

UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO

Escola de Engenharia de São Carlos

Estudo paramétrico dos efeitos de segunda ordem em pilares de concreto armado de seção transversal retangular

NICOLLE LORRAYNE DOMINGOS GUERRA

Dissertação de Mestrado do Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil (Engenharia de Estruturas) da Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo.

**UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO
ESCOLA DE ENGENHARIA DE SÃO CARLOS
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA DE ESTRUTURAS**

NICOLLE LORRAYNE DOMINGOS GUERRA

**Estudo paramétrico dos efeitos de segunda ordem em pilares de
concreto armado de seção transversal retangular**

SÃO CARLOS

2023

NICOLLE LORRAYNE DOMINGOS GUERRA

**Estudo paramétrico dos efeitos de segunda ordem em pilares de
concreto armado de seção transversal retangular**

VERSÃO CORRIGIDA

(A versão original encontra-se na Escola de Engenharia de São Carlos)

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil (Engenharia de Estruturas) da Escola de Engenharia de São Carlos da Universidade de São Paulo para obtenção do título de Mestre em Ciências.

Área de Concentração: Estruturas

Orientador: Prof. Dr. Ricardo Carrazedo

SÃO CARLOS

2023

AUTORIZO A REPRODUÇÃO TOTAL OU PARCIAL DESTE TRABALHO, POR QUALQUER MEIO CONVENCIONAL OU ELETRÔNICO, PARA FINS DE ESTUDO E PESQUISA, DESDE QUE CITADA A FONTE.

Ficha catalográfica elaborada pela Biblioteca Prof. Dr. Sérgio Rodrigues Fontes da EESC/USP com os dados inseridos pelo(a) autor(a).

G934e Guerra, Nicolle Lorryne Domingos
Estudo paramétrico dos efeitos de segunda ordem em pilares de concreto armado de seção transversal retangular / Nicolle Lorryne Domingos Guerra; orientador Ricardo Carrazedo. São Carlos, 2023.

Dissertação (Mestrado) - Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil (Engenharia de Estruturas) e Área de Concentração em Estruturas -- Escola de Engenharia de São Carlos da Universidade de São Paulo, 2023.

1. efeitos de segunda ordem. 2. estado limite último. 3. instabilidade. 4. concreto de alta resistência. 5. Abaqus. I. Título.

FOLHA DE JULGAMENTO

Candidata: Engenheira **NICOLLE LORRAYNE DOMINGOS GUERRA**.

Título da dissertação: "Estudo paramétrico dos efeitos de segunda ordem em pilares de concreto armado de seção transversal retangular".

Data da defesa: 24/03/2023.

Comissão Julgadora

Resultado

Prof. Associado **Ricardo Carrazedo**

(Orientador)

(Escola de Engenharia de São Carlos – EESC/USP)

APROVADA

Prof. Dr. **Armando Lopes Moreno Junior**

(Universidade Estadual de Campinas/UNICAMP)

APROVADA

Prof. Dr. **Sergio Hampshire de Carvalho Santos**

(Universidade Federal do Rio de Janeiro/UFRJ)

APROVADA

Coordenador do Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil
(Engenharia de Estruturas):

Prof. Associado **Vladimir Guilherme Haach**

Presidente da Comissão de Pós-Graduação:

Prof. Titular **Carlos De Marqui Junior**

AGRADECIMENTOS

Agradeço sobretudo a Deus. Agradeço por ter me permitido durante esses dois anos do mestrado me aprofundar na minha fé, tendo certeza de que eu sempre seria amparada por Ele, independente dos meus medos, anseios ou angústias.

Aos meus pais, pela educação que nunca me faltou. Sei que nem sempre segui o caminho que vocês achavam que eu deveria, mas isso nunca impediu vocês de me apoiarem para onde eu quisesse ir. Papai e mamãe, obrigada por darem tudo por nós.

Também agradeço aos meus avós por sempre me acolherem, à toda minha família e amigos. Em especial à Anna, que viveu tudo comigo à distância.

Ao meu querido noivo, você acompanhou toda a minha jornada até o mestrado. Como foi bom em meio ao desespero da graduação e do mestrado ter o meu maior porto seguro.

Ao professor e orientador Ricardo Carrazedo. Obrigada por ter me atendido sempre que estava perdida, pelas ideias, pelo aprofundamento e pela paciência. Também agradeço a compreensão, foi essencial ser orientada por alguém como o senhor.

Também agradeço a todos os professores do SET. Se todos pudessem ter aula com vocês, teríamos mais engenheiros estruturais, seria impossível não amar a área. Em especial, ao professor Vladimir e à professora Marcela pelas contribuições na qualificação e aos professores Sergio e Armando pelas contribuições na defesa da dissertação. Agradeço a todos os colaboradores do SET, sempre solícitos e acolhedores. A volta ao presencial não seria a mesma sem o cuidado de vocês. Agradeço a Marcela e o Clayton por sempre pensarem em nós, alunos, e nos ajudarem.

Aos meus amigos da turma de 2021. Que grata surpresa foi chegar em São Carlos e conhecer cada um de vocês. Foi muito especial dividir esse momento da minha vida com vocês, Alexandre, André, Chiara, Débora, Deymer, Felipe Macedo, Felipe Sasso, Gabriel, Guilherme, Herbert, Juan, Lucas, Luis, Matheus, Thássia e Wesley. Em especial, eu agradeço à Chiara, quanta delicadeza de Deus colocar você em minha vida para ser minha irmãzinha. E ao Luis, que foi meu professor e irmão.

Por fim, eu gostaria de agradecer aos meus irmãos Arthur, Danilo (*in memoriam*) e Nícolas. Agradeço por manterem a casa silenciosa enquanto eu estava fazendo prova, e peço perdão pelas vezes em que não tive paciência com vocês e que não dei a atenção que mereciam – assistir aos jogos do Palmeiras sem vocês não foi a mesma coisa. Não posso reparar minhas falhas contigo, Danilinho, mas a Tata tem a esperança de passar a eternidade ao seu lado.

Meus sinceros agradecimentos a todos que estiveram comigo nessa jornada.

“Viste como levantaram aquele edifício de grandeza imponente? - Um tijolo, e outro. Milhares. Mas, um a um. - E sacos de cimento, um a um. E blocos de pedra, que são bem pouco ante a mole do conjunto. - E pedaços de ferro. - E operários trabalhando, dia após dia, as mesmas horas...

Viste como levantaram aquele edifício de grandeza imponente?... À força de pequenas coisas!”

São Josemaría Escrivá

RESUMO

GUERRA, N. L. D. **Estudo paramétrico dos efeitos de segunda ordem em pilares de concreto armado de seção transversal retangular**. 2023. 188 p. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil (Estruturas)) – Departamento de Engenharia de Estruturas, Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, 2023.

Para assegurar que não ocorra perda de estabilidade ou esgotamento da capacidade resistente dos pilares, a ABNT NBR 6118:2023 recomenda o cálculo dos efeitos de segunda ordem por métodos simplificados e refinados, utilizando o índice de esbeltez como critério de dispensa dessa análise e para determinar qual procedimento deve ser utilizado. No entanto, pilares com o mesmo índice de esbeltez podem apresentar comportamentos distintos a depender de outros parâmetros, como a excentricidade da força aplicada, a taxa de amadurecimento longitudinal, a geometria do pilar e as propriedades do concreto. A flecha também se torna sensível à variação da força aplicada, principalmente com o pilar próximo ao estado limite último (ELU) de instabilidade, sendo este efeito mais significativo em pilares com concreto de alta resistência que, em geral, são mais esbeltos e recebem maior força axial. Assim, o objetivo deste trabalho é desenvolver o estudo paramétrico dos efeitos de segunda ordem dos pilares para avaliar a contribuição de diferentes parâmetros para a instabilidade, permitindo analisar as recomendações da ABNT NBR 6118:2023. Os parâmetros utilizados para o pilar de seção 200 mm x 200 mm, biapoiado e de momento de primeira ordem constante ao longo do comprimento, foram a resistência do concreto (C40 e C80), o índice de esbeltez ($\lambda = 35, 60, 90, 115, 140$ e 200), a excentricidade relativa ao comprimento efetivo do pilar ($e_1/\ell_e = 0,001, 0,004, 0,016$ e $0,048$), a armadura longitudinal ($\rho = 0,4\%, 1,0\%, 2,0\%$ e $4,0\%$) e o efeito da fluência ($\varphi = 0$ e 2), além do uso do diagrama tensão-deformação do concreto disponível na ABNT NBR 6118:2014, no EUROCODE 2 (2004), na ABNT NBR 6118:2023 e em MOCCIA *et al.* (2020). O estado limite último dos pilares foi determinado como de esgotamento do material ou de instabilidade por meio do método da envoltória resistente, o qual utiliza o diagrama M-N resistente e o diagrama M-N solicitante (não linearidade por meio do programa de elementos finitos Abaqus®) dos pilares. A força última e o momento último permitiram avaliar a influência dos parâmetros para a relevância dos efeitos de segunda ordem (e_2/e_1), além de serem referência para verificar a precisão dos métodos simplificados presentes na ABNT NBR 6118:2023 para o cálculo da flecha. Os resultados indicam que pilares com maiores índices de esbeltez e com força aplicada em menores excentricidades apresentaram maior suscetibilidade ao ELU de instabilidade e aos efeitos de segunda ordem, sobretudo em pilares com concreto de alta resistência e com a consideração da fluência. Com base nisso, o parâmetro N/N_{cr} , razão entre a força axial e a força crítica, se mostrou mais representativo que o índice de esbeltez para a avaliação da relevância dos efeitos de segunda ordem. Dentre os métodos aproximados, o pilar padrão com rigidez aproximada representou melhor as tendências de deflexão dos pilares.

Palavras-Chave: efeitos de segunda ordem; estado limite último; instabilidade; concreto de alta resistência; Abaqus.

ABSTRACT

GUERRA, N. L. D. **Parametric study of the second order effects in reinforced concrete columns of rectangular section.** 2023. 188 p. Dissertation (M. Sc. in Civil Engineering (Structural Engineering)) – School of Engineering of São Carlos, University of São Paulo, São Carlos, 2023.

To ensure that stability failure or material failure is not reached on columns, ABNT NBR 6118:2014 recommends the calculation of the second order effects by simplified and refined methods and uses slenderness as a criterion to dispense this analysis and to determine which procedure should be used. However, columns with the same slenderness ratio may exhibit different behaviors depending on other parameters, such as the eccentricity of the applied force, the longitudinal reinforcement rate, the column geometry, and the concrete properties. Deflection also becomes sensitive to the variation of the applied force, especially with the column close to the ultimate limit state (ULS) of instability, with this effect being more significant in columns with high-strength concrete, which are generally more slender and receive higher axial force. Thus, the aim of this study is to develop a parametric study of the second order effects of the column to evaluate the contribution of different parameters to the instability, allowing the analysis of the ABNT NBR 6118:2014 recommendations. The parameters used for the 200 mm x 200 mm pinned ends reinforced concrete columns were the strength (C40 e C80), the slenderness index ($\lambda = 35, 60, 90, 115, 140$ e 200), the eccentricity relative to the effective length of the column ($e_1/\ell_e = 0,001, 0,004, 0,016$ e $0,048$), the longitudinal reinforcement ($\rho = 0,4\%, 1,0\%, 2,0\%$ e $4,0\%$) and the creep ($\varphi = 0$ e 2). The stress-strain diagram available in ABNT NBR 6118:2014, EUROCODE 2 (2004), ABNT NBR 6118:2023, and MOCCIA *et al.* (2020) were employed. The ultimate limit state of the columns was determined as material failure or instability using the method of the interaction diagrams, which uses the resistant M-N diagram and the applied M-N diagram (non-linearity by using Abaqus® software) of the columns. The ultimate force and moment allowed evaluating the influence of the parameters on the relevance of the second-order effects (e_2/e_1), in addition to serving as a reference to verify the accuracy of the simplified methods present in ABNT NBR 6118:2023 for calculating deflection. The results indicate that columns with higher slenderness ratios and with force applied at lower eccentricities showed greater susceptibility to the ULU of instability and second-order effects, especially in columns with high-strength concrete and with the consideration of creep. Based on this, the N/N_{cr} parameter, ratio of axial force to critical force, proved to be more representative than the slenderness index to evaluate the relevance of second-order effects. Among the approximate methods, the one with approximate stiffness best represented the deflection tendency of the columns.

Keywords: second order effects; ultimate limit state; instability; high-strength concrete; Abaqus.

LISTA DE SÍMBOLOS

λ	Índice de esbeltez
e_1	Excentricidade de primeira ordem (inicial)
ℓ	Comprimento do pilar
ℓ_e	Comprimento efetivo do pilar
ρ	Taxa de armadura na seção
φ	Coefficiente de fluência
e_2	Excentricidade de segunda ordem (corresponde à flecha na seção mais crítica)
N_u	Força normal última
M_u	Momento normal último
N	Força normal
M	Momento
$1/r$	Curvatura
r	Raio de curvatura
f_{ck}	Resistência característica à compressão
f_{cd}	Resistência de cálculo à compressão
γ_c	Coefficiente de segurança do concreto
$f_{ct,m}$	Resistência à tração média
f_{ctk}	Resistência à tração característica
E_{ci}	Módulo de elasticidade inicial do concreto
E_{cs}	Módulo de elasticidade secante do concreto
α_E	Coefficiente do agregado
ε_c	Deformação específica de encurtamento do concreto
ε_{c2}	Deformação específica de encurtamento do concreto no início do patamar
ε_{cu}	Deformação específica de encurtamento do concreto na ruptura
σ_c	Tensão do concreto
α_c	Porcentagem da tensão de pico do concreto
n	Coefficiente do diagrama tensão-deformação do concreto
E_{cm}	Módulo de elasticidade média do concreto
ε_{c1}	Deformação específica de encurtamento do concreto no início do patamar
ε_{cu1}	Deformação específica de encurtamento do concreto na ruptura
η_c	Parâmetro de redução da tensão de pico do concreto

E_s	Módulo de elasticidade do aço
f_{yk}	Tensão de escoamento característica do aço
f_{yd}	Tensão de escoamento de cálculo do aço
γ_s	Coefficiente de segurança do aço
ε_{yd}	Deformação de escoamento do aço
ε_{yd}	Deformação última do aço
x	Profundidade da linha neutra
ε_{cc}	Deformação do concreto na fibra mais comprimida
ε_{ct}	Deformação do concreto na fibra menos comprimida
ε_s	Deformação específica do aço
ε_{sc}	Deformação do aço na fibra menos tracionada
ε_{st}	Deformação do aço na fibra mais tracionada
d	Distância da fibra mais comprimida até o centro de gravidade das armaduras mais tracionadas
d'	Distância da fibra mais comprimida até o centro de gravidade das armaduras mais comprimidas
h	Comprimento da seção perpendicular à linha neutra
bw	Comprimento da seção paralelo à linha neutra
λ	Parâmetro para transformar a distribuição de tensões no concreto comprimido em distribuição retângulo
σ_{si}	Tensão do aço de cada armadura
M_{Rd}	Momento resistente de cálculo da seção
A	Área da seção
A_{si}	Área de aço de cada armadura
y	Distância da linha neutra até o centro de gravidade
N_{Rd}	Força normal resistente de cálculo da seção
EI	Rigidez
EI_{sec}	Rigidez secante
γ_f	Coefficiente ponderador das ações
M_{int}	Momento interno
M_{ext}	Momento externo
y	Deslocamento (linha elástica)
N_{cr}	Força crítica (força de Euler)

$N_{m\acute{a}x}$	Força máxima do diagrama força-momento
$M_{m\acute{a}x}$	Momento máximo correspondente  força máxima
γ_{n1}	Coefficiente adicional
N_{lim}	Força limite para pilares com ndice de esbeltez maior que 200
$M_{1d,m\acute{i}n}$	Momento mínimo de primeira ordem
N_d	Força normal de cáculo
A_c	área bruta da seção
λ_1	Limite do ndice de esbeltez
i	Raio de giração
α_b	Coefficiente dependente da forma do diagrama de momentos de primeira ordem
M_A	Maior momento de primeira ordem na extremidade do pilar
M_B	Menor momento de primeira ordem na extremidade do pilar
ν	Força normal adimensional
M_{2d}	Momento de segunda ordem de cáculo
M_{1d}	Momento de primeira ordem de cáculo
κ_{aprox}	Rigidez adimensional aproximada
κ_{sec}	Rigidez adimensional secante
e_{cc}	Excentricidade adicional de fluência
N_{sg}	Força normal solicitante devido à combinação quase permanente
M_{sg}	Momento solicitante devido à combinação quase permanente
e_a	Excentricidade devido às imperfeições locais
x_1	Coordenada da armadura esquerda
x_2	Coordenada da armadura direita

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	21
1.1	CONSIDERAÇÕES INICIAIS	21
1.2	JUSTIFICATIVA	22
1.3	OBJETIVOS	23
1.4	METODOLOGIA	24
1.5	ESTRUTURA DA DISSERTAÇÃO	26
2	PROPRIEDADES DOS MATERIAIS	29
2.1	CONCRETO	29
2.1.1	Resistência à compressão	29
2.1.2	Resistência à tração	30
2.1.3	Módulo de elasticidade	31
2.1.4	Diagrama tensão-deformação	31
2.2	AÇO	37
3	CAPACIDADE RESISTENTE DO PILAR DE CONCRETO ARMADO	39
3.1	ESTADO LIMITE ÚLTIMO DE ESGOTAMENTO DO MATERIAL	39
3.2	ESTADO LIMITE ÚLTIMO DE INSTABILIDADE	46
3.2.1	Não linearidade	46
3.2.2	Relações momento-curvatura	48
3.2.3	Estabilidade e instabilidade	50
3.3	CAPACIDADE RESISTENTE DOS PILARES DE CONCRETO ARMADO	54
4	EFEITOS DE SEGUNDA ORDEM NA ABNT NBR 6118:2023	57
4.1	EVOLUÇÃO DA NORMA BRASILEIRA	57
4.2	ANÁLISE DOS ELEMENTOS ISOLADOS	58
4.2.1	Momento mínimo	59
4.2.2	Limite de esbeltez	59
4.2.3	Métodos aproximados	60
4.2.4	Método geral	65
4.2.5	Resumo dos métodos apresentados na ABNT NBR 6118:2023	66
4.3	EFEITO DA FLUÊNCIA	67
5	ESTUDO DO COMPORTAMENTO DO PILAR NA LITERATURA	69

5.1	ESTUDOS DISPONÍVEIS NA LITERATURA.....	69
5.2	PARÂMETROS QUE INFLUENCIAM O COMPORTAMENTO DO PILAR.....	72
6	METODOLOGIA DA PESQUISA	75
6.1	DEFINIÇÃO DO CONJUNTO DE PARÂMETROS	75
6.1.1	Parâmetros de interesse para o comportamento do pilar.....	76
6.1.2	Definição do conjunto de parâmetros.....	78
6.2	DIAGRAMA M-N SOLICITANTE: ABAQUS	80
6.2.1	Modelo de referência.....	80
6.2.2	Determinação do arquivo INP padrão – Abaqus/CAE para arquivo INP	82
6.2.3	Determinação do diagrama M-N solicitante	85
6.3	DIAGRAMA M-N RESISTENTE: PYTHON.....	87
6.4	ESTADO LIMITE ÚLTIMO DO PILAR	90
6.5	EFEITOS DE SEGUNDA ORDEM DE ACORDO COM A ABNT NBR 6118:2023.	91
6.5.1	Método do pilar padrão com curvatura aproximada	91
6.5.2	Método do pilar padrão com rigidez aproximada	91
6.5.3	Método do pilar padrão com diagrama M-N-1/r acoplado	92
6.5.4	Método geral	92
6.5.5	Método geral com rigidez secante.....	93
6.5.6	Consideração da fluência	93
7	RESULTADOS E DISCUSSÕES	95
7.1	ESTADO LIMITE ÚLTIMO DOS PILARES.....	95
7.1.1	Etapa 1.....	95
7.1.2	Etapa 2.....	102
7.1.3	Etapa 3.....	105
7.1.4	Comparação da força última entre as etapas	107
7.2	ANÁLISE DOS EFEITOS DE SEGUNDA ORDEM.....	113
7.3	EFEITO DE SEGUNDA ORDEM PELA ABNT NBR 6118:2023	124
7.3.1	Concretos convencionais.....	124
7.3.2	Concretos de alta resistência	129
8	CONSIDERAÇÕES FINAIS	135
8.1	CONCLUSÕES.....	135
8.2	TRABALHOS FUTUROS	139

REFERÊNCIAS	141
APÊNDICE A	147
APÊNDICE B.....	153
APÊNDICE C	171
APÊNDICE D	183

1 INTRODUÇÃO

São apresentadas as considerações iniciais, justificativa, objetivos gerais e específicos da pesquisa, metodologia e estruturação da dissertação.

1.1 CONSIDERAÇÕES INICIAIS

Os pilares são elementos estruturais dispostos verticalmente para sustentar e conduzir as ações da estrutura para a fundação. Quando submetidos apenas a forças axiais, os pilares estão sujeitos à compressão axial. No entanto, como momentos fletores atuam no pilar, mesmo que causados por imperfeições geométricas, os pilares estão usualmente sujeitos à flexão composta normal ou oblíqua.

Para a determinação dos esforços solicitantes em elementos sob compressão, todavia, não é recomendado supor a estrutura como indeformada – teoria de primeira ordem. É relevante considerar a não linearidade geométrica para calcular os esforços solicitantes do pilar, isto é, avaliar a estrutura na sua posição deformada – teoria de segunda ordem. Os pilares também contam com a influência da não linearidade física, de modo que deve ser considerado em seu dimensionamento essa variação de comportamento à medida que o carregamento é aplicado.

Com isso, para facilitar a incorporação dos efeitos da não linearidade geométrica e física, foram desenvolvidos diferentes métodos. De acordo com ABNT NBR 6118:2023, ao se analisar um elemento isolado, os efeitos locais de segunda ordem podem ser desprezados ou determinados por meio do método geral ou de métodos aproximados, a depender da esbeltez do pilar, resultando em acréscimos de momento.

A análise estrutural com efeitos de segunda ordem deve assegurar que, para as combinações mais desfavoráveis das ações de cálculo, não ocorra o estado limite último (ELU) de esgotamento do material e nem de instabilidade.

Assim, a ABNT NBR 6118:2023 dispõe que o parâmetro de decisão sobre a consideração dos efeitos locais de segunda ordem, ou mesmo para a escolha do método a ser utilizado no cálculo, é o índice de esbeltez. Da mesma forma, baseando-se no índice de esbeltez é tomada a decisão sobre a necessidade de consideração da fluência. No entanto, apesar de ser um fator importante, a esbeltez pode não incorporar a influência de todos os parâmetros de interesse no comportamento do pilar.

Destaca-se a influência do aumento da resistência do concreto para a mudança do seu comportamento não linear físico, com a melhora da matriz cimentícia e da zona de transição,

resultado do refinamento dos poros. Ao utilizar um concreto de alta resistência, mantendo-se a seção transversal, ocorre um aumento da resistência à compressão. No entanto, o acréscimo do módulo de elasticidade do concreto não ocorre na mesma proporção. Assim, ao aumentar a força axial do pilar, considerando o acréscimo de resistência do concreto, aumenta a possibilidade da instabilidade, uma vez que a rigidez não cresce na mesma proporção.

Sendo assim, como o índice de esbeltez pode não representar adequadamente a instabilidade do pilar, o presente trabalho realizou um estudo paramétrico dos efeitos de segunda ordem em pilares biapoiados retangulares, de momento constante ao longo do comprimento e armadura simétrica ao longo do eixo do pilar. O diagrama momento-normal solicitante de pilares com diferentes características possibilitou a determinação do estado limite último como de esgotamento do material ou de instabilidade ao comparar com a envoltória resistente da seção crítica, além de fornecer as forças últimas atuantes no pilar. Isso possibilitou avaliar o uso do índice de esbeltez, a relevância dos efeitos de segunda ordem para diferentes parâmetros e os métodos de cálculo da ABNT NBR 6118:2023.

Para este trabalho, a consulta à norma brasileira foi iniciada com base na ABNT NBR 6118:2014. Durante este processo, houve a revisão da norma, o que resultou na publicação da ABNT NBR 6118:2023. Destaca-se, no entanto, que as diferenças entre as normas no aspecto desta pesquisa foram evidenciadas, fazendo-se o uso da norma mais atualizada, a ABNT NBR 6118:2023.

1.2 JUSTIFICATIVA

A análise de equilíbrio realizada na configuração deformada dos pilares gera acréscimos de esforços que são representados pela ABNT NBR 6118:2023 por meio dos efeitos de segunda ordem – englobando a não linearidade física. O índice de esbeltez é o parâmetro utilizado para avaliar a possibilidade de se desprezar os efeitos de segunda ordem, para a determinação de qual método de cálculo deve ser utilizado, para indicar as limitações da força atuante ou da capacidade resistente, e até mesmo para exigir a consideração da fluência.

Apesar de ser relevante para o comportamento do pilar, o índice de esbeltez, por si só, pode não representar todos os parâmetros necessários para permitir essa avaliação. Outros parâmetros contribuem para a relevância dos efeitos de segunda ordem do pilar, podendo, inclusive, indicar suscetibilidade ao ELU de instabilidade. Além do índice de esbeltez, o comportamento do pilar depende da excentricidade inicial de carregamento, da taxa de armadura longitudinal, da geometria do pilar e das propriedades do concreto.

Ademais, um pilar solicitado pela sua força última em comparação ao mesmo pilar solicitado por uma pequena porcentagem da sua força última, gera diferentes deflexões. O pilar esbelto, para o qual a ABNT NBR 6118:2023 exige a consideração dos efeitos de segunda ordem, pode apresentar flechas irrelevantes caso for pouco solicitado, resultando no seu superdimensionamento. Da mesma forma, um pilar medianamente esbelto e altamente solicitado pode apresentar efeitos de segunda ordem expressivos. Isso torna-se ainda mais relevante com a aproximação da força crítica, a qual representa a mudança do equilíbrio de estável para instável quando a força é centrada.

Como pilares altamente solicitados são aqueles nos quais geralmente é recomendado o uso de concreto de alta resistência, pode-se reduzir a seção transversal para obter a mesma capacidade de carga de um pilar com concreto convencional. Com isso, os pilares com concreto de alta resistência possuem tendência a serem mais esbeltos e com elevada força aplicada. Como o aumento da resistência à compressão é maior do que o aumento da rigidez do pilar, a elevada solicitação e a elevada esbelteza podem resultar em pilares com efeitos de segunda ordem significativos e com tendência ao ELU de instabilidade.

Com isso, justifica-se avaliar diversos parâmetros do pilar para compreender a influência nos efeitos de segunda ordem e a tendência que o pilar possui ao estado limite último de instabilidade. Essa avaliação depende de fatores que são investigados neste trabalho, com destaque para a influência da resistência do concreto e a importância que a força normal do pilar possui em gerar os efeitos de segunda ordem. Ademais, torna-se importante avaliar e comparar os diferentes métodos de cálculo presentes na ABNT NBR 6118:2023 nos cenários viabilizados por diferentes parâmetros, podendo ser examinada a representatividade do índice de esbelteza como parâmetro de instabilidade.

1.3 OBJETIVOS

O objetivo geral deste trabalho é desenvolver um estudo paramétrico dos efeitos locais de segunda ordem do pilar a fim de interpretar a contribuição desses parâmetros para a instabilidade e de avaliar as recomendações da ABNT NBR 6118:2023 que tratam da instabilidade e dos efeitos de segunda ordem de elementos isolados.

A partir dos objetivos gerais, podem ser citados os objetivos específicos:

- Avaliar parâmetros do pilar de concreto armado que influenciam no seu comportamento;

- Desenvolver um modelo simplificado de simulação numérica no programa de elementos finitos Abaqus® que apresente o diagrama momento-normal solicitante do pilar incorporando a não linearidade física e geométrica;
- Utilizar o método da envoltória resistente versus o diagrama momento-normal solicitante para definir o estado limite último do pilar como de esgotamento do material ou de instabilidade;
- Indicar qual diagrama tensão-deformação pode ser utilizado para a análise dos efeitos de segunda ordem;
- Compreender quais parâmetros do pilar o levam a possuir maior suscetibilidade ao estado limite último de instabilidade;
- Constatar a tendência de pilares com maior resistência à compressão do concreto ao estado limite último de instabilidade;
- Investigar a adequação do índice de esbeltez como único parâmetro de instabilidade utilizado pela ABNT NBR 6118:2023.
- Discutir sobre os métodos aproximados utilizados pela ABNT NBR 6118:2023 (ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS, 2023) para determinar os efeitos de segunda ordem.

1.4 METODOLOGIA

A metodologia adotada no trabalho envolveu sete etapas principais: (i) levantamento bibliográfico; (ii) definição dos parâmetros relevantes para a análise do comportamento dos pilares de concreto armado; (iii) determinação do diagrama momento-normal solicitante; (iv) determinação do diagrama momento-normal resistente; (v) Identificação do estado limite último dos pilares; (vi) avaliação da relevância dos efeitos de segunda ordem; (vii) avaliação da precisão dos métodos simplificados para a determinação dos efeitos de segunda ordem.

- i. **Levantamento bibliográfico:** Esta etapa ocorreu durante todo o desenvolvimento da pesquisa, permitindo aprofundar no estudo de pilares de concreto armado;
- ii. **Definição dos parâmetros relevantes para a análise do comportamento dos pilares de concreto armado:** A partir do levantamento bibliográfico, foram relatados ensaios experimentais em pilares de concreto armado sujeitos à flexão composta normal que contribuíram para a definição dos parâmetros relevantes para o estudo do

comportamento do pilar. Com isso, o estudo paramétrico foi dividido em 3 etapas: concretos convencionais, concretos de alta resistência e concretos com a consideração da fluência. As duas primeiras foram divididas em subetapas com diferentes diagramas tensão-deformação e a última foi dividida em subetapas com concretos de diferentes resistências;

- iii. **Determinação do diagrama momento-normal solicitante:** Esta etapa envolveu a criação de um modelo numérico desenvolvido no programa de elementos finitos Abaqus® para obter o diagrama momento-normal solicitante dos pilares. A simulação utilizou elementos de viga, o que exigiu o uso do Abaqus/STANDARD para embutir as armaduras (material elasto-plástico) no pilar de concreto (material *Cast Iron Plasticity*). Foram utilizados diferentes diagramas tensão-deformação de acordo com cada subetapa, totalizando 864 pilares simulados, ou seja, 864 diagramas M-N solicitante;
- iv. **Determinação do diagrama momento-normal resistente:** Utilizando a linguagem Python, foi implementada uma rotina com o objetivo de determinar o diagrama momento-normal resistente (envoltória resistente) do pilar de concreto armado considerando a sua seção transversal com arranjos e taxas de armaduras pré-definidos e diferentes classes de resistência do concreto. Foram determinados diagramas M-N resistente utilizando diagrama parábola-retângulo da ABNT NBR 6118:2014 considerando os concretos convencionais e de alta resistência, o diagrama tensão-deformação da ABNT NBR 6118:2023, e o diagrama apresentado por MOCCIA *et al.* (2020).
- v. **Identificação do estado limite último dos pilares:** Ao comparar a envoltória resistente e o diagrama momento-normal solicitante, pôde-se identificar situações na qual o diagrama solicitante cruza a envoltória resistente (esgotamento do material) ou situações nas quais a força solicitante reduz-se mesmo antes da envoltória resistente ser atingida (estado limite último de instabilidade). Isso possibilitou a determinação da força última (N_u) e do momento último (M_u);
- vi. **Avaliação da relevância dos efeitos de segunda ordem:** Para a realização desta etapa, foram utilizados os valores últimos da etapa anterior para determinar a flecha dos pilares e avaliar os parâmetros que contribuem para a sua relevância;

- vii. **Avaliação da precisão dos métodos simplificados para a determinação dos efeitos de segunda ordem em pilares:** Nesta etapa foram determinados os efeitos de segunda ordem pelos métodos simplificados da ABNT NBR 6118:2023: método do pilar padrão com curvatura aproximada, método do pilar padrão com a rigidez aproximada, método do pilar padrão acoplado ao diagrama normal-momento-curvatura, método geral com a rigidez secante, além da flecha com a consideração da fluência pelo método geral. Os resultados foram comparados com os obtidos pelo Abaqus® (método geral), sendo avaliada a precisão dos métodos simplificados.

1.5 ESTRUTURA DA DISSERTAÇÃO

A dissertação foi organizada em 8 capítulos. No capítulo 1 é disposta a introdução do trabalho, com as considerações iniciais para apresentar a pesquisa, mostrando as justificativas, objetivo geral e objetivos específicos, além da metodologia de pesquisa e a estrutura da dissertação.

O capítulo 2 descreve o comportamento dos materiais referentes ao pilar de concreto armado, sendo dispostos conceitos normativos. Dessa forma, foram apresentadas as propriedades do concreto, com destaque para o diagrama tensão-deformação e como este é influenciado pelo aumento da resistência do concreto, e as propriedades do aço.

O capítulo 3 apresenta as definições que contribuem para a compreensão sobre a capacidade resistente do pilar de concreto armado. Para isso, foi apresentado o conceito de estado limite último de esgotamento do material e de estado limite último de instabilidade utilizando o método da envoltória resistente, abordando a não linearidade geométrica e física, a relação momento-curvatura, além do equilíbrio estável e instável.

O capítulo 4 aborda os efeitos de segunda ordem de acordo com a ABNT NBR 6118:2023. Assim, são apresentados o momento mínimo, o limite de esbeltez, os métodos aproximados de cálculo (método do pilar padrão com curvatura aproximada, método do pilar padrão com rigidez aproximada, método do pilar padrão acoplado ao diagrama M-N-1/r) e o método geral, além da consideração da fluência do concreto.

O capítulo 5 apresenta o estudo do comportamento do pilar de acordo com a literatura, com destaque para os ensaios experimentais realizados. Sendo assim, o capítulo fornece ao leitor uma revisão da bibliografia do estudo do pilar e dos parâmetros que são relevantes e que afetam o seu comportamento, principalmente quanto aos efeitos de segunda ordem.

O capítulo 6 discorre sobre a metodologia da pesquisa, apresentando primeiramente os parâmetros definidos e etapas a serem seguidas. Em sequência, mostrou-se o método para a obtenção do diagrama M-N solicitante e do diagrama M-N resistente, para que assim fosse definido o estado limite último do pilar como de esgotamento do material ou de instabilidade. Por fim, o capítulo abordou os procedimentos que permitiram as análises dos efeitos de segunda ordem pela ABNT NBR 6118:2023.

O capítulo 7 dispõe os resultados e discussões da pesquisa, definindo o estado limite último do pilar como de esgotamento do material ou de instabilidade, as análises relacionadas à relevância dos efeitos de segunda ordem, além dos resultados dos valores de flecha por meio dos métodos aproximados da ABNT NBR 6118:2023 em comparação com o método geral.

O capítulo 8, por fim, expõe as conclusões obtidas ao longo do trabalho a partir das análises e discussões realizadas nos resultados. Além disso, são apresentadas sugestões para trabalhos futuros.

2 PROPRIEDADES DOS MATERIAIS

O estudo das propriedades do concreto em diferentes níveis de resistência contribui para a análise do comportamento de pilares de concreto armado. Dentre as propriedades de interesse, podem ser citadas a resistência à compressão, resistência à tração e o módulo de elasticidade.

2.1 CONCRETO

O concreto é resultado da composição de diferentes materiais, dentre os quais se destacam o cimento, a água e os agregados. Ao adicionar água ao cimento é obtida a pasta cimentícia, e a incorporação do agregado miúdo gera a argamassa. O concreto simples é o acréscimo do agregado graúdo à argamassa, de modo que a adição de sílica ativa e superplastificantes – havendo outros aditivos minerais que contribuem para a tecnologia do concreto – permite a produção de concretos com resistências mais elevadas.

2.1.1 Resistência à compressão

A resistência à compressão é uma das principais propriedades do concreto, sendo utilizada como referência para outras propriedades mecânicas. No Brasil, esta resistência é determinada pelo ensaio de compressão em corpos de prova cilíndricos (padronizados em 30 cm de altura e 15 cm de diâmetro) conforme prescrições da ABNT NBR 5738:2015 e da ABNT NBR 5739:2018, com a resistência característica à compressão (f_{ck}) determinada pela ABNT NBR 12655:2022.

A resistência das fases componentes (matriz cimentícia, agregado e zona de transição) influencia na resistência do concreto, uma vez que o aumento da porosidade resulta em menor resistência. Os concretos convencionais apresentam a ruptura por compressão longitudinal principalmente na zona de transição entre o agregado graúdo e a pasta de cimento, pois os grãos são mais rígidos que a matriz, o que faz surgir fissuras generalizadas. Quando os concretos apresentam maiores resistências – melhora da zona de transição e matriz cimentícia mais resistente que o agregado graúdo –, a ruptura ocorre por meio do fraturamento dos grãos, o que caracteriza um material frágil.

A resposta desse comportamento é claramente descrita pelo diagrama tensão-deformação, o qual será abordado posteriormente. Destaca-se que, por meio da resistência à característica à compressão (f_{ck}), é possível obter a resistência de cálculo à compressão (f_{cd})

utilizando o coeficiente de segurança (γ_c) igual a 1,4, em geral, no caso de controle aos 28 dias, como apresentado na Equação (2.1).

$$f_{cd} = \frac{f_{ck}}{\gamma_c} \quad (2.1)$$

São definidos como concretos do grupo I os que apresentam f_{ck} entre 20 MPa e 50 MPa (C20 e C50), determinados como concretos convencionais. São definidos como concretos do grupo II os que apresentam f_{ck} entre 55 MPa e 90 MPa (C55 e C90), determinados como concretos de alta resistência.

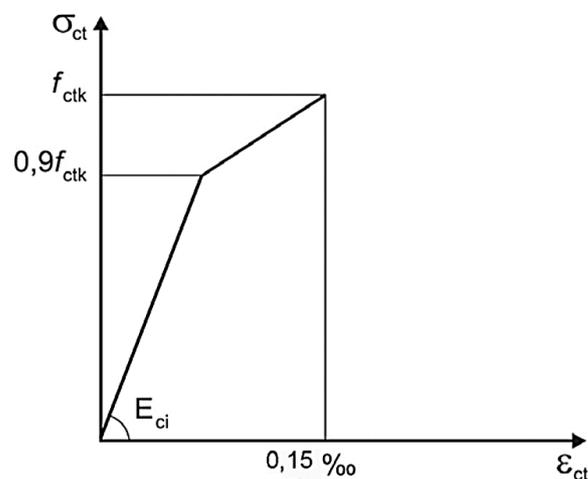
2.1.2 Resistência à tração

A resistência à tração do concreto é consideravelmente menor que à compressão. Na falta de ensaios, pode-se determinar a resistência à tração média ($f_{ct,m}$) – ou característica (f_{ctk}) – do concreto convencional por meio da Equação (2.2) e do concreto de alta resistência pela Equação (2.3), com a resistência em MPa. Assim, o diagrama tensão-deformação à tração do concreto é descrito pela Figura 2.1. Por simplificação, e como sugere a ABNT NBR 6118:2023, é desprezada a resistência à tração do concreto nesta pesquisa.

$$f_{ctk} = f_{ct,m} = 0,3 f_{ck}^{2/3} \quad (2.2)$$

$$f_{ctk} = f_{ct,m} = 2.12 \ln(1 + 0,11 f_{ck}) \quad (2.3)$$

Figura 2.1 – Diagrama tensão-deformação do concreto à tração



Fonte: ABNT NBR 6118:2023.

2.1.3 Módulo de elasticidade

O módulo de elasticidade é a relação entre a tensão aplicada e a deformação instantânea dentro de um limite proporcional assumido (MEHTA; MONTEIRO, 2008). Como o concreto é um material não linear e inelástico, a deformação instantânea não é diretamente proporcional à tensão aplicada e não é totalmente recuperada no descarregamento. Dessa forma, podem ser citados dois principais módulos de elasticidade: módulo tangente e módulo secante.

O módulo tangente pode ser obtido por meio de ensaios pela ABNT NBR 8522:2017 ou por meio das Equações (2.4) e (2.5) para concretos dos grupos I e II, respectivamente. Estas equações fornecem o módulo de elasticidade inicial do concreto (E_{ci}), em MPa, devendo ser utilizada a resistência à compressão (f_{ck}) também em MPa. O valor de α_E depende do tipo do agregado graúdo, sendo igual a 1,2 para basalto e diabásio, 1,0 para granito e gnaisse, 0,9 para calcário e 0,7 para arenito (ABNT NBR 6118:2023).

$$E_{ci} = \alpha_E \cdot 5600 \sqrt{f_{ck}}, \text{ para } f_{ck} \leq 50 \text{ MPa} \quad (2.4)$$

$$E_{ci} = 21,5 \cdot 10^3 \cdot \alpha_E \cdot \left(\frac{f_{ck}}{10} + 1,25 \right)^{1/3}, \text{ para } f_{ck} > 50 \text{ MPa} \quad (2.5)$$

O módulo secante (E_{cs}) é a declividade da reta secante ao diagrama tensão-deformação, sendo que, segundo MEHTA e MONTEIRO (2008), essa reta corresponde à origem do diagrama ao ponto da curva em que a tensão é 40% da carga de ruptura. Pode ser obtido pela ABNT NBR 8522:2017 por meio de ensaios ou utilizando a Equação (2.6), sendo α_i definido acordo com a Equação (2.7) e f_{ck} utilizado em MPa.

$$E_{cs} = \alpha_i \cdot E_{ci} \quad (2.6)$$

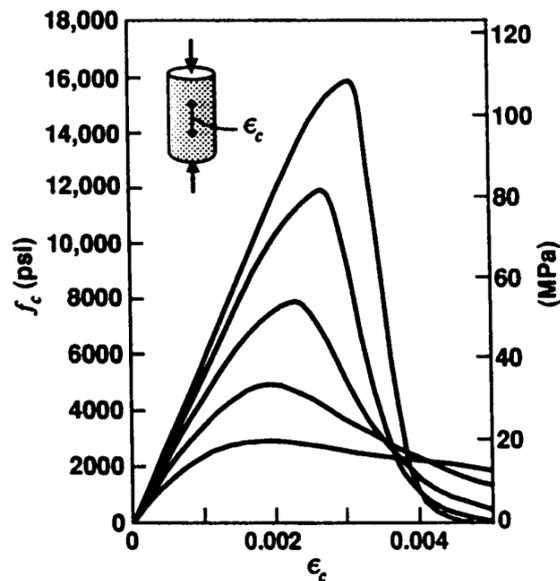
$$\alpha_i = 0.8 + 0.2 \cdot \frac{f_{ck}}{80} \leq 1,0 \quad (2.7)$$

2.1.4 Diagrama tensão-deformação

Os concretos de resistência mais baixa possuem imperfeições desde o início do carregamento, de modo que o material perde rigidez com o avanço da fissuração de maneira gradual. Porém, conforme a classe de resistência aumenta, há a redução dos poros e uma melhora na zona de transição, o que exige maiores níveis de tensão para o surgimento de

fissuras. A consequência desse comportamento é a ruptura brusca do concreto, o qual fica caracterizado como frágil, e um diagrama tensão-deformação próximo ao linear, como ilustrado na Figura 2.2.

Figura 2.2 – Influência da resistência à compressão do concreto no diagrama tensão-deformação



Fonte: COLLINS, MITCHELL e MACGREGOR (1993).

Para simplificar a elaboração do diagrama tensão-deformação, o qual pode ser obtido por meio de ensaios de compressão axial em corpos de prova, diversos autores propuseram expressões obtidas empiricamente. Pode-se citar a expressão que representa a relação entre a tensão e a deformação proposta por CARREIRA e CHU (1985), de modo a descrever o comportamento completo do diagrama.

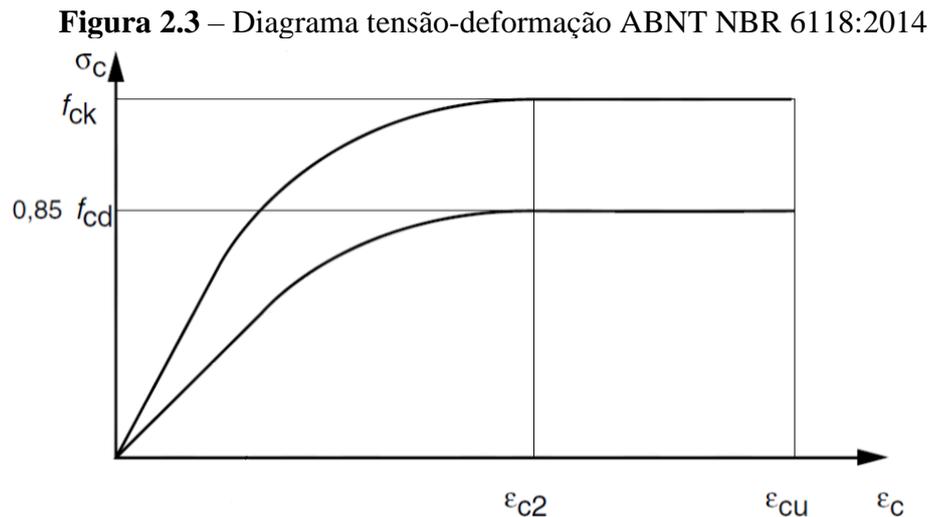
Além disso, as normas brasileiras e estrangeiras propõem diferentes diagramas tensão-deformação. A ABNT NBR 6118:2014, assim como a ABNT NBR 6118:2023, dispõe do diagrama parábola-retângulo, de modo a representar de maneira simplificada o comportamento não linear do concreto, utilizando para isso diferentes expressões para os concretos do grupo I e II. Para análises mais refinadas, é indicado pelo IBRACON (2015) e foi incluído na ABNT NBR 6118:2023, o uso do diagrama presente no EUROCODE 2 (2004). Estes diagramas apresentam a descrição do comportamento pós-pico descendente (*softening*), pelo menos de parte do diagrama, no início da queda.

Com a revisão da ABNT NBR 6118:2014, a ABNT NBR 6118:2023 apresentou a tensão de pico do diagrama tensão-deformação do concreto reduzida pelo fator η_c , devido à

fragilidade do material. Esse diagrama teve como referência o diagrama tensão-deformação apresentado por MOCCIA *et al.* (2020), que apesar de considerar a redução da tensão de pico pelo fator η_c , utilizam os valores de $\varepsilon_{c2} = 2\%$ e $\varepsilon_{cu} = 3,5\%$ para qualquer classe de resistência do concreto.

2.1.4.1 ABNT NBR 6118:2014

A norma brasileira ABNT NBR 6118:2014 propõe um diagrama tensão-deformação parábola-retângulo para análises no estado limite último (Figura 2.3). O diagrama idealizado apresenta uma relação entre a tensão e a deformação não linear, Equação (2.8), até a deformação específica de encurtamento do concreto no início do patamar plástico (ε_{c2}). A partir desse valor, assume-se que a tensão permanece constante até que se atinja a deformação específica de encurtamento do concreto na ruptura (ε_{cu}).



Fonte: ABNT NBR 6118:2014.

$$\sigma_c = 0,85 f_{cd} \left[1 - \left(1 - \frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_{c2}} \right)^n \right] \quad (2.8)$$

O diagrama utiliza a tensão de pico igual a 85% da resistência de cálculo do concreto (f_{cd}). Essa porcentagem (α_c) engloba um fator de correção de 75% devido à resistência em ensaios com carregamento rápido ser maior que com carregamento permanecendo na estrutura por um longo período (Efeito Rüschi), um fator de correção de 95% devido ao aumento da resistência durante os ensaios por consequência do atrito entre o corpo de prova e a prensa, e

um fator de correção de 120% devido ao ganho de resistência quando o concreto atinge idades superiores aos 28 dias utilizados como referência.

Os parâmetros presentes na Equação (2.8) variam de acordo com a classe de resistência do concreto. Para os concretos do grupo I são utilizados os parâmetros das Equações (2.9), (2.10) e (2.11). Para os concretos do grupo II são utilizados os parâmetros das Equações (2.12), (2.13) e (2.14). O valor de f_{ck} deve ser inserido nas equações em MPa.

$$\varepsilon_{c2} = 2,0\text{‰} \quad (f_{ck} \leq 50 \text{ MPa}) \quad (2.9)$$

$$\varepsilon_{cu} = 3,5\text{‰} \quad (f_{ck} \leq 50 \text{ MPa}) \quad (2.10)$$

$$n = 2 \quad (f_{ck} \leq 50 \text{ MPa}) \quad (2.11)$$

$$\varepsilon_{c2} = 2,0\text{‰} + 0,085\text{‰} \cdot (f_{ck} - 50)^{0,53} \quad (f_{ck} > 50 \text{ MPa}) \quad (2.12)$$

$$\varepsilon_{cu} = 2,6\text{‰} + 35\text{‰} \cdot \left[\frac{90 - f_{ck}}{100} \right]^4 \quad (f_{ck} > 50 \text{ MPa}) \quad (2.13)$$

$$n = 1,4 + 23 \cdot \left[\frac{90 - f_{ck}}{100} \right]^4 \quad (f_{ck} > 50 \text{ MPa}) \quad (2.14)$$

É importante destacar que, de acordo com a ABNT NBR 6118:2023, a deformabilidade dos elementos deve ser calculada com base nos diagramas tensão-deformação cujo a tensão de pico deve ser igual a $1,1 f_{cd}$, já incluído o efeito Rüsçh, como apresentado por FRANÇA (1991) e utilizado no trabalho de CECCON (2008). A tensão de pico de $0,85 f_{cd}$ se mantém para a construção dos diagramas de interação momento-normal resistente.

O diagrama tensão-deformação do concreto proposto pela ABNT NBR 6118:2014 e pela ABNT NBR 6118:2023, apesar de refletirem o comportamento não linear do concreto, apresentam uma proposta simplificada. Por isso, recomenda-se a utilização de diagramas tensão-deformação mais realistas quando houver a necessidade de uma abordagem mais refinada (IBRACON, 2015), como explicado abaixo. A inclusão deste diagrama já é prevista na ABNT NBR 6118:2023 como alternativa para a análise não linear.

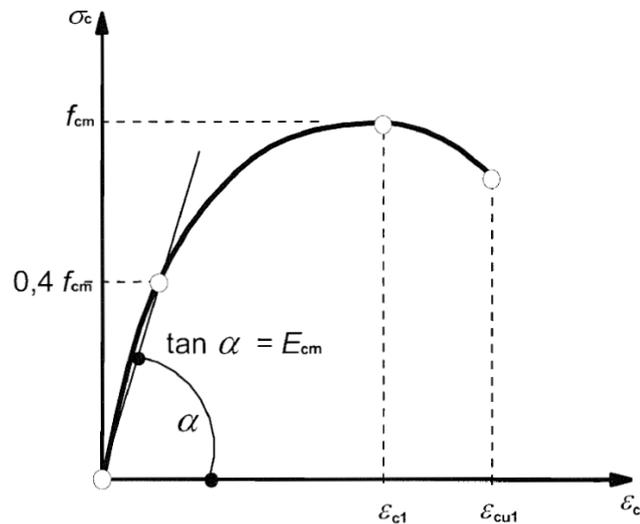
2.1.4.2 EUROCODE 2 (2004)

O diagrama tensão-deformação apresentado pelo EUROCODE 2 (2004) é recomendado pelo IBRACON (2015) para ser utilizado quando análises mais refinadas de não linearidade forem necessárias (Figura 2.4). Além disso, este diagrama está presente na ABNT NBR 6118:2023, indicado para análise não linear.

A norma europeia apresenta dados para compor o diagrama de concretos de resistência à compressão de até 90 MPa. Para isso, no entanto, o valor do módulo de elasticidade secante para $0,4f_{ck}$ (E_{cm}) deve coincidir com o módulo de elasticidade secante (E_{cs}) apresentado pela ABNT NBR 6118:2014 e pela ABNT NBR 6118:2023, na Equação (2.6) (IBRACON, 2015).

A expressão do diagrama é apresentada pela Equação (2.15), com as suas variáveis de acordo com as Equações (2.16) e (2.17). O EUROCODE 2 (2004) apresenta f_{cm} como o valor médio de resistência a compressão, e que equivale a $f_{ck} + 8$ MPa. No entanto, é disposto em IBRACON (2015) a importância do diagrama fornecer um comportamento adequado em termos de f_{cm} , ε_{c1} (deformação de pico) e ε_{cu1} (deformação última) quando realizadas análises não lineares que pretendam estudar o estado limite último.

Figura 2.4 – Diagrama tensão-deformação – EUROCODE 2 (2004)



Fonte: EUROCODE 2 (2004).

$$\frac{\sigma_c}{f_{cm}} = \frac{k\eta - \eta^2}{1 + (k - 2)\eta} \quad (2.15)$$

$$\eta = \frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_{c1}} \quad (2.16)$$

$$k = 1,05 E_{cm} \cdot \frac{|\varepsilon_{c1}|}{f_{cm}} \quad (2.17)$$

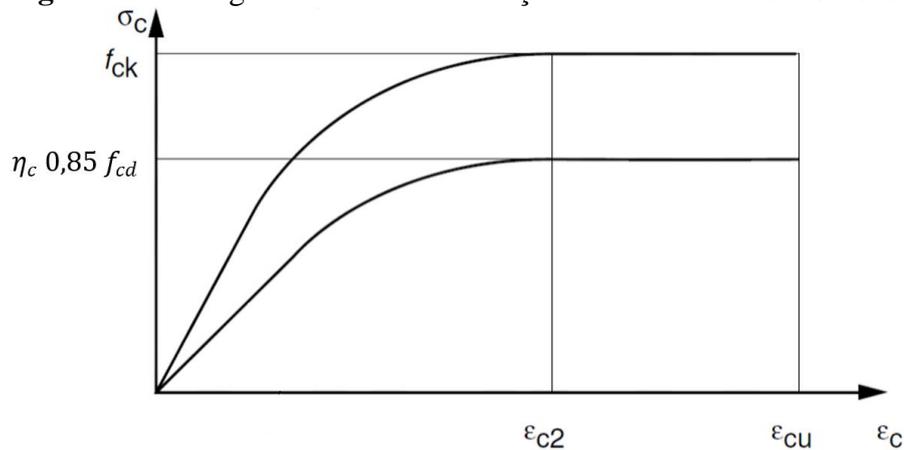
$$\varepsilon_{c1} = 0,7 f_{cm}^{0,31} \leq 2,8 \quad (2.18)$$

2.1.4.3 ABNT NBR 6118:2023

A norma vigente ABNT NBR 6118:2023 apresenta uma modificação no diagrama tensão-deformação do concreto (Figura 2.5) em relação à norma anterior, havendo a adição do fator η_c para reduzir a tensão do concreto (σ_c), devido à sua fragilidade.

O fator η_c segue a Equação (2.20) para concreto de até 40 MPa e a Equação (2.21) para concretos de classe superior a C40, utilizando como referência a equação apresentada por MOCCIA *et al.* (2020), seguindo a proposição de MUTTONI (1990 apud MOCCIA; RUIZ; MUTTONI, 2017). Os outros parâmetros são obtidos de acordo com a ABNT NBR 6118:2014, conforme apresentado nas Equações (2.9) a (2.14).

Figura 2.5 – Diagrama tensão-deformação – ABNT NBR 6118:2023



Fonte: Adaptado de ABNT NBR 6118:2023

$$\sigma_c = 0,85 \eta_c f_{cd} \left[1 - \left(1 - \frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_{c2}} \right)^n \right] \quad (2.19)$$

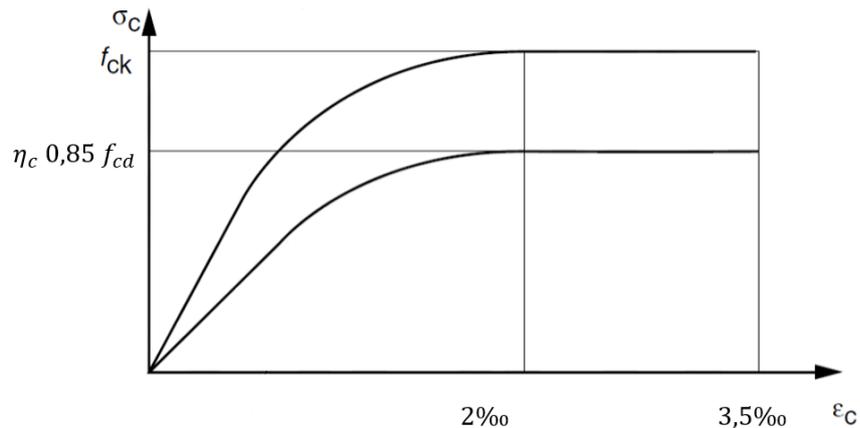
$$\eta_c = 1 \quad (f_{ck} \leq 40 \text{ MPa}) \quad (2.20)$$

$$\eta_c = \left(\frac{40}{f_{ck}} \right)^{1/3} \quad (f_{ck} > 40 \text{ MPa}) \quad (2.21)$$

2.1.4.4 MOCCIA *et al.* (2020)

Os autores apresentaram a sugestão do diagrama tensão-deformação de acordo com a Figura 2.6, em que recomendaram a redução da tensão de pico considerando η_c conforme as Equações de (2.19) à (2.21) já apresentadas. No entanto, MOCCIA *et al.* (2020) se difere da ABNT NBR 6118:2023 ao apresentar os valores de $\varepsilon_{c2} = 2\text{‰}$ e $\varepsilon_{cu} = 3,5\text{‰}$ constantes para qualquer classe de resistência do concreto.

Figura 2.6 – Diagrama tensão-deformação - MOCCIA *et al.* (2020)



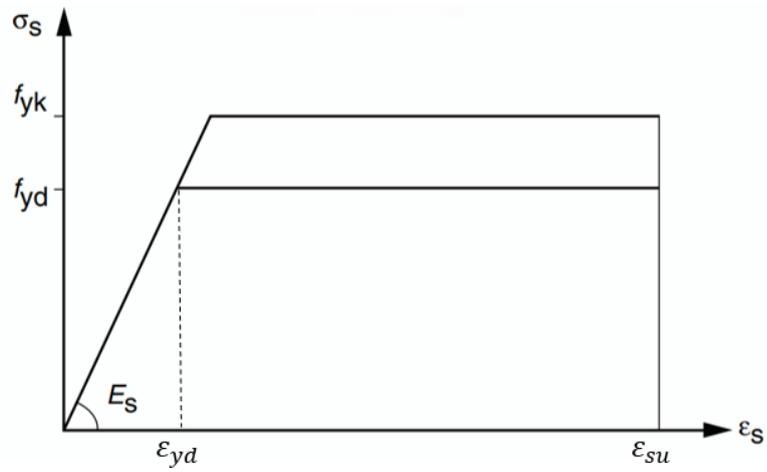
Fonte: MOCCIA *et al.* (2020).

2.2 AÇO

O aço é o material que compõe a armadura dos pilares. O diagrama tensão-deformação do aço simplificado é apresentado pela ABNT NBR 6118:2023, com o comportamento elastoplástico perfeito (Figura 2.7) e o mesmo comportamento para a tração e compressão.

Segundo a ABNT NBR 6118:2023, o módulo de elasticidade (E_s) pode ser admitido igual a 210 GPa na falta de ensaios. A tensão permanece linear até atingir a tensão de escoamento (f_{yd}) de acordo com a Equação (2.22), sendo o valor característico da tensão de escoamento (f_{yk}) de acordo com o aço adotado, podendo ser adotado o coeficiente de segurança (γ_s) de 1,15. A partir da deformação de escoamento (ε_{yd}), apresentada na Equação (2.23), o aço escoar em um patamar constante até atingir a deformação última (ε_{su}) – Equação (2.24).

Figura 2.7 – Diagrama tensão-deformação do aço



Fonte: adaptado de ABNT NBR 6118:2023.

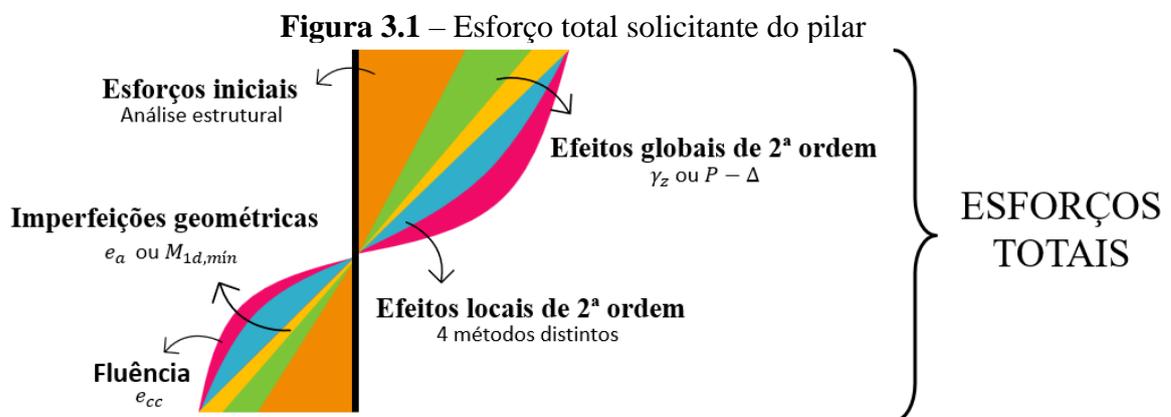
$$f_{yd} = \frac{f_{yk}}{\gamma_s} \quad (2.22)$$

$$\epsilon_{yd} = \frac{f_{yd}}{E_s} \quad (2.23)$$

$$\epsilon_{su} = 10\text{‰} \quad (2.24)$$

3 CAPACIDADE RESISTENTE DO PILAR DE CONCRETO ARMADO

O pilar é caracterizado por ser um elemento linear, com uma dimensão preponderante, disposto na vertical e predominantemente comprimido. O pilar está sujeito aos efeitos de segunda ordem globais (considerando todo o edifício) e locais (considerando o seu comprimento) devido à não linearidade geométrica da estrutura e a não linearidade física do material. Além disso, o pilar está predisposto às imperfeições geométricas e à fluência, de modo que todos esses fatores contribuem para o esforço total solicitante do pilar, como ilustrado pela Figura 3.1.



Fonte: Adaptado de KIMURA (2018).

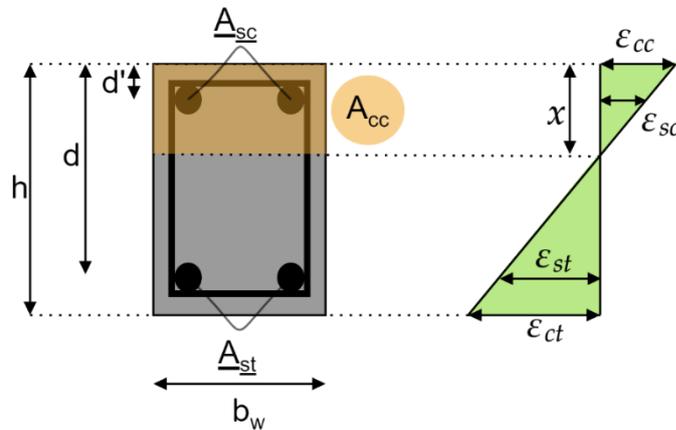
3.1 ESTADO LIMITE ÚLTIMO DE ESGOTAMENTO DO MATERIAL

A resistência em flexão composta normal corresponde à resistência de uma seção para a atuação simultânea da força normal e momento fletor em uma direção. Para cada força normal, a seção do pilar de concreto armado apresenta um valor de momento resistente, podendo-se definir uma envoltória resistente a partir da variação da força normal. Para a determinação dos esforços resistentes, a ABNT NBR 6118:2023, no item 17.2.2, estabelece as seguintes hipóteses básicas:

- As seções transversais se mantêm planas após a deformação até a ruptura do elemento;
- A deformação das barras da armadura deve ser a mesma do concreto em seu entorno – aderência perfeita entre aço e concreto;
- As tensões de tração no concreto, normais à seção transversal, devem ser desprezadas.

Dessa forma, a distribuição das deformações na seção transversal de concreto armado pode ser representada de acordo com a Figura 3.2. No exemplo apresentado, a profundidade da linha neutra (x) passa pela seção, o que resulta em regiões comprimidas (encurtamento) e tracionadas (alongamento). Assim, é apresentada a deformação do concreto (ε_c) na fibra mais comprimida (ε_{cc}) e na fibra tracionada (ε_{ct}) ou menos comprimida. Da mesma forma, é apresentada a deformação do aço (ε_s) comprimido (ε_{sc}) ou menos tracionado e do aço mais tracionado (ε_{st}). Com isso, as deformações ao longo da seção podem ser determinadas pela Equação (3.1), com a tração adotada como positiva e a compressão como negativa.

Figura 3.2 – Deformação da seção do pilar retangular



Fonte: A própria autora.

$$\frac{\varepsilon_{cc}}{x} = \frac{\varepsilon_{ct}}{x - h} = \frac{\varepsilon_{sc}}{x - d'} = \frac{\varepsilon_{st}}{x - d} \quad (3.1)$$

Quando a distribuição das deformações na seção transversal pertencer a um dos domínios definidos pela ABNT NBR 6118:2023 (Figura 3.3), tem-se o estado limite último de esgotamento do material.

- Domínio 2: flexão simples ou composta sem ruptura à compressão do concreto. A Equação (3.5) apresenta a deformação da armadura mais tracionada e a Equação (3.6) a deformação do concreto na fibra mais comprimida.

$$\varepsilon_{st} = 10\text{‰} \quad (3.5)$$

$$\varepsilon_{cu} \leq \varepsilon_{cc} \leq 0 \quad (3.6)$$

- Domínio 3: flexão simples ou composta com ruptura a compressão do concreto e com escoamento do aço. A Equação (3.7) apresenta a deformação da armadura mais tracionada e a Equação (3.8) a deformação do concreto na fibra mais comprimida.

$$\varepsilon_{yd} \leq \varepsilon_{st} \leq 10\text{‰} \quad (3.7)$$

$$\varepsilon_{cc} = \varepsilon_{cu} \quad (3.8)$$

- Domínio 4: flexão simples ou composta com ruptura à compressão do concreto e aço tracionado sem escoamento. A Equação (3.9) apresenta a deformação da armadura mais tracionada e a Equação (3.10) a deformação do concreto na fibra mais comprimida.

$$0 \leq \varepsilon_{st} \leq \varepsilon_{yd} \quad (3.9)$$

$$\varepsilon_{cc} = \varepsilon_{cu} \quad (3.10)$$

- Domínio 4a: flexão composta com armaduras comprimidas. A Equação (3.11) apresenta a deformação da armadura mais tracionada – a qual está comprimida neste domínio – e a Equação (3.12) a deformação do concreto na fibra mais comprimida. A tração ainda ocorre da fibra mais tracionada do concreto (ε_{ct}).

$$\frac{(h-d)}{h} \varepsilon_{cu} \leq \varepsilon_{st} \leq 0 \quad (3.11)$$

$$\varepsilon_{cc} = \varepsilon_{cu} \quad (3.12)$$

- Domínio 5: compressão não uniforme, sem tração. Neste domínio, como a seção inteira está sob compressão, é avaliada a deformação da fibra mais comprimida pela Equação (3.13) e a deformação da fibra mais tracionada é dada pela relação de compatibilidade apresentada na Equação (3.14).

$$\varepsilon_{cu} \leq \varepsilon_{cc} \leq \varepsilon_{c2} \quad (3.13)$$

$$\varepsilon_{ct} = \varepsilon_{c2} \cdot \frac{\varepsilon_{cu} - \varepsilon_{cc}}{\varepsilon_{cu} - \varepsilon_{c2}} \quad (3.14)$$

- Reta b: compressão uniforme ao longo de toda a seção, como apresentado pela Equação (3.15).

$$\varepsilon_{cc} = \varepsilon_{ct} = \varepsilon_s = \varepsilon_{c2} \quad (3.15)$$

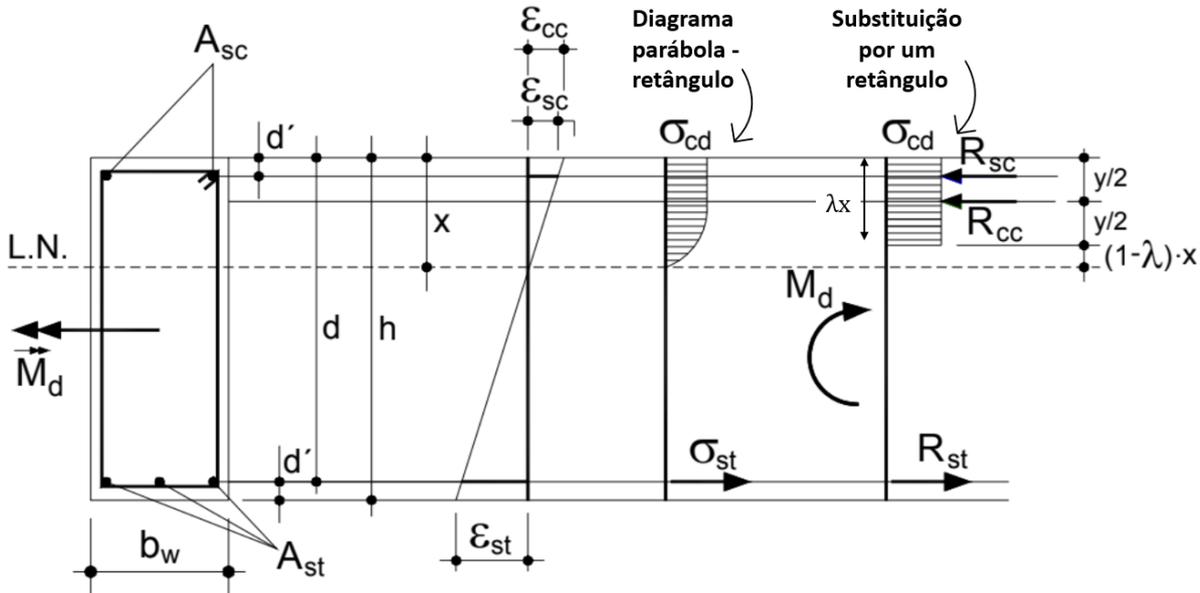
A partir da distribuição das deformações na seção transversal é possível, com as leis constitutivas dos materiais, determinar uma distribuição de tensões correspondente. Assim, a ABNT NBR 6118:2014 recomenda o diagrama parábola retângulo apresentado anteriormente com tensão de pico igual a $0,85 f_{cd}$ (Figura 2.3) – sendo necessário considerar o parâmetro η_c para a ABNT NBR 6118:2023. A norma admite a substituição do diagrama parábola-retângulo pelo retângulo de profundidade $y = \lambda x$, sendo o valor do parâmetro λ tomado segundo a Equação (3.16) e a Equação (3.17). Destaca-se que além de λ depender da resistência do concreto, a tensão permanece com α_c de 0,85 para concretos do grupo I e α_c de acordo com a (3.18) para concretos do grupo II. Por fim, a distribuição de tensões é representada conforme indicado na Figura 3.4.

$$\lambda = 0,8, \text{ para } f_{ck} \leq 50 \text{ MPa} \quad (3.16)$$

$$\lambda = 0,8 - \frac{(f_{ck} - 50)}{400}, \text{ para } f_{ck} > 50 \text{ MPa} \quad (3.17)$$

$$\alpha_c = 0,85 \cdot \left[1 - \frac{(f_{ck} - 50)}{200} \right], \text{ para } f_{ck} > 50 \text{ MPa} \quad (3.18)$$

Figura 3.4 – Distribuição de tensões no concreto



Fonte: Adaptado de GIONGO (2019).

Com a distribuições das tensões do concreto (σ_c) e do aço (σ_{si}) na seção do pilar, é possível obter a força resistente (N_{Rd}) e o momento resistente da seção (M_{Rd}) conforme a Equação (3.19) e a Equação (3.20).

$$N_{Rd} = \int_A \sigma_c dA + \sum \sigma_{si} A_{si} \quad (3.19)$$

$$M_{Rd} = \int_A \sigma_c y dA + \sum \sigma_{si} A_{si} y_{si} \quad (3.20)$$

Assim, o pilar atinge o estado limite último de esgotamento do material quando a sua força solicitante (N_{Sd}) for igual à força normal resistente (N_{Rd}), de acordo com a Equação (3.21) de equilíbrio e quando o momento solicitante (M_{Sd}) for igual ao momento resistente (M_{Rd}), de acordo com a Equação (3.22) de equilíbrio. Nota-se que os esforços solicitantes do pilar possuem a contribuição dos efeitos de segunda ordem, os quais serão apresentados posteriormente.

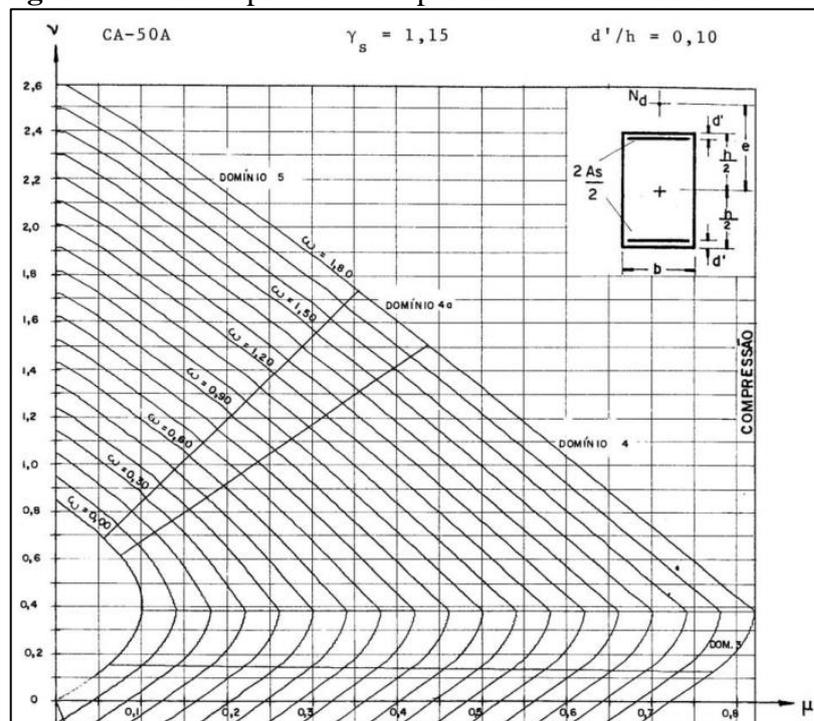
$$N_{Sd} = N_{Rd} \quad (3.21)$$

$$M_{Sd} = M_{Rd} \quad (3.22)$$

Para se determinar o momento resistente de uma seção a partir da força na qual está sendo solicitada, como não se sabe a distribuição das deformações na seção do pilar, se faz necessário arbitrar essa distribuição por meio da posição da linha neutra até que seja atendida a Equação (3.21). Conhecendo a distribuição das deformações (sendo atendidos os domínios) é possível, com os digramas de tensão-deformação, obter as tensões – e conseqüentemente a força resistente e momento resistente.

É a partir da variação da força normal que se pode obter os momentos correspondentes, desde uma força normal nula (flexão simples) até uma força normal pura (compressão pura ou tração pura), resultando na envoltória resistente – diagrama M-N resistente do pilar. Além disso, existem ábacos disponíveis na literatura, como o exemplo de VENTURINI (1987) mostrado na Figura 3.5.

Figura 3.5 – Exemplo de ábaco para momento-normal resistente.



Fonte: VENTURINI (1987).

3.2 ESTADO LIMITE ÚLTIMO DE INSTABILIDADE

O estado limite último de instabilidade ocorre quando, com o acréscimo da força normal, não existe qualquer forma de equilíbrio do pilar. Para compreender esse comportamento, é necessário entender a não linearidades geométrica e a não linearidade física, além de conceitos sobre estabilidade e instabilidade.

3.2.1 Não linearidade

A proporcionalidade direta entre a força e o deslocamento em uma estrutura caracteriza um comportamento linear, enquanto a não proporcionalidade se refere a uma resposta não linear. Tratando-se de um pilar de concreto armado, podem ser citadas a não linearidade geométrica, devido à mudança de geometria do pilar, e a não linearidade física, devido aos materiais aço e concreto.

3.2.1.1 Não linearidade geométrica

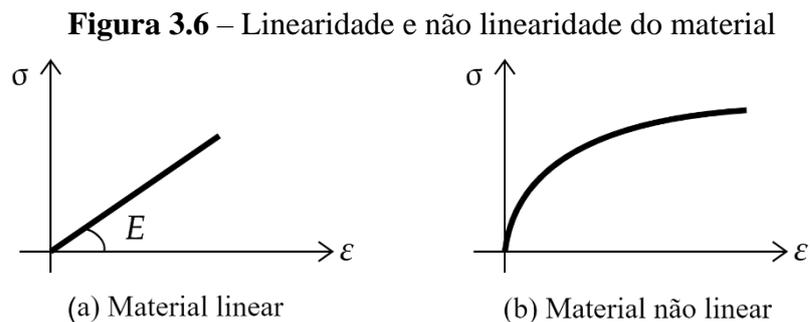
Para reduzir a complexidade da determinação dos esforços solicitantes, usualmente é adotada a hipótese que supõe a estrutura na sua posição indeformada, ou seja, admite-se a linearidade geométrica – teoria de primeira ordem. Porém, podem ocorrer casos em que o deslocamento é significativo ou a força axial é elevada, de modo a acentuar problemas de instabilidade ou gerar acréscimos relevantes no esforço solicitante. Nesses casos, a análise da estrutura considera o equilíbrio com referência na configuração deformada da estrutura. Com isso, a análise não linear geométrica produz resultados que tratam da teoria de segunda ordem (SANTOS, 1987).

Nota-se que o pilar é um elemento estrutural que apresenta a não linearidade geométrica como um dos seus principais atributos, pois a força de compressão gera acréscimos consideráveis de momento fletor quando o deslocamento máximo (flecha) é elevado, o que pode reduzir a capacidade resistente do elemento. Além disso, quando a força axial é elevada, mesmo os deslocamentos iniciais relativamente pequenos são relevantes, sendo necessária a consideração da teoria de segunda ordem.

A não linearidade geométrica do pilar pode ser levada em consideração por meio de processos iterativos para obter o equilíbrio da estrutura considerando a sua configuração deformada. Além disso, existem métodos aproximados para calcular os efeitos de segunda ordem, como é o caso do método do pilar padrão da ABNT NBR 6118:2023 em que a deformada de equilíbrio da estrutura é assumida como uma curva senoidal.

3.2.1.2 Não linearidade física

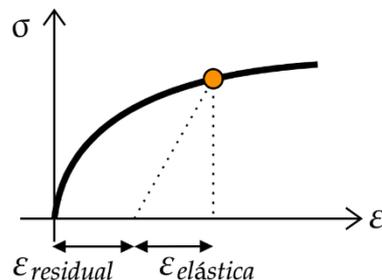
A não linearidade física ocorre quando o material não obedece à lei de Hooke, de modo a não haver proporcionalidade entre a tensão e a deformação. Essa característica é intrínseca do concreto armado devido a sua heterogeneidade, resultado das fissurações e plastificação da região comprimida, assim como da armadura. Esse comportamento, apresentado na Figura 3.6, é traduzido pelo diagrama tensão-deformação do concreto e do aço das normas.



Fonte: A própria autora.

Este conceito de linearidade, segundo BORGES (1999), pode ser confundido com o conceito de elasticidade ao tratar do material. Uma barra é de material elástico quando, cessada a aplicação de carregamento, a deformação é nula – o que indica que não há deformação residual – como representado pelo traço cheio do diagrama tensão-deformação da Figura 3.7. Caso a remoção do carregamento resulte no caminho de volta da linha tracejada, ocorre uma deformação residual, assim o material terá o comportamento inelástico.

Figura 3.7 – Diagrama tensão deformação do material não linear e inelástico



Fonte: A própria autora.

O digrama tensão-deformação que é representado pela linha em destaque demonstra comportamento não linear de um material, ou seja, sem proporcionalidade entre a tensão e a

deformação. Apenas com o descarregamento de ações é possível avaliar o comportamento elástico ou inelástico do material.

O diagrama momento-normal-curvatura viabiliza a consideração da não linearidade física do material por meio da obtenção de rigidez de cada seção. Existem maneiras de simplificar a adoção da não linearidade física, como é o caso do uso da curvatura aproximada e da rigidez aproximada apresentados na ABNT NBR 6118:2023.

3.2.2 Relações momento-curvatura

O diagrama momento-normal-curvatura permite avaliar a relação dessas três grandezas graficamente. A curvatura é associada às deformações e, por meio das relações constitutivas, estas se relacionam às tensões. Desse modo, com as tensões, deformações e curvatura, é possível calcular o esforço normal e o momento fletor (SCADELAI, 2004).

3.2.2.1 Equação diferencial da linha elástica

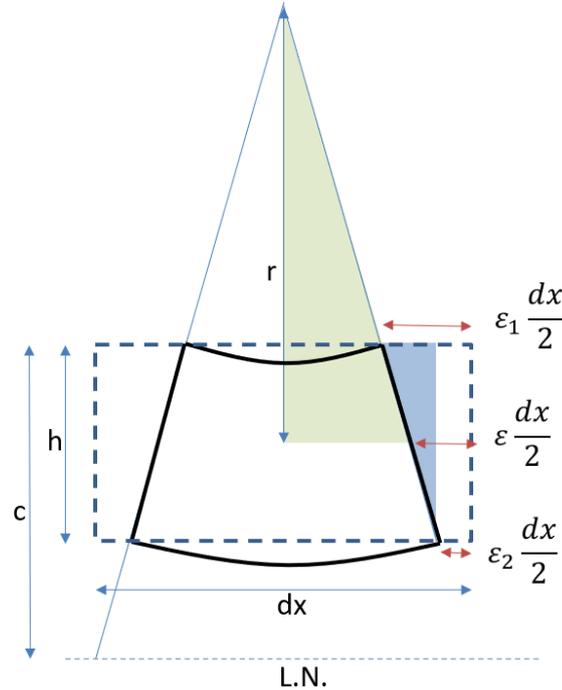
Uma barra com o eixo inicialmente horizontal e retilíneo submetida à flexão simples, apresenta uma deformada que assume a forma de uma curva conhecida por linha elástica, com sua diferencial apresentada pela Equação (3.23) considerando a Lei de Hooke. A diferencial da linha elástica pode ser simplificada de acordo com a Equação (3.24), uma vez que o giro da barra não é significativo.

$$\frac{1}{r} = \frac{\frac{d^2y}{dx^2}}{\left(1 + \left(\frac{dy}{dx}\right)^2\right)^{3/2}} = \pm \frac{M(x)}{EI} \quad (3.23)$$

$$\frac{1}{r} \approx \frac{d^2y}{dx^2} = \pm \frac{M(x)}{EI} \quad (3.24)$$

No entanto, se faz necessária uma expressão geral para a curvatura. Para isso, pode ser utilizada a Figura 3.8 para associar a geometria da seção com o raio de curvatura e as deformações, como apresentado na Equação (3.25), de modo a obter a relação entre as deformações (ε) e a curvatura ($1/r$) por meio da Equação (3.26).

Figura 3.8 – Curvatura de uma seção submetida à flexão composta



Fonte: Adaptado de SANTOS (1987).

$$\frac{\frac{dx}{2} - \varepsilon \frac{dx}{2}}{r} = \frac{(\varepsilon_1 - \varepsilon_2) dx}{2h} \quad (3.25)$$

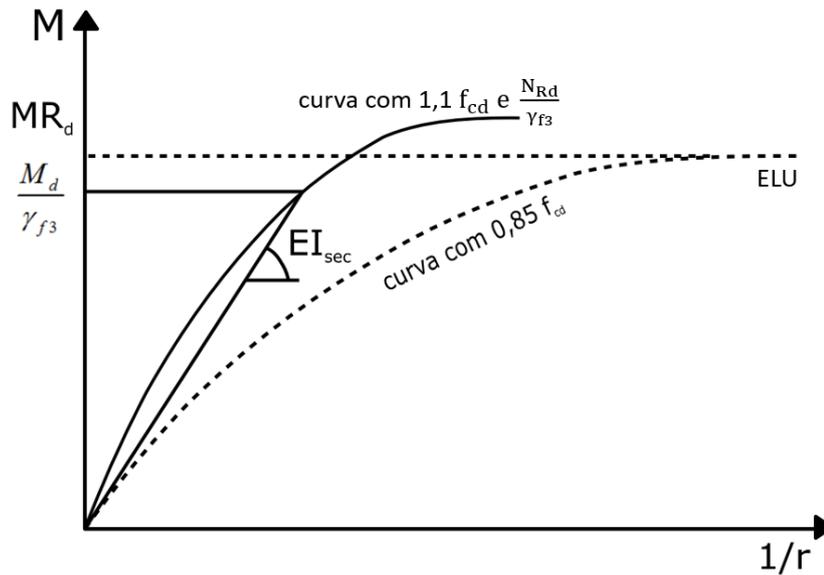
$$\frac{1}{r} = \frac{\varepsilon_1 - \varepsilon_2}{h} \quad (3.26)$$

3.2.2.2 Diagrama normal-momento-curvatura

De maneira geral, o diagrama normal momento curvatura (N-M-1/r) pode ser obtido ao se relacionar a curvatura à deformação por meio da Equação (3.26), e a deformação à tensão por meio do diagrama tensão-deformação. A distribuição de tensões fornece a força normal e o momento da seção, podendo ser determinada a rigidez para os esforços correspondentes por meio da Equação (3.24).

Devido à variação do momento fletor ao longo do pilar, o resultado pode ser simplificado por meio da linearização do diagrama N-M-1/r proposta por FRANÇA (1991), com a obtenção de uma única rigidez a favor da segurança. Assim, a ABNT NBR 6118:2023 apresenta o diagrama N-M-1/r (Figura 3.9), o qual utiliza a curva considerando a tensão de pico igual a $0,85f_{cd}$ para obter o momento resistente último de cálculo (M_{Rd}) e a curva com a tensão de pico igual a $1,1f_{cd}$ para calcular a rigidez secante EI_{sec} .

Figura 3.9 – Diagrama normal-momento-curvatura apresentado na ABNT NBR 6118:2023



Fonte: ABNT NBR 6118:2023

A tensão de pico igual a $1,1 f_{cd}$ é utilizada para calcular a deformabilidade dos elementos, representando um aumento de aproximadamente 30% em relação $0,85 f_{cd}$ para uniformizar as condições das seções ao longo do lance de um pilar no estado limite último, uma vez que seria exagerado assumir que, quando ocorre a perda de estabilidade do pilar, todas as seções atingem o esgotamento (KIMURA, 2018). De acordo com KETTERMANN (2001), o uso de diferentes deformações de pico apresenta resultados mais adequados para pilares com maior índice de esbeltez e nível de carregamento aplicado.

O coeficiente γ_{f3} é indicado pela ABNT NBR 6118:2023 a ser retirado do coeficiente ponderador das ações ($\gamma_f = \gamma_{f1} \cdot \gamma_{f2} \cdot \gamma_{f3}$), com o resultado final devendo ser majorado por γ_{f3} , sendo igual a 1,1. FRANÇA (1991) relata que a influência desse coeficiente para a determinação da rigidez se manifesta apenas para momentos mais baixos, e que a influência maior ocorre no cálculo do efeito da não linearidade geométrica.

3.2.3 Estabilidade e instabilidade

O equilíbrio da estrutura pode ser estável ou instável, sendo possível entender a trajetória de equilíbrio por meio de diferentes configurações do pilar.

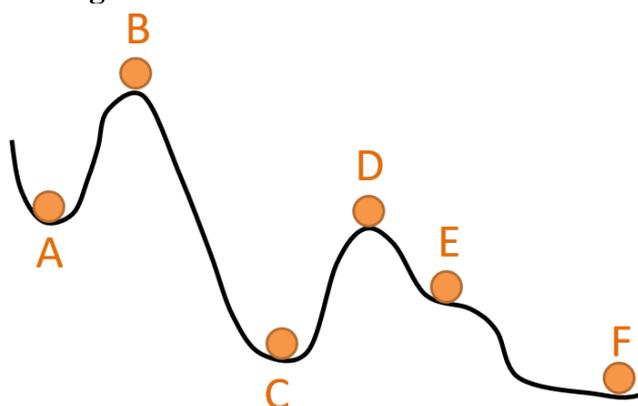
3.2.3.1 Equilíbrio estável e equilíbrio instável

De maneira geral, a estabilidade de uma configuração de equilíbrio pode ser avaliada por meio da observação da resposta dinâmica imediata que uma perturbação imposta sobre ela

gera. A configuração de equilíbrio seria estável quando uma pequena perturbação provoca apenas pequenas oscilações periódicas na estrutura, de modo que, com o amortecimento, a estrutura recupera a configuração não perturbada. Quando houver oscilações crescentes a partir da perturbação imposta, a configuração apresenta equilíbrio instável (PROENÇA, 2021).

Assumindo-se um raciocínio estático, em que é aplicado ao sistema em equilíbrio uma perturbação exclusivamente de posição, as pequenas perturbações movimentam forças internas por parte da estrutura de modo a recuperar a condição de equilíbrio anterior. Esse exemplo pode ser ilustrado pela Figura 3.10, em que os corpos A e C estão em equilíbrio estável – tendem a voltar à posição inicial –, enquanto B e D em equilíbrio instável. O corpo E, caso perturbado para a direita, está em equilíbrio instável, e o corpo F apresenta um equilíbrio indiferente, caso particular do equilíbrio instável (SANTOS, 1987).

Figura 3.10 – Estabilidade e instabilidade



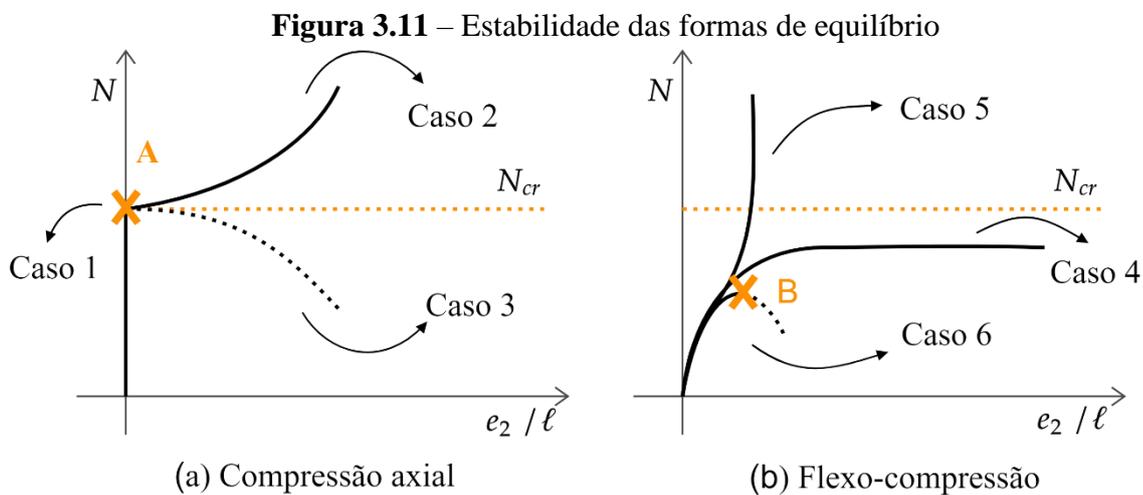
Fonte: Adaptado de SANTOS (1987).

3.2.3.2 Estabilidade das formas de equilíbrio

Nos pilares, destacam-se diferentes configurações de equilíbrio de acordo com a configuração da estrutura: compressão axial com o material elástico linear e com o material elástico não linear e a compressão excêntrica (flexão composta) com o material elástico linear e com o material elástico não linear.

Retomando-se o raciocínio estático apresentado anteriormente, as pequenas perturbações movimentam forças internas por parte da estrutura de modo a recuperar a condição de equilíbrio anterior. Analisando a trajetória de equilíbrio de uma configuração, ela é caracterizada como instável quando a perturbação resulta em um momento externo superior ao momento interno (PROENÇA, 2021).

Podem ser avaliados os arranjos estáveis apresentados pela Figura 3.11 para as diferentes configurações de uma barra engastada na base e livre no topo, por meio do gráfico que relaciona a força à excentricidade relativa (e_2/ℓ). A Figura 3.11 (a) apresenta a barra sob compressão axial, podendo apresentar o material linear e a equação simplificada da linha elástica (caso 1), material linear e a equação completa da linha elástica (caso 2) e material não linear (caso 3). A Figura 3.11 (b) apresenta a barra sob flexão composta, podendo apresentar o material linear e a equação simplificada da linha elástica (caso 4), material linear e a equação completa da linha elástica (caso 5) e material não linear (caso 6). A partir da configuração de equilíbrio, é possível avaliar os diferentes tipos de instabilidade.



Fonte: Adaptado de FUSCO (1981).

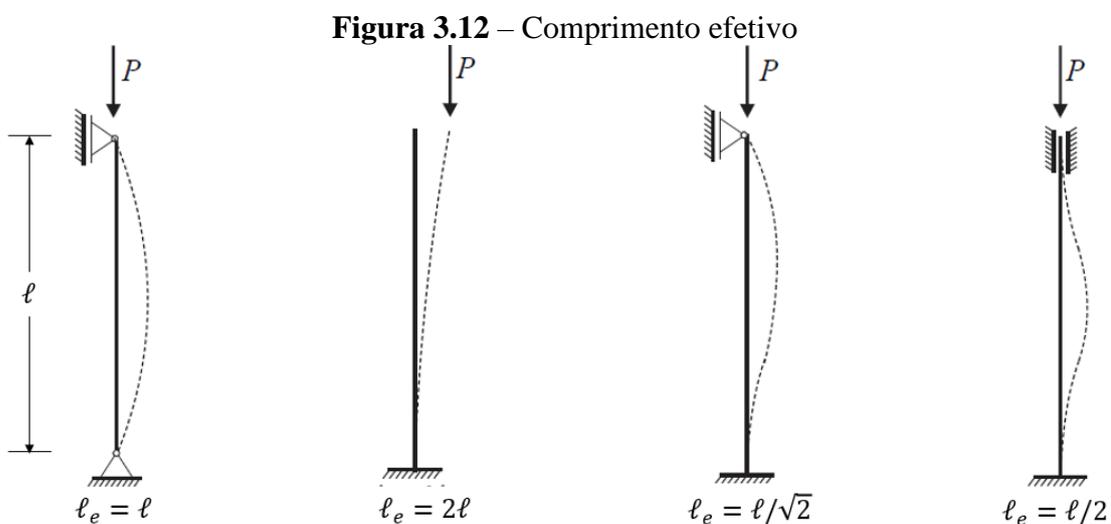
A Figura 3.11 (a) representa uma barra com carregamento centrado, sendo o carregamento crítico (N_{cr}) dado pela fórmula de Euler apresentada na Equação (3.27), com o comprimento efetivo (ℓ_e) segundo a Figura 3.12 – sendo neste trabalho adotado $\ell = \ell_e$ devido à utilização do pilar biapoiado. Esse limite representa a força máxima aplicada em que a barra permanece reta e estável – ponto A. Dependendo da configuração da barra, após atingir o ponto A, podem ocorrer 3 casos:

- Caso 1 – Material linear e compressão axial com equação simplificada da linha elástica: impossibilidade de equilíbrio;
- Caso 2 – Material linear e compressão axial com equação completa da linha elástica: equilíbrio estável apenas na forma fletida;
- Caso 3 – Material não linear e compressão axial: equilíbrio instável na forma fletida.

A Figura 3.11 (b) representa uma barra em flexão composta. Dependendo da configuração da barra, a configuração de equilíbrio pode ocorrer de acordo com 3 casos:

- Caso 4 – Material linear e flexão composta com equação simplificada da linha elástica: a proximidade da força aplicada com a crítica faz a flecha tender ao infinito – equilíbrio estável, não existe problema de instabilidade na flexão composta quando o material é elástico linear (FUSCO, 1981);
- Caso 5 – Material linear e flexão composta com equação completa da linha elástica: a força tende ao infinito para uma flecha máxima possível – equilíbrio estável, não existe problema de instabilidade na flexão composta quando o material é elástico linear (FUSCO, 1981);
- Caso 6 – Material não linear e flexão composta: equilíbrio é impossível a partir do ponto B.

$$N_{cr} = \frac{\pi^2 EI}{\ell_e^2} \quad (3.27)$$



Fonte: Adaptado de CODA (2017).

Dessa forma, é possível verificar diferentes tipos de instabilidade. Enquanto no caso 1 o ponto A indica que não há mais equilíbrio, no caso 2 este ponto corresponde ao ponto de bifurcação do equilíbrio – o equilíbrio se torna instável, pois a barra apenas permanecerá na vertical caso não houver perturbação e permanecer geometricamente perfeita; do contrário, assume-se a sua forma estável e fletida. No caso 3, o ponto A representa o ponto limite de existência de equilíbrio estável.

Nos casos 4 e 5, conclui-se que não existem problemas de instabilidade quando há flexão composta no material elástico. Já no caso 6, o ponto B caracteriza o ponto limite da existência de qualquer forma de equilíbrio, de modo que o equilíbrio seria possível apenas em um sistema de deformação controlada, uma vez que o aumento das flechas corresponde uma diminuição das cargas.

Isto posto, como o pilar de concreto armado presumivelmente apresentará alguma imperfeição, ou seja, uma excentricidade no carregamento, estará sujeito à flexão composta. Além disso, considerando as características do concreto armado, apresentará o material como não linear. Portanto, caso não atingida o estado limite último de esgotamento do material, ocorre a provável ruptura devido ao ponto limite de existência de qualquer forma de equilíbrio, ou seja, ocorre o estado limite último de instabilidade.

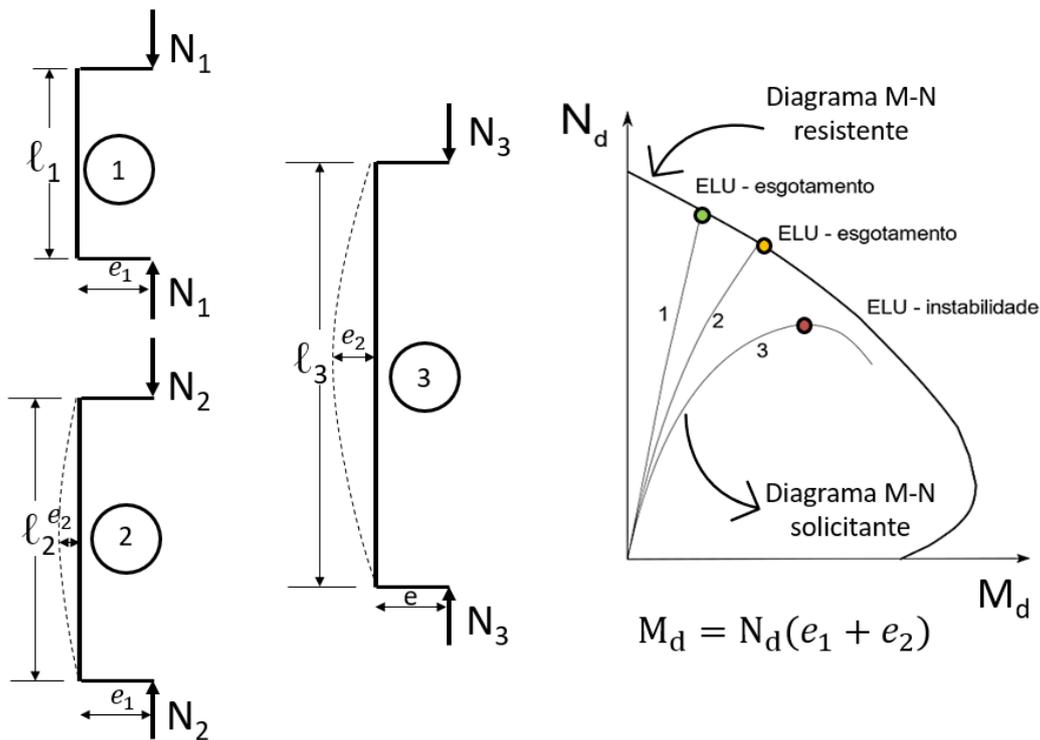
3.3 CAPACIDADE RESISTENTE DOS PILARES DE CONCRETO ARMADO

A capacidade resistente do pilar depende do estado limite último de esgotamento do material e do estado limite último de instabilidade. A razão disso é a possibilidade do ponto limite de existência de qualquer forma de equilíbrio ser atingido antes da ocorrência da ruptura convencional do concreto ou deformação plástica excessiva do aço.

Para avaliar o tipo de falha que ocorre no pilar, PALLARÉS *et al.* (2008) apresentam diferentes critérios que podem ser utilizados, como o uso da envoltória M-N resistente, o critério baseado nas forças e o critério das deformações dos materiais. O uso da envoltória M-N resistente também é apresentado por SANTOS (1987), KIM e YANG (1995), MARÍ e HELLESLAND (2005), GERMAIN e ESPION (2005) e FENOLLOSA *et al.* (2019), e será utilizado neste trabalho para determinar o conjunto de parâmetros que resultam nos pilares em estado limite último de instabilidade.

Uma maneira de exemplificar o uso da envoltória M-N resistente é por meio de pilares com diferentes comprimentos – pouco esbelto, moderadamente esbelto e esbelto – ilustrados pela Figura 3.13. O diagrama M-N solicitante de cada pilar demonstra os diferentes comportamentos apresentados com o aumento da força normal, o que resulta em momentos solicitantes correspondentes na seção mais crítica. O diagrama M-N resistente corresponde à resistência da seção crítica do pilar com base nos domínios apresentados anteriormente.

Figura 3.13 – Ilustração da envoltória resistente em pilares com diferentes esbeltezes



Fonte: Adaptado de SANTOS (1987).

O pilar 1, pouco esbelto, possui comportamento próximo ao linear e ruptura pelo esgotamento do material no ponto M_u, N_u em verde, correspondente aos esforços últimos. No pilar 2, moderadamente esbelto, é possível visualizar a influência da não linearidade geométrica, e apesar da evidência dos efeitos de segunda ordem, a ruptura pelo esgotamento do material é mantida no ponto M_u, N_u em amarelo, correspondente aos esforços últimos. Assim, o pilar 1 e o pilar 2 atingem a ruptura pelo estado limite último de esgotamento dos materiais.

Já o pilar 3, esbelto, possui elevada influência dos efeitos de segunda ordem, de modo a resultar em uma flecha (e_2) elevada. Com isso, o pilar atinge o valor máximo da força ($N_{máx}$) e do momento ($M_{máx}$) no ponto vermelho antes da envoltória resistente, isto é, atinge o ponto limite, a partir do qual não há qualquer forma de equilíbrio. Assim, esses passam a ser o ponto M_u, N_u correspondente aos esforços últimos, havendo o estado limite último de instabilidade. Nesse caso, se as análises de dimensionamento considerassem apenas a existência do estado limite último do esgotamento do material, seriam obtidos resultados contra a segurança da estrutura.

4 EFEITOS DE SEGUNDA ORDEM NA ABNT NBR 6118:2023

Os efeitos de segunda ordem possibilitam considerar a não linearidade geométrica, podendo ser definidos como globais, tendo como consequência o acréscimo de esforço nas extremidades dos pilares, e locais, tendo como consequência um acréscimo de esforço ao longo do pilar. Apesar da ABNT NBR 6118:2023 tratar das imperfeições geométricas globais e dos esforços globais de segunda ordem, neste trabalho serão tratados apenas das imperfeições geométricas locais, estudando os efeitos de segunda ordem locais.

4.1 EVOLUÇÃO DA NORMA BRASILEIRA

As verificações de pilares sofreram alterações ao longo do tempo com as diferentes versões da norma. A NB-1:1960 determinava a verificação da segurança de uma peça considerando a Teoria de Flambagem. A norma exigia que fossem considerados os módulos de elasticidade tangente do concreto e do aço e a fluência. A dispensa dessa análise ocorreria para pilares com o índice de esbeltez de até 50, e para o índice maior que 50 a carga de ruptura seria minorada.

A ABNT NBR 6118:1980 trouxe o termo estado limite último de instabilidade. O cálculo de barras isoladas sujeitas a compressão seria representado pela flexão composta, sendo considerada uma excentricidade acidental igual a $h/30$, não podendo ser menor do que 2 cm. A norma estabelecia o limite máximo de esbeltez igual a 200, e permitia que os efeitos de segunda ordem fossem desprezados quando o índice fosse inferior a 40.

Quando o índice de esbeltez era superior a 140, deveria ser utilizado o processo exato, levando em conta a relação momento-curvatura de acordo com o diagrama tensão-deformação do concreto e do aço. Quando a barra apresentava simetria e força constante ao longo do comprimento, para pilares com o índice de esbeltez entre 40 e 80, era possível simplificar o processo e acrescentar ao momento de primeira ordem um valor complementar que representava o momento de segunda ordem. Destaca-se, também, a obrigatoriedade da consideração da fluência para índices de esbeltez maiores que 80.

Até o disposto na ABNT NBR 6118:1980, eram tratados apenas os efeitos locais de segunda ordem. A partir da ABNT NBR 6118:2003, procurou-se classificar com maior precisão os fenômenos envolvidos do que diz respeito à instabilidade, assim como os procedimentos adequados para cada situação (IBRACON, 2003).

A ABNT NBR 6118:2014 não apresentou alterações expressivas em relação à ABNT NBR 6118:2003 para os tópicos de instabilidade e efeitos de segunda ordem. Destaca-se a inclusão de uma envoltória mínima obtida por meio dos momentos mínimos de primeira ordem. Ademais, permanecem as mesmas contribuições, sendo explicitado o processo do método direto para o caso da rigidez aproximada (IBRACON, 2015). Com a revisão da ABNT NBR 6118:2014, a ABNT NBR 6118:2023 alterou apenas o valor da forma do diagrama de momentos de primeira ordem (α_b) dos pilares em balanço.

4.2 ANÁLISE DOS ELEMENTOS ISOLADOS

A ABNT NBR 6118:2023 possui um capítulo dedicado à instabilidade e efeitos de segunda ordem. A norma determina que nas estruturas de concreto armado, o aumento do carregamento e, portanto, das deformações, faz atingir o ELU de instabilidade nos elementos submetidos à flexão composta quando o aumento da capacidade resistente é inferior ao aumento da solicitação.

Assim, para avaliar o pilar, é preciso compreender que as ações das cargas horizontais e verticais geram deslocamento horizontal nos nós da estrutura, sendo os esforços decorrentes desse deslocamento denominados efeitos globais de segunda ordem, localizados nas extremidades do pilar. Examinando a barra da estrutura, no entanto, os eixos não permanecem alinhados, de modo a surgir os efeitos locais de segunda ordem, o que exige a análise ao longo do comprimento do pilar.

Dessa forma, a ABNT NBR 6118:2023 permite a classificação da estrutura em nós fixos, na qual o deslocamento dos nós é pequeno e conseqüentemente há a desconsideração dos efeitos globais de segunda ordem por serem desprezíveis (inferior a 10% dos respectivos esforços de primeira ordem), e nós móveis, em que os deslocamentos dos nós não são pequenos e os efeitos de segunda ordem globais são importantes. Neste trabalho, os pilares utilizados foram considerados com nós fixos.

A ABNT NBR 6118:2023 apresenta alguns métodos para a determinação dos efeitos de segunda ordem locais, estabelecendo limites para a aplicação de acordo com o índice de esbeltez. Destaca-se que, para pilares com índice de esbeltez superior a 140, na análise dos efeitos locais de segunda ordem, devem-se multiplicar os esforços solicitantes finais de cálculo pelo coeficiente adicional (γ_{n1}) apresentado na Equação (4.1). Além disso, os pilares apenas podem ter o índice de esbeltez superior a 200 quando a força normal for menor que o valor limite (N_{lim}) apresentado pela Equação (4.2).

$$\gamma_{n1} = 1 + [0,01 \cdot (\lambda - 140)/1,4] \quad (4.1)$$

$$N_{lim} = 0,1 \cdot f_{cd} \cdot A_c \quad (4.2)$$

4.2.1 Momento mínimo

Independentemente da consideração dos efeitos globais de segunda ordem, é a partir desse esforço final que os pilares são avaliados ao longo do seu comprimento pelos efeitos locais de segunda ordem, considerando a barra isolada. Assim, deve ser respeitado o momento mínimo de primeira ordem ($M_{1d,min}$), conforme a Equação (4.3), sendo h a altura da seção em metros na direção da excentricidade.

$$M_{1d,min} = N_d(0,015 + 0,03h) \quad (4.3)$$

Nota-se que a força normal de cálculo (N_d) é multiplicada por uma imperfeição local. Apesar de poder ser utilizado o ângulo θ_1 para representar a falta de retilinearidade do pilar – imperfeição geométrica local – o uso do $M_{1d,min}$ é mais frequente no Brasil (KIMURA, 2018).

4.2.2 Limite de esbeltez

Os esforços locais de segunda ordem em elementos isolados podem ser desprezados, de acordo com a ABNT NBR 6118:2023, quando o índice de esbeltez (λ) apresentado pela Equação (4.4) for menor que o valor limite (λ_1), obtido por meio da Equação (4.5).

$$\lambda = \frac{\ell_e}{i} \quad (4.4)$$

$$\lambda_1 = \frac{25 + 12,5 e_1/h}{\alpha_b}, \text{ sendo } 35 \leq \lambda_1 \leq 90 \quad (4.5)$$

É indicado pela norma que o comprimento equivalente do pilar (ℓ_e) deve ser o menor valor dentre duas alternativas: a distância entre os eixos dos elementos estruturais aos quais o pilar está vinculado e a soma entre a distância entre as faces internas dos elementos estruturais, supostos horizontais, que vinculam o pilar e a altura da seção transversal do pilar. O raio de giração (i) é dado em função do momento de inércia da área bruta da seção transversal do pilar. A esbeltez limite depende da excentricidade relativa de primeira ordem (e_1/h) e da forma de

vinculação dos extremos da coluna isolada, considerando a forma do diagrama de momentos de primeira ordem (α_b).

Para pilares biapoiados sem cargas transversais, α_b é determinado pela Equação (4.6), em que M_A e M_B são os momentos de primeira ordem nos extremos do pilar, podendo englobar o momento global de segunda ordem para nós móveis. M_A é o maior valor absoluto ao longo do pilar, devendo ser adotado M_B com sinal positivo se tracionando a mesma face de M_A e negativo se tracionando a face oposta. Para pilares biapoiados com cargas transversais significativas ao longo da altura e pilares em balanço, α_b é igual a 1,0.

$$1,0 \geq \alpha_b = 0,60 + 0,40 \frac{M_B}{M_A} \geq 0,40 \quad (4.6)$$

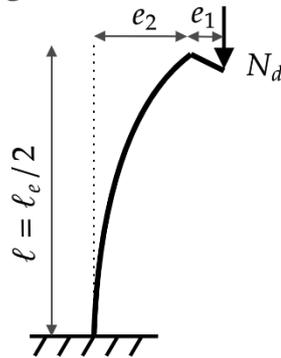
O limite de esbeltez apresenta elevada diversificação de resultados pelo mundo, não há uniformidade, o que mostra a necessidade de revisar este tópico (MARÍ; HELLESLAND, 2005). Algumas divergências de resultados referentes ao limite de esbeltez também foram observadas por SOUZA (2003).

A exigência para a consideração da fluência é para o índice de esbeltez maior que 90. No entanto, ARAÚJO (1984) e CASAGRANDE (2016) afirmam que esse limite imposto pela ABNT NBR 6118:2014 e mantido na ABNT NBR 6118:2023 pode ser imprudente.

4.2.3 Métodos aproximados

Os métodos considerados aproximados utilizam o conceito de pilar padrão para admitir a não linearidade geométrica do pilar de maneira simplificada. Para isso, admitem a posição de equilíbrio de um pilar com a linha elástica assumindo uma função senoidal, resultando em linha elástica e curvaturas proporcionais entre si.

O pilar padrão pode ser representado como um pilar perfeitamente engastado na base e livre no topo, com distribuição tal que a flecha no topo possa ser determinada pela Equação (4.7), como apresentado na Figura 4.1.

Figura 4.1 – Pilar Padrão

Fonte: A própria autora.

$$e_2 = \frac{l_e^2}{10} \cdot \left(\frac{1}{r}\right)_{base} \quad (4.7)$$

O pilar padrão é descrito por PAULA (1988) como uma grande ferramenta de cálculo devido à sua simplicidade e rapidez. No entanto, a autora sugere métodos mais complexos para resultados exatos.

4.2.3.1 Pilar padrão com curvatura aproximada

Segundo a ABNT NBR 6118:2023, o método do pilar padrão com curvatura aproximada pode ser empregado apenas em pilares com $\lambda \leq 90$, seção constante e armadura simétrica e constante ao longo do eixo. A não linearidade geométrica é estabelecida supondo a deformada da barra senoidal (pilar padrão) e a não linearidade física é estabelecida pela expressão da curvatura na seção mais crítica do pilar, Equação (3.26), a qual relaciona as deformações da seção com a curvatura.

Para que a curvatura apresente resultados a favor da segurança, são utilizadas deformações correspondentes ao estado limite último. Assim, incorporando o efeito de flexão, a ABNT NBR 6118:2023 simplifica a equação da curvatura de acordo com a Equação (4.8), com a força normal adimensional sendo determinada pela (4.9).

$$\frac{1}{r} = \frac{0,005}{(v + 0,5)h} \leq \frac{0,005}{h} \quad (4.8)$$

$$v = \frac{N_{Sd}}{h \cdot bw \cdot f_{cd}} \quad (4.9)$$

A partir da equação da flecha do pilar padrão, Equação (4.7), pode-se obter a flecha (e_2) do pilar de acordo com a Equação (4.10) e o momento de segunda ordem (M_{2d}) por meio da Equação (4.11). Ao somar o momento de primeira ordem ($M_{1d,A}$), o momento total ($M_{Sd,tot}$) é obtido de acordo com a Equação (4.12).

$$e_{2(1/r)} = \frac{\ell_e^2}{10} \cdot \frac{0,005}{(v + 0,5)h} \leq \frac{\ell_e^2}{10} \cdot \frac{0,005}{h} \quad (4.10)$$

$$M_{2d} = \frac{\ell_e^2}{10} \cdot \frac{0,005}{(v + 0,5)h} N_{Sd} \quad (4.11)$$

$$M_{Sd,tot} = \alpha_b M_{1d,A} + \frac{\ell_e^2}{10} \cdot \frac{0,005}{(v + 0,5)h} N_{Sd} \geq M_{1d,A} \quad (4.12)$$

4.2.3.2 Pilar padrão com rigidez adimensional aproximada

Segundo a ABNT NBR 6118:2023, o método do pilar padrão com rigidez aproximada pode ser empregado apenas em pilares com $\lambda \leq 90$, seção constante e armadura simétrica e constante ao longo do eixo. A não linearidade geométrica é estabelecida supondo a deformada da barra senoidal (pilar padrão) e a não linearidade física é estabelecida pela expressão aproximada da rigidez secante. A substituição das relações momento-normal-curvatura pelo emprego das relações momento-normal-rigidez secante foi contribuição de FRANÇA (1991).

O método consiste na determinação do momento total solicitante máximo do pilar pela Equação (4.13) – a qual foi determinada considerando a flecha do pilar padrão pela Equação (4.7) e a Equação (3.24) simplificada da linha elástica para empregar a rigidez adimensional κ . Assim, a rigidez κ_{approx} é determinada aproximadamente pela Equação (4.14). O método pode ser iterativo quando utilizada a condição de que $M_{Rd,tot} = M_{Sd,tot}$, buscando-se a convergência. A flecha é determinada pela Equação (4.15).

$$M_{Sd,tot} = \frac{\alpha_b M_{1d,A}}{1 - \frac{\lambda^2}{120 \kappa/\nu}} \quad (4.13)$$

$$\kappa_{aprox} = 32 \left(1 + 5 \frac{M_{Rd,tot}}{h N_{Sd}} \right) \nu \quad (4.14)$$

$$e_2(\kappa_{aprox}) = \frac{M_{Sd,tot} - N_{Sd} \cdot e_1}{N_{Sd}} \quad (4.15)$$

Para facilitar o processo de cálculo, OLIVEIRA (2004) apresenta um método direto para a resolução do processo iterativo com uma função aproximada parabólica de acordo com a Equação (4.16), com as variáveis representadas pelas Equações (4.17), (4.18) e (4.19).

$$A M_{Sd,tot}^2 + B M_{Sd,tot} + C = 0 \quad (4.16)$$

$$A = 5 h \quad (4.17)$$

$$B = h^2 \cdot N_{Sd} - \frac{N_{Sd} \ell_e^2}{320} - 5 h \alpha_b M_{1d,A} \quad (4.18)$$

$$C = -N_{Sd} h^2 \alpha_b M_{1d,A} \quad (4.19)$$

A expressão aproximada da rigidez secante adimensional apresentada na Equação (4.14) é validada por FORTES, DELLA BELLA e FRANÇA (2018) para concretos de alta resistência, sendo sugerida uma modificação da equação que leva em consideração o índice de esbeltez, pois os resultados apresentaram maiores dispersões com seu aumento.

4.2.3.3 Pilar Padrão acoplado a diagramas M-N-1/r

Como já relatado anteriormente, a substituição das relações momento-normal-curvatura pelo emprego das relações momento-normal-rigidez secante foi contribuição de FRANÇA (1991). Segundo a ABNT NBR 6118:2023, o método do pilar padrão acoplado a diagramas M-N-1/r pode ser empregado apenas em pilares com $\lambda \leq 140$, podendo ter qualquer seção e distribuição da armadura. No entanto, deve-se considerar o efeito da fluência para $\lambda > 90$. A

não linearidade geométrica é estabelecida supondo a deformada da barra senoidal (pilar padrão) e a não linearidade física é estabelecida por meio da rigidez secante adimensional.

A proposta de linearização do diagrama M-N-1/r por FRANÇA (1991) possibilitou a determinação de uma rigidez secante (EI_{sec}) conforme apresentado pela Figura 3.9. Com isso, a rigidez adimensional pode ser obtida pela Equação (4.20). Dessa forma, o momento total solicitante da seção pode ser obtido pela Equação (4.21).

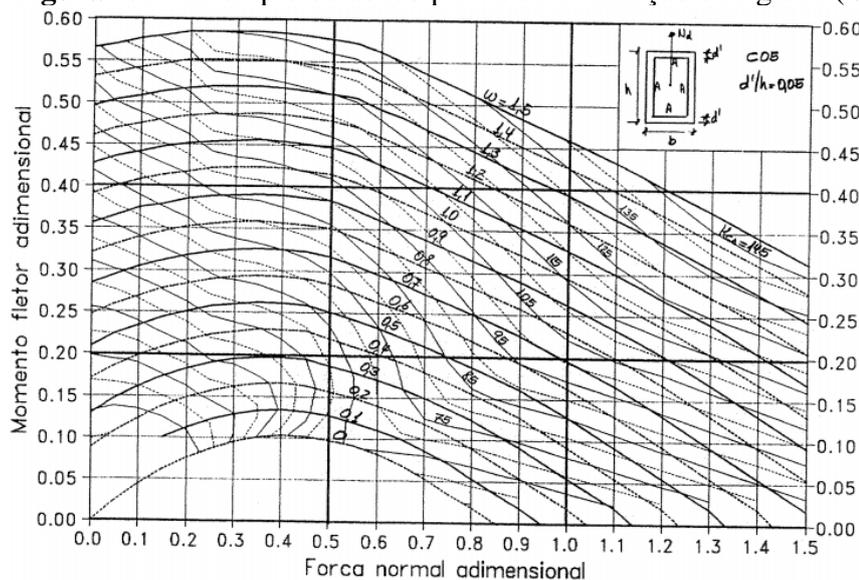
$$\kappa_{sec} = \frac{EI_{sec}}{A_c h^2 f_{cd}} \quad (4.20)$$

$$M_{Sd,tot} = \frac{\alpha_b M_{1d,A}}{1 - \frac{\lambda^2}{120 \kappa/v}} \quad (4.21)$$

$$e_{2(M-N-1/r)} = \frac{M_{Sd,tot} - N_{Sd} \cdot e_1}{N_{Sd}} \quad (4.22)$$

Destaca-se que FRANÇA (1991) apresentou ábacos que possibilitam determinar a rigidez (κ) por meio da sua relação com a força e o momento, como apresentado no exemplo da Figura 4.2. Maiores contribuições foram fornecidas por OLIVEIRA (2004), organizando os ábacos em termos adimensionais para diferentes arranjos de armadura e fluência.

Figura 4.2 – Exemplo de ábaco para a determinação da rigidez (κ)



Fonte: FRANÇA (1991).

4.2.4 Método geral

O método geral exige a discretização da barra de maneira refinada, o que resulta na abordagem da não linearidade geométrica de maneira não aproximada e uma relação normal-momento-curvatura em cada seção transversal para abordar a não linearidade física. Como o método envolve equações diferenciais, as quais geralmente não possuem solução direta, é necessário empregar soluções aproximadas para o cálculo utilizando métodos iterativos.

De acordo com BORGES (1999) é necessário fazer duas considerações para o método geral. Deve-se admitir a curvatura igual à segunda derivada da equação da linha elástica e, para viabilizar os processos numéricos, é necessário subdividir o pilar em elementos, de modo que a precisão do resultado depende do aumento de subdivisões.

O princípio do método geral considerando a força excêntrica agindo no pilar é apresentado por SCADELAI (2004). O autor descreve que, sob a ação do carregamento, o pilar apresenta uma deformação a qual gera um momento incremental. Desse modo, caso as ações externas forem menores que a capacidade de resistência da barra, a iteração prossegue até que seja atingido um estado de equilíbrio para todas as seções da barra. Com isso, a representação final do pilar é uma forma fletida estável, devendo ser respeitada a compatibilidade entre curvaturas, deformações, posições da linha neutra e as equações constitutivas dos materiais. De modo geral, deve ser conhecido o diagrama momento-normal-curvatura do pilar e as características dos materiais.

O roteiro de cálculo apresentado por SCADELAI (2004) indica o processo de diferenças finitas, também demonstrado por PINTO (2017). Este também apresenta o processo de Engesser-Vianello, adaptação do processo da analogia de Mohr, para considerar o método geral, seguindo a ideia de uma carga fictícia em um sistema equivalente que produza momentos fletores, constituindo a deformada do sistema real. As deduções do método são apresentadas por SANTOS (1987), de modo que as iterações resultem do momento fletor que incorpora os efeitos de segunda ordem.

Nota-se, então, que o cálculo manual pode ser limitado devido ao elevado esforço de cálculo, o que exige auxílio computacional. Além disso, podem ser utilizados *softwares* específicos para o dimensionamento de pilares, como SecTrans desenvolvido pelo Prof. Dr. Vladimir Guilherme Haach exclusivamente para fins acadêmicos. Outra solução para aplicar o método geral é por meio de programas computacionais que empregam o uso dos elementos finitos com modelos para representar os materiais, como o uso do *software* Abaqus®, utilizado neste trabalho.

Para simplificar os processos, pode ser utilizada a rigidez secante da seção crítica para todas as seções ao longo do pilar, utilizando o diagrama N-M-1/r da Figura 3.9. No entanto, o resultado é mais refinado quando variado o comportamento do material para cada seção, o que é facilmente alcançado com o uso do *software* Abaqus®.

4.2.5 Resumo dos métodos apresentados na ABNT NBR 6118:2023

O resumo dos métodos aproximado e do método geral é apresentado no Quadro 4.1, sendo mostrado o limite de esbeltez, a não linearidade geométrica e física considerada pelos métodos e as limitações que apresentam.

Quadro 4.1 – Determinação dos efeitos de segunda ordem para a ABNT NBR 6118:2023

MÉTODO	Pilar padrão com 1/r aproximada	Pilar padrão com κ aproximado	Pilar padrão acoplado com N-M-1/r	Método geral
Limite de esbeltez	$\lambda \leq 90$	$\lambda \leq 90$	$\lambda \leq 140$	≤ 200
Não linearidade geométrica	$M_{Sd,tot} = \alpha_b M_{1d,A} + N_d \frac{\rho_e^2}{10} \frac{1}{r}$	$M_{Sd,tot} = \frac{\alpha_b M_{1d,A}}{1 - \frac{120 \kappa}{\nu} \lambda^2}$	$M_{Sd,tot} = \frac{\alpha_b M_{1d,A}}{1 - \frac{120 \kappa}{\nu} \lambda^2}$	Integração numérica ou P- δ
Não linearidade física	$\frac{1}{r} = \frac{0,005}{h(\nu + 0,5)}$	$\kappa_{approx} = 32 \left(1 + 5 \frac{M_{Rd,tot}}{h N_{Sd}} \right) \nu$	$\kappa_{sec} = \frac{EI_{sec}}{A_c h^2 f_{cd}}$	EI _{sec} do diagrama N-M-1/r
Armadura conhecida	Não	Não	Sim	Sim
Permite cálculo manual	Sim	Sim	Por meio de ábacos	Não
Disposição da armadura	Simétrica	Simétrica	Qualquer	Qualquer
Tipo de seção	Retangular	Retangular	Qualquer	Qualquer

Fonte: Adaptado de Cardoso Júnior (2014).

Os métodos que utilizam o pilar padrão consideram a não linearidade geométrica supondo a deformada da barra como senoidal. Para o método da curvatura aproximada, a não linearidade física é apresentada por meio de uma aproximação da curvatura e para o método da rigidez aproximada a não linearidade física é representada pela rigidez aproximada.

O método do pilar padrão acoplado com o diagrama N-M-1/r é o método mais refinado, por contar com o uso do diagrama que representa o pilar avaliado. Por fim, para o método geral,

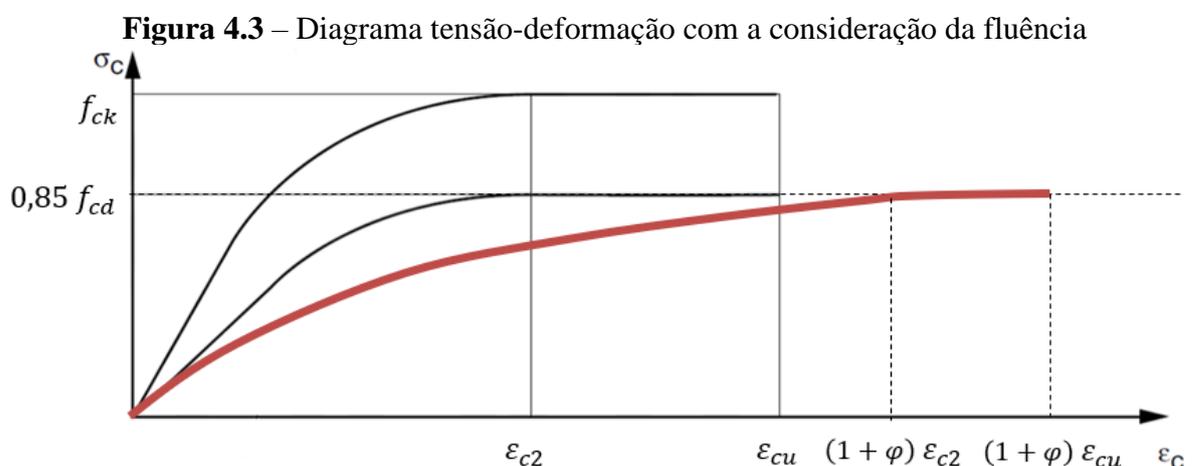
a ABNT NBR 6118:2023 exige a discretização da barra e a consideração da relação momento-curvatura real em cada seção, com a não linearidade geométrica devido à configuração deformada.

4.3 EFEITO DA FLUÊNCIA

A ABNT NBR 6118:2023 exige a consideração da fluência em pilares com o índice de esbeltez $\lambda > 90$, podendo ser utilizada a Equação (4.23) para que isso ocorra de maneira simplificada, de modo que a excentricidade adicional de fluência (e_{cc}) seja acrescentada à excentricidade de primeira ordem (e_1) para ser calculada excentricidade de segunda ordem (e_2), como se fosse um efeito imediato. Assim, e_a é a excentricidade devido às imperfeições locais, M_{sg} e N_{sg} são os esforços solicitantes devidos à combinação quase permanente, φ é o coeficiente de fluência, e N_{cr} é a força crítica de Euler apresentada na Equação (3.27). O uso da excentricidade adicional de fluência (e_{cc}), no entanto, tende a superestimar os efeitos de fluência do concreto (ARAÚJO, 2012).

$$e_{cc} = \left(\frac{M_{sg}}{N_{sg}} + e_a \right) \left(2,718^{\frac{\varphi N_{sg}}{N_{cr} - N_{sg}}} - 1 \right) \quad (4.23)$$

Outra forma de considerar o efeito de fluência é pela correção do diagrama tensão-deformação do concreto presente na ABNT NBR 6118:2014, proposta apresentada por FUSCO (1981), de acordo com a Figura 4.3. Segundo CADAMURO JÚNIOR (1997), o valor usualmente adotado para o coeficiente de fluência (φ) é 2.



Fonte: Adaptado de FUSCO (1981).

5 ESTUDO DO COMPORTAMENTO DO PILAR NA LITERATURA

O estudo sobre o comportamento de pilares dispõe de pesquisas realizadas ao redor do mundo e de diferentes épocas, colaborando com o desenvolvimento de normas que apresentam recomendações de projeto.

5.1 ESTUDOS DISPONÍVEIS NA LITERATURA

No ambiente acadêmico da USP, foram realizadas diversas contribuições, o que demonstra o histórico desse tema na universidade. As pesquisas apresentadas por AUFIERO (1977) demonstraram diversos métodos de dimensionamento de pilares esbeltos de concreto armado, contribuindo principalmente com o uso do método do pilar padrão. Além disso, o trabalho foi fundamental para conceituar o fenômeno da perda de estabilidade na flexão composta, mostrando que sempre existe uma excentricidade na carga axial, que inviabiliza a ocorrência do fenômeno da flambagem.

Assim, a contribuição para o estudo da estabilidade de pilares também ocorreu por meio de outros pesquisadores. O trabalho de BUCHAIM (1979 apud TORRICO, 2010) estuda os efeitos de segunda ordem e o estado limite último de instabilidade em pilares sujeitos à flexão composta normal, utilizando o método do pilar padrão. PAULA (1988) elaborou um estudo sobre a estabilidade das configurações de equilíbrio em pilares esbeltos de concreto armado sob flexão composta normal, além de comparar o método geral e o método do pilar padrão, concluindo que o método do pilar padrão é simples e fácil, sendo sugerido o uso do método geral para resultados mais exatos. O estudo foi complementado por AMARAL (2000), acrescentando fatores como a esbeltez, distribuição do momento de primeira ordem e cargas de longa duração.

O estudo dos efeitos de segunda ordem realizado por FRANÇA (1991) em pilares de concreto armado foi de grande importância para pilares em flexão composta normal e flexão composta oblíqua. O autor investigou o comportamento reológico das peças de concreto armado e propôs em seu trabalho o emprego da rigidez secante adimensional como uma maneira de linearizar a relação momento-curvatura. Esse método foi incluído na ABNT NBR 6118:2003, com as contribuições apresentadas por OLIVEIRA (2004), como indicado em IBRACON (2015).

Assim, também podem ser relatados diversos estudos em pilares submetidos à flexão composta oblíqua. Apesar dessa solicitação não ser incorporada neste trabalho, as diferentes

pesquisas contribuíram para a compreensão do comportamento do pilar e da sua estabilidade. A pesquisa realizada por AUFIERO (1977) também englobou excentricidades biaxiais. Também pode ser citado o trabalho de FRANÇA (1984), que realizou pesquisas detalhadas das relações momento-curvatura. Uma análise ampla do problema de instabilidade desses pilares foi realizada por MARCOTTI (1984 apud BORGES, 1999), incluindo o cálculo de diagramas de curvatura e a interação com a consideração da esbeltez. O estudo sobre a estabilidade desses pilares também foi realizado por MENDES NETO (1991 apud BORGES, 1999) através do processo do pilar padrão, para qualquer seção.

CADAMURO JÚNIOR (1997) elaborou um programa computacional para pilares esbeltos sujeitos à flexão oblíqua composta e considerando a fluência, o chamado FLEXOR. Esse programa foi analisado por BORGES (1999) por meio de exemplos práticos, comparando o método geral e o método do pilar padrão, comprovando o uso do programa. Os pilares em flexão composta oblíqua também são estudados por PASTORE (2020), sendo utilizados os diferentes métodos de cálculo presentes na ABNT NBR 6118:2014 para determinar os efeitos de segunda ordem, indicando que os métodos aproximados poderiam ser utilizados para pilares mais esbeltos, porém não seriam economicamente viáveis.

Diversos pesquisadores realizaram análises de pilares com concreto de alta resistência por meio de ensaios experimentais. A pesquisa realizada por LIMA (1997) demonstrou que as hipóteses de distribuição de tensão utilizadas para concretos convencionais não podem ser utilizadas para concretos de alta resistência. VANDERLEI (1999) também demonstra a importância da diferenciação do diagrama de domínios de deformação quando há aumento da resistência do concreto. Posteriormente, TORRICO (2010) observou ruína dos pilares esbeltos por instabilidade, sendo a capacidade resistente do pilar sensível à variação da excentricidade da força aplicada. Nas três publicações foi constatado a influência dos estribos do pilar tanto para a falha quanto para a sua ductilidade, mostrando o efeito do confinamento.

Além disso, destacam-se os trabalhos que contribuem para o dimensionamento de pilares, pois contribuíram para a compreensão do seu comportamento e facilitaram os cálculos ao apresentar diretrizes. Assim, a publicação de SCADELAI (2004) utilizou a ABNT NBR 6118:2003 e a de PINTO (2017) foi atualizada com a ABNT NBR 6118:2014. Ademais, AGUIAR (2000) fornece uma visão geral sobre a aplicação, dimensionamento e detalhamento sobre pilares com concreto de alta resistência.

Grandes contribuições foram fornecidas por meio de ensaios experimentais realizados por DANTAS (2006), SANTOS (2009) e MELO (2009) para o estudo do comportamento de pilares de concreto armado sujeitos à flexão normal composta. Os autores participaram do

mesmo programa de ensaios, com o primeiro autor variando apenas a excentricidade, o segundo variando índices de esbeltez e excentricidade e o terceiro encobriu as lacunas dos outros trabalhos. Além disso, essas pesquisas contribuem para a validação de modelos numéricos, como apresentado por SILVA (2018), o qual utilizou um programa de elementos finitos para a análise dos pilares.

Além disso, algumas pesquisas que buscam avaliar os métodos aproximados apresentados pela ABNT NBR 6118:2023, como MELO (2009), CALIXTO, SOUZA e MAIA, (2012), LEITÃO (2016) e KLEIN JÚNIOR, STUCCHI e BARBOSA (2020). No caso da avaliação de pilares de alta resistência, pode ser citado o trabalho FORTES, BELLA e FRANÇA (2018) para validar a expressão aproximada da rigidez secante adimensional (κ) para concreto de alta resistência.

O estudo de pilares fora do Brasil é bastante explorado. HOGNESTAD (1951) realizou ensaios experimentais em 120 peças de concreto armado para compreender o comportamento sob flexão composta normal. Ensaios experimentais em pilares de concreto de alta resistência também foram amplamente realizados, como KIM e YANG (1995), CLAESON e GYLLTOFF (1998), KIM e LEE (2000), GERMAIN e ESPION (2005), PALLARÉS *et al.* (2008), LEITE *et al.* (2013) e KOTTB, EL-SHAFFEY e TORKEY (2015).

Os trabalhos citados analisaram o comportamento dos pilares sujeitos à flexão normal composta considerando a influência de diversos parâmetros, sendo que PALLARÉS *et al.* (2008) realizaram ensaios em pilares sujeitos à flexão composta oblíqua, com alguns pilares em flexão normal composta. Dessa forma, observa-se a ampla contribuição dos ensaios experimentais para a compreensão dos modos de falha do pilar, pois evidenciam o conjunto de parâmetros que viabilizavam a ruptura de pilares pelo estado limite último de instabilidade.

É válido observar que os ensaios experimentais foram de grande importância para validar os métodos numéricos propostos pelos pesquisadores, como é o caso dos modelos por elementos finitos elaborados por LAHOUD (1991), KIM e YANG (1995), RODRIGUES *et al.* (2015) e SHAABAN *et al.* (2019) para prever o comportamento dos pilares. Além disso, simulações numéricas foram realizadas por CLAESON e GYLLTOFF (1998) e KOTTB, EL-SHAFFEY e TORKEY (2015) nos *softwares* Abaqus® e Ansys®, respectivamente, para complementar os dados experimentais.

Ademais, podem ser citadas as contribuições de MACGREGOR, BREEN e PFRANG (1970), BONET *et al.* (2007) e ABDEL-KARIM *et al.* (2018) com métodos simplificados para considerar os efeitos de segunda ordem nos dimensionamentos de pilares esbeltos e MARÍ e HELLESLAND (2005) e HELLESLAND (2008) com as pesquisas sobre os limites de esbeltez.

Nota-se, ainda, que esses diferentes métodos viabilizam estudos sobre a confiabilidade dos resultados para os pilares, como é o caso de RUIZ e AGUIAR (1994) e ZHOU e HONG (2001) para concretos de resistência normal e DINIZ e FRANGOPOL (1997) e DINIZ e FRANGOPOL (1998) para os concretos de alta resistência.

5.2 PARÂMETROS QUE INFLUENCIAM O COMPORTAMENTO DO PILAR

A partir das referências bibliográficas apresentadas sobre o estudo do comportamento de pilares de concreto armado, como os ensaios experimentais são importantes para compreensão da relevância dos parâmetros do pilar, estes são apresentados no Quadro 5.1. Assim, os parâmetros do pilar ganham destaque, com as células em verde representando que o parâmetro foi variado pelo autor, em amarelo que o autor apenas utilizou o parâmetro sem variar e em vermelho que o autor não utilizou o parâmetro.

Quadro 5.1 – Ensaios experimentais de pilares sob flexão normal composta

Referências	Qtt de pilar	Concreto NSC	Concreto HSC	Seção	λ	e/L	e1/e2	Taxa armadura longitudinal	Espaçamento armadura transversal (mm)
		(MPa)	(MPa)	(mm)					
(HOGNESTAD, 1951)	120	14, 25 e 35	-	254 x 254 e D=305	15 e 26	0 a 1,25	-	1,46% - 4,8%	254
(KIM; YANG, 1995)	30	25,5	63,5 e 86,2	80 x 80	10, 60 e 100	0,3	-	1,98% e 3,96%	60
(CLAESON; GYLLTOFF, 1998)*	12	50	120	120 x 120 e 200 x 200	52 e 70	0,1 e 0,17	-	23,2% e 2,1%	100 - 240
(LIMA, 1997)**	13	-	80	200 x 200, 150 x 300 e 120 x 300	21, 40, 71	0,1 - 0,25	-	0,51% - 2,02%	50 - 250
(VANDERLEI, 1999)	8	-	80	150 x 300	40	2,54	-	0,53% - 1,58%	50, 100 e 150
(LEE;SON, 2000)	32	34,9 e 41,8	70,4 e 93,2	210 x 120 e 120 x 120	19, 40, 61	0,17 - 0,54	-	1,13%, 1,98% e 5,51%	40 e 60
(GERMAIN E ESPION, 2005)	12	-	90	180 x 180	73 - 84	0,01 - 0,11	-	1,40%	140
(DANTAS, 2006)	6	40	-	120 x 250	92,6	0 - 0,5	-	1,57%	100
(PALLARES <i>et al</i> , 2008)	23	-	103	100 x 200 e 200 x 100	17,3 - 103,9	0,1 - 1,6	-	1,57%	150
(MELO, 2009)	30	40	-	120 x 250	52,2, 71,5 e 92,7	0 - 0,5	-	1,57%	100
(SANTOS, G. S., 2009)	14	40	-	120 x 250	52,2 e 71,5	0 - 0,5	-	1,57%	100
(TORRICO, 2010)	21	30	60 e 100	120 x 200 e 150 x 150	13, 16 e 92	0,1 e 0,25	-	2,05%	s/, 50 e 100
(LEITE, 2013)	32	30,8	89,4	200 x 100 e 200 x 150	69,3 e 103,9	0 - 0,4	-0,5, 0 e 0,5	2,26% e 3,39%	150
(KOTTB; EL-SHAFFEY; TORKEY, 2015)	10	-	65 e 71,5	150 x 150	34,6, 41,6 e 52	0,1, 0,15 e 0,2	-	2% - 3,5%	60

* Possui um modelo numérico que avalia a variação da excentricidade, ** Pilar com semi engastamento

Fonte: A própria autora.

O Quadro 5.1 mostra que cada autor contribuiu para diferentes análises do comportamento do pilar, com destaque para a variação da esbeltez e excentricidade. Assim, a partir da análise do comportamento dos pilares realizada nas diversas pesquisas, são relatadas as conclusões dos diferentes autores quanto à influência de diferentes parâmetros no comportamento do pilar, principalmente para efeitos de segunda ordem.

De maneira geral, MARÍ e HELLESLAND (2005) destacam que são fatores relevantes para o pilar a força axial e o momento atuante no pilar, o comprimento, a geometria da seção, as condições de restrição, a quantidade e distribuição das armaduras, as propriedades dos materiais, a fluência, e as imperfeições geométricas.

A capacidade de carga do pilar é reduzida quando há o aumento da excentricidade relativa e aumento da esbeltez, sendo que pilares com resistência mais elevada são mais suscetíveis à redução da capacidade de carga quando há o aumento da esbeltez (KIM; YANG, 1995; LAHOUD, 1991) e da excentricidade (CLAESON; GYLLTOFF, 1998; LAHOUD, 1991).

Assim, o aumento da resistência do concreto aumenta a probabilidade de ruptura pelo estado limite último de instabilidade em pilares esbeltos (FENOLLOSA *et al.*, 2019; KIM; YANG, 1995). Essa tendência, segundo FENOLLOSA *et al.* (2019) e PALLARÉS *et al.* (2008), é maior para pilares esbeltos com excentricidades menores, pois o acréscimo dos efeitos de segunda ordem pode ser mais expressivo em comparação com os de primeira ordem, mesmo fenômeno que pode ser relatado em pilares com diferentes excentricidades na extremidade.

Enquanto o pilar de mesma excentricidade na extremidade apresenta momento de primeira ordem constante ao longo do seu comprimento e a flecha ocorrendo à meia altura, o pilar com diferentes excentricidades terá o seu momento máximo incompatível com a flecha do pilar. Com isso, o momento de segunda ordem pode possuir resultados de maior relevância que os de primeira ordem, o que faz deste parâmetro importante para os pilares (MACGREGOR; BREEN; PFRANG, 1970). Dessa forma, LEITE *et al.* (2013) e MACGREGOR, BREEN e PFRANG (1970) observaram a redução da capacidade de carga quando há o aumento da razão entre as excentricidades das extremidades.

Pilares com maior taxa de armadura longitudinal fornecem maior estabilidade, fator importante principalmente para o pilar esbelto, pois contribui para a confiabilidade (DINIZ; FRANGOPOL, 1998; KIM; YANG, 1995; BROMS; VIEST, 1961 apud MACGREGOR; BREEN; PFRANG, 1970). Isso é ainda mais efetivo quando há o aumento da resistência do concreto, evidenciando a eficiência em aumentar as armaduras longitudinais em pilares esbeltos de alta resistência (KIM; YANG, 1995). Dessa forma, há o aumento da capacidade de carga em

pilares com elevada taxa de armadura longitudinal (KIM; YANG, 1995; KOTTB; EL-SHAFFEY; TORKEY, 2015; LEITE *et al.*, 2013).

Outro fator a ser levado em consideração na análise de pilares é a fluência, a qual tende a diminuir a capacidade de carga do pilar, pois aumenta a deflexão, principalmente quando o pilar é esbelto (MACGREGOR; BREEN; PFRANG, 1970; PASTORE, 2020). Além disso, LAHOUD (1991) relatou que a capacidade resistente de pilares com concreto de alta resistência é mais afetada pelo valor do coeficiente de fluência.

A ductilidade é um fator de importante análise dos pilares de concreto armado, principalmente devido à relevância em pilares de concreto com alta resistência. Dessa forma, autores como CLAESON e GYLLTOFF (1998) e KOTTB, EL-SHAFFEY e TORKEY (2015) relataram o aumento da ductilidade com o aumento da esbeltez do pilar, diferente do que foi apresentado por LEITE *et al.* (2013). Além disso, o aumento da excentricidade também contribui com o aumento da ductilidade de acordo com KOTTB, EL-SHAFFEY e TORKEY (2015) e LEITE *et al.* (2013).

Assim, com base nas análises de diversos autores é possível compreender quais fatores influenciam no comportamento do pilar e como isso ocorre, de modo que o estudo paramétrico realizados neste trabalho seja pautado em parâmetros relevantes.

6 METODOLOGIA DA PESQUISA

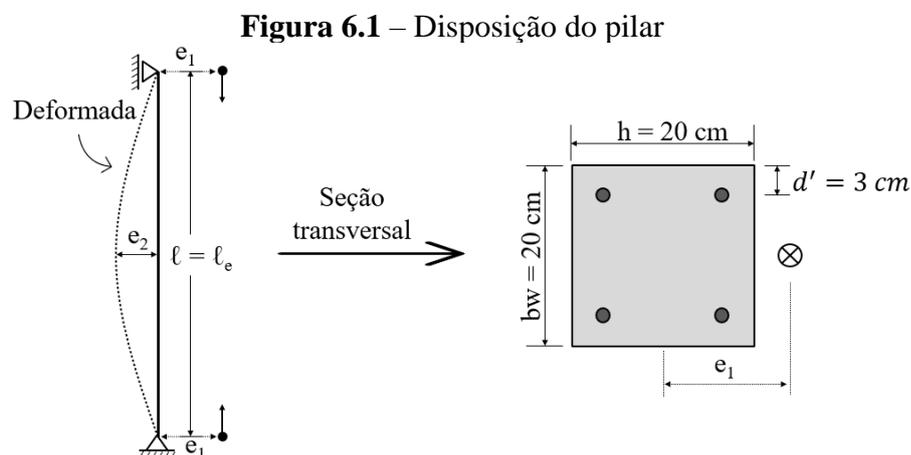
Para realizar o estudo paramétrico dos efeitos de segunda ordem de pilares de concreto armado foram definidos os parâmetros de interesse, sendo combinados para definirem diferentes pilares. As combinações foram apresentadas em etapas para favorecer as análises.

Foram definidos o estado limite último desses pilares como de esgotamento do material ou de instabilidade por meio do método da envoltória resistente, sendo necessário determinar o diagrama M-N solicitante e o diagrama M-N de cada pilar. A partir disso, a força última (N_u) e o momento último (M_u) do pilar foram determinados, o que viabilizou a realização de diversas análises quanto à relevância dos efeitos de segunda ordem.

Ademais, por meio dos diferentes métodos recomendados pela ABNT NBR 6118:2023 para considerar os efeitos de segunda ordem no pilar, foram obtidas as flechas dos pilares utilizando a força última previamente determinada, a qual passou a ser a força solicitante (N_{sd}), o que possibilitou comparar os diferentes métodos propostos.

6.1 DEFINIÇÃO DO CONJUNTO DE PARÂMETROS

O pilar utilizado para o estudo paramétrico (Figura 6.1) é biapoiado e com momento de primeira ordem constante ao longo do comprimento. Assim, o comprimento efetivo (ℓ_e) é igual ao comprimento do pilar (ℓ) e a excentricidade (e_1) da força aplicada é igual no topo e na base. Dessa forma, a flecha (e_2) ocorre à meia altura do pilar submetido à flexão composta normal, correspondendo ao maior momento de segunda ordem. Combinando com o momento de primeira ordem constante, indica a seção mais crítica – analisada ao longo deste trabalho.



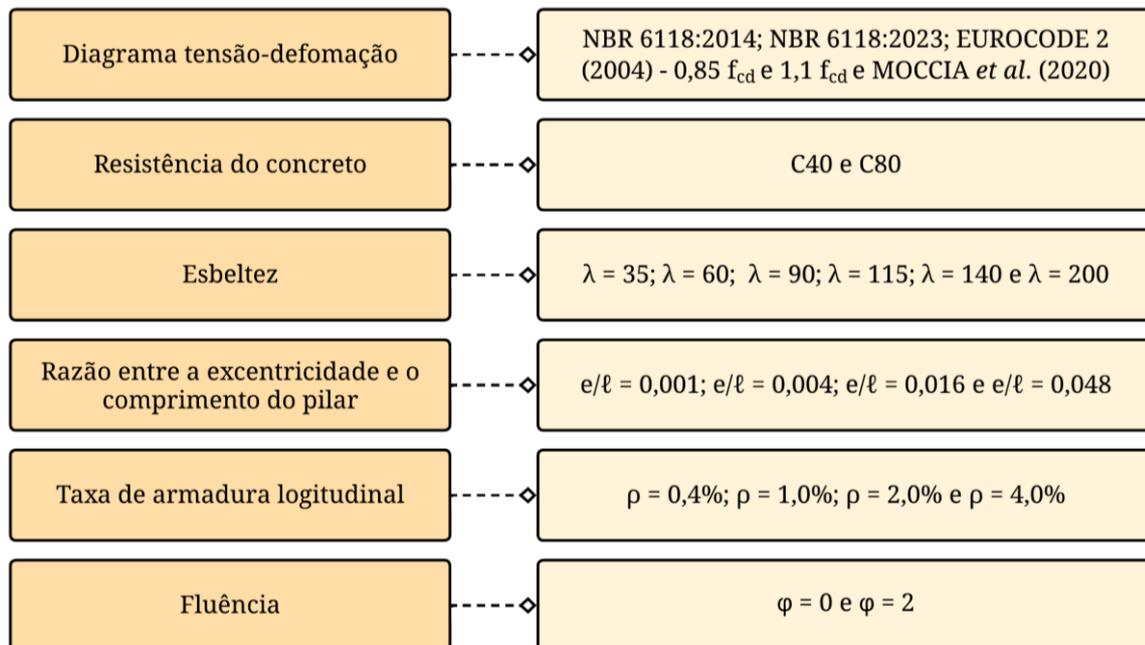
Fonte: A própria autora.

A Figura 6.1 também apresenta a seção transversal do pilar, a qual é quadrada de lado (h) igual a 20 cm, com armadura simétrica e relação d'/h igual a 0,15. A dimensão do pilar utilizada foi próxima ao mínimo estabelecido pela ABNT NBR 6118:2023, de 19 cm, para não resultar em comprimentos excessivos devido à elevada esbelteza. A disposição das armaduras seguiu os ábacos disponíveis na literatura, como é apresentado em FUSCO (1981) e em VENTURINI (1987).

6.1.1 Parâmetros de interesse para o comportamento do pilar

A Figura 6.2 apresenta o resumo dos parâmetros e valores de interesse para o estudo do comportamento dos pilares. São esses parâmetros: a resistência à compressão, o índice de esbelteza (λ), a razão entre a excentricidade a o comprimento efetivo do pilar (e_1/ℓ_e), a taxa de armadura longitudinal (ρ) e a fluência – por meio do coeficiente de fluência (φ). Além disso, foi avaliado o uso de diferentes diagramas tensão-deformação propostos na literatura.

Figura 6.2 – Parâmetros de relevância para o comportamento do pilar



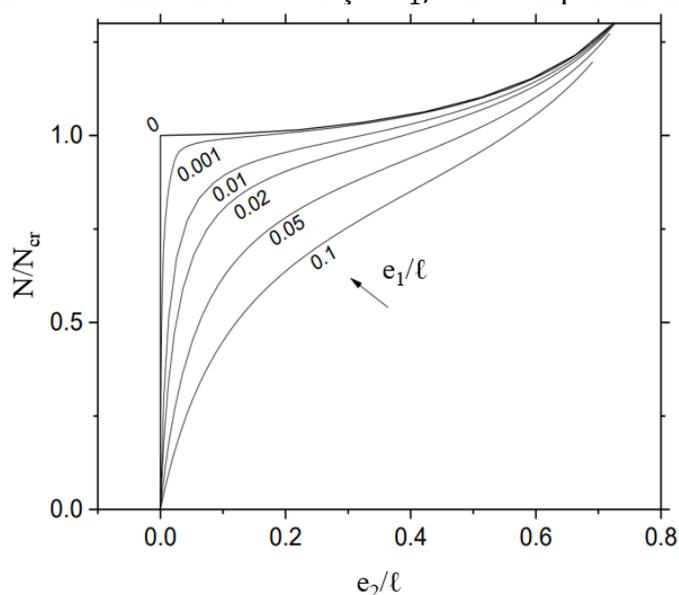
Fonte: A própria autora.

A resistência do concreto foi avaliada no grupo I (C40) e no grupo II (C80). Os valores de esbelteza do pilar para o estudo paramétrico englobaram valores limites apresentados pela ABNT NBR 6118:2023 e valores intermediários. Dessa forma, $\lambda = 35$ se refere à dispensa dos efeitos de segunda ordem, $\lambda = 90$ impõe necessariamente o cálculo dos efeitos de segunda ordem e a consideração da fluência, além de ser o limite para os métodos simplificados de

curvatura e rigidez aproximada, $\lambda = 140$ é o limite para utilizar o método do pilar padrão acoplado ao N-M-1/r e $\lambda = 200$ é o valor a partir do qual é exigida força normal reduzida. Os valores de esbeltez $\lambda = 60$ e $\lambda = 115$ foram intermediários aos limites estabelecidos em norma.

Para avaliar o parâmetro excentricidade, foi utilizada a razão entre a excentricidade e o comprimento efetivo do pilar (e_1/ℓ_e). Essa relação foi apresentada por TIMOSHENKO e GERE (1963) como sendo uma análise mais lógica do que a excentricidade relativa, e também utilizado por SIMITSES e HODGES (2006) para avaliar a instabilidade de modelos de imperfeição geométrica, como apresentado na Figura 6.3. Para representar as imperfeições do pilar, SALMON (1921 apud TIMOSHENKO e GERE, 1963) recomenda o valor de $e_1/\ell_e = 0,001$. Além desse valor, foi utilizado $e_1/\ell_e = 0,004$, $e_1/\ell_e = 0,016$ e $e_1/\ell_e = 0,048$ para analisar o comportamento do pilar em maiores excentricidades, sendo utilizado uma progressão geométrica para essa escolha – com exceção do último valor, o qual foi reduzido.

Figura 6.3 – Influência da relação e_1/ℓ no comportamento do pilar.



Fonte: Traduzido e adaptado de SIMITSES e HODGES (2006).

Para a armadura longitudinal, considerou-se como dados de interesse a taxa mínima de armadura ($\rho = 0,4\%$) e a taxa máxima ($\rho = 4\%$), além de valores intermediários que são usuais em projetos ($\rho = 1\%$ e $\rho = 2\%$). Como a fluência também é um fator de relevância, principalmente pela ABNT NBR 6118:2023 exigir a sua consideração a partir da esbeltez de $\lambda = 90$, os pilares foram avaliados sem fluência ($\varphi = 0$) e com fluência ($\varphi = 2$).

Foram realizadas análises no pilar considerando quatro diagramas tensão-deformação de interesse. Primeiramente, utilizou-se o diagrama parábola-retângulo presente na ABNT NBR

6118:2014, norma vigente durante o desenvolvimento deste trabalho (Figura 2.3). Como o diagrama tensão-deformação do concreto sofreu modificações na ABNT NBR 6118:2023, norma vigente no final do trabalho, acrescentou-se essa análise. Ademais, como o diagrama apresentado por MOCCIA *et al.* (2020) foi referência para a redução da tensão de pico apresentada na ABNT NBR 6118:2023, o diagrama de MOCCIA *et al.* (2020) se tornou relevante para este trabalho.

Por fim, diagrama do EUROCODE 2 (2004) foi recomendado pela IBRACON (2015) como uma proposta mais realista e foi inserido na atualização da norma brasileira, ABNT NBR 6118:2023. Com isso, o diagrama tensão-deformação do EUROCODE 2 (2004) foi adicionado na análise. Destaca-se também a recomendação da ABNT NBR 6118:2023 em utilizar a tensão de pico igual a $1,1 f_{cd}$ nas análises dos efeitos de segunda ordem. A recomendação foi atendida e foram incluídas análises com a tensão de pico igual a $0,85 f_{cd}$ para avaliar a sua influência.

6.1.2 Definição do conjunto de parâmetros

A partir da definição dos valores dos parâmetros relevantes para o estudo do comportamento do pilar, foram realizadas combinações entre esses valores para definir os pilares que seriam analisados. Como apresentado na Figura 6.4, foi realizada a combinação dos parâmetros em três etapas distintas, sendo definidas subetapas para melhor estruturar o estudo paramétrico, totalizando 864 pilares analisados.

Na Figura 6.4 foram utilizados diferentes tons de laranja para organizar as informações. O laranja intermediário representa os dados que qualificam cada subetapa – diagrama tensão deformação, resistência do concreto e a fluência. O laranja mais claro representa os dados que foram parametrizados em cada subetapa – índice de esbeltez, relação entre a excentricidade e o comprimento efetivo do pilar e a taxa de armadura.

Figura 6.4 – Combinações dos conjuntos de parâmetros em 3 etapas

ETAPA		Diagrama tensão-deformação	Parâmetros				
ETAPA 1	ETAPA 1.0	NBR 6118:2014 (1,1 f_{cd})	C40	$\varphi = 0$	$\lambda = 35$ $\lambda = 60$ $\lambda = 90$ $\lambda = 115$ $\lambda = 140$ $\lambda = 200$	$e/\ell = 0,001$ $e/\ell = 0,004$ $e/\ell = 0,016$ $e/\ell = 0,048$	$\rho = 0,4\%$ $\rho = 1,0\%$ $\rho = 2,0\%$ $\rho = 4,0\%$
	ETAPA 1.1	EUROCODE 2 (2004) (1,1 f_{cd})					
	ETAPA 1.2	EUROCODE 2 (2004) (0.85 f_{cd})					
ETAPA 2	ETAPA 2.0	NBR 6118:2014 (1,1 f_{cd})	C80	$\varphi = 0$	$\lambda = 35$ $\lambda = 60$ $\lambda = 90$ $\lambda = 115$ $\lambda = 140$ $\lambda = 200$	$e/\ell = 0,001$ $e/\ell = 0,004$ $e/\ell = 0,016$ $e/\ell = 0,048$	$\rho = 0,4\%$ $\rho = 1,0\%$ $\rho = 2,0\%$ $\rho = 4,0\%$
	ETAPA 2.1	EUROCODE 2 (2004) (1.1 f_{cd})					
	ETAPA 2.2	NBR 6118:2023 (1,1 $\eta_c f_{cd}$)					
	ETAPA 2.3	MOCCIA <i>et al.</i> (2020) (1,1 $\eta_c f_{cd}$)					
ETAPA 3	ETAPA 3.0	NBR 6118:2014 (1,1 f_{cd})	C40	$\varphi = 2$	$\lambda = 35$ $\lambda = 60$ $\lambda = 90$ $\lambda = 115$ $\lambda = 140$ $\lambda = 200$	$e/\ell = 0,001$ $e/\ell = 0,004$ $e/\ell = 0,016$ $e/\ell = 0,048$	$\rho = 0,4\%$ $\rho = 1,0\%$ $\rho = 2,0\%$ $\rho = 4,0\%$
	ETAPA 3.1	NBR 6118:2014 (1,1 f_{cd})	C80				

Fonte: A própria autora.

A etapa 1 abordou os concretos convencionais (C40) e sem fluência ($\varphi = 0$). A etapa 1.0 utilizou o diagrama parábola-retângulo presente na ABNT NBR 6118:2023 com tensão de pico de 1,1 f_{cd} , a etapa 1.1 utilizou o diagrama do EUROCODE 2 (2004) com tensão de pico de 1,1 f_{cd} e a etapa 1.2 o diagrama do EUROCODE 2 (2004) com tensão de pico de 0,85 f_{cd} . A variação da tensão de pico ocorreu no diagrama do EUROCODE 2 (2004) por apresentar o coeficiente α_c (redução da tenção de pico) variável de acordo com as normas de cada país, além de não dispor da mesma recomendação que a ABNT NBR 6118:2023 apresenta para quando há deformabilidade dos elementos. Dentro de cada subetapa houve uma combinação simples entre os outros parâmetros, o que totalizou 96 combinações para cada subetapa, ou seja, para cada diagrama tensão-deformação do concreto.

A etapa 2 aborda os concretos de alta resistência (C80) e sem fluência ($\varphi = 0$). A etapa 2.0 se refere ao diagrama parábola-retângulo presente na ABNT NBR 6118:2014. A etapa 2.1 utiliza o diagrama do EUROCODE 2 (2004) – mantendo-se a recomendação de utilizar a tensão

de pico de $1,1 f_{cd}$. Como a consulta disponibilizada da ABNT NBR 6118:2023 apresenta alteração do diagrama tensão-deformação do concreto para resistências superiores a 40 MPa, este diagrama foi avaliado na etapa 2.2, além de ser realizada a etapa 2.3 com o diagrama tensão-deformação de MOCCIA *et al.* (2020). Dentro de cada subetapa houve uma combinação simples entre os outros parâmetros, o que totalizou 96 combinações para cada subetapa, ou seja, para cada diagrama tensão-deformação do concreto.

A etapa 3 utiliza o diagrama parábola-retângulo da ABNT NBR 6118:2023 e considera a fluência ($\varphi = 2$) dos pilares. A etapa 3.0 utiliza os concretos convencionais e a etapa 3.1 utiliza os concretos de alta resistência. Com isso, foram realizadas 96 combinações para cada subetapa, ou seja, para cada classe de resistência do concreto.

Como foi utilizado o método da envoltória resistente para definir o estado limite último dos 864 pilares, foi determinado o diagrama M-N solicitante da seção mais crítica de cada pilar por meio do *software* Abaqus® e o diagrama M-N resistente da seção mais crítica de cada pilar por meio de rotinas no Python, com a metodologia sendo descrita na sequência.

6.2 DIAGRAMA M-N SOLICITANTE: ABAQUS

O diagrama M-N solicitante da seção mais crítica de cada pilar foi determinado por meio da simulação numérica utilizando o *software* Abaqus®, que permite considerar a não linearidade física e geométrica do pilar, uma vez que emprega a análise por elementos finitos e dispõe de diferentes modelos para representar os materiais. Sendo assim, foi necessário definir um modelo de simulação que fornecesse dados satisfatórios do comportamento do pilar, visando o menor tempo de pré-processamento e processamento.

6.2.1 Modelo de referência

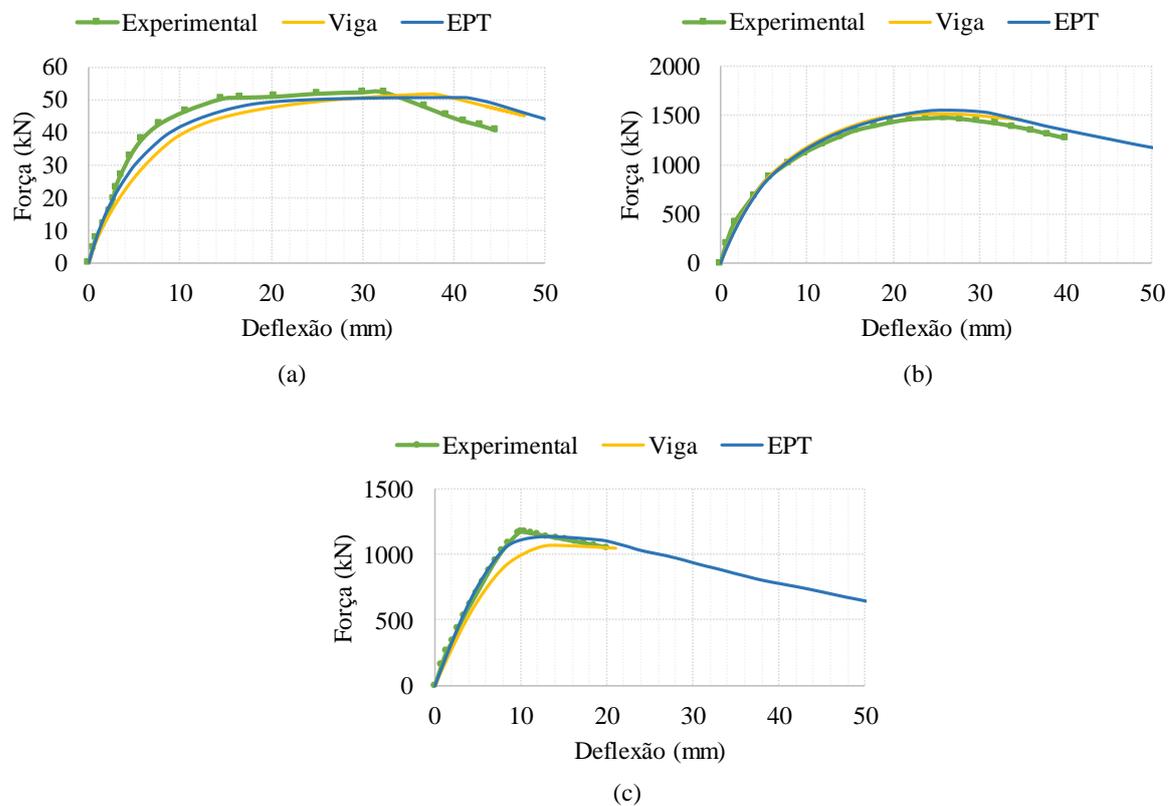
GUERRA e CARRAZEDO (2022) propõem duas possíveis simulações bidimensionais para obter o diagrama força-deslocamento do pilar com o *software* Abaqus®. A primeira simulação proposta utiliza elementos no estado plano de tensão para o pilar de concreto e o modelo *Concrete Damaged Plasticity* para representar o concreto, sendo utilizado para as armaduras elementos de treliça e o modelo elasto-plástico para representar o aço.

A segunda simulação proposta pelos autores utiliza elementos de viga para representar o pilar de concreto e as armaduras, com o modelo *Cast Iron Plasticity* para representar o concreto e o modelo elasto-plástico para representar o aço. Devido às limitações do programa, os autores

utilizaram o Abaqus/STANDARD na segunda simulação para embutir as armaduras no pilar de concreto.

O diagrama força-deslocamento gerado pelos dois modelos de simulação propostos por GUERRA e CARRAZEDO (2022) foi comparado pelos autores com resultados experimentais de KIM e YANG (1995), GERMAIN e ESPION (2005), PALLARÉS *et al.* (2008). Assim, os autores concluíram que a segunda simulação, a qual utiliza elementos de viga, é mais vantajosa em termos de pré-processamento e processamento, além de fornecer resultados satisfatórios, como apresentado na Figura 6.5.

Figura 6.5 – Comparação do diagrama força-deslocamento: (a) KIM e YANG (1995), (b) GERMAIN e ESPION (2005) e (c) PALLARÉS *et al.* (2008)



Fonte: Adaptado e traduzido de GUERRA e CARRAZEDO (2022).

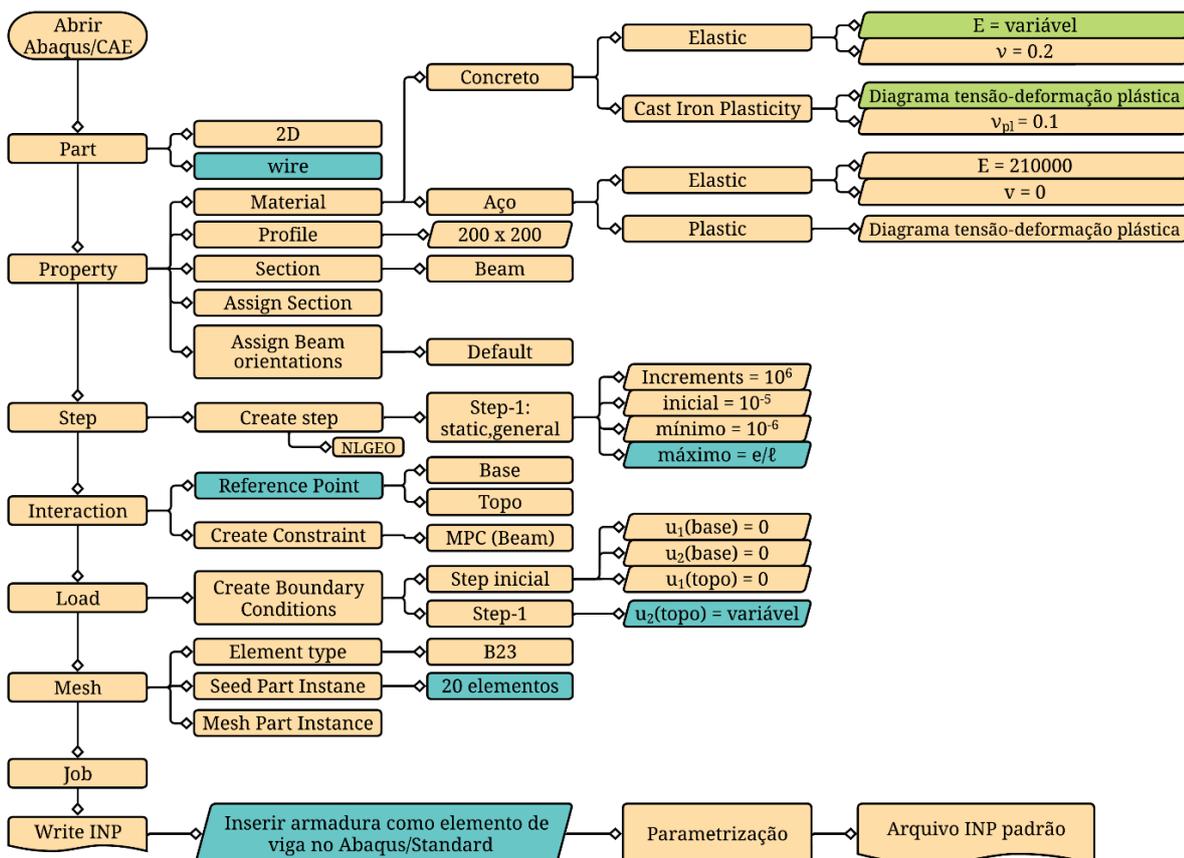
Com isso, para desenvolver o diagrama M-N solicitante na seção mais crítica do pilar foi utilizada a segunda simulação proposta, com elementos de viga para representar o pilar de concreto e as armaduras, modelo *Cast Iron Plasticity* para representar o concreto e o modelo elasto-plástico para representar o aço. Além disso, também foi utilizado o Abaqus/STANDARD para embutir as armaduras no pilar de concreto. Destaca-se que foi imposto no diagrama tensão-deformação dos materiais uma queda abrupta da tensão para a deformação última como artifício para representar o esgotamento do material.

6.2.2 Determinação do arquivo INP padrão – Abaqus/CAE para arquivo INP

As combinações apresentadas anteriormente, na Figura 6.4, totalizaram 864 pilares. Como consequência, essa é a quantidade de diagramas M-N solicitantes, ou seja, de modelos desenvolvidos no *software* Abaqus®, sendo o estudo paramétrico viável ao automatizar as parametrizações.

Para isso, foi desenvolvido no Abaqus/CAE um arquivo INP padrão, conforme apresentado na Figura 6.6 e disponível no Apêndice A, que possibilitasse o processamento dos pilares nas condições estabelecidas previamente. Destaca-se que o modelo proposto aplica um deslocamento no topo do pilar em passos de incrementos pré-estabelecidos e que variam de acordo com a necessidade de convergência do programa, o qual utiliza o modelo de Newton-Raphson. Uma maior quantidade de passos tem como resposta um diagrama força-deslocamento mais refinado, no entanto eleva o tempo processamento do modelo.

Figura 6.6 – Fluxograma: Abaqus/CAE para arquivo INP padrão



Fonte: A própria autora.

O fluxograma da Figura 6.6 apresenta todo o procedimento realizado no Abaqus/CAE para compor o arquivo INP padrão. Em “Part” foi desenhada a barra do pilar e em “Property”

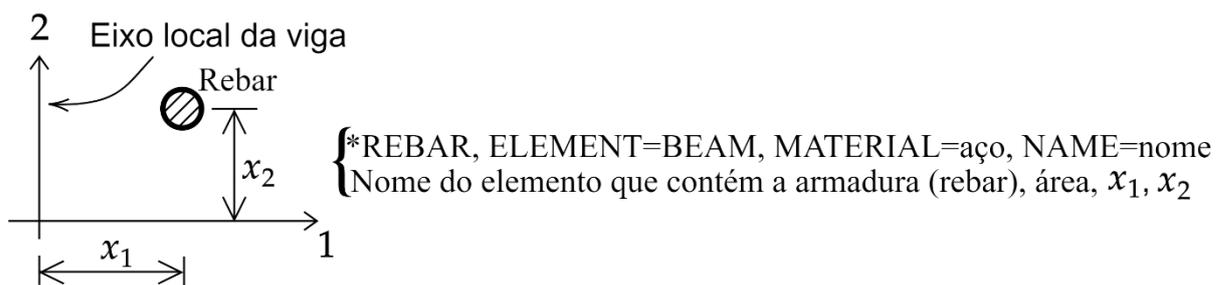
foram fornecidas as propriedades do pilar – as propriedades dos materiais foram alteradas posteriormente, pois são dependentes da subetapas. Em “*Step*” foram definidas as informações dos incrementos, de maneira a garantir que o tempo de processamento não fosse elevado, mas que assegurasse passos de incrementos adequados. É nessa categoria que a consideração da não linearidade geométrica deve ser informada ao *software* Abaqus®.

Em “*Interactions*” foi criado o *Reference Point* para representar a excentricidade, pois é o local no qual foi aplicado o deslocamento, sendo utilizada a restrição MPC para conectar esse ponto com as extremidades do pilar. Em “*Load*” foram definidas as condições de contorno, com destaque para o deslocamento aplicado no topo do pilar, o qual foi variável de acordo com os parâmetros do pilar para garantir a representação de toda a curva força-deslocamento – ou força-momento.

Em “*Mesh*” foi realizada a discretização do pilar em 20 elementos B23, elementos de viga que utilizam a teoria de Euler-Bernoulli e interpolação cúbica. Por fim, em “*Job*” foi escrito o arquivo INP. O arquivo INP padrão foi definido apenas com a inserção das armaduras como elemento de viga no Abaqus/STANDARD e com as parametrizações.

Devido à armadura como elemento de viga não poder ser modelada no Abaqus/CAE, foi necessário determiná-las no arquivo INP – Abaqus/STANDARD. Assim, abaixo das propriedades definidas para a seção do pilar, foram inseridas as duas linhas da Figura 6.7 no arquivo INP, como indicado no Apêndice A.

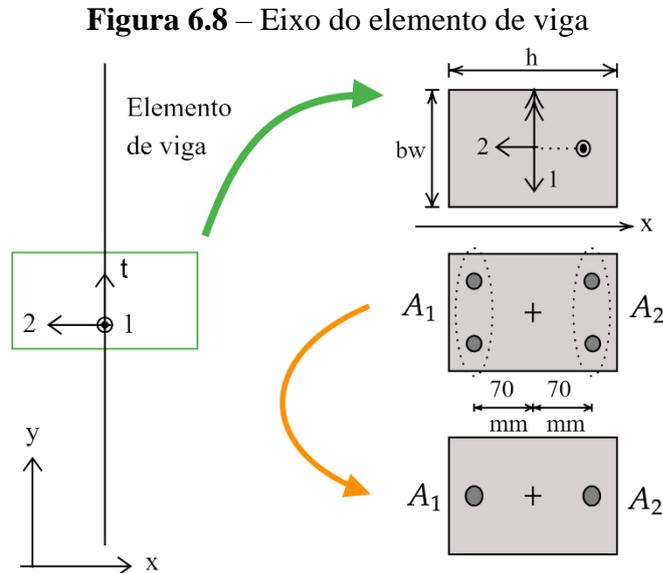
Figura 6.7 – Embutimento da armadura no pilar



Fonte: Adaptado de DASSAULT SYSTÈMES (2014)

Considerando a representação bidimensional do pilar, as quatro armaduras representadas pela Figura 6.1 foram substituídas por duas com área equivalente e de mesma relação d'/h , como apresentado na Figura 6.8. Assim, foi acrescentado o nome do material estabelecido para o aço e colocado um nome para a armadura. Em seguida, foi inserido o nome do elemento que iria conter a armadura, a área dessa armadura e as coordenadas. O padrão no

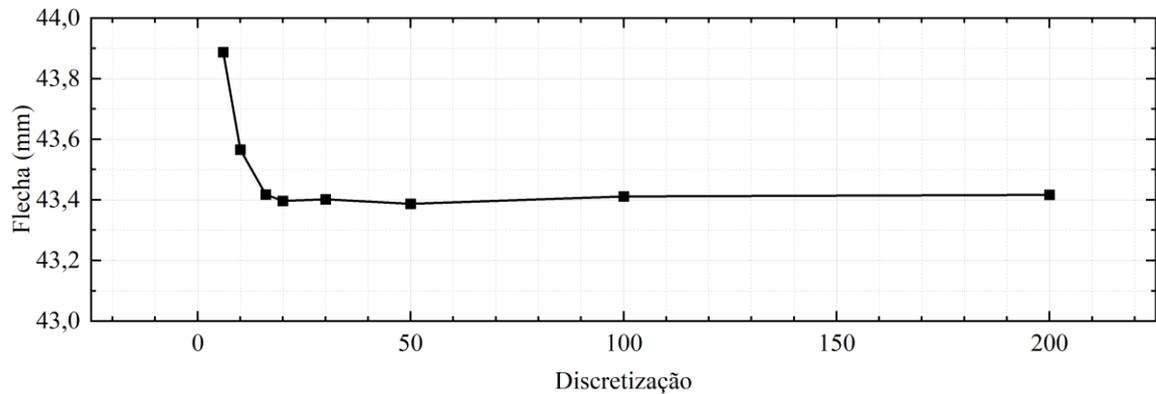
software Abaqus® é o eixo 2 paralelo ao lado h e o eixo 1 é paralelo ao lado bw , o que resultou nas coordenadas $x_1 = 0$ e $x_2 = \pm 70$ mm.



Fonte: A própria autora.

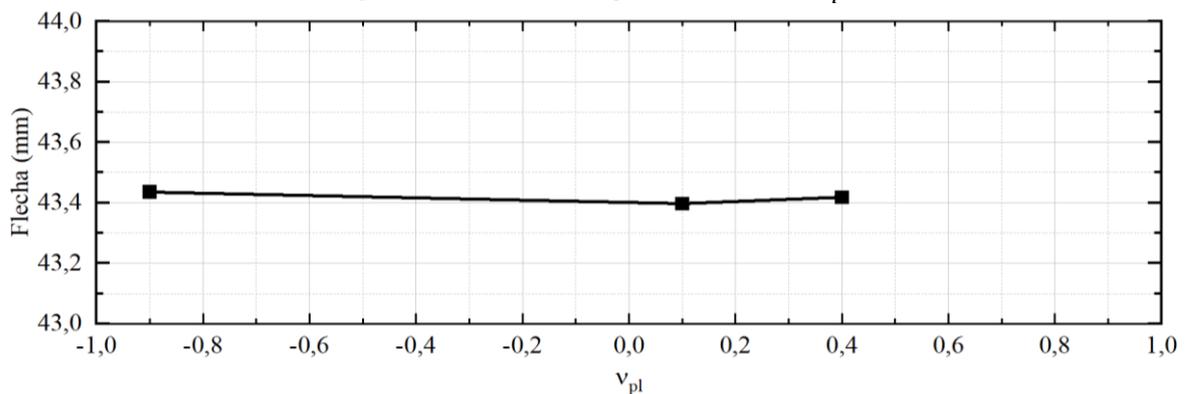
Para facilitar a compreensão dos dados do fluxograma da Figura 6.6, foram utilizadas cores distintas para indicar alterações realizadas no arquivo INP. As informações representadas em azul se referem às parametrizações realizadas – modificação dos dados (valores numéricos) para parâmetros que pudessem ser variados posteriormente. Assim, isso foi implementado em processos que dependiam do comprimento do pilar, da excentricidade e da taxa de armadura. As informações representadas em verde são as que foram alteradas após o desenvolvimento do arquivo INP padrão, pois definem cada subetapa – módulo de elasticidade e o diagrama tensão-deformação do concreto.

Destaca-se que houve a calibração da quantidade de discretizações necessárias para garantir resultados precisos. O estudo foi realizado no pilar com 12 metros de comprimento (índice de esbeltez próximo à 200), de menor excentricidade ($e_1/\ell_e = 0,001$) e taxa de armadura ($\rho = 0,4\%$), pois são características dos parâmetros que conduzem à maior relevância dos efeitos de segunda ordem de acordo com a literatura. Assim, a Figura 6.9 mostra que, a partir de 20 elementos, a flecha permanece quase constante, sendo escolhida essa quantidade de elementos discretizados para reduzir o tempo de processamento.

Figura 6.9 – Calibração da discretização do pilar

Fonte: A própria autora.

Ademais, o valor de ν_{pl} do modelo *Cast Iron Plasticity* utilizado para representar o concreto também foi calibrado, sendo observado na Figura 6.10 que sua variação não interfere nos resultados.

Figura 6.10 – Calibração do valor de ν_{pl} 

Fonte: A própria autora.

6.2.3 Determinação do diagrama M-N solicitante

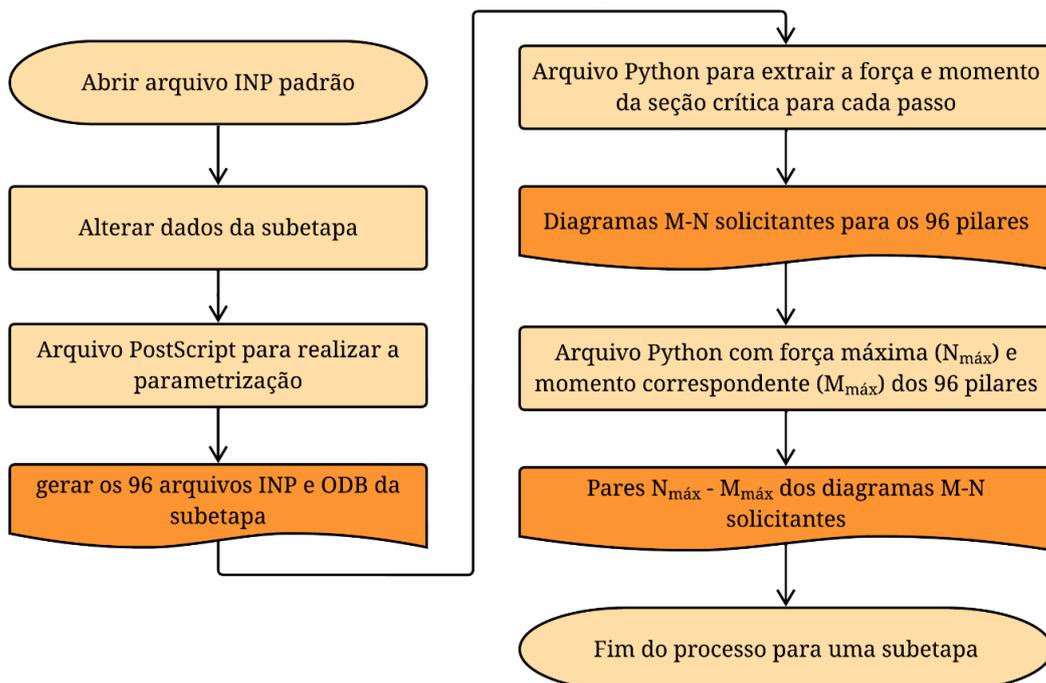
A partir do arquivo INP padrão, foram gerados os arquivos INP para cada subetapa. Para isso, foram modificadas as propriedades do concreto, conforme apresentado na Tabela 6.1, correspondendo às alterações dos dados em verde do fluxograma da Figura 6.6. Destaca-se que a tração do concreto foi desprezada ao se adotar a resistência próxima à zero. Além disso, ao descrever o diagrama tensão-deformação, foi admitida uma queda abrupta da tensão na deformação última como artifício para representar a ruptura dos materiais, tanto do aço quanto do concreto. Ademais, nota-se que o diagrama adotado para a etapa 3 se refere à Figura 4.3, diagrama da ABNT NBR 6118:2014 com as deformações relativas à fluência.

Tabela 6.1 – Dados utilizados para o concreto em cada subetapa do diagrama M-N solicitante

Etapa	Subetapa	Diagrama	σ_{pico}	Classe	E_{sec} (MPa)	ϵ_{pico} (‰)	$\epsilon_{\text{última}}$ (‰)
1	1.0	NBR 6118:2014	$1,1 f_{cd}$				
	1.1	EUROCODE 2 (2004)	$1,1 f_{cd}$	C40	31875	2,000 ‰	3,500 ‰
	1.2	EUROCODE 2 (2004)	$0,85 f_{cd}$				
2	2.0	NBR 6118:2014	$1,1 f_{cd}$			2,516 ‰	2,604 ‰
	2.1	EUROCODE 2 (2004)	$1,1 f_{cd}$	C80	45132	2,800 ‰	2,803 ‰
	2.2	NBR 6118:2023	$1,1 \eta_c f_{cd}$			2,516 ‰	2,604 ‰
	2.3	MOCCIA <i>et al.</i> (2020)	$1,1 \eta_c f_{cd}$			2,000 ‰	3,500 ‰
3	3	NBR 6118:2014	$1,1 f_{cd}$	C40	31875	6,000 ‰	10,500 ‰
	3.1	NBR 6118:2014	$1,1 f_{cd}$	C80	45132	7,548 ‰	7,812 ‰

Fonte: A própria autora.

Podem ser observados no fluxograma da Figura 6.11 os procedimentos empregados para obter os diagrama M-N solicitantes de cada subetapa. O fluxograma tem como início o arquivo INP padrão, sendo alterados os dados para a subetapa e gerado os 96 arquivos da subetapa. Em seguida, foram extraídos os dados de momento e força da seção crítica para definir o diagrama M-N solicitante e determinar os valores de $N_{m\acute{a}x}$ e $M_{m\acute{a}x}$, isto é, a força máxima (ponto limite) e o momento correspondente, respectivamente.

Figura 6.11 – Fluxograma: arquivo INP para os diagramas M-N solicitantes de cada subetapa

Fonte: A própria autora.

Os processos apresentados na Figura 6.11 iniciam com a alteração dos dados do concreto para cada subetapa a partir do arquivo INP padrão. Em seguida, um arquivo *PostScript* foi criado para realizar a parametrização da subetapa, isto é, variar a esbeltez, razão entre excentricidade e comprimento efetivo do pilar e a taxa de armadura. Com isso, para uma subetapa, o arquivo *PostScript* criou, automaticamente, 96 combinações de pilares conforme os conjuntos de parâmetros da Figura 6.4. Um arquivo Python foi criado para extrair a força e o momento da meia altura do pilar (seção crítica) para cada passo de incremento, resultando em um arquivo de texto para cada um dos 96 pilares com o diagrama M-N solicitante.

Uma informação importante a ser obtida do diagrama M-N solicitante é a força máxima ($N_{m\acute{a}x}$) e seu momento correspondente ($M_{m\acute{a}x}$), pois é esse par momento-normal que é comparado com o diagrama M-N resistente para avaliar o estado limite último do pilar.

Sendo assim, foi necessário gerar outro arquivo Python para encontrar o par força máxima – momento, o que gerou um único arquivo para os 96 pilares. Assim, o fluxograma da Figura 6.11 foi repetido para cada subetapa, totalizando 864 diagramas M-N solicitantes, além da informação da força máxima ($N_{m\acute{a}x}$) e do seu momento correspondente ($M_{m\acute{a}x}$) de cada pilar.

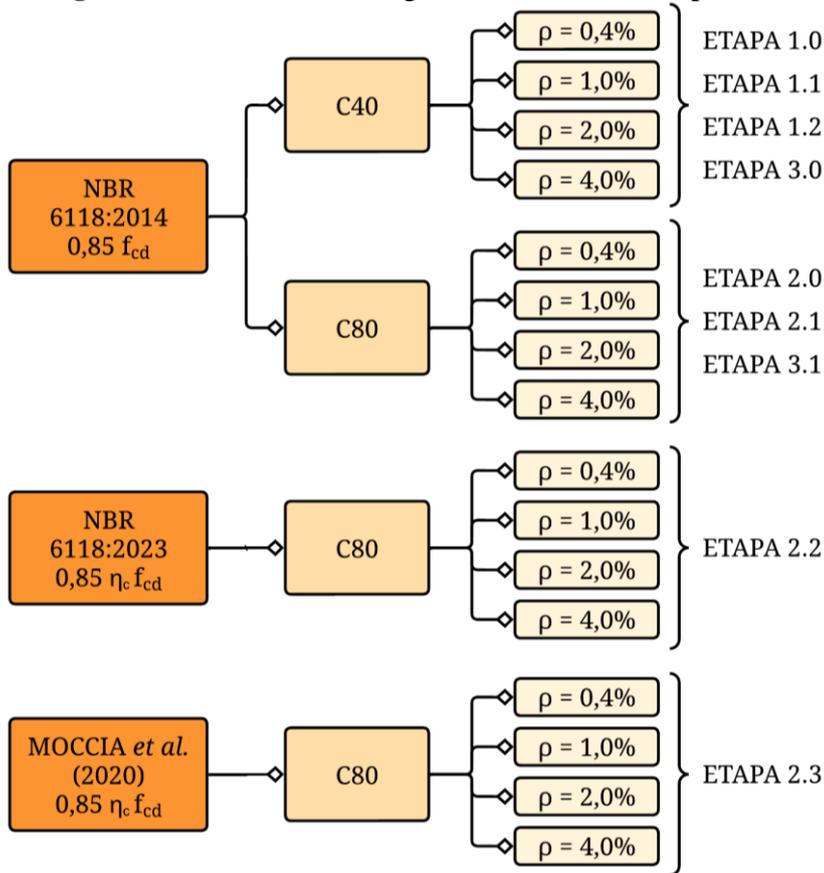
6.3 DIAGRAMA M-N RESISTENTE: PYTHON

O diagrama M-N resistente foi obtido por meio de uma rotina do Python que identifica o momento resistente de uma seção submetida à determinada força normal, de modo a gerar a envoltória resistente com a variação da força normal.

O diagrama M-N resistente não utilizou os mesmos diagramas tensão-deformação que o diagrama M-N solicitante. Para as subetapas 1.0, 1.1, 1.2, 2.0 e 2.1 foi adotado o diagrama tensão-deformação da ABNT NBR 6118:2014, com as deformações relativas à fluência para a subetapa 3.0 e a 3.1. Já a subetapa 2.2 utilizou o diagrama tensão-deformação da ABNT NBR 6118:2023 e a subetapa 2.3 utilizou o diagrama tensão-deformação de MOCCIA *et al.* (2020). Todos os diagramas são parábola-retângulo com tensão de pico de $0,85 f_{cd}$.

Assim, considerando que a seção do pilar é influenciada pelo diagrama tensão-deformação, resistência à compressão e pela taxa de armadura, foram processados 16 diagramas M-N resistente, como apresentado na Figura 6.12.

Figura 6.12 – Dados do diagrama M-N resistente para cada etapa

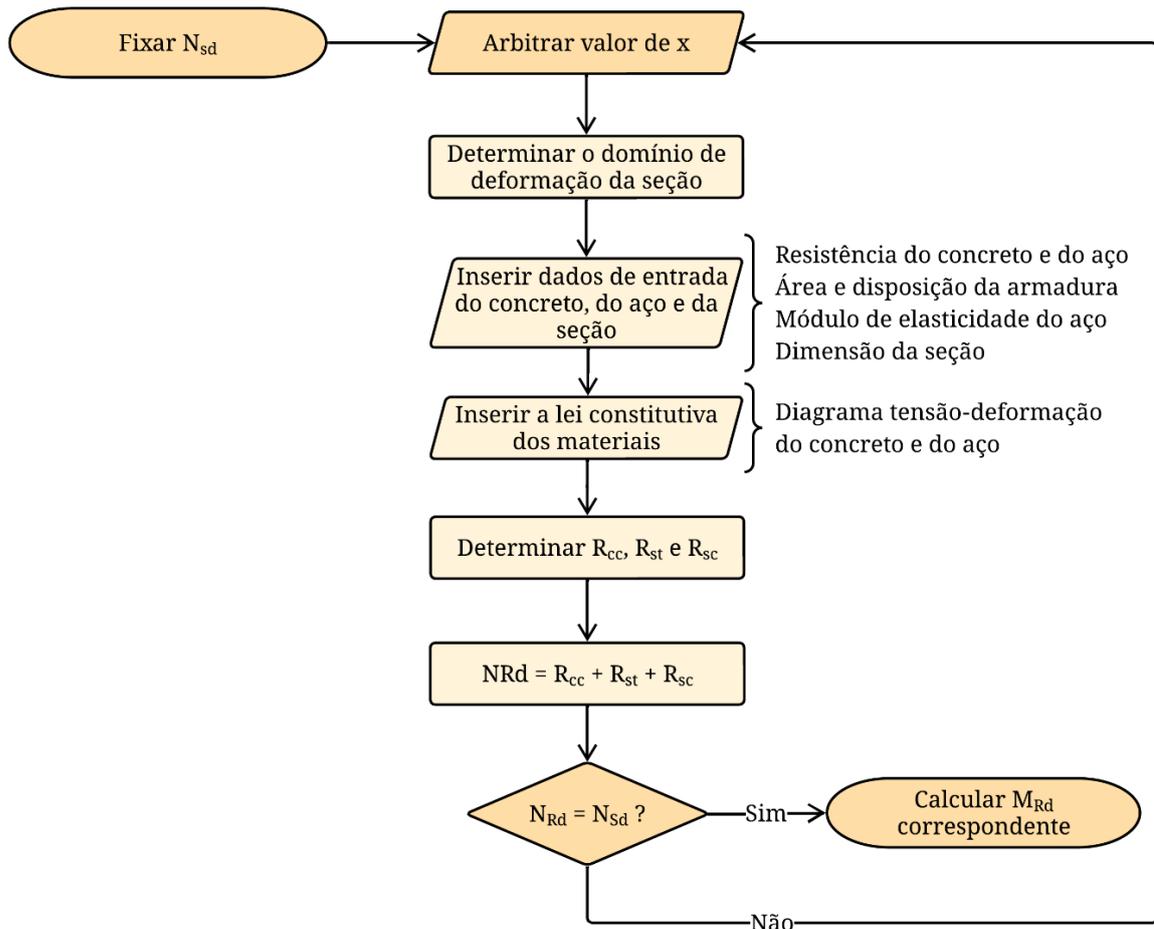


Fonte: A própria autora.

Para desenvolver o diagrama M-N resistente na linguagem Python, foi utilizado o fluxograma apresentado na Figura 6.13, na qual é apresentado o processo para obter a momento resistente de uma seção correspondente à força última solicitante – a qual deve ser igual à força última resistente.

Para isso, foram seguidas as recomendações da ABNT NBR 6118:2023 apresentada no capítulo 3.1 deste trabalho, em que a distribuição das deformações na seção transversal deve pertencer a um dos domínios definidos na Figura 3.3. Com isso, como uma força solicitante (N_{Sd}) na seção do pilar gera uma distribuição de deformações previamente desconhecida, o valor da linha neutra foi arbitrado para que, por meio das definições do domínio, fosse conhecida a distribuição de deformação na seção do pilar. Com o diagrama tensão-deformação dos materiais, pôde-se definir a distribuição de tensões, o que permitiu encontrar as forças atuantes da seção, ou seja, determinou-se a força resistente (N_{Rd}) da seção. Como a linha neutra foi arbitrada, não necessariamente a força resistente encontrada corresponde à solicitante desejada. Assim, por meio da rotina desenvolvida, o processo foi repetido até que $N_{Rd} = N_{Sd}$. Com isso, obteve-se o momento resistente (M_{Rd}) para a sua força resistente (N_{Rd}) da seção.

Figura 6.13 – Fluxograma para o diagrama M-N resistente



Fonte: A própria autora.

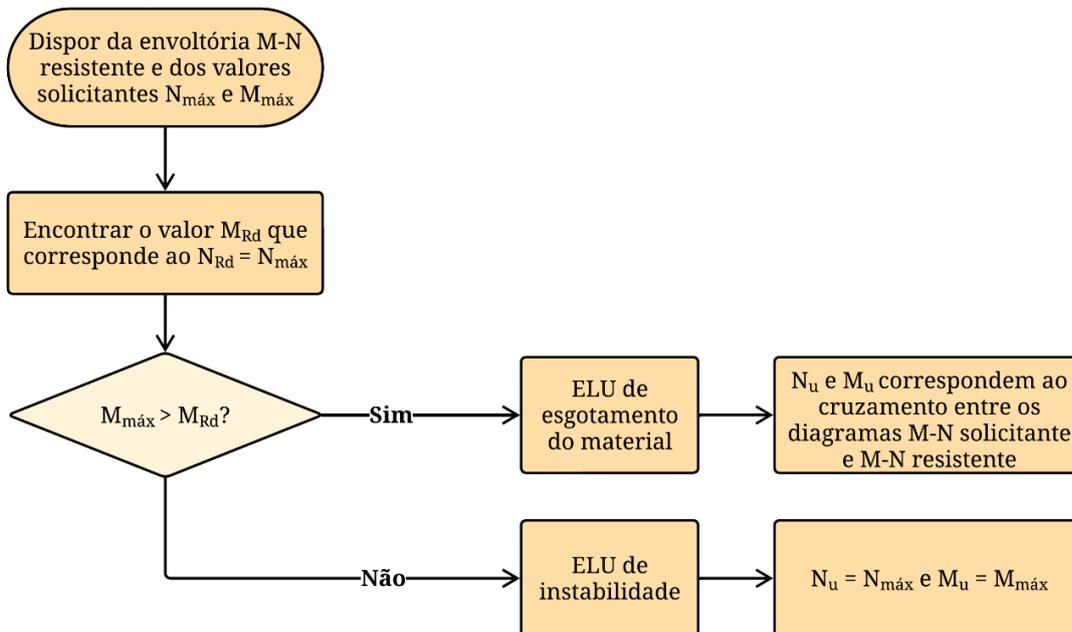
Deve-se destacar, no entanto, que a envoltória resistente corresponde a diversos pares força-momento, o que faz necessário variar os valores da força normal utilizada. Uma solução para garantir que a envoltória englobe desde a seção com o estado limite último no domínio reta a (totalmente tracionada) até a seção com o estado limite último no domínio reta b (totalmente comprimida), é realizar o procedimento apresentado na Figura 6.13 fixando a linha neutra tendendo ao infinito negativo e posteriormente ao infinito positivo. Dessa forma, a envoltória resistente foi construída dentro dos limites de força normal mínima e máxima.

Para validar o diagrama M-N resistente, foram utilizados os ábacos disponibilizados por VENTURINI (1987) e o programa computacional SecTrans desenvolvido pelo Prof. Dr. Vladimir Guilherme Haach exclusivamente para fins acadêmicos.

6.4 ESTADO LIMITE ÚLTIMO DO PILAR

O estado limite último do pilar foi identificado ao comparar o diagrama M-N solicitante e o diagrama M-N resistente. Como apresentado na Figura 3.13, quando a força máxima solicitante ($N_{m\acute{a}x}$) ocorre dentro da envoltória resistente ($M_{m\acute{a}x} < M_{Rd}$), o pilar atinge o estado limite por instabilidade. Quando a força máxima solicitante ($N_{m\acute{a}x}$) ocorre fora da envoltória ($M_{m\acute{a}x} > M_{Rd}$), significa que o pilar atinge o estado limite último de esgotamento do material. Esse conceito, por meio do método da envoltória resistente, foi aplicado no fluxograma da Figura 6.14, podendo ser determinado a força normal última (N_u) e o momento último (M_u) correspondentes ao par momento-normal no estado limite último, seja por esgotamento do material ou por instabilidade.

Figura 6.14 – Fluxograma: determinação do estado limite último do pilar



Fonte: A própria autora.

Com isso, foi possível determinar o estado limite último de todos os pilares, possibilitando avaliar os parâmetros que geram maior suscetibilidade ao ELU de instabilidade. Nota-se que o dimensionamento do pilar tem como partida suas características e a força atuante, tendo como objetivo determinar a taxa de armadura que compõe a seção resistente. No caso deste trabalho, a armadura é preestabelecida, sendo a força última deste pilar determinada por meio do método da envoltória resistente. Para os pilares que atingem o ELU de esgotamento do material, essa determinação é de acordo com a seção o material. No entanto, quando o estado

limite último de instabilidade ocorre antes, a seção crítica do pilar não é mais a referência de dimensionamento.

Assim, com a determinação da força normal última (N_u) foi possível avaliar a capacidade resistente de cada pilar conforme a influência dos parâmetros. Além disso, com a determinação do momento último (M_u), foi possível avaliar a relevância dos efeitos de 2ª ordem por meio da relação entre os efeitos de segunda ordem e os efeitos de primeira ordem, pois representa um indicativo de acréscimo de esforço no pilar.

6.5 EFEITOS DE SEGUNDA ORDEM DE ACORDO COM A ABNT NBR 6118:2023

Para calcular os efeitos de segunda ordem dos pilares pelos métodos apresentados pela ABNT NBR 6118:2023, considerou-se que a força normal solicitante de cálculo (N_{Sd}) corresponde à força última (N_u) obtida anteriormente ao encontrar o estado limite último do pilar por esgotamento do material ou por instabilidade.

Foram determinadas as flechas para o método do pilar padrão com curvatura aproximada, método do pilar padrão com rigidez aproximada, método do pilar padrão com diagrama M-N-1/r acoplado (para $\gamma_{f3} = 1$ e $\gamma_{f3} = 1,1$), método geral com rigidez secante e método geral.

Para as análises dos métodos aproximados, foram utilizadas a subetapa 1.0 da etapa 1 (concretos convencionais sem fluência), subetapa 2.0 da etapa 2 (concretos de alta resistência sem fluência), subetapa 3.0 (concretos convencionais com fluência) e subetapa 3.1 (concretos de alta resistência com fluência), de modo a considerar apenas o diagrama parábola retângulo da ABNT NBR 6118:2014 e da ABNT NBR 6118:2023 com tensão de pico igual a $1,1 f_{cd}$. As flechas foram comparadas com o método geral, o qual foi adotado como referência.

6.5.1 Método do pilar padrão com curvatura aproximada

Pelo método do pilar padrão com curvatura aproximada foi utilizada a Equação (4.10) para obter a flecha ($e_{2(1/r)}$) diretamente.

6.5.2 Método do pilar padrão com rigidez aproximada

Pelo método do pilar padrão com rigidez aproximada foi utilizada a Equação (4.16) para obter o momento atuante na seção ($M_{Sd,tot}$) e a Equação (4.15) para determinar a flecha ($e_{2(\kappa_{aprox})}$) diretamente.

6.5.3 Método do pilar padrão com diagrama M-N-1/r acoplado

O procedimento para obter a flecha dos pilares empregando o método do pilar padrão com diagrama M-N-1/r acoplado foi mais complexo que os métodos anteriores. Foi necessário, primeiramente, obter a rigidez secante do pilar por meio do diagrama M-N-1/r indicado pela ABNT NBR 6118:2023 na Figura 3.9. Com isso, a rigidez adimensional foi determinada pela Equação (4.20), o momento atuante na seção ($M_{sd,tot}$) foi determinado pela Equação (4.21) e a flecha ($e_{2(M-N-1/r)}$) pela Equação (4.22). Foi avaliado o método para o $\gamma_{f3} = 1$ e $\gamma_{f3} = 1,1$.

Nota-se que para determinar a rigidez secante do pilar de acordo com a ABNT NBR 6118:2023, não foi necessário traçar a curva completa, pois foi empregada a linearização do diagrama proposta por FRANÇA (1991). Para isso, basta utilizar o momento resistente da seção (M_{Rd}) para determinar a curvatura correspondente ao M_{Rd}/γ_{f3} . Para pilares que tiveram seu ELU de esgotamento do material, o M_{Rd} corresponde ao momento último (M_u). Para pilares que tiveram seu ELU de instabilidade, no entanto, o M_u não equivale ao esforço resistente da seção, sendo necessário definir M_{Rd} como o momento da envoltória resistente compatível à força normal última (N_u). Foi considerada a atuação de uma força correspondente à N_{sd}/γ_{f3} , sendo a força solicitante (N_{sd}) equivalente ao valor da força última (N_u).

A determinação da curvatura exigiu que fossem utilizadas rotinas de cálculo, pois foi necessário realizar processos iterativos. Assim, arbitrando a posição da linha neutra, foi possível determinar a distribuição das deformações na seção. Com o diagrama tensão-deformação, foi obtida a distribuição de tensão na seção do pilar, podendo-se encontrar a força resistente (N_{Rd}) correspondente à linha neutra arbitrada.

A linha neutra foi arbitrada até que a força normal resistente (N_{Rd}) fosse igualada à força normal solicitante (N_{sd}/γ_{f3}), e o momento resistente dessa seção correspondesse ao M_{Rd}/γ_{f3} . Com isso, pôde ser calculada a curvatura correspondente ao momento (M_{Rd}/γ_{f3}) ao relacionar com a deformação por meio dada Equação (3.26). Utilizando o momento e a curvatura, pôde-se determinar a rigidez secante (EI_{sec}) pela Equação (3.24).

6.5.4 Método geral

Para obter a flecha dos pilares empregando o método geral é necessário considerar a não linearidade geométrica de maneira não aproximada e a não linearidade física ao utilizar a reação momento-curvatura real em cada seção. Essas condições são satisfeitas com o uso do *software* Abaqus®, de modo que, por meio da força última (N_u) e do momento último (M_u) já determinados, a flecha ($e_{2(MG)}$) pôde ser encontrada ao empregar a Equação (6.1).

$$e_{2(MG)} = \frac{M_u}{N_u} - e_1 \quad (6.1)$$

6.5.5 Método geral com rigidez secante

O método não considera a relação momento-curvatura real em cada seção como o método geral apresentado anteriormente, mas utiliza a rigidez secante da seção mais crítica para representar todas as seções. Assim, foi utilizado no *software* Abaqus® a rigidez secante (EI_{sec}) obtida pela linearização do diagrama M-N-1/r, indicado pela ABNT NBR 6118:2023, para representar a não linearidade física. Essa rigidez secante é a mesma obtida pelo método do pilar padrão com diagrama M-N-1/r acoplado.

Assim, foi alterado o arquivo INP padrão de modo que o concreto fosse um material elástico com módulo de elasticidade (E_{sec}) correspondente à Equação (6.2), e a flecha ($e_{2(MG-EI_{sec})}$) determinada de acordo com a Equação (6.3).

$$E_{sec} = \frac{EI_{sec}}{\frac{bwh^3}{12}} \quad (6.2)$$

$$e_{2(MG-EI_{sec})} = \frac{M_u}{N_u} - e_1 \quad (6.3)$$

6.5.6 Consideração da fluência

O efeito da fluência foi considerado na etapa 3 por meio do diagrama da Figura 4.3, de modo que a flecha ($e_{2(MG-\varphi)}$) foi obtida de acordo com a Equação (6.4), por meio da força última (N_u) e do momento último (M_u) já determinados.

$$e_{2(MG-\varphi)} = \frac{M_u}{N_u} - e_1 \quad (6.4)$$

7 RESULTADOS E DISCUSSÕES

Com o desenvolvimento da metodologia apresentada anteriormente, são apresentados os resultados do diagrama M-N solicitante juntamente com o diagrama M-N resistente de cada subetapa, sendo definido o estado limite último dos 864 pilares como de instabilidade ou de esgotamento do material e definida a força última (N_u) e o momento último (M_u) de cada pilar. Com isso, foi analisada a relevância dos efeitos de locais de segunda ordem e os métodos de cálculo para sua determinação de acordo com a ABNT NBR 6118:2023.

7.1 ESTADO LIMITE ÚLTIMO DOS PILARES

Os resultados do diagrama M-N solicitante juntamente com o diagrama M-N resistente de cada subetapa são apresentados no Apêndice B. O estado limite último de cada pilar é apresentado de acordo com a etapa 1, etapa 2 e etapa 3, sendo os valores de N_u e M_u descritos no Apêndice C.

7.1.1 Etapa 1

Os resultados dos diagramas da etapa 1 são dispostos no Apêndice B, na Figura B.1 e Figura B.2 para a subetapa 1.0, Figura B.3 e Figura B.4 para a subetapa 1.1 e Figura B.5 e Figura B.6 para a subetapa 1.2. Com base nessas envoltórias, o estado limite último do pilar é definido como de esgotamento do material ou de instabilidade, conforme apresentado no Quadro 7.1.

Quadro 7.1 – Estado limite último dos pilares da etapa 1

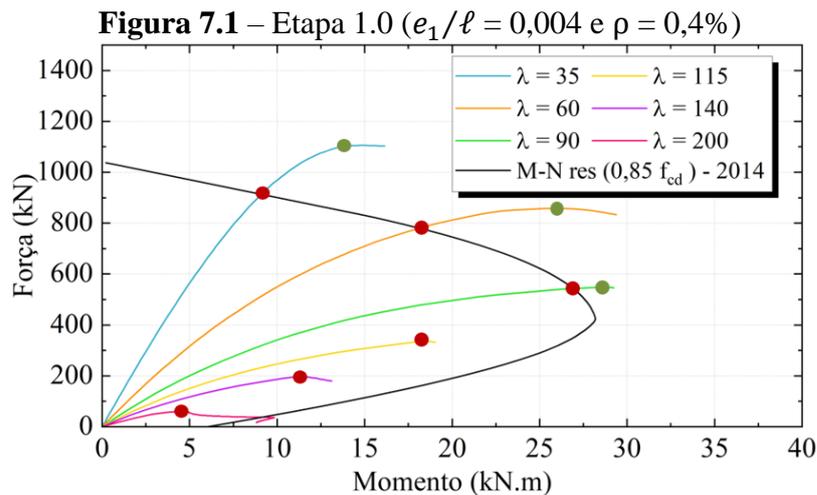
e_i/ℓ	λ	ETAPA 1.0				ETAPA 1.1				ETAPA 1.2			
		ρ (%)				ρ (%)				ρ (%)			
		0.4	1.0	2.0	4.0	0.4	1.0	2.0	4.0	0.4	1.0	2.0	4.0
0.001	35												
	60												
	90												
	115												
	140												
	200												
0.004	35												
	60												
	90												
	115												
	140												
	200												
0.016	35												
	60												
	90												
	115												
	140												
	200												
0.048	35												
	60												
	90												
	115												
	140												
	200												
		Estado limite último de instabilidade											
		Estado limite último de esgotamento do material											

Fonte: A própria autora.

7.1.1.1 Etapa 1.0

A etapa 1.0 utilizou o diagrama parábola-retângulo presente na ABNT NBR 6118:2014 para representar o concreto, com a tensão de pico de $1,1 f_{cd}$ para calcular o diagrama M-N solicitante e com a tensão de pico de $0,85 f_{cd}$ para calcular o diagrama M-N resistente. Com isso, a etapa 1.0 seguiu as indicações da NBR 6118:2014, também presentes na ABNT NBR 6118:2023.

Na Figura 7.1 é possível verificar pilares que atingiram o estado limite de esgotamento do material, pois o par $N_{m\acute{a}x}-M_{m\acute{a}x}$ (em verde) se encontra fora da envoltória resistente, de modo que N_u e M_u foram definidos pelo cruzamento dos diagramas – ponto em vermelho. Os pilares que atingiram o ELU de instabilidade, devido ao par $N_{m\acute{a}x}-M_{m\acute{a}x}$ estar dentro da envoltória resistente, apresentam esse ponto como N_u e M_u (em vermelho), sendo definido como ponto limite – não existe equilíbrio após ser atingido.



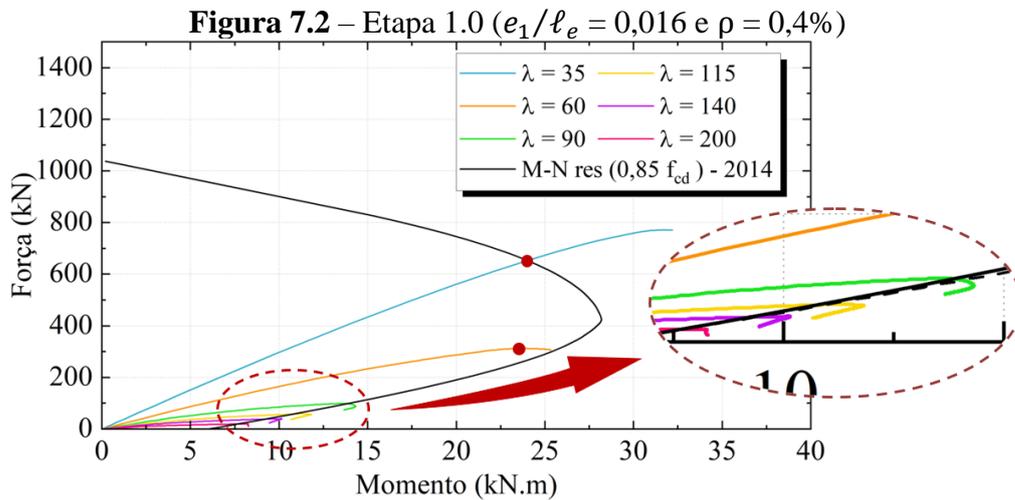
Fonte: A própria autora.

Considerando apenas a variação do índice de esbelteza do pilar, o ELU de instabilidade ocorreu para os pilares mais esbeltos, demonstrando a maior susceptibilidade dos pilares com maiores índice de esbelteza para a ocorrência de instabilidade.

A não linearidade do diagrama M-N solicitante apresentada na Figura 7.1 é evidenciada em pilares de menor excentricidade, indicando a relevância dos efeitos de segunda ordem. O resultado desse comportamento são pilares com maior probabilidade de apresentarem ELU de instabilidade, como indicado no Quadro 7.1. Como o pilar de menor excentricidade possui menor momento de primeira ordem, qualquer deformação do pilar ou aumento da força aplicada pode ter como consequência momentos de segunda ordem expressivos. Dessa forma, antes mesmo de atingir o esgotamento do material o pilar atinge a instabilidade, não havendo qualquer forma de equilíbrio.

A tendência ao ELU de instabilidade para pilares com menores excentricidades e maiores índices de esbelteza também foi observada por FENOLLOSA *et al.* (2019) e PALLARÉS *et al.* (2008). No entanto, o pilar de $\lambda = 60$, $e_1/\ell_e = 0,016$ e $\rho = 0,4\%$ da etapa 1.0, apresentado no Quadro 7.1, atingiu o ELU de instabilidade sendo medianamente esbelto e

com elevada excentricidade relativa, destoando-se dos outros pilares. Observa-se na Figura 7.2 que o par $N_{m\acute{a}x}-M_{m\acute{a}x}$ do diagrama M-N solicitante desse pilar se encontra dentro da envoltória resistente, próximo ao maior valor do momento resistente da seção (ponto de vértice), atingindo o ponto limite.



Com isso, torna-se importante avaliar pilares solicitados por forças normais que resultam em momento resistente próximo ao ponto de vértice, isto é, próximo ao momento máximo resistente possível da seção. Nesses casos ocorrem elevadas deflexões antes de atingir o esgotamento do material, o que poderia resultar no estado limite último do pilar como de instabilidade.

A determinação do estado limite último também é influenciada pelo valor de tensão de pico do diagrama tensão-deformação do concreto utilizado no diagrama M-N solicitante e resistente. Devido à queda abrupta da tensão dos materiais na deformação última imposta no *software* Abaqus®, o ponto $N_{m\acute{a}x}-M_{m\acute{a}x}$ é limitado pela envoltória resistente que utiliza o mesmo diagrama tensão-deformação e mesma tensão de pico. Sendo assim, quando adotada a tensão de pico de $1,1 f_{cd}$ para calcular o diagrama M-N solicitante e tensão de pico de $0,85 f_{cd}$ para calcular o diagrama M-N resistente, a tendência é que, exceto quando ocorre instabilidade, o momento máximo ($M_{m\acute{a}x}$) seja maior que o momento resistente (M_{res}) da seção para a mesma força máxima ($N_{m\acute{a}x}$), evidenciando claramente que o pilar atingiu o ELU de esgotamento do material.

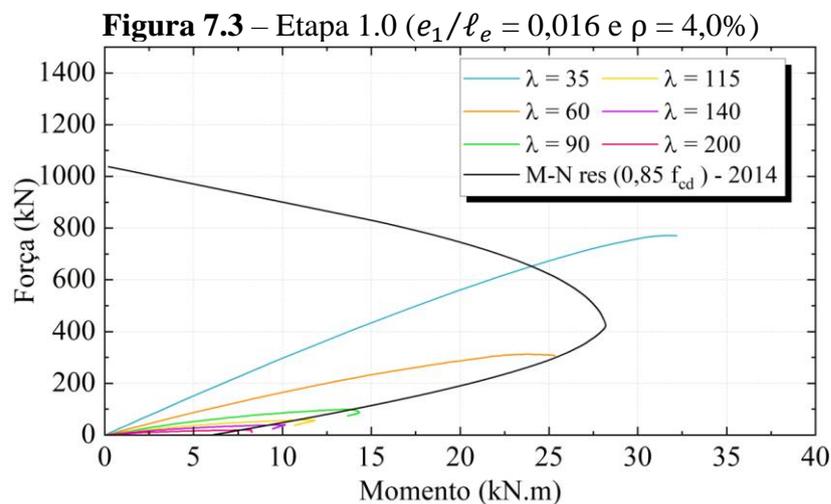
Destaca-se, todavia, que os pilares em que predomina a ruptura por compressão – maior força normal atuante – são mais impactados pela alteração da tensão de pico do concreto,

enquanto os pilares em que predomina a ruptura à flexão – menor força normal – a tensão de pico tem papel menos significativo, pois a armadura passa a ser mais relevante que o concreto.

Dessa forma, observa-se que, pilares da etapa 1.0 que atingiram o ELU de esgotamento do material em domínios com predominância da ruptura por compressão, possuíram resultados mais nítidos, pois o ponto $N_{máx}-M_{máx}$ ocorreu fora da envoltória resistente. Isso pode ser constatado no pilar de índice de esbeltez igual a 35 da Figura 7.2.

Enquanto isso, pilares que atingiram o ELU de esgotamento do material em domínios com predominância da ruptura na flexão, não apresentam o estado limite último do pilar com nitidez, pois ponto $N_{máx}-M_{máx}$ ocorreu próximo à envoltória resistente. Isso pode ser constatado em pilares mais esbeltos e com a alta excentricidade relativa.

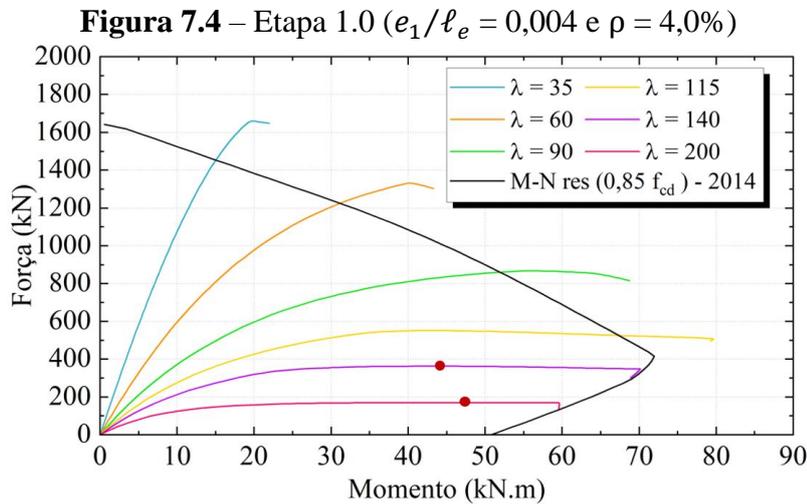
Assim, os pilares com $\lambda = 90$, $\lambda = 115$, $\lambda = 140$ e $\lambda = 200$, destacados na Figura 7.2, ilustram o diagrama M-N solicitante com a força máxima fora da envoltória resistente, indicando o ELU de esgotamento do material. Os pilares da Figura 7.3 com $\lambda = 115$, $\lambda = 140$ e $\lambda = 200$, no entanto, possuem a força máxima dentro da envoltória resistente. Apesar de não haver clareza para definir o estado limite último, como a ruptura desses pilares é similar à da viga (menores domínios) e a queda abrupta da força normal sucede a força máxima, pode ser definida a ocorrência de ELU de esgotamento do material.



Fonte: A própria autora.

No Apêndice B, também merecem destaque os pilares esbeltos ($\lambda = 140$ e $\lambda = 200$) com $e_1/\ell_e = 0,004$ e $\rho = 4,0\%$, nos quais um pequeno aumento da força normal resulta em um notório aumento do momento. É possível observar na Figura 7.4 que o ponto limite não é perceptível, mas para ambos os casos este ponto ocorreu antes do diagrama M-N resistente, isto

é, os pilares atingiram o ELU de instabilidade. Isso indica a relevância dos efeitos de segunda ordem, uma vez que o aumento expressivo do momento, a partir do pequeno acréscimo de força normal, corresponde ao aumento expressivo das deflexões.



7.1.1.2 Etapa 1.1

A etapa 1.1 se diferencia da etapa 1.0 pelo uso do diagrama tensão-deformação presente no EUROCODE 2 (2004) para determinar o diagrama M-N solicitante. Como resultado, houve a redução da força última em até 22% para pilares com tendência ao ELU de instabilidade, demonstrando uma maior redução da rigidez. Com isso, alguns pilares de $\lambda = 90$ que anteriormente tinham atingido o ELU de esgotamento do material, passaram a atingir o ELU de instabilidade, com o ponto $N_{m\acute{a}x}-M_{m\acute{a}x}$ no interior da envoltória resistente. Destaca-se que isso ocorreu próximo ao momento máximo resistente da seção (ponto de vértice), assim como o pilar $e_1/\ell = 0,004$, $\rho = 0,4\%$ e $\lambda = 60$ da etapa 1.0.

Além disso, o pilar com $e_1/\ell_e = 0,004$, $\rho = 4,0\%$ e $\lambda = 200$ apresentado na etapa 1.0 com ELU de instabilidade, atingiu o esgotamento do material na etapa 1.1. O ponto $N_{m\acute{a}x}-M_{m\acute{a}x}$ ocorreu fora da envoltória resistente, pois os parâmetros do pilar (elevada esbelteza e taxa de armadura) deram condições para que houvesse grandes deformações antes de ser atingido o limite último. No entanto, a seção atinge sua resistência antes do ponto limite, ocorrendo o ELU de esgotamento do material ao utilizar o método da envoltória resistente. Porém, nota-se que a sensibilidade no aumento do momento com o acréscimo da força normal indica relevância dos efeitos de segunda ordem, mostrando que este pilar pode não estar bem representado.

7.1.2 Etapa 2

A etapa 2 se diferencia da etapa 1 por utilizar concreto de alta resistência. Os gráficos que contêm a comparação entre o M-N resistente e M-N solicitante da etapa 2 são apresentados no Apêndice B, na Figura B.7 e Figura B.8 para a subetapa 2.0, Figura B.9 e Figura B.10 para a subetapa 2.1, Figura B.11 e Figura B.12 para a subetapa 2.2 e Figura B. 13 e Figura B. 14 para a subetapa 2.3. O estado limite último dos pilares é definido como de esgotamento do material ou de instabilidade conforme apresentado no Quadro 7.2.

Quadro 7.2 – Estado limite último dos pilares da etapa 2

e_1/ℓ	λ	ETAPA 2.0				ETAPA 2.1				ETAPA 2.2				ETAPA 2.3			
		ρ (%)				ρ (%)				ρ (%)				ρ (%)			
		0,4	1,0	2,0	4,0	0,4	1,0	2,0	4,0	0,4	1,0	2,0	4,0	0,4	1,0	2,0	4,0
0,001	35																
	60																
	90																
	115																
	140																
	200																
0,004	35																
	60																
	90																
	115																
	140																
	200																
0,016	35																
	60																
	90																
	115																
	140																
	200																
0,048	35																
	60																
	90																
	115																
	140																
	200																
		Estado limite último de instabilidade															
		Estado limite último de esgotamento do material															

Fonte: A própria autora.

7.1.2.1 Etapa 2.0

A etapa 2.0, assim como a etapa 1.0, utilizou o diagrama parábola-retângulo presente na ABNT NBR 6118:2014 para representar o concreto, com a tensão de pico de $1,1 f_{cd}$ para

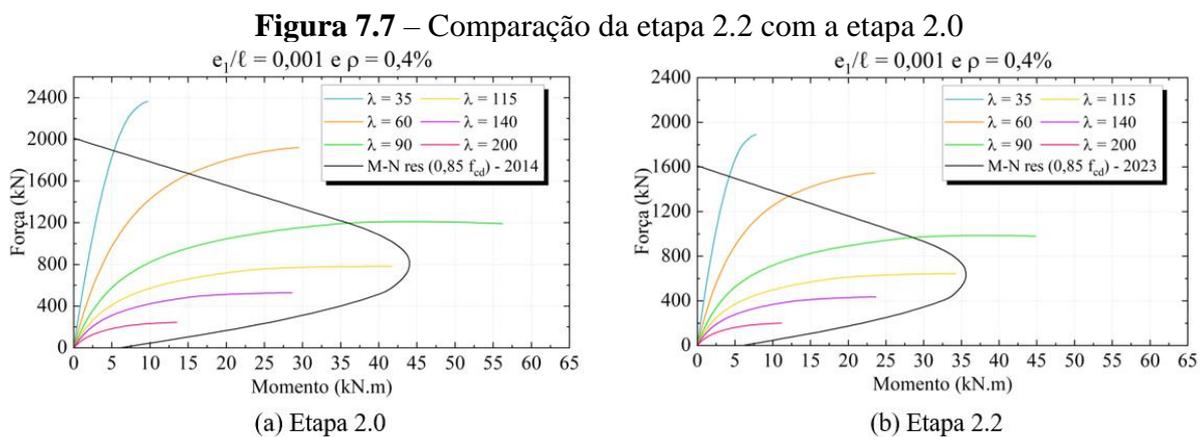
7.1.2.2 Etapa 2.1

A mudança dos resultados da etapa 2.1 – diagrama tensão-deformação do EUROCODE 2 (2004) – é quase imperceptível ao ser comparada com a etapa 2.0 – diagrama parábola-retângulo da ABNT NBR 6118:2014. A força última pilar apresentou variação em até 8% e o momento último em até 10%, não sendo constatada a redução da rigidez dos pilares que foi observada para os concretos de resistência normal (etapa 1.1).

Dessa forma, para concretos de alta resistência, o diagrama M-N solicitante do pilar não precisa utilizar o diagrama tensão-deformação do EUROCODE 2 (2004), sugerido pela ABNT NBR 6118:2023 para análises não lineares, pois os resultados são semelhantes ao uso do diagrama tensão-deformação da ABNT NBR 6118:2014.

7.1.2.3 Etapa 2.2

Os resultados do estado limite último dos pilares da etapa 2.2 seguiram a mesma tendência da etapa 2.0, uma vez que a mudança para o diagrama tensão-deformação da ABNT NBR 6118:2023 ocorreu tanto no diagrama M-N resistente como no diagrama M-N solicitante. No entanto, é possível observar que a redução da tensão de pico do diagrama tensão-deformação do concreto tem influência principalmente nos pilares de menor excentricidade de carregamento, como os casos da Figura 7.7. A tendência do pilar com pequena excentricidade é ser solicitado predominantemente à compressão, o que torna significativa a redução da tensão de pico do concreto. Assim, sendo utilizado parâmetro η_c devido à fragilidade do concreto, os pilares apresentaram redução da força última e do momento último em até 20%.

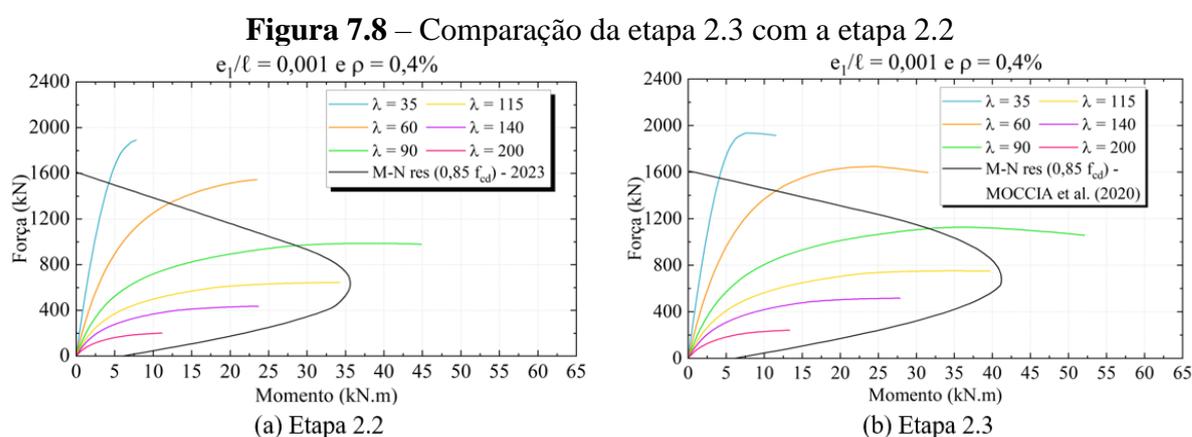


Fonte: A própria autora.

7.1.2.4 Etapa 2.3

Os resultados da etapa 2.3 seguiram a mesma tendência de comportamento que as etapas anteriores ao utilizar o diagrama tensão-deformação de MOCCIA *et al.* (2020). Como foi mantida a redução da tensão de pico, ainda é possível observar a influência do parâmetro η_c nos pilares de menor excentricidade de carregamento, com redução da força última e do momento último em até 18% e 24%, respectivamente.

No entanto, em comparação com o diagrama da ABNT NBR 6118:2023 (Figura 7.8), foi observada a ampliação da força última e do momento último, em até 20%, nos pilares com maior susceptibilidade à instabilidade.



Fonte: A própria autora.

7.1.3 Etapa 3

A etapa 3 utiliza concretos convencionais e de alta resistência, porém considera o efeito da fluência. Os gráficos que apresentam a comparação entre o M-N resistente e M-N solicitante da etapa 3 são apresentados no Apêndice B, na Figura B.15 e Figura B.16 para a subetapa 3.0 e na Figura B.17 e Figura B.18 para a subetapa 3.1. O estado limite último dos pilares é definido como de esgotamento do material ou de instabilidade conforme apresentado no Quadro 7.3.

Quadro 7.3 – Estado limite último dos pilares da etapa 3

e_1/l	λ	ETAPA 3.0				ETAPA 3.1			
		ρ (%)				ρ (%)			
		0.4	1.0	2.0	4.0	0.4	1.0	2.0	4.0
0.001	35								
	60								
	90								
	115								
	140								
	200								
0.004	35								
	60								
	90								
	115								
	140								
	200								
0.016	35								
	60								
	90								
	115								
	140								
	200								
0.048	35								
	60								
	90								
	115								
	140								
	200								
		Estado limite último de instabilidade							
		Estado limite último de esgotamento do material							

Fonte: A própria autora.

A etapa 3.0 e a etapa 3.1 utilizaram o diagrama tensão-deformação da ABNT NBR 6118:2014 com a tensão de pico de $1,1 f_{cd}$ para calcular o diagrama M-N solicitante e com a tensão de pico $0,85 f_{cd}$ para calcular o diagrama M-N resistente, com modificação da deformação e pico e da deformação última segundo FUSCO (1981) para o solicitante, de modo a representar a fluência do pilar.

Com o aumento das deformações de pico e deformações últimas, a etapa 3.0 e 3.1 resultaram em pilares com maior suscetibilidade ao ELU de instabilidade, como apresentado no Quadro 7.3. A força última dos pilares reduziu em até 57% na etapa 3.0 e 60% na etapa 3.1 em relação à etapa 1.0 e 2.0, respectivamente. De maneira geral, além da redução da força última, houve aumento das flechas dos pilares, comportamento previsto MACGREGOR;

BREEN; PFRANG (1970) e PASTORE (2020), com o momento último apresentando grandes variações.

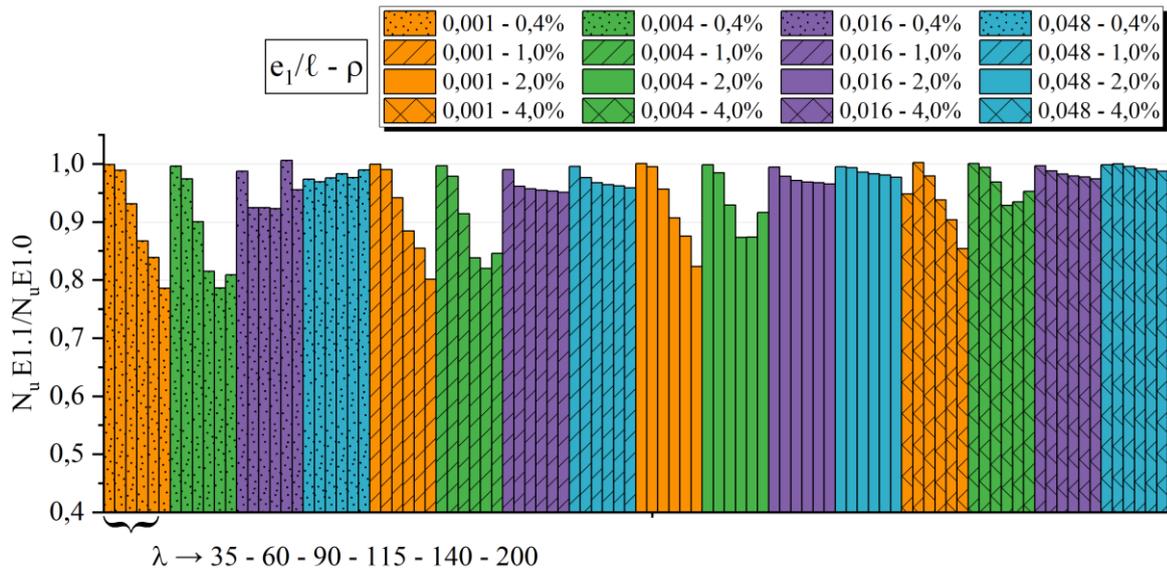
Pilares com baixa excentricidade e esbeltez moderada ($\lambda = 60$) apresentaram ruptura por instabilidade em níveis mais elevados de taxas de armadura. Isso ocorreu porque, apesar de apresentarem pouca deflexão para pequenas forças aplicadas, a crescente deformação devido à fluência do material causou uma flecha significativa, enquanto a resistência do aço ainda estava presente.

Quando a excentricidade aumentou de $e_1/\ell_e = 0,001$ para $e_1/\ell_e = 0,004$, os pilares esbeltos com níveis mais elevados de taxas de armadura apresentaram ruptura por esgotamento do material, assim como ocorreu na subetapa 1.1 e na etapa 2, mesmo com o significativo aumento do momento solicitante com o acréscimo de força aplicada no pilar.

7.1.4 Comparação da força última entre as etapas

Os valores da força última do pilar (N_u) e momento último do pilar (M_u) estão apresentados no Apêndice C. A comparação da força última entre as etapas permite analisar as diferenças dos diagramas M-N solicitante e diagrama M-N resistente, indicando a capacidade resistente dos pilares.

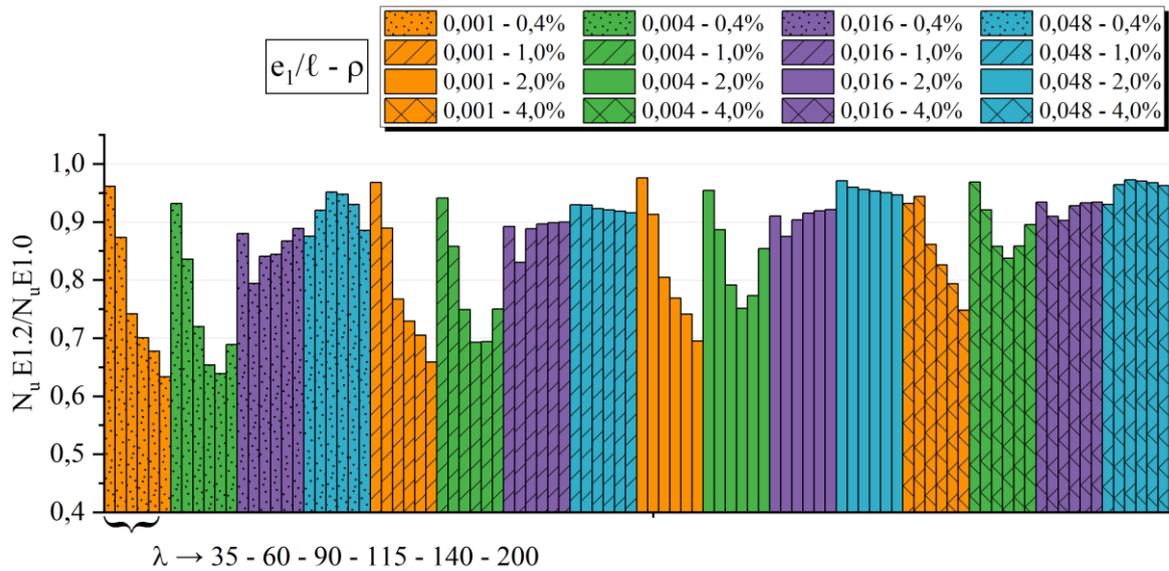
A comparação entre a força última da etapa 1.1 com a etapa 1.0 é apresentada na Figura 7.9, na qual percebe-se sua redução quando utilizado o diagrama tensão-deformação do EUROCODE 2 (2004) para o concreto (etapa 1.1). Essa diferença nos resultados ocorre principalmente em pilares com menor excentricidade e maior esbeltez, isto é, para pilares que possuem a tendência para o ELU de instabilidade. Assim, a força última da etapa 1.1 apresentou a menor taxa em relação à força última da etapa 1.0 no pilar de $\lambda = 200$, $e_1/\ell_e = 0,001$ e $\rho = 0,4\%$, atingindo apenas 78% da capacidade resistente do pilar.

Figura 7.9 – Razão entre a força última da etapa 1.1 e da etapa 1.0

Fonte: A própria autora.

A comparação da etapa 1.2 com a etapa 1.0 é apresentada na Figura 7.10. Os pilares com tendência a atingir o ELU de esgotamento do material são menos afetados pela alteração da tensão de pico do diagrama M-N solicitante, pois sua força última é governada pela envoltória resistente, a qual é a mesma em ambas as etapas. Observa-se que essa alteração é mais relevante quando há o aumento da esbelteza em menores excentricidade – suscetibilidade ao ELU de instabilidade. Assim, a força última da etapa 1.2 apresentou a menor taxa em relação à força última da etapa 1.0 no pilar de $\lambda = 200$, $e_1/\ell_e = 0,001$ e $\rho = 0,4\%$, atingindo apenas 63% da capacidade resistente do pilar.

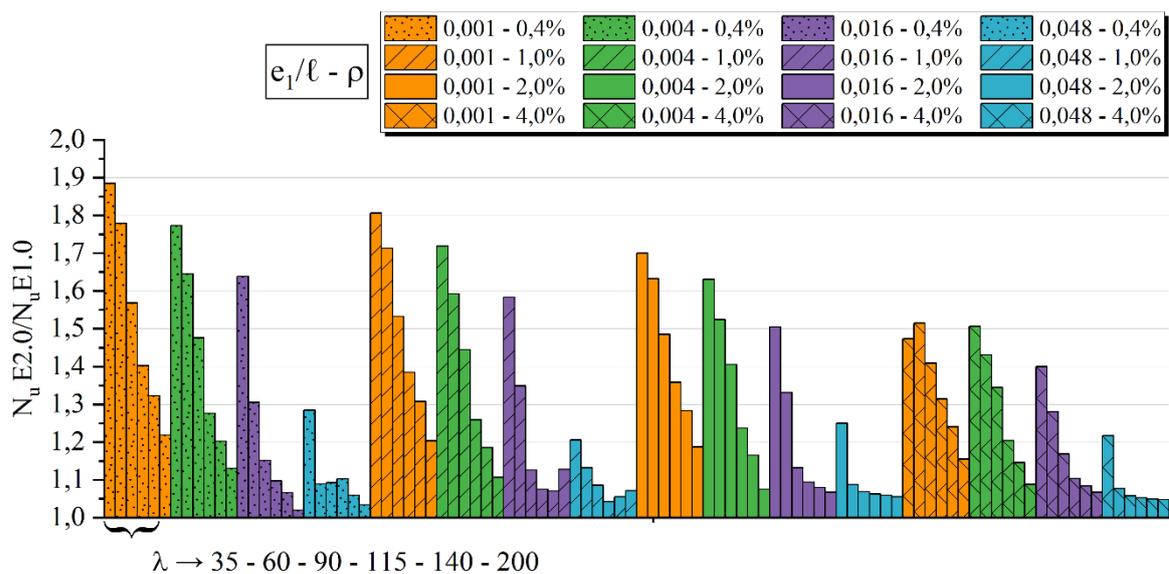
Figura 7.10 – Razão entre a força última da etapa 1.2 e da etapa 1.0



Fonte: A própria autora.

A comparação entre a etapa 1.0 e a etapa 2.0 na Figura 7.11, isto é, entre a mudança do concreto C40 para C80, registrou o aumento da força última – sendo alterada a escala do diagrama para abranger os resultados. Nota-se que o aumento da força última ocorreu principalmente em pilares que atingiram o ELU de esgotamento do material com ruptura à compressão, devido à contribuição do aumento da resistência do concreto para a resistência à compressão.

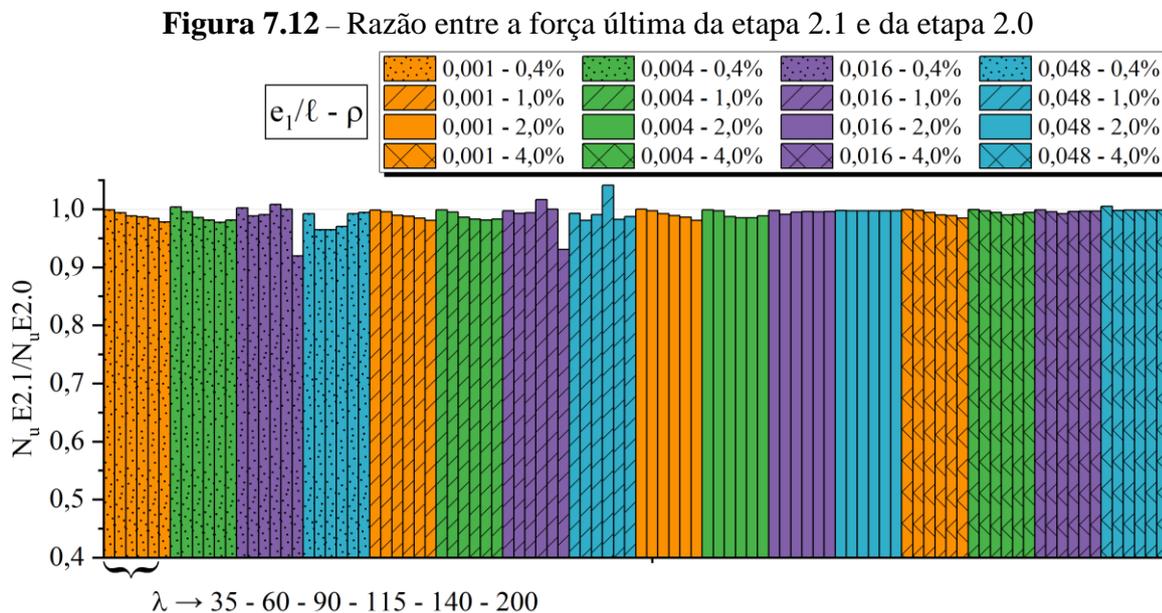
Figura 7.11 – Razão entre a força última da etapa 2.0 e da etapa 1.0



Fonte: A própria autora.

Assim, a força última do pilar com $\lambda = 35$, $e_1/\ell_e = 0,001$ e $\rho = 0,4\%$ apresentou a maior ampliação, de 89%. Já o pilar com $\lambda = 200$, $e_1/\ell_e = 0,016$ e $\rho = 0,4\%$ apresentou a menor ampliação, de 2%. Dessa forma, o uso de concretos de alta resistência não gera um aumento significativo da força última para pilares que atingem o ELU de esgotamento do material com predominância da ruptura à flexão e para pilares que atingem o ELU de instabilidade.

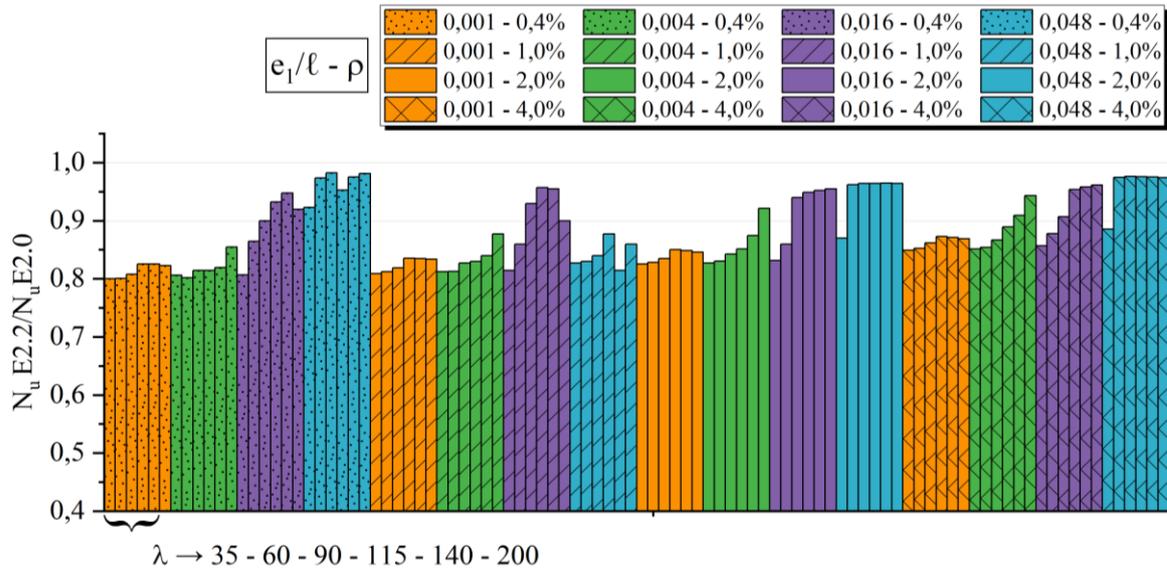
Assim como já observado anteriormente para a etapa 2.1, a Figura 7.12 demonstra que não houveram grandes mudanças da capacidade resistente ao utilizar o diagrama tensão-deformação do EUROCODE 2 (2004) para os concretos de alta resistência, com a menor redução da força última sendo 8% para o pilar com $\lambda = 200$, $e_1/\ell_e = 0,016$ e $\rho = 0,4\%$.



Fonte: A própria autora.

Avaliando a etapa 2.2, Figura 7.13, nota-se que o uso do diagrama tensão-deformação disposto na ABNT NBR 6118:2023 para determinar o diagrama M-N solicitante e resistente, resulta no decréscimo da força última dos pilares, com destaque para o pilar com $\lambda = 35$, $e_1/\ell_e = 0,001$ e $\rho = 0,4\%$ em que a redução foi de 20%. Essa tendência é reduzida quando a força é aplicada com maiores excentricidades, pois no ELU de esgotamento do material desses pilares não predomina a compressão, ou seja, o diagrama tensão-deformação do concreto possui menor relevância.

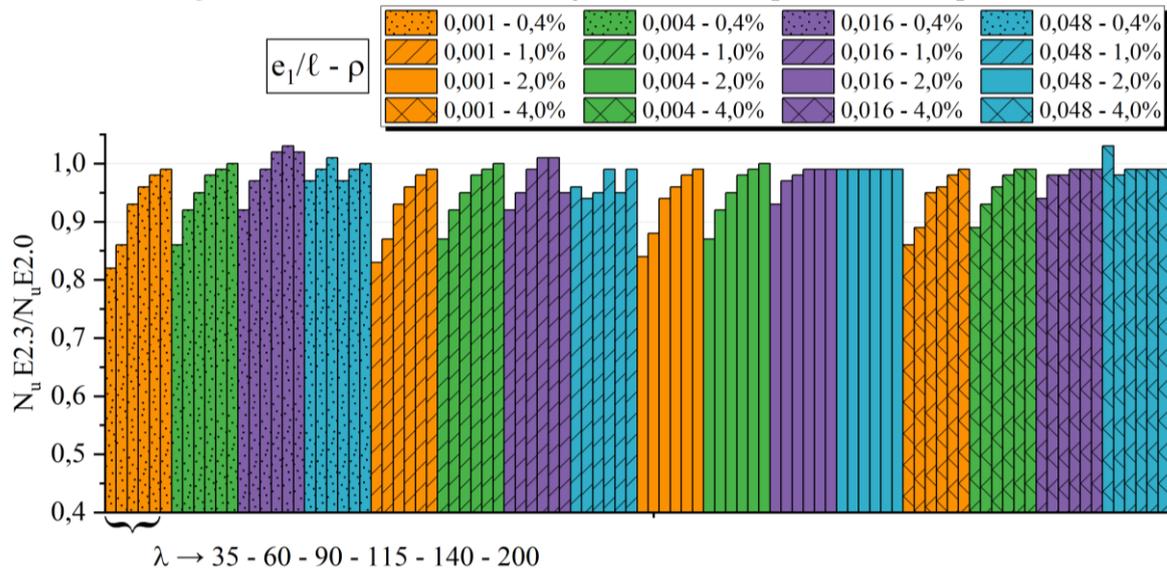
Figura 7.13 – Razão entre a força última da etapa 2.2 e da etapa 2.0



Fonte: A própria autora.

Com o uso do diagrama tensão-deformação de MOCCIA *et al.* (2020), Figura 7.14, a capacidade resistente do pilar aumentou em relação aos resultados com o uso do diagrama da ABNT NBR 6118:2023. Assim, embora a capacidade resistente tenha diminuído em relação à etapa 2.0, em que o pilar de $\lambda = 35$, $e_1/\ell_e = 0,001$ e $\rho = 0,4\%$ apresentou a maior redução da força última, de 18%, esse efeito foi menos expressivo do que na etapa 2.2, especialmente em pilares com tendência ao ELU de estabilidade.

Figura 7.14 – Razão entre a força última da etapa 2.3 e da etapa 2.0

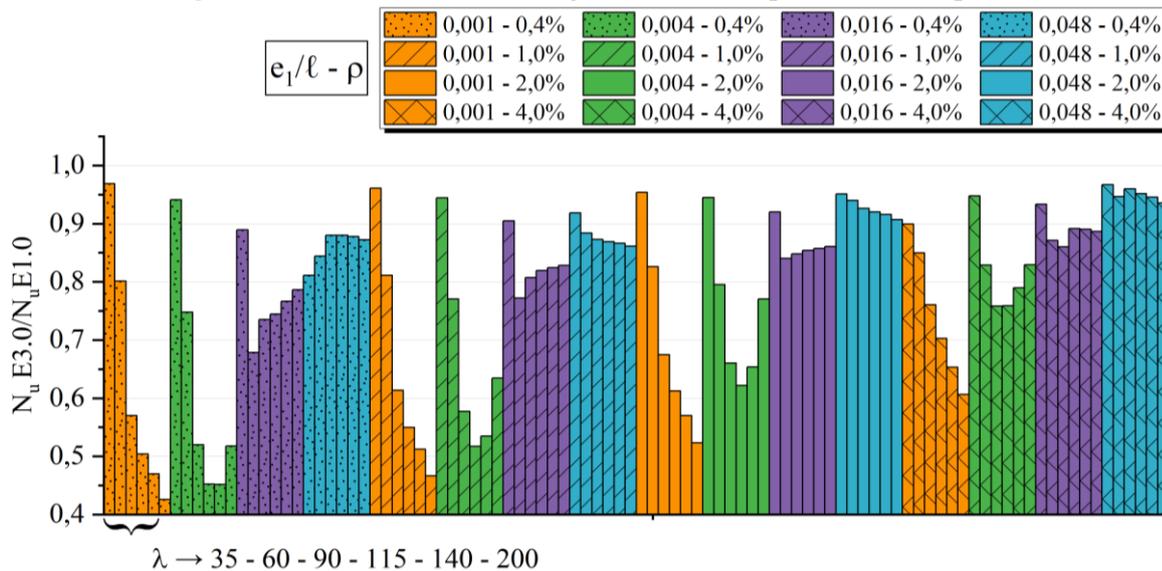


Fonte: A própria autora.

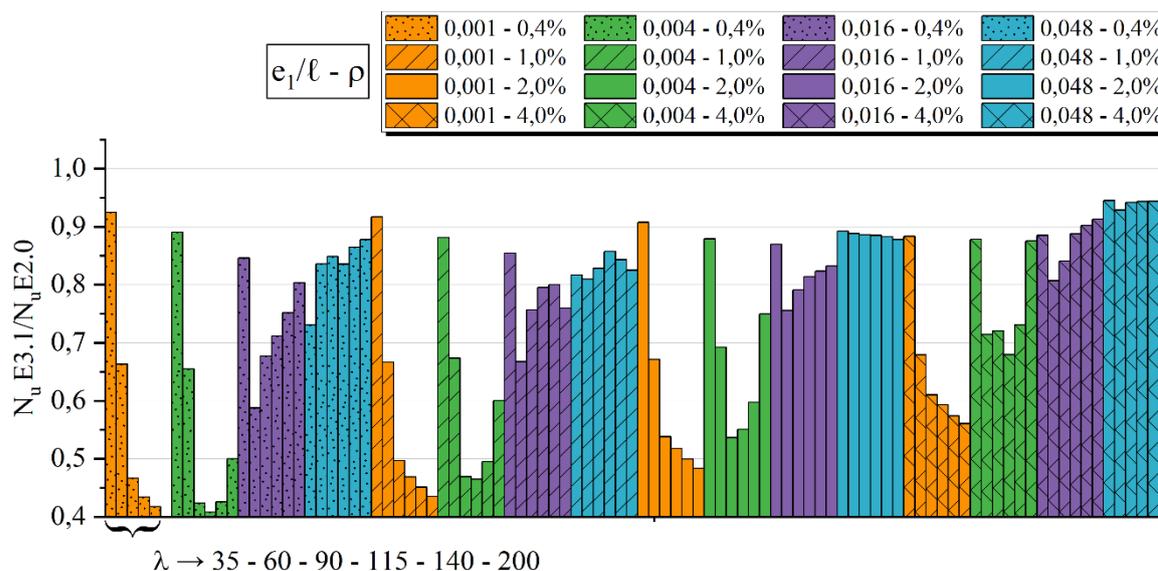
Para esta etapa, a capacidade resistente reduziu, principalmente, nos pilares com tendência a atingir o ELU de esgotamento do material com elevada força normal, pois a resistência à compressão do concreto é relevante – pilares com menor excentricidade e esbeltez. No entanto, isso demonstra que os pilares com tendência ao ELU de instabilidade não possuem redução expressiva da capacidade resistente, como a que ocorreu na etapa 2.2, de modo que adotar a deformação de pico e a deformação última como constantes para todas as classes de concreto pode não ser interessante para o estudo dos pilares quanto à instabilidade.

A consideração da fluência reduziu significativamente a força última dos pilares, principalmente de menor excentricidade, sendo intensificado com o aumento da esbeltez – pilares suscetíveis ao ELU de instabilidade. O mesmo comportamento ocorreu nos pilares de concreto convencional (Figura 7.15), com redução de 57% da força última no pilar com $\lambda = 200$, $e_1/\ell_e = 0,001$ e $\rho = 0,4\%$ de 57%, e nos pilares de concreto de alta resistência (Figura 7.16), com redução de 60% da força última no pilar com $\lambda = 200$, $e_1/\ell_e = 0,001$ e $\rho = 0,4\%$.

Figura 7.15 – Razão entre a força última da etapa 3.0 e da etapa 1.0



Fonte: A própria autora.

Figura 7.16 – Razão entre a força última da etapa 3.1 e da etapa 2.0

Fonte: A própria autora.

As consequências implicadas ao se considerar a fluência do concreto para calcular o diagrama M-N solicitante são relevantes, pois implica em maiores deformações do material, de modo a aumentar os efeitos de 2ª ordem e a reduzir a capacidade resistente do pilar. Ademais, pode ser observado que a redução da força última dos pilares que houveram efeito de fluência é mais acentuada com o aumento da resistência do concreto, assim como foi relatado por LAHOUD (1991).

7.2 ANÁLISE DOS EFEITOS DE SEGUNDA ORDEM

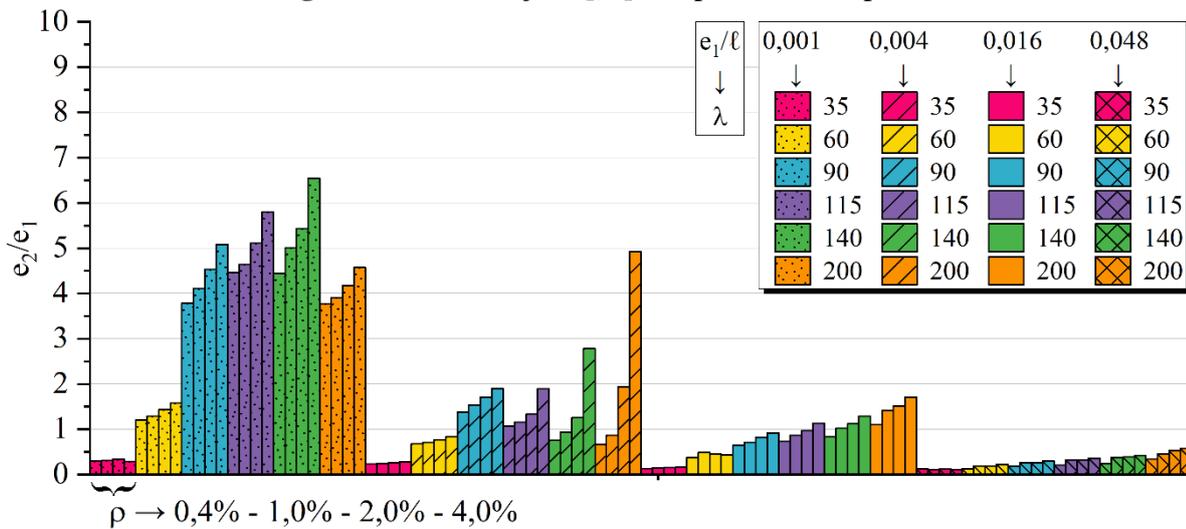
Os efeitos de segunda ordem foram avaliados considerando sua relevância em relação aos efeitos de primeira ordem, sendo utilizada a etapa 1.0 para os concretos convencionais sem fluência, a etapa 2.0 para os concretos de alta resistência sem fluência, a etapa 3.0 para os concretos convencionais com fluência e a etapa 3.1 para os concretos de alta resistência com fluência.

A comparação entre o momento de segunda ordem (M_{sd2}) em relação ao momento de primeira ordem (M_{sd1}) dos pilares – podendo ser utilizada a razão entre a excentricidade de segunda ordem (e_2) e a de primeira ordem (e_1) – são apresentadas de modo a avaliar a influência dos diversos parâmetros no comportamento do pilar.

A primeira relação e_2/e_1 é apresentada na Figura 7.17, referente aos pilares da etapa 1.0, com concreto convencional e sem fluência. A relevância dos efeitos de segunda ordem em

pilares com menor excentricidade relativa ao comprimento efetivo (e_1/ℓ_e), pode ser claramente evidenciada, uma vez que esses pilares apresentam esforços de primeira ordem reduzidos. Para esses casos, nota-se que pode ser imprudente não adotar esse efeito para o dimensionamento do pilar, de modo que a exigência de um momento mínimo pela ABNT NBR 6118:2023 contribui para a segurança da estrutura. Além disso, o aumento da esbeltez conduz ao aumento de e_2/e_1 , principalmente em pequenas excentricidades.

Figura 7.17 – Relação e_2/e_1 dos pilares da etapa 1.0



Fonte: A própria autora.

No entanto, a Figura 7.17 demonstra a redução de e_2/e_1 no pilar de pequena excentricidade e esbeltez igual a 200. Nota-se que quando ocorre ELU de instabilidade, a força última é limitada a essa condição, ou seja, a deflexão do pilar corresponde à força na qual ocorre perda de estabilidade. Mesmo que a seção possua resistência para suportar forças maiores que N_u , a instabilidade do pilar ocorre antes, de modo que a flecha do pilar provém dessa força última.

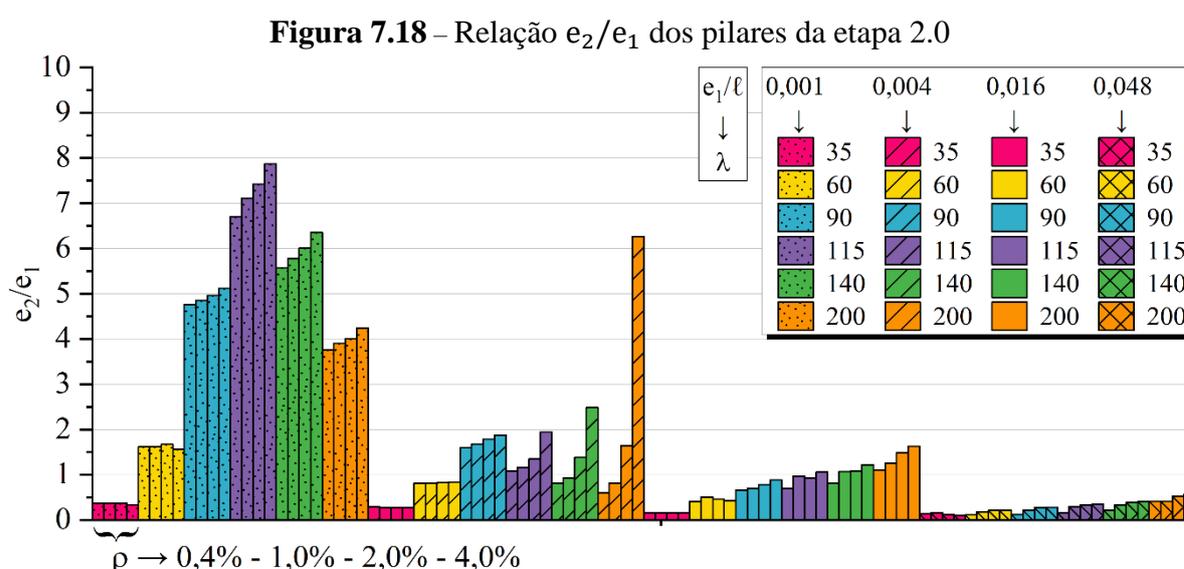
Dessa forma, para os pilares de menor e_1/ℓ_e observados na Figura 7.17, o crescimento da relevância dos efeitos de segunda ordem ocorreu com o aumento da esbeltez até $\lambda = 140$. Após essa esbeltez, a depender da taxa de armadura do pilar, a força normal passou a limitar a flecha. Em suma, o aumento da esbeltez do pilar aumenta seus esforços de segunda ordem, desde que não ocorra o ELU de instabilidade, pois a perda de estabilidade limita o crescimento da força última e, conseqüentemente, as deflexões do pilar.

A Figura 7.17 também apresenta, o sutil aumento dos esforços de segunda ordem com o aumento da taxa de aço do pilar. Isso ocorre, pois, maiores taxas de aço permitem o aumento

da capacidade resistente do pilar, de modo que as deflexões do pilar ampliam quanto mais solicitado em seu estado limite último. Assim, quando KIM, YANG (1995) relatam que maiores taxas de aço garantem maior estabilidade ao pilar, se refere a uma mesma solicitação.

Dentre os pilares apresentados, destaca-se o pilar com $e_1/\ell_e = 0,004$, $\rho = 4,0\%$ e $\lambda = 200$, já discutido anteriormente, o qual com o uso do diagrama tensão-deformação do concreto pelo EUROCODE 2 (2004) apresentou o estado limite último de esgotamento do material. No entanto, a Figura 7.17 evidencia que o efeito de segunda ordem foi significativo. Além disso, com base na relação e_2/e_1 , o pilar $e_1/\ell_e = 0,0016$, $\rho = 0,4\%$ e $\lambda = 60$, não demonstra relevância nos efeitos de segunda ordem, mesmo apresentando seu ELU como de instabilidade na etapa 1.0.

Para a etapa 2.0 houve o aumento da razão e_2/e_1 , ou seja, da relevância dos efeitos de segunda ordem em alguns pilares. Comparando com os dados do Quadro 7.2, pode ser constatado que os pilares que tiveram aumento dos efeitos de segunda ordem, ao aumentar a resistência do concreto, atingiram o ELU de instabilidade. Ademais, pode-se observar a mesma tendência que ocorreu com o concreto convencional quando utilizado o digrama tensão-deformação do concreto do EUROCODE 2 (2004), em que o pilar $e_1/\ell_e = 0,004$, $\rho = 4,0\%$ e $\lambda = 200$ apresenta os efeitos de segunda ordem significativos, mesmo com o seu ELU sendo determinado como de esgotamento do material.

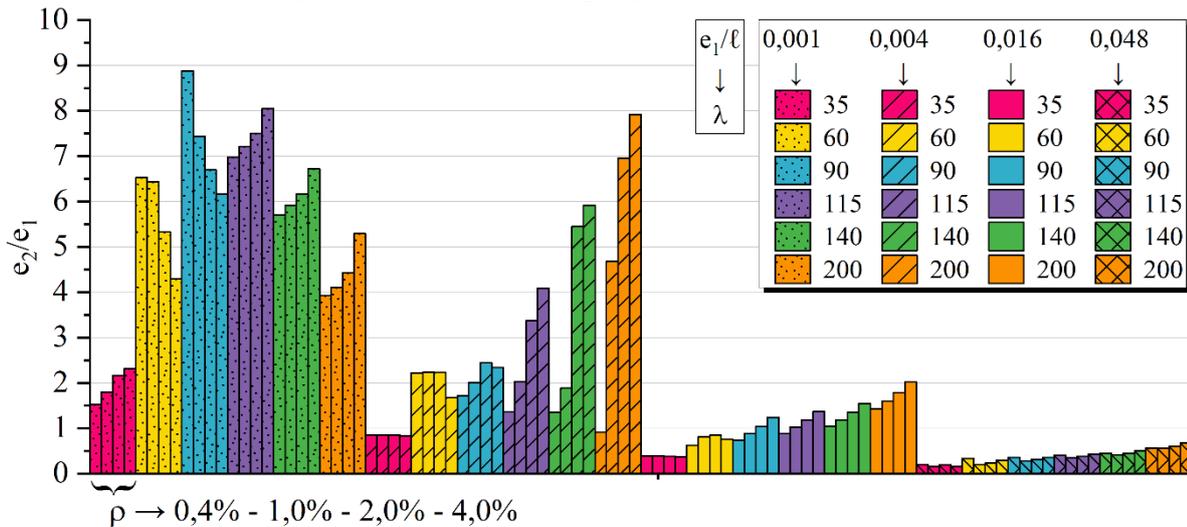


Fonte: A própria autora.

O aumento dos efeitos de segunda ordem pode ser observado ao considerar a fluência do concreto, tanto para o concreto convencional (Figura 7.19) quanto para o de alta resistência

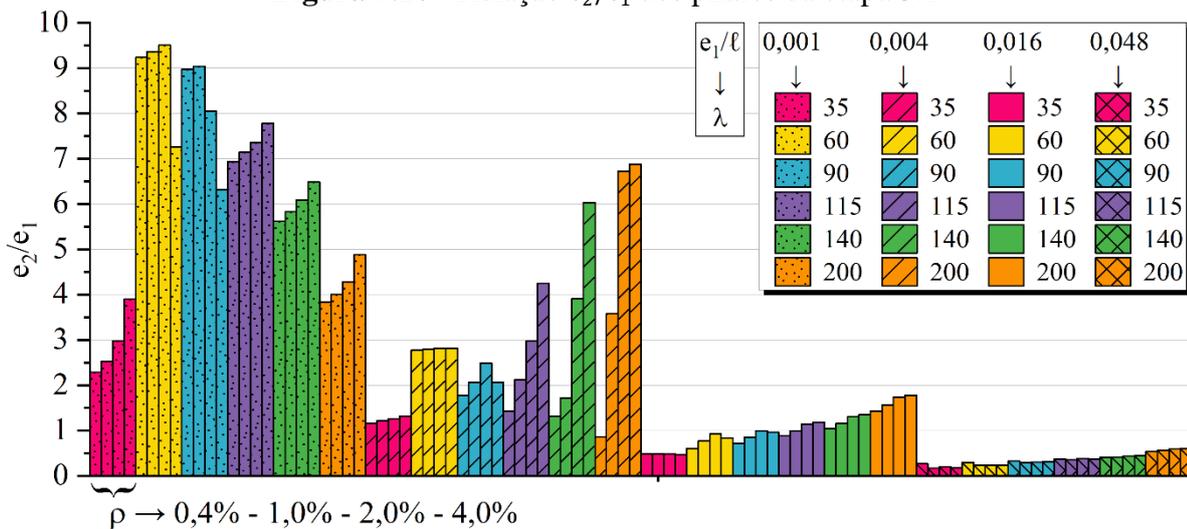
(Figura 7.20). Os pilares apresentados no Quadro 7.3 que atingiram o estado limite último de instabilidade efeitos de segunda ordem relevantes. Destacam-se os pilares de elevada esbelteza com $e_1/\ell_e = 0,004$, $\rho = 4\%$, já discutidos anteriormente, os quais atingiram o ELU de esgotamento do material pelo método da envoltória resistente, mesmo com os efeitos de segunda ordem foram relevantes.

Figura 7.19 – Relação e_2/e_1 dos pilares da etapa 3.0



Fonte: A própria autora.

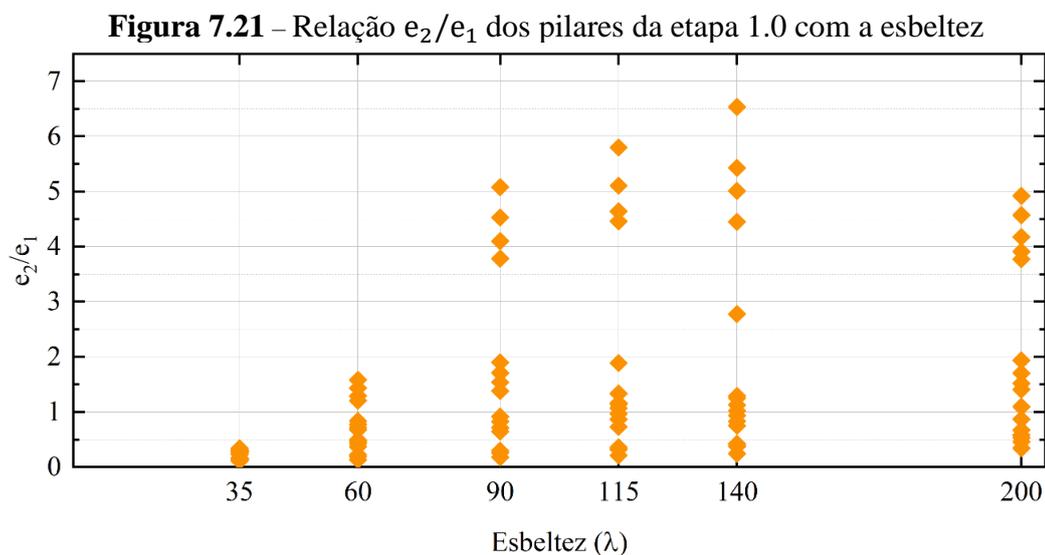
Figura 7.20 – Relação e_2/e_1 dos pilares da etapa 3.1



Fonte: A própria autora.

Com base na análise anteriormente apresentada, pode-se observar que os efeitos de segunda ordem não são influenciados apenas pela esbelteza, mas também por um conjunto de

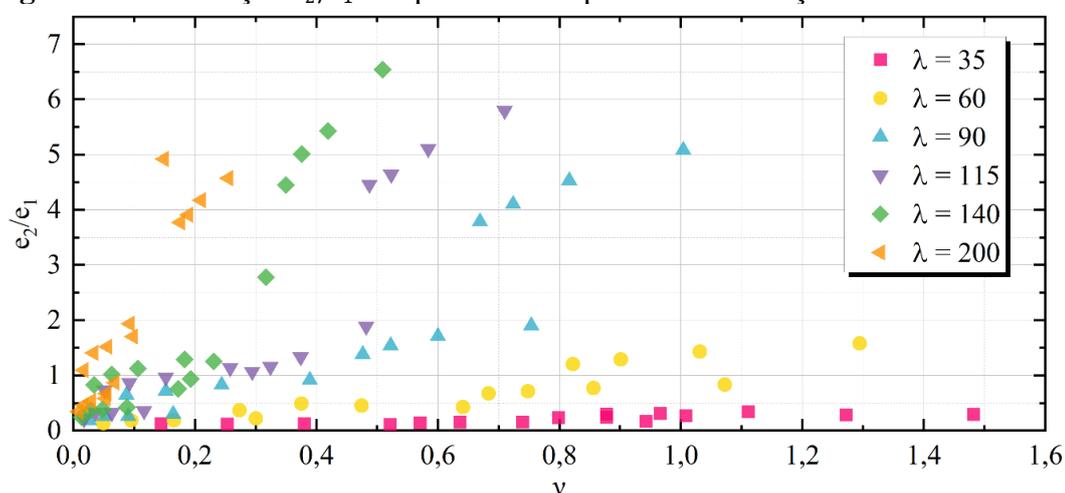
parâmetros. Os pilares estudados incluíram aqueles que não eram considerados esbeltos, mas que atingiram o ELU de instabilidade, bem como aqueles considerados esbeltos e que atingiram o ELU de esgotamento do material. Assim, a Figura 7.21 ilustra a alta dispersão dos valores de e_2/e_1 para um mesmo índice de esbeltez.



Fonte: A própria autora.

Sendo assim, é possível avaliar na Figura 7.22 o aumento da relação e_2/e_1 com o aumento da força normal adimensional do pilar de acordo com a esbeltez do pilar para a etapa 1.0. Pilares pouco esbeltos precisam de uma força normal adimensional elevada para que o efeito de segunda ordem tenha alguma expressão, enquanto pilares esbeltos com baixa força normal adimensional apresentam efeitos de segunda ordem importantes.

Figura 7.22 – Relação e_2/e_1 dos pilares da etapa 1.0 com a força normal adimensional



Fonte: A própria autora.

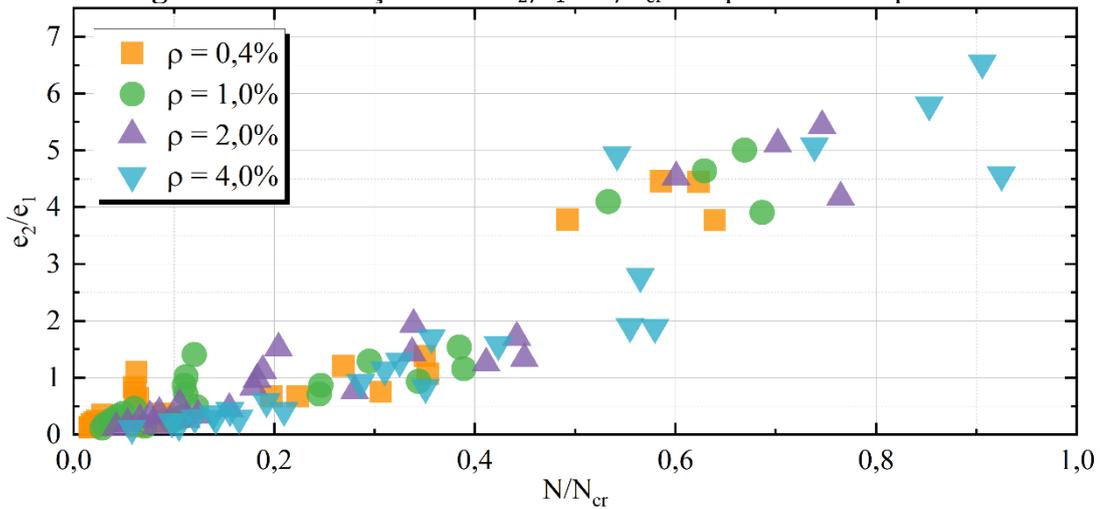
Dessa forma, constata-se que a relação entre a força normal adimensional e os efeitos de segunda ordem é importante, algo que já tinha sido observado ao analisar a variação da taxa de armadura do pilar, pois o aumento da força última resultou em pilares de mesma geometria com maiores deflexões, assim como demonstrado na Figura 7.22.

Além disso, a Figura 7.22 permite compreender que a associação da força normal com a esbeltez do pilar pode apresentar resultados mais satisfatórios. Assim, foi utilizado o parâmetro N/N_{cr} para representar a força normal tendendo à força crítica, pois a força crítica engloba o conceito de força e de esbeltez. Além disso, a força crítica calculada com parâmetros do concreto permite a realização de análises prévias ao dimensionamento.

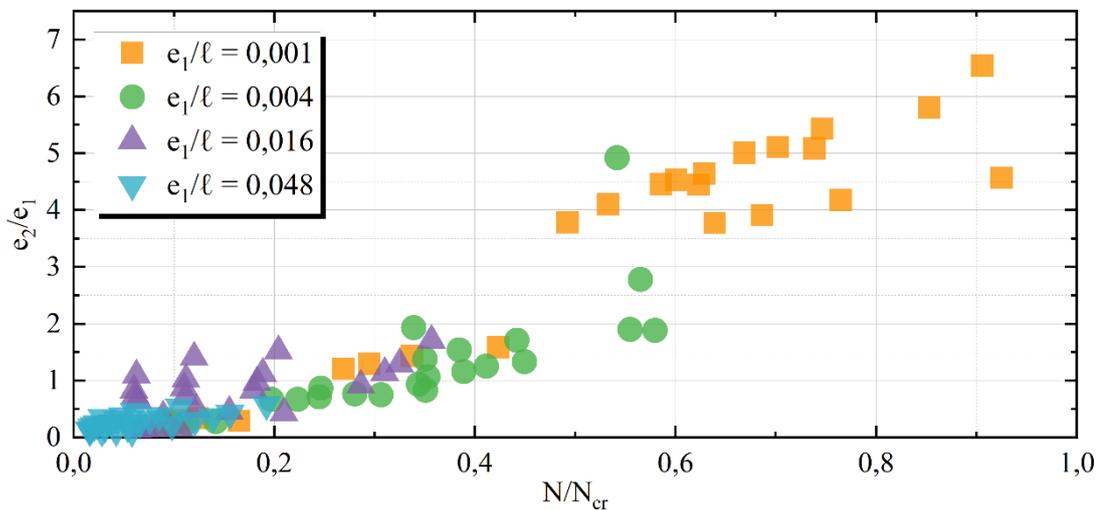
Na Figura 7.23, Figura 7.24, Figura 7.25 e Figura 7.26 são representadas a relação entre N/N_{cr} e e_2/e_1 para a etapa 1.0, etapa 2.0, etapa 3.0 e etapa 3.1, respectivamente. Analisando primeiramente os gráficos de pilares com concreto sem o efeito da fluência (Figura 7.23 e Figura 7.24), é possível observar que e_2/e_1 cresce com o aumento de N/N_{cr} , ou seja, conforme a força normal do pilar tende à força crítica, os efeitos de segunda ordem são mais relevantes. Nota-se que, em pilares com concreto de alta resistência, não foram necessárias forças normais tão elevadas – próximas à força crítica –, para que os efeitos de segunda ordem apresentassem relevância, o que demonstra que esses pilares estão mais suscetíveis à ocorrência dos efeitos de segunda ordem.

Nos pilares com o efeito da fluência também é constatada a relevância dos efeitos de segunda ordem quando a força normal tende à força crítica, porém, os resultados são mais dispersos que nas etapas 1.0 e 2.0. Além disso, foi verificado que, com a consideração da fluência, foram necessárias forças ainda menores para que os efeitos de segunda ordem apresentassem relevância, sendo isso mais acentuado com o aumento na resistência do concreto (etapa 3.1).

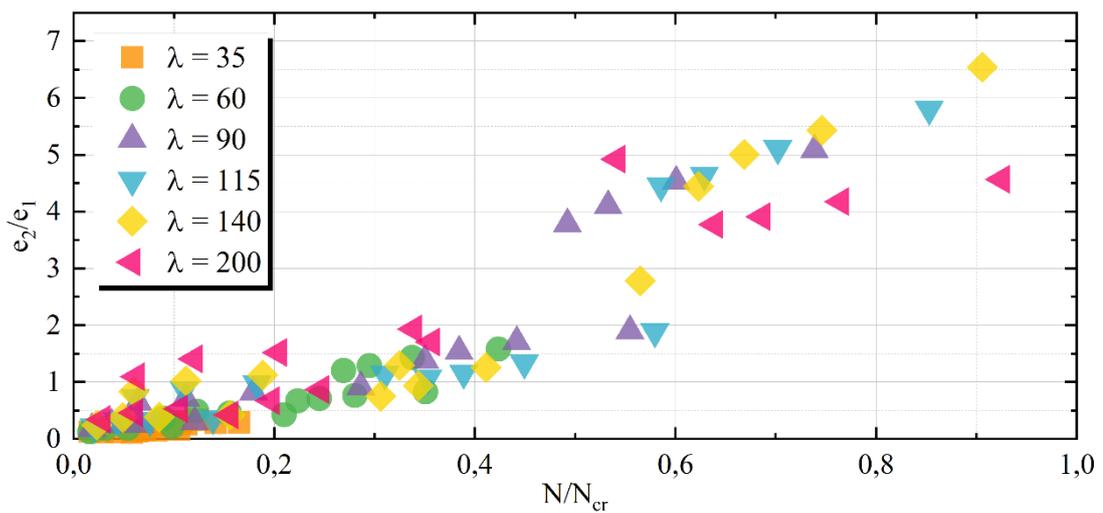
Figura 7.23 – Relação entre e_2/e_1 e N/N_{cr} dos pilares da etapa 1.0



(a) Efeitos de 2ª ordem conforme a taxa de armadura



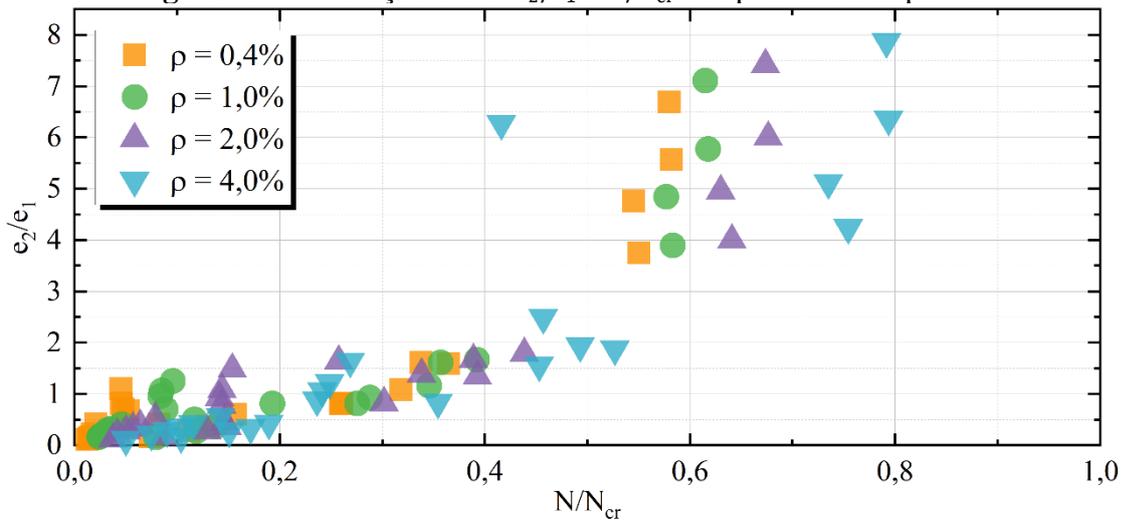
(b) Efeitos de 2ª ordem conforme a excentricidade



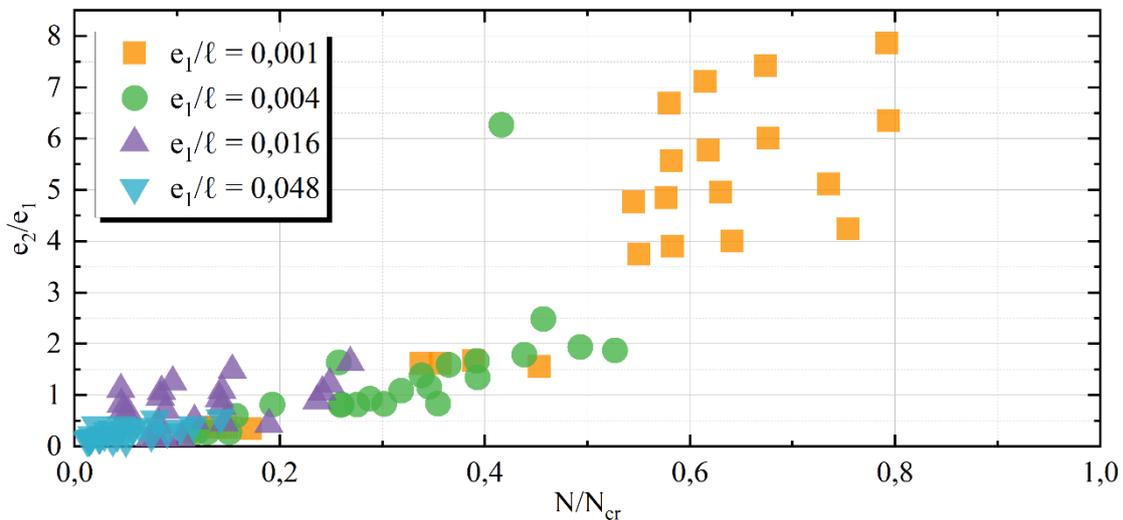
(c) Efeitos de 2ª ordem conforme a esbelteza

Fonte: A própria autora.

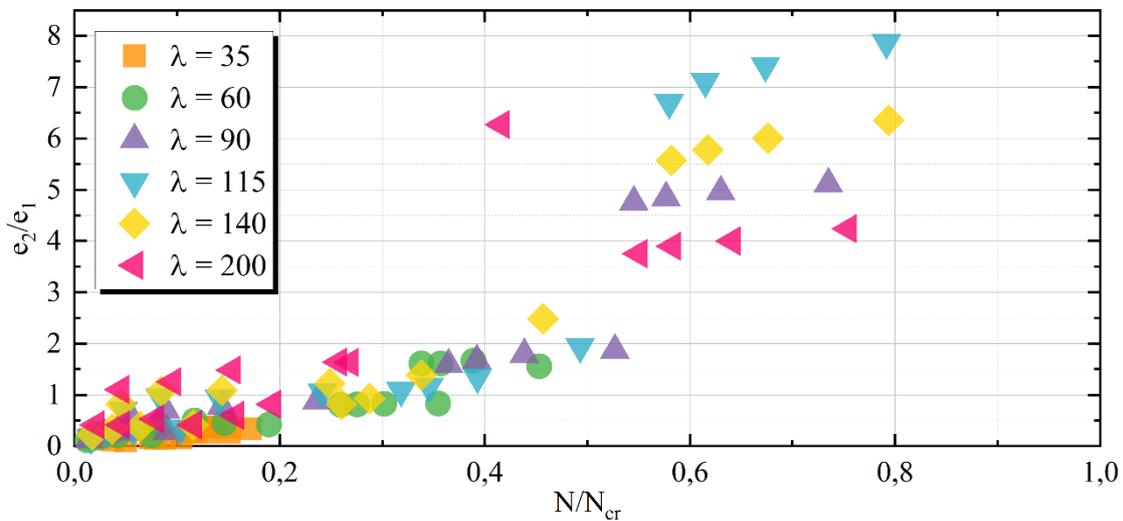
Figura 7.24 – Relação entre e_2/e_1 e N/N_{cr} dos pilares da etapa 2.0



(a) Efeitos de 2ª ordem conforme a taxa de armadura



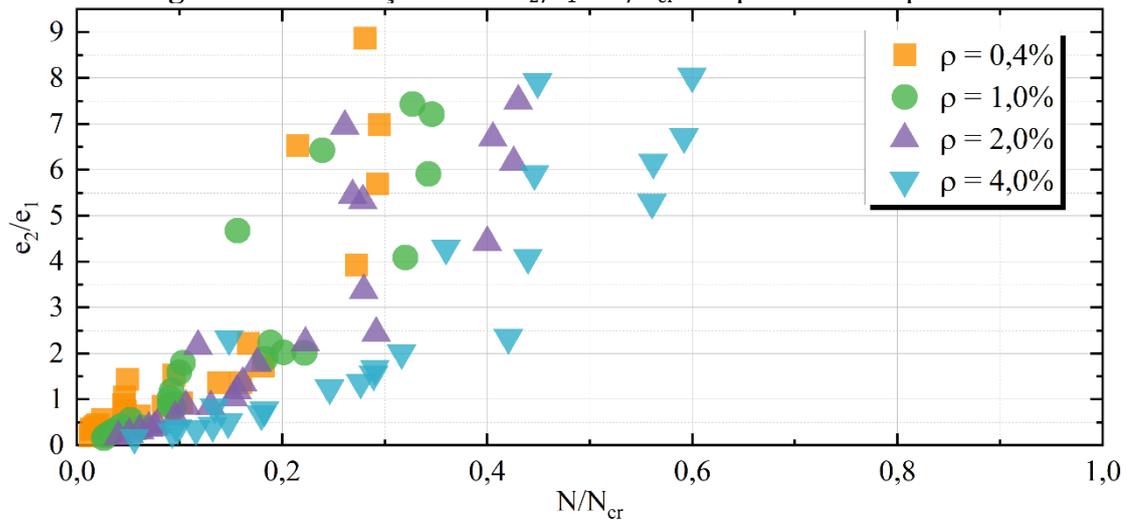
(b) Efeitos de 2ª ordem conforme a excentricidade



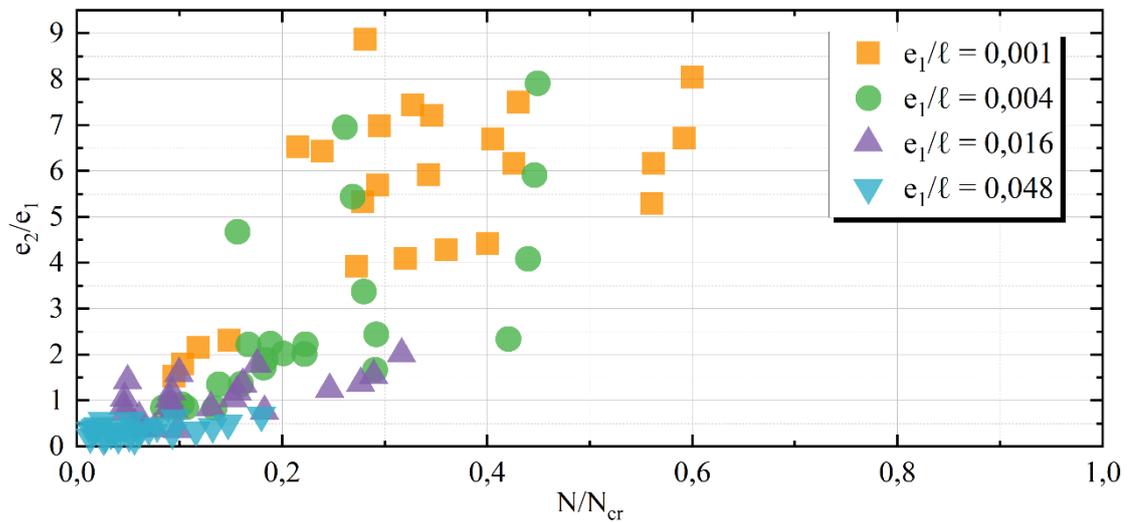
(c) Efeitos de 2ª ordem conforme a esbeltez

Fonte: A própria autora.

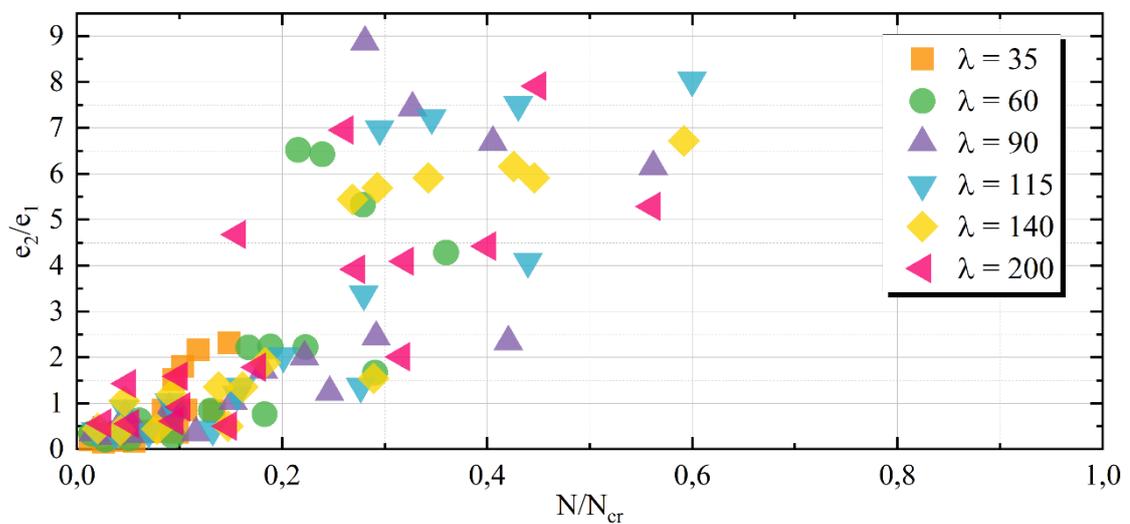
Figura 7.25 – Relação entre e_2/e_1 e N/N_{cr} dos pilares da etapa 3.0



(a) Efeitos de 2ª ordem conforme a taxa de armadura



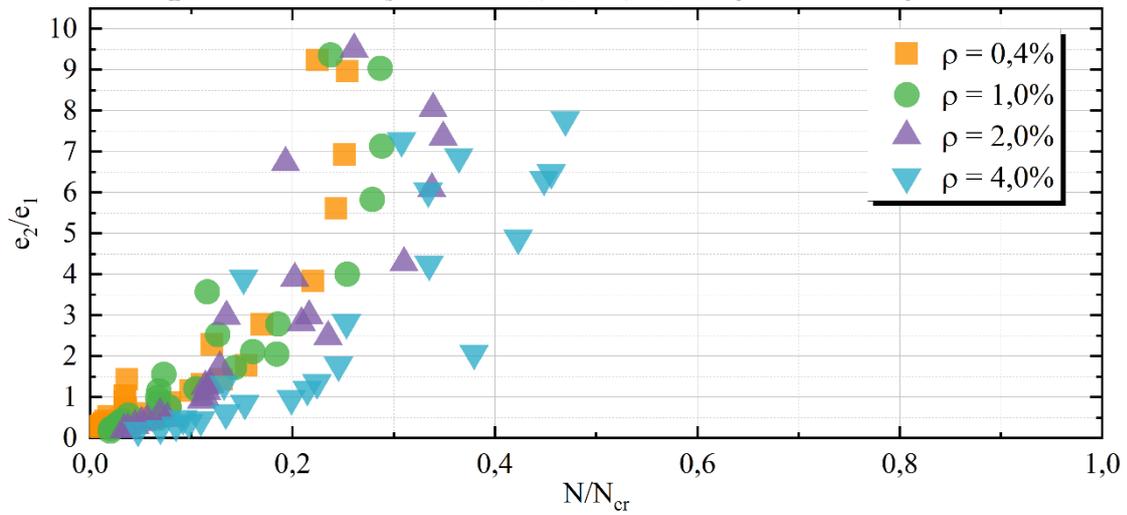
(b) Efeitos de 2ª ordem conforme a excentricidade



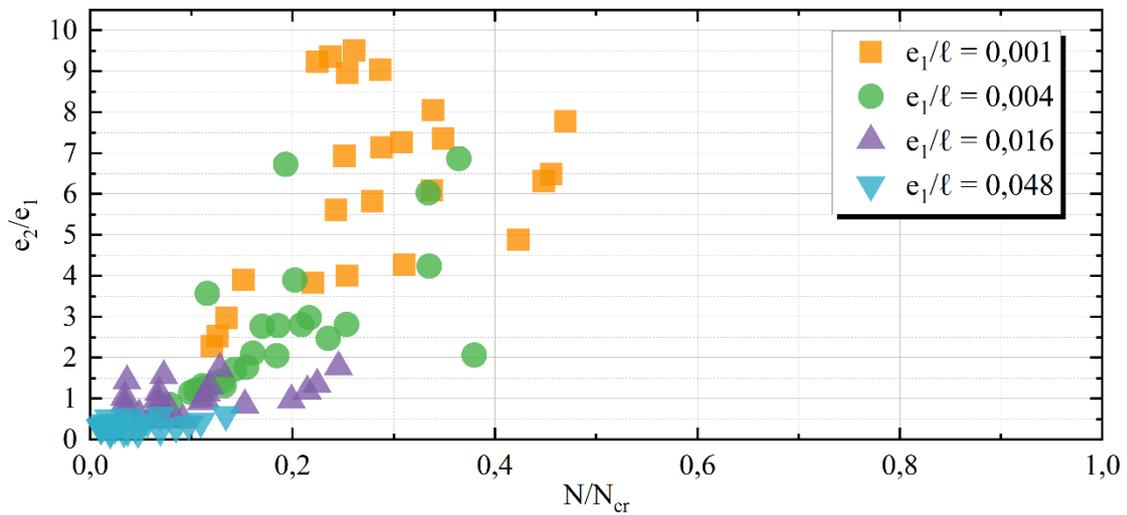
(c) Efeitos de 2ª ordem conforme a esbelteza

Fonte: A própria autora.

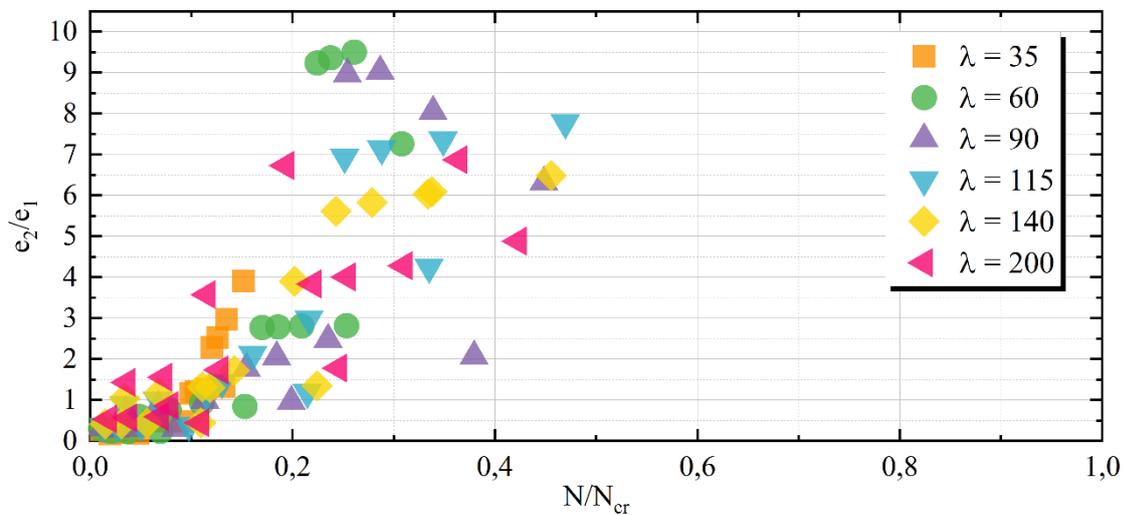
Figura 7.26 – Relação entre e_2/e_1 e N/N_{cr} dos pilares da etapa 3.1



(a) Efeitos de 2ª ordem conforme a taxa de armadura



(b) Efeitos de 2ª ordem conforme a excentricidade



(c) Efeitos de 2ª ordem conforme a esbeltez

Fonte: A própria autora.

Dessa forma, nota-se que utilizar o parâmetro N/N_{cr} para avaliar a relevância dos efeitos de segunda ordem conduz a análises satisfatórias, principalmente para indicar pilares que atingem o ELU de instabilidade.

Na etapa 1.0 (Figura 7.17) foi constatada a redução de e_2/e_1 em pilares muito esbeltos de pequena excentricidade relativa, devido à limitação da força última pelo ELU de instabilidade. No entanto, ao avaliar a tendência da força normal à força crítica desses pilares (N/N_{cr}), são obtidos valores de N/N_{cr} próximo de 1, sendo interpretado que os efeitos de segunda ordem são elevados, justificando a ruptura por instabilidade.

Isso demonstra a importância da força normal em relação a força crítica, adimensional que pode facilmente ser calculado e que depende apenas de parâmetros do pilar. Com isso, quando a força aplicada no pilar tender à força crítica – ou a uma porcentagem da força crítica – pressupõe-se que os efeitos de segunda ordem são relevantes, havendo mais chances de ocorrer a perda de estabilidade no pilar.

Isso também fica bem representado nos pilares de alta resistência e com fluência. No entanto, nota-se que, como a força crítica foi determinada com o uso do módulo de elasticidade da ABNT NBR 6118:2023, a rigidez do pilar não é adequadamente expressa quando há o aumento de resistência do concreto ou a consideração do efeito de fluência. Com isso, ao invés da força tender à força crítica nas Figura 7.24 a Figura 7.26, a força tende a uma porcentagem da força crítica. Quanto menor essa porcentagem, menor a força necessária para que os efeitos de segunda ordem sejam relevantes, o que ocorre com o aumento da resistência e a consideração da fluência.

Sendo assim, é possível observar a importância de limitar a força normal atuante no pilar. Quanto menor o nível de carregamento aplicado, isto é, quanto menor a força normal em relação à força crítica, menor é a probabilidade de ocorrência do ELU de instabilidade, pois os efeitos de segunda ordem serão reduzidos.

Deve-se destacar a predisposição de pilares com elevada taxa de armadura, elevada esbelteza e pequena excentricidade, em apresentar ductilidade do momento no diagrama M-N solicitante, ou seja, o aumento expressivo do momento mesmo com o pequeno acréscimo de força normal. Pilares com essa característica, como é o caso do pilar $e_1/\ell_e = 0,004$, $\rho = 4\%$ e $\lambda = 200$ na etapa 2.0 (Figura 7.24), apresentam elevadas deformações, e a redução da força normal demonstra notável importância para evitar grandes deflexões.

7.3 EFEITO DE SEGUNDA ORDEM PELA ABNT NBR 6118:2023

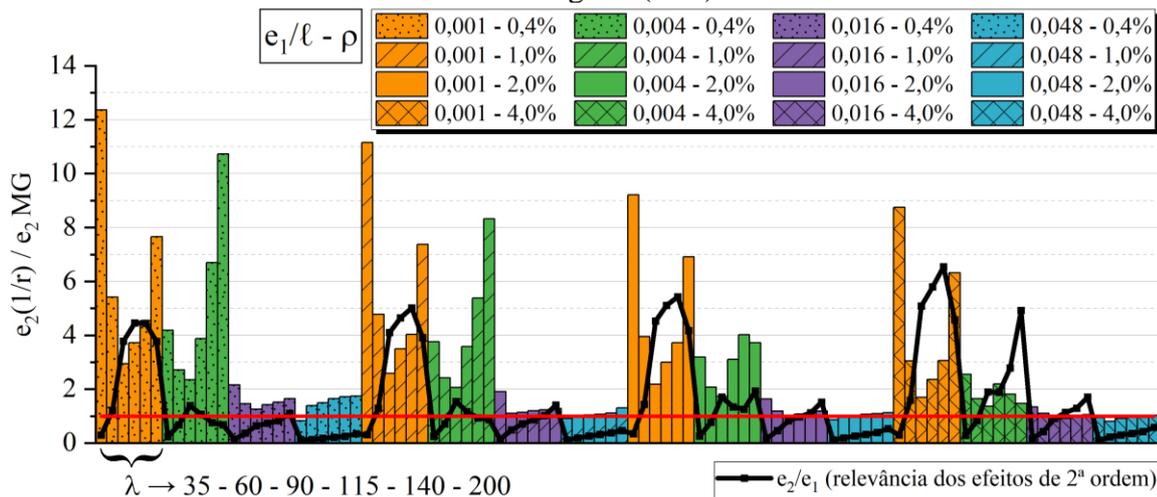
Os resultados das flechas dos pilares de acordo com os métodos aproximados da ABNT NBR 6118:2023 são apresentados neste capítulo. Os dados foram obtidos para concretos convencionais (etapa 1.0 e etapa 3.0) e de alta resistência (etapa 2.0 e etapa 3.1). As excentricidades de segunda ordem são apresentadas no Apêndice D.

Para avaliar a eficácia dos métodos aproximados, são apresentados os resultados da razão entre a excentricidade de segunda ordem (e_2) obtida pelo método aproximados e a excentricidade de segunda ordem obtida pelo método geral (e_{2MG}). Esse valor superior a 1 indica que o método utilizado oferece um resultado que favorece a segurança do pilar em questão.

7.3.1 Concretos convencionais

Primeiramente, são apresentados os valores de flecha de cada pilar calculados pelo método do pilar padrão com curvatura aproximada em comparação com o método geral, conforme ilustrado na Figura 7.27.

Figura 7.27 – Flecha do método do pilar padrão com curvatura aproximada em relação ao método geral (C40)



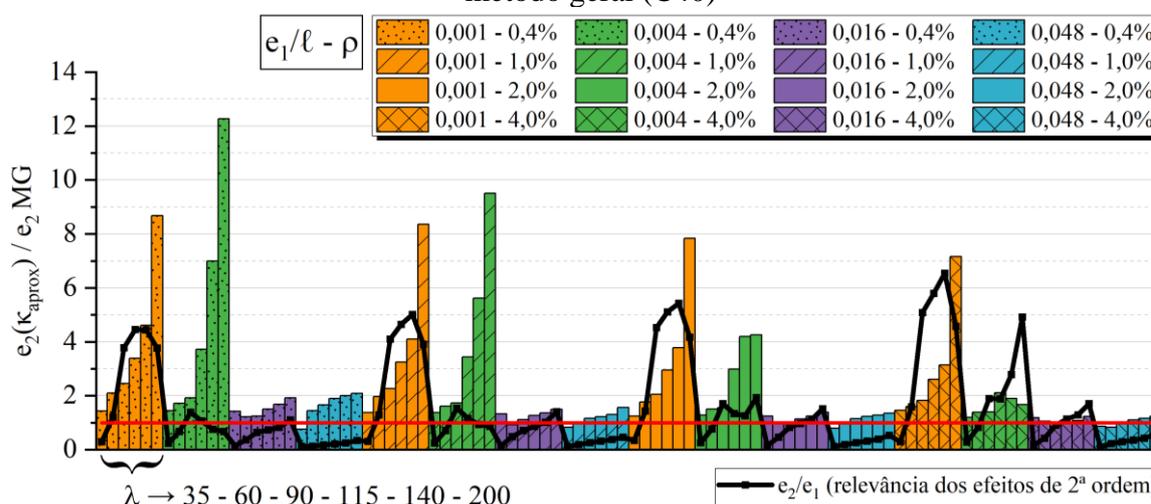
Fonte: A própria autora.

Nota-se que, pelo método da curvatura aproximada, as excentricidades de segunda ordem são maiores do que pelo método geral, isto é, a favor da segurança. No entanto, esses resultados são superestimados para índices de esbelteza pequenos ou muito grandes. Os pilares

com os menores índices de esbeltez são os que apresentam menor relevância dos efeitos de segunda ordem, porém, manifestaram maior flecha em relação ao método geral. Destaca-se que os pilares com elevada excentricidade apresentaram a curvatura no valor máximo permitido pelo método, podendo-se observar, nesses casos, que os resultados foram mais coerentes – ruptura similar à viga.

A Figura 7.28 apresenta os resultados de flecha obtidos a partir do método do pilar padrão com rigidez aproximada, em comparação com os resultados de flecha obtidos pelo método geral.

Figura 7.28 – Flecha do método do pilar padrão com rigidez aproximada em relação ao método geral (C40)

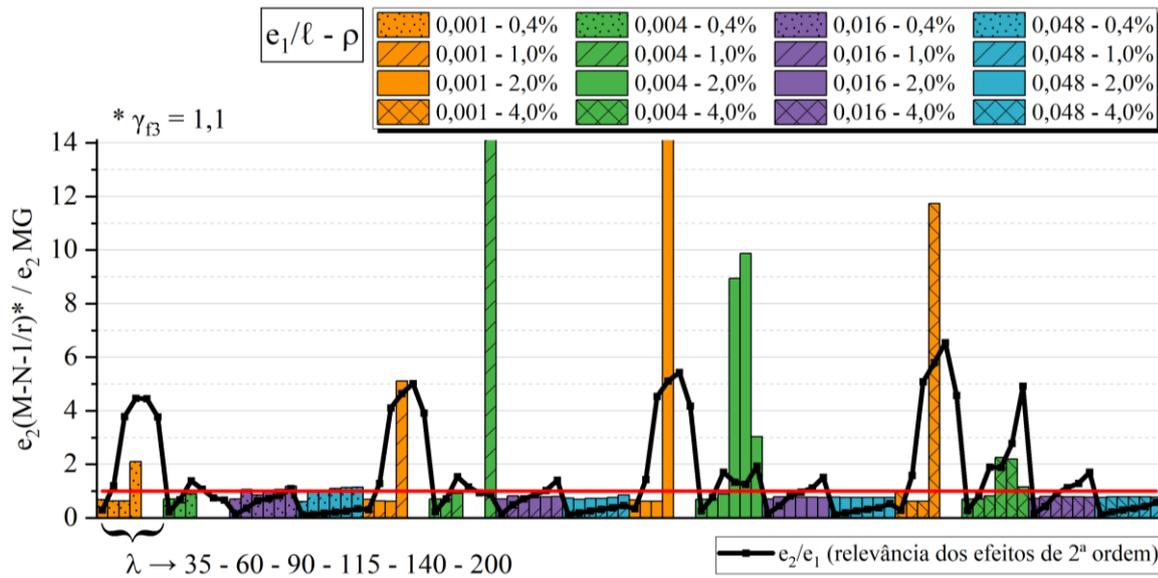


Fonte: A própria autora.

O método demonstrou uma maior consistência ao produzir resultados que favorecem a segurança estrutural, especialmente considerando a relevância dos efeitos de segunda ordem. Vale ressaltar que os resultados mais desproporcionalmente favoráveis à segurança foram obtidos quando o índice de esbeltez foi superior a 90, faixa na qual a ABNT NBR 6118:2023 não permite utilizar o método.

A Figura 7.29 apresenta os resultados de flecha obtidos a partir do método do pilar padrão acoplado ao diagrama momento-normal-curvatura, em comparação com os resultados de flecha obtidos pelo método geral. Os pilares que possuem os valores de flecha zerados correspondem àqueles que as flechas obtidas pelo método foram negativas.

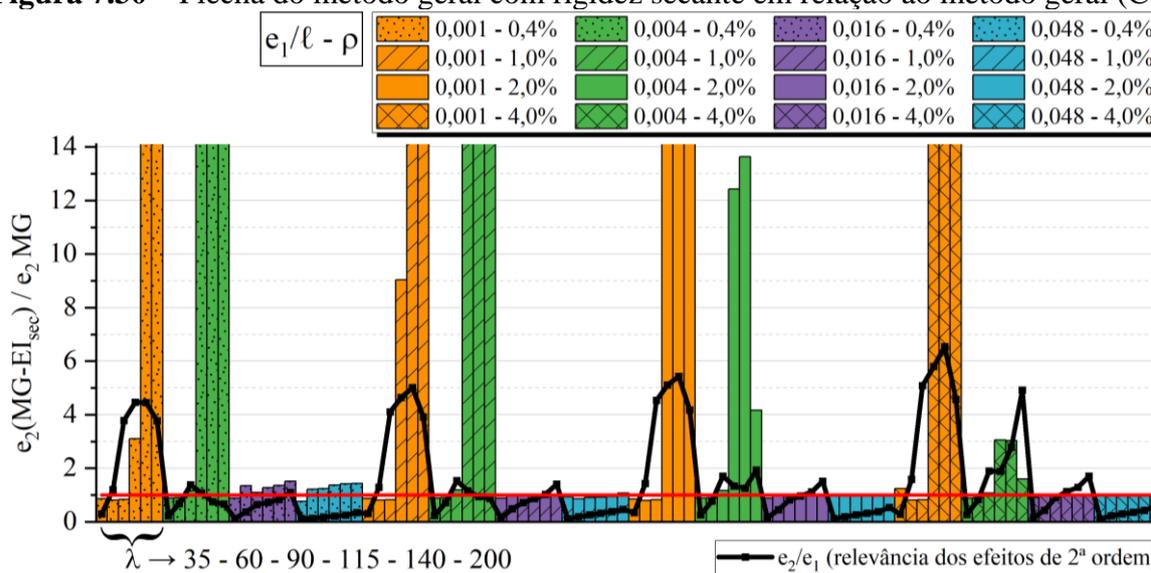
Figura 7.29 – Flecha do método do pilar padrão acoplado ao M-N-1/r em relação ao método geral (C40)



Fonte: A própria autora.

Ao comparar os resultados obtidos pelo método do pilar padrão acoplado ao diagrama momento-normal-curvatura com os obtidos pelo método geral, é possível observar que, para pequenas excentricidades, as flechas calculadas são menores no primeiro método. Ademais, é importante destacar que o método não resultou em valores de flechas coerentes para alguns pilares, representados na Figura 7.29 pela razão entre as excentricidades sendo nulas ou muito superiores a 1, indicando aqueles que atingiram o ELU de instabilidade. Esses pilares apresentam a redução da força solicitante antes mesmo de alcançarem a envoltória resistente, o que significa que o momento resistente da seção transversal é maior do que o momento que o pilar é capaz de suportar.

Diferentemente do método anterior, o método geral que utiliza a rigidez secante apresentou resultados similares ao método geral para todos os pilares que atingiram o ELU de esgotamento do material, como ilustrado na Figura 7.30.

Figura 7.30 – Flecha do método geral com rigidez secante em relação ao método geral (C40)

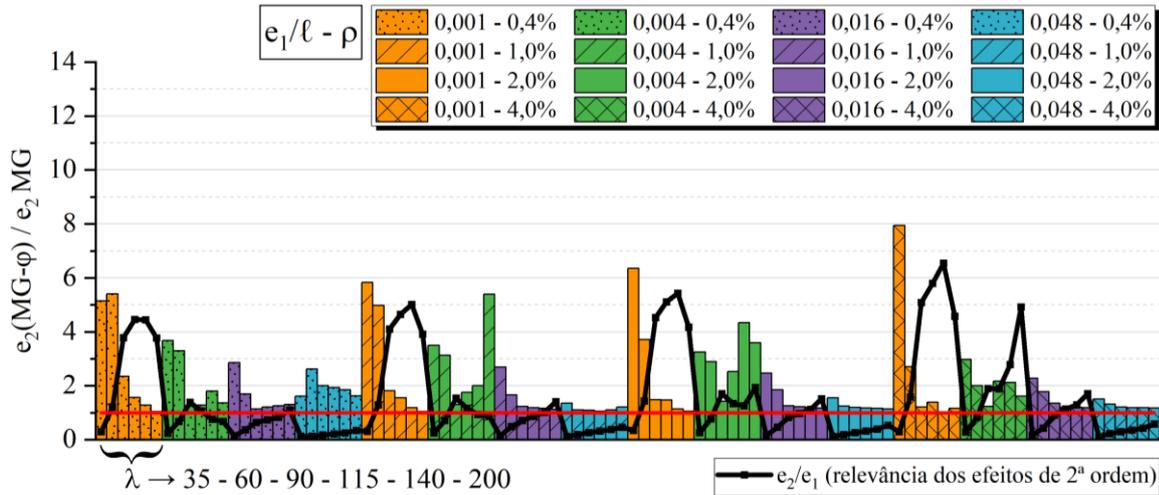
Fonte: A própria autora.

A não linearidade física desse método é considerada da mesma forma que o método do pilar padrão acoplado ao diagrama momento-normal-curvatura, com a obtenção da rigidez secante. No entanto, a não linearidade geométrica se difere, pois utiliza a discretização da barra para realizar as análises na posição deformada do pilar. Dessa forma, confirma-se a boa aproximação advinda da determinação da rigidez secante para representar o comportamento não linear físico do pilar.

Além disso, são observados valores muito elevados de flecha para alguns pilares, havendo extrapolação do gráfico em alguns casos. Esses pilares se referem aos que atingiram o ELU de instabilidade, de modo que esse resultado é esperado quando utilizado o método geral com uma única rigidez secante para todo o comprimento do pilar, pois a perda de estabilidade ocorre com o momento último inferior ao momento resistente da seção.

Ao utilizar o diagrama tensão-deformação que considera a fluência (etapa 3), a razão da flecha pelo método geral é apresentada na Figura 7.31. Como ambos os métodos utilizam o método geral, é possível ver, claramente, o aumento da deflexão devido à fluência para cada pilar.

Figura 7.31 – Flecha do método geral com fluência em relação ao método geral sem fluência (C40)

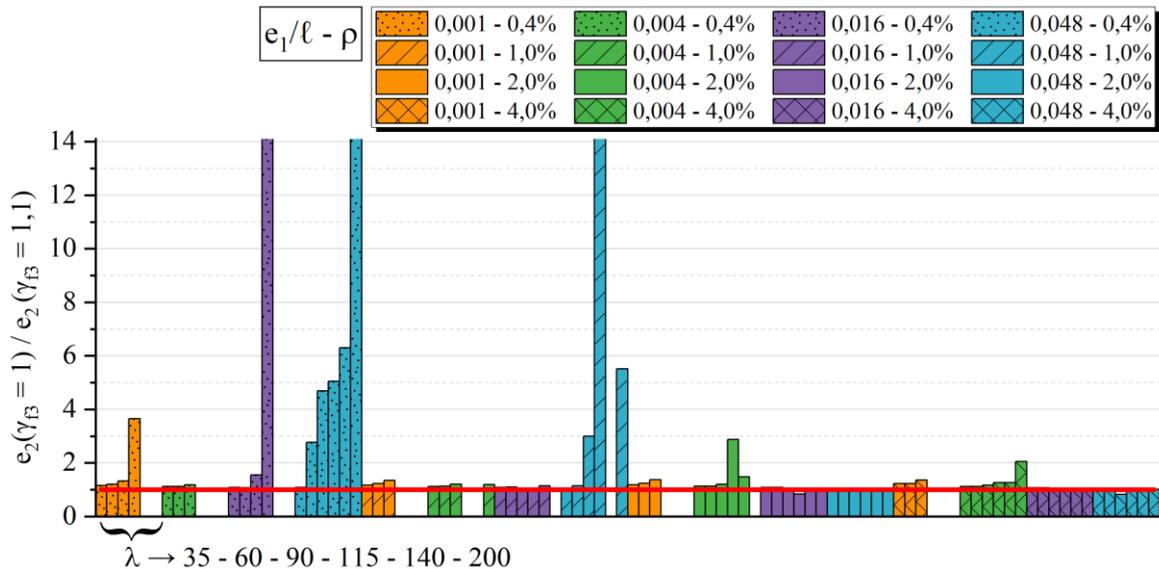


Fonte: A própria autora.

Os pilares que tiveram o maior aumento da flecha devido à consideração da fluência são os pilares com menor índice de esbelte, pois são pilares que apresentam menor efeito de segunda ordem, o qual se tornou significativo com o aumento da deflexão devido à fluência.

Por fim, foi comparada a flecha obtida pelo método do pilar padrão acoplado ao diagrama momento-normal-curvatura utilizando $\gamma_{f3} = 1$ e $\gamma_{f3} = 1,1$. Com isso, foi avaliado o impacto do uso de diferentes valores do coeficiente por meio da Figura 7.32.

Figura 7.32 – Flecha do método do pilar padrão acoplado ao M-N-1/r com $\gamma_{f3} = 1$ e $\gamma_{f3} = 1,1$ (C40)



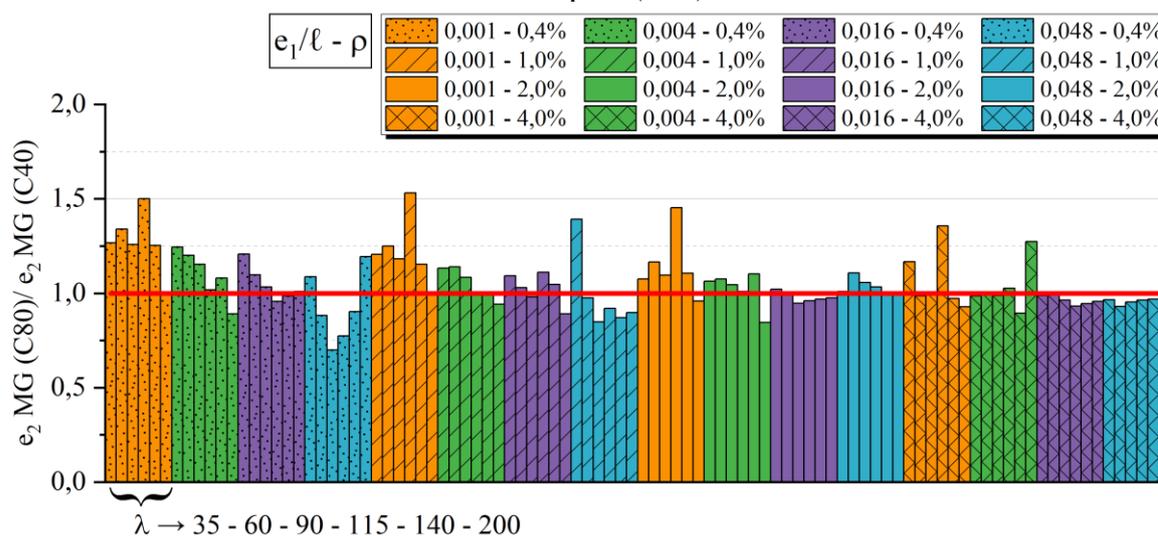
Fonte: A própria autora.

Como observado anteriormente, o método do pilar padrão acoplado ao diagrama momento-normal-curvatura não fornece resultados de flecha consistentes para todos os pilares, sendo excluídas essas análises na Figura 7.32. Nota-se que, ao utilizar $\gamma_{f3} = 1$, os valores de excentricidade de segunda ordem são maiores na maioria dos casos. Assim, a partir das análises realizadas na Figura 7.29, seria mais recomendado utilizar esse valor de γ_{f3} para garantir resultados a favor da segurança, principalmente para carregamentos com pequena excentricidade relativa. Além disso, podem ser relatados valores de flecha muito superiores quando utilizado o $\gamma_{f3} = 1$ para os pilares com elevada excentricidade de primeira ordem e baixa taxa de armadura, o que pode não ser representativo do comportamento do pilar.

7.3.2 Concretos de alta resistência

Com o aumento da resistência do concreto, a flecha dos pilares em estado limite último sofreu alterações por meio do método geral. Nos pilares de pequena excentricidade de primeira ordem relativa ao comprimento efetivo, a flecha foi ampliada, principalmente para $\lambda = 115$. Esses são os pilares da etapa 2 com maior relevância dos efeitos de segunda ordem, conforme a Figura 7.24 (c).

Figura 7.33 – Flecha do método geral da etapa 2 (C80) em relação à flecha do método geral da etapa 1 (C40)



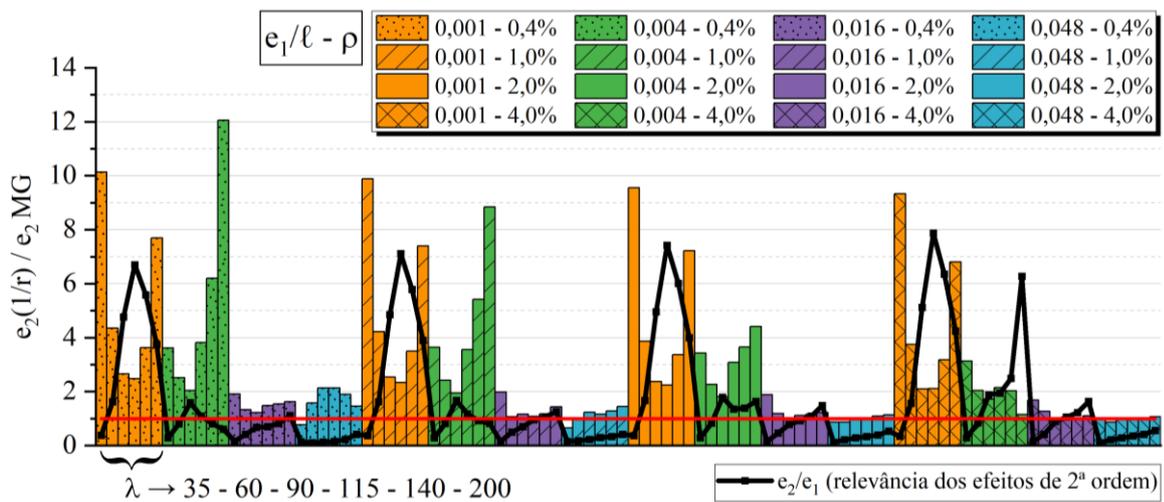
Fonte: A própria autora.

Além disso, analisando o Apêndice B, é possível notar que esses pilares com $e_1/\ell_e = 0,001$ e $\lambda = 115$ atingiram o ELU de instabilidade próximo ao vértice da envoltória resistente – momento máximo resistente. Isso permitiu que os pilares apresentassem elevada deflexão – e

por isso apresentam maiores efeitos de segunda ordem – antes de atingir o diagrama M-N resistente, o que resultou na perda de estabilidade.

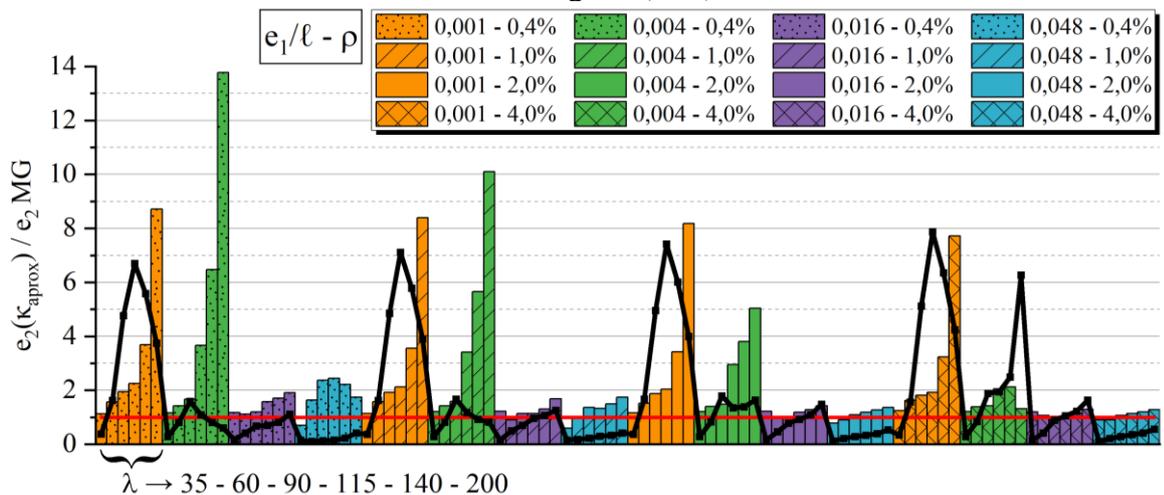
Após a comparação entre a flecha do método geral para o concreto de alta resistência e convencional, são apresentadas as comparações entre os métodos aproximados e o método geral para os concretos de alta resistência. Assim, pode-se observar o mesmo comportamento do método de curvatura aproximada (Figura 7.34) e de rigidez aproximada (Figura 7.35) que houve para o concreto convencional.

Figura 7.34 – Flecha do método do pilar padrão com curvatura aproximada em relação ao método geral (C80)



Fonte: A própria autora.

Figura 7.35 – Flecha do método do pilar padrão com rigidez aproximada em relação ao método geral (C80)

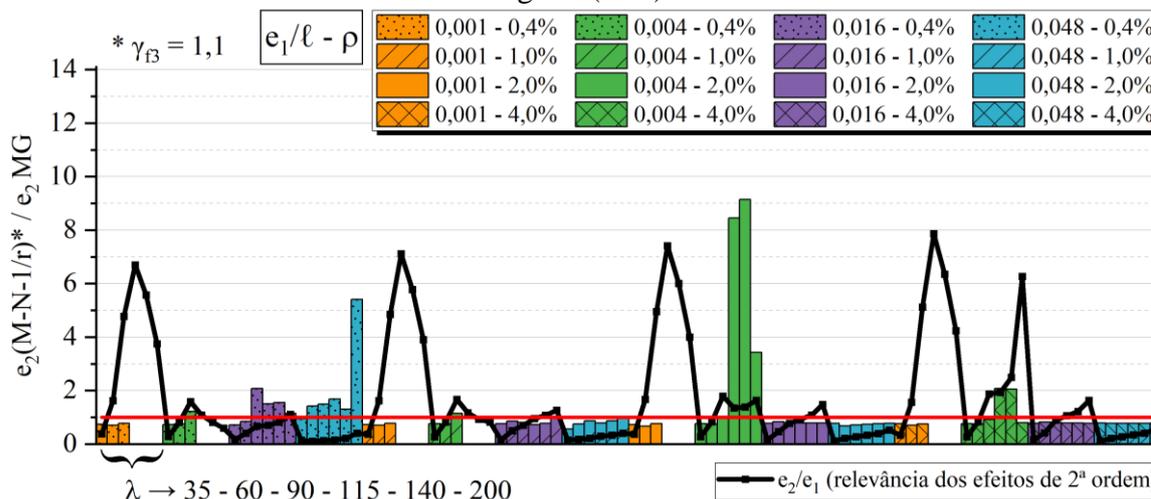


Fonte: A própria autora.

Ao avaliar o valor da flecha, conforme o Apêndice D, é possível notar que, ao utilizar o método do pilar padrão com curvatura aproximada para o concreto de alta resistência, houve o aumento da flecha em pilares com curvatura menor que a curvatura limite. Pilares mais esbeltos apresentam a mesma flecha que pilares com concreto convencional, devido à restrição da curvatura. O método do pilar padrão com rigidez aproximada, no entanto, não apresentou variação da flecha com o aumento da resistência. Isso se deve ao fato de que a obtenção da flecha por esse método é independente da força aplicada no pilar, ou seja, o aumento da capacidade resistente do pilar não influencia no aumento da flecha, apenas no momento de segunda ordem.

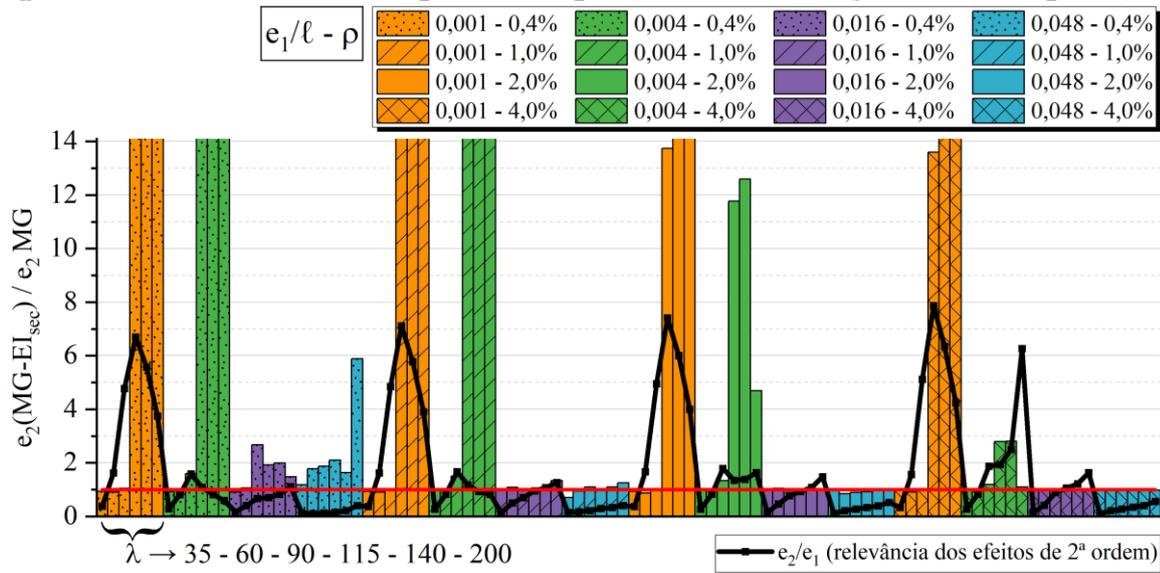
Os métodos do pilar padrão acoplado ao M-N-1/r (Figura 7.36) e do método geral com rigidez secante (Figura 7.37) aplicados em pilares com concreto de alta resistência apresentaram comportamentos similares aos pilares com concretos convencionais. O método do pilar padrão acoplado ao M-N-1/r apresentou uma sutil aproximação aos valores de flecha obtidos pelo método geral com o aumento a resistência do concreto. No entanto, o método geral com rigidez secante permaneceu sendo o que apresentou resultados mais satisfatórios ao comparar com o método geral.

Figura 7.36 – Flecha do método do pilar padrão acoplado ao M-N-1/r em relação ao método geral (C80)



Fonte: A própria autora.

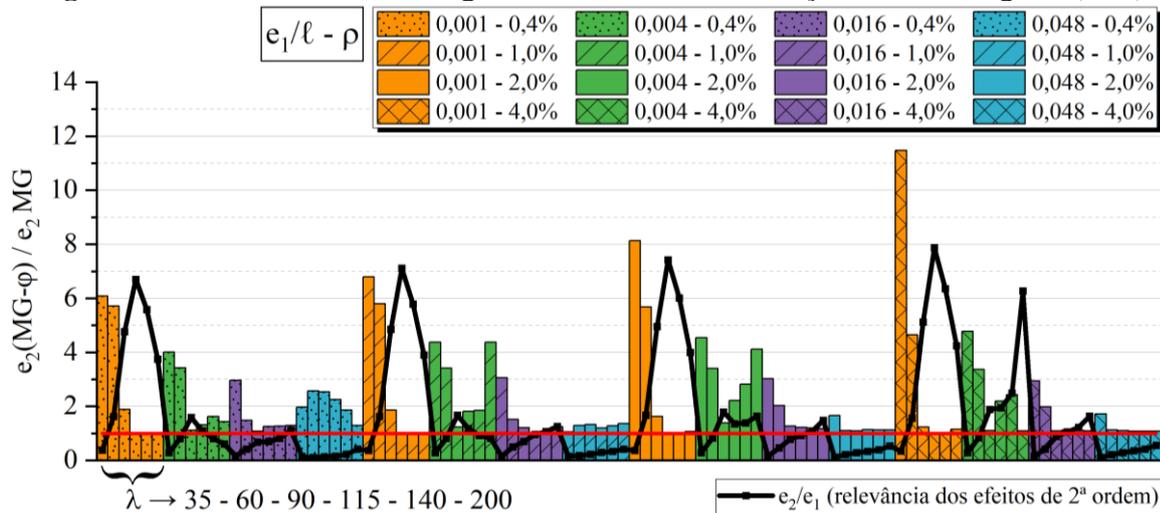
Figura 7.37 – Flecha do método geral com rigidez secante em relação ao método geral (C80)



Fonte: A própria autora.

O diagrama da Figura 7.38 apresenta a relevância da fluência para a flecha do pilar com concreto de alta resistência. A tendência observada é similar aos pilares com concreto convencional, porém a relevância da fluência é maior.

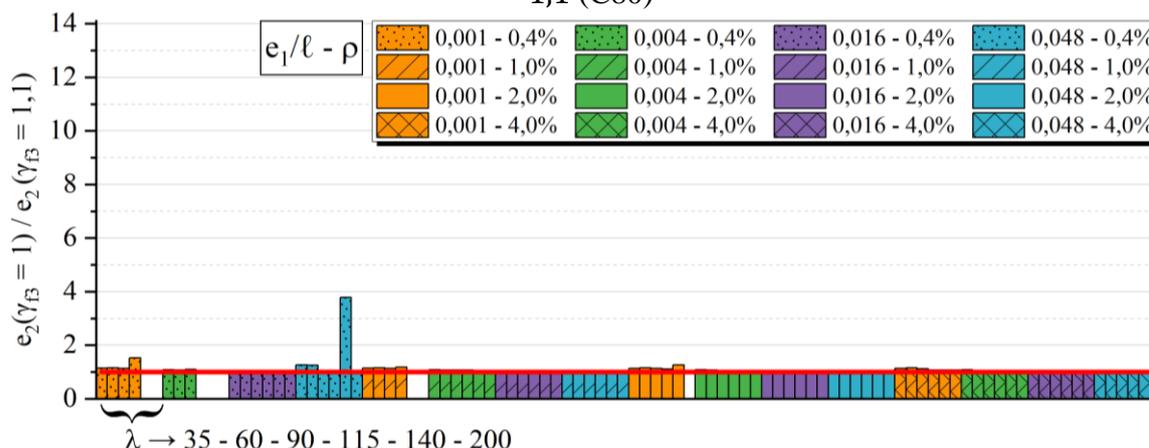
Figura 7.38 – Flecha do método geral com fluência em relação ao método geral (C80)



Fonte: A própria autora.

Assim como apresentado para os concretos convencionais, o método do pilar padrão acoplado ao M-N-1/r fornece flechas maiores quando $\gamma_{f3} = 1$, porém isso demonstra ser menos expressivo para os concretos de alta resistência, como apresentado na Figura 7.39.

Figura 7.39 – Flecha do método do pilar padrão acoplado ao M-N-1/r com $\gamma_{f3} = 1$ e $\gamma_{f3} = 1,1$ (C80)



Fonte: A própria autora.

De maneira geral, o comportamento do pilar com concreto de alta resistência é semelhante ao pilar com concreto convencional. No entanto, os efeitos de segunda ordem são mais relevantes, para forças aplicadas com pequena excentricidade, quando a resistência do concreto é mais elevada. O método do pilar padrão com curvatura aproximada apresentou aumento do valor da flecha com o aumento da resistência do concreto, mas não tanto quanto ocorreu no método geral. Já o método do pilar padrão com rigidez aproximada não apresentou aumento da flecha. Os métodos que utilizaram a rigidez secante mantiveram bons resultados e a consideração da fluência resulta em flechas maiores para pilares concretos de alta resistência.

8 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Para as considerações finais, são apresentadas as conclusões obtidas por meio da pesquisa realizada neste trabalho e as recomendações para trabalhos futuros.

8.1 CONCLUSÕES

O objetivo principal deste trabalho foi desenvolver um estudo paramétrico dos efeitos de segunda ordem do pilar para avaliar a contribuição de diversos parâmetros na instabilidade do pilar e que permitisse avaliar as recomendações da ABNT NBR 6118:2023 quanto à instabilidade e aos efeitos de segunda ordem de elementos isolados. Os parâmetros de interesse utilizados foram o índice de esbeltez, a excentricidade relativa ao comprimento efetivo do pilar, a taxa de armadura, o coeficiente de fluência (com e sem fluência) e a resistência do concreto, sendo incorporados diferentes diagramas tensão-deformação do concreto, resultando em 864 pilares.

O estado limite último dos pilares foi determinado como de esgotamento do material ou de instabilidade por meio do método da envoltória resistente. Para isso, foram desenvolvidos 864 diagramas M-N solicitantes correspondentes às variações dos parâmetros e foram desenvolvidos os diagramas M-N resistentes correspondentes apenas ao diagrama tensão-deformação parábola-retângulo.

Foi observada maior suscetibilidade ao ELU de instabilidade em pilares com menor excentricidade relativa ao comprimento efetivo e em pilares com maior índice de esbeltez. Como o pilar de menor excentricidade possui menor momento de primeira ordem, a deformação do pilar ou aumento da força aplicada pode ter como consequência momentos de segunda ordem expressivos. Já os pilares mais esbeltos, estão sujeitos a maiores deformações, o que resulta na ampliação dos efeitos de segunda ordem. Dessa forma, antes mesmo de atingir o esgotamento do material, o pilar atinge a instabilidade, não havendo qualquer forma de equilíbrio mesmo que o material ainda possua resistência.

O aumento da resistência do concreto também resultou em pilares com maior predisposição à instabilidade, pois o crescimento do módulo de elasticidade é menor que da capacidade resistente. Além disso, foi observado que o aumento da resistência à compressão do concreto foi importante para o aumentar a capacidade resistente do pilar apenas quando para o estado limite último com ruptura à compressão. Dessa forma, nota-se que o aumento da classe

de resistência do concreto nem sempre é eficaz para permitir maiores forças solicitantes ou solucionar problemas de estabilidade.

A consideração da fluência resultou em mais pilares atingindo o ELU de instabilidade, mesmo quando medianamente esbeltos. As elevadas deformações de pico e última, permitiram maior aumento da deflexão até atingir a força última. Isso contribuiu para a redução da capacidade resistente do pilar e a expressividade dos efeitos de segunda ordem. Com isso, nota-se a importância de aprofundar as análises para a consideração da fluência, uma vez que foram observados efeitos expressivos relacionados à fluência para pilares curtos de pequena excentricidade. Isso evidencia a relevância de investigar as informações normativas referentes ao efeito da fluência presentes na ABNT NBR 6118:2023. A norma estabelece que esse efeito pode ser desconsiderado para pilares com índice de esbeltez até 90, entretanto, esse limite poderia englobar outro parâmetro e, inclusive, o método de cálculo utilizado para definir a flecha.

Também devem ser enfatizados os pilares com elevada taxa de armadura, índice de esbeltez e de baixa excentricidade relativa ao comprimento efetivo. Durante o escoamento da armadura, a deflexão aumenta significativamente em resposta ao acréscimo da força normal. Com isso, o ponto limite desses pilares podem não ser bem definidos, atingindo o ELU de esgotamento do material, pelo método da envoltória resistente, mesmo com o efeito de segunda ordem sendo relevante. No entanto, fica claro que a flecha é sensível ao incremento de força, evidenciando a importância de limitar a força aplicada para esses pilares. Dessa forma, a limitação da força aplicada no pilar poderia ser exigida para pilares com diferentes faixas de esbeltez, e não apenas para pilares com índice de esbeltez superior a 200, como ocorre na ABNT NBR 6118:2023.

Quanto aos diagramas tensão-deformação utilizados, o diagrama do EUROCODE 2 (2004) (etapa 1.1) resultou em pilares de concreto convencional com menor capacidade resistente em comparação com o diagrama disponível na ABNT NBR 6118:2014, sendo essa discrepância reduzida para concretos de alta resistência (etapa 2.1). Além disso, para avaliar o estado limite último dos pilares, utilizando o método da envoltória resistente, se faz necessário considerar diferentes tensões de pico para o diagrama tensão-deformação utilizado para determinar a envoltória M-N solicitante e a resistente.

O diagrama da ABNT NBR 6118:2023 (etapa 2.2) resultou na diminuição da capacidade resistente dos pilares devido à redução da tensão de pico. Com o diagrama tensão-deformação de MOCCIA *et al.* (2020) (etapa 2.3), o qual se difere do diagrama da ABNT NBR 6118:2023 pelos valores $\varepsilon_{c2} = 2\%$ e $\varepsilon_{cu} = 3,5\%$ constantes, a capacidade resistente manteve-se reduzida

em pilares com ruptura devido à compressão. No entanto, mostrou-se próxima dos resultados da ABNT NBR 6118:2014 em pilares que atingiram o ELU de instabilidade.

Nas análises realizadas para avaliar a relevância dos efeitos de segunda ordem, utilizou-se a razão (e_2/e_1) para verificar sua expressividade em relação aos efeitos de primeira ordem. Apesar da relevância dos efeitos de segunda ordem estar associada aos fatores que representam maior suscetibilidade do pilar ao ELU de instabilidade (aumento do índice de esbeltez, menores razões entre excentricidade inicial e comprimento efetivo e aumento da resistência à compressão), essa tendência é limitada quando os pilares atingem o ELU de instabilidade.

Quando ocorre o estado limite último a força normal é limitada pelo ponto limite, o que restringe os efeitos de segunda ordem. Dessa forma, apesar da flecha ser menos expressiva, não significa que os efeitos de segunda ordem sejam menos relevantes, uma vez que os pilares atingiram a instabilidade. Assim, a solução para avaliar a relevância dos efeitos de segunda ordem foi sua resposta com base no parâmetro N/N_{cr} , o qual indica a tendência da força normal à força crítica, isto é, o quão a força está próxima da força na qual há bifurcação de equilíbrio quando o carregamento é centrado e o material linear.

A força crítica (força de Euler) deste trabalho utilizou, como simplificação, o módulo de elasticidade do concreto apresentado pela ABNT NBR 6118:2023, não sendo representada pela rigidez real do pilar. Com isso, em casos que foi observada grande relevância dos efeitos de segunda ordem, a força atuante no pilar tendeu a uma porcentagem da força crítica. Para os pilares de C80 e sem fluência, a flecha foi expressiva com N sendo 80% de N_{cr} . Para pilares com C40 e com fluência, a flecha foi expressiva com N sendo 60% de N_{cr} . E para pilares com C80 e com fluência, a flecha foi expressiva com N sendo 50% de N_{cr} .

Assim, constata-se que o índice de esbeltez não é indicado como parâmetro único para representar a instabilidade do pilar, sendo o parâmetro N/N_{cr} importante por englobar a esbeltez do pilar e outros parâmetros relevantes. Ademais, nota-se a importância de limitar a força última que solicita os pilares quando esta é próxima da força crítica, pois evita excentricidades de segunda ordem elevadas.

Por fim, os métodos de cálculo que determinaram os efeitos de segunda ordem de acordo com a ABNT NBR 6118:2023 foram comparados com o método geral, sendo observado que o método do pilar padrão com curvatura aproximada apresenta resultados muito conservadores para pilares nos quais os efeitos de segunda ordem não são expressivos, sendo essa tendência reduzida quando os efeitos são mais relevantes. Já o método do pilar padrão com rigidez aproximada apresenta uma tendência de resultados mais favoráveis à segurança com o aumento da relevância dos efeitos de segunda ordem. Isso demonstra a coerência do método,

principalmente até o índice de esbeltez igual a 90 – limite estabelecido pela ABNT NBR 6118:2023 para o uso do método.

O método do pilar padrão acoplado ao diagrama momento-normal-curvatura apresenta pilares com valores de flecha similares ao método geral, sendo menores em casos de pequena excentricidade relativa, o que pode ser solucionado com o momento mínimo exigido pela ABNT NBR 6118:2023 ou o uso de $\gamma_{f3} = 1$. O método geral com rigidez secante apresentou os resultados mais satisfatórios, aproximando-se dos resultados do método geral sem exigir que a rigidez seja calculada para cada seção discretizada. Sendo assim, a não linearidade física dos pilares é bem representada pela rigidez secante.

A consideração da fluência pelo método geral resultou em efeitos de segunda ordem relevantes para pilares curtos, indicando a importância de considerar a fluência quando utilizado métodos mais refinados para determinar a flecha, mesmo para pilares com índice de esbeltez menores que 90.

Por fim, as análises realizadas dos métodos aproximados com o aumento da resistência do concreto mostraram tendências semelhantes ao uso do concreto convencional. O método do pilar padrão com curvatura aproximada apresenta restrições quanto à curvatura limite, de modo a restringir valor máximo da flecha. Já o pilar padrão com rigidez aproximada apresentou as mesmas flechas independentemente da resistência do concreto, o que não reflete a relevância dos efeitos de segunda ordem para classes de resistência mais elevadas. Além disso, os métodos que utilizaram a rigidez secante apresentaram um aumento sutil das flechas, acompanhando o comportamento observado pelo método geral com o aumento da resistência do concreto.

Assim, diante das pesquisas realizadas neste trabalho, foi observado que o índice de esbeltez apresentou casos de efeitos de segunda ordem significativos para pilares medianamente esbeltos e efeitos de segunda ordem pouco significativos para pilares esbeltos. Isso demonstra que o índice de esbeltez, por si só, pode não embasar precisamente a consideração dos efeitos locais de segunda ordem, a escolha do método a ser utilizado no cálculo ou a decisão sobre a necessidade de consideração da fluência, o que é adotado na ABNT NBR 6118:2014.

O parâmetro N/N_{cr} se mostrou mais representativo, pois pilares com força normal próxima à força crítica demonstraram maior relevância dos efeitos de segunda ordem. Quanto aos métodos aproximados, o método do pilar padrão com rigidez aproximada se mostrou coerente para incorporar os efeitos de segunda ordem do pilar, apresentando resultados mais conservadores para aqueles pilares nos quais as deflexões foram relevantes. Além disso, as flechas calculadas pelo método geral com rigidez secante, o qual utiliza uma mesma rigidez ao longo do comprimento do pilar, se aproximaram satisfatoriamente das flechas calculadas pelo

método geral, o qual utiliza diagramas tensão-deformação completos dos materiais com a rigidez secante variando ao longo do comprimento do pilar.

8.2 TRABALHOS FUTUROS

A partir dos estudos realizados, podem ser apresentadas algumas sugestões para pesquisas futuras que podem contribuir para melhor compreensão das análises abordadas neste trabalho.

Primeiramente, sugere-se incluir no estudo paramétrico dos efeitos de segunda ordem outras variáveis que foram apresentadas como importantes pelo estudo da literatura. Como foi adotado para este trabalho a mesma excentricidade aplicada na extremidade do pilar, isto é, considerando um diagrama de momentos de primeira ordem constante ao longo do pilar com o objetivo avaliar o comportamento mais crítico, são sugeridos estudos com diferentes excentricidades aplicadas nas extremidades do pilar. Isso pode ser relevante devido ao momento de segunda ordem crítico não necessariamente ocorrer onde o momento de primeira ordem é maior, possibilitando diversas análises para avaliar os efeitos de segunda ordem.

Apesar da fluência ser um parâmetro deste trabalho, as análises foram limitadas à consideração do concreto com o coeficiente de fluência igual a 2, suficiente apenas para avaliar a importância desse efeito no comportamento do pilar. No entanto, como diversos fatores influenciam o coeficiente de fluência, torna-se importante que as análises sejam realizadas variando esse valor, de modo a aprimorar as conclusões obtidas.

Como a tecnologia do concreto tem melhorado a cada ano, os pilares com resistência à compressão mais elevada estão mais frequentes em projetos, de modo que pode ser observado sua inclusão nas normas. Sendo assim, análises de concreto com resistências mais elevadas que as adotadas neste projeto são de grande importância, podendo ser ampliadas para pilares com concreto UHPC com fibras.

Nesse contexto, também se destacam as análises que consideram o confinamento do concreto, as quais são ainda mais relevantes para pilares de alta resistência por conferir maior ductilidade ao pilar, de modo que sua ruptura não ocorre de maneira abrupta. Com isso, incluir o parâmetro do espaçamento da armadura transversal torna-se importante, como também foi observado em diversos trabalhos.

Além disso, como foi observado que o índice de esbeltez pode não ser adequado para representar a instabilidade do pilar, com a tendência da força normal à força crítica se mostrando importante para o estudo, se faz necessário realizar outras análises que buscam representar a

relevância dos efeitos de segunda ordem de maneira adequada. Como sugestão, a adequação da força crítica para diferentes resistências e para considerar a fluência do concreto pode ser necessária para o uso do parâmetro N/N_{cr} .

REFERÊNCIAS

- ABDEL-KARIM, M. *et al.* Proposed model for strength analysis of HSC eccentrically loaded slender columns. **Magazine of Concrete Research**, [s. l.], v. 70, n. 7, p. 340–349, 2018.
- AGUIAR, E. A. B. **Projeto de pilares de concreto de alto desempenho**. 2000. 223 f. Dissertação (Mestrado) - Escola de Engenharia de São Carlos da Universidade de São Paulo, São Carlos, 2000.
- AMARAL, P. T. **Análise dos Efeitos de 2ª Ordem em Barras Comprimidas de Concreto Armado**. 2000. 98 f. Dissertação (Mestrado) - Escola de Engenharia de São Carlos da Universidade de São Paulo, São Carlos, 2000.
- ARAÚJO, J. M. **Dimensionamento de pilares esbeltos de concreto armado**. 1984. 176 f. Dissertação (Mestrado) - Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 1984.
- ARAÚJO, José Milton de. Pilares esbeltos de concreto armado Parte 2: Verificação dos métodos simplificados da NBR-6118. **Teoria e Prática na Engenharia Civil**, [s. l.], v. 12, n. 19, p. 25–35, 2012.
- ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NB1- Cálculo e Execução de Obras de Concreto Armado**. Rio de Janeiro: ABNT, 1960.
- ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 12655: Concreto de cimento Portland - Preparo, controle, recebimento e aceitação - Procedimento**. Rio de Janeiro: ABNT, 2022.
- ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 5738: Concreto - Procedimento para moldagem e cura de corpos de prova**. Rio de Janeiro: ABNT, 2015.
- ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 5739: Concreto - Ensaio de compressão de corpos de prova cilíndricos**. Rio de Janeiro: ABNT, 2018.
- ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 6118: Projeto de estruturas de concreto - Procedimento**. Rio de Janeiro: ABNT, 2003.
- ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 6118: Projeto de estruturas de concreto - Procedimento**. Rio de Janeiro: ABNT, 2014.
- ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 6118: Projeto de estruturas de concreto - Procedimento**. Rio de Janeiro: ABNT, 2023.
- ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 6118: Projeto e execução de obras de concreto armado**. Rio de Janeiro: ABNT, 1980.
- ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 8522: Concreto - Determinação dos módulos de elasticidade e de deformação à compressão**. Rio de Janeiro: ABNT, 2017.
- AUFIERO, L. **Estabilidade de colunas isostáticas de concreto armado**. 1977. 164 f. Dissertação (Mestrado) - Escola de Engenharia de São Carlos da Universidade de São Paulo,

São Carlos, 1977.

BONET, J. L. *et al.* Design method for slender columns subjected to biaxial bending based on second-order eccentricity. **Magazine of Concrete Research**, [s. l.], v. 59, n. 1, p. 3–19, 2007.

BORGES, A. C. L. **Análise De Pilares Esbeltos De Concreto Armado Solicitados a Flexo-Compressão Oblíqua**. 1999. 98 f. Dissertação (Mestrado) - Escola de Engenharia de São Carlos da Universidade de São Paulo, São Carlos, 1999.

CADAMURO JÚNIOR, I. W. **Dimensionamento de pilares esbeltos de concreto armado com seção qualquer solicitados por flexão composta oblíqua**. 1997. 197 f. Dissertação (Mestrado) - Escola de Engenharia de São Carlos da Universidade de São Paulo, São Carlos, 1997.

CALIXTO, J. M.; SOUZA, T. H.; MAIA, E. V. Design of slender reinforced concrete rectangular columns subjected to eccentric loads by approximate methods. **Revista IBRACON de Estruturas e Materiais**, [s. l.], v. 5, n. 4, p. 548–554, 2012.

CARREIRA, D.; CHU, K. Stress-Strain Relationship for Reinforced Concrete in Compression. **ACI Structural Journal**, [s. l.], n. November-December, p. 797–804, 1985.

CASAGRANDE, A. F. **Consideração da fluência no cálculo dos efeitos de segunda ordem em pilares de Concreto armado**. 2016. 127 f. Dissertação (Mestrado) - Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, 2016.

CECCON, Jorge Luiz. **Análise dos efeitos de segunda ordem em pilares solicitados a flexão oblíqua composta**. 2008. 287 f. Tese (Doutorado em Engenharia de Estruturas) - Escola Politécnica - Universidade de São Paulo, São Paulo, 2008.

CLAESON, C; GYLLTOFF, K. Slender High-Strength Concrete Subjected to Eccentric Loading. **Journal of Structural Engineering**, [s. l.], v. 124, n. March, p. 233–240, 1998.

CODA, Humberto Breves. **Mecânica dos sólidos: Apostila do curso**. São Carlos: Escola de Engenharia de São Carlos da Universidade de São Paulo, 2017. v. 2

COLLINS, M. P.; MITCHELL, D.; MACGREGOR, J. G. Collins, M P Mitchell, D MacGregor, J G. **American Concrete Institute (ACI)**, [s. l.], v. 15, n. 5, p. 27–34, 1993.

DANTAS, A. B. **Estudo de pilares de concreto armado submetidos à flexão composta reta**. 2006. 180 f. Dissertação (Mestrado) - Universidade de Brasília, Departamento de Engenharia Civil e Ambiental, Brasília, 2006.

DASSAULT SYSTÈMES. ABAQUS 6.14 Analysis User's Guide. **ABAQUS 6.14 Analysis User's Guide**, [s. l.], v. V, p. 946, 2014.

DINIZ, S. M. C.; FRANGOPOL, D. M. Reliability Assessment of High-Strength Concrete Columns. **Journal of Engineering Mechanics**, [s. l.], v. 124, p. 529–536, 1998.

DINIZ, S. M. C.; FRANGOPOL, D. M. Reliability Bases for High-Strength Concrete Columns. **Journal of Constructional Steel Research**, [s. l.], v. 123, p. 1375–1381, 1997.

EUROCODE 2. **Design of concrete structures - Part 1-1: General rules and rules for**

buildings. Brussels: European Committee for Standardization, 2004.

FENOLLOSA, E *et al.* Non-linear Analysis of Slender High Strength Concrete Column. **Civil Engineering Journal**, [s. l.], v. 5, n. 7, p. 1440–1451, 2019.

FORTES, G. L.; DELLA BELLA, J. C.; FRANÇA, R. L. S. Validação da expressão aproximada da rigidez secante adimensional (K) para concreto de alta resistência [Validation of non-dimensional secant stiffness (k) approximated expression for high strength concrete]. **REEC - Revista Eletrônica de Engenharia Civil**, [s. l.], v. 14, n. 2, 2018.

FRANÇA, R. L. S. **Contribuição ao estudo de efeito de segunda ordem em pilares de concreto armado**. 1991. 207 f. Tese (Doutorado) - Escola Politécnica da Universidade de São Paulo, Departamento de Engenharia de Estruturas e Fundações, EPUSP, São Paulo, 1991.

FRANÇA, R. L. S. **Relações Momento-curvatura em peças de concreto armado submetidas a flexão oblíqua composta**. 1984. 296 f. Dissertação (Mestrado) - Escola Politécnica da Universidade de São Paulo, Departamento de Engenharia de Estruturas e Fundações, EPUSP, São Paulo, 1984.

FUSCO, P. B. **Estruturas de concreto: solicitações normais**. Rio de Janeiro: Editora Guanabara dois S.A., 1981.

GERMAIN, O.; ESPION, B. Slender high-strength RC columns under eccentric compression. **Magazine of Concrete Research**, [s. l.], v. 57, n. 6, p. 361–370, 2005.

GIONGO, J. S. **Concreto armado: análise das resistências de seções transversais de elementos estruturais**. São Carlos: Escola de Engenharia de São Carlos da Universidade de São Paulo, 2019.

GUERRA, N. L. D; CARRAZEDO, R. Numerical model of high-strength reinforced concrete columns subjected to the ultimate limit state of instability. *In*: IBERO-LATIN-AMERICAN CONGRESS ON COMPUTATIONAL MET, 43., 2022, Foz do Iguaçu. **Proceedings [...]**. Foz do Iguaçu: Associação Brasileira de Métodos Computacionais de Engenharia (ABMEC), 2022. Disponível em: <https://www.cilamce.com.br/anais/index.php?ano=2022>. Acesso em: 1 dez. 2022.

HELLESLAND, J. Mechanics and Slenderness Limits of Sway-Restricted Reinforced Concrete Columns. **Journal of Structural Engineering**, [s. l.], v. 134, n. 8, p. 1300–1309, 2008.

HOGNESTAD, E. **A study of combined bending and axial load in reinforced concrete members**. 1951. 128 f. Thesis (Doctor of the technical sciences) - University of Illinois at Urbana-Champaign, Illinois, 1951.

IBRACON. **ABNT NBR 6118:2014 - Comentários e Exemplos de Aplicação**. São Paulo: IBRACON, 2015.

IBRACON. **Comentários Técnicos e Exemplos de Aplicação da NB-1**. São Paulo: Ibracon, Publicações técnicas, 2003.

JÚNIOR, S. D. C. **Sistema computacional para análise não linear de pilares de concreto armado**. 2014. 55 f. Monografia para obtenção do título de especialista em Gestão de Projetos de Sistemas Estruturais - Escola Politécnica da Universidade de São Paulo, São Paulo, 2014.

KETTERMANN, A. C. **Efeito da Deformabilidade dos Pilares no Estudo do Estado Limite Último de Instabilidade**. 2001. 196 f. Universidade Federal de Santa Catarina[s. l.], 2001.

KIM, J. K.; LEE, S. S. The behavior of reinforced concrete columns subjected to axial force and biaxial bending. **Engineering Structures**, [s. l.], v. 22, n. 11, p. 1518–1528, 2000.

KIM, J. K.; YANG, J. K. Buckling behaviour of slender high-strength concrete columns. **Engineering Structures**, [s. l.], v. 17, n. 1, p. 39–51, 1995.

KIMURA, A. E. **Cálculo de Pilares de Concreto Armado: introdução, visão geral e exemplos**. [S. l.]: TQS, 2018.

KLEIN JÚNIOR, O; STUCCHI, F. R.; BARBOSA, R. L. Evaluation of Brazilian standard ABNT NBR 6118 procedures for calculating the second-order effects of reinforced concrete slender columns subjected to uniaxial bending. **Structural Concrete**, [s. l.], v. 21, n. 1, p. 81–93, 2020.

KOTTB, H. A.; EL-SHAFFEY, N. F.; TORKEY, A. A. Behavior of high strength concrete columns under eccentric loads. **HBRC Journal**, [s. l.], v. 11, n. 1, p. 22–34, 2015. Disponível em: <http://dx.doi.org/10.1016/j.hbrcj.2014.02.006>.

LAHOUD, A. E. Slenderness effects in high-strength concrete columns. **Canadian Journal Civil Engineering**, [s. l.], v. 18, n. 5, p. 765–771, 1991.

LEITÃO, E. M. M. **Estudo Comparativo de Métodos Aproximados para Análise do Efeito de Segunda Ordem em Pilares Esbeltos de Concreto Armado sob Flexão Composta Reta**. 2016. 111 f. Dissertação (Mestrado) - Universidade Federal de Minas Gerais, Belo Horizonte, 2016.

LEITE, L. *et al.* Experimental research on high strength concrete slender columns subjected to compression and uniaxial bending with unequal eccentricities at the ends. **Engineering Structures**, [s. l.], v. 48, p. 220–232, 2013. Disponível em: <http://dx.doi.org/10.1016/j.engstruct.2012.07.039>.

LIMA, F. B. **Pilares de concreto de alto desempenho: fundamentos e experimentação**. 1997. 226 f. Tese (Doutorado) - Escola de Engenharia de São Carlos da Universidade Estadual de São Paulo, São Carlos, 1997.

MACGREGOR, J. G; BREEN, J. E;; PFRANG, E. O. Design of Slender Concrete Columns. **ACI journal Proceedings**, [s. l.], v. 67, p. 6–28, 1970.

MARÍ, A. R.; HELLESLAND, J. Lower Slenderness Limits for Rectangular Reinforced Concrete Columns. **Journal of Structural Engineering**, [s. l.], v. 131, n. 1, p. 85–95, 2005.

MEHTA, P. K.; MONTEIRO, P. J. M. **CONCRETO: Microestrutura, Propriedades e Materiais**. São Paulo: Ibracon, 2008.

MELO, C. E. L. **Análise Experimental e Numérica de Pilares Birrotulados de Concreto Armado Submetidos a Flexo-Compressão Normal**. 2009. 415 f. Tese (Doutorado em Estruturas e Construção Civil) - Departamento de Engenharia Civil e Ambiental, Universidade de Brasília, Brasília, 2009.

MOCCIA, Francesco *et al.* Concrete compressive strength: From material characterization to a structural value. **Structural Concrete**, [s. l.], v. 22, n. S1, p. E634–E654, 2020.

MOCCIA, Francesco; RUIZ, Miguel Fernández; MUTTONI, Aurelio. Efficiency Factors for Plastic Design in Concrete: Influence of Brittleness in Compression. **High Tech Concrete: Where Technology and Engineering Meet - Proceedings of the 2017 fib Symposium**, [s. l.], p. 1234–1242, 2017.

OLIVEIRA, P. H. A. S. **Processo aproximado para consideração da não-linearidade física de pilares em concreto armado**. 2004. 125 f. Dissertação (Mestrado) - Escola Politécnica da Universidade de São Paulo, Departamento de Engenharia de Estruturas e Fundações, São Paulo, 2004.

PALLARÉS, L. *et al.* Experimental research on high strength concrete slender columns subjected to compression and biaxial bending forces. **Engineering Structures**, [s. l.], v. 30, n. 7, p. 1879–1894, 2008.

PASTORE, M. F. **Análise de pilares esbeltos de concreto armado de seção retangular submetidos à flexão composta oblíqua**. 2020. 175 f. Dissertação (Mestrado) - Escola de Engenharia de São Carlos da Universidade de São Paulo, São Carlos, 2020.

PAULA, J. A. **Algoritmos para o Estudo de Pilares Esbeltos de Concreto Armado Solicitados a flexão Normal Composta**. 1988. 191 f. Dissertação (Mestrado) - Escola de Engenharia de São Carlos da Universidade de São Paulo, São Carlos, 1988.

PINTO, V. S. **Dimensionamento de Pilares de Concreto com Seção Transversal Retangular usando Envoltórias de Momentos**. 2017. 312 f. Dissertação (Mestrado) - Escola de Engenharia de São Carlos da Unversidade de São Paulo, São Carlos, 2017.

PROENÇA, S. P. B. **Análise Não-Linear de Estruturas: Elementos de Não-Linearidade Geométrica**. São Carlos: Escola de Engenharia de São Carlos da Universidade de São Paulo, 2021.

RODRIGUES, E. A. *et al.* Failure behavior modeling of slender reinforced concrete columns subjected to eccentric load. **Latin American Journal of Solids and Structures**, [s. l.], v. 12, n. 3, p. 520–541, 2015.

RUIZ, S. E.; AGUIAR, J. C. Reability of Shortand Slender Reinforced-Concrete Columns. **Journal of Structural Engineering**, [s. l.], v. 120, n. 6, p. 1850–1865, 1994.

SANTOS, G. S. **Análise experimental e numérica de pilares de concreto armado submetido a flexão composta reta**. 2009. 218 f. Dissertação (Mestrado) - Universidade de Brasília, Faculdade de Tecnologia, Brasília, 2009.

SANTOS, L. M. **Estado Limite último de instabilidade**. São Paulo: Escola Politécnica da Universidade de São Paulo, Departamento de Estruturas e Fundações, 1987.

SCADELAI, M. A. **Dimensionamento de pilares de acordo com a NBR 6118:2003**. 2004. 124 f. Dissertação (Mestrado) - Escola de Engenharia de São Carlos da Universidade de São Paulo, São Carlos, 2004.

SHAABAN, I. G. *et al.* Strength of eccentrically loaded slender columns made with high-

strength concrete. **Proceedings of the Institution of Civil Engineers: Structures and Buildings**, [s. l.], v. 174, n. 10, p. 849–872, 2019.

SILVA, M. J.; **Análise numérica de pilares de concreto armado submetidos à flexo compressão**. 2018. 305 f. Dissertação (Mestrado) - Universidade Estadual de Campinas, Faculdade de Engenharia Civil, Arquitetura e Urbanismo, Campinas, 2018.

SIMITSES, G. J.; HODGES, D.H. **Fundamentals of Structural Stability**. [S. l.]: Elsevier Inc., 2006. v. 1

SOUZA, T. J. M. Considerações sobre os efeitos locais de 2ª ordem. **V Simpósio EPUSP sobre estruturas de concreto**, São Paulo, p. 18, 2003.

TIMOSHENKO, S. P.; GERE, J. M. **Theory of Elastic Stability**. 2ªed. New York: McGraw-Hill, 1963.

TORRICO, F. A. **Análise teórica e experimental do comportamento de pilares esbeltos de concreto de alta resistência, considerando a ductilidade**. 2010. 311 f. Tese (Doutorado) - Escola de Engenharia de São Carlos da Universidade Estadual de São Paulo, São Carlos, 2010.

VANDERLEI, R. D. **Análise experimental de pilares de concreto armado de alta resistência sob flexo compressão reta**. 1999. 141 f. Dissertação (Mestrado) - Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo (USP), São Carlos, São Carlos, 1999.

VENTURINI, W. S. **Dimensionamento de peças retangulares de concreto armado solicitadas à flexão reta**. 1987. 131 f. Dissertação (Mestrado) - Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo (USP), São Carlos, São Carlos, 1987.

ZHOU, W.; HONG, H. P. Statistical Analyses of Strength of Slender RC Columns. **Journal of Structural Engineering**, [s. l.], v. 127, n. January, p. 21–27, 2001.

APÊNDICE A – Arquivo INP padrão

Figura A.1 – arquivo INP padrão (parte 1)

<p> Dado alterado para a subetapa Dado alterado na parametrização Inserção das armaduras </p>	←	<p>Legenda para as especificações do arquivo INP padrão</p>
---	---	---

*Heading
 ** Job name: PADRÃO Model name: Model-1
 ** Generated by: Abaqus/CAE 2017
 *Preprint, echo=NO, model=NO, history=NO, contact=NO
 **

*PARAMETER	←	Possibilita inserir parâmetros
------------	---	--------------------------------

**SIMBOLOGIA DOS VALORES DE ENTRADA ← Simbologia

**esbeltez = índice de esbeltez
 **bw = largura do pilar (mm)
 **h = altura do pilar (mm) - direção da excentricidade
 **el = razão entre a excentricidade do pilar e o seu comprimento efetivo
**Ecm = Módulo de elasticidade secante do concreto (MPa) - indicado: Ecs do tópico 8.2.8 da NBR 6118:2014 (MPa)
 ftk = resistência característica à tração do concreto (MPa) - adotado como 0.1 quando deseja-se desprezar o concreto (valores muito baixos resultam em problema na convergência)* aplicar queda de tensão na deformação última quando considerada a tração.
 **taxa = taxa e armadura do pilar (%)
 **x2 = Distância em relação ao CG da primeira camada de armadura (mm)
 **Es = Módulo de elasticidade do aço (MPa)
 **fyd = Valor de cálculo da resistência ao escoamento do aço (MPa)
 **fsu = Valor da resistência última do aço (MPa)
 **esu = Valor da deformação última do aço (MPa)
 **

**SIMBOLOGIA PARA OS VALORES CALCULADOS AUTOMATICAMENTE
**scn = tensão no ponto n do diagrama tensão-deformação de compressão do concreto
**epn = deformação inelástica no ponto n do diagrama tensão-deformação de compressão do concreto
 **etn = deformação no ponto n do diagrama tensão-deformação de tração do concreto
 stn = tensão no ponto n do diagrama tensão-deformação de tração do concreto* queda de tensão não representada devido ao valor reduzido da tração que está sendo desprezada.
 **fsu1 = valor que representa a queda da tensão do aço após atingir a deformação última (MPa)
 **esu1 = valor que representa a deformação para a queda de tensão - valor um pouco maior que a deformação última, uma vez que não podemos ter tensões diferentes para uma mesma deformação
 **xx2 = Distância em relação ao CG da segunda camada de armadura (mm)
 **L = Comprimento do pilar (mm) - igual ao efetivo para este estudo
 **exc = excentricidade em relação ao cg da peça (mm)
 **A = área de aço de uma camada de armadura (mm²)
 **du = deslocamento vertical no topo (mm)
 **
 **

Fonte: A própria autora.

Figura A.2 – Arquivo INP padrão (parte 2)

```

**DADOS DE ENTRADA DO PILAR
esbeltez=35.
bw=200.
h=200.
el=0.001
**
**
**DADOS DE ENTRADA da curva tensão-deformação
Ecm=31875.8
**
**
**DADOS DE ENTRADA da curva tensão deformação de tração - NBR 6118:2014
(MPa)
fctk=0.1
**
**DADOS DE ENTRADA da armadura
taxa=0.4
x2=70.
Es=210000.
fyd=435.
fsu=435.
esu=0.01
**
**
**CÁLCULOS DOS MATERIAIS
**
**Tensão-deformação na compressão: cálculo de scn e epn
**
**Tensão-deformação na tração - NBR 6118:2014 (MPa)
st1=0.9*fctk
st2=fctk
et2=0.00015*fctk/Ecm
**
**
**Tensão-deformação do aço - queda de tensão do aço (MPa)
fsu1=fsu*0.01
esu1=esu*1.001
**
**
**CÁLCULO PADRÃO
xx2=-x2
L=esbeltez*h/(12**0.5)
exc=el*L
A=taxa*bw*h/200
du=-L*(el/100)**0.5
**
**

```

Dados de entrada

Todas as equações são realizadas aqui, pois após a parametrização são aceitos apenas os parâmetros.

sc1-sc12 e sp1-sp12

Fonte: A própria autora.

Figura A.3 – Arquivo INP padrão (parte 3)

```

**Geometria
L1=1*L/20
L2=2*L/20
L3=3*L/20
L4=4*L/20
L5=5*L/20
L6=6*L/20
L7=7*L/20
L8=8*L/20
L9=9*L/20
L10=10*L/20
L11=11*L/20
L12=12*L/20
L13=13*L/20
L14=14*L/20
L15=15*L/20
L16=16*L/20
L17=17*L/20
L18=18*L/20
L19=19*L/20
L20=20*L/20
**
** PARTS
**
*Part, name=Part-1
*End Part
**
** ASSEMBLY
**
*Assembly, name=Assembly
**
*Instance, name=Part-1-1, part=Part-1
*Node
  1,    0.,    0.
  2,    0.,    <L1>
  3,    0.,    <L2>
  4,    0.,    <L3>
  5,    0.,    <L4>
  6,    0.,    <L5>
  7,    0.,    <L6>
  8,    0.,    <L7>
  9,    0.,    <L8>
 10,    0.,    <L9>
 11,    0.,    <L10>
 12,    0.,    <L11>
 13,    0.,    <L12>
 14,    0.,    <L13>
 15,    0.,    <L14>
 16,    0.,    <L15>
 17,    0.,    <L16>
 18,    0.,    <L17>
 19,    0.,    <L18>
 20,    0.,    <L19>
 21,    0.,    <L20>

```


Início do modelo. São utilizadas as variáveis definidas e calculadas previamente.

Fonte: A própria autora.

Figura A.4 – Arquivo INP padrão (parte 4)

```

*Element, type=B23
1, 1, 2
2, 2, 3
3, 3, 4
4, 4, 5
5, 5, 6
6, 6, 7
7, 7, 8
8, 8, 9
9, 9, 10
10, 10, 11
11, 11, 12
12, 12, 13
13, 13, 14
14, 14, 15
15, 15, 16
16, 16, 17
17, 17, 18
18, 18, 19
19, 19, 20
20, 20, 21
*Nset, nset=COMPRIMENTO, generate
1, 21, 1
*Elset, elset=COMPRIMENTO, generate
1, 20, 1
** Section: Section-1 Profile: Profile-1
*Beam Section, elset=COMPRIMENTO, material=CONCRETO,
temperature=GRADIENTS, section=RECT
<bw>, <h>
0.,0.,-1.
*REBAR, ELEMENT=BEAM, MATERIAL=aço, NAME=armadura1
COMPRIMENTO, <A>, 0., <x2>
*REBAR, ELEMENT=BEAM, MATERIAL=aço, NAME=armadura2
COMPRIMENTO, <A>, 0., <xx2>
*End Instance
**
*Node
1, <exc>, 0., 0.
*Node
2, <exc>, <L>, 0.
*Nset, nset=BASE, instance=Part-1-1
1,
*Nset, nset=MEIO, instance=Part-1-1
11,
*Nset, nset=RP1
1,
*Nset, nset=RP2
2,
*Nset, nset=TOPO, instance=Part-1-1
21,

```

Fonte: A própria autora.

Figura A.5 – Arquivo INP padrão (parte 5)

```

*Nset, nset=m_Set-7
1,
*Nset, nset=m_Set-9
2,
*Surface, type=NODE, name=BASE_CNS_, internal
BASE, 1.
*Surface, type=NODE, name=TOPO_CNS_, internal
TOPO, 1.
** Constraint: Constraint-1
*MPC
BEAM, BASE, m_Set-7
** Constraint: Constraint-2
*MPC
BEAM, TOPO, m_Set-9
*End Assembly
**
** MATERIALS
**
*Material, name=AÇO
*Elastic
210000.,0.
*Plastic
<fyd>, 0.
<fsu>, <esu>
<fsu1>, <esu1>
*Material, name=CONCRETO
*Elastic
<Ecm>, 0.2
*Cast Iron Plasticity
0.1,
*Cast Iron Compression Hardening
0.1,0.
<sc1>,<ep1>
<sc2>,<ep2>
<sc3>,<ep3>
<sc4>,<ep4>
<sc5>,<ep5>
<sc6>,<ep6>
<sc7>,<ep7>
<sc8>,<ep8>
<sc9>,<ep9>
<sc10>,<ep10>
<sc11>,<ep11>
<sc12>,<ep12>
*Cast Iron Tension Hardening
<st1>, 0.
<st2>, <et2>
**
** BOUNDARY CONDITIONS
**

```

Fonte: A própria autora.

Figura A.6 – Arquivo INP padrão (parte 5)

```

** Name: BC-1 Type: Displacement/Rotation
*Boundary
RP1, 1, 1
RP1, 2, 2
** Name: BC-2 Type: Displacement/Rotation
*Boundary
RP2, 1, 1
** -----
**
** STEP: Step-1
**
*Step, name=Step-1, nlgeom=YES, inc=1000000
*Static
0.0001, 1., 1e-6, <e1>
**
** BOUNDARY CONDITIONS
**
** Name: BC-3 Type: Displacement/Rotation
*Boundary
RP2, 2, 2, <du>
**
** OUTPUT REQUESTS
**
*Restart, write, frequency=0
**
** FIELD OUTPUT: F-Output-1
**
*Output, field, variable=PRESELECT
**
** HISTORY OUTPUT: H-Output-1
**
*Output, history
*Node Output, nset=MEIO
U1,
**
** HISTORY OUTPUT: H-Output-2
**
*Node Output, nset=RP1
RF2,
*End Step

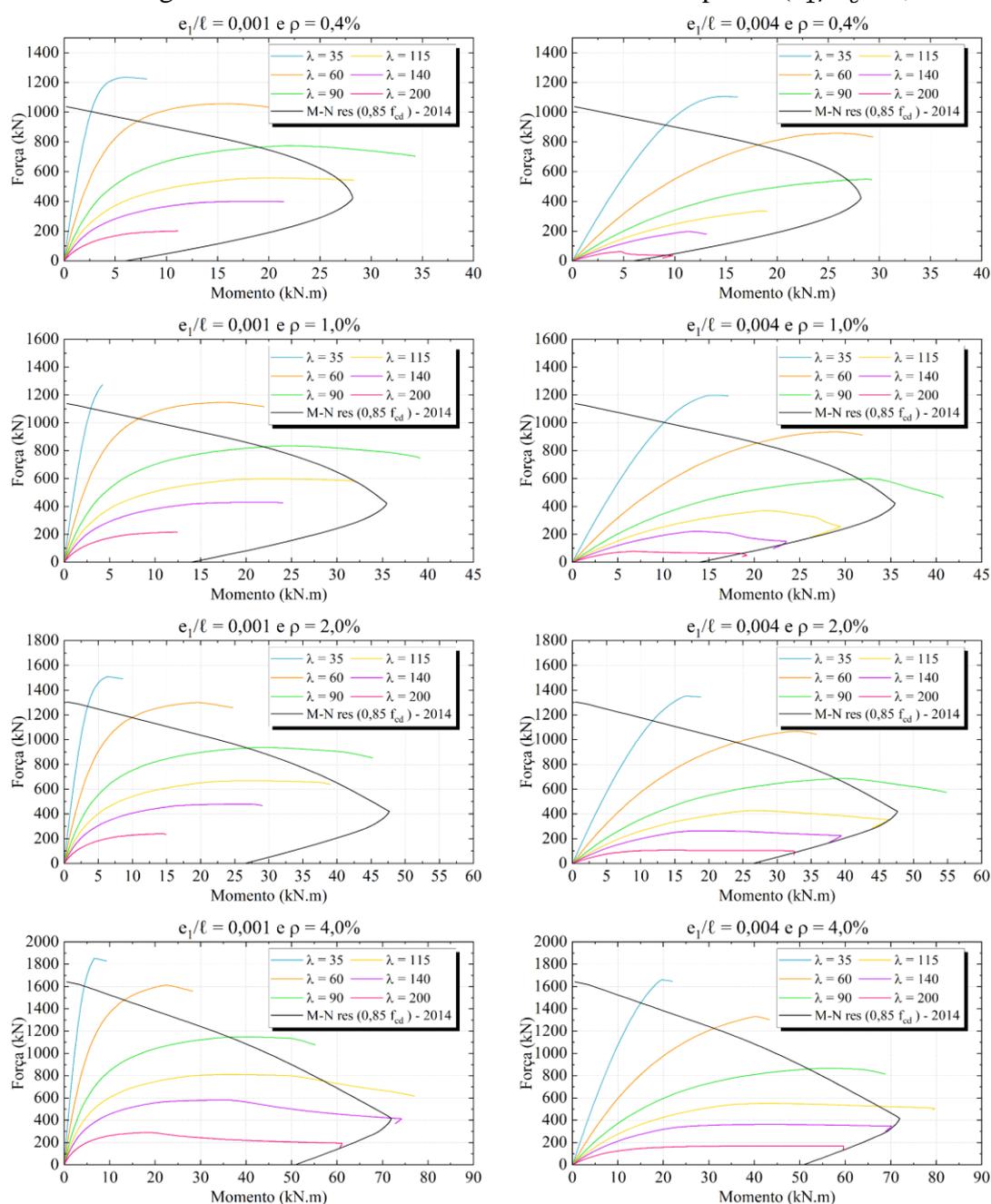
```

Fonte: A própria autora.

APÊNDICE B – Diagrama momento-normal resistente e diagrama solicitante do pilar

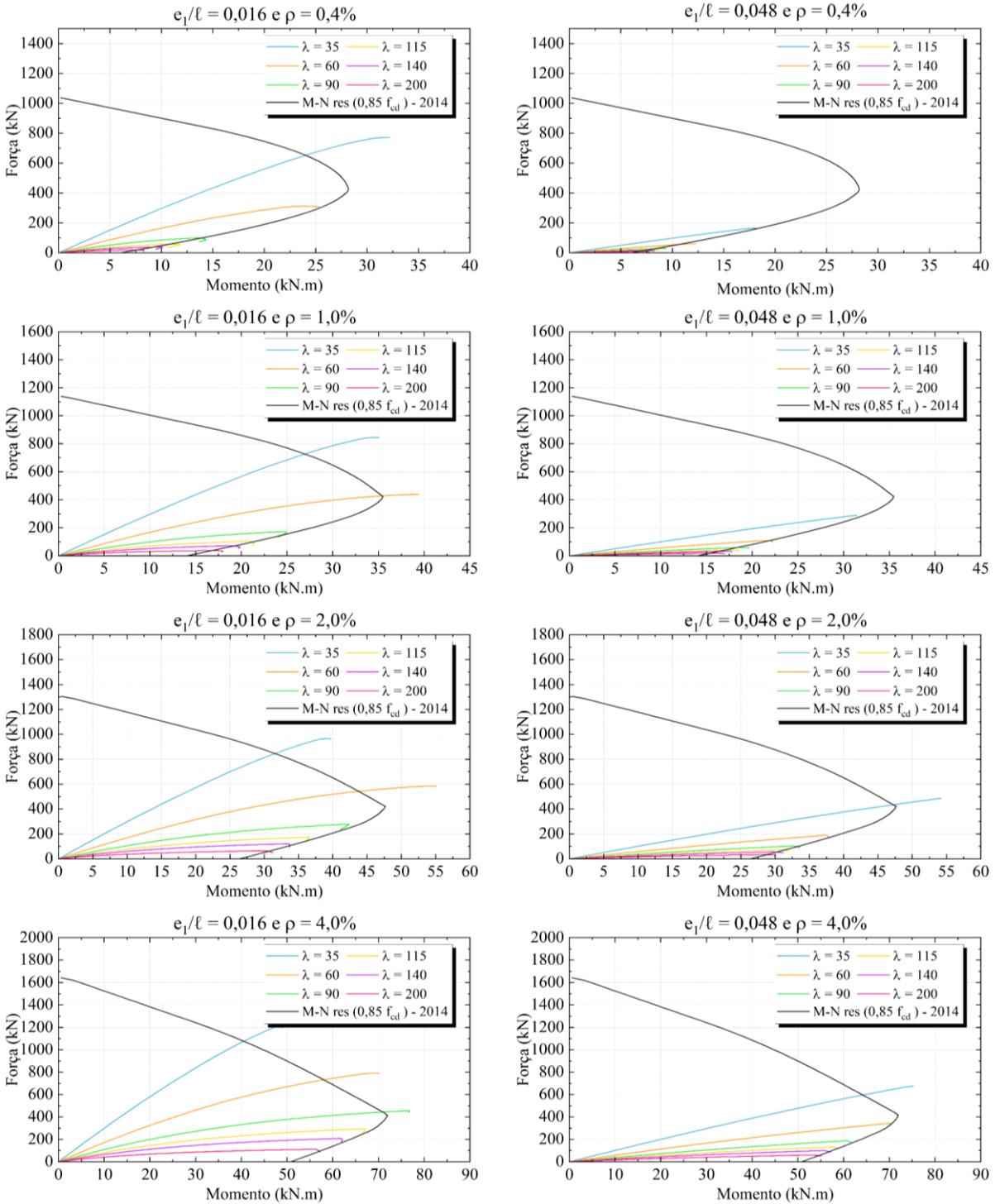
O apêndice B apresenta o diagrama M-N resistente e M-N solicitante de cada pilar da etapa 1.0 (Figura B.1 e Figura B.2), etapa 1.1 (Figura B.3 e Figura B.4), etapa 1.2 (Figura B.5 e Figura B.6), etapa 2.0 (Figura B.7 e Figura B.8), etapa 2.1 (Figura B.9 e Figura B.10), etapa 2.2 (Figura B.11 e Figura B.12), etapa 2.3 (Figura B. 13 e Figura B. 14), etapa 3.0 (Figura B.15 e Figura B.16) e etapa 3.1 (Figura B.17 e Figura B.18).

Figura B.1 – Diagrama M-N solicitante e M-N resistente da etapa 1.0 ($e_1/\ell_e = 0,001$ e $0,004$)



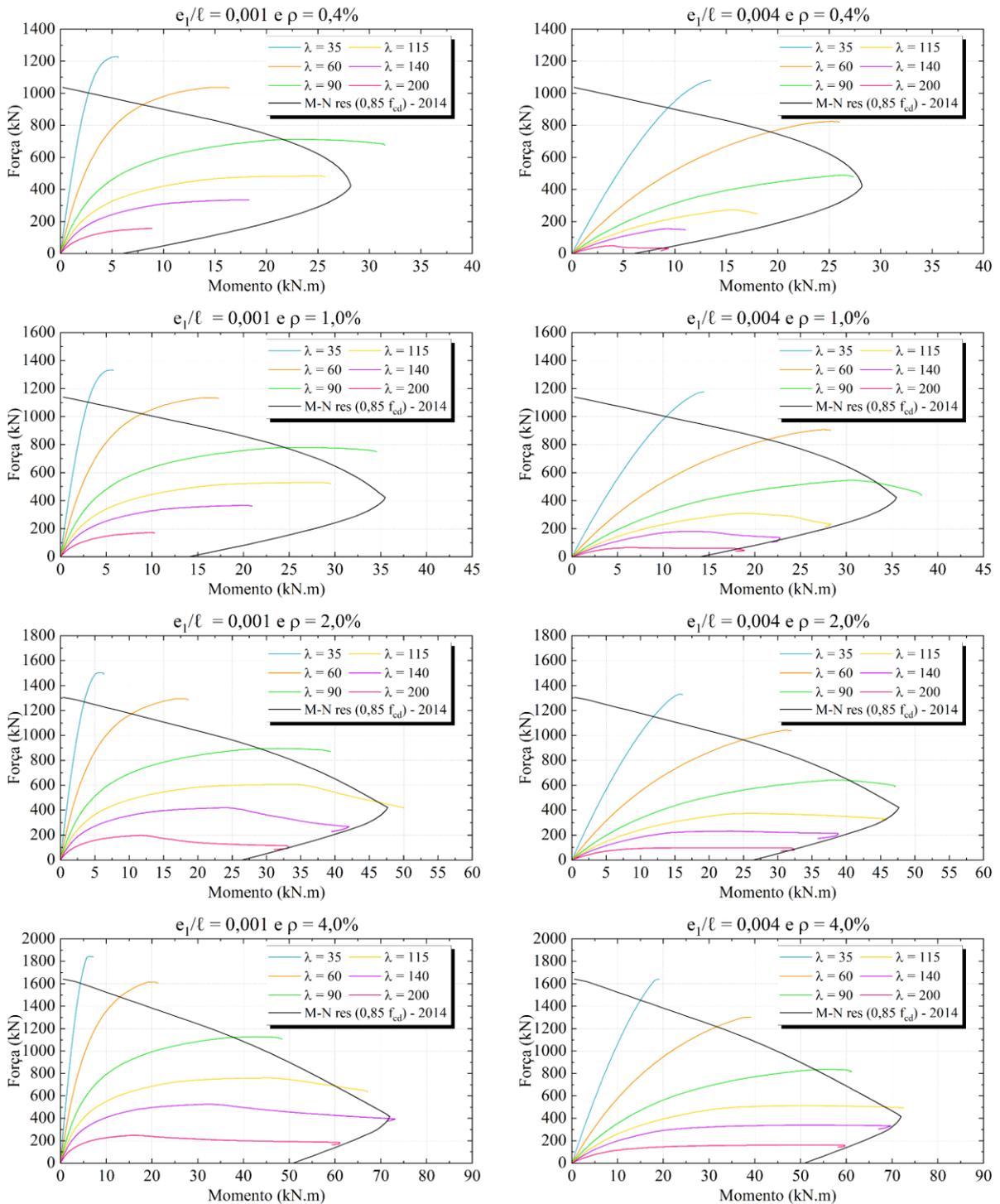
Fonte: A própria autora.

Figura B.2 – Diagrama M-N solicitante e M-N resistente da etapa 1.0 ($e_1/\ell = 0,016$ e $0,048$)



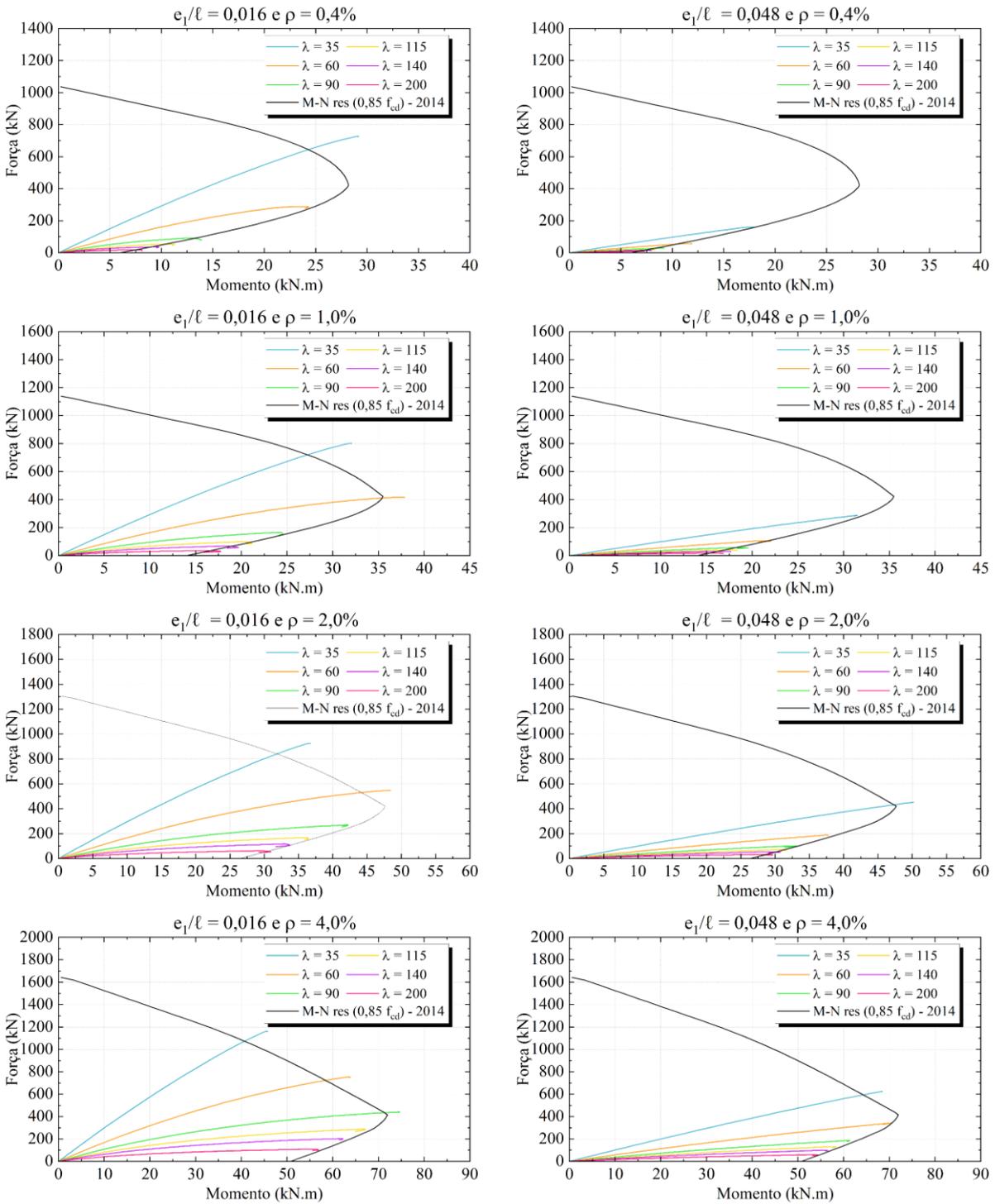
Fonte: A própria autora.

Figura B.3 – Diagrama M-N solicitante e M-N resistente da etapa 1.1 ($e_1/\ell_e = 0,001$ e $0,004$)



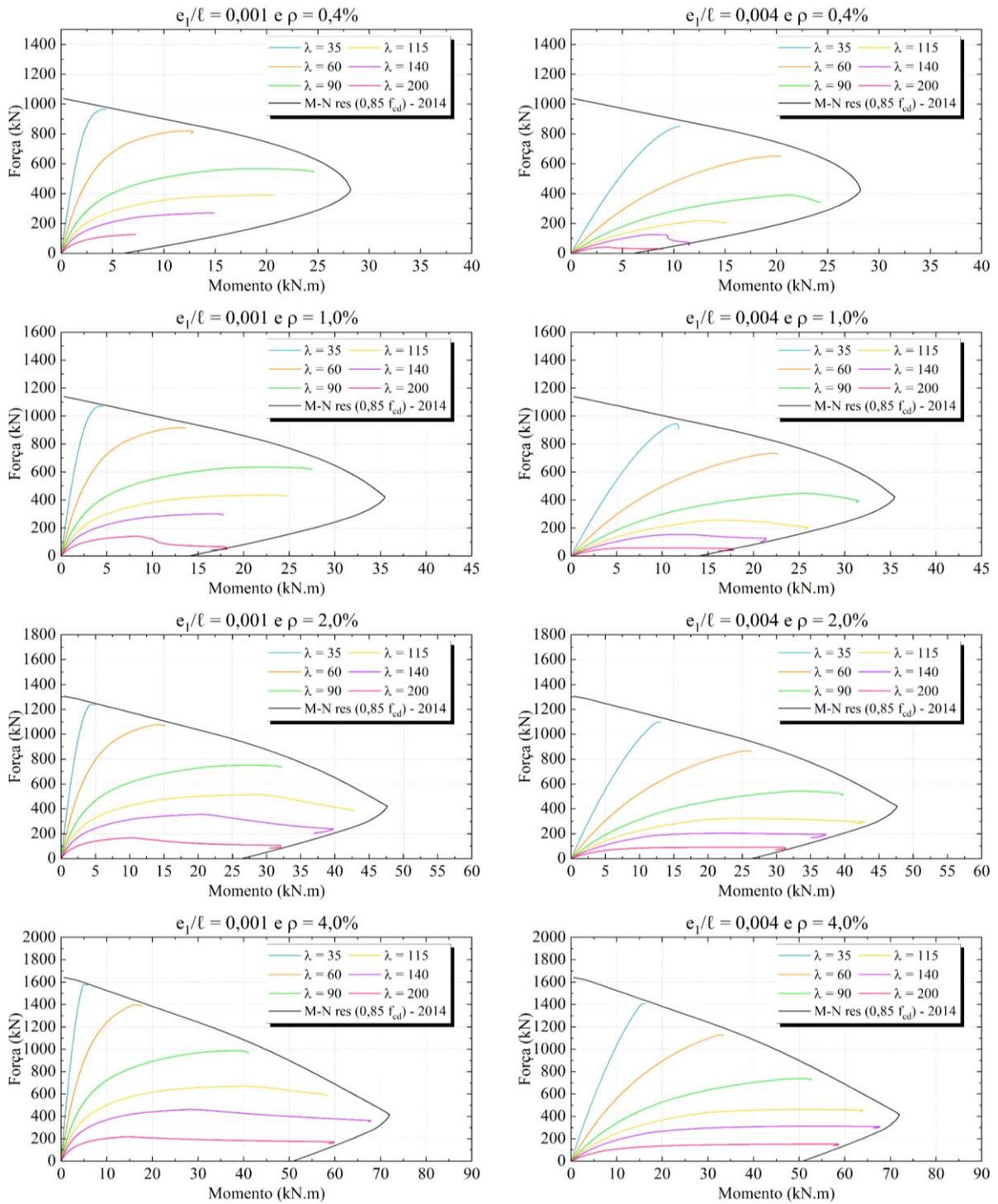
Fonte: A própria autora.

Figura B.4 – Diagrama M-N solicitante e M-N resistente da etapa 1.1 ($e_1/\ell = 0,016$ e $0,048$)



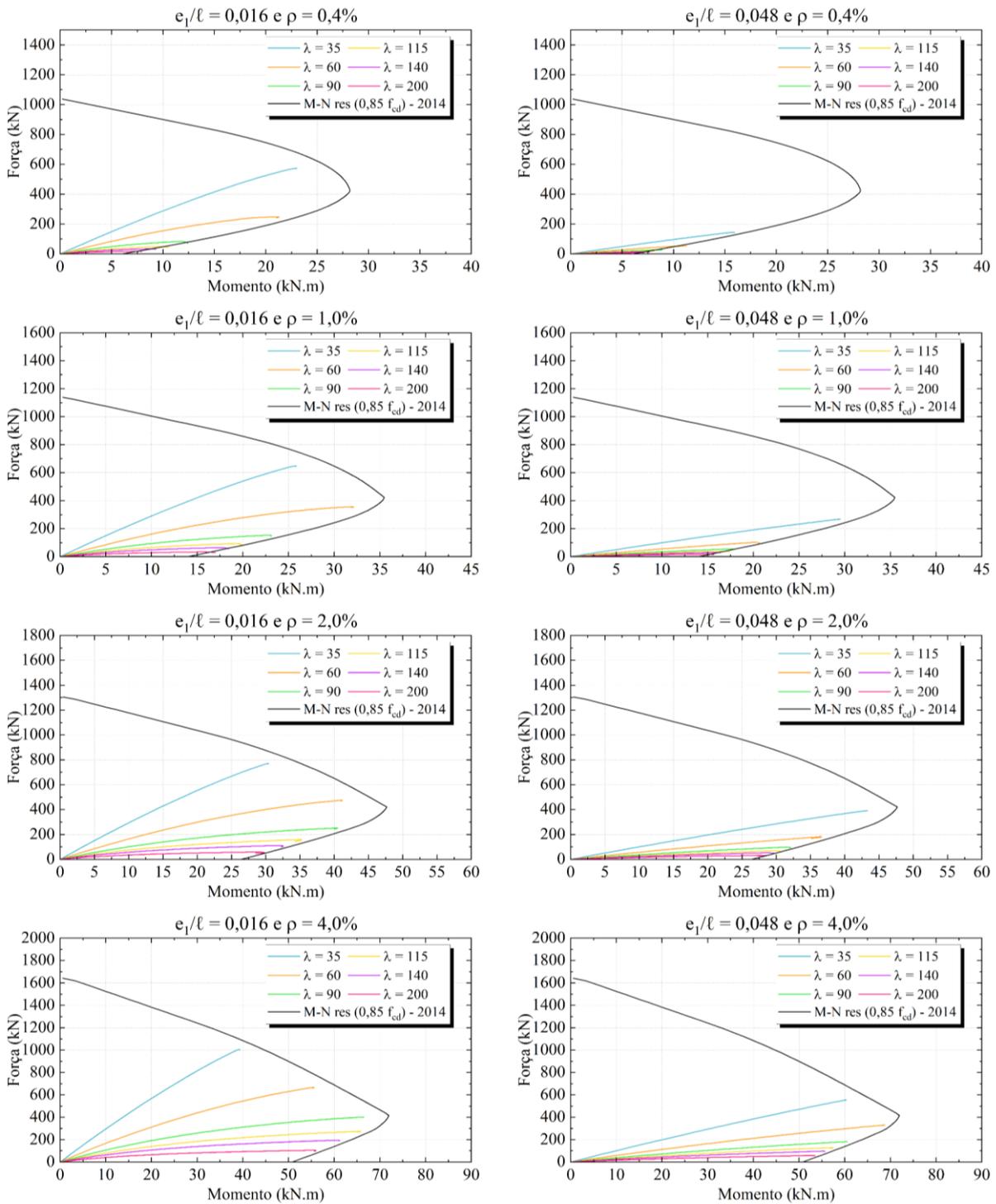
Fonte: A própria autora.

Figura B.5 – Diagrama M-N solicitante e M-N resistente da etapa 1.2 ($e_1/\ell_e = 0,001$ e $0,004$)



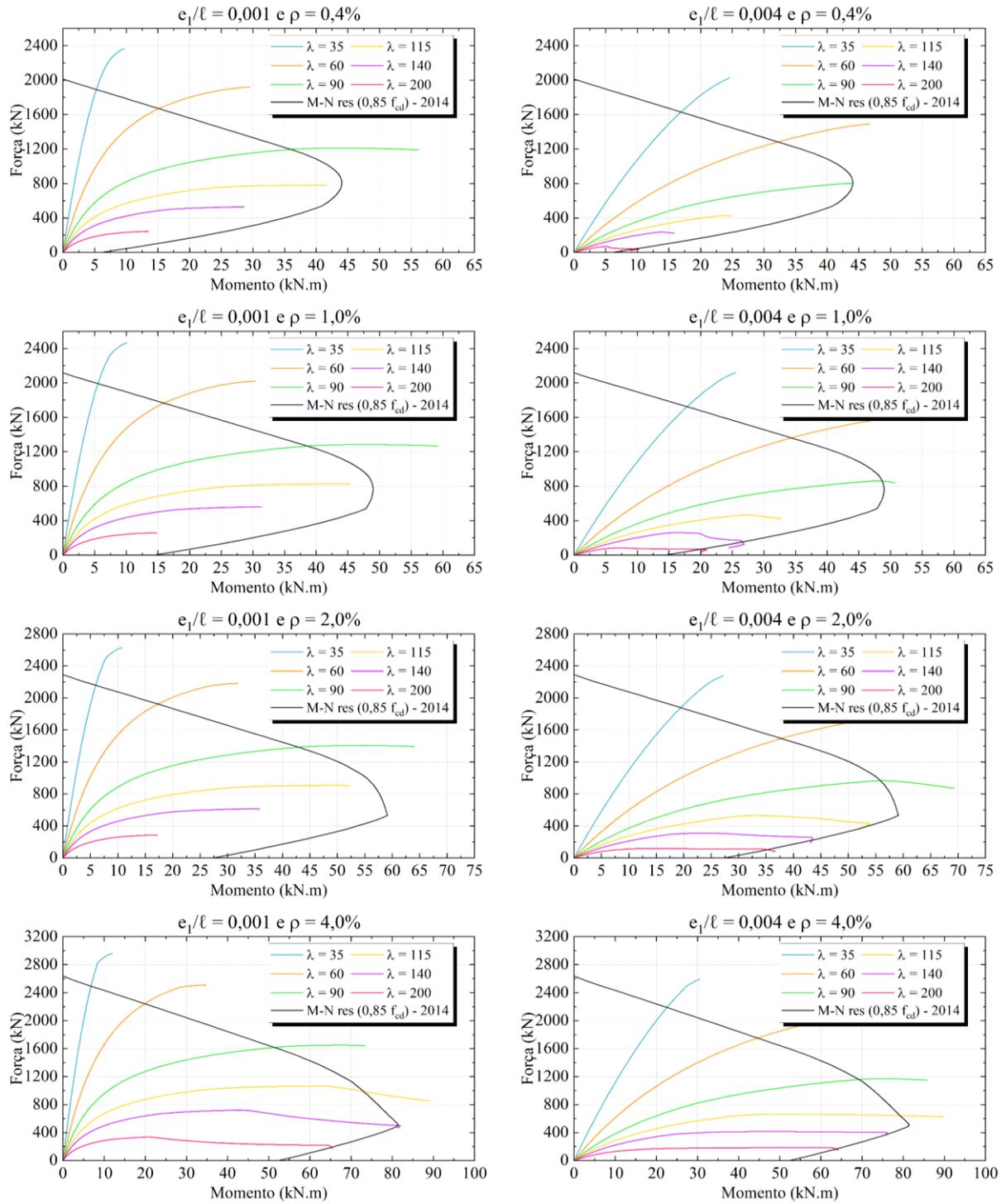
Fonte: A própria autora.

Figura B.6 – Diagrama M-N solicitante e M-N resistente da etapa 1.2 ($e_1/\ell_e = 0,016$ e $0,048$)



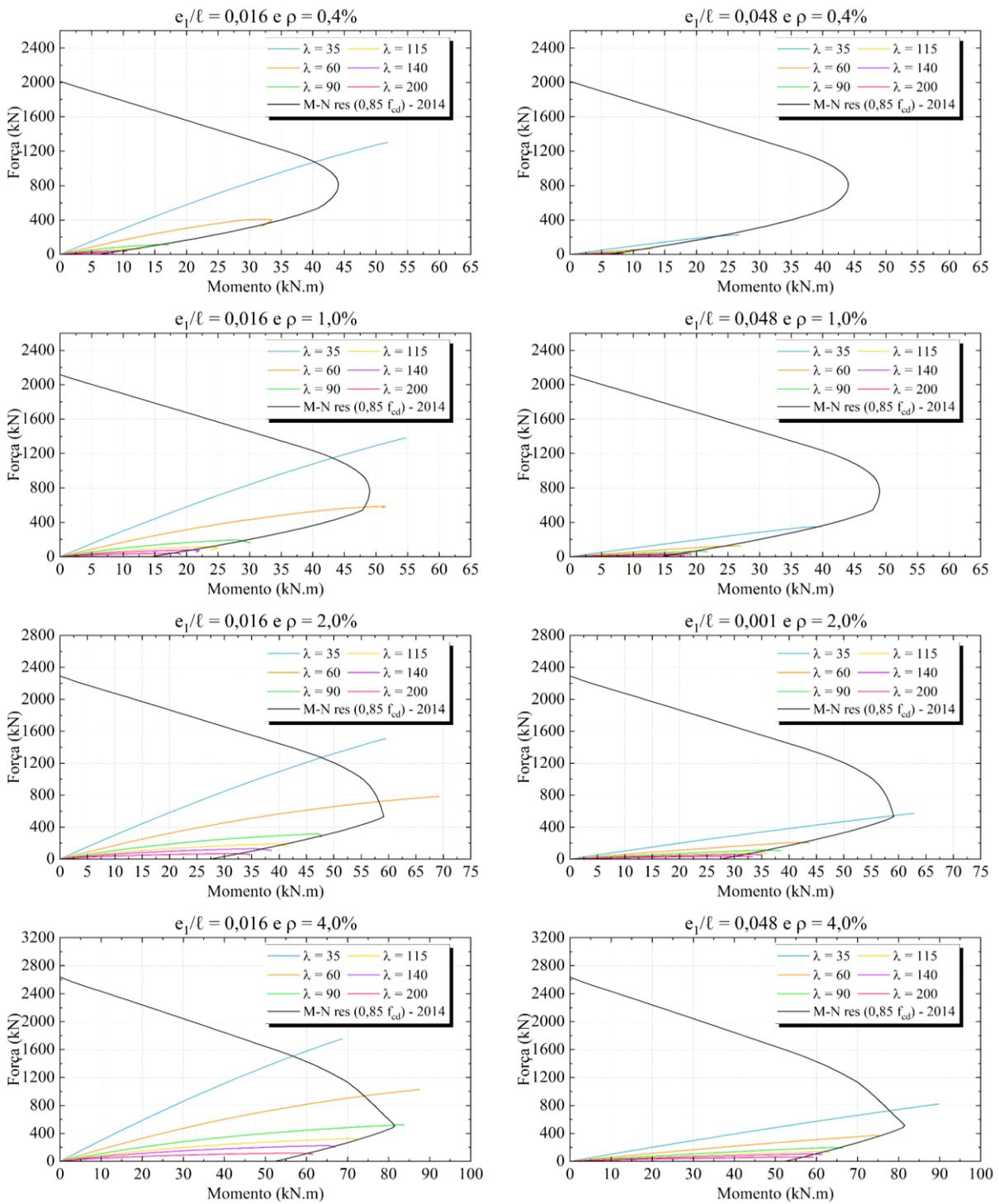
Fonte: A própria autora.

Figura B.7 – Diagrama M-N solicitante e M-N resistente da etapa 2.0 ($e_1/\ell_e = 0,001$ e $0,004$)



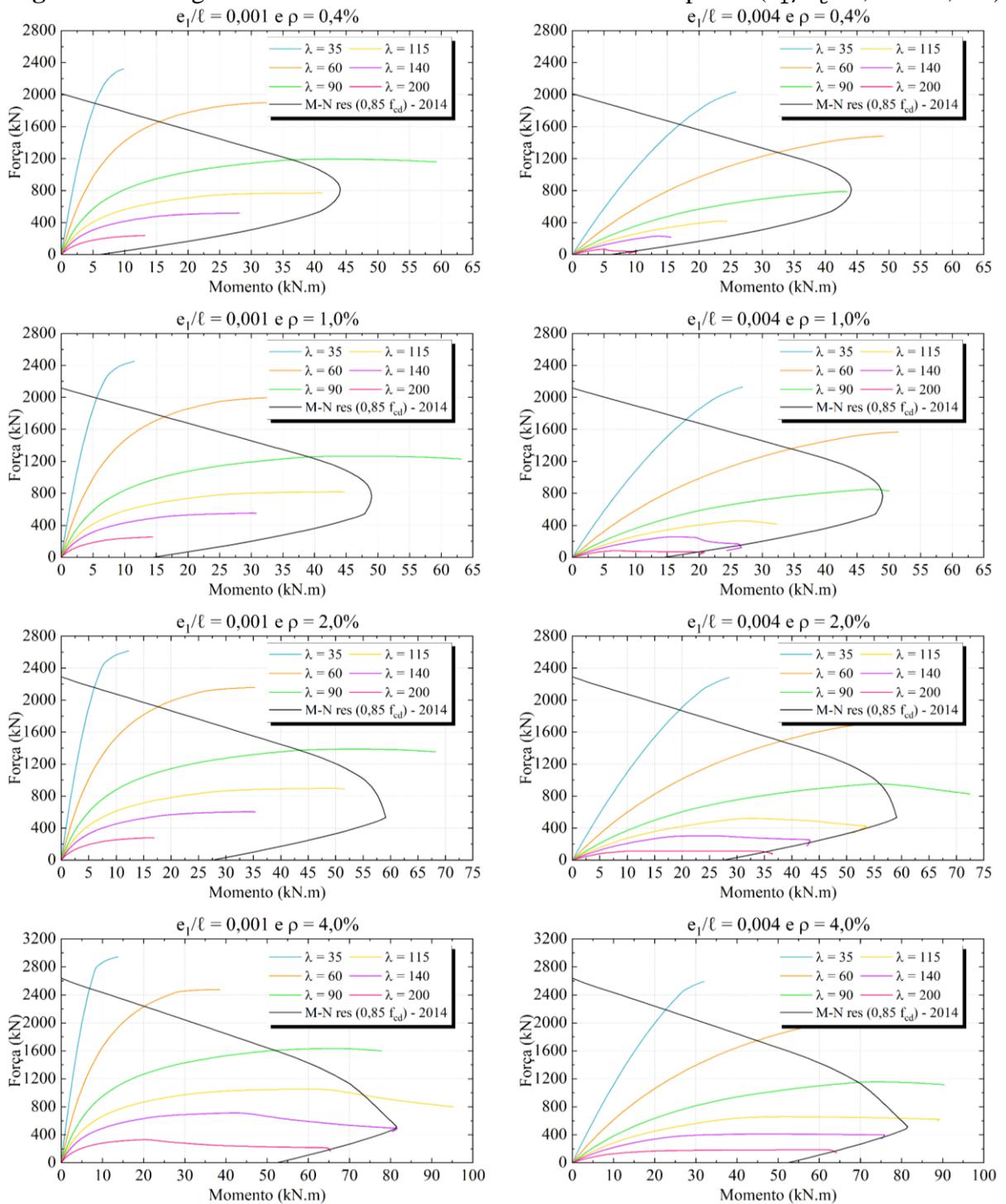
Fonte: A própria autora.

Figura B.8 – Diagrama M-N solicitante e M-N resistente da etapa 2.0 ($e_1/\ell_e = 0,016$ e $0,048$)



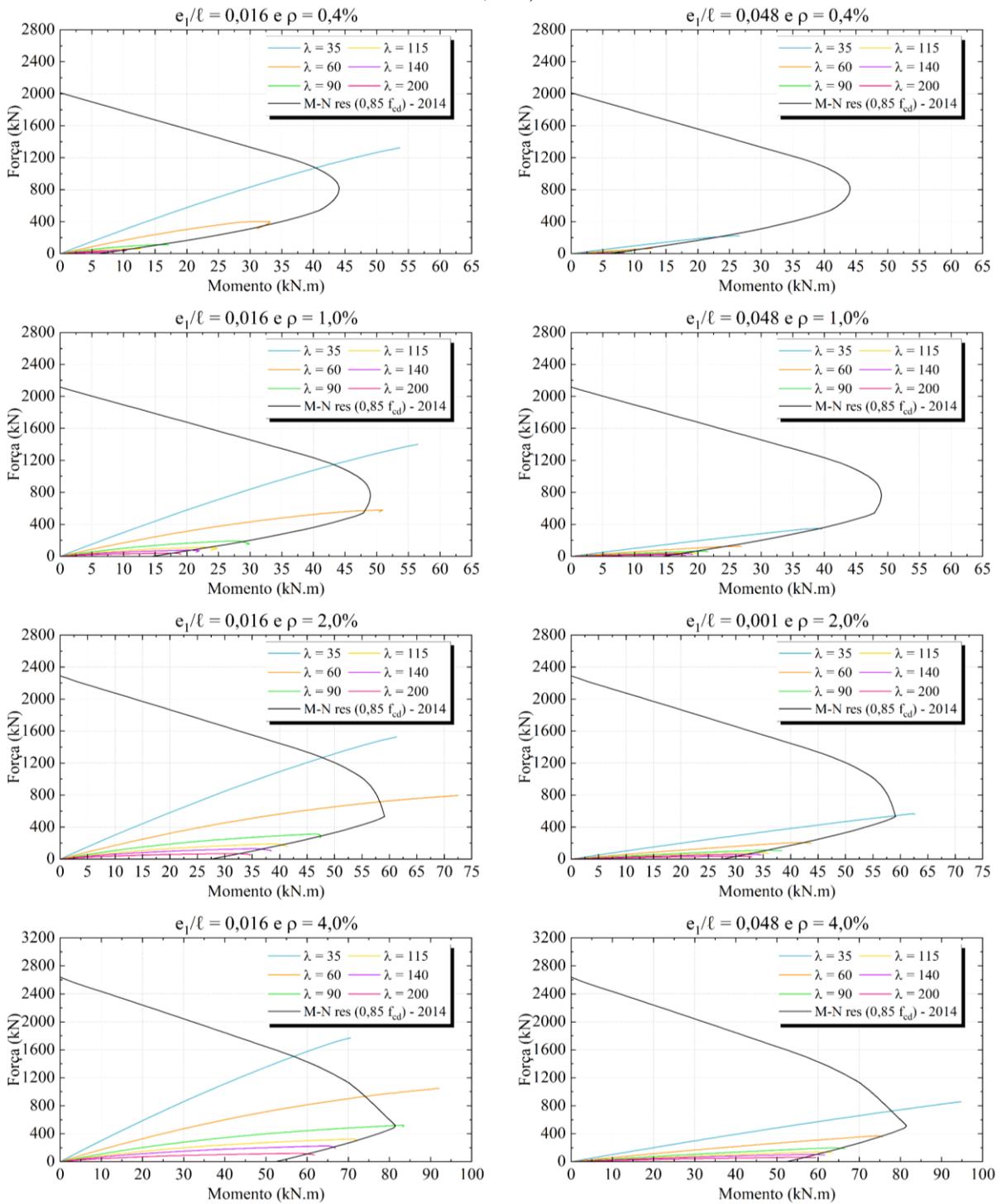
Fonte: A própria autora.

Figura B.9 – Diagrama M-N solicitante e M-N resistente da etapa 2.1 ($e_1/\ell_e = 0,001$ e $0,004$)



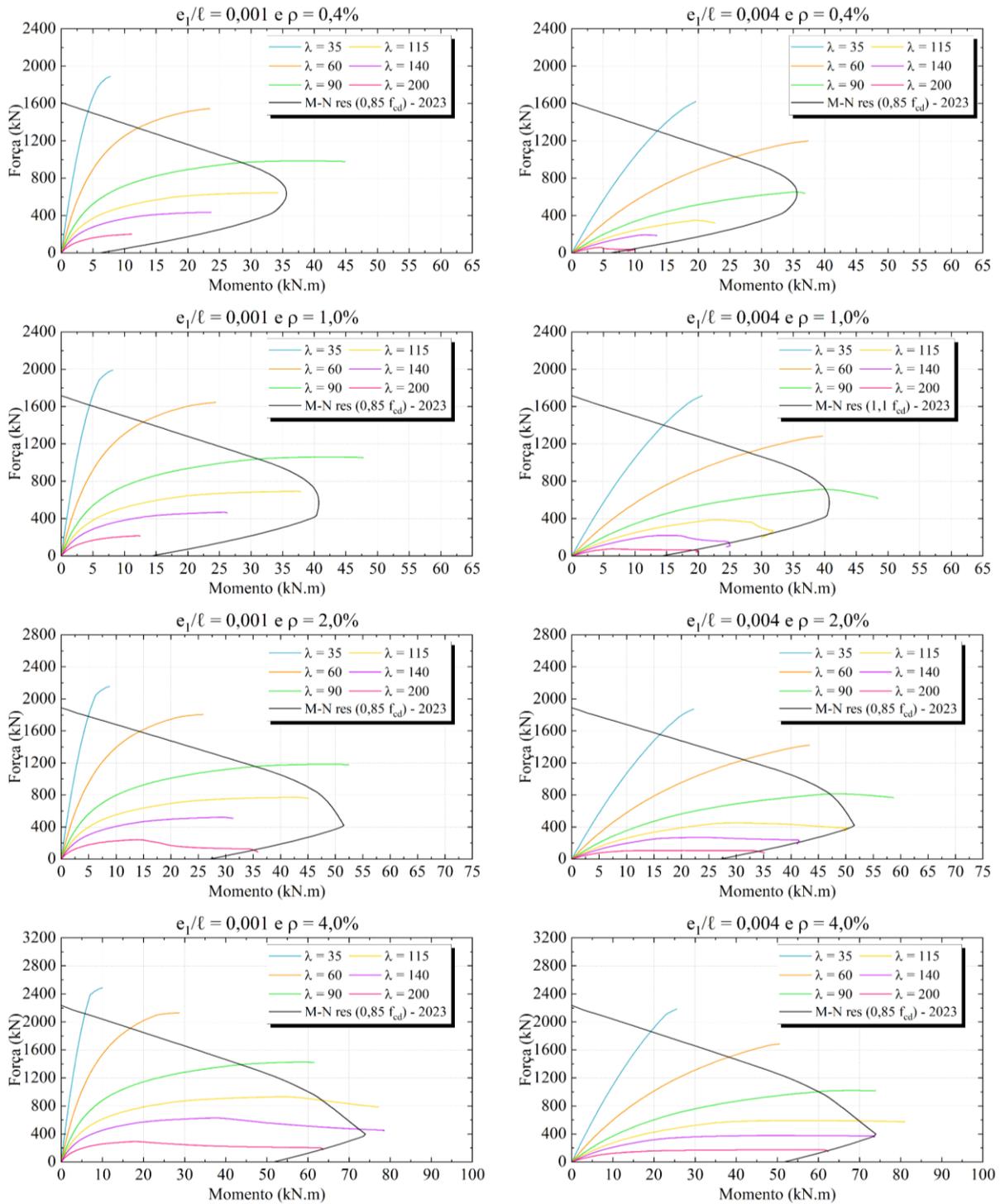
Fonte: A própria autora.

Figura B.10 – Diagrama M-N solicitante e M-N resistente da etapa 2.1 ($e_1/\ell_e = 0,016$ e $0,048$)



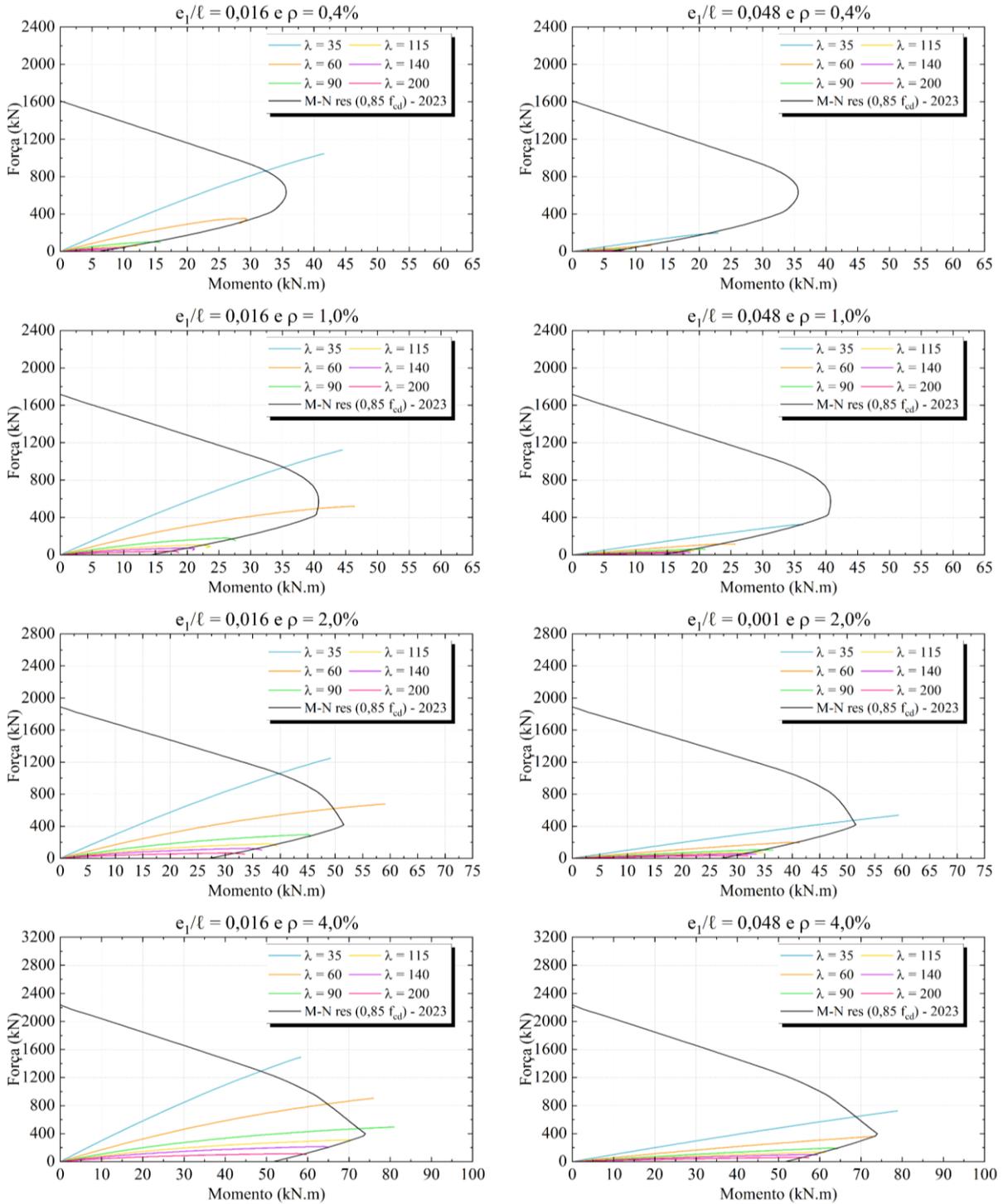
Fonte: A própria autora.

Figura B.11 – Diagrama M-N solicitante e M-N resistente da etapa 2.2 ($e_1/\ell_e = 0,001$ e $0,004$)



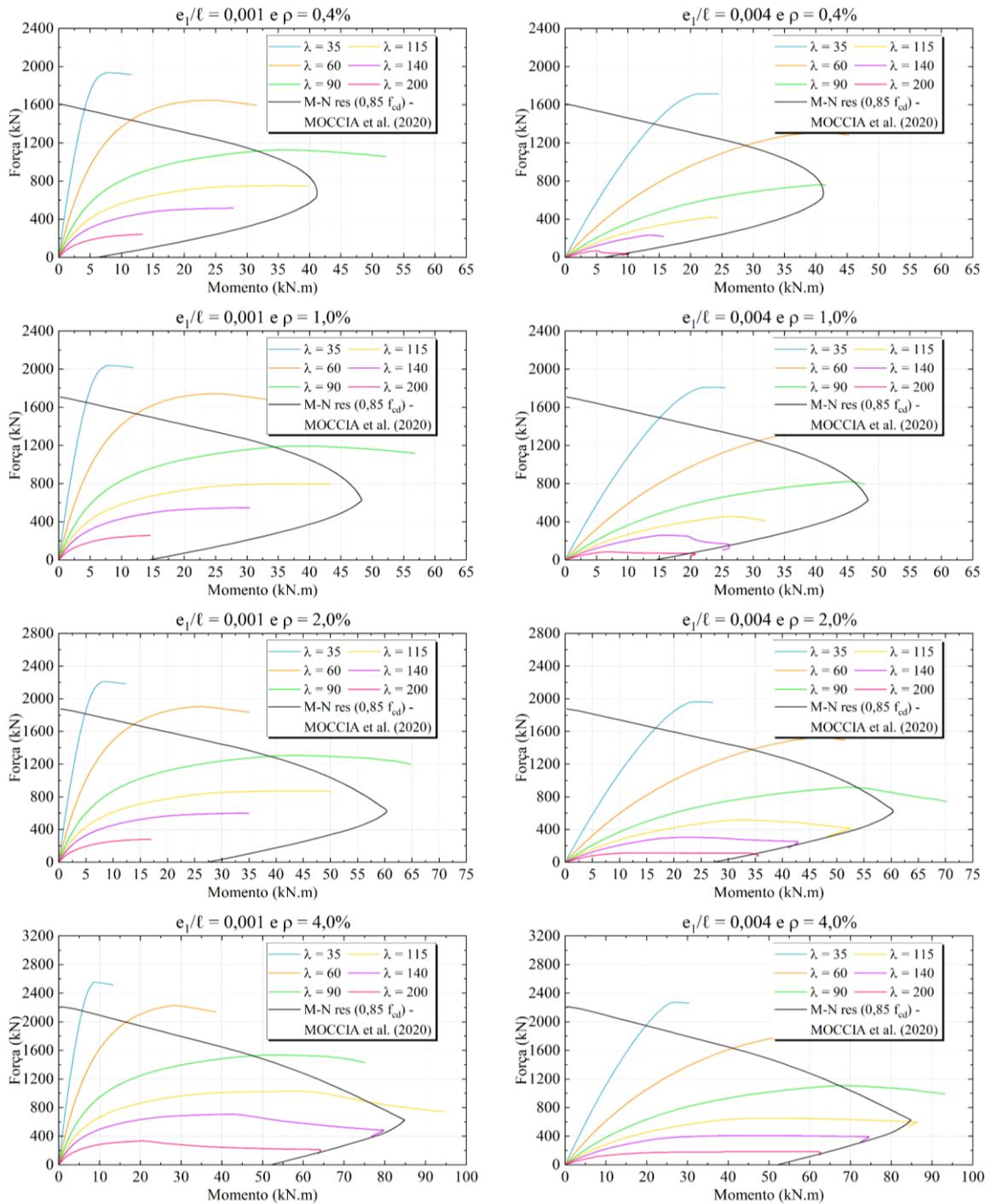
Fonte: A própria autora.

Figura B.12 – Diagrama M-N solicitante e M-N resistente da etapa 2.2 ($e_1/\ell_e = 0,016$ e $0,048$)



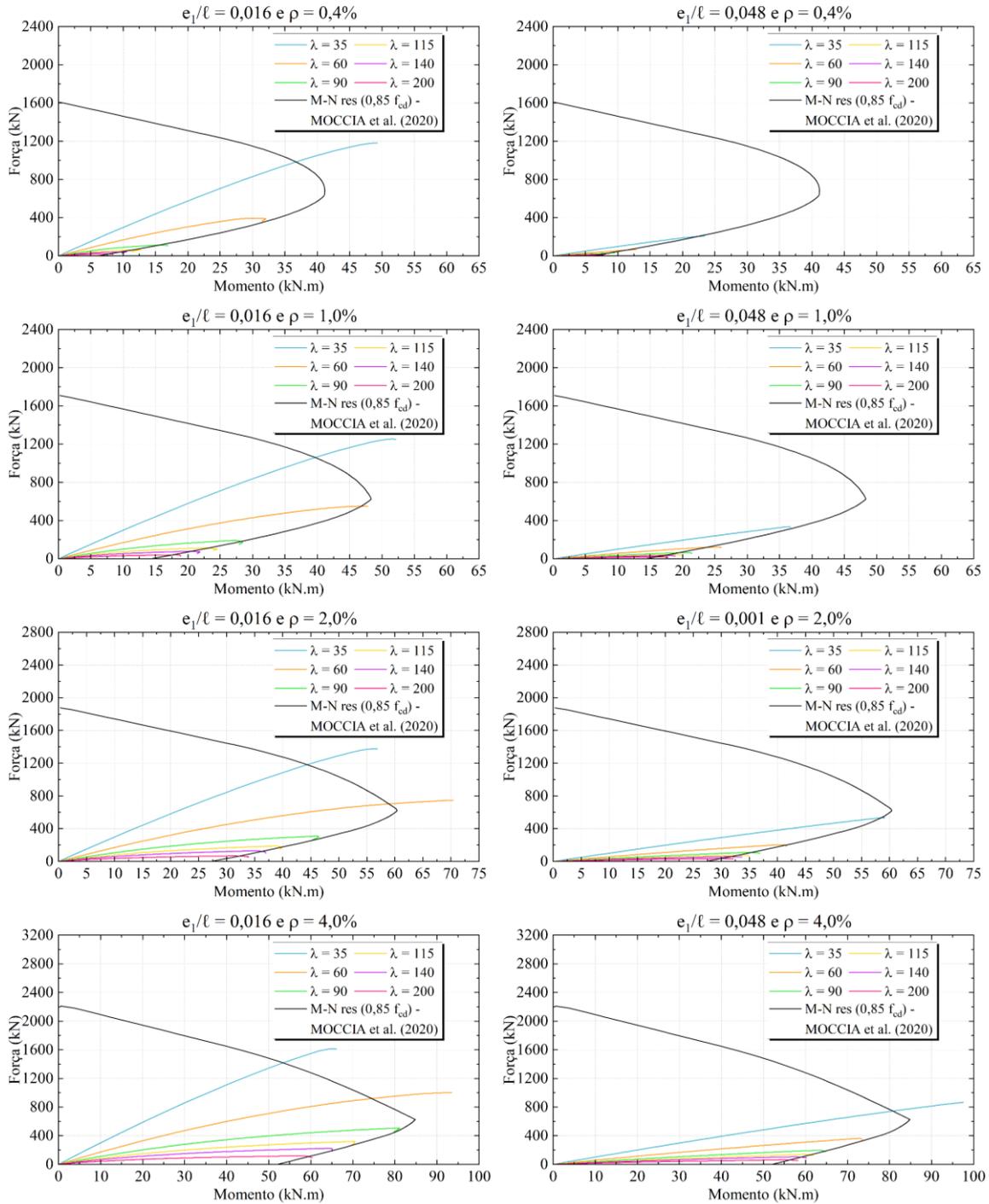
Fonte: A própria autora.

Figura B. 13 – Diagrama M-N solicitante e M-N resistente da etapa 2.3 ($e_1/\ell_e = 0,001$ e $0,004$)



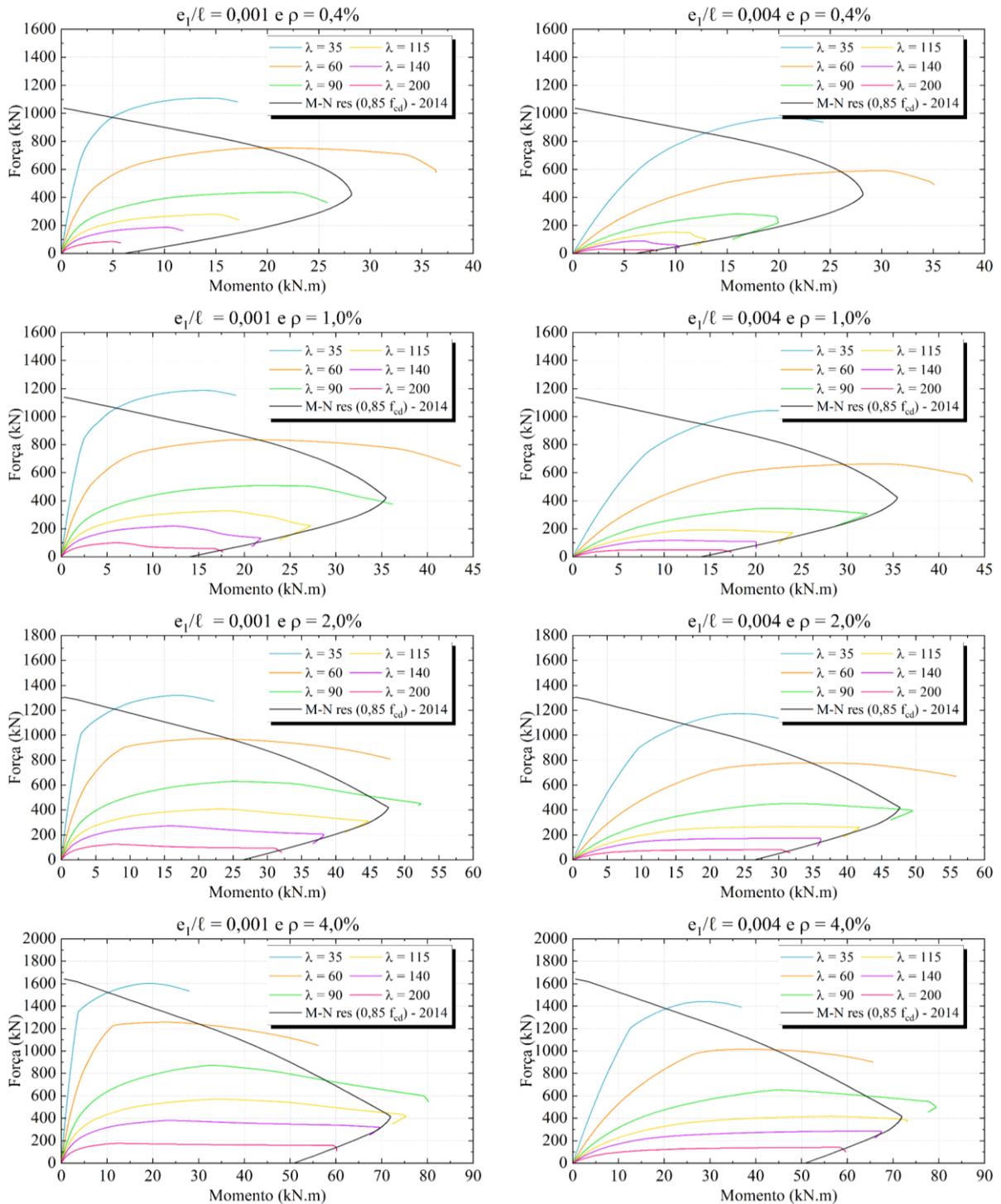
Fonte: A própria autora.

Figura B. 14 – Diagrama M-N solicitante e M-N resistente da etapa 2.3 ($e_1/\ell_e = 0,016$ e $0,048$)



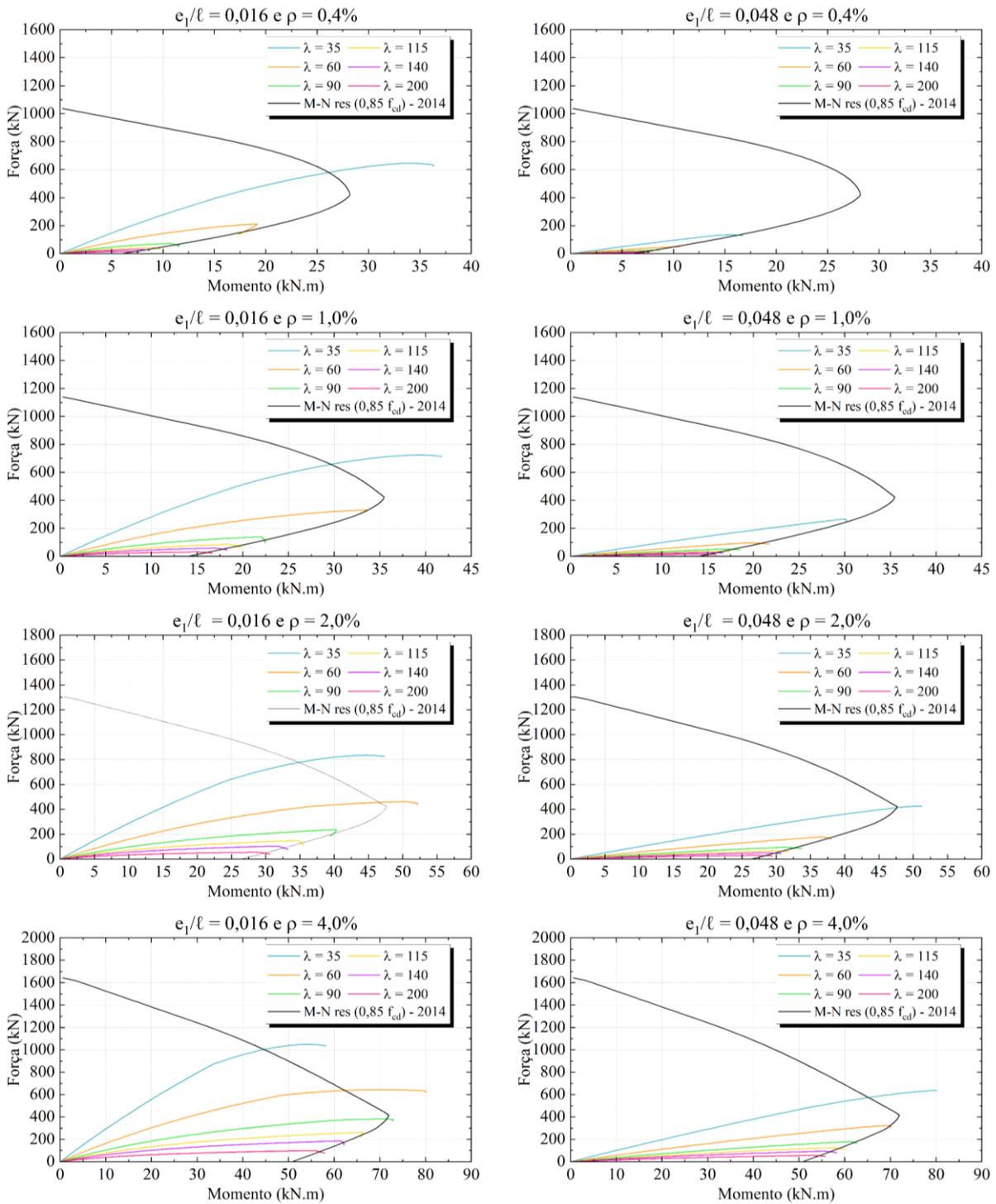
Fonte: A própria autora.

Figura B.15 – Diagrama M-N solicitante e M-N resistente da etapa 3.0 ($e_1/\ell_e = 0,001$ e $0,004$)



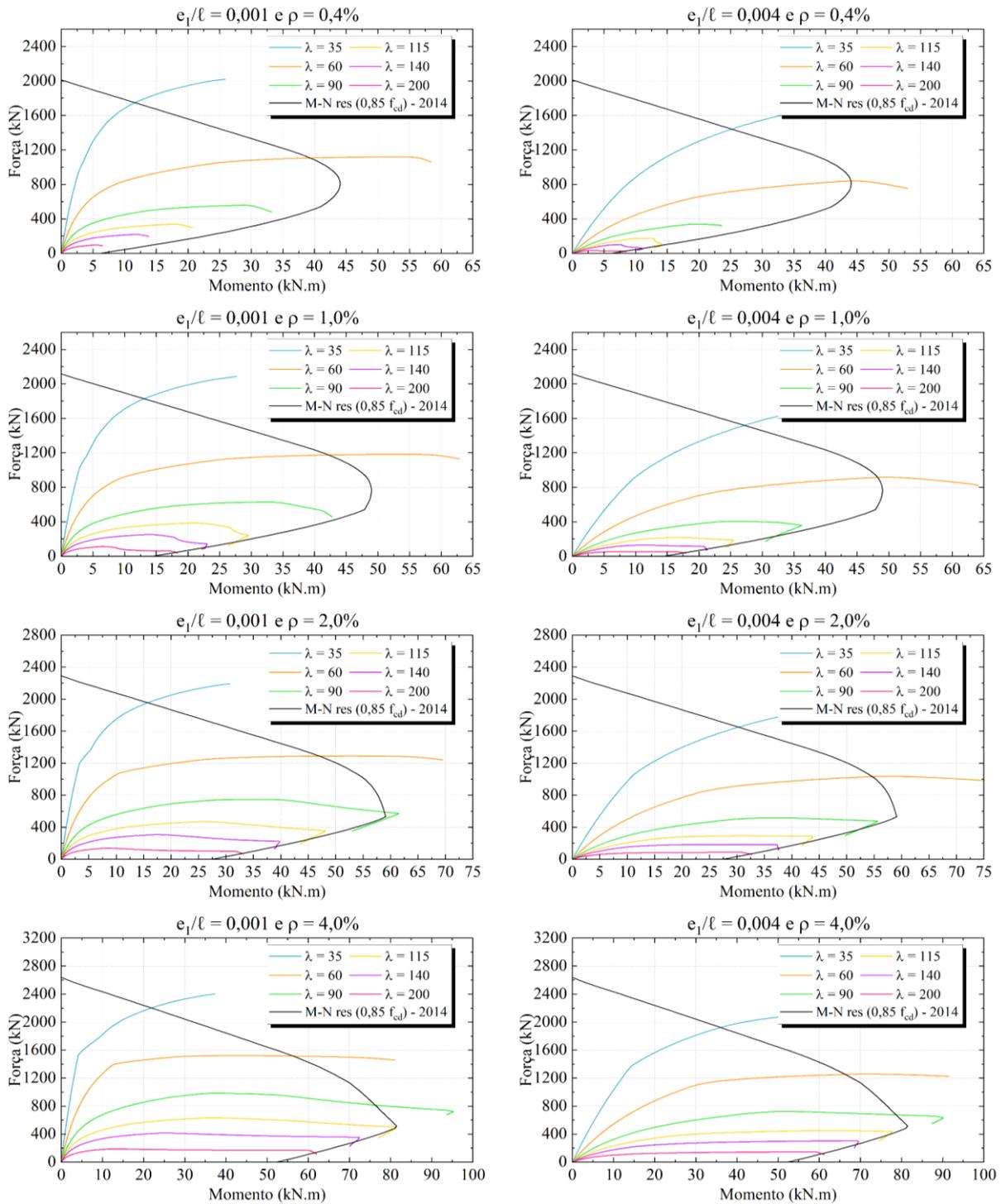
Fonte: A própria autora.

Figura B.16 – Diagrama M-N solicitante e M-N resistente da etapa 3.0 ($e_1/\ell_e = 0,016$ e $0,048$)



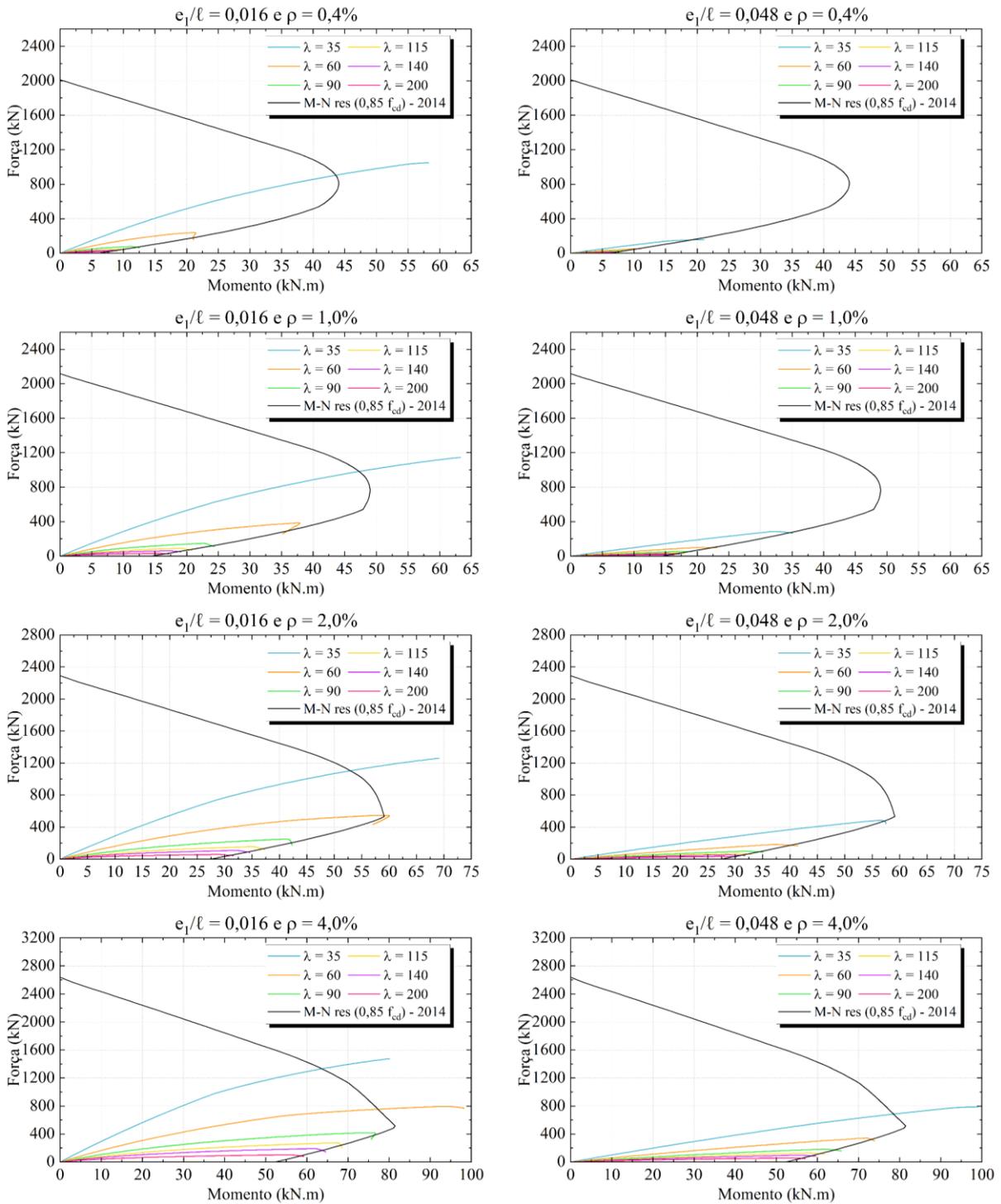
Fonte: A própria autora.

Figura B.17 – Diagrama M-N solicitante e M-N resistente da etapa 3.1 ($e_1/\ell_e = 0,001$ e $0,004$)



Fonte: A própria autora.

Figura B.18 – Diagrama M-N solicitante e M-N resistente da etapa 3.1 ($e_1/\ell_e = 0,016$ e $0,048$)



Fonte: A própria autora.

APÊNDICE C – Valores de N_u e M_u de cada subetapa

O Apêndice C apresenta a força última (N_u) e momento último (M_u) encontrado para cada pilar das subetapas. As tabelas são divididas por etapa: etapa 1 (Tabela C.1), etapa 2 (Tabela C.2 e Tabela C.3) e etapa 3 (Tabela C.4).

Tabela C.1 – Força última (N_u) e momento último (M_u) da etapa 1

(continua)

taxa de aço (%)	e_1/ℓ_e	λ	Etapa 1.0		Etapa 1.1		Etapa 1.2	
			N_u (kN)	M_u (kN.m)	N_u (kN)	M_u (kN.m)	N_u (kN)	M_u (kN.m)
0,4	0,001	35	1004,0	2,6	1002,8	2,7	965,1	4,3
0,4	0,001	60	939,9	7,2	929,3	8,0	820,7	12,5
0,4	0,001	90	764,4	19,0	711,9	21,6	567,0	19,2
0,4	0,001	115	557,0	20,2	483,2	24,5	390,3	20,4
0,4	0,001	140	399,9	17,6	335,3	18,0	271,0	14,6
0,4	0,001	200	201,0	11,1	157,9	8,7	127,2	7,1
0,4	0,004	35	913,5	9,1	910,1	9,3	851,1	10,4
0,4	0,004	60	780,2	18,1	760,1	19,3	652,1	19,9
0,4	0,004	90	543,5	26,9	489,4	26,2	391,1	21,1
0,4	0,004	115	335,8	18,5	273,6	15,6	219,5	12,7
0,4	0,004	140	196,6	11,2	154,6	9,5	125,6	8,0
0,4	0,004	200	61,9	4,8	50,1	4,0	42,7	3,5
0,4	0,016	35	653,0	24,0	644,7	24,3	574,6	23,0
0,4	0,016	60	312,2	23,7	288,6	23,7	248,0	21,2
0,4	0,016	90	99,4	13,6	91,9	12,8	83,6	11,7
0,4	0,016	115	58,4	10,7	53,9	10,5	49,3	9,6
0,4	0,016	140	38,7	9,2	38,9	9,0	33,6	8,7
0,4	0,016	200	19,7	7,6	18,8	7,5	17,5	7,7
0,4	0,048	35	164,8	18,0	160,4	17,9	144,3	15,9
0,4	0,048	60	56,3	10,6	54,6	10,5	51,8	10,3
0,4	0,048	90	28,3	8,4	27,6	8,3	27,0	8,3
0,4	0,048	115	19,7	7,6	19,4	7,6	18,7	7,6
0,4	0,048	140	14,9	7,2	14,5	7,2	13,8	7,1
0,4	0,048	200	9,0	6,7	8,9	6,7	8,0	6,7
1,0	0,001	35	1104,1	2,9	1103,3	3,0	1068,7	4,6
1,0	0,001	60	1030,2	8,2	1019,9	8,9	915,9	13,2
1,0	0,001	90	827,6	22,0	779,1	24,5	635,1	22,4
1,0	0,001	115	598,1	22,4	528,9	27,7	436,1	23,5
1,0	0,001	140	429,2	20,9	366,7	20,4	302,5	16,7
1,0	0,001	200	215,8	12,2	172,9	9,9	142,1	8,1
1,0	0,004	35	1003,4	10,1	1000,2	10,3	944,0	11,6
1,0	0,004	60	855,3	20,3	836,7	21,4	733,6	22,1

Tabela C.1 – Força última (N_u) e momento último (M_u) da etapa 1
(continuação)

taxa de aço (%)	e_1/ℓ_e	λ	Etapa 1.0		Etapa 1.1		Etapa 1.2	
			N_u (kN)	M_u (kN.m)	N_u (kN)	M_u (kN.m)	N_u (kN)	M_u (kN.m)
1,0	0,004	90	597,0	31,5	545,7	30,5	447,1	25,3
1,0	0,004	115	369,8	21,2	310,0	18,9	256,2	16,3
1,0	0,004	140	220,5	13,8	180,8	12,7	153,0	12,7
1,0	0,004	200	77,5	6,7	65,5	6,1	58,1	6,2
1,0	0,016	35	727,0	26,9	719,8	27,2	648,6	25,8
1,0	0,016	60	428,0	35,4	411,5	35,4	355,4	31,9
1,0	0,016	90	173,2	24,7	165,8	24,2	153,9	22,9
1,0	0,016	115	104,6	20,8	99,9	20,2	93,8	19,3
1,0	0,016	140	72,0	18,8	68,6	18,3	64,7	17,5
1,0	0,016	200	37,8	16,8	36,0	16,3	34,0	15,7
1,0	0,048	35	289,4	31,3	288,2	31,4	269,1	29,6
1,0	0,048	60	108,8	21,5	106,3	21,3	101,1	20,1
1,0	0,048	90	58,9	18,5	57,0	18,3	54,4	17,2
1,0	0,048	115	41,5	17,5	40,0	17,0	38,2	16,2
1,0	0,048	140	31,4	16,8	30,2	16,5	28,9	15,5
1,0	0,048	200	19,1	15,4	18,3	15,4	17,4	14,8
2,0	0,001	35	1270,0	3,4	1270,5	3,5	1239,2	4,7
2,0	0,001	60	1178,5	9,9	1172,8	10,3	1075,9	13,9
2,0	0,001	90	932,9	26,8	892,0	29,1	750,5	28,0
2,0	0,001	115	667,8	27,1	605,4	32,8	513,5	28,9
2,0	0,001	140	479,0	24,9	419,3	24,4	355,2	20,5
2,0	0,001	200	240,4	14,4	198,0	11,8	167,2	10,1
2,0	0,004	35	1152,8	11,8	1151,0	11,9	1100,3	13,0
2,0	0,004	60	978,6	24,0	963,5	24,9	867,7	25,7
2,0	0,004	90	685,9	38,6	637,0	40,5	542,6	33,1
2,0	0,004	115	427,5	26,5	373,4	25,9	321,1	25,1
2,0	0,004	140	263,9	19,2	230,7	23,1	204,0	21,8
2,0	0,004	200	106,6	14,5	97,6	26,6	91,1	26,5
2,0	0,016	35	845,4	31,6	840,5	31,8	769,6	30,4
2,0	0,016	60	542,0	43,8	530,4	44,2	474,1	41,0
2,0	0,016	90	278,7	42,3	270,6	42,2	251,9	40,5
2,0	0,016	115	173,8	36,4	168,4	36,1	159,1	35,1

Tabela C.1 – Força última (N_u) e momento último (M_u) da etapa 1
(conclusão)

taxa de aço (%)	e_1/ℓ_e	λ	Etapa 1.0		Etapa 1.1		Etapa 1.2	
			N_u (kN)	M_u (kN.m)	N_u (kN)	M_u (kN.m)	N_u (kN)	M_u (kN.m)
2,0	0,016	140	121,0	33,3	117,0	33,0	111,2	32,1
2,0	0,016	200	64,2	29,9	62,0	29,6	59,2	28,9
2,0	0,048	35	434,5	47,2	432,2	47,3	421,7	47,4
2,0	0,048	60	188,6	37,3	187,3	37,3	181,1	36,4
2,0	0,048	90	102,6	32,3	101,1	32,1	98,1	31,4
2,0	0,048	115	72,3	30,5	71,1	30,3	68,9	29,7
2,0	0,048	140	54,8	29,5	53,8	29,4	52,1	28,6
2,0	0,048	200	33,2	28,2	32,4	27,9	31,4	27,4
4,0	0,001	35	1693,7	4,4	1606,1	4,3	1577,6	5,3
4,0	0,001	60	1479,3	13,2	1482,7	12,9	1396,1	16,1
4,0	0,001	90	1147,1	36,3	1122,9	37,8	987,8	39,1
4,0	0,001	115	811,4	36,6	761,0	45,8	670,4	40,1
4,0	0,001	140	581,5	35,4	525,5	32,6	461,3	28,3
4,0	0,001	200	290,9	18,7	248,5	15,8	217,5	14,2
4,0	0,004	35	1453,6	15,0	1454,6	15,0	1408,2	15,8
4,0	0,004	60	1225,6	31,2	1218,2	31,7	1128,1	32,8
4,0	0,004	90	861,3	51,9	834,4	53,2	738,9	51,2
4,0	0,004	115	551,2	42,3	511,7	50,1	461,6	49,5
4,0	0,004	140	362,5	44,3	338,8	52,0	311,3	53,6
4,0	0,004	200	170,3	46,6	162,2	59,0	152,5	58,4
4,0	0,016	35	1077,5	40,5	1074,0	40,7	1006,2	39,4
4,0	0,016	60	732,5	58,0	723,6	58,4	666,3	55,3
4,0	0,016	90	444,7	70,9	436,8	71,3	401,4	66,4
4,0	0,016	115	294,9	67,0	288,7	67,0	273,7	65,8
4,0	0,016	140	208,6	61,8	203,8	62,0	194,5	61,1
4,0	0,016	200	112,2	56,1	109,3	56,1	104,8	55,6
4,0	0,048	35	595,8	64,2	594,8	64,2	554,2	60,3
4,0	0,048	60	342,7	69,8	342,6	70,3	330,4	68,8
4,0	0,048	90	187,4	60,6	186,6	60,9	182,2	60,3
4,0	0,048	115	132,1	57,3	131,2	57,5	128,1	57,0
4,0	0,048	140	100,1	55,3	99,1	55,5	96,8	55,1
4,0	0,048	200	60,4	53,0	59,6	53,1	58,2	52,6

Fonte: A própria autora.

Tabela C.2 – Força última (N_u) e momento último (M_u) da etapa 2 (2.0 e 2.1)
(continua)

taxa de aço (%)	e_1/ℓ_e	λ	Etapa 2.0		Etapa 2.1	
			N_u (kN)	M_u (kN.m)	N_u (kN)	M_u (kN.m)
0,4	0,001	35	1892,7	5,3	1890,5	5,3
0,4	0,001	60	1671,7	15,2	1661,4	15,5
0,4	0,001	90	1198,8	35,9	1184,7	36,5
0,4	0,001	115	780,9	39,9	770,6	40,8
0,4	0,001	140	528,9	28,1	520,4	28,0
0,4	0,001	200	244,9	13,4	239,5	13,1
0,4	0,004	35	1619,9	16,9	1626,1	17,0
0,4	0,004	60	1283,5	32,2	1278,1	32,5
0,4	0,004	90	802,0	43,2	790,4	42,6
0,4	0,004	115	428,6	23,8	420,6	23,6
0,4	0,004	140	236,4	13,9	231,1	13,5
0,4	0,004	200	70,0	5,2	68,7	5,1
0,4	0,016	35	1070,0	40,3	1072,3	40,3
0,4	0,016	60	407,3	31,8	402,6	31,5
0,4	0,016	90	114,5	15,9	113,4	15,7
0,4	0,016	115	64,1	11,6	64,6	11,6
0,4	0,016	140	41,3	9,7	41,3	9,7
0,4	0,016	200	20,1	7,8	18,5	7,8
0,4	0,048	35	211,8	23,4	210,1	23,3
0,4	0,048	60	61,4	11,4	59,2	11,1
0,4	0,048	90	31,0	8,7	29,9	8,6
0,4	0,048	115	21,7	8,0	21,1	88,0
0,4	0,048	140	15,7	7,5	15,6	7,6
0,4	0,048	200	9,3	7,3	9,2	6,8
1,0	0,001	35	1994,3	5,5	1990,7	5,6
1,0	0,001	60	1765,1	16,0	1757,4	16,3
1,0	0,001	90	1268,1	38,6	1255,1	39,1
1,0	0,001	115	828,0	44,6	817,9	44,0
1,0	0,001	140	561,1	30,8	552,2	30,4
1,0	0,001	200	259,7	14,7	254,6	14,2
1,0	0,004	35	1724,8	17,8	1722,4	17,9
1,0	0,004	60	1362,3	34,3	1355,2	34,5

Tabela C.2 – Força última (N_u) e momento último (M_u) da etapa 2 (2.0 e 2.1)
(continuação)

taxa de aço (%)	e_1/ℓ_e	λ	Etapa 2.0		Etapa 2.1	
			N_u (kN)	M_u (kN.m)	N_u (kN)	M_u (kN.m)
1,0	0,004	90	862,5	47,9	850,3	47,0
1,0	0,004	115	465,5	26,8	457,5	26,6
1,0	0,004	140	261,5	16,3	256,6	16,1
1,0	0,004	200	85,8	7,2	84,3	7,0
1,0	0,016	35	1150,8	43,1	1147,3	43,2
1,0	0,016	60	577,5	48,2	573,4	48,1
1,0	0,016	90	195,2	27,6	194,0	27,5
1,0	0,016	115	112,5	23,5	114,4	22,6
1,0	0,016	140	77,0	20,6	77,0	20,6
1,0	0,016	200	42,6	17,8	39,7	17,7
1,0	0,048	35	348,9	39,3	346,4	38,9
1,0	0,048	60	123,2	24,2	120,8	24,2
1,0	0,048	90	64,0	19,5	63,4	19,6
1,0	0,048	115	43,2	17,9	45,0	17,9
1,0	0,048	140	33,2	17,1	32,6	17,2
1,0	0,048	200	20,4	16,0	20,1	16,0
2,0	0,001	35	2159,2	6,0	2158,5	6,0
2,0	0,001	60	1923,7	17,8	1917,9	17,6
2,0	0,001	90	1385,3	42,9	1374,4	43,4
2,0	0,001	115	907,0	50,7	896,9	50,1
2,0	0,001	140	614,4	34,8	605,9	34,4
2,0	0,001	200	285,4	16,5	279,8	16,3
2,0	0,004	35	1880,1	19,4	1878,1	19,5
2,0	0,004	60	1491,9	37,8	1488,0	38,0
2,0	0,004	90	964,1	55,9	951,8	55,3
2,0	0,004	115	528,8	33,0	521,0	32,7
2,0	0,004	140	307,5	23,7	302,9	23,4
2,0	0,004	200	114,6	14,0	113,3	14,4
2,0	0,016	35	1271,8	47,7	1269,1	47,5
2,0	0,016	60	721,2	58,2	714,8	58,2
2,0	0,016	90	315,4	46,8	313,9	46,6
2,0	0,016	115	190,2	39,0	189,4	38,9

Tabela C.2 – Força última (N_u) e momento último (M_u) da etapa 2 (2.0 e 2.1)
(conclusão)

taxa de aço (%)	e_1/ℓ_e	λ	Etapa 2.0		Etapa 2.1	
			N_u (kN)	M_u (kN.m)	N_u (kN)	M_u (kN.m)
2,0	0,016	140	130,6	35,3	130,1	35,2
2,0	0,016	200	68,5	31,4	68,2	31,3
2,0	0,048	35	542,8	59,1	541,6	59,1
2,0	0,048	60	205,2	41,3	204,6	41,0
2,0	0,048	90	109,6	34,9	109,3	34,8
2,0	0,048	115	76,8	32,7	76,6	32,7
2,0	0,048	140	58,1	31,2	57,9	31,2
2,0	0,048	200	35,0	29,7	34,9	29,6
4,0	0,001	35	2496,0	6,8	2493,9	6,9
4,0	0,001	60	2241,0	19,9	2235,8	20,1
4,0	0,001	90	1616,3	51,4	1607,0	51,8
4,0	0,001	115	1066,2	62,8	1055,7	62,1
4,0	0,001	140	721,3	42,9	713,4	42,6
4,0	0,001	200	335,9	20,3	330,7	20,2
4,0	0,004	35	2189,8	22,6	2188,5	22,7
4,0	0,004	60	1753,8	44,7	1749,0	44,9
4,0	0,004	90	1158,1	69,2	1151,9	69,5
4,0	0,004	115	663,8	51,8	657,2	51,2
4,0	0,004	140	415,2	46,8	411,5	46,8
4,0	0,004	200	185,3	62,2	184,3	62,1
4,0	0,016	35	1507,8	56,6	1506,4	56,7
4,0	0,016	60	937,7	74,1	933,6	74,1
4,0	0,016	90	519,6	81,4	515,5	81,5
4,0	0,016	115	325,4	71,1	324,0	71,0
4,0	0,016	140	226,0	64,9	225,3	64,8
4,0	0,016	200	119,7	58,2	119,3	58,2
4,0	0,048	35	724,9	77,8	728,3	77,8
4,0	0,048	60	369,1	74,2	368,3	74,0
4,0	0,048	90	198,2	63,4	197,9	63,3
4,0	0,048	115	139,0	59,7	138,8	59,6
4,0	0,048	140	105,0	57,6	104,8	57,4
4,0	0,048	200	63,3	54,7	63,1	54,7

Fonte: A própria autora.

Tabela C.3 – Força última (N_u) e momento último (M_u) da etapa 2 (2.2 e 2.3)
(continua)

taxa de aço (%)	e_1/ℓ_e	λ	Etapa 2.2		Etapa 2.3	
			N_u (kN)	M_u (kN.m)	N_u (kN)	M_u (kN.m)
0,4	0,001	35	1514,8	4,2	1553,0	4,1
0,4	0,001	60	1338,4	12,1	1438,7	11,5
0,4	0,001	90	968,6	28,6	1114,1	31,6
0,4	0,001	115	644,5	33,8	751,2	34,8
0,4	0,001	140	436,6	23,4	516,9	27,7
0,4	0,001	200	201,5	11,0	242,4	13,3
0,4	0,004	35	1306,3	13,6	1400,2	14,1
0,4	0,004	60	1029,4	25,9	1175,1	28,7
0,4	0,004	90	653,3	35,2	763,4	40,6
0,4	0,004	115	349,1	19,7	420,1	23,3
0,4	0,004	140	193,8	11,6	233,4	13,6
0,4	0,004	200	59,8	4,6	69,8	5,2
0,4	0,016	35	863,3	32,4	986,2	36,8
0,4	0,016	60	352,0	29,0	393,2	30,2
0,4	0,016	90	103,0	14,3	112,8	15,6
0,4	0,016	115	59,7	11,2	65,6	12,7
0,4	0,016	140	39,1	9,6	42,6	10,5
0,4	0,016	200	18,5	7,6	20,6	8,4
0,4	0,048	35	195,5	22,2	204,3	22,4
0,4	0,048	60	59,7	11,2	61,0	11,3
0,4	0,048	90	30,4	8,6	31,3	8,9
0,4	0,048	115	20,7	7,8	21,1	8,1
0,4	0,048	140	15,4	7,4	15,6	7,6
0,4	0,048	200	9,1	6,8	9,3	7,0
1,0	0,001	35	1613,4	4,5	1652,5	4,3
1,0	0,001	60	1434,0	12,9	1534,1	12,4
1,0	0,001	90	1038,3	31,1	1183,4	34,4
1,0	0,001	115	691,9	37,2	796,8	38,9
1,0	0,001	140	468,5	25,6	548,5	29,9
1,0	0,001	200	216,5	12,1	257,4	14,4
1,0	0,004	35	1400,8	14,5	1492,0	15,0
1,0	0,004	60	1107,6	27,9	1249,8	31,0

Tabela C.3 – Força última (N_u) e momento último (M_u) da etapa 2 (2.2 e 2.3)
(continuação)

taxa de aço (%)	e_1/ℓ_e	λ	Etapa 2.2		Etapa 2.3	
			N_u (kN)	M_u (kN.m)	N_u (kN)	M_u (kN.m)
1,0	0,004	90	713,2	39,8	821,1	45,2
1,0	0,004	115	386,2	23,0	456,5	26,3
1,0	0,004	140	219,6	14,7	258,6	16,2
1,0	0,004	200	75,2	6,5	85,4	7,0
1,0	0,016	35	937,0	35,2	1059,0	39,7
1,0	0,016	60	496,4	40,6	549,7	46,8
1,0	0,016	90	181,4	26,0	192,5	27,2
1,0	0,016	115	107,7	21,5	113,9	22,5
1,0	0,016	140	73,5	19,3	77,7	20,2
1,0	0,016	200	38,4	17,2	40,5	17,6
1,0	0,048	35	323,3	36,0	333,7	36,5
1,0	0,048	60	116,1	23,7	116,1	23,7
1,0	0,048	90	61,0	19,4	61,0	19,4
1,0	0,048	115	42,7	18,0	42,7	18,0
1,0	0,048	140	31,4	17,1	31,4	17,1
1,0	0,048	200	19,4	16,1	20,3	16,1
2,0	0,001	35	1782,5	4,9	1818,1	4,8
2,0	0,001	60	1593,2	14,3	1687,5	13,7
2,0	0,001	90	1156,3	35,4	1297,0	38,8
2,0	0,001	115	771,1	42,7	873,4	44,6
2,0	0,001	140	521,5	29,2	601,4	34,0
2,0	0,001	200	241,3	13,8	282,7	16,3
2,0	0,004	35	1555,4	16,1	1643,9	16,6
2,0	0,004	60	1239,0	31,4	1377,2	34,3
2,0	0,004	90	812,3	47,1	916,4	52,3
2,0	0,004	115	450,1	29,6	518,4	32,4
2,0	0,004	140	268,9	24,3	304,2	22,6
2,0	0,004	200	105,6	20,5	114,2	13,1
2,0	0,016	35	1057,5	39,8	1184,4	44,4
2,0	0,016	60	619,8	49,7	700,7	59,0
2,0	0,016	90	296,4	44,9	310,1	46,0
2,0	0,016	115	180,4	37,7	188,2	38,6

Tabela C.3 – Força última (N_u) e momento último (M_u) da etapa 2 (2.2 e 2.3)
(conclusão)

taxa de aço (%)	e_1/ℓ_e	λ	Etapa 2.2		Etapa 2.3	
			N_u (kN)	M_u (kN.m)	N_u (kN)	M_u (kN.m)
2,0	0,016	140	124,3	34,2	129,5	35,0
2,0	0,016	200	65,4	30,5	68,0	31,2
2,0	0,048	35	472,3	51,1	538,4	59,0
2,0	0,048	60	197,4	39,5	202,4	40,3
2,0	0,048	90	105,7	33,7	108,7	34,5
2,0	0,048	115	74,1	31,5	76,3	32,4
2,0	0,048	140	56,0	30,2	57,7	31,3
2,0	0,048	200	33,8	28,7	34,8	29,5
4,0	0,001	35	2118,7	5,7	2153,6	5,7
4,0	0,001	60	1910,0	16,8	1997,2	16,6
4,0	0,001	90	1393,1	43,7	1528,9	47,7
4,0	0,001	115	930,5	54,4	1028,3	58,1
4,0	0,001	140	628,4	37,2	707,8	42,4
4,0	0,001	200	291,8	17,9	333,2	20,2
4,0	0,004	35	1863,7	19,2	1947,5	19,8
4,0	0,004	60	1497,4	38,2	1634,0	41,1
4,0	0,004	90	1004,1	60,0	1111,2	67,4
4,0	0,004	115	590,2	55,3	650,4	50,1
4,0	0,004	140	377,5	48,8	410,1	46,3
4,0	0,004	200	174,8	61,0	183,4	61,0
4,0	0,016	35	1292,2	48,6	1419,9	53,4
4,0	0,016	60	823,0	64,8	920,8	74,5
4,0	0,016	90	471,3	72,3	507,2	81,1
4,0	0,016	115	310,4	69,7	320,5	70,3
4,0	0,016	140	216,5	63,7	223,7	64,4
4,0	0,016	200	115,1	57,3	118,8	57,9
4,0	0,048	35	642,0	68,7	744,7	80,7
4,0	0,048	60	359,7	72,9	363,1	72,9
4,0	0,048	90	193,5	62,5	196,5	62,9
4,0	0,048	115	135,6	58,8	138,0	59,3
4,0	0,048	140	102,5	56,6	104,4	57,2
4,0	0,048	200	61,6	54,0	62,9	54,7

Fonte: A própria autora.

Tabela C.4 – Força última (N_u) e momento último (M_u) da etapa 3

(continua)

taxa de aço (%)	e_1/ℓ_e	λ	Etapa 3.0		Etapa 3.1	
			N_u (kN)	M_u (kN.m)	N_u (kN)	M_u (kN.m)
0,4	0,001	35	972,1	5,0	1749,9	11,6
0,4	0,001	60	753,0	19,6	1108,7	39,3
0,4	0,001	90	436,0	22,4	559,2	29,0
0,4	0,001	115	280,7	14,9	338,8	17,8
0,4	0,001	140	187,9	10,2	220,8	11,8
0,4	0,001	200	85,6	4,9	97,9	5,5
0,4	0,004	35	859,6	12,9	1442,6	25,2
0,4	0,004	60	583,6	26,1	840,5	44,0
0,4	0,004	90	282,5	16,0	339,6	19,6
0,4	0,004	115	151,9	9,5	175,1	11,3
0,4	0,004	140	88,8	6,8	100,7	7,6
0,4	0,004	200	32,1	2,8	35,0	3,0
0,4	0,016	35	580,8	26,1	905,1	43,6
0,4	0,016	60	211,8	19,1	239,5	21,3
0,4	0,016	90	73,1	10,6	77,5	11,1
0,4	0,016	115	43,5	8,7	45,6	9,1
0,4	0,016	140	29,7	7,9	31,0	8,2
0,4	0,016	200	15,5	6,9	16,1	7,2
0,4	0,048	35	133,7	15,6	154,7	19,1
0,4	0,048	60	47,6	10,6	51,3	11,0
0,4	0,048	90	24,9	8,5	26,3	8,7
0,4	0,048	115	17,3	7,8	18,1	7,9
0,4	0,048	140	13,0	7,4	13,6	7,5
0,4	0,048	200	7,8	6,8	8,2	6,9
1,0	0,001	35	1060,6	6,0	1828,4	13,0
1,0	0,001	60	835,5	21,5	1175,7	42,2
1,0	0,001	90	507,8	22,3	630,2	32,9
1,0	0,001	115	328,9	17,9	388,1	21,0
1,0	0,001	140	219,9	12,3	253,2	14,0
1,0	0,001	200	100,7	5,9	113,0	6,5
1,0	0,004	35	947,3	14,2	1519,3	27,2
1,0	0,004	60	659,0	29,6	917,5	48,2

Tabela C.4 – Força última (N_u) e momento último (M_u) da etapa 3
(continuação)

taxa de aço (%)	e_1/ℓ_e	λ	Etapa 3.0		Etapa 3.1	
			N_u (kN)	M_u (kN.m)	N_u (kN)	M_u (kN.m)
1,0	0,004	90	344,6	21,6	405,0	25,7
1,0	0,004	115	191,3	15,4	216,4	17,9
1,0	0,004	140	117,9	11,0	129,5	11,4
1,0	0,004	200	49,2	12,9	51,5	10,9
1,0	0,016	35	657,5	29,6	982,6	47,2
1,0	0,016	60	330,4	33,2	385,5	37,8
1,0	0,016	90	139,8	21,8	147,7	22,7
1,0	0,016	115	85,8	18,5	89,5	19,0
1,0	0,016	140	59,3	16,8	61,6	17,2
1,0	0,016	200	31,3	15,0	32,4	15,3
1,0	0,048	35	265,8	29,8	284,9	32,3
1,0	0,048	60	96,2	19,3	99,7	20,5
1,0	0,048	90	51,5	16,5	53,0	17,1
1,0	0,048	115	36,0	15,4	37,1	16,0
1,0	0,048	140	27,2	15,0	28,0	15,4
1,0	0,048	200	16,4	14,1	16,8	14,6
2,0	0,001	35	1211,0	7,7	1959,0	15,7
2,0	0,001	60	973,5	21,3	1291,0	47,0
2,0	0,001	90	629,6	25,2	745,4	35,1
2,0	0,001	115	409,2	23,1	469,8	26,0
2,0	0,001	140	273,2	15,8	307,0	17,6
2,0	0,001	200	125,8	7,9	138,1	8,4
2,0	0,004	35	1089,2	16,3	1652,3	30,3
2,0	0,004	60	778,2	34,8	1033,1	54,6
2,0	0,004	90	453,0	32,4	517,3	37,4
2,0	0,004	115	265,8	30,9	291,2	30,8
2,0	0,004	140	172,5	36,0	183,8	29,2
2,0	0,004	200	82,1	30,2	85,9	30,7
2,0	0,016	35	777,8	34,8	1105,6	52,9
2,0	0,016	60	455,3	46,6	544,7	58,1
2,0	0,016	90	236,3	40,1	249,6	41,3
2,0	0,016	115	148,4	34,5	154,7	35,2

Tabela C.4 – Força última (N_u) e momento último (M_u) da etapa 3
(conclusão)

taxa de aço (%)	e_1/ℓ_e	λ	Etapa 3.0		Etapa 3.1	
			N_u (kN)	M_u (kN.m)	N_u (kN)	M_u (kN.m)
2,0	0,016	140	103,7	31,6	107,6	32,1
2,0	0,016	200	55,3	28,5	57,0	28,8
2,0	0,048	35	413,1	47,6	484,1	56,5
2,0	0,048	60	177,3	36,4	182,2	37,3
2,0	0,048	90	95,0	31,1	97,1	31,5
2,0	0,048	115	66,5	29,2	67,9	29,9
2,0	0,048	140	50,2	28,2	51,2	28,6
2,0	0,048	200	30,1	26,8	30,8	27,2
4,0	0,001	35	1522,7	10,2	2205,0	21,9
4,0	0,001	60	1257,1	23,0	1522,2	43,6
4,0	0,001	90	872,6	32,5	986,0	37,5
4,0	0,001	115	570,3	34,2	632,4	36,9
4,0	0,001	140	379,9	23,7	414,1	25,1
4,0	0,001	200	176,4	12,8	188,4	12,8
4,0	0,004	35	1377,1	20,4	1923,8	36,1
4,0	0,004	60	1015,4	37,6	1252,8	66,3
4,0	0,004	90	653,0	45,3	834,4	53,2
4,0	0,004	115	418,2	56,5	451,2	62,9
4,0	0,004	140	286,3	64,0	303,5	69,0
4,0	0,004	200	141,2	58,2	162,2	59,0
4,0	0,016	35	1005,4	44,6	1334,4	63,6
4,0	0,016	60	638,2	62,3	756,7	77,3
4,0	0,016	90	382,5	71,3	436,8	71,3
4,0	0,016	115	262,9	66,1	288,7	67,0
4,0	0,016	140	185,7	61,2	203,8	62,0
4,0	0,016	200	99,5	55,5	109,3	56,1
4,0	0,048	35	576,0	65,1	684,8	78,6
4,0	0,048	60	324,5	69,9	342,6	70,3
4,0	0,048	90	179,8	60,8	186,6	60,9
4,0	0,048	115	125,7	57,2	131,2	57,5
4,0	0,048	140	94,6	55,1	99,1	55,5
4,0	0,048	200	56,5	52,6	59,6	53,1

Fonte: A própria autora.

APÊNDICE D – Flecha dos pilares de concreto armado

O Apêndice D apresenta a flecha (e_2) dos pilares com concreto do grupo I (Tabela D. 1) e com concreto do grupo II (Tabela D. 2). Para o concreto convencional foi utilizada a etapa 1.0 para o concreto sem fluência e 3.0 para o concreto com fluência e para o concreto de alta resistência foi utilizada a etapa 2.0 para o concreto sem fluência e 3.1 para o concreto com fluência.

Tabela D. 1 – Flecha dos pilares com concreto convencional

(continua)

taxa de aço (%)	e_1/ℓ_e	λ	$1/r$	κ_{aprox}	e_2 (mm)		MG	$MG - EI_{sec}$	$MG - \varphi$
					$MN1/r$ $\gamma_{f3} = 1,1$	$MN1/r$ $\gamma_{f3} = 1,0$			
0,4	0,001	35	7,4	0,9	0,4	0,5	0,6	0,5	3,1
0,4	0,001	60	22,7	8,8	2,7	3,2	4,2	3,4	22,6
0,4	0,001	90	57,7	48,3	12,4	16,5	19,7	16,4	46,1
0,4	0,001	115	110,2	100,2	62,3	227,9	29,6	91,9	46,3
0,4	0,001	140	163,3	166,0	-	-	36,0	1234,0	46,1
0,4	0,001	200	333,3	377,9	-	-	43,6	4630,9	45,3
0,4	0,004	35	7,9	2,7	1,3	1,5	1,9	1,7	6,9
0,4	0,004	60	25,4	16,0	6,6	7,4	9,4	8,4	30,8
0,4	0,004	90	67,5	55,3	26,3	31,4	28,7	34,1	35,8
0,4	0,004	115	110,2	105,8	-	-	28,4	1188,1	36,3
0,4	0,004	140	163,3	170,5	-	-	24,4	1847,5	43,8
0,4	0,004	200	333,3	381,0	-	-	31,1	4130,7	42,4
0,4	0,016	35	9,5	6,3	3,1	3,4	4,4	3,9	12,6
0,4	0,016	60	3-	25,0	21,9	23,4	20,6	27,7	34,8
0,4	0,016	90	67,5	66,6	47,5	119,3	53,7	60,3	61,3
0,4	0,016	115	110,2	116,8	75,1	102,5	77,7	95,6	94,0
0,4	0,016	140	163,3	180,8	107,9	108,4	107,4	137,6	135,4
0,4	0,016	200	333,3	389,5	222,0	222,9	202,8	284,5	263,9
0,4	0,048	35	10,2	9,3	7,3	7,4	12,3	9,2	19,7
0,4	0,048	60	3-	31,2	20,8	35,2	21,6	26,0	56,5
0,4	0,048	90	67,5	75,1	43,5	43,6	45,3	54,5	90,5
0,4	0,048	115	110,2	126,4	70,2	70,3	66,8	87,9	129,0
0,4	0,048	140	163,3	191,0	106,2	106,4	95,2	132,9	175,6
0,4	0,048	200	333,3	399,9	220,4	4822,9	191,8	275,6	311,0
1,0	0,001	35	7,0	0,9	0,4	0,5	0,6	0,5	3,6
1,0	0,001	60	21,4	8,8	2,8	3,4	4,5	3,6	22,3
1,0	0,001	90	55,1	48,3	12,5	15,9	21,3	16,6	38,7
1,0	0,001	115	107,7	100,2	27,4	36,7	30,8	37,2	47,9
1,0	0,001	140	163,3	166,0	-	-	40,5	1074,8	47,8
1,0	0,001	200	333,3	377,9	-	-	45,2	4625,3	47,3
1,0	0,004	35	7,4	2,7	1,4	1,5	2,0	1,7	6,9
1,0	0,004	60	24,0	16,0	6,8	7,6	9,9	8,7	31,0

Tabela D. 1 – Flecha dos pilares com concreto convencional

(continuação)

Taxa de aço (%)	e_1/ℓ_e	λ	$1/r$	κ_{aprox}	e_2 (mm)		MG	$MG - EI_{sec}$	$MG - \varphi$
					$MN1/r$ $\gamma_{f3} = 1,1$	$MN1/r$ $\gamma_{f3} = 1,0$			
1,0	0,004	90	66,0	55,3	20,1	22,3	32,0	25,9	41,8
1,0	0,004	115	110,2	105,8	72,7	83,0	30,8	96,4	53,9
1,0	0,004	140	163,3	170,5	126,4	136,5	30,4	170,2	60,9
1,0	0,004	200	333,3	381,0	172,3	175,7	40,1	231,2	216,0
1,0	0,016	35	9,0	6,3	3,2	3,3	4,7	4,0	12,7
1,0	0,016	60	30,0	25,0	14,6	15,4	27,2	18,4	45,1
1,0	0,016	90	67,5	66,6	32,4	32,8	59,6	40,9	73,1
1,0	0,016	115	110,2	116,8	49,8	50,2	92,2	63,2	108,9
1,0	0,016	140	163,3	180,8	72,1	72,5	132,3	91,5	153,4
1,0	0,016	200	333,3	389,5	149,4	150,0	260,5	190,5	294,2
1,0	0,048	35	10,2	9,3	6,3	6,4	11,2	7,8	15,2
1,0	0,048	60	30,0	31,2	16,0	16,1	31,2	20,1	34,3
1,0	0,048	90	67,5	75,1	36,7	36,8	64,8	45,9	70,9
1,0	0,048	115	110,2	126,4	59,3	59,4	103,5	74,2	109,7
1,0	0,048	140	163,3	191,0	92,6	92,8	146,7	115,9	160,9
1,0	0,048	200	333,3	399,9	186,5	186,8	255,6	233,4	307,8
2,0	0,001	35	6,3	0,9	0,5	0,5	0,7	0,6	4,4
2,0	0,001	60	19,6	8,8	3,1	3,7	5,0	3,9	18,5
2,0	0,001	90	51,3	48,3	13,0	16,0	23,5	17,2	34,8
2,0	0,001	115	101,6	100,2	19,7	22,9	33,9	26,3	49,8
2,0	0,001	140	163,3	166,0	78,4	111,8	43,9	115,8	49,8
2,0	0,001	200	333,3	377,9	0,0	0,0	48,2	3854,4	51,1
2,0	0,004	35	6,8	2,7	1,5	1,6	2,1	1,8	6,9
2,0	0,004	60	22,1	16,0	7,2	7,9	10,7	9,1	30,9
2,0	0,004	90	61,4	55,3	18,5	19,9	35,6	23,8	50,8
2,0	0,004	115	110,2	105,8	38,0	40,4	35,4	49,3	89,6
2,0	0,004	140	163,3	170,5	55,7	57,7	40,6	72,6	176,1
2,0	0,004	200	333,3	381,0	76,7	77,6	89,5	99,9	321,2
2,0	0,016	35	8,2	6,3	3,4	3,5	5,0	4,2	12,4
2,0	0,016	60	30,0	25,0	11,8	12,3	25,3	14,9	46,9
2,0	0,016	90	67,5	66,6	31,6	32,3	68,8	40,0	86,5
2,0	0,016	115	110,2	116,8	47,1	47,6	103,0	59,6	126,0

Tabela D. 1 – Flecha dos pilares com concreto convencional

(conclusão)

Taxa de aço (%)	e_1/ℓ_e	λ	e_2 (mm)						
			$1/r$	κ_{aprox}	$MN1/r$ $\gamma_{f3} = 1,1$	$MN1/r$ $\gamma_{f3} = 1,0$	MG	$MG - EI_{sec}$	$MG - \varphi$
2,0	0,016	140	163,3	180,8	68,5	69,0	145,5	86,9	175,0
2,0	0,016	200	333,3	389,5	128,5	129,1	280,6	163,6	330,1
2,0	0,048	35	10,2	9,3	5,6	5,8	11,7	7,0	18,2
2,0	0,048	60	30,0	31,2	16,6	16,7	31,4	20,8	39,1
2,0	0,048	90	67,5	75,1	35,3	35,4	65,2	44,2	78,2
2,0	0,048	115	110,2	126,4	56,6	56,8	103,0	70,9	120,5
2,0	0,048	140	163,3	191,0	86,0	86,2	149,6	107,7	173,1
2,0	0,048	200	333,3	399,9	177,5	177,9	295,1	222,2	337,3
4,0	0,001	35	5,2	0,9	0,6	0,7	0,6	0,7	4,7
4,0	0,001	60	16,7	8,8	3,4	4,1	5,5	4,4	14,9
4,0	0,001	90	44,9	48,3	14,3	17,5	26,4	19,1	32,0
4,0	0,001	115	91,1	100,2	20,4	23,0	38,5	27,3	53,4
4,0	0,001	140	161,9	166,0	28,1	30,8	52,9	37,8	54,3
4,0	0,001	200	333,3	377,9	368,5	524,6	52,8	662,3	61,1
4,0	0,004	35	5,8	2,7	1,6	1,7	2,3	2,0	6,7
4,0	0,004	60	19,1	16,0	7,8	8,5	11,6	9,9	23,2
4,0	0,004	90	53,8	55,3	20,6	21,9	39,5	26,5	48,7
4,0	0,004	115	110,2	105,8	27,0	28,1	50,1	34,8	108,5
4,0	0,004	140	163,3	170,5	41,9	43,0	89,9	54,2	191,1
4,0	0,004	200	333,3	381,0	72,4	73,3	227,3	94,0	365,6
4,0	0,016	35	7,1	6,3	3,7	3,8	5,3	4,6	12,0
4,0	0,016	60	26,3	25,0	12,3	12,6	23,8	15,5	42,2
4,0	0,016	90	67,5	66,6	30,7	31,4	76,3	38,9	103,3
4,0	0,016	115	110,2	116,8	50,7	51,4	120,8	64,3	145,2
4,0	0,016	140	163,3	180,8	71,1	71,8	167,2	90,3	200,1
4,0	0,016	200	333,3	389,5	136,7	137,4	315,0	174,1	372,5
4,0	0,048	35	10,0	9,3	5,1	5,2	10,7	6,3	16,1
4,0	0,048	60	30,0	31,2	18,3	18,5	37,3	22,9	49,1
4,0	0,048	90	67,5	75,1	38,3	38,6	73,8	48,0	88,9
4,0	0,048	115	110,2	126,4	62,0	62,2	114,7	77,6	136,5
4,0	0,048	140	163,3	191,0	90,3	90,7	165,0	113,1	194,8
4,0	0,048	200	333,3	399,9	180,5	180,9	322,3	225,9	376,8

Fonte: A própria autora.

Tabela D. 2 – Flecha dos pilares com concreto de alta resistência

(continua)

taxa de aço (%)	e_1/ℓ_e	λ	$1/r$	κ_{aprox}	e_2 (mm)		MG	$MG - EI_{sec}$	$MG - \varphi$
					$MN1/r$ $\gamma_{f3} = 1,1$	$MN1/r$ $\gamma_{f3} = 1,0$			
0,4	0,001	35	7,7	0,9	0,5	0,6	0,8	0,6	4,6
0,4	0,001	60	24,4	8,8	2,9	3,4	5,6	3,7	32,0
0,4	0,001	90	65,9	48,3	8,9	10,1	24,8	11,7	46,6
0,4	0,001	115	110,2	100,2	47,3	72,1	44,5	67,3	46,0
0,4	0,001	140	163,3	166,0	0,0	0,0	45,1	1308,2	45,4
0,4	0,001	200	333,3	377,9	0,0	0,0	43,3	4632,7	44,3
0,4	0,004	35	8,4	2,7	1,4	1,5	2,3	1,8	9,4
0,4	0,004	60	28,3	16,0	6,2	6,6	11,2	7,8	38,5
0,4	0,004	90	67,5	55,3	23,9	26,3	33,1	30,8	36,9
0,4	0,004	115	110,2	105,8	1491,0	0,0	28,9	951,5	38,1
0,4	0,004	140	163,3	170,5	0,0	0,0	26,3	1916,6	42,7
0,4	0,004	200	333,3	381,0	0,0	0,0	27,7	3873,4	39,8
0,4	0,016	35	10,2	6,3	3,0	3,2	5,3	3,8	15,8
0,4	0,016	60	30,0	25,0	20,0	20,6	22,6	25,3	33,5
0,4	0,016	90	67,5	66,6	39,3	39,5	55,4	49,9	60,1
0,4	0,016	115	110,2	116,8	68,9	69,2	74,4	87,7	93,5
0,4	0,016	140	163,3	180,8	102,2	102,4	105,8	130,3	134,7
0,4	0,016	200	333,3	389,5	205,3	205,7	204,7	262,9	264,1
0,4	0,048	35	10,2	9,3	7,6	9,5	13,3	9,5	26,2
0,4	0,048	60	30,0	31,2	19,7	24,8	19,1	24,7	49,1
0,4	0,048	90	67,5	75,1	40,9	41,0	31,7	51,2	80,5
0,4	0,048	115	110,2	126,4	71,9	72,0	51,6	90,1	116,3
0,4	0,048	140	163,3	191,0	105,5	398,7	86,0	132,1	159,9
0,4	0,048	200	333,3	399,9	202,4	202,5	229,0	253,2	296,4
1,0	0,001	35	7,4	0,9	0,5	0,6	0,8	0,6	5,1
1,0	0,001	60	23,6	8,8	3,0	3,5	5,6	3,8	32,4
1,0	0,001	90	64,0	48,3	9,3	10,5	25,2	12,2	47,0
1,0	0,001	115	110,2	100,2	24,0	28,5	47,2	32,3	47,4
1,0	0,001	140	163,3	166,0	0,0	0,0	46,7	1171,3	47,1
1,0	0,001	200	333,3	377,9	0,0	0,0	45,0	4572,7	46,2
1,0	0,004	35	8,1	2,7	1,4	1,6	2,2	1,8	9,8
1,0	0,004	60	27,4	16,0	6,3	6,8	11,3	8,1	38,7

Tabela D.2 – Flecha dos pilares com concreto de alta resistência

(continuação)

taxa de aço (%)	e_1/ℓ_e	λ	e_2 (mm)						
			$1/r$	κ_{aprox}	$MN1/r$ $\gamma_{f3} = 1,1$	$MN1/r$ $\gamma_{f3} = 1,0$	MG	$MG - EI_{sec}$	$MG - \varphi$
1,0	0,004	90	67,5	55,3	19,4	20,9	34,8	25,0	42,8
1,0	0,004	115	110,2	105,8	65,5	70,1	31,0	86,6	56,3
1,0	0,004	140	163,3	170,5	93,3	96,4	30,2	123,9	55,7
1,0	0,004	200	333,3	381,0	119,4	120,4	37,7	157,8	165,1
1,0	0,016	35	10,2	6,3	3,0	3,2	5,1	3,8	15,7
1,0	0,016	60	30,0	25,0	14,4	14,9	28,0	18,2	42,6
1,0	0,016	90	67,5	66,6	28,5	28,7	58,4	36,0	70,4
1,0	0,016	115	110,2	116,8	41,3	41,5	102,4	52,3	105,6
1,0	0,016	140	163,3	180,8	57,1	57,3	138,6	72,3	149,5
1,0	0,016	200	333,3	389,5	144,2	144,5	232,0	183,8	287,6
1,0	0,048	35	10,2	9,3	5,7	5,7	15,6	7,1	16,5
1,0	0,048	60	30,0	31,2	15,5	15,6	30,4	19,4	39,4
1,0	0,048	90	67,5	75,1	33,7	33,8	54,9	42,3	72,9
1,0	0,048	115	110,2	126,4	54,5	54,6	95,3	68,3	114,1
1,0	0,048	140	163,3	191,0	78,7	78,8	127,5	98,6	162,8
1,0	0,048	200	333,3	399,9	180,7	180,9	229,6	226,1	312,1
2,0	0,001	35	7,1	0,9	0,5	0,6	0,7	0,6	6,0
2,0	0,001	60	22,4	8,8	3,1	3,6	5,8	4,0	32,9
2,0	0,001	90	61,0	48,3	10,0	11,2	25,8	13,1	41,9
2,0	0,001	115	110,2	100,2	16,3	18,1	49,3	21,6	48,8
2,0	0,001	140	163,3	166,0	81,2	102,9	48,5	120,7	49,2
2,0	0,001	200	333,3	377,9	0,0	0,0	46,2	3268,8	49,5
2,0	0,004	35	7,7	2,7	1,5	1,6	2,3	1,9	10,2
2,0	0,004	60	26,0	16,0	6,6	7,1	11,5	8,4	39,0
2,0	0,004	90	67,5	55,3	16,9	17,9	37,2	21,7	51,6
2,0	0,004	115	110,2	105,8	36,1	37,5	35,8	46,7	79,1
2,0	0,004	140	163,3	170,5	44,2	45,0	44,8	57,2	126,3
2,0	0,004	200	333,3	381,0	55,3	55,6	75,6	71,4	310,7
2,0	0,016	35	9,7	6,3	3,2	3,3	5,1	4,0	15,5
2,0	0,016	60	30,0	25,0	11,9	12,2	25,3	15,0	51,3
2,0	0,016	90	67,5	66,6	27,7	28,0	65,1	35,0	82,5
2,0	0,016	115	110,2	116,8	40,8	41,0	98,8	51,6	121,1

Tabela D.2 – Flecha dos pilares com concreto de alta resistência

(conclusão)

taxa de aço (%)	e_1/ℓ_e	λ	$1/r$	κ_{aprox}	e_2 (mm)		MG	$MG - EI_{sec}$	$MG - \varphi$
					$MN1/r$ $\gamma_{f3} = 1,1$	$MN1/r$ $\gamma_{f3} = 1,0$			
2,0	0,016	140	163,3	180,8	55,9	56,1	140,9	70,8	169,2
2,0	0,016	200	333,3	389,5	108,9	109,2	273,8	138,4	320,4
2,0	0,048	35	10,2	9,3	5,6	5,7	11,8	7,0	19,6
2,0	0,048	60	30,0	31,2	14,7	14,8	34,8	18,4	38,2
2,0	0,048	90	67,5	75,1	30,4	30,5	68,9	38,1	75,3
2,0	0,048	115	110,2	126,4	47,4	47,4	106,5	59,3	121,4
2,0	0,048	140	163,3	191,0	77,1	77,2	150,3	96,5	169,6
2,0	0,048	200	333,3	399,9	148,4	148,6	292,9	185,8	329,0
4,0	0,001	35	6,4	0,9	0,5	0,6	0,7	0,6	7,9
4,0	0,001	60	20,3	8,8	3,3	3,8	5,4	4,3	25,2
4,0	0,001	90	55,9	48,3	11,1	12,6	26,6	14,7	32,8
4,0	0,001	115	110,2	100,2	13,5	14,4	52,3	17,7	51,6
4,0	0,001	140	163,3	166,0	26,5	28,3	51,4	35,5	52,4
4,0	0,001	200	333,3	377,9	112,5	120,4	49,0	165,8	56,4
4,0	0,004	35	7,0	2,7	1,5	1,7	2,2	1,9	10,7
4,0	0,004	60	23,7	16,0	7,1	7,6	11,6	9,0	39,1
4,0	0,004	90	67,1	55,3	16,9	17,7	39,0	21,7	43,0
4,0	0,004	115	110,2	105,8	25,7	26,4	51,5	33,0	112,8
4,0	0,004	140	163,3	170,5	36,5	37,1	80,4	47,1	195,1
4,0	0,004	200	333,3	381,0	57,2	57,6	289,6	73,9	317,4
4,0	0,016	35	8,8	6,3	3,4	3,5	5,2	4,2	15,3
4,0	0,016	60	30,0	25,0	11,0	11,2	23,5	13,8	46,7
4,0	0,016	90	67,5	66,6	29,2	29,7	73,6	37,0	80,0
4,0	0,016	115	110,2	116,8	43,0	43,4	112,4	54,4	126,0
4,0	0,016	140	163,3	180,8	61,2	61,6	157,9	77,6	174,7
4,0	0,016	200	333,3	389,5	114,9	115,2	301,5	146,0	328,7
4,0	0,048	35	10,2	9,3	4,9	5,0	10,3	6,1	17,8
4,0	0,048	60	30,0	31,2	15,8	16,0	34,7	19,8	39,0
4,0	0,048	90	67,5	75,1	32,7	32,8	70,3	40,9	77,1
4,0	0,048	115	110,2	126,4	50,8	50,9	110,6	63,6	119,7
4,0	0,048	140	163,3	191,0	77,1	77,2	159,9	96,5	172,2
4,0	0,048	200	333,3	399,9	156,7	157,0	311,0	196,2	335,3

Fonte: A própria autora.

