

UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO
ESCOLA DE ENGENHARIA DE SÃO CARLOS

GABRIELA BOTTENE PERCHE

**Contribuição ao projeto estrutural de lajes de aproximação em pontes
rodoviárias**

São Carlos
2019

GABRIELA BOTTENE PERCHE

**Contribuição ao projeto estrutural de lajes de aproximação em pontes
rodoviárias**

VERSÃO CORRIGIDA

A versão original encontra-se na Escola de Engenharia de São Carlos

Dissertação apresentada à Escola de Engenharia de São Carlos da Universidade de São Paulo, como parte dos requisitos necessários para obtenção do título de Mestre em Ciências.

Programa: Engenharia Civil (Estruturas)

Orientador: Prof. Dr. Mounir Khalil El Debs

São Carlos

2019

AUTORIZO A REPRODUÇÃO TOTAL OU PARCIAL DESTE TRABALHO,
POR QUALQUER MEIO CONVENCIONAL OU ELETRÔNICO, PARA FINS
DE ESTUDO E PESQUISA, DESDE QUE CITADA A FONTE.

Ficha catalográfica elaborada pela Biblioteca Prof. Dr. Sérgio Rodrigues Fontes da
EESC/USP com os dados inseridos pelo(a) autor(a).

P428c Perche, Gabriela Bottene
Contribuição ao projeto estrutural de lajes de
aproximação em pontes rodoviárias / Gabriela Bottene
Perche; orientador Mounir Khalil El Debs. São Carlos,
2019.

Dissertação (Mestrado) - Programa de
Pós-Graduação em Engenharia Civil(Engenharia de
Estruturas) e Área de Concentração em Estruturas --
Escola de Engenharia de São Carlos da Universidade de
São Paulo, 2019.

1. Laje de Aproximação. 2. Pontes. 3. Abaqus. 4.
Análise Paramétrica. 5. Modelagem Numérica. I. Título.

FOLHA DE JULGAMENTO

Candidata: Engenheira **GABRIELA BOTTENE PERCHE**.

Título da dissertação: "Contribuição ao projeto estrutural de lajes de aproximação em pontes rodoviárias".

Data da defesa: 29/11/2019.

Comissão Julgadora:

Resultado:

Prof. Titular **Mounir Khalil El Debs**
(Orientador)
(Escola de Engenharia de São Carlos/EESC)

Aprovada

Prof. Dr. **Leandro Mouta Trautwein**
(Universidade Estadual de Campinas/UNICAMP)

Aprovada

Profa. Dra. **Aline da Silva Ramos Barboza**
(Universidade Federal de Alagoas/UFAL)

Aprovada

Coordenador do Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil
(Engenharia de Estruturas):
Prof. Associado **Vladimir Guilherme Haach**

Presidente da Comissão de Pós-Graduação:
Prof. Titular **Murilo Araujo Romero**

AGRADECIMENTOS

A minha família, pelo apoio emocional e pelas lições diárias de determinação e empenho. A meu companheiro, pelos impulsos para buscar o melhor, vencer as dificuldades e persistir na busca pelos meus sonhos.

Aos meus colegas de sala: Murilo, Daniele, Ana e Mariana. Vocês foram a ajuda profissional e as amigas que eu nunca esperei encontrar dentro da pós-graduação.

Aos professores Iberê Martins e Gustavo Siqueira, pelo incentivo e pela paciência de horas de orientação, pois nos horários mais inoportunos ainda estavam dispostos a ajudar. A meu orientador, professor Mounir, pelas valiosas contribuições e pela confiança em mim depositada.

A todo o departamento de Engenharia de Estruturas da EESC-USP, que me acompanhou durante toda a graduação e, pelas suas qualidades distintas, me levou à pós-graduação. Obrigada a todos os funcionários e ilustres professores.

À CAPES, pelo apoio financeiro e incentivo à pesquisa.

*“Se não puderes ser uma estrada, sê
apenas uma senda. Se não puderes
ser o sol, sê apenas uma estrela.
Não é pelo tamanho que terás êxito
ou fracasso, mas sê o melhor no que
quer que sejas. ”*

Pablo Neruda

RESUMO

PERCHE, G. B. **Contribuição ao Projeto Estrutural de Lajes de Aproximação em Pontes Rodoviárias**. 2019. 130 p. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil – Estruturas) – Departamento de Engenharia de Estruturas, Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, 2019.

Lajes de aproximação de pontes são elementos de extrema importância na transição entre a superestrutura da ponte e a via rodável. Estes elementos atenuam os recalques diferenciais existentes entre a ponte e a via, e seus problemas em projeto e execução podem gerar altos custos de manutenção. Atualmente, no Brasil e no mundo, não há consenso quanto ao projeto ideal de lajes de aproximação, e aspectos como sua geometria, condições de vinculação e detalhamento de projeto são muitas vezes negligenciados. No presente texto, este elemento de transição foi avaliado por modelagem numérica no programa Abaqus/CAE com simulações paramétricas para analisar as influências de diferentes fatores sobre seu desempenho estrutural. Foram variados o comprimento e espessura da laje, sua esconsidade, a resistência do concreto e a rigidez do apoio de solo com e sem perda de apoio do aterro. Observou-se que o solo do aterro é o elemento crucial para o bom funcionamento das lajes e a garantia de uma transição suave entre a ponte e a rodovia. Além disso, concluiu-se que para uma geometria com ângulos de esconsidade maiores que 30° , as tensões devidas a momentos volventes são muito significativas, chegando a exceder as tensões de tração máximas atuantes nas direções principais. Com relação ao solavanco em entradas e saídas de pontes, atestou-se que os deslocamentos na estrutura raramente levam à formação de gradientes inaceitáveis pelo usuário, porém, antes de haver deslocamentos de grande magnitude, ocorrem tensões de tração que excedem o $f_{ctk,inf}$ proposto pela norma atual. Os resultados obtidos podem significar que, ainda que o conforto do usuário ao trafegar sobre a via não seja afetado, a laje pode apresentar fissuração em sua face inferior, que, por estar em contato com o solo, acelera a manifestação de patologias e a degradação da estrutura.

Palavras-chave: Laje de aproximação. Pontes. Abaqus. Análise paramétrica. Modelagem numérica.

ABSTRACT

PERCHE, G. B. **Contributions to the structural design of approach slabs in highway bridges**. 2019. 130 p. Thesis (M. Sc. In Civil Engineering - Structures) – Department of Structural Engineering, School of Engineering of São Carlos, University of São Paulo, São Carlos, 2019.

Bridge approach slabs are essential structural elements on the interface between the superstructure and the subsequent highway. These elements smoothen the differential settlements between the bridge and the road, and difficulties in design and execution may lead to high maintenance costs. Currently, in Brazil and around the world, there is no general agreement as to the ideal design of approach slabs, and aspects such as its geometry, support conditions and detailing are often put aside. In the present study, this transition element was evaluated through FE modelling on Abaqus/CAE, with parametric analysis to investigate the influence of different variables on structural behavior. The length and thickness of the slab, as well as its skew angle, concrete strength and soil stiffness with and without loss of support were assessed. It has been found that the soil is the utmost important variable to structural performance and the even transition between highway and bridge. In addition, for skew angles above 30° , the stresses due to twisting moments are great enough to overcome the maximum tension on the cross section. As to the bump at the end of the bridge, it was concluded that the displacements rarely bring to unacceptable gradients on the highway-bridge interface, but before the displacements are noticeable, there are tension stresses higher than those recommended by the current national standards. These results may indicate that, in spite of the smooth transition between the bridge and the roadway, the approach slab may present unseen cracks, which, due to its contact with the soil, accelerates the structural decay.

Keywords: Approach slab. Bridge. Abaqus. Parametric analysis. Finite element modelling.

SUMÁRIO

1. INTRODUÇÃO	7
1.1. Objetivos.....	9
1.2. Justificativa.....	9
1.3. Organização da Dissertação.....	10
2. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA.....	11
2.1. Características geométricas	14
2.2. Características geotécnicas	23
2.3. Modelagem numérica	26
2.4. Interação solo-estrutura	33
3. ANÁLISE PRELIMINAR	37
3.1. Questionário feito aos órgãos reguladores.....	37
4. ANÁLISE NUMÉRICA	41
4.1. Geometria da laje.....	41
4.2. Carregamentos	42
4.3. Condições de vinculação	45
4.4. Processamento	47
4.5. Análise de convergência.....	47
4.6. Calibração do material utilizado.....	51
4.7. Rotina em Python e extração de resultados	73
5. RESULTADOS DA ANÁLISE PARAMÉTRICA	75
5.1. Lajes retas 100% apoiadas.....	77
5.2. Lajes esconsas 100% apoiadas	86
5.3. Lajes retas com regiões de vazios sob a laje	88
5.4. Laje apoiada sobre elementos sólidos	98
5.5. Análise simplificada por tabelas de Rüsçh.....	103

5.6.	Análise de confiabilidade dos recalques diferenciais na interface ponte-rodovia.....	107
6.	CONCLUSÃO	117
6.1.	Discussão dos resultados obtidos	117
6.2.	Recomendações para o projeto de lajes de aproximação	119
6.3.	Sugestões para pesquisas futuras	121
7.	REFERÊNCIAS	123
	ANEXO A – Projetos Padrão do DER-SP	127

1. INTRODUÇÃO

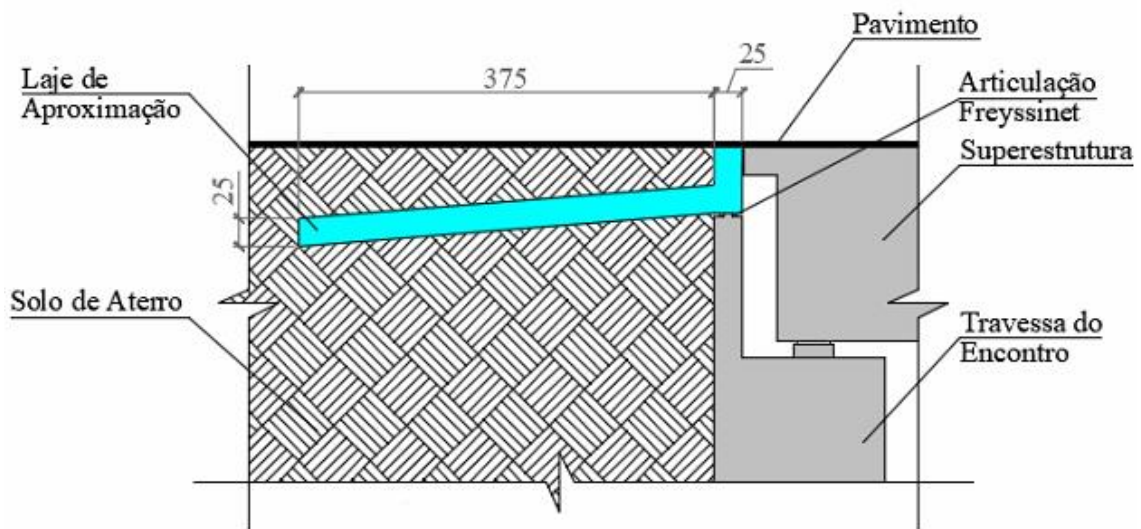
Encontros de pontes e viadutos podem ser constituídos por diversos elementos, de maneira a garantir a segurança e o conforto do usuário com uma interface adequada entre a estrutura e a rodovia, considerando uma manutenção que se justifique dentro da vida útil do projeto. Devido aos carregamentos a que são submetidas, as pontes apresentam valores de reações verticais elevados, sendo necessária a utilização de uma estrutura de fundação que transmita estes esforços a um maciço de solo ou rocha resistente, o que cria uma estrutura com recalques verticais muito baixos. Por outro lado, os encontros devem suprir desníveis com grandes alturas de aterro compactado, o que pode levar a altos assentamentos verticais. A diferença entre as rigidezes dos apoios destas duas estruturas leva a um desnível nas saídas e entradas de pontes, o que pode acentuar danos nas vias e causar grande desconforto ao usuário.

Surge então a necessidade de uma transição entre a ponte e a rodovia para minimizar os problemas associados ao desnível em sua interface. Para tanto, há três recursos a serem utilizados: soluções geotécnicas que melhorem as condições do aterro de encontro; uma estrutura auxiliar sobre o aterro de encontro; ou pode-se mesclar as duas soluções buscando otimizar a transição entre vias. Nesta última categoria, enquadram-se os projetos de lajes de aproximação em pontes, que aliam aterros com parâmetros mínimos de compactação como Proctor Normal a uma laje de concreto armado, suavizando os recalques diferenciais em entradas e saídas de pontes.

O projeto padrão do Departamento de Estradas e Rodagem do Estado de São Paulo (DER-SP, 2005) prevê uma laje de aproximação de 4,0 metros de comprimento e 25,0 centímetros de espessura, envolvida pelo solo de aterro e conectada à cortina do encontro através de uma articulação do tipo *Freyssinet*, que restringe deslocamentos mas permite a rotação relativa do elemento apoiado (Figura 1). Tendo situado o elemento estrutural, podem-se citar então suas principais funções dentro de um encontro de ponte (BRIAUD e HOFFMAN, 1997):

- Prevenir deformações no pavimento;
- Fornecer uma rampa que suavize os assentamentos diferenciais entre a ponte e a via;
- Vencer regiões de formação de vazios sob a laje, decorrentes da possível perda de solo do aterro;
- Evitar a percolação de águas no aterro, e, assim, prevenir também sua erosão acelerada.

Figura 1 - Laje de aproximação segundo especificações do Departamento de Estradas e Rodagem do Estado de São Paulo (medidas em cm)



Fonte: A autora

Atualmente, o projeto de lajes de transição ergue dúvidas quanto às dimensões ideais e o detalhamento necessário para esta estrutura, visto que há grande divergência entre as recomendações de geometria e cálculo estrutural no Brasil e no mundo. Ao mesmo tempo, o uso de lajes de aproximação é amplamente recomendado na literatura técnica, na medida que diversos autores comprovaram sua eficácia contra um solavanco excessivo em entrada e saída de pontes.

Os estudos em lajes de aproximação com enfoque estrutural têm publicações esparsas, e há grande dificuldade em encontrar na literatura em geral discussões sobre o tema. Mais comum é encontrar publicações na área de geotecnia, nas quais são abordadas questões importantes das condições do aterro e recomendações de projeto. Nos manuais e normas técnicas, as recomendações de geometria variam até 300% entre si no comprimento e até 100% na espessura, enquanto as condições de contorno para cálculo abrangem condições de laje completamente apoiada pelo solo de aterro ou laje sem apoio algum do aterro, considerando vazio em toda sua região inferior.

Frente à inconsistência de informações de projeto, comprova-se a relevância de estabelecer diretrizes para o projeto de lajes de aproximação, estipulando uma geometria ideal, que pode ou não variar de acordo com os parâmetros de solo do seu entorno.

1.1. Objetivos

O objetivo geral é determinar, através de uma análise computacional paramétrica, os fatores que mais afetam o dimensionamento de lajes de transição de pontes. Os objetivos específicos estão enumerados a seguir:

1. Questionar os departamentos de estrada e rodagem brasileiros quanto às práticas usuais relacionadas a lajes de aproximação em pontes.
2. Investigar efeitos de aumento do comprimento, espessura, esconsidade, resistência do concreto e características do apoio como rigidez do solo de apoio e formações de vazios sobre os esforços internos e deformações da estrutura.
3. Elaborar recomendações gerais para o projeto de lajes de aproximação frente às influências de parâmetros de geometria e vinculação.

1.2. Justificativa

Lajes de aproximação são um elemento importante na interface entre a ponte e a via rodável, no entanto, o Brasil não possui diretrizes de abrangência nacional para seu projeto e detalhamento, enquanto no restante no mundo há grande divergência em suas especificações. Os departamentos de estradas e rodagem brasileiros não têm como consenso a utilização de lajes de transição: alguns a utilizam, outros não. Os responsáveis pelos departamentos estaduais brasileiros argumentam que os principais fatores decisivos para a adoção de lajes de transição são seu custo e o fluxo de veículos na via, entretanto, muitas destas instituições atestaram ter problemas associados à falta da estrutura, como a formação de vazios e solavancos excessivos nos encontros de pontes.

Além disso, um projeto inconsistente ou execução falha de lajes de aproximação podem gerar altos custos de manutenção, custo esse avaliado em aproximadamente US\$100 milhões por ano somente nos Estados Unidos (BRIAUD e HOFFMAN, 1997). Normalmente, a manutenção se justifica perante um solavanco desconfortável em entrada e saída de pontes, mas o desconforto do usuário pode ser traduzido também através dos atrasos gerados por manutenção e recuperação deste trecho. Estes inconvenientes podem ser contornados através da elaboração de diretrizes claras e de fácil compreensão para os engenheiros envolvidos no projeto.

Desta forma, evidencia-se a importância da avaliação de lajes de transição com diferentes parâmetros de geometria e suporte de solo de maneira economicamente viável e que facilite o trabalho de engenharia.

1.3. Organização da Dissertação

Esta dissertação está organizada de forma que, no capítulo a seguir, estão dispostos os temas mais relevantes para a revisão bibliográfica deste estudo, abordando temas como a geometria, geotecnia e modelagem numérica. Em seguida, no Capítulo 3, estão dispostas análises preliminares para o desenvolvimento do trabalho, com uma pesquisa feita aos órgãos reguladores brasileiros.

As especificidades da metodologia e modelagem numérica são discutidas no Capítulo 4, no qual se estabelecem as premissas e calibrações para a análise paramétrica elaborada. O Capítulo 5 discute os principais resultados encontrados no decorrer do estudo, focando em diferentes parâmetros de influência para lajes de aproximação, além de uma análise de confiabilidade para os recalques diferenciais na interface ponte-rodovia. Finalmente, as conclusões do trabalho se dispõem no Capítulo 6, no qual estão introduzidas também as sugestões para trabalhos futuros.

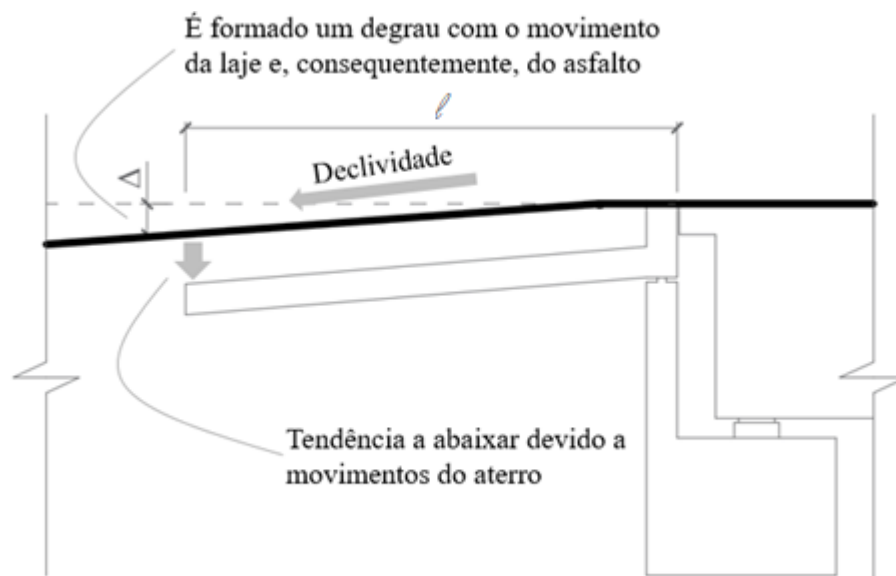
2. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

Um estudo conduzido por Briaud e Hoffman (1997) estimou que, nos Estados Unidos da América (EUA), o desnível na saída de pontes afeta aproximadamente 25% das estruturas no país e gera custos de manutenção da ordem de US\$ 100 milhões por ano. Os autores do estudo evidenciaram que a utilização de lajes de transição diminui ou elimina o problema em saídas de pontes, diminuindo gastos de manutenção a longo prazo.

O assentamento diferencial decorrente das diferentes rigidezes entre as fundações da estrutura da ponte e da via rodável é um dos pontos principais do projeto de lajes de aproximação. Quanto maior este desnível, maior o desconforto do usuário ao trafegar pela via, especialmente em alta velocidade. O problema não se restringe somente a pontes rodoviárias, uma vez que Lopes (2008) comenta que, no caso de trens de alta velocidade, o problema é ainda maior, pois um pequeno desnível pode causar grandes acelerações verticais. O veículo é então obrigado a desacelerar em entradas e saídas de pontes, aumentando o tempo total de viagem.

Alguns autores tentam estabelecer um valor máximo aceitável de gradiente vertical para entradas e saídas de pontes rodoviárias (Figura 2 – o gradiente equivale a Δ/l), que define um limite a partir do qual seriam necessárias ações de remediação. Leonhardt (1979) comenta sobre um gradiente máximo de 1/200 e Ha, Seo e Briaud (2002) afirmam que um gradiente de 1/125 é suficiente para causar sério desconforto aos motoristas, mas este fator varia de acordo com volume e velocidade do tráfego.

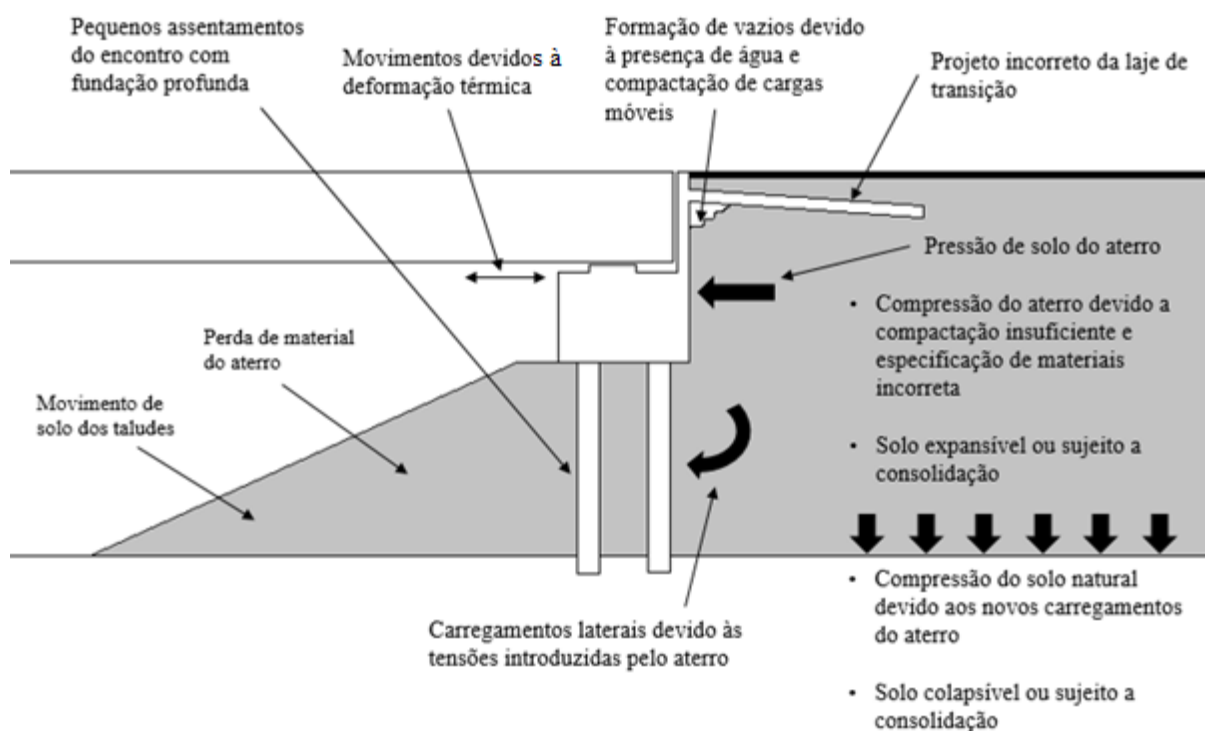
Figura 2 – Formação do gradiente ou declividade aceitável mediante movimentos do aterro



Fonte: A autora

Estimar recalques, no entanto, é uma tarefa complexa, já que envolve a incerteza de carregamentos, de distribuição de tensões no solo e dos parâmetros do solo em questão (WAHLS, 1990). Além disso, vários fatores podem acentuar os assentamentos nos aterros de saída de pontes, como falhas no detalhamento de estruturas de drenagem, má execução da compactação do aterro, uso de solos compressíveis e/ou com granulometria inadequada, perdas de solo por erosão, tráfego elevado, ciclos de temperatura, dentre outros (HA, SEO e BRIAUD, 2002). A Figura 3 ilustra alguns dos problemas causadores de recalques diferenciais, segundo a literatura de Briaud e Hoffman (1997).

Figura 3 - Principais causas da formação de recalques diferenciais na interface ponte-rodovia



Fonte: Adaptado de BRIAUD E HOFFMAN, 1997

Devido às incertezas envolvidas nos assentamentos do aterro, é difícil avaliar as condições de contorno ideais para o cálculo da estrutura. A laje pode estar apoiada em sua totalidade, pode ter vão livre, ou pode ter pontos com formação de eventuais vazios. Assim, o ideal é avaliar a estrutura com variações de apoio e verificar os aumentos de esforços solicitantes, além de possíveis consequências sobre sua geometria. A Figura 4 ilustra um destes fatores, a perda de solo de aterro próximo a um encontro de ponte, aonde os vazios chegam a uma altura de 45 cm.

Figura 4 – Perda de solo de aterro observado na rodovia US 65, Iowa, EUA



Fonte: Adaptado de IOWA DOT, 2005

A incerteza na definição das condições de contorno da laje pode ser comprovada através de um estudo conduzido pelo departamento de transportes estadual de Iowa, EUA (IOWA DOT, 2005), segundo o qual a formação de vazios sob a laje pode ser observada dentro de apenas um ano de sua construção. Tal formação de vazios está associada à má seleção de materiais para o aterro, além de compactação e controle de umidade insuficientes. Ainda neste estudo, verificou-se que a maioria das pontes inspecionadas tinham problemas com os dispositivos de drenagem no entorno dos aterros, e as juntas de dilatação de pontes apresentavam falhas, o que possibilitava a entrada indevida de água.

Como consequência, a formação de vazios nos aterros de encontros pode acentuar a declividade na interface ponte-rodovia. Uma vez que o gradiente aceitável em entradas e saídas de pontes seja excedido, é necessário adotar medidas mitigadoras para que o tráfego de veículos não seja prejudicado. Na maior parte das vezes, a solução adotada é o preenchimento asfáltico para nivelar o *greide*, porém, foram encontrados na literatura o preenchimento de vazios no aterro com graute, a elevação da laje de aproximação existente com macaco hidráulico e posterior preenchimento do aterro, e até mesmo a demolição completa e reconstrução desta interface (BRIAUD E HOFFMAN, 1997). Powell, Barnard e Tayabji (2019) avaliam que o tempo médio para as reabilitações é de 14 dias, quando pode também ocorrer o fechamento total ou parcial das vias, com redirecionamento do tráfego local.

Visto que os assentamentos diferenciais e os vazios formados sob a laje são fonte de distúrbios em entradas e saídas de pontes, compreende-se o porquê de a literatura existente abordar exhaustivamente o resumo de práticas recomendadas, a identificação dos agentes causadores de assentamentos diferenciais, e a melhoria do solo em aterros de encontro. Por

outro lado, análises que abordem a geometria e cálculo estrutural incluem poucos trabalhos. Através de pesquisa à base de dados *Scopus*, o volume de artigos que abordam lajes de aproximação do ponto de vista estrutural é mínimo, sendo de no máximo dois artigos por ano no período de 2004 a 2018. Isso mostra que existe grande preocupação com as condições geotécnicas do aterro, mas a avaliação estrutural é um ponto pouco discutido.

Nos próximos tópicos, serão abordadas separadamente algumas questões relacionadas ao projeto e execução de lajes de transição, como tipologia estrutural, tópicos geotécnicos e interação solo-estrutura, de modo a facilitar o entendimento global do leitor a respeito do problema em questão.

2.1. Características geométricas

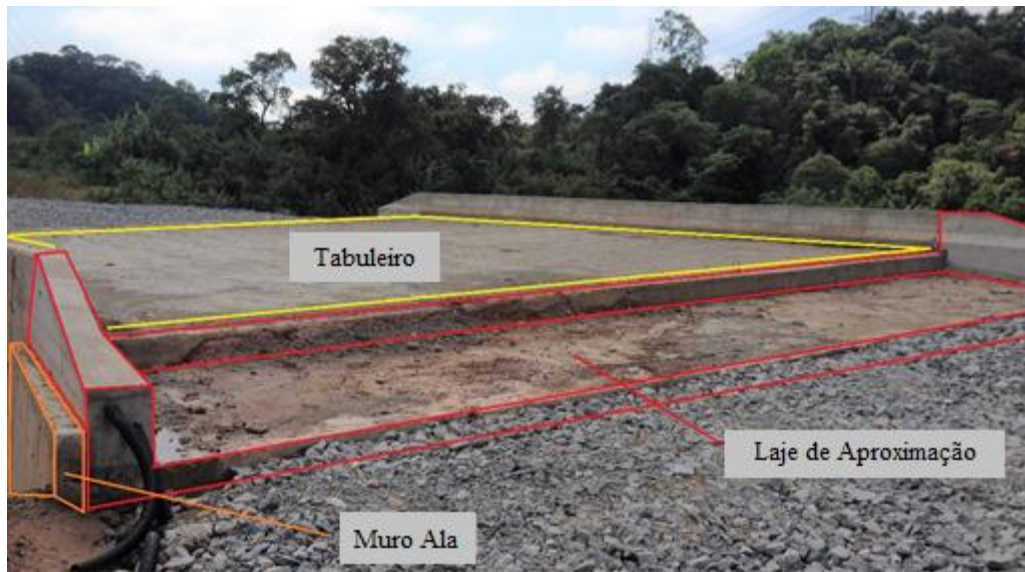
2.1.1. Lajes de aproximação no Brasil

Encontros de pontes podem ser divididos em duas categorias: encontros de pontes integrais e não-integrais. Encontros de pontes integrais são conectados de maneira rígida à superestrutura da ponte, ou seja, sem juntas de dilatação (CHEN e DUAN, 2014). Isso significa que eles estão sujeitos aos diversos carregamentos longitudinais da ponte (como por exemplo ciclos de temperatura), o que, a longo prazo, pode facilitar a formação de vazios nos aterros de encontro.

Encontros de pontes não-integrais, por outro lado, não estão sujeitos aos carregamentos longitudinais impostos pela superestrutura da ponte por terem presente uma junta de dilatação nesta interface. No Brasil, uma pesquisa feita a 20 dos 26 departamentos reguladores de obras rodoviárias estaduais (Capítulo 3 deste trabalho) mostrou que a grande maioria das estruturas projetadas no país têm características de encontros de pontes não-integrais, com juntas em entrada e saída do tabuleiro. Portanto, para efeitos desta pesquisa, serão estudadas diferentes disposições de lajes de aproximação não vinculadas às outras estruturas da ponte, a menos da sua vinculação com a cortina do encontro, através de uma articulação tipo *Freyssinet*.

Ainda com respeito às práticas brasileiras, a maioria dos estados atestou utilizar lajes de transição aterradas, sob a qual será disposta uma camada de solo e brita altamente compactados antes de executar a capa asfáltica. A Figura 5 apresenta uma laje de aproximação recém executada no novo trecho do Rodoanel de São Paulo, onde é possível notar o desnível entre a laje e o tabuleiro da ponte, a ser preenchido posteriormente com camada de solo.

Figura 5 - Laje de aproximação numa ponte em construção no novo trecho da SP-021



Fonte: A autora, foto tirada em 2016

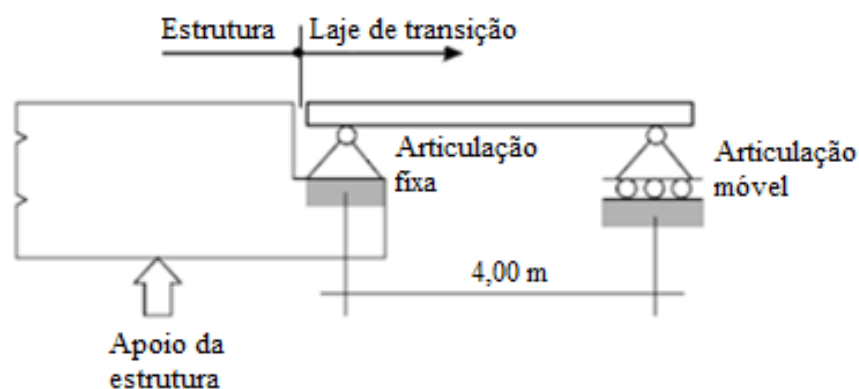
Com respeito aos critérios a adotar para dimensionamento e geometria, a Associação Brasileira de Normas Técnicas (ABNT), na Norma Brasileira (NBR) 7187:2003 – Projeto de pontes de concreto armado e de concreto protendido - procedimento, recomenda a utilização de lajes de transição “[...] de modo a estabelecer uma transição entre a estrutura propriamente dita e os aterros de acesso, a fim de eliminar os inconvenientes usuais causados pelo adensamento desses aterros [...]”. Entretanto, a referida norma não fornece orientação quanto ao projeto, deixando engenheiros estruturais livres para escolha de critérios. Na atual revisão da ABNT NBR 7187, está prevista a inclusão de um anexo que oriente o projeto de lajes de aproximação.

Da bibliografia nacional disponível, livros de uso comum incluem Leonhardt (1979) e Pfeil (1979). O livro Pontes em concreto armado (PFEIL, 1979) não menciona lajes de aproximação. Já no livro Construções de Concreto de Leonhardt (1979), o autor discute sobre a necessidade de projetar uma laje que tenha dimensões grandes o suficiente para combater o recalque diferencial e garantir um gradiente vertical confortável ao usuário. Leonhardt recomenda que o comprimento da laje de aproximação seja maior para solos compressíveis e menor para solos rijos, estes últimos menos suscetíveis a grandes assentamentos ao longo do tempo. São ainda exemplificadas algumas seções usuais, que mencionam um comprimento de 8,0 a 15,0 m para lajes sobre solos compressíveis, e de 5,0 a 8,0 m para lajes sujeitas a assentamentos pequenos.

O Departamento Nacional de Estradas de Rodagem (DNER) disponibiliza ao público um manual de projeto de obras de arte especiais, o qual inclui diretrizes para o projeto de

estruturas dessa natureza. Recomenda-se como dispositivos de transição e contenção as lajes de aproximação, encontros, cortinas e alas. As lajes de transição têm como disposições construtivas “[...] uma espessura não menor que 25,0 cm e comprimento igual a quatro metros, ligadas à estrutura ou ao encontro por meio de articulações de concreto [...] e apoiadas no aterro de acesso [...]” (DNER,1996). Quanto às instruções de cálculo, é recomendado considerar as condições de vinculação ilustradas na figura a seguir, com vão de 4,0 metros livre, a extremidade de apoio na estrutura do encontro como apoio fixo e a extremidade de suporte em solo como apoio móvel. Com este esquema, deve ser calculada a armadura inferior para os máximos momentos fletores em cada direção. A armadura superior deverá ser detalhada com barras de seção transversal igual à menor barra da face inferior em malha igual em ambas as direções.

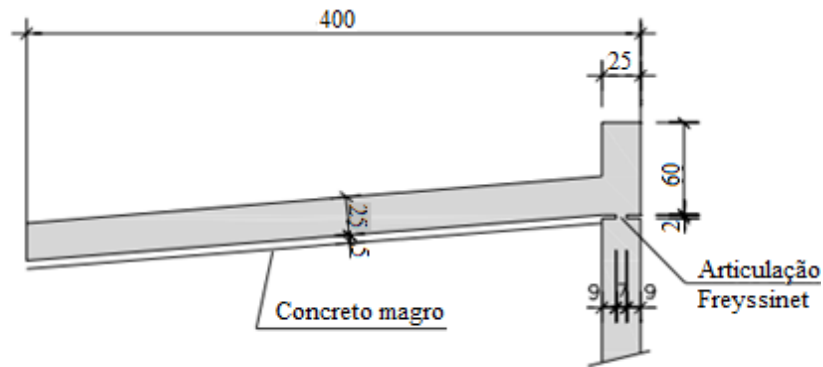
Figura 6 - Esquema estrutural fornecido pelo DNER



Fonte: DNER, 1996

O Departamento de Estradas de Rodagem do estado de São Paulo (DER-SP) tem um documento próprio para regulamentar o projeto de lajes de aproximação (DER-SP, 2005). A estrutura é calculada pelos métodos tradicionais de teoria das estruturas, com um apoio situado em $\frac{3}{4}$ do vão total, resultando em um balanço no restante $\frac{1}{4}$ do vão. As características geométricas estão ilustradas na Figura 7.

Figura 7 - Corte transversal da laje padrão do DER-SP (medidas em cm)



Fonte: DER-SP, 2005

O DER-SP é o único departamento governamental que possui projeto-padrão próprio desta estrutura, com orientações para adoção de geometria e armadura claros e concisos. Os documentos oficiais estão ilustrados no Anexo A.

2.1.2. Lajes de aproximação em outros países

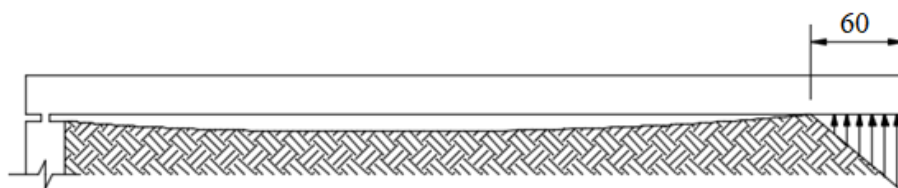
No âmbito internacional, não há normas ou diretrizes europeias consolidadas que deem instruções quanto ao projeto de lajes de aproximação, no entanto, há um documento francês emitido pelo ministério do planejamento urbano, habitação e transporte que é referenciado em diferentes relatórios. Este documento, denominado “Lajes de aproximação em pontes rodoviárias – técnica e realização” (*Services d’Études sur les Transports, les Routes et leurs Aménagements* – SETRA, 1984), traz um resumo muito interessante da adoção de lajes de transição no panorama francês.

Como recomendações de comprimento da laje, o relatório ressalta que o comprimento ideal depende da extensão do aterro de suporte, porém, um comprimento crescente repercute diretamente sobre o custo da estrutura (SETRA, 1984). Lajes de pequeno comprimento são não mais que uma melhora incompleta do problema, uma vez que nem sempre possibilitam a transição suave entre o tabuleiro da ponte e os assentamentos de aterro. Além disso, o relatório comenta que em situações cotidianas, o comprimento de projeto não deve ultrapassar 6,0 metros.

Com respeito ao cálculo estrutural, em SETRA (1984) é feita uma observação muito interessante: “O papel desempenhado pelas lajes define suas condições de vinculação, ou seja, sua condição limite é estar apoiada em uma extremidade na cortina do encontro, e, na outra,

pelo solo de aterro”. Isso significa que há possibilidade de grandes assentamentos e perda de solo de suporte, o que pode deixar a face inferior da laje praticamente sem apoio. Entretanto, os autores reconhecem que essas condições são demasiado pessimistas, e fornecem uma nova sugestão de cálculo, que considera um comprimento de apoio de solo de 60,0 cm com pressão triangular, como ilustrado na Figura 8.

Figura 8 – Sugestão de cálculo proposta por S.E.T.R.A.



Fonte: Adaptado de SETRA, 1984

Mais uma recomendação é referente à inclinação longitudinal da laje. Os autores dizem ser recomendável adotar uma inclinação da ordem de 3 a 5% no sentido longitudinal para facilitar o escoamento de águas de percolação. Para rodovias com pavimento betuminoso, esta inclinação longitudinal deve ser aliada a uma altura de solo sobre a laje. Essa altura de solo, com característica de base de rodovia, visa compatibilizar melhor as deformações no asfalto entre os trechos de via interligados pela laje, ou seja, pista sobre solo e pista sobre ponte (SETRA, 1984).

Por fim, o relatório francês faz comentários sobre lajes de transição em pontes com grande esconsidade. Assentamentos em obras com grande esconsidade, além de gerar acelerações verticais no veículo, pode gerar também acelerações horizontais, causando grande desconforto ao motorista. O órgão SETRA (1984) diz que, no caso excepcional destas pontes, devem-se evitar ângulos demasiado agudos na confecção da laje de transição.

Martin e Kang (2013), em seu estudo a respeito do projeto de lajes de aproximação, comentam que na Europa as lajes de aproximação não são de uso obrigatório, mas são usadas com frequência. Neste mesmo estudo, pode-se avaliar a grande diferença entre recomendações de resistência do concreto e de taxa de armadura, que variam de 21 a 70 MPa e 0,51 a 1,23%, respectivamente.

Já nos Estados Unidos, a *American Association of State Highway and Transportation Officials* (AASHTO), em seu manual de especificações para construção de pontes (AASHTO, 2010) recomenda o uso de lajes de transição para melhorar as condições de tráfego e conforto na interface entre a ponte e a via rodável, mas, novamente, não se encontram instruções quanto

a seu cálculo e detalhamento. Por outro lado, cada estado dos EUA tem manuais com diretrizes próprias. Hoppe (1999) fez uma síntese das informações contidas nestes manuais estaduais em seu trabalho intitulado *Guidelines for Bridge Approach Slabs*, exibido na Tabela 1.

Além disso Hoppe (1999), através de formulário enviado a diversas agências reguladoras estaduais, percebeu que a grande maioria dos estados americanos avaliados usam lajes de aproximação em 75% ou mais de suas pontes, e apenas dois estados não recomendam o uso da estrutura em nenhuma de suas pontes. Alguns estados têm uso facultativo de lajes de transição, e os fatores de decisão para usá-la incluem:

- Escondidade;
- Desnível esperado;
- Classe da rodovia;
- Volume de tráfego na via;
- Tipo de pavimento (rígido ou flexível);
- Opção do engenheiro responsável.

A Tabela 1 exibe algumas das respostas aos questionários enviados por Hoppe (1999) às agências estaduais. Como se pode perceber pela análise das informações contidas na tabela, há bastante discrepância entre a geometria adotada para a laje de aproximação, e nenhuma delas é comprovadamente a melhor. Pode-se atribuir parte dessas diferenças aos diferentes solos presentes em cada estado dos EUA, porém, quando se vê uma diferença de comprimentos de 3,0 metros para 12,2 metros, é possível perceber que esta justificativa não é suficiente. O trabalho desenvolvido por Nassif (2002) utiliza lajes de aproximação com comprimento de pouco mais de 16 metros, ainda maior que os valores apresentados na tabela de Hoppe (1999).

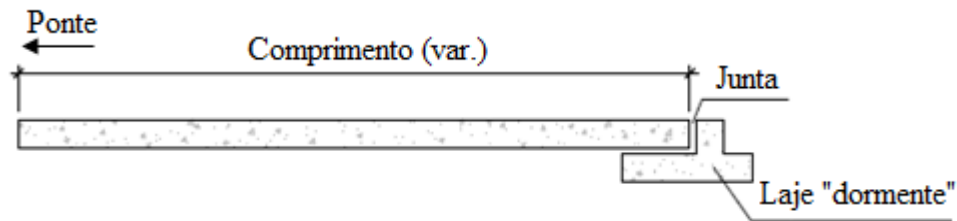
Tabela 1 - Resumo das dimensões de lajes de aproximação para encontros não-integrais

Estado	Comprimento (m)	Espessura (mm)	Outros dados
Alabama	6,1	230	
Arizona	4,6		
California	3,0 – 9,1	305	
Delaware	5,5 – 9,1		
Florida	6,1	305	
Georgia	6,1 – 9,1	254	
Idaho	6,1	305	Comprimento varia com esconsidade
Illinois	9,1	380	
Indiana	6,2		Comprimento varia com esconsidade
Iowa	6,1	254 - 305	Comprimento varia com esconsidade
Kansas	4,0	254	
Kentucky	7,6		
Louisiana	12,2	405	Comprimento varia com esconsidade
Maine	4,6	203	
Massachussets	-	254	Laje tem inclinação longitudinal
Minnesota	6,1	305	Tem vigas T sobre a laje
Mississippi	6,1		
Missouri	7,6	305	
Montana	7,3	305	
Nevada	6,1	380	
New Hampshire	7,6	457	
New Jersey	7,6		
New Mexico	4,6	305	
New York	3,0 – 7,6	356	Usada conjuntamente com laje "dormente", comprimento varia conforme tipo de encontro
North Dakota	6,1	305 - 432	
Ohio	4,6 – 9,1	330	Comprimento varia com esconsidade e altura de aterro de encontro
Oklahoma	9,1	305 - 356	
Oregon	6,1 – 9,1		
South Carolina	6,1	230	
South Dakota	6,1	254	
Texas	6,1		
Vermont	6,1	380	
Virginia	6,1 – 8,5	330	Comprimento varia com esconsidade
Washington	7,6	305	Comprimento varia com esconsidade
Wisconsin	6,2	330	
Wyoming	7,6		Usada conjuntamente com laje "dormente" de 1,7m de comprimento e 254mm de espessura

Fonte: Adaptado de HOPPE, 1999

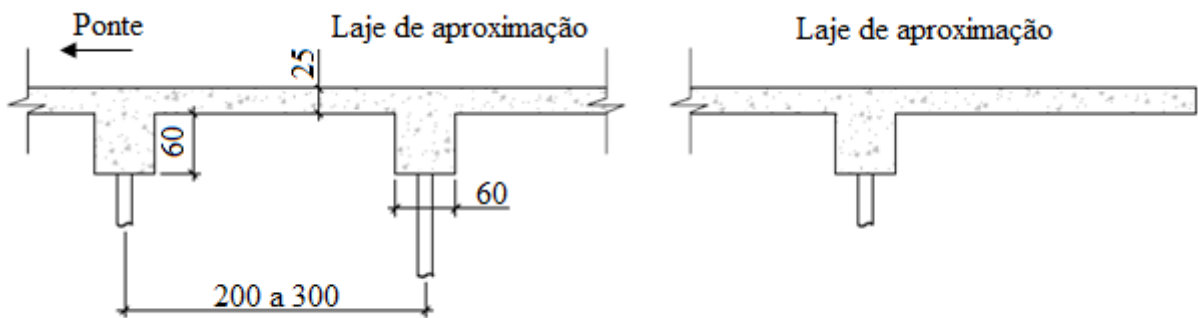
As lajes “dormentes” às quais se refere a Tabela 1 são estruturas adicionais que se situam ao final da laje de aproximação, podem ter dimensões diversas, e sua função é de prover rigidez e suporte adicional na interface de apoio entre a laje e o solo ao final de seu comprimento (vide Figura 9). Também não é incomum o projeto de lajes de aproximação com uso de vigas de suporte em seu comprimento ou na extremidade onde há apoio do solo. Em regiões com solo de aterro muito compressível, pode-se usar lajes de aproximação com vigas de fundação transversais distribuídas ao longo do comprimento da laje, vigas estas que descarregam sobre pequenas estacas apoiadas em solo mais consolidado (vide Figura 10).

Figura 9 - Modelo de laje de aproximação com junta posterior e laje dormente



Fonte: Adaptado de WAHLS, 1990

Figura 10 - Laje de aproximação com vigas transversais e fundação em estacas

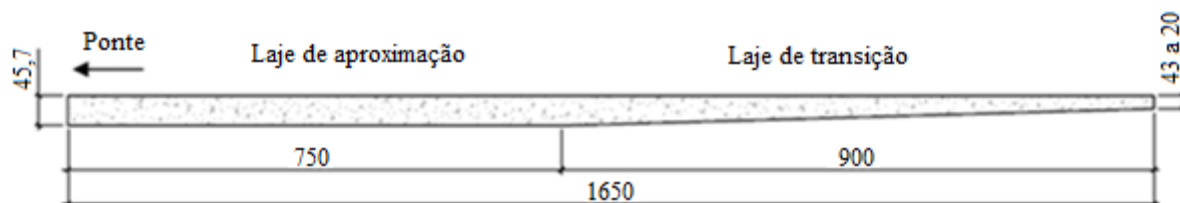


Fonte: Adaptado de WAHLS, 1990

Ainda nos Estados Unidos, são usados os termos laje de transição e laje de aproximação para funções diferentes: a laje de aproximação se refere ao trecho mais próximo da superestrutura da ponte, enquanto a laje de transição refere-se ao segmento posterior, que pode inclusive ter espessura variável, vide Figura 11. No Brasil, ambos os termos são utilizados para uma só estrutura, que é a laje situada imediatamente após o término da superestrutura da ponte. O que dita qual a nomenclatura utilizada no cenário brasileiro não é o tipo ou função da estrutura, pois todas se referem ao mesmo objeto, mas sim a região de origem do projetista.

Percebeu-se durante a breve pesquisa realizada no âmbito nacional que no centro-oeste e norte costuma-se usar o termo laje de transição, enquanto no nordeste, sul e sudeste utiliza-se laje de aproximação. A nomenclatura utilizada no texto da normativa brasileira de pontes é laje de transição (ABNT, 2003).

Figura 11 - Laje de aproximação segundo modelo de New Jersey



Fonte: Adaptado de NASSIF, ABO e SHAH, 2002

De volta à pesquisa de Hoppe (1999), alguns estados americanos recomendam também uma taxa de armaduras, enquanto outros recomendam um dimensionamento que leve em consideração uma previsão de assentamentos nos aterros de encontro. Foram também apresentadas conclusões que recomendam o uso de lajes de aproximação em vias com volume de tráfego de 1700 veículos/dia ou 250 veículos/hora, e no restante dos casos o engenheiro responsável ficaria encarregado de optar ou não pelo uso da estrutura. Quanto à geometria, o comprimento deve ser compatível com os assentamentos esperados, e a largura deve compreender a totalidade da pista asfaltada. Hoppe (1999) recomenda que a laje seja levemente enterrada, com declividade a partir do encontro, para facilitar o detalhamento de estruturas de drenagem.

Outro estudo conduzido por Yasrobi et. al (2016) revisa novamente as recomendações estaduais nos Estados Unidos e conclui que as espessuras da laje devem ser altas, de 30 a 40 cm, enquanto o comprimento deve ser inferior a 9 metros, pois desta forma a laje teria maior rigidez. Esta rigidez proporciona menor deformação e dano quando houver formação de vazios sob a laje, algo considerado quase que inevitável pelos autores.

Outros livros utilizados no meio técnico comentam sobre as diferentes opiniões relacionadas às lajes de transição: alguns a defendem, outros a dispensam. Atribui-se a maior parte dos problemas relacionados a lajes de aproximação a falhas em execução e detalhamento, ou seja, uma laje bem projetada e com acompanhamento na construção acaba por distribuir de maneira mais confortável os desníveis, melhorando o bem-estar do usuário e eliminando

problemas de manutenção na saída de pontes. É raro encontrar recomendações de geometria e dimensionamento (PENNELS, 2014 e CHEN e DUAN, 2014).

Com a literatura apresentada, compreende-se a necessidade de sugerir uma padronização para a geometria de lajes de aproximação que dependa principalmente das condições do solo do aterro, além de levar em consideração os pontos levantados pelos diversos autores que já exploraram o assunto.

2.2. Características geotécnicas

O solo, quando carregado, sofre dois tipos de assentamento: o assentamento elástico ou imediato, e os assentamentos por consolidação. A consolidação é uma deformação ao longo do tempo provocada pela diminuição de vazios e, por consequência, redução do espaço disponível para água na microestrutura do solo (BOWLES, 1996 e VERRUIJT, 2001). O processo da consolidação afeta, principalmente, solos com grande percentual de finos em sua composição, ou seja, solos compostos majoritariamente de argila. O Brasil, por seu vasto território, tem uma grande diversidade de solos, o que torna inevitável deparar-se com solos argilosos em projetos de engenharia (SILVA, 2008).

Na construção de aterros de encontros de pontes, deve-se atentar para o tipo de solo utilizado, além de especificar condições de drenagem e compactação mínimas. Entretanto, o projeto geotécnico de aterros deve conter também um estudo do perfil longitudinal do solo, uma vez que camadas mais profundas também podem causar assentamentos significativos (TERZAGHI, PECK e MESRI, 1995).

Assim, a primeira etapa para a avaliação de uma laje de aproximação deve contemplar as condições do solo natural na região do encontro da ponte. Caso a estrutura do encontro seja em fundação direta, os recalques da superestrutura da ponte serão melhor compatibilizados com os dos aterros, já que os carregamentos estarão vinculados às mesmas camadas de solo. Caso o solo não apresente os parâmetros necessários, o encontro deverá ser apoiado em fundações profundas, o que prevê assentamentos estruturais diferenciais. Para melhorar este cenário, é conveniente melhorar as condições do aterro.

Wahls (1990) remete à necessidade de estabelecer parâmetros de compactação mínimos, e reforça que pode ser necessário trocar o solo da região do aterro, transferir os carregamentos para camadas de solo mais competentes, ou usar soluções geotécnicas para melhorar os parâmetros do solo existente na região. O critério de compactação mais consolidado é a garantia de um Proctor Normal mínimo, o que depende do órgão regulador da obra. A maior parte dos

estados dos EUA requerem um critério mínimo de compactação de 95% ou 100% do Proctor Normal. Os engenheiros responsáveis pela obra, no entanto, atestaram ter problemas para atingir o nível de compactação especificado (HOPPE, 1999).

No Brasil, o Manual de Projeto de OAEs do DNER recomenda uma boa seleção de material “que confira ao aterro condições satisfatórias de apoio da laje de transição com um mínimo de recalque” (DNER, 1996). Além disso, para atingir a compactação necessária, recomenda-se adoção de solo-cimento de acordo com o tipo de solo local e conforme classificação da AASHTO.

Além da compactação, há outras alternativas para a melhoria do aterro no aspecto geral. Puppala et. al (2009) fizeram uma síntese extensa sobre a melhoria das condições de assentamento de pontes que discorreu sobre várias soluções presentes na literatura. Tais melhorias foram divididas nos seguintes grupos:

- Solo de fundação;
- Material do aterro;
- Recomendações gerais de projeto e execução;
- Drenagem e métodos de controle de erosão.

Solo de fundação

Para a melhoria do solo de fundação, pode-se adotar procedimentos mecânicos, melhorias hidráulicas, e melhorias de reforço (PUPPALA, SARIDE, *et al.*, 2009). Como procedimentos mecânicos, a substituição do solo tem por finalidade melhorar a sua gradação, diminuindo o percentual de finos e solos compressíveis, os quais poderiam aumentar assentamentos ou mesmo obstruir equipamentos de drenagem. A compactação dinâmica e o pré-carregamento visam acelerar os processos de deformação do solo, tanto de deformações plásticas como de consolidação, para que a ponte, quando em serviço, já esteja com recalques avançados.

As melhorias hidráulicas estão relacionadas à adoção de drenos de areia, portanto, adoção de solos de fundação com grãos maiores em posições que facilitem o escoamento de águas de percolação. Já as melhorias de reforço podem ser feitas com geossintéticos, os quais aumentam a capacidade de suporte de solo, diminuem os recalques previstos e melhoram a drenagem do projeto como um todo. Por fim, podem ser previstas em projeto a inserção de

colunas de material mais competente, como colunas de brita, ou cravação de estacas ao longo do aterro de encontro, para assim melhorar as condições de suporte da laje e diminuir suas deformações.

Material do aterro

O material do aterro pode ser selecionado de tal forma que se limite o percentual de finos presente, reduzindo assim os efeitos de consolidação. Além disso, o emprego de mais material granular facilita o movimento de água entre os poros e, portanto, uma drenagem efetiva do aterro (HOPPE, 1999). O uso de solo-cimento, como recomendado pelo DNER, é comentado como Puppala et. al (2009) como uma solução que traz diversos benefícios. Uma pequena área com solo-cimento imediatamente abaixo da laje de aproximação pode melhorar o controle de umidade e a perda de material na região, além de facilitar a obtenção de parâmetros de compactação mais altos.

Uma solução também interessante é a adoção de materiais de preenchimento leves para o aterro, o que diminui o peso de carregamento sobre camadas de solo mais profundas. Isso pode ser obtido com o uso de poliestireno, agregados leves ou espumas geossintéticas (PUPPALA, SARIDE, *et al.*, 2009).

Recomendações gerais de projeto e execução

Luna, Robison e Wilding (2004) apontam para a importância de especificar um projeto sem protuberâncias ou saliências nos encontros que possam dificultar a compactação do aterro e sua manutenção posterior. Além disso, é conveniente adotar fundações rasas quando se encontra solo competente a uma profundidade razoável, pois além de serem menos custosas também facilitam a compatibilização de assentamentos na interface ponte-rodovia. A adoção de muros-ala nos projetos de encontros também é benéfica, uma vez que impede a expansão lateral do solo e seu escape por erosão (SEO, 2003). Com respeito aos taludes nas proximidades, todos devem respeitar as declividades máximas recomendadas pelos órgãos competentes e deve-se prever cobertura destes taludes para prevenir a erosão e escape de solo.

Quanto à execução, recomenda-se a concretagem da laje de aproximação em data próxima à realização do pavimento, pois desta forma o aterro terá tempo para os assentamentos iniciais (LUNA, ROBISON e WILDING, 2004). O período de ocorrência dos assentamentos primários por consolidação, por exemplo, segue um ciclo em escala logarítmica, o que significa

que nas primeiras semanas após a conclusão do aterro irão ocorrer a maior parcela dos recalques (DAS, 2009).

Drenagem e métodos de controle de erosão

Finalmente, quanto às técnicas de drenagem e controle de erosão, Wahls (1990) recomenda a drenagem interna do aterro para evitar problemas associados à erosão. Uma drenagem ineficiente pode levar à lavagem de solo do aterro, causando formação de vazios sobre a laje de aproximação e aumentando o gradiente nesta região. Além disso, muitas deformações do aterro estão associadas à perda de água dos interstícios do solo, e quanto mais fácil for a saída de água, mais rápida será a evolução de recalques no aterro para seu nível final.

Soluções comuns em projetos de drenagem incluem a adoção de uma inclinação longitudinal da laje de aproximação, levando a água que percola pela superfície para regiões mais distantes do encontro. Além disso, as extremidades laterais da laje de transição devem prever barreiras rígidas, de tal forma que a água superficial não entre por frestas laterais (PUPPALA, SARIDE, *et al.*, 2009). Devem também ser previstos drenos verticais no entorno do aterro, os quais podem ser compostos por materiais porosos diversos que descarreguem as águas em um sistema de tubulação de drenagem. Aqui, a adoção de drenos de areia e de materiais geossintéticos também é fortemente recomendada.

No caso de encontros não-integrais, a junta de dilatação deve ser corretamente instalada de forma a impermeabilizar a interface superestrutura - laje de aproximação, além de receber manutenção periódica que verifique sua integridade e necessidade de reparos (BRIAUD e HOFFMAN, 1997).

2.3. Modelagem numérica

Poucos autores têm trabalhos na área de modelagem numérica de lajes de aproximação, e a maioria deles avaliou uma geometria já definida pelo órgão regulador de sua região de estudo variando parâmetros como, por exemplo, a condição de vinculação com o solo e os pontos de aplicação do carregamento.

O primeiro estudo de lajes de aproximação com modelagem numérica foi conduzido por Nassif (2002), que avaliou mais de 40 pontes no sul do estado da Nova Jersey, EUA, para avaliar padrões de formação de fissuras nas lajes de aproximação. O projeto padrão neste estado é conforme a Figura 11, o qual foi modelado em elementos de placa de 4 nós e tamanho de

malha de 30 por 18 cm (elementos quadriláteros) no programa Abaqus/CAE. A simulação foi feita usando elementos de mola para representar o solo, os quais foram interpretados em quatro situações: apoio de solo em 100%, 90%, 80% e 70% dos nós vinculados. A perda de vinculação foi considerada para o solo na região central da laje e também nas suas extremidades, e a rigidez do solo foi considerada para areia medianamente compacta, com 25.000 kPa/m. Tais condições tiveram intenção de simular diferentes apoios e eventuais problemas no aterro dos encontros. Além do peso próprio, foram aplicados trens-tipo conforme instruções da AASHTO (AASHTO, 1973).

Além das condições de apoio, Nassif (2002) variou parâmetros como a resistência do concreto, a resistência do aço de armadura, a área transversal de armadura na seção e a espessura da seção transversal. Concluiu-se que o aumento da resistência do concreto, bem como o aumento da espessura da seção transversal, diminui significativamente a formação de fissuras na estrutura. O aumento da formação de vazios no aterro, por sua vez, aumenta a formação de fissuras. A alteração da área de aço na seção transversal e de sua resistência não alteram o processo de formação de fissuras, apesar de aumentarem a capacidade máxima da estrutura. Lajes mais esconsas estão sujeitas a maiores esforços, devido à atuação de momentos volventes.

A partir das conclusões retiradas de seu estudo, Nassif (2002) prescreve algumas recomendações:

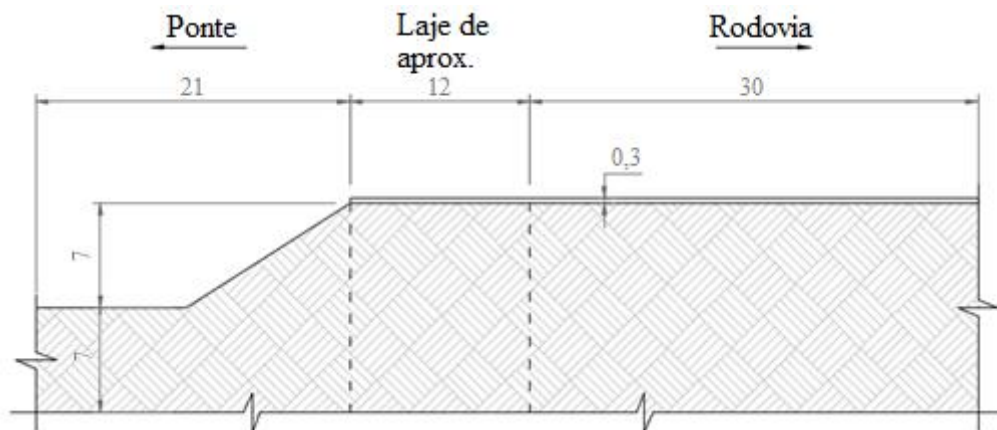
- Adotar concreto da classe C45;
- Realizar uma compactação apropriada dos aterros;
- Construir os aterros em etapas para permitir consolidação e aumento da sua resistência;
- Pré-carregar os aterros para diminuir problemas de assentamentos;
- Estender os muros ala para minimizar o escape de material dos aterros e a expansão lateral do solo.

Os tópicos discutidos são bastante pertinentes, mas logo percebe-se que uma classe de concreto C45 é bastante diferente da realidade brasileira. O Departamento Nacional de Infraestrutura de Transportes, por exemplo, recomenda em seu manual de projeto de obras de arte especiais concreto de classes até C25 para peças estruturais em concreto armado (DER, 1996). Ao mesmo tempo, um concreto de classe superior representa um aumento do custo estrutural. Com base na tabela de preços unitários do DER-SP (2018), com valores de

base de dezembro de 2018, o concreto de classe C45 representa um aumento de custo de 21% com relação ao C25.

Outro estudo conduzido por Seo (2003) exhibe uma série de ensaios geotécnicos em duas rodovias no estado do Texas para investigar as condições dos aterros de saída de pontes, e com isso calibrar seus modelos numéricos de lajes de aproximação. Foi usado o programa Abaqus/CAE para simular o comportamento da zona de transição, o que incluía o encontro da ponte, a laje de aproximação e o aterro. Com os ensaios realizados in situ, notou-se que o solo imediatamente abaixo das lajes era mais comprimido, com propriedades diferentes do solo mais profundo. Através de ensaios de *Cone Penetration Test* (CPT), a altura a partir da qual o solo tinha propriedades significativamente distintas era de 7,0 m. Os elementos adotados foram todos elásticos, interpretados em estado plano de tensões e com carregamentos estáticos. O esquema estático adotado está ilustrado a seguir.

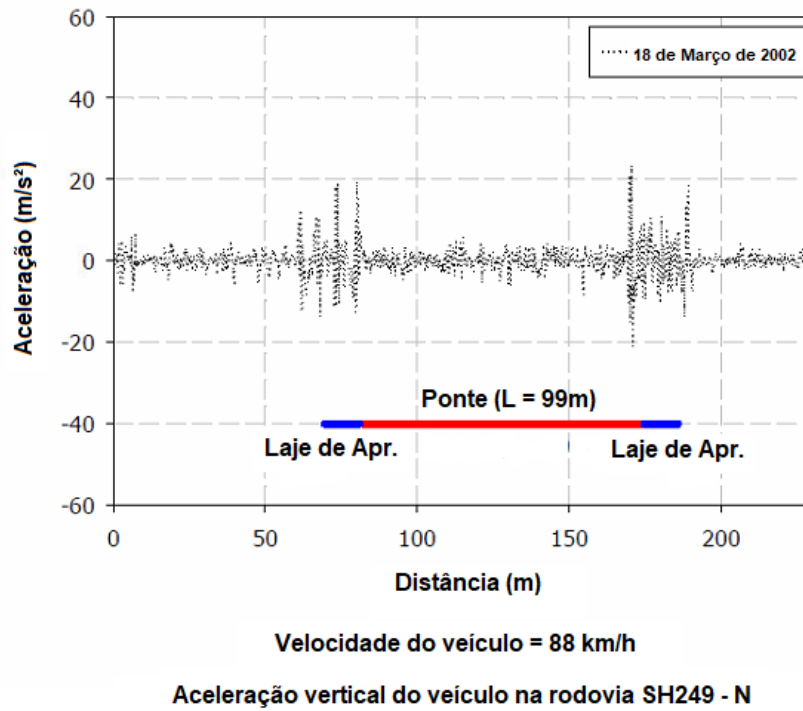
Figura 12 – Esquema estático usado por Seo (2003)



Fonte: Adaptado de Seo (2003)

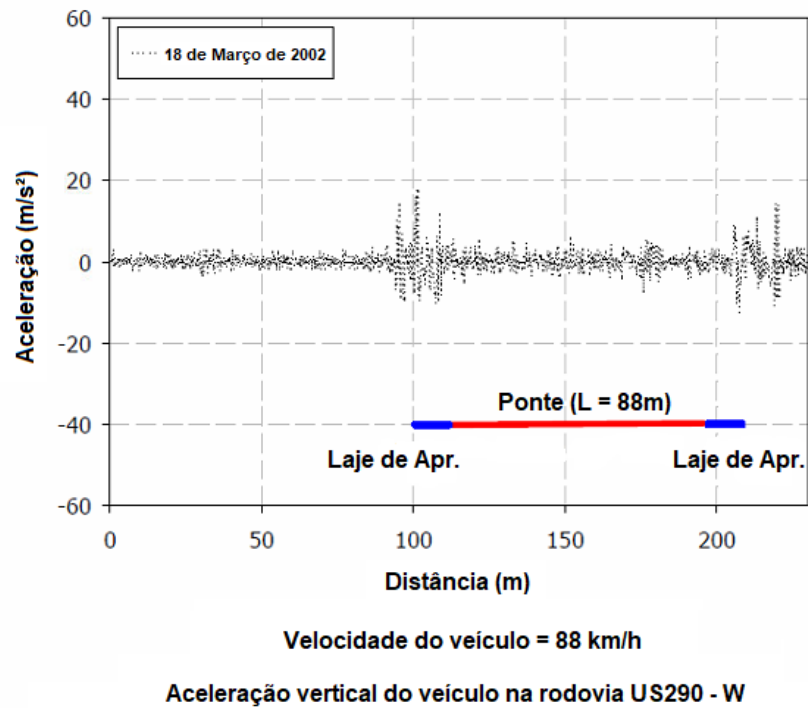
O autor conduziu também um estudo paramétrico, variando os solos do modelo, a altura de aterro e o comprimento da laje. Em sua etapa experimental, Seo (2003) fez ensaios com acelerômetros fixados em veículo passando por quatro pontes em duas rodovias do estado do Texas, nos EUA. Esta etapa de seus estudos comprovou a importância da utilização de coeficientes de impacto adicional na majoração de cargas móveis sobre lajes de aproximação, uma vez que os resultados comprovam o aumento acentuado da aceleração vertical nas extremidades de pontes, conforme exibem as figuras a seguir.

Figura 13 – Ensaio de acelerômetros conduzidos por Seo (2003) na ponte SH249 – sentido N



Fonte: Adaptado de SEO (2003)

Figura 14 – Ensaio de acelerômetros conduzidos por Seo (2003) na ponte US290 – sentido O



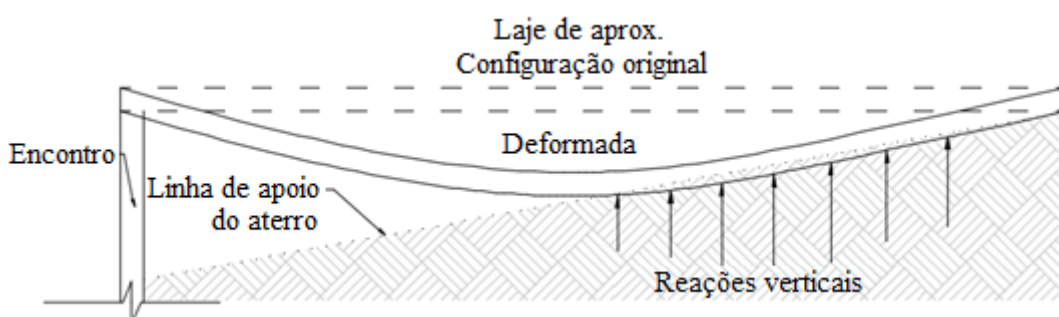
Fonte: Adaptado de SEO (2003)

Dentre as conclusões encontradas, Seo (2003) comenta que os fatores que diminuem o gradiente na região de transição são o aumento de comprimento da laje, o aumento da rigidez dos solos de suporte e a diminuição da altura de aterro. Foi proposto um novo projeto de lajes de aproximação para o estado do Texas, com uma laje de aproximação de 6,0 m de comprimento e com laje dormente de 1,5 m de comprimento, ambas compreendendo toda a largura da via e com 0,3 m de espessura.

O trabalho concluído por Cai et al. (2005) traz a modelagem de uma laje de aproximação de 12,20 m de comprimento e de largura, e 30,5 cm de espessura com uma laje dormente na extremidade apoiada em solo de 1,22 metros de comprimento e 45,8 cm de espessura. A modelagem foi feita com elementos 3D de 8 nós através do programa ANSYS, com o carregamento devido ao peso próprio e dois trens-tipo conforme previstos pela AASHTO (AASHTO, 1973). O elemento usado para modelagem do solo foi um elemento de superfície que resiste somente à compressão, atuando sobre o modelo de ruptura de Drucker-Prager.

Cai et al. (2005) fizeram inicialmente uma análise de sensibilidade de modelo para a interação com o solo, ou seja, até quais dimensões é necessário modelar o solo, sendo ele um meio semi-infinito, para que as tensões sejam praticamente constantes. A conclusão atingida foi de que o solo pode ser modelado no comprimento e largura da laje, e a profundidade deve ser de aproximadamente 15,0 m. Passada esta análise preliminar, foram aplicados desníveis lineares, conforme a Figura 15, percorrendo dois extremos: a laje completamente apoiada no solo e com vão completamente livre.

Figura 15 - Esquema das condições de contorno usadas na modelagem de Cai et. al



Fonte: Adaptado de CAI et. al (2005)

As conclusões gerais foram que o projeto de lajes de aproximação precisa levar em consideração possíveis assentamentos do aterro de encontro, pois a própria estrutura em estudo somente seria adequada para a situação de laje completamente apoiada em solo. Outras

considerações incluem uma necessidade de revisão dos projetos atuais, bem como o estabelecimento de controle de consolidação dos aterros de encontro para satisfazer às condições de projeto (CAI, SHI, *et al.*, 2005).

Outro trabalho que incluiu suporte de solo elástico foi conduzido por Ma (2011), e desenvolve uma análise baseada nos princípios de teoria de elasticidade para avaliar os esforços em lajes de aproximação sobre apoio elástico de solo. Para sua formulação, o autor varia parâmetros como tipo de solo, condições de vinculação e posição de aplicação de carga concentrada. O tipo de solo variou dentro dos solos presentes na região de pesquisa, o estado do Missouri, indo de areia solta saturada até areia densa. As condições de vinculação variam entre a laje completamente apoiada pelo solo ou com vazios, estes últimos podendo ser na forma de vazios localizados (radiais) ou de faixas transversais com tamanhos de até 30 cm.

Ma (2011) concluiu que um suporte de solo elástico, mesmo com a inclusão de pontos de vazio, alivia o atual projeto no estado do Missouri, EUA, e com isso sua sugestão é de diminuir a área de armadura na seção transversal ou a espessura de concreto. Outras conclusões gerais são que a rigidez do solo influi significativamente sobre os esforços na estrutura, sendo que a formação de pontos sem apoio no aterro é crítica para a região do meio do vão da laje, especialmente quando as cargas concentradas de trem-tipo estão ali aplicadas.

Em seguida, será comentado o estudo feito por Laco e Borzovic (2016), desta vez na Tchecoslováquia, com intuito de avaliar as instruções europeias. Os autores discorrem a respeito das várias possibilidades de modelagem da vinculação solo-estrutura, como a interpretação do solo por molas de rigidez constante ou variável com o comprimento da estrutura, ou mesmo um modelo conservador que interpreta a laje com vão livre, que neste estudo foi o utilizado por se tratar de simplificação do caso crítico. Uma justificativa interessante da avaliação da laje com vão livre foi pelo fato desta estrutura ter um impacto econômico pequeno quando comparada à ponte completa. Foram modeladas diversas estruturas com comprimento variando entre 3,0 m e 10,0 m e cargas acordando com os Eurocódigos vigentes. Dentre as conclusões encontradas por Laco e Borzovic (2016), foi explorada a ideia de que nas bordas deve haver maior área de aço para compensar os esforços elevados nesta região, enquanto o resto da laje deve conter uma armadura uniforme, avaliada com os momentos máximos nas demais regiões.

Em estudo mais recente, Borzovic e Laco (2018) retornam às questões apresentadas em seu estudo anterior, porém, com uma comparação entre estudos numérico e experimental. Os autores ensaiaram uma laje de aproximação em escala 1:2 no laboratório da *Slovak University of Technology in Bratislava*, com dimensões de 0,15 m de espessura por 2,0 m de largura, com

comprimento variando de 2,5 m a 3,0 m. As lajes de aproximação foram inseridas em um cubo maior, onde foram compactadas camadas de solo a cada 0,3 m para simular o aterro de suporte. Os resultados foram obtidos com células medidoras de pressão, situadas em cinco pontos abaixo da laje de transição.

Para a comparação com modelos numéricos, as lajes foram então modeladas em elementos 2D com molas para simular o apoio em solo, molas estas obtidas dos modelos experimentais. Os resultados do trabalho de Borzovic e Laco (2018) foram satisfatórios, mas somente para os casos aonde foi possível comprovar a qualidade da compactação do aterro. Os resultados para as lajes de 2,5 m de comprimento, por exemplo, não foram exibidos no artigo devido a problemas na compactação do aterro, o que gerou grandes divergências dos resultados experimentais para os numéricos. Todos os estudos relacionados à modelagem numérica abordados anteriormente estão resumidos na Tabela 2.

Tabela 2 – Resumo dos estudos de modelagem numérica de lajes de aproximação

Autor	Comprimento (m)	Espessura (cm)	Outros
Nassif (2002)	16,5	45,7 a 53,3	Modelado no ABAQUS, com elementos de casca. Foi feito estudo paramétrico para armadura na laje, resistência do concreto, espessura, esconsidade e formação de vazios. Geometria da laje segundo o modelo New Jersey.
Seo (2003)	12,0	30,0	Modelado no ABAQUS, com elementos de casca. Foi feito estudo paramétrico dos parâmetros do solo de apoio, altura do aterro e comprimento da laje. A laje possui laje dormente no meio e no final do comprimento.
Cai et al. (2005)	12,2	30,5	Modelado no ANSYS, com elementos sólidos 3D. Foi feita análise paramétrica do suporte da laje, considerando assentamentos no aterro. A laje possui laje dormente ao final do comprimento.
Ma (2011)	7,6	25,4 a 30,5	Análise feita através de rotina em VBA e MATLAB. Foi feita análise dos efeitos da formação de vazios sob a laje, rigidez do solo, espessura da laje e a influência da laje dormente no conjunto.
Laco e Borzovic (2016)	3,0 a 10,0	20,0 a 37,0	Modelado em elementos finitos, pressupondo uma extremidade da laje com apoios fixos e a outra com apoios móveis.
Borzovic e Laco (2018)	5,0 a 6,0	30,0	Foram construídos dois modelos em laboratório em escala 1:2 e posteriormente avaliados em elementos finitos para a comparação de resultados experimentais. Houve divergências significativas entre os resultados.

Fonte: A autora

2.4. Interação solo-estrutura

A resposta estrutural das mais diversas obras é afetada pelo contato entre o maciço de solo e a fundação da estrutura, fenômeno chamado de interação solo-estrutura. Atualmente, com o avanço da modelagem computacional, solos têm possibilidade de serem modelados de maneiras cada vez mais complexas, indo desde molas lineares até elementos 3D com diferentes regimes de material. Logicamente, uma modelagem complexa requer maior custo computacional, porém, tem vantagens na avaliação de efeitos de longa data (STRÖMBLAD, 2014).

Em sua tese de mestrado, Strömblad (2014) fez um estudo comparativo entre duas modelagens de solo: molas e sólidos 3D. Os parâmetros de solo estudados foram para solos arenosos e solos argilosos e, para cada um destes solos foram construídas curvas de força x deformação variando seus graus de compactação. Para modelagem com elementos sólidos, concluiu-se que o fator que mais influencia as respostas é o modelo de material, em especial no regime inelástico (STRÖMBLAD, 2014). As principais vantagens e desvantagens da adoção do solo como molas ou elementos sólidos são apresentadas na Tabela 3.

Tabela 3 - Comparação entre diferentes interações solo-estrutura

Molas lineares	Contínuo de elementos 3D
+ Modelagem simples	+ A variação de tipo de solo é fácil
+ Tempo de processamento baixo	+ Possibilita adoção de modelos constitutivos mais complexos
+ Poucos parâmetros de material são necessários	+ Possibilita adoção de materiais com anisotropia
– Comportamento de solo unidimensional	– Modelagem difícil
– Não possibilita inclusão de fluência, consolidação ou deformações permanentes	– Tempo de processamento alto
	– Requer maior quantidade de parâmetros de solo
	– Os resultados dependem do tamanho da malha, contato entre os elementos, e profundidade do maciço modelado

Fonte: Adaptado de Strömblad (2014)

Para uma avaliação simplificada, pode-se recorrer ao modelo de Winkler, o qual idealiza o solo como um sistema de molas elásticas independentes aonde a deformação da fundação está relacionada à força aplicada. A rigidez destas molas é chamada de coeficiente de reação vertical do solo, as quais auxiliam análises aproximadas de problemas diversos de engenharia, e visam compatibilizar os carregamentos impostos aos deslocamentos do maciço de solo. A partir dos estudos de Terzaghi (1955) e Bowles (1996), os coeficientes de reação vertical são dados por:

Tabela 4 - Coeficientes de reação vertical

Tipo de solo	k_{sv} (MPa/m)
Areia fofa	4,8 - 16,0
Areia medianamente compacta	9,6 - 80,0
Areia compacta	64,0 - 128,0
Areia argilosa medianamente compacta	32,0 - 80,0
Argila solta	12,0 - 24,0
Argila medianamente dura	24,0 - 48,0
Argila dura	48,0 - 96,0

Fonte: Adaptado de Terzaghi (1955) e Bowles (1996)

Outra possibilidade é a modelagem do solo através de um maciço contínuo em elementos 3D. Para tanto, pode ser implementado um material que combina o regime elástico-linear e o modelo de plasticidade considerando o critério de Mohr-Coulomb (comportamento perfeitamente plástico) para ruptura. A concepção de um modelo numérico que represente o solo deve contar, primeiramente, com seu comportamento. Além da curva elástica, os solos têm critérios de ruptura complexos e podem apresentar consolidações que variam com o tempo, condições climáticas e ciclos de carregamento da estrutura com a qual interage. Um dos critérios de regime inelástico do solo mais disseminados é o de Mohr-Coulomb, o qual assume tensões de cisalhamento máximas para diferentes parâmetros de solo (DAS, 2009).

A equação simplificada de Mohr-Coulomb é dada por:

$$\tau = c + \sigma * \tan\varphi \quad \text{Eq. 1}$$

Onde τ é a tensão de cisalhamento máxima

c é a coesão do solo

σ é a tensão normal atuante

φ é o ângulo de atrito interno do solo

Logo, para definir uma equação de reta de ruptura que tenha como variáveis somente as tensões normal e de cisalhamento, é necessário definir dois parâmetros: a coesão e o ângulo de atrito do solo (BOWLES, 1996). Para uma inserção de modelo de material com plasticidade de Mohr-Coulomb, o programa Abaqus/CAE v.6.14 requer também a inserção do ângulo de dilatação e da deformação plástica absoluta. O primeiro destes parâmetros descreve o comportamento das partículas de solo frente a tensões de cisalhamento e subsequentes alterações no volume do maciço. O segundo parâmetro, a deformação plástica absoluta, está relacionada ao endurecimento ou amolecimento do solo. Para um comportamento perfeitamente plástico, por exemplo, não há qualquer endurecimento ou amolecimento, já que a curva tensão x deformação é, na realidade, uma reta horizontal (STRÖMBLAD, 2014).

Para descrição do regime elástico, são necessários ainda dois outros parâmetros: o módulo de elasticidade (E_s) e o coeficiente de Poisson (ν). Para definição de todos os parâmetros supracitados, podem e devem ser realizados uma série de testes *in situ* e em laboratório para uma definição precisa de seus valores. Valores empíricos podem ser encontrados em Das (2009):

Tabela 5 - Valores empíricos para parâmetros de solo

Tipo de solo	E_s (MPa)	ν	ϕ (graus)	Ψ (graus)	c (kPa)
Argila mole	1,8 - 3,5	0,15 – 0,25	0	0	0 - 25
Argila dura	6,0 - 14,0	0,2 – 0,5	0	0	50 - 200
Areia fofa	10,0 - 28,0	0,2 – 0,4	27 - 35	0 - 3	0
Areia compacta	35,0 - 70,0	0,3 – 0,45	35 - 45	0	0

Fonte: Adaptado de Das (2009)

Deve também ser incluído um carregamento de peso do solo, o qual pode ser feito com uso dos seguintes valores:

Tabela 6 - Peso unitário da argila e areia

Tipo de solo	γ (kN/m³)
Areia	16,7 – 18,4
Argila	18,9

Fonte: Adaptado de Das (2009)

Em posse dos dados anteriores, é possível modelar o solo de diferentes formas, a depender da complexidade desejada para o modelo. É importante ressaltar que, frente a um grande número de modelos, a variável de maior importância se torna o tempo de processamento, a qual é uma característica marcante dos modelos com molas lineares para representar o solo de apoio.

3. ANÁLISE PRELIMINAR

3.1. Questionário feito aos órgãos reguladores

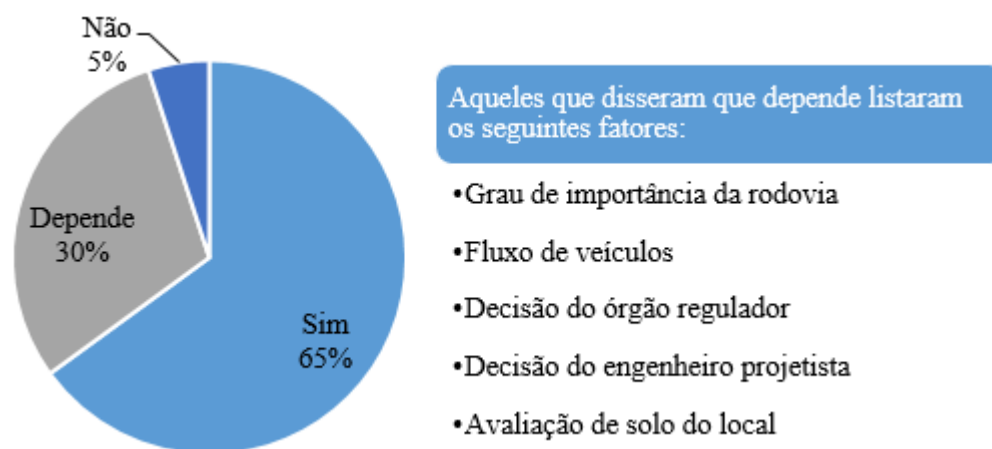
O Brasil é um país extenso e com muitas diferenças entre suas regiões, portanto torna-se difícil generalizar informações. Apesar de existir um Departamento Nacional de Estradas e Rodagem, muitos estados optam por adotar seus próprios parâmetros para projetos de estruturas. A maioria dos estados brasileiros possui um departamento do governo responsável pelo regulamento de projetos de pontes rodoviárias, sendo a maioria deles um DER do próprio estado, que é responsável por direcionar os projetos segundo seus padrões.

Um breve questionário foi elaborado e respondido por 20 dos 26 estados do Brasil para avaliar o atual estágio dos projetos de lajes de aproximações no país. As questões foram respondidas pelo engenheiro responsável pelos projetos e/ou obras de pontes. O contato foi feito por telefone na maioria das situações e as perguntas estão dispostas a seguir:

1. É comum seu estado usar lajes de aproximação em pontes?
2. Existe um projeto-padrão para esta estrutura?
3. Segundo sua experiência, quais as dimensões usuais para essa estrutura?
4. As pontes no seu estado têm juntas em entrada e saída de pontes, caracterizando encontros não-integrais?

As respostas da primeira questão mostraram uma tendência a utilizar lajes de transição para todas as obras novas, mas em obras antigas grande parte não possuía esse elemento estrutural. Pernambuco, Paraná e Rio de Janeiro atestaram começar a usar lajes de aproximação após notar que muitas pontes sem ela apresentaram grande erosão dos aterros de encontro e conseqüente afundamento da via na interface entre a ponte e a rodovia. Os resultados da tendência de utilização de lajes de aproximação são apresentados na Figura 16.

Figura 16 - Respostas à pergunta 1 – “É comum seu estado usar lajes de aproximação em pontes?”



Fonte: A autora

Conforme atestado pelos engenheiros entrevistados, o fator decisivo é o grau de importância da rodovia. Para o Tocantins, por exemplo, há rodovias que sequer recebem pavimento asfáltico por terem fluxo de tráfego muito baixo. Para o Mato Grosso do Sul, único estado a responder que não adota lajes de aproximação, foi dito que é usada somente compactação do aterro nas imediações de pontes.

Através da pergunta 2, constatou-se que o único estado que possui um projeto-padrão oficial para lajes de transição é o estado de São Paulo. O estado de São Paulo mostrou-se bem estruturado com respeito às geometrias e detalhamento da estrutura recomendada, e fornece não só os projetos, mas também o memorial de cálculo para a estrutura modelo. Algumas pranchas do projeto padrão do DER-SP estão no Anexo A para consulta.

Pela pergunta 3, foram questionadas as dimensões usuais para a estrutura, exibidas na Tabela 7.

Tabela 7 - Dimensões usuais de lajes de aproximação no Brasil

Estado	Espessura	Comprimento
-	(cm)	(m)
AM, MA, SP, PE, PR, RO	25	4,0
AL	25 a 30	3,0 a 4,0
CE e PI	30	4,0
PA	20 a 30	3,0 a 4,0
RJ	15 a 20	3,0

Fonte: A autora

Nota-se uma distribuição muito mais uniforme das dimensões adotadas no Brasil com relação às adotadas nos EUA. No âmbito brasileiro, os comprimentos variam de 3,0 a 4,0 metros, enquanto nos EUA, há variação de 3,0 a 12,2 metros (informações retiradas da Tabela 1). A diferença no Brasil é um pouco maior com relação às espessuras, pois estas podem dobrar de valor de um estado para outro.

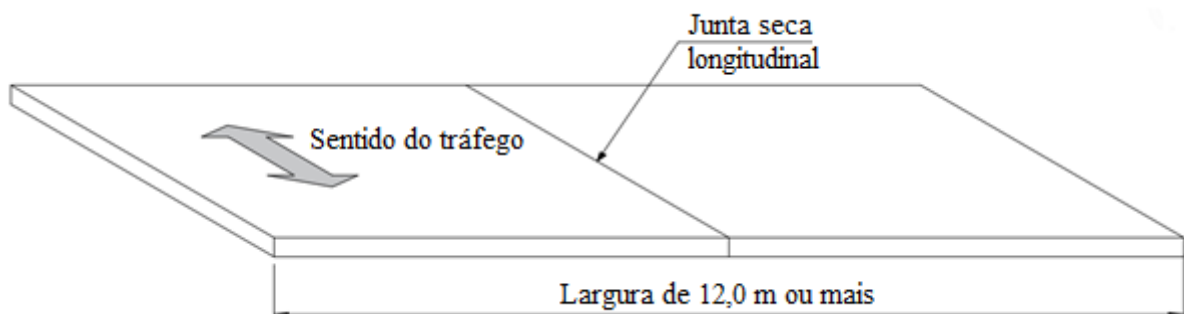
Os estados da BA, DF, GO, MG, RR, SE e TO não forneceram dimensões usuais para a estrutura. Nestas localidades, o projeto depende integralmente das decisões do projetista. O estado do Sergipe adicionou ainda que o projeto depende da avaliação de solo local, ou seja, para solos com menor consolidação, as lajes têm dimensões menores.

Ainda com respeito à Tabela 7, percebe-se que a maioria dos estados adota uma espessura de 25,0 cm e 4,0 m de comprimento. Isso é decorrente das orientações do Departamento Nacional de Estradas e Rodagem, que fornece essas dimensões em seu Manual de Projeto de Obras de Arte Especiais (DNER, 1996).

Finalmente, avançando para a pergunta 4, a grande maioria dos estados disseram adotar juntas de dilatação em entrada e saída de pontes para todas as obras, caracterizando, portanto, encontros não-integrais. Rondônia e Piauí relataram que não há padrão, e Roraima disse que a avaliação é falha, pois há muitas obras antigas e outras sem documentação.

Comentários adicionais vieram de alguns estados. O Distrito Federal foi o único que expôs não usar lajes enterradas, aonde o pavimento viria imediatamente sobre o concreto da laje. Já Alagoas comentou que para pontes com maior seção transversal (por exemplo, com 12,0 m de largura), a laje de transição é dividida em dois trechos no sentido longitudinal, vide Figura 17.

Figura 17 - Laje de grande largura com junta longitudinal – DER - AL



Fonte: A autora

O engenheiro responsável pelo estado do Paraná afirmou que é comum encontrar problemas nas imediações das pontes devido ao projeto falho nessa região. Já foram encontradas lajes de aproximação sobre vazios muito grandes, o que piora ainda mais em épocas de chuva. O engenheiro comentou, ainda, que a drenagem é essencial para prevenir esse cenário, e atualmente as obras contemplam barreiras rígidas estendidas 20,0 a 30,0 metros além do final da obra de arte para melhorar o escoamento de águas pluviais nessa região. A principal medida mitigadora do desnível na saída de pontes é o preenchimento constante com novas camadas de pavimento para nivelar o *greide*.

Ao final deste breve questionário, foi possível perceber que pouco mais da maioria dos estados brasileiros diz usar lajes de aproximação em todas suas obras, apesar de muitos deles relatarem problemas de desníveis na interface ponte-rodovia. Pode-se notar que a importância dessa estrutura deve ser ressaltada pelos órgãos responsáveis para prevenir os problemas relatados, inclusive os gastos com manutenção por preenchimento com novas camadas de pavimento.

Frente às respostas obtidas, pode-se concluir que a geometria usual adotada no Brasil compreende encontros não integrais, com comprimentos de 3,0 a 4,0 metros e espessuras de 15,0 a 30,0 cm. Parte-se, a seguir, para a descrição do método para a modelagem em elementos finitos das lajes de transição.

4. ANÁLISE NUMÉRICA

Para melhor entendimento da problemática, lajes de aproximação foram estudadas por modelagem em elementos finitos 3D no programa Abaqus/CAE 6.14 - Dassault Systèmes Simulia Corp., disponível no Departamento de Engenharia de Estruturas, explorando os recursos que o programa oferece em termos de variação de apoios de solo, geometria estudada e situações de carregamento.

Para maior facilidade na análise paramétrica, foi usada programação em Python 3.6.3, da Python Software FoundationTM, que trabalhou em cima do *script* gerado pelo Abaqus, variando os parâmetros de interesse.

A seguir, serão discutidos tópicos de elaboração do modelo em maiores detalhes.

4.1. Geometria da laje

A largura estudada compreende toda a largura da pista, sendo que foi avaliada uma seção transversal equivalente a uma rodovia de classe III - pista simples sem alto volume de tráfego - com duas faixas de rolamento e sem acostamento, totalizando 7,76 metros de largura total (DNER, 1996). Esta tipologia de via foi escolhida por acreditar-se que representa a maioria das rodovias brasileiras na atualidade.

A variação da geometria será feita com alteração do comprimento, espessura, e ângulo de esconsidade da laje conforme os seguintes valores:

- Comprimento de 3,0 a 10,0 metros
- Espessura de 20 a 40 centímetros, com incrementos de 5 centímetros
- Esconsidade de 0 a 50°, com incrementos de 10°

A taxa de armadura adotada está de acordo com o Memorial de Cálculo de Lajes de Aproximação (DER-SP, 2005), e equivale a:

- Armadura principal: $a_s = 8,18 \text{ cm}^2/\text{m}$ → $\phi 12,5 \text{ c}/15 \text{ cm}$
- Armadura secundária: $a_s = 3,93 \text{ cm}^2/\text{m}$ → $\phi 10 \text{ c}/20 \text{ cm}$

Para todas as armaduras, foi considerado cobrimento mínimo de 4,0 cm e interação com o concreto do tipo *embedded reinforcement*. Este tipo de interação prevê uma compatibilização dos graus de liberdade das barras imersas no maciço de concreto com o sólido ao seu redor. Para a discretização das barras de armadura, foram usados elementos do tipo T3D2, que consistem de elementos de treliça de 2 nós.

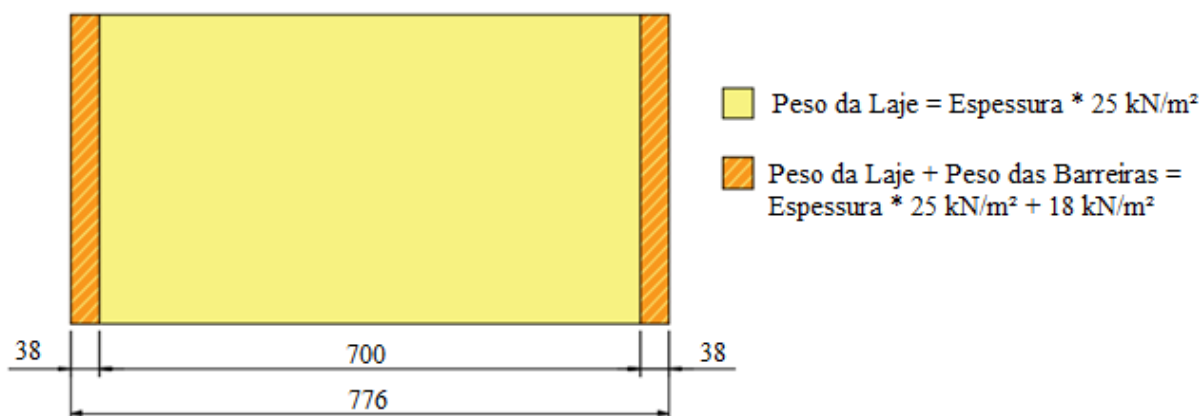
4.2. Carregamentos

Sobre a laje, serão aplicadas as seguintes cargas:

- Peso próprio da estrutura de concreto, pavimento e recapeamento
- Peso próprio do solo sobre a laje de aproximação
- Cargas variáveis de veículo tipo preconizadas pela ABNT NBR 7188:2013

A estrutura de concreto compreende a laje e também defensas rígidas de concreto tipo New Jersey em ambas as laterais da pista. Tomando o peso específico do concreto igual a 25 kN/m^3 , conforme a ABNT NBR 6118:2014 pode-se então calcular os carregamentos devidos ao peso próprio do concreto na laje, representados na Figura 18.

Figura 18 - Representação das cargas de peso próprio do concreto - vista em planta (dimensões em centímetros)



Fonte: A autora

Outra carga permanente sobre a laje é aquela devida ao preenchimento com solo. Como antes apresentado, a laje de aproximação costuma ser enterrada, e sobre ela é disposta uma camada de solo com características de base rodoviária. Caso se analisem os documentos apresentados no ANEXO A – Projetos Padrão do DER-SP, pode-se perceber que o

preenchimento de solo tem altura variável. Para fins deste trabalho, foi adotada a altura média de solo sobre a laje, equivalente a 50 cm, com peso específico de 18 kN/m^3 (DAS, 2009).

Sobre o preenchimento de solo, são colocadas as camadas de pavimento e eventual recapeamento. Considerando uma camada de pavimento de 8,0 cm e peso específico de pavimento flexível de 24 kN/m^3 (DNER, 1996), tem-se um carregamento devido ao pavimento de aproximadamente 2 kN/m^2 . Além disso, o Departamento Nacional de Estradas e Rodagem prevê um recapeamento de adicionais 2 kN/m^2 sobre a superfície da estrutura.

Um resumo dos carregamentos pode ser visualizado na Tabela 8:

Tabela 8 - Resumo dos carregamentos permanentes na estrutura

Carregamento	Local de aplicação	Magnitude (kN/m^2)
Laje de Concreto	Toda a laje	Espessura · 25
Barreiras Rígidas	Faixa de 0,38 m em ambas extremidades laterais	18,0
Preenchimento de solo	Toda a superfície entre as barreiras rígidas	9,0
Pavimento	Toda a superfície entre as barreiras rígidas	2,0
Recapeamento	Toda a superfície entre as barreiras rígidas	2,0

Fonte: A autora

Após a aplicação dos carregamentos permanentes, parte-se para os carregamentos variáveis. Tais carregamentos foram aplicados conforme as especificações presentes na ABNT NBR 7188:2013 para cargas de multidão e veículo tipo TB-450. Tais cargas móveis foram majoradas com dois coeficientes de impacto: o coeficiente de impacto vertical e o coeficiente de impacto adicional. O coeficiente de impacto vertical tem intenção de representar os efeitos dinâmicos do veículo sobre a superfície de tráfego, enquanto o coeficiente de impacto adicional é destinado à majoração de carga móvel devido a imperfeições e descontinuidades na pista. Tais descontinuidades se encontram, sobretudo, nas extremidades das obras.

Pode-se argumentar que, devido ao preenchimento de solo sobre a laje de aproximação, haja certa atenuação de efeitos adicionais, porém, alguns autores argumentam fortemente a favor da adoção do coeficiente de impacto adicional. O relatório francês do Serviço de Estudos em Transporte, Estradas e suas Instalações (SETRA, 1984), em documento com extensas considerações sobre lajes de aproximação em pontes, sugere que os coeficientes de impacto reais podem chegar a dobrar os valores normativos recomendados, devido aos grandes desníveis na interface ponte-rodovia. Além disso, Seo (2003) também evidenciou a importância da

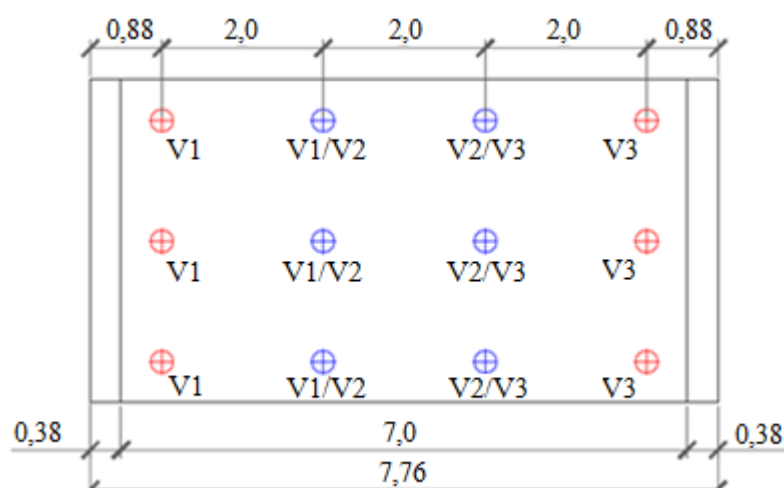
utilização dos coeficientes de impacto adicionais através de ensaios experimentais com acelerômetros em quatro pontes no estado do Texas, nos EUA. Seus ensaios ilustraram picos de aceleração vertical nas regiões de entrada e saída de pontes, conforme exibido na Figura 13 e na Figura 14, no item 2.3 deste texto.

Desta forma, será considerado o produto dos coeficientes de impacto vertical (1,35) e de impacto adicional (1,25) conforme a ABNT NBR 7188:2013, resultando em uma majoração das cargas móveis de 1,6875.

Além disso, considerando a existência de um preenchimento de solo de 0,50 m sobre a laje, as cargas do veículo tipo estarão espalhadas em uma área de 1,00 m². Tal situação visa ilustrar melhor a realidade dos projetos presentes no país, além de evitar singularidades no estudo em elementos finitos.

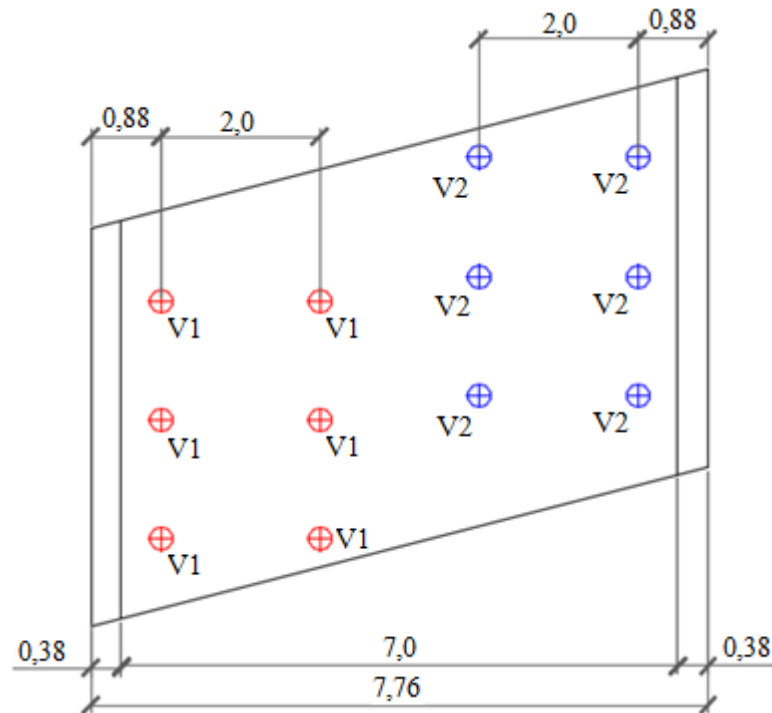
Vale notar que as cargas variáveis terão suas posições modificadas para obter os esforços máximos na estrutura. Nas figuras a seguir, estão ilustradas as posições de cargas de veículo tipo em cada uma das lajes estudadas. Na largura da laje, serão avaliadas duas posições de veículo: lateral e centrada. Já para lajes esconsas, as duas posições de veículo na largura compreendem as duas extremidades laterais.

Figura 19 - Posições de veículos na largura da laje – Veículos V1 e V3 (simétricos) nas laterais e veículo V2 centralizado (dimensões em metros)



Fonte: A autora

Figura 20 - Exemplificação de posições de cargas para lajes esconsas (dimensões em metros)



Fonte: A autora

Com relação ao comprimento, lajes de 3,0 a 5,0 metros terão somente uma posição de veículo tipo, enquanto lajes de 6,0 a 10,0 metros terão três posições de veículo no comprimento. Logicamente, cada posição será estudada separadamente e de acordo com a ABNT:NBR 7188:2013, ou seja, cargas de multidão serão inseridas na área sobressalente.

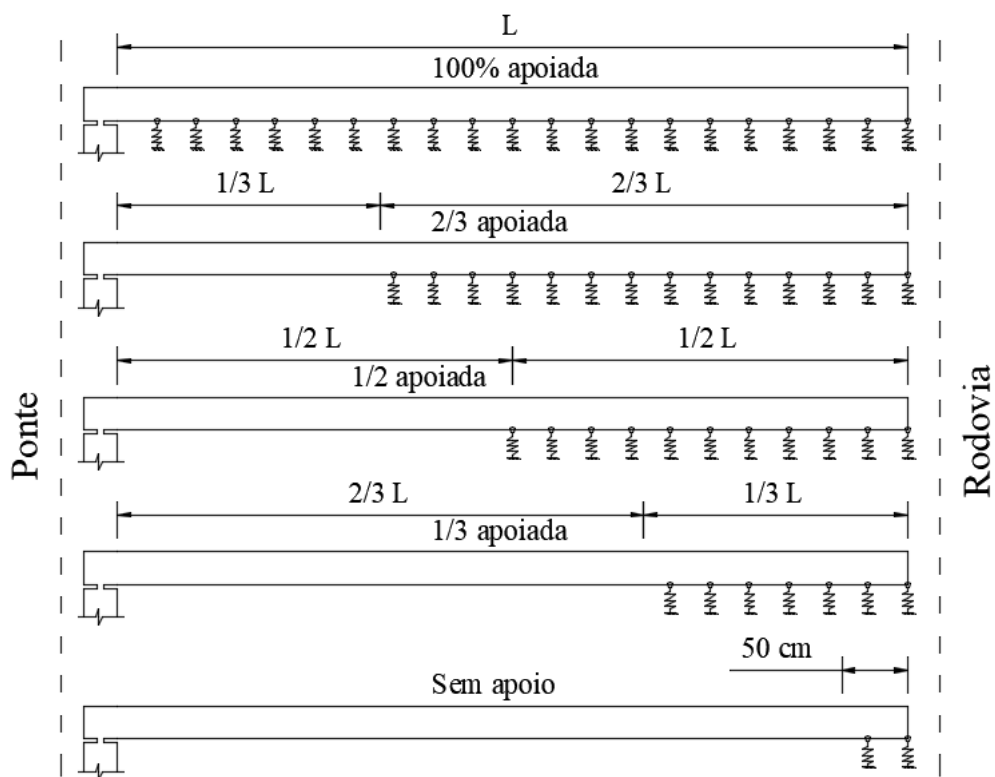
4.3. Condições de vinculação

Os projetos padrão existentes no Brasil preveem uma conexão da laje de aproximação com a cortina do encontro por meio de uma articulação tipo *Freyssinet*. Articulações *Freyssinet* são articulações fixas que consistem de uma redução da seção de concreto, causando a região de estrangulamento a se plastificar. Isso significa que, em uma extremidade, a laje de transição foi restrita a movimentos verticais e horizontais, mas livre a rotações.

O restante do comprimento da laje foi apoiado em molas, de forma a representar o solo de aterro. As molas tiveram variação de rigidez de 10.000 a 100.000 kPa/m, de forma que o limite inferior representa areias medianamente compactas, e o limite superior representa areias compactas. Entre estes limites de rigidez situam-se também argilas medianamente duras e argilas duras (TERZAGHI, 1955 e BOWLES, 1996).

Além da condição da laje 100% apoiada, foram abordadas hipóteses da laje parcialmente apoiada, ou seja, com possível escape de solo de aterro e conseqüente formação de vazios. Para estas hipóteses, considerou-se apoios em percentuais do comprimento total, conforme ilustrado na Figura 21. A laje “sem apoio” corresponde à hipótese de formação de vazio muito extensa, aonde somente os 50,0 cm finais da laje estão apoiados em solo. Note-se que, em todas as situações, a extremidade “Ponte” refere-se a um apoio simples devido à articulação tipo *Freyssinet*, como antes mencionado.

Figura 21 - Exemplificação das condições de apoio da laje



Fonte: A autora

Outros autores consideraram, além da perda parcial de suporte de solo, a possibilidade de vazios em diferentes posições sob a laje. No presente trabalho, foi considerada apenas a perda de suporte de solo progressiva a partir do encontro da ponte, baseado no trabalho do *Center for Transportation Research and Education – Iowa State University* (2005). O referido relatório compreende a avaliação extensiva de 26 encontros de pontes, aonde constatou-se que a perda de suporte de solo em encontros de pontes ocorre partindo da face do encontro, e diminui conforme se afasta do mesmo.

4.4. Processamento

Optou-se por aplicar os carregamentos em apenas uma etapa, aonde o tamanho máximo do incremento foi definido como 2% do total, além da inclusão de análises não-lineares. A não-linearidade física foi introduzida através de um modelo de material do tipo *Concrete Damaged Plasticity* (CDP), discutido em detalhes na seção 4.6.

Como o suporte de solo pode apresentar valores de rigidez baixos, partiu-se da suposição de que a estrutura pode apresentar grandes deslocamentos. Foi considerada a não-linearidade geométrica, com a consideração de grandes deslocamentos, para a avaliação dos esforços nas lajes de aproximação estudadas neste trabalho.

4.5. Análise de convergência

A escolha da malha através da qual a estrutura foi discretizada passou por uma análise de convergência com intenção de validar o modelo numérico. As análises de convergência, por sua vez, foram feitas separadamente para as estruturas em estudo, as lajes retas e as lajes esconsas.

Sabe-se que os resultados dependem, em essência, de duas características da malha: seu grau de refinamento e o grau de aproximação de suas funções de forma. Logicamente, tais características estão diretamente associadas ao tempo de processamento do modelo.

Os refinamentos de malha consistem na diminuição do tamanho do elemento finito, o que aumenta o número de graus de liberdade na área em estudo, mas mantém as funções de forma lineares. Por outro lado, o aumento do grau polinomial pela adição de nós intermediários eleva o grau da função de forma, e melhora a aproximação de tensões e deformações dentro do elemento em estudo, sem necessidade de diminuir o tamanho do elemento finito (ZIENKIEWICZ, TAYLOR e ZHU, 2005).

Por fim, outros elementos explorados foram os de integração reduzida. Para a avaliação por meio de elementos finitos, é usual calcular-se a matriz de rigidez da estrutura por meio de integração numérica. Essa integral é calculada com ajuda de pontos Gaussianos, os quais estão diretamente associados à malha adotada na estrutura. A integração reduzida nada mais é que a resolução das equações com menos pontos Gaussianos. Isso significa que a solução será exibida em menos tempo de processamento, porém, seus resultados podem ter perda de precisão significativa (ZIENKIEWICZ, TAYLOR e ZHU, 2005).

4.5.1. Análise de Convergência Para Lajes Retas

Para lajes retas a malha utilizada terá tamanho máximo de 10,0 cm e elementos do tipo C3D20R, ou seja, paralelepípedos de 20 nós com aproximação quadrática e integração reduzida.

A geometria das lajes estudadas compreende uma estrutura de 4,0 metros de comprimento e 25,0 centímetros de espessura, e 7,76 metros de largura. O veículo-tipo foi posicionado no meio da laje, com carga normativa de multidão em todo o restante da área livre. Foi considerado espraçamento de carga equivalente a uma altura de 50,0 centímetros. Além disso, considerou-se a laje totalmente apoiada em solo em todo seu comprimento, solo este com rigidez equivalente a uma mola de 60.000 kPa/m.

Para as lajes retas, a malha de elementos finitos foi feita em elementos sólidos cúbicos e abrangeu os seguintes tipos de elementos (DASSAULT SYSTÈMES SIMULIA CORP., 2014):

- C3D8R: paralelepípedo linear de 8 nós com integração reduzida
- C3D20R: paralelepípedo quadrático de 20 nós com integração reduzida
- C3D8: paralelepípedo linear de 8 nós
- C3D20: paralelepípedo quadrático de 20 nós

A seguir, é exibida uma tabela que compreende as tensões máximas e mínimas em alguns elementos estruturais, além do tempo de processamento necessário para a resolução de cada modelo. A nomenclatura BX e BY corresponde às barras de armadura nas direções principal (BY) e secundária (BX). As tensões estão exibidas em kN/m².

Será tomado como valor de referência aquele correspondente à malha de 5,0 centímetros, composto de elementos de 20 nós quadrático. Este elemento será tomado como referência pois corresponde ao maior grau de refinamento proposto na análise de malha para lajes retas, tanto em tamanho de malha quando em ordem das funções aproximadoras. Ao passo que os resultados obtidos por este modelo representam valores mais precisos, é necessário chamar atenção para o tempo de processamento para o mesmo, que foi de 48 horas.

Tabela 9 - Análise de convergência de malha para lajes retas

Tamanho da malha (m)	Tipo de elemento	$\sigma_{m\acute{a}x}$ BX (kN/m ²)	$\sigma_{m\acute{a}x}$ BY (kN/m ²)	$\sigma_{m\acute{a}x}$ Laje (kN/m ²)	$\sigma_{m\acute{i}n}$ Laje (kN/m ²)	$U_{m\acute{a}x}$ (mm)	Tempo de processamento
0,20	C3D8R	71.517,6	62.801,5	170,5	-510,9	2,14	2 min
0,10	C3D8R	6.382,4	7.016,6	1.115,5	-1.458,6	1,37	6 min
0,05	C3D8R	6.234,6	11.756,4	1.433,9	-2.901,7	1,37	30 min
0,20	C3D20R	6.146,7	4.915,5	944,2	-1.308,2	1,37	5 min
0,10	C3D20R	6.174,9	4.874,7	1.515,9	-2.935,5	1,37	40 min
0,05	C3D20R	6.078,0	5.081,7	1.736,0	-5.113,0	1,37	48 h
0,20	C3D8	6.568,9	5.362,9	648,2	-855,7	1,33	2 min
0,10	C3D8	5.989,7	4.879,3	1.244,4	-1.935,9	1,37	20 min
0,20	C3D20	6.156,6	4.861,5	1.233,6	-1.772,7	1,38	5 min
0,1	C3D20	6.050,9	4.871,7	1.800,7	-3.925,0	1,37	1 h 10 min

Fonte: A autora

Para os deslocamentos máximos na laje, percebe-se que praticamente todos os modelos em estudo apresentaram respostas satisfatórias, com exceção de alguns modelos de malha mais grosseira, com elementos de 20,0 cm de lado. Por outro lado, malhas com elementos de 5,0 cm apresentaram custo relativamente elevado do ponto de vista de tempo de processamento. Entre estes extremos, estão as malhas de 10,0 cm, que apresentaram respostas satisfatórias com custo computacional moderado. Com os resultados para as malhas de 10,0 cm de lado, pode-se montar a Tabela 10.

Tabela 10 – Escolha da malha para lajes retas

Tamanho da malha (m)	Tipo de elemento	$\sigma_{m\acute{a}x}$ BX (kN/m ²)	$\sigma_{m\acute{a}x}$ BY (kN/m ²)	$\sigma_{m\acute{a}x}$ Laje (kN/m ²)	$\sigma_{m\acute{i}n}$ Laje (kN/m ²)	Var. média (%)	Tempo de processamento
0,05	C3D20R	6.078,0	5.081,7	1.736,0	-5.113,0	-	48 h
0,10	C3D8	5.989,7	4.879,3	1.244,4	-1.935,9	24%	20 min
0,10	C3D8R	6.382,4	7.016,6	1.115,5	-1.458,6	40%	6 min
0,10	C3D20	6.050,9	4.871,7	1.800,7	-3.925,0	12%	1 h 10 min
0,10	C3D20R	6.174,9	4.874,7	1.515,9	-2.935,5	19%	40 min

Fonte: A autora

Pela análise da tabela anterior, percebe-se que os melhores resultados foram do modelo com elementos tipo C3D20, porém, os resultados para as malhas de elementos tipo C3D8 e C3D20R também foram boas aproximações, além de se destacarem pelo tempo de processamento muito inferior. Dentre estas duas opções, se analisarmos a variação média entre os resultados e o modelo de referência, a malha com elementos C3D20R mostra-se mais

vantajosa, ademais, para estruturas com apoios flexíveis ou falta de suporte, elementos tipo C3D20R podem apresentar resultados mais precisos, devido à maior quantidade de pontos no domínio de integração.

Com isso, para lajes retas a malha utilizada terá tamanho máximo de 10,0 cm e elementos do tipo C3D20R, ou seja, paralelepípedos de 20 nós com aproximação quadrática e integração reduzida.

4.5.2. Análise de Convergência Para Lajes Esconsas

Para a modelagem de lajes esconsas, optou-se pelos elementos quadráticos tipo C3D15 de prismas triangulares de 15 nós quadráticos. A geometria das lajes esconsas estudadas difere das lajes retas somente pela esconsidade da estrutura, neste caso considerada igual a 30°. Para as lajes esconsas, percebeu-se de imediato que não seria possível utilizar malha de elementos paralelepípedicos devido à alta deformação que os elementos apresentaram com a crescente esconsidade da estrutura. Isso levou à adoção de elementos finitos de outras geometrias, como cunha (*wedge*) ou tetraedros.

Para as lajes esconsas, os elementos analisados compreendem (DASSAULT SYSTEMÈMES SIMULIA CORP., 2014):

- C3D6: prisma linear de 6 nós triangular
- C3D15: prisma quadrático de 15 nós triangular
- C3D10: tetraedro quadrático de 10 nós

A seguir, a Tabela 11 exhibe os resultados de tensões máximas e mínimas para alguns elementos estruturais. Novamente, a nomenclatura BX e BY corresponde às barras de armadura nas direções principal (BY) e secundária (BX). As tensões estão exibidas em kN/m².

Mais uma vez, foram tomados como referência os resultados para a malha mais complexa, ou seja, com maior refinamento e maior grau das funções de forma (malha com discretização de 7,0 cm e elementos do tipo prisma triangular quadrático de 15 nós). Duas malhas dentre as analisadas apresentaram resultados que mais se aproximam da referência: a malha de prismas lineares com refinamento de 5,0 cm, e a malha de prismas quadráticos com refinamento de 10,0 cm.

Tabela 11 – Análise de convergência de malha para lajes esconsas

Tamanho da malha (m)	Tipo de elemento	$\sigma_{m\acute{a}x}$ BX (kN/m ²)	$\sigma_{m\acute{a}x}$ BY (kN/m ²)	$\sigma_{m\acute{a}x}$ Laje (kN/m ²)	$\sigma_{m\acute{i}n}$ Laje (kN/m ²)	$U_{m\acute{a}x}$ (mm)	Tempo de processamento
0,25	C3D6	2.519,1	6.616,1	1.420,6	-1.464,3	1,42	2 min
0,2	C3D6	2.649,2	6.682,1	1.421,3	-1.475,4	1,42	2 min
0,1	C3D6	2.860,4	6.919,1	1.609,4	-3.062,4	1,42	2 min
0,05	C3D6	2.892,1	6.937,5	1.722,2	-5.378,9	1,42	15 min
0,2	C3D15	2.970,6	7.024,7	1.434,4	-2.146,0	1,42	2 min
0,1	C3D15	2.911,5	6.998,8	1.732,2	-5.642,4	1,42	15 min
0,07	C3D15	2.963,9	7.096,5	1.768,5	-7.217,2	1,42	5 h 30 min
0,2	C3D10	2.959,5	7.076,4	1.626,4	-1.614,5	1,42	3 min
0,1	C3D10	2.953,9	7.054,7	1.717,7	-3.934,1	1,42	30 min

Fonte: A autora

A Tabela 12 apresenta de forma resumida as malhas com os melhores resultados. Mais uma vez, optou-se pelos elementos quadráticos, ou seja, as lajes esconsas serão modeladas com elementos tipo C3D15 de prismas triangulares de 15 nós quadráticos.

Tabela 12 – Escolha de malha para lajes esconsas

Tamanho da malha (m)	Tipo de elemento	$\sigma_{m\acute{a}x}$ BX (kN/m ²)	$\sigma_{m\acute{a}x}$ BY (kN/m ²)	$\sigma_{m\acute{a}x}$ Laje (kN/m ²)	$\sigma_{m\acute{i}n}$ Laje (kN/m ²)	Var. média (%)	Tempo de processamento
0,07	C3D15	2.963,9	7.096,5	1.768,5	-7.217,2	-	5 h 30 min
0,05	C3D6	2.892,1	6.937,5	1.722,2	-5.378,9	25%	15 min
0,10	C3D15	2.911,5	6.998,8	1.732,2	-5.642,4	25%	15 min

Fonte: A autora

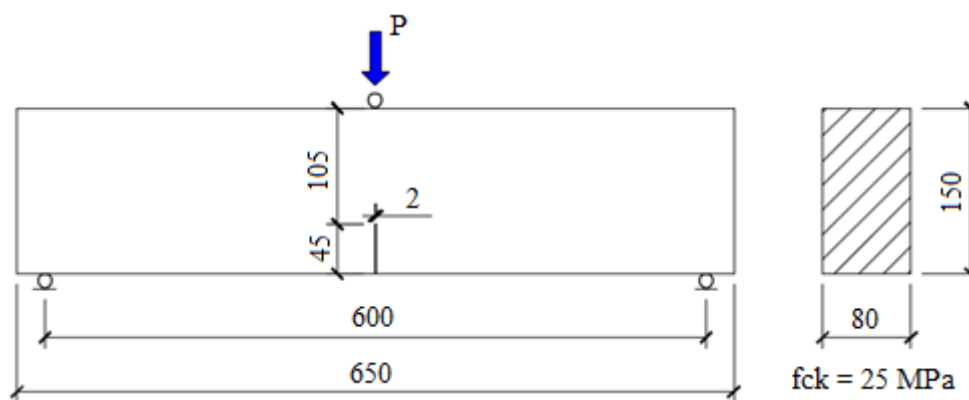
4.6. Calibração do material utilizado

O comportamento do concreto pode ser simplificado em três etapas: inicialmente, o material tem resposta elástico-linear. Sob carregamentos mais severos, a microfissuração acarreta na redução da rigidez do material. Numa etapa final, o aumento das deformações resulta no aparecimento de sistemas de fissuras e reduzida resistência (LOWES, 1999). A modelagem do concreto como um material inicialmente homogêneo, presumindo que as microfissurações estão incorporadas em um modelo contínuo, requer a adoção de um modelo analítico adequado e sua calibração de acordo com dados de experimentos reais.

O programa Abaqus CAE, em sua versão 6.14, oferece uma variedade de modelos de material. O modelo aqui abordado é o *Concrete Damaged Plasticity*, ou CDP, o qual é recomendado para estruturas de concreto armado sob carregamento monotônico, cíclico ou dinâmico (DASSAULT SYSTÈMES SIMULIA CORP., 2014). Em linhas gerais, o modelo tipo CDP usa cinco parâmetros de plasticidade e dois conjuntos de dados de ensaios uniaxiais do concreto (LI, HAO e BI, 2017). Além disso, existe a possibilidade de inserção de um comportamento de dano na tração e na compressão do material.

A calibração do material foi feita através de uma série de dados experimentais provenientes da Dissertação de Mestrado de Santos (2014). Para validação de sua pesquisa, o autor realizou ensaios de flexão em três pontos em vigas com entalhe. A calibração, portanto, será feita mediante a medida da energia de fratura associada aos modelos experimentais de Santos (2014) para um concreto de resistência característica à compressão de 25 MPa, compatível com a resistência à compressão do concreto considerada neste trabalho. A Figura 22 ilustra a geometria e condições de apoio das vigas ensaiadas. Note-se que o entalhe possui altura de 45,0 mm e espessura de 2,0 mm.

Figura 22 - Viga com entalhe ensaiada por Santos (2014)



Fonte: Adaptado de Santos, 2014

A energia de fratura aparente é “a energia necessária para que ambas as faces de uma porção da fratura de área unitária sejam separadas completamente” (SANTOS, 2014). Com os resultados experimentais, o autor construiu uma envoltória de curvas tipo P- δ . Em posse desta envoltória, foram reproduzidos os ensaios de sua dissertação no software Abaqus CAE, utilizando o material de tipo CDP. Dessa forma, foi possível ajustar os parâmetros de entrada do material segundo a resposta P- δ real da estrutura.

Inicialmente, foram estudadas referências para o comportamento do concreto.

- Para o regime elástico, o comportamento do material foi aproximado pelas formulações da normativa internacional Fib Model Code 2010 (*INTERNATIONAL FEDERATION FOR STRUCTURAL CONCRETE - FIB*, 2012)
- Para o comportamento tensão-deformação do concreto na compressão, foi usado o modelo proposto por Chu e Carreira (1985)
- Para o comportamento tensão-deformação do concreto na tração, foi adotado o modelo proposto por Genikomsou e Polak (2015)
- Para incorporação do dano do concreto, foram utilizadas as equações propostas por Li, Hao e Bi (2017)

Os parâmetros iniciais do comportamento elástico foram determinados de acordo com as indicações presentes no Fib Model Code 2010 (FIB, 2012).

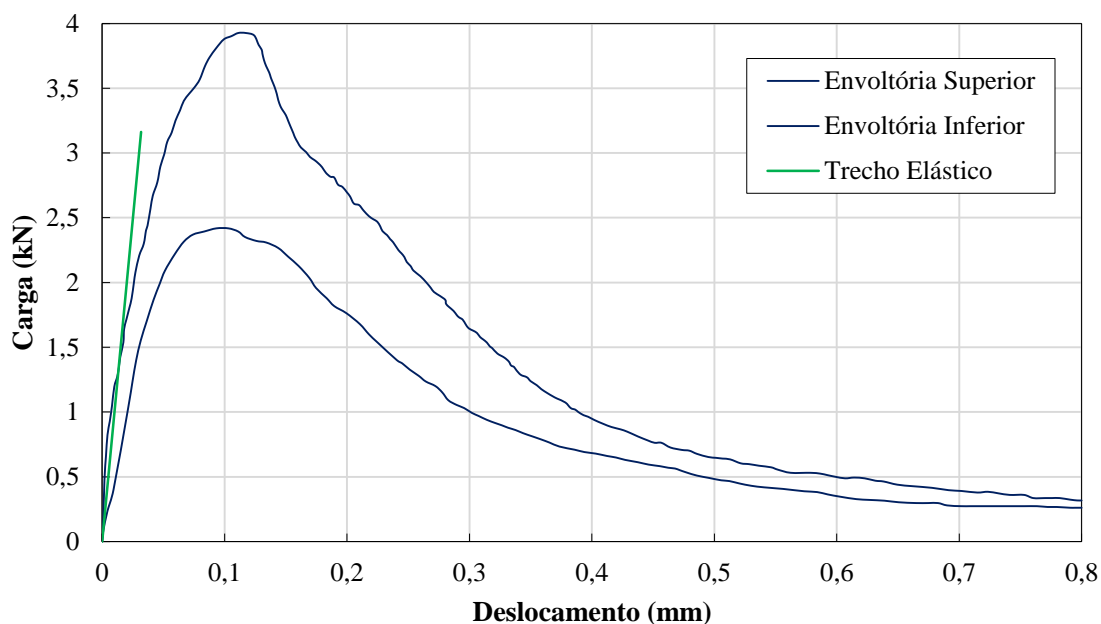
Uma vez definida a resistência característica f_{ck} do concreto, o módulo de elasticidade a 28 dias (E_{ci}) é definido por:

$$E_{ci} = E_{c0} * \alpha_E * \left(\frac{f_{cm}}{10} \right)^{1/3} \quad \text{Eq. 2}$$

- Onde α_E é um parâmetro que depende do tipo de agregado, adotado como 0,9
- E_{c0} é um valor arbitrário que vale 21.500 MPa
- f_{cm} é o valor médio da resistência à compressão, calculado como $f_{ck} + \Delta f$
- Δf é adotado como 8 MPa
- O coeficiente de Poisson vale 0,20

Os parâmetros do material foram calibrados utilizando as curvas experimentais de Santos (2014). Para a envoltória de dados experimentais fornecida, o trecho elástico do material forneceu o seguinte ajuste:

Figura 23 - Ajuste do modelo numérico sob regime elástico à envoltória de curvas experimentais



Fonte: A autora

Através da Figura 23, é possível concluir que o comportamento do material em seu trecho elástico está condizente com os resultados experimentais, portanto, as equações do Fib Model Code serão adotadas para a avaliação dos parâmetros de base do material.

Uma vez caracterizado o trecho elástico do material, foram introduzidas as equações referentes ao comportamento plástico do material. Como antes mencionado, o *Concrete Damaged Plasticity* (CDP) requer a inserção de cinco parâmetros de plasticidade e duas curvas de respostas do material à compressão e à tração. Os parâmetros de plasticidade necessários são:

- O ângulo de dilatância
- O parâmetro de viscosidade
- A excentricidade, cujo valor padrão estipulado pelo programa é de $\epsilon = 0,1$
- A relação σ_{b0}/σ_{c0} entre os as tensões de ruptura em ensaios biaxial e uniaxial, cujo valor padrão é de 1,16
- A constante K , que está relacionada à forma da superfície de ruptura do material e cujo valor padrão é $K = 2/3$

As duas variáveis que não têm um valor padrão recomendado pelo Abaqus CAE são o ângulo de dilatância (ψ) e o parâmetro de viscosidade (μ). Por esse motivo, a influência destas variáveis no comportamento do concreto será analisada a partir de uma análise de sensibilidade.

O concreto sofre alterações de volume consideráveis devido às deformações inelásticas. Essas mudanças de volume do corpo são denominadas de dilatância (GENIKOMSOU e POLAK, 2015). No entanto, há divergências na literatura quanto ao valor ideal do ângulo de dilatância, o qual varia de 20 a 40°. Genikomsou e Polak (2015) recomendam um ângulo de dilatância de 40°, enquanto Li, Hao e Bi (2017) usam 30°. Ambos estes valores foram então usados para a tentativa de ajuste da resposta do material às curvas experimentais.

Em seguida, está o parâmetro de viscosidade, μ . O Abaqus CAE, em seu manual do usuário (DASSAULT SYSTÈMES SIMULIA CORP., 2014), recomenda a utilização de um parâmetro de viscosidade igual a 0. No entanto, este parâmetro está relacionado ao tamanho dos passos de carregamento, e, portanto, ao abatimento da curva P- δ . Novamente, não há consenso quanto ao valor ideal de μ . Genikomsou e Polak (2015) recomendam uma viscosidade na ordem de 10^{-5} , enquanto Li, Hao e Bi (2017) usam 10^{-4} . Percebeu-se grande sensibilidade das respostas do modelo a este parâmetro, portanto, diferentes valores de viscosidade foram explorados nos modelos de calibração de material.

A seguir, foi incluída a curva da relação tensão-deformação do concreto na compressão, a qual foi construída através do modelo de Carreira e Chu (CHU e CARREIRA, 1985).

A deformação específica ε_{c0} é dada por:

$$\varepsilon_{c0} = \text{mínimo} \left\{ 0,0022; \frac{0,7 * (f_{cm}^{0,31})}{1000} \right\} \quad \text{Eq. 3}$$

O coeficiente β é dado por:

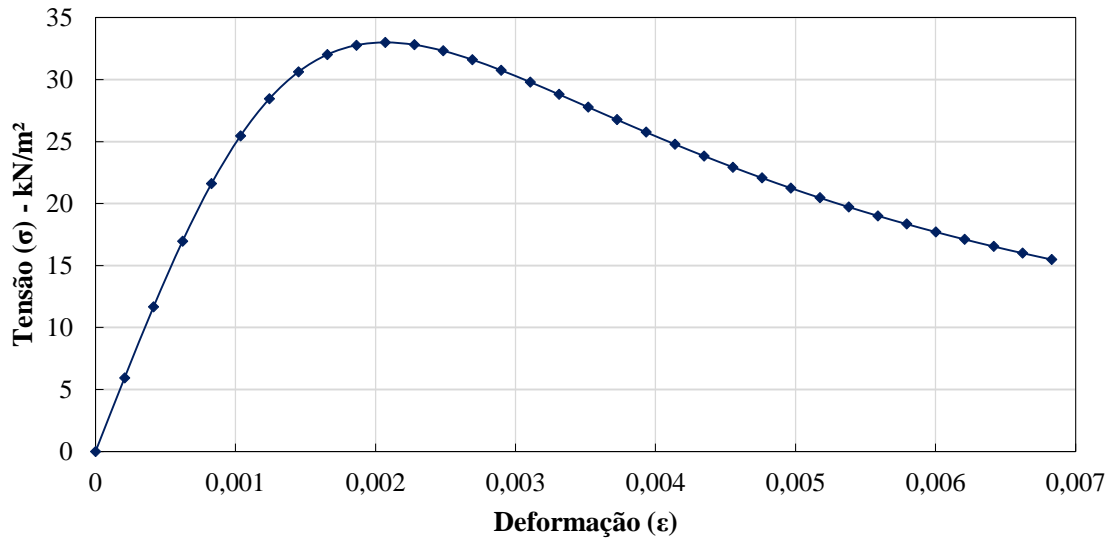
$$\beta = \frac{1}{1 - \left(\frac{f_{cm}}{\varepsilon_{c0} * E_{ci}} \right)} \quad \text{Eq. 4}$$

Com as variáveis acima, pode-se descrever a relação tensão-deformação a partir da seguinte equação (CHU e CARREIRA, 1985):

$$\frac{f_c}{f_{cm}} = \frac{\left(\frac{\beta * \varepsilon}{\varepsilon_{c0}} \right)}{\beta - 1 + (\varepsilon/\varepsilon_{c0})^\beta} \quad \text{Eq. 5}$$

A partir desta equação, constrói-se a Figura 24, cujos dados serão inseridos no modelo.

Figura 24-Comportamento tensão-deformação do concreto na compressão para $f_{ck} = 25MPa$



Fonte: A autora

Após definida a curva tensão-deformação, foi inserida a curva de dano à compressão no concreto. O modelo tem como entrada uma curva do tipo Deformação Plástica x Dano na compressão (d_c), que foi definida a partir da formulação de Li, Hao e Bi (2017). A deformação plástica é dada por:

$$\varepsilon_{elastico} = \frac{\sigma}{E_{ci}} \quad \text{Eq. 6}$$

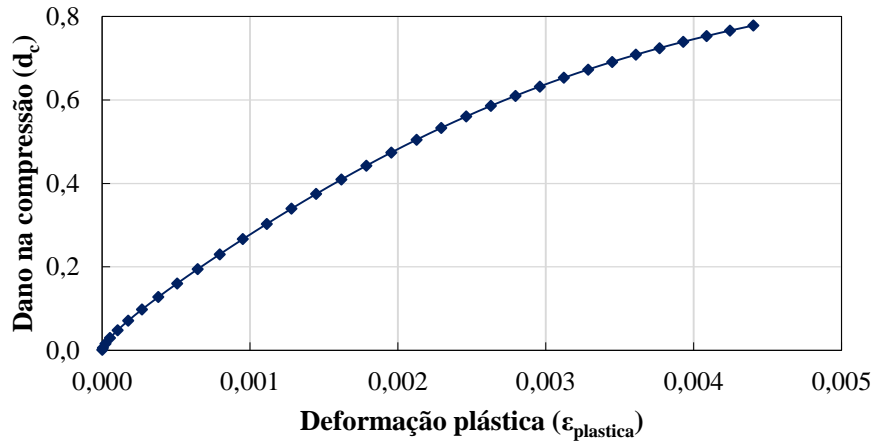
$$\varepsilon_{inelastica} = \varepsilon - \frac{\sigma}{E_{ci}} \quad \text{Eq. 7}$$

$$\varepsilon_{plastica} = \varepsilon_{inelastica} * b_c \quad \text{Eq. 8}$$

$$d_c = 1 - \frac{\sigma/E_{ci}}{\varepsilon_{plastica} * \left(\frac{1}{b_c} - 1\right) + \frac{\sigma}{E_{ci}}} \quad \text{Eq. 9}$$

Onde b_c é uma constante comprovada experimentalmente de valor 0,7 (LI, HAO e BI, 2017). Os dados acima fornecem a Figura 25, cujos dados serão então inseridos no modelo.

Figura 25 - Deformação plástica x Dano na compressão para $f_{ck} = 25MPa$



Fonte: A autora

Uma vez definido o comportamento do concreto na compressão, é necessário determinar o seu comportamento na tração. A curva tensão-deformação na tração foi definida usando a literatura de Genikomsou e Polak (GENIKOMSOU e POLAK, 2015).

A energia de fratura na tração G_f , segundo a Fib Model Code (FIB,2012), é dada por:

$$G_f = 73 * f_{cm}^{0,18} \quad \text{Eq. 10}$$

A tensão máxima na tração é dada por:

$$f_t = 0,33 * \sqrt{f_{cm}} \quad \text{Eq. 11}$$

A deformação equivalente a esta tensão é:

$$\epsilon_{cr} = \frac{f_t}{E_{ci}} \quad \text{Eq. 12}$$

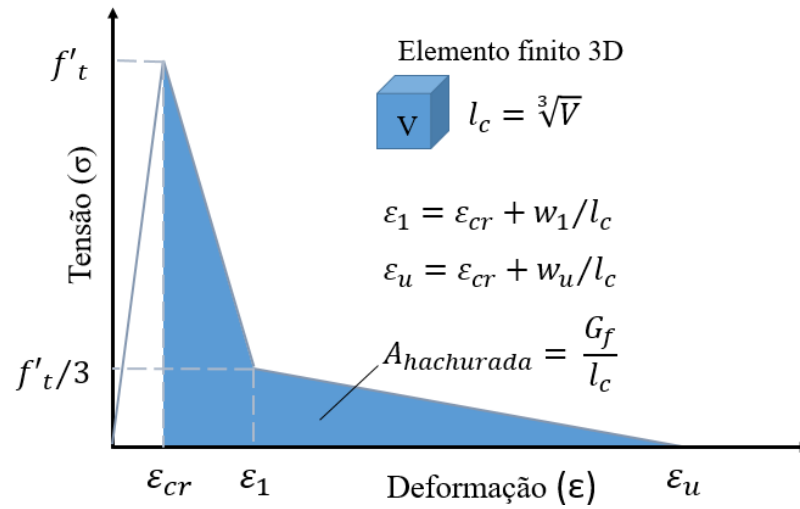
Os valores das fissuras de interesse para montagem do gráfico tensão-deformação na tração são:

$$w_1 = \frac{0,8 * G_f}{f_t} \quad \text{Eq. 13}$$

$$w_u = \frac{3,6 * G_f}{f_t} \quad \text{Eq. 14}$$

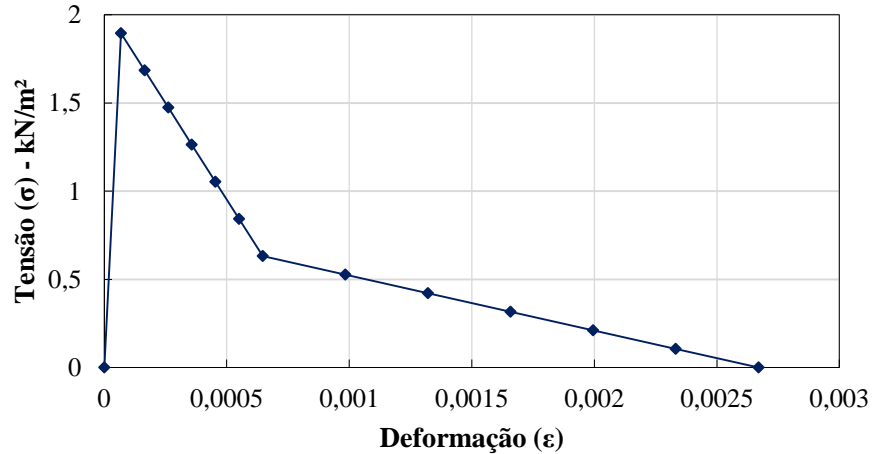
O gráfico é construído de acordo com a exemplificação dada pela Figura 26.

Figura 26 - Relação tensão-deformação no concreto sob tração



Fonte: Adaptado de Genikomsou e Polak, 2015

Figura 27 - Comportamento tensão-deformação do concreto na tração para $f_{ck} = 25MPa$



Fonte: A autora

Num último momento, é necessário inserir os dados de dano na tração (d_t), o que será feito novamente através das equações presentes em Li, Hao e Bi (2017).

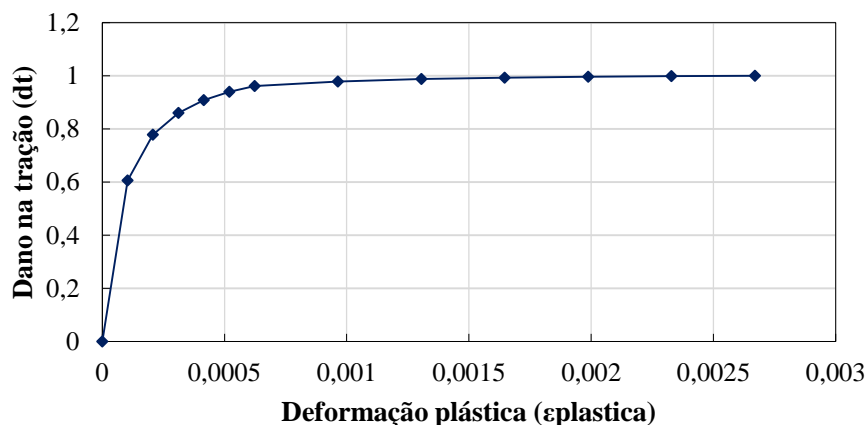
$$\varepsilon_{plastica} = \varepsilon_{inelastica} * b_t$$

Eq. 15

$$d_t = 1 - \frac{\sigma/E_{ci}}{\varepsilon_{plastica} * \left(\frac{1}{b_t} - 1\right) + \frac{\sigma}{E_{ci}}} \quad \text{Eq. 16}$$

Aonde b_t é uma constante comprovada experimentalmente de valor 0,1 (LI, HAO e BI, 2017). A constante b_t está diretamente relacionada ao formato do gráfico de dano na tração. Conforme b_t aumenta e tende para o valor 1, o valor máximo de dano ocorre para deformações plásticas maiores, ou seja, o aumento do dano é mais suave conforme aumenta a deformação plástica. Durante a calibração do material, percebeu-se que o Abaqus CAE não conseguiu processar a estrutura para valores de b_t muito baixos, e portanto foram feitas tentativas de processar o modelo com valores de b_t mais elevados, como 0,5 e 0,7 (Tabela 13).

Figura 28 - Deformação plástica x Dano na tração para $f_{ck} = 25MPa$



Fonte: A autora

Com posse das curvas de comportamento do material, o modelo de material CDP pôde finalmente ser inserido no Abaqus CAE. Como comentado, a análise dos parâmetros de entrada de plasticidade abrangeu os modelos listados na Tabela 13. A escala de cores representa a qualidade do ajuste à curva de referência, sendo verde para os melhores resultados e vermelho para os piores, dado que alguns deles causaram o programa a abortar a análise.

A referida tabela ilustra a linha de raciocínio através da qual foi desenvolvida a calibração do material. Inicialmente, foi inserido um modelo de material elástico, o qual apresentou resultados satisfatórios, vide a proximidade da curva no trecho elástico àquela usada como referência (Figura 23). Em seguida, foram inseridos os dados de base para o modelo CDP, ou seja, parâmetros de plasticidade e curvas do comportamento à compressão e tração uniaxiais.














Na etapa seguinte, foi incluído o dano do material na compressão. Por último, foi incluído o dano do material na tração.




Através dos resultados dos modelos da Tabela 13, percebeu-se que o ângulo de dilatância do concreto teve pouca influência sobre os resultados, então optou-se por utilizar um ângulo de 30° em praticamente todos os modelos. Nas tentativas de análise com todos os danos, de compressão e tração, o modelo precisou sofrer uma alteração de malha: a malha de elementos lineares causou o programa a abortar as análises, enquanto as malhas quadráticas possibilitaram a análise. Ainda na situação de todos os danos incluídos, foi necessário suavizar a curva de dano na tração através da alteração da constante b_t , pois acredita-se que o pico provocado com um b_t muito baixo dificultou a análise do Abaqus CAE. Valores de b_t inferiores a 0,7 causaram o programa a abortar a análise.

A viscosidade foi um dos parâmetros que apresentou grande influência sobre os resultados. Percebeu-se que, para valores de viscosidade tendendo a 10^{-4} , as curvas P- δ ficavam melhor ajustadas à envoltória experimental.

Curiosamente, os melhores ajustes de curvas numéricas ocorreram para os modelos sem o dano à tração. Além de aumentar o tempo de processamento dos modelos, o dano à tração modificava o trecho final da curva P- δ . Ademais, entende-se que o dano é uma variável que seria mais interessante para análises dinâmicas ou aonde haja situações de descarregamento e recarregamento. Com isso, optou-se por quantificar o dano à tração no concreto através da obtenção de deformações plásticas máximas e das tensões nas armaduras.

Tabela 13 – Resumo dos modelos durante a calibração do material

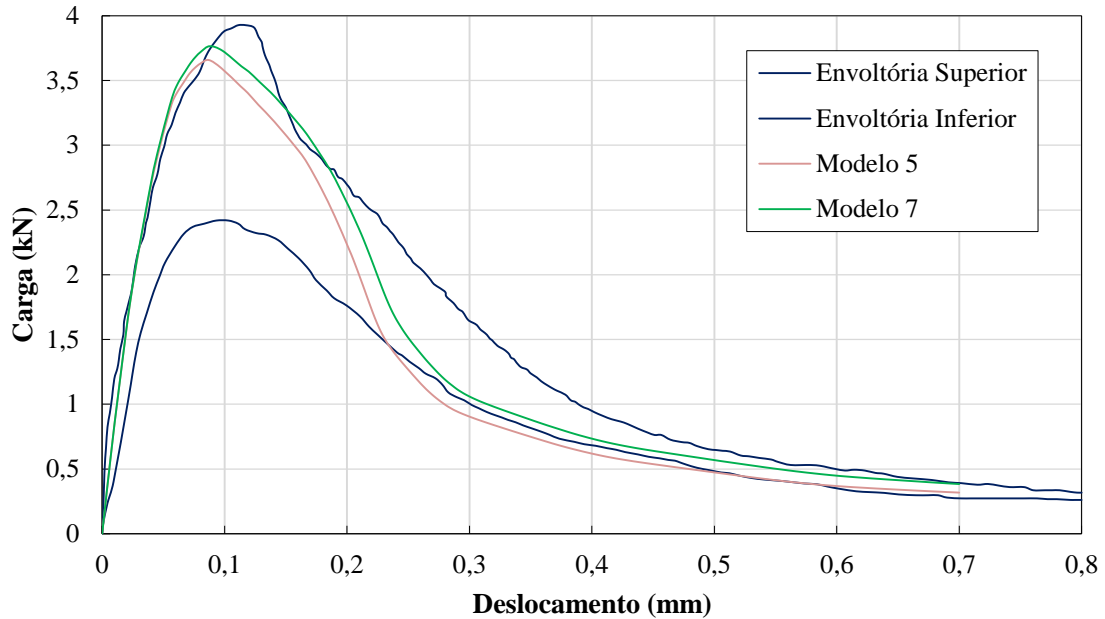
Modelo	Tamanho da malha	Tipo de Elemento	Dilatância (ψ)	Viscosid. (μ)	Dano na tração (bt)	Descrição	Qualidade
1	5 cm	Wedge linear	-	-	-	Material somente sob regime elástico	
2	5 cm	Wedge linear	30	10^{-5}	-	Regime elástico e plástico, mas sem dano	
3	3 cm	Wedge linear	30	10^{-5}	-	Regime elástico e plástico, mas sem dano	
4	3 cm	Wedge linear	40	10^{-5}	-	Regime elástico e plástico, mas sem dano	
5	3 cm	Wedge linear	30	$5 \cdot 10^{-5}$	-	Regime elástico e plástico, mas sem dano	
6	3 cm	Wedge linear	30	$5 \cdot 10^{-5}$	-	Regime elástico e plástico, com dano somente na compressão	
7	3 cm	Wedge linear	30	10^{-4}	-	Regime elástico e plástico, com dano somente na compressão	
8	3 cm	Wedge linear	30	10^{-4}	0,1	Regime elástico e plástico com todos os danos	
9	3 cm	Wedge linear	30	10^{-4}	0,7	Regime elástico e plástico com todos os danos	
10	3 cm	Wedge linear	30	10^{-5}	0,7	Regime elástico e plástico com todos os danos	
11	3 cm	Wedge quadrático	30	10^{-5}	0,7	Regime elástico e plástico com todos os danos	
12	3 cm	Wedge quadrático	30	10^{-5}	0,5	Regime elástico e plástico com todos os danos	
13	3 cm	Wedge quadrático	30	10^{-6}	0,7	Regime elástico e plástico com todos os danos	

	Ótimo		Bom		Ruim
---	-------	---	-----	---	------

Fonte: A autora

A Figura 29 ilustra as curvas que obtiveram melhores ajustes à envoltória experimental.

Figura 29 - Ajustes dos modelos numéricos à envoltória experimental, conforme a Tabela 13



Fonte: A autora

Assim, conclui-se a definição do concreto em modelo tipo CDP. Em resumo, serão utilizados os seguintes parâmetros para definição do material:

Tabela 14 – Parâmetros de plasticidade utilizados

Ângulo de Dilatância ψ	Excentricidade ϵ	Relação σ_{b0}/σ_{c0}	K	Viscosidade μ
30	0,1	1,16	0,6667	10^{-4}

Fonte: A autora

Esta análise foi feita levando em conta um f_{ck} de 25 MPa. Neste trabalho, serão abordadas outras resistências de concreto, e o f_{ck} será variado de 25 a 45 MPa.

Para a modelagem da armadura, foi considerado um comportamento elástico-perfeitamente plástico com as características para aço de armadura conforme descritas pela Norma Brasileira de projeto de estruturas de concreto ABNT NBR 6118:2014 (ABNT, 2014). Dado que o aço adotado para todas as situações é o CA-50, a tensão de escoamento é $f_{yk} = 500 \text{ MPa}$, o módulo de elasticidade é 210 GPa e o coeficiente de Poisson é $\nu = 0,30$.

4.7. Rotina em Python e extração de resultados

Devido ao grande volume de modelos, houve interesse em ganhar tempo de processamento sempre que possível. Uma das formas mais evidentes de se fazer isso é através da geração e extração de resultados através de *scripts*. Com ajuda do programa Python, foi possível usar as funções integradas no Abaqus CAE para a construção de rotinas de programação, as quais foram utilizadas em todas as etapas de geração de modelo, como criação de sólidos, divisão de malha de elementos finitos, e atribuição de carregamentos.

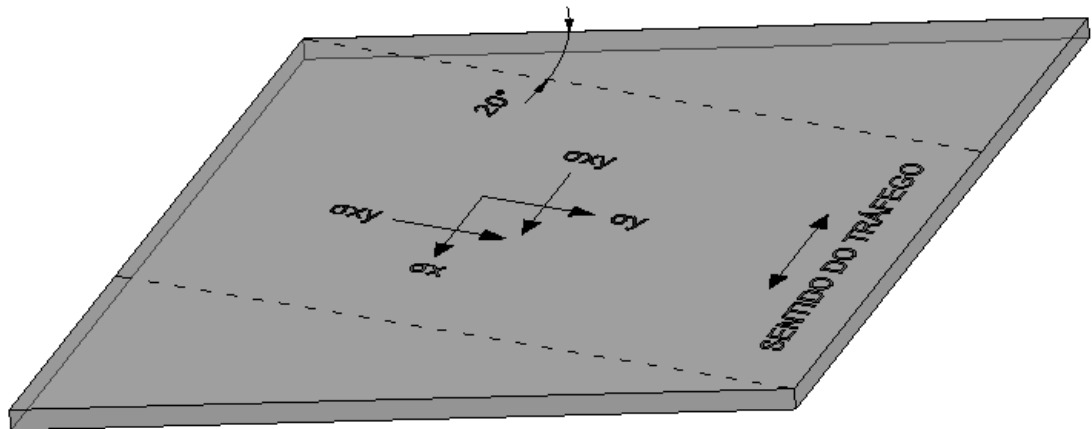
Por meio de funções lógicas do programa Python, foi possível iterar diferentes informações com facilidade e agilidade. Foram criados alguns roteiros-base diferentes, como para lajes retas, lajes esconsas, e lajes com suporte parcial de solo. Foram, ainda, elaborados sub-rotinas de programação para a execução de funções que demandam mais tempo, como a submissão do modelo para análise e a extração de resultados dos relatórios do Abaqus CAE.

Os resultados extraídos foram inseridos em um arquivo do tipo texto (extensão tipo .txt) para facilitar a transmissão de informações a planilhas em Excel. Para todas as estruturas analisadas, foram extraídos:

- Dados básicos de geometria, rigidez das molas de apoio e posição do veículo-tipo de carregamento;
- Tensões máximas e mínimas nas armaduras principal e secundária;
- Tensões principais máximas e mínimas no sólido da laje;
- Máximo deslocamento vertical nas armaduras e na laje;
- Máximo dano à compressão na laje;
- Máxima deformação plástica na laje.

No entanto, em lajes esconsas pode haver aparecimento de tensões diferenciadas, na medida em que podem aparecer momentos volventes significativos. Por esse motivo, em lajes esconsas foram extraídos também as tensões σ_x , σ_y e σ_{xy} , conforme ilustra a Figura 30.

Figura 30 – Ilustração de algumas das tensões extraídas em lajes esconsas



Fonte: A autora

5. RESULTADOS DA ANÁLISE PARAMÉTRICA

As análises paramétricas foram divididas em três grandes grupos, sendo eles:

- Lajes retas 100% apoiadas;
- Lajes esconsas 100% apoiadas;
- Lajes retas com regiões de vazios sob a laje (vide Figura 21).

Entendem-se por lajes retas 100% apoiadas aquelas que têm um ângulo de esconsidade igual a 0° e na qual toda a sua face inferior está em contato com o maciço de solo. De maneira semelhante, lajes esconsas 100% apoiadas são aquelas que têm toda sua face inferior em contato com o solo, porém, para as quais a esconsidade pode ter ângulo diferente de 0° . Por fim, lajes retas com regiões de vazios sob a laje são aquelas com ângulo de esconsidade igual a 0° , mas que têm diferentes condições de vinculação, vide Figura 21.

Para cada um destes três grupos, foi criada uma rotina específica no programa Python, a fim de organizar os conjuntos de dados. As tabelas a seguir quantificam os modelos avaliados para cada grupo de análise, sendo que para cada comprimento de laje foram analisadas, por exemplo, até 5 espessuras ou 7 rigidezes de solo (detalhados na Figura 31). Cada valor nestas tabelas exprime a quantidade de variáveis analisadas, e o total parcial diz respeito ao produto dos valores de cada linha.

Tabela 15 - Total de modelos avaliados para lajes retas 100% apoiadas

Lajes retas 100% apoiadas					
Comprimento	Espessuras	Materiais	Rigidezes do solo	Posições de carregamentos	Total Parcial
3,0 m	5	5	7	4	700
4,0 m	5	5	7	4	700
5,0 m	5	5	7	2	350
6,0 m	5	5	7	3	525
8,0 m	5	5	7	3	525
10,0 m	5	5	7	3	525
Total acumulado					3.325

Fonte: A autora

Tabela 16 - Total de modelos avaliados para lajes esconsas 100% apoiadas

Lajes esconsas 100% apoiadas						
Comprimento	Espessuras	Materiais	Esconsidades	Rigidezes do solo	Posições de carregamentos	Total Parcial
3,0 m	5	1	5	7	2	350
4,0 m	5	1	5	7	2	350
5,0 m	5	1	5	7	2	350
6,0 m	5	1	5	7	2	350
8,0 m	5	1	5	7	2	350
10,0 m	5	1	5	7	2	350
Total acumulado						2.100

Fonte: A autora

Tabela 17 - Total de modelos avaliados para lajes retas com regiões de vazios

Lajes retas com regiões de vazios sob a laje						
Comprimento	Espessuras	Materiais	Rigidezes do solo	Posições de carregamentos	Percentual de vazios	Total Parcial
3,0 m	5	1	3	2	2	60
4,0 m	5	1	3	2	4	120
5,0 m	4	1	3	2	4	96
6,0 m	4	1	3	2	4	96
8,0 m	2	1	3	2	4	48
10,0 m	2	1	3	2	4	48
Total acumulado						468

Fonte: A autora

Foram analisadas no total 5.893 estruturas, as quais iteraram sobre os parâmetros ilustrados na Figura 31.

Frente ao volume de dados obtidos, em determinados momentos da compilação de resultados foi necessário escolher valores a manter como fixos. Isso foi feito baseando-se nas seguintes premissas:

Para a resistência do concreto, foi utilizado o prescrito no manual de projetos de obras de arte especiais do DER (DER, 1996) aonde peças estruturais em concreto armado devem ser projetadas com concreto de classe C25.

Para a espessura e comprimento da laje, foram utilizadas as medidas de 25,0 cm e 4,0 m, respectivamente, por se tratarem das dimensões presentes nos projetos padrões do DER-SP (DER-SP, 2005).

Para a rigidez do solo de apoio, foi utilizado o valor de 100 MPa/m, já que os manuais nacionais preveem padrões estritos de compactação e umidade do solo no momento da execução dos aterros de apoio da estrutura.

Figura 31 – Resumo geral dos modelos avaliados

Comprimento (m)	Espessura (m)	Material	Rigidez do solo (MPa/m)	Esconsidade	Percentual de vazios	Posição do veículo
3,0	0,20	C25	10	0°	0%	4 ou 6 rodas
4,0	0,25	C30	20	10°	33%	
5,0	0,30	C35	30	20°	50%	Faixa lateral ou central
6,0	0,35	C40	40	30°	66%	
8,0	0,40	C45	60	40°	“Total”	Próximo à ponte ou distante dela
10,0			80	50°		
			100			

Fonte: A autora

5.1. Lajes retas 100% apoiadas

Nesta etapa, serão avaliados os efeitos de quatro variáveis principais sobre o comportamento das lajes de aproximação retas com toda sua face inferior apoiadas sob o maciço de solo:

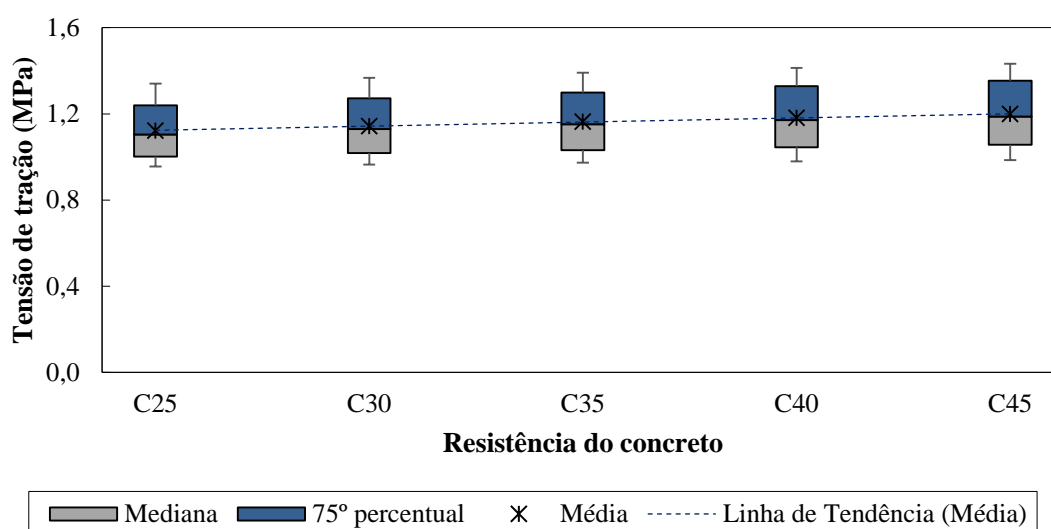
- Resistência do concreto ou f_{ck}
- Espessura da laje
- Rigidez do solo de apoio
- Comprimento total da laje

5.1.1. Resistência do concreto ou f_{ck}

A variação da resistência do concreto armado com o qual foi moldada a laje foi analisada sob os aspectos de evolução das tensões máximas de tração e da evolução do máximo deslocamento na laje, conforme exibido nos gráficos a seguir. Foram mantidos constantes a espessura da laje, como 25,0 cm, e a rigidez do solo de apoio, como 100 MPa/m.

Para séries de dados com grande quantidade de resultados, os gráficos serão exibidos nos moldes *box and whiskers*, elaborados a partir de dados estatísticos para melhor visualização das informações obtidas. Este tipo de gráfico exibe um resumo de 6 valores importantes: as linhas verticais e seus limites representam os valores dos resultados máximos e mínimos da série de dados em questão. As linhas que delimitam o retângulo central representam, em ordem crescente, o 25º percentil, a mediana, e o 75º percentil. Finalmente, o sexto valor apresentado no gráfico é a média, a qual foi plotada com um símbolo de asterisco.

Figura 32 - Variação das tensões de tração com o aumento da resistência do concreto



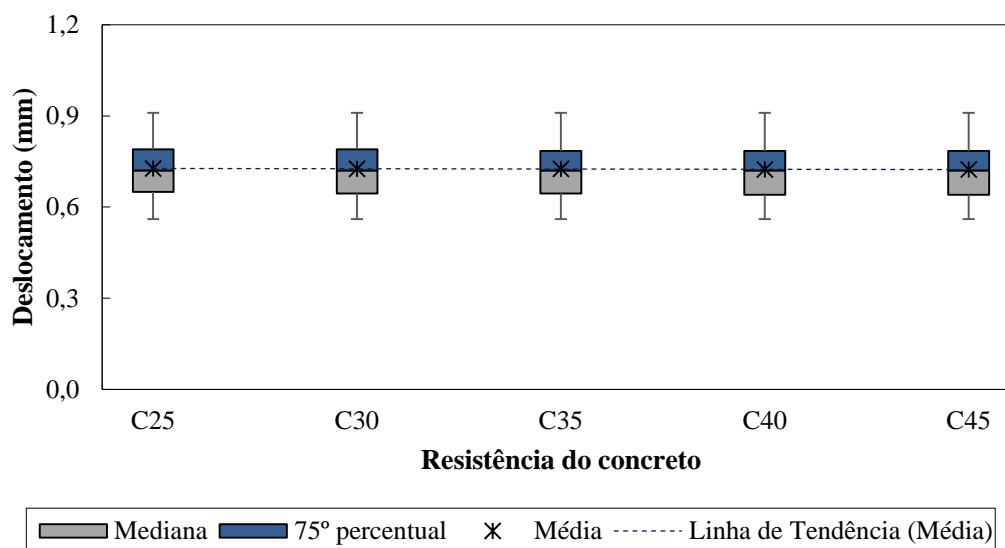
Fonte: A autora

Como se pode perceber da Figura 32, as médias de tensões máximas de tração na laje aumentam em proporção linear de acordo com o aumento da resistência do concreto usado. Percebe-se, também, que a mediana está centrada na nuvem de pontos avaliada, o que demonstra uma dispersão uniforme de valores.

O aumento de tensões mostra que a adoção de concretos de maior resistência para a moldagem da laje de aproximação pode ser uma alternativa a alterações de geometria para melhorar seu desempenho estrutural. Como as tensões máximas de tração aumentam, aumentam também as tensões necessárias para o aparecimento de fissuras e de dano na laje.

Além disso, através da análise da Figura 33, pode-se perceber que a evolução dos deslocamentos máximos na laje com o aumento da resistência do concreto é praticamente insignificante, ou seja, aumentar a resistência do concreto como medida mitigadora dos grandes gradientes em entrada e saída de pontes não é uma solução satisfatória.

Figura 33 - Variação dos deslocamentos máximos com o aumento da resistência do concreto



Fonte: A autora

Os resultados aqui obtidos corroboram com o que foi descrito por Nassif (2002), aonde constatou-se de que o aumento da resistência do concreto eleva a capacidade de resistência da laje. Em contrapartida, o aumento da resistência do concreto acarreta diretamente no aumento do custo total da estrutura, como se pode perceber através da tabela de preços unitários publicada pelo DER-SP (2018), resumida na Tabela 18.

Tabela 18 – Preços unitários do concreto segundo o DER-SP

Material	Preço (R\$/m ³)
Concreto f_{ck} 25 MPa	531,95
Concreto f_{ck} 30 MPa	547,34
Concreto f_{ck} 35 MPa	556,86
Concreto f_{ck} 40 MPa	584,24
Concreto f_{ck} 45 MPa	644,99

Fonte: Adaptado de DER-SP (2018)

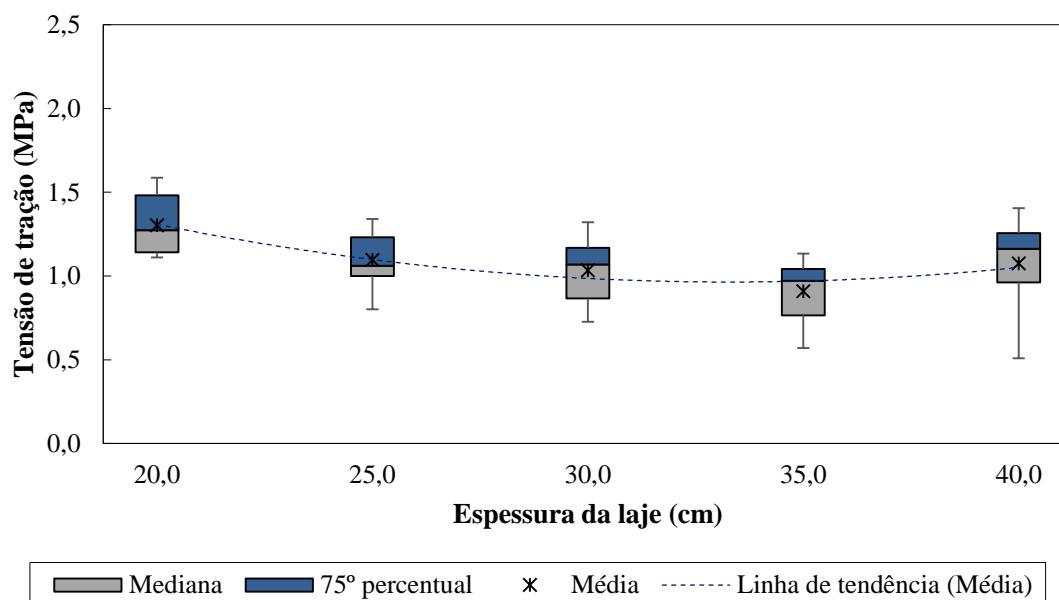
A tabela de preços unitários publicada pelo DER é uma tabela usualmente empregada para orçamentos de obras na área de transportes, com referências médias de preços de mercado, atualizada trimestralmente. Conforme ilustra a Tabela 18, o aumento do custo ao adotar um concreto de classe C45 pode representar um incremento de 21% quando o comparamos ao concreto de classe C25. Dado que muitas das estruturas no Brasil sequer possuem lajes de

transição devido ao custo que estas podem representar em uma obra de arte, usar concretos de classe mais alta como recomendações de projeto no país se torna um empecilho ainda maior para que estas estruturas sejam adotadas de forma unânime.

5.1.2. Espessura da laje

Foram mantidos constantes a resistência do concreto, como 25 MPa, e a rigidez do solo de apoio, como 100 MPa/m. A espessura da laje foi variada de 20,0 a 40,0 centímetros, o que forneceu os seguintes resultados:

Figura 34 - Variação das tensões de tração com o aumento da espessura



Fonte: A autora

Primeiramente, pode-se notar que a distribuição de dados para a avaliação de espessuras não foi uniforme como na avaliação dos efeitos da resistência do concreto, uma vez que a mediana não está centrada nos *boxplots*, como foi o caso anterior. Da mesma forma, houve maior variação entre os valores máximos e mínimos dentro de cada espessura avaliada. O comportamento apresentado pelo gráfico da Figura 34 foi diferente do esperado, pois a expectativa era de que o aumento da espessura provocasse um aumento das tensões máximas na laje devido ao aumento de rigidez da seção transversal. No entanto, os resultados apresentaram uma curva atípica, aonde as tensões de tração diminuem conforme aumenta a espessura da laje. Por outro lado, a partir de certa espessura, a média de tensões na laje passa a aumentar de acordo com o aumento da espessura.

Este comportamento pode ser atribuído aos efeitos de dois fatores: a rigidez da estrutura e o aumento do carregamento sobre a mesma. Isso significa que, conforme é aumentada a espessura da estrutura, aumenta também sua rigidez, o que altera o comportamento no que diz respeito às suas tensões e deslocamentos. Em contraponto, a espessura também tem grande influência sobre o carregamento de peso próprio, ou seja, quanto maior a espessura, maiores os carregamentos distribuídos na laje.

Entende-se que, em lajes com pequena espessura, o ganho de rigidez torna-se desproporcional ao aumento de carregamento de peso próprio. O ganho de rigidez vence o aumento de tensões provocadas pelos carregamentos, e as tensões de tração máximas na laje diminuem. A partir de um determinado ponto, o ganho de rigidez não é mais significativo para a peça estrutural, e a variável de maior peso tende para o aumento de carregamento, o qual tem maior influência sobre o comportamento estrutural. Por este motivo, a partir dos 35,0 centímetros de espessura de laje, o carregamento torna-se tão grande que aumentam as tensões de tração máximas na estrutura.

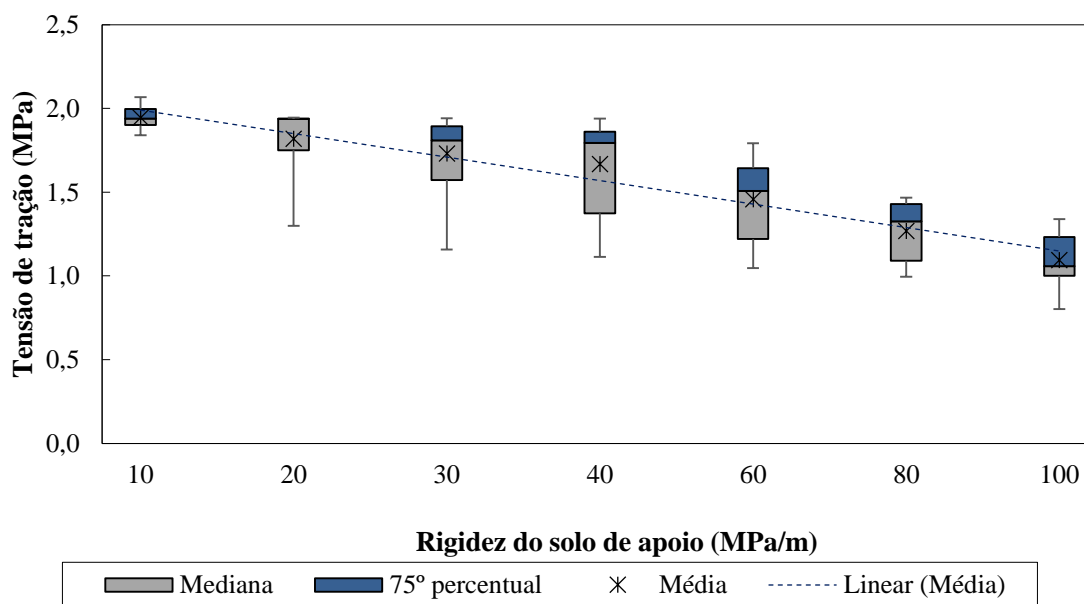
Em lajes de grande comprimento, conforme ilustrado na Figura 11, Nassif (2002) percebeu uma queda nas tensões máximas da laje de acordo com o aumento da espessura. No entanto, deve-se ressaltar a diferença de geometria estudada, dado que a variação de espessura por si só no trabalho de Nassif (2002) foi de 45,7 a 53,3 centímetros.

5.1.3. Rigidez do solo de apoio

Foram mantidos constantes a resistência do concreto, como 25 MPa, e a espessura da laje, como 25,0 cm. A rigidez do solo de apoio foi variada de 10 a 100 MPa/m, e avaliada sob os aspectos das tensões máximas de tração na laje e os deslocamentos máximos. Os gráficos obtidos são apresentados a seguir.

Como se pode notar através da Figura 35, conforme aumenta a rigidez do solo, diminuem as tensões máximas de tração na laje. Este resultado é intuitivo, uma vez que quanto mais rígidos forem os apoios da estrutura, menores serão suas deformações e, portanto, suas tensões internas. Deve-se atentar, no entanto, ao fato de que a posição do veículo sobre a laje teve grande influência sobre os resultados, uma vez que há alta dispersão dos dados do gráfico, ilustrados pelas diferentes posições da mediana e diferentes tamanhos de *boxplots*, o que mostra a baixa concentração de resultados no entorno desta mediana.

Figura 35 - Variação das tensões de tração com o aumento da rigidez do solo



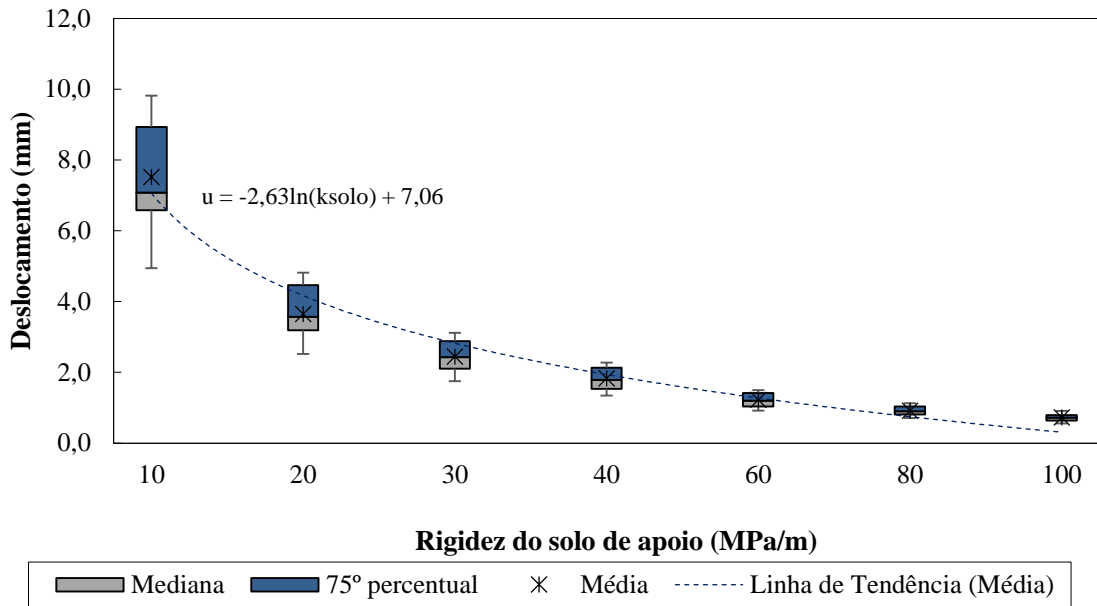
Fonte: A autora

Ao passo que veículos posicionados próximos à vinculação entre a laje de aproximação e a superestrutura da ponte causaram as maiores tensões de tração, veículos posicionados mais distantes da junta causaram as maiores deformações nas bordas livres.

Mais uma vez, a interpretação da Figura 36 fornece resultados compreensíveis, uma vez que, quanto maior a rigidez do solo de apoio, menores os deslocamentos máximos na estrutura. O ponto de interesse a ser discutido é que a relação entre estes dois fatores é exponencial, e conforme se perde a rigidez estrutural do solo os deslocamentos máximos aumentam significativamente. Além disso, conforme a rigidez do solo aumenta, há uma concentração de resultados muito maior no entorno de sua média. Do ponto de vista do conforto do usuário ao trafegar pela via, percebe-se a enorme importância dos bons parâmetros de compactação do solo do aterro, uma vez que maus parâmetros de compactação irão gerar maiores solavancos em entradas e saídas de pontes.

Estes resultados são corroborados por Seo (2003) e Ma (2011), aonde os autores também concluíram que o aumento da rigidez do solo de apoio influencia significativamente as tensões e deslocamentos nas lajes de aproximação, numa relação inversamente proporcional.

Figura 36 - Variação dos deslocamentos máximos com o aumento da rigidez do solo



Fonte: A autora

Dos resultados encontrados, pode-se propor uma curva logarítmica para estimar o deslocamento (u , em milímetros) a partir da rigidez do solo (k_{solo} , em MPa/m), regida por:

$$u = -2,63 \ln(k_{solo}) + 7,06 \quad \text{Eq. 17}$$

5.1.4. Comprimento da laje de transição

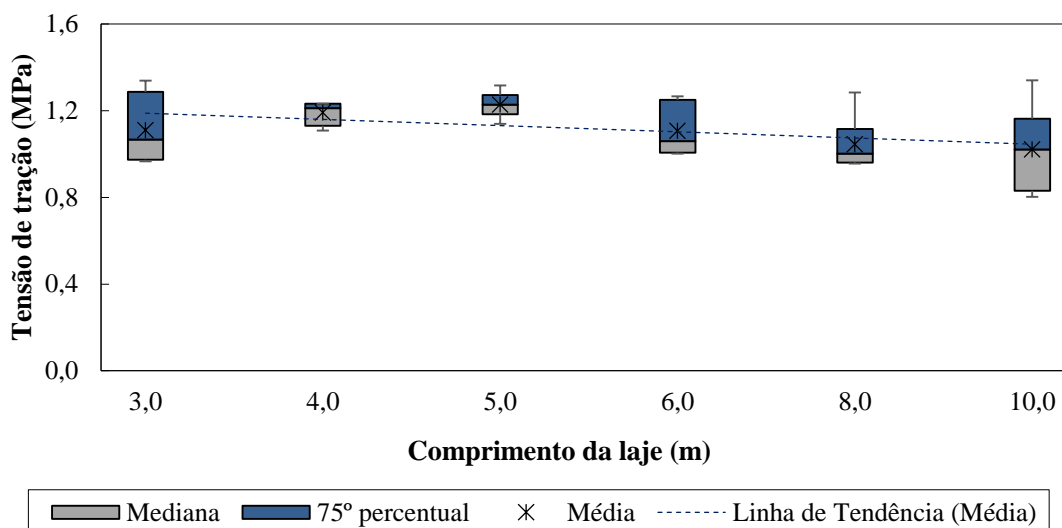
Para a análise da influência do comprimento da laje de transição sobre os resultados, foram mantidos constantes a espessura da laje, como 25,0 cm, a rigidez do solo de apoio, como 100 MPa/m, e a resistência do concreto, como 25 MPa.

Através da análise das figuras seguintes, pode-se concluir que o comprimento da laje de transição pouco influencia os resultados quando esta está totalmente apoiada sobre o aterro de solo. Quando utilizado um parâmetro de rigidez do solo menor, como 20 MPa/m, novamente os resultados giram em torno de uma média, porém com maior desvio padrão, e não permitem uma conclusão concreta sobre os efeitos do comprimento da laje sobre a resposta estrutural.

Para todos os comprimentos de laje, os máximos deslocamentos ocorreram nos cantos opostos à junta de dilatação da ponte, para condições de veículo tipo nesta mesma extremidade. Para outras posições de veículo tipo, por exemplo centralizado na laje de aproximação, os

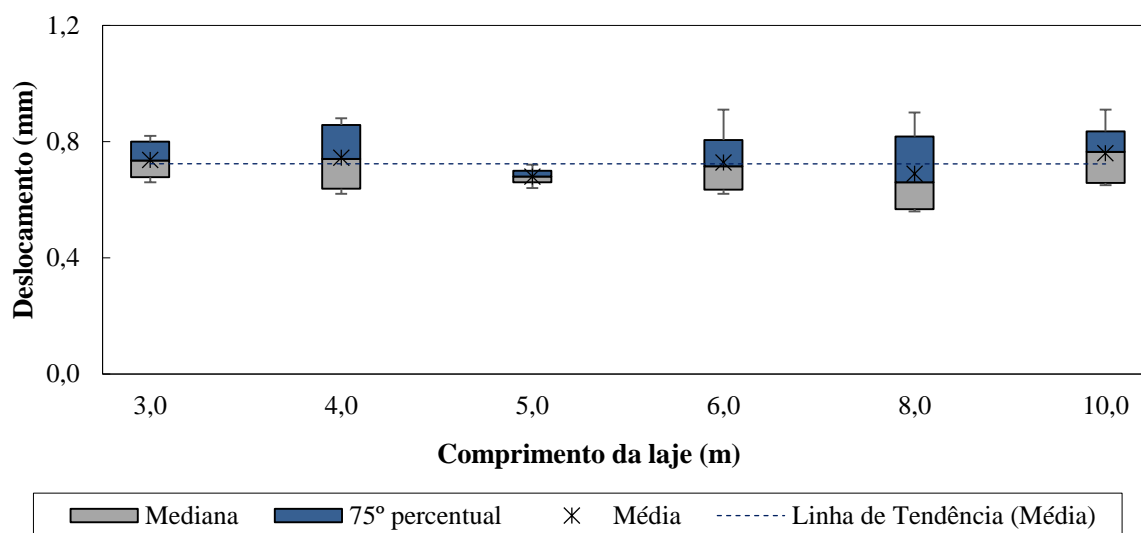
deslocamentos máximos ocorreram abaixo do carregamento, porém foram sempre menores que os máximos gerais a uma média de 12%.

Figura 37 - Variação das tensões de tração com o aumento do comprimento



Fonte: A autora

Figura 38 - Variação dos deslocamentos máximos com o aumento do comprimento



Fonte: A autora

Em configurações de lajes de aproximação com o uso de lajes dormentes (Figura 9), Seo (2003) comenta que o comprimento da laje influencia muito as respostas estruturais. Como antes mencionado, lajes dormentes são estruturas adicionais que se situam ao final da laje de aproximação, podem ter dimensões diversas, e sua função é de prover rigidez e suporte

adicional na interface de apoio entre a laje e o solo ao final de seu comprimento. Isso significa que, no estudo conduzido por Seo (2003), concluiu-se que a existência de lajes dormentes tem grande influência sobre a resposta estrutural obtida pelo autor.

5.1.5. Outros comentários sobre lajes retas 100% apoiadas

Caso seja avaliado o critério de gradiente máximo admissível para conforto do usuário sobre a via, ou seja, avaliando um gradiente limite de 1/125, nenhum dos modelos avaliados nesta seção excedeu o limite permitido. Os deslocamentos máximos nas lajes não foram grandes o suficiente para exceder este critério de gradiente limite.

Por outro lado, mais de 50 modelos apresentaram parâmetro de dano na compressão acima de 1%, e se for considerada como tensão limite a resistência à tração proposto pela ABNT:NBR 6118:2014 o limite inferior característico previsto, ou $f_{ctk,inf}$, é dado por:

$$f_{ctk,inf} = 0,21 * f_{ck}^{2/3} \quad \text{Eq. 18}$$

Esta tensão limite será utilizada para a comparação de tensões de tração máximas encontradas nas modelagens como tensão admissível.

Dentre os modelos rodados para a situação de lajes retas 100% apoiadas pelo aterro, mais de 300 modelos apresentaram tensões no concreto acima deste limite previsto em norma, a grande maioria deles com rigidez do solo de apoio baixa, com 10 ou 20 MPa/m. Esta quantidade representa pouco mais de 9,0% do total de modelos rodados para este bloco de análise.

Perante estes resultados, pode-se argumentar que, mesmo lajes que não apresentem grandes deslocamentos a ponto de prejudicar o conforto do usuário podem possuir problemas ocultos. No momento em que uma laje de transição chega ao limite de conforto do usuário, a mesma pode ter um histórico de deformações plásticas, danos e fissuras diversas. Uma vez que a estrutura está envolvida pelo solo, a aparição e alargamento de fissuras não é detectado, e a oxidação da armadura pode ocorrer em ritmo acelerado sem o conhecimento dos responsáveis pela sua manutenção.

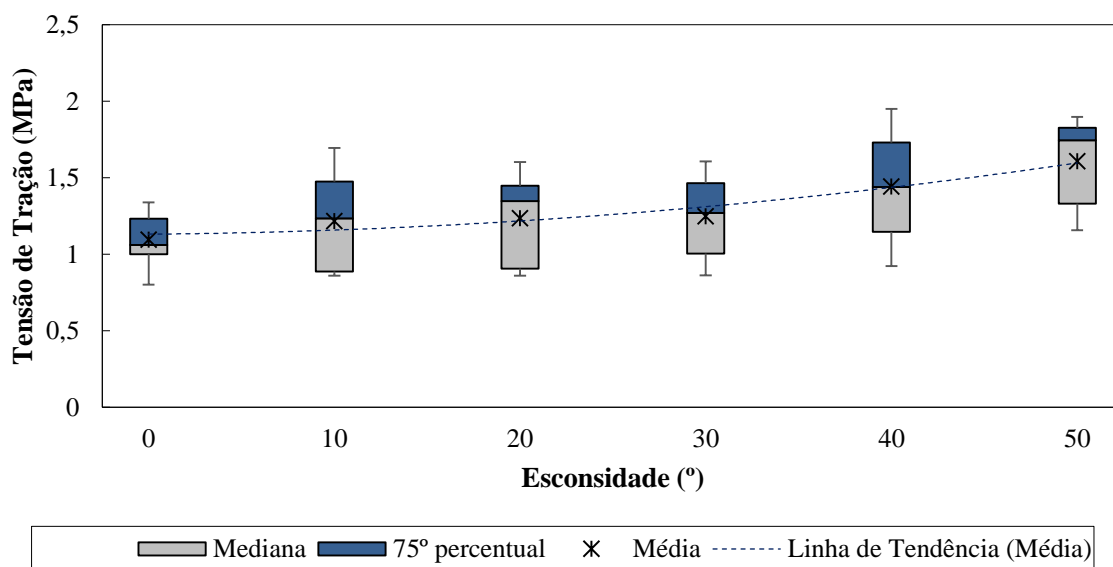
5.2. Lajes esconsas 100% apoiadas

Entendem-se por lajes esconsas 100% apoiadas aquelas que têm um ângulo de esconsidade maior que 0° e na qual toda a sua face inferior está em contato com o maciço de solo.

Nesta etapa, serão avaliados os efeitos da variação da esconsidade sobre os resultados obtidos. Vale ressaltar que, de maneira geral, os resultados para variação da espessura e rigidez do solo forneceram resultados similares àqueles para lajes retas 100% apoiadas, e por este motivo não serão exibidos aqui novamente.

Os resultados exibidos a seguir tiveram como parâmetros fixos o material da laje, como concreto de classe C25, a espessura da laje, como 25,0 centímetros, e a rigidez do solo, como 100 MPa/m.

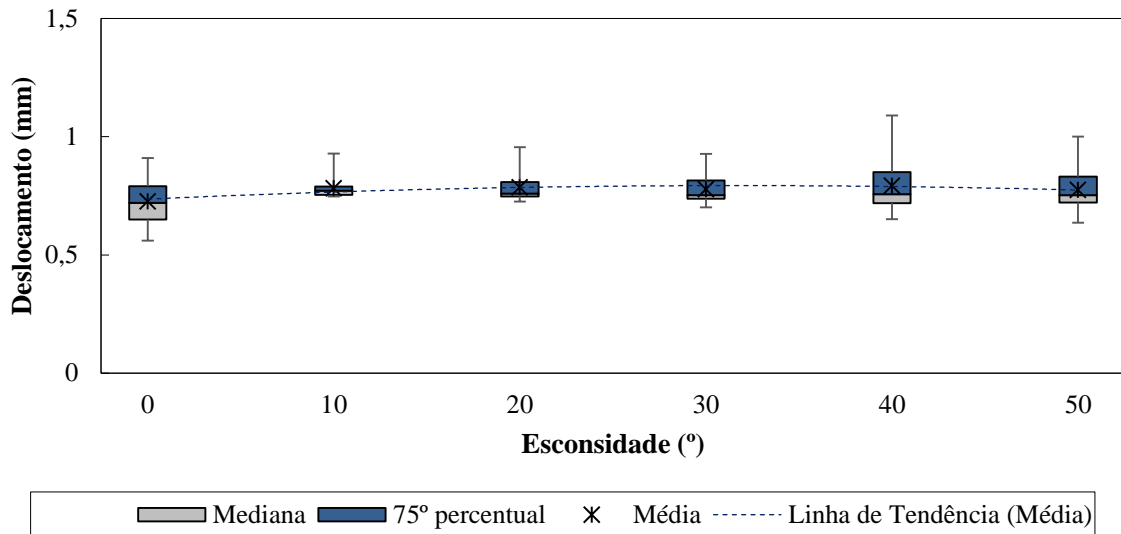
Figura 39 - Variação das tensões de tração com a esconsidade



Fonte: A autora

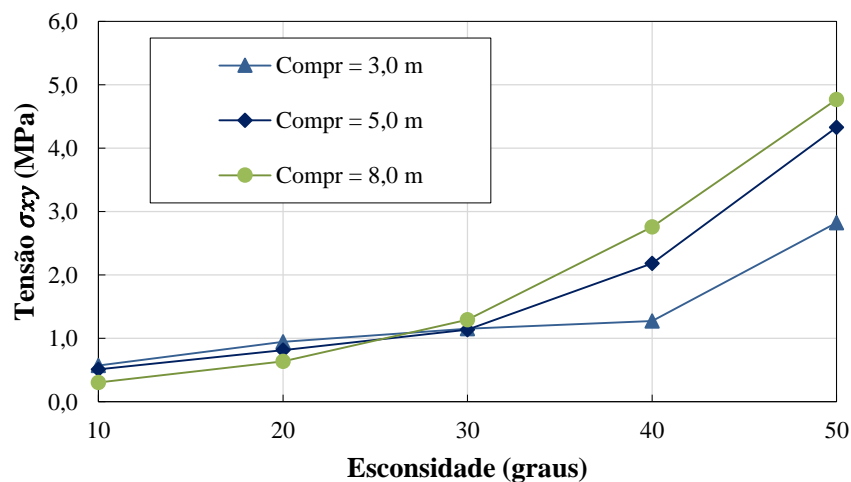
Como se pode perceber através da análise dos resultados apresentados nas Figuras 39 e 40, o aumento da esconsidade acarreta em suave aumento das tensões máximas de tração na laje, enquanto possui pequena influência sobre o deslocamento máximo, uma vez que a discrepância entre as médias foi inferior a 10%. O suave aumento das tensões principais na laje de aproximação com a esconsidade foi também observado nas análises de Nassif (2002).

Figura 40 - Variação dos deslocamentos máximos com a esconsidade



Fonte: A autora

Mas, afinal, a intenção de estudar lajes esconsas era avaliar a evolução das tensões na direção xy , ou, como chamadas pelo programa Abaqus CAE, tensões S13. As tensões na direção xy são causadoras de torção na seção transversal, as quais desviam as direções das tensões principais nos cantos da laje em estudo. Em lajes retas, a atuação de tensões σ_{xy} nos cantos é insignificante, e não é considerada para cálculo de armaduras no concreto para a grande maioria dos casos. Já em lajes esconsas, a atuação de tensões diferenciais pode, inclusive, aumentar a taxa de armadura em determinadas regiões da laje.

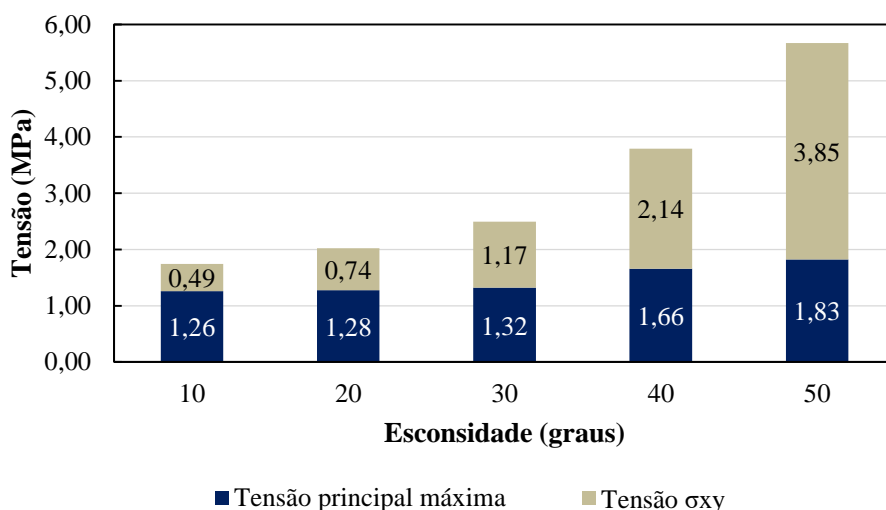
Figura 41 - Variação das tensões σ_{xy} na laje com a esconsidade

Fonte: A autora

A Figura 41 exibe a evolução das tensões σ_{xy} em lajes de aproximação de pontes para três comprimentos de laje diferentes. Da interpretação da figura, pode-se concluir que as tensões σ_{xy} aumentam conforme aumenta a esconsidade da estrutura. Além disso, a relação é exponencial, e proporcional ao comprimento da laje em estudo, onde seu aumento acarreta uma inclinação maior da curva de tensões.

Outro ponto de interesse é que, as tensões σ_{xy} se tornam tão altas que, a partir de certo ponto, são maiores que as tensões principais máximas na seção. A Figura 42 apresenta que, a partir de uma esconsidade de 40°, as tensões σ_{xy} superam as tensões principais. Lin e Yoda (2017) sugerem que as tensões provenientes de momentos volventes devem ser levadas em considerações no cálculo estrutural caso a esconsidade seja igual ou maior que 30°.

Figura 42 - Proporção das tensões na laje com a esconsidade



Fonte: A autora

5.3. Lajes retas com regiões de vazios sob a laje

Entendem-se por lajes retas com vazios aquelas que têm um ângulo de esconsidade igual a 0° e na qual apenas uma porção da sua face inferior está em contato com o maciço de solo, conforme ilustrado na Figura 21.

5.3.1. Ilustração dos resultados obtidos

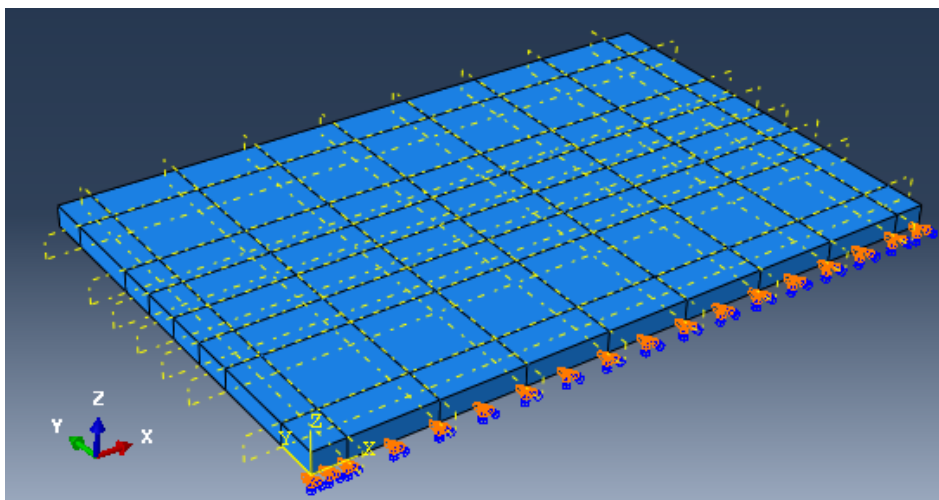
Com o intuito de ilustrar os resultados obtidos para esta seção do trabalho, será inserida uma sequência de figuras extraídas do programa Abaqus CAE antes e após o processamento

estrutural. O modelo a ser exibido trata de uma laje de 5,0 m de comprimento e 0,25 m de espessura, composta de concreto classe C25.

A condição de apoio é para 50% de perda de solo, e o carregamento foi aplicado para a condição de veículo tipo trafegando na faixa lateral, com carga distribuída de multidão em todo o restante da área da laje.

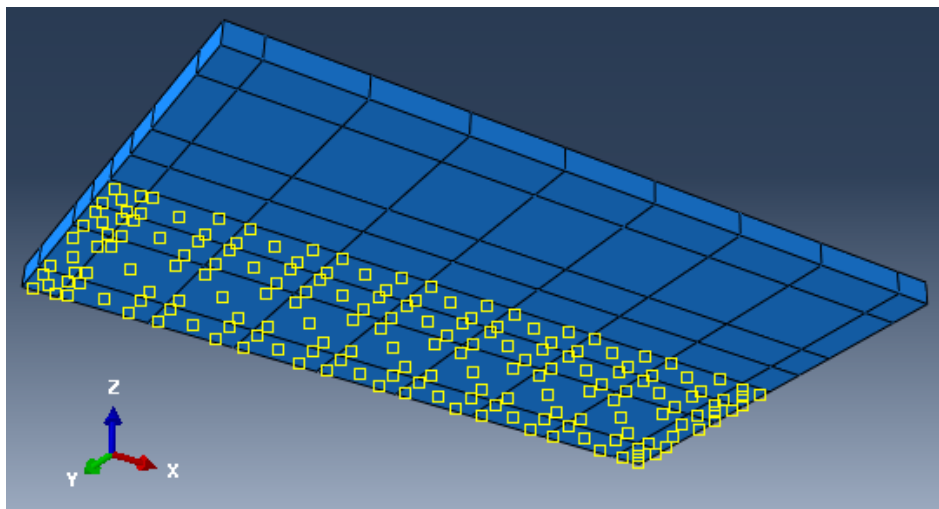
Optou-se por apresentar este modelo em específico pois trata-se de um modelo que possui uma formação de fissuras distinta, como se pode observar da Figura 48.

Figura 43 – Geometria da laje avaliada



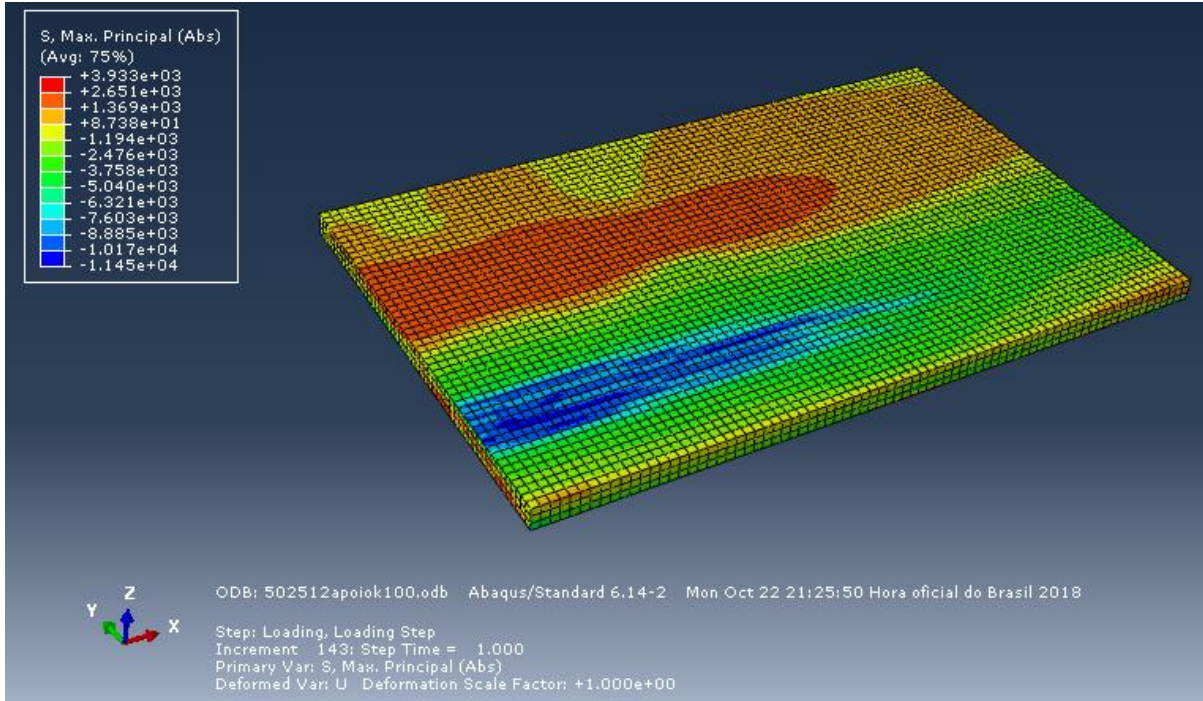
Fonte: A autora

Figura 44 – Vista da face inferior da condição de vinculação da laje (a região com quadrados representa a área com aplicação de molas de contato com o solo)



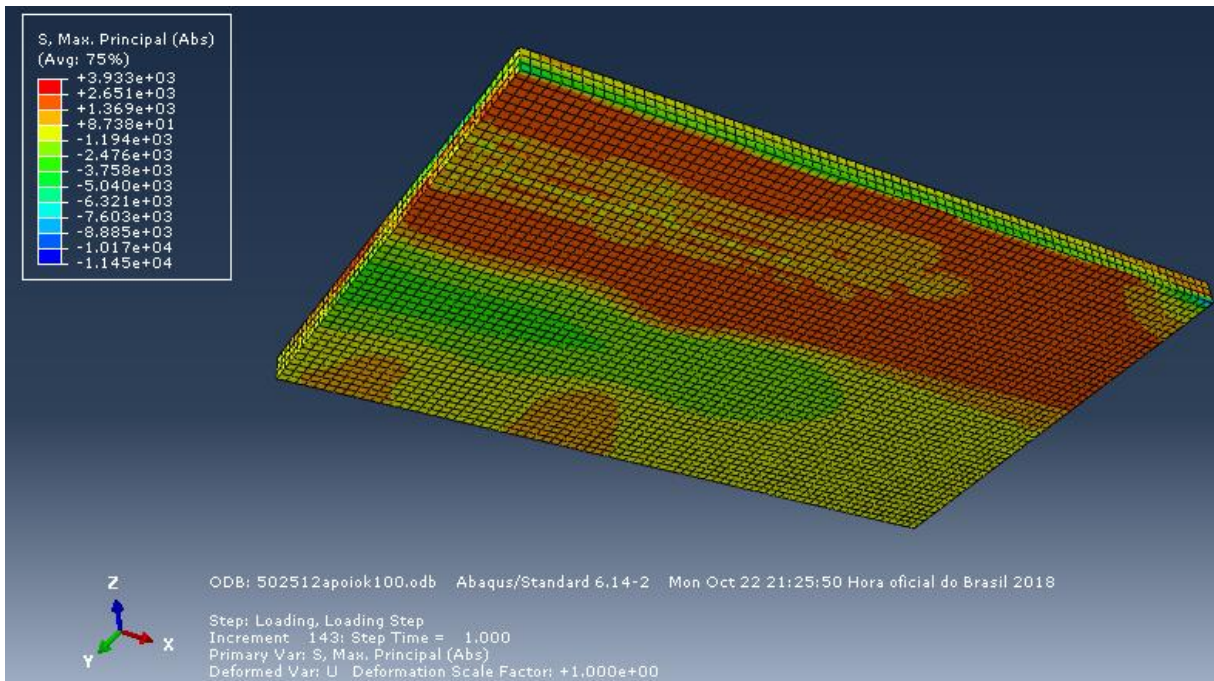
Fonte: A autora

Figura 45 – Vista da face superior da laje com as tensões máximas absolutas (kN/m²)



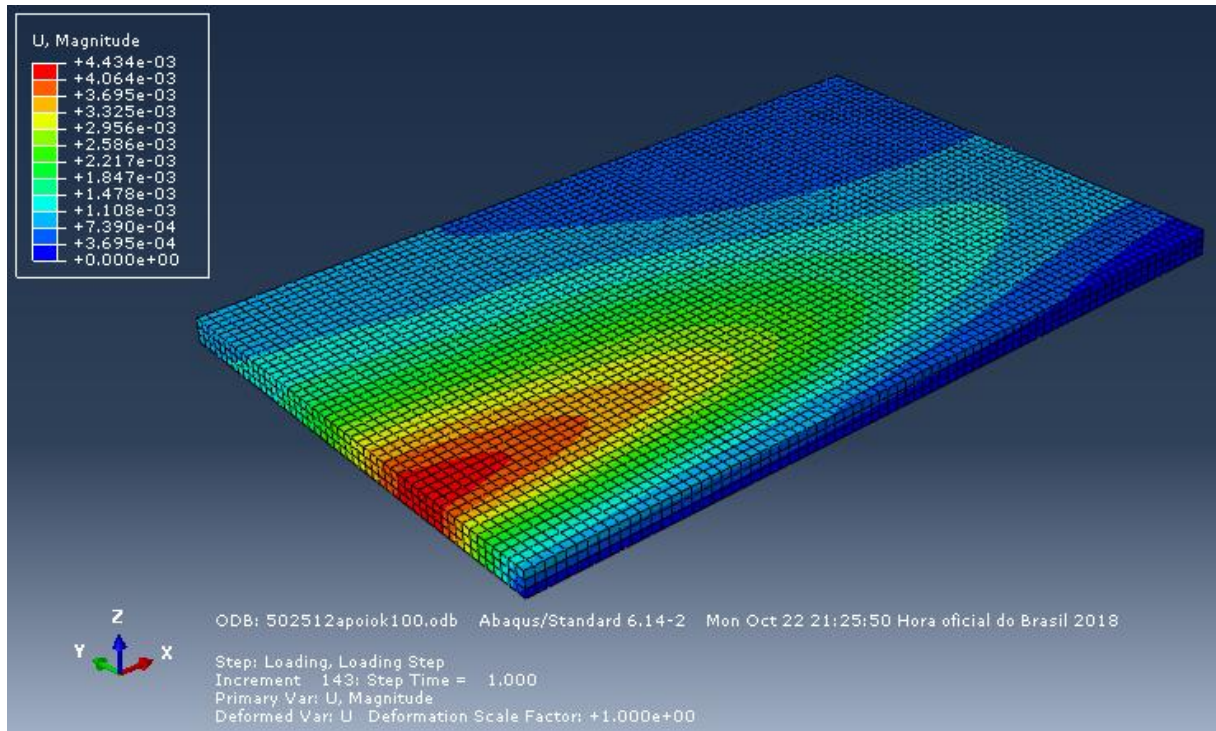
Fonte: A autora

Figura 46 – Vista da face inferior da laje com as tensões máximas absolutas (kN/m²)



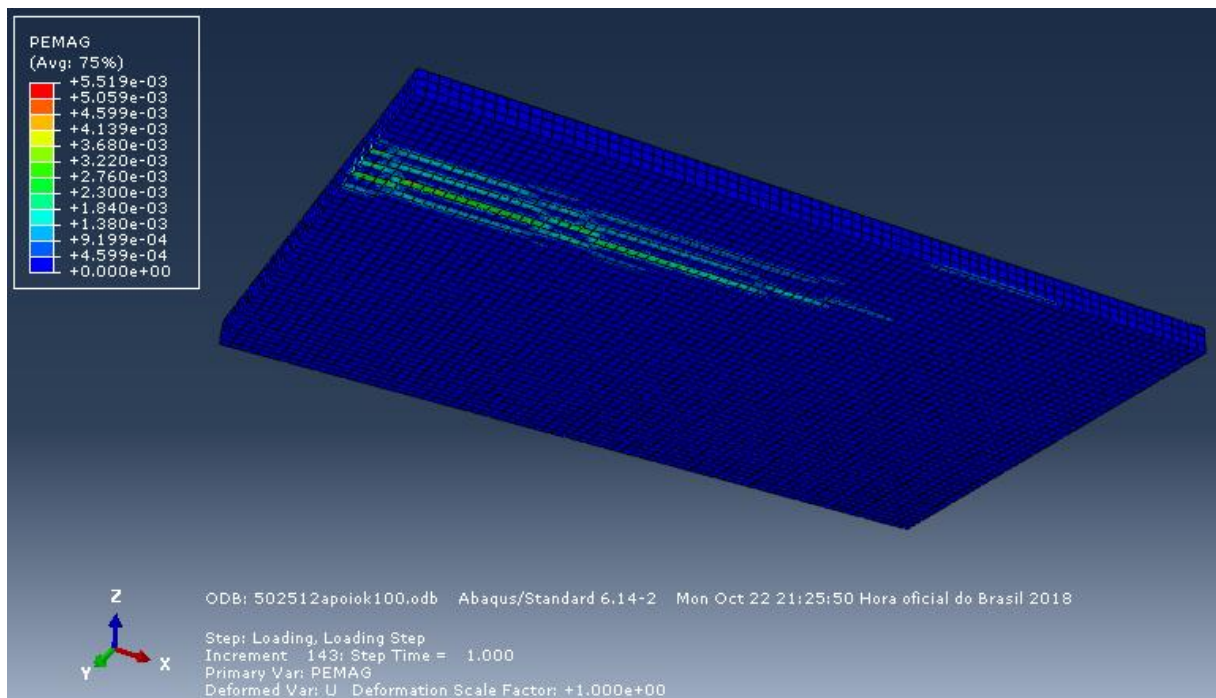
Fonte: A autora

Figura 47 – Deslocamentos máximos (metros)



Fonte: A autora

Figura 48 – Magnitude de deformações plásticas na face inferior



Fonte: A autora

Pela análise das figuras anteriores, pode-se perceber grande diferença entre a distribuição de tensões na laje para a região apoiada em solo elástico e aquela sem apoio. Através das Figuras 45 e 46, nota-se uma distribuição de tensões suave na região apoiada no solo, e uma distribuição de tensões mais brusca e heterogênea para a região sem suporte. Além disso, pode-se perceber que as tensões máximas estão voltadas para a faixa lateral da laje, pois o veículo tipo normativo foi situado nesta área.

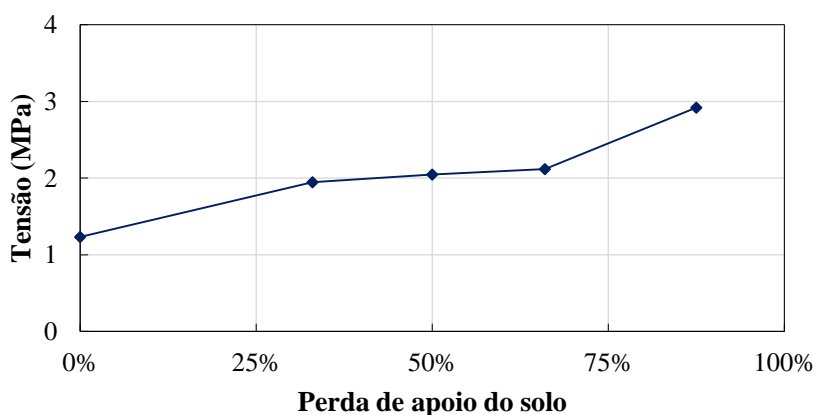
Já da Figura 47 pode-se visualizar uma região de deslocamentos máximos correspondente à região sem suporte de solo, com o pico de valores girando em torno do meio do vão livre. Nesta mesma área, é possível notar o aparecimento de deformações plásticas na região inferior da laje (Figura 48).

Como comentado na seção 5.1.5, certas lajes podem ter o aparecimento de fissuras sem antes excederem um gradiente limite permissível. A laje de 5,0 metros de comprimento aqui apresentada possui um gradiente de pouco menos de 1/250, muito menor que o gradiente proposto por Ha, Seo e Briaud (2002). Por outro lado, pode-se observar um padrão de fissuras em sua face inferior, o que pode acelerar a deterioração do concreto e de suas armaduras.

5.3.2. Influência da perda de apoio

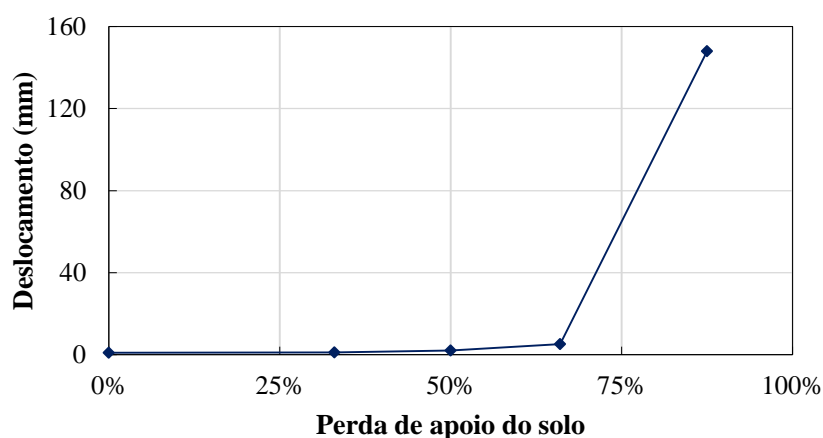
Para a análise da influência da perda de apoio de solo sobre os resultados, serão ilustrados os resultados para a laje padrão do estado de São Paulo, ou seja, uma laje com 4,0 metros de comprimento e 0,25 metros de espessura. Nesta avaliação, foi utilizada uma rigidez de solo de apoio igual a 100 MPa/m. Os resultados forneceram os seguintes gráficos:

Figura 49 - Evolução das tensões de tração máximas na laje com a perda de apoio de solo



Fonte: A autora

Figura 50 - Evolução dos deslocamentos máximos na laje com a perda de apoio de solo



Fonte: A autora

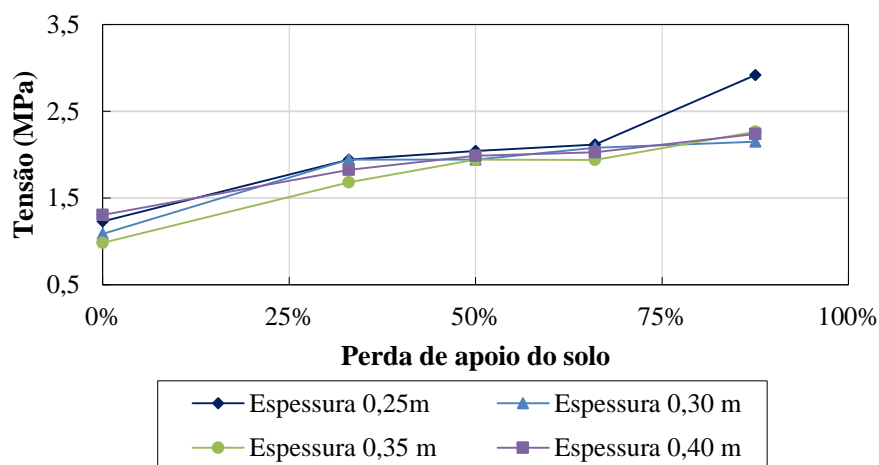
Como se pode analisar através das figuras anteriores, a perda de suporte de solo tem uma relação inversamente proporcional com as tensões e os deslocamentos máximos na laje. Isso significa que, conforme se perde apoio de solo, as tensões e deslocamentos aumentam. A evolução dos deslocamentos máximos com a perda de apoio de solo tem um salto dos resultados obtidos para 66% de perda de suporte e 88% de perda de suporte. Isso sugere que, a partir de certo ponto, os deslocamentos máximos na laje aumentam bruscamente.

O aumento de tensões e deslocamentos com a perda de suporte de solo foi também comprovada por Ma (2011), que avaliou não só o aumento da perda de suporte partindo do encontro da ponte, mas também a influência de perda de suporte em diferentes posições ao longo do comprimento da laje.

5.3.3. Influência da espessura da laje frente à perda de suporte de solo

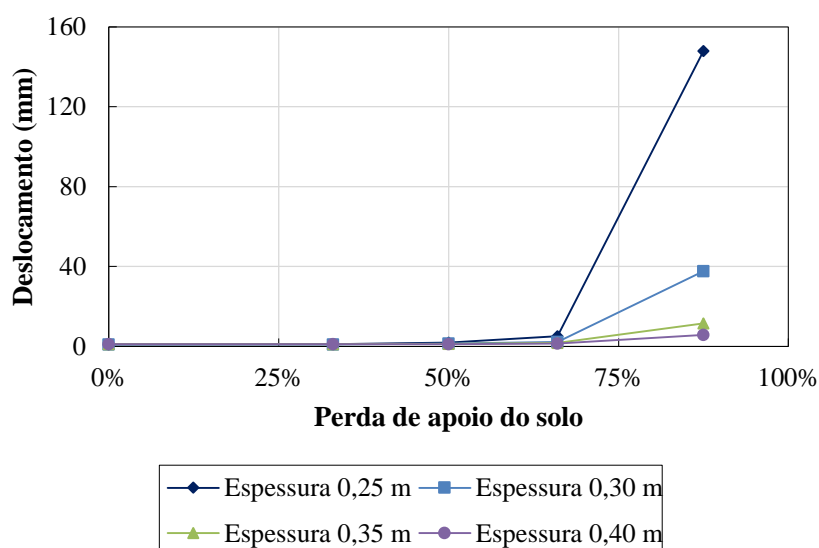
No tópico 5.1.2, concluiu-se que, a partir de certa espessura de laje, a diminuição das tensões devido ao aumento de rigidez deixa de ser significativa devido ao aumento da carga de peso próprio. Aqui, foram mantidos constantes apenas o comprimento da laje, como 4,0 metros, e a rigidez do solo de apoio, em 100 MPa/m. Frente à perda de suporte de solo, foram traçadas as seguintes figuras:

Figura 51 - Evolução das tensões de tração máximas com a perda de apoio de solo para lajes de diferentes espessuras



Fonte: A autora

Figura 52 - Evolução dos deslocamentos máximos com a perda de apoio de solo para lajes de diferentes espessuras



Fonte: A autora

Da Figura 51, pode-se inferir que a espessura da laje afeta pouco o aumento das tensões na mesma, à medida que as curvas caminham praticamente juntas. Já os efeitos da espessura sobre o deslocamento máximo são mais visíveis, já que através da Figura 52 pode-se notar a suavização das curvas de aumento do deslocamento. À medida que a espessura da laje aumenta, as curvas de deslocamento máximo são abatidas. Pode-se concluir que o ganho de rigidez da

laje com o aumento da espessura, o que influencia diretamente o momento de inércia da seção transversal, diminui muito os deslocamentos máximos na peça.

As lajes de 4,0 metros de comprimento com perda total de suporte de solo aqui analisadas só atendem aos requisitos de gradiente máximo para conforto do usuário na via com espessuras superiores a 0,30 m. Neste cálculo, foi considerado novamente o limite recomendado por Ha, Seo e Briaud (2002), que é de 1/125.

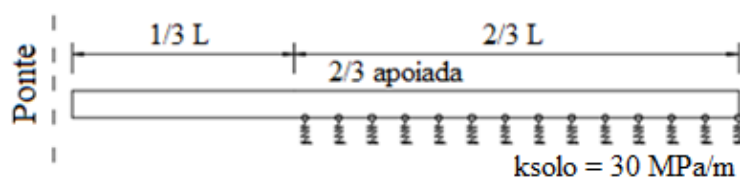
5.3.4. Influência da rigidez do solo de suporte frente à perda de apoio

Durante a avaliação dos resultados para lajes com perda de suporte de solo, notou-se que, para algumas posições de veículo, a competência do solo de suporte é mais importante que sua integridade. Isso significa que foram encontrados resultados equivalentes ou até mesmo melhores para lajes com maior perda de suporte e um solo mais competente, quando comparados a lajes com menor perda de suporte e solos menos competentes. Como discutido na seção 2.2, a competência do solo de aterro está relacionada a diversos fatores, como o grau de compactação do solo, os materiais predominantes no aterro, as condições de drenagem e a adoção de métodos de controle de erosão.

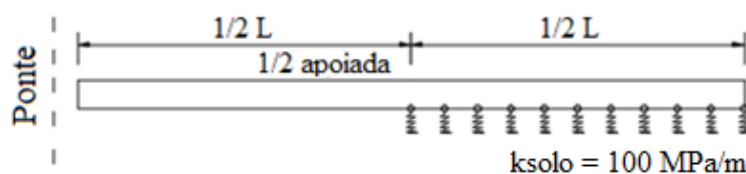
Para ilustrar os resultados obtidos, serão representadas algumas situações:

Figura 53 – Diferentes situações de perda de suporte de solo

Caso 1: Menor perda de suporte em solo menos competente



Caso 2: Maior perda de suporte em solo mais competente



Fonte: A autora

Para uma laje com comprimento de 4,0 metros e espessura de 0,25 metros, foram encontrados os seguintes resultados:

Tabela 19 – Resultados comparativos para a rigidez do solo frente à perda de suporte

Perda de apoio de solo	k_{solo} (MPa/m)	Tensão máxima (MPa)	Desl. Máximo (mm)
33%	30	1,94	2,74
50%	100	1,95	1,29

Fonte: A autora

Através da Tabela 19, pode-se perceber que as tensões máximas no concreto foram praticamente equivalentes, porém, o deslocamento máximo foi maior para a laje com solo de menor rigidez e menor perda de suporte. Isso significa que para alguns casos a competência do solo é mais importante que o suporte da laje.

Uma vez que se garanta a competência do aterro, ainda que ocorra perda de suporte de solo, serão minimizadas as patologias como a fissuração da laje de aproximação e o aparecimento de gradientes elevados na interface ponte-rodovia.

Conforme comprovado por pesquisas do *Iowa State University (CENTER FOR TRANSPORTATION RESEARCH AND EDUCATION, 2005)*, a formação de vazios sob a laje pode ser observada dentro de um período de apenas um ano de sua construção. Partindo da premissa de que pequenas formações de vazios ocorrem em grande parte das pontes, os resultados aqui apresentados comprovam a importância do solo de suporte, da garantia de bons parâmetros geotécnicos e da compactação adequada.

5.3.5. Influência do comprimento da laje para perdas de apoio equivalentes

Para este tópico, serão apresentados brevemente os resultados de dois modelos com condições de apoio e carregamento similares, porém, comprimentos diferentes. As duas lajes analisadas possuem comprimentos de 4,0 e 6,0 metros e espessura de 25,0 centímetros, porém, ambas foram analisadas com um comprimento de perda de suporte de solo de 2,0 metros. O percentual de perda de apoio exibido na Tabela 20 representa a proporção do comprimento de perda de solo para o comprimento total da laje.

Tabela 20 - Influência do comprimento da laje para perdas de apoio iguais

Comprimento (m)	Espessura (m)	k_{solo} (MPa/m)	Perda de apoio (%)	$\sigma_{\text{máx}}$ na laje (MPa)	$U_{\text{máx}}$ (mm)
4,0	0,25	100	50	1,95	1,29
6,0	0,25	100	33	1,95	1,27

Fonte: A autora

Os resultados exibidos na Tabela 20 mostram que as tensões de tração máximas na laje e seus deslocamentos máximos são equivalentes para os dois modelos, o que mostra que o comprimento da laje tem pouca influência sobre o seu comportamento estrutural frente à perda de solo. Esta conclusão está de acordo com os resultados obtidos na seção 5.1.4, de que o comprimento da laje não tem grande efeito sobre os resultados do desenvolvimento de tensões e deslocamentos. Como já argumentado, são fatores de maior influência o grau da perda de suporte de solo e a competência do aterro de apoio.

5.3.6. Outros comentários para lajes retas com regiões de vazios

Nas análises realizadas para lajes retas com perda de suporte, apenas 3,5% de todos os modelos avaliados apresentaram tensões máximas de tração no concreto inferiores ao $f_{ctk,inf}$ estabelecido pela ABNT NBR 6118:2014 (ver item 5.1.5). Dentre estes modelos, a maioria trata de lajes com comprimento de 3,0 metros ou 4,0 metros com 33% de perda de apoio de solo.

Para lajes de comprimentos maiores, percebeu-se que até as condições mais brandas já foram suficientes para provocar tensões de tração e deformações significativas na estrutura. Por exemplo, lajes de 8,0 metros de comprimento com apoio de solo em 50% de seu comprimento, ainda que com 0,4 m de espessura, apresentaram dano na compressão da ordem de 30%, além de tensões de tração muito acima do $f_{ctk,inf}$ recomendado em normas.

Apesar das condições de deslocamento limite terem sido excedidas em poucas ocasiões, com base na ABNT NBR 6118:2014 é possível estimar a abertura de fissuras na seção de concreto através da tensão e área das armaduras existentes na peça. Para as condições de operação em serviço da laje, e classe de agressividade ambiental moderada a forte, a abertura de fissuras permitida em norma é de $w_k \leq 0,3$ mm. Para lajes modeladas com espessura de 25,0 cm e material C25, o cálculo de abertura de fissuras excedeu o limite para 63% das estruturas analisadas.

Como antes comentado, o estado limite da estrutura para condições de serviço deve ser avaliada não só para a condição de gradientes excessivos em entrada e saída de pontes, mas também para a fissuração da laje, condição que pode se manifestar antes do usuário notar desconforto ao trafegar pela via.

5.4. Laje apoiada sobre elementos sólidos

Para efeitos de comparação, foi modelada uma laje com dimensões padrão conforme recomendações do DER-SP (2005) apoiada inteiramente sobre o solo em elementos sólidos. As informações de entrada da laje compreendem:

- Comprimento de 4,0 metros;
- Espessura de 0,25 metros;
- Esconsidade de 0°;
- Material da laje com classe de concreto C25;
- Posição do veículo centralizado na laje.

O solo de apoio foi modelado em elementos sólidos 3D, atendendo ao descrito no item 2.4 no que diz respeito à teorização da modelagem do solo. Foi utilizada uma combinação entre os regimes elástico-linear e o modelo de plasticidade de Mohr-Coulomb (perfeitamente plástico) para a ruptura.

Para definir a equação de Mohr-Coulomb, é necessário fornecer como parâmetros de entrada a coesão (c) e o ângulo de atrito (ϕ) do solo (BOWLES, 1996). Além disso, o programa Abaqus/CAE v.6.14 requer a inserção do ângulo de dilatação (Ψ) e da deformação plástica absoluta do solo (neste caso, igual a zero por se tratar de comportamento perfeitamente plástico do solo).

Para descrição do regime elástico, são necessários ainda dois outros parâmetros: o módulo de elasticidade (E_s) e o coeficiente de Poisson (ν). Por fim, deve-se incluir um carregamento de peso próprio (γ). Como resumo dos parâmetros, remete-se à Tabela 21.

Tabela 21 – Parâmetros de solo para a modelagem em elementos sólidos 3D.

Parâmetros para o trecho elástico	
E_s (kPa)	70.000
ν	0,45
Parâmetros para o trecho perfeitamente plástico	
c (kPa)	1,0
ϕ (°)	45
Ψ (°)	0
Outros	
γ (kN/m ²)	18,0

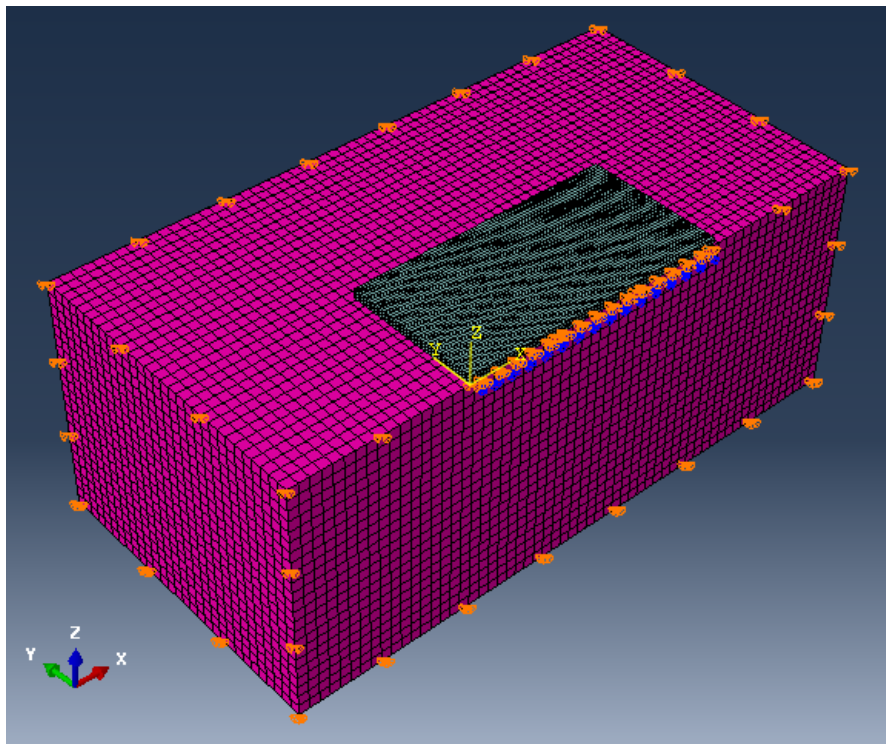
Fonte: A autora

Os parâmetros anteriores são equivalentes a um solo tipo areia compacta. Além disso, foi adotada uma profundidade de solo de 7,0 metros, pois, de acordo com a pesquisa de Seo (2003), a partir desta profundidade ensaios geotécnicos mostraram que há pequena alteração entre os parâmetros de solo com o incremento de altura. As dimensões em planta do maciço de solo compreendem 5,0 metros além da laje, tanto em comprimento quanto em largura.

Para a discretização do maciço de solo, foram usados elementos tipo C3D8R e tamanho de malha de 0,30 m. As condições de contorno no entorno do solo restringiram as faces de forma a restringir movimentos em apenas uma direção, para evitar sua expansão.

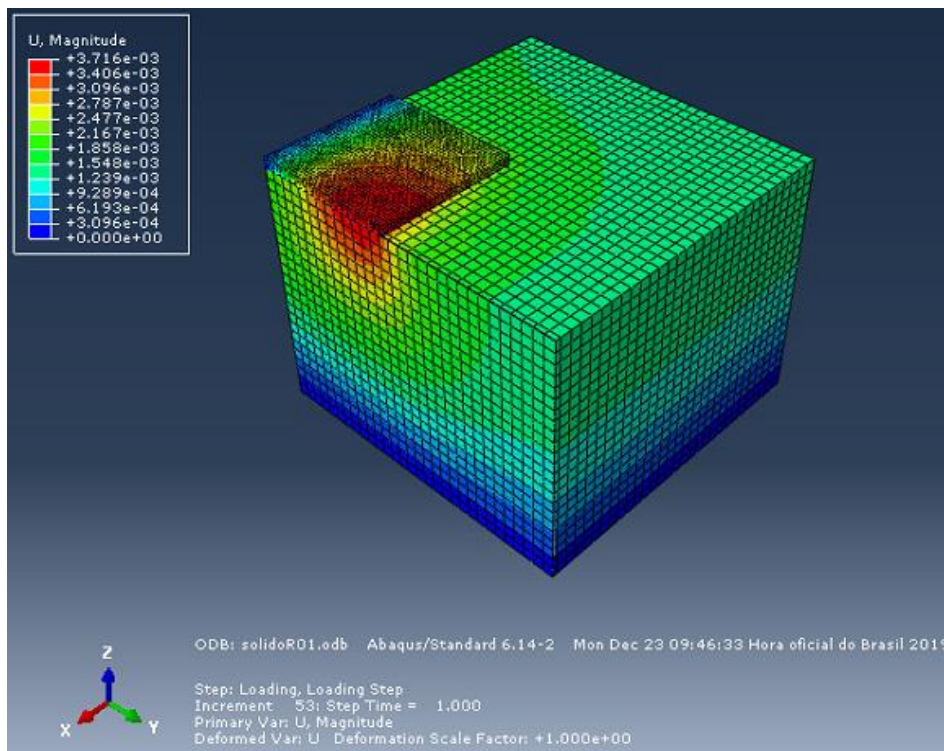
A seguir, serão exibidos os resultados para posterior discussão.

Figura 54 – Malha utilizada para laje apoiada em elementos sólidos



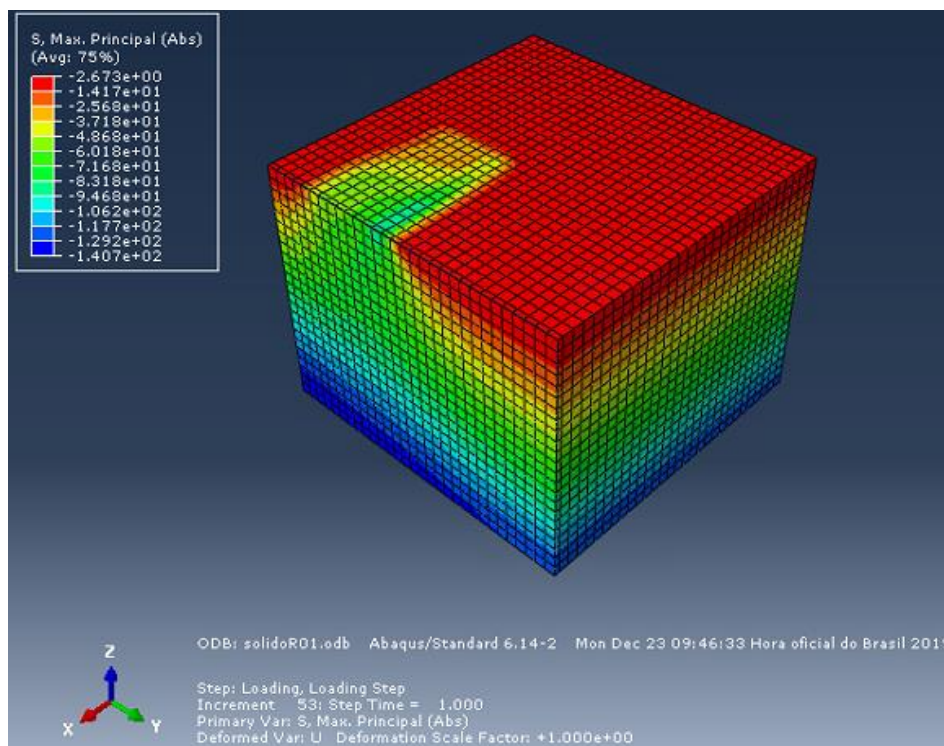
Fonte: A autora

Figura 55 – Deslocamentos máximos para laje apoiada em sólidos – vista seccionada
(unidades em metros)



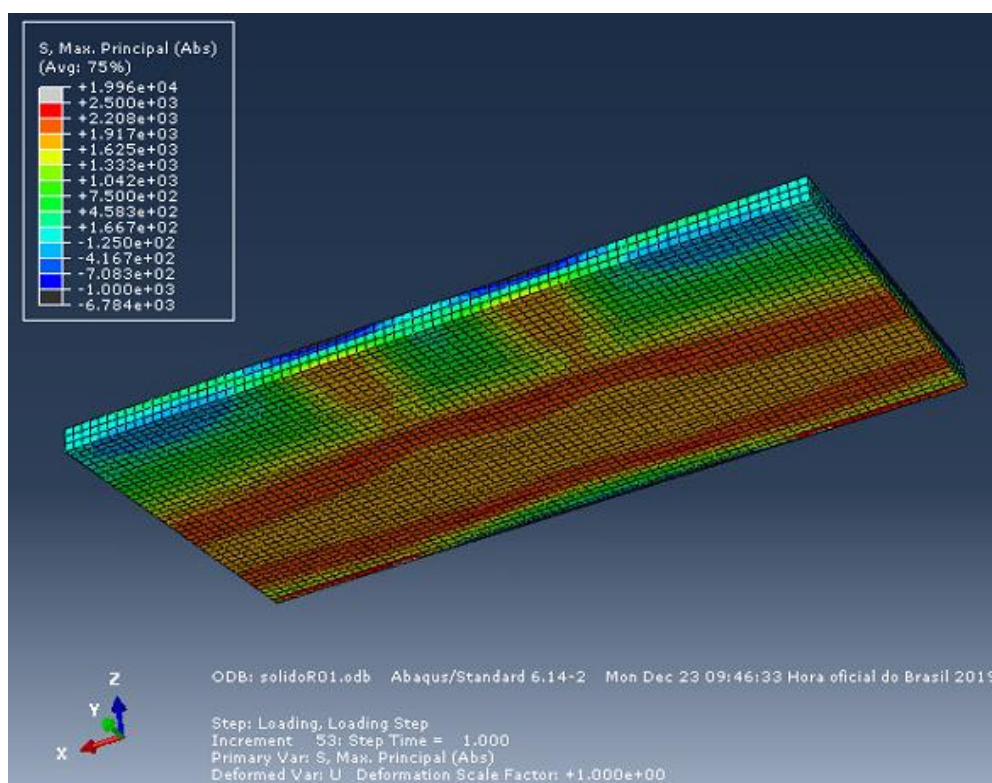
Fonte: A autora

Figura 56 – Tensões máximas no maciço de solo para apoio em elementos sólidos – vista seccionada (kN/m²)



Fonte: A autora

Figura 57 – Tensões máximas na face inferior da laje para apoio em elementos sólidos (kN/m²)



Fonte: A autora

Devido à escolha dos parâmetros de entrada, os resultados esperados para o modelo estavam de acordo com um aterro de areia compacta. Em contraponto, os resultados obtidos são mais compatíveis com molas de rigidez relativamente baixa, ou seja, aproximadamente 20 MPa/m.

Esta discrepância pode apontar a falta de calibração do modelo com resultados experimentais, uma vez que os parâmetros adotados não foram validados com dados de campo. Além disso, fica clara a dificuldade em assumir uma equivalência entre diferentes representações do solo, neste caso, a representação em elementos de molas e de elementos em sólidos 3D. Para uma mesma categoria de solo, de areia compacta, os parâmetros da literatura forneceram resultados bastante distintos.

Quanto aos resultados obtidos através do Abaqus CAE, uma vez que a laje tem seu movimento restringido na extremidade de encontro da ponte, houve aumento das tensões e deslocamentos à medida que a mesma se distancia da junta de dilatação. Além disso, como o veículo tipo está posicionado no centro da laje, o pico de deslocamentos ocorreu nesta região (Figura 55).

As Figuras 55 e 56 são boas representações do comportamento do solo na profundidade, na medida que as tensões e deslocamentos máximos se dissipam à medida que aumenta a profundidade. Ainda com relação a estas figuras, pode-se concluir que as recomendações de Seo (2003) sobre a adoção de uma profundidade mínima de 7,0 metros são bastante adequadas, já que esta foi de fato a profundidade necessária para a formação do bulbo de deslocamentos abaixo da laje (Figura 55). Por outro lado, o desenvolvimento das tensões no solo mostra que pouca profundidade adicional ou até mesmo a representação dos taludes de encontro da ponte poderia refinar o bulbo de tensões no solo. O trabalho de Cai et. al (2005), por exemplo, recomenda a modelagem do solo em profundidades da ordem de 15,0 metros.

Da perspectiva das tensões máximas na laje de transição, notou-se que os picos ocorreram sobre as rodas do veículo tipo mais próximas da ponte, por se tratar da região aonde ocorre o maior momento fletor na peça (Figura 57).

Em resumo, os resultados obtidos estão dentro da ordem de grandeza esperada, porém, são bastante diferentes daqueles para uma laje com molas elásticas em toda sua face inferior. Da bibliografia que compreende a modelagem de lajes de aproximação em pontes, apenas o trabalho de Cai et. al (2005) foi desenvolvido em elementos sólidos 3D, o qual difere do presente estudo por ter sido desenvolvido em outro programa de modelagem, e com condições de geometria da laje bastante diferentes (vide Tabela 2).

Do ponto de vista de uma aproximação, a modelagem aqui apresentada em elementos sólidos se mostrou interessante, uma vez que foi possível verificar a formação de bulbos de tensão no maciço de solo. Obtiveram-se como resultados valores maiores que os esperados, o que pode ser associado, dentre outros, aos seguintes fatores:

- A necessidade de uma análise de convergência para estudar a melhor malha de elementos finitos a adotar para o solo;
- A adoção de um modelo de plasticidade tipo Mohr-Coulomb para representar o solo, o que não necessariamente é aquele mais próximo da realidade;
- A equivalência deficiente entre os parâmetros geotécnicos para molas elásticas e para outras equações de comportamento do solo, mostrando a relevância da calibração do modelo conforme parâmetros obtidos em campo.

Da bibliografia estudada, entende-se os dois primeiros itens listados são aqueles que têm maior influência sobre os resultados encontrados, conforme comprovado por Strömblad (2014).

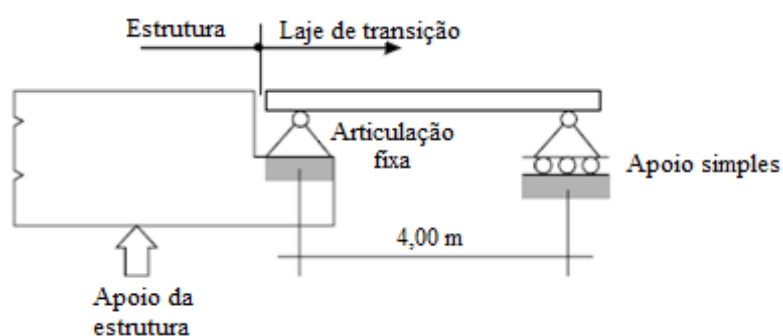
5.5. Análise simplificada por tabelas de Rüsç

Em outro extremo do espectro de análise, foi explorado um cálculo simplificado para a obtenção das tensões atuantes em uma laje de aproximação com dimensões conforme os projetos padrão preconizados pelo DER-SP (2005).

As tabelas de Rüsç fornecem um cálculo simplificado para lajes baseado na teoria de placas elásticas e na vinculação das lajes em estudo, e todo o cálculo a seguir segue o disposto no texto original de Rüsç (1965). Como premissas básicas de projeto, foram adotados:

- Largura da pista de 7,76 metros;
- Comprimento de 4,0 metros;
- Espessura de 0,25 metros;
- Escondidade de 0°;
- Material da laje com classe de concreto C25;
- Posição do veículo centralizado na laje;
- Formação de um vazio sob a laje, de tal forma que a condição de vinculação seja aquela ilustrada na Figura 6.

Figura 58 – Esquema estrutural fornecido pelo DNER



Fonte: DNER, 1996

Além disso, os carregamentos considerados foram:

- Cargas permanentes relativas ao peso próprio da laje, de um enchimento de 0,50 m de espessura de solo e a uma carga de pavimento e recapeamento, totalizando $g = 19,25 \text{ kN/m}^2$ (vide seção 4.2);

- Cargas variáveis devido ao veículo tipo previsto pela ABNT NBR 7188:2013, com coeficientes de impacto vertical e de impacto adicional.

O primeiro passo para a adoção das tabelas de Rüsç é a definição da relação de l_y/l_x , ou seja, da relação entre a maior e a menor dimensão da laje. Para o caso em estudo, tem-se:

$$\frac{l_y}{l_x} = \frac{776}{400} = 1,94 \rightarrow \text{Tabela 6} \quad \text{Eq. 19}$$

De Rüsç (1965), para uma relação de l_y/l_x próxima a 2,0, poderá ser utilizada a tabela 6 da referida bibliografia para a estimativa de momento fletor atuante. Desta tabela, obtém-se:

$$\text{Para } M_{xm} \rightarrow k = 0,1250 \quad \text{Eq. 20}$$

$$\text{Para } M_{ym} \rightarrow k = 0,0208 \quad \text{Eq. 21}$$

Assim, o momento máximo devido às cargas permanentes é equivalente a:

$$M_{gx} = k * g * l_x^2 = 0,1250 * 19,25 * 4^2 = 38,50 \text{ kN.m/m} \quad \text{Eq. 22}$$

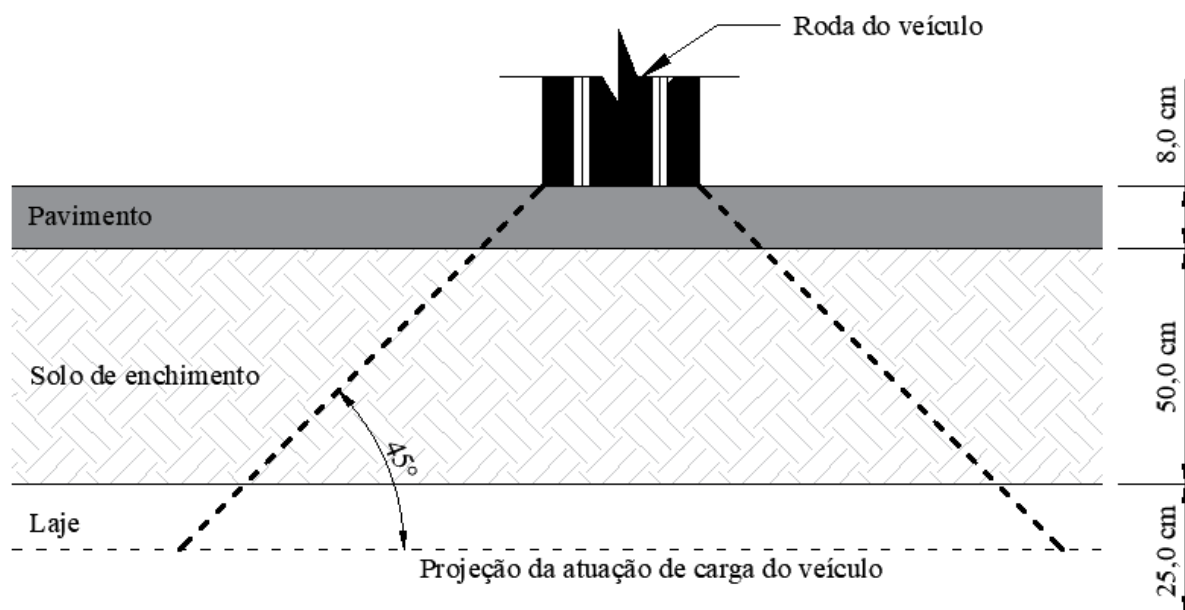
$$M_{gy} = k * g * l_x^2 = 0,0208 * 19,25 * 4^2 = 6,41 \text{ kN.m/m} \quad \text{Eq. 23}$$

Uma vez definido o momento fletor máximo devido aos esforços permanentes, é necessário fazer o mesmo para os esforços acidentais devido aos veículos que transitam sobre a laje. Primeiramente, foram definidos os parâmetros t' , t e a (RÜSCH, 1965).

t' é o lado de um quadrado equivalente à área de contato da roda do veículo com o pavimento. Para o caso em estudo:

$$t' = \sqrt{0,2 * 0,5} = 0,316 \text{ m} \quad \text{Eq. 24}$$

t é a projeção de t' até a superfície média da laje:

Figura 59 – Representação do comprimento t da projeção de atuação do veículo

Fonte: A autora

$$t = t' + 2 * (0,08 + 0,50 + 0,125) = 1,726 \text{ m} \quad \text{Eq. 25}$$

Em seguida, a é a distância entre eixos do veículo tipo, neste caso, segundo a ABNT NBR 7188:2013, igual a 2,0 metros.

Assim, é possível formar as seguintes relações:

$$\frac{t}{a} = \frac{1,726}{2,0} = 0,863 \quad \text{Eq. 26}$$

$$\frac{l_x}{a} = \frac{4,0}{2,0} = 2,0 \quad \text{Eq. 27}$$

Através da interpolação de valores das tabelas 6 de Rüsç (1965), foram extraídos os valores de M_{xm} , M_{ym} , p'_{xm} e p'_{ym} (Tabela 22).

Tabela 22 – Coeficientes de ponderação conforme Rüsç

lx/a	M _{xm}				M _{ym}			
	t/a			p'	t/a			p'
	0,500	0,863	1,000		0,500	0,863	1,000	
L	L	L		L	L	L		
2,00	0,490	0,439	0,420	1,100	0,240	0,183	0,162	0,220

Fonte: A autora

O momento fletor máximo devido aos esforços acidentais será:

$$M_{qx} = CIV * CIA * (75 * 0,439 + 5,0 * 1,100) \quad \text{Eq. 28}$$

$$M_{qx} = 77,81 \text{ kN.m/m} \quad \text{Eq. 29}$$

$$M_{qy} = CIV * CIA * (75 * 0,183 + 5,0 * 0,220) \quad \text{Eq. 30}$$

$$M_{qy} = 30,02 \text{ kN.m/m} \quad \text{Eq. 31}$$

Para o dimensionamento da peça, utilizando os coeficientes de majoração presentes na ABNT NBR 6118:2014, os momentos fletores resultantes foram:

$$M_{x,d} = \gamma_g * M_{gx} + \gamma_q * M_{qx} \quad \text{Eq. 32}$$

$$M_{x,d} = 1,35 * M_{gx} + 1,5 * M_{qx} = 168,7 \text{ kN.m/m} \quad \text{Eq. 33}$$

$$M_{y,d} = \gamma_g * M_{gy} + \gamma_q * M_{qy} \quad \text{Eq. 34}$$

$$M_{y,d} = 1,35 * M_{gy} + 1,5 * M_{qy} = 53,7 \text{ kN.m/m} \quad \text{Eq. 35}$$

Caso se proceda para o dimensionamento da seção transversal conforme as premissas da ABNT NBR 6118:2014, um momento de 168,7 kN.m/m equivale a uma armadura principal necessária de 20,33 cm²/m. Pode-se considerar tal taxa de armadura muito alta, com barras de $\phi 16$ mm a cada 9,0 cm.

O projeto padrão de lajes de aproximação do DER-SP (2005) prevê uma taxa de armadura na direção principal da laje de $\phi 16$ mm a cada 25 cm, ou seja, $a_{s,nec} = 8,04 \text{ cm}^2/\text{m}$. Com isso, percebe-se a grande diferença entre a armadura calculada (20,33 cm²/m) e aquela prevista nos projetos padrão.

Da bibliografia estudada, acredita-se que a consideração de vinculação da laje com vão livre em sua totalidade, conforme preconiza o DNER (1996), está demasiado a favor da segurança. Estudos com análises de campo mostram que a magnitude dos vazios formados sob a laje não chegam a compreender todo seu comprimento, e em sua grande maioria têm menos de um metro de comprimento (IOWA DOT, 2005). Por este motivo, a análise por tabelas de

Rüsch foi feita para outras condições de vinculação, posicionando apoios simples em diferentes posições do comprimento da laje de transição.

Tabela 23 – Cálculo da armadura necessária para diferentes condições de vinculação da laje

Distância da junta ao apoio simples (m)	l_y / l_x	Tabela de Rüsch n°	l_x / a	$M_{x,d}$ (kN.m/m)	$M_{y,d}$ (kN.m/m)	$aS_{nec,x}$ (cm ² /m)	$aS_{nec,y}$ (cm ² /m)
4,0	1,94	6	2,00	168,7	53,7	20,33	5,84
3,5	2,22	6	1,75	138,7	43,5	16,21	4,69
3,0	2,59	5	1,50	106,8	34,1	12,12	3,65
2,5	3,10	4	1,25	68,2	23,9	7,50	2,54
2,0	3,88	1	1,00	48,8	16,3	5,28	1,72
1,5	5,17	1	0,75	36,5	11,9	3,92	1,25
1,0	7,76	1	0,50	20,0	7,8	2,12	0,82
0,5	15,52	1	0,25	9,1	3,8	0,96	0,40

Fonte: A autora

Através da Tabela 23, pode-se perceber que para apoios móveis com mais de 2,5 m de distância da junta de dilatação, as armaduras recomendadas pelos projetos do DER-SP (2005) não são suficientes. Aqui, cabe ressaltar que os projetos padrão possuem lajes de largura maior, com dimensão sempre superior a 12,0 m, quando as lajes aqui calculadas possuem 7,76 m. O aumento de largura da laje altera as relações l_y / l_x , o que pode também levar à diminuição da taxa de armadura calculada.

Como observação final, Rüsch (1965) prevê o aumento de momentos nas bordas da laje, devido ao comportamento de placas. Por este motivo, o cálculo simplificado mediante tabelas de Rüsch fornece uma taxa de armaduras maior nas faixas laterais da laje de transição. Em estudo de modelagem voltado diretamente para lajes de aproximação, Laco e Borzovic (2016) reforçam a ideia de que devem-se adotar taxas de armadura maiores nas bordas da laje.

5.6. Análise de confiabilidade dos recalques diferenciais na interface ponte-rodovia

Estimar recalques é uma tarefa complexa e envolve a incerteza de carregamentos, de distribuição de tensões no solo e dos parâmetros do solo em questão (WAHLS, 1990), além dos vários fatores que podem acentuar os assentamentos nos aterros de saída de pontes. Com isso, torna-se interessante a avaliação do gradiente formado em entradas e saídas de pontes do ponto de vista da confiabilidade do sistema (vide Figura 2).

Uma das maneiras distintas de fazer uma análise de confiabilidade do sistema é através da representação do problema em uma equação de estado limite, neste caso, o limite a partir do qual o gradiente torna-se inaceitável. Para isso, será usada uma equação do tipo:

$$g(x) = \Delta_{adm} - \Delta(\Delta\sigma, e_0, H) \quad \text{Eq. 36}$$

Onde $g(x)$ é a função a ser minimizada

Δ_{adm} é o deslocamento admissível, admitido como 1/125 por este ser o critério mais brando, obtido de Ha, Seo e Briaud (2002)

$\Delta(\Delta\sigma, e_0, H)$ é o deslocamento real, estimado a partir do carregamento, do índice de vazios e da altura do aterro, exibidos nesta ordem na função acima.

Assim, objetiva-se determinar a probabilidade de que os assentamentos totais em um aterro de encontro de ponte excedam o limite estipulado, considerando as incertezas nas variáveis aleatórias envolvidas.

A laje de aproximação a ser avaliada tem geometria conforme o projeto padrão preconizado pelo DER-SP (2005), com espessura de 25,0 cm, comprimento de 4,00 metros e estipulando uma largura de via equivalente a 7,76 metros. A situação crítica será uma deformação na extremidade da laje que exceda o gradiente limite permitido de 1/125 (HA, SEO E BRIAUD, 2002).

5.6.1. Método

O solo, quando carregado, sofre dois tipos de assentamento: o assentamento elástico ou imediato (δ_e), e os assentamentos por consolidação. Os assentamentos por consolidação, por sua vez, são divididos entre consolidação primária (δ_c) e secundária (δ_s). Os recalques totais do solo podem ser então expressos por:

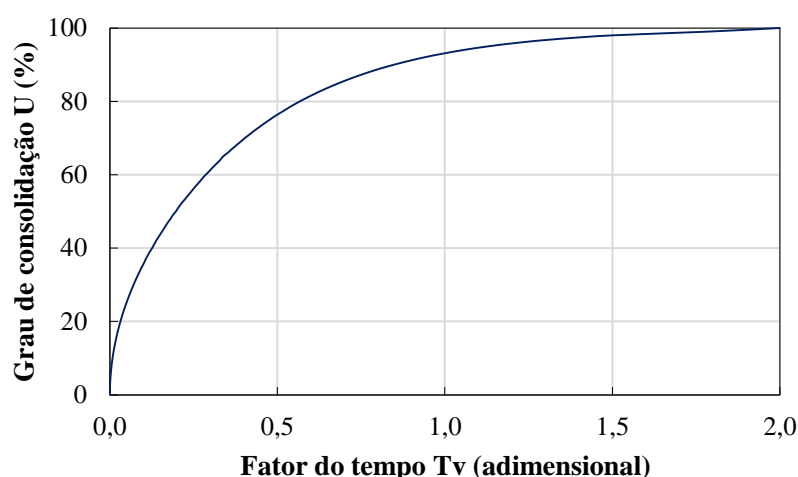
$$\delta_{tot} = \delta_e + \delta_c + \delta_s \quad \text{Eq. 37}$$

Como a estrutura é construída em diferentes etapas ao longo do tempo, e a deformação elástica é imediata mediante aplicação do carregamento, será considerado que os assentamentos críticos no aterro decorrem da consolidação primária. TERZAGHI (1995) sugere que para solos compressíveis em aterros com um projeto de drenagem bem feito, ou seja, drenos do tipo arenosos com espaçamento não maior que 0,9 m, a consolidação pode ocorrer em

aproximadamente 500 dias. É interessante notar que em um projeto com más especificações de drenagem, este período sobe para mais de 30 anos.

Além disso, a relação entre a compressão do solo e o tempo decorrido é logarítmica, ou seja, para um grau de compactação de 50%, o fator de tempo seria aproximadamente 0,20 e não 0,50 como se supõe em uma relação linear (Figura 60).

Figura 60 – Evolução da consolidação com o fator do tempo



Fonte: Adaptado de DAS (2009)

Retornando à consideração de que uma construção de encontro de ponte é realizada em etapas, para um projeto com boas condições de drenagem, 30% da consolidação prevista ocorre em apenas 45 dias. Portanto, será considerado que 30% da consolidação já ocorreu quando a última camada de pavimento asfáltico é executada.

5.6.2. Assentamentos devidos à consolidação primária

O processo da consolidação afeta, principalmente, solos com grande percentual de finos em sua composição, ou seja, solos compostos majoritariamente de argila. No estudo, será considerado que houve compactação com controle de qualidade, de forma a atingir parâmetros de solo equivalentes a uma argila compacta. Para definição dos parâmetros de solo, podem e devem ser realizados uma série de testes in situ e em laboratório para uma definição precisa de seus valores.

O solo de aterro será considerado como normalmente consolidado, o que significa que a expressão de cálculo para o assentamento devido à consolidação primária δ_c é dado por (DAS, 2009):

$$\delta_c = \frac{C_c * H}{1 + e_0} * \log\left(\frac{\sigma_0 + \Delta\sigma}{\sigma_0}\right) \quad \text{Eq. 38}$$

Onde C_c é o índice de compressão

e_0 é o índice de vazios inicial

H e $\Delta\sigma$ são a altura do aterro e a tensão atuante sobre o aterro, descritos em detalhes na seção 3.2.3.

σ_0 é a tensão inicial média na camada em estudo

A equação exibida, apesar de ser a mais utilizada para a previsão de recalques devidos à consolidação, tem suas limitações no que diz respeito a suas premissas. São elas a homogeneidade do solo na camada avaliada, o movimento exclusivamente vertical, e uma consideração do solo 100% saturado no início do processo. Dentre estas, a premissa que mais dista da realidade é a última. Os departamentos estaduais brasileiros preveem graus de compactação que dependem de um ensaio de Proctor Normal, ou seja, tratam-se de ensaios que usam níveis de energia de compactação e umidade ótima do solo, o que não necessariamente representa um solo 100% saturado (DER, 1996). No entanto, na literatura disponível de geotecnia, a equação mais difundida para estimativa de recalques é a Eq. 38, conforme sugerem os autores consultados (TERZAGHI, 1995; BOWLES, 1996; DAS, 2009).

Já o índice de compressão pode ser calculado por diversos equacionamentos, que dependem das informações disponíveis sobre o solo estudado. DAS (2009) fornece os seguintes equacionamentos baseados no índice de vazios inicial:

$$C_{c1} = 0,156 * e_0 + 0,0107 \quad \text{Eq. 39}$$

$$C_{c2} = 0,30 * (e_0 - 0,27) \quad \text{Eq. 40}$$

$$C_{c3} = 0,208 * e_0 + 0,0083 \quad \text{Eq. 41}$$

Com base nas formulações anteriores, será adotado o valor médio de C_c .

Dadas as informações apresentadas, nota-se que não possuem valores determinísticos a variação de tensões no meio $\Delta\sigma$, o índice de vazios e_0 e a altura de aterro a ser executado. A

equação a ser minimizada $g(x)$, portanto, é função destas três variáveis aleatórias, e pode ser reescrita como segue.

$$g(x) = \Delta_{adm} - \Delta(\Delta\sigma, e_0, H) \quad \text{Eq. 36}$$

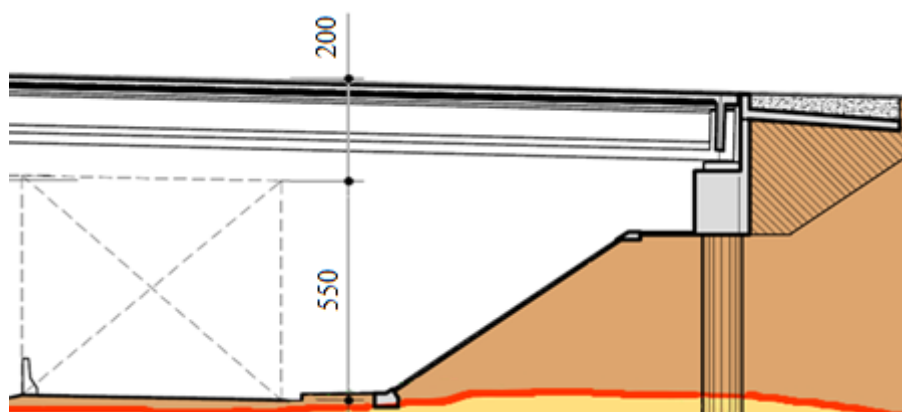
$$g(x) = \frac{4}{125} - 0,70 * \frac{C_c * H}{1 + e_0} * \log\left(\frac{18,9 * H/2 + \Delta\sigma}{18,9 * H/2}\right) \quad \text{Eq. 42}$$

$$C_c = \frac{C_{c1} + C_{c2} + C_{c3}}{3} = 0,2213e_0 - 0,0207 \quad \text{Eq. 43}$$

5.6.3. Variáveis aleatórias consideradas

Todas as variáveis aleatórias foram tomadas com distribuição estatística do tipo normal padrão. A primeira variável aleatória a ser tratada é a altura de aterro H . Considerando um gabarito mínimo de ponte de 5,5 metros, somada à altura estimada da superestrutura e bordo livre de 2,0 metros, tem-se uma altura H final de 7,5 metros. No entanto, a altura total de um aterro depende de muitos fatores como a altura de solo natural e orgânico a serem removidos do terreno original, os erros aceitáveis no *greide* final da via da ponte, dentre outros. Com isso, será considerado um coeficiente de variação de 5% sobre o valor da altura na média.

Figura 61 – Considerações a respeito da variável aleatória H – altura do aterro

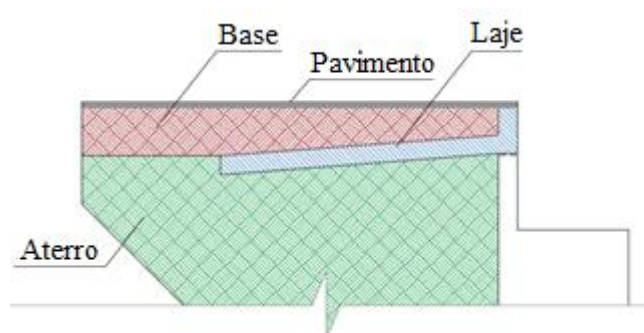


Fonte: A autora

A próxima variável aleatória a ser considerada é o índice de vazios, e_0 . Segundo BOWLES (1996), o índice de vazios pode variar de 0,35 a 2,0. Conforme o autor, o limite inferior de 0,35 é atingido para solos muito graduados e com controle altíssimo de compactação. Como se partiu da hipótese de solo formado majoritariamente por argila, será considerado um índice de vazios com média 0,45 e coeficiente de variação 10%.

Finalmente, resta determinar os dados para o carregamento $\Delta\sigma$. Este é um carregamento que permanece sobre o aterro por um período prolongado de tempo, ou seja, cargas devidas à passagem de veículos sobre a estrutura não entram nesta avaliação, apesar haver estudos que apontam para uma piora dos assentamentos mediante alto tráfego de veículos (HA, SEO e BRIAUD, 2002). Assim, o carregamento de interesse para este estudo inclui todas as camadas dispostas sobre o aterro compactado. Isso inclui a laje de aproximação, a base da rodovia e o pavimento. Segundo projetos padrão do Departamento Nacional de Estradas e Rodagem (DNER, 1996), a laje de aproximação será executada em concreto armado com espessura de 25 cm. Sobre esta laje, será disposta uma altura de solo, brita, ou mistura dosada para atuar como base da rodovia na entrada da obra de arte. A altura média desta base tem 45 cm. Por último, é disposto o pavimento asfáltico com camada que varia de acordo com o órgão regulador da via. Os carregamentos decorrentes destas camadas são exibidos na Figura 62:

Figura 62 – Considerações a respeito da variável aleatória $\Delta\sigma$ – incremento de carregamento sobre o aterro



Fonte: A autora

$$\sigma_{laje} = 0,25 * 25 = 6,25 \text{ kN/m}^2 \quad \text{Eq. 44}$$

$$\sigma_{base} = 0,45 * 18 = 8,10 \text{ kN/m}^2 \quad \text{Eq. 45}$$

$$\sigma_{pav} = 4,00 \text{ kN/m}^2 \quad \text{Eq. 46}$$

$$\Delta\sigma = 18,35 \text{ kN/m}^2 \quad \text{Eq. 47}$$

Por se tratar de uma estrutura com peças de concreto, cuja variabilidade da seção transversal é alta, além de camadas de aterro em solo, será considerado um coeficiente de variação de 20% para os carregamentos. Será adotada como hipótese a distribuição normal

padrão ou Gaussiana para todas as variáveis, devido a esta ser uma distribuição recorrente em diversas propriedades de materiais e processos físicos na natureza (BECK, 2007). Pode-se resumir as variáveis aleatórias do problema como:

Tabela 24 - Variáveis aleatórias do problema

Variável	Distribuição	Média	C.V.	Desvio Padrão
Altura do aterro H	Normal	7,50	5%	0,375
Índice de vazios e_0	Normal	0,45	10%	0,045
Carregamento $\Delta\sigma$	Normal	18,35	20%	3,67

Fonte: A autora

A equação de estado limite e as variáveis de interesse foram então introduzidas no programa computacional StRAnD, aonde prosseguiu-se para a avaliação dos índices de confiabilidade e suas respectivas probabilidades de falha.

5.6.4. Resultados

De partida, pode-se dizer que a equação de estado limite (Eq. 42) é fortemente não linear e, portanto, os resultados por avaliações analíticas podem fornecer resultados muito distintos entre si.

Com isso, o problema foi avaliado duas vezes: a primeira, considerando a equação original com todas as variáveis aleatórias e a segunda, com uma equação de estado limite que considerou a variável de índice de vazios como determinística de valor 0,45. Todas as avaliações consideraram correlação nula entre variáveis.

Avaliação com equação de estado limite original

Para a primeira avaliação, os resultados do índice de confiabilidade usando aproximações de primeira ordem (FOMV) e de segunda ordem (SOMV) no cálculo do valor esperado e da variância diferiram muito entre si, sendo:

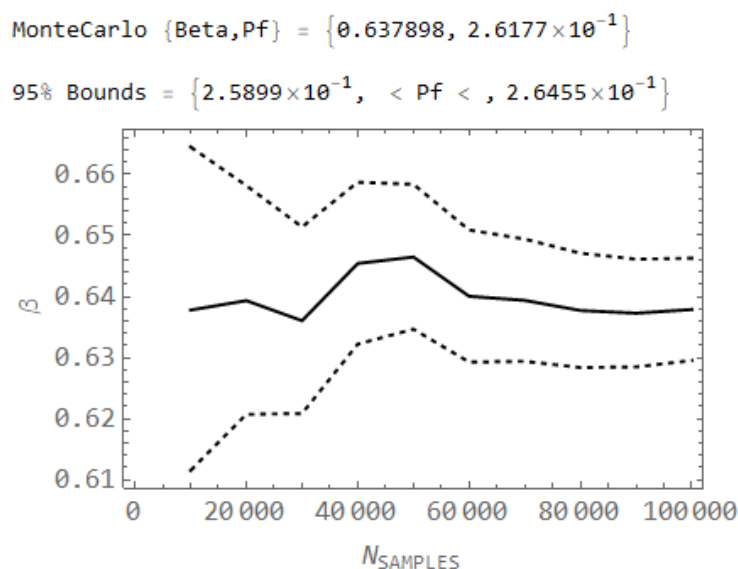
$$\beta_{\text{FOMV}} = 0,5948 \quad \beta_{\text{SOMV}} = 7,8117$$

Portanto, a não linearidade da equação afetou muito a avaliação dos índices de primeira e segunda ordem. A sensibilidade da equação de estado limite foi insignificante para a variável

de altura do aterro, mas alta para as outras variáveis (77,8% para a variação da tensão e 22,1% para o índice de vazios).

Como previamente comentado, devido à não-linearidade da equação de estado-limite, a avaliação de Monte Carlo é a que chega a valores de probabilidade de falha mais próximos dos reais, pois avalia a equação múltiplas vezes. O gráfico abaixo exibe a média e o intervalo de confiança de 95% (*95% Bounds*) associados a uma probabilidade de falha para a equação de estado limite original. O intervalo de confiança se torna mais estreito com o aumento do número de simulações, em função da redução da variância (BECK, 2007). Para 100.000 simulações, os resultados foram:

Figura 63- Resultados para Avaliação de Monte Carlo com 100.000 simulações



Fonte: A autora

Através da Figura 63, percebe-se que a curva de β não está totalmente estabilizada, mas já é possível ter ideia de sua ordem de grandeza, gerando probabilidades de falha da ordem de 26,5%.

Avaliação com equação de estado limite simplificada

Para esta segunda avaliação, considerou-se o índice de vazios com valor determinístico de 0,45, o que reduz muito a não-linearidade do problema. A nova equação de estado limite passa a ser:

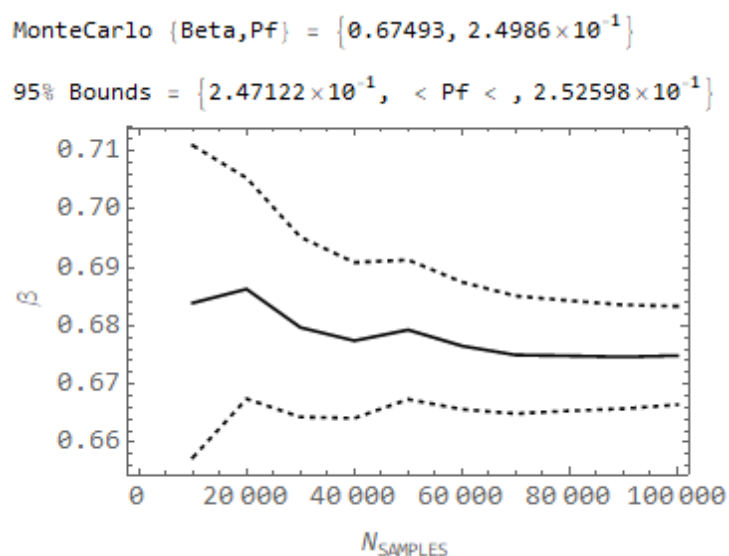
$$g(x) = 0,032 - 0,70 * \frac{0,0789 * H}{1,45} * \log\left(\frac{18,9 * H/2 + \Delta\sigma}{18,9 * H/2}\right) \quad \text{Eq. 48}$$

Os valores dos índices de confiabilidade de primeira ordem (FOMV) e de segunda ordem (SOMV) foram:

$$\beta_{\text{FOMV}} = 0,673543 \quad \beta_{\text{SOMV}} = 0,684351$$

A sensibilidade da função de estado limite foi muito maior com relação à variável $\Delta\sigma$ que à variável H . O gráfico abaixo exhibe os resultados para a simulação de Monte Carlo com 100.000 simulações, sendo mostrados a média e o intervalo de confiança para a probabilidade de falha.

Figura 64- Convergência do índice de confiabilidade para a simulação de Monte Carlo



Fonte: A autora

Novamente, percebe-se que não houve total estabilização da curva de β , mas é possível obter uma ordem de grandeza para a probabilidade de falha de 25%.

5.6.5. Análise dos resultados

Para o problema apresentado, foi estimada a probabilidade de um aterro de encontro de ponte exceder seus estados limites de serviço, apresentando assentamentos que podem causar desconforto ao condutor e chamar atenção de agências reguladoras quanto à necessidade de reparos. Para um aterro composto majoritariamente de argila compacta, os assentamentos na extremidade da laje de aproximação foram estimados como 70% daqueles totais, pois acredita-

se que as etapas construtivas permitam certa acomodação do solo antes da disposição da camada final de pavimento.

Foram consideradas variáveis aleatórias do problema: a altura de aterro H , o índice de vazios inicial do solo e_0 , e o incremento de carregamento sobre o aterro $\Delta\sigma$. Devido à equação de estado limite ser fortemente não linear, foram feitas duas avaliações: uma delas com a equação original e avaliação de Monte Carlo, e outra de uma equação com valor de índice de vazios determinístico.

A primeira avaliação gerou uma probabilidade de falha maior (26,5%), pois considerou a imprecisão na determinação do índice de vazios, variável que tem alta influência sobre a equação de estado limite, vide sua sensibilidade de 22,1%. Considera-se que a primeira avaliação representa melhor a realidade do problema, uma vez que o índice de vazios é, de fato, uma variável de difícil avaliação.

A altura do aterro H tem pouquíssima influência sobre a consolidação primária, sendo que o incremento de carga sobre o aterro, $\Delta\sigma$, é a variável com maior influência. Isso significa que a espessura da laje, a altura da base rodoviária e do pavimento são de extrema importância para o controle dos recalques diferenciais nesta interface.

Por outro lado, parâmetros relacionados ao aterro como seu grau de compactação e seu projeto de drenagem estão diretamente relacionados ao tempo necessário para atingir a consolidação primária. Quanto mais deficientes forem estes aspectos, mais tempo o aterro levará para consolidar-se, e maiores serão as previsões de recalques ao longo do tempo.

Apesar dos valores de probabilidades de falha serem considerados altos, acredita-se que estejam próximos à realidade, vide estudo de Briaud e Hoffman (1997) que obteve que aproximadamente 1 em cada 4 pontes apresentavam desnível excessivo na saída e entrada de pontes nos EUA.

6. CONCLUSÃO

O presente trabalho teve como objetivo principal determinar os fatores que mais influenciam o dimensionamento de lajes de transição de pontes rodoviárias. Para tanto, lajes de aproximação com diferentes geometrias e condições de suporte foram analisadas de forma paramétrica, a fim de obter linhas de tendência para os comportamentos de lajes sob a perspectiva de diferentes variáveis.

Através da elaboração de rotinas de programação, foi possível analisar um número elevado de modelos em elementos finitos no programa Abaqus/CAE. A estrutura de referência para a maioria das análises foi aquela com a geometria preconizada pelo DER-SP (2005), com carregamentos estipulados pela ABNT NBR 7188 (2013). A seguir, serão comentados alguns dos tópicos mais relevantes para o trabalho.

6.1. Discussão dos resultados obtidos

6.1.1. A relevância de lajes de aproximação em pontes rodoviárias

Diante da problemática de solavancos excessivos em encontros de pontes rodoviárias e da dificuldade em minorar o problema exclusivamente com soluções geotécnicas, a adoção de uma estrutura rígida como a laje de aproximação é recomendável, em especial sob as seguintes perspectivas: do ponto de vista dos custos com manutenção, tanto com preenchimentos asfálticos quanto com a reabilitação do aterro; sob a ótica dos atrasos gerados, ao paralisar vias para obras corretivas; da perspectiva do usuário, uma vez que um solavanco excessivo pode danificar certos mecanismos do veículo.

O interesse em adotar lajes de transição ficou claro também durante a entrevista realizada com os departamentos estaduais brasileiros, uma vez que os estados do Pernambuco, Paraná e Rio de Janeiro atestaram começar a usar lajes de aproximação após notar que muitas pontes sem elas apresentaram grande erosão dos aterros de encontro e consequente afundamento da via na interface entre a ponte e a rodovia. Semelhantemente a estes estados, o responsável pelo estado de Goiás comentou que a adoção de lajes de transição se tornaria obrigatória a partir de 2019.

Por fim, no âmbito nacional, a Associação Brasileira de Normas Técnicas, na comissão de estudos especiais para a futura revisão da NBR 7187 (norma de projeto de pontes de concreto

armado e protendido), reconheceu a importância da estrutura a ponto de formar um grupo de estudo para a elaboração de um anexo específico de lajes de transição.

6.1.2. O solavanco na interface ponte-rodovia

A literatura consultada atesta que o grande problema na interface ponte-rodovia é o solavanco em entradas e saídas de pontes. A formação de um gradiente excessivo pode ocorrer por vários motivos, mas é recorrente a referência à competência do solo de suporte e sua importância para o bom desempenho estrutural. Por exemplo, a má seleção de solos com grande percentual de finos para a construção do aterro pode levar à sua consolidação ao longo do tempo e à formação de grandes assentamentos diferenciais.

Por este motivo, foi feito um estudo de confiabilidade envolvendo a influência da consolidação do solo sobre o solavanco em entradas e saídas de pontes, o qual levou em consideração variáveis aleatórias como o índice de vazios do solo e o carregamento sobre o aterro. Através da minimização de uma equação de estado limite, concluiu-se que aproximadamente uma em cada quatro pontes pode apresentar solavancos inaceitáveis na interface ponte-rodovia. Estes resultados estão de acordo com o trabalho de Briaud e Hoffman (1997) em que 25% das pontes rodoviárias nos EUA apresentam gradientes excessivos, provocando altos custos de manutenção para as agências reguladoras. Em situações ideais, onde haja seleção e compactação adequada do solo de aterro, esta proporção diminui de forma acentuada, e o problema se torna o desempenho estrutural das lajes.

Foram desenvolvidas na sequência as análises paramétricas para a avaliação da estrutura, aonde percebeu-se que o estado limite de serviço de conforto do usuário é dificilmente atingido com os deslocamentos máximos. No entanto, antes mesmo de ser atingido este estado limite, as tensões de tração na laje excedem o limite $f_{ctk,inf}$ normativo permitido (item 5.1.5), e em alguns casos há a manifestação de deformações plásticas e danos no concreto.

Durante a análise paramétrica, percebeu-se que lajes totalmente apoiadas em solo, ou seja, sem perda de suporte, não apresentaram deslocamentos inaceitáveis, a não ser que em campo haja efeitos de consolidação, como comentado anteriormente. De maneira similar, para a maioria das pontes esconsas ou lajes de transição com perda de suporte, os deslocamentos não foram graves a ponto de gerar um gradiente inaceitável.

Por outro lado, foram notadas grandes tensões de tração no concreto, a ponto, inclusive, de manifestar deformações plásticas com padrões de formação de fissuras na face inferior da

laje. Ainda que as lajes não tivessem qualquer perda de suporte do solo de aterro, aproximadamente 9,0% do total de lajes retas avaliadas apresentou tensões de tração acima do $f_{ctk,inf}$. Para lajes aonde haja perda de suporte de solo, mais de 90% das lajes avaliadas excedeu este limite.

Frente a estes resultados, foi feita uma verificação de abertura de fissuras em lajes com perda de apoio de solo conforme as premissas da ABNT NBR 6118:2014. Mais da metade das lajes com espessura de 25,0 cm e material C25 excederam uma abertura de fissuras de 0,3 mm, limite permitido em norma. Os resultados obtidos podem significar que, ainda que o conforto do usuário ao trafegar sobre a via não seja afetado, a laje pode apresentar fissuração em sua face inferior, que, por estar em contato com o solo, acelera a manifestação de patologias, a degradação do concreto e de suas armaduras. Os estados limite de serviço da laje, portanto, devem ser verificados não só para os gradientes máximos mas também para a abertura de fissuras na seção transversal.

6.2. Recomendações para o projeto de lajes de aproximação

6.2.1. A importância do aterro de suporte

O relatório extensivo divulgado pelo Centro de Pesquisas em Transportes do estado do Iowa, nos EUA (2005) relata que a formação de vazios em pontes rodoviárias é certa para a maioria das estruturas, e ocorre dentro de apenas um ano da sua construção. Wahls (1990), Hoppe (1999) e Puppala (2009) discorrem ainda sobre as dificuldades geotécnicas em construir um aterro que atinja os níveis de desempenho desejados para a interface ponte-rodovia. Os autores comentam, inclusive, a respeito da dificuldade em atingir os níveis de compactação desejados. Com isso, percebe-se a importância do trabalho conjunto do aterro e da laje de aproximação.

Das análises feitas, foi concluído que a qualidade do solo de suporte é o fator crucial para o bom desempenho da laje de aproximação. A rigidez de apoio da laje influencia de forma exponencial seus deslocamentos máximos, além de estar diretamente relacionada às tensões máximas na estrutura. Do ponto de vista geotécnico, é extremamente importante garantir a qualidade dos seguintes itens (PUPPALA et al., 2009):

- Solo de fundação, por meio da compactação do aterro, adoção de drenos de areia e reforços com geossintéticos;
- Material do aterro, através da seleção de materiais adequados para constitui-lo;
- Projeto estrutural, por meio de soluções que garantam a facilidade de execução e previnam movimentos do aterro e a perda de solo;
- Drenagem e métodos de controle de erosão, pela adoção de soluções que garantam a saída de água eficiente e previnam o escape de solo.

Em escala de importância, pode-se atribuir a qualidade do aterro de suporte como a variável mais importante. Junto a esta variável, caminha a perda de suporte de solo, a qual, a depender da geometria e das condições de carregamento da laje, terá influência maior ou menor sobre seu desempenho. Tal conclusão é decorrente do fato de que a competência do aterro pode ser mais importante que a perda de suporte de solo.

6.2.2. Considerações acerca da geometria

Uma vez que os resultados mostraram a pequena influência do comprimento de lajes de aproximação sobre seu desempenho estrutural, pode-se concluir que a adoção de lajes de comprimento menor é mais vantajosa. Estas lajes utilizam um volume de concreto menor, abatendo o custo total da estrutura e mantendo um desempenho equivalente a lajes de maior comprimento, ainda que haja perda de suporte de solo.

Ademais, percebeu-se que na ocasião de solos de menor competência o aumento de espessura da laje foi mais vantajoso que o aumento de comprimento, já que a espessura está diretamente relacionada à rigidez da peça. Entretanto, a espessura deve ser aumentada até um limite máximo de 0,35 m, já que este é o limite além do qual o ganho de rigidez deixa de compensar pelo ganho do peso próprio da estrutura.

Finalmente, quando possível, deverá ser evitada a adoção de lajes de aproximação com esconsidade maior ou igual a 30° , já que a partir deste ângulo as tensões provenientes de momentos volventes se tornam demasiado elevadas. Quando a esconsidade elevada for inevitável, deverão ser previstas armaduras adicionais na peça de concreto armado para absorver estes esforços e garantir sua integridade.

6.3. Sugestões para pesquisas futuras

Para o desenvolvimento de pesquisas futuras, recomenda-se uma avaliação de lajes de aproximação com outras representações do solo de apoio, como análises aprofundadas com elementos sólidos. Os elementos sólidos permitem modelar questões interessantes como a consolidação do solo, o atrito entre a superfície da laje e o aterro de apoio, e até mesmo a existência de solos com diferentes propriedades na profundidade do aterro.

Além disso, é de grande interesse a validação dos resultados numéricos encontrados neste trabalho com resultados experimentais, os quais podem ser obtidos através do acompanhamento de obras e do comportamento de lajes de aproximação no tempo, tanto do ponto de vista da engenharia geotécnica quanto estrutural.

Na avaliação experimental de lajes de aproximação, sugere-se o mapeamento das principais patologias encontradas na realidade brasileira, e até mesmo a validação dos critérios que levam diferentes estados do país e/ou projetistas a adotarem ou não lajes de aproximação em seus projetos de novas obras de arte.

Do ponto de vista das diretrizes apresentadas, é interessante um comparativo da eficiência das diferentes soluções geotécnicas que podem ser adotadas para melhorar os aterros de encontro.

7. REFERÊNCIAS

AMERICAN ASSOCIATION OF STATE HIGHWAY AND TRANSPORTATION OFFICIALS. **AASHTO: Standard Specifications for Highway Bridges**. AASHTO. Washington, D.C., p. 506. 1973.

AMERICAN ASSOCIATION OF STATE HIGHWAY AND TRANSPORTATION OFFICIALS. **LRFD Bridge Construction Specifications**. 3. ed. Washington D.C.: AASHTO, 2010.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 7187: Projeto de pontes de concreto armado e protendido - Procedimento**. Rio de Janeiro. 2003.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 7188: Carga móvel rodoviária e de pedestres em pontes, viadutos, passarelas e outras estruturas**. ABNT. [S.l.]. 2013.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 6118: Projeto de estruturas de concreto - Procedimento**. ABNT. Rio de Janeiro. 2014.

BECK, A. T. **Curso de Confiabilidade Estrutural**. Apostila da disciplina (não publicada). ed. São Carlos: Universidade de São Paulo, Departamento de Engenharia de Estruturas, 2007.

BORZOVIC, V.; LACO, K. **Approach Slab and Its Structural Behavior During Whole Service Life**. Slovak University of Technology in Bratislava. Bratislava, p. 10. 2018.

BOWLES, J. E. **Foundation Analysis and Design**. 5ª. ed. [S.l.]: McGraw-Hill Companies, Inc., 1996.

BRIAUD, J.-L.; HOFFMAN, S. B. **Settlement of Bridge Approaches: The bump at the end of the bridge**. Transportation Research Board. Washington, D.C., p. 85. 1997.

CAI, C. S. et al. Structural performance of bridge approach slabs under given embankment settlement. **Journal of Bridge Engineering**, v. 10, n. 4, p. 8, Jul. - Ago. 2005.

CENTER FOR TRANSPORTATION RESEARCH AND EDUCATION - IOWA STATE UNIVERSITY. **Identification of the Best Practices for Design, Construction, and Repair of Bridge Approaches**. Iowa State University. Ames, p. 381. 2005.

CHEN, W.-F.; DUAN, L. **Bridge Engineering Handbook**. 2. ed. Boca Raton: Taylor & Francis Group, v. Superstructure Design, 2014.

CHU, K.-H.; CARREIRA, D. Stress-Strain Relationship for Plain Concrete in Compression. **ACI Journal**, p. 8, Nov.-Dez. 1985.

DAS, B. M. **Principles of Geotechnical Engineering**. 7^a. ed. [S.l.]: Cengage Learning, 2009.

DASSAULT SYSTÈMES SIMULIA CORP. **Abaqus/CAE User's Guide**. Providence, RI, EUA. 2014.

DEPARTAMENTO DE ESTRADAS DE RODAGEM. **Memorial de cálculo de lajes de aproximação**. DER-SP. São Paulo, p. 17. 2005.

DEPARTAMENTO DE ESTRADAS E RODAGEM DO ESTADO DE SÃO PAULO. **Projeto Padrão - Laje de Aproximação - Formas e Armação**. DER-SP. São Paulo. 2005. (PP-DE-C01-270_B e PP-DE-C01-186_B).

DEPARTAMENTO DE ESTRADAS E RODAGEM DO ESTADO DE SÃO PAULO. Tabela de Preços Unitários, São Paulo, Dezembro 2018. Disponível em: <<http://200.144.30.103/tpu-internet/>>. Acesso em: 29 Abril 2019. Tabela 26 - Obras de Arte Especiais.

DEPARTAMENTO NACIONAL DE ESTRADAS E RODAGEM. **Manual de Projeto de Obras-de-Arte Especiais**. Rio de Janeiro: DNER, 1996.

GENIKOMSOU, A.; POLAK, M. A. Finite element analysis of punching shear of concrete slabs using damaged plasticity model in ABAQUS. **Engineering Structures**, n. 98, p. 11, Abr. 2015.

HA, H. S.; SEO, J.; BRIAUD, J.-L. **Investigation of settlement at bridge approach slab expansion joint: Survey and site investigations**. The Texas A&M University. College Station, p. 450. 2002.

HOPPE, E. J. **Guidelines for the use, design, and construction of bridge approach slabs**. Virginia Transportation Research Council. Charlottesville, p. 42. 1999.

INTERNATIONAL FEDERATION FOR STRUCTURAL CONCRETE - FIB. **Model Code 2010**. Lausanne, Suíça: [s.n.], v. 1, 2012.

LACO, K.; BORZOVIC, V. Design of Approach Slab of Road Bridges. **Trans Tech Publications**, Switzerland, v. 249, p. 6, Abr. 2016.

LEONHARDT, F. **Construções de Concreto: Princípios básicos da construção de pontes de concreto**. 1a. ed. Berlim: Interciência Ltda., v. 6, 1979.

LI, C.; HAO, H.; BI, K. Numerical study on the seismic performance of precast segmental concrete columns under cyclic loading. **Engineering Structures**, n. 148, p. 15, Jun. 2017.

LIN, W.; YODA, T. **Bridge Engineering: Classifications, Design Loading, and Analysis Methods**. 1. ed. [S.l.]: Butterworth-Heinemann, 2017.

LOPES, J. A. F. D. P. **Modelação dos efeitos dinâmicos em zonas de transição em vias ferroviárias de alta velocidade**. Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto. Dissertação de Mestrado, p. 162. 2008.

LOWES, L. N. **Finite Element Modeling of Reinforced Concrete Beam-Column Bridge Connections**. Berkeley: University of California, 1999.

LUNA, R.; ROBISON, J. L.; WILDING, A. J. **Evaluation of bridge approach slabs, performance and design**. University of Missouri. Rolla, Missouri, p. 114. 2004.

MA, S. **Bridge approach slab analysis and design incorporating elastic soil support**. University of Missouri. Dissertação de Mestrado, p. 143. 2011.

NASSIF, H.; ABU-AMRA, T.; SHAH, N. **Finite Element Modeling of Bridge Approach and Transition Slabs**. New Jersey Department of Transportation. Trenton, p. 79. 2002.

PENNELS, E. **Concrete Bridge Designer's Manual**. 3. ed. Londres: Cement and Concrete Association, 2004.

PFEIL, W. **Pontes em concreto armado**. 1. ed. Rio de Janeiro: Livros Técnicos e Científicos, 1979.

POWELL, L.; BARNARD, T.; TAYABJI, S. Precast Concrete Panels for Bridge Approach Slab Rehabilitation. **Concrete International**, Fevereiro 2019. 5.

PUPPALA, A. J. et al. **Recomendations for design, construction, and maintenance of bridge approach slabs: synthesis report**. The University of Texas at Arlington. Arlington, Texas, p. 186. 2009.

RÜSCH, H. **Berechnungstafeln für rechtwinklige Fahrbahnplatten von Straßenbrücken (Tabelas de cálculo para lajes com ângulo reto em pontes rodoviárias)**. Munique. 1965.

S.E.T.R.A. **Dalles de transition des ponts routes - technique et réalisation**. Ministère de l'urbanisme, du logement e des transports. [S.l.], p. 42. 1984.

SANTOS, F. L. G. D. **Estudo e Automação da Influência da Taxa de Carregamento na Resposta em Fratura Quase-Frágil**. Campinas: Universidade Estadual de Campinas, 2014.

SEO, J. B. **The bump at the end of the bridge: an investigation**. Texas A&M University. Tese de Doutorado, p. 308. 2003.

SILVA, C. R. D. **Geodiversidade do Brasil: conhecendo o passado, para entender o presente e prever o futuro**. CPRM - Serviço Geológico do Brasil. Rio de Janeiro, p. 268. 2008.

SOUBRA, A. H.; MASSIH, D. S. Y. A. **Reliability-based analysis and design of foundations resting on a spatially random soil**. GeoCongress. [S.l.]: [s.n.]. 2008. p. 8.

STRÖMBLAD, N. **Modeling of Soil and Structure Interaction Subsea**. Chalmers University of Technology, Dissertação de mestrado. Gotemburgo, p. 70. 2014.

TERZAGHI, K. Evaluation of coefficients of subgrade reaction. **Geotechnique**, v. 5, n. 4, p. 30, 1955.

TERZAGHI, K.; PECK, R.; MESRI, G. **Soil mechanics in engineering practice**. 3^a. ed. New York: John Wiley & Sons, Inc., 1995.

VERRUIJT, A. **Soil Mechanics**. 1. ed. Delft: [s.n.], 2001.

WAHLS, H. E. **Design and Construction of Bridge Approaches**. Transportation Research Board. Washington, D.C., p. 52. 1990.

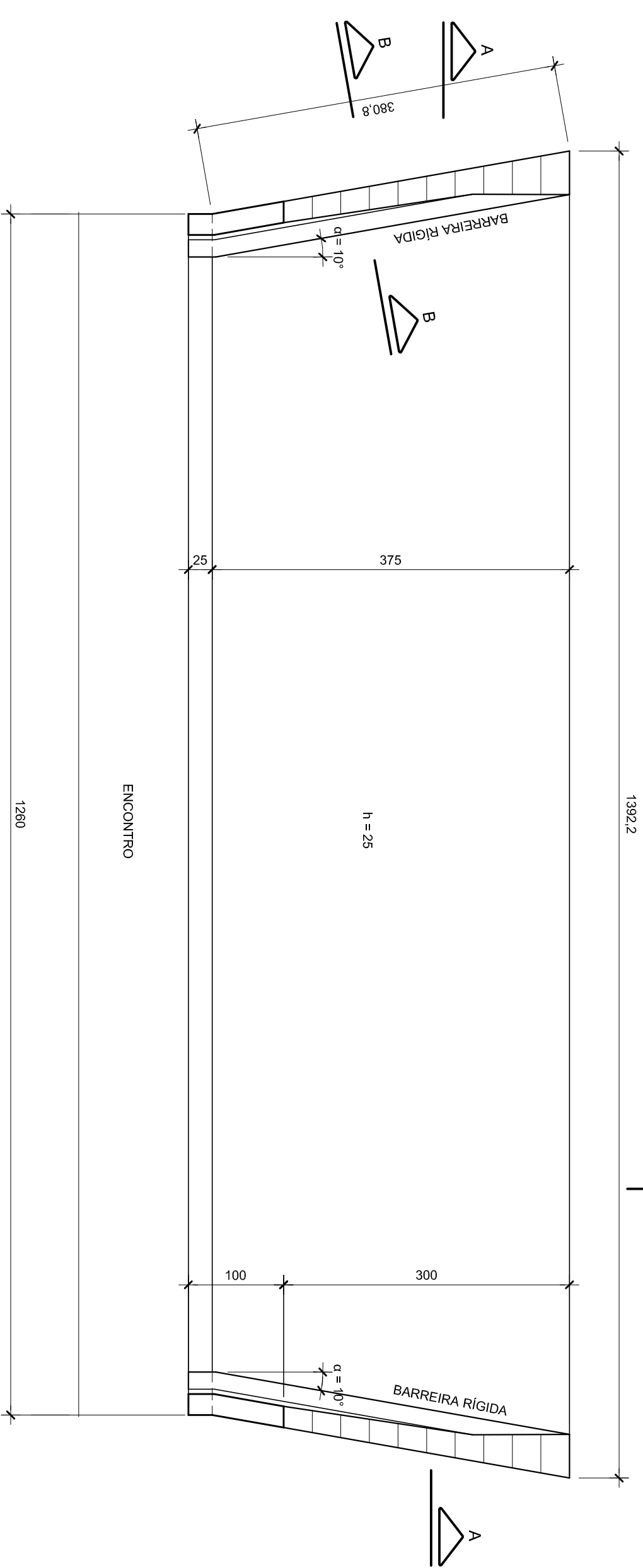
YASROBI, S. Y. et al. Investigation of approach slab settlement for highway infrastructure. **Transportation Geotechnics**, p. 15, Jan. 2016.

ZIENKIEWICZ, O.; TAYLOR, R.; ZHU, J. **The Finite Element Method: Its Basis and Fundamentals**. 6. ed. [S.l.]: Elsevier, 2005.

ANEXO A – Projetos Padrão do DER-SP

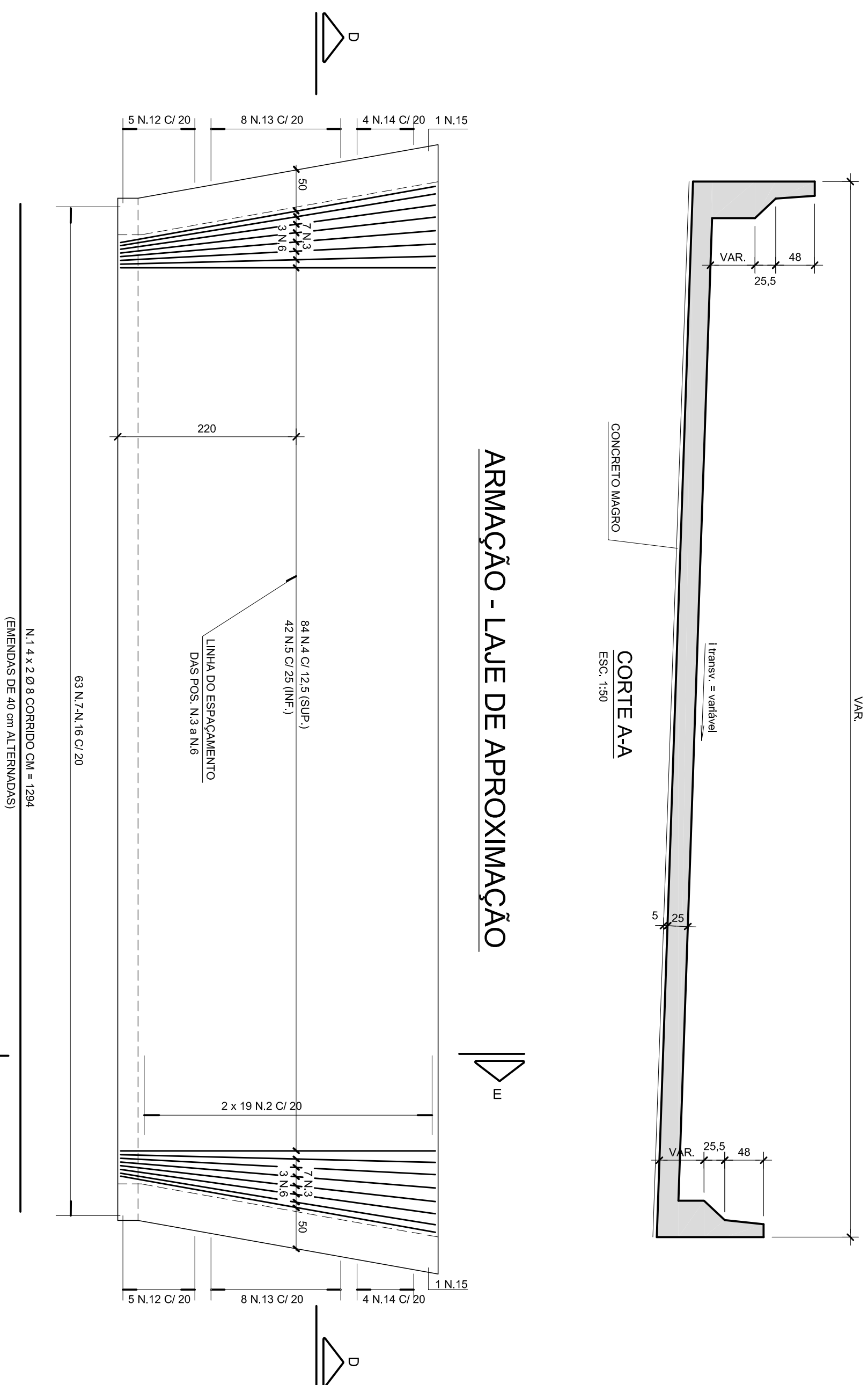
As ilustrações a seguir foram adaptadas dos projetos-padrão do Departamento de Estradas e Rodagem do Estado de São Paulo afim de ilustrar as recomendações de geometria e armadura neste estado.

FORMAS - LAJE DE APROXIMAÇÃO

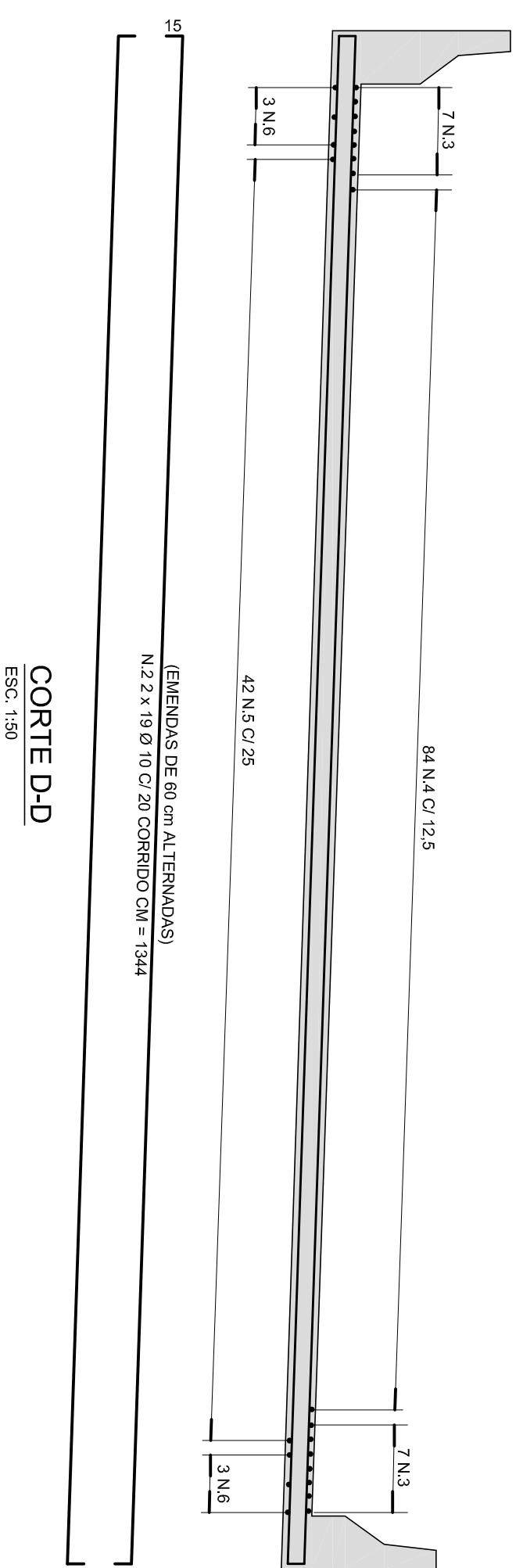


PLANTA
ESC: 1/50

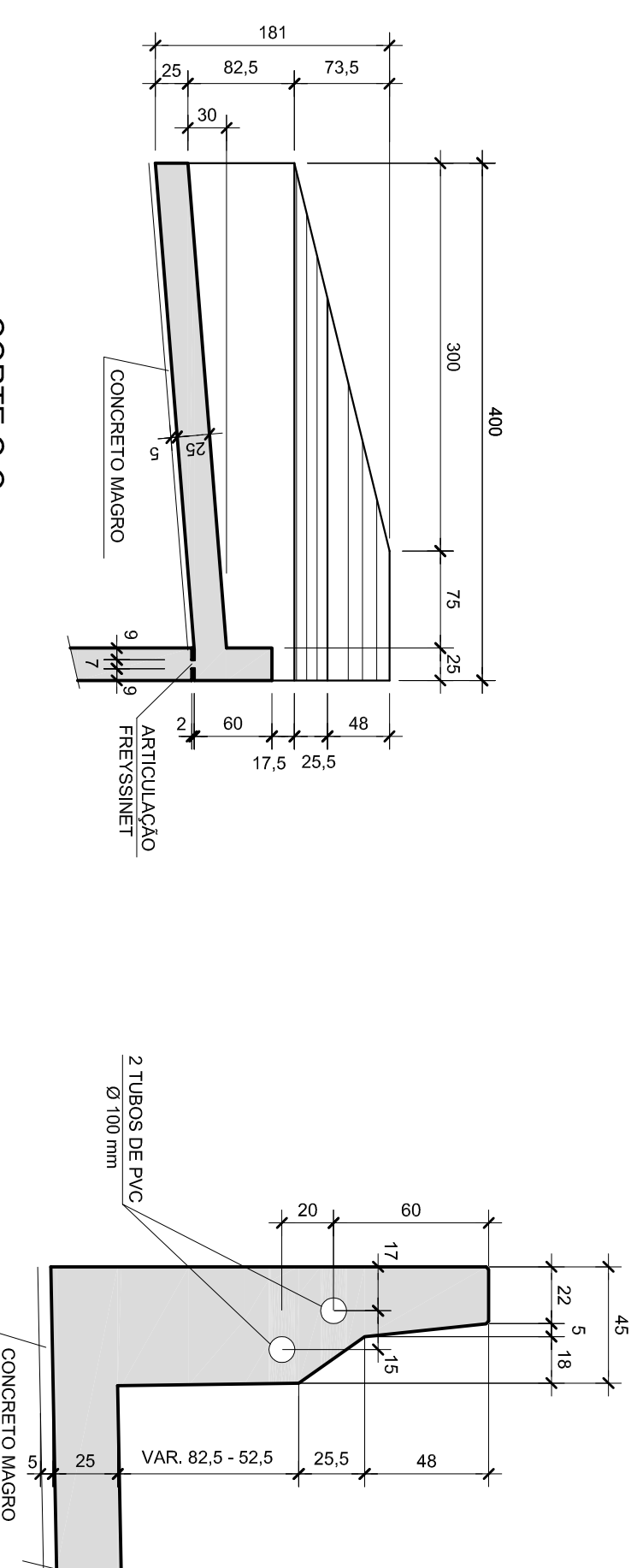
ARMAÇÃO - LAJE DE APROXIMAÇÃO



PLANTA
ESC: 1/50



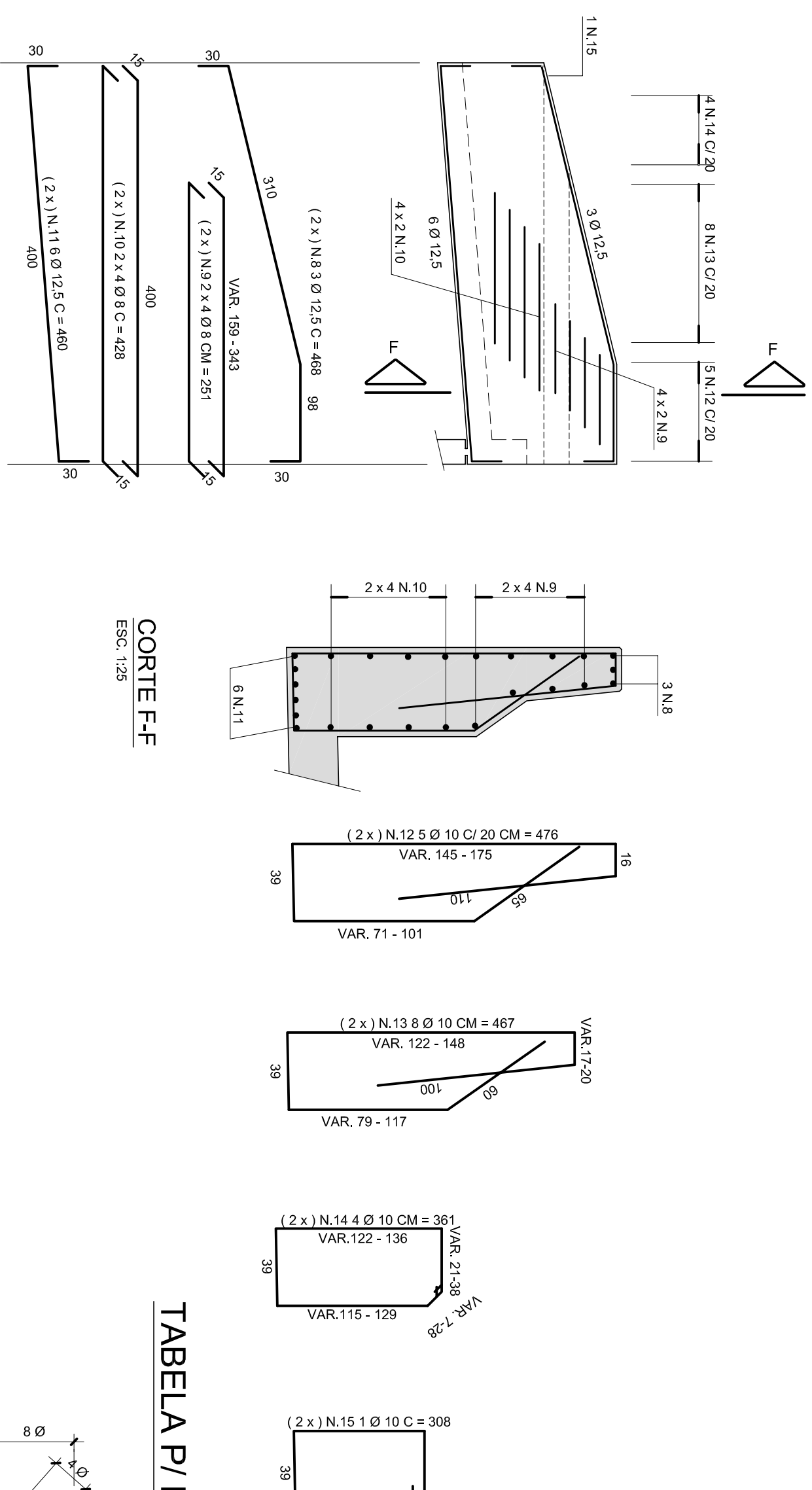
CORTE D-D
ESC: 1/50



CORTE C-C
ESC: 1/50

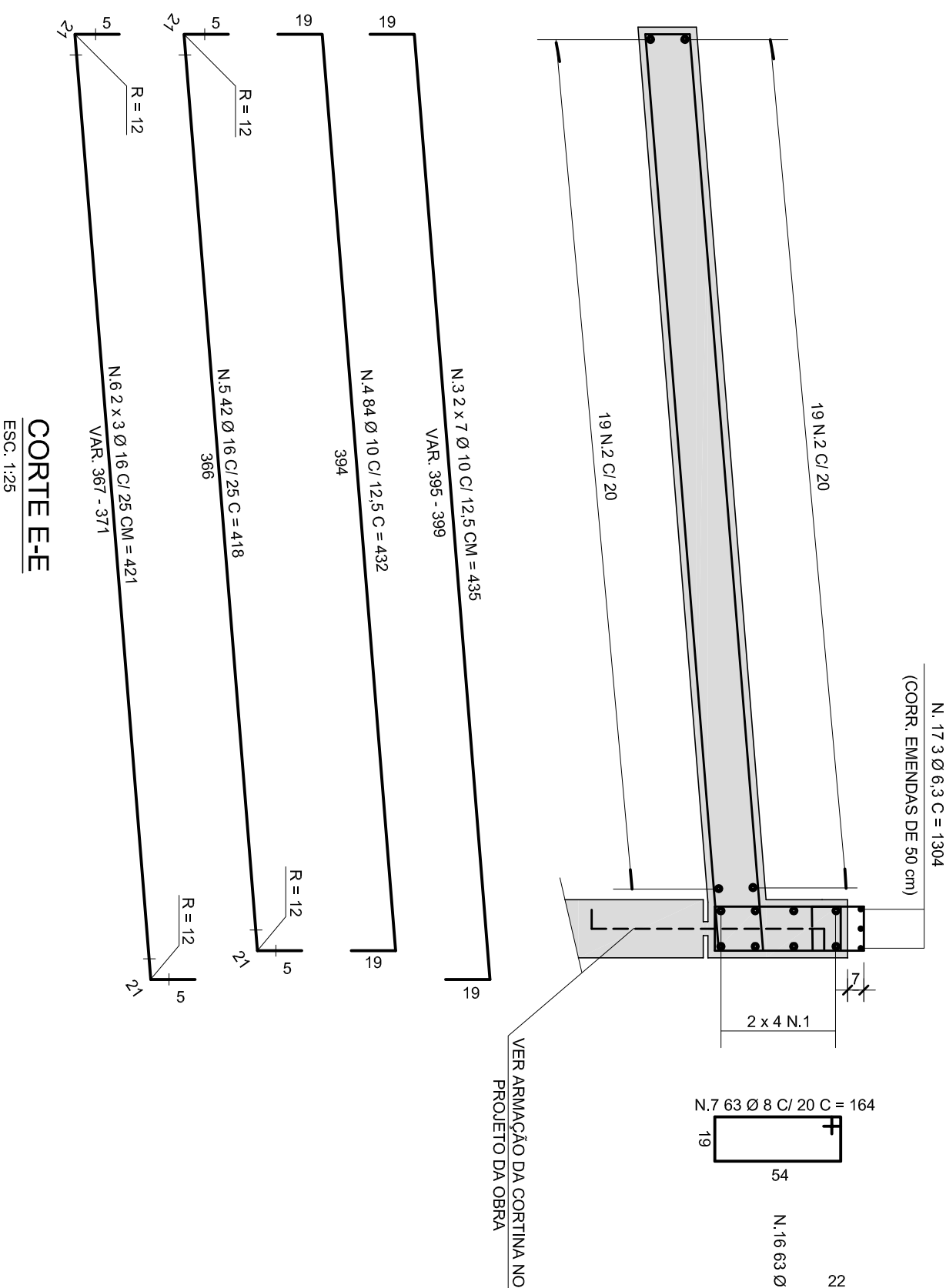
CORTE B-B
ESC: 1/25

ARMAÇÃO - BARREIRA RÍGIDA (2 x)



CORTE F-F
ESC: 1/25

ELEVACÃO



CORTE E-E
ESC: 1/25

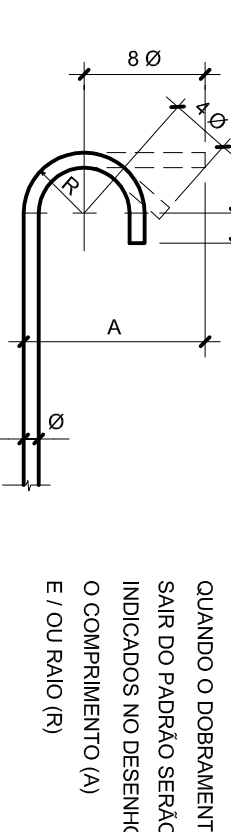
LISTA DE FERRO

N	Ø (mm)	QUANT.	COMPRIMENTOS (cm)	TOTAL
1	8	8	1294	10352
2	10	38	1344	51072
3	10	14	435	6090
4	10	64	432	36588
5	16	42	418	17566
6	16	6	421	2526
7	8	63	164	10332
8	12.5	6	468	2808
9	8	16	251	4016
10	8	16	432	6912
11	12.5	12	459	5508
12	10	10	419	4190
13	10	16	407	7122
14	10	8	381	2888
15	10	2	308	616
16	6.3	63	63	5229
17	6.3	3	1304	3912
PESO TOTAL			200.8	314
PESO TOTAL				1254

RESUMO AÇO CA-50

Ø	kg/m	COMPR. (m)	PESO (kg)
6.3	0.248	91.4	23
8	0.383	315.5	124
10	0.624	1091.9	681
12.5	0.988	83.3	82
16	1.566	200.8	314
PESO TOTAL			1254

TABELA P/ DOBRAMENTO PADRÃO DOS GANCHOS



Ø	RAIO (R)		
	CA-25	CA-40	CA-60
< 20	2.0	2.5	3.0
> 20	2.5	4.0	—

LEGENDA:

- CM = COMPRIMENTO MÉDIO DAS BARRAS, EM CM.
- C = COMPRIMENTO TOTAL DAS BARRAS, EM CM.
- CØ = CAIXA X, EM CM.
- Ø = DIÂMETRO DA ARMAÇURA, EM MM.
- α = ÂNGULO EM PLANTA ENTRE A BARREIRA RÍGIDA E O EIXO DA OBRA DE ARTE ESPECIAL, EM GRÁUS.

NOTAS:

- MEDIAS EM CENTÍMETRO, EXCETO ONDE INDICADO.
- CONCRETO ESTRUTURAL fck = 25 MPa.
- ACÇO CA-50 (k = 500 MPa).
- COBRIMENTO DAS ARMAÇURAS: 3.0 cm.
- QUANTIDADES DE MATERIAS:
 - CONCRETO MARGO = 2.5 m³
 - CONCRETO ESTRUTURAL = 17.8 m³
 - ÁREA DE FORMAS = 33.0 m²

REVISÃO GERAL		DISCRIMINAÇÃO		REVISÕES	
Nº	DATA	EMITENTE	VERIFICAÇÃO	APPROVAÇÃO	OBJETO
B	MAR/2007	EDUARDO M. MAGAO		MARIO MONDOLFO	PRAC-COT/001

ELAB		VERIF.		RESPT. TEC.	
DES.	EDUARDO M. MAGAO	VERIF.	EDUARDO M. MAGAO	RESPT. TEC.	WILSON VIEIRA

EMPENHAMENTO		APPROVAÇÃO	
PROJETO PADRAO	EMPENHAMENTO	VERIFICAÇÃO	EMPENHAMENTO

EMPENHAMENTO		APPROVAÇÃO	
PROJETO PADRAO	EMPENHAMENTO	VERIFICAÇÃO	EMPENHAMENTO

DER

Departamento de Estradas de Rodagem
do Estado de São Paulo

SUBTÍTULO		TÍTULO	
OBJETO	LAJE DE APROXIMAÇÃO - TABULEIRO DE 12,8 m x 4 = 10'	FORMAS E ARMAÇÃO	PP-DE-C01/186

REVISÃO	
Nº	DATA
B	