

**UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO
ESCOLA DE ENGENHARIA DE SÃO CARLOS
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA DE ESTRUTURAS**

LUCAS DA ROSA RIBEIRO

**Otimização de estruturas reticuladas em concreto armado
considerando incertezas e riscos**

SÃO CARLOS

2020

LUCAS DA ROSA RIBEIRO

**Otimização de estruturas reticuladas em concreto armado
considerando incertezas e riscos**

Versão Corrigida

A versão original encontra-se na Escola de Engenharia de São Carlos

Dissertação apresentada ao Departamento de Engenharia de Estruturas da Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, como parte dos quesitos necessários para obtenção do título de Mestre em Engenharia Civil (Estruturas).

Orientador: Prof. Dr. André Teófilo Beck

SÃO CARLOS

2020

AUTORIZO A REPRODUÇÃO TOTAL OU PARCIAL DESTA TRABALHO,
POR QUALQUER MEIO CONVENCIONAL OU ELETRÔNICO, PARA FINS
DE ESTUDO E PESQUISA, DESDE QUE CITADA A FONTE.

Ficha catalográfica elaborada pela Biblioteca Prof. Dr. Sérgio Rodrigues Fontes da
EESC/USP com os dados inseridos pelo(a) autor(a).

D484o da Rosa Ribeiro, Lucas
Otimização de estruturas reticuladas em concreto
armado considerando incertezas e riscos / Lucas da Rosa
Ribeiro; orientador André Teófilo Bek. São Carlos,
2020.

Dissertação (Mestrado) - Programa de
Pós-Graduação em Engenharia Civil (Engenharia de
Estruturas) e Área de Concentração em Estruturas --
Escola de Engenharia de São Carlos da Universidade de
São Paulo, 2020.

1. concreto armado. 2. incertezas. 3. otimização
estrutural. 4. pórticos. 5. riscos. I. Título.

FOLHA DE JULGAMENTO

Candidato: Engenheiro **LUCAS DA ROSA RIBEIRO**.

Título da dissertação: "Otimização de estruturas reticuladas em concreto armado considerando incertezas, riscos e colapso progressivo"

Data da defesa: 11/02/2020

Comissão Julgadora

Resultado

Prof. Associado **André Teófilo Beck**

APROVADO

(Orientador)

(Escola de Engenharia de São Carlos – EESC/USP)

Prof. Dr. **Caio Gorla Nogueira**

APROVADO

(Universidade Estadual Paulista "Júlio de Mesquita Filho"/UNESP - Bauru)

Prof. Dr. **Wellison José de Santana Gomes**

APROVADO

(Universidade Federal de Santa Catarina/UFSC)

Coordenador do Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil
(Engenharia de Estruturas):

Prof. Associado **Vladimir Guilherme Haach**

Presidente da Comissão de Pós-Graduação:

Prof. Titular **Murilo Araujo Romero**

Aos que me ajudaram

AGRADECIMENTOS

Agradeço a Deus, independentemente do que, ou de quem, ele seja; aos meus pais, por terem me dado educação, carinho e disciplina; ao meu orientador, André Beck, pela paciência e por ser alguém que considero um exemplo a ser seguido; a todos os professores que já passaram pela minha vida; aos amigos do departamento: Felipe, Danilo, Luan, Camila, Ray, Yuri, Anchieta, Rocha, Thomas, André, Éverton e Tavares, pelas conversas, risadas, e conselhos; aos inúmeros amigos que ficaram em Santa Maria e em tantas outras cidades pelas quais passei; à Pâmela, pelo carinho e por ser a melhor “cereja no bolo” que eu poderia ter ganhado para fechar com chave de ouro este mestrado; e à Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES – Código de Financiamento 001), por possibilitar a realização deste trabalho.

"T *here are no man like
me. There's only me"*

Jaime Lannister, A Clash of Kings,
Chapter 55

RESUMO

RIBEIRO, L. R. **Otimização de estruturas reticuladas em concreto armado considerando incertezas e riscos.** 2020. 120 p. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil (Estruturas)) – Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos 2020.

Estruturas civis estão inevitavelmente submetidas às incertezas, são formadas por múltiplos componentes e estão sujeitas a vários modos de falha. Portanto, o dimensionamento poderia ser realizado com base na confiabilidade global do sistema, na correlação entre os modos de falha distintos do sistema estrutural, assim como na correlação entre a falha de seus elementos constituintes, definindo-se onde é válido empregar mais ou menos material. Logo, um elemento que tenha pouca influência na falha do sistema poderia ser dimensionado com confiabilidade menor, por exemplo. No entanto, a normativa nacional vigente de dimensionamento estabelece que a estrutura seja obtida mediante o dimensionamento individual de cada um de seus elementos constituintes, sem considerar a segurança do sistema como um todo. Com o objetivo de analisar as concepções ótimas de sistemas estruturais usuais, realizou-se a otimização estrutural de sistemas reticulados em concreto armado considerando riscos e incertezas. As variáveis de projeto adotadas são as dimensões da seção transversal dos elementos, taxa de armadura nas seções críticas dos elementos e parâmetros associados às propriedades materiais. Para melhor representar as não linearidades física e geométrica presentes, uma abordagem em elementos finitos baseada em posições foi empregada. Constatou-se que as técnicas de otimização adotadas levam a resultados mais econômicos quando o nível de segurança requerido é menor. Em contrapartida, as configurações ótimas resultam mais robustas e menos econômicas ao ser exigido um maior nível de segurança. Ademais, percebeu-se que, para as funções objetivo consideradas, a minimização de custos iniciais leva à redução da resistência média do concreto, e à priorização do aumento das seções transversais dos elementos.

Palavras-chave: Concreto Armado. Incertezas. Otimização Estrutural. Pórticos. Riscos.

ABSTRACT

RIBEIRO, L. R. **Structural optimization of hyperstatic reinforced concrete frames considering uncertainties and risks**. 2020. 120 p. Dissertation (M. Sc. in Civil Engineering (Structures)) – School of Engineering of São Carlos, University of São Paulo, São Carlos, 2020.

Civil engineering structures are inevitably under uncertainties, constituted by multiple components, and also subjected to several failure modes. Therefore, the design could be made considering the global system reliability, the correlation between failure modes, and also the correlation between the failure of its components, defining where it is worth spending more or less material. Thereby, a component with little influence over the system failure could be designed with less reliability, for instance. However, regarding reinforced concrete structures, the current Brazilian design normative establishes that the structural system is obtained after the individual design of each of its structural elements, not objectively considering the system reliability. Aiming to analyze the optimal designs of usual structural systems, the structural optimization under risks and uncertainties is performed on reinforced concrete frames. Design variables are the sizes of the transversal section of the structural members, steel rebar rate at critical sections, and parameters associated to material properties. In order to better represent the physical and geometrical nonlinearities involved, a finite element approach based on positions is used. It is shown that the optimization techniques leads to more economical results when the required safety level is lower. However, the optimal designs are more robust and less economical when higher safety levels are imposed. Also, it is realized, for the objective functions considered herein, that the minimizing of the initial costs leads to the reduction of the average concrete strength, while increasing of the transversal section dimensions.

Keywords: Frames. Reinforced Concrete. Risks. Structural Optimization. Uncertainties.

SUMÁRIO

1. INTRODUÇÃO.....	15
1.1. CONSIDERAÇÕES INICIAIS.....	15
1.2. OBJETIVOS	16
1.3. JUSTIFICATIVA.....	16
1.4. ESTRUTURA DO TEXTO	16
2. COLAPSO PROGRESSIVO.....	19
2.1. INTRODUÇÃO	19
2.2. TIPOS DE COLAPSO PROGRESSIVO.....	21
2.3. MEDIDAS PREVENTIVAS	24
2.4. DIRETRIZES.....	24
3. INCERTEZAS NA ENGENHARIA DE ESTRUTURAS.....	29
3.1. INTRODUÇÃO	29
3.2. CONFIABILIDADE ESTRUTURAL.....	29
3.3. ESTADOS LIMITES	30
3.4. TÉCNICAS DE SOLUÇÃO	31
3.4.1. Método de Confiabilidade de Primeira Ordem.....	32
3.4.2. Simulação de Monte Carlo Simples	33
3.4.3. Simulação de Monte Carlo com Amostragem por Importância	35
3.5. CONFIABILIDADE DE SISTEMAS	36
3.6. RISCO.....	38
3.7. NORMATIVAS	38
3.8. COLAPSO PROGRESSIVO	40
4. OTIMIZAÇÃO ESTRUTURAL SOB INCERTEZAS.....	41
4.1. INTRODUÇÃO	41
4.2. REVISÃO DA LITERATURA.....	42
4.3. OTIMIZAÇÃO BASEADA EM CONFIABILIDADE.....	45
4.4. SOLUÇÃO BASEADA NO FORM.....	46
4.4.1. Abordagem de Laço Duplo.....	46
4.4.2. Abordagem Desacoplada de Laço único	47
4.5. OTIMIZAÇÃO DE RISCOS	48
4.6. SOLUÇÃO DE PROBLEMAS RBDO E RO VIA SIMULAÇÃO	49
4.6.1. Firefly Algorithm.....	50
4.6.2. Método de Simulação com Ponderação Média	51
5. FORMULAÇÃO PARA ELEMENTO FINITO DE PÓRTICO LAMINADO 2D.....	53
5.1. INTRODUÇÃO	53
5.2. MAPEAMENTO DA CONFIGURAÇÃO INICIAL	54
5.3. MAPEAMENTO DA CONFIGURAÇÃO ATUAL	56
5.4. FUNÇÃO MUDANÇA DE CONFIGURAÇÃO E SEU GRADIENTE.....	57
5.5. ENERGIA MECÂNICA TOTAL.....	58
5.6. PRINCÍPIO DA ESTACIONARIEDADE	59
5.7. NÃO LINEARIDADE FÍSICA	60
5.7.1. Modelo de Dano de Mazars.....	60
5.7.2. Modelo de Dano μ -Model	63
5.7.3. Modelo Elastoplástico Perfeito Uniaxial	64
5.8. EXEMPLOS DE VALIDAÇÃO.....	65
5.8.1. Pilar sob Compressão Excêntrica	65
5.8.2. Pórtico Diamante Articulado	67
5.8.3. Barra de Aço – Modelo Constitutivo Elastoplástico Perfeito.....	71
5.8.4. Corpo de Prova de Concreto – μ Model	72

5.8.5. Viga Subarmada	74
5.8.6. Viga Superarmada	76
6. DETALHES DA IMPLEMENTAÇÃO	79
6.1. INTRODUÇÃO	79
6.2. CALIBRAÇÃO – NÃO LINEARIDADE FÍSICA DO CONCRETO	80
6.3. EQUAÇÃO DE ESTADO LIMITE ELEMENTAR – FALHAS LOCALIZADAS	85
6.4. FALHA DO SISTEMA E COLAPSO PROGRESSIVO	86
6.5. EXEMPLO DE APLICAÇÃO	86
7. RESULTADOS	89
7.1. EXEMPLO 1 – VIGA BIENGASTADA	89
7.1.1. Uma Variável de Projeto	92
7.1.2. Duas Variáveis de Projeto	93
7.2. EXEMPLO 2 – PILAR COM DESAPRUMO	95
7.3. EXEMPLO 3 – TAXA DE ARMADURA EM VIGA ISOSTÁTICA - RBDO	97
7.4. EXEMPLO 4 – TAXA DE ARMADURA EM VIGA ISOSTÁTICA - RO	99
7.5. EXEMPLO 5 – PÓRTICO	100
7.5.1. CASO 1 - $\beta T = 4.00$	101
7.5.2. CASO 2 - $\beta T = 6.00$	103
7.5.3. CASO 3 – ÍNDICES DE CONFIABILIDADE ALVO DISTINTOS	105
CONCLUSÕES	107
REFERÊNCIAS	109

1. INTRODUÇÃO

1.1. CONSIDERAÇÕES INICIAIS

A Engenharia de Estruturas é o ramo da engenharia civil dedicado ao projeto estrutural de obras civis, tais como edificações, túneis e pontes. Para que uma construção atenda às funções às quais foi projetada, é fundamental que sua estrutura possua a estabilidade, resistência e rigidez necessárias para que suporte adequadamente às diversas ações que inevitavelmente atuarão sobre a mesma. Para que a resistência estrutural seja satisfatoriamente superior às solicitações atuantes, os engenheiros de estruturas aplicam seus conhecimentos de física, cálculo e resistência dos materiais com o intuito de que a estrutura seja segura. No entanto, diversas falhas estruturais ocorreram ao longo da história e continuam ocorrendo.

Tais insucessos são fruto de diversas causas, tais como negligência, atuação de cargas não previstas, falta de conhecimentos acerca da resposta estrutural, erros na coleta de dados do solo ou dos carregamentos considerados, uso de modelos estruturais inadequados, presença de componentes com resistência inferior à de projeto, entre outros. Independentemente da causa, todas constituem algum tipo de incerteza. A presença de incertezas faz com que haja uma probabilidade de falha associada ao produto final e, mesmo que o projeto, execução e manutenção sejam realizados com a melhor qualidade possível, sempre haverá uma incerteza intrínseca envolvida. Sempre há, portanto, uma probabilidade de falha.

Falhas estruturais geram enorme impacto e comoção nas pessoas, porém é um grande equívoco afirmar que as estruturas civis não são seguras. O número de sucessos estruturais é muito superior ao número de falhas, de modo que as estruturas são produtos finais com probabilidade de falha baixíssima. Apesar disso, a busca por excelência, economia e pela obtenção das estruturas mais seguras possíveis é incessante.

Harari (2015) afirma que a humanidade vive confinada em uma corrida dupla. Assim como há a busca incessante pelo desenvolvimento, crescimento econômico, e melhoria na qualidade de vida, há também a necessidade de estarmos pelo menos um passo à frente da desintegração ecológica. Como o ritmo só acelera, o futuro da humanidade reside unicamente e cada vez mais no progresso científico.

No âmbito das estruturas em concreto armado, há inúmeros avanços relacionados à economia, tal como redução de peso e volume da estrutura, consideração de incertezas no dimensionamento, aumento dos vãos entre elementos portantes, uso modelos estruturais mais fidedignos, entre outros. Já no quesito sustentabilidade, há a crescente busca pela redução do consumo de cimento, assim como o uso de materiais alternativos na composição do concreto.

Por abordar a otimização de sistemas estruturais em concreto armado sob riscos e incertezas, este trabalho se torna uma contribuição à busca incansável pelo conflitante balanço entre excelência, economia e segurança.

1.2. OBJETIVOS

Este trabalho tem por objetivo analisar a influência de riscos e incertezas no processo de otimização de estruturas em concreto armado. A seguir estão listados os objetivos específicos deste trabalho:

1. Desenvolvimento de um código computacional capaz de captar de modo fidedigno o comportamento não linear físico e geométrico de pórticos planos em concreto armado, os diversos modos de falha passíveis de ocorrer nas seções dos elementos lineares, e a falha do sistema;
2. Elaboração preliminar da representação do colapso progressivo em pórticos planos de concreto armado;
3. Implementação da otimização estrutural sob incertezas no código computacional previamente citado;
4. Comparação da configuração de projeto obtida segundo normativas nacionais de dimensionamento com aquelas obtidas por otimização;
5. Aplicação da otimização estrutural sob incertezas em sistemas aporticados usuais.

1.3. JUSTIFICATIVA

Embora a literatura disponha de vários trabalhos referentes ao colapso progressivo, a maior parte é voltada a sua modelagem numérica (ADAM et al., 2018). Além disso, ao considerar os poucos trabalhos que consideram incertezas na ocorrência do fenômeno, não se constata uma abordagem aprofundada segundo o ponto de vista da Teoria de Probabilidades (HARTMANN et al., 2008; ARSHIAN et al., 2015; ARSHIAN e MORGENTHAL, 2015; FELIPE et al., 2018; FELIPE et al., 2019).

Da mesma forma, há poucos trabalhos referentes à otimização estrutural sob incertezas que consideram a falha do sistema e colapso progressivo, nos quais se abordam apenas exemplos simples e didáticos (BEYER e SENDHOFF, 2007; SCHUËLLER e JENSEN, 2009; AOUES e CHATEAUNEUF, 2010; LOPEZ e BECK, 2012; BECK et al., 2018).

Apesar da literatura contar com trabalhos que tenham ampliado o acervo teórico do tema em questão, poucos casos próximos à realidade foram analisados. Diante do exposto, a otimização sob incertezas estruturas usuais na prática da Engenharia Civil é um vasto campo de pesquisa em aberto.

1.4. ESTRUTURA DO TEXTO

Capítulo 1 – Introdução

O capítulo de introdução visa apresentar o trabalho desenvolvido, contextualizar o tema, listar os objetivos da pesquisa, assim como identificar as motivações de sua realização.

Capítulo 2 – Colapso Progressivo

A inclusão deste capítulo visa elucidar o leitor acerca da gravidade do colapso progressivo, bem como motivar pesquisas futuras acerca de sua influência no processo de otimização sob incertezas.

Capítulo 3 – Incertezas na Engenharia de Estruturas

Tendo em vista que a otimização estrutural sob incertezas depende de diversas notações, parâmetros e técnicas oriundas da Confiabilidade Estrutural, este capítulo consiste de uma fundamentação teórica ao que é apresentado nos capítulos posteriores.

Capítulo 4 – Otimização Estrutural sob Incertezas

Neste capítulo é realizada uma revisão da literatura sobre o tema, a apresentação das duas metodologias de otimização empregadas, bem como a apresentação dos algoritmos adotados para realizar o processo de otimização.

Capítulo 5 – Formulação para Elemento Finito de Pórtico Laminado 2D

Este capítulo apresenta a formulação usada no *software* em elementos finitos desenvolvido para avaliar a resposta estrutural de pórticos planos em concreto armado, além de contar com exemplos de validação para comprovar a eficácia do código.

Capítulo 6 – Detalhes da Implementação

Os pormenores do algoritmo desenvolvido, tais como calibração de parâmetros diversos, as equações de estados limites, a identificação de falhas localizada e do sistema, e uma abordagem preliminar acerca do colapso progressivo, são apresentados neste capítulo.

Capítulo 7 – Resultados

Neste capítulo são apresentados os resultados obtidos após se realizar a otimização estrutural de pórticos em concreto armado ao considerar riscos e incertezas.

2. COLAPSO PROGRESSIVO

2.1. INTRODUÇÃO

Em um sistema estrutural hiperestático, uma falha localizada leva a uma redistribuição de esforços aos elementos estruturais remanescentes. Caso a estrutura disponha de robustez suficiente, os demais elementos serão capazes de absorver os esforços adicionais. No entanto, caso este rearranjo não seja bem-sucedido, a referida falha inicial irá se propagar, resultando em colapso instantâneo ou progressivo. Um colapso instantâneo se caracteriza pela súbita perda de capacidade portante, ocorrendo usualmente após falhas localizadas junto às fundações. Alguns Exemplos são o desabamento parcial do bloco B do condomínio residencial Anêmona, em Ubatuba, SP (SOUZA, 2003), assim como o colapso global de um edifício de 13 andares em Shanghai, China (CHAI et al., 2013), ambos decorrentes de falhas nas estacas de fundação.

Já o colapso progressivo é definido como um mecanismo de reação em cadeia caracterizado por uma grande desproporção entre a área afetada pela falha inicial e a área total acometida (PARISI e AUGENTI, 2012). Uma falha inicial é seguida da falha dos elementos adjacentes, as quais são seguidas de falhas posteriores, até resultar em uma falha global de elevada magnitude (ALLEN e SCHRIEVER, 1972). Assim, a perda da capacidade portante de uma pequena parte da estrutura, em decorrência de carregamentos excepcionais, pode desencadear um efeito dominó de falhas subsequentes passível de afetar grande parte da estrutura (GROSS e MCGUIRE, 1983). Ressalta-se que, caso a falha estrutural seja inevitável, um colapso progressivo que permita tempo de evacuação é preferível em relação a um colapso instantâneo, posto o seu menor potencial de vítimas fatais.

A busca por segurança ao colapso progressivo ganhou destaque após o colapso parcial do Ronan Point Apartment Tower, em Londres (Figura 2.1). Em 1968, uma explosão de gás em uma cozinha do 18º andar expulsou um painel da fachada que servia de suporte à laje acima. A falta do apoio levou ao colapso das lajes do 19º andar até a cobertura. O impacto e a sobrecarga sobre a laje do 18º andar culminou no colapso desta até ao andar térreo (GRIFFITHS et al., 1968).

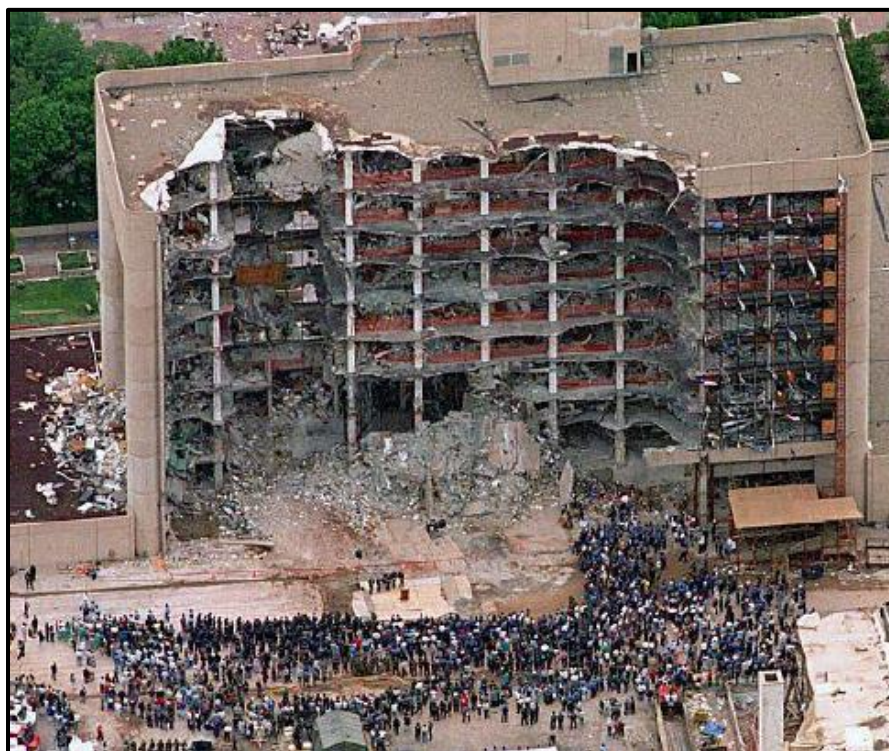
Figura 2.1 – Colapso progressivo do Ronan Point



A estrutura do Ronan Point era formada por painéis pré-fabricados de concreto armado, e sua construção se baseou no sistema Larsen-Nielsen para minimizar os custos e a mão de obra. A laje de cada pavimento se apoiava nas paredes portantes do pavimento inferior, de tal maneira que a ligação laje-parede se dava por armaduras de espera preenchidas por argamassa seca. Tal configuração garantia economia, porém não garantia a continuidade entre os elementos e, conseqüentemente, não possibilitava a redistribuição de esforços (PEARSON e DELATTE, 2005). O referido sistema construtivo reduziu os custos de manufatura, porém comprometendo severamente a segurança do sistema.

Novos casos de colapso progressivo ocorreram após o Ronan Point, incentivando ainda mais os estudos acerca deste modo global de falha. Em abril de 1995, por exemplo, houve uma detonação nas proximidades do edifício governamental Alfred P. Murrah, na cidade de Oklahoma, EUA. A explosão causou 168 mortes e levou ao colapso progressivo parcial da edificação (FEMA 277, 1996). A fachada voltada à explosão possuía uma viga de transição que se apoiava sobre quatro pilares, dentre os quais três foram implodidos. Tal como mostrado na Figura 2.2, a falta de capacidade portante após a perda dos pilares levou ao colapso de cerca de metade do edifício (KAZEMI-MOGHADDAM e SASANI, 2015).

Figura 2.2 – Colapso progressivo do edifício Alfred P. Murrah



Por outro lado, em junho de 1996 houve uma detonação em frente de alguns edifícios do complexo habitacional Khobar Tower, na Arábia Saudita, em 1996. O edifício mais danificado possuía 8 andares e estrutura formada por paredes e lajes pré-fabricadas em concreto armado. As ligações entre lajes e paredes seguiram as recomendações de prevenção ao colapso progressivo da norma inglesa CP 110-1 (1972). Em decorrência da ductilidade suficiente, o colapso não se propagou além dos danos iniciais, caracterizados pela perda da fachada e de parte das lajes e paredes internas (NISTIR 7396, 2017), conforme mostrado na Figura 2.3.

Figura 2.3 – Situação do edifício mais afetado no atentado do complexo Khobar Tower



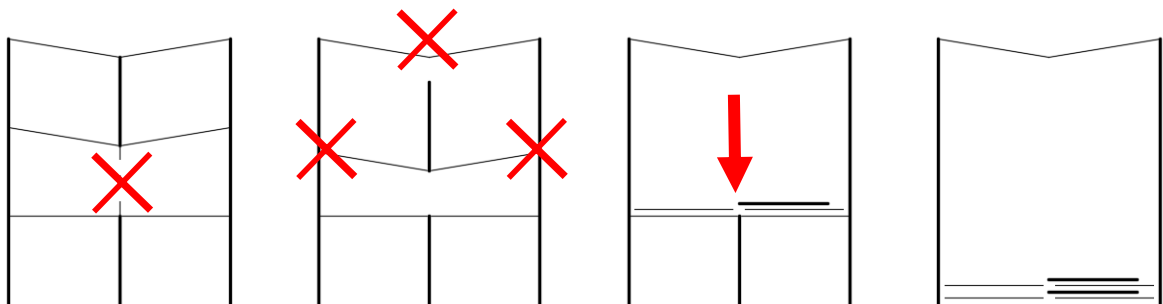
Nota-se que, para um evento extremo semelhante, a maior redundância e ductilidade das Khobar Towers permitiram consequências muito menos severas que as verificadas no Alfred P. Murrah.

2.2. TIPOS DE COLAPSO PROGRESSIVO

Kozlova (2013) classifica o colapso progressivo em seis categorias, cada qual referente a uma determinada causa e contando com mecanismos e características próprios. Tais classificações são denominadas *pancake*, *zipper*, *domino*, *section*, *instability* e *mixed*.

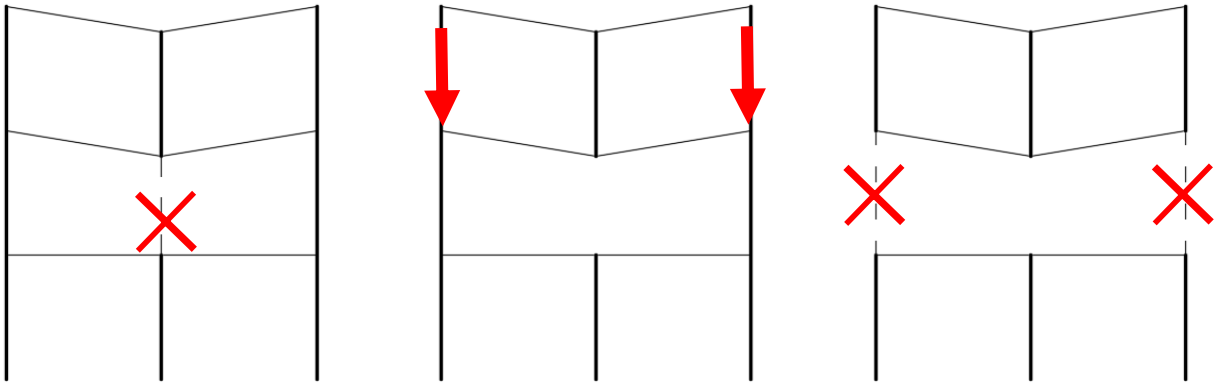
Colapsos tipo *pancake* (Figura 2.4) são definidos pela separação dos elementos estruturais e posterior queda vertical. Assim, a energia potencial dos elementos colapsados é convertida em energia cinética, gerando uma força de impacto muito elevada que acaba levando os pavimentos inferiores à ruína. Um exemplo famoso é o colapso do World Trade Center, em 2001, nos Estados Unidos, desencadeado pela separação repentina de vários pilares após o choque de uma aeronave (LA MALVA et al, 2009; KOTSOVINOS e USMANI, 2013).

Figura 2.4 – Colapso progressivo tipo *pancake*



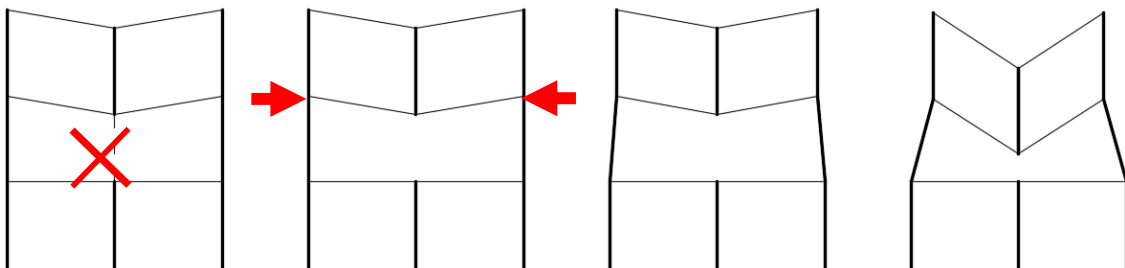
Os colapsos tipo *zipper*, por sua vez, se iniciam pela ruína de um ou mais elementos estruturais e seguida da redistribuição de esforços aos elementos adjacentes, de tal maneira que tais elementos não resistem à sobrecarga adicional a eles propagada (Figura 2.5).

Figura 2.5 – Colapso progressivo tipo *zipper*



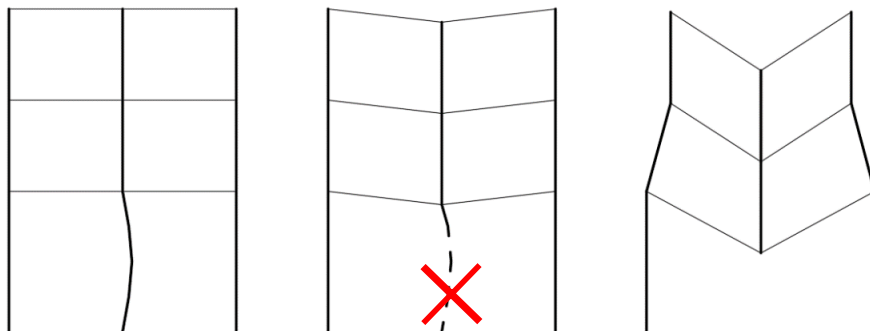
Colapsos tipo *domino* são caracterizados pela falha inicial de um elemento estrutural seguido do surgimento de forças horizontais excessivas, as quais são capazes de se propagarem horizontalmente e verticalmente de modo a formar uma reação em cadeia (Figura 2.6).

Figura 2.6– Colapso progressivo tipo *domino*



Já as situações em que a instabilidade de um elemento se propaga aos elementos estáveis, culminando no colapso de toda a estrutura, caracterizam o colapso tipo *instability* (Figura 2.7).

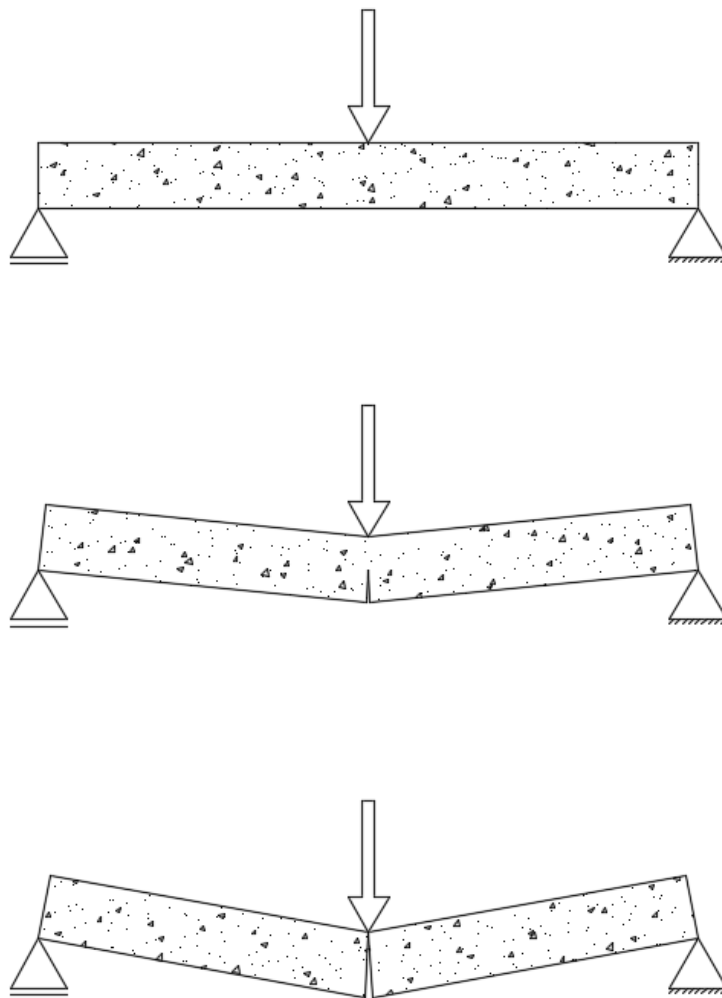
Figura 2.7 – Colapso progressivo tipo *instability*



Similar ao colapso tipo *zipper*, o colapso tipo *section* difere deste apenas pelo fato da ruptura inicial e das falhas subsequentes ocorrerem no contexto de uma seção transversal, e não de um sistema estrutural. Por conta disso, este tipo de falha poderia ser denominado “fratura rápida” ao invés de colapso progressivo (STAROSSEK, 2009).

Tal modo de ruína se caracteriza pela falha inicial em uma parte da seção transversal, em decorrência de esforços internos suficientemente elevados, seguido da propagação da falha para toda a seção. Na Figura 2.8 está representado este tipo de colapso para uma viga biapoiada de concreto simples.

Figura 2.8– Colapso tipo *section*



E por fim, colapsos progressivos tipo *mixed* são aqueles onde características de duas ou mais categorias estão presentes em uma dada ocorrência de colapso progressivo. Um exemplo de colapso tipo *mixed* é o previamente mencionado atentado ao edifício governamental Alfred P. Murrah. A remoção de três pilares do térreo levou ao colapso parcial dos andares superiores (*pancake*) que, por sua vez, culminou no surgimento de forças horizontais de tração que acarretaram na falha progressiva de uma série de outros elementos (*domino*).

2.3. MEDIDAS PREVENTIVAS

Com base nas ocorrências de colapso progressivo, as atuais diretrizes referentes à prevenção deste fenômeno consideram redundância, continuidade e ductilidade como os três principais fatores necessários para evitar este fenômeno (ASCE 7, 2005; UFC 4-023-03, 2009; GSA, 2013; NISTIR 7396, 2017).

A presença de elementos redundantes torna as estruturas hiperestáticas, permitindo caminhos de carga alternativos e redistribuição de esforços após uma falha localizada. Ao considerar uma estrutura hiperestática com grau de hiperestaticidade igual a n , é necessário que haja a falha de uma quantidade de elementos igual a $n + 1$ para que se verifique o colapso progressivo global do sistema estrutural (MELCHERS e BECK, 2018). Assim, quanto maior a quantidade de elementos redundantes, maior é a disponibilidade de caminhos para a redistribuição de esforços.

No entanto, a redistribuição de esforços só ocorre se houver continuidade entre seus elementos. Considerando estruturas reticuladas em concreto armado, uma forma de garantir continuidade se faz pela inserção de armaduras nas ligações, as quais propiciam um aumento na rigidez à flexão e, conseqüentemente, uma ligação com comportamento aproximadamente rígido.

Ressalta-se que ao se tratar de falhas estruturais, é desejável que se as mesmas ocorrerem, que seja de forma dúctil. A ductilidade diz respeito à capacidade da estrutura em admitir grandes deformações antes que o colapso se verifique, garantindo tempo de evacuação (DIMAS, 2014). No âmbito de estruturas lineares em concreto armado, as mesmas armaduras que promovem continuidade nas ligações também favorecem modos de falha dúcteis, a depender da taxa de armadura e do seu detalhamento na seção transversal.

A prevenção ao colapso progressivo mediante redundância, continuidade e ductilidade está alinhada ao conceito de robustez estrutural. A robustez está associada à capacidade da estrutura de não sofrer um dano final desproporcional à falha inicial (BONTEMPI et al., 2007; AGARWAL e ENGLAND, 2008; BIONDINI et al., 2008). Assim, uma estrutura robusta não deve ser demasiadamente sensível a uma falha localizada, independentemente de sua origem (VROUWENVELDER, 2008).

Ademais, redundância, continuidade e ductilidade são fundamentais para que a estrutura possua os denominados Caminhos de Carga Alternativos. Tal conceito é amplamente explorado pelas normativas internacionais que regem a segurança ao colapso progressivo. Esta abordagem baseia-se na premissa de que os elementos estruturais devem ser suficientes, em quantidade e em arranjo, para que a estrutura mantenha sua função portante mesmo após a perda de um ou mais elementos estruturais, sobretudo pilares e paredes portantes.

2.4. DIRETRIZES

Tendo em vista a gravidade das conseqüências associadas ao colapso progressivo, uma série de normativas e documentos internacionais foram elaborados com o intuito de prevenir sua ocorrência. Tais diretrizes apresentam limites aceitáveis de danos após uma falha inicial, métodos de dimensionamento específicos, classes de risco às edificações, entre outros.

Com o intuito de verificar a robustez estrutural em edificações governamentais, as atuais diretrizes internacionais de prevenção ao colapso progressivo recomendam uma série de procedimentos de segurança conforme o nível de risco da edificação. Percebe-se que definir situações válidas para aplicar determinadas medidas de segurança consiste em uma tentativa de se garantir o melhor custo-benefício, enquanto considerando as consequências do colapso progressivo.

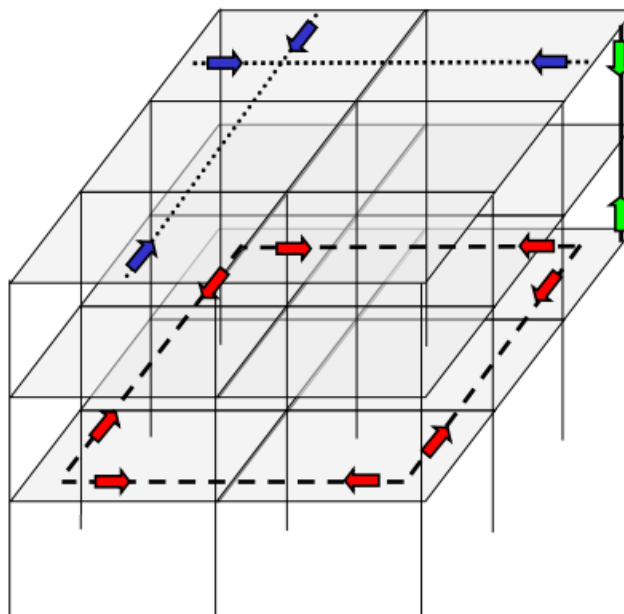
As técnicas de prevenção do colapso progressivo se agrupam em métodos direto e indireto. O método direto busca garantir robustez à estrutura mediante procedimentos e análises numéricas. Assim, os elementos estruturais são dimensionados de modo a resistir às ações acidentais, considerando caminhos de carga alternativos, e serem capazes de absorver esforços adicionais após a falha de outro elemento.

Um método direto muito enfatizado nas normativas internacionais é o Método dos Caminhos de Carga Alternativos, que consiste em garantir que a estrutura resista ao colapso progressivo após a remoção discricionária de um pilar (DIMAS, 2014). Pelo fato da remoção do pilar ser considerada instantânea, é necessário considerar o efeito dinâmico resultante. Caso a análise seja estática, o item C3.2.12.5 do GENERAL SERVICES ADMINISTRATION (GSA, 2013) discorre acerca de um fator de carga, igual a 2.0 que deve ser usado para representar tais efeitos.

Já o método indireto visa à garantia de robustez de forma implícita, mediante a imposição de valores mínimos de resistência, ductilidade e continuidade nos elementos. Por não recorrer a uma análise complexa no dimensionamento, é mais simples que o método direto, porém se torna mais limitado quanto ao seu uso (DIMAS, 2014).

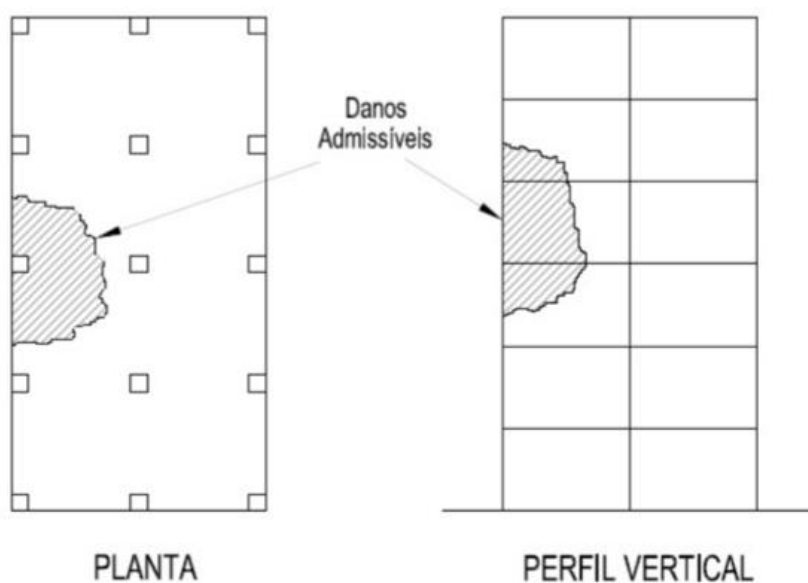
Um exemplo de método indireto é o Método das Forças de Amarração, cujo intuito é aprimorar as ligações da estrutura e, conseqüentemente, propiciar a continuidade e a ductilidade, além de contribuir com a possibilidade de caminhos alternativos de carga (UFC 4-023-03, 2009). Especificam-se valores mínimos de forças de tração a serem usados para amarrar a estrutura, tal como indicado na Figura 2.9.

Figura 2.9 – Forças de amarração consideradas na UFC 4-023-03, 2009



Além dos procedimentos voltados ao dimensionamento, as diretrizes internacionais definem limites aceitáveis dada uma falha inicial. A normativa europeia EN 1991-1-7 (2006), por exemplo, sugere que os danos em uma edificação decorrentes de uma ação excepcional não ultrapassem 15% da área do pavimento ou 100 m². Na direção vertical, por sua vez, os danos não devem exceder os dois andares adjacentes à origem do dano, tal como indicado na Figura 2.10.

Figura 2.10 – Limites de danos após falha inicial (EN 1991-1-7, 2006; FELIPE, 2017)



Sabendo que colapsos estruturais são raros, Stewart (2017) mostra que as medidas preventivas norte-americanas contra o colapso progressivo levam a um custo-benefício satisfatório apenas quando a probabilidade do evento causador for muito alta, na ordem de 10^{-3} /edifício/ano. Assim, o risco associado ao colapso progressivo de edifícios governamentais a partir de explosões se torna muito baixo. Ressalta-se, no entanto, que o custo-benefício pode se tornar vantajoso caso os elementos portantes estejam sujeitos a outros eventos excepcionais, tais como sismos e impactos de veículos.

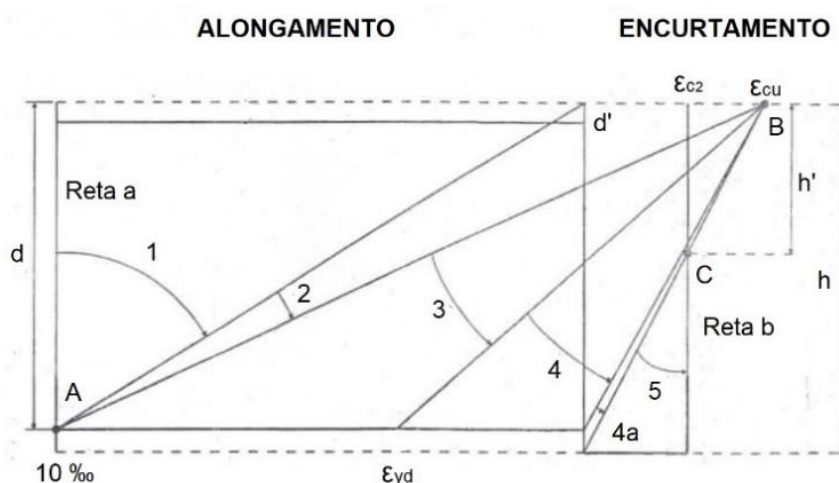
As normativas brasileiras, por sua vez, não tratam o colapso progressivo com o mesmo zelo verificado nas referências supracitadas, contendo pouquíssimas menções a seu respeito. Um exemplo é o item 19.5.4 da ABNT NBR 6118 (2014), que rege condições para que haja a garantia de ductilidade na ligação entre pilar e laje lisa e, conseqüentemente, proteção contra o colapso progressivo. No entanto, nenhuma definição formal acerca do fenômeno é apresentada.

Apesar do termo “colapso progressivo” ser praticamente inexplorado pelas atuais normativas nacionais, é equivocado afirmar que as estruturas dimensionadas conforme suas diretrizes tenham grande vulnerabilidade a tal fenômeno. No âmbito das estruturas em concreto armado, embora sejam praticamente inexistentes as medidas com o intuito específico de evitar o colapso progressivo, são vários os procedimentos que visam garantir a continuidade dos elementos e que falhas estruturais locais, caso ocorram, tenham comportamento dúctil.

Um exemplo é o item 14.6.6.1 da ABNT NBR 6118 (2014), o qual permite que vigas de edifícios em concreto sejam representadas pelo modelo clássico de viga contínua, desde que seja realizada uma verificação acerca da influência da solidariedade dos pilares com a viga ou que, pelo menos, considere-se engastes elásticos nos apoios extremos associados a momentos fletores pré-definidos. Portanto, ligações entre vigas e pilares não devem ser consideradas flexíveis no dimensionamento, devendo sempre haver algum nível de rigidez. Assim, tal medida é favorável para evitar o colapso progressivo, pois favorece a rigidez à flexão na ligação (promovendo a redundância), bem como garante a presença de armaduras passivas em tais regiões sujeitas a considerável momento fletor (induzindo a ductilidade).

Ademais, o item 17.2.2 da ABNT NBR 6118 (2014) estabelece que elementos lineares em concreto armado, tais como vigas e pilares, sejam dimensionados com base nos domínios de deformação da seção transversal no Estado Limite Último (ELU), ilustrados na Figura 2.11. Tais domínios apresentam a distribuição das deformações em uma seção transversal quando o ELU é alcançado, ou seja, quando o esforço solicitante atinge o esforço resistente da seção.

Figura 2.11 - Domínio de deformação no ELU para qualquer classe de concreto (adaptado da Figura 17.1 da ABNT NBR 6118: 2014)



No tocante às vigas, o item 17.2.3 da referida norma estabelece que deve ser garantida boas condições de ductilidade no ELU a partir da posição da linha neutra, de modo que a seção resulte ou no domínio 2 (ruptura por deformação plástica excessiva do aço e sem esmagamento do concreto) ou, preferencialmente, no domínio 3 (ruptura por encurtamento limite do concreto e com escoamento do aço).

Seções transversais de elementos lineares podem atingir o ELU após se tornar uma rótula plástica, onde a transição da seção íntegra para rótula se inicia após a plastificação simultânea do aço tracionado e do concreto comprimido. Tais articulações são caracterizadas por possuir uma rigidez à flexão reduzida (enquanto houver capacidade de rotação), pelo aumento plástico da curvatura, assim como pela associação da seção a um momento fletor que não será ultrapassado, denominado momento de plastificação M_p (FONTES e PINHEIRO, 2005). Pelo fato de estarem associadas à perda de um vínculo interno de giro, a formação de um número suficiente de rótulas plásticas também se torna um meio de um sistema estrutural se tornar um mecanismo.

Seções transversais que tenham se tornado rótulas plásticas continuam auxiliando na função portante da estrutura, mesmo que com uma eficiência reduzida, enquanto houver capacidade resistente. Assim, no contexto de se evitar o colapso progressivo, falhas localizadas dúcteis associadas à formação de rótulas plásticas são preferíveis em relação aos modos de falha frágeis que eliminam imediatamente a seção rompida.

Nota-se que as normativas nacionais apresentam procedimentos que indiretamente atuam na prevenção do colapso progressivo, de modo que haja certa segurança em relação a este fenômeno. Porém, é possível que o caráter conservador das normativas nacionais superdimensionem estruturas de baixo risco (baixa ocupação e baixo impacto social em caso de falha). Em contrapartida, é possível que o tratamento superficial do colapso progressivo, por parte das normativas nacionais, não resulte em um nível de segurança adequado para estruturas de alto risco (alta taxa de ocupação e elevado impacto social em caso de falha).

Dos Anjos (2016), por exemplo, constatou que o dimensionamento, segundo as normativas nacionais, de um edifício em concreto armado de 12 pavimentos resultou em sérios riscos de a estrutura apresentar colapso progressivo segundo o critério da Relação Demanda Capacidade (*Demand-Capacity Ratio* - DCR) apresentado no GSA (2013). Porém, ao adotar quantia e disposição de armaduras maiores, foi possível enquadrar a edificação nos limites estipulados pela referida diretriz norte-americana.

3. INCERTEZAS NA ENGENHARIA DE ESTRUTURAS

3.1. INTRODUÇÃO

A engenharia de estruturas é diretamente influenciada por incertezas: as ações atuantes são processos randômicos e imprevisíveis; a resistência dos materiais empregados é intrinsecamente aleatória; modelos de cálculo são imprecisos; o conhecimento acerca de um fenômeno nunca é completo; entre outros.

Tendo em vista a diversidade de incertezas e a grande influência exercida pelas mesmas, este capítulo apresenta os conceitos de confiabilidade e probabilidade de falha, define a transição entre sucesso e falha estrutural, introduz o problema fundamental da confiabilidade, apresenta as principais técnicas de solução de problemas de confiabilidade estrutural, e demonstra como as normativas atuais consideram as incertezas em um projeto de estruturas.

3.2. CONFIABILIDADE ESTRUTURAL

As incertezas que acometem uma estrutura se propagam à resposta estrutural, não havendo como garantir que a mesma seja sempre conveniente aos interesses humanos. A possibilidade de que o sistema estrutural deixe de responder conforme o esperado, dada em termos de probabilidades, é denominada probabilidade de falha P_f .

Confiabilidade estrutural \mathcal{R} , por sua vez, é o complemento da probabilidade de falha. Assim, \mathcal{R} é definida como uma medida do grau de confiança quanto ao atendimento estrutural aos requisitos técnicos de projeto dentro de uma vida de projeto especificada, desde que respeitadas as condições de operação. A relação entre P_f e \mathcal{R} é dada por:

$$\mathcal{R} = 1 - P_f \quad (3.1)$$

As definições de P_f e \mathcal{R} são dadas em termos de probabilidades, porém especial atenção deve ser dada ao conceito de probabilidade adotado. Diferente de componentes com produção em massa, onde as falhas são observáveis e a P_f é calculada à *posteriori* (após grande número de observações), a engenharia de estruturas lida com sistemas estruturais únicos, não sendo possível determinar a P_f de forma experimental.

Emprega-se, portanto, uma definição subjetiva de probabilidade denominada definição *Bayesiana*, a qual reflete o grau de confiança em relação à ocorrência do fenômeno investigado (no caso, falha). Tal probabilidade é estimada a partir de modelos físicos e matemáticos e, portanto, sujeitos às incertezas relacionadas às simplificações adotadas e ao estado do conhecimento. Ademais, consideram-se também as variáveis e fenômenos observáveis relacionados ao problema em questão, os quais são passíveis de serem representados por variáveis aleatórias.

Percebe-se que as múltiplas estatísticas dos componentes elementares são usadas como ferramenta na determinação dos valores subjetivos da probabilidade de falha e da confiabilidade

do sistema estrutural. Considerando as incertezas envolvidas como variáveis aleatórias em um vetor \mathbf{x} , é possível representar problemas de confiabilidade estrutural independentes do tempo como:

$$P_f = \int_{\Omega_f} f_{\mathbf{x}}(\mathbf{x}) d\mathbf{x} \quad (3.2)$$

onde $f_{\mathbf{x}}(\mathbf{x})$ corresponde à função de densidade de probabilidade conjunta das variáveis aleatórias do problema, e Ω_f representa a região do domínio de $f_{\mathbf{x}}(\mathbf{x})$ sobre a qual as possíveis combinações das variáveis aleatórias culminam na falha da estrutura.

3.3. ESTADOS LIMITES

Definidos os conceitos complementares de probabilidade de falha e confiabilidade, resta ainda definir sob quais condições o problema acarreta em falha ou sucesso. Atualmente se emprega a noção de estados limites para distinguir de forma discreta as situações antagônicas às quais a estrutura pode se encontrar. Com base na gravidade da situação indesejável a qual a estrutura pode se apresentar, os estados limites são classificados em de serviço ou últimos.

Estados limites de serviço correspondem aos requisitos de serviço sob condições normais de uso. Considerando estruturas de concreto armado, alguns exemplos são a formação de fissuras e trincas em elementos estruturais, deformações exageradas e vibrações excessivas.

Já os estados limites últimos são referentes aos requisitos de segurança. Dentre as consequências de se atingir tal estado limite, incluem-se o colapso total ou parcial da estrutura. Alguns exemplos são a falha de elementos estruturais em decorrência do alcance de suas respectivas capacidades máximas de resistência, instabilidade do sistema estrutural e formação de mecanismo plástico.

Genericamente, uma equação de estado limite $g(\mathbf{X})$ associada a um determinado modo de falha, onde \mathbf{X} é o vetor que contempla todas as n variáveis aleatórias envolvidas, é dada por:

$$g(\mathbf{X}) = g(X_1, X_2, \dots, X_n) \quad (3.3)$$

Valores negativos são associados à falha, ao passo que valores positivos indicam sobrevivência em relação ao modo de falha considerado. O formato indicado pela expressão 3.3 estabelece, portanto, a fronteira entre os domínios de falha Ω_f e sobrevivência Ω_s , os quais são dados formalmente por:

$$\begin{aligned} \Omega_f &= \{\mathbf{X} | g(\mathbf{X}) \leq 0\} \\ \Omega_s &= \{\mathbf{X} | g(\mathbf{X}) > 0\} \end{aligned} \quad (3.4)$$

A partir das equações de estados limites é possível representar o Problema Fundamental da Confiabilidade independente do tempo. Tal problema consiste, no contexto da engenharia de estruturas, em determinar a probabilidade de que a solicitação S seja superior à resistência R , ou seja, de que a estrutura falhe. Estão indicadas em 3.5 e em 3.6,

respectivamente, a definição do Problema Fundamental da Confiabilidade e a equação de estado limite que estabelece sua fronteira entre falha e sobrevivência:

$$P_f = P[\{R, S\} \in \Omega_f] = P[\{R \leq S\}] = P[\{S > R\}] = \int_{\Omega_f} f_{RS}(r, s) dr ds \quad (3.5)$$

$$g(R, S) = R - S = 0 \quad (3.6)$$

onde $f_{RS}(r, s)$ é a função de densidade de probabilidades conjunta das variáveis aleatórias R e S . Embora as equações de estados limites permitam identificar se a estrutura se encontra em situação de falha ou sobrevivência para determinados valores do vetor de variáveis aleatórias, a definição das probabilidades de falha requer técnicas de solução específicas, as quais utilizam as equações de estados limites como recurso. Tais técnicas são discutidas na Seção 3.4.

Cabe ressaltar que a adoção de estados limites promove a manifestação de incertezas intrínsecas de decisão, posto que estabelecer uma fronteira discreta entre os estados de falha e sucesso não condiz com a realidade observada nos problemas reais de engenharia. Nestes, a transição entre sobrevivência e falha se apresenta de forma gradativa. Tal fronteira “arbitrária”, no entanto, facilita a solução de problemas de confiabilidade mediante técnicas de transformação, porém gera instabilidades nas soluções baseadas em simulação (BECK, 2019).

3.4. TÉCNICAS DE SOLUÇÃO

Com base na equação 3.2, a resolução de problemas de confiabilidade estrutural independentes do tempo requer a integração da função de densidade de probabilidade conjunta $f_{\mathbf{X}}(\mathbf{x})$ das variáveis aleatórias envolvidas. Porém, normalmente não há dados suficientes para definir $f_{\mathbf{X}}(\mathbf{x})$, e sim apenas funções de distribuição marginais e coeficientes de correlação entre pares de variáveis aleatórias. Tendo em vista a informação disponível, as técnicas de solução que se destacam são os métodos de transformação e a simulação de Monte Carlo.

Métodos de Transformação consistem em associar, mediante uma série de transformações, o espaço de projeto \mathbb{X} ao espaço normal padrão \mathbb{Y} . O espaço de projeto \mathbb{X} é referente às variáveis dimensionais do problema, no qual as distribuições de probabilidade marginais das variáveis aleatórias podem ser quaisquer, assim como pode haver correlação entre pares de variáveis. Já o espaço normal padrão \mathbb{Y} é adimensional, possui apenas variáveis gaussianas e não possui nenhuma correlação entre as variáveis envolvidas.

Dentre os métodos de transformação disponíveis na literatura, escolheu-se apresentar o FORM, introduzindo-se as transformações entre os espaços \mathbb{X} e \mathbb{Y} , a busca pelo ponto de projeto, a aproximação da equação de estado limite por um hiperplano e a relação entre o índice de confiabilidade e a probabilidade de falha. A escolha deste método foi motivada pela sua reconhecida eficiência e pelo fato de ser satisfatoriamente fidedigno para diversas situações. Embora não seja aplicado nos problemas deste trabalho, sua apresentação se faz necessária pois serve de base teórica para conceitos relevantes a serem explorados no próximo capítulo.

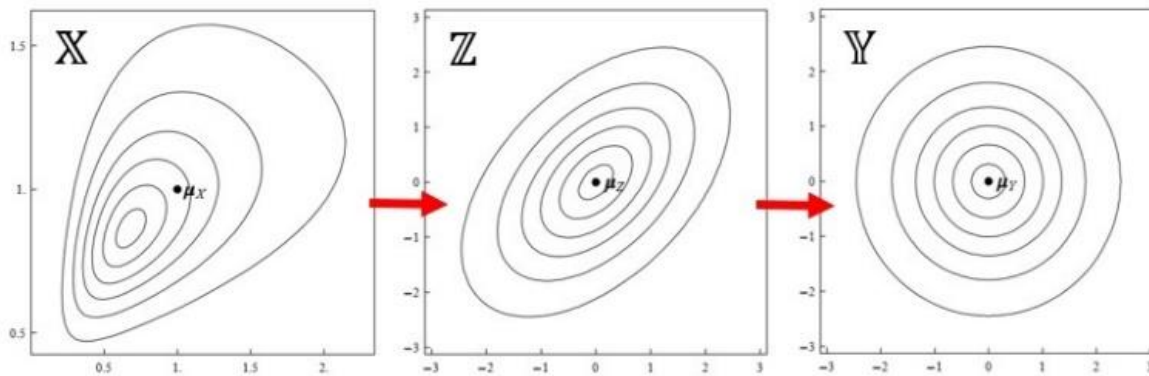
Quanto à simulação de Monte Carlo, esta é uma abordagem eficaz para problemas lineares e não-lineares, tendo como único fator limitante o custo computacional. Tal método

permite a realização numérica de experimentos inviáveis de serem realizados na prática, tornando possível, no âmbito da engenharia de estruturas, simular estruturas únicas diversas vezes. Diferente do FORM, a simulação de Monte Carlo é usada neste trabalho, porém associada a uma estratégia de redução do tamanho da amostra para melhorar a sua performance.

3.4.1. Método de Confiabilidade de Primeira Ordem

O *First Order Reliability Method* (FORM) é um método de transformação que considera todas as informações acerca das variáveis aleatórias do problema, tais como distribuições marginais não normais e correlações entre pares de variáveis aleatórias. Está ilustrado na Figura 3.1 a associação entre espaços proposta pela referida técnica.

Figura 3.1 - Mapeamento do espaço de projeto \mathbb{X} ao espaço normal padrão \mathbb{Y} via Transformação Composta com Modelo de Nataf



Tal transformação consiste em incluir um espaço intermediário \mathbb{Z} entre \mathbb{X} e \mathbb{Y} que, assim como \mathbb{Y} , é normal padrão multi-variado, porém com uma correlação equivalente imposta para representar a correlação real que pode estar presente em \mathbb{X} .

Conforme indicado na Figura 3.1, inicialmente é realizado o mapeamento de \mathbb{X} para \mathbb{Z} . Nesta etapa são empregados o Princípio da Aproximação Normal, usado para criar um espaço normal equivalente que preserve o conteúdo de probabilidades de \mathbb{X} , bem como o Modelo de Nataf, que serve para impor em \mathbb{Z} uma correlação equivalente àquela verificada em \mathbb{X} . A transformação $\mathbb{X} \rightarrow \mathbb{Z}$ e a sua inversa $\mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{X}$ são dadas por:

$$\begin{aligned} \mathbf{z} &= \mathbf{J}_{zx} \{ \mathbf{x} - \boldsymbol{\mu}^{neq} \} \\ \mathbf{x} &= \mathbf{J}_{xz} \mathbf{z} + \boldsymbol{\mu}^{neq} \end{aligned} \quad (3.7)$$

onde:

$$\mathbf{J}_{zx} = (\mathbf{D}^{neq})^{-1}$$

$$\mathbf{J}_{xz} = \mathbf{D}^{neq}$$

\mathbf{D}^{neq} = Matriz diagonal de desvios padrão do espaço normal equivalente a \mathbb{X}

$\boldsymbol{\mu}^{neq}$ = Vetor de médias do espaço normal equivalente a \mathbb{X}

Já o mapeamento de \mathbb{Z} para \mathbb{Y} envolve a eliminação da correlação equivalente, a qual pode ser via Decomposição Ortogonal ou Fatoração do Cholesky. Considerando decomposição ortogonal, a transformação $\mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{Y}$ e sua inversa $\mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{Y}$ são dadas por:

$$\begin{aligned} \mathbf{y} &= \mathbf{J}_{yz} \mathbf{z} \\ \mathbf{z} &= \mathbf{J}_{zy} \mathbf{y} \end{aligned} \quad (3.8)$$

onde:

$$\begin{aligned} \mathbf{J}_{yz} &= \mathbf{A}^T \\ \mathbf{J}_{zy} &= (\mathbf{A}^T)^{-1} \\ \mathbf{A} &= \bar{\mathbf{A}} \mathbf{\Lambda}^{-1/2} \\ \bar{\mathbf{A}} &= \text{Matriz ortogonal cujas colunas são os autovetores de } \mathbf{C}_Z \\ \mathbf{\Lambda} &= \text{Matriz diagonal dos autovalores de } \mathbf{C}_Z \\ \mathbf{C}_Z &= \text{Matriz de covariância do espaço normal padrão } \mathbb{Z} \end{aligned}$$

Em \mathbb{Y} a equação de estado limite é aproximada por um hiperplano tangente ao Ponto de Projeto. Tal ponto é aquele, sobre a equação de estado limite, que possui o maior conteúdo de probabilidades. No espaço \mathbb{Y} , é também o ponto correspondente a menor distância entre a equação de estado limite e a origem do espaço normal padrão.

No entanto, a posição do ponto de projeto não é conhecida a priori, sendo necessário o uso de métodos iterativos para encontra-lo, tais como o algoritmo de Hasofer, Lind, Rackwitz e Fiessler – *HLRF* (HASOFER e LIND, 1974; RACKWITZ e FIESSLER, 1978), ou o *improved HLRF* – *iHLRF* (ZHANG e DER KIUREGHIAN, 1997). Com o ponto de projeto definido, lineariza-se a equação de estado limite para, então, definir o β e a P_f a ele associada por:

$$P_f = \Phi(-\beta) \quad (3.9)$$

3.4.2. Simulação de Monte Carlo Simples

Esta técnica consiste em definir a P_f a partir de várias simulações de combinações distintas das incertezas do problema, verificando se cada uma resulta em falha ou sobrevivência. De modo geral, a probabilidade de falha P_f é definida por:

$$P_f = \int_{\Omega_f} f_{\mathbf{X}}(\mathbf{x}) d\mathbf{x} \quad (3.10)$$

onde:

Ω_f = Domínio de falha;

$f_{\mathbf{X}}(\mathbf{x})$ = Função de densidade de probabilidade (pdf) conjunta;

\mathbf{x} = Vetor escrito em termos de todas as variáveis aleatórias envolvidas;

Conforme (3.10), como a P_f envolve a integral da pdf conjunta sobre o domínio de falha, reescreve-se (3.10) utilizando a função indicadora $I[\mathbf{x}]$ dada por (3.11), de tal maneira que a P_f passa a ser escrita por (3.12):

$$I[\mathbf{x}] = \begin{cases} 1 & \text{se } \mathbf{x} \in \Omega_f \\ 0 & \text{se } \mathbf{x} \notin \Omega_f \end{cases} \quad (3.11)$$

$$P_f = \int_{\Omega} I[\mathbf{x}] f_X(\mathbf{x}) d\mathbf{x} \quad (3.12)$$

onde:

$$\Omega = \Omega_f + \Omega_s \text{ (Vide seção 3.4)}$$

Por ser empregado uma quantidade finita de pontos amostrais, a probabilidade de falha estimada \hat{P}_f é uma aproximação da P_f , dada pela razão entre o número n_f de amostras que resultaram no domínio de falha e o número total de amostras n_s , conforme (3.13):

$$P_f \approx \hat{P}_f = \frac{1}{n_s} \sum_{k=1}^{n_s} I[x_k] = \frac{n_f}{n_s} \quad (3.13)$$

Ademais, o uso de uma quantidade finita de pontos amostrais acarreta em um erro estatístico, o qual é representado pela variância $Var(\hat{P}_f)$:

$$Var(\hat{P}_f) = \frac{1}{n_s - 1} \sum_{k=1}^{n_s} (I[x_k] - \hat{P}_f)^2 \quad (3.14)$$

Com base em (3.13) e (3.14) é notável que \hat{P}_f é uma variável aleatória em função do tamanho da amostra. Caso esta quantidade tenda a infinito, obtém-se:

$$\begin{aligned} \lim_{n_s \rightarrow \infty} \hat{P}_f &= P_f \\ \lim_{n_s \rightarrow \infty} Var(\hat{P}_f) &= (\hat{P}_f)^2 \end{aligned} \quad (3.15)$$

O índice de confiabilidade β_{SMC} associado a \hat{P}_f também é uma variável aleatória por depender indiretamente do número de pontos amostrais, sendo obtido por:

$$\beta_{SMC} = -\Phi^{-1}(\hat{P}_f) \quad (3.16)$$

onde:

Φ^{-1} = Inversa da função cumulativa de probabilidades (cdf) correspondente à distribuição normal

A partir da geração de números aleatórios u_i entre 0 e 1, obtém-se as suas respectivas amostras a partir da inversa da função cumulativa conjunta de densidades:

$$\mathbf{x}_i = F_X^{-1}(u_i) \quad (3.17)$$

Caso as variáveis aleatórias sejam consideradas independentes, a pdf conjunta é dada pelo produto das pdfs marginais, conforme indicado em (3.18). Todavia, caso haja correlação entre variáveis, requer-se o Modelo de Nataf para garantir amostras correlacionadas.

$$f_X(\mathbf{x}) = \prod_{i=1}^n f_{x_i}(x_i) \quad (3.18)$$

3.4.3. Simulação de Monte Carlo com Amostragem por Importância

A simulação de Monte Carlo simples tem como aspecto negativo a necessidade de um número muito grande de pontos amostrais para garantir uma resposta adequada. Em vista disso, foram propostos na literatura diversos métodos baseados na simulação original com o intuito de reduzir o custo computacional e favorecer a solução. Isto posto, destaca-se a Simulação de Monte Carlo com Amostragem por Importância, a qual abrange metodologias cuja redução do custo computacional se deve à redução do tamanho da amostra. Tal redução se deve ao uso de uma função de amostragem $h_X(\mathbf{x})$.

Semelhante ao caso original, reescreve-se a P_f dada por (3.10) considerando a função indicadora $I[\mathbf{x}]$ e também $h_X(\mathbf{x})$:

$$P_f = \int_{\Omega} I[\mathbf{x}] \frac{f_X(\mathbf{x})}{h_X(\mathbf{x})} h_X(\mathbf{x}) d\mathbf{x} \quad (3.19)$$

Devido ao número finito de pontos amostrais, a probabilidade de falha estimada \hat{P}_f é dada por:

$$P_f \approx \hat{P}_f = \frac{1}{n_s} \sum_{k=1}^{n_s} I[x_k] w_k \quad (3.20)$$

onde:

$$w_k = \frac{f_X(\mathbf{x})}{h_X(\mathbf{x})} \text{ (Peso amostral)}$$

O fato da P_f ser estimada faz com que haja um erro estatístico, o qual é dado por:

$$Var(\hat{P}_f) = \frac{1}{n_s - 1} \sum_{k=1}^{n_s} (I[x_k] w_k - \hat{P}_f)^2 \quad (3.21)$$

Visando à máxima eficiência desta técnica de amostragem inteligente, é possível centrar a função de amostragem $h_X(\mathbf{x})$ sobre o ponto de projeto, o qual pode ser definido previamente pelos algoritmos *HILRF* ou *iHILRF*. Assim, além dos pontos amostrais serem

criados na fronteira entre falha e sobrevivência, estes são avaliados na região associada ao maior conteúdo de probabilidades.

Todavia, neste trabalho a estimativa da probabilidade de falha é realizada pela técnica de amostragem inteligente *Weighted Average Simulation Method* (WASM), conforme apresentado na seção 4.6.2. Nesta técnica, adota-se uma função de amostragem $h(\mathbf{x})$ com distribuição uniforme sobre uma região ligeiramente maior que domínio de projeto definido pelas variáveis aleatórias de projeto. A escolha deste método se deve ao fato de ser mais favorável no contexto da otimização estrutural com variáveis aleatórias de projeto, pois possibilita o uso de uma única amostragem ao longo de todo o processo de otimização.

3.5. CONFIABILIDADE DE SISTEMAS

Sistemas estruturais são estruturas compostas por múltiplos elementos racionalmente conectados entre si, os quais são projetados, construídos e mantidos de modo a cumprir sua função portante ao longo de sua vida útil. Ademais, devem ter nível adequado de segurança, serem economicamente viáveis e não devem expor os usuários a riscos inaceitáveis.

No que diz respeito à confiabilidade de sistemas, os elementos estruturais que os compõem podem estar associados em série ou em paralelo. Sistemas em série são aqueles onde a falha de um único elemento é suficiente para acarretar na falha do sistema, ao passo que componentes associados em paralelo requerem que uma quantidade suficiente falhe para que se verifique a falha global do sistema (MELCHERS e BECK, 2018).

Estruturas hiperestáticas são exemplos de sistemas em paralelo, posto que uma estrutura com grau de hiperestaticidade n requer a falha de $n + 1$ elementos para que se torne um mecanismo e, conseqüentemente, a falha do sistema ocorra. Estruturas isostáticas, por sua vez, constituem um exemplo típico de sistemas em série, pois a falha de um único componente é suficiente para acarretar na falha global do sistema.

A redundância presente nas associações em paralelo é notória, a qual pode ser ativa ou passiva. Segundo Beck (2019), redundância ativa é aquela mobilizada imediatamente caso haja um acréscimo na solicitação que não acarrete na falha de nenhum elemento do sistema. Já a redundância passiva se caracteriza por ser mobilizada somente após a falha de outros elementos.

Tratando-se de sistemas em paralelo, caso a falha inicial de um elemento seja capaz de se propagar e desencadear falhas subseqüentes, de modo que o dano final seja desproporcionalmente superior à falha inicial que o causou, há então o colapso progressivo (vide Capítulo 2).

Considerando pórticos hiperestáticos, as diferentes seqüências de falhas elementares que levam à formação de mecanismo constituem um sistema em série, posto que qualquer uma resulta na falha do sistema. Portanto, eventos elementares que compõem uma única seqüência de falhas estão associados em paralelo, ao passo que diferentes seqüências de falha estão associadas em série.

Sistemas estruturais com modos de falha descritos por equações de estado limites $g_i(\mathbf{X})$ em termos de realizações de um vetor de variáveis aleatórias \mathbf{X} , têm seus domínios de falha elementares dados por:

$$\Omega_{fi} = \{\mathbf{X} | g_i(\mathbf{X}) \leq 0\} \quad (3.22)$$

A probabilidade de falha P_{fi} é expressa por:

$$P_{fi} = P[\mathbf{X} \in \Omega_{fi}] = \int_{\Omega_{fi}} f_{\mathbf{X}}(\mathbf{x}) d\mathbf{x} \quad (3.23)$$

O domínio de falhas composto do sistema é definido como:

$$\Omega_{fSYS} = \{\mathbf{x} | \cup_k [\cap_{i \in C_k} (g_i(\mathbf{x}) \leq 0)]\} \quad (3.24)$$

de modo que a probabilidade de falha do sistema é dada por:

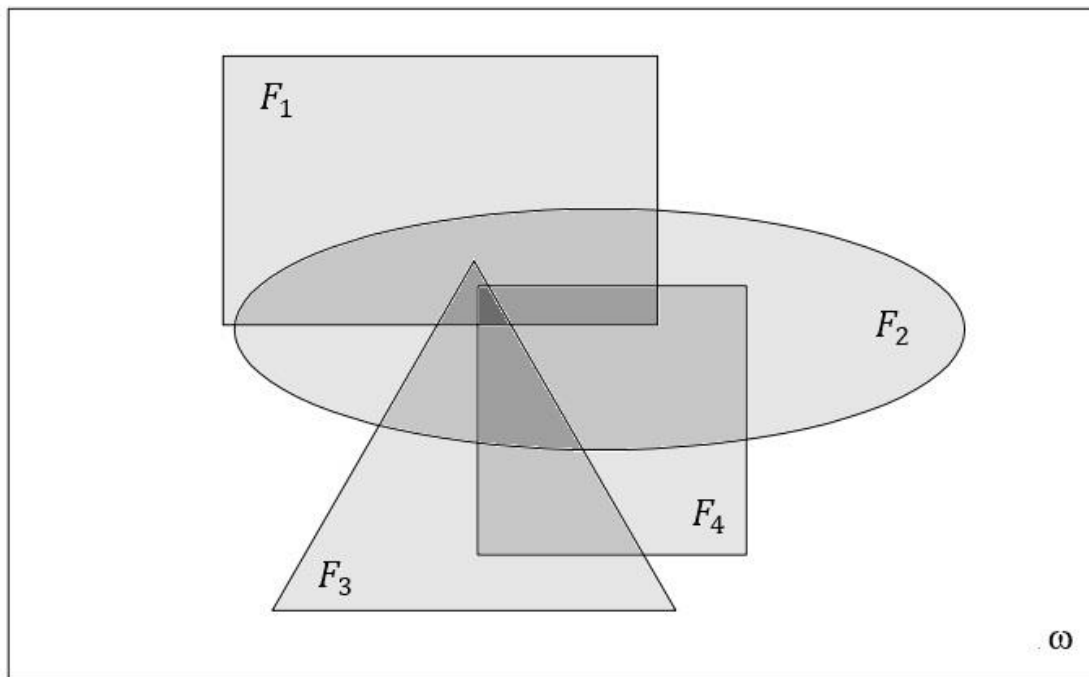
$$p_{fSYS} = \int_{\Omega_{fSYS}} f_{\mathbf{X}}(\mathbf{x}) d\mathbf{x} = \int_{\cup_k [\cap_{i \in C_k} (g_i(\mathbf{x}) \leq 0)]} f_{\mathbf{X}}(\mathbf{x}) d\mathbf{x} \quad (3.25)$$

Considerando F_i o evento falha em relação ao i -ésimo modo de falha, o evento falha em relação a qualquer um dos modos de falha é descrito por:

$$F = F_1 \cup F_2 \cup F_3 \cup \dots \cup F_{n_{LS}} \quad (3.26)$$

Com base no diagrama de Venn da Figura 3.2, nota-se que probabilidade de falha de um sistema composto por n_{LS} modos de falha é dada por (3.27):

Figura 3.2 – Diagrama de Venn com intersecção múltipla entre eventos – Adaptado de Beck (2019)



$$\begin{aligned}
p_{f_{SYS}} = & \sum_{i=1}^{n_{LS}} P[F_i] - \sum_{i=2}^{n_{LS}} \sum_{\substack{j=1 \\ j < i}}^{i-1} P[F_i \cap F_j] + \\
& + \sum_{i=3}^{n_{LS}} \sum_{j=2}^{i-1} \sum_{k=1}^{i-2} P[F_i \cap F_j \cap F_k] - \dots
\end{aligned} \tag{3.27}$$

3.6. RISCO

O risco associado a um determinado evento é definido como o produto entre a probabilidade de ocorrência deste por uma medida das consequências do referido evento. No tocante à falha de uma estrutura, a medida de consequência frequentemente adotada é o custo de falha C_f , de modo que o risco de falha é expresso por:

$$\text{risco}[F] = P_f \times C_f \tag{3.28}$$

Riscos constituem um conceito mais compreensível do que probabilidades, permitindo comparar o quão negativo um determinado evento de falha é em relação a um outro. Porém nem sempre é fácil quantificar os custos de falha, sobretudo quando as consequências envolvem mortes, grandes perdas materiais e graves impactos ambientais.

Nota-se, pela definição de risco, que um evento com pequena probabilidade de falha relacionado a um alto custo de falha pode ter o mesmo nível de risco que um evento de maior probabilidade de falha, porém associada a um menor custo de falha.

Portanto, riscos representam de modo mais abrangente as falhas passíveis de ocorrer em uma estrutura real, posto que diferentes modos de falha, cada qual com sua probabilidade de ocorrência, acarretarão em consequências de gravidade maior ou menor.

3.7. NORMATIVAS

Nas seções anteriores são apresentados os conceitos de incertezas, probabilidade de falha, confiabilidade, estados limites, problemas de confiabilidade estrutural, risco, assim como alguns métodos de solução aos problemas de confiabilidade estrutural. A verificação da segurança estrutural considerando diretamente tais conceitos é a base dos denominados Métodos Probabilísticos.

O uso de métodos probabilísticos permite a distinção entre o insucesso aleatório daqueles causados por negligência. Porém, ao considerar a impossibilidade de segurança absoluta, surgem uma série de problemas éticos, políticos e econômicos ao ter que adotar a probabilidade de falha aceitável para uma estrutura, sobretudo com vidas humanas envolvidas.

Ademais, aferir a segurança de uma estrutura real por tais métodos é uma tarefa extremamente complexa e muito dispendiosa, mesmo para os computadores modernos. Exigir que todas as estruturas projetadas tenham a segurança verificada por estes procedimentos é inviável nos tempos atuais

A ABNT NBR 8681 (2003) estabelece que a verificação da segurança em um projeto de estruturas deva ser baseada no denominado Método Semiprobabilístico. Tal método adota ações e resistências características, obtém solicitações e resistências de cálculo S_d e R_d , respectivamente, mediante a majoração das ações e minoração das resistências, combina as solicitações de cálculo e, finalmente, verifica a segurança de forma determinística por:

$$S_d < R_d \quad (3.29)$$

A verificação da inequação dada em (3.29), para um determinado elemento estrutural implica na validação de sua segurança, ao passo que o não atendimento atesta que o elemento é inseguro. Em um projeto real, a não verificação de (3.29) faz necessária a revisão do projeto e o redimensionamento dos elementos até que a segurança seja garantida.

Assim, o dimensionamento de estruturas civis ainda é realizado a partir de uma abordagem elemento por elemento e de forma semi-probabilística, utilizando coeficientes parciais de segurança calibrados para atingir a confiabilidade alvo (BECK et al., 2018). A redundância, típica de sistemas estruturais hiperestáticos, não é objetivamente levada em consideração no projeto dos elementos. Assim, embora estruturas com maior redundância resultem mais seguras, o caráter conservador desta abordagem leva a estruturas possivelmente superdimensionadas para níveis menores de segurança.

O uso dos valores característicos de ações e resistências é uma forma prática e simples de considerar os seus dados estatísticos, tendo em vista a inviabilidade de se considerar seus comportamentos mediante variáveis aleatórias. Dentre todos os valores que uma variável aleatória pode assumir, o valor característico é definido como aquele associado a uma probabilidade pré-definida de não ser ultrapassado no sentido desfavorável.

Já a majoração de ações e minoração de resistências mediante coeficientes de ponderação tem por objetivo aumentar a margem de segurança pela consideração de um problema mais desfavorável que o descrito por valores característicos.

No caso das ações, os coeficientes de ponderação são múltiplos, tendo em vista a diversidade de solicitações atuantes. A solicitação de cálculo S_d é obtida mediante a combinação de ações referente ao caso analisado, levando em conta a ação predominante, os tipos de ações e a simultaneidade destas.

No caso das resistências, há um único coeficiente de ponderação, o qual considera a variabilidade da resistência do material, incertezas de amostragem (corpos de prova) e incertezas referentes ao método construtivo e ao modelo de cálculo adotado.

Nas estruturas hiperestáticas a redundância proporcionada pelos coeficientes de ponderação é simultaneamente ativa e passiva. Caso a estrutura seja submetida a uma sobrecarga que não acarrete na falha de nenhum elemento, verifica-se então a imediata mobilização da resistência redundante de forma ativa. Porém, caso a sobrecarga seja suficiente para gerar a falha de algum componente, há uma redistribuição de esforços nos elementos remanescentes que mobiliza a resistência redundante de forma passiva (BECK, 2019).

Quanto às estruturas isostáticas, não há a possibilidade de redistribuição de esforços, posto que a falha de um único elemento constituinte basta para a ocorrência da falha global do sistema. Assim sendo, os coeficientes de ponderação incorporam apenas redundância ativa às estruturas isostáticas.

Enquanto a ABNT NBR 8681 (2003) rege a verificação da segurança nas estruturas nacionais, a ABNT NBR 6118 (2014) rege o projeto das estruturas em concreto simples, armado e protendido. Assim sendo, o dimensionamento das estruturas nacionais aperticadas em concreto armado é regido majoritariamente pelas duas normativas supracitadas (desconsiderando os elementos estruturais de fundações).

Ressalta-se que além da atual normativa de dimensionamento de estruturas em concreto armado ser consideravelmente vaga no tocante ao colapso progressivo (conforme verificado no Capítulo 2), a normativa de verificação de segurança não considera objetivamente a confiabilidade do sistema estrutural.

3.8. COLAPSO PROGRESSIVO

Ellingwood (2006) propõe a seguinte expressão para a probabilidade de colapso P_C de uma estrutura sujeita a múltiplas ações acidentais:

$$P_C = P[\text{colapso}] = \sum_H \sum_E \sum_D P[\text{colapso} | D, E, H] P[D | E, H] P[E | H] P[H] \quad (3.30)$$

onde $P[H]$ é a probabilidade de ocorrência de uma ameaça à estrutura (explosão, acidente, sismos, atentados); $P[E | H]$ é a probabilidade do carregamento E , dada a ocorrência de H (combinações de carga e distancia ao alvo, para explosões; ou combinações de velocidade e massa de um caminhão, para acidentes); $P[D | E, H]$ é a probabilidade de dano localizado D , dados E e H ; e $P[\text{colapso} | D, E, H]$ é a probabilidade de colapso, dados D , E e H . Assim, $P[D | E, H]$ representa, por exemplo, a perda de um elemento portante (D) dado o impacto de um veículo (H) com determinada massa e velocidade (E).

4. OTIMIZAÇÃO ESTRUTURAL SOB INCERTEZAS

4.1. INTRODUÇÃO

Petroski (1992) afirma que evitar falhas é uma das principais metas de um projetista, sendo fundamental que este leve em conta todos os modos de falha possíveis. Desta forma, Beck et al (2018) afirmam que o dimensionamento estrutural poderia ser realizado com base na correlação entre os vários modos de falha do sistema estrutural, assim como na correlação entre a falha de seus elementos constituintes. Assim, seria definido onde é válido empregar mais ou menos material. Logo, um elemento de um sistema que tenha pouca influência no colapso progressivo poderia ser dimensionado com confiabilidade menor, por exemplo.

No entanto, tratando-se de estruturas em concreto armado, as normativas vigentes apresentam pouquíssimas técnicas específicas para evitar o colapso progressivo. Ademais, estabelece-se que a estrutura seja dimensionada a partir do dimensionamento individual de cada um de seus elementos estruturais constituintes, sem considerar objetivamente a segurança do sistema como um todo.

De qualquer forma, projetos considerando estruturas redundantes são preferíveis no quesito de serem mais seguros. Ademais, não basta apenas a quantidade de elementos redundantes, mas também a resistência de cada um. Em contrapartida, aumento de resistência e segurança implica em aumento de custos, ao passo que reduções de custos afetam a segurança. Percebe-se a relação conflitante entre economia e segurança.

Visando a resolução deste problema, foram elaborados diversos processos de otimização estrutural com objetivo de buscar, simultaneamente, o design mais econômico mantendo a segurança desejada.

De modo geral, define-se otimização estrutural como o processo formal de busca pela melhor concepção estrutural que atenda uma determinada função objetivo e que respeite certas restrições, por vezes conflitantes.

Problemas de otimização estrutural consistem, genericamente, em determinar o valor ótimo de um vetor $\mathbf{d} \in \mathbb{R}^{n_{DV}}$ de uma quantidade n_{DV} de variáveis de projeto que minimize uma função objetivo $f(\mathbf{d})$, estando sujeito a p restrições de igualdade $h(\mathbf{d}) = 0$, q restrições de desigualdade $j(\mathbf{d}) \leq 0$, assim como de condições laterais $\mathbf{d} \in (\mathcal{D} = \{\mathbf{d}_{\min}, \mathbf{d}_{\max}\})$. Assim, o recém exposto consiste em:

$$\begin{aligned}
 &\text{determinar:} && \mathbf{d}^* && (4.1) \\
 &\text{que minimize:} && f(\mathbf{d}) \\
 &\text{sujeito a:} && h_i(\mathbf{d}) = 0, i = 1, \dots, p \\
 &&& j_j(\mathbf{d}) \leq 0, j = 1, \dots, q \\
 &&& \mathbf{d} \in \mathcal{D} \subset \mathbb{R}^{n_{DV}}
 \end{aligned}$$

Sabe-se que a resposta de sistemas estruturais é influenciada por uma série de incertezas, posto que ações ambientais diversas são processos estocásticos, a resistência dos materiais é intrinsecamente aleatória, que os modelos utilizados são imperfeitos, e que o

conhecimento técnico e teórico é incompleto. Consequentemente, tais incertezas acarretam na probabilidade de falha dos sistemas estruturais.

Considerando estruturas reticuladas em concreto armado, as incertezas se manifestam nas dimensões das seções transversais, nas propriedades materiais, na direção e intensidade dos carregamentos atuantes, na posição e na forma das cargas aplicadas, em imperfeições geométricas nos elementos, entre outros.

Tendo em vista que o foco deste trabalho consiste na otimização de estruturas redundantes, este capítulo apresenta a revisão da literatura sobre o tema, a formulação das duas metodologias de otimização a serem empregadas, bem como as técnicas de solução adotadas.

4.2. REVISÃO DA LITERATURA

A otimização estrutural começou a ser estudada no século XIX, avançou muito no século XX em decorrência do advento dos computadores e, recentemente, já é empregada como ferramenta em alguns projetos de estruturas. Alguns trabalhos de otimização estrutural são citados com o intuito de contextualizar historicamente o desenvolvimento do referido tema.

Possivelmente Maxwell (1869) realizou o primeiro trabalho analítico de otimização estrutural, no qual se iniciou a discussão pela busca do menor peso em estruturas reticuladas. Quanto à busca pela minimização do custo total de uma estrutura, provavelmente o trabalho de Forsell (1924) foi o pioneiro.

Os primeiros trabalhos de otimização tratavam de exemplos simples e buscavam a configuração ótima de forma determinística. No entanto, técnicas de otimização determinística nem sempre conduziam a resultados satisfatórios em decorrência das incertezas envolvidas. Por volta dos anos 60, isto levou à busca gradual por formulações que considerassem incertezas em problemas de otimização, as quais foram muito favorecidas com o advento dos computadores.

Hilton e Feigen (1960), por exemplo, estudaram a minimização do peso de uma estrutura considerando a probabilidade de falha global do sistema e adotando expressões analíticas para considerar carregamentos aleatórios de distribuição normal. Kabala (1962) também estudou a minimização do peso de uma estrutura dada uma probabilidade de falha alvo, porém incluindo o custo dos materiais. Nos referidos trabalhos, restrições até então determinísticas foram substituídas por restrições em termos de probabilidades de falha, as quais eram obtidas por relações empíricas após a minimização da função objetivo.

No trabalho de Switzky (1965), a busca pelo menor peso estrutural adotando um determinado nível de segurança foi realizada considerando fatores de segurança como parte do resultado final. Tais fatores consistiam, na época, de uma forma simples e prática de garantir segurança estrutural. Broding et al (1964) também estudaram a determinação destes fatores de segurança via otimização estrutural, porém dentro do escopo do projeto de veículos aeroespaciais.

Tendo em vista o considerável acervo de trabalhos até então existente, Vanderplaats (1982) apresenta uma análise sobre o tema partindo de um ponto de vista mais filosófico, com ênfase em técnicas baseadas em métodos numéricos e elaborando sugestões para os trabalhos vindouros. Similarmente, Frangopol (1985), após uma extensiva revisão de literatura sobre

otimização estrutural baseada em confiabilidade, resumiu as técnicas até então desenvolvidas em três equações:

$$C_t = C_0 + C_f \cdot P_f \quad (4.2)$$

$$U_t = B - C_0 - L \quad (4.3)$$

$$\begin{aligned} &\text{Encontrar } \{d^*\} \\ &\text{que minimize } W = W(\{d^*\}) \\ &\text{sujeito a } P_f = P_f(\{d^*\}) \leq P_f^0 \end{aligned} \quad (4.4)$$

A equação (4.2) é a função objetivo a ser minimizada, onde C_t é o custo total da estrutura, C_0 representa o custo inicial em termos das variáveis de projeto, C_f representa o custo de falha e P_f indica a probabilidade de falha, também dependente das variáveis de projeto.

Já a expressão (4.3) é uma função objetivo a ser maximizada, onde U_t representa a função de utilidade total, B corresponde aos benefícios decorrentes da existência da estrutura e L constitui as perdas esperadas em caso de falha. Os valores indicados são quantias esperadas, sendo necessário realizar uma conversão dos valores futuros para valores presentes.

As técnicas baseadas em (4.4), por sua vez, consistem em encontrar o conjunto de variáveis de projeto $\{d^*\}$ que minimize a função objetivo $W(\{d^*\})$ considerando restrições de probabilidade, onde P_f^0 representa a probabilidade de falha limite.

Havia uma considerável dificuldade em quantificar os custos monetários relacionados a todas as consequências de falha, sobretudo quando se envolvia perdas humanas. Em vista disso, as técnicas baseadas nas expressões (4.2) e (4.3) foram consideradas limitadas e apresentaram um avanço menos expressivo, ao passo que técnicas baseadas em (4.4) foram consideradas a melhor alternativa disponível e, conseqüentemente, foram ainda mais amplamente exploradas.

Isto acelerou o avanço da confiabilidade estrutural, pois foram publicados vários trabalhos voltados à aprimoração do cálculo da probabilidade de falha de sistemas estruturais e à escolha do nível desejado de segurança para diversos tipos de estruturas. Alguns exemplos são citados em Frangopol (1985).

Ao final dos anos 90 e início deste século, a confiabilidade estrutural passou a receber uma atenção cada vez maior por parte da comunidade científica. O uso de fatores de segurança na otimização determinística passou a ser considerado cada vez mais limitado, ao passo que a otimização baseada em confiabilidade passou a ser cada vez mais adotada. Além disso, um interesse cada vez maior na aplicação da otimização de custos sobre o ciclo de vida (ou de risco) começou a se manifestar.

A partir dos anos 2000 os trabalhos de otimização de custos sobre o ciclo de vida com aplicações práticas passaram a ganhar cada vez mais espaço. Alguns exemplos são Wen e Kang (2001), que aplicam a otimização de custos sobre o ciclo de vida em um edifício de nove andares sujeito a cargas sísmicas e de vento; Joanni e Rackwitz (2008), que elaboraram ferramentas para otimizar estratégias de projeto e manutenção de componentes estruturais; Beck e Verzenhassi (2008), que aplicaram otimização de riscos em uma torre metálica submetida à

tornados; Holický (2009), que estuda a otimização de parâmetros do ciclo de vida de túneis rodoviários; Biondini e Frangopol (2009), que estudaram a otimização de estruturas de concreto em ambientes agressivos considerando a corrosão das armaduras; Taflanidis e Beck (2009), que estudam a otimização dos custos do ciclo de vida de dispositivos de dissipação sísmica; Saad et al (2016), que aplicam a otimização de risco em pontes de concreto armado considerando a degradação estrutural com o tempo, entre outros.

Ademais, uma nova formulação de otimização estrutural surgiu recentemente na literatura. Denominada otimização robusta, esta técnica busca as configurações de projeto que sejam menos sensíveis às incertezas, onde não faz uso de probabilidades de falha, de modo que uma medida de desempenho deve ser maximizada ao passo que a variância desta mesma medida deva ser minimizada (BEYER e SENDHOFF, 2007). Tal formulação passou a ser empregada em casos onde não se pode encontrar o ponto crítico que caracteriza a falha, ou senão quando os custos de falha não podem ser quantificados.

Perto do início dos anos 2000 surgiram também os primeiros trabalhos considerando a probabilidade de falha do sistema como restrição. Enevoldsen e Sørensen (1994) apresentam formulações distintas para otimização baseada em confiabilidade, discutem aspectos práticos referentes à solução e buscam estratégias eficazes direcionadas à análise dos resultados; Liang et al (2007) apresentam uma técnica computacional eficiente de laço único para abordar a otimização baseada em confiabilidade de sistemas estruturais em série; Nguyen et al (2010) generalizam a formulação de Liang et al (2007); entre outros.

Embora haja uma quantidade razoável de trabalhos de otimização estrutural considerando sistemas estruturais redundantes como exemplos, apenas recentemente o colapso progressivo passou a ser explicitamente considerado. Alguns trabalhos envolvendo sistemas redundantes são Fu e Frangopol (1990), que propõem o uso de um índice probabilístico e uma função multiobjetivo, as quais levam a configurações ótimas com balanço adequado entre peso estrutural, confiabilidade do sistema e redundância; McDonald e Mahadevan (2008), que apresentam uma formulação de laço único para a otimização baseada em confiabilidade, à qual é possível incluir restrições referentes à confiabilidade do sistema; Beck et al (2018), no qual se analisam os resultados das técnicas de otimização baseada em confiabilidade e de risco aplicadas sobre uma estrutura hiperestática sujeita ao colapso progressivo, constatando-se que a otimização de risco se mostrou excepcionalmente adequada; entre outros.

Beck et al (2018) constataram que uma notável diferença entre as formulações baseada em confiabilidade e de risco é o fato de que, ao se considerar o colapso progressivo de estruturas hiperestáticas, a formulação baseada em confiabilidade resulta em estruturas ótimas isostáticas, o que não é coerente pela falta de redundância. A otimização de risco, por sua vez, incluiu também estruturas redundantes nas soluções ótimas. Isto se deve ao fato de a última considerar não apenas segurança, mas também os custos de falha. Destaca-se que no referido trabalho não foram consideradas incertezas de cunho não estrutural, as quais poderiam afetar, por exemplo, as ligações entre os elementos.

As técnicas de otimização baseada em confiabilidade e de risco são, atualmente, muito utilizadas, havendo ampla disponibilidade de pesquisas e recursos computacionais referentes as suas soluções (BECK, 2019). Por conta disso, tais técnicas são aqui empregadas na busca por uma melhor compreensão a respeito da otimização de estruturas em concreto armado sob riscos e incertezas. A seguir estão resumidas as duas formulações das técnicas supracitadas.

4.3. OTIMIZAÇÃO BASEADA EM CONFIABILIDADE

A *Reliability Based Design Optimization* (RBDO) tem como restrições de projeto as probabilidades de falha alvo ou admissíveis p_{fT} para cada modo de falha ou do sistema. Ao considerar modos de falha individuais caracterizados por n_{LS} equações de estado limite, a otimização RBDO consiste em:

$$\begin{aligned} \text{determinar: } & \mathbf{d}^* & (4.5) \\ \text{que minimize: } & f(\mathbf{d}) \\ \text{sujeito a: } & p_{f_i}(\mathbf{d}) \leq p_{fT_i}, i = 1, \dots, n_{LS} \\ & \mathbf{d} \in \mathcal{D} \end{aligned}$$

Considerando uma única restrição em termos da probabilidade de falha do sistema p_{fSYS} , a RBDO passa a ser dada por:

$$\begin{aligned} \text{determinar: } & \mathbf{d}^* & (4.6) \\ \text{que minimize: } & f(\mathbf{d}) \\ \text{sujeito a: } & p_{fSYS}(\mathbf{d}) \leq p_{fT_{SYS}} \\ & \mathbf{d} \in \mathcal{D} \end{aligned}$$

Geralmente a função objetivo de problemas RBDO diz respeito ao volume de elementos estruturais e custos de fabricação. Desta forma, a RBDO gera como resposta uma configuração estrutural ótima em termos mecânicos que possua o nível de segurança desejado.

Conforme mostrado por Beck e Gomes (2012), diferentes modos de falha podem competir entre si caso a confiabilidade do sistema (global) seja considerada como restrição. Isto permite, por exemplo, que os elementos associados a modos de falha dominantes sejam associados a uma confiabilidade maior. No entanto, restrições envolvendo a confiabilidade do sistema geram um problema mais difícil de resolver.

Um aspecto negativo da RBDO é o fato de não ser considerado o balanço entre economia e segurança, posto que custos não são incluídos nas restrições, mas apenas índices de confiabilidade alvo. Ademais, as probabilidades de falha indicadas em (4.5) e (4.6) devem ser avaliadas mediante alguma técnica específica, tal como FORM ou simulação de Monte Carlo. Independentemente da técnica adotada, ela é realizada dentro do laço de otimização e, consequentemente, eleva demasiadamente o custo computacional.

Com o objetivo de reduzir este custo foram desenvolvidos uma série de algoritmos específicos para garantir uma solução eficiente aos problemas RBDO. Algoritmos baseados no FORM são aplicáveis apenas à RBDO, sendo apresentados na Seção 4.4 a seguir. Já os algoritmos baseados em simulação são aplicáveis também à RO, sendo tratados na Seção 4.5.

4.4. SOLUÇÃO BASEADA NO FORM

O problema RBDO envolve probabilidades de falha nas restrições que devem ser determinadas por alguma técnica. O FORM (vide Seção 3.6.1) pode ser empregado, tendo como vantagem grande eficiência e precisão em problemas lineares ou fracamente não-lineares. Em relação aos problemas moderadamente ou altamente não-lineares, algoritmos mais robustos de busca pelo ponto ótimo devem ser empregados, tal como o apresentado por Gong e Yi (2011). No entanto, o uso explícito do FORM leva a laços de otimização aninhados, conforme apresentado a seguir.

4.4.1. Abordagem de Laço Duplo

A primeira técnica de solução da RBDO baseada no FORM consiste de uma abordagem de laço duplo (ou de laços aninhados), onde há a necessidade de se realizar um laço de confiabilidade para cada iteração do laço de otimização. Tal abordagem envolve um custo computacional elevado, sendo imediatamente descartada na resolução dos problemas deste trabalho. No entanto, pelo fato de constituir uma base teórica à abordagem de laço único, decidiu-se apresentar formalmente este procedimento.

Para uma dada configuração de projeto \mathbf{d} , o índice de confiabilidade e sua probabilidade de falha associada são determinados a partir do ponto de projeto \mathbf{y}^* , o qual deve ser encontrado por alguma abordagem. A probabilidade de falha é dada por:

$$P_f(\mathbf{d}) = P[g(\mathbf{d}, \mathbf{X}) \leq 0] = \int_{g(\mathbf{d}, \mathbf{X}) \leq 0} f_{\mathbf{X}}(\mathbf{x}) d\mathbf{x} \approx \Phi(-\beta(\mathbf{d})) \quad (4.7)$$

A equação (4.7) mostra que o problema de confiabilidade expresso por equações de estados limites é resolvido em termos de $g(\mathbf{d}, \mathbf{X}) = 0$. Sabendo que para muitas configurações de projeto a restrição de confiabilidade não estará ativa, ou seja, $g(\mathbf{d}, \mathbf{X}) \neq 0$, adota-se o mesmo raciocínio não para definir falha, e sim definir uma medida de desempenho g dada por:

$$F_G(g^*) = P[g(\mathbf{d}, \mathbf{X}) \leq g] = \int_{g(\mathbf{d}, \mathbf{X}) \leq g} f_{\mathbf{X}}(\mathbf{x}) d\mathbf{x} \approx \Phi(-\beta_g) \quad (4.8)$$

onde β_g expressa um índice de confiabilidade generalizado. Permite-se, assim, que configurações de projeto que tornem as restrições em probabilidades não ativas ainda tenham uma medida a elas associadas, onde variável aleatória dependente $g = g(\mathbf{d}, \mathbf{X})$ é denominada função de desempenho. Diante disso é possível reescrever as restrições de confiabilidade por:

$$P_f(\mathbf{d}) = F_G(0) \leq \Phi(-\beta_T) \quad (4.9)$$

onde β_T representa o índice de confiabilidade alvo associado à probabilidade de falha limite P_{fT} . Tal expressão pode ser abordada por duas formas distintas.

A primeira abordagem, denominada *Reliability Index Approach* (RIA), consiste em encontrar o índice de confiabilidade que corresponde ao zero da equação de estado limite, de tal maneira que $\beta(d) \geq \beta_T$. Formalmente o RIA é expresso por:

$$\begin{aligned} \text{dado} \quad & \mathbf{d} & (4.10) \\ \text{determinar:} \quad & \mathbf{y}^* \text{ (Most Probable Point)} \\ \text{que minimize:} \quad & \beta(\mathbf{d}) = \|\mathbf{y}\| = (\mathbf{y}^t \cdot \mathbf{y})^{1/2} \\ \text{sujeito à:} \quad & g(\mathbf{d}, \mathbf{y}) = 0 \end{aligned}$$

Já a segunda abordagem, denominada *Performance-Measure Approach* (PMA), consiste na busca pelo menor valor da função desempenho $g(d)$ que corresponda a $\beta(d) = \beta_T$, impondo-se que $g(d) \geq 0$. O PMA é dado formalmente por:

$$\begin{aligned} \text{dado} \quad & \mathbf{d} & (4.11) \\ \text{determinar:} \quad & \mathbf{y}^* \text{ (Minimal Performance Point)} \\ \text{que minimize:} \quad & g(\mathbf{d}, \mathbf{y}) \\ \text{sujeito à:} \quad & \|\mathbf{y}\| = \beta_T \end{aligned}$$

Uma série de trabalhos comprovam que a abordagem PMA é mais robusta, eficiente e estável na resolução da RBDO por abordagem de laço duplo, tais como Tu et al (1999), Youn et al (2003), entre outros.

4.4.2. Abordagem Desacoplada de Laço único

Com o intuito de evitar o aninhamento dos laços, elaboram-se algoritmos específicos de solução desacoplada com laços em série e de laço único. Dentre as soluções com laços em série, o *Sequential Optimization and Reliability Assessment* (SORA), elaborado por Du e Chen (2004), é considerada a mais eficiente, robusta e precisa (AOUES e CHATEAUNEUF, 2010).

Quanto às soluções desacopladas de laço único, o método *Single Loop Approach* (SLA), desenvolvido por Liang et al (2004), se mostrou altamente preciso e robusto, de tal maneira que sua eficiência chega a ser superior à do SORA (AOUES e CHATEAUNEUF, 2010).

O método SLA consiste na eliminação do laço interno de confiabilidade mediante a imposição das condições de otimalidade de primeira ordem de KKT do laço de confiabilidade como restrição do laço de otimização (LIANG et al, 2004). O SLA é dado por:

$$\begin{aligned} \text{determinar:} \quad & d_{k+1} & (4.12) \\ \text{que minimize:} \quad & f(\mathbf{d}) \\ \text{sujeito à:} \quad & g_i(d_k, x_{ik}) \geq 0, \quad i = 1, \dots, n_{LS} \\ & \mathbf{d} \in \mathcal{D} \end{aligned}$$

$$x_{ik}(d) = (\mu_X)_k - (J_{xy})_{ik} \alpha_{ik}(d) \beta_{Ti} \quad (4.13)$$

onde $x_{ik}(d)$ consiste de uma aproximação linear baseada no PMA do i -ésimo ponto de projeto, no espaço de projeto \mathbb{X} , durante a k -ésima iteração. Portanto, o SLA não encontra o ponto de mínima performance das restrições em cada iteração. Supõe-se implicitamente que as iterações deste método acarretem na convergência mútua da configuração ótima de projeto d^* e dos pontos de mínima performance (BECK, 2019).

O método de laço único previamente citado diz respeito apenas à formulação RBDO com restrições individuais a cada um dos modos de falha. Liang et al (2007) desenvolveram um SLA direcionado a problemas RBDO de sistemas em série e, posteriormente, Nguyen et al (2010) aumentaram o escopo deste novo SLA para sistemas genéricos. O SLA para sistemas é formalmente definido por:

$$\begin{aligned} \text{determinar:} & \quad \{\mathbf{d}^*, \mathbf{P}_{fTR}^*\} \\ \text{que minimize:} & \quad f(\mathbf{d}) \\ \text{sujeito a:} & \quad P_{fSYS}(\mathbf{d}) \leq P_{fTSYS} \\ & \quad g_i(\mathbf{d}, x_i) \geq 0, \quad i = 1, \dots, n_{LS} \\ & \quad \mathbf{d} \in \mathcal{D} \end{aligned} \quad (4.14)$$

4.5. OTIMIZAÇÃO DE RISCOS

Admitido que a ocorrência de falhas é uma possibilidade inevitável em decorrência das incertezas, os custos esperados de falha devem ser considerados no projeto. A Otimização de Custos sobre o Ciclo de Vida (*Life Cycle Optimization – LCRO*), ou também Otimização de Risco (*Risk Optimization – RO*), visa a busca por soluções seguras e economicamente eficientes para sistemas estruturais passíveis de falha, buscando-se minimizar o custo esperado total.

Para cada modo de falha associado a uma das n_{LS} equações de estado limite é associado um custo de falha c_f , onde o custo esperado de falha c_{ef} é dado por:

$$c_{ef}(\mathbf{d}) = c_f(\mathbf{d}) \cdot P_f(\mathbf{d}) \quad (4.15)$$

O custo esperado total c_{et} , por sua vez, é definido considerando os demais custos referentes a todas as fases do ciclo de vida da estrutura, conforme equação 4.16:

$$\begin{aligned} c_{et}(\mathbf{d}) = & c_{construção}(\mathbf{d}) + \\ & + c_{operação}(\mathbf{d}) + \\ & + c_{inspeção \ e \ manutenção}(\mathbf{d}) + \\ & + c_{descarte}(\mathbf{d}) + \\ & + \sum_{i=1}^{n_{LS}} c_{fi}(\mathbf{d}) \cdot p_{fi}(\mathbf{d}) \end{aligned} \quad (4.16)$$

Com base no exposto, a otimização RO consiste em:

$$\begin{aligned} \text{determinar:} & \quad \mathbf{d}^* \\ \text{que minimize:} & \quad c_{et}(\mathbf{d}) \\ \text{sujeito à:} & \quad \mathbf{d} \in \mathcal{D} \end{aligned} \tag{4.17}$$

Os custos indicados em (4.16) refletem o balanço entre economia e segurança, posto que uma configuração que aumente a segurança acaba elevando os custos diretos (construção, operação, inspeção e manutenção), porém reduz os custos esperados de falha. Por outro lado, uma configuração que propicia a redução dos custos diretos acaba aumentando os custos esperados de falha, comprometendo a segurança.

É notável que a RO é mais abrangente que a RBDO, sendo preferível sempre que os custos de falha possam ser quantificados (MELCHERS e BECK, 2018). No entanto, destaca-se que além das dificuldades relacionadas à quantificação de custos, a RO não dispõe da mesma gama de técnicas de solução que a RBDO. Em vista disso, cogitou-se apenas uma abordagem heurística para atender aos problemas deste trabalho.

4.6. SOLUÇÃO DE PROBLEMAS RBDO E RO VIA SIMULAÇÃO

A solução de problemas de otimização sob incertezas mediante simulação de Monte Carlo permite avaliar probabilidades de falha de forma precisa mesmo que as equações de estados limites e a transformação de \mathbb{X} para \mathbb{Y} sejam fortemente não lineares. Estão indicados em (4.18) e (4.19), respectivamente, os problemas de otimização RBDO e RO aproximados em termos do conjunto amostral Ω_{n_S} e do número de pontos amostrais n_S .

$$\begin{aligned} \text{determinar:} & \quad \mathbf{d}_{n_S}^* \\ \text{que minimize:} & \quad f(\mathbf{d}) \\ \text{sujeito a:} & \quad \hat{p}_f(\mathbf{d}, \Omega_{n_S}) \leq p_{fT_{SYS}} \\ & \quad \mathbf{d} \in \mathcal{D} \end{aligned} \tag{4.18}$$

$$\begin{aligned} \text{determinar:} & \quad \mathbf{d}_{n_S}^* \\ \text{que minimize:} & \quad c_{DIRETOS}(\mathbf{d}) + \sum_{i=1}^{n_{LS}} c_{fi}(\mathbf{d}) \cdot \hat{p}_{fi}(\mathbf{d}, \Omega_{n_S}) \\ \text{sujeito a:} & \quad \mathbf{d} \in \mathcal{D} \end{aligned} \tag{4.19}$$

Similar ao apresentado no Capítulo 3, à medida que $n_S \rightarrow \infty$ temos que $\mathbf{d}_{n_S}^* \rightarrow \mathbf{d}^*$. Destaca-se que o número de pontos amostrais deve ser satisfatório para estimar adequadamente as probabilidades de falha referentes a qualquer configuração de projeto \mathbf{d} , o que pode acarretar em uma quantidade proibitiva em determinadas situações.

Mesmo que este método não envolva laços aninhados (vide Seção 4.4.1), percebe-se que há novas dificuldades em decorrência da amostragem aleatória e da necessidade de um grande número de pontos amostrais para avaliar adequadamente pequenas probabilidades de falha.

Assim, alguns procedimentos foram elaborados com o intuito de tornar a simulação mais eficiente. A seguir são apresentadas as técnicas escolhidas para serem aplicadas neste trabalho.

4.6.1. Firefly Algorithm

Proposto por Yang (2008), o Firefly Algorithm (FA) é um algoritmo meta heurístico baseado no comportamento dos vaga-lumes na natureza. As hipóteses que regem esta técnica são a de que todos os vaga-lumes são atraídos independente do sexo; que a atratividade de um vaga-lume é proporcional ao seu brilho; se não houver um vaga-lume com maior brilho, então os mesmos se moverão aleatoriamente; e que o brilho dos vaga-lumes é definido a partir do valor da função objetivo.

Tanto a System RBDO como a RO buscam a minimização da função objetivo, de modo que o vaga-lume de maior brilho está associado ao menor valor da referida função. Caso haja o descumprimento da restrição em probabilidades, o brilho do vaga-lume em questão é penalizado conforme o algoritmo WASM.

Os dois fatores mais relevantes do algoritmo são a variação da intensidade do brilho I (relacionada ao valor da função objetivo) e a formulação da atratividade β_{FR} entre vaga-lumes, a qual varia com a distância r_{ij} entre os vaga-lumes i e j . Ressalta-se que, no contexto do algoritmo, a atratividade β_{FR} difere do índice de confiabilidade β empregado no contexto de confiabilidade.

A atratividade β_{FR} de um vaga-lume, para uma determinada distância r , é dada por:

$$\beta_{FR} = \beta_0 e^{-\gamma r^m}, \quad (m \geq 1) \quad (4.20)$$

onde β_0 é a atratividade do vaga-lume, e γ é um coeficiente de absorção do brilho.

Assim, o movimento de um vaga-lume i em direção a um vaga-lume de maior atratividade j é regido por:

$$\mathbf{x}_i = \mathbf{x}_i + \beta_0 e^{-\gamma r_{ij}^2} (\mathbf{x}_j - \mathbf{x}_i) + \alpha \boldsymbol{\epsilon}_i \quad (4.21)$$

onde o termo $\alpha \boldsymbol{\epsilon}_i$ representa a parcela aleatória do movimento. Assim, α representa um parâmetro de aleatoriedade entre 0 e 1, enquanto $\boldsymbol{\epsilon}_i$ é um vetor de números aleatórios obtidos a partir de uma distribuição uniforme limitada entre 0 e 1.

Em cada iteração o espaço de projeto é explorado pelos vaga-lumes, de tal maneira que todos se movimentam em direção ao vaga-lume de maior brilho I após este ser encontrado. Assim, após um número suficiente de iterações, há a convergência ao valor ótimo da função objetivo. Ressalta-se, no entanto, que um número suficiente de vaga-lumes deve ser informado para garantir que o ponto ótimo encontrado seja o mínimo global, e não um mínimo local.

4.6.2. Método de Simulação com Ponderação Média

Proposta por Okasha (2016), a Weighted Average Simulation Method (WASM) é uma técnica de amostragem inteligente apropriada para problemas de otimização estrutural sob incertezas onde as variáveis de projeto são aleatórias.

Este método se fundamenta na geração de amostras uniformemente distribuídas sobre o espaço de projeto, estimativa da P_{fSYS} , e reaproveitamento desta mesma amostragem para todos os candidatos à solução ótima do problema. Tal estimativa se obtém a partir da função indicadora $I(x_i)$ e do peso de cada ponto amostral, dado pela razão entre $f_{XD}(x_i, d_i)$ e $h_X(x_i)$, usada na geração das amostras:

$$\hat{P}_{fSYS} = \sum_{i=1}^N \left(\frac{f_{XD}(x_i, d_i)}{h_X(x_i)} I(x_i) \right) \quad (4.22)$$

Nota-se que apenas $f_{XD}(x_i, d_i)$ é variável com a configuração candidata à ótima. Desta forma, quando as variáveis de projeto são aleatórias, é possível o uso de uma única amostragem em todo o processo de otimização. Conseqüentemente, a realização de uma única avaliação da função indicadora de cada ponto amostral reduz substancialmente o custo computacional necessário.

Caso \tilde{P}_{fSYS} seja superior a uma probabilidade de falha alvo P_{fT} , o vetor candidato à configuração ótima d_i é penalizado, atribuindo-se um valor igual a 1 ao coeficiente de penalização H . Em caso contrário, H vale 0. Tal penalização será propagada à intensidade do brilho I do vagalume, afastando-o dos vagalumes de maior brilho. Maiores detalhes acerca do algoritmo combinado Firefly – WASM são apresentados na seção 6.1.

5. FORMULAÇÃO PARA ELEMENTO FINITO DE PÓRTICO LAMINADO 2D

5.1. INTRODUÇÃO

Para representar adequadamente o comportamento mecânico de elementos reticulados em concreto armado, foram empregados elementos finitos de pórtico laminado 2D, com 3 graus de liberdade por nó e grau de aproximação informado pelo usuário. Porém, com o intuito de uniformizar as figuras deste capítulo, utilizaram-se elementos com aproximação cúbica (4 nós) nas ilustrações.

Estruturas reticuladas reais são sólidos, porém modelar tais peças com elementos finitos sólidos (ou de chapa) exigiria um número muito maior de graus de liberdade, maior custo computacional e acarretaria em pouco ganho de precisão na resposta do modelo global.

A formulação adotada é Lagrangiana total e baseada em posições. Isto implica que o gradiente da função mudança de configuração não é estabelecido com o uso explícito da regra da cadeia, e sim mediante a manipulação de matrizes de baixa ordem. (CODA e PACCOLA, 2004).

Os graus de liberdade consistem das translações nas direções vertical e horizontal, assim como do giro das seções transversais. Diferente da cinemática de Euler Bernoulli, a rotação da seção não é a derivada do deslocamento vertical em relação ao eixo horizontal. A cinemática adotada é a de Reissner-Mindlin, na qual se assume que as seções planas do elemento laminado permanecem planas, porém não ortogonais ao eixo do elemento após a deformação.

Quanto aos elementos desenvolvidos, estes possuem seções transversais definidas por lâminas, as quais podem ser referentes a diferentes materiais e espessuras. Isto permite uma representação simplificada, porém satisfatória, de peças de concreto armado. A conexão entre tais elementos se faz mediante conexões semirrígidas.

Ressalta-se que um modelo não linear geométrico para representar peças em concreto armado é exagerado para muitas situações. No entanto, a falha estrutural pode estar associada a grandes deslocamentos e mudanças bruscas de configuração, justificando a formulação adotada.

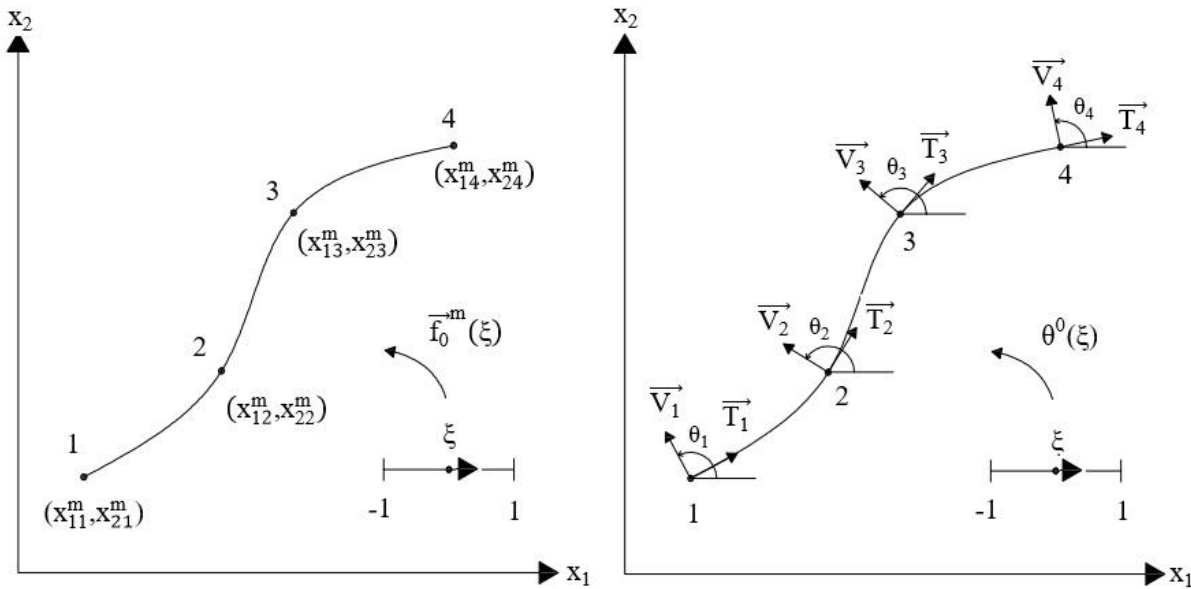
Para representar de forma adequada o comportamento do aço e do concreto, a não linearidade física também é contemplada. Ao concreto foram utilizados os modelos de dano de Mazars e o μ -Model pelo fato deste ser simples, fidedigno e, no caso do último, por representar satisfatoriamente a reversão de tensões. Já ao aço foi adotado um modelo constitutivo uniaxial elastoplástico perfeito, posto que as lâminas de aço possuem espessura muito pequena e não haveriam ganhos perceptíveis no uso de um modelo biaxial ou multiaxial.

5.2. MAPEAMENTO DA CONFIGURAÇÃO INICIAL

O método requer, inicialmente, que seja realizado o mapeamento das configurações inicial e atual para que seja possível determinar tensões, deformações e as parcelas de energia mecânica dos elementos.

O mapeamento da configuração inicial é realizado mediante aproximação por polinômios de Lagrange e com relação à linha média da peça (linha de referência), conforme ilustrado na Figura 5.1. Destaca-se que assumir um comportamento polinomial com grau de aproximação pré-definido reduz o número infinito de graus de liberdade do elemento real para um número finito.

Figura 5.1 – Parametrização da linha média e vetores nodais – Adaptado de Coda e Paccola (2014)



Mediante polinômios de Lagrange, aproxima-se a linha média do elemento por:

$$x_i^m(\xi) = \phi_l(\xi) X_{il}^m \quad (5.1)$$

Percebe-se, na Figura 5.1, que foram indicados os vetores tangente e normal à linha média em cada nó do elemento finito. As componentes dos vetores tangentes são dadas por:

$$T_{ik} = \left. \frac{d\phi_l(\xi)}{d\xi} \right|_{\xi_k} X_{il}^m \quad (5.2)$$

Já as componentes dos versores normais são:

$$V_{1k} = -T_{2k} / \sqrt{(T_{1k})^2 + (T_{2k})^2} \quad (5.3)$$

$$V_{2k} = T_{1k} / \sqrt{(T_{1k})^2 + (T_{2k})^2} \quad (5.4)$$

A partir dos componentes dos versores normais, os ângulos iniciais das seções transversais são dados por:

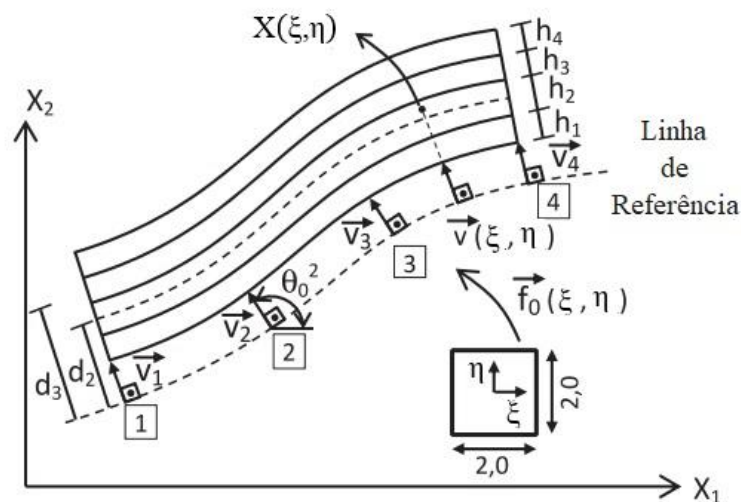
$$\theta_k^0 = \arctan\left(\frac{V_{2(k)}}{V_{1(k)}}\right) \quad (5.5)$$

Logo, semelhante à aproximação das posições da linha média do elemento, o ângulo inicial de qualquer seção da barra é dado por:

$$\theta^0(\xi) = \phi_l(\xi) \theta_l^0 \quad (5.6)$$

Com base nas aproximações da linha média e dos ângulos que definem os versores geradores das seções transversais, é possível definir o mapeamento da configuração inicial para uma barra genérica, composta por lâminas com espessuras e larguras distintas, conforme indicado na Figura 5.2, por:

Figura 5.2 – Mapeamento da configuração inicial – Adaptado de Coda e Paccola (2014)



$$X_1^{lam}(\xi, \eta) = \phi_l(\xi) X_{1l}^m + \left(d^{lam} + \frac{h^{lam}}{2} \eta \right) \cos(\phi_l(\xi) \theta_l^0) \quad (5.7)$$

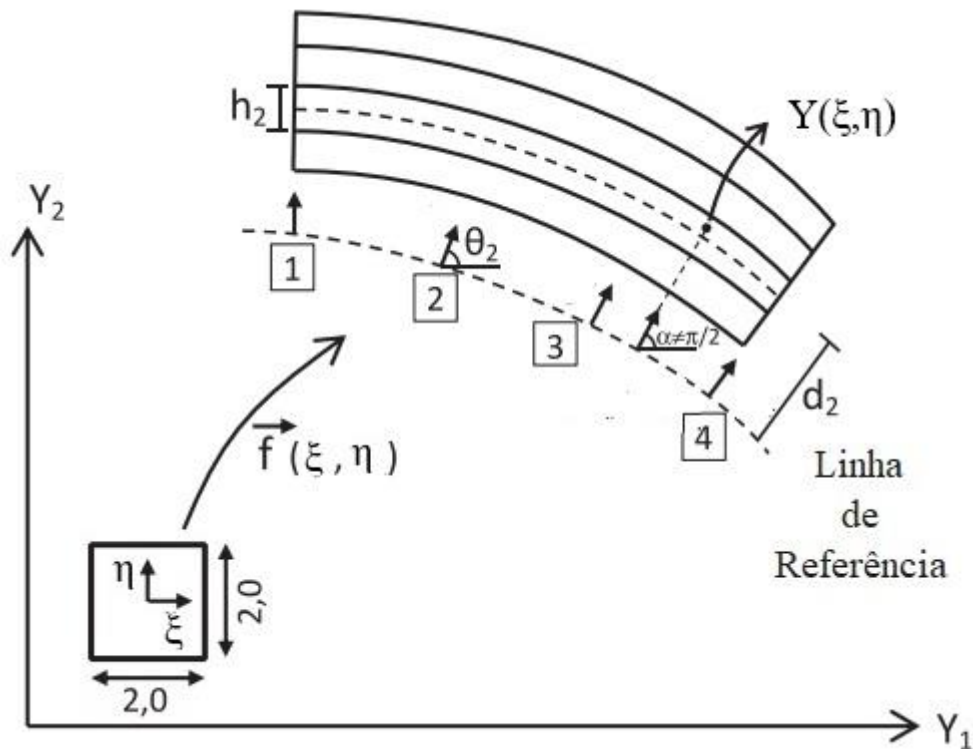
$$X_2^{lam}(\xi, \eta) = \phi_l(\xi) X_{2l}^m + \left(d^{lam} + \frac{h^{lam}}{2} \eta \right) \sin(\phi_l(\xi) \theta_l^0) \quad (5.8)$$

Portanto, os valores nodais da configuração inicial são as coordenadas dos nós X_{il}^m , assim como a orientação das seções transversais dos referidos nós definida pelo ângulo θ_l^0 . Nota-se que as informações necessárias à definição da configuração inicial consistem das coordenadas dos nós sobre a linha de referência, da posição de cada lâmina em relação à linha de referência, assim como da espessura e largura de tais lâminas. O conhecimento destes valores advém da entrada de dados fornecida pelo usuário.

5.3. MAPEAMENTO DA CONFIGURAÇÃO ATUAL

A configuração atual (ou corrente) também é dada em função das posições e dos ângulos referentes aos nós do elemento, porém tais valores são as incógnitas do problema e, conseqüentemente, não são conhecidos a priori. Sua determinação é realizada pelo método de Newton-Raphson, o qual é um processo não linear iterativo que requer uma posição tentativa para iniciar o procedimento. Com base na Figura 5.3, o mapeamento da configuração atual é dado por:

Figura 5.3 – Mapeamento da configuração atual – Adaptado de Coda e Paccola (2014)



$$Y_1^{lam}(\xi, \eta) = \phi_l(\xi)Y_{1l}^m + \left(d^{lam} + \frac{h^{lam}}{2}\eta \right) \cos(\phi_l(\xi)\theta_l) \quad (5.9)$$

$$Y_2^{lam}(\xi, \eta) = \phi_l(\xi)Y_{2l}^m + \left(d^{lam} + \frac{h^{lam}}{2}\eta \right) \sin(\phi_l(\xi)\theta_l) \quad (5.10)$$

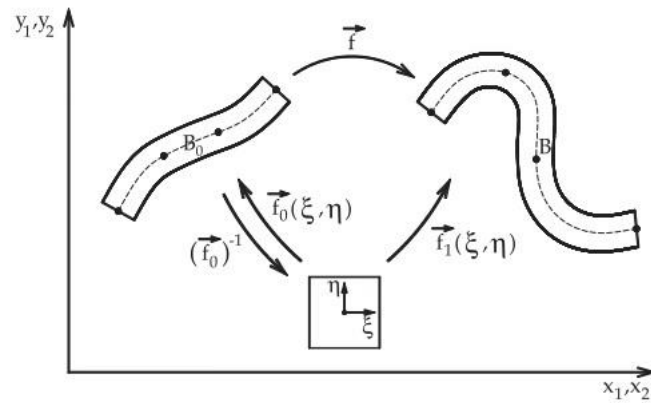
Nota-se que as medidas geométricas das lâminas (espessura e largura) são mantidas constantes, de modo que uma lei constitutiva simplificada com coeficiente de Poisson nulo evita problemas de travamento volumétrico na cinemática adotada.

Também se percebe que a seção transversal não necessariamente ortogonal à linha média evidencia a cinemática de Reissner-Mindlin, posto que esta inclui os efeitos de cisalhamento nos elementos de pórtico plano e a conseqüente influência das tensões cisalhantes sobre a seção transversal.

5.4. FUNÇÃO MUDANÇA DE CONFIGURAÇÃO E SEU GRADIENTE

Partindo dos mapeamentos das configurações inicial e atual, é possível descrever a mudança de configuração do corpo sob análise tal como indicado na Figura 5.4.

Figura 5.4 – Mudança de configuração – Fonte: Coda e Paccola (2014)



A função mudança de configuração \vec{f} pode ser escrita mediante a composição dos mapeamentos das configurações inicial e corrente:

$$\vec{f} = \vec{f}_1 \circ (\vec{f}_0)^{-1} \quad (5.11)$$

O gradiente A da função mudança de configuração, que nesta formulação consiste de uma matriz numérica 2×2 , deve ser conhecido para que seja possível escrever a energia específica de deformação decorrente de \vec{f} . Tal gradiente é definido a partir dos gradientes dos mapeamentos \vec{f}_0 e \vec{f}_1 :

$$A = A^1 \cdot (A^0)^{-1} \quad (5.12)$$

Onde o gradiente do mapeamento \vec{f}_0 é dado por:

$$A_{ij}^0 = \begin{bmatrix} \left\{ \phi_{l,1} X_{1l} - \left(d^{lam} + \frac{h^{lam}}{2} \eta \right) \sin(\phi_k \theta_k^0) (\phi_{z,1} \theta_z^0) \right\} & \left\{ \frac{h^{lam}}{2} \cos(\phi_l \theta_l^0) \right\} \\ \left\{ \phi_{l,1} X_{2l} - \left(d^{lam} + \frac{h^{lam}}{2} \eta \right) \cos(\phi_k \theta_k^0) (\phi_{z,1} \theta_z^0) \right\} & \left\{ \frac{h^{lam}}{2} \sin(\phi_l \theta_l^0) \right\} \end{bmatrix} \quad (5.13)$$

Similarmente, o gradiente do mapeamento \vec{f}_1 é dado por:

$$A_{ij}^1 = \begin{bmatrix} \left\{ \phi_{l,1} Y_{1l} - \left(d^{lam} + \frac{h^{lam}}{2} \eta \right) \sin(\phi_k \theta_k) (\phi_{z,1} \theta_z) \right\} & \left\{ \frac{h^{lam}}{2} \cos(\phi_l \theta_l) \right\} \\ \left\{ \phi_{l,1} Y_{2l} - \left(d^{lam} + \frac{h^{lam}}{2} \eta \right) \cos(\phi_k \theta_k) (\phi_{z,1} \theta_z) \right\} & \left\{ \frac{h^{lam}}{2} \sin(\phi_l \theta_l) \right\} \end{bmatrix} \quad (5.14)$$

5.5. ENERGIA MECÂNICA TOTAL

A energia mecânica total Π é composta pela soma de três parcelas: a energia interna de deformação U , energia externa P referente às forças conservativas e a energia cinética K .

$$\Pi = \mathbb{U} + \mathbb{P} + \mathbb{K} \quad (5.15)$$

No tocante à energia interna de deformação, a Lei constitutiva de Saint-Venant-Kirchhoff é usada no código computacional desenvolvido para relacionar a tensão de Piola-Kirchhoff de segunda espécie S com a deformação de Green-Lagrange E . Escolheram-se tais parâmetros devido à simples implementação e por atenderem satisfatoriamente aos casos estudados, todos envolvendo pequenas deformações. A deformação de Green-Lagrange é dada formalmente por:

$$E = \frac{1}{2}(A^T \cdot A - I) \quad (5.16)$$

onde I é o tensor identidade de segunda ordem. A Lei constitutiva de Saint-Venant-Kirchhoff relaciona E e S por:

$$u_e = \frac{K}{2}(E_{11}^2 + E_{22}^2) + G(E_{12}^2 + E_{21}^2) \quad (5.17)$$

onde K é o módulo de elasticidade longitudinal, $G = K/[2(1 + \nu)]$ é o módulo de elasticidade transversal e ν é o coeficiente de Poisson. No entanto, uma simplificação reside no fato de se aceitar qualquer valor de K e G , mesmo com a consideração de ν igual a zero para evitar problemas de travamento volumétrico.

A energia de deformação acumulada em um elemento finito é obtida mediante a integral sobre o volume inicial da energia específica de deformação u_e . Tal integral é realizada no código computacional via quadratura de Gauss nas duas direções, onde o número de pontos de Gauss em cada direção deve ser informado pelo usuário:

$$U_e = \sum_{i_g=1}^{ng_\xi} \sum_{j_g=1}^{ng_\eta} u_e(\xi_{i_g}, \eta_{j_g}) w_{i_g} w_{j_g} \det(A^0) b^{lam} \quad (5.18)$$

Pelo fato de U_e ser função das posições nodais e angulares das seções transversais, a derivada da energia de deformação acumulada segundo as componentes de posição ou giro resultam, respectivamente, nas componentes de forças internas:

$$F_{il}^{int} = \frac{\partial U_e}{\partial Y_{il}} = \sum_{i_g=1}^{ng_\xi} \sum_{j_g=1}^{ng_\eta} \frac{\partial u_e(\xi_{i_g}, \eta_{j_g})}{\partial Y_{il}} w_{i_g} w_{j_g} J_0(\xi_{i_g}, \eta_{j_g}) \quad (5.19)$$

O potencial das forças externas \mathbb{P} em um elemento de pórtico plano é definido a partir das forças concentradas e distribuídas, sendo definido formalmente por:

$$\mathbb{P} = -F_{ik}Y_{ik} - \int_{-1}^1 q_i(\xi)y_i^m(\xi) \sqrt{T_{i(k)}T_{i(k)}} d\xi \quad (5.20)$$

O vetor de forças externas F_{il}^{ext} , obtido mediante a derivada de \mathbb{P} em relação às componentes de posição ou giro, é dado por:

$$F_{il}^{ext} = -F_{il} - \sum_{i_g=1}^{ng} \left(\phi_k(\xi_{i_g}) q_{ik} \right) \phi_l(\xi_{i_g}) J^m(\xi_{i_g}) w_{i_g} \quad (5.21)$$

A parcela referente à energia cinética \mathbb{K} , por sua vez, é dada formalmente por:

$$\mathbb{K} = \frac{1}{2} \int_V \rho \dot{y}_i \dot{y}_i dV \quad (5.22)$$

A derivada de \mathbb{K} em relação a \vec{Y} resulta no vetor de forças inerciais F_{il}^{iner} , dado por:

$$F_{il}^{iner} = M \cdot \ddot{\vec{Y}} \quad (5.23)$$

onde M é a matriz de massa global e $\ddot{\vec{Y}}$ é o vetor global de acelerações nodais.

5.6. PRINCÍPIO DA ESTACIONARIEDADE

O Princípio da Estacionariedade preconiza que uma estrutura sob equilíbrio mecânico possui variação do potencial de energia mecânica nula, ou seja:

$$\delta\Pi = \delta\mathbb{U} + \delta\mathbb{P} + \delta\mathbb{K} = 0 \quad (5.24)$$

Tendo em vista que as variáveis do problema são as posições e giros atuais, assim como a arbitrariedade das variações em posições, obtém-se as seguintes equações não lineares de equilíbrio:

$$\frac{\partial\Pi}{\partial\vec{Y}} = \frac{\partial\mathbb{P}}{\partial\vec{Y}} + \frac{\partial\mathbb{U}}{\partial\vec{Y}} + \frac{\partial\mathbb{K}}{\partial\vec{Y}} = \vec{0} \quad (5.25)$$

onde as derivadas em relação às posições de \mathbb{P} , \mathbb{U} e \mathbb{K} correspondem aos vetores de forças externas, internas e cinéticas, conforme apresentado nas expressões (5.21), (5.19) e (5.22), respectivamente. Portanto:

$$\frac{\partial \Pi}{\partial \vec{Y}} = -\vec{F}^{ext} + \vec{F}^{int} + \vec{F}^{iner} = \vec{0} \quad (5.26)$$

Conforme já mencionado, o procedimento de solução envolve o algoritmo de Newton-Raphson para definir as posições e giros correntes.

5.7. NÃO LINEARIDADE FÍSICA

Tendo em vista que as estruturas abordadas neste trabalho são em concreto armado, a não linearidade física assume uma relevância usualmente superior à geométrica no que diz respeito à garantia de que o modelo seja fidedigno.

Sabe-se que o concreto e o aço das armaduras possuem comportamentos muito distintos. Enquanto o concreto é um material frágil bastante resistente à compressão e de baixa resistência à tração, o aço das armaduras é elastoplástico e com resistências à compressão e à tração muito semelhantes.

Tal diferença no comportamento material foi um dos motivos da adoção de elementos finitos de pórtico laminados, os quais permitem representar de forma simplificada os diferentes materiais da seção transversal, além de facilitar a incorporação de modelos de não linearidade física específicos para cada.

Ao concreto foram adotados o Modelo de Dano de Mazars e o μ -Model, pois têm simples implementação, são suficientemente adequados aos casos analisados e, no caso do segundo modelo, permite-se representar o comportamento unilateral do concreto. Já às armaduras passivas foi adotado um Modelo Elastoplástico Perfeito Uniaxial pelas mesmas razões supracitadas. Modelos ainda mais representativos poderiam ser adotados, porém os ganhos nos resultados seriam pouco proeminentes e associados a um maior custo.

5.7.1. Modelo de Dano de Mazars

O Modelo de Dano de Mazars visa representar a degradação mecânica do concreto considerando as seguintes hipóteses: comportamento mecânico elástico durante a evolução da degradação; evolução do dano devido apenas a alongamentos; dano isotrópico; dano representado localmente por uma variável que assume valores de 0 (material íntegro) a 1 (material totalmente degradado); a evolução do dano ocorre quando a deformação equivalente supera um valor limite de alongamento (MAZARS, 1984).

Pelo fato de representar a evolução do dano ao longo de todo um elemento finito, este é um modelo de dano do tipo contínuo. Similar aos demais modelos desta categoria, este procedimento consiste em representar a degradação mediante a penalização da rigidez no ponto sob análise. Embora a degradação seja fruto da evolução de microdefeitos no interior do elemento, a penalização é feita de forma homogênea.

A deformação equivalente $\tilde{\epsilon}$ a ser comparada com o alongamento limite ϵ_{d0} é definida a partir do tensor de deformações principais ϵ_p e considerando um estado multiaxial de deformações, sendo definida por:

$$\tilde{\varepsilon} = \sqrt{(\varepsilon_{P1})_+^2 + (\varepsilon_{P2})_+^2 + (\varepsilon_{P3})_+^2} \quad (5.27)$$

onde $(\varepsilon_{Pi})_+$ indica que somente os valores positivos do tensor de deformações principais devem ser considerados. No caso de ε_{d0} , caso não haja resultados experimentais referentes à resistência à tração do concreto, é possível empregar:

$$\varepsilon_{d0} = \frac{f_{ctk,inf}}{E_{ci}} \quad (5.28)$$

onde $f_{ctk,inf}$ é o valor característico inferior da resistência à tração, sendo definido no item 8.2.5 da ABNT NBR 6118 (2014), ao passo que E_{ci} é o módulo de elasticidade inicial definido no item 8.2.8 da referida norma. Mazars (1984) propõe que ε_{d0} esteja limitado entre 10^{-5} e 10^{-4} .

No tocante à variável de dano, são utilizadas duas variáveis independentes para representar o comportamento não linear de tração (D_T) e compressão (D_C) uniaxiais, posto que para cada caso a fissuração se manifesta de forma distinta, conforme indicado na Figura 5.5.

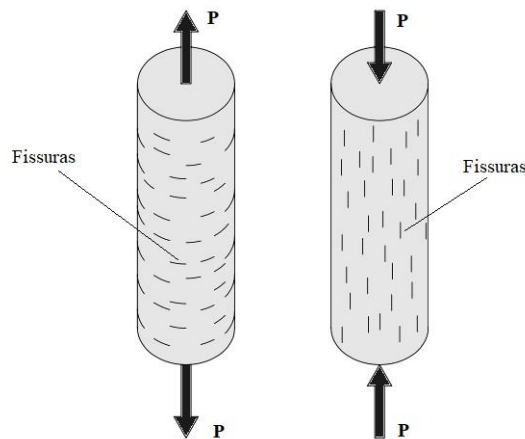


Figura 5.5 – Fissuração uniaxial do concreto para cada tipo de solitação – Fonte: O autor

As variáveis componentes de dano D_T e D_C são dadas, respectivamente, por:

$$D_T = 1 - \frac{\varepsilon_{d0}(1 - A_C)}{\tilde{\varepsilon}} - \frac{A_T}{e^{[B_T(\tilde{\varepsilon} - \varepsilon_{d0})]}} \quad (5.29)$$

$$D_C = 1 - \frac{\varepsilon_{d0}(1 - A_C)}{\tilde{\varepsilon}} - \frac{A_C}{e^{[B_C(\tilde{\varepsilon} - \varepsilon_{d0})]}} \quad (5.30)$$

onde os parâmetros A_T , B_T , A_C e B_C são identificados experimentalmente. Mazars (1984) impõe os seguintes limites para os referidos parâmetros:

$$\begin{aligned} 0,7 &\leq A_T \leq 1,0 \\ 10^4 &\leq B_T \leq 10^5 \\ 1,0 &\leq A_C \leq 1,5 \end{aligned} \quad (5.31)$$

$$10^3 \leq B_C \leq 2 \times 10^3$$

A partir das variáveis componentes de dano, determina-se a variável de dano D mediante a combinação linear de D_T e D_C :

$$D = \alpha_T D_T + \alpha_C D_C \quad (5.32)$$

onde α_T e α_C são valores complementares entre 0 e 1 dados respectivamente por:

$$\alpha_T = \frac{1}{\varepsilon_V^+} \sum_{i=1}^3 \varepsilon_{Ti} \quad (5.33)$$

$$\alpha_C = \frac{1}{\varepsilon_V^+} \sum_{i=1}^3 \varepsilon_{Ci} \quad (5.34)$$

Dado que $\varepsilon_V^+ = \sum_{i=1}^3 \varepsilon_{Ti} + \sum_{i=1}^3 \varepsilon_{Ci}$. Ressalta-se que são consideradas apenas as componentes positivas dos tensores de deformação obtidos apenas por tração (ε_T) e apenas por compressão (ε_C).

Tendo em vista que o concreto possui comportamento elástico-linear para deformações inferiores à ε_{d0} , define-se a função de resistência:

$$f(\tilde{\varepsilon}, D) = \tilde{\varepsilon} - \tilde{S}(D) \leq 0 \quad (5.35)$$

onde $\tilde{S}(D)$ representa a deformação equivalente definida a partir do dano D . Assim, o processo de danificação tem início a partir de $f(\tilde{\varepsilon}, D) = 0$.

Após iniciado o processo de danificação, penaliza-se a rigidez e, conseqüentemente a tensão do ponto sob análise, a partir de:

$$S_{ij} = (1 - D) \mathfrak{C}_{ijkl} E_{kl} \quad (5.36)$$

onde \mathfrak{C}_{ijkl} é o tensor constitutivo elástico de quarta ordem definido por:

$$\mathfrak{C}_{ijkl} = \frac{\partial^2 u_e}{\partial E_{ij} \partial E_{kl}} \quad (5.37)$$

Aplicações reais em engenharia requerem o uso do tensor de tensões de Cauchy σ_{ij} . Porém, tendo em vista que as deformações presentes nas aplicações deste trabalho são pequenas, S_{ij} é satisfatoriamente próxima de σ_{ij} , justificando o uso de S_{ij} e E_{kl} em (5.36).

5.7.2. Modelo de Dano μ -Model

Similar ao modelo original proposto por Mazars (1989), este modelo de dano também visa representar a degradação mecânica do concreto mediante penalização da rigidez, porém considerando o efeito unilateral do material (MAZARS et al. 2015; MAZARS e GRANGE, 2015). Tal efeito se refere à recuperação da rigidez após reversão de tensões, decorrente do fechamento das fissuras formadas nos trechos previamente tracionados.

Baseado na mecânica do dano contínuo, considera-se separadamente o dano causado por tração daquele causado por compressão. Tal distinção é fundamental em situações onde é possível ocorrer reversão de tensões, tal como sismos e colapso progressivo. Assim, justifica-se a não adoção do modelo de dano original apresentado em Mazars (1984) para estruturas de maior magnitude, pois este não representa satisfatoriamente a reversão de tensões.

A evolução do dano D é dada em termos das variáveis termodinâmicas Y_T e Y_C , as quais participam da composição da variável Y :

$$Y = r Y_T + (1 - r) Y_C \quad (5.38)$$

onde $Y_T = \text{Sup}[\varepsilon_{0T}, \max \varepsilon_T]$, $Y_C = \text{Sup}[\varepsilon_{0C}, \max \varepsilon_C]$, ε_{0T} é a deformação limite elástica de tração, ε_{0C} é a deformação limite elástica de compressão, e r é um coeficiente de triaxialidade obtido a partir das tensões principais σ_{Pi} :

$$r = \frac{\sum \sigma_{Pi+}}{\sum |\sigma_{Pi}|} \quad (5.39)$$

Similar ao modelo de dano de Mazars (1984), a lei de evolução do dano é dada por:

$$D = 1 - \frac{(1 - A)Y_0}{Y} - A \exp(-B(Y - Y_0)) \quad (5.40)$$

onde Y_0 é o valor inicial da variável Y :

$$Y_0 = r \varepsilon_{0T} + (1 - r) \varepsilon_{0C} \quad (5.41)$$

As variáveis A e B presentes em 5.43 são dadas pelas composições indicadas em 5.45 e 5.46, respectivamente:

$$A = A_T(2r^2(1 - 2k) - r(1 - 4k)) + A_C(2r^2 - 3r + 1) \quad (5.42)$$

$$B = r^{r^2-2r+2} B_T + (1 - r^{r^2-2r+2}) B_C \quad (5.43)$$

onde A_T, B_T, A_C e B_C são propriedades materiais que devem ser identificadas mediante ensaios uniaxiais de tração e compressão. Ressalta-se que os parâmetros A_T, B_T, A_C e B_C usados no μ -

Model não são equivalentes aos parâmetros A_T, B_T, A_C e B_C usados no modelo de dano de Mazars. O coeficiente k , por sua vez, é dado por:

$$k = \frac{A(r = 0.5)}{A_T} \quad (5.44)$$

A partir de D , penaliza-se a rigidez e a tensão no ponto de integração a partir da expressão (5.36) mostrada previamente.

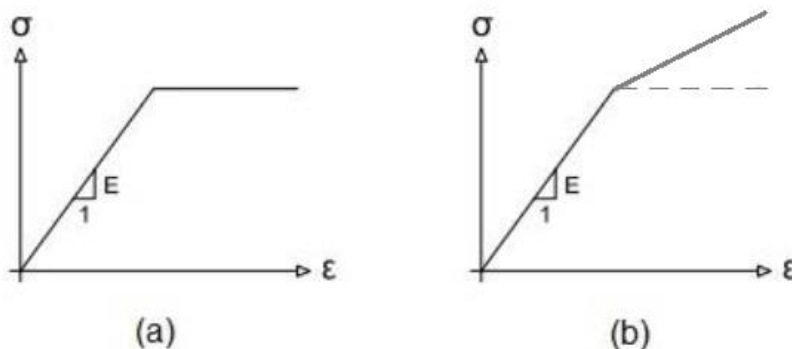
5.7.3. Modelo Elastoplástico Perfeito Uniaxial

Embora a adoção de elementos finitos laminados permita a adoção de um modelo elastoplástico multiaxial às armaduras, o fato destas serem representadas sempre com uma espessura muito inferior ao comprimento torna desprezível as tensões e deformações que não estejam ao longo da direção longitudinal, de modo que um modelo uniaxial seja suficiente.

Uma das simplificações decorrentes de um modelo uniaxial está na verificação da ocorrência ou não de plastificação. Casos bi ou tridimensionais requerem a adoção de um critério de plastificação dependente do caso estudado, porém em uma única dimensão basta verificar se a tensão atuante alcançou a tensão de escoamento.

Define-se como tensão de escoamento a tensão limite a partir da qual se verifica a ocorrência de deformações plásticas irreversíveis no material. Há modelos constitutivos elastoplásticos perfeitos, nos quais a tensão atuante se limita a de escoamento e toda deformação adicional é exclusivamente plástica; assim como modelos elastoplásticos com encruamento positivo, os quais suportam valores de tensão superiores ao limite elástico. O comportamento destes dois tipos de modelos elastoplásticos está indicado na Figura 5.6.

Figura 5.6 – Comportamento elastoplástico perfeito (a) e com encruamento positivo (b)



Empregou-se, no código computacional em elementos finitos, apenas o modelo elastoplástico perfeito, pois assim como o modelo de dano de Mazars, é simples e atende satisfatoriamente aos casos verificados.

Após a definição do tensor de deformações ε para um determinado ponto de integração, verifica-se a componente principal ε_{p1} associada à direção longitudinal da armadura

para, em seguida, compará-la à deformação limite ε_{lim} (referente à tensão de escoamento σ_E). Tal verificação permite duas situações:

$$\begin{aligned} \text{se } \varepsilon_{P1} \leq \varepsilon_{lim} &\rightarrow \varepsilon^P = 0 \\ \text{se } \varepsilon_{P1} > \varepsilon_{lim} &\rightarrow \varepsilon^P = \varepsilon_{P1} - \varepsilon_{lim} \end{aligned} \quad (5.45)$$

onde ε^P é a parcela de deformação plástica. Ademais, caso se verifique a plastificação no ponto sob análise, o valor de tensão na direção longitudinal do elemento permanece fixo e igual à tensão de escoamento.

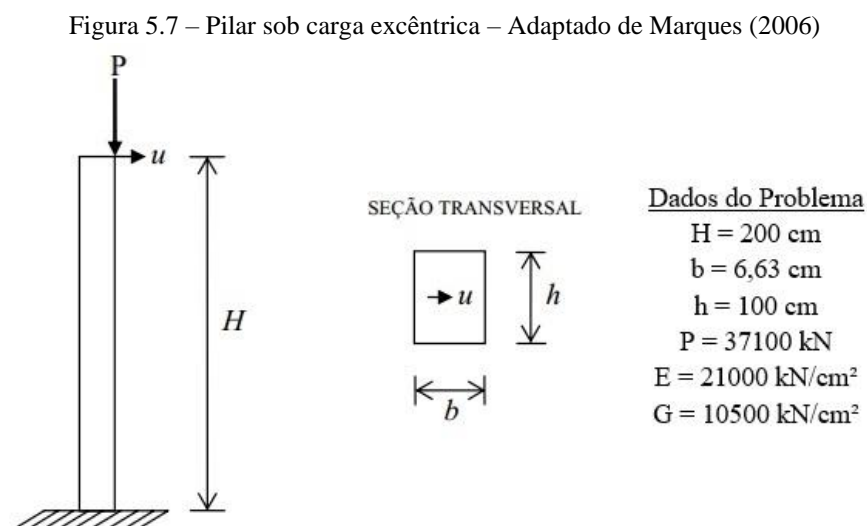
Nota-se que os valores de deformação e tensão são analisados segundo à direção longitudinal da barra, a qual pode não coincidir com a referência utilizada. Em vista disso, os tensores de deformações e de tensões são rotacionados às coordenadas globais do problema à medida que forem atualizados.

5.8. EXEMPLOS DE VALIDAÇÃO

Nesta seção são apresentados quatro exemplos de validação com o intuito de comprovar a eficácia do código computacional desenvolvido. O primeiro exemplo foi escolhido para verificar a formulação frente aos casos de instabilidade por não linearidade geométrica. O segundo exemplo mantém o objetivo do primeiro, porém adicionalmente há o interesse de se verificar a implementação de rótulas. Já o terceiro e quarto exemplos, baseados em ensaios experimentais e numéricos disponíveis na literatura, têm por objetivo a verificação da não linearidade física.

5.8.1. Pilar sob Compressão Excêntrica

O primeiro exemplo foi obtido de Marques (2006), porém já fora estudado por Fujii (1983) e Simo et al (1984). Trata-se de um pilar de base engastada submetido a uma carga concentrada excêntrica na extremidade livre, conforme indicado na Figura 5.7.



Com base nos dados do problema, percebe-se que a relação H/b garante a classificação do pilar como barra longa, porém h é metade de H . Apesar da espessura demasiadamente elevada, não houve problemas na verificação do comportamento não linear da estrutura.

Para representar a excentricidade, incluiu-se um pequeno trecho de barra com 3,315 cm de comprimento na extremidade do pilar e perpendicular ao mesmo, de tal maneira que o carregamento é aplicado em sua extremidade.

Com o intuito de observar a evolução das configurações deformadas, a carga P foi aplicada gradualmente via 100 incrementos de 371 kN.

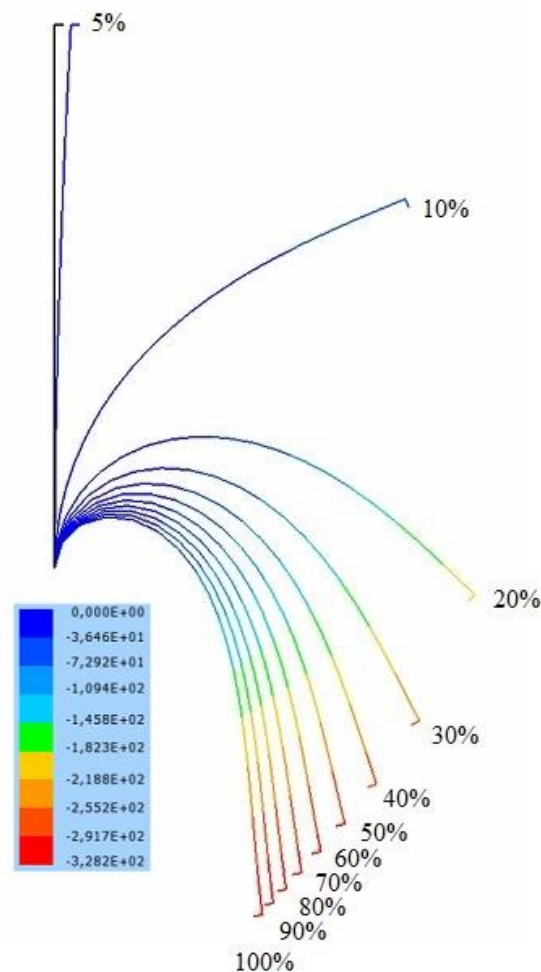
Ademais, o pilar foi discretizado inicialmente em 6 nós e 5 elementos finitos de pórtico com grau de aproximação igual a 5 (considerando o trecho incluído à garantia de excentricidade). Com base no grau de aproximação, outros 4 nós internos foram gerados automaticamente para cada elemento finito.

Pelo fato de a seção ser homogênea, esta foi representada por uma única lâmina em todos os elementos, sendo adotados 5 pontos de integração na direção transversal e 5 na direção longitudinal.

Parâmetros referentes à não linearidade física não foram utilizados neste problema, dando ênfase apenas à verificação da não linearidade geométrica.

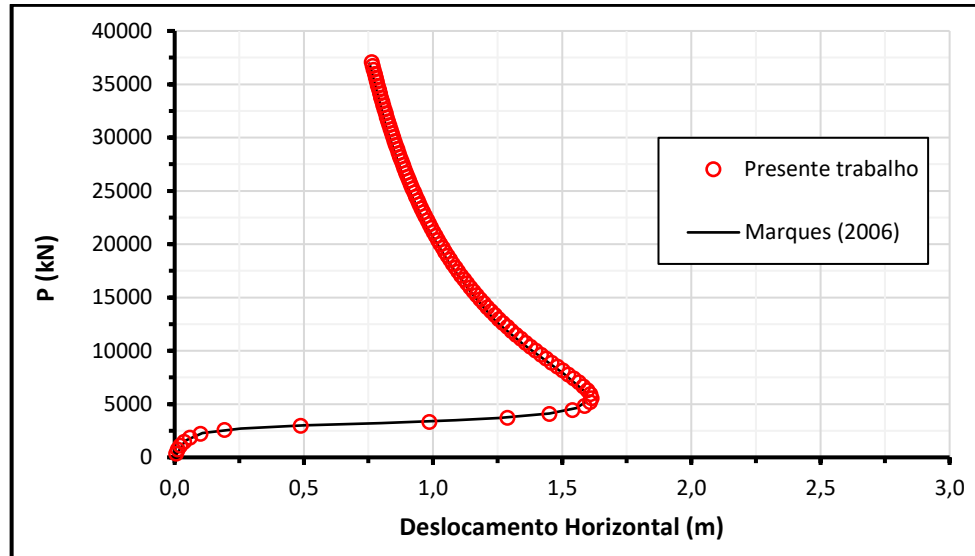
Na Figura 5.8 estão indicadas as configurações deslocadas para diversas etapas de carregamento, indicando em cores a evolução do deslocamento vertical do pilar.

Figura 5.8 – Configuração deslocada da estrutura para diferentes porcentagens da carga total



É notável o grande salto de deslocamentos a partir de 5% da carga total, caracterizando a flambagem. Na Figura 5.9 está indicado o gráfico do deslocamento horizontal pela força.

Figura 5.9 – Relação carga e deslocamento horizontal

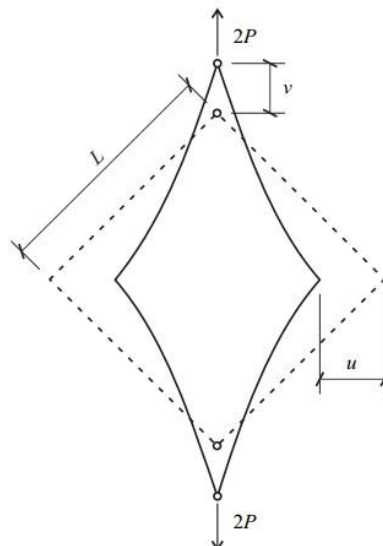


Vale ressaltar que Marques (2006) utilizou elementos finitos de chapa na obtenção de seus resultados, porém mesmo assim os resultados encontrados pelo código aqui desenvolvido foram muito próximos.

5.8.2. Pórtico Diamante Articulado

Este exemplo foi utilizado por Siqueira (2016) com o mesmo intuito de verificar a implementação das rótulas, no entanto já fora analisado por Jenkins et al (1966) e Mattiasson (1981). Trata-se de um pórtico simétrico com duas rótulas em vértices opostos, sobre os quais há a atuação de forças concentradas conforme indicado na Figura 5.10.

Figura 5.10 – Pórtico diamante articulado – Adaptado de Siqueira (2016)



Dados do Problema

$L = 6,0$
 Seção $0,2 \times 0,6$
 $P = 10,0$
 $E = 10000$
 $G = 5000$

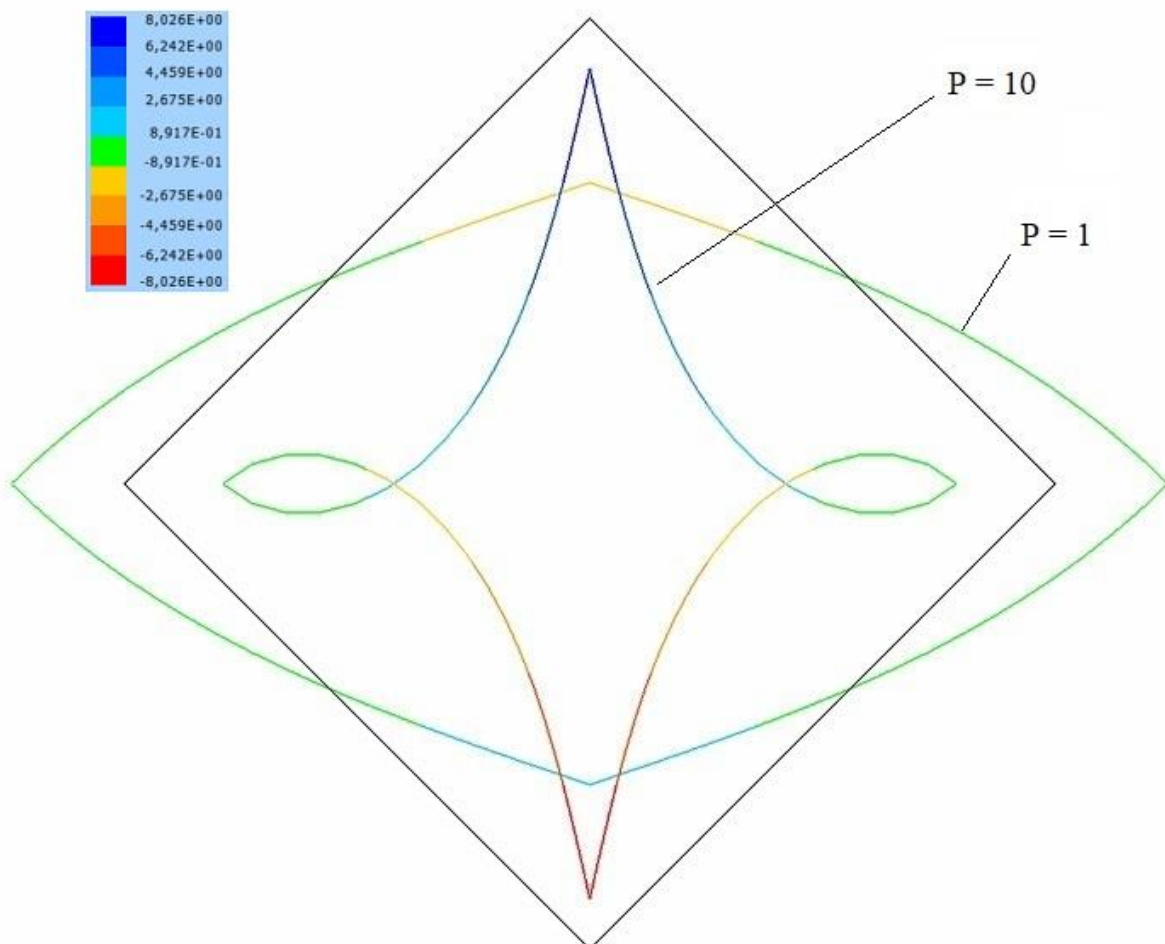
Com o intuito de observar a evolução das configurações deformadas, as cargas de valor $2P$ foram aplicadas mediante 20 incrementos de 1 kN, sendo analisado tanto à compressão como à tração.

O pórtico foi discretizado inicialmente em 24 nós e 24 elementos finitos de pórtico com grau de aproximação cúbico, de tal maneira que outros três nós internos foram gerados automaticamente para cada elemento finito.

Similar ao Exemplo 1, adotou-se uma única lâmina em todos os elementos pelo fato da seção ser homogênea. No tocante aos pontos de integração, foram adotados 3 tanto na direção longitudinal como na transversal. Parâmetros referentes à não linearidade física não foram utilizados.

Na Figura 5.11 estão indicadas as configurações deslocadas para a primeira e para a última etapa de carregamento de compressão, indicando em cores a evolução do deslocamento vertical dos nós.

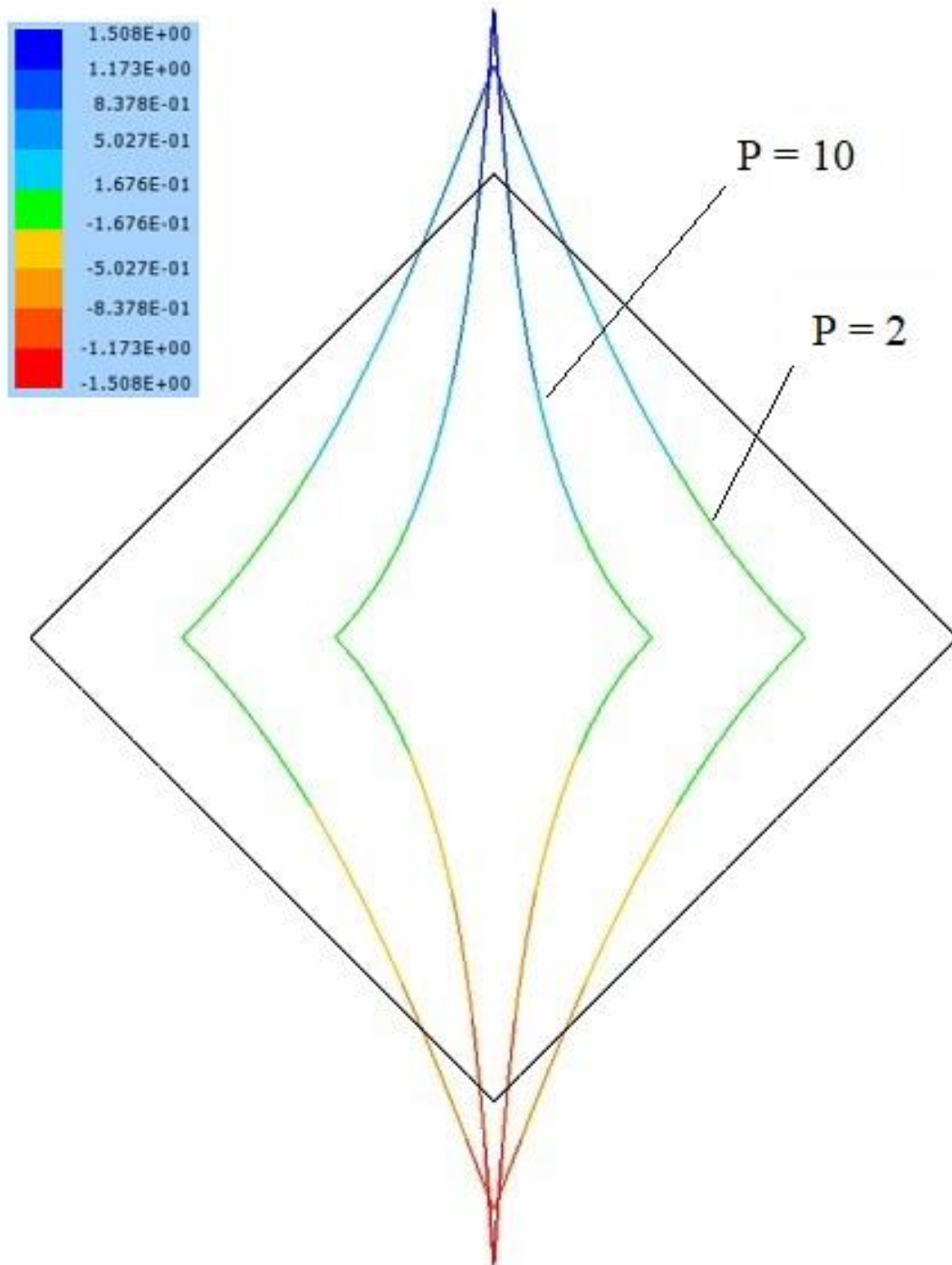
Figura 5.11 – Evolução da configuração deslocada quando sob compressão



Nota-se que entre o primeiro e o último incremento de carga a estrutura apresenta um grande salto por instabilidade, tanto que os vértices referentes às rótulas terminam praticamente sobre a posição inicial do vértice oposto.

Similarmente, estão indicadas na Figura 5.12 as configurações deslocadas para a segunda e para a última etapa do carregamento de tração.

Figura 5.12 – Evolução da configuração deslocada quando sob tração



Conforme esperado, nenhuma instabilidade foi observada na tração. Nas Figuras 5.13 e 5.14 estão indicados os gráficos referentes aos deslocamentos horizontal u e vertical v (vide Figura 5.10) em relação à força aplicada de compressão ou de tração, respectivamente.

Figura 5.13 – Gráfico carga x deslocamentos para compressão

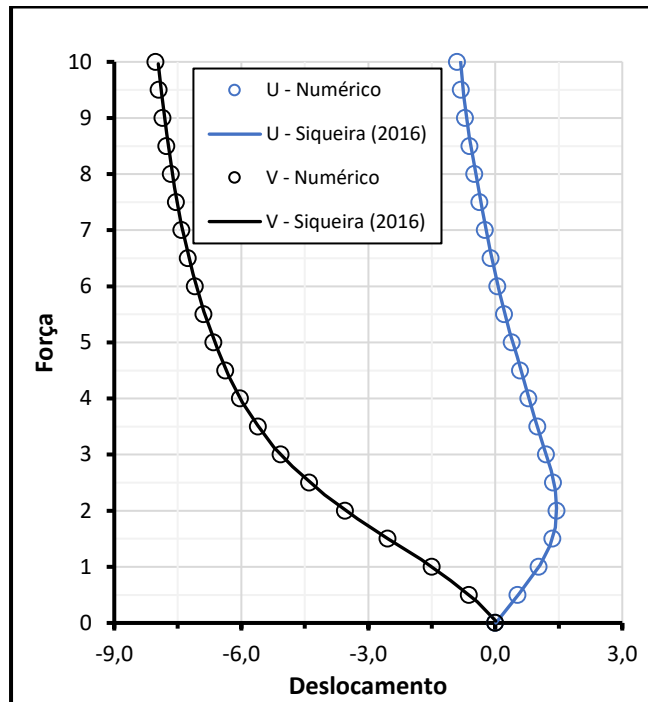
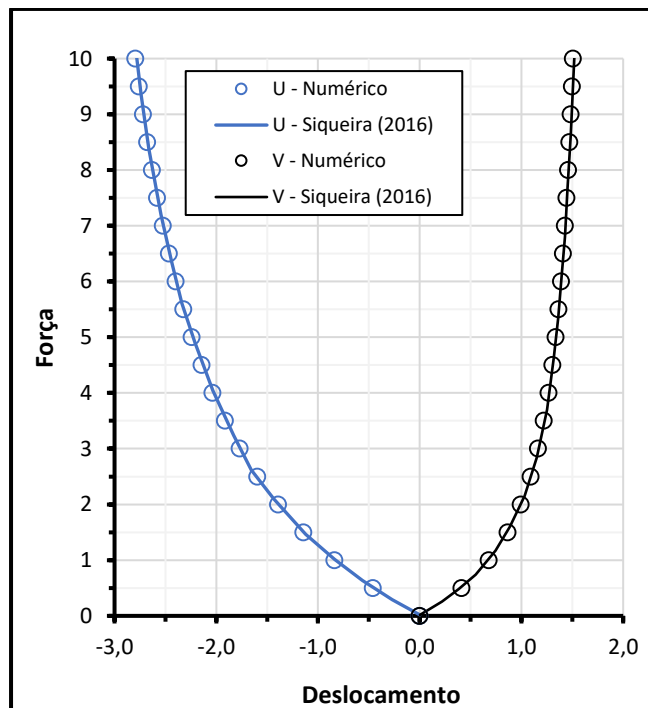


Figura 5.14 – Gráfico carga x deslocamentos para tração

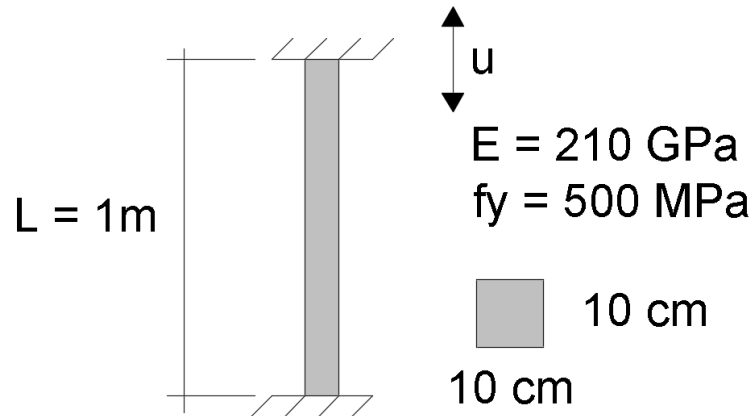


A similaridade entre os resultados de Siqueira (2016) com os do código elaborado é notável. Comprova-se, junto com o primeiro exemplo de validação, que a não linearidade geométrica em elementos de pórtico é bem representada pela formulação adotada.

5.8.3. Barra de Aço – Modelo Constitutivo Elastoplástico Perfeito

O terceiro exemplo consiste da verificação do modelo constitutivo elastoplástico perfeito utilizado nas barras de aço CA-50. Assim, realizou-se um ensaio uniaxial em uma barra de aço CA-50, mediante controle de posições, sujeita a sucessivos carregamentos e descarregamento, tal como indicado na Figura 5.15.

Figura 5.15 – Barra de aço CA-50 submetida a ensaio uniaxial



Nas Figuras 5.16 e 5.17 estão indicados, respectivamente, o diagrama tensão x deformação e a evolução das deformações total e plástica ao longo das iterações, ambos tomando como referência uma mesma seção transversal no meio da barra.

Figura 5.16 – Diagrama tensão x deformação

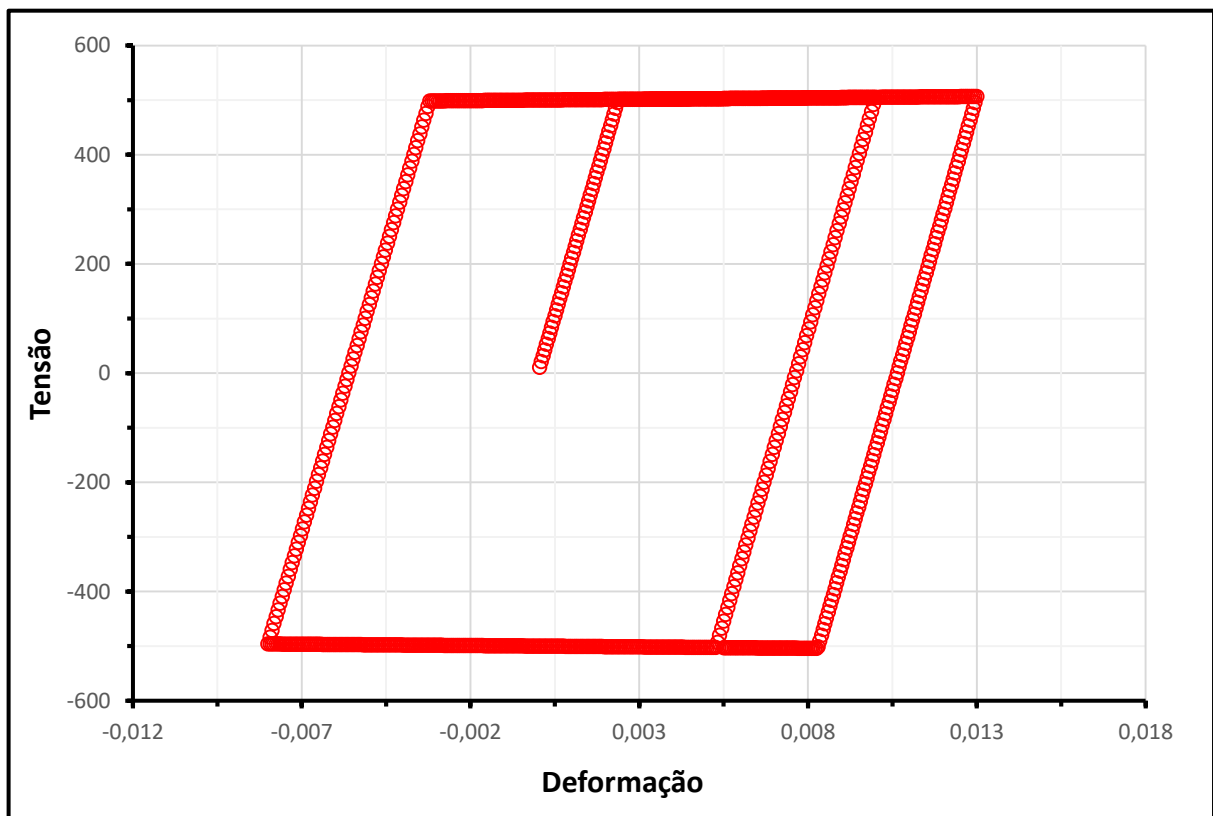
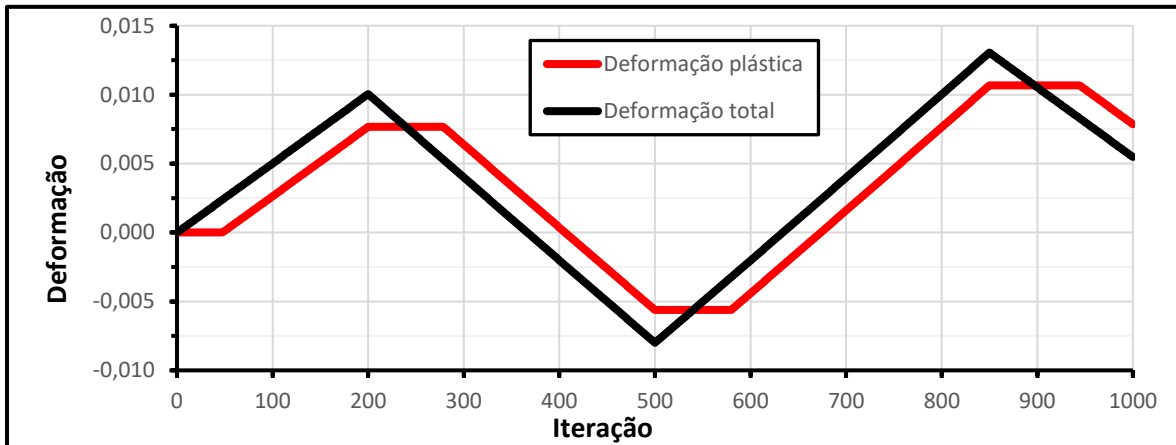


Figura 5.17 – Evolução das deformações plástica e total

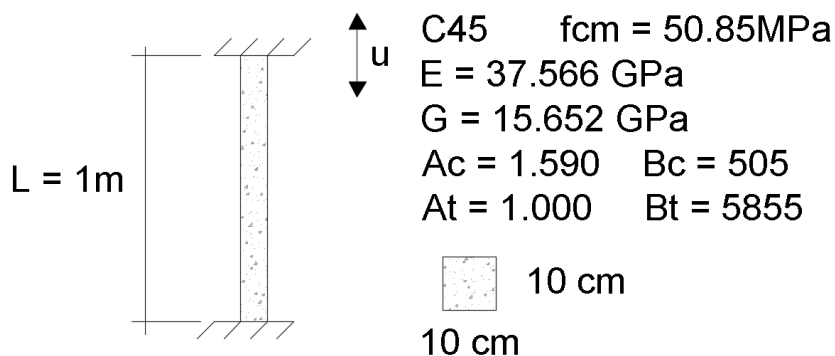


Percebe-se, na Figura 5.16, que a tensão aumenta linearmente com a deformação até alcançar o limite de escoamento f_y , mantendo-se constante a partir de tal valor. Considerando também a Figura 5.17, nota-se a evolução de deformações plásticas a partir de f_y , assim como a sua estacionariedade desde o início do descarregamento e até o início do escoamento no sentido oposto. Os sucessivos ciclos de carga e descarga apresentados nas Figuras 5.16 e 5.17 mostram a estabilidade da implementação do referido modelo constitutivo.

5.8.4. Corpo de Prova de Concreto – μ Model

O quarto exemplo consiste da verificação do μ Model, utilizado neste trabalho para representar a não linearidade física do concreto. Assim, realizou-se um ensaio uniaxial em um corpo de prova de concreto mediante controle de posições, e sujeito a ciclos de carregamento e descarregamento, tal como no esquema indicado na Figura 5.18.

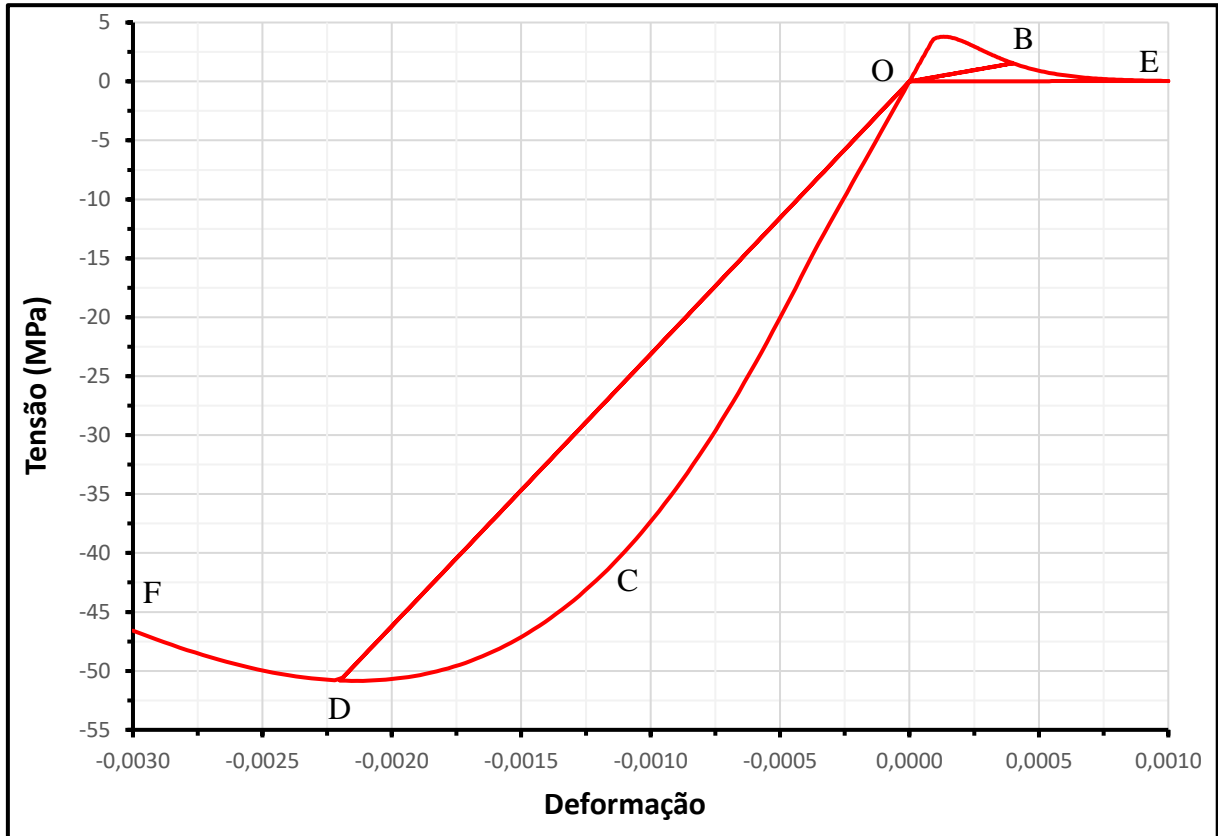
Figura 5.18 – Corpo de prova de concreto submetido a ensaio uniaxial



Ressalta-se que o módulo de elasticidade longitudinal E foi obtido conforme o item 8.2.8 da ABNT NBR 6118 (2014), e que o módulo de elasticidade transversal G se obteve considerando coeficiente de Poisson igual a 0.2. Os coeficientes A_C , B_C , A_T e B_T foram obtidos conforme a partir da calibração das curvas de tração e compressão para o concreto C45 utilizado. Maiores detalhes da calibração podem ser vistos na seção 6.2.

Na Figura 5.19 está indicado o gráfico tensão x deformação do corpo de prova de concreto sujeito a sucessivos ciclos de carga e descarga.

Figura 5.19 – Gráfico tensão x deformação do corpo de prova de concreto



O trecho OAB apresenta um pico de tração máxima equivalente ao f_{ctm} do concreto C45 (aproximadamente 3.72 MPa), e a posterior queda de tensão com o aumento da deformação. O descarregamento da tração é representado pelo trecho BO, onde se nota que a tensão decresce linearmente com a deformação, não há deformações plásticas, e a rigidez se encontra penalizada.

A inversão do carregamento se observa no trecho OCD, sendo notável a recuperação integral da rigidez a se reverter os esforços. Nota-se também o pico de compressão máxima equivalente ao f_{cm} do C45 (aproximadamente 50.85 MPa), coincidente com a deformação de 0.0020, a partir da qual o concreto inicia o processo de plastificação. O descarregamento da compressão é representado pelo trecho DO, onde novamente a rigidez se encontra penalizada.

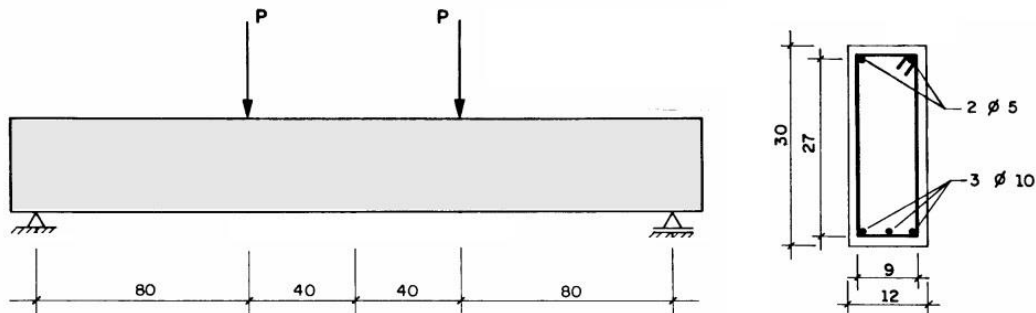
O retorno do carregamento à tração, representado por OBE, recupera a penalização da rigidez observada no primeiro ciclo, não sendo afetada pela penalização da rigidez enquanto sob compressão. O segundo descarregamento da tração, indicado em EO, apresenta a nova penalização da rigidez na tração.

Similar ao segundo carregamento de tração, o segundo carregamento de compressão, indicado por ODF, recupera a penalização de rigidez previamente realizada neste estado de tensão. Com base no exposto, percebe-se a precisão e a estabilidade da implementação do μ Model na representação do comportamento do concreto.

5.8.5. Viga Subarmada

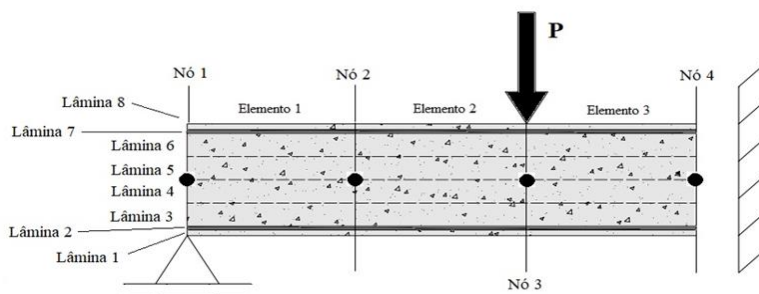
O quinto exemplo foi elaborado por Álvares (1993), tratando-se de uma viga biapoiada subarmada sujeita a duas cargas concentradas, conforme representado na Figura 5.20.

Figura 5.20 – Viga subarmada (medidas em cm) – Adaptado de Alvares (1993)



Devido à simetria, analisou-se apenas metade da peça, conforme indicado na Figura 5.21. Para representar a seção transversal foram empregadas 8 lâminas, onde aquelas referentes ao aço possuem área equivalente à área de aço da camada, mantendo-se a posição dos seus centros de gravidade. Não foram considerados os pequenos trechos em balanço presentes na Figura 5.20 e nem os estribos.

Figura 5.21 – Modelo utilizado na análise da viga subarmada

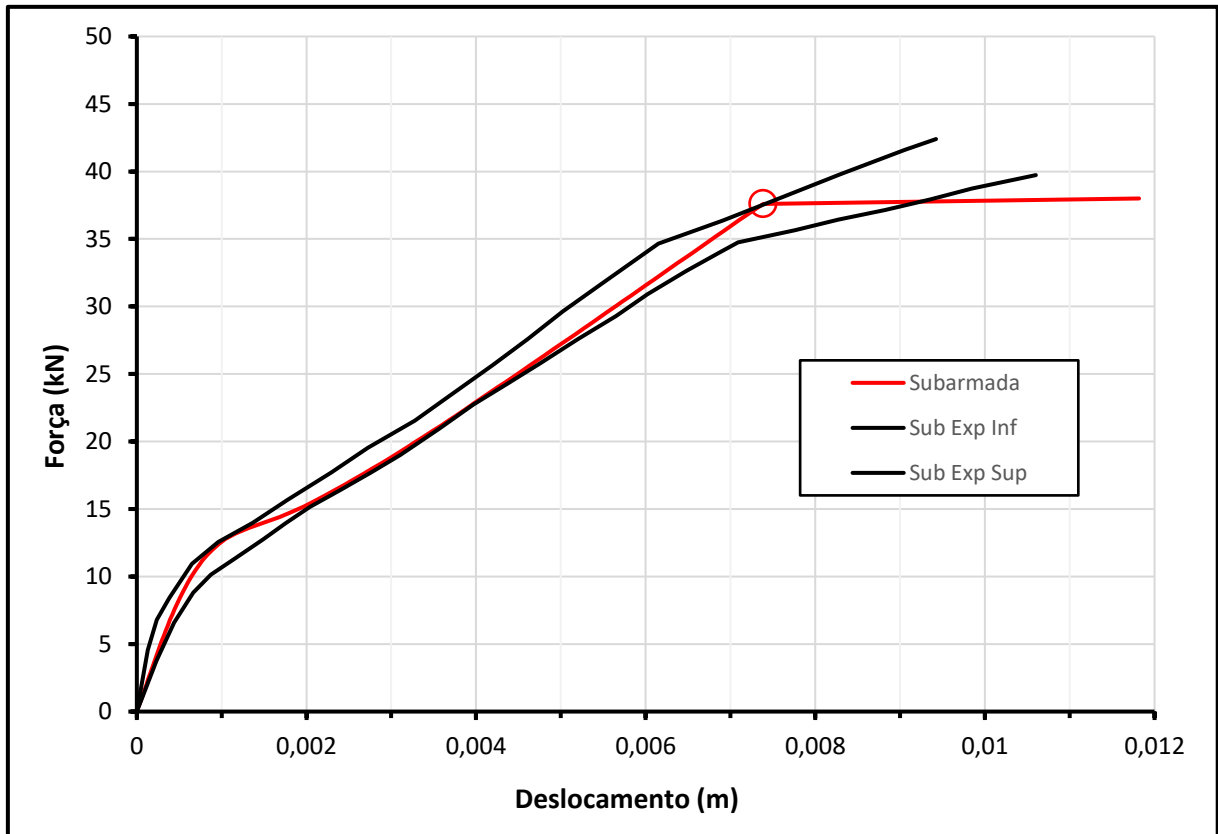


Realizou-se controle de força mediante 100 incrementos de 0.6 kN, totalizando um carregamento de 60 kN. Quanto à discretização, foram adotados inicialmente 4 nós e 3 elementos finitos com grau de aproximação igual a 7, garantindo-se a geração automática 6 nós adicionais no interior dos elementos finitos. Empregaram-se 7 pontos de integração na direção longitudinal e 5 para cada lâmina na direção transversal.

Ao concreto foi adotado $E = 29.2$ GPa, $G = 12.167$ GPa e modelo de Dano de Mazars. Os parâmetros relacionados à não linearidade física são $\epsilon_{d0} = 0.0007$, $A_T = 0.995$, $B_T = 8000$, $A_C = 0.85$ e $B_C = 1620$. Já ao aço foram utilizados $E = 210$ GPa, $G = 105$ GPa e tensão de escoamento f_Y igual a 500 MPa.

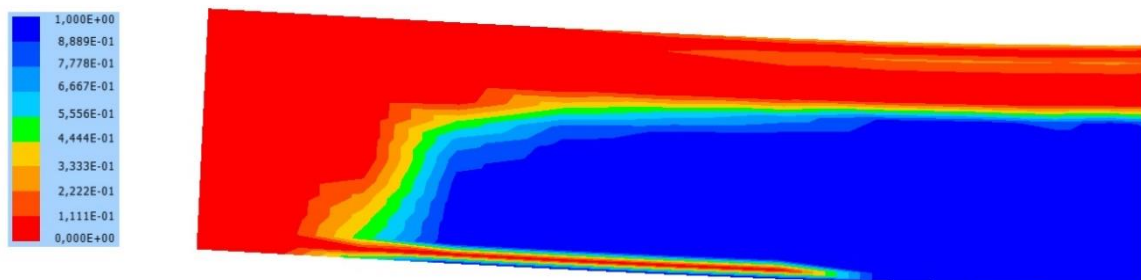
Na Figura 5.22 está indicado o gráfico da carga pelo deslocamento do meio do vão (nó 4), considerando os valores experimentais obtidos por Álvares (1993), e aqui delimitados pelas curvas em preto.

Figura 5.22 – Gráfico carga x deslocamento para caso subarmado



Percebe-se que o comportamento numérico está de acordo com o observado nos resultados experimentais de Álvares (1993). Ademais, para uma força de aproximadamente 37 kN, verifica-se o escoamento da armadura inferior e a perda de capacidade portante da viga. Na figura 5.23 está indicado o dano ao longo do concreto na iminência da falha.

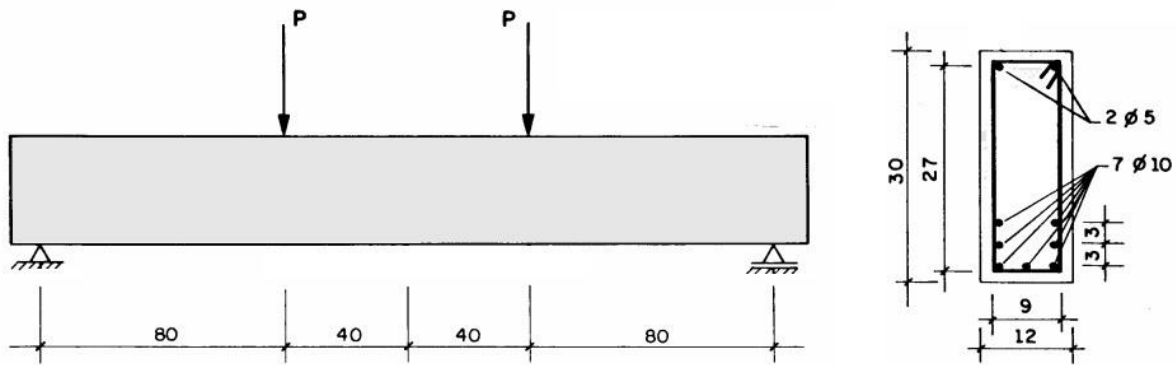
Figura 5.23 – Dano da viga subarmada na iminência da falha



5.8.6. Viga Superarmada

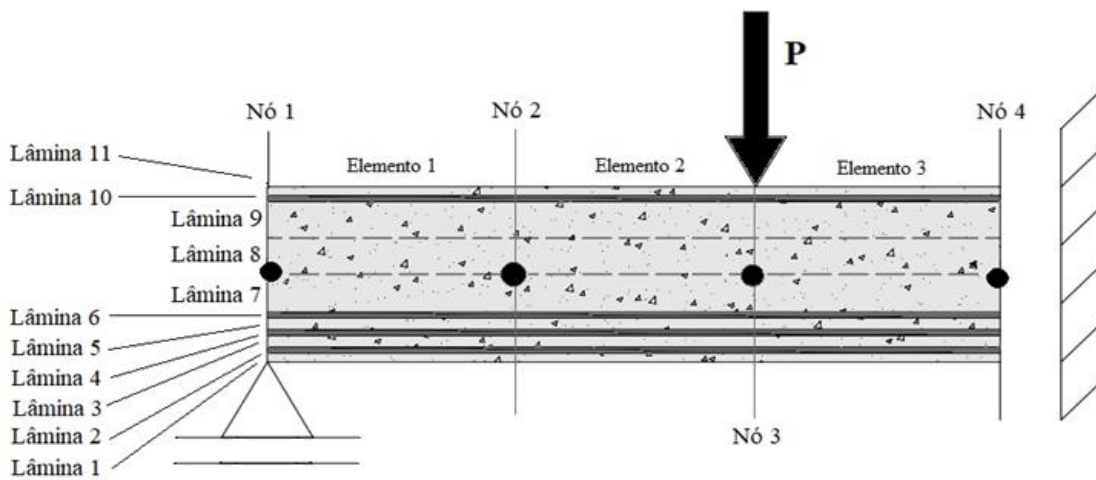
O sexto exemplo também foi elaborado por Álvares (1993), sendo referente a uma viga biapoiada superarmada sujeita a duas cargas concentradas, conforme Figura 5.24.

Figura 5.24 – Viga superarmada (medidas em cm) – Adaptado de Álvares (1993)



Semelhante ao exemplo anterior, analisou-se apenas a metade esquerda da peça em razão da simetria, conforme indicado na Figura 5.25. Para representar a seção transversal foram empregadas 11 lâminas. Não foram considerados os pequenos trechos em balanço presentes e nem os estribos.

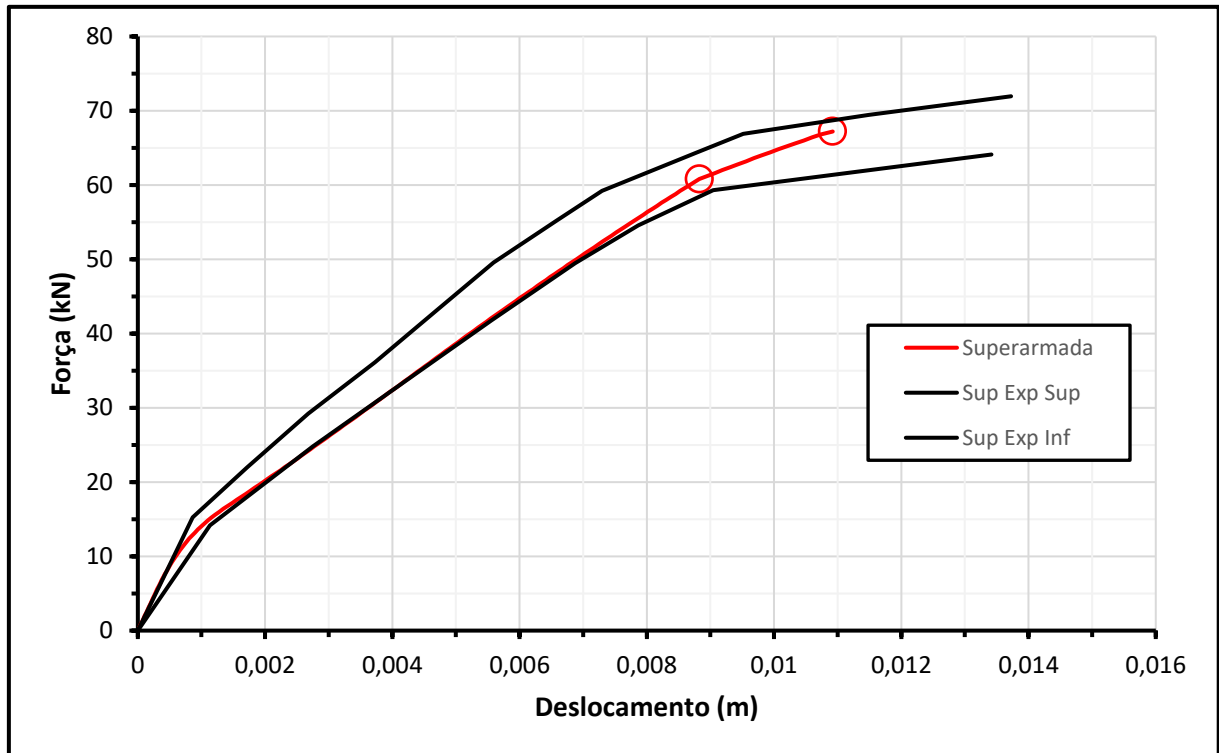
Figura 5.25 – Modelo utilizado na análise da viga superarmada



Realizou-se controle de força mediante 100 incrementos de 0,8 kN, totalizando 80 kN. Foram adotados inicialmente 4 nós e 3 elementos finitos com grau de aproximação igual a 7, garantindo-se a geração automática de 6 nós adicionais nos elementos finitos. Adotaram-se 7 pontos de integração na direção longitudinal e 5 para cada lâmina na direção transversal.

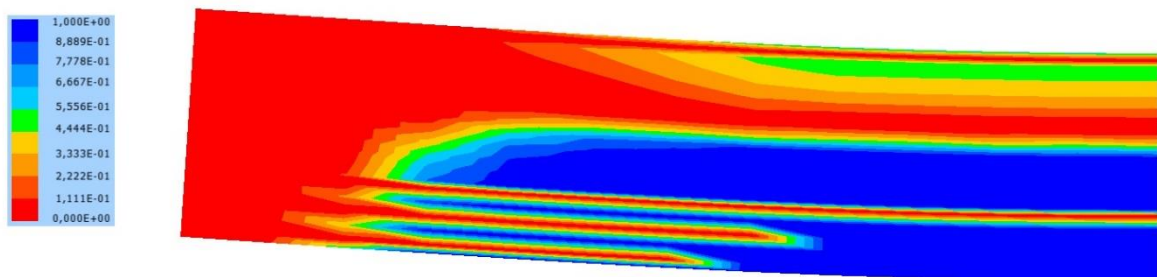
As propriedades materiais referentes ao concreto e ao aço são as mesmas utilizadas no exemplo anterior. Na Figura 5.26 está indicado o gráfico da carga pelo deslocamento do nó 4 considerando os valores experimentais presentes em Álvares (1993).

Figura 5.26 – Gráfico carga x deslocamento para caso superarmado



Percebe-se novamente que o comportamento numérico muito semelhante com o observado experimentalmente. Ademais, para uma força de aproximadamente 60 kN verifica-se o escoamento da armadura inferior e, para uma força de 67 kN, observa-se a plastificação do concreto comprimido e a formação de rótula plástica no meio do vão. Na figura 5.27 está indicado o dano ao longo do concreto na iminência da formação de rótula plástica.

Figura 5.27 – Dano da viga superarmada na iminência de formação da rótula plástica



6. DETALHES DA IMPLEMENTAÇÃO

6.1. INTRODUÇÃO

Pelo fato deste trabalho estar associado a múltiplas áreas do conhecimento, este capítulo visa apresentar detalhes referentes à combinação de todos os fundamentos previamente apresentados no código computacional desenvolvido.

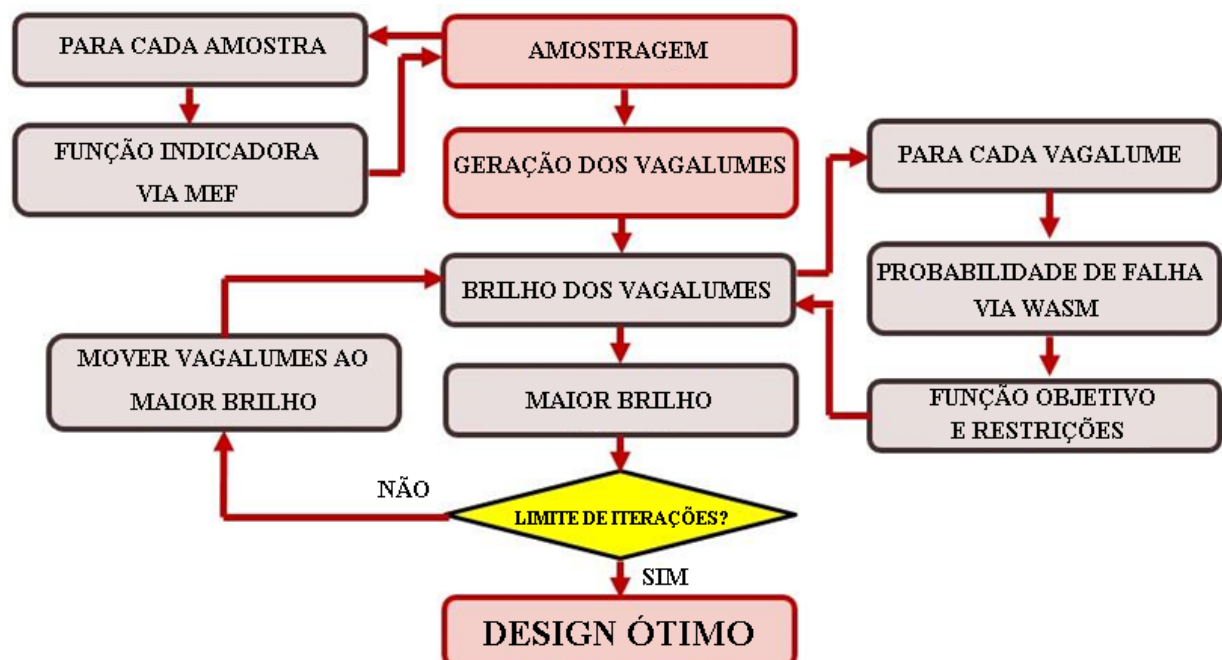
De modo geral, o algoritmo de otimização Firefly busca a configuração de projeto associada ao menor custo. As configurações de projeto a serem penalizadas, associadas a uma probabilidade de falha do sistema P_{fSYS} superior à admissível, são identificadas pelo método de simulação de Monte Carlo WASM. Este método, por sua vez, requer a geração de uma quantidade suficiente de pontos amostrais uniformemente distribuídos para que a estimativa de P_{fSYS} seja eficiente.

A partir da função indicadora, cada ponto amostral é associado ou à falha, ou à sobrevivência. Porém, neste trabalho são empregadas múltiplas funções indicadoras para identificar se a falha do sistema é composta por falhas elementares dúcteis, frágeis, ou por uma composição destas. Tal distinção permite dar prioridade às falhas dúcteis, assim como distinguir de modo eficiente custos de falhas associados a modos de falha distintos.

Neste trabalho, a avaliação da função indicadora se faz mediante análise estática não linear física e não linear geométrica, empregando-se elementos finitos de pórtico plano laminados. Tal modelo permite representar de forma fidedigna a falha em elementos estruturais em concreto armado, o que é fundamental para a correta estimativa de P_{fSYS} . Ademais, o referido método permite representar a ocorrência de colapso progressivo.

Na Figura 6.1 está indicado o fluxograma do código computacional desenvolvido neste trabalho.

Figura 6.1 – Fluxograma do código computacional



6.2. CALIBRAÇÃO – NÃO LINEARIDADE FÍSICA DO CONCRETO

Pelo fato de falhas estruturais possibilitarem casos de reversão de tensões, o μ Model foi empregado neste trabalho para representar a não linearidade física do concreto. No entanto, este modelo depende de parâmetros cujos valores influenciam diretamente no comportamento mecânico do concreto (vide 5.8.2).

A escolha dos parâmetros deve ser feita com base em ensaios uniaxiais de tração e compressão, de modo que a curva resultante numericamente deve se encaixar satisfatoriamente com a experimental. Neste trabalho, as curvas tensão x deformação referentes à compressão foram baseadas no diagrama padrão apresentado no item 8.2.10.1 da ABNT NBR 6118 (2014), as quais são dadas por:

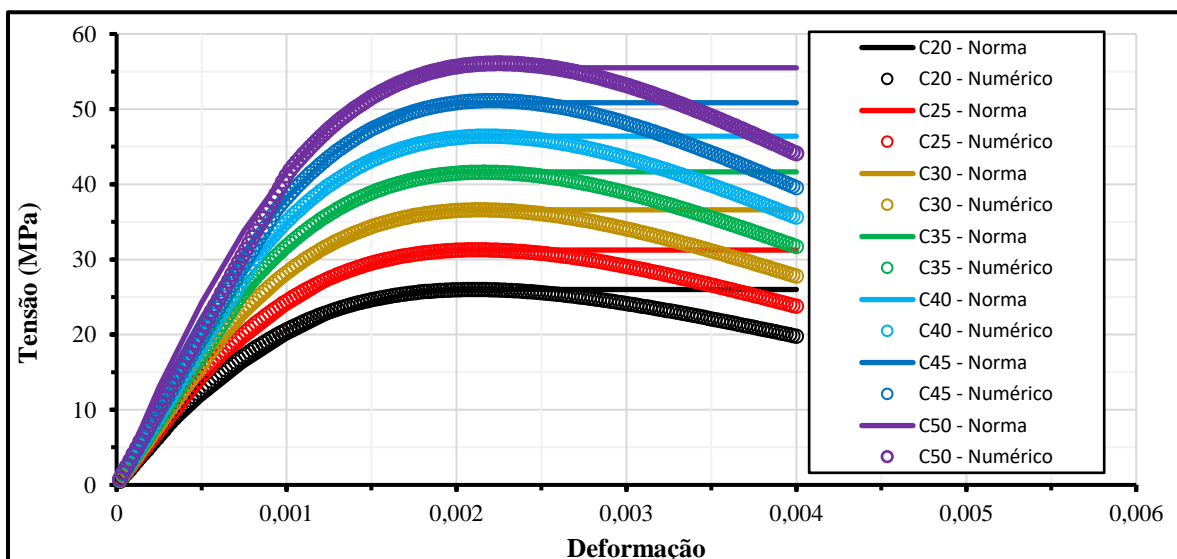
$$\sigma_c = 0,85 f_{cd} \left[1 - \left(1 - \frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_{c2}} \right)^2 \right], \quad f_{ck} \leq 50 \text{ MPa} \quad (6.1)$$

Pelo fato deste trabalho não considerar valores de cálculo obtidos de forma semiprobabilística, empregou-se a resistência média à compressão f_{cm} ao invés de f_{cd} na obtenção das curvas de referência. O valor ε_{c2} foi considerado igual a 0.002. O termo 0.85, corresponde a um fator de correção para representar o efeito Rüschi, o qual representa a redução da resistência do concreto quando a carga é aplicada vagarosamente. Tal efeito não foi aqui considerado, de tal maneira que a expressão dada em 6.1 foi adaptada para:

$$\sigma_c = f_{cm} \left[1 - \left(1 - \frac{\varepsilon_c}{0.0020} \right)^2 \right] \quad (6.2)$$

Na Figura 6.2 estão indicadas as curvas tensão x deformação para as classes usuais de concreto brasileiro, tendo como referência os diagramas obtidos por 6.2.

Figura 6.2 – Calibração dos diagramas tensão x deformação na compressão



Os módulos de elasticidade E considerados foram os iniciais, conforme dado no item 8.2.8 da ABNT NBR 6118 (2014), e considerando brita de granito. A deformação correspondente ao limite elástico de compressão corresponde a $3.267d-4$ para todas as classes de concreto. Os valores dos coeficientes A_C e B_C calibrados para cada classe de concreto mediante tentativa criteriosa, estão apresentados na Tabela 6.1.

Tabela 6.1 – Coeficientes A_C e B_C após calibração

Classe de concreto	A_C	B_C
C20	1.140	530.0
C25	1.260	525.0
C30	1.375	521.0
C35	1.462	516.0
C40	1.530	510.5
C45	1.590	505.0
C50	1.640	496.0

Nas Figuras 6.3 e 6.4 estão indicados, respectivamente, a variação de A_C e B_C de acordo com a classe de concreto. Percebe-se que a variação suave e contínua dos parâmetros justifica o uso da interpolação de Lagrange para obter tais coeficientes para classes intermediárias de concreto.

Figura 6.3 – Variação de A_C de acordo com o f_{cm}

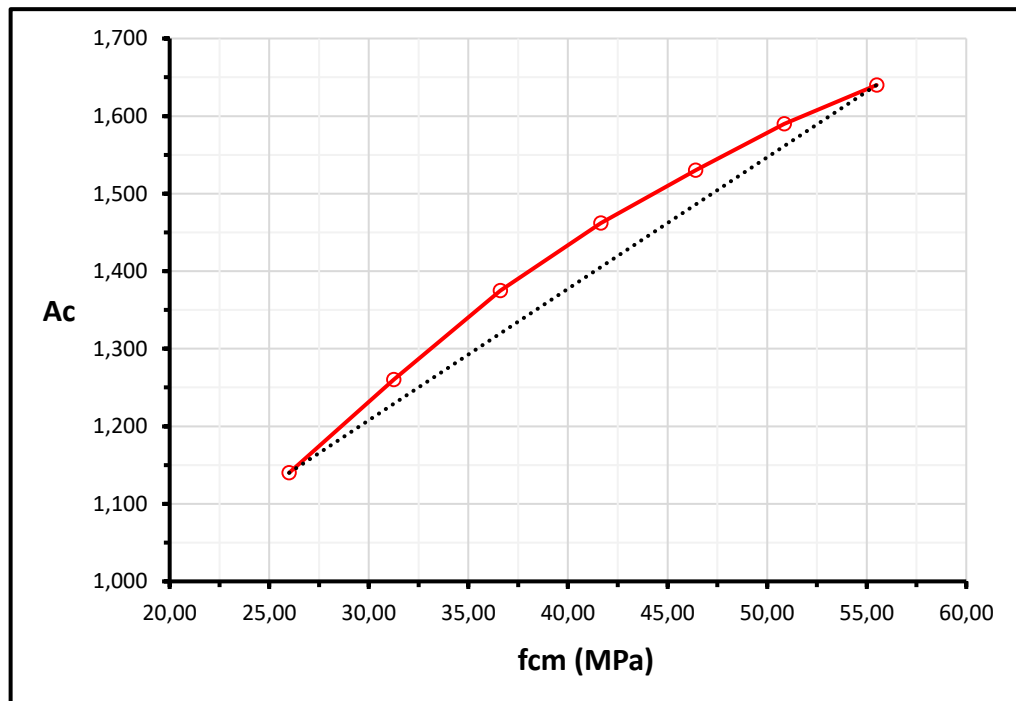
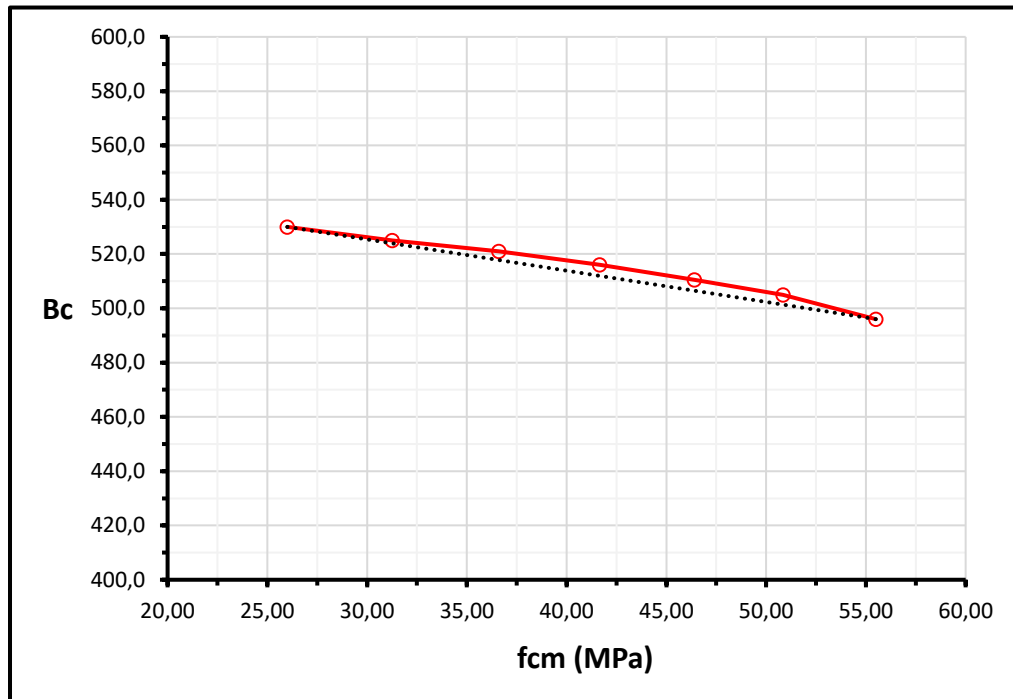
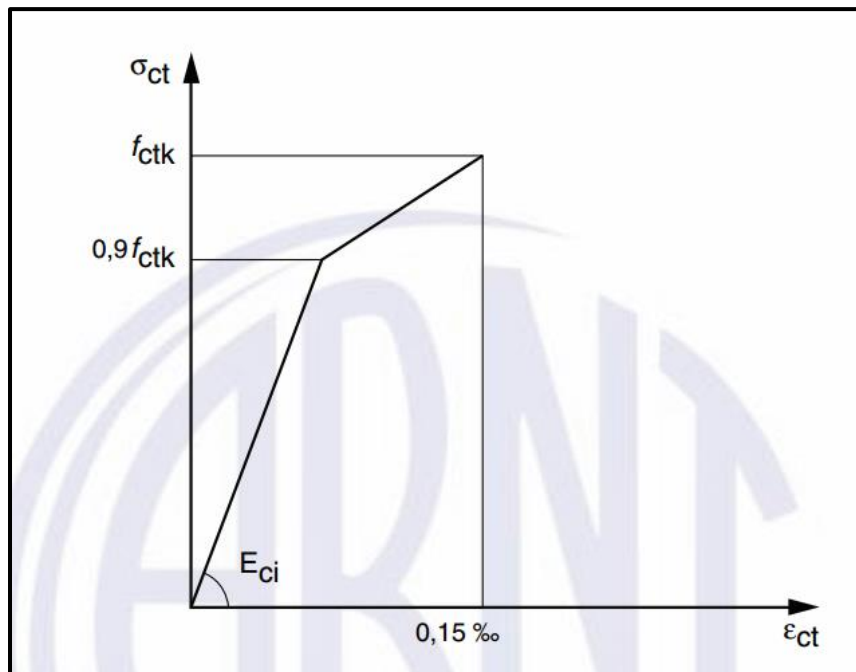


Figura 6.4 – Variação de B_c de acordo com o f_{cm} 

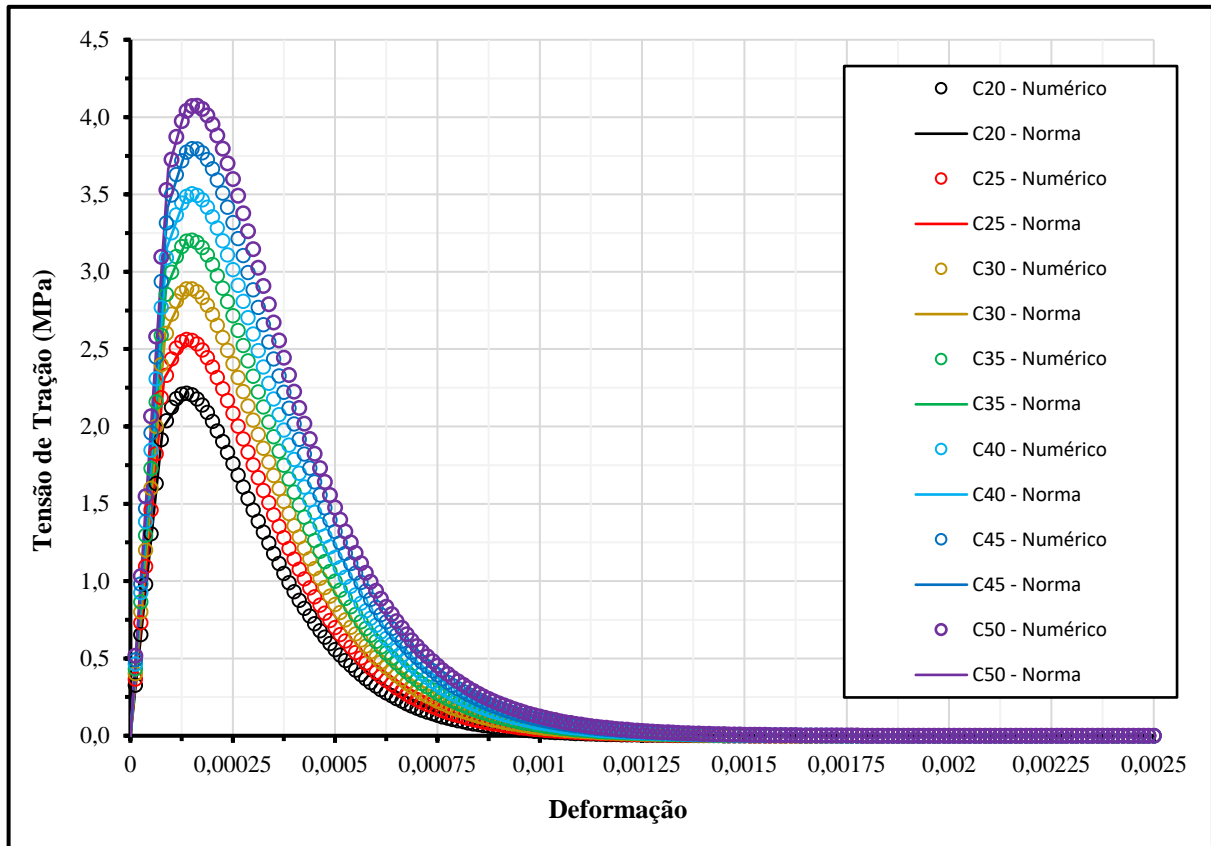
Quanto aos diagramas tensão x deformação associados à tração, o item 8.2.10.2 da ABNT NBR 6118 (2014) apresenta um diagrama de referência simplificado até a tensão de pico f_{ctk} . O referido diagrama de referência está indicado na Figura 6.5.

Figura 6.5 – Diagrama tensão x deformação para tração – ABNT NBR 6118 (2014)



Similar à compressão, foi empregada a resistência média à tração f_{ctm} ao invés do valor característico f_{ctk} . Na Figura 6.6 estão indicados os diagramas tensão de tração x deformação para as classes usuais de concreto brasileiro.

Figura 6.6 – Calibração dos diagramas tensão x deformação na tração

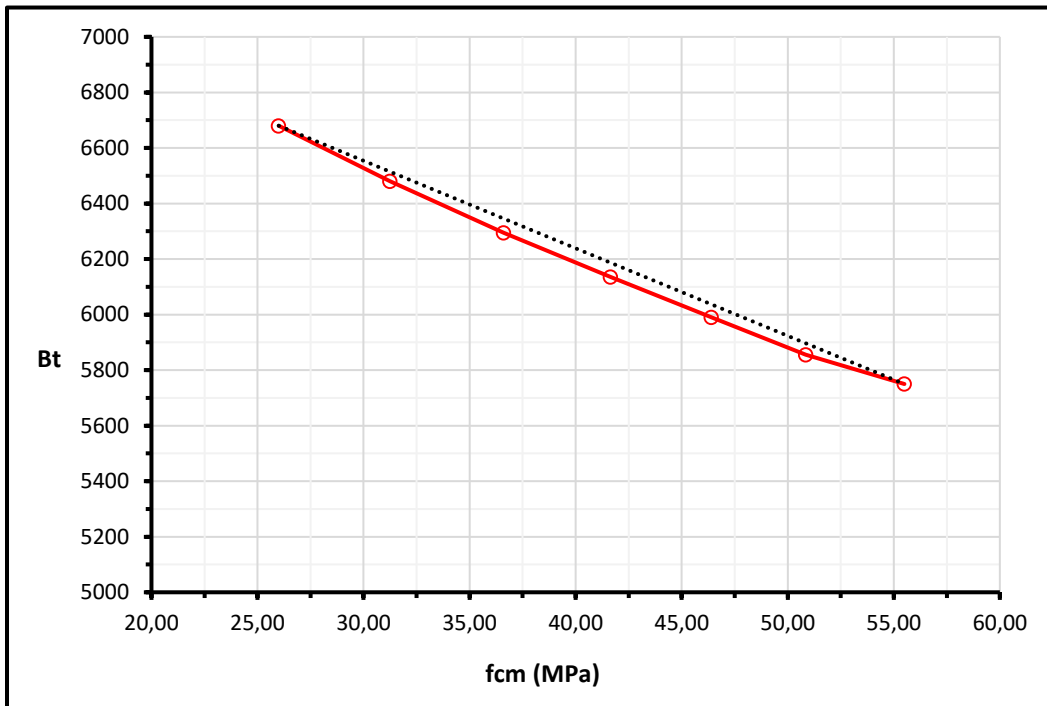
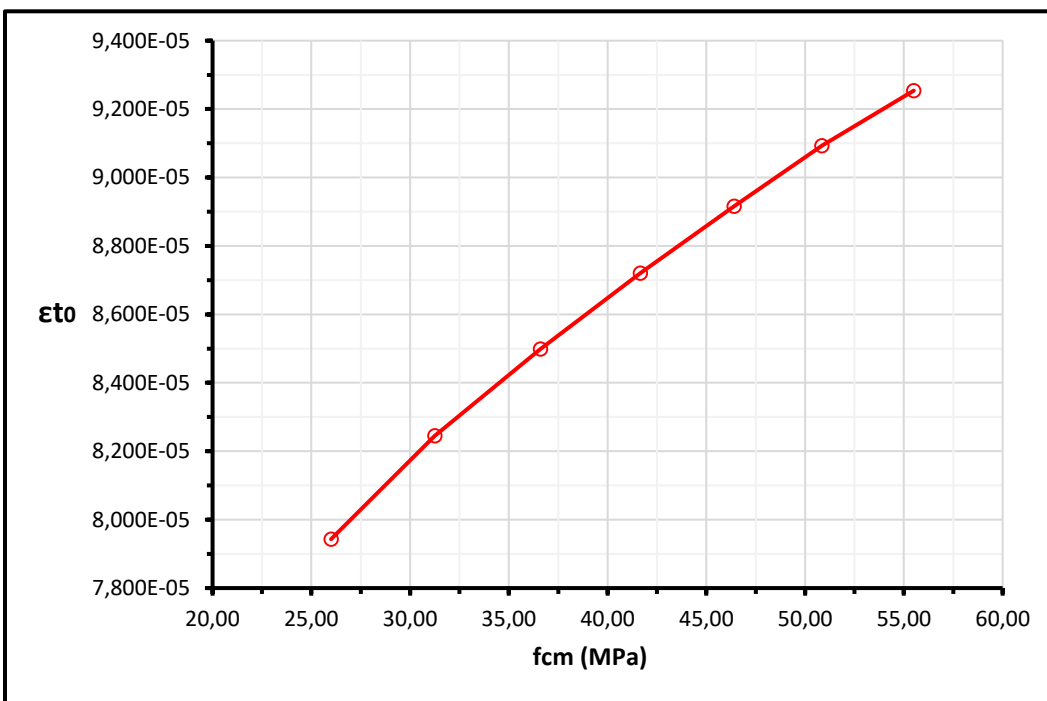


Para todas as classes de concreto a deformação associada ao limite elástico de tração corresponde a uma tensão igual a $0.9 f_{ctm}$, assim como há a verificação de um pico associado à tensão f_{ctm} . A ABNT NBR 6118 (2014) não prevê a perda de rigidez pós pico, de modo que o parâmetro A_T , diretamente associado ao pós pico, foi considerado igual a 1.0 para todas as classes de concreto. A definição de A_T envolve a discretização da malha e considerações acerca da energia de fratura, porém tais considerações fogem do escopo deste trabalho. Na Tabela 6.2 estão indicados os valores de B_T e ε_{t0} obtidos por tentativa criteriosa.

Tabela 6.2 - Coeficientes B_T e ε_{t0} após calibração

Classe de concreto	B_T	ε_{t0}
C20	6680	7.943d-5
C25	6480	8.245d-5
C30	6295	8.499d-5
C35	6135	8.720d-5
C40	5990	8.916d-5
C45	5855	9.093d-5
C50	5750	9.254d-5

Nas Figuras 6.7 e 6.8 estão indicadas, respectivamente, a variação de B_T e ε_{t0} para cada classe de concreto. Mais uma vez a variação suave permite o uso da interpolação de Lagrange na obtenção destes coeficientes para classes intermediárias de concreto.

Figura 6.7 – Variação de B_T de acordo com o f_{cm} Figura 6.8 – Variação de ε_{t0} de acordo com o f_{cm} 

Com base no exposto, a amostragem de qualquer valor de f_{cm} entre os limites definidos pelo C20 e pelo C50 resulta na obtenção automática, via interpolação de Lagrange, de todos os coeficientes necessários no μ Model.

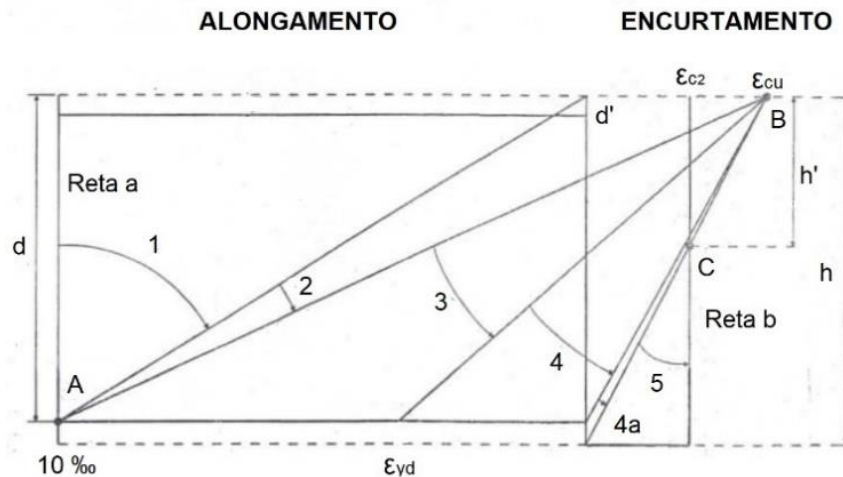
6.3. EQUAÇÃO DE ESTADO LIMITE ELEMENTAR – FALHAS LOCALIZADAS

As falhas localizadas dependem das deformações limites do aço e do concreto. Tendo em vista que o método em elementos finitos utilizado realiza a análise de deformações nos pontos de integração, e que cada ponto de integração é associado a um único material, então a falha elementar ocorre caso:

$$\varepsilon_{\text{lim}} - \varepsilon \leq 0 \quad (6.3)$$

Os valores limites de deformação foram definidos com base nos domínios de deformação apresentados na Figura 17.1 da ABNT NBR 6118 (2014), e aqui novamente indicados na Figura 6.9.

Figura 6.9 – Domínios de deformação – Adaptado da Figura 17.1 da ABNT NBR 6118 (2014)



Assim, a deformação limite do concreto ε_{cu} vale 0.0020 caso a seção transversal esteja inteiramente comprimida (uniformemente ou não), e 0.0035 caso a seção esteja fletida. Ao aço se adotou o valor limite de 0.010.

Todas as falhas localizadas ocorrem segundo as premissas dos domínios apresentados na Figura 6.9. Para tanto, o algoritmo identifica automaticamente a distribuição de tensões na seção (tração uniforme, tração não uniforme, flexão, compressão não uniforme, ou compressão uniforme) e, no caso da flexão, determina a posição da linha neutra no interior da seção, tanto para as armaduras inferiores como para as superiores. O algoritmo também identifica a plastificação do concreto, que ocorre quando a deformação de compressão, em um dado ponto de integração de peças fletidas, ultrapassa $\varepsilon_{c2} = 0.0020$.

A depender do domínio de falha, atribui-se falha dúctil (reta A e domínios 1, 2 e 3) ou frágil (domínios 4, 4A, 5 e reta B). A interrupção da análise estática ocorre imediatamente após a verificação de falha localizada, realizando-se uma adaptação estrutural antes de prosseguir a análise. Neste trabalho, tal adaptação consiste na remoção de engastes externos ou na remoção de trechos em balanço.

6.4. FALHA DO SISTEMA E COLAPSO PROGRESSIVO

Um sistema estrutural n vezes hiperestático se torna um mecanismo caso haja a ocorrência de $n + 1$ falhas localizadas. Desta forma, uma dada amostra de um dado sistema estrutural resulta em falha caso tenha havido uma quantidade suficiente de falhas localizadas.

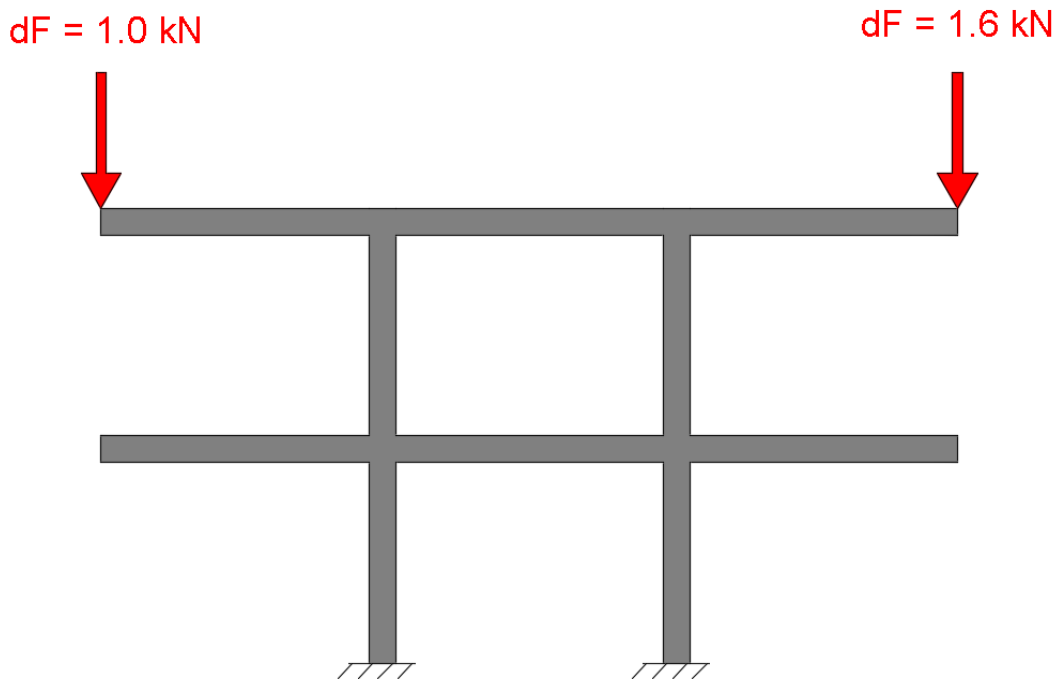
Ressalta-se que cada falha localizada é caracterizada como dúctil ou frágil. Tal distinção participará da composição do tipo de falha do sistema. Considerando os sistemas estruturais falhos, serão menos penalizados aqueles cuja falha se deu após falhas localizadas dúcteis. Sistemas cujas falhas localizadas foram totalmente ou predominantemente frágeis serão penalizados em relação aos demais.

Tendo em vista que cada falha localizada gera uma adaptação estrutural, é possível a ocorrência de colapso progressivo. Ressalta-se que, considerando colapsos tipo *pancake* e *mixed*, o único impacto entre elementos possível de se verificar é o colapso de viga sobre viga.

6.5. EXEMPLO DE APLICAÇÃO

A consideração da queda de vigas permite uma análise preliminar do colapso progressivo de estruturas simples, tais como a apresentada no exemplo a seguir. Tal estrutura consiste de um pórtico com dois pavimentos e vigas em balanço, conforme indicado na Figura 6.10. Com o intuito de se verificar a queda de vigas sobre vigas, aplica-se um carregamento concentrado na extremidade dos balanços do segundo pavimento até que se verifique a falha dos mesmos.

Figura 6.10 – Pórtico com vigas em balanço

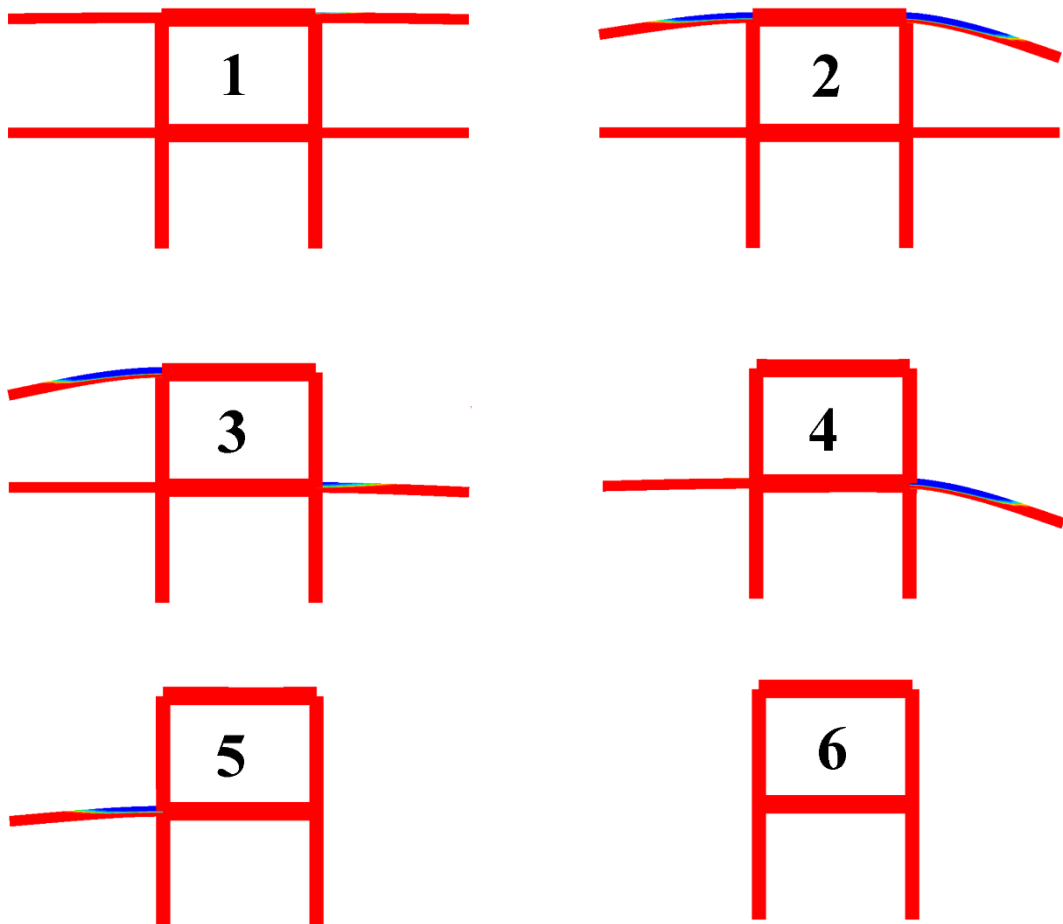


Cada tramo de pilar possui 3m de comprimento, seção transversal 40 x 40, concreto C45 e área de aço igual a $12\phi 12$. Os trechos de viga situados entre os pilares possuem 4m de comprimento, seção 50 x 20, concreto C35 e áreas de aço inferior e superior iguais a $5\phi 12$. Os

trechos em balanço também possuem 4m de comprimento, porém seção 30 x 12, concreto com f_{ck} igual a 20.20 MPa, armadura construtiva igual a $2\phi 5$ e armadura negativa igual a $3\phi 12$.

Na Figura 6.11 está indicada a evolução do colapso progressivo das vigas do referido pórtico, além de apresentar, em azul, a região de concreto danificada em cada etapa.

Figura 6.11 – Queda de vigas e colapso progressivo



O fato de os incrementos de carga serem inicialmente assimétricos faz com que os balanços falhem em momentos distintos. Ademais, percebe-se que a deformação e o posterior colapso das vigas em balanço do primeiro pavimento após a falha da viga imediatamente acima.

As quatro falhas localizadas nos extremos de cada balanço ocorreram segundo as premissas do domínio 3, ou seja, devido ao esmagamento do concreto e com a plastificação de ambos os materiais. Desta forma, todas as falhas elementares observadas são dúcteis. Caso esta configuração fosse uma candidata à configuração ótima, ela seria preferível em relação a outra configuração na qual houvessem falhas elementares frágeis na composição da falha do sistema.

7. RESULTADOS

7.1. EXEMPLO 1 – VIGA BIENGASTADA

Neste primeiro exemplo o sistema estrutural a ser analisado consiste de uma viga biengastada, com 3 m de comprimento, e sujeita a um carregamento uniformemente distribuído com intensidade aleatória. Inicialmente foi realizada a busca pela minimização da altura e, em um segundo momento, da resistência média à compressão do concreto. Empregou-se a técnica de otimização RBDO, onde foi considerada uma única restrição em termos da probabilidade de falha do sistema.

Antes da otimização foi realizado o dimensionamento da viga para um determinado carregamento conforme as diretrizes da ABNT NBR 6118 (2014). Em seguida realizou-se a otimização estrutural da viga considerando o mesmo carregamento, porém sujeito a incertezas na sua intensidade.

Modelos de viga contínua com apoios simples foram muito empregados no passado na representação destes elementos. Atualmente, o item 14.6.6.1 da ABNT NBR 6118 (2014) ainda permite o uso deste modelo clássico, desde que se considere um cálculo exato da influência da ligação monolítica entre pilares e viga ou que, no mínimo, se considerem engastes elásticos relacionados a momentos fletores pré-definidos nos apoios extremos. Tendo em vista o objetivo didático deste trabalho, a viga biengastada com apoios totalmente rígidos foi aqui considerada.

As armaduras longitudinais foram dimensionadas considerando um carregamento igual a 74 kN/m. Adotou-se disposição de armadura simples nas seções críticas, assim como houve o cuidado para que as seções críticas falhassem segundo as premissas dos domínios 2 ou, preferencialmente, 3. Na tabela 7.1 se encontra o resumo do dimensionamento.

Tabela 7.1 – Resumo do dimensionamento

Seção	M_{sd} (kNcm)	b (cm)	h (cm)	d (cm)	$\beta_x = \frac{x}{d}$	Domínio	$A_{s,calc}$ (cm ²)	$A_{s,min}$ (cm ²)	A_s (cm ²)
Apoios	7927,5	20	30	25	0,42	3	8,879	1,226	9,0
Meio do Vão	3963,75	20	30	27	0,18	2	3,964	1,095	4,0

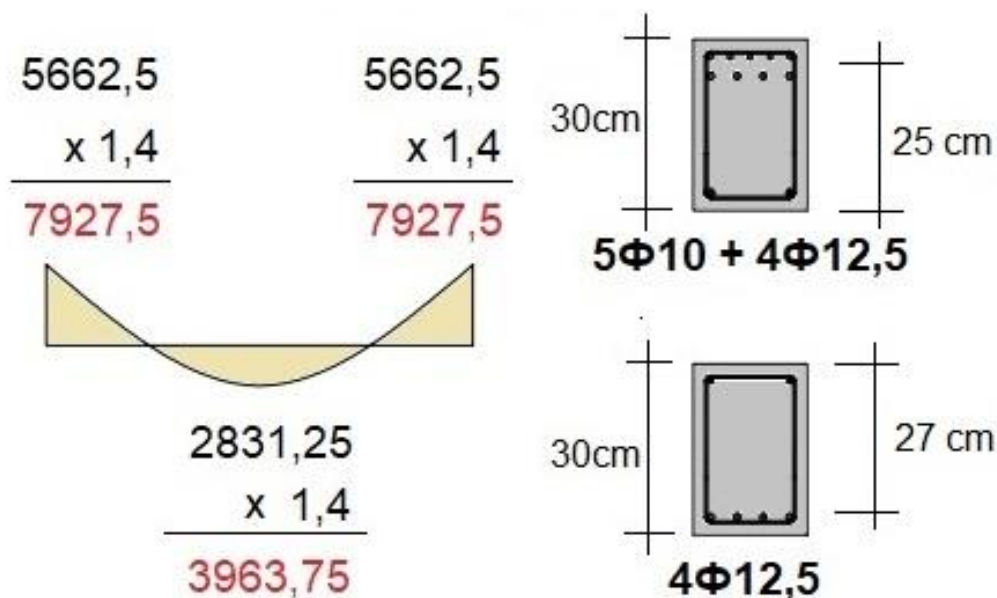
Considerando a viga como pertencente à classe de edificações tipo 2 (tabela 2 da ABNT NBR 8681 (2003)), ou seja, sujeitas a cargas acidentais que não superam 5 kN/m², o carregamento de cálculo teve as parcelas de carga permanente e acidental multiplicadas pelo mesmo coeficiente de majoração $\gamma = 1,40$.

Quanto à agressividade do ambiente, adotou-se Classe de Agressividade Ambiental I com base na observação 'a' presente na tabela 6.1 da ABNT NBR 6118 (2014) a qual, de acordo com a tabela 7.2 da referida norma, está associada à espessura de cobrimento igual a 25 mm.

A tabela 7.1 da mesma norma estabelece que a mínima classe de concreto a ser usada à classe de agressividade definida é o C20. No entanto, por ser empregado um concreto de classe superior, reduziu-se o cobrimento nominal ao valor de 20 mm, conforme observação imediatamente após a tabela 7.2 da ABNT NBR 6118 (2014).

Na figura 7.1 estão indicados o diagrama de momento fletor com os valores adotados no dimensionamento, assim como uma representação das armaduras e seções transversais obtidos.

Figura 7.1 – Diagrama de momento fletor e seções transversais após dimensionamento



Os materiais adotados são o concreto com f_{ck} igual a 40 MPa (C40) e armaduras de aço CA-50 os quais, segundo tabela 12.1 da ABNT NBR 6118 (2014), estão associados aos coeficientes de minoração de resistência no ELU iguais a $\gamma_c = 1,40$ e $\gamma_s = 1,15$, respectivamente (considerando combinações normais).

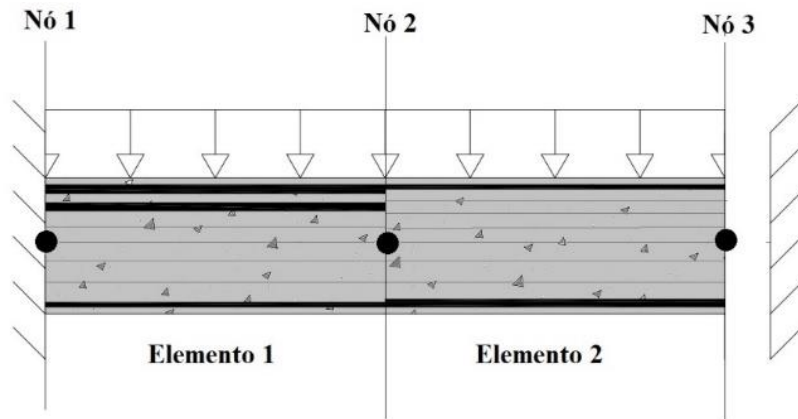
Antes do dimensionamento, a altura útil d foi considerada igual a 25 cm às seções do apoio e 27 cm ao meio do vão. Após o dimensionamento houve a verificação da altura útil resultante da disposição de armaduras adotada, onde se constatou que os valores obtidos foram satisfatoriamente próximos aos inicialmente adotados (25,25 cm e 26,875 cm, respectivamente).

Também houve o cuidado para que a posição da linha neutra resultasse nos domínios 2 ou 3, assim como abaixo do valor limite igual a $0,45d$ imposto no item 14.6.4.3 da ABNT NBR 6118 (2014). Tal valor limite foi respeitado em todas as situações, porém apenas na seção central não foi possível situá-la no domínio 3. Isto não afeta o desenvolvimento do trabalho, uma vez que a falha no domínio 2 (dúctil) também caracteriza a formação de rótula plástica.

Após o dimensionamento das armaduras longitudinais verificou-se a disposição das mesmas em suas respectivas seções, constatando que os espaçamentos entre barras são aceitáveis.

Em vista da simetria do problema proposto, considerou-se metade da viga nas análises estáticas realizadas, conforme indicado na figura 7.2. Para representar a seção transversal foram empregadas 11 lâminas, onde aquelas referentes ao aço possuem área equivalente à área de aço da camada em questão.

Figura 7.2 – Discretização da viga



Foram adotados 3 nós e 2 elementos finitos com grau de aproximação igual a 7, garantindo-se a geração automática de 6 nós adicionais no interior dos elementos. Empregaram-se 7 pontos de integração na direção longitudinal e 5 para cada lâmina na direção transversal.

Manteve-se uma taxa de armadura constante e igual a obtida no dimensionamento. Desta forma, para cada valor de altura candidato à valor ótimo haverá uma área de aço distinta nos locais onde a seção é tracionada. As espessuras de tais camadas de aço são definidas automaticamente para cada amostra de altura, assim como das demais lâminas de concreto.

Durante a otimização da altura, adotou-se $f_{ck} = 40$ MPa e, conseqüentemente, $E = 35.0$ GPa, $\nu = 0,2$ e $G = 14.583$ GPa. Na otimização simultânea da altura e da resistência média do concreto à compressão f_{cm} , a relação entre f_{cm} e f_{ck} é aqui considerada mediante o fator BIAS. Tal fator é obtido com base nos valores apresentados por Santiago e Beck (2017) para concretos nacionais. Deste modo, o f_{ck} e os módulos de elasticidade do concreto passam a ser definidos a partir do f_{cm} que está sendo otimizado. O mesmo procedimento é realizado para o coeficiente de variação (cov) da f_{cm} . A Eq. (7.1) demonstra a relação entre f_{cm} e f_{ck} .

$$f_{ck} = f_{cm}/BIAS \quad (7.1)$$

Os parâmetros referentes à não linearidade física do concreto são variáveis conforme o valor de f_{cm} . Para o aço foram utilizados $E = 210$ GPa, $G = 105$ GPa e tensão de escoamento igual a 500 MPa.

A carga uniformemente distribuída foi considerada como variável aleatória de distribuição lognormal, com média igual a 74 kN/m e desvio padrão igual a 11 kN/m (cov = 14.9% - primeiro caso da otimização da altura) ou a 20 kN/m (cov = 27.0% - segundo caso da otimização da altura). Na otimização conjunta da altura e do f_{cm} , empregou-se desvio padrão igual a 11 kN/m.

Percebe-se que a média do carregamento aplicado corresponde ao mesmo valor adotado no dimensionamento da viga. Ademais, para cada amostra de carregamento soma-se uma parcela referente ao peso próprio. Tal parcela também é variável, sendo dependente da altura amostrada.

7.1.1. Uma Variável de Projeto

A otimização da altura resultou nos valores ótimos indicados na tabela 7.2. Adotaram-se 100 vagalumes, 2000 pontos amostrais e um índice de confiabilidade alvo $\beta_T = 4.00$. A função objetivo a ser minimizada é a própria altura da viga.

Tabela 7.2 – Configuração ótima para otimização da altura

Caso	σ do carregamento	Altura ótima (cm)
1	11.0 kN/m	27.63
2	20.0 kN/m	33.81

Percebe-se que o aumento na incerteza do carregamento acarreta em um aumento na altura ótima da viga para garantir um mesmo nível de segurança. Tal resultado condiz com o fato de que o aumento das incertezas eleva a probabilidade de falha do sistema, exigindo dimensões superiores para garantir um determinado nível de segurança.

Os valores de projeto apresentados consistem da média dos valores ótimos de 10 processos de otimização. Nas figuras 7.3 e 7.4 estão indicados os gráficos de convergência de todos os processos realizados para os casos 1 e 2, respectivamente.

Figura 7.3 – Convergência dos processos de otimização do caso 1

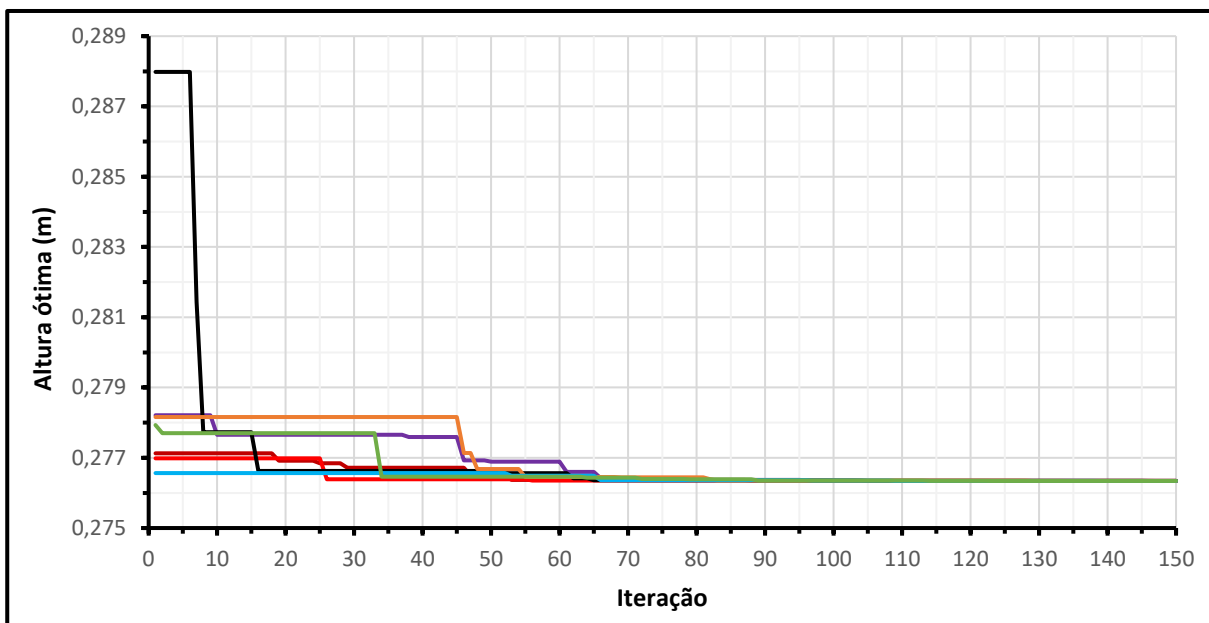
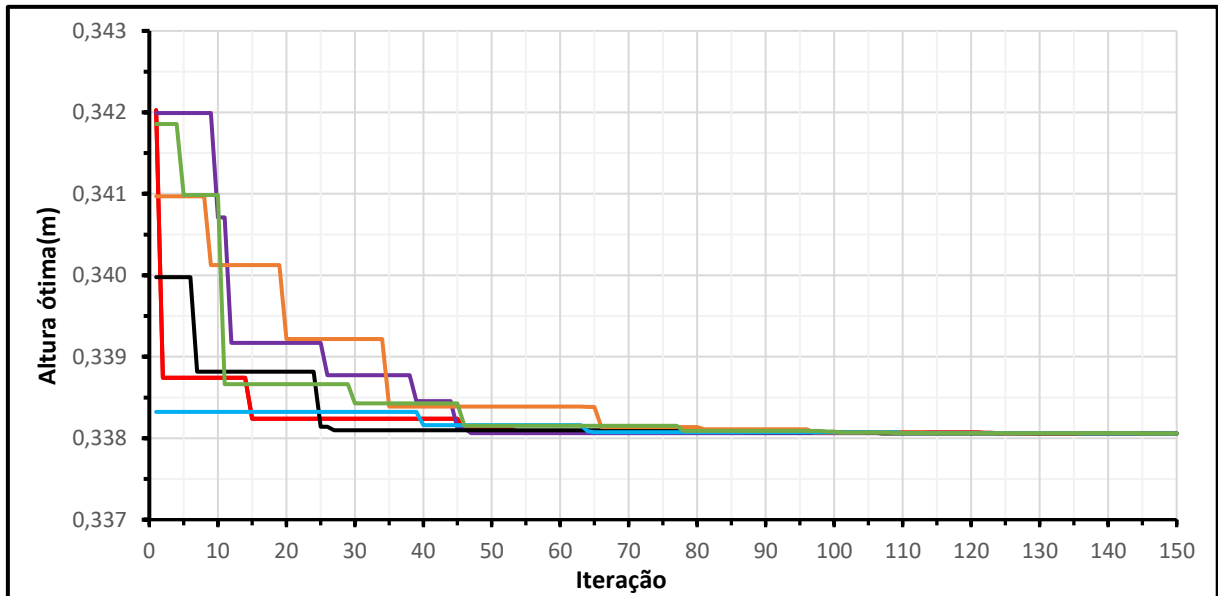


Figura 7.4 – Convergência dos processos de otimização do caso 2



Enquanto a convergência do Caso 1 se torna visível a partir de 50 iterações, o mesmo se verifica no Caso 2 somente após 90 iterações. Ademais, percebe-se que em ambos os casos todas as simulações convergem praticamente para um mesmo valor. Para o Caso 1 o maior erro em relação à média equivale a 0.0020%, enquanto que para o Caso 2 tal valor é igual a 0.0097%.

7.1.2. Duas Variáveis de Projeto

As variáveis a serem otimizadas são a altura da viga e a resistência média do concreto à compressão. Adotaram-se 100 vagalumes, e 1500 pontos amostrais e $\beta_T = 4.00$. A função objetivo a ser minimizada é o custo de manufatura da peça, representado pelo produto do volume por um custo unitário aqui considerado igual ao valor da resistência do concreto à compressão f_{cm} . Como a base e o comprimento da viga são considerados determinísticos, a função objetivo é simplificada dada por:

$$F_{obj} = h \times f_{cm} \quad (7.2)$$

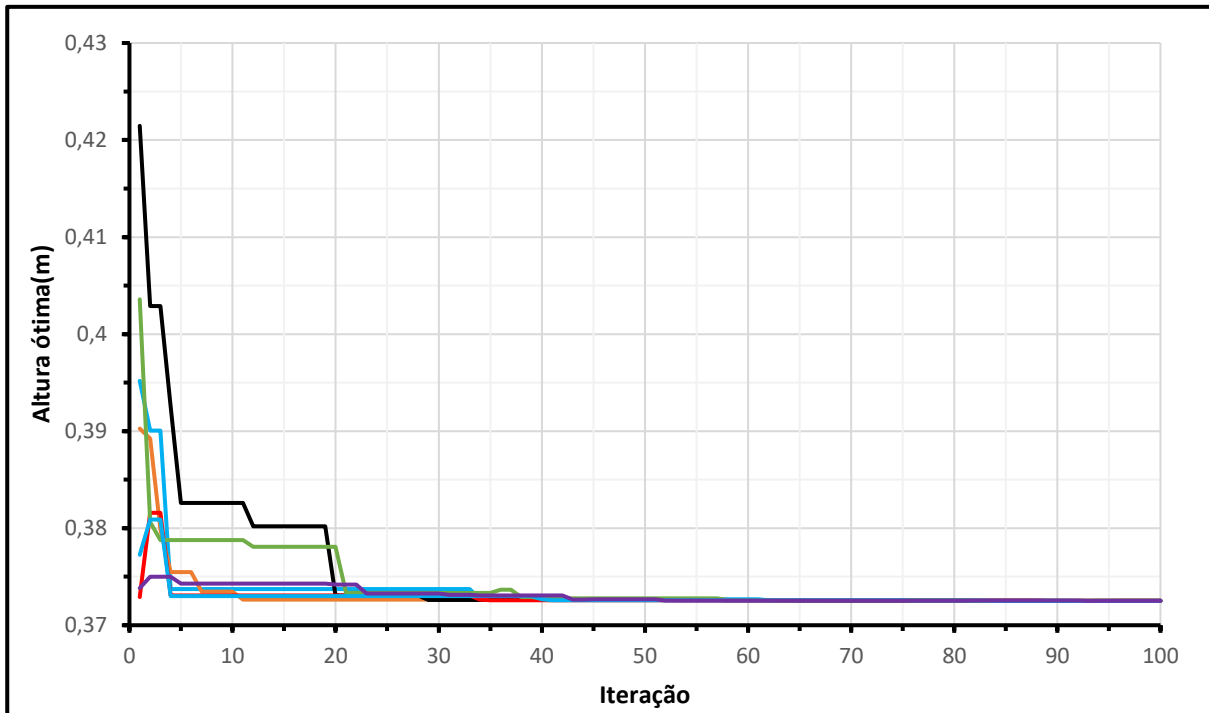
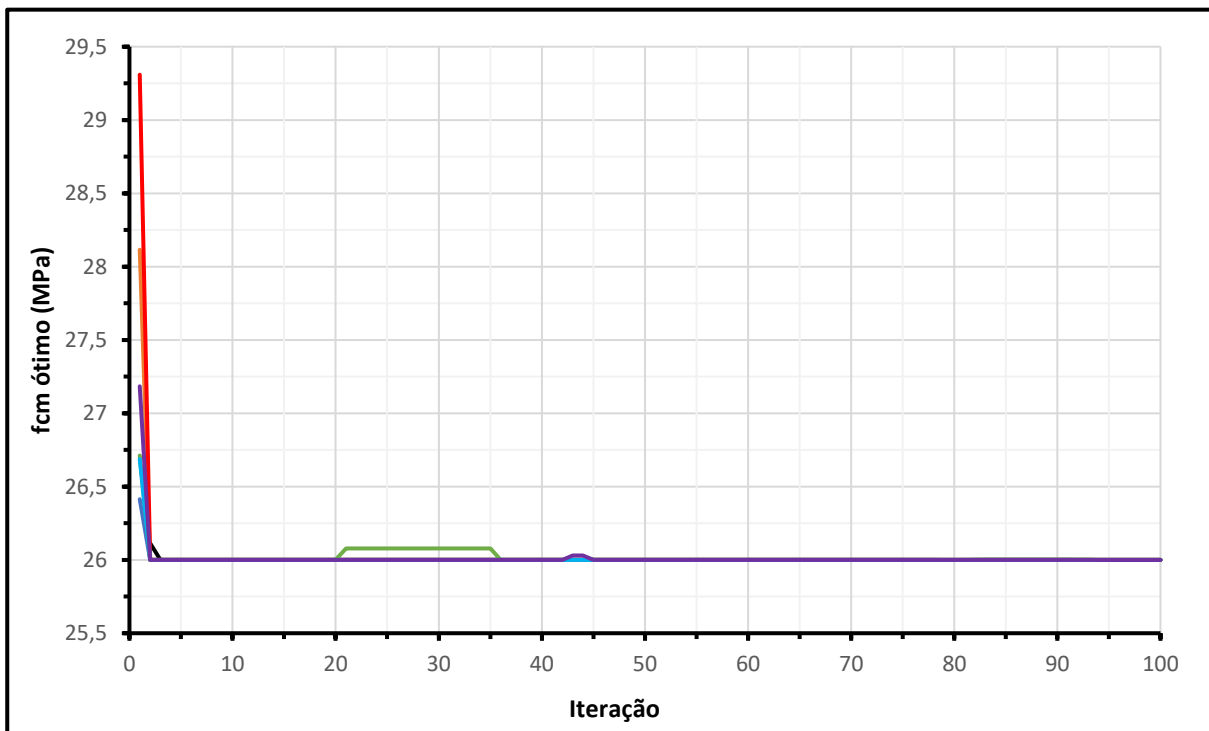
A otimização da altura da viga e da resistência à compressão do concreto resultou na configuração ótima apresentada na tabela 7.3.

Tabela 7.3 – Configuração ótima para otimização da altura e f_{cm}

Altura ótima (cm)	f_{cm} ótimo (MPa)	Função objetivo
37.5	26.00	975.0

Nas figuras 7.5 e 7.6 estão ilustrados os gráficos de convergência da altura e do f_{cm} , respectivamente.

Figura 7.5 – Convergência da altura para cada processo de otimização

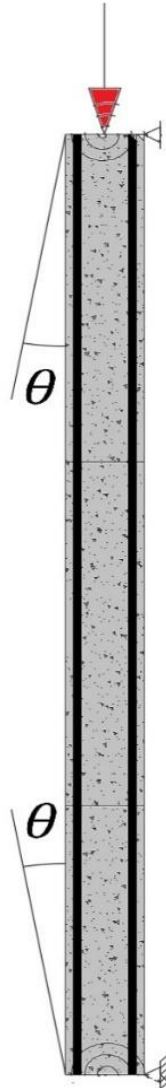
Figura 7.6 – Convergência do f_{cm} para cada processo de otimização

Enquanto a convergência da altura ótima se torna nítida a partir de 20 iterações, a convergência do f_{cm} ótimo é praticamente instantânea. Ademais, percebe-se que, para ambas as variáveis de projeto, todas as simulações convergem para um mesmo valor.

7.2. EXEMPLO 2 – PILAR COM DESAPRUMO

A estrutura abordada neste exemplo é um pilar isostático sujeito uma carga concentrada no topo e a uma imperfeição no meio do vão, conforme figura 7.7. O carregamento possui intensidade aleatória segundo uma distribuição lognormal $LN(3000kN; 450kN)$, enquanto a imperfeição possui distribuição normal com desvio padrão igual a 3 cm.

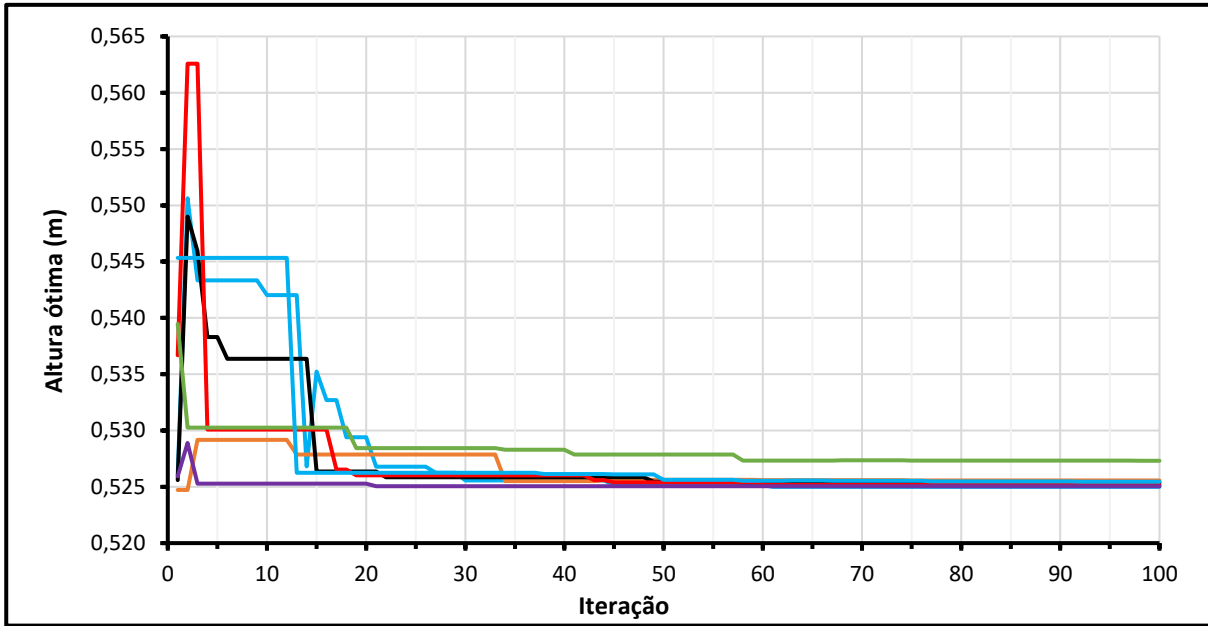
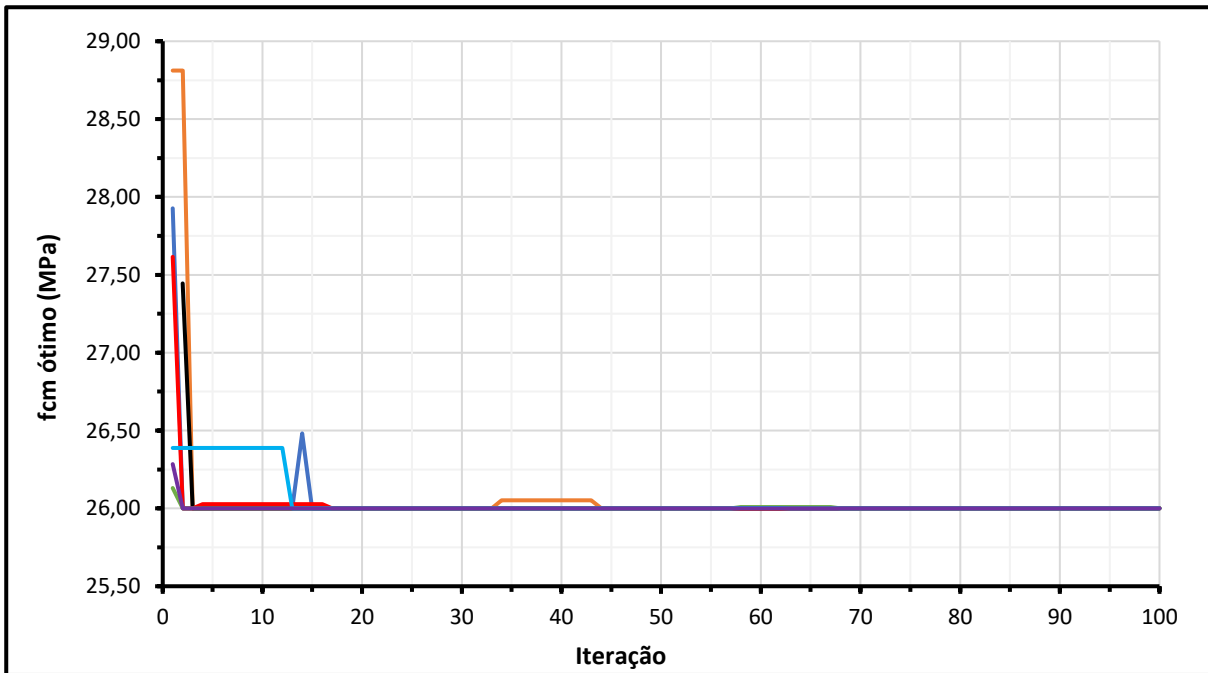
Figura 7.7 – Pilar a ser otimizado



As variáveis de projeto são a altura da viga (desvio padrão igual a 1 cm) e a resistência média do concreto à compressão. Os laços de otimização contaram com 150 vagalumes, 3000 pontos amostrais, e a função objetivo considerada consiste do produto entre as variáveis de projeto (similar ao realizado em 7.1.2).

Nas figuras 7.8 e 7.9 estão indicados, respectivamente, os gráficos de convergência referentes as duas variáveis de projeto.

Figura 7.8 – Convergência da altura ótima

Figura 7.9 – Convergência do f_{cm} 

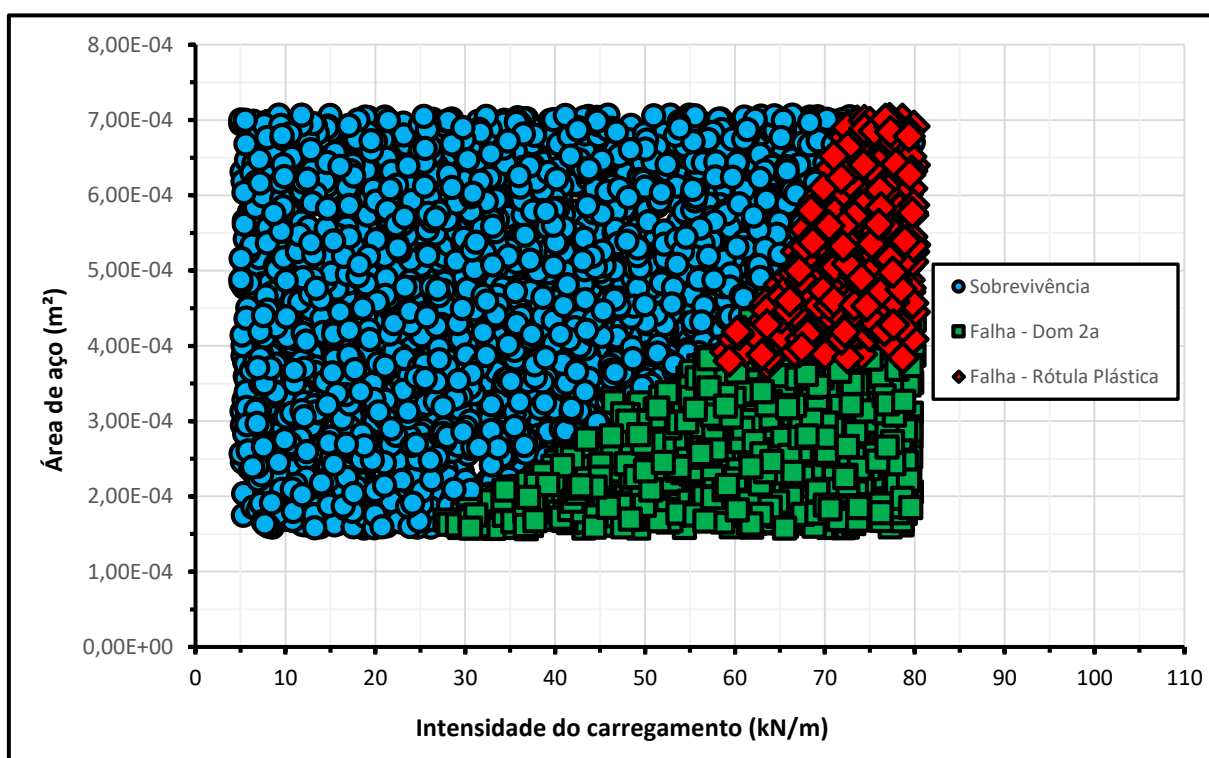
Com base nos processos de otimização realizados, a média da altura ótima é 52,56 cm, enquanto a média de f_c vale 26 MPa. A convergência da altura ótima se torna visível a partir de 40 iterações, ao passo que a convergência do f_{cm} ótimo é mais uma vez praticamente instantânea. Com exceção da altura ótima de um único processo de otimização, os valores ótimos convergem a um mesmo valor.

7.3. EXEMPLO 3 – TAXA DE ARMADURA EM VIGA ISOSTÁTICA - RBDO

A estrutura deste exemplo é a viga isostática estudada por Álvares (1993), e previamente abordada nos exemplos de validação (vide 5.9.3 e 5.9.4). A intensidade do carregamento é dada por uma distribuição lognormal, tendo desvio padrão fixo e igual a 5 kN. Com o intuito de verificar como o tipo de falha afeta na configuração ótima, dois valores distintos são assumidos à média, 40 kN, e 55 kN.

Pelo fato da identificação do tipo de falha ser relevante neste exemplo, estão identificadas na figura 7.10 os pontos amostrais que sobreviveram (em azul), que falharam pelo alongamento excessivo da armadura inferior sem que o concreto tenha plastificado (em verde), e os que falharam por formação de rótula plástica (em vermelho). Um total de 3000 pontos amostrais foram consideradas.

Figura 7.10 – Tipo de falha verificado para cada amostra



A única variável aleatória de projeto é a área de aço inferior da viga, a qual é associada a uma distribuição normal e coeficiente de variação igual a 1%. Os valores ótimos obtidos para cada caso estão apresentados na tabela 7.4.

Tabela 7.4 – Área de aço ótima

Caso	Distribuição do carregamento	Área de aço ótima (m ²)
1	LN (40.0; 5.0)	2.97d-4
2	LN (55.0; 5.0)	4.87d-4

Nas figuras 7.11 e 7.12 estão indicados, respectivamente, os gráficos de convergência da área de aço ótima para os casos 1 e 2.

Figura 7.11 – Convergência da área de aço para o Caso 1

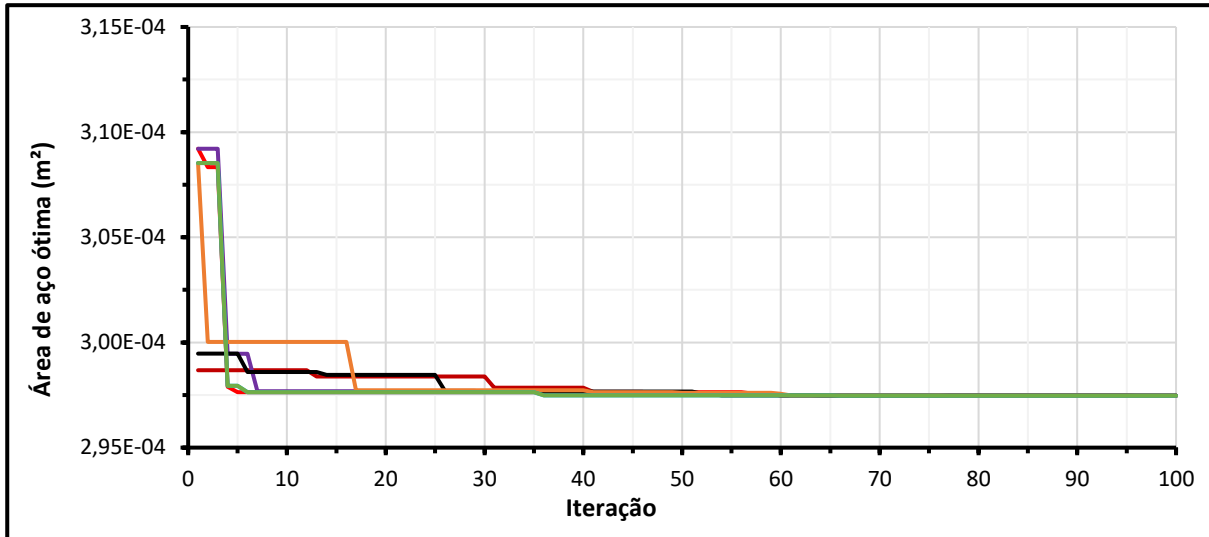
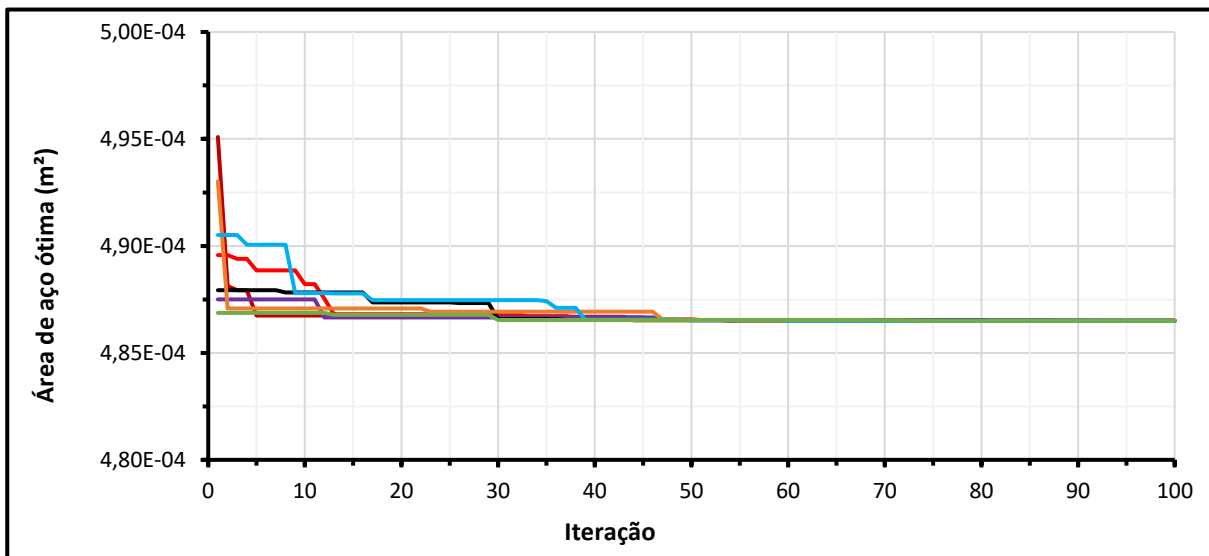


Figura 7.12 – Convergência da área de aço para o Caso 2



Similar aos exemplos 1 e 2, percebe-se que todos os processos de otimização convergem ao mesmo valor ótimo. Destaca-se que em ambos os casos se realizou uma penalização adicional caso o vagalume candidato a ótimo estivesse associado a uma P_{fSYS} que não fosse associada à plastificação do concreto, ou seja, caso não houvesse o total aproveitamento dos materiais.

Ainda assim, para um carregamento cuja média da intensidade não fosse muito elevada (caso 1), a área de aço ótima garante uma falha onde apenas o aço plastifica. Porém, ao aumentar a média do carregamento (caso 2), a área de aço ótima passa a garantir uma falha onde ambos os materiais plastifiquem. Tal comportamento se deve em grande parte ao fato das dimensões da seção transversal serem consideradas sempre constantes.

7.4. EXEMPLO 4 – TAXA DE ARMADURA EM VIGA ISOSTÁTICA - RO

Neste exemplo, busca-se otimizar as médias das mesmas variáveis aleatórias de projeto do exemplo anterior, porém mediante otimização de riscos (RO). Consideram-se, portanto, as mesmas restrições laterais e as mesmas incertezas (média e desvio padrão) nas variáveis aleatórias envolvidas. A função objetivo aqui considerada é dada por:

$$F_{obj} = \text{Área de aço} + C_{f1} \times P_{f1} + C_{f2} \times P_{f2} \quad (7.3)$$

onde C_{f1} é o custo de falha por alongamento excessivo da armadura e sem plastificação do concreto; P_{f1} é a probabilidade de falha por alongamento excessivo da armadura e sem plastificação do concreto; C_{f2} é o custo de falha por formação de rótula plástica, ou seja, com a plastificação mútua do aço tracionado e do concreto comprimido; e P_{f2} é a probabilidade de falha por formação de rótula plástica.

Devido ao caráter didático deste trabalho, e ao fato desta ser uma abordagem preliminar da otimização de riscos, não se realizou uma busca na literatura por valores de referência para C_{f1} e C_{f2} . Tais custos foram assumidos de modo que os produtos $C_{fi} \times P_{fi}$ correspondessem à ordem de grandeza da área de aço. Ademais, C_{f1} está associado a um modo de falha onde não há o total aproveitamento dos materiais na seção crítica, motivando a adoção de um valor maior em relação a C_{f2} . Deste modo, assumiram-se $C_{f1} = 7$ e $C_{f2} = 5$. Os valores ótimos obtidos para cada cenário de carregamento estão apresentados na tabela 7.5.

Tabela 7.5 – Área de aço ótima

Caso	Carregamento	Área de aço ótima (m ²)
1	LN (40.0; 5.0)	4.11d-4
2	LN (55.0; 5.0)	5.16d-4

Nas figuras 7.13 e 7.14 estão indicados, respectivamente, os gráficos de convergência da área de aço ótima para os casos 1 e 2.

Figura 7.13 – Convergência da área de aço para o Caso 1

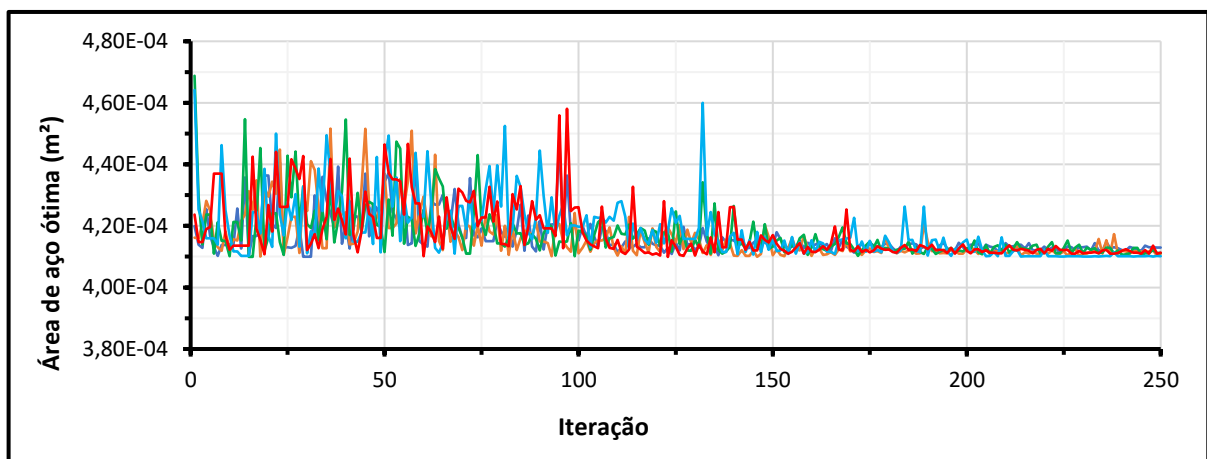
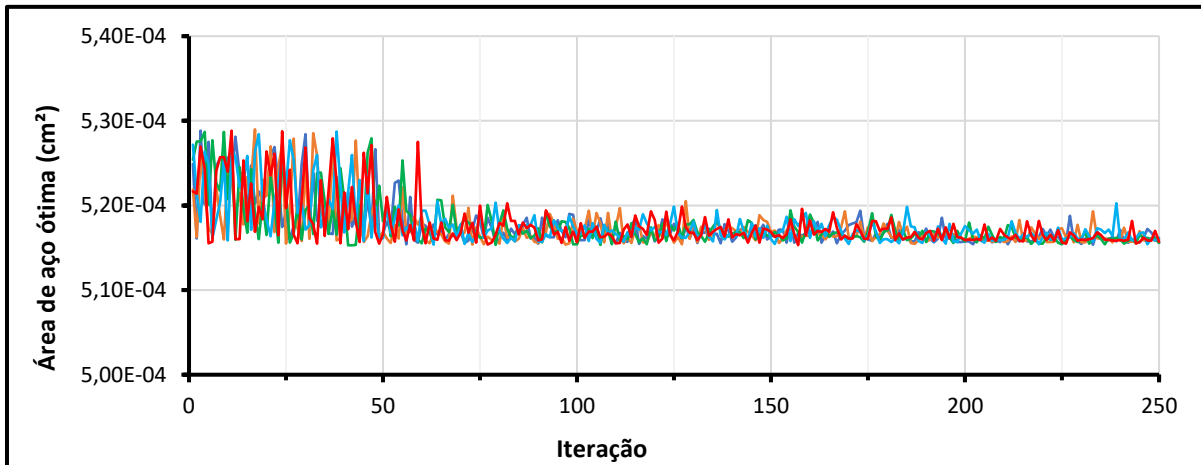


Figura 7.14 – Convergência da área de aço para o Caso 2

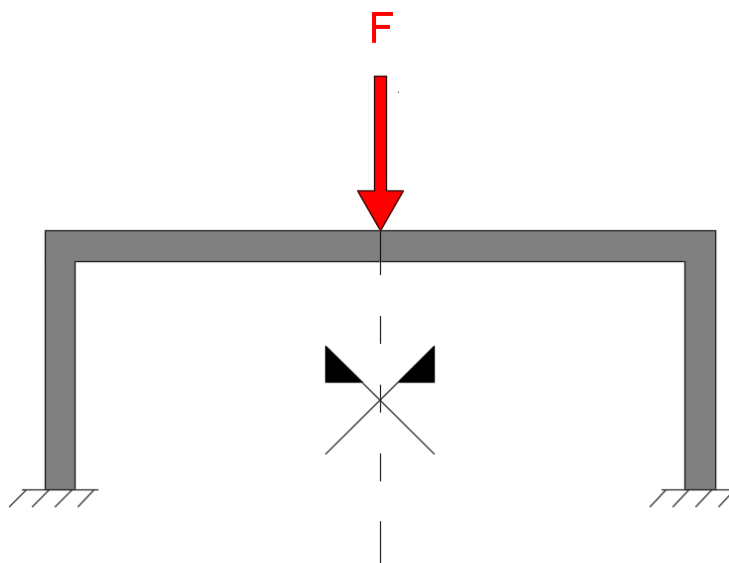


Assim como na abordagem RBDO, nota-se que todos os processos de otimização convergem para a mesma área de aço ótima. Porém, diferente dos resultados via RBDO, os valores ótimos para ambos os cenários de carregamento estão associados ao modo de falha em que ambos os materiais plastificam. Nota-se também que o aumento da média do carregamento culminou no aumento da área de aço ótima.

7.5. EXEMPLO 5 – PÓRTICO

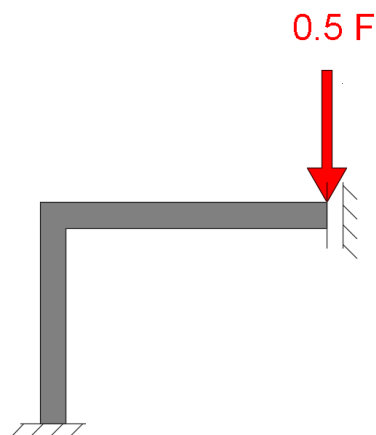
Neste exemplo, a estrutura abordada consiste de um pórtico de um único pavimento formado por dois pilares e uma viga longa, conforme indicado na Figura 7.15. Os dois pilares possuem 3m de comprimento, seção transversal 40 x 40, concreto C45 e área de aço igual a $8\phi 12$. A viga possui 8m de comprimento, seção 30 x 12, concreto com f_{ck} igual a 20.20 MPa, armadura construtiva igual a $2\phi 5$ e armaduras principais igual a $3\phi 12$.

Figura 7.15 – Pórtico a ser otimizado



Tendo em vista a simetria do problema, realizou-se a análise de metade da estrutura, conforme o esquema estático indicado na Figura 7.16.

Figura 7.16 – Esquema estático do pórtico a ser otimizado



Considerando a simetria, o carregamento possui intensidade aleatória segundo uma distribuição lognormal $LN(18\text{ kN}; 3\text{ kN})$. As variáveis de projeto são as alturas das seções da viga e do pilar (ambos com desvio padrão igual a 2 cm), e o f_{cm} da viga e do pilar. Os laços de otimização contaram com 200 vagalumes, 2020 pontos amostrais, e uma função objetivo igual ao produto entre as variáveis de projeto.

7.5.1. CASO 1 - $\beta_T = 4.00$

Nas figuras 7.17, 7.18, 7.19 e 7.20 estão indicados, respectivamente, os gráficos de convergência referentes as quatro variáveis de projeto ao considerar $\beta_T = 4.00$ para todos os modos de falha do sistema.

Figura 7.17 – Convergência da altura do pilar

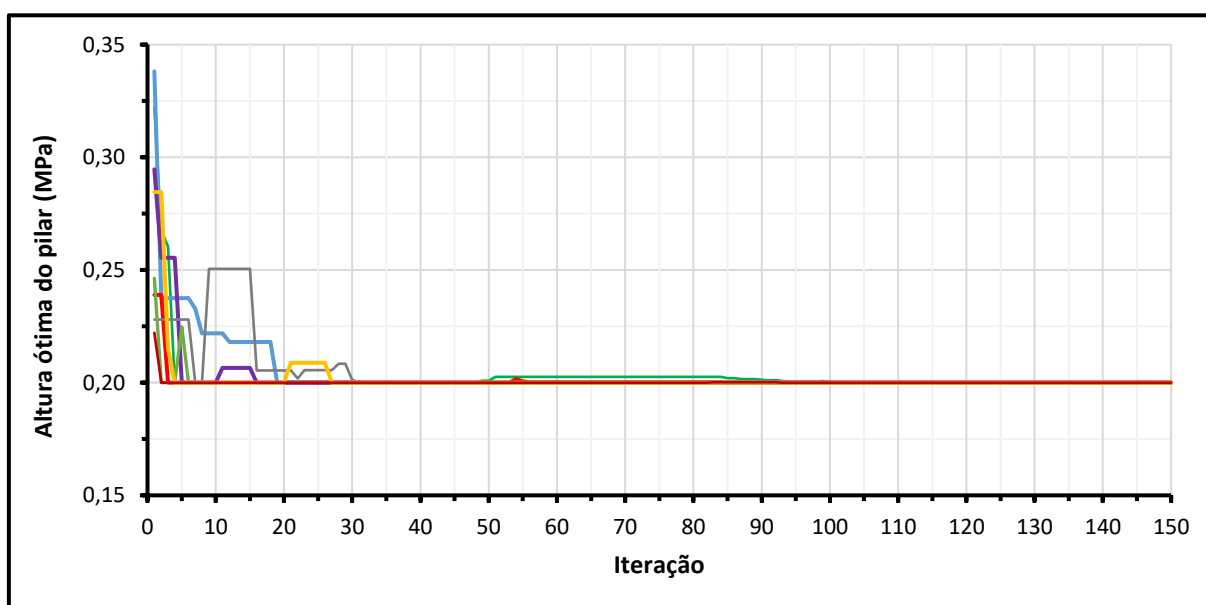


Figura 7.18 – Convergência da altura da viga

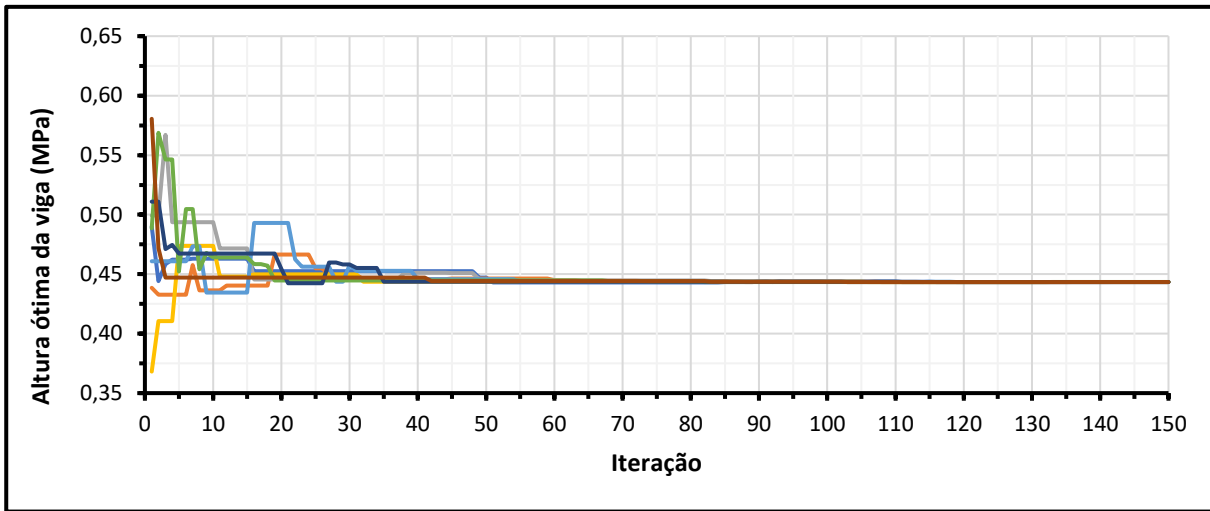


Figura 7.19 – Convergência do f_{ck} do pilar

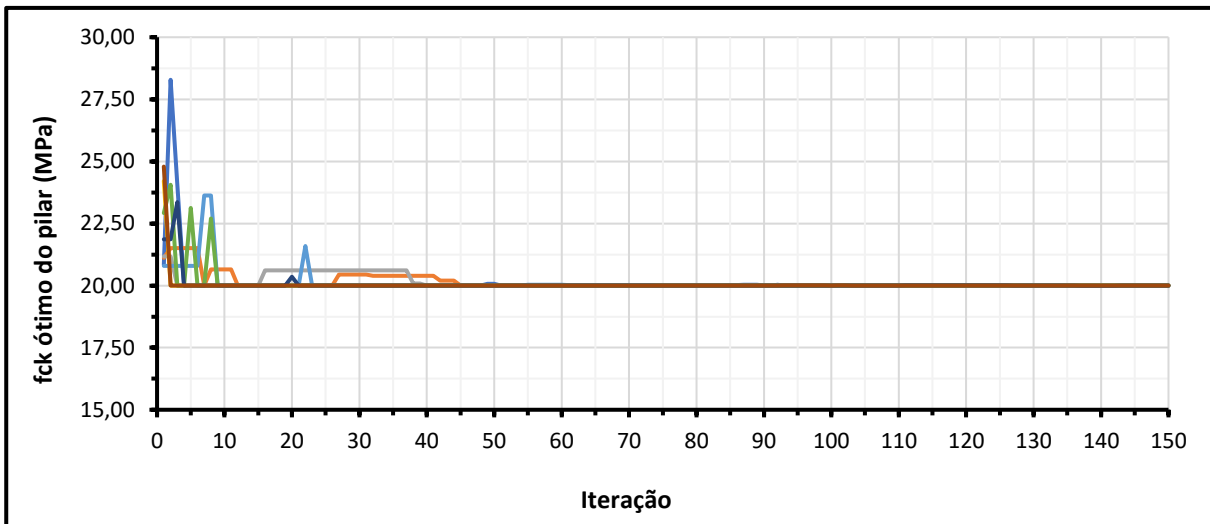
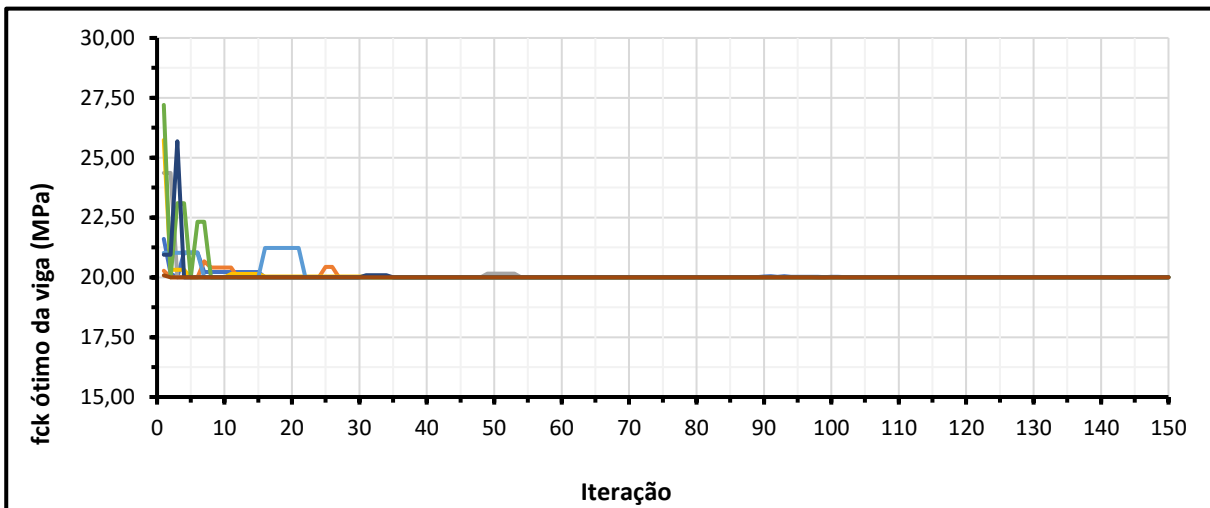


Figura 7.20 – Convergência do f_{ck} da viga



Com base nos processos de otimização, a média da altura ótima da seção do pilar é a mínima (20 cm), a média da altura ótima da viga vale 44.33 cm, e tanto ao pilar como à viga é associado o concreto C20 como aquele com resistência média ótima. A convergência de todas as variáveis de projeto se verifica rapidamente, sempre com menos de 50 iterações. Ademais, todas as simulações convergem para um mesmo valor.

7.5.2. CASO 2 - $\beta_T = 6.00$

Nas figuras 7.21, 7.22, 7.23 e 7.24 estão indicados, respectivamente, os gráficos de convergência referentes as quatro variáveis de projeto ao considerar $\beta_T = 6.00$ para todos os modos de falha do sistema.

Figura 7.21 – Convergência da altura da seção do pilar

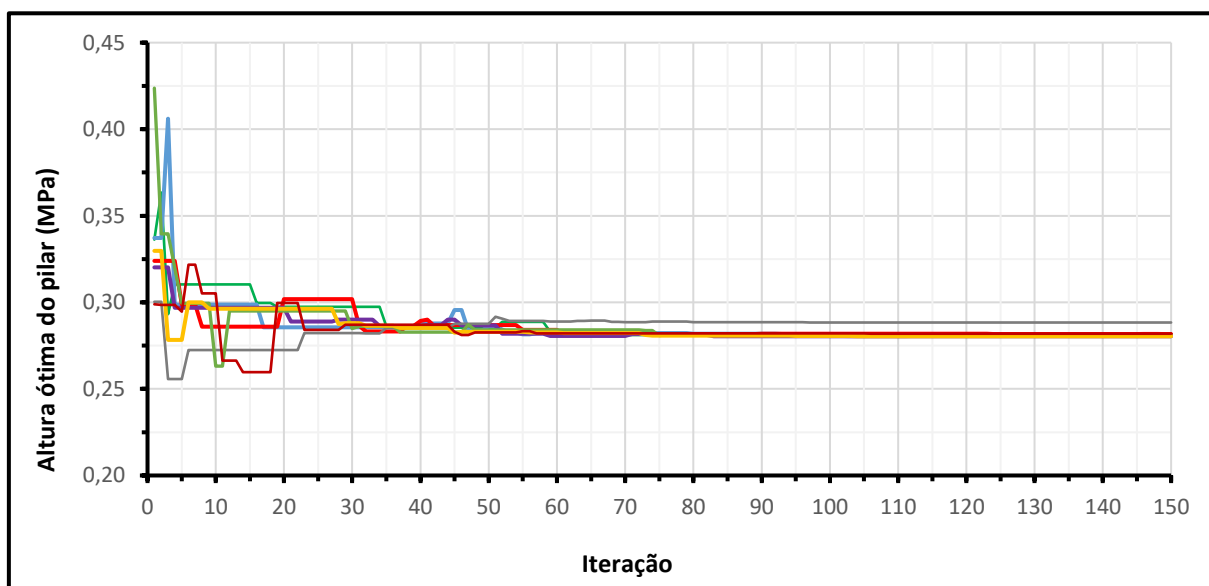


Figura 7.22 – Convergência da altura da seção da viga

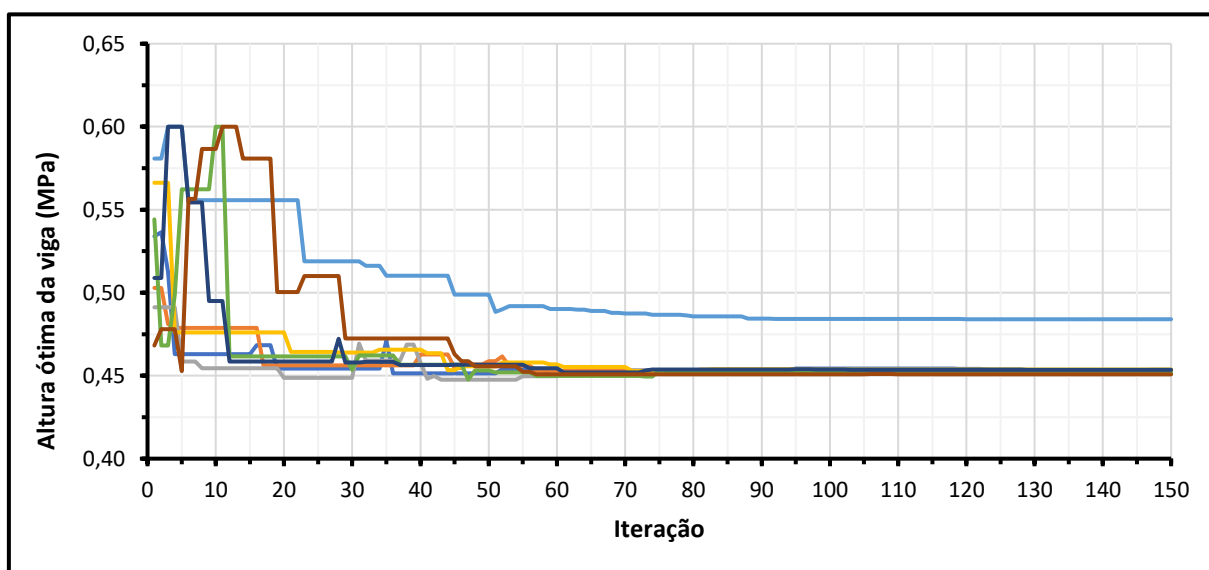
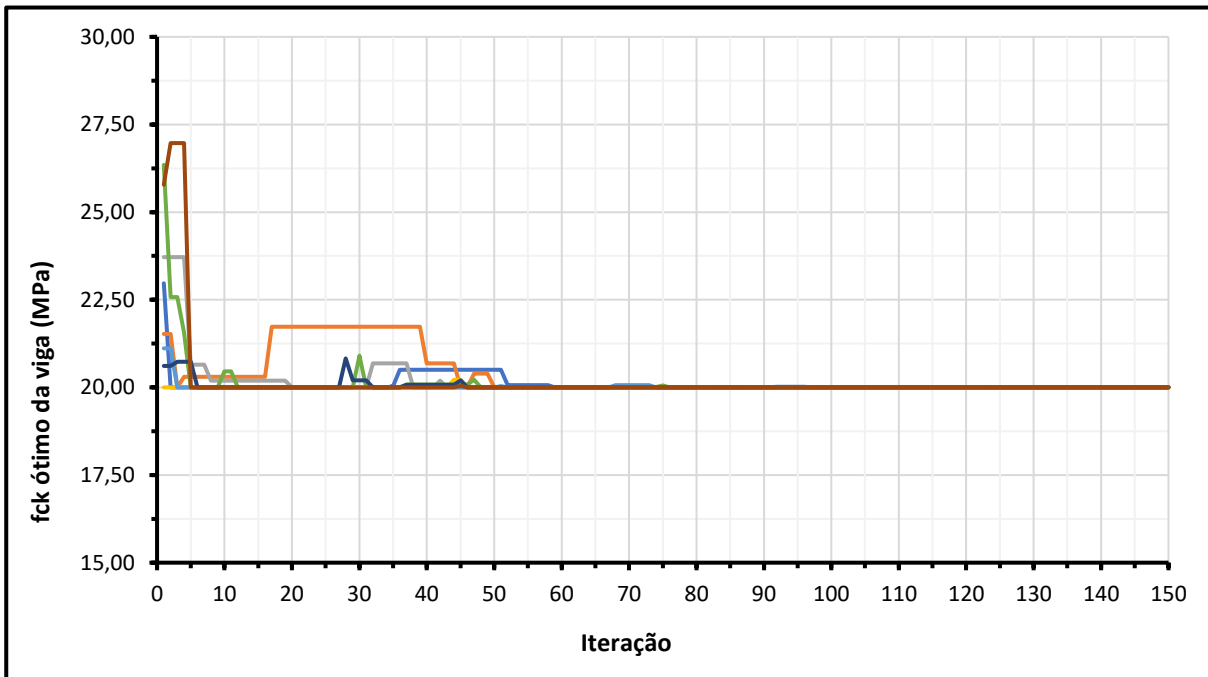
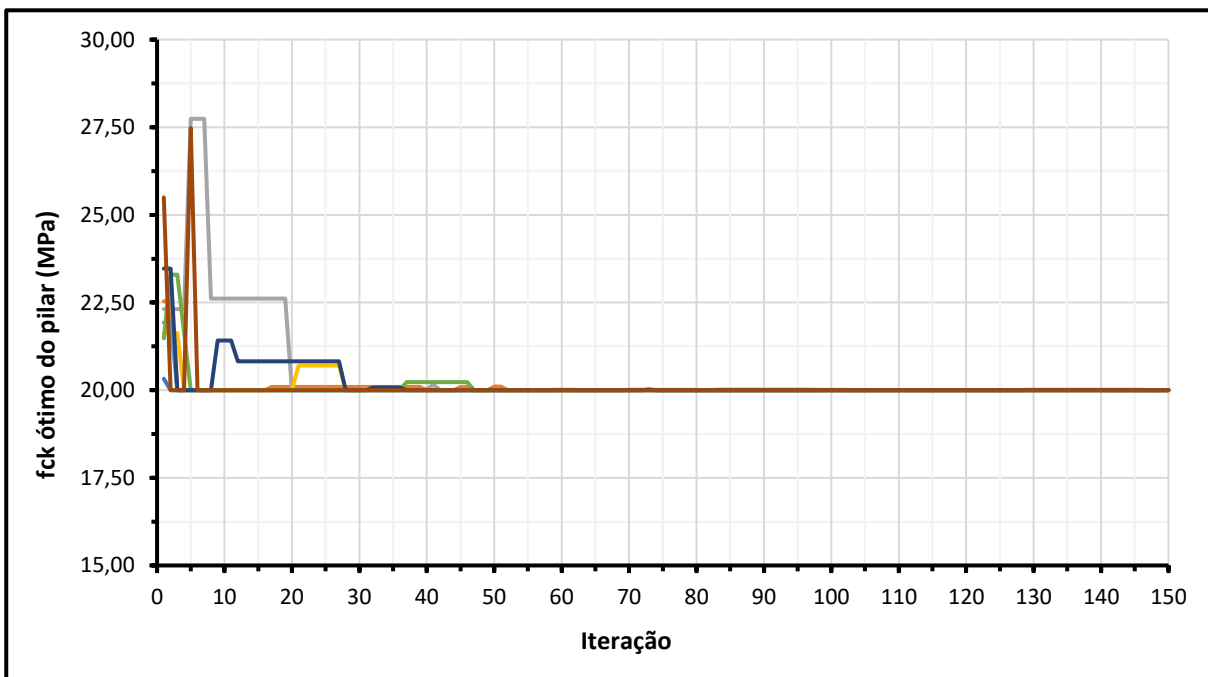


Figura 7.23 – Convergência do f_{ck} da vigaFigura 7.24 – Convergência do f_{ck} do pilar

Com base nos processos de otimização realizados, a média da altura ótima da seção do pilar é 28.20 cm, a média da altura ótima da viga vale 45.30 cm, e tanto o pilar como a viga resultaram no concreto C20 como aquele com resistência média ótima. A convergência de todas as variáveis de projeto se verifica em menos de 100 iterações. Com exceção da altura ótima da viga e do pilar de um único processo de otimização, a média de todas as variáveis de projeto converge para um mesmo valor.

7.5.3. CASO 3 – ÍNDICES DE CONFIABILIDADE ALVO DISTINTOS

Nas figuras 7.25, 7.26, 7.27 e 7.28 estão indicados os gráficos de convergência ao se considerar $\beta_T = 4.00$ para falha do sistema a partir de falhas elementares dúcteis, e $\beta_T = 6.00$ para falha do sistema considerando falhas elementares frágeis na composição.

Figura 7.25 – Convergência da altura do pilar

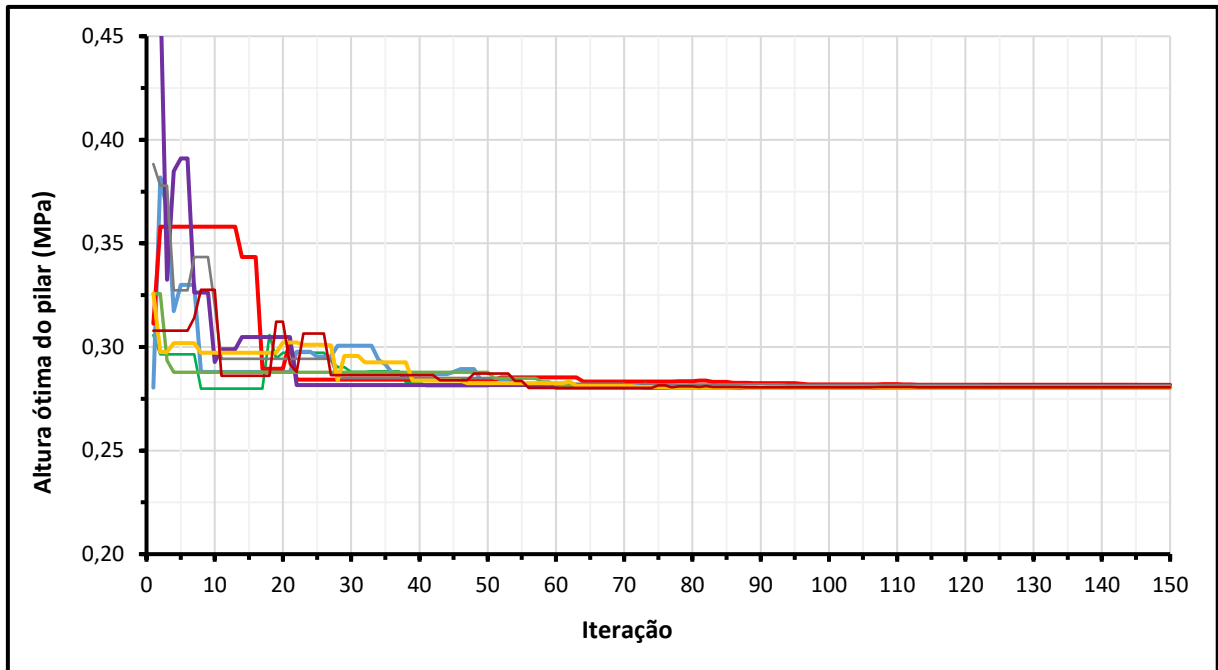


Figura 7.26 – Convergência da altura da viga

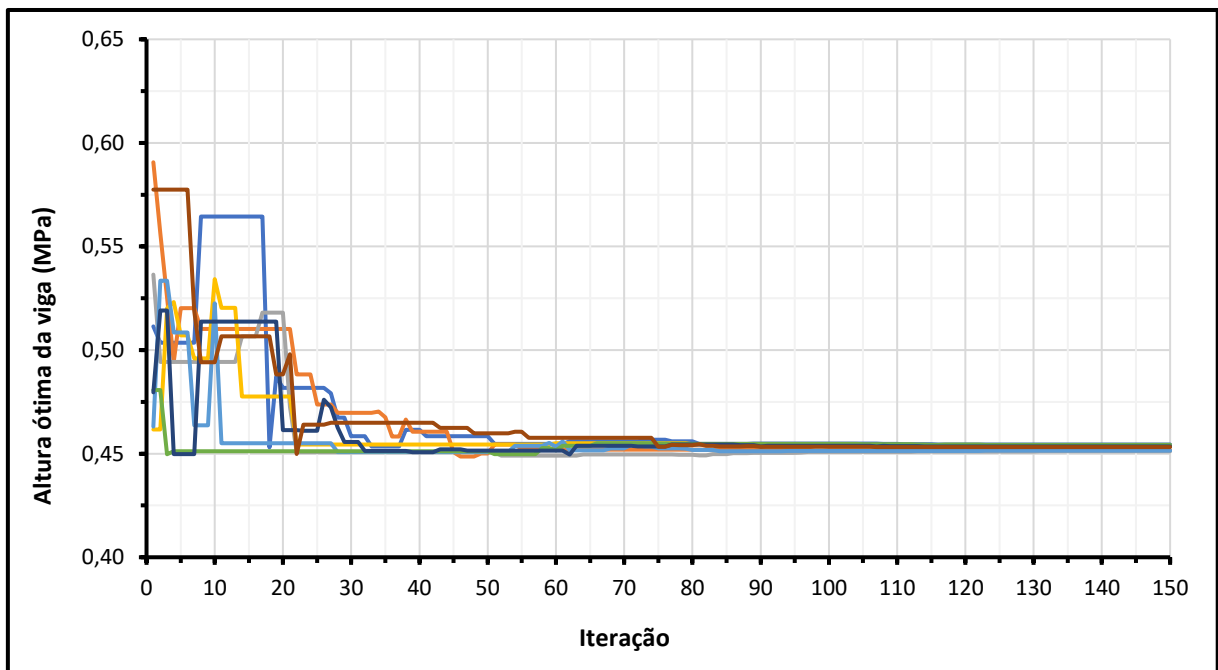
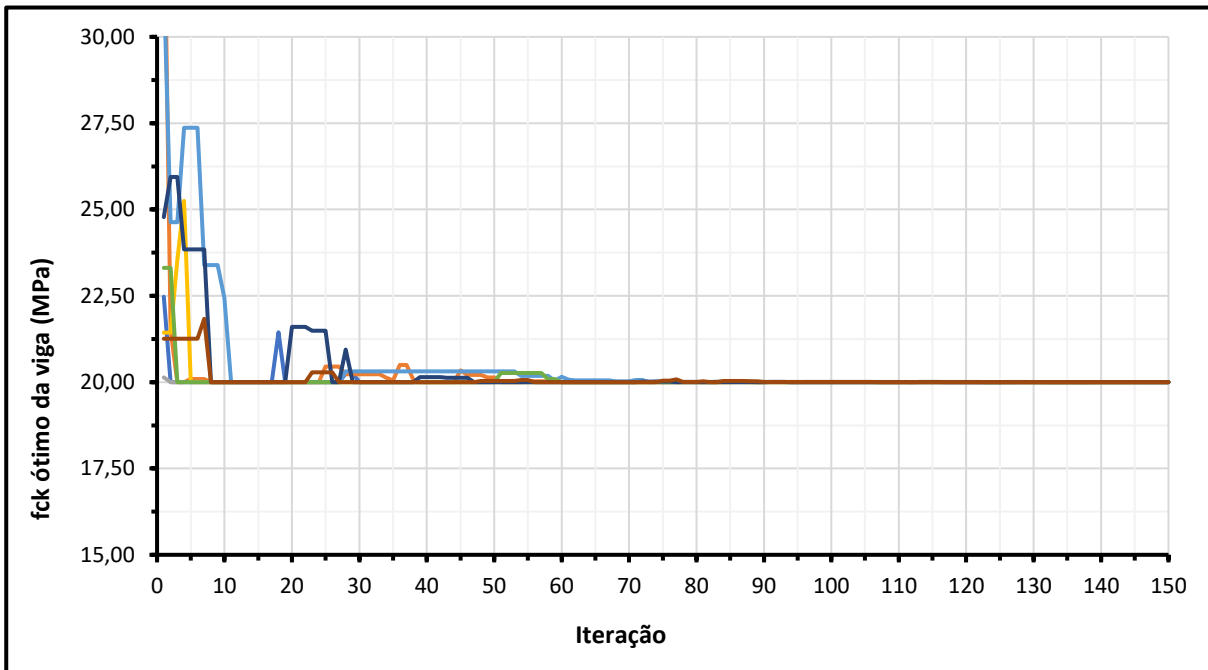
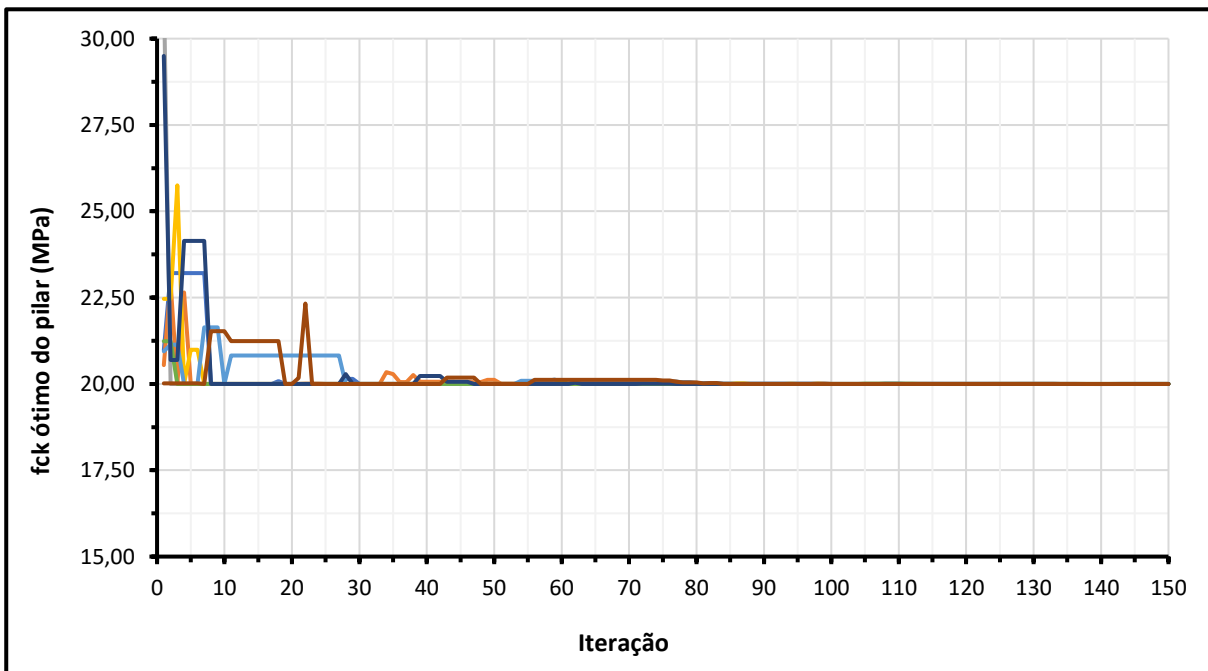


Figura 7.27 – Convergência do f_{ck} da vigaFigura 7.28 – Convergência do f_{ck} do pilar

Com base nos processos de simulação realizados, a média da altura ótima da seção do pilar é 28.15 cm, a média da altura ótima da viga vale 45.20 cm, e tanto o pilar como a viga resultaram no concreto C20 como aquele com resistência ótima. A convergência das variáveis de projeto se verifica em menos de 100 iterações. A média de todas as variáveis de projeto convergem para um mesmo valor, os quais são muito semelhantes aos verificados no Caso 2.

CONCLUSÕES

Conclui-se que a otimização estrutural sob incertezas é uma ferramenta eficiente e robusta na obtenção de configurações ótimas de estruturas reticuladas em concreto armado, minimizando seu custo de manufatura ao mesmo tempo que se mantém o nível desejado de segurança.

Percebe-se também a eficácia do algoritmo desenvolvido quanto à representação do comportamento mecânico de vigas, pilares e pórticos, o que foi fundamental na robustez e na rápida verificação da convergência em todos os processos de otimização. Ademais, o acoplamento entre os algoritmos Firefly e WASM possibilitaram que a execução dos processos de otimização apresentasse um custo computacional consideravelmente baixo, dada a complexidade do método em elementos finitos empregado.

Considerando o primeiro exemplo, no qual a configuração inicial de projeto foi obtida conforme as diretrizes propostas na normativa nacional vigente de dimensionamento, a aplicação do carregamento com menor incerteza (Caso 1) levou a uma altura ótima praticamente igual para o nível de segurança considerado. Porém, a aplicação de um carregamento associado a uma maior incerteza (Caso 2) levou a uma altura ótima 5 cm superior para manter o mesmo nível de segurança.

O algoritmo de otimização garantiu resultados coerentes no que concerne à necessidade de robustez estrutural. Quanto mais a estrutura foi submetida às incertezas, maior teve de ser as dimensões das seções transversais e áreas de armadura, conforme demonstrado nos exemplos 1, 3 e 4. O mesmo se verificou ao se aumentar o nível de segurança alvo, tal como mostrado no exemplo 5.

Ademais, nota-se no exemplo 5 que modos de falha frágeis possuem maior influência no processo de otimização em relação a modos de falha dúcteis, posto que a redução do nível de segurança para modos dúcteis não apresentou redução expressiva no resultado ótimo. Tal constatação também é coerente quanto à necessidade de robustez estrutural, pois quando a falha é inevitável, deseja-se evitar que ocorram de forma frágil.

Independentemente da quantidade de incertezas e do nível de segurança exigido, todos os processos de otimização levaram ao uso da menor resistência média possível ao concreto, priorizando-se o aumento da média dos demais parâmetros. Ressalta-se, porém, que tal observação é decorrente das funções objetivo aqui consideradas, nas quais o custo do concreto por unidade de volume foi assumido numericamente igual ao f_{cm} em questão.

Conforme enfatizado no capítulo 2, o colapso progressivo é um modo de falha de sistema associado à graves consequências, motivando aqui uma representação preliminar e simplificada da ocorrência deste complexo fenômeno (vide seção 6.5). Tendo em vista a relevância do colapso progressivo em sistemas estruturais de concreto armado, sugere-se trabalhos futuros que busquem analisar como este modo de falha influencia no processo de otimização estrutural sob incertezas.

REFERÊNCIAS

ACI COMMITTEE 318. Building code requirements for structural concrete (ACI 318). American Concrete Institute, Farmington Hills, MI, 2014.

ADAM J. M.; PARISI F.; SAGASETA J.; LU X. Research and practice on progressive collapse and robustness of building structures in the 21st century. *Engineering Structures*, 173, 122-149, 2018.

AGARWAL J.; ENGLAND J. Recent developments in robustness and relation with risk. *Proc Inst Civ Eng - Struct Build*, 161 (4), 183-188, 2008.

ALLEN D. E.; SCHRIEVER W. R. Progressive collapse, abnormal loads and building codes. Québec: Division of Building Research Council, 1972.

ALVARES, M.S. Estudo de um modelo de dano para o concreto: formulação, identificação paramétrica e aplicação com o emprego do método dos elementos finitos, Dissertação de Mestrado, Departamento de Engenharia de Estruturas, Escola de Engenharia de São Carlos, USP, São Carlos, SP, Brasil, 1993.

AMERICAN SOCIETY OF CIVIL ENGINEERS. ASCE 7-05: Minimum Design Loads for Buildings and Other Structures, Reston, VA, 2005.

AMERICAN SOCIETY OF CIVIL ENGINEERS. ASCE 41: Seismic rehabilitation of existing buildings. Reston, VA, 2006.

ARSHIAN, A. H.; MORGENTHAL G. Three-dimensional progressive collapse analysis of reinforced concrete frame structures subjected to sequential column removal. *Engineering Structures*, 132, 87-97, 2017.

ARSHIAN, A. H.; MORGENTHAL G.; NARAYANAN S. Influence of modelling strategies on uncertainty propagation in the alternate path mechanism of reinforced concrete framed structures. *Engineering Structures*, 110, 36-4, 2015.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. NBR 6118: Projeto de Estruturas de Concreto. Rio de Janeiro, 2014, 238 p.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. NBR 8681: Ações e Segurança nas Estruturas - Procedimento. Rio de Janeiro, 2003, 15 p.

AOUES, Y.; CHATEAUNEUF, A. Benchmark study of numerical methods for reliability-based design optimization. *Structural and Multidisciplinary Optimization*, 41:277-294, 2010.

- BECK, A. T. StRAnD: structural risk analysis and design. São Carlos: EESC-USP, 2007.
- BECK, A. T. Confiabilidade e Segurança das Estruturas. 1ª ed, Elsevier Editora Ltda, Rio de Janeiro, 2019.
- BECK, A. T.; GOMES, W. J. S. A comparison of deterministic, reliability-based and risk-based structural optimization under uncertainty. Probabilistic Engineering Mechanics, 28, 18-29, 2012.
- BECK, A. T.; TESSARI, R. K.; KROETZ, H. M. System reliability-based design optimization and risk-based optimization: a benchmark example considering progressive collapse. Engineering Optimization, 2018.
- BECK, A. T.; VERZENHASSI, C. C. Risk Optimization of a Steel Frame Communications Tower Subject to Tornado Winds, Latin American Journal of Solids and Structures, 5: 187-203, 2008.
- BEYER, H-G.; SENDHOFF, B. Robust optimization – A comprehensive survey. Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering 196, 3190-3218, 2007.
- BIONDINI, F.; FRANGOPOL, D. Lifetime reliability-based optimization of reinforced concrete cross-sections under corrosion. Structural Safety, v. 31, p. 483–489, 2009.
- BONTEMPI, F.; GIULIANI, L.; GKOUMAS, K. Handling the exceptions: Robustness assessment of a complex structural system. Proceedings of the 3rd international conference on structural engineering, mechanics and computation (SEMC 2007), Rotterdam: Millpress, 1747-1752, 2007.
- BRODING W. C., DIEDERICH F. W.; PARKER B. P. Structural optimization and design based on a reliability design criterion. J. of Spacecraft, v. 1, p. 56–61, 1964.
- CHAI J.; SHEN, S.; DING, W.; ZHU, H.; CARTER, J. Numerical investigation of the failure of a building in Shanghai, China. Computer and Geotechnics, 55, 482-493, 2014.
- CHEN, W. F.; HAN, D. J. Plasticity for structural engineers. McGraw Hill, 1988.
- CODA, H. B.; PACCOLA, R. R. A total-Lagrangian position-based FEM applied to physical and geometrical nonlinear dynamics of plane frames including semi-rigid connections and progressive collapse. Finite Elements in Analysis and Design, v. 91, p. 1–15, 2014.
- CP 110-1: CODE OF PRACTICE FOR THE STRUCTURAL USE OF CONCRETE. Design, materials and workmanship. 1972.

DEPARTMENT OF DEFENSE. UFC 4-023-03: Design of buildings to resist progressive collapse. Washington, DC, 2009.

DIMAS, T. DOS S. Análise de estruturas de edifícios sujeitas a ações acidentais. Dissertação (Dissertação de Mestrado) — Universidade Nova de Lisboa, Lisboa, 2014.

DOS ANJOS, F. F. C. Avaliação das Armaduras contra o Colapso Progressivo em Estruturas de Concreto Armado. Projeto de Graduação (Graduação – Engenharia Civil), 2016 – Escola Politécnica da Universidade Federal do Rio de Janeiro, RJ, 2016.

DU, X.; CHEN W. Sequential Optimization and Reliability Assessment Method for Efficient Probabilistic Design. ASME Journal of Mechanical Design 126 (2): 225–233, 2004.

ELLINGWOOD, B. MITIGATING RISK FROM ABNORMAL LOADS AND PROGRESSIVE COLLAPSE. JOURNAL OF PERFORMANCE OF CONSTRUCTED FACILITIES, 20 (4), 315-323, 2006.

ENEVOLDSEN, I.; SØRENSEN, J. Reliability-based optimization in structural engineering. Structural Safety, v. 15, p. 169–196, 1994.

EUROPEAN STANDARD. EUROCODE 1: Actions on structures. Part 1-7: General actions — accidental actions. Brussels, 2006.

FELIPE, T. R. C. Novo Método para a Avaliação do Risco de Colapso Progressivo em Edifícios de Alvenaria Estrutural. Dissertação (Mestrado – Engenharia de Estruturas) – Escola de Engenharia de São Carlos, USP, 2017.

FELIPE, T. R. C.; HAACH, V. G.; BECK, A. T. Systematic reliability-based approach to progressive collapse. Journal of Risk and Uncertainty in Engineering Systems, 4 (4), 1-9, 2018.

FELIPE, T. R. C.; LEONEL, E. D.; HAACH, V. G.; BECK, A. T. A comprehensive ductile damage model for 3D truss structures. International Journal of Non-Linear Mechanics, 112, 13-24, 2019.

FEMA 277. The Oklahoma City bombing: improving building performance through multihazard mitigation. Washington (DC): Building Performance Assessment Team, Federal Emergency Management Agency, 1996.

FONTES, F. F.; PINHEIRO, L. M. Análise linear com redistribuição e análise plástica de vigas de edifícios, Anais do 47º Congresso Brasileiro do Concreto, 12: 72-85, 2005.

FORSELL, C. Ekonomioch byggnadsvasen. Sunt Fornoft, p. 74–77, 1924.

FRANGOPOL, D. Structural optimization using reliability concepts. *J. Struct. Eng.*, v. 111, n. 11, p. 2288–2301, 1985.

FU, G.; FRANGOPOL, D. M. Balancing weight, system reliability and redundancy in a multiobjective optimization framework. *Structural Safety*, Elsevier, v. 7, n. 2-4, p. 165–175, 1990.

FUJII, F. A simple mixed formulation for elastica problems. *Computer & Structures*, v.17, p.79-88, 1983.

GRIFFITHS, H.; PUGSLEY, A.; SAUNDERS, O. Report of the Inquiry into the Collapse of Flats at Ronan Point, Canning Town. Her Majesty's Stationery Office, London, 1968.

GROSS, J. L.; MCGUIRE, W. Progressive collapse resistant design. *Journal of Structural Eng.*, 109 (1), 1-15, 1983.

GENERAL SERVICES ADMINISTRATION. GSA – U.S. General Services Administration, Alternate Path Analysis & Design Guidelines for Progressive Collapse Resistance. Washington DC, 2013.

GONG, J. X.; YI, P. A robust iterative algorithm for structural reliability analysis. *Struct Multidisc Optim* v. 43, p. 519–527, 2011.

HARARI, Y. N. *Homo deus: uma breve história do amanhã*; tradução Paulo Geire. 1ª ed, Companhia das letras, São Paulo, 2015.

HARTMANN D.; BREIDT, M.; NGUYEN, V.; STANGENBERG, F.; HÖHLER, S. Structural collapse simulation under consideration of uncertainty – Fundamental concept and results. *Comp and Struc*, 86, 2064-2078, 2008.

HASOFER, A. M.; LIND, N. C. Exact and invariant second moment code format. *J. Eng. Mech. ASCE*, v. 100, p. 111-121, 1974.

HILTON, H. H.; FEIGEN, M. Minimum weight analysis based on structural reliability. *J. Aero. Sci.*, v. 27, p. 641–653, 1960.

HOLICKÝ, M. Probabilistic risk optimization of road tunnels. *Structural Safety*, v. 31, p. 260–266, 2009.

JENKINS, J. A.; SEITZ, T. B.; PRZEMIENIECKI, J. S. Large deflections of diamond-shaped frames. *International Journal of Solids and Structures*, v. 2, n. 4, p. 591- 600, IN1- IN2, 601-603, 1966.

JOANNI, A.; RACKWITZ, R. Cost benefit optimization for maintained structures by a renewal model. *Reliability Engineering and System Safety*, v. 93, p. 489–499, 2008.

KABALA, R. E. Design of minimal- weight structures given reliability and cost. *J. Aerospace Sciences*, v. 29, p. 355–356, 1962.

KAZEMI-MOGHADDAM, A.; SASANI, M. Progressive collapse evaluation of Murrah Federal Building following sudden loss of column G20. *Eng Struc*, 89, 162-171, 2015.

KHAN, A. S.; HUAN, S. *Continuum theory of plasticity*. US, 1995.

KLEINMANN N. L.; SPALL J. C.; NAIMAN D.C. Simulation-based optimization with stochastic approximation using common random numbers. *Management Science* v. 45, No. 11, p.1570—1578, 1999.

KOTSOVINOS, P.; USMANI, A.; The World Trade Center 9/11 Disaster and Progressive Collapse of Tall Buildings. *Fire Technology*, v. 49, p. 741-765, 2013.

LAMALVA, K. J.; BARNETT, J. R.; DUSENBERRY, D. O.; Failure Analysis of the World Trade Center 5 Building. *Journal of Fire Protection Engineering*, v 19, p. 261-274, 2009.

LEYENDECKER, E. V.; FATTAL, S. G.; Investigation of the Skyline Plaza Collapse in Fairfax County, Virginia. Dept. of Commerce, National Bureau of Standards, Institute for Applied Technology, Center for Building Technology, U.S. Govt. Printing Office, Washington, DC, 1973.

LIANG, J.; MOURELATOS Z. P.; NIKOLAIDIS E. A Single-Loop Approach for System Reliability-Based Design Optimization. *Journal of Mechanical Design* v. 129, No. 12, p. 1215–1224, 2007.

LIANG, J.; MOURELATOS Z. P.; TU J. A Single-Loop Method for Reliability-Based Design Optimization. *Proceedings of ASME Design Engineering Technical Conferences*, 2004.

LOPEZ, R. H.; BECK, A. T. Reliability-based design optimization strategies based on FORM: a review. *J. of the Braz. Soc. Of Mech. Sci. & Eng*, 34 (4), 506-514, 2012.

MARQUES, G. C. S. C. Estudo e desenvolvimento de código computacional baseado no método dos elementos finitos para análise dinâmica não linear geométrica de sólidos bidimensionais. *Dissertação (Mestrado) – Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, 2006.*

MATTIASSON, K. Numerical results from large deflection beam and frame problems analysed by means of elliptic integrals. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, v. 17, n. 1, p. 145–153, 1981.

MAXWELL, J. C. The scientific papers of James Clerk Maxwell. Dover Publications, INC. New York, 1869.

MAZARS, J. Application de la mécanique de l'endommagement au comportement non linéaire et à la rupture du béton de structure, Paris, Thèse de Doctorat d'État, Université Paris, 1984.

MAZARS, J.; HAMON, F.; GRANGE, S. A new 3D damage model for concrete under monotonic, cyclic and dynamic loadings. *Materials and Structures*, 48, 3779-3793, 2015.

MCDONALD, M., MAHADEVAN S. Design Optimization with System-Level Reliability. *ASME Journal of Mechanical Design* 130: 021403, 2008.

MELCHERS, R. E.; BECK, A. T. Structural Reliability Analysis and Prediction. 3rd edition, John Wiley & Sons, New Jersey, 2018.

NATIONAL INSTITUTE OF STANDARD AND TECHNOLOGY. NISTIR 7396: Best practices for reducing the potential for progressive collapse in buildings, technology administration. Gaithersburg, MD, 2007.

NGUYEN, T. H.; SONG J.; PAULINO G. H. Single-Loop System Reliability-Based Design Optimization Using Matrix-Based System Reliability Method: Theory and Applications. *ASME Journal of Mechanical Design* 132: 011005-1-11, 2010.

NOGUEIRA, C. G. Um Modelo de Confiabilidade e Otimização Aplicado às Estruturas de Barras de Concreto Armado. Dissertação (Mestrado – Engenharia de Estruturas), 2005 – Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, 2005.

OKASHA, N. Improved weighted average simulation approach for solving reliability-based analysis and design optimization problems. *Struct. Saf.*, v. 60, p. 47—55, 2016.

PACCOLA, R.R. Análise não linear física de placas e cascas anisotrópicas laminadas acopladas ou não com meio contínuo tridimensional viscoelástico através da combinação entre o MEC e o MEF. Tese (Doutorado) – Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos. 2004

PARISI, F.; AUGENTI, N. Influence of seismic design criteria on blast resistance of RC framed buildings: A case study. *Eng Struct*, 44, 78-93, 2012.

PEARSON, C.; DELATTE, N.; Ronan Point Apartment Tower Collapse and its Effect on Building Codes. *Journal of Performance of Constructed Facilities*, 19 (2): 172-177, 2005.

PETROSKI, H. *To Engineer is Human: The Role of Failure in Successful Design*, 1st edition. St Martin's Press, New York, 1992.

RACKWITZ, R.; FIESSLER, B. Structural reliability under combined load sequences. *Computers & Structures*, v. 9, p. 489-494, 1978.

SAAD, L.; AISSANI A.; CHATEAUNEUF A.; RAPHAEL W. Reliability-based optimization of direct and indirect LCC of RC bridge elements under coupled fatigue-corrosion deterioration processes. *Eng. Fail. Anal.*, v. 59, p. 570–587, 2016.

SCHELLHAMMER, J.; DELATTE, N.; BOSELA, P. A.; Another Look at the Collapse of Skyline Plaza at Bailey's Crossroads, Virginia. *Journal of Performance of Constructed Facilities*, 27 (3): 354-361, 2013.

SHI, Y.; STEWART, M. G. Spatial reliability analysis of explosive blast load damage to reinforced concrete columns, *Structural Safety*, 53, 13–25, 2015.

SIMO, J. C.; HJELMSTAD, K. D.; TAYLOR, R. L. Numerical formulation of elasto-viscoplastic response of beams accounting for the effect of shear. *Computer methods in applied mechanics and engineering*, v.42, p.301-330, 1984.

SIQUEIRA, T. M. *Análise dinâmica não linear geométrica de estruturas e mecanismos reticulados planos com ligações deslizantes*. São Carlos, 2016: Universidade de São Paulo, 2016.

SOUZA, E. G. *Colapso de edifício por ruptura das estacas: estudo das causas e da recuperação*. 115 p. Dissertação (Mestrado em Engenharia de Estruturas) - Escola de Engenharia de São Carlos, USP, São Carlos, 2003.

STEWART, M. G. Risk of progressive collapse of buildings from terrorist attacks: are the benefits of protection worth the cost? *J. Perform. Constr. Facil.* 31(2), 04016093, 2017.

SWITSKY, H. Minimum weight with structural reliability. *J. of Aircraft*, v. 2, p. 228–232, 1965.

TAFANIDIS, A. A.; BECK, J. L. Life-cycle cost optimal design of passive dissipative devices. *Structural Safety*, v. 23, p. 508–522, 2009.

TU, J.; CHOI K. K.; PARK Y. H. A New Study on Reliability-Based Design Optimization. *Journal of Mechanical Design* 121 (4): 557–564, 1999.

VANDERPLAATS, G. Structural optimization-past, present, and future. *AIAA*, v. 20, n. 7, p. 992–1000, 1982.

VROUWENVELDER, T. Treatment of risk and reliability in the Eurocodes. *Proc Inst Civ Eng–Struct Build*, 161 (4), 209-214, 2008.

WEN, Y.; KANG, Y. Minimum building life-cycle cost design criteria ii: Applications. *Journal of Structural Engineering*, p. 330–337, 2001.

YANG, X. S. NATURE-INSPIRED METAHEURISTIC ALGORITHMS. UK: Luniver Press, 2008.

YOUN, B. D.; CHOI K. K.; PARK Y. H. Hybrid Analysis Method for Reliability-Based Design Optimization. *Journal of Mechanical Design* 125: 221–232, 2003.

ZHANG, Y.; DER KIUREGHIAN, A. Finite element reliability methods for inelastic structures. Report UCB/SEMM-97/05. Dep. Of Civil and Environmental Engineering, University of California, Berkeley, 1997.