

UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO  
ESCOLA DE ENGENHARIA DE SÃO CARLOS

PAULA DE OLIVEIRA RIBEIRO

**Calibração automática de modelos em elementos finitos por meio de  
métodos de otimização e análise modal**

São Carlos

2019



PAULA DE OLIVEIRA RIBEIRO

**Calibração automática de modelos em elementos finitos por meio de  
métodos de otimização e análise modal**

VERSÃO CORRIGIDA

A versão original encontra-se na Escola de Engenharia de São Carlos

Dissertação apresentada à Escola de Engenharia de São Carlos, da Universidade de São Paulo, como parte dos requisitos para obtenção do título de Mestre em Ciências.

Área de concentração: Engenharia Civil  
(Estruturas)

Orientador: Prof. Dr. Ricardo Carrazedo

São Carlos

AUTORIZO A REPRODUÇÃO TOTAL OU PARCIAL DESTE TRABALHO, POR QUALQUER MEIO CONVENCIONAL OU ELETRÔNICO, PARA FINS DE ESTUDO E PESQUISA, DESDE QUE CITADA A FONTE.

Ficha catalográfica elaborada pela Biblioteca Prof. Dr. Sérgio Rodrigues Fontes da EESC/USP com os dados inseridos pelo(a) autor(a).

R484c      Ribeiro, Paula de Oliveira  
            Calibração automática de modelos em elementos finitos por meio de métodos de otimização e análise modal / Paula de Oliveira Ribeiro; orientador Ricardo Carrazedo. São Carlos, 2019.

            Dissertação (Mestrado) - Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil (Engenharia de Estruturas) e Área de Concentração em Estruturas -- Escola de Engenharia de São Carlos da Universidade de São Paulo, 2019.

            1. Calibração. 2. Métodos de otimização. 3. Método dos elementos finitos. 4. Análise modal. 5. Detecção de dano. 6. Anisotropia do concreto. I. Título.

## FOLHA DE JULGAMENTO

Candidata: Engenheira **PAULA DE OLIVEIRA RIBEIRO**.

Título da dissertação: "Calibração automática de modelos em elementos finitos por meio de métodos de otimização e análise modal".

Data da defesa: 25/02/2019.

### Comissão Julgadora:

### Resultado:

Prof. Dr. **Ricardo Carrazedo**  
**(Orientador)**

APROVADA

Profa. Associada **Maíra Martins da Silva**  
(Escola de Engenharia de São Carlos/EESC)

APROVADA

Prof. Dr. **Gustavo Henrique Siqueira**  
(Universidade Estadual de Campinas/UNICAMP)

APROVADA

Coordenador do Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil  
(Engenharia de Estruturas):

Prof. Titular **Humberto Breves Coda**

Presidente da Comissão de Pós-Graduação:

Prof. Associado **Luis Fernando Costa Alberto**



*Dedico este trabalho aos meus pais,  
Paulo e Sueli, com todo amor,  
carinho e gratidão.*





## **AGRADECIMENTOS**

Em primeiro lugar agradeço a Deus pela dádiva da vida e por renovar a cada momento a minha força. Sem Ele, não estaria aqui agradecendo a todos que contribuíram no desenvolvimento deste trabalho.

Aos meus pais, Paulo e Sueli, por sonharem os meus sonhos. Obrigada por preencherem os meus dias com amor e carinho.

Aos meus familiares pelos bons momentos. Às minhas afilhadas, Antonella, Melissa e Vitória, por despertarem os meus melhores sentimentos.

Ao meu orientador, professor Ricardo Carrazedo, pela valiosa e indispensável orientação. Agradeço pela dedicação, atenção e paciência ao longo da trajetória.

Aos professores Gustavo Siqueira e Maíra Silva pelas contribuições na etapa de defesa. E, aos professores Edson Leonel e Vladimir Haach, pelas sugestões na qualificação.

Aos funcionários e professores do Departamento de Estruturas da EESC-USP pelo apoio em todos os momentos. Agradeço ao Dorival por todo auxílio com os programas.

Ao professor e amigo, Marcelo Barros, por ter acreditado que eu era capaz de ser uma pesquisadora. Agradeço pelos anos de orientação nos projetos de iniciação científica.

Aos professores da UFJF pela formação acadêmica e amizade.

Às amigas da UFJF, Kamila e Thais, por serem tão incríveis. Ao Lucas Teotônio, meu irmão do coração, pelo incentivo e carinho diário.

Aos amigos de longa data por tornarem a caminhada mais leve. Em especial, Carol, Gláucia, Glauciele, Isabela, Rhaissa, Sérgio, Silvy, Thaiany e Victor.

Aos colegas de turma pelos momentos compartilhados. Em especial, Alex Dantas, Lucas Antônio, Paulo Carvalho e Ulana Andrade.

Ao SET por me acolher tão bem.

Ao Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPq) pelo apoio financeiro fornecido.

Enfim, agradeço a todos que contribuíram direta ou indiretamente no desenvolvimento do presente trabalho.



## RESUMO

RIBEIRO, P. O. **Calibração automática de modelos em elementos finitos por meio de métodos de otimização e análise modal**. 2019. 145 p. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil (Estruturas)) – Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, 2019.

O processo de calibração de parâmetros é uma importante tarefa que pode consumir bastante tempo no desenvolvimento de projetos e pesquisas. A calibração manual é um processo lento, exige experiência e, muitas vezes, não alcança a precisão desejada. Neste sentido, o presente trabalho propõe uma metodologia de calibração automática, baseada em parâmetros modais, com o intuito de tornar o processo de calibração mais eficaz e preciso. Nesta metodologia, o modelo numérico é desenvolvido em elementos finitos e os parâmetros modais experimentais são identificados por meio de ensaios dinâmicos. Com base nesses parâmetros, o modelo inicial em elementos finitos é atualizado automaticamente por meio de algoritmos de otimização até a convergência. O modelo numérico foi elaborado no software Abaqus e os algoritmos de otimização foram implementados em linguagem Python. A metodologia desenvolvida foi aplicada inicialmente na detecção de dano, sendo dano definido como uma degradação estrutural que resulta em perda parcial de rigidez de um ou vários elementos estruturais. Foram estudados exemplos numéricos e experimentais. Após a calibração da malha, das dimensões da seção transversal, das propriedades mecânicas e das rigidezes das molas, os danos foram corretamente detectados. Outra aplicação foi na investigação da anisotropia do concreto, os parâmetros modais foram obtidos por ensaio de ressonância acústica de amostras de concreto com diferentes traços (pobre, médio e rico) e direções de concretagem (horizontal e vertical). Os resultados mostraram uma clara tendência de comportamento, as amostras concretadas na horizontal foram melhor representadas por material ortotrópico e as concretadas na vertical por material isotrópico transversal no plano de concretagem. A metodologia desenvolvida obteve bons resultados nas aplicações estudadas, indicando seu potencial na calibração de estruturas reais por meio de respostas dinâmicas experimentais.

Palavras-chave: Calibração. Métodos de otimização. Método dos elementos finitos. Análise modal. Detecção de dano. Anisotropia do concreto.



## ABSTRACT

RIBEIRO, P. O. **Automatic calibration of finite element models through optimization methods and modal analysis**. 2019. 145 p. Dissertation (M. Sc. in Civil Engineering (Structures)) – School of Engineering of São Carlos, University of São Paulo, São Carlos, 2019.

The process of parameter calibration is an important task that can be time-consuming in the development of projects and research. Manual calibration is a slow process, requires experience, and often does not achieve the desired accuracy. In this sense, the present work proposes a methodology of automatic calibration, based on modal parameters, in order to make the calibration process more efficient and accurate. In this methodology, the numerical model is developed in finite elements and the modal experimental parameters are identified by means of dynamic tests. Based on these parameters, the initial finite element model is automatically updated through optimization algorithms to convergence. The numerical model was elaborated in the software Abaqus and the algorithms of optimization were implemented in Python language. The methodology developed was initially applied in the detection of damage, being damage defined as a structural degradation that results in partial loss of rigidity of one or several structural elements. Numerical and experimental examples have been studied. After the mesh calibration, the cross-sectional dimensions, the mechanical properties and the stiffness of the springs, the damages were correctly detected. Another application was to investigate the anisotropy of concrete, the modal parameters were obtained by acoustic resonance test of concrete samples with different mixes (poor, medium and rich) and directions of concrete placement and compaction (horizontal and vertical). The results showed a clear trend of behavior, the horizontal specimens were better represented by orthotropic material and those concreted vertically by transverse isotropic material in the concreting plane. The developed methodology obtained good results in the studied applications, showing its potential in the calibration of real structures through experimental dynamic responses.

Keywords: Calibration. Optimization methods. Finite element method. Modal analysis. Detection of damage. Anisotropy of concrete.



## SUMÁRIO

<b>1 INTRODUÇÃO</b> .....	15
1.1 OBJETIVOS.....	16
1.2 JUSTIFICATIVA .....	16
1.3 METODOLOGIA .....	17
1.4 ORGANIZAÇÃO DA DISSERTAÇÃO .....	19
<b>2 FUNDAMENTOS TEÓRICOS</b> .....	21
2.1 PROBLEMA INVERSO .....	21
2.2 MÉTODOS DE OTIMIZAÇÃO .....	23
<b>2.2.1 Enumeração total</b> .....	24
<b>2.2.2 Hooke e Jeeves</b> .....	24
<b>2.2.3 Algoritmos genéticos</b> .....	25
<b>2.2.4 Redes neurais artificiais</b> .....	29
2.3 ANÁLISE MODAL .....	33
2.4 COEFICIENTES UTILIZADOS NA DETECÇÃO DE DANO .....	34
<b>2.4.1 Coeficiente MAC</b> .....	34
<b>2.4.2 Coeficiente COMAC</b> .....	35
<b>2.4.3 Diferença de Curvatura Modal (DCM)</b> .....	35
<b>2.4.4 Índice de Dano (ID)</b> .....	37
<b>3 REVISÃO DAS METODOLOGIAS DE DETECÇÃO DE DANO</b> .....	41
3.1 MÉTODOS DE OTIMIZAÇÃO .....	41
3.2 COEFICIENTES BASEADOS EM PARÂMETROS MODAIS .....	46
3.3 DISCUSSÃO.....	50
<b>4 DETECÇÃO DE DANO: EXEMPLO NUMÉRICO</b> .....	53
4.1 CALIBRAÇÃO DAS PROPRIEDADES MECÂNICAS .....	53
4.2 DETECÇÃO DE DANO.....	57
<b>4.2.1 Modelos</b> .....	57
<b>4.2.2 Abordagem de problema inverso</b> .....	59
<b>4.2.3 Coeficientes baseados em parâmetros modais</b> .....	63

<b>4.2.4</b>	<b>Combinação entre métodos de otimização e coeficientes de detecção de dano.....</b>	<b>66</b>
<b>4.2.5</b>	<b>Investigação da influência do ruído na precisão da localização do dano .....</b>	<b>68</b>
<b>4.2.6</b>	<b>Refinamento da malha .....</b>	<b>71</b>
<b>4.3</b>	<b>DISCUSSÃO.....</b>	<b>72</b>
<b>5</b>	<b>DETECÇÃO DE DANO: EXEMPLO EXPERIMENTAL.....</b>	<b>75</b>
<b>5.1</b>	<b>ESTRUTURA .....</b>	<b>75</b>
<b>5.2</b>	<b>MODELO EXPERIMENTAL .....</b>	<b>76</b>
<b>5.2.1</b>	<b>Estrutura íntegra.....</b>	<b>76</b>
<b>5.2.2</b>	<b>Estrutura danificada .....</b>	<b>80</b>
<b>5.3</b>	<b>MODELO NUMÉRICO .....</b>	<b>82</b>
<b>5.3.1</b>	<b>Otimização da seção transversal .....</b>	<b>83</b>
<b>5.3.2</b>	<b>Calibração da estrutura íntegra.....</b>	<b>85</b>
<b>5.3.3</b>	<b>Calibração da estrutura danificada.....</b>	<b>87</b>
<b>5.4</b>	<b>DISCUSSÃO.....</b>	<b>92</b>
<b>6</b>	<b>INVESTIGAÇÃO DA ANISOTROPIA DO CONCRETO.....</b>	<b>95</b>
<b>6.1</b>	<b>ESTUDO EXPERIMENTAL.....</b>	<b>95</b>
<b>6.2</b>	<b>RELAÇÃO CONSTITUTIVA EM ELASTICIDADE LINEAR .....</b>	<b>101</b>
<b>6.3</b>	<b>MODELO NUMÉRICO .....</b>	<b>106</b>
<b>6.4</b>	<b>RESULTADOS DA CALIBRAÇÃO .....</b>	<b>108</b>
<b>6.5</b>	<b>DISCUSSÃO.....</b>	<b>120</b>
<b>7</b>	<b>CONCLUSÕES E SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS.....</b>	<b>123</b>
<b>7.1</b>	<b>CONCLUSÕES.....</b>	<b>123</b>
<b>7.2</b>	<b>SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS .....</b>	<b>127</b>
	<b>REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS .....</b>	<b>129</b>
	<b>ANEXOS .....</b>	<b>137</b>



# 1 INTRODUÇÃO

---

Os modelos numéricos são cada vez mais utilizados na avaliação de estruturas, seja esta avaliação efetuada na etapa de projeto, para verificação da segurança da estrutura, ou durante e após a execução, com o intuito de avaliar como a estrutura se comporta frente às ações as quais está submetida. Os modelos numéricos são capazes de representar o comportamento estático e dinâmico das estruturas por meio, por exemplo, de aproximação de elementos finitos, onde sistemas com infinitos graus de liberdade são convertidos em sistemas com número finito de graus de liberdade (MERCE, 2007).

No entanto, estes modelos apresentam erros inerentes que geram divergências entre a realidade e o modelo idealizado. Neste contexto, a calibração de modelos numéricos é um importante processo que minimiza as diferenças entre os modelos experimental e numérico, reduzindo os erros e/ou desvantagens de cada um destes. Um modelo numérico ajustado apresenta vantagens, como a possibilidade de automatização das análises e simulação de diversas situações com redução de custo e tempo.

A obtenção de modelos calibrados pode ser feita por meio de processos manuais e/ou automáticos. O princípio de ambos processos é a alteração do modelo numérico com o objetivo de obter um modelo mais próximo do experimental. A diferença está em como a alteração do modelo será realizada, podendo ser manualmente ou por meio de métodos de otimização (MERCE, 2007).

A atualização manual envolve a realização de mudanças na forma e parâmetros do modelo por meio de tentativas feitas manualmente e avaliação das respostas numéricas em comparação às experimentais. Este processo pode ser empregado como um estágio inicial (escolha da malha e tipo de elemento) para um processo automático ou ser utilizado como método principal da calibração. Este tipo de procedimento requer experiência e tempo e, dependendo do tipo de problema, não atinge a precisão necessária ou desejada.

A atualização automática é um processo iterativo onde os parâmetros são alterados utilizando uma rotina computacional. As decisões são feitas de forma automática até que o critério de parada seja atendido. Os critérios mais comuns são a limitação do erro máximo entre os modelos experimental e numérico, e a limitação do número de iterações.

Os métodos de otimização são uma importante ferramenta para a atualização automática, sendo uma alternativa aos métodos tradicionais onde o projetista lança mão de intuição e experiência, caracterizando em muitos casos um processo lento e pouco eficaz em termos de

precisão. A otimização pode ser entendida como o processo que define quais valores as variáveis em um determinado problema devem possuir para que a solução ótima seja encontrada.

Nos últimos anos, a disponibilidade de novos recursos computacionais, a introdução de algoritmos que independem do gradiente da função objetivo e a busca por eficiência nos projetos aumentaram o interesse por métodos de otimização na engenharia civil. As principais aplicações são na avaliação da integridade estrutural (TIACHACHT et al., 2018; ALKAYEM; CAO, 2018; GHASEMI; NOBAHARI, SHABAKHTY, 2018) e na otimização dimensional, de forma e topológica (RAHAMI; KAVEH; GLOLIPOUR, 2008; KAWAMURA; OHMORI; KITO, 2002; RAJAN, 1995).

## 1.1 OBJETIVOS

O objetivo geral deste trabalho é desenvolver um procedimento de calibração automática de modelos em elementos finitos por meio de métodos de otimização e análise modal.

Para alcance de tal objetivo, alguns desafios devem ser superados, os quais fazem parte dos objetivos específicos a seguir:

- Implementar os métodos de otimização em linguagem Python;
- Elaborar os modelos numéricos no software Abaqus;
- Aplicar o procedimento de calibração automática na detecção de dano;
- Aplicar o procedimento de calibração automática na investigação da anisotropia do concreto;
- Avaliar o potencial dos métodos de otimização nas aplicações estudadas;
- Propor e implementar rotinas com o intuito de melhorar o desempenho dos métodos.

## 1.2 JUSTIFICATIVA

A calibração de modelos numéricos por meio de algoritmos de otimização proporciona a substituição de parâmetros baseados na intuição ou na experiência por parâmetros obtidos por determinação probabilística. A calibração automática possibilita a sistematização dos procedimentos, melhorando a precisão e eficácia e reduzindo a subjetividade nos projetos.

### *Aplicações do procedimento de calibração*

Detecção de dano: a detecção de dano tem atraído a atenção dos pesquisadores devido à importância do monitoramento das estruturas na redução dos custos de manutenção e reparo, no prolongamento da vida útil e na segurança. Tendo em vista que a técnica de inspeção visual tem uma capacidade limitada para detectar dano, é importante o desenvolvimento de outras

técnicas de detecção de dano. Neste sentido, muitos métodos baseados em parâmetros modais têm sido estudados para correlacionar o dano, que é uma degradação estrutural que resulta em perda de rigidez, com as alterações nos parâmetros modais, que são diretamente relacionados à rigidez (KHATIR et al., 2016). A automatização do processo de detecção de dano tem vantagens de agilizar, facilitar, incentivar e tornar mais precisa a análise da integridade estrutural.

Anisotropia do concreto: a aplicação na investigação da anisotropia do concreto é justificada pela dificuldade de detectar a anisotropia por meio de ensaios convencionais. As pesquisas que investigaram o comportamento anisotrópico do concreto tentaram correlacionar a anisotropia com as propriedades mecânicas do concreto em diferentes direções (CABRILLAC et al., 2006; LEEMANN et al., 2006; CHEN; PAN; HUANG, 2011). Não foram encontrados trabalhos que abordaram o uso de atualização de modelo em elementos finitos por meio de algoritmos de otimização na investigação da anisotropia do concreto, portanto, a proposta desta pesquisa apresenta uma aplicação de calibração diferente das usuais.

### 1.3 METODOLOGIA

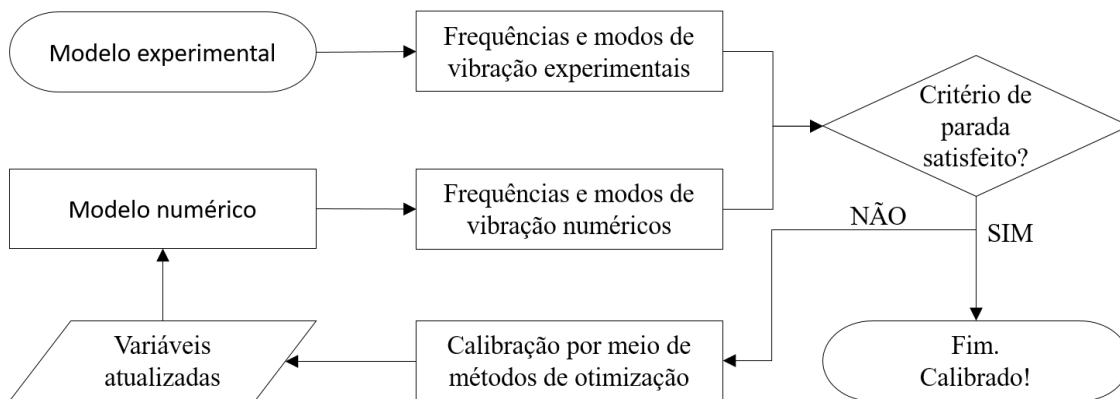
Neste trabalho, desenvolveu-se um procedimento de calibração baseado em atualização automática de modelo em elementos finitos por meio de algoritmos de otimização. A metodologia utilizada será descrita a seguir:

- a) Estudo de assuntos fundamentais ao desenvolvimento do trabalho, tais como: metodologias de detecção de dano, problemas inversos, métodos de otimização, análise modal e conceitos básicos de elasticidade linear;
- b) Revisão da literatura sobre metodologias de detecção de dano, abrangendo abordagem de problema inverso e técnicas tradicionais. Seguida de análise crítica acerca das pesquisas estudadas;
- c) Elaboração dos modelos numéricos no software Abaqus e implementação dos métodos de otimização em linguagem Python;
- d) Aplicação do procedimento de calibração na detecção de dano por meio de simulação de diversos cenários de danos em uma viga modelada em elementos finitos (exemplo numérico). Com o intuito de simular as incertezas inerentes de estudos experimentais, foi introduzido ruído gaussiano branco nas respostas numéricas. Neste exemplo foi realizada a atualização automática do modelo em elementos finitos por meio dos métodos enumeração total, Hooke e Jeeves, algoritmos genéticos e redes neurais artificiais. Foram investigados também os coeficientes baseados em modo de vibração:

- Modal Assurance Criterion* (MAC) e *Coordinate Modal Assurance Criterion* (COMAC). E os baseados em curvatura: Índice de Dano (ID) e Diferença de Curvatura Modal (DCM). Por fim, foram desenvolvidos métodos combinados que utilizam as informações dos coeficientes baseados em modo de vibração ou curvatura para agilizar o processo de busca dos algoritmos de otimização;
- e) Aplicação do procedimento de calibração em uma ponte de concreto armado que foi ensaiada em escala reduzida por Juliani (2014). Foi utilizado o método combinado considerado mais eficiente na aplicação anterior. Antes da detecção de dano, foram realizados diversos processos de calibração (calibração da malha, da seção transversal, das propriedades mecânicas íntegras e das rigidezes das molas) a fim de aproximar ao máximo os modelos numérico e experimental;
- f) Aplicação do procedimento de calibração na investigação da anisotropia do concreto com base em respostas dinâmicas experimentais. Tais respostas foram obtidas por ensaio de ressonância acústica por Abe (2015). O estudo experimental consistiu na produção de corpos de prova de concreto com diferentes traços (pobre, médio e rico) e direções de concretagem (horizontal e vertical). Todos os corpos de prova foram calibrados a fim de avaliar qual tipo de material (isotrópico, isotrópico transversal ou ortotrópico) melhor representaria o concreto em cada corpo de prova;
- g) Análise dos resultados, conclusões e sugestões para trabalhos futuros.

Vale ressaltar que rotinas computacionais semelhantes foram utilizadas em todas as aplicações. O princípio básico da calibração é apresentado na Figura 1.1.

Figura 1.1: Fluxograma da calibração do modelo numérico



Fonte: Autor (2019).

A diferença principal em cada aplicação são as variáveis da calibração, como pode ser observado na Tabela 1.1.

Tabela 1.1: Variáveis nas diversas calibrações realizadas

<b>Calibração</b>	<b>Variáveis</b>
Seção transversal	Dimensões da seção transversal
Propriedades mecânicas	Módulo de elasticidade, densidade e coeficiente de Poisson
Apoio	Rigidez da mola
Detecção de dano	Módulo de elasticidade de cada grupo de elementos finitos
Anisotropia do concreto	Constantes elásticas

Fonte: Autor (2019).

#### 1.4 ORGANIZAÇÃO DA DISSERTAÇÃO

Os assuntos que serão tratados nos capítulos que constituem esta dissertação são apresentados brevemente a seguir.

- No Capítulo 2, “Fundamentos teóricos”, são descritos os métodos de otimização utilizados no procedimento de calibração automática (métodos enumeração total, Hooke e Jeeves, algoritmos genéticos e redes neurais artificiais) e os coeficientes aplicados na detecção de dano (MAC, COMAC, ID e DCM).
- No Capítulo 3, “Revisão das metodologias de detecção de dano”, são apresentadas pesquisas sobre detecção de dano com o objetivo de contextualizar o presente trabalho e discutir alguns aspectos relevantes.
- No Capítulo 4, “Detecção de dano: exemplo numérico”, é apresentada a aplicação do procedimento de calibração na detecção de dano em uma viga biapoiada com diferentes cenários de danos simulados computacionalmente. Neste exemplo são aplicados e avaliados os métodos de detecção de dano discutidos no trabalho.
- No Capítulo 5, “Detecção de dano: exemplo experimental”, é apresentada a aplicação do procedimento de calibração na detecção de dano em uma ponte de concreto armado ensaiada em escala reduzida, comprovando a eficiência da metodologia empregada.
- No Capítulo 6, “Investigação da anisotropia do concreto”, é apresentada a aplicação do procedimento de calibração na investigação da anisotropia do concreto com base em resposta dinâmica experimental.
- No Capítulo 7, “Conclusões e sugestões para trabalhos futuros”, são apresentadas as conclusões obtidas da realização do presente trabalho e são propostos alguns tópicos que podem ser tratados em trabalhos futuros.



## 2 FUNDAMENTOS TEÓRICOS

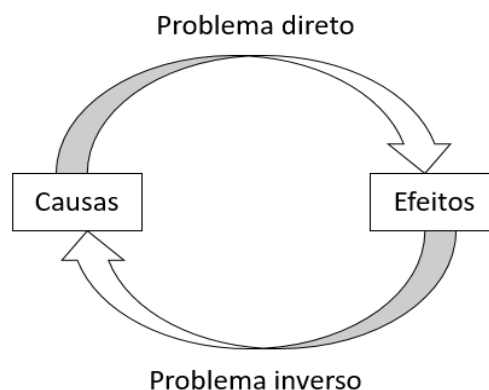
---

Neste capítulo serão apresentados conceitos fundamentais utilizados no decorrer do trabalho. No início do capítulo será realizada uma breve introdução aos problemas inversos e métodos de otimização, descrevendo os algoritmos utilizados na detecção de dano e na investigação da anisotropia do concreto. Em seguida, será apresentado um sistema com  $n$  graus de liberdade com vibração livre não amortecida a fim de ilustrar o processo de análise modal que é utilizado na obtenção das frequências naturais e modos de vibração, tais parâmetros serão utilizados na calibração dos modelos. Por fim, serão descritos os coeficientes baseados nos modos de vibração utilizados no problema de detecção de dano, esses coeficientes serão explorados em conjunto com os métodos de otimização na calibração de estruturas danificadas.

### 2.1 PROBLEMA INVERSO

A definição de problema inverso é baseada na interpretação de causa e efeito. A resolução de um problema direto parte do princípio da determinação dos efeitos a partir das causas, sendo necessário, em geral, o conhecimento completo das causas. Na resolução de um problema inverso, as observações dos efeitos são conhecidas, geralmente por meio de medidas experimentais, e deseja-se conhecer as causas destes efeitos, conforme apresentado na Figura 2.1. O processo de inversão consiste, então, em deduzir os parâmetros do modelo que descreve o meio físico, cuja solução do problema direto forneça valores calculados próximos aos dados observados. Um exemplo de problema inverso é a determinação das propriedades de um sistema a partir das respostas do mesmo (CALDEIRA, 2009; LIMA, 2006).

Figura 2.1: Esquema sobre problemas diretos e inversos



Fonte: Autor (2019).

Os sistemas físicos são, em geral, não lineares, assim, poderão existir diversos modelos que se ajustarão aos dados observados. Portanto, o processo de inversão é complicado devido às incertezas que existem em problemas inversos. Alguns exemplos de incertezas são: o quão precisamente os dados experimentais são conhecidos e se a teoria físico-matemática que descreve a resposta do sistema, a parametrização do meio físico, a função objetivo e a técnica de busca, são adequadas (LIMA, 2006).

Segundo Liu e Han (2003), o procedimento geral para resolver problemas inversos é:

1. Definir o problema: definir os objetivos do projeto, reduzir ao máximo o número de variáveis desconhecidas e limitar as possibilidades para as variáveis;
2. Criar um modelo físico: modelos matemáticos e computacionais devem ser desenvolvidos;
3. Analisar a sensibilidade entre a saída e os parâmetros de entrada;
4. Realizar experimentos: decidir os métodos de medição, tipos de equipamentos, aquisição e análise de dados;
5. Minimizar ruídos da medição;
6. Aplicar a solução inversa;
7. Verificar a solução: analisar se os resultados são razoáveis.

Existem diversas técnicas numéricas que aproximam os problemas inversos dos diretos. Entre elas, estão as técnicas de regularização e os métodos de otimização.

As técnicas de regularização são muito importantes na obtenção de soluções estáveis em problemas inversos mal-postos (LIU; HAN, 2003). Problema mal-posto é aquele em que pelo menos uma condição de um problema bem-posto não é atendida. As condições para que um problema seja bem-posto são: existência de solução, unicidade na solução e solução estável.

Algumas técnicas bastante utilizadas são a regularização de Tikhonov (estabilização), a regularização por decomposição em valores singulares (remoção de espaço nulo), a regularização iterativa (princípio da discrepância), a regularização por projeção (suavização do operador) e a regularização por filtragem (remoção do ruído). A filtragem é uma prática comum para remover o ruído nos dados experimentais. Os problemas mal-postos são frequentemente gerados pela presença de ruído, assim a remoção do ruído é o método mais eficaz e prático para estabilizar a solução (LIU; HAN, 2003).

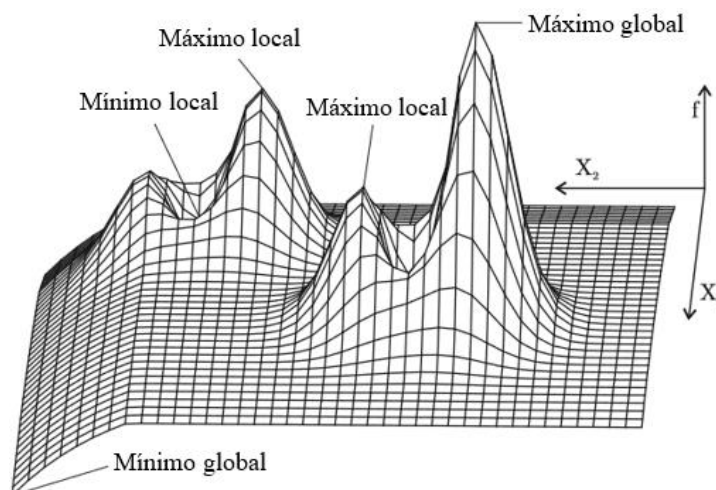
Além dessas técnicas, incluem-se dentre os métodos de resolução de problemas inversos, procedimentos de otimização que abrangem abordagens globais e locais. Muitas técnicas de otimização convencionais (algoritmos de pesquisa direta e métodos baseados em gradiente) têm



uma suposição básica de que apenas um mínimo existe na região de pesquisa. Portanto, esses métodos também são chamados de métodos de pesquisa local. Já alguns métodos de otimização “não convencionais” possuem maior probabilidade de encontrar o ótimo global como solução. Entre eles, os algoritmos genéticos e as redes neurais têm demonstrado potencial para resolução de problemas complexos de engenharia (LIU; HAN, 2003).

Para ilustrar o conceito de solução ótima, apresenta-se na Figura 2.2 uma função com ótimos locais e globais. Em problemas de otimização, uma solução é chamada de ótimo global quando não existir outra, dentro do espaço de busca, que forneça um valor melhor de função objetivo. Quando uma solução é ótima (máxima ou mínima) apenas dentro de uma determinada região, chamada de vizinhança, diz-se que é um ótimo local (GOMES et al., 2017).

Figura 2.2: Exemplos de pontos ótimos locais e globais de uma função



Fonte: adaptado de Weise (2009).

## 2.2 MÉTODOS DE OTIMIZAÇÃO

A otimização pode ser definida como o conjunto de procedimentos por meio dos quais se busca a solução ótima (mínimo ou máximo) de uma determinada função, conhecida por função objetivo (MARTÍNEZ, 2009).

Os elementos de um processo de otimização são:

- **Função objetivo:** é a expressão matemática do objetivo da otimização. Em problemas de calibração, o intuito é minimizar a diferença entre as respostas numéricas e experimentais, portanto a função objetivo pode ser desenvolvida para representar esta diferença.
- **Variáveis de decisão:** são as variáveis manipuladas pelo método de otimização durante a busca da solução ótima. O valor da função objetivo é alterado em função dos valores

das variáveis de decisão, dessa forma é possível determinar os valores que as variáveis devem possuir a fim de minimizar ou maximizar a função objetivo. A solução ótima deve atender também as restrições, que são funções adicionais à função objetivo.

- Região de busca: é um conjunto de valores que deverá ser investigado para cada variável de decisão. Assim, são determinados os valores mínimos e máximos para as variáveis, de forma que a solução ótima esteja inserida neste intervalo.

A finalização do processo de otimização é definida pelo critério de parada, que estabelece a condição necessária para a interrupção das iterações. Em geral, é especificado o valor máximo ou mínimo que a função objetivo deve atingir, ou o número máximo de iterações.

É importante destacar que a eficiência de cada método de otimização é dependente da aplicação, ou seja, do tipo de problema, da função objetivo, do número de variáveis e da região de busca. Portanto, não existe um método que seja aplicado eficientemente para todos os tipos de problemas (SECCHI, 2015).

### **2.2.1 Enumeração total**

O método enumeração total compara o valor da função objetivo para todas as possíveis combinações dos valores das variáveis de decisão. Portanto, não é um método otimizado e será utilizado como referência para avaliação da eficiência dos métodos de otimização que serão mostrados posteriormente. Para problemas complexos (médio e grande porte) este método torna-se proibitivo, devido à sua natureza combinatória (SECCHI, 2015).

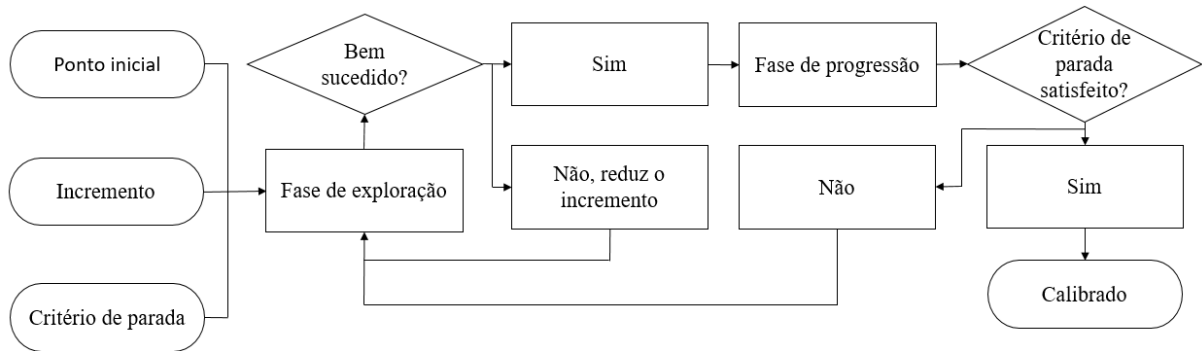
### **2.2.2 Hooke e Jeeves**

Uma das maneiras utilizadas para minimização ou maximização da função objetivo se baseia na busca direta. Hooke e Jeeves (1961) propuseram o termo busca direta para descrever a análise sequencial de tentativas de solução. O método envolve a comparação de cada tentativa de solução com a melhor obtida até aquele momento junto com uma estratégia para determinar qual será a próxima tentativa. Seu objetivo inicial era resolver problemas nos quais as derivadas da função objetivo eram difíceis ou impossíveis de serem obtidas. Atualmente, os métodos de busca direta ainda continuam influenciando o cenário da otimização de problemas complexos (GIRELI, 2016).

O algoritmo proposto por Hooke e Jeeves é um método de busca multivariável e é dividido em duas fases: a exploratória e a progressão. Na primeira etapa o método explora todas as direções de busca para cada variável, selecionando a melhor em função do valor da função objetivo. Depois de explorar todas as direções de busca, o método executa a próxima etapa, a

progressão, avançando na direção definida na etapa anterior. Então repete-se a primeira fase até alcançar o próximo ponto. Adotam-se os incrementos iniciais e as tolerâncias, as iterações são feitas até que a condição de parada seja satisfeita (SECCHI, 2015). O fluxograma do método é apresentado na Figura 2.3.

Figura 2.3: Fluxograma do Método Hooke e Jeeves



Fonte: Autor (2019).

### 2.2.3 Algoritmos genéticos

As primeiras pesquisas sobre os algoritmos genéticos (AG's) foram desenvolvidas por John Holland. Os AG's são baseados na teoria da evolução da vida proposta por Charles Darwin (Origem das Espécies, 1859). Esta teoria diz que “qualquer ser, modificando-se ligeiramente de maneira proveitosa a si mesmo, terá melhores chances de sobrevivência”. Holland foi aprimorando suas ideias e em 1975 publicou o seu livro *Adaptation in Natural and Artificial Systems*. Desde então, estes algoritmos vêm sendo aplicados com sucesso nos mais diversos problemas de otimização (LIMA, 2011; SILVA, 2006).

Os AG's simulam o processo evolutivo numericamente de maneira muito eficiente em problemas de otimização. Estes algoritmos têm menos chance de encontrar como solução um mínimo local visto que é um método de pesquisa global estocástico, o que difere do conceito fundamental de técnicas tradicionais. Sua aplicação é frequente na resolução de problemas nos quais as derivadas da função objetivo são difíceis ou impossíveis de serem obtidas (SILVA, 2006).

Um algoritmo genético simples constitui-se de três operações básicas: seleção, cruzamento e mutação. A população inicialmente gerada pelos AG's é composta por indivíduos escolhidos aleatoriamente, onde cada indivíduo é uma possível solução do problema. No processo evolutivo, cada indivíduo é avaliado em relação à população corrente e recebe uma nota que representa a aptidão do mesmo ao ambiente. Os indivíduos são selecionados e podem sofrer modificações por meio dos operadores de mutação e cruzamento, gerando descendentes para a

próxima geração. A população mais adaptada surge como uma seleção natural do processo (CARVALHO, 2009; SILVA, 2006).

### ***Diferenças entre os algoritmos genéticos e os métodos de otimização convencionais***

Os métodos de otimização convencionais iniciam a busca em um único ponto que é manipulado iterativamente por meio de heurísticas diretamente relacionadas ao problema a ser solucionado. Enquanto os métodos de computação evolucionária, como os algoritmos genéticos, operam sobre uma população de indivíduos (possíveis soluções) em paralelo (OLIVEIRA, 2008).

Os algoritmos genéticos utilizam uma estratégia de busca paralela e estruturada, mas aleatória, na investigação de pontos de alto índice de aptidão. Embora sejam algoritmos aleatórios, eles exploram informações históricas com o intuito de encontrar novos pontos onde são esperados melhores desempenhos. Este processo de otimização é iterativo, onde cada população é chamada de geração (CARVALHO, 2009).

Alguns aspectos importantes dos algoritmos genéticos são: trabalham com uma população e não com um único ponto, utilizam informações de custo ou recompensa e não derivadas, e utilizam transições probabilísticas e não determinísticas (GOLDBERG, 1989).

### ***Técnicas de seleção***

É esperado que, por meio da seleção, o conjunto inicial de indivíduos gere indivíduos mais aptos. Os métodos de seleção, em geral, escolhem indivíduos com maiores notas de aptidão, mas não exclusivamente, com a finalidade de preservar a diversidade da população (CARVALHO, 2009).

### ***Método da roleta***

No método da roleta, os indivíduos são selecionados por meio de um sorteio de roleta, onde cada indivíduo é representado na roleta proporcionalmente ao seu índice de aptidão. Ou seja, porções maiores da roleta são dadas aos indivíduos com alta aptidão, enquanto porções menores são dadas aos indivíduos de aptidão mais baixa. Então, a roleta é girada um determinado número de vezes (igual ao número de indivíduos da população), e os indivíduos sorteados são escolhidos para participarem da próxima geração (CASTILHO, 2003). A probabilidade de cada indivíduo ( $b_j$ ) é dada pela Equação (2.1).

$$P[b_j \text{ ser selecionado}] = \frac{f(b_j)}{\sum_{i=1}^m f(b_i)} \quad (2.1)$$

Onde:

$f(b)$ : Função de aptidão;

$m$ : Tamanho da população.

### Método do torneio

No método do torneio, um par de indivíduos é selecionado aleatoriamente e o indivíduo com maior índice de aptidão é copiado para a população seguinte. Repete-se o procedimento até que a nova população esteja formada. A vantagem deste método é evitar a convergência prematura e estagnação do valor da função objetivo, além de evitar esforço computacional para ordenar os indivíduos de acordo com o valor da função aptidão (SILVA, 2006).

### Método elitista

O método elitista é utilizado com outros métodos de seleção e tende a tornar a convergência mais rápida. Os indivíduos de maior aptidão são automaticamente selecionados para a próxima geração e são evitadas modificações nos mesmos. O método tem a finalidade de evitar que os melhores indivíduos desapareçam da população pela manipulação dos operadores genéticos. A desvantagem ao usar este método é o risco de convergência prematura (SILVA, 2006).

### **Cruzamento**

O cruzamento é o operador genético responsável pela combinação das características dos indivíduos (pais) durante a reprodução, gerando outros indivíduos (filhos) que herdam essas características. Ele é considerado o principal operador genético, sendo aplicado com probabilidade dada pela taxa de cruzamento, que deve ser maior que a taxa de mutação (CASTILHO, 2003).

Os principais tipos de cruzamento são:

- Cruzamento “um-ponto”, onde um ponto de cruzamento é escolhido e a partir deste ponto as características dos pais são trocadas. Ou seja, as informações anteriores a este ponto em um dos pais são ligadas às informações posteriores a este ponto no outro pai;
- Cruzamento “multiponto”, onde a troca de material genético utiliza mais de um ponto;
- Cruzamento “uniforme”, onde são determinados quais genes de cada pai serão herdados por cada um dos filhos.

## ***Mutação***

A mutação tem por finalidade manter a diversidade genética da população por meio de alterações em componentes escolhidos aleatoriamente. Dessa forma, é possível contornar o problema de mínimo local ao alterar levemente a direção de busca. O operador de mutação é aplicado com uma probabilidade dada pela taxa de mutação, que é geralmente pequena (CASTILHO, 2003).

## ***Influência da escolha dos parâmetros na evolução dos algoritmos***

É importante analisar de que maneira alguns parâmetros interferem no comportamento dos algoritmos genéticos, para que se possa estabelecê-los de forma adequada (CASTILHO, 2003).

Os parâmetros que precisam ser adotados e algumas implicações dos mesmos são:

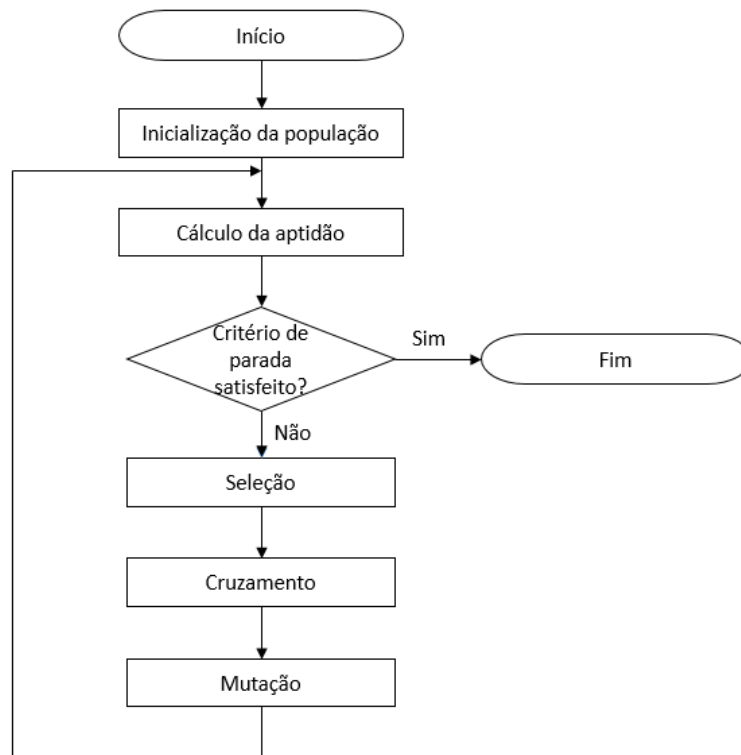
- O tamanho da população é um parâmetro que afeta consideravelmente o desempenho dos AG's. Uma população com poucos indivíduos pode ter um desempenho reduzido, uma vez que a cobertura do espaço de busca do problema é pequena. Já uma população maior propicia uma cobertura mais representativa do espaço de busca, evitando convergências prematuras para soluções locais.
- A taxa de cruzamento está diretamente relacionada à introdução de novas estruturas (indivíduos) na população. Uma taxa de cruzamento muito alta pode retirar rapidamente estruturas com boa aptidão, mas este problema pode ser contornado com o método de seleção elitista (impede que os melhores indivíduos sejam descartados). Uma taxa de cruzamento baixa pode tornar o processo de convergência muito lento.
- A taxa de mutação deve ser suficiente para evitar que uma dada posição fique estagnada em um valor, além de possibilitar que se chegue em qualquer ponto do espaço de busca. No entanto, uma taxa muito alta torna o processo essencialmente aleatório, assim os indivíduos gerados pouco se assemelharão aos seus pais.

## ***Visão geral dos algoritmos genéticos***

Na Figura 2.4 é apresentado o fluxograma dos algoritmos genéticos. Observa-se que em cada população são aplicadas as operações de cálculo de aptidão, seleção, cruzamento e mutação. Ao fim destas operações cria-se uma nova população, que provavelmente representa uma melhor aproximação da solução do problema de otimização que a população anterior. As iterações acontecem até que o critério de parada seja satisfeito. Alguns exemplos de critério de

parada são: valor máximo (ou mínimo) da função objetivo, número máximo de iterações e erro máximo para um determinado parâmetro do problema.

Figura 2.4: Fluxograma dos algoritmos genéticos



Fonte: Autor (2019).

### 2.2.4 Redes neurais artificiais

As redes neurais artificiais constituem um importante método estatístico não-linear capaz de resolver problemas complexos que não podem ser tratados por abordagem analítica. Este método vem sendo usado em vários ramos da ciência, sendo sua principal vantagem que não   necessário conhecer a fun o que governa o problema, mas apenas o conjunto de dados que o representa. As principais aplica es são para classifica o de padrões e previsão (VELLASCO, 2007).

As redes neurais solucionam problemas de inteligência artificial por meio da constru o de um sistema que tenha circuitos que simulem o cérebro humano. São técnicas computacionais que apresentam um modelo inspirado na estrutura neural de organismos inteligentes, assim, as redes adquirem conhecimento com a experiência (CARVALHO, 2009).

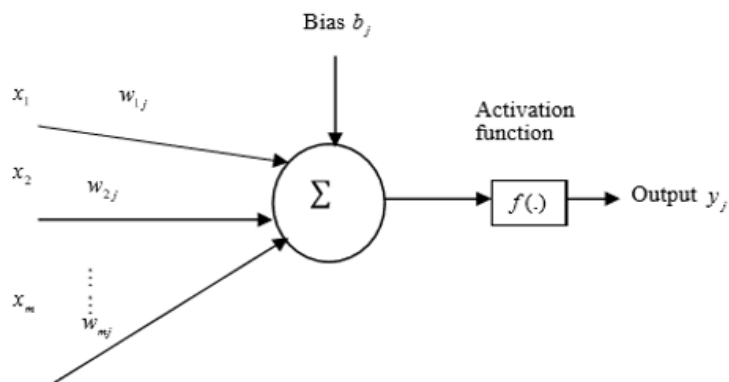
O primeiro modelo de neurônio artificial foi proposto por McCulloch e Pitts (1943) e era formado por uma camada de entrada, uma camada oculta contendo os pesos de cada entrada,

função somatório, função de ativação e uma camada de saída contendo a resposta do problema (CARVALHO, 2009).

### Componentes

É importante definir o que são e como se constituem as unidades básicas de uma rede neural artificial. Nesta perspectiva, a descrição funcional do  $j$ -ésimo neurônio de uma rede é ilustrada na Figura 2.5.

Figura 2.5: Representação de um neurônio de uma rede neural artificial



Fonte: Liu e Han (2003).

Onde:

$x$ : saída do neurônio da camada anterior;

$w$ : pesos;

$j$ : numeração do neurônio pós-sináptico;

$m$ : numeração da sinapse ligada ao peso;

$\Sigma$ : função somadora, soma todos os sinais de entrada ponderados pelos pesos;

$f(\cdot)$ : função de ativação;

$b_j$ : bias;

$y_j$ : saída do  $j$ -ésimo neurônio.

Conforme ilustrado, a rede neural artificial é um sistema de neurônios ligados por conexões sinápticas e dividido em neurônios de entrada, neurônios internos e neurônios de saída. Por uma simples soma, o neurônio faz uma combinação linear das entradas pelos pesos associados, mais o *bias* e o valor combinado é modificado por uma função de ativação. O valor resultante da função é o mesmo valor de saída do neurônio. O comportamento inteligente de uma rede neural artificial vem das interações entre as unidades de processamento da rede (LIU; HAN, 2003).



## Classificação

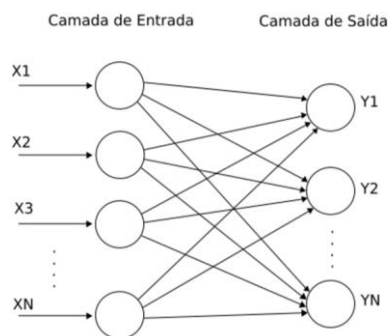
As redes neurais podem ser classificadas quanto a sua estrutura, função de ativação e forma de aprendizado.

### ▪ Estrutura da Rede

Esta classificação está relacionada ao número de camadas e disposição das mesmas na rede. Os principais tipos são as redes *feedforward* de camada única, *feedforward* de camada múltipla e redes de recorrência (MAIA, 2016).

As redes *feedforward* de camada única não apresentam camadas ocultas e a saída de um neurônio não pode ser utilizada como entrada para as camadas anteriores, conforme ilustrado na Figura 2.6.

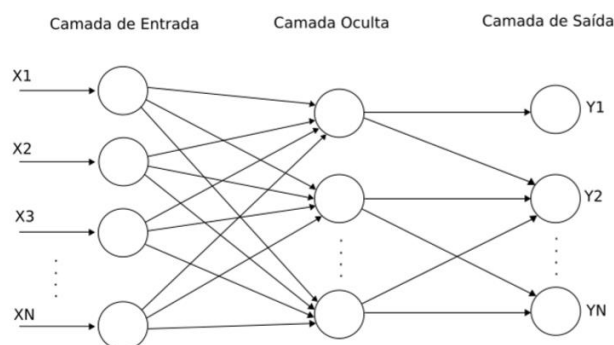
Figura 2.6: Representação da rede *feedforward* de camada única



Fonte: Maia (2016).

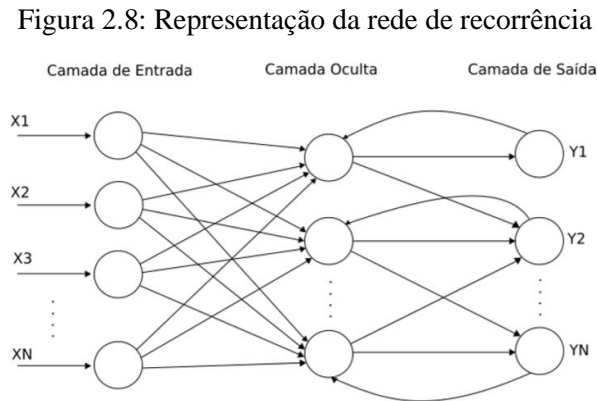
As redes *feedforward* de camada múltipla apresentam uma ou mais camadas ocultas entre a de entrada e a de saída (Figura 2.7), mas também não permitem que a saída de um neurônio seja utilizada como entrada das camadas anteriores.

Figura 2.7: Representação da rede *feedforward* de camada múltipla



Fonte: Maia (2016).

Já as redes de recorrência possuem pelo menos um loop de *feedback*, ou seja, a saída de ao menos um neurônio é utilizada como entrada para camadas anteriores, conforme ilustrado na Figura 2.8.



Fonte: Maia (2016).

#### ▪ Função de Ativação

A função de ativação é geralmente utilizada com dois propósitos: limitar a saída do neurônio e introduzir não-linearidade no modelo. Existem quatro tipos principais a serem destacados em redes neurais (VELLASCO, 2007):

- a) Função sigmóide ou logística: assume valores sempre positivos;
- b) Função hiperbólica: a saída pode assumir valores positivos e negativos;
- c) Função linear: usada quando não é desejável o efeito de saturação das funções sigmóides e hiperbólicas;
- d) Função degrau: valores rígidos.

#### ▪ Forma de Aprendizado

As redes neurais possuem habilidade de aprender com a experiência e, assim, melhorar seu desempenho. O aprendizado ocorre quando a rede neural alcança uma solução generalizada para uma classe de problemas. O treinamento da rede é realizado por meio de um processo iterativo de ajustes aplicado a seus pesos utilizando algoritmos de aprendizado. Algoritmo de aprendizado é um conjunto de regras bem definidas para a solução de um problema, podendo ser classificado em supervisionado e não supervisionado (CARVALHO, 2009).

O aprendizado supervisionado é aquele que existe um agente externo que indica à rede a resposta desejada para o padrão de entrada. Já no aprendizado não supervisionado, não existe um agente externo indicando a resposta desejada para o padrão de entrada (CARVALHO, 2009).

Neste trabalho será utilizado o algoritmo *backpropagation*. O algoritmo *backpropagation* é um exemplo de aprendizado supervisionado em que o treinamento é feito em duas etapas. Em uma primeira etapa, um padrão é apresentado à camada de entrada da rede e a resposta é produzida pela camada de saída da rede. Na segunda etapa, a saída obtida é comparada à saída desejada para esse padrão particular. Então, o erro é calculado e propagado a partir da camada de saída até a camada de entrada, e os pesos das conexões das unidades das camadas internas são modificados conforme o erro é retropropagado (CARVALHO, 2009).

O treinamento deve ser finalizado quando a rede apresentar uma boa capacidade de generalização e a taxa de erro for menor que um erro admissível. Assim, deve-se obter um modelo com erro mínimo e capacidade de generalização máxima (CARVALHO, 2009).

### 2.3 ANÁLISE MODAL

As calibrações realizadas no trabalho foram baseadas nas propriedades dinâmicas da estrutura (frequências naturais e modos de vibração). Estes parâmetros são obtidos por meio da análise modal, que é um processo que possibilita a construção de um modelo matemático representativo do comportamento dinâmico do sistema em estudo. Em situações que é impossível ou difícil obter a solução analítica, os parâmetros modais podem ser obtidos por modelos numéricos e/ou experimentais.

O comportamento de um sistema mecânico discreto linear composto por  $n$  graus de liberdade é descrito pela seguinte equação diferencial:

$$[M]\ddot{X}(t) + [C]\dot{X}(t) + [K]X(t) = P(t) \quad (2.2)$$

Onde  $[M], [C], [K] \in [R]^{n \times n}$ , são as matrizes de massa, amortecimento e rigidez global, respectivamente,  $X(t) \in R^n$  é o vetor deslocamento em função do tempo,  $\dot{X}(t)$  é o vetor velocidade e  $\ddot{X}(t)$  é o vetor aceleração. O vetor  $P(t) \in R^n$  representa a força de excitação.

Assumindo que o sistema se encontra em vibração livre e desconsiderando o amortecimento, obtém-se:

$$[M]\ddot{X}(t) + [K]X(t) = 0 \quad (2.3)$$

A solução da equação diferencial acima é do tipo:

$$\{x(t)\} = \{A\} \cdot \sin(\omega \cdot t + \phi) \quad (2.4)$$

$$\{\ddot{x}(t)\} = -\{A\} \cdot \omega^2 \cdot \sin(\omega \cdot t + \phi) = -\omega^2 \cdot \{x(t)\} \quad (2.5)$$

Onde:

$\omega$  é uma das  $n$  frequências naturais de vibração do sistema;

$\{A\}$  é o vetor que representa o modo de vibração do sistema associado a  $\omega$ ;

$\emptyset$  é o ângulo de fase.

Ao substituir as Equações (2.4) e (2.5) na Equação (2.3), tem-se:

$$[K - \omega_i^2 M] \{A\}_i = 0 \quad (2.6)$$

Para que o sistema admita soluções não triviais, o determinante da matriz da Equação (2.6) deve ser nulo. As raízes desta equação,  $\omega_i^2$ , são denominadas autovalores, onde  $i$  varia de um ao número de graus de liberdade do modelo ( $n$ ). A raiz quadrada de  $\omega_i^2$  corresponde à frequência angular (em *radianos/s*), a frequência natural em Hz é dada por:

$$f_i = \frac{\omega_i}{2\pi} \quad (2.7)$$

Os vetores correspondentes a  $\{A\}_i$  são os chamados autovetores e representam os modos de vibração, ou seja, representam as formas assumidas pela estrutura quando vibrando em cada uma das frequências naturais.

## 2.4 COEFICIENTES UTILIZADOS NA DETECÇÃO DE DANO

Os coeficientes utilizados nos problemas de detecção de dano deste trabalho são: *Modal Assurance Criterion* (MAC), *Coordinate Modal Assurance Criterion* (COMAC), Índice de Dano (ID) e Diferença de Curvatura Modal (DCM).

### 2.4.1 Coeficiente MAC

O coeficiente MAC fornece uma medida de consistência entre estimativas de vetores modais (ALLEMANG; BROWN, 1982). Os vetores modais podem ser obtidos por modelagem pelo método dos elementos finitos ou experimentalmente. O MAC assume valores entre 0 e 1. Valores próximos a 1 indicam que os vetores modais são similares, existindo ótima correlação entre eles, e valores próximos a 0 indicam que os vetores comparados são ortogonais, não havendo correlação. Segundo Merce (2007) valores próximos a 0,9, geralmente indicam que os modos apresentam boa correlação.

Uma possível aplicação do coeficiente MAC é na detecção de dano. Assim, são comparados os modos de vibração das estruturas íntegra e danificada por meio da Equação (2.8).

$$MAC_{(i,j)} = \frac{\left| \{\phi_i^a\}^T \{\phi_j^e\} \right|^2}{\left( \{\phi_i^a\}^T \{\phi_i^a\} \right) \left( \{\phi_j^e\}^T \{\phi_j^e\} \right)} \quad (2.8)$$

Onde:

$\{\phi_i^a\}$ : Vetor modal íntegro referente ao modo  $i$ ;

$\{\phi_j^e\}$ : Vetor modal danificado referente ao modo  $j$ .

#### 2.4.2 Coeficiente COMAC

O coeficiente COMAC, proposto por Lieven e Ewins (1988), correlaciona dois vetores modais para cada grau de liberdade, em que um deles é a condição de referência. Allemang (2003) define o COMAC como uma extensão do MAC, com a finalidade de identificar quais graus de liberdade contribuem negativamente para o baixo valor do MAC. Da mesma forma que o MAC, os valores do COMAC variam entre 0 e 1. Em uma análise para detecção de dano, uma baixa correlação do COMAC pode indicar um dano localizado na estrutura. O coeficiente COMAC é responsável por uma maior investigação nos graus de liberdade para encontrar qual está gerando uma baixa correlação (JULIANI, 2014).

Em cada grau de liberdade  $j$ , o COMAC é calculado pela Equação (2.9).

$$COMAC_j = \frac{\left( \sum_{i=1}^n \{\phi_i^a\}_j \{\phi_i^e\}_j \right)^2}{\left( \sum_{i=1}^n \{\phi_i^a\}_j \{\phi_i^a\}_j \right) \left( \sum_{i=1}^n \{\phi_i^e\}_j \{\phi_i^e\}_j \right)} \quad (2.9)$$

Onde:

$\{\phi_i^a\}$ : Vetor modal íntegro referente ao modo  $i$ ;

$\{\phi_i^e\}$ : Vetor modal danificado referente ao modo  $i$ ;

$n$ : número de modos de vibração.

#### 2.4.3 Diferença de Curvatura Modal (DCM)

A Diferença de Curvatura Modal (DCM) é baseada no fato que uma danificação na estrutura altera seus parâmetros modais, tais como frequências naturais e modos de vibração, além de reduzir a rigidez e aumentar o amortecimento da estrutura. Ao reduzir a rigidez, ocorre uma diminuição das frequências naturais e modificações no modo de vibrar. Portanto, a diferença de curvatura entre as situações íntegra e danificada localiza uma possível região de danificação na estrutura (JULIANI, 2014).

Segundo Pandey, Biswas e Samman (1991), as curvaturas dos modos de vibração estão relacionadas à rigidez de flexão de seções transversais de vigas. A curvatura em um ponto  $x$  pode ser calculada pela seguinte equação:

$$\phi''(x) = \frac{M(x)}{EI} \quad (2.10)$$

Onde:

$M(x)$ : Momento fletor no ponto  $x$ ;

$E$ : Módulo de elasticidade da viga;

$I$ : Momento de inércia da seção transversal da viga.

Com a presença de um dano localizado no ponto  $x$ , o termo  $EI$  da equação diminui e, conseqüentemente, a curvatura no ponto  $x$  aumenta, gerando uma descontinuidade em tal localização. Portanto, a diferença de curvatura entre as situações íntegra e danificada apresentará um pico no ponto  $x$ , indicando a danificação.

Para uma viga em que os modos de vibração são medidos em pontos discretos, espaçados a uma distância  $h$  ao longo do comprimento, a curvatura pode ser calculada através de aproximação por diferenças centrais (PANDEY, BISWAS, SAMMAN, 1991).

$$\phi_i'' = \frac{(\phi_{i+1} - 2\phi_i + \phi_{i-1}))}{h^2} \quad (2.11)$$

Onde:

$i$ : ponto de medição;

$\phi$ : modo de vibração;

$h$ : distância entre os pontos de medição.

O primeiro e o último ponto podem ser calculados por meio das equações (2.12) e (2.13), respectivamente.

$$\phi_1'' = \frac{(\phi_1 - 2\phi_2 + \phi_3)}{h^2} \quad (2.12)$$

$$\phi_u'' = \frac{(\phi_{u-2} - 2\phi_{u-1} + \phi_u)}{h^2} \quad (2.13)$$

Dessa forma, a localização do dano pode ser obtida computando a maior diferença absoluta entre as curvaturas íntegra e danificada, conforme a Equação (2.14).

$$\Delta\phi_i'' = |\phi_{d_i}'' - \phi_i''| \quad (2.14)$$

Onde:

$\phi_{d_i}''$ : Curvatura danificada no ponto  $i$ ;

$\phi_i''$ : Curvatura íntegra no ponto  $i$ .

#### 2.4.4 Índice de Dano (ID)

O método de localização de dano pelo Índice de Dano (ID) é baseado nas curvaturas do modo de vibração e na energia de deformação modal, que é a energia de deformação armazenada em uma estrutura quando esta se deforma em um determinado modo de vibração (STUBBS; KIM; FARRAR, 1995). Quando um dano ocorre, a distribuição da energia de deformação é alterada de forma mais significativa na região danificada, já que ao reduzir a rigidez devido à danificação, o material não consegue absorver a mesma quantidade de energia de deformação da situação íntegra. Portanto, a diferença nas distribuições de energia de deformação pode indicar a presença e localização do dano (FARRAR; WORDEN, 2013).

A energia de deformação modal para uma viga de Bernoulli-Euler é dada pela seguinte equação:

$$U = \frac{1}{2} \int_0^l EI \left( \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right)^2 dx \quad (2.15)$$

Onde:

$EI$ : Rigidez de flexão;

$w$ : Deslocamento da viga;

$x$ : Coordenada ao longo do comprimento da viga.

Para um modo de deformação específico  $\{\phi\}_i$ , a energia deste modo é:

$$U_i = \frac{1}{2} \int_0^l EI \left( \frac{\partial^2 \{\phi\}_i}{\partial x^2} \right)^2 dx \quad (2.16)$$

Se a viga for dividida em  $n$  elementos, a energia associada a cada ponto  $j$  devido ao modo  $i$  é:

$$U_{ij} = \frac{1}{2} \int_j^{j+1} (EI)_j \left( \frac{\partial^2 \{\phi\}_i}{\partial x^2} \right)^2 dx \quad (2.17)$$

A energia fracionada é:

$$F_{ij} = \frac{U_{ij}}{U_i} \quad (2.18)$$

$$\sum_{j=1}^n F_{ij} = 1 \quad (2.19)$$

De forma similar, na situação danificada tem-se:

$$U_{id} = \frac{1}{2} \int_0^l EI_d \left( \frac{\partial^2 \{\phi\}_{i_d}}{\partial x^2} \right)^2 dx \quad (2.20)$$

$$U_{ij_d} = \frac{1}{2} \int_j^{j+1} (EI_d)_j \left( \frac{\partial^2 \{\phi\}_{i_d}}{\partial x^2} \right)^2 dx \quad (2.21)$$

$$F_{ij_d} = \frac{U_{ij_d}}{U_{i_d}} \quad (2.22)$$

$$\sum_{j=1}^n F_{ij} = \sum_{j=1}^n F_{ij_d} = 1 \quad (2.23)$$

Baseado nessas formulações e no fato de a curvatura ser a derivada segunda dos modos de vibração, Stubbs, Kim e Farrar (1995) apresentaram a equação do índice de dano:

$$\beta_{ij} = \frac{\left( \int_j^{j+1} [\phi_i^{d''}(x)]^2 dx + \int_0^l [\phi_i^{d''}(x)]^2 dx \right) \cdot \int_0^l [\phi_i''(x)]^2 dx}{\left( \int_j^{j+1} [\phi_i''(x)]^2 dx + \int_0^l [\phi_i''(x)]^2 dx \right) \cdot \int_0^l [\phi_i^{d''}(x)]^2 dx} \quad (2.24)$$

Onde:

$\phi_i''$ : Segunda derivada do modo de vibração  $i$  na situação íntegra;

$\phi_i^{d''}$ : Segunda derivada do modo de vibração  $i$  na situação danificada.

Sampaio, Maia e Silva (1999) propuseram a solução numérica segundo a equação a seguir.

$$\beta_{ij} = \frac{\left( \{\phi^{d''}\}_{ij}^2 + \sum_1^{j_{máx}} \{\phi^{d''}\}_{ij}^2 \right) \cdot \sum_1^{j_{máx}} \{\phi''\}_{ij}^2}{\left( \{\phi''\}_{ij}^2 + \sum_1^{j_{máx}} \{\phi''\}_{ij}^2 \right) \cdot \sum_1^{j_{máx}} \{\phi^{d''}\}_{ij}^2} \quad (2.25)$$

Onde  $j_{máx}$  é o último ponto de medida da curvatura.



Os valores de  $\beta_{ij}$  podem ser considerados como uma amostra de população de variáveis aleatórias normalmente distribuídas. Stubbs, Kim e Farrar (1995) normalizaram os valores de  $\beta_{ij}$  de acordo com a Equação (2.26).

$$Z_{ij} = \frac{\beta_{ij} - \bar{\beta}_j}{\sigma_j} \quad (2.26)$$

Onde:

$\bar{\beta}_j$ : Média dos valores de índice de dano entre todos os pontos do modo  $i$ ;

$\sigma_j$ : Desvio padrão dos valores de índice de dano de todos os pontos do modo  $i$ .

Stubbs, Kim e Farrar (1995) classificaram se uma posição é danificada ou íntegra por meio do valor de  $Z_{ij}$ . O critério de classificação estipulou que, se  $Z_{ij} > 2$ , o ponto  $j$  indica uma provável danificação no elemento  $j$ .



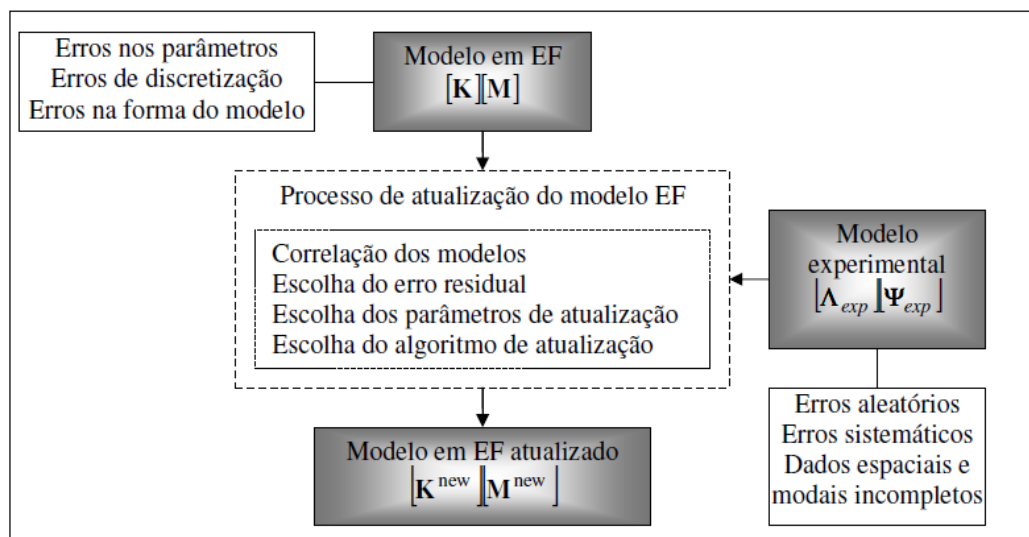
### 3 REVISÃO DAS METODOLOGIAS DE DETECÇÃO DE DANO

Neste capítulo serão apresentadas pesquisas que utilizaram os parâmetros modais na detecção de dano. Apresentam-se inicialmente trabalhos que empregaram métodos de otimização como alternativa para a resolução do problema inverso de detecção de dano. Na sequência do texto, serão retratados os trabalhos que utilizaram coeficientes baseados nos parâmetros modais. Por fim, uma discussão é realizada com base na revisão.

#### 3.1 MÉTODOS DE OTIMIZAÇÃO

Muitos procedimentos recentes de avaliação de estruturas têm utilizado técnicas de modelagem numérica. Dentre elas, vale destacar a atualização de modelo em elementos finitos, na qual determinados parâmetros de uma estrutura, relacionados ao dano, são definidos como variáveis de decisão. Então, através do erro entre os resultados numéricos e experimentais, é possível construir funções objetivo a serem otimizadas. Assim, a detecção de dano é implementada como um problema de otimização. Esse método inverso de detecção faz uso de algoritmos de otimização, nos quais os métodos estocásticos são os mais estudados atualmente (GOMES et al., 2018). Os passos básicos de um modelo atualizado em elementos finitos são apresentados na Figura 3.1.

Figura 3.1: Procedimentos básicos para obtenção de um modelo atualizado em elementos finitos



Fonte: Merce (2007).

Algumas pesquisas que abordaram o problema de dano como um problema inverso são apresentadas em ordem cronológica na Tabela 3.1.

Tabela 3.1: Pesquisas que abordaram a detecção de dano como um problema inverso

Autores	Método de detecção		
	Redes Neurais	Algoritmos Genéticos	OUTROS
Wu, Ghaboussi e Garrett (1992)	X	-	-
	A estratégia básica usada foi treinar a rede neural para reconhecer o comportamento da estrutura íntegra tão bem quanto da estrutura com vários estágios de dano. Depois da rede treinada, dados obtidos por modelo numérico, que não participaram do treinamento, foram analisados e as saídas foram satisfatórias.		
Stubbs, Kim e Farrar (1995)	-	-	Algoritmos baseados no índice de dano.
	Os resultados indicaram que o tratamento do problema de detecção de dano como um problema de otimização conseguiu localizar o dano com precisão com base em resposta dinâmica experimental. Foram considerados os três primeiros modos de vibração.		
Rhim e Lee (1995)	X	-	-
	A rede neural foi usada para calibrar a estrutura inicial íntegra e depois prever o dano. Para validar o método, danos experimentais que não foram usados no treinamento foram simulados pela rede neural. Os resultados demonstraram a viabilidade do método.		
Friswell, Penny e Garvey (1998)	-	X	Associado aos AG's foi utilizado um método de sensibilidade para otimizar a extensão do dano.
	Esta abordagem de dois níveis incorporou as vantagens dos algoritmos genéticos e dos métodos de sensibilidade. O método apresentou bons resultados para danos simulados experimentalmente.		
Dos Santos et al. (2000)	-	-	Método dos elementos finitos associado a um algoritmo baseado em análise de sensibilidade.
	Os exemplos mostraram uma boa eficiência e estabilidade na identificação de danos simulados em modelos numéricos.		
Yong e Hong (2001)	-	X	-
	Os autores observaram que foi necessário um dano experimental relativamente grande para que houvesse uma variação notável nas frequências naturais da estrutura. O método de otimização empregado foi eficiente no processo de detecção de dano.		
Zang e Imregun (2001)	X	-	Os dados de entrada na RNA foram selecionados por uma técnica de redução de dados baseada em análise de componentes principais.
	Os resultados mostraram que foi possível distinguir as regiões danificadas experimentalmente com boa precisão.		

Autores	Método de detecção		
	Redes Neurais	Algoritmos Genéticos	OUTROS
Rao, Srinivas e Murthy (2004)	-	X	-
	Os autores consideraram que o método proposto tem potencial para identificação de dano com base nas características dinâmicas da estrutura.		
Silva (2006)	-	X	-
	Foram obtidos melhores resultados na localização do que na avaliação da intensidade dos danos nos modelos experimental e numérico.		
Merce (2007)	-	-	Atualização manual do modelo em EF seguida de atualização automática por meio de processo de otimização de primeira ordem (ANSYS).
	Os resultados comprovaram o potencial da metodologia, que foi aplicada em exemplo experimental.		
Carrillo (2007)	-	-	Algoritmo híbrido autoconfigurado PSOS ( <i>Particle Swarm Optimization-Simplex</i> ).
	O autor apontou como principais vantagens do PSOS a alta precisão, estabilidade e independência da estimativa inicial dos parâmetros e de um ponto para iniciar a busca. A posição e extensão do dano foram determinadas com sucesso nas estruturas estudadas.		
Santos (2009)	-	X	Método do gradiente, recozimento simulado, enxame de partículas, colônia de formigas e evolução diferencial.
	O melhor resultado foi dado pela evolução diferencial que apresentou a melhor resposta e o menor custo computacional. O dano foi simulado em modelo numérico.		
Jafarkhani e Masri (2011)	-	-	Os autores propuseram uma estratégia evolucionária composta de otimização estocástica e atualização do modelo em elementos finitos.
	Os autores concluíram que este tipo de combinação (técnicas de otimização evolutiva - atualização do MEF) é eficaz na resolução de problemas de detecção, identificação e localização de danos estruturais. A metodologia foi aplicada em exemplo experimental.		

Autores	Método de detecção		
	Redes Neurais	Algoritmos Genéticos	OUTROS
Nanda, Maity e Maiti (2012)	-	-	Otimização por enxame de partículas (PSO), processo incremental.
	Os resultados demonstraram que o método é capaz de detectar e estimar a extensão dos danos simulados numericamente com precisão satisfatória.		
Boonlong (2014)	-	X	O método proposto subdivide a população em subpopulações com a finalidade de diminuir o número de iterações necessárias para a convergência, permitindo maiores quantidades de elementos na estrutura.
	Segundo o autor, na maioria das pesquisas, a estrutura em análise é dividida em até 10 elementos. O método proposto consegue resolver problemas com até 300 elementos.		
Braun, Chiwiacowsy e Gomez (2015)	-	-	Otimização por colônia de formigas ou com o algoritmo de busca local Hooke-Jeeves.
	Os resultados mostraram uma aplicação promissora em uma estrutura real.		
Cha e Buyukozturk (2015)	-	-	Algoritmo de otimização híbrido multiobjetivo baseado em energia de deformação modal.
	A robustez do método proposto foi investigada adicionando 5% de ruído gaussiano branco nas deformadas obtidas numericamente. O método foi capaz de identificar casos de múltiplos danos inseridos em estruturas tridimensionais, mesmo na presença de ruído.		
Khatir et al. (2015)	-	X	-
	A identificação do dano, simulado numericamente, foi formulada como um problema de otimização usando três funções objetivo (frequências naturais; MAC; frequências naturais e MAC). O melhor resultado foi obtido com a função objetivo baseada nas frequências naturais e MAC. O algoritmo provou sua precisão mesmo após um nível de 5% de ruído ter sido imposto.		
Vo-Duy et al. (2016)	-	-	Método baseado em energia de deformação modal e algoritmo de evolução diferencial.
	Em primeiro lugar, o método de energia de deformação modal foi utilizado para identificar um conjunto de potenciais elementos danificados. Em seguida, o algoritmo de evolução diferencial foi utilizado para indicar a extensão dos elementos definidos na etapa anterior. Exemplos numéricos foram capazes de detectar danos mesmo sob condições de 3% de ruído.		

Autores	Método de detecção		
	Redes Neurais	Algoritmos Genéticos	OUTROS
Khatir et al. (2016)	-	X	Algoritmo colônia de vagalumes.
	Os exemplos utilizados foram gerados computacionalmente e o ruído foi considerado através de ruído gaussiano branco nos dados de entrada. Os resultados foram promissores e a convergência foi mais lenta em estruturas com mais danos e ruídos.		
Shabbir et al. (2017)	-	X	-
	O dano foi simulado experimentalmente e numericamente com introdução de ruído de 1%, 3%, 5% e 10%. Verificou-se que sem ruído, o dano foi detectado corretamente. No entanto, os resultados indicam que, com o aumento do ruído, a capacidade de detecção de dano diminuiu.		
Jeenkour, Pattavanitch e Boonlong (2017)	-	X	-
	Os autores propuseram uma codificação para os indivíduos diferente da usual. A codificação usual é por fator de dano de cada elemento, portanto o número de variáveis de decisão é igual ao número de elementos na estrutura. A codificação proposta é por localização e fator de dano, sendo estas as variáveis de decisão. Os resultados foram satisfatórios usando a codificação proposta.		
Altunisik, Okur e Kahya (2017)	-	-	Atualização automática do modelo por meio do método da sensibilidade modal.
	Os modelos experimental e numérico apresentaram boa correlação.		
Tiachacht et al. (2018)	-	X	-
	Os resultados mostraram que a técnica proposta forneceu boa identificação dos danos. Um pequeno erro foi registrado na determinação da gravidade. O dano foi simulado numericamente e experimentalmente ( <i>benchmark</i> ).		
Alkayem e Cao (2018)	-	X	Evolução diferencial e enxame de partículas.
	Os autores concluíram que a evolução diferencial teve melhor desempenho em termos de consistência, enquanto a otimização por enxame de partículas superou em termos de maior precisão e menor custo computacional.		
Ghasemi, Nobahari e Shabakhty (2018)	-	X	Coefficiente de energia de deformação modal para identificação dos prováveis danos e algoritmo genético modificado para determinação da extensão dos danos.
	A robustez do método proposto foi avaliada por vários exemplos numéricos. Os resultados mostraram a eficácia do método na determinação da localização e da severidade de múltiplos danos estruturais.		

Fonte: Autor (2019).

### 3.2 COEFICIENTES BASEADOS EM PARÂMETROS MODAIS

Muitos estudos de detecção de dano utilizam coeficientes que correlacionam as respostas dinâmicas da estrutura danificada com as respostas dinâmicas da estrutura íntegra. Os mais utilizados são baseados nos modos de vibração, curvatura, energia de deformação modal e frequências naturais. Dentre eles, estão o *Modal Assurance Criterion* (MAC), *Coordinate Modal Assurance Criterion* (COMAC), Índice de Dano (ID) e Diferença de Curvatura Modal (DCM). Algumas pesquisas que investigaram o uso destes coeficientes estão apresentadas em ordem cronológica na Tabela 3.2.

Tabela 3.2: Pesquisas que utilizaram coeficientes baseados em parâmetros modais na detecção de dano

Autores	Método de detecção				
	MAC	COMAC	ID	DCM	OUTROS
Adams et al. (1978)	-	-	-	-	Coeficiente baseado em medidas de vibração.
	Aplicado em modelo experimental e unidimensional. Bem-sucedido.				
Cawley e Adams (1979)	-	-	-	-	Coeficiente baseado em frequências naturais.
	Observou-se que o dano localizado afeta cada modo de forma individual e diferenciada. Bem-sucedido.				
Pandey, Biswas e Samman (1991)	X	X	-	X	-
	MAC e COMAC não localizaram o dano. A DCM localizou o dano.				
Cornwell, Doebling e Farrar (1999)	-	-	-	-	Coeficiente baseado na energia de deformação modal.
	Aplicado em modelos numéricos e experimentais, bidimensionais. Bem-sucedido.				
Sampaio, Maia e Silva (1999)	-	-	X	X	Coeficiente de curvatura utilizando todas as frequências medidas.
	O método proposto dispensa análise modal. Foi aplicado em modelos numéricos e experimentais. Bem-sucedido.				
Shi, Law e Zhang (2000)	-	-	-	-	Coeficiente baseado na energia de deformação modal.
	Aplicado em modelos numéricos e experimentais. Bem-sucedido para danos simples e múltiplos com até 5% de ruído.				
Yam, Li e Wong (2002)	-	-	-	-	Coeficiente baseado em curvatura.
	Aplicado em modelos numérico e experimental. Os autores recomendaram o uso de modos de baixa frequência a fim de reduzir a detecção de falsos danos.				



Autores	Método de detecção				
	MAC	COMAC	ID	DCM	OUTROS
Ndambi, Vantomme e Harri (2002)	X	X	X	-	Avaliação das frequências naturais.
	Métodos aplicados em modelo experimental. As frequências foram afetadas pelo acúmulo de dano. O coeficiente MAC foi menos sensível ao nível de dano. O ID foi mais preciso que os demais métodos.				
Maia et al. (2003)	-	-	-	-	Coeficientes baseados em curvaturas e deslocamentos.
	Métodos aplicados em modelos numéricos e experimentais. Métodos baseados nas curvaturas tiveram melhor desempenho do que os baseados em deslocamentos. Recomendou-se atenção para detecção de falsos danos devido à presença de ruído.				
Bayissa e Haritos (2007)	-	-	-	-	Coeficiente baseado em energia de deformação espectral.
	Método aplicado em modelo experimental. O método proposto foi considerado robusto e confiável para identificação de danos e monitoramento de estruturas.				
Fan e Qiao (2012)	-	-	-	-	Coeficiente baseado na derivada da energia de deformação modal.
	Método aplicado em modelos numéricos e experimentais. O método foi eficaz na localização e quantificação do dano.				
Foti (2013)	X	X	-	X	-
	Métodos aplicados em modelo numérico. A DCM foi considerada um indicador de dano eficiente, enquanto o MAC e o COMAC não apresentaram resultados satisfatórios.				
Juliani (2014)	X	X	X	X	-
	Métodos aplicados em modelos numéricos e experimentais. Os coeficientes MAC e COMAC não conseguiram identificar o dano, já a DCM e o ID conseguiram localizar as danificações nos modelos.				
Guerreiro (2014)	X	X	-	X	Avaliação das frequências naturais.
	O autor concluiu que a variação da frequência natural não implica necessariamente na existência de dano. Os coeficientes MAC e COMAC não foram capazes de detectar o dano. Já a DCM apresentou bom resultado.				
Ciambella e Vestroni (2015)	-	-	-	X	-
	O estudo mostrou que, para os primeiros modos de vibração, a DCM obteve bom resultado na presença de dano estreito. Na presença de danos mais amplos ou nos modos superiores, a DCM localizou falsos danos.				

Autores	Método de detecção				
	MAC	COMAC	ID	DCM	OUTROS
Monoach et al. (2016)	-	-	-	-	Coefficientes baseados nos deslocamentos, inclinações, curvaturas e energia de deformação.
	Métodos aplicados em modelos numéricos e experimentais. O método baseado na energia de deformação modal forneceu os melhores resultados.				
Rucevskis et al. (2016)	-	-	-	-	Coefficiente baseado na diferença de curvatura modal.
	Método aplicado em modelo experimental. O método não usa dados da estrutura íntegra, um polinômio é ajustado para representar a curvatura da estrutura “saudável”. O método se mostrou eficaz.				
Prado et al. (2016)	X	X	X	X	Avaliação das frequências naturais e modos de vibração.
	Métodos aplicados em modelo experimental. As frequências naturais foram sensíveis aos danos. A inspeção visual dos modos não permitiu a localização dos danos. O valor do MAC reduziu bastante após a falha da estrutura e em alguns casos o COMAC conseguiu localizar o dano. A DCM identificou e localizou o dano. O ID permitiu clara identificação do dano.				
Fu et al. (2016)	-	-	-	-	Coefficiente baseado em energia de deformação e análise de sensibilidade.
	Método aplicado em modelo numérico. Segundo os autores, o método proposto tem potencial para aplicação prática.				
Chang e Kim (2016)	X	X	-	-	Avaliação das frequências naturais e deformadas.
	Métodos aplicados em modelo experimental. As frequências naturais diminuíram na presença dos danos. As deformadas foram distorcidas quando o dano foi aplicado assimetricamente, mas não houveram distorções quando o dano foi aplicado simetricamente. Os valores de MAC e COMAC foram sensíveis aos danos quando considerados um conjunto de modos de vibração.				
Sun, Nagayama e Fujino (2016)	-	-	-	-	Coefficiente baseado em curvatura com técnicas para minimizar o ruído.
	Método aplicado em modelos numéricos e experimentais. Os resultados indicaram a viabilidade do método na aplicação prática em pontes e vigas.				
Kumar e Reddy (2016)	-	-	-	-	Coefficiente baseado na estimativa de curvatura por meio da função de resposta em frequência (FRF).
	Método aplicado em modelo numérico. Os autores concluíram que é uma técnica promissora, mas alerta sobre a necessidade de estudos experimentais. Dispensa análise modal.				

Autores	Método de detecção				
	MAC	COMAC	ID	DCM	OUTROS
Yang et al. (2016)	-	-	-	-	Coefficiente de curvatura modificado.
	Método aplicado em modelos numéricos e experimentais. O dano foi corretamente localizado.				
Yang et al. (2017)	-	-	-	-	Coefficiente baseado em curvatura modal calculada com base no espectro de Fourier em vez do método de diferença central.
	Método aplicado em modelos numéricos e experimentais. O método teve melhor comportamento na presença de ruídos e estimativa mais precisa, estável e robusta da curvatura modal em relação à definição usual devido à ausência de derivada numérica.				
Roy (2017)	-	-	-	-	Coefficiente baseado em curvatura.
	Método aplicado em modelos numéricos e experimentais. A abordagem apresentou bons resultados.				
Tatar, Niousha e Rofooei (2017)	X	X	-	-	-
	Métodos aplicados em modelo experimental. Os danos detectados corresponderam aos danos reais ocorridos na estrutura.				
He, Yang e Du (2017)	-	-	-	X	-
	Método aplicado em modelos numéricos e experimentais. A DCM foi capaz de identificar os danos. Além disso, a DCM foi maior ao aplicar danos de maior gravidade, portanto o método pode dar um indicativo da intensidade do dano. Foram considerados os três primeiros modos de vibração.				
Shi, Spencer Jr e Chen (2018)	-	-	-	-	Coefficiente de curvatura calculado por interpolação, alternativo ao método das diferenças finitas.
	Método aplicado em modelo numérico. O método proposto reduziu as ocorrências de falsos danos na presença de ruído em comparação ao método das diferenças finitas.				
Manoach, Cao e Doneva (2018)	-	-	-	-	Coefficientes baseados em curvaturas e deslocamentos modais.
	Método aplicado em modelo experimental. O método baseado em curvaturas foi melhor que o baseado em deslocamentos.				
Dahak, Touat e Kharoubi (2018)	-	-	-	-	Coefficiente baseado em contorno de frequência.
	Método aplicado em modelos numéricos e experimentais. Os resultados mostraram que o método não deve ser explorado sozinho para detectar múltiplos danos.				

Fonte: Autor (2019).

### 3.3 DISCUSSÃO

As pesquisas apresentadas abordam alguns tópicos importantes na detecção de dano, estes serão discutidos a seguir.

#### *Quantidade de elementos na estrutura*

Boonlong (2014) adverte que, na maioria das pesquisas, a estrutura é dividida em poucos elementos, gerando erro na resposta numérica devido à malha pouco refinada. Nestes casos, surgem dois problemas: a inviabilização do método em aplicação experimental, uma vez que o erro entre as respostas numéricas e experimentais é muito grande, e a necessidade de um dano experimental de tamanho considerável que consiga ser representado adequadamente no modelo numérico. Portanto, tem-se a necessidade de se propor metodologias confiáveis que consigam detectar danos pequenos em uma estrutura com grande número de elementos.

#### *Ruído nas respostas dinâmicas*

Algumas pesquisas (SHI; LAW; ZHANG, 2000; CHA; BUYUKOZTURK, 2015; KHATIR et al., 2015; VO-DUY et al., 2016; KHATIR et al., 2016; SHABBIR et al., 2017) destacam a importância da consideração de ruído nas respostas dinâmicas. O ruído é inerente ao estudo experimental e é um complicador para a resolução de problemas inversos, tornando o processo de detecção de dano mais lento e impreciso (detecção de falsos danos). Neste sentido, é interessante adicionar ruído nos parâmetros modais quando estes são obtidos por modelo numérico.

#### *Quantidade de modos de vibração na calibração*

Algumas pesquisas (STUBBS; KIM; FARRAR, 1995; YAM; LI; WONG, 2002; CIAMBELLA; VESTRONI, 2015; HE; YANG; DU, 2017) recomendam a utilização de poucos modos de vibração (preferencialmente, de baixa frequência) na função objetivo a fim de reduzir a localização de falsos danos.

#### *Composição da função objetivo*

A função objetivo pode ser composta apenas pelas frequências naturais ou incluir informações dos modos de vibração. Em geral, ambas são bem-sucedidas. Uma forma de escolher a função objetivo adequada é avaliar a confiabilidade dos dados medidos e utilizar os parâmetros mais confiáveis.

### ***Potencial dos métodos de otimização***

Observa-se que os métodos de otimização global têm atraído a atenção dos pesquisadores. Além dos algoritmos genéticos e redes neurais que serão tratados no presente trabalho, outros métodos demonstraram bom desempenho, tais como: enxame de partículas, colônia de formigas, colônia de vagalumes e evolução diferencial. Apenas um entre os trabalhos avaliados (BRAUN; CHIWIACOWSY; GOMEZ, 2015) utilizou o método local de otimização Hooke e Jeeves.

### ***Potencial dos coeficientes baseados em parâmetros modais***

Os coeficientes DCM e ID (e coeficientes oriundos destes) obtiveram melhor desempenho na localização do dano que os coeficientes MAC e COMAC. Destaca-se que os coeficientes MAC e COMAC não foram originalmente desenvolvidos com a finalidade de localização de dano. A avaliação isolada das frequências naturais e modos de vibração mostrou-se insuficiente na detecção de dano.



## 4 DETECÇÃO DE DANO: EXEMPLO NUMÉRICO

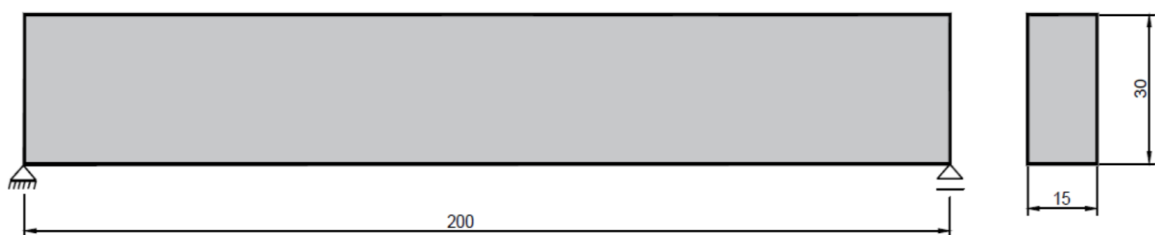
Neste capítulo será apresentada a calibração automática de uma viga biapoiada modelada em elementos finitos. Inicialmente, foram obtidas as propriedades mecânicas da estrutura íntegra. Na sequência, foram simulados diversos cenários de dano e foi avaliado o potencial dos métodos de otimização e dos coeficientes baseados em parâmetros modais na localização dos danos. Após esta avaliação, foram propostos métodos otimizados resultantes da combinação entre os métodos de otimização e os coeficientes de detecção de dano. Para investigação da precisão dos métodos propostos, foi analisado o efeito da introdução de ruído nas respostas numéricas. Por fim, foi proposta uma estratégia de refinamento da malha do modelo numérico sem alteração do número de variáveis do problema de otimização.

### 4.1 CALIBRAÇÃO DAS PROPRIEDADES MECÂNICAS

Os valores das propriedades mecânicas da estrutura foram obtidos pela calibração automática do modelo em elementos finitos. As variáveis de decisão da calibração foram o módulo de elasticidade ( $E$ ), o coeficiente de Poisson ( $\nu$ ) e a densidade ( $\rho$ ). Vale destacar que o ajuste entre os modelos íntegros numérico e experimental é uma importante etapa na detecção de dano, uma vez que reduz a probabilidade de localização de falsos danos.

A estrutura em estudo é a viga biapoiada apresentada na Figura 4.1.

Figura 4.1: Viga biapoiada (medidas em cm)



Fonte: Autor (2019).

O problema de otimização é definido por:

$$\min_{E, \nu, \rho} \left( \max_{i=1..n} \left| \frac{f_i^{\text{numérica}} - f_i^{\text{referência}}}{f_i^{\text{numérica}}} \right| \cdot 100\% \right)$$

sujeito a:

$$35 \text{ GPa} \leq E \leq 55 \text{ GPa} \quad (4.1)$$

$$0,14 \leq \nu \leq 0,21$$

$$1800 \text{ kg/m}^3 \leq \rho \leq 2700 \text{ kg/m}^3$$

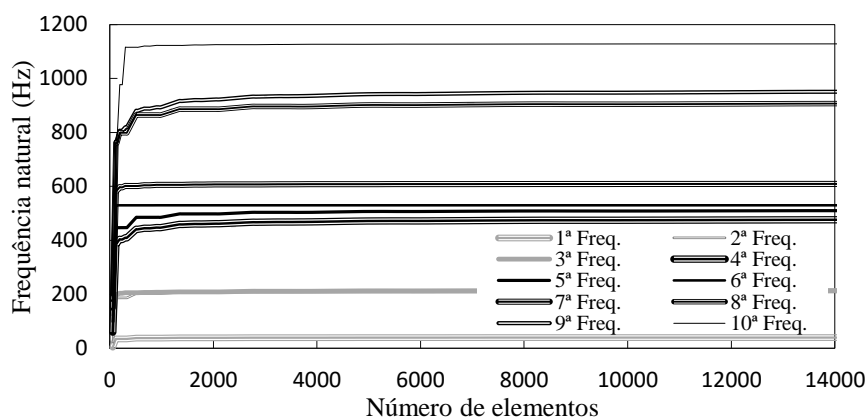
A função objetivo adotada, apresentada na Equação (4.1), representa o máximo erro entre as frequências numéricas ( $f_i^{numérica}$ ) e as frequências de referência ( $f_i^{referência}$ ) dos  $n$  modos de vibração considerados. Logo, o objetivo é minimizar esta função. As frequências de referência foram obtidas simulando a viga biapoada com módulo de elasticidade de 45 *GPa*, densidade de 2500 *kg/m*<sup>3</sup> e coeficiente de Poisson de 0,20.

O coeficiente MAC foi utilizado para verificação da ortogonalidade dos modos de vibração, possibilitando que os algoritmos façam a associação correta dos modos de forma automática. Portanto, a alteração da ordem dos modos durante o processo de otimização não gera nenhum problema no cálculo da função objetivo.

### **Modelo em elementos finitos**

O modelo da viga foi elaborado no software Abaqus versão 14. Foi utilizado elemento C3D8R, ordem geométrica linear, análise modal, procedimento linear perturbation (frequency). Para escolha da malha foi realizado o teste de convergência de malha apresentado na Figura 4.2. Na calibração foram considerados os dez primeiros modos de vibração.

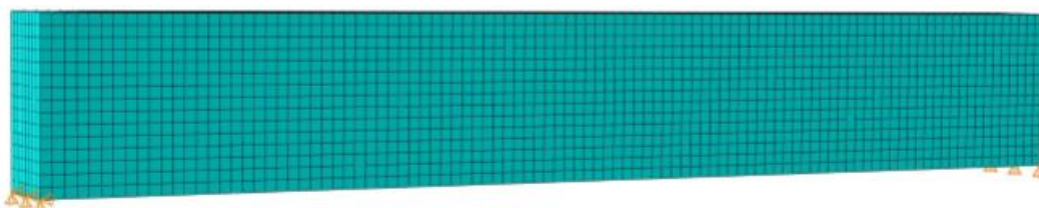
Figura 4.2: Teste de convergência de malha



Fonte: Autor (2019).

Foi adotada uma malha bastante refinada com 12000 elementos, uma vez que o tempo de processamento do modelo numérico nessa primeira otimização não teve alteração significativa ao refinar a malha. O modelo numérico é apresentado na Figura 4.3.

Figura 4.3: Malha do modelo numérico da viga



Fonte: Autor (2019).



### ***Métodos de otimização***

Na calibração das propriedades mecânicas foram empregados os métodos enumeração total, Hooke e Jeeves, algoritmos genéticos e redes neurais artificiais. Os três primeiros foram implementados em linguagem Python. A rede neural foi construída por meio da biblioteca *PyBrain*.

Na implementação dos algoritmos genéticos foram adotados os seguintes parâmetros: população com 25 indivíduos, taxa de cruzamento de 80%, taxa de mutação de 5% e seleção pelo método da roleta com elitismo. No ANEXO A, uma metodologia é proposta para a escolha de tais parâmetros. O critério de parada dos algoritmos foi o valor máximo da função objetivo em 0,5%.

A construção das redes neurais foi feita por meio da biblioteca *PyBrain* que gera uma rede *feedforward* de camada múltipla. O aprendizado da rede foi feito por meio do algoritmo *backpropagation*. A função de ativação empregada foi a sigmóide. Os parâmetros de entrada, escolhidos por meio de avaliações preliminares, foram: 4 neurônios ocultos, taxa de aprendizagem de 0,01 e 1000 épocas (número de vezes que uma amostra de dados é apresentada para ajuste dos pesos da rede). A rede neural foi treinada por 156 exemplos.

### ***Resultados***

Os resultados obtidos por cada um dos métodos estão apresentados na Tabela 4.1.

Tabela 4.1: Resultados da calibração

Método	$E$ (GPa)	$\nu$	$\rho$ (kg/m <sup>3</sup> )	Iterações
Enumeração Total	45,00	0,200	2500,0	1238
Hooke e Jeeves	46,81	0,199	2600,0	126
Algoritmos Genéticos	45,00	0,200	2500,0	500
Redes Neurais	45,41	0,198	2496,1	-

Fonte: Autor (2019).

Os resultados encontrados por todos os métodos foram bastante próximos aos valores esperados, portanto todos foram bem-sucedidos na determinação das propriedades mecânicas. Destaca-se a agilidade da convergência do método Hooke e Jeeves e a precisão dos algoritmos genéticos e da enumeração total.

O aprendizado da rede é apresentado nas Figuras 4.4, 4.5 e 4.6. Observa-se que a precisão da rede aumenta com a quantidade de exemplos utilizados no seu treinamento.

Figura 4.4: Previsão do módulo de elasticidade pela rede neural

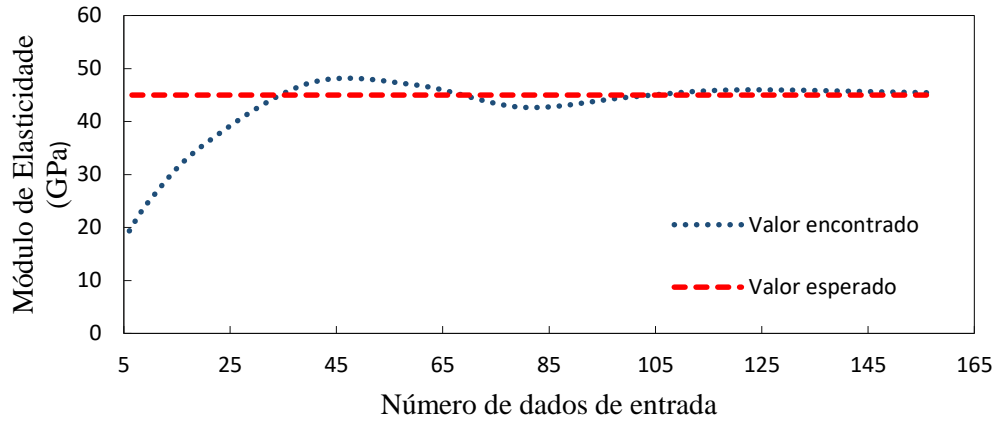


Figura 4.5: Previsão do coeficiente de Poisson pela rede neural

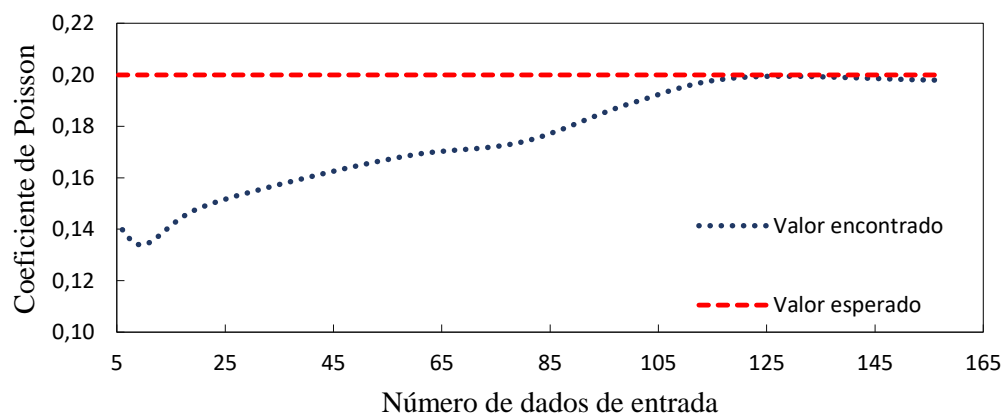
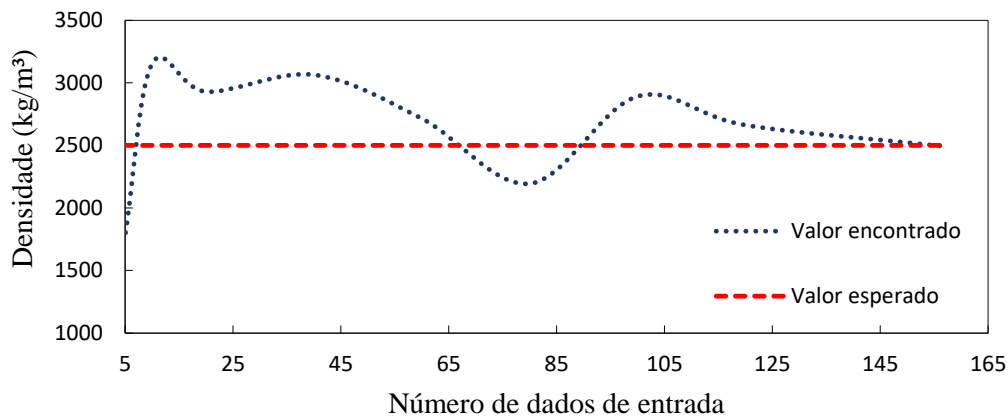


Figura 4.6: Previsão da densidade pela rede neural



Fonte: Autor (2019).

## 4.2 DETECÇÃO DE DANO

A viga biapoiada da seção anterior foi avaliada sob diversos cenários de dano. Os danos foram detectados pelos métodos de otimização e pelos coeficientes baseados em parâmetros modais. Os mais eficientes foram combinados a fim de otimizar o processo de calibração.

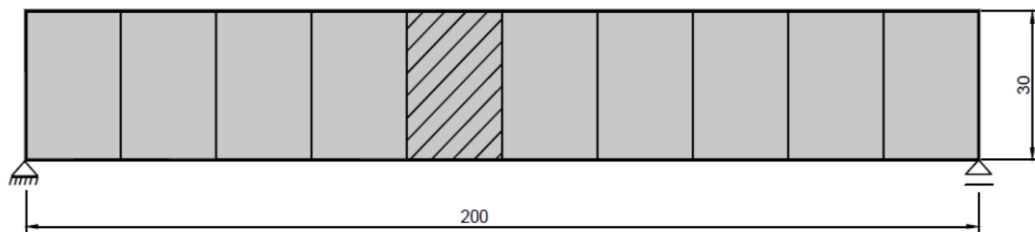
### 4.2.1 Modelos

As denominações dos modelos indicam a quantidade de regiões danificadas e o número de divisões feitas na estrutura. O modelo 1D10, por exemplo, tem uma região danificada (1D) e é dividida em 10 elementos.

#### *Modelo 1D10*

No modelo 1D10, ilustrado na Figura 4.7, o elemento cinco apresenta uma danificação que foi simulada numericamente por uma redução de 40% no módulo de elasticidade. Portanto, os elementos íntegros foram simulados com módulo de elasticidade de 45 *GPa* e o elemento danificado foi simulado com módulo de elasticidade de 27 *GPa*.

Figura 4.7: Representação do Modelo 1D10

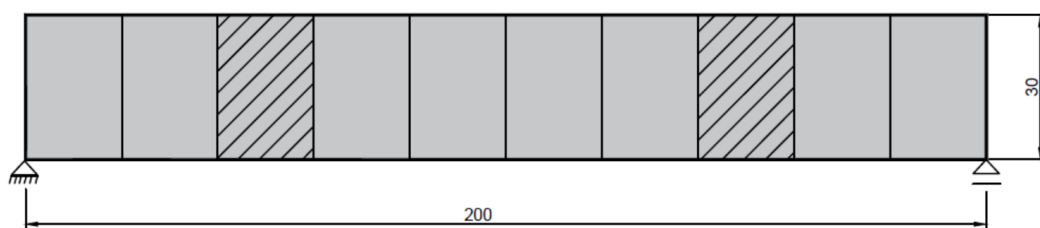


Fonte: Autor (2019).

#### *Modelo 2D10*

O modelo 2D10, que está ilustrado na Figura 4.8, apresenta danificações simuladas por uma redução de 80% e 40% no módulo de elasticidade dos elementos três e oito, respectivamente ( $E_3 = 9 \text{ GPa}$  e  $E_8 = 27 \text{ GPa}$ ).

Figura 4.8: Representação do Modelo 2D10

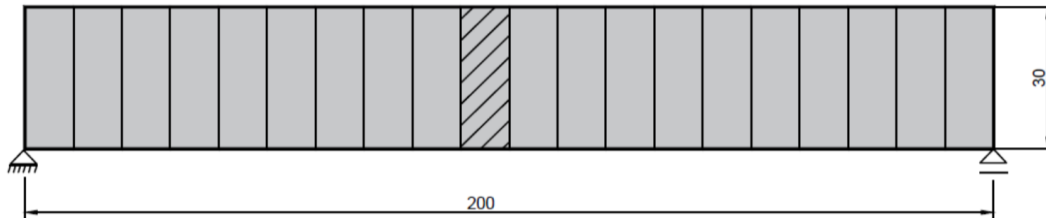


Fonte: Autor (2019).

### Modelo 1D20

O modelo 1D20, representado na Figura 4.9, apresenta dano no elemento dez, que foi simulado por uma redução de 40% no módulo de elasticidade ( $E_{10} = 27 \text{ GPa}$ ).

Figura 4.9: Representação do Modelo 1D20

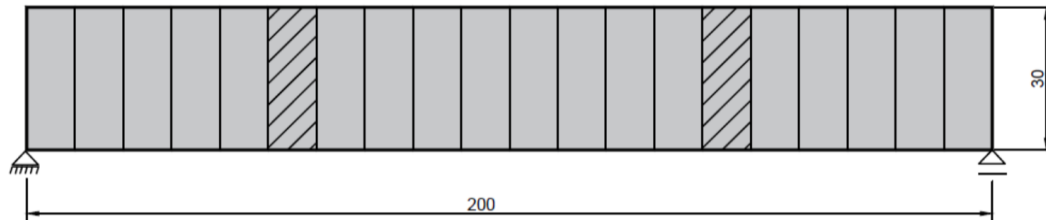


Fonte: Autor (2019).

### Modelo 2D20

O Modelo 2D20, que está representado na Figura 4.10, apresenta danificações simuladas por uma redução de 80% e 40% no módulo de elasticidade dos elementos 6 e 15, respectivamente ( $E_6 = 9 \text{ GPa}$  e  $E_{15} = 27 \text{ GPa}$ ).

Figura 4.10: Representação do modelo 2D20



Fonte: Autor (2019).

Os modelos foram calibrados utilizando as dez primeiras frequências naturais da estrutura danificada, conforme apresentado na Tabela 4.2.

Tabela 4.2: Frequências da estrutura danificada

Frequências (Hz)			
Modelo 1D10	Modelo 2D10	Modelo 1D20	Modelo 2D20
4,01	3,18	4,20	3,68
13,65	11,69	14,01	12,69
21,12	21,18	22,07	22,15
34,69	33,62	23,17	22,64
46,22	37,01	46,00	40,92
51,36	45,21	52,16	48,17
81,87	77,04	53,60	49,99
90,60	81,07	82,56	74,85
93,018	82,94	88,72	80,74
138,68	118,08	94,86	85,02

Fonte: Autor (2019).

#### 4.2.2 Abordagem de problema inverso

Ao abordar a detecção de dano como um problema inverso, são utilizados os métodos de otimização na busca pela definição completa do domínio matemático. A função objetivo adotada é a mesma da seção anterior. As variáveis de decisão são os valores do módulo de elasticidade ( $E$ ) dos elementos da estrutura, portanto o número de variáveis é igual ao número de elementos da estrutura ( $p$ ). Logo, o problema de otimização é definido por:

$$\min_{E_k} \left( \max_{i=1..n} \left| \frac{f_i^{numérica} - f_i^{referência}}{f_i^{numérica}} \right| \cdot 100\% \right)$$

sujeito a:

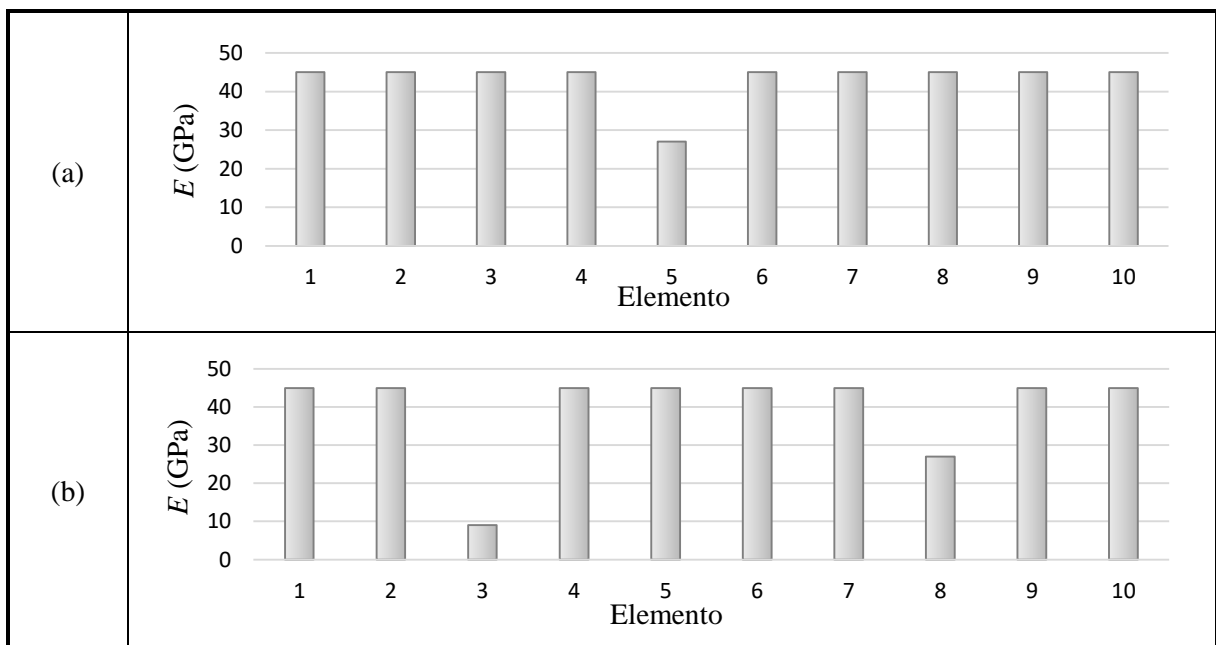
$$9 \text{ GPa} \leq E_k \leq 45 \text{ GPa}, k = 1 \dots p$$

(4.2)

##### 4.2.2.1 Enumeração total

Os danos nos modelos 1D10 e 2D10 foram corretamente localizados pelo método enumeração total, conforme apresentado na Figura 4.11. No Modelo 1D10 foram necessárias 244 iterações até a convergência, enquanto no Modelo 2D10 foram necessárias 4384 iterações.

Figura 4.11: Localização do dano pelo método de enumeração total (a) Modelo 1D10  
(b) Modelo 2D10



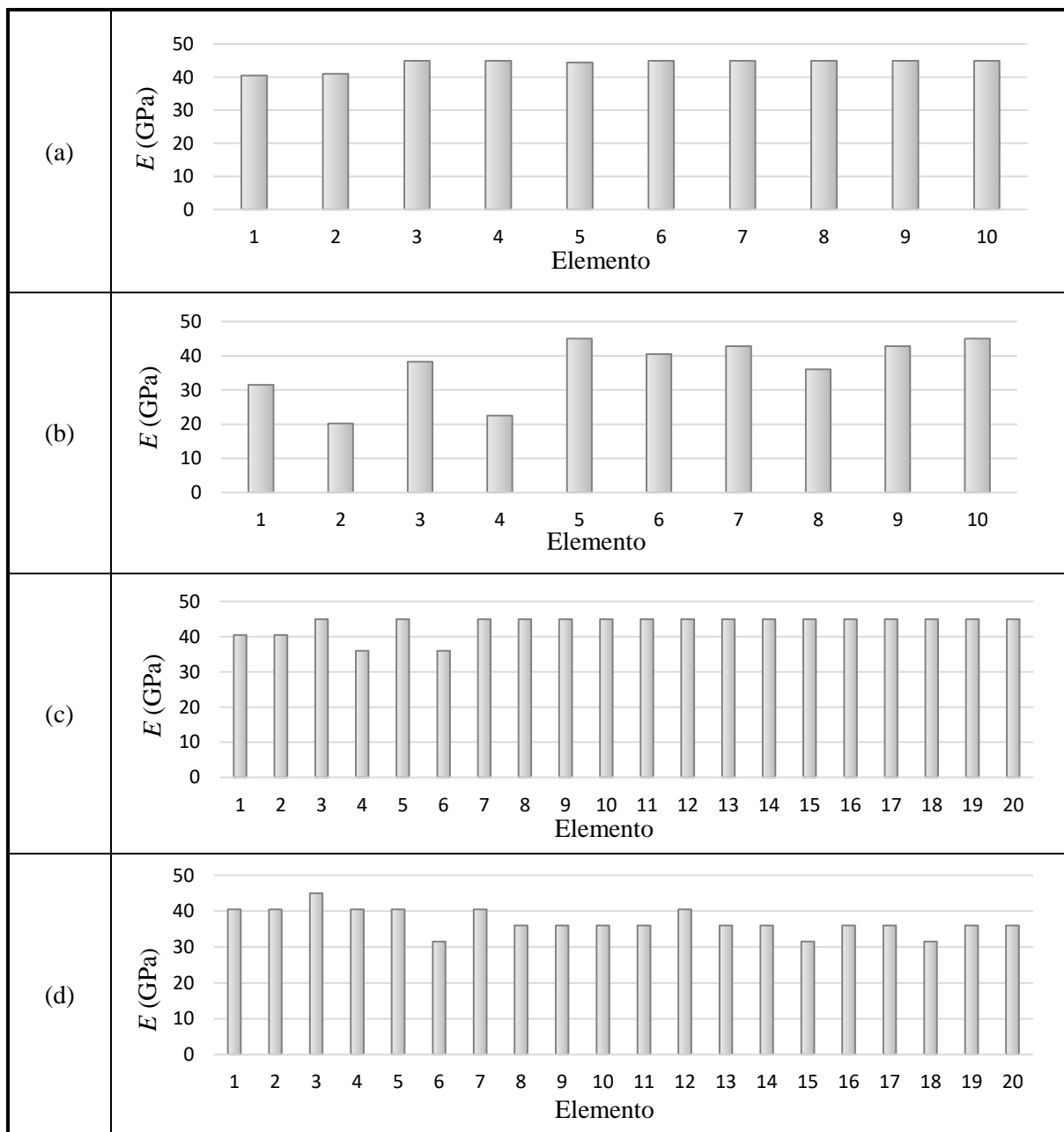
Fonte: Autor (2019).

O método mostrou-se inviável na localização dos danos nos modelos 1D20 e 2D20. A quantidade de iterações requeridas aumenta substancialmente com o aumento do número de variáveis. Por isso, é um método proibitivo para problemas mais complexos.

## 4.2.2.2 Hooke e Jeeves

Os parâmetros iniciais adotados no método Hooke e Jeeves foram: valor inicial do módulo de elasticidade de  $45 \text{ GPa}$ , incremento inicial de  $4,5 \text{ GPa}$  e valor mínimo do incremento em  $0,5625 \text{ GPa}$ . Em todos os casos, a solução encontrada foi um mínimo local, conforme está apresentado na Figura 4.12.

Figura 4.12: Localização do dano pelo método Hooke e Jeeves (a) Modelo 1D10 (b) Modelo 2D10 (c) Modelo 1D20 (d) Modelo 2D20



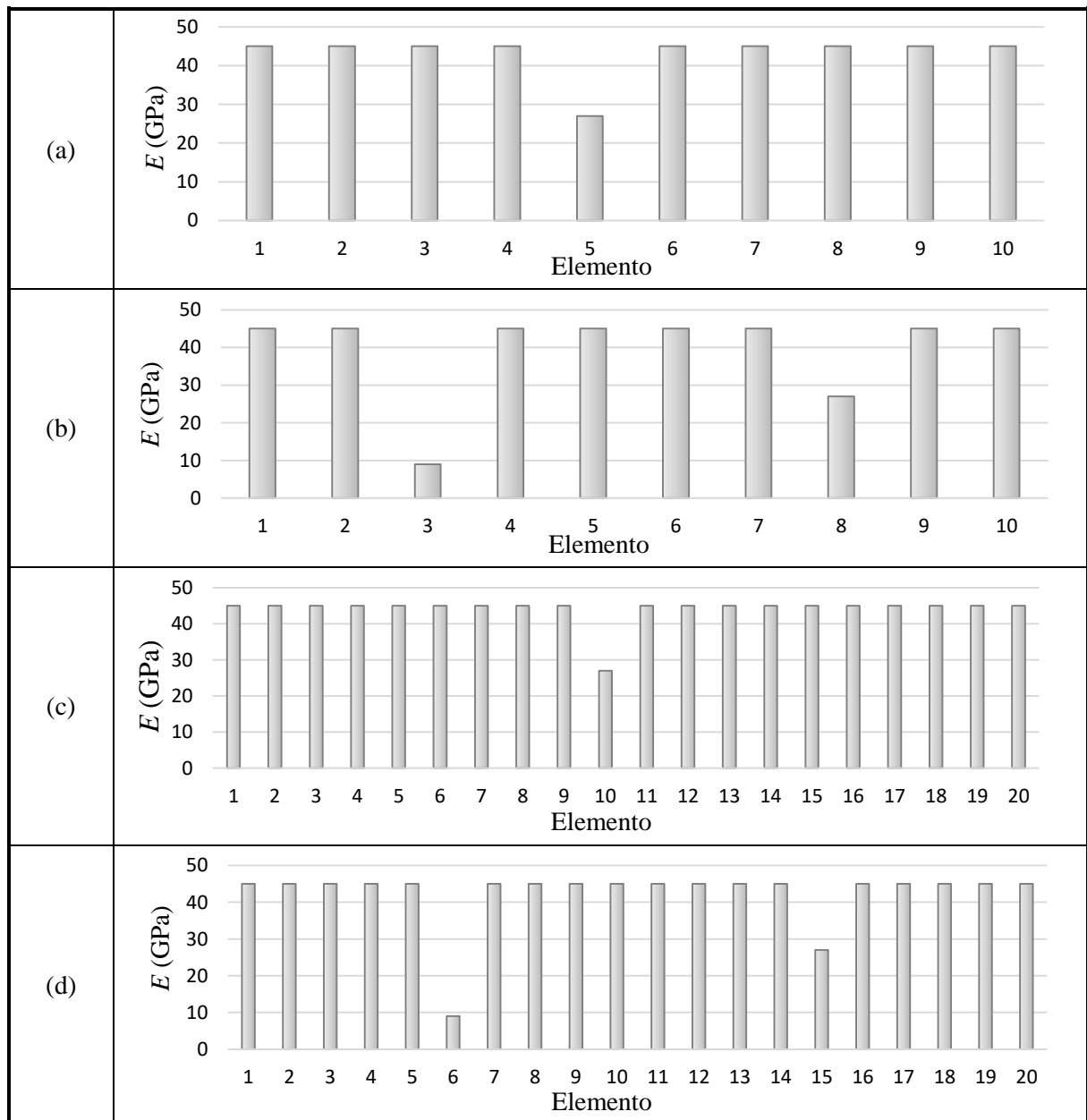
Fonte: Autor (2019).

#### 4.2.2.3 Algoritmos genéticos

Para implementação dos algoritmos genéticos foram adotados os seguintes parâmetros: população com 25 indivíduos, taxa de cruzamento 80%, taxa de mutação 10% e seleção pelo método da roleta com elitismo. Além disso, na criação da população inicial foi considerada uma probabilidade de 20% dos elementos serem danificados.

Os danos foram corretamente localizados e quantificados nos modelos 1D10, 2D10, 1D20 e 2D20, sendo necessárias 203, 901, 1722 e 2776 iterações até a convergência, respectivamente. Os resultados estão apresentados na Figura 4.13.

Figura 4.13: Localização do dano pelos algoritmos genéticos (a) Modelo 1D10 (b) Modelo 2D10 (c) Modelo 1D20 (d) Modelo 2D20

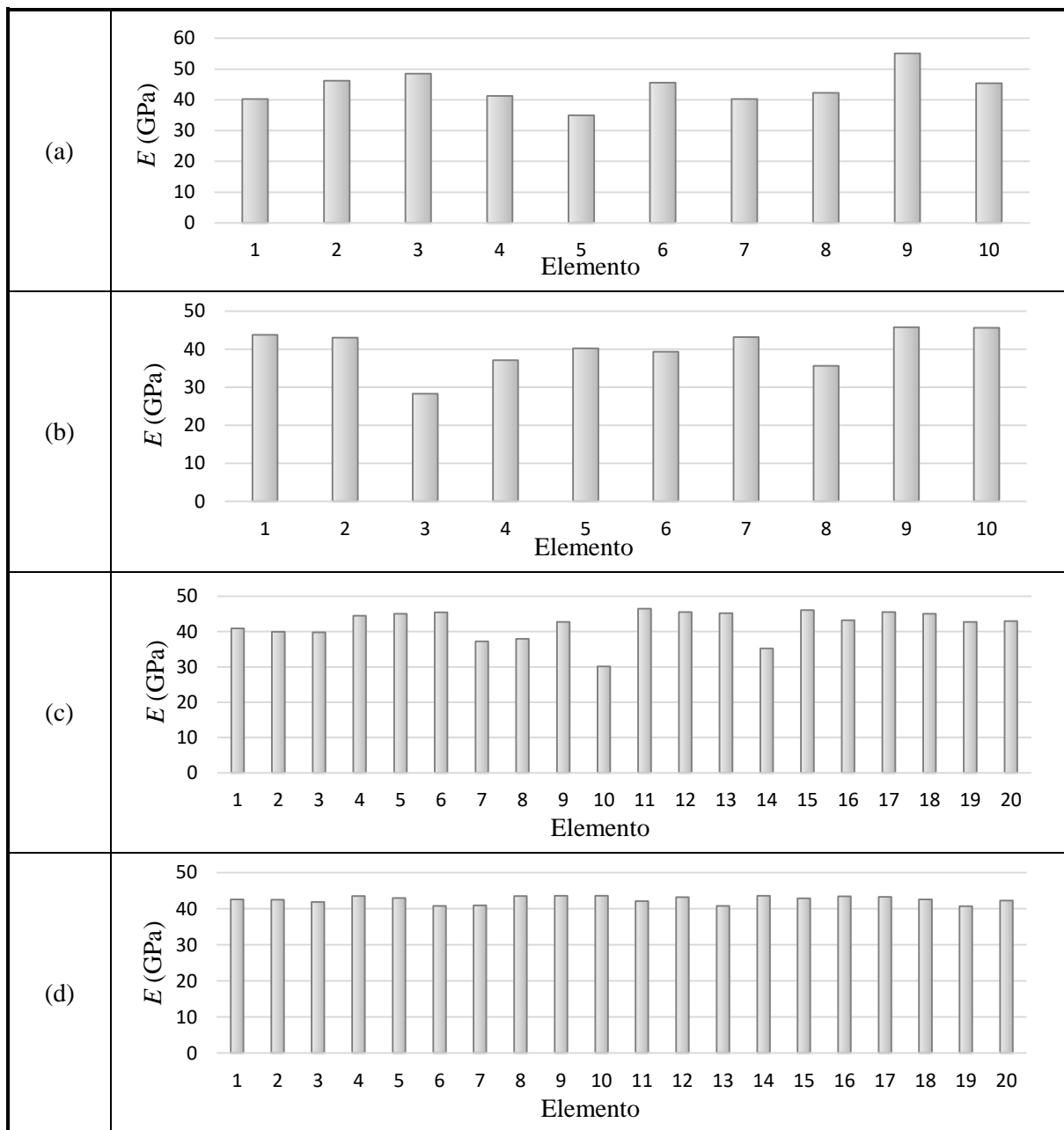


Fonte: Autor (2019).

#### 4.2.2.4 Redes Neurais

As redes neurais foram treinadas por 500 exemplos gerados aleatoriamente pelos algoritmos genéticos. Os resultados obtidos pelas redes neurais estão na Figura 4.14.

Figura 4.14: Localização do dano pelas redes neurais (a) Modelo 1D10 (b) Modelo 2D10 (c) Modelo 1D20 (d) Modelo 2D20



Fonte: Autor (2019).

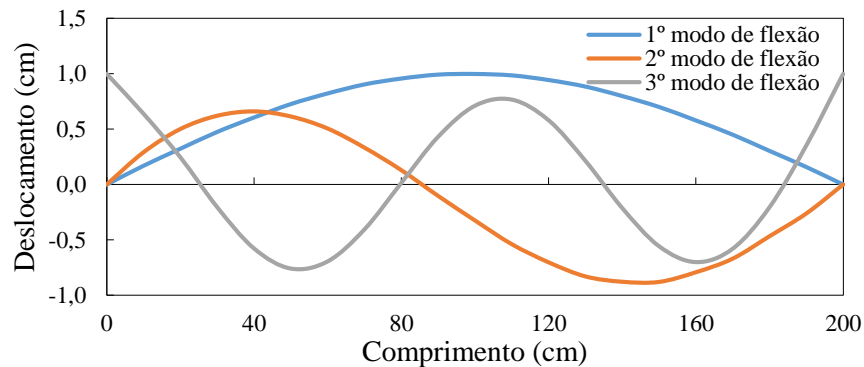
Observa-se que nos três primeiros modelos a redução da rigidez foi maior nos elementos danificados, no entanto a intensidade do dano não foi identificada de forma correta. Além disso, foram detectados falsos danos e, em alguns casos, a rede previu valor de módulo maior que 45 GPa.



### 4.2.3 Coeficientes baseados em parâmetros modais

Os coeficientes MAC e COMAC e as técnicas de Diferença de Curvatura Modal e Índice de Dano foram aplicados ao Modelo 1D20. Foram considerados os três primeiros modos de flexão vertical da estrutura, conforme apresentado na Figura 4.15.

Figura 4.15: Modos de flexão



Fonte: Autor (2019).

#### 4.2.3.1 MAC

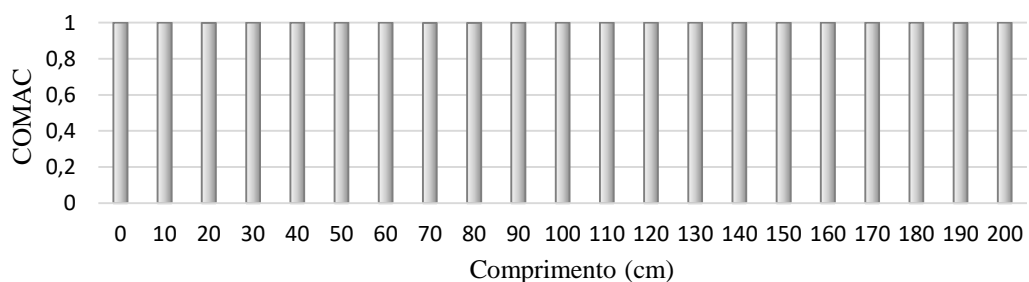
O coeficiente MAC foi calculado considerando os modos de flexão das estruturas íntegra e danificada, o resultado mostra que não é possível identificar e nem localizar o dano na estrutura com base no coeficiente. Os valores da diagonal são bastante próximos a 1, havendo uma boa correlação entre os modos.

$$MAC = \begin{bmatrix} 0,9999 & 0,0900 & 0,0578 \\ 0,0907 & 1,0000 & 0,3196 \\ 0,0693 & 0,3238 & 0,9987 \end{bmatrix}$$

#### 4.2.3.2 COMAC

O coeficiente COMAC foi calculado para cada grau de liberdade, conforme apresentado na Figura 4.16. Os valores calculados são muito próximos a 1, sendo difícil detectar e localizar o dano com base no coeficiente COMAC.

Figura 4.16: COMAC – Modelo 1D20

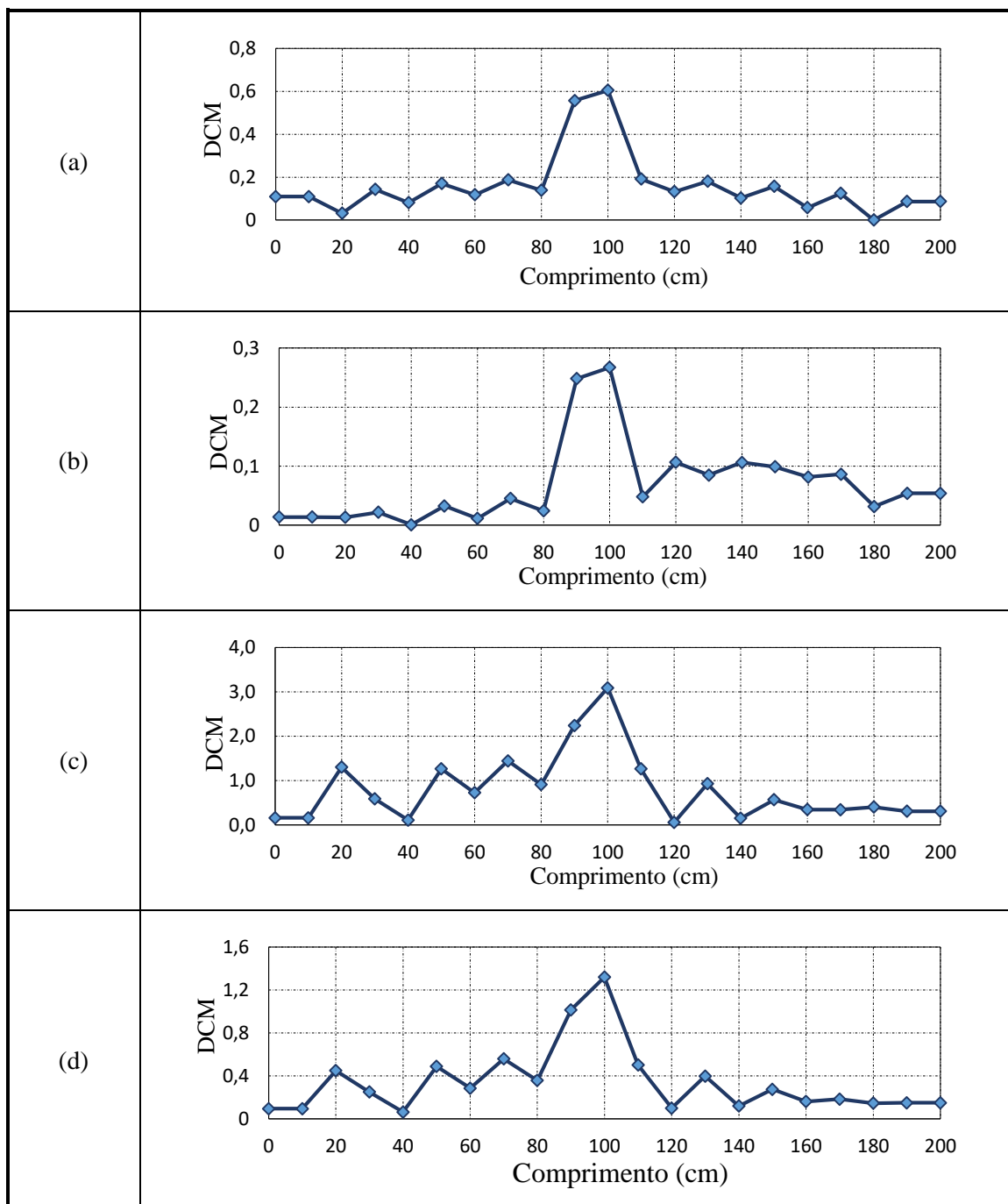


Fonte: Autor (2019).

## 4.2.3.3 DCM

A diferença de curvatura modal conseguiu detectar e localizar a região danificada. O dano encontra-se entre 90 cm e 100 cm, observa-se nos gráficos que a diferença de curvatura é máxima na região danificada. O método foi aplicado aos três primeiros modos de flexão. Na Figura 4.17 (d) é apresentado o valor médio da diferença de curvatura.

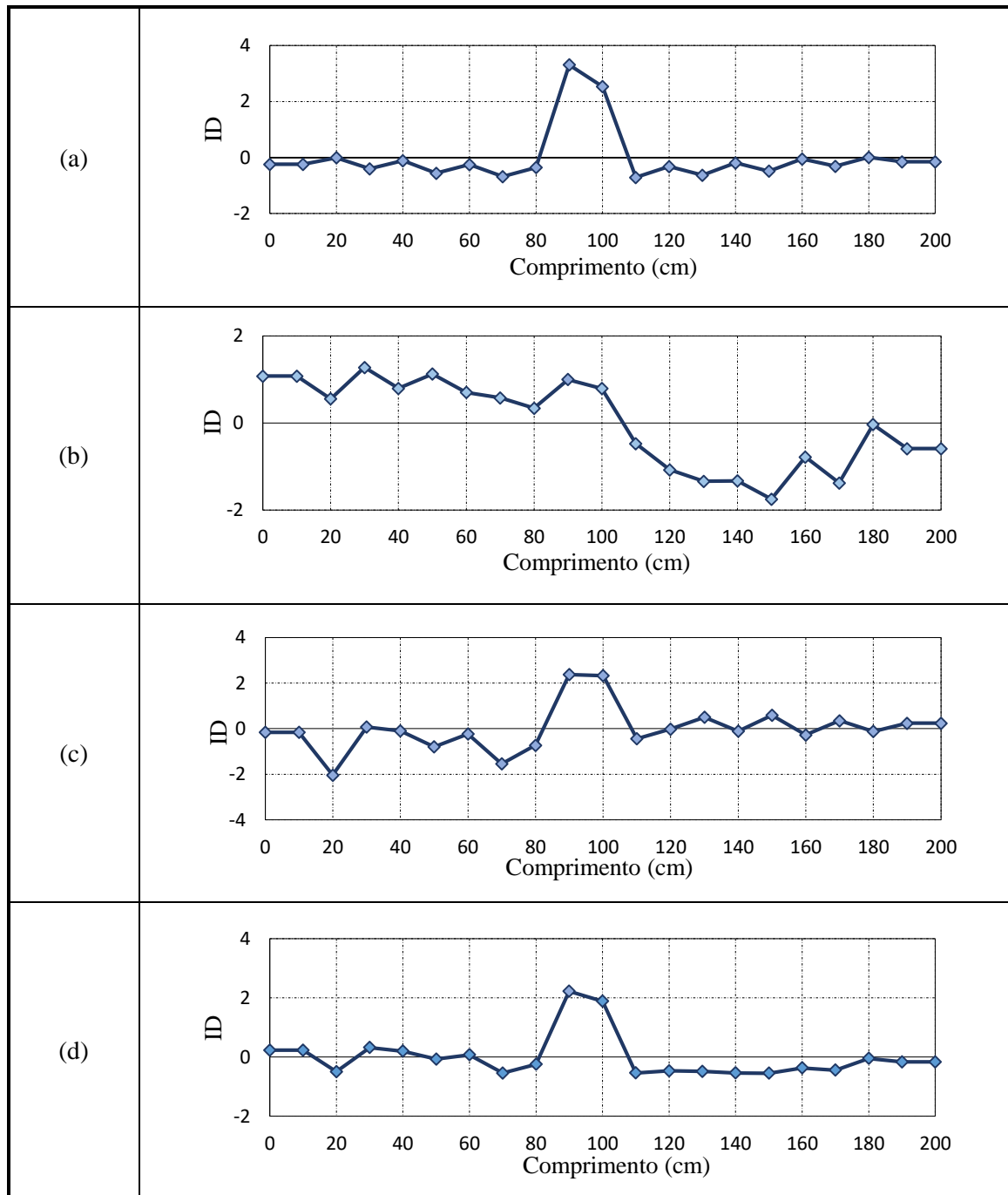
Figura 4.17: DCM do Modelo 1D20 (a) 1º modo de flexão (b) 2º modo de flexão (c) 3º modo de flexão (d) DCM média



## 4.2.3.4 ID

O índice de dano conseguiu localizar o dano claramente no primeiro e no terceiro modo de flexão e na média entre os valores do índice de dano dos três modos de flexão. No segundo modo não foram detectados danos.

Figura 4.18: ID do Modelo 1D20 (a) 1º modo de flexão (b) 2º modo de flexão (c) 3º modo de flexão (d) ID médio



Fonte: Autor (2019).

#### 4.2.4 Combinação entre métodos de otimização e coeficientes de detecção de dano

Esta seção tem como objetivo apresentar o desenvolvimento de uma metodologia de detecção de dano resultante da combinação entre algoritmos de otimização e coeficientes baseados nos parâmetros modais. Essa combinação visa agilizar o processo automático de calibração da estrutura. Neste sentido, foram escolhidos os métodos que obtiveram melhor desempenho, que foram os algoritmos genéticos e as técnicas DCM e ID.

As informações da DCM média e do ID médio são utilizadas na geração da população inicial dos algoritmos genéticos. A intenção é gerar uma população mais próxima da solução e, assim, agilizar a convergência. Vale ressaltar que as informações dos coeficientes são utilizadas apenas no início do algoritmo, após a geração da população, o algoritmo trabalha sem interferências.

O problema de otimização definido pela Equação (4.3) foi formulado com o intuito de localizar a posição correta do dano.

$$\min_{E_k} \left( \max_{i=1..n} \left| \frac{f_i^{numérica} - f_i^{referência}}{f_i^{numérica}} \right| \cdot 100\% \right)$$

sujeito a: (4.3)

$$E_k \in \{27, 45\} \text{ GPa}, k = 1 \dots p$$

##### 4.2.4.1 Algoritmos genéticos com DCM

O procedimento consiste em dividir os elementos da estrutura em dois grupos, sendo que um deles tem maior probabilidade de apresentar danificações. O critério de divisão dos grupos é baseado na relação entre o valor de DCM no elemento e o valor máximo de DCM na estrutura. O grupo com maior probabilidade de apresentar danificações (Grupo 1) é composto por elementos com relação maior que 0,7. Enquanto o grupo com menor probabilidade de apresentar danificações (Grupo 2) é composto por elementos com relação menor que 0,7.

Para avaliar a eficiência do método foram estudadas quatro opções de probabilidade para cada um dos grupos, conforme apresentado na Tabela 4.3.

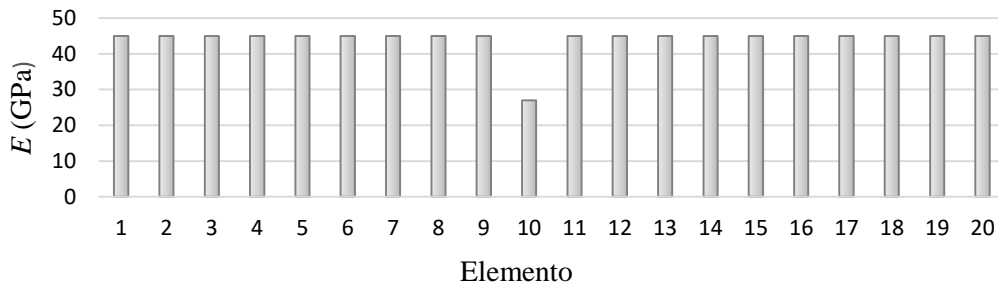
Tabela 4.3: Critério utilizado na geração da população inicial

Caso	Probabilidade dos elementos do grupo 1 serem danificados	Probabilidade dos elementos do grupo 2 serem danificados
1	100%	0%
2	80%	20%
3	60%	40%
4	50%	50%

O caso 4 representa a situação em que as informações da DCM não são utilizadas na geração da população inicial e foi empregado como a situação de referência para avaliação da metodologia proposta.

A metodologia foi aplicada ao Modelo 1D20. Em todos os casos, o dano foi localizado de forma correta, conforme apresentado na Figura 4.19.

Figura 4.19: Dano localizado por meio dos algoritmos genéticos com DCM – Modelo 1D20



Fonte: Autor (2019).

Na Tabela 4.4 é apresentada a quantidade de iterações necessárias para a convergência em cada caso. O primeiro caso foi o que obteve melhor desempenho, utilizando menos que 10% da quantidade de iterações do caso 4. Portanto, comprova-se a eficiência da metodologia proposta.

Tabela 4.4: Iterações necessárias para convergência dos algoritmos genéticos

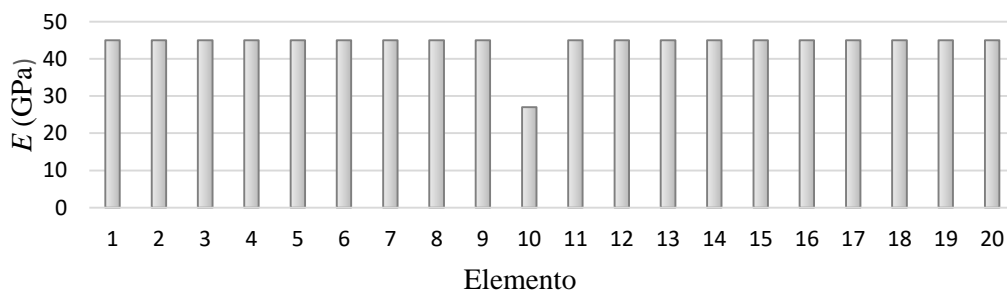
Caso	1	2	3	4
Número de iterações	476	1321	2426	5351

Fonte: Autor (2019).

#### 4.2.4.2 Algoritmos genéticos com ID

Foi feito um estudo similar ao anterior para os algoritmos genéticos com ID. No entanto, a divisão dos grupos foi feita com base no valor do ID médio. O Grupo 1 é composto pelos elementos com ID maior que dois. Os casos estudados são os mesmos que os apresentados na Tabela 4.3. Em todos os casos, o dano foi localizado corretamente (Figura 4.20).

Figura 4.20: Dano localizado por meio dos algoritmos genéticos com ID – Modelo 1D20



Fonte: Autor (2019).

Na Tabela 4.5 é apresentada a quantidade de iterações necessárias para a convergência em cada caso. O primeiro caso foi o que obteve melhor desempenho, utilizando aproximadamente 2% da quantidade de iterações necessárias do caso 4. A eficiência do método é mostrada pelos resultados.

Tabela 4.5: Iterações necessárias para convergência dos algoritmos genéticos

Caso	1	2	3	4
Número de iterações	112	178	3098	5351

Fonte: Autor (2019).

#### 4.2.5 Investigação da influência do ruído na precisão da localização do dano

O ruído inevitavelmente está presente em dados experimentais. Com o objetivo de aproximar os dados obtidos computacionalmente aos obtidos experimentalmente, foi adicionado ruído de 1%, 5% e 10% nas frequências naturais e nos modos de vibração do Modelo 1D20. Assim, foi verificada a influência da introdução de ruído na detecção e localização do dano pelos métodos combinados algoritmos genéticos com DCM e algoritmos genéticos com ID.

Nos casos em que o ruído foi introduzido nas frequências naturais, o critério de parada da calibração foi definido em função do número máximo de iterações em 5000. Nos demais casos, o critério de parada foi estabelecido pelo valor máximo da função objetivo em 0,5%.

##### *Ruído nas frequências naturais*

Inicialmente, foi avaliada a introdução de ruído branco gaussiano apenas nas frequências naturais. O ruído foi produzido segundo a Equação (4.4), que é semelhante à equação utilizada por Tiachacht et al. (2018).

$$f_j = f_j (1 + \alpha_{noise} \cdot \varepsilon) \quad (4.4)$$

Sendo:

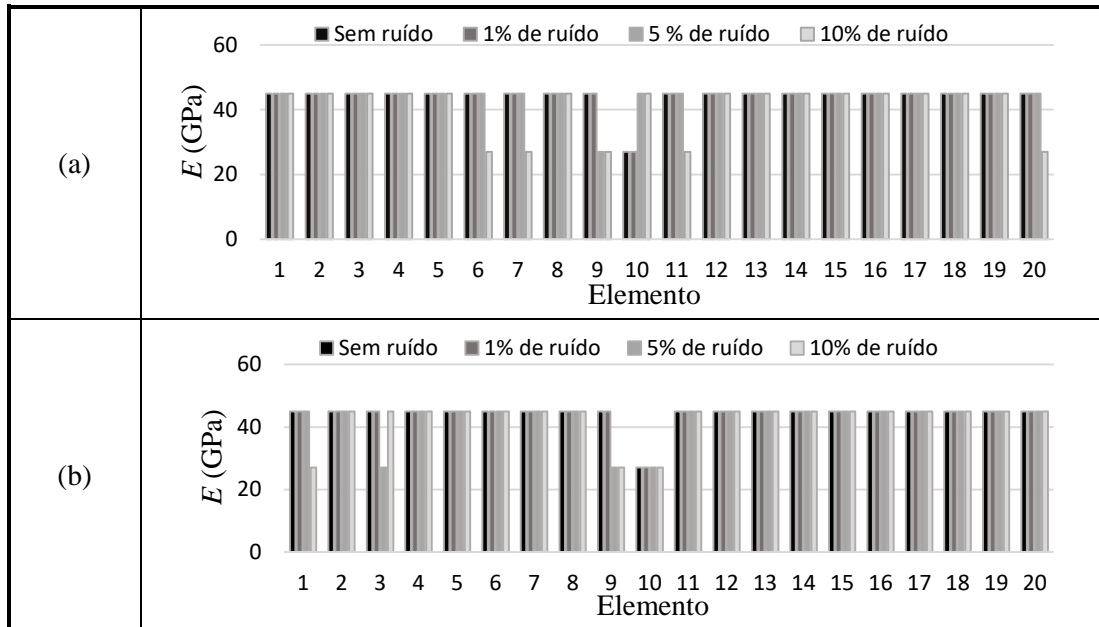
$f_j$ : frequência referente ao modo  $j$ ;

$\alpha_{noise}$ : nível de ruído considerado (em número decimal);

$\varepsilon$ : número aleatório no intervalo de -1 a 1.

Na Figura 4.21 são apresentados os danos localizados pelos algoritmos genéticos com ID e com DCM, o dano foi corretamente localizado com ruído de até 1%.

Figura 4.21: Danos localizados no Modelo 1D20 – Ruído nas frequências (a) AG/ID (b) AG/DCM

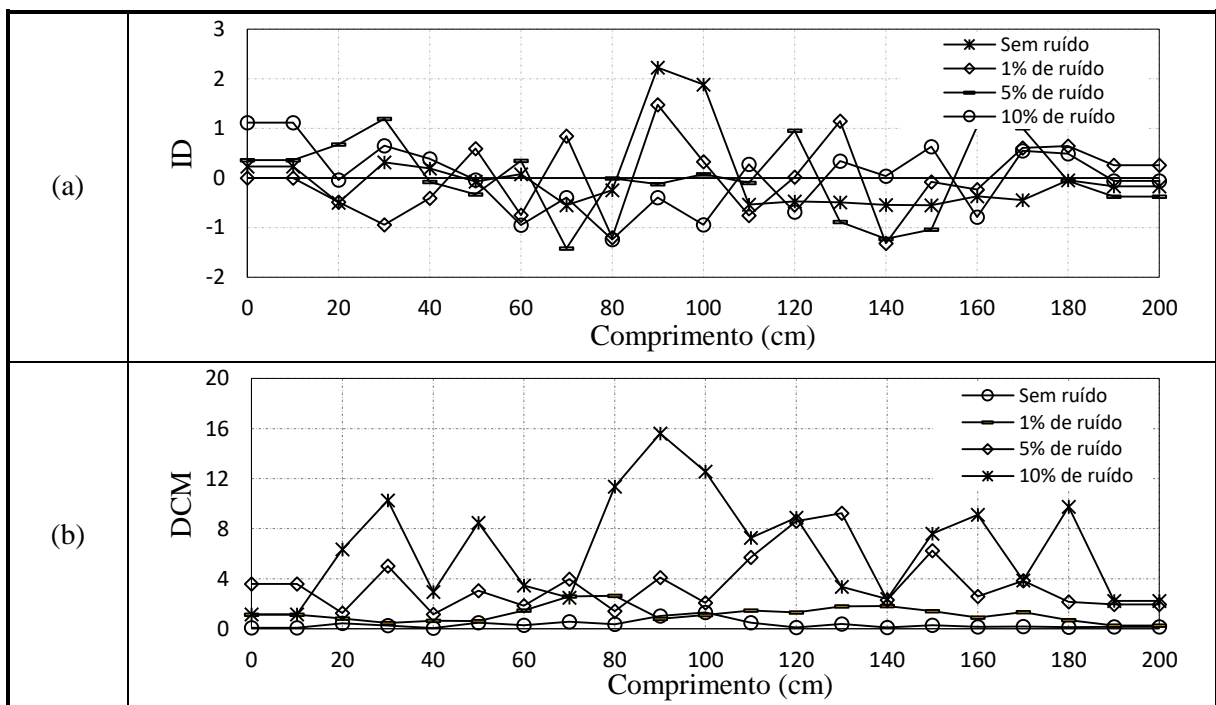


Fonte: Autor (2019).

### ***Ruído nos modos de vibração***

O ruído nos modos de vibração foi introduzido por ruído branco gaussiano (similar ao item anterior). Na Figura 4.22 são apresentados o índice de dano médio e a diferença de curvatura média do Modelo 1D20 sem ruído e com ruído de 1%, 5% e 10% nos modos de vibração.

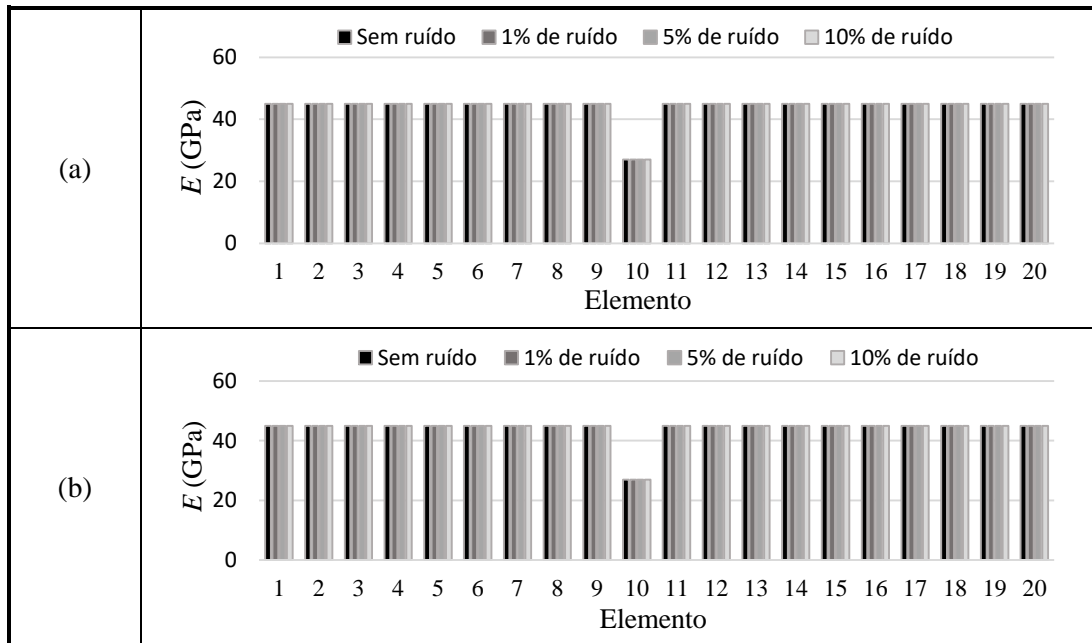
Figura 4.22: Modelo 1D20 (a) ID médio (b) DCM média



Fonte: Autor (2019).

Conforme apresentado na Figura 4.23, o dano foi corretamente localizado mesmo com 10% de ruído, o que é plenamente justificável já que a função objetivo depende apenas das frequências naturais.

Figura 4.23: Danos no Modelo 1D20 - Ruído nos modos de vibração (a) AG/ID (b) AG/DCM



Fonte: Autor (2019).

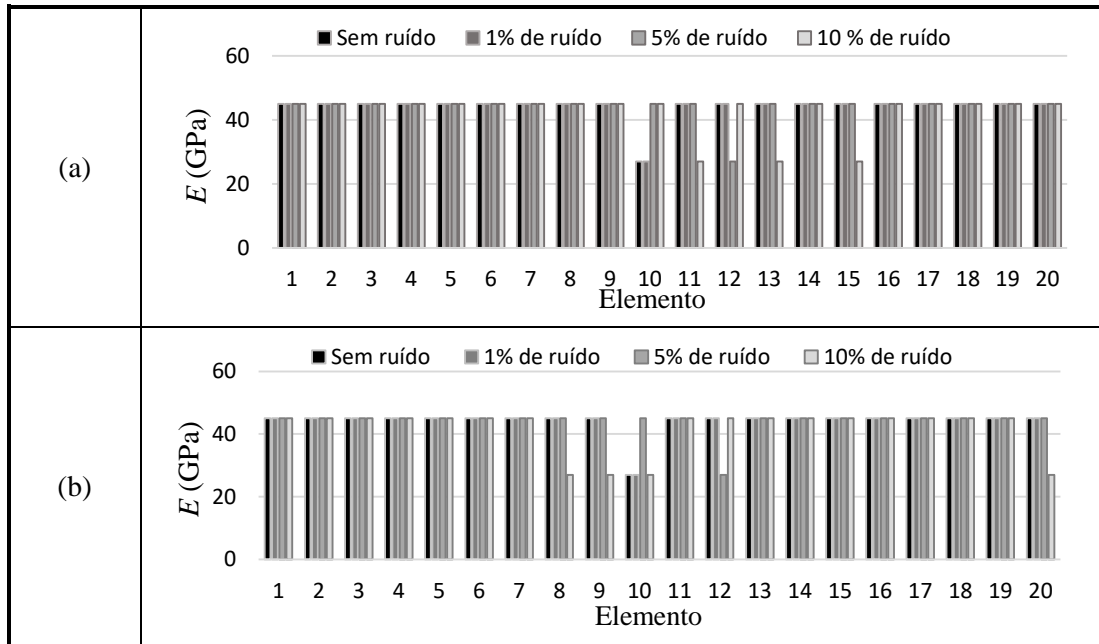
A influência do ruído deu-se na agilidade da convergência do algoritmo. No caso dos algoritmos genéticos com ID, foram necessárias 178 iterações sem ruído, 1788 iterações com 1% de ruído, 2524 iterações com 5% de ruído e 1001 iterações com 10% de ruído. No caso dos algoritmos genéticos com DCM, foram necessárias 476 iterações sem ruído, 589 iterações com 1% de ruído, 1428 iterações com 5% de ruído e 1110 iterações com 10% de ruído. A tendência é aumentar o número de iterações na presença de ruído, mas os algoritmos genéticos apresentam uma certa aleatoriedade que pode justificar a queda do número de iterações com a introdução de 10% de ruído.

### ***Ruído nas frequências naturais e nos modos de vibração***

Por fim, o ruído foi introduzido simultaneamente nas frequências naturais e nos modos de vibração. O critério de parada foi em função do número máximo de iterações. O dano foi corretamente localizado com a introdução de até 1% de ruído, conforme a Figura 4.24. Mostrase novamente a possibilidade de detecção de falsos danos ao introduzir ruído nas frequências naturais.



Figura 4.24: Dano localizado no Modelo 1D20 - Ruído nos parâmetros modais (a) AG/ID (b) AG/DCM



Fonte: Autor (2019).

### Discussão

Com base nos resultados, é possível perceber que a presença de ruído nas frequências naturais pode ser crítica e causar a localização de falsos danos. Portanto, em estruturas reais é importante a utilização de filtros para redução do ruído.

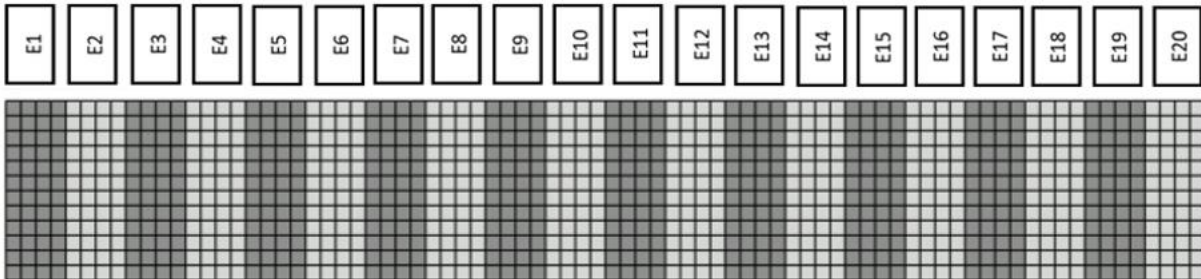
Como a função objetivo é dependente apenas das frequências naturais, a presença de ruído nos modos de vibração não influenciou no resultado da calibração. A consequência foi apenas na redução da agilidade do algoritmo, uma vez que o ruído na DCM e no ID induz falsas localizações de danos para a inicialização das investigações. Além disso, é possível observar que a curvatura amplia o ruído aplicado no deslocamento, portanto é prudente ter o cuidado de reduzir o ruído ao utilizar métodos de detecção de dano baseados em curvatura.

#### 4.2.6 Refinamento da malha

As vigas estudadas até então neste capítulo foram divididas em 10 e 20 elementos, a malha gerada foi, portanto, pouco refinada, resultando em frequências naturais com considerável erro numérico. Para aplicação em estruturas reais com dados experimentais é necessário o refinamento da malha. Neste item, é apresentada a estrutura com 5760 elementos, reduzindo substancialmente o erro numérico. No entanto, é inviável a consideração feita anteriormente que atribui um valor de módulo de elasticidade para cada elemento finito, o que resultaria em 5760 variáveis. A solução proposta é agrupar elementos próximos e atribuir o mesmo valor de

módulo de elasticidade para cada agrupamento. A viga foi, portanto, dividida em 20 grupos, cada qual com 288 elementos. Sendo assim, foram calibradas 20 variáveis, conforme ilustrado na Figura 4.25.

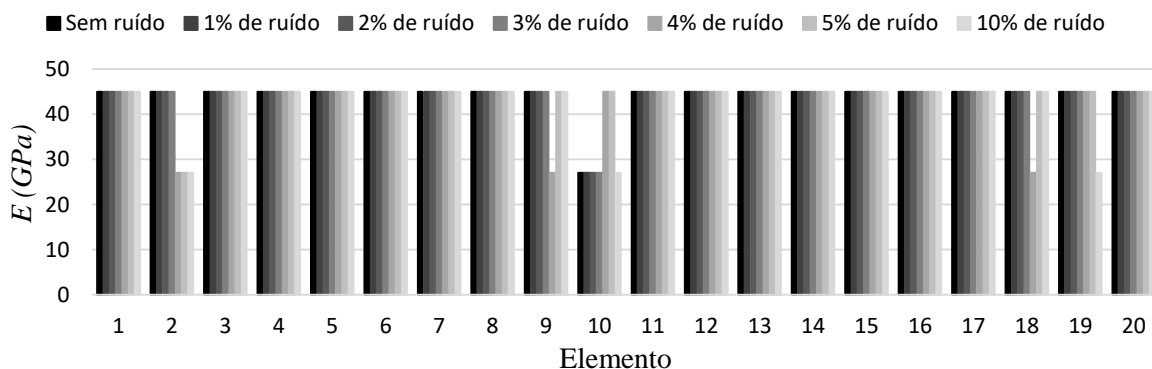
Figura 4.25: Grupos de elementos finitos – Modelo 1DMR



Fonte: Autor (2019).

Foi simulado um dano no grupo 10 por meio da redução do módulo de elasticidade ( $E_{10} = 27 \text{ GPa}$ ). A calibração da estrutura foi realizada por meio do método combinado de algoritmos genéticos com DCM. Foi introduzido ruído nas frequências naturais e nos modos de vibração em diferentes níveis. Foram adotados 1%, 2%, 3%, 4%, 5% e 10% de ruído. O critério de parada foi definido como número máximo de iterações em 5000. Dados com até 3% de ruído permitiram a localização e quantificação do dano corretamente, conforme apresentado na Figura 4.26.

Figura 4.26: Dano localizado com AG/DCM – Modelo 1DMR – Ruído nos parâmetros modais



Fonte: Autor (2019).

### 4.3 DISCUSSÃO

Os estudos realizados neste capítulo, apresentados de forma resumida no ANEXO B, confirmam muitas das conclusões encontradas nas pesquisas apresentadas no Capítulo 3 e auxiliam no avanço do presente trabalho. Alguns aspectos importantes são apresentados a seguir.

### ***Método de otimização Hooke e Jeeves***

Mostrou-se eficiente em problemas simples, como é o caso da calibração das propriedades mecânicas. No entanto, em problemas mais complexos como a detecção de dano, este algoritmo pode chegar em mínimos locais comprometendo a localização correta do dano. Este fato justifica a escolha por algoritmos de busca global para a solução do problema inverso de detecção de dano.

### ***Método de otimização enumeração total***

Conforme explicado no Capítulo 2, o método enumeração total se torna proibitivo em problemas com muitas variáveis devido ao seu caráter combinatório. O método foi inviável na calibração dos modelos de viga com 20 elementos.

### ***Redes neurais***

Na calibração das propriedades mecânicas, a rede aprendeu com os dados de entrada e teve um bom desempenho. Na detecção de dano, acredita-se que a rede não foi treinada o suficiente para conseguir prever adequadamente a localização dos danos. Para uma aplicação real com muitas variáveis, o processo de treinamento tem que ser realizado com um conjunto grande de dados.

### ***Algoritmos Genéticos***

Funcionaram bem na detecção, localização e determinação da intensidade do dano em todos os modelos. Sendo, portanto, o método mais robusto. No entanto, observa-se que ao aumentar a quantidade de danos e o número de elementos na estrutura são necessárias mais iterações até a convergência. Na revisão realizada no Capítulo 3, foi possível observar o interesse dos pesquisadores pelos algoritmos genéticos na detecção de dano, além de outros algoritmos também baseados em população.

### ***Coefficientes MAC, COMAC, ID e DCM***

Conforme retratado nas pesquisas apresentadas no Capítulo 3, a DCM e o ID tiveram melhor desempenho na localização dos danos do que os coeficientes MAC e COMAC.

### ***Métodos combinados***

Os métodos combinados propostos, algoritmos genéticos com DCM e algoritmos genéticos com ID, foram bem-sucedidos, possibilitando uma redução significativa do número de iterações.

***Introdução de ruído***

A introdução de ruído nos dados que constituem a função objetivo pode gerar a localização de falsos danos. Portanto, a atenção das pesquisas em considerar ruído nos casos em que os exemplos são numéricos é bastante pertinente.

***Refinamento da malha***

O refinamento da malha mantendo o número de variáveis reduzido é uma proposta que reduz muito o erro numérico. Ao aproximar as respostas do modelo numérico às respostas da estrutura real, viabiliza-se a utilização do método na calibração de estruturas reais.

## 5 DETECÇÃO DE DANO: EXEMPLO EXPERIMENTAL

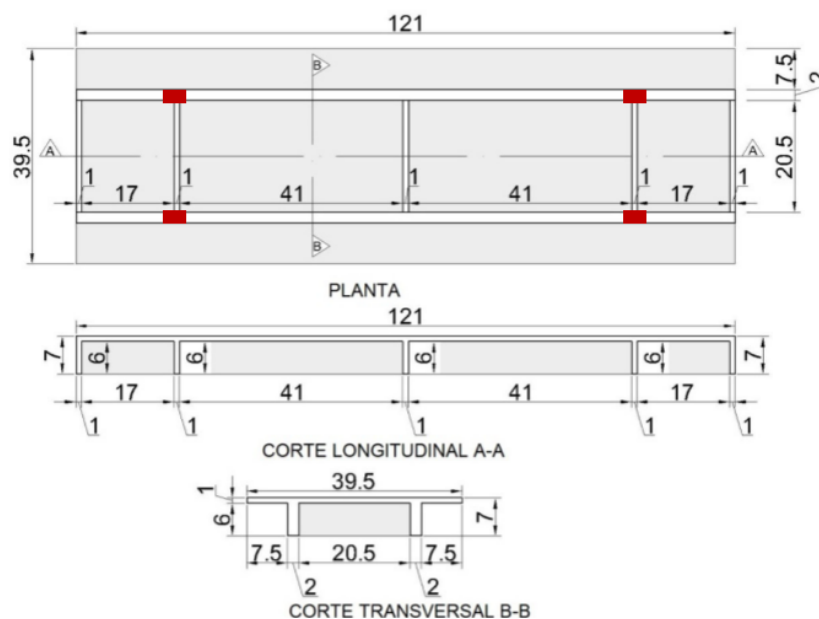
Neste capítulo, será apresentada a aplicação da metodologia de detecção de dano em uma ponte de concreto armado com base em respostas dinâmicas experimentais obtidas por modelo em escala reduzida. O método empregado foi a combinação dos algoritmos genéticos com índice de dano, uma vez que este teve um ótimo desempenho no exemplo numérico.

A calibração da estrutura foi realizada em diferentes etapas com o objetivo de reduzir ao máximo a diferença entre as respostas numéricas e experimentais, bem como contornar as dificuldades geradas pelo ruído. Inicialmente, será apresentado o estudo experimental, realizado por Juliani (2014), que forneceu os dados de entrada para o método de otimização. Na sequência do texto, serão apresentados os procedimentos de calibração, a saber: teste de malha, otimização da seção transversal da ponte, calibração das propriedades mecânicas e das rigidezes das molas de apoio e a detecção de dano.

### 5.1 ESTRUTURA

A estrutura em estudo é uma ponte de concreto armado em escala reduzida 1/20. Na Figura 5.1 são apresentadas as dimensões em escala reduzida da ponte em planta e em cortes longitudinal e transversal. Os apoios estão destacados em vermelho.

Figura 5.1: Dimensões em cm da superestrutura da ponte em escala 1/20



Fonte: Juliani (2014).

## 5.2 MODELO EXPERIMENTAL

O estudo experimental foi realizado por Juliani (2014), portanto será apresentado resumidamente o capítulo “Metodologia Experimental” de sua dissertação.

### 5.2.1 Estrutura íntegra

A ponte da Figura 5.1 foi confeccionada em escala reduzida 1/20 com uma argamassa armada, o traço da argamassa e as informações do modelo em escala reduzida estão na Tabela 5.1. Na mistura da argamassa foi utilizado um superplastificante na ordem de 1% da massa de cimento.

Tabela 5.1: Informações da argamassa do modelo experimental

Traço	Módulo de Elasticidade Dinâmico (GPa)	Densidade (kg/m <sup>3</sup> )
1:3,0:0,45	44	2173,42

Fonte: Adaptado de Juliani (2014).

O módulo de elasticidade dinâmico foi obtido por ensaios acústicos de ressonância com o equipamento Sonelastic, desenvolvido pela ATCP, em conformidade com a norma ASTM C215-08. Foram confeccionadas dez amostras cilíndricas de dimensões 50x100 mm. O ensaio consistiu na aplicação de um impacto em uma das faces do cilindro e um microfone na face oposta era responsável por medir o som. Os dados eram lidos e analisados pelo Sonelastic. A média dos resultados entre as dez amostras resultou no módulo de elasticidade dinâmico adotado. O resultado para as dez amostras está apresentado na Tabela 5.2, o coeficiente de variação foi 2% e o desvio padrão foi 1,01.

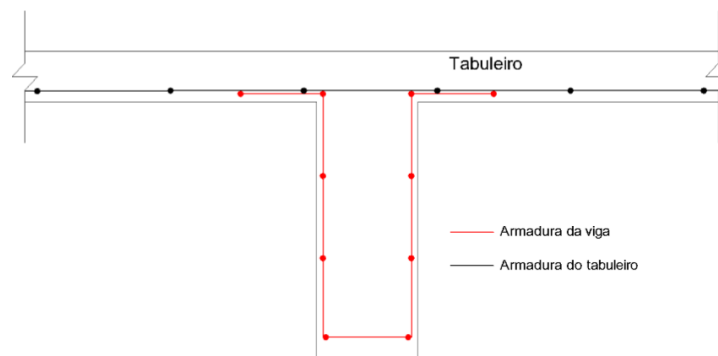
Tabela 5.2: Módulo de Elasticidade Dinâmico experimental dos corpos de prova

Amostra	Módulo de Elasticidade (GPa)
1	43,57
2	45,62
3	43,53
4	43,02
5	43,55
6	45,46
7	43,86
8	44,39
9	44,39
10	42,40

Fonte: Adaptado de Juliani (2014).

Com a finalidade de evitar a quebra do modelo experimental na desforma e no seu manuseio e representar bem uma ponte de concreto armado, duas vigas longarinas e o tabuleiro foram armados. O tabuleiro foi armado com uma tela de aço de malha de 25x25 mm de fio de diâmetro de 1,24 mm. As vigas foram armadas com uma tela de aço de 15x15 mm de fio de diâmetro 1,20 mm. Na Figura 5.2 é apresentado um esquema da geometria da armadura na seção das longarinas.

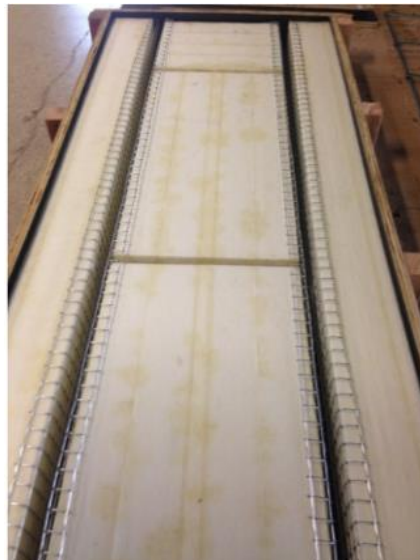
Figura 5.2: Croqui das armaduras – seção transversal da longarina



Fonte: Juliani (2014).

Na Figura 5.3 são apresentadas a forma e a armadura das longarinas, ainda sem a armadura do tabuleiro.

Figura 5.3: Fotografia da forma e armadura das longarinas

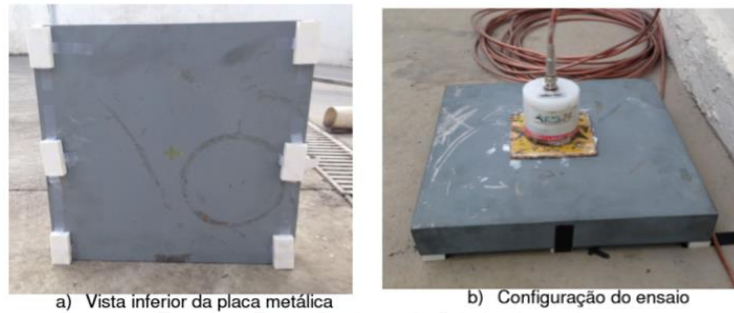


Fonte: Juliani (2014).

O procedimento para obtenção da rigidez experimental do apoio foi baseado em um ensaio dinâmico de um grau de liberdade, utilizando uma placa metálica de 29 kg. O ensaio consistiu na determinação da frequência natural do sistema, um acelerômetro foi colocado no centro da

placa. A excitação foi feita por meio de impactos na face superior da placa utilizando um martelo de impacto de borracha. As fotografias do ensaio dinâmico estão apresentadas na Figura 5.4.

Figura 5.4: Fotografias do ensaio dinâmico dos apoios



Fonte: Juliani (2014).

A Equação (5.1) relaciona a frequência natural com a massa e a rigidez do sistema. Por meio de simples manipulação da Equação (5.1) e dividindo o valor da rigidez total pelo número de apoios obtém-se a Equação (5.2) que fornece o valor da rigidez vertical ( $k_v$ ) de cada apoio.

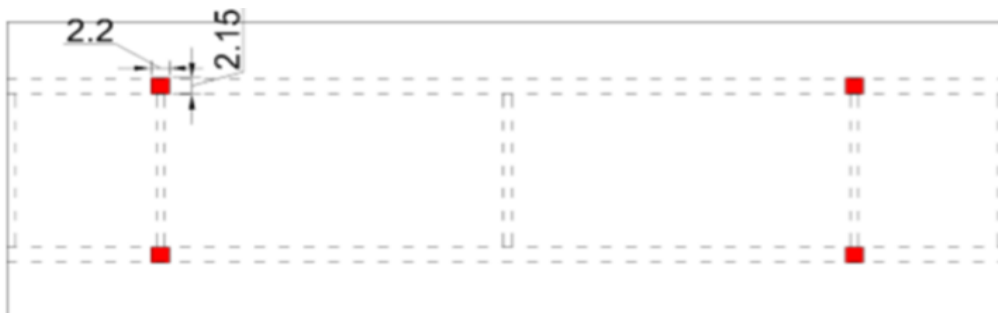
$$f = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k}{m}} \quad (5.1)$$

Onde:

$$k_v = \frac{(f \cdot 2\pi \cdot \sqrt{29})^2}{6} \quad (5.2)$$

A rigidez experimental obtida foi de  $0,64 \text{ kN/mm}$ . A posição e dimensão dos apoios são apresentadas na Figura 5.5.

Figura 5.5: Vista inferior do modelo com os apoios posicionados



Fonte: Juliani (2014).

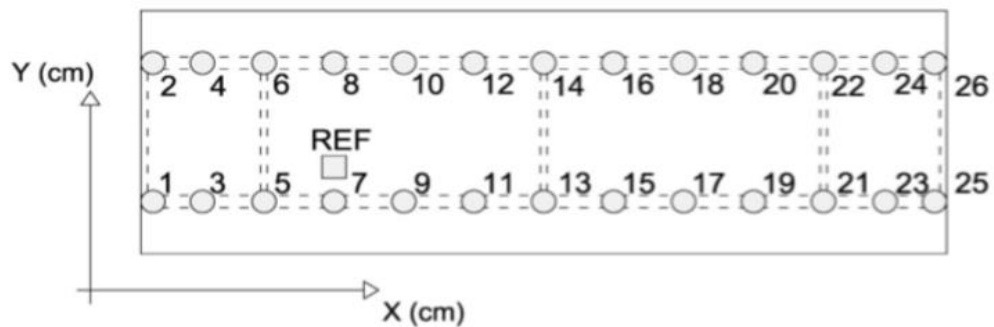
A excitação do modelo foi efetuada por martelo com extremidade de borracha. Tais impactos foram aplicados em diversas posições ao longo de eixos longitudinais da ponte,



simulando duas faixas de tráfego. A força de excitação não foi medida nem controlada e os impactos foram executados manualmente. A posição dos acelerômetros foi baseada nos modos de vibração esperados, obtidos por simulação numérica preliminar.

Os acelerômetros piezoelétricos do fabricante Brüel & Kjær foram utilizados no ensaio. As acelerações foram medidas ao longo do tempo e sofreram tratamento posterior. A malha de acelerômetros foi escolhida de forma que o ensaio se tornasse menos custoso e relativamente rápido e fácil. A malha de acelerômetros é ilustrada na Figura 5.6.

Figura 5.6: Malha de acelerômetros



Fonte: Juliani (2014).

Pelo modelo em elementos finitos escolheu-se uma posição em que o ponto de referência não era um nó modal para os modos de vibração de interesse. As coordenadas do ponto de referência (REF) são  $X=29$  cm e  $Y=25,375$  cm.

O ensaio foi dividido em 7 provas. Em cada prova, foram utilizados 5 acelerômetros, sendo 4 nas posições de medida e 1 na posição de referência. A cada prova, os quatro acelerômetros eram fixados nas próximas quatro posições de medida e o procedimento era repetido. As leituras obtidas diretamente dos ensaios dinâmicos foram acelerações em  $mm/s^2$  ao longo do tempo. A partir disto, as acelerações foram transformadas para o domínio da frequência pela FFT (*Fast Fourier Transform*) e tratadas de forma a gerar as frequências naturais e modos de vibração. Na Tabela 5.3 são apresentadas as frequências naturais médias obtidas por Juliani (2014).

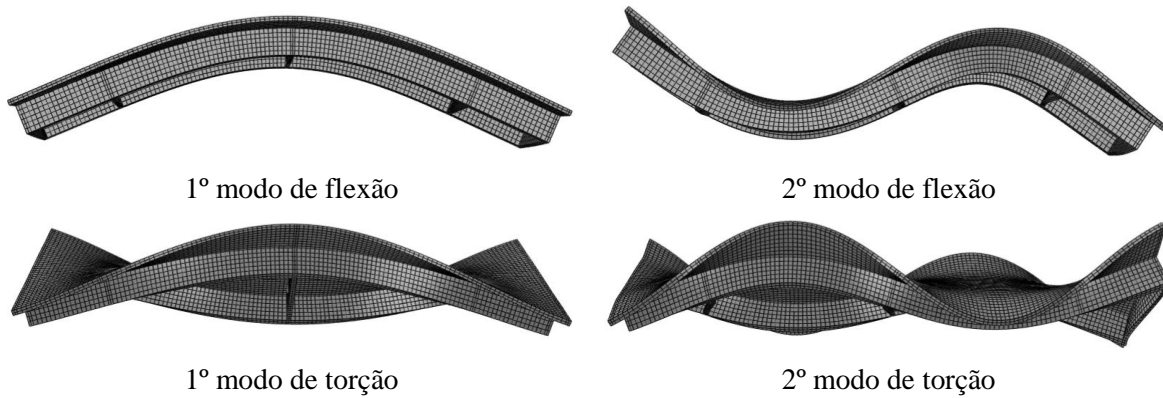
Tabela 5.3: Frequências naturais da estrutura íntegra (valores médios dos modelos íntegros)

Modo de vibração	Frequências (Hz)
1º Modo de flexão	201
1º Modo de torção	288
2º Modo de flexão	514
2º Modo de torção	595

Fonte: Adaptado de Juliani (2014).

Os modos de vibração considerados estão ilustrados na Figura 5.7.

Figura 5.7: Modos de vibração avaliados pelo estudo experimental



Fonte: Autor (2019).

### 5.2.2 Estrutura danificada

No presente trabalho foram estudados dois cenários de danos simulados experimentalmente por Juliani (2014). O dano foi simulado por “furos” feitos na viga longitudinal da ponte. No modelo 1, o dano foi feito no meio do vão da longitudinal, à esquerda da transversina. No modelo 2, o dano foi introduzido no segundo quarto de vão da longitudinal. As posições dos danos são apresentadas nas Figuras 5.8 e 5.9.

Figura 5.8: Posição do dano no modelo 1 ( $x=58,5$  cm)

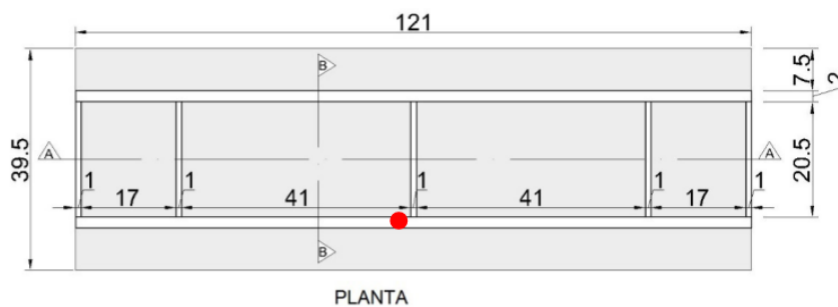
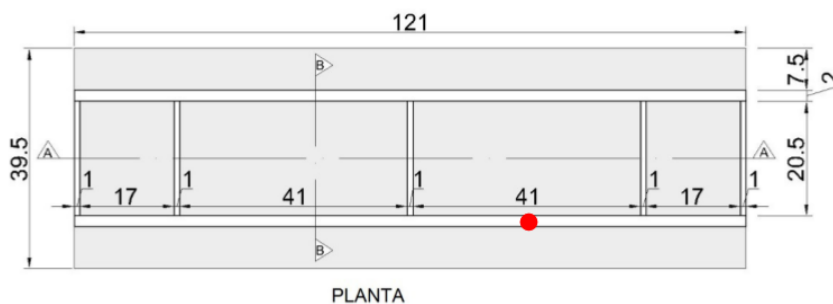


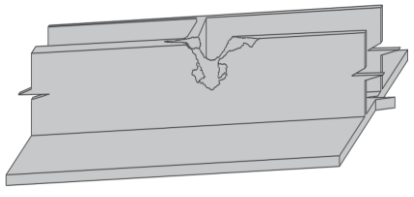
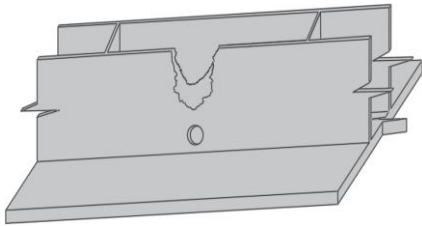
Figura 5.9: Posição do dano no modelo 2 ( $x=81,5$  cm)



Fonte: Juliani (2014).

Os danos simulados experimentalmente estão apresentados na Tabela 5.4.

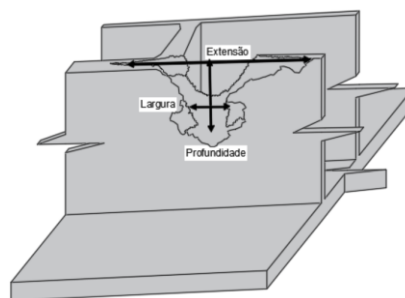
Tabela 5.4: Danos aplicados no modelo experimental

Modelo de dano	Nomenclatura	Representação
1	1D2MV	
2	3D2QV	

Fonte: Autor (2019).

O desenho esquemático do dano aplicado nos modelos experimentais está apresentado na Figura 5.10. A extensão do dano se refere ao comprimento em planta, enquanto a largura é referente à dimensão horizontal do furo propriamente dito. A profundidade está relacionada com a medida vertical da face inferior da viga à extremidade do furo.

Figura 5.10: Dimensões do furo



Fonte: Autor (2019).

As dimensões dos furos nos modelos experimentais estão apresentadas na Tabela 5.5.

Tabela 5.5: Dimensões dos furos nos modelos experimentais

Modelo	Extensão (cm)	Largura (cm)	Profundidade (cm)
1D2MV	6,5	2,0	2,5
3D2QV	2,0	2,0	3,0

Fonte: Adaptado de Juliani (2014).

Os dados experimentais de interesse para a calibração dos modelos numéricos estão apresentados de forma resumida na Tabela 5.6.

Tabela 5.6: Frequências naturais dos modelos experimentais

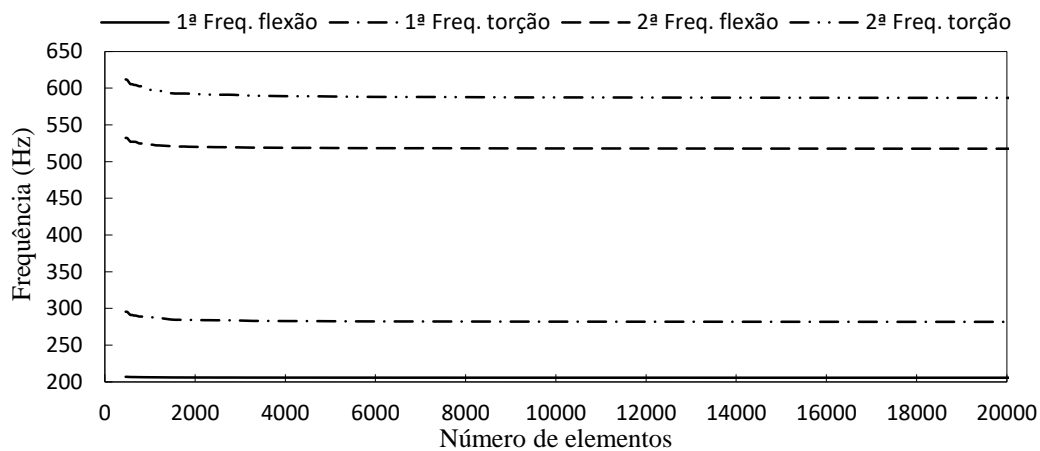
Modelo	1ª frequência de flexão (Hz)	1ª frequência de torção (Hz)	2ª frequência de flexão (Hz)	2ª frequência de torção (Hz)
1D2MV	180	274	506	584
3D2QV	186	280	472	582

Fonte: Adaptado de Juliani (2014).

### 5.3 MODELO NUMÉRICO

O modelo da ponte foi elaborado no software Abaqus versão 14. Foi utilizado elemento sólido C3D20, ordem geométrica quadrática, análise modal, procedimento linear perturbation (frequency). Para escolha da malha foi realizado o teste de convergência de malha apresentado na Figura 5.11, foram avaliados os quatro primeiros modos de vibração.

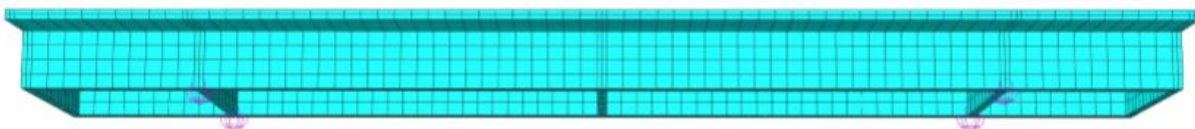
Figura 5.11: Teste de convergência de malha



Fonte: Autor (2019).

A malha utilizada foi de  $17\text{ mm}$  por  $17\text{ mm}$ , resultando em 5472 elementos. O modelo numérico e a malha utilizada são apresentados na Figura 5.12. As partições foram feitas para evitar a distorção da malha.

Figura 5.12: Modelo numérico



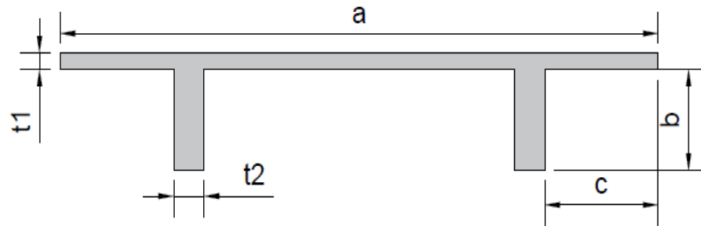
Fonte: Autor (2019).

### 5.3.1 Otimização da seção transversal

O modelo numérico foi inicialmente desenvolvido com elemento sólido C3D20 visando a obtenção de resultados mais precisos. O tempo de processamento deste modelo é, aproximadamente, 52 segundos, sendo relativamente rápido. No entanto, para a detecção de dano são necessárias muitas iterações, portanto é interessante reduzir ao máximo o tempo de processamento.

Com este intuito, foi elaborado um modelo com elemento shell (S4R) que requer, aproximadamente, 18 segundos de processamento. Como a detecção de dano é muito influenciada pela precisão do resultado, foi realizada uma calibração do modelo com elemento shell para aproximar as respostas obtidas por este modelo às obtidas pelo modelo com elemento sólido. As variáveis de decisão foram as dimensões da seção transversal ( $a$ ,  $b$ ,  $c$ ,  $t1$ ,  $t2$ ), como pode ser observado na Figura 5.13.

Figura 5.13: Variáveis de decisão



Fonte: Autor (2019).

A rotina empregada é muito similar à utilizada na detecção de dano e na determinação das propriedades mecânicas, sendo necessárias apenas algumas adaptações. Os parâmetros adotados nos algoritmos genéticos foram taxa de mutação de 10%, taxa de cruzamento de 90%, população com 50 indivíduos e seleção pelo método da roleta com elitismo. A função objetivo utilizada foi formulada com o intuito de aproximar as  $n$  frequências naturais obtidas pelo modelo com elemento C3D20 ( $f_i^{C3D20}$ ) às obtidas pelo modelo com elemento S4R ( $f_i^{S4R}$ ). Sendo o problema de otimização definido por:

$$\min_{a,b,c,t1,t2} \left( \max_{i=1..n} \left| \frac{f_i^{C3D20} - f_i^{S4R}}{f_i^{S4R}} \right| \cdot 100\% \right)$$

sujeito a:

$$\begin{aligned} 35 \text{ cm} &\leq a \leq 45 \text{ cm} \\ 4 \text{ cm} &\leq b \leq 6,5 \text{ cm} \\ 6,5 \text{ cm} &\leq c \leq 9 \text{ cm} \\ 1 \text{ cm} &\leq t1 \leq 2 \text{ cm} \\ 1 \text{ cm} &\leq t2 \leq 2 \text{ cm} \end{aligned} \quad (5.3)$$

Os valores de módulo de elasticidade, densidade, coeficiente de Poisson e rigidez das molas de apoio adotados estão apresentados na Tabela 5.7.

Tabela 5.7: Valores adotados para as propriedades mecânicas

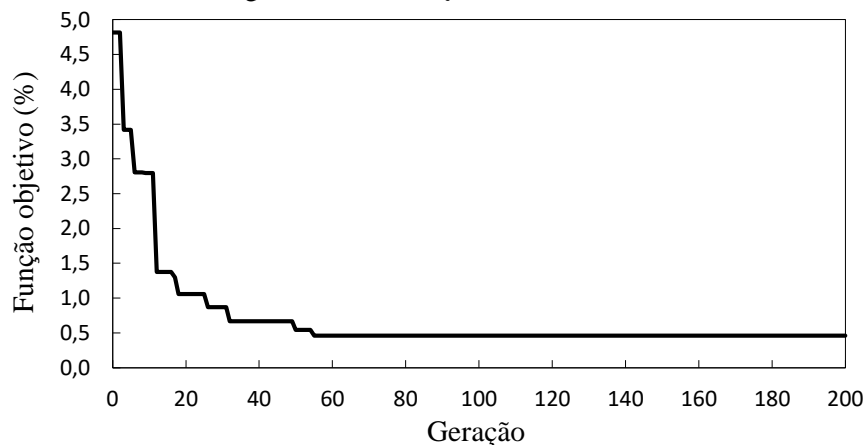
$E$	40,8 GPa
$\nu$	0,20
$\rho$	2075 kg/m <sup>3</sup>
$k_v$	0,72 kN/mm

Fonte: Autor (2019).

O critério de parada foi definido como o número máximo de gerações em 200. Vale destacar que foi desenvolvida uma rotina que a cada iteração verifica se o exemplo a ser processado já foi processado na geração anterior. Se a hipótese for confirmada, o valor da função objetivo recebe automaticamente o valor obtido anteriormente, assim o processamento não é repetido, reduzindo consideravelmente o tempo de convergência do problema.

Na Figura 5.14 é apresentada a evolução dos algoritmos genéticos em termos de geração. A cada geração são realizadas 50 avaliações da função objetivo.

Figura 5.14: Evolução dos AG's



Fonte: Autor (2019).

Os valores das variáveis de decisão na seção original e na seção otimizada são apresentados na Tabela 5.8.

Tabela 5.8: Resultado da calibração da seção transversal

Variável	Seção original (cm)	Seção otimizada (cm)
a	39,50	37,50
b	6,00	6,33
c	7,50	7,18
t1	1,00	1,15
t2	2,00	1,85

Fonte: Autor (2019).

Na Tabela 5.9 estão apresentadas as frequências naturais, obtidas por elemento sólido C3D20 (referência) e por elemento S4R (seção original e seção otimizada), e o tempo de processamento em cada caso.

Tabela 5.9: Comparação entre os modelos

Frequências	Sólido	Shell	Shell otimizado	Diferença percentual em relação ao C3D20	
	C3D20	S4R	S4R	Shell	Shell otimizado
1º Modo (Hz)	201,45	194,33	200,76	3,534	0,343
2º Modo (Hz)	276,02	263,41	276,10	4,569	0,029
3º Modo (Hz)	510,39	489,40	512,76	4,113	0,464
4º Modo (Hz)	577,78	551,50	579,64	4,548	0,322
Tempo proc. (s)	52,16	18,67	17,73	64,206	66,001

Fonte: Autor (2019).

Pela Tabela 5.9, é possível verificar que, ao otimizar a seção, o máximo erro obtido por modelagem com elemento shell reduziu de 4,569% para 0,464% em relação ao elemento sólido. Além disso, o tempo de processamento do modelo com elemento shell é 66% menor em relação ao modelo com elemento sólido. A seção otimizada foi utilizada nas calibrações posteriores.

### 5.3.2 Calibração da estrutura íntegra

As leituras feitas por Juliani (2014) foram acelerações em  $mm/s^2$  ao longo do tempo. As acelerações foram transformadas para o domínio da frequência pela FFT (*Fast Fourier Transform*). O procedimento para transformação das acelerações ao longo do tempo em frequências naturais e modos de vibração foi feito no decorrer deste trabalho por meio de rotinas no MatLab com a finalidade de melhorar a precisão dos resultados. Foi utilizado filtro pelo método da janela para o tratamento do sinal. A janela adotada foi a Hanning com comprimento de  $2^{11}$  e amostragem de janela simétrica, mais detalhes são apresentados no ANEXO C. Os valores obtidos foram bastante próximos aos obtidos por Juliani (2014). As frequências naturais dos modelos íntegros estão apresentadas na Tabela 5.10.

Tabela 5.10: Frequências naturais dos modelos íntegros

Modelo	Íntegro	Frequências naturais (Hz)			
		1º Modo de flexão	1º Modo de torção	2º Modo de flexão	2º Modo de torção
1D2MV	Íntegro	199	288,8	511,2	595,1
3D2QV	Íntegro	199	288,8	513,2	597,1

Fonte: Autor (2019).

As propriedades calibradas neste item são o módulo de elasticidade ( $E$ ), o coeficiente de Poisson ( $\nu$ ), a densidade ( $\rho$ ) e as rigidezes verticais ( $k_v$ ) das molas de apoio. Na simulação da rigidez horizontal ( $k_h$ ) do apoio elástico foi considerada a relação  $k_h = k_v/3$ .

Os algoritmos genéticos foram empregados na calibração com os mesmos parâmetros utilizados no item anterior. Foi realizada uma investigação bastante minuciosa com a finalidade de reduzir ao máximo o erro entre as  $n$  frequências numéricas ( $f_i^{Numérica}$ ) e experimentais ( $f_i^{experimental}$ ), uma vez que tais erros podem prejudicar consideravelmente a detecção de dano. O problema de otimização é definido por:

$$\min_{E, \nu, \rho, k_v} \left( \max_{i=1..n} \left| \frac{f_i^{experimental} - f_i^{numérica}}{f_i^{numérica}} \right| \cdot 100\% \right)$$

sujeito a:

$$40 \text{ GPa} \leq E \leq 46 \text{ GPa} \quad (5.4)$$

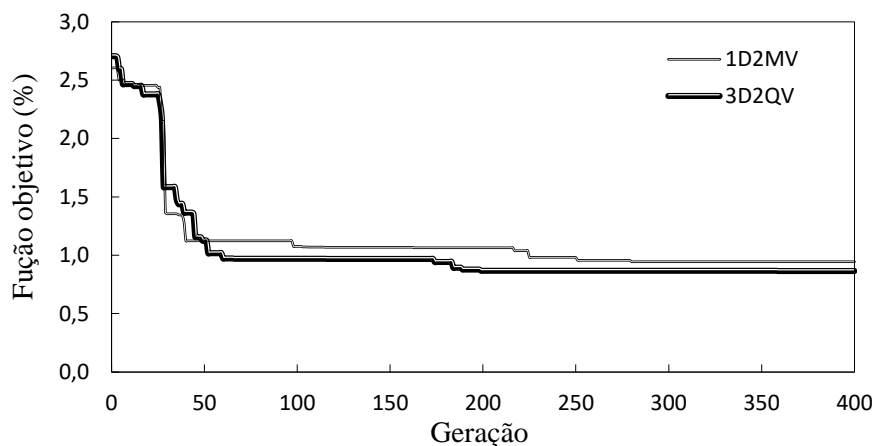
$$0,001 \leq \nu \leq 0,006 \cup 0,16 \leq \nu \leq 0,20$$

$$1900 \text{ kg/m}^3 \leq \rho \leq 2500 \text{ kg/m}^3$$

$$0,55 \text{ kN/mm} \leq k_v \leq 1,27 \text{ kN/mm}$$

Na Figura 5.15 é apresentada a evolução dos algoritmos genéticos na calibração das propriedades mecânicas dos modelos 1D2MV e 3D2QV. O critério de parada foi definido como número máximo de gerações em 400.

Figura 5.15: Evolução dos AG's na calibração das propriedades mecânicas



Fonte: Autor (2019).

Na Tabela 5.11 estão apresentados os valores calibrados das propriedades. A calibração da estrutura íntegra é essencial para aproximar o comportamento dos modelos numérico e experimental. O coeficiente de Poisson foi usado como um artifício para ajustar o máximo



possível os modelos, sendo permitido, por meio do espaço de busca definido, que o coeficiente assumisse valores pequenos que não correspondem a realidade.

Tabela 5.11: Resultado da calibração do modelo íntegro

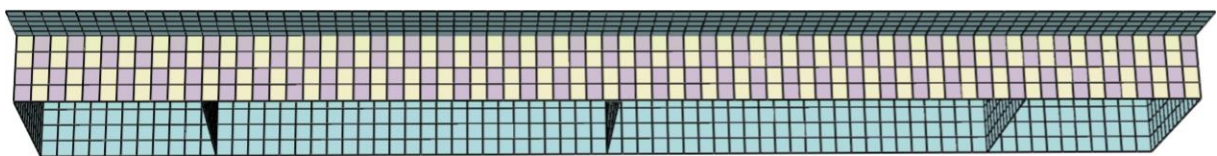
Propriedade	1D2MV	3D2QV
$E$ (GPa)	42,25	42,55
$\nu$	0,001	0,0019
$\rho$ (kg/m <sup>3</sup> )	2160	2160
$k_v$ (kN/mm)	0,958	0,775

Fonte: Autor (2019).

### 5.3.3 Calibração da estrutura danificada

A calibração dos modelos danificados foi realizada com o método combinado de algoritmos genéticos com ID. O dano foi simulado numericamente por uma queda brusca no módulo de elasticidade. Portanto, as variáveis de decisão são os valores do módulo de elasticidade em cada agrupamento de elementos finitos. Como os danos são de pequena extensão foi necessário gerar regiões pequenas para investigação da presença de dano, assim, cada agrupamento é composto por apenas dois elementos finitos, ver Figura 5.16. Os elementos danificados foram simulados com módulo de elasticidade de 1 N/m<sup>2</sup> e os elementos íntegros possuem o módulo de elasticidade apresentado na Tabela 5.11. Na Figura 5.16 são apresentadas as 144 variáveis de decisão.

Figura 5.16: Variáveis de decisão na detecção de dano



Fonte: Autor (2019).

O tabuleiro, as transversinas e a longarina íntegra foram simulados com módulo de elasticidade apresentado na Tabela 5.11. Portanto, a busca por regiões danificadas foi feita na longarina que foi avaliada experimentalmente por Juliani (2014).

A localização da região danificada foi obtida por meio da resolução do problema otimização apresentado na Equação (5.5).

$$\min_{E_k} \left( \max_{i=1..n} \left| \frac{f_i^{\text{experimental}} - f_i^{\text{numérica}}}{f_i^{\text{numérica}}} \right| \cdot 100\% \right) \quad (5.5)$$

sujeito a:

$$E_k \in \{10^{-9}, 42,25\} \text{ GPa}, k = 1 \dots 144 \text{ (1D2MV)}$$

$$E_k \in \{10^{-9}, 42,55\} \text{ GPa}, k = 1 \dots 144 \text{ (3D2QV)}$$

### Frequências naturais e modos de vibração

As frequências utilizadas na detecção de dano foram obtidas pela rotina desenvolvida no MatLab e são apresentadas na Tabela 5.12.

Tabela 5.12: Frequências experimentais dos modelos danificados

Modelo		Frequências naturais (Hz)			
		1º Modo de flexão	1º Modo de torção	2º Modo de flexão	2º Modo de torção
1D2MV	Danificado	180,1	274,8	505,9	584,1
3D2QV	Danificado	185,4	279,0	472,2	580,9

Fonte: Autor (2019).

Na sequência, são apresentadas as deformadas experimentais das estruturas íntegra e danificada de cada modelo.

#### ➤ Modelo 1D2MV

Figura 5.17: Deformada do 1º Modo de flexão (a) Estrutura íntegra (b) Estrutura danificada

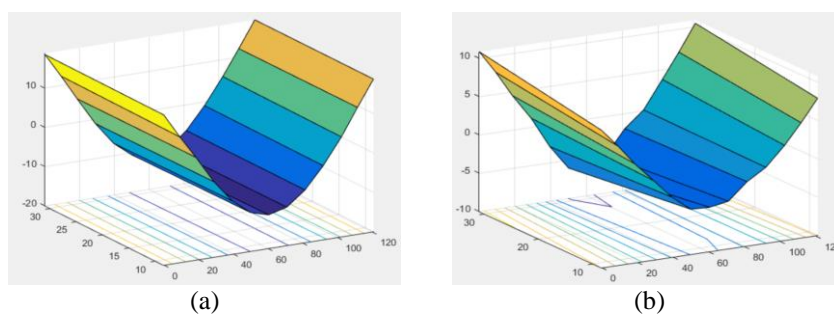


Figura 5.18: Deformada do 1º Modo de torção (a) Estrutura íntegra (b) Estrutura danificada

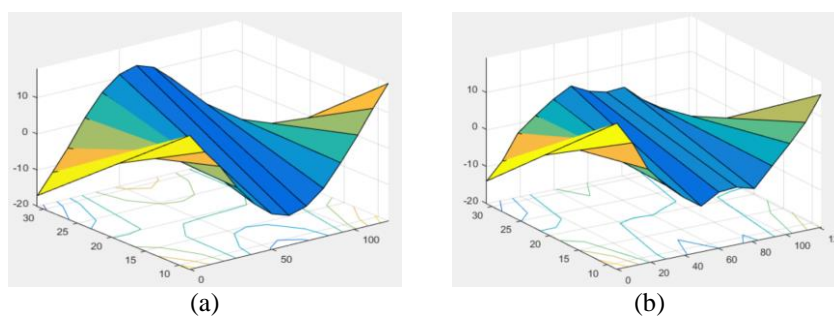


Figura 5.19: Deformada do 2º Modo de flexão (a) Estrutura íntegra (b) Estrutura danificada

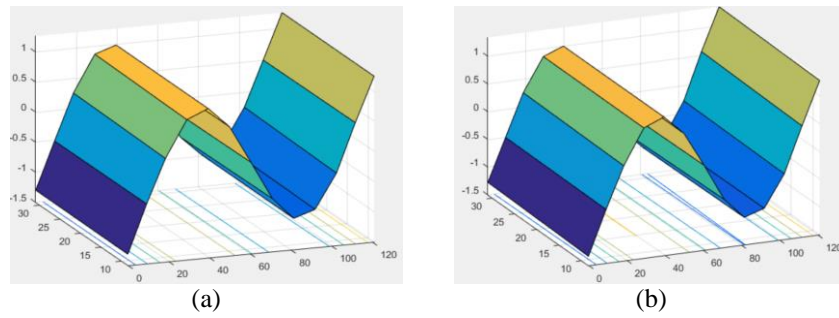
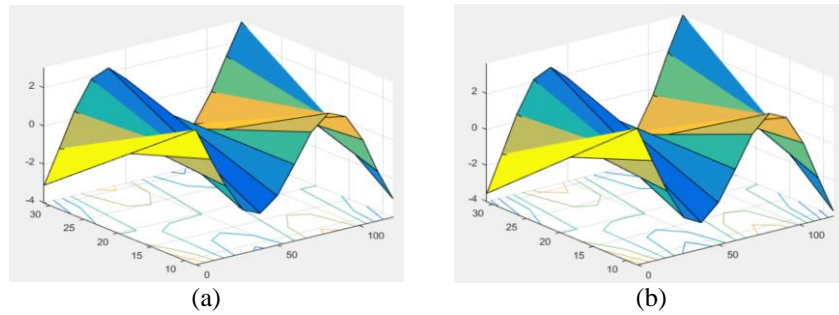


Figura 5.20: Deformada do 2º Modo de torção (a) Estrutura íntegra (b) Estrutura danificada



Fonte: Autor (2019).

Pelas deformadas apresentadas pelas estruturas íntegra e danificada, é possível observar que o dano no meio do vão causou uma visível alteração no 1º modo de flexão e no 1º modo de torção.

#### ➤ Modelo 3D2QV

Figura 5.21: Deformada do 1º Modo de flexão (a) Estrutura íntegra (b) Estrutura danificada

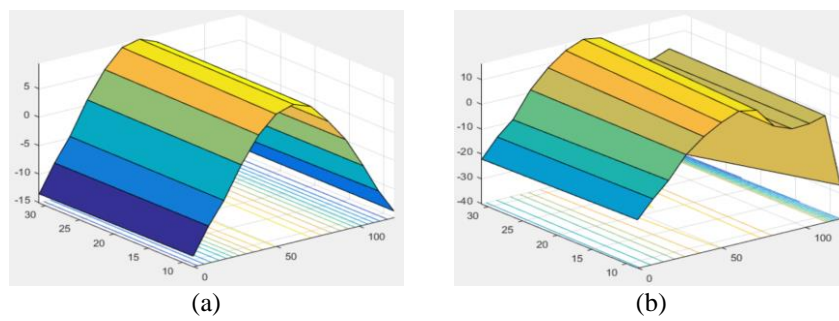


Figura 5.22: Deformada do 1º Modo de torção (a) Estrutura íntegra (b) Estrutura danificada

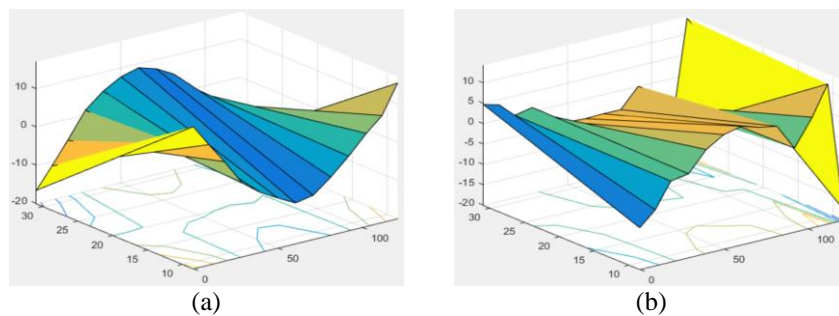


Figura 5.23: Deformada do 2º Modo de flexão (a) Estrutura íntegra (b) Estrutura danificada

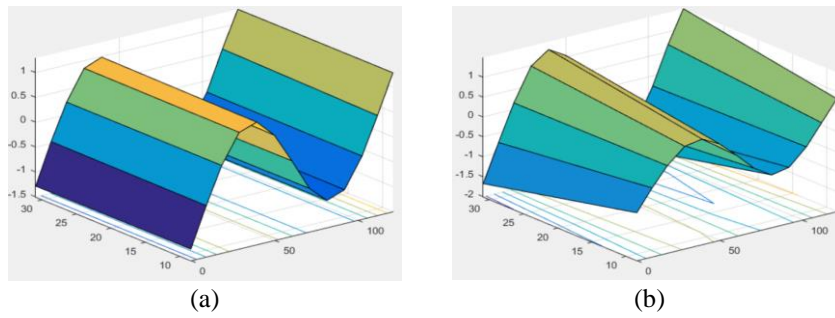
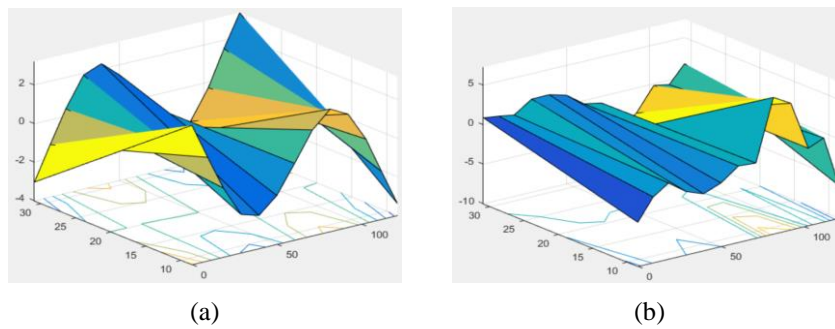


Figura 5.24: Deformada do 2º Modo de torção (a) Estrutura íntegra (b) Estrutura danificada



Fonte: Autor (2019).

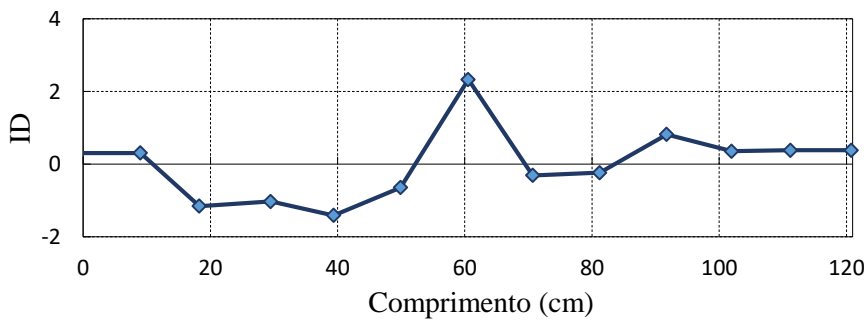
O dano no modelo 3D2QV causou alterações significativas nas deformadas e nas frequências da estrutura. Vale observar que o dano no quarto do vão causou maior alteração na frequência do 2º modo de flexão, enquanto o dano no meio do vão causou uma maior alteração no 1º modo de flexão.

**Índice de dano**

O índice de dano foi calculado a partir das deformadas modais obtidas experimentalmente e apresentadas anteriormente.

➤ Modelo 1D2MV

Figura 5.25: ID da longarina danificada - Modelo 1D2MV

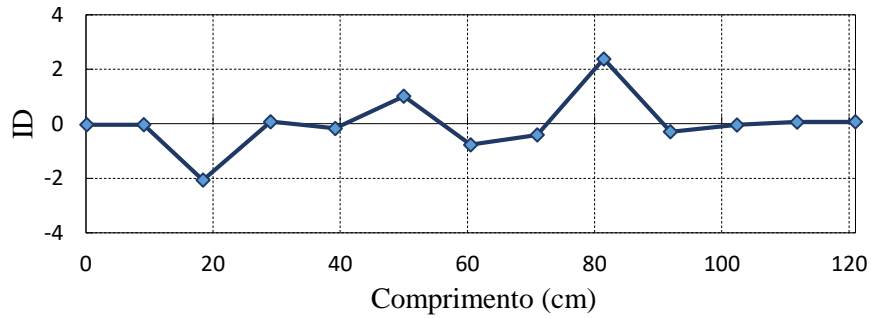


Fonte: Adaptado de Juliani (2014).

A região danificada é aquela que apresenta índice de dano maior que dois. Portanto, o índice de dano da longarina danificada identificou corretamente a localização do dano, uma vez que o mesmo foi introduzido no meio do vão.

➤ Modelo 3D2QV

Figura 5.26: ID da longarina danificada - Modelo 3D2QV



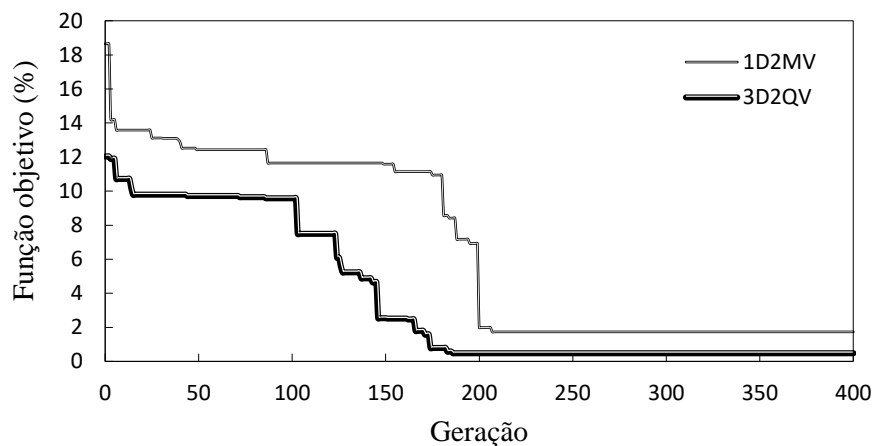
Fonte: Adaptado de Juliani (2014).

O índice de dano localizou o dano no modelo 3D2QV, uma vez que a posição do dano é em  $x = 81,5 \text{ cm}$ . No entanto, foi localizado também um falso dano em  $x = 18,5 \text{ cm}$ .

**Resultados**

As informações do índice de dano foram utilizadas na geração da população inicial dos algoritmos genéticos, portanto no modelo 1D2MV os elementos da região central ( $x = 60,5 \text{ cm}$ ) tiveram maior probabilidade de serem danificados, enquanto no modelo 3D2QV os elementos do quarto de vão ( $x = 18,5 \text{ cm}$  e  $x = 81,5 \text{ cm}$ ) tiveram maior probabilidade de serem danificados. O critério de parada foi estabelecido em função do número máximo de gerações em 400. Na Figura 5.27 é apresentada a evolução dos algoritmos genéticos.

Figura 5.27: Evolução dos AG's na localização dos danos



Fonte: Autor (2019).

Foi implementada uma rotina para destacar a região danificada localizada pela calibração automática do modelo em elementos finitos. O dano real simulado experimentalmente e o dano localizado pelo programa de calibração são apresentados nas Figuras 5.28 e 5.29.

Figura 5.28: Região danificada (a) dano real (b) dano localizado – Modelo 1D2MV

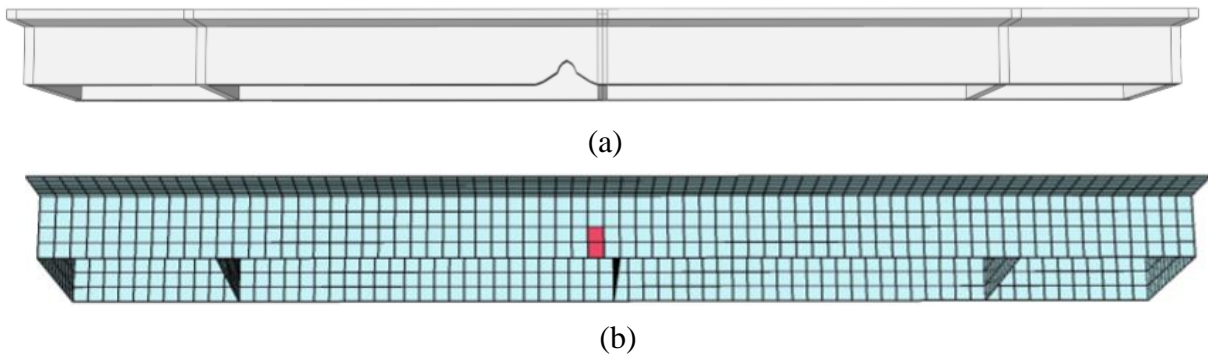
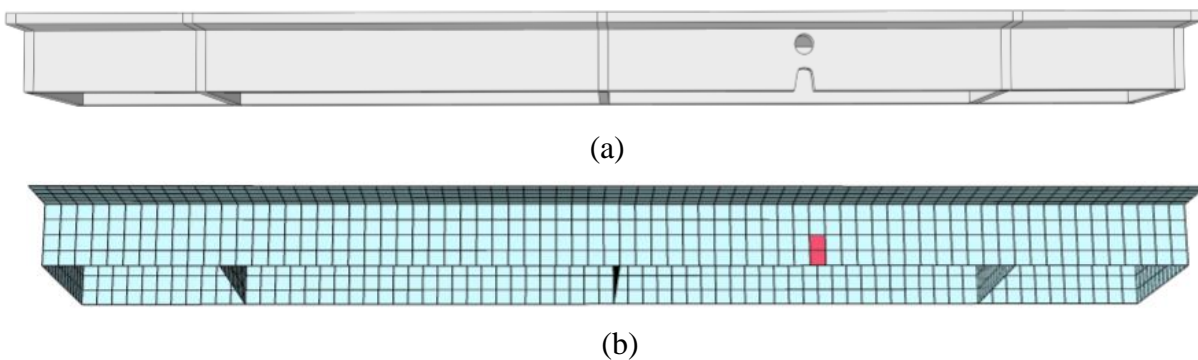


Figura 5.29: Região danificada (a) dano real (b) dano localizado – Modelo 3D2QV



Fonte: Autor (2019).

Como apresentado nas figuras, o dano foi corretamente localizado pelo procedimento de calibração desenvolvido, sem a localização de falsos danos.

#### 5.4 DISCUSSÃO

Os resultados obtidos demonstraram o bom desempenho da calibração automática de modelos em elementos finitos na localização de danos de pequena extensão. No entanto, para a obtenção destes resultados foram necessários diversos estudos e avaliações preliminares para reduzir ao máximo erros numéricos e experimentais, que geram a localização de falsos danos. Algumas avaliações realizadas no decorrer do presente trabalho serão apresentadas a seguir.

##### *Divisão dos grupos de elementos finitos*

Em um primeiro momento, a divisão dos agrupamentos de elementos finitos foi feita com o intuito de investigar regiões relativamente pequenas, mas com um número reduzido de variáveis. Para isso, cada grupo de elementos finitos era composto por oito elementos. Foram

realizadas diversas tentativas de calibração e todas resultaram na localização do dano real e de falsos danos. Na Figura 5.30 é apresentado o dano localizado no modelo 3D2QV com tal consideração.

Figura 5.30: Região danificada localizada com agrupamentos de 8 elementos finitos– Modelo 3D2QV



Fonte: Autor (2019).

Com base no dano real, Figura 5.29(a), esperava-se que a região danificada identificada pela calibração fosse apenas o grupo 24. No entanto, o dano representado numericamente por este agrupamento é maior que o real, gerando um erro considerável entre os modelos numérico e experimental. Como alternativa de ajustar os modelos, os algoritmos genéticos identificaram um falso dano no grupo 9.

Portanto, o tamanho dos agrupamentos é uma variável importante na localização correta do dano. Ao reduzir os agrupamentos, aumenta-se o número de variáveis e o custo computacional, mas melhora-se a precisão do resultado.

### ***Modos de vibração***

Conforme recomendado em algumas pesquisas apresentadas no Capítulo 3, é preciso ter cuidado ao selecionar os modos de vibração que constituirão a função objetivo. Neste estudo foram utilizados os quatro primeiros modos de vibração, uma vez que estes foram apresentados na dissertação de Juliani (2014) e se mostraram confiáveis. Visando avaliar a influência dos modos na detecção de dano, foram realizados estudos de caráter investigativo considerando o terceiro modo de flexão e este ampliou a diferença entre as respostas experimentais e numéricas, prejudicando a localização correta do dano. Portanto, a utilização de mais modos de vibração que o necessário pode introduzir mais incertezas ao processo de calibração.

### ***Função objetivo***

A função objetivo utilizada depende apenas das frequências naturais, pois estudos preliminares mostraram que a consideração de informações baseadas nos modos de vibração não era necessária e poderia gerar mais incertezas ao processo de calibração.

### ***Correlação automática dos modos de vibração***

O coeficiente MAC foi utilizado nos algoritmos de otimização a fim de garantir que os modos numéricos e experimentais fossem corretamente correlacionados a cada iteração. Esta

estratégia é bastante importante para que a calibração seja automática e realizada corretamente, uma vez que há grande probabilidade da ordem dos modos se alterar ao modificar as propriedades do modelo numérico, o que ocorre a cada iteração.

### ***Filtros nos dados experimentais***

O tratamento das respostas do modelo experimental com a utilização de filtros digitais para redução do ruído foi essencial no sucesso da metodologia. Foi utilizado filtro pelo método da janela, sendo adotada a janela Hanning para o tratamento do sinal.



## 6 INVESTIGAÇÃO DA ANISOTROPIA DO CONCRETO

---

O concreto é considerado um material isotrópico, homogêneo e linear para fins de análise estrutural e projeto. Os materiais com características elásticas isotrópicas possuem propriedades iguais em todas as direções, isto é, as principais constantes dos materiais são consideradas iguais em todas as direções. Entretanto, em função da concretagem, alguns fenômenos como a segregação, a exsudação e mesmo o formato irregular dos agregados e tendência de alinhamento sugerem um comportamento ortotrópico para o concreto.

Neste capítulo, é proposta uma metodologia de investigação da anisotropia do concreto por meio da calibração do modelo em elementos finitos com base em resposta dinâmica experimental. A metodologia consiste em avaliar qual tipo de material (isotrópico, isotrópico transversal ou ortotrópico) melhor ajusta o modelo numérico ao experimental.

Inicialmente, será apresentado resumidamente o trabalho de Abe (2015), responsável pelo estudo experimental. Na sequência, serão revisados os conceitos básicos sobre as constantes de elasticidade e relação constitutiva em elasticidade linear, sendo esta a fundamentação teórica da calibração realizada. E, por fim, será tratada a calibração do modelo numérico.

### 6.1 ESTUDO EXPERIMENTAL

Abe (2015) realizou um trabalho para investigar a anisotropia a partir da análise dos parâmetros modais de amostras de concreto. Ensaios de ressonância acústica foram empregados para obtenção das propriedades elásticas dinâmicas de amostras prismáticas. As amostras foram produzidas com concretagem na direção longitudinal e transversal. Além disso, foram feitos traços com misturas ricas, médias e pobres. Sendo produzidas cinco amostras para cada combinação de mistura e direção de concretagem, resultando em 30 corpos de prova.

#### *Amostras*

Os traços utilizados na preparação do concreto estão apresentados na Tabela 6.1.

Tabela 6.1: Traços utilizados na preparação dos corpos de prova

Traços	Cimento	Areia	Brita	a/c
Traço 1 - Rico	1,00	1,30	2,20	0,39
Traço 2- Médio	1,00	2,06	2,94	0,57
Traço 3 - Pobre	1,00	2,83	3,87	0,79

Fonte: Adaptado de Abe (2015).

As formas utilizadas são prismáticas e de madeira, com dimensões internas de 12,5 cm x 12,5 cm x 40 cm. As formas foram modificadas para que fosse possível realizar a concretagem em dois sentidos distintos, vertical e horizontal. Na Figura 6.1 são apresentados os detalhes sobre as formas usadas na concretagem.

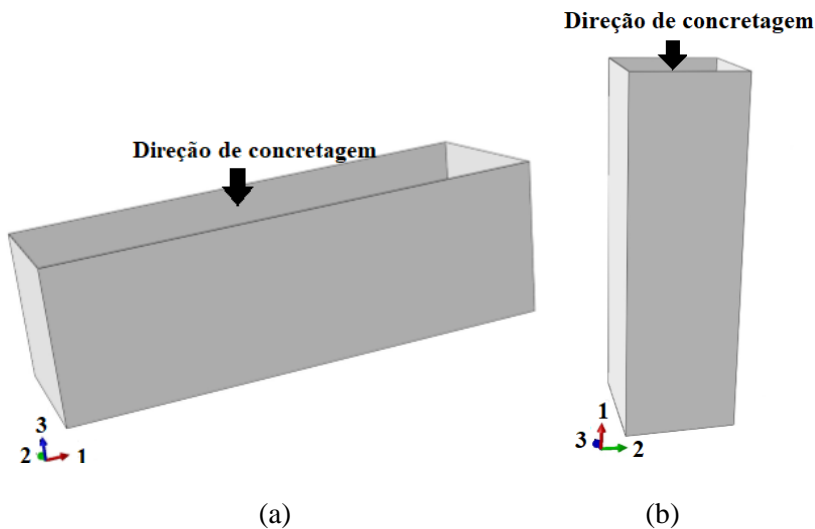
Figura 6.1: Detalhes da forma utilizada



Fonte: Abe (2015).

Para cada traço, determinou-se a moldagem de 10 corpos de prova, totalizando 30 corpos de prova. Desta forma, para cada traço, 5 foram concretados na direção horizontal e os outros 5 na direção vertical. Os corpos de prova foram desformados no dia posterior à concretagem e colocados na câmara úmida. Na Figura 6.2 são ilustradas as duas situações de concretagem.

Figura 6.2: Direção de concretagem (a) prisma na horizontal (b) prisma na vertical.



Fonte: Autor (2019).

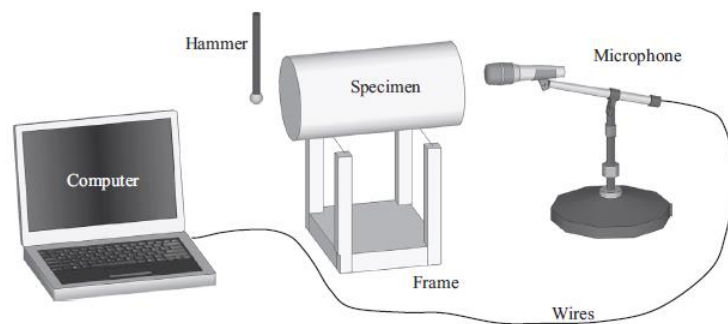
### ***Ensaio de ressonância acústica por impulso***

Ensaio não destrutivo é uma boa alternativa para avaliação da anisotropia de amostras de concreto, uma vez que o mesmo corpo de prova pode ser ensaiado diversas vezes, avaliando precisamente a influência da direção sobre as propriedades elásticas. Dentre os ensaios não

destrutivos dinâmicos, o teste de ressonância acústica surgiu como uma alternativa para a determinação das propriedades elásticas a um baixo custo e com boa precisão. O método consiste na excitação do material para a detecção e obtenção das frequências de ressonância. Desta forma, pelo emprego de relações matemáticas e/ou de procedimentos computacionais é possível a obtenção das constantes elásticas a partir das frequências de ressonância.

No método de excitação por impulso, o corpo sofre um impacto e responde com vibrações em sua frequência natural. O esquema básico desse método é ilustrado na Figura 6.3.

Figura 6.3: Esquema do ensaio acústico

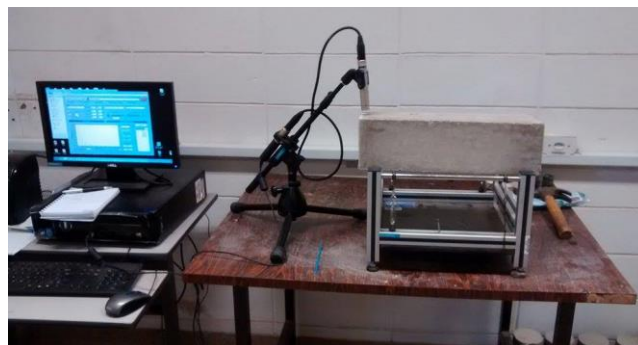


Fonte: Haach et al. (2013).

Durante o ensaio experimental, a amostra deve ser medida e pesada. Em seguida, o corpo de prova é posicionado sobre um suporte para reduzir a interferência do meio externo. Em uma de suas extremidades, um impacto é aplicado para ativar um modo específico de vibração e o som é capturado por um microfone. Com os dados adquiridos, as frequências naturais podem ser identificadas e associadas com as propriedades elásticas do material (HAACH et al., 2013).

O software utilizado foi o Sonelastic® da ATCP. Através do ensaio não destrutivo de excitação por impulso, foram obtidos os valores das frequências naturais de vibração para os primeiros modos de vibração longitudinal, torcional e flexional. A montagem do ensaio está ilustrada na Figura 6.4.

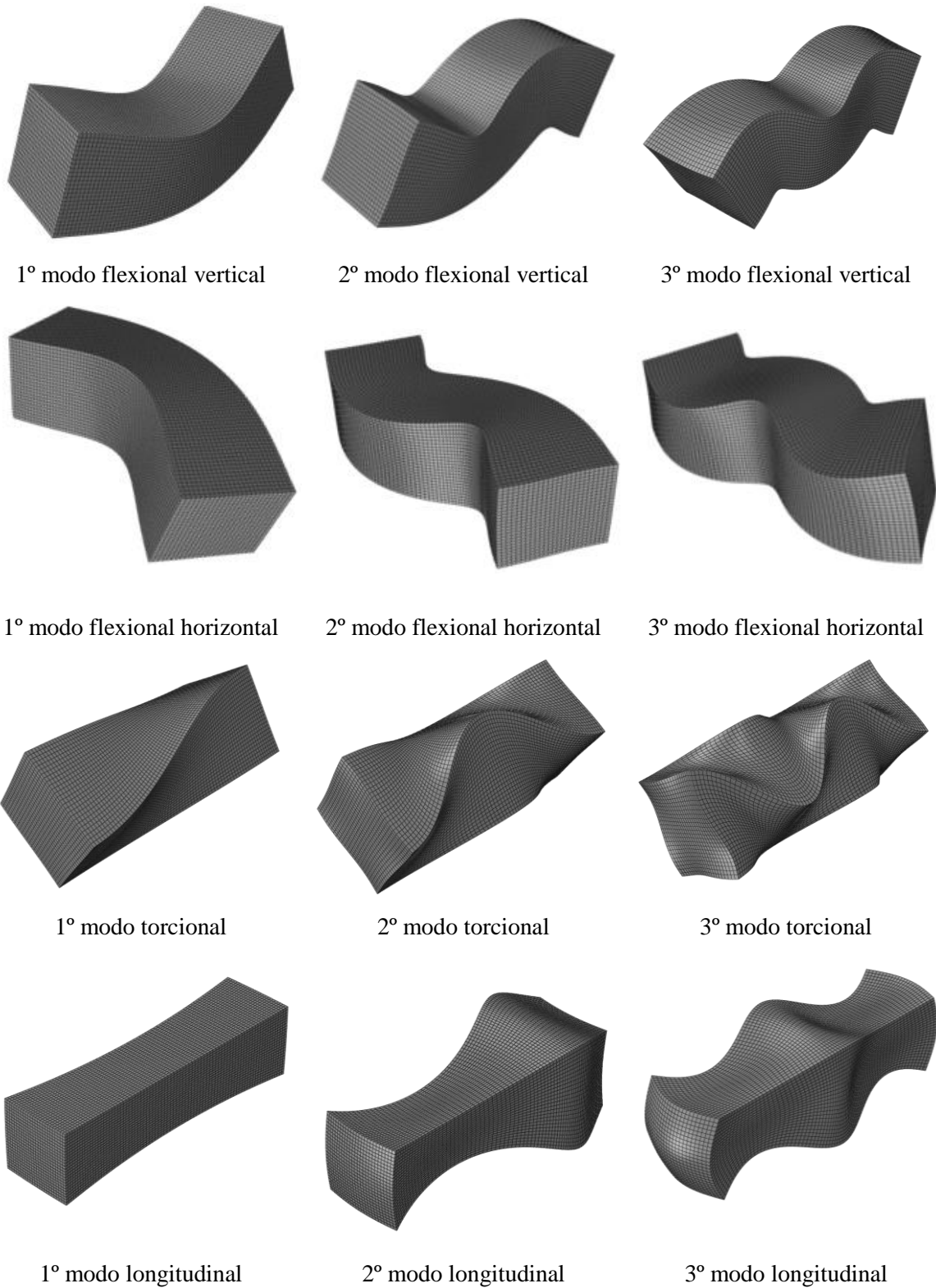
Figura 6.4: Foto do ensaio. O microfone está posicionado para obtenção das frequências de flexão



Fonte: Abe (2015).

Os modos vibração obtidos pelo ensaio estão representados na Figura 6.5.

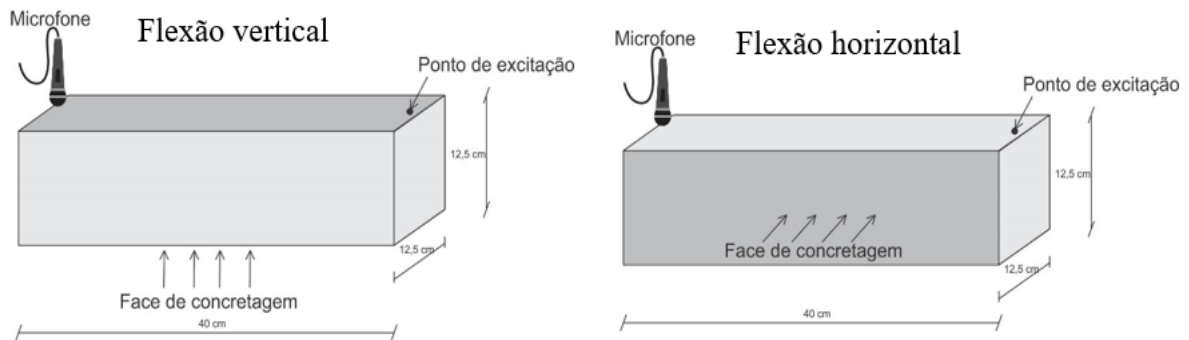
Figura 6.5: Modos de vibração obtidos pelo ensaio de ressonância acústica



Fonte: Autor (2019).

Para a obtenção das frequências de flexão verticais, os prismas concretados horizontalmente foram posicionados de forma que a face de concretagem ficasse voltada para baixo. Com o microfone em uma das extremidades da face superior, a excitação foi realizada na extremidade oposta e na mesma face. As frequências de flexão horizontais foram obtidas de maneira similar, no entanto o prisma foi posicionado de forma que a face concretada ficasse em uma das laterais. Na Figura 6.6 é ilustrado o procedimento descrito.

Figura 6.6: Detalhamento da obtenção da flexão vertical e horizontal



Fonte: Abe (2015).

Os corpos de prova foram nomeados de acordo com a direção de concretagem e traço do concreto, respectivamente. A classificação pela direção da concretagem foi feita pelas letras V (vertical) e H (horizontal) e para o traço do concreto foram utilizadas as letras P (pobre), M (médio) e R (rico). As frequências obtidas no ensaio foram utilizadas na calibração do modelo numérico e estão apresentadas na Tabela 6.2.

Tabela 6.2: Frequências naturais das amostras (Hz)

Corpo de prova	VP1	VP2	VP3	VP4	VP5	Média	Coef. De variação
Densidade (kg/m <sup>3</sup> )	2483,92	2499,30	2496,81	2472,81	2439,65	2478,50	0,98%
1 Longitudinal	5004,44	5063,31	5059,12	5045,13	5041,90	5042,78	0,46%
1 Torcional	2964,98	3017,01	2996,66	2979,43	2969,62	2985,54	0,72%
1 Flexão vert.	2504,87	2540,29	2531,58	2518,96	2540,79	2527,30	0,61%
1 Flexão horiz.	2527,63	2568,96	2563,32	2551,47	2483,51	2538,98	1,37%
2 Longitudinal	9897,10	9922,21	9941,67	9956,49	9960,60	9935,61	0,26%
2 Torcional	5947,19	5970,68	5963,34	5943,08	5947,49	5954,36	0,20%
2 Flexão vert.	5316,30	5357,95	5367,81	5343,70	5395,23	5356,20	0,55%
2 Flexão horiz.	5338,91	5402,67	5392,70	5381,71	5321,26	5367,45	0,66%
3 Longitudinal	14164,80	14198,79	14235,12	14257,82	14287,36	14228,78	0,34%
3 Torcional	8923,96	8947,32	8936,63	8945,59	8972,13	8945,13	0,20%
3 Flexão vert.	8329,15	8370,83	8359,08	8368,62	8402,36	8366,01	0,31%
3 Flexão horiz.	8357,71	8403,55	8382,13	8398,15	8352,53	8378,81	0,28%

Corpo de prova	HP1	HP2	HP3	HP4	HP5	Média	Coef. De variação
Densidade (kg/m <sup>3</sup> )	2461,45	2468,97	2466,93	2452,75	2480,73	2466,17	0,42%
1 Longitudinal	5159,30	5152,56	5092,60	5121,53	5121,22	5129,44	0,53%
1 Torcional	3022,32	3034,53	3014,23	3022,76	3019,79	3022,73	0,25%
1 Flexão vert.	2599,06	2641,76	2596,38	2595,31	2614,31	2609,36	0,75%
1 Flexão horiz.	2553,37	2568,04	2541,71	2538,70	2527,74	2545,91	0,60%
2 Longitudinal	10177,28	10170,74	10012,77	10110,82	10095,71	10113,46	0,66%
2 Torcional	6074,90	6089,25	6005,89	6053,31	6029,52	6050,57	0,56%
2 Flexão vert.	5481,53	5539,17	5451,51	5474,74	5496,88	5488,77	0,59%
2 Flexão horiz.	5431,39	5459,97	5405,03	5415,70	5403,16	5423,05	0,43%
3 Longitudinal	14498,81	14333,10	14251,06	14348,64	14276,95	14341,71	0,67%
3 Torcional	9104,89	9094,46	9001,15	9056,41	9004,465	9052,28	0,54%
3 Flexão vert.	8571,76	8605,16	8481,35	8530,61	8539,328	8545,64	0,54%
3 Flexão horiz.	8490,19	8544,98	8446,64	8484,39	8460,17	8485,27	0,45%
<b>Corpo de prova</b>	<b>VM1</b>	<b>VM2</b>	<b>VM3</b>	<b>VM4</b>	<b>VM5</b>	<b>Média</b>	<b>-</b>
Densidade (kg/m <sup>3</sup> )	2523,11	2490,85	2509,26	2487,88	2468,94	2496,01	0,83%
1 Longitudinal	5250,77	5222,11	5183,72	5170,92	5205,44	5206,59	0,61%
1 Torcional	3061,31	3071,78	3034,23	3017,50	3029,81	3042,93	0,75%
1 Flexão vert.	2592,43	2598,64	2533,15	2592,06	2620,33	2587,32	1,25%
1 Flexão horiz.	2640,78	2613,24	2596,02	2527,12	2567,85	2589,00	1,68%
2 Longitudinal	10390,24	10330,16	10330,61	10323,82	10353,76	10345,72	0,26%
2 Torcional	6195,65	6153,63	6140,18	6127,89	6178,16	6159,10	0,45%
2 Flexão vert.	5519,66	5543,37	5452,11	5501,49	5559,03	5515,13	0,75%
2 Flexão horiz.	5596,30	5538,82	5511,91	5433,60	5514,61	5519,05	1,06%
3 Longitudinal	14853,79	14764,56	14767,26	14756,71	14839,84	14796,43	0,31%
3 Torcional	9267,59	9205,78	9228,27	9162,29	9233,15	9219,42	0,42%
3 Flexão vert.	8730,28	8673,07	8559,15	8645,10	8715,75	8664,67	0,78%
3 Flexão horiz.	8797,95	8680,35	8643,85	8567,99	8666,35	8671,30	0,96%
<b>Corpo de prova</b>	<b>HM1</b>	<b>HM2</b>	<b>HM3</b>	<b>HM4</b>	<b>HM5</b>	<b>Média</b>	<b>-</b>
Densidade (kg/m <sup>3</sup> )	2495,23	2489,59	2489,92	2475,86	2451,71	2480,46	0,71%
1 Longitudinal	5340,43	5330,54	5339,65	5268,83	5313,96	5318,68	0,56%
1 Torcional	3125,72	3084,70	3125,41	3084,30	3080,00	3100,03	0,75%
1 Flexão vert.	2733,51	2737,59	2773,85	2728,52	2694,80	2733,65	1,03%
1 Flexão horiz.	2664,15	2624,83	2647,72	2637,14	2597,60	2634,29	0,95%
2 Longitudinal	10497,34	10450,41	10489,87	10420,32	10532,09	10478,01	0,41%
2 Torcional	6254,41	6237,14	6264,00	6206,37	6242,10	6240,80	0,35%
2 Flexão vert.	5713,35	5739,93	5717,25	5691,59	5678,26	5708,08	0,42%
2 Flexão horiz.	5646,43	5580,62	5632,07	5612,46	5571,72	5608,66	0,57%
3 Longitudinal	14853,50	14815,08	14817,74	14617,16	14902,17	14801,13	0,73%
3 Torcional	9332,49	9322,63	9358,08	9305,51	9343,13	9332,37	0,21%
3 Flexão vert.	8878,41	8878,40	8877,77	8821,30	8858,29	8862,83	0,28%
3 Flexão horiz.	8821,58	8749,96	8804,51	8788,97	8786,41	8790,29	0,30%
<b>Corpo de prova</b>	<b>VR1</b>	<b>VR2</b>	<b>VR3</b>	<b>VR4</b>	<b>VR5</b>	<b>Média</b>	<b>-</b>
Densidade (kg/m <sup>3</sup> )	2486,28	2469,97	2488,43	2497,55	2433,28	2475,10	1,03%
1 Longitudinal	5311,65	4905,74	5302,72	5254,32	5292,76	5213,44	3,33%
1 Torcional	3113,92	3021,73	3082,60	3066,50	3078,22	3072,59	1,09%
1 Flexão vert.	2639,50	2507,74	2607,61	2551,46	2558,38	2572,94	2,00%
1 Flexão horiz.	2645,66	2399,75	2644,59	2625,87	2646,95	2592,56	4,17%
2 Longitudinal	10511,09	10181,35	10489,35	10477,04	10483,39	10428,44	1,33%
2 Torcional	6257,48	6167,99	6239,61	6251,51	6223,66	6228,05	0,58%
2 Flexão vert.	5609,57	5399,24	5601,70	5481,17	5547,12	5527,76	1,60%
2 Flexão horiz.	5637,85	5457,98	5629,97	5606,64	5622,44	5590,98	1,35%
3 Longitudinal	14987,21	14924,45	15039,72	14984,70	15012,23	14989,66	0,28%
3 Torcional	9370,79	9306,48	9327,53	9323,88	9348,52	9335,44	0,27%
3 Flexão vert.	8806,89	8638,64	8768,36	8639,83	8719,04	8714,55	0,87%
3 Flexão horiz.	8844,70	8675,63	8792,34	8779,10	8793,65	8777,08	0,71%

Corpo de prova	HR1	HR2	HR3	HR4	HR5	Média	Coef. De variação
Densidade (kg/m <sup>3</sup> )	2446,43	2516,35	2488,31	2473,39	2493,86	2483,67	1,04%
1 Longitudinal	5348,59	5356,84	5368,26	5413,82	5367,27	5370,96	0,47%
1 Torcional	3109,86	3172,12	3169,81	3178,95	3166,67	3159,48	0,89%
1 Flexão vert.	2726,84	2825,64	2749,75	2797,70	2800,29	2780,04	1,46%
1 Flexão horiz.	2597,22	2652,61	2658,57	2683,31	2661,14	2650,57	1,21%
2 Longitudinal	10560,07	10484,74	10537,18	10618,31	10560,36	10552,13	0,46%
2 Torcional	6244,71	6281,84	6296,92	6338,75	6330,50	6298,54	0,61%
2 Flexão vert.	5737,52	5832,66	5765,01	5821,71	5821,99	5795,78	0,72%
2 Flexão horiz.	5599,47	5643,08	5656,43	5703,95	5672,96	5655,18	0,68%
3 Longitudinal	14893,81	14575,32	14891,13	15043,43	14759,49	14832,64	1,18%
3 Torcional	9363,78	9395,02	9419,74	9489,21	9435,90	9420,73	0,50%
3 Flexão vert.	8915,26	8973,28	8936,19	9025,00	8989,15	8967,78	0,48%
3 Flexão horiz.	8791,61	8831,12	8852,70	8900,17	8885,81	8852,28	0,49%

Fonte: Adaptado de Abe (2015).

## 6.2 RELAÇÃO CONSTITUTIVA EM ELASTICIDADE LINEAR

Neste item são revisados brevemente conceitos fundamentais sobre relação constitutiva em elasticidade linear. Revisão mais detalhada pode ser encontrada em Azevedo (2007).

A relação constitutiva relaciona cada componente de tensão com cada componente de deformação por meio de coeficientes elásticos de rigidez e de flexibilidade.

### *Coefficientes elásticos*

A Lei de Hooke generalizada aplicável à um material anisotrópico, isto é, sem nenhum plano de simetria, é escrita pela Equação (6.1) ou, na forma inversa, pela Equação (6.2).

$$\sigma_{ij} = a_{ijkl} \varepsilon_{kl} \quad (6.1)$$

$$\varepsilon_{ij} = b_{ijkl} \sigma_{kl} \quad (6.2)$$

Onde:

$a_{ijkl}$  são os coeficientes elásticos de rigidez do material;

$b_{ijkl}$  são os coeficientes elásticos de flexibilidade do material.

Os coeficientes elásticos de rigidez e de flexibilidade apresentam as seguintes simetrias:

$$\begin{aligned} a_{ijkl} &= a_{jikl} = a_{ijlk} = a_{klij} \\ b_{ijkl} &= b_{jikl} = b_{ijlk} = b_{klij} \end{aligned} \quad (6.3)$$

Sendo assim, apenas 21 componentes dos tensores são independentes. A Lei de Hooke generalizada é escrita na forma matricial da seguinte forma:

$$\begin{Bmatrix} \sigma_{11} \\ \sigma_{22} \\ \sigma_{33} \\ \sigma_{23} \\ \sigma_{13} \\ \sigma_{12} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{1111} & a_{1122} & a_{1133} & a_{1123} & a_{1113} & a_{1112} \\ a_{2211} & a_{2222} & a_{2233} & a_{2223} & a_{2213} & a_{2212} \\ a_{3311} & a_{3322} & a_{3333} & a_{3323} & a_{3313} & a_{3312} \\ a_{2311} & a_{2322} & a_{2333} & a_{2323} & a_{2313} & a_{2312} \\ a_{1311} & a_{1322} & a_{1333} & a_{1323} & a_{1313} & a_{1312} \\ a_{1211} & a_{1222} & a_{1233} & a_{1223} & a_{1213} & a_{1212} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_{11} \\ \varepsilon_{22} \\ \varepsilon_{33} \\ 2\varepsilon_{23} \\ 2\varepsilon_{13} \\ 2\varepsilon_{12} \end{Bmatrix} \quad (6.4)$$

$$\begin{Bmatrix} \varepsilon_{11} \\ \varepsilon_{22} \\ \varepsilon_{33} \\ 2\varepsilon_{23} \\ 2\varepsilon_{13} \\ 2\varepsilon_{12} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} b_{1111} & b_{1122} & b_{1133} & 2b_{1123} & 2b_{1113} & 2b_{1112} \\ b_{2211} & b_{2222} & b_{2233} & 2b_{2223} & 2b_{2213} & 2b_{2212} \\ b_{3311} & b_{3322} & b_{3333} & 2b_{3323} & 2b_{3313} & 2b_{3312} \\ 2b_{2311} & 2b_{2322} & 2b_{2333} & 4b_{2323} & 4b_{2313} & 4b_{2312} \\ 2b_{1311} & 2b_{1322} & 2b_{1333} & 4b_{1323} & 4b_{1313} & 4b_{1312} \\ 2b_{1211} & 2b_{1222} & 2b_{1233} & 4b_{1223} & 4b_{1213} & 4b_{1212} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \sigma_{11} \\ \sigma_{22} \\ \sigma_{33} \\ \sigma_{23} \\ \sigma_{13} \\ \sigma_{12} \end{Bmatrix} \quad (6.5)$$

As constantes elásticas que definem um material anisotrópico podem ser definidas por razões entre tensões e deformações, ou vice-versa. Algumas relações de interesse:

- Módulo de elasticidade longitudinal

O módulo de elasticidade  $E_k$  na direção  $x_k$  ( $k = 1, 2, 3$ ) é obtido pela relação da Equação (6.6), portanto,  $E_k$  relaciona a tensão normal que atua na face normal com a deformação linear na mesma direção e existem três módulos de elasticidade longitudinal.

$$E_k = \frac{\sigma_{kk}}{\varepsilon_{kk}} \quad (6.6)$$

- Módulo de elasticidade transversal

O módulo de elasticidade  $G_{ij}$  ( $i \neq j$ ) é definido pela razão entre a tensão tangencial que atua na face normal  $x_i$  ( $i = 1, 2, 3$ ) na direção  $x_j$  ( $j = 1, 2, 3 \neq i$ ) com a deformação angular no plano  $x_i x_j$ , Equação (6.7). Existem três módulos de elasticidade transversal.

$$G_{ij} = \frac{\sigma_{ij}}{2\varepsilon_{ij}} \quad (i \neq j) \quad (6.7)$$

- Coeficiente de Poisson

O coeficiente de Poisson  $\nu_{nm}$  é definido como a relação entre a deformação linear segundo uma direção  $x_n$ , perpendicular a  $x_m$ , e a deformação linear segundo  $x_m$ , sendo o estado de deformação provocado por uma força normal na direção  $x_m$ , Equação (6.8). Existem seis coeficientes de Poisson.

$$\nu_{nm} = -\frac{\varepsilon_{nm}}{\varepsilon_{mm}} \quad (m \neq n) \quad (6.8)$$



▪ Outras razões de deformação

Em materiais anisotrópicos, uma tensão normal pode provocar deformações angulares e tensões tangenciais podem provocar deformações lineares ou distorções em outros planos, podendo definir-se as seguintes razões de deformações:

$$\rho_{ijkl} = \frac{\varepsilon_{kl}}{\varepsilon_{ij}} = \frac{\gamma_{kl}}{\gamma_{ij}} \text{ com } (i \neq j) \text{ e } (k \neq l) \quad (6.9)$$

A Equação (6.9) relaciona uma deformação angular em um plano diferente de  $x_i x_j$  com a deformação angular no plano  $x_i x_j$ , sendo o estado de deformação provocado por uma tensão tangencial  $\sigma_{ij}$ . Há seis relações independentes.

$$\rho_{ijkl} = \rho_{mkl} = \frac{2\varepsilon_{kl}}{\varepsilon_{mn}} = \frac{\gamma_{kl}}{\varepsilon_{nn}} \text{ com } (i = j = n) \text{ e } (k \neq l) \quad (6.10)$$

A Equação (6.10) relaciona uma deformação angular em cada um dos planos, com a deformação linear segundo a direção  $x_n$ , sendo o estado de deformação provocado por uma tensão normal  $\sigma_{nn}$ . Há nove relações diferentes.

$$\rho_{ijkl} = \rho_{ijmn} = \frac{\varepsilon_{mn}}{2\varepsilon_{ij}} = \frac{\varepsilon_{mn}}{\gamma_{ij}} \text{ com } (i \neq j) \text{ e } (k = l = m) \quad (6.11)$$

A Equação (6.11) relaciona uma deformação linear segundo  $x_m$  com a deformação angular no plano  $x_i x_j$ , sendo o estado de deformação provocado por uma tensão tangencial  $\sigma_{ij}$ . Existem nove razões independentes.

**Relação constitutiva de um material anisotrópico**

Devido à simetria do tensor de constantes elásticas de flexibilidade, conclui-se que um material anisotrópico apresenta 21 constantes independentes.

$$\begin{pmatrix} \varepsilon_{11} \\ \varepsilon_{22} \\ \varepsilon_{33} \\ 2\varepsilon_{23} \\ 2\varepsilon_{13} \\ 2\varepsilon_{12} \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{E_1} & -\nu_{21} & -\nu_{31} & \frac{\rho_{2311}}{G_{23}} & \frac{\rho_{1311}}{G_{13}} & \frac{\rho_{1211}}{G_{12}} \\ \frac{-\nu_{12}}{E_1} & \frac{1}{E_2} & -\nu_{32} & \frac{\rho_{2322}}{G_{23}} & \frac{\rho_{1322}}{G_{13}} & \frac{\rho_{1222}}{G_{12}} \\ \frac{-\nu_{13}}{E_1} & \frac{-\nu_{23}}{E_2} & \frac{1}{E_3} & \frac{\rho_{2333}}{G_{23}} & \frac{\rho_{1333}}{G_{13}} & \frac{\rho_{1233}}{G_{12}} \\ \frac{\rho_{1123}}{E_1} & \frac{\rho_{2223}}{E_2} & \frac{\rho_{3323}}{E_3} & \frac{1}{G_{23}} & \frac{\rho_{1323}}{G_{13}} & \frac{\rho_{1223}}{G_{12}} \\ \frac{\rho_{1113}}{E_1} & \frac{\rho_{2213}}{E_2} & \frac{\rho_{3313}}{E_3} & \frac{\rho_{2313}}{G_{23}} & \frac{1}{G_{13}} & \frac{\rho_{1213}}{G_{12}} \\ \frac{\rho_{1112}}{E_1} & \frac{\rho_{2212}}{E_2} & \frac{\rho_{3312}}{E_3} & \frac{\rho_{2312}}{G_{23}} & \frac{\rho_{1312}}{G_{13}} & \frac{1}{G_{12}} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \sigma_{11} \\ \sigma_{22} \\ \sigma_{33} \\ \sigma_{23} \\ \sigma_{13} \\ \sigma_{12} \end{pmatrix} \quad (6.12)$$

### **Relação constitutiva de um material ortotrópico**

Um material ortotrópico apresenta três planos ortogonais de simetria entre si,  $x_1x_2$ ,  $x_1x_3$  e  $x_2x_3$ . Sua relação constitutiva apresenta-se a seguir.

$$\begin{Bmatrix} \varepsilon_{11} \\ \varepsilon_{22} \\ \varepsilon_{33} \\ 2\varepsilon_{23} \\ 2\varepsilon_{13} \\ 2\varepsilon_{12} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{E_1} & \frac{-\nu_{21}}{E_2} & \frac{-\nu_{31}}{E_3} & 0 & 0 & 0 \\ \frac{-\nu_{12}}{E_1} & \frac{1}{E_2} & \frac{-\nu_{32}}{E_3} & 0 & 0 & 0 \\ \frac{-\nu_{13}}{E_1} & \frac{-\nu_{23}}{E_2} & \frac{1}{E_3} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{G_{23}} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{G_{13}} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{G_{12}} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \sigma_{11} \\ \sigma_{22} \\ \sigma_{33} \\ \sigma_{23} \\ \sigma_{13} \\ \sigma_{12} \end{Bmatrix} \quad (6.13)$$

Observa-se que o número de constantes independentes reduz-se a nove, as deformações angulares não dependem das tensões normais, as deformações lineares não dependem das tensões tangenciais e cada tensão tangencial só provoca deformação angular no plano em que atua.

### **Relação constitutiva de um material isotrópico transversal**

Um material isotrópico transversal constitui-se de um material ortotrópico que apresenta isotropia em um dos planos de simetria, isto é, apresenta as mesmas propriedades em todas as direções neste plano. Supondo isotropia no plano  $x_2x_3$ , tem-se a seguinte relação constitutiva:

$$\begin{Bmatrix} \varepsilon_{11} \\ \varepsilon_{22} \\ \varepsilon_{33} \\ 2\varepsilon_{23} \\ 2\varepsilon_{13} \\ 2\varepsilon_{12} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{E_1} & \frac{-\nu_{21}}{E_2} & \frac{-\nu_{31}}{E_2} & 0 & 0 & 0 \\ \frac{-\nu_{12}}{E_1} & \frac{1}{E_2} & \frac{-\nu_{23}}{E_2} & 0 & 0 & 0 \\ \frac{-\nu_{12}}{E_1} & \frac{-\nu_{23}}{E_2} & \frac{1}{E_2} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{G_{23}} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{G_{12}} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{G_{12}} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \sigma_{11} \\ \sigma_{22} \\ \sigma_{33} \\ \sigma_{23} \\ \sigma_{13} \\ \sigma_{12} \end{Bmatrix} \quad (6.14)$$

Como há isotropia no plano  $x_2x_3$ , o módulo de elasticidade transversal  $G_{23}$  neste plano é relacionado ao módulo de elasticidade longitudinal  $E_2$  e do coeficiente de Poisson  $\nu_{23}$  segundo a relação:

$$G_{23} = \frac{E_2}{2(1+\nu_{23})} \quad (6.15)$$

Para estes materiais, o número de coeficientes elásticos independentes reduz-se a cinco. Além das observações feitas para material ortotrópico, observa-se também que as deformações lineares no plano  $x_2x_3$  provocadas pela tensão normal  $\sigma_{11}$  são iguais; as deformações lineares  $\varepsilon_{22}$  e  $\varepsilon_{33}$  provocadas pela tensão normal  $\sigma_{22}$  são iguais às deformações  $\varepsilon_{33}$  e  $\varepsilon_{22}$  (respectivamente) provocadas por uma tensão  $\sigma_{33} = \sigma_{22}$ ; cada tensão tangencial só provoca deformação angular no plano em que atua.

De forma similar, é estabelecida as relações constitutivas para materiais isotrópicos transversais nos planos  $x_1x_3$  e  $x_1x_2$ , respectivamente.

$$\begin{Bmatrix} \varepsilon_{11} \\ \varepsilon_{22} \\ \varepsilon_{33} \\ 2\varepsilon_{23} \\ 2\varepsilon_{13} \\ 2\varepsilon_{12} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{E_1} & \frac{-\nu_{21}}{E_2} & \frac{-\nu_{13}}{E_1} & 0 & 0 & 0 \\ \frac{-\nu_{12}}{E_1} & \frac{1}{E_2} & \frac{-\nu_{12}}{E_1} & 0 & 0 & 0 \\ \frac{-\nu_{13}}{E_1} & \frac{-\nu_{21}}{E_2} & \frac{1}{E_1} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{G_{12}} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{G_{13}} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{G_{12}} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \sigma_{11} \\ \sigma_{22} \\ \sigma_{33} \\ \sigma_{23} \\ \sigma_{13} \\ \sigma_{12} \end{Bmatrix} \quad (6.16)$$

Com,

$$G_{13} = \frac{E_1}{2(1+\nu_{13})} \quad (6.17)$$

E no outro plano,

$$\begin{Bmatrix} \varepsilon_{11} \\ \varepsilon_{22} \\ \varepsilon_{33} \\ 2\varepsilon_{23} \\ 2\varepsilon_{13} \\ 2\varepsilon_{12} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{E_1} & \frac{-\nu_{21}}{E_1} & \frac{-\nu_{31}}{E_3} & 0 & 0 & 0 \\ \frac{-\nu_{12}}{E_1} & \frac{1}{E_1} & \frac{-\nu_{31}}{E_3} & 0 & 0 & 0 \\ \frac{-\nu_{13}}{E_1} & \frac{-\nu_{13}}{E_1} & \frac{1}{E_3} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{G_{13}} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{G_{13}} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{G_{12}} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \sigma_{11} \\ \sigma_{22} \\ \sigma_{33} \\ \sigma_{23} \\ \sigma_{13} \\ \sigma_{12} \end{Bmatrix} \quad (6.18)$$

Com,

$$G_{12} = \frac{E_1}{2(1+\nu_{12})} \tag{6.19}$$

**Relação constitutiva de um material isotrópico**

O material isotrópico possui infinitos planos de simetria ortogonais entre si. Sua relação constitutiva é da seguinte forma:

$$\begin{pmatrix} \varepsilon_{11} \\ \varepsilon_{22} \\ \varepsilon_{33} \\ 2\varepsilon_{23} \\ 2\varepsilon_{13} \\ 2\varepsilon_{12} \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{E} & -\frac{\nu}{E} & -\frac{\nu}{E} & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{\nu}{E} & \frac{1}{E} & -\frac{\nu}{E} & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{\nu}{E} & -\frac{\nu}{E} & \frac{1}{E} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{G} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{G} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{G} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \sigma_{11} \\ \sigma_{22} \\ \sigma_{33} \\ \sigma_{23} \\ \sigma_{13} \\ \sigma_{12} \end{pmatrix} \tag{6.20}$$

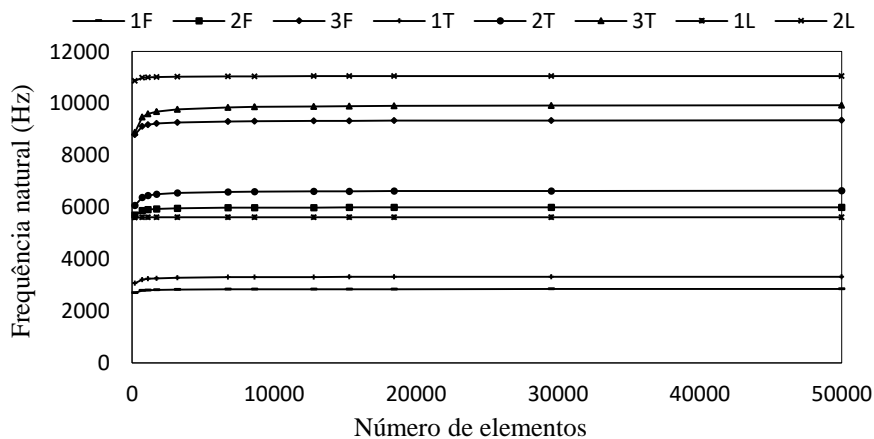
Onde:

$$G = \frac{E}{2(1+\nu)} \tag{6.21}$$

**6.3 MODELO NUMÉRICO**

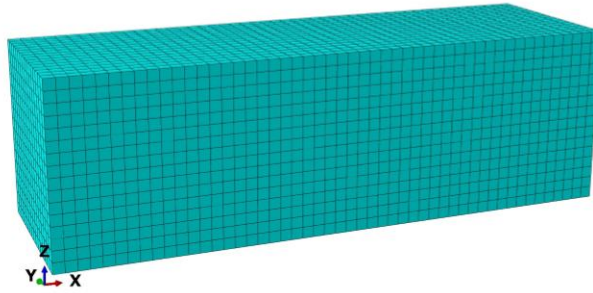
Os prismas foram modelados no Abaqus versão 6.14 com elemento sólido C3D8R, ordem geométrica linear, análise modal, procedimento linear pertubation (frequency). Para escolha da malha foi realizado o teste de convergência de malha apresentado na Figura 6.7.

Figura 6.7: Teste de convergência de malha



O teste de malha foi realizado considerando material isotrópico, foram utilizados no teste os três primeiros modos flexionais, os três primeiros modos torcionais e os dois primeiros modos longitudinais. A malha adotada foi de 0,8 cm, resultando em 12800 elementos, conforme apresentado na Figura 6.8. Foi considerada condição de contorno livre-livre, que é representativa do ensaio de ressonância acústica.

Figura 6.8: Modelo numérico



Fonte: Autor (2019).

Os algoritmos genéticos foram utilizados na calibração do modelo numérico. Foram consideradas as sete primeiras frequências naturais na calibração, a saber: primeiro modo de flexão horizontal, primeiro modo de flexão vertical, primeiro modo de torção, primeiro modo longitudinal, segundo modo de flexão horizontal, segundo modo de flexão vertical e segundo modo de torção.

Os parâmetros utilizados nos algoritmos foram: população com 50 indivíduos, taxa de cruzamento de 90%, taxa de mutação de 10% e seleção pelo método da roleta com elitismo. O critério de parada foi definido como número máximo de gerações em 100. O problema de otimização é definido pela Equação (6.22).

$$\min_{C_{lk}} \left( \max_{i=1..n} \left| \frac{f_i^{\text{experimental}} - f_i^{\text{numérica}}}{f_i^{\text{numérica}}} \right| \cdot 100\% \right)$$

sujeito a:

$$\begin{aligned} 50 \text{ GPa} &\leq C_{lk} \leq 65 \text{ GPa}, \quad l = k, \quad l = 1, 2, 3 \\ 15 \text{ GPa} &\leq C_{lk} \leq 25 \text{ GPa}, \quad l = k, \quad l = 4, 5, 6 \\ 1 \text{ GPa} &\leq C_{lk} \leq 21 \text{ GPa}, \quad l \neq k, \quad l = 1, 2, 3, \quad k = 1, 2, 3 \end{aligned} \quad (6.22)$$

As variáveis de decisão foram as constantes elásticas da matriz de rigidez e foram denominadas por C11, C22, C33, C44, C55, C66, C12, C13 e C23, conforme apresentado na equação a seguir.

$$\begin{pmatrix} \sigma_{11} \\ \sigma_{22} \\ \sigma_{33} \\ \sigma_{23} \\ \sigma_{13} \\ \sigma_{12} \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} & 0 & 0 & 0 \\ C_{21} & C_{22} & C_{23} & 0 & 0 & 0 \\ C_{31} & C_{32} & C_{33} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & C_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & C_{55} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & C_{66} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \varepsilon_{11} \\ \varepsilon_{22} \\ \varepsilon_{33} \\ 2\varepsilon_{23} \\ 2\varepsilon_{13} \\ 2\varepsilon_{12} \end{pmatrix} \quad (6.23)$$

Cada corpo de prova foi calibrado considerando material isotrópico, isotrópico transversal no plano 2-3 (y-z), isotrópico transversal no plano 1-2 (x-y) e ortotrópico.

#### 6.4 RESULTADOS DA CALIBRAÇÃO

Nas tabelas a seguir são apresentadas as constantes elásticas obtidas pela calibração do modelo numérico ao considerar material isotrópico, isotrópico transversal no plano 1-2, isotrópico transversal no plano 2-3 e ortotrópico.

##### *Amostras concretadas na vertical com traço pobre (VP)*

Tabela 6.3: Constantes elásticas (material isotrópico)

Propriedades material isotrópico						
Constantes	VP1	VP2	VP3	VP4	VP5	Média
C11 (GPa)	51,40	51,40	51,40	51,40	51,40	51,40
C12 (GPa)	14,50	14,50	14,50	14,50	14,50	14,50
C44 (GPa)	18,45	18,45	18,45	18,45	18,45	18,45
Função objetivo (%)	6,48	4,86	5,24	6,16	8,11	6,17

Tabela 6.4: Constantes elásticas (material isotrópico transversal no plano 1-2)

Propriedades material isotrópico transversal no plano 1-2						
Constantes	VP1	VP2	VP3	VP4	VP5	Média
C11 (GPa)	55,20	55,20	55,00	55,00	55,00	55,08
C33 (GPa)	50,00	50,00	50,00	50,00	50,00	50,00
C44 (GPa)	15,00	16,40	15,40	15,00	15,20	15,40
C66 (GPa)	17,10	17,10	17,50	17,00	17,00	17,14
C12 (GPa)	21,00	21,00	20,00	21,00	21,00	20,80
C13 (GPa)	21,00	21,00	21,00	21,00	21,00	21,00
Função objetivo (%)	3,46	2,42	2,61	2,87	5,75	3,42

Tabela 6.5: Constantes elásticas (material isotrópico transversal no plano 2-3)

Propriedades material isotrópico transversal no plano 2-3						
Constantes	VP1	VP2	VP3	VP4	VP5	Média
C11 (GPa)	55,20	55,40	55,80	55,00	55,00	55,28
C22 (GPa)	55,80	58,60	56,60	55,20	55,20	56,28
C44 (GPa)	26,90	27,80	26,80	25,10	27,10	26,74
C55 (GPa)	16,60	17,20	17,00	16,60	16,00	16,68
C12 (GPa)	21,00	21,00	21,00	21,00	21,00	21,00
C23 (GPa)	2,00	3,00	3,00	5,00	1,00	2,80
Função objetivo (%)	1,01	0,95	0,97	1,06	1,83	1,16

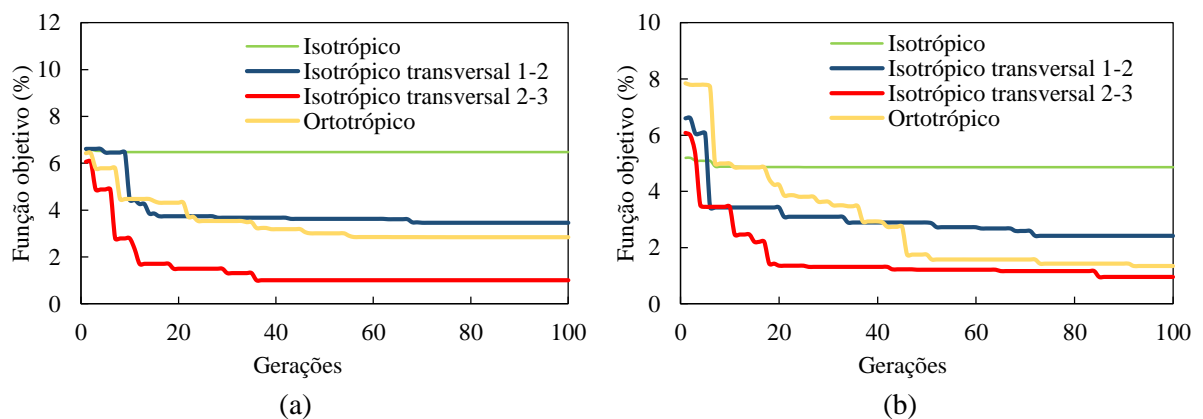
Tabela 6.6: Constantes elásticas (material ortotrópico)

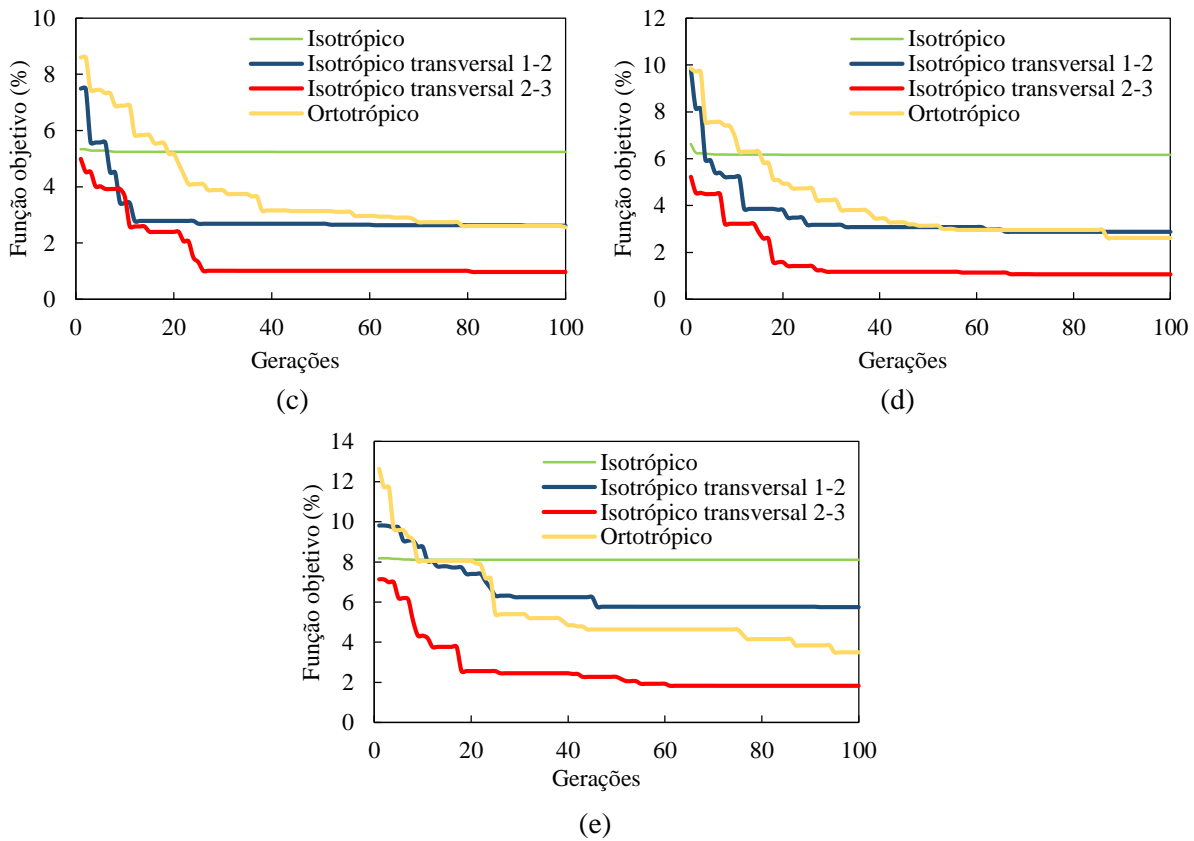
Propriedades material ortotrópico						
Constantes	VP1	VP2	VP3	VP4	VP5	Média
C11 (GPa)	55,00	55,00	55,20	55,00	55,00	55,04
C22 (GPa)	50,60	50,00	50,40	54,00	50,00	51,00
C33 (GPa)	55,60	55,20	55,20	55,80	55,20	55,40
C44 (GPa)	24,80	15,20	18,60	18,20	15,00	18,36
C55 (GPa)	16,60	16,80	17,00	16,40	15,80	16,52
C66 (GPa)	15,40	17,20	16,00	15,60	15,20	15,88
C12 (GPa)	21,00	21,00	21,00	21,00	21,00	21,00
C13 (GPa)	21,00	21,00	19,00	21,00	21,00	20,60
C23 (GPa)	14,00	14,00	12,00	13,00	12,00	13,00
Função objetivo (%)	2,84	1,34	2,56	2,62	3,49	2,57

Fonte: Autor (2019).

Os gráficos a seguir apresentam a evolução dos algoritmos genéticos, observa-se que todos os corpos de prova VP tiveram menor valor de função objetivo (erro) ao considerar material isotrópico transversal no plano 2-3.

Figura 6.9: Evolução dos algoritmos genéticos (a) VP1 (b) VP2 (c) VP3 (d) VP4 (e) VP5





Fonte: Autor (2019).

### Amostras concretadas na vertical com traço médio (VM)

Tabela 6.7: Constantes elásticas (material isotrópico)

Propriedades material isotrópico						
Constantes	VM1	VM2	VM3	VM4	VM5	Média
C11 (GPa)	51,40	51,40	51,40	51,40	51,40	51,40
C12 (GPa)	14,50	14,50	14,50	14,50	14,50	14,50
C44 (GPa)	18,45	18,45	18,45	18,45	18,45	18,45
Função objetivo (%)	2,45	2,84	4,94	5,57	4,42	4,04

Tabela 6.8: Constantes elásticas (material isotrópico transversal no plano 1-2)

Propriedades material isotrópico transversal no plano 1-2						
Constantes	VM1	VM2	VM3	VM4	VM5	Média
C11 (GPa)	56,40	55,20	55,00	55,00	55,00	55,32
C33 (GPa)	50,00	51,00	52,40	50,00	50,00	50,68
C44 (GPa)	18,20	18,40	17,40	17,20	18,00	17,84
C66 (GPa)	17,70	17,10	17,00	17,00	17,00	17,16
C12 (GPa)	21,00	21,00	21,00	21,00	21,00	21,00
C13 (GPa)	21,00	21,00	21,00	21,00	21,00	21,00
Função objetivo (%)	1,98	1,26	2,94	3,16	1,97	2,26



Tabela 6.9: Constantes elásticas (material isotrópico transversal no plano 2-3)

Propriedades material isotrópico transversal no plano 2-3						
Constantes	VM1	VM2	VM3	VM4	VM5	Média
C11 (GPa)	56,00	55,20	55,40	55,00	55,20	55,36
C22 (GPa)	61,00	63,80	55,60	57,00	59,80	59,44
C44 (GPa)	24,50	26,90	25,30	24,00	25,90	25,32
C55 (GPa)	18,20	17,80	17,60	17,40	17,80	17,76
C12 (GPa)	21,00	21,00	20,00	21,00	21,00	20,80
C23 (GPa)	12,00	10,00	5,00	9,00	8,00	8,80
Função objetivo (%)	1,42	1,00	2,10	2,07	1,59	1,64

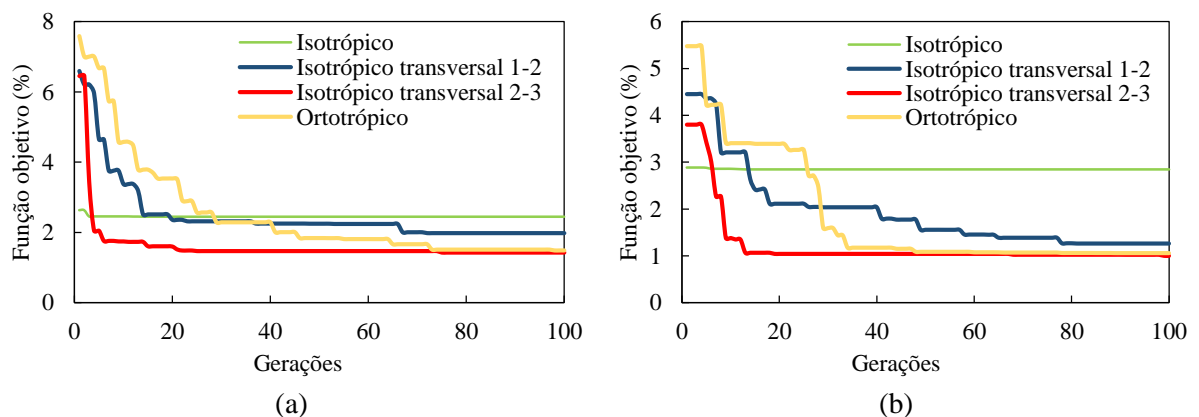
Tabela 6.10: Constantes elásticas (material ortotrópico)

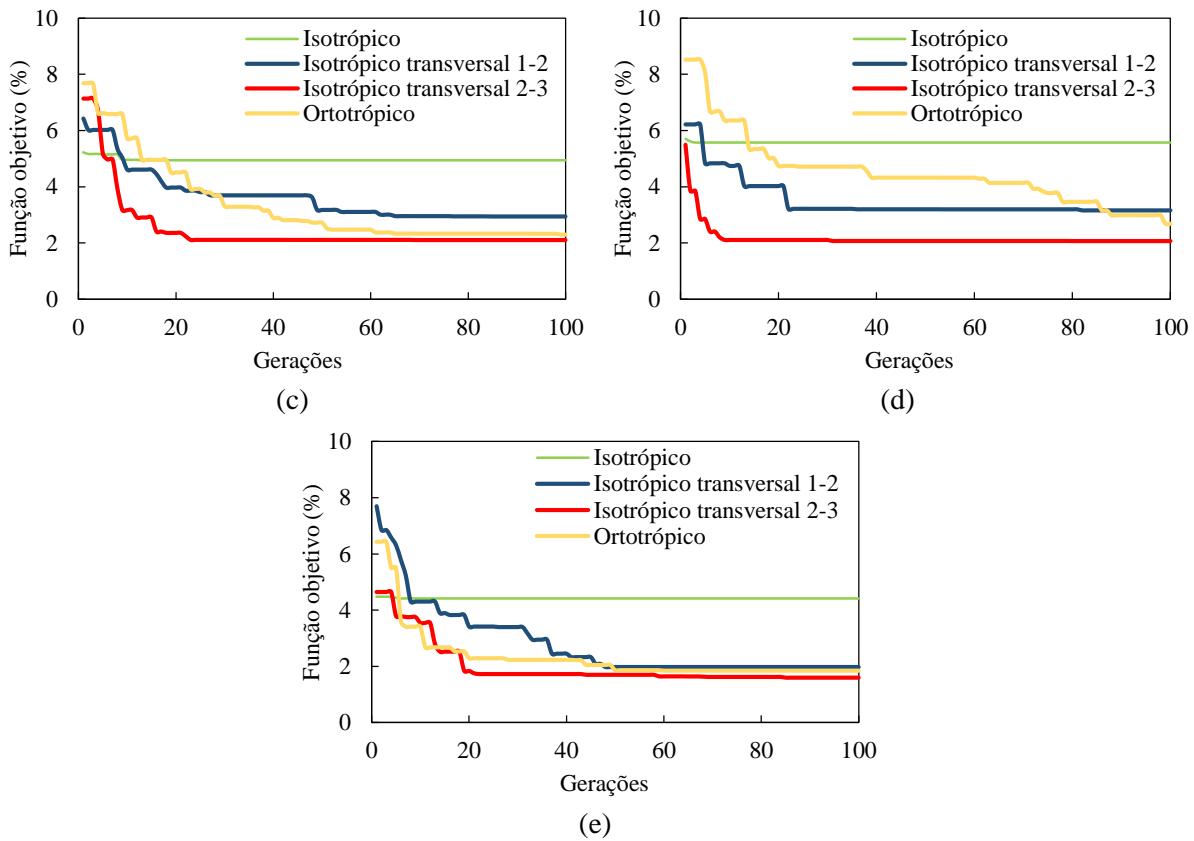
Propriedades material ortotrópico						
Constantes	VM1	VM2	VM3	VM4	VM5	Média
C11 (GPa)	55,00	55,00	55,20	55,20	55,80	55,24
C22 (GPa)	50,00	50,00	50,60	50,20	50,00	50,16
C33 (GPa)	55,00	61,00	55,00	55,40	55,00	56,28
C44 (GPa)	15,00	22,20	15,80	15,20	15,00	16,64
C55 (GPa)	17,80	18,20	17,40	18,00	17,80	17,84
C66 (GPa)	18,60	17,80	17,80	16,20	17,20	17,52
C12 (GPa)	17,00	21,00	21,00	21,00	21,00	20,20
C13 (GPa)	21,00	21,00	21,00	20,00	21,00	20,80
C23 (GPa)	13,00	20,00	14,00	13,00	14,00	14,80
Função objetivo (%)	1,48	1,06	2,29	2,69	1,85	1,88

Fonte: Autor (2019).

Os gráficos a seguir apresentam a evolução dos algoritmos genéticos, observa-se que todos os corpos de prova VM tiveram menor valor de função objetivo (erro) ao considerar material isotrópico transversal no plano 2-3.

Figura 6.10: Evolução dos algoritmos genéticos (a) VM1 (b) VM2 (c) VM3 (d) VM4 (e) VM5





Fonte: Autor (2019).

### Amostras concretadas na vertical com traço rico (VR)

Tabela 6.11: Constantes elásticas (material isotrópico)

Propriedades material isotrópico						
Constantes	VR1	VR2	VR3	VR4	VR5	Média
C11 (GPa)	51,40	51,40	51,40	51,40	51,30	51,38
C12 (GPa)	14,50	14,50	14,50	14,50	14,40	14,48
C44 (GPa)	18,45	18,45	18,45	18,45	18,45	18,45
Função objetivo (%)	1,41	10,66	2,55	4,48	5,46	4,91

Tabela 6.12: Constantes elásticas (material isotrópico transversal no plano 1-2)

Propriedades material isotrópico transversal no plano 1-2						
Constantes	VR1	VR2	VR3	VR4	VR5	Média
C11 (GPa)	55,00	55,00	55,20	55,00	55,60	55,16
C33 (GPa)	50,60	50,00	52,40	56,80	50,20	52,00
C44 (GPa)	18,80	15,00	18,60	18,40	16,60	17,48
C66 (GPa)	18,00	17,00	17,60	17,00	17,30	17,38
C12 (GPa)	19,00	21,00	20,00	21,00	21,00	20,40
C13 (GPa)	20,00	21,00	21,00	21,00	21,00	20,80
Função objetivo (%)	1,13	8,37	1,67	3,14	3,54	3,57

Tabela 6.13: Constantes elásticas (material isotrópico transversal no plano 2-3)

Propriedades material isotrópico transversal no plano 2-3						
Constantes	VR1	VR2	VR3	VR4	VR5	Média
C11 (GPa)	56,60	55,00	55,20	55,00	55,60	55,48
C22 (GPa)	65,00	55,20	58,60	58,40	60,80	59,60
C44 (GPa)	28,50	27,10	26,30	22,20	27,90	26,40
C55 (GPa)	18,80	16,80	18,20	18,00	17,60	17,88
C12 (GPa)	21,00	21,00	19,00	21,00	21,00	20,60
C23 (GPa)	8,00	1,00	6,00	14,00	5,00	6,80
Função objetivo (%)	1,16	4,83	1,64	2,32	2,60	2,51

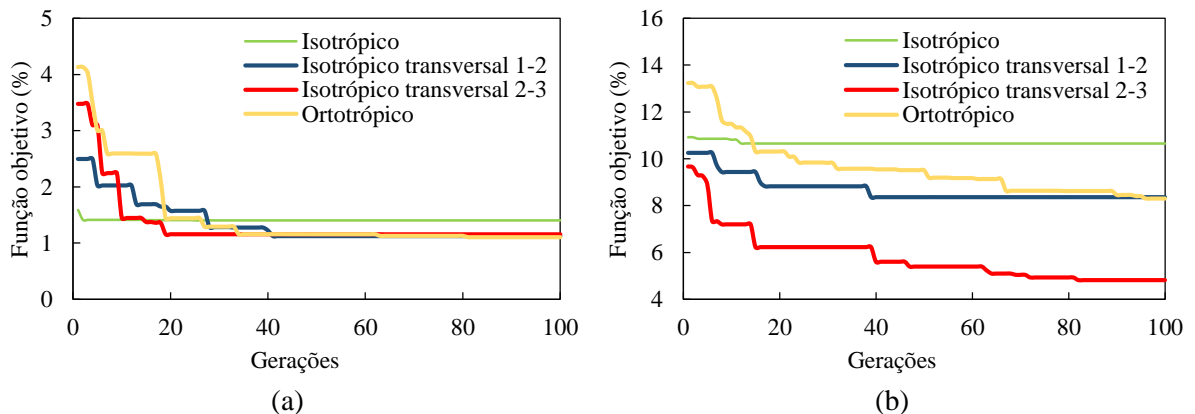
Tabela 6.14: Constantes elásticas (material ortotrópico)

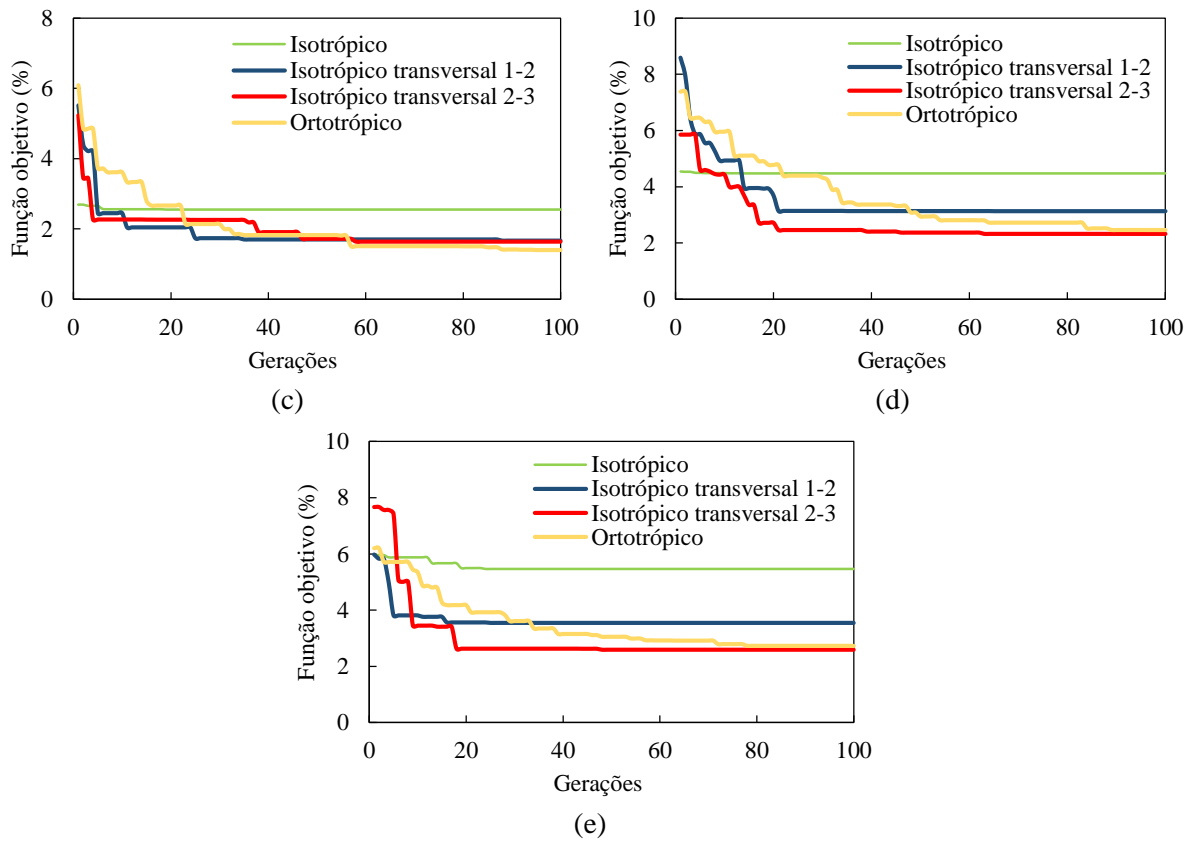
Propriedades material ortotrópico						
Constantes	VR1	VR2	VR3	VR4	VR5	Média
C11 (GPa)	55,00	55,40	55,00	55,20	55,20	55,16
C22 (GPa)	54,60	53,60	51,80	52,40	51,20	52,72
C33 (GPa)	64,20	55,60	61,60	59,40	57,80	59,72
C44 (GPa)	22,40	19,00	15,40	18,00	16,20	18,20
C55 (GPa)	18,80	15,40	17,20	17,60	18,40	17,48
C66 (GPa)	18,20	15,60	19,20	18,60	16,60	17,64
C12 (GPa)	20,00	19,00	21,00	21,00	21,00	20,40
C13 (GPa)	19,00	21,00	19,00	21,00	21,00	20,20
C23 (GPa)	14,00	13,00	20,00	15,00	13,00	15,00
Função objetivo (%)	1,10	8,30	1,40	2,46	2,73	3,20

Fonte: Autor (2019).

Os gráficos a seguir apresentam a evolução dos algoritmos genéticos, observa-se que três corpos de prova VR tiveram menor valor de função objetivo ao considerar material isotrópico transversal no plano 2-3 e os demais foram melhor representados por material ortotrópico.

Figura 6.11: Evolução dos algoritmos genéticos (a) VR1 (b) VR2 (c) VR3 (d) VR4 (e) VR5





Fonte: Autor (2019).

### *Amostras concretadas na horizontal com traço pobre (HP)*

Tabela 6.15: Constantes elásticas (material isotrópico)

Propriedades material isotrópico						
Constantes	HP1	HP2	HP3	HP4	HP5	Média
C11 (GPa)	51,40	51,40	51,40	51,40	51,40	51,40
C12 (GPa)	14,50	14,50	14,50	14,50	14,50	14,50
C44 (GPa)	18,45	18,45	18,45	18,45	18,45	18,45
Função objetivo (%)	5,10	4,41	5,43	5,81	5,69	5,29

Tabela 6.16: Constantes elásticas (material isotrópico transversal no plano 1-2)

Propriedades material isotrópico transversal no plano 1-2						
Constantes	HP1	HP2	HP3	HP4	HP5	Média
C11 (GPa)	55,00	55,00	55,00	55,00	55,00	55,00
C33 (GPa)	50,00	50,00	50,00	50,00	50,00	50,00
C44 (GPa)	16,40	17,00	15,60	15,60	15,80	16,08
C66 (GPa)	17,00	17,00	17,00	17,00	17,00	17,00
C12 (GPa)	21,00	21,00	21,00	21,00	21,00	21,00
C13 (GPa)	21,00	21,00	21,00	21,00	21,00	21,00
Função objetivo (%)	2,67	1,96	3,01	3,40	3,27	2,86

Tabela 6.17: Constantes elásticas (material isotrópico transversal no plano 2-3)

Propriedades material isotrópico transversal no plano 2-3						
Constantes	HP1	HP2	HP3	HP4	HP5	Média
C11 (GPa)	55,00	55,00	55,20	55,00	55,40	55,12
C22 (GPa)	60,60	55,40	55,00	57,80	56,80	57,12
C44 (GPa)	27,80	21,20	23,50	26,40	25,90	24,96
C55 (GPa)	17,00	17,60	17,20	16,80	17,40	17,20
C12 (GPa)	21,00	21,00	21,00	21,00	21,00	21,00
C23 (GPa)	5,00	13,00	8,00	5,00	5,00	7,20
Função objetivo (%)	1,36	1,43	1,40	1,42	1,68	1,46

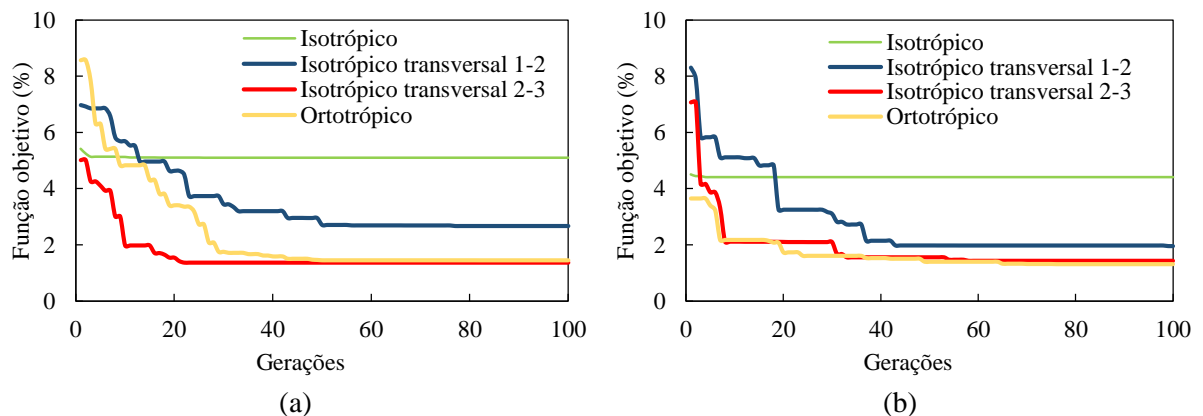
Tabela 6.18: Constantes elásticas (material ortotrópico)

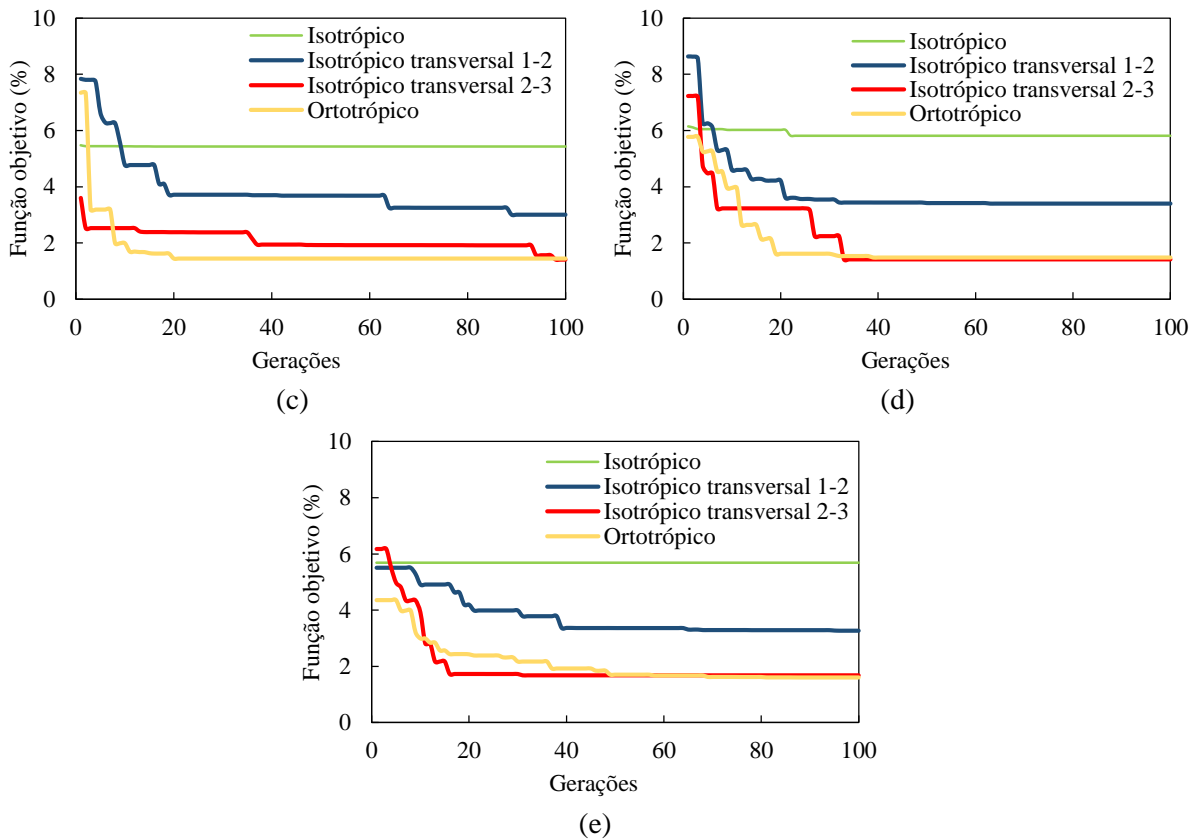
Propriedades material ortotrópico						
Constantes	HP1	HP2	HP3	HP4	HP5	Média
C11 (GPa)	55,40	55,00	56,00	55,60	55,00	55,40
C22 (GPa)	58,20	62,00	55,00	57,00	61,20	58,68
C33 (GPa)	57,40	53,60	54,00	50,60	50,80	53,28
C44 (GPa)	15,20	17,60	15,00	25,00	21,80	18,92
C55 (GPa)	16,80	17,40	18,80	17,60	18,00	17,72
C66 (GPa)	17,20	17,00	16,40	17,00	16,80	16,88
C12 (GPa)	21,00	21,00	21,00	20,00	20,00	20,60
C13 (GPa)	20,00	21,00	20,00	20,00	20,00	20,20
C23 (GPa)	3,00	12,00	2,00	1,00	3,00	4,20
Função objetivo (%)	1,45	1,31	1,44	1,48	1,60	1,46

Fonte: Autor (2019).

Os gráficos a seguir apresentam a evolução dos algoritmos genéticos, observa-se que dois corpos de prova HP tiveram menor valor de função objetivo (erro) ao considerar material ortotrópico e três corpos de prova foram melhor representados por material isotrópico transversal no plano 2-3.

Figura 6.12: Evolução dos algoritmos genéticos (a) HP1 (b) HP2 (c) HP3 (d) HP4 (e) HP5





Fonte: Autor (2019).

### ***Amostras concretadas na horizontal com traço médio (HM)***

Tabela 6.19: Constantes elásticas (material isotrópico)

Propriedades material isotrópico						
Constantes	HM1	HM2	HM3	HM4	HM5	Média
C11 (GPa)	50,80	51,60	52,70	51,30	51,40	51,56
C12 (GPa)	12,50	14,60	14,80	14,40	14,50	14,16
C44 (GPa)	19,15	18,50	18,95	18,45	18,45	18,70
Função objetivo (%)	1,29	2,11	2,33	1,71	3,65	2,21

Tabela 6.20: Constantes elásticas (material isotrópico transversal no plano 1-2)

Propriedades material isotrópico transversal no plano 1-2						
Constantes	HM1	HM2	HM3	HM4	HM5	Média
C11 (GPa)	55,60	56,0	55,40	55,60	55,20	55,56
C33 (GPa)	53,40	50,8	51,80	51,60	53,40	52,20
C44 (GPa)	19,80	19,6	21,40	19,80	18,60	19,84
C66 (GPa)	17,30	18,0	17,20	17,30	17,10	17,38
C12 (GPa)	21,00	20,0	21,00	21,00	21,00	20,80
C13 (GPa)	15,00	20,0	13,00	18,00	21,00	17,40
Função objetivo (%)	0,97	1,81	1,68	1,27	1,74	1,49

Tabela 6.21: Constantes elásticas (material isotrópico transversal no plano 2-3)

Propriedades material isotrópico transversal no plano 2-3						
Constantes	HM1	HM2	HM3	HM4	HM5	Média
C11 (GPa)	56,60	55,00	55,00	57,20	55,20	55,80
C22 (GPa)	64,00	58,20	59,80	58,40	56,80	59,44
C44 (GPa)	23,00	24,60	25,90	22,20	23,40	23,82
C55 (GPa)	18,80	18,00	18,20	18,20	18,40	18,32
C12 (GPa)	21,00	18,00	17,00	21,00	20,00	19,40
C23 (GPa)	18,00	9,00	8,00	14,00	10,00	11,80
Função objetivo (%)	1,30	2,11	2,33	1,71	2,05	1,90

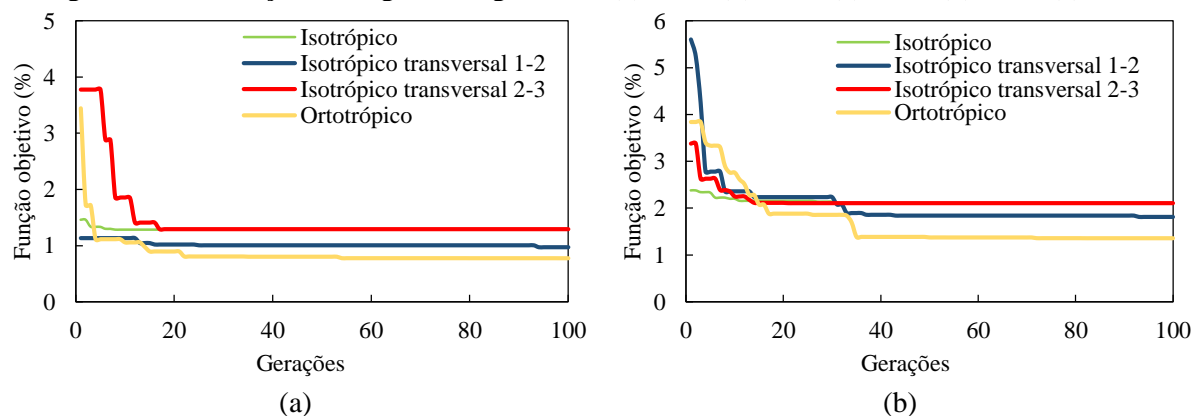
Tabela 6.22: Constantes elásticas (material ortotrópico)

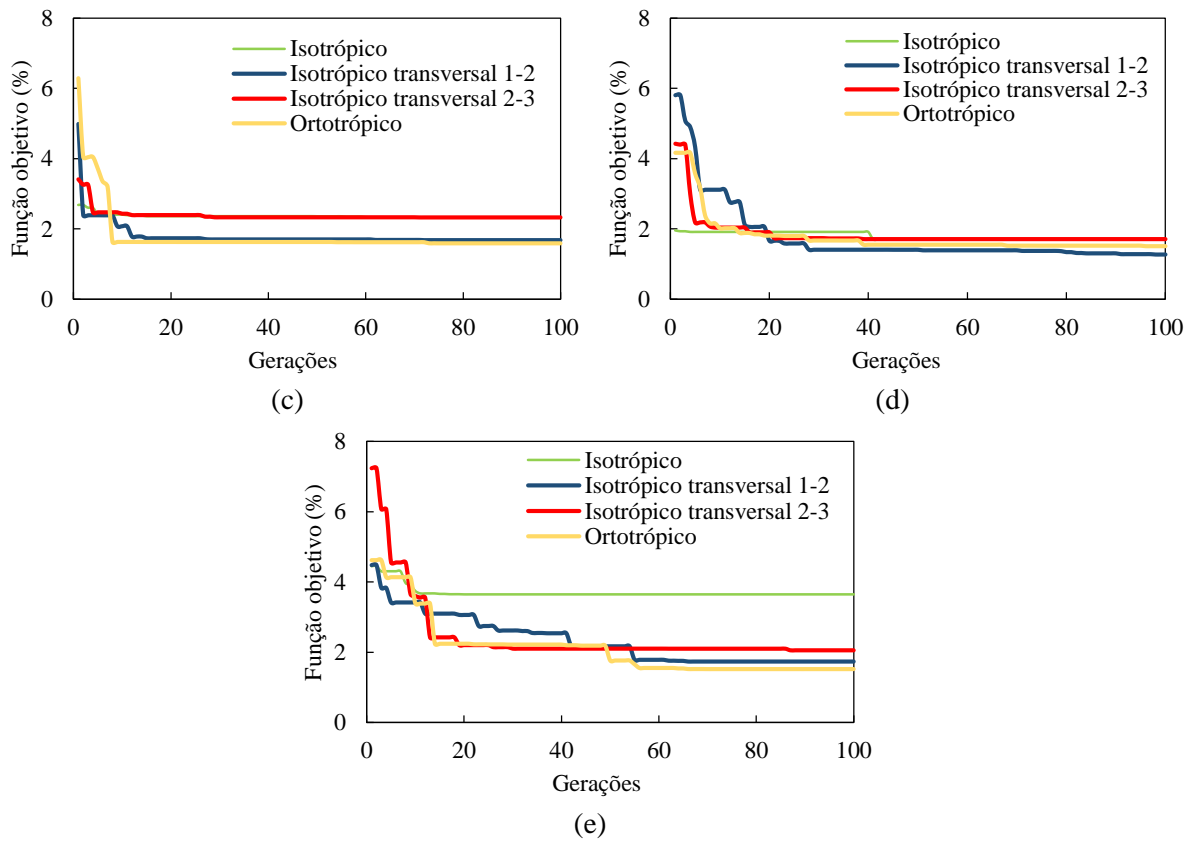
Propriedades material ortotrópico						
Constantes	HM1	HM2	HM3	HM4	HM5	Média
C11 (GPa)	56,40	55,20	57,40	55,00	55,20	55,84
C22 (GPa)	61,20	63,40	56,80	56,00	56,20	58,72
C33 (GPa)	52,20	53,00	57,40	55,60	55,80	54,80
C44 (GPa)	25,00	15,40	19,20	16,20	15,80	18,32
C55 (GPa)	20,00	20,60	20,80	19,20	20,60	20,24
C66 (GPa)	17,40	17,00	16,40	18,00	16,00	16,96
C12 (GPa)	20,00	16,00	21,00	20,00	21,00	19,60
C13 (GPa)	19,00	20,00	18,00	18,00	19,00	18,80
C23 (GPa)	16,00	9,00	12,00	16,00	14,00	13,40
Função objetivo (%)	0,78	1,36	1,59	1,51	1,52	1,35

Fonte: Autor (2019).

Os gráficos a seguir apresentam a evolução dos algoritmos genéticos, observa-se que quatro corpos de prova HM tiveram menor valor de função objetivo (erro) ao considerar material ortotrópico e um corpo de prova foi melhor representado por material isotrópico transversal no plano 1-2.

Figura 6.13: Evolução dos algoritmos genéticos (a) HM1 (b) HM2 (c) HM3 (d) HM4 (e) HM5





Fonte: Autor (2019).

### Amostras concretadas na horizontal com traço rico (HR)

Tabela 6.23: Constantes elásticas (material isotrópico)

Propriedades material isotrópico						
Constantes	HR1	HR2	HR3	HR4	HR5	Média
C11 (GPa)	51,40	53,10	50,10	51,70	51,00	51,46
C12 (GPa)	14,50	13,50	11,40	12,50	11,50	12,68
C44 (GPa)	18,45	19,80	19,35	19,60	19,75	19,39
Função objetivo (%)	3,77	3,16	1,69	2,09	2,55	2,65

Tabela 6.24: Constantes elásticas (material isotrópico transversal no plano 1-2)

Propriedades material isotrópico transversal no plano 1-2						
Constantes	HR1	HR2	HR3	HR4	HR5	Média
C11 (GPa)	55,00	55,60	55,00	55,40	55,20	55,24
C33 (GPa)	58,40	57,80	51,60	50,00	52,40	54,04
C44 (GPa)	19,60	23,80	21,40	22,40	23,40	22,12
C66 (GPa)	17,00	17,30	17,00	17,20	17,10	17,12
C12 (GPa)	21,00	21,00	21,00	21,00	21,00	21,00
C13 (GPa)	21,00	7,00	12,00	9,00	8,00	11,40
Função objetivo (%)	1,98	2,36	1,01	1,33	1,64	1,66



Tabela 6.25: Constantes elásticas (material isotrópico transversal no plano 2-3)

Propriedades material isotrópico transversal no plano 2-3						
Constantes	HR1	HR2	HR3	HR4	HR5	Média
C11 (GPa)	55,00	59,40	56,00	55,40	55,40	56,24
C22 (GPa)	63,20	62,20	62,60	59,00	55,40	60,48
C44 (GPa)	28,60	27,10	23,80	24,00	19,70	24,64
C55 (GPa)	18,60	18,60	19,40	18,60	18,40	18,72
C12 (GPa)	20,00	20,00	20,00	17,00	17,00	18,80
C23 (GPa)	6,00	8,00	15,00	11,00	16,00	11,20
Função objetivo (%)	2,45	3,16	1,69	2,09	2,55	2,39

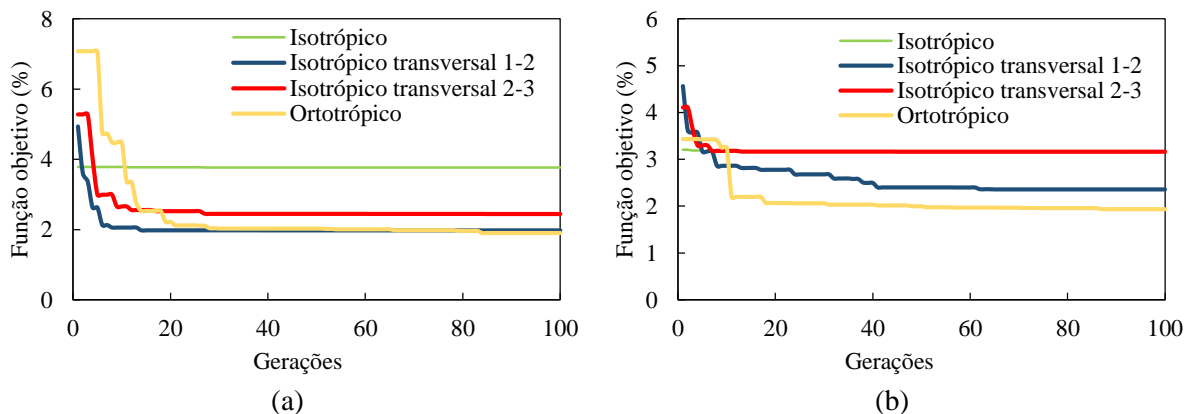
Tabela 6.26: Constantes elásticas (material ortotrópico)

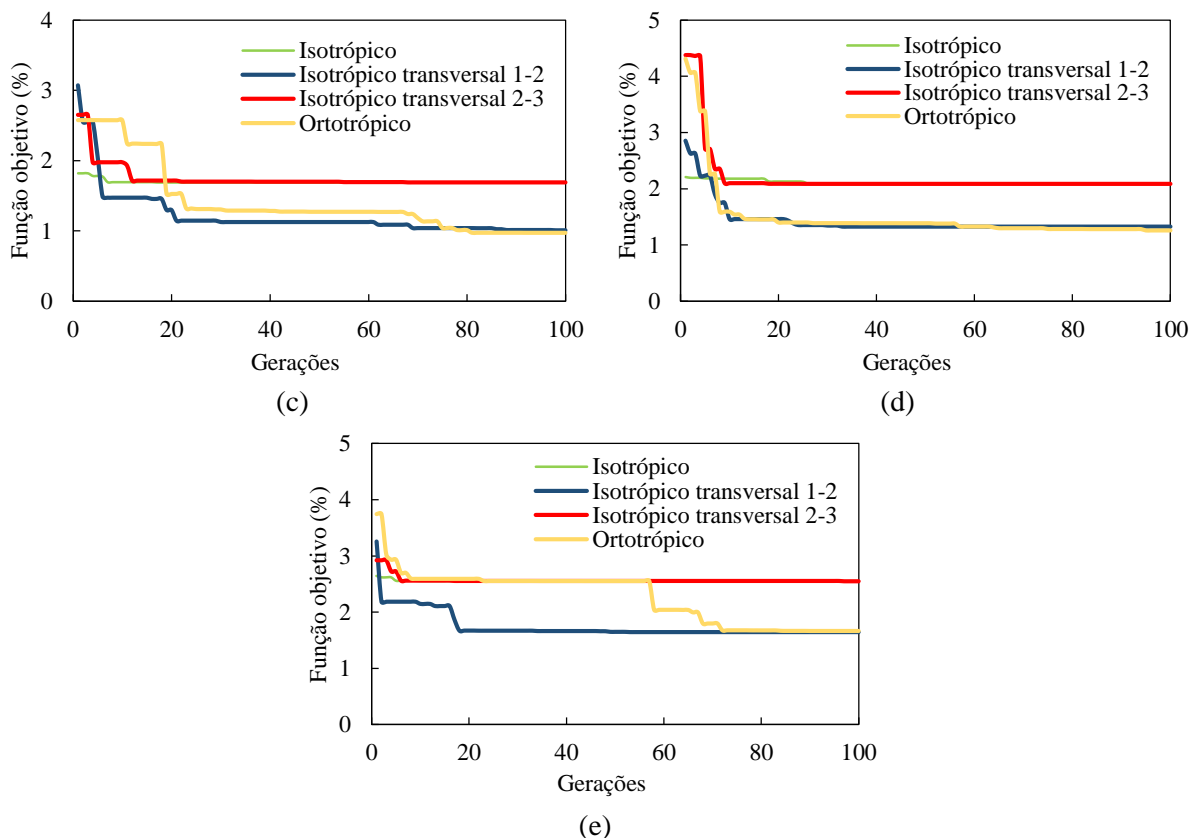
Propriedades material ortotrópico						
Constantes	HR1	HR2	HR3	HR4	HR5	Média
C11 (GPa)	55,00	55,60	55,40	56,00	58,40	56,08
C22 (GPa)	52,40	56,40	59,20	54,40	50,00	54,48
C33 (GPa)	56,60	61,80	60,60	55,20	58,20	58,48
C44 (GPa)	24,80	15,00	16,00	24,60	23,40	20,76
C55 (GPa)	21,00	22,20	21,60	21,60	23,20	21,92
C66 (GPa)	16,60	17,00	17,20	17,00	16,60	16,88
C12 (GPa)	20,00	1,00	21,00	19,00	21,00	16,40
C13 (GPa)	21,00	21,00	17,00	18,00	20,00	19,40
C23 (GPa)	20,00	19,00	17,00	21,00	18,00	19,00
Função objetivo (%)	1,90	1,93	0,97	1,26	1,66	1,55

Fonte: Autor (2019).

Os gráficos a seguir apresentam a evolução dos algoritmos genéticos, observa-se que quatro corpos de prova HR tiveram menor valor de função objetivo (erro) ao considerar material ortotrópico e um corpo de prova foi melhor representado por material isotrópico transversal no plano 1-2.

Figura 6.14: Evolução dos algoritmos genéticos (a) HR1 (b) HR2 (c) HR3 (d) HR4 (e) HR5





Fonte: Autor (2019).

## 6.5 DISCUSSÃO

De forma geral, foi possível observar uma tendência de comportamento nas amostras. As amostras concretadas com o prisma na vertical, em 85% dos casos, foram melhor representadas por material isotrópico transversal no plano 2-3, que é o plano de concretagem. Enquanto, aproximadamente, 65% das amostras concretadas com o prisma na horizontal foram melhor representadas por material ortotrópico. Essa tendência é coerente ao considerar a direção de concretagem e as dimensões dos corpos de prova. Ao concretar o prisma na vertical, o plano 2-3 (y-z) teoricamente apresentaria um comportamento isotrópico, além disso as dimensões nas direções 2 e 3 são iguais, colaborando com tal tendência. Ao concretar o prisma na horizontal, o plano 1-2 (x-y) é o plano que possivelmente apresentaria comportamento isotrópico, no entanto as dimensões nas direções 1 e 2 são distintas, o que pode comprometer este comportamento.

Os corpos de prova concretados na vertical foram melhor representados por material isotrópico transversal no plano 2-3 seguido do material ortotrópico. A diferença entre as respostas obtidas por estes materiais foi menor com traço rico, inclusive dois corpos de prova VR foram melhor representados por material ortotrópico. E a maior diferença deu-se nas

amostras com traço pobre, todos os corpos de prova VP foram melhor representados por material isotrópico transversal no plano 2-3.

A calibração dos corpos de prova concretados na horizontal com traço pobre alcançou valores de função objetivo próximos ao considerar material ortotrópico ou isotrópico transversal no plano 2-3, sendo que em três corpos de prova o material isotrópico transversal no plano 2-3 resultou no melhor ajuste. Já com traços médio e rico, o material que obteve um resultado mais próximo do ortotrópico foi o material isotrópico transversal no plano 1-2, mas ainda assim 80% dos corpos de prova HM e HR foram melhor representados por material ortotrópico.



## 7 CONCLUSÕES E SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS

---

### 7.1 CONCLUSÕES

O presente trabalho teve como principal objetivo desenvolver um procedimento de calibração automática de modelos em elementos finitos por meio de métodos de otimização e análise modal. O procedimento desenvolvido foi empregado na calibração de propriedades mecânicas, na otimização da seção transversal, na detecção de dano e na investigação da anisotropia do concreto. Foram estudados exemplos numéricos e experimentais, os resultados mostraram o potencial da metodologia. Algumas conclusões acerca dos exemplos estudados são apresentadas a seguir.

#### *Avaliação dos métodos de otimização na calibração das propriedades do modelo numérico*

Os métodos de otimização foram inicialmente aplicados na determinação das propriedades mecânicas de uma viga biapoiada modelada em elementos finitos. Nesta calibração foram empregados os métodos enumeração total, Hooke e Jeeves, algoritmos genéticos e redes neurais. Os resultados de todos os métodos foram satisfatórios, sendo que o Hooke e Jeeves foi o que convergiu com menor número de iterações e os métodos enumeração total e algoritmos genéticos foram os mais precisos.

#### *Avaliação dos métodos de otimização na detecção de dano no exemplo numérico*

Os métodos de otimização foram empregados na detecção de dano em vigas modeladas em elementos finitos. As vigas foram inicialmente divididas em 10 e 20 elementos, o que gerou 10 e 20 valores de módulo de elasticidade a serem calibrados, respectivamente. Os danos foram simulados por uma redução no valor do módulo de elasticidade. Foram simuladas vigas com dano único e com múltiplos danos.

O método enumeração total tornou-se inviável na calibração da viga dividida em 20 elementos devido ao elevado número de iterações necessárias para avaliar todas as possíveis combinações de valores para as variáveis de decisão, comprovando que o método é proibitivo para sistemas complexos.

O método Hooke e Jeeves chegou em mínimos locais na calibração dos modelos, detectando falsos danos. Sendo um método de busca local, a escolha do ponto de partida pode

influenciar na solução, o que é um complicador em problemas de detecção de dano. Por esse motivo, os métodos de busca global são mais recomendados.

Os algoritmos genéticos conseguiram detectar, localizar e quantificar os danos em todos os modelos. Observou-se que a quantidade de iterações necessárias até a convergência aumentou com a quantidade de danos e de elementos, como era esperado.

As redes neurais foram treinadas com 500 exemplos gerados aleatoriamente pelos algoritmos genéticos, mas o treinamento não foi suficiente para a previsão correta das regiões danificadas. O treinamento da rede para problemas complexos é considerado bastante custoso.

Em geral, o método dos algoritmos genéticos mostrou-se bastante robusto e, ao final desta etapa, foi escolhido como o método que seria utilizado no procedimento de calibração desenvolvido no trabalho.

#### ***Avaliação dos coeficientes de detecção de dano baseados nos parâmetros modais***

Ainda no exemplo numérico, foi avaliado o potencial de detecção de dano dos coeficientes MAC, COMAC, DCM e ID no Modelo 1D20. Os coeficientes MAC e COMAC indicaram uma boa correlação entre os modos das estruturas danificada e íntegra e não conseguiram detectar o dano. A DCM e o ID conseguiram localizar claramente a região danificada. Esta conclusão é semelhante às obtidas pelas pesquisas apresentadas no Capítulo 3.

#### ***Método de otimização desenvolvido***

Com o intuito de agilizar o processo automático de calibração, as informações da DCM ou do ID foram adicionadas à rotina responsável pela geração da população inicial dos algoritmos genéticos. A metodologia consistiu em informar ao algoritmo quais elementos tinham maior probabilidade de serem danificados. Assim, os indivíduos da população inicial eram mais próximos da solução do problema, agilizando o processo de busca pela solução ótima. Destaca-se que os coeficientes foram utilizados apenas na geração da população inicial. Após esta etapa, os algoritmos trabalharam sem interferência externa.

O método combinado reduziu em até 98% a quantidade de iterações requeridas para a convergência. Tal eficácia possibilitou a aplicação da metodologia em exemplos experimentais com muitas variáveis de decisão.

#### ***Avaliação de ruído nas respostas dinâmicas***

Uma das vantagens dos exemplos numéricos é o domínio que se tem sobre as respostas, o que não acontece nos exemplos experimentais. Neste contexto, optou-se por utilizar o modelo em elementos finitos para avaliar o efeito do ruído na precisão da localização do dano. Foi

adicionado ruído gaussiano branco apenas nas frequências naturais, apenas nos modos de vibração e nas frequências naturais e nos modos de vibração simultaneamente. Os níveis de ruído avaliados foram 1%, 5% e 10%.

A introdução de ruído apenas nos modos de vibração não resultou em alteração na solução do problema, tendo consequência apenas na agilidade da calibração. A diferença de curvatura é utilizada na detecção de dano devido ao seu potencial de ampliar a diferença entre os deslocamentos das estruturas íntegra e danificada. Ao introduzir ruído no vetor deslocamento, a curvatura também amplia o ruído. Portanto, é importante filtrar os dados experimentais antes de utilizar métodos baseados em curvatura na detecção de dano.

A introdução de ruído nas frequências naturais resultou na localização de falsos danos, uma vez que a função objetivo é exclusivamente dependente das frequências naturais. Os danos foram corretamente localizados com ruído de até 1%, mostrando que a redução de ruído em dados experimentais é fundamental para o sucesso da metodologia.

### ***Refinamento da malha***

Ao final do exemplo numérico, a malha do modelo foi refinada sem aumentar o número de variáveis de decisão. A estratégia foi agrupar elementos finitos com mesmo valor de módulo de elasticidade, possibilitando definir o tamanho do dano que se quer simular independentemente do tamanho da malha. A utilização da malha refinada é essencial para a aplicação do método em exemplos experimentais. No modelo com a malha refinada, foi avaliada a introdução de 1%, 2%, 3%, 4%, 5% e 10% de ruído nas frequências naturais e nos modos de vibração. O dano foi corretamente localizado e quantificado com ruído de até 3%.

### ***Calibração das dimensões da seção transversal***

A calibração das dimensões da seção transversal da ponte foi realizada com o intuito de ajustar o modelo numérico com elemento shell ao modelo com elemento sólido. Como os resultados dinâmicos da ponte foram obtidos experimentalmente e os danos simulados eram pequenos em relação à estrutura, seriam necessárias muitas iterações até a convergência dos algoritmos. Neste sentido, é importante reduzir o tempo de processamento do modelo. A estratégia de ajustar os modelos com elemento shell e com elemento sólido possibilita a redução no tempo de processamento, sem perder a precisão dos resultados.

A calibração foi feita com os algoritmos genéticos, a população foi gerada aleatoriamente. A seção otimizada reduziu o erro entre os modelos de 4,569% para 0,464%, portanto, a

calibração foi considerada bem-sucedida e a nova seção foi utilizada nas calibrações posteriores da estrutura.

### ***Calibração das propriedades do exemplo experimental***

A calibração das propriedades da ponte no estado íntegro é necessária para ajustar ao máximo os modelos numérico e experimental. Foram calibrados o módulo de elasticidade da estrutura íntegra, o coeficiente de Poisson, a densidade e as rigidezes da mola de apoio. Os valores obtidos foram relativamente próximos aos experimentais. A exceção foi o coeficiente de Poisson que foi utilizado como estratégia para ajustar ao máximo os modelos, portanto, ele teve um valor muito abaixo do esperado.

### ***Detecção de dano no modelo experimental***

Após a calibração da seção e das propriedades mecânicas, os danos simulados no modelo experimental foram detectados pela calibração do modelo numérico. A localização do dano foi feita corretamente, sem a localização de falsos danos. Esse resultado foi consequência do cuidado no ajuste dos modelos e na confiabilidade dos dados experimentais. Os dados experimentais foram tratados por filtros digitais a fim de reduzir ao máximo o ruído.

### ***Investigação da anisotropia do concreto***

O procedimento de calibração desenvolvido foi aplicado também na investigação da anisotropia do concreto, mas neste caso a população inicial foi gerada aleatoriamente. A calibração teve o intuito de avaliar qual tipo de material (isotrópico, isotrópico transversal ou ortotrópico) resultaria no melhor ajuste entre os modelos experimental e numérico. O estudo experimental consistiu na produção de 30 corpos de prova, com três traços distintos (rico, médio e pobre) e duas direções de concretagem (horizontal e vertical), e avaliação das frequências naturais das amostras. Todos os corpos de prova foram calibrados.

Os resultados mostraram que, em geral, os corpos de prova moldados com o prisma na horizontal foram melhor representados por material ortotrópico, enquanto os moldados com o prisma na vertical foram melhor representados por material isotrópico transversal no plano 2-3 (plano de concretagem). Portanto, o processo automático de calibração conseguiu apontar a tendência de comportamento do concreto em função do tipo de concreto e da direção de concretagem.



### *Rotinas que viabilizaram o processo automático de calibração*

A implementação do cálculo do coeficiente MAC em cada iteração do processo foi fundamental. O MAC foi responsável por ordenar os modos de vibração obtidos numericamente de acordo com os modos de vibração obtidos experimentalmente, e, assim, correlacionar os modos corretamente e de forma automática.

Foi desenvolvida também uma rotina que a cada iteração verificava os exemplos simulados na geração anterior, de forma que exemplos já simulados não fossem processados novamente. A implementação desta rotina reduziu em até 60% o tempo total de processamento, viabilizando a calibração de vários exemplos experimentais durante este trabalho.

## 7.2 SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS

A calibração automática de modelos em elementos finitos pode ser realizada por meio de diferentes métodos de otimização e ser aplicada em diversos problemas. Algumas sugestões para trabalhos futuros são:

- Aplicação da metodologia proposta de detecção de dano em outras estruturas civis, visto que o método requer apenas um modelo numérico que represente a estrutura e as respostas dinâmicas da estrutura obtidas experimentalmente.
- Avaliação da calibração de modelos em elementos finitos com outros algoritmos de otimização, principalmente os baseados em população. Além de estudo mais aprofundado em redes neurais artificiais, que se mostraram eficientes na calibração das propriedades mecânicas.
- É sugerido também a utilização do procedimento em outras aplicações. Com algumas adaptações, o programa pode ser utilizado em outros problemas dinâmicos, bem como em problemas estáticos com função objetivo baseada em parâmetros estáticos.



## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

---

ABAQUS, V. 6.14 Documentation. Dassault Systemes Simulia Corporation, v. 651, 2014.

ABE, I. P. **Avaliação da anisotropia no concreto através do ensaio de ressonância acústica por impulso**. 2015. 70 p. Relatório de Iniciação Científica - Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, 2015.

ADAMS, R. D. et al. A vibration technique for non-destructively assessing the integrity of structures. **Journal of Mechanical Engineering Science**, v. 20, n. 2, p. 93-100, 1978.

ALKAYEM, N. F.; CAO, M. Damage identification in three-dimensional structures using single-objective evolutionary algorithms and finite element model updating: evaluation and comparison. **Engineering Optimization**, p. 1-20, 2018.

ALLEMANG, R. J. The modal assurance criterion - Twenty years of use and abuse. **Sound and Vibration**, v. 37, n. 8, p. 14-23, Aug 2003.

ALLEMANG, R. J.; BROWN, D. L. A correlation coefficient for modal vector analysis. In: **Proceedings of the 1st international modal analysis conference**. SEM Orlando, p. 110-116, 1982.

ALTUNISIK, A. C.; OKUR, F. Y.; KAHYA, V. Modal parameter identification and vibration based damage detection of a multiple cracked cantilever beam. **Engineering Failure Analysis**, v. 79, p. 154-170, Sep 2017.

AZEVEDO, C. A. C. **Formulação alternativa para análise de domínios não-homogêneos e inclusões anisotrópicas via MEC**. 2007. 153p. Dissertação (Mestrado) - Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, 2007.

BAYISSA, W. L.; HARITOS, N. Structural damage identification in plates using spectral strain energy analysis. **Journal of Sound and Vibration**, v. 307, n. 1-2, p. 226-249, 2007.

BOONLONG, K. Vibration-based damage detection in beams by cooperative coevolutionary genetic algorithm. **Advances in Mechanical Engineering**, v. 6, p. 624949, 2014.

BRAUN, C.E.; CHIWIACOWSKY, L.D.; GOMEZ, A.T. Variations of Ant Colony Optimization for the solution of the structural damage identification problem. **Procedia Computer Science**, v. 51, p. 875-884, 2015.

CABRILLAC, R. et al. Experimental study of the mechanical anisotropy of aerated concretes and of the adjustment parameters of the introduced porosity. **Construction and building materials**, v. 20, n. 5, p. 286-295, 2006.

CALDEIRA, M. M. **Procedimentos numéricos para solução do problema inverso de localização de danos em estruturas aperticadas**. 2009. 264 p. Dissertação (Mestrado) - Universidade de Brasília, Brasília, 2009.

CARRILLO, O. J. B. **Algoritmo Híbrido para Avaliação da Integridade Estrutural: uma Abordagem**. 2007. 152 p. Tese (Doutorado) – Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, 2007.

CASTILHO, V. C. **Otimização de componentes de concreto pré-moldado protendidos mediante algoritmos genéticos**. 2003. 283p. Tese (doutorado) - Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, 2003.

CARVALHO, A. P. L. F. **Inteligência artificial**. Instituto de Ciências Matemáticas e Computação da Universidade de São Paulo. São Paulo, 2009. Disponível em: <<http://conteudo.icmc.usp.br/pessoas/andre/body.htm>>. Acessado em: 16 de dez. 2018.

CAWLEY, P.; ADAMS, R. D. The location of defects in structures from measurements of natural frequencies. **The Journal of Strain Analysis for Engineering Design**, v. 14, n. 2, p. 49-57, 1979.

CHA, Y.; BUYUKOZTURK, O. Structural damage detection using modal strain energy and hybrid multiobjective optimization. **Computer-Aided Civil and Infrastructure Engineering**, v. 30, n. 5, p. 347-358, 2015.

CHANG, K.; KIM, C. Modal-parameter identification and vibration-based damage detection of a damaged steel truss bridge. **Engineering Structures**, v. 122, p. 156-173, 2016.

CHEN, J.; PAN, T.; HUANG, X. Numerical investigation into the stiffness anisotropy of asphalt concrete from a microstructural perspective. **Construction and Building Materials**, v. 25, n. 7, p. 3059-3065, 2011.

CIAMBELLA, J.; VESTRONI, F. The use of modal curvatures for damage localization in beam-type structures. **Journal of Sound and Vibration**, v. 340, p. 126-137, 2015.

CORNWELL, P.; DOEBLING, S.W.; FARRAR, C. R. Application of the strain energy damage detection method to plate-like structures. **Journal of sound and vibration**, v. 224, n. 2, p. 359-374, 1999.

DAHAK, M.; TOUAT, N.; KHAROUBI, M. Damage detection in beam through change in measured frequency and undamaged curvature mode shape. **Inverse Problems in Science and Engineering**, p. 1-26, 2018.

DOS SANTOS, J.V.A. et al. Development of a numerical model for the damage identification on composite plate structures. **Composite Structures**, v. 48, n. 1-3, p. 59-65, 2000.

FAN, W.; QIAO, P. A strain energy-based damage severity correction factor method for damage identification in plate-type structures. **Mechanical Systems and Signal Processing**, v. 28, p. 660-678, 2012.

FARRAR, C. R.; WORDEN, K. **Structural Health Monitoring: A Machine Learning Approach**. ed: John Wiley & Sons LTD, Chichester, UK, 2013.

FOTI, D. Dynamic identification techniques to numerically detect the structural damage. **The Open Construction and Building Technology Journal**, v. 7, n. 1, p. 43-50, 2013.

FRISWELL, M. I.; PENNY, J. E. T.; GARVEY, S. D. A combined genetic and eigensensitivity algorithm for the location of damage in structures. **Computers & Structures**, v. 69, n. 5, p. 547-556, 1998.

FU, Y. Z. et al. A two-step approach for damage identification in plates. **Journal of Vibration and Control**, v. 22, n. 13, p. 3018-3031, 2016.

GHASEMI, M. R.; NOBAHARI, M.; SHABAKHTY, N. Enhanced optimization-based structural damage detection method using modal strain energy and modal frequencies. **Engineering with Computers**, v. 34, n. 3, p. 637-647, 2018.

GIRELI, G. A. S. **Método de otimização híbrido aplicado ao processo de ajuste de histórico assistido**. 2016. 131 p. Dissertação (Mestrado) - Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 2016.

GOLDBERG, D. E. **Genetic algorithms in search, optimization and machine learning**. Reading, U.S.A., Addison-Wesley Publishing. 1989.

GOMES, F. et al. **Estudo comparativo entre os métodos gradiente reduzido generalizado e algoritmo genético em otimização com múltiplas respostas**. Produção online, 2017. Disponível em: <<https://producaoonline.org.br/rpo/article/view/2566/154>>. Acessado em: 13 de mar. 2019.

GOMES, G. et al. A review of vibration based inverse methods for damage detection and identification in mechanical structures using optimization algorithms and ANN. **Archives of Computational Methods in Engineering**, p. 1-15, 2018.

GUERREIRO, M.A.J. **Identificação de Dano Estrutural com Base em Análise Modal**. 2014. 118 p. Dissertação (Mestrado) – Faculdade de Ciência de Tecnologia, Universidade Nova de Lisboa, Lisboa, 2014.

HAACH, V. G. et al. Application of acoustic tests to mechanical characterization of masonry mortars, **NDT&E International**, 59, pp. 18-24, 2013.

HE, M.; YANG, T.; DU, Y. Nondestructive identification of composite beams damage based on the curvature mode difference. **Composite Structures**, v. 176, p. 178-186, 2017.

HOLLAND, J. Adaptation in natural and artificial systems: an introductory analysis with application to biology. **Control and artificial intelligence**, 1975.

HOOKE, R.; JEEVES, T. A. Direct Search Solution of Numerical and Statistical Problems. **Journal of the ACM**, v.8, (2), pp.212-229, 1961.

JAFARKHANI, R.; MASRI, S. F. Finite element model updating using evolutionary strategy for damage detection. **Computer-Aided Civil and Infrastructure Engineering**, v. 26, n. 3, p. 207-224, 2011.

JEENKOUR, P.; PATTAVANITCH, J.; BOONLONG, K. Vibration-based damage detection in beams by genetic algorithm encoding locations and damage factors as decision variables. **Journal of Vibroengineering**, v. 16, p. 35-40, 2017.

JULIANI, T.M. **Detecção de danos em modelos de pontes em escala reduzida pela identificação modal estocástica**. 2014. 189 p. Dissertação (Mestrado) - Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, 2014.

KAWAMURA, H.; OHMORI, H.; KITO, N. Truss topology optimization by a modified genetic algorithm. **Structural and Multidisciplinary Optimization**, v. 23, n. 6, p. 467-473, 2002.

KHATIR, A. et al. Multiple damage detection and localization in beam-like and complex structures using co-ordinate modal assurance criterion combined with firefly and genetic algorithms. **Journal of Vibroengineering**, v. 18, n. 8, p. 5063-5073, 2016.

KHATIR, S. et al. Genetic algorithm based objective functions comparative study for damage detection and localization in beam structures. In: **Journal of Physics: Conference Series**. IOP Publishing, p. 012035, 2015.

KUMAR, K. A.; REDDY, D. M. Application of frequency response curvature method for damage detection in beam and plate like structures. In: **IOP Conference Series: Materials Science and Engineering**. IOP Publishing, p. 012160, 2016.

LEEMANN, A. et al. Influence of compaction on the interfacial transition zone and the permeability of concrete. **Cement and Concrete Research**, v. 36, n. 8, p. 1425-1433, 2006.

LIEVEN, N. A. J.; EWINS, D. J. Spatial correlation of mode shapes, the coordinate modal assurance criterion (COMAC). In: **Proceedings of the sixth international modal analysis conference**. p. 690-695, 1988.

LIMA, M. L. R. **Otimização topológica e paramétrica de vigas de concreto armado utilizando algoritmos genéticos**. 2011. 114 p. Dissertação (Mestrado) - Escola Politécnica da Universidade de São Paulo, São Paulo, 2011.

LIMA, M. V. A. G. **Reflexão sísmica rasa: estimativa de parâmetros elásticos pela inversão dos coeficientes de reflexão da onda P acima do ângulo crítico**. 2006. 74 f. Dissertação de mestrado - Instituto de Astronomia, Geofísica e Ciências Atmosféricas, Universidade de São Paulo, São Paulo, 2006.

LIU, G. R.; HAN, X. **Computational inverse techniques in nondestructive evaluation**. Boca Raton: CRC Press, 2003.

MAIA, N. M. M. et al. Damage detection in structures: from mode shape to frequency response function methods. **Mechanical systems and signal processing**, v. 17, n. 3, p. 489-498, 2003.

MAIA, R. A. **Detecção de dano estrutural em estruturas planas utilizando redes neurais**. 2016. 94 p. Dissertação (Mestrado) - Departamento de Engenharia Civil e Ambiental, Universidade de Brasília, Brasília, DF, 2016.

MANOACH, E. et al. Vibration based methods for damage detection in structures. In: **MATEC Web of Conferences**. EDP Sciences, 2016.

MANOACH, E.; CAO, M.; DONEVA, S. Vibration based methods for damage detection of plates. In: **AIP Conference Proceedings**. AIP Publishing, p. 100014, 2018.

MARTÍNEZ, L. C. **Otimização dos Circuitos de Refrigerante nos Trocadores de Calor de Sistemas de Refrigeração por Compressão de Vapor**. 2009. 274p. Tese (Doutorado) - Departamento de Engenharia Mecânica, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2009.

MATLAB, 2015. Disponível em <http://www.mathworks.com/products/simulink/>. Acesso em: 11/02/19.

MERCE, R.N. **Metodologia para atualização de modelos numéricos de pontes com base em dados experimentais**. 2007. 236 p. Tese (Doutorado) - Departamento de Engenharia Civil e Ambiental, Universidade de Brasília, Brasília, DF, 2007.

NANDA, B.; MAITY, D.; MAITI, D.K. Vibration based structural damage detection technique using particle swarm optimization with incremental swarm size. **International Journal Aeronautical and Space Sciences**, v. 13, n. 3, p. 323-331, 2012.

NDAMBI, J.; VANTOMME, J.; HARRI, K. Damage assessment in reinforced concrete beams using eigenfrequencies and mode shape derivatives. **Engineering Structures**, v. 24, n. 4, p. 501-515, 2002.

OLIVEIRA, M. O. M. **Avaliação de projetos de fruticultura irrigada aplicada a pequenas propriedades rurais no município de Botucatu - SP**. 2008. 160 p. Dissertação (mestrado) - Departamento de Hidráulica e Saneamento, Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, 2008.

PANDEY, A. K.; BISWAS, M.; SAMMAN, M. M. Damage detection on from changes in curvature modes shapes. **Journal of Sound and Vibration**, v. 145, n. 2, p. 321-332, Mar 1991.

PRADO, D. M. et al. Assessment of shear damaged and NSM CFRP retrofitted reinforced concrete beams based on modal analysis. **Engineering Structures**, v. 129, p. 54-66, 2016.

RAHAMI, H.; KAVEH, A.; GHOLIPOUR, Y. Sizing, geometry and topology optimization of trusses via force method and genetic algorithm. **Engineering Structures**, v. 30, n. 9, p. 2360-2369, 2008.

RAJAN, S. D. Sizing, shape, and topology design optimization of trusses using genetic algorithm. **Journal of Structural Engineering**, v. 121, n. 10, p. 1480-1487, 1995.

RAO, M. A.; SRINIVAS, J.; MURTHY, B. S. N. Damage detection in vibrating bodies using genetic algorithms. **Computers & Structures**, v. 82, n. 11-12, p. 963-968, May 2004.

RHIM, J.; LEE, S. W. A neural-network approach for damage detection and identification os structures. **Computational Mechanics**, v. 16, n. 6, p. 437-443, Nov 1995.

ROY, K. Structural damage identification using mode shape slope and curvature. **Journal of Engineering Mechanics**, v. 143, n. 9, p. 04017110, 2017.

RUCEVSKIS, S. et al. Mode shape-based damage detection in plate structure without baseline data. **Structural Control and Health Monitoring**, v. 23, n. 9, p. 1180-1193, 2016.

SAMPAIO, R. P. C.; MAIA, N. M. M.; SILVA, J. M. M. Damage detection using the frequency-response-function curvature method. **Journal of sound and vibration**, v. 226, n. 5, p. 1029-1042, 1999.

SANTOS, G. F. **Identificação de danos estruturais utilizando técnicas de otimização**. 2009. 90 p. Dissertação (Mestrado) - Faculdade de Engenharia, Universidade do Estado do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2009.

SECCHI, A. R. **Otimização de Processos**. Universidade Federal do Rio de Janeiro, 2015. Disponível em: <http://www2.peq.coppe.ufrj.br/Pessoal/Professores/Arge/COQ897/otimiza.pdf>. Acesso em: 20 Dec. 2017.

SHABBIR, F. et al. Structural Damage Detection with Different Objective Functions in Noisy Conditions Using an Evolutionary Algorithm. **Applied Sciences**, v. 7, n. 12, p. 1245, 2017.

SHI, J.; SPENCER JR, B. F.; CHEN, S. Damage detection in shear buildings using different estimated curvature. **Structural Control and Health Monitoring**, v. 25, n. 1, p. e2050, 2018.

SHI, Z. Y.; LAW, S. S.; ZHANG, L.M. Structural damage detection from modal strain energy change. **Journal of engineering mechanics**, v. 126, n. 12, p. 1216-1223, 2000.

SILVA, N. R. S. **Deteção de dano estrutural por algoritmos genéticos e sensibilidade modal**. 2006. 134 p. Dissertação (Mestrado) - Universidade do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2006.

STUBBS, N.; KIM, J.; FARRAR, C. R. Field verification of a nondestructive damage localization and severity estimation algorithm. In: **Proceedings-SPIE the international society for optical engineering**. SPIE INTERNATIONAL SOCIETY FOR OPTICAL, p. 210-218, 1995.

SUN, Z.; NAGAYAMA, T.; FUJINO, Y. Minimizing noise effect in curvature-based damage detection. **Journal of Civil Structural Health Monitoring**, v. 6, n. 2, p. 255-264, 2016.

TATAR, A.; NIOUSHA, A.; ROFOOEI, F.R. Damage detection in existing reinforced concrete building using forced vibration test based on mode shape data. **Journal of Civil Structural Health Monitoring**, v. 7, n. 1, p. 123-135, 2017.

TIACHACHT, S. et al. Structural health monitoring of 3D frame structures using finite element modal analysis and genetic algorithm. **Journal of Vibroengineering**, v. 20, n. 1, 2018.

VELLASCO, M. M. B. R. **Redes Neurais Artificiais**. 2007. Disponível em: <<http://www2.ica.ele.puc-rio.br/Downloads/33/ICAintrodu%C3%A7%C3%A3o%20RNs.pdf>>. Acesso em: 15 mar. 2019.



VO-DUY, T. et al. Damage detection in laminated composite plates using modal strain energy and improved differential evolution algorithm. **Procedia engineering**, v. 142, p. 182-189, 2016.

WEISE, T., **Global Optimization Algorithms – Theory and Application**, 2ª ed., 2009. Disponível em: <<http://www.it-weise.de/projects/book.pdf>>. Acessado em 16 mar. 2019.

WU, X.; GHABOUSSI, J.; GARRETT, J. H. Use of neural network in detection of structural damage. **Computers & Structures**, v. 42, n. 4, p. 649-659, Feb 1992.

YAM, L.H.; LI, Y.Y.; WONG, W.O. Sensitivity studies of parameters for damage detection of plate-like structures using static and dynamic approaches. **Engineering structures**, v. 24, n. 11, p. 1465-1475, 2002.

YANG, M. et al. Bridge damage localization through modified curvature method. **Journal of Civil Structural Health Monitoring**, v. 6, n. 1, p. 175-188, 2016.

YANG, Z. et al. Fourier spectral-based modal curvature analysis and its application to damage detection in beams. **Mechanical Systems and Signal Processing**, v. 84, p. 763-781, 2017.

YONG, X.; HONG, H. A genetic algorithm for structural damage detection based on vibration data. In: **Proc. 19th international modal analysis conference**, p. 1381-1387, 2001.

ZANG, C.; IMREGUN, M. Structural damage detection using artificial neural networks and measured FRF data reduced via principal component projection. **Journal of sound and vibration**, v. 242, n. 5, p. 813-827, 2001.

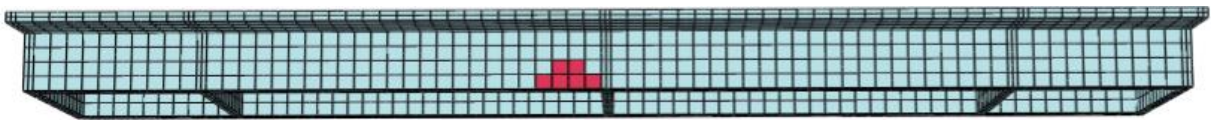


## ANEXO A – Escolha dos parâmetros dos algoritmos genéticos

A escolha dos parâmetros dos algoritmos genéticos pode ser realizada por meio de várias análises paramétricas. Em cada análise, apenas o parâmetro avaliado é variado enquanto os demais se mantêm constantes. Para cada problema, um conjunto de parâmetros ajudará na eficiência do método, portanto, o procedimento proposto fornece os parâmetros para um problema específico.

Para exemplificação, os algoritmos genéticos foram aplicados em um modelo de ponte com a finalidade de localizar os danos. A região danificada foi simulada com módulo de elasticidade de 24 *GPa*, enquanto as regiões íntegras foram simuladas com módulo de elasticidade de 40 *GPa*. A localização do dano é apresentada na Figura A.1.

Figura A.1: Localização do dano



Fonte: Autor (2019).

As frequências das estruturas íntegra e danificada estão apresentadas na Tabela A.1.

Tabela A.1: Frequências das estruturas íntegra e danificada

Frequência íntegra (Hz)	Frequência danificada (Hz)	Diferença percentual (%)
205,20	203,27	-0,94
280,51	279,06	-0,52
515,26	514,91	-0,07
583,11	582,58	-0,09
650,08	648,58	-0,23
666,65	665,40	-0,19
861,73	858,36	-0,39
877,99	874,55	-0,39
922,63	921,23	-0,15
1012,89	1011,37	-0,15
1023,21	1021,22	-0,19
1043,18	1042,84	-0,03

Fonte: Autor (2019).

O problema de otimização é definido por:

$$\min_{E_k} \left( \max_{i=1..n} \left| \frac{f_i^{\text{numérica}} - f_i^{\text{referência}}}{f_i^{\text{numérica}}} \right| \cdot 100\% \right)$$

sujeito a:

$$E_k \in \{24, 40\} \text{ GPa}, k = 1 \dots 5472$$

(A.1)

O desempenho dos algoritmos genéticos é altamente dependente dos valores adotados para a taxa de cruzamento, taxa de mutação, número de indivíduos na população, número de indivíduos preservados na geração futura pelo elitismo e número de genes trocados durante o cruzamento. Além disso, o número de modos considerados na calibração pode afetar a qualidade e a eficiência do método. Foram implementados 16 algoritmos genéticos com pequenas alterações nos parâmetros, conforme apresentado na Tabela A.2.

Tabela A.2: Casos estudados para análise dos parâmetros dos algoritmos genéticos

Caso	Número de modos	Número de indivíduos	Taxa de cruzamento	Taxa de mutação	Indivíduos preservados	Genes trocados	Iteração máxima
1	4	25	0,60	0,05	1	500	2000
2	6	25	0,60	0,05	1	500	2000
3	8	25	0,60	0,05	1	500	2000
4	10	25	0,60	0,05	1	500	2000
5	12	25	0,60	0,05	1	500	2000
6	4	50	0,60	0,05	1	500	2000
7	4	75	0,60	0,05	1	500	2000
8	4	25	0,75	0,05	1	500	2000
9	4	25	0,90	0,05	1	500	2000
10	4	25	0,60	0,01	1	500	2000
11	4	25	0,60	0,03	1	500	2000
12	4	25	0,60	0,09	1	500	2000
13	4	25	0,60	0,05	2	500	2000
14	4	25	0,60	0,05	3	500	2000
15	4	25	0,60	0,05	1	1000	2000
16	4	25	0,60	0,05	1	1500	2000

Fonte: Autor (2019).

Este problema possui 5472 variáveis de decisão, que são os valores do módulo de elasticidade de cada elemento. Como o objetivo é só avaliar a evolução dos algoritmos genéticos, o critério de parada adotado foi o número máximo de iteração em 2000.

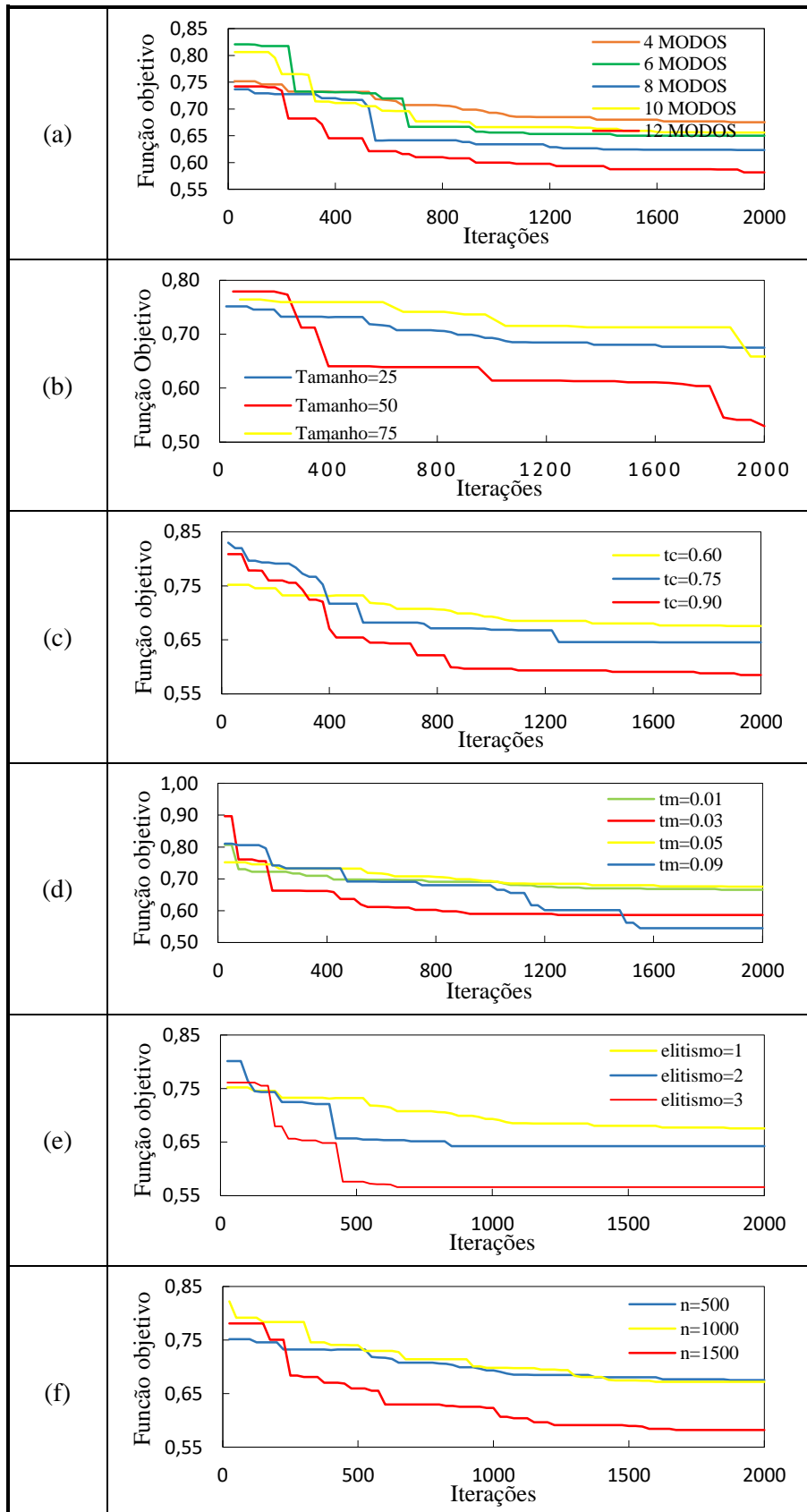
A avaliação apenas do valor final da função objetivo não seria o mais coerente, visto que o valor inicial é calculado a partir de propriedades escolhidas aleatoriamente. Portanto, o critério adotado para comparação dos casos foi a redução percentual do valor da função objetivo, dada pela equação a seguir.

$$RFO = \frac{FO_{inicial} - FO_{final}}{FO_{inicial}} \times 100\% \quad (A.2)$$

Onde: RFO é a redução da função objetivo;  $FO_{inicial}$  é o valor inicial da função objetivo;  $FO_{final}$  é o valor final da função objetivo.

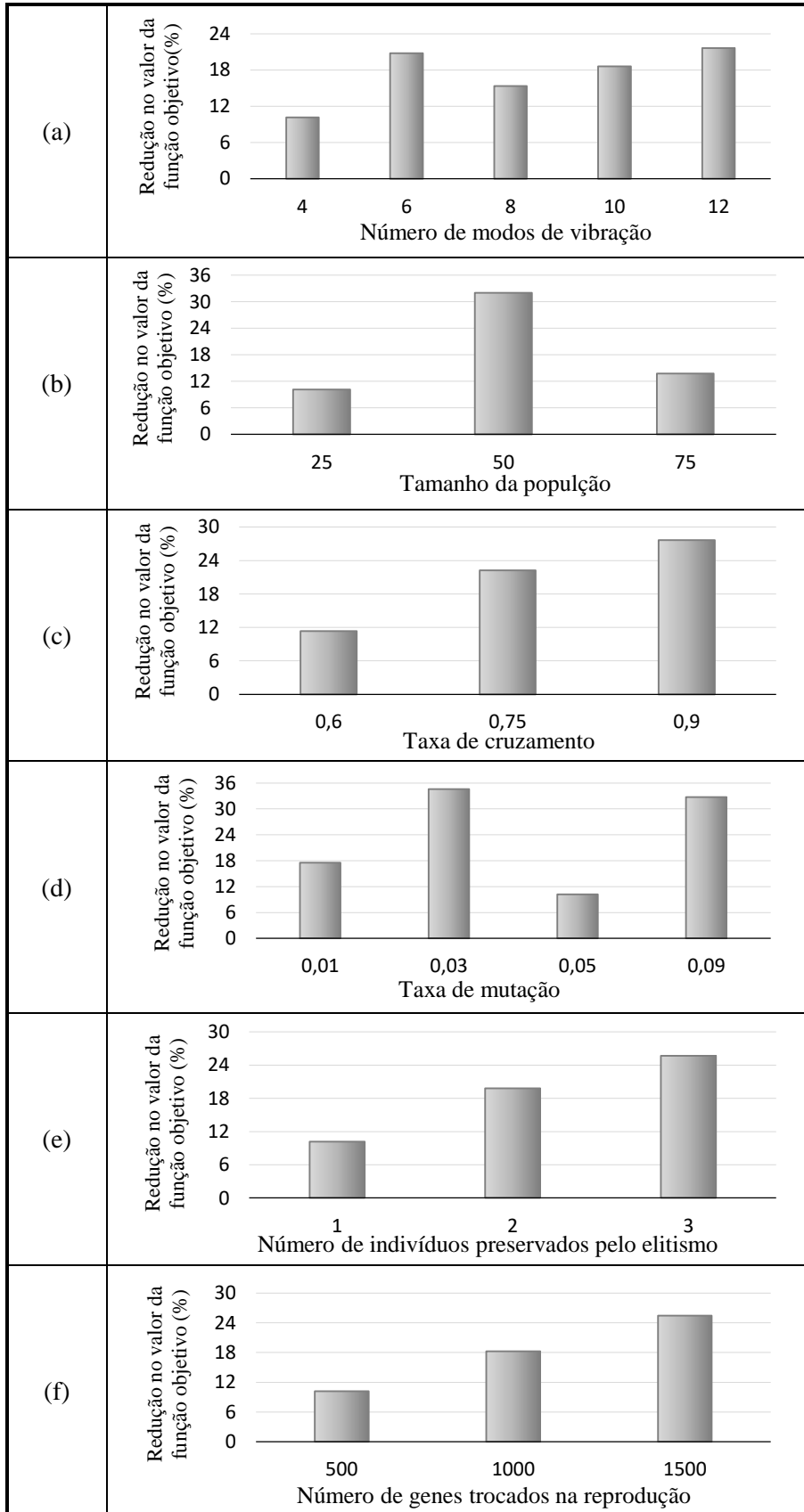
A evolução dos algoritmos genéticos para cada análise paramétrica realizada é apresentada na Figura A.2. Em cada caso foi calculada a redução no valor da função objetivo após 2000 iterações, como pode ser observado na Figura A.3.

Figura A.2: Evolução dos algoritmos genéticos na análise paramétrica (a) modos de vibração (b) tamanho da população (c) taxa de cruzamento (d) taxa de mutação (e) indivíduos preservados (f) genes trocados no cruzamento



Fonte: Autor (2019).

Figura A.3: Eficiência do algoritmo na análise paramétrica (a) modos de vibração (b) tamanho da população (c) taxa de cruzamento (d) taxa de mutação (e) indivíduos preservados (f) genes trocados



Os parâmetros que apresentaram melhor desempenho estão na Tabela A.3. Em relação ao número de modos de vibração considerados na calibração, o desempenho do algoritmo ao utilizar 6 ou 12 modos foi muito próximo. Em virtude da dificuldade experimental em obter muitos modos de vibração de forma confiável, serão adotados seis modos de vibração.

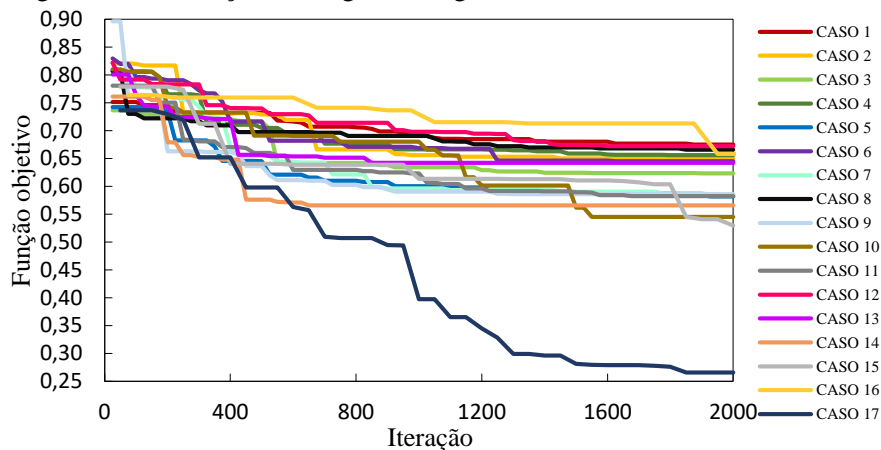
Tabela A.3: Valores dos parâmetros que geraram melhores resultados na calibração da estrutura

Número de modos	Número de indivíduos	Taxa de cruzamento	Taxa de mutação	Indivíduos preservados	Número de genes trocados
6	50	0,90	0,03	3	1500

Fonte: Autor (2019).

A comparação da evolução dos algoritmos genéticos com os parâmetros da Tabela A.3 (Caso 17) em relação aos demais casos estudados é apresentada na Figura A.4.

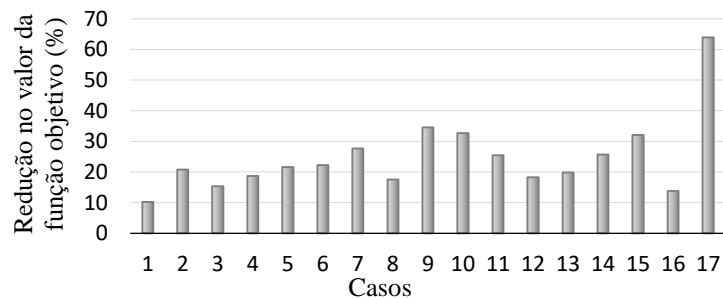
Figura A.4: Evolução dos algoritmos genéticos de todos os casos estudados



Fonte: Autor (2019).

Pela Figura A.5, mostra-se a redução percentual no valor da função objetivo para todos os casos. É possível observar que adotando os parâmetros da Tabela A.3, o algoritmo teve uma melhora significativa no seu desempenho.

Figura A.5: Desempenho dos algoritmos genéticos



Fonte: Autor (2019).

## ANEXO B – Resumo das calibrações do Capítulo 4

Na Tabela B.1 é apresentado um resumo das diversas calibrações realizadas no capítulo 4.

Tabela B.1: Resumo das calibrações

Modelo	Nível de ruído	Método	Variáveis	Bem-sucedido?	Iterações
Íntegro	-	Enumeração Total	$E, v, \rho$	Sim	1238
Íntegro	-	Hooke e Jeeves	$E, v, \rho$	Sim	126
Íntegro	-	Algoritmos genéticos	$E, v, \rho$	Sim	500
Íntegro	-	Redes Neurais	$E, v, \rho$	Sim	-
1D10	-	Enumeração Total	$\{E\}$	Sim	244
1D10	-	Hooke e Jeeves	$\{E\}$	Não	312
1D10	-	Algoritmos genéticos	$\{E\}$	Sim	203
1D10	-	Redes Neurais	$\{E\}$	Não	-
2D10	-	Enumeração Total	$\{E\}$	Sim	4384
2D10	-	Hooke e Jeeves	$\{E\}$	Não	356
2D10	-	Algoritmos genéticos	$\{E\}$	Sim	901
2D10	-	Redes Neurais	$\{E\}$	Não	-
1D20	-	Enumeração Total	$\{E\}$	Não	-
1D20	-	Hooke e Jeeves	$\{E\}$	Não	503
1D20	-	Algoritmos genéticos	$\{E\}$	Sim	1722
1D20	-	Redes Neurais	$\{E\}$	Não	-
2D20	-	Enumeração Total	$\{E\}$	Não	-
2D20	-	Hooke e Jeeves	$\{E\}$	Não	594
2D20	-	Algoritmos genéticos	$\{E\}$	Sim	2776
2D20	-	Redes Neurais	$\{E\}$	Não	-
1D20	-	MAC	-	Não	-
1D20	-	COMAC	-	Não	-
1D20	-	DCM	-	Sim	-
1D20	-	ID	-	Sim	-
1D20	-	AG com DCM (caso1)	$\{E\}$	Sim	476
1D20	-	AG com DCM (caso2)	$\{E\}$	Sim	1321
1D20	-	AG com DCM (caso3)	$\{E\}$	Sim	2426
1D20	-	AG com DCM (caso 4)	$\{E\}$	Sim	5351
1D20	-	AG com ID (caso1)	$\{E\}$	Sim	112
1D20	-	AG com ID (caso2)	$\{E\}$	Sim	178
1D20	-	AG com ID (caso3)	$\{E\}$	Sim	3098
1D20	-	AG com ID (caso4)	$\{E\}$	Sim	5351
1D20	1% *	AG com ID	$\{E\}$	Sim	5000
1D20	1% *	AG com DCM	$\{E\}$	Sim	5000
1D20	5% *	AG com ID	$\{E\}$	Não	5000
1D20	5% *	AG com DCM	$\{E\}$	Não	5000
1D20	10% *	AG com ID	$\{E\}$	Não	5000
1D20	10% *	AG com DCM	$\{E\}$	Não	5000



Modelo	Nível de ruído	Método	Variáveis	Bem-sucedido?	Iterações
1D20	1% **	AG com ID	{E}	Sim	1788
1D20	1% **	AG com DCM	{E}	Sim	589
1D20	5% **	AG com ID	{E}	Sim	2524
1D20	5% **	AG com DCM	{E}	Sim	1428
1D20	10% **	AG com ID	{E}	Sim	1001
1D20	10% **	AG com DCM	{E}	Sim	1110
1D20	1% ***	AG com ID	{E}	Sim	5000
1D20	1% ***	AG com DCM	{E}	Sim	5000
1D20	5% ***	AG com ID	{E}	Não	5000
1D20	5% ***	AG com DCM	{E}	Não	5000
1D20	10% ***	AG com ID	{E}	Não	5000
1D20	10% ***	AG com DCM	{E}	Não	5000
1DMR	0	AG com DCM	{E}	Sim	634
1DMR	1% ***	AG com DCM	{E}	Sim	5000
1DMR	2% ***	AG com DCM	{E}	Sim	5000
1DMR	3% ***	AG com DCM	{E}	Sim	5000
1DMR	4% ***	AG com DCM	{E}	Não	5000
1DMR	5% ***	AG com DCM	{E}	Não	5000
1DMR	10% ***	AG com DCM	{E}	Não	5000

Fonte: Autor (2019). \* Ruído nas frequências \*\*Ruído nos deslocamentos \*\*\*Ruído nas frequências e deslocamentos

## ANEXO C – Tratamento de sinal

O tratamento do sinal medido por Juliani (2014) foi realizado por meio do método de janelas, presente na biblioteca do MatLab. A janela adotada foi a Hanning, que é modelada da seguinte forma:

$$w(n) = 0.5 \left( 1 - \cos \left( \frac{2\pi n}{L-1} \right) \right), \quad 0 \leq n \leq L-1 \quad (\text{C.1})$$

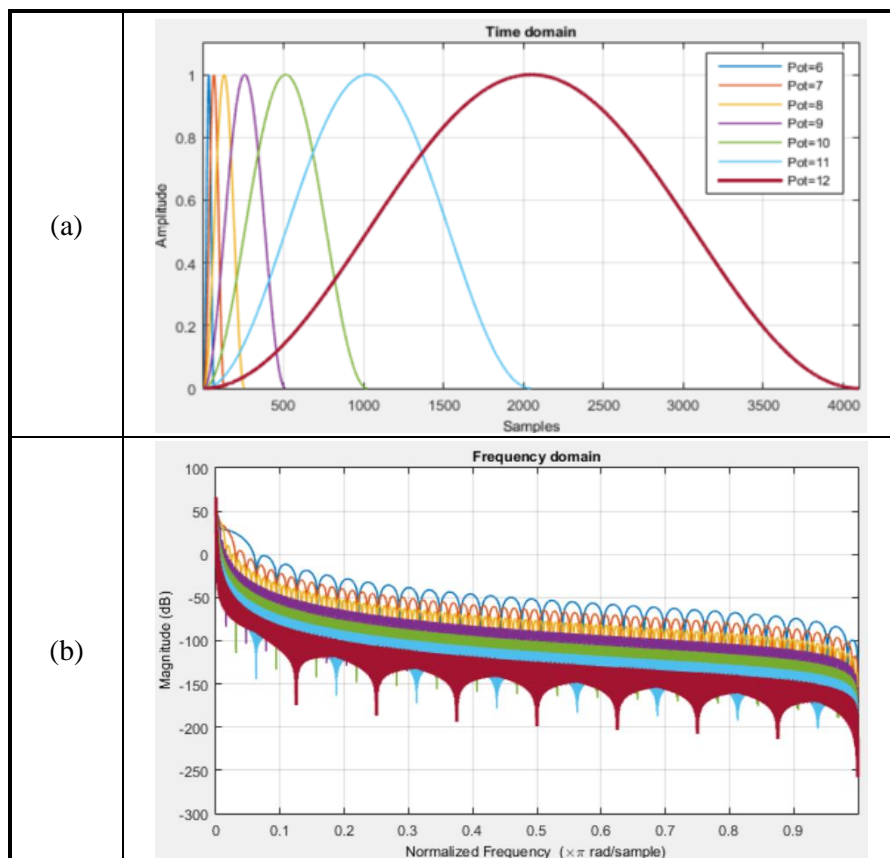
Sendo  $L$  o comprimento da janela.

No MatLab,

$$w = \text{hann}(L)$$

O comando `wvtool(hann(L))` permite a visualização da janela. As janelas para diferentes valores de comprimento ( $L = 2^{\text{Pot}}$ ) são ilustradas na Figura C.1.

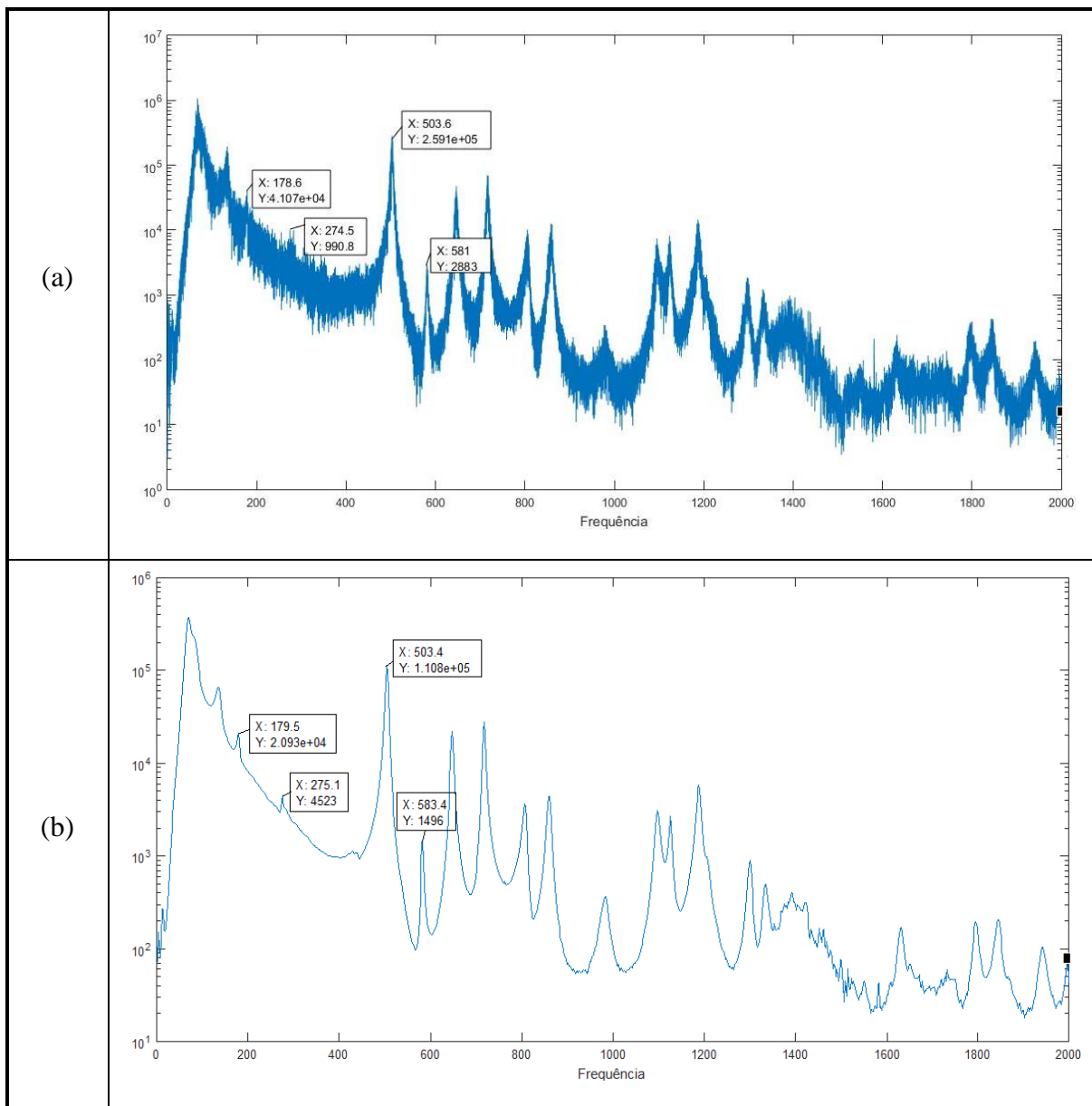
Figura C.1: Janelas Hanning (a) domínio do tempo (b) domínio da frequência



Fonte: Autor (2019).

O comprimento de janela adotado foi  $2^{11}$ . Na Figura C.2 é apresentado um dos sinais utilizados na determinação das frequências naturais do modelo 1D2MV sem filtro e com filtro.

Figura C.2: Sinal (a) sem filtro (b) com filtro



Fonte: Autor (2019).