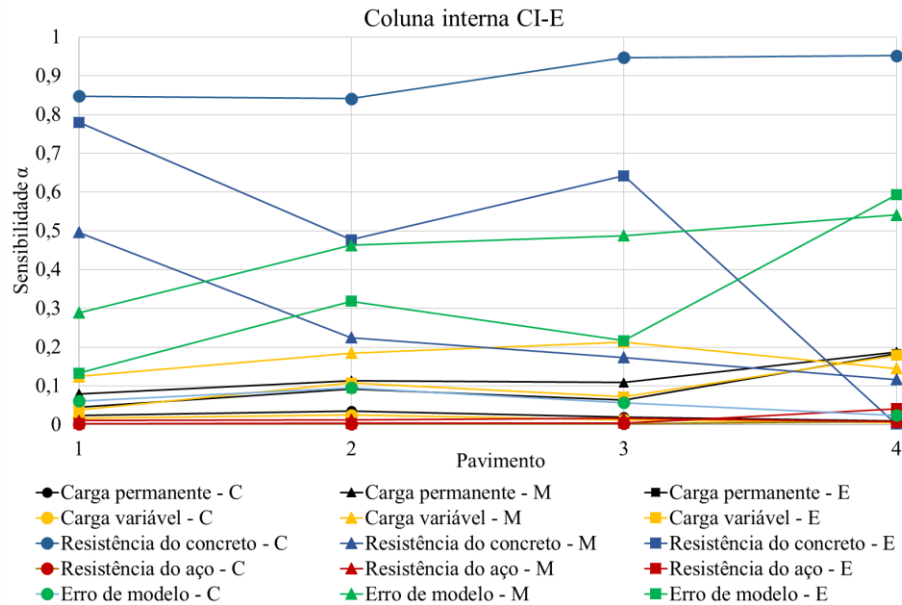
Por fim, a importância na probabilidade de falha da variável de resistência do concreto é seguida pela do erro de modelo e das ações variáveis e permanentes, com as demais VAs apresentando sensibilidades muito pequenas.

Figura 5.16 – Variação da sensibilidade das variáveis aleatórias na probabilidade de falha do pilar interno CI-D, para cada modo de falha – pórtico com remoção de coluna externa.



Fonte: O autor.

Figura 5.17 – Variação da sensibilidade das variáveis aleatórias na probabilidade de falha do pilar interno CI-E, para cada modo de falha – pórtico com remoção de coluna externa.



## 5.5 PROBABILIDADES DE COLAPSO ESTRUTURAL

As probabilidades de colapso estrutural dos pórticos analisados neste trabalho são condicionais à probabilidade de ocorrência do evento de dano local (perda de uma coluna) e da ameaça que ocasiona esse dano local. Conforme discutido na seção 3.1, a equação de Ellingwood et al. (2007) formula a probabilidade de colapso.

A Tabela 5 apresenta as probabilidades de colapso dos elementos mais críticos para cada situação estudada neste trabalho, obtidas através da Equação (3.1). A probabilidade de ocorrência de ameaças foi considerada como  $P[H] = 10^{-5}$ , seguindo Ellingwood (2006) e NIST (2007), e a probabilidade de dano local condicional à ameaça como  $P[LD|H] = 0,1$ , conforme sugerem estudos de Ellingwood (2006).

Para os casos com remoção de elementos, os valores destacados em vermelho representam probabilidades de colapso que excedem  $10^{-7}$ , uma vez que referências como Ellingwood e Dusenberry (2005), Ellingwood (2006) e Ellingwood (2007) mostram que o termo  $P[C|LD, H]$  é considerado aceitável entre 0,01 e 0,1.

*Tabela 5 - Probabilidades de colapso dos elementos mais críticos dos pórticos (PC denota perda de coluna).*

<b>Caso</b>	<b>Viga</b>	<b>Coluna externa</b>	<b>Coluna interna</b>
Intacta	8.89E-03	1.46E-05	3.13E-04
PC interna	<b>1.00E-06</b>	<b>8.93E-07</b>	<b>9.92E-07</b>
PC interna - reforçada	8.93E-12	1.52E-11	4.07E-11
PC externa	<b>1.00E-06</b>	<b>5.40E-07</b>	<b>1.00E-06</b>
PC externa - reforçada	1.59E-10	8.54E-12	3.47E-09

Conforme esperado, os resultados para a probabilidade de colapso estrutural são pequenos para as estruturas reforçadas para resistir à perda de elementos. Isso ocorre devido à baixa probabilidade de ocorrência de ameaças e ao grande nível de segurança ao reforçar as estruturas segundo a metodologia APM, considerando as resistências e análises lineares empregadas neste trabalho. Ademais, a comparação de valores entre as situações danificadas e intacta não deve ser feita de maneira direta, uma vez que as combinações de ação empregadas são diferentes.



## 6 CONCLUSÕES

---

Esta pesquisa analisou a distribuição de esforços solicitantes e índices de confiabilidade de vigas e pilares em pórticos planos regulares e com armações simétricas nos elementos. Mesmo limitando-se a análises lineares com carregamentos somente verticais, o fenômeno do colapso progressivo foi explorado utilizando a metodologia de caminhos de carga alternativos (APM), em que é verificada a capacidade residual de resistência de estruturas que sofreram um dano local, caracterizado pela remoção de uma coluna.

Para realização das análises de confiabilidade, foram definidas equações de estado limite para as vigas baseando-se na resistência ao momento fletor, determinada pela construção de diagramas momento-curvatura. Para os pilares, quatro equações de estado limite foram consideradas de acordo com a movimentação do par normal-momento solicitante na curva de resistência: compressão excessiva, descompressão, variação de momento fletor e excentricidade constante.

Utilizando a combinação de ações da ASCE 7-16 e coeficientes de segurança dos materiais da NBR 6118:2014, a estrutura em situação intacta apresentou índices de confiabilidade ao redor de 2,5 para as vigas e de 3,5 para os pilares críticos.

Para as situações de remoção de colunas, observou-se que a estrutura dimensionada convencionalmente apresenta índices de confiabilidade inaceitáveis. A mudança do comportamento dos esforços nas vigas causada pela perda de um apoio leva à ruptura quase certa das regiões de extremidade desses elementos, apresentando valores negativos de  $\beta$ , que correspondem a probabilidades de falha maior que 0,50. Já as estruturas reforçadas de acordo com a metodologia APM, utilizando combinação de ação para capacidade residual da ASCE 7-16 e valores de resistência dos materiais da ASCE 76, apresentaram índices de confiabilidade aceitáveis, inclusive maiores que a estrutura em situação intacta. Isso pode indicar uma tendência ao superdimensionamento dos elementos ao utilizar modelos planos e lineares para verificação do colapso progressivo.

Na análise dos pilares, observou-se que a equação de estado limite baseada na excentricidade constante foi a que apresentou os menores índices de confiabilidade, salvo algumas ocasiões nos lances do último pavimento. Para pilares submetidos quase que exclusivamente à compressão, como é o caso dos elementos internos, os resultados da EEL

por excentricidade constante apresentaram valores quase idênticos ao da compressão excessiva, que seria o caso crítico mais lógico. O mesmo vale para casos em que o momento fletor é preponderante ao esforço normal, o que indica que a avaliação por excentricidade constante se mostrou adequada para diferentes valores da relação M/N nas estruturas estudadas nesta pesquisa.

Por fim, a análise da sensibilidade das variáveis aleatórias mostrou a preponderância da participação da ação variável, da resistência à compressão do concreto e do erro de modelo na composição da probabilidade de falha dos pilares. Observa-se, ainda, uma grande variação na sensibilidade do erro de modelo tanto para diferentes equações de estado limite em relação ao posicionamento do pilar na estrutura, alterando a relação entre o momento e a normal solicitantes. Isso indica a necessidade de mais estudos com relação ao erro de modelo de pilares para diferentes modos de falha e de variações da relação M/N.

## 6.1 SUGESTÃO PARA TRABALHOS FUTUROS

Como sugestão para trabalhos futuros nesta linha de pesquisa, nota-se que há uma lacuna de estudos sobre modelagem e caracterização da variável aleatória erro de modelo para pilares. Diferentes modos de falha e variações da relação M/N impactam consideravelmente a participação dessa variável na composição da probabilidade de falha do elemento.

Da mesma maneira, um estudo mais completo sobre as equações de estado limite de pilares é necessário, abordando diferentes geometrias, configurações estruturais, tipos de análise, entre outros fatores que podem impactar a segurança e variação dos esforços ao longo das colunas de edifícios. Há um número significativo de pesquisas que abordam os elementos individualmente, mas há poucas que avaliam a segurança dos pilares inseridos em estruturas completas.

Além disso, todos os pontos estudados nesta pesquisa merecem uma avaliação considerando modelos mais complexos, tanto de análise estrutural quanto de resistências dos elementos. O emprego de modelos considerando a não-linearidade geométrica e física da estrutura, utilizando as técnicas citadas ao longo deste estudo como micro e macromodelagem, enriqueceriam ainda mais o acervo técnico disponível sobre colapso progressivo.

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

---

ADAM, J. M.; PARISI, F.; SAGASETA, J.; LU, X. Research and practice on progressive collapse and robustness of building structures in the 21st century. **Engineering Structures**, v. 173, n. June, p. 122–149, 2018.

ALASHKER, Y.; LI, H.; EL-TAWIL, S. Approximations in Progressive Collapse Modeling. **Journal of Structural Engineering**, v. 137, n. 9, p. 914–924, 2011.

ANG, A. H. S.; LEE, J. C. Cost optimal design of R/C buildings. **Reliability Engineering and System Safety**, v. 73, n. 3, p. 233–238, 2001.

BAKER, J. W.; SCHUBERT, M.; FABER, M. H. On the assessment of robustness. **Structural Safety**, v. 30, n. 3, p. 253–267, 2008.

BAO, Y.; KUNNATH, S.; EL-TAWIL, S.; LEW, H. S. Macromodel-Based Simulation of Progressive Collapse: RC Frame Structures. **Journal of Structural Engineering**, v. 134, n. 7, p. 1079–1091, 2008.

BECK, A.; RIBEIRO, L.; VALDEBENITO, M.; JENSEN, H. Optimal Design of Regular Plane Frames Subject to Damage by Abnormal Events : a Conceptual Study. **Journal of Structural Engineering**, 2021.

BECK, A.; GOMES, W. J. S.; LOPEZ, R.; MIGUEL, L.F.F. A comparison between robust and risk-based optimization under uncertainty. **Structural and Multidisciplinary Optimization**, v. 52, n. 3, p. 479–492, 2015.

BECK, A. T. *Confiabilidade e Segurança das Estruturas*. 1. ed. Rio de Janeiro: Elsevier, 2019.

BECK, A. T. Optimal design of redundant structural systems: fundamentals. **Engineering Structures**, v. 219, n. October 2019, p. 110542, 2020a.

BECK, A. T. Optimal design of redundant structural systems: fundamentals. **Engineering Structures**, v. 219, n. June, p. 110542, 2020b.

BECK, A. T.; GOMES, W. J. D. S. **On structural design optimization under uncertainty and risk**. IOP Conference Series: Materials Science and Engineering. **Anais...2010**

BECK, A. T.; GOMES, W. J. D. S. A comparison of deterministic, reliability-based and risk-based structural optimization under uncertainty. **Probabilistic Engineering Mechanics**, v. 28, p. 18–29, 2012.

BECK, A. T.; RIBEIRO, L. DA R.; VALDEBENITO, M. Risk-based cost-benefit analysis of frame structures considering progressive collapse under column removal scenarios. **Engineering Structures**, v. 225, n. May, 2020.

BECK, A. T.; RIBEIRO, L. DA R.; VALDEBENITO, M. Cost-Benefit Analysis of Design for Progressive Collapse under Accidental or Malevolent Extreme Events. In: **Engineering for Extremes**.

BECK, A. T.; TESSARI, R. K.; KROETZ, H. M. System reliability-based design optimization and risk-based optimization: a benchmark example considering progressive collapse. **Engineering Optimization**, v. 51, n. 6, p. 1000–1012, 2019.

BEYER, H. G.; SENDHOFF, B. Robust optimization - A comprehensive survey. **Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering**, v. 196, n. 33–34, p. 3190–3218, 2007.

BRODING, W. C. Structural optimization and design based on a reliability design criterion. **Journal of Spacecraft**, v. 1, p. 56–61, 1964.

BYFIELD, M., MUDALIGE, W., MORISON, C., STODDART, W.; A review of Progressive Collapse research and regulations. **Proceedings of the Institution of Civil Engineers: Structures and Buildings**, v. 167, n. 8, p. 447–456, 2014.

CEN. Eurocode 1: Actions on structures, part 1—7: General actions—accidental actions. **Comité Européen de Normalisation Brussels**, 2006.

CHANG, S. E.; SHINOZUKA, M. Life-Cycle Cost Analysis with Natural Hazard Risk. **Journal of Infrastructure Systems**, v. 2, n. 3, p. 118–126, 1996.

CHEN, X.; HASSELMAN, T. K.; NEILL, D. J. Reliability based structural design optimization for practical applications. **Collection of Technical Papers - AIAA/ASME/ASCE/AHS/ASC Structures, Structural Dynamics and Materials Conference**, v. 4, n. 1, p. 2724–2732, 1997.

CORNELL, C. A. A Probability-based structural code. **Journal of the ACI**, v. 66, n. 12, p. 974–985, 1969.

DAT, P. X.; HAI, T. K.; JUN, Y. A simplified approach to assess progressive collapse resistance of reinforced concrete framed structures. **Engineering Structures**, v. 101, p. 45–57, 2015.

DE MELO, G. F.; TORII, A. J.; DE MEDEIROS, E. M., KZAM, A. K. L. MATLAB computational routines for moment-curvature relation of reinforced concrete cross sections. **Ibracon Structures and Materials Journal**, v. 14, n. 2, 2021.

DE SANTANA GOMES, W. J.; BECK, A. T. Global structural optimization considering expected consequences of failure and using ANN surrogates. **Computers and Structures**, v. 126, n. 1, p. 56–68, 2013.

DING, L., VAN COILE, R., BOTTE, W., CASPEELE, R.; Quantification of model uncertainties of the energy-based method for dynamic column removal scenarios. **Engineering Structures**, v. 237, n. January, p. 112057, 2021.

DROOGNÉ, D.; BOTTE, W.; CASPEELE, R. A multilevel calculation scheme for risk-based robustness quantification of reinforced concrete frames. **Engineering Structures**, v.

160, n. December 2017, p. 56–70, 2018.

DUSENBERRY, D. O. New SEI/ASCE Disproportionate Collapse Mitigation Standard, **J. Struct. Eng.** 148(4): 04022014, 2022.

ELLINGWOOD, B.; LEYENDECKER, E. V. Approaches for Design against Progressive Collapse. **Journal of the Structural Division**, v. 104, n. 3, 1978.

ELLINGWOOD, B. R. Mitigating risk from abnormal loads and progressive collapse. **Journal of Performance of Constructed Facilities**, v. 20, n. 4, p. 315–323, 2006.

ELLINGWOOD, B. R. Strategies for mitigating risk to buildings from abnormal load events. **International Journal of Risk Assessment and Management**, v. 7, n. 6/7, p. 828, 2007.

ENEVOLDSEN, I.; SØRENSEN, J. D. Reliability-Based Optimization of Series Systems of Parallel Systems. **Journal of Structural Engineering**, v. 119, n. 4, p. 1069–1084, 1993.

ENEVOLDSEN, I.; SØRENSEN, J. D. Reliability-based optimization in structural engineering. **Structural Safety**, v. 15, n. 3, p. 169–196, 1994.

FACHOLLI, P. H. P.; BECK, A. T. Distribution of load effects and reliability of reinforced concrete frames: intact and with columns removed. **Ibracon Structures and Materials Journal**, v. 15, n. 2, 2022.

FASCETTI, A.; KUNNATH, S. K.; NISTICÒ, N. Robustness evaluation of RC frame buildings to progressive collapse. **Engineering Structures**, v. 86, p. 242–249, 2015.

FELIPE, T. R. C.; HAACH, V. G.; BECK, A. T. Systematic Reliability-Based Approach to Progressive Collapse. **ASCE-ASME Journal of Risk and Uncertainty in Engineering Systems, Part A: Civil Engineering**, v. 4, n. 4, p. 1–9, 2018.

FORSELL, C. Ekonomioch byggnadsvasen. **Sunt Fornoft**, p. 74–77, 1924.

FRANGOPOL, D. M. Structural Optimization Using Reliability Concepts. **Journal of Structural Engineering**, v. 111, n. 11, p. 2288–2301, 1985a.

FRANGOPOL, D. M. Multicriteria reliability-based structural optimization. **Structural Safety**, v. 3, n. 1, p. 23–28, 1985b.

FRANGOPOL, D. M.; MAUTE, K. Life-cycle reliability-based optimization of civil and aerospace structures. **Computers and Structures**, v. 81, n. 7, p. 397–410, 2003.

FREUDENTHAL, A. M. The safety of structures. **Transactions of ASCE**, v. 112, p. 125–180, 1947.

GSA. Alternate Path Analysis & Design Guidelines for Progressive Collapse Resistance. **General Services Administration**, p. 143, 2013.

HASOFER, A. M.; LIND, N. C. An exact and invariant first-order reliability format. **J. Eng. Mech. ASCE** 100, p. 111–121, 1974.

HEWITT, C. **Understanding Terrorism in America: from the Klan to al Qaeda**. [s.l.] Routledge, 2003.

HILTON, H. H.; FEIGEN, M. Minimum Weight Analysis Based on Structural Reliability. **Journal of the Aerospace Sciences**, v. 27, n. 9, p. 641–652, 1960.

IZZUDDIN, B. A., VLASSIS, A.G., ELGHAZOULI, A. Y., NETHERCOT, D. A.; Progressive collapse of multi-storey buildings due to sudden column loss - Part I: Simplified assessment framework. **Engineering Structures**, v. 30, n. 5, p. 1308–1318, 2008.

KABALA, R. E. Design of minimal-weight structures given reliability and cost. **Aerospace Sciences**, v. 29, p. 355–356, 1962.

KHANDELWAL, K.; EL-TAWIL, S. Assessment of progressive collapse residual capacity using pushdown analysis. **Proceedings of the 2008 Structures Congress - Structures Congress 2008: Crossing the Borders**, v. 314, 2008.

KHANDELWAL, K.; EL-TAWIL, S. Pushdown resistance as a measure of robustness in progressive collapse analysis. **Engineering Structures**, v. 33, n. 9, p. 2653–2661, 2011.

KROETZ, H. M.; TESSARI, R. K.; BECK, A. T. Performance of global metamodeling techniques in solution of structural reliability problems. **Advances in Engineering Software**, v. 114, p. 394–404, 2017.

KUNNATH, S. K.; BAO, Y.; EL-TAWIL, S. Advances in Computational Simulation of Gravity-Induced Disproportionate Collapse of RC Frame Buildings. **Journal of Structural Engineering**, v. 144, n. 2, p. 03117003, 2018.

LIU, Y. W.; MOSES, F. Truss optimization including reserve and residual reliability constraints. **Computers and Structures**, v. 42, n. 3, p. 355–363, 1992.

LUIZ, C. B. Otimização topológica de treliças hiperestáticas considerando incertezas. **Dissertação de Mestrado**, n. Universidade de São Paulo, 2020.

MARELLI, S.; SUDRET, B. UQLab: A Framework for Uncertainty Quantification in MATLAB. **The 2nd International Conference on Vulnerability and Risk Analysis and Management (ICVRAM 2014)**, p. 2554–2563, 2014.

MARTHA, L. F. *Análise de Estruturas - Conceitos e Métodos Básicos*, 2ª. ed. Editora GEN LTC, 600 p., 2017.

MARTHA, L. F. Ftool: a structural analysis educational interactive tool, **Proc. Workshop Multimed. Comput. Tech. Eng. Educ.**, pp. 51–65, 1999.

MASOERO, E.; DARÒ, P.; CHIAIA, B. M. Progressive collapse of 2D framed structures: An analytical model. **Engineering Structures**, v. 54, p. 94–102, 2013.

MAXWELL, J. C. On reciprocal figures, frames and diagrams of forces. **Transactions of The Royal Society of Edinburgh**, v. 7, p. 160–208, 1869.

MAYER, M. **Die Sicherheit der Bauwerke - A segurança das estruturas (em Alemão)**. 82

Berlin: Springer Verlag, 1926.

MCKAY, A.; MARCHAND, K.; DIAZ, M. Alternate Path Method in Progressive Collapse Analysis: Variation of Dynamic and Nonlinear Load Increase Factors. **Practice Periodical on Structural Design and Construction**, v. 17, n. 4, p. 152–160, 2012.

MICHELL, A. G. M. The limits of economy of material in frame structures. **Philosophical Magazine**, v. 81, p. 1087–1092, 1904.

MOUSTAPHA, M.; SUDRET, B. Surrogate-assisted reliability-based design optimization: A survey and a new general framework. **Structural and Multidisciplinary Optimization**, p. 2157–2176, 2019.

NAKIB, R.; FRANGOPOL, D. M. RBSA and RBSA-OPT: Two computer programs for structural system reliability analysis and optimization. **Computers and Structures**, v. 36, n. 1, p. 13–27, 1990.

NIST. Best practices for reducing the potential for progressive collapse in buildings. **U.S. National Institute of Standards and Technology (NIST)**., p. 216, 2007.

PRAXEDES, C. Robustness-based optimal progressive collapse design of RC frame structures. **PhD Dissertation**, n. Ryerson University, 2020.

PRAXEDES, C.; YUAN, X.-X. Development of a design-oriented structural robustness index for progressive collapse. **6th International Symposium on Life-Cycle Civil Engineering, IALCCE**, p. 2215–2222, 2018.

PRAXEDES, C.; YUAN, X.-X.; HE, X.-H.-C. A novel robustness index for progressive collapse analysis of structures considering the full risk spectrum of damage evolution. **Structure and Infrastructure Engineering**, 2020.

RACKWITZ, R.; JOANNI, A. Risk acceptance and maintenance optimization of aging civil engineering infrastructures. **Structural Safety**, v. 31, n. 3, p. 251–259, 2009.

RIBEIRO, L. DA R. Otimização de estruturas reticuladas em concreto armado considerando incertezas e riscos. **Dissertação de Mestrado**, n. Universidade de São Paulo, 2020.

SAGIROGLU, S. Analytical and experimental evaluation of progressive collapse resistance of reinforced concrete structures. **PhD Dissertation**, n. Northeastern University, 2012.

SANTIAGO, W. C. Calibração baseada em confiabilidade dos coeficientes parciais de segurança das principais normas brasileiras de projeto estrutural. **Tese de Doutorado**, n. Universidade de São Paulo, 181 p., 2019.

SANTIAGO, W. C. et al. Reliability-based calibration of main brazilian structural design codes. **Latin American Journal of Solids and Structures**, p. 1-28, 2020.

SANTOS, E. S. Avaliação estatística do erro de modelos de resistência para elementos lineares de concreto armado da ABNT NBR 6118:2007. **Dissertação de Mestrado**.

Universidade de São Paulo, 128 p., 2012.

SASANI, M.; KAZEMI-MOGHADDAM, A. Experimental and analytical evaluation of progressive collapse resistance of a full-scale structure following sever loss of load bearing elements. **Applied Mechanics and Materials**, v. 82, p. 326–331, 2011.

SASANI, M.; SAGIROGLU, S. Progressive Collapse Resistance of Hotel San Diego. **Journal of Structural Engineering**, v. 134, n. 3, p. 478–488, 2008.

SCHMIT, L. A. Structural design by systematic synthesis. **Proc. 2nd Conference on Electronic Computation**, p. 105–122, 1960.

SHAYANFAR, M.; ABBASNIA, R.; KHODAM, A. Development of a GA-based method for reliability-based optimization of structures with discrete and continuous design variables using OpenSees and Tcl. **Finite Elements in Analysis and Design**, v. 90, p. 61–73, 2014.

SMITH, P. P.; BYFIELD, M. P.; GOODE, D. J. Building Robustness Research during World War II. **Journal of Performance of Constructed Facilities**, v. 24, n. 6, p. 529–535, 2010.

SOLTANI, M.; COROTIS, R. B. Failure cost design of structural systems. **Structural Safety**, v. 5, n. 4, p. 239–252, 1988.

SOSSO, B., ANDRADE, S. S., VIEIRA JR., L. C. M., BERKE, P. Z.; Probabilistic modelling of the robustness of reinforced concrete frames accounting for material property variability using a layered beam finite element approach. **Engineering Failure Analysis**, v. 118, n. August, p. 104789, 2020.

STAROSSEK, U. Typology of progressive collapse. **Engineering Structures**, v. 29, n. 9, p. 2302–2307, 2007.

STAROSSEK, U.; HABERLAND, M. Disproportionate Collapse: Terminology and Procedures. **Journal of Performance of Constructed Facilities**, v. 24, n. 6, p. 519–528, 2010.

STRELECKIJ, N. S. To an analysis of general coefficient of safety (in Russian). **Projekt i Standard**, v. 10, 1935.

SWITSKY, H. Minimum weight with structural reliability. **Journal of Aircraft**, v. 2, p. 228–232, 1965.

SWITZKY, H. Minimum weight design with structural reliability. **Proc. 5 Annual Structures and Materials Conference**, 1964.

UFC. Design of Buildings to Resist Progressive Collapse. **Unified Facilities C**, n. November, 2009.

VALDEBENITO, M. A.; SCHUËLLER, G. I. A survey on approaches for reliability-based optimization. **Structural and Multidisciplinary Optimization**, v. 42, n. 5, p. 645–663, 2010.



VANDERPLAATS, G. N. Thirty years of modern structural optimization. **Advances in Engineering Software**, v. 16, n. 2, p. 81–88, 1993.

VENTURINI, W. S.; RODRIGUES, R. O. Dimensionamento de Peças Retangulares de Concreto Armado Solicitadas à Flexão Reta. Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, 1987.

VERZENHASSI, C. C. Otimização de risco estrutural baseada em confiabilidade. **Dissertação de Mestrado**, n. Universidade de São Paulo, p. 154, 2008.

WIERZBICKI, W. Safety of buildings as a probability problem (in Polish). **Przegląd Techniczny**, 1936.

ZHAO, W.; QIU, Z. An efficient response surface method and its application to structural reliability and reliability-based optimization. **Finite Elements in Analysis and Design**, v. 67, p. 34–42, 2013.

