

**UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO**

Escola de Engenharia de São Carlos

## **Modelos Probabilísticos para Cargas Variáveis Brasileiras**

**Luis Gustavo Lopes Costa**

Dissertação de Mestrado do Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil  
(Engenharia de Estruturas) da Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de  
São Paulo



**Luis Gustavo Lopes Costa**

# **Modelos Probabilísticos para Cargas Variáveis Brasileiras**

VERSÃO CORRIGIDA

(A versão original encontra-se na Escola de Engenharia de São Carlos)

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil (Engenharia de Estruturas) da Escola de Engenharia de São Carlos da Universidade de São Paulo para obtenção do título de Mestre em Ciências.

Área de concentração: Estruturas

Orientador: Prof. Dr. André Teófilo Beck

**São Carlos**

**2023**

AUTORIZO A REPRODUÇÃO TOTAL OU PARCIAL DESTE TRABALHO,  
POR QUALQUER MEIO CONVENCIONAL OU ELETRÔNICO, PARA FINS  
DE ESTUDO E PESQUISA, DESDE QUE CITADA A FONTE.

Ficha catalográfica elaborada pela Biblioteca Prof. Dr. Sérgio Rodrigues Fontes da  
EESC/USP com os dados inseridos pelo(a) autor(a).

C837m Costa, Luis Gustavo Lopes  
Modelos probabilísticos para cargas variáveis  
brasileiras / Luis Gustavo Lopes Costa; orientador  
André Teófilo Beck Beck. São Carlos, 2023.

Dissertação (Mestrado) - Programa de  
Pós-Graduação em Engenharia Civil (Engenharia de  
Estruturas) e Área de Concentração em Estruturas --  
Escola de Engenharia de São Carlos da Universidade de  
São Paulo, 2023.

1. Cargas variáveis. 2. Modelos estocásticos. 3.  
Variabilidade temporal. 4. Variabilidade espacial. 5.  
Confiabilidade estrutural. 6. NBR 6120. 7. NBR 8681. I.  
Título.

## FOLHA DE JULGAMENTO

Candidato: Engenheiro **LUÍS GUSTAVO LOPES COSTA**.

Título da dissertação: "Modelos probabilísticos para cargas variáveis brasileiras".

Data da defesa: 27/02/2023.

### **Comissão Julgadora**

### **Resultado**

Prof. Associado **André Teófilo Beck**

APROVADO

**(Orientadora)**

(Escola de Engenharia de São Carlos – EESC/USP)

Prof. Dr. **Enson de Lima Portela**

APROVADO

(Instituto Federal do Ceará/IFCE)

Prof. Dr. **Ricardo Leopoldo e Silva França**

APROVADO

(Escola Politécnica/EP-USP)

Coordenador do Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil

(Engenharia de Estruturas):

Prof. Associado **Vladimir Guilherme Haach**

Presidente da Comissão de Pós-Graduação:

Prof. Titular **Murilo Araujo Romero**



*Dedico carinhosamente este trabalho à minha família: meus queridos pais, Luiz Cláudio e Sílvia, meu irmão, Pedro Henrique; e a todos aqueles que estiveram do meu lado que me apoiaram nesta caminhada.*



## AGRADECIMENTOS

Agradeço, em primeiro lugar, a Deus por estar sempre presente em minha vida, e por ter me capacitado para superar todos os desafios e dificuldades encontrados ao longo do caminho.

Aos meus pais, Luiz Cláudio e Sílvia, pelo amor incondicional, pela educação, compreensão e por todo o suporte que me deram em meus estudos, sem o qual eu não teria chegado até aqui.

Aos meus segundos pais, Diego e Léia, pelo acolhimento em São Carlos e pelos valiosos ensinamentos e conselhos, e a todos os meus irmãos e irmãs na Casa de Oração. Vocês fizeram (e ainda fazem) uma grande diferença em minha vida.

Aos meus amigos de São Carlos: Mariana, por ouvir meus desabaços sobre a vida e a pesquisa em diversas ocasiões; Antônio Medrado (Toinho), pela amizade, convivência diária e valiosos conselhos sobre programação; e a tantos outros que já deixaram São Carlos mas mesmo distantes contribuíram de alguma forma.

Aos amigos que encontrei no SET, por todas as diferentes formas com que vocês contribuíram para a realização deste trabalho e também pelas conversas e momentos de descontração e companheirismo que fizeram com que estes dois anos de mestrado parecessem dois meses.

Em especial, aos colegas da sala ME-02, Nicolle e André, por me aguentarem todos os dias, e à Chiara, e por estar sempre ao meu lado nos momentos em que eu mais precisava, me incentivando, auxiliando, escutando todas as minhas ideias e divagações a respeito do desenvolvimento deste mestrado.

Ao meu orientador, Prof. André Beck, pelas ideias, paciência, disponibilidade, por todos os ensinamentos (alguns dos quais inclusive transcendem esta pesquisa), e acima de tudo por ser um amigo em vez de apenas um professor.

Aos professores do Departamento de Engenharia de Estruturas da Escola de Engenharia de São Carlos (EESC/USP), que contribuíram muito para a minha formação, e aos funcionários, por estarem sempre disponíveis e dispostos a ajudar.

A todos vocês, o meu mais sincero agradecimento!

O presente trabalho foi realizado com apoio da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior – Brasil (CAPES) – Código de Financiamento 001.



*“There are far, far better things  
ahead than any we leave behind.”*

*C. S. Lewis*



## RESUMO

COSTA, L. G. L. **Modelos Probabilísticos para Cargas Variáveis Brasileiras**. 2023. 206p. Dissertação (Mestrado) - Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, 2023.

A norma de projeto brasileira *NBR 6120 – Ações para o cálculo de estruturas de edificações* (ABNT, 2019) apresenta valores nominais para as cargas variáveis em edificações que, teoricamente, teriam entre 25 % e 35 % de probabilidade de serem superados no sentido desfavorável em 50 anos. No entanto, o modelo estatístico que deu origem a estes valores nominais ou não existe, ou nunca foi tornado público. Desta forma, fica inviabilizado o trabalho de calibração baseada em confiabilidade dos coeficientes parciais de segurança das normas de projeto estrutural brasileiras, conforme apontado por *Santiago et al.* (2020). Este projeto apresenta uma revisão aprofundada sobre modelos probabilísticos para representar a carga variável. Para o caso da carga variável em lajes de edificações, expressa-se o carregamento como a soma de uma parcela dita sustentada e outra intermitente, representadas por processos de Poisson de onda retangular e de pulsos, respectivamente. A formulação é discutida em detalhes, e são apresentadas duas alternativas de modelo para a parcela intermitente. Para investigar estes modelos, são realizadas simulações de Monte Carlo com aplicação a seis tipos de usos diferentes (edifícios comerciais, residenciais, hotéis, enfermarias, salas de aula e lojas), considerando os parâmetros de entrada dados pelo *Joint Committee on Structural Safety (JCSS, 2001)* e na literatura. Os resultados obtidos são comparados com as prescrições da NBR 6120 e de outras normas de projeto internacionais. Também é apresentado um modelo probabilístico para a carga variável em garagens e estacionamentos. Neste caso, os parâmetros de entrada são avaliados com base em dados de vendas e especificações técnicas de automóveis, sendo determinados especificamente para a realidade brasileira. A comparação com as cargas nominais da NBR 6120 indicam que estas são aparentemente conservadoras, e poderiam ser reduzidas para um nível mais próximo do praticado na maioria das principais normas de projeto internacionais. Utilizando os modelos descritos, é obtido um novo conjunto de estatísticas para a carga variável que não só é consistente com os níveis de probabilidade de excedência prescritos nas normas brasileiras de projeto como também viabiliza o trabalho de calibração baseada em confiabilidade dos coeficientes de segurança destas normas. A revisão de cargas de projeto em estruturas também tem enorme potencial de reduzir a emissão de gases de efeito estufa, contribuindo para a sustentabilidade do ambiente construído.

**Palavras-chave:** cargas variáveis; modelos estocásticos; variabilidade temporal; variabilidade espacial; confiabilidade estrutural; NBR 6120; NBR 8681.



## ABSTRACT

COSTA, L. G. L. **Probabilistic Models for Brazilian Live Loads**. 2023. 206p. Dissertation (M.Sc.) - São Carlos School of Engineering, University of São Paulo, São Carlos, 2023.

The Brazilian design code *NBR 6120 – Design loads for structures* (ABNT, 2019) gives nominal values for live load in buildings which, in theory, should have between 25 % and 35 % probability of being exceeded in a 50 years period. However, the statistical model that led to these values either does not exist or has never been made public. This constitutes a major hindrance that must be addressed in order to proceed with a reliability-based calibration of the partial safety factors used in Brazilian structural design codes, as pointed out by *Santiago et al.* (2020). This project presents an in-depth review of probabilistic models for live loads. For the case of floor loads in buildings, the model consists of a sum of sustained and extraordinary loads, modelled as Poisson rectangular wave and spike processes, respectively. The formulation is discussed in detail, and two different models for the extraordinary load are presented. To investigate these models, Monte Carlo simulations are carried out for six different types of building use (office and residential buildings, hotel rooms, patient rooms, classrooms and retail), considering the input parameters given by the *Joint Committee on Structural Safety* (JCSS, 2001) and others found in the literature. The results obtained are then compared with the prescriptions of NBR 6120 and other international design codes as well. A probabilistic model for live load in passenger cars parking garages is also presented. In this case, the input parameters are evaluated based on vehicle sales data and technical specifications, and are therefore specific to the Brazilian reality. Comparison with the nominal design live load given by NBR 6120 indicates that it is apparently too conservative, and could arguably be reduced to a lower level so that it becomes more in line with the common practice of most international design codes. Using the models described herein, new arbitrary point-in-time and extreme live load statistics are obtained, which not only are consistent with the exceedance probability levels given in Brazilian design codes but also enable the reliability-based calibration work of these standards to proceed. The revision of live loads in structures also has enormous potential for reducing greenhouse gas emissions, contributing to a more sustainable built environment.

**Keywords:** live loads; stochastic models; spatial variability; temporal variability; structural reliability; NBR 6120; NBR 8681.



# Lista de figuras

Figura 2.1	– Representação esquemática da variação temporal das parcelas sustentada e intermitente da carga variável .....	38
Figura 2.2	– Representação esquemática de um modelo onde a ação sustentada aumenta com o tempo entre mudanças de ocupação .....	39
Figura 2.3	– Decomposição da ação sustentada em parcelas de curto e longo prazo	40
Figura 2.4	– Realizações da ação sustentada ao longo de um período de referência e correspondentes distribuições de probabilidade no tempo e no espaço	42
Figura 2.5	– Procedimento aproximado para tabelar e localizar os itens na sala ..	44
Figura 2.6	– Representação típica de uma porção de um pavimento .....	45
Figura 2.7	– Valores representativos das ações variáveis .....	60
Figura 3.1	– Variância da carga por unidade de área $\mathcal{U}(A)$ para um pavimento: modelo <i>versus</i> resultados da pesquisa de carga .....	71
Figura 3.2	– Variância da carga por unidade de área $\mathcal{U}(A_n)$ para múltiplos pavimento: modelo <i>versus</i> resultados da pesquisa de carga .....	72
Figura 3.3	– Exemplos de superfícies de influência para um pilar interno .....	73
Figura 3.4	– Áreas de influência <i>versus</i> áreas tributárias típicas.....	74
Figura 3.5	– Exemplos de superfícies de influência e seus valores do fator de pico $\kappa$	77
Figura 3.6	– Histogramas da carga por unidade de área para edifícios comerciais no Reino Unido (de 5 em 5 psf) e distribuição gama ajustada para diferentes áreas .....	79
Figura 3.7	– Representação da ação sustentada como um processo de onda retangular .....	80
Figura 3.8	– Histogramas do tempo entre mudanças de ocupação para edifícios comerciais no Reino Unido (de 1 em 1 ano) e distribuição exponencial ajustada .....	82
Figura 3.9	– Realização da força axial em um pilar que sustenta três pavimentos .	85
Figura 3.10	– Superfícies de influência apresentadas pelo JCSS e correspondentes valores do fator de pico $\kappa$ .....	92
Figura 3.11	– Superfície de influência para esforço axial em pilares .....	94
Figura 3.12	– Média e desvio padrão da máxima EUDL sustentada em $T = 64$ anos considerando as hipóteses de correlação exponencial quadrática e ruído branco .....	95

Figura 3.13 – Distribuição empírica e expressão analítica aproximada da máxima EUDL sustentada em $T = 50$ anos para edifícios comerciais com $A = 100 \text{ m}^2$ .....	97
Figura 3.14 – Média e desvio padrão da máxima EUDL sustentada em $T = 50$ anos para edifícios comerciais obtidos via simulação e integração numérica	97
Figura 4.1 – Representação da ação intermitente como um processo de pulsos esparsos .....	104
Figura 4.2 – Comparação entre diferentes expressões para o número médio de células carregadas no modelo da ação intermitente .....	111
Figura 4.3 – Exemplo de uma realização de diferentes tipos de ação intermitente para edifícios comerciais com $A = 100 \text{ m}^2$ .....	113
Figura 4.4 – Distribuição empírica das máximas EUDL em $T = 50$ anos de diferentes tipos de ação intermitente para edifícios comerciais com $A = 100 \text{ m}^2$	114
Figura 4.5 – Média e desvio padrão da máxima EUDL intermitente multimodal em $T = 50$ anos para edifícios comerciais obtidos via simulação e integração numérica .....	115
Figura 4.6 – Distribuição empírica e expressão analítica aproximada da máxima EUDL intermitente em $T = 50$ anos para edifícios comerciais com $A = 100 \text{ m}^2$ .....	116
Figura 4.7 – Média e desvio padrão da máxima EUDL intermitente em $T = 50$ anos para edifícios comerciais obtidos via simulação e integração numérica	117
Figura 4.8 – Comparação da média e desvio padrão da EUDL intermitente de ponto arbitrário no tempo para edifícios comerciais segundo diferentes modelos .....	118
Figura 4.9 – Comparação da média e desvio padrão da máxima EUDL intermitente em $T = 50$ anos para edifícios comerciais segundo diferentes modelos	120
Figura 5.1 – Possíveis combinações que podem levar à ocorrência da máxima carga variável .....	123
Figura 5.2 – Carga variável característica para edifícios comerciais: comparação entre simulação e regras simplificadas de combinação .....	132
Figura 6.1 – Exemplo de uma realização da carga variável total para edifícios comerciais com $A = 100 \text{ m}^2$ .....	134
Figura 6.2 – Histogramas de densidade de probabilidades e probabilidade acumulada e distribuição Gumbel ajustada para edifícios comerciais com $A = 100 \text{ m}^2$ .....	135

Figura 6.3 – Gráfico de probabilidades Q-Q do ajuste de uma distribuição Gumbel para edifícios comerciais com $A = 100 \text{ m}^2$ .....	136
Figura 6.4 – Edifícios comerciais, modelo do JCSS: simulação <i>versus</i> normas internacionais .....	137
Figura 6.5 – Edifícios comerciais, modelo do JCSS: simulação <i>versus</i> NBR 6120 ..	139
Figura 6.6 – Edifícios comerciais, modelo do JCSS: frequência relativa dos modos de combinação .....	139
Figura 6.7 – Edifícios residenciais, modelo do JCSS: simulação <i>versus</i> normas internacionais .....	140
Figura 6.8 – Edifícios residenciais, modelo do JCSS: simulação <i>versus</i> NBR 6120 .	141
Figura 6.9 – Edifícios residenciais, modelo do JCSS: frequência relativa dos modos de combinação .....	141
Figura 6.10 – Quartos de hotel, modelo do JCSS: simulação <i>versus</i> normas internacionais .....	142
Figura 6.11 – Quartos de hotel, modelo do JCSS: simulação <i>versus</i> NBR 6120 .....	143
Figura 6.12 – Quartos de hotel, modelo do JCSS: frequência relativa dos modos de combinação .....	143
Figura 6.13 – Enfermarias, modelo do JCSS: simulação <i>versus</i> normas internacionais	144
Figura 6.14 – Enfermarias, modelo do JCSS: simulação <i>versus</i> NBR 6120.....	145
Figura 6.15 – Enfermarias, modelo do JCSS: frequência relativa dos modos de combinação .....	145
Figura 6.16 – Salas de aula, modelo do JCSS: simulação <i>versus</i> normas internacionais	146
Figura 6.17 – Salas de aula, modelo do JCSS: frequência relativa dos modos de combinação .....	146
Figura 6.18 – Salas de aula, modelo do JCSS modificado: simulação <i>versus</i> normas internacionais .....	147
Figura 6.19 – Salas de aula, modelo do JCSS modificado: simulação <i>versus</i> NBR 6120	148
Figura 6.20 – Salas de aula, modelo do JCSS modificado: frequência relativa dos modos de combinação .....	148
Figura 6.21 – Lojas, modelo do JCSS: simulação <i>versus</i> normas internacionais .....	149
Figura 6.22 – Lojas, modelo do JCSS: frequência relativa dos modos de combinação	149
Figura 6.23 – Lojas, modelo do JCSS modificado: simulação <i>versus</i> normas internacionais .....	150
Figura 6.24 – Lojas, modelo do JCSS modificado: simulação <i>versus</i> NBR 6120 .....	151
Figura 6.25 – Lojas, modelo do JCSS: frequência relativa dos modos de combinação	151
Figura 6.26 – Realização de um processo estocástico contínuo genérico $S(t)$ e tempo que o processo passa acima do nível de referência $s^*$ .....	153
Figura 6.27 – Modelo do JCSS: fator de redução $\psi_1$ para valores frequentes .....	155
Figura 6.28 – Modelo do JCSS: fator de redução $\psi_2$ para valores quase permanentes	156

Figura 6.29 – Edifícios comerciais, modelo do JCSS: duração relativa $\eta$ acima de diferentes níveis de barreira, simulação <i>versus</i> expressões analíticas .	157
Figura 6.30 – Edifícios comerciais, modelo do JCSS: duração relativa $\eta$ acima dos níveis $0,6L_k$ , $0,7L_k$ , $0,8L_k$ e $0,9L_k$ , simulação <i>versus</i> expressões analíticas	157
Figura 6.31 – Quartos de hotel, modelo do JCSS: duração relativa $\eta$ acima do nível $0,4L_k$ , simulação <i>versus</i> expressões analíticas .....	158
Figura 6.32 – Edifícios comerciais, modelos do JCSS e Peir (1971): simulação <i>versus</i> normas internacionais .....	160
Figura 6.33 – Edifícios comerciais, modelos do JCSS e Peir (1971): simulação <i>versus</i> NBR 6120 .....	161
Figura 6.34 – Edifícios residenciais, modelos do JCSS e Peir (1971): simulação <i>versus</i> normas internacionais .....	162
Figura 6.35 – Edifícios residenciais, modelos do JCSS e Peir (1971): simulação <i>versus</i> NBR 6120 .....	162
Figura 6.36 – Quartos de hotel, modelos do JCSS e Peir (1971): simulação <i>versus</i> normas internacionais .....	163
Figura 6.37 – Quartos de hotel, modelos do JCSS e Peir (1971): simulação <i>versus</i> NBR 6120 .....	164
Figura 6.38 – Salas de aula, modelos do JCSS e Peir (1971): simulação <i>versus</i> normas internacionais .....	165
Figura 6.39 – Salas de aula, modelos do JCSS e Peir (1971): simulação <i>versus</i> NBR 6120 .....	165
Figura 6.40 – Lojas, modelos do JCSS modificado e Peir (1971): simulação <i>versus</i> normas internacionais .....	166
Figura 6.41 – Lojas, modelos do JCSS modificado e Peir (1971): simulação <i>versus</i> NBR 6120 .....	167
Figura 7.1 – Flutuações diárias da quantidade de veículos em quatro estacionamentos na China com diferentes tipos de uso .....	173
Figura 7.2 – Posicionamento aleatório de um veículo na vaga .....	175
Figura 7.3 – Posicionamento e distribuição do peso dos veículos entre as rodas ...	175
Figura 7.4 – Comparação das características da frota brasileira de automóveis leves com o mercado internacional .....	181
Figura 7.5 – Novos licenciamentos de veículos 1.0 por ano .....	182
Figura 7.6 – Participação de mercado de automóveis de passeio por tipo de trem de força.....	182
Figura 7.7 – Evolução do peso médio dos veículos de passeio de 2003 até 2022 ..	186
Figura 7.8 – Histograma de frequências da idade da frota circulante de veículos de passeio.....	187

Figura 7.9 – Distribuição do peso em ordem de marcha da frota de veículos de passeio.....	188
Figura 7.10 – Evolução do peso médio dos veículos comerciais leves de 2003 até 2022 .....	189
Figura 7.11 – Histograma de frequências da idade da frota circulante de veículos comerciais leves .....	190
Figura 7.12 – Distribuição do peso em ordem de marcha da frota de veículos comerciais leves.....	190
Figura 7.13 – Distribuição do peso em ordem de marcha da frota brasileira de veículos leves .....	191
Figura 7.14 – Cargas variáveis em garagens: modelo probabilístico <i>versus</i> NBR 6120 para diferentes valores da área da vaga.....	193
Figura 7.15 – Cargas variáveis em garagens: modelo probabilístico <i>versus</i> NBR 6120 para diferentes valores do parâmetro $\bar{\rho}$ .....	194
Figura 7.16 – Cargas variáveis em garagens: modelo probabilístico <i>versus</i> NBR 6120 para diferentes efeitos de interesse .....	195
Figura 7.17 – Cargas variáveis em garagens: modelo probabilístico <i>versus</i> NBR 6120 para diferentes cenários futuros de composição da frota circulante ..	197





---

## Lista de tabelas

Tabela 2.1 – Resumo de alguns levantamentos de cargas variáveis em laje separados por tipo de ocupação .....	47
Tabela 2.2 – Média e desvio padrão do valor instantâneo da ação sustentada.....	49
Tabela 2.3 – Comparação das disposições de normas brasileiras e estrangeiras sobre as cargas variáveis .....	61
Tabela 3.1 – Parâmetros para modelo de ação sustentada (hipótese de “ruído branco”)	91
Tabela 3.2 – Parâmetros para modelo de ação sustentada (hipótese de correlação exponencial quadrática) .....	91
Tabela 3.3 – Parâmetros para modelo de ação sustentada do JCSS (2001) .....	93
Tabela 4.1 – Parâmetros para modelo de ação intermitente (tipo único) .....	108
Tabela 4.2 – Parâmetros para modelo de ação intermitente (múltiplos tipos) .....	109
Tabela 4.3 – Parâmetros para modelo de ação intermitente do JCSS (2001) .....	110
Tabela 6.1 – Testes de qualidade do ajuste para edifícios comerciais com $A = 100 \text{ m}^2$	136
Tabela 6.2 – Resumo das estatísticas da carga variável para diferentes tipos de ocupação, modelo do JCSS.....	168
Tabela 6.3 – Resumo das estatísticas da carga variável para diferentes tipos de ocupação, modelos do JCSS e de Peir (1971) .....	168
Tabela 6.4 – Comparação das estatísticas de carga variável de referências da literatura	169
Tabela 7.1 – Parâmetros temporais para diferentes tipos de estacionamento .....	176
Tabela 7.2 – Comparação das características da frota brasileira de automóveis leves com o mercado internacional .....	181
Tabela 7.3 – Características da frota brasileira de veículos de passeio de 2003 até 2022.....	185
Tabela 7.4 – Características da frota brasileira de veículos comerciais leves de 2003 até 2022.....	188
Tabela 7.5 – Composição prevista da frota circulante de veículos leves em 2030 e 2035 e correspondentes peso médio e desvio padrão para diferentes cenários .....	197





---

# Lista de abreviaturas e siglas

ABNT	Associação Brasileira de Normas Técnicas
ACI	<i>American Concrete Institute</i>
AISC	<i>American Institute of Steel Construction</i>
ANFAVEA	Associação Nacional dos Fabricantes de Veículos Automotores
ANSI	<i>American National Standards Institute</i>
ASCE	<i>American Society of Civil Engineers</i>
CEN	<i>European Committee for Standardization</i>
CIB	<i>Conseil International du Bâtiment pour la Recherche, l'Étude et la Documentation</i>
COE	<i>Código de Obras e Edificações</i>
EPL	<i>Equivalent Patterned Load</i>
EUDL	<i>Equivalent Uniformly Distributed Load</i>
EV-I	Distribuição de Valores Extremos do Tipo I (Gumbel)
FDA	Função de Distribuição Acumulada
FDP	Função Densidade de Probabilidades
ICCT	<i>International Council on Clean Transportation</i>
JCSS	<i>Joint Committee on Structural Safety</i>
JRC	<i>Joint Research Centre</i>
K-S	Teste estatístico de Kolmogorov-Smirnov
LRFD	<i>Load and Resistance Factor Design</i>
NBR	Norma Brasileira
NBS	<i>National Bureau of Standards</i>

NDP	<i>Nationally Determined Parameters</i>
NIST	<i>National Institute of Standards and Technology</i>
PBE	Programa Brasileiro de Etiquetagem
SMC	Simulação de Monte Carlo



---

# Sumário

1	<b>INTRODUÇÃO</b> .....	31
1.1	Justificativa .....	32
1.2	Objetivos .....	34
1.3	Metodologia .....	34
1.4	Estrutura do trabalho.....	35
2	<b>ESTADO DA ARTE</b> .....	37
2.1	Natureza aleatória das cargas variáveis .....	37
2.2	Pesquisas de carga .....	41
2.3	Modelagem probabilística das cargas variáveis.....	50
2.4	Disposições normativas .....	57
3	<b>PARCELA SUSTENTADA</b> .....	63
3.1	Intensidade em um ponto arbitrário no tempo .....	63
3.2	Correlação espacial .....	64
3.3	Carga total .....	66
3.3.1	Um único pavimento .....	66
3.3.2	Múltiplos pavimentos .....	68
3.4	Carga por unidade de área .....	69
3.4.1	Um único pavimento .....	69
3.4.2	Múltiplos pavimentos .....	70
3.4.3	Obtenção dos parâmetros do modelo .....	70
3.5	Efeitos do carregamento na estrutura .....	71
3.5.1	Superfícies de influência .....	72
3.5.2	Área de influência .....	73
3.5.3	Efeito resultante.....	73
3.6	Carga equivalente uniformemente distribuída.....	75
3.6.1	Hipótese de ruído branco .....	77
3.7	Distribuição de ponto arbitrário no tempo .....	78
3.8	Distribuição de valores extremos.....	80
3.8.1	Um único pavimento .....	81
3.8.2	Múltiplos pavimentos .....	83
3.8.2.1	Convolução da distribuição de ponto arbitrário.....	85

3.8.2.2	Processo de Gauss-Markov.....	87
3.8.3	Comparação entre os modelos.....	88
<b>3.9</b>	<b>Estatísticas de barreira.....</b>	<b>89</b>
3.9.1	Tempo total acima da barreira.....	89
3.9.2	Duração de uma excursão individual à barreira.....	90
3.9.3	Quantidade de excursões à barreira.....	91
<b>3.10</b>	<b>Valores dos parâmetros.....</b>	<b>91</b>
<b>3.11</b>	<b>Modelo do JCSS (2001).....</b>	<b>92</b>
<b>3.12</b>	<b>Resultados preliminares.....</b>	<b>94</b>
3.12.1	Hipóteses de correlação exponencial quadrática <i>versus</i> ruído branco....	94
3.12.2	Resultados da simulação <i>versus</i> expressão analítica para modelo do JCSS (2001).....	96
<b>4</b>	<b>PARCELA INTERMITENTE.....</b>	<b>99</b>
<b>4.1</b>	<b>Modelo de Peir (1971).....</b>	<b>99</b>
4.1.1	Carga total em uma célula.....	99
4.1.2	Efeito resultante.....	100
4.1.3	Carga equivalente uniformemente distribuída.....	101
4.1.4	Número médio de células.....	102
4.1.5	Distribuição de ponto arbitrário no tempo.....	103
4.1.6	Distribuição de valores extremos.....	103
<b>4.2</b>	<b>Modelo de Harris, Corotis e Bova (1981).....</b>	<b>104</b>
4.2.1	Distribuição de ponto arbitrário no tempo.....	105
4.2.2	Distribuição de valores extremos.....	105
<b>4.3</b>	<b>Estatísticas de barreira.....</b>	<b>106</b>
4.3.1	Tempo total acima da barreira.....	106
4.3.2	Duração de uma excursão individual à barreira.....	107
4.3.3	Quantidade de excursões à barreira.....	107
<b>4.4</b>	<b>Valores dos parâmetros.....</b>	<b>107</b>
<b>4.5</b>	<b>Modelo do JCSS (2001).....</b>	<b>108</b>
<b>4.6</b>	<b>Resultados preliminares.....</b>	<b>111</b>
4.6.1	Comparação das expressões para o número médio de células por área .	111
4.6.2	Resultados da simulação <i>versus</i> expressão analítica para modelo de Harris, Corotis e Bova (1981).....	112
4.6.3	Resultados da simulação <i>versus</i> expressão analítica para modelo do JCSS (2001).....	115
4.6.4	Comparação entre os diferentes modelos para a ação intermitente.....	117
<b>5</b>	<b>COMBINAÇÃO DOS PROCESSOS.....</b>	<b>121</b>
<b>5.1</b>	<b>Regra de combinação simplificada de McGuire e Cornell (1974)....</b>	<b>121</b>

5.2	<b>Regra de combinação de Chalk e Corotis (1980)</b> .....	122
5.3	<b>Simulação de Monte Carlo</b> .....	126
5.4	<b>Estatísticas de barreira</b> .....	128
5.4.1	Tempo total acima da barreira.....	128
5.4.2	Duração de uma excursão individual à barreira .....	129
5.4.3	Quantidade de excursões à barreira.....	130
5.5	<b>Resultados preliminares</b> .....	130
5.5.1	Resultados da simulação <i>versus</i> regras de combinação analítica .....	131
6	<b>RESULTADOS E DISCUSSÕES</b> .....	133
6.1	<b>Modelo do JCSS (2001) para as parcelas sustentada e intermitente</b> .....	133
6.1.1	Distribuição de valores extremos .....	133
6.1.1.1	Procedimento geral .....	133
6.1.1.2	Edifícios comerciais, corporativos e de escritórios .....	137
6.1.1.3	Edifícios residenciais .....	140
6.1.1.4	Quartos de hotel .....	142
6.1.1.5	Enfermarias e salas de recuperação .....	144
6.1.1.6	Salas de aula .....	145
6.1.1.7	Lojas .....	149
6.1.2	Distribuição de ponto arbitrário no tempo .....	152
6.1.2.1	Procedimento geral .....	152
6.1.2.2	Valores frequentes.....	154
6.1.2.3	Valores quase permanentes .....	155
6.1.2.4	Resultados da simulação <i>versus</i> expressões analíticas .....	156
6.2	<b>Modelo do JCSS (2001) aliado ao modelo de Peir (1971)</b> .....	158
6.2.1	Distribuição de valores extremos .....	159
6.2.1.1	Procedimento geral .....	159
6.2.1.2	Edifícios comerciais, corporativos e de escritórios .....	160
6.2.1.3	Edifícios residenciais .....	161
6.2.1.4	Quartos de hotel .....	163
6.2.1.5	Salas de aula .....	164
6.2.1.6	Lojas .....	166
6.2.2	Distribuição de ponto arbitrário no tempo .....	167
6.3	<b>Resumo das estatísticas para a carga variável</b> .....	167
7	<b>CARGAS VARIÁVEIS EM GARAGENS E ESTACIONAMENTOS DE VEÍCULOS LEVES</b> .....	171
7.1	<b>Introdução</b> .....	171
7.2	<b>Premissas básicas</b> .....	172
7.3	<b>Variabilidade espacial</b> .....	174

7.4	Variabilidade temporal .....	175
7.5	Efeito resultante .....	177
7.6	Carga equivalente uniformemente distribuída.....	177
7.7	Distribuição de ponto arbitrário no tempo.....	179
7.8	Distribuição de valores extremos.....	179
7.9	Cargas variáveis em garagens e estacionamentos no Brasil .....	180
7.9.1	Determinação das estatísticas para o peso dos veículos leves .....	183
7.9.2	Distribuição de valores extremos .....	192
8	CONSIDERAÇÕES FINAIS .....	199
8.1	Comentários gerais .....	199
8.2	Sugestões para trabalhos futuros .....	201
	REFERÊNCIAS .....	203

---

# Introdução

Pode-se entender o projeto estrutural como sendo o exercício de conceber e dimensionar uma estrutura adequadamente de modo a atender requisitos técnicos de segurança, serviço e robustez, além dos requisitos econômico e social. Naturalmente, há um conflito de interesse entre os três primeiros e os dois últimos, de modo que deve ser estabelecido um balanço entre estas condições, assumindo níveis aceitáveis de segurança e risco.

Ao projetar qualquer estrutura, o engenheiro é confrontado com uma série de incertezas de diferentes naturezas. Beck (2019) apresenta uma classificação destas incertezas em três tipos: intrínsecas, epistêmicas, e provenientes do erro humano.

As incertezas epistêmicas estão relacionadas ao grau de conhecimento que se tem dos fenômenos envolvidos. Incertezas deste tipo são passíveis de serem reduzidas e, teoricamente, até mesmo completamente eliminadas. É o caso, por exemplo, do erro associado aos modelos empregados na engenharia, que assumem uma série de simplificações para proporcionar um equacionamento mais prático de ser utilizado em projeto.

Já as incertezas intrínsecas são aquelas inerentes às variáveis e processos envolvidos, e portanto não podem ser eliminadas, embora possam ser reduzidas por meio da coleta de mais informações. Podem-se citar como exemplos de incertezas intrínsecas a aleatoriedade natural de fenômenos ambientais como tempestades, tornados e terremotos; a variabilidade na resistência dos materiais; e a tolerância dimensional de fabricação dos elementos estruturais.

O erro humano consiste em um efeito indesejável no desempenho e/ou segurança de sistemas de engenharia devido à ação direta ou indireta do homem, seja por imprudência, imperícia ou negligência. Este tipo de incerteza não admite separação clara entre intrínseca ou epistêmica.

Existem diferentes maneiras de lidar com estas incertezas no projeto, construção, operação e manutenção de estruturas. A norma ISO 2394 (ISO, 2015) apresenta três abordagens com níveis variados de detalhamento na forma com que as incertezas são incorporadas no processo de tomada de decisões, a saber: projeto ótimo baseado em risco, projeto ótimo baseado em confiabilidade, e projeto semi-probabilístico. A abordagem pelo método semi-probabilístico é adotada na maior parte das normas de projeto estrutural, e baseia-se na utilização de coeficientes de segurança parciais que minoram as resistências dos elementos estruturais e majoram as ações às quais eles estarão submetidos, criando assim uma “margem de segurança” considerada aceitável.

Dentre as diversas incertezas intrínsecas presentes no projeto estrutural, talvez a maior delas seja a atribuição de valores realistas para as ações que a estrutura terá que suportar ao longo de sua vida útil, uma vez que normalmente não se conhece *a priori* no momento do projeto a descrição exata do carregamento ao qual a estrutura estará submetida. Entre estas ações, a maior incerteza corresponde às ações variáveis, tais como a ação do vento ou terremotos. Usualmente, as normas de projeto estabelecem valores nominais para estas ações em correspondência a uma probabilidade específica de excedência no sentido desfavorável durante um período de referência pré-estabelecido.

No entanto, nem sempre os valores que figuram nestas normas de fato são resultados de uma análise estatística que leva em conta um modelo probabilístico que descreva estas ações. Por vezes, estes valores são estabelecidos por consenso com base na experiência empírica de projetistas ou por meio de uma comparação com as prescrições de outras normas internacionais. Este é o caso da norma brasileira de ações em edificações, a NBR 6120 (ABNT, 2019), que passou por uma revisão no ano de 2019.

Assim, faz-se necessário o desenvolvimento de modelos probabilísticos que considerem a natureza estocástica e a variabilidade espacial e temporal destas ações, em particular para as cargas variáveis<sup>1</sup>, contexto no qual este trabalho está inserido. Espera-se como resultado a obtenção de um modelo que produza resultados consistentes com as definições apresentadas pelas normas brasileiras de projeto, e que possa ser utilizado em análises e problemas de confiabilidade, como o problema da calibração baseada em confiabilidade dos coeficientes de segurança parciais das normas brasileiras de projeto, abordado inicialmente por Beck e Souza Junior (2010) e Santiago *et al.* (2020).

## 1.1 Justificativa

Uma das principais aplicações de modelos estatísticos de ações variáveis se dá no âmbito da calibração baseada em confiabilidade dos coeficientes de segurança parciais das normas de projeto.

Entre o final da década de 70 e início da década de 80, observou-se um significativo desenvolvimento da teoria da confiabilidade estrutural devido a trabalhos como os de Cornell (1969), Hasofer e Lind (1974) e Rackwitz e Fiessler (1978), entre outros. Com estes avanços, criou-se a base teórica necessária para o desenvolvimento do chamado método dos estados limites, formato adotado na maioria das normas de projeto da atualidade.

Os Estados Unidos foram os primeiros a migrar para este formato de coeficientes

---

<sup>1</sup> O termo *carga variável* utilizado neste trabalho refere-se a todas as cargas produzidas pelo uso e ocupação da estrutura que não incluem ações permanentes, ações de construção ou ações ambientais (como vento, chuva ou terremotos). Esta definição corresponde aos termos em inglês *live load*, encontrado nas normas norte-americanas, e *imposed load*, nas normas europeias. Esta ação era inadequadamente chamada de *carga acidental* na antiga NBR 6120:1980 (ABNT, 1980), mas esta terminologia tem caído em desuso.

parciais de segurança (denominado nas normas norte-americanas de LRFD, da sigla em inglês: *Load and Resistance Factor Design*). Esta migração para o formato LRFD foi suportada por uma vasta quantidade de estudos para a obtenção de estatísticas para as ações e outras variáveis envolvidas no projeto estrutural. Estes dados permitiram que fosse realizado um processo de calibração baseada em confiabilidade das normas norte-americanas de modo a se obter o mesmo índice de confiabilidade médio para o qual já se projetava anteriormente, pelo formato de tensões admissíveis. Todo este processo está documentado de maneira bastante detalhada em [Ellingwood et al. \(1980\)](#), [Galambos et al. \(1982\)](#) e [Ellingwood et al. \(1982\)](#).

Mais recentemente, foram desenvolvidos estudos de calibração dos fatores parciais de segurança da norma norte-americana ACI 318 ([ACI, 2019](#)), específica para estruturas de concreto, dentre os quais pode-se destacar o trabalho de [Nowak e Szerszen \(2003\)](#) e [Szerszen e Nowak \(2003\)](#).

A comunidade europeia migrou de forma unificada para o formato de estados limites mais recentemente, com o Eurocode 0 ([CEN, 2002a](#)), que estabelece as bases para o projeto estrutural. O Eurocode 0 determina o formato das equações de projeto pelo método dos estados limites, mas os coeficientes parciais de segurança em si fazem parte dos chamados NDPs (do inglês: *Nationally Determined Parameters*), de modo que cada país pode especificar seus próprios valores para estes parâmetros em um anexo nacional próprio ou utilizar os valores recomendados. A calibração dos coeficientes de segurança parcial dos países da comunidade europeia ainda é um trabalho em andamento. Alguns estudos neste sentido estão documentados em [Gayton et al. \(2004\)](#), [Gulvanessian e Holický \(2005\)](#), [Holický \(2008\)](#) e [Holický e Sýkora \(2011\)](#).

No Brasil, o formato de estados limites foi adotado na década de 70, com a publicação da norma *NB-1/1978 – Projeto e execução de obras de concreto armado* ([ABNT, 1978](#)). No entanto, não há registro de que os fatores parciais de segurança que constam atualmente nas normas de projeto brasileiras tenham passado por qualquer tipo de processo de calibração baseado em confiabilidade.

Uma primeira tentativa de calibração dos coeficientes de segurança das normas NBR 8800:2008 ([ABNT, 2008](#)) e NBR 8681:2003 ([ABNT, 2003](#)) foi feita por [Souza Junior \(2008\)](#). Na falta de dados representativos da realidade brasileira, o autor baseou o seu estudo em estatísticas da literatura, principalmente nas apresentadas por [Ellingwood et al. \(1980\)](#) para a calibração das normas norte-americanas. A única exceção é a ação do vento, para a qual o autor utilizou registros de velocidade de vento para a região centro-sul do país, compilados por [Santos \(1989\)](#).

Mais recentemente, [Santiago \(2019\)](#) obteve as estatísticas referentes à realidade brasileira para as distribuições de diversas variáveis de resistência e solicitação, a partir das quais foi conduzido um processo de calibração dos coeficientes de segurança parciais das

normas NBR 6118 (ABNT, 2014), NBR 8800 (ABNT, 2008) e NBR 8681 (ABNT, 2003). Os resultados obtidos pelo autor são sintetizados em Santiago, Kroetz e Beck (2019) e Santiago *et al.* (2020).

Tanto o estudo de Souza Junior (2008) quanto o estudo de Santiago (2019) apontaram para a existência de lacunas no que diz respeito aos modelos que descrevem as variáveis aleatórias relacionadas às solicitações, em especial as ações variáveis, responsáveis por grande parte das incertezas no projeto. Neste contexto, a presente pesquisa se mostra um passo necessário para viabilizar um futuro trabalho mais completo de calibração baseada em confiabilidade dos coeficientes parciais de segurança das normas brasileiras de projeto estrutural, e possui impacto direto na norma NBR 8681:2003 – *Ações e segurança nas estruturas – Procedimento* (ABNT, 2003).

## 1.2 Objetivos

O objetivo principal desta pesquisa é estudar diferentes modelos probabilísticos de cargas variáveis descritos na literatura, visando adaptá-los à realidade nacional para obter uma descrição probabilística mais adequada das cargas variáveis brasileiras, viabilizando um trabalho futuro de calibração baseada em confiabilidade dos coeficientes parciais de segurança das normas de projeto nacionais.

Isto posto, os objetivos específicos deste trabalho são:

- (a) Implementar um código computacional que permita realizar simulações da carga variável ao longo de um período de referência pré-estabelecido e, por meio de simulações de Monte Carlo (SMC), derivar as estatísticas das distribuições de ponto arbitrário no tempo e de valores extremos de interesse;
- (b) Analisar diferentes modelos apresentados na literatura para as parcelas sustentada e intermitente da carga variável, e a influência dos parâmetros de entrada destes modelos na resposta final;
- (c) Comparar os resultados obtidos utilizando os modelos probabilísticos com as prescrições das normas brasileiras NBR 6120 (ABNT, 2019) e NBR 8681 (ABNT, 2003) para diferentes tipos de ocupação, como edifícios residenciais, comerciais, hotéis, garagens, etc.

## 1.3 Metodologia

A metodologia empregada neste trabalho envolve basicamente quatro etapas, descritas sucintamente a seguir e detalhadas mais oportunamente nos capítulos seguintes do presente projeto:

- (a) **Revisão bibliográfica:** Realizou-se um levantamento bibliográfico dos assuntos relacionados aos temas centrais da pesquisa, como: i) a natureza estocástica das cargas variáveis; ii) levantamentos e medições de carga variável realizados em diversos países para a calibração dos parâmetros do modelo; iii) diferentes alternativas para a modelagem probabilística das cargas variáveis; e iv) aspectos e disposições normativas a respeito deste tipo de ação;
- (b) **Implementação computacional dos modelos:** Foram desenvolvidas subrotinas para realizar simulações da carga variável, implementadas no Wolfram Mathematica 13.1. Estas subrotinas são capazes de, a partir de um conjunto de parâmetros de entrada fornecidos, realizar simulações dos processos estocásticos que compõem a carga variável ao longo de um determinado período de referência. Foram implementados diferentes modelos, cujos parâmetros de entrada foram escolhidos com base no levantamento bibliográfico realizado;
- (c) **Obtenção das estatísticas de interesse:** Utilizando-se as subrotinas implementadas, foram obtidas as estatísticas para as distribuições de ponto arbitrário e também para as distribuições de valores extremos de interesse, como os máximos anuais, de 50 anos ou 140 anos, por exemplo. Estas estatísticas foram obtidas por meio de simulações de Monte Carlo (SMC), gerando-se um grande número de realizações do processo estocástico e computando a quantidade de interesse para cada realização. Na sequência, realizou-se o ajuste de distribuições estatísticas conhecidas ao conjunto de amostras geradas, avaliando-se a qualidade do ajuste por meio de testes estatísticos;
- (d) **Análise dos resultados e comparação com as prescrições das normas brasileiras:** A partir das estatísticas obtidas para as cargas variáveis em edificações, comparou-se os resultados com as prescrições das normas brasileiras de projeto. Mais especificamente, foram comparados os resultados da simulação com os valores nominais da NBR 6120 (ABNT, 2019) para os seguintes tipos de ocupação: edifícios residenciais, edifícios comerciais, hotéis, enfermarias/salas de recuperação, salas de aula, lojas e garagens. Além disso, também comparou-se os valores frequente e quase permanente com os apresentados na NBR 8681 (ABNT, 2003).

## 1.4 Estrutura do trabalho

No [Capítulo 2](#), apresenta-se uma breve revisão bibliográfica a respeito da natureza da carga variável e sua modelagem probabilística, bem como da realização de medições da carga variável em edificações em diversos países, que serviram de base para a definição dos parâmetros dos modelos. Também são apresentadas disposições das normas brasileiras e internacionais para este tipo de carga.

O [Capítulo 3](#) apresenta em maiores detalhes o modelo probabilístico que descreve a parcela sustentada da carga variável em edificações. Parte-se da representação da intensidade do carregamento por um campo estocástico, que é então utilizado para se obter distribuições para efeitos de interesse ou carregamentos uniformes equivalentes. Parâmetros de entrada para o modelo são fornecidos ao final do capítulo.

A representação da parcela intermitente da carga variável é discutida no [Capítulo 4](#). Diferentes alternativas de modelos para este tipo de ação são apresentadas e comparadas entre si, bem como os valores sugeridos para os parâmetros de entrada de cada modelo.

A combinação destas duas parcelas para a obtenção da carga variável total é assunto do [Capítulo 5](#). São apresentados modelos analíticos simplificados para obter a distribuição da carga variável total, bem como o procedimento geral para se obter estas estatísticas via simulação de Monte Carlo (SMC).

O [Capítulo 6](#) apresenta em mais detalhes as simulações realizadas e os resultados obtidos utilizando os modelos descritos anteriormente para edifícios com diferentes tipos de ocupação. Os resultados são comparados com as prescrições das normas NBR 6120 (ABNT, 2019) e NBR 8681 (ABNT, 2003), e são propostas novas estatísticas para cargas variáveis brasileiras para serem utilizadas em análises de confiabilidade.

No [Capítulo 7](#), apresenta-se um modelo probabilístico específico para cargas variáveis em garagens. É realizado um levantamento do peso médio e outras características da frota nacional de veículos, e o modelo probabilístico é empregado para validar a carga nominal apresentada na NBR 6120 (ABNT, 2019) para garagens e estacionamentos.

Por fim, o [Capítulo 8](#) apresenta uma síntese das contribuições deste trabalho. São apresentadas as principais conclusões e considerações acerca dos resultados obtidos, bem como sugestões para trabalhos futuros.

---

## Estado da arte

Este capítulo apresenta uma revisão bibliográfica acerca dos avanços na modelagem probabilística das cargas variáveis. Também são tecidos comentários sobre levantamentos de campo realizados em diversos países com o objetivo de avaliar o valor da carga variável em edificações, e sobre as disposições apresentadas nas atuais normas de projeto nacionais e internacionais no que diz respeito a este tipo de ação.

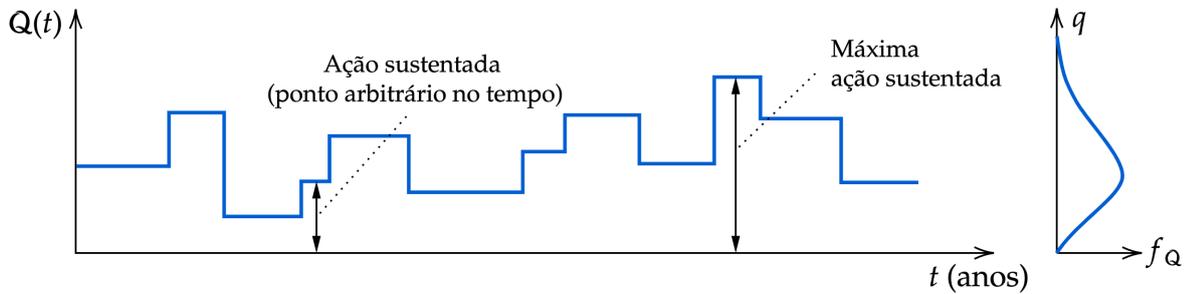
### 2.1 Natureza aleatória das cargas variáveis

As cargas variáveis são aleatórias por natureza, apresentando variabilidade tanto no espaço quanto no tempo. Em geral, entende-se que as cargas variáveis de utilização em lajes possuem as seguintes características (BECK, 2019):

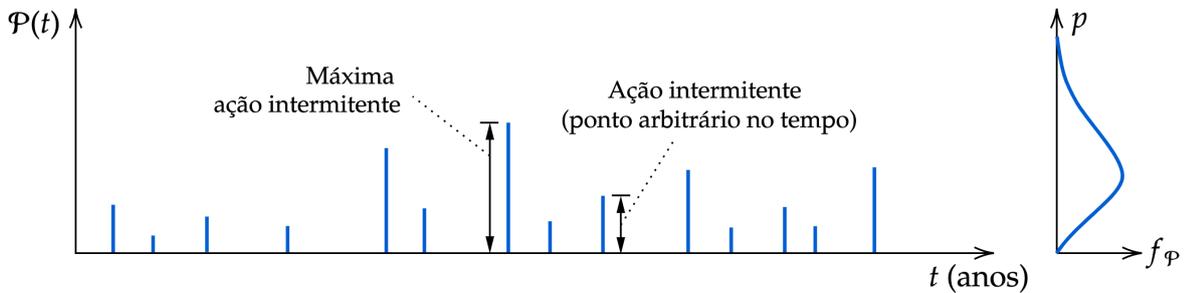
- (a) São compostas pela soma de duas parcelas. A primeira, dita sustentada, corresponde ao peso de todo o mobiliário, equipamentos, divisórias móveis e ocupantes usuais da edificação. A segunda parcela, denominada intermitente, extraordinária ou transiente, corresponde a aglomerações temporárias de pessoas (como no caso de uma festa, evento, ou mesmo uma evacuação devido à situações de emergência) ou de mobiliário e equipamentos (realocação de mobiliário em virtude de uma reforma, por exemplo). A ação intermitente usualmente possui intensidade maior do que a sustentada e é de curta duração, podendo durar da ordem de alguns minutos até poucos dias, e após este tempo ela deixa de atuar na estrutura até a ocorrência de um próximo evento;
- (b) A ação sustentada é associada ao tipo de ocupação que se dá à laje, e em geral seu valor permanece relativamente constante até que ocorra uma mudança de ocupação da mesma (que pode ser causada por uma mudança de inquilino, por exemplo, ou pela reorganização do espaço por um mesmo inquilino);
- (c) Existem variações internas da ação sustentada dentro de uma mesma sala e entre as salas que compõe a laje;
- (d) Existe uma dependência (correlação) entre as cargas nas diversas salas que compõem a laje, e também entre diferentes pavimentos de uma mesma edificação;
- (e) Diferentes usos das salas produzem valores distintos para a distribuição de ponto arbitrário da carga, que também mudam em função da área da laje.

Os itens (a) e (b) são ilustrados na [Figura 2.1](#) a seguir. Um modelo realista para cargas variáveis em lajes deve levar em consideração todos os itens elencados acima.

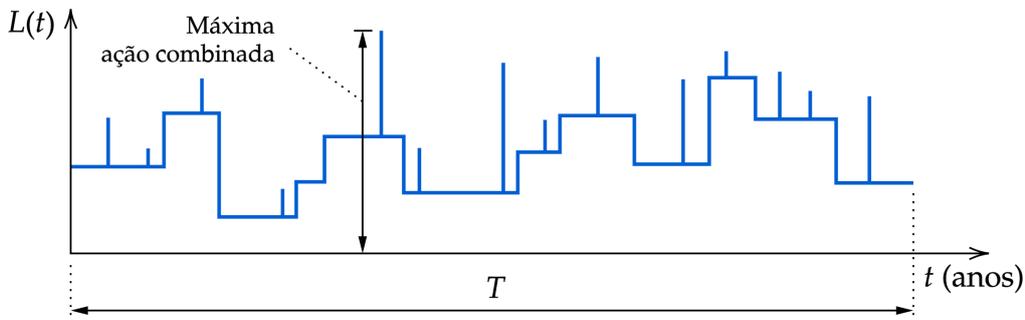
Figura 2.1 – Representação esquemática da variação temporal das parcelas sustentada e intermitente da carga variável



(a) Parcela sustentada



(b) Parcela intermitente

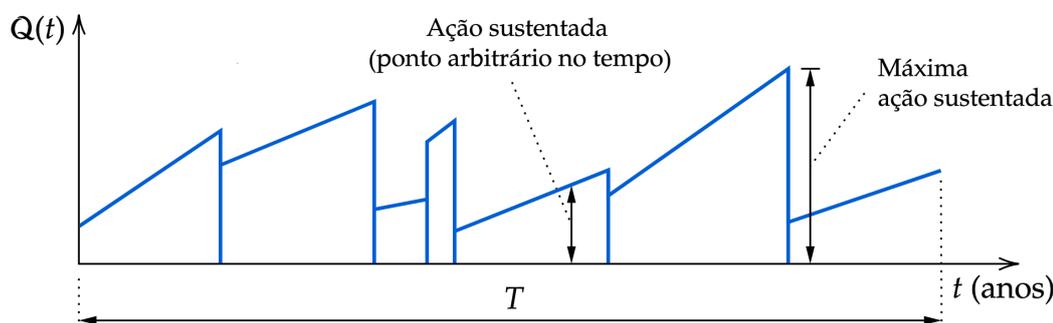


(c) Carga variável total

Fonte: Elaborado pelo autor.

Ressalta-se que embora a hipótese descrita em (b) seja razoável para a maior parte dos tipos de ocupação ao qual uma laje pode se destinar, ela pode não ser adequada para descrever alguns tipos de utilização específicos como armazenamento de materiais, onde pode ser necessário levar em conta um aumento gradual da parcela sustentada ao longo do tempo entre mudanças de ocupação devido ao acúmulo de materiais. Para estes casos, a parcela sustentada é melhor representada por um modelo como o exibido na [Figura 2.2](#), em que a intensidade da ação sustentada é monotonicamente crescente entre mudanças de ocupação, segundo parâmetros determinísticos ou aleatórios.

Figura 2.2 – Representação esquemática de um modelo onde a ação sustentada aumenta com o tempo entre mudanças de ocupação



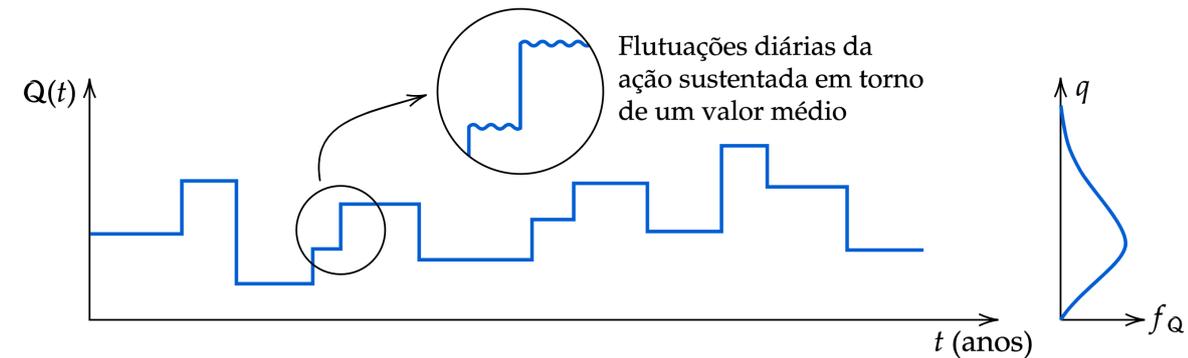
Fonte: Elaborado pelo autor.

Examinando a ação sustentada  $Q(t)$  com mais atenção, é possível dividir esta parcela em componentes que possuem variação de longo prazo e curto prazo, denotadas por  $Q_\ell(t)$  e  $Q_s(t)$ , respectivamente, conforme representado na Figura 2.3. Enquanto a parcela de longo prazo apresenta uma variação temporal da ordem de alguns anos (Figura 2.3b), para a parcela de curto prazo esta variação ocorre em uma escala muito menor, da ordem de dias ou até mesmo horas (Figura 2.3c, atentando-se para o fato de que os eixos horizontal e vertical nesta figura são representados nesta figura em escalas mais refinadas). Em um edifício de escritórios, por exemplo, a carga de curto prazo corresponderia aos ocupantes usuais da edificação, de modo que a parcela  $Q_s(t)$  normalmente fica “ativa” durante o horário comercial, e assume um valor nulo durante a noite, quando as pessoas que trabalham naquele local retornam às suas residências. A parcela  $Q_\ell(t)$  corresponderia ao restante da ação sustentada.

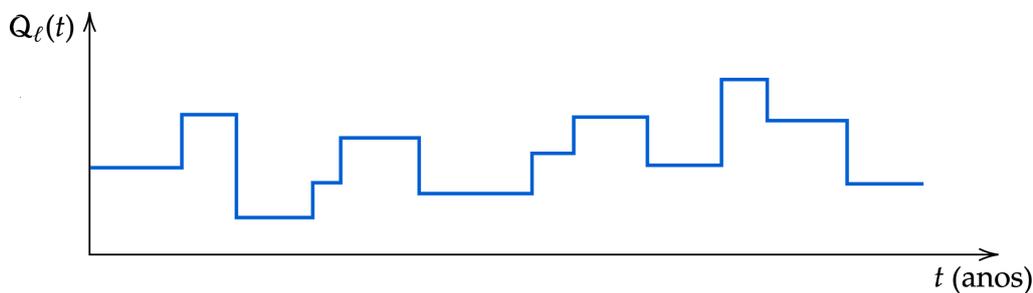
Usualmente, a magnitude das flutuações causadas pela ação sustentada de curto prazo é bastante pequena quando comparada com o restante da carga. Chalk e Corotis (1980) apresentam um valor médio de 1,8 psf (0,0862 kN/m<sup>2</sup>) para a carga devido aos ocupantes em edifícios de escritórios, e 1,1 psf (0,0527 kN/m<sup>2</sup>) para edifícios residenciais, com base em uma média de diversas pesquisas de carga. Por este motivo, considera-se uma hipótese válida assumir que a ação sustentada permanece constante no tempo até que ocorra uma mudança de ocupação. A média da parcela sustentada, neste caso, deve incluir o peso do ocupantes da edificação.

Cabe ressaltar ainda que em alguns casos pode haver uma interseção entre as definições apresentadas de ação sustentada e intermitente. No caso de uma emergência, por exemplo, a parte da ação sustentada correspondente ao peso dos ocupantes usuais da edificação se transforma em uma ação intermitente, uma vez que ocorre a concentração destas pessoas nos corredores e escadas para evacuar a edificação, levando a uma carga de alta intensidade e curta duração. Do ponto de vista prático, no entanto, a redução do valor da parcela sustentada nestas ocasiões não é justificável (COROTIS; JARIA, 1979).

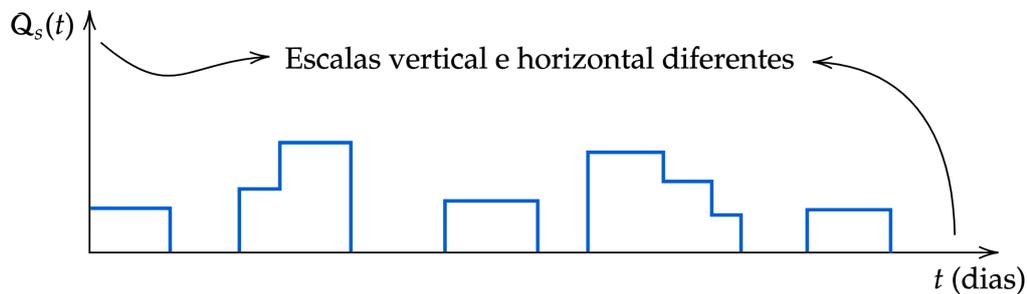
Figura 2.3 – Decomposição da ação sustentada em parcelas de curto e longo prazo



(a) Flutuações da ação sustentada



(b) Ação sustentada de longo prazo



(c) Ação sustentada de curto prazo (representação em escala mais refinada)

Fonte: Elaborado pelo autor.

Uma das informações na qual se tem interesse para o projeto estrutural é uma descrição probabilística da variação temporal da carga variável ao longo da vida útil da estrutura, isto é, sua representação como um processo estocástico ao longo do tempo. A observação empírica desta variação, no entanto, demandaria um monitoramento contínuo das cargas atuantes na estrutura ao longo de muitos anos, o que é inviável. O que ocorre na prática é a medição da intensidade da carga variável em diversas salas de diversos edifícios, a partir das quais são calibrados os parâmetros de entrada do modelo probabilístico.

Uma hipótese inerente do modelo apresentado neste trabalho é que o processo estocástico que caracteriza a carga variável é estacionário tanto no tempo quanto no espaço (em outras palavras, o processo é ergódico). Isto implica que:

- (a) Para uma dada área  $A$ , a distribuição de probabilidades da carga variável instantânea em dois instantes de tempo  $t_1$  e  $t_2$  é idêntica, isto é, as estatísticas da intensidade instantânea da carga variável são independentes do tempo;
- (b) Para um mesmo instante  $t$  no tempo, duas áreas  $A_1$  e  $A_2$  de mesma dimensão e com a mesma ocupação possuem distribuições de probabilidades idênticas; e
- (c) Estas duas distribuições com relação ao tempo e ao espaço são idênticas.

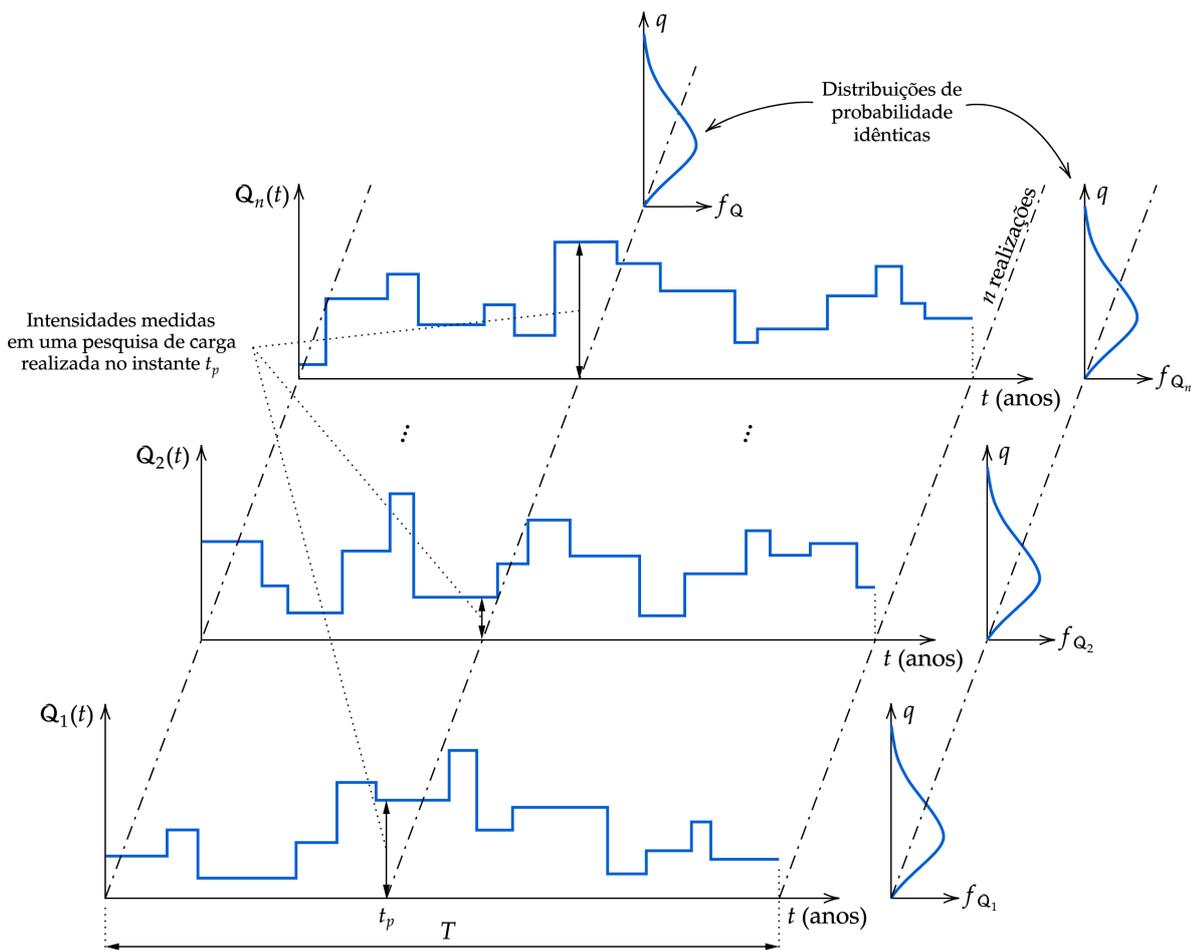
Esta hipótese é ilustrada na [Figura 2.4](#), que representa diferentes realizações da carga sustentada ao longo de um período de referência  $T$  (vida útil da estrutura) em  $n$  salas com a mesma área e tipo de ocupação. Uma pesquisa de carga realizada em um tempo  $t_p$  consiste na medição da intensidade da carga variável em  $n$  áreas com as mesmas características. A partir destas medições, é possível inferir uma distribuição de probabilidades para a carga sustentada no instante  $t_p$ , que pela hipótese de estacionariedade será igual à distribuição ao longo do tempo em qualquer das  $n$  áreas. Portanto, a hipótese de estacionariedade permite obter o comportamento ao longo do tempo em uma sala individual a partir dos resultados obtidos em uma pesquisa de carga para um único tempo mas em múltiplas salas.

## 2.2 Pesquisas de carga

A maior parte dos avanços na área de modelagem probabilística das cargas variáveis em lajes se deu em paralelo à realização e publicação dos resultados de diversas pesquisas de carga (*load surveys*), principalmente entre as décadas de 60 e 70. Estas pesquisas foram realizadas em diferentes países, valendo-se de estratégias e abordagens distintas para a coleta e processamento dos dados, e abrangendo edificações com diferentes tipos de utilização (embora a maioria seja voltada à edifícios comerciais e de escritórios).

Em geral, estas pesquisas fornecem um panorama da distribuição de ponto arbitrário no tempo da parcela sustentada da carga variável. A mensuração direta da ação intermitente é de difícil realização em função de seu caráter extraordinário e de curta duração, uma vez que seria necessário um monitoramento constante das edificações investigadas ao longo de muitos anos para obter um conjunto de dados grande o suficiente para se realizar inferências estatísticas. Para tentar contornar este problema, alguns destes levantamentos incluem questionários direcionados aos ocupantes a respeito de eventos extraordinários ocorridos no passado na edificação. Outros pesquisadores se valem simplesmente de um julgamento baseado na experiência pessoal para o estabelecimento destas estatísticas. De qualquer forma, devido à escassez de dados neste sentido, a informação a respeito da ação intermitente é mais subjetiva em comparação à parcela sustentada.

Figura 2.4 – Realizações da ação sustentada ao longo de um período de referência e correspondentes distribuições de probabilidade no tempo e no espaço



Fonte: Adaptado de Peir (1971).

A seguir, apresenta-se um breve histórico dos resultados dos principais levantamentos deste tipo, que foram utilizados por diversos pesquisadores como fonte de dados para a estimativa dos parâmetros de entrada dos seus respectivos modelos.

Heaney (1971) apresenta um resumo bastante completo e detalhado da maior parte dos levantamentos de carga que se tem registro no período entre 1891 e 1971. Em seu trabalho, Heaney reuniu dados de um total de 59 levantamentos, dos quais apenas 8 foram conduzidos em edifícios residenciais, e apenas um (INGBERG; DUNHAM; THOMPSON, 1957) também considerou a carga de incêndio. Baseado na revisão destes levantamentos, Heaney concluiu que “...nenhum investigador apresentou dados em uma forma adequada para que a maioria das análises estatísticas úteis pudesse ser prontamente aplicada.” (CULVER; KUSHNER, 1975, p. 2). Outros levantamentos semelhantes sobre diversas pesquisas de carga também podem ser encontrado em Sentler (1976) e Chalk (1979).

Dados sobre as cargas variáveis em edifícios de escritórios foram levantados por White (1931), no Reino Unido, e Dunham (1947), nos Estados Unidos. O estudo de

White foi baseado em oito edificações, totalizando aproximadamente 13 000 m<sup>2</sup>, enquanto Dunham analisou uma área total de aproximadamente 35 300 m<sup>2</sup> em dois edifícios do governo americano, propondo uma expressão para o fator de redução das cargas variáveis em função da área tributária que figurou nas normas americanas até 1982, quando foi revisada a partir de resultados de pesquisas de carga mais extensivas (BOVA, 1980; HARRIS; COROTIS; BOVA, 1981) e passou a ser expressa em função da área de influência.

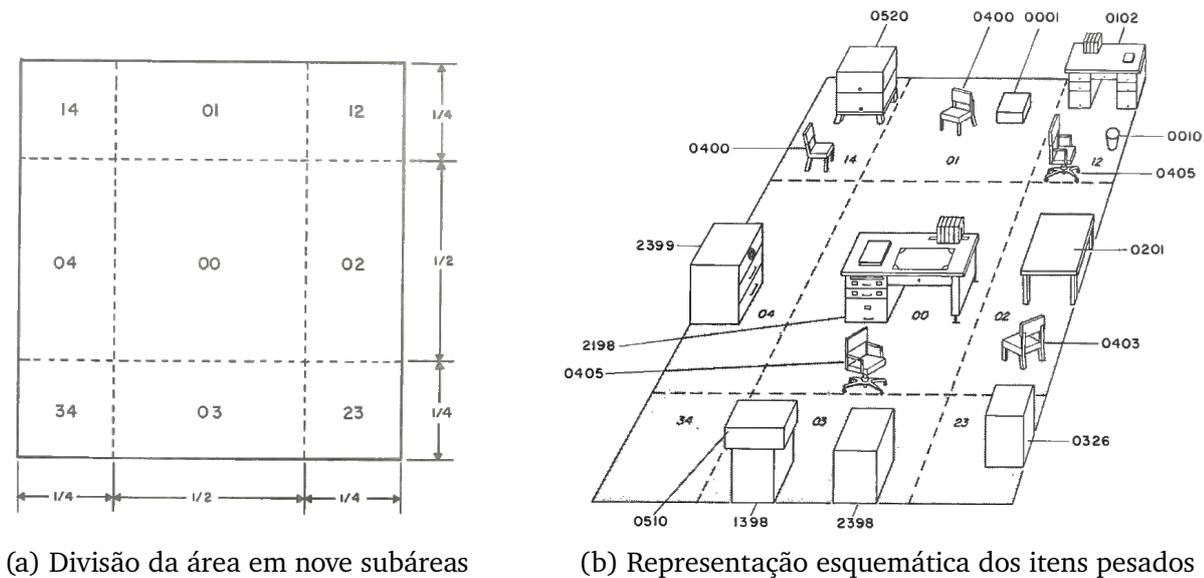
Dunham, Brekke e Thompson (1952) analisaram os dados coletados em oito edificações industriais, duas lojas de departamentos e dois armazéns nos Estados Unidos. Os resultados são apresentados na forma de histogramas em uma escala de 5 psf (0,24 kN/m<sup>2</sup>) em conjunto com as plantas das edificações levantadas. Para o caso das lojas de departamentos, os resultados são fornecidos para a condição usual e para uma situação com todos os corredores lotados.

Bryson e Gross (1968) apresentam na forma de histogramas e tabelas os resultados do levantamento de dois edifícios administrativos de agências do governo americano, o *National Bureau of Standards* (NBS, atualmente conhecido como *National Institute of Standards and Technology*, ou NIST) e o *United States Civil Service Commission* (USCSC, extinta). Foram coletados dados em uma área total de 18 280 m<sup>2</sup>, composta por 891 salas, das quais 705 eram escritórios. As cargas reportadas por Bryson e Gross incluem o peso dos ocupantes e divisórias móveis. As posições dos itens levantados foram registradas de uma maneira simplificada, tabelando o peso de cada um dos itens e atribuindo-os a uma entre nove subdivisões da sala, obtidas dividindo cada um dos seus lados em uma faixa central maior, com metade do comprimento, e duas faixas laterais com um quarto do comprimento cada (Figura 2.5). Para aqueles itens que não puderam ser pesados diretamente devido ao tamanho ou por estarem fixados ao piso, os pesos foram obtidos com base em informações do fabricante (quando disponível) ou simplesmente estimados.

Corotis (1972) posteriormente demonstrou que o erro introduzido por estas técnicas simplificadas de medição utilizadas no levantamento de Bryson e Gross (1968) pode ser analisado estatisticamente. O autor concluiu que a variação adicional do carregamento decorrente do uso deste procedimento aproximado é pequeno em relação à magnitude da variação inerente ao próprio carregamento, i.e., que pouca incerteza adicional é introduzida ao se utilizar esta técnica mais simples e aproximada.

Karman (1969) analisou os resultados de um levantamento conduzido em 183 apartamentos, três edifícios comerciais, duas escolas, um hospital, um laboratório hospitalar e uma clínica de saúde na Hungria. Foram tomadas as posições exatas de cada item pesado, e estas posições foram registradas em plantas dos pavimentos. São apresentados histogramas de carga com e sem a carga dos ocupantes, obtidos tomando a média das cargas por sala para cada tipo de utilização, e não fica claro se os valores apresentados consideram ou não o peso de divisórias móveis.

Figura 2.5 – Procedimento aproximado para tabelar e localizar os itens na sala



(a) Divisão da área em nove subáreas

(b) Representação esquemática dos itens pesados

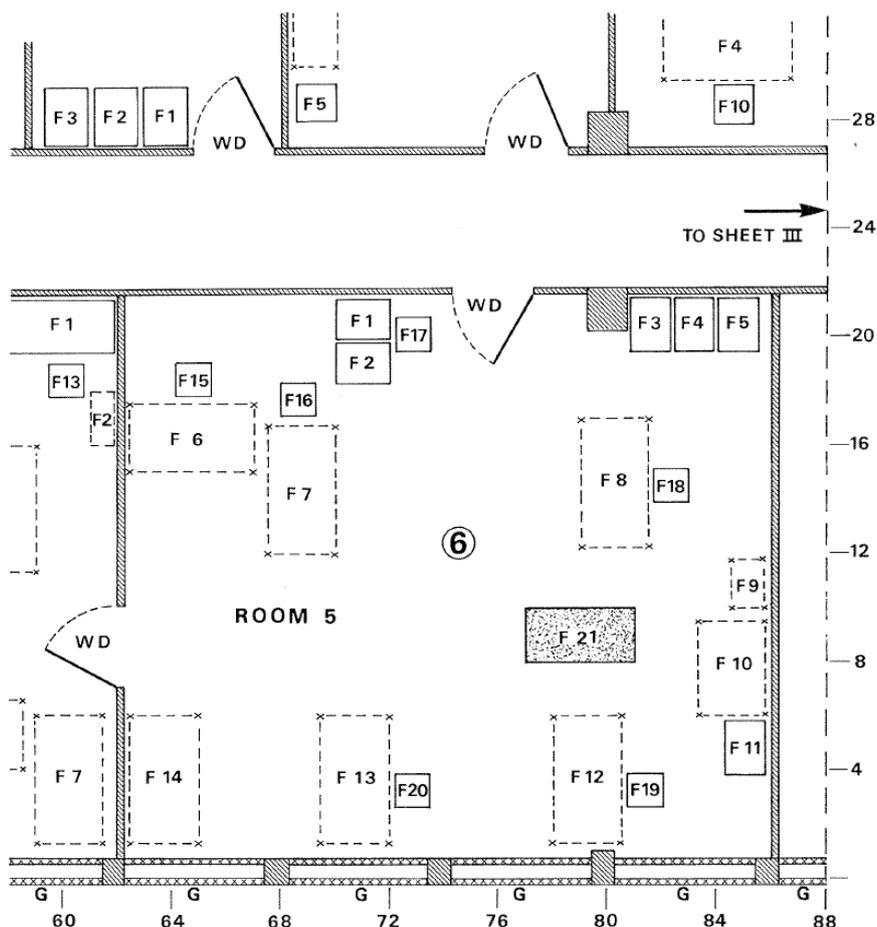
Fonte: Bryson e Gross (1968).

Mitchell e Woodgate (1971a) conduziram a análise da mais extensa pesquisa de carga em edifícios comerciais e de escritório até então, compreendendo 32 edifícios selecionados aleatoriamente dentre uma população de edifícios construídos entre 1951 e 1961 em Londres. Foram feitos registros completos das posições de todos os equipamentos e mobiliário em plantas (Figura 2.6). A quantidade usual de ocupantes foi determinada separadamente por observação, e foram incluídos questionários para determinar as máximas aglomeração de pessoal ocorridas na edificação. Os resultados apresentados pelos autores não consideram os pesos de divisórias móveis.

A análise dos resultados foi feita dividindo cada pavimento em áreas de no máximo  $18\text{ m} \times 27\text{ m}$ , que foram posteriormente divididas em conjuntos sucessivos de áreas retangulares sobrepostas de diversos tamanhos e proporções entre os lados – abordagem referida na literatura como “*notional bay analysis*” –, com relação às quais se calculam a intensidade média da carga por unidade de área. Os autores assumiram que em nenhum momento se tem mais do que em média quatro pessoas ocupando um espaço de  $200\text{ ft}^2$  ( $18,6\text{ m}^2$ ), e que aglomerações devido a emergências ou treinamentos de incêndio podem promover cargas de até  $50\text{ psf}$  ( $2,4\text{ kN/m}^2$ ) em regiões de escadas ou corredores. Com base nisso, foram gerados histogramas e tabelas de frequência com intervalos de 5 em 5  $\text{psf}$  ( $0,24\text{ kN/m}^2$ ).

Com relação à duração média de uma ocorrência da parcela sustentada (i.e., o tempo médio entre mudanças de ocupação), os autores obtiveram um valor de 8,8 anos. Mitchell e Woodgate estudaram também o que eles chamaram de “efeito de empilhamento” (*stacking effect*), i.e., a tendência de diferentes inquilinos ocuparem da mesma maneira áreas na mesma projeção vertical, devido à semelhança que pode haver no layout das salas de diferentes andares.

Figura 2.6 – Representação típica de uma porção de um pavimento



Fonte: Mitchell e Woodgate (1971a).

Além deste levantamento para edifícios comerciais, os autores apresentaram também resultados para lojas (MITCHELL; WOODGATE, 1971b) e edificações de uso residencial unifamiliar (MITCHELL; WOODGATE, 1977).

Sentler (1974a, 1974b, 1975) avaliou as cargas variáveis a partir de dados de levantamentos realizados em Estocolmo, Suécia, englobando residências unifamiliares, apartamentos, edifícios de escritórios e hotéis. Em seu estudo, Sentler ajustou os dados dos levantamentos por meio de distribuições gama e log-normal, e constatou que os resultados obtidos foram menores que os apresentados por Karman (1969), discrepância esta que o autor atribuiu principalmente a diferenças culturais e de estilo de vida entre Suécia e Hungria.

Também na década de 70 foram reportados resultados de uma extensiva pesquisa do *National Bureau of Standards* (NBS) onde foram medidas as cargas variáveis e de incêndio em 23 edifícios de escritórios de uso privado e do governo. Os resultados referentes a este levantamento são apresentados em uma sequência de três relatórios técnicos: Culver e Kushner (1975) detalham as considerações envolvidas no planejamento do levantamento, McCabe et al. (1975) apresentam o procedimento para a coleta dos dados e seu posterior

processamento e análise, e os resultados em si são reportados por [Culver \(1976\)](#).

[Choi \(1988, 1992a\)](#) apresenta resultados de uma pesquisa realizada em 11 edificações comerciais públicas e pertencentes ao governo, com idades entre 1 e 17 anos, e variando entre 7 a 35 pavimentos ocupados por escritórios, sem contar os pavimentos destinados a outros usos. Se considerados outros tipos de pavimentos como garagens, áreas técnicas e casa de máquinas, esse valor fica entre 9 e 50 pavimentos. Também foram aplicados questionários detalhados aos ocupantes das edificações para tentar obter informações sobre eventos extraordinários correspondentes à parcela intermitente da carga variável. Foram registrados 1989 destes eventos. Destes, constatou-se que cerca de dois terços se repetiam com frequências na ordem de um evento por ano, enquanto que o terço restante apresentou frequência de ocorrência bem menor. Apenas 54 dos 1989 eventos extraordinários registrados correspondem ao acúmulo de mobiliário ou equipamentos.

Os resultados obtidos por [Choi](#) indicam que, na média, a intensidade do carregamento não é significativamente diferente entre edifícios privados e do governo. No entanto, se essa análise for feita para diferentes faixas de áreas separadamente, os edifícios de uso privado tendem a apresentar cargas maiores do que os de uso governamental para as áreas menores, e para áreas maiores esta situação se inverte. O autor atribui este comportamento à tendência observada dos edifícios do governo apresentarem uma porcentagem maior de salas com áreas grandes, em comparação aos de uso privado.

[Choi \(1992a\)](#) analisou a influência do tipo de uso das salas, e constatou que as salas de arquivos, bibliotecas e depósitos possuem intensidade média de carregamento muito maior que os demais usos (como recepções, salas de conferência, cozinhas, salas de computadores, etc), além de no geral também possuírem desvio padrão maior do que o das salas de menor intensidade de carga. Também foi analisada a influência da localização das salas, constatando-se que as salas localizadas na periferia da edificação apresentaram, em média, cargas marginalmente menores do que aquelas localizadas no centro do pavimento. Isto está associado ao fato de que as salas externas são, em geral, maiores do que as salas internas. De forma geral, os resultados apresentados se assemelham aos reportados pela pesquisa conduzida nos Estados Unidos ([CULVER, 1976](#)).

Até aqui, buscou-se listar as pesquisas mais comumente referenciadas na literatura técnica sobre o assunto. Outros levantamentos podem ser encontrados em: [Johnson \(1953, Estocolmo, Suécia\)](#); [Paloheimo e Ollila \(1973, Helsinque, Finlândia\)](#), [Dayeh \(1974, Sydney, Austrália\)](#), [Harris e Corotis \(1978, Estados Unidos\)](#), [Issen \(1980, Washington D.C., Estados Unidos\)](#), [Ruiz e Soriano \(1997, Cidade do México, México\)](#), [Ruiz e Sampayo-Trujillo \(1997, Cidade do México, México\)](#), [Andam \(1986, 1990, Acra, Gana\)](#), [Asantey e Andam \(1996, Acra, Gana\)](#), [Andam e Asantey \(1998, Acra, Gana\)](#) e [Kumar \(2002a, Kanpur, Índia\)](#).

Um compilado de diversas pesquisas de cargas variáveis separadas de acordo com o tipo de uso das edificações investigadas é mostrado na [Tabela 2.1](#). Como se pode notar,

os edifícios comerciais e de escritórios foram o tipo de ocupação mais extensivamente investigado ao longo dos anos, havendo poucas fontes que forneçam dados para edificações residenciais e industriais, hospitais, escolas, bibliotecas e armazéns.

Tabela 2.1 – Resumo de alguns levantamentos de cargas variáveis em laje separados por tipo de ocupação

<b>Tipo de ocupação</b>	<b>Levantamento de carga</b>	<b>Localização</b>
Edifícios comerciais, corporativos e de escritórios	<a href="#">Blackall (1893)</a>	EUA
	<a href="#">Blackall (1923)</a>	EUA
	<a href="#">Coley (1923)</a>	EUA
	<a href="#">White (1931)</a>	Reino Unido
	<a href="#">Dunham (1947)</a>	EUA
	<a href="#">Dunham, Brekke e Thompson (1952)</a>	EUA
	<a href="#">Bryson e Gross (1968)</a>	EUA
	<a href="#">Karman (1969)</a>	Hungria
	<a href="#">Mitchell e Woodgate (1971a)</a>	Reino Unido
	<a href="#">Paloheimo e Ollila (1973)</a>	Finlândia
	<a href="#">Dayeh (1974)</a>	Austrália
	<a href="#">Schwartz (1974)</a>	EUA
	<a href="#">Sentler (1974b)</a>	Suécia
	<a href="#">Culver e Kushner (1975)</a>	EUA
	<a href="#">McCabe <i>et al.</i> (1975)</a>	EUA
	<a href="#">Culver (1976)</a>	EUA
<a href="#">Andam (1986)</a>	Gana	
<a href="#">Choi (1988)</a>	Austrália	
<a href="#">Ruiz e Soriano (1997)</a>	México	
<a href="#">Kumar (2002a)</a>	Índia	
Lobbies de edifícios comerciais, corporativos e de escritórios	<a href="#">Bryson e Gross (1968)</a>	EUA
	<a href="#">Culver e Kushner (1975)</a>	EUA
	<a href="#">McCabe <i>et al.</i> (1975)</a>	EUA
	<a href="#">Culver (1976)</a>	EUA
Edifícios residenciais	<a href="#">Dunham (1947)</a>	EUA
	<a href="#">Johnson (1953)</a>	Suécia
	<a href="#">Karman (1969)</a>	Hungria
	<a href="#">Paloheimo e Ollila (1973)</a>	Finlândia
	<a href="#">Sentler (1974a)</a>	Suécia
	<a href="#">Mitchell e Woodgate (1977)</a>	Reino Unido
	<a href="#">Issen (1980)</a>	EUA
	<a href="#">Andam (1990)</a>	Gana

*Continua na próxima página*

Tabela 2.1 – Resumo de alguns levantamentos de cargas variáveis em lajes separados por tipo de ocupação (continuação)

Tipo de ocupação	Levantamento de carga	Localização
Hospitais e clínicas de saúde	Woolson (1925)	EUA
	Karman (1969)	Hungria
	Paloheimo e Ollila (1973)	Finlândia
	Harris e Corotis (1978)	EUA
	Andam e Asantey (1998)	Gana
Escolas	Enger (1920)	EUA
	Stineman (1923)	EUA
	Woolson (1925)	EUA
	Karman (1969)	Hungria
	Paloheimo e Ollila (1973)	Finlândia
	Ruiz e Sampayo-Trujillo (1997)	México
Bibliotecas	Coley (1923)	EUA
	Woolson (1925)	EUA
	Bryson e Gross (1968)	EUA
	Culver e Kushner (1975)	EUA
	McCabe <i>et al.</i> (1975)	EUA
	Culver (1976)	EUA
Hotéis	Paloheimo e Ollila (1973)	Finlândia
	Sentler (1974b)	Suécia
Lojas	Dunham, Brekke e Thompson (1952)	EUA
	Mitchell e Woodgate (1971b)	Reino Unido
	Andam e Asantey (1998)	Gana
Depósitos e armazéns	Dunham (1947)	EUA
	Dunham, Brekke e Thompson (1952)	EUA
	Asantey e Andam (1996)	Gana
Edificações industriais	Dunham, Brekke e Thompson (1952)	EUA
	Asantey e Andam (1996)	Gana

Fonte: Elaborado pelo autor.

A Tabela 2.2 apresenta um resumo dos resultados de diversas destas pesquisas de carga, reportado originalmente por Chalk e Corotis (1980). São fornecidos valores da área total mensurada nas pesquisas consideradas, além da média e do desvio padrão do valor instantâneo (isto é, em um ponto arbitrário no tempo) da parcela sustentada da carga variável para diversos tipos de ocupação. Os levantamentos considerados para compor os resultados da Tabela 2.2 são todos aqueles apresentados na Tabela 2.1 realizados até o

ano de 1976, exceto [Mitchell e Woodgate \(1971b\)](#).

Os dados reportados na [Tabela 2.2](#) foram avaliados para uma área de referência de 200 ft<sup>2</sup> (18,6 m<sup>2</sup>) para todos os tipos de ocupação exceto salas de aula, depósitos e armazéns, lojas e edificações de uso industrial. Este valor foi selecionado pelos autores porque a grande maioria das salas investigadas nos levantamentos possuem áreas na faixa entre 100 ft<sup>2</sup> a 300 ft<sup>2</sup> (9,3 m<sup>2</sup> a 27,9 m<sup>2</sup>). Os dados das pesquisas referentes aos demais usos foram divididos em cinco faixas de áreas. A partir disto, calculou-se o desvio padrão para cada faixa e o valor para uma área de referência de 1000 ft<sup>2</sup> (92,9 m<sup>2</sup>) foi obtido por regressão linear.

Tabela 2.2 – Média e desvio padrão do valor instantâneo da ação sustentada

Tipo de ocupação	Área total mensurada (m <sup>2</sup> )	Área de referência (m <sup>2</sup> )	Média (kN/m <sup>2</sup> )	Desvio padrão (kN/m <sup>2</sup> )
Edifícios comerciais, corporativos e de escritórios	353 400	18,6	0,52	0,28
Lobbies de edifícios comerciais, corporativos e de escritórios	1580	18,6	0,22	0,16
Edifícios residenciais	18 970	18,6	0,29	0,12
Quartos de hotel	62 310	18,6	0,22	0,06
Hospitais e clínicas de saúde				
– Enfermarias e salas de recuperação	7350	18,6	0,35	0,31
– Laboratórios e salas de cirurgia	3160	18,6	0,68	0,39
– Demais salas	16 090	18,6	0,31	0,18
Bibliotecas				
– Salas com estantes de livros	560	18,6	1,66	0,52
Salas de aula	2880	92,9	0,57	0,13
Lojas				
– Pavimento térreo	11 530	92,9	0,86	0,24
– Pavimentos superiores	102 300	92,9	0,57	0,45
Depósitos e armazéns	18 320	92,9	3,42	2,78
Edificações industriais				
– Leve	73 470	92,9	0,90	0,91
– Pesado	6880	92,9	2,88	1,63

Fonte: Adaptado de [Chalk e Corotis \(1980\)](#).

É importante ressaltar que boa parte dos levantamentos aqui citados foram realizados há muitas décadas, e podem não ser mais representativos devido a mudanças na forma como se utilizam os espaços, em função de novas tecnologias ou tendências da construção. Pode-se citar, por exemplo, a alteração esperada nas cargas variáveis em escritórios em função dos avanços tecnológicos que proporcionaram ao mesmo tempo uma redução no

peso dos computadores e uma diminuição cada vez maior do volume armazenado de arquivos e registros em papel. Por outro lado, os avanços tecnológicos também podem levar ao surgimento de outras demandas, como sala de baterias, *no-break*, etc.

Idealmente, deveriam ser realizadas novas pesquisas, valendo-se de tecnologias mais modernas para a coleta de dados, como sistemas de monitoramento estrutural, *machine learning*, entre outros (HONFI, 2014). Embora algum esforço individual tenha sido feito neste sentido com os trabalhos de Chen e Li (2022) e Zhou e Chen (2022), a pesquisa recente sobre levantamentos de cargas variáveis ainda é muito limitada. No entanto, na falta de levantamentos mais recentes, entende-se que os valores apresentados nestas pesquisas mais antigas devem conduzir a resultados mais conservadores.

Não se tem registro de nenhum levantamento desta natureza feito em território brasileiro. Na ausência de dados que sejam representativos da realidade nacional, é possível adotar os valores sugeridos pelo *Joint Committee on Structural Safety (JCSS)*, no documento *Probabilistic Model Code, Part 2: Load Models (JCSS, 2001)*.

Os parâmetros sugeridos pelo JCSS parecem ter sido baseados, em sua maior parte, no *Report 116 – Actions on structures: Live loads in buildings* do Conselho Internacional da Construção, ou CIB (abreviatura do nome em francês: *Conseil International du Bâtiment pour la Recherche, l'Étude et la Documentation*), preparado por R. Corotis e L. Sentler (CIB, 1989). Este *report* apresenta uma visão geral de várias pesquisas de carga datando de 1893 até 1976, e faz referência a trabalhos anteriores do JCSS e ao trabalho de revisão de Sentler (1976) e Chalk e Corotis (1980).

## 2.3 Modelagem probabilística das cargas variáveis

O primeiro registro de uma tentativa de representar as cargas variáveis em lajes por meio de um modelo teórico de caráter probabilístico data da década de 1950. Este modelo, proposto por Horne (1951), considera que a carga por unidade de área apresenta distribuição normal, com média constante em relação à área  $A$  e desvio padrão inversamente proporcional à raiz quadrada de  $A$ . Além disso, o modelo assume a independência entre a intensidade do carregamento em pontos distintos do espaço (correlação espacial nula), e ignora completamente qualquer variação no tempo. Apesar de ser bastante simplificado, o modelo de Horne serviu como base teórica que deu origem ao fator de redução de cargas variáveis adotados nas normas canadense e mexicana por muitos anos (PEIR; CORNELL, 1973).

Rosenblueth (1959) foi o responsável por introduzir o conceito de superfícies de influência, possibilitando assim que fossem computadas estatísticas para efeitos resultantes da carga variável, tais como esforços axiais em pilares ou momentos em vigas. Apesar disso, o modelo de Rosenblueth ainda considerava a independência espacial do carregamento.

[Hasofer \(1968\)](#) desenvolveu um modelo mais refinado, mas em muitos aspectos semelhante ao de [Horne](#). Baseando-se em resultados de uma pesquisa de carga conduzida em uma única edificação da Universidade de Melbourne em 1966, [Hasofer](#) propôs que a cauda superior da distribuição da carga variável poderia ser melhor representada por uma distribuição de Pareto ( $P\{X > x\} = Cx^{-\alpha}$ ), em lugar da distribuição Gaussiana proposta por [Horne](#). Além disso, [Hasofer](#) discutiu brevemente sobre a possível correlação espacial da intensidade do carregamento, mas não chegou a considerar este parâmetro em seu modelo, assumindo (assim como [Horne](#)) a hipótese de que os carregamentos em áreas sem sobreposição são independentes.

Até então, todos os modelos descritos se basearam na hipótese simplificadora de independência espacial da intensidade do carregamento. Foi apenas com os trabalhos de [Fader \(1963\)](#) e [Corotis \(1968\)](#) que foram feitas as primeiras considerações a respeito da correlação espacial.

Fazendo um contraponto ao modelo de [Hasofer](#), os autores [Cornell, Corotis e Allen \(1969\)](#) questionaram o uso da distribuição de Pareto, e afirmaram que ignorar a correlação espacial poderia levar a resultados não conservadores.

[Hauser \(1971\)](#) estudou de maneira mais aprofundada a correlação da intensidade do carregamento em dois pontos distintos usando um processo autorregressivo de primeira ordem, AR(1), tomando como parâmetro a distância horizontal que separa estes dois pontos ( $r$ ). Com base nisto, [Hauser](#) propôs três diferentes expressões para a função de autocorrelação, com uma tendência de decaimento com o aumento da distância.

A primeira estrutura de correlação proposta por [Hauser \(1971\)](#) consiste em um modelo discreto, que divide a área de interesse em uma certa quantidade de zonas e atribui a quaisquer dois pontos situados em zonas  $m$  e  $n$  distintas um mesmo coeficiente de correlação, que depende da distância horizontal entre os centros das zonas  $m$  e  $n$ . Os outros dois modelos são dados por expressões contínuas no espaço com decaimento exponencial, sendo que em um deles a correlação decai linearmente com  $r$ , e no outro esta dependência se dá em função do quadrado da distância horizontal entre pontos,  $r^2$ . Ambos os modelos contínuos mostraram ser capazes de ajustar bem os dados utilizados por [Hauser](#), mas a expressão exponencial quadrática viria a se tornar mais popular, sendo empregado mais frequentemente nos estudos que se sucederam devido à maior facilidade que este proporciona no trato matemático das expressões integrais envolvidas no modelo.

[Corotis \(1972\)](#) avaliou analiticamente o erro introduzido pelas técnicas aproximadas de coleta de dados empregadas nas pesquisas de carga realizadas nos Estados Unidos até então, valendo-se do conceito de superfície de influência, e concluiu que a técnica empregada por [Bryson e Gross \(1968\)](#) implicava em erros estatisticamente aceitáveis. [Corotis](#) também apresentou algumas práticas para melhorar as pesquisas de carga futuras, apontando para a necessidade de se registrar dados em quantidade suficiente para permitir

a avaliação da correlação espacial do carregamento, fazendo-se necessária a avaliação de uma população de diversas edificações mesmo que não se consiga realizar um levantamento completo e detalhado de cada uma delas.

O modelo que serviu de base para a grande maioria dos estudos que se seguiriam no que diz respeito à modelagem estocástica de cargas variáveis em edificações foi inicialmente proposto por Peir (1971). Em sua tese, Peir apresenta modelos para a distribuição de ponto arbitrário das parcelas sustentada e intermitente da carga variável e suas variações no tempo, além de modelos para as distribuições de valores extremos das parcelas sustentada, intermitente e da combinação de ambas agindo simultaneamente.

O modelo proposto por Peir considera a função de autocorrelação espacial com decaimento exponencial quadrático dada por Hauser (1971) e inclui as superfícies de influência de Rosenblueth (1959), permitindo obter assim os momentos para as distribuições estatísticas de diversos efeitos de interesse nos elementos estruturais e dos valores das cargas uniformemente distribuídas equivalentes que causariam estes mesmos efeitos.

Peir e Cornell (1973) aplicaram este modelo com os dados de uma pesquisa de carga realizada em 32 edifícios comerciais e de escritórios situados em Londres, reportada por Mitchell e Woodgate (1971a), dando ênfase à parcela sustentada da carga variável, e compararam os resultados obtidos com as especificações das normas americana e canadense vigentes à época. O efeito da parcela intermitente e sua combinação com a parcela sustentada não são tratados em Peir e Cornell (1973), mas são analisados em Peir (1971). Em seu trabalho, Peir constatou que os dados reportados por Mitchell e Woodgate para a distribuição de ponto arbitrário da parcela sustentada são bem ajustados por uma distribuição do tipo gama.

Devido à sua relevância e ampla aplicação, o modelo desenvolvido por Peir (1971) para a ação sustentada é apresentado em detalhes no Capítulo 3. Ressalta-se que este modelo é essencialmente o mesmo apresentado pelo JCSS no *Probabilistic Model Code* (JCSS, 2001). No entanto, o JCSS também utiliza esta mesma formulação para representar a parcela intermitente da carga variável. Outros modelos para a ação intermitente serão oportunamente discutidos ao longo deste texto.

McGuire e Cornell (1974) se dedicaram a avaliar os efeitos das cargas variáveis nos elementos estruturais, também tendo como base os dados reportados por Mitchell e Woodgate. Os autores introduziram a simplificação do fator de forma  $\kappa$  da superfície de influência que figura atualmente no modelo do JCSS (2001). Os autores fornecem valores deste coeficiente para alguns tipos de efeitos mais comuns, como esforços axiais em pilares e momentos no meio do vão e nas extremidades de vigas.

No mesmo estudo, também é apresentado um modelo para a parcela intermitente, onde os eventos são representados por células em quantidades e localizações aleatórias, cada célula contendo um número aleatório de cargas (representando o peso das pessoas,

por exemplo). Este modelo é semelhante ao proposto inicialmente por Peir (1971) para a parcela intermitente, e é discutido em maiores detalhes no Capítulo 4.

McGuire e Cornell (1974) também estudaram a influência de se considerar uma probabilidade não-nula de uma área estar completamente descarregada, conforme sugerido por Rosenblueth (1959); e o problema da organização dos inquilinos, onde se considera a possibilidade de que a área de influência possa abranger sub-áreas sob o controle de diferentes inquilinos, de modo que possam ocorrer mudanças de ocupação na parcela sustentada que afetem apenas uma parte da área. Os resultados obtidos pelos autores indicam que a consideração simplificada de um único inquilino sendo responsável por toda a área de influência conduz a resultados satisfatórios e ligeiramente conservadores para quase todos os efeitos estudados, com a exceção do esforço cortante no meio do vão das vigas, para o qual o caso com dois inquilinos se mostra mais crítico; e que a consideração da possibilidade de uma área possuir carga nula (i.e., estar desocupada por um período de tempo) não resulta em alterações significativas nos valores das cargas uniformemente distribuídas equivalentes.

Por fim, os autores propuseram um modelo simplificado para a combinação entre as ações sustentada e intermitente, onde o valor máximo da carga variável total ao longo da vida útil  $T$  da estrutura é estimado como sendo o máximo valor da parcela sustentada em  $T$  somado à média da distribuição da máxima ação intermitente em um período de referência igual à duração média de uma ocupação. Este modelo simplificado segue a mesma ideia da popular regra determinística de combinação de ações de Turkstra (1970).

Ellingwood e Culver (1977) estudaram os resultados de uma nova pesquisa conduzida em território americano pelo *National Bureau of Standards*, cujos resultados foram reportados por Culver (1976). Os autores conduziram uma análise estatística dos resultados da pesquisa para a obtenção dos parâmetros do modelo, e compararam os resultados com o que havia sido previamente obtido da análise dos dados de ocupação em edifícios comerciais no Reino Unido (MITCHELL; WOODGATE, 1971a; PEIR; CORNELL, 1973; MCGUIRE; CORNELL, 1974) e também com as recomendações das normas americana e canadense vigentes à época. Os resultados encontrados indicaram não haver diferenças significativas entre as duas pesquisas de carga, e apontaram para a necessidade de se revisar a redução de cargas variáveis permitida na norma americana, que até então permitia uma redução excessiva de até 60% da carga.

Corotis e Doshi (1977) analisaram os dados de cinco levantamentos de carga realizados em diferentes épocas e países (DUNHAM; BREKKE; THOMPSON, 1952; BRYSON; GROSS, 1968; KARMAN, 1969; MITCHELL; WOODGATE, 1971a; CULVER, 1976) e, por meio de testes estatísticos qui-quadrado ( $\chi^2$ ) e Kolmogorov-Smirnov (K-S), avaliaram o quão adequadas são as distribuições normal, log-normal e gama para descrever o valor instantâneo da ação sustentada. Os resultados obtidos indicam que a distribuição gama

é, na maioria dos casos, a que melhor descreve a cauda superior da distribuição de ponto arbitrário da ação sustentada, em geral com fator de forma relativamente constante para diferentes tipos de ocupação, sendo a variação devida ao fator de escala da distribuição. Em cerca de um terço dos casos estudados pelos autores, a distribuição log-normal forneceu um ajuste marginalmente melhor do que o dado pela distribuição gama, mas com pouca diferença nas estatísticas de  $\chi^2$  e K-S. Já nos casos onde a distribuição gama se mostrou mais adequada, a diferença com relação à log-normal foi bem mais considerável. A distribuição normal, embora em geral forneça um ajuste satisfatório na região da média, tende a subestimar os valores observados na cauda superior da distribuição, que são os de maior interesse para as análises de confiabilidade estrutural. Este resultado confirma o que já havia sido observado por [Peir e Cornell \(1973\)](#).

[Wen \(1977, 1979\)](#) apresenta um método analítico que fornece uma solução assintótica aproximada que permite relacionar os momentos da distribuição de valores extremos da ação sustentada com a taxa de mudanças de ocupação e com os momentos da distribuição de ponto arbitrário no tempo, assumindo que esta segue uma distribuição do tipo gama. Comparando os valores obtidos por meio desta expressão aproximada com os valores exatos obtidos por integração numérica das funções densidade e acumulada de probabilidades, [Wen](#) constatou que as expressões propostas conduziam a erros aceitáveis (da ordem de 10 % para a média) e consistentemente conservadores.

[Wen \(1979\)](#) também propôs um modelo baseado em um processo de Gauss-Markov para avaliar o efeito da ação sustentada em edifícios de mais de um pavimento, considerando uma correlação no domínio do tempo. O autor verificou por meio de comparação com simulações de Monte Carlo que o método proposto fornece resultados satisfatórios. Além disso, também constatou-se que o valor da máxima ação sustentada equivalente para pilares de edifícios com múltiplos pavimentos pode resultar maior do que o caso com um único pavimento, mas as diferenças são consideravelmente pequenas, da ordem de 4 psf (0,19 kN/m<sup>2</sup>).

[Corotis e Jaria \(1979\)](#) verificaram que as cargas variáveis em salas diferentes possuem correlação fraca, e que tanto a média quanto o desvio padrão da ação sustentada variam em função da área, sendo a taxa desta variação dependente do tipo de ocupação. Análises de regressão mostraram que a variação da média pode ser desprezada, e que o desvio padrão pode ser representado por uma expressão com decaimento em função da área expressa por uma lei de potência. Além disso, os autores concluíram que é uma aproximação aceitável desprezar a correlação temporal entre carregamentos em uma mesma sala sob o uso de diferentes inquilinos, i.e., considerar que duas ocorrências sucessivas da ação sustentada são independentes e identicamente distribuídas.

[Chalk e Corotis \(1980\)](#) reuniram os dados da maior parte dos levantamentos de carga publicados até aquela época, e obtiveram a média e o desvio padrão da ação sustentada

instantânea para diversos tipos de ocupação da estrutura a partir dos dados conjuntos de todos os levantamentos considerados. Estes parâmetros podem ser usados para alimentar o modelo estocástico que descreve a variabilidade destas ações. De fato, os parâmetros para a ação sustentada sugeridos pelo (JCSS, 2001) parecem ser baseados, na maior parte, nos valores reportados por Chalk e Corotis (1980). Os autores também propuseram um modelo analítico mais refinado que o de McGuire e Cornell (1974) para a obtenção do máximo da carga variável total, onde são considerados três possíveis combinações entre os processos sustentado e intermitente que podem levar à ocorrência do valor máximo.

Os autores concluíram que, para o caso de um único inquilino (ou um único pavimento, quando o efeito estudado é o esforço axial nos pilares), a máxima ação sustentada fica bem descrita por uma distribuição de valores extremos do Tipo I (Gumbel). Para o caso de múltiplos inquilinos (ou para esforço axial de pilares em edificações com mais de um pavimento), os autores se basearam em resultados de Grigoriu e Turkstra (1978) para propor a hipótese de que a parcela sustentada poderia ser representada por um processo de Gauss-Markov onde os valores da ação sustentada em diferentes instantes do tempo são correlacionados entre si em função do número de pavimentos e do número de mudanças de ocupação ocorridas neste intervalo de tempo. No entanto, as diferenças observadas entre os casos de um único pavimento e múltiplos pavimentos foram pequenas, o que também foi constatado por Wen (1979).

Harris, Corotis e Bova (1981) fizeram algumas análises comparando os dados de McGuire e Cornell (1974) e Ellingwood e Culver (1977), empregando para isso o procedimento simplificado proposto por Chalk e Corotis (1980) para o cálculo do valor máximo da ação combinada. Para obter os momentos da distribuição de máximos das parcelas sustentada e intermitente, foi empregada a solução analítica aproximada desenvolvida por Wen (1977, 1979) para o máximo de  $N$  repetições independentes de uma variável aleatória com distribuição gama. Também foram realizadas simulações de Monte Carlo para a verificação dos resultados.

Os autores ainda propuseram um modelo mais complexo para a parcela intermitente, onde esta ação é representada não por um único processo, mas por três tipos diferentes de processos, cada um com suas próprias características e parâmetros, sendo eles: a ação intermitente causada em uma situação de reforma; por uma aglomeração “usual” de pessoas (como uma festa ou reunião); e por uma aglomeração de pessoas mais atípica (uma situação de emergência ou um treinamento de incêndio, por exemplo). A combinação entre estes três tipos de ação para compor a parcela intermitente é feita por meio do equacionamento apresentado em Wen (1977).

A partir do modelo estocástico consolidado para as cargas variáveis, Corotis e Tsay (1983) propuseram um modelo analítico que permite a obtenção de descrições probabilísticas completas para: (a) o tempo total que o processo passa acima de um valor de referência

$\ell$  específico; (b) o número de visitas a esta barreira em um determinado tempo de referência; e (c) a duração de uma excursão individual acima da barreira. Estas estatísticas são obtidas para a parcela sustentada, intermitente e para o processo combinado. A descrição probabilística destas durações é de interesse para problemas que envolvam o efeito da fluência e/ou retração, por exemplo, e também para a análise da estrutura em serviço, sujeita a níveis menores das ações (valores frequentes e quase permanentes). Os resultados obtidos por Corotis e Tsay mostram que a parcela intermitente tem influência significativa no número e duração das visitas a um nível de referência  $\ell$ , mas tem pouco efeito sobre o tempo total que o processo combinado passa acima deste nível, uma vez que a duração dos pulsos da ação intermitente é muito pequena quando comparada à duração média de uma ocupação da parcela sustentada.

Choi (1990, 1991, 1992b) realizou diversos estudos a partir dos dados de uma pesquisa de carga realizada em Sydney, Austrália, reportada em maiores detalhes em Choi (1988). Nestes estudos, o autor empregou um modelo semelhante ao modelo multimodal de Harris, Corotis e Bova (1981) para a parcela intermitente do carregamento. No entanto, com base nos dados do levantamento de Sydney, Choi (1991) observou que a média e o desvio padrão do número de pessoas em uma multidão são dependentes da área, tanto para as aglomerações mais comuns quanto para uma aglomeração de emergência. A mesma tendência é observada para ação extraordinária devido ao acúmulo de mobiliário (reforma). Partindo destas premissas e considerando todos os parâmetros do modelo dependentes da área, o autor ajustou equações simples, da forma  $\alpha A^\beta$ , aos dados da pesquisa, obtendo resultados até 30 % maiores para a ação intermitente quando comparado com os resultados de pesquisadores anteriores.

Tradicionalmente, a maior parte das pesquisas desenvolvidas até então se pautavam no conceito de “sala fictícia” (*notional bay analysis*), onde a área do pavimento é arbitrariamente dividida em conjuntos sucessivos de áreas retangulares sobrepostas, de tamanhos e razão de aspecto variadas, com relação às quais são computadas a carga por unidade de área. Choi desenvolveu análises baseando-se no conceito de “sala fictícia” (1990) e também tomando por referência a área inteira da sala (1992b). A comparação entre os resultados indicou um aumento dos valores obtidos entre 10 % e 20 % para a parcela sustentada e entre 5 % e 10 % para a carga total combinada ao se usar a segunda abordagem. Choi (1992b) também investigou o efeito do tipo de uso da sala, e observou que salas usadas para conferências, cozinhas e regiões de arquivos, por exemplo, apresentam uma tendência de manutenção ou crescimento do valor da carga com o aumento da área de influência, o que torna a redução de cargas injustificável para estes tipos de uso.

Reid (1984) avaliou a resposta aleatória ao carregamento estocástico em lajes considerando a incerteza não apenas na intensidade do carregamento, representada por um campo estocástico conforme o modelo probabilístico proposto por Peir (1971), mas também na superfície de influência do efeito analisado. Para isso, o autor considerou a

superfície de influência como uma função aleatória dependendo da rigidez distribuída da laje. A diferença entre o modelo proposto pelo autor e o modelo clássico com superfície de influência determinística reside no fato de que este consegue levar em consideração a aleatoriedade na resposta estrutural (deslocamento da laje) devido à flutuações locais da rigidez.

O modelo probabilístico para cargas variáveis em lajes pode ser utilizado para se derivar uma carga uniformemente distribuída equivalente (EUDL, da sigla em inglês: *Equivalent Uniformly Distributed Load*) que, quando aplicado sobre a área considerada, produza o mesmo efeito que o carregamento original com sua variabilidade espacial. Esta carga uniforme equivalente é a base para os valores representativos especificados nas normas de projeto estrutural, como a NBR 6120. No entanto, alguns efeitos podem ser sensíveis a padrões de carga alternados, com painéis alternados carregados e descarregados para representar uma condição mais crítica. A partir de uma modificação no modelo probabilístico de Peir (1971), Reid (1997) avaliou cargas alternadas equivalentes (EPL, da sigla em inglês: *Equivalent Patterned Load*) para a análise destes efeitos.

Honfi (2014) empregou o modelo probabilístico para cargas variáveis considerando os parâmetros sugeridos pelo JCSS (2001). Além dos valores característicos, o autor também obteve resultados voltados para a análise da estrutura em serviço: foram determinados os valores frequentes e quase permanentes, conforme definição apresentada pelo Eurocode 0 (CEN, 2002a), via simulação de Monte Carlo e também pelo modelo analítico de Corotis e Tsay (1983). Honfi constatou que, em geral, os valores característicos para cargas variáveis apresentados no Eurocode 1 (CEN, 2002b) são inconsistentes com o modelo probabilístico do JCSS, especialmente para salas de aula e lojas, para os quais o autor propôs novos parâmetros.

As referências listadas até aqui apresentam um breve histórico dos principais avanços e contribuições mais relevantes para a modelagem estocástica das cargas variáveis. Outros estudos e aplicações do modelo probabilístico podem ser encontrados em Ruiz e Soriano (1997), Ruiz e Sampayo-Trujillo (1997), Kumar (2002b) e Tran, Müller e Graubner (2017).

## 2.4 Disposições normativas

Uma vez estabelecido um modelo probabilístico para as cargas variáveis e suas distribuições de extremos, pode-se utilizar este modelo para determinar valores característicos para este tipo de ação, associados a uma determinada probabilidade de serem ultrapassados e/ou a um período de retorno pré-estabelecido. Estes valores nominais são apresentados em normas de projeto como a norma brasileira NBR 6120 (ABNT, 2019), a americana ASCE/SEI 7-16: *Minimum Design Loads and Associated Criteria for Buildings and Other Structures* (ASCE, 2016) ou no Eurocode 1, *EN 1991: Actions on Structures*, que trata das cargas variáveis na *Part 1-1: General actions - Densities, self-weight, imposed loads for*

*buildings* (CEN, 2002b).

No Brasil, a normatização das cargas variáveis teve início com a antiga *NB-5/1961 – Cargas acidentais em edifícios* (ABNT, 1961), que possuía apenas 2 páginas. Em 1971, esta norma passou a ser chamada *NBR 6120:1971 – Cargas para o cálculo de estruturas de edifícios* (ABNT, 1971). Após a mudança de nome, a NBR 6120 teve seu conteúdo revisado em 1980 (ABNT, 1980), passando a um total de 5 páginas e, salvo por uma errata publicada em 2000, só voltaria a passar por um grande processo de revisão em 2019, quando entrou em vigor a atual versão da norma, denominada *NBR 6120:2019 – Ações para o cálculo de estruturas de edificações* (ABNT, 2019).

Esta versão mais recente da NBR 6120, que agora conta com 67 páginas, prescreve valores para diversas novas situações de uso que não eram previstas nas versões anteriores, além de abandonar completamente a terminologia inadequada da versão de 1980, que se referia às cargas variáveis como “cargas acidentais”. Esta terminologia vem caindo em desuso por entender-se que ela só é adequada para parcela intermitente (excepcional) que compõe a carga variável, uma vez que a parcela sustentada permanece “ativa” por praticamente todo o período de uso da edificação e dificilmente poderia ser chamada de “acidental”. Mesmo assim, a NBR 8681 (ABNT, 2003) ainda usa esta terminologia obsoleta.

Além disso, a NBR 6120:2019 traz especificações para cargas em garagens categorizada em função do peso bruto total (PBT) dos veículos que farão uso dela, além da definição de esforços horizontais em guarda corpos e barreiras, e de esforços referentes ao impacto acidental de veículos em pilares de garagens e demais áreas de circulação de veículos. Além disso, também foi incluído um capítulo sobre cargas em coberturas, que trata sobre o acúmulo de água devido ao deslocamento da estrutura (empoçamento progressivo) que pode vir a ocorrer em coberturas com baixa inclinação.

O texto da NBR 6120 (ABNT, 2019) faz menção à definição presente na *NBR 8681:2003 – Ações e Segurança nas Estruturas – Procedimento* (ABNT, 2003), que diz que os valores característicos das ações variáveis especificados nas normas são aqueles que “têm de 25 % a 35 % de probabilidade de serem ultrapassados no sentido desfavorável durante um período de 50 anos” (ABNT, 2003, p. 4), e complementa esta definição dizendo que isto “corresponde a um período de retorno de 174 a 117 anos, respectivamente” (ABNT, 2019, p. 3). No entanto, não se tem ciência de nenhum estudo probabilístico que tenha servido como base para a especificação dos valores prescritos na NBR 6120 e que mostre que estes estejam de fato em conformidade com esta definição.

Na verdade, os valores definidos na recente revisão da NBR 6120 foram baseados principalmente na comparação com os valores prescritos em normas estrangeiras, dando maior peso às normas europeias, uma vez que o formato adotado para a equação de projeto nestas normas se assemelha mais ao apresentado nas normas brasileiras. O próprio Eurocode, porém, não deixa claro a qual probabilidade de excedência ou período de retorno

estão associados os seus valores nominais de carga variável – as cargas apresentadas no Eurocode foram estabelecidos com base em uma média dos valores de diversas normas nacionais vigentes antes que este entrasse em vigor (SEDLACEK; GULVANESSIAN, 1996).

Por outro lado, a *NBR 6123:1988 – Forças devidas ao vento em edificações – Procedimento* (ABNT, 1988) apresenta um mapa de isopletas da velocidade básica do vento ( $V_0$ ) que, segundo texto da própria norma, correspondem a um período de retorno de 50 anos (i.e., com probabilidade de excedência de 63 % em 50 anos), em contradição com a definição mais geral apresentada pela NBR 8681 para valores característicos das ações variáveis.

Uma contradição semelhante é encontrada na *NBR 15421:2006 – Projeto de estruturas resistentes a sismos – Procedimento* (ABNT, 2006), que apresenta um mapa de acelerações sísmicas horizontais características que têm 10 % de chance de serem ultrapassadas no sentido desfavorável durante um período de 50 anos, o que seria equivalente a um período de retorno de 475 anos. Diante disto, o autor acredita que a intenção da definição apresentada pela NBR 8681 é que ela se aplique às cargas variáveis, e não às ações variáveis em geral, como o efeito do vento ou da ação sísmica.

No formato adotado pelas normas brasileiras, é definido também um coeficiente de ponderação das ações  $\gamma_f$  para os estados limites últimos (ELU), que podem ser decompostos como o produto de outros três coeficientes:

$$\gamma_f = \gamma_{f1}\gamma_{f2}\gamma_{f3}. \quad (2.1)$$

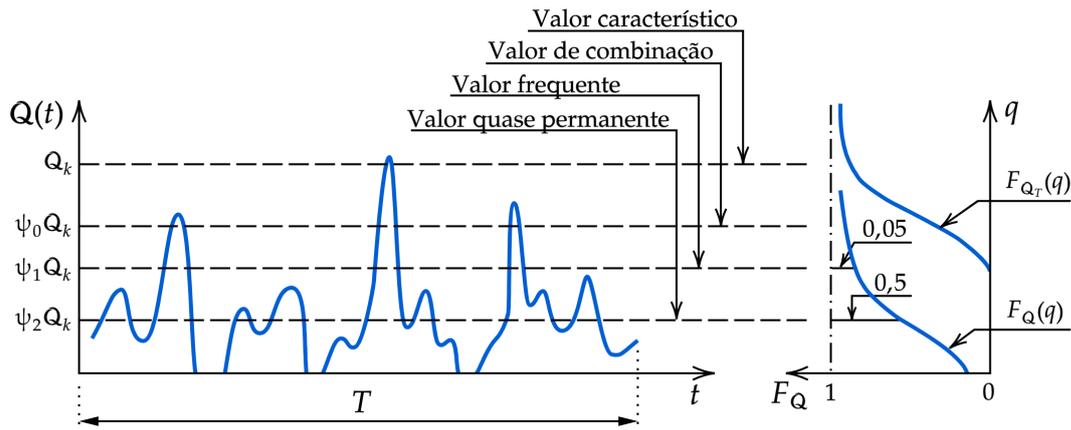
O primeiro destes coeficientes ( $\gamma_{f1}$ ) leva em conta a variabilidade natural das ações. O segundo ( $\gamma_{f2}$ ) considera a simultaneidade da atuação das ações, i.e., a probabilidade reduzida de que duas ou mais ações variáveis de diferente natureza apresentem seus valores máximos ao longo da vida útil da estrutura coincidindo no mesmo instante de tempo. O terceiro coeficiente ( $\gamma_{f3}$ ) considera os possíveis erros na avaliação dos efeitos das ações, seja por problemas construtivos ou por limitações/aproximações do modelo de cálculo. O produto  $\gamma_{f1}\gamma_{f3}$  é denotado genericamente nas normas brasileiras por  $\gamma_g$  (para ações permanentes) ou  $\gamma_q$  (para ações variáveis), e o coeficiente  $\gamma_{f2}$  recebe o nome de fator de combinação, denotado por  $\psi_0$ .

Para o caso particular da carga variável, a NBR 8681 (ABNT, 2003) apresenta valores  $\gamma_q = 1,5$  quando as ações variáveis são consideradas separadamente. Quando as ações variáveis são consideradas conjuntamente, a NBR 8681 apresenta os seguintes valores:  $\gamma_q = 1,5$  para pontes em geral e edificações onde as cargas variáveis superam  $5 \text{ kN/m}^2$ , e  $\gamma_q = 1,4$  para as edificações onde as cargas variáveis são inferiores a  $5 \text{ kN/m}^2$ , que é o caso para a maior parte dos tipos de ocupação definidos na NBR 6120. Já o fator de combinação  $\psi_0 \leq 1$  para a carga variável varia entre 0,5 e 0,8, a depender do tipo de uso da edificação.

Também são definidos valores frequentes e quase permanentes das ações, utilizados

para a verificação dos estados limites de serviço (ELS), como sendo o produto do valor nominal (característico) da ação multiplicado por coeficientes redutores  $\psi_1 \leq 1$  e  $\psi_2 \leq 1$ , respectivamente. Estes valores podem ser estabelecidos de duas maneiras: (a) de modo que a corresponder a determinada frequência de excedência; ou (b) de modo que o tempo total que este valor seja excedido em um período de referência escolhido seja de apenas uma determinada fração deste período (Figura 2.7).

Figura 2.7 – Valores representativos das ações variáveis



Fonte: Adaptado de Östlund (1996).

A NBR 8681 (ABNT, 2003) o define o valor frequente ( $\psi_1$ ) como sendo o valor que é ultrapassado da ordem de  $10^5$  vezes em 50 anos, ou que tenha duração total da ordem de 5 % da vida útil da estrutura. Para a carga variável em particular, o coeficiente  $\psi_1$  assume valores entre 0,4 e 0,7, a depender do tipo de uso. De modo similar, o valor quase permanente ( $\psi_2$ ) é definido como um valor que atua durante grande parte da vida útil da estrutura, da ordem de metade deste período. Para a carga variável, são especificados valores de 0,3 a 0,6.

As normas de projeto europeias adotam um formato de estados limites bastante semelhante ao das normas brasileiras. A título de comparação, o Eurocode 0 CEN (2002a) define o valor frequente como sendo aquele excedido durante 1 % do período de referência. No entanto, em alguns documentos de referência desta norma, é recomendado um valor de 5 % (ÖSTLUND, 1996), semelhante ao da norma brasileira. Já para o valor permanente a definição adotada pelo Eurocode é a mesma da norma brasileira, correspondente a um tempo de excedência igual a 50 % do período de referência.

Com relação aos valores característicos, o Eurocode associa o valor característico das ações climáticas a uma probabilidade de excedência de 2 % em um período de um ano, o que corresponderia a um período médio de retorno de 50 anos, similar à definição da NBR 6123 (ABNT, 1988). No entanto, para a carga variável, não fica claro a qual probabilidade de excedência/período de retorno estão associados os valores indicados no Eurocode 1 (CEN, 2002b). Em alguns documentos de referência, encontra-se menção à

uma probabilidade de excedência de 5 % em 50 anos (CEN, 1996). No entanto, similar à norma brasileira, os valores apresentados no Eurocode foram estabelecidos com base na comparação com valores das normas nacionais anteriores de vários países europeus (SEDLACEK; GULVANEISSIAN, 1996).

Tabela 2.3 – Comparação das disposições de normas brasileiras e estrangeiras sobre as cargas variáveis

Tipo de ocupação	NBR 8681 e NBR 6120				EN 1990 e EN 1991-1-1			
	$L_k$ (kN/m <sup>2</sup> )	$\psi_0$	$\psi_1$	$\psi_2$	$L_k$ (kN/m <sup>2</sup> )	$\psi_0$	$\psi_1$	$\psi_2$
Edifícios comerciais, corporativos e de escritórios	2,5	0,7	0,6	0,4	3,0	0,7	0,5	0,3
Edifícios residenciais	1,5	0,5	0,4	0,3	2,0	0,7	0,5	0,3
Quartos de hotel	1,5	0,5	0,4	0,3	2,0	0,7	0,5	0,3
Enfermarias e salas de recuperação	2,0	0,5	0,4	0,3	2,0	0,7	0,5	0,3
Salas de aula	3,0	0,7	0,6	0,4	3,0	0,7	0,7	0,6
Lojas	4,0	0,7	0,6	0,4	4,0	0,7	0,7	0,6

Tabela 2.3 – Comparação das disposições de normas brasileiras e estrangeiras sobre as cargas variáveis (continuação)

Tipo de ocupação	ASCE/SEI 7-16	AS/NZS 1170.0 e 1170.1			ISO 2103	
	$L_k$ (kN/m <sup>2</sup> )	$L_k$ (kN/m <sup>2</sup> )	$\psi_0$	$\psi_1$	$\psi_2$	$L_k$ (kN/m <sup>2</sup> )
Edifícios comerciais, corporativos e de escritórios	2,40	3,0	0,4	0,7	0,4	2,0
Edifícios residenciais	1,44	1,5	0,4	0,7	0,4	1,5
Quartos de hotel	1,44	2,0	0,4	0,7	0,4	1,5
Enfermarias e salas de recuperação	1,92	2,0	0,6	1,0	0,6	1,5
Sala de aula	1,92	3,0	0,6	1,0	0,6	2,0
Lojas	4,79	4,0	0,4	0,7	0,4	4,0

Fonte: Elaborado pelo autor.

A Tabela 2.3 apresenta uma comparação das prescrições de diversas normas a respeito das cargas variáveis. São apresentados: (a) o valor característico nominal da carga uniformemente distribuída  $L_n$  (a letra  $L$  é utilizada neste trabalho em referência ao termo em inglês *live load*); (b) o fator de combinação  $\psi_0$ ; (c) o fator de redução para valor frequente  $\psi_1$ ; e (d) o fator de redução para valor quase permanente  $\psi_2$ . Foram consideradas nesta comparação as seguintes normas: as normas brasileiras NBR 8681:2003 (ABNT, 2003)

e NBR 6120:2019 (ABNT, 2019); as normas europeias EN 1990:2002 (CEN, 2002a) e EN 1991-1-1:2002 (CEN, 2002b); a norma americana ASCE/SEI 7-16 (ASCE, 2016); as normas australianas/neozelandesas AS/NZS 1170.0:2002 (SA, 2002a) e AS/NZS 1170.1:2002 (SA, 2002b); e a norma ISO 2103:1986 (ISO, 1986).

O formato *Load and Resistance Factor Design* (LRFD) empregado nas normas norte-americanas trabalha com uma quantidade reduzida de combinações, e não define um coeficiente de combinação  $\psi_0$  nem os valores frequentes e quase permanentes,  $\psi_1$  e  $\psi_2$ . No entanto, na combinação em que a carga variável é a ação principal, o valor de cálculo a ser utilizado é  $1,6L_n$ , em que  $L_n$  é o valor nominal; e nas combinações em que a carga variável é secundária seu valor representativo é  $1,0L_n$ . Assim, pode-se entender que o fator de combinação seria  $\psi_0 = 1,0/1,6 = 0,625$ , que é um valor próximo aos das demais normas consideradas na Tabela 2.3. A norma ISO 2103:1986 (ISO, 1986) se limita a apresentar os valores nominais da carga variável, sem definir nenhuma combinação de ações.

Quanto ao coeficiente de ponderação das ações, tanto os Eurocodes quanto as normas australianas/neozelandesas utilizam um coeficiente  $\gamma_L = 1,5$  para a carga variável. A norma norte-americana, por outro lado, especifica um coeficiente de segurança parcial igual a  $\gamma_L = 1,6$  para a carga variável. Ambos os valores são maiores que o coeficiente de ponderação  $\gamma_L = 1,4$  normalmente utilizado pela norma brasileira (quando as ações variáveis são consideradas conjuntamente).

## Parcela sustentada

A parcela sustentada da carga variável, cuja definição é apresentada na [Seção 2.1](#), é tratada em maiores detalhes neste capítulo. Inicialmente, apresenta-se a formulação do modelo probabilístico hierárquico para a ação sustentada, proposto originalmente por [Peir \(1971\)](#). Este modelo é o mesmo recomendado pelo [JCSS \(2001\)](#). Na sequência, o modelo é utilizado para avaliar os efeitos de interesse por meio de superfícies de influência, e a partir disto deriva-se o conceito de carga equivalente uniformemente distribuída. Em seguida, é descrita a variabilidade temporal do processo estocástico que representa a ação sustentada, obtendo-se a sua distribuição de extremos e as estatísticas de barreira de interesse. Posteriormente, são apresentados valores para os parâmetros do modelo para diversos tipos de ocupação. Uma implementação do modelo é apresentada ao final do capítulo para ilustrar os conceitos discutidos.

### 3.1 Intensidade em um ponto arbitrário no tempo

O ponto de partida do modelo é a intensidade da ação sustentada em uma determinada posição de uma laje. Esta intensidade é representada por um processo estocástico assumido estacionário, de modo que o índice  $t$  que denota a dependência com relação ao tempo será omitido. Assim, representa-se por  $\mathcal{W}_{ij}(x, y)$  a intensidade da carga sustentada que atua sobre uma área infinitesimal  $\Delta A$  na localização  $(x, y)$  do piso  $i$  de uma edificação  $j$  em um ponto arbitrário no tempo. Esta intensidade pode ser expressa por:

$$\mathcal{W}_{ij}(x, y) = m + \gamma_{ij} + \varepsilon_{ij}(x, y), \quad (3.1)$$

onde  $m$  é uma média geral particular a uma categoria de uso (edifício residencial ou comercial, por exemplo);  $\gamma_{ij}$  é uma variável aleatória de média nula que descreve o quanto a média do piso  $i$  da edificação  $j$  se desvia da média geral  $m$ ; e  $\varepsilon_{ij}(x, y)$  é um campo estocástico de média nula que descreve a variabilidade espacial da intensidade da ação sustentada dentro deste piso.

O termo  $\gamma_{ij}$  da expressão (3.1) pode ser subdividido em duas parcelas:

$$\gamma_{ij} = \gamma_{bld,j} + \gamma_{flr,i}, \quad (3.2)$$

ambas com média nula, em que  $\gamma_{bld,j}$  representa o desvio da média espacial do edifício  $j$  como um todo da média  $m$ ; e  $\gamma_{flr,i}$  representa o desvio da média do pavimento  $i$  com

relação à média da edificação  $j$ , i.e., com relação a  $m + \gamma_{bld,j}$ . Para simplificar a notação, os índices  $i$  e  $j$  serão omitidos deste ponto em diante.

Substituindo (3.2) em (3.1), têm-se:

$$\mathcal{W}(x, y) = m + \gamma_{bld} + \gamma_{flr} + \varepsilon(x, y). \quad (3.3)$$

Em geral, o campo estocástico  $\varepsilon(x, y)$  possui correlação espacial não nula, isto é, para dois pontos  $(x, y)$  e  $(u, v)$  têm-se:

$$\text{Cov}[\varepsilon(x, y), \varepsilon(u, v)] \neq 0. \quad (3.4)$$

Os momentos da distribuição de  $\mathcal{W}(x, y)$  são dados por:

$$E[\mathcal{W}(x, y)] = \mu_{\mathcal{W}} = m, \quad (3.5)$$

$$\text{Var}[\mathcal{W}(x, y)] = \sigma_{\mathcal{W}}^2 = \sigma_{bld}^2 + \sigma_{flr}^2 + \sigma_{\varepsilon}^2, \quad (3.6)$$

sendo  $\sigma_{bld}^2$ ,  $\sigma_{flr}^2$  e  $\sigma_{\varepsilon}^2$  as variâncias de  $\gamma_{bld}$ ,  $\gamma_{flr}$  e  $\varepsilon(x, y)$ , respectivamente. A determinação destes parâmetros pode ser feita através da análise estatística de dados de pesquisas de carga como as descritas na [Seção 2.2](#).

A covariância da intensidade do carregamento em dois pontos  $(x_1, y_1)$  e  $(x_2, y_2)$  em um mesmo pavimento da edificação é expressa por:

$$\begin{aligned} \text{Cov}[\mathcal{W}(x_1, y_1), \mathcal{W}(x_2, y_2)] &= E[\mathcal{W}(x_1, y_1), \mathcal{W}(x_2, y_2)] - E[\mathcal{W}(x_1, y_1)]E[\mathcal{W}(x_2, y_2)] \\ &= \sigma_{bld}^2 + \sigma_{flr}^2 + \text{Cov}[\varepsilon(x_1, y_1), \varepsilon(x_2, y_2)]. \end{aligned} \quad (3.7)$$

Para pontos  $(x_1, y_1)$  e  $(x_3, y_3)$  em pavimentos diferentes, a covariância é dada por:

$$\begin{aligned} \text{Cov}[\mathcal{W}(x_1, y_1), \mathcal{W}(x_3, y_3)] &= E[\mathcal{W}(x_1, y_1), \mathcal{W}(x_3, y_3)] - E[\mathcal{W}(x_1, y_1)]E[\mathcal{W}(x_3, y_3)] \\ &= \sigma_{bld}^2 + \text{Cov}[\varepsilon(x_1, y_1), \varepsilon(x_3, y_3)]. \end{aligned} \quad (3.8)$$

### 3.2 Correlação espacial

Sejam  $(x_1, y_1)$  e  $(x_2, y_2)$  dois pontos localizados no mesmo pavimento. Define-se a função índice de autocorrelação espacial  $\rho[\varepsilon(x_1, y_1), \varepsilon(x_2, y_2)]$  do campo estocástico  $\varepsilon(x, y)$  como:

$$\rho[\varepsilon(x_1, y_1), \varepsilon(x_2, y_2)] = \frac{\text{Cov}[\varepsilon(x_1, y_1), \varepsilon(x_2, y_2)]}{\sqrt{\text{Var}[\varepsilon(x_1, y_1)]\text{Var}[\varepsilon(x_2, y_2)]}} = \frac{E[\varepsilon(x_1, y_1), \varepsilon(x_2, y_2)]}{\sigma_{\varepsilon}^2}. \quad (3.9)$$

Três expressões foram propostas por [Hauser \(1971\)](#) para a autocorrelação espacial do campo estocástico  $\varepsilon(x, y)$ . A primeira destas estruturas de correlação consiste em dividir

a área de interesse em uma certa quantidade de zonas, e atribuir a quaisquer dois pontos situados em zonas  $m$  e  $n$  distintas um mesmo coeficiente de correlação expresso por:

$$\rho_{m,n} = C_1^{|n-m|}, \quad (3.10)$$

em que  $C_1 \leq 1$  é uma constante a ser determinada; e  $|n - m|$  é a distância horizontal, medida em múltiplos de uma distância de referência  $d$ , entre os centros das zonas  $n$  e  $m$ .

Como consequência desta abordagem discreta, todos os pontos situados em uma mesma zona possuirão correlação perfeita, i.e.,  $R_{\epsilon\epsilon} = 1$ . Com base nos resultados de uma pesquisa de carga realizada em edifícios comerciais no Reino Unido (MITCHELL; WOODGATE, 1971a), Hauser (1971) verificou que  $C_1 = 0,5$  e  $d = 5$  ft (1,52 m) forneciam uma boa concordância com os resultados observados (COROTIS; JARIA, 1979). No entanto, este modelo tem a desvantagem de limitar as áreas que podem ser consideradas a um conjunto discreto de valores.

Com base em um processo autorregressivo de primeira ordem, Hauser (1971) propôs um modelo contínuo em que a correlação entre dois pontos  $(x_1, y_1)$  e  $(x_2, y_2)$  em um mesmo pavimento é expressa por:

$$\rho(r) = \exp\left(-\frac{r}{C_2}\right). \quad (3.11)$$

Na expressão (3.11),  $r^2 = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$  é a distância horizontal que separa os pontos; e  $C_2$  é uma constante a ser determinada. Uma forma quadrática desta expressão também foi proposta pelo autor:

$$\rho(r) = \exp\left(-\frac{r^2}{C_3^2}\right). \quad (3.12)$$

As constantes  $C_2$  e  $C_3$  são comprimentos de correlação, que controlam o quão rapidamente a correlação decai com o aumento da distância. Quando estas constantes são devidamente calibradas para um mesmo conjunto de dados, ambas as expressões (3.11) e (3.12) produzem resultados similares (PEIR, 1971). No entanto, a expressão (3.12) é mais comumente utilizada na literatura. Isto se deve ao fato de que, ao considerar o quadrado da distância  $r$ , esta expressão permite eliminar a raiz quadrada do expoente, o que simplifica consideravelmente o trato matemático das integrais que surgirão a seguir no modelo e permite desacoplar as direções perpendiculares  $x$  e  $y$ .

Todas as três estruturas de correlação propostas por Hauser (1971) refletem o comportamento que se espera intuitivamente, que pode ser interpretado da seguinte forma: se a intensidade de carga em um determinado ponto do pavimento é superior à média, então provavelmente as intensidades de carga na vizinhança próxima a este ponto também devem ser altas, isto é, existe uma correlação positiva que tende a decair com o aumento da distância que separa estes pontos.

Peir (1971) propôs uma generalização do modelo de Hauser para levar em consideração a correlação do campo estocástico  $\varepsilon(x, y)$  para dois pontos  $(x_1, y_1)$  e  $(x_3, y_3)$  localizados em pavimentos diferentes da edificação:

$$\rho(r, m) = \rho_m \exp\left(-\frac{r^2}{C_3^2}\right). \quad (3.13)$$

Na expressão (3.13), o termo  $\rho_m$  representa o que Mitchell e Woodgate (1971a) chamaram de “efeito de empilhamento” (*stacking effect*), i.e., a tendência aparente de inquilinos em diferentes pisos da edificação fazerem uso do espaço de forma semelhante verticalmente.

Intuitivamente, espera-se que esta correlação vertical diminua à medida que o número de pavimentos separando os dois pontos aumenta. Peir (1971) examinou três possibilidades para a correlação vertical :

$$\rho_m(m) = h^m, \quad \text{com } h < 1, \quad (3.14)$$

$$\rho_m(m) = \rho_c, \quad \text{constante, independente de } m, \quad (3.15)$$

$$\rho_m(m) = f(m), \quad \text{uma função genérica de } m, \quad (3.16)$$

em que  $m$  é o número de pavimentos que separa os pontos  $(x_1, y_1)$  e  $(x_3, y_3)$ . Naturalmente, para o caso em que os pontos se encontram no mesmo pavimento ( $m = 0$ ),  $\rho_m$  deve assumir valor unitário, recuperando a equação (3.12).

### 3.3 Carga total

O modelo que descreve o campo estocástico  $\mathcal{W}(x, y)$  pode ser utilizado, por exemplo, para se obter a carga total que atua sobre uma determinada área  $A$ . Esta carga total, denotada por  $\mathcal{L}(A)$ , será posteriormente utilizada como base para a obtenção de uma carga por unidade de área, que por sua vez permitirá estimar os parâmetros do modelo a partir dos dados de pesquisas de carga.

#### 3.3.1 Um único pavimento

Seja uma área retangular  $A = ab$  de dimensões  $a \times b$  inteiramente contida em um único pavimento. A carga total  $\mathcal{L}(A)$  que atua sobre esta área é expressa por:

$$\mathcal{L}(A) = \int_0^a \int_0^b \mathcal{W}(x, y) dy dx. \quad (3.17)$$

A média de  $\mathcal{L}(A)$  é dada por:

$$\begin{aligned}
 E[\mathcal{L}(A)] &= E\left[\int_0^a \int_0^b \mathcal{W}(x, y) dy dx\right] \\
 &= \int_0^a \int_0^b E[\mathcal{W}(x, y)] dy dx \\
 &= \int_0^a \int_0^b m dy dx \\
 &= mA.
 \end{aligned} \tag{3.18}$$

Semelhantemente, a variância de  $\mathcal{L}(A)$  é expressa por:

$$\begin{aligned}
 \text{Var}[\mathcal{L}(A)] &= \int_0^a \int_0^a \int_0^b \int_0^b \text{Cov}[\mathcal{W}(x_1, y_1), \mathcal{W}(x_2, y_2)] dy_1 dy_2 dx_1 dx_2 \\
 &= \int_0^a \int_0^a \int_0^b \int_0^b \left(\sigma_{bld}^2 + \sigma_{flr}^2 + \text{Cov}[\varepsilon(x_1, y_1), \varepsilon(x_2, y_2)]\right) dy_1 dy_2 dx_1 dx_2.
 \end{aligned} \tag{3.19}$$

Admitindo autocorrelação exponencial quadrática conforme (3.12) com comprimento de correlação  $C_3 = d$  e substituindo na expressão (3.19), obtém-se:

$$\begin{aligned}
 \text{Var}[\mathcal{L}(A)] &= A^2(\sigma_{bld}^2 + \sigma_{flr}^2) + \sigma_\varepsilon^2 \left[ \int_0^a \int_0^a \exp\left(\frac{-(x_2 - x_1)^2}{d^2}\right) dx_1 dx_2 \times \right. \\
 &\quad \left. \times \int_0^b \int_0^b \exp\left(\frac{-(y_2 - y_1)^2}{d^2}\right) dy_1 dy_2 \right].
 \end{aligned} \tag{3.20}$$

A variância para a área  $A$  expressa em (3.20) é máxima quando  $a = b = \sqrt{A}$ , i.e., quando a área  $A$  é quadrada. Assim, pode-se estabelecer um limite superior para  $\mathcal{L}(A)$ :

$$\begin{aligned}
 \text{Var}[\mathcal{L}(A)] &\leq A^2(\sigma_{bld}^2 + \sigma_{flr}^2) + \sigma_\varepsilon^2 \left[ \int_0^{\sqrt{A}} \int_0^{\sqrt{A}} \exp\left(\frac{-(x_2 - x_1)^2}{d^2}\right) dx_1 dx_2 \times \right. \\
 &\quad \left. \times \int_0^{\sqrt{A}} \int_0^{\sqrt{A}} \exp\left(\frac{-(y_2 - y_1)^2}{d^2}\right) dy_1 dy_2 \right] \\
 &= A^2(\sigma_{bld}^2 + \sigma_{flr}^2) + A\sigma_\varepsilon^2 \pi d^2 K(A),
 \end{aligned} \tag{3.21}$$

onde

$$K(A) = \left\{ \text{erf}\left(\sqrt{\frac{A}{d^2}}\right) - \sqrt{\frac{d^2}{A\pi}} \left[ 1 - \exp\left(-\frac{A}{d^2}\right) \right] \right\}^2, \tag{3.22}$$

e  $\text{erf}(\cdot)$  é a função erro, definida como:

$$\text{erf}(x) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^x e^{-t^2} dt. \tag{3.23}$$

O erro em que se incorre ao tomar o limite superior da (3.21) no lugar da (3.20) é tão maior quanto mais a relação entre lados  $a/b$  se afasta da unidade.

Para  $A$  suficientemente grande, da ordem de  $\sqrt{A/d^2} \gtrsim 6$ , o termo  $K(A)$  se aproxima da unidade, e a variância da carga por unidade de área pode ser aproximada a favor da segurança por:

$$K(A) \approx 1 \implies \text{Var}[\mathcal{L}(A)] \approx A^2(\sigma_{bld}^2 + \sigma_{flr}^2) + A\sigma_\varepsilon^2\pi d^2. \quad (3.24)$$

Para uma área pequena, todos os termos da expressão (3.21) são relevantes, e o erro da aproximação expressa em (3.24) se torna muito grande.

### 3.3.2 Múltiplos pavimentos

Consideremos agora uma área total  $A_2 = ab + cd$  composta pela soma de duas áreas retangulares de dimensões  $a \times b$  e  $c \times d$  em pavimentos diferentes. A carga total  $\mathcal{L}(A_2)$  pode ser entendida como a carga total que atua na área tributária de um pilar que suporta dois pavimentos, por exemplo, e é expressa por:

$$\mathcal{L}(A_2) = \int_0^a \int_0^b \mathcal{W}(x, y) dy dx + \int_0^c \int_0^d \mathcal{W}(u, v) dv du. \quad (3.25)$$

A média de  $\mathcal{L}(A_2)$  é dada por:

$$\begin{aligned} E[\mathcal{L}(A_2)] &= E \left[ \int_0^a \int_0^b \mathcal{W}(x, y) dy dx + \int_0^c \int_0^d \mathcal{W}(u, v) dv du \right] \\ &= \int_0^a \int_0^b E[\mathcal{W}(x, y)] dy dx + \int_0^c \int_0^d E[\mathcal{W}(u, v)] dv du \\ &= \int_0^a \int_0^b m dy dx + \int_0^c \int_0^d m dv du \\ &= m(ab + cd) = mA_2. \end{aligned} \quad (3.26)$$

Semelhantemente, a variância de  $\mathcal{L}(A_2)$  é expressa por:

$$\begin{aligned} \text{Var}[\mathcal{L}(A_2)] &= \left( \int_0^a \int_0^a \int_0^b \int_0^b \text{Cov}[\mathcal{W}(x_1, y_1), \mathcal{W}(x_2, y_2)] dy_1 dy_2 dx_1 dx_2 \right. \\ &\quad + 2 \int_0^a \int_0^b \int_0^c \int_0^d \text{Cov}[\mathcal{W}(x, y), \mathcal{W}(u, v)] dv du dy dx \\ &\quad \left. + \int_0^c \int_0^c \int_0^d \int_0^d \text{Cov}[\mathcal{W}(u_1, v_1), \mathcal{W}(u_2, v_2)] dv_1 dv_2 du_1 du_2 \right). \end{aligned} \quad (3.27)$$

Para simplificar a expressão (3.27), assim como no caso de um único pavimento, assume-se que a planta dos dois pavimentos seja idêntica e que a área contribuinte de

cada pavimento, denotada por  $A$ , seja quadrada (isto é,  $a = b = c = d = \sqrt{A}$ ). A partir da expressão de autocorrelação exponencial quadrática conforme equação (3.13) com comprimento de correlação horizontal  $C_3 = d$  e correlação vertical expressa por  $\rho_m(m)$ , obtém-se o seguinte limite superior para  $\text{Var}[\mathcal{L}(A_2)]$ :

$$\text{Var}[\mathcal{L}(A_2)] \leq 4A^2 \left( \sigma_{bld}^2 + \frac{\sigma_{flr}^2}{2} \right) + 2A\sigma_\varepsilon^2 \pi d^2 K(A)(1 + \rho_m(1)). \quad (3.28)$$

As expressões (3.26) e (3.28) podem ser generalizadas para uma área  $A_n$  correspondente a  $n$  pavimentos com áreas  $A$  idênticas:

$$E[\mathcal{L}(A_n)] = mnA, \quad (3.29)$$

$$\begin{aligned} \text{Var}[\mathcal{L}(A_n)] \leq n^2 A^2 \left( \sigma_{bld}^2 + \frac{\sigma_{flr}^2}{n} \right) + \\ + nA\sigma_\varepsilon^2 \pi d^2 K(A) \left( 1 + \frac{1}{n} \sum_{m=1}^{n-1} 2(n-m)\rho_m(m) \right). \end{aligned} \quad (3.30)$$

Em particular, para  $\rho_m(m) = \rho_c$  constante, a expressão (3.30) resulta:

$$\text{Var}[\mathcal{L}(A_n)] \leq n^2 A^2 \left( \sigma_{bld}^2 + \frac{\sigma_{flr}^2}{n} \right) + nA\sigma_\varepsilon^2 \pi d^2 K(A)(1 + (n-1)\rho_c). \quad (3.31)$$

Para  $n = 1$ , i.e., para uma área contida inteiramente em um único pavimento, a expressão (3.31) recupera a (3.21).

### 3.4 Carga por unidade de área

Usualmente, os resultados das pesquisas de carga são apresentados na forma de uma carga uniforme por unidade de área (denotada neste trabalho por  $\mathcal{U}(A)$ ), que corresponde ao peso de todos os itens e ocupantes em uma determinada área  $A$  dividido por esta  $A$ . Assim, os dados disponíveis para estimar os parâmetros do modelo dizem respeito a  $\mathcal{U}(A)$ . Faz-se necessário, portanto, estabelecer uma relação entre os momentos estatísticos da carga por unidade de área e os momentos do processo  $\mathcal{W}(x, y)$ , expressos em (3.5) e (3.6).

#### 3.4.1 Um único pavimento

Seja uma área retangular  $A = ab$  de dimensões  $a \times b$  inteiramente contida em um único pavimento. A carga por unidade de área  $\mathcal{U}(A)$  que atua sobre esta área é expressa por:

$$\mathcal{U}(A) = \frac{\int_0^a \int_0^b \mathcal{W}(x, y) dy dx}{A} = \frac{\mathcal{L}(A)}{A}. \quad (3.32)$$

A média e a variância de  $\mathcal{U}(A)$  são dadas por:

$$E[\mathcal{U}(A)] = E\left[\frac{\mathcal{L}(A)}{A}\right] = \frac{E[\mathcal{L}(A)]}{A} = m, \quad (3.33)$$

$$\begin{aligned} \text{Var}[\mathcal{U}(A)] &= \text{Var}\left[\frac{\mathcal{L}(A)}{A}\right] = \frac{\text{Var}[\mathcal{L}(A)]}{A^2} \\ &\leq \sigma_{bld}^2 + \sigma_{flr}^2 + \sigma_\varepsilon^2 \pi d^2 \frac{K(A)}{A}. \end{aligned} \quad (3.34)$$

### 3.4.2 Múltiplos pavimentos

Da mesma maneira, para uma área  $A_n$  contida em múltiplos pavimentos e expressa pela soma de  $n$  áreas  $A$  idênticas, têm-se:

$$\mathcal{U}(A_n) = \frac{\mathcal{L}(A_n)}{nA}. \quad (3.35)$$

A média e a variância de  $\mathcal{U}(A_n)$  são dadas por:

$$E[\mathcal{U}(A_n)] = E\left[\frac{\mathcal{L}(A_n)}{nA}\right] = \frac{E[\mathcal{L}(A_n)]}{nA} = m, \quad (3.36)$$

$$\text{Var}[\mathcal{U}(A_n)] = \text{Var}\left[\frac{\mathcal{L}(A_n)}{nA}\right] = \frac{\text{Var}[\mathcal{L}(A_n)]}{n^2 A^2}. \quad (3.37)$$

Para correlação  $\rho_m(m)$  vertical genérica, a expressão (3.37) resulta:

$$\text{Var}[\mathcal{U}(A_n)] \leq \sigma_{bld}^2 + \frac{\sigma_{flr}^2}{n} + \sigma_\varepsilon^2 \pi d^2 \frac{K(A)}{nA} \left(1 + \frac{1}{n} \sum_{m=1}^{n-1} 2(n-m)\rho_m(m)\right). \quad (3.38)$$

Em particular, para  $\rho_m(m) = \rho_c$  constante, têm-se:

$$\text{Var}[\mathcal{U}(A_n)] \leq \sigma_{bld}^2 + \frac{\sigma_{flr}^2}{n} + \sigma_\varepsilon^2 \pi d^2 \frac{K(A)}{nA} (1 + (n-1)\rho_c). \quad (3.39)$$

### 3.4.3 Obtenção dos parâmetros do modelo

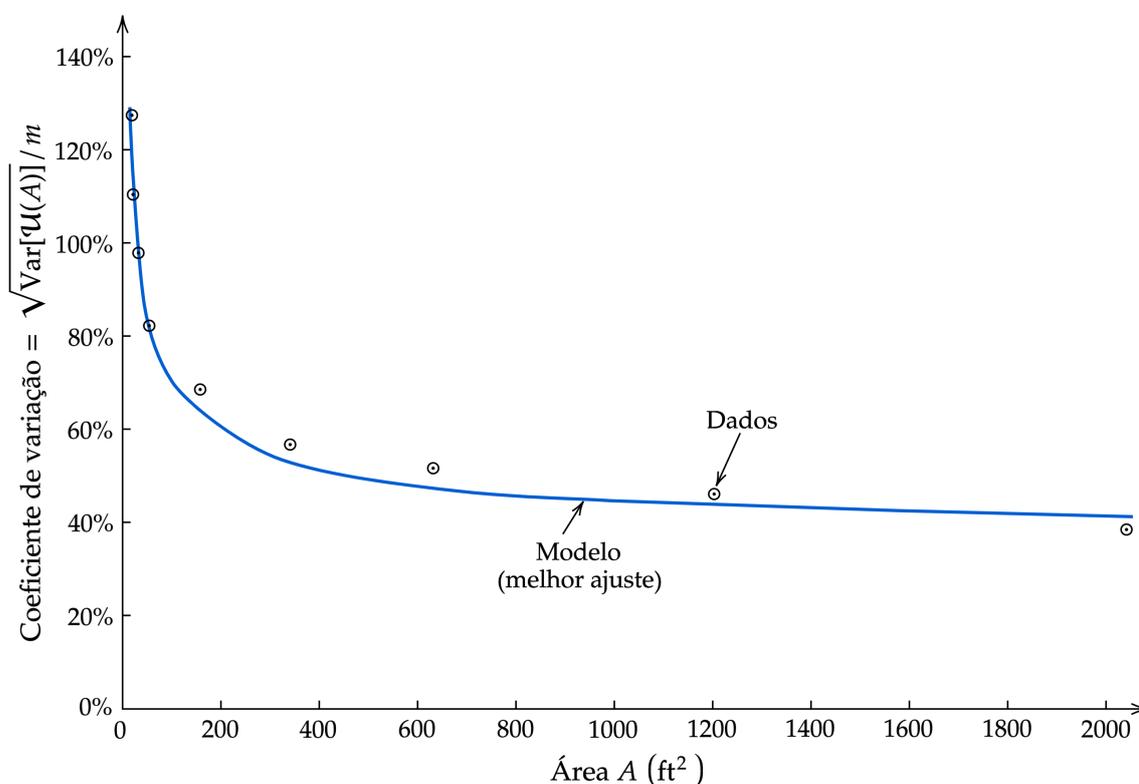
Um procedimento para a obtenção dos parâmetros do modelo a partir dos dados de levantamentos de carga é delineado em [Peir e Cornell \(1973\)](#):

- A média global  $m$  é facilmente estimada como a média dos valores da carga por unidade de área  $\mathcal{U}(A)$  aferidos na pesquisa;
- Os valores da soma  $\sigma_{bld}^2 + \sigma_{flr}^2$  e dos parâmetros  $\sigma_\varepsilon^2$  e  $d$  podem ser determinados plotando-se o desvio padrão obtido para a carga por unidade de área em um pavimento ( $\sqrt{\text{Var}[\mathcal{U}(A)]}$ ) em função da área  $A$ , (conforme ilustrado na [Figura 3.1](#)) e realizando uma regressão não-linear na forma da expressão (3.34);

- Por fim, plotando-se o desvio padrão da carga por unidade de área em múltiplos pavimentos ( $\sqrt{\text{Var}[\mathcal{U}(A_n)]}$ ) em função de  $n$  (conforme mostrado na Figura 3.2 para diferentes valores da área por pavimento  $A$ ) e realizando uma regressão não-linear na forma da expressão (3.39), determina-se separadamente o valor dos parâmetros  $\sigma_{bld}^2$  e  $\sigma_{flr}^2$ , bem como a correlação vertical  $\rho_c$ .

Seguindo este roteiro e utilizando os dados do levantamento de Mitchell e Woodgate (1971a), Peir (1971) obteve os seguintes parâmetros para edifícios comerciais:  $m = 11,8 \text{ psf}$  ( $565 \text{ N/m}^2$ );  $\sigma_{bld}^2 = 3,0 \text{ psf}^2$  ( $6880 \text{ N}^2/\text{m}^4$ );  $\sigma_{flr}^2 = 17,25 \text{ psf}^2$  ( $39\,550 \text{ N}^2/\text{m}^4$ );  $\sigma_\varepsilon^2 = 260 \text{ psf}^2$  ( $596\,050 \text{ N}^2/\text{m}^4$ );  $d^2 = 9 \text{ ft}^2$  ( $0,836 \text{ m}$ ); e  $\rho_m(m) = \rho_c = 0,7$  constante.

Figura 3.1 – Variância da carga por unidade de área  $\mathcal{U}(A)$  para um pavimento: modelo versus resultados da pesquisa de carga

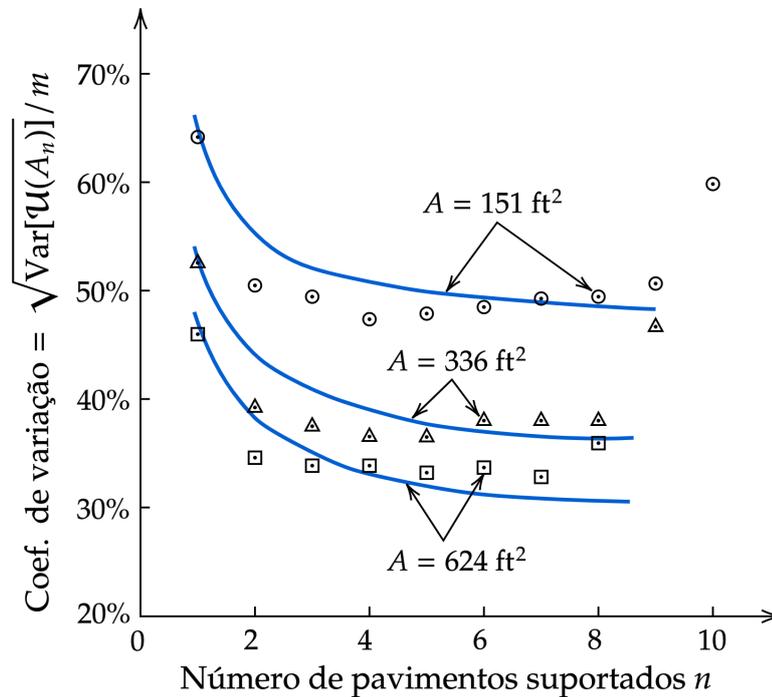


Fonte: Adaptado de Peir e Cornell (1973).

### 3.5 Efeitos do carregamento na estrutura

No projeto estrutural, usualmente não se tem interesse no carregamento propriamente dito, mas sim no efeito que este carregamento causa na estrutura. Pode-se citar como exemplos típicos de efeitos de interesse: a força total em um pilar, o momento fletor ou esforço cortante em uma viga, o deslocamento em uma laje, etc. Portanto, o próximo passo natural no modelo é relacionar o campo estocástico  $\mathcal{W}(x, y)$  aos efeitos causados por este carregamento. Para tanto, é necessário primeiramente introduzir os conceitos de superfície de influência e área de influência.

Figura 3.2 – Variância da carga por unidade de área  $\mathcal{U}(A_n)$  para múltiplos pavimento: modelo *versus* resultados da pesquisa de carga



Fonte: Adaptado de Peir e Cornell (1973).

### 3.5.1 Superfícies de influência

Seja  $I(x, y)$  a superfície de influência para determinado efeito de interesse. Por definição, a ordenada da superfície de influência em um ponto  $(x, y)$  possui valor numérico igual à magnitude do efeito que seria causado por uma carga por unidade de área aplicada neste mesmo ponto. Trata-se, portanto, de uma extensão do conceito de linha de influência em vigas para duas dimensões.

Na Figura 3.3 são apresentados exemplos de superfície de influência para o esforço axial e momento em torno do eixo  $y$  de um pilar interno, assumindo que as bordas das quatro lajes contíguas são engastadas.

Expressões analíticas aproximadas podem ser obtidas como o produto de linhas de influência de vigas nas direções  $x$  e  $y$ :

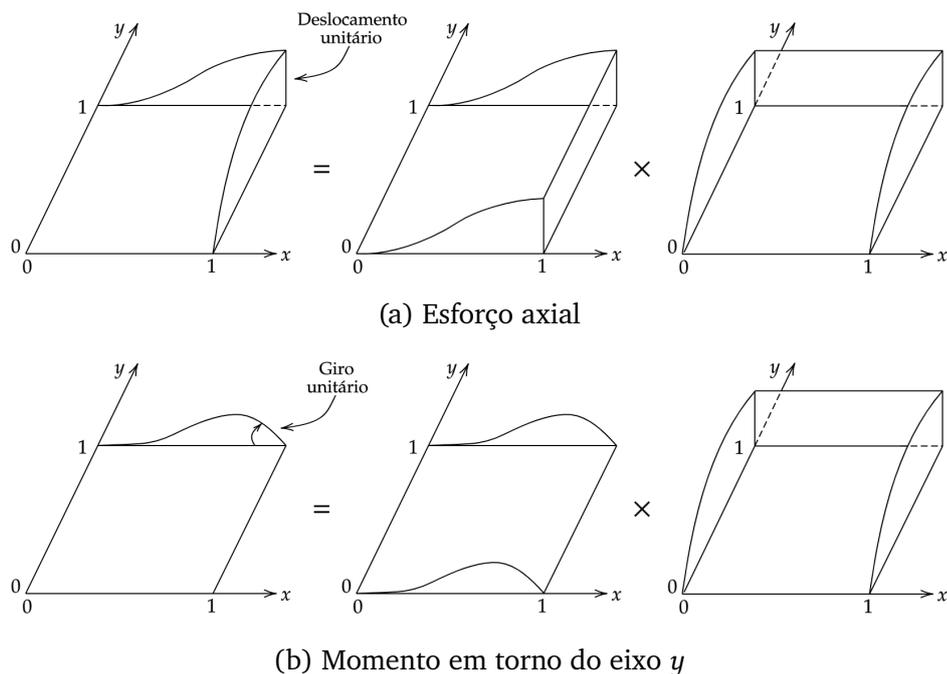
$$\text{Esforço axial} \Rightarrow I(x, y) = (3x^2 - 2x^3)(3y^2 - 2y^3), \quad (3.40)$$

$$\text{Momento em torno do eixo } y \Rightarrow I(x, y) = (x^2 - x^3)(3y^2 - 2y^3), \quad (3.41)$$

$$\text{Momento em torno do eixo } x \Rightarrow I(x, y) = (y^2 - y^3)(3x^2 - 2x^3), \quad (3.42)$$

onde  $x$  e  $y$  são as posições normalizadas com relação às dimensões dos lados ( $0 \leq x, y \leq 1$ ). É conveniente que estas expressões sejam polinômios, pois isto permitirá a fácil integração que será introduzida no modelo a seguir.

Figura 3.3 – Exemplos de superfícies de influência para um pilar interno



Fonte: Adaptado de Corotis (1972).

### 3.5.2 Área de influência

A área de influência  $A_I$  para determinado efeito de interesse é definida como a área sobre a qual a superfície de influência para este efeito é diferente de zero. É importante ressaltar que esta definição não corresponde à noção usual de área tributária – muitas vezes incorretamente chamada de área de influência – que é pensada como a área que contribui para o carregamento de um determinado elemento, delimitada pelos pontos médios dos vãos das lajes/vigas adjacentes.

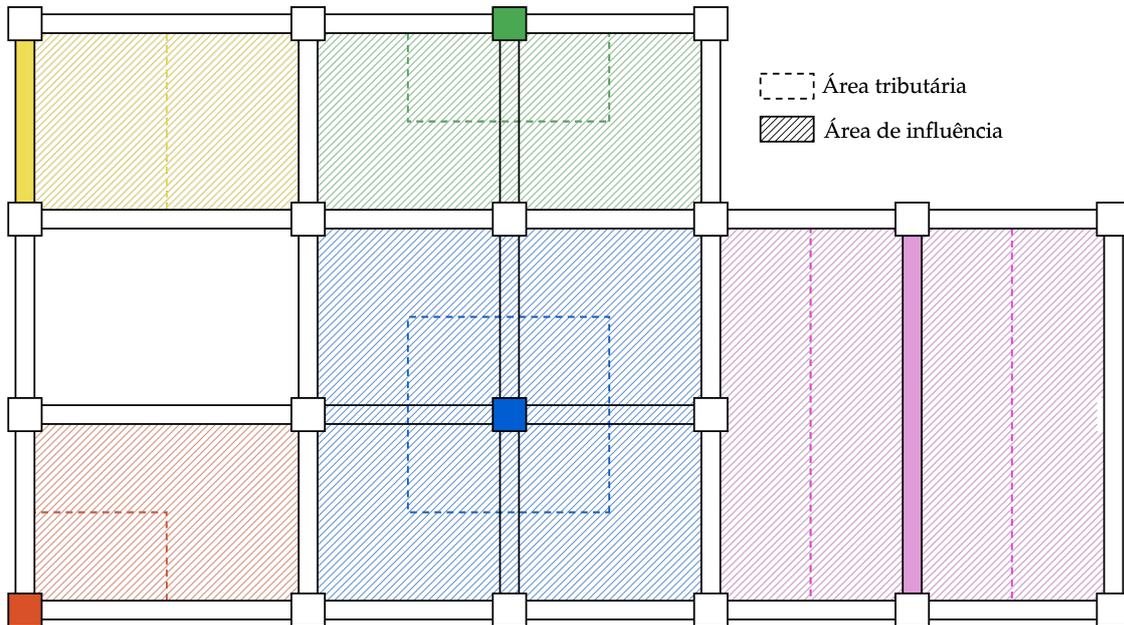
Esta distinção entre área tributária e área de influência é feita de modo claro na norma norte-americana ASCE/SEI 7-16 (ASCE, 2016). Nesta norma, a redução permitida para a carga variável é calculada em função da área de influência, que é expressa como um múltiplo da área tributária,  $A_I = K_{LL}A_T$ . O valor do coeficiente  $K_{LL}$  depende do tipo de elemento analisado (coluna/viga interna ou externa, com ou sem laje em balanço, etc).

A Figura 3.4 ilustra a diferença entre área de influência e área tributária. As áreas tributárias dos elementos dependem das vinculações assumidas das lajes e da teoria utilizada para realizar a distribuição do carregamento para as vigas (charneiras plásticas, por exemplo). No entanto, pode-se dizer de forma geral que a área de influência é da ordem de duas vezes a área tributária para vigas e quatro vezes a área tributária para pilares.

### 3.5.3 Efeito resultante

Denota-se por  $\mathcal{S}(A_I)$  um determinado efeito estrutural de interesse (esforço interno, deslocamento, etc) resultante da ação do campo estocástico  $\mathcal{W}(x, y)$  sobre a área

Figura 3.4 – Áreas de influência versus áreas tributárias típicas



Fonte: Elaborado pelo autor.

de influência  $A_I$ . Assumindo um comportamento elástico linear, onde o princípio da superposição de efeitos é válido, o efeito resultante  $S(A_I)$  pode ser obtido integrando-se a intensidade do carregamento ponderado pela superfície de influência  $I(x, y)$  ao longo da área de influência:

$$S(A) = \iint_{A_I} \mathcal{W}(x, y) I(x, y) dy dx \quad (3.43)$$

Para resposta estrutural não linear, o efeito resultante pode ser aproximado por uma análise incremental assumindo comportamento linear a cada passo. Para isso, substitui-se  $\mathcal{W}(x, y)$  e  $S(A_I)$  na equação (3.43) por incrementos  $\Delta\mathcal{W}(x, y)$  e  $\Delta S(A_I)$  de intensidade e efeito, e a superfície de influência  $I(x, y)$  por alguma função equivalente que leve em conta o histórico do carregamento total.

A média de  $S(A_I)$  é dada por:

$$\begin{aligned} E[S(A_I)] &= E \left[ \iint_{A_I} I(x, y) \mathcal{W}(x, y) dy dx \right] \\ &= \iint_{A_I} I(x, y) E[\mathcal{W}(x, y)] dy dx \\ &= m \iint_{A_I} I(x, y) dy dx \\ &= mV_I, \end{aligned} \quad (3.44)$$

onde  $V_I = \iint_{A_I} I(x, y) dy dx$  é o volume abaixo da superfície de influência.

Semelhantemente, a variância de  $\mathcal{S}(A_I)$  é expressa por:

$$\text{Var}[\mathcal{S}(A)] = \iint_{A_I} \iint_{A_I} \{I(x_1, y_1)I(x_2, y_2) \times \text{Cov}[\mathcal{W}(x_1, y_1), \mathcal{W}(x_2, y_2)]\} dy_1 dy_2 dx_1 dx_2. \quad (3.45)$$

### 3.6 Carga equivalente uniformemente distribuída

Nas normas de projeto, o valor da carga variável que deve ser adotado ao projetar uma estrutura normalmente é prescrito na forma de uma carga uniformemente distribuída. Assim, é de interesse prático definir uma carga uniforme por unidade de área  $Q(A)$  que, quando aplicada a uma área  $A$ , irá produzir o mesmo efeito  $\mathcal{S}(A_I)$  que o campo estocástico  $\mathcal{W}(x, y)$  original. A esta carga se dá o nome de carga equivalente uniformemente distribuída (ou EUDL, do inglês: *Equivalent Uniformly Distributed Load*).

Seguindo esta definição, o valor de  $Q(A)$  é dado por:

$$\iint_{A_I} \mathcal{W}(x, y)I(x, y) dy dx = \iint_A \underbrace{Q(A)}_{\text{constante}} I(x, y) dy dx, \quad (3.46)$$

$$\therefore Q(A) = \frac{\iint_{A_I} \mathcal{W}(x, y)I(x, y) dy dx}{\iint_A I(x, y) dy dx}. \quad (3.47)$$

Se a área  $A$  onde a EUDL será aplicada for maior ou igual à área de influência  $A_I$  na qual o campo  $\mathcal{W}(x, y)$  contribui significativamente para o efeito considerado, o termo no denominador da (3.47) resulta:

$$\iint_{A \geq A_I} I(x, y) dy dx \approx \iint_{A_I} I(x, y) dy dx = V_I. \quad (3.48)$$

Isto decorre do fato de que  $A_I$  é definida como a área na qual a superfície de influência é significativamente diferente de zero, ou seja, o volume abaixo de  $I(x, y)$  pode ser desprezado fora desta área. Assim, assume-se sem perda de generalidade que  $A = A_I$ . Esta hipótese é válida para a grande maioria dos efeitos de interesse, exceto para a cortante em vigas, conforme será comentado posteriormente. Segue da equação (3.48) que:

$$Q(A) = \frac{\iint_A \mathcal{W}(x, y)I(x, y) dy dx}{V_I} = \frac{\mathcal{S}(A)}{V_I}. \quad (3.49)$$

A média de  $Q(A)$  é dada por:

$$E[Q(A)] = E\left[\frac{\mathcal{S}(A_I)}{V_I}\right] = \frac{E[\mathcal{S}(A_I)]}{V_I} = m. \quad (3.50)$$

Semelhantemente, a variância de  $Q(A)$  é expressa por:

$$\begin{aligned} \text{Var}[Q(A)] &= \text{Var}\left[\frac{S(A_I)}{V_I}\right] = \frac{\text{Var}[S(A_I)]}{V_I^2} \\ &= \frac{1}{V_I^2} \iint_{A_I} \iint_{A_I} \{I(x_1, y_1)I(x_2, y_2) \times \\ &\quad \times \text{Cov}[\mathcal{W}(x_1, y_1), \mathcal{W}(x_2, y_2)]\} dy_1 dy_2 dx_1 dx_2. \end{aligned} \quad (3.51)$$

É possível demonstrar, usando a equação (3.34), que a expressão (3.51) pode ser limitada por (MELCHERS; BECK, 2018):

$$\text{Var}[Q(A)] \leq \sigma_{bld}^2 + \sigma_{flr}^2 + \sigma_\varepsilon^2 \pi d^2 \frac{K(A)}{A} \kappa, \quad (3.52)$$

em que  $\kappa$  é o fator de pico que depende da forma da superfície de influência do efeito considerado, definido como:

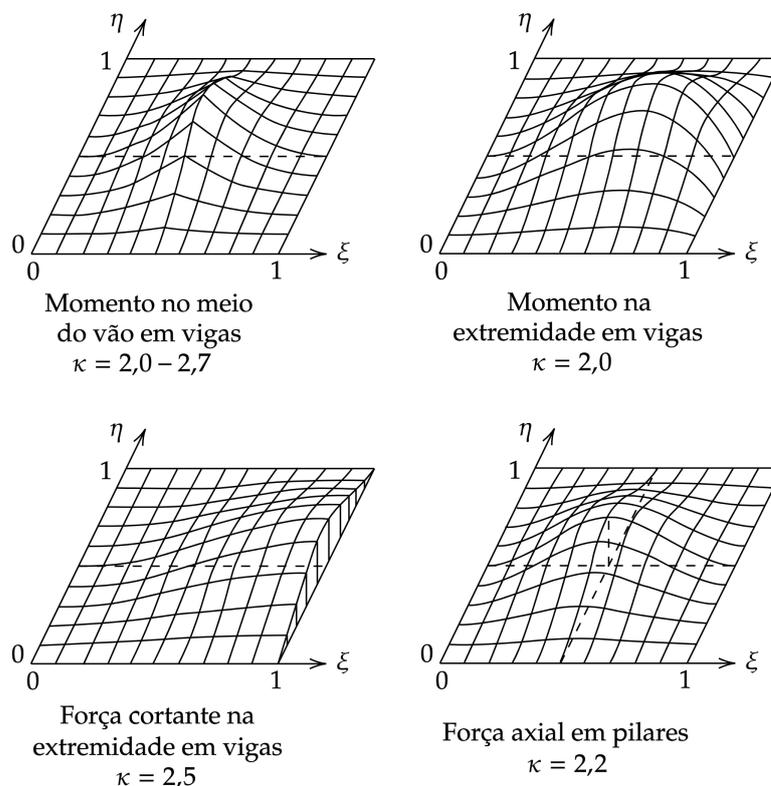
$$\kappa = A \frac{\iint_A I^2(x, y) dy dx}{\left[\iint_A I(x, y) dy dx\right]^2}. \quad (3.53)$$

É conveniente expressar  $\kappa$  utilizando coordenadas adimensionais  $\xi, \eta$  que variam entre zero e um. Por exemplo, para uma área retangular de lados  $a \times b$ , define-se  $\xi = x/a$  e  $\eta = y/b$ , de modo que a expressão (3.53) se torna:

$$\kappa = \frac{\int_0^1 \int_0^1 I^2(\xi, \eta) d\xi d\eta}{\left[\int_0^1 \int_0^1 I(\xi, \eta) d\eta d\xi\right]^2}. \quad (3.54)$$

É importante ressaltar que o cálculo de  $\kappa$  apresentado nestas expressões é válido se o princípio da superposição de efeitos é aplicável, conforme comentado na [Subseção 3.5.3](#). Para situações onde o comportamento da estrutura não é linear, este método é considerado uma aproximação razoável.

Nota-se que  $\text{Var}[Q(A)]$  é função da superfície de influência, que por sua vez depende do efeito considerado. A [Figura 3.5](#) mostra exemplos de superfícies de influências para alguns efeitos estruturais típicos e seus correspondentes valores do fator de pico  $\kappa$ . Para momento no meio do vão em vigas, o menor valor indicado na figura ( $\kappa = 2,0$ ) corresponde a uma viga simplesmente apoiada, e o maior valor ( $\kappa = 2,7$ ) corresponde a uma viga biengastada.

Figura 3.5 – Exemplos de superfícies de influência e seus valores do fator de pico  $\kappa$ 

Fonte: Adaptado de CIB (1989).

McGuire e Cornell (1974) apresentam os seguintes valores para o fator de pico:  $\kappa = 2,04$  para momentos de extremidade em vigas,  $\kappa = 2,76$  para momentos no meio do vão em vigas, e  $\kappa = 2,20$  para força axial em pilares. Tran, Müller e Graubner (2017) apresentam valores de  $\kappa$  entre 1,2 e 1,9 para diversos efeitos em lajes planas.

Como os valores de  $\kappa$  são relativamente próximos, em geral as variâncias da EUDL para diferentes efeitos resultam aproximadamente similares se as áreas consideradas também forem semelhantes. A única exceção é o caso do cortante no meio do vão em vigas. Isto ocorre porque a superfície de influência para este efeito possui ordenadas negativas. A EUDL para cortante no meio do vão se torna comparável às demais quando se considera que a EUDL atua em metade da superfície de influência (McGUIRE; CORNELL, 1974).

### 3.6.1 Hipótese de ruído branco

O rápido decaimento da correlação espacial do campo estocástico  $\varepsilon(x, y)$  (conforme indicado pelos pequenos valores do comprimento de correlação  $d$  obtidos ao se ajustar o modelo com dados de levantamentos, usualmente da ordem de 1 m a 2 m) indicam que uma estrutura de correlação mais simples pode ser utilizada sem incorrer em erros significativos, exceto para áreas muito pequenas. Uma hipótese comumente adotada é a de que o campo estocástico  $\varepsilon(x, y)$  é um processo de “ruído branco”, i.e., que a correlação

entre os valores de  $\varepsilon$  em dois pontos é nula se existe qualquer separação entre eles. Isto equivale a dizer que:

$$\text{Cov}[\varepsilon(x_1, y_1), \varepsilon(x_2, y_2)] = \begin{cases} \sigma_{sp}^2, & \text{se } (x_1, y_1) = (x_2, y_2) \\ 0, & \text{caso contrário} \end{cases}, \quad (3.55)$$

em que  $\sigma_{sp}^2$  é uma constante a se determinar. Esta hipótese permite simplificar a integral quádrupla da expressão (3.51) para duas integrais duplas de  $I(x, y)$ :

$$\begin{aligned} \text{Var}[Q(A)] &= \sigma_{bld}^2 + \sigma_{flr}^2 + \frac{1}{V_I^2} \iint_{A_I} \iint_{A_I} \{I(x_1, y_1)I(x_2, y_2) \times \\ &\quad \times \text{Cov}[\varepsilon(x_1, y_1)\varepsilon(x_2, y_2)]\} dy_1 dy_2 dx_1 dx_2 \\ &= \sigma_{bld}^2 + \sigma_{flr}^2 + \frac{\sigma_{sp}^2}{V_I^2} \iint_{A_I} I^2(x, y) dy dx \\ &= \sigma_{bld}^2 + \sigma_{flr}^2 + \sigma_{sp}^2 \frac{\kappa}{A}. \end{aligned} \quad (3.56)$$

O parâmetro  $\sigma_{sp}^2$ , assim como os demais parâmetros do modelo, pode ser obtido realizando uma análise de regressão a partir de dados de pesquisas de carga.

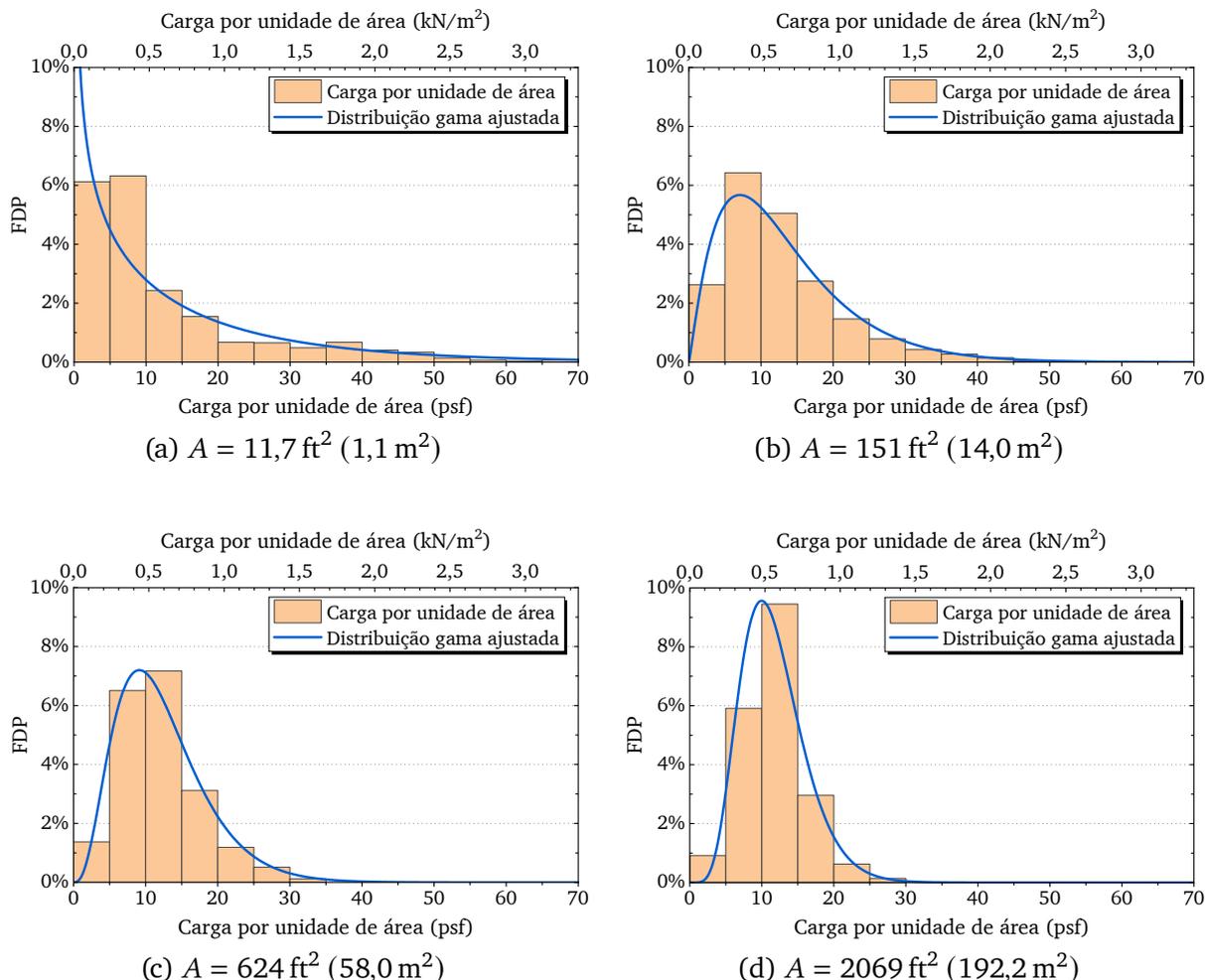
### 3.7 Distribuição de ponto arbitrário no tempo

Analisando os histogramas dos dados reportados por [Mitchell e Woodgate \(1971a\)](#), [Peir \(1971\)](#) observou que as distribuições de frequências do carregamento por unidade de área  $\mathcal{U}(A)$  apresentavam uma forte assimetria para a direita para áreas pequenas (ou seja, concentração da distribuição de massas à esquerda da média) e tendiam a uma distribuição normal à medida que a área aumentava. Em outras palavras: para valores pequenos de  $A$ , o coeficiente de simetria (*skewness*) da distribuição de  $\mathcal{U}(A)$  é significativo, e tende a zero à medida que  $A$  aumenta. Com base nisso, o autor propôs que a distribuição gama seria adequada para representar a distribuição de ponto arbitrário no tempo de  $\mathcal{U}(A)$  ([Figura 3.6](#)). O fato de que a distribuição de ponto arbitrário no tempo pode ser inferida a partir dos dados de diversas salas medidos em um mesmo instante de tempo é consequência da hipótese de ergodicidade do processo, conforme detalhado na [Seção 2.1](#).

Esta proposição foi posteriormente verificada por [Corotis e Doshi \(1977\)](#), que analisaram os dados de cinco grandes pesquisas de carga e ajustaram distribuições normal, log-normal e gama aos dados pelo método dos momentos. Com base na inspeção visual dos histograma plotados contra as distribuições cumulativas e em testes estatísticos de qualidade de ajuste, os autores concluíram que a distribuição gama é a que descreve mais adequadamente a carga variável sustentada (carga por unidade de área).

Como a carga por unidade de área  $\mathcal{U}(A)$  e o efeito  $\mathcal{S}(A)$  diferem entre si apenas por uma ponderação por meio da função  $I(x, y)$ , é razoável admitir que esta hipótese também possa ser estendida à distribuição de  $\mathcal{S}(A)$ .

Figura 3.6 – Histogramas da carga por unidade de área para edifícios comerciais no Reino Unido (de 5 em 5 psf) e distribuição gama ajustada para diferentes áreas



Fonte: Adaptado de Peir (1971).

Assumindo  $S \sim \text{Gama}(\alpha, \beta)$ , segue que as funções densidade de probabilidade e distribuição acumulada são dadas por:

$$f_S(s) = \frac{\beta^\alpha}{\Gamma(\alpha)} s^{\alpha-1} e^{-\beta s}, \quad (3.57)$$

$$P\{S \leq s\} = F_S(s) = \frac{1}{\Gamma(\alpha)} \gamma(\alpha, \beta s), \quad (3.58)$$

em que os parâmetros  $\alpha$  e  $\beta$  são, respectivamente, os fatores de forma e de escala da distribuição. Estes fatores podem ser obtidos a partir dos momentos fazendo:

$$\alpha = \frac{E^2[S(A)]}{\text{Var}[S(A)]}, \quad (3.59)$$

$$\beta = \frac{E[S(A)]}{\text{Var}[S(A)]}. \quad (3.60)$$

Nas expressões (3.57) e (3.58),  $\Gamma(\cdot)$  e  $\gamma(\cdot)$  são, respectivamente, as funções gama

e gama incompleta inferior, definidas como:

$$\Gamma(z) = \int_0^{\infty} t^{z-1} e^{-t} dt, \quad (3.61)$$

$$\gamma(z, x) = \int_0^x t^{z-1} e^{-t} dt. \quad (3.62)$$

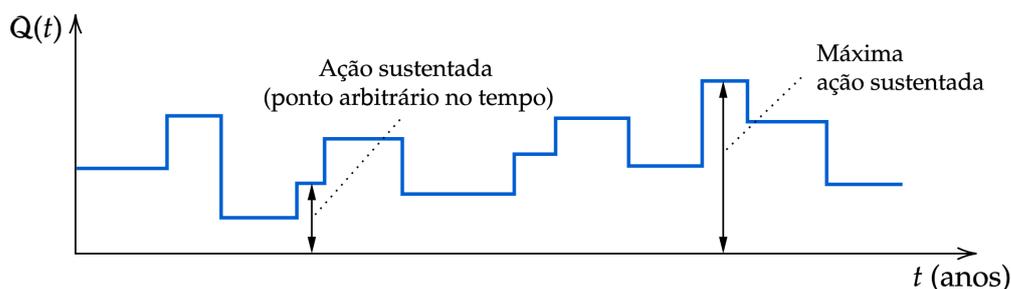
Como a EUDL correspondente  $Q(A)$  é dada pelo efeito  $S(A)$  dividido pelo volume da superfície de influência, esta também seguirá uma distribuição gama, e a mesma formulação descrita acima se aplica.

### 3.8 Distribuição de valores extremos

Para o dimensionamento de estruturas quanto ao estado limite último (ELU), têm-se interesse em conhecer não apenas como a carga variável se comporta em um instante arbitrário no tempo, mas também as estatísticas da distribuição de extremos. O objetivo desta seção é, portanto, derivar uma expressão para a distribuição de valores extremos da parcela sustentada a partir das estatísticas de ponto arbitrário no tempo. A formulação é apresentada em termos de um efeito de interesse  $S$ , mas também se aplica à carga equivalente uniformemente distribuída  $Q$ , bastando dividir o efeito máximo encontrado por  $V_I$ , o volume da superfície de influência.

Para tanto, é necessário considerar a variabilidade temporal do processo estocástico que define o efeito  $S(A, t)$  em um determinado tempo  $t$ . Para simplificar a notação, a dependência com a área  $A$  será omitida deste ponto em diante, denotando-se apenas  $S(t)$ . Conforme descrito na [Seção 2.1](#), assume-se que a parcela sustentada da carga variável permanece com valor constante ao longo do tempo até a ocorrência de uma mudança de ocupação, que corresponde a uma troca de inquilino ou a um rearranjo da forma de uso do espaço por um mesmo proprietário ([Figura 3.7](#)). Estas mudanças de ocupação ocorrem em intervalos da ordem de grandeza de alguns anos, e o valor de  $S(t)$  durante qualquer um destes períodos constantes é representado por uma realização da distribuição de ponto arbitrário no tempo, assumido como uma distribuição gama.

Figura 3.7 – Representação da ação sustentada como um processo de onda retangular



Fonte: Elaborado pelo autor.

Assim, em um tempo de referência  $T$  de interesse, admite-se que ocorram  $\eta$  realizações da parcela sustentada  $\mathcal{S}(t)$ , denominadas  $\mathcal{S}^{(1)}, \mathcal{S}^{(2)}, \dots, \mathcal{S}^{(\eta)}$ , assumidas independentes e identicamente distribuídas,  $\mathcal{S}_i \sim \text{Gama}(\alpha, \beta)$ . O problema consiste em determinar a distribuição do máximo valor entre estas ocorrências, denotado por  $\mathcal{S}_T$  ( $\mathcal{S}_{50}$  ou  $\mathcal{S}_{140}$ , por exemplo). Como a cauda da distribuição gama é exponencial, a distribuição assintótica de extremos  $\mathcal{S}_T$  converge para uma distribuição de valores extremos do Tipo I (Gumbel).

A seguir, apresenta-se a derivação da distribuição de  $\mathcal{S}_T$  para os casos de um único pavimento e múltiplos pavimentos.

### 3.8.1 Um único pavimento

Assume-se inicialmente um efeito  $\mathcal{S}(t)$  correspondente a uma área  $A$  contida em um único pavimento. Isto corresponde a dizer que quando ocorre uma mudança de ocupação, esta mudança afeta toda a área  $A$ . Pode-se citar como exemplo a força axial em um pilar que sustenta um único pavimento. Define-se o efeito máximo  $\mathcal{S}_T$  como:

$$\mathcal{S}_T = \max_{t \in \{0, T\}} [\mathcal{S}(t)] = \max [\mathcal{S}^{(1)}, \mathcal{S}^{(2)}, \dots, \mathcal{S}^{(\eta)}]. \quad (3.63)$$

A função de distribuição acumulada de  $\mathcal{S}_T$  é dada por:

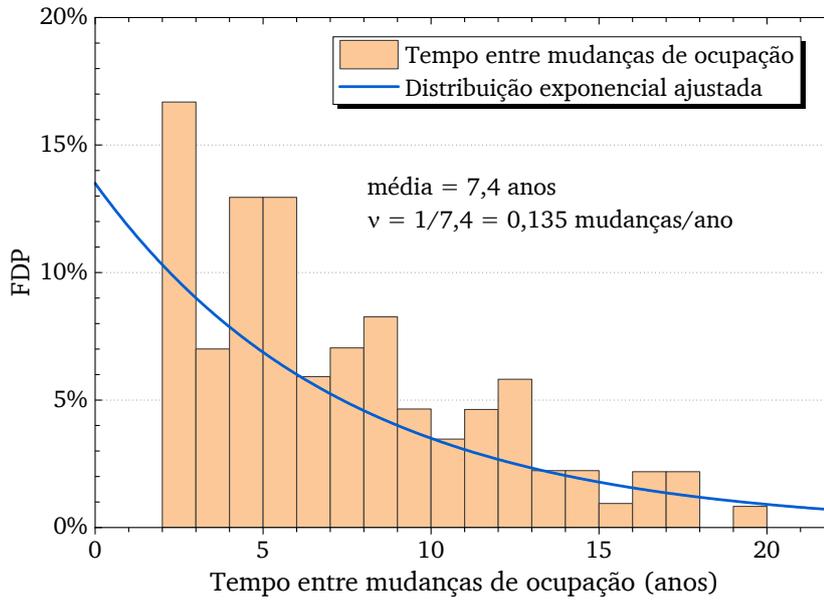
$$\begin{aligned} F_{\mathcal{S}_T}(s) &= P\{\mathcal{S}_T \leq s\} \\ &= P\{\mathcal{S}^{(1)} \leq s, \mathcal{S}^{(2)} \leq s, \dots, \mathcal{S}^{(\eta)} \leq s\} \\ &= P\{\mathcal{S}(0) \leq s\} P\{\text{Nenhuma visita} \\ &\quad \text{de } \mathcal{S}(t) \text{ à barreira } s \text{ em } 0 \leq t \leq T\}. \end{aligned} \quad (3.64)$$

O primeiro termo desta expressão,  $P\{\mathcal{S}(0) \leq s\}$ , corresponde à probabilidade do processo  $\mathcal{S}(t)$  iniciar abaixo da barreira  $s$  no tempo inicial  $t = 0$ . Este termo pode ser avaliado como a função de distribuição acumulada de  $\mathcal{S}$  avaliada em  $s$ , i.e.,  $F_{\mathcal{S}}(s)$ , conforme expressão (3.58). A intensidade do pulso inicial é independente das demais, por definição. Desta forma:

$$F_{\mathcal{S}_T}(s) = F_{\mathcal{S}}(s) P\{\text{Nenhuma visita} \\ \text{de } \mathcal{S}(t) \text{ à barreira } s \text{ em } 0 \leq t \leq T\}. \quad (3.65)$$

Para avaliar o segundo termo da expressão (3.65), faz-se necessário assumir alguma hipótese sobre as ocorrências de mudanças de ocupação. Karman (1969), por exemplo, assumiu um número fixo de mudanças de ocupação. Mitchell e Woodgate (1971a) estimaram o período entre mudanças de ocupação em edifícios comerciais em Londres cruzando dados de listas telefônicas. Os dados obtidos, plotados na forma de um histograma com intervalos de um ano na Figura 3.8, são aproximadamente ajustados por uma distribuição exponencial, o que sugere que o número  $\eta$  de mudanças de ocupação em um determinado período de referência  $T$  segue uma distribuição de Poisson com parâmetro  $\lambda = \nu T$ .

Figura 3.8 – Histogramas do tempo entre mudanças de ocupação para edifícios comerciais no Reino Unido (de 1 em 1 ano) e distribuição exponencial ajustada



Fonte: Adaptado de Peir (1971).

Assumindo que  $\mathcal{S}(t)$  seja de fato um processo de Poisson de onda retangular com taxa de chegada dos pulsos (renovações do valor da ação sustentada) igual a  $\nu$ , o segundo termo da (3.65) resulta em (pelo menos para níveis elevados de barreira, para os quais  $\nu^+(s)T \ll 1$ ):

$$P[\{\text{Nenhuma visita de } \mathcal{S}(t) \text{ à barreira } s \text{ em } 0 \leq t \leq T\}] \approx e^{-\nu^+(s)T}, \quad (3.66)$$

em que  $\nu^+(s)$  é a taxa média de passagens pela barreira  $s$  de baixo para cima (*mean upcrossing rate*).

É necessário relacionar a taxa de passagens pela barreira  $\nu^+(s)$  à taxa de chegada dos pulsos  $\nu$ . Para isso, considera-se um intervalo de tempo infinitesimal  $\Delta t$ . Uma das premissas básicas da distribuição de Poisson é que a probabilidade de ocorrência de uma mudança de ocupação em um pequeno intervalo  $\Delta t$  é pequena e proporcional a  $\Delta t$ , podendo ser calculada por  $\nu\Delta t$ , e a probabilidade de ocorrência de dois ou mais eventos em  $\Delta t$  é negligível (BECK, 2019). Assim, tem-se:

$$\begin{aligned} \nu^+(s)\Delta t &= P[\{\text{visita à barreira entre } t \text{ e } t + \Delta t\}] \\ &= P[\{\text{visita à barreira neste } \Delta t \mid \text{mudança de ocupação neste } \Delta t\}]\nu\Delta t \\ &= P[\{\{\mathcal{S}(t) < s\} \cap \\ &\quad \cap \{\mathcal{S}(t + \Delta t) \geq s\} \mid \text{mudança de ocupação neste } \Delta t\}]\nu\Delta t. \end{aligned} \quad (3.67)$$

A hipótese de que ocorrências sucessivas de  $\mathcal{S}$  são independentes permite transformar a probabilidade do evento interseção na equação (3.67) em um produto das probabili-

dades dos eventos individuais. Recordando que estas ocorrências também são identicamente distribuídas, têm-se:

$$P[\{\mathcal{S}(t) < s\}] = F_S(s), \quad (3.68)$$

$$P[\{\mathcal{S}(t + \Delta t) \geq s\}] = 1 - P[\{\mathcal{S}(t + \Delta t) < s\}] = 1 - F_S(s). \quad (3.69)$$

Substituindo (3.68) e (3.69) na expressão (3.67) e cancelando o  $\Delta t$  de ambos os lados, esta se simplifica para:

$$v^+(s) = vF_S(s)(1 - F_S(s)). \quad (3.70)$$

Finalmente, substituindo a equação (3.70) em (3.65), têm-se a seguinte expressão para a distribuição acumulada de  $\mathcal{Q}_T$ :

$$F_{\mathcal{S}_T}(s) = F_S(s) \exp \left[ -vTF_S(s)(1 - F_S(s)) \right]. \quad (3.71)$$

Para níveis elevados da barreira  $s$ , que são os valores nos quais se tem interesse prático,  $F_S(s) \rightarrow 1$ , de modo que a expressão (3.71) pode ser aproximada por:

$$F_{\mathcal{S}_T}(s) \approx \exp \left[ -vT(1 - F_S(s)) \right]. \quad (3.72)$$

A probabilidade de que o processo  $\mathcal{Q}(t)$  exceda a barreira  $q$  em algum momento dentro do período de referência  $T$  é, portanto:

$$\begin{aligned} P[\{\mathcal{S}_T > s\}] &= 1 - F_{\mathcal{S}_T}(q) \\ &= 1 - \exp \left[ -vT(1 - F_S(s)) \right] \\ &\approx vt(1 - F_S(s)). \end{aligned} \quad (3.73)$$

Esta é, essencialmente, a mesma expressão obtida por [Karman \(1969\)](#), com a diferença que em vez de  $vT$  – que é o número esperado de mudanças de ocupação – o autor considerou um número de mudanças  $\eta$  fixo.

### 3.8.2 Múltiplos pavimentos

Considera-se agora a situação onde a área de influência para o efeito considerado está contida em múltiplos pavimentos. Este é o caso para o esforço axial na base de pilares em edifícios, por exemplo, uma vez que este esforço é proveniente da carga em todos os pavimentos que ele sustenta. A formulação apresentada na [Subseção 3.8.1](#) não é mais válida para este caso a menos que se assuma que todos os pavimentos sofram mudanças de ocupação simultaneamente, o que não é uma hipótese razoável. Ressalta-se que a formulação apresentada na sequência também pode ser utilizada no caso em que a área de influência está contida em um único pavimento mas é dividida entre múltiplos ocupantes, para os quais as mudanças de ocupação ocorrem independentemente.

Seja  $n$  o número de pavimentos/ocupantes contribuindo para o efeito analisado. As mudanças no valor da EUDL para o efeito considerado ocorrem sempre quando há alguma mudança de ocupação de qualquer um dentre destes  $n$  pavimentos. Isso implica nas seguintes consequências:

- (a) As mudanças de ocupação se tornam mais frequentes. Recordando que a soma de processos de Poisson com taxas médias  $\nu_1$  e  $\nu_2$  é também um processo de Poisson com taxa  $\nu_1 + \nu_2$ , pode-se dizer que as mudanças de ocupação neste caso seguirão um processo de Poisson com taxa  $\nu = \sum_{i=1}^n \nu_i$ , onde  $\nu_i$  é a taxa média de mudanças de ocupação no pavimento  $i$ ;
- (b) Quando ocorre uma mudança de ocupação, os “saltos” observados no valor da ação sustentada terão magnitude relativa menor do que no caso de um único pavimento, uma vez que esta variação foi causada pela alteração em apenas um dentre todos os pavimentos que contribuem para o esforço axial no pilar.
- (c) Os valores da ação sustentada total antes e depois de uma mudança de ocupação em um pavimento não são mais independentes, pois apenas um dos pavimentos que contribui para o efeito total sofreu alteração, enquanto os demais permaneceram com o mesmo valor.

Este comportamento é ilustrado na [Figura 3.9](#). Ressalta-se que nesta figura, assume-se como simplificação que as áreas de influência do pilar em cada pavimento são iguais, fazendo com que os efeitos  $\mathcal{S}_i$  sejam identicamente distribuídos, mas este pode não ser o caso se as plantas dos pavimentos são diferentes.

Seja  $\mathcal{S}(t)$  o efeito de interesse (força vertical em um pilar, por exemplo) definido como a soma dos efeitos correspondentes a cada um dos  $n$  pavimentos/ocupantes:

$$\mathcal{S}(t) = \sum_{i=1}^n \mathcal{S}_i(t). \quad (3.74)$$

Define-se o máximo valor de  $\mathcal{S}$  em um período de referência igual a  $T$  como sendo:

$$\mathcal{S}_T = \max_{t \in \{0, T\}} [\mathcal{S}(t)]. \quad (3.75)$$

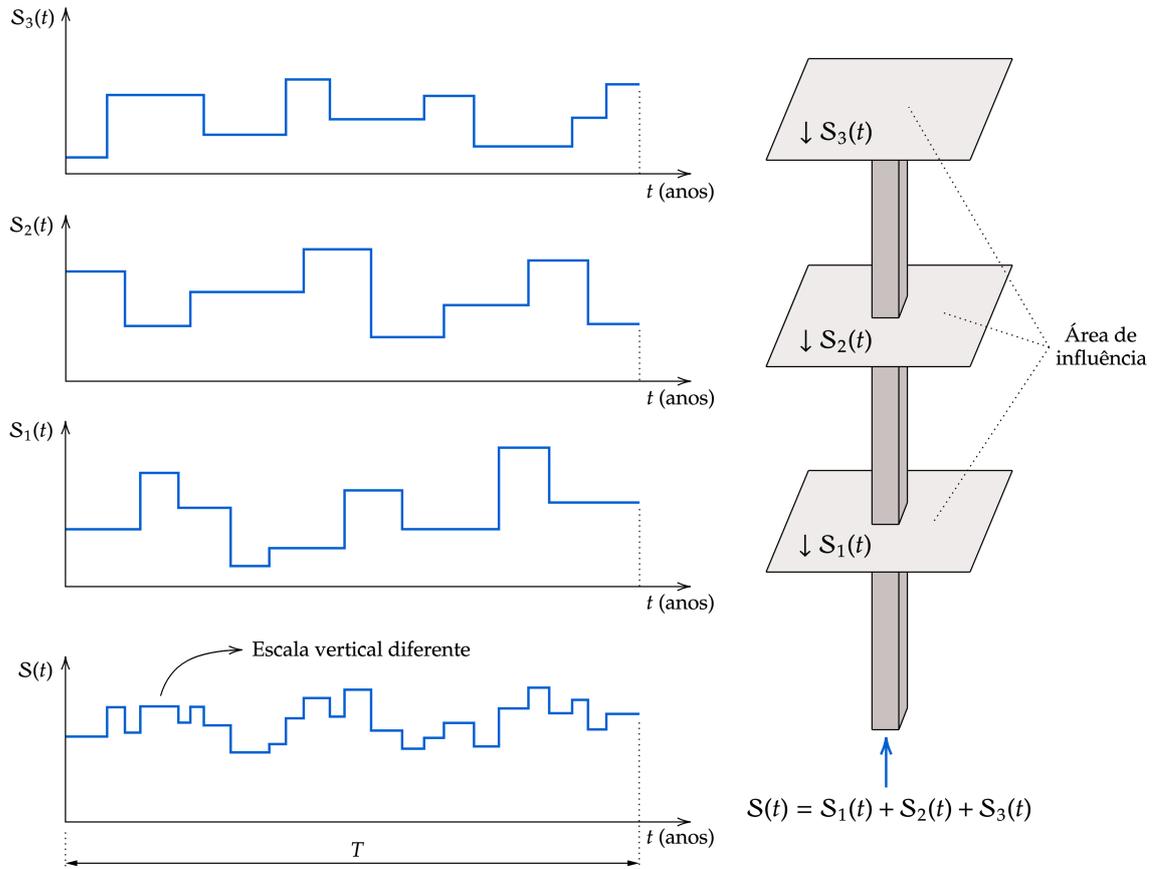
Seguindo a mesma lógica da seção anterior, têm-se:

$$F_{\mathcal{S}_T}(s) = F_{\mathcal{S}}(s)P[\{\text{Nenhuma visita de } \mathcal{S}(t) \text{ à barreira } s \text{ em } 0 \leq t \leq T\}], \quad (3.76)$$

em que  $F_{\mathcal{S}}(s)$  é a probabilidade do processo  $\mathcal{S}(t)$  iniciar abaixo da barreira  $s$ .

A seguir, são apresentadas duas formas diferentes de se avaliar o segundo termo da expressão (3.76).

Figura 3.9 – Realização da força axial em um pilar que sustenta três pavimentos



Fonte: Adaptado de Peir (1971).

### 3.8.2.1 Convolução da distribuição de ponto arbitrário

Seguindo o mesmo desenvolvimento apresentado na [Subseção 3.8.1](#) para um único pavimento/ocupante, têm-se:

$$P[\{\text{Nenhuma visita de } \mathcal{S}(t) \text{ à barreira } s \text{ em } 0 \leq t \leq T\}] \approx e^{-v^+(s)T}. \quad (3.77)$$

A taxa média de passagens pela barreira  $v^+(s)$  pode ser expressa como a soma de  $n$  taxas  $v_i^+(s)$ , onde  $v_i^+(s)$  é a taxa média com a qual o processo  $\mathcal{S}(t)$  visita a barreira devido a uma mudança de ocupação no pavimento  $i$ :

$$v^+(s) = \sum_{i=1}^n v_i^+(s). \quad (3.78)$$

Analogamente à expressão (3.67), pode-se relacionar  $v_i^+(s)$  à taxa média de mudanças de ocupação  $v_i$  do pavimento  $i$  fazendo:

$$v_i^+(s)\Delta t = P[\{\{\mathcal{S}(t) < s\} \cap \{\mathcal{S}(t + \Delta t) \geq s\} \mid \text{mudança de ocupação no pavimento } i \text{ neste } \Delta t\}] v_i \Delta t. \quad (3.79)$$

O problema reside no fato de que realizações sucessivas do processo  $\mathcal{S}(t)$  não podem mais ser assumidas independentes, de modo que a probabilidade da interseção na (3.79) não pode ser desmembrada no produto das probabilidades individuais. Valendo-se do teorema da probabilidade total, esta interseção pode ser expressa por:

$$v_i^+(s) = v_i \int_0^s P[\{\{\mathcal{S}_i(t + \Delta t) - \mathcal{S}_i(t) \geq s - x\} \mid \mathcal{S}(t) = x\}] f_{\mathcal{S}}(x) dx. \quad (3.80)$$

O que esta expressão indica é que ocorrerá uma visita à barreira  $s$  no intervalo de tempo entre  $t$  e  $t + \Delta t$  causada pelo pavimento/ocupante  $i$  se e somente se as seguintes condições forem satisfeitas: (a) o valor do efeito total  $\mathcal{S}(t)$  estiver em um nível  $x$  abaixo da barreira  $s$  no instante  $t$  antes da mudança; e (b) a mudança ocorrida no pavimento  $i$  for grande o suficiente para fazer com que o novo valor do efeito total ultrapasse a barreira.

Define-se  $\mathcal{H}_i = \mathcal{S}_i(t + \Delta t) - \mathcal{S}_i(t)$  como sendo a diferença entre o efeito no pavimento  $i$  antes e após a mudança de ocupação do mesmo. A subtração de duas variáveis com distribuição gama não é uma distribuição gama. Assumindo que os valores sucessivos do efeito  $\mathcal{S}_i$  em cada pavimento são independentes entre si e identicamente distribuídos (i.e., que a área de influência em cada pavimento é igual), a distribuição de  $\mathcal{H}_i$  pode ser obtida por meio da convolução:

$$f_{\mathcal{H}_i}(h) = \int_{-\infty}^{\infty} F_{\mathcal{S}}(h - x) f_{\mathcal{S}}(-x) dx = \int_{-\infty}^{\infty} F_{\mathcal{S}}(x) f_{\mathcal{S}}(x - h) dx. \quad (3.81)$$

É possível mostrar que o coeficiente de correlação entre  $\mathcal{H}_i$  e  $\mathcal{S}(t)$  é de no máximo 0,5 para  $n = 2$ , e decai rapidamente com o aumento do número de pavimentos  $n$  (PEIR, 1971). Em outras palavras,  $\mathcal{H}_i$  e  $\mathcal{S}(t)$  são assintoticamente independentes com o aumento de  $n$ . Assumindo a independência, a expressão (3.80) se simplifica para:

$$v_i^+(s) \approx v_i \int_0^s [1 - F_{\mathcal{H}_i}(s - x)] f_{\mathcal{S}}(x) dx. \quad (3.82)$$

Como o efeito total é dado pela soma de  $n$  efeitos com distribuição gama, é razoável assumir que  $\mathcal{S}(t)$  segue uma distribuição Gaussiana para realizar a integração numérica da (3.82). Esta hipótese é uma implicação do teorema do limite central, e é tão mais adequada quanto maior for o número de pavimentos/ocupantes  $n$  ou a área  $A$ .

Determina-se as taxas  $v_i^+(s)$  para  $i = 1, 2, \dots, n$  pela expressão (3.82). Estas taxas são então somadas para se obter a taxa de visitas à barreira pelo efeito total  $\mathcal{S}(t)$  conforme (3.78). A partir daí, retorna-se às expressões (3.76) e (3.77):

$$\begin{aligned} F_{\mathcal{S}_T}(s) &= F_{\mathcal{S}}(s) \exp(-v^+(s)T) \\ &= F_{\mathcal{S}}(s) \exp\left(-\sum_{i=1}^n v_i^+(s)T\right). \end{aligned} \quad (3.83)$$

Para níveis elevados da barreira  $s$ , para os quais  $F_S(s) \rightarrow 1$ , a expressão (3.83) pode ser aproximada por:

$$F_{S_T}(s) \approx \exp\left(-\sum_{i=1}^n v_i^+(s)T\right). \quad (3.84)$$

### 3.8.2.2 Processo de Gauss-Markov

Um modelo alternativo para a máxima ação sustentada para o caso de vários pavimentos/ocupantes é apresentado em Chalk e Corotis (1980). Este modelo consiste em considerar o processo  $S(t)$  como um processo de Gauss-Markov de primeira ordem. Isto implica que: (a) o efeito total é assumido como tendo distribuição Gaussiana, o que é uma consequência do teorema do limite central, uma vez que esta é dada pela soma de  $n$  variáveis independentes com distribuição gama; e (b) a correlação entre a  $i$ -ésima e a  $j$ -ésima realizações de  $S$  é dada por:

$$\rho_{i,j} = \rho^{|j-i|}. \quad (3.85)$$

Se considerarmos que cada pavimento corresponde a um único inquilino e tem a mesma probabilidade de sofrer uma mudança de ocupação a qualquer instante do tempo, é possível demonstrar que a correlação para o efeito total é dada por (CHALK, 1979):

$$\rho_{i,j} = \left(\frac{n-1}{n}\right)^{|j-i|}, \quad (3.86)$$

em que  $n$  é o número de pavimentos/ocupantes considerado. Para  $n = 1$ , a correlação entre realizações sucessivas se torna zero, o que coincide com a hipótese de independência adotada no caso de um único pavimento.

A expressão (3.86) constitui um limite superior razoável, mas é improvável que as mudanças de ocupação em um edifício de múltiplos pavimentos aconteçam de maneira puramente aleatória. Uma hipótese mais realista seria considerar que um pavimento que acabou de passar por uma mudança de ocupação teria uma probabilidade reduzida de voltar a sofrer uma próxima mudança. Imaginando um caso limite onde um pavimento que acabou de sofrer uma mudança de ocupação só irá passar por outra mudança depois que todos os demais pavimentos também terem passado, Chalk e Corotis (1980) propuseram a seguinte função correlação:

$$\rho_{i,j} = \left(\frac{n-|j-i|}{n}\right), \quad |j-i| \leq n. \quad (3.87)$$

A expressão (3.87) decai mais rapidamente que a (3.86) com o aumento do lag  $k = |j-i|$ . Para o caso de lag unitário  $k = 1$ , as expressões (3.86) e (3.87) são iguais.

Assumir a hipótese de que  $S(t)$  é um processo de Gauss-Markov implica admitir que as mudanças de ocupação ocorrem aleatoriamente, i.e., com correlação dada pelo

limite superior expresso na (3.86). Embora a função de correlação mais realista dada pela (3.87) decaia mais rápido, a diferença entre as duas expressões é pequena para os valores iniciais (e mais importantes) do lag  $k$ . O limite superior imposto na correlação tende a produzir um limite inferior no efeito máximo  $\mathcal{S}_T$ , mas este efeito é desprezível (CHALK; COROTIS, 1980). Assim, admite-se que a hipótese de Gauss-Markov de primeira ordem seja suficientemente adequada para representar o processo.

Seja a sequência padrão de Gauss-Markov de primeira ordem  $\mathcal{S}^{(1)}, \mathcal{S}^{(2)}, \dots, \mathcal{S}^{(\eta)}$  definida pela seguinte relação:

$$\mathcal{S}^{(i+1)} = \rho \mathcal{S}^{(i)} + \sqrt{1 - \rho^2} w_i, \quad (3.88)$$

em que  $\rho$  é o coeficiente de correlação para lag unitário  $k = 1$  e  $w_i$  é um ruído proveniente de uma distribuição normal padrão  $W \sim \mathcal{N}(0, 1)$ . No regime estacionário, a taxa média de passagens pela barreira  $s$  (*steady-state mean upcrossing rate*) é expressa por (GRIGORIU; TURKSTRA, 1978):

$$v^+(s) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^s \left[ 1 - \Phi \left( \frac{x - \rho y}{\sqrt{1 - \rho^2}} \right) \exp \left( -\frac{1}{2} y^2 \right) \right], \quad (3.89)$$

em que  $\Phi(\cdot)$  é a função de distribuição acumulada normal padrão. A partir desta taxa, obtém-se:

$$P[\{\text{Nenhuma visita de } \mathcal{S}(t) \text{ à barreira } s \text{ em } 0 \leq t \leq T\}] = e^{-v^+(s)\eta}, \quad (3.90)$$

onde  $\eta$  é o número esperado de mudanças de ocupação ao longo da vida útil  $T$  da estrutura, dado por:

$$\eta = T \sum_{i=1}^n v_i, \quad (3.91)$$

e  $v_i$  é a taxa média de mudanças de ocupação no pavimento  $i$ .

### 3.8.3 Comparação entre os modelos

Os resultados obtidos por Wen (1979) e Chalk e Corotis (1980) mostraram que a adoção destes modelos mais refinados para o caso de múltiplos pavimentos/ocupantes normalmente resulta em valores da EUDL não muito maiores do que se obteria na análise para um único pavimento, conforme descrito na Subseção 3.8.1. Estas diferenças são da ordem de 4 psf (0,19 kN/m<sup>2</sup>) (WEN, 1979).

Assim, a prática usual para a determinação da máxima ação sustentada é considerar o caso mais simples de um único ocupante, descrito na seção anterior, empregando-se diretamente a equação (3.71) ou a (3.72). Por meio destas equações, determinam-se os valores correspondentes à percentis superiores de  $\mathcal{S}$  (0.90 e 0.99, por exemplo), e é feito o ajuste de uma distribuição de valores extremos do Tipo I (Gumbel). A média e o desvio padrão de  $\mathcal{S}_T$  podem ser então determinados a partir dos parâmetros do ajuste.

### 3.9 Estatísticas de barreira

Para problemas envolvendo a avaliação de deformações a longo prazo por efeito da fluência ou a análise da estrutura em serviço, faz-se necessário conhecer não apenas a distribuição de valores extremos do processo estocástico que representa a ação sustentada, mas também as estatísticas relacionadas à quantidade e duração de visitas à uma barreira de interesse.

A seguir, são apresentadas formulações que permitem avaliar, dado um determinado nível de barreira  $\ell$  e um período de referência  $T$ : (a) o tempo total  $\tau_{sus}(\ell)$  que o processo passa acima deste nível; (b) a duração  $D_{sus}(\ell)$  de uma excursão individual à barreira; e (c) a quantidade  $N_{sus}(\ell)$  de excursões à barreira. A formulação é apresentada em termos da EUDL  $Q(t)$ , mas também pode ser aplicada para um efeito, por exemplo. Uma derivação mais detalhada pode ser consultada em [Corotis e Tsay \(1983\)](#).

Ressalta-se que, embora sejam apresentadas as expressões analíticas para todas as estatísticas de barreira para fins de completude, apenas a formulação analítica para o tempo total acima da barreira é utilizada nas seções posteriores deste trabalho, uma vez que os valores frequente e quase permanente da carga variável são definidos na NBR 8681 ([ABNT, 2003](#)) como aqueles que atuam durante 5% e 50% da vida útil da estrutura, respectivamente. Alternativamente, a NBR 8681 também define as ações frequentes como aquelas que são superadas da ordem de  $10^5$  vezes em 50 anos. Embora não seja considerada neste trabalho, esta definição poderia ser igualmente utilizada para se determinar o valor frequente da carga variável. Neste caso, empregaria-se a formulação analítica para a quantidade de excursões à barreira em vez do tempo total acima da barreira.

#### 3.9.1 Tempo total acima da barreira

Seja  $Q(t)$  a EUDL sustentada para um determinado efeito de interesse, descrito por um processo de Poisson de onda retangular com taxa de mudanças de ocupação  $\nu$ , e com intensidades dos pulsos dadas por uma distribuição gama. Como a chegada de pulsos segue um processo de Poisson, a duração de uma ocupação é uma variável aleatória com distribuição exponencial. O tempo total  $\tau_{sus}(\ell)$  que o processo passa acima da barreira  $\ell$  é a soma das durações de todas as realizações da ação sustentada que excederem esta barreira, ou seja, é a soma de uma certa quantidade  $\eta_{sus}$  de variáveis independentes e identicamente distribuídas segundo uma distribuição exponencial.

A média e a variância de  $\tau_{sus}(\ell)$  são dadas por:

$$E[\tau_{sus}(\ell)] = T(1 - F_Q(\ell)), \quad (3.92)$$

$$\text{Var}[\tau_{sus}(\ell)] = \frac{2T(1 - F_Q(\ell))}{\nu}. \quad (3.93)$$

Sabendo que o número  $\eta_{sus}$  de realizações de  $Q(t)$  que excedem a barreira segue

uma distribuição de Poisson e utilizando o teorema da probabilidade total, é possível demonstrar que a função densidade de probabilidades de  $\tau(\ell)$  pode ser calculada como (COROTIS; TSAY, 1983):

$$f_{\tau_{sus}}(\tau) = \delta(\tau) \exp \left[ -vT(1 - F_Q(\ell)) \right] + \frac{1}{\tau} \exp \left\{ -v \left[ \tau + T(1 - F_Q(\ell)) \right] \right\} \sum_{\eta_{sus}=1}^{\infty} \frac{[v^2 \tau T(1 - F_Q(\ell))]^{\eta_{sus}}}{\eta_{sus}!(\eta_{sus} - 1)!}, \quad (3.94)$$

em que  $\delta(\tau)$  é a função delta de Dirac.

Com uma mudança de variável

$$B_{sus} = v\sqrt{\tau T(1 - F_Q(\ell))}, \quad (3.95)$$

a equação (3.94) se simplifica para:

$$f_{\tau_{sus}}(\tau) = \delta(\tau) \exp \left[ -vT(1 - F_Q(\ell)) \right] + \frac{1}{\tau} \exp \left\{ -v \left[ \tau + T(1 - F_Q(\ell)) \right] \right\} B_{sus} I_1(2B_{sus}), \quad (3.96)$$

em que  $I_1(2B_{sus})$  é a função de Bessel modificada de primeira espécie e ordem um.

A distribuição de  $\tau_{sus}(\ell)$  pode ser aproximada por uma distribuição gama (COROTIS; TSAY, 1983). A fração do tempo que a estrutura passa acima do nível de referência  $\ell$  pode ser obtida dividindo o tempo total  $\tau_{sus}(\ell)$  pelo período de referência  $T$ .

### 3.9.2 Duração de uma excursão individual à barreira

Uma excursão de  $Q(t)$  à barreira  $\ell$  começa quando este processo cruza a barreira de baixo para cima e termina quando o processo cruza a barreira de cima para baixo. Uma excursão pode, portanto, corresponder à ocorrência de duas ou mais realizações sucessivas da ação sustentada acima da barreira. A probabilidade da ocorrência sucessiva se torna desprezível para níveis elevados de barreira.

Denota-se por  $D_{sus}(\ell)$  a duração de uma destas excursões. Pelo teorema da probabilidade total, a função densidade de probabilidades de  $D_{sus}(\ell)$  pode ser obtida por (COROTIS; TSAY, 1983):

$$f_{D_{sus}}(d) = \sum_{i=1}^{\infty} \frac{v(vd)^{i-1} \exp(-vd)}{(i-1)!} (1 - F_Q(\ell))^{i-1} F_Q(\ell). \quad (3.97)$$

Computando a série infinita na expressão (3.97), esta expressão se simplifica para:

$$f_{D_{sus}}(d) = vF_Q(\ell) \exp(-vF_Q(\ell)d). \quad (3.98)$$

A equação (3.98) é a função densidade de probabilidades de uma distribuição exponencial, indicando que  $D(\ell) \sim \text{Exp}(vF_Q(\ell))$ , com média e desvio padrão iguais a:

$$E[D_{sus}(d)] = \text{Var}[D_{sus}(d)] = 1/vF_Q(\ell). \quad (3.99)$$

### 3.9.3 Quantidade de excursões à barreira

O número de realizações da ação sustentada acima da barreira  $\eta_{sus}$  é um limite superior para o número de excursões à barreira ( $N_{sus} \leq \eta_{sus}$ ), pois pode ocorrer que duas realizações consecutivas sejam maiores que  $\ell$ , especialmente para níveis mais baixos de barreira, resultando em uma única excursão. Desta forma, a quantidade de excursões à barreira  $N_{sus}$  é uma forma filtrada de  $\eta_{sus}(\ell)$ , e também possui distribuição de Poisson.

A média e a variância de  $N_{sus}(\ell)$  são obtidas multiplicando-se a taxa média de passagens pela barreira de baixo para cima pelo período de referência. Relembrando da expressão (3.70) que  $\nu^+(\ell) = \nu F_Q(\ell)(1 - F_Q(\ell))$ , segue que:

$$E[N_{sus}(\ell)] = \text{Var}[N_{sus}(\ell)] = \nu T F_Q(\ell)(1 - F_Q(\ell)). \quad (3.100)$$

## 3.10 Valores dos parâmetros

Conforme citado anteriormente, os parâmetros do modelo são usualmente determinados por meio da realização de ajustes a partir de dados reportados em levantamentos de carga. São apresentados a seguir os valores destes parâmetros obtidos por alguns pesquisadores, considerando a hipótese simplificadora comumente adotada de processo de “ruído branco” (Tabela 3.1), e o modelo com correlação exponencial quadrática (Tabela 3.2).

Tabela 3.1 – Parâmetros para modelo de ação sustentada (hipótese de “ruído branco”)

Tipo de ocupação	$m$ (kPa)	$\sigma_{bld}^2 + \sigma_{flr}^2$ (kPa <sup>2</sup> )	$\sigma_{sp}^2$ (kPa <sup>2</sup> m <sup>2</sup> )	$1/\nu$ (anos)	Referência
Escritórios (Reino Unido)	0,60	0,053	1,57	8	Mitchell e Woodgate (1971a) <sup>1</sup>
	0,565	0,046	1,753	8	McGuire e Cornell (1974) <sup>2</sup>
Escritórios (EUA)	0,555	0,060	1,384	8	Ellingwood e Culver (1977)
Escritórios (Austrália)	0,518	0,133	0,798	14,8	Choi (1990)
Escritórios (Suécia)	0,364	0,038	0,29	10	Sentler (1974b) <sup>1</sup>
Apartamentos (Suécia)	0,285	0,001	0,28	5	Sentler (1976) <sup>1</sup>
Residencial (Reino Unido)	0,59	0,077	0,635	10	Mitchell e Woodgate (1977) <sup>1</sup>
Lojas (Reino Unido)	0,75	0,249	0,458	7	Mitchell e Woodgate (1971b) <sup>1</sup>

<sup>1</sup> apud Melchers e Beck (2018, p. 265)

<sup>2</sup> Valores diferentes dos reportados por Mitchell e Woodgate (1971a) devido à correção da contagem dupla de alguns itens.

Fonte: Conforme indicado.

Tabela 3.2 – Parâmetros para modelo de ação sustentada (hipótese de correlação exponencial quadrática)

Tipo de ocupação	$m$ (kPa)	$\sigma_{bld}^2 + \sigma_{flr}^2$ (kPa <sup>2</sup> )	$\sigma_\varepsilon^2$ (kPa <sup>2</sup> )	$\rho_c$	$d^2$ (m <sup>2</sup> )	$1/\nu$ (anos)	Referência
Escritórios (Reino Unido)	0,565	0,046	0,596	0,7	0,836	7,4	Peir e Cornell (1973)
Escritórios (Austrália)	0,518	0,091	0,788	–	0,886	14,8	Choi (1990)

Fonte: Conforme indicado.

### 3.11 Modelo do JCSS (2001)

O modelo descrito na Parte 2 do *Probabilistic Model Code* (JCSS, 2001) é análogo ao modelo proposto por Peir (1971). As expressões apresentadas neste documento para a média e variância da EUDL da ação sustentada (denotada pelo índice  $q$ ) são:

$$E[q] = m_q, \quad (3.101)$$

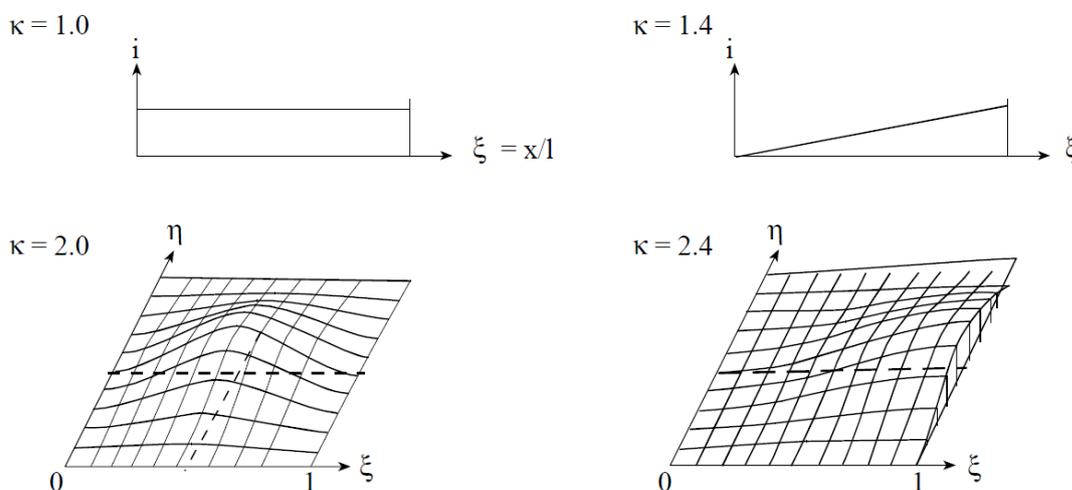
$$\text{Var}[q] = \sigma_{V,q}^2 + \sigma_{U,q}^2 \min \left[ \frac{A_0}{A}, 1 \right] \kappa, \quad (3.102)$$

em que  $m_q$ ,  $\sigma_{V,q}$  e  $\sigma_{U,q}$  são parâmetros do modelo dados em função do tipo de utilização (Tabela 3.3);  $\kappa$  é o fator de pico da superfície de influência (Figura 3.10); e  $A_0$  é uma área de referência. O termo  $\sigma_{V,q}$  corresponde ao desvio da carga média do pavimento com relação à média global  $m_q$ , enquanto o termo  $\sigma_{U,q}$  corresponde ao desvio das flutuações locais dentro do mesmo pavimento.

Nota-se que, embora isto não seja dito explicitamente no *Probabilistic Model Code*, este modelo assume a hipótese de ruído branco, uma vez que a expressão (3.102) é análoga à (3.56), com a única diferença sendo a inclusão do termo  $\min [A_0/A, 1]$  que estabelece um limite superior para a variância quando a área de influência  $A$  é muito pequena, evitando assim que a variância tenda a infinito.

Com relação aos valores do fator de pico da superfície de influência, o JCSS (2001) apenas apresenta a Figura 3.10, com  $\kappa$  variando entre 1,0 e 2,4, mas não faz menção a quais efeitos estes valores de  $\kappa$  corresponderiam. No entanto, os valores apresentados são próximos dos reportados pelo CIB (1989) (Figura 3.5).

Figura 3.10 – Superfícies de influência apresentadas pelo JCSS e correspondentes valores do fator de pico  $\kappa$



Fonte: JCSS (2001).

Assim como o modelo de Peir (1971), o JCSS assume que  $q$  pode ser aproximada por uma distribuição do tipo gama, e que a função de distribuição acumulada da máxima

ação sustentada  $q_{\max}$  é dada por:

$$F_{q_{\max}}(x) = \exp \left[ -\lambda_q T (1 - F_q(x)) \right], \quad (3.103)$$

onde  $F_q(x)$  é a distribuição de ponto arbitrário no tempo de  $q$ ;  $T$  é o tempo de referência; e  $\lambda_q$  é a taxa média de ocorrência de mudanças de ocupação, de modo que  $\lambda_q T$  é o número esperado de mudanças de ocupação ao longo de  $T$ . Esta equação é idêntica à (3.72).

Tabela 3.3 – Parâmetros para modelo de ação sustentada do JCSS (2001)

Tipo de ocupação	$A_0$ (m <sup>2</sup> )	$m_q$ (kPa)	$\sigma_{V,q}$ (kPa)	$\sigma_{U,q}$ (kPa)	$1/\lambda_q$ (anos)
Edifícios comerciais, corporativos e de escritórios	20	0,5	0,3	0,6	5
Lobbies de edifícios comerciais, corporativos e de escritórios	20	0,2	0,15	0,3	10
Edifícios residenciais	20	0,3	0,15	0,3	7
Quartos de hotel	20	0,3	0,05	0,1	10
Enfermarias e salas de recuperação	20	0,4	0,3	0,6	5–10
Laboratórios	20	0,7	0,4	0,8	5–10
Bibliotecas	20	1,7	0,5	1,0	≥ 10
Salas de aula	100	0,6	0,15	0,4	≥ 10
Lojas					
– Pavimento térreo	100	0,9	0,6	1,6	1–5
– Pavimentos superiores	100	0,9	0,6	1,6	1–5
Depósitos e armazéns	100	3,5	2,5	6,9	0,1–1
Edificações industriais					
– Leve	100	1,0	1,0	2,8	5–10
– Pesado	100	3,0	1,5	4,1	5–10

Fonte: JCSS (2001).

Como o JCSS apresenta parâmetros para diversos tipos de ocupação, optou-se por utilizar este modelo para a parcela sustentada da carga variável nas etapas subsequentes deste trabalho. Faz-se uso, portanto, da hipótese simplificadora de ruído branco.

Ressalta-se o JCSS (2001) cita como uma das fontes para os parâmetros sugeridos na Tabela 3.3 o CIB Report 116 (CIB, 1989), que por sua vez faz referência aos trabalhos de Sentler (1976) e Chalk e Corotis (1980). De fato, os valores da média  $m_q$  e da área de referência  $A_0$  listados na Tabela 3.3 parecem ser baseado nos valores observados na Tabela 2.2, apresentados originalmente por Chalk e Corotis (1980). No entanto, os parâmetros sugeridos pelo JCSS para o cálculo da variância são consideravelmente maiores que os correspondentes valores da Tabela 2.2, não ficando claro a origem destes valores. Isto faz

com que os resultados para alguns tipos de ocupação sejam excessivamente conservadores, conforme será apresentado posteriormente no [Capítulo 6](#).

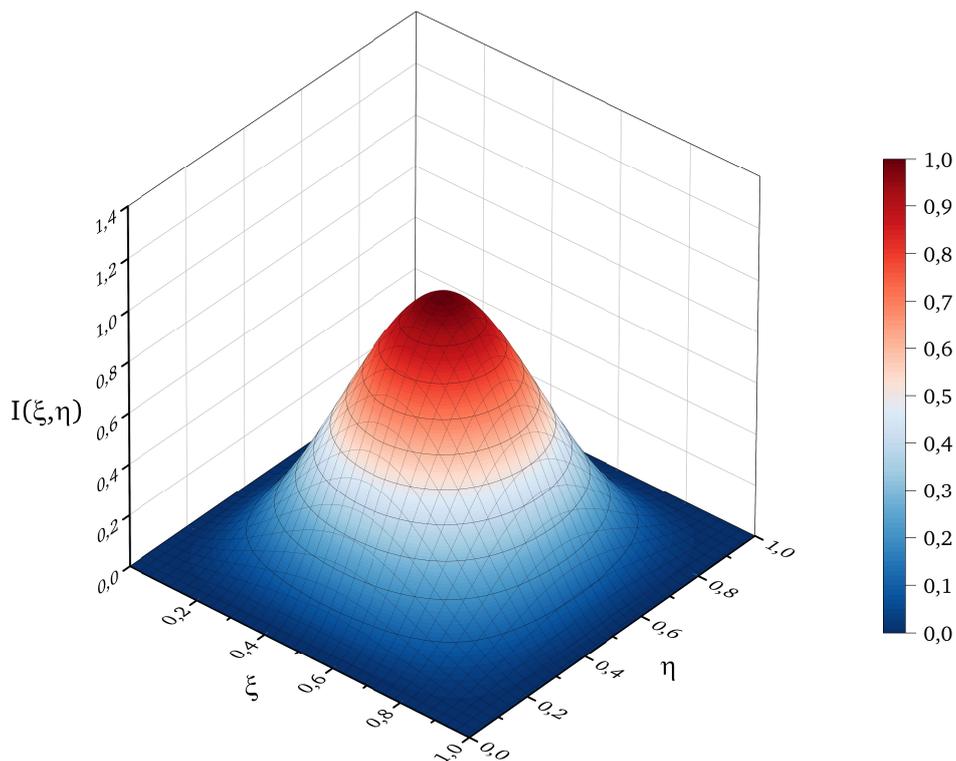
### 3.12 Resultados preliminares

Nesta seção, são apresentados dois exemplos de aplicação simples do modelo da parcela sustentada da carga variável. Os resultados foram obtidos via simulação de Monte Carlo, cuja implementação foi devidamente validada com resultados da literatura e com expressões analíticas aproximadas apresentadas neste capítulo.

#### 3.12.1 Hipóteses de correlação exponencial quadrática versus ruído branco

Neste primeiro exemplo, investiga-se a validade da hipótese simplificadora comumente adotada de que o campo estocástico que descreve a variabilidade espacial da intensidade do carregamento pode ser assumido como um processo de “ruído branco”. Para isto, foram realizadas simulações da máxima EUDL sustentada adotando as hipóteses de correlação exponencial quadrática e de ruído branco. O efeito considerado para a obtenção da EUDL foi o esforço axial em um pilar suportando um único pavimento, para o qual expressão analítica da superfície de influência é dada na equação (3.40). Esta superfície é mostrada na [Figura 3.11](#). O fator de pico correspondente é  $\kappa = 2,207$ .

Figura 3.11 – Superfície de influência para esforço axial em pilares



Fonte: Elaborado pelo autor.

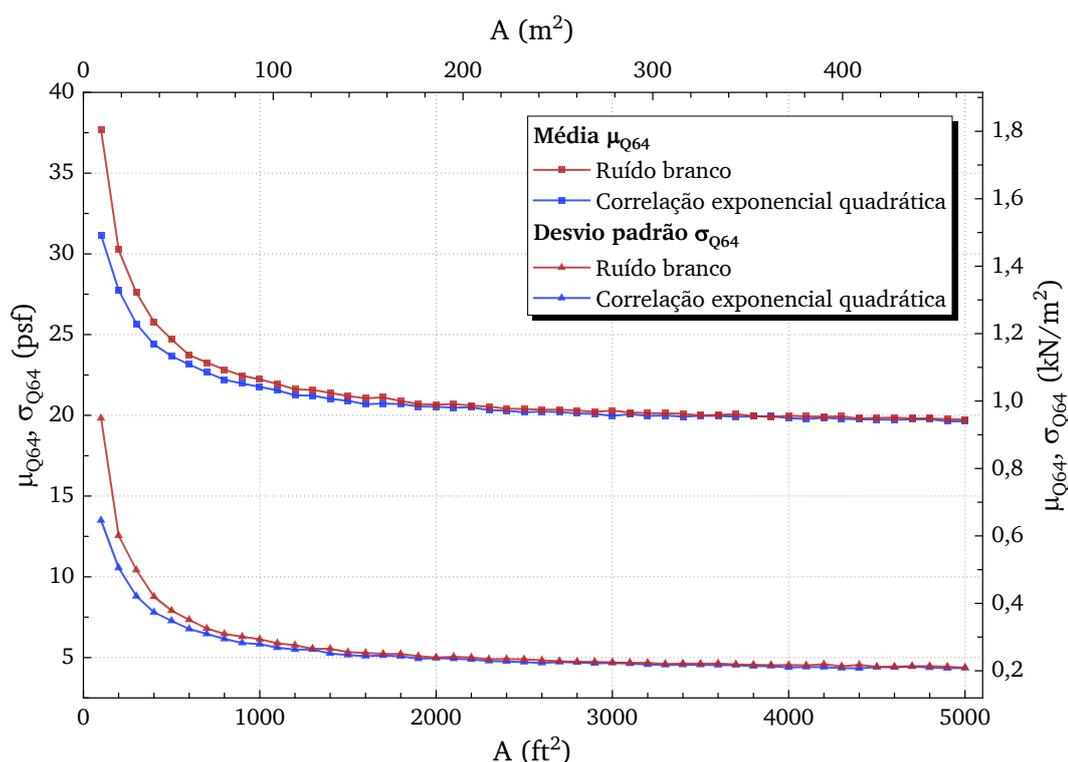
Foram considerados os parâmetros ajustados por diferentes autores com base no mesmo conjunto de dados de [Mitchell e Woodgate \(1971a\)](#) para edifícios de escritórios no Reino Unido considerando as diferentes hipóteses:

- **Correlação exponencial quadrática:**  $m = 11,8 \text{ psf}$ ;  $\sigma_{bld}^2 = 3,0 \text{ psf}^2$ ;  $\sigma_{flr}^2 = 17,25 \text{ psf}^2$ ;  $\sigma_\varepsilon^2 = 260 \text{ psf}^2$ ; e  $d^2 = 9 \text{ ft}^2$  ([PEIR; CORNELL, 1973](#));
- **Hipótese de ruído branco:**  $m = 11,8 \text{ psf}$ ;  $\sigma_{bld}^2 = 3,0 \text{ psf}^2$ ;  $\sigma_{flr}^2 = 17,25 \text{ psf}^2$ ; e  $\sigma_{sp}^2 = 8230 \text{ psf}^2 \text{ ft}^2$  ([McGUIRE; CORNELL, 1974](#)).

A variância da EUDL considerando a correlação exponencial é obtida via integração numérica da equação (3.51). Já para a hipótese de ruído branco, a variância é obtida diretamente pela equação (3.56). Com relação à variabilidade temporal, considerou-se uma taxa média de mudanças de ocupação igual a  $\nu = 0,125$  mudanças/ano e um período de referência  $T = 64$  anos, em concordância com o adotado pelos referidos autores. O número esperado de mudanças de ocupação é, portanto,  $\nu T = 8$ .

A média e o desvio padrão para a máxima EUDL sustentada foram obtidas via simulação de Monte Carlo para áreas de influência variando de  $A = 100 \text{ ft}^2$  até  $A = 5000 \text{ ft}^2$  utilizando 10 000 amostras para cada área. Os resultados obtidos são mostrados na [Figura 3.12](#).

Figura 3.12 – Média e desvio padrão da máxima EUDL sustentada em  $T = 64$  anos considerando as hipóteses de correlação exponencial quadrática e ruído branco



Fonte: Elaborado pelo autor.

Percebe-se que o uso da hipótese simplificadora de ruído branco leva a resultados ligeiramente conservadores para áreas pequenas. Para áreas grandes (cujos lados são consideravelmente maiores que o comprimento de correlação  $d$ ), o efeito da correlação espacial pode ser desprezado, e ambas as hipóteses convergem para o mesmo resultado. Assim, considera-se que o uso da hipótese de ruído branco é justificável. Esta hipótese é utilizada nos demais resultados apresentados na sequência.

### 3.12.2 Resultados da simulação versus expressão analítica para modelo do JCSS (2001)

Neste exemplo, comparam-se os resultados da máxima EUDL sustentada obtida via simulação e utilizando a expressão analítica (3.103). Para isso, foram considerados os parâmetros da ação sustentada sugeridos pelo (JCSS, 2001) para edifícios comerciais:

- **Edifícios comerciais, corporativos e de escritórios:**  $A_0 = 20 \text{ m}^2$ ;  $m_q = 0,5 \text{ kN/m}^2$ ;  $\sigma_{V,q} = 0,3 \text{ kN/m}^2$ ;  $\sigma_{U,q} = 0,6 \text{ kN/m}^2$ ; e  $\lambda_q = 1/5 = 0,2 \text{ ano}^{-1}$  (JCSS, 2001).

Os momentos da distribuição de ponto arbitrário foram calculados de acordo com as expressões (3.101) e (3.102), adotando  $\kappa = 2,0$ . A Figura 3.13 apresenta a comparação entre a função de distribuição acumulada (FDA) empírica obtida via simulação de Monte Carlo para  $A = 100 \text{ m}^2$  e  $T = 50$  anos a partir de 10 000 amostras, e a distribuição dada pela expressão (3.103). Nota-se que a expressão analítica fornece resultados muito próximos do obtido via simulação para os percentis elevados, e valores razoáveis mesmo para os demais percentis. O erro obtido estimando-se o valor associado ao 70º percentil (30 % de probabilidade de excedência) pela expressão analítica foi da ordem de 4 %. Este erro cai para aproximadamente 1,5 % para o 95º percentil, e apenas 0,5 % para o 99º percentil.

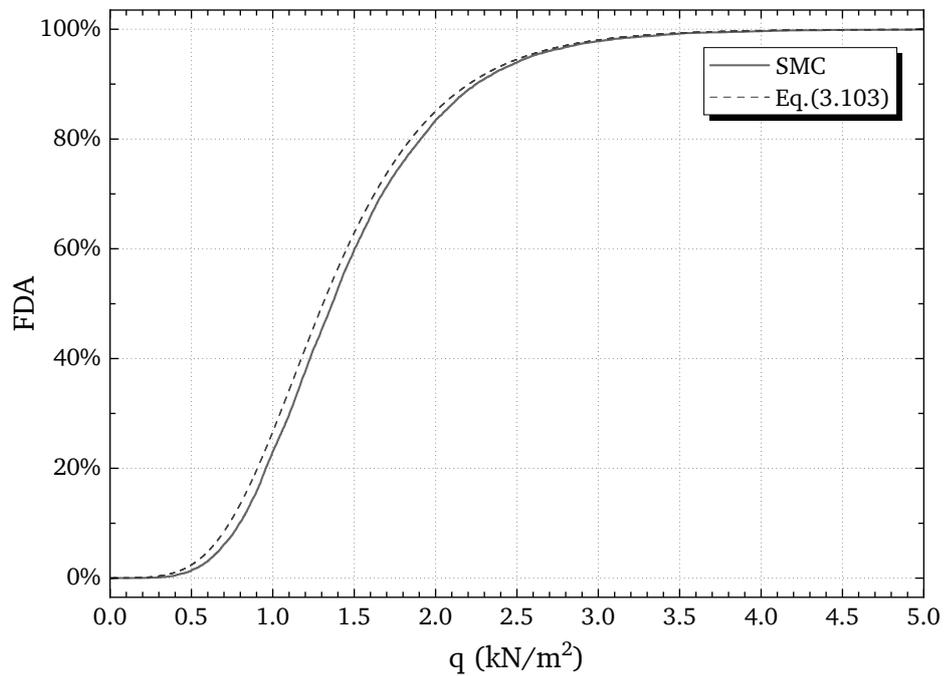
Os momentos da distribuição da máxima EUDL ( $Q_T$ ) também podem ser estimados via integração numérica da expressão (3.72):

$$E[Q_T] = \int_{-\infty}^{\infty} q f_{Q_T}(q) dq \approx \int_{-\infty}^{\infty} q \frac{\partial}{\partial q} \left\{ \exp \left[ -vT(1 - F_Q(q)) \right] \right\} dq, \quad (3.104)$$

$$\begin{aligned} \text{Var}[Q_T] &= E[Q_T^2] - E^2[Q_T] \\ &\approx \left( \int_{-\infty}^{\infty} q^2 \frac{\partial}{\partial q} \left\{ \exp \left[ -vT(1 - F_Q(q)) \right] \right\} dq \right) - E^2[Q_T]. \end{aligned} \quad (3.105)$$

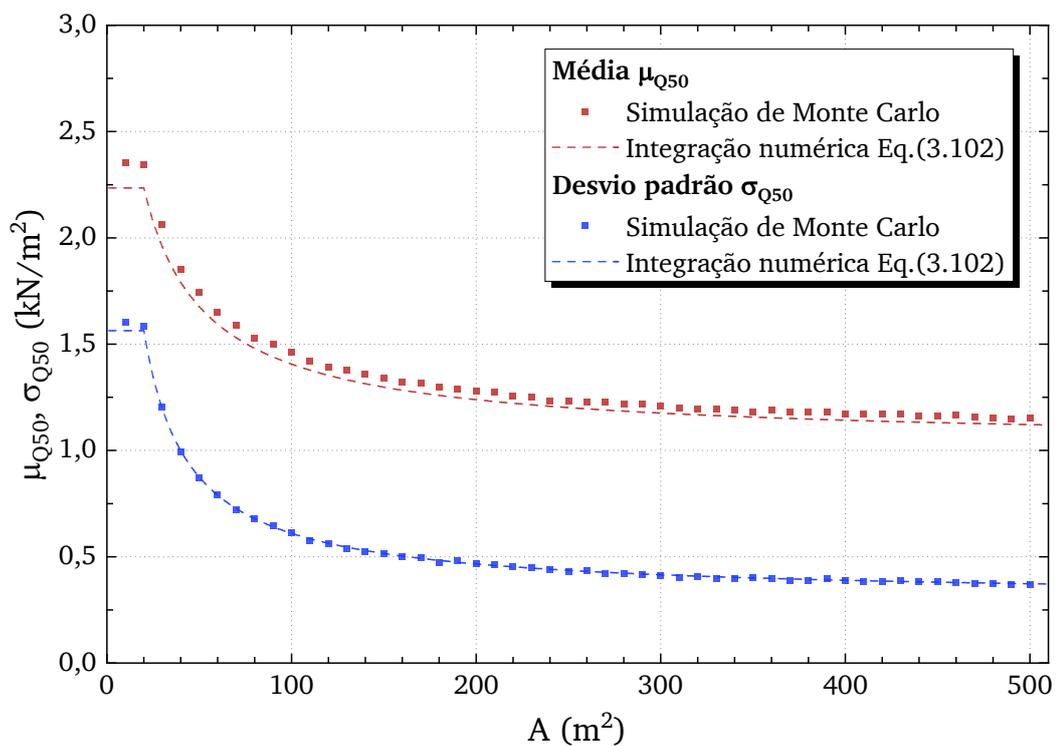
Na Figura 3.14, são exibidos os resultados da simulação para a média e desvio padrão da máxima EUDL de 50 anos, com a área de influência  $A$  variando de  $10 \text{ m}^2$  até  $500 \text{ m}^2$ , e os momentos calculados analiticamente via integração numérica. É possível observar que o cálculo via integração numérica da (3.103) subestima ligeiramente os momentos, uma vez que esta expressão analítica é mais adequada para representar a região da cauda do que o restante da distribuição.

Figura 3.13 – Distribuição empírica e expressão analítica aproximada da máxima EUDL sustentada em  $T = 50$  anos para edifícios comerciais com  $A = 100 \text{ m}^2$



Fonte: Elaborado pelo autor.

Figura 3.14 – Média e desvio padrão da máxima EUDL sustentada em  $T = 50$  anos para edifícios comerciais obtidos via simulação e integração numérica



Fonte: Elaborado pelo autor.



## Parcela intermitente

Neste capítulo, são apresentados diferentes modelos para a parcela intermitente (também chamada por alguns autores de extraordinária ou transiente) da carga variável. Na sequência, também são apresentadas sugestões de parâmetros para estes modelos. É importante ressaltar que dados sobre este tipo de ação são mais difíceis de se coletar em pesquisas de carga, e a pouca informação que se tem disponível foi obtida por meio da aplicação de questionários dirigidos aos ocupantes da edificação. Estes valores são, portanto, mais subjetivos, sendo propensos a uma incerteza maior do que a parcela sustentada.

A sequência de apresentação do modelo é similar ao adotado no [Capítulo 3](#) para a ação sustentada. A combinação do carregamento intermitente com o sustentado é tratada no [Capítulo 5](#).

### 4.1 Modelo de Peir (1971)

O primeiro registro que se tem na literatura de uma tentativa de representar a parcela intermitente que compõe a carga variável por meio de um modelo probabilístico se dá com o modelo proposto por [Peir \(1971\)](#). Este modelo parte do pressuposto de que é uma característica natural do comportamento humano que grandes grupos de pessoas possuem uma tendência a se dividir em grupos menores. A quantidade destes grupos menores (que serão denominados “células” deste ponto em diante) depende basicamente da área do pavimento e do número de pessoas na edificação.

Admite-se portanto que em um evento extraordinário de aglomeração de pessoas, as cargas correspondentes (i.e., o peso das pessoas) são agrupadas como um número aleatório  $M$  de células, cada célula contendo um número aleatório  $R$  de cargas cujas intensidades  $Q$  são também aleatórias. Embora a justificativa do modelo seja baseada na aglomeração de pessoas, entende-se que o mesmo modelo possa ser utilizado para representar outras possíveis fontes de carga variável intermitente, como a realocação de móveis em uma reforma ([PEIR, 1971](#)). Neste caso, a carga em uma célula representaria o peso de um conjunto de itens ou mesmo de um único item particularmente pesado.

#### 4.1.1 Carga total em uma célula

Considera-se, inicialmente, uma única célula contendo uma quantidade  $r$  conhecida de itens (pessoas ou mobiliário, por exemplo). O peso total destes  $r$  itens é:

$$W_r = Q_1 + Q_2 + \dots + Q_r, \quad (4.1)$$

em que  $Q_i$  é o peso do  $i$ -ésimo item, que é uma variável aleatória. Assumindo que todos os  $Q_i$  são independentes e identicamente distribuídos, a distribuição de  $W_r$  pode ser obtida por integral de convolução. Este resultado pode então ser utilizado para se obter a distribuição da carga total  $W$  em uma célula contendo um número aleatório de itens por meio do teorema da probabilidade total:

$$F_W(w) = P[\{W \leq w\}] = \sum_{r=0}^{\infty} P[\{W_r \leq w \mid R = r\}]P[\{R = r\}]. \quad (4.2)$$

#### 4.1.2 Efeito resultante

Partindo do pressuposto que a área ocupada pela célula seja muito menor que a área total considerada, pode-se desprezar a variação da superfície de influência  $I(x, y)$  na célula e tomá-la localmente como sendo uniforme, com valor  $I$  constante igual à ordenada correspondente ao centro da célula. Assim, o efeito correspondente a uma célula qualquer é dado por:

$$P = WI. \quad (4.3)$$

A distribuição de  $P$  é dada por:

$$F_P(p) = P[\{P \leq p\}] = P[\{WI \leq p\}] = \int_0^{\infty} P\left[\left\{I \leq \frac{p}{w} \mid W = w\right\}\right] f_W(w) dw. \quad (4.4)$$

Assumindo que a célula pode estar localizada em qualquer região da área considerada com igual probabilidade, têm-se:

$$P\left[\left\{I \leq \frac{p}{w} \mid W = w\right\}\right] = \frac{\text{área em que } I \leq p/w}{\text{área total}}. \quad (4.5)$$

O efeito total correspondente a uma quantidade  $m$  conhecida de células, denotado  $S_m$ , é dado por:

$$S_m = P_1 + P_1 + \dots + P_m. \quad (4.6)$$

Assim como  $W_r$ , a distribuição de  $S_m$  pode ser obtida por convolução, mediante a hipótese que os efeitos  $P_i$  sejam independentes e identicamente distribuídos. A distribuição do efeito total  $S_{int}$ <sup>1</sup> correspondente a uma quantidade aleatória de células é dada por:

$$F_{S_{int}}(s) = P[\{S_{int} \leq s\}] = \sum_{m=0}^{\infty} P[\{S_m \leq s \mid M = m\}]P[\{M = m\}]. \quad (4.7)$$

Em vez de resolver numericamente estas integrais, é mais prático assumir uma distribuição particular para as variáveis de interesse e obter os parâmetros da distribuição

<sup>1</sup> O subscripto *int* é adotado para diferenciar do efeito total para a carga sustentada, chamado simplesmente de  $S$  no capítulo anterior

a partir dos seus momentos conhecidos. Assumindo a independência entre  $R$  e os pesos  $Q_i$ , e entre  $W$  e  $I$ , é possível demonstrar que (PEIR, 1971):

$$E[W] = \mu_W = \mu_Q \mu_R, \quad (4.8)$$

$$\text{Var}[W] = \sigma_W^2 = \mu_R \sigma_Q^2 + \mu_Q^2 \sigma_R^2, \quad (4.9)$$

$$E[P] = \mu_P = \mu_W \mu_I, \quad (4.10)$$

$$\text{Var}[P] = \sigma_P^2 = \mu_W^2 \sigma_I^2 + \mu_I^2 \sigma_W^2 + \sigma_I^2 \sigma_W^2, \quad (4.11)$$

$$E[\mathcal{S}_{int}] = \mu_P \mu_M, \quad (4.12)$$

$$\text{Var}[\mathcal{S}_{int}] = \mu_M \sigma_P^2 + \mu_P^2 \sigma_M^2. \quad (4.13)$$

### 4.1.3 Carga equivalente uniformemente distribuída

De maneira análoga à parcela sustentada, pode-se definir uma EUDL para a ação intermitente (denotada por  $\mathcal{P}(A)$ ) dividindo o efeito total  $\mathcal{S}_{int}$  pelo volume abaixo da superfície de influência. A média e a variância de  $\mathcal{P}(A)$  ficam expressas por:

$$E[\mathcal{P}(A)] = E\left[\frac{\mathcal{S}_{int}}{V_I}\right] = \frac{E[\mathcal{S}_{int}]}{V_I}, \quad (4.14)$$

$$\text{Var}[\mathcal{P}(A)] = \text{Var}\left[\frac{\mathcal{S}_{int}}{V_I}\right] = \frac{\text{Var}[\mathcal{S}_{int}]}{V_I^2}. \quad (4.15)$$

Dada a superfície de influência  $I(x, y)$  para o efeito de interesse, o valor médio e a variância  $\mu_I$  e  $\sigma_I^2$  são calculados como:

$$\mu_I = E[I(x, y)] = \frac{1}{A} \iint_A I(x, y) dy dx = \frac{V_I}{A}, \quad (4.16)$$

$$\begin{aligned} \sigma_I^2 &= \text{Var}[I(x, y)] = E[I^2(x, y)] - E^2[I(x, y)] \\ &= \frac{1}{A} \iint_A I^2(x, y) dy dx - \left(\frac{V_I}{A}\right)^2 \\ &= \frac{A \iint_A I^2(x, y) dy dx - V_I^2}{A^2}. \end{aligned} \quad (4.17)$$

Recordando a definição do fator de pico  $\kappa$ , equação (3.53), pode-se escrever:

$$\sigma_I^2 = \frac{\kappa V_I^2 - V_I^2}{A^2} \Rightarrow \sigma_I = \frac{V_I}{A} \sqrt{\kappa - 1}. \quad (4.18)$$

Assumindo que o número de células  $M$  segue uma distribuição de Poisson com parâmetro  $\lambda(A)$  que depende unicamente da área,  $M \sim \text{Poisson}(\lambda(A))$ , segue que:

$$\mu_M = E[M] = \lambda(A), \quad (4.19)$$

$$\sigma_M^2 = \text{Var}[M] = \lambda(A). \quad (4.20)$$

Substituindo as expressões (4.16) a (4.20) em (4.14) e (4.15), os momentos da EUDL se simplificam para:

$$E[\mathcal{P}(A)] = \frac{\mu_Q \mu_R}{A} \lambda(A), \quad (4.21)$$

$$\text{Var}[\mathcal{P}(A)] = \frac{\mu_Q^2 \mu_R^2 + \mu_R \sigma_Q^2 + \mu_Q^2 \sigma_R^2}{A^2} \lambda(A) \kappa. \quad (4.22)$$

#### 4.1.4 Número médio de células

A seguinte expressão para o número esperado de células  $\lambda(A)$  foi proposta por Peir (1971):

$$\lambda(A) = \sqrt{\frac{A - 164}{9}}; \quad A \geq 200 \text{ ft}^2 \quad \left( \sqrt{\frac{A - 15,2}{0,836}}; \quad A \geq 18,6 \text{ m}^2 \right). \quad (4.23)$$

Esta expressão é baseada puramente no julgamento crítico do autor, e busca refletir o fato que o número de pessoas por metro quadrado será (em média) menor durante eventos extraordinários em áreas maiores. Isto implica que a densidade de células por área  $\lambda/A$  deve diminuir com o aumento de  $A$ .

Apesar de simples, a expressão (4.23) apresenta um problema: para áreas menores que aproximadamente  $330 \text{ ft}^2$  ( $30,7 \text{ m}^2$ ), ocorre uma inversão na tendência de  $\lambda/A$ , que passa a aumentar com o aumento de  $A$ . Para corrigir este problema, McGuire e Cornell (1974) propuseram a seguinte alteração nesta expressão:

$$\begin{aligned} \lambda(A) &= \sqrt{\frac{A - 164}{9}}; \quad A > 400 \text{ ft}^2 && \left( \sqrt{\frac{A - 15,2}{0,836}}; \quad A > 37,2 \text{ m}^2 \right), \\ &= 5,12; \quad A = 400 \text{ ft}^2 && (A = 37,2 \text{ m}^2), \\ &= 3,99; \quad A = 300 \text{ ft}^2 && (A = 27,9 \text{ m}^2), \\ &= 2,76; \quad A = 200 \text{ ft}^2 && (A = 18,6 \text{ m}^2), \\ &= 1,43; \quad A = 100 \text{ ft}^2 && (A = 9,3 \text{ m}^2). \end{aligned} \quad (4.24)$$

Para valores de  $A$  inferiores a  $400 \text{ ft}^2$ , o valor de  $\lambda(A)$  é determinado mediante interpolação linear dos valores indicados.

Outra expressão frequentemente empregada na literatura para  $\lambda(A)$  foi proposta por Ellingwood e Culver (1977):

$$\lambda(A) = \sqrt{\frac{A - 155}{6,3}}; \quad A \geq 155 \text{ ft}^2 \quad \left( \sqrt{\frac{A - 14,4}{0,585}}; \quad A \geq 14,4 \text{ m}^2 \right). \quad (4.25)$$

Esta expressão reduz o valor de  $\lambda$  de duas células em uma área de  $180 \text{ ft}^2$  ( $16,7 \text{ m}^2$ ) para uma média de uma célula a cada  $180 \text{ ft}^2$  ( $16,7 \text{ m}^2$ ) para áreas de  $5000 \text{ ft}^2$  ( $464,5 \text{ m}^2$ ).

A expressão (4.25), assim como a (4.23), também apresenta uma inversão na tendência de  $\lambda/A$  para áreas menores que  $310 \text{ ft}^2$  ( $28,8 \text{ m}^2$ ). Uma correção é apresentada em Harris, Corotis e Bova (1981):

$$\lambda(A) = \sqrt{\frac{A - 155}{6,3}}; \quad A > 400 \text{ ft}^2 \quad \left( \sqrt{\frac{A - 14,4}{0,585}}; \quad A > 37,2 \text{ m}^2 \right),$$

$$= 6,24; \quad A = 400 \text{ ft}^2 \quad (A = 37,2 \text{ m}^2), \quad (4.26)$$

$$= 4,90; \quad A = 300 \text{ ft}^2 \quad (A = 27,9 \text{ m}^2),$$

$$= 3,44; \quad A = 200 \text{ ft}^2 \quad (A = 18,6 \text{ m}^2).$$

A expressão (4.26) é em média 20 % mais conservadora que a (4.24).

Com base nos resultados de um total de 1989 eventos extraordinários de aglomeração de pessoas e reformas registrado em uma pesquisa de carga realizada em Sydney, na Austrália (CHOI, 1988), Choi (1991) propôs a seguinte expressão:

$$\frac{\lambda}{A} = 0,0242 \exp(0,00168A); \quad A \geq 100 \text{ m}^2, \quad (4.27)$$

para  $A$  em  $\text{m}^2$ . Esta expressão é bem diferente das anteriores, pois ela apresenta uma tendência de aumento de  $\lambda/A$  à medida em que a área cresce, resultando em uma média de duas células para uma área de  $100 \text{ m}^2$  a uma média de cinco células a cada  $100 \text{ m}^2$  para uma área de  $500 \text{ m}^2$ . Para áreas menores que  $100 \text{ m}^2$ , o autor propôs que se utilize o valor correspondente a  $100 \text{ m}^2$  como limite inferior. Os resultados para a ação intermitente obtidos por Choi (1991) com base nos dados da pesquisa de carga de Sydney foram em torno de 30 % maiores do que os obtidos por pesquisadores anteriores.

#### 4.1.5 Distribuição de ponto arbitrário no tempo

Peir (1971) demonstrou, avaliando a solução exata via integração numérica para o efeito da força axial em um pilar (utilizando a superfície de influência apresentada na expressão (3.40)), que a distribuição dos efeitos  $P_i$  de cada célula é semelhante a uma exponencial, e a distribuição do efeito total  $S_{int}$  se aproxima de uma distribuição gama. É razoável admitir que superfícies de influência para outros efeitos levariam a resultados similares, uma vez que estas superfícies apresentam formas similares ou com picos até mais acentuados do que o da superfície de influência para força axial.

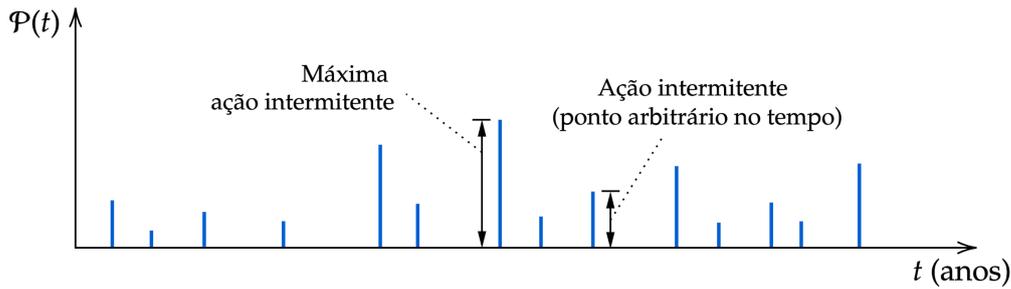
Desta forma, é usual admitir que o efeito  $S_{int}$  segue uma distribuição gama, assim como foi feito para a ação sustentada. A hipótese de distribuição gama também se estende à EU DL, uma vez que esta é apenas o efeito total  $S_{int}$  dividido por uma constante  $V_I$ .

#### 4.1.6 Distribuição de valores extremos

Conforme apresentado na Seção 2.1, assume-se que a parcela intermitente da carga variável possa ser representada por um processo de pulsos (Figura 4.1). A taxa

de chegada dos pulsos é denotada por  $v_{int}$ , para diferenciar da taxa de chegada  $v$  das mudanças de ocupação da ação sustentada. A duração dos pulsos pode ser assumida como determinística ou com distribuição exponencial. Como a duração destes eventos é muito pequena comparada à duração média de uma ocupação, sendo usualmente da ordem de alguns minutos ou horas, a probabilidade da ocorrência simultânea de dois eventos extraordinários é desprezível.

Figura 4.1 – Representação da ação intermitente como um processo de pulsos esparsos



Fonte: Elaborado pelo autor.

A função de distribuição acumulada para o máximo efeito  $S_{int,T}$  causado pela ação intermitente ao longo de um período de referência  $T$  é obtida por meio de uma expressão análoga à utilizada para a parcela sustentada, dada em (3.72), considerando-se a correspondente taxa média de ocorrência da ação intermitente  $v_{int}$  em vez de  $v$ :

$$F_{S_{int,T}}(s) \approx \exp \left[ -v_{int}T(1 - F_{S_{int}}(s)) \right], \quad (4.28)$$

em que  $F_{S_{int}}(s)$  é a distribuição de ponto arbitrário do efeito  $S_{int}(t)$ , assumida como uma distribuição gama. A mesma formulação também se aplica para a máxima EUDL intermitente  $\mathcal{P}_T$ :

$$F_{\mathcal{P}_T}(p) \approx \exp \left[ -v_{int}T(1 - F_{\mathcal{P}}(p)) \right]. \quad (4.29)$$

## 4.2 Modelo de Harris, Corotis e Bova (1981)

Harris, Corotis e Bova (1981) propuseram um refinamento ao modelo de Peir (1971), onde se considera que a EUDL intermitente  $\mathcal{P}(t)$  é composta por três tipos diferentes de ação intermitente. O primeiro tipo, denotado por  $\mathcal{P}_1$ , corresponde a um evento de reforma, onde o mobiliário pode ser eventualmente realocado de uma sala a outra, causando um acúmulo de carga temporário durante a duração da reforma. O segundo e o terceiro tipos de ação intermitente são causados por aglomeração de pessoas, sendo que  $\mathcal{P}_2$  é a aglomeração dita usual, mais comum, e  $\mathcal{P}_3$  é uma aglomeração mais atípica e de maior intensidade, que poderia ocorrer em situações de evacuação causada por uma emergência, por exemplo.

### 4.2.1 Distribuição de ponto arbitrário no tempo

Os momentos para a distribuição de ponto arbitrário das EUDL de cada um destes tipos de ação intermitente são dados pelas expressões (4.21) e (4.22), sendo que a cada tipo  $\mathcal{P}_i$  correspondem uma taxa de ocorrências  $v_{int,i}$  e um conjunto diferente de parâmetros  $(\mu_{Q_i}, \sigma_{Q_i})$  e  $(\mu_{R_i}, \sigma_{R_i})$ .

### 4.2.2 Distribuição de valores extremos

A máxima ação intermitente  $\mathcal{P}_T$  é o valor máximo causado por  $\mathcal{P}_1, \mathcal{P}_2, \mathcal{P}_3$ , ou qualquer combinação destes três tipos agindo simultaneamente ao longo de um período de referência  $T$ . A função de distribuição acumulada de  $\mathcal{P}_T$  pode ser obtida pela seguinte expressão proposta por Wen (1977):

$$F_{\mathcal{P}_T}(p) = \exp \left[ - \sum_{i=1}^3 v_{int,i} T (1 - F_{\mathcal{P}_i}(p)) - \sum_{\substack{i \neq j \\ i,j=1}}^3 v_{int,i} v_{int,j} (d_i + d_j) T (1 - F_{\mathcal{P}_{ij}}(p)) - v_{int,1} v_{int,2} v_{int,3} (d_1 d_2 + d_1 d_3 + d_2 d_3) T (1 - F_{\mathcal{P}_{123}}(p)) \right], \quad (4.30)$$

em que os índices representam os diferentes tipos de ação intermitente;  $d_i$  é a duração média de  $\mathcal{P}_i$ ;  $F_{\mathcal{P}_i}(p)$  é a função de distribuição acumulada de  $\mathcal{P}_i$ ;  $F_{\mathcal{P}_{ij}}(p)$  é a função de distribuição acumulada da ocorrência simultânea de  $\mathcal{P}_i$  e  $\mathcal{P}_j$ ; e  $F_{\mathcal{P}_{123}}(p)$  é a função de distribuição acumulada da ocorrência simultânea de  $\mathcal{P}_1, \mathcal{P}_2$  e  $\mathcal{P}_3$ .

Assume-se que cada tipo de ação intermitente  $\mathcal{P}_i$  possui distribuição gama, e que os  $\mathcal{P}_i$  são independentes entre si. As ocorrências simultâneas  $F_{\mathcal{P}_{ij}}$  e  $F_{\mathcal{P}_{123}}$  são assumidas Gaussianas. Harris, Corotis e Bova (1981) sugerem distribuições uniformes para as durações das ações intermitentes, com médias  $d_i$  de 2 semanas para  $\mathcal{P}_1$ , 6 horas para  $\mathcal{P}_2$  e 15 minutos para  $\mathcal{P}_3$ . Estas durações são desprezíveis quando comparadas à duração média de uma ocorrência da parcela sustentada, de modo que a ação intermitente ainda pode ser tratada como um processo pontual quando esta for somada com a sustentada para a obtenção das estatísticas referentes ao processo combinado.

Devido à natureza extraordinária e de curta duração das ações intermitentes, é usual que se desconsiderem as ocorrências simultâneas, de modo que os termos de ordem superior da expressão (4.30) são desprezados e esta se simplifica para:

$$F_{\mathcal{P}_T}(p) = \exp \left\{ - \sum_{i=1}^3 v_{int,i} T (1 - F_{\mathcal{P}_i}(p)) \right\}. \quad (4.31)$$

Para o caso de um único tipo de ação intermitente, esta expressão se reduz à (4.29).

### 4.3 Estatísticas de barreira

Assim como foi feito para a ação sustentada na [Seção 3.9](#), pode-se utilizar este modelo probabilístico para derivar as estatísticas de tempo total acima da barreira, duração de uma excursão e quantidade de visitas à barreira para o processo estocástico que caracteriza a ação intermitente. A formulação descrita a seguir pode ser consultada em maiores detalhes em [Corotis e Tsay \(1983\)](#). Para o caso de um modelo que considere ações intermitentes de diferentes naturezas, como o de [Harris, Corotis e Bova \(1981\)](#), as estatísticas de barreira devem ser avaliadas separadamente para cada tipo de ação intermitente. Similar à parcela sustentada, apenas a formulação para o tempo total acima da barreira é empregada em seções posteriores do presente trabalho.

#### 4.3.1 Tempo total acima da barreira

Seja  $\mathcal{P}(t)$  a EUDL intermitente para um determinado efeito de interesse, descrito por um processo de pulsos esparsos com taxa de ocorrências dos pulsos  $v_{int}$  (processo de Poisson), e com intensidades dos pulsos dadas por uma distribuição gama. Assume-se inicialmente que a duração de um pulso seja aleatória e exponencialmente distribuída com parâmetro  $v_d$ , de modo que a duração média é  $1/v_d$ .

Denota-se por  $\tau_{int}(\ell)$  o tempo total que a ação intermitente faz com que o processo combinado (parcelas sustentada e intermitente) exceda a barreira  $\ell$ . É possível demonstrar que a média e variância de  $\tau_{int}(\ell)$  são dadas por ([COROTIS; TSAY, 1983](#)):

$$E[\tau_{int}(\ell)] = \frac{v_{int}TF_Q(\ell)(1 - F_{\mathcal{P}}(\ell^*))}{v_d}, \quad (4.32)$$

$$\text{Var}[\tau_{int}(\ell)] = \frac{2v_{int}TF_Q(\ell)(1 - F_{\mathcal{P}}(\ell^*))}{v_d^2}, \quad (4.33)$$

em que  $F_Q(\ell)$  e  $F_{\mathcal{P}}(\ell)$  são as distribuições de ponto arbitrário no tempo das parcelas sustentada e intermitente, respectivamente, e

$$\ell^* = \ell - \frac{\alpha}{\beta} + \frac{(\beta\ell)^\alpha \exp(-\beta\ell)}{\beta F_Q(\ell)\Gamma(\alpha)}. \quad (4.34)$$

Os coeficientes  $\alpha$  e  $\beta$  na expressão (4.34) são os parâmetros de forma e escala da distribuição gama da ação sustentada, calculados a partir dos momentos de  $Q(t)$  pelas expressões (3.59) e (3.60).

Analogamente à (3.94), pode-se expressar a função densidade de probabilidades de  $\tau_{int}(\ell)$  como:

$$f_{\tau_{int}}(\tau) = \delta(\tau) \exp\left[-v_{int}TF_Q(\ell)(1 - F_{\mathcal{P}}(\ell^*))\right] + \frac{1}{\tau} \exp\left[-v_d\tau - v_{int}TF_Q(\ell)(1 - F_{\mathcal{P}}(\ell^*))\right] \sum_{\eta_{int}=1}^{\infty} \frac{[v_d v_{int} \tau TF_Q(\ell)(1 - F_{\mathcal{P}}(\ell^*))]^{\eta_{int}}}{\eta_{int}!(\eta_{int} - 1)!}. \quad (4.35)$$

Introduzindo a mudança de variável

$$B_{sus} = \sqrt{v_d v_{int} \tau T F_Q(\ell) (1 - F_{\mathcal{P}}(\ell^*))}, \quad (4.36)$$

a equação (4.35) se simplifica para:

$$\begin{aligned} f_{\tau_{int}}(\tau) = & \delta(\tau) \exp \left[ -v_{int} T F_Q(\ell) (1 - F_{\mathcal{P}}(\ell^*)) \right] + \frac{1}{\tau} \times \\ & \times \exp \left[ -v_d \tau - v_{int} T F_Q(\ell) (1 - F_{\mathcal{P}}(\ell^*)) \right] B_{int} I_1(2B_{int}), \end{aligned} \quad (4.37)$$

em que  $I_1(2B_{int})$  é a função de Bessel modificada de primeira espécie e ordem um.

A distribuição de  $\tau_{int}(\ell)$  pode ser aproximada por uma distribuição gama (COROTIS; TSAY, 1983). Se a duração da ação intermitente for assumida determinística em vez de exponencialmente distribuída, basta substituir a duração média  $1/v_d$  pela duração determinística  $d_{int}$  nas expressões acima. O efeito da ação intermitente no tempo total que o processo combinado passa acima da barreira  $\ell$  pode, em geral, ser desprezado, i.e.,  $\tau(\ell) = \tau_{sus}(\ell) + \tau_{int}(\ell)$  pode usualmente ser aproximado por  $\tau_{sus}(\ell)$ .

#### 4.3.2 Duração de uma excursão individual à barreira

Como a duração de uma realização da ação intermitente é muito pequena em comparação à duração média de uma realização da ação sustentada ( $1/v$ ), a probabilidade de ocorrências contíguas da ação intermitente é desprezada.

Desta forma, a duração  $D_{int}(\ell)$  de uma excursão individual à barreira causada pela ação intermitente é igual à própria duração de um evento extraordinário, independentemente do valor de  $\ell$ . Esta duração pode ser assumida como exponencialmente distribuída ( $D_{int}(\ell) \sim \text{Exp}(v_d)$ ), caso em que a média e o desvio padrão de  $D_{int}(\ell)$  são iguais a  $1/v_d$ , ou simplesmente tomada como sendo um valor determinístico  $d_{int}$ .

#### 4.3.3 Quantidade de excursões à barreira

Como a ocorrência de realizações contíguas da ação intermitente é desprezível, cada realização da ação intermitente acima da barreira corresponde a uma excursão individual, isto é,  $N_{int} = \eta_{int}$ . Assim, a quantidade de excursões  $N_{int}(\ell)$  possui distribuição de Poisson, com média e desvio padrão dados por:

$$E[N_{int}(\ell)] = \text{Var}[N_{int}(\ell)] = v_{int} T F_Q(\ell) (1 - F_{\mathcal{P}}(\ell^*)), \quad (4.38)$$

com  $\ell^*$  dado pela equação (4.34).

### 4.4 Valores dos parâmetros

Os parâmetros para a ação intermitente possuem um caráter mais subjetivo que os parâmetros para a ação sustentada, sendo normalmente baseados na experiência prática.

Valores sugeridos para os modelos de um único tipo e de múltiplos tipos de ação intermitente são reproduzidos nas Tabelas 4.1 e 4.2, respectivamente. O valor  $\mu_Q = 0,67$  kN que aparece nestas tabelas para os casos de aglomerações de pessoas corresponde ao peso médio de uma pessoa adulta (em torno de 70 kg).

Tabela 4.1 – Parâmetros para modelo de ação intermitente (tipo único)

Tipo de ocupação	$\mu_R$	$\sigma_R$	$\mu_Q$ (kN)	$\sigma_Q$ (kN)	$1/\nu_{int}$ (anos)
Edifícios comerciais, corporativos e de escritórios	4	2	0,67	0,11	1
Edifícios residenciais	3	2	0,67	0,11	1
Quartos de hotel	3	1	0,67	0,11	0,05
Lojas					
– Pavimento térreo	6	3	0,67	0,11	0,25
– Pavimentos superiores	4	2	0,67	0,11	0,25
Salas de aula	4	2	0,67	0,11	1

Fonte: Adaptado de Chalk e Corotis (1980).

#### 4.5 Modelo do JCSS (2001)

O JCSS (2001) recomenda que se utilize a mesma formulação do modelo da parcela sustentada para a parcela intermitente. Embora o JCSS não forneça expressões explícitas para os momentos da EUDL intermitente (denotada pelo índice  $p$ ), são dados os valores dos parâmetros  $m$  e  $\sigma_U$  para este tipo de ação, mas não é fornecido o desvio  $\sigma_V$ . Desta forma, os momentos de  $p$  teoricamente ficariam dados por:

$$E[p] = m_p, \quad (4.39)$$

$$\text{Var}[p] = \sigma_{U,p}^2 \min \left[ \frac{A_0}{A}, 1 \right] \kappa, \quad (4.40)$$

em que  $m_p$  e  $\sigma_{U,p}$  são parâmetros do modelo dados em função do tipo de utilização (Tabela 4.3);  $\kappa$  é o fator de forma da superfície de influência (Figura 3.10); e  $A_0$  é uma área de referência.

Assim como no caso da parcela sustentada, a função de distribuição acumulada da máxima ação intermitente  $p_{\max}$  é expressa por:

$$F_{p_{\max}}(x) = \exp \left\{ -\lambda_p T [1 - F_p(x)] \right\}, \quad (4.41)$$

onde  $F_p(x)$  é a distribuição de ponto arbitrário de  $p$ ;  $T$  é o tempo de referência e  $\lambda_p$  é a taxa média de ocorrências da ação intermitente, de modo que  $\lambda_p T$  é o número esperado de ocorrências ao longo do período de referência  $T$ .

Tabela 4.2 – Parâmetros para modelo de ação intermitente (múltiplos tipos)

Tipo de ocupação	$\mu_R$	$\sigma_R$	$\mu_Q$ (kN)	$\sigma_Q$ (kN)	$1/\nu_{int}$ (anos)	Duração média
Edifícios comerciais, corporativos e de escritórios						
– Reformas	1	1	2,22	0,67	4	2 semanas
– Aglomerações usuais	4	2	0,67	0,11	2,5	6 horas
– Aglomerações atípicas	10	5	0,67	0,11	50	15 minutos
Edifícios residenciais						
– Reformas	2	1	0,63	0,11	10	2 semanas
– Aglomerações usuais	3	2	0,67	0,11	1	6 horas
– Aglomerações atípicas	10	5	0,67	0,11	200	15 minutos
Quartos de hotel						
– Reformas	2	1	0,36	0,11	2	2 semanas
– Aglomerações usuais	3	1	0,67	0,11	0,1	6 horas
– Aglomerações atípicas	10	5	0,67	0,11	10	15 minutos
Lojas, pavimento térreo						
– Reformas	8	4	0,78	0,11	5	2 semanas
– Aglomerações usuais	6	3	0,67	0,11	0,25	6 horas
– Aglomerações atípicas	10	5	0,67	0,11	10	15 minutos
Lojas, pavimentos superiores						
– Reformas	5	2	0,67	0,11	5	2 semanas
– Aglomerações usuais	4	2	0,67	0,11	0,25	6 horas
– Aglomerações atípicas	10	5	0,67	0,11	10	15 minutos
Salas de aula						
– Reformas	4	2	0,99	0,11	2	2 semanas
– Aglomerações usuais	4	2	0,67	0,11	1	6 horas
– Aglomerações atípicas	10	5	0,67	0,11	10	15 minutos

Fonte: Adaptado de [Harris, Corotis e Bova \(1981\)](#).

Diferentemente da parcela sustentada, para a qual se adota distribuição gama, o [JCSS \(2001\)](#) afirma que “o desvio padrão da ação intermitente normalmente resulta em valores na mesma magnitude que o valor médio,  $E[p] = \mu_p$ . Portanto, admite-se que a ação intermitente é exponencialmente distribuída”. No entanto, esta informação é contraditória com as recomendações do próprio JCSS, pois uma variável com distribuição exponencial deveria possuir média e desvio padrão iguais, mas o documento especifica parâmetros diferentes  $\mu_p$  e  $\sigma_{U,p}$  para a ação intermitente. Exemplos de aplicação dos modelos do JCSS são apresentados em [Vrouwenvelder, Holický e Markova \(2002\)](#), onde os autores calculam a média e o desvio padrão para a ação intermitente usando as expressões (4.39) e (4.40), obtendo valores consideravelmente diferentes (coeficiente de variação  $\delta = \sigma_p/\mu_p = 1,6$ ) e, a despeito disto, afirmam que a ação intermitente é exponencialmente distribuída.

Tabela 4.3 – Parâmetros para modelo de ação intermitente do JCSS (2001)

Tipo de ocupação	$A_0$ (m <sup>2</sup> )	$m_p$ (kPa)	$\sigma_{U,p}$ (kPa)	$1/\lambda_p$ (anos)	$d_p$ (dias)
Edifícios comerciais, corporativos e de escritórios	20	0,2	0,4	0,3	1–3
Lobbies de edifícios comerciais, corporativos e de escritórios	20	0,4	0,6	1,0	1–3
Edifícios residenciais	20	0,3	0,4	1,0	1–3
Quartos de hotel	20	0,2	0,4	0,1	1–3
Enfermarias e salas de recuperação	20	0,2	0,4	1,0	1–3
Laboratórios	20	–	–	–	–
Bibliotecas	20	–	–	–	–
Salas de aula	100	0,5	1,4	0,3	1–5
Lojas					
– Pavimento térreo	100	0,4	1,1	1,0	1–14
– Pavimentos superiores	100	0,4	1,1	1,0	1–14
Depósitos e armazéns	100	–	–	–	–
Edificações industriais					
– Leve	100	–	–	–	–
– Pesado	100	–	–	–	–

Fonte: JCSS (2001).

Esta inconsistência parece ter sido esclarecida em um rascunho do documento *JRC Technical Report: Reliability Background of the Eurocodes*<sup>2</sup>, que prescreve um parâmetro único  $m_p$  e afirma inequivocamente que  $P \sim \text{Exp}(\mu_p = \sigma_p = m_p)$ . No entanto, a escolha por uma distribuição exponencial para representar a ação intermitente parece ser inadequada, pois considerar o desvio padrão constante e igual à média (e portanto independente da área de influência) faz com que a parcela intermitente tenda rapidamente a dominar o comportamento do processo combinado à medida que a área aumenta e  $\text{Var}[q]$  diminui (equação (3.102)), levando a resultados excessivamente conservadores para áreas maiores. Isto é inconsistente com a redução de cargas variáveis praticada na grande maioria das normas de projeto.

Dois procedimentos são sugeridos neste trabalho para contornar este problema: (a) adotar outros modelos que não o do JCSS para a parcela intermitente; ou (b) adotar o modelo do JCSS, calculando a variância da ação intermitente pela (4.40) com os parâmetros sugeridos na Tabela 4.3, mas assumir uma distribuição gama para o valor de ponto arbitrário no tempo da intensidade, em concordância com o adotado na maior parte das referências na literatura. Esta segunda abordagem é adotada no trabalho de Honfi (2014), por exemplo.

<sup>2</sup> Ainda em desenvolvimento pelo comitê técnico CEN/TC 250/SC 10 à época em que este texto foi escrito. Baseado em um *draft* inicial não publicado de 02/11/2022.

Embora não sejam relevantes para o cálculo dos momentos de  $p$  ou  $p_{\max}$ , o JCSS fornece também faixas de duração  $d_p$  da ação intermitente para cada tipo de ocupação. Estas durações são consideradas determinísticas.

Ressalta-se que o modelo do JCSS para a parcela intermitente da carga variável é bastante diferente dos modelos de Peir (1971) e Harris, Corotis e Bova (1981). Em função disto, foram consideradas diferentes alternativas para representar esta parcela do carregamento nas seções posteriores deste trabalho, com o intuito de investigar as diferenças entre os modelos.

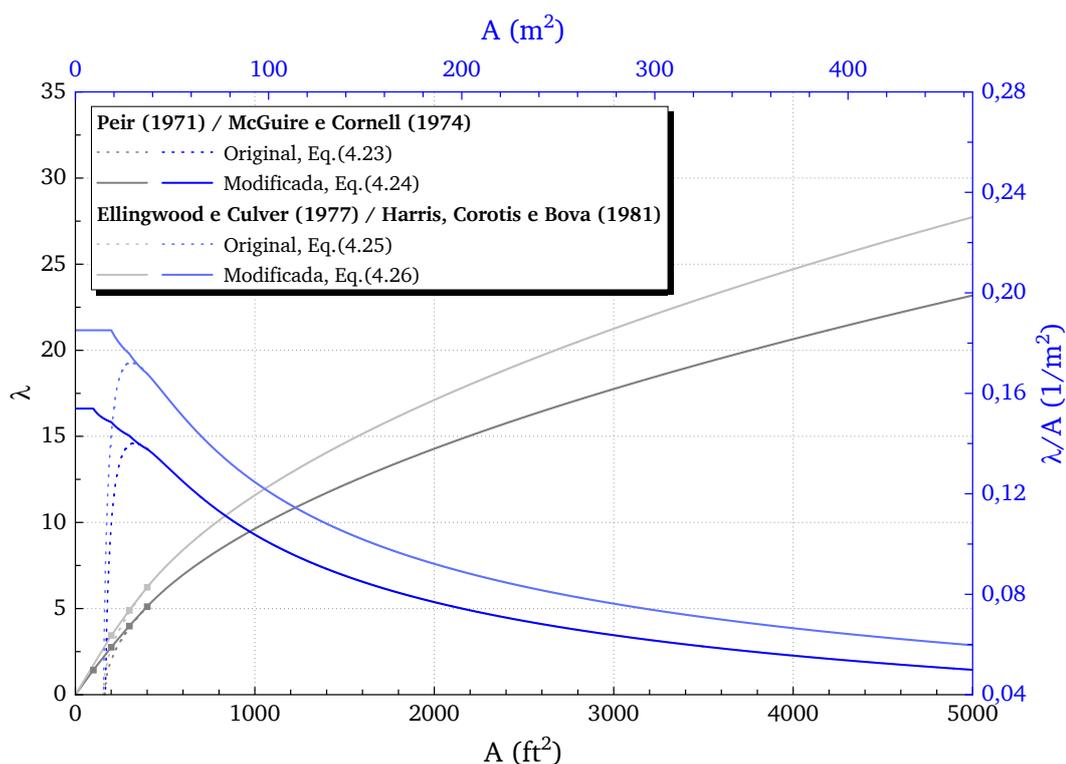
## 4.6 Resultados preliminares

Nesta seção, são apresentados alguns exemplos de aplicação e comparações entre os diferentes modelos da parcela intermitente da carga variável. Os resultados foram obtidos via simulação de Monte Carlo, cuja implementação foi devidamente validada com resultados da literatura e com expressões analíticas aproximadas apresentadas neste capítulo.

### 4.6.1 Comparação das expressões para o número médio de células por área

Na Figura 4.2 são exibidas as diferentes expressões propostas para o número médio de células carregadas  $\lambda(A)$  em função da área de influência, listadas na Subseção 4.1.4.

Figura 4.2 – Comparação entre diferentes expressões para o número médio de células carregadas no modelo da ação intermitente



Fonte: Elaborado pelo autor.

Nota-se que a expressão proposta originalmente por Peir (1971), equação (4.23), indicada em pontilhado escuro, tem a desvantagem de não ser definida para áreas menores que  $164 \text{ ft}^2$  ( $15,2 \text{ m}^2$ ). Além disso, para áreas menores que  $330 \text{ ft}^2$  ( $30,7 \text{ m}^2$ ), ocorre uma inversão na tendência de  $\lambda/A$  de diminuir com o aumento da área  $A$ . A modificação proposta por McGuire e Cornell (1974), equação (4.24), corrige ambos estes problemas definindo o número médio de células  $\lambda(A)$  por meio de uma interpolação linear para áreas menores que  $400 \text{ ft}^2$  ( $37,2 \text{ m}^2$ ).

O mesmo comportamento é observado na expressão proposta por Ellingwood e Culver (1977), equação (4.25), que só é definida para áreas maiores que  $155 \text{ ft}^2$  ( $14,4 \text{ m}^2$ ) e também apresenta uma inversão de tendência de  $\lambda/A$  por volta de  $310 \text{ ft}^2$  ( $28,8 \text{ m}^2$ ). Esta expressão é indicada em linha pontilhada clara na Figura 4.2. A modificação proposta por Harris, Corotis e Bova (1981), equação (4.26), não apresenta estes problemas, fazendo com que  $\lambda/A$  seja uma função monotonicamente decrescente.

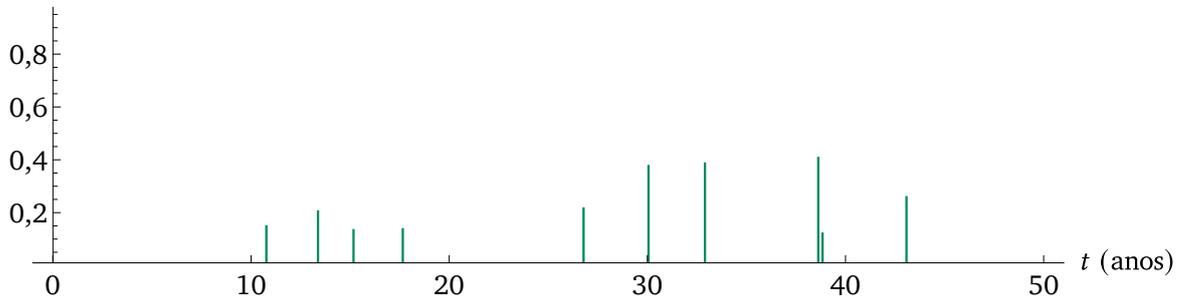
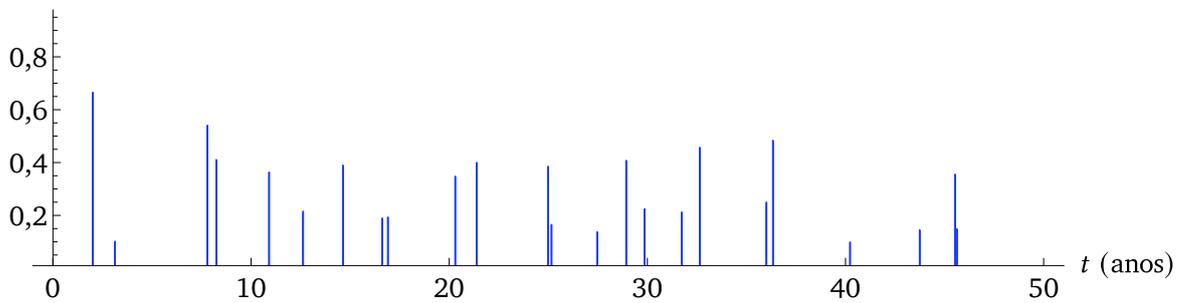
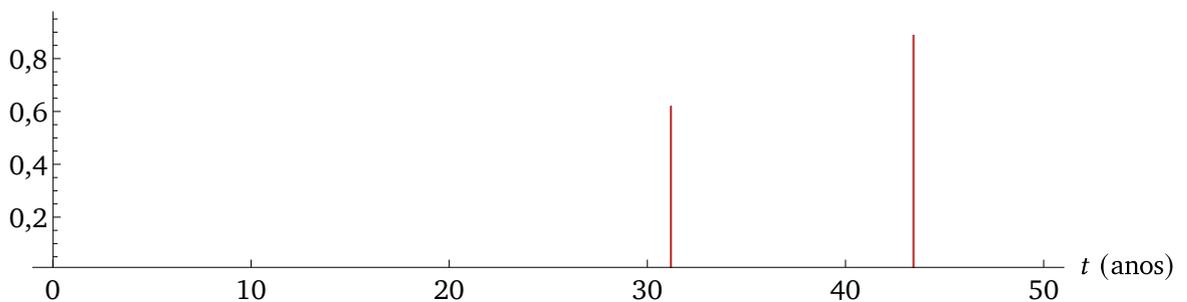
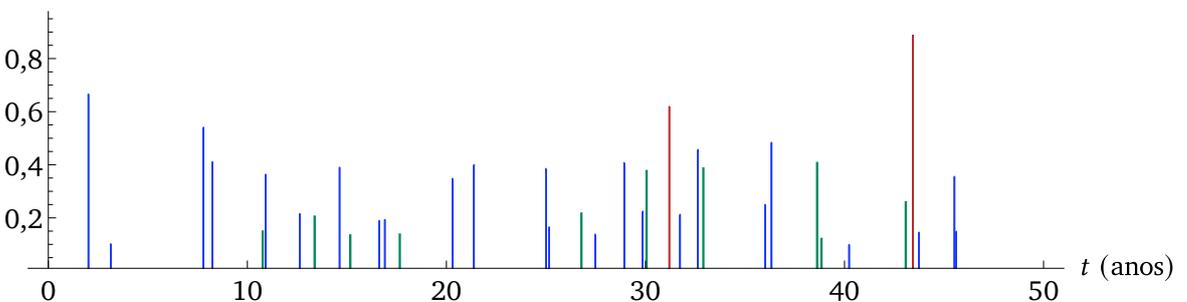
Além disso, nota-se que a expressão de Harris, Corotis e Bova (1981) é mais conservadora que a de McGuire e Cornell (1974), pois resulta em um número maior de células carregadas para uma mesma área de influência. Desta forma, optou-se por utilizar esta expressão no restante deste trabalho.

#### 4.6.2 Resultados da simulação *versus* expressão analítica para modelo de Harris, Corotis e Bova (1981)

Neste exemplo, avalia-se o modelo de ação intermitente multimodal proposto por Harris, Corotis e Bova (1981). Foram considerados os seguintes parâmetros sugeridos pelos autores para edifícios comerciais, corporativos e de escritórios (Tabela 4.2):

- **Reformas ( $\mathcal{P}_1$ ):**  $\mu_{R_1} = 1$ ;  $\sigma_{R_1} = 1$ ;  $\mu_{Q_1} = 2,22 \text{ kN/m}^2$ ;  $\sigma_{Q_1} = 0,67 \text{ kN/m}^2$ ;  $v_{int,1} = 0,25 \text{ ano}^{-1}$ ; e  $d_1 = 2 \text{ semanas}$ ;
- **Aglomerções usuais ( $\mathcal{P}_2$ ):**  $\mu_{R_2} = 4$ ;  $\sigma_{R_2} = 2$ ;  $\mu_{Q_2} = 0,67 \text{ kN/m}^2$ ;  $\sigma_{Q_2} = 0,11 \text{ kN/m}^2$ ;  $v_{int,2} = 0,4 \text{ ano}^{-1}$ ; e  $d_1 = 6 \text{ horas}$ ;
- **Aglomerções atípicas ( $\mathcal{P}_3$ ):**  $\mu_{R_3} = 10$ ;  $\sigma_{R_3} = 5$ ;  $\mu_{Q_3} = 0,67 \text{ kN/m}^2$ ;  $\sigma_{Q_3} = 0,11 \text{ kN/m}^2$ ;  $v_{int,3} = 0,02 \text{ ano}^{-1}$ ; e  $d_1 = 15 \text{ minutos}$ .

Os momentos para cada tipo de ação intermitente foram calculados de acordo com as expressões (4.21) e (4.22), adotando  $\kappa = 2,0$ . Utilizou-se a expressão (4.26) para o número médio de células por área. As durações de cada tipo de evento foram consideradas determinísticas. A partir dos momentos e das respectivas taxas de ocorrência, os três processos foram simulados para um período de referência  $T = 50$  anos, supondo distribuição gama para a intensidade de ponto arbitrário no tempo.

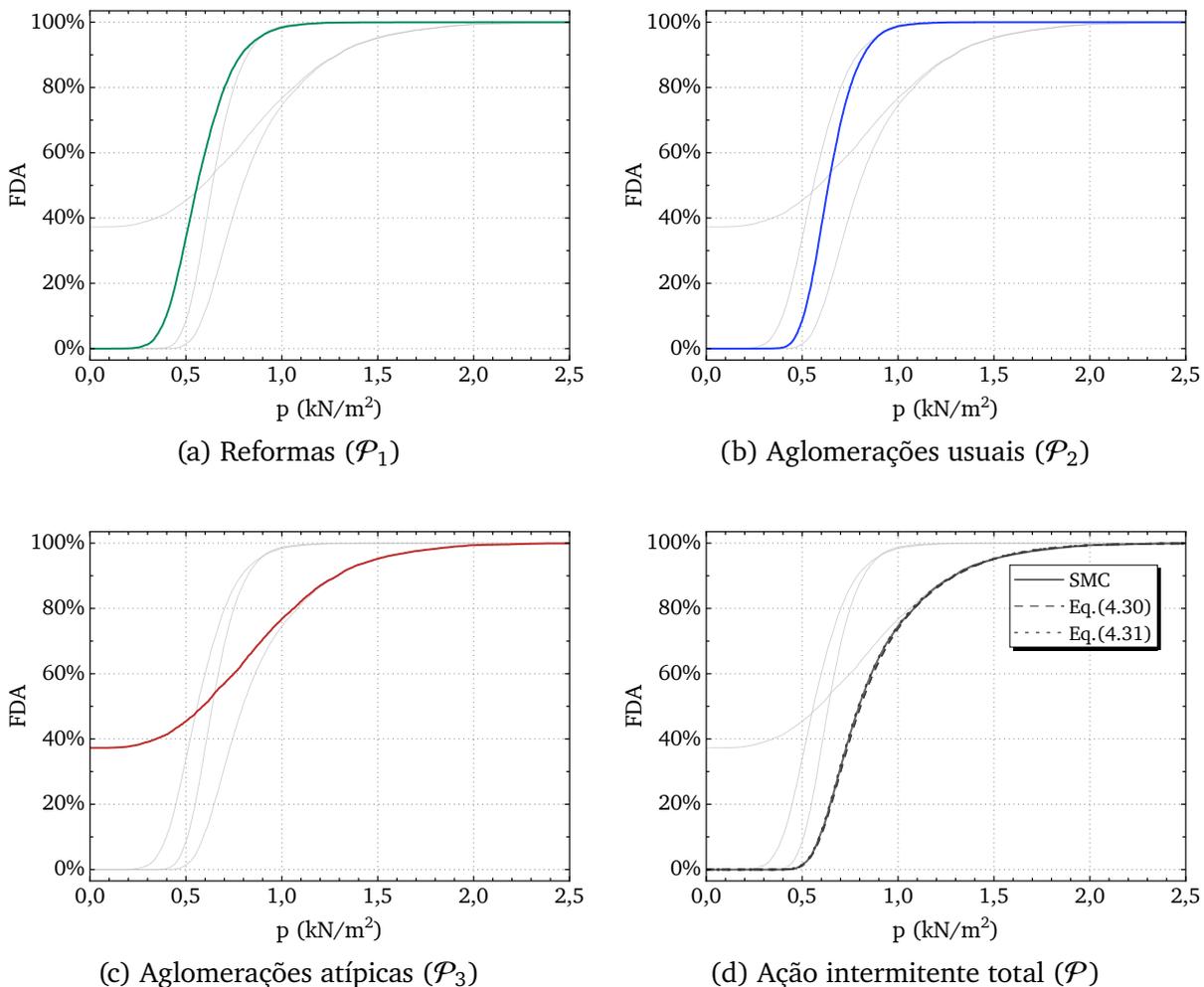
Figura 4.3 – Exemplo de uma realização de diferentes tipos de ação intermitente para edifícios comerciais com  $A = 100 \text{ m}^2$  $\mathcal{P}_1(t)$  (kN/m<sup>2</sup>)(a) Reformas ( $\mathcal{P}_1(t)$ ) $\mathcal{P}_2(t)$  (kN/m<sup>2</sup>)(b) Aglomerações usuais ( $\mathcal{P}_2(t)$ ) $\mathcal{P}_3(t)$  (kN/m<sup>2</sup>)(c) Aglomerações atípicas ( $\mathcal{P}_3(t)$ ) $\mathcal{P}(t)$  (kN/m<sup>2</sup>)(d) Ação intermitente total ( $\mathcal{P}(t)$ )

Fonte: Elaborado pelo autor.

A Figura 4.3 mostra um exemplo de uma realização de cada um dos tipos de intermitente e do processo combinado para  $A = 100 \text{ m}^2$ . Nota-se neste exemplo que ocorreram duas aglomerações atípicas ao longo do período de referência, mais do que o número esperado de ocorrências deste tipo de ação intermitente ( $v_{int,3}T = 1$ ), e que o máximo do processo combinado foi causado pela segunda destas ocorrências, por volta de  $t = 43,5$  anos.

Foram geradas 10 000 realizações de cada tipo de ação intermitente ao longo de  $T = 50$  anos para a área de influência  $A = 100 \text{ m}^2$ . A partir das amostras geradas, obteve-se a distribuição empírica para cada um dos tipos de ação intermitente (Figuras 4.4a, 4.4b e 4.4c) e do processo combinado Figura 4.4d.

Figura 4.4 – Distribuição empírica das máximas EUDL em  $T = 50$  anos de diferentes tipos de ação intermitente para edifícios comerciais com  $A = 100 \text{ m}^2$



Fonte: Elaborado pelo autor.

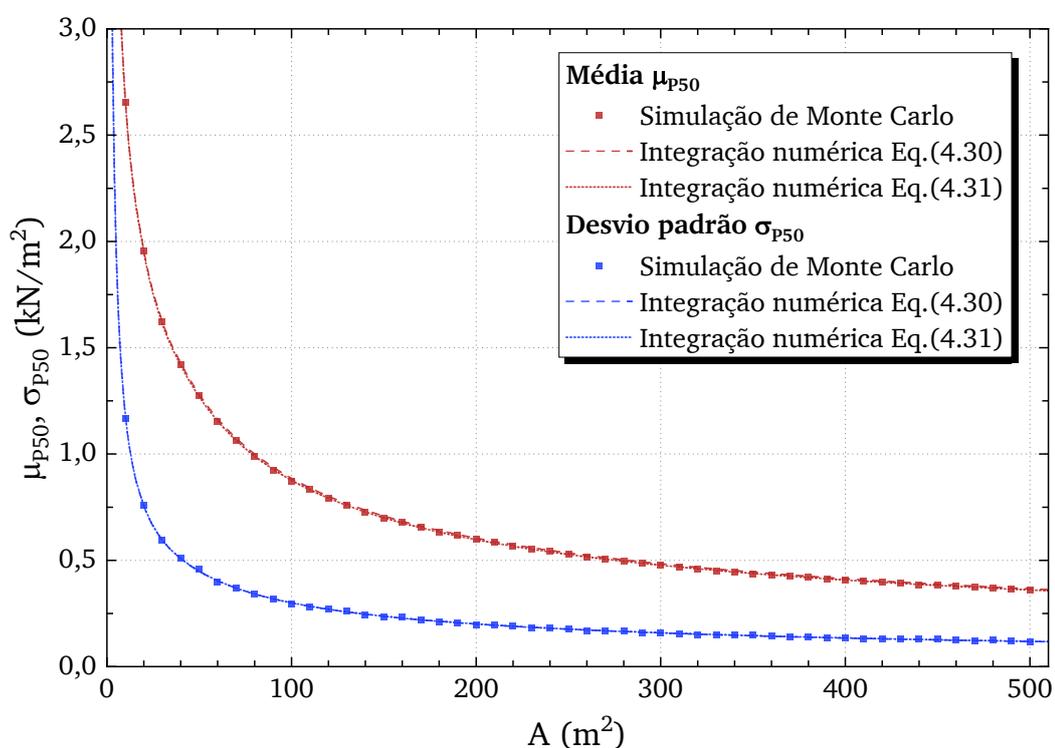
Nota-se que, para a ação intermitente do tipo 3 (aglomeração atípica), existe uma probabilidade considerável (da ordem de 37,3%) de que não seja registrado nenhum evento deste tipo em todo o período de referência, uma vez que sua taxa de ocorrência é bem menor que a dos outros dois tipos. A distribuição deste tipo de ação intermitente

poderia ser representada por uma variável aleatória mista, enquanto os outros dois tipos são bem ajustados por distribuições Gumbel.

Na Figura 4.4d, é exibida ainda a distribuição acumulada obtida por meio da expressão analítica completa proposta por Wen (1977) (equação (4.30)), e por meio da expressão simplificada que despreza as ocorrências simultâneas de dois ou mais tipos de ação intermitente (equação (4.31)). Nota-se uma excelente concordância entre ambas as expressões e os resultados da simulação para todos os níveis de carga.

Na sequência, foram obtidos os momentos da máxima EUDL intermitente variando-se a área de influência de  $A = 10 \text{ m}^2$  até  $A = 500 \text{ m}^2$ , gerando 10 000 amostras para cada tipo de ação intermitente e para cada área. Os resultados obtidos via simulação de Monte Carlo são comparados com a integração numérica das expressões (4.30) e (4.31) na Figura 4.5. Novamente, nota-se uma excelente concordância entre os resultados das simulações e a formulação analítica, indicando que os momentos podem ser satisfatoriamente estimados por meio destas expressões simplificadas sem incorrer no alto custo computacional demandado pelas simulações.

Figura 4.5 – Média e desvio padrão da máxima EUDL intermitente multimodal em  $T = 50$  anos para edifícios comerciais obtidos via simulação e integração numérica



Fonte: Elaborado pelo autor.

#### 4.6.3 Resultados da simulação versus expressão analítica para modelo do JCSS (2001)

Neste exemplo, comparam-se os resultados da máxima EUDL intermitente obtida via simulação e utilizando a expressão analítica (4.41). Para isso, foram considerados os

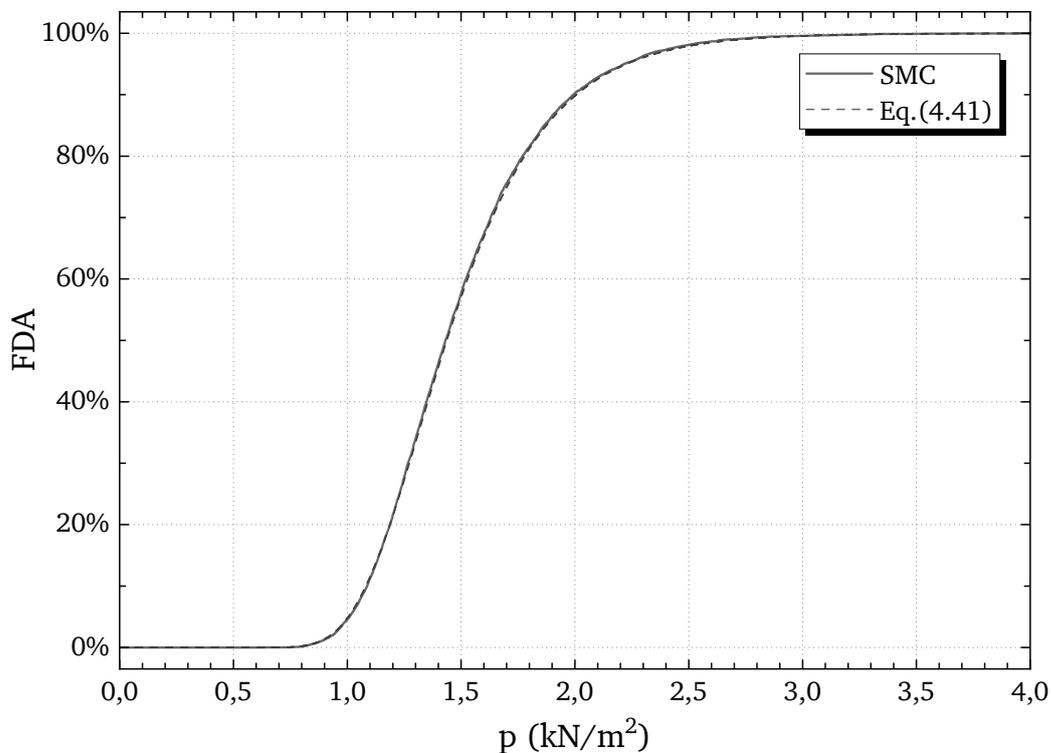
parâmetros da ação intermitente sugeridos pelo (JCSS, 2001) para edifícios comerciais:

- **Edifícios comerciais, corporativos e de escritórios:**  $A_0 = 20 \text{ m}^2$ ;  $m_p = 0,2 \text{ kN/m}^2$ ;  $\sigma_{U,p} = 0,4 \text{ kN/m}^2$ ;  $\lambda_p = 1/0,3 = 3,33 \text{ ano}^{-1}$ ; e  $d_p = 2 \text{ dias}$ . (JCSS, 2001).

Os momentos da distribuição de ponto arbitrário no tempo foram calculados de acordo com as expressões (4.39) e (4.40), adotando  $\kappa = 2,0$ . Conforme discutido na Seção 4.5, acredita-se que a recomendação do JCSS de representar a parcela intermitente por meio de uma distribuição exponencial é inadequada. Desta forma, assumiu-se distribuição gama para a EUDL intermitente, similar ao que usualmente é feito para a parcela sustentada.

Na Figura 4.6, são mostradas a distribuição empírica obtida via simulação de Monte Carlo para  $A = 100 \text{ m}^2$  e  $T = 50$  anos a partir de 10 000 amostras, e a distribuição dada pela expressão (4.41). É possível observar que a distribuição dada pela expressão analítica é praticamente coincidente com a distribuição obtida via simulação.

Figura 4.6 – Distribuição empírica e expressão analítica aproximada da máxima EUDL intermitente em  $T = 50$  anos para edifícios comerciais com  $A = 100 \text{ m}^2$



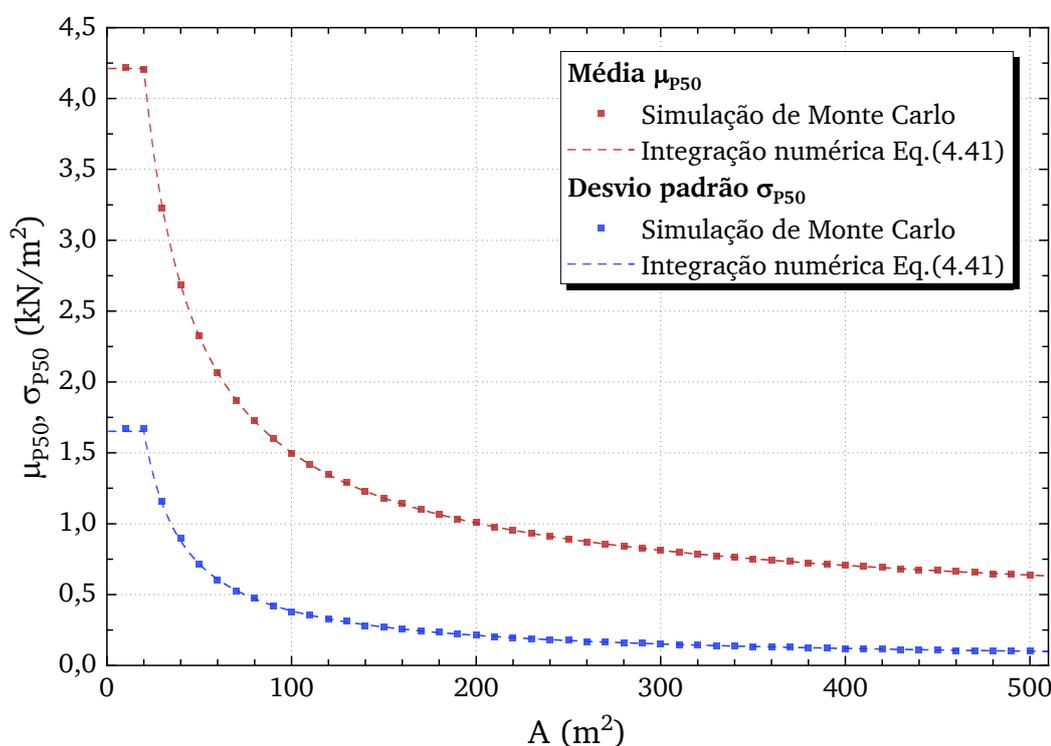
Fonte: Elaborado pelo autor.

Comparando com o resultado obtido para a parcela sustentada (Figura 3.13), nota-se a expressão analítica forneceu resultados mais próximos dos obtidos via simulação para a parcela intermitente. Isto ocorre porque o número esperado de ocorrências da ação intermitente ( $\lambda_p T = 166,7$ ) é consideravelmente maior do que o número esperado de

mudanças de ocupação da parcela sustentada ( $\lambda_q T = 10$ ), fazendo com que a distribuição de extremos se aproxime mais da distribuição assintótica.

Na [Figura 4.7](#), são exibidos os resultados obtidos via simulação para os momentos da máxima EUDL intermitente de 50 anos, com a área de influência  $A$  variando de  $10 \text{ m}^2$  até  $500 \text{ m}^2$ , e os momentos calculados analiticamente via integração numérica da equação (4.41). Novamente, verifica-se uma excelente concordância da expressão aproximada com os resultados da simulação.

Figura 4.7 – Média e desvio padrão da máxima EUDL intermitente em  $T = 50$  anos para edifícios comerciais obtidos via simulação e integração numérica



Fonte: Elaborado pelo autor.

Comparando com os momentos obtidos para a parcela sustentada ([Figura 3.14](#)), constata-se que a média da máxima EUDL intermitente ( $\mathcal{P}_{50}$ ) é consideravelmente maior do que a média da máxima EUDL sustentada ( $\mathcal{Q}_{50}$ ) para áreas de influência pequenas, sendo cerca de 1,8 vezes maior para  $A \leq 20 \text{ m}^2$ , mas decai mais rapidamente do que a parcela sustentada com o aumento da área. Isso implica que, para o conjunto de parâmetros sugeridos pelo [JCSS \(2001\)](#) para edifícios comerciais, a ação intermitente tende a dominar o comportamento do processo combinado para áreas pequenas, e esta a situação se inverte para áreas maiores.

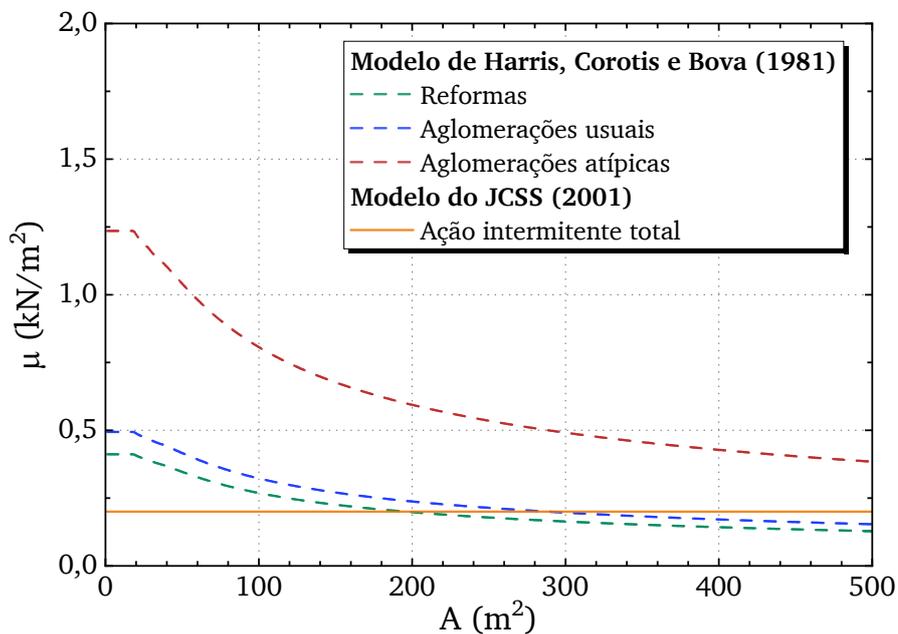
#### 4.6.4 Comparação entre os diferentes modelos para a ação intermitente

Neste exemplo, é feita uma comparação entre os diferentes modelos de ação intermitente utilizados nos exemplos anteriores. Para isso, considera-se um edifício comercial,

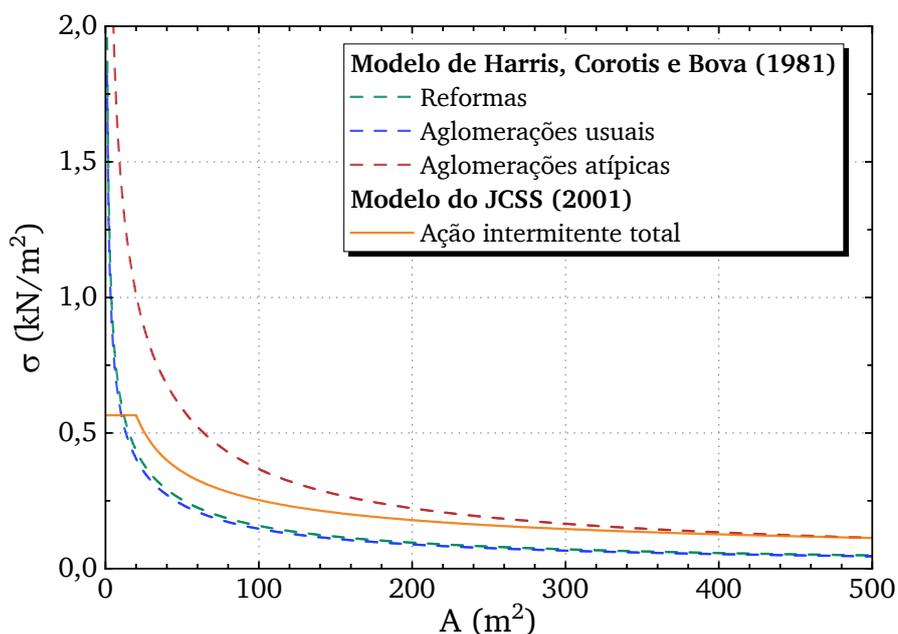
com os parâmetros apresentados nas Subseções 4.6.2 e 4.6.3. Foi utilizado o mesmo fator de pico  $\kappa = 2,0$  em ambos os casos.

A Figura 4.8 mostra uma comparação dos momentos para a distribuição de ponto arbitrário dos diferentes tipos de ação intermitente segundo o modelo de Harris, Corotis e Bova (1981) (dados pelas equações (4.21) e (4.22)) e da ação intermitente segundo o modelo do JCSS (2001) (dados pelas equações (4.39) e (4.40)) para áreas de influência até  $500 \text{ m}^2$ .

Figura 4.8 – Comparação da média e desvio padrão da EUDL intermitente de ponto arbitrário no tempo para edifícios comerciais segundo diferentes modelos



(a) Média



(b) Desvio padrão

Fonte: Elaborado pelo autor.

Nota-se que os parâmetros do JCSS tendem a produzir um desvio padrão maior do que os do modelo multimodal, exceto para aglomerações atípicas. Com relação à média, o modelo do JCSS considera um valor constante independente da área, enquanto que no modelo multimodal a intensidade média de ponto arbitrário no tempo diminui conforme a área aumenta, em concordância com o indicado na expressão (4.21), tornando-se aproximadamente equivalentes para áreas em torno de 200 m<sup>2</sup>.

Embora a comparação direta dos momentos da distribuição de ponto arbitrário no tempo revele diferenças importantes entre os modelos, é necessário também levar em consideração a variabilidade temporal na comparação. Para isto, analisou-se os momentos da distribuição de valores extremos de 50 anos. Estes momentos foram obtidos via simulação, utilizando 10 000 amostras para cada área de influência considerada. Os resultados são mostrados na Figura 4.9.

Nota-se na Figura 4.9 que o modelo do JCSS produz resultados consideravelmente mais conservadores (da ordem de 70 % maiores), mesmo quando comparado com o efeito combinado dos três tipos de ação intermitente considerados no modelo multimodal. Isto pode ser explicado pelas seguintes observações:

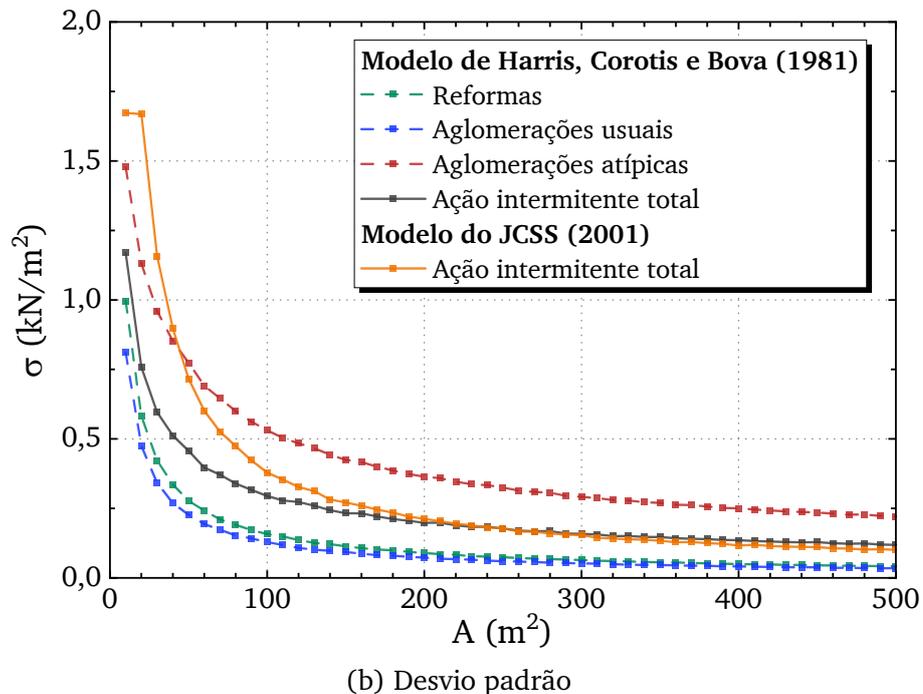
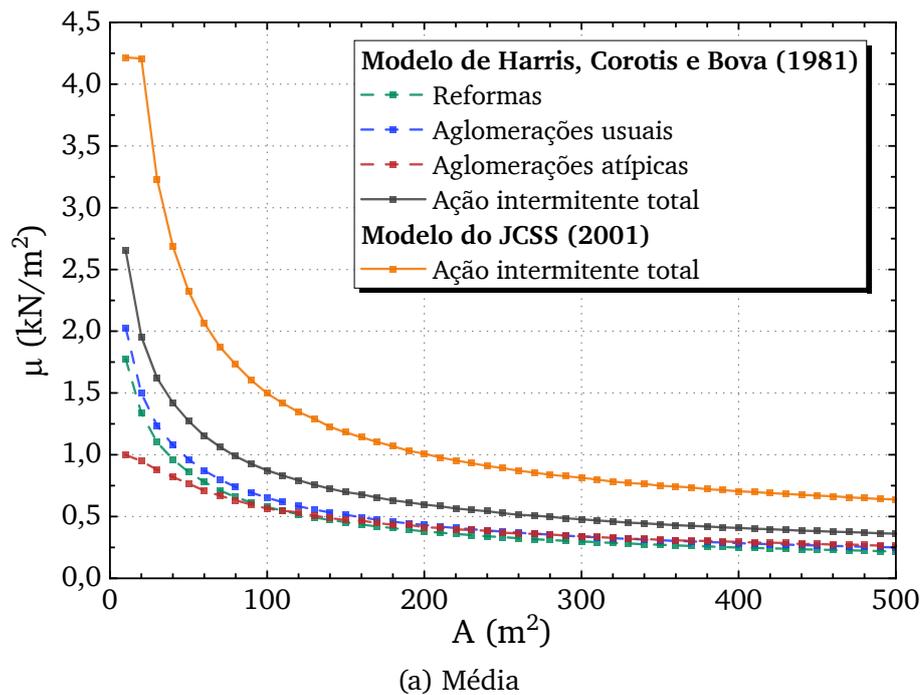
- (a) O modelo do JCSS (2001) fornece variâncias consideravelmente maiores do que o modelo de Harris, Corotis e Bova (1981) para reformas e aglomerações usuais, como fica evidenciado na Figura 4.8b;
- (b) O modelo do JCSS apresenta intensidade média constante independente da área de influência;
- (c) A taxa de ocorrência prevista para edifícios comerciais segundo o JCSS é  $\lambda_p = 1/0,3 = 3,33 \text{ ano}^{-1}$ , maior do que as 0,4 ou 1,0 ocorrências por ano sugeridas por Harris, Corotis e Bova (1981) ou Chalk e Corotis (1980) para aglomerações usuais, por exemplo.

Além disso, ressalta-se que o uso de uma distribuição exponencial para representar a intensidade de ponto arbitrário no tempo faria este resultado eventualmente ainda mais conservador, pois além da média, o desvio padrão também seria independente da área de influência.

Além dos edifícios comerciais, resultados semelhantes também foram obtidos para outros tipos de ocupação, indicando que os parâmetros sugeridos pelo JCSS (2001) para a parcela intermitente levam a resultados, em geral, excessivamente conservadores quando comparados a estudos que empregaram outros modelos. Estes parâmetros são, normalmente, baseados puramente na experiência prática e julgamento profissional, uma vez que há pouca informação disponível sobre este tipo de carregamento. Sob este ponto de vista, ressalta-se que o modelo de Harris, Corotis e Bova (1981) tem a vantagem de ser mais

consistente com o fenômeno físico, uma vez que os parâmetros de entrada do modelo possuem uma interpretação mais clara, como o peso de uma pessoa ou a quantidade de pessoas em uma área carregada. Isso faz com que a modificação deste modelo e proposição de novos valores para os parâmetros conforme necessário seja facilitada.

Figura 4.9 – Comparação da média e desvio padrão da máxima EUDL intermitente em  $T = 50$  anos para edifícios comerciais segundo diferentes modelos



Fonte: Elaborado pelo autor.

## Combinação dos processos

Até este ponto, apresentou-se a formulação dos modelos para as parcelas sustentada e intermitente da carga variável, além de expressões analíticas para se obter as estatísticas de interesse para cada um destes tipos de ação. O objetivo do presente capítulo é apresentar métodos para se obter as estatísticas do processo combinado dado pela soma das parcelas sustentada e intermitente, em particular o valor da carga máxima em um período de referência  $T$ .

Denotando a ação de carga variável total por  $L(t)$ , que é a soma dos processos de onda retangular e de pulsos que representam a ação sustentada e intermitente, têm-se:

$$L_T = \max_{t \in \{0, T\}} [L(t)] = \max_{t \in \{0, T\}} [Q(t) + \mathcal{P}(t)]. \quad (5.1)$$

A variabilidade temporal do processo estocástico combinado  $L(t)$  é um tanto mais complicada do que a dos processos individuais que o compõe, para os quais expressões analíticas aproximadas para a distribuição de extremos são conhecidas (BECK, 2019). Evidentemente, o máximo combinado  $L_T$  não necessariamente será igual à soma dos máximos individuais das parcela sustentada e intermitente, conforme ilustrado na [Figura 2.1](#).

São apresentados a seguir dois métodos analíticos que permitem estimar o máximo  $L_T$ . Estes métodos não fornecem descrições completas da distribuição de probabilidades de  $L_T$ , apenas permitem estimar os valores correspondentes aos percentis mais elevados (i.e., na cauda da distribuição). A partir destes valores, pode-se ajustar uma distribuição de extremos conhecida, como uma distribuição de valores extremos do tipo I (EV-I, ou Gumbel). Alternativamente, pode-se obter as estatísticas de extremos via simulação de Monte Carlo (SMC). Um procedimento simples para a realização destas simulações é delineado na sequência. Por fim, apresenta-se uma derivação analítica das estatísticas de barreira do processo combinado a partir das estatísticas para os processos individuais apresentados no [Capítulo 3](#) e [Capítulo 4](#), respectivamente.

### 5.1 Regra de combinação simplificada de McGuire e Cornell (1974)

[McGuire e Cornell \(1974\)](#) propuseram uma regra simplificada de combinação para a obtenção da máxima carga variável  $L(t)$  em um período de referência  $T$ . Os autores partem do pressuposto que a maior parte da variância na combinação é consequência da ação sustentada. Com base nesta observação, os autores propuseram que o máximo da ação combinada pode ser expresso pela soma da máxima carga sustentada no período  $T$  com o

valor médio da máxima carga intermitente em um período correspondente à duração média de uma ocupação. Recordando que a duração  $\tau$  de uma ocupação da parcela sustentada segue uma distribuição exponencial com parâmetro  $\nu$ , segue que a duração média de uma realização é  $E[\tau] = 1/\nu$ , e:

$$L_T = Q_T + \mathcal{P}_{E[\tau]} = Q_T + \mathcal{P}_{1/\nu}. \quad (5.2)$$

Os autores sugerem que a média da máxima ação intermitente no período  $1/\nu$  pode ser aproximada pelo valor  $p^*$  correspondente ao percentil de 0,55, isto é, que tem 45% de probabilidade de ser ultrapassado. Valendo-se da expressão (4.29), tem-se:

$$\begin{aligned} F_{\mathcal{P}_{1/\nu}}(p^*) &= \exp \left[ -\frac{\nu_{int}}{\nu} (1 - F_{\mathcal{P}}(p^*)) \right] = 0,55, \\ \therefore p^* &= F_{\mathcal{P}}^{-1} \left[ 1 + \ln(0,55) \frac{\nu}{\nu_{int}} \right]. \end{aligned} \quad (5.3)$$

Utilizando esta aproximação, a carga variável  $\ell$  correspondente a um percentil  $z$  de  $L_T$ , por exemplo, poderia ser estimado como:

$$\ell(z) = F_{L_T}^{-1}(z) = F_Q^{-1} \left[ 1 + \ln(z) \frac{1}{\nu T} \right] + F_{\mathcal{P}}^{-1} \left[ 1 + \ln(0,55) \frac{\nu}{\nu_e} \right], \quad (5.4)$$

em que as inversas das distribuições cumulativas de ponto arbitrário  $F_Q^{-1}$  e  $F_{\mathcal{P}}^{-1}$  das parcelas sustentada e intermitente são facilmente avaliadas lembrando-se que  $Q$  e  $\mathcal{P}$  possuem distribuição gama conhecida.

McGuire e Cornell (1974) constataram que este modelo simplificado produz bons resultados para grandes áreas de influência (maiores que 1000 ft<sup>2</sup>, ou 92,2 m<sup>2</sup>), mas não é tão preciso para áreas menores. Isto se deve ao fato de que, para áreas pequenas, a maior parte da variância do processo combinado é proveniente da parcela intermitente e não da sustentada, conforme suposto pelos autores.

## 5.2 Regra de combinação de Chalk e Corotis (1980)

Uma deficiência do modelo simplificado de McGuire e Cornell (1974) é que ele considera uma única combinação que pode levar à ocorrência da máxima ação total. Em concordância com a conhecida regra de Turkstra (TURKSTRA, 1970), pode-se definir a máxima ação total  $L_T$  no período de referência  $T$  como sendo a mais desfavorável entre diferentes combinações:

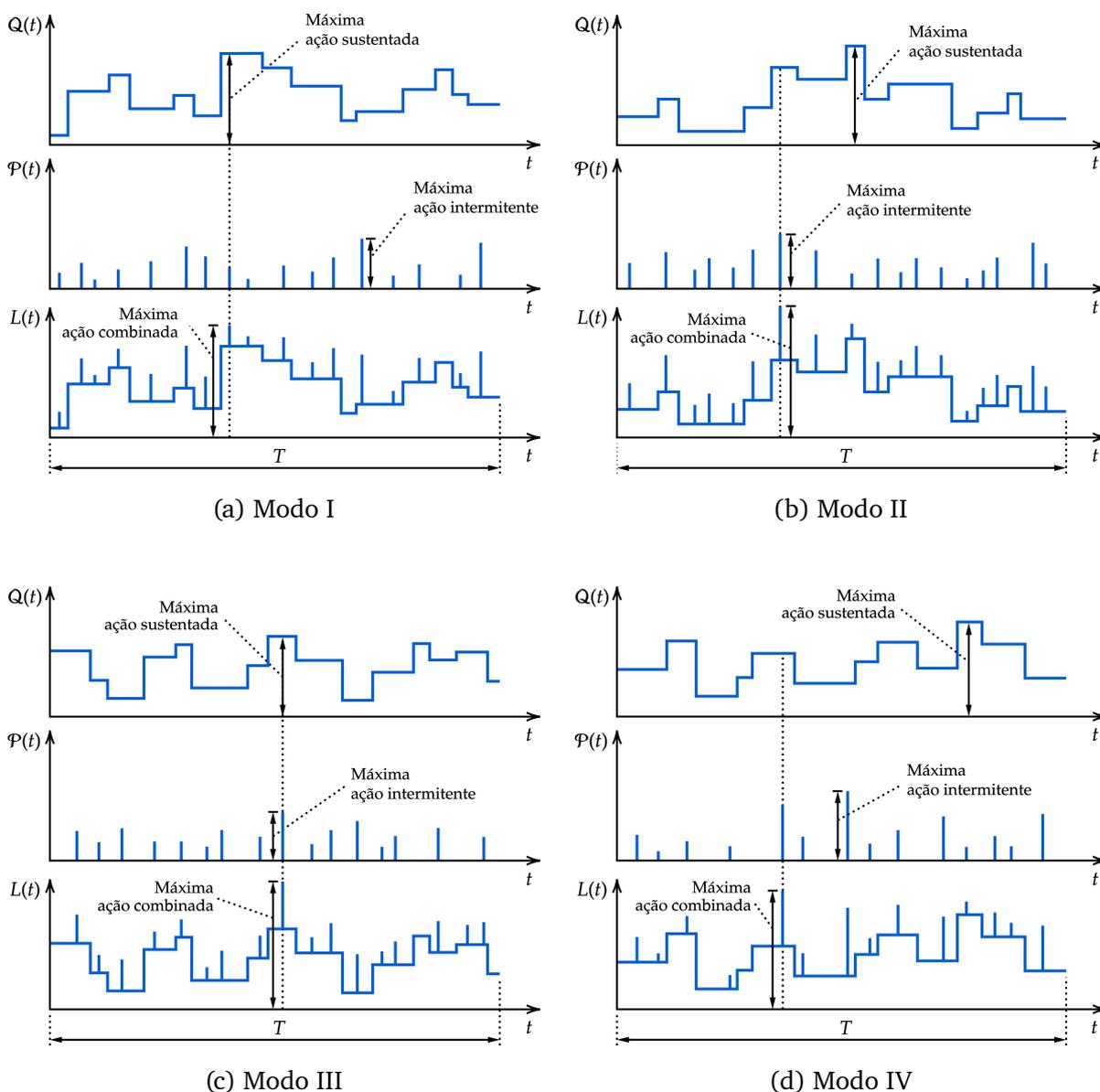
$$L_T = \max_i [L_{T,i}]. \quad (5.5)$$

Pode-se definir as seguintes combinações que podem levar à ocorrência do máximo:

- (a) **Modo I:** Máximo valor da ação sustentada ao longo de todo o período de referência  $T$  + máximo valor da ação intermitente ao longo da duração da máxima sustentada (Figura 5.1a);

- (b) **Modo II:** Máximo valor da ação intermitente ao longo de todo o período de referência  $T$  + valor da ação sustentada no instante correspondente (Figura 5.1b);
- (c) **Modo III:** Ocorrência simultânea dos máximos das ações sustentada e intermitente ao longo de todo o período de referência  $T$  (Figura 5.1c);
- (d) **Modo IV:** O máximo do processo combinado ocorre quando nem a ação sustentada nem a ação intermitente estão em seus valores máximos (Figura 5.1d).

Figura 5.1 – Possíveis combinações que podem levar à ocorrência da máxima carga variável



Fonte: Elaborado pelo autor.

Simulações mostram que, em geral, os dois primeiros modos de combinação são responsáveis pela maior parte das ocorrências do máximo da ação combinada, e que os modos III e IV têm menor probabilidade de ocorrência (MELCHERS; BECK, 2018, p. 269).

Chalk e Corotis (1980) apresentam um modelo analítico de fácil utilização e que considera a ocorrência dos três primeiros modos que podem causar o máximo da ação sustentada, sendo cada um deles ponderado por sua respectiva probabilidade de ocorrência.

Denotando por  $\tau \sim \text{Exp}(\nu)$  a duração de uma realização da ação sustentada, têm-se:

$$\begin{aligned} \text{Modo I} &\implies L_{T,I} = Q_T + \mathcal{P}_{E[\tau]}, \\ \text{Modo II} &\implies L_{T,II} = Q + \mathcal{P}_T, \\ \text{Modo III} &\implies L_{T,III} = Q_T + \mathcal{P}_T. \end{aligned}$$

A probabilidade  $P$  do máximo combinado ser causado pelos modos I ou II é (CHALK; COROTIS, 1980):

$$P[\{\text{Modo I} \cup \text{Modo II}\}] = \frac{T - E[\tau]}{T}. \quad (5.6)$$

A probabilidade de que o máximo do processo combinado ocorra quando nem a ação sustentada nem a intermitente estão com seus valores máximos (modo IV) é desprezada neste modelo. Consequentemente, o modo III fica com toda a probabilidade restante:

$$P[\{\text{Modo III}\}] = 1 - P[\{\text{Modo I} \cup \text{Modo II}\}] = \frac{E[\tau]}{T}. \quad (5.7)$$

Para os modos I e II, têm-se:

$$P[\{\{L_T \leq \ell\} \mid \{\text{Modo I} \cup \text{Modo II}\}\}] = P[\{\{L_{T,I} \leq \ell\} \cap \{L_{T,II} \leq \ell\}\}]. \quad (5.8)$$

Assumindo, a favor da segurança, que estes casos são independentes, esta expressão se simplifica para:

$$P[\{\{L_T \leq \ell\} \mid \{\text{Modo I} \cup \text{Modo II}\}\}] = P[\{L_{T,I} \leq \ell\}]P[\{L_{T,II} \leq \ell\}]. \quad (5.9)$$

A partir do teorema da probabilidade total, pode-se expressar a função de distribuição acumulada de  $L_T$  por:

$$F_{L_T}(\ell) = P[\{L_{T,I} \leq \ell\}]P[\{L_{T,II} \leq \ell\}] \left( \frac{T - E[\tau]}{T} \right) + P[\{L_{T,III} \leq \ell\}] \left( \frac{E[\tau]}{T} \right) \quad (5.10)$$

$$\begin{aligned} &= P[\{Q_T + \mathcal{P}_{E[\tau]} \leq \ell\}]P[\{Q + \mathcal{P}_T \leq \ell\}] \left( \frac{T - E[\tau]}{T} \right) + \\ &+ P[\{Q_T + \mathcal{P}_T \leq \ell\}] \left( \frac{E[\tau]}{T} \right). \end{aligned} \quad (5.11)$$

Todas as distribuições individuais na (5.11) são conhecidas: os valores extremos  $Q_T$ ,  $\mathcal{P}_T$  e  $\mathcal{P}_{E[\tau]}$  são bem representadas por distribuições tipo EV-I (Gumbel), e o valor de ponto arbitrário no tempo  $Q$  é bem representado por uma distribuição gama. No entanto, as distribuições de suas somas (que representam as combinações nos modos I, II e III) não são conhecidas.

A princípio, assumindo que as parcelas sustentada e intermitente são independentes, seria possível obter as distribuições de cada um dos modos por meio de integral de convolução. No entanto, a avaliação numérica destas integrais é trabalhosa. Para se evitar este cálculo, é possível simplificar a expressão (5.11) mediante duas hipóteses.

A primeira hipótese consiste em assumir que a distribuição de ponto arbitrário da ação sustentada,  $Q(t)$ , pode ser aproximada pelo valor determinístico da sua média  $m$ , equação (3.50). Esta hipótese é justificável pois, em geral, a máxima ação intermitente  $\mathcal{P}_T$  será maior tanto em magnitude quanto em variância, e tende a dominar a distribuição da soma  $Q + \mathcal{P}_T$ . Sob esta hipótese, o modo II passa a ser expresso por:

$$L_{T,II} = Q + \mathcal{P}_T \approx m + \mathcal{P}_T. \quad (5.12)$$

Desta forma, o modo II passa a possuir distribuição EV-I. A segunda hipótese simplificadora diz respeito às distribuições dos modos I e III. Como ambos estes modos são expressos pela soma de duas variáveis com distribuição tipo EV-I, assume-se que estas somas também possam ser bem representadas por uma distribuição tipo EV-I.

A partir destas duas hipóteses, as distribuições dos três modos  $L_{T,I}$ ,  $L_{T,II}$  e  $L_{T,III}$  passam a ser assumidas como Gumbel. Isto permite escrever:

$$F_{L_T}(\ell) = \exp(-\exp(-w_1)) \exp(-\exp(-w_2)) \left( \frac{T - E[\tau]}{T} \right) + \exp(-\exp(-w_3)) \frac{E[\tau]}{T}, \quad (5.13)$$

em que  $w_1$ ,  $w_2$  e  $w_3$  são as variáveis reduzidas da distribuição Gumbel, dadas por:

$$w_i = \beta_i(\ell - u_i), \quad i = \{1, 2, 3\} \quad (5.14)$$

onde  $\beta_i$  e  $u_i$  são respectivamente o parâmetro de forma e o máximo característico (moda) da distribuição correspondente ao modo  $i$ . Estes parâmetros podem ser obtidos a partir dos momentos  $\mu_i$  e  $\sigma_i$  da distribuição de  $L_{T,i}$  por:

$$u_i = \mu_i - \frac{\gamma}{\beta_i}, \quad (5.15)$$

$$\beta_i = \frac{\pi}{\sqrt{6}} \frac{1}{\sigma_i}, \quad (5.16)$$

em que  $\mu_i$  e  $\sigma_i$  são a média e o desvio padrão de  $L_{T,i}$ , e  $\gamma = 0,577216$  é a constante de Euler-Mascheroni.

Os momentos estatísticos de  $L_{T,I}$ ,  $L_{T,II}$  e  $L_{T,III}$  podem ser estimados a partir dos momentos das distribuições de extremos de cada processo. Uma possível forma de se obter estes momentos seria calculando valores correspondentes a percentis elevados (na

cauda superior da distribuição) por meio das expressões (3.72) e (4.29), e posteriormente ajustando uma distribuição do tipo EV-I aos valores calculados, obtendo assim sua média e desvio padrão a partir dos parâmetros da distribuição ajustada.

Outra alternativa possível para a obtenção destes momentos seria por meio da solução analítica aproximada proposta por Wen (1977). Esta solução permite estimar a média e desvio padrão do máximo  $X_{\max}$  de  $N$  repetições independentes de uma variável aleatória  $X$  com distribuição gama por:

$$E[X_{\max}] = \mu_{X_{\max}} = \mu(1 + \delta(C_1 + 0,5772C_2)), \quad (5.17)$$

$$\sqrt{\text{Var}[X_{\max}]} = \sigma_{X_{\max}} = \mu\delta \frac{\pi}{\sqrt{6}} C_2, \quad (5.18)$$

onde  $\mu$ ,  $\sigma$  e  $\delta = \mu/\sigma$  são respectivamente a média, desvio padrão e coeficiente de variação da variável aleatória  $X$ ; e  $C_1$  e  $C_2$  são constantes expressas por:

$$C_1 = \frac{\sqrt{6}}{\pi} \ln(N), \quad (5.19)$$

$$C_2 = \frac{1 + \delta C_1}{2\delta + C_1}. \quad (5.20)$$

O número médio de repetições  $N$  é obtido a partir da taxa média de ocorrências. Por exemplo, caso se deseje calcular os momentos da máxima ação sustentada  $Q_T$  em um período de referência  $T$ , adota-se  $N = \nu T$ . Similarmente, para  $\mathcal{P}_T$ , tem-se  $N = \nu_{int} T$ ; e para  $\mathcal{P}_{E[\tau]}$  adota-se  $N = \nu_{int} E[\tau] = \nu_{int} / \nu$ .

Comparados aos resultados exatos obtidos por integração numérica, Wen (1979) observou que estas expressões analíticas fornecem erros da ordem de 10% para a média, mas sempre a favor da segurança.

### 5.3 Simulação de Monte Carlo

A distribuição de máximos do processo combinado também pode ser obtida via simulação de Monte Carlo (SMC). De forma geral, a realização destas simulações segue o seguinte passo a passo:

- (a) Escolha dos parâmetros do modelo para a ação sustentada e intermitente;
- (b) Definição do período de referência, área de influência e número de amostras;
- (c) Geração dos intervalos de tempo entre as mudanças de ocupação da ação sustentada, assumindo distribuição exponencial, até que se atinja o período de referência;
- (d) Geração da intensidade da ação sustentada correspondente a cada realização, assumindo distribuição gama;

- (e) Geração dos intervalos de tempo entre as ocorrências da ação intermitente, assumindo distribuição exponencial, até que se atinja o período de referência;
- (f) Geração da intensidade da ação intermitente para cada realização, assumindo distribuição gama;
- (g) Combinação dos efeitos das ações sustentada e intermitente instantâneas para cada instante de tempo;
- (h) Determinação do máximo valor da ação combinada no período de referência;
- (i) Repetição dos passos (c) a (h) para cada amostra;
- (j) Avaliação da média e desvio amostral da máxima ação combinada e ajuste de uma distribuição de probabilidades adequada.

Um exemplo em pseudocódigo da implementação da SMC para a obtenção do valor característico da carga variável em edifícios é apresentado em maiores detalhes no [Algoritmo 5.1](#). Considera-se neste exemplo a utilização dos parâmetros do modelo do JCSS (2001) tanto para a parcela sustentada quanto para a intermitente, adotando distribuição gama em vez da exponencial sugerida pelo JCSS para esta última. Esta implementação pode ser facilmente adaptada para se utilizar outro modelo para a ação intermitente, por exemplo, bastando para isso mudar a forma com que se calculam os momentos da EUDL.

---

**Algoritmo 5.1:** Simulação de Monte Carlo para cargas variáveis em edifícios

---

```

para cada tipo de ocupação faça // por exemplo: edifícios comerciais,
edifícios residenciais, hotéis, etc...
  definir área de referência  $A_0$  // da Tabela 3.3 ou Tabela 4.3
  definir parâmetros da ação sustentada ( $m_q, \sigma_{V,q}, \sigma_{U,q}$  e  $\lambda_q$ ) // da Tabela 3.3
  definir parâmetros da ação intermitente ( $m_p, \sigma_{U,p}, \lambda_p$  e  $d_p$ ) // da Tabela 4.3
  para cada área de influência  $A$  faça // por exemplo, de  $A = 10\text{ m}^2$  a  $500\text{ m}^2$ 
    calcular média e variância da EUDL sustentada // Eqs. (3.101) e (3.102)
    calcular média e variância da EUDL intermitente // Eqs. (4.39) e (4.40)
    calcular parâmetros da distribuição a partir dos momentos // assumindo
    distribuição gama, eqs. (3.59) e (3.60)
    para cada período de referência  $T$  faça // por exemplo,  $T = 50$  anos ou
    140 anos
       $k = 0$ 
      enquanto  $k < nsamples$  faça // por exemplo,  $nsamples = 10000$ 
         $\sum t_{sus} = 0$  // duração das ocupações
        enquanto  $\sum t_{sus} \leq T$  faça
          gerar amostras da duração  $t_{sus}$  de cada ocupação segundo uma
          distribuição exponencial com parâmetro  $\lambda_q$ 
          gerar amostras de intensidades  $Q$  da EUDL sustentada
          correspondentes a cada  $t_{sus}$  segundo uma distribuição gama
        fim-enquanto
      fim-enquanto
    fim-enquanto
  fim-enquanto

```

---

---

**Algoritmo 5.1:** Simulação de Monte Carlo para cargas variáveis em edifícios  
(continuação)

---

```

     $\sum t_{int} = 0$ 
    enquanto  $\sum t_{int} \leq T$  faça
        gerar amostras do tempo  $t_{int}$  entre ocorrências da ação
            intermitente segundo distribuição exponencial com parâmetro
                 $\lambda_p$ 
        gerar amostras de intensidades  $\mathcal{P}$  da EUDL intermitente
            correspondentes a cada  $t_{int}$  segundo uma distribuição gama
    fim-enquanto
    para cada cada discretização de tempo  $t$  em  $T$  faça // por exemplo,
         $\Delta t = 1$  dia
        carga variável em  $t =$  (carga sustentada em  $t$ ) + (carga
            intermitente em  $t$ )
    fim-para
    determinar o valor da máxima carga variável  $L_T$  no período de
        referência  $T$  para a amostra  $k$ 
     $k \leftarrow k + 1$ 
    fim-enquanto
    calcular média e desvio padrão de  $L_T$  a partir de todas as amostras
    calcular parâmetros da distribuição de  $L_T$  // assumindo distribuição
        EV-I (Gumbel), eqs. (5.15) e (5.16)
    realizar testes estatísticos para avaliar a qualidade do ajuste // por
        exemplo: Pearson  $\chi^2$ , Kolmogorov-Smirnov, Anderson-Darling
    calcular o valor característico a partir da distribuição ajustada // 25% a
        35% de excedência, segundo definição da NBR 8681:2003
    fim-para
    fim-para
    fim-para

```

---

## 5.4 Estatísticas de barreira

Expressões analíticas para as estatísticas de tempo total acima da barreira, duração de uma excursão à barreira e quantidade de excursões à barreira foram apresentadas para a ação sustentada  $Q(t)$  (Seção 3.9) e para a ação intermitente  $\mathcal{P}(t)$  (Seção 4.3). Nesta seção, estes resultados são combinados para se obter as mesmas estatísticas referentes à carga variável total,  $L(t) = Q(t) + \mathcal{P}(t)$ .

### 5.4.1 Tempo total acima da barreira

O tempo total  $\tau$  que o processo combinado  $L(t)$  passa acima de uma barreira  $\ell$  pode ser aproximado por uma distribuição gama (COROTIS; TSAY, 1983), e é dado

simplesmente pela soma dos tempos que a ação sustentada e a ação intermitente fazem com que o processo ultrapasse a barreira, isto é:

$$E[\tau(\ell)] = E[\tau_{sus}(\ell)] + \sum_{i=1}^n E[\tau_{int,i}(\ell)], \quad (5.21)$$

$$\text{Var}[\tau(\ell)] = \text{Var}[\tau_{sus}(\ell)] + \sum_{i=1}^n \text{Var}[\tau_{int,i}(\ell)], \quad (5.22)$$

em que  $n$  é a quantidade de tipos diferentes de ação intermitente consideradas ( $n = 3$  no modelo de [Harris, Corotis e Bova \(1981\)](#), por exemplo); os momentos para a ação sustentada são dados pelas equações (3.92) e (3.93); e os momentos para cada tipo de ação intermitente são expressos em (4.32) e (4.33).

Estas expressões assumem que  $\tau_{sus}(\ell)$  e  $\tau_{int,i}(\ell)$  são independentes. Na verdade, existe uma correlação negativa entre estas variáveis, pois à medida que  $\tau_{sus}$  aumenta, sobra menos tempo disponível em que o processo combinado fica abaixo do nível de referência e, portanto, a janela de oportunidade para uma passagem pela barreira causada pela ação intermitente é menor. No entanto, assumir a independência é uma hipótese conservadora ([COROTIS; TSAY, 1983](#)).

#### 5.4.2 Duração de uma excursão individual à barreira

A duração  $D(\ell)$  de uma excursão individual do processo combinado  $L(t)$  à barreira  $\ell$  pode ser expressa por ([COROTIS; TSAY, 1983](#)):

$$D(\ell) = b_0 D_{sus}(\ell) + \sum_{i=1}^n b_i D_{int,i}(\ell), \quad (5.23)$$

em que os  $b_i$  são variáveis com distribuição de Bernoulli, que assumem valor 1 se a excursão à barreira foi causada pelo processo  $i$  (sendo  $i = 0$  correspondente à ação sustentada e  $i = 1, 2, \dots, n$  correspondentes aos  $n$  tipos de ação intermitente) e 0 caso contrário. Isto implica que:

$$E[b_0] = E\left[\frac{N_{sus}(\ell)}{N_{sus}(\ell) + \sum_{i=1}^n N_{int,i}(\ell)}\right] \approx \frac{E[N_{sus}(\ell)]}{E[N_{sus}(\ell)] + \sum_{i=1}^n E[N_{int,i}(\ell)]}, \quad (5.24)$$

$$E[b_i] = E\left[\frac{N_{int,i}(\ell)}{N_{sus}(\ell) + \sum_{i=1}^n N_{int,i}(\ell)}\right] \approx \frac{E[N_{int,i}(\ell)]}{E[N_{sus}(\ell)] + \sum_{i=1}^n E[N_{int,i}(\ell)]}, \quad (5.25)$$

em que  $N_{sus}$  é a quantidade de visitas à barreira causadas pela ação sustentada, com média dada pela expressão (3.100); e  $N_{int,i}$  é a quantidade de visitas à barreira causadas pela ação intermitente  $i$ , com média expressa conforme equação (4.38).

A partir das médias das variáveis  $b_i$ , calcula-se a média de  $D(\ell)$  como:

$$E[D(\ell)] = E[b_0]E[D_{sus}(\ell)] + \sum_{i=1}^n E[b_i]E[D_{int,i}(\ell)], \quad (5.26)$$

em que  $E[D_{sus}(\ell)] = 1/\nu F_Q(\ell)$  e  $E[D_{int,i}(\ell)] = 1/\nu_{d,i}$  caso a duração da ação intermitente seja assumida como exponencial, ou simplesmente  $E[D_{int,i}(\ell)] = d_{int,i}$  caso seja assumida como um valor determinístico.

Similarmente, a variância de  $D(\ell)$  é dada por:

$$\begin{aligned} \text{Var}[D(\ell)] &= E[D^2(\ell)] - E^2[D(\ell)] \\ &= \left( 2E[b_0]E^2[D_{sus}(\ell)] + 2 \sum_{i=1}^n E[b_i]E^2[D_{int,i}(\ell)] \right) - E^2[D(\ell)]. \end{aligned} \quad (5.27)$$

A variável  $D(\ell)$  tem distribuição exponencial mista (COROTIS; TSAY, 1983).

### 5.4.3 Quantidade de excursões à barreira

A quantidade de visitas à barreira pelo processo combinado  $N(\ell)$  é dada pela soma entre a quantidade de visitas causadas pela ação sustentada e por cada um dos tipos de ação intermitente:

$$N(\ell) = N_{sus}(\ell) + \sum_{i=1}^n N_{int,i}(\ell). \quad (5.28)$$

Como  $N_{sus}(\ell)$  e  $N_{int,i}(\ell)$  possuem distribuição de Poisson,  $N(\ell)$  também será representado por esta distribuição, com momentos dados por:

$$E[N(\ell)] = \text{Var}[N(\ell)] = E[N_{sus}(\ell)] + \sum_{i=1}^n E[N_{int,i}(\ell)], \quad (5.29)$$

em que  $E[N_{sus}(\ell)]$  e  $E[N_{int,i}(\ell)]$  são dados pelas expressões (3.100) e (4.38), respectivamente. Assim como no caso da duração total acima da barreira, a correlação negativa existente entre  $N_{sus}(\ell)$  e  $N_{int,i}(\ell)$  é desconsiderada, a favor da segurança.

## 5.5 Resultados preliminares

Apresenta-se a seguir um exemplo de aplicação no qual utiliza-se ambas as regras de combinação analíticas apresentadas neste capítulo para se obter estatísticas de interesse da carga variável total. Os resultados obtidos são comparados com a implementação desenvolvida da simulação de Monte Carlo.

### 5.5.1 Resultados da simulação versus regras de combinação analítica

Considera-se neste exemplo um edifício comercial, e utiliza-se os modelos do JCSS JCSS (2001) tanto para a parcela sustentada quanto para a parcela intermitente. O fator de pico foi adotado como  $\kappa = 2,0$ , e os demais parâmetros de entrada são dados nas Tabelas 3.3 e 4.3.:

- **Área de referência:**  $A_0 = 20 \text{ m}^2$
- **Parcela sustentada:**  $m_q = 0,5 \text{ kN/m}^2$ ;  $\sigma_{V,q} = 0,3 \text{ kN/m}^2$ ;  $\sigma_{U,q} = 0,6 \text{ kN/m}^2$ ; e  $\lambda_q = 1/5 = 0,2 \text{ ano}^{-1}$ ;
- **Parcela intermitente:**  $m_p = 0,2 \text{ kN/m}^2$ ;  $\sigma_{U,p} = 0,4 \text{ kN/m}^2$ ;  $\lambda_p = 1/0,3 = 3,33 \text{ ano}^{-1}$ ; e  $d_p = 2 \text{ dias}$ .

Para ilustrar o quão precisas são as regras de combinação aproximadas propostas por McGuire e Cornell (1974) e Chalk e Corotis (1980), calculou-se o valor característico da carga variável, que correspondente a 30 % de probabilidade de excedência em  $T = 50$  anos. Foram consideradas áreas de influência variando de  $A = 10 \text{ m}^2$  até  $A = 500 \text{ m}^2$ . Para o modelo de Chalk e Corotis (1980), os momentos das distribuições de extremos dos processos individuais foram estimados ajustando-se uma distribuição Gumbel aos quantis de 95 % e 99 %, determinados por meio das expressões (3.72) e (4.29).

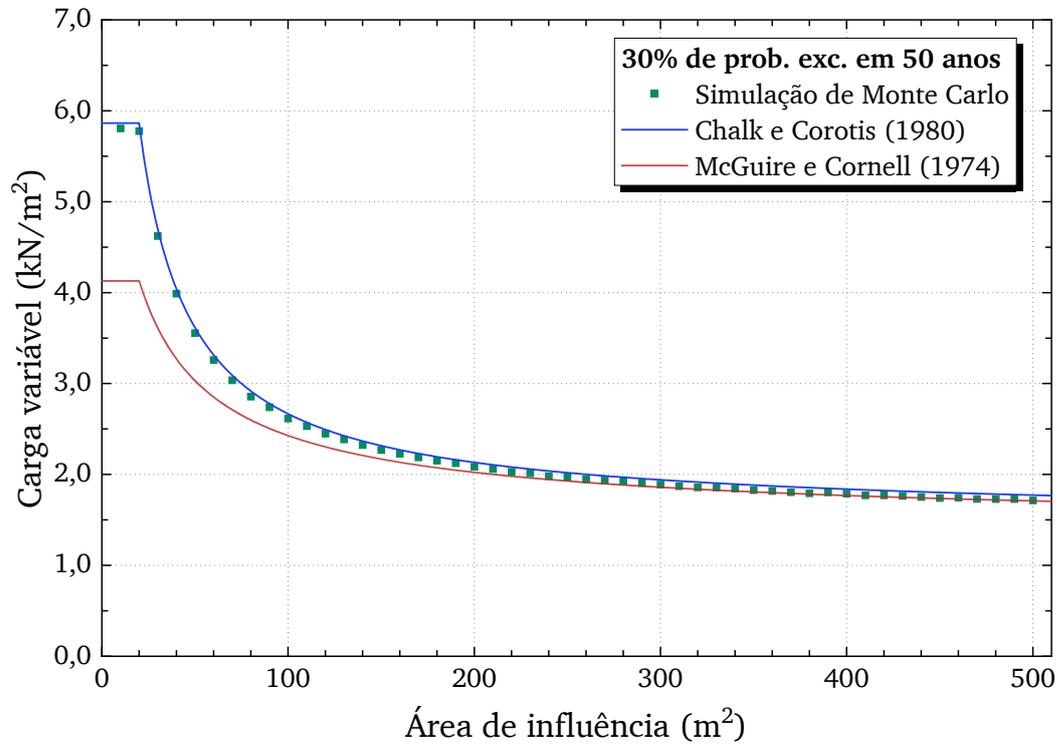
Os resultados obtidos por ambas as regras de combinação são comparados com os resultados da simulação de Monte Carlo na Figura 5.2. Observa-se que, apesar de todas as simplificações adotadas, a formulação apresentada por Chalk e Corotis (1980) fornece bons resultados. Os erros com relação aos valores obtidos via simulação foram da ordem de 1 % a 4 %, e sempre conservadores.

Já a regra de combinação simplificada de McGuire e Cornell (1974) subestima consideravelmente o valor característico da carga variável para áreas pequenas, e só se aproxima dos resultados simulação para  $A > 200 \text{ m}^2$ . Os erros observados variam desde -29 % para  $A = 20 \text{ m}^2$  até -0,4 % para  $A = 500 \text{ m}^2$ . Isto ocorre porque esta regra de combinação simplificada só considera o modo I (em que a parcela sustentada é a ação primária), mas para áreas pequenas a ação intermitente tende a dominar o processo combinado, conforme constatado nos exemplos apresentados nos capítulos anteriores, o que corresponderia ao modo II de combinação.

Este resultado indica que as estatísticas da distribuição de valores extremos da carga variável poderiam, em tese, ser obtidas com precisão satisfatória utilizando-se a regra de combinação proposta por Chalk e Corotis (1980), descrita na Seção 5.2, evitando-se assim pagar o custo computacional elevado de se realizar inúmeras simulações de Monte Carlo para diferentes áreas de influência e tipos de ocupação da edificação. No entanto, visando-se obter estas estatísticas com maior precisão, optou-se por utilizar a SMC nos

resultados apresentados no capítulo seguinte, empregando o equacionamento analítico apenas para verificação da consistência dos resultados.

Figura 5.2 – Carga variável característica para edifícios comerciais: comparação entre simulação e regras simplificadas de combinação



Fonte: Elaborado pelo autor.

## Resultados e discussões

Neste capítulo, são apresentados em detalhes os resultados obtidos utilizando os modelos probabilísticos descritos nos capítulos anteriores. São avaliadas as distribuições de valores extremos e de ponto arbitrário no tempo da carga variável em edificações, considerando seis tipos diferentes de uso, a saber: edifícios comerciais, edifícios residenciais, hotéis, enfermarias, salas de aula e lojas. Estes resultados são comparados com os valores da norma brasileira NBR 6120 (ABNT, 2019) e de diversas normas de projeto internacionais. Ao final do capítulo, são recomendadas estatísticas referentes às cargas variáveis brasileiras para a utilização em análises de confiabilidade.

Todos os resultados discutidos na sequência foram obtidos via simulação de Monte Carlo (SMC), utilizando subrotinas implementadas no Wolfram Mathematica 13.1.

### 6.1 Modelo do JCSS (2001) para as parcelas sustentada e intermitente

Nesta primeira etapa, adotou-se o modelo do JCSS (2001) tanto para a parcela sustentada quanto para a parcela intermitente. Os parâmetros considerados são aqueles apresentados nas Tabelas 3.3 e 4.3, respectivamente. Admite-se que as intensidades de ponto arbitrário no tempo de ambas as parcelas seguem uma distribuição gama.

#### 6.1.1 Distribuição de valores extremos

Recorda-se que a NBR 6120 (ABNT, 2019) define os valores nominais (característicos) das cargas variáveis como tendo entre 25 % a 35 % de probabilidade de serem ultrapassados no sentido desfavorável em um período de 50 anos, o que teoricamente corresponderia a um período médio de retorno entre 174 anos a 117 anos. No presente estudo, optou-se por caracterizar o valor nominal pela mediana desta faixa de probabilidades, isto é, considerou-se como valor característico aquele que tem 30 % de probabilidade de excedência em 50 anos, o que corresponderia a um período médio de retorno de 140 anos. Tendo como base esta definição, foram realizadas simulações de Monte Carlo para os seguintes períodos de referência:  $T = 1$  ano,  $T = 50$  anos e  $T = 140$  anos.

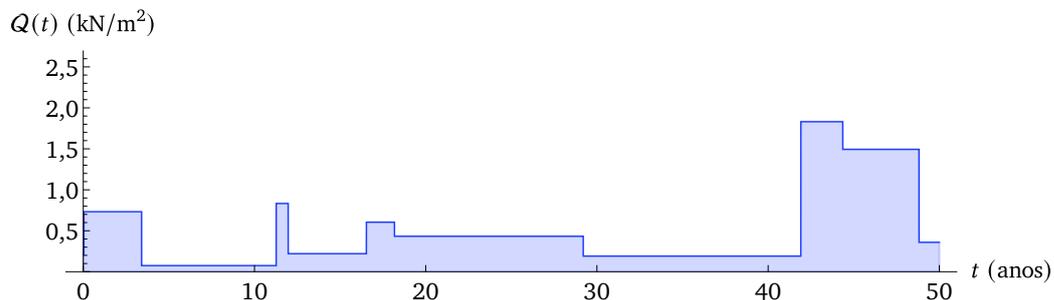
##### 6.1.1.1 Procedimento geral

Com relação à área considerada nas análises, optou-se por variar a área de influência entre  $A = 10 \text{ m}^2$  e  $A = 500 \text{ m}^2$  de 10 em  $10 \text{ m}^2$ . Lembrando que a área de influência usualmente é igual ao dobro da área tributária para vigas e o quádruplo para pilares

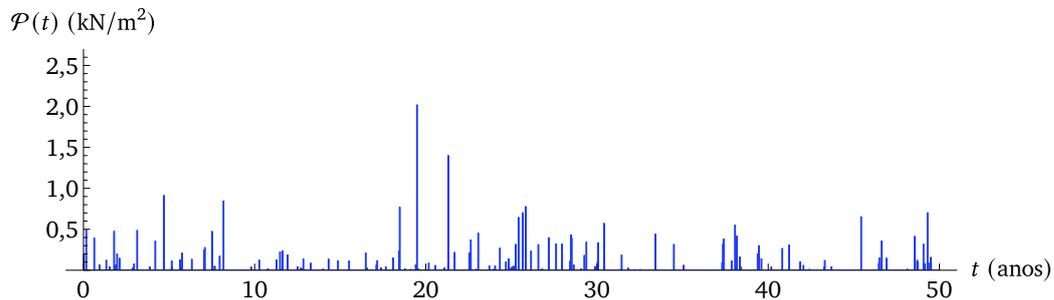
(Figura 3.4), esta variação corresponde a áreas tributárias entre  $A_T = 5 \text{ m}^2$  a  $A_T = 250 \text{ m}^2$  para vigas e  $A_T = 2,5 \text{ m}^2$  a  $125 \text{ m}^2$  para pilares.

O procedimento para a geração das amostras é apresentado no Algoritmo 5.1. Um exemplo da realização das parcelas sustentada e intermitente ao longo de um período de referência de 50 anos é apresentado na Figura 6.1 para edifícios comerciais com  $A = 100 \text{ m}^2$ . Foram utilizados neste exemplo os parâmetros recomendados pelo JCSS (2001), com fator de pico  $\kappa = 2,0$ .

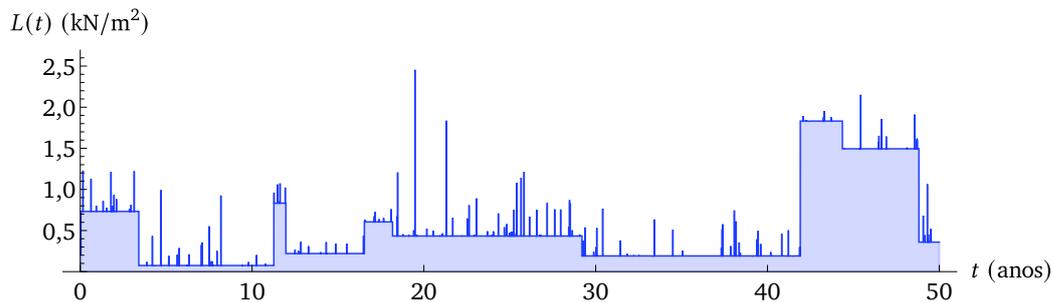
Figura 6.1 – Exemplo de uma realização da carga variável total para edifícios comerciais com  $A = 100 \text{ m}^2$



(a) Parcela sustentada ( $Q(t)$ )



(b) Parcela intermitente ( $\mathcal{P}(t)$ )



(c) Carga variável total ( $L(t)$ )

Fonte: Elaborado pelo autor.

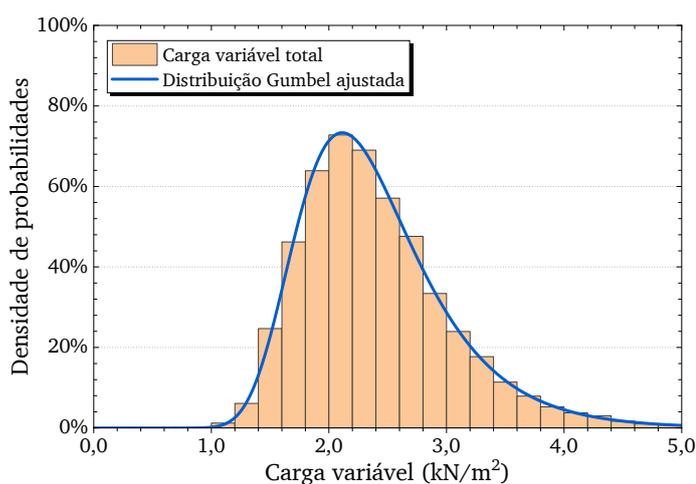
Uma vez que a realização dos processos estocásticos ao longo do período de referência é gerada, determina-se o valor máximo da carga variável neste período. Este procedimento é então repetido 10 000 vezes para cada combinação de tipo de ocupação, área de influência e período de referência, exceto para  $T = 1$  ano, para o qual foram geradas 100 000 realizações dos processos. Estas quantidades de amostras são suficientes

para produzir intervalos de confiança de 95 % na média e desvio padrão das distribuições de extremos obtidas da ordem de  $\pm 0,04 \text{ kN/m}^2$ .

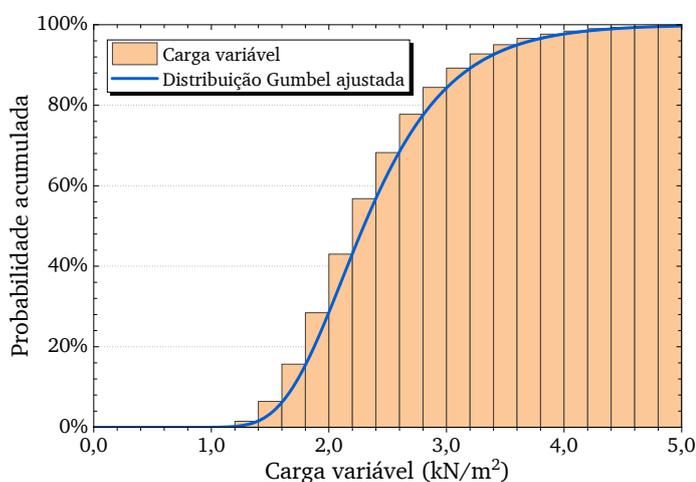
Tendo gerado todas as amostras, o conjunto de dados obtido é plotado na forma de histograma e realiza-se o ajuste segundo uma distribuição conhecida. Os parâmetros da distribuição são obtidos por meio da maximização da função de log-verossimilhança. Na sequência, avalia-se a qualidade do ajuste por meio de testes estatísticos como os de Kolmogorov-Smirnov, Anderson-Darling, Qui-quadrado de Pearson, entre outros.

Na [Figura 6.2](#) são apresentados os histogramas de densidade de probabilidades e probabilidade acumulada obtidos via simulação para edifícios comerciais com  $A = 100 \text{ m}^2$ . Superimpostos a estes histogramas, são exibidas as funções de densidade de probabilidades (FDP) e de distribuição acumulada (FDA) da distribuição Gumbel ajustada. Em uma primeira análise qualitativa, a distribuição Gumbel parece ser adequada.

Figura 6.2 – Histogramas de densidade de probabilidades e probabilidade acumulada e distribuição Gumbel ajustada para edifícios comerciais com  $A = 100 \text{ m}^2$



(a) Função densidade de probabilidades (FDP)

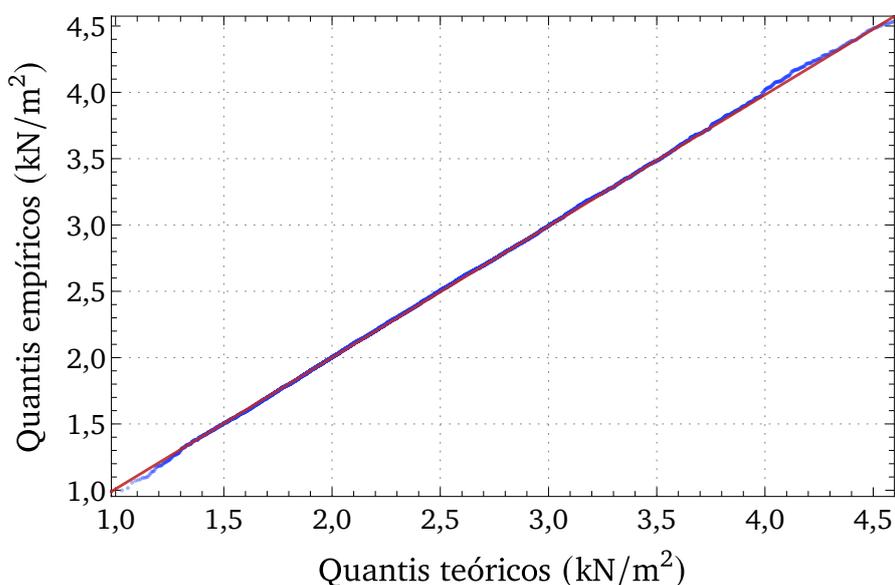


(b) Função de distribuição acumulada (FDA)

Fonte: Elaborado pelo autor.

A qualidade do ajuste obtido também pode ser visualizada graficamente por meio de gráficos de probabilidades do tipo Q-Q (quantil-quantil), conforme mostrado na [Figura 6.3](#). Este gráfico representa os quantis da distribuição empírica plotados contra os quantis da distribuição teórica (pontos em azul). Se as distribuições forem semelhantes, quanto mais próximo os pontos do gráfico estiverem da reta identidade  $y = x$  (indicada em vermelho), melhor o ajuste. Nota-se na [Figura 6.3](#) uma excelente concordância da distribuição empírica com a distribuição Gumbel ajustada.

Figura 6.3 – Gráfico de probabilidades Q-Q do ajuste de uma distribuição Gumbel para edifícios comerciais com  $A = 100 \text{ m}^2$



Fonte: Elaborado pelo autor.

Uma avaliação quantitativa do ajuste pode ser realizada por meio dos testes estatísticos mencionados anteriormente. As estatísticas de cada teste e correspondentes valores-p para o exemplo em questão são apresentadas na [Tabela 6.1](#). A um nível de significância  $\alpha = 0,05$ , a hipótese de que o conjunto de amostras gerado siga de fato uma distribuição Gumbel não é rejeitada por nenhum dos testes realizados, uma vez que o valor-p obtido em todos os testes foi superior a 0,05.

Tabela 6.1 – Testes de qualidade do ajuste para edifícios comerciais com  $A = 100 \text{ m}^2$

Teste	Estatística	Valor-p
Anderson-Darling	0,248609	0,9711
Cramér-von Mises	0,038996	0,9383
Kolmogorov-Smirnov	0,005274	0,9437
Kuiper	0,009546	0,8613
Qui-quadrado de Pearson	82,912	0,3598

Fonte: Elaborado pelo autor.

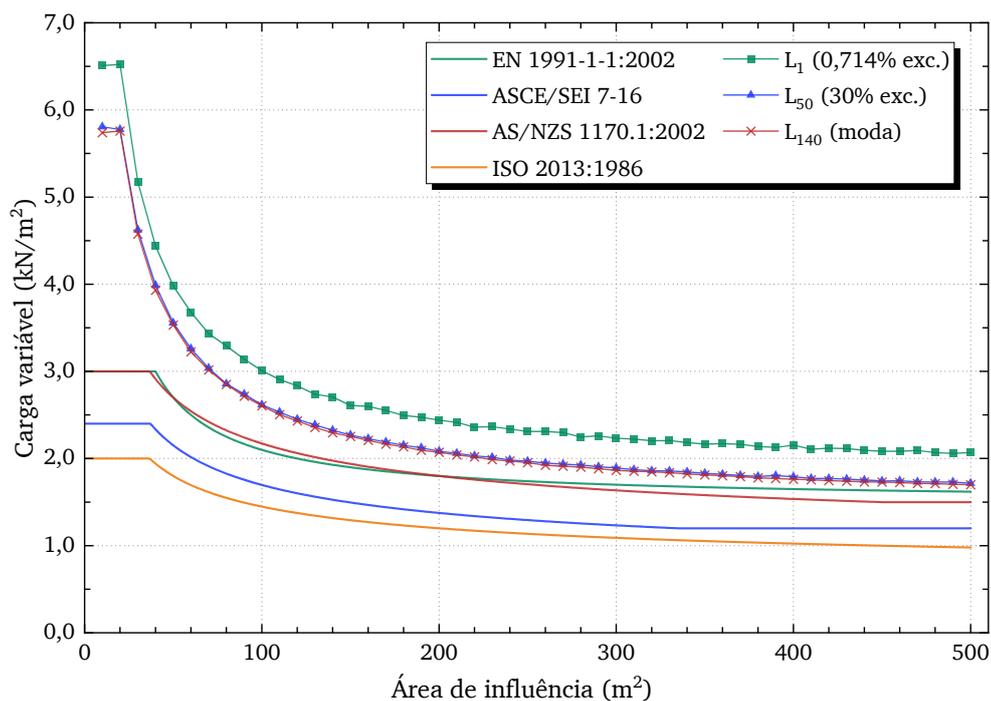
São apresentados a seguir os resultados obtidos separados por categoria de uso. Em todas as análises, adotou-se um único valor do fator de pico  $\kappa = 2,0$  por questão de simplicidade.

### 6.1.1.2 Edifícios comerciais, corporativos e de escritórios

A Figura 6.4 mostra os valores característicos para edifícios comerciais, corporativos e de escritórios calculados por meio de três abordagens distintas: a partir do 70º percentil (30% de probabilidade de excedência) da distribuição do máximo de 50 anos ( $L_{50}$ ); da moda da distribuição do máximo de 140 anos ( $L_{140}$ ); e a partir do valor correspondente a um período médio de retorno de 140 anos (i.e., com  $1/140 = 0,714\%$  de probabilidade de excedência) da distribuição de máximos anuais ( $L_1$ ).

Estes valores são comparados com as disposições de diversas normas internacionais, a saber: a europeia EN 1991-1-1 (CEN, 2002b); a norte-americana ASCE/SEI 7-16 (ASCE, 2016); a australiana/neozelandesa AS/NZS 1170.1 (SA, 2002b); e a norma ISO 2103 (ISO, 1986). Já são consideradas as expressões propostas por estas normas para a redução de cargas variáveis. O valor nominal  $L_n = 2,5 \text{ kN/m}^2$  recomendado pela NBR 6120 (ABNT, 2019) não é indicado diretamente nesta figura pois, ao contrário das demais normas citadas, a NBR 6120 não apresenta nenhuma expressão do fator redutor de cargas variáveis em função da área, permitindo que seja feita a redução de cargas apenas para pilares e fundações com base no número de pavimentos suportados.

Figura 6.4 – Edifícios comerciais, modelo do JCSS: simulação *versus* normas internacionais



Fonte: Elaborado pelo autor.

Observa-se que, de modo geral, os resultados obtidos utilizando o modelo do JCSS (2001) são superiores aos indicados nas normas de projeto, especialmente para áreas de influência pequenas. Este resultado é esperado, uma vez que à medida que a área de influência diminui a variância tende a infinito, fazendo com que a carga variável aumente rapidamente. Ressalta-se que o patamar observado em  $A \leq 20 \text{ m}^2$  nos resultados obtidos via SMC é consequência direta do limite superior imposto pelo termo  $\min [A_0/A, 1]$  imposto nas equações (3.102) e (4.40).

Apesar de terem sido incluídas as prescrições de diversas normas na Figura 6.4, uma comparação direta dos valores característicos mostrados nesta figura com os valores representativos das normas internacionais não seria apropriada, uma vez que cada norma de projeto estabelece uma referência diferente para os seus valores característicos.

As cargas nominais da ASCE/SEI 7-16, por exemplo, foram definidos com base no julgamento profissional de um painel de 25 especialistas (COROTIS; FOX; HARRIS, 1981), mas constatou-se a partir do modelo probabilístico que estes valores são consistentes com a média de  $L_{50}$  para a maioria dos casos (CHALK; COROTIS, 1980; HARRIS; COROTIS; BOVA, 1981), o que corresponderia a uma probabilidade de excedência em torno de 43% se assumirmos que  $L_{50}$  possui distribuição Gumbel.

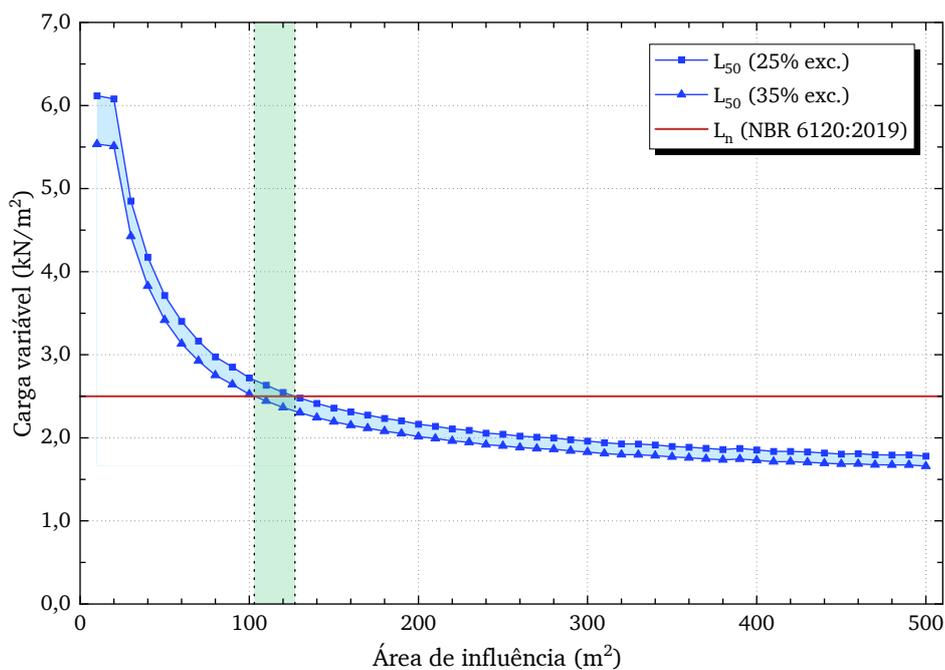
Já o Eurocode não faz menção a qual probabilidade de excedência ou período médio de retorno correspondem seus valores característicos de carga variável. Alguns documentos de referência falam em uma probabilidade de excedência de 5% em 50 anos (CEN, 1996), mas esta informação não é reproduzida em sua versão mais recente. Não se sabe ao certo a origem desta probabilidade de excedência, uma vez que não foi encontrado nenhum estudo que justifique este valor. Embora os 5% em 50 anos pareça muito baixo quando comparado a outras normas de projeto, as cargas nominais mínimas de projeto do Eurocode são similares aos da norma norte-americana. Os valores nominais do Eurocode foram estabelecidos fazendo-se uma média das normas nacionais vigentes em vários países da comunidade europeia antes da sua implementação (SEDLACEK; GULVANESSIAN, 1996).

Nota-se ainda na Figura 6.4 que as curvas correspondentes ao 70º percentil de  $L_{50}$  e à moda de  $L_{140}$  são praticamente coincidentes. Os valores característicos calculados a partir da distribuição de  $L_1$ , no entanto, são ligeiramente maiores. Isto ocorre porque a duração média da parcela sustentada é usualmente maior que 1 ano. De fato, para edifícios comerciais, esta duração média é de 5 anos de acordo com os parâmetros sugeridos pelo JCSS. Isto faz com que os máximos anuais não sejam inteiramente independentes, como usualmente se assume para a ação do vento, por exemplo. Desta forma, considera-se que definir os valores característicos da carga variável a partir dos máximos anuais seria inadequado.

A Figura 6.5 mostra, em vermelho, o valor nominal prescrito pela NBR 6120 (ABNT, 2019) para edifícios comerciais ( $L_n = 2,5 \text{ kN/m}^2$ ), e as curvas correspondentes à proba-

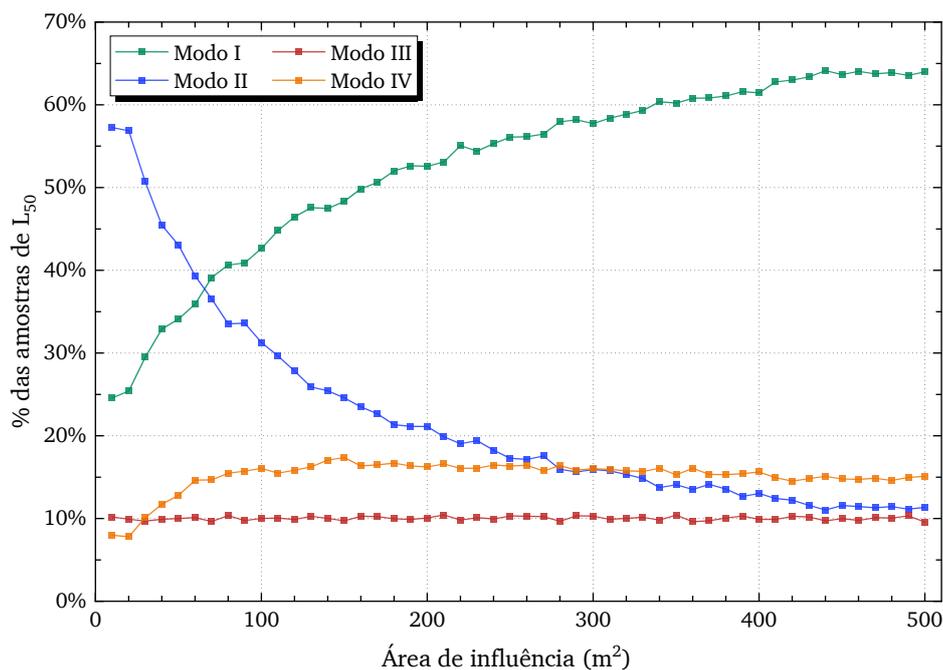
bilidades de excedência de 25 % a 35 %. A região hachurada de azul entre estas curvas corresponde aos valores que estão em concordância com as probabilidades de excedência especificadas nas normas NBR 8681 e NBR 6120. Verifica-se nesta figura que o modelo probabilístico adotado produz valores consistentes com esta definição para áreas de influência em torno de  $103 \text{ m}^2$  a  $127 \text{ m}^2$  (região hachurada em verde).

Figura 6.5 – Edifícios comerciais, modelo do JCSS: simulação *versus* NBR 6120



Fonte: Elaborado pelo autor.

Figura 6.6 – Edifícios comerciais, modelo do JCSS: frequência relativa dos modos de combinação



Fonte: Elaborado pelo autor.

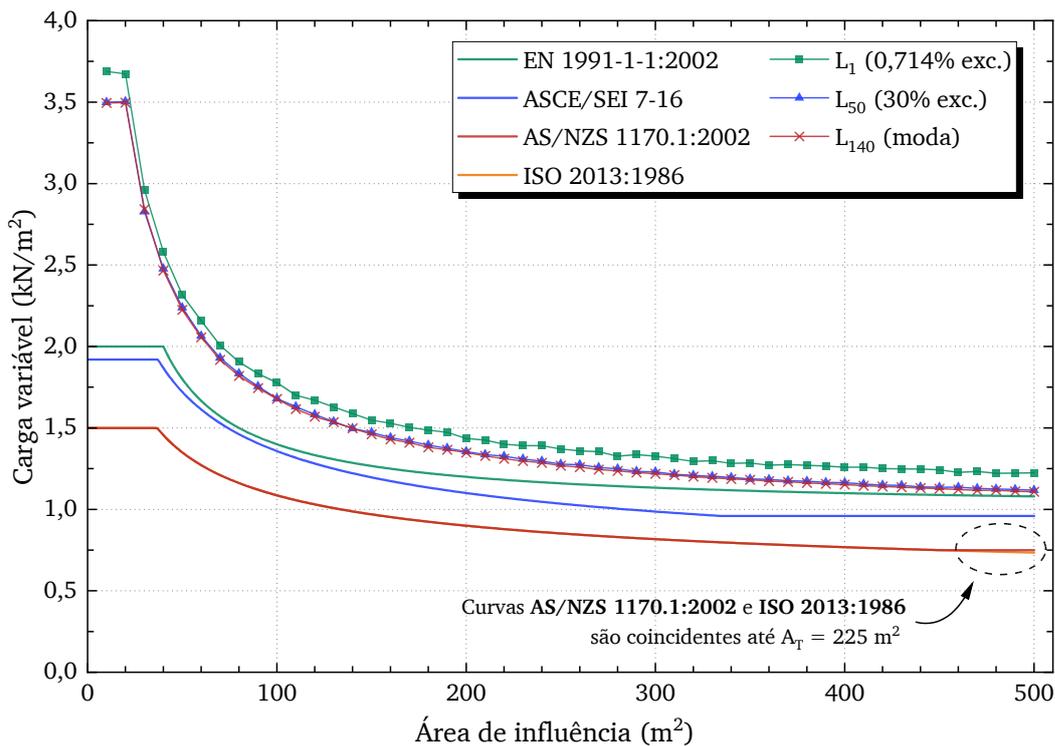
Uma vez gerada todas as realizações das parcelas sustentada e intermitente e determinada a carga variável máxima de 50 anos, cada realização é classificada de acordo com o modo de combinação que leva à ocorrência deste valor máximo, de acordo com a definição apresentada na Seção 5.2 (ver Figura 5.1). As frequências relativas de cada um dos modos de combinação é apresentada na Figura 6.6. É possível observar uma forte prevalência do modo II (máximo da parcela intermitente + valor correspondente da parcela sustentada) para áreas pequenas, o que é um indicativo de que a ação intermitente tende a dominar o processo combinado nestes casos.

Isto corrobora a observação inicial feita na Subseção 4.6.4, de que os parâmetros sugeridos pelo JCSS para a ação intermitente tendem a ser conservadores quando comparados a outros modelos. À medida em que a área aumenta, a importância relativa da parcela sustentada tende a crescer enquanto a da parcela intermitente diminui. A porcentagem dos casos em que o máximo dos processos sustentado e intermitente coincidem (modo III de combinação) permaneceu relativamente constante em torno de 10% para todas as áreas consideradas.

### 6.1.1.3 Edifícios residenciais

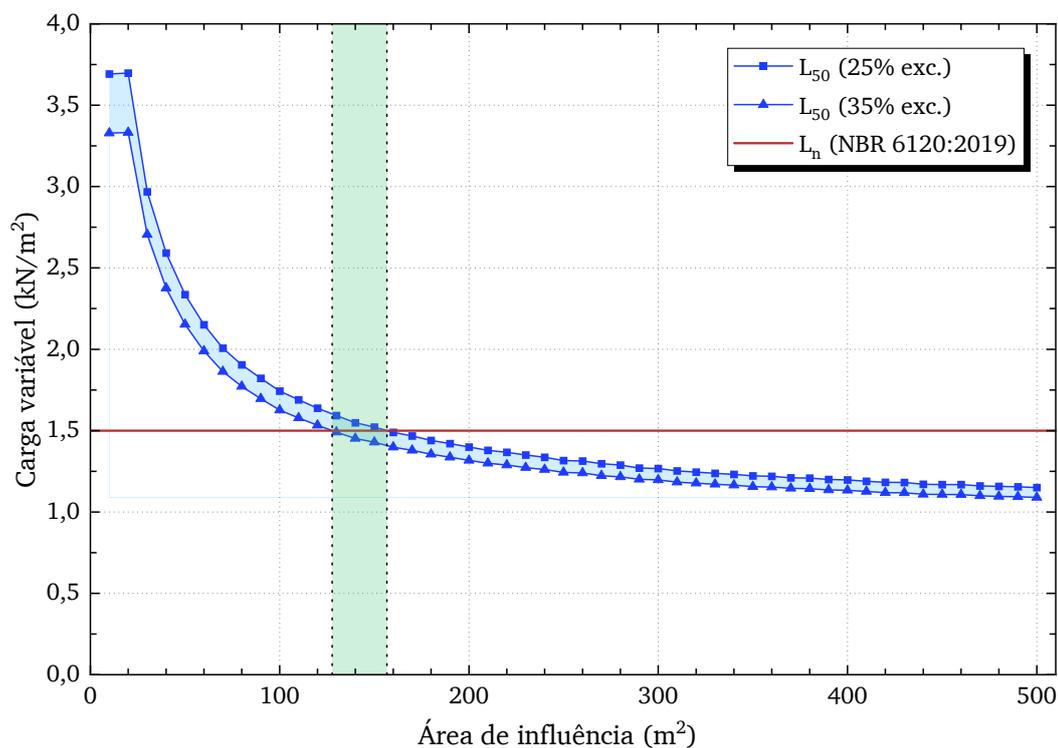
Uma análise parecida pode ser feita para edifícios residenciais. A Figura 6.7 mostra que, para áreas de influência grandes ( $A > 300 \text{ m}^2$ ), o modelo do JCSS concorda bem com os valores das normas de projeto internacionais. Para áreas menores, no entanto, o modelo produz valores consideravelmente mais conservadores do que os destas normas.

Figura 6.7 – Edifícios residenciais, modelo do JCSS: simulação *versus* normas internacionais



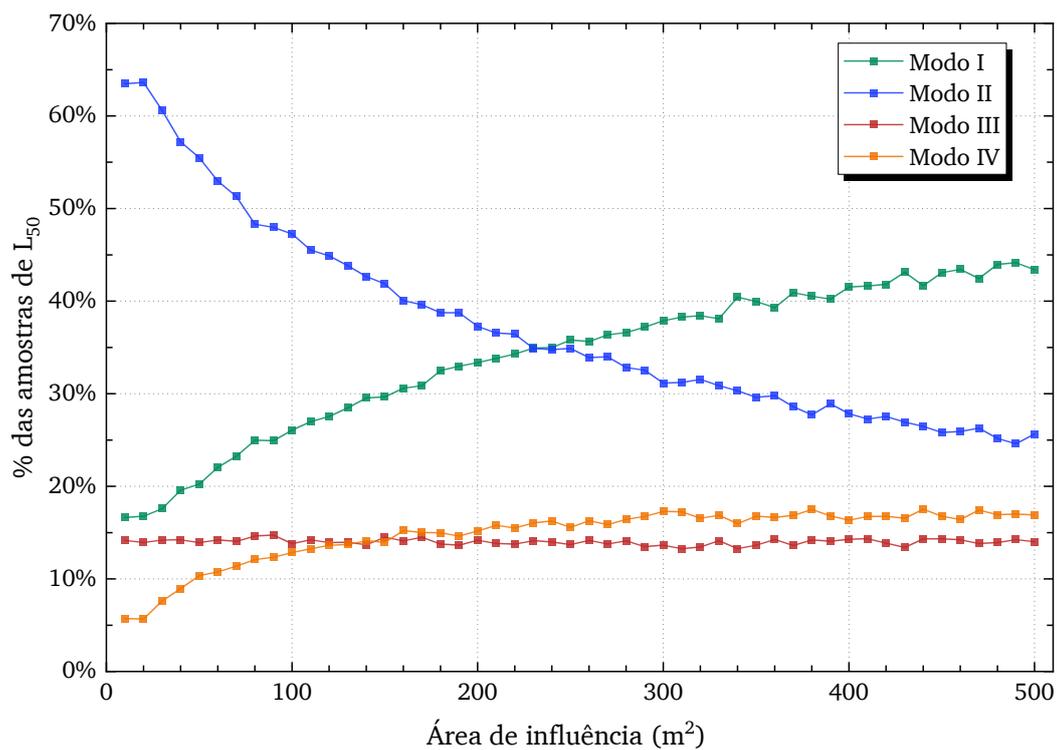
Fonte: Elaborado pelo autor.

Figura 6.8 – Edifícios residenciais, modelo do JCSS: simulação versus NBR 6120



Fonte: Elaborado pelo autor.

Figura 6.9 – Edifícios residenciais, modelo do JCSS: frequência relativa dos modos de combinação



Fonte: Elaborado pelo autor.

Comparando com o valor nominal da NBR 6120 (ABNT, 2019) para edifícios residenciais,  $L_n = 1,5 \text{ kN/m}^2$ , verifica-se na Figura 6.8 que o modelo probabilístico produz resultados compatíveis com as probabilidades de excedência prescritas nesta norma para áreas de influência entre  $128 \text{ m}^2$  e  $157 \text{ m}^2$ , aproximadamente.

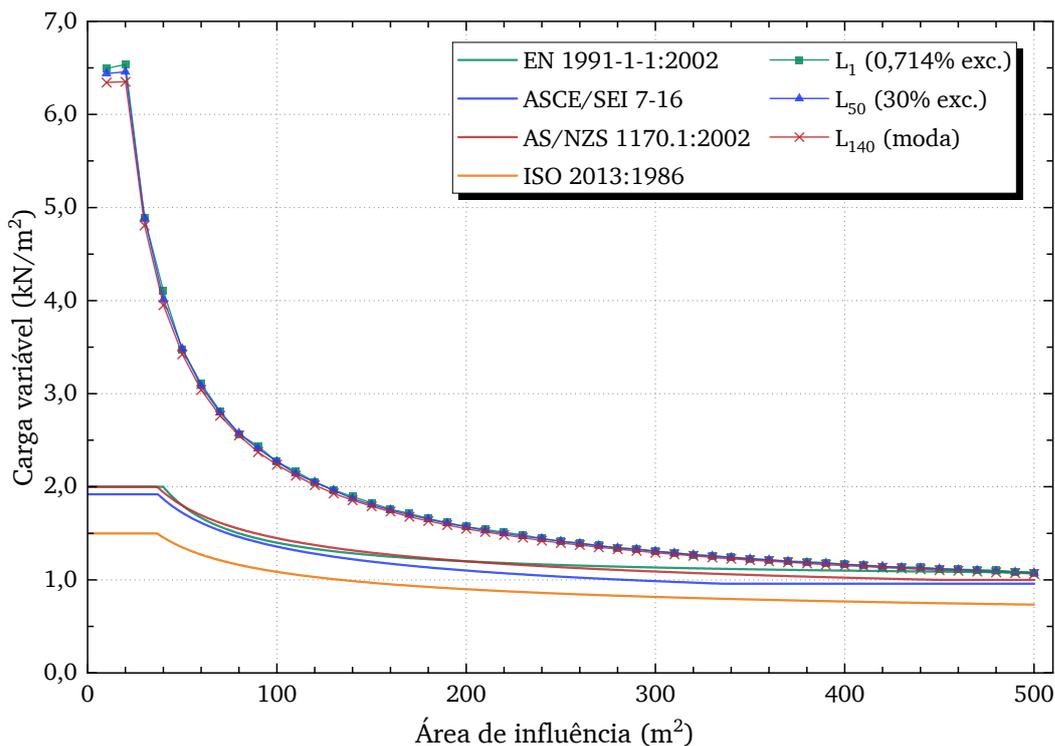
Na Figura 6.9, é possível observar a mesma dominância da ação intermitente sobre o processo combinado para os valores iniciais de área de influência. Desta vez, a parcela intermitente permanece dominante até áreas de influência em torno de  $230 \text{ m}^2$ , a partir das quais a parcela sustentada passa a ser mais relevante.

Isto provavelmente decorre do fato que o JCSS recomenda valores médios maiores para a ação intermitente em edifícios residenciais ( $m_p = 0,3 \text{ kN/m}^2$ ) do que em edifícios comerciais ( $m_p = 0,2 \text{ kN/m}^2$ ), o que parece ir no contrassenso das recomendações dos outros modelos de ação intermitente que se encontram na literatura. O modo III de combinação tem uma frequência relativa constante em torno de 14% para todas as áreas.

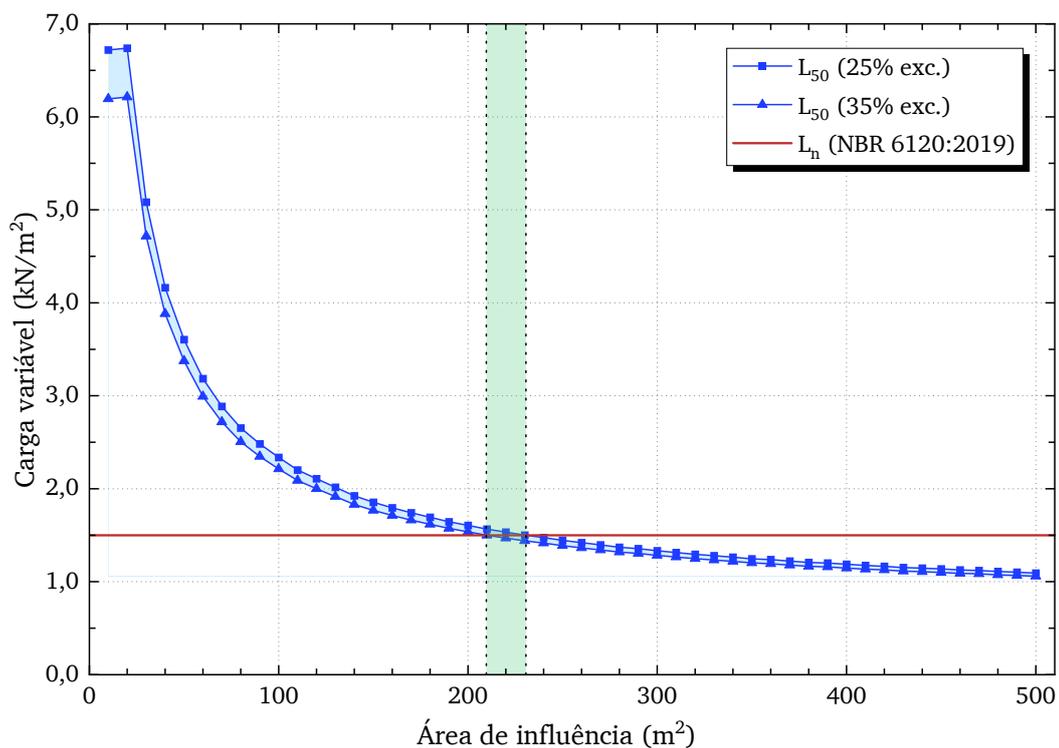
#### 6.1.1.4 Quartos de hotel

Os resultados para quartos de hotel são apresentados nas Figuras 6.10, 6.11 e 6.12. Neste caso, o conservadorismo nos parâmetros recomendados pelo JCSS para a ação intermitente é ainda mais exacerbado pelo fato de que a taxa de ocorrência sugerida para hotéis ( $\lambda_p = 1/0,1 = 10 \text{ ano}^{-1}$ ) é bem maior do que a de qualquer outro tipo de ocupação.

Figura 6.10 – Quartos de hotel, modelo do JCSS: simulação versus normas internacionais

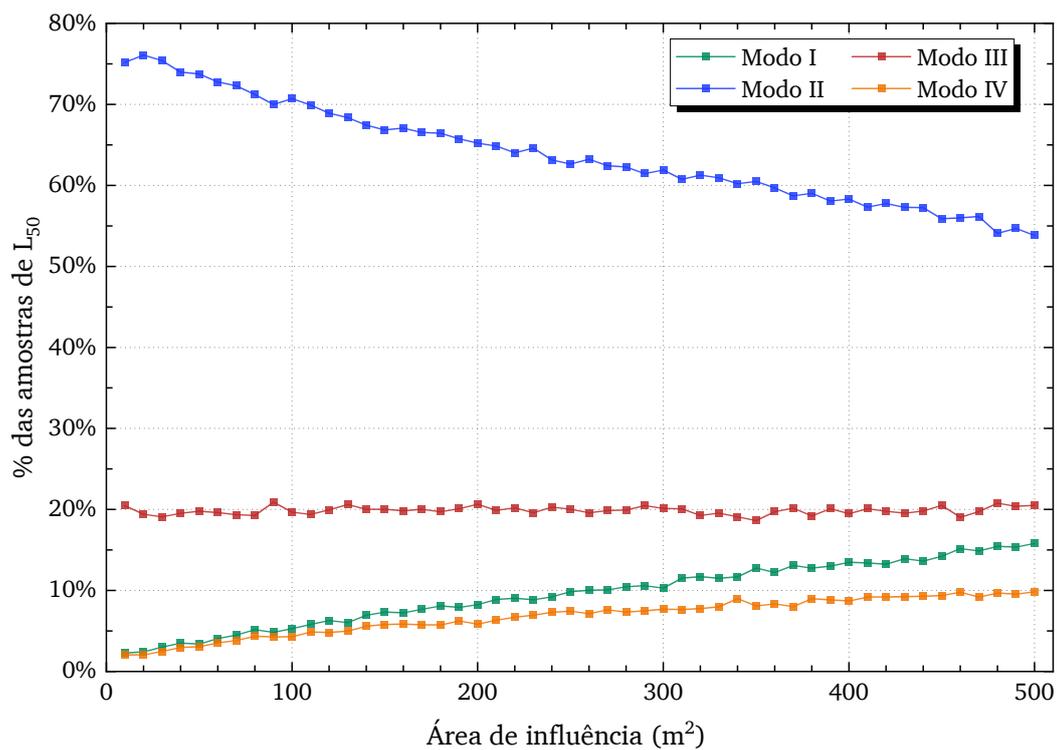


Fonte: Elaborado pelo autor.

Figura 6.11 – Quartos de hotel, modelo do JCSS: simulação *versus* NBR 6120

Fonte: Elaborado pelo autor.

Figura 6.12 – Quartos de hotel, modelo do JCSS: frequência relativa dos modos de combinação



Fonte: Elaborado pelo autor.

Isto faz com que a parcela intermitente seja dominante, conforme evidenciado na [Figura 6.12](#). Em decorrência disto, os valores obtidos pelo modelo probabilístico parecem ser injustificadamente conservadores para áreas de influência pequenas.

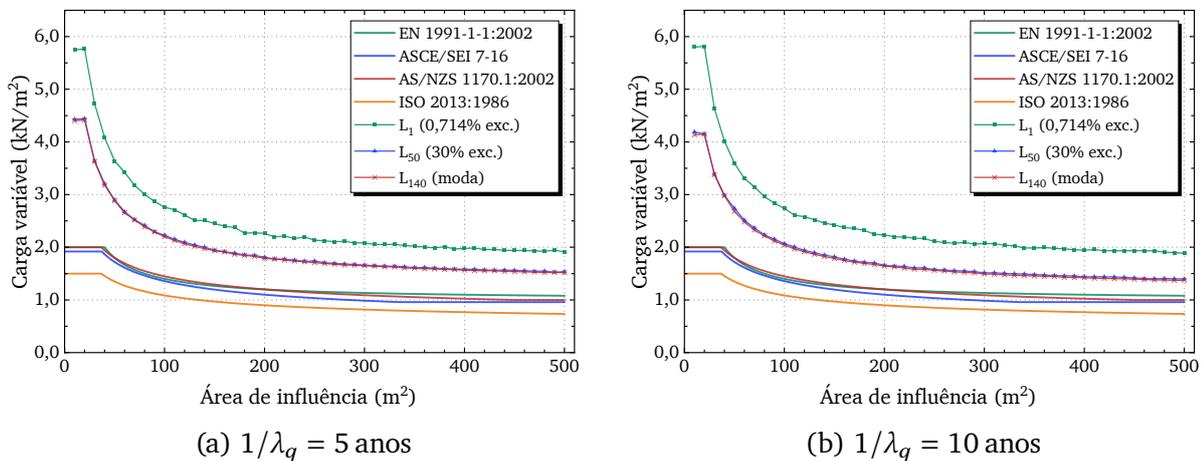
Por outro lado, esta elevada taxa de ocorrências por ano da parcela intermitente faz com que a correlação entre os máximos anuais  $L_1$  seja menor do que para os outros tipos de ocupação, se aproximando mais da hipótese de independência. Consequentemente, o valor correspondente a  $1/140 = 0,714\%$  de probabilidade de excedência de  $L_1$  se aproxima das curvas do 70º percentil de  $L_{50}$  e da moda de  $L_{140}$ .

Os resultados do modelo para probabilidades de excedência entre 25% a 35% se tornam consistentes com os valores recomendados na NBR 6120 (ABNT, 2019) apenas para áreas de influência mais elevadas, entre  $210\text{ m}^2$  a  $230\text{ m}^2$ .

#### 6.1.1.5 Enfermarias e salas de recuperação

Para enfermarias e salas de recuperação, o JCSS (2001) especifica uma faixa de valores para a duração média da ação sustentada entre 5 e 10 anos. Na [Figura 6.13](#), são mostrados as respostas obtidas para os valores extremos desta faixa. Observa-se que, mesmo para a duração média de 10 anos – que produz valores extremos menores – os resultados das simulações ainda ficam bem acima dos valores recomendados pelas normas de projeto.

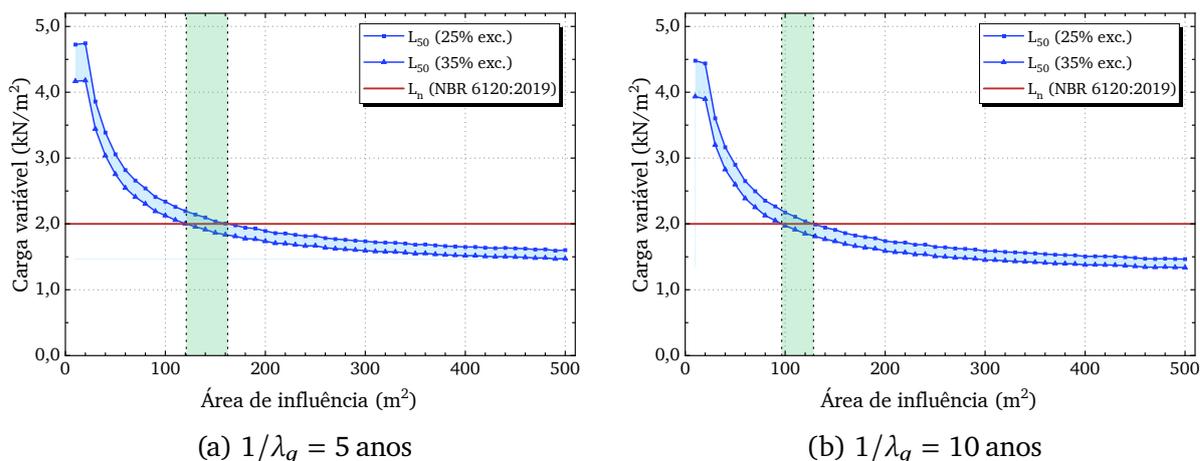
Figura 6.13 – Enfermarias, modelo do JCSS: simulação versus normas internacionais



Fonte: Elaborado pelo autor.

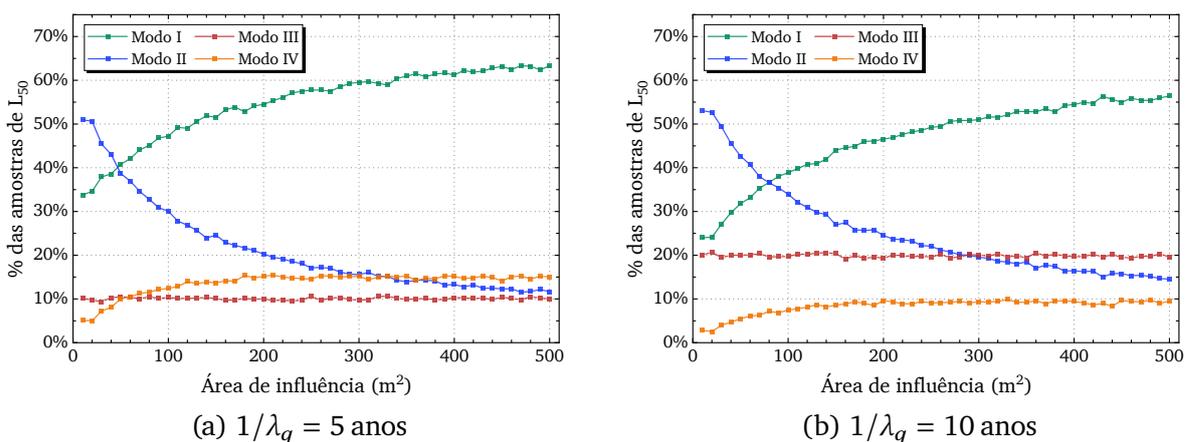
A faixa de áreas de influência para as quais o modelo é coerente com os valores prescritos pela norma brasileira é de aproximadamente  $121\text{ m}^2$  a  $162\text{ m}^2$  para  $1/\lambda_q = 5$  anos e  $96\text{ m}^2$  a  $128\text{ m}^2$  para  $1/\lambda_q = 10$  anos ([Figura 6.14](#)). Como ambas as alternativas parecem suficientemente conservadoras, optou-se por considerar  $1/\lambda_q = 10$  anos nas estatísticas que serão apresentadas posteriormente. Um comportamento similar aos demais usos com relação aos modos de combinação é observado na [Figura 6.15](#), onde a parcela intermitente é dominante para áreas de influência pequenas.

Figura 6.14 – Enfermarias, modelo do JCSS: simulação versus NBR 6120



Fonte: Elaborado pelo autor.

Figura 6.15 – Enfermarias, modelo do JCSS: frequência relativa dos modos de combinação



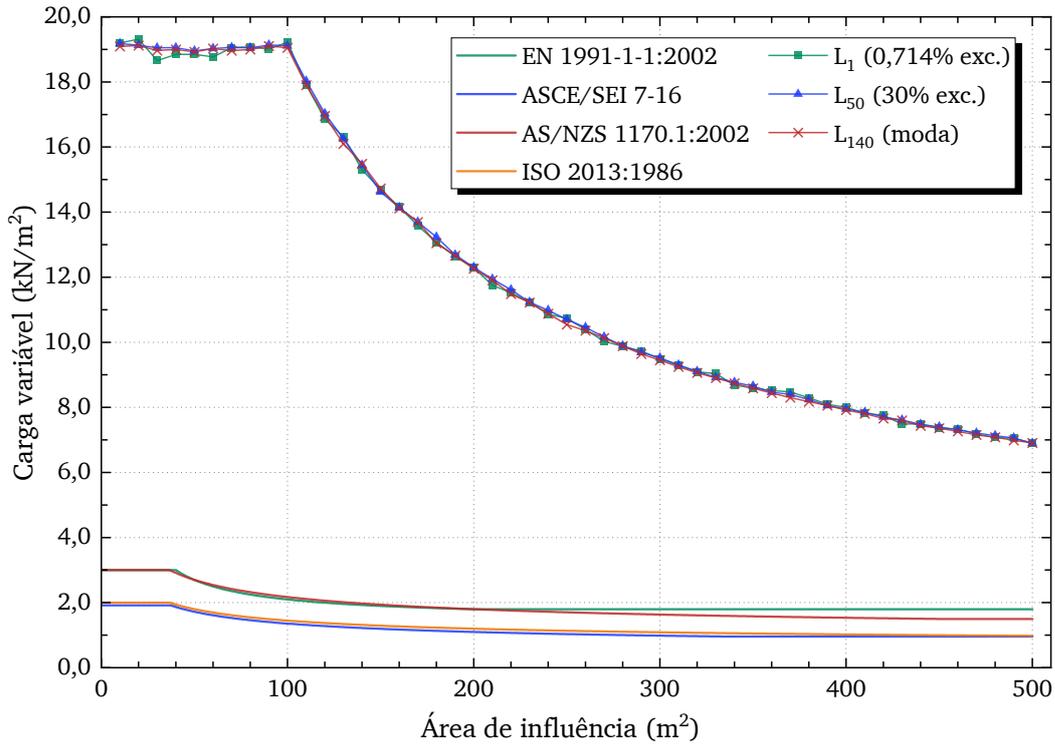
Fonte: Elaborado pelo autor.

### 6.1.1.6 Salas de aula

Para salas de aula, o JCSS (2001) especifica que a duração média da ação sustentada a ser adotada é  $1/\lambda_q \geq 10$  anos, sem estabelecer um limite superior. Neste caso, a favor da segurança, julgou-se apropriado assumir  $1/\lambda_q = 10$  anos. Os resultados são apresentados nas Figuras 6.16 e 6.17.

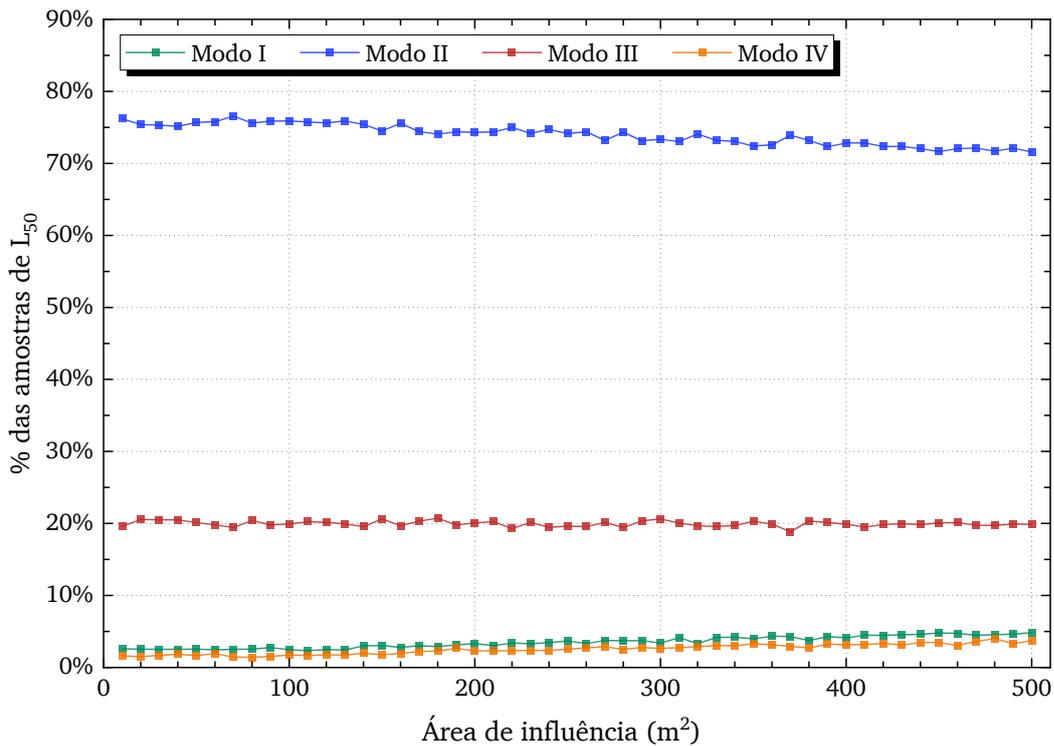
Percebe-se que os resultados do modelo para salas de aula são muito maiores do que os valores nominais das normas de projeto. Mesmo para a máxima área considerada neste estudo ( $A = 500 \text{ m}^2$ ), o 70º percentil de  $L_{50}$  ainda é muito superior ao valor característico dado na NBR 6120 (ABNT, 2019) para salas de aula ( $L_n = 3,0 \text{ kN/m}^2$ ). Isto ocorre devido a uma prevalência absoluta da parcela intermitente, que domina o processo combinado para todas as áreas de influência consideradas, conforme exibido na Figura 6.17.

Figura 6.16 – Salas de aula, modelo do JCSS: simulação versus normas internacionais



Fonte: Elaborado pelo autor.

Figura 6.17 – Salas de aula, modelo do JCSS: frequência relativa dos modos de combinação



Fonte: Elaborado pelo autor.

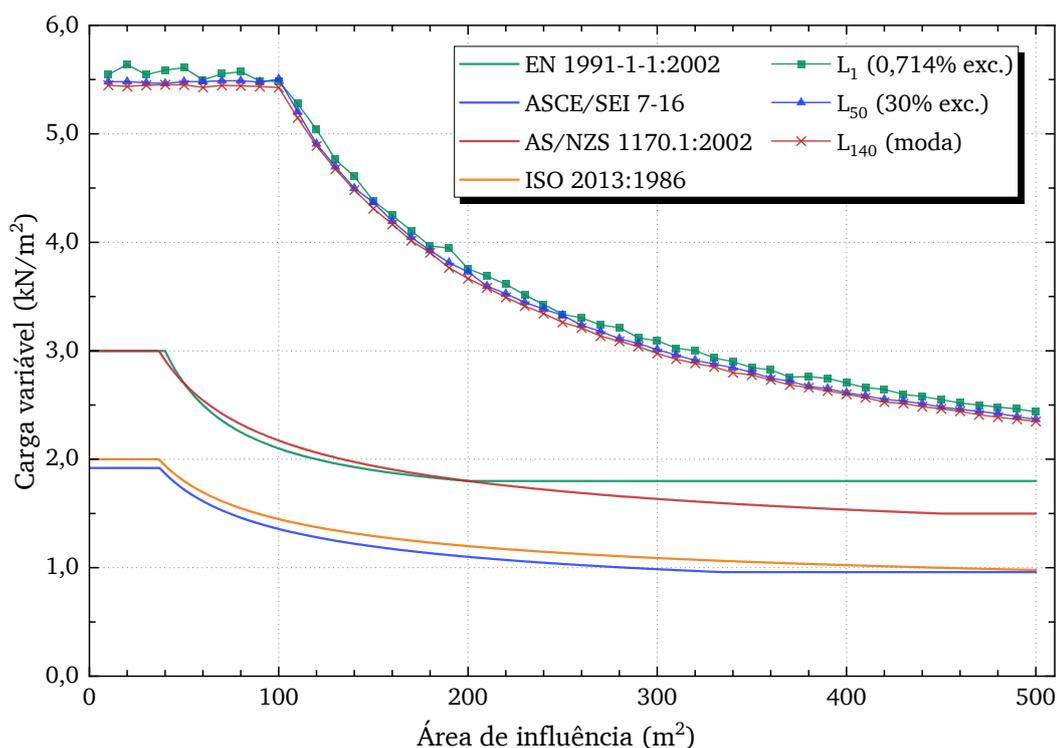
Comparando com os parâmetros de outros modelos probabilísticos similares, como os de [Chalk e Corotis \(1980\)](#) ou [Harris, Corotis e Bova \(1981\)](#), percebe-se que os valores sugeridos pelo JCSS são excessivamente conservadores. [Honfi \(2014\)](#), que também usou o modelo probabilístico do JCSS para realizar uma comparação com os valores recomendados pelo Eurocode 1, também chegou à esta mesma conclusão em seu estudo, e sugeriu a seguinte modificação nos parâmetros do JCSS, que reduz substancialmente os momentos da EUDL intermitente:

- **Salas de aula:**  $m_p = 0,2 \text{ kN/m}^2$  e  $\sigma_{U,p} = 0,4 \text{ kN/m}^2$  ([HONFI, 2014](#)).

Os demais parâmetros permanecem inalterados, com os valores apresentados nas Tabelas 3.3 e 4.3.

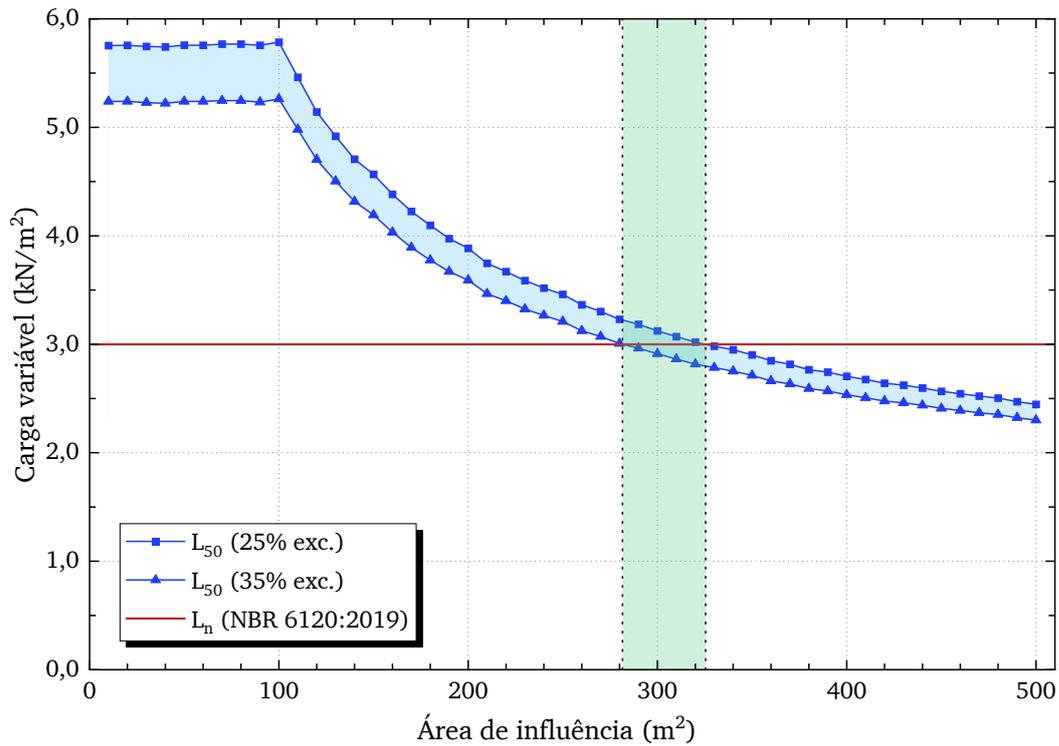
As simulações foram reprocessadas utilizando os parâmetros sugeridos por [Honfi \(2014\)](#), e os resultados são mostrados nas Figuras 6.18, 6.19 e 6.20 a seguir. Observa-se que os novos resultados ficaram mais coerentes, mas ainda são conservadores em relação aos valores praticados pelas normas de projeto internacionais, indicando que os parâmetros de entrada do modelo podem ainda ser conservadores. Uma alteração adicional que poderia ser feita é reduzir a taxa de ocorrências da ação intermitente de  $\lambda_p = 1/0,3 = 3,33 \text{ ano}^{-1}$  para  $\lambda_p = 1,0 \text{ ano}^{-1}$ , conforme adotado por [Chalk e Corotis \(1980\)](#) e [Harris, Corotis e Bova \(1981\)](#), por exemplo. No entanto, esta alternativa não foi estudada em detalhes.

Figura 6.18 – Salas de aula, modelo do JCSS modificado: simulação *versus* normas internacionais



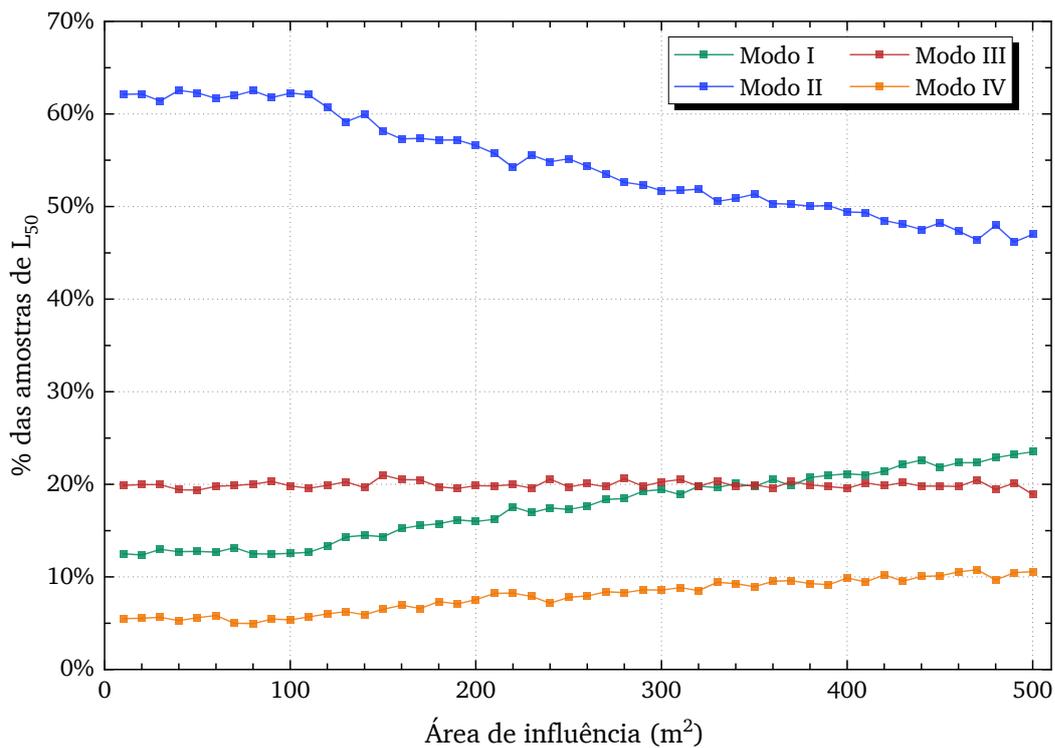
Fonte: Elaborado pelo autor.

Figura 6.19 – Salas de aula, modelo do JCSS modificado: simulação versus NBR 6120



Fonte: Elaborado pelo autor.

Figura 6.20 – Salas de aula, modelo do JCSS modificado: frequência relativa dos modos de combinação



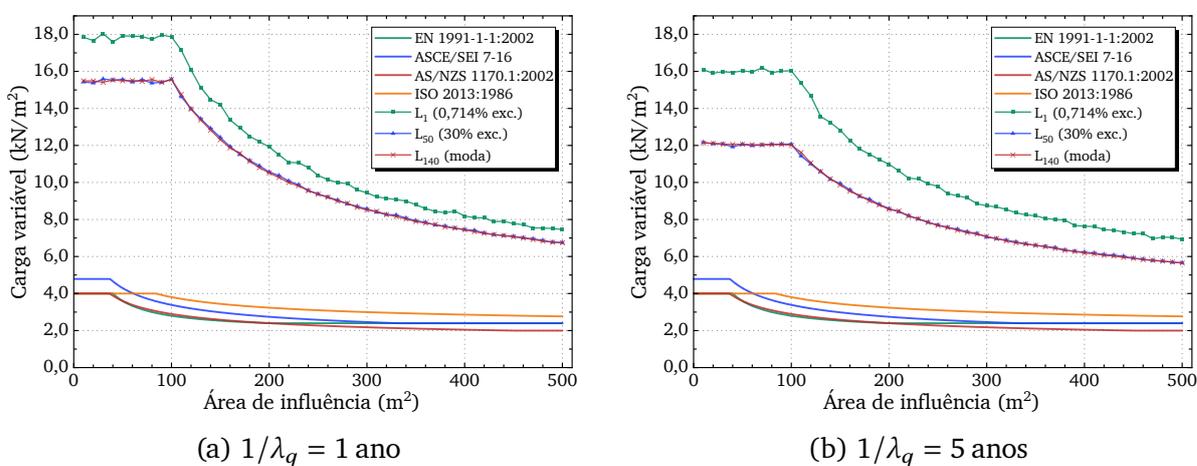
Fonte: Elaborado pelo autor.

Utilizando os parâmetros modificados, a faixa de áreas de influência para as quais o valor nominal  $L_n = 3,0 \text{ kN/m}^2$  fornecido na NBR 6120 (ABNT, 2019) tem entre 25 % a 35 % de probabilidade de ser excedido em 50 anos é aproximadamente compreendida entre  $281 \text{ m}^2$  a  $325 \text{ m}^2$ .

### 6.1.1.7 Lojas

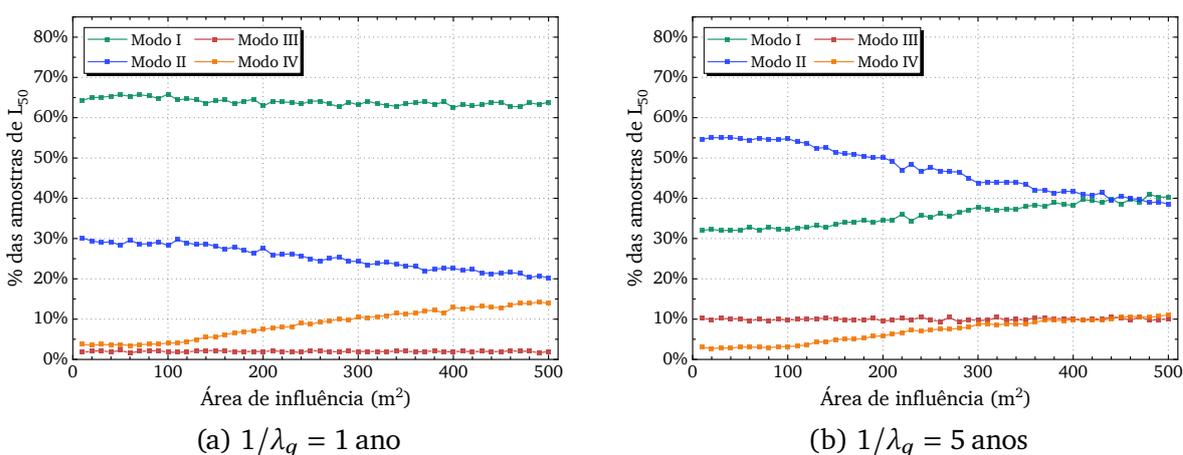
O JCSS (2001) sugere durações médias da ação sustentada entre  $1/\lambda_q = 1$  ano e  $1/\lambda_q = 5$  anos para lojas. Os resultados para os valores limites desta faixa são apresentados nas Figuras 6.21 e 6.22 a seguir.

Figura 6.21 – Lojas, modelo do JCSS: simulação *versus* normas internacionais



Fonte: Elaborado pelo autor.

Figura 6.22 – Lojas, modelo do JCSS: frequência relativa dos modos de combinação



Fonte: Elaborado pelo autor.

Nota-se que, assim como ocorrido para salas de aula, os parâmetros sugeridos pelo JCSS para este tipo de utilização também são excessivamente conservadores – desta vez, no entanto, o conservadorismo parece ser proveniente tanto da parcela intermitente quanto da sustentada, como evidenciado pela prevalência do modo I de combinação na Figura 6.22a.

Em seu estudo, Honfi (2014) também propôs uma modificação nos parâmetros sugeridos pelo JCSS para lojas:

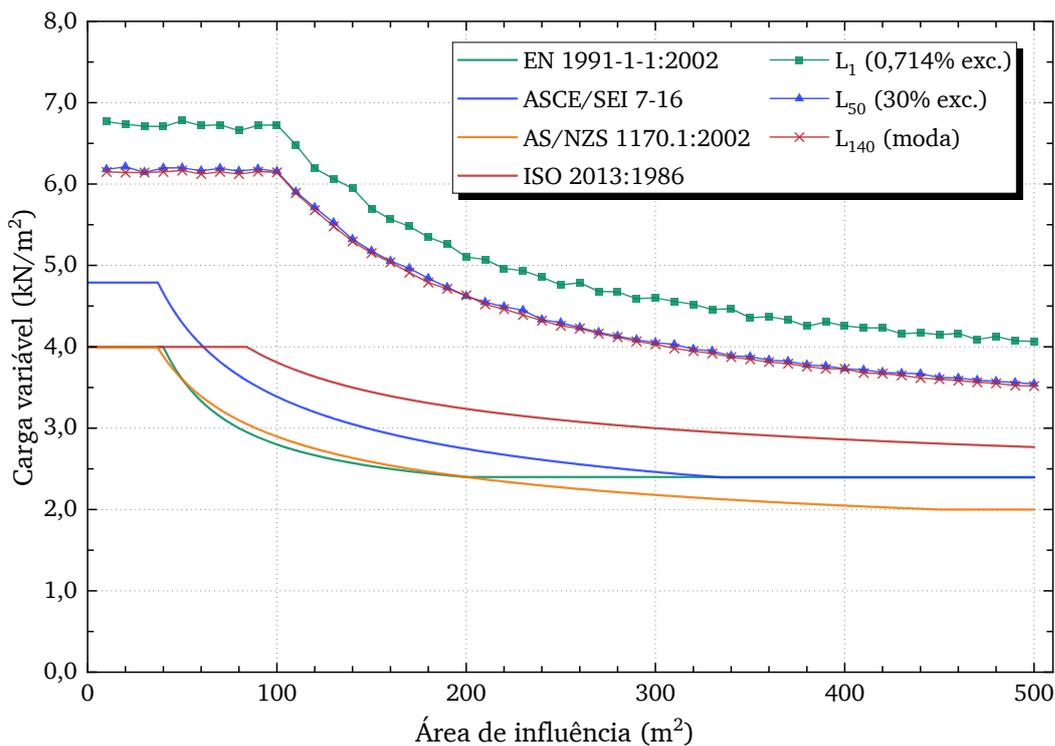
- **Lojas:**  $\sigma_{U,p} = 0,6 \text{ kN/m}^2$  (HONFI, 2014).

Os demais parâmetros permanecem inalterados, com os valores apresentados nas Tabelas 3.3 e 4.3.

No entanto, ao reprocessar as simulações com esta modificação nos parâmetros de entrada propostos por Honfi, obteve-se resultados significativamente diferentes dos reportados pelo autor, sendo ainda bastante conservadores. Foi feita então uma análise reversa para tentar descobrir a quais valores dos parâmetros correspondem os resultados apresentados em Honfi (2014). Os resultados desta análise parecem indicar que, além da alteração proposta na variância da parcela intermitente, o autor também reduziu o parâmetro  $\sigma_{U,q}$  da parcela sustentada de  $1,6 \text{ kN/m}^2$  para  $0,6 \text{ kN/m}^2$ .

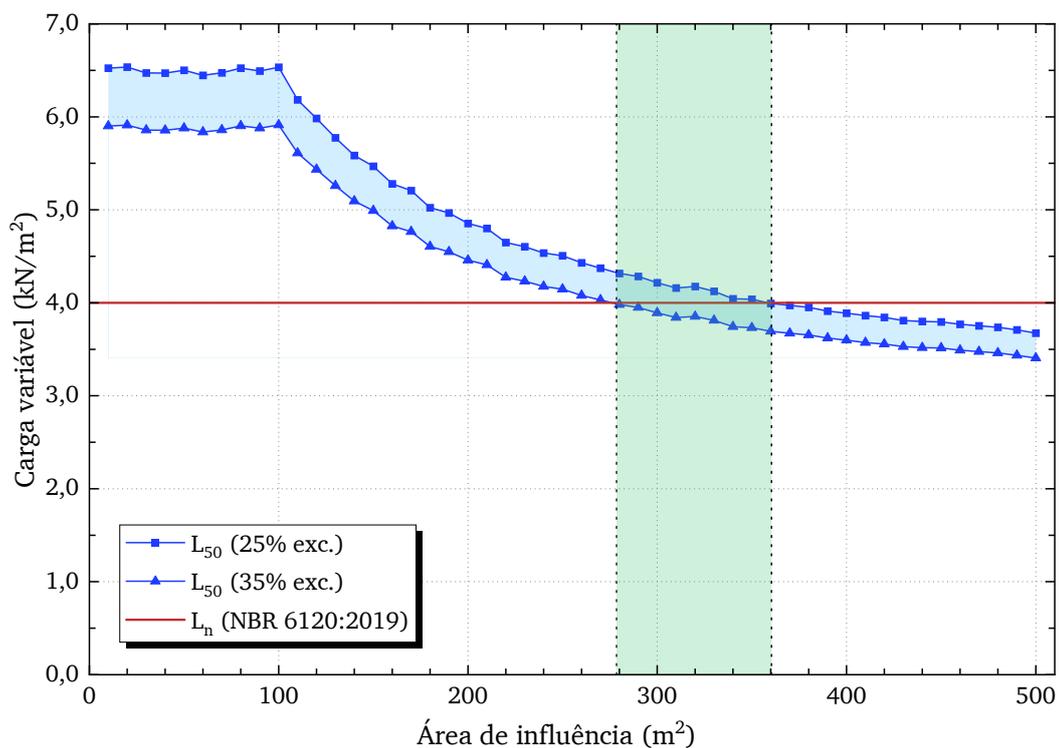
Considerando este novo valor para  $\sigma_{U,q}$ , os resultados obtidos nas simulações ficaram bastante próximos dos de Honfi (2014), e são exibidos nas Figuras 6.23, 6.24 e 6.25 a seguir. Ressalta-se que os resultados exibidos nestas figuras correspondem ao limite superior para a duração da ação sustentada,  $1/\lambda_q = 5$  anos.

Figura 6.23 – Lojas, modelo do JCSS modificado: simulação versus normas internacionais



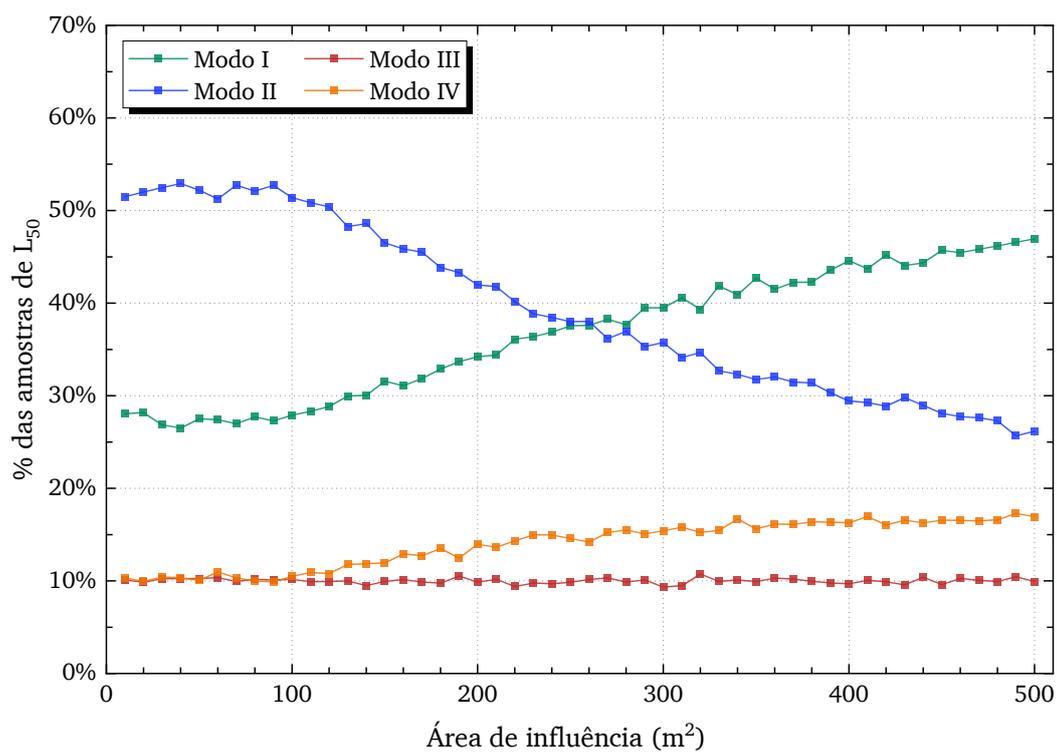
Fonte: Elaborado pelo autor.

Figura 6.24 – Lojas, modelo do JCSS modificado: simulação versus NBR 6120



Fonte: Elaborado pelo autor.

Figura 6.25 – Lojas, modelo do JCSS: frequência relativa dos modos de combinação



Fonte: Elaborado pelo autor.

Os resultados apresentados na [Figura 6.23](#) indicam que o modelo modificado fica mais próximo dos valores praticados nas normas internacionais, embora ainda seja um pouco conservador. A faixa de áreas de influência que faz com que o modelo probabilístico e as disposições da NBR 6120 ([ABNT, 2019](#)) sejam compatíveis é, aproximadamente, de 278 m<sup>2</sup> a 360 m<sup>2</sup> ([Figura 6.24](#)). Além disso, observa-se na [Figura 6.25](#) que, com este novo conjunto de parâmetros, parece haver um melhor equilíbrio entre as parcela sustentada e intermitente.

### 6.1.2 Distribuição de ponto arbitrário no tempo

O modelo probabilístico descrito neste trabalho também pode ser utilizado para se obter a distribuição de ponto arbitrário no tempo da carga variável. Devido à natureza extraordinária da parcela intermitente, que vale zero durante a maior parte da vida útil da estrutura, a distribuição de ponto arbitrário no tempo do processo combinado ( $L_{\text{apt}}$ ) é praticamente idêntica à distribuição da parcela sustentada ( $Q_{\text{apt}}$ ). No entanto, a parcela intermitente pode não ser desprezível para casos como quartos de hotel, para os quais a taxa de ocorrências por ano da parcela intermitente é mais elevada.

A estatística de  $L_{\text{apt}}$  é de interesse no problema de calibração dos coeficientes parciais de segurança ([SANTIAGO et al., 2020](#)) e também para a obtenção dos valores reduzidos de serviço (frequente e quase permanente) da carga variável, uma vez que estes valores são associados à uma fração da duração da vida útil da estrutura no qual eles são excedidos, conforme apresentado na [Seção 2.4](#).

#### 6.1.2.1 Procedimento geral

Recorda-se que a NBR 8681 ([ABNT, 2003](#)) define o valor frequente de uma ação variável como sendo aquele que é ultrapassado da ordem de 10<sup>5</sup> vezes em 50 anos, ou durante 5% da vida útil da estrutura. Neste trabalho, a segunda definição é adotada, por ser mais simples e consistente com o modelo probabilístico utilizado. Já o valor quase permanente é estabelecido como sendo o valor que é ultrapassado da ordem de metade da vida útil da estrutura.

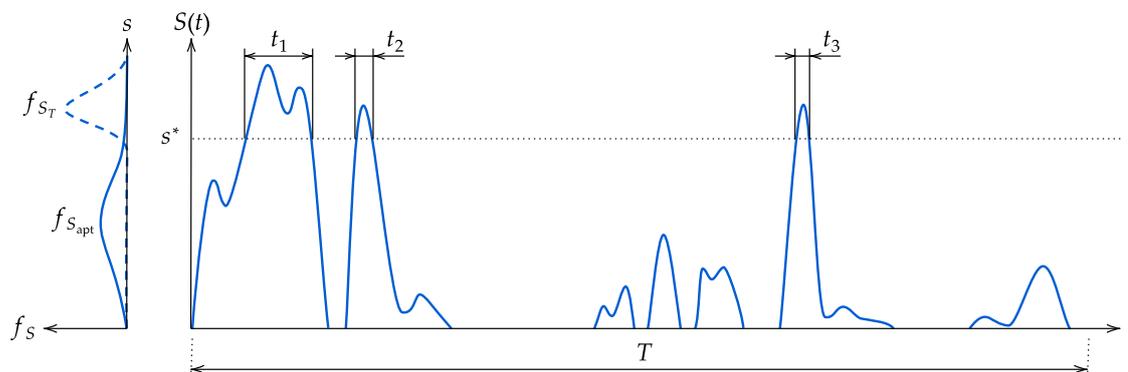
A [Figura 6.26](#) apresenta uma realização de um processo genérico  $S(t)$  ao longo de um período de referência  $T$ . Dado um determinado nível de barreira  $s^*$ , a duração relativa  $\eta$  que o processo  $S(t)$  passa acima deste nível é a soma dos períodos  $t_1, t_2, \dots, t_n$  dividido por  $T$ :

$$\eta = \frac{1}{T} \sum_{i=1}^n t_i. \quad (6.1)$$

Dado que o processo  $S(t)$  seja ergódico, a duração relativa  $\eta$  pode ser calculada a partir da distribuição de ponto arbitrário no tempo ( $S_{\text{apt}}$ ) como:

$$\eta = q(1 - F_{S_{\text{apt}}}(s^*)), \quad (6.2)$$

Figura 6.26 – Realização de um processo estocástico contínuo genérico  $S(t)$  e tempo que o processo passa acima do nível de referência  $s^*$



Fonte: Elaborado pelo autor.

em que  $F_{S_{\text{apt}}}$  é a função de distribuição acumulada de  $S_{\text{apt}}$ ; e  $q$  é a probabilidade de  $S$  ter intensidade não nula. Ressalta-se que a distribuição  $S_{\text{apt}}$  se refere apenas aos valores não nulos de  $S$ . Assim, para uma duração relativa  $\eta$  especificada, o nível correspondente  $s^*$  pode ser obtido por:

$$s^*(\eta) = F_{S_{\text{apt}}}^{-1} \left( 1 - \frac{\eta}{q} \right). \quad (6.3)$$

A distinção para o caso em que o processo genérico  $S(t)$  pode assumir valores nulos pode ser relevante para processos esparsos como o da ação intermitente. No entanto, a parcela sustentada é representada por um processo de Poisson “cheio”, de modo que a carga variável total  $L(t)$  sempre terá valores não nulos, isto é,  $q = 1$ . Desta forma, assumindo que o processo  $L(t)$  seja ergódico, os fatores de redução para valores frequente ( $\psi_1$ ) e quase permanente ( $\psi_2$ ) podem ser determinados por:

$$\psi_1 = \frac{F_{L_{\text{apt}}}^{-1}(0,95)}{L_k} \quad \text{e} \quad \psi_2 = \frac{F_{L_{\text{apt}}}^{-1}(0,5)}{L_k}. \quad (6.4)$$

O procedimento geral para a derivação das estatísticas de ponto arbitrário no tempo da carga variável consiste em realizar uma única amostra do processo estocástico combinado para um período de referência  $T$  grande (idealmente, tendendo ao infinito). Neste trabalho, adotou-se  $T = 150\,000$  anos, discretizado em intervalos de  $\Delta t = 1$  dia. Em seguida, toma-se os valores de  $L(t)$  para cada  $\Delta t$ , a partir dos quais as estatísticas temporais são obtidas. Como o processo é assumido ergódico, as estatísticas temporais são iguais às estatísticas de envelope ( $L_{\text{apt}}$ ). Realiza-se então o ajuste segundo uma distribuição conhecida, do mesmo modo que foi feito para as distribuições de valores extremos na seção anterior. Neste caso, admite-se que  $L_{\text{apt}}$  segue uma distribuição gama.

Uma vez conhecidos os parâmetros da distribuição de  $L_{\text{apt}}$ , determina-se os carregamentos frequente e quase permanente a partir das probabilidades de excedência de 5% e

50 %, respectivamente. Os coeficientes  $\psi_1$  e  $\psi_2$  são determinados dividindo-se estes valores pela carga variável característica  $L_k$ , tomada como o 70º percentil de  $L_{50}$ , determinado anteriormente.

Assim como foi feito para as distribuições de extremos, considerou-se por simplicidade  $\kappa = 2,0$  em todas as análises. Para salas de aula e lojas, foram adotados os parâmetros modificados discutidos nas Subseções 6.1.1.6 e 6.1.1.7. As durações da ação intermitente foram sempre tomadas como  $d_p = 1$  dia.

#### 6.1.2.2 Valores frequentes

A NBR 8681 (ABNT, 2003) especifica três valores diferentes para o coeficiente  $\psi_1$  para a carga variável, de acordo com a categoria de uso da edificação, a saber:

- Locais em que não há predominância de pesos e de equipamentos que permanecem fixos por longos períodos de tempo, nem elevadas concentrações de pessoas (edificações residenciais e de acesso restrito):  $\psi_1 = 0,4$ ;
- Locais em que há predominância de pesos de equipamentos que permanecem fixos por longos períodos de tempo, ou elevadas concentrações de pessoas (edificações comerciais, de escritórios e de acesso público):  $\psi_1 = 0,6$ ;
- Bibliotecas, arquivos, depósitos, oficinas e garagens:  $\psi_1 = 0,7$ .

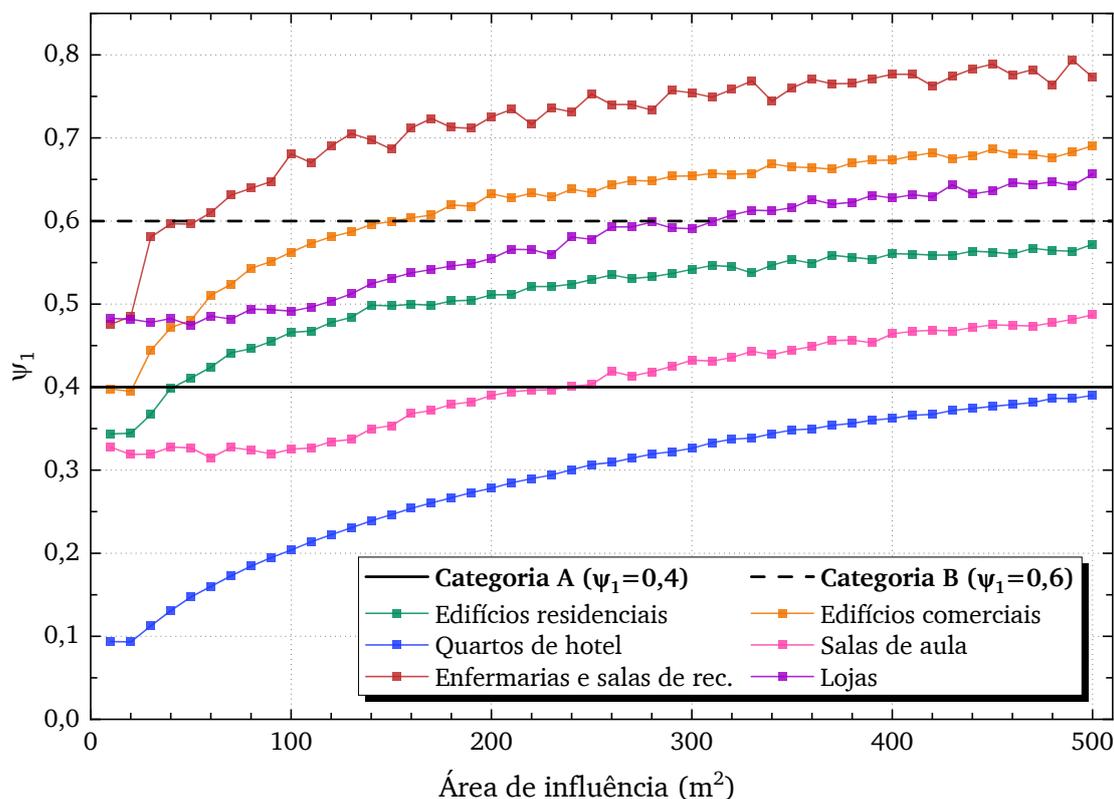
Estes três grupos são denotados por categorias A, B e C, respectivamente. Dentre os tipos de ocupação estudados, a categoria A engloba os edifícios residenciais, quartos de hotel e enfermarias/salas de recuperação; enquanto que os edifícios comerciais/de escritórios, salas de aula e lojas são enquadrados na categoria B. Nenhum dos tipos de ocupação estudados neste trabalho se enquadra na categoria C. Os resultados obtidos para o valor frequente  $\psi_1$  são apresentados na Figura 6.27 a seguir.

Observa-se na Figura 6.27 que o valor de  $\psi_1$  dado na NBR 8681 para categoria A é consistente com os resultados do modelo probabilístico para quartos de hotel, mas não é conservador para edifícios residenciais e enfermarias/salas de recuperação. Já para a categoria B, o valor normativo de  $\psi_1$  é coerente com o modelo para salas de aula e, na maior parte, para lojas, exceto para áreas de influência mais elevadas. Os resultados para edifícios comerciais ficam ligeiramente acima deste limite. Os valores recomendados pela AS/NZS 1170.0:2002 (SA, 2002a) ( $\psi_1 = 0,7$  tanto para edifícios de escritórios, residenciais e lojas; e  $\psi_1 = 1,0$  para salas de aula e enfermarias/salas de recuperação, ver Tabela 2.3) parecem ser mais alinhados com os resultados do modelo.

Esta discrepância pode indicar que os valores fornecidos na NBR 8681 (ABNT, 2003) não são consistentes com as próprias definições de probabilidades de excedência dos valores frequente e quase permanente. No entanto, isto também pode ser um indício de que o

modelo probabilístico aqui apresentado ainda não pode ser considerado adequado para estimar a duração da carga variável e que deve ser melhorado, através da coleta de dados específicos para a realidade brasileira. Qualquer que seja o caso, estes resultados devem ser considerados com cautela.

Figura 6.27 – Modelo do JCSS: fator de redução  $\psi_1$  para valores frequentes



Fonte: Elaborado pelo autor.

### 6.1.2.3 Valores quase permanentes

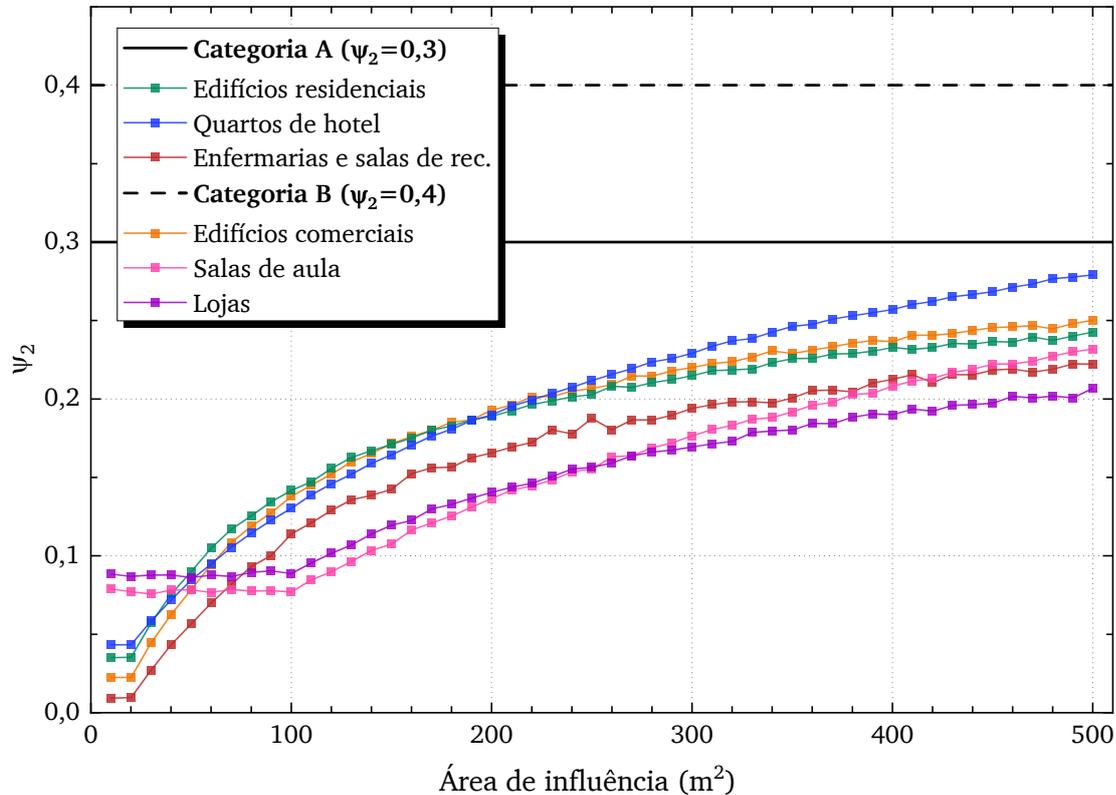
Os valores especificados pela NBR 8681 (ABNT, 2003) para o coeficiente redutor  $\psi_2$  para o valor quase permanente da carga variável são:

- Locais em que não há predominância de pesos e de equipamentos que permanecem fixos por longos períodos de tempo, nem elevadas concentrações de pessoas (edificações residenciais e de acesso restrito):  $\psi_1 = 0,3$ ;
- Locais em que há predominância de pesos de equipamentos que permanecem fixos por longos períodos de tempo, ou elevadas concentrações de pessoas (edificações comerciais, de escritórios e de acesso público):  $\psi_1 = 0,4$ ;
- Bibliotecas, arquivos, depósitos, oficinas e garagens:  $\psi_1 = 0,6$ .

Os resultados para os valores quase permanentes são exibidos na Figura 6.28. Nota-se que  $\psi_2 = 0,4$  parece ser um limite muito conservador para a categoria B, enquanto

$\psi_2 = 0,3$  fornece um limite superior razoável para ambas as categorias de ocupação. Isto seria semelhante aos fatores de combinação sugeridos no Eurocode 0 (CEN, 2002a), que recomenda  $\psi_2 = 0,3$  tanto para edifícios residenciais quanto de escritórios.

Figura 6.28 – Modelo do JCSS: fator de redução  $\psi_2$  para valores quase permanentes



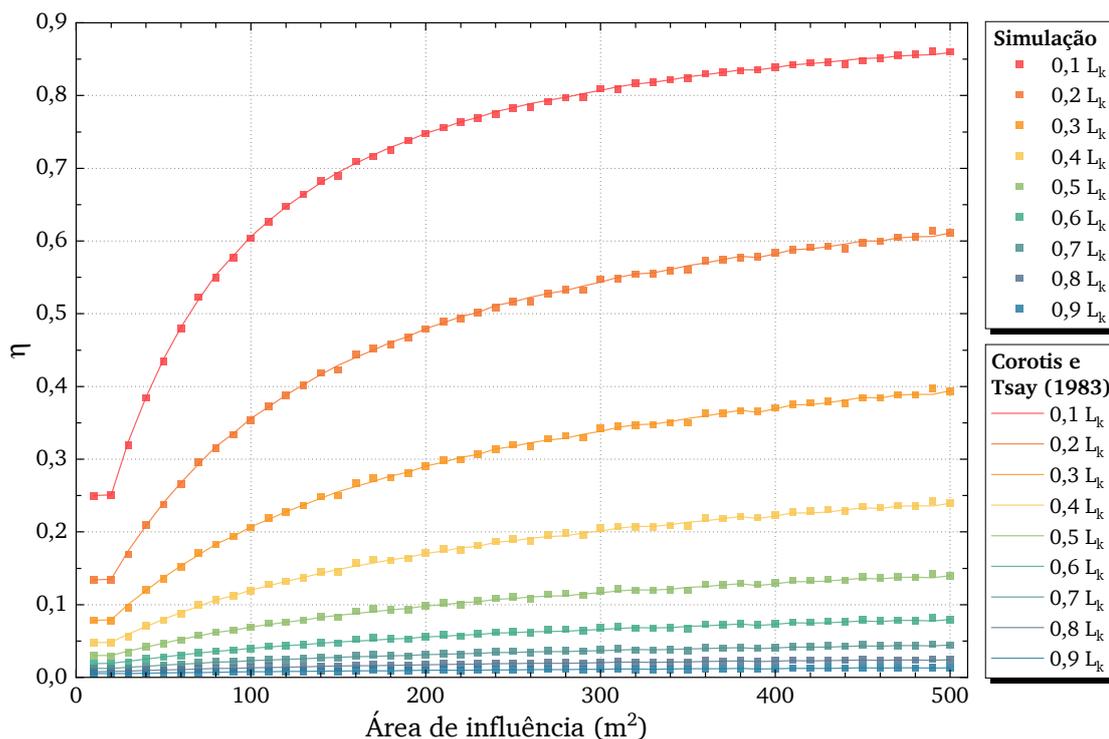
#### 6.1.2.4 Resultados da simulação versus expressões analíticas

Neste exemplo, a título de curiosidade, os resultados de  $L_{apt}$  obtidos por meio de simulações são comparados com a formulação analítica para as estatísticas de barreira apresentadas por Corotis e Tsay (1983). Para isto, considerou-se inicialmente a simulação para edifícios comerciais, corporativos e de escritórios.

Na Figura 6.29 são apresentadas as durações relativas  $\eta$  que o processo combinado (sustentada + intermitente) passa acima de níveis de barreira variando entre 10% a 90% do valor característico  $L_k$ . Estes valores são comparados ao resultado das expressões analíticas de Corotis e Tsay (1983), conforme descrito nas Subseções 3.9.1 e 4.3.1. Neste exemplo, considera-se apenas a contribuição da parcela sustentada (equação (3.92)), uma vez que a contribuição da parcela intermitente é desprezível. Isto permite simplificar consideravelmente os cálculos. Nota-se uma excelente concordância entre os resultados da simulação e o equacionamento teórico para todas as áreas de influência e níveis de barreira avaliados.

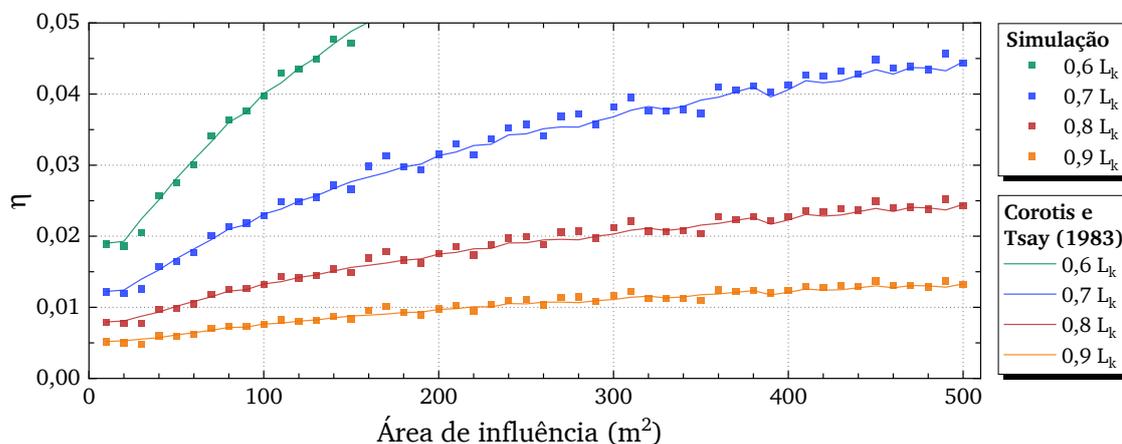
A Figura 6.30 mostra uma ampliação na região dos valores de  $\eta$  até 0,05, que são aqueles de interesse para a determinação do valor frequente. Percebe-se que, apesar de haver uma pequena dispersão, a formulação analítica se mostra capaz fornecer uma aproximação razoável para estimar os valores frequentes com um bom grau de precisão mesmo quando apenas a carga sustentada é considerada.

Figura 6.29 – Edifícios comerciais, modelo do JCSS: duração relativa  $\eta$  acima de diferentes níveis de barreira, simulação *versus* expressões analíticas



Fonte: Elaborado pelo autor.

Figura 6.30 – Edifícios comerciais, modelo do JCSS: duração relativa  $\eta$  acima dos níveis  $0,6L_k$ ,  $0,7L_k$ ,  $0,8L_k$  e  $0,9L_k$ , simulação *versus* expressões analíticas

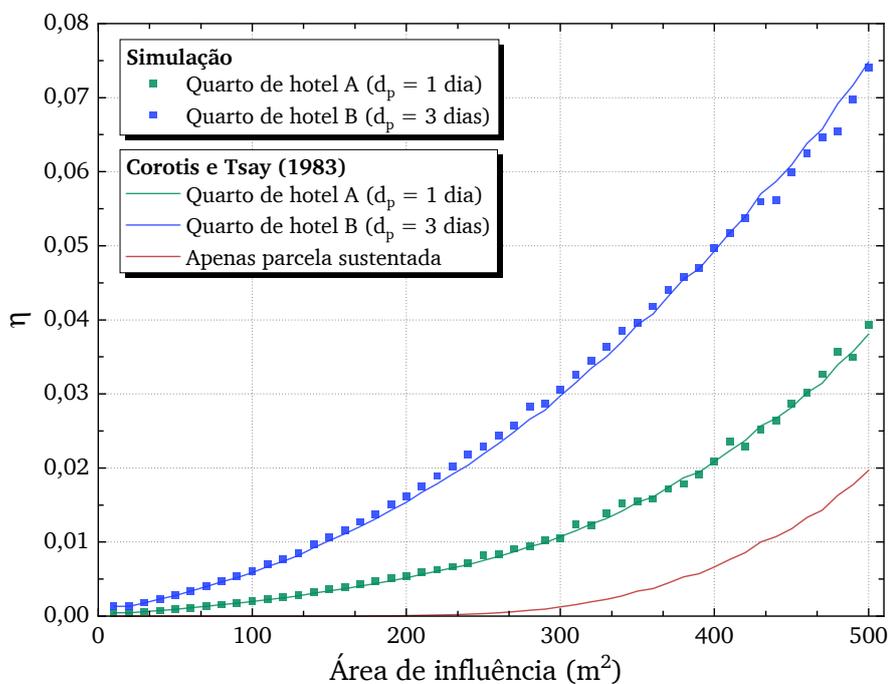


Fonte: Elaborado pelo autor.

Resultados semelhantes são apresentados na [Figura 6.31](#) para quartos de hotel fixando um nível de barreira igual a  $0,4L_k$  e variando a duração determinística da ação extraordinária no intervalo entre 1 e 3 dias, conforme recomendado pelo [JCSS \(2001\)](#) ([Tabela 4.3](#)). Estas situações são denotadas por A e B, respectivamente.

Ao contrário do exemplo anterior para um edifício de escritórios, neste caso a parcela extraordinária tem um impacto considerável na duração relativa acima da barreira, e não pode ser desprezada. Ainda assim, a formulação analítica concorda muito bem com os resultados da simulação, e tem a vantagem de ser muito mais simples de usar, pois requer apenas o conhecimento das distribuições de ponto arbitrário no tempo das parcelas individuais ( $Q_{apt}$  e  $P_{apt}$ ), que são facilmente determináveis.

Figura 6.31 – Quartos de hotel, modelo do JCSS: duração relativa  $\eta$  acima do nível  $0,4L_k$ , simulação *versus* expressões analíticas



Fonte: Elaborado pelo autor.

## 6.2 Modelo do JCSS (2001) aliado ao modelo de Peir (1971)

Analisando o conjunto de resultados gerados utilizando o modelo do [JCSS \(2001\)](#) para ambas as parcelas sustentada e intermitente que compõem a carga variável, verificou-se que os parâmetros sugeridos pelo JCSS por vezes são demasiadamente conservadores. Este conservadorismo parece ser mais pronunciado para os tipos de uso da edificação para os quais se tem menos resultados de pesquisas de carga disponíveis na literatura, como é o caso das salas de aula e lojas, para os quais constatou-se que os parâmetros do JCSS levaram a resultados muito acima das cargas nominais utilizadas correntemente em projeto, conforme apontado na seção anterior.

Os parâmetros apresentados pelo JCSS para a parcela sustentada da carga variável aparentam ter sido baseados no *CIB Report 116* (CIB, 1989), que por sua vez faz referência aos trabalhos de Sentler (1976) e Chalk e Corotis (1980), onde são revisados os resultados de diversas pesquisas de carga.

Por outro lado, não fica muito claro a origem dos parâmetros sugeridos pelo JCSS para a parcela intermitente do carregamento. Considere, por exemplo, o caso das salas de aula, para o qual o JCSS apresenta os seguintes parâmetros para o carregamento intermitente:  $m_p = 0,5 \text{ kN/m}^2$  e  $\sigma_{U,p} = 1,4 \text{ kN/m}^2$  (Tabela 4.3). Tomando-se um valor usual do fator de pico  $\kappa = 2,0$  e área de influência  $A = A_0 = 100 \text{ m}^2$ , calcula-se o desvio padrão da EUDL intermitente pela equação (4.40):

$$\sigma_p = \sqrt{\text{Var}[p]} = \sqrt{\sigma_{U,p}^2 \min\left[\frac{A_0}{A}, 1\right] \kappa} = \sqrt{1,4^2 \cdot 2,0} = 1,98 \text{ kN/m}^2. \quad (6.5)$$

Isto corresponde a um coeficiente de variação igual a  $\delta = \sigma_p/\mu_p = 3,96$  para a parcela intermitente, o que parece ser um valor injustificadamente alto. Valores semelhantes também são obtidos para os demais tipos de ocupação. Isto faz com que o modelo do JCSS produza cargas bem acima das cargas nominais dadas nas normas de projeto, especialmente para áreas de influência pequenas ( $A \leq 100 \text{ m}^2$ ).

Em virtude disto, optou-se por reavaliar os resultados gerados na seção anterior, porém agora utilizando o modelo de Peir (1971) para a carga intermitente, empregando-se os parâmetros de entrada dados na Tabela 4.1. Considera-se que este modelo é mais consistente com o fenômeno físico, e que os parâmetros de entrada são mais coerentes que os fornecidos pelo JCSS.

### 6.2.1 Distribuição de valores extremos

Apresenta-se a seguir os resultados obtidos para a distribuição de valores extremos da carga variável em edificações. Neste caso, foram realizadas simulações apenas para  $T = 50$  anos, tendo em vista que já se havia constatado na seção anterior que os máximos anuais não são totalmente independentes e que por isto não é recomendável definir a carga variável característica em função de  $L_1$ , e que o 70º percentil de  $L_{50}$  e a moda de  $L_{140}$  são praticamente coincidentes.

#### 6.2.1.1 Procedimento geral

O procedimento geral para a realização das simulações utilizando o modelo do JCSS (2001) para a parcela sustentada e o modelo de Peir (1971) para a parcela intermitente é essencialmente o mesmo discutido na Subseção 6.1.1.1 e apresentado no Algoritmo 5.1. A única diferença é que os parâmetros do modelo para a ação intermitente são agora obtidos da Tabela 4.1, e os momentos da EUDL são calculados de acordo com as expressões

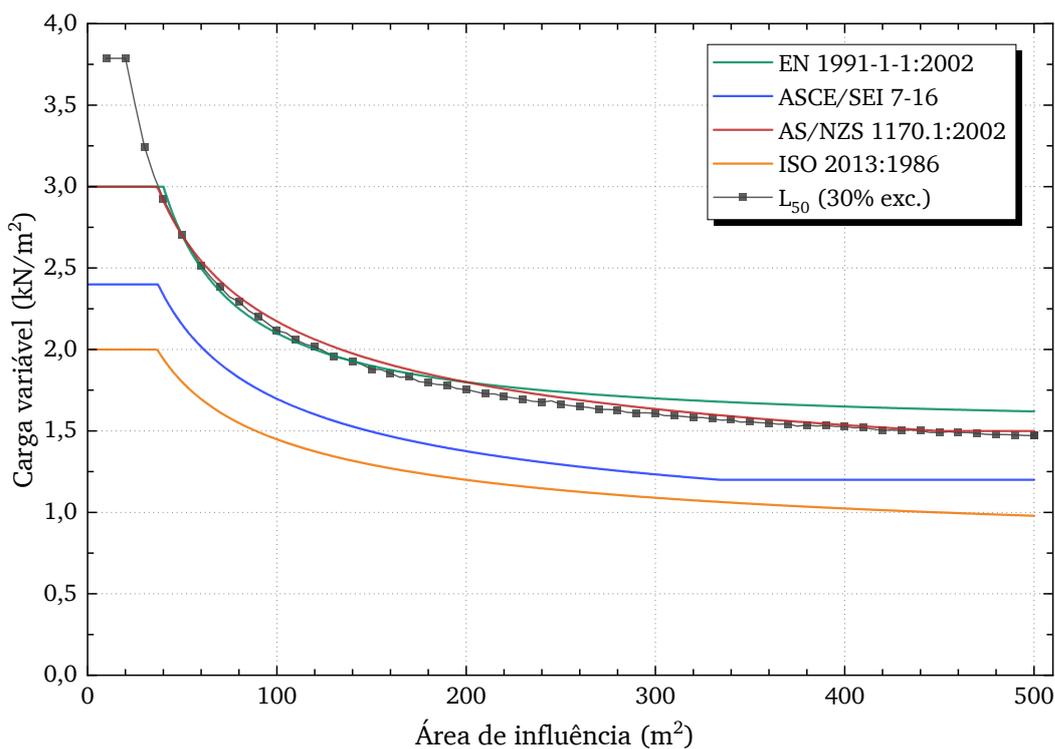
(4.21) e (4.22). Como estas equações não possuem o termo  $\min [A_0/A, 1]$  que aparece nas expressões do JCSS (equação (3.102)), estabeleceu-se um limite superior nos momentos da EUDL, não permitindo que eles sejam superiores aos correspondentes momentos obtidos para área de referência  $A_0$ , para que as expressões ficassem consistentes com as da parcela sustentada.

Foram realizadas simulações para áreas de influência variando de  $A = 10 \text{ m}^2$  a  $A = 500 \text{ m}^2$  em incrementos de  $10 \text{ m}^2$ , adotando  $\kappa = 2,0$  para o cálculo dos momentos das EUDLs sustentada e equivalente. Os parâmetros listados na Tabela 4.1, recomendados originalmente por Chalk e Corotis (1980), não incluem o caso de enfermarias/salas de recuperação em hospitais. Desta forma, foram analisados apenas cinco tipos de utilização: edifícios comerciais, edifícios residenciais, hotéis, salas de aula e lojas.

### 6.2.1.2 Edifícios comerciais, corporativos e de escritórios

Os resultados obtidos para edifícios comerciais, corporativos e de escritórios e a comparação com os valores das normas de projeto são apresentados nas Figuras 6.32 e 6.33. Verifica-se na Figura 6.32 que, utilizando o modelo de Peir (1971) para a parcela intermitente, os resultados obtidos nas simulações ficaram muito mais próximos dos valores praticados nas normas de projeto. A carga variável característica com 30 % de probabilidade de ser ultrapassada em 50 anos fica bem próxima da curva do Eurocode 1 (CEN, 2002b) e praticamente coincidente com a curva da norma AS/NZS 1170.1 (SA, 2002b).

Figura 6.32 – Edifícios comerciais, modelos do JCSS e Peir (1971): simulação versus normas internacionais

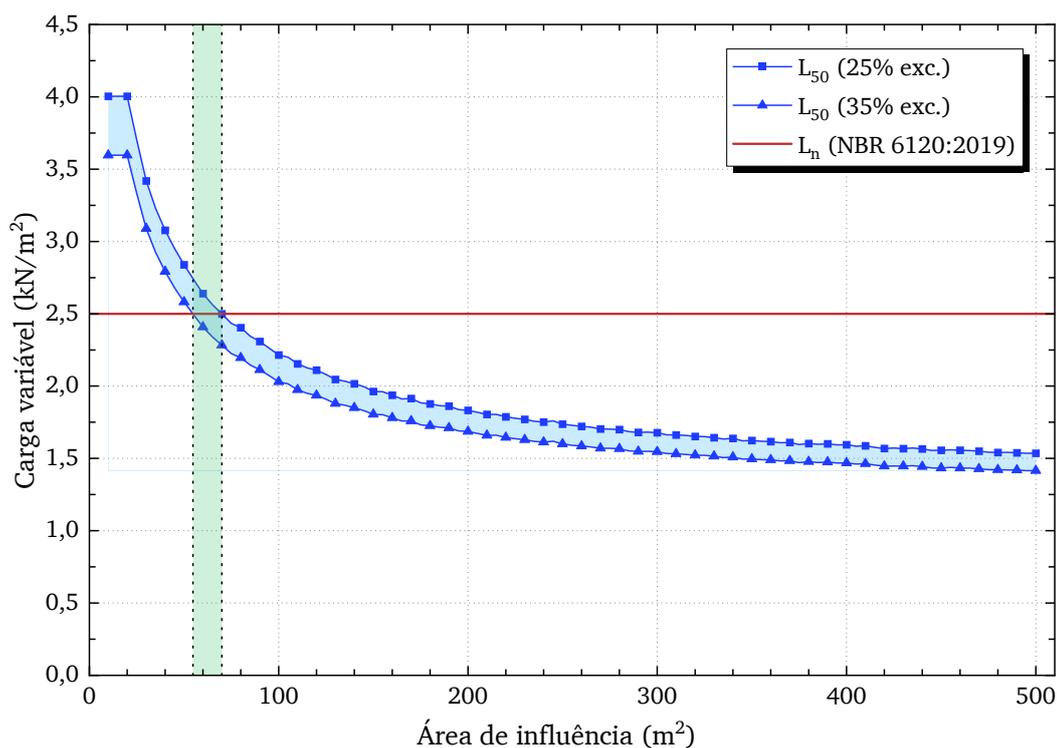


Fonte: Elaborado pelo autor.

Para valores muito pequenos da área de influência, o modelo prevê valores maiores, mas isto ocorre porque as variâncias das parcelas sustentada e intermitente tendem à infinito à medida que a área tende a zero. Assim, é necessário truncar os resultados em algum valor pequeno de área, por exemplo,  $A = 40 \text{ m}^2$ . Este valor de  $A$  equivale a uma área tributária de  $A_T = 20 \text{ m}^2$  para vigas, o que corresponde a um vão regular de aproximadamente 4,5 m, o que é um valor bastante razoável.

A Figura 6.33 mostra as curvas correspondentes aos limites de 25% e 35% de probabilidade de excedência em 50 anos, em conformidade com a definição das normas brasileiras, e a carga nominal de projeto  $L_n = 2,5 \text{ kN/m}^2$  recomendada pela NBR 6120 (ABNT, 2019). O modelo produz resultados consistentes com estas probabilidades de excedência para áreas de influência entre  $55 \text{ m}^2$  e  $70 \text{ m}^2$ , valores bem mais razoáveis do que os encontrados anteriormente (Figura 6.5).

Figura 6.33 – Edifícios comerciais, modelos do JCSS e Peir (1971): simulação versus NBR 6120

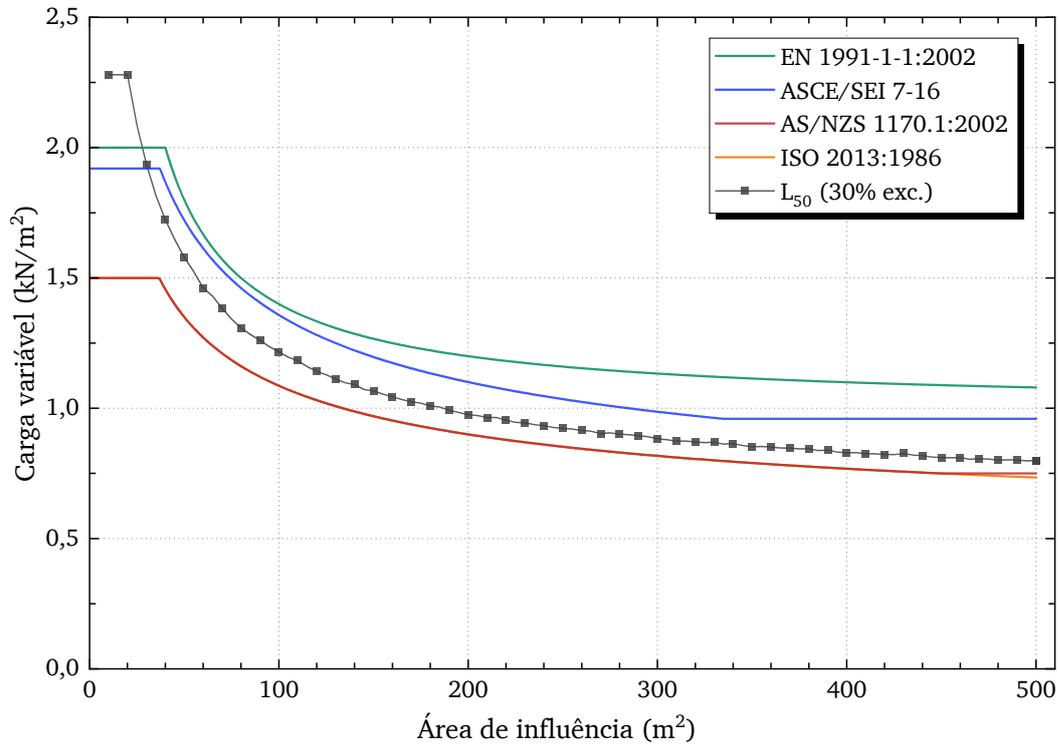


Fonte: Elaborado pelo autor.

### 6.2.1.3 Edifícios residenciais

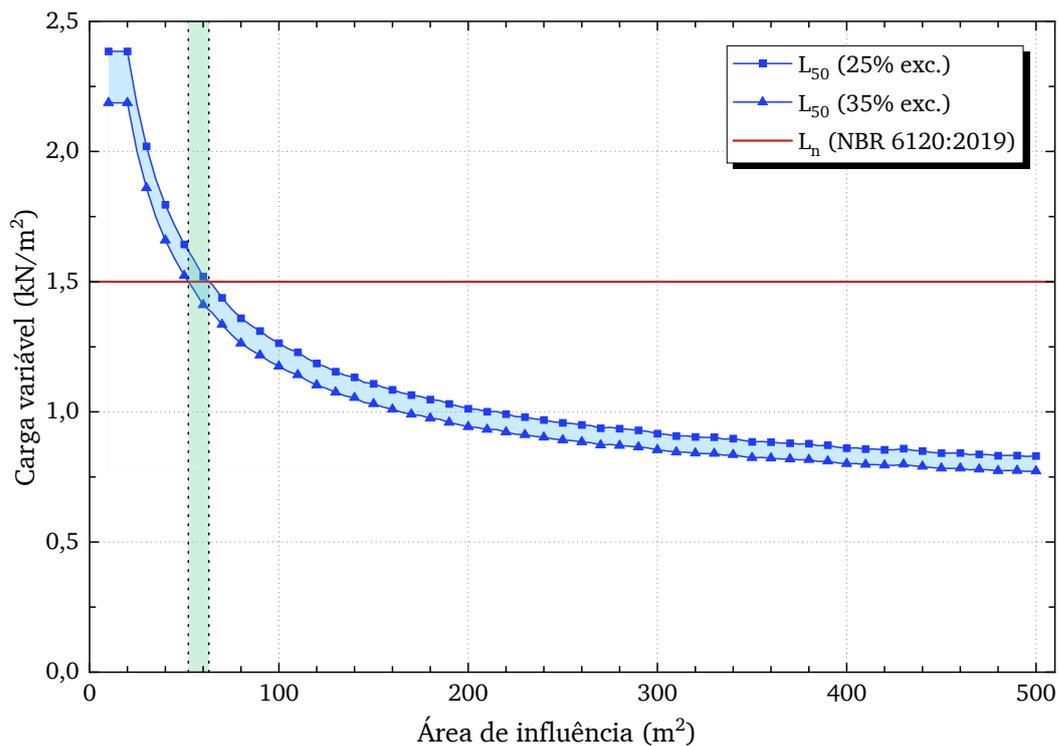
Os resultados das simulações para edifícios residenciais são mostrados nas Figuras 6.34 e 6.35. Novamente, a resposta se mostrou bem mais próxima das cargas nominais das normas de projeto. A faixa de áreas de influência para as quais o modelo estocástico reproduz as probabilidades de excedência das normas brasileiras vai de  $52 \text{ m}^2$  a  $63 \text{ m}^2$ , aproximadamente. Este resultado é bem próximo do obtido para edifícios comerciais.

Figura 6.34 – Edifícios residenciais, modelos do JCSS e Peir (1971): simulação *versus* normas internacionais



Fonte: Elaborado pelo autor.

Figura 6.35 – Edifícios residenciais, modelos do JCSS e Peir (1971): simulação *versus* NBR 6120

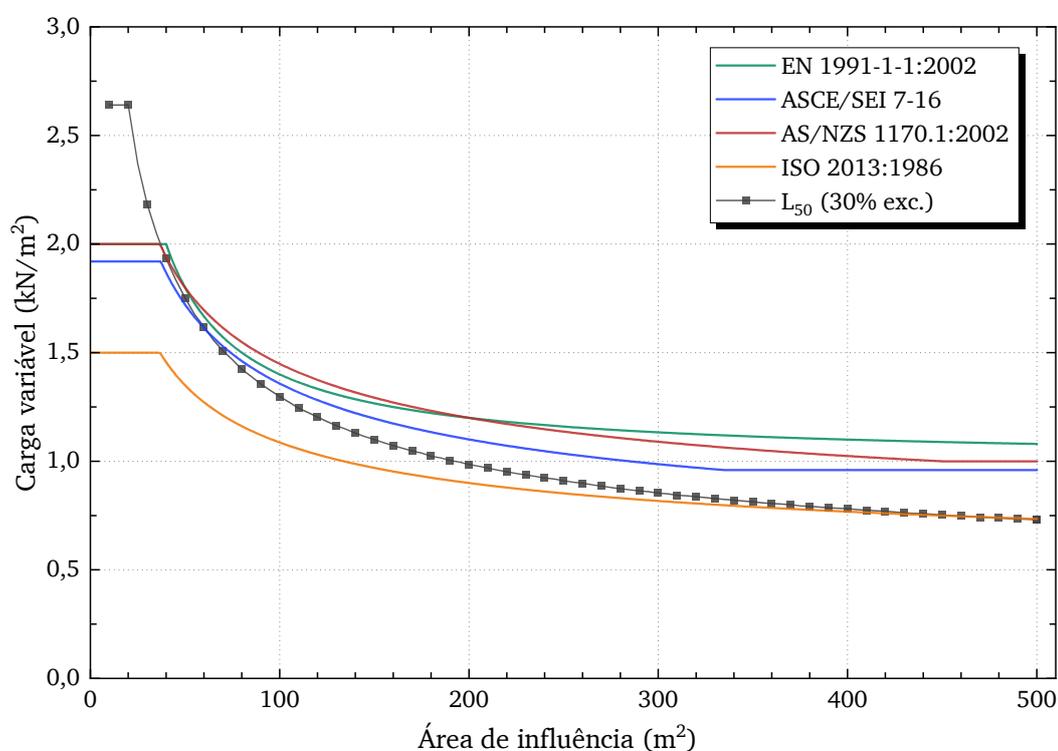


Fonte: Elaborado pelo autor.

## 6.2.1.4 Quartos de hotel

Os resultados para quartos de hotel são exibidos nas Figuras 6.36 e 6.37. Embora os valores obtidos para áreas de influência pequenas ainda continuem sendo conservadores, a discrepância é muito menor do que o observado na Figura 6.10. Enquanto na primeira análise (utilizando o modelo do JCSS para a parcela intermitente) obteve-se cargas da ordem de  $6,5 \text{ kN/m}^2$  para  $A \leq 20 \text{ m}^2$  e o resultado só se aproximava dos valores das normas para  $A > 400 \text{ m}^2$ , os valores obtidos empregando o modelo de Peir (1971) passam a ser consistentes com as normas de projeto já para  $A > 40 \text{ m}^2$ .

Figura 6.36 – Quartos de hotel, modelos do JCSS e Peir (1971): simulação *versus* normas internacionais

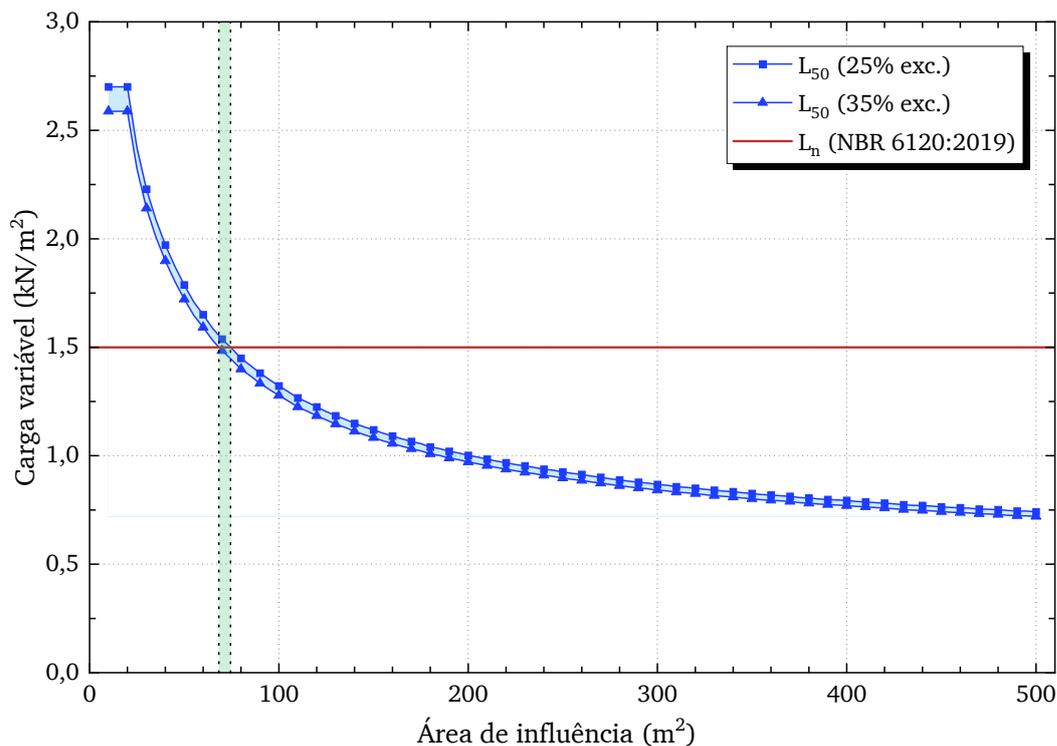


Fonte: Elaborado pelo autor.

A taxa de ocorrência da ação intermitente dada na Tabela 4.1 é ainda maior que a utilizada na primeira análise (em média  $1/0,05 = 20$  ocorrências por ano, contra  $1/0,1 = 10$  do modelo do JCSS). No entanto, verifica-se que os resultados da simulação ficaram melhores mesmo com este aparente aumento na quantidade de eventos extraordinários. Isto pode ser explicado pelo fato de, embora sejam mais frequentes, a intensidade média e a variância destes eventos é consideravelmente menor no modelo de Peir (1971). Os parâmetros sugeridos na Tabela 4.1 ( $\mu_R = 3$  e  $\sigma_R = 1$ ) parecem ser coerentes, uma vez que uma aglomeração em um quarto de hotel dificilmente deve ter a mesma intensidade que em um edifício comercial, por exemplo, o que não é observado nos parâmetros sugeridos pelo JCSS.

Utilizando este novo modelo, a carga variável de projeto  $L_n = 1,5 \text{ kN/m}^2$  recomendada pela NBR 6120 (ABNT, 2019) possuirá entre 25 % e 35 % de probabilidade de ser ultrapassada em 50 anos para áreas de influência entre  $68 \text{ m}^2$  e  $74 \text{ m}^2$ , conforme mostrado na Figura 6.37.

Figura 6.37 – Quartos de hotel, modelos do JCSS e Peir (1971): simulação versus NBR 6120



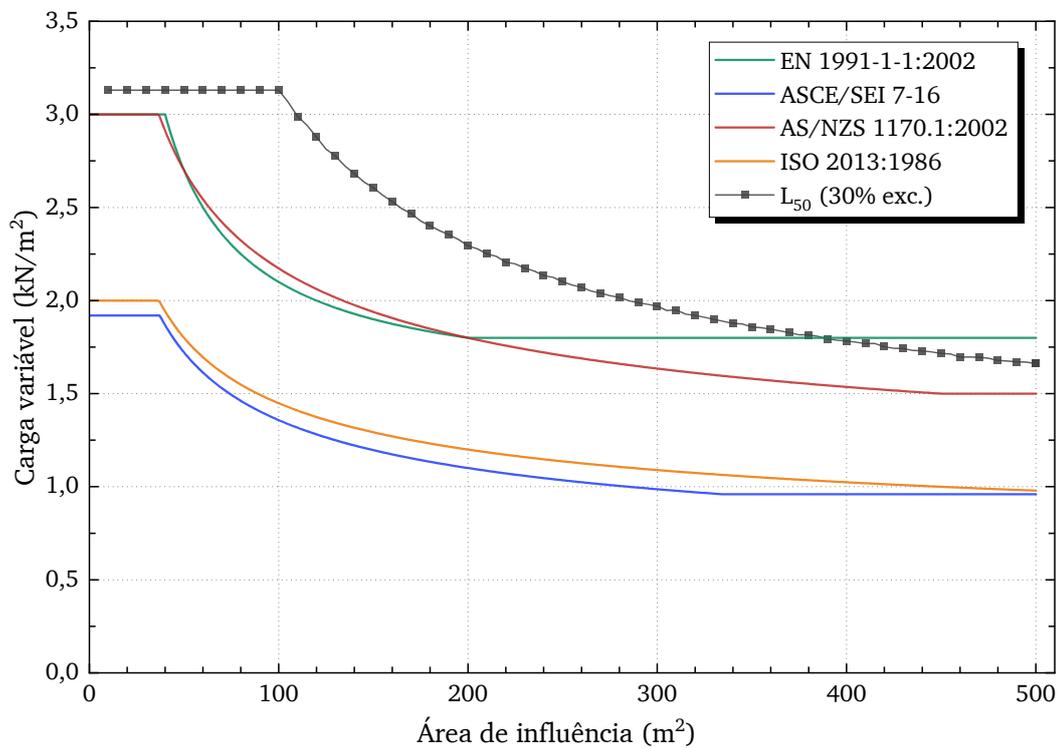
Fonte: Elaborado pelo autor.

#### 6.2.1.5 Salas de aula

Os resultados para salas de aula são exibidos nas Figuras 6.38 e 6.39. Conforme se observou na Figura 6.16, os parâmetros recomendados pelo JCSS para a parcela intermitente no caso deste tipo de ocupação são extremamente conservadores, levando a cargas da ordem de até  $19 \text{ kN/m}^2$  para áreas de influência até  $A = 100 \text{ m}^2$ , mais de seis vezes maiores que a carga nominal  $L_n = 3,0 \text{ kN/m}^2$  da NBR 6120 (ABNT, 2019). Ao utilizar o modelo de Peir (1971), os resultados obtidos caem drasticamente, ficando bem mais próximos deste valor nominal, mas ainda ligeiramente conservadores.

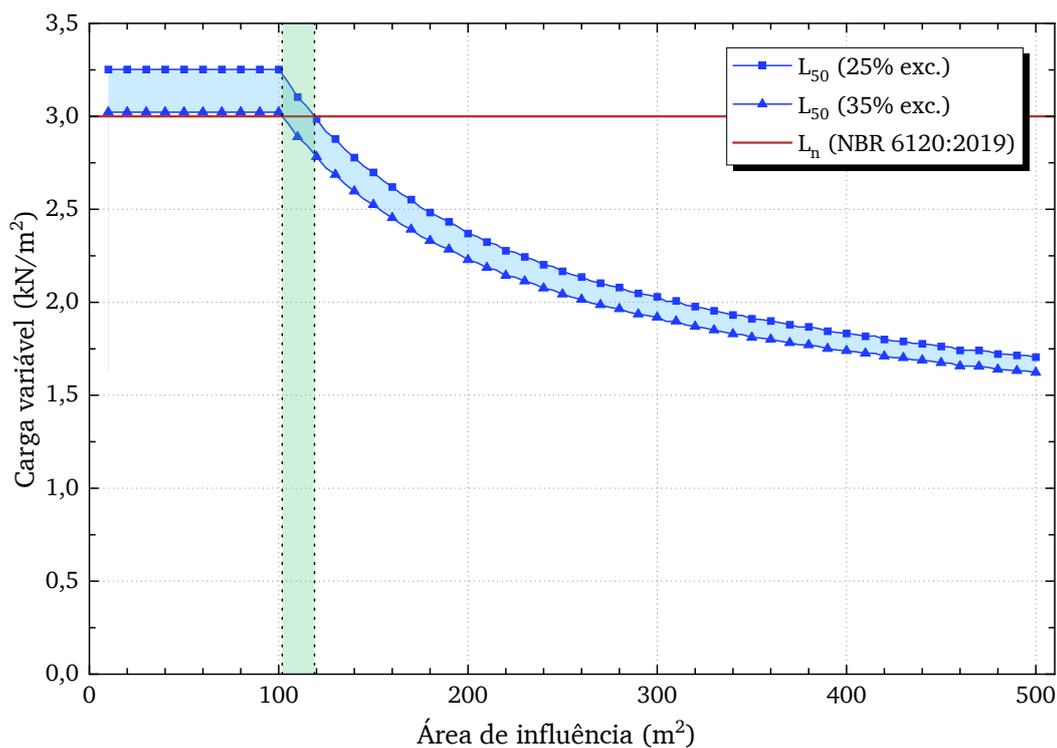
O valor característico de 30 % de excedência em 50 anos se iguala à carga nominal da NBR 6120 (ABNT, 2019) para uma área de influência de  $A = 110 \text{ m}^2$ , bem próximo da à área de referência  $A_0 = 100 \text{ m}^2$  para este tipo de ocupação. As estatísticas da máxima carga variável em 50 anos obtidas com este modelo probabilístico são compatíveis com as probabilidades de excedência prescritas nas normas brasileiras para áreas de influência variando entre  $102 \text{ m}^2$  e  $119 \text{ m}^2$ , aproximadamente.

Figura 6.38 – Salas de aula, modelos do JCSS e Peir (1971): simulação *versus* normas internacionais



Fonte: Elaborado pelo autor.

Figura 6.39 – Salas de aula, modelos do JCSS e Peir (1971): simulação *versus* NBR 6120



Fonte: Elaborado pelo autor.

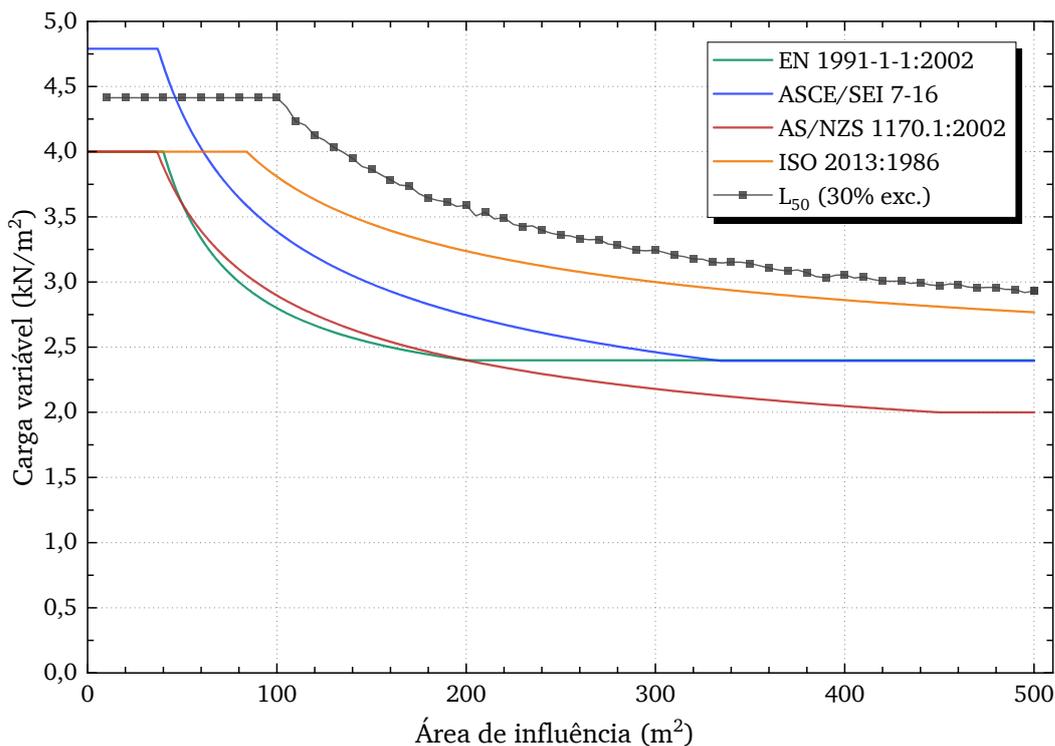
### 6.2.1.6 Lojas

Finalmente, os resultados para lojas são mostrados nas Figuras 6.40 e 6.41. É importante ressaltar que, para o caso de lojas, Chalk e Corotis (1980) apresentam parâmetros diferentes para o pavimento térreo e para os demais pavimentos, conforme indicado na Tabela 4.1. Isto é consistente com as prescrições da norma norte-americana ASCE/SEI 7-16 (ASCE, 2016), que estabelece uma carga mínima de projeto de  $L_n = 100$  psf ( $4,79 \text{ kN/m}^2$ ) para o primeiro pavimento e  $L_n = 75$  psf ( $3,59 \text{ kN/m}^2$ ) para os demais pisos. O Eurocode 1 (CEN, 2002b) e a NBR (ABNT, 2019), por outro lado, não fazem esta diferenciação, ambas recomendando o valor  $L_n = 4,0 \text{ kN/m}^2$  para projeto.

Neste estudo, optou-se por utilizar de forma geral os parâmetros relativos ao pavimento térreo, uma vez que estes são mais conservadores. Além disso, considerou-se os parâmetros modificados apresentados na seção anterior para a parcela sustentada, e a duração média de uma ocupação foi adotada como  $1/\lambda_q = 5$  anos.

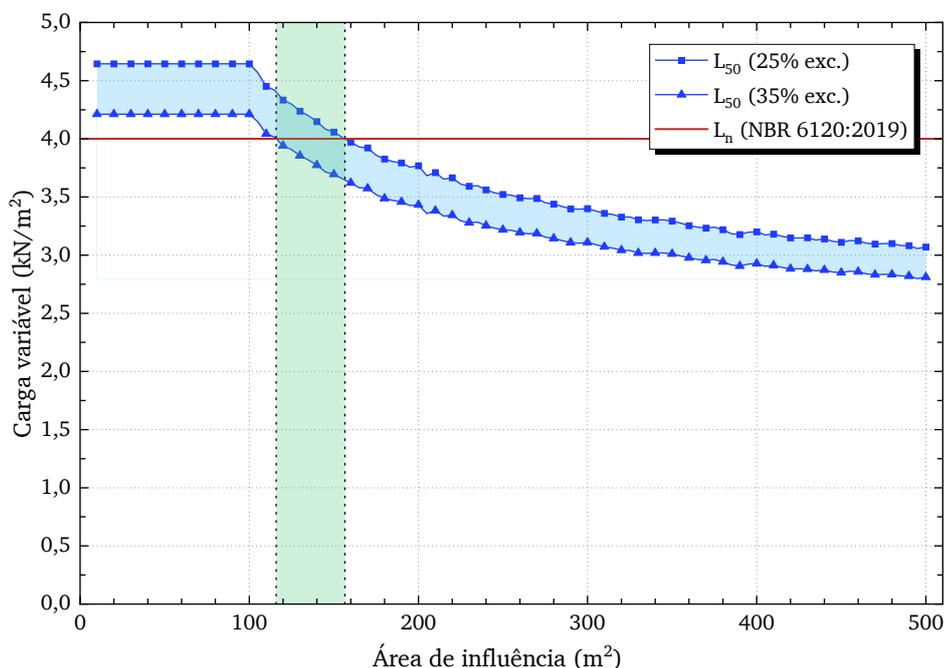
Observa-se nas Figuras 6.40 e 6.41 que a resposta obtida é semelhante ao reportado no item anterior para salas de aula: o modelo probabilístico fornece resultados consistentes com as prescrições das normas nacionais para áreas de influência entre  $116 \text{ m}^2$  e  $156 \text{ m}^2$ , e em particular para  $A = 130 \text{ m}^2$  o 70º percentil de  $L_{50}$  se iguala à carga nominal da NBR 6120.

Figura 6.40 – Lojas, modelos do JCSS modificado e Peir (1971): simulação versus normas internacionais



Fonte: Elaborado pelo autor.

Figura 6.41 – Lojas, modelos do JCSS modificado e Peir (1971): simulação *versus* NBR 6120



Fonte: Elaborado pelo autor.

### 6.2.2 Distribuição de ponto arbitrário no tempo

É sabido que o processo intermitente que compõe a carga variável possui pouco ou nenhum efeito na distribuição de ponto arbitrário no tempo do processo combinado. Como nesta seção as análises foram reprocessadas alterando-se apenas o modelo que descreve a parcela intermitente, sendo a parcela sustentada ainda representada pelo mesmo modelo do [JCSS \(2001\)](#), os resultados obtidos são muito similares aos apresentados na [Subseção 6.1.2](#), e por isso não serão repetidos.

## 6.3 Resumo das estatísticas para a carga variável

São apresentados nas Tabelas [6.2](#) e [6.3](#) resumos do fator de bias ( $\mu/L_n$ ) e coeficiente de variação (CV) das distribuições de ponto arbitrário no tempo ( $L_{apt}$ ) e máximos de 50 ( $L_{50}$ ) e 140 anos ( $L_{140}$ ) da carga variável encontrados no presente trabalho. A [Tabela 6.2](#) corresponde aos resultados obtidos utilizando o modelo probabilístico do [JCSS \(2001\)](#) tanto para a parcela sustentada quanto para a parcela intermitente, e a [Tabela 6.3](#) corresponde aos resultados utilizando o modelo de [Peir \(1971\)](#) para a parcela intermitente.

Os valores de  $L_n$  indicados na segunda coluna são as cargas nominais encontradas na NBR 6120. Naturalmente, conforme foi demonstrado nos exemplos anteriores, o modelo probabilístico é dependente da área de influência considerada. As áreas de referência indicadas na terceira coluna foram especificamente escolhidas de modo que o 70º percentil de  $L_{50}$  seja aproximadamente correspondente a  $L_n$ , isto é, de modo a compatibilizar o

modelo probabilístico com as probabilidades de excedência estabelecidas na NBR 6120 (ABNT, 2019) e NBR 8681 (ABNT, 2003).

Comparando os resultados reportados nestas duas tabelas, nota-se que as estatísticas de  $L_{50}$  e  $L_{apt}$  praticamente não mudaram ao se utilizar o modelo de Peir (1971) para a ação intermitente. No entanto, as áreas que fazem com que o modelo fique compatível com as cargas nominais e probabilidades de excedência da NBR 6120 são consideravelmente menores com este modelo. A área de influência  $A = 220 \text{ m}^2$  escolhida na Tabela 6.2 para quartos de hotel corresponde a um vão de aproximadamente  $\sqrt{A_T} = \sqrt{A/2} = 10,5 \text{ m}$  para vigas, enquanto que com o modelo de Peir (1971) esta mesma área cai para  $A = 70 \text{ m}^2$ , o equivalente a um vão de 5,9 m, mais usual. Isto leva a crer que os resultados reportados na Tabela 6.3 são mais adequados para uso em análises de confiabilidade do que os resultados obtidos utilizando o modelo do JCSS.

Tabela 6.2 – Resumo das estatísticas da carga variável para diferentes tipos de ocupação, modelo do JCSS

Ocupação	$L_n$ (kN/m <sup>2</sup> )	A (m <sup>2</sup> )	$L_{apt}$ (Gamma)		$L_{50}$ (Gumbel)		$L_{140}$ (Gumbel)	
			$\mu/L_n$	CV	$\mu/L_n$	CV	$\mu/L_n$	CV
Eds. comerciais	2,5	110	0,20	0,94	0,93	0,26	1,11	0,21
Eds. residenciais	1,5	140	0,20	0,75	0,93	0,22	1,09	0,18
Quartos de hotel	1,5	220	0,20	0,24	0,95	0,14	1,05	0,13
Enfermarias	2,0	110	0,20	1,16	0,89	0,35	1,13	0,28
Salas de aula *	3,0	300	0,20	0,61	0,92	0,24	1,09	0,20
Lojas*	4,0	310	0,22	0,86	0,92	0,28	1,11	0,22
Média			0,21	0,76	0,92	0,25	1,09	0,20

\* Foram utilizados os parâmetros modificados apresentados nas Subseções 6.1.1.6 e 6.1.1.7 em vez dos parâmetros do JCSS (2001) para estes tipos de ocupação.

Fonte: Elaborado pelo autor.

Tabela 6.3 – Resumo das estatísticas da carga variável para diferentes tipos de ocupação, modelos do JCSS e de Peir (1971)

Ocupação	$L_n$ (kN/m <sup>2</sup> )	A (m <sup>2</sup> )	$L_{apt}$ (Gamma)		$L_{50}$ (Gumbel)		$L_{140}$ (Gumbel)	
			$\mu/L_n$	CV	$\mu/L_n$	CV	$\mu/L_n$	CV
Eds. comerciais	2,5	60	0,20	1,14	0,90	0,32	1,14	0,27
Eds. residenciais	1,5	60	0,20	0,98	0,91	0,26	1,10	0,22
Quartos de hotel	1,5	70	0,21	0,34	0,96	0,12	1,05	0,10
Salas de aula *	3,0	110	0,20	0,93	0,92	0,25	1,10	0,21
Lojas*	4,0	130	0,23	1,03	0,89	0,34	1,12	0,27
Média			0,21	0,89	0,92	0,26	1,10	0,21

\* Foram utilizados os parâmetros modificados apresentados na Subseção 6.1.1.7 em vez dos parâmetros do JCSS (2001) para este tipo de ocupação.

Fonte: Elaborado pelo autor.

As estatísticas obtidas neste trabalho são comparadas com outras estatísticas comumente referenciadas na literatura na Tabela 6.4. A estatística apresentada por Ellingwood e Galambos (1982), utilizada no processo de calibração do formato LRFD das normas norte-americanas (ELLINGWOOD *et al.*, 1980), possui probabilidade de excedência igual a 43 % em 50 anos, e é consistente com a afirmação presente na ASCE/SEI 7-16 (ASCE, 2016) de que as cargas nominais recomendadas por esta norma são geralmente próximas da média do máximo de 50 anos. Já o resultado reportado por Szerszen e Nowak (2003) foi empregado em um estudo de calibração da norma norte-americana ACI 318 (ACI, 2019), e corresponde a uma probabilidade de excedência de 28 %.

Tabela 6.4 – Comparação das estatísticas de carga variável de referências da literatura

Referência	Variável	Distribuição	Bias $\mu/L_n$	CV $\sigma_L/\mu_L$	Prob. exc. $1 - F_L(L_n)$
Ellingwood e Galambos (1982)	$L_{50}$ (50 anos)	Gumbel	1,00	0,25	0,43
Szerszen e Nowak (2003)	$L_{50}$ (50 anos)	Gumbel	0,93	0,18	0,28
Holický e Sýkora (2011)	$L_{50}$ (50 anos)	Gumbel	0,60	0,35	0,05
Santiago <i>et al.</i> (2020)	$L_{50}$ (50 anos)	Gumbel	1,00	0,40	0,43
JRC Technical Report*	$L_{50}$ (50 anos)	Gumbel	0,74	0,26	0,30
Presente estudo (Tabela 6.1)	$L_{50}$ (50 anos)	Gumbel	0,92	0,25	0,31
Presente estudo (Tabela 6.2)	$L_{50}$ (50 anos)	Gumbel	0,92	0,26	0,094
Holický e Sýkora (2011)	$L_5$ (5 anos)	Gumbel	0,20	1,10	0,005
Ellingwood e Galambos (1982)	$L_{apt}$ (instant.)	Gamma	0,25	0,55	0,0003
Santiago <i>et al.</i> (2020)	$L_{apt}$ (instant.)	Gamma	0,25	0,55	0,0003
Presente estudo (Tabela 6.1)	$L_{apt}$ (instant.)	Gamma	0,21	0,76	0,0015
Presente estudo (Tabela 6.2)	$L_{apt}$ (instant.)	Gamma	0,21	0,89	0,0045

\* JRC Technical Report: Reliability Background of Eurocodes (não publicado, draft de 02/11/2022).

Fonte: Elaborado pelo autor.

A estatística de Holický e Sýkora (2011) tem sido utilizada em alguns estudos de calibração dos Eurocodes. Embora seja consistente com a probabilidade de excedência de 5 % encontrada em documentos de referência do Eurocode, os autores levaram em consideração apenas o efeito da parcela sustentada em sua obtenção. Além disso, ela foi determinada considerando apenas edifícios comerciais. Idealmente, uma estatística que vai ser utilizada em um problema de calibração de norma deve ser o mais abrangente possível, uma vez que os coeficientes da norma calibrada serão utilizados para dimensionar vários tipos de edificação além de edifícios comerciais.

A estatística indicada como JRC Technical Report é encontrada no documento *Reliability Background of the Eurocodes*. Este documento ainda está atualmente em desenvolvimento e ainda não foi publicado oficialmente, mas em sua versão mais recente apresenta uma estatística para cargas variáveis em edifícios comerciais obtida a partir de um modelo

do JCSS ligeiramente modificado, que possui média  $\mu = 2,22 \text{ kN/m}^2$  e  $CV = 0,26$ . Tomando o valor nominal do Eurocode como  $L_n = 3,0 \text{ kN/m}^2$ , o fator de bias correspondente seria  $2,22/3,0 \approx 0,74$ , o que por sua vez corresponde a uma probabilidade de excedência em torno de 9,4 %.

Comparando estas estatísticas, o coeficiente de variação adotado por [Santiago et al. \(2020\)](#) no processo de calibração baseada em confiabilidade dos coeficientes de segurança parciais das normas brasileiras parece ser muito elevado. A estatística proposta no presente trabalho ( $\mu/L_n = 0,92$  e  $CV = 0,26$ ) é mais similar àquelas apresentadas por [Ellingwood e Galambos \(1982\)](#), [Szarszen e Nowak \(2003\)](#) e no *Technical Report* do JRC.

Com relação à estatística de  $L_{apt}$ , o coeficiente de variação de 0,55 reportado por [Ellingwood e Galambos \(1982\)](#) (listado como típico) e utilizado por [Santiago et al. \(2020\)](#) na calibração é razoável para áreas grandes, mas pode ser insuficiente para áreas menores ([JOVANOVIĆ et al., 2021](#)). Recomenda-se neste estudo utilizar um CV em torno de 0,90 para áreas de influência pequenas, até  $A \leq 200 \text{ m}^2$ , por exemplo.

Espera-se que as novas estatísticas propostas neste trabalho tenham um impacto significativo nos índices de confiabilidade e coeficientes parciais de segurança ótimos encontrados na calibração das normas de projeto, uma vez que a carga variável se mostrou uma das variáveis aleatórias de maior sensibilidade no processo de calibração ([SANTIAGO et al., 2020](#)).

## Cargas variáveis em garagens e estacionamentos de veículos leves

As cargas variáveis em garagens e estacionamentos possuem um caráter bastante distinto das demais cargas que atuam em edificações, discutidas nos capítulos anteriores. É sabido que o setor automobilístico evolui de maneira muito mais rápida do que a forma como se utiliza o espaço num edifício residencial ou comercial. De fato, a massa operacional média dos veículos tem, em média, aumentado significativamente nas últimas décadas, em função do desenvolvimento de motores mais potentes, como é demonstrado adiante na [Subseção 7.9.1](#).

Outro aspecto relevante é a tendência de crescimento da frota de veículos elétricos e híbridos, que têm ganhado espaço no mercado, uma vez que a bateria destes veículos pode ser bem pesada. Um Tesla Roadster de 1ª geração, por exemplo, carrega uma bateria de Lítio-íon de 450 kgf com autonomia de 200 milhas (322 km), o que representa mais de um terço do peso total do veículo ([MALIK; DINCER; ROSEN, 2016](#)). Para fins de comparação, a mesma distância poderia ser percorrida com apenas 24 kgf de gasolina no caso de um veículo convencional com motor de combustão interna com um consumo médio de 10 km/L.

Estas tendências podem fazer com que seja necessário revisar as cargas nominais de garagens estabelecidas em normas de projeto num futuro próximo. Neste capítulo, apresenta-se um modelo probabilístico para representar a carga variável em uma garagem ou estacionamento. Este modelo é descrito em mais detalhes no *CIB Report 194 – Actions on structures: Floor loads in car parks* ([CIB, 1989](#)). Ao final do capítulo são apresentados resultados para a realidade brasileira e é feita uma comparação com as prescrições da norma NBR 6120 ([ABNT, 2019](#)).

### 7.1 Introdução

A carga variável em uma garagem ou estacionamento pode ser representada, de maneira similar ao modelo da parcela sustentada que compõe a carga variável em edificações, por um processo estocástico de onda retangular. No entanto, é importante ressaltar algumas características específicas do carregamento em garagens:

- (a) Como praticamente todo o carregamento corresponde ao peso dos veículos, não se considera uma parcela intermitente como no caso das edificações;
- (b) Enquanto para edifícios as renovações do valor do carregamento sustentado ocorrem com pouca frequência (da ordem de alguns anos), no caso das garagens a taxa de

renovações do processo estocástico de onda retangular é muito maior, pois os veículos estão constantemente entrando e saindo;

- (c) Na maior parte dos casos, as vagas de estacionamento são demarcadas, de modo que os locais dos possíveis posicionamentos das cargas dos veículos são previamente delimitados. Em função disso, o carregamento nas regiões de acesso e circulação pode possuir características bastante diferentes. Neste trabalho, é abordado apenas o modelo para as áreas de estacionamento. Um modelo simplificado para as áreas de circulação é fornecido no *Report 194* (CIB, 1997);
- (d) Assim como no caso de edifícios, a variabilidade temporal do processo depende da localização e do tipo de uso ao qual o estacionamento se destina (garagem de um edifício residencial, em uma região de prédios de escritórios, em um shopping ou aeroporto, etc).

O item (d) é exemplificado na [Figura 7.1](#), que mostra as flutuações diárias da quantidade de veículos em quatro estacionamentos (E1 a E4) localizados em Shenzhen, Dongguan e Shanghai, na China (ZHAO; ZHANG; ZHANG, 2020). O fluxo de entrada e saída de veículos foi registrado de hora em hora ao longo de cinco semanas, de 9 de junho a 13 de julho de 2018. Os estacionamentos considerados neste estudo abrangem três categorias de uso: região comercial, região de escritório e uso misto.

É possível observar que, para o estacionamento situado em região comercial (E1), o número de veículos aos fins de semana é muito maior do que em dias úteis. O comportamento inverso é observado para os estacionamentos situados em regiões de escritórios (E2 e E4). O estacionamento E3, que possui uso misto, praticamente não apresenta distinção no fluxo de veículos ao longo da semana.

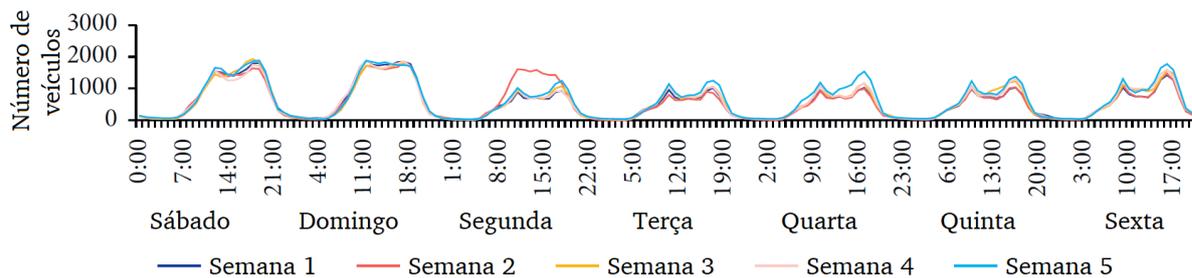
## 7.2 Premissas básicas

A princípio, seria possível definir um modelo estocástico com alto grau de sofisticação e detalhamento para descrever o carregamento causado por veículos em um estacionamento. No entanto, para fins de se obter o valor do máximo carregamento ao longo da vida útil da estrutura, um modelo sofisticado provavelmente não forneceria resultados consideravelmente diferentes de um modelo mais simplificado (CIB, 1997).

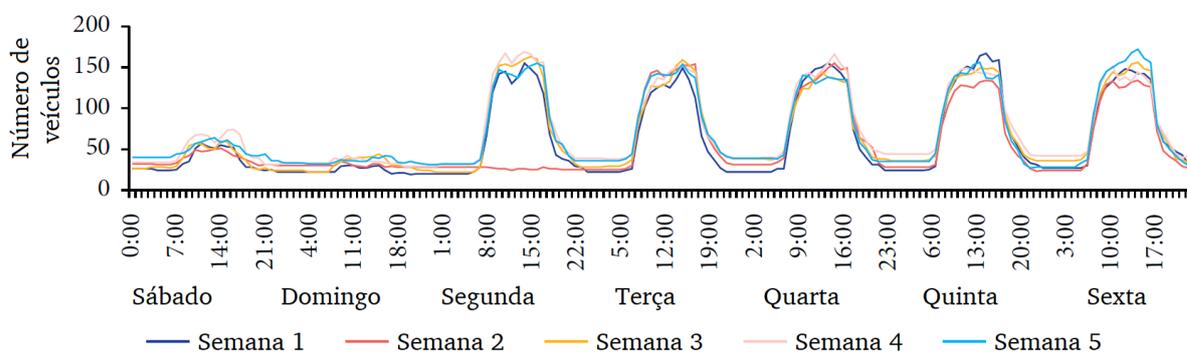
Assim, assume-se de partida as seguintes premissas simplificadoras:

- (a) Os parâmetros que descrevem a variabilidade espacial e temporal do carregamento em uma vaga individual são os mesmos em todo o estacionamento e não mudam ao longo do tempo. Esta idealização desconsidera algumas condições especiais que podem acontecer aos fins de semana ou em feriados, por exemplo;

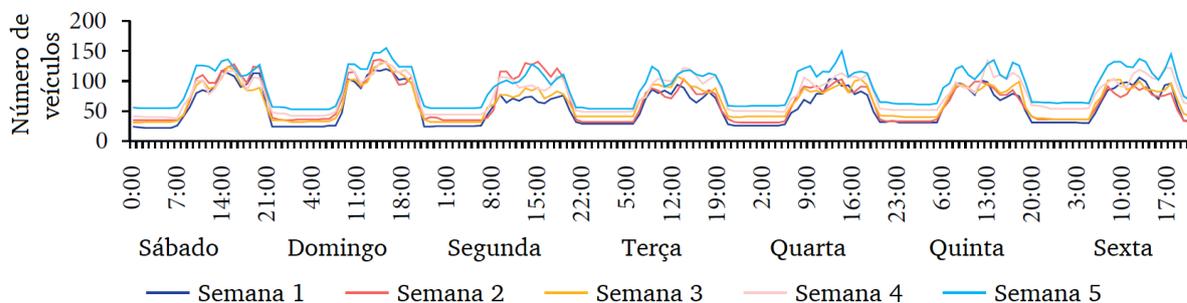
Figura 7.1 – Flutuações diárias da quantidade de veículos em quatro estacionamentos na China com diferentes tipos de uso



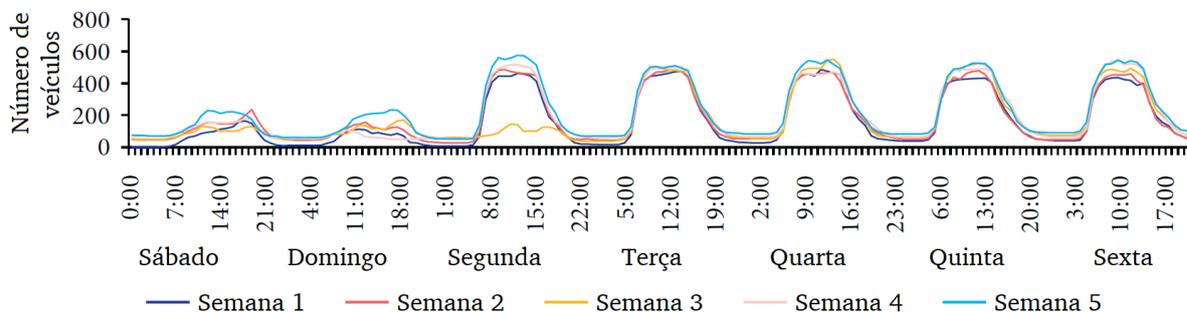
(a) Estacionamento E1 (comercial), Shenzhen



(b) Estacionamento E2 (escritórios), Shenzhen



(c) Estacionamento E3 (uso misto), Dongguan



(d) Estacionamento E4 (escritórios), Shanghai

Fonte: Adaptado de Zhao, Zhang e Zhang (2020).

- (b) As vagas são demarcadas e todas elas tem as mesmas dimensões ao longo de todo o estacionamento;
- (c) As variabilidades temporal e espacial do processo estocástico podem ser consideradas independentes entre si. Esta hipótese pode não ser verdadeira em algumas situações especiais em que as vagas vão sendo sucessivamente ocupadas a partir da entrada do estacionamento. Trabalhar com a hipótese de independência nestes casos pode afetar a duração de uma visita do processo à barreira, mas o efeito no carregamento máximo provavelmente é desprezível;
- (d) Admite-se que não há correlação entre as intensidades dos carregamentos em duas vagas distintas que contribuem para o mesmo efeito estrutural (semelhantemente à hipótese de ruído branco adotada no [Capítulo 3](#) para a carga variável em edificações). Esta hipótese é válida na maioria dos casos, exceto em algumas situações específicas, (e.g.: o pátio de uma locadora de veículos, onde os veículos em vagas adjacentes são todos do mesmo tipo) e deve ser conservadora mesmo nestes casos.

### 7.3 Variabilidade espacial

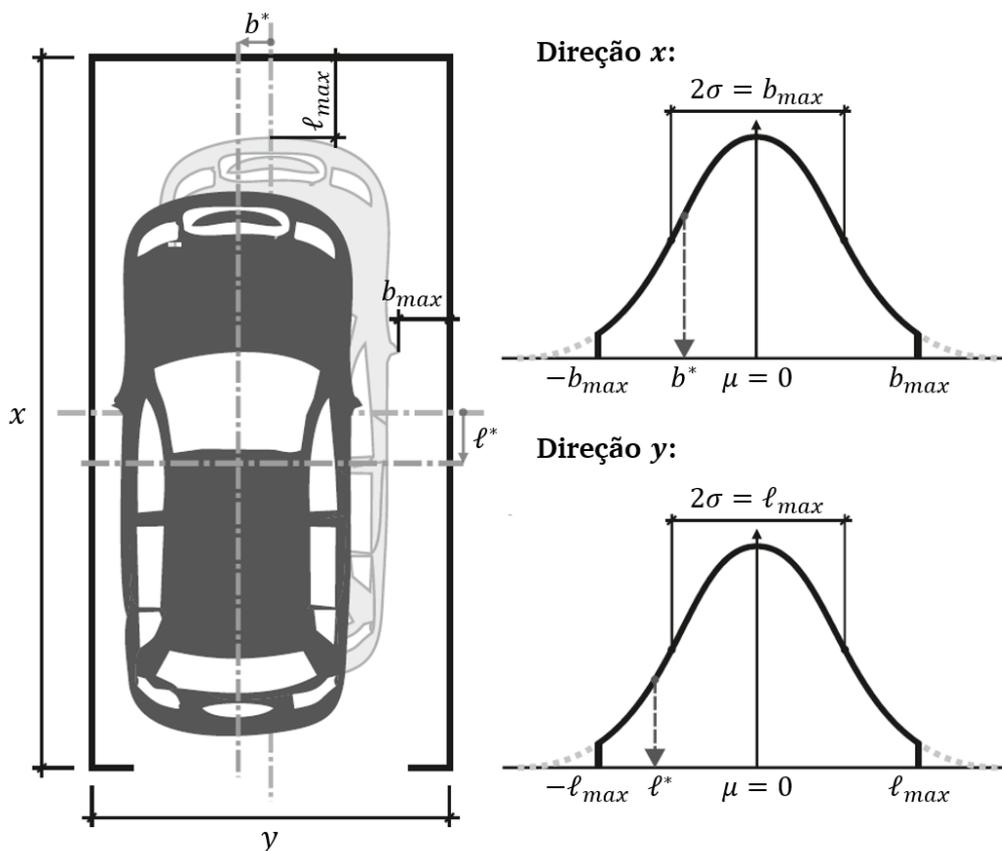
O peso de um veículo pode ser representado de maneira simplificada como uma única carga concentrada posicionada no centro da vaga, conforme considerado por [Wen e Yeo \(2001\)](#), ou como um conjunto de cargas concentradas posicionadas em cada uma das rodas, como em [Kemper, Funke e Feldmann \(2022\)](#). As próprias dimensões externas do veículo (distância entre eixos, largura, etc.) podem ser consideradas variáveis aleatórias ([ZHANG et al., 2022](#)).

Além disso, os veículos raramente estão posicionados perfeitamente no centro das vagas. [Kemper, Funke e Feldmann \(2022\)](#), por exemplo, consideram que a posição do veículo na vaga é aleatória, com excentricidades definidas por uma distribuição normal [Figura 7.2](#). Desconsiderar esta aleatoriedade pode levar a uma diminuição dos valores da carga máxima, mas este efeito geralmente pode ser desconsiderado, exceto para áreas de influência muito pequenas (contendo apenas uma ou duas vagas, por exemplo).

No presente estudo, considera-se a recomendação do *CIB Report 194* ([CIB, 1997](#)), que admite que o peso total  $Q$  de um veículo é distribuído em quatro rodas cujo posicionamento é assumido determinístico, conforme mostrado na [Figura 7.3](#).

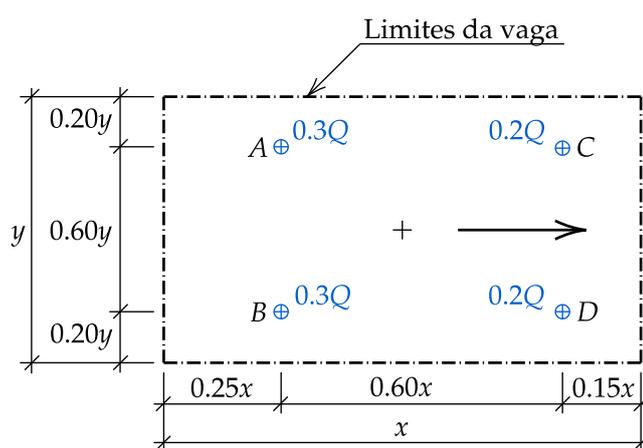
A variabilidade espacial decorre da hipótese simplificadora de que não há correlação entre diferentes vagas de estacionamento. Além disso, normalmente diferentes tipos de veículos (e.g., carros, vans, ônibus) não se misturam em um mesmo estacionamento, de modo que a população de veículos em um estacionamento pode ser considerada razoavelmente homogênea. Desta forma, assume-se que os pesos  $Q_i$  dos veículos são independentes entre si e identicamente distribuídos.

Figura 7.2 – Posicionamento aleatório de um veículo na vaga



Fonte: Adaptado de Kemper, Funke e Feldmann (2022).

Figura 7.3 – Posicionamento e distribuição do peso dos veículos entre as rodas



Fonte: Adaptado de CIB (1997).

## 7.4 Variabilidade temporal

A carga em uma garagem/estacionamento pode ser representada por um processo de onda retangular de Poisson. Diferentemente do caso de edifícios, frequentemente podem

ocorrer situações nas quais nenhum veículo está presente no estacionamento, resultando em intervalos de tempo nos quais o carregamento é nulo.

É conveniente tomar uma janela de 24 horas como base para definir as características temporais do processo. Definem-se os seguintes valores:

- (a) O tempo possível  $t_p$  é o tempo durante o qual se espera que o estacionamento seja utilizado regularmente. Para garagens de edifícios residenciais, por exemplo, o tempo disponível é  $t_p = 24$  horas. Por outro lado, o valor de  $t_p$  para estacionamentos localizados em regiões comerciais normalmente fica em torno de 15 horas, uma vez que estes estacionamentos usualmente ficam fechados durante a noite;
- (b) O número médio  $\bar{t}_y$  de dias que um estacionamento opera durante um ano. Garagens de edifícios residenciais operam todos os dias, mas os estacionamentos de zonas comerciais podem fechar em feriados ou fins de semana;
- (c) O número  $\rho$  de veículos diferentes que ocupam uma mesma vaga ao longo de um período de 24 horas é uma variável aleatória com média  $\bar{\rho}$ ;
- (d) O tempo de permanência  $t_u$  de um veículo é uma variável aleatória com média  $\bar{t}_u$ ;
- (e) O tempo total  $t_d$  que uma vaga permanece ocupada em um período de 24 horas é uma variável aleatória com média  $\bar{t}_d = \bar{\rho} \bar{t}_u$ , e o tempo que uma vaga permanece desocupada é dado por  $t_0 = t_p - t_d$ .

Idealmente, os parâmetros devem ser determinados a partir de observações ao longo de um período de muitos dias, para evitar distorções causadas por um fluxo atípico de veículos em um fim de semana particular ou feriado. Valores sugeridos pelo *CIB Report 194* (CIB, 1997) são apresentados na [Tabela 7.1](#). Estes parâmetros são baseados em [Gross e Rackwitz \(1987\)](#). Não são fornecidos valores para o tempo possível  $t_p$ , uma vez que este valor é mais conceitual e depende bastante de circunstâncias locais.

Tabela 7.1 – Parâmetros temporais para diferentes tipos de estacionamento

Localização do estacionamento	$\bar{t}_y$ (dias/ano)	$\bar{t}_d$ (h/dia)	$\bar{t}_u$ (h)	$\bar{\rho}$ (1/dia)
Áreas residenciais	360	17	8	2,1
Áreas comerciais, de escritórios, fábricas, etc	300	8–12	3–6	1–3
Aeroportos, estações ferroviárias, etc	360	13–18	10–14	1,3

Fonte: [CIB \(1997\)](#).

Os valores da [Tabela 7.1](#) devem ser considerados apenas como exemplos. Para fins de projeto, deve-se fazer um julgamento criterioso destes parâmetros. Ressalta-se, no entanto,

que a sensibilidade da carga máxima a estes parâmetros de entrada é relativamente baixa (CIB, 1997).

## 7.5 Efeito resultante

Os efeitos estruturais de interesse causados pela carga variável em estacionamentos podem ser determinados por meio de uma superfície de influência  $I(x, y)$ , assim como foi feito para o caso de edifícios. Define-se  $I_i$  como sendo a soma ponderada das ordenadas da superfície de influência  $I(x, y)$  nas posições  $A, B, C$  e  $D$  da vaga  $i$  (ver Figura 7.3):

$$I_i = 0,3I_A + 0,3I_B + 0,2I_C + 0,2I_D. \quad (7.1)$$

Desta forma, o efeito total  $S$  causado pelos pesos  $Q_i$  dos  $n$  veículos ocupando as vagas  $i = 1, 2, \dots, n$  é dado por:

$$S = \sum_{i=1}^n S_i = \sum_{i=1}^n I_i Q_i. \quad (7.2)$$

O efeito  $S$  é uma variável aleatória com média e variância expressas por:

$$E[S] = \mu_Q \sum_{i=1}^n I_i, \quad (7.3)$$

$$\text{Var}[S] = \sigma_Q^2 \sum_{i=1}^n I_i, \quad (7.4)$$

em que  $\mu_Q$  e  $\sigma_Q$  são a média e desvio padrão da distribuição de probabilidades que descreve o peso dos veículos pertencentes à população considerada.

## 7.6 Carga equivalente uniformemente distribuída

Define-se a carga equivalente uniformemente distribuída (EUDL) como sendo a carga  $q$  que, quando aplicada na área  $A$  da vaga  $i$ , causa o mesmo efeito  $S_i$  que o peso do veículo estacionado:

$$S_i = \iint_{A_i} qI(x, y) dy dx = q \iint_{A_i} I(x, y) dy dx. \quad (7.5)$$

Introduzindo o valor médio  $\bar{I}_i$  da superfície de influência  $I(x, y)$  na área  $A$ , tem-se:

$$\bar{I}_i = \frac{\iint_{A_i} I(x, y) dy dx}{A_i}. \quad (7.6)$$

Recordando a premissa de que todas as vagas possuem as mesmas dimensões e portanto a mesma área  $A_i = A = \text{cte}$ , pode-se reescrever a expressão (7.5) como:

$$S_i = qA\bar{I}_i. \quad (7.7)$$

Substituindo a expressão (7.7) em (7.2), segue que:

$$S = \sum_{i=1}^n S_i = \sum_{i=1}^n qA\bar{I}_i = qA \sum_{i=1}^n \bar{I}_i. \quad (7.8)$$

A média e variância de  $S$ , de acordo com a equação (7.8), são dadas por:

$$E[S] = \mu_q A \sum_{i=1}^n \bar{I}_i, \quad (7.9)$$

$$\text{Var}[S] = \sigma_q^2 A^2 \left[ \sum_{i=1}^n \bar{I}_i \right]^2. \quad (7.10)$$

Igualando as expressões (7.4) e (7.5) com (7.9) e (7.10), temos:

$$\mu_q A \sum_{i=1}^n \bar{I}_i = \mu_Q \sum_{i=1}^n I_i, \quad (7.11)$$

$$\sigma_q^2 A^2 \left[ \sum_{i=1}^n \bar{I}_i \right]^2 = \sigma_Q^2 \sum_{i=1}^n I_i^2. \quad (7.12)$$

O valor  $I_i$  é uma média ponderada da superfície de influência  $I(x, y)$  nos pontos  $A$ ,  $B$ ,  $C$  e  $D$  das rodas do veículo, e  $\bar{I}_i$  é o valor médio de  $I(x, y)$  na área  $A$  da vaga. Pode-se expressar a razão entre estas duas grandezas como:

$$I_i = \alpha_i \bar{I}_i. \quad (7.13)$$

O valor de  $\alpha_i$  depende do efeito estrutural considerado, da posição da vaga e da proporção da distribuição do peso  $Q$  do veículo entre as rodas, mas normalmente é próximo da unidade para a maioria dos casos. Considerando-se simplificada que  $\alpha_i = \alpha = cte$  para todas as vagas e substituindo nas expressões (7.11) e (7.12), obtém-se as seguintes expressões para a média e variância da EUDL  $q$ :

$$E[q] = \alpha \frac{\mu_Q}{A}, \quad (7.14)$$

$$\text{Var}[q] = \alpha^2 \frac{\sigma_Q^2 \kappa}{A^2 n}, \quad (7.15)$$

em que o fator de pico  $\kappa$  é dado por:

$$\kappa = n \frac{\sum_{i=1}^n \bar{I}_i^2}{\left[ \sum_{i=1}^n \bar{I}_i \right]^2}. \quad (7.16)$$

Se a área  $A$  da vaga puder ser considerada pequena em comparação à área de influência total  $A_{inf}$  que contribui para o efeito considerado (i.e, se o número  $n$  de vagas contidas na área de influência for grande), o fator de pico  $\kappa$  se aproxima de:

$$\kappa \approx A_{inf} \frac{\iint_{A_{inf}} I^2(x, y) dy dx}{\left[ \iint_{A_{inf}} I(x, y) dy dx \right]^2}. \quad (7.17)$$

Neste caso,  $\kappa$  depende apenas do efeito considerado e da área de influência total, e não mais do arranjo das vagas nesta área. Os valores de  $\kappa$  vão ser os mesmos dados na [Seção 3.6](#) para a carga variável sustentada em edifícios.

## 7.7 Distribuição de ponto arbitrário no tempo

Caso a distribuição  $Q$  do peso dos veículos seja Gaussiana, o mesmo se aplica ao efeito  $S$ . No entanto, resultados da literatura indicam que o peso  $Q$  normalmente é bem ajustado por uma distribuição log-normal ([WEN; YEO, 2001](#); [YANG et al., 2022](#)). Mesmo  $Q$  não sendo Gaussiana, pode-se assumir que a distribuição de  $S$  será próxima de uma normal devido ao teorema do limite central. Como  $S$  e a carga uniforme equivalente  $q$  diferem entre si apenas por uma constante, o mesmo pode ser assumido de  $q$ .

## 7.8 Distribuição de valores extremos

A taxa horária média de passagens pela barreira  $s$  de baixo para cima do processo  $S$  pode ser expressa por:

$$v(s) = v_+(s) + v_-(s), \quad (7.18)$$

em que  $v_+(s)$  é a contribuição dos veículos entrando em vagas cujas ordenadas da superfície de influência é positiva; e  $v_-(s)$  é a contribuição dos veículos saindo de vagas cujas ordenadas da superfície de influência são negativas.

Normalmente, a taxa  $v_-(s)$  é bem menor que  $v_+(s)$ . Desprezando este termo, é possível demonstrar que ([CIB, 1997](#)):

$$v(s) = P\{S > s\} \sum_{i=1}^n \mu_i = (1 - F_S(s)) \sum_{i=1}^n \mu_i, \quad (7.19)$$

em que  $\mu_i$  é o número médio de veículos que entram na vaga  $i$  por hora. Usualmente, considera-se  $\mu_i = \mu = 1/t_u$  constante e independente de  $i$ .

O máximo efeito que ocorre durante o tempo total de ocupação  $t_d$  em um dia pode ser aproximado por:

$$F_{\max S(s)} \approx \exp(-v(s)\bar{t}_d). \quad (7.20)$$

Assumindo a independência entre dias diferentes, o máximo efeito em  $t$  anos é dado por:

$$F_{\max S}^{[0,t]}(s) \approx \exp(-v(s)\bar{t}_d\bar{t}_y t), \quad (7.21)$$

em que  $\bar{t}_y$  é o número médio de dias por ano em que o estacionamento é ocupado. Substituindo a expressão (7.19) em (7.21) e assumindo  $\mu_i = \mu$  independente de  $i$ , segue que:

$$F_{\max S}^{[0,t]}(s) \approx \exp(-\bar{\rho}\bar{t}_y t n(1 - F_S(s))), \quad (7.22)$$

em que  $\bar{\rho} = \mu\bar{t}_d$  é o número médio de veículos que utilizam uma vaga ao longo de um dia. Valores para os parâmetros  $\bar{\rho}$  e  $\bar{t}_y$  são dados na [Tabela 7.1](#). Uma expressão análoga pode ser utilizada para se obter a máxima carga uniforme equivalente.

## 7.9 Cargas variáveis em garagens e estacionamentos no Brasil

Para avaliar as cargas variáveis em garagens e estacionamentos utilizando o modelo estocástico descrito neste capítulo, é necessário conhecer a distribuição do peso  $Q$  dos veículos leves, ou pelo menos os seus momentos  $\mu_Q$  e  $\sigma_Q$ , para que se possa aplicar as expressões (7.14) e (7.15).

Um estudo utilizando um modelo probabilístico um pouco mais sofisticado que o apresentado neste trabalho foi realizado por [Kemper, Funke e Feldmann \(2022\)](#). Os autores compararam as cargas nominais do Eurocode 1 e do anexo nacional alemão com os resultados do modelo, considerando estatísticas de peso em ordem de marcha e dimensões externas dos veículos válidas para toda a frota nacional. Estas estatísticas foram obtidas a partir de dados fornecidos pela *Kraftfahrt-Bundesamt* (KBA), a autoridade federal de transporte motorizado alemã.

Infelizmente, o governo Brasileiro ou não possui este tipo de dados ou não os disponibiliza ao público. Alguns dados podem ser encontradas no Programa Brasileiro de Etiquetagem ([INMETRO, 2022](#)), que tem publicado informações sobre consumo, emissões e eficiência energética de automóveis de passeio desde 2009, mas não há informações sobre o peso dos veículos. Sendo assim, foi necessário recorrer a outras fontes para se determinar o peso médio da frota brasileira de automóveis leves.

Um relatório de outubro de 2015 do *International Council on Clean Transportation* (ICCT) apresenta valores médios de algumas características da frota nacional de automóveis de passeio ([POSADA; FAÇANHA, 2015](#)), reproduzidos na [Tabela 7.2](#). Também são apresentadas estas estatísticas separadas por segmento (subcompacto, compacto, médio, grande, SUV, etc.), por origem (doméstico ou importado) e por fabricante. A fonte das estatísticas mostradas neste relatório é um banco de dados compilado pelo próprio ICCT, indisponível para acesso público.

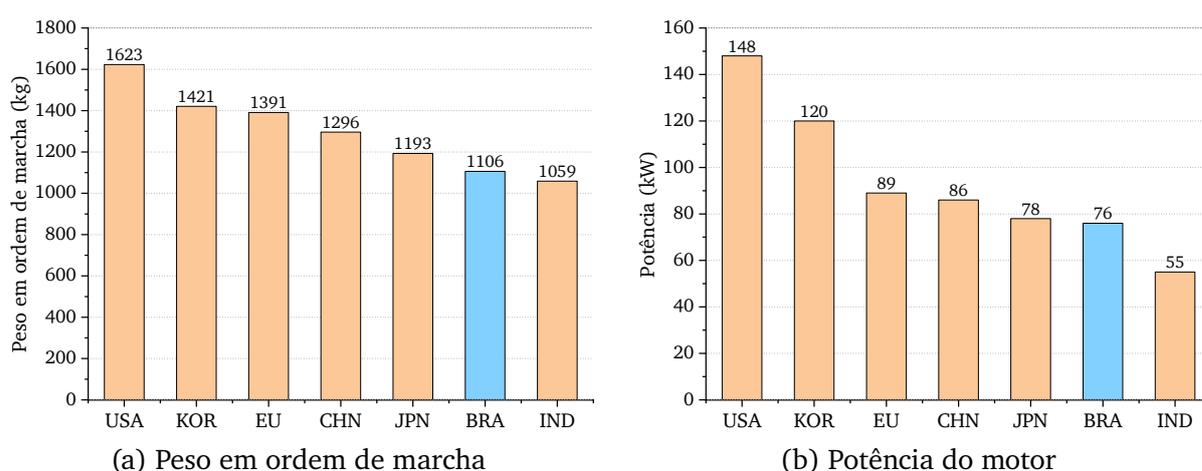
Tabela 7.2 – Comparação das características da frota brasileira de automóveis leves com o mercado internacional

Parâmetro	CHN (2012)	KOR (2011)	EU (2013)	USA (2013)	JPN (2011)	IND (2012)	BRA (2013)
Vendas (milhões)	15,5	1,3	11,8	15,6	3,52	2,56	3,04
Número de cilindros	–	4,3	4,0	4,7	3,8	3,6	4,0
Cilindrada (cm <sup>3</sup> )	1605	1960	1613	2606	1425	1294	1430
Peso em ordem de marcha (kgf)	1296	1421	1391	1623	1193	1059	1106
Comprimento (mm)	4323	3531	4263	–	4013	3859	4100
Potência (kW)	86	120	89	148	78	55	76
Potência/peso (kW/kgf)	0,0664	0,0844	0,0640	0,0912	0,0654	0,0519	0,0671

Fonte: Adaptado de Posada e Façanha (2015).

Ressalta-se que o peso em ordem de marcha indicado na Tabela 7.2 corresponde ao peso do veículo com todos os componentes, equipamentos e fluidos necessários para o funcionamento, isto é, tanque de combustível cheio e demais líquidos (como óleos e água) no nível máximo. Este peso será posteriormente majorado para levar em consideração um peso adicional de eventuais ocupantes, bagagem, blindagem, etc. É possível observar que a frota brasileira é menor em tamanho, mais leve e menos potente do que todos os países avaliados, com exceção da Índia (Figura 7.4).

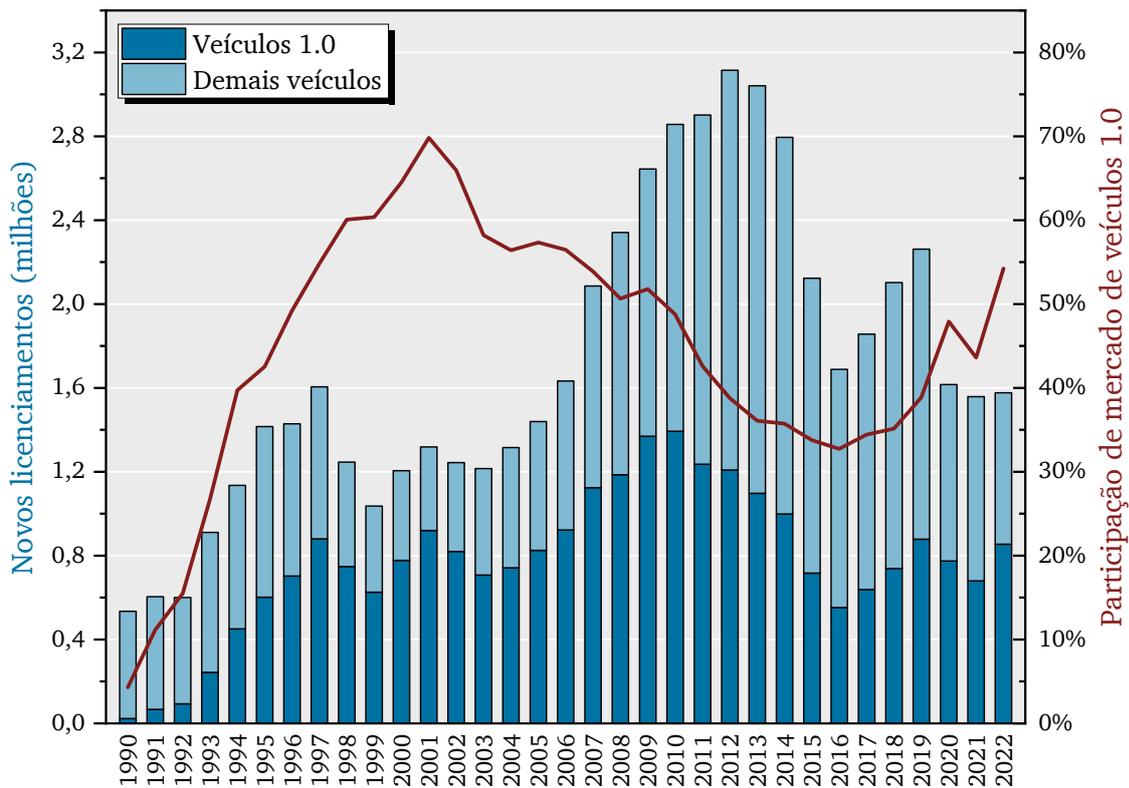
Figura 7.4 – Comparação das características da frota brasileira de automóveis leves com o mercado internacional



Fonte: Adaptado de Posada e Façanha (2015).

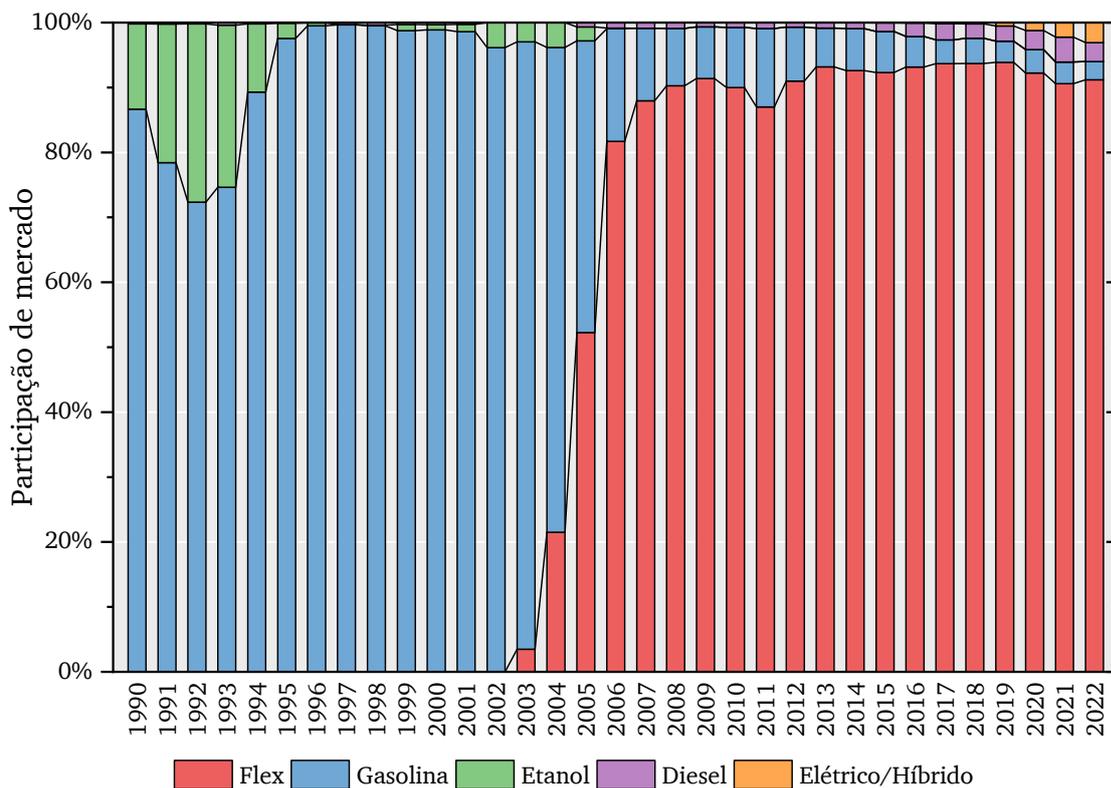
Outras características peculiares da frota veicular brasileira são a grande participação de mercado de veículos com motor 1.0 (Figura 7.5) e a predominância absoluta de veículos com motor *flex* (i.e., que conseguem operar com gasolina e etanol) desde a sua introdução no mercado, em 2003 (Figura 7.6).

Figura 7.5 – Novos licenciamentos de veículos 1.0 por ano



Fonte: ANFAVEA (2023).

Figura 7.6 – Participação de mercado de automóveis de passeio por tipo de trem de força



Fonte: ANFAVEA (2023).

Por outro lado, a carga nominal estabelecida pela NBR 6120 (ABNT, 2019) para garagens de veículos com peso bruto total (PBT) até 30 kN é de  $L_n = 3,0 \text{ kN/m}^2$ . Esta carga é consideravelmente maior do que os  $L_n = 40 \text{ psf}$  ( $1,92 \text{ kN/m}^2$ ) recomendado pela ASCE/SEI 7-16 (ASCE, 2016) ou os  $L_n = 2,5 \text{ kN/m}^2$  do Eurocode 1 (CEN, 2002b), mesmo a frota nacional de automóveis de passeio sendo bem mais leve que a frota norte-americana ou a europeia. Isto parece apontar para a necessidade de revisar a carga indicada na NBR 6120 tendo em vista as características específicas da frota de veículos brasileira.

### 7.9.1 Determinação das estatísticas para o peso dos veículos leves

Embora o relatório do ICCT forneça uma visão interessante sobre as características específicas da frota brasileira, os dados reportados datam de 2013 e portanto já são um pouco obsoletos, e não foram encontrados dados mais recentes. Considerando a tendência esperada de crescimento do peso médio da frota (MOSQUIM; MADY, 2021; MOSQUIM; MADY, 2022), estes dados podem já estar significativamente defasados. Além disso, o relatório do ICCT fornece apenas o peso operacional médio, mas não traz nenhuma informação sobre o desvio padrão, que também é um parâmetro de entrada do modelo.

Em vez de simplesmente estimar um peso médio e uma variância, optou-se por construir uma estatística representativa da frota brasileira a partir de dados de livre acesso. A Federação Nacional da Distribuição de Veículos Automotores (FENABRAVE) fornece relatórios mensais de emplacamentos desde 2003 com o *ranking* dos modelos mais vendidos. Foram coletados os dados dos 50 modelos mais vendidos na categoria automóveis de passeio e veículos comerciais leves para cada mês desde janeiro de 2003 até dezembro de 2022. Estas informações foram validadas com outras fontes, como o portal [MarkLines](#). Normalmente, estes 50 modelos mais vendidos em um mês representam algo em torno de 90 % a 95 % do total de emplacamentos, de modo que é razoável supor que eles sejam representativos de toda a população de veículos emplacados naquele mês.

Na sequência, construiu-se um banco de dados com as fichas técnicas de todos os veículos na lista dos mais vendidos. Este banco de dados é composto pelas especificações técnicas de 8440 modelos de automóveis de passeio e 3096 modelos de veículos comerciais leves, coletados de diversas fontes como os portais [CarrosnaWeb](#), [iCarros](#), [FichaCompleta](#), entre outros. As fichas técnicas coletadas nestes sites foram verificadas quanto à sua consistência e comparadas com informações em revistas especializadas e na página do fabricante.

Tendo construído os bancos de dados de fichas técnicas, cruza-se este banco com os modelos mais vendidos para se obter uma média do peso dos veículos ponderada pelo volume de vendas. É importante ressaltar alguns cuidados que foram tomados ao relacionar os dados de vendas com as fichas técnicas:

- (a) Os relatórios de emplacamento da FENABRAVE apontam apenas o nome do fabri-

cante e modelo do veículo, mas não indicam o ano de fabricação do veículo. Por exemplo, o automóvel de passeio mais vendido em janeiro de 2020 é identificado como CHEVROLET/ONIX, com 17463 unidades emplacadas. O banco de dados de fichas técnicas possui 88 modelos diferentes de Onix, com ano de fabricação variando de 2013 até 2023. Como existe uma tendência dos veículos se tornarem mais pesados com o passar dos anos, assume-se a favor da segurança que o ano de fabricação é o mais recente possível, isto é, que as 17463 unidades vendidas correspondem a um modelo de 2022.

- (b) Mesmo filtrando apenas os modelos com ano de fabricação igual a 2020, ainda restam 8 modelos diferentes, cujos pesos variam entre 1037 kgf até 1113 kgf. Novamente, a favor da segurança, escolhe-se o modelo mais pesado nestes casos;
- (c) Alguns veículos, como o VOLKSWAGEN/GOL, possuem uma versão 1.0 e outras versões de maior cilindrada. Nestes casos, é possível obter uma estimativa um pouco mais precisa separando o volume de vendas conforme os dados da [ANFAVEA \(2023\)](#) de participação de mercado de veículos 1.0 ([Figura 7.5](#)). Considere como exemplo o mês de janeiro de 2012. O relatório de emplacamentos da FENABRAVE indica o VOLKSWAGEN/GOL como o modelo mais vendido, com 19037 unidades emplacadas. Filtrando o banco de dados de fichas técnicas apenas para os modelos com ano de fabricação em 2012, sobram um total de 12 modelos, sendo seis deles com motor 1.0 e os seis restantes com motor 1.6. Segundo o anuário da indústria automobilística da ANFAVEA, a participação de mercado de veículos 1.0 no ano de 2012 foi de 38,8%. Divide-se então o total de vendas segundo esta proporção, resultando  $19037 \cdot 0,388 = 7386$  vendas do modelo 1.0 e  $19037 - 7386 = 11651$  vendas dos modelos de maior cilindrada. Feita esta separação, atribui-se a cada volume de vendas o modelo de maior peso dentro da correspondente categoria.

Cada um dos veículos de passeio mais vendidos de cada mês desde janeiro de 2003 até dezembro de 2022 foi relacionado a uma ficha técnica seguindo as premissas acima. Os poucos modelos para os quais não foram encontradas as especificações técnicas foram eliminados do banco de dados. Calcula-se então a média e desvio padrão do peso e demais características do veículo ponderadas pelos volumes de vendas, obtendo-se assim as estatísticas para cada ano. As médias anuais obtidas para o peso operacional (em ordem de marcha) do veículo e outras características de interesse são exibidas na [Tabela 7.3](#).

Chama-se a atenção para os resultados referentes ao ano de 2013 na [Tabela 7.3](#). Comparando este resultado com os valores reportados pelo ICCT ([Tabela 7.2](#)) em [Posada e Façanha \(2015\)](#), é possível observar que os resultados ficaram muito próximos para todas as características dos veículos. Em particular, a diferença para o peso operacional médio foi de apenas 2 kgf. Isto confirma que a metodologia utilizada neste trabalho é válida.

Tabela 7.3 – Características da frota brasileira de veículos de passeio de 2003 até 2022

Ano	Vendas Top50 (milhões)	Vendas total (milhões)	% Part. Top50	Cilind. (cm <sup>3</sup> )	Peso* (kgf)	Compr. (mm)	Pot. (kW)	Pot./peso (kW/kgf)
2003	1,20	1,21	98,83 %	1383	1032	3956	70	0,0638
2004	1,30	1,31	99,00 %	1407	1039	3965	69	0,0637
2005	1,42	1,44	98,68 %	1414	1052	3974	71	0,0645
2006	1,60	1,63	97,93 %	1440	1064	4002	71	0,0646
2007	2,00	2,09	96,04 %	1478	1077	4016	73	0,0644
2008	2,19	2,34	93,48 %	1469	1080	4029	74	0,0654
2009	2,44	2,64	92,31 %	1437	1078	4040	74	0,0654
2010	2,60	2,86	91,04 %	1420	1076	4033	74	0,0659
2011	2,46	2,90	84,90 %	1410	1081	4039	76	0,0678
2012	2,69	3,12	86,44 %	1428	1091	4059	76	0,0678
2013	2,71	3,04	88,95 %	1456	1108	4084	78	0,0683
2014	2,48	2,80	88,69 %	1468	1123	4089	81	0,0690
2015	1,89	2,12	89,09 %	1487	1133	4108	83	0,0707
2016	1,54	1,69	91,24 %	1506	1149	4117	85	0,0716
2017	1,71	1,86	92,24 %	1497	1159	4127	87	0,0729
2018	1,92	2,10	91,18 %	1493	1166	4139	87	0,0729
2019	2,09	2,26	92,60 %	1477	1179	4149	89	0,0730
2020	1,51	1,62	93,20 %	1391	1211	4183	92	0,0737
2021	1,45	1,56	93,03 %	1445	1243	4194	93	0,0722
2022	1,51	1,58	96,04 %	1306	1245	4212	90	0,0704

\* Peso em ordem de marcha.

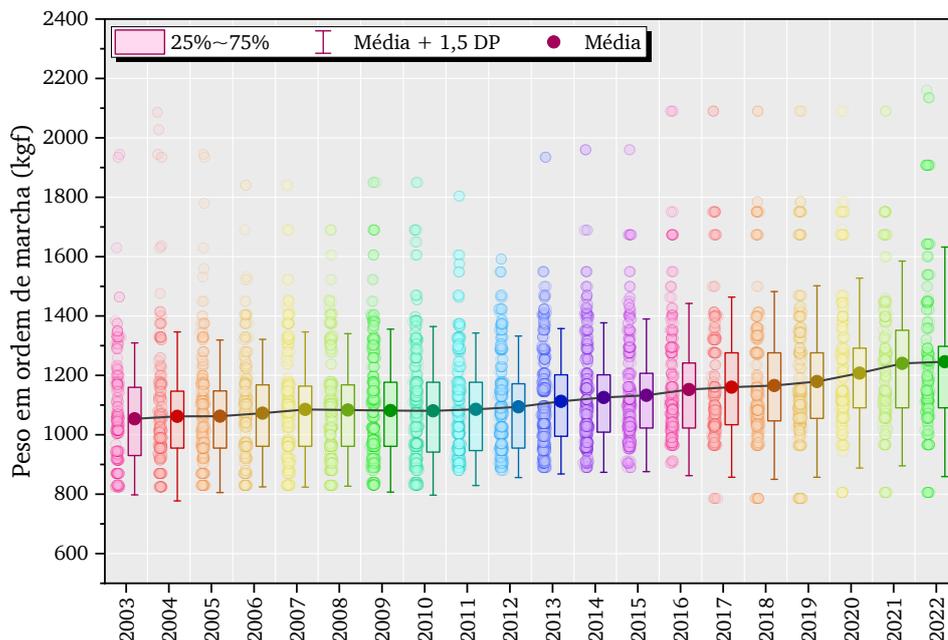
Fonte: Elaborado pelo autor.

Nota-se que a consideração apenas dos primeiros 50 veículos mais vendidos a cada mês já foi o suficiente para representar em torno de 90 % do total de vendas, confirmando que o mercado se concentra bastante nestes modelos particulares. Além das grandezas listadas na [Tabela 7.3](#), também foram calculadas as médias anuais para várias outras características dos veículos, como largura, altura, distância entre eixos, carga útil, capacidade do tanque de combustível, etc.

Verifica-se ainda a partir dos resultados da [Tabela 7.3](#) que nos últimos dez anos tem havido uma tendência de aumento do peso e da potência dos motores. Isto é consequência de uma tendência mais recente de diversificação do mercado, que está se afastando dos veículos compactos e sub-compactos e acessíveis e indo em direção a veículos maiores, mais pesados e mais potentes (MOSQUIM; MADY, 2022). A [Figura 7.7](#) mostra graficamente esta tendência de aumento do peso médio. Cada ponto nesta figura corresponde a aproximadamente 5000 veículos emplacados.

A esta altura, seria cabível simplesmente adotar o peso médio para o ano de 2022 como parâmetro de entrada do modelo estocástico. No entanto, este valor é referente aos

Figura 7.7 – Evolução do peso médio dos veículos de passeio de 2003 até 2022



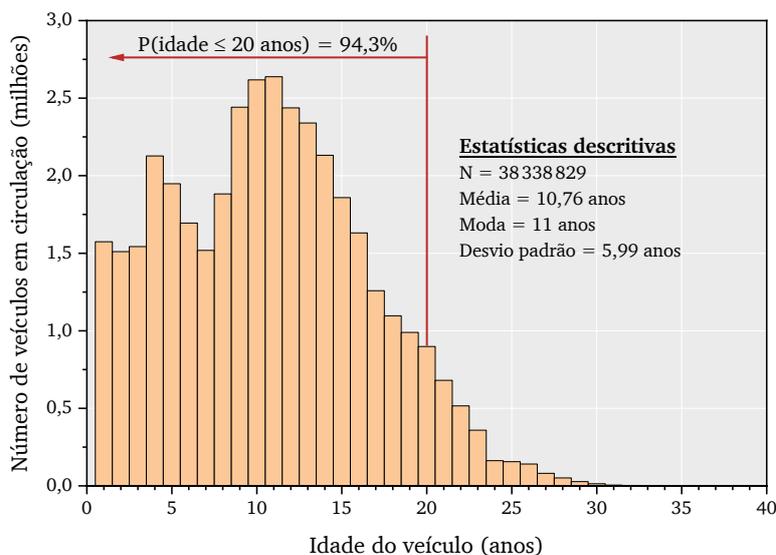
Fonte: Elaborado pelo autor.

1,58 milhões de veículos emplacados no ano de 2022, que compõem apenas uma parcela da frota em circulação no país. Como o peso médio relativo ao ano de 2022 é maior do que o dos demais anos, seria uma hipótese conservadora utilizar este peso como representativo de toda a frota, pelo menos para uma análise do cenário atual. Por outro lado, para se propor cargas de projeto adequadas seria necessário considerar cenários futuros levando em conta a tendência de aumento do peso dos veículos ao longo dos próximos anos, de modo que este conservadorismo é desejável.

O Sindicato Nacional da Indústria de Componentes para Veículos Automotores (Sindipeças) publica anualmente um Relatório da Frota Circulante onde são apresentados, entre outras coisas, informações a respeito da idade da frota. A quantidade de veículos fabricados em determinado ano que ainda estão em circulação será sempre um valor menor ou igual ao número de emplacamentos apresentado na Tabela 7.3. A Figura 7.8 apresenta o histograma de frequência absoluta das idades dos automóveis de passeio em circulação, de acordo com os dados do relatório de 2022 (SINDIPEÇAS, 2023). Este relatório traz informações relativas até o final do ano de 2021. Para complementar estes dados, admite-se que todos os veículos emplacados em 2022 estão em circulação.

Observa-se na Figura 7.8 que, embora existam veículos de até 40 anos ainda em circulação, a grande maioria da frota circulante possui idades menores. De fato, 94,3% dos 38,3 milhões de veículos em circulação possuem idade inferior a 20 anos, ou seja, foram fabricados depois de 2003, que é o primeiro ano para o qual se tem disponíveis as estatísticas de peso.

Figura 7.8 – Histograma de frequências da idade da frota circulante de veículos de passeio



Fonte: Elaborado pelo autor.

Podemos utilizar as informações a respeito da idade dos veículos para construir uma estatística mais representativa de toda a frota de veículos de passeio. Para isso, define-se o peso geral da frota como sendo uma distribuição mista dos pesos de cada ano modelo, em que os pesos de cada distribuição correspondem à proporção relativa da frota circulante que foi fabricada naquele ano. Os veículos fabricados antes de 2003 representam uma parcela pequena do total e são desprezados no cálculo.

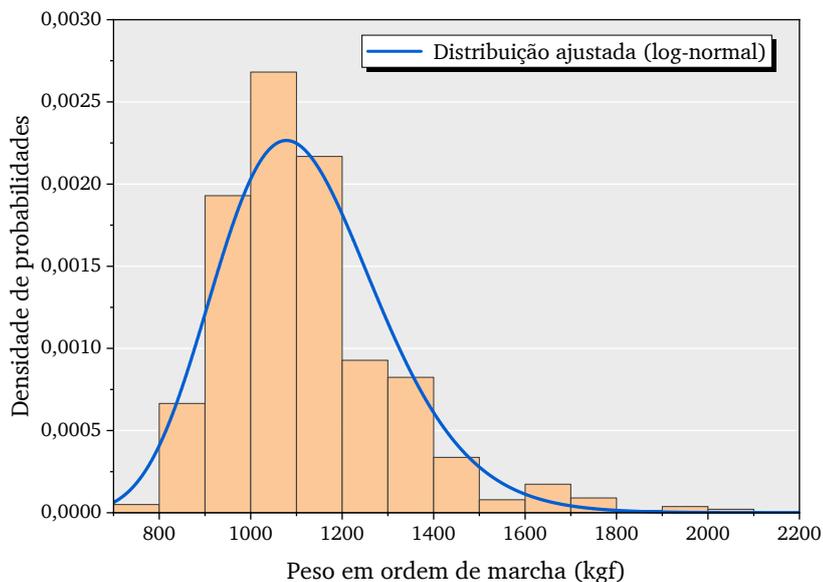
Procedendo desta forma, obtém-se os seguintes momentos estatísticos representativas de toda a frota circulante de veículos de passeio:

$$\begin{aligned}\mu_{QVP} &= 1120,9 \text{ kgf}, \\ \sigma_{QVP} &= 194,2 \text{ kgf}, \\ \delta_{QVP} &= \sigma_{QVP} / \mu_{QVP} = 0,173.\end{aligned}\tag{7.23}$$

Ressalta-se que o peso médio obtido desta forma é cerca de 10% inferior ao peso médio referente apenas aos veículos emplacados em 2022. Estes valores são referentes ao peso em ordem de marcha, e serão posteriormente majorados para levar em conta um potencial carregamento adicional, conforme discutido na [Subseção 7.9.2](#). A [Figura 7.9](#) mostra o histograma ponderado dos pesos de automóveis de passeio. A distribuição obtida pode ser aproximada por uma log-normal.

Na sequência, aplica-se o mesmo procedimento para os veículos comerciais leves (picapes, furgões, vans, etc com PBT de até 3,5 t), os quais podem ocupar as mesmas vagas de veículos de passeio, por isso o interesse de avaliá-los neste estudo. As estatísticas anuais de 2003 até 2022 são apresentadas na [Tabela 7.4](#), e a evolução do peso médio neste período é mostrada na [Figura 7.10](#). Assim como no caso dos veículos de passeio, observa-se uma tendência de aumento nos pesos e potências médios nos últimos dez anos.

Figura 7.9 – Distribuição do peso em ordem de marcha da frota de veículos de passeio



Fonte: Elaborado pelo autor.

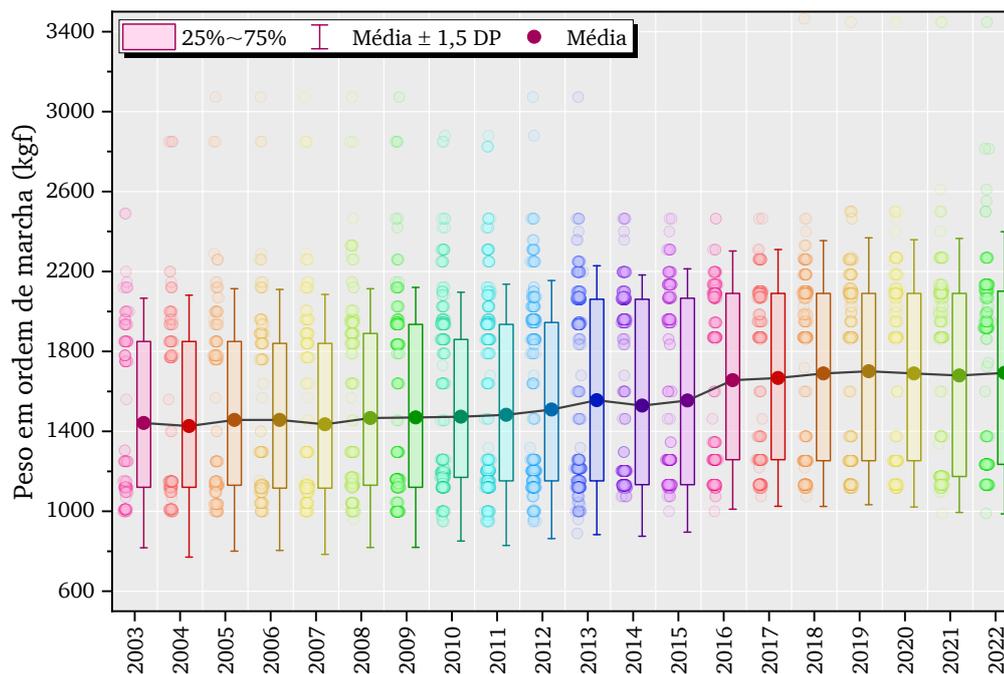
Tabela 7.4 – Características da frota brasileira de veículos comerciais leves de 2003 até 2022

Ano	Vendas Top50 (milhares)	Vendas total (milhares)	% Part. Top50	Cilind. (cm <sup>3</sup> )	Peso* (kgf)	Compr. (mm)	Pot. (kW)	Pot./peso (kW/kgf)
2003	130,26	130,33	99,94 %	2161	1438	4728	79	0,0534
2004	163,89	163,93	99,98 %	2145	1426	4740	80	0,0552
2005	180,66	180,68	99,99 %	2142	1450	4714	81	0,0543
2006	200,20	200,27	99,96 %	2085	1457	4744	88	0,0593
2007	256,37	256,48	99,96 %	2092	1432	4719	88	0,0605
2008	329,13	329,46	99,90 %	2117	1472	4747	88	0,0591
2009	364,19	364,48	99,92 %	2100	1471	4750	89	0,0598
2010	470,61	471,03	99,91 %	2021	1477	4749	87	0,0583
2011	522,81	523,20	99,93 %	2004	1483	4760	90	0,0590
2012	518,65	519,00	99,93 %	2038	1506	4786	93	0,0607
2013	533,71	534,03	99,94 %	2080	1554	4818	100	0,0635
2014	532,98	533,58	99,89 %	2081	1528	4821	103	0,0668
2015	354,00	354,24	99,93 %	2071	1558	4838	106	0,0678
2016	298,08	298,21	99,96 %	2111	1659	4899	112	0,0676
2017	316,09	316,36	99,91 %	2109	1670	4915	113	0,0678
2018	368,63	368,81	99,95 %	2163	1688	4934	115	0,0680
2019	396,81	396,96	99,96 %	2156	1702	4946	115	0,0670
2020	335,20	335,27	99,98 %	2240	1693	4934	118	0,0689
2021	416,40	416,47	99,98 %	2055	1683	4951	113	0,0664
2022	380,56	380,74	99,95 %	2030	1694	4942	114	0,0656

\* Peso em ordem de marcha.

Fonte: Elaborado pelo autor.

Figura 7.10 – Evolução do peso médio dos veículos comerciais leves de 2003 até 2022



Fonte: Elaborado pelo autor.

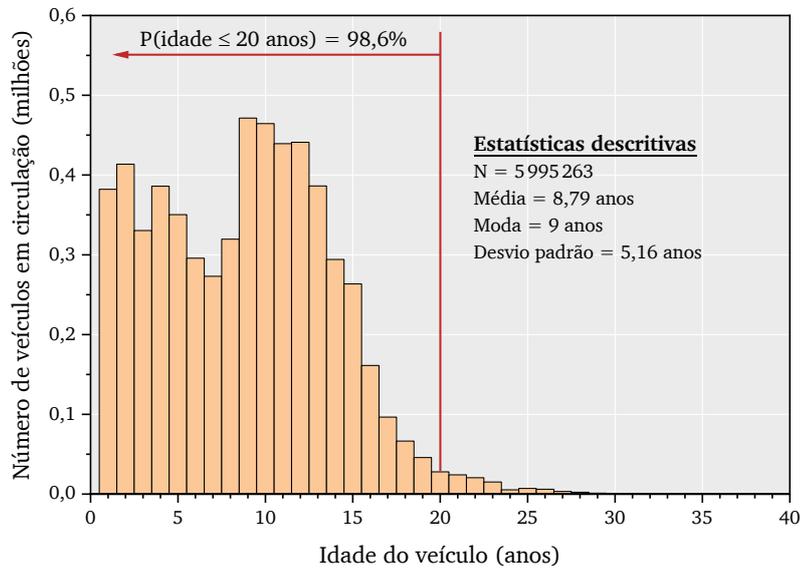
A distribuição de idades dos veículos comerciais leves (Figura 7.11) também é fornecida no Relatório da Frota Circulante do Sindipeças (2023). Realizando o mesmo cálculo ponderado pelas idades, obtém-se os seguintes momentos estatísticos representativos da frota de veículos comerciais leves:

$$\begin{aligned}\mu_{Q_{VCL}} &= 1576,9 \text{ kgf}, \\ \sigma_{Q_{VCL}} &= 451,2 \text{ kgf}, \\ \delta_{Q_{VCL}} &= \sigma_{Q_{VCL}} / \mu_{Q_{VCL}} = 0,286.\end{aligned}\tag{7.24}$$

Assim como no caso de veículos de passeio, estes valores dizem respeito ao peso em ordem de marcha, e serão ainda majorados na Subseção 7.9.2 para considerar possíveis carregamentos adicionais.

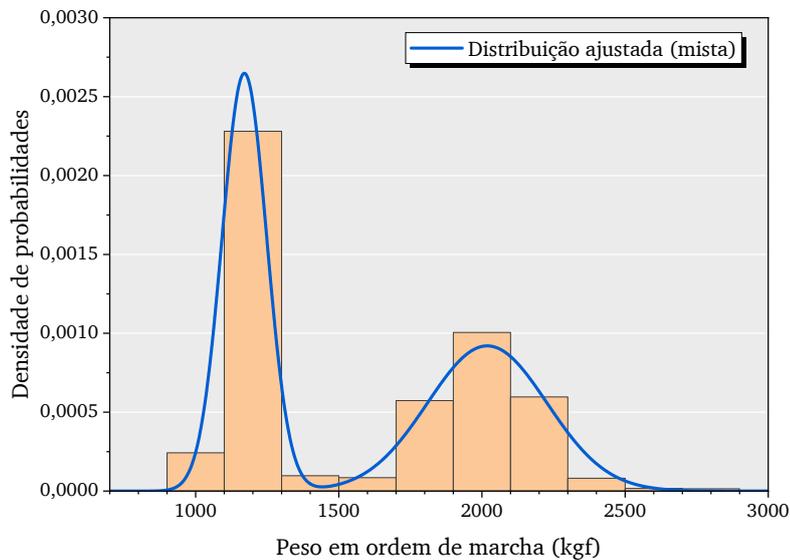
Constata-se que o peso de veículos comerciais leves apresenta um coeficiente de variação muito maior do que o de veículos de passeio. Analisando a forma da distribuição (Figura 7.12), no entanto, nota-se que ela apresenta comportamento fortemente bimodal. Isto ocorre porque os modelos que tem consistentemente encabeçado o ranking de vendas nos últimos anos são bem segmentados entre picapes e/ou furgões compactos (Fiat Strada, Volkswagen Saveiro e Fiat Fiorino, por exemplo), que pesam na faixa de 1100 kgf a 1300 kgf, e picapes e/ou furgões médios e grandes (Fiat Toro, Toyota Hilux, Chevrolet S10, etc.), cujo peso fica em torno de 2000 kgf, existindo poucos modelos intermediários entre estas faixas de pesos. Neste caso, aproximou-se o histograma por uma mistura de duas distribuições Gaussianas.

Figura 7.11 – Histograma de frequências da idade da frota circulante de veículos comerciais leves



Fonte: Elaborado pelo autor.

Figura 7.12 – Distribuição do peso em ordem de marcha da frota de veículos comerciais leves



Fonte: Elaborado pelo autor.

Finalmente, determina-se a distribuição geral  $Q$  do peso em ordem de marcha da frota brasileira de veículos leves, combinando as distribuições  $Q_{VP}$  de veículos de passeio e  $Q_{VCL}$  de comerciais leves, respectivamente, ponderadas pela proporção relativa da frota circulante que cada categoria representa. Os valores obtidos para os momentos são:

$$\begin{aligned}\mu_Q &= 1184,9 \text{ kgf}, \\ \sigma_Q &= 293,5 \text{ kgf}, \\ \delta_Q &= \sigma_Q / \mu_Q = 0,248.\end{aligned}\tag{7.25}$$

O coeficiente de variação resultou próximo de 0,25, o que é coerente com resultados da literatura. [Kemper, Funke e Feldmann \(2022\)](#), por exemplo, obtiveram coeficientes de variação da ordem de  $\delta = 0,22$  a partir de dados coletados por pesagem em quatro estacionamentos em Frankfurt, e [Wen e Yeo \(2001\)](#) obtiveram  $\delta = 0,31$  para um conjunto de medições realizadas em nove edifícios garagem localizados em diferentes cidades dos estados de Illinois e Massachusetts.

Com relação à forma da distribuição, constata-se na [Figura 7.13](#) que, embora a distribuição para os veículos comerciais tenha uma característica fortemente bimodal, a distribuição geral é dominada pelos automóveis de passeio, uma vez que estes representam uma parcela muito maior da população de veículos. A distribuição de  $Q$  pode ser aproximada por uma mistura de duas distribuições log-normais:

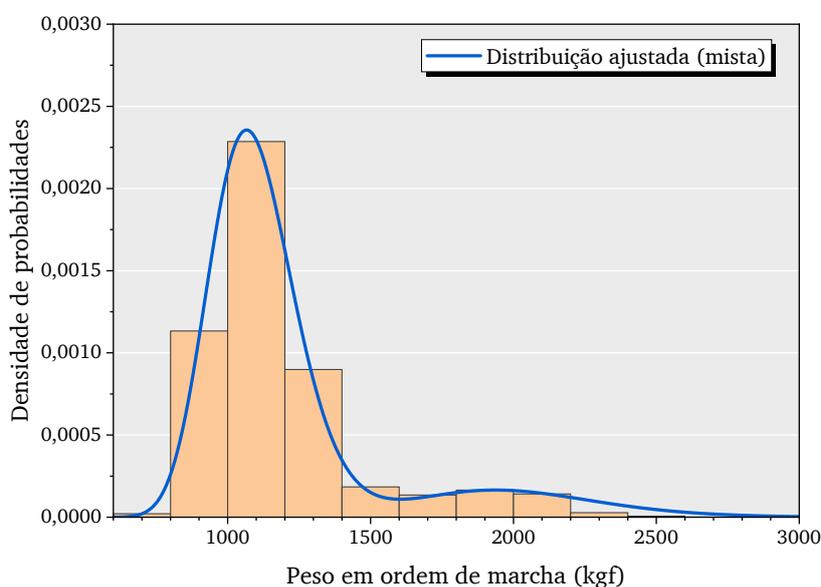
$$F_Q(x) = w_1 F_{Q_1}(x) + w_2 F_{Q_2}(x), \quad (7.26)$$

$$f_Q(x) = w_1 f_{Q_1}(x) + w_2 f_{Q_2}(x), \quad (7.27)$$

em que  $w_1 = 0,90$ ;  $w_2 = 0,10$ ;  $Q_1 \sim \text{Log-normal}(6,98; 0,13)$ ; e  $Q_2 \sim \text{Log-normal}(7,59; 0,16)$ . No entanto, esta distribuição não é utilizada diretamente no modelo probabilístico, uma vez que o teorema do limite central permite assumir que o efeito estrutural e a EUDL se aproximam de uma distribuição Gaussiana independente da distribuição de  $Q$ .

Por fim, é importante ressaltar que as estatísticas apresentadas neste trabalho correspondem à veículos leves, com peso bruto total menor que 30 kN, o que corresponde à categoria de projeto I da NBR 6120 ([ABNT, 2019](#)), para a qual a carga nominal estabelecida para o projeto de garagens e demais áreas de circulação de veículos é  $L_n = 3,0 \text{ kN/m}^2$ .

Figura 7.13 – Distribuição do peso em ordem de marcha da frota brasileira de veículos leves



Fonte: Elaborado pelo autor.

### 7.9.2 Distribuição de valores extremos

Tendo determinado a média e o desvio padrão do peso dos veículos, o próximo passo é a aplicação direta das equações do modelo probabilístico descrito neste capítulo. Ao contrário do modelo para cargas variáveis em lajes de edifícios, para garagens não é necessário realizar a combinação de dois processos com características de variabilidade temporal distintas. Desta forma, pode-se prescindir da realização de simulações de Monte Carlo e obter a distribuição de valores extremos diretamente através de uma expressão analítica.

Recorda-se que os momentos estatísticos de  $Q$  obtidos na seção anterior são referentes ao peso em ordem de marcha do veículo. É usual majorar um pouco este valor para levar em consideração a possível presença de um carregamento adicional associado a passageiros, bagagem ou blindagem do veículo, por exemplo. [Wen e Yeo \(2001\)](#) assumiram que este peso adicional é da ordem de 17% do peso do veículo. [Kemper, Funke e Feldmann \(2022\)](#) constataram que o peso médio dos veículos medido por meio de balanças instaladas na entrada de quatro estacionamentos foi, na média, 20% maior que o peso médio obtido por meio de ajuste dos dados oficiais reportados pela autoridade federal de transporte motorizado alemã. No presente trabalho, optou-se por utilizar um fator majorador de 1,20, de modo que os momentos de  $Q$  a serem utilizados na análise são:

$$\mu_Q = 1,20 \cdot 1184,9 = 1421,9 \text{ kgf} \approx 13,94 \text{ kN}, \quad (7.28)$$

$$\sigma_Q = 1,20 \cdot 293,5 = 352,2 \text{ kgf} \approx 3,45 \text{ kN}. \quad (7.29)$$

Considera-se inicialmente uma garagem localizada em área comercial. Com base nos parâmetros sugeridos na [Tabela 7.1](#), adota-se  $\bar{t}_y = 300$  dias/ano e  $\bar{\rho} = 2,0 \text{ dia}^{-1}$ . Admite-se ainda que  $\alpha = 1,0$ . O valor do fator de pico selecionado nestas análises é  $\kappa = 2,4$ , em concordância com a [Figura 3.5](#). O valor máximo da EUDL é obtido por meio da equação (7.22). Como a EUDL  $q$  é assumida Gaussiana, temos:

$$F_{\max q}^{[0,t]}(x) \approx \exp \left( -\bar{\rho} \bar{t}_y t n \left( 1 - \Phi \left( \frac{x - \mu_q}{\sigma_q} \right) \right) \right), \quad (7.30)$$

em que  $\Phi(\cdot)$  é a função de distribuição acumulada normal padrão; e os momentos  $\mu_q$  e  $\sigma_q$  da EUDL são obtidos por meio das expressões (7.14) e (7.15).

São consideradas três opções para a área  $A$  de uma vaga, em concordância com as dimensões definidas no Código de Obras e Edificações (COE) do Município de São Paulo ([SÃO PAULO, 2017](#)):

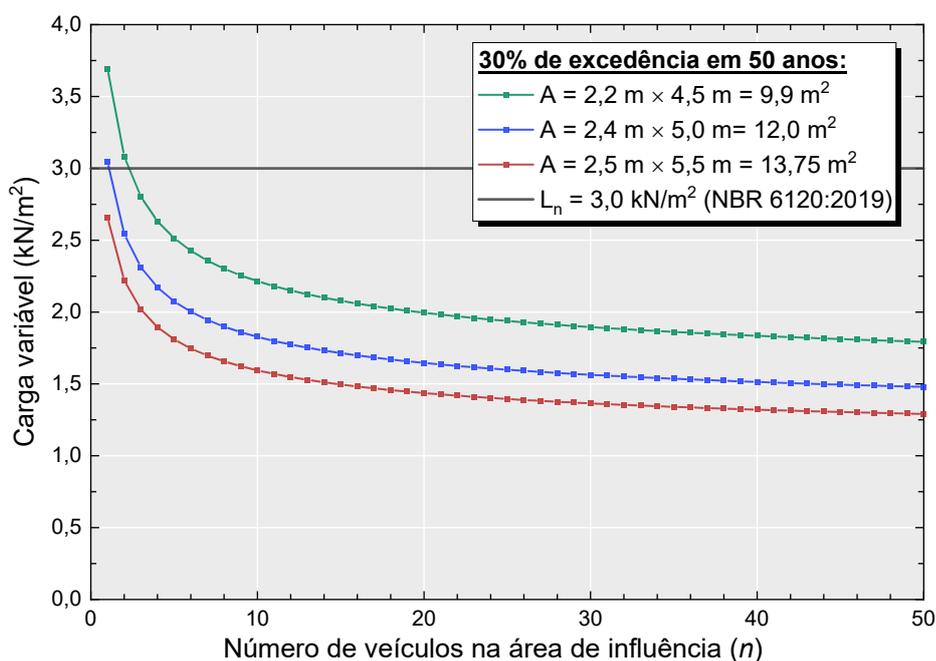
- (a) **Vaga para veículos de pequeno porte:** 2,2 m de largura por 4,5 m de comprimento ( $A = 2,2 \times 4,5 = 9,9 \text{ m}^2$ ), ideal para veículos compactos.
- (b) **Vaga para veículos de médio porte:** 2,4 m de largura por 5,0 m de comprimento ( $A = 2,4 \times 5,0 = 12,0 \text{ m}^2$ ), ideal para sedans.

- (c) **Vaga para veículos de grande porte:** 2,5 m de largura por 5,5 m de comprimento ( $A = 2,5 \times 5,5 = 13,75 \text{ m}^2$ ), ideal para caminhonetes e utilitários.

A Figura 7.14 mostra o valor da carga característica  $L_k$ , calculada em correspondência a uma probabilidade de excedência de 30 % em 50 anos, variando o valor da área da vaga. A linha horizontal em  $L_n = 3,0 \text{ kN/m}^2$  indica o valor nominal estabelecido na NBR 6120 (ABNT, 2019). Percebe-se que a área  $A$  da vaga é um parâmetro que influencia bastante na carga máxima em 50 anos, uma vez que tanto a média quanto a variância da EUDL dependem de  $A$ . De modo geral, a carga nominal  $L_n$  da NBR 6120 parece ser bastante conservadora, tendo sido superada apenas para a vaga de menor área e para  $n = 1$ , ou seja, para uma área de influência tão pequena que abrange apenas uma vaga de estacionamento.

Embora esta seja uma situação que pode acontecer, não parece justificável manter uma carga nominal uniforme elevada apenas para se resguardar quanto a este caso, uma vez que a NBR 6120 estabelece que os elementos estruturais também devem ser verificados para a atuação isolada de cargas concentradas na posição mais desfavorável. Para garagens classificadas como Categoria I, esta verificação é feita para uma carga concentrada de 12 kN atuando em uma região de 10 cm  $\times$  10 cm, desconsiderando-se a carga uniformemente distribuída. Este carregamento foi determinado considerando-se a atuação de um macaco automotivo em caso de troca de pneu, pensando no efeito da punção em lajes, mas possivelmente também vai produzir um efeito localizado mais crítico que a carga distribuída de projeto para elementos com área de influência muito pequena.

Figura 7.14 – Cargas variáveis em garagens: modelo probabilístico *versus* NBR 6120 para diferentes valores da área da vaga

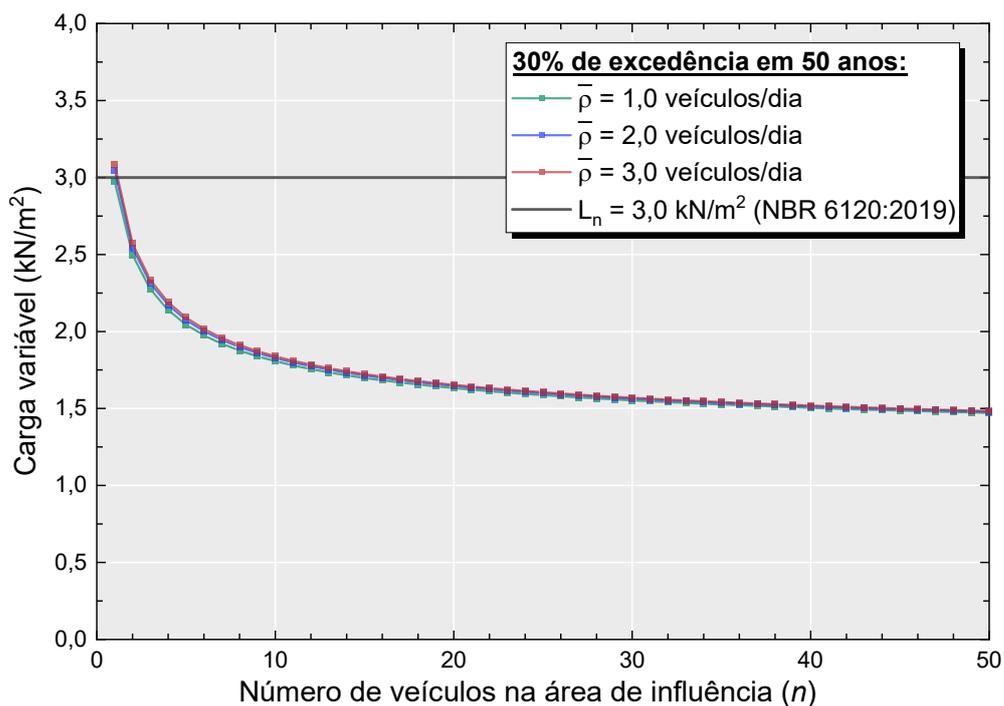


Fonte: Elaborado pelo autor.

A carga nominal de  $3,0 \text{ kN/m}^2$  parece ainda mais injustificada quando se tem em vista que a frota nacional em circulação é consideravelmente mais leve (em média) do que a norte-americana, por exemplo, onde se adotada uma carga de projeto de apenas  $L_n = 40 \text{ psf}$  ( $1,92 \text{ kN/m}^2$ ). Além disso, ao contrário da NBR 6120, a ASCE/SEI 7-16 (ASCE, 2016) ainda permite a redução de até 20% da carga variável para elementos verticais que suportam dois ou mais pavimentos, podendo chegar a um carregamento nominal de  $L_n = 32 \text{ psf}$  ( $1,53 \text{ kN/m}^2$ ), praticamente a metade da carga equivalente distribuída da norma brasileira.

A Figura 7.15 mostra os resultados obtidos fixando a área da vaga em  $A = 2,4 \times 5,0 = 12,0 \text{ m}^2$  (vaga para veículos de médio porte) e variando o valor do parâmetro  $\bar{\rho}$  de 1,0 a 3,0. Verifica-se que a sensibilidade da carga máxima às variações no parâmetro  $\bar{\rho}$  é muito baixa, uma vez que as três curvas são praticamente indistinguíveis, com um aumento na carga variando de 1,0% a 3,7% quando o parâmetro  $\bar{\rho}$  varia de  $1,0 \text{ dia}^{-1}$  a  $3,0 \text{ dia}^{-1}$ . A mesma conclusão pode ser estendida para o parâmetro  $\bar{t}_y$ . Isto ocorre porque o número esperado de renovações do processo de onda retangular é muito maior para garagens do que para edifícios. A título de comparação, o número esperado de renovações do carregamento em garagens em um período de 50 anos utilizando  $\bar{\rho} = 2,0 \text{ dia}^{-1}$  e  $\bar{t}_y = 300 \text{ dias/ano}$  é igual a  $3 \times 300 \times 50 = 30000$ , enquanto que para a parcela sustentada do carregamento em um edifício comercial são esperadas apenas  $0,2 \times 50 = 10$  renovações, em média, durante este mesmo período.

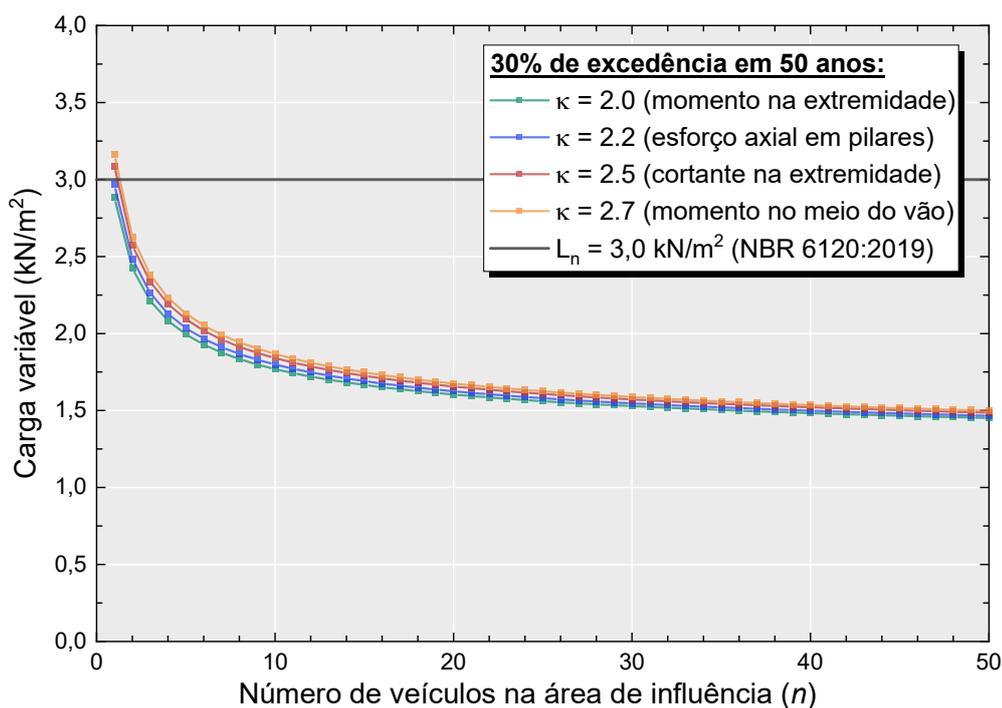
Figura 7.15 – Cargas variáveis em garagens: modelo probabilístico versus NBR 6120 para diferentes valores do parâmetro  $\bar{\rho}$



Fonte: Elaborado pelo autor.

Similarmente, na [Figura 7.16](#) é analisada a sensibilidade ao tipo de efeito considerado. Fixou-se a área da vaga em  $A = 2,4 \times 5,0 = 12,0 \text{ m}^2$  (vaga para veículos de médio porte) e o valor do parâmetro  $\bar{\rho} = 2,0 \text{ dia}^{-1}$ , e variou-se o fator de pico  $\kappa$  de 2,0 a 2,7, correspondendo às superfícies de influência típicas ilustradas na [Figura 3.5](#). Observa-se que a sensibilidade dos resultados com relação ao efeito considerado também é bastante baixa, aumentando entre 3,2% a 9,7% quando  $\kappa$  varia de 2,0 a 2,7.

Figura 7.16 – Cargas variáveis em garagens: modelo probabilístico versus NBR 6120 para diferentes efeitos de interesse



Fonte: Elaborado pelo autor.

As análises apresentadas até aqui ([Figuras 7.14](#), [7.15](#) e [7.16](#)) dizem respeito ao cenário atual, considerando dados da frota em circulação até dezembro de 2022. No entanto, para fins da determinação de uma carga de projeto, é necessário analisar cenários que levem em conta a expectativa futura. Em particular, deve-se considerar o aumento esperado da penetração de veículos elétricos e/ou híbridos no mercado automotivo brasileiro, que deve contribuir para uma tendência de aumento do peso médio nos próximos anos.

A ANFAVEA, em parceria com o Boston Consulting Group, estabeleceu dois possíveis cenários futuros com relação à eletrificação da frota ([ANFAVEA, 2021](#)), denominados “Inercial” (L1) e “Convergência Global” (L2). No cenário L1, prevê-se que os veículos elétricos serão responsáveis por uma fatia de 12% e 32% das vendas totais de veículos leves nos anos de 2030 e 2035, respectivamente. Já no cenário L2, a participação de mercado dos veículos elétricos nas vendas de 2030 e 2035 é estimada em 22% e 62%, respectivamente. Apesar desse crescimento esperado, os veículos flex-fuel ainda devem representar a maioria da frota futura de veículos leves em circulação: com base na taxa de

renovação anual da frota, estima-se que os veículos elétricos representarão entre 2 % a 4 % da frota circulante em 2030 e entre 10 % a 18 % em 2035, de acordo com os cenários L1 e L2, respectivamente (ANFAVEA, 2021), conforme mostrado na Tabela 7.5.

Como o banco de dados de especificações técnicas construído neste estudo inclui um número muito pequeno de veículos elétricos, o peso médio deste tipo de veículo precisa ser estimado para que se possa realizar análises para cenários futuros. Poucos estudos comparam o peso dos veículos para diferentes tipos de trem de força. Timmers e Achten (2016) observaram que, em média, os veículos elétricos (EVs, do inglês: *Electric Vehicles*) são 24 % mais pesados que os veículos de motor de combustão interna (ICEVs, do inglês: *Internal Combustion Engine Vehicles*), com base em sua análise da literatura sobre emissões não exaustivas de diferentes categorias de veículos. Em outro estudo, Bauer et al. (2015) usaram um modelo integrado de simulação e modelagem de veículos para realizar uma Avaliação do Ciclo de Vida (ACV) de veículos de passeio europeus de tamanho médio com diferentes tecnologias de trem de força referente ao ano de 2012, e também cenário projetado em 2030. Os autores encontraram proporções de peso semelhantes, com veículos elétricos híbridos (HEVs, do inglês: *Hybrid Electric Vehicle*) e à bateria (BEVs, do inglês: *Battery Electric Vehicle*) chegando a ser por volta de 11 % e 28 % mais pesados que os ICEVs, respectivamente.

Neste estudo, assume-se que os veículos elétricos são, em média, 40 % mais pesados que os ICEVs convencionais. O uso de uma proporção de peso maior do que o sugerido pela literatura é justificado com base no fato de que o ICEV brasileiro médio é mais leve do que os veículos europeus utilizados como base de comparação nos estudos referenciados. Tomando como base para os ICEVs o peso médio dos veículos vendidos em 2022 (1308,0 kg, considerando as contribuições ponderadas de automóveis de passeio e veículos comerciais leves) e considerando as proporções previstas de EVs para os cenários L1 e L2 (ANFAVEA, 2021), obtêm-se os pesos médios estimados da frota em circulação em 2030 e 2035, conforme mostrado na Tabela 7.5. Assim como foi feito nas análises anteriores, estes pesos são ampliados em um fator de 20 % para levar em conta o carregamento adicional de passageiros e/ou carga. O desvio padrão para cada cenário é calculado assumindo-se o mesmo coeficiente de variação de 25 % obtido para o cenário atual.

Por fim, a carga distribuída equivalente correspondente à 30 % de probabilidade de excedência em 50 anos é calculada como anteriormente, considerando vagas de estacionamento de tamanho médio ( $A = 12,0 \text{ m}^2$ ),  $\kappa = 2,4$  e  $\bar{\rho} = 2,0 \text{ dia}^{-1}$ . Os resultados, mostrados na Figura 7.17, indicam que, para esses parâmetros, a carga de projeto atual  $L_n = 3,0 \text{ kN/m}^2$  ainda é conservadora para todas as situações exceto para áreas de influência muito pequenas, mesmo para o cenário mais otimista de eletrificação (Convergência Global, ou cenário L2, até 2035). Neste cenário, a carga distribuída equivalente obtida é cerca de 19 % maior do que os resultados de referência correspondentes obtidos considerando-se as estatísticas atuais da frota circulante de veículos leves.

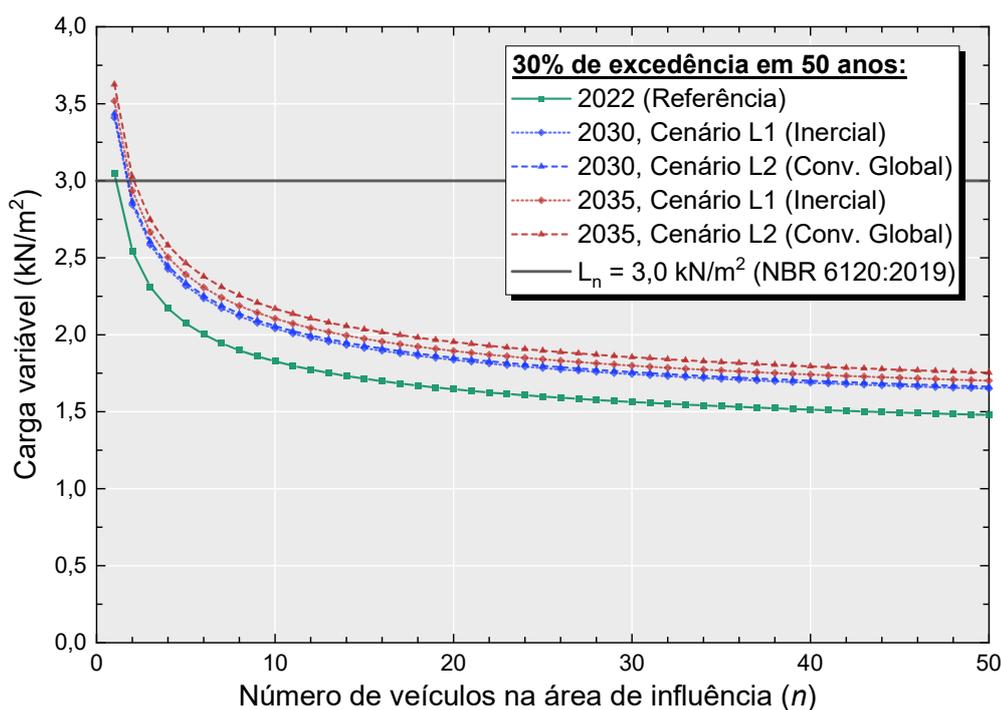
Tabela 7.5 – Composição prevista da frota circulante de veículos leves em 2030 e 2035 e correspondentes peso médio e desvio padrão para diferentes cenários

Ano	Atual	Inercial (L1)		Conv. Global (L2)	
	2022	2030	2035	2030	2035
Proporção de EVs	–	2 %	10 %	4 %	18 %
Proporção de ICEVs	100 %	98 %	90 %	96 %	82 %
Média peso* (kgf)	1184,9	1318,5	1360,3	1328,9	1402,2
Desvio padrão peso* (kgf)	293,5	329,6	340,1	332,2	350,5
Média peso* + 20 % (kgf)	1421,9	1582,1	1632,4	1594,7	1682,6
Desvio padrão peso* + 20 % (kgf)	352,2	395,5	408,1	398,7	420,7

\* Peso em ordem de marcha.

Fonte: Elaborado pelo autor com base nos dados reportados pela [ANFAVEA \(2021\)](#).

Figura 7.17 – Cargas variáveis em garagens: modelo probabilístico versus NBR 6120 para diferentes cenários futuros de composição da frota circulante



Fonte: Elaborado pelo autor.

Os resultados apresentados nesta seção permitem concluir que a carga distribuída nominal para garagens de Categoria I ( $PBT \leq 30 \text{ kN}$ ) apresentada na NBR 6120 ([ABNT, 2019](#)) é conservadora tendo em vista as características particulares da frota brasileira de veículos leves, mesmo considerando cenários futuros em que a tendência do peso médio dos veículos é aumentar devido à maior penetração de veículos elétricos no mercado. Com base nisto, propõe-se que seria razoável reduzir a carga de projeto de 3,0 para pelo menos  $2,5 \text{ kN/m}^2$ , que é a carga atualmente adotada pelo Eurocode 1 ([CEN, 2002b](#)) para esta

mesma classe de garagem. Acredita-se que esta redução não teria grandes implicações na segurança das garagens projetadas, uma vez que as normas americanas e europeias recomendam cargas menores do que os atuais  $3,0 \text{ kN/m}^2$  da norma brasileira mesmo possuindo veículos em média mais pesados, e não se tem evidências de acidentes ou problemas estruturais que sugiram que as garagens projetadas com estas normas não são adequadas. O valor proposto de  $2,5 \text{ kN/m}^2$  é arbitrariamente escolhido com base no julgamento do autor, sendo um limite superior razoável quando comparado com os resultados do modelo probabilístico para a maior parte das áreas de influência consideradas típicas. Em contrapartida, a carga concentrada sugerida pela NBR 6120 para garagens de Categoria I poderia possivelmente ser aumentada dos atuais  $12 \text{ kN}$  para algo em torno de  $15 \text{ kN}$  ou  $20 \text{ kN}$  (ficando, novamente, mais próximo dos valores adotados pelo Eurocode 1) para garantir a segurança no caso dos elementos cuja área de influência é muito pequena, fazendo com que a carga distribuída equivalente necessária para reproduzir o mesmo efeito causado pelo carregamento original dos veículos resulte em valores muito elevados. Por fim, ressalta-se que devido às tendências observadas da preferência do mercado por modelos mais pesados e das previsões de crescimento da popularidade de veículos elétricos, recomenda-se que esta análise seja repetida no futuro para verificar como isto impactará nas cargas em garagens.

---

## Considerações finais

Neste capítulo, são apresentadas as principais conclusões obtidas durante o desenvolvimento desta pesquisa, no que diz respeito à modelagem probabilística de cargas variáveis tanto em lajes de edifícios quanto em garagens, no contexto das definições das normas de projeto brasileiras. Por fim, são apresentadas algumas sugestões para possíveis trabalhos futuros relacionados ao presente estudo.

### 8.1 Comentários gerais

Na presente pesquisa, foi exposto um panorama geral a respeito da natureza estocástica das cargas variáveis e de como elas podem ser representadas por meio de modelos que levem em conta suas características de variabilidade espacial e temporal. Neste sentido, são apresentados e discutidos diferentes alternativas de modelos que permitem representar este tipo de ação. Além disso, edifícios com diferentes tipos de ocupação são investigados neste estudo, o que permite fazer uma análise crítica não só dos modelos propriamente ditos e dos valores sugeridos para seus parâmetros de entrada, como também das prescrições das normas de projeto no que diz respeito às cargas variáveis.

Para a carga variável em lajes de edificações, é apresentado um modelo que consiste na soma de dois processos estocásticos com características bem distintas: uma parcela dita sustentada, representada por um processo de onda retangular de Poisson, e outra intermitente, representada por um processo de pulsos de Poisson. A modelagem do carregamento sustentado já é bastante consagrada na literatura – embora ainda haja espaço para melhoria através da coleta de mais dados para validar e aprimorar os parâmetros de entrada do modelo. A parcela intermitente, por outro lado, é mais controversa. No presente estudo, são investigados dois modelos distintos para a representação do carregamento intermitente: um deles proposto por Peir (1971), e o outro sendo o modelo que é atualmente recomendado no *Probabilistic Model Code* do JCSS (2001).

Ambas as formulações foram implementadas para se obter por meio de simulação de Monte Carlo certas quantidades de interesse da carga variável, tais como os valores característicos correspondentes à definição dada pelas normas brasileiras em termos de probabilidades de excedência em 50 anos. Uma análise crítica da interação entre os dois processos que compõem o carregamento variável e dos resultados obtidos nas simulações para diferentes tipos de ocupação revela que o modelo do JCSS, pelo menos com os valores dos parâmetros que são sugeridos no documento, é frequentemente muito conservador.

Em virtude disto, dá-se preferência ao modelo de Peir (1971), por acreditar que ele tem um embasamento mais sólido e consistente com as características do fenômeno que deseja representar.

Ressalta-se que, particularmente para o caso de edificações, não se tem dados de pesquisas de carga que possam ser utilizados para estimar os parâmetros de entrada do modelo probabilístico que descrevem as variabilidades espacial e temporal do processo. Para contornar esta dificuldade, neste estudo foram utilizados como uma primeira aproximação os parâmetros sugeridos pelo JCSS. Estes parâmetros são baseados em pesquisas de carga realizadas em diversos países, principalmente durante as décadas de 60 a 80. Considerando que o estilo de vida e a cultura brasileira são diferentes da americana/europeia, além do fato de que a maior parte destes dados foram levantados há mais de quatro décadas, é possível que os parâmetros utilizados neste trabalho não sejam representativos da realidade nacional. Idealmente, seria necessário que fossem realizadas pesquisas de campo para aferir a carga em edificações típicas brasileiras, para que estes parâmetros pudessem ser validados ou retificados. No entanto, por mais que ainda não se possa afirmar que as estatísticas obtidas neste trabalho sejam representativas da realidade brasileira, considera-se que elas são mais adequadas que as apresentadas em Santiago *et al.* (2020) e utilizadas para calibrar os coeficientes de segurança parciais das normas brasileiras de projeto, uma vez que são consistentes com as probabilidades de excedência definidas na NBR 8681 (ABNT, 2003) e apresentam coeficientes de variação na mesma ordem de grandeza de estatísticas similares encontradas na literatura.

É apresentado também neste trabalho um modelo probabilístico diferente para representar a carga variável em garagens e estacionamentos, que leva em consideração algumas características que são bem particulares a este tipo de ocupação. Na falta de dados oficiais a respeito de características da frota nacional de veículos leves, foi necessário o uso de um procedimento alternativo para a obtenção das estatísticas de interesse. Estes valores foram obtidos cruzando os volumes de vendas de vários veículos com um banco de dados criado com as especificações técnicas de mais de 11000 modelos e também com informações a respeito do quantitativo de veículos em circulação no Brasil. As estatísticas assim determinadas são utilizadas para alimentar um modelo probabilístico simplificado, que é comparado às prescrições da norma brasileira NBR 6120 (ABNT, 2019). Os resultados obtidos utilizando o modelo probabilístico permitem concluir que a carga de projeto definida na NBR 6120 aparenta ser desnecessariamente conservadora, tendo em vista as características observadas da frota nacional de veículos, e que poderia provavelmente ser reduzida para ficar mais coerente com os valores praticados pelas normas de projeto internacionais.

Pode-se dizer que as maiores contribuições deste trabalho são: (a) ter realizado uma revisão aprofundada da literatura a respeito do panorama atual da investigação e modelagem probabilística de cargas variáveis em edificações e garagens; e (b) ter proposto

um conjunto de estatísticas para a carga variável que não só abrangem uma ampla gama de tipos de utilização da estrutura, como também estão em concordância com as definições estabelecidas pelas normas NBR 8681 (ABNT, 2003) e NBR 6120 (ABNT, 2019), que até então eram apenas afirmações inócuas, sem conexão com nenhum estudo que comprovasse que os valores nominais das cargas dados nas normas brasileiras de fato correspondam àquelas probabilidades de excedência. Entende-se que as estatísticas propostas no presente estudo são adequadas para o uso em diversos problemas de confiabilidade, incluindo o problema de calibração baseada em confiabilidade dos coeficientes de segurança parciais das normas de projeto, que requer que as descrições probabilísticas das variáveis envolvidas sejam o mais abrangentes possível, uma vez que estas normas serão utilizadas para projetar os mais diversos tipos de estrutura em todo o território nacional.

## 8.2 Sugestões para trabalhos futuros

A revisão bibliográfica realizada neste trabalho apontou algumas lacunas importantes no que se refere à modelagem probabilística das cargas variáveis. Obviamente, o modelo probabilístico em si pode ser feito tão sofisticado quanto se queira, mas ele sempre será tão preciso em reproduzir fielmente os fenômenos físicos por trás do carregamento quanto mais adequados forem os valores parâmetros de entrada, o que se traduz em quanto da incerteza epistêmica associada à escolha destes parâmetros se consegue reduzir por meio da coleta de mais informações.

Os parâmetros de entrada sugeridos pelo JCSS para a parcela sustentada do carregamento variável são, em sua maior parte, definidos com base em resultados de uma quantidade limitada de pesquisas de carga que foram realizadas há mais de 40 anos atrás. De lá pra cá, muita coisa pode ter mudado, e os parâmetros adotados para um certo tipo de uso hoje podem não ser representativos.

Idealmente, deveriam ser realizados novos levantamentos, valendo-se de técnicas mais avançadas para a coleta de dados em vez da obsoleta pesagem manual, para alimentar os modelos com mais informações sobre a variabilidade do carregamento. Isto permitiria que algumas das cargas de projeto excessivamente conservadoras indicadas nas normas fossem revisadas, podendo levar a reduções substanciais no consumo de materiais e nas emissões de carbono na indústria da construção civil.

Outro ponto interessante é a calibração baseada em confiabilidade das normas brasileiras de projeto estrutural. Embora uma abordagem deste problema ter sido feita por [Santiago et al. \(2020\)](#), algumas das estatísticas utilizadas neste estudo são controversas, uma delas sendo a carga variável máxima de 50 anos ( $L_{50}$ ), o que faz com que o resultado obtido não seja ainda considerado apropriado para ser introduzido nas normas brasileiras. Acredita-se que, com a nova estatística de  $L_{50}$  proposta neste estudo, seja possível reavaliar esta calibração obtendo resultados mais coerentes. De fato, um primeiro conjunto de

coeficientes de segurança ótimos utilizando esta estatística de  $L_{50}$  é apresentada em [Costa, Santiago e Beck \(2023\)](#). No entanto, há ainda outras contribuições que podem ser feitas neste sentido, como a atualização do modelo estocástico para a ação do vento, ou a utilização de outra forma de se fazer a combinação de ações que não a regra de Turkstra, por exemplo.



---

## Referências

AMERICAN CONCRETE INSTITUTE (ACI). **ACI 318-19**: Building code requirements for structural concrete. Detroit, Michigan, 2019. 624 p.

AMERICAN SOCIETY OF CIVIL ENGINEERS (ASCE). **ASCE/SEI 7-16**: Minimum design loads and associated criteria for buildings and other structures. Reston, Virginia, 2016. 889 p.

ANDAM, K. A. Floor Live Loads for Office Buildings. **Building and Environment**, v. 21, n. 3-4, p. 211–219, 1986. doi: [10.1016/0360-1323\(86\)90032-6](https://doi.org/10.1016/0360-1323(86)90032-6).

ANDAM, K. A. Live load studies for buildings in Ghana. **Proceedings of the Institution of Civil Engineers**, v. 89, n. 2, p. 295–299, 1990. doi: [10.1680/iicep.1990.6948](https://doi.org/10.1680/iicep.1990.6948).

ANDAM, K. A.; ASANTEY, S. B. A. Stochastic assessment of the lifetime maximum live load. **Engineering Structures**, v. 20, n. 9, p. 805–818, 1998. doi: [10.1016/S0141-0296\(97\)00123-5](https://doi.org/10.1016/S0141-0296(97)00123-5).

ASANTEY, S. B. A.; ANDAM, K. A. Factory and Warehouse Live Load Survey. **Building and Environment**, v. 31, n. 2, p. 167–178, 1996. doi: [10.1016/0360-1323\(95\)00035-6](https://doi.org/10.1016/0360-1323(95)00035-6).

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS (ABNT). **NB-1**: Projeto e execução de obras de concreto armado. Rio de Janeiro, 1978. 76 p.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS (ABNT). **NB-5**: Cargas para o cálculo de estruturas de edifícios. Rio de Janeiro, 1961. 2 p.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS (ABNT). **NBR 6118**: Projeto de estruturas de concreto – Procedimento. Rio de Janeiro, 2014. 238 p.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS (ABNT). **NBR 6120**: Cargas para o cálculo de estruturas de edifícios. Rio de Janeiro, 1971. 2 p.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS (ABNT). **NBR 6120**: Cargas para o cálculo de estruturas de edificações. Rio de Janeiro, 1980. 5 p.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS (ABNT). **NBR 6120**: Ações para o cálculo de estruturas de edificações. Rio de Janeiro, 2019. 61 p.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS (ABNT). **NBR 6123**: Forças devidas ao vento em edificações – procedimento. Rio de Janeiro, 1988. 66 p.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS (ABNT). **NBR 8681**: Ações e segurança nas estruturas – Procedimento. Rio de Janeiro, 2003. 18 p.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS (ABNT). **NBR 8800**: Projeto de estruturas de aço e de estruturas mistas de aço e concreto de edifícios. Rio de Janeiro, 2008. 237 p.

- ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS (ABNT). **NBR 15421**: Projeto de estruturas resistentes a sismos – Procedimento. Rio de Janeiro, 2006. 32 p.
- ASSOCIAÇÃO NACIONAL DOS FABRICANTES DE VEÍCULOS AUTOMOTORES (ANFAVEA). **O caminho da descarbonização do setor automotivo no Brasil**. São Paulo, 2021. Disponível em: [https://anfavea.com.br/docs/APRESENTA%C3%87%C3%83O\\_ANFAVEA\\_E\\_BCG.pdf](https://anfavea.com.br/docs/APRESENTA%C3%87%C3%83O_ANFAVEA_E_BCG.pdf). Acesso em: 25 abr. 2023.
- ASSOCIAÇÃO NACIONAL DOS FABRICANTES DE VEÍCULOS AUTOMOTORES (ANFAVEA). **Anuário da Indústria Automobilística Brasileira**. São Paulo, 2023. Disponível em: <https://anfavea.com.br/site/anuarios/>. Acesso em: 25 abr. 2023.
- BAUER, C. *et al.* The environmental performance of current and future passenger vehicles: Life cycle assessment based on a novel scenario analysis framework. **Applied Energy**, v. 157, p. 871–883, 2015. doi: .
- BECK, A. T. **Confiabilidade e Segurança das Estruturas**. 1. ed. Rio de Janeiro: Elsevier, 2019. ISBN 978-85-352-8688-5.
- BECK, A. T.; SOUZA JUNIOR, A. C. A First Attempt Towards Reliability-based Calibration of Brazilian Structural Design Codes. **Journal of the Brazilian Society of Mechanical Sciences and Engineering**, v. 32, n. 2, p. 119–127, 2010. doi: [10.1590/S1678-58782010000200004](https://doi.org/10.1590/S1678-58782010000200004).
- BLACKALL, C. H. Live Loads in Office-Buildings. **The American Architect and Building News**, v. 41, n. 922, p. 123–131, 1893.
- BLACKALL, C. H. Live Floor Loads. **The American Architect and the Architectural Review**, v. 123, n. 2410, p. 6–8, 1923.
- BOVA, C. J. **A Probabilistic Basis for Live Load Reduction in Office Buildings**. 1980. Thesis presented to the Northwestern University, in partial fulfillment of the requirements for the degree of Master of Science — Northwestern University, Evanston, Illinois, 1980.
- BRYSON, J. O.; GROSS, D. **Techniques for the Survey and Evaluation of Live Floor Loads and Fire Loads in Modern Office Buildings**. *Building Science Series 16*, U.S. Department of Commerce, National Bureau of Standards, Washington, D.C., 1968.
- CARROSNAWEB. **CarrosnaWeb – Catálogo: Fichas técnicas, equipamentos e fotos de carros**. Disponível em: <https://www.carrosnaweb.com.br/avancada.asp>. Acesso em: 21 jan. 2023.
- CHALK, P. L. **A Probabilistic Determination of Design Live Loads for Buildings**. 1979. Thesis presented to the Northwestern University, in partial fulfillment of the requirements for the degree of Master of Science — Northwestern University, Evanston, Illinois, 1979.
- CHALK, P. L.; COROTIS, R. B. Probability Model for Design Live Loads. **Journal of the Structural Division**, v. 106, n. 10, p. 2017–2033, 1980. doi: [10.1061/JSDEAG.0005542](https://doi.org/10.1061/JSDEAG.0005542).
- CHEN, J.; LI, Y. Structural live load surveys by deep learning. **Smart Struct. Syst.**, v. 30, n. 2, p. 145–157, 2022. ISSN 1738-1584. doi: [10.12989/sss.2022.30.2.145](https://doi.org/10.12989/sss.2022.30.2.145).
- CHOI, E. C. C. **Data structure and data processing procedures for live loads and fire loads in office buildings**. *Technical Record 524*, National Building Technology Centre, Sydney, Australia, 1988.

CHOI, E. C. C. Live Load for Office Buildings: Effect of Occupancy and Code Comparison. **Journal of Structural Engineering**, v. 116, n. 11, p. 3162–3174, 1990. doi: [10.1061/\(ASCE\)0733-9445\(1990\)116:11\(3162\)](https://doi.org/10.1061/(ASCE)0733-9445(1990)116:11(3162)).

CHOI, E. C. C. Extraordinary Live Load in Office Buildings. **Journal of Structural Engineering**, v. 117, n. 11, p. 3216–3227, 1991. doi: [10.1061/\(ASCE\)0733-9445\(1991\)117:11\(3216\)](https://doi.org/10.1061/(ASCE)0733-9445(1991)117:11(3216)).

CHOI, E. C. C. Live load in office buildings: Point-in-time load intensity of rooms. **Proceedings of the Institution of Civil Engineers: Structures and Buildings**, v. 94, n. 3, p. 299–306, 1992a. doi: [10.1680/istbu.1992.20289](https://doi.org/10.1680/istbu.1992.20289).

CHOI, E. C. C. Live load in office buildings: Lifetime maximum load and the influence of room use. **Proceedings of the Institution of Civil Engineers: Structures and Buildings**, v. 94, n. 3, p. 307–314, 1992b. doi: [10.1680/istbu.1992.20290](https://doi.org/10.1680/istbu.1992.20290).

COLEY, C. T. A Study of Office-Building Live-Loads. **Engineering News-Record**, v. 90, n. 13, p. 584–586, 1923.

CONSEIL INTERNATIONAL DU BÂTIMENT (CIB). **CIB Report 116**: Actions on structures: Live loads in buildings. Rotterdam, 1989. 48 p.

CONSEIL INTERNATIONAL DU BÂTIMENT (CIB). **CIB Report 194**: Actions on structures: Floor loads in car parks. Rotterdam, 1997. 18 p.

CORNELL, C. A. A probability-based structural code. **ACI Journal Proceedings**, v. 66, n. 12, p. 974–985, 1969. doi: [10.14359/7446](https://doi.org/10.14359/7446).

CORNELL, C. A.; COROTIS, R. B.; ALLEN, D. E. Discussion of “Statistical Model for Live Floor Loads”. **Journal of the Structural Division**, v. 95, n. 7, p. 1576–1583, 1969. doi: [10.1061/JSDEAG.0002320](https://doi.org/10.1061/JSDEAG.0002320).

COROTIS, R. B. **Statistical Measurement and Prediction of Building Design Loads**. 1968. Thesis presented to the Massachusetts Institute of Technology, in partial fulfillment of the requirements for the degree of Master of Science — Massachusetts Institute of Technology, Cambridge, Mass., 1968.

COROTIS, R. B. Statistical Analysis of Live Load in Column Design. **Journal of the Structural Division**, v. 98, n. 8, p. 1803–1815, 1972. doi: [10.1061/JSDEAG.0003304](https://doi.org/10.1061/JSDEAG.0003304).

COROTIS, R. B.; DOSHI, V. A. Probability Models for Live-Load Survey Results. **Journal of the Structural Division**, v. 103, n. 6, p. 1257–1274, 1977. doi: [10.1061/JSDEAG.0004651](https://doi.org/10.1061/JSDEAG.0004651).

COROTIS, R. B.; FOX, R. R.; HARRIS, J. C. Delphi Methods: Theory and Design Load Application. **Journal of the Structural Division**, v. 107, n. 6, p. 1095–1105, 1981. doi: [10.1061/jsdeag.0005722](https://doi.org/10.1061/jsdeag.0005722).

COROTIS, R. B.; JARIA, V. A. Stochastic Nature of Building Live Loads. **Journal of the Structural Division**, v. 105, n. 3, p. 493–510, 1979. doi: [10.1061/JSDEAG.0005112](https://doi.org/10.1061/JSDEAG.0005112).

COROTIS, R. B.; TSAY, W. Probabilistic Load Duration Model for Live Loads. **Journal of Structural Engineering**, v. 109, n. 4, p. 859–874, 1983. doi: [10.1061/\(ASCE\)0733-9445\(1983\)109:4\(859\)](https://doi.org/10.1061/(ASCE)0733-9445(1983)109:4(859)).

COSTA, L. G. L.; SANTIAGO, W. C.; BECK, A. T. Probabilistic models for live loads in buildings: critical review, comparison to Brazilian design standards and calibration of partial safety factors. *Revista IBRACON de Estruturas e Materiais*, v. 16, n. 2, p. e16204, 2023. doi: [10.1590/S1983-41952023000200004](https://doi.org/10.1590/S1983-41952023000200004).

CULVER, C. **Survey Results of Fire Loads and Live Loads in Buildings**. *Building Science Series 85*, U.S. Department of Commerce, National Bureau of Standards, Washington, D.C., 1976.

CULVER, C.; KUSHNER, J. **A Program for Survey of Fire Loads and Live Loads in Buildings**. *Technical Note 858*, U.S. Department of Commerce, National Bureau of Standards, Washington, D.C., 1975.

DAYEH, R. J. **Live Loads in Office Buildings – A Pilot Survey**. Experimental Building Station, Department of Housing and Construction, N.W.S., Australia, 1974.

DUNHAM, J. W. Design live loads in buildings. *Transactions of the American Society of Civil Engineers*, v. 112, n. 1, p. 725–745, 1947. doi: [10.1061/TACEAT.0006009](https://doi.org/10.1061/TACEAT.0006009).

DUNHAM, J. W.; BREKKE, C. N.; THOMPSON, G. N. **Live Loads on Floors in Buildings**. *Buildings and Structures Report 133*, U.S. Department of Commerce, National Bureau of Standards, Washington, D.C., 1952.

ELLINGWOOD, B.; CULVER, C. Analysis of Live Loads in Office Buildings. *Journal of the Structural Division*, v. 103, n. 8, p. 1551–1560, 1977. doi: [10.1061/JSDEAG.0004693](https://doi.org/10.1061/JSDEAG.0004693).

ELLINGWOOD, B.; GALAMBOS, T. V. Probability-based criteria for structural design. *Structural safety*, v. 1, n. 1, p. 15–26, 1982. ISSN 0167-4730. doi: [10.1016/0167-4730\(82\)90012-1](https://doi.org/10.1016/0167-4730(82)90012-1).

ELLINGWOOD, B. *et al.* **Development of a Probability Based Load Criterion for American National Standard A58 – Report 577**. Washington, DC: U.S. National Bureau of Standards Special Publication No. 577, 1980.

ELLINGWOOD, B. *et al.* Probability Based Load Criteria: Load Factors and Load Combinations. *Journal of the Structural Division*, v. 108, n. 5, p. 978–997, 1982. doi: [10.1061/JSDEAG.0005959](https://doi.org/10.1061/JSDEAG.0005959).

ENGER, E. H. Test Shows Actual Live Load on School Room Floor. *Engineering News-Record*, v. 84, n. 19, p. 924, 1920.

EUROPEAN COMMITTEE FOR STANDARDIZATION (CEN). **Eurocode 1**: Background document to CEN-ENV-1991-1, Basis of design (2nd draft). Brussels, 1996.

EUROPEAN COMMITTEE FOR STANDARDIZATION (CEN). **Eurocode 0**: Basis of structural design. Brussels, 2002. 119 p.

EUROPEAN COMMITTEE FOR STANDARDIZATION (CEN). **Eurocode 1**: Actions on structures – Part 1-1: General actions – Densities, self-weight, imposed loads for buildings. Brussels, 2002. 47 p.

FADER, D. J. **Rational Considerations for the Design Loading of Office Building Floor**. 1963. Thesis presented to the University of Western Ontario, in partial fulfillment of the requirements for the degree of Bachelor of Engineering — University of Western Ontario, Ontario, Canada, 1963.

FEDERAÇÃO NACIONAL DA DISTRIBUIÇÃO DE VEÍCULOS AUTOMOTORES (FENABRAVE). **Informativo de Emplacamentos (Jan/2003–Dez/2022)**. Disponível em: <https://www.fenabreve.org.br/portaltv2/Conteudo/Emplacamentos>. Acesso em: 21 jan. 2023.

FICHACOMPLETA. **FichaCompleta – Marcas**. Disponível em: <https://www.fichacompleta.com.br/carros/>. Acesso em: 21 jan. 2023.

GALAMBOS, T. V. *et al.* Probability Based Load Criteria: Assessment of Current Design Practice. **Journal of the Structural Division**, v. 108, n. 5, p. 959–977, 1982. doi: [10.1061/JS-DEAG.0005958](https://doi.org/10.1061/JS-DEAG.0005958).

GAYTON, N. *et al.* Calibration methods for reliability-based design codes. **Structural Safety**, v. 26, n. 1, p. 91–121, 2004. doi: [10.1016/S0167-4730\(03\)00024-9](https://doi.org/10.1016/S0167-4730(03)00024-9).

GRIGORIU, M.; TURKSTRA, C. J. Structural Safety Indices for Repeated Loads. **Journal of the Engineering Mechanics Division**, v. 104, n. 4, p. 829–844, 1978. doi: [10.1061/JM-CEA3.0002383](https://doi.org/10.1061/JM-CEA3.0002383).

GROSS, P.; RACKWITZ, R. A Stochastic Model for Loads due to Car Parking. *In*: 5th International Conference on Applications of Statistics and Probability in Civil Engineering, 1987, Vancouver. **Proceedings [...]**. Vancouver, 1987.

GULVANESSIAN, H.; HOLICKÝ, M. Eurocodes: using reliability analysis to combine action effects. **Proceedings of the Institution of Civil Engineers - Structures and Buildings**, v. 158, n. 4, p. 243–0252, 2005. doi: [10.1680/stbu.2005.158.4.243](https://doi.org/10.1680/stbu.2005.158.4.243).

HARRIS, J. C.; COROTIS, R. B. Hospital Inventory Load Survey. **Journal of the Structural Division**, v. 104, n. 12, p. 1859–1868, 1978. doi: [10.1061/JSDEAG.0005052](https://doi.org/10.1061/JSDEAG.0005052).

HARRIS, M. E.; COROTIS, R. B.; BOVA, C. J. Area-Dependent Processes for Structural Live Loads. **Journal of the Structural Division**, v. 107, n. 5, p. 857–872, 1981. doi: [10.1061/JSDEAG.0005709](https://doi.org/10.1061/JSDEAG.0005709).

HASOFER, A. M. Statistical Model for Live Floor Loads. **Journal of the Structural Division**, v. 94, n. 10, p. 2183–2196, 1968. doi: [10.1061/JSDEAG.0002085](https://doi.org/10.1061/JSDEAG.0002085).

HASOFER, A. M. Closure to “Statistical Model for Live Floor Loads”. **Journal of the Structural Division**, v. 96, n. 2, p. 411–413, 1970. doi: [10.1061/JSDEAG.0002511](https://doi.org/10.1061/JSDEAG.0002511).

HASOFER, A. M.; LIND, N. C. Exact and Invariant Second-Moment Code Format. **Journal of the Engineering Mechanics Division**, v. 100, n. 1, p. 111–121, 1974. doi: [10.1061/JM-CEA3.0001848](https://doi.org/10.1061/JM-CEA3.0001848).

HAUSER, R. **Load Correlation Models in Structural Reliability**. 1971. Thesis presented to the Massachusetts Institute of Technology, in partial fulfillment of the requirements for the degree of Master of Science — Massachusetts Institute of Technology, Cambridge, Mass., 1971.

HEANEY, A. C. **A Reliability-Based Study Concerning Live Load and Codified Structural Design**. 1971. Thesis presented to the University of Waterloo, in partial fulfillment of the requirements for the degree of Doctor of Philosophy — University of Waterloo, Waterloo, Ontario, 1971.

- HOLICKÝ, M. Reliability-based analysis of codified design allowing for production quality. *In: 4th International ASRANet Colloquium, 2008, Athens. Proceedings [...]*. Athens: ASRANet Ltd., 2008.
- HOLICKÝ, M.; SÝKORA, M. Conventional probabilistic models for calibration of codes. *In: 11th International Conference on Applications of Statistics and Probability in Civil Engineering, 2011, London. Proceedings [...]*. London: CRC Press/Balkema, 2011.
- HONFI, D. Serviceability floor loads. **Structural Safety**, v. 50, p. 27–38, 2014. doi: [10.1016/j.strusafe.2014.03.004](https://doi.org/10.1016/j.strusafe.2014.03.004).
- HORNE, M. R. The Variation of Mean Floor Loads with Area. **Engineering**, v. 171, p. 179–182, 1951.
- ICARROS. **Portal iCarros**. Disponível em: <https://www.icarros.com.br/principal/index.jsp>. Acesso em: 21 jan. 2023.
- INGBERG, S. H.; DUNHAM, J. W.; THOMPSON, J. P. **Combustible Contents in Buildings. Building Materials and Structures Report 149**, U.S. Department of Commerce, National Bureau of Standards, Washington, D.C., 1957.
- INSTITUTO NACIONAL DE METROLOGIA, QUALIDADE E TECNOLOGIA (INMETRO). **Programa Brasileiro de Etiquetagem**. 2022. Disponível em: <https://www.gov.br/inmetro/pt-br/assuntos/avaliacao-da-conformidade/programa-brasileiro-de-etiquetagem/tabelas-de-eficiencia-energetica/veiculos-automotivos-pbe-veicular>. Acesso em: 21 jan. 2023.
- INTERNATIONAL ORGANIZATION FOR STANDARDIZATION (ISO). **ISO 2103**: Loads due to use and occupancy in residential and public buildings. Geneva, 1986. 3 p.
- INTERNATIONAL ORGANIZATION FOR STANDARDIZATION (ISO). **ISO 2394**: General principles on reliability for structures. Geneva, 2015. 111 p.
- ISSEN, L. A. **Single-Family Residential Fire and Live Loads Survey. NBSIR 80-2155**, U.S. Department of Commerce, National Bureau of Standards, Washington, D.C., 1980.
- JOHNSON, A. I. **Strength, Safety, and Economical Dimensions of Structures. Bulletin No. 12**, Royal Institute of Technology, Division of Building Studies and Structural Engineering, Stockholm, Sweden, 1953.
- JOINT COMMITTEE ON STRUCTURAL SAFETY (JCSS). **Probabilistic Model Code: Part 2: Load models**. 2001. 73 p. Disponível em: [https://www.jcss-lc.org/publications/jcsspmc/part\\_ii.pdf](https://www.jcss-lc.org/publications/jcsspmc/part_ii.pdf). Acesso em: 21 jan. 2023.
- JOVANOVIĆ, B. *et al.* Review of Current Practice in Probabilistic Structural Fire Engineering: Permanent and Live Load Modelling. **Fire Technology**, v. 57, n. 1, p. 1–30, 2021. doi: [10.1007/s10694-020-01005-w](https://doi.org/10.1007/s10694-020-01005-w).
- KARMAN, T. **Statistical Investigations on Live Loads on Floors**. International Council for Building Research, Studies and Documentation, Committee W23 on Basic Structural Engineering Requirements for Buildings, Madrid, Spain, 1969.
- KEMPER, F. H.; FUNKE, A.; FELDMANN, M. Revaluation of live load models for parking garages based on measurements, simulations, and extreme value determination. **Structural Safety**, v. 96, p. 102177, 2022. doi: [10.1016/j.strusafe.2021.102177](https://doi.org/10.1016/j.strusafe.2021.102177).

- KUMAR, S. Live loads in office buildings: Point-in-time load intensity. **Building and Environment**, v. 37, n. 1, p. 79–89, 2002a. doi: [10.1016/S0360-1323\(00\)00074-3](https://doi.org/10.1016/S0360-1323(00)00074-3).
- KUMAR, S. Live loads in office buildings: Lifetime maximum load. **Building and Environment**, v. 37, n. 1, p. 91–99, 2002b. doi: [10.1016/S0360-1323\(00\)00075-5](https://doi.org/10.1016/S0360-1323(00)00075-5).
- MALIK, M.; DINCER, I.; ROSEN, M. A. Review on use of phase change materials in battery thermal management for electric and hybrid electric vehicles. **International Journal of Energy Research**, v. 40, n. 8, p. 1011–1031, 2016. doi: [10.1002/er.3496](https://doi.org/10.1002/er.3496).
- MARKLINES. **MarkLines Automotive Industry Portal – Automotive Sales Data**. Disponível em: [https://www.marklines.com/en/vehicle\\_sales/free](https://www.marklines.com/en/vehicle_sales/free). Acesso em: 21 jan. 2023.
- MCCABE, R. M. *et al.* **Data Processing and Data Analysis Procedures for Fire Loads and Live Loads Survey Program**. NBSIR 76-982, U.S. Department of Commerce, National Bureau of Standards, Washington, D.C., 1975.
- MCGUIRE, R. K.; CORNELL, C. A. Live Load Effects in Office Buildings. **Journal of the Structural Division**, v. 100, n. 7, p. 1351–1366, 1974. doi: [10.1061/JSDEAG.0003816](https://doi.org/10.1061/JSDEAG.0003816).
- MELCHERS, R. E.; BECK, A. T. **Structural Reliability: Analysis and Prediction**. 3. ed. Hoboken, NJ: John Wiley & Sons, 2018. doi: [10.1002/9781119266105](https://doi.org/10.1002/9781119266105). ISBN 9781119265993.
- MITCHELL, G. R.; WOODGATE, R. W. **Floor loadings in office buildings: results of a survey**. *Building Research Current Paper 3/71*, Building Research Station, Department of the Environment, Watford, England, 1971a.
- MITCHELL, G. R.; WOODGATE, R. W. **Floor loading in retail premises: results of a survey**. *Building Research Current Paper 25/71*, Building Research Station, Department of the Environment, Watford, England, 1971b.
- MITCHELL, G. R.; WOODGATE, R. W. **Floor loadings in domestic buildings: results of a survey**. *Building Research Current Paper 2/77*, Building Research Station, Department of the Environment, Watford, England, 1977.
- MOSQUIM, R. F.; MADY, C. E. K. Design, performance trends, and exergy efficiency of the Brazilian passenger vehicle fleet: 1970–2020. **Journal of Cleaner Production**, v. 290, p. 125788, 2021. doi: [10.1016/j.jclepro.2021.125788](https://doi.org/10.1016/j.jclepro.2021.125788).
- MOSQUIM, R. F.; MADY, C. E. K. Performance and efficiency trade-offs in brazilian passenger vehicle fleet. **Energies**, v. 15, n. 15, 2022. doi: [10.3390/en15155416](https://doi.org/10.3390/en15155416).
- NOWAK, A. S.; SZERSZEN, M. M. Calibration of Design Code for Buildings (ACI 318): Part 1 – Statistical Models for Resistance. **ACI Structural Journal**, v. 100, n. 3, p. 377–382, 2003. doi: [10.14359/12613](https://doi.org/10.14359/12613).
- ÖSTLUND, L. Actions. *In: IABSE Colloquium: Basis of Design and Actions on Structures – Background and application of Eurocode 1, 1996*, Delft, Netherlands. **Proceedings [...]**. Delft, Netherlands: IABSE, 1996. doi: [10.5169/seals-56055](https://doi.org/10.5169/seals-56055).
- PALOHEIMO, E.; OLLILA, M. **Research in the Live Loads in Persons**. Ministry of Domestic Affairs, Helsinki, Finland, 1973.

- PEIR, J.-C. **A Stochastic Live Load Model for Buildings**. 1971. Thesis presented to the Massachusetts Institute of Technology, in partial fulfillment of the requirements for the degree of Doctor of Philosophy — Massachusetts Institute of Technology, Cambridge, Mass., 1971.
- PEIR, J.-C.; CORNELL, C. A. Spatial and Temporal Variability of Live Loads. **Journal of the Structural Division**, v. 99, n. 5, p. 903–922, 1973. doi: [10.1061/JSDEAG.0003512](https://doi.org/10.1061/JSDEAG.0003512).
- POSADA, F.; FAÇANHA, C. **Brazil Passenger Vehicle Market Statistics**. International Council on Clean Transportation, Washington, D.C., 2015.
- RACKWITZ, R.; FIESSLER, B. Structural reliability under combined random load sequences. **Computers & Structures**, v. 9, n. 5, p. 489–494, 1978. doi: [10.1016/0045-7949\(78\)90046-9](https://doi.org/10.1016/0045-7949(78)90046-9).
- REID, S. G. Random response to stochastic floor loading. **Structural Safety**, v. 2, n. 2, p. 105–117, 1984. doi: [10.1016/0167-4730\(84\)90014-6](https://doi.org/10.1016/0167-4730(84)90014-6).
- REID, S. G. Probability-based patterned live loads for design. **Structural Safety**, v. 19, n. 1, p. 37–52, 1997. doi: [10.1016/S0167-4730\(96\)00031-8](https://doi.org/10.1016/S0167-4730(96)00031-8).
- ROSENBLUETH, E. Teoría de la Carga Viva en Edificios. **Ingenieria**, 1959.
- RUIZ, S. E.; SAMPAYO-TRUJILLO, A. Design Live Loads for Classrooms in United States and Mexico. **Journal of Structural Engineering**, v. 123, n. 12, p. 1652–1657, 1997. doi: [10.1061/\(asce\)0733-9445\(1997\)123:12\(1652\)](https://doi.org/10.1061/(asce)0733-9445(1997)123:12(1652)).
- RUIZ, S. E.; SORIANO, A. Design Live Loads for Office Buildings in Mexico and the United States. **Journal of Structural Engineering**, v. 123, n. 6, p. 816–822, 1997. doi: [10.1061/\(asce\)0733-9445\(1997\)123:6\(816\)](https://doi.org/10.1061/(asce)0733-9445(1997)123:6(816)).
- SÃO PAULO (Município). Decreto nº 57.776, de 7 de julho de 2017. Regulamenta a Lei nº 16.642, de 9 de maio de 2017 – Código de Obras e Edificações. São Paulo, 2017. Disponível em: [https://gestaourbana.prefeitura.sp.gov.br/wp-content/uploads/2018/04/codigo\\_de\\_obras\\_ilustrado.pdf](https://gestaourbana.prefeitura.sp.gov.br/wp-content/uploads/2018/04/codigo_de_obras_ilustrado.pdf). Acesso em: 21 jan. 2023.
- SANTIAGO, W. C. **Calibração baseada em confiabilidade dos coeficientes parciais de segurança das principais normas brasileiras de projeto estrutural**. 2019. Tese (Doutorado em Engenharia Civil) — Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, 2019. Disponível em: <https://teses.usp.br/teses/disponiveis/18/18134/tde-03042019-092619/pt-br.php>. Acesso em: 21 jan. 2023.
- SANTIAGO, W. C.; KROETZ, H. M.; BECK, A. T. Reliability-based calibration of Brazilian structural design codes used in the design of concrete structures. **IBRACON Structures and Materials Journal**, v. 12, n. 6, p. 1288–1304, 2019. doi: [10.1590/s1983-41952019000600004](https://doi.org/10.1590/s1983-41952019000600004).
- SANTIAGO, W. C. *et al.* Reliability-based calibration of main Brazilian structural design codes. **Latin American Journal of Solids and Structures**, v. 17, n. 1, p. 1–28, 2020. doi: [10.1590/1679-78255754](https://doi.org/10.1590/1679-78255754).
- SANTOS, M. L. W. dos. **Regionalização das velocidades extremas e temperaturas dos ventos no centro-sul do Brasil**. 1989. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil) — Escola de Engenharia, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 1989. Disponível em: <https://lume.ufrgs.br/handle/10183/1334>. Acesso em: 21 jan. 2023.

SCHWARTZ, C. **Floor Live Load Surveys – The Little Building**. *Independent Study Project*, Massachusetts Institute of Technology, Department of Civil Engineering, Cambridge, Mass., 1974.

SEDLACEK, G.; GULVANESSIAN, H. Eurocode 1 – Basis of design and actions on structures – Part 2.1: densities, self weight, imposed loads. *In: IABSE Colloquium: Basis of Design and Actions on Structures – Background and application of Eurocode 1*, 1996, Delft, Netherlands. **Proceedings** [...]. Delft, Netherlands: IABSE, 1996. doi: [10.5169/seals-56056](https://doi.org/10.5169/seals-56056).

SENTLER, L. **A Live Load Survey in Domestic Houses**. *Report 47*, Division of Building Technology, Lund Institute of Technology, Lund, Sweden, 1974a.

SENTLER, L. **A Live Load Survey in Office Buildings and Hotels**. *Report 56*, Division of Building Technology, Lund Institute of Technology, Lund, Sweden, 1974b.

SENTLER, L. **A Stochastic Model for Live Loads on Floors in Buildings**. *Report 60*, Division of Building Technology, Lund Institute of Technology, Lund, Sweden, 1975.

SENTLER, L. **Live Load Surveys, a Review with Discussions**. *Report 78*, Division of Building Technology, Lund Institute of Technology, Lund, Sweden, 1976.

SINDICATO NACIONAL DA INDÚSTRIA DE COMPONENTES PARA VEÍCULOS AUTOMOTORES (SINDIPEÇAS). **Relatório da Frota Circulante – Edição 2023**. 2023. Disponível em: [https://www.sindipecas.org.br/sindinews/Economia/2023/RelatorioFrotaCirculante\\_2023.pdf](https://www.sindipecas.org.br/sindinews/Economia/2023/RelatorioFrotaCirculante_2023.pdf). Acesso em: 25 abr. 2023.

SOUZA JUNIOR, A. C. de. **Aplicação de confiabilidade na calibração de coeficientes parciais de segurança de normas brasileiras de projeto estrutural**. 2008. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil) — Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, 2008. Disponível em: <https://www.teses.usp.br/teses/disponiveis/18/18134/tde-15062009-090502/pt-br.php>. Acesso em: 21 jan. 2023.

STANDARDS AUSTRALIA (SA). **AS/NZS 1170.0: Structural design actions – Part 0: General principles**. Sydney, 2002. 40 p.

STANDARDS AUSTRALIA (SA). **AS/NZS 1170.1: Structural design actions – Part 1: Permanent, imposed and other actions**. Sydney, 2002. 20 p.

STINEMAN, N. M. Excessive Floor Loads Specified for School Buildings. **The American Architect and the Architectural Review**, v. 123, n. 2417, p. 334–335, 1923.

SZERSZEN, M. M.; NOWAK, A. S. Calibration of Design Code for Buildings (ACI 318): Part 2 – Reliability Analysis and Resistance Factors. **ACI Structural Journal**, v. 100, n. 3, p. 383–391, 2003. doi: [10.14359/12614](https://doi.org/10.14359/12614).

TIMMERS, V. R. J. H.; ACHTEN, P. A. J. Non-exhaust pm emissions from electric vehicles. **Atmospheric Environment**, v. 134, p. 10–17, 2016. doi: .

TRAN, N. L.; MÜLLER, D.; GRAUBNER, C. Floor Live Loads of Building Structures. *In: 14th International Probabilistic Workshop*. Cham: Springer, 2017. p. 471–484. doi: [10.1007/978-3-319-47886-9\\_32](https://doi.org/10.1007/978-3-319-47886-9_32).

TURKSTRA, C. J. **Theory of Structural Design Decisions**. *Study No. 2*, Solid Mechanics Division, University of Waterloo, Waterloo, Ontario, 1970.

- TURKSTRA, C. J.; MADSEN, H. O. Load Combinations in Codified Structural Design. **Journal of the Structural Division**, v. 106, n. 12, p. 2527–2543, 1980. doi: [10.1061/JSDEAG.0005599](https://doi.org/10.1061/JSDEAG.0005599).
- VROUWENVELDER, T.; HOLICKÝ, M.; MARKOVA, J. **JCSS Probabilistic Model Code – Example Applications**. 2002. 19 p. Disponível em: <https://www.jcss-lc.org/publications/jcsspmc/examplesmodelcode2001.pdf>. Acesso em: 21 jan. 2023.
- WEN, Y. K. Statistical Combination of Extreme Loads. **Journal of the Structural Division**, v. 103, n. 5, p. 1079–1093, 1977. doi: [10.1061/JSDEAG.0004630](https://doi.org/10.1061/JSDEAG.0004630).
- WEN, Y. K. Statistics of Extreme of Live Load on Buildings. **Journal of the Structural Division**, v. 105, n. 10, p. 1893–1900, 1979. doi: [10.1061/JSDEAG.0005243](https://doi.org/10.1061/JSDEAG.0005243).
- WEN, Y. K.; YEO, G. L. Design Live Loads for Passenger Cars Parking Garages. **Journal of Structural Engineering**, v. 127, n. 3, p. 280–289, 2001. doi: [10.1061/\(ASCE\)0733-9445\(2001\)127:3\(280\)](https://doi.org/10.1061/(ASCE)0733-9445(2001)127:3(280)).
- WHITE, C. M. **Survey of Live Loads in Offices**. *First Interim Report of Steel Structures Research Committee*, His/Her Majesty's Stationery Office, London, England, 1931. 45–56 p.
- WOOLSON, I. H. **Minimum Live Loads Allowable for use in Design of Buildings**. *Report of Building Code Committee*, U.S. Department of Commerce, National Bureau of Standards, Washington, D.C., 1925.
- YANG, H. *et al.* Curb weight probability distribution and the recommended gross weight of passenger car in mechanical parking garage design. **Journal of Asian Architecture and Building Engineering**, Taylor & Francis, p. 1–13, 2022. doi: [10.1080/13467581.2022.2121610](https://doi.org/10.1080/13467581.2022.2121610). *Ahead of print*.
- ZHANG, J. *et al.* Probability distribution and recommended values of passenger car external dimensions in mechanical parking garage design. **Journal of Asian Architecture and Building Engineering**, Taylor & Francis, v. 21, n. 5, p. 1942–1958, 2022. doi: [10.1080/13467581.2021.1971995](https://doi.org/10.1080/13467581.2021.1971995).
- ZHAO, Z.; ZHANG, Y.; ZHANG, Y. A Comparative Study of Parking Occupancy Prediction Methods considering Parking Type and Parking Scale. **Journal of Advanced Transportation**, v. 2020, p. 5624586, 2020. doi: [10.1155/2020/5624586](https://doi.org/10.1155/2020/5624586).
- ZHOU, G.; CHEN, J. Floor live load survey by forced vibration test using human-induced excitation. **Eng. Struct.**, v. 272, p. 114961, 2022. ISSN 0141-0296. doi: [10.1016/j.engstruct.2022.114961](https://doi.org/10.1016/j.engstruct.2022.114961).

