

**UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO  
ESCOLA DE ENGENHARIA DE SÃO CARLOS  
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA DE ESTRUTURAS**

**WILLIAM MAX CUNHA GASPAR**

**ANÁLISE NUMÉRICA DO COMPORTAMENTO DE UMA  
LIGAÇÃO VIGA-PILAR TÍPICA DE ESTRUTURAS DE  
CONCRETO PRÉ-MOLDADO**

**SÃO CARLOS**

**2022**



WILLIAM MAX CUNHA GASPAR

**ANÁLISE NUMÉRICA DO COMPORTAMENTO DE UMA  
LIGAÇÃO VIGA-PILAR TÍPICA DE ESTRUTURAS DE  
CONCRETO PRÉ-MOLDADO**

VERSÃO CORRIGIDA

(A versão original encontra-se na Escola de Engenharia de São Carlos)

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil (Engenharia de Estruturas) da Escola de Engenharia de São Carlos da Universidade de São Paulo para a obtenção do título de Mestre em Engenharia Civil (Estruturas).

Área de Concentração: Estruturas

Orientador(a): Profa. Dra. Marcela Novischi Kataoka

SÃO CARLOS

2022

AUTORIZO A REPRODUÇÃO TOTAL OU PARCIAL DESTE TRABALHO, POR QUALQUER MEIO CONVENCIONAL OU ELETRÔNICO, PARA FINS DE ESTUDO E PESQUISA, DESDE QUE CITADA A FONTE.

Ficha catalográfica elaborada pela Biblioteca Prof. Dr. Sérgio Rodrigues Fontes da EESC/USP com os dados inseridos pelo(a) autor(a).

G249a Gaspar, William Max Cunha  
Análise numérica do comportamento de uma ligação viga-pilar típica de estruturas de concreto pré-moldado / William Max Cunha Gaspar; orientadora Marcela Novischi Kataoka. São Carlos, 2022.

Dissertação (Mestrado) - Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil (Engenharia de Estruturas) e Área de Concentração em Estruturas -- Escola de Engenharia de São Carlos da Universidade de São Paulo, 2022.

1. ligações viga-pilar. 2. estruturas pré-moldadas de concreto. 3. simulações numéricas. 4. momento-rotação. 5. força-deslocamento. 6. estabilidade global. I. Título.

## FOLHA DE JULGAMENTO

Candidato: Engenheiro **WILLIAM MAX CUNHA GASPAR**.

Título da dissertação: "Análise numérica do comportamento de uma ligação viga-pilar típica de estruturas de concreto pré-moldado".

Data da defesa: 12/12/2022.

### **Comissão Julgadora**

### **Resultado**

Profa. Dra. **Marcela Novischi Kataoka**

APROVADO

**(Orientadora)**

(Escola de Engenharia de São Carlos – EESC/USP)

Profa. Dra. **Luciane Marcela Filizola de Oliveira**

APROVADO

(Universidade Estadual de Londrina/UEL)

Prof. Dr. **Jefferson Lins da Silva**

APROVADO

(Escola de Engenharia de São Carlos – EESC/USP)

Coordenador do Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil

(Engenharia de Estruturas):

Prof. Associado **Vladimir Guilherme Haach**

Presidente da Comissão de Pós-Graduação:

Prof. Titular **Murilo Araujo Romero**



*À Deus, aos meus pais, aos meus  
irmãos e à minha orientadora.*



## **AGRADECIMENTOS**

À Deus, autor e consumidor de toda a vida, socorro bem presente nas tribulações, que sempre esteve ao meu lado, derramando suas bênçãos sobre mim.

Aos meus pais, Giovani e Edilucy, por todo amor e carinho que eles sempre demonstraram, pela educação que eles me providenciaram, e pelo apoio e incentivo a buscar os meus sonhos.

Aos meus irmãos, Jean e Giovanni, pela amizade, companheirismo e carinho em todos os momentos da minha vida.

À minha orientadora, Profa. Dra. Marcela Novischi Kataoka, por contribuir grandemente para o meu progresso acadêmico, com muita dedicação, paciência e atenção, e também por sua amizade e carinho.

Ao Prof. Dr. Vladimir Guilherme Haach, à Profa. Dra. Luciane Marcela Filizola de Oliveira e ao Prof. Dr. Jefferson Lins da Silva pelas contribuições feitas ao meu trabalho.

Aos professores do Departamento de Estruturas da Escola de Engenharia de São Carlos pela qualidade de ensino e por colaborarem com a minha formação.

Ao Dr. Guilherme Ramina Montibeller, à equipe do Instituto de Neurologia e Cardiologia de Curitiba e aos profissionais do Setor de Radioterapia do Hospital da Providência por todos os cuidados com a minha saúde, suporte e dedicação.

Aos meus familiares, amigos, e irmãos da igreja que sempre estiveram presentes na minha vida.

O presente trabalho foi realizado com apoio da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior Brasil (CAPES) – Código de Financiamento 001.



“Tudo posso naquele que me fortalece.”

(BÍBLIA, Filipenses, 4, 13)



## RESUMO

GASPAR, W. M. C. **Análise numérica do comportamento de uma ligação viga-pilar típica de estruturas de concreto pré-moldado.** 2022. 169 p. Dissertação de Mestrado. Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, 2022.

O presente trabalho tem como objetivo estudar o comportamento de ligações viga-pilar semirrígidas de estruturas pré-moldadas de concreto, sendo desenvolvida a simulação numérica de protótipos baseados em ensaios experimentais realizados anteriormente por outros pesquisadores. As simulações numéricas foram feitas com o auxílio do *Software* DIANA, cujas análises são desenvolvidas por meio do método de elementos finitos. As ligações são compostas por vigas e pilares de concreto pré-moldado e laje maciça de concreto armado moldada *in loco*. A tipologia de ligação é típica de estruturas pré-moldadas de concreto, sendo composta por vigas apoiadas em consolos com chumbadores e armadura de continuidade posicionada na parte superior para resistir aos esforços gerados pelo momento fletor negativo. Alguns parâmetros relacionados com a resistência da ligação foram analisados em um estudo paramétrico, dentre eles: a presença de graute na interface vertical entre o consolo e a parte inferior da viga e sua resistência, o diâmetro dos chumbadores, a altura da laje, a contribuição da armadura de continuidade e, também, a resistência do concreto moldado *in loco*. Os modelos simulados foram submetidos a um carregamento incremental centrado na base do pilar, a fim de representar as condições do ensaio experimental realizado. Para a análise numérica, foram obtidos dados que permitiram a construção de curvas momento-rotação e curvas força-deslocamento, com o intuito de avaliar e quantificar a rigidez da ligação e sua ductilidade e estabelecer comparativos com os modelos experimentais e analíticos. Por fim, foi feita a análise numérica da aplicação do modelo de ligação em estruturas de múltiplos pavimentos, bem como o estudo da estabilidade global da estrutura.

**Palavras-chave:** ligações viga-pilar; estruturas pré-moldadas de concreto; simulações numéricas; momento-rotação; força-deslocamento; estabilidade global.



## ABSTRACT

GASPAR, W. M. C. **Numerical analysis of the behavior of a typical beam-column connection used in precast concrete structures.** 2022. 169 p. Dissertation (M. Sc. in Civil Engineering (Structural Engineering)) – School of Engineering of São Carlos, University of São Paulo, São Carlos, 2022.

The present work aims to study the behavior of beam-column semirigid connections in precast concrete structures, by developing a numerical simulation of prototypes based on experimental tests previously done by other researchers. The numerical simulations were done using Software DIANA, whose analyses are developed by using the finite element method. The connections are composed by precast concrete beams and columns and a solid slab in reinforced concrete casted *in loco*. The connection is typically used in precast concrete structures, consisting in beams supported by corbels with anchor bolts and a continuity reinforcement system in the upper part to resist the tension generated by the negative bending moment. Some of the parameters related to the connection resistance were analyzed through a parametric study, among them: the presence of grout on the vertical interface between the corbel and the inferior part of the beam and its resistance, the diameter of the anchor bolts, the slab thickness, the contribution of the continuity reinforcement and, also, the cast-in-place concrete strength. The simulation models were submitted to an incremental loading centered on the base of the column, in order to represent the conditions of the experimental analysis. Towards the numerical analysis, data was obtained for the purpose of developing moment-rotation curves and load-displacement curves, evaluating and quantifying the connection stiffness as well its ductility and establishing a comparison with experimental and analytical models. Lastly, a numerical analysis of a multi-story building using the beam-column connection in study was proposed and its structural global stability was assessed.

**Keywords:** beam-column connections; precast concrete structures; numerical simulations; moment-rotation; load-displacement; global stability.



## LISTA DE ILUSTRAÇÕES

---

<b>Figura 2-1</b> – Modelo de ligação viga-pilar feito por Miotto (2002) – dimensões em centímetros .....	32
<b>Figura 2-2</b> – Modelo de ligação viga-pilar feito por Sawasaki (2010) – dimensões em centímetros .....	33
<b>Figura 2-3</b> – Ligação com chumbadores grauteados estudada por Aguiar (2010) esquematizando a mudança de configuração gerada pela inclinação dos chumbadores .....	34
<b>Figura 2-4</b> – Ligação viga-pilar com chumbadores e armadura de continuidade desenvolvida por Kataoka <i>et al.</i> (2015).....	35
<b>Figura 2-5</b> – Protótipo da ligação com chumbadores grauteados estudada por Bellucio (2016) .....	36
<b>Figura 2-6</b> – Modelo de ligação viga-pilar feito por Breccoloti <i>et al.</i> (2016) nas situações de concreto moldado in loco e pré-moldado com a posição dos medidores de tensão (VWSG) e dos transdutores de deslocamento – dimensões em milímetros .....	37
<b>Figura 2-7</b> – Sistema de encaixes do modelo de ligação viga-pilar feito por Breccoloti <i>et al.</i> (2016) na utilização de elementos pré-moldados de concreto.....	37
<b>Figura 2-8</b> – Modelos de ligação viga-pilar executados por Hussein <i>et al.</i> (2017) dos elementos de canto com elementos pré-moldados de concreto – dimensões em milímetros .....	38
<b>Figura 2-9</b> – Ligação viga-pilar estudada por Kataoka <i>et al.</i> (2017).....	39
<b>Figura 2-10</b> – Fator de restrição à rotação.....	42
<b>Figura 2-11</b> – Relação momento-curvatura.....	46
<b>Figura 2-12</b> – Processo P- $\Delta$ iterativo.....	47
<b>Figura 3-1</b> – Esquematização das condições aplicadas aos protótipos do programa experimental do estudo da ligação viga-pilar entre elementos pré-moldados.....	49
<b>Figura 3-2</b> – Dimensões dos protótipos ensaiados por Lacerda (2016) – dimensões em centímetros .....	50
<b>Figura 3-3</b> – Detalhe da disposição da armadura do pilar dos protótipos em que a armadura de continuidade passa pela laje – dimensões em centímetros .....	51
<b>Figura 3-4</b> – Detalhe da disposição da armadura do pilar dos protótipos em que a armadura de continuidade passa pelo pilar – dimensões em centímetros .....	51

<b>Figura 3-5</b> – Detalhe da disposição da armadura do consolo de pilar – dimensões em centímetros .....	52
<b>Figura 3-6</b> – Detalhe da disposição da armadura da viga – dimensões em centímetros.....	52
<b>Figura 3-7</b> – Detalhe da disposição da armadura da laje para o caso de armadura de continuidade passante pela laje – dimensões em centímetros.....	53
<b>Figura 3-8</b> – Detalhe da disposição da armadura da laje para o caso de armadura de continuidade passante pelo pilar – dimensões em centímetros.....	54
<b>Figura 3-9</b> – Detalhe do chumbador – dimensões em centímetros .....	55
<b>Figura 3-10</b> – Esquema do posicionamento do graute.....	56
<b>Figura 3-11</b> – Esquema de ensaio experimental mostrando o sentido das forças atuantes....	58
<b>Figura 3-12</b> – Ensaio experimental dos protótipos de Lacerda (2016).....	58
<b>Figura 3-13</b> – Curva momento-rotação e rigidez secante dos protótipos com armadura de continuidade passante pela laje e com presença de graute na interface vertical consolo-viga – LC1 e LC2.....	59
<b>Figura 3-14</b> – Curva momento-rotação e rigidez secante dos protótipos com armadura de continuidade passante pelo pilar e com presença de graute na interface vertical consolo-viga – PC1 e PC2 .....	60
<b>Figura 3-15</b> – Curva momento-rotação e rigidez secante dos protótipos com armadura de continuidade passante pela laje e sem presença de graute na interface vertical consolo-viga – LS1 e LS2.....	60
<b>Figura 3-16</b> – Curva momento-rotação e rigidez secante dos protótipos com armadura de continuidade passante pelo pilar e sem presença de graute na interface vertical consolo-viga – PS1 e PS2.....	60
<b>Figura 3-17</b> – Curva força-deslocamento vertical dos ensaios experimentais conduzidos por Lacerda (2016).....	61
<b>Figura 4-1</b> – Modelo de elemento de chapa.....	64
<b>Figura 4-2</b> – Elementos de chapa.....	65
<b>Figura 4-3</b> – Modelo de elemento de casca e placa .....	66
<b>Figura 4-4</b> – Modelo de elemento de sólido tridimensional .....	66
<b>Figura 4-5</b> – Elemento sólido tridimensional do tipo HX24L .....	67
<b>Figura 4-6</b> – Modelo de elemento de viga .....	68
<b>Figura 4-7</b> – Elementos de viga .....	69
<b>Figura 4-8</b> – Modelo de elemento de treliça .....	70
<b>Figura 4-9</b> – Elementos de treliça do tipo L6TRU .....	70

<b>Figura 4-10</b> – Elementos de interface.....	71
<b>Figura 4-11</b> – Modelo de atrito de Coulomb .....	72
<b>Figura 4-12</b> – Modelos constitutivos à tração .....	73
<b>Figura 4-13</b> – Modelos constitutivos à compressão .....	74
<b>Figura 4-14</b> – Critério de William-Warnke (1975) .....	76
<b>Figura 4-15</b> – Mecanismos de falha do modelo <i>Concrete Damaged Plasticity</i> .....	76
<b>Figura 4-16</b> – Superfície de ruptura do concreto do modelo de material MAT_CSCM_CONCRETE .....	77
<b>Figura 4-17</b> – Critério de Tresca e Von Mises .....	78
<b>Figura 4-18</b> – Comportamento de <i>snap-throught</i> e <i>snap-back</i> .....	80
<b>Figura 5-1</b> – Configuração dos elementos do modelo numérico.....	82
<b>Figura 5-2</b> – Configuração das interfaces do modelo numérico.....	85
<b>Figura 5-3</b> – Configuração das restrições e da aplicação de cargas do modelo numérico ....	86
<b>Figura 5-4</b> – Curvas força-deslocamento vertical comparando o modelo numérico com os modelos experimentais para o caso LC .....	87
<b>Figura 5-5</b> – Curvas força-deslocamento vertical comparando o modelo numérico com os modelos experimentais para o caso PC .....	88
<b>Figura 5-6</b> – Curvas força-deslocamento vertical comparando o modelo numérico com os modelos experimentais para o caso LS.....	89
<b>Figura 5-7</b> – Curvas força-deslocamento vertical comparando o modelo numérico com os modelos experimentais para o caso PS.....	90
<b>Figura 5-8</b> – Curvas momento-rotação comparando o modelo numérico com o protótipo LC1 .....	92
<b>Figura 5-9</b> – Curvas momento-rotação comparando o modelo numérico com o protótipo LC2 .....	92
<b>Figura 5-10</b> – Curvas momento-rotação comparando o modelo numérico com o protótipo PC1 .....	93
<b>Figura 5-11</b> – Curvas momento-rotação comparando o modelo numérico com o protótipo PC2 .....	94
<b>Figura 5-12</b> – Curvas momento-rotação comparando o modelo numérico com o protótipo LS1 .....	95
<b>Figura 5-13</b> – Curvas momento-rotação comparando o modelo numérico com o protótipo LS2 .....	95

<b>Figura 5-14</b> – Curvas momento-rotação comparando o modelo numérico com o protótipo PS1 .....	96
<b>Figura 5-15</b> – Curvas momento-rotação comparando o modelo numérico com o protótipo PS2 .....	97
<b>Figura 5-16</b> – Esquema da armadura de continuidade passante pela laje da seção viga-laje na região do consolo – dimensões em centímetros.....	100
<b>Figura 5-17</b> – Esquema da armadura de continuidade passante pelo pilar da seção viga-laje na região do consolo – dimensões em centímetros.....	101
<b>Figura 5-18</b> – Curvas momento-rotação comparando o modelo numérico com os modelos paramétricos variando-se a taxa da armadura de continuidade para o caso LC .....	103
<b>Figura 5-19</b> – Curvas momento-rotação comparando o modelo numérico com os modelos paramétricos variando-se a taxa da armadura de continuidade para o caso LS.....	104
<b>Figura 5-20</b> – Curvas momento-rotação comparando o modelo numérico com os modelos paramétricos variando-se a taxa da armadura de continuidade para o caso PC.....	106
<b>Figura 5-21</b> – Curvas momento-rotação comparando o modelo numérico com os modelos paramétricos variando-se a taxa da armadura de continuidade para o caso PS.....	106
<b>Figura 5-22</b> – Curvas momento-rotação comparando o modelo numérico com os modelos paramétricos variando-se a resistência do graute da interface consolo-viga para o caso LC .....	109
<b>Figura 5-23</b> – Curvas momento-rotação comparando o modelo numérico com os modelos paramétricos variando-se a resistência do graute da interface consolo-viga para o caso PC .....	109
<b>Figura 5-24</b> – Curvas momento-rotação comparando o modelo numérico com os modelos paramétricos modificando-se a resistência do concreto moldado <i>in loco</i> para o caso LC.....	112
<b>Figura 5-25</b> – Curvas momento-rotação comparando o modelo numérico com os modelos paramétricos modificando-se a resistência do concreto moldado <i>in loco</i> para o caso LS.....	113
<b>Figura 5-26</b> – Curvas momento-rotação comparando o modelo numérico com os modelos paramétricos modificando-se a resistência do concreto moldado <i>in loco</i> para o caso PC.....	115
<b>Figura 5-27</b> – Curvas momento-rotação comparando o modelo numérico com os modelos paramétricos modificando-se a resistência do concreto moldado <i>in loco</i> para o caso PS .....	116
<b>Figura 5-28</b> – Curvas momento-rotação comparando o modelo numérico com os modelos paramétricos variando-se a altura da laje para o caso LC.....	118
<b>Figura 5-29</b> – Curvas momento-rotação comparando o modelo numérico com os modelos paramétricos variando-se a altura da laje para o caso LS. ....	118

<b>Figura 5-30</b> – Curvas momento <i>versus</i> rotação comparando o modelo numérico com os modelos paramétricos variando-se a altura da laje para o caso PC .....	120
<b>Figura 5-31</b> – Curvas momento <i>versus</i> rotação comparando o modelo numérico com os modelos paramétricos variando-se a altura da laje para o caso PS .....	121
<b>Figura 5-32</b> – Curvas momento <i>versus</i> rotação comparando o modelo numérico com os modelos paramétricos alterando-se o diâmetro do chumbador para o caso LC .....	123
<b>Figura 5-33</b> – Curvas momento <i>versus</i> rotação comparando o modelo numérico com os modelos paramétricos alterando-se o diâmetro do chumbador para o caso LS.....	123
<b>Figura 5-34</b> – Curvas momento <i>versus</i> rotação comparando o modelo numérico com os modelos paramétricos alterando-se o diâmetro do chumbador para o caso PC. ....	125
<b>Figura 5-35</b> – Curvas momento <i>versus</i> rotação comparando o modelo numérico com os modelos paramétricos alterando-se o diâmetro do chumbador para o caso PS.....	125
<b>Figura 5-36</b> – Curva momento-rotação desenvolvida por Miotto (2002) para o caso com continuidade na capa de concreto .....	134
<b>Figura 5-37</b> – Curva momento-rotação desenvolvida por Miotto (2002) para o caso sem continuidade na capa de concreto .....	134
<b>Figura 5-38</b> – Curvas força-deslocamento desenvolvidas por Kataoka <i>et al.</i> (2015) .....	135
<b>Figura 5-39</b> – Curvas força-deslocamento desenvolvidas por Breccolotti <i>et al.</i> (2016).....	135
<b>Figura 5-40</b> – Curvas força-deslocamento paramétricas variando-se a resistência do concreto moldado <i>in loco</i> desenvolvidas por Kataoka <i>et al.</i> (2017) .....	136
<b>Figura 5-41</b> – Curvas força-deslocamento paramétricas variando-se o diâmetro das barras da armadura de continuidade desenvolvidas por Kataoka <i>et al.</i> (2017).....	137
<b>Figura 6-1</b> – Arranjo estrutural em planta do modelo de edifício de múltiplos pavimentos .....	138
<b>Figura 6-2</b> – Pórticos planos associados do modelo de edifício de múltiplos pavimentos ..	138
<b>Figura 6-3</b> – Consideração das etapas construtivas no modelo numérico de estabilidade global .....	139
<b>Figura 6-4</b> – Carregamentos considerados em cada fase construtiva no modelo de estabilidade global .....	140
<b>Figura 6-5</b> – Esquema das características geométricas do modelo de estabilidade global ..	142
<b>Figura 6-6</b> – Elemento finito bidimensional de viga utilizado na análise de estabilidade global .....	143

<b>Figura 6-7</b> – Comparação entre os momentos fletores máximos de primeira ordem na base do pilar para cada um dos casos.....	150
<b>Figura 6-8</b> – Comparação entre os momentos fletores máximos de primeira ordem na região da ligação para cada um dos casos.....	151
<b>Figura 6-9</b> – Deslocamento horizontais de primeira ordem no estado limite de serviço para a estrutura com quatro pavimentos .....	152
<b>Figura 6-10</b> – Deslocamento horizontais de primeira ordem no estado limite de serviço para a estrutura com cinco pavimentos.....	152
<b>Figura 6-11</b> – Deslocamento horizontais de primeira ordem no estado limite de serviço para a estrutura com seis pavimentos .....	153
<b>Figura 6-12</b> – Comparação entre os momentos fletores máximos de primeira ordem e os momentos de segunda ordem na base do pilar para os casos analisados com destaque no acréscimo obtido .....	155
<b>Figura 6-13</b> – Comparação entre os momentos fletores máximos de primeira ordem e os momentos de segunda ordem na região da ligação para os casos analisados com destaque no acréscimo obtido .....	156
<b>Figura 6-14</b> – Comparação entre os deslocamentos horizontais de primeira ordem e segunda ordem na estrutura de quatro pavimentos para os tipos de ligação apresentados .....	157
<b>Figura 6-15</b> – Comparação entre os deslocamentos horizontais de primeira ordem e segunda ordem na estrutura de quatro pavimentos para os tipos de ligação apresentados .....	158
<b>Figura 6-16</b> – Comparação entre os deslocamentos horizontais de primeira ordem e segunda ordem na estrutura de quatro pavimentos para os tipos de ligação apresentados .....	158

## LISTA DE TABELAS

---

<b>Tabela 2-1</b> – Valores de $k$ e $L_{ed}$ para as tipologias apresentadas na ABNT NBR 9062:2017 .....	40
<b>Tabela 2-2</b> – Classificação das ligações segundo Ferreira <i>et al.</i> (2002).....	42
<b>Tabela 2-3</b> – Comparação entre valores de rigidez propostos pelas normas.....	45
<b>Tabela 3-1</b> – Propriedades do concreto pré-moldado e do concreto moldado <i>in loco</i> .....	55
<b>Tabela 3-2</b> – Tipo de graute, local de aplicação e resistência à compressão aos 28 dias .....	56
<b>Tabela 3-3</b> – Valores dos momentos de ruptura e das forças de reação na extremidade das vigas dos protótipos ensaiados por Lacerda (2016) para cada uma das combinações de casos .....	59
<b>Tabela 3-4</b> – Momentos de plastificação e suas, respectivas, rotações, rigidezes secantes e rigidezes secantes média.....	61
<b>Tabela 5-1</b> – Parâmetros do modelo – concreto e graute .....	82
<b>Tabela 5-2</b> – Parâmetros do modelo – aço .....	83
<b>Tabela 5-3</b> – Parâmetros das interfaces .....	84
<b>Tabela 5-4</b> – Valores numéricos e experimentais da força de reação, momento último e sua rotação, momento de plastificação e sua rotação, rigidez secante e relação entre rigidezes..	97
<b>Tabela 5-5</b> – Parâmetros utilizados para o estudo da posição da linha neutra .....	100
<b>Tabela 5-6</b> – Características dos modelos paramétricos variando-se a taxa de armadura para os casos em que a armadura de continuidade é passante pela laje .....	101
<b>Tabela 5-7</b> – Características dos modelos paramétricos variando-se a taxa de armadura para os casos em que a armadura de continuidade é passante pelo pilar .....	102
<b>Tabela 5-8</b> – Características dos modelos paramétricos variando-se a resistência do graute da interface consolo-viga, a resistência do concreto moldado <i>in loco</i> , a altura da laje e o diâmetro do chumbador .....	102
<b>Tabela 5-9</b> – Valores numéricos e paramétricos da força de reação, do momento último e sua rotação, do momento de plastificação e sua rotação, da rigidez secante e da relação entre rigidezes para o caso LC variando-se a taxa da armadura de continuidade .....	105
<b>Tabela 5-10</b> – Valores numéricos e paramétricos da força de reação, do momento último e sua rotação, do momento de plastificação e sua rotação, da rigidez secante e da relação entre rigidezes para o caso LS variando-se a taxa da armadura de continuidade.....	105

<b>Tabela 5-11</b> – Valores numéricos e paramétricos da força de reação, do momento último e sua rotação, do momento de plastificação e sua rotação, da rigidez secante e da relação entre rigidezes para o caso PC variando-se a taxa da armadura de continuidade.....	107
<b>Tabela 5-12</b> – Valores numéricos e paramétricos da força de reação, do momento último e sua rotação, do momento de plastificação e sua rotação, da rigidez secante e da relação entre rigidezes para o caso PS variando-se a taxa da armadura de continuidade .....	107
<b>Tabela 5-13</b> – Resistência à compressão, energia de fratura à compressão, resistência à tração, energia de fratura à tração e módulo de elasticidade do graute para a elaboração dos modelos paramétricos variando-se a resistência do graute da interface vertical consolo-viga .....	108
<b>Tabela 5-14</b> – Valores numéricos e paramétricos da força de reação, do momento último e sua rotação, do momento de plastificação e sua rotação, da rigidez secante e da relação entre rigidezes para o caso LC variando-se a resistência do graute da interface vertical consolo-viga .....	111
<b>Tabela 5-15</b> – Valores numéricos e paramétricos da força de reação, do momento último e sua rotação, do momento de plastificação e sua rotação, da rigidez secante e da relação entre rigidezes para o caso PC variando-se a resistência do graute da interface vertical consolo-viga .....	111
<b>Tabela 5-16</b> – Resistência à compressão, energia de fratura à compressão, resistência à tração, energia de fratura à tração e módulo de elasticidade do graute para a elaboração dos modelos paramétricos variando-se a resistência do concreto moldado <i>in loco</i> .....	112
<b>Tabela 5-17</b> – Valores numéricos e paramétricos da força de reação, do momento último e sua rotação, do momento de plastificação e sua rotação, da rigidez secante e da relação entre rigidezes para o caso LC variando-se a resistência do concreto moldado <i>in loco</i> .....	114
<b>Tabela 5-18</b> – Valores numéricos e paramétricos da força de reação, do momento último e sua rotação, do momento de plastificação e sua rotação, da rigidez secante e da relação entre rigidezes para o caso LS variando-se a resistência do concreto moldado <i>in loco</i> .....	114
<b>Tabela 5-19</b> – Valores numéricos e paramétricos da força de reação, do momento último e sua rotação, do momento de plastificação e sua rotação, da rigidez secante e da relação entre rigidezes para o caso PC alterando-se a resistência do concreto moldado <i>in loco</i> .....	116
<b>Tabela 5-20</b> – Valores numéricos e paramétricos da força de reação, do momento último e sua rotação, do momento de plastificação e sua rotação, da rigidez secante e da relação entre rigidezes para o caso PS alterando-se a resistência do concreto moldado <i>in loco</i> .....	117

<b>Tabela 5-21</b> – Valores numéricos e paramétricos da força de reação, do momento último e sua rotação, do momento de plastificação e sua rotação, da rigidez secante e da relação entre rigidezes para o caso LC variando-se a altura da laje.....	119
<b>Tabela 5-22</b> – Valores numéricos e paramétricos da força de reação, do momento último e sua rotação, do momento de plastificação e sua rotação, da rigidez secante e da relação entre rigidezes para o caso LS variando-se a altura da laje.....	120
<b>Tabela 5-23</b> – Valores numéricos e paramétricos da força de reação, do momento último e sua rotação, do momento de plastificação e sua rotação, da rigidez secante e da relação entre rigidezes para o caso PC variando-se a altura da laje.....	121
<b>Tabela 5-24</b> – Valores numéricos e paramétricos da força de reação, do momento último e sua rotação, do momento de plastificação e sua rotação, da rigidez secante e da relação entre rigidezes para o caso PS variando-se a altura da laje .....	122
<b>Tabela 5-25</b> – Valores numéricos e paramétricos da força de reação, do momento último e sua rotação, do momento de plastificação e sua rotação, da rigidez secante e da relação entre rigidezes para o caso LC alterando-se o diâmetro do chumbador.....	124
<b>Tabela 5-26</b> – Valores numéricos e paramétricos da força de reação, do momento último e sua rotação, do momento de plastificação e sua rotação, da rigidez secante e da relação entre rigidezes para o caso LS alterando-se o diâmetro do chumbador .....	124
<b>Tabela 5-27</b> – Valores numéricos e paramétricos da força de reação, do momento último e sua rotação, do momento de plastificação e sua rotação, da rigidez secante e da relação entre rigidezes para o caso PC alterando-se o diâmetro do chumbador .....	126
<b>Tabela 5-28</b> – Valores numéricos e paramétricos da força de reação, do momento último e sua rotação, do momento de plastificação e sua rotação, da rigidez secante e da relação entre rigidezes para o caso PS alterando-se o diâmetro do chumbador.....	126
<b>Tabela 5-29</b> – Diâmetro do chumbador, altura útil da seção, área de aço da armadura de continuidade, módulo de elasticidade do aço, coeficiente de ajustamento de escorregamento aço-concreto, distância entre a face do pilar e o centro de rotação do consolo, comprimento efetivo por deformação da armadura de continuidade e fator de ajustamento da rigidez secante .....	127
<b>Tabela 5-30</b> – Momento de inércia da seção bruta, módulo de elasticidade inicial do concreto, rigidez inicial da viga, rigidez secante da viga, altura da seção, e comprimento efetivo .....	128
<b>Tabela 5-31</b> – Classificação das ligações dos modelos experimentais, numéricos e normativos .....	128

<b>Tabela 5-32</b> – Classificação das ligações dos modelos paramétricos variando-se a armadura de continuidade.....	130
<b>Tabela 5-33</b> – Classificação das ligações dos modelos paramétricos variando-se a resistência do concreto moldado <i>in loco</i> .....	131
<b>Tabela 5-34</b> – Classificação das ligações dos modelos paramétricos variando-se a altura da laje.....	132
<b>Tabela 6-1</b> – Casos analisados no exemplo numérico de estabilidade global.....	139
<b>Tabela 6-2</b> – Valores dos carregamentos referentes ao peso próprio para lajes, revestimento, vigas, alvenaria e pilares, e referente à carga acidental de ocupação .....	140
<b>Tabela 6-3</b> – Determinação da força de arrasto aplicada em cada pavimento para todos os casos.....	141
<b>Tabela 6-4</b> – Parâmetros geométricos das seções transversais para o modelo de estabilidade global.....	142
<b>Tabela 6-5</b> – Obtenção do coeficiente $\gamma_z$ para uma estrutura de quatro pavimentos na combinação 1 .....	145
<b>Tabela 6-6</b> – Obtenção do coeficiente $\gamma_z$ para uma estrutura de quatro pavimentos na combinação 2 .....	145
<b>Tabela 6-7</b> – Obtenção do coeficiente $\gamma_z$ para uma estrutura de cinco pavimentos na combinação 1 .....	146
<b>Tabela 6-8</b> – Obtenção do coeficiente $\gamma_z$ para uma estrutura de cinco pavimentos na combinação 2 .....	147
<b>Tabela 6-9</b> – Obtenção do coeficiente $\gamma_z$ para uma estrutura de seis pavimentos na combinação 1 .....	147
<b>Tabela 6-10</b> – Obtenção do coeficiente $\gamma_z$ para uma estrutura de seis pavimentos na combinação 2 .....	148
<b>Tabela 6-11</b> – Momentos fletores máximos no estado limite último e deslocamentos horizontais e verticais no estado limite de serviço da análise de primeira ordem .....	149
<b>Tabela 6-12</b> – Comparação entre os momentos máximos negativos de primeira ordem e segunda ordem na base do pilar e na região da ligação .....	154
<b>Tabela 6-13</b> – Comparação entre os deslocamentos horizontais de primeira ordem e segunda ordem na no topo da estrutura.....	157

# SUMÁRIO

---

<b>1 INTRODUÇÃO</b>	<b>27</b>
1.1 JUSTIFICATIVA	28
1.2 OBJETIVOS	29
1.3 METODOLOGIA DE ESTUDO	30
1.4 APRESENTAÇÃO DO TRABALHO	30
<b>2 REFERENCIAL TEÓRICO</b>	<b>32</b>
2.1 ESTUDOS NUMÉRICO-EXPERIMENTAIS EM LIGAÇÕES VIGA-PILAR DE ESTRUTURAS PRÉ-MOLDADAS DE CONCRETO	32
2.2 PARÂMETROS DAS LIGAÇÕES	40
2.2.1 Determinação da Rigidez de Ligações	40
2.2.2 Fator de Restrição à Rotação	41
2.3 ESTABILIDADE GLOBAL	43
2.3.1 Consideração da Não-linearidade Geométrica	44
2.3.2 Consideração da Não-linearidade Física	45
2.3.3 Análise Estrutural	46
2.3.4 Estudos Comparativos entre Métodos de Análise de Estabilidade	48
<b>3 ESTUDO EXPERIMENTAL DE LACERDA (2016)</b>	<b>49</b>
3.1 DIMENSÕES	50
3.2 ARMADURA E CHUMBADORES	50
3.3 MATERIAIS	55
3.4 PROCEDIMENTO DE ENSAIO	57
3.5 APRESENTAÇÃO DOS RESULTADOS EXPERIMENTAIS	59
<b>4 ESTUDO NUMÉRICO</b>	<b>63</b>
4.1 ELEMENTOS FINITOS	63

4.2 ELEMENTOS DE INTERFACE E CONTATO	70
4.3 MODELOS CONSTITUTIVOS	72
4.4 MÉTODOS DE SOLUÇÃO E CRITÉRIOS DE CONVERGÊNCIA	79
<b>5 MODELAGEM NUMÉRICA</b>	<b>81</b>
5.1 MODELO NUMÉRICO TRIDIMENSIONAL	81
5.2 ESTUDO PARAMÉTRICO	98
5.2.1 Armadura de Continuidade	103
5.2.2 Resistência do Graute da Interface Vertical Consolo-Viga	108
5.2.3 Resistência do Concreto Moldado <i>in loco</i>	111
5.2.4 Altura da Laje	117
5.2.5 Diâmetro do Chumbador	122
5.3 CLASSIFICAÇÃO DAS LIGAÇÕES	127
5.4 ANÁLISE COMPARATIVA	133
<b>6 APLICAÇÃO NA ESTABILIDADE GLOBAL</b>	<b>138</b>
6.1 ANÁLISE NUMÉRICA DE PRIMEIRA ORDEM	144
6.2 ANÁLISE NUMÉRICA DE SEGUNDA ORDEM	153
6.3 AVALIAÇÃO DOS RESULTADOS	159
<b>7 CONSIDERAÇÕES FINAIS</b>	<b>160</b>
<b>REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS</b>	<b>165</b>
<b>APÊNDICE – A</b>	<b>169</b>

# 1 INTRODUÇÃO

---

Na construção civil, existe grande demanda por soluções rápidas e práticas que possibilitem maior produtividade, redução do desperdício de materiais e um controle de qualidade elevado: uma delas é o uso de estruturas pré-moldadas. Os pré-moldados estão presentes em praticamente todos os tipos de edificação, sejam os mais simples, como galpões e residências, aos mais complexos, como prédios com múltiplos pavimentos. Assim como na utilização do sistema convencional, os elementos pré-moldados podem ser de concreto armado ou protendido, mas o que realmente diferencia esses sistemas construtivos é a presença de ligações, sendo essa uma das principais dificuldades do emprego desse sistema.

Segundo Ferreira (1993), as ligações exercem influência considerável no comportamento das estruturas, estando totalmente relacionadas à estabilidade, resistência e viabilidade do sistema estrutural, transmitindo e redistribuindo os esforços e de certo modo interferindo na rigidez global da estrutura.

Para Kataoka (2007), as ligações se comportam de maneira complexa, sendo regiões que estão sujeitas à concentração de tensões, as quais podem ou não mobilizar deslocamentos e esforços decorrentes dos elementos por elas ligados, necessitando de atenção especial e estudos mais detalhados.

Na análise estrutural das ligações, normalmente é adotado um comportamento idealizado de maneira que os deslocamentos relativos entre os elementos ora são totalmente impedidos, ora totalmente livres, o que não representa realmente o que acontece; sendo que na realidade as ligações se deformam quando são solicitadas, apresentando um comportamento intermediário denominado como semirrígido (KATAOKA *et al.*, 2012).

As ligações semirrígidas apresentam comportamento não-linear e são susceptíveis ao surgimento de deformações inelásticas, estando suas respostas, sob a ação de esforços, relacionadas às propriedades de deformação de seus materiais constituintes (BARROS, 2018). De acordo com El Debs (2000), essa deformabilidade que as ligações apresentam é definida como a relação do deslocamento relativo entre os elementos que constituem essa ligação com o esforço solicitante que gera esse deslocamento, sendo que a rigidez corresponde ao inverso dessa deformabilidade. Como o esforço preponderante em ligações é o momento fletor, utiliza-se a curva momento-rotação para caracterizar essa propriedade.

O parâmetro de rigidez é obtido de modo geral por meio de resultados experimentais ou por modelos analíticos e numéricos. No entanto, a realização de estudos experimentais se torna onerosa e a utilização de modelos analíticos apresenta limitações por não conseguir considerar a influência de todas as variáveis existentes (MIOTTO, 2002); o que torna evidente a importância da utilização da modelagem numérica, qual tem prezado pela redução de custos, tempo e recursos empregados em ensaios experimentais e a busca por respostas com precisão e acurácia.

As ligações são responsáveis por unir os elementos estruturais garantindo a solidarização da estrutura, fator que influencia no comportamento global, e que evidencia a importância da obtenção do parâmetro de rigidez dessas ligações, o qual possibilita a realização de análises de estabilidade global mais detalhadas ao considerar o comportamento semirrígido das ligações e sua não-linearidade física (BARROS *et al.*, 2017).

Para Araújo *et al.* (2006), o estudo da estabilidade é de suma importância em estruturas pré-moldadas, nas quais o comportamento das ligações viga-pilar influi na deslocabilidade de primeira ordem, o que, também, afeta a análise de segunda ordem. Estruturas nas quais as ligações viga-pilar são articuladas possuem elevada deslocabilidade, o que dificulta o seu uso em edifícios com mais de quatro pavimentos; mas também, mesmo nos casos em que as ligações viga-pilar apresentam resistência à flexão, devido às deformações localizadas na região das ligações, as estruturas pré-moldadas ainda apresentam uma deslocabilidade superior quando comparadas à de estruturas com ligações rígidas.

## 1.1 JUSTIFICATIVA

A utilização de sistemas estruturais em pré-moldados de concreto tem se popularizado cada vez mais no Brasil em vista das vantagens apresentadas anteriormente. Apesar do seu crescimento, os pré-moldados ainda carecem de estudos mais aprofundados, principalmente no que diz respeito aos seus elementos de ligação.

O estudo do comportamento das ligações possibilita o melhor entendimento das respostas locais e globais das estruturas pré-moldadas ao obter-se resultados baseados em modelos mais precisos, e, isso, pode gerar maior segurança e ganho na otimização das dimensões e da resistência dos materiais, possibilitando a realização de projetos estruturais com maior confiabilidade e viabilidade.

Desenvolver modelos numéricos a partir de modelos experimentais tem-se mostrado como uma alternativa a ser avaliada ao projetar-se uma estrutura de elementos pré-moldados, pois possibilita a redução de custos com ensaios experimentais, facilita a realização de estudos paramétricos e permite a obtenção de parâmetros essenciais que caracterizam o comportamento das ligações.

## 1.2 OBJETIVOS

O objetivo geral é estudar o comportamento de uma tipologia de ligação viga-pilar com consolo, chumbador e armadura de continuidade muito utilizada em estruturas de concreto pré-moldado.

Como objetivos específicos, este estudo apresenta:

- Construir modelos numéricos tridimensionais representativos dos modelos físicos de ligação viga-pilar desenvolvidos por Lacerda (2016);
- Fazer uma análise paramétrica variando-se a taxa de armadura de continuidade, a resistência do graute na interface consolo-viga, o diâmetro do chumbador, a resistência do concreto moldado *in loco* e a altura da laje maciça;
- Comparar o comportamento das ligações ensaiadas por Lacerda (2016), com os modelos numéricos desenvolvidos no presente estudo e com modelos analíticos conforme instruções normativas;
- Avaliar a classificação da ligação quanto a sua rigidez à rotação conforme modelos normativos;
- Analisar a estabilidade global de um edifício de múltiplos pavimentos com a utilização da ligação viga-pilar em estudo;
- Contribuir para a sistematização dos conhecimentos existentes na área de estruturas pré-moldadas.

### 1.3 METODOLOGIA DE ESTUDO

A metodologia de estudo proposta subdivide-se em duas etapas: revisão bibliográfica e análise numérica.

Durante a etapa de revisão bibliográfica, foram selecionados e estudados artigos, livros e teses que apresentam relevância para o tema de estudo, com destaque em análises numérica-experimentais desenvolvidas por diversos autores com enfoque em ligações com chumbadores em elementos estruturais de concreto pré-moldado, e revisões normativas que caracterizam as propriedades e parâmetros mais relevantes dessas ligações.

A fase de análise numérica utilizou as informações experimentais provenientes do trabalho desenvolvido por Lacerda (2016) para a realização da modelagem numérica utilizando o *Software* DIANA. Primeiramente, foi desenvolvido um estudo numérico e paramétrico do comportamento da ligação e, posteriormente, uma aplicação da ligação estudada em um edifício de múltiplos pavimentos.

### 1.4 APRESENTAÇÃO DO TRABALHO

Este estudo encontra-se dividido em sete capítulos, dispostos conforme descrito a seguir.

No **capítulo 1**, introdução, são apresentadas as considerações iniciais acerca do assunto de interesse, a justificativa da importância deste trabalho e a metodologia utilizada para a construção deste estudo, e evidenciados os objetivos gerais e específicos que se almeja atingir.

No **capítulo 2**, referencial teórico, é apresentada uma revisão abordando estudos numérico-experimentais em estruturas pré-moldadas desenvolvidos por diversos pesquisadores; e, também, discorrido sobre os parâmetros normativos de interesse que representam o comportamento da ligação de estudo.

No **capítulo 3**, estudo experimental de Lacerda (2016), é feito um compilado das informações obtidas pelos ensaios realizados por Lacerda (2016), reunindo dados sobre as características dos protótipos ensaiados (dimensões, especificações, materiais), bem como dos resultados obtidos.

No **capítulo 4**, estudo numérico, é discutido a base teórica que compõe os modelos numéricos utilizando o método dos elementos finitos e apresentado os parâmetros utilizados por diversos autores em seus modelos numéricos.

No **capítulo 5**, modelagem numérica, é realizada e apresentada a modelagem numérica da ligação em estudo, bem como de seus modelos paramétricos, discutindo-se os resultados, comparando-os e analisando-os.

No **capítulo 6**, aplicação na estabilidade global, é feita a avaliação do modelo de ligação estudado aplicado à estabilidade global em um edifício de múltiplos pavimentos.

No **capítulo 7**, considerações finais, são apresentadas as considerações e as conclusões acerca do objeto de estudo, manifestando-se também sugestões para trabalhos futuros.

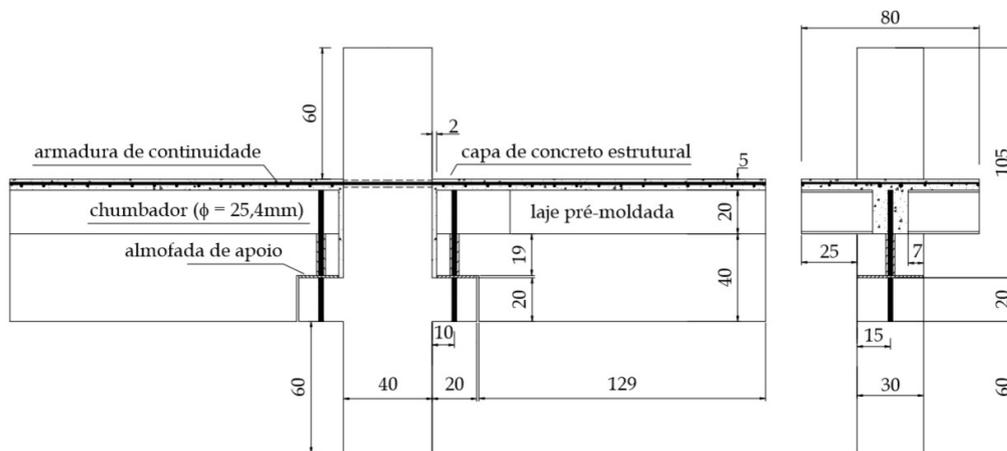
## 2 REFERENCIAL TEÓRICO

Neste capítulo são apresentados diversos estudos numérico-experimentais e estudos aplicados à estabilidade global realizados na área de estruturas pré-moldadas de concreto, analisando-se os parâmetros que influenciam o comportamento das ligações viga-pilar.

### 2.1 ESTUDOS NUMÉRICO-EXPERIMENTAIS EM LIGAÇÕES VIGA-PILAR DE ESTRUTURAS PRÉ-MOLDADAS DE CONCRETO

Miotto (2002) realizou um estudo sobre deformabilidade de ligações viga-pilar entre elementos pré-moldados com enfoque em ligações utilizadas em edifícios de múltiplos pavimentos. Nesse estudo, foi avaliada experimentalmente a ligação esquematizada na Figura 2-1, na qual variou-se o parâmetro de continuidade da armadura que passa pela capa de concreto e ao redor do pilar, a fim de representar as situações de pilar intermediário (com continuidade) e pilares de extremidade (sem continuidade), e o sentido dos momentos, para verificar a resposta quanto a inversão de carregamentos.

Figura 2-1 – Modelo de ligação viga-pilar feito por Miotto (2002) – dimensões em centímetros.



Fonte: MIOTTO (2002).

Além disso, Miotto (2002) desenvolveu um estudo numérico aplicado avaliando a influência da consideração do comportamento das ligações na análise estrutural, adotando situações em que as ligações são consideradas como: articuladas, rígidas e semirrígidas; e, também, apresentou um modelo analítico baseado no Método dos Componentes, que consiste

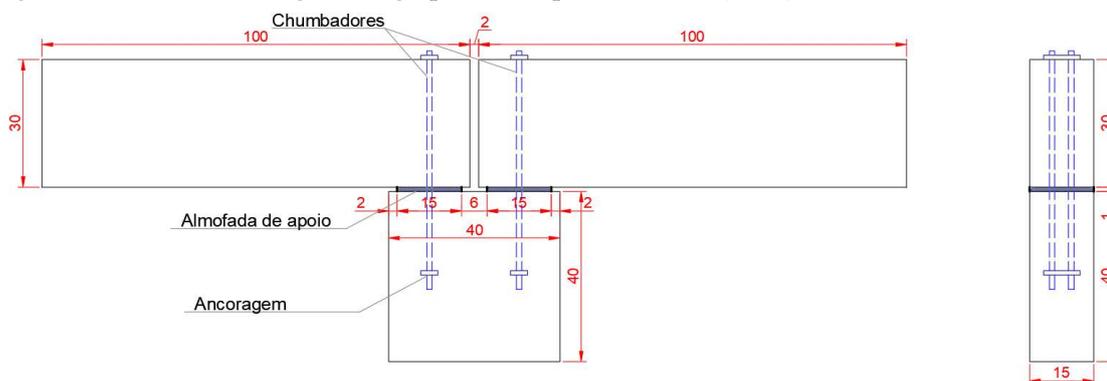
na avaliação das características de deformação e resistência de cada componente individualmente e, posteriormente, na associação dos elementos para avaliação como um todo.

Com as respostas de todos os modelos, Miotto (2002) comparou-os e concluiu que os modelos analíticos propostos e as simulações realizadas representaram de forma adequada o comportamento das ligações viga-pilar, sendo que as diferenças são frutos das simplificações e limitações.

Sawasaki (2010) realizou um estudo teórico-experimental em ligações viga-pilar com almofadas e chumbadores em estruturas de concreto pré-moldado, conforme Figura 2-2, que são comumente utilizadas em galpões e em edifícios de poucos pavimentos. No seu trabalho, foram desenvolvidos, experimentalmente, modelos nos quais foram variados a resistência do aço dos chumbadores, o material utilizado nas almofadas e a largura do pilar.

Sawasaki (2010) também realizou uma análise numérica e uma análise analítica baseada em instruções normativas, comparando as respostas obtidas com os modelos experimentais. Posteriormente, simulou numericamente estruturas representativas compostas por pórticos, variando o número de pavimentos bem como as condições das ligações, avaliando, então, o comportamento da estrutura quanto à sua distribuição de esforços.

Figura 2-2 – Modelo de ligação viga-pilar feito por Sawasaki (2010) – dimensões em centímetros.

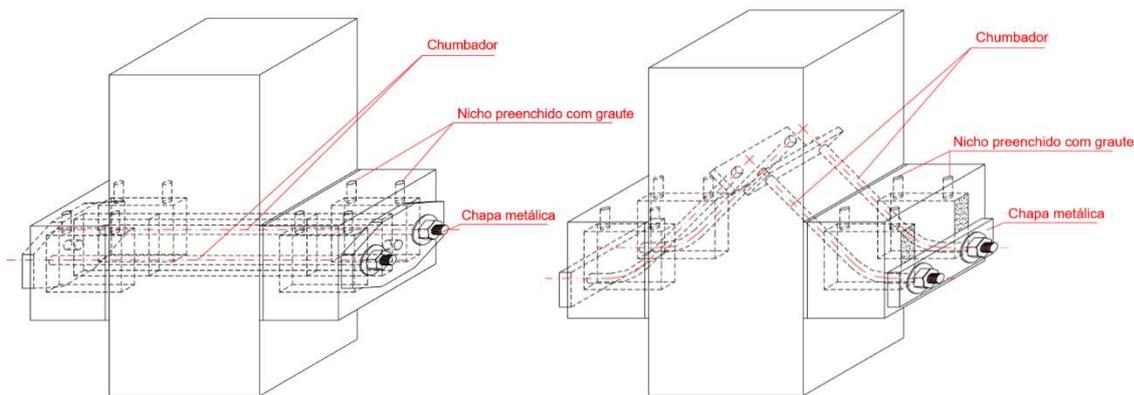


Fonte: SAWASAKI (2010) – adaptado pelo autor.

Sawasaki (2010), portanto, constatou a importância da consideração da semirrigidez conferida pela ligação, qual é comumente desconsiderada, ao observar as respostas de seus modelos numéricos aplicados, verificando a redução do momento fletor na base dos pilares, o que por consequência, representa uma economia global significativa, ao comparar-se com modelos de ligações articuladas.

Aguiar (2010) estudou o comportamento de chumbadores grauteados utilizados em ligações viga-pilar (Figura 2-3), analisando a influência do diâmetro dos chumbadores, a inclinação dos chumbadores, a resistência à compressão do concreto adjacente ao chumbador e a aplicação de uma força de compressão normal à interface, por meio de modelos experimentais e numéricos, também realizando uma análise de sensibilidade da interface entre o concreto e as almofadas de apoio; sendo, então, propostos modelos analíticos que conseguissem representar a influência desses parâmetros.

Figura 2-3 – Ligação com chumbadores grauteados estudada por Aguiar (2010) esquematizando a mudança de configuração gerada pela inclinação dos chumbadores.



Fonte: AGUIAR (2010).

Aguiar (2010) afirma que o modelo numérico desenvolvido conseguiu representar de maneira satisfatória o comportamento força-deslocamento dos modelos experimentais, confirmando a influência das variáveis apresentadas. Em sua pesquisa, também notou grande influência das características da interface no comportamento do chumbador; sendo que, ao variar-se o diâmetro dos chumbadores ou a resistência à tração dos materiais presentes na interface, aconteciam mudanças significativas quanto aos módulos de rigidez normal e transversal. Quanto ao modelo analítico desenvolvido, também obteve resultados aceitáveis, sendo capaz de confirmar a contribuição de cada uma das variáveis.

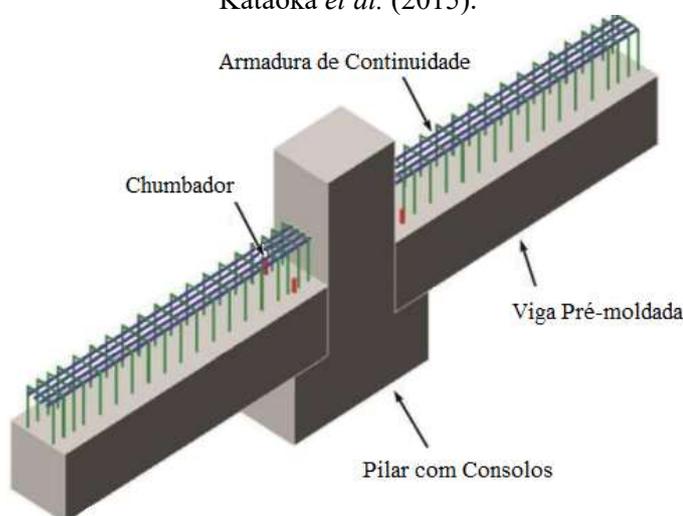
Kataoka *et al.* (2015) realizaram um estudo numérico-experimental do comportamento de uma ligação viga-pilar, utilizada em sistemas pré-moldados, composta por pilar e consolos de concreto pré-moldado, vigas de concreto pré-moldado com uma camada superior feita em concreto moldado *in loco*, chumbadores, e armadura de continuidade passante pelo pilar, sujeita ao efeito de um carregamento monotônico, conforme apresentado na Figura 2-4.

A performance da ligação foi avaliada por meio de curvas tensão-deslocamento e pelo parâmetro de rigidez das ligações, sendo verificadas também as tensões nas armaduras, nos

chumbadores e nos elementos de concreto, bem como avaliado o processo de fissuramento ao longo do elemento (KATAOKA *et al.*, 2015).

Assim, os resultados experimentais e numéricos foram muito próximos para o parâmetro de rigidez; no entanto, para as tensões nas armaduras de continuidade, a diferença foi relativamente considerável, fato esse que pode ser explicado pela consideração de uma aderência perfeita entre o concreto e a armadura no modelo numérico. Em geral, o modelo numérico conseguiu representar suficientemente as respostas obtidas pelo experimental, sendo adequado para o uso em análises avançadas (KATAOKA *et al.*, 2015).

Figura 2-4 – Ligação viga-pilar com chumbadores e armadura de continuidade desenvolvida por Kataoka *et al.* (2015).



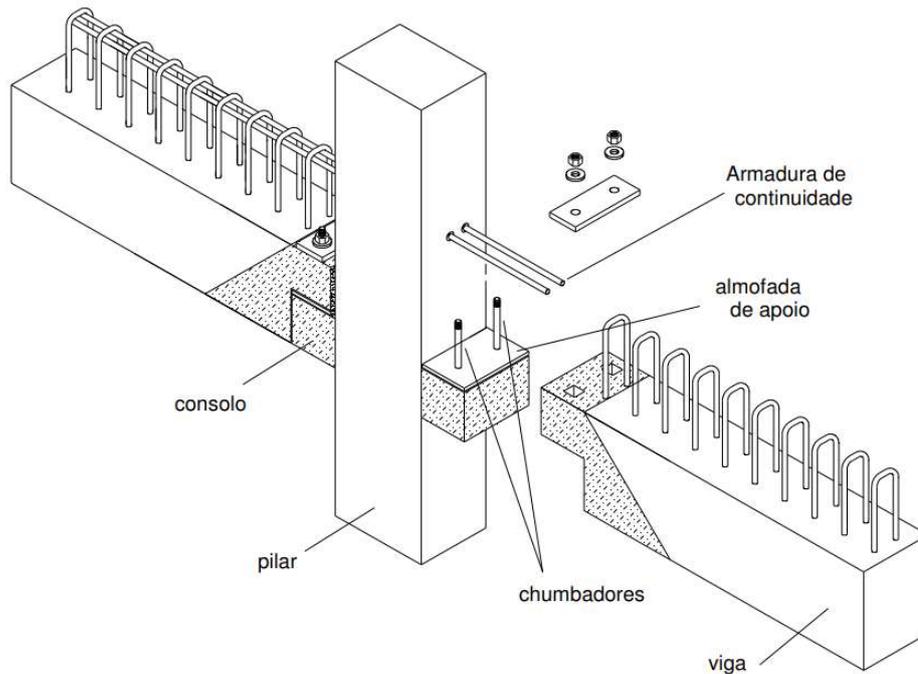
Fonte: KATAOKA *et al.* (2015) – adaptado pelo autor.

Bellucio (2016) conduziu um estudo numérico-analítico-experimental sobre o comportamento de chumbadores grauteados em estruturas de concreto pré-moldado com utilização de fibras de aço, verificando a influência dos diâmetros das barras e de sua inclinação, assim como a contribuição que as fibras de aço exercem sobre a rigidez. O protótipo da ligação estudada encontra-se na Figura 2-5.

Bellucio (2016) verificou, ao comparar os resultados obtidos em todas as análises, a influência do efeito de grupo e de borda, fenômenos quais geram reduções na capacidade de carga de ruptura; assim, ao se utilizar modelos numéricos bidimensionais, contemplar efeitos tridimensionais como esses podem dificultar a calibração do modelo, sendo imprescindível avaliar a necessidade da aplicação de modelos tridimensionais para a simulação numérica.

Quanto aos modelos experimentais e analíticos, mostraram-se representativos, obtendo-se valores de rigidez ligeiramente inferiores para os modelos analíticos, os quais também dispuseram da consideração de hipóteses quanto aos efeitos de grupo e de borda (BELLUCIO, 2016).

Figura 2-5 – Protótipo da ligação com chumbadores grauteados estudada por Bellucio (2016).

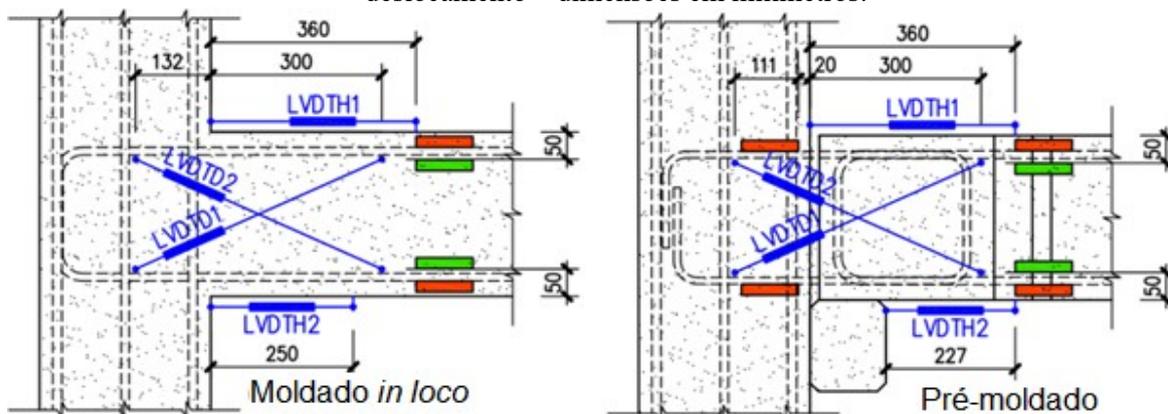


Fonte: BELLUCIO (2016).

Brecolotti *et al.* (2016) realizaram uma análise comparativa experimental e numérica na região da ligação viga-pilar entre o sistema convencional com concreto moldado *in loco* e o sistema em concreto pré-moldado. Conforme apresentado na Figura 2-6, a ligação utilizando o sistema convencional foi confeccionada de forma monolítica, enquanto que a ligação utilizando o sistema pré-moldado foi feita por meio de encaixes com barras de aço, conforme o esquema de montagem da Figura 2-7, sobre o consolo do pilar com chumbadores e concretada a região da ligação.

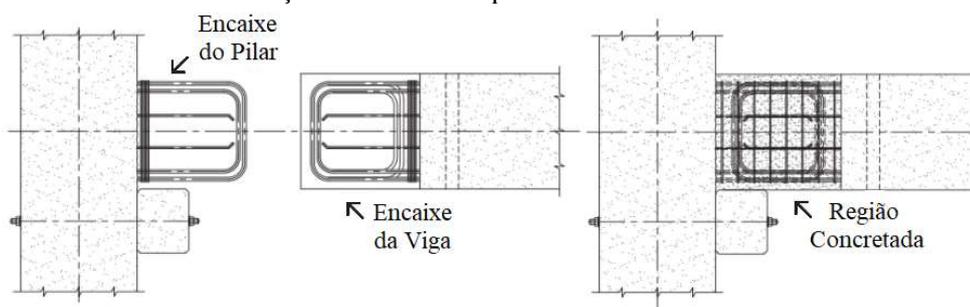
Os modelos experimentais e numéricos foram submetidos a uma carga cíclica e, também, a um carregamento incremental, sendo analisados o comportamento quanto aos deslocamentos verticais em função da força aplicada, a relação tensão-deformação e a propagação de fissuras (BRECCOLOTTI *et al.*, 2016).

Figura 2-6 – Modelo de ligação viga-pilar feito por Breccolotti *et al.* (2016) nas situações de concreto moldado *in loco* e pré-moldado com a posição dos medidores de tensão (VWSG) e dos transdutores de deslocamento – dimensões em milímetros.



Fonte: BRECCOLLOTTI *et al.* (2016) – adaptado pelo autor.

Figura 2-7 – Sistema de encaixes do modelo de ligação viga-pilar feito por Breccolotti *et al.* (2016) na utilização de elementos pré-moldados de concreto.



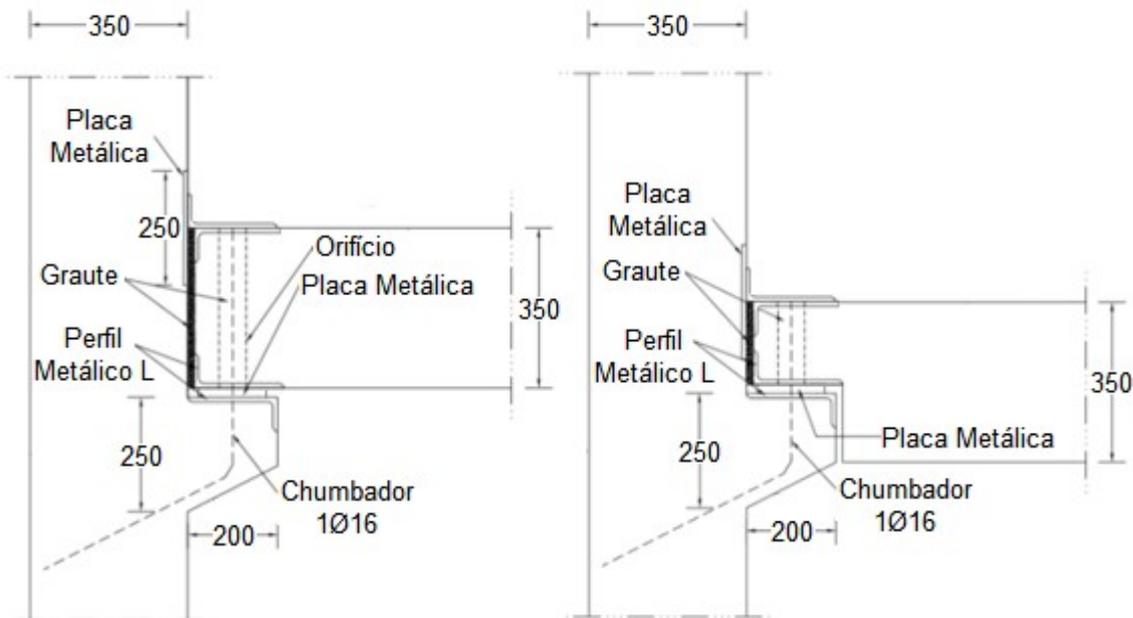
Fonte: BRECCOLLOTTI *et al.* (2016) – adaptado pelo autor.

Breccolotti *et al.* (2016) constataram que para ambos os casos, a resposta da estrutura aos carregamentos foi sobremodo similar, sendo que para a solução utilizando elementos pré-moldados, obteve-se uma resistência ligeiramente maior, apesar de haver poucas diferenças quanto à rigidez; condicionando à utilização do sistema de encaixes proposto, como justificativa para o melhor desempenho do protótipo em pré-moldado. Quanto aos modelos numéricos, estes apresentaram comportamento semelhante aos modelos experimentais.

Hussein *et al.* (2017) realizaram ensaios experimentais e modelagem numérica em estruturas de concreto pré-moldado e de sistema estrutural convencional, em situações de colapso progressivo. Como as estruturas pré-moldadas são deficientes em continuidade, elas estão mais sujeitas a este fenômeno, quando comparadas às estruturas de concreto convencional; sendo que a performance das estruturas de concreto pré-moldado, sob a influência desses eventos, está totalmente ligada ao comportamento das ligações, principalmente entre vigas e pilares.

Para realizar o estudo do fenômeno de colapso progressivo, Hussein *et al.* (2017) consideraram três modelos, pré-moldado com consolo e sem dentes nas vigas, pré-moldado com consolo com dentes nas vigas, conforme Figura 2-8, e monolítico (para comparação), considerando a situação de remoção do pilar central. Além disso, realizaram estudos paramétricos modificando o suporte da viga sobre o consolo (almofadas de Neoprene e placas metálicas) e o tipo de graute entre o pilar e a viga (comum e modificado sem retração), observando que para os modelos com placas metálicas e graute sem retração, o potencial efeito do colapso progressivo seria minimizado.

Figura 2-8 – Modelos de ligação viga-pilar executados por Hussein *et al.* (2017) dos elementos de canto com elementos pré-moldados de concreto – dimensões em milímetros.



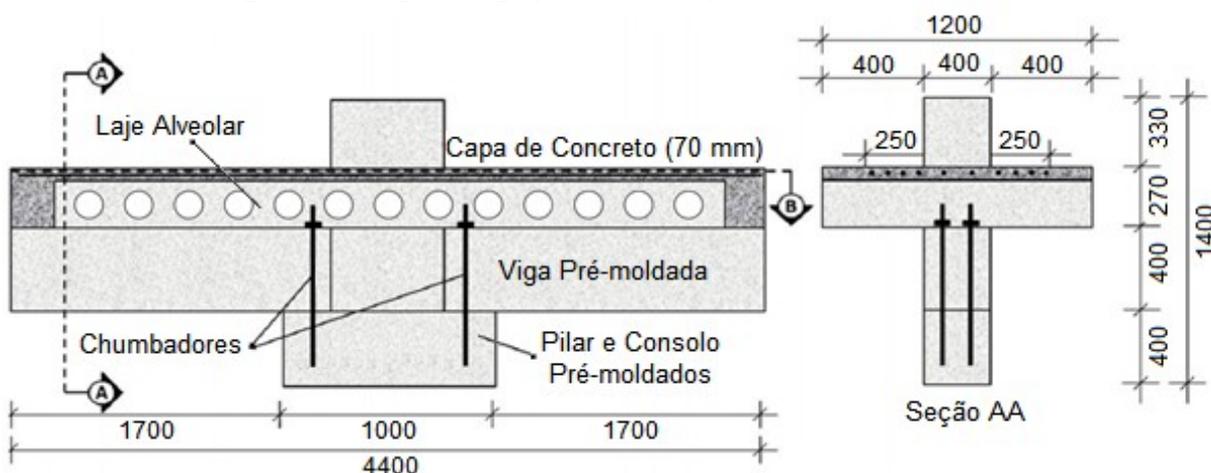
Fonte: HUSSEIN *et al.* (2017).

Hussein *et al.* (2017) verificaram que houve uma boa aproximação entre o comportamento experimental e o modelo numérico otimizado quanto ao modo de ruptura ao analisar as curvas tensão-deformação obtidas. Também, evidenciaram a importância da calibração dos modos de ruptura por esforços normais e cortante para a elaboração dos modelos numéricos.

Kataoka *et al.* (2017) conduziram outro estudo numérico-experimental em uma ligação viga-pilar, similarmente composta por chumbadores e consolos de concreto; no entanto, possuía uma laje vazada feita com concreto pré-moldado (laje alveolar), e consolidada por uma capa de concreto moldada *in loco*, além da armadura de continuidade passar pelo pilar e também pelas laterais do pilar. A Figura 2-9 mostra a configuração do protótipo.

Para a validação do modelo numérico, Kataoka *et al.* (2017) compararam o comportamento da ligação, tal qual a sua rigidez, deformação e resistência quando submetida a um momento fletor negativo; ademais, verificou-se as curvas força-deslocamento, e tensão-deformação na armadura de continuidade. Com as respostas experimentais e numéricas, os resultados foram satisfatórios, confirmando a correlação entre os modelos; o que, por fim, serviu como base para a realização de um estudo paramétrico no qual foi estudado a influência da resistência do concreto moldado *in loco* e da taxa de armadura de continuidade, e atestado um ganho significativo na capacidade de resistência da ligação ao aumentar-se a resistência do concreto, assim também uma melhora na capacidade da ligação ao aumentar-se a taxa de armadura de continuidade.

Figura 2-9 – Ligação viga-pilar estudada por Kataoka *et al.* (2017)



Fonte: KATAOKA *et al.* (2017) – adaptado pelo autor.

Assim, com base nesses estudos, é evidente que o comportamento das ligações é de extrema importância, necessitando uma investigação aprofundada em diversos parâmetros como a deformabilidade à flexão, a rigidez, a resistência e a estabilidade global.

No Capítulo Quarto é apresentado um estudo acerca dos parâmetros numéricos utilizados por esses autores, avaliando e comparando os modelos de elementos finitos, os modelos de materiais, os métodos de solução e demais considerações presentes em seus modelos numéricos, servindo de base para a elaboração do modelo numérico do presente estudo.

## 2.2 PARÂMETROS DAS LIGAÇÕES

A ABNT NBR 9062:2017 propõe para a análise de ligações a avaliação de seu comportamento por meio da rigidez secante e do fator de restrição.

### 2.2.1 Determinação da Rigidez de Ligações

A rigidez secante da ligação pode ser calculada por meio da Equação 1:

$$R_{sec} = k \cdot \frac{A_s E_s d^2}{L_{ed}} \quad (1)$$

na qual,

- k é o coeficiente de ajustamento da rigidez secante;
- $L_{ed}$  é o comprimento efetivo de deformação por alongamento da armadura de continuidade;
- d é a altura útil da seção resistente na ligação negativa;
- $E_s$  é o módulo de elasticidade do aço;
- $A_s$  é a armadura de continuidade negativa (respeitando o  $M_{y,lim}$ ).

Tanto o coeficiente de ajustamento (k), quanto o comprimento efetivo de deformação ( $L_{ed}$ ) são determinados conforme as diferentes tipologias de ligação apresentadas pela norma, conforme compiladas na Tabela 2-1:

Tabela 2-1 – Valores de k e  $L_{ed}$  para as tipologias apresentadas na ABNT NBR 9062:2017.

Tipologia	Junta Positiva	Continuidade da Armadura	k	$L_{ed}$
1	Graute ou Apoio Elastomérico com Chumbador	Bainha Grauteada	0,75	$25\phi + L_a$
2	Chapas Soldadas	Bainha Grauteada	1,00	$20\phi + L_a$
3	Graute ou Apoio Elastomérico com Chumbador	Luvras Rosqueadas	0,75	$30\phi + L_a$
4	Chapas Soldadas	Luvras Rosqueadas	-	-
5	Dispositivo Parafusado no Pilar	Luvras Rosqueadas	0,85	$30\phi + L_a$
6	Consolo Embutido no Pilar	Bainha Grauteada	0,75	$25\phi$
		Luvras Rosqueadas	0,75	$30\phi$

Fonte: ABNT NBR 9062:2017 – adaptado pelo autor.

Os coeficientes  $k$  e  $L_{ed}$  também podem ser obtidos por meio das equações desenvolvidas e apresentadas por Barlati (2020), expressas nas Equações 2 e 3, embasadas em estudos realizados por Barros (2018) e na ABNT NBR 9062:2017, podendo ser utilizadas para tipologias de ligação não contempladas pela norma:

$$k = 0,9 \cdot \left(1 - \frac{x}{d}\right) \quad (2)$$

$$L_{ed} = \beta \cdot \phi + L_a \quad (3)$$

nas quais,

- $x$  é a posição da linha neutra;
- $\beta$  é o coeficiente de ajustamento devido às deformações por escorregamento entre aço e concreto;
- $\phi$  é o diâmetro da armadura de continuidade na seção da ligação;
- $L_a$  é a distância da face do pilar até o centro de rotação no consolo.

A rigidez de ligações viga-pilar pode ser obtida embasando-se na relação momento-rotação, sendo a rotação na ligação medida no centro de giro no apoio, conforme a ABNT NBR 9062:2017.

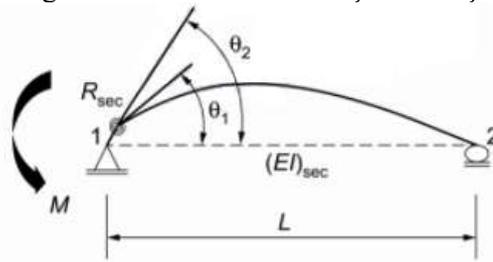
Dessa maneira, com o auxílio dessa curva, determina-se a rigidez secante ( $R_{sec}$ ) pelo quociente entre o momento-limite no início do escoamento da armadura de continuidade da ligação viga-pilar ( $M_{y,lim}$ ) com a rotação relativa viga-pilar no início do escoamento da armadura de continuidade ( $\theta_y$ ).

Além disso, ela estabelece que, para a utilização desse método de determinação da rigidez secante da ligação, a condição de ductilidade seja satisfeita por meio de um coeficiente de ductilidade ( $\mu$ ) obtido pela razão entre a rotação relativa viga-pilar máxima no limite de plastificação da ligação ( $\theta_u$ ) e ( $\theta_y$ ), cujo valor deve superar 2,5 (adimensional).

### 2.2.2 Fator de Restrição à Rotação

O fator de restrição à rotação ( $\alpha_r$ ) é a relação entre a rotação da extremidade do elemento ( $\theta_1$ ) e a rotação combinada do conjunto elemento-ligação ( $\theta_2$ ), o que possibilita a avaliação da deformabilidade da ligação, esquematizado na Figura 2-10.

Figura 2-10 – Fator de restrição à rotação.



Fonte: ABNT NBR 9062:2017

Conforme apresentado na ABNT NBR 9062:2017, o fator de restrição pode ser equacionado utilizando os parâmetros previamente apresentados (Equação 4), juntamente com o comprimento efetivo ( $L_{ef}$ ) e a rigidez secante da viga –  $(EI)_{sec}$  – e respeitando os limites inferior e superior (Equação 5) para ser considerada como ligação semirrígida; sendo que para valores iguais ou acima do limite superior, a ligação se torna rígida; e, para valores abaixo do limite inferior, a ligação se torna articulada.

$$\alpha_r = \frac{\theta_1}{\theta_2} = \left[ 1 + \frac{3(EI)_{sec}}{R_{sec} \cdot L_{ef}} \right]^{-1} \quad (4)$$

$$0,15 \leq \alpha_r < 0,85 \quad (5)$$

Além da classificação quanto à rigidez das ligações concordante ao modelo apresentado pela ABNT NBR 9062:2017, tem-se a classificação desenvolvida por Ferreira *et al.* (2002), que serviu como base para a elaboração da classificação atual da norma brasileira.

Ferreira *et al.* (2002) apresentaram uma proposta de classificação para as ligações, dividindo-as em cinco zonas diferentes, ao utilizar o fator de restrição, considerando o nível de restrição presente na ligação semirrígida, conforme mostra a Tabela 2-2.

Tabela 2-2 – Classificação das ligações segundo Ferreira *et al.* (2002).

Zona	Classificação da Ligação	Fator de Restrição ( $\alpha_r$ )
I	Articulada	$0 \leq \alpha_r < 0,14$
II	Semirrígida com restrição baixa	$0,14 \leq \alpha_r < 0,40$
III	Semirrígida com restrição média	$0,40 \leq \alpha_r < 0,67$
IV	Semirrígida com restrição alta	$0,67 \leq \alpha_r < 0,86$
V	Perfeitamente rígida	$0,86 \leq \alpha_r < 1,00$

Fonte: FERREIRA *et al.* (2002) – adaptado pelo autor.

## 2.3 ESTABILIDADE GLOBAL

Avaliar a estabilidade global de elementos estruturais é definitivamente um dos fatores mais preponderantes durante a etapa de concepção estrutural, uma vez que objetiva garantir a segurança da estrutura em situações nas quais acontece uma perda da capacidade resistente gerado pelo aumento significativo das deformações em decorrência das combinações de ações (LACERDA *et al.*, 2014).

Essa análise pode ser realizada por meio do uso de parâmetros de estabilidade, os quais utilizam modelos distintos para a consideração das não-linearidades, sendo as principais: geométrica e física.

A análise considerando a não-linearidade geométrica tem como finalidade a verificação e determinação dos acréscimos nas deformações e esforços que uma estrutura pode sofrer em seu processo de carregamento, adotando o arranjo estrutural na condição deformada (MARTINS, 1997). Ao considerar a configuração deformada durante o estudo do equilíbrio da estrutura, surge uma interação entre as forças existentes e os deslocamentos, promovendo a manifestação de esforços adicionais, efeito esse denominado como efeito de segunda ordem (OLIVEIRA, 2007).

Já a não-linearidade física está relacionada a não proporcionalidade entre a tensão aplicada e a deformação sofrida por um elemento, estando associada a propriedades do material. Esse comportamento não-linear físico dos materiais afeta diretamente a rigidez das seções transversais, influenciando nos deslocamentos laterais das estruturas, efeito que não deve ser desprezado durante a etapa de análise estrutural (OLIVEIRA, 2007).

Silva (1996) revela que a maior dificuldade em análises não-lineares simplificadas em estruturas de concreto é a escolha apropriada de valores para a rigidez, os quais são influenciados por inúmeros fatores.

Assim, é essencial o constante estudo de métodos analíticos e numéricos a fim de prever, com segurança, o comportamento das estruturas, considerando os efeitos de não-linearidade que elas possam apresentar.

### 2.3.1 Consideração da Não-linearidade Geométrica

A ABNT NBR 9062:2017, que trata de especificações para elementos pré-moldados, de forma análoga às recomendadas pela ABNT NBR 6118:2014, estabelece a utilização do coeficiente  $\gamma_z$  para análises não-lineares simplificadas em estruturas pré-moldadas de no mínimo quatro andares, com regularidade estrutural e sem grandes variações entre os momentos de inércia dos pilares bem como diferenças significativas entre os pés-direitos.

Esse coeficiente é obtido por meio dos resultados dos deslocamentos de primeira ordem, levando em conta a influência gerada pelas ligações semirrígidas, para cada um dos casos de carregamento (Equação 6). Assim, avalia-se o equilíbrio na posição não deformada na qual os esforços e deslocamentos são proporcionais às ações aplicadas e a matriz de rigidez da estrutura é constante durante o carregamento, sendo possível a utilização de um modelo estrutural de associação plana de painéis para essa avaliação.

$$\gamma_z = \frac{1}{1 - \frac{\Delta M_{tot,d}}{M_{1,tot,d}}} \quad (6)$$

sendo,

$\Delta M_{tot,d}$  o momento de tombamento, ou seja, a soma dos momentos de todas as forças horizontais da combinação considerada, com seus valores de cálculo, em relação à base da estrutura;

$M_{1,tot,d}$  a soma dos produtos de todas as forças verticais atuantes na estrutura, na combinação considerada, com seus valores de cálculo, pelos deslocamentos horizontais de seus respectivos pontos de aplicação, obtidos na análise de 1ª ordem.

Após a determinação desse coeficiente, a sua ordem de grandeza deve ser avaliada, de acordo com a ABNT NBR 9062:2017, sendo que: para valores iguais ou inferiores a 1,10, os efeitos globais de segunda ordem são desprezíveis e a estrutura é considerada com deslocabilidade reduzida; para o intervalo entre 1,10 e 1,30, a deslocabilidade é moderada, na qual torna-se aplicável o procedimento aproximado para a determinação dos esforços globais de 2ª ordem para estruturas de nós móveis, consistindo na avaliação dos esforços finais contabilizando uma majoração adicional para as ações horizontais proveniente da combinação de ações (adota-se a utilização do coeficiente de majoração reduzido  $0,95\gamma_z$  para o intervalo entre 1,10 e 1,20, e a utilização do coeficiente de majoração integral  $\gamma_z$  para o intervalo igual ou acima de 1,20 e abaixo de 1,30); e, para valores iguais ou superiores a 1,30, que indica um

alto grau de deslocabilidade, considera-se obrigatoriamente tanto a não-linearidade física como também a não-linearidade geométrica de maneira mais precisa.

### 2.3.2 Consideração da Não-linearidade Física

A ABNT NBR 6118:2014 e a ABNT NBR 9062:207 apresentam a consideração da não-linearidade física associada aos elementos estruturais de maneira simplificada, adotando a redução da inércia bruta das seções transversais, conforme apresentado na Tabela 2-3.

Tabela 2-3 – Comparação entre valores de rigidez propostos pelas normas.

Elemento	NBR 6118:2014	NBR 9062:2017
Lajes	$0,3E_{ci}I_c$	$0,25E_{ci}I_c$
Vigas	$0,4E_{ci}I_c$ se $A'_s \neq A_s$	$0,8E_{ci}I_c$ para CP
	$0,5E_{ci}I_c$ se $A'_s = A_s$	$0,5E_{ci}I_c$ para CA
Pilares	$0,8E_{ci}I_c$	$0,4E_{ci}I_c^{(1)}$
		$0,55E_{ci}I_c^{(2)}$
		$0,7E_{ci}I_c^{(3)}$

(1) para estruturas com ligação viga-pilar articulada com 01 pavimento ou galpão

(2) para estruturas com ligações semirrígidas com até 04 pavimentos

(3) para estruturas com ligações semirrígidas com 05 ou mais pavimentos

Fonte: ABNT NBR 6118:2014 e ABNT NBR 9062:2017 – adaptado pelo autor.

sendo,

- $E_{ci}$  o módulo de elasticidade tangente do concreto;
- $I_c$  o momento de inércia da seção bruta de concreto;
- $A_s$  a armadura de tração;
- $A'_s$  a armadura de compressão;
- CP a sigla para concreto protendido;
- CA a sigla para concreto armado.

Um método mais elaborado para a consideração da não-linearidade física é pela utilização da formulação de Branson (1966), cuja expressão considera uma distribuição variável da fissuração ao longo do elemento, o que faz com que a rigidez à flexão não seja constante. Para a utilização desta formulação é necessária a divisão do elemento estrutural em trechos; sendo que, para cada um dos trechos, uma rigidez equivalente é atribuída (Equações 7 e 8); o que pode tornar o processo de análise estrutural mais trabalhoso.

$$EI_{eq} = E_{cs} \cdot \left\{ \left( \frac{M_r}{M_a} \right)^3 \cdot I_c + \left[ 1 - \left( \frac{M_r}{M_a} \right)^3 \right] \cdot I_{II} \right\} \leq E_{cs} \cdot I_c \quad (7)$$

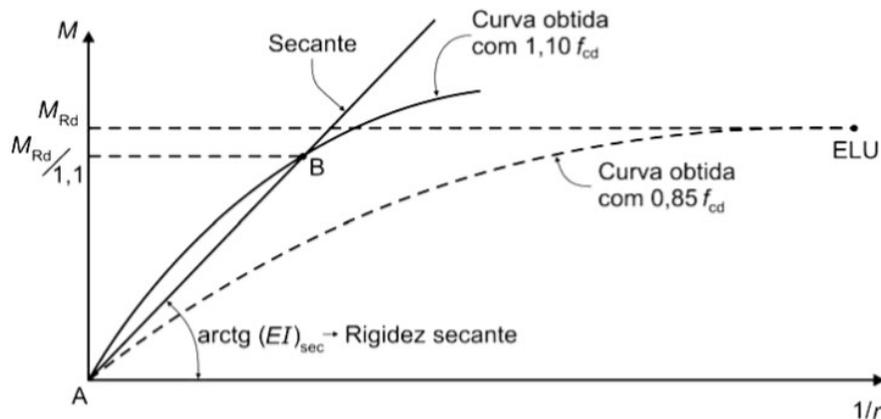
$$M_r = \frac{\alpha \cdot I_c \cdot f_{ct}}{y_t} \quad (8)$$

nas quais,

- $EI_{eq}$  é a rigidez equivalente no trecho de interesse;
- $E_{cs}$  é o módulo de elasticidade secante;
- $M_r$  é o momento de fissuração do elemento estrutural;
- $M_a$  é o momento atuante no trecho de interesse;
- $I_{II}$  é o momento de inércia da seção fissurada de concreto no estágio II;
- $\alpha$  é o coeficiente de forma (igual a 1,5 para seções retangulares);
- $y_t$  é a distância entre o centro de gravidade e a fibra mais tracionada;
- $f_{ct}$  é a resistência à tração direta do concreto.

Apesar dos modelos mais simplificados serem os mais utilizados, a consideração da não-linearidade física ainda pode ser feita de forma mais rigorosa ao utilizar os diagramas momento-normal-curvatura ( $M \times N \times 1/r$ ), conforme estabelecido pela ABNT NBR 6118:2014, esquematizado na Figura 2-11.

Figura 2-11 – Relação momento-curvatura.



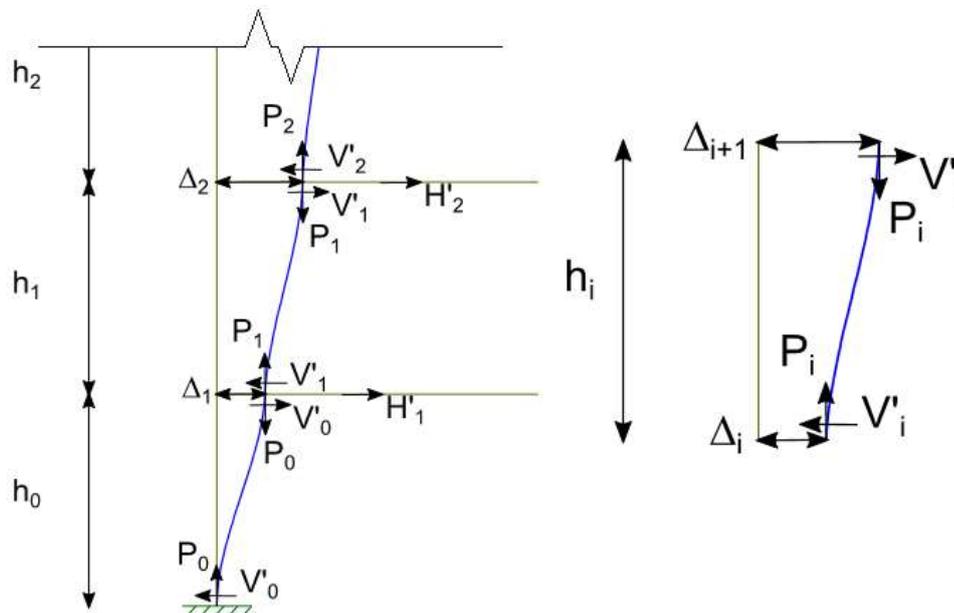
Fonte: ABNT NBR 6118:2014.

### 2.3.3 Análise Estrutural

Ao analisar uma estrutura sujeita aos efeitos das não-linearidades, é possível a utilização de métodos simplificados, como o Processo P- $\Delta$  iterativo para análise aproximada de esforços de segunda ordem globais.

Inicialmente, realiza-se uma análise de primeira ordem da estrutura com o carregamento horizontal, determinando os deslocamentos horizontais provenientes destas cargas. Esses deslocamentos são, então, utilizados conjuntamente com as cargas verticais da estrutura, a fim de calcular, em cada um dos pavimentos, um incremento equivalente de carga horizontal fictícia que é, posteriormente, adicionado à carga horizontal inicial. Repete-se o processo até que o incremento de carga horizontal fictício tenda a zero. A Figura 2-12 juntamente com as Equações 9 e 10 definem o procedimento iterativo.

Figura 2-12 – Processo P- $\Delta$  iterativo.



Fonte: GAIOTTI & SMITH (1989) – adaptado pelo autor.

$$V'_i = \frac{P_i}{h_i} \cdot (\Delta_{i+1} - \Delta_i) \quad (9)$$

$$H'_i = V'_{i-1} - V'_i \quad (10)$$

sendo,

- $\Delta$  o deslocamento horizontal;
- $P$  a força normal;
- $V'$  a força cortante fictícia;
- $H'$  a força horizontal fictícia;
- $h$  a altura do pavimento.

#### 2.3.4 Estudos Comparativos entre Métodos de Análise de Estabilidade

Ferreira & El Debs (2003) analisaram uma estrutura de elementos pré-moldados de múltiplos pavimentos utilizando modelos numéricos e analíticos, realizando simulações para uma estrutura típica com ligações articuladas, rígidas e semirrígidas, considerando a atuação dos carregamentos em duas situações – antes e após a solidarização da ligação – e variando-se o número de pavimentos.

Ferreira & El Debs (2003), então, constataram que ao considerar um comportamento semirrígido das ligações, o momento na base do pilar é reduzido quando comparado a modelos totalmente articulados. Além disso, observaram que à medida que se aumenta o número de pavimentos, o comportamento apresentado nas simulações semirrígidas se aproxima do manifestado nas situações rígidas.

Marin (2009) desenvolveu um estudo comparativo entre diversos métodos para a análise da estabilidade global de estruturas em concreto pré-moldado, voltado para o uso em edifícios de múltiplos pavimentos, considerando a influência da não-linearidade física e geométrica, bem como a adoção de ligações com comportamento semirrígido.

Marin (2009) constatou haver pequenas diferenças para a consideração da não-linearidade geométrica ao comparar a análise por meio da utilização do coeficiente  $\gamma_z$  com a análise por meio de programas computacionais de elementos finitos.

Já para a consideração da não-linearidade física, foi constatado divergências entre os coeficientes de redução de rigidez da seção propostos pelas normativas e os valores de coeficientes encontrados conforme o uso do diagrama momento-normal-curvatura; sendo observado um comportamento em que conforme aumentava o nível de esforço normal, aumentava-se a rigidez da seção, e, posteriormente, havia uma diminuição da rigidez da seção a partir do instante que a força normal adimensional atingia um valor aproximado igual a 0,9. E entre a consideração da não-linearidade física baseada na teoria de Branson (1966) e nos diagramas momento-normal-curvatura, os resultados foram representativos (MARIN, 2009).

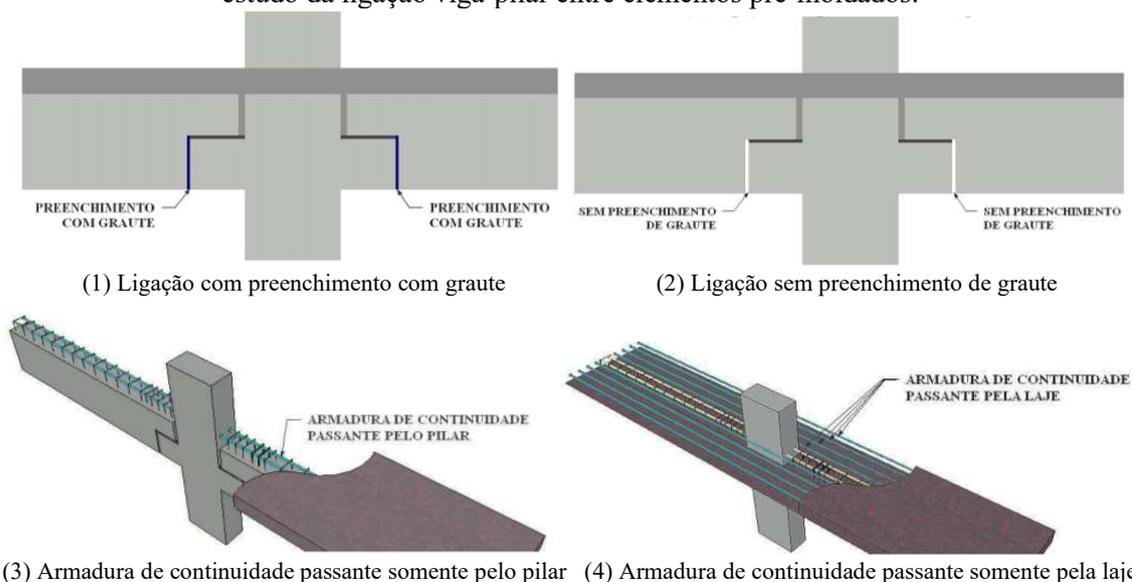
### 3 ESTUDO EXPERIMENTAL DE LACERDA (2016)

Neste capítulo é descrito o estudo experimental desenvolvido por Lacerda (2016), apresentando as características de seus protótipos, bem como os resultados obtidos – constituindo-se como a base para a elaboração do estudo numérico.

Lacerda (2016) analisou o comportamento de uma ligação viga-pilar em elementos pré-moldados, submetida a atuação de um momento fletor negativo, realizando a análise experimental de quatro tipos de protótipos, utilizando as combinações dos parâmetros apresentados na Figura 3-1, sendo:

- Armadura de continuidade passante pela laje (4) e com graute na interface vertical entre o consolo e o inferior da viga (1) – LC;
- Armadura de continuidade passante pela laje (4) e sem graute na interface vertical entre o consolo e o inferior da viga (2) – LS;
- Armadura de continuidade passante dentro do pilar (3) e com graute na interface vertical entre o consolo e o inferior da viga (1) – PC;
- Armadura de continuidade passante dentro do pilar (3) e sem graute na interface vertical entre o consolo e o inferior da viga (2) – PS.

Figura 3-1 – Esquematização das condições aplicadas aos protótipos do programa experimental do estudo da ligação viga-pilar entre elementos pré-moldados.

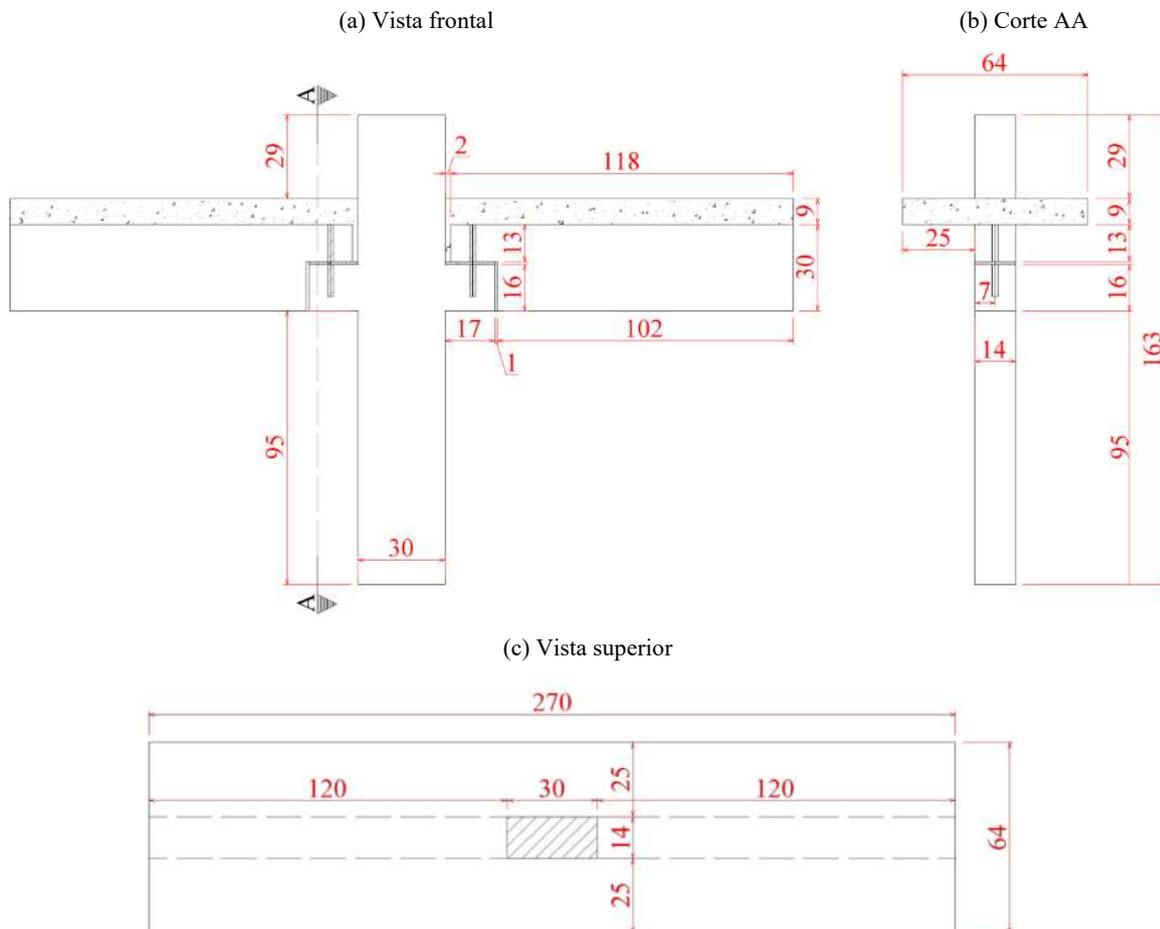


Fonte: LACERDA (2016).

### 3.1 DIMENSÕES

Os protótipos apresentam as dimensões fixas para todos os casos: com pilares de concreto pré-moldado com seção transversal  $14 \times 30 \text{ cm}^2$  e altura total de 163 cm; consolos de concreto pré-moldado  $14 \times 17 \times 16 \text{ cm}^3$ ; vigas pré-moldadas com seção transversal  $14 \times 40 \text{ cm}^2$  e comprimento de 118 cm; e, laje maciça de concreto moldado *in loco* com comprimento total igual a 270 cm, 64 cm de largura e 9 cm de altura. Segue esquematizado na Figura 3-2.

Figura 3-2 – Dimensões dos protótipos ensaiados por LACERDA (2016) – dimensões em centímetros.



Fonte: LACERDA (2016).

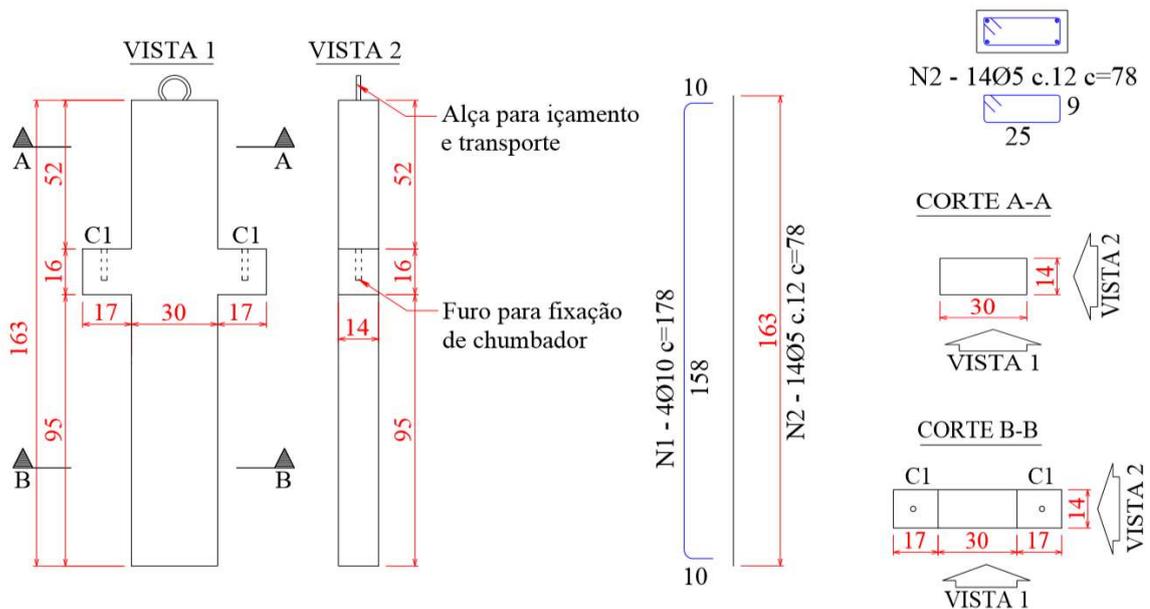
### 3.2 ARMADURA E CHUMBADORES

A disposição da armadura dos protótipos de Lacerda (2016) apresenta dois casos, conforme mencionado anteriormente: com a armadura de continuidade passante somente pelo pilar e com a armadura de continuidade passante somente pela laje. Em ambos os casos, a área total da armadura de continuidade totalizou  $4,02 \text{ cm}^2$ ; sendo que, para a armadura de

continuidade passante pela laje foram utilizadas 8 barras com 8 mm de diâmetro, e para a armadura de continuidade passante pelo pilar foram utilizadas 2 barras com diâmetro de 16 mm.

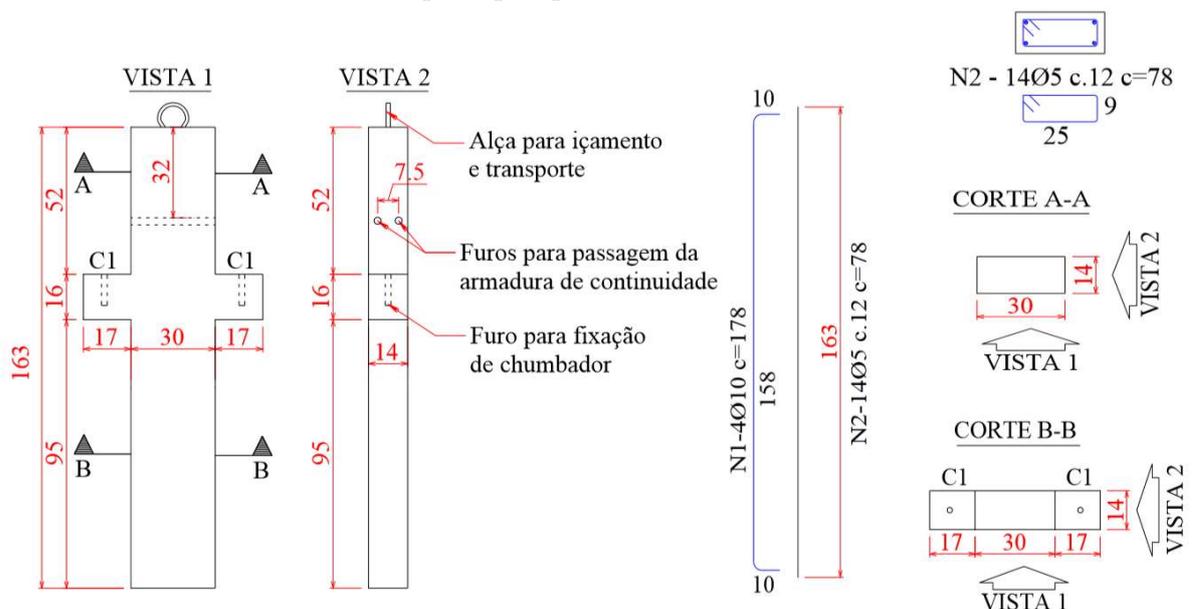
A Figura 3-3 e a Figura 3-4 mostram, respectivamente, o detalhamento da armadura do pilar na situação da armadura de continuidade passante pela laje, e na situação passante pelo pilar.

Figura 3-3 – Detalhe da disposição da armadura do pilar dos protótipos em que a armadura de continuidade passa pela laje – dimensões em centímetros.



Fonte: LACERDA (2016).

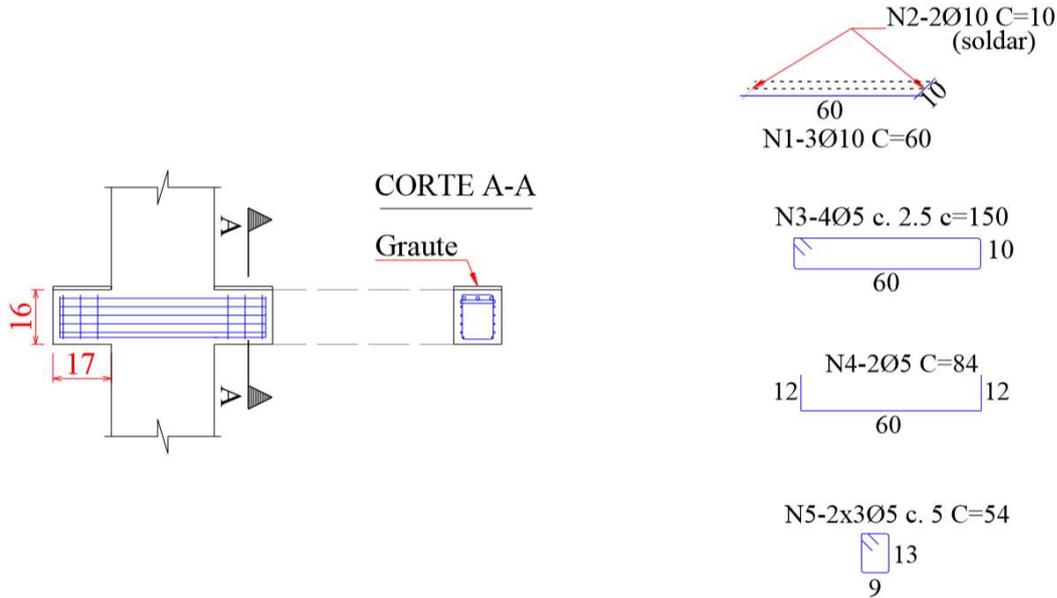
Figura 3-4 – Detalhe da disposição da armadura do pilar dos protótipos em que a armadura de continuidade passa pelo pilar – dimensões em centímetros.



Fonte: LACERDA (2016).

Quanto à disposição da armadura do consolo de pilar, esse seguiu igualmente para todos os protótipos, conforme detalhe apresentado na Figura 3-5.

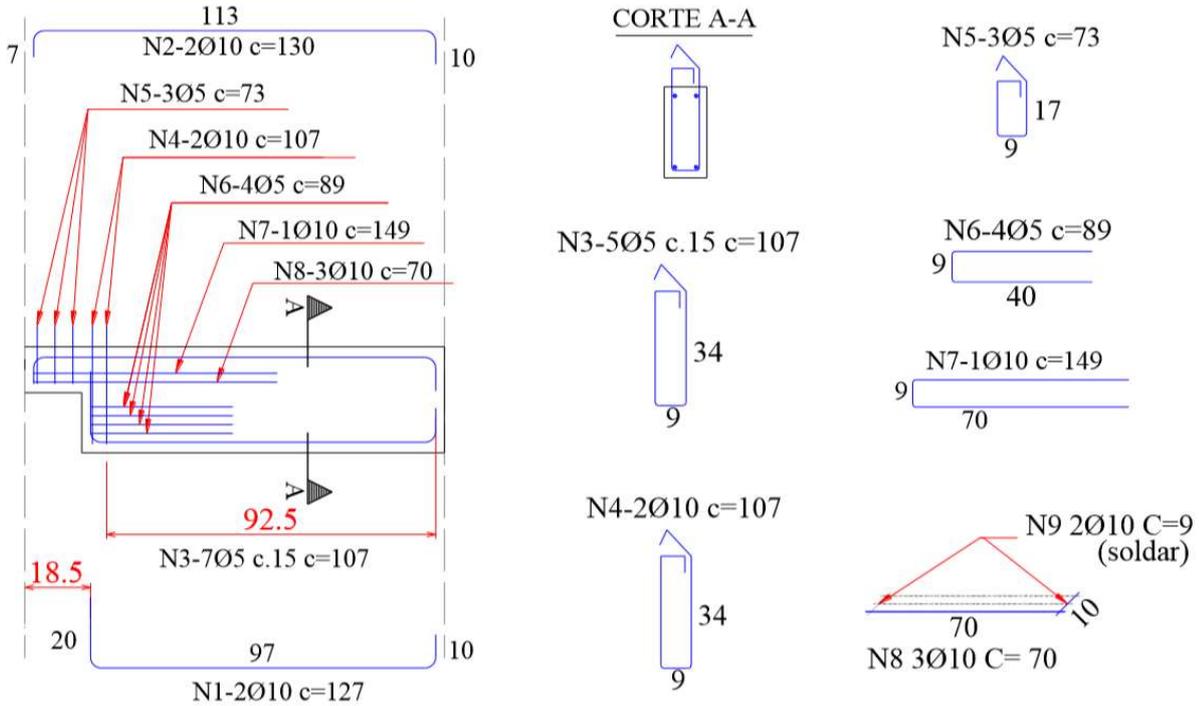
Figura 3-5 – Detalhe da disposição da armadura do consolo de pilar – dimensões em centímetros.



Fonte: LACERDA (2016).

Do mesmo modo, para as vigas, a disposição da armadura utilizada foi a mesma para todos os protótipos, sendo esta apresentada na Figura 3-6.

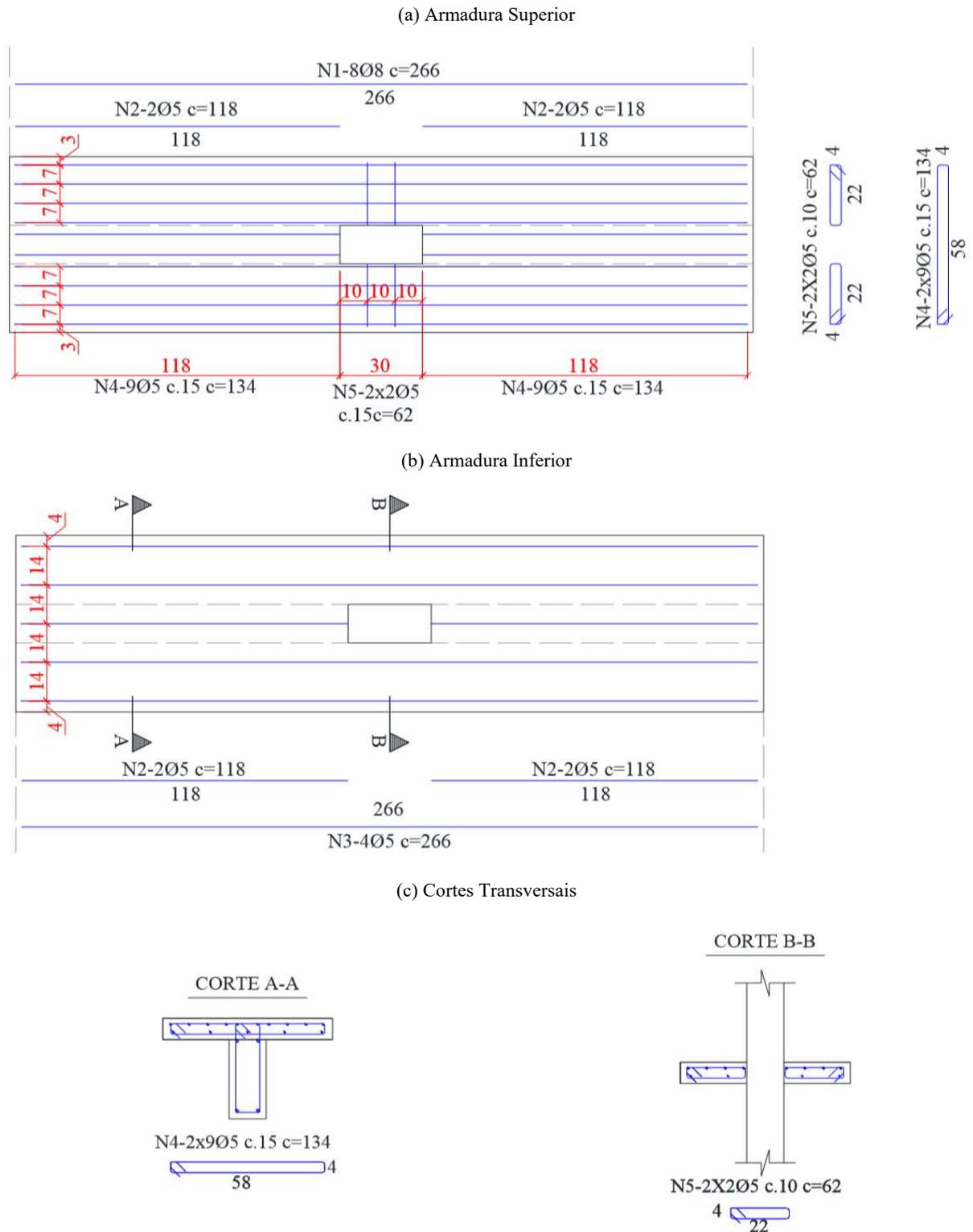
Figura 3-6 – Detalhe da disposição da armadura da viga – dimensões em centímetros.



Fonte: LACERDA (2016).

Quanto às lajes, para os casos em que a armadura de continuidade segue passante pela laje, a Figura 3-7 apresenta o esquema detalhado do posicionamento da armadura.

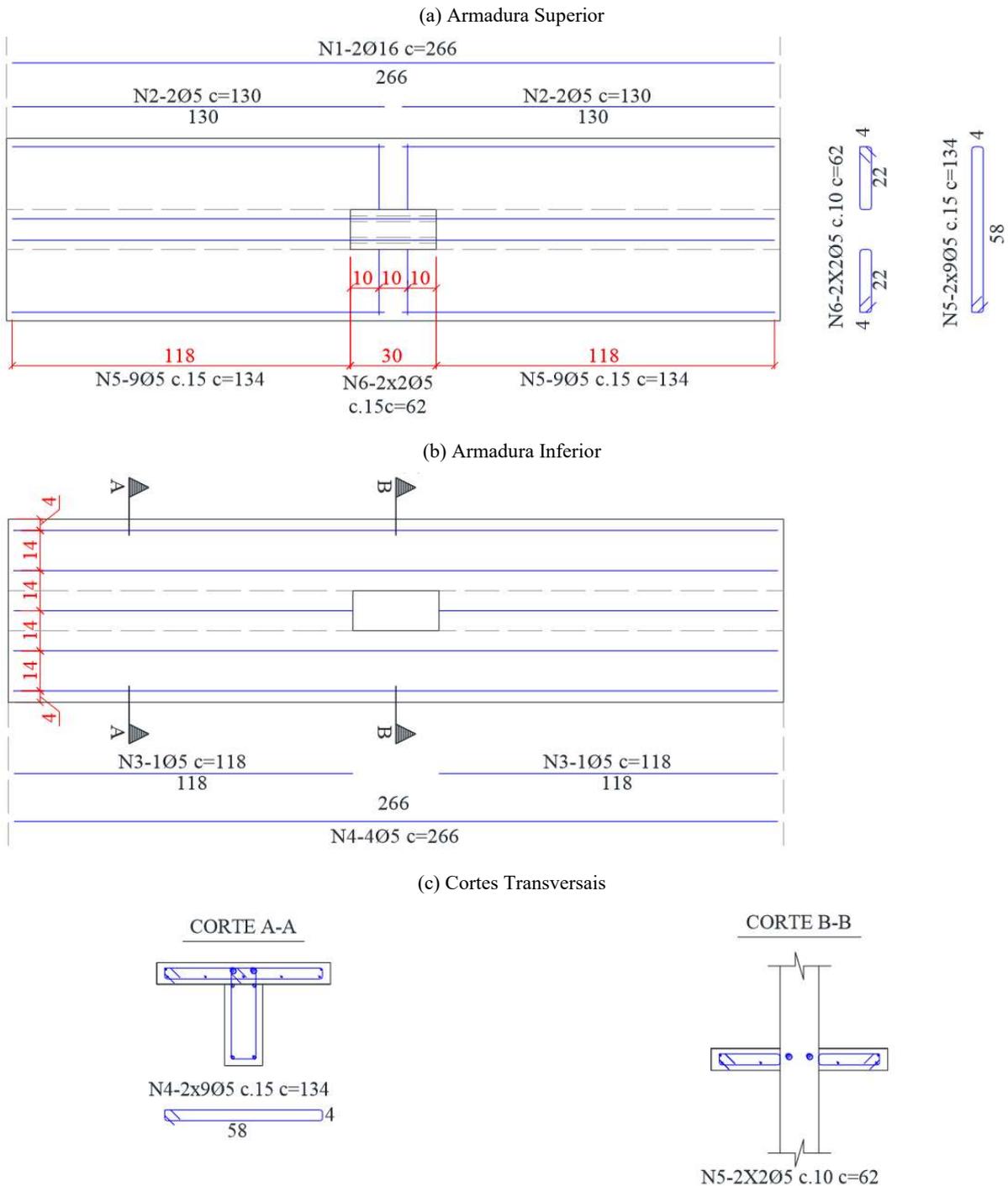
Figura 3-7 – Detalhe da disposição da armadura da laje para o caso de armadura de continuidade passante pela laje – dimensões em centímetros.



Fonte: LACERDA (2016).

E para os casos em que a armadura de continuidade passa pelo pilar, o detalhamento da armadura da laje é mostrado na Figura 3-8.

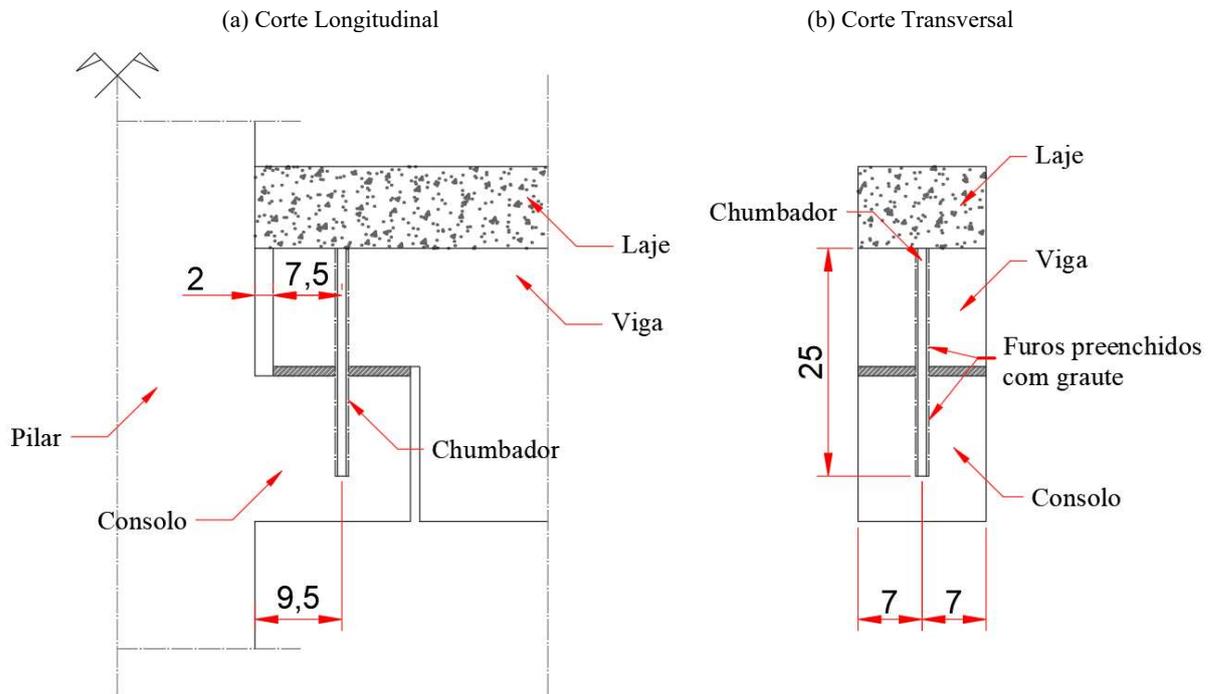
Figura 3-8 – Detalhe da disposição da armadura da laje para o caso de armadura de continuidade passante pelo pilar – dimensões em centímetros.



Fonte: LACERDA (2016).

Os chumbadores possuem diâmetro igual a 9,5 mm e comprimento de 25 cm para todos os protótipos e foram posicionados conforme o detalhamento presente na Figura 3-9.

Figura 3-9 – Detalhe do chumbador – dimensões em centímetros.



Fonte: LACERDA (2016) – adaptado pelo autor.

### 3.3 MATERIAIS

Os materiais utilizados nos protótipos estão descritos neste tópico, apresentando valores especificados de projeto e os valores obtidos por meio da realização de ensaios de caracterização.

Para os elementos pré-moldados de concreto (vigas e pilares), a resistência à compressão especificada foi de 40 MPa e a resistência média à compressão aos 28 dias ( $f_{c,28}$ ) foi de 42,01 MPa com um desvio padrão amostral ( $S_n$ ) igual a 1,92 MPa. Para as lajes moldadas *in loco*, a resistência à compressão especificada foi de 25 MPa e a resistência média à compressão aos 28 dias obtida foi de 30,31 MPa e o módulo de elasticidade do concreto ( $E_c$ ) das lajes, aos 28 dias, igual a 31,42 GPa. A Tabela 3-1 apresenta esses dados.

Tabela 3-1 – Propriedades do concreto pré-moldado e do concreto moldado *in loco*.

Concreto	Local de Aplicação	$f_{c,28}$ (MPa)	$S_n$ (MPa)	$E_c$ (GPa)
Pré-moldado	Vigas e pilares	42,01	1,92	*
Moldado <i>in loco</i>	Lajes	30,31	*	31,42

\*Valores não apresentados.

Fonte: LACERDA (2016) – adaptado pelo autor.

Quanto ao graute, foi especificada uma resistência à compressão igual a 40 MPa para todos os diferentes tipos de aplicação utilizados. No entanto, os valores de resistência média à compressão aos 28 dias, obtidos por meio de ensaios experimentais, foram diversos, sendo: 53,10 MPa para o assentamento das vigas sobre os consolos e preenchimento do espaço entre as vigas e pilares; 34,29 MPa para o preenchimento dos furos das vigas e consolos na região do chumbador; 49,46 MPa para o preenchimento dos espaços entre vigas e consolos (casos em que há presença de graute na interface vertical entre esses elementos); e, 34,54 MPa para preenchimento dos furos nos pilares (casos em que a armadura de continuidade passa pelo pilar), conforme pode ser visto na Tabela 3-2 e Figura 3-10.

Tabela 3-2 – Tipo de graute, local de utilização e resistência à compressão aos 28 dias.

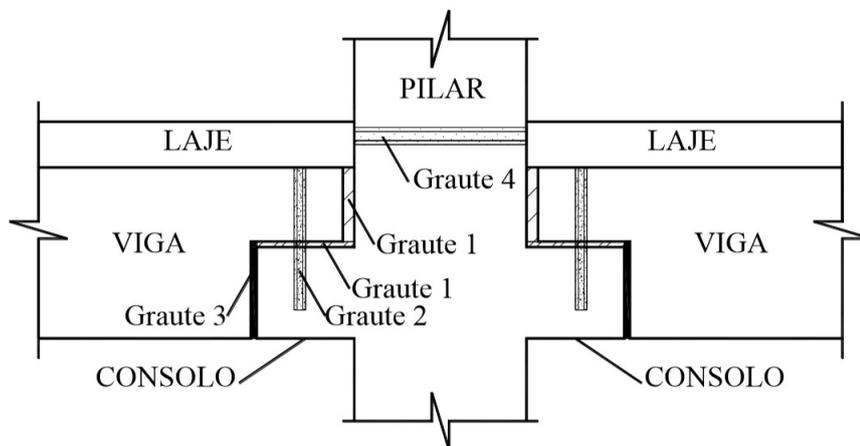
Graute	Local de Utilização	$f_{c,28}$ (MPa)
Graute 1	Assentamento das vigas sobre os consolos	53,10
	Preenchimento dos espaços entre vigas e pilares	
Graute 2	Preenchimento dos furos das vigas e dos consolos para colocação do chumbador	34,29
Graute 3*	Preenchimento dos espaços entre as vigas e os consolos	49,46
Graute 4**	Preenchimento dos furos nos pilares, por onde passa a armadura de continuidade	34,54

\*Apenas nos casos com presença de graute na interface vertical.

\*\*Apenas nos casos em que a armadura de continuidade passa pelo pilar.

Fonte: LACERDA (2016) – adaptado pelo autor.

Figura 3-10 – Esquema do posicionamento do graute.



Fonte: LACERDA (2016).

A alta variabilidade da resistência do graute se deve a alteração do fator água/pó. Enquanto que para os grautes 1 e 3, o valor recomendado pelo fabricante foi seguido; para os grautes 2 e 4, o fator água/pó foi significativamente aumentado, em vista da necessidade de se produzir um graute menos espesso, a fim de permitir que ele pudesse preencher apropriadamente os orifícios (LACERDA, 2016).

Para as armaduras, foi utilizado aço CA-50 e para os chumbadores aço CA-60. As barras com diâmetro de 8 mm obtiveram uma tensão de escoamento média igual a 618,00 MPa e de ruptura, 782,04 MPa; as barras com diâmetro de 16 mm apresentaram a tensão de escoamento média igual a 603,54 MPa e de ruptura, 733,15 MPa. Lacerda (2016) adotou um módulo de elasticidade de 210 GPa para o aço.

É possível observar uma certa carência de dados em algumas das propriedades dos materiais ensaiados por Lacerda (2016), como a não apresentação do desvio padrão amostral e a ausência de ensaios para o módulo de elasticidade dos materiais, bem como para a resistência à tração de elementos cimentícios; sendo, então, fundamental a utilização de parâmetros normativos para suprir essa necessidade para a elaboração dos modelos numéricos.

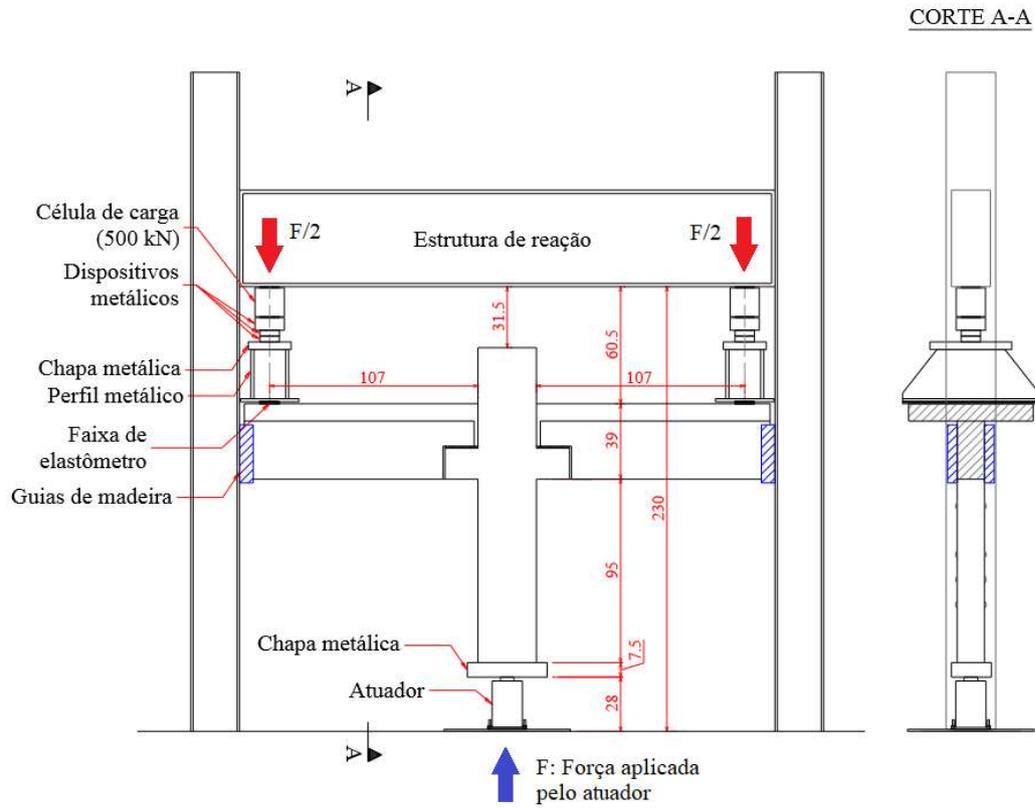
### 3.4 PROCEDIMENTO DE ENSAIO

Os protótipos foram sujeitos a aplicação de um carregamento incremental por um atuador (capacidade nominal de 500 kN) provocando momento negativo na ligação, cujo esquema de ensaio é ilustrado na Figura 3-11 e o ensaio experimental propriamente dito é apresentado na Figura 3-12.

Uma chapa metálica foi posicionada na base do pilar, acima do atuador, de modo que houvesse distribuição da carga durante a aplicação do carregamento. Nas extremidades das lajes, foram posicionados perfis metálicos que agiam como apoios, recebendo os esforços e redistribuindo-os para a estrutura de reação.

Os deslocamentos verticais e horizontais foram medidos por meio de transdutores posicionados no topo do pilar, na face superior da laje próxima ao pilar, na abertura entre o dente da viga e o pilar, na face inferior da viga em relação ao consolo, na face inferior do consolo e na face inferior da extremidade da viga; sendo os deslocamentos, então, utilizados para a composição das curvas força-deslocamento e momento-rotação.

Figura 3-11 – Esquema de ensaio experimental mostrando o sentido das forças atuantes.



Fonte: LACERDA (2016) – adaptado pelo autor.

Figura 3-12 – Ensaio experimental dos protótipos de Lacerda (2016).



Fonte: LACERDA (2016) – adaptado pelo autor.

### 3.5 APRESENTAÇÃO DOS RESULTADOS EXPERIMENTAIS

Neste tópico são apresentados os resultados experimentais obtidos por Lacerda (2016).

Para cada uma das combinações de casos foram ensaiados dois protótipos. Os valores do momento de ruptura ( $M_u$ ) e da força de reação na extremidade das vigas ( $F/2$ ) estão dispostos na Tabela 3-3, assim como a identificação atribuída a cada um dos protótipos.

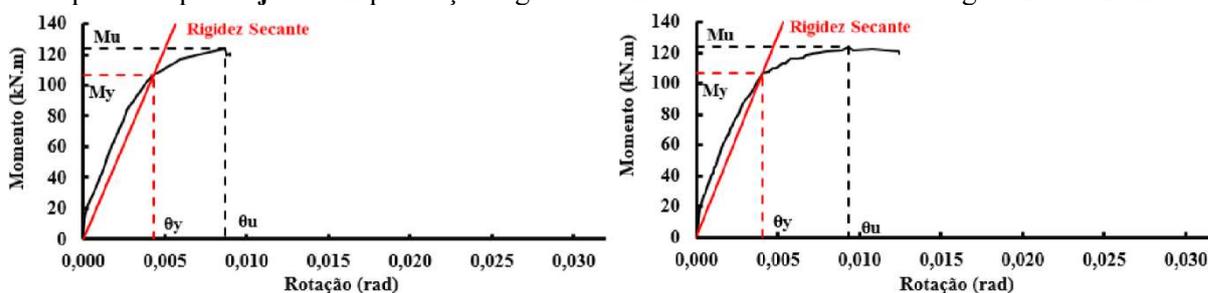
Tabela 3-3 – Valores dos momentos de ruptura e das forças de reação na extremidade das vigas dos protótipos ensaiados por Lacerda (2016) para cada uma das combinações de casos.

Graute na Interface Vertical Consolo-Viga	Armadura de Continuidade	$M_u$ (kN.m)	F/2 (kN)	Protótipos
Sim	Passante pela Laje	123,88	115,78	LC1
		123,78	115,68	LC2
	Passante pelo Pilar	112,49	105,13	PC1
		119,77	111,93	PC2
Não	Passante pela Laje	79,41	74,21	LS1
		98,52	92,07	LS2
	Passante pelo Pilar	87,70	81,96	PS1
		82,99	77,56	PS2

Fonte: LACERDA (2016) – adaptado pelo autor.

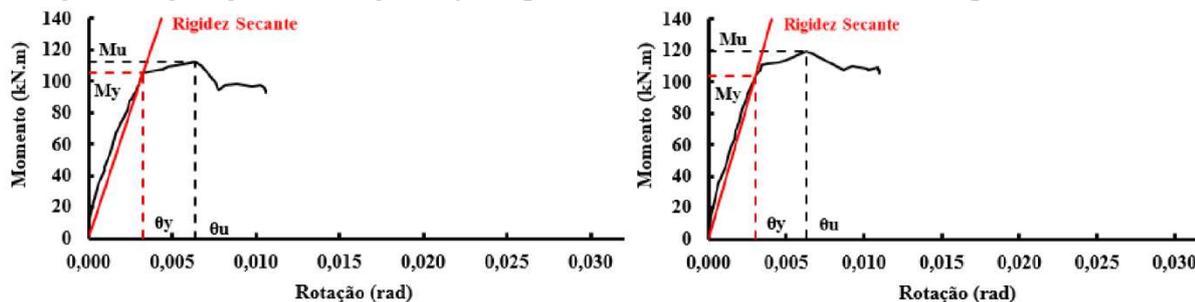
Os diagramas momento-rotação gerados para cada combinação de casos, bem como a rigidez secante definidas por meio da inclinação da reta caracterizada pelo momento de plastificação (início da plastificação na armadura de continuidade) e sua respectiva rotação estão dispostos nas Figuras 3-13, 3-14, 3-15 e 3-16

Figura 3-13 – Curva momento-rotação e rigidez secante dos protótipos com armadura de continuidade passante pela laje e com presença de graute na interface vertical consolo-viga – LC1 e LC2.



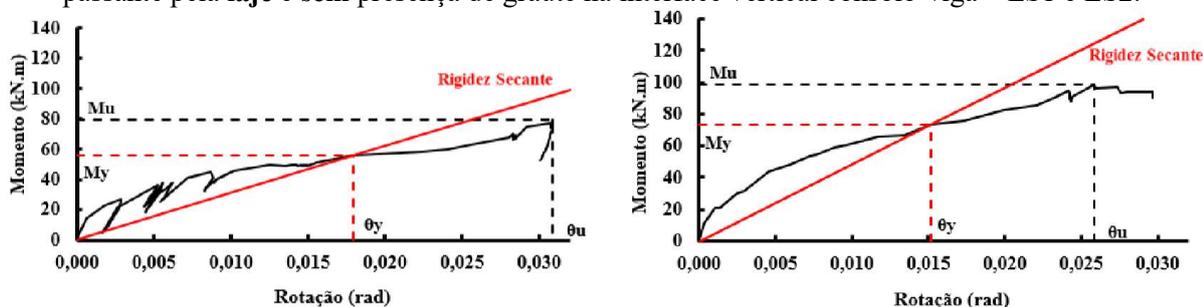
Fonte: LACERDA (2016) – adaptado pelo autor.

Figura 3-14 – Curva momento-rotação e rigidez secante dos protótipos com armadura de continuidade passante pelo **pilar** e **com** presença de graute na interface vertical consolo-viga – PC1 e PC2.



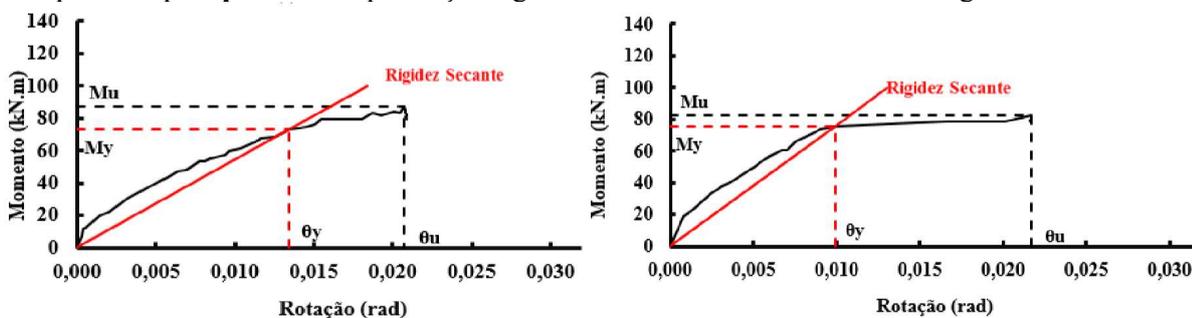
Fonte: LACERDA (2016) – adaptado pelo autor.

Figura 3-15 – Curva momento-rotação e rigidez secante dos protótipos com armadura de continuidade passante pela **laje** e **sem** presença de graute na interface vertical consolo-viga – LS1 e LS2.



Fonte: LACERDA (2016) – adaptado pelo autor.

Figura 3-16 – Curva momento-rotação e rigidez secante dos protótipos com armadura de continuidade passante pelo **pilar** e **sem** presença de graute na interface vertical consolo-viga – PS1 e PS2.



Fonte: LACERDA (2016) – adaptado pelo autor.

Com base nos resultados obtidos pelos protótipos ensaiados por Lacerda (2016), apresentados nas Figuras 3-13, 3-14, 3-15 e 3-16, compilou-se as respostas na Tabela 3-4, apresentando os valores de momentos de plastificação ( $M_y$ ) e suas respectivas rotações ( $\theta_y$ ), assim como as rigidezes secantes ( $R_{sec}$ ) de cada um dos protótipos e as rigidezes secantes média ( $R_{sec,m}$ ) para cada combinação de casos.

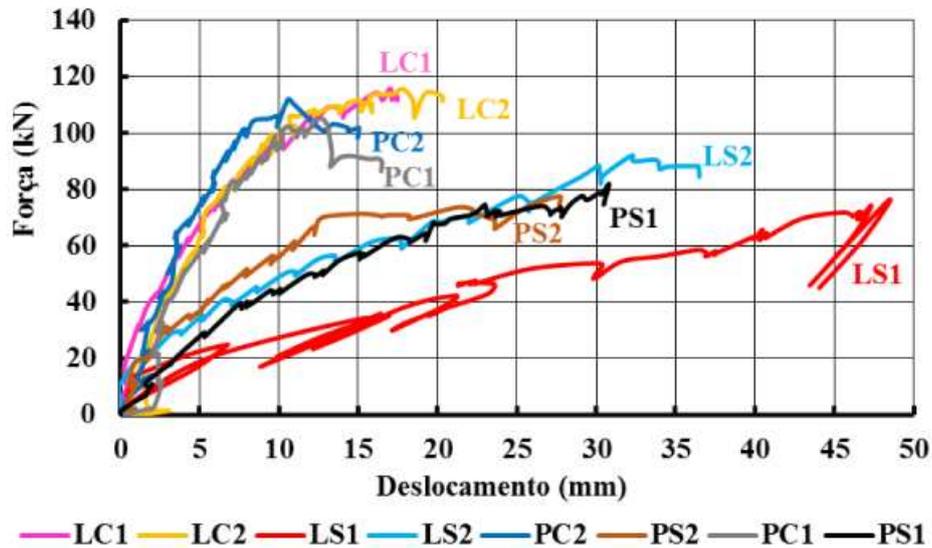
Tabela 3-4 – Momentos de plastificação e suas, respectivas, rotações, rigidezes secantes e rigidezes secantes média.

Protótipos	$M_y$ (kN.m)	$\theta_y \cdot 10^3$ (rad)	$R_{sec}$ (kN.m/rad)	$R_{sec,m}$ (kN.m/rad)
LC1	106,650	4,297	24820	25524
LC2	106,620	4,065	26229	
PC1	105,509	3,287	32099	33123
PC2	103,945	3,044	34148	
LS1	55,517	17,937	3095	3956
LS2	73,102	15,178	4816	
PS1	72,957	13,449	5425	6540
PS2	75,752	9,895	7656	

Fonte: LACERDA (2016) – adaptado pelo autor.

Verificou-se, também, os deslocamentos verticais em cada um dos protótipos cujos resultados são apresentados na Figura 3-17, a qual relaciona o deslocamento vertical e a força de reação no apoio ( $F/2$ ).

Figura 3-17 – Curva força-deslocamento vertical dos ensaios experimentais conduzidos por Lacerda (2016).



Lacerda (2016), então, concluiu, com base nas curvas força-deslocamento e momento-rotação, que o preenchimento de graute na interface consolo-viga proporcionou um ganho significativo na resistência e na rigidez dos protótipos PC e LC em relação aos protótipos PS e LS.

Além disso, Lacerda (2016) atestou que o posicionamento das armaduras de continuidade também influenciou na resistência e na rigidez dos protótipos, sendo essa resistência maior para os protótipos em que a armadura de continuidade é passante pela laje (LC e LS) e a rigidez maior para os protótipos em que a armadura de continuidade é passante pelo pilar (PC e PS).

É importante ressaltar que, segundo Lacerda (2016), o atuador apresentou oscilações durante o ensaio do protótipo LS1, gerando um processo de carregamento e descarregamento, o que influenciou consideravelmente no resultado, conforme pode ser visto na Figura 3-17, na qual o comportamento da curva força-deslocamento do protótipo LS1 destoa dos demais.

Assim, com as características, as limitações e os comportamentos dos modelos experimentais de Lacerda (2016) apresentados, estabelece-se a base para o desenvolvimento do modelo numérico. Entretanto, faz-se necessária a avaliação da abordagem apropriada para a representação numérica do modelo por meio de um estudo numérico, conforme segue no Capítulo Quarto.

## 4 ESTUDO NUMÉRICO

---

Neste capítulo são discorridos os parâmetros de modelagem utilizados em estudos de ligações em estruturas pré-moldadas de concreto, desenvolvidos pelos autores abordados no Capítulo Segundo, com o auxílio de programas computacionais pautados no método dos elementos finitos, além da apresentação das características básicas do *Software* DIANA.

Avaliou-se e identificou-se a influência que cada um dos parâmetros de modelagem possui, com enfoque principal ao comportamento das relações força-deslocamento e momento-rotação das ligações, bem como das rigidezes secante, obtidos nos estudos desenvolvidos pelos autores apresentados no Capítulo Segundo.

Os parâmetros de modelagem analisados foram, então, utilizados como fundamento para a elaboração dos modelos numéricos baseados nos protótipos desenvolvidos por Lacerda (2016) e, também, para a elaboração de modelos paramétricos.

O estudo numérico das ligações foi feito com o auxílio do *Software* DIANA, Release 10.4, o qual utiliza o método dos elementos finitos, cujo princípio baseia-se na discretização do objeto de estudo em partes (elementos finitos), sendo que para cada uma delas é admitida uma função aproximadora que satisfaça as condições de contorno nos nós de cada elemento.

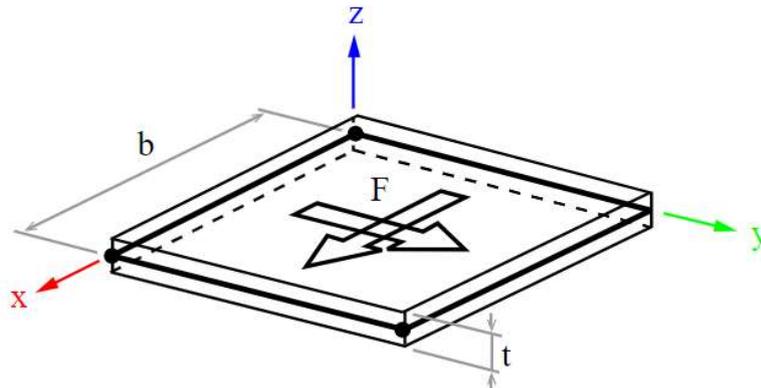
O *Software* DIANA dispõe de inúmeros recursos para a representação dos materiais, quanto à suas propriedades, modelos de ruptura, modelos de fissuração, comportamentos elasto-plásticos, como também para a caracterização dos elementos, quanto às aproximações por modelos de chapa, cascas, sólidos, treliças, sendo possível a realização de diversos tipos de análises como estática linear e não-linear, dinâmica, paramétrica, entre outros.

### 4.1 ELEMENTOS FINITOS

Os tipos de elementos disponibilizados pelo *Software* DIANA são classificados conforme o modelo de elemento (cascas, placas, chapas, sólidos tridimensionais), o formato da malha (triangular, quadrilateral), o número de nós por elemento finito (três, quatro, seis, oito, nove, doze), o polinômio interpolador (linear, quadrático, cúbico) e o método de integração (Gauss, Simpson, Lobatto, Newton-Cotes).

Na aproximação utilizando um modelo de elemento de chapa (sólido bidimensional), os elementos são definidos em uma superfície plana, na qual a espessura do elemento deve ser muito menor que as outras duas dimensões, e as deformações e condições de carregamento possuem seu campo de ação restrito ao plano da superfície, não havendo aplicação de cargas perpendiculares ao elemento, conforme Figura 4-1.

Figura 4-1 – Modelo de elemento de chapa.



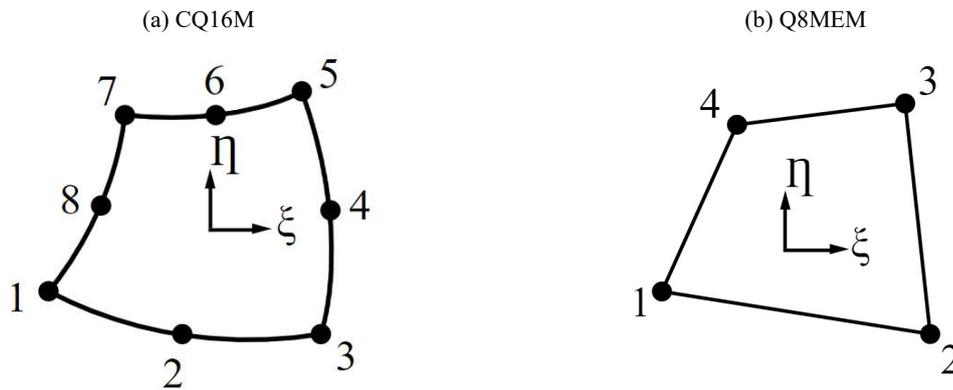
Fonte: DIANA (2020).

O *Software* DIANA apresenta três opções para a representação de modelos deste tipo: elementos no estado plano de tensões (EPT), nos quais a componente da tensão perpendicular à face é zero ( $\sigma_{zz} = 0$ ); elementos no estado plano de deformações (EPD), nos quais a componente de deformação perpendicular à face do elemento é zero ( $\varepsilon_{zz} = 0$ ); e, elementos axissimétricos, cujo elemento plano é revolucionado em torno de um eixo global gerando um anel sólido.

Aguiar (2010) utilizou o elemento finito estrutural plano CQ16M (Figura 4-2-a), que é um elemento de chapa no estado plano de tensões, quadrilátero, isoparamétrico, de oito nós e interpolação quadrática com integração de Gauss, para representar os elementos estruturais de concreto e as almofadas de apoio, obtendo respostas satisfatórias.

Bellucio (2016), por sua vez, representou os elementos compostos de concreto e graute de seu modelo de ligação viga-pilar, ao utilizar o tipo de elemento Q8MEM (Figura 4-2-b), que é um elemento isoparamétrico de chapa no estado plano de tensões, quadrilátero, com quatro nós, interpolação linear e integração de Gauss, o que não se mostrou representativo conforme referenciado previamente.

Figura 4-2 – Elementos de chapa.



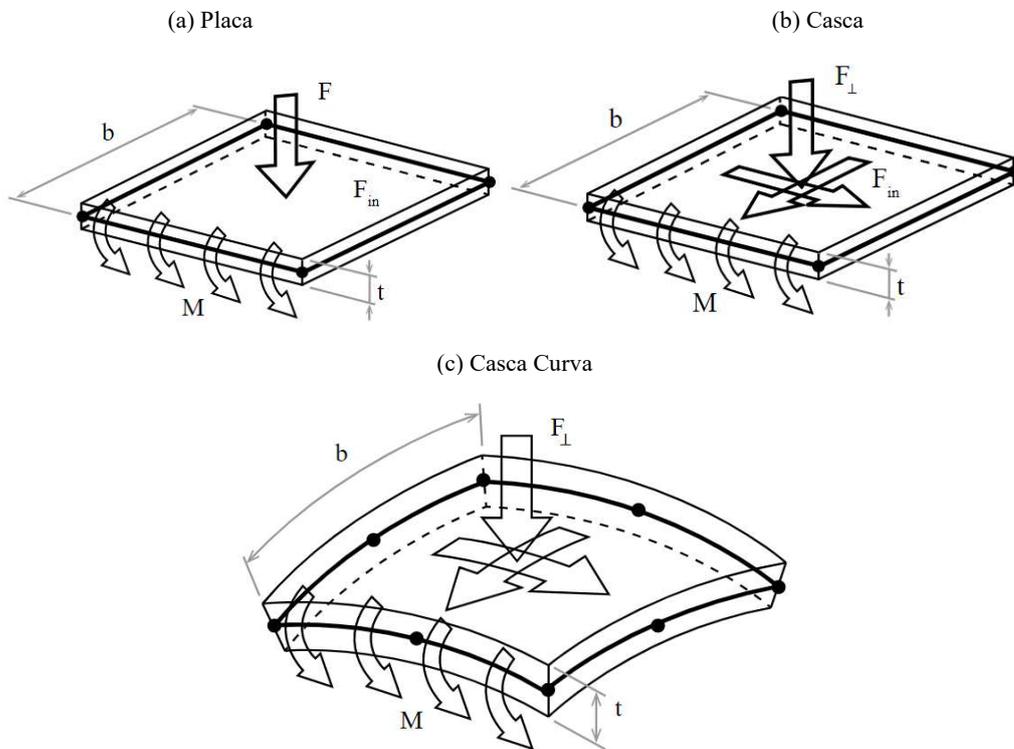
Fonte: DIANA (2020).

Além dos elementos de chapa, existem os elementos de placa e casca nos quais a espessura também é relativamente pequena se comparada às demais dimensões; no entanto, admitem carregamentos fora do plano de superfície e inflexões na superfície. São apresentados três tipos de modelos utilizando esse tipo de elemento (Figura 4-3) no *Software* DIANA:

- a) Placas, nas quais o carregamento é estritamente perpendicular ao plano do elemento e o momento fletor deve atuar em torno de um eixo contido no plano do elemento. Apresenta duas hipóteses básicas: a Teoria de Kirchhoff – os deslocamentos são pequenos quando comparados a espessura, as tensões normais que atuam perpendicularmente à superfície média podem ser desprezadas, as retas inicialmente normais à superfície média indeformada, permanecem retas e perpendiculares, não se alterando durante a deformação – expandida com a adição dos efeitos de cisalhamento; e, a Teoria de Reissner-Mindlin – a superfície média é plana e indeformável, as retas inicialmente normais à superfície média permanecem retas, mas não necessariamente normais à superfície média deformada, o que considera diretamente os efeitos de deformação por cisalhamento (SALAS, 2015);
- b) Cascas, nas quais o carregamento pode atuar em qualquer direção dentro e fora do plano, mas o momento fletor deve atuar no plano do elemento. Como características básicas, adotam a hipótese que as tensões normais ao plano do elemento permanecem retas após a deformação e os deslocamentos perpendiculares ao plano não variam na direção da espessura;
- c) Cascas curvas, que também apresentam a possibilidade de carregamentos em qualquer direção dentro e fora do plano, bem como momentos fletores atuando no plano do elemento. Como hipótese básica, considera que as tensões normais permanecem retas,

mas não necessariamente normais à superfície de referência; e, a tensão normal ao plano médio é desprezada.

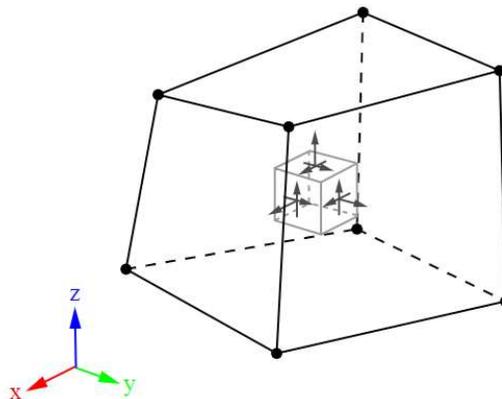
Figura 4-3 – Modelo de elemento de casca e placa.



Fonte: DIANA (2020).

Uma outra possibilidade para a representação de modelos numéricos é por meio do uso de sólidos tridimensionais (Figura 4-4), que normalmente é utilizado apenas em casos em que a modelagem com os outros tipos de modelo se mostra ineficaz, pois necessita de uma grande demanda computacional de processamento. Sua utilização representa de forma direta todas as três dimensões, permitindo carregamentos em qualquer direção.

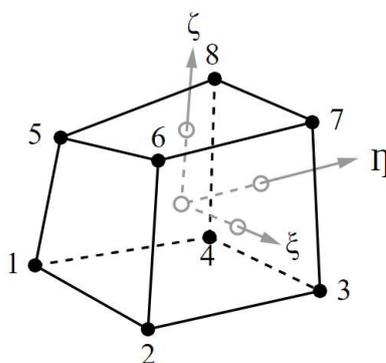
Figura 4-4 – Modelo de elemento de sólido tridimensional.



Fonte: DIANA (2020).

Kataoka *et al.* (2015) e Kataoka *et al.* (2017) utilizaram o elemento HX24L (Figura 4-5) para representar os elementos de concreto de seus modelos, que é um elemento sólido tridimensional isoparamétrico de oito nós, com interpolação linear e integração em Gauss.

Figura 4-5 – Elemento sólido tridimensional do tipo HX24L.



Fonte: DIANA (2020).

Miotto (2002) e Sawasaki (2010) utilizaram o *Software* ANSYS e realizaram suas modelagens numéricas utilizando para o concreto o elemento finito tridimensional SOLID65, que possui a capacidade de fissurar na tração, ser esmagado na compressão, deformação plástica e fluência, além de permitir a inclusão de armaduras. Este elemento é definido por oito nós com três graus de liberdade em cada nó – translações nos eixos  $x$ ,  $y$  e  $z$ .

Assim também, Miotto (2002) utilizou para os chumbadores e armadura de continuidade e Sawasaki (2010) utilizou para os ancoradores e chumbadores outro elemento finito tridimensional: o SOLID45. Este elemento também possui oito nós com três graus de liberdade em cada nó; no entanto, ele considera a capacidade de enrijecimento do elemento por acréscimo de tensão, apresentando grandes deformações e deflexões, o que caracteriza o comportamento do aço, presente nos elementos estruturais supracitados.

Breccolotti *et al.* (2016), utilizando o *Software* ABAQUS, modelaram os componentes estruturais de concreto por meio do elemento finito sólido de oito nós – C3D8 – o qual utiliza interpolação linear.

Hussein *et al.* (2017) realizaram a modelagem numérica de seus protótipos por meio do *Software* LS-DYNA. Assim, eles utilizaram o modelo de sólido hexaédrico de oito nós para representar pilares, vigas e consolos, todos em concreto pré-moldado, bem como os apoios de Neoprene e a estrutura metálica de fixação da base dos pilares.

Estabelecendo um paralelo entre os programas de elementos finitos, pode-se considerar o modelo de elemento finito HX24L do *Software* DIANA, anteriormente apresentado na Figura 4-5, como sendo um equivalente aos tipos de elementos utilizados por Miotto (2002), Sawasaki (2010), Breccolotti *et al.* (2016) e Hussein *et al.* (2017).

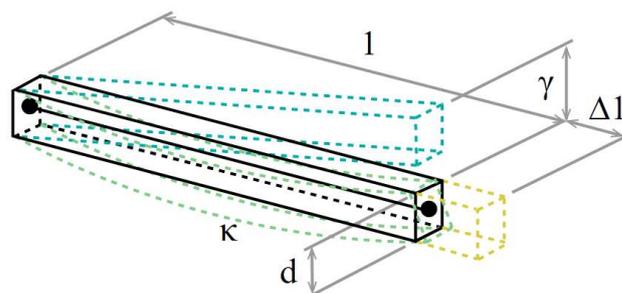
Para a representação das armaduras, a biblioteca do DIANA apresenta a opção de elementos de reforço – *reinforcement bar* – que é um elemento linear que funciona como um enrijecedor dos elementos finitos aos quais estão atrelados, alterando a matriz de rigidez dos elementos finitos por eles atravessados. Este tipo de elemento considera uma situação de aderência perfeita entre o elemento de reforço e o elemento finito circunjacente.

Aguiar (2010), Kataoka *et al.* (2015) e Kataoka *et al.* (2017) utilizaram os elementos de reforço para a representação tanto das armaduras como dos chumbadores; no entanto, Bellucio (2016) optou por utilizá-los apenas para as armaduras e não para os chumbadores, pois este tipo de representação não contempla o efeito de pino (deformações transversais ao eixo da barra causados pela distorção).

Com o auxílio do *Software* ANSYS, Miotto (2002) considerou para as demais armaduras, que não foram simuladas por meio do elemento finito tridimensional, a opção REBAR, que inclui a armadura sob a forma de taxas dispersas na matriz de rigidez, que se assemelha ao elemento de reforço do DIANA.

Uma outra forma muito utilizada para representar armaduras e chumbadores é por meio dos elementos de viga, nos quais uma dimensão é muito maior que as outras duas (Figura 4-6). Estes tipos de elemento podem estar sujeitos a deformações axiais e deformações por cisalhamento, ao serem submetidos a esforços normais e cortantes, momento fletor e torção, e apresentarem curvatura ao longo de seu corpo.

Figura 4-6 – Modelo de elemento de viga.



Fonte: DIANA (2020).

O *Software* DIANA classifica o elemento de viga em três tipos: classe I, viga comum em que a seção transversal permanece plana e perpendicular ao eixo axial deformado, com a não-linearidade física limitada a diagramas tensão-deformação genéricos; classe II, viga comum sob as mesmas condições, no entanto, sem as restrições quanto a não-linearidade física; e, classe III, viga segundo as hipóteses de Mindlin, em que a deformação normal varia linearmente na área da seção e as deformações transversais por cisalhamento são constantes.

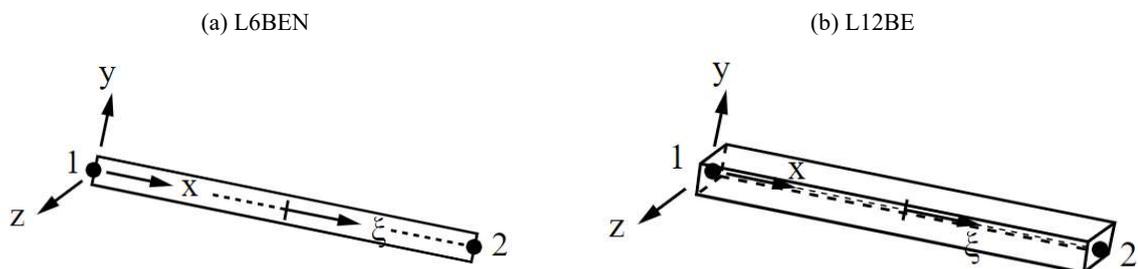
Bellucio (2016), então, adotou para os chumbadores o L6BEN (Figura 4-7-a), que é um elemento de viga de duas dimensões com dois nós da classe I, a fim de tentar contemplar o efeito de pino em sua ligação.

Sawaski (2010), com o *Software* ANSYS, considerou as armaduras por meio de um elemento de viga uniaxial, tridimensional, linear, com seis graus de liberdade por nó, denominado BEAM4, capaz de atuar na tração, compressão, torção e flexão.

Hussein *et al.* (2017), por meio do *Software* LS-DYNA, representaram as armaduras transversais e longitudinais de aço, presentes nas vigas, pilares e consolos, com o uso do elemento de viga de dois nós de Hughes-Liu, que incorpora deformação transversal por cisalhamento, além das propriedades relativas à flexão.

Os modelos de elemento considerados por Sawasaki (2010) e Hussein *et al.* (2017) poderiam ser equiparados ao elemento L12BE (Figura 4-7-b), que é um elemento de viga tridimensional de classe I, com dois nós e seis graus de liberdade.

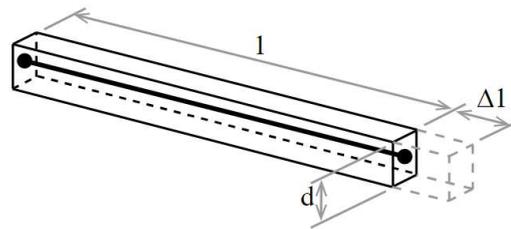
Figura 4-7 – Elementos de viga.



Fonte: DIANA (2020).

A utilização de elemento de treliça para representar armaduras e chumbadores se qualifica como uma alternativa. Similarmente aos elementos de viga, os elementos de treliça (Figura 4-8) devem possuir uma dimensão maior que as outras duas; no entanto, a deformação neste tipo de elemento é apenas axial.

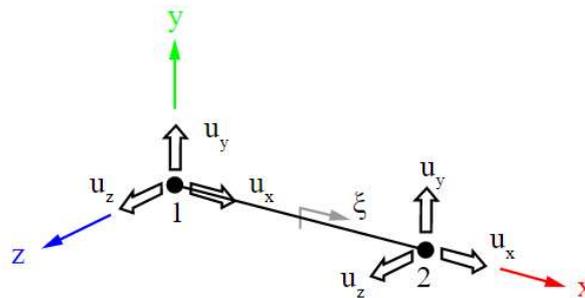
Figura 4-8 – Modelo de elemento de treliça.



Fonte: DIANA (2020).

No *Software* ABAQUS, Breccolotti *et al.* (2016) utilizaram o elemento de treliça de dois nós – T3D2 – para representar armaduras e chumbadores, o qual considera a deformação apenas no sentido do comprimento. Este modelo de elemento se compara ao L6TRU (Figura 4-9), do DIANA, que é um elemento de treliça de dois nós apropriado para espaços tridimensionais.

Figura 4-9 – Elementos de treliça do tipo L6TRU.



Fonte: DIANA (2020).

## 4.2 ELEMENTOS DE INTERFACE E CONTATO

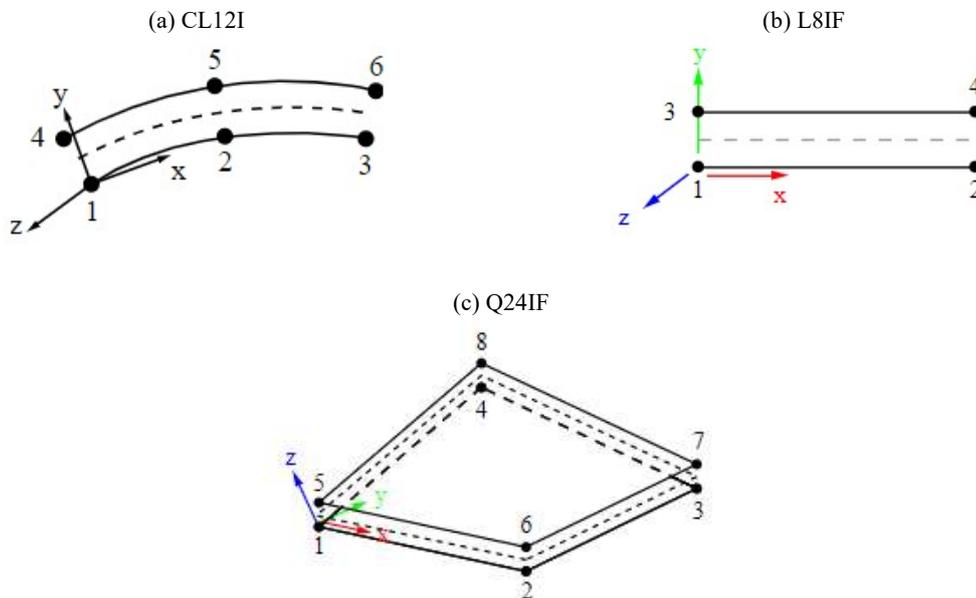
Os elementos de interface descrevem o comportamento entre tensões normais e cortantes e seus, respectivos, deslocamentos relativos presentes na interface de elementos, sendo utilizados para simular fissuração, deslizamento entre elementos, fricção em superfícies, suportes elásticos e inelásticos, juntas, entre outros.

O *Software* DIANA apresenta três tipos de elementos de interface: nodais, colocados entre dois nós; bidimensionais de contorno, posicionados entre elementos de treliça, elementos de viga ou bordas de elementos bidimensionais; e, planos, dispostos entre faces de elementos tridimensionais.

Aguiar (2010) utilizou o elemento de interface CL12I (Figura 4-10-a), que é do tipo bidimensional de contorno, com interpolação quadrática, constituído por seis nós, para

representar as interfaces entre o bloco interno e a almofada de apoio, e entre o bloco externo e a almofada de apoio. Bellucio (2016) utilizou o elemento L8IF, conforme disposto na Figura 4-10-b, que também é do tipo bidimensional de contorno, no entanto, com interpolação linear e quatro nós, a fim de representar as juntas do seu modelo e simular o atrito entre elementos. Kataoka *et al.* (2015) e Kataoka *et al.* (2017) utilizaram o Q24IF, que é um elemento de interface entre dois planos com quatro nós, em uma configuração tridimensional, com interpolação linear, quadrilateral (Figura 4-10-c), adotando um comportamento frágil entre as interfaces e fissuração do tipo *discrete cracking*.

Figura 4-10 – Elementos de interface.

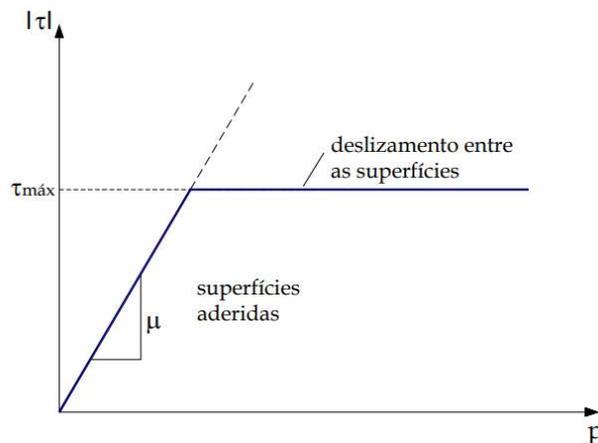


Fonte: DIANA (2020).

Miotto (2002) e Sawasaki (2010) modelaram o contato entre os elementos de concreto, e entre o chumbador e o concreto, com o ANSYS, por meio de elementos do tipo superfície-superfície, utilizando o CONTA173 (superfície de contato) e o TARGE170 (superfície alvo). Estes elementos possuem três graus de liberdade em cada nó e tem como objetivo representar o efeito de deslizamento de superfícies em corpos tridimensionais.

Ambos consideraram o modelo de atrito de Coulomb para a transferência de tensões tangenciais, que segue um regime linear de proporcionalidade crescente entre a pressão de contato e a tensão de cisalhamento, no qual as superfícies estão aderidas, até chegar na tensão máxima de cisalhamento, caracterizada por um patamar em que ocorre o deslizamento entre as superfícies, conforme representado na Figura 4-11.

Figura 4-11 – Modelo de atrito de Coulomb.



Fonte: MIOTTO (2002).

Breccolotti *et al.* (2016) consideraram a interação entre o concreto e a armadura como aderidos perfeitamente (situação ideal); e, para simular a interface entre os dois tipos de concreto na região da ligação, foi considerado aderência fraca e baixa fricção, com o uso do ABAQUS.

Hussein *et al.* (2017), no LS-DYNA, modelaram a interface entre as superfícies viga-pilar, viga-suporte e suporte-consolo como contato do tipo superfície-superfície, assumindo em cada um dos pares, uma superfície como “mestra” e outra como “escrava”, considerando o efeito da fricção para o contato entre os elementos de concreto, e para o contato entre almofadas de Neoprene e superfícies de concreto; logo, para o contato entre elementos metálicos e o concreto, foi adotado um sistema de adesão baseado em um critério de falha, o qual respeita uma envoltória de tensões dependente das tensões normais e cortantes atuantes e das tensões máximas de falha do concreto, obtidos por calibração do modelo com resultados experimentais.

Para a simulação de interface entre elementos tridimensionais, conforme utilizados por Miotto (2002), Sawasaki (2010), Breccolotti *et al.* (2016) e Hussein *et al.* (2017), o elemento apropriado, no DIANA, seria o Q24IF, conforme apresentado anteriormente na Figura 4-10-c.

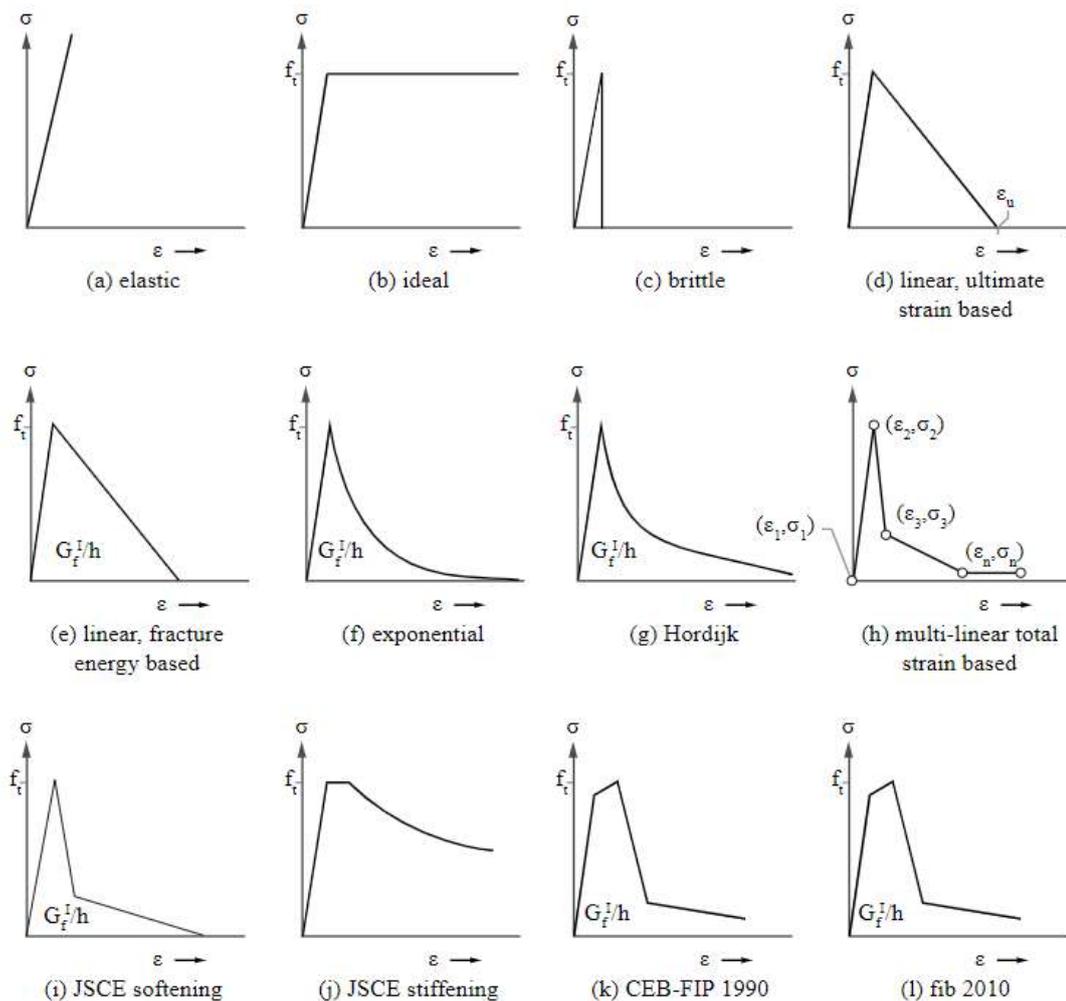
### 4.3 MODELOS CONSTITUTIVOS

O *software* DIANA apresenta em sua biblioteca as seguintes opções de modelos de propagação de fissuração utilizadas em materiais cimentícios: o *Total Strain Fixed Crack Model*, ou modelo de deformação total com fissuras fixas, que se baseia na suposição que a orientação da fissura é mantida conforme a evolução do processo de carregamento, formando-se perpendicularmente à direção da tensão principal máxima de tração, quando esta supera seu

limite; e, o *Total Strain Rotate Crack Model*, ou modelo de deformação total com fissuras rotativas, que também apresenta o surgimento das fissurações perpendiculares à direção da tensão principal máxima de tração, porém o plano de fissuração é ajustado a cada incremento de carregamento, de modo a permanecer ortogonal à direção atual da tensão principal máxima (AGUIAR, 2010).

Além disso, o programa dispõe diversos modelos para descrever o comportamento tensão-deformação dos materiais, considerando separadamente a tração e a compressão. As Figuras 4-12 e 4-13 mostram, respectivamente, as opções usualmente utilizadas para representar o comportamento à tração e à compressão. Essas curvas levam em conta a consideração de uma energia de fraturamento necessária para que haja um dano irreversível nos materiais.

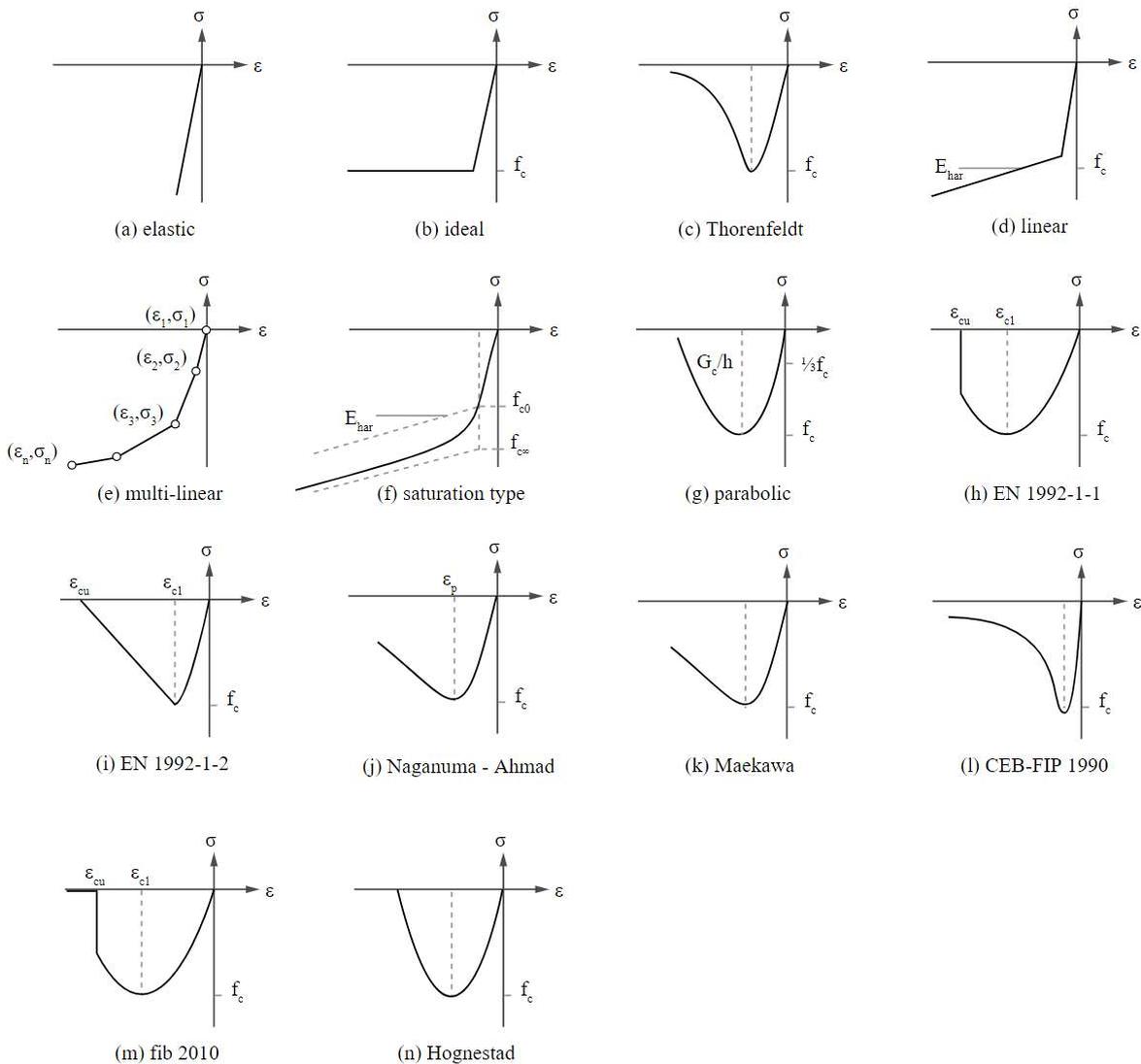
Figura 4-12 – Modelos constitutivos à tração.



Fonte: DIANA (2020).

Aguiar (2010) utilizou o modelo exponencial (Figura 4-12-f) para representar o comportamento à tração do concreto, pois este foi o que apresentou melhores resultados para o caso estudado, assim também Bellucio (2016) optou pelo modelo exponencial para o concreto e o graute, e da mesma forma Kataoka *et al.* (2017) optou pelo modelo exponencial para representar o concreto à tração; contudo, Kataoka *et al.* (2015) optou pelo modelo frágil (Figura 4-12-c) para o concreto à tração.

Figura 4-13 – Modelos constitutivos à compressão.



Fonte: DIANA (2020).

Aguiar (2010), na compressão, utilizou o modelo multilinear (Figura 4-13-e), o qual necessita que sejam fornecidos pontos com suas tensões e deformações; assim, para tal, foi utilizado os pontos com base no diagrama tensão-deformação definido pelo CEB-FIP *Model Code* (1990). Kataoka *et al.* (2015), entretanto, considerou o comportamento do concreto à compressão como ideal (Figura 4-13-b). Bellucio (2016), por sua vez, adotou o comportamento

parabólico, disposto na Figura 4-13-g, para descrever o graute e o concreto à compressão, semelhantemente Kataoka *et al.* (2017) considerou a curva de compressão do concreto como sendo parabólica.

Após definir o comportamento da curva tensão-deformação do material (Figuras 4-13 e 4-14), é necessário, em alguns casos, fornecer outros parâmetros, como: a energia de fraturamento do material à tração ( $G_F$ ) e a compressão ( $G_C$ ), o coeficiente de retenção ao cisalhamento ( $\beta$ ) e a largura de banda da fissuração ( $h$ ).

A energia de fraturamento do material pode ser obtida por meio de ensaios experimentais ou pode ser estimada com o auxílio de orientações normativas. O CEB-FIP *Model Code* (2010) propõe a Equação 11 para a determinação deste parâmetro, que utiliza a resistência média de compressão ( $f_{cm}$ ) em MPa (Equação 12).

$$G_F = 73 \cdot f_{cm}^{0,18} (N/m) \quad (11)$$

$$f_{cm} = f_{ck} + 8 \quad (12)$$

Para a energia de fraturamento à compressão, pode-se considerar seu valor igual a 50 vezes do valor de energia de fraturamento à tração, conforme recomendam-se os estudos desenvolvidos por Feenstra & Borst (1993).

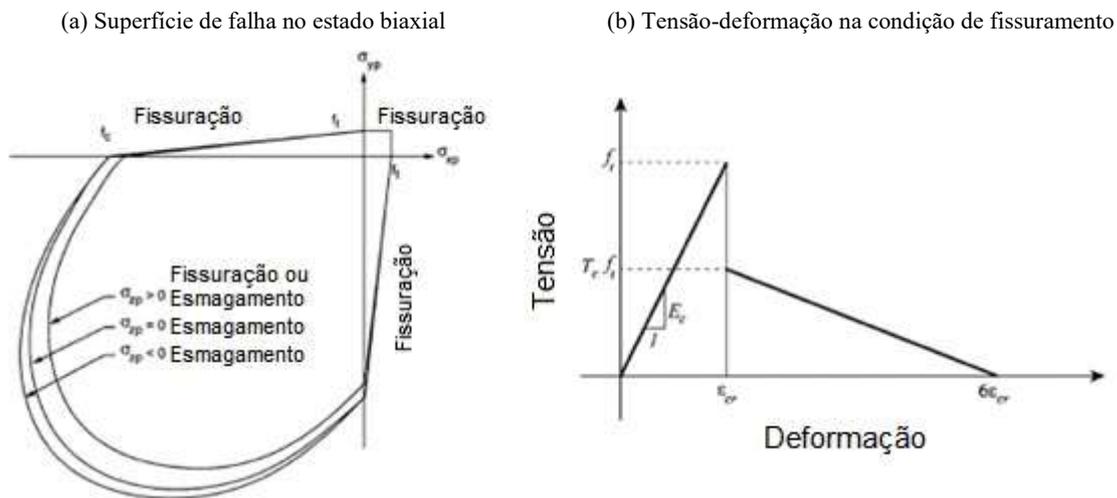
O coeficiente de retenção ao cisalhamento é um parâmetro que permite considerar a redução do valor do módulo de elasticidade transversal do material, seja ela de forma completa, constante ou variável, por conta do processo de fissuração do material. Ao se utilizar retenção completa, não há redução no módulo de elasticidade transversal; nos casos de valor constante, deve-se adotar valores no intervalo de 0 a 1, sendo que próximo a 0, o cisalhamento é considerado importante no processo de ruptura, e próximo a 1, quando não é relevante; quanto a retenção variável, o programa dispõe de modelos multilíneares baseados em curvas tensão de cisalhamento *versus* deformação em que o usuário deve fornecer pontos (DIOGENES, 2013).

A largura de banda de fissuração é um parâmetro que pode ser fornecido pelo usuário ou pode seguir formulações predefinidas do programa, como o método de Rots, que calcula essa largura em função do tamanho, forma e função interpoladora do elemento finito ou o método de Govindjee que considera a largura de banda como uma projeção do comprimento do elemento fissurado no plano de fissuração (DIANA, 2020).

Quanto aos programas baseados no método dos elementos finitos utilizados pelos demais estudos de ligações viga-pilar em estruturas de elementos pré-moldados avaliados, cada um deles considera a contribuição do material de uma forma distinta.

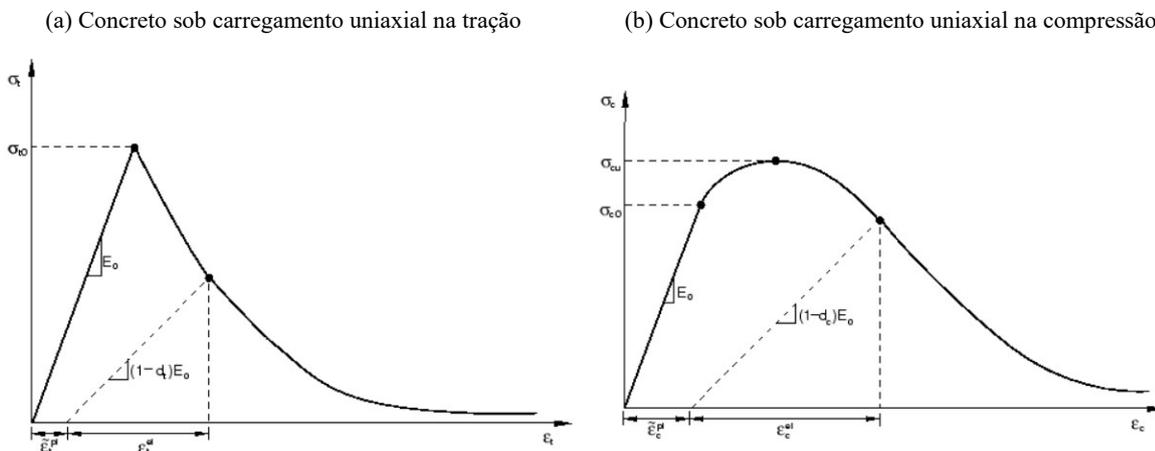
Com o *Software* ANSYS, tanto Miotto (2002) quanto Sawasaki (2010) definiram o comportamento do concreto pelo recurso CONCRETE, que prevê a ruptura de materiais frágeis, tanto por fissuração excessiva na tração, como também por esmagamento na compressão. Esse modelo considera a falha por completo quando a carga máxima é atingida, apresentando um comportamento elástico-linear até o ponto de ruptura e adota o critério de ruptura de William & Warnke (1975), dispostos na Figura 4-14; sendo que, conforme o material rompe, considera-se a perda da capacidade de absorver tensões e ignora-se a rigidez do elemento.

Figura 4-14 – Critério de William-Warnke (1975).



Fonte: ANSYS (1999).

Figura 4-15 – Mecanismos de falha do modelo *Concrete Damaged Plasticity*.

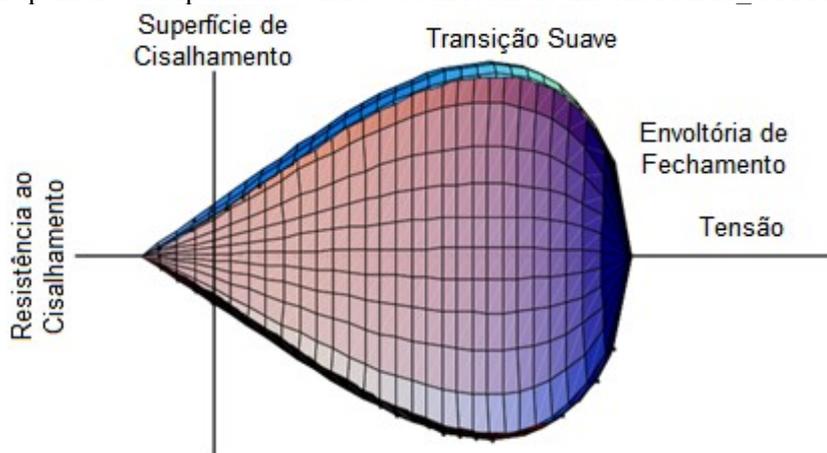


Fonte: ABAQUS (2016).

No *Software* ABAQUS, por sua vez, Breccolotti *et al.* (2016) adotaram o modelo mecânico para o concreto denominado *Concrete Damaged Plasticity*, que é apropriado para analisar comportamentos inelásticos do concreto sob o efeito de carregamentos simples, cíclicos e/ou dinâmicos em condições de baixa pressão de confinamento. Esse modelo de material considera como principais mecanismos de falha o fissuramento durante a tração e o esmagamento por compressão, correspondentes a Figura 4-15.

Hussein *et al.* (2017) utilizaram para o concreto o modelo de material MAT\_CSCM\_CONCRETE (tipo 159), no LS-DYNA, que é um *Continuous Surface Cap Model*, o qual trata o concreto como um material isotrópico, considerando a redução da resistência do material conforme um modelo de dano, bem como o enrijecimento do material sob o efeito de tensões de confinamento, cuja superfície genérica de ruptura está apresentada na Figura 4-16.

Figura 4-16 – Superfície de ruptura do concreto do modelo de material MAT\_CSCM\_CONCRETE.



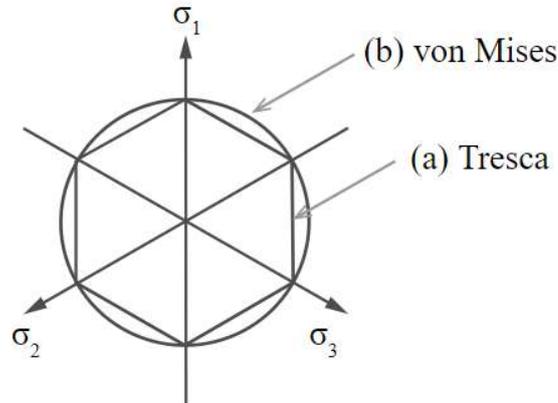
Fonte: LS-DYNA (2020).

Além dos modelos de materiais utilizados para o concreto, o *Software* DIANA apresenta os critérios de plastificação de Von Mises e também o de Tresca (Figura 4-17), que são empregados na representação de armaduras e barras metálicas, nos quais as curvas tensão-deformação consideram um comportamento supostamente igual tanto na tração como na compressão e seus valores são normalmente obtidos por meio de ensaios uniaxiais, sendo possível considerar o enrijecimento do material durante a plastificação.

Aguiar (2010), Bellucio (2016), Kataoka *et al.* (2015) e Kataoka *et al.* (2017) utilizaram o critério de plastificação de Von Mises considerando um comportamento elastoplástico perfeito para representar os elementos de aço, como chumbadores e armaduras; entretanto,

Kataoka *et al.* (2015) e Kataoka *et al.* (2017), de forma explícita, desconsideraram em suas análises o efeito do enrijecimento do material.

Figura 4-17 – Critério de Tresca e Von Mises.



Fonte: DIANA (2020).

Miotto (2002) e Sawasaki (2010), com o ANSYS, representaram o comportamento do aço com o recurso BKIN, também considerando um modelo elastoplástico perfeito e seguindo a envoltória de ruptura de Von Mises.

Similarmente, no ABAQUS, Breccolotti *et al.* (2016) adotaram para o aço um modelo constitutivo com comportamento do tipo elastoplástico, que considera o enrijecimento do material durante a plastificação, também embasado no critério de ruptura de Von Mises.

Hussein *et al.* (2017), com o auxílio do *Software* LS-DYNA, modelaram o aço presente nas armaduras e ligações utilizando um modelo constitutivo isotrópico com comportamento elastoplástico que considera o enrijecimento do material, denominado MAT\_PIECEWISE\_LINEAR\_PLASTICITY (tipo 24).

Nota-se que, apesar das modelagens numéricas serem realizadas em programas de elementos finitos distintos, que admitem a entrada de parâmetros de forma diversificada, os modelos constitutivos adotados para os materiais, de certa maneira, são semelhantes, considerando comportamentos similares, tanto para o concreto quanto para o aço, aos adotados por Aguiar (2010), Kataoka *et al.* (2015), Bellucio (2016) e Kataoka *et al.* (2017).

#### 4.4 MÉTODOS DE SOLUÇÃO E CRITÉRIOS DE CONVERGÊNCIA

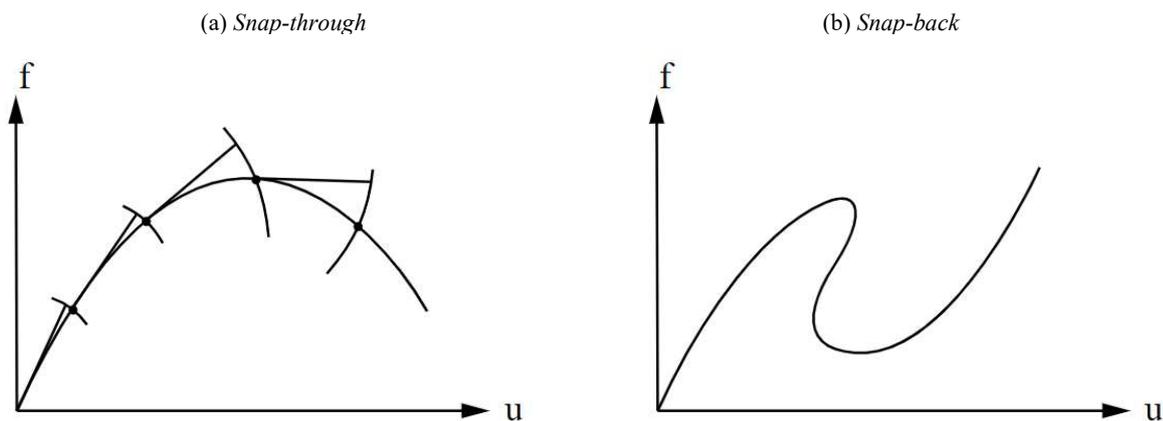
Em análises numéricas não-lineares, o *Software* DIANA propõe a utilização de um método incremental iterativo para solução de sistemas não-lineares, cujo procedimento geral se baseia no seguinte fluxo: inicia-se o incremento; aumenta-se a força externa atuante; calcula-se a força “desbalanceada”; prevê-se a mudança nos deslocamentos; determina-se a nova força interna; e, repete-se o processo iterativo até atingir um critério de convergência. Como métodos de solução dos sistemas, tem-se:

- Newton-Raphson Comum, no qual a matriz de rigidez tangencial é avaliada em cada iteração e os incrementos iterativos no deslocamento se baseiam na última situação predita, mesmo que esta não esteja em equilíbrio. A convergência por este método é quadrática e, conseqüentemente, alcança a solução final em apenas algumas iterações, entretanto, a estimativa inicial não deve estar muito longe da solução final, caso contrário, o método diverge;
- Newton-Raphson Modificado, no qual a matriz de rigidez tangencial é avaliada apenas no início do incremento, sendo que a previsão se baseia em um estado de equilíbrio convergido. Este método converge mais devagar que o Newton-Raphson Comum, ao necessitar de mais iterações, entretanto, cada iteração é executada de forma mais rápida, sendo capaz de convergir em situações que o Método Comum não convirja mais;
- Quasi-Newton, em que a informação da solução anterior e os vetores de forças desbalanceadas são utilizados durante o incremento a fim de obter melhores aproximações, e a rigidez da estrutura é determinado a partir de posições conhecidas pertencentes a um caminho em equilíbrio. Este método possui variantes desenvolvidas por outros pesquisadores que apresentam maneiras distintas de determinar a matriz de rigidez secante, sendo elas: Broyden, BFGS e Crisfield. Essas variações, via de regra, apresentam uma taxa de convergência com valor entre os obtidos por meio do Newton-Raphson Comum e do Modificado.

Aliadas aos métodos de solução de sistemas não-lineares, existem algumas ferramentas facilitadoras para melhorar a taxa de convergência do processo iterativo, uma delas é o recurso de busca linear – *Line Search*. Essa ferramenta é extremamente útil em situações em que a estimativa inicial está muito longe do equilíbrio, o que geralmente provoca a divergência do processo iterativo.

Um outro recurso disponível para aperfeiçoar as respostas obtidas por meio do processo iterativo é o controle do comprimento de arco – *Arc Length Control*, que possibilita que as soluções consigam ultrapassar limites máximos e mínimos e também regiões com respostas do tipo *snap-through* e *snap-back* (Figura 4-18), que são situações características que acontecem em concreto armado sob influência de fissuração e em cascas sujeitas a efeitos de empenamento.

Figura 4-18 – Comportamento de *snap-through* e *snap-back*.



Fonte: DIANA (2020).

O processo iterativo cessa se os resultados obtidos são satisfatórios, respeitando os critérios de convergência utilizados. Além disso, também é possível que a iteração seja suspensa, quando ela atinge o número máximo de iterações atribuído pelo usuário, o que leva a divergência.

Como critérios de convergência, o *Software* DIANA apresenta as seguintes opções: em força, em deslocamentos, em energia, e em forças residuais. É possível utilizar mais que um critério de convergência de forma simultânea; entretanto, o custo computacional tornar-se-á mais elevado sem obter ganhos efetivos.

Bellucio (2016) utilizou o método BFGS, que é um tipo de método Quasi-Newton, considerando convergência em deslocamentos e tolerância de  $10^{-2}$ , para solucionar o sistema de equações não-lineares, habilitando o recurso de busca linear (*Line Search*) com o intuito de acelerar o processo de convergência.

Os demais estudos analisados não apresentaram informações referentes aos métodos de solução e critérios de convergência adotados.

## 5 MODELAGEM NUMÉRICA

---

Neste capítulo são apresentadas as características do modelo numérico e dos modelos paramétricos, bem como os resultados obtidos, avaliando-se as curvas força-deslocamento e momento-curvatura, a rigidez secante e o fator de restrição das ligações.

### 5.1 MODELO NUMÉRICO TRIDIMENSIONAL

Para a elaboração do modelo numérico tridimensional, foi feito um processo iterativo de calibração utilizando todas as situações apresentadas nos protótipos ensaiados por Lacerda (2016): armadura de continuidade passante pela laje e com presença de graute na interface vertical consolo-viga (LC); armadura de continuidade passante pela laje e sem presença de graute na interface vertical consolo-viga (LS); armadura de continuidade passante pelo pilar e com presença de graute na interface vertical consolo-viga (PC); e, armadura de continuidade passante pelo pilar e sem presença de graute na interface vertical consolo-viga (PS).

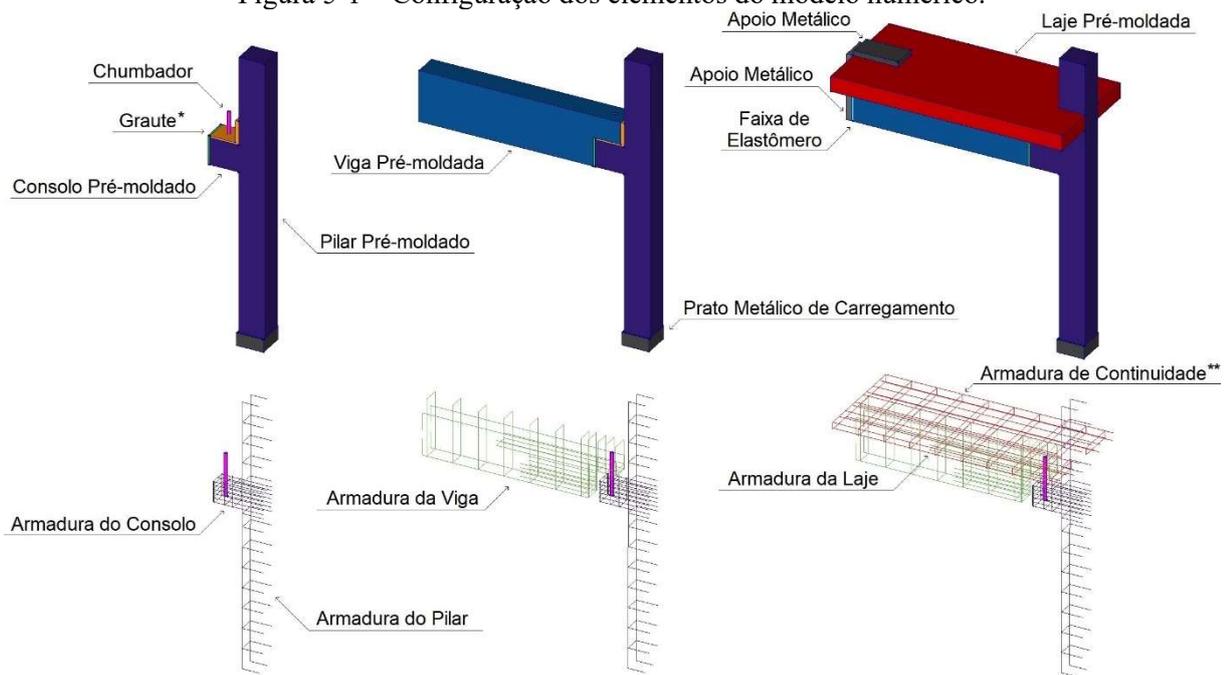
O processo iterativo consistiu em: ajuste de parâmetros e/ou características, verificação do comportamento do modelo numérico em cada um dos casos, comparação com os modelos experimentais e avaliação das respostas. Repetiu-se o procedimento até que fosse determinado um modelo numérico representativo com uma aproximação satisfatória ao experimental.

Então, o modelo numérico tridimensional foi elaborado concordante ao que tem sido feito por diversos autores em vista dos resultados satisfatórios por eles obtidos (conforme apresentado no Capítulo Quarto) e calibrado conforme o procedimento supracitado.

O modelo numérico deste estudo utiliza elementos finitos sólidos tridimensionais para simular os elementos de concreto, o chumbador, o prato metálico para aplicação do carregamento, a faixa de elastômero e os apoios metálicos. Para essa escolha, utilizou os elementos do tipo HX24L, que possui oito nós, isoparamétrico, com interpolação linear e integração em Gauss, apresentado no Capítulo Quarto. Para as armaduras longitudinais e transversais e, também, para a armadura de continuidade (passante pela laje ou pelo pilar), foi considerado o modelo de material do tipo elemento de reforço.

A Figura 5-1 ilustra a configuração do modelo numérico, além da utilização da simetria no plano YZ central do modelo, a qual colabora para a redução do tempo de processamento.

Figura 5-1 – Configuração dos elementos do modelo numérico.



\*Presença de graute na interface vertical viga-consolo varia conforme o caso analisado.

\*\*Posição da armadura de continuidade varia conforme o caso analisado.

Fonte: o autor.

Quanto aos modelos dos materiais utilizados, a Tabela 5-1 mostra os parâmetros adotados para o concreto e o graute – modelo de material, modelo de fissuração, módulo de elasticidade do concreto ou graute ( $E_{ci}$ ), coeficiente de Poisson ( $\nu$ ), comportamento à tração, resistência à tração média do concreto ( $f_{ct,m}$ ), energia de fratura à tração ( $G_f$ ), comportamento à compressão, resistência à compressão média do concreto ( $f_{c,m}$ ) e energia de fratura à compressão ( $G_c$ ) – e a Tabela 5-2 dispõe os parâmetros adotados para o aço – modelo de material, critério de plastificação, diâmetro da armadura, módulo de elasticidade do aço ( $E_s$ ) e tensão de escoamento do aço ( $f_y$ ).

Tabela 5-1 – Parâmetros do modelo – concreto e graute.

Material	Modelo de Material	Modelo de Fissuração	$E_{ci}$ (GPa)	$\nu$	Comportamento à tração	$f_{ct,m}$ (MPa)	$G_f$ (N/mm)	Comportamento à compressão	$f_{c,m}$ (MPa)	$G_c$ (N/mm)
Concreto Pré-moldado	Total strain based crack model	Rots - Fixed	35	0,2	Exponencial	3,4	145,82	Parabólico	42,01	7291
Graute - Assentamento da Viga sobre o Consolo e Preenchimento do Espaço entre Viga e Pilar	Total strain based crack model	Rots - Fixed	40	0,2	Exponencial	4,0	151,52	Parabólico	53,10	7576
Graute - Interface Vertical Viga-Consolo	Total strain based crack model	Rots - Fixed	38	0,2	Exponencial	3,8	149,76	Parabólico	49,46	7488
Concreto Moldado <i>in loco</i>	Total strain based crack model	Rots - Fixed	31	0,2	Exponencial	2,7	138,45	Parabólico	30,31	6922

Fonte: o autor.

Tabela 5-2 – Parâmetros do modelo – aço.

Material	Modelo de Material	Critério de Plastificação	$\nu$	$E_s$ (GPa)	$f_y$ (MPa)
Aço CA-50 (Bitola de 5 mm)	Reinforcements	Von Mises	N/S	210	500,00
Aço CA-50 (Bitola de 8 mm)	Reinforcements	Von Mises	N/S	210	618,00
Aço CA-50 (Bitola de 10 mm)	Reinforcements	Von Mises	N/S	210	600,00
Aço CA-50 (Bitola de 16 mm)	Reinforcements	Von Mises	N/S	210	603,54
Aço CA-60 (Apoio e Prato de Carregamento)	Elástico Linear	N/S	0,3	210	N/S
Aço CA-60 (Chumbador)	Elastoplástico Perfeito	Von Mises	0,3	210	600,00

Fonte: o autor.

Para a determinação das energias de fraturamento à compressão e à tração, seguiu-se o roteiro de cálculo apresentado no Capítulo Quarto. Quanto aos módulos de elasticidade dos elementos cimentícios ( $E_{ci}$ ), estes foram obtidos por meio dos procedimentos descritos na ABNT NBR 6118:2014 para todos os casos (Equações 14 e 16), com exceção do concreto moldado *in loco* cujo valor consta nos estudos experimentais conduzidos por Lacerda (2016); do mesmo modo, a resistência média à tração ( $f_{ct,m}$ ) desses materiais também se obteve por meio de expressões normativas para todos os materiais (Equações 15 e 17).

A resistência característica ( $f_{ck}$ ) foi determinada por meio da resistência média à compressão ( $f_{c,m}$ ) correspondente aos 28 dias, adotando-se um desvio padrão amostral ( $S_n$ ) igual a 2 MPa (Equação 13). Para o parâmetro em função da natureza do agregado ( $\alpha_E$ ), admitiu-se um valor igual a 1.

$$f_{ck} = f_{c,m} - 1,65 \cdot S_n \quad (13)$$

Para as classes até C50:

$$E_{ci} = \alpha_E \cdot 5600 \cdot \sqrt{f_{ck}} \quad (14)$$

$$f_{ct,m} = 0,3 \cdot f_{ck}^{2/3} \quad (15)$$

Para as classes C55 até C90:

$$E_{ci} = 21,5 \cdot 10^3 \cdot \alpha_E \cdot \left( \frac{f_{ck}}{10} + 1,25 \right)^{1/3} \quad (16)$$

$$f_{ct,m} = 2,12 \cdot \ln(1 + 0,11 \cdot f_{ck}) \quad (17)$$

Para o aço, os valores das tensões de escoamento determinados para as armaduras de diâmetro igual a 8 mm e 16 mm seguem os ensaios experimentais realizados por Lacerda (2016) e para as demais armaduras e para o chumbador, adotou-se um valor apropriado. O módulo de elasticidade foi fixado para todos concordante ao valor utilizado por Lacerda (2016).

A faixa de elastômero, localizada na extremidade entre a viga pré-moldada de concreto e o apoio metálico lateral, por sua vez, possui espessura igual a 10 mm, módulo de elasticidade transversal de 4 MPa, coeficiente de Poisson com valor de 0,4 e comportamento elástico linear.

Para simular a interface entre os elementos, foi utilizado o modelo de interface Q24IF, apropriado para interface entre planos, no espaço tridimensional, e compatível com o HX24L, sendo as interfaces entre: grautes e concreto pré-moldado; concreto pré-moldado e concreto moldado *in loco*; apoio metálico e concreto; e, chumbador e concreto/graute. A Tabela 5-3 apresenta as características das interfaces.

Tabela 5-3 – Parâmetros das interfaces.

Interface	Modelo	Rigidez Normal (N/mm <sup>3</sup> )	Rigidez Tangencial (N/mm <sup>3</sup> )	Redução da Rigidez Normal	Redução da Rigidez Tangencial
Concreto Pré-moldado e Concreto Moldado <i>in loco</i>	Não-linear	1,00E+02	1,00E+01	Sem tensão com redução total	Rigidez constante sem redução
Concreto Pré-moldado e Graute 1*	Não-linear	4,00E+00	5,00E+00	Sem tensão com redução total	Rigidez constante sem redução
Concreto Pré-moldado e Graute 3**	Não-linear	1,00E+01	5,00E+00	Sem tensão com redução total	Rigidez constante sem redução
Chumbador e Concreto/Graute	Não-linear	2,00E+00	4,00E+00	Sem tensão com redução total	Rigidez constante sem redução
Suporte Metálico e Concreto	Linear	1,00E+06	1,00E-02	N/S	N/S

\*Graute de assentamento das vigas sobre os consolos e de preenchimento dos vãos entre vigas e pilares.

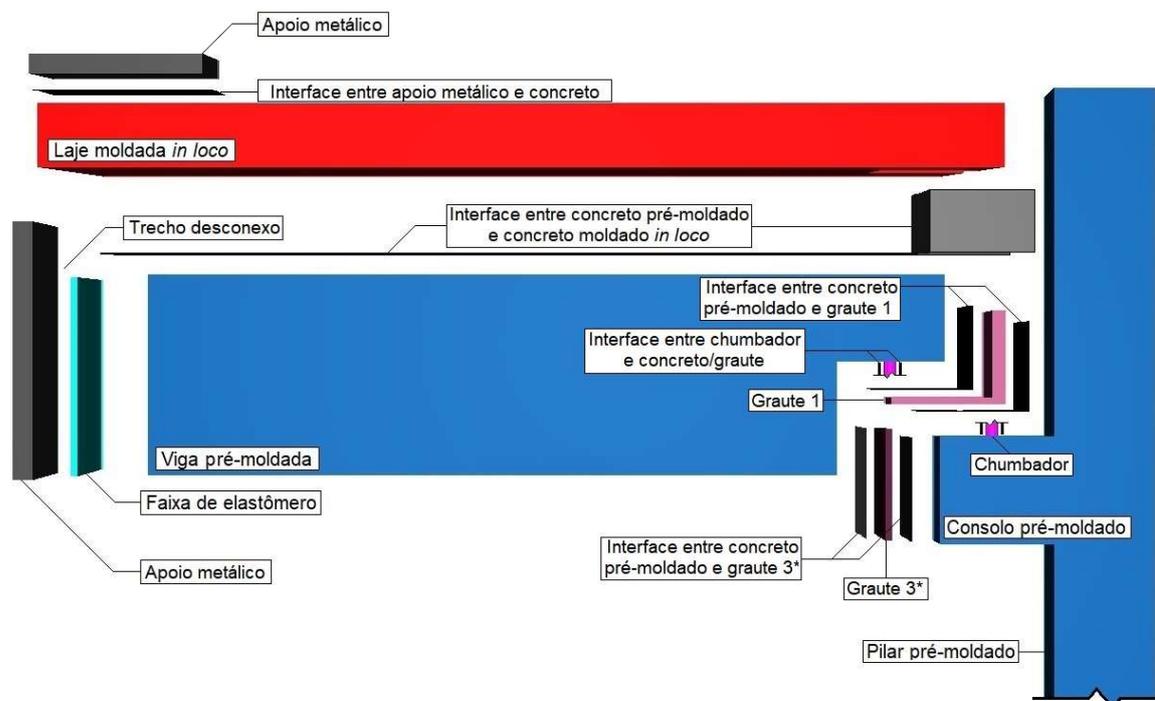
\*\*Graute de preenchimento dos vãos entre vigas e consolos (apenas nos protótipos LC e PC).

Fonte: o autor.

Os valores utilizados para as interfaces foram calibrados utilizando como base: os estudos conduzidos por Kataoka *et al.* (2015) para a interface entre o concreto pré-moldado e o concreto moldado *in loco*; as análises desenvolvidas por Aguiar (2010) para a interface entre o chumbador e o concreto/graute; e, os valores padrões apresentados nos manuais do *Software* DIANA (DIANA, 2020) para a interface formada entre o apoio metálico e o concreto. Quanto às interfaces entre o concreto pré-moldado e os grautes, variou-se as especificações até atingir uma resposta adequada para o modelo.

A face formada entre o apoio metálico lateral e a faixa de elastômero foi considerada como simplesmente apoiada (desconectada). A Figura 5-2 esquematiza detalhadamente a configuração adotada para as interfaces do modelo numérico tridimensional desenvolvido.

Figura 5-2 – Configuração das interfaces do modelo numérico.



\*Apenas nos casos com presença de graute na interface vertical viga-consolo (LC e PC).

Fonte: o autor.

As armaduras, representadas por elementos de reforço, cujas barras atravessam alguma interface (*e.g.* armadura de continuidade passante pelo pilar), necessitaram da consideração dos recursos “continuidade em interfaces” e “barras através de interfaces” para que fosse contabilizada apropriadamente a contribuição das armaduras nessas zonas de transição entre elementos. A não consideração desses recursos acarreta, respectivamente, na interrupção da continuidade da armadura, alterando o fluxo de tensão; e, na superestimativa da rigidez dos elementos de interface – gerando inconsistências no modelo numérico.

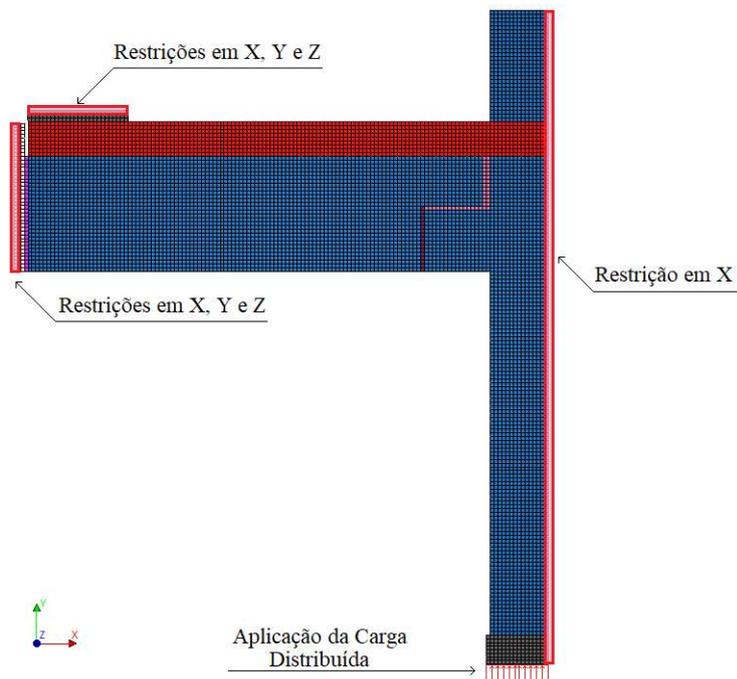
Para as condições de contorno, optou-se por restringir os deslocamentos em X, Y e Z no apoio metálico posicionado na parte superior da laje, e no apoio metálico lateral posicionado ao lado da faixa de elastômero; e, restringir os deslocamentos em X por toda a lateral do pilar e da laje, formada pela utilização da simetria.

A carga foi aplicada na base do pilar, de forma distribuída, sobre o prato metálico de carregamento, sendo utilizada metade da força de ruptura ( $F/2$ ), devido à utilização da simetria

no plano YZ. A Figura 5-3 ilustra a disposição das restrições aplicadas ao modelo tridimensional de elementos finitos e a configuração da aplicação das cargas distribuídas.

A malha de elementos finitos foi feita por meio do recurso de divisão em todo o corpo do modelo com dimensões variando entre 10 mm e 50 mm. O refinamento da malha era feito conforme havia necessidade, a fim de evitar o surgimento de elementos finitos distorcidos, os quais podem gerar inconsistências nas análises.

Figura 5-3 – Configuração das restrições e da aplicação de cargas do modelo numérico.



Durante a elaboração do modelo numérico, algumas considerações devem ser destacadas, sendo elas: a não consideração do graute que envolvia o chumbador (Graute 2) e do graute que preenchia os orifícios nos pilares nos casos em que a armadura de continuidade era passante pelo pilar (Graute 4), uma vez que não foram observadas influências significativas durante o processo de calibração do modelo; a utilização de apoios metálicos e pratos metálicos de carregamento com o intuito de evitar concentração de tensões; a consideração da restrição do apoio metálico lateral conjuntamente à faixa de elastômero, que apresentaram influência nos resultados de modelos que se deslocavam demasiadamente, fazendo-se necessário a fim de representar as condições do ensaio conduzido por Lacerda (2016), apresentado no Capítulo Terceiro, no qual a extremidade da viga era revestida por um material elastomérico e faceava a lateral do pórtico de reação; a adoção de valores baseados em normativas, suprimindo a ausência de alguns dados experimentais; e, por fim, as limitações inerentes às características adotadas

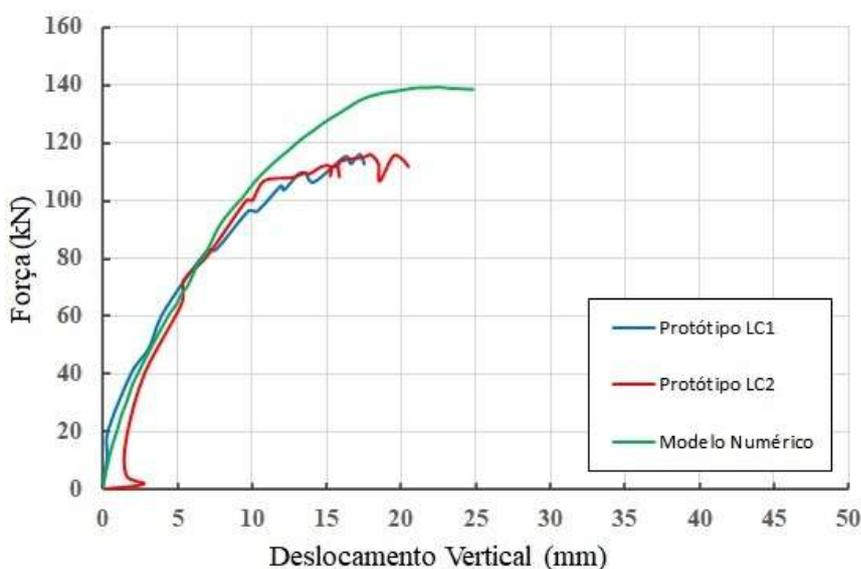
(modelo de elementos finitos, de material, de interface, entre outros), conforme apresentadas no Capítulo Quarto.

Assim, com o modelo numérico tridimensional definido, tal qual todos os parâmetros intrínsecos a ele, como também suas características e limitações, iniciou-se a análise não-linear, utilizando a aplicação do carregamento de forma incremental e considerando os efeitos da não-linearidade física. Ainda, foi adotado o critério de convergência em deslocamentos com tolerância de  $10^{-2}$  e quantidade máxima de iterações igual a 100, utilizando o método de Quasi-Newton do tipo BFGS e o recurso de busca linear – *Line Search*.

Primeiramente, foram verificadas as respostas de cada um dos casos do modelo numérico quanto ao seu comportamento força-deslocamento, comparando-as com os modelos experimentais desenvolvidos por Lacerda (2016). A força corresponde a  $F/2$  conforme discutido no Capítulo Terceiro e o deslocamento vertical foi aferido na região superior da laje, próxima ao pilar, similarmente ao feito por Lacerda (2016).

Comparando-se as respostas obtidas, dispostas na Figura 5-4, para a curva força-deslocamento do modelo numérico com as experimentais, para o caso em que a armadura de continuidade é passante pela laje e a interface vertical consolo-viga é preenchida com graute (LC), verifica-se que o comportamento do modelo numérico se assemelha ao comportamento dos protótipos LC1 e LC2 durante todo o trecho inicial com diferenças mínimas.

Figura 5-4 – Curvas força-deslocamento vertical comparando o modelo numérico com os modelos experimentais para o caso LC.



Fonte: o autor.

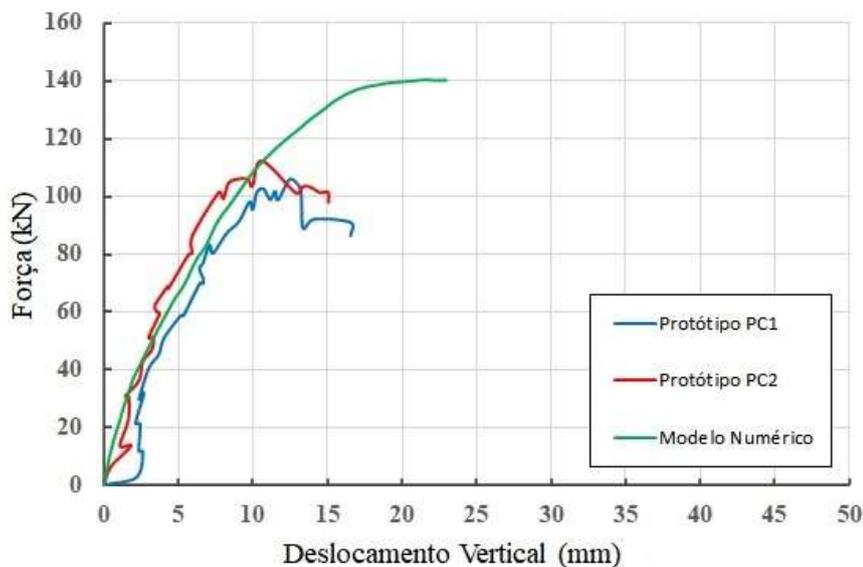
No entanto, quando o valor do carregamento ( $F/2$ ) supera a marca de 100 kN, a resposta do modelo numérico começa a se diferenciar das respostas dos modelos experimentais LC1 e LC2. É possível observar que o modelo numérico consegue resistir a um carregamento maior, atingindo uma força máxima de 138,99 kN, enquanto que os protótipos nem mesmo atingem a marca dos 120 kN.

Essa divergência do comportamento no trecho final é atribuída principalmente à utilização do modelo do tipo reforço (*Reinforcements*) para a representação das armaduras do modelo numérico, o qual não reproduz o comportamento do escorregamento das armaduras, que é extremamente relevante, principalmente, quando a peça se aproxima da ruptura, tornando o modelo numérico mais resistente; e, também, à representação de forma ideal do preenchimento da interface vertical consolo-viga com graute no modelo numérico, o que não aconteceu no modelo experimental em vista da dificuldade presente na etapa construtiva.

Outras diferenças estão ligadas às considerações impostas ao modelo numérico, desde a utilização de normativas para suprir a falta de dados, como a utilização de dados experimentais que não representaram apropriadamente o comportamento de alguns materiais, subestimando ou superestimando os valores reais presentes nos protótipos ensaiados.

Para o modelo com armadura de continuidade passante pelo pilar, com preenchimento de graute na interface vertical consolo-viga (PC), as respostas estão dispostas na Figura 5-5.

Figura 5-5 – Curvas força-deslocamento vertical comparando o modelo numérico com os modelos experimentais para o caso PC.



Fonte: o autor.

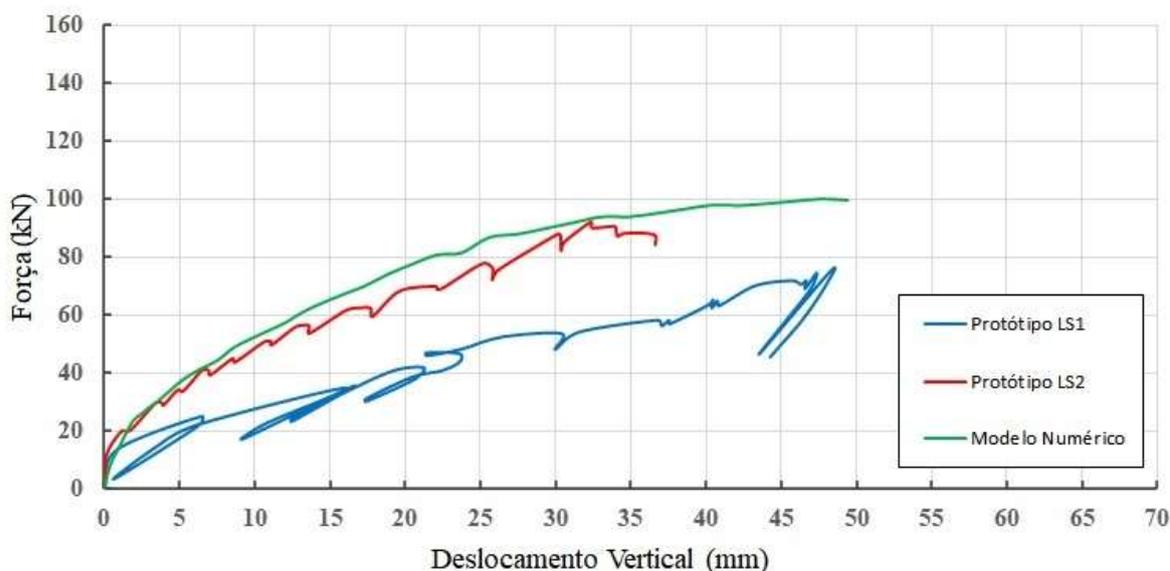
Analisando a Figura 5-5, observa-se que o comportamento do modelo numérico se encontra próximo ao comportamento dos protótipos PC1 e PC2 no trecho que compreende do início até a aplicação de uma força ( $F/2$ ) próxima de 110 kN.

Similarmente ao que ocorreu no caso LC, o modelo numérico para o caso PC suportou a aplicação de um carregamento superior ao valor suportado pelos modelos experimentais (140,36 kN).

Em suma, as diferenças entre os modelos experimentais e numérico para o caso PC são atribuídas aos mesmos motivos mencionados para o caso LC.

Quanto ao modelo com a armadura de continuidade passante pela laje, mas sem preenchimento de graute na interface vertical consolo-viga (LS), tem-se o comportamento das curvas força-deslocamento apresentado na Figura 5-6.

Figura 5-6 – Curvas força-deslocamento vertical comparando o modelo numérico com os modelos experimentais para o caso LS.



Fonte: o autor.

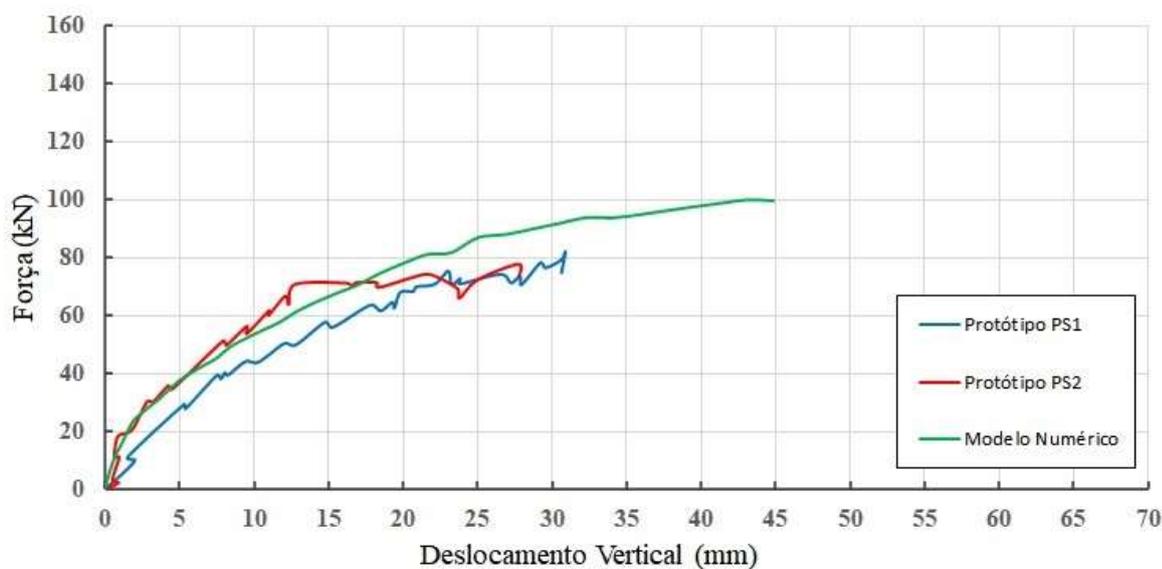
É evidente que a resposta do modelo numérico se aproximou mais ao comportamento apresentado pelo protótipo LS2, uma vez que durante o ensaio da ligação do protótipo LS1, houveram problemas com o atuador, gerando um processo de carregamento e descarregamento, o que acarretou no desgaste da peça (LACERDA, 2016).

Apesar do desempenho demonstrado pelo modelo numérico estar coerente com o modelo experimental LS2, nota-se pequenas divergências, sobretudo, a partir do instante em

que a força aplicada ( $F/2$ ) ultrapassa 50 kN, no qual a resposta do modelo numérico tende a se distanciar da resposta do protótipo LS2 por grande parte do trecho. A força máxima apresentada pelo modelo numérico foi maior, como esperado, atingindo um valor igual a 100,10 kN.

Para o caso em que a armadura de continuidade é passante pelo pilar e a interface vertical consolo-viga não possui graute (PS), tem-se o comportamento apresentado na Figura 5-7.

Figura 5-7 – Curvas força-deslocamento vertical comparando o modelo numérico com os modelos experimentais para o caso PS.



Fonte: o autor.

O modelo numérico teve uma resposta mais próxima ao comportamento apresentado pelo modelo experimental PS2, até atingir um carregamento aplicado de valor igual a 70 kN. Após esse valor, o modelo numérico mostrou-se mais resistente, apresentando um valor de força máxima ( $F/2$ ) igual a 100,12 kN, enquanto que a força máxima dos modelos experimentais permaneceu na faixa dos 80 kN, o que ocorreu de forma similar nos demais casos apresentados.

Tanto para o caso PS quanto para o caso LS, as diferenças entre as simulações numéricas e os resultados experimentais são atribuídas à utilização do elemento do tipo reforço para a representação das armaduras, assim como a utilização de valores normativos para suprir dados em falta, bem como à utilização de dados experimentais que não caracterizaram apropriadamente as reais condições presentes nos modelos experimentais ensaiados por Lacerda (2016).

Prosseguindo com as análises, foi verificado o comportamento da curva momento-rotação para cada um dos casos, assim como as rigidezes secantes. As equações 18 e 19 mostram o procedimento utilizado para a obtenção do momento fletor e da rotação.

$$M = \frac{F}{2} \cdot L \quad (18)$$

$$\theta = \frac{\pm \bar{\delta}_{h,sup} \pm \bar{\delta}_{h,inf}}{\Delta H} \quad (19)$$

sendo que,

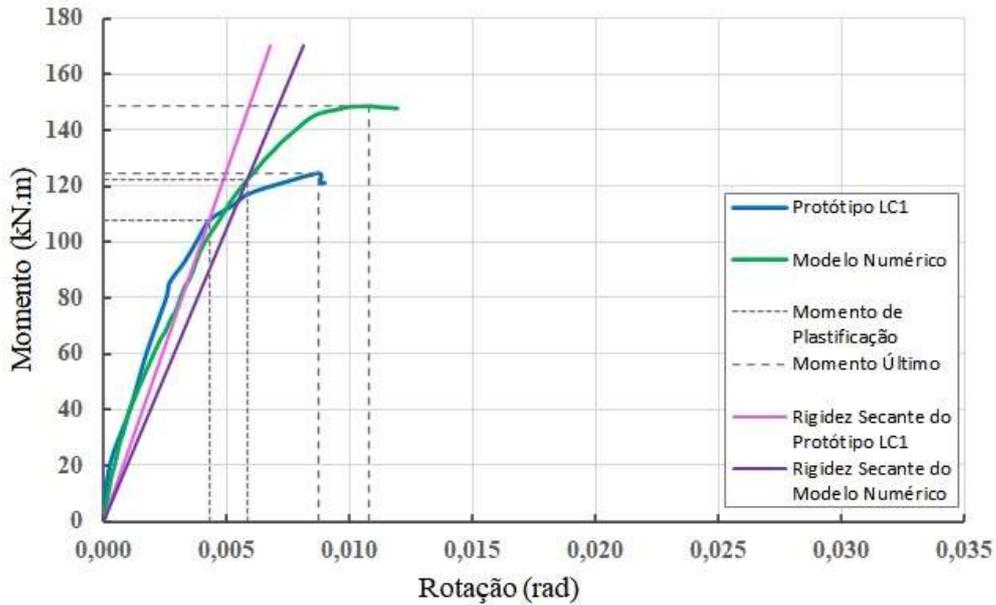
- M      é o momento fletor;
- F      é a força aplicada;
- L      é a distância entre o centro do apoio metálico superior e a face do pilar;
- $\theta$      é a rotação da ligação;
- $\bar{\delta}_{h,sup}$  é o deslocamento horizontal médio na região superior laje-pilar;
- $\bar{\delta}_{h,inf}$  é o deslocamento horizontal médio na região inferior consolo-viga;
- $\Delta H$     é a distância vertical entre os deslocamentos horizontais superior e inferior.

Adotou-se para a distância entre o centro do apoio metálico superior e a face do pilar (L) o valor de 1,07 m; e, para a distância vertical entre os deslocamentos horizontais superior e inferior ( $\Delta H$ ) um valor igual a 390 mm, que é o mesmo valor da altura do conjunto laje-viga, apresentado no Capítulo Terceiro.

O momento de plastificação ( $M_y$ ) e a rotação  $\theta_y$  foram determinados analisando as tensões nas armaduras de continuidade do modelo numérico para cada um dos casos, verificando os incrementos de carregamento até o instante em que se inicia o escoamento da armadura de continuidade; e suas rigidezes foram obtidas pelo quociente entre esses índices. Similarmente, o momento último ( $M_u$ ) e sua rotação  $\theta_u$  foram determinados conforme o carregamento máximo suportado é estabelecido, em cada um dos casos.

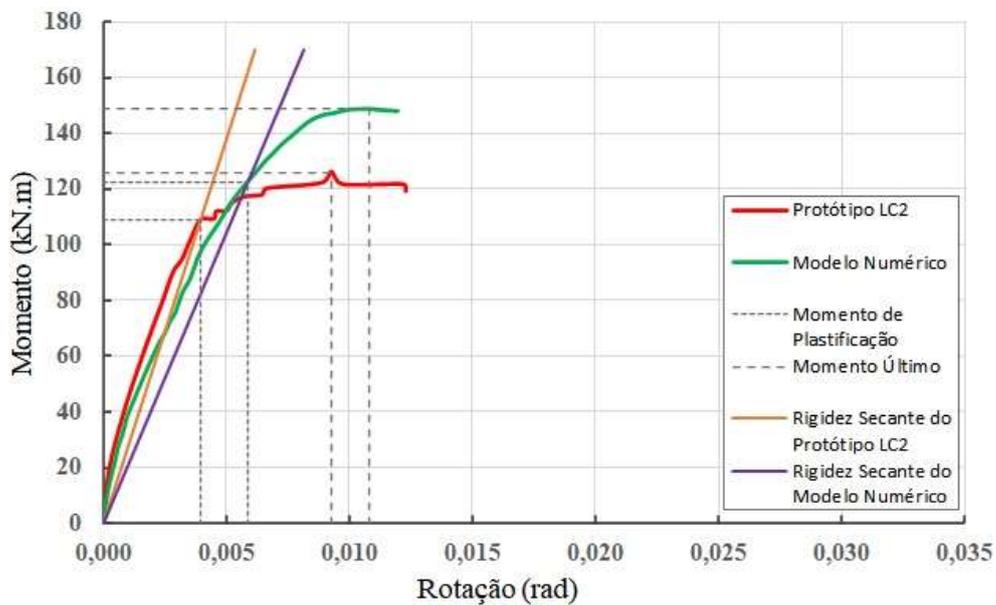
As Figuras 5-8 e 5-9 mostram as curvas momento-rotação comparando as respostas numéricas com os modelos experimentais para o caso em que a armadura de continuidade é passante pela laje e a interface vertical consolo-viga é preenchida com graute (LC), apresentando também a rigidez secante ( $R_{sec}$ ), o momento de plastificação ( $M_y$ ) e o momento último ( $M_u$ ) e suas respectivas rotações.

Figura 5-8 – Curvas momento-rotação comparando o modelo numérico com o protótipo LC1.



Fonte: o autor.

Figura 5-9 – Curvas momento-rotação comparando o modelo numérico com o protótipo LC2.



Fonte: o autor.

O comportamento do modelo numérico se assemelha tanto ao protótipo LC1 quanto ao LC2, sobretudo, no trecho inicial, até um valor de momento fletor igual a 120 kN.m; em seguida, observa-se que a resposta do modelo numérico se distancia das apresentadas pelos protótipos LC1 e LC2.

O valor do momento de plastificação do modelo numérico, por sua vez, supera os valores obtidos nos modelos experimentais, o que está ligado à consideração da aderência

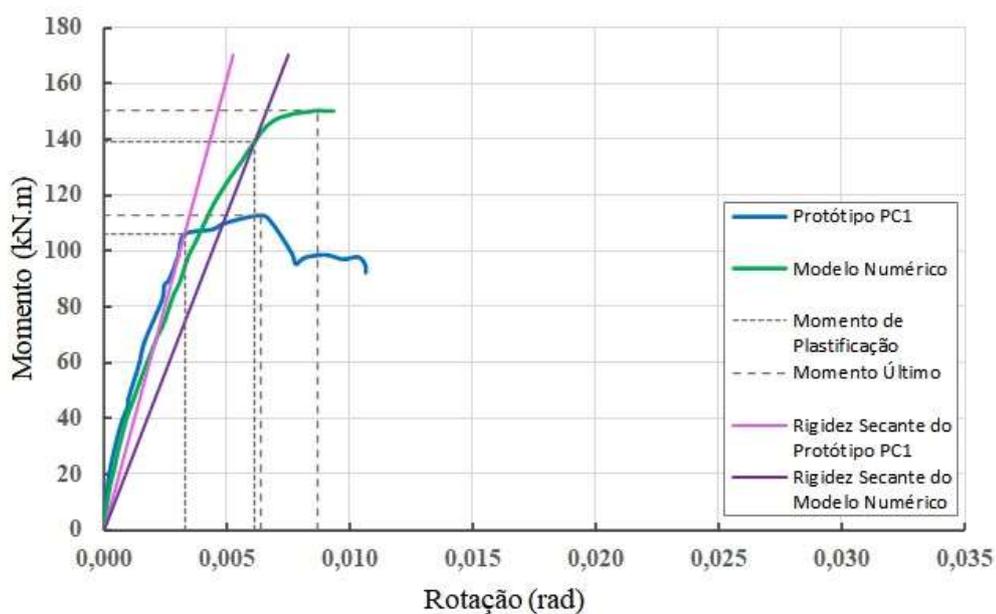
perfeita aço-concreto proporcionada pelo elemento do tipo reforço, além da representação de forma ideal do preenchimento de graute na interface consolo-viga, a qual colaborou para que o modelo numérico suportasse um carregamento maior que o esperado, conforme abordado anteriormente.

Para a rigidez secante, nota-se que, apesar do comportamento estar próximo, os modelos experimentais superam o modelo numérico para o caso LC, o que está relacionado ao processo de calibração do modelo numérico.

O modelo numérico foi calibrado de modo que as curvas força-deslocamento e momento-rotação se aproximassem dos modelos experimentais; no entanto, pela ausência de dados acerca de diversos parâmetros fundamentais para a construção do modelo numérico, foi necessária a consideração dessas propriedades por meio de instruções normativas, influenciando também na escolha das características das interfaces do modelo numérico, tornando o modelo numérico menos rígido que os modelos experimentais.

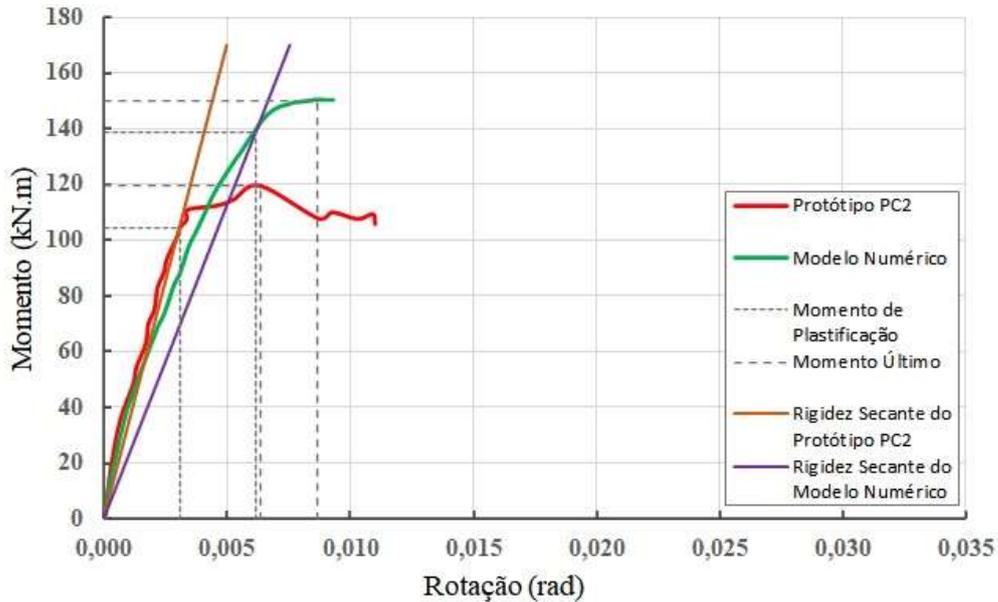
Para as curvas momento-rotação do caso em a armadura é passante pelo pilar e a interface vertical consolo-viga é preenchida com graute (PC), seu comportamento é apresentado nas Figuras 5-10 e 5-11.

Figura 5-10 – Curvas momento-rotação comparando o modelo numérico com o protótipo PC1.



Fonte: o autor.

Figura 5-11 – Curvas momento-rotação comparando o modelo numérico com o protótipo PC2.



Fonte: o autor.

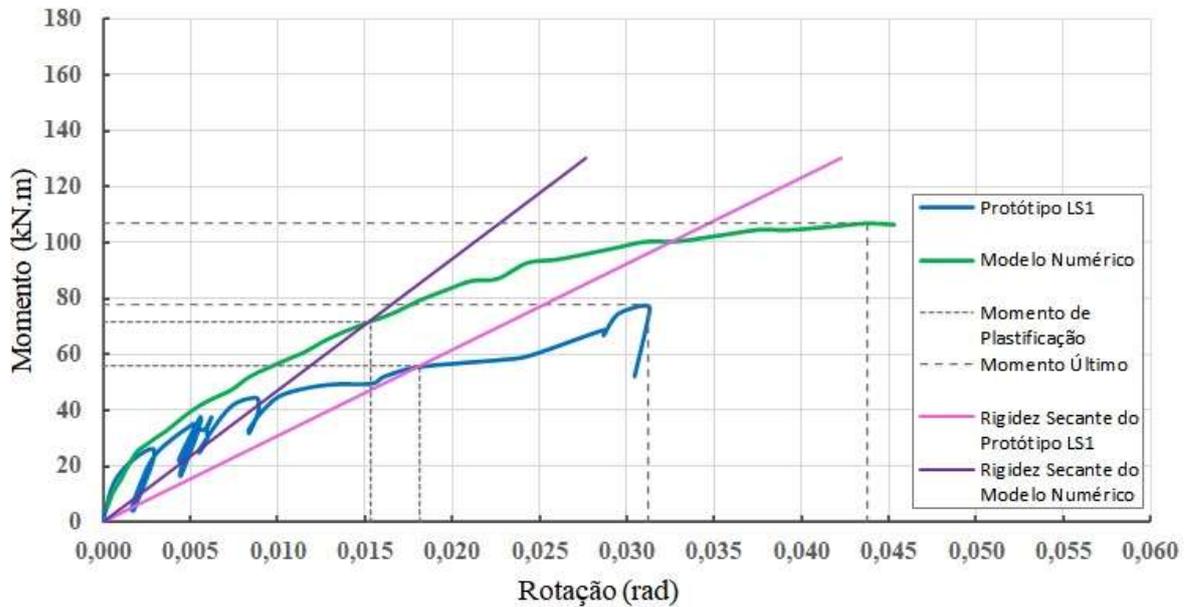
O modelo numérico para o caso PC possui um comportamento semelhante ao demonstrado para o caso LC, sendo válida as mesmas considerações anteriormente apresentadas. Entretanto, nota-se, de forma mais acentuada, a influência exercida pela limitação do modelo do tipo reforço, utilizado para representar as armaduras.

Enquanto que, para LC, a concentração de tensões se distribui por toda a armadura de continuidade; para PC, as tensões se distribuem tanto pela armadura de costura, presente na laje, quanto para a armadura de continuidade passante pelo pilar. A armadura de costura acaba suportando um carregamento maior do que o esperado, devido a aderência perfeita, o que conduz a um modelo numérico relativamente mais resistente do que o esperado e ao início do escoamento da armadura de continuidade de forma tardia, o que é refletido no elevado valor do momento de plastificação.

Apesar dessas diferenças apresentadas pelo modelo numérico PC, a resposta da curva momento-rotação e a rigidez secante apresentadas são satisfatórias, quando comparadas aos estudos numéricos conduzidos pelos outros autores abordados no Capítulo Segundo e Quarto.

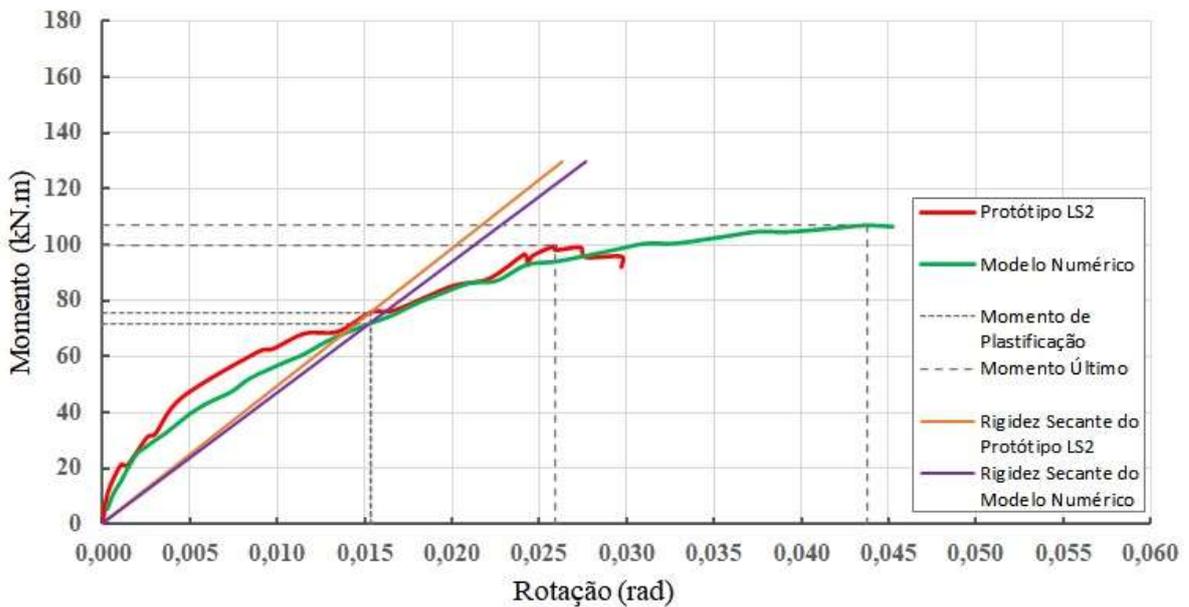
Quanto ao caso em que a armadura é passante pela laje e a interface vertical consolo-viga não é preenchida com graute (LS), as curvas momento-rotação são apresentadas nas Figuras 5-12 e 5-13.

Figura 5-12 – Curvas momento-rotação comparando o modelo numérico com o protótipo LS1.



Fonte: o autor.

Figura 5-13 – Curvas momento-rotação comparando o modelo numérico com o protótipo LS2.



Fonte: o autor.

Da mesma forma como foi evidenciado nas curvas força-deslocamento, a resposta da curva momento-rotação apresentada pelo modelo numérico também se encontra mais próxima ao comportamento exibido pelo protótipo LS2. Além disso, é importante ressaltar que a rigidez secante é praticamente coincidente, com o modelo experimental LS2 sendo 2,56% maior que o modelo numérico, o que mais uma vez confirma uma aproximação adequada entre modelos.

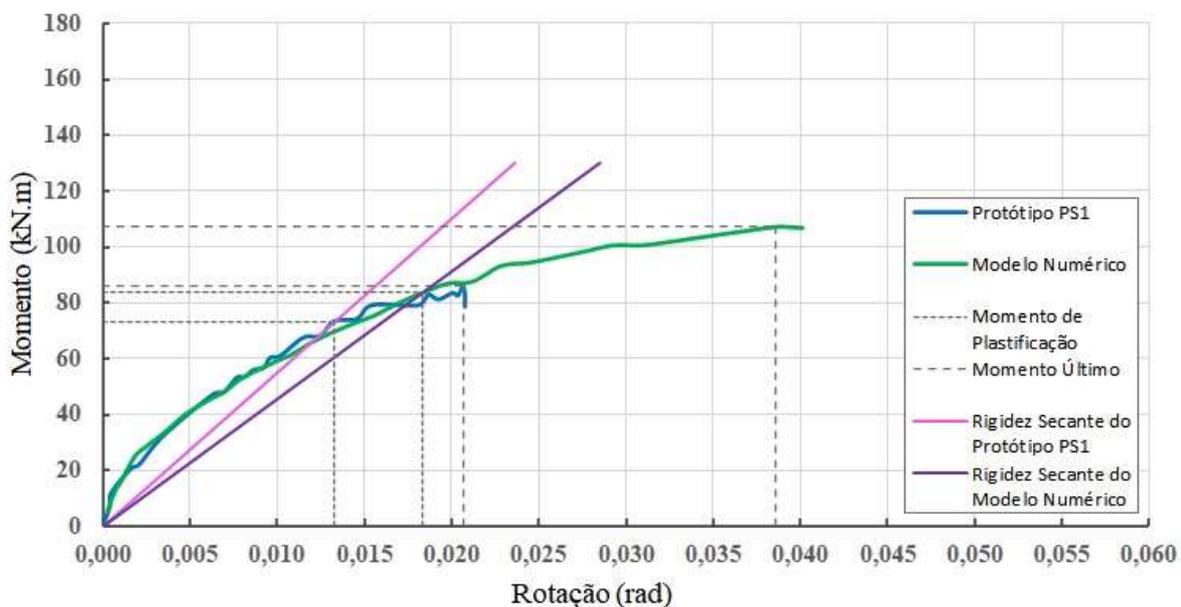
Em vista dos problemas relatados por Lacerda (2016) no processo de ensaio do protótipo LS1, é possível notar que além do considerável distanciamento entre as curvas momento-rotação, a rigidez secante do modelo experimental LS1 mostrou-se demasiadamente inferior à demonstrada pelo modelo numérico, o que era esperado.

É importante destacar que apesar do valor do momento último possuir valores próximos entre o modelo numérico e o protótipo LS2, conforme observado na Figura 5-13, a rotação última do modelo numérico mostrou-se elevada, o que reafirma a influência da consideração da aderência perfeita aço-concreto pertencente ao modelo do tipo reforço sobre os resultados, quando a peça se encontra próxima ao limite suportado, aliada às considerações acerca das rigidezes dos elementos de interface e à adoção de parâmetros na construção do modelo numérico.

Para o caso em que a armadura é passante pelo pilar e a interface vertical consolo-viga não é preenchida com graute (PS), as curvas momento-rotação são apresentadas nas Figuras 5-14 e 5-15.

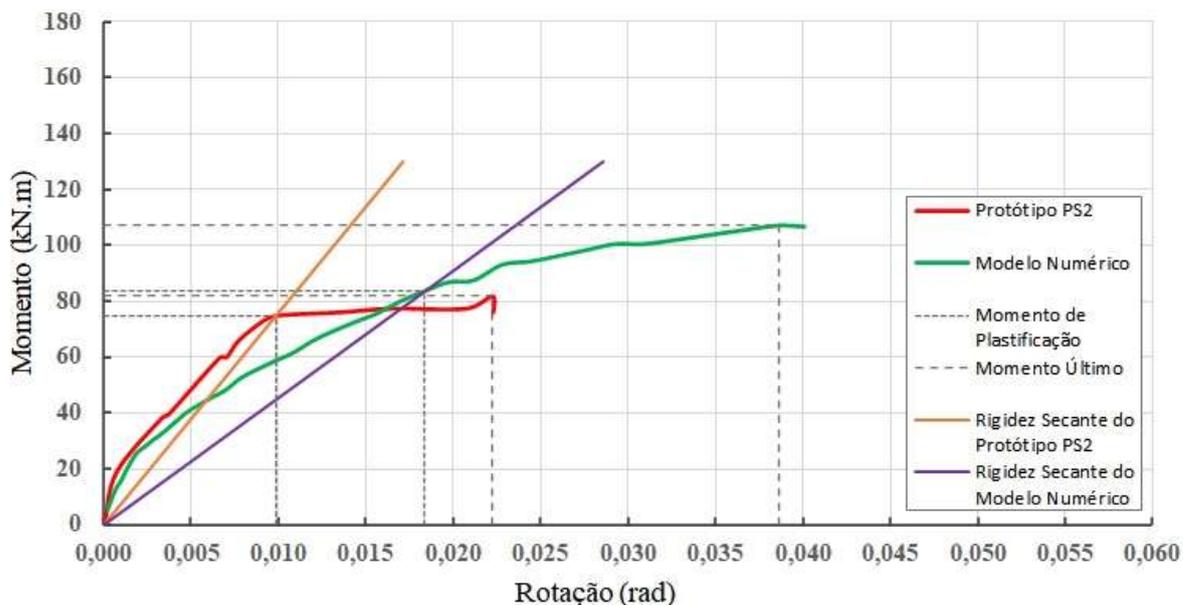
O comportamento apresentado para o caso PS assemelha-se ao demonstrado no caso LS, sendo, novamente, fundamental enfatizar a boa aproximação apresentada entre o protótipo PS1 e o modelo numérico para as curvas momento-rotação, sendo possível verificar também uma rigidez com uma precisão adequada.

Figura 5-14 – Curvas momento-rotação comparando o modelo numérico com o protótipo PS1.



Fonte: o autor.

Figura 5-15 – Curvas momento-rotação comparando o modelo numérico com o protótipo PS2.



Fonte: o autor.

O valor do momento último mostrou-se superior, assim como a rotação última para o modelo numérico, o que está atrelado a mesma situação explanada para o caso PC, além das considerações quanto a aderência perfeita aço-concreto, rigidez das interfaces e adoção de parâmetros.

A Tabela 5-4 compara os resultados do modelo numérico para cada caso (LC-N, PC-N, LS-N e PS-N) com os modelos experimentais de Lacerda (2016).

Tabela 5-4 – Valores numéricos e experimentais da força de reação, momento último e sua rotação, momento de plastificação e sua rotação, rigidez secante e relação entre rigidezes.

Caso	F/2 (kN)	$M_u$ (kN.m)	$\theta_u \cdot 10^3$ (rad)	$M_y$ (kN.m)	$\theta_y \cdot 10^3$ (rad)	$R_{sec}$ (kN.m/rad)	$R_{sec,n}/R_{sec}$
LC1	115,78	123,88	8,727	106,65	4,297	24820	0,844
LC2	115,68	123,78	9,249	106,62	4,065	26229	0,799
LC-N	138,98	148,72	10,785	122,37	5,841	20950	-
PC1	105,13	112,49	6,371	105,51	3,287	32099	0,705
PC2	111,93	119,77	6,327	103,95	3,044	34148	0,663
PC-N	140,36	150,19	8,674	138,94	6,139	22632	-
LS1	74,21	79,41	31,183	55,52	17,937	3095	1,517
LS2	92,07	98,52	25,901	73,10	15,178	4816	0,975
LS-N	100,10	107,11	43,766	71,94	15,320	4696	-
PS1	81,96	87,70	20,735	72,96	13,449	5425	0,839
PS2	77,56	82,99	22,063	75,75	9,895	7656	0,595
PS-N	100,12	107,13	38,608	83,69	18,377	4554	-

Fonte: o autor.

Sobretudo, verifica-se pela Tabela 5-4, que tanto as forças ( $F/2$ ) como os momentos últimos dos modelos numéricos foram superiores para os casos LC e PC e mais próximos para o caso LS e PS.

Quanto aos momentos de plastificação e as rigidezes secantes, é visível que o caso LS obteve a melhor aproximação, atingindo uma relação entre a rigidez numérica e a experimental de 0,975 quando comparado ao modelo LS2.

O caso LC e o caso PS apresentaram resultados satisfatórios quanto ao momento de plastificação e a rigidez secante, obtendo valores da relação numérico-experimental entre rigidezes próximos a 0,850 em relação aos modelos LC1 e PS1.

O caso PC, por sua vez, apresentou os resultados mais destoantes entre modelos, atentando-se para a relação entre rigidezes com valores inferiores a 0,750.

É importante ressaltar, mais uma vez, a influência da aderência perfeita aço-concreto do modelo do tipo reforço e da utilização de instruções normativas a fim de obter parâmetros não avaliados experimentalmente, nas respostas dos modelos numéricos presentes em todos os casos avaliados (LC, PC, LS e PS). Do mesmo modo, evidencia-se também os efeitos causados nos modelos numéricos, para os casos LC e PC, provenientes da consideração da interface vertical consolo-viga perfeitamente preenchida com graute, não representando o comportamento real demonstrado pelos modelos experimentais.

Além disso, é indispensável destacar a dificuldade apresentada em calibrar o modelo numérico de modo que suas características e parâmetros fossem compatíveis com cada um dos casos, em vista da variabilidade que os materiais possuem, além das diferenças presentes na etapa construtiva dos protótipos em relação ao projetado.

## 5.2 ESTUDO PARAMÉTRICO

Para o estudo paramétrico, foram variados a taxa de armadura de continuidade, a resistência do graute na interface consolo-viga, o diâmetro dos chumbadores, a resistência do concreto moldado *in loco* e a altura da laje maciça, conforme mencionado anteriormente.

Ao variar-se a taxa de armadura, é necessário que seja realizado um estudo de profundidade da linha neutra, avaliando-se os domínios, conforme o procedimento a seguir, de acordo com a ABNT NBR 6118:2014.

A equação da profundidade da linha neutra ( $x$ ), obtida por meio do equilíbrio de forças e da compatibilização de deslocamentos na seção transversal analisada, é apresentada na Equação 20.

$$x = \frac{f_s \cdot A_s}{\alpha_c \cdot f_c \cdot \lambda \cdot b_w} \quad (20)$$

na qual,

- $f_s$  é a tensão de escoamento na armadura tracionada;
- $f_c$  é a resistência do concreto à compressão;
- $\lambda$  é o coeficiente que relaciona a profundidade do diagrama retangular de compressão equivalente e a profundidade efetiva da linha neutra;
- $\alpha_c$  é o parâmetro de redução da resistência do concreto na compressão;
- $A_s$  é a área da armadura tracionada.

A verificação dos domínios de deformação, analisando os limites da profundidade de linha neutra, são dados pelas Equações 21 e 22.

$$x_{23} = \frac{\varepsilon_{cu}}{\varepsilon_{cu} + 10\text{‰}} \cdot d \quad (21)$$

$$x_{34} = \frac{\varepsilon_{cu}}{\varepsilon_{cu} + \varepsilon_{yd}} \cdot d \quad (22)$$

sendo que,

- $\varepsilon_{cu}$  é a deformação específica de encurtamento do concreto na ruptura;
- $\varepsilon_{yd}$  é a deformação específica de escoamento do aço;
- $d$  é a altura útil da seção;
- $x_{23}$  é a profundidade da linha neutra no limite entre o domínio 2 e 3;
- $x_{34}$  é a profundidade da linha neutra no limite entre o domínio 3 e 4;

Em seguida, o momento resistente ( $M_r$ ) da seção analisada pode ser obtido por meio da Equação 23.

$$M_r = A_s \cdot f_s \cdot (d - 0,5 \cdot \lambda \cdot x) \quad (23)$$

Assim, para o objeto de estudo, a fim de determinar os modelos paramétricos considerando a variação da taxa de armadura, tem-se como parâmetros básicos, inerentes a todos os casos (armadura de continuidade passante pela laje ou passante pelo pilar), os dados dispostos na Tabela 5-5, os quais: ora foram obtidos por meio de ensaios experimentais realizados por Lacerda (2016) e constam no Capítulo Terceiro deste estudo, ora são coeficientes

segundo as instruções normativas da ABNT NBR 6118:2014; com exceção da tensão de escoamento das armaduras de 10 mm, cujo valor foi adotado especificamente para a realização da análise paramétrica.

Tabela 5-5 – Parâmetros utilizados para o estudo da posição da linha neutra.

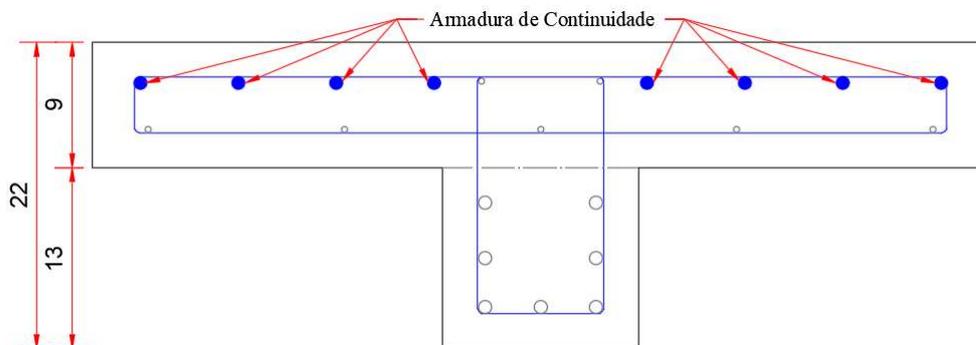
Parâmetros	Valores
$f_{c,m}$ (MPa)	42,01
$\lambda$	0,80
$\alpha_c$	0,85
$\epsilon_{cu}$ (‰)	3,50
$\epsilon_{yd}$ (‰)	2,07
$b_w$ (mm)	140,00
$h$ (mm)	220,00
$c$ (mm)	25,00
$\phi_{estribo}$ (mm)	5,00
$f_{y,m,\phi 8mm}$ (MPa)	618,00
$f_{y,m,\phi 10mm}$ (MPa)*	600,00
$f_{y,m,\phi 16mm}$ (MPa)	603,54

\*Valor adotado para as bitolas de  $\phi 10$  mm.

Fontes: LACERDA (2016) e ABNT NBR 6118:2014 – adaptado pelo autor.

Assim, utilizando as informações do protótipo com a armadura de continuidade passante pela laje, tem-se a seção transversal do conjunto laje-viga, na região do consolo do pilar, sujeita ao efeito de um momento fletor negativo, conforme a Figura 5-16.

Figura 5-16 – Esquema da armadura de continuidade passante pela laje da seção viga-laje na região do consolo – dimensões em centímetros.



Fonte: LACERDA (2016) – adaptado pelo autor.

Em sequência, utilizando as informações do protótipo com a armadura de continuidade passante pela laje e o roteiro de cálculo apresentado, garantindo a ductibilidade da seção transversal (a relação entre a profundidade da linha neutra e a altura útil deve ser igual ou menor

que 0,45), considerando a altura útil como a distância entre o centro de gravidade da armadura tracionada e a fibra mais comprimida da seção, respeitando as especificações da ABNT NBR 6118:2014, tem-se as informações para a elaboração dos modelos paramétricos dispostos na Tabela 5-6.

Tabela 5-6 – Características dos modelos paramétricos variando-se a taxa de armadura para os casos em que a armadura de continuidade é passante pela laje.

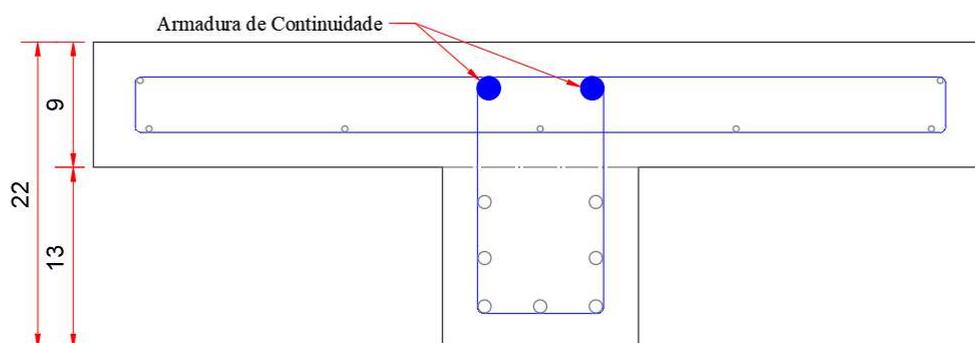
Modelos	Camadas	$A_s$ (mm <sup>2</sup> )	d (mm)	x (mm)	$x_{23}$ (mm)	$x_{34}$ (mm)	$M_r$ (kN.m)	Domínio
Modelos LC e LS (8 $\phi$ 8mm)	1	402,12	186,00	62,14	48,22	116,88	40,05	3
Paramétrico (6 $\phi$ 8mm)	1	301,59	186,00	46,60	48,22	116,88	31,19	2
Paramétrico (2 $\phi$ 10mm + 6 $\phi$ 8mm)	1	458,67	185,66	70,17	48,13	116,66	44,22	3
Paramétrico (6 $\phi$ 10mm)	1	471,24	185,00	70,70	47,96	116,25	44,31	3
Paramétrico (10 $\phi$ 8mm)	1	502,65	186,00	77,67	48,22	116,88	48,13	3

Fonte: o autor.

É possível observar que a consideração da seção transversal como retangular é válida, uma vez que a contribuição na compressão da mesa da seção apenas aconteceria caso os modelos estivessem no domínio 4, o que também reflete na consideração da resistência à compressão do concreto como sendo pertencente apenas às vigas pré-moldadas.

De forma análoga, foi executado o mesmo procedimento para os casos em que a armadura de continuidade é passante pelo pilar, segundo a Figura 5-17 e a Tabela 5-7.

Figura 5-17 – Esquema da armadura de continuidade passante pelo pilar da seção viga-laje na região do consolo – dimensões em centímetros.



Fonte: LACERDA (2016) – adaptado pelo autor.

Tabela 5-7 – Características dos modelos paramétricos variando-se a taxa de armadura para os casos em que a armadura de continuidade é passante pelo pilar.

Modelos	Camadas	$A_s$ (mm <sup>2</sup> )	d (mm)	x (mm)	$x_{23}$ (mm)	$x_{34}$ (mm)	$M_r$ (kN.m)	Domínio
Modelos PC e PS (2 $\phi$ 16mm)	1	402,12	182,00	60,68	47,19	114,36	38,28	3
Paramétrico (6 $\phi$ 8mm)	2	301,59	172,00	46,60	44,59	108,08	28,58	3
Paramétrico (4 $\phi$ 10mm + 2 $\phi$ 8mm)	2	414,69	172,29	62,67	44,67	108,26	36,90	3
Paramétrico (2 $\phi$ 16mm + 1 $\phi$ 8mm)	1	452,39	182,44	68,45	47,30	114,64	42,45	3
Paramétrico (6 $\phi$ 10mm)	2	471,24	171,00	70,70	44,33	107,45	40,35	3

Fonte: o autor.

Para os demais modelos paramétricos, os quais são variados a resistência do graute da interface consolo-viga, a resistência do concreto moldado *in loco*, a altura da laje maciça e o diâmetro do chumbador, suas características são apresentadas na Tabela 5-8.

Tabela 5-8 – Características dos modelos paramétricos variando-se a resistência do graute da interface consolo-viga, a resistência do concreto moldado *in loco*, a altura da laje e o diâmetro do chumbador.

Parâmetros	Modelo Piloto	Modelos Paramétricos
Resistência do Graute da Interface Consolo-Viga*	49,46 MPa	45 MPa; 55 MPa; 60 MPa e 65 MPa
Resistência do Concreto Moldado <i>in loco</i>	30,31 MPa	25 MPa; 35 MPa; 40 MPa e 45 MPa
Altura da Laje	9 cm	8 cm; 10 cm; 11 cm e 12 cm
Diâmetro do Chumbador	9,5 mm (3/8")	8 mm (5/16"); 13 mm (1/2"); 16 mm (5/8") e 19 mm (3/4")

\*Apenas para os casos que possuem graute na interface vertical consolo-viga.

Fonte: o autor.

Assim, tem-se para o modelo numérico, baseado nos protótipos elaborados por Lacerda (2016), para cada caso (LC, PC, LS e PS): quatro versões paramétricas variando-se a taxa de armadura, quatro variantes alterando-se a resistência do concreto moldado *in loco*, quatro variações modificando-se a altura da laje e quatro alterações mudando-se o diâmetro do chumbador; e, por fim, para apenas dois dos modelos-base, os que possuem graute na interface vertical consolo-viga (LC e PC), quatro versões alterando-se a resistência desse graute – totalizando 72 modelos paramétricos.

### 5.2.1 Armadura de Continuidade

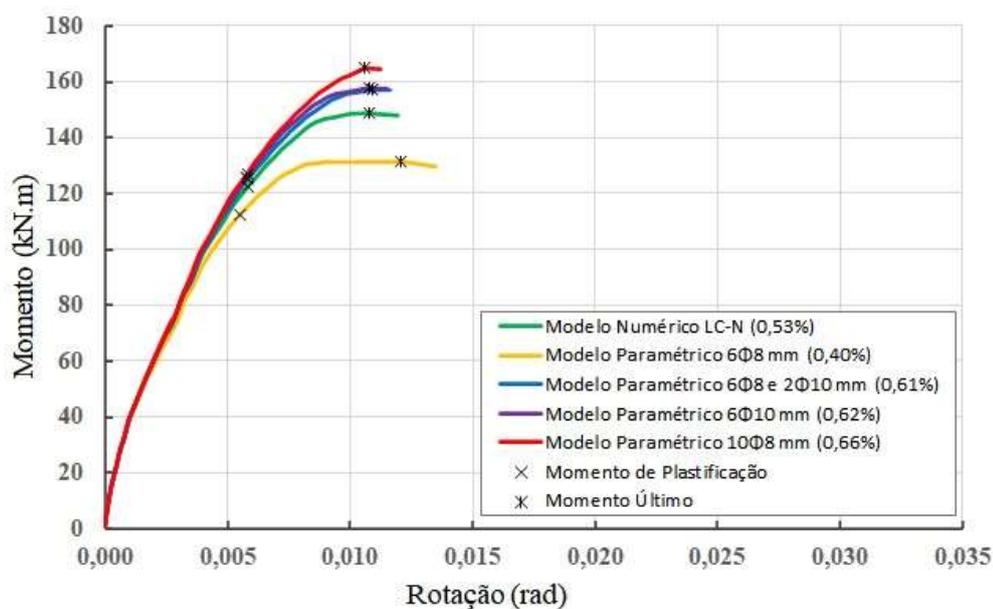
Neste t3pico s3o apresentados e analisados os resultados dos modelos param3tricos nos quais variou-se a taxa de armadura de continuidade.

Assim, as Figuras 5-18 e 5-19 mostram o comportamento das curvas momento-rota33o dos modelos num3ricos (LC-N e LS-N) para os casos LC e LS e de seus respectivos modelos param3tricos apresentados na Tabela 5-6.

Analisando as respostas dos modelos param3tricos para as curvas momento-rota33o, evidencia-se que a altera33o da taxa da armadura de continuidade afeta a capacidade resistiva, gerando um acréscimo nessa capacidade conforme aumenta-se a taxa de armadura ou um decréscimo quando reduzida essa taxa, ao compar3-los com os modelos num3ricos.

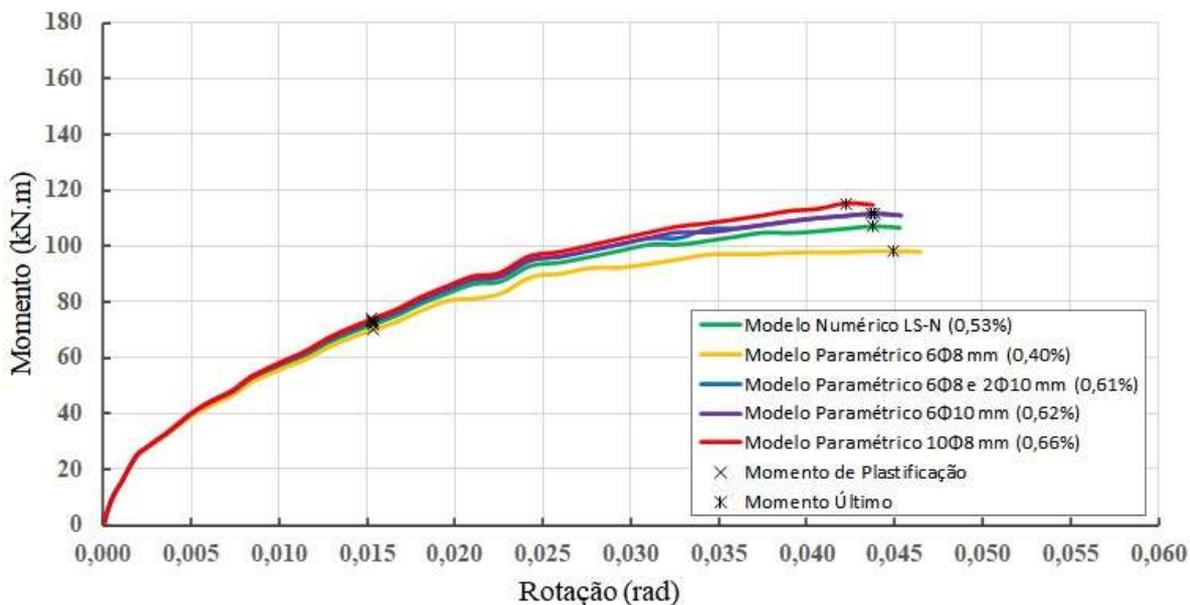
Atentando-se para os modelos param3tricos com 0,61% e 0,62% de taxa de armadura, pode-se verificar que seus comportamentos s3o praticamente iguais, tanto para LC quanto para LS, o que est3 totalmente coerente, pois apesar da diferen3a entre o di3metro e a disposi33o das armaduras utilizadas, a dist3ncia entre as resultantes de tra33o na armadura e de compress3o no concreto s3o praticamente as mesmas, o que pode ser visto na Tabela 5-6, na qual os momentos resistentes de norma obtidos tamb3m apresentam valores pr3ximos.

Figura 5-18 – Curvas momento-rota33o comparando o modelo num3rico com os modelos param3tricos variando-se a taxa da armadura de continuidade para o caso LC.



Fonte: o autor.

Figura 5-19 – Curvas momento-rotação comparando o modelo numérico com os modelos paramétricos variando-se a taxa da armadura de continuidade para o caso LS.



Fonte: o autor.

De modo geral, verifica-se que inicialmente o comportamento respeita uma certa linearidade, não havendo diferenças significativas entre os modelos numéricos e paramétricos; entretanto, conforme o carregamento evolui, os efeitos da plastificação e da não-linearidade tornam-se evidentes, uma vez que se inicia o processo de escoamento nas armaduras de continuidade.

As Tabelas 5-9 e 5-10 mostram os parâmetros extraídos das curvas momento-rotação para os casos LC e LS; sendo possível confirmar, de forma quantitativa, o efeito proveniente da alteração da taxa na armadura de continuidade sobre o modelo. Também, constatou-se que o aumento dessa armadura colaborou para a obtenção de modelos com uma rigidez secante maior; de mesmo modo, uma menor taxa de armadura reduziu o valor da rigidez secante.

Ao comparar-se a relação entre rigidezes nas Tabelas 5-9 e 5-10, é interessante ressaltar que os modelos paramétricos com presença de graute na interface vertical consolo-viga (caso LC) apresentaram um acréscimo na rigidez relativamente maior, ao aumentar-se a taxa da armadura de continuidade, quando comparados aos modelos paramétricos do caso LS.

No caso LC, a rigidez obtida atingiu até 4,4% a mais que a rigidez do modelo numérico de referência LC-N; enquanto que, para o caso LS, o ganho na rigidez foi de até 2,8% em relação ao modelo numérico de referência LS-N.

Tabela 5-9 – Valores numéricos e paramétricos da força de reação, do momento último e sua rotação, do momento de plastificação e sua rotação, da rigidez secante e da relação entre rigidezes para o caso LC variando-se a taxa da armadura de continuidade.

Caso	F/2 (kN)	$M_u$ (kN.m)	$\theta_u \cdot 10^3$ (rad)	$M_y$ (kN.m)	$\theta_y \cdot 10^3$ (rad)	$R_{sec}$ (kN.m/rad)	$R_{sec,p}/R_{sec,n}$
LC-N (0,53%)	138,98	148,72	10,785	122,37	5,841	20950	-
6 $\Phi$ 8 mm (0,40%)	122,82	131,41	12,073	112,61	5,530	20364	0,972
6 $\Phi$ 8 e 2 $\Phi$ 10 mm (0,61%)	146,84	157,12	10,884	125,28	5,832	21482	1,025
6 $\Phi$ 10 mm (0,62%)	147,31	157,62	10,775	125,73	5,792	21706	1,036
10 $\Phi$ 8 mm (0,66%)	154,29	165,09	10,603	126,86	5,799	21877	1,044

Fonte: o autor.

Tabela 5-10 – Valores numéricos e paramétricos da força de reação, do momento último e sua rotação, do momento de plastificação e sua rotação, da rigidez secante e da relação entre rigidezes para o caso LS variando-se a taxa da armadura de continuidade.

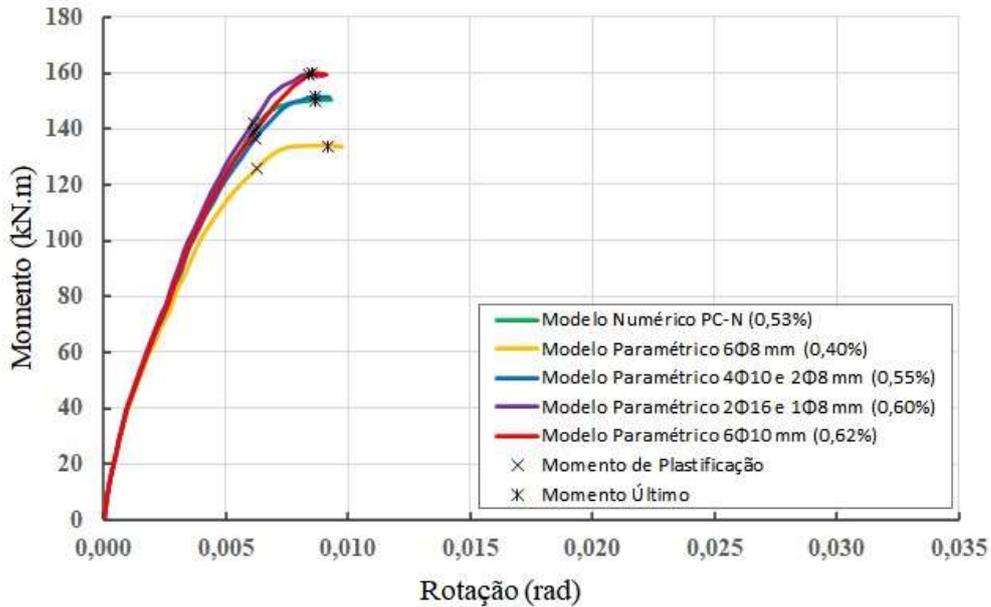
Caso	F/2 (kN)	$M_u$ (kN.m)	$\theta_u \cdot 10^3$ (rad)	$M_y$ (kN.m)	$\theta_y \cdot 10^3$ (rad)	$R_{sec}$ (kN.m/rad)	$R_{sec,p}/R_{sec,n}$
LS-N (0,53%)	100,10	107,11	43,766	71,94	15,320	4696	-
6 $\Phi$ 8 mm (0,40%)	91,54	97,95	44,965	69,89	15,351	4552	0,970
6 $\Phi$ 8 e 2 $\Phi$ 10 mm (0,61%)	104,21	111,51	43,817	72,93	15,315	4762	1,014
6 $\Phi$ 10 mm (0,62%)	104,41	111,72	43,719	73,14	15,245	4798	1,022
10 $\Phi$ 8 mm (0,66%)	107,63	115,16	42,255	73,77	15,282	4827	1,028

Fonte: o autor.

Prosseguindo com a análise, as Figuras 5-20 e 5-21 apresentam o comportamento das curvas momento-rotação do modelo numérico para os casos PC e PS e de seus respectivos modelos paramétricos apresentados na Tabela 5-7.

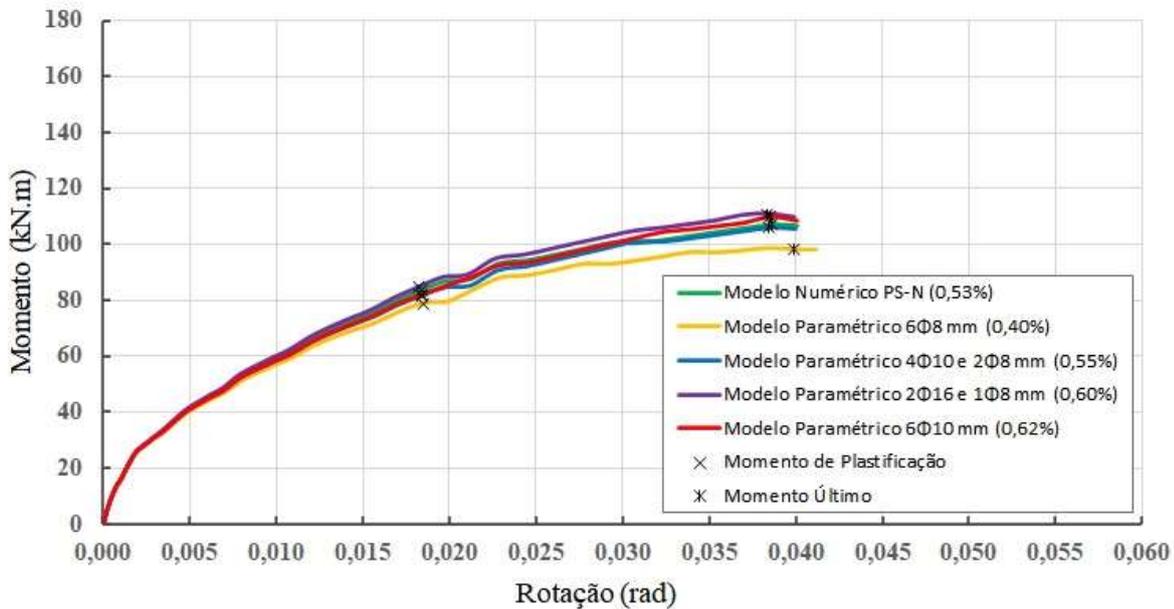
Diferentemente de como foi observado nos modelos LC e LS, o acréscimo da taxa de armadura de continuidade não necessariamente gerou uma melhora significativa no modelo numérico para o caso PC e PS; e, isso pode ser corroborado ao examinar-se a Tabela 5-7.

Figura 5-20 – Curvas momento-rotação comparando o modelo numérico com os modelos paramétricos variando-se a taxa da armadura de continuidade para o caso PC.



Fonte: o autor.

Figura 5-21 – Curvas momento-rotação comparando o modelo numérico com os modelos paramétricos variando-se a taxa da armadura de continuidade para o caso PS.



Fonte: o autor.

Por meio da Tabela 5-7, identifica-se que a alteração da armadura de continuidade levou, em alguns dos casos, a necessidade de aumentar-se o número de camadas a fim de acomodar as armaduras apropriadamente (respeitando as instruções normativas); por consequência, a distância entre as resultantes de tração na armadura e de compressão no concreto foi reduzida, afetando a capacidade resistiva da seção.

As Tabelas 5-11 e 5-12 dispõem os resultados obtidos por meio das curvas momento-rotação para os casos PC e PS, nas quais é possível confirmar a situação supracitada, principalmente ao verificar as rigidezes secantes dos modelos paramétricos e numéricos, bem como a relação entre as rigidezes.

Tabela 5-11 – Valores numéricos e paramétricos da força de reação, do momento último e sua rotação, do momento de plastificação e sua rotação, da rigidez secante e da relação entre rigidezes para o caso PC variando-se a taxa da armadura de continuidade.

<b>Caso</b>	<b>F/2 (kN)</b>	<b>M<sub>u</sub> (kN.m)</b>	<b>θ<sub>u</sub> ·10<sup>3</sup> (rad)</b>	<b>M<sub>y</sub> (kN.m)</b>	<b>θ<sub>y</sub> ·10<sup>3</sup> (rad)</b>	<b>R<sub>sec</sub> (kN.m/rad)</b>	<b>R<sub>sec,p</sub>/R<sub>sec,n</sub></b>
PC-N (0,53%)	140,36	150,19	8,674	138,94	6,139	22632	-
6Φ8 mm (0,40%)	125,18	133,94	9,151	125,58	6,250	20093	0,888
4Φ10 e 2Φ8 mm (0,55%)	141,93	151,86	8,629	136,74	6,179	22131	0,978
2Φ16 e 1Φ8 mm (0,60%)	148,83	159,25	8,416	142,16	6,110	23266	1,028
6Φ10 mm (0,62%)	149,43	159,89	8,551	139,64	6,205	22505	0,994

Fonte: o autor.

Tabela 5-12 – Valores numéricos e paramétricos da força de reação, do momento último e sua rotação, do momento de plastificação e sua rotação, da rigidez secante e da relação entre rigidezes para o caso PS variando-se a taxa da armadura de continuidade.

<b>Caso</b>	<b>F/2 (kN)</b>	<b>M<sub>u</sub> (kN.m)</b>	<b>θ<sub>u</sub> ·10<sup>3</sup> (rad)</b>	<b>M<sub>y</sub> (kN.m)</b>	<b>θ<sub>y</sub> ·10<sup>3</sup> (rad)</b>	<b>R<sub>sec</sub> (kN.m/rad)</b>	<b>R<sub>sec,p</sub>/R<sub>sec,n</sub></b>
PS-N (0,53%)	100,12	107,13	38,608	83,69	18,377	4554	-
6Φ8 mm (0,40%)	91,65	98,07	39,866	78,82	18,474	4267	0,937
4Φ10 e 2Φ8 mm (0,55%)	98,96	105,89	38,474	81,53	18,371	4438	0,975
2Φ16 e 1Φ8 mm (0,60%)	103,62	110,87	38,380	84,79	18,255	4645	1,020
6Φ10 mm (0,62%)	102,80	110,00	38,545	82,17	18,375	4472	0,982

Fonte: o autor.

Dando enfoque aos modelos paramétricos em que a taxa de armadura é igual a 0,55% e 0,62%, que são modelos que necessitaram da utilização de duas camadas conforme consta na Tabela 5-7, e avaliando a relação entre rigidezes, confirma-se que apesar da taxa de armadura

ser superior ao modelo numérico (PC-N e PS-N), as rigidezes secantes obtidas são inferiores. E, para o modelo paramétrico com 0,40%, que também possui duas camadas de armadura dos casos PC e PS, ao comparar-se a relação entre rigidezes para a mesma situação nos casos LC e LS que possuem apenas uma camada de armadura, verifica-se que a redução da rigidez secante é muito superior para os casos PC e PS, o que mais uma vez justifica o efeito proveniente da utilização de duas camadas de armadura.

O conjunto viga-laje apresentado nas Figuras 5-16 e 5-17 revela que a altura da seção no trecho crítico é de 22 centímetros; assim, é evidente que o efeito da utilização de múltiplas camadas de armadura poderia ser minimizado ao aumentar-se a altura dessa seção.

É importante ressaltar que apesar da variação da área da armadura de continuidade tracionada ( $A_s$ ) ser considerável, o valor da taxa de armadura não apresentou variações tão significativas, em vista da elevada área da seção transversal da peça. Além disso, consoante àquilo que foi visto na análise da profundidade da linha neutra, variações na área da armadura de continuidade maiores que as utilizadas nos modelos paramétricos seriam suficientes para que o critério de ductibilidade da norma ABNT NBR 6118:2014 não fosse satisfeito.

## 5.2.2 Resistência do Graute da Interface Vertical Consolo-Viga

Neste item, variou-se a resistência do graute da interface vertical consolo-viga do modelo numérico para os casos LC e PC. Para tal, foi necessária a utilização das Equações 11, 12, 13, 14, 15, 16 e 17 para a determinação de parâmetros indispensáveis ao modelo, apresentados na Tabela 5-13.

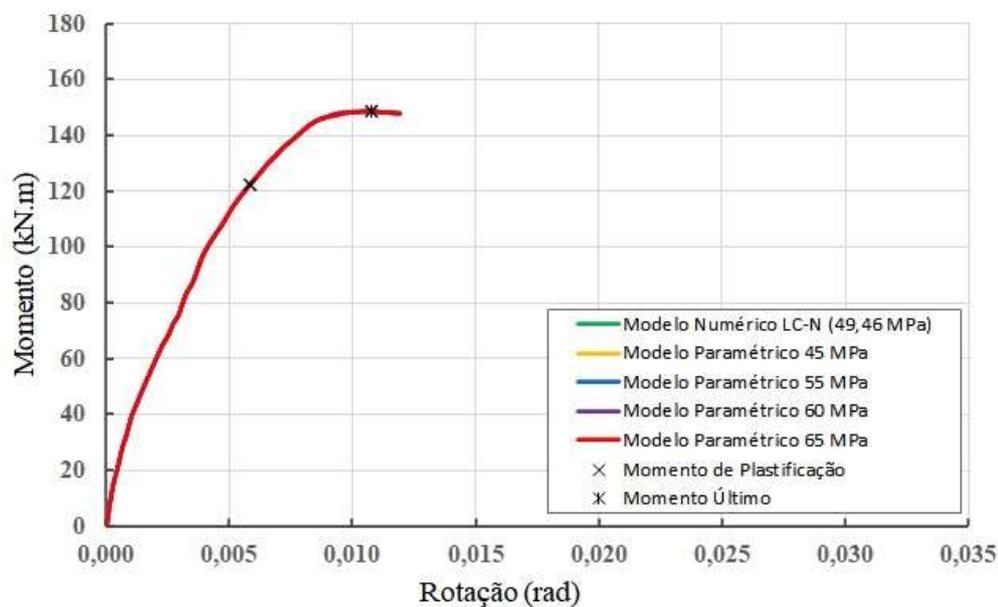
Tabela 5-13 – Resistência à compressão, energia de fratura à compressão, resistência à tração, energia de fratura à tração e módulo de elasticidade do graute para a elaboração dos modelos paramétricos variando-se a resistência do graute da interface vertical consolo-viga.

<b>Modelo</b>	$f_{c,m}$ (MPa)	$G_c$ (N/m)	$f_{ct,m}$ (MPa)	$G_f$ (N/m)	$E_{ci}$ (GPa)
Numérico	49,46	7488	3,9	149,76	38
Paramétrico	45	7373	3,6	147,46	36
	55	7620	4,1	152,40	40
	60	7731	4,2	154,63	41
	65	7836	4,4	156,71	42

Fonte: o autor.

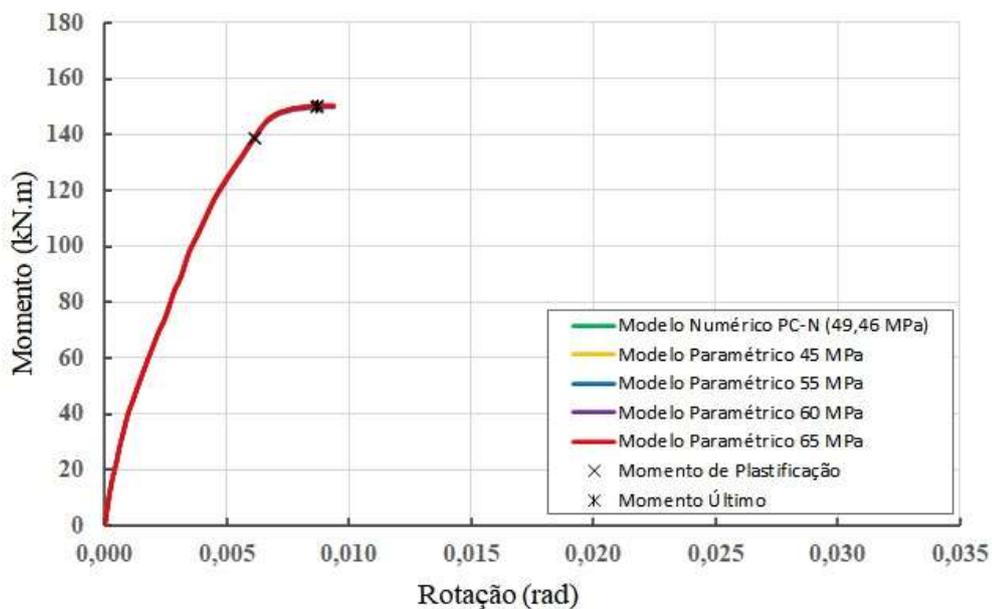
As Figuras 5-22 e 5-23 dispõem as curvas momento-rotação do modelo numérico e dos modelos paramétricos para os casos LC e PC.

Figura 5-22 – Curvas momento-rotação comparando o modelo numérico com os modelos paramétricos variando-se a resistência do graute da interface consolo-viga para o caso LC.



Fonte: o autor.

Figura 5-23 – Curvas momento-rotação comparando o modelo numérico com os modelos paramétricos variando-se a resistência do graute da interface consolo-viga para o caso PC.



Fonte: o autor.

Ao analisar-se as curvas, nota-se que apesar de variar-se a resistência do graute da interface consolo-viga, os resultados não sofreram alterações significativas, ou seja, as respostas apresentadas coincidem entre si, tanto para o caso LC quanto para o caso PC.

O preenchimento de graute na interface vertical consolo-viga afeta consideravelmente a forma de ruptura do protótipo. Enquanto que, para os protótipos sem preenchimento de graute, a concentração de tensões ocorre na região próxima ao vão entre a face inferior do consolo e a face inferior da viga; para os protótipos com preenchimento de graute, as tensões se concentram na face inferior interna dos consolos, próxima ao pilar.

Considerando que, para todos os casos, a resistência da interface vertical consolo-viga supera tanto a resistência do concreto pré-moldado quanto a resistência do concreto moldado *in loco*; bem como a representação de forma ideal do preenchimento dessa interface com graute na construção dos modelos numéricos (discorrido no início deste capítulo); e, também, a não-alteração das rigidezes normais e tangenciais das interfaces entre elementos (presentes na Tabela 5-3) – os resultados apresentados mostram-se coerentes.

É importante ressaltar que as rigidezes normais e tangenciais da interface consolo-viga possuem um papel fundamental para a definição do comportamento dos modelos. Normalmente, os valores utilizados para representar essas interfaces são obtidos por tentativas, similarmente ao feito para o modelo numérico apresentado no Item 5.1; portanto, para definir-se valores de rigidezes na interface consolo-viga que representem apropriadamente as modificações feitas à resistência do graute, seria necessário o desenvolvimento de um estudo numérico-experimental, a fim de avaliar o comportamento dessa interface conforme as características dos materiais são modificadas.

As Tabelas 5-14 e 5-15 mostram os resultados obtidos por meio das curvas dispostas nas Figuras 5-22 e 5-23, para os casos LC e PC, respectivamente.

Verifica-se que as força de reação máximas, os momentos de plastificação e suas rotações, os momentos últimos e suas rotações, as rigidezes secantes e a relação entre rigidezes permaneceram constantes apesar das modificações feitas aos modelos paramétricos para ambos os casos, assim como havia sido constatado nas curvas momento-rotação apresentadas.

Tabela 5-14 – Valores numéricos e paramétricos da força de reação, do momento último e sua rotação, do momento de plastificação e sua rotação, da rigidez secante e da relação entre rigidezes para o caso LC variando-se a resistência do graute da interface vertical consolo-viga.

Caso	F/2 (kN)	M <sub>u</sub> (kN.m)	θ <sub>u</sub> · 10 <sup>3</sup> (rad)	M <sub>y</sub> (kN.m)	θ <sub>y</sub> · 10 <sup>3</sup> (rad)	R <sub>sec</sub> (kN.m/rad)	R <sub>sec,p</sub> /R <sub>sec,n</sub>
LC-N (49,46 MPa)	138,98	148,72	10,785	122,37	5,841	20950	-
45 MPa	139,00	148,73	10,786	122,37	5,842	20947	1,000
55 MPa	138,92	148,64	10,785	122,37	5,841	20951	1,000
60 MPa	138,92	148,64	10,785	122,38	5,840	20954	1,000
65 MPa	139,00	148,73	10,783	122,37	5,840	20954	1,000

Fonte: o autor.

Tabela 5-15 – Valores numéricos e paramétricos da força de reação, do momento último e sua rotação, do momento de plastificação e sua rotação, da rigidez secante e da relação entre rigidezes para o caso PC variando-se a resistência do graute da interface vertical consolo-viga.

Caso	F/2 (kN)	M <sub>u</sub> (kN.m)	θ <sub>u</sub> · 10 <sup>3</sup> (rad)	M <sub>y</sub> (kN.m)	θ <sub>y</sub> · 10 <sup>3</sup> (rad)	R <sub>sec</sub> (kN.m/rad)	R <sub>sec,p</sub> /R <sub>sec,n</sub>
PC-N (49,46 MPa)	140,36	150,19	8,674	138,94	6,139	22632	-
45 MPa	140,41	150,23	8,717	138,94	6,156	22571	0,997
55 MPa	140,35	150,17	8,673	138,94	6,139	22634	1,000
60 MPa	140,37	150,20	8,674	138,94	6,138	22634	1,000
65 MPa	140,38	150,20	8,713	138,94	6,154	22578	0,998

Fonte: o autor.

### 5.2.3 Resistência do Concreto Moldado *in loco*

Similarmente ao feito no Item 5.2.2, foi necessária a utilização das Equações 11, 12, 13, 14, 15, 16 e 17 para a determinação de alguns parâmetros para a elaboração dos modelos paramétricos nos quais se variou a resistência do concreto moldado *in loco*, presente na laje. Assim, a Tabela 5-16 mostra os parâmetros complementares obtidos pelas expressões mencionadas.

Tabela 5-16 – Resistência à compressão, energia de fratura à compressão, resistência à tração, energia de fratura à tração e módulo de elasticidade do graute para a elaboração dos modelos paramétricos variando-se a resistência do concreto moldado *in loco*.

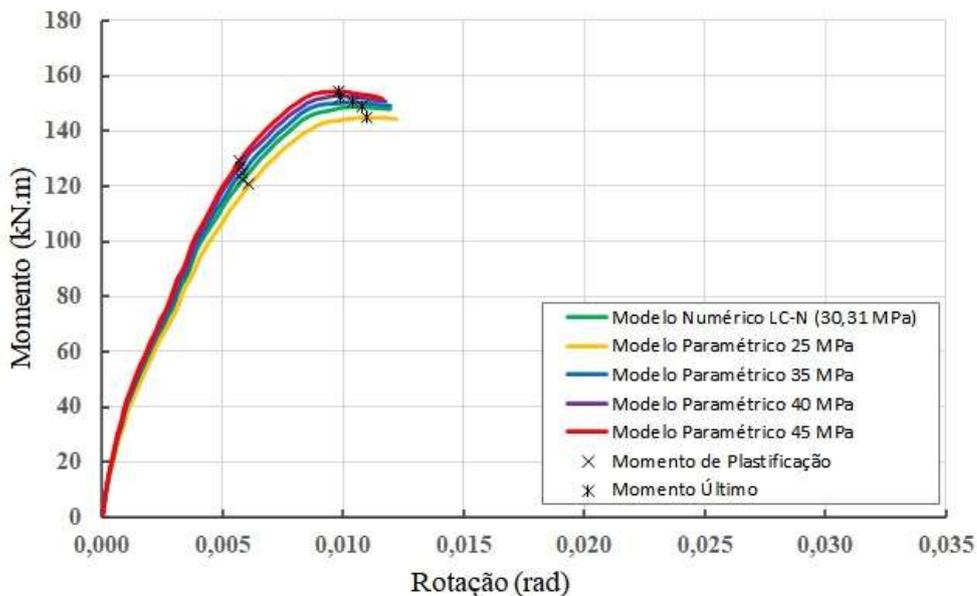
Modelo	$f_{c,m}$ (MPa)	$G_c$ (N/m)	$f_{ct,m}$ (MPa)	$G_f$ (N/m)	$E_{ci}$ (GPa)
Numérico	30,31	6922	2,7	138,45	31
Paramétrico	25	6720	2,3	134,41	26
	35	7081	3,0	141,61	32
	40	7233	3,3	144,67	34
	45	7373	3,6	147,46	36

Fonte: o autor.

O comportamento apresentado pelas curvas momento-rotação para os casos LC e LS está disposto nas Figuras 5-24 e 5-25, tanto para o modelo numérico, quanto para os modelos paramétricos nos quais foram alteradas a resistência do concreto moldado *in loco*.

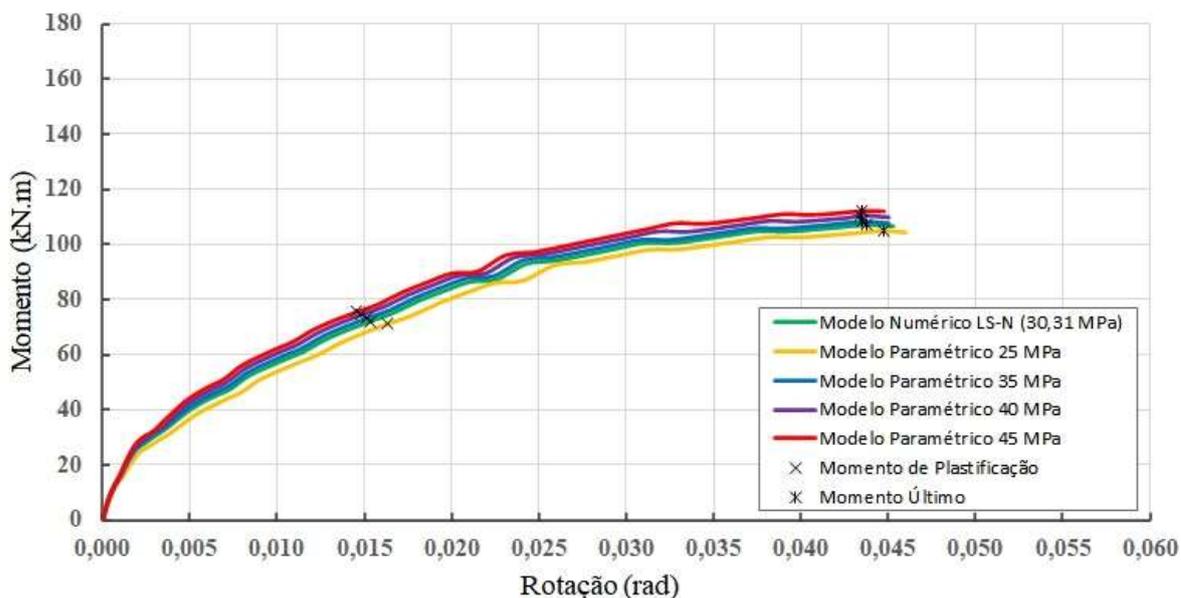
Analisando-se o comportamento das curvas do caso LC e do caso LS, verificou-se que a modificação da resistência do concreto moldado *in loco* tornou o modelo mais resistente, conforme aumentava-se essa resistência, e menos resistente, ao reduzi-la; com alterações relativamente pequenas, em vista da amplitude dos valores de resistência utilizados nessa análise paramétrica em relação ao valor base do modelo numérico (30,31 MPa).

Figura 5-24 – Curvas momento-rotação comparando o modelo numérico com os modelos paramétricos modificando-se a resistência do concreto moldado *in loco* para o caso LC.



Fonte: o autor.

Figura 5-25 – Curvas momento-rotação comparando o modelo numérico com os modelos paramétricos modificando-se a resistência do concreto moldado *in loco* para o caso LS.



Fonte: o autor.

Estabelecendo um paralelo com as equações normativas apresentadas no Item 5.2, utilizadas para o estudo da profundidade de linha neutra, observa-se que o modelo normativo empregado despreza a contribuição do concreto à tração; o que seguindo essa linha de raciocínio, levaria a respostas praticamente iguais entre modelo numérico e modelos paramétricos, uma vez que o concreto moldado *in loco* está presente somente na laje maciça que, por sua vez, está sob efeito de esforços de tração.

No entanto, é evidente que o comportamento utilizado no modelo normativo não ocorreu integralmente; pois, conforme apresentado na Tabela 5-1, a contribuição do concreto à tração foi considerada seguindo um comportamento exponencial (Figura 4-12-f), dependente da energia de fratura à tração, e atrelada a um modelo de dano por fissuração.

Os resultados obtidos por meio das curvas presentes nas Figuras 5-24 e 5-25, para os casos LC e PC, estão dispostos respectivamente nas Tabelas 5-17 e 5-18.

Analisando a rigidez secante e a relação entre rigidezes, observa-se que a alteração da resistência do concreto moldado *in loco* teve um efeito considerável; o que se deve ao fato que a resistência à tração do concreto e sua energia de fratura exercem um certo controle em relação ao início do escoamento das armaduras de continuidade, e conseqüentemente, à rigidez secante.

Tabela 5-17 – Valores numéricos e paramétricos da força de reação, do momento último e sua rotação, do momento de plastificação e sua rotação, da rigidez secante e da relação entre rigidezes para o caso LC variando-se a resistência do concreto moldado *in loco*.

Caso	F/2 (kN)	M <sub>u</sub> (kN.m)	θ <sub>u</sub> ·10 <sup>3</sup> (rad)	M <sub>y</sub> (kN.m)	θ <sub>y</sub> ·10 <sup>3</sup> (rad)	R <sub>sec</sub> (kN.m/rad)	R <sub>sec,p</sub> /R <sub>sec,n</sub>
LC-N (30,31 MPa)	138,99	148,72	10,785	122,37	5,841	20950	-
25 MPa	135,54	145,03	10,964	120,51	6,081	19817	0,946
35 MPa	140,58	150,42	10,400	124,98	5,836	21416	1,022
40 MPa	142,47	152,44	9,899	127,17	5,763	22066	1,053
45 MPa	144,12	154,21	9,781	129,00	5,687	22684	1,083

Fonte: o autor.

Tabela 5-18 – Valores numéricos e paramétricos da força de reação, do momento último e sua rotação, do momento de plastificação e sua rotação, da rigidez secante e da relação entre rigidezes para o caso LS variando-se a resistência do concreto moldado *in loco*.

Caso	F/2 (kN)	M <sub>u</sub> (kN.m)	θ <sub>u</sub> ·10 <sup>3</sup> (rad)	M <sub>y</sub> (kN.m)	θ <sub>y</sub> ·10 <sup>3</sup> (rad)	R <sub>sec</sub> (kN.m/rad)	R <sub>sec,p</sub> /R <sub>sec,n</sub>
LS-N (30,31 MPa)	100,10	107,11	43,766	71,94	15,320	4696	-
25 MPa	97,90	104,75	44,726	71,12	16,374	4344	0,925
35 MPa	101,16	108,24	43,481	73,37	15,186	4831	1,029
40 MPa	103,24	110,47	43,408	74,52	14,847	5019	1,069
45 MPa	104,79	112,12	43,471	75,48	14,530	5195	1,106

Fonte: o autor.

Realizando um comparativo entre a relação de rigidezes dos casos LC e LS, nota-se que o ganho na rigidez ao aumentar-se a resistência do concreto moldado *in loco* foi maior para o caso paramétrico LS, com um acréscimo de até 10,6% na rigidez; enquanto que, para o caso LC, o acréscimo máximo obtido foi de 8,3%. Da mesma forma, ao reduzir a resistência do concreto moldado *in loco*, a perda observada na rigidez foi maior para o caso LS.

A seção crítica do modelo LS, na região da interface consolo-viga, na qual não há preenchimento de graute, apresenta uma relação entre a altura da laje e a altura total igual a

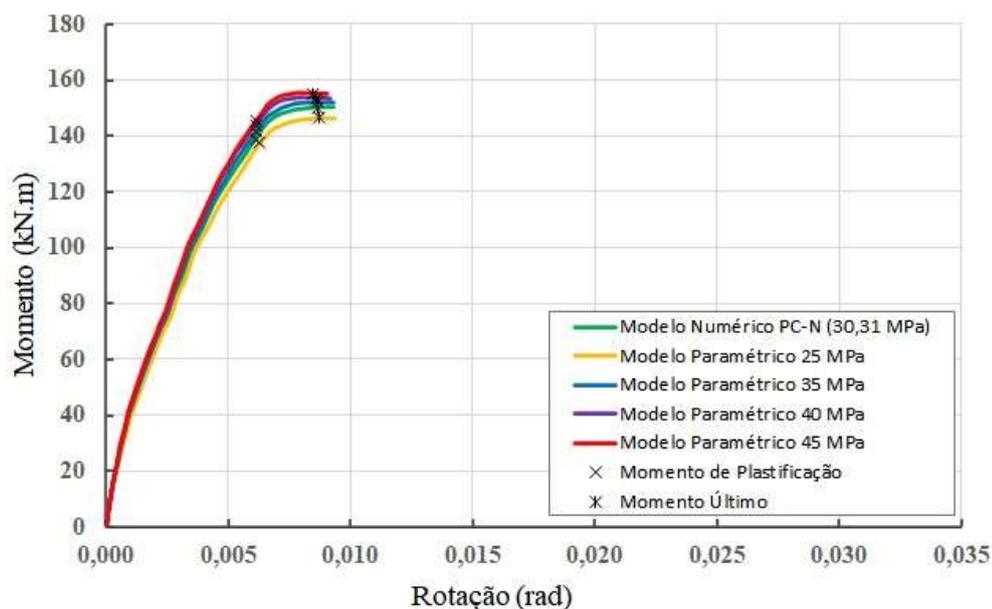
0,409; e, a seção crítica do modelo LC, igual a 0,231 – o que demonstra o motivo pelo qual a rigidez dos modelos do caso LS é mais sensível a alterações deste parâmetro, visto que a seção transversal crítica é composta proporcionalmente mais por elementos em concreto moldado *in loco*, em relação ao caso LC.

Prosseguindo com a análise, as Figuras 5-26 e 5-27 mostram os resultados das curvas momento-rotação para os casos PC e PS, nos quais variou-se a resistência do concreto moldado *in loco*.

É possível notar que a mesma situação evidenciada nos casos LC e LS também é observada nos casos PC e PS, na qual o modelo do material à tração influencia na resistência e na rigidez do modelo numérico, conforme variam-se a resistência à tração e a energia de fratura; independentemente do posicionamento da armadura de continuidade na mesa tracionada da seção T invertida, o que está em concordância com o esperado.

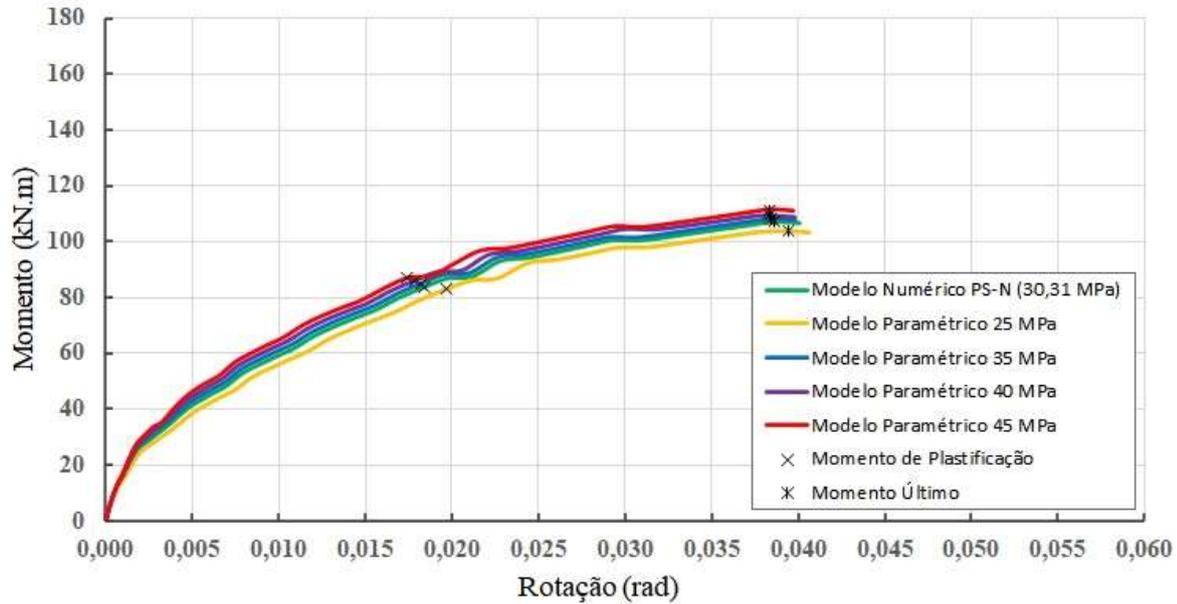
Similarmente, os modelos paramétricos dos casos PC e PS tornam-se mais resistentes e mais rígidos na proporção em que a resistência do concreto moldado *in loco* aumenta, e com menor resistência e rigidez ao reduzir-se a resistência do concreto moldado *in loco*.

Figura 5-26 – Curvas momento-rotação comparando o modelo numérico com os modelos paramétricos modificando-se a resistência do concreto moldado *in loco* para o caso PC.



Fonte: o autor.

Figura 5-27 – Curvas momento-rotação comparando o modelo numérico com os modelos paramétricos modificando-se a resistência do concreto moldado *in loco* para o caso PS.



Fonte: o autor.

As Tabelas 5-19 e 5-20 compilam os parâmetros obtidos por meio das curvas momento-rotação e força-deslocamento para os casos PC e PS, respectivamente; novamente evidenciando a atuação da contribuição da resistência à tração do concreto moldado *in loco* na capacidade resistiva e na rigidez secante do modelo numérico.

Tabela 5-19 – Valores numéricos e paramétricos da força de reação, do momento último e sua rotação, do momento de plastificação e sua rotação, da rigidez secante e da relação entre rigidezes para o caso PC alterando-se a resistência do concreto moldado *in loco*.

Caso	F/2 (kN)	$M_u$ (kN.m)	$\theta_u \cdot 10^3$ (rad)	$M_y$ (kN.m)	$\theta_y \cdot 10^3$ (rad)	$R_{sec}$ (kN.m/rad)	$R_{sec,p}/R_{sec,n}$
PC-N (30,31 MPa)	140,36	150,19	8,674	138,94	6,139	22632	-
25 MPa	137,06	146,65	8,715	137,64	6,294	21869	0,966
35 MPa	142,08	152,03	8,676	141,69	6,171	22961	1,015
40 MPa	143,43	153,47	8,566	143,51	6,139	23376	1,033
45 MPa	145,10	155,25	8,461	145,33	6,111	23782	1,051

Fonte: o autor.

Tabela 5-20 – Valores numéricos e paramétricos da força de reação, do momento último e sua rotação, do momento de plastificação e sua rotação, da rigidez secante e da relação entre rigidezes para o caso PS alterando-se a resistência do concreto moldado *in loco*.

Caso	F/2 (kN)	M <sub>u</sub> (kN.m)	θ <sub>u</sub> · 10 <sup>3</sup> (rad)	M <sub>y</sub> (kN.m)	θ <sub>y</sub> · 10 <sup>3</sup> (rad)	R <sub>sec</sub> (kN.m/rad)	R <sub>sec,p</sub> /R <sub>sec,n</sub>
PS-N (30,31 MPa)	100,12	107,13	38,608	83,69	18,377	4554	-
25 MPa	97,28	104,09	39,404	83,16	19,640	4234	0,930
35 MPa	101,13	108,21	38,414	85,07	18,219	4670	1,025
40 MPa	102,11	109,26	38,339	86,01	17,825	4825	1,060
45 MPa	104,02	111,30	38,318	86,80	17,442	4977	1,093

Fonte: o autor.

Observa-se que os modelos paramétricos do caso PS também se mostraram mais sensíveis à variação da resistência do concreto moldado *in loco* quando comparados ao obtido pelos modelos paramétricos do caso PC; o que está relacionado aos mesmos fatores evidenciados ao comparar-se os casos LC e LS.

#### 5.2.4 Altura da Laje

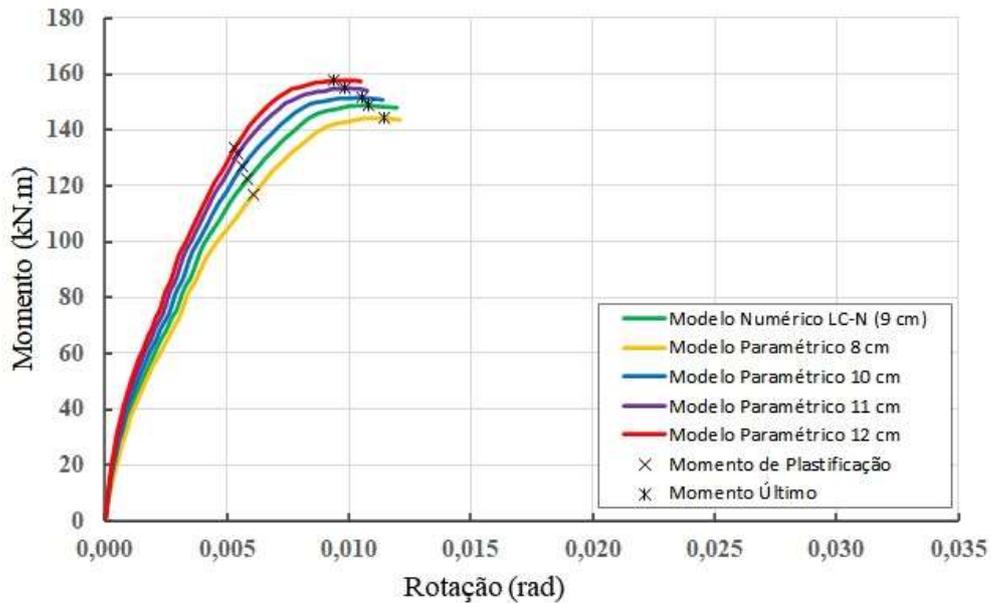
Prosseguindo com os modelos paramétricos, foi realizada a modificação da altura da laje de concreto moldado *in loco*; adaptando-se as armaduras transversais, longitudinais e de continuidade, de modo que o aspecto dos protótipos apresentados no Capítulo Terceiro fosse preservado. As Figuras 5-28 e 5-29 apresentam as repostas numéricas e paramétricas das curvas momento-rotação dos casos LC e LS.

Verificou-se que o comportamento desde o trecho inicial dos modelos paramétricos em que se modificou a altura da laje apresentou um comportamento não coincidente; diferentemente das repostas dos modelos paramétricos em que se variou a taxa de armadura de continuidade, nos quais o trecho inicial coincidia apesar da mudança dessa taxa, e dos modelos paramétricos em que se alterou a resistência do concreto moldado *in loco*, nos quais as mudanças se desenvolviam conforme o processo de fissuração avançava.

Esse comportamento evidenciado é dependente da alteração das características geométricas da seção transversal, uma vez que a altura da peça exerce elevada influência no

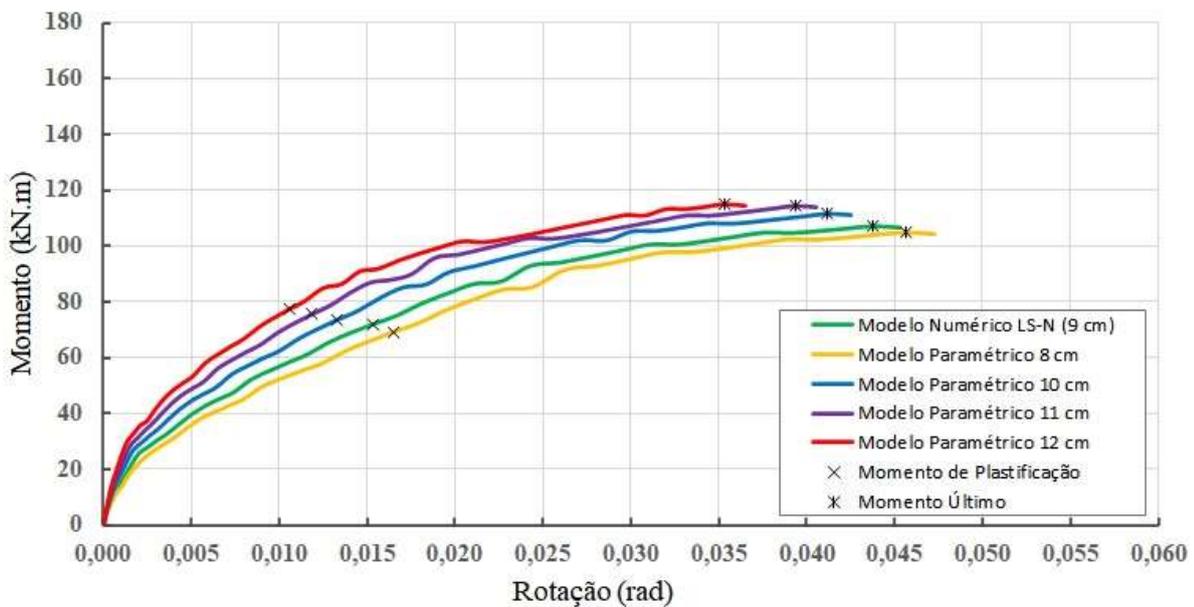
momento de inércia da seção, independentemente do Estádio em que a peça se encontra; tornando a seção mais rígida, conforme aumenta-se a altura, ou menos rígida, quando diminui-se a altura.

Figura 5-28 – Curvas momento-rotação comparando o modelo numérico com os modelos paramétricos variando-se a altura da laje para o caso LC.



Fonte: o autor.

Figura 5-29 – Curvas momento-rotação comparando o modelo numérico com os modelos paramétricos variando-se a altura da laje para o caso LS.



Fonte: o autor.

Outro fator importante a ser considerado é a condição imposta quanto à conservação do aspecto da seção transversal; na qual alterava-se a posição das armaduras longitudinais e de continuidade, fixando-se a distância delas em relação ao cobrimento; e, aumentava-se ou diminuía-se o comprimento dos estribos, conforme a altura da laje variava. Isso, por sua vez, afetou a distância entre as resultantes de tração e de compressão (braço de alavanca) da seção transversal, o que está totalmente ligado à capacidade resistiva da peça, conforme apresentado pela Equação 23.

As Tabelas 5-21 e 5-22 mostram as informações obtidas por meio das curvas apresentadas nas Figuras 5-38, 5-39, 5-40 e 5-41 para os casos LC e LS; nas quais fica evidente e também confirma a contribuição da altura da laje para a rigidez e para a capacidade resistiva da ligação estudada, concordante à exposição apresentada.

Analisando a relação entre rigidezes, é interessante ressaltar que o ganho na rigidez, conforme aumentava-se a altura da laje, foi proporcionalmente maior para o caso LS em relação ao caso LC; e isso está atrelado ao preenchimento de graute na interface vertical consolo-viga.

Se a altura da peça na seção crítica de LS é apenas de 22 cm, cada incremento confere um ganho na altura aproximado de 4,5%; no entanto, para LC, no qual existe preenchimento com graute nessa região, a altura da peça, ao longo de todo o seu comprimento, torna-se 39 cm (de forma ideal), o que conferiria um ganho aproximado de 2,6% por incremento de altura.

Tabela 5-21 – Valores numéricos e paramétricos da força de reação, do momento último e sua rotação, do momento de plastificação e sua rotação, da rigidez secante e da relação entre rigidezes para o caso LC variando-se a altura da laje.

Caso	F/2 (kN)	M <sub>u</sub> (kN.m)	θ <sub>u</sub> · 10 <sup>3</sup> (rad)	M <sub>y</sub> (kN.m)	θ <sub>y</sub> · 10 <sup>3</sup> (rad)	R <sub>sec</sub> (kN.m/rad)	R <sub>sec,p</sub> /R <sub>sec,n</sub>
LC-N (9 cm)	138,99	148,72	10,785	122,37	5,841	20950	-
8 cm	134,93	144,37	11,473	116,99	6,105	19162	0,915
10 cm	141,75	151,67	10,561	126,80	5,630	22522	1,075
11 cm	144,82	154,96	9,842	131,37	5,436	24167	1,154
12 cm	147,26	157,57	9,379	133,94	5,335	25108	1,198

Fonte: o autor.

Tabela 5-22 – Valores numéricos e paramétricos da força de reação, do momento último e sua rotação, do momento de plastificação e sua rotação, da rigidez secante e da relação entre rigidezes para o caso LS variando-se a altura da laje.

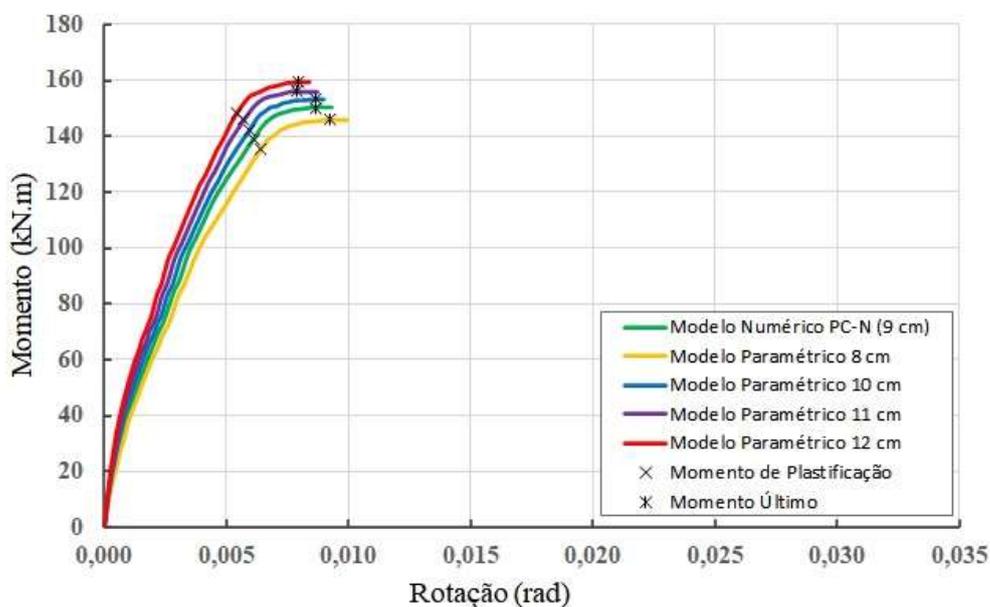
Caso	F/2 (kN)	$M_u$ (kN.m)	$\theta_u \cdot 10^3$ (rad)	$M_y$ (kN.m)	$\theta_y \cdot 10^3$ (rad)	$R_{sec}$ (kN.m/rad)	$R_{sec,p}/R_{sec,n}$
LS-N (9 cm)	100,10	107,11	43,766	71,94	15,320	4696	-
8 cm	98,02	104,88	45,647	69,27	16,545	4187	0,892
10 cm	104,41	111,71	41,194	73,64	13,316	5530	1,178
11 cm	106,96	114,45	39,346	75,60	11,868	6370	1,357
12 cm	107,31	114,83	35,314	77,34	10,592	7302	1,555

Fonte: o autor.

Assim, o ganho relativo na altura da seção é maior para o caso LS, do que para o caso LC; o que justifica um aumento maior na rigidez em LS, quando comparado a LC, para cada acréscimo na altura da laje de concreto moldada *in loco*.

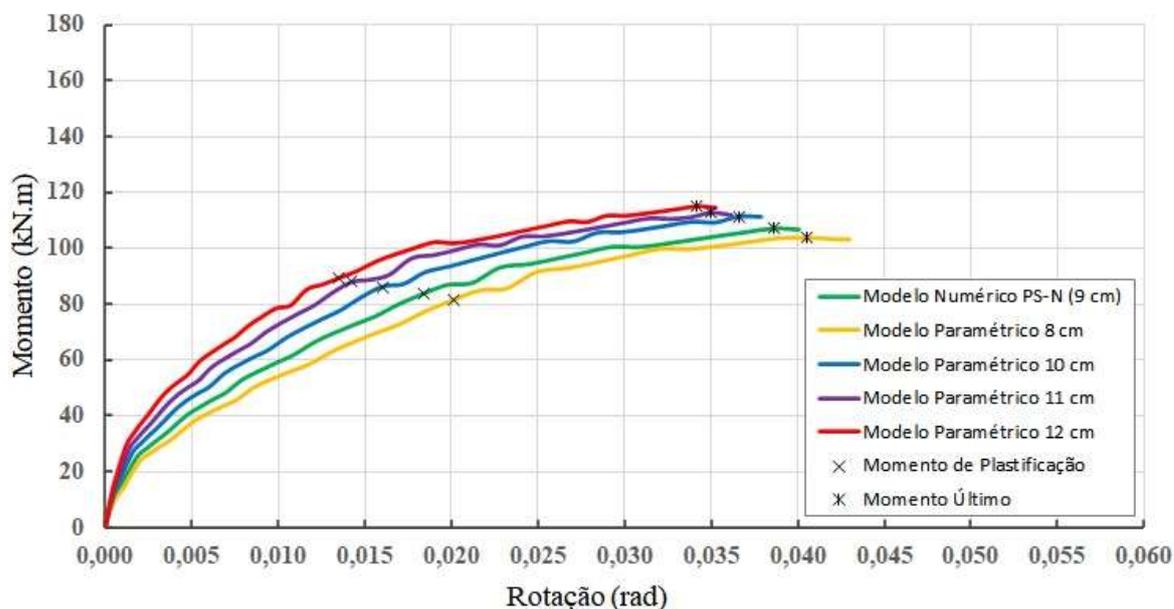
Analogamente, observou-se os mesmos comportamentos para os casos PC e PS, cujas respostas estão dispostas nas Figuras 5-30 e 5-31.

Figura 5-30 – Curvas momento-rotação comparando o modelo numérico com os modelos paramétricos variando-se a altura da laje para o caso PC.



Fonte: o autor.

Figura 5-31 – Curvas momento-rotação comparando o modelo numérico com os modelos paramétricos variando-se a altura da laje para o caso PS.



Fonte: o autor.

Do mesmo modo, observou-se um ganho na rigidez e na capacidade resistiva da seção conforme havia aumento na altura da laje; e uma diminuição nessas propriedades, quando se reduzia essa altura.

As Tabelas 5-23 e 5-24 apresentam os parâmetros extraídos das curvas momento-rotação para os casos PC e PS.

Tabela 5-23 – Valores numéricos e paramétricos da força de reação, do momento último e sua rotação, do momento de plastificação e sua rotação, da rigidez secante e da relação entre rigidezes para o caso PC variando-se a altura da laje.

Caso	F/2 (kN)	$M_u$ (kN.m)	$\theta_u \cdot 10^3$ (rad)	$M_y$ (kN.m)	$\theta_y \cdot 10^3$ (rad)	$R_{sec}$ (kN.m/rad)	$R_{sec,p}/R_{sec,n}$
PC-N (9 cm)	140,36	150,19	8,674	138,94	6,139	22632	-
8 cm	136,66	146,23	9,255	135,40	6,422	21085	0,932
10 cm	143,44	153,48	8,675	142,10	5,920	24002	1,061
11 cm	146,09	156,32	7,908	146,11	5,704	25617	1,132
12 cm	149,05	159,49	7,918	148,21	5,428	27305	1,206

Fonte: o autor.

Tabela 5-24 – Valores numéricos e paramétricos da força de reação, do momento último e sua rotação, do momento de plastificação e sua rotação, da rigidez secante e da relação entre rigidezes para o caso PS variando-se a altura da laje.

Caso	F/2 (kN)	M <sub>u</sub> (kN.m)	θ <sub>u</sub> · 10 <sup>3</sup> (rad)	M <sub>y</sub> (kN.m)	θ <sub>y</sub> · 10 <sup>3</sup> (rad)	R <sub>sec</sub> (kN.m/rad)	R <sub>sec,p</sub> /R <sub>sec,n</sub>
PS-N (9 cm)	100,12	107,13	38,608	83,69	18,377	4554	-
8 cm	97,17	103,97	40,562	81,55	20,094	4059	0,891
10 cm	103,87	111,14	36,602	86,07	16,021	5373	1,180
11 cm	105,51	112,89	34,986	88,06	14,242	6183	1,358
12 cm	107,54	115,07	34,174	89,49	13,528	6615	1,453

Fonte: o autor.

Além das considerações feitas aos casos LC e LS também serem válidas para os casos PC e PS, é interessante ressaltar que a relação entre rigidezes de certa forma manteve-se proporcional, ou seja, o comportamento demonstrado em LC se assemelha ao exibido por PC e do mesmo modo, o de LS ao de PS.

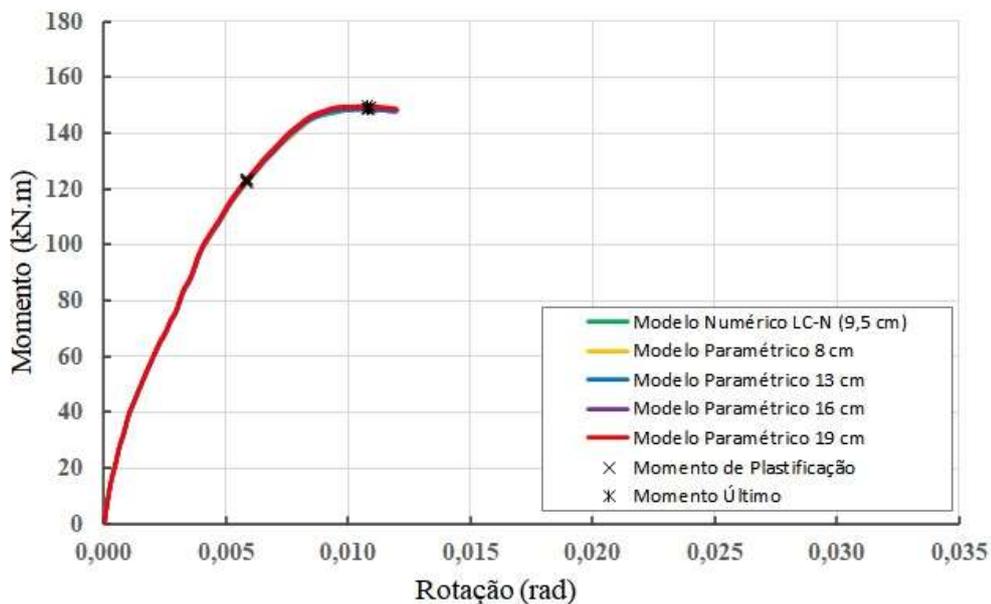
### 5.2.5 Diâmetro do Chumbador

Para a análise paramétrica da variação do diâmetro do chumbador, manteve-se todas características do modelo numérico, alterando-se apenas o diâmetro do chumbador conforme valores comerciais e o diâmetro do orifício para acomodar o chumbador. Nas Figuras 5-32 e 5-33 são apresentadas as respostas dos modelos paramétricos para os casos LC e LS.

É evidente que a modificação do diâmetro não apresentou efeitos consideráveis no comportamento do modelo, tanto para LC quanto para LS, uma vez que o modelo está sob o efeito de momento fletor negativo. A alteração do diâmetro do chumbador exerce maior influência no desempenho da ligação, quando esta é submetida ao efeito de momento fletor positivo.

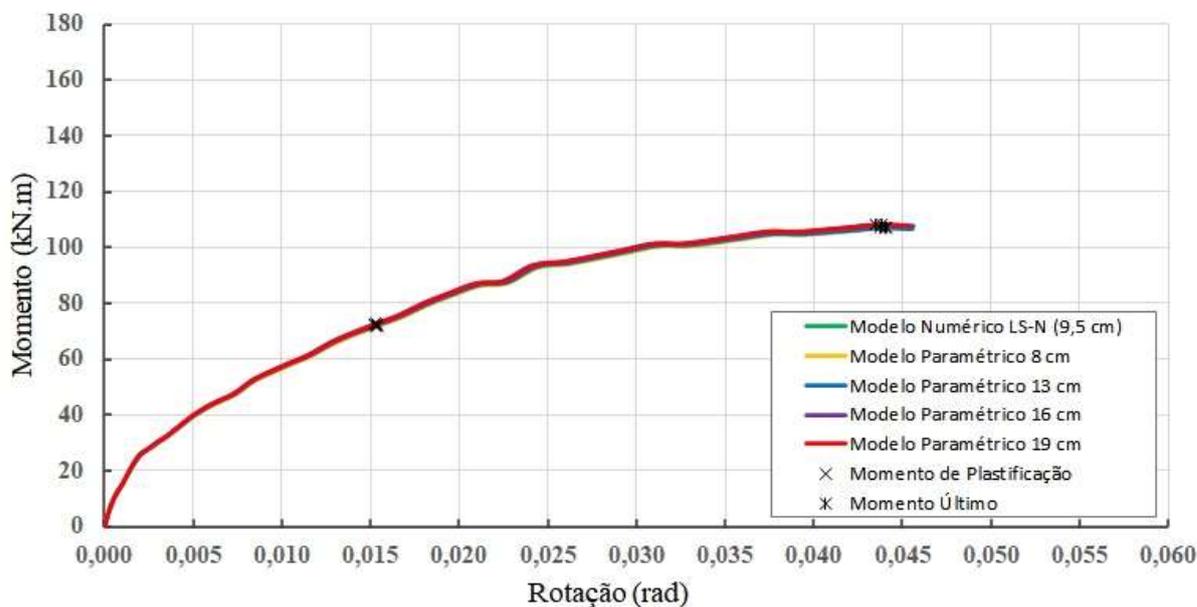
Sob o efeito de momento fletor negativo, como é o caso, são as armaduras de continuidade que desempenham um papel fundamental, influenciando na rigidez e na resistência da peça, como foi observado no Item 5.2.1, no qual foram feitas variações a esse parâmetro.

Figura 5-32 – Curvas momento-rotação comparando o modelo numérico com os modelos paramétricos alterando-se o diâmetro do chumbador para o caso LC.



Fonte: o autor.

Figura 5-33 – Curvas momento-rotação comparando o modelo numérico com os modelos paramétricos alterando-se o diâmetro do chumbador para o caso LS.



Fonte: o autor.

As Tabelas 5-25 e 5-26 apresentam dados obtidos por meio das curvas momento-rotação para os casos LC e LS, para os modelos paramétricos nos quais o diâmetro do chumbador foi modificado.

Tabela 5-25 – Valores numéricos e paramétricos da força de reação, do momento último e sua rotação, do momento de plastificação e sua rotação, da rigidez secante e da relação entre rigidezes para o caso LC alterando-se o diâmetro do chumbador.

Caso	F/2 (kN)	M <sub>u</sub> (kN.m)	θ <sub>u</sub> ·10 <sup>3</sup> (rad)	M <sub>y</sub> (kN.m)	θ <sub>y</sub> ·10 <sup>3</sup> (rad)	R <sub>sec</sub> (kN.m/rad)	R <sub>sec,p</sub> /R <sub>sec,n</sub>
LC-N (9,5 cm)	138,99	148,72	10,785	122,37	5,841	20950	-
8 cm	138,85	148,57	10,796	122,49	5,867	20879	0,997
13 cm	139,04	148,77	10,849	122,71	5,855	20961	1,001
16 cm	139,73	149,51	10,903	123,33	5,884	20961	1,001
19 cm	140,08	149,89	10,828	123,64	5,843	21160	1,010

Fonte: o autor.

Tabela 5-26 – Valores numéricos e paramétricos da força de reação, do momento último e sua rotação, do momento de plastificação e sua rotação, da rigidez secante e da relação entre rigidezes para o caso LS alterando-se o diâmetro do chumbador.

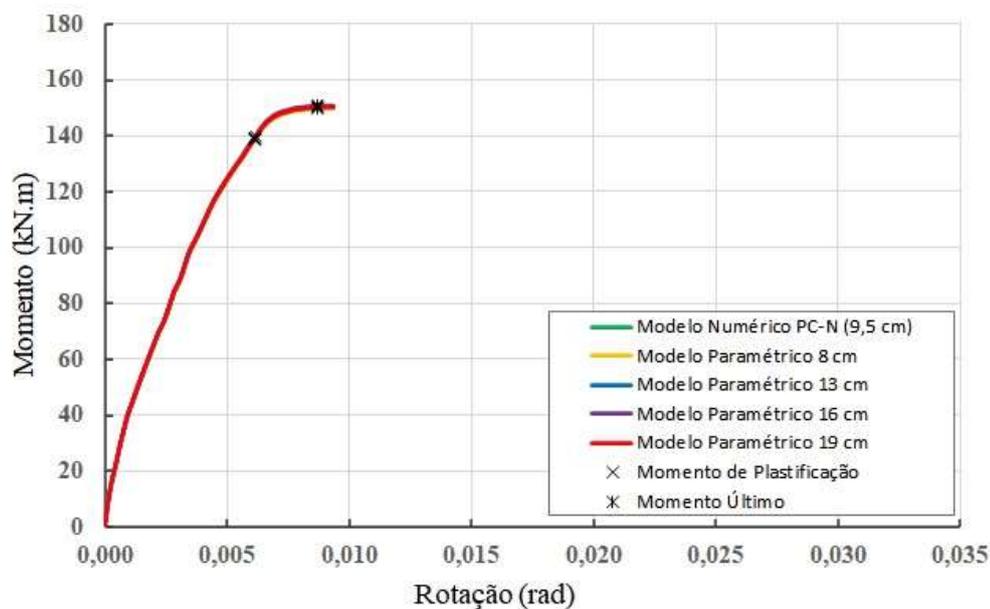
Caso	F/2 (kN)	M <sub>u</sub> (kN.m)	θ <sub>u</sub> ·10 <sup>3</sup> (rad)	M <sub>y</sub> (kN.m)	θ <sub>y</sub> ·10 <sup>3</sup> (rad)	R <sub>sec</sub> (kN.m/rad)	R <sub>sec,p</sub> /R <sub>sec,n</sub>
LS-N (9,5 cm)	100,10	107,11	43,766	71,94	15,320	4696	-
8 cm	100,04	107,04	44,091	71,81	15,415	4658	0,992
13 cm	100,26	107,28	44,030	72,38	15,409	4697	1,000
16 cm	101,04	108,11	43,518	72,53	15,215	4767	1,015
19 cm	101,24	108,33	43,870	72,67	15,338	4738	1,009

Fonte: o autor.

Concordante ao que fora observado nas curvas momento-rotação, os valores apresentados nas Tabelas 5-25 e 5-26 mantiveram-se praticamente constantes para cada um dos casos, não havendo diferenças significativas nem mesmo nas rigidezes secantes, o que mais uma vez confirma a não-contribuição direta do chumbador no mecanismo resistente da ligação quando submetida ao efeito de momento fletor negativo.

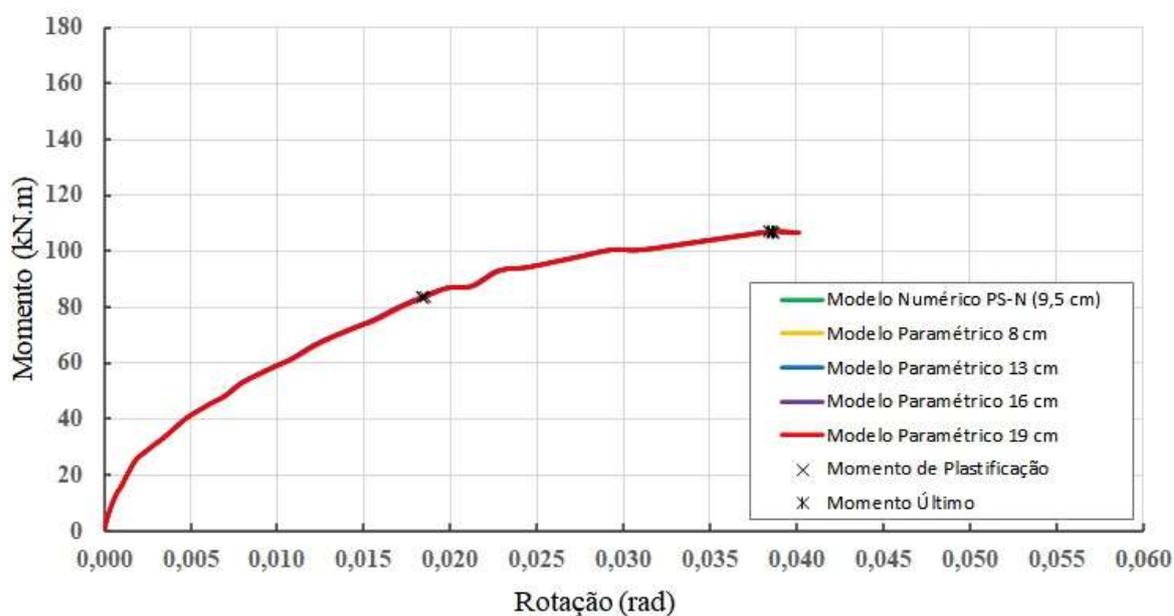
Quanto aos modelos paramétricos PC e PS, as curvas momento-rotação obtidas por meio das simulações numéricas estão apresentadas nas Figuras 5-34 e 5-35.

Figura 5-34 – Curvas momento-rotação comparando o modelo numérico com os modelos paramétricos alterando-se o diâmetro do chumbador para o caso PC.



Fonte: o autor.

Figura 5-35 – Curvas momento-rotação comparando o modelo numérico com os modelos paramétricos alterando-se o diâmetro do chumbador para o caso PS.



Fonte: o autor.

É notória que a mudança da configuração da armadura de continuidade (passante pelo pilar) aliada a variação do diâmetro do chumbador não apresentaria respostas diferentes das observadas nos outros casos; pois o mecanismo resistente, sob o efeito da aplicação de momento negativo, continua inalterado. No entanto, é válido destacar que reduzir consideravelmente o

diâmetro do chumbador poderá afetar o comportamento do modelo mesmo sob efeito de momento negativo, uma vez que tal mudança influenciará no mecanismo resistente.

As Tabelas 5-27 e 5-28 apresentam parâmetros obtidos por meio das curvas das Figuras 5-34 e 5-35, para o caso PC e PS, respectivamente. Do mesmo modo, as rigidezes secantes dos casos PC e PS permaneceram de certa forma inalteradas, conforme esperado, em vista das considerações feitas acerca dos chumbadores.

Tabela 5-27 – Valores numéricos e paramétricos da força de reação, do momento último e sua rotação, do momento de plastificação e sua rotação, da rigidez secante e da relação entre rigidezes para o caso PC alterando-se o diâmetro do chumbador.

Caso	F/2 (kN)	M <sub>u</sub> (kN.m)	θ <sub>u</sub> · 10 <sup>3</sup> (rad)	M <sub>y</sub> (kN.m)	θ <sub>y</sub> · 10 <sup>3</sup> (rad)	R <sub>sec</sub> (kN.m/rad)	R <sub>sec,p</sub> /R <sub>sec,n</sub>
PC-N (9,5 cm)	140,36	150,19	8,674	138,94	6,139	22632	-
8 cm	140,22	150,04	8,691	138,80	6,152	22563	0,997
13 cm	140,78	150,64	8,682	139,36	6,133	22722	1,004
16 cm	140,99	150,86	8,700	139,57	6,158	22665	1,001
19 cm	140,85	150,71	8,691	139,43	6,141	22706	1,003

Fonte: o autor.

Tabela 5-28 – Valores numéricos e paramétricos da força de reação, do momento último e sua rotação, do momento de plastificação e sua rotação, da rigidez secante e da relação entre rigidezes para o caso PS alterando-se o diâmetro do chumbador.

Caso	F/2 (kN)	M <sub>u</sub> (kN.m)	θ <sub>u</sub> · 10 <sup>3</sup> (rad)	M <sub>y</sub> (kN.m)	θ <sub>y</sub> · 10 <sup>3</sup> (rad)	R <sub>sec</sub> (kN.m/rad)	R <sub>sec,p</sub> /R <sub>sec,n</sub>
PS-N (9,5 cm)	100,12	107,13	38,608	83,69	18,377	4554	-
8 cm	99,92	106,91	38,646	83,52	18,414	4536	0,996
13 cm	100,17	107,18	38,453	83,73	18,395	4552	0,999
16 cm	100,07	107,07	38,415	83,65	18,377	4552	0,999
19 cm	99,92	106,91	38,607	83,56	18,561	4502	0,989

Fonte: o autor.

### 5.3 CLASSIFICAÇÃO DAS LIGAÇÕES

Dando sequência à análise das ligações estudadas, propôs-se classificá-las conforme os procedimentos apresentados no Capítulo Segundo, realizando o roteiro de cálculo para as ligações dos modelos experimentais de Lacerda (2016) e para os modelos numéricos desenvolvidos pelo autor, comparando-os com os modelos simplificados normativos.

Assim, para avaliação normativa e comparação analítica com os resultados experimentais desenvolvidos e os estudos numéricos realizados, utilizou-se a Tipologia 1 apresentada na Tabela 2-1, e também o procedimento generalizado apresentado no estudo desenvolvido por Barlati (2020) expresso pelas Equações 2 e 3.

A Tabela 5-29 mostra os parâmetros considerados para a avaliação normativa utilizando a Tipologia 1 e para o procedimento generalizado apresentado por Barlati (2020). Utilizou-se as seções transversais apresentadas nas Figuras 5-16 e 5-17.

Tabela 5-29 – Diâmetro do chumbador, altura útil da seção, área de aço da armadura de continuidade, módulo de elasticidade do aço, coeficiente de ajustamento de escorregamento aço-concreto, distância entre a face do pilar e o centro de rotação do consolo, comprimento efetivo por deformação da armadura de continuidade e fator de ajustamento da rigidez secante.

Caso	$\phi$ (mm)	d (mm)	$A_s$ (mm <sup>2</sup> )	$E_s$ (GPa)	$\beta$	$L_a$ (mm)	$L_{ed}$ (mm)	k Tipologia 1	k BARLATI (2020)
LC	8	186	402,12	210	25	95	295	0,75	0,6
LS									
PC	16	182	402,12	210	25	95	495	0,75	0,6
PS									

Fonte: o autor.

Para a classificação das ligações, utilizou-se a classificação da NBR 9062:2017 (Equação 5), e a classificação de Ferreira *et al.* (2002) – Tabela 2-2, dependentes do fator de restrição (Equação 4), conforme discorrido no Capítulo Segundo.

A rigidez secante da viga necessária para a determinação do fator de restrição foi obtida pela forma simplificada apresentada na Tabela 2-3, para o caso de pré-moldados em concreto armado, a partir da rigidez inicial da viga para as seções transversais das Figuras 5-16 e 5-17. E para o comprimento efetivo, considerou-se um comprimento virtual igual a 12 vezes a altura da seção (Figura 5-16 e 5-17), conforme recomendado por Hadade *et al.* (2018).

Assim, os parâmetros utilizados para a determinação do fator de restrição para cada um dos casos estão dispostos na Tabela 5-30.

Tabela 5-30 – Momento de inércia da seção bruta, módulo de elasticidade inicial do concreto, rigidez inicial da viga, rigidez secante da viga, altura da seção, e comprimento efetivo.

Caso	$I_c$ (mm <sup>4</sup> )	$E_{ci}$ (GPa)	$E_{ci}I_c$ (N.mm <sup>2</sup> )	$EI_{sec}$ (N.mm <sup>2</sup> )	$h$ (mm)	$L_{ef}$ (mm)
LC	2,27E+08	35	7,95E+12	3,98E+12	220	2640
LS						
PC	2,27E+08		7,93E+12	3,96E+12		
PS						

Fonte: o autor.

Com todos os parâmetros necessários definidos, prosseguiu-se para a classificação das ligações para cada um dos casos (LC, PC, LS e PS), com as rigidezes experimentais dos protótipos de Lacerda (2016), as rigidezes numéricas desenvolvidas no presente estudo e as rigidezes para comparação normativa, que está disposta na Tabela 5-31.

Tabela 5-31 – Classificação das ligações dos modelos experimentais, numéricos e normativos.

Caso	Identificação	$R_{sec}$ (kN.m/rad)	$\alpha_r$	Classificação NBR 9062:2017	Classificação FERREIRA <i>et al.</i> (2002)
LC1	Experimental	24820	0,846	Semirrígida	Semirrígida com restrição alta
LC2		26229	0,853	Rígida	
LC-N		20950	0,823		
LC-T1	Tipologia 1	7427	0,622	Semirrígida	Semirrígida com restrição média
LC-B	BARLATI (2020)	5935	0,568		
PC1	Experimental	32099	0,877	Rígida	Perfeitamente Rígida
PC2		34148	0,883		
PC-N		22632	0,834		
PC-T1	Tipologia 1	4238	0,485	Semirrígida	Semirrígida com restrição média
PC-B	BARLATI (2020)	3390	0,429		
LS1	Experimental	3095	0,406	Semirrígida	Semirrígida com restrição média
LS2		4816	0,516		
LS-N		4696	0,510		
LS-T1	Tipologia 1	7427	0,622		
LS-B	BARLATI (2020)	5935	0,568		
PS1	Experimental	5425	0,546	Semirrígida	Semirrígida com restrição média
PS2		7656	0,630		
PS-N		4554	0,503		
PS-T1	Tipologia 1	4238	0,485		
PS-B	BARLATI (2020)	3390	0,429		

Fonte: o autor.

Analisando a Tabela 5-31, fica evidente que grande parte das ligações apresentaram um comportamento semirrígido segundo a classificação da NBR 9062:2017, com exceção das ligações experimentais PC1, PC2 e LC2 de Lacerda (2016), o que está ligado a presença de graute na interface vertical consolo-viga, que colaborou para uma maior solidarização da estrutura, ao reduzir parcialmente a descontinuidade entre o consolo e a viga.

Apesar da classificação da NBR 9062:2017 ter considerado as demais ligações numéricas e experimentais com presença de graute na interface vertical consolo-viga como semirrígidas, fica claro ao observar a classificação de Ferreira *et al.* (2002), que essas ligações possuem uma restrição alta, estando bem próximas do comportamento perfeitamente rígido.

Quanto à utilização da Tipologia 1 e da fórmula generalizada de Barlati (2020), é visível que ambas são incapazes de contemplar o efeito do preenchimento de graute nos casos LC e PC, não sendo um bom parâmetro para comparação nesses casos.

Em relação às ligações dos casos LS e PS, todas apresentaram comportamento semirrígido e semirrígido com restrição média, o que era esperado. Além disso, a utilização da Tipologia 1 e da fórmula generalizada de Barlati (2020) geraram resultados muito próximos aos obtidos experimentalmente e numericamente, representando bem a condição da ligação sem a presença de graute na interface consolo-viga.

Prosseguindo, classificou-se também os modelos paramétricos desenvolvidos pelo autor, comparando-os com os modelos numéricos apresentados, utilizando os mesmos métodos de classificação e as mesmas considerações evidenciadas.

A Tabela 5-32 apresenta a classificação das ligações dos modelos paramétricos nos quais variou-se a armadura de continuidade, para cada um dos casos (LC, PC, LS e PS).

Atentando-se à Tabela 5-32, é possível perceber que houve uma variação relativamente pequena no fator de restrição, permanecendo para todos os casos a classificação semirrígida conforme a NBR 9062:2017; semirrígida com restrição alta para os casos que possuem presença de graute na interface consolo-viga (LC e PC) e com restrição média para os demais (LS e PS), de acordo com a classificação de Ferreira *et al.* (2002).

Para o caso em que a armadura de continuidade é passante pela laje (LC e LS), verificou-se que o fator de restrição crescia conforme aumentava-se a taxa de armadura e decrescia conforme a diminuía; o que não foi observado nos casos PC e PS. Assim como foi explanado

anteriormente, houve a necessidade da utilização de mais de uma camada da armadura de continuidade nos modelos paramétricos PC e PS à medida que se aumentava a taxa de armadura, reduzindo a distância entre as resultantes de tração e compressão da seção e, conseqüentemente, afetando o valor da rigidez secante, como também o fator de restrição.

Tabela 5-32 – Classificação das ligações dos modelos paramétricos variando-se a armadura de continuidade.

Caso	Identificação	$R_{sec}$ (kN.m/rad)	$\alpha_r$	Classificação NBR 9062:2017	Classificação FERREIRA <i>et al.</i> (2002)
LC-N (0,53%)	Numérico	20950	0,823		
0,40%	Paramétrico	20364	0,819	Semirrígida	Semirrígida com restrição alta
0,61%		21482	0,826		
0,62%		21706	0,827		
0,66%		21877	0,828		
PC-N (0,53%)		Numérico	22632		
0,40%	Paramétrico	20093	0,818	Semirrígida	Semirrígida com restrição alta
0,55%		22131	0,831		
0,60%		23266	0,837		
0,62%		22505	0,833		
LS-N (0,53%)		Numérico	4696		
0,40%	Paramétrico	4552	0,503	Semirrígida	Semirrígida com restrição média
0,61%		4762	0,512		
0,62%		4798	0,514		
0,66%		4827	0,515		
PS-N (0,53%)		Numérico	4554		
0,40%	Paramétrico	4267	0,488	Semirrígida	Semirrígida com restrição média
0,55%		4438	0,497		
0,60%		4645	0,507		
0,62%		4472	0,499		

Fonte: o autor.

A Tabela 5-33, por sua vez, apresenta a classificação das ligações dos modelos paramétricos variando-se a resistência do concreto moldado *in loco*. Verifica-se que as classificações das ligações permanecem semirrígidas para todos os casos, com restrição alta para LC e PC e restrição média para LS e PS.

Tabela 5-33 – Classificação das ligações dos modelos paramétricos variando-se a resistência do concreto moldado *in loco*.

Caso	Identificação	$R_{sec}$ (kN.m/rad)	$\alpha_r$	Classificação NBR 9062:2017	Classificação FERREIRA <i>et al.</i> (2002)
LC-N (30,31 MPa)	Numérico	20950	0,823		
25 MPa	Paramétrico	19817	0,823	Semirrígida	Semirrígida com restrição alta
35 MPa		21416	0,824		
40 MPa		22066	0,826		
45 MPa		22684	0,827		
PC-N (30,31 MPa)	Numérico	22632	0,834		
25 MPa	Paramétrico	21869	0,837	Semirrígida	Semirrígida com restrição alta
35 MPa		22961	0,835		
40 MPa		23376	0,834		
45 MPa		23782	0,834		
LS-N (30,31 MPa)	Numérico	4696	0,510		
25 MPa	Paramétrico	4344	0,504	Semirrígida	Semirrígida com restrição média
35 MPa		4831	0,514		
40 MPa		5019	0,519		
45 MPa		5195	0,523		
PS-N (30,31 MPa)	Numérico	4554	0,503		
25 MPa	Paramétrico	4234	0,499	Semirrígida	Semirrígida com restrição média
35 MPa		4670	0,506		
40 MPa		4825	0,510		
45 MPa		4977	0,513		

Fonte: o autor.

A variação do fator de restrição mostrou-se mais significativa nos casos LS e PS (variando até 2,5% do valor do modelo numérico); enquanto que para os casos LC e PC, ela foi praticamente nula. Nos modelos paramétricos LS e PS, a seção crítica ocorre na transição entre os elementos, trecho no qual a seção transversal é reduzida, sem preenchimento de graute na interface vertical consolo-viga, o que a torna mais dependente da alteração da resistência do concreto moldado *in loco*, afetando proporcionalmente mais suas rigidezes quando comparadas aos casos LC e PC, conforme foi visto nas Tabelas 5-17, 5-18, 5-19 e 5-20.

Em seguida, a Tabela 5-34 mostra a classificação das ligações dos modelos paramétricos para os casos em que houve alteração na altura da laje de concreto moldada *in loco*. Assim

como nos outros casos, as alterações não afetaram a classificação, continuando semirrígida com restrição média para LS e PS e restrição alta para LC e PC.

Tabela 5-34 – Classificação das ligações dos modelos paramétricos variando-se a altura da laje.

Caso	Identificação	$R_{sec}$ (kN.m/rad)	$\alpha_r$	Classificação NBR 9062:2017	Classificação FERREIRA <i>et al.</i> (2002)
LC-N (9 cm)	Numérico	20950	0,823		
8 cm	Paramétrico	19162	0,823	Semirrígida	Semirrígida com restrição alta
10 cm		22522	0,820		
11 cm		24167	0,816		
12 cm		25108	0,809		
PC-N (9 cm)	Numérico	22632	0,834		
8 cm	Paramétrico	21085	0,837	Semirrígida	Semirrígida com restrição alta
10 cm		24002	0,829		
11 cm		25617	0,825		
12 cm		27305	0,822		
LS-N (9 cm)	Numérico	4696	0,510		
8 cm	Paramétrico	4187	0,505	Semirrígida	Semirrígida com restrição média
10 cm		5530	0,527		
11 cm		6370	0,540		
12 cm		7302	0,552		
PS-N (9 cm)	Numérico	4554	0,503		
8 cm	Paramétrico	4059	0,498	Semirrígida	Semirrígida com restrição média
10 cm		5373	0,521		
11 cm		6183	0,533		
12 cm		6615	0,528		

Fonte: o autor.

O fator de restrição aumentou em até 8,24% para os modelos LS e PS conforme aumentava-se a altura da laje; já para os modelos LC e PC, ao aumentar-se a altura da laje, houve uma pequena redução no fator de restrição (<2%). Mais uma vez, fica claro a dependência maior que os modelos sem graute na interface vertical consolo-viga possuem em relação aos demais modelos quanto à alteração na altura da laje, concordante ao evidenciado no Item 5.2.4.

Quanto aos modelos paramétricos nos quais variou-se o diâmetro dos chumbadores e nos modelos paramétricos em que se modificou a resistência do graute da interface vertical consolo-viga, fica evidente de acordo com os itens 5.2.2 e 5.2.5 que tais mudanças não

exerceram efeitos significativos no modelo numérico de ligação submetido ao efeito de momento fletor negativo. Portanto, para todos os casos, evidenciando a não-dependência das formulações utilizadas quanto a esses parâmetros, a classificação para todos esses modelos paramétricos segue em concordância aos modelos numéricos (LC-N, LS-N, PC-N e PS-N), não havendo variações significativas nos valores do fator de restrição e mantendo a classificação apresentada: semirrígida com restrição média para LS e PS; e, semirrígida com restrição alta para LC e PC.

#### 5.4 ANÁLISE COMPARATIVA

Neste tópico é realizada uma breve análise comparativa entre os resultados obtidos pelos diversos autores abordados no Capítulo Segundo e no Capítulo Quarto com os resultados obtidos pelo autor do presente estudo.

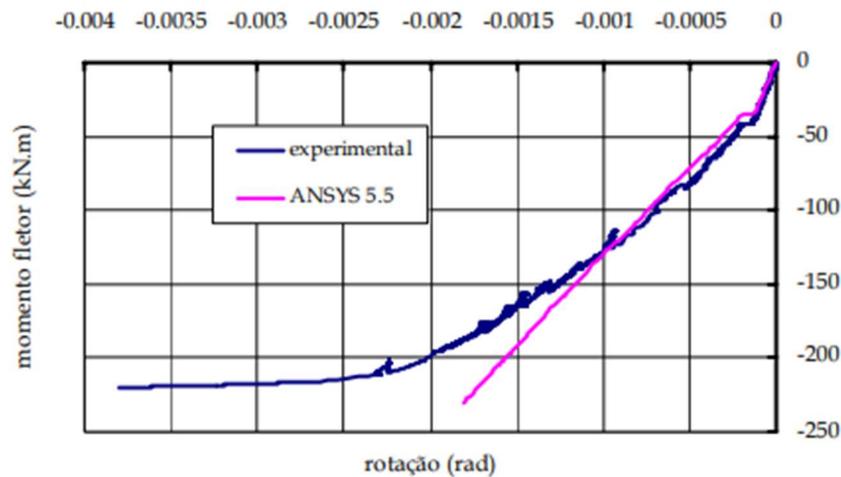
Primeiramente, considerando a ligação viga-pilar apresentada por Miotto (2002), abordada neste estudo, sujeita aos efeitos de momento fletor negativo, tem-se duas situações: com continuidade na capa de concreto, cujo comportamento se assemelha às ligações LC e LS; e, sem continuidade na capa de concreto, na qual o comportamento se aproxima do apresentado pelas ligações PS e PC.

Para a ligação com continuidade na capa de concreto desenvolvida por Miotto (2002), Figura 5-36, ao comparar-se as respostas entre modelos experimentais e numéricos, verifica-se que o comportamento das curvas momento-rotação é praticamente coincidente no trecho inicial, o que está totalmente de acordo com o verificado pelo autor ao comparar-se os modelos experimentais LC e LS com os modelos numéricos LC-N e LS-N.

Além disso, do mesmo modo que foi observado pelo autor, os modelos numéricos de Miotto (2002) começam apresentar um comportamento divergente conforme aproximam-se do momento último. Quanto à ligação sem continuidade na capa, Figura 5-37, MIOTTO (2002) obteve resultados distintos entre os modelos numéricos e experimentais, o que também foi observado pelo autor nas respostas dos modelos PC e PS, comparando o experimental com o numérico.

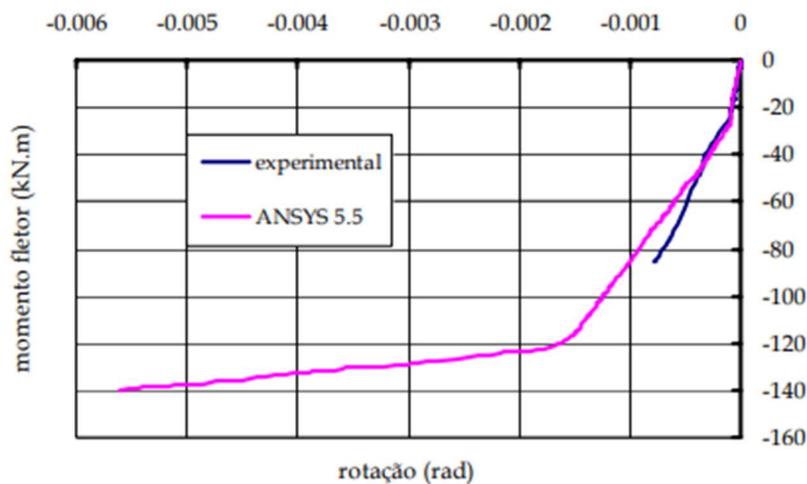
Miotto (2002) atribuiu essas diferenças entre modelos ao fato que seu modelo numérico não perde rigidez na mesma intensidade que o modelo experimental, o que está relacionado às características escolhidas na modelagem para a representação numérica de seus protótipos.

Figura 5-36 – Curva momento-rotação desenvolvida por Miotto (2002) para o caso com continuidade na capa de concreto.



Fonte: MIOTTO (2002).

Figura 5-37 – Curva momento-rotação desenvolvida por Miotto (2002) para o caso sem continuidade na capa de concreto.



Fonte: MIOTTO (2002).

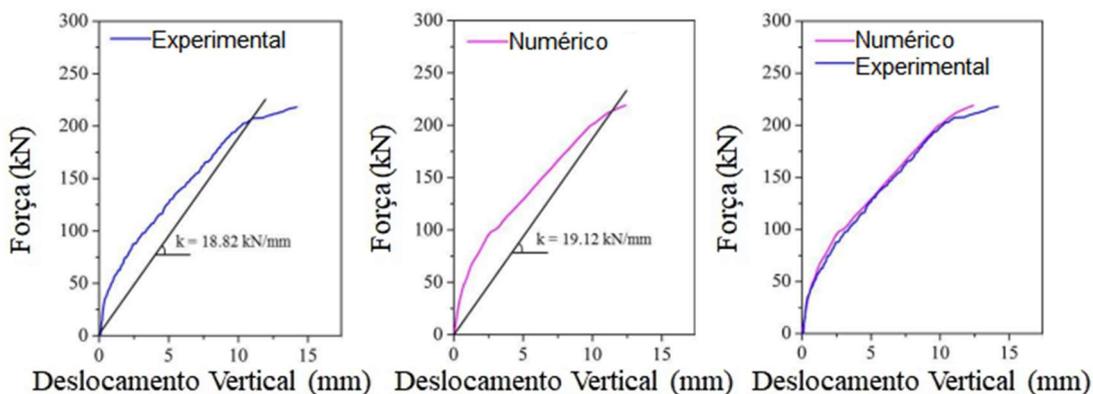
Kataoka *et al.* (2015) apresentaram resultados extremamente satisfatórios entre o modelo numérico e o modelo experimental, nos quais a armadura de continuidade passava pelo pilar, modelos semelhantes aos PC e PS estudados pelo autor.

A Figura 5-38 apresenta os resultados obtidos por Kataoka *et al.* (2015) quanto ao comportamento força-deslocamento de seus modelos experimentais e numéricos, na qual é possível verificar uma aproximação adequada entre as respostas, sendo as diferenças na ordem de 1,6% quanto à rigidez avaliada.

Entretanto, para os modelos desenvolvidos pelo autor, apresentados no Item 5.1, ao avaliar-se as rigidezes secantes rotacionais, as diferenças entre as respostas experimentais e

numéricas superaram 15% na maioria dos casos, com exceção do modelo LS, no qual obteve-se uma diferença de 2,5%.

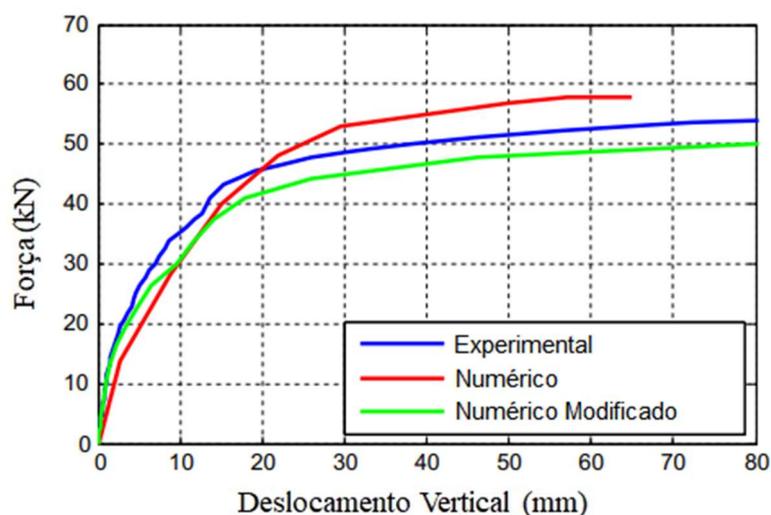
Figura 5-38 – Curvas força-deslocamento desenvolvidas por Kataoka *et al.* (2015).



Fonte: KATAOKA *et al.* (2015) – adaptado pelo autor.

No estudo de Breccolotti *et al.* (2016), a resposta de seu modelo experimental apresentou menores deslocamentos no trecho inicial para um mesmo carregamento quando comparado ao modelo numérico (Figura 5-39); o que diferiu do observado pelo autor do presente estudo, nos quais o comportamento inicial era praticamente coincidente (Item 5.1).

Figura 5-39 – Curvas força-deslocamento desenvolvidas por BRECCOLOTTI *et al.* (2016).



Fonte: BRECCOLOTTI *et al.* (2016) – adaptado pelo autor.

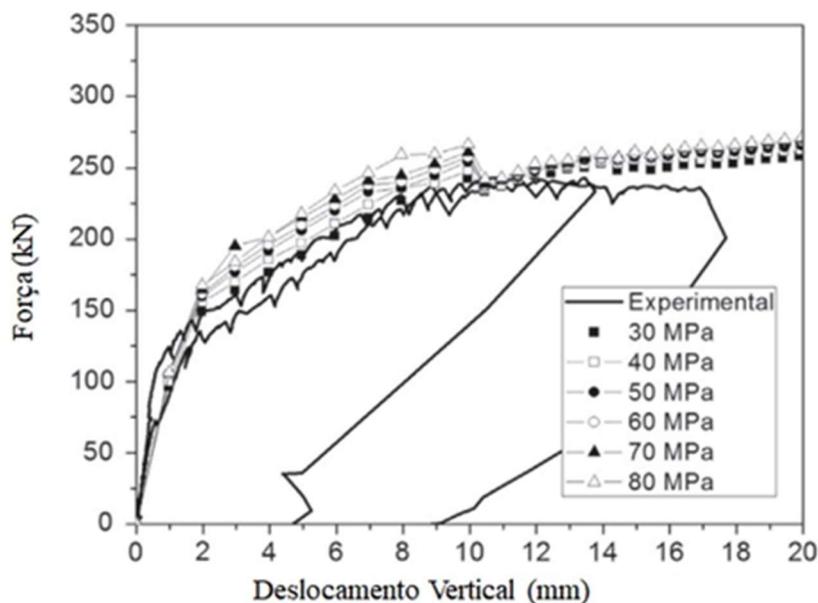
Contudo, para Breccolotti *et al.* (2016), quando os modelos se aproximavam da força máxima, a situação se invertia, com o modelo numérico suportando um carregamento maior que o modelo experimental para um mesmo deslocamento; o que aconteceu de forma semelhante, como demonstrado no Item 5.1.

Kataoka *et al.* (2017), por sua vez, apresentaram uma ligação viga-pilar com armaduras de continuidade passando pelo pilar e pela laje simultaneamente. O modelo numérico desenvolvido por Kataoka *et al.* (2017) apresentou uma aproximação adequada quando comparado ao modelo experimental analisando as curvas força-deslocamento, apenas divergindo no trecho final; sobretudo, similar ao evidenciado nos modelos numéricos avaliados no Item 5.1.

Kataoka *et al.* (2017), em seus modelos paramétricos, primeiramente variaram a resistência do concreto moldado *in loco* (Figura 5-40), verificando-se: poucas diferenças no trecho inicial caracterizado pelo regime praticamente elástico; grandes diferenças no trecho intermediário no qual o concreto está sob efeito do processo de fissuração; e, conforme as respostas aproximavam-se do trecho final, as curvas começavam a convergir entre elas, com a maior parte da peça tracionada, a contribuição à tração do concreto praticamente desprezível e as armaduras em regime de escoamento.

Os modelos paramétricos desenvolvidos pelo autor, no Item 5.2.3, ao modificar-se a resistência do concreto moldado *in loco*, apresentaram um comportamento muito similar ao demonstrado por esses modelos paramétricos de Kataoka *et al.* (2017), conforme esperado.

Figura 5-40 – Curvas força-deslocamento paramétricas variando-se a resistência do concreto moldado *in loco* desenvolvidas por Kataoka *et al.* (2017).

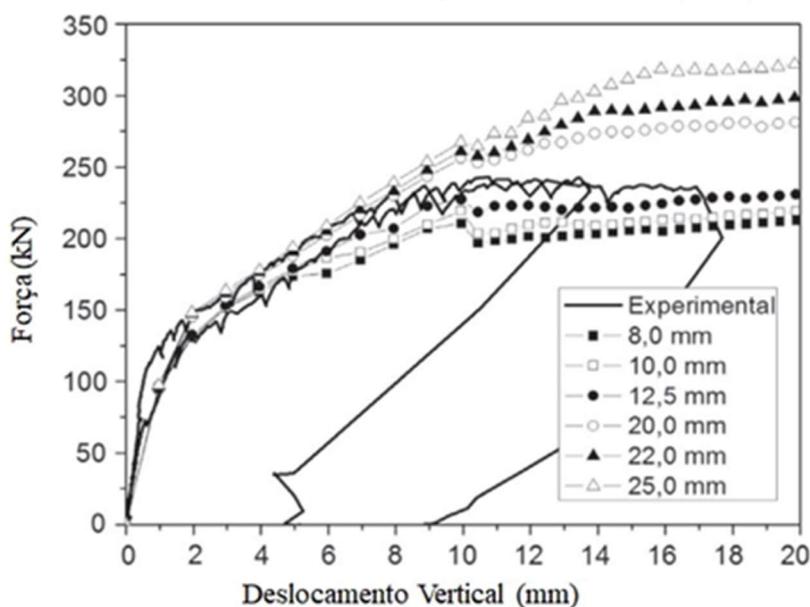


Fonte: KATAOKA *et al.* (2017) – adaptado pelo autor.

Em seguida, Kataoka *et al.* (2017) variaram o diâmetro das barras da armadura de continuidade (Figura 5-41), com o trecho inicial apresentando um comportamento muito similar

entre os modelos e divergindo conforme o carregamento aumentava, ou seja, quando as armaduras de continuidade começavam a serem efetivamente solicitadas até atingir seu escoamento; situação essa também observada pelo autor em seus modelos paramétricos nos quais foram variadas a taxa da armadura de continuidade, presente no Item 5.2.1.

Figura 5-41 – Curvas força-deslocamento paramétricas variando-se o diâmetro das barras da armadura de continuidade desenvolvidas por Kataoka *et al.* (2017).



Fonte: KATAOKA *et al.* (2017) – adaptado pelo autor.

Em relação aos demais autores, tem-se: as respostas numéricas obtidas por Sawasaki (2010) não se mostraram representativas, conforme o próprio autor pontuou; Hussein *et al.* (2017) avaliaram a situação do colapso progressivo, qual não foi avaliada no presente estudo; e, tanto Aguiar (2010) quanto Bellucio (2016) desenvolveram modelos bidimensionais, o que torna incompatível uma análise comparativa, apesar de Aguiar (2010) ter obtido resultados razoáveis na representação numérica de seus modelos.

De modo geral, conclui-se que os resultados obtidos para os modelos numéricos e paramétricos mostraram-se satisfatórios em vista das respostas obtidas pelos demais autores apresentados neste estudo.

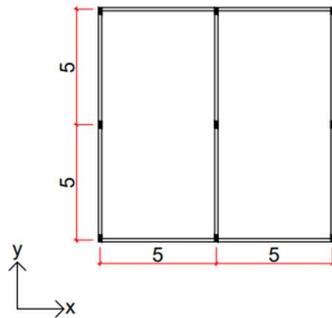
## 6 APLICAÇÃO NA ESTABILIDADE GLOBAL

---

Neste capítulo é proposta a aplicação do modelo de ligação estudado na análise da estabilidade global de um edifício de múltiplos pavimentos por meio de um exemplo numérico, considerando os efeitos da não-linearidade física e geométrica apresentados no Capítulo Segundo.

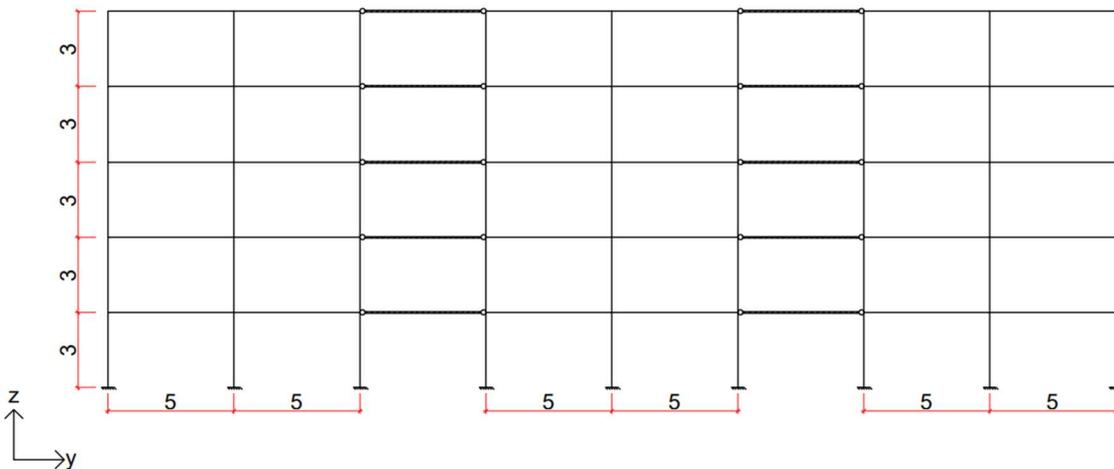
Para isso, considerou-se o arranjo estrutural em planta ilustrado na Figura 6-1 com modulação igual a 5 metros; também, utilizou-se pórticos planos associados conforme representado na Figura 6-2. O modelo numérico aplicado foi adaptado considerando as diferentes situações dispostas na Tabela 6-1, variando-se o número de pavimentos e as características da ligação.

Figura 6-1 – Arranjo estrutural em planta do modelo de edifício de múltiplos pavimentos.



Fonte: o autor.

Figura 6-2 – Pórticos planos associados do modelo de edifício de múltiplos pavimentos.



Fonte: o autor.

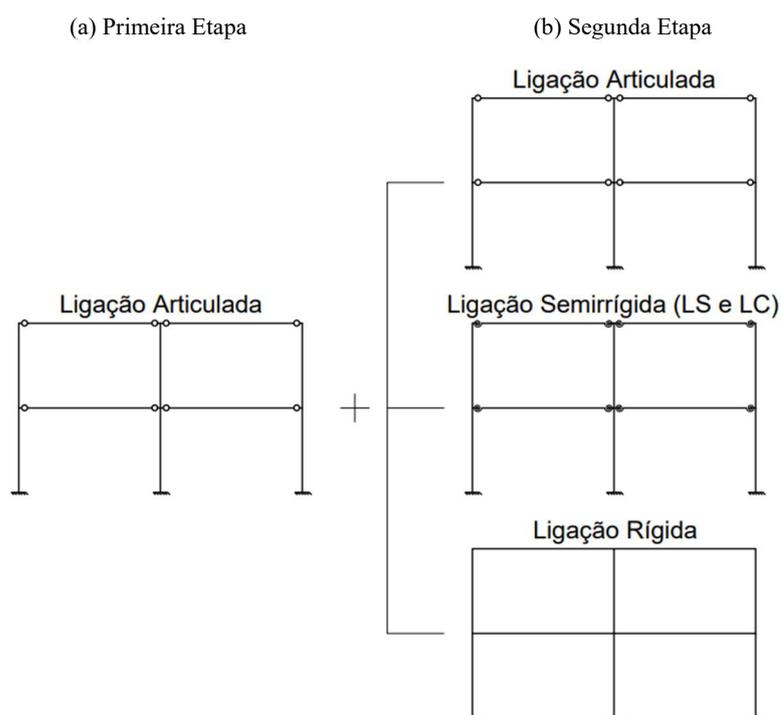
Tabela 6-1 – Casos analisados no exemplo numérico de estabilidade global.

Número de Pavimentos	Tipo de Ligação			
Quatro				
Cinco	Articulada	Semirrígida LS-N	Semirrígida LC-N	Rígida
Seis				

Fonte: o autor.

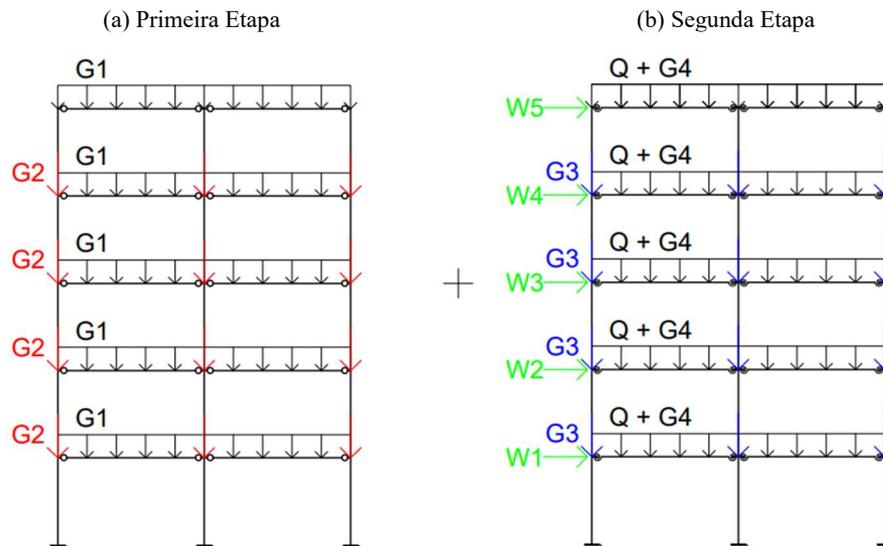
A análise desenvolvida considerou o efeito das fases construtivas conforme realizado nos estudos conduzidos por Ferreira & El Debs (2003), assim como por Marin (2009). Na primeira etapa, a estrutura é modelada considerando as ligações totalmente articuladas, estando submetida somente aos efeitos do peso próprio das vigas e dos pilares pré-moldados, e também das lajes moldadas *in loco*. É importante ressaltar que durante essa etapa, não há contribuição da mesa colaborante na resistência das vigas. Na segunda etapa, as ligações viga-pilar encontram-se efetivadas e as lajes moldadas *in loco* já atingiram a resistência especificada. Considera-se, então, o peso próprio dos elementos de vedação e do revestimento, bem como a ação das cargas acidentais de ocupação e da ação do vento. Em seguida, somam-se os efeitos da primeira etapa com a segunda etapa. Assim, a Figura 6-3 esquematiza as etapas construtivas para cada uma das situações apresentadas na Tabela 6-1; e a Figura 6-4 apresenta os carregamentos.

Figura 6-3 – Consideração das etapas construtivas no modelo numérico de estabilidade global.



Fonte: o autor.

Figura 6-4 – Carregamentos considerados em cada fase construtiva no modelo de estabilidade global.



sendo,

- G1 o peso próprio da laje em concreto moldado *in loco* e da viga em concreto pré-moldado por metro linear;
- G2 o peso próprio dos pilares em concreto pré-moldado, e das vigas em concreto pré-moldado fora do plano de análise no trecho de influência;
- G3 o peso próprio da vedação fora do plano de análise no trecho de influência;
- G4 o peso próprio da vedação e do revestimento do piso por metro linear;
- Q é a carga acidental de ocupação por metro linear;
- W<sub>n</sub> é a ação do vento por pavimento.

Fonte: o autor.

A fim de determinar os valores para os carregamentos, utilizou-se a NBR 6120:2019 para definir as cargas dos elementos estruturais, da alvenaria, do revestimento do piso e acidentais de ocupação. A Tabela 6-2 apresenta os valores dos carregamentos obtidos.

Tabela 6-2 – Valores dos carregamentos referentes ao peso próprio para lajes, revestimento, vigas, alvenaria e pilares, e referente à carga acidental de ocupação.

$G_{\text{laje}}$ (kN/m <sup>2</sup> )	$G_{\text{rev}}$ (kN/m <sup>2</sup> )	$G_{\text{viga}}$ (kN/m)	$G_{\text{alv}}$ (kN/m)	$G_{\text{pil}}$ (kN)	Q (kN/m <sup>2</sup> )
2,3	1,0	2,5	7,5	9,0	3,0

Fonte: o autor.

Quanto ao carregamento acidental proveniente da ação do vento, adotou-se os procedimentos apresentados pela NBR 6123:1988, utilizando as Equações 24, 25 e 26.

$$V_k = V_0 \cdot S_1 \cdot S_2 \cdot S_3 \quad (24)$$

$$q = 0,613 \cdot V_k^2 \quad (25)$$

$$F_a = C_a \cdot q \cdot A_e \quad (26)$$

nas quais,

- $V_k$  é a velocidade característica do vento;
- $V_0$  é a velocidade básica do vento;
- $S_1$  é o fator topográfico;
- $S_2$  é o fator de rugosidade, dimensões da edificação e altura sobre o terreno;
- $S_3$  é o fator estatístico;
- $q$  é a pressão dinâmica do vento;
- $V_0$  é a velocidade básica do vento;
- $F_a$  é a força de arrasto na direção do vento;
- $C_a$  é o coeficiente de arrasto;
- $A_e$  é a área frontal efetiva.

Assim, considerando a velocidade básica do vento igual a 45 m/s, o terreno plano ( $S_1 = 1,0$ ), a edificação para comércio com alta ocupação ( $S_3 = 1,0$ ), rugosidade do terreno na categoria IV (subúrbios densamente construídos de grandes cidades) e dimensões da edificação na categoria A (maior dimensão menor que 20 m), tem-se a Tabela 6-3, utilizando também os valores da altura total da edificação ( $H$ ), da dimensão horizontal perpendicular ao vento da edificação ( $L_1$ ) e da altura de cada pavimento ( $h$ ).

Tabela 6-3 – Determinação da força de arrasto aplicada em cada pavimento para todos os casos.

Características Básicas				Número de Pavimentos								
				6 Pavimentos			5 Pavimentos			4 Pavimentos		
$h$ (m)	$S_2$	$V_k$ (m/s)	$q$ (kN/m <sup>2</sup> )	$H/L_1$	$C_a$	$F_a$ (kN)	$H/L_1$	$C_a$	$F_a$ (kN)	$H/L_1$	$C_a$	$F_a$ (kN)
3	0,79	35,55	0,775	1,80	1,23	28,59	1,50	1,20	27,89	1,20	1,15	26,73
6	0,80	36,00	0,794	1,80	1,23	29,32	1,50	1,20	28,60	1,20	1,15	27,41
9	0,85	38,25	0,897	1,80	1,23	33,09	1,50	1,20	32,29	1,20	1,15	30,94
12	0,88	39,60	0,961	1,80	1,23	35,47	1,50	1,20	34,61	1,20	1,15	16,58
15	0,90	40,50	1,005	1,80	1,23	37,10	1,50	1,20	18,10	-	-	-
18	0,92	41,40	1,051	1,80	1,23	19,38	-	-	-	-	-	-

Fonte: o autor.

Quanto às combinações das ações utilizadas, com base na NBR 6118:2014, considerou-se as situações apresentadas nas Equações 27, 28 e 29, sendo:  $F_{d,1}$  a combinação no Estado Limite Último (ELU) com a ação do vento como carga acidental principal;  $F_{d,2}$  a combinação no ELU com a carga de ocupação como carga acidental principal; e  $F_{d,ser}$  a combinação no Estado Limite de Serviço (ELS) para a verificação dos deslocamentos horizontais em serviço.

$$F_{d,1} = 1,4 \cdot G + 1,4 \cdot (W + 0,7 \cdot Q) \quad (27)$$

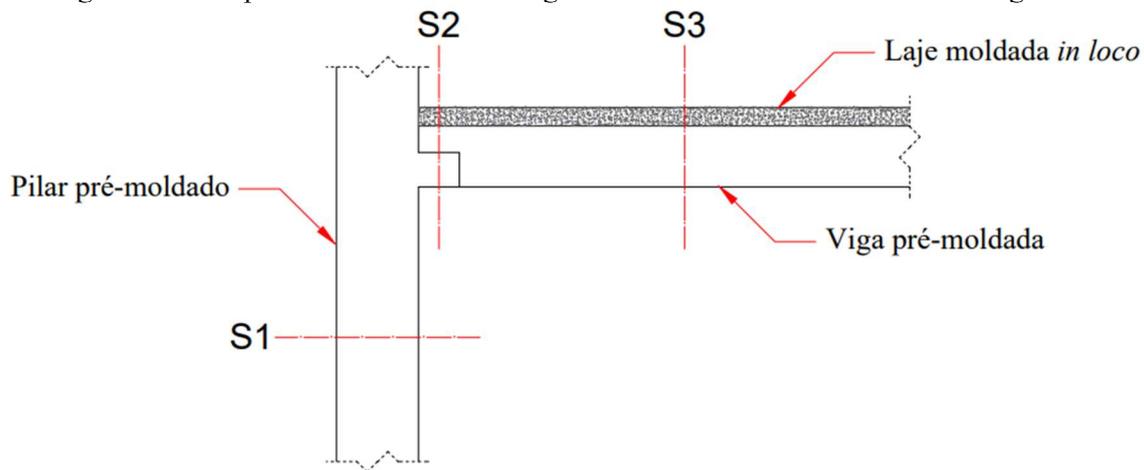
$$F_{d,2} = 1,4 \cdot G + 1,4 \cdot (0,6 \cdot W + Q) \quad (28)$$

$$F_{d,ser} = G + 0,3 \cdot W + 0,4 \cdot Q \quad (29)$$

Com todos os carregamentos e as combinações de ações definidos, prosseguiu-se para a apresentação das características geométricas do modelo simulado e dos parâmetros referentes aos materiais utilizados necessários para a simulação numérica.

De modo geral, as características geométricas utilizadas permaneceram iguais às apresentadas no Capítulo Terceiro; no entanto, fez-se necessário aumentar a seção transversal do pilar, a fim de tornar a estrutura compatível à análise da estabilidade global. Além disso, considerou as etapas construtivas exemplificadas nas Figuras 6-3 e 6-4. A Figura 6-5 mostra a configuração utilizada; e, a Tabela 6-4 apresenta os valores para a largura ( $b_w$ ), a altura total ( $h$ ), a largura da mesa ( $b_f$ ) e a espessura da mesa ( $h_f$ ), consideradas para cada uma das etapas construtivas.

Figura 6-5 – Esquema das características geométricas do modelo de estabilidade global.



Fonte: o autor.

Tabela 6-4 – Parâmetros geométricos das seções transversais para o modelo de estabilidade global.

Etapa Construtiva	Seção Transversal	$b_w$ (cm)	$h$ (cm)	$b_f$ (cm)	$h_f$ (cm)
Primeira	S1	30	40	-	-
	S2	14	13	-	-
	S3	14	30	-	-
Segunda	S1	30	40	-	-
	S2	14	22	64	9
	S3	14	39	64	9

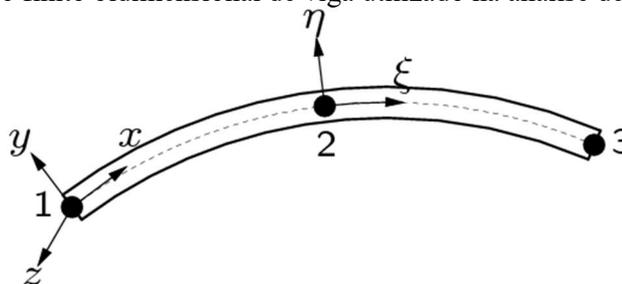
Fonte: o autor.

Para os módulos de elasticidade inicial dos materiais, considerou-se os valores utilizados na elaboração do modelo número tridimensional desenvolvido, conforme apresentado no início do Capítulo Quinto; sendo, valores de 31 GPa para o concreto moldado *in loco* e 35 GPa para o concreto pré-moldado. E, para as rigidezes secantes, utilizou-se o valor igual a 20950 kNm/rad para o caso semirrígido LC-N e 4696 kNm/rad para o caso semirrígido LS-N, em concordância com o estudo desenvolvido no Capítulo Quinto.

Para a análise estrutural considerando a não-linearidade geométrica, utilizou-se o Processo P- $\Delta$  iterativo descrito no Item 2.3.3, adotando a não-linearidade física conforme o método simplificado para estruturas de concreto armado pré-moldadas de acordo com a Tabela 2-3, presentes no Capítulo Segundo.

A análise numérica de estabilidade global do exemplo estudado foi desenvolvida por meio do *Software* DIANA, no espaço bidimensional. As vigas e os pilares foram representados por meio do elemento finito bidimensional de viga classe III, CL9BE, com três nós e interpolação de Gauss. Tanto Marin (2009) como Ferreira & El Debs (2003) consideraram tipos de elementos finitos similares em seus modelos de estabilidade global.

Figura 6-6 – Elemento finito bidimensional de viga utilizado na análise de estabilidade global.



Fonte: DIANA (2020).

Quanto às limitações da análise desenvolvida, tem-se: a utilização de modelos bidimensionais e a utilização dos parâmetros de não-linearidade física e geométrica simplificados, que são incapazes de representar de forma mais precisa o comportamento da estrutura; a não-contemplação da análise de estabilidade global no plano XZ; e, a não-verificação de combinações de ações que causem a inversão de momentos, uma vez que não foi possível calibrar o comportamento do modelo numérico em situação de momento positivo, visto que Lacerda (2016) não desenvolveu essa análise em seus modelos experimentais.

Assim, com o escopo definido, iniciou-se, então, a análise numérica da estabilidade global do edifício de múltiplos pavimentos.

## 6.1 ANÁLISE NUMÉRICA DE PRIMEIRA ORDEM

Primeiramente, simulou-se o modelo numérico, para todos os casos presentes na Tabela 6-1, utilizando as combinações de carregamentos 1 e 2 (Equações 27 e 28), a fim de determinar o coeficiente  $\gamma_z$ .

As Tabelas 6-5 e 6-6 apresentam os valores obtidos para uma estrutura de quatro pavimentos, conforme cada um dos tipos de ligação empregado.

Analisando-se as Tabelas 6-5 e 6-6, observa-se que, para uma estrutura de quatro pavimentos, os modelos articulados apresentaram um elevado grau de deslocabilidade, com valores de  $\gamma_z$  muito superiores a 1,30, o que revela a necessidade de uma análise de estabilidade global muito mais elaborada. Entretanto, pela magnitude dos valores de  $\gamma_z$  apresentados, é notória a inviabilidade da utilização de um sistema totalmente articulado no exemplo proposto.

Para as situações semirrígidas, verifica-se que a utilização de uma ligação mais rígida, como é o caso de LC-N, conferiu maior estabilidade à estrutura analisada, quando comparada a utilização da ligação LS-N, conforme o esperado.

Tabela 6-5 – Obtenção do coeficiente  $\gamma_z$  para uma estrutura de quatro pavimentos na combinação 1.

Tipo de Ligação	Pavimento	x (m)	H <sub>d</sub> (kN)	D <sub>x</sub> (cm)	P <sub>d</sub> (kN)	$\Delta M_{tot,d}$ (kN.cm)	M <sub>1,tot,d</sub> (kN.cm)	$\gamma_z$
Articulada	1	3	37,42	1,44	1743,33	2510,40	11225,56	1,616
	2	6	38,37	4,81	1743,33	8385,42	23023,10	
	3	9	43,32	9,12	1743,33	15899,17	38986,39	
	4	12	23,21	13,71	855,92	11734,66	27857,95	
Semirrígida LS-N	1	3	37,42	0,60	1743,33	1046,00	11225,56	1,132
	2	6	38,37	1,70	1743,33	2963,66	23023,10	
	3	9	43,32	2,74	1743,33	4776,72	38986,39	
	4	12	23,21	3,54	855,92	3029,96	27857,95	
Semirrígida LC-N	1	3	37,42	0,44	1743,33	767,07	11225,56	1,081
	2	6	38,37	1,15	1743,33	2004,83	23023,10	
	3	9	43,32	1,73	1743,33	3015,96	38986,39	
	4	12	23,21	2,11	855,92	1805,99	27857,95	
Rígida	1	3	37,42	0,35	1743,33	610,17	11225,56	1,057
	2	6	38,37	0,85	1743,33	1481,83	23023,10	
	3	9	43,32	1,22	1743,33	2126,86	38986,39	
	4	12	23,21	1,43	855,92	1223,97	27857,95	

Fonte: o autor.

Tabela 6-6 – Obtenção do coeficiente  $\gamma_z$  para uma estrutura de quatro pavimentos na combinação 2.

Tipo de Ligação	Pavimento	x (m)	H <sub>d</sub> (kN)	D <sub>x</sub> (cm)	P <sub>d</sub> (kN)	$\Delta M_{tot,d}$ (kN.cm)	M <sub>1,tot,d</sub> (kN.cm)	$\gamma_z$
Articulada	1	3	22,45	0,86	1868,48	1606,89	6735,34	1,715
	2	6	23,02	2,89	1868,48	5399,91	13813,86	
	3	9	25,99	5,47	1868,48	10220,59	23391,83	
	4	12	13,93	8,23	980,00	8065,40	16714,77	
Semirrígida LS-N	1	3	22,45	0,36	1868,48	672,65	6735,34	1,146
	2	6	23,02	1,02	1868,48	1905,85	13813,86	
	3	9	25,99	1,64	1868,48	3064,31	23391,83	
	4	12	13,93	2,13	980,00	2087,40	16714,77	
Semirrígida LC-N	1	3	22,45	0,26	1868,48	485,80	6735,34	1,089
	2	6	23,02	0,69	1868,48	1289,25	13813,86	
	3	9	25,99	1,04	1868,48	1943,22	23391,83	
	4	12	13,93	1,27	980,00	1244,60	16714,77	
Rígida	1	3	22,45	0,20	1868,48	373,70	6735,34	1,062
	2	6	23,02	0,51	1868,48	952,92	13813,86	
	3	9	25,99	0,73	1868,48	1363,99	23391,83	
	4	12	13,93	0,87	980,00	852,60	16714,77	

Fonte: o autor.

É importante ressaltar que fica evidente que a consideração da contribuição da rigidez secante na ligação é indispensável, ao comparar-se os modelos semirrígidos com os totalmente articulados; o que remete a comum simplificação utilizada, desconsiderando a contribuição de ligações, a qual claramente não representa apropriadamente uma estrutura com ligações semirrígidas.

Nota-se, também, que os valores encontrados para a situação rígida se assemelham aos da situação semirrígida LC-N, o que confirma o que foi evidenciado na classificação das ligações, referente ao fator de restrição, apresentado no Capítulo Quinto. As ligações com graute na interface vertical consolo-viga apresentaram valores de fator de restrição muito elevados, sendo consideradas ligações semirrígidas com restrição alta, muito próximas de serem consideradas como ligações totalmente rígidas conforme os métodos de classificação utilizados.

Em relação as ligações rígidas e semirrígidas LC-N, também é fundamental constatar que os efeitos de segunda ordem são desprezíveis, uma vez que o coeficiente  $\gamma_z$  mostrou-se inferior a 1,10, o que indica que a deslocabilidade é reduzida, para a estrutura com quatro pavimentos analisada.

Prosseguindo-se com a análise de estabilidade global, elaborou-se as Tabelas 6-7 e 6-8, que mostram os valores obtidos para uma estrutura de cinco pavimentos, conforme cada um dos tipos de ligação utilizados.

Comparando-se os valores do coeficiente  $\gamma_z$  para a estrutura de cinco pavimentos com os da estrutura de quatro pavimentos, observa-se que eles apresentaram um pequeno acréscimo para as situações com as ligações rígida e semirrígida LC-N, tornando-se relativamente mais expressivos para a semirrígida LS-N e extremamente maiores para os casos com as ligações totalmente articuladas.

Verifica-se, portanto, que a situação com ligações semirrígidas LC-N passa a necessitar da avaliação dos esforços de segunda ordem ao aumentar-se o número de pavimentos; enquanto que, a situação perfeitamente rígida ainda segue não necessitando dessa análise.

Tabela 6-7 – Obtenção do coeficiente  $\gamma_z$  para uma estrutura de cinco pavimentos na combinação 1.

Tipo de Ligação	Pavimento	x (m)	H <sub>d</sub> (kN)	D <sub>x</sub> (cm)	P <sub>d</sub> (kN)	$\Delta M_{tot,d}$ (kN.cm)	M <sub>1,tot,d</sub> (kN.cm)	$\gamma_z$
Articulada	1	3	39,05	1,98	1743,33	3451,79	11713,63	2,373
	2	6	40,04	6,87	1743,33	11976,68	24024,11	
	3	9	45,20	13,48	1743,33	23500,09	40681,45	
	4	12	48,45	20,91	1743,33	36453,03	58138,34	
	5	15	25,34	28,58	855,92	24462,19	38006,89	
Semirrígida LS-N	1	3	39,05	0,78	1743,33	1359,80	11713,63	1,187
	2	6	40,04	2,33	1743,33	4061,96	24024,11	
	3	9	45,20	3,97	1743,33	6921,02	40681,45	
	4	12	48,45	5,36	1743,33	9344,25	58138,34	
	5	15	25,34	6,45	855,92	5520,68	38006,89	
Semirrígida LC-N	1	3	39,05	0,56	1743,33	976,26	11713,63	1,109
	2	6	40,04	1,57	1743,33	2737,03	24024,11	
	3	9	45,20	2,53	1743,33	4410,62	40681,45	
	4	12	48,45	3,25	1743,33	5665,82	58138,34	
	5	15	25,34	3,72	855,92	3184,02	38006,89	
Rígida	1	3	39,05	0,44	1743,33	767,07	11713,63	1,073
	2	6	40,04	1,15	1743,33	2004,83	24024,11	
	3	9	45,20	1,77	1743,33	3085,69	40681,45	
	4	12	48,45	2,20	1743,33	3835,33	58138,34	
	5	15	25,34	2,45	855,92	2097,00	38006,89	

Fonte: o autor.

Tabela 6-8 – Obtenção do coeficiente  $\gamma_z$  para uma estrutura de cinco pavimentos na combinação 2.

Tipo de Ligação	Pavimento	x (m)	H <sub>d</sub> (kN)	D <sub>x</sub> (cm)	P <sub>d</sub> (kN)	$\Delta M_{tot,d}$ (kN.cm)	M <sub>1,tot,d</sub> (kN.cm)	$\gamma_z$
Articulada	1	3	23,43	1,19	1868,48	2223,49	7028,18	2,706
	2	6	24,02	4,12	1868,48	7698,14	14414,46	
	3	9	27,12	8,09	1868,48	15116,00	24408,87	
	4	12	29,07	12,54	1868,48	23430,74	34883,00	
	5	15	15,20	17,15	980,00	16807,00	22804,13	
Semirrígida LS-N	1	3	23,43	0,47	1868,48	878,19	7028,18	1,207
	2	6	24,02	1,40	1868,48	2615,87	14414,46	
	3	9	27,12	2,38	1868,48	4446,98	24408,87	
	4	12	29,07	3,22	1868,48	6016,51	34883,00	
	5	15	15,20	3,87	980,00	3792,60	22804,13	
Semirrígida LC-N	1	3	23,43	0,34	1868,48	635,28	7028,18	1,120
	2	6	24,02	0,94	1868,48	1756,37	14414,46	
	3	9	27,12	1,52	1868,48	2840,09	24408,87	
	4	12	29,07	1,95	1868,48	3643,54	34883,00	
	5	15	15,20	2,24	980,00	2195,20	22804,13	
Rígida	1	3	23,43	0,26	1868,48	485,80	7028,18	1,080
	2	6	24,02	0,69	1868,48	1289,25	14414,46	
	3	9	27,12	1,06	1868,48	1980,59	24408,87	
	4	12	29,07	1,32	1868,48	2466,39	34883,00	
	5	15	15,20	1,48	980,00	1450,40	22804,13	

Fonte: o autor.

As Tabelas 6-9 e 6-10 apresentam os valores do coeficiente  $\gamma_z$  para a estrutura com seis pavimentos, nas combinações de ações 1 e 2.

Tabela 6-9 – Obtenção do coeficiente  $\gamma_z$  para uma estrutura de seis pavimentos na combinação 1.

(continua)

Tipo de Ligação	Pavimento	x (m)	H <sub>d</sub> (kN)	D <sub>x</sub> (cm)	P <sub>d</sub> (kN)	$\Delta M_{tot,d}$ (kN.cm)	M <sub>1,tot,d</sub> (kN.cm)	$\gamma_z$
Articulada	1	3	40,02	3,08	1743,33	5369,46	12006,47	164,061
	2	6	41,04	10,99	1743,33	19159,20	24624,71	
	3	9	46,33	22,08	1743,33	38492,73	41698,48	
	4	12	49,66	35,02	1743,33	61051,42	59591,80	
	5	15	51,94	48,84	1743,33	85144,24	77914,12	
	6	18	27,14	62,92	855,92	53854,49	48849,27	
Semirrígida LS-N	1	3	40,02	1,05	1743,33	1828,06	12006,47	1,271
	2	6	41,04	3,20	1743,33	5586,68	24624,71	
	3	9	46,33	5,60	1743,33	9755,33	41698,48	
	4	12	49,66	7,76	1743,33	13531,03	59591,80	
	5	15	51,94	9,48	1743,33	16520,84	77914,12	
	6	18	27,14	10,79	855,92	9235,21	48849,27	

Tabela 6-9 – Obtenção do coeficiente  $\gamma_z$  para uma estrutura de seis pavimentos na combinação 1. (conclusão)

Tipo de Ligação	Pavimento	x (m)	H <sub>d</sub> (kN)	D <sub>x</sub> (cm)	P <sub>d</sub> (kN)	$\Delta M_{tot,d}$ (kN.cm)	M <sub>1,tot,d</sub> (kN.cm)	$\gamma_z$
Semirrígida LC-N	1	3	40,02	0,76	1743,33	1324,93	12006,47	1,151
	2	6	41,04	2,16	1743,33	3765,59	24624,71	
	3	9	46,33	3,59	1743,33	6258,55	41698,48	
	4	12	49,66	4,78	1743,33	8333,12	59591,80	
	5	15	51,94	5,62	1743,33	9797,51	77914,12	
	6	18	27,14	6,15	855,92	5263,91	48849,27	
Rígida	1	3	40,02	0,58	1743,33	1011,13	12006,47	1,098
	2	6	41,04	1,56	1743,33	2719,59	24624,71	
	3	9	46,33	2,49	1743,33	4340,89	41698,48	
	4	12	49,66	3,22	1743,33	5613,52	59591,80	
	5	15	51,94	3,70	1743,33	6450,32	77914,12	
	6	18	27,14	3,97	855,92	3398,00	48849,27	

Fonte: o autor.

Tabela 6-10 – Obtenção do coeficiente  $\gamma_z$  para uma estrutura de seis pavimentos na combinação 2.

Tipo de Ligação	Pavimento	x (m)	H <sub>d</sub> (kN)	D <sub>x</sub> (cm)	P <sub>d</sub> (kN)	$\Delta M_{tot,d}$ (kN.cm)	M <sub>1,tot,d</sub> (kN.cm)	$\gamma_z$
Articulada	1	3	24,01	1,85	1868,48	3456,69	7203,88	-12,444
	2	6	24,62	6,59	1868,48	12313,28	14774,83	
	3	9	27,80	13,25	1868,48	24757,36	25019,09	
	4	12	29,80	21,02	1868,48	39275,45	35755,08	
	5	15	31,17	29,31	1868,48	54765,15	46748,47	
	6	18	16,28	37,76	980,00	37004,80	29309,56	
Semirrígida LS-N	1	3	24,01	0,62	1868,48	1165,93	7203,88	1,299
	2	6	24,62	1,91	1868,48	3570,67	14774,83	
	3	9	27,80	3,34	1868,48	6248,66	25019,09	
	4	12	29,80	4,63	1868,48	8653,40	35755,08	
	5	15	31,17	5,66	1868,48	10566,25	46748,47	
	6	18	16,28	6,44	980,00	6315,86	29309,56	
Semirrígida LC-N	1	3	24,01	0,45	1868,48	840,82	7203,88	1,166
	2	6	24,62	1,30	1868,48	2429,02	14774,83	
	3	9	27,80	2,16	1868,48	4035,92	25019,09	
	4	12	29,80	2,87	1868,48	5362,54	35755,08	
	5	15	31,17	3,37	1868,48	6296,78	46748,47	
	6	18	16,28	3,70	980,00	3626,00	29309,56	
Rígida	1	3	24,01	0,34	1868,48	635,28	7203,88	1,106
	2	6	24,62	0,93	1868,48	1737,69	14774,83	
	3	9	27,80	1,49	1868,48	2784,04	25019,09	
	4	12	29,80	1,93	1868,48	3606,17	35755,08	
	5	15	31,17	2,22	1868,48	4148,03	46748,47	
	6	18	16,28	2,39	980,00	2342,20	29309,56	

Fonte: o autor.

Atentando-se aos valores do coeficiente  $\gamma_z$  apresentados nas Tabelas 6-9 e 6-10, que correspondem ao caso em que a estrutura possui seis pavimentos, verifica-se que todos os casos passam a necessitar da análise de segunda ordem.

Tendo em vista o aumento do número de pavimentos, é evidente que o coeficiente  $\gamma_z$  da situação semirrígida LS-N tem aumentado proporcionalmente mais que os coeficientes das situações rígida e semirrígida LC-N; o que ilustra perfeitamente a influência que a rigidez da ligação possui no parâmetro de estabilidade.

Quanto à situação articulada, para seis pavimentos, o valor do coeficiente  $\gamma_z$  foi inferior a zero, o que também foi visualizado por Ferreira & El Debs (2003) quando aumentaram o número de pavimentos do seu modelo articulado, o que indica uma deslocabilidade extremamente excessiva e incoerente.

A análise, então, prosseguiu determinando-se os valores dos momentos fletores máximos de primeira ordem, utilizando as combinações de ações 1 e 2 no ELU (Equações 27 e 28), para cada um dos casos presentes na Tabela 6-1. Do mesmo modo, os valores dos deslocamentos horizontais em serviço foram obtidos pela combinação das ações no ELS (Equação 29). A Tabela 6-11 apresenta os valores do momento fletor máximo negativo na base do pilar ( $M_{pil,p}$ ), o momento fletor máximo positivo da viga ( $M_{viga,p}$ ), o momento fletor máximo negativo na região da ligação ( $M_{lig,p}$ ) e os deslocamentos horizontais no topo em serviço ( $D_{x,topo,p}$ ) para a análise de primeira ordem.

Tabela 6-11 – Momentos fletores máximos no estado limite último e deslocamentos horizontais e verticais no estado limite de serviço da análise de primeira ordem.

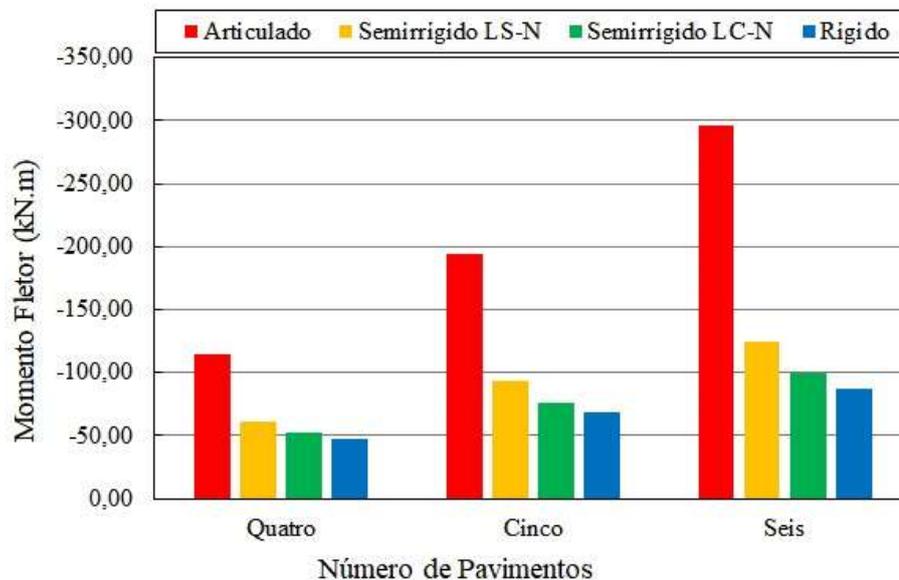
Número de Pavimentos	Caso	$M_{pil,p}$ (kN.m)	$M_{viga,p}$ (kN.m)	$M_{lig,p}$ (kN.m)	$D_{x,topo,p}$ (cm)
Quatro	Articulado	-114,39	166,29	-	2,94
	Semirrígido LS-N	-60,52	143,35	-40,59	0,76
	Semirrígido LC-N	-51,94	126,11	-60,97	0,46
	Rígido	-47,84	114,91	-74,60	0,31
Cinco	Articulado	-193,93	166,29	-	6,12
	Semirrígido LS-N	-92,96	143,34	-44,73	1,38
	Semirrígido LC-N	-76,48	126,06	-66,13	0,80
	Rígido	-68,18	114,76	-78,17	0,53
Seis	Articulado	-296,37	166,29	-	13,49
	Semirrígido LS-N	-123,85	143,68	-50,16	2,36
	Semirrígido LC-N	-99,03	126,47	-73,21	1,32
	Rígido	-86,66	115,26	-84,05	0,85

Fonte: o autor.

Na Tabela 6-11, observa-se que os casos com a ligação articulada apresentaram valores de momento fletor consideravelmente maiores que os demais casos para os momentos negativos na base do pilar e momentos positivos nas vigas; gradativamente, os valores desses momentos diminuem conforme a região da ligação torna-se mais rígida, gerando uma melhor distribuição de momentos por toda a estrutura.

Os momentos fletores na base do pilar aumentam proporcionalmente conforme aumentam-se os números de pavimentos, sendo essa mudança muito mais significativa nas estruturas totalmente articuladas. Ao aumentar-se a rigidez na região da ligação, essa variação torna-se relativamente menor, o que pode ser visualizado na Figura 6-7.

Figura 6-7 – Comparação entre os momentos fletores máximos de primeira ordem na base do pilar para cada um dos casos.



Fonte: o autor.

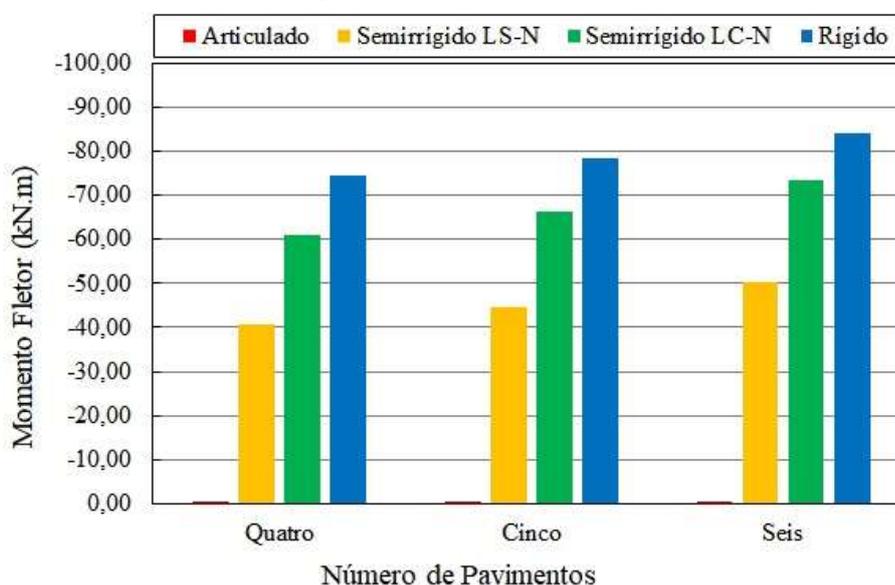
Comparativamente, o momento fletor de primeira ordem na base do pilar da estrutura com ligações articuladas e seis pavimentos é aproximadamente 2,59 vezes maior que o momento da estrutura com quatro pavimentos e mesmo tipo de ligação; enquanto que, para a estrutura com ligações rígida, a proporção do valor do momento fletor na base do pilar entre a estrutura com seis pavimentos e a com quatro pavimentos é por volta de 1,81. Do mesmo modo tem-se para a situação semirrígida LC-N, essa proporção igual a 1,91; e, para semirrígida LS-N, o valor de 2,05.

Essa grande disparidade entre os valores dos momentos fletores nas bases dos pilares, comparando modelos articulados com rígidos e semirrígidos, também foi observada nos estudos

conduzidos por Ferreira & El Debs (2003), no qual obtiveram proporções muito similares às evidenciadas pelo autor.

Dando sequência, verificou-se, por meio da Tabela 6-11, que os momentos positivos máximos nas vigas permaneceram, sobretudo, constantes frente ao aumento do número de pavimentos; entretanto, os momentos fletores negativos na região das ligações aumentaram em pequenas proporções. A Figura 6-8 ilustra os momentos fletores de primeira ordem na região da ligação para cada um dos modelos de ligação avaliados.

Figura 6-8 – Comparação entre os momentos fletores máximos de primeira ordem na região da ligação para cada um dos casos.



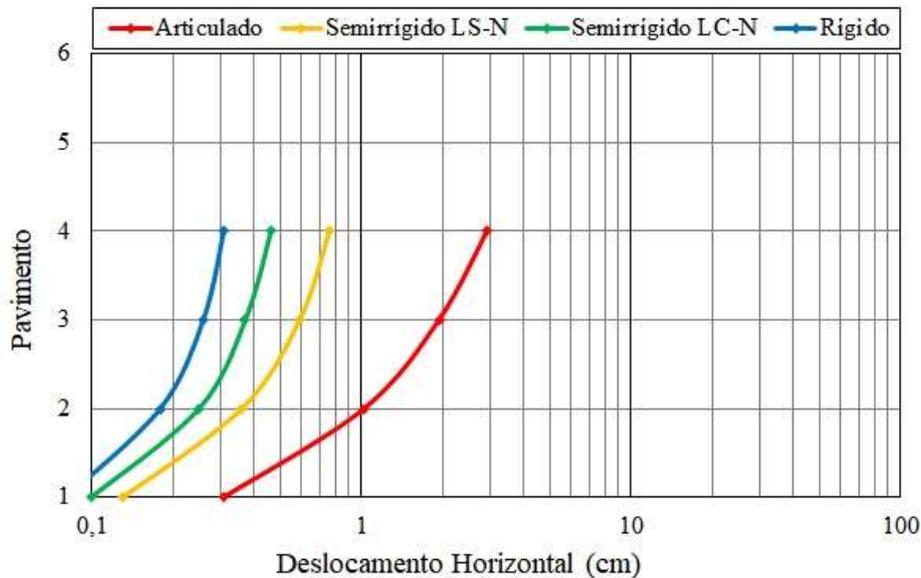
Fonte: o autor.

É visível que o modelo articulado não apresenta momento fletor negativo na região da ligação, visto que rótulas perfeitas não transmitem momento, tornando a ligação flexibilizada e garantindo a não-continuidade da rotação entre os elementos conectados, o que justifica o surgimento de valores de momento fletor maiores na base do pilar e nas vigas. Ao aumentar-se a rigidez da ligação, observa-se que os momentos fletores são redistribuídos e as ligações passam a receber parte desses esforços solicitantes cada vez mais, atingindo valores até 84% maiores ao contrapor as situações rígidas e semirrígidas.

No que diz respeito aos deslocamentos horizontais, em uma análise de primeira ordem, no ELS, os valores máximos no topo mostraram-se relativamente pequenos para os casos rígidos e semirrígidos e demasiadamente elevados para a estrutura articulada. As Figuras 6-9, 6-10 e 6-11 mostram os deslocamentos horizontais por pavimento para cada um dos casos.

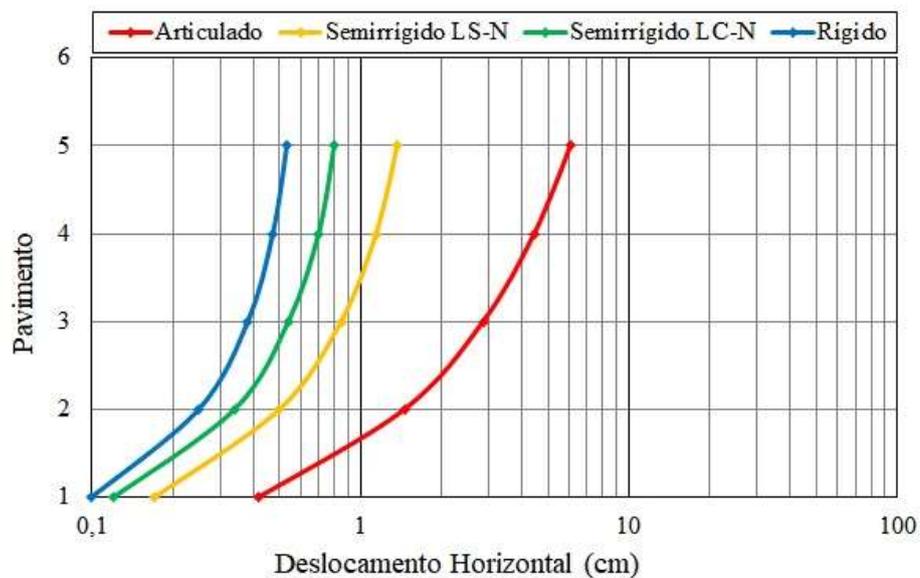
Assim como esperado, os modelos articulados apresentaram deslocamentos horizontais elevados. Os demais modelos mantiveram valores com ordem de grandeza similares, sendo importante destacar que conforme as ligações se tornavam mais rígidas, os valores dos deslocamentos horizontais reduziam.

Figura 6-9 – Deslocamento horizontais de primeira ordem no estado limite de serviço para a estrutura com quatro pavimentos.



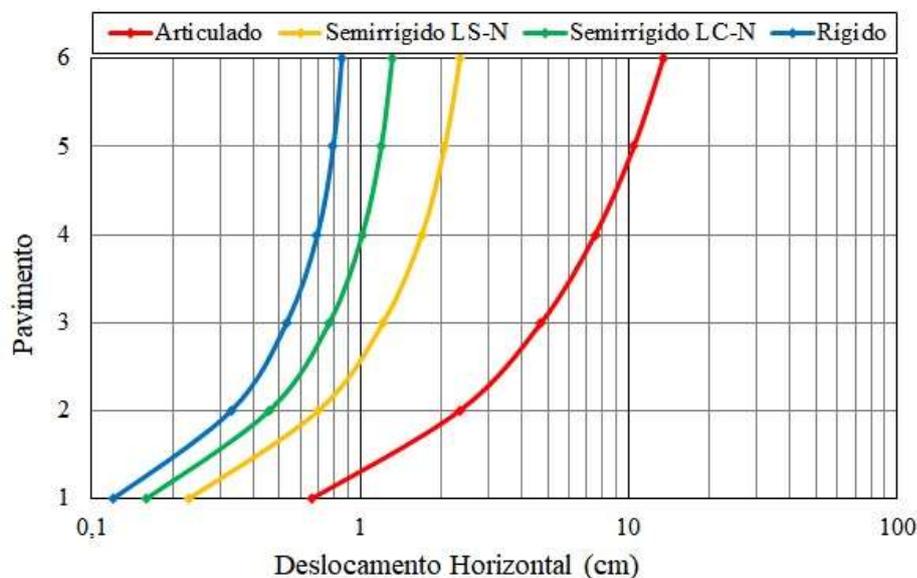
Fonte: o autor.

Figura 6-10 – Deslocamento horizontais de primeira ordem no estado limite de serviço para a estrutura com cinco pavimentos.



Fonte: o autor.

Figura 6-11 – Deslocamento horizontais de primeira ordem no estado limite de serviço para a estrutura com seis pavimentos.



Fonte: o autor.

Pela análise de primeira ordem, fica claro que o modelo articulado foi o que apresentou maiores valores de momento negativo na base do pilar e momento positivo na viga, além de apresentar elevada deslocabilidade. O aumento da rigidez da ligação contribuiu para uma melhor distribuição de esforços, garantindo menor deslocabilidade, o que está totalmente de acordo com os valores do coeficiente  $\gamma_z$  encontrados.

Assim, com a avaliação da análise de primeira ordem concluída, prossegue-se para a análise de segunda ordem: dos modelos que apresentaram o coeficiente  $\gamma_z$  entre 1,10 e 1,30; e, também, dos modelos cujo coeficiente  $\gamma_z$  foram inferiores a 1,10, apesar de dispensarem essa análise segundo instruções normativas. Os casos que superaram demasiadamente o valor de 1,30 ou apresentaram valores negativos para o coeficiente  $\gamma_z$ , mostraram-se inviáveis em vista à configuração estrutural adotada; não sendo, então, considerados para a análise de segunda ordem.

## 6.2 ANÁLISE NUMÉRICA DE SEGUNDA ORDEM

Nessa etapa foram feitas as simulações numéricas para os casos em que o coeficiente  $\gamma_z$  estava entre o intervalo de 1,10 e 1,30, sendo eles: rígido com seis pavimentos; semirrígido LC-N com cinco e seis pavimentos; e semirrígido LS-N com quatro, cinco e seis pavimentos. Do mesmo modo, por caráter comparativo, verificou-se os efeitos provenientes da análise de segunda ordem para os casos que dispensam essa análise ( $\gamma_z < 1,10$ ), sendo: rígido com quatro

e cinco pavimentos; e, semirrígido LC-N com quatro pavimentos. Os casos articulados não foram contemplados nessa análise (N/C).

O método utilizado foi o Processo P- $\Delta$  iterativo adotando-se um critério de convergência no intervalo  $-0,25\% \leq x \leq 0,25\%$  entre as variações das forças horizontais fictícias. O Apêndice A exemplifica o processo iterativo do método para um dos casos estudados.

Assim, avaliando as combinações de ações consideradas, determinou-se os momentos máximos de segunda ordem para os momentos positivos na base do pilar e na região da ligação, além de ser determinado o acréscimo porcentual proveniente da análise de segunda ordem em relação a análise de primeira ordem. A Tabela 6-12 apresenta os resultados, sendo  $M_{pil,p}$  e  $M_{lig,p}$  respectivamente os momentos máximos de primeira ordem na base do pilar e na região da ligação; e de forma análoga,  $M_{pil,s}$  e  $M_{lig,s}$  os momentos de segunda ordem.

Tabela 6-12 – Comparação entre os momentos máximos negativos de primeira ordem e segunda ordem na base do pilar e na região da ligação.

Número de Pavimentos	Caso	$M_{pil,p}$ (kN.m)	$M_{pil,s}$ (kN.m)	Acréscimo $M_{pil}$ (%)	$M_{lig,p}$ (kN.m)	$M_{lig,s}$ (kN.m)	Acréscimo $M_{lig}$ (%)
Quatro	Articulado**	-114,39	N/C	N/C	-	N/C	N/C
	Semirrígido LS-N	-60,52	-67,72	12%	-40,59	-42,62	5%
	Semirrígido LC-N*	-51,94	-55,49	7%	-60,97	-61,86	1%
	Rígido*	-47,84	-50,12	5%	-74,60	-75,30	1%
Cinco	Articulado**	-193,93	N/C	N/C	-	N/C	N/C
	Semirrígido LS-N	-92,96	-108,83	17%	-44,73	-51,84	16%
	Semirrígido LC-N	-76,48	-83,66	9%	-66,13	-71,73	8%
	Rígido*	-68,18	-72,47	6%	-78,17	-79,88	2%
Seis	Articulado**	-296,37	N/C	N/C	-	N/C	N/C
	Semirrígido LS-N	-123,85	-155,64	26%	-50,16	-66,44	32%
	Semirrígido LC-N	-99,03	-112,20	13%	-73,21	-87,08	19%
	Rígido	-86,66	-94,10	9%	-84,05	-92,99	11%

\*Casos que dispensam análise de segunda ordem.

\*\*Casos não considerados para análise de segunda ordem.

Fonte: o autor.

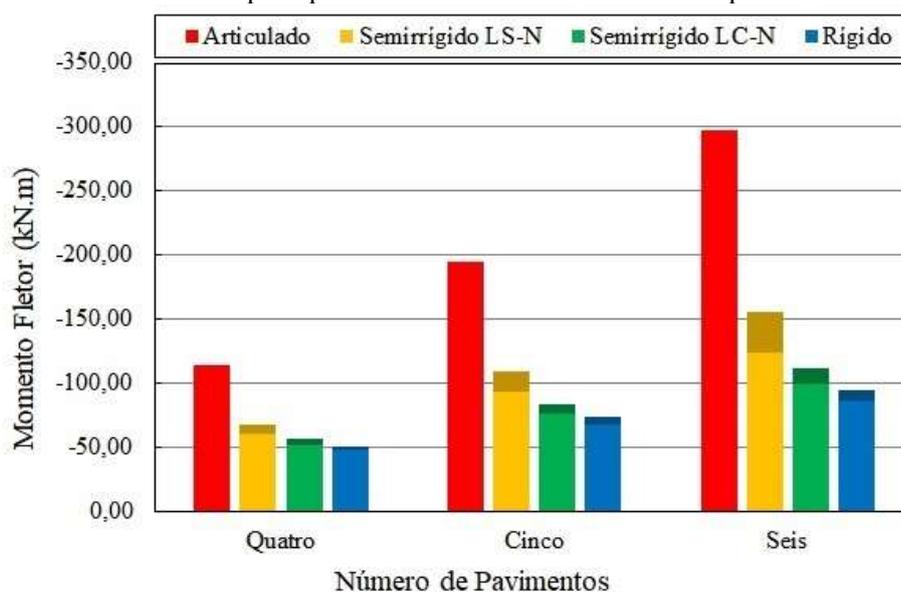
Pela Tabela 6-12 observa-se que o acréscimo de momento fletor tanto na base do pilar quanto na região da ligação, ao considerar-se os efeitos de segunda ordem, mostraram-se significativos, com acréscimos até 26% maiores para o momento na base do pilar e até 32% maiores para o momento na região da ligação.

Além disso, é importante correlacionar, ao avaliar os casos que obrigatoriamente necessitaram da análise de segunda ordem, que quanto mais próximo de 1,30 foi o valor do

coeficiente  $\gamma_z$ , maior foi o acréscimo de momento fletor gerado pela consideração dos efeitos de segunda ordem; do mesmo modo, quanto mais próximo de 1,10 o valor do coeficiente  $\gamma_z$ , menos significativo esse acréscimo se mostrou. Atendo-se aos casos que dispensam essa análise ( $\gamma_z < 1,10$ ), nota-se que os acréscimos gerados para os momentos fletores negativos na região da ligação não excedeu 2%, e acréscimos menores que 7% para os momentos na base do pilar – valores relativamente pequenos – o que confirma os limites estabelecidos pela ABNT NBR 6118:2017, em que os efeitos de segunda ordem podem ser desprezados caso o coeficiente  $\gamma_z$  seja menor que 1,10.

A Figura 6-12 ilustra o acréscimo gerado pela consideração dos efeitos de segunda ordem no momento fletor negativo máximo na base do pilar, em relação aos momentos de primeira ordem apresentados na Figura 6-7 para a mesma situação.

Figura 6-12 – Comparação entre os momentos fletores máximos de primeira ordem e os momentos de segunda ordem na base do pilar para os casos analisados com destaque no acréscimo obtido.



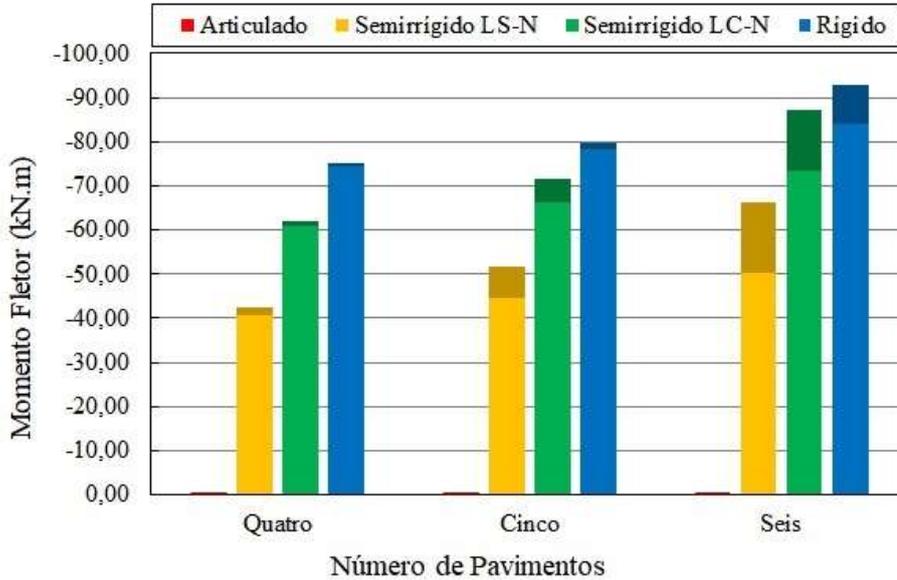
Fonte: o autor.

Na Figura 6-12 fica visível a diferença gerada pela consideração dos efeitos de segunda ordem para os momentos na base do pilar, conforme mencionado anteriormente. Também, pode-se perceber que mesmo com o acréscimo gerado pelos efeitos de segunda ordem, nenhum dos momentos fletores dos casos rígido e semirrígidos LC-N e LS-N se aproximam efetivamente dos valores obtidos para os momentos de primeira ordem no caso articulado.

A Figura 6-13, por sua vez, apresenta as diferenças obtidas entre os momentos de segunda ordem e primeira ordem para a região da ligação, evidenciando o acréscimo

significativamente maior conforme o coeficiente  $\gamma_z$  aproximava-se de 1,30, contrapondo a situação obtida na Figura 6-8.

Figura 6-13 – Comparação entre os momentos fletores máximos de primeira ordem e os momentos de segunda ordem na região da ligação para os casos analisados com destaque no acréscimo obtido.



Fonte: o autor.

Pelas Figuras 6-12 e 6-13 observa-se os valores apresentados pelo caso utilizando ligação semirrígida LC-N tendem aos apresentados pela ligação rígida; enquanto que para a ligação semirrígida LS-N, os valores aproximam-se de um intermediário entre a situação rígida e a articulada – o que mais uma vez confirma o evidenciado na classificação das ligações disposta no Item 5.3.

Quanto aos momentos fletores positivos máximos na viga ( $M_{viga}$ ), não houveram mudanças significativas (<1%) nos valores obtidos comparando-se os efeitos de segunda ordem com os efeitos de primeira ordem, mantendo-se, sobretudo, os valores apresentados pela Tabela 6-11.

Por fim, foram analisadas também as diferenças geradas nos deslocamentos horizontais causadas pelos efeitos de segunda ordem. A Tabela 6-13 apresenta os deslocamentos horizontais de primeira ordem ( $D_{x,topo,p}$ ) e segunda ordem ( $D_{x,topo,s}$ ), bem como o acréscimo percentual gerado.

Todos os casos que dispensavam a análise de segunda ordem apresentaram acréscimos menores que 10%, que se mostraram desprezáveis em vista do valor absoluto de deslocamento horizontal no topo da estrutura.

A análise mostrou que a variação dos deslocamentos horizontais foi mais significativa nos casos que a rigidez da ligação era menor e, conseqüentemente, apresentaram maior deslocabilidade. As Figuras 6-14, 6-15 e 6-16 ilustram de forma pormenorizada a variação entre os deslocamentos por pavimento para os casos apresentados.

Tabela 6-13 – Comparação entre os deslocamentos horizontais de primeira ordem e segunda ordem na no topo da estrutura.

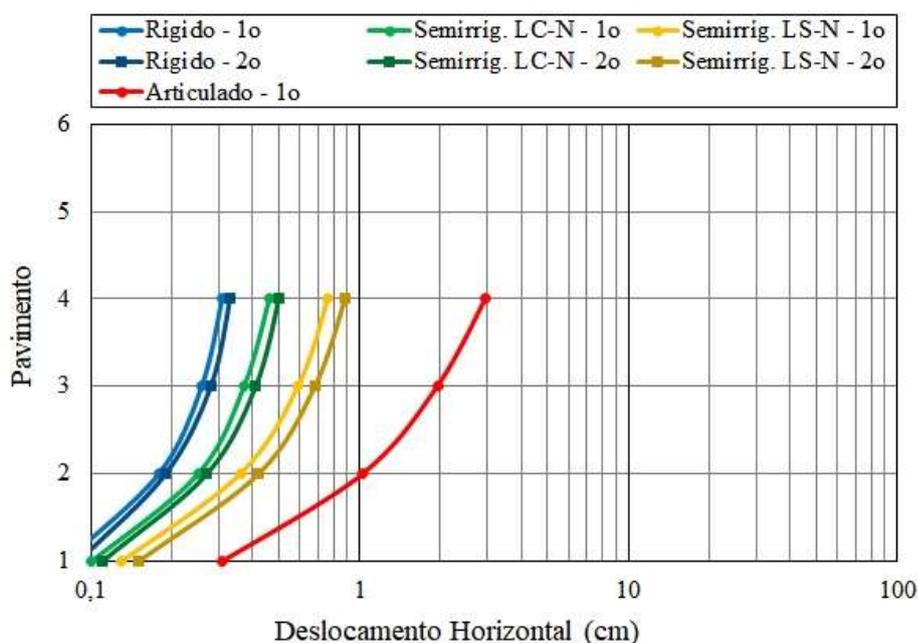
Número de Pavimentos	Caso	$D_{x,topo,p}$ (cm)	$D_{x,topo,s}$ (cm)	Acréscimo $D_{x,topo}$ (%)
Quatro	Articulado**	2,94	N/C	N/C
	Semirrígido LS-N	0,76	0,88	16%
	Semirrígido LC-N*	0,46	0,50	9%
	Rígido*	0,31	0,33	6%
Cinco	Articulado**	6,12	N/C	N/C
	Semirrígido LS-N	1,38	1,70	23%
	Semirrígido LC-N	0,80	0,90	13%
	Rígido*	0,53	0,57	8%
Seis	Articulado**	13,49	N/C	N/C
	Semirrígido LS-N	2,36	3,18	35%
	Semirrígido LC-N	1,32	1,56	18%
	Rígido	0,85	0,95	12%

\*Casos que dispensam análise de segunda ordem.

\*\*Casos não considerados para análise de segunda ordem.

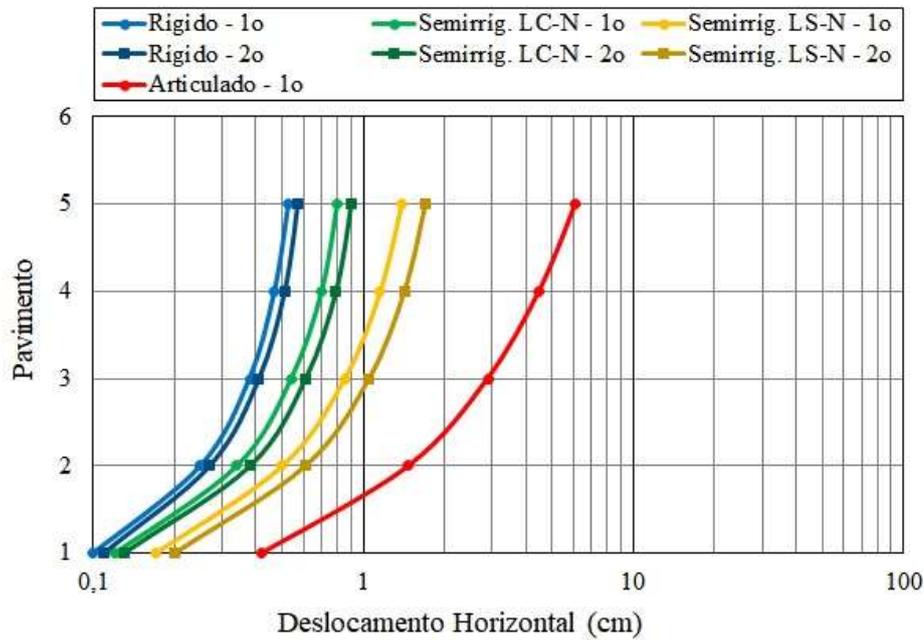
Fonte: o autor.

Figura 6-14 – Comparação entre os deslocamentos horizontais de primeira ordem e segunda ordem na estrutura de quatro pavimentos para os tipos de ligação apresentados.



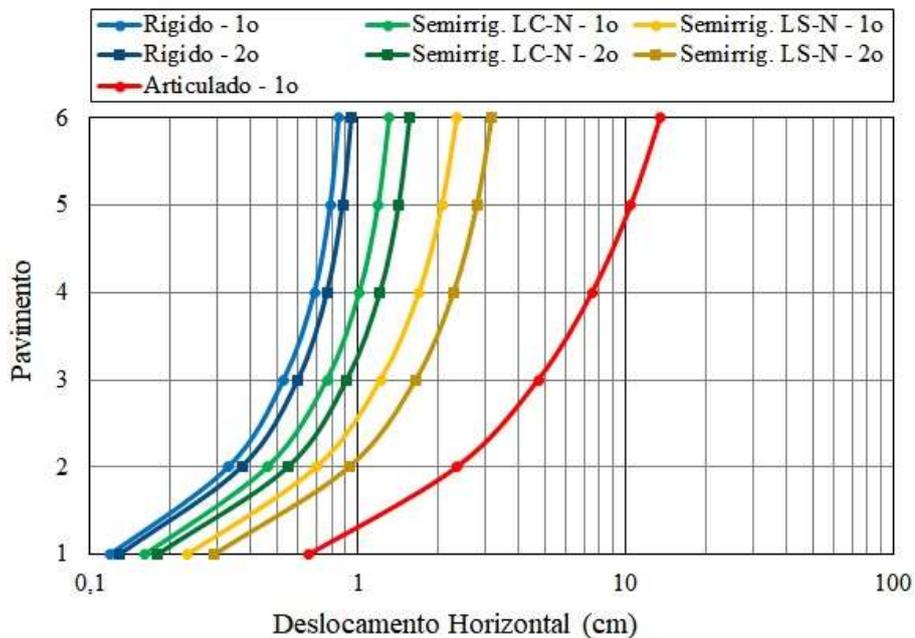
Fonte: o autor.

Figura 6-15 – Comparação entre os deslocamentos horizontais de primeira ordem e segunda ordem na estrutura de quatro pavimentos para os tipos de ligação apresentados.



Fonte: o autor.

Figura 6-16 – Comparação entre os deslocamentos horizontais de primeira ordem e segunda ordem na estrutura de quatro pavimentos para os tipos de ligação apresentados.



Fonte: o autor.

Apesar da consideração dos efeitos de segunda ordem, nenhum dos casos aproximou-se do comportamento apresentado pela estrutura totalmente articulada; mesmo sendo perceptível a tendência de que quanto menor a rigidez da ligação, mais o comportamento estrutural aproxima-se da situação totalmente articulada.

### 6.3 AVALIAÇÃO DOS RESULTADOS

A consideração da rigidez da ligação mostrou-se primordial para uma avaliação mais precisa da estabilidade global de uma estrutura. A simplificação comumente utilizada em considerar as ligações como totalmente articuladas levou a respostas estruturais inviáveis e não realistas.

Os efeitos da não-linearidade geométrica mostraram-se mais significativos conforme a ligação era menos rígida, apresentando valores até 26% maiores para os momentos fletores negativos na base do pilar e 32% maiores para a região da ligação, e valores até 35% maiores para os deslocamentos horizontais, para a ligação LS-N. Observa-se que para modelo LC-N esses valores foram reduzidos consideravelmente, bem como para o modelo com ligações perfeitamente rígidas.

O modelo de ligação proposto por Lacerda (2016) em que a interface consolo-viga é preenchida por graute mostrou-se, sobretudo, vantajoso, garantindo maior rigidez à estrutura, menor deslocabilidade e uma melhor redistribuição de esforços, apresentando um comportamento próximo ao conferido por estruturas rígidas, ao contrapor aos resultados das estruturas com o modelo de ligação comum sem presença de graute na interface consolo-viga. A vantagem conferida pelo modelo de ligação com graute na interface consolo-viga, em vista da dificuldade construtiva discutida no Capítulo Terceiro, é uma opção a ser melhor avaliada.

As respostas apresentadas por esse estudo alinharam-se às obtidas nos estudos de Ferreira & El Debs (2003) e Marin (2009), evidenciando o comportamento estrutural em vista do número de pavimentos e o tipo de ligação empregado.

## 7 CONSIDERAÇÕES FINAIS

---

O desenvolvimento de estudos sobre as ligações em estruturas pré-moldadas de concreto mostrou-se fundamental para avaliar de forma precisa e efetuar uma representação mais realista do comportamento complexo que essas ligações possuem.

Apesar desse comportamento complexo, é fato que esse campo ainda carece de estudos aprofundados; assim, com este intuito, dar continuidade aos estudos desenvolvidos por outros pesquisadores certamente colabora para a sistematização do conhecimento, alinhando-se, também, às sugestões feitas por Lacerda (2016) para o desenvolvimento de pesquisas futuras, avaliando-se parâmetros essenciais, por meio de simulações numéricas, a fim de determinar a influência que eles possuem no comportamento de estruturas pré-moldadas.

Portanto, o estudo desenvolvido pelo autor consistiu na avaliação numérica não-linear dos modelos experimentais desenvolvidos por Lacerda (2016), por meio do *Software* DIANA, que utiliza o método dos elementos finitos. Conduziu-se um estudo numérico baseado na modelagem numérica de estruturas pré-moldadas similares desenvolvidas por outros autores, a fim de determinar a abordagem apropriada para o desenvolvimento do modelo numérico pelo autor.

Então, a partir do estudo numérico, iniciou-se a modelagem numérica consistindo na utilização de: elementos tridimensionais sólidos para o concreto, graute, chumbador e apoios; elementos de reforço para as armaduras de aço; e, elementos de interfaces. O comportamento do material adotado para o concreto e o graute foi parabólico à compressão e exponencial à tração, implementado por meio de um modelo constitutivo de fissuração; e o aço seguiu o critério de plastificação de Von Mises. O modelo numérico foi submetido a um carregamento aplicado, ocasionando momento negativo na região da ligação.

Após o processo de calibração, comparando-se as respostas experimentais com as numéricas, desenvolveu-se modelos paramétricos a partir dos modelos numéricos, variando-se a armadura de continuidade, a resistência do graute na interface consolo-viga, a resistência do concreto moldado *in loco*, o diâmetro do chumbador e a altura da laje. Avaliou-se os resultados das curvas momento-rotação e força-deslocamento e a rigidez secante, e classificou-se as ligações quanto ao seu fator de restrição.

Em seguida, aplicou-se alguns dos modelos de ligação estudados na avaliação da estabilidade global de um edifício de múltiplos pavimentos, considerando as não-linearidades física e geométrica, variando-se o número de pavimentos e comparando as respostas com situações totalmente articuladas e totalmente rígidas.

*Como conclusões quanto ao estudo desenvolvido, tem-se:*

- a) Os resultados obtidos por meio dos modelos numéricos mostraram-se satisfatórios, apresentando comportamentos próximos aos obtidos por Lacerda (2016), com relação às curvas força-deslocamento e momento-rotação, com os modelos numéricos LC-N e LS-N apresentando uma melhor representação da situação experimental em comparação aos modelos PC-N e PS-N, sob o efeito de um carregamento provocando momento negativo nas ligações;
- b) Os modelos numéricos com preenchimento de graute na interface vertical consolo-viga (LC e PC) demonstraram-se ligeiramente mais resistentes que os modelos experimentais, o que pode ser atribuído a utilização do modelo do tipo reforço para a modelagem das armaduras, a representação de forma ideal do preenchimento da interface vertical no modelo numérico e a utilização de parâmetros normativos conforme necessários. Os modelos numéricos sem preenchimento de graute na interface vertical consolo-viga (LS e PS), por sua vez, também mostraram-se mais resistentes, mas em uma proporção menor, o que, da mesma forma, pode ser atribuído ao uso do modelo do tipo reforço para as armaduras e a utilização de normativas para dados em falta;
- c) Quanto à rigidez dos modelos numéricos, observou-se que os modelos numéricos se mostraram relativamente menos rígidos que os modelos experimentais, o que pode ser atribuído ao processo de calibração dos parâmetros das interfaces dos modelos numérico aliado a carência de dados experimentais fundamentais que necessitaram ser extraídos de instruções normativas. Os valores das rigidezes secantes numéricas variaram entre 15% a 40% a menos que os valores experimentais, com exceção do caso LS: com um valor de 2,5% menor em comparação ao modelo LS2; e por volta de 52% a mais para o LS1, que apresentou problemas no atuador gerando um processo de carregamento e descarregamento conforme relatado por Lacerda (2016);
- d) Para os modelos paramétricos, sob o efeito de um carregamento aplicado gerando momento negativo nas ligações, notou-se diferenças significativas nas curvas momento-

rotação para a variação dos parâmetros: armadura de continuidade, resistência do concreto moldado *in loco* e altura da laje. E não houve diferenças significativas para os casos em que se variou a resistência do graute da interface vertical consolo-viga e o diâmetro do chumbador;

- e) Para os modelos paramétricos variando-se a armadura de continuidade, verificou-se que a mudança de comportamento nas curvas momento-rotação era mais significativa conforme aproximava-se o início do escoamento das armaduras. Nos modelos em que a armadura de continuidade passava pela laje, a redução e o aumento na taxa de armadura respectivamente geravam menores e maiores valores de momento último, força máxima e rigidez secante. Entretanto, para o caso em que a armadura passava pelo pilar, isso não pode ser totalmente observado, em vista da necessidade, em alguns casos, de utilizar múltiplas camadas para acomodar as armaduras de continuidade, o que gerou redução na distância entre as resultantes de tração na armadura e compressão no concreto, afetando os resultados;
- f) O comportamento apresentado pelos modelos numéricos nos quais foi modificada a resistência do graute presente na interface vertical consolo-viga mostrou-se inalterado, uma vez que não foi realizada a modificação dos parâmetros de rigidez tangencial e normal da interface entre o concreto pré-moldado e o graute, os quais se mostraram fundamentais para a representação apropriada do modelo;
- g) A modificação na resistência do concreto moldado *in loco* garantiu modelos mais resistentes e rígidos conforme aumentava-se essa resistência; e, similarmente, modelos menos resistentes e rígidos ao reduzir essa resistência. O concreto moldado *in loco* presente na laje está submetido principalmente ao efeito de tração; cujo comportamento foi considerado na análise por meio de um modelo de material exponencial, que depende da energia de fratura à tração e da resistência à tração do concreto. Essa contribuição do concreto à tração é comumente desprezada por simplificações normativas; entretanto, ficou evidente que ela pode gerar uma contribuição significativa;
- h) Os modelos paramétricos nos quais variou-se a altura da laje apresentaram respostas muito expressivas, modificando o comportamento das curvas momento-rotação e força-deslocamento e afetando os valores da rigidez secante consideravelmente. A alteração nas características geométricas da seção transversal, afeta diretamente a inércia do elemento e o reposicionamento das armaduras de continuidade, modifica, também, o braço de alavanca entre as resultantes de tração e compressão. Ao aumentar-se a altura

- da laje, o modelo tornou-se mais resistente e rígido; ao reduzir-se, menos resistente e rígido;
- i) Os modelos paramétricos em que se alterou o diâmetro do chumbador não apresentaram mudanças significativas no comportamento, visto que os modelos foram submetidos ao efeito de momentos fletores negativos. Portanto, se os modelos fossem submetidos à ação de momentos fletores positivos, a mudança no comportamento conferida pela variação do diâmetro dos chumbadores tornar-se-ia mais distinta.
  - j) Quanto às classificações das ligações numéricas e paramétricas, de modo geral, os modelos sem presença de graute na interface vertical consolo-viga (LS e PS) apresentaram um comportamento semirrígido com restrição média e os modelos com presença de graute na interface vertical consolo-viga (LC e PC) apresentaram um comportamento semirrígido com restrição alta, muito próximo ao comportamento rígido;
  - k) A obtenção da rigidez secante pelo modelo normativo (Tipologia 1) e a expressão generalizada representaram adequadamente apenas as ligações do tipo LS e PS; ficando evidente que não representam apropriadamente as ligações LC e PC, visto que ambos não contemplam os efeitos gerados pela presença de graute na interface consolo-viga;
  - l) Quanto à utilização das ligações na estabilidade global, observou-se que a utilização do modelo de ligação LC-N na avaliação da estabilidade global de um edifício apresentou respostas muito próximas às situações com ligações perfeitamente rígidas;
  - m) A consideração de ligações totalmente articuladas demonstrou a importância da consideração da rigidez das ligações na análise estrutural, a fim de obter-se respostas mais precisas;
  - n) As estruturas com ligações LC-N apresentaram menor deslocabilidade e melhor distribuição de esforços quando comparadas às estruturas com ligações LS-N, evidenciando a melhora que o preenchimento de graute na interface consolo-viga pode conferir à estabilidade global; entretanto, é importante salientar que o modelo de ligação com graute na interface vertical consolo-viga ainda deve ser melhor estudado;
  - o) A elaboração de um modelo numérico prático em uma estrutura de múltiplos pavimentos mostrou-se importante ao auxiliar na obtenção de um melhor entendimento do comportamento global de estruturas pré-moldadas com ligações semirrígidas;

*Como sugestões a estudos futuros a serem desenvolvidos, tem-se:*

- a) Desenvolver protótipos experimentais e avaliá-los numericamente modificando outros parâmetros não contemplados, tais como a presença simultânea da armadura de continuidade passante pela viga e pelo pilar, a utilização de outros materiais para o preenchimento da interface vertical consolo-viga;
- b) Elaborar modelos numéricos dos modelos de ligação estudados utilizando um modelo de material que represente apropriadamente o comportamento da aderência aço-concreto nas armaduras de continuidade, a fim de obter-se respostas ainda mais precisas;
- c) Realizar um estudo na interface vertical consolo-viga para avaliar a contribuição da resistência do concreto pré-moldado e do graute nos parâmetros de rigidez tangencial e normal;
- d) Desenvolver estruturas numéricas avaliando-se os efeitos da não-linearidade física por meio do método de Branson (1966) e da utilização de diagramas momento-normal-curvatura para análise da estabilidade global;
- e) Verificar o comportamento dos modelos de ligação estudados em outras situações, como a de colapso progressivo e a atuação de cargas cíclicas.

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

---

ABAQUS. **ABAQUS Documentation**. Dassault Systèmes Simulia, Version 2016, Providence, 2016. Disponível em: <<http://130.149.89.49:2080/v2016/index.html>>.

AGUIAR, E. A. B. **Comportamento de chumbadores grauteados de ligações viga-pilar parcialmente resistente a momento fletor**. 244f. Tese de Doutorado - Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, 2010.

ALVA, G. M. S., LACERDA, M. M. S., SILVA, T. J. **Análise experimental de ligações viga-pilar pré-moldadas com armadura de continuidade para momentos fletores negativos**. Revista IBRACON de Estruturas e Materiais. Volume 13, nº. 2, p. 331 – 347, São Paulo, 2020.

ANSYS. **ANSYS Theory Reference**. Ansys, Inc. Release 5.6, Pennsylvania, 1999. Disponível em: <<http://research.me.udel.edu/~lwang/teaching/MEx81/ansys56manual.pdf>>.

ARAÚJO, D., FERREIRA, M. A., EL DEBS, M. **Estabilidade global de estruturas reticuladas em concreto pré-moldado: influência da plastificação da ligação**. Revista Sul-Americana de Engenharia Estrutural. Volume 3, nº. 2, p. 85 – 102, Passo Fundo, 2006.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR6118 – Projeto de estruturas de concreto - procedimento**. Rio de Janeiro, 2014.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR6120 – Ações para o cálculo de estruturas de edificações**. Rio de Janeiro, 2019.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR6123 – Forças devidas ao vento em edificações**. Rio de Janeiro, 1988.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR9062 – Projeto e execução de estruturas de concreto pré-moldado**. Rio de Janeiro, 2017.

BARLATI, G. B. **Simulação de comportamento de ligações semirrígidas entre vigas e pilares pré-fabricados por meio de modelagem de elementos finitos**. 123f. Dissertação de Mestrado - Universidade Federal de São Carlos, São Carlos, 2020.

BARROS, L. S. P. **Verificação do comportamento de ligações viga-pilar com continuidade de armadura negativa por meio de luvas rosqueadas**. 143f. Dissertação de Mestrado - Universidade Federal de São Carlos, São Carlos, 2018.

BARROS, L. S. P., MIGLIORE, G. M., SOUZA, A. S. C., FERREIRA, M.A. **Modelagem e análise do efeito da rigidez das ligações na estabilidade global em edifícios de concreto pré-moldado**. In: 59ª Edição Congresso Brasileiro do Concreto, IBRACON, São Paulo, 2017.

BELLUCIO, E. K. **Comportamento de chumbadores embutidos em concreto com fibras de aço para ligações viga-pilar de concreto pré-moldado.** 155 f. Dissertação de Doutorado - Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, 2016.

BRANSON, D. E. **Deflections of reinforced concrete flexural members.** Journal of the American Concrete Institute, n°. 6331, p. 637-667, Farmington Hills, 1966.

BRECCOLOTTI, M., GENTILE, S., TOMMASINI, M., MATERAZZI, A. L., BONFIGLI, M. F., PASQUALINI, B., COLONE, V., GIANESINI, M. **Beam-column joints in continuous RC frames: Comparison between cast-in-situ and precast solutions.** Engineering Structures, Volume 127, p. 129 – 144, ELSEVIER, Amsterdam, 2016.

DIANA. **DIANA Documentation – User’s Manual.** DIANA FEA BV, Release 10.4, Delft, 2020. Disponível em: <<https://dianafea.com/manuals/d104/Diana.html>>.

DIOGENES, H. J. F. **Análise numérica e experimental de ligações por aderência aço-concreto aplicada em estruturas mistas.** 198f. Dissertação de Doutorado - Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, 2013.

EL DEBS, M. K. **Concreto Pré-Moldado: Fundamentos e Aplicações.** 2ª. Edição. Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, EDUSP, São Carlos, 2017.

FÉDÉRATION INTERNATIONALE DU BÉTON. **CEB-FIP – Model code for concrete structures.** Lausanne, 2010.

FEENSTRA, P. H., BORST, R. **Aspects of robust computational modeling for plain and reinforced concrete.** Heron. Volume 38, n°. 4, p. 3 – 76, Delft, 1993.

FERREIRA, M. A. **Estudo da deformabilidade de ligações para a análise linear em pórticos planos de elementos pré-moldados de concreto.** 183f. Dissertação de Mestrado - Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, 1993.

FERREIRA, M. A., EL DEBS, M. K. **Análise de estrutura pré-moldada com ligações semirrígidas para múltiplos pavimentos.** In: Congresso Brasileiro do Concreto, 45º., Vitória, 2003. Anais... Vitória, 2003.

FERREIRA, M. A., EL DEBS, M. K., ELLIOTT, K. S. **Modelo teórico para ligações semirrígidas em estruturas de concreto pré-moldado.** In: Congresso Brasileiro do Concreto, 44º., Belo Horizonte, 2002. Anais... Belo Horizonte, 2002.

GAIOTTI, R., SMITH, B. S. **P-Delta analysis of building structures.** Journal of Structural Engineering. Volume 115, n°. 4, p. 755 – 770, Reston, 1989.

HADADE, M. A. S., CATOIA, B., FERREIRA, M. A., CARVALHO, R. C. **Caracterização experimental da relação momento-rotação de ligação viga-pilar em concreto pré-moldado.** SciELO. Revista Matéria. Volume 23, n°. 3, Rio de Janeiro, 2018.

HUSSEIN, M. E., ALMUSALLAM, T. H., AL-SALLOUM, Y. A., ABBAS, H. **Investigation of precast RC beam-column assemblies under column-loss scenario.** Construction and Building Materials, Volume 142, p. 552 – 571, ELSEVIER, Amsterdam, 2017.

KATAOKA, M. N. **Estudo da continuidade em ligações laje-viga-pilar em estruturas pré-moldadas de concreto.** 134f. Dissertação de Mestrado - Universidade Federal de São Carlos, São Carlos, 2007.

KATAOKA, M. N., FERREIRA, M. A., EL DEBS, A. L. H. C. **Estudo do comportamento de ligações viga-pilar em estruturas pré-moldadas de concreto: análise experimental.** Revista IBRACON de Estruturas e Materiais. Volume 5, nº. 5, p. 861 – 873, São Paulo, 2012.

KATAOKA, M. N., FERREIRA, M. A., EL DEBS, A. L. H. C. **Nonlinear FE analysis of slab-beam-column connection in precast concrete structures.** Engineering Structures, Volume 143, p. 306 – 315, ELSEVIER, Amsterdam, 2017.

KATAOKA, M. N., FERREIRA, M. A., EL DEBS, A. L. H. C. **Study on the behavior of beam-column connection in precast concrete structure.** Computers and Concrete, Techno-Press Journals. Volume 16, nº. 1, p. 163 – 179, Daejeon, 2015.

LACERDA, M. M. S. **Análise da influência do grauteamento e da posição das armaduras na ligação viga-pilar em estruturas de concreto pré-moldado.** 171f. Dissertação de Mestrado - Faculdade de Engenharia Civil, Universidade Federal de Uberlândia, 2016.

LACERDA, M. M. S., FLORÊNCIO, A. C., SILVA, W. A., DELALIBERA, R. G. **Avaliação dos critérios para análise da estabilidade global em edifícios de concreto armado: estudo de caso.** Revista Eletrônica de Engenharia Civil. Volume 9, nº. 2, p. 24 – 37, Goiânia, 2014.

LS-DYNA. **LS-DYNA Manual.** Livermore Software Technology Corporation, Release 12.0, Volumes I, II e III, Livermore, 2020. Disponíveis em: <<https://www.dynasupport.com/manuals>>.

MARIN, C. M. **Contribuição à análise de estabilidade global de estruturas em concreto pré-moldado de múltiplos pavimentos.** 213f. Dissertação de Mestrado - Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, 2009.

MARTINS, J. J. G. **Análise não-linear geométrica de estruturas reticuladas espaciais.** 262f. Dissertação de Mestrado - Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto, Universidade do Porto, Porto, 1997.

MIOTTO, A. M. **Ligações viga-pilar de estruturas de concreto pré-moldado: análise com ênfase na deformabilidade ao momento fletor.** 263f. Dissertação de Doutorado - Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, 2002.

OLIVEIRA, D. M. **Estudo dos processos aproximados utilizados para a consideração das não-linearidades física e geométrica na análise global das estruturas de concreto armado.** 327f. Dissertação de Doutorado - Escola de Engenharia da Universidade Federal de Minas Gerais, Universidade Federal de Minas Gerais, Belo Horizonte, 2007.

SALAS, J. L. S. **Modelo para instabilidade e vibrações de placas circulares.** 117f. Dissertação de Mestrado – Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2015.

SAWASAKI, F.Y. **Estudo teórico-experimental de ligação viga-pilar com almofada de argamassa e chumbador para estruturas de concreto pré-moldado.** 188f. Dissertação de Mestrado - Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, 2010.

SILVA, R. M. **Análise não-linear de pórticos planos de concreto armado: modelagem numérica e avaliação dos métodos aproximados.** 289f. Dissertação de Doutorado - Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, 1996.

WILLIAM, K. J., WARNKE, E. P. **Constitutive model for the triaxial behavior of concrete.** In: Proceedings of international association for bridge structure engineering. ISMES. Volume 19, p. 174 – 186, Bergamo, 1975.

## APÊNDICE – A

Exemplo numérico do método P- $\Delta$  iterativo para a determinação das cargas horizontais fictícias ( $H^*$ ) da estrutura com ligação semirrígida LS-N, cinco pavimentos e combinação das ações 2.

Iteração	i	Pi (kN)	D <sub>topo</sub> (cm)	D <sub>base</sub> (cm)	D <sub>topo</sub> -D <sub>base</sub> (cm)	Vi' (kN)	H (kN)	$\Delta H$ (kN)	H* (kN)	Converg. (%)
1	1	8453,92	0,47	0,00	0,47	13,24	23,43	-7,17	16,26	-
	2	6585,44	1,40	0,47	0,93	20,41	24,02	5,01	29,03	-
	3	4716,96	2,38	1,40	0,98	15,41	27,12	7,43	34,55	-
	4	2848,48	3,22	2,38	0,84	7,98	29,07	5,85	34,92	-
	5	980,00	3,87	3,22	0,65	2,12	15,20	2,12	17,33	-
2	1	8453,92	0,54	0,00	0,54	15,22	23,43	-9,15	14,28	-12,17%
	2	6585,44	1,65	0,54	1,11	24,37	24,02	5,81	29,84	2,78%
	3	4716,96	2,83	1,65	1,18	18,55	27,12	9,15	36,27	4,98%
	4	2848,48	3,82	2,83	0,99	9,40	29,07	6,88	35,95	2,96%
	5	980,00	4,59	3,82	0,77	2,52	15,20	2,52	17,72	2,26%
3	1	8453,92	0,55	0,00	0,55	15,50	23,43	-9,75	13,68	-4,18%
	2	6585,44	1,70	0,55	1,15	25,24	24,02	6,22	30,24	1,36%
	3	4716,96	2,91	1,70	1,21	19,03	27,12	9,25	36,37	0,25%
	4	2848,48	3,94	2,91	1,03	9,78	29,07	7,20	36,27	0,87%
	5	980,00	4,73	3,94	0,79	2,58	15,20	2,58	17,78	0,37%
4	1	8453,92	0,56	0,00	0,56	15,78	23,43	-9,46	13,96	2,06%
	2	6585,44	1,71	0,56	1,15	25,24	24,02	6,06	30,09	-0,52%
	3	4716,96	2,93	1,71	1,22	19,18	27,12	9,40	36,52	0,43%
	4	2848,48	3,96	2,93	1,03	9,78	29,07	7,17	36,24	-0,09%
	5	980,00	4,76	3,96	0,80	2,61	15,20	2,61	17,82	0,18%
5	1	8453,92	0,56	0,00	0,56	15,78	23,43	-9,46	13,96	0,00%
	2	6585,44	1,71	0,56	1,15	25,24	24,02	6,06	30,09	0,00%
	3	4716,96	2,93	1,71	1,22	19,18	27,12	9,40	36,52	0,00%
	4	2848,48	3,96	2,93	1,03	9,78	29,07	7,17	36,24	0,00%
	5	980,00	4,76	3,96	0,80	2,61	15,20	2,61	17,82	0,00%

Fonte: o autor.