

**UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO
ESCOLA DE ENGENHARIA DE SÃO CARLOS
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA DE ESTRUTURAS**

ALEX MICAEL DANTAS DE SOUSA

**Contribuição à análise da resistência à força cortante em lajes de concreto
estrutural sem armadura transversal**

SÃO CARLOS - SP

2019

ALEX MICAEL DANTAS DE SOUSA

Contribuição à análise da resistência à força cortante em lajes de concreto estrutural sem armadura transversal.

VERSÃO CORRIGIDA

A versão original encontra-se na Escola de Engenharia de São Carlos

Dissertação de mestrado apresentada ao Departamento de Engenharia de Estruturas da Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, como requisito parcial para a obtenção do título de Mestre em Engenharia Civil (Estruturas).

Orientador: Prof. Titular Mounir Khalil El Debs

SÃO CARLOS - SP

2019

AUTORIZO A REPRODUÇÃO TOTAL OU PARCIAL DESTE TRABALHO, POR QUALQUER MEIO CONVENCIONAL OU ELETRÔNICO, PARA FINS DE ESTUDO E PESQUISA, DESDE QUE CITADA A FONTE.

Ficha catalográfica elaborada pela Biblioteca Prof. Dr. Sérgio Rodrigues Fontes da EESC/USP com os dados inseridos pelo autor.

Sousa, Alex Micael Dantas de

S725c Contribuição à análise da resistência à força cortante em lajes de concreto estrutural semarmadura transversal / Alex Micael Dantas de Sousa; orientador Mounir Khalil El Debs. São Carlos, 2019.

Dissertação (Mestrado) - Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil (Engenharia de Estruturas) e Área de Concentração em Estruturas -- Escola de Engenharia de São Carlos da Universidade de São Paulo, 2019.

1. Resistência à força cortante. 2. Lajes sem armadura transversal. 3. Cargas parcialmente distribuídas próximas do apoio. 4. Modelagem em elementos finitos. 5. Lajes de pontes. I. Título.

FOLHA DE JULGAMENTO

Candidato: Engenheiro **ALEX MICAEL DANTAS DE SOUSA**.

Título da dissertação: "Contribuição à análise da resistência à força cortante em lajes de concreto estrutural sem armadura transversal".

Data da defesa: 18/03/2019.

Comissão Julgadora:

Resultado:

Prof. Titular **Mounir Khalil El Debs**

(Orientador)

(Escola de Engenharia de São Carlos/EESC)

Aprovado

Prof. Titular **Fernando Rebouças Stucchi**

(Escola Politécnica/EP-UPS)

Reprovado

Prof. Dr. **Daniel de Lima Araújo**

(Universidade Federal de Goiás/UFG)

Aprovado

Coordenador do Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil
(Engenharia de Estruturas):

Prof. Titular **Humberto Breves Coda**

Presidente da Comissão de Pós-Graduação:

Prof. Titular **Murilo Araujo Romero**

AGRADECIMENTOS

Aos meus pais, Rejane Maria e Rosemberg Fernandes, pelo incentivo aos estudos desde criança e por proporcionarem a mim uma oportunidade que eles não tiveram. Agradeço às minhas irmãs, Amanda Mikaely, Andresa Dantas e Karina Rodrigues, pelo amor fraternal que sempre me foi proporcionado. A minha namorada, Lisiane Prado, pelo amor, carinho, compreensão nos momentos em que me fiz ausente e incentivo ao longo de todo esse mestrado.

Ao meu orientador, Prof. Mounir El Debs, pela confiança no meu trabalho, contribuições e apoio ao desenvolvimento desta pesquisa ao longo destes últimos dois anos.

Aos meus amigos Bernardo Carvalho, Lucas Antônio e Herbert Lopes, com quem tive o prazer de ingressar no mestrado, morar na mesma República em São Carlos e compartilhar da companhia ao longo de grandes jornadas de estudos.

Aos amigos Henrique Soares, Caio Silva e Péricles Carvalho, pelo apoio imensurável ao longo das disciplinas e desenvolvimentos desta pesquisa, além da companhia sempre agradável nos almoços de domingo. Agradeço também aos amigos do doutorado, com quem cultivei boas amizades e que também contribuíram à minha formação com suas experiências.

Aos professores Márcio Varela, Carlos Paskocimas, José Neres e Yuri Costa, pelos exemplos de ensino e pesquisa desde o curso técnico no IFRN/Mossoró e ao longo dos vários projetos de pesquisa desenvolvidos na UFRN/Natal.

Agradeço aos professores Vladimir Haach, Fernando Stucchi e Daniel Araújo pelas contribuições ao trabalho nas fases de qualificações e defesa da dissertação.

Agradeço a todos os amigos que fiz ao longo desse mestrado, professores e funcionários do Programa de Pós Graduação em Engenharia de Estruturas da Escola de Engenharia de São Carlos.

Agradeço à Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES) pelo financiamento da pesquisa.

RESUMO

SOUSA, A.M.D. **Contribuição à análise da resistência à força cortante em lajes de concreto estrutural sem armadura transversal.** Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil (Estruturas)) - Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, 2019.

A resistência à força cortante em lajes de pontes sem armadura transversal têm sido um aspecto preocupante nas verificações de estruturas de concreto estrutural construídas décadas passadas e está diretamente relacionado aos modelos de cálculo de resistência à força cortante e de largura colaborante empregados no caso de cargas parcialmente distribuídas próximas do apoio. Entretanto, não existem ainda estudos nacionais relacionados ao nível de acurácia e precisão das abordagens geralmente empregadas na prática de projetos de pontes no Brasil. Por esta razão, propõem-se apresentar uma contribuição às análises de resistência à força cortante em lajes de pontes com ênfase no modelo de cálculo da ABNT NBR 6118:2014. Para isto foram comparados os resultados experimentais e teóricos utilizando diferentes modelos de resistência à força cortante e uma base de dados construída a partir de 642 resultados experimentais. Posteriormente, alguns modelos experimentais foram explorados por meio de simulações numéricas em elementos finitos no intuito de avaliar o nível de aproximações desta abordagem e investigar a influência de parâmetros como mísulas na proximidade dos apoios. Dentre os principais resultados desta pesquisa destaca-se que o valor médio da relação entre a resistência à força cortante teórica e experimental V_{exp}/V_{cal} utilizando a ABNT NBR 6118:2014 variou de 2,145 a 1,140 conforme o modelo de largura colaborante utilizado. Enquanto isso, os modelos numéricos calibrados apresentaram relação V_{exp}/V_{MEF} variando entre 0,95 e 1,01 e com coeficientes de variação menores que 15%. De maneira geral, identificou-se que os modelos de resistência à força cortante apresentam elevados níveis de dispersão entre resultados teóricos e experimentais no caso de lajes e faixas de laje e que os modelos mais usuais de definição da largura colaborante não são precisamente adequados para o caso de cargas parcialmente distribuídas próximas do apoio.

Palavras-chave: Resistência à força cortante. Lajes sem armadura transversal. Cargas parcialmente distribuídas próximas do apoio. Modelagem em elementos finitos. Lajes de pontes.

ABSTRACT

SOUSA, A.M.D. **Contribution to the analysis of shear strength in structural concrete slabs without transverse reinforcement.** Dissertation (M. Sc. in Civil Engineering (Structures)) – School of Engineering of São Carlos, University of São Paulo, São Carlos, 2019.

The shear strength in bridge slabs without transverse reinforcement has been a matter of concern in structural concrete structures checks built in the past decades and is directly related to the shear force and effective width calculation models employed in the case of partially distributed loads close to the support. However, there are still no national studies related to the level of accuracy and precision of the approaches commonly used in the practice of bridge projects in Brazil. For this reason, it is proposed to contribute to the shear strength analyzes in bridge slabs with emphasis on the calculation model of ABNT NBR 6118: 2014. For this, we compared the experimental and theoretical results using different models of shear strength and a database constructed from 642 experimental results. Subsequently, some experimental models were explored by means of numerical simulations in finite elements in order to evaluate the level of approximations of this approach and to investigate the influence of parameters such as greater thickness close to the supports. Among the main results of this research, it is worth noting that the average value of the relationship between theoretical and experimental shear strength V_{exp}/V_{cal} using ABNT NBR 6118: 2014 varied from 2,145 to 1,140 according to the effective width model used. Meanwhile, the calibrated numerical models showed V_{exp}/V_{MEF} ratio varying between 0.95 and 1.01 and with coefficients of variation lower than 15%. In general, it was identified that the shear strength models present high levels of dispersion between theoretical and experimental results in the case of slabs and slab strips and that the most usual models of defining the effective width are not precisely adequate for the partially distributed loads close to the support in slabs.

Keywords: Shear force strength. Slabs without transverse reinforcement. Partially distributed loads close to the support. Finite element modeling. Bridge slabs.

LISTA DE FIGURAS

Figura 2.1 - Propagação da força cortante em diferentes tipos de estruturas: a) cisalhamento unidirecional; b) cisalhamento na punção e c) propagação da força cortante no caso de cargas parcialmente distribuídas em pequenas áreas próximas do apoio.	31
Figura 2.2 - Situações com cargas distribuídas em pequenas áreas próximas do apoio.	32
Figura 2.3 – Modos de falha característicos de: (a) cisalhamento unidirecional; b) punção e c) propagação horizontal da força cortante.	33
Figura 2.4 – Distribuição de reações ao longo do apoio nos casos de: a) vigas; b) punção em lajes e; c) lajes sujeitas a cargas parcialmente distribuídas próximas deste.....	34
Figura 2.5 – Mecanismos de resistência à força cortante em a) vigas b) mecanismos adicionais em lajes por restrição lateral (efeito de membrana comprimida).....	38
Figura 2.6 – Cinemática e tensões associadas ao engrenamento dos agregados.....	41
Figura 2.7 - Zona de fratura: (a) fissura de flexão, estado de tensões e deformações na seção; b) região de tensão residual na fissura.....	42
Figura 2.8 - Biela de compressão e mecanismo de ação em arco transferindo a força de compressão C	45
Figura 2.9 – a) Esquema de mobilização do efeito de membrana em lajes e elementos lineares e b) exemplo prático de restrição horizontal da laje.	45
Figura 2.10 - Comparação do padrão de fissuração e bielas de compressão retas teóricas para: a) pequenas; e b) grandes distâncias “ a ” de acordo com Muttoni e Ruiz (2008); e c) resistência ao cisalhamento de vigas sem armadura transversal testadas por Kani (1966) como função do vão cisalhante.....	46
Figura 2.11 – a) Modelo de seção de viga utilizado na <i>CFT</i> e b) Estado de tensões e deformações do elemento.	50
Figura 2.12 – a) Principais considerações da teoria da fissura crítica de cisalhamento (CSCT): seção de controle e fibra de referência; b) critério de falha hiperbólico e comparação com resultados de ensaios; c) comparação qualitativa dos mecanismos de transferência de força cortante e o critério de falha da CSCT	51
Figura 2.13 - Distribuição das tensões de cisalhamento na situação eminente de falha e distribuição qualitativa da contribuição dos diferentes mecanismos.....	52
Figura 2.14 – Posição da seção crítica ao cortante.....	53
Figura 2.15 – Envoltória de falha de Kupfer para o setor compressão-tração.	54

Figura 2.16 - Modos tradicionais de falha possíveis em lajes sob cargas concentradas. a) cisalhamento unidirecional, b) falha por punção e c) formação de mecanismo de flexão. .	55
Figura 2.17 – a) Fluxo de cargas de laje em balanço com detalhe para regiões de verificação do cisalhamento unidirecional e verificação da punção; e b) diferenças no fluxo de carga e modos de falha de diferentes estruturas.....	56
Figura 2.18 - diferentes relações a/d de acordo com a direção analisada.....	57
Figura 2.19 – Modelo de Alexander e Simmonds (1992): a) faixas e quadrantes; b) carregamento da faixa e diagrama de momentos fletores.	58
Figura 2.20 – Subdivisão do perímetro e propriedades da laje a serem usadas para cada parte do perímetro: a) para $1,5d_\ell < a_v < 2d_\ell$; b) para $a_v < 2d_\ell$ e $b_r < 1,5d_\ell$	59
Figura 2.21 - Princípio da largura efetiva b_{eff} : a área hachurada sob a curva $v(x)$ da tensão cisalhante ao longo da largura b é numericamente igual à área formada pela máxima tensão cisalhante v_{max} sobre a largura b_{eff}	60
Figura 2.22 - Definição da largura efetiva segundo a ABNT NBR 6118:1980: a) Vista superior e b) Vista em corte.	61
Figura 2.23 - Largura efetiva b_{H240} de acordo com o Comitê Alemão N°240 do DAfStb: a) Definição da área de aplicação da carga $t_x \times t_y$; b) largura efetiva b_{H240a} (laje simplesmente apoiada) e b_{H240b} (laje em balanço); c) Largura efetiva b_{H240} no caso de cargas próximas de borda livre.	63
Figura 2.24 - Modelos de largura colaborante baseados na propagação horizontal da carga mais tradicionais: a) b_{eff1} (modelo holandês); b) b_{eff2} (modelo francês); c) b_{MC2010} (Model Code 2010); d) a partir das bordas da área da carga calculada à meia altura da laje.	64
Figura 2.25 – a) Laje em balanço utilizado como exemplo e b) efeito do vão de cisalhamento nos diferentes modelos de largura efetiva.....	66
Figura 2.26 – a) Influência da relação a/d na resistência à força cortante: a) padrão de fissuração e posição teóricas das bielas de compressão dos testes B2, B4, B6 e B10/1 de Leonhardt e Walther (1962); e b) Vale de Kani (<i>Kani's Valley</i>), comparando as cargas de falha experimentais e teóricas de acordo com a teoria da plasticidade.....	67
Figura 2.27 – a) Relação de β com o vão de cisalhamento livre a_v ; e b) relação $m_{max}/v_{max}.d$ com a relação a/d para vigas e lajes.	69
Figura 2.28 – a) Influência das tensões axiais de compressão e tração na resistência à força cortante de lajes apoiadas nos quatro bordos; b) detalhe do sistema de aplicação das forças axiais.	71

Figura 2.29: Momentos utilizados no cálculo de α_{Regan} para lajes com continuidade no apoio.	73
Figura 2.30: grau de engastamento em: a) vigas contínuas simétricas, b) vigas de extremidade perfeitamente engastadas ou c) com grau de engastamento menor que 100%; d) relação entre M/V e a relação de distâncias a/ℓ	74
Figura 2.31: Relação entre a razão $M-/M+$ e a) grau de restrição ao giro para diferentes e relações a/ℓ ; b) distância da carga medida pela relação a/ℓ para diferentes graus de restrição ao giro.	75
Figura 2.32: Definição das variáveis do problema: a) diagrama de corpo livre; b) Diagrama de esforço cortante com definição da seção a ser considerada no cálculo da contribuição do peso próprio na resistência à força cortante; c) diagrama de momento fletor com detalhe das variáveis geométricas.	76
Figura 2.33 – Efeito da variação da espessura do tabuleiro na resistência à força cortante de laje em balanço.	77
Figura 2.34 – Relação entre a resistência à força cortante e a relação b/d	78
Figura 3.1 - Comprimento de ancoragem necessário.	80
Figura 3.2 - Posição e dimensão da seção de controle, b_w ou $b_{\text{eff},MC}$, para a determinação da resistência ao cisalhamento de lajes com cargas concentradas próximas do apoio (a) em vista superior, b) para bordas simplesmente apoiadas e c) bordas engastadas no apoio.	85
Figura 3.3 – Posição da seção crítica ao cortante.	88
Figura 3.4 – Sistema estático e características das faixas de lajes utilizadas como exemplo.	90
Figura 3.5 – Resistência à força cortante prevista de acordo com o sistema estático das faixas de lajes: a) por modelos semi-empíricos e b) por modelos mecânicos. (SS+SS: laje simplesmente apoiada; cantilever: laje em balanço; CS+SS: laje com continuidade em um dos bordos).	91
Figura 3.6 – Efeito da taxa de armadura na previsão de resistência à força cortante em: a) modelo semi-empíricos e b) modelos mecânicos.	92
Figura 3.7 – Efeito da dimensão máxima dos agregados na resistência à força cortante: a) modelos semi-empíricos e b) modelos mecânicos.	93
Figura 3.8 - Influência da resistência à compressão do concreto na resistência à força cortante em: a) modelos semi-empíricos e b) modelos mecânicos.	94

Figura 3.9 - Efeito do vão de cisalhamento a na resistência à força cortante: a) de modelos semi-empíricos e b) de modelos mecânicos.	95
Figura 3.10 - a) Definição determinística do efeito de escala de acordo com as teorias da (i) resistência dos materiais, (ii) mecânica da fratura linear elástica e (iii) mecânica da fratura não-linear. b) Ilustração da distribuição de tensões com a geometria dos elementos.	96
Figura 3.11 - Influência da altura útil da seção na resistência à força cortante: a) em modelos semi-empíricos e b) modelos mecânicos. Fonte: Autor (2019).	97
Figura 3.12 - Influência da altura útil da seção na resistência nominal à força cortante: a) por modelos semi-empíricos e b) modelos mecânicos.	98
Figura 4.1 – Ilustração dos sistemas estáticos incorporados na base de resultados experimentais.	103
Figura 4.2 – Ilustração dos três principais grupos de experimentos da base de dados.	106
Figura 4.3 - Distribuição gráfica dos experimentos de acordo com o sistema estático e relações a/d de acordo com o grupo de interessa da base de dados: a) Base Inicial; b) Grupo KONP0; c) Grupo KONP1; d) Grupo KONP1a.	110
Figura 4.4 - Distribuição dos experimentos nos grupos P0, P1 e P1a de acordo com a) resistência à compressão do concreto e b) taxa de armadura longitudinal.	112
Figura 4.5 - Distribuição dos experimentos nos grupos P0, P1 e P1a de acordo com a) espessura dos elementos h_{sup} e b) relação vão de cisalhamento – altura útil a/d	112
Figura 4.6 - Distribuição dos experimentos nos grupos P0, P1 e P1a de acordo com a) largura dos elementos b e b) relação entre as dimensões do elemento b/h	113
Figura 4.7: Efeito do: a) vão de cisalhamento a e b) da relação a/d na resistência à força cortante dos elementos do grupo P0b.	119
Figura 4.8: Resistência à força cortante em função do grau de restrição ao giro da laje sobre um dos apoios d_r : a) para experimentos em faixas de laje com a carga ao longo de toda a sua largura (P0a) e b) para experimentos com cargas concentradas (P0b).	120
Figura 4.9: Resistência à força cortante normalizada em função da relação $\max(a_1; a_2)/d$ a) para faixas de lajes carregadas ao longo de toda a sua largura (P0a); e b) e lajes com cargas concentradas (P0b).	121
Figura 4.10 - Resistência à força cortante normalizada em função da relação a_1/a_2 a) para faixas de lajes carregadas ao longo de toda a sua largura (P0a); e b) e lajes sujeitas às cargas parcialmente distribuídas (P0b).	122

Figura 4.11: Influência da taxa de armadura transversal na resistência à força cortante normalizada para os experimentos a) do grupo P0b e b) grupo de experimentos de Lantsoght (2013) em detalhe.	123
Figura 4.12 – Procedimento iterativo para determinação da força cortante resistente para com o modelo do Model Code 2010.....	125
Figura 4.13: Efeito da consideração ou não da redução da resistência à força cortante e do modelo de definição da largura colaborante: a) b_{eff1} (holandês) e b) b_{eff2} (francês).....	134
Figura 4.14: Efeito da consideração ou não da redução da resistência à força cortante combinado a abordagem a abordagem de definição da largura colaborante da ABNT NBR 6118:1980.	135
Figura 4.15: Análise do modo de falha dos experimentos do grupo P1 de acordo com: a) força cortante de ruptura e b) espessura dos elementos d_t	138
Figura 4.16: Influência no nível de precisão de cálculo da ABNT NBR 6118:2014 de parâmetros como: a) relação a/d e b) relação b/d	139
Figura 4.17: Modo de falha observado de acordo com a) taxa de armadura longitudinal e b) resistência a compressão do concreto f_c	140
Figura 5.1 - Vista lateral do esquema de ensaio do modelo S1T1.....	143
Figura 5.2 – Detalhe das condições de contorno.....	144
Figura 5.3 – Vista superior do esquema de ensaio do modelo S1T1. (medidas em <i>mm</i>)	144
Figura 5.4 – Layout da Armadura do modelo S1T1 (medidas em <i>mm</i>).....	144
Figura 5.5 – Layout da armadura do modelo BS1T1: a) vista superior e b) em corte (medidas em <i>mm</i>).....	145
Figura 5.6 – Comportamento dos materiais do apoio a) tensão-deformação e b) Força x deslocamento.	148
Figura 5.7 – Abordagem (i): a) vista geral do modelo; b) detalhe do apoio simples com sólido deformável.	150
Figura 5.8 - Abordagem (iii): a) Vista superior; b) Vista inferior.....	151
Figura 5.9 – Diferença de resultados considerando uma placa nos apoios ou uma mola não-linear acoplada à superfície apoiada.....	152
Figura 5.10 – Curva tensão-deformação dos apoios deformáveis entre a laje e as vigas rígidas: a) curva completa e b) efeito da não-linearidade da mola de apoio.	152
Figura 5.11 – Influência de molas rotacionais nos apoios.	154

Figura 5.12 – Influência da forma de modelagem da continuidade da laje sobre o apoio CS nos modelos: a) S1T1 e b) S1T2 (carga próxima do apoio com continuidade).....	155
Figura 5.13 – a) Efeito de diferentes formas de cálculo da energia de fratura na curva tensão-abertura de fissura do concreto sob tensões de tração e b) efeito das dimensões do agregado graúdo e modelo de cálculo na energia de fratura.....	158
Figura 5.14 – a) Curva tensão-deformação e b) curva tensão-abertura de fissura do concreto sob tensões de tração com diferentes modelos constitutivos.	161
Figura 5.15 – Curvas tensão-deformação para concreto sob compressão por diferentes modelos de cálculo.....	163
Figura 5.16 – Efeito da a) discretização da malha de elementos finitos e b) do módulo de elasticidade do concreto na curva tensão-deformação proposta por Feenstra e de Borst (1993).....	164
Figura 5.17 – Efeitos dos parâmetros a) α_d e b) α_a na curva tensão-deformação do concreto em compressão proposta por Guo (2014).	164
Figura 5.18 – Definição de parâmetros na curva tensão-deformação do concreto em compressão uniaxial.....	165
Figura 5.19 – Efeito da energia de fratura nas curvas força x deslocamento do atuador nos modelos numéricos.....	167
Figura 5.20 –Efeito dos parâmetros de evolução do dano no comportamento uniaxial do concreto submetido à: a) tração e b) compressão.	168
Figura 5.21 – Evolução das variáveis de dano a) na compressão e b) na tração por diferentes abordagens.....	170
Figura 5.22 – Influência dos parâmetros de a) discretização da malha de elementos finitos e b) parâmetro de viscosidade do concreto em modelos de faixa de laje.	172
Figura 5.23 – a) Visão geral do modelo numérico; b) malha de elementos finitos e c) detalhe da dimensão dos elementos.	173
Figura 5.24 – Modelo BS1T1: a) Condições de contorno do modelo geral; b) detalhes das condições de contorno da armadura.	176
Figura 5.25 – a) Padrão de fissuração identificado a) no modelo experimental BS1T1; b) no modelo numérico BS1T1 e; c) curva força F x deslocamento d do atuador.....	177
Figura 5.26 – Comparação do nível de aproximação das previsões de resistência à força cortante de diferentes abordagens.	178

Figura 5.27 – Efeito da formulação de energia de fratura nos modelos FH: a) S1T1 e b) S1T2.	180
Figura 5.28 – Efeito na força máxima F da formulação de energia de fratura em modelos FH com carga próxima do apoio na região de continuidade da laje: a) S2T4 e b) S3T4.	181
Figura 5.29 – Efeito da energia de esmagamento no nível de aproximação dos modelos numéricos FH: a) S1T1 e b) S1T2.	182
Figura 5.30 – Efeito do giro da área carregada nas curvas $F \times d$ dos modelos numéricos com a abordagem FH relativos aos experimentos: a) S2T1 e b) S8T1.	184
Figura 5.31 – Curvas Força x Deslocamento com a abordagem Guo dos ensaios: a) S1T1; b) S1T2; c) S2T1 e d) S2T4.	185
Figura 5.32 – Curva Força x Deslocamento com a abordagem Guo para os modelos S3 e S8.	186
Figura 5.33 – Efeito dos parâmetros de a) resistência à compressão do concreto na curva $F \times d$ e b) resistência à tração do concreto na resistência à força cortante.	187
Figura 5.34 – Efeito da relação a/d nas curvas Força x deslocamento e b) resistência à força cortante.	188
Figura 5.35 – Efeito da taxa de armadura de flexão transversal positiva na resistência à força cortante; a) curva $F \times d$ e b) gráfico $V_{MEF} \times \rho_t$	189
Figura 5.36 – Efeito da taxa de armadura de flexão transversal em: a) curva Força x deslocamento na área da carga b) resistência à força cortante dos modelos.	190
Figura 5.37 – Ilustração dos modelos com a) variação da dimensão l_{load} e b) dimensão b_{load} da área carregada.	191
Figura 5.38 – Efeito da dimensão b_{load} em: a) curva Força x deslocamento da área carregada e b) resistência à força cortante das lajes.	191
Figura 5.39 - Efeito da dimensão l_{load} em: a) curva Força x deslocamento da área carregada e b) resistência à força cortante das lajes.	192
Figura 5.40 – Ilustração da variação de espessura implementada nos modelos numéricos.	193
Figura 5.41 – Efeito das diferentes variações de espessura (mísulas) em modelos numéricos com relações a/d e a_v/d constantes.	194
Figura 5.42 – Perfil de plastificação do concreto por tração, no eixo de simetria da laje, para a força F de ruptura e com a relação a/d constante.	194

LISTA DE TABELAS

Tabela 1.1 – Termos para consideração dos efeitos de tensões axiais.....	72
Tabela 4.1 – Referências incluídas na base de resultados experimentais.	102
Tabela 4.2 – Distribuição dos experimentos por tipologia e sistema estático.	103
Tabela 4.3 – Resumo da filtragem de eliminação de experimentos.....	105
Tabela 4.4 – Resultado da filtragem dos experimentos por critérios individuais.	107
Tabela 4.5 – Resultado da filtragem dos experimentos por critérios coletivos.	108
Tabela 4.6 - Distribuição dos experimentos de acordo com o sistema estático e relações a/d de acordo com o grupo de interessa da base de dados.	109
Tabela 4.7: Distribuição dos modos de falha relatados nos trabalhos originais ou em outras bases de dados de acordo com os grupos de análise da base de dados construída.	115
Tabela 4.8: Distribuição dos modos de falha nos grupos da base de dados (P0, P1 e P1a) após análise filtragem e seleção dos modos de falha.....	116
Tabela 4.9 - Avaliação estatística dos modelos semi-empíricos de cálculo aplicados ao grupo KONP1a (ensaos carregados ao longo de toda a largura).....	127
Tabela 4.10 - Avaliação estatística dos modelos mecânicos de resistência à força cortante aplicados ao grupo P1a (ensaos carregados ao longo de toda a largura).....	128
Tabela 4.11 - Avaliação estatística dos modelos semi-empíricos de cálculo aplicados ao grupo P1a (ensaos carregados ao longo de toda a largura).	130
Tabela 4.12 - Avaliação estatística dos modelos mecânicos de resistência à força cortante aplicados ao grupo P1a (ensaos carregados ao longo de toda a largura).....	130
Tabela 4.13 - Avaliação estatística dos modelos semi-empíricos de cálculo aplicados ao grupo P1a (ensaos carregados ao longo de toda a largura).	131
Tabela 4.14 - Avaliação estatística dos modelos mecânicos de resistência à força cortante aplicados ao grupo P1a (ensaos carregados ao longo de toda a largura).....	132
Tabela 4.15: Avaliação do nível de precisão da ABNT NBR 6118:2014 com diferentes abordagens de definição da largura colaborante – Grupo P1 com $b_{laje} > b_{MC2010}$	133
Tabela 4.16 - Avaliação do nível de precisão de diferentes modelos semi-empíricos de resistência à força cortante de acordo o sistema estático.....	136
Tabela 4.17 - Avaliação do nível de precisão de diferentes modelos mecânicos de resistência à força cortante do grupo P1 com $a/d > 2,4$ de acordo o sistema estático.....	137
Tabela 5.1 – Parâmetros básicos do concreto utilizado nos modelos experimentais....	146
Tabela 5.2 – Parâmetros básicos da armadura utilizada nos modelos.	147

Tabela 5.3 - Variáveis Básicas das Condições de Contorno	148
Tabela 5.4 – Diferença de resultados entre as abordagens utilizadas para modelagem da continuidade da laje.	155
Tabela 5.5 – Módulo de elasticidade.	157
Tabela 5.6 – Modelos constitutivos para o concreto sob tensões de tração.	160
Tabela 5.7 – Modelo de relação tensão-deformação para o concreto sob compressão.	162
Tabela 5.8 – Formulações para cálculo da energia de fratura e energia de esmagamento	166
Tabela 5.9 – Modelos de evolução do dano à compressão e tração.	169
Tabela 5.10 – Valores de referência para os parâmetros de plasticidade.	174
Tabela 5.11 – Parâmetros de plastificação do modelo de plasticidade com dano utilizado.	174
Tabela 5.12 – Formulações para leis constitutivas dos modelos calibrados.	175
Tabela 5.13 – Nível de aproximação dos modelos calibrados.	178
Tabela 5.14 – Nível de aproximação de acordo com o sistema estático.	179
Tabela 5.15 – Efeito da energia de fratura no nível de aproximação da abordagem FH.	180
Tabela 5.16 – Influência da energia de esmagamento do concreto G_c no nível de aproximação dos modelos numéricos.	182
Tabela 5.17 – Influência da restrição ao giro da área carregada.	183

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	27
1.1	Considerações gerais	27
1.2	Objetivos.....	28
1.3	Justificativas	28
1.4	Metodologia da pesquisa.....	29
1.5	Estrutura do texto	30
2	REVISÃO BIBLIOGRÁFICA	31
2.1	Considerações iniciais	31
2.2	Solicitações em lajes de pontes	31
2.3	Histórico dos modelos de resistência à força cortante.....	34
2.4	Mecanismos de resistência à força cortante	38
2.4.1	Zona de concreto não fissurado em compressão por flexão.....	39
2.4.2	Engrenamento dos agregados	40
2.4.3	Resistência à tração residual na fissura	42
2.4.5	Ação em Arco e Efeito de Membrana	44
2.5	Abordagens para análise de resistência à força cortante em lajes.....	47
2.5.1	Modelos unidirecionais	47
2.5.2	Particularidades no caso de cargas parcialmente distribuídas próximas do apoio	55
2.6	Abordagens de definição da largura efetiva na resistência à força cortante	60
2.6.1	ANBT NBR 6118	61
2.6.2	Modelo de largura efetiva das normas alemãs.....	62
2.6.3	Modelos baseados na propagação horizontal da carga.....	63
2.6.4	Largura efetiva em modelos numéricos por elementos finitos.....	65
2.6.5	Comparação de diferentes abordagens de largura efetiva/colaborante	65
2.7	Investigação dos parâmetros influentes na resistência à força cortante	66
2.7.1	Relação vão de cisalhamento-altura útil – a/d	66

2.7.2	Efeito de escala	69
2.7.3	Armadura longitudinal	70
2.7.4	Forças axiais.....	71
2.7.5	Efeito da continuidade da laje nos apoios	72
2.7.6	Efeito da variação de espessura	76
2.7.8	Influência da relação largura – altura útil da laje b/d.....	77
3	MODELOS DE RESISTÊNCIA À FORÇA CORTANTE	79
3.1	Considerações Gerais.....	79
3.2	Modelos semi-empíricos e mecânicos de resistência à força cortante	79
3.2.1	ABNT NBR 6118:2014	79
3.2.2	Eurocode 2 (CEN, 2005).....	80
3.2.3	ACI 318: 2014.....	82
3.2.4	Model Code 2010 (fib, 2012).....	83
3.2.5	SIA 262:2013 – Baseado na teoria da fissura crítica de cisalhamento	85
3.2.6	Modelo de resistência ao flexo-cisalhamento ou modelo multi-mecanismos.....	87
3.3	Comparação de diferentes modelos de resistência à força cortante unidirecionais.....	89
3.3.1	Influência do sistema estático	90
3.3.2	Taxa de armadura longitudinal	92
3.3.3	Dimensão máxima do agregado	93
3.3.4	Resistência à compressão do concreto	94
3.3.5	Vão de cisalhamento a	95
3.3.6	Efeito de Escala.....	96
4	ANÁLISE DE RESULTADOS EXPERIMENTAIS	99
4.1	Considerações iniciais.....	99
4.2	Organização da base de resultados experimentais	100
4.2.1	Parâmetros.....	100
4.2.2	Visão geral	101

4.2.3 Seleção e Filtragem de resultados experimentais para avaliações posteriores.....	104
4.2.4 Base de dados após aplicação de filtros.....	109
4.2.5 Organização de acordo com o modo de falha dos modelos	113
4.3 Análise de parâmetros influentes na resistência a força cortante de acordo com a base de resultados experimentais.....	116
4.3.1 Influência do vão de cisalhamento a e relação a/d	118
4.3.2 Efeito do grau de restrição ao giro da laje nos apoios	120
4.3.6 Influência da taxa de armadura de flexão transversal.....	122
4.4 Avaliação de abordagens de resistência à força cortante em pontes	124
4.4.1 Considerações iniciais	124
4.4.2 Avaliação dos modelos de resistência à força cortante com experimentos solicitados em toda a largura	127
4.4.3 Avaliação do modelo da ABNT NBR 6118:2014 de resistência à força cortante com diferentes abordagens de largura colaborante.	132
4.4.4 Avaliação dos modelos de resistência à força cortante com os modelos usuais de largura colaborante	135
4.5 Investigação de parâmetros influentes no modo de falha de lajes sem armadura transversal	138
5 ANÁLISE NUMÉRICA	141
5.1 Considerações iniciais	141
5.2 Modelos experimentais de referência.....	141
5.2.1 Modelo S1T1 – laje sujeita à carga parcialmente distribuída.....	143
5.2.2 Modelo BS1T1- faixa de laje.....	145
5.2.3 Propriedades dos materiais	145
5.3 Modelagem – Aspectos Gerais	148
5.4 Modelagem das condições de contorno	149
5.5 Modelagem do Concreto	155
5.5.1 Módulo de Elasticidade	156

5.5.2	Comportamento uniaxial do concreto na tração	157
5.5.3	Comportamento uniaxial do concreto na compressão	161
5.5.4	Leis de Evolução do dano	167
5.5.5	Viscosidade e Sensibilidade da Malha de Elementos Finitos	170
5.5.6	Parâmetros de plasticidade do concreto	173
5.5.7	Formulações adotadas para o comportamento do concreto	175
5.6	Parâmetros do aço da armadura	175
5.7	Estratégia de Análise dos Resultados	175
5.7.1	Padrão de fissuração.....	175
5.7.2	Curvas Força x deslocamento (F x d)	176
5.8	Nível de Aproximação dos Modelos de Laje Calibrados	177
5.8.1	Efeito da energia de fratura G_f	179
5.8.2	Efeito da energia de esmagamento G_c	181
5.8.3	Efeito da restrição ao giro da área de aplicação da força F.....	183
5.9	Escolha do modelo para análise paramétrica.....	184
5.10	Análise Paramétrica	186
5.10.1	Efeito da resistência à compressão e de tração do concreto	186
5.10.2	Efeito da relação vão de cisalhamento – altura útil a/d	187
5.10.3	Efeito da armadura de flexão positiva transversal	188
5.10.4	Efeito da armadura de flexão negativa transversal	189
5.10.5	Efeito da geometria da área de introdução da carga	190
5.10.6	Efeito da variação de espessura (mísula) nas lajes	192
6	CONCLUSÕES E CONSIDERAÇÕES FINAIS	195
6.1	Conclusões.....	195
5.2	Sugestões para pesquisas futuras	197
	REFERÊNCIAS.....	199
	APÊNDICE A – BASE DE RESULTADOS EXPERIMENTAIS.....	217

A.1	Parâmetros	217
A.2	Base de dados.....	218

1 INTRODUÇÃO

1.1 Considerações gerais

A determinação da resistência à força cortante em lajes de concreto estrutural, (concreto armado ou protendido) sem armadura transversal, tanto em fase de projeto quanto na avaliação de estruturas existentes, é tema que têm despertado maior interesse da comunidade técnica nas duas últimas décadas. Esta preocupação pode ser atribuída principalmente a dois aspectos: (i) aumento das cargas solicitantes em estruturas projetadas décadas atrás e (ii) atualização de códigos normativos que, pela incorporação das abordagens de confiabilidade das estruturas, têm tornado os modelos de previsão da resistência à força cortante atuais mais conservadores. Em conjunto, os dois aspectos têm dificultado o atendimento a critérios de segurança em relação à força cortante de diversas pontes na Europa, por exemplo. Uma vez que em muitas destas estruturas não foi identificado risco de colapso, pesquisas têm sido conduzidas no intuito de melhor compreender os mecanismos envolvidos na resistência à força cortante e desenvolver modelos de cálculo mais precisos e seguros.

Destaca-se que, a maioria dos códigos e manuais de projeto orientam a verificação da resistência à força cortante em lajes sob duas abordagens: (i) verificação da resistência à força cortante como vigas largas e (ii) verificação da resistência à punção no caso de cargas parcialmente distribuídas. Os modelos de resistência à força cortante unidirecionais são geralmente baseados em resultados experimentais de vigas ensaiadas à força cortante, levemente armadas, bi-apoiadas e carregadas em dois pontos. Os modelos de resistência à punção são geralmente baseados em ensaios de lajes solicitadas no centro. Entretanto, ambas as abordagens tendem a desconsiderar particularidades da solicitação existente no caso de cargas parcialmente distribuídas em pequenas áreas (*concentradas*) na proximidade do apoio, caso corrente em pontes devido ao tráfego de veículos.

Dada a complexidade dos mecanismos resistentes mobilizados em lajes, influenciados pela espessura, sistema estático e relação vão de cisalhamento-altura útil a/d , existe uma grande dispersão de resultados experimentais em relação aos teóricos na maioria dos modelos de resistência à força cortante. Destaca-se ainda que alguns aspectos de projeto como a presença de mísulas e o caso de forças distribuídas em pequenas áreas na proximidade do apoio tem influência conhecida pela literatura, mas pouco ou não tratada em códigos e manuais de projeto de lajes, como é o caso da ABNT NBR 6118:2014.

1.2 Objetivos

O objetivo geral da pesquisa é apresentar contribuições às análises de resistência à força cortante em lajes de concreto estrutural sem armadura transversal, com enfoque nas solicitações típicas de pontes, à luz dos recentes avanços no conhecimento dos mecanismos de resistência mobilizados, da propagação da força cortante e dos modelos de cálculo mais recentes.

Os objetivos específicos do trabalho são:

- Apresentar e discutir os principais modelos semi-empíricos e mecânicos de resistência à força cortante e de largura colaborante empregados na prática profissional e consagrados na literatura.
- Analisar o nível de acurácia e precisão de modelos semi-empíricos e mecânicos de previsão da resistência à força cortante em lajes de concreto estrutural sem armadura transversal, com enfoque no modelo preconizado pela ABNT NBR 6118:2014 e no caso de cargas parcialmente distribuídas em pequenas áreas próximas do apoio.
- Investigar o efeito de parâmetros como o grau de restrição ao giro das lajes nos apoios e da taxa de armadura de flexão transversal na resistência à força cortante de lajes e faixas de laje de concreto armado sem armadura transversal sujeitas às cargas parcialmente distribuídas em pequenas áreas próximas do apoio.
- Avaliar o nível de aproximação de modelos numéricos em elementos finitos em análises de resistência à força cortante para o caso de cargas parcialmente distribuídas próximas dos apoios.
- Investigar o efeito de parâmetros específicos, como a disposição de mísulas, na resistência à força cortante de lajes sujeitas a cargas parcialmente distribuídas em pequenas áreas próximas do apoio através de modelos numéricos em elementos finitos.

1.3 Justificativas

Os métodos de verificação da resistência à força cortante em lajes preconizados em códigos e manuais de projeto geralmente foram calibrados por ensaios de vigas e, portanto, desconsideram mecanismos adicionais de resistência oriundos da forma de propagação da força cortante em direção aos apoios. Os modelos de resistência à força cortante nestas situações podem resultar muito conservadores, por desconsiderar parcelas de resistência importantes, ou inseguros, por não serem calibrados por ensaios adequados, ou seja, representativos das condições de utilização.

Nesta vertente, a atualização dos códigos e manuais de projeto tem resultado frequentemente em aumento das solicitações em pontes e uso de modelos de cálculo mais conservadores que os utilizados na fase de projeto de pontes construídas décadas passadas. Desta forma, torna-se essencial estabelecer abordagens mais precisas e acurados de avaliação da resistência à força cortante para evitar atividades de reforço ou substituição de estruturas em situações desnecessárias ou utilização destas em situações inseguras.

No que diz respeito a versão atual da norma brasileira de projeto de estruturas de concreto, a ABNT NBR 6118:2014, não existem disposições acerca da definição da largura efetiva, também denominada largura colaborante, necessária a verificação da resistência à força cortante em lajes no caso de cargas parcialmente distribuídas em pequenas áreas próximas dos apoios. Além disso, verifica-se que a formulação preconizada pela norma brasileira não incorpora aspectos das teorias mais recentes envolvendo a resistência à força cortante, como parâmetros relacionados ao estado de tensões e deformações da seção ou a interação momento fletor-força cortante. Além disto, o tema proposto se insere em um contexto de aplicação prática para profissionais da área de estruturas de concreto e amplamente discutido no meio científico em diversas publicações na última década.

1.4 Metodologia da pesquisa

Inicialmente foi realizada a revisão da literatura focada em três aspectos principais: (i) estudo e análise dos modelos de resistência à força cortante unidirecionais semi-empíricos e mecânicos mais atuais em códigos e manuais de projeto ou consagrados na literatura científica, (ii) levantamento dos modelos de definição da largura efetiva ou largura colaborante na resistência à força cortante e (iii) levantamento de resultados experimentais em lajes e vigas largas pertinentes ao estudo com a identificação do modo de falha dos modelos. Nesta fase foram utilizadas bases de dados oriundas das publicações mais recentes como referência e, a partir destas, foram feitas atualizações incorporando novos resultados baseadas em uma revisão sistemática da literatura.

Em uma segunda fase da pesquisa foi construída uma abrangente base de dados, incluindo resultados experimentais com diversas configurações de ensaios e geometrias de carregamentos. A base de dados foi filtrada e separada em três grupos principais: (i) resultados experimentais para revisão dos parâmetros influentes na resistência à força cortante; (ii) modelos experimentais carregados ao longo de toda a largura para avaliação isolada do nível de precisão dos modelos de resistência à força cortante e (iii) modelos experimentais não

carregados em toda a largura para avaliação dos modelos de definição de largura colaborante mais usuais.

Na terceira fase da pesquisa foi desenvolvido um estudo numérico em elementos finitos com modelos tridimensionais e comportamento não-linear dos materiais. Nesta fase da pesquisa foi escolhido um grupo de experimentos da literatura para calibração dos modelos numéricos e avaliação do nível de aproximação com diferentes abordagens numéricas. Posteriormente foi realizada uma análise paramétrica para investigar o efeito de alguns parâmetros na resistência à força cortante como a geometria da área de aplicação da carga nas lajes e variação de espessura das lajes na proximidade do apoio.

1.5 Estrutura do texto

No Capítulo 1 é apresentado o escopo do texto, com a explicação do tema e definição dos objetivos a serem alcançados com o desenvolvimento da pesquisa. Além disso são apresentadas as motivações da pesquisa nos contextos prático e científico.

O Capítulo 2 inicia com a contextualização dos principais estudos de resistência à força cortante em lajes de pontes. Posteriormente são apresentados o desenvolvimento histórico dos modelos de resistência à força cortante, os principais mecanismos de resistência à força cortante as abordagens mais usuais de verificação, os modelos de definição da largura efetiva ou largura colaborante na resistência à força cortante, comparação dos modelos de cálculo unidirecionais e discussão de alguns parâmetros influentes.

No capítulo 3 são apresentados os modelos de resistência à força cortante utilizados nas comparações entre resultados teóricos e experimentais. Ainda neste capítulo é apresentada uma análise paramétrica para avaliar teoricamente o efeito dos principais parâmetros dos modelos.

No Capítulo 4 é apresentada a organização da base de resultados experimentais. Em seguida é analisado o nível de precisão e acurácia obtido com diferentes modelos e abordagens de resistência à força cortante.

No Capítulo 5 é apresentado o estudo numérico realizado, com enfoque na discussão de diversos aspectos pertinentes à modelagem numérica como condições de contorno e modelagem do concreto. Posteriormente são discutidos os níveis de aproximação dos modelos numéricos segundo diferentes abordagens. Por fim, é apresentada a análise paramétrica para investigação dos efeitos de determinados parâmetros na resistência à força cortante.

No Capítulo 6 são apresentadas as principais conclusões da pesquisa, tanto em relação aos modelos analíticos aplicados à base de resultados experimentais, quanto ao estudo numérico e análise paramétrica.

2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

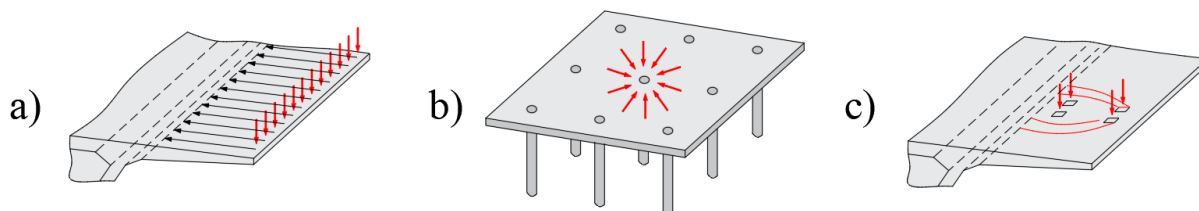
2.1 Considerações gerais

Este capítulo faz uma abordagem geral com respeito a resistência à força cortante em elementos de concreto estrutural sem armadura transversal. Inicialmente são discutidos aspectos particulares da solicitação em lajes de pontes. Posteriormente é descrito um desenvolvimento histórico das pesquisas envolvendo a resistência à força cortante, complementada com a descrição dos mecanismos de resistência à força cortante mais consolidados na literatura. Em seguida são apresentadas as abordagens mais tradicionais para a análise de resistência à força cortante no caso de cargas parcialmente distribuídas próximas do apoio. Por fim são apresentadas discussões sobre parâmetros influentes na resistência à força cortante de lajes sujeitas à este tipo de solicitação.

2.2 Solicitações em lajes de pontes

As verificações de resistência à força cortante em lajes de concreto armado, inclusive em tabuleiros de pontes rodoviárias, geralmente são tratadas em duas abordagens: (i) verificação do cisalhamento unidirecional (como vigas) em faixas de laje e (ii) verificação da resistência à punção em perímetro crítico (BUI et al., 2017a; LANTSOGHT et al., 2015a, 2015d). Entretanto, no caso de cargas distribuídas em pequenas áreas próximas do apoio a forma de transferência da carga em direção a este representa um aspecto adicional a ser levado em consideração nestas análises (Figura 2.1).

Figura 2.1 - Propagação da força cortante em diferentes tipos de estruturas: a) cisalhamento unidirecional; b) cisalhamento na punção e c) propagação da força cortante no caso de cargas parcialmente distribuídas em pequenas áreas próximas do apoio.

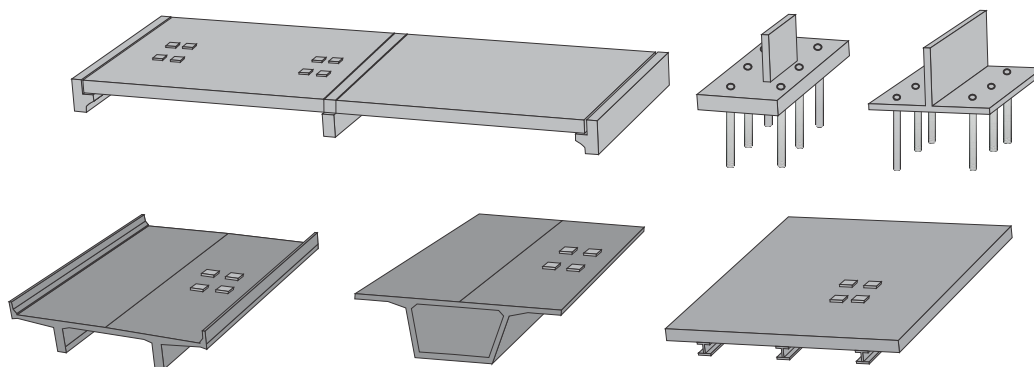


Fonte: Adaptado de Natário et al. (2014).

Este tipo de solicitação, bastante usual em tabuleiros de pontes rodoviárias, seja pelo tráfego de veículos ou pela forma de apoio das lajes, também pode estar previsto no dimensionamento de

usinas nucleares (BUI et al., 2017b; LIMAM et al., 2017), construções residenciais (BUI et al., 2017a), elementos de fundações e estruturas de contenções (Figura 2.2).

Figura 2.2 - Situações com cargas distribuídas em pequenas áreas próximas do apoio.



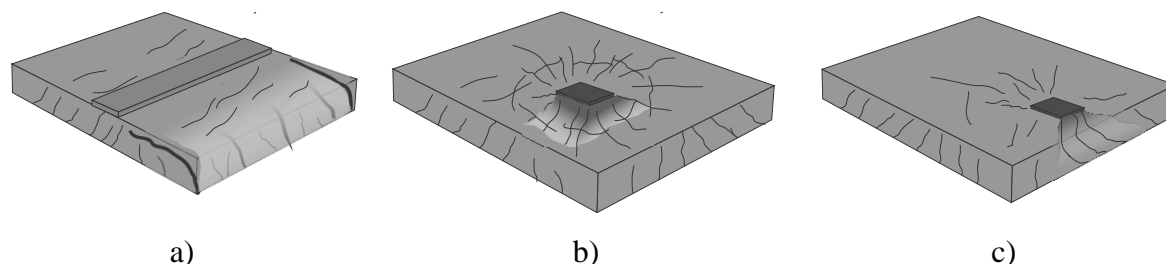
Fonte: Adaptado de Natário et al. (2014).

Os modelos teóricos unidirecionais de resistência à força cortante foram amplamente estudados nas últimas décadas e resultaram em diversos modelos mecânicos, com destaque para os modelos baseados na teoria do campo de compressão (*compression field theory*) (COLLINS, 1978; COLLINS; MITCHELL, 1980; VECCHIO; COLLINS, 1986; BENTZ; VECCHIO; COLLINS, 2006), modelos baseados na teoria da fissura crítica de cisalhamento (*critical shear crack theory*) (MUTTONI, 2003; MUTTONI e RUIZ, 2008; CAVAGNIS, FERNÁNDEZ RUIZ e MUTTONI, 2015, 2018a, 2018b; CAVAGNIS, 2017) e modelos mecânicos baseados na resistência ao flexo-cisalhamento (MARÍ et al., 2014, 2015, 2016). Na mesma vertente, os modelos de resistência à punção também apresentaram significativos desenvolvimentos teóricos envolvendo a teoria da fissura crítica de cisalhamento (BELLETTI et al., 2018; DRAKATOS; MUTTONI; BEYER, 2018; EINPAUL et al., 2016; MUTTONI, 2008; SIMÕES et al., 2016; SIMÕES; FERNÁNDEZ RUIZ; MUTTONI, 2018), modelos baseados na cinemática da fratura (KUERES e HEGGER, 2018; KUERES et al., 2018), e modelos mecânicos baseados na análise de flexo-cisalhamento (*flexural shear strength mechanical model*) (MARÍ et al., 2018). Entretanto, é notório que poucos modelos mecânicos foram desenvolvidos para o caso particular de cargas distribuídas em pequenas áreas próximas do apoio (LANTSOGHT; VAN DER VEEN; DE BOER, 2015, 2017; REGAN, 1982).

Uma forma prática de distinguir as solicitações por cisalhamento unidirecional e por punção daquelas originadas por cargas parcialmente distribuídas próximas do apoio é através do modo de falha. Nos elementos que falham por cisalhamento unidirecional as fissuras se desenvolvem predominantemente paralelas ao apoio e existe uma fissura crítica de

cisalhamento visível na borda das lajes (Figura 2.3a), enquanto nos elementos que falham por punção as fissuras apresentam-se de forma radial e circunferencial em torno da área carregada, com destacamento de uma superfície cônica de punção na face contrária ao carregamento (Figura 2.3b).

Figura 2.3 – Modos de falha característicos de: (a) cisalhamento unidirecional; b) punção e c) propagação horizontal da força cortante.

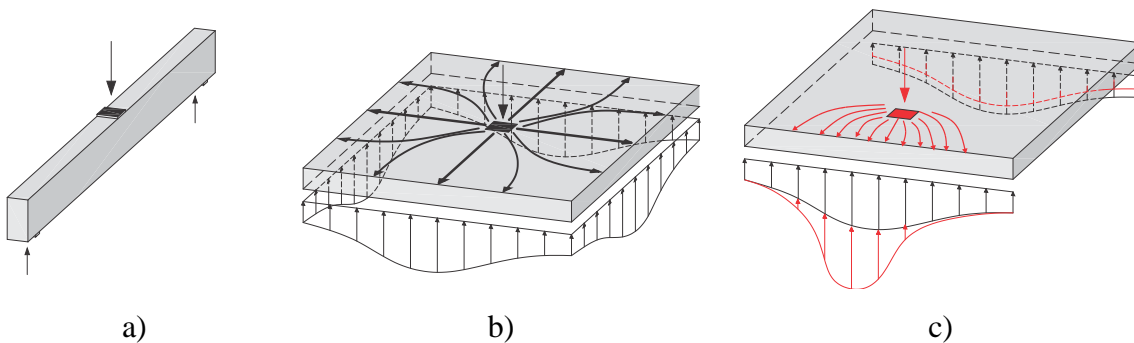


Fonte: Autor (2019)

Entretanto, no caso de cargas distribuídas em pequenas áreas próximas do apoio os modelos apresentam um padrão de fissuração particular (Figura 2.3c): (i) sem formação de uma fissura crítica de cisalhamento visível nas laterais da laje como nas vigas, (ii) ausência de destacamento de um cone de punção visível na face contrária ao carregamento como na punção, (iii) formação da fissura crítica de cisalhamento internamente às lajes apenas na região entre o apoio e a área carregada, (iv) fissuras circunferenciais e radiais na região posterior da área carregada e (v) fissuras paralelas ou levemente inclinadas em relação ao apoio na região entre área carregada e apoio. Desta forma, sugere-se que os mecanismos de transferência à força cortante mobilizados neste caso se situem em uma zona de transição entre a falha como vigas (região entre apoio e carga) e a falha por punção (região posterior da carga). (LANTSOGHT et al., 2015a; NATÁRIO; FERNÁNDEZ RUIZ; MUTTONI, 2014; RODRIGUES; FERNÁNDEZ RUIZ; MUTTONI, 2008).

Um dos aspectos principais para este modo de falha particular é a maior concentração de reações no trecho central do apoio para o caso de cargas parcialmente distribuídas próximas deste, como pode ser observado na Figura 2.4. Esta maior concentração de reações na parte central do apoio é um dos aspectos que justifica às análises sob este tipo de solicitação com modelos unidirecionais de resistência à força cortante combinados à definição de uma largura colaborante na resistência à força cortante. As diferentes abordagens de resistência à força cortante e de definição da largura colaborante mais usuais serão discutidas no decorrer deste capítulo.

Figura 2.4 – Distribuição de reações ao longo do apoio nos casos de: a) vigas; b) punção em lajes e; c) lajes sujeitas a cargas parcialmente distribuídas próximas deste.



Fonte: Adaptado de Natário, Fernández Ruiz e Muttoni (2015).

2.3 Histórico dos modelos de resistência à força cortante

Os modelos de treliça foram as primeiras ferramentas conceituais na análise e projeto de vigas de concreto armado, com registros a partir do início do século XIX. No precursor trabalho de Ritter, em 1899, este cita que depois de uma viga de concreto armado fissurar por tensões de tração diagonais esta poderia ser idealizada como uma treliça com tirantes paralelos entre si e bielas comprimidas a 45° em relação ao eixo longitudinal da viga. Mörsh, em 1920, introduziu posteriormente o uso de modelos de treliça para torção, entretanto estes modelos negligenciavam a contribuição do concreto na tração.

A consideração da resistência a tração do concreto nos Estados Unidos teve início com o ACI Standard Specification N° 23 no ano de 1920, no intuito de aproximar os modelos de cálculos de observações experimentais em vigas e lajes com pouco ou nenhuma armadura de cisalhamento e garantir economia no projeto de tais elementos. Àquela época, já se reproduzia no código uma tensão cisalhante limitante que levasse em consideração a resistência do concreto, mas incluía também a influência do tipo ancoragem da armadura longitudinal na seção verificada e a preocupação com a possibilidade de esmagamento das bielas em compressão antes do escoamento de estribos. Até a publicação do ACI 318 de 1951, a determinação da armadura transversal ainda consistia nos tradicionais modelos de treliça a 45° , baseados no princípio das tensões admissíveis, com a armadura provendo a resistência complementar entre a força cortante solicitante e a força cortante resistida pelo concreto (ASCE–ACI COMMITTEE 445, 1998).

Aspectos como a influência da taxa de armadura longitudinal, o comprimento relativo dos vãos e a qualidade do concreto na resistência ao cisalhamento, embora apontados por Talbot, em 1909, baseado em ensaios sob 106 vigas, só passaram a ser discutidos com maior

profundidade após o evento de falha por força cortante em vigas de um galpão da força aérea em Shelby, Ohio, no ano de 1956 (ASCE-ACI COMMITTEE 445, 1998).

A abordagem do modelo de treliça modificado, ou seja, com a possibilidade de inclinação das diagonais comprimidas e com a contribuição do concreto levando em consideração o mecanismo de engrenamento dos agregados e efeito de pino na seção fissurada, possui registro nos textos do CEB de 1978. No texto citado a contribuição do concreto em membros não protendidos reduz com o aumento das tensões cisalhantes e no caso de elementos protendidos é função da protensão e da tensão na fibra mais tracionada (ASCE-ACI Comitê 445, 1998).

De acordo com o Comitê 445 do ASCE-ACI de 1995, o pioneirismo dos trabalhos de Ritter e Mörsch recebeu novo ímpeto no período de 1960 a 1980, sendo o modelo de treliça modificado mais usado desde então nos códigos normativos. Os modelos de treliça com diagonais em diferentes ângulos de inclinação foram amplamente discutidos como modelos viáveis de dimensionamento ao cisalhamento e torção em elementos de concreto armado e protendido nos trabalhos de Kupfer, Caflish, Lamped e Thurlimann entre os anos de 1964 e 1983. Posteriores desenvolvimentos da teoria da plasticidade possibilitaram nos trabalhos de Nielsen e Braestrup, bem como Muller e Marti, a extensão do modelo para os domínios fora do escoamento/plastificação da seção entre os anos de 1975 e 1980. Schlaich et al. (1987) estenderam o modelo de treliça para vigas com diagonais/bielas uniformemente inclinadas, com todas as partes da estrutura na forma de bielas e tirantes. Esta abordagem é particularmente relevante em regiões onde a distribuição de deformações é significativamente não linear ao longo da altura (ASCE-ACI COMMITTEE 445, 1998). No mesmo trabalho, Schlaich et al. (1987) introduziram o conceito de regiões D (descontínuas) e B (beam ou onde são válidas as hipóteses de Bernoulli), presentes até hoje nos códigos normativos. Nas regiões D, geralmente associadas a descontinuidades de apoio, seção transversal ou cargas, a distribuição de deformações é não linear, enquanto nas regiões B esta é aproximadamente linear. Entretanto, vale salientar que em uma mesma estrutura ou elemento estrutural é comum a coexistência dos dois tipos de regiões.

Kupfer, em 1964, forneceu a solução para a inclinação da fissura diagonal através da análise do modelo de treliça consistindo de membros em regime linear elástico e negligenciando a resistência do concreto a tração (ASCE-ACI Comitê 445, 1998). Posteriormente, Mitchell e Collins (1974) abandonaram a hipótese de linearidade elástica e desenvolveram a teoria do campo de compressão (*Compression Field Theory - CFT*) para membros sujeitos a torção e cisalhamento. Vecchio e Collins (1986) apresentaram, em sequência, a teoria do campo de

compressão modificada (*Modified Compression Field Theory – MCFT*), baseada em uma extensa análise experimental, que configurava uma forma mais racional de levar em consideração as tensões de tração residuais na fissura diagonal do concreto. Embora a CFT lidasse bem com elementos de média a alta taxa de armadura transversal, o MCFT fornece uma avaliação mais realística para membros abrangendo mais variadas taxas de armadura, como por exemplo elementos levemente armados ou sem armadura transversal. Uma forma simplificada e mais adequada à utilização na prática profissional do MCFT é o a teoria do campo de compressão modificado simplificado (*Simplified Modified Compression Field Theory – SMCFT*) apresentada por Bentz, Vecchio e Collins (2006).

Em paralelo ao desenvolvimento dos modelos de treliça com variação do ângulo da biela e a teoria do campo de compressão, Birkeland e Birkeland (1966) introduziram a teoria do cisalhamento por atrito (*shear friction theory*). Entretanto, esta teoria tem sua aplicação mais voltada a avaliação de juntas de concretagem e fissuras discretas, não sendo generalizada ao dimensionamento de elementos de concreto armado usuais (ASCE-ACI Comitê 445, 1998).

Em sequência uma teoria mais geral, o modelo de treliça com atrito de fissura (*Truss Models with Crack Friction*), foi desenvolvida para a resistência à força cortante de vigas usando leis constitutivas para o atrito e pela determinação das tensões e deformações na alma de vigas. Devido ao modelo tratar da formação de fissuras discretas, a abertura e a largura da fissura devem ser determinadas e o equilíbrio verificado ao longo da mesma para avaliar o mecanismo deslizante na falha. Dentre os aspectos fundamentais destes modelos podem-se citar: (i) o equilíbrio do modelo de treliça com o atrito de fissuras; (ii) inclinação e espaçamento das fissuras; (iii) leis constitutivas para o atrito de fissuras; (iv) determinação da resistência à força cortante devido ao atrito de fissuras e (v) tensões e resistência do concreto entre fissuras (ASCE-ACI Comitê 445, 1998).

Nos anos de 1990 surgiram os modelos de treliça suavizados (*Softened Truss Models*) para prever a resistência à força cortante em elementos de membrana sujeitos a tensões de cisalhamento e tensões normais: (i) modelos de treliça suavizado de ângulo variável (*Rotating-Angle Softened-Truss Model – RA-STM*) desenvolvido por Hsu e colaboradores na Universidade de Houston e (ii) modelo de treliça suavizado de ângulo fixo (*Fixed Angle Softened Truss Model for Reinforced Concrete – FA-STM*). Nos modelos RA-STM, assim como no modelo modificado da teoria do campo de compressão, é considerado que a inclinação da direção das tensões principais, θ , nas fissuras de concreto coincide com a direção das deformações principais (ASCE-ACI Comitê 445, 1998). Além disso, o RA-STM considera a reorientação da direção da fissura que ocorre conforme a carga é aumentada a partir da fissura

inicial até a falha. Nos modelos FA-STM assume-se que as bielas de concreto permanecem paralelas às fissuras iniciais e que a direção destas fissuras depende da direção das tensões principais no concreto pouco antes da formação destas (ASCE-ACI Comitê 445, 1998).

A Teoria da Fissura Crítica de Cisalhamento (*Critical Shear Crack Theory - CSCT*), apresentada por MUTTONI (2003) e aprimorada por MUTTONI e RUIZ (2008), é uma abordagem mecânica que considera a contribuição de todos os potenciais mecanismos de resistência ao cisalhamento. A teoria é baseada na consideração de que a resistência à força cortante de membros esbeltos é governada pelo desenvolvimento de uma fissura crítica que limita a resistência da biela comprimida teórica, sendo relacionadas a capacidade de deformação e a resistência ao cisalhamento por um critério de falha único.

Análises da cinemática e do padrão de fissuração durante o carregamento têm conduzido a melhor compreensão da ativação dos vários mecanismos de resistência à força cortante mobilizados em vigas (CAVAGNIS; FERNÁNDEZ RUIZ; MUTTONI, 2015). Neste sentido, têm-se destacado o uso de correlações de imagens digitais a partir de fotografias de alta resolução. Esta ferramenta permite a obtenção de medidas precisas de deformação e abertura de fissuras em altas frequências durante o processo de carregamento no qual a falha ocorre. Além disto, novas técnicas de análise experimental na resistência à punção também têm sido desenvolvidas (EINPAUL; FERNÁNDEZ RUIZ; MUTTONI, 2018)

Em suma, por mais de um século a resistência à força cortante tem sido objeto de pesquisa em diversos países desde as primeiras construções em concreto armado. Embora tenha sido largamente estudada ao longo dos anos, os modelos de previsão da resistência à força cortante desenvolvidos até hoje apresentam discrepâncias quanto aos parâmetros e mecanismos resistentes governantes na ruptura, sendo um tópico aberto a discussões e novos desenvolvimentos (CAVAGNIS; FERNÁNDEZ RUIZ; MUTTONI, 2018a).

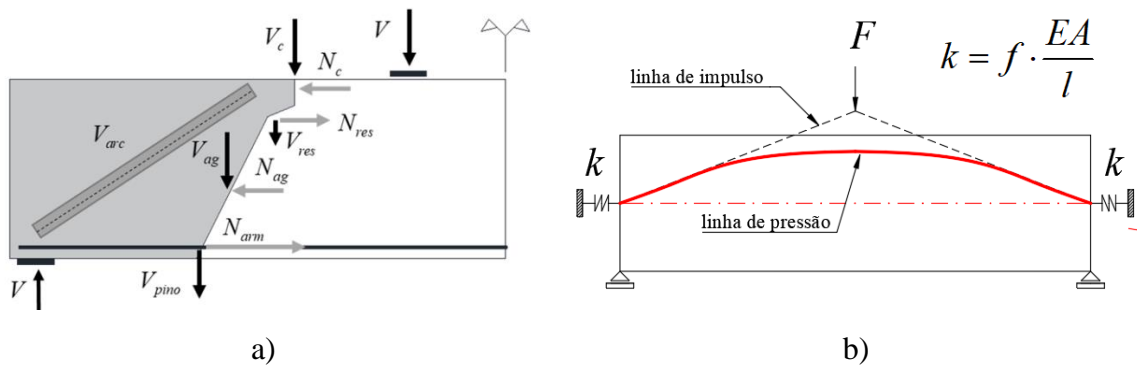
Particularmente, no caso de elementos sem armadura transversal, o cisalhamento é reconhecido como um modo de falha crítico devido a sua limitada capacidade de deformação e fragilidade (CAVAGNIS; FERNÁNDEZ RUIZ; MUTTONI, 2015). Por esta razão, mesmo que muito conservadores, alguns modelos de cálculo mais antigos ainda são comuns na prática profissional por propiciarem maior conforto aos projetistas. Na publicação do ASCE-ACI COMMITTEE 445 (1998) é citado que procedimentos de cálculo propostos para regulamentação de norma devem ser seguros, corretos conceitualmente, de simples compreensão, e não necessariamente requerer aumento nos custos de projeto ou construção. Estes procedimentos são mais efetivos quando baseados em modelos conceituais relativamente simples em vez de equações empíricas complexas.

2.4 Mecanismos de resistência à força cortante

Os mecanismos de resistência à força cortante são usualmente subdivididos em dois grupos: (i) mecanismos de transferência do cisalhamento de vigas (*beam shear transfer actions*), onde as forças de tração na armadura de flexão variam e as tensões de cisalhamento no contorno da armadura atuam; e (ii) mecanismos de ação em arco, onde a força no banzo tracionado é constante e não são necessárias tensões de cisalhamento para transferir a força cortante (MUTTONI; RUIZ, 2008).

Dentre os denominados mecanismos de transferência da força cortante de vigas destacam-se na literatura (Figura 2.5a): (1) força cortante resistida pela zona de concreto não fissurado no banzo comprimido do elemento ou mecanismos de engaste (*cantilever actions*) (V_c), (2) força cortante resistida pelo engrenamento dos agregados (V_{ag}), (3) força cortante resistida pelo concreto através da tensão residual na face fissurada do concreto (V_{res}), (4) força cortante resistida pelo efeito de pino da armadura tracionada (V_{pino}) (LANTSOGHT et al., 2015a). Entretanto, ainda podem ter influência sobre a resistência à força cortante (5) o efeito de arco geométrico (V_{arc}) e (6) o efeito de membrana comprimida (Figura 2.5b) (relacionada à restrição horizontal das lajes) (COLLINGS; SAGASETA, 2016).

Figura 2.5 – Mecanismos de resistência à força cortante em a) vigas b) mecanismos adicionais em lajes por restrição lateral (efeito de membrana comprimida).



Fonte: Autor (2019) e b) Adaptado de Thoma e Malisia (2018).

Na prática os mecanismos geralmente considerados nos modelos mecânicos se resumem aos quatro primeiros. O efeito de pino da armadura comprimida (7) é geralmente desprezado nos modelos mecânicos em virtude da pequena influência na maioria dos casos (MARÍ et al., 2014). Medidas experimentais refinadas têm permitido em trabalhos mais recentes avaliar a contribuição de cada um destes mecanismos ao longo do carregamento. Nestes experimentos as medidas são feitas levando em consideração os padrões de fissuração e a cinemática atual

dos modelos através da Correlações de Imagens Digitais (DIC's) (CAVAGNIS; FERNÁNDEZ RUIZ; MUTTONI, 2018b).

Em validações experimentais da Teoria da Fissura Crítica de Cisalhamento observa-se que à força cortante pode ser resistida por um número significativo de mecanismos, não havendo, entretanto, mecanismo de resistência governante fixo entre eles. Nestas pesquisas destaca-se que a contribuição de cada mecanismo na resistência à força cortante depende da localização da fissura crítica de cisalhamento, da cinemática da fissura (abertura e deslizamento) e das propriedades de rugosidade da superfície fissurada. Entretanto, apesar da variabilidade no percentual de contribuição dos mecanismos dependendo da localização e forma da fissura, a soma das contribuições destes é aproximadamente constante, de acordo com dados experimentais, o que explica a grande variabilidade da posição da fissura em testes similares (CAVAGNIS; FERNÁNDEZ RUIZ; MUTTONI, 2018a, 2018b).

Fernández Ruiz, Muttoni e Sagasetta (2015) mostram, por meio de uma abordagem analítica baseada em simples leis constitutivas, que todos os mecanismos de transferência da força cortante dependem eventualmente dos mesmos parâmetros mecânicos (resistência à compressão do concreto, espessura dos elementos, diâmetro máximo dos agregados e abertura da fissura). Estes resultados validaram o critério de falha da teoria da fissura crítica de cisalhamento relacionando a resistência ao cisalhamento à capacidade de deformação na ruína em termos de sua forma e dos parâmetros governantes. Em sequência são discutidos com maior detalhe os principais mecanismos de transferência da força cortante ou resistência ao cisalhamento elencados na literatura técnica.

2.4.1 Zona de concreto não fissurado em compressão por flexão

Em regiões não fissuradas de um elemento em concreto armado, parcela da força cortante é transferida pelas tensões principais inclinadas e tensões de compressão, tal como visualizado nas trajetórias de tensões principais. A integração da tensão cisalhante ao longo da espessura da zona comprimida fornece a componente da força cortante resistida pela seção (ASCE-ACI COMMITTEE 445, 1998). Taylor (1974) e Reineck (1991) observaram que, em membros esbeltos sem compressão axial, a força cortante na zona de compressão não contribui significativamente para a resistência ao cisalhamento total, pois a dimensão da zona comprimida é relativamente pequena. Entretanto, em elementos com grandes deflexões e onde a armadura longitudinal apresenta escoamento, maior parcela da resistência pode ser atribuída à região comprimida não fissurada do concreto.

A contribuição da zona comprimida da seção (V_c) é geralmente calculada na seção vertical entre a ponta da fissura e a fibra mais comprimida da seção. Desta forma fica clara a dependência da contribuição do concreto comprimido em relação a geometria e posição da fissura crítica de cisalhamento (CAVAGNIS; FERNÁNDEZ RUIZ; MUTTONI, 2018b). Quando a fissura crítica é localizada próxima do apoio (menor momento fletor no caso de elementos simplesmente apoiados) a contribuição da região comprimida da seção é bastante limitada e a resistência a tração desempenha um papel mais importante. Entretanto, quando a fissura crítica se localiza próxima da região carregada (seção de máximo momento fletor, geralmente) a contribuição da região comprimida da seção aumenta e a contribuição da resistência residual a tração diminui (CAVAGNIS; FERNÁNDEZ RUIZ; MUTTONI, 2018a).

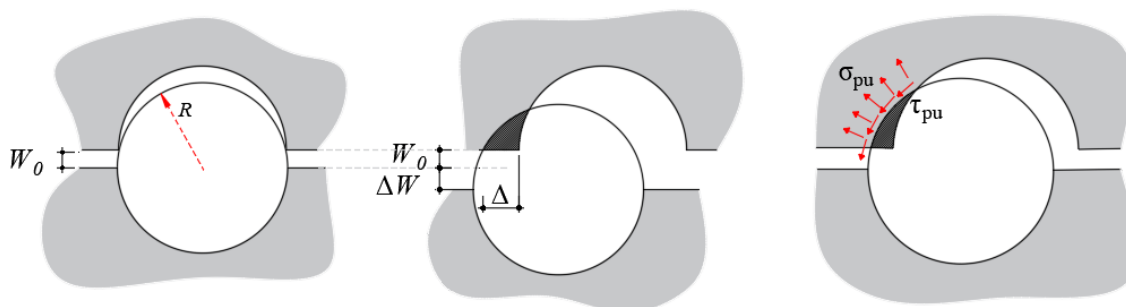
Desta forma, os parâmetros determinantes para a capacidade resistente da zona comprimida da seção são: (1) as dimensões da zona comprimida, (2) resistência a compressão do concreto e (3) localização da fissura crítica. A contribuição da zona comprimida do concreto na resistência ao cisalhamento dos elementos de concreto armado varia na literatura entre 20% e 40% (LANTSOGHT et al., 2015a).

2.4.2 Engrenamento dos agregados

O engrenamento dos agregados, também conhecido como intertravamento ou embricamento dos agregados é um mecanismo de resistência à força cortante associado à rugosidade da superfície fissurada. Esta é diretamente relacionada a rigidez relativa entre a zona de transição e o agregado (LANTSOGHT et al., 2015b). Em concretos de agregados e resistências normais as fissuras geralmente se desenvolvem na zona de transição, produzindo superfícies de contato mais rugosas. Em concretos de alta resistência ou de agregados leves as fissuras se desenvolvem através dos agregados produzindo superfícies menos rugosas. Na literatura identificam-se como parâmetros influentes no engramento dos agregados: (1) a microestrutura do concreto, (2) a energia de fratura do concreto (Ghazavy-Khorasgany e Gopalaratnam¹, 1993 *apud* LANTSOGHT et al., 2015a), (3) o tamanho do agregado (SHERWOOD; BENTZ; COLLINS, 2007), (4) o tipo de aregado (P. E. REGAN et al., 2005) e (5) a geometria e abertura da fissura (MUTTONI; RUIZ, 2008).

¹ GHZAVY-KHORASGANY, M.; GOPALARATNAM, V. (1993) Shear Strength of Concrete – Size and other influences. *Proceedings of the JCI International workshop on size effect in concrete structures*, Sendai, Japan, p. 51-62.

Figura 2.6 – Cinemática e tensões associadas ao engrenamento dos agregados.



Fonte: Adaptado de Walraven (1980).

Na publicação do ASCE-ACI COMMITTEE 445 (1998) é explicado que o engrenamento dos agregados envolve a interrelação de quatro parâmetros: (1) tensão cisalhante na interface fissurada; (2) tensão normal, (3) a abertura da fissura e (4) o deslizamento entre as faces da fissura. Lantsoght et al. (2015a) explicam que o modelo de Walraven (1980, 1981) estabelece a correlação entre as tensões de cisalhamento τ e as tensões normais σ na interface da fissura com a abertura da fissura w e o deslocamento cisalhante Δ (Figura 2.6). Em relação a cinemática da fissura, Campana et al. (2013) explicam que o modelo de Walraven (1980) assume que todas as aberturas de fissuras w se desenvolvem anterior ao deslizamento das fissuras Δ e que este representa um limite superior para a contribuição deste mecanismo na resistência à força cortante.

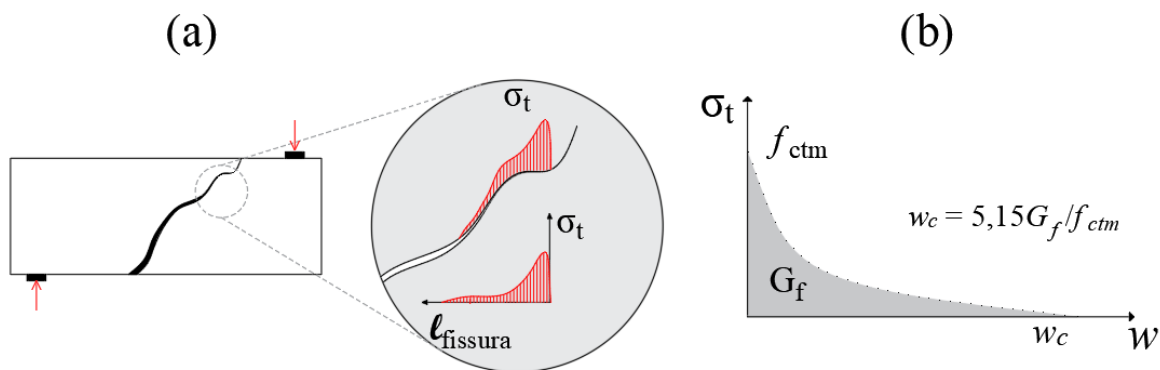
No intuito de evitar os procedimentos numéricos das equações de Walraven (1980), o que impossibilita a resolução do problema de forma fechada, Cavagnis, Fernández Ruiz e Muttoni (2018a) desenvolveram uma formulação analítica baseada no mesmo modelo para o engrenamento dos agregados, mas considerando a cinemática de Guidotti (2010). Desta forma, a nova formulação proposta permite o cálculo das tensões de cisalhamento resistente para uma dada abertura (w) e deslizamento (Δ) da fissura, levando em consideração a rugosidade média (d_{dg}). Essa rugosidade média leva em consideração dois importantes aspectos: (i) a superfície irregular da fissura, contrário ao modelo proposto por Walraven (1980) que assumia as fissuras planas com os agregados protuberantes ao longo da fissura e (ii) a limitação do engrenamento dos agregados de acordo com o tamanho máximo dos agregados (SHERWOOD; BENTZ; COLLINS, 2007) e em concretos de alta resistência (COLLINS; KUCHMA, 1999).

Na literatura a contribuição do engrenamento dos agregados na resistência ao cisalhamento de vigas varia entre 33% e 70%, a depender das características do concreto (LANTSOGHT et al., 2015a).

2.4.3 Resistência à tração residual na fissura

A ideia base desse mecanismo de resistência à força cortante consiste no fato de que as fissuras de cisalhamento ou flexo-cisalhamento não são perfeitamente planas, ou seja, existem sempre pequenas regiões de contato entre as duas faces da fissura permitindo o desenvolvimento de tensões de tração para determinados limites de abertura de fissura (0,05 mm – 0,15 mm) (ASCE-ACI COMMITTEE 445, 1998). Na prática este mecanismo é mais pronunciado na região de menores aberturas de fissura e na proximidade do banzo comprimido (Figura 2.7a). Experimentalmente verifica-se que existe um significativo ramo pós pico no concreto depois que a resistência máxima à tração é atingida. Como os níveis máximos de deformação na tração são relativamente pequenos comparados aos da compressão, é preferível esboçar a curva de resistência à tração em termos da abertura das fissuras w ao invés da deformação (Figura 2.7b).

Figura 2.7 - Zona de fratura: (a) fissura de flexão, estado de tensões e deformações na seção; b) região de tensão residual na fissura.



Fonte: a) Autor (2019) e b) Adaptado de Cornelissen et al. (1986).

Existem diversos modelos na literatura para esboçar o comportamento tensão-deformação ou tensão-abertura da fissura do concreto, sendo um dos mais utilizados na Teoria da Fissura Cisalhante Crítica o de Reinhardt (1984), no qual se correlaciona a resistência residual à tração do concreto com a abertura da fissura. A abertura limite da fissura pode ser correlacionada com a resistência a tração do concreto e a energia de fratura no modo I, sendo esta última geralmente dependente da resistência a compressão do concreto e do tamanho máximo dos agregados, não havendo correlação direta com a forma de distribuição das tensões de tração na fissura (CAVAGNIS; FERNÁNDEZ RUIZ; MUTTONI, 2018a).

Em modelos baseados na mecânica da fratura a resistência residual à tração na fissura é o primeiro mecanismo de transferência da força cortante (ACI COMMITTEE 446, 1991). O modelo dentado de Reineck (REINECK, 1991) também considera a contribuição da resistência residual à tração e indica sua maior influência em membros de pequena espessura (menores que 100 mm), onde a largura das fissuras diagonais costumam ser menores. Pruijssers (1986) descreve a zona de concreto interceptada por micro-fissuras como zona de suavização ou amolecimento na tração. Nesta zona a deformação de tração, ϵ_{ctu} , supera a deformação última de tração, ϵ_{ctu} . Lantsoght (2013) cita que a rigidez média ao cisalhamento na zona de tração suavizada é 40% da rigidez ao cisalhamento da zona comprimida. A formulação apresentada na Figura 2.7 para modelar o comportamento tensão-abertura da fissura foi proposta por Cornelissen et al. (1986) pela avaliação de concretos de peso normal e concretos leves. Cavagnis, Fernández Ruiz e Muttoni (2018a) citam que para pequenas aberturas de fissura tanto a resistência residual à tração na fissura quanto o engrenamento dos agregados desempenham um papel importante. Entretanto, para maiores aberturas de fissura o efeito do engrenamento dos agregados torna-se dominante.

2.4.4 Efeito de Pino da Armadura Longitudinal

O efeito de pino pode ser compreendido como a resistência ao corte oferecido pela armadura de flexão que atravessa as fissuras (WALRAVEN, 1980). Normalmente o efeito de pino não assume papel significativo em elementos sem armadura transversal porque este é limitado pela resistência a tração da camada de concreto que cobre a armadura (ASCE-ACI COMMITTEE 445, 1998; LUBELL; BENTZ; COLLINS, 2009). Entretanto, o efeito de pino pode vir a ser importante em elementos com grandes taxas de armadura longitudinais ou distribuídas em mais de uma camada, como no caso de vigas.

Em lajes o efeito de pino tende a ser menos pronunciado do que em vigas devido a abertura da fissura não se estender ao longo de toda a sua largura e ainda pela continuidade fornecida pela armadura nas duas direções (COPE, 1985). Como o mecanismo lida com deformações cisalhantes ao nível da tensão do aço, as características do entorno e rigidez do concreto ao redor das barras desempenha um importante papel (LANTSOGHT et al., 2015a). Dentre os parâmetros mais influentes no efeito de pino podem-se citar: (1) espessura do recobrimento de concreto, (2) a distância entre as barras, (3) a resistência a tração do concreto e (4) o diâmetro das barras (TAYLOR, 1974).

Lantsoght (2013) lista em sua revisão da literatura modelos para o efeito de pino baseados na distribuição linear-elástica de tensões e abordagens plásticas, além de citar dois

tipos de modos de falha associado ao efeito de pino: (1) destacamento da cobertura do concreto e (2) esmagamento do concreto. A contribuição do efeito de pino na resistência ao cisalhamento de elementos em concreto armado é estimada na literatura entre 15% (TAYLOR, 1974) e 30% para punção em lajes (LONG, 1975). Em análises recentes de resultados experimentais de vigas baseadas na teoria da fissura crítica de cisalhamento demonstrou-se que o efeito de pino da armadura longitudinal apresentou contribuição limitada em relação aos outros mecanismos, não sendo, entretanto, negligenciável (CAVAGNIS; FERNÁNDEZ RUIZ; MUTTONI, 2018a).

2.4.5 Ação em Arco e Efeito de Membrana

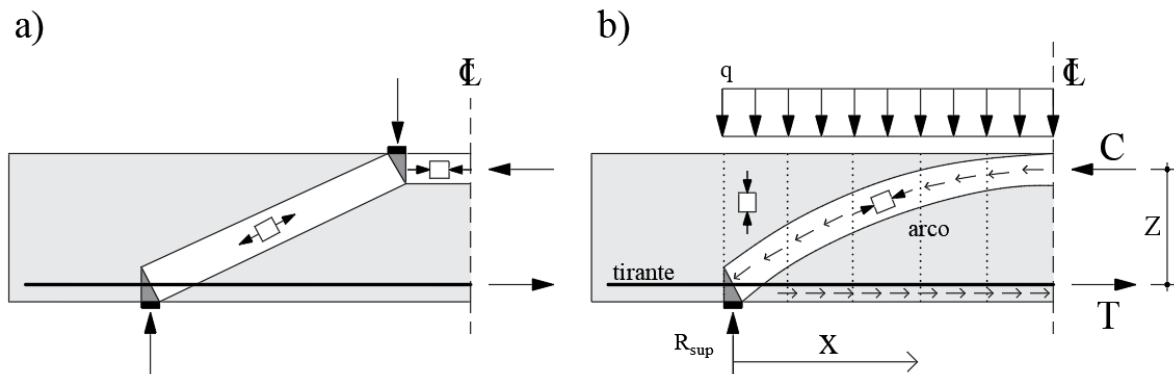
No caso de cargas parcialmente distribuídas (concentradas) geralmente associa-se a transferência direta de carga para o apoio por meio de bielas comprimidas, enquanto a ação em arco assume papel mais importante no caso de cargas uniformemente distribuídas (LANTSOGHT, 2013; MUTTONI; RUIZ, 2008). A ação em arco pode ser compreendida como o fenômeno no qual as cargas são transmitidas por compressão dentro da estrutura. Dependendo da forma da estrutura, a ação em arco pode apresentar 3 tipologias: (i) ação em arco geométrica (*Geometric arching action- GMA* - Figura 2.8), (ii) ação de membrana comprimida ou efeito de membrana (*Compressive Membrane Action – CMA* - Figura 2.9) e (iii) combinação das duas primeiras (COLLINGS; SAGASETA, 2016).

A ação em arco geométrica é aquela que surge a partir da geometria não fissurada ou forma da estrutura, também conhecida como ação de pórtico (*frame action*) (HAMBLY, 1991). Este mecanismo de resistência é usual tanto em vigas como em lajes, sendo mais importante no caso de cargas distribuídas em pequenas áreas próximas do apoio pela possibilidade de transferência direta de parcela da carga por bielas de compressão (LANTSOGHT et al., 2015a)

Tradicionalmente a transferência da força cortante V pode ser descrita como a combinação da ação de viga (tração T variando ao longo da armadura e braço de alavanca z constante) com a ação de arco (tração T na armadura constante e variação na dimensão do braço de alavanca z) (ALEXANDER; SIMMONDS, 1992; BAZANT; KIM, 1984; CAVAGNIS; FERNÁNDEZ RUIZ; MUTTONI, 2018b) (Figura 2.9b):

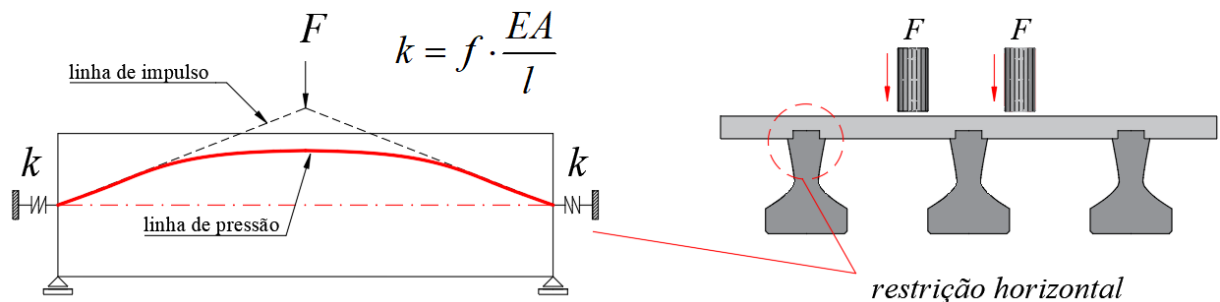
$$V = \frac{d(Tz)}{dx} = \frac{d(T)}{dx} z + \frac{d(z)}{dx} T \quad (2.1)$$

Figura 2.8 - Biela de compressão e mecanismo de ação em arco transferindo a força de compressão C .



Fonte: a) Adaptado de Muttoni e Ruiz (2008) e b) Adaptado de Lantsoght et al. (2015a)

Figura 2.9 – a) Esquema de mobilização do efeito de membrana em lajes e elementos lineares e b) exemplo prático de restrição horizontal da laje.



Fonte: Adaptado de Thoma e Malisia (2018) e b) Belletti, Walraven e Trapani (2015).

Onde T é a força de tração na armadura, C é a força de compressão no banzo comprimido do elemento, z é o braço de alavanca entre T e C , x é a posição ao longo do eixo na direção da armadura, P é a força concentrada aplicada, q é a carga uniformemente distribuída e R_{sup} é a força de reação no apoio. A disposição de mísulas em lajes ou espessura variável do tabuleiro são formas tradicionais de se melhorar o efeito de ação em arco geométrica.

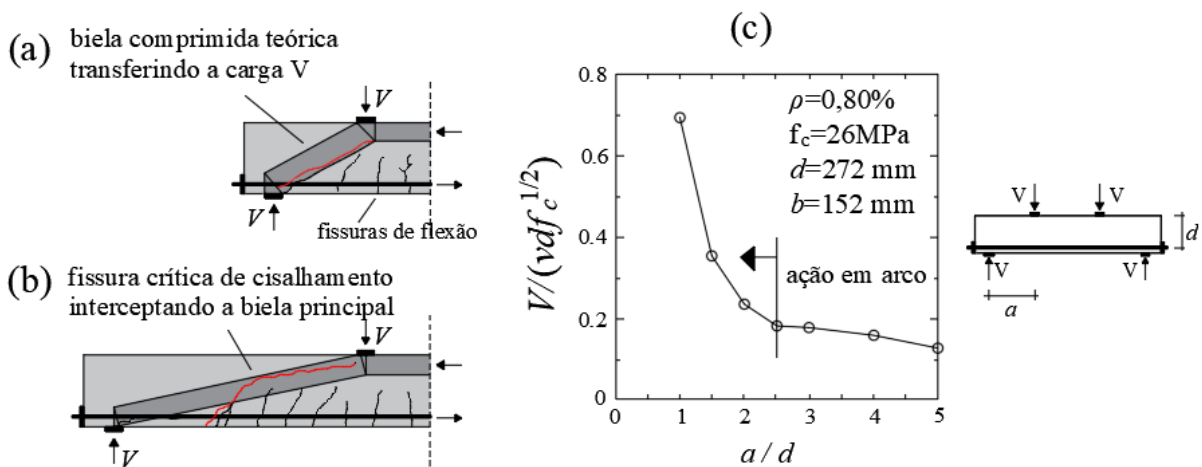
Kani (1966) demonstrou a influência da relação a_v / d na resistência à força cortante de vigas sem armadura transversal, sendo a_v a distância livre entre faces do apoio e da carga e d a altura útil do elemento. Muttoni e Ruiz (2008) explicam este fenômeno mostrando que para pequenas relações a_v / d as bielas inclinadas entre o apoio e a carga sofrem menos interferência das fissuras inclinadas, chamando este mecanismo de resistência à força cortante por ação em arco. Para maiores relações a_v / d as fissuras de flexão se desenvolvem através das bielas inclinadas entre a carga e o apoio, reduzindo assim a resistência à força cortante das vigas.

Comportamento semelhante pode ser atribuído a lajes (LANTSOUGHT; VEEN; WALRAVEN, 2013; NATÁRIO et al., 2014) (Figura 2.10).

Lantsoght (2013) destaca que a ação em arco é influenciada por: (i) distribuição das armaduras (camadas resultando em menor braço de alavanca), (ii) ancoragem das armaduras, (iii) posição e forma das fissuras que defines a dimensão da zona de concreto comprimido e (iv) tipo de armadura (barras lisas beneficiam a ação em arco, uma vez que em barras nervuradas a tração solicitante decresce ao longo do banzo tracionado – ação de viga).

A ação de membrana em compressão pode ser entendida como a ação em arco que surge devido à restrição de deformação das lajes no plano causada pela fissuração do concreto. Antes de atingir a fissuração o concreto pode ser considerado em regime linear elástico sem ocorrência do efeito de membrana. Ao superar o momento limite de fissuração do concreto a linha neutra se desloca para cima, acompanhada pela tendência em plano de expansão da laje, que quando restringida gera o efeito de membrana e melhora a resistência do elemento estrutural principalmente na punção (COLLINGS; SAGASETA, 2016). Na prática, geralmente a contribuição deste mecanismo na resistência à força cortante é desprezada, mas em situações de avaliação de estruturas existentes esta pode ser importante para demonstrar a segurança estrutural do elemento.

Figura 2.10 - Comparação do padrão de fissuração e bielas de compressão retas teóricas para: a) pequenas; e b) grandes distâncias “ a ” de acordo com Muttoni e Ruiz (2008); e c) resistência ao cisalhamento de vigas sem armadura transversal testadas por Kani (1966) como função do vão cisalhante.



Fonte: Adaptado de Natário et al. (2014).

Em resultados experimentais sob vigas esbeltas, caracterizados pelo desenvolvimento de fissuras de cisalhamento crítico afastadas da região do apoio intermediário, a contribuição da biela comprimida inclinado foi bastante limitada (cerca de 30%), sendo negligenciável em alguns casos (CAVAGNIS; FERNÁNDEZ RUIZ; MUTTONI, 2018b).

2.5 Abordagens para análise de resistência à força cortante em lajes

A abordagem mais usual de verificação da resistência à força cortante em lajes sujeitas às cargas parcialmente distribuídas próximas do apoio é a definição de uma largura colaborante próxima do apoio combinada à um modelo de resistência à força cortante unidirecional. Esta abordagem tem demonstrado, em geral, melhores resultados quando comparada às abordagens mais usuais de verificação de resistência à punção. Por esta razão, neste estudo foram enfatizados os modelos de resistência à força cortante de vigas ou elementos lineares sem armadura transversal.

Nas vigas é comum a disposição de armaduras transversais para aumentar a resistência à força cortante destes elementos. Entretanto, em lajes é prática dimensionar os mesmos de modo a ser dispensado o uso de armaduras transversais pela maior dificuldade de execução em obra, além do impacto econômico deste tipo de solução. No entanto, diversos códigos normativos apresentam técnicas de dimensionamento para lajes baseadas nos resultados de ensaios em vigas (ACI COMMITTEE 318, 2014; Model Code 2010) , o que tende a não levar em consideração efeitos geométricos importantes na resistência à força cortante de lajes carregadas na proximidade dos apoios (REISSEN; HEGGER, 2015a). A seguir são discutidos com maior detalhe alguns modelos de resistência à força cortante utilizados em elementos lineares (aqui denominados modelos unidirecionais) e apresentados alguns aspectos relacionados à zona de transição na qual se insere o caso de lajes sujeitas às cargas distribuídas em pequenas áreas próximas do apoio.

2.5.1 Modelos unidirecionais

2.5.1.1 Modelos semi-empíricos

A primeira abordagem, proposta por Mörsch no início do século XX, foi correlacionar a tensão de cisalhamento média na seção com a resistência à tração do concreto. Apesar de sua simplicidade, esta representou a base teórica das formulações propostas em diversos códigos normativos até a década de 1990 (ASCE–ACI COMMITTEE 445, 1998). Entretanto, resultados experimentais demonstraram que as fissuras diagonais, provocadas pela combinação de esforços de flexão e cisalhamento, eram iniciadas com tensões de tração bem menores que a

resistência à tração do concreto. Três aspectos podem explicar este comportamento: (i) a concentração de tensões de tração na extremidade das fissuras com menor abertura, (ii) redução da tensão de fissuração devido à existência de compressão transversal (KUPFER; HILSDORF; RUSCH, 1969) e (iii) distribuição não uniforme das tensões de cisalhamento no entorno das fissuras de flexão como resultado da concentração de tensões de atrito e da redução do braço de alavanca devido à ação em arco na zona fissurada pela flexão (KIM; WHITE, 1991).

Muitas formulações empíricas foram propostas no intuito de estimar a tensão de fissuração diagonal do concreto (BAŽANT, Z.P.; KIM, 1984; NIWA et al., 1986; OKAMURA; HIGAI, 1980; ZSUTTY, 1971). A formulação proposta por Okamura e Higai (1980) e aperfeiçoada por NIWA et al. (1986) incorpora alguns dos principais parâmetros influentes na resistência à força cortante como: (i) resistência à tração do concreto, usualmente correlacionada com a resistência à compressão através de sua raiz quadrada ou cúbica; (ii) a taxa de armadura longitudinal da seção; (iii) a relação vão de cisalhamento-altura útil (a/d ou M/Vd), (iv) o efeito de escala e (v) a força axial devido ações de protensão. Esta formulação é considerada uma das mais confiáveis pela abrangência de uma boa quantidade de parâmetros.

Entretanto, apesar da boa correlação com resultados experimentais, os modelos empíricos possuem a desvantagem de estarem limitados às análises em elementos semelhantes (sistema estático e geometria) aos modelos usados como base para sua calibração (MARÍ et al., 2015). Isto se justifica porque estes modelos geralmente são calibrados estatisticamente de acordo como os parâmetros influentes considerados na sua formulação, ou seja, sem uma fundamentação teórica mais adequada sobre os mecanismos de resistência à força cortante envolvidos ou sobre a influência de parâmetros mais complexos como o estado de tensões da seção.

2.5.1.2 Modelos mecânicos

Lantsoght (2013) destaca cinco abordagens para a análise de resistência à força cortante em elementos lineares: (1) teoria do campo de compressão (MITCHELL; COLLINS, 1974), que posteriormente originou a teoria do campo de compressão modificado (VECCHIO; COLLINS, 1986) e a teoria simplificada do campo de compressão modificado (BENTZ; VECCHIO; COLLINS, 2006), base de cálculo para projetos de lajes sem armadura transversal no *Model Code 2010* (fib, 2012); (2) teoria da fissura crítica de cisalhamento (MUTTONI, 2003); (3) abordagem baseada na teorias de plasticidade (NIELSEN, 1984; NIELSEN; HOANG, 2011), incluindo aqui os modelos de bielas e tirantes, que são modelos mecânicos também baseados nesta teoria (SCHLAICH; SCHAFER; JENNEWEIN, 1987); (4) modelos

mecânicos como o modelo dentado de Kani (KANI, 1964) e (5) abordagem baseada na mecânica da fratura (NIWA, 1997), que leva em consideração a energia de fratura do concreto.

Nos últimos 5 anos têm-se difundido bastante duas abordagens: (6) modelos mecânicos multi-mecanismos baseados na interação momento fletor-força cortante (*Shear flexural Strength Mechanical Models* ou *multi action shear model*) (MARÍ et al., 2014, 2015) e (7) modelos mecânicos multi-mecanismos baseados na teoria da fissura crítica de cisalhamento (CAVAGNIS; FERNÁNDEZ RUIZ; MUTTONI, 2018a, 2018b).

A seguir são descritos em maior detalhe alguns dos modelos mais atuais na avaliação da resistência à força cortante de lajes sem armadura transversal.

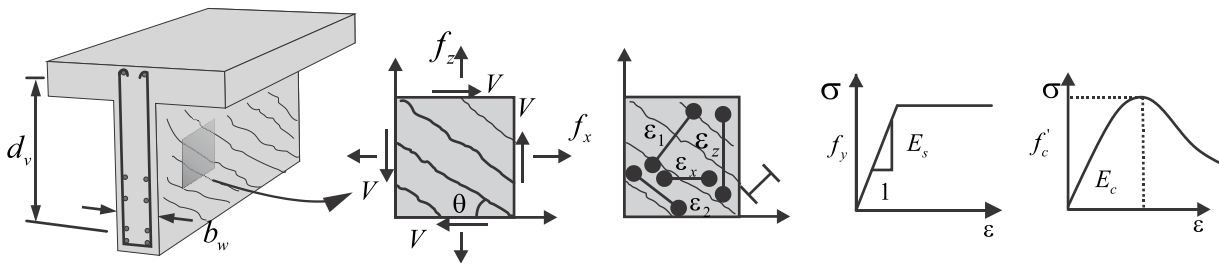
- **Modelo baseado na teoria do campo de compressão**

Uma das primeiras abordagens teve início com a apresentação da Teoria do Campo de Compressão (*Compression Field Theory - CFT*) (COLLINS, 1978; MITCHELL; COLLINS, 1974). O modelo foi desenvolvido para elementos com armadura transversal usando relações tensão-deformação para o concreto fissurado com as seguintes simplificações: (1) após a abertura da fissura no concreto, desconsiderava-se sua capacidade de resistência a tração, resultando em um campo de compressão diagonal; (2) uso de tensões e deformações médias e (3) direções das tensões e deformações principais coincidindo. A Teoria do Campo de Compressão foi um significativo passo em direção à previsão mais racional da resistência ao cisalhamento. Bentz, Vecchio e Collins (2006) explicam que, diferente de modelos anteriores, a teoria usa as condições de deformação na seção para determinar a inclinação θ da tensão diagonal de compressão, onde ε_x é a deformação longitudinal na seção (tração positiva e compressão negativa), ε_z é a deformação de tração da armadura transversal na seção, e ε_2 é a deformação na diagonal comprimida (Figura 2.11). Collins e Mitchell (1980) demonstraram que, na realidade, as tensões de tração no concreto são transferidas através de um complexo mecanismo de abertura e fechamento de fissuras formando novas fissuras, forças de engrenamento dos agregados e tensões no contorno. Posteriormente também fica comprovado que na realidade a direção das tensões e deformações principais são defasadas (SUN; KUCHMA, 2007).

A Teoria do Campo de Compressão Modificado (*Modified Compression Field Theory - MCFT*) (VECCHIO; COLLINS, 1986) foi desenvolvida incorporando a contribuição da resistência a tração residual do concreto fissurado, estendendo assim sua aplicação a membros

sem armadura transversal (ADEBAR; COLLINS, 1996). Neste modelo assume-se a existência de tirantes tracionados originados pelo engrenamento dos agregados perpendiculares as bielas comprimidas.

Figura 2.11 – a) Modelo de seção de viga utilizado na CFT e b) Estado de tensões e deformações do elemento.



Fonte: Adaptado de Bentz, Vecchio e Collins (2006).

A versão simplificada da Teoria do Campo de Compressões Modificado é um procedimento através do qual a resistência ao cisalhamento de um elemento pode ser convenientemente determinada de forma simplista e, portanto, mais atrativa na prática profissional. A essência do método simplificado consiste no uso de equações mais simples para os parâmetros β e θ , onde β representa um fator de resistência à tração do concreto para elementos sem armadura transversal e θ representa a inclinação da biela comprimida na seção, ambos dependentes da deformação longitudinal da seção, ϵ_x (BENTZ; VECCHIO; COLLINS, 2006).

- **Modelo baseado na teoria da fissura crítica de cisalhamento**

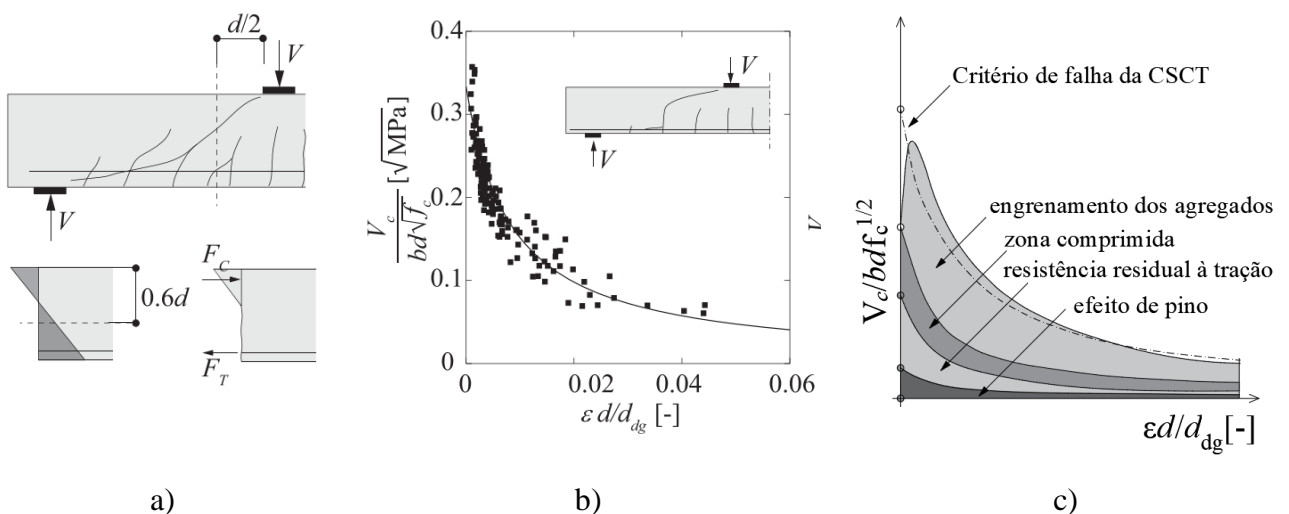
Uma segunda abordagem largamente estudada nas duas últimas décadas é a Teoria da Fissura de Cisalhamento Crítica (CSCT) (MUTTONI, 2003), a qual assume que a resistência ao cisalhamento unidirecional de elementos de concreto armado sem armadura transversal é governada pela abertura e rugosidade da fissura crítica de cisalhamento. Segundo Muttoni e Fernandez Ruiz (2008) a abertura da fissura é proporcional a deformação da seção ϵ e é influenciada pelos seguintes parâmetros: (1) tamanho do agregado d_g e (2) espaçamento entre as camadas de armadura.

A Teoria da Fissura Cisalhante Crítica (Critical Shear Crack Theory-CSCT) é uma abordagem mecânica que considera a contribuição de todos os potenciais mecanismos de

resistência no cisalhamento. A teoria é baseada na consideração de que a resistência ao cisalhamento de membros esbeltos é governada pelo desenvolvimento de uma fissura cisalhante crítica que limita a resistência da biela comprimida teórica, sendo relacionadas a capacidade de deformação e a resistência ao cisalhamento por um critério de falha único (CAVAGNIS; FERNÁNDEZ RUIZ; MUTTONI, 2018a). Nesta abordagem a deformação de referência ε é avaliada na profundidade $0,6d$ a partir da fibra mais comprimida da seção (Figura 2.12a). O critério de falha proposto por Muttoni e Ruiz (2008) assume a seguinte forma (Figura 2.12b) (d_{dg} é a dimensão máxima do agregado):

$$\frac{V_c}{b \cdot d \cdot \sqrt{f_c}} = \frac{1}{3 \cdot \left(1 + 120 \cdot \frac{\varepsilon \cdot d}{16 + d_{dg}} \right)} \quad (2.2)$$

Figura 2.12 – a) Principais considerações da teoria da fissura crítica de cisalhamento (CSCT): seção de controle e fibra de referência; b) critério de falha hiperbólico e comparação com resultados de ensaios; c) comparação qualitativa dos mecanismos de transferência de força cortante e o critério de falha da CSCT.



Fonte: Adaptado de Cavagnis (2017).

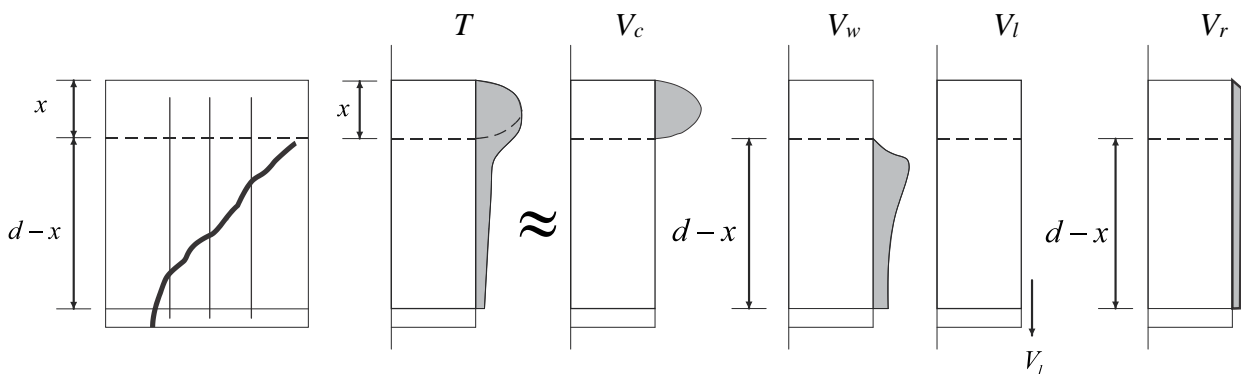
A forma hiperbólica do critério de falha da CSCT pode ser analiticamente derivada pela definição de 3 parâmetros: (i) forma da fissura; (ii) cinemática de abertura da fissura e (iii) algumas leis constitutivas para os mecanismos de transferência de força cortante (CAVAGNIS, 2017). Foi demonstrado ainda em alguns trabalhos que a resistência à força cortante, assim como a contribuição dos mecanismos de transferência da força cortante, seguem um decaimento hiperbólico com o aumento da abertura da fissura crítica (FERNÁNDEZ RUIZ; MUTTONI; SAGASETA, 2015). Este último aspecto segue ilustrado na Figura 2.12c.

Em modelos semelhantes, baseados na Teoria do Deslocamento Crítico de Cisalhamento (*Critical Shear Displacement Theory*) (YANG; DEN UIJL; WALRAVEN, 2016), a contribuição de cada mecanismo de resistência à força cortante a partir da consideração de uma determinada forma para a fissura crítica de cisalhamento e de parâmetros relacionados à cinemática da fissura (abertura e deslocamento cisalhante).

- **Modelo mecânico de resistência ao flexo-cisalhamento – *Sfsmm***

O modelo mecânico de resistência ao flexo-cisalhamento (*shear flexural strength mechanical modelo – Sfsmm*) ou Modelo de Cisalhamento Multi-Mecanismos (*multi action shear model*) desenvolvido por Marí et al. (2014, 2015, 2016) baseia-se no cálculo e soma da contribuição de cada mecanismo de resistência à força cortante (seção 2.4)(Figura 2.13) através de expressões separadamente derivadas da mecânica estrutural. Além disso, o modelo também estabelece uma abordagem sistemática do ponto de vista estrutural para determinar a (i) forma e (ii) posição da fissura crítica de cisalhamento.

Figura 2.13 - Distribuição das tensões de cisalhamento na situação eminente de falha e distribuição qualitativa da contribuição dos diferentes mecanismos.



Fonte: Adaptado de Marí et al. (2014).

O modelo proposto assume as seguintes considerações em sua formulação:

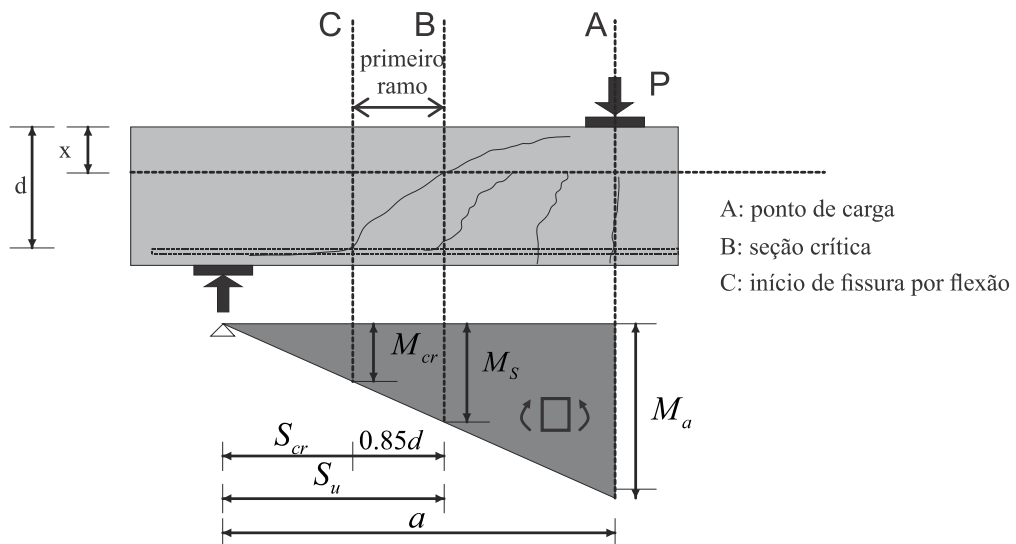
- A profundidade da linha neutra “ x ” e a altura do bloco de compressão na região comprimida da seção são supostas equivalentes e podem ser calculadas pela análise da seção fissurada sob flexão pura no caso da ausência de armadura de compressão. Quando na existência de armadura de compressão (armadura dupla) a relação x/d decresce, o que reduz a contribuição do concreto sob compressão. Entretanto, a própria armadura de compressão possui maior

resistência ao cisalhamento comparado ao concreto. Desta forma, pode-se negligenciar a existência de armadura de compressão como uma simplificação conservadora.

- A inclinação da fissura é aproximada pela relação $\cot \theta = 0,85 / (1 - x / d)$ baseado em observações experimentais e de modelos numéricos, o que equivale a considerar a projeção horizontal da fissura crítica de flexo-cisalhamento igual a $0,85d$. Embora este ângulo seja afetado pela taxa de armadura longitudinal e transversal da seção, diversas pesquisas apontam que esta correlação é moderada.

- A seção crítica na situação de flexo-cisalhamento é considerada posicionada na ponta do primeiro ramo da fissura crítica (Figura 2.14), que se inicia onde o diagrama de momento fletor do vão de cisalhamento atinge o momento de fissuração ($S_{cr} = M_{cr} / V_u$). Os autores justificam que qualquer outra seção próxima do momento fletor nulo possui maior altura da linha neutra x , resultado da inclinação da fissura, e por esta razão resiste a maior força cortante. Além disso, as seções mais próximas do apoio estão sujeitas a maiores tensões de compressão, o que tende a melhorar a resistência da região.

Figura 2.14 – Posição da seção crítica ao cortante.



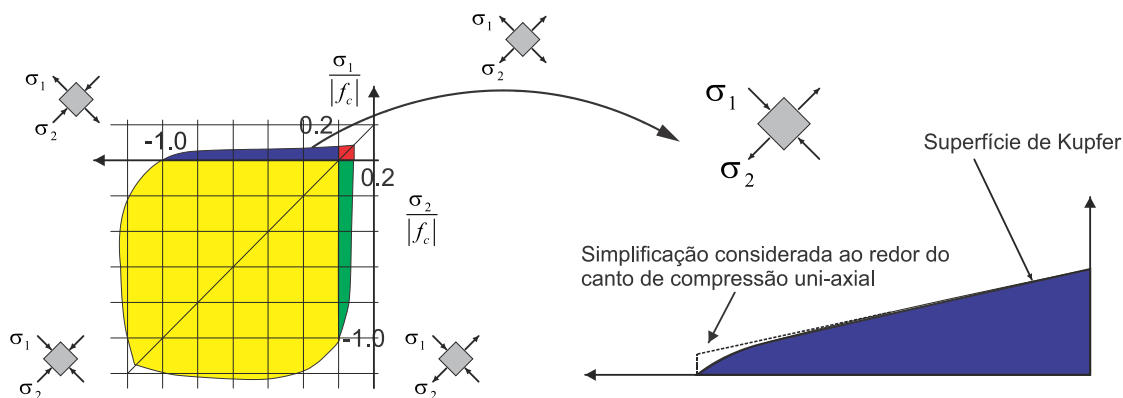
Fonte: Adaptado de Marí et al. (2015).

- A armadura longitudinal é considerada em regime elástico-linear. Desta forma as tensões σ_x podem ser calculadas de acordo com teoria da elasticidade linear.

- Na existência de armadura transversal ancorada na região comprimida da seção, esta colabora na resistência à compressão da região comprimida pelo efeito de confinamento vertical σ_y .
- A resistência à compressão do banzo comprimido é governado pela envoltória de falha biaxial de Kupfer (Figura 2.15). Nesta abordagem é considerado que a falha ocorre quando as tensões principais atingem o ramo compressão-tração da superfície de falha.

Este modelo mecânico para cálculo da resistência à força cortante também é conhecido como modelo de cisalhamento de multi-mecanismos (*multi action shear model – MASM*). Uma versão simplificada deste modelo como proposta para aplicações em manuais e códigos de dimensionamento foi posteriormente desenvolvida e denominada de Modelo de Resistência do Banzo de Compressão (*Compression-Chord Capacity Model-CCCM*) (CLADERA et al., 2016). Uma versão calibrada por análises de confiabilidade deste modelo foi apresentado recentemente por Bairán e Casas (2018).

Figura 2.15 – Envoltória de falha de Kupfer para o setor compressão-tração.



Fonte: Adaptado de Kupfer e Gerstle (1973).

- **Modelos Baseados na Teoria da Plasticidade e em Bielas e Tirantes**

Embora representem, talvez, a abordagem baseada em modelos mecânicos mais simples, estes permitiram uma boa compreensão dos mecanismos de resistência à força cortante mobilizados desde os primeiros ensaios de Ritter, Talbot e Mörsh no início do século passado. Em uma abordagem de limite superior Nielsen (1984) e Nielsen e Hoang (2011) apresentam um critério de resistência baseado na plastificação da seção. Em uma abordagem de limite inferior existem os modelos de bielas e tirantes como os descritos por Schlaich et al. (1987).

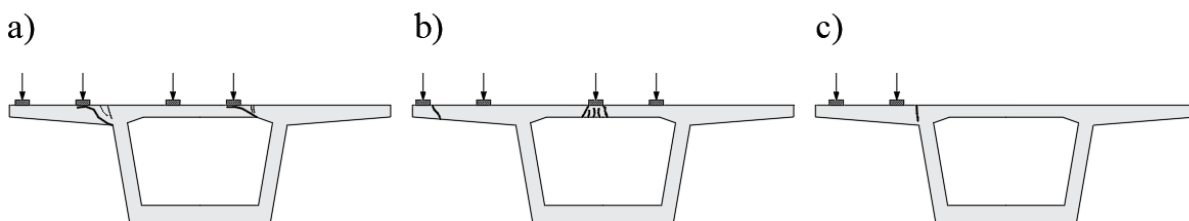
Nestes modelos mecânicos as forças são representadas por bielas comprimidas e tirantes tracionados. Lantsoght et al. (2015a) explica que o escoamento da armadura ou a obtenção da resistência limite do concreto a compressão representam o critério de falha. Vale salientar que geralmente essa resistência limite do concreto na biela comprimida é menor que a resistência a compressão uniaxial do concreto devido ao estado multiaxial de tensões (KUPFER; GERSTLE, 1973; KUPFER; HILSDORF; RUSCH, 1969) e as perturbações de fissuras e armaduras, requerendo o uso de um fator redutor (LANTSOGHT et al., 2015a).

Um modelo bastante conhecido na literatura é o de Kani (1964) ou modelo de “dente”. Neste modelo a zona entre duas fissuras de flexão assume a forma de um “dente”, região de concreto engastada na zona comprimida e carregada por forças horizontais resultantes do contorno (KANI, 1964; KOTSOVOS; KOTSOVOS, 2013; LANTSOGHT et al., 2015a). Reineck (1991, 1997) estudou extensões do modelo dentado envolvendo a influência de cada mecanismo de transferência da força cortante separadamente no dente de concreto.

2.5.2 Particularidades no caso de cargas parcialmente distribuídas próximas do apoio

Lajes de concreto armado sem armadura transversal com cargas parcialmente distribuídas próximas do apoio podem ser encontradas na prática em diversas situações: tabuleiros sobre vigas, pontes com seção celular, lajes cogumelos, lajes lisas solicitadas pela alvenaria e radiers estaqueados. Os sistemas estruturais citados possuem em comum o desenvolvimento de grandes tensões de cisalhamento entre a carga parcialmente distribuída e a linha de apoio (NATÁRIO; FERNÁNDEZ RUIZ; MUTTONI, 2014), sobretudo devido à concentração de reações de apoio na região mais próxima da carga. Esta distribuição não uniforme das reações ao longo do apoio, que é comum no caso de lajes com carregamento concêntrico, torna-se mais pronunciada no caso de cargas parcialmente distribuídas próximas do apoio, conforme ilustrado na Figura 2.4.

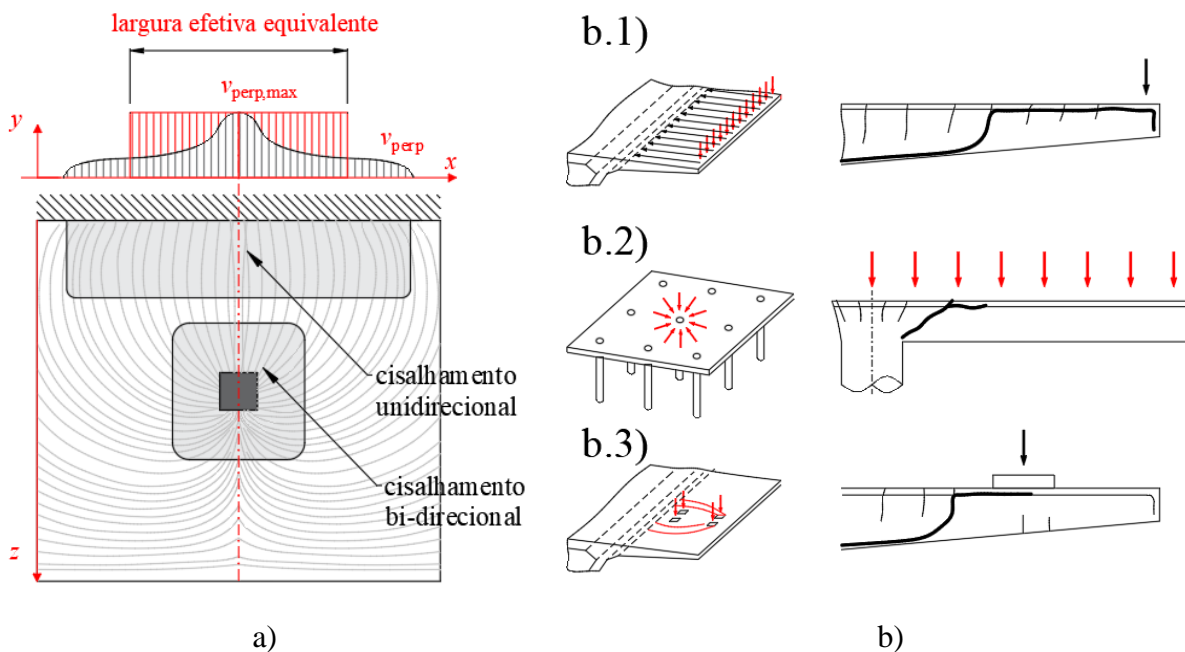
Figura 2.16 - Modos tradicionais de falha possíveis em lajes sob cargas concentradas. a) cisalhamento unidirecional, b) falha por punção e c) formação de mecanismo de flexão.



Fonte: Adaptado de Natário (2015).

Dependendo da geometria, propriedades da laje, bem como das condições de contorno, diferentes modos de falha podem ser observados no caso de cargas parcialmente distribuídas próximas do apoio: (i) fissura crítica próxima da borda de apoio (Figura 2.16a), (ii) cone de punção em torno da coluna ou área carregada (Figura 2.16b) e (iii) desenvolvimento de um mecanismo de flexão (rótula) (Figura 2.16c). Em alguns trabalhos foi possível identificar de forma mais clara alguns destes modos de falha em lajes em balanço (RODRIGUES; FERNÁNDEZ RUIZ; MUTTONI, 2008; ROMBACH; HENZE, 2017) de acordo com a relação vão de cisalhamento – altura útil (a/d). Nesta vertente, pode-se destacar o padrão de fissuração das lajes mais semelhante ao caso de ruptura por punção para relações a/d mais elevadas (ROMBACH; HENZE, 2017) e no caso de lajes apoiadas sobre os quatro bordos (BUI et al., 2017b).

Figura 2.17 – a) Fluxo de cargas de laje em balanço com detalhe para regiões de verificação do cisalhamento unidirecional e verificação da punção; e b) diferenças no fluxo de carga e modos de falha de diferentes estruturas.



Fonte: a) Adaptado de Reissen (2016) e b) Adaptado de Natário et al. (2014).

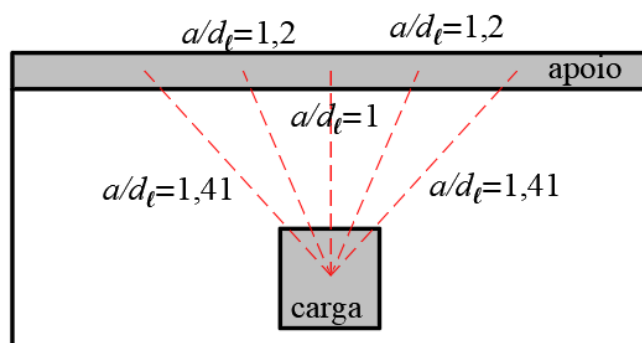
No caso de cargas parcialmente distribuídas as lajes são geralmente dimensionadas ou analisadas em relação à força cortante segundo duas abordagens: (i) por modelos de resistência à força cortante para elementos lineares e (ii) verificação da resistência à punção em determinados perímetros (Figura 2.17a) (BUI, T.T. et al., 2017; LANTSOGHT, E.O.L. et al., 2015). Entretanto, devido ao fluxo particular de cargas quando parcialmente distribuídas próximas do apoio (Figura 2.17.b.3) o mais usual tem sido a definição de uma largura

colaborante combinado a um modelo unidirecional de resistência à força cortante para verificação. Como nestas situações existe uma maior concentração de reações ao longo do apoio mais próximo da região carregada, do ponto de vista teórico o uso de modelos unidirecionais de resistência à força cortante é justificável. Entretanto, no caso de lajes bidirecionais ou apoiadas nos quatro bordos é possível que a distribuição menos irregular de reações entre os apoios torne menos consistente a utilizações de modelos unidirecionais nestes casos.

Em relação ao fluxo de cargas na laje, observa-se que a força cortante não se propaga de maneira perfeitamente paralela (cisalhamento unidirecional) ou radial (cisalhamento bidirecional) no caso de cargas concentradas próximas do apoio (NATÁRIO; FERNÁNDEZ RUIZ; MUTTONI, 2014; RODRIGUES; FERNÁNDEZ RUIZ; MUTTONI, 2008). Em relação ao modo de falha, observa-se que as fissuras na região entre a carga e apoio tendem a apresentar maiores inclinações com o afastamento em relação ao eixo de simetria da carga. Na região posterior da carga as fissuras tendem a apresentar forma de distribuição mais semelhante à verificada na punção, em direções tangenciais e radiais em relação a carga.

Enquanto no ensaio de vigas ou faixas de laje o vão de cisalhamento é um parâmetro geométrico estaticamente definido para as bielas de compressão, no caso de cargas parcialmente distribuídas próximas do apoio é observado que as bielas podem desenvolver em diferentes direções devido a forma de transferência da força cortante. Isto origina relações a_v/d diferentes dependendo da biela ou direção analisada (Figura 2.18), resultando também na maior relação a_v/d média para lajes em relação às vigas (LANTSOGH; VEEN; WALRAVEN, 2013). Entretanto geralmente atribui-se em lajes a relação a_v/d à menor distância entre faces de apoio e carga no caso de cargas parcialmente distribuídas próximas do apoio, como é o caso do Eurocode 2:2005 e do Model Code 2010.

Figura 2.18 - diferentes relações a/d de acordo com a direção analisada.

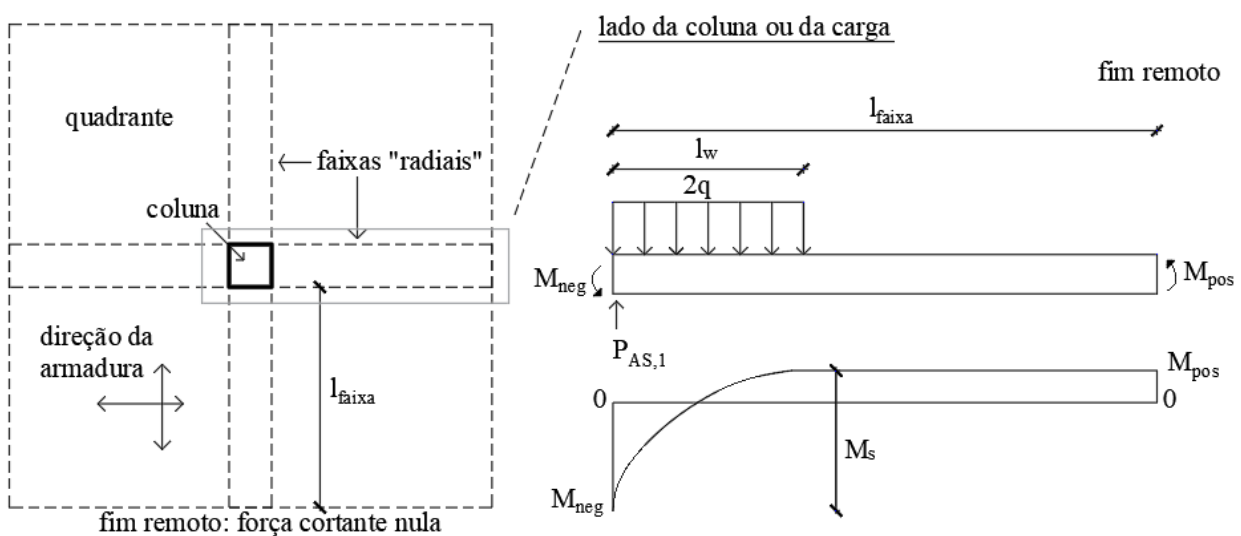


Fonte: Adaptado de Lantsoght, van der Veen e Walraven (2013).

Outra particularidade no caso de cargas parcialmente distribuídas próximas do apoio diz respeito à possibilidade de redistribuição das reações ao longo do apoio devido: (i) desenvolvimento de fissuras de cisalhamento e consequente perda de rigidez local das lajes na proximidade do apoio e (ii) escoamento da armadura próximo da ruptura das lajes (NATÁRIO et al., 2014). Na análise experimental de Natário et al. (2014) foram instrumentadas as vigas que serviam de apoio para lajes em balanço e foi monitorada a distribuição de reações ao longo do apoio em paralelo com o aumento da solicitação, permitindo mensurar a redistribuição de reações ao longo do apoio da região central (mais próxima da área carregada) para regiões adjacentes. Essa redistribuição de reações ao longo do apoio também foi consistente com as medidas de variação de espessura das lajes na proximidade do apoio, que indicavam o surgimento ou maior abertura das fissuras a partir de determinado estágio da carga.

Dentre as opções ressaltadas por Lantsoght et al. (2015a) para lidar como o problema da força cortante no caso de cargas parcialmente distribuídas próximas do apoio: (i) uso de expressões para a resistência à força cortante em elementos lineares, mas aplicadas a uma largura colaborante que leve em consideração a propagação horizontal da força cortante; (ii) uso de modelos mecânicos baseados na teoria da plasticidade, como o Modelo de Fronteira Modificado (LANTSOGHT, 2013)(Figura 2.19) e (iii) uso de modelos empíricos para lajes sob cargas concentradas próximas do apoio, baseados no perímetro de punção, mas levando em consideração as diferentes propriedades nas duas direções da laje (REGAN, 1982)(Figura 2.20).

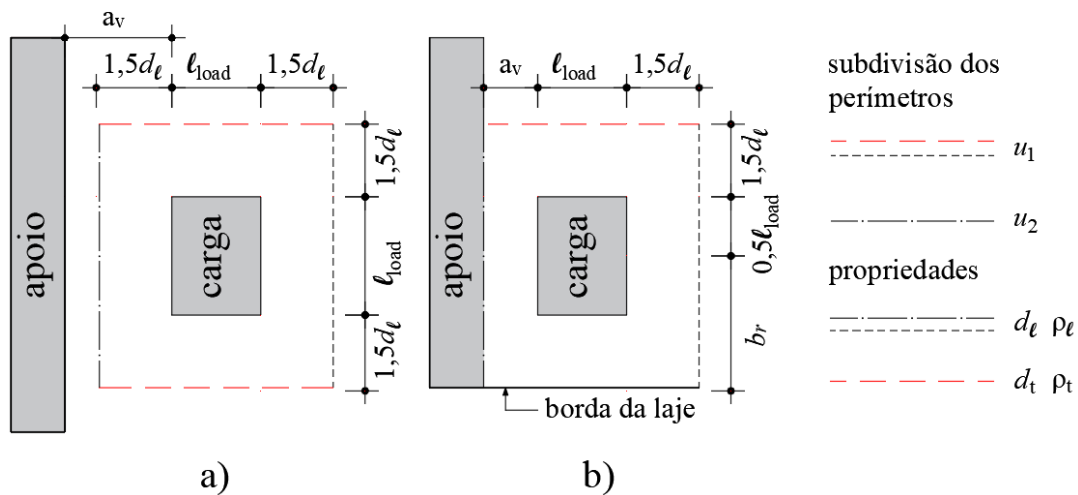
Figura 2.19 – Modelo de Alexander e Simmonds (1992): a) faixas e quadrantes; b) carregamento da faixa e diagrama de momentos fletores.



Fonte: Adaptado de Lantsoght et al. (2015a).

O Modelo de Fronteira Modificado (*Modified Bond Model*) (LANTSOGHT; VAN DER VEEN; DE BOER, 2015) é baseado na combinação de quadrantes e faixas de laje para transferência da força cortante e foi inspirado no Modelo de Fronteira (*Bond Model*) (ALEXANDER; SIMMONDS, 1992). O Modelo de Faixas Estendido (LANTSOGHT; VAN DER VEEN; DE BOER, 2017) (*Extended Strip Model - ESM*) é um modelo plástico para avaliação de estruturas sob cargas parcialmente distribuídas baseado no Modelo de Faixas para punção concêntrica (ALEXANDER; SIMMONDS, 1992). O modelo de faixas apresenta uma abordagem de limite inferior baseado em plasticidade que descreve uma possível configuração de cargas anterior à falha. O Modelo de Faixas Estendido amplia o conceito do Modelo de Faixas para aplicação em lajes de dimensões finitas sob carga parcialmente distribuída única, que pode ser locada em posição assimétrica no modelo. O modelo se ajusta a combinação dos efeitos do cisalhamento unidirecional, bidirecional e flexão que governam o caso de laje de concreto armado sob carga parcialmente distribuída (LANTSOGHT; VAN DER VEEN; DE BOER, 2017).

Figura 2.20 – Subdivisão do perímetro e propriedades da laje a serem usadas para cada parte do perímetro: a) para $1,5d_\ell < a_v < 2d_\ell$; b) para $a_v < 2d_\ell$ e $b_r < 1,5d_\ell$.



Fonte: Adaptado de Regan (1982).

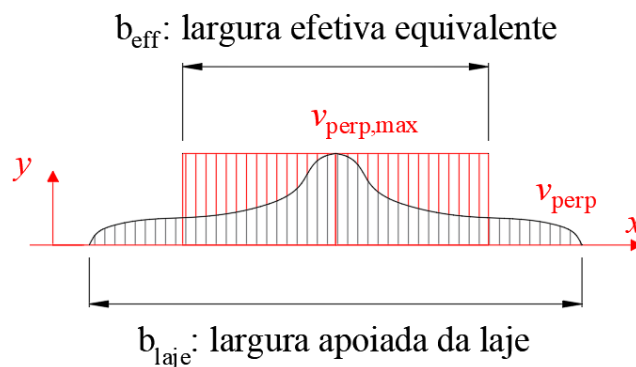
O modelo de Regan (1982), que adota diferentes propriedades ao longo do perímetro crítico de punção, está ilustrado na Figura 2.20. Merece nota ainda que o modelo de Regan (1982) considera o efeito da continuidade dos apoios através de um fator que melhora a capacidade resistente da laje na porção do perímetro mais próxima do apoio.

Na prática profissional, o mais usual tem sido a utilização de modelos unidirecionais de resistência à força cortante combinados à definição de uma largura colaborante para avaliar o caso de cargas concentradas (distribuídas em pequenas áreas) próximas do apoio em lajes (LANTSOGHT et al., 2015a; SOUSA; EL DEBS, 2018). Entretanto, algumas publicações também tratam o problema pela definição de um perímetro crítico modificado para aplicação de modelos de punção (RODRIGUES; FERNÁNDEZ RUIZ; MUTTONI, 2008) e que indicaram resultados também satisfatórios, mas avaliados apenas no caso de lajes em balanço.

2.6 Abordagens de definição da largura efetiva na resistência à força cortante

A percepção do problema envolvendo cargas concentradas próximas do apoio em lajes com relação à distribuição de reações ao longo deste têm os primeiros registros nos trabalhos de (GOLDBECK; SMITH, 1916) e (GOLDBECK, 1917). Para definição da tensão cisalhante a ser verificada na laje é necessária a determinação de uma largura efetiva a partir da distribuição de tensões ao longo da largura da laje (Figura 2.21).

Figura 2.21 - Princípio da largura efetiva b_{eff} : a área hachurada sob a curva $v(x)$ da tensão cisalhante ao longo da largura b é numericamente igual à área formada pela máxima tensão cisalhante v_{max} sobre a largura b_{eff} .



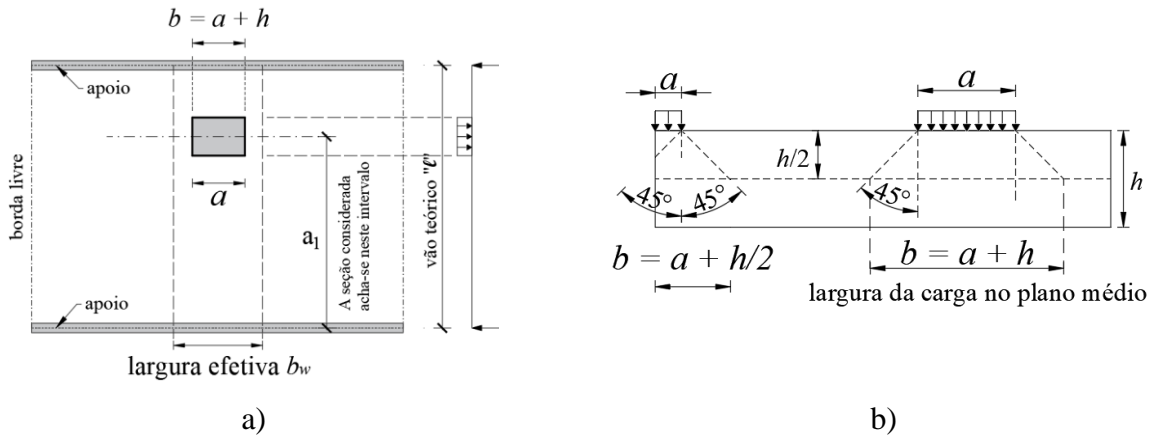
Fonte: Adaptado de Lantsoght (2013).

Esta largura efetiva é definida de tal forma que a ação resistente devido à integração da máxima tensão cisalhante distribuída ao longo da largura efetiva da laje seja igual a força cortante devido a integração da tensão variável ao longo da largura de todo o apoio (GOLDBECK, 1917; GOLDBECK; SMITH, 1916). Na prática o único código normativo vigente que trata diretamente do assunto é o Model Code 2010, sendo negligenciado em códigos como ACI 318:2014, Eurocode 2: 2005 e ABNT NBR 6118:2014. Entretanto, na prática profissional de alguns países existem recomendações acerca do assunto.

2.6.1 ANBT NBR 6118

Na atual versão da norma brasileira para projeto de estruturas de concreto armado, a ABNT NBR 6118:2014, não se dispõe de recomendações acerca da definição da largura colaborante no caso de cargas concentradas próximas do apoio. Entretanto, na ABNT NBR 6118:1980, recomendava-se a definição da largura colaborante baseado na (i) propagação vertical da carga em ângulo de 45° até o plano médio da laje (item 3.3.2.4 da ABNT NBR 6118:1980) e (ii) uma relação entre as dimensões da área da carga e do vão de cisalhamento (Figura 2.22).

Figura 2.22 - Definição da largura efetiva segundo a ABNT NBR 6118:1980: a) Vista superior e b) Vista em corte.



Fonte: Adaptado da ABNT NBR 6118:1980.

A formulação para cálculo da largura colaborante está apresentada nas equações (2.3) a (2.5).

$$b = a + h \quad (2.3)$$

$$\text{se } b > \ell : b_w = b \quad (2.4)$$

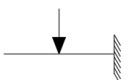
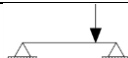

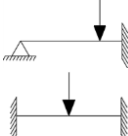
$$\text{se } b < \ell : b_w = \begin{cases} b + 0,5 \cdot a_1 \cdot \left(1 - \frac{b}{\ell}\right), & \text{se laje em balanço} \\ b + a_1 \cdot \left(1 - \frac{b}{\ell}\right), & \text{nos demais casos} \end{cases} \leq \text{máximo}(b_{\text{laje}}, a_1 + 0,5b_w) \quad (2.5)$$

Onde a_1 é a distância do centro da carga ao apoio para cujo lado está a seção de projeto a ser verificada.

2.6.2 Modelo de largura efetiva das normas alemãs

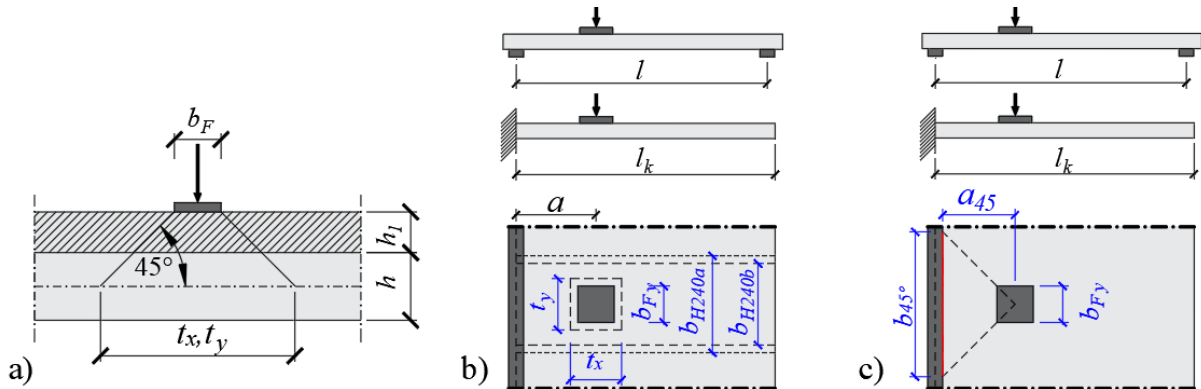
Na prática de projeto de lajes sob cargas parcialmente distribuídas na Alemanha, a largura efetiva resistente à força cortante pode ser determinada de acordo com o Livro 240 do Comitê Alemão para Concreto Estrutural (b_{H240}) (DAfStb, 1991; GRASSER; THIELEN, 1991) ou calculado levando em consideração a propagação horizontal da carga com 45° (b_{45°) até a face do apoio ou aproximações por cálculos via método dos elementos finitos (REISSEN; HEGGER, 2015a).

Para determinar a largura efetiva para a resistência à força cortante b_{H240} de acordo com DAfStb (1976/1991), primeiro uma distribuição de carga vertical sob 45° a partir da superfície da carga para plano médio da laje de acordo com a Figura 2.23a é assumida. Com isto, a largura t para a transferência de carregamento vertical depende da altura de capeamento h_1 e da espessura da laje h . Segundo, a largura efetiva b_{H240} é calculada dependendo da distância da carga ao apoio (Figura 2.23b) e do sistema estático (Ex.: laje simplesmente apoiada com ou sem restrição ao giro próximo da carga concentrada) de acordo com as expressões 2.12 a 2.16.

	$t = b_F + 2 \cdot h_1 + h$	(2.6)
	$b_{H240} = \begin{cases} 0,2\ell_k + 0,3a & \text{para: } 0,2\ell_k < a < \ell_k, t_y < 0,2\ell_k, t_x < 0,2\ell_k \\ t_y + 0,3a & \text{para: } 0,2\ell_k < a < \ell_k, 0,2\ell_k < t_y < 0,4\ell_k, t_x < 0,2\ell_k \end{cases}$	(2.7)
	$b_{H240} = t_y + 0,5a$ para: $0 < a < \ell, t_y \leq 0,8\ell, t_x \leq \ell$	(2.8)
	$b_{H240} = t_y + 0,4a$ para: $0,2\ell < a < \ell, t_y \leq 0,4\ell, t_x \leq 0,2\ell$	(2.9)
	$b_{H240} = t_y + 0,3a$ para: $0,2\ell < a < \ell, t_y \leq 0,4\ell, t_x \leq 0,2\ell$	(2.10)

Outra abordagem prevista nos manuais da prática alemã de projetos é a consideração da propagação horizontal da carga sob ângulo de 45° , na qual a largura colaborante b_{45° resulta no dobro da distância entre o centro do carregamento e a borda do apoio sem consideração de qualquer transferência de carga vertical.

Figura 2.23 - Largura efetiva b_{H240} de acordo com o Comitê Alemão N°240 do DAfStb: a) Definição da área de aplicação da carga $t_x \times t_y$; b) largura efetiva b_{H240a} (laje simplesmente apoiada) e b_{H240b} (laje em balanço); c) Largura efetiva b_{H240} no caso de cargas próximas de borda livre.



Fonte: Adaptado de Reissen (2016).

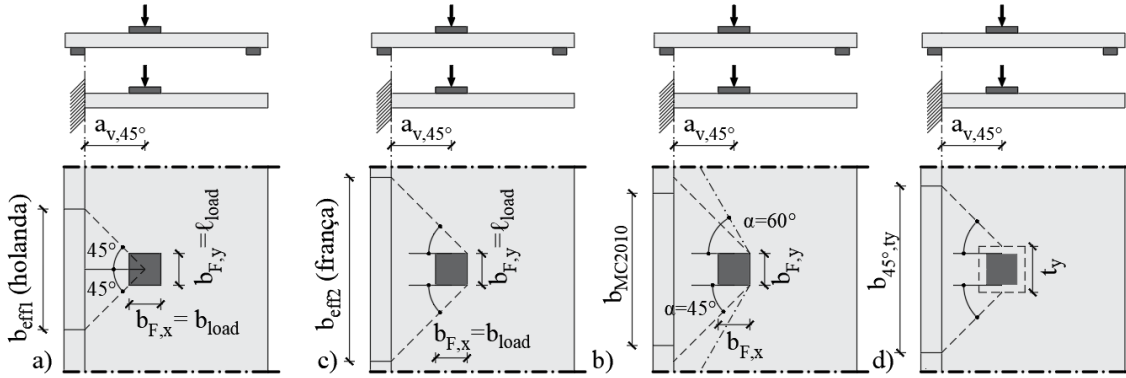
Alguns estudos com lajes em balanço indicaram que a combinação do modelo de resistência à força cortante do Eurocode 2:2005 com a largura colaborante b_{240} resulta em previsões muito conservadoras, enquanto usando a abordagem b_{45} podem ser obtidas previsões de resistência contra a segurança (REISSEN; HEGGER, 2013a).

2.6.3 Modelos baseados na propagação horizontal da carga

Na prática holandesa (NORMCOMISSIE 351001, 1995), a propagação horizontal de carga é assumida igual a 45° a partir do centro da carga em direção ao suporte (b_{eff1}) (Figura 2.24a). Na prática francesa (FD P 18-717, 2013) esta propagação da carga ocorre a partir das extremidades da face posterior da carga (b_{eff2}) (Figura 2.24b). No Model Code 2010 (fib, 2012) a seção de controle para lajes solicitadas por cargas parcialmente distribuídas é definida paralelamente a linha de suporte pelo menor valor de distância entre d e $a_v/2$ a partir da face do apoio. A largura efetiva b_{MC2010} é determinada na seção de controle com uma distribuição inclinada a partir das faces do carregamento de α igual a 45° para o caso de bordos com continuidade da laje e α igual a 60° para bordos simplesmente apoiados (Figura 2.24c). Para cargas com uma distância a partir da face do apoio $a_v \geq 2d$, a largura efetiva pode ser determinada de acordo com (2.17), onde $b_{F,y}$ é a largura da placa na direção paralela à largura efetiva e $b_{F,x}$ é a largura da placa na direção perpendicular à largura efetiva.

$$b_{MC2010} = b_{F,y} + 2 \cdot (b_{F,x} + a_v - d) \cdot \tan \alpha \quad (2.11)$$

Figura 2.24 - Modelos de largura colaborante baseados na propagação horizontal da carga mais tradicionais: a) b_{eff1} (modelo holandês); b) b_{eff2} (modelo francês); c) b_{MC2010} (Model Code 2010); d) a partir das bordas da área da carga calculada à meia altura da laje.



Fonte: Adaptado de Reissen (2016).

- **Zheng et al. (2010)**

Para lajes de tabuleiros de pontes Zheng et al. (2010) definem a largura efetiva ou largura colaborante através da expressão:

$$b_{Zh} = \ell_{load} + \ell(1 - r_{cp}) \tan \Phi \quad (2.12)$$

$$r_{cp} = \frac{b_{load}}{\ell} \leq 0,4 \quad (2.13)$$

$$\Phi(^{\circ}) = 23,3r_{cp} + 35,1 \quad (2.14)$$

Onde ℓ_{load} é a dimensão da área de carregamento perpendicular ao vão da laje; b_{load} é a dimensão da área de carregamento na direção do vão da laje; ℓ é a dimensão do vão da laje; r_{cp} é um fator de proximidade da carga em relação ao apoio e Φ é o ângulo de propagação horizontal da força cortante em direção ao apoio, limitado nesta formulação a aproximadamente 45°. Merece nota que na formulação de Zheng et al. (2010) não existe correlação da largura colaborante com o vão de cisalhamento, mas sim com o vão entre apoios.

- **Código Sueco (BBK 79)**

O código sueco (BBK², 1979 *apud* LANTSOGHT et al., 2015c) define a largura efetiva na resistência ao cisalhamento como:

$$b_{BBK} = \max(b_{load} + 7d_{\ell}; 0,65(b_{load} + \ell_{load}) + 10,65d_{\ell}) \quad (2.15)$$

Nesta formulação observa-se a independência da largura colaborante com o vão de cisalhamento e uma consideração particular da espessura das lajes, não relacionada com a

² BBK (Statens Betong Kommitte) (1979) Regulations for concrete structures – Part 1: Design. **BBK Statens Betong Kommitte**, Stockholm, Sweden.

propagação vertical da força cortante até o plano médio da laje. Do exposto destacam-se as grandes diferenças de concepções analíticas a respeito da definição da largura colaborante na resistência à força cortante.

2.6.4 Largura efetiva em modelos numéricos por elementos finitos

Quando um cálculo em elementos finitos é utilizado para avaliar o perfil de tensões cisalhantes ao longo do apoio observa-se que esta apresenta uma distribuição não-uniforme. Geralmente identifica-se um pico de tensões no eixo do vão que passa pelo centro da carga. Para comparar a tensão cisalhante solicitante com a resistente, geralmente define-se uma largura efetiva no modelo em elementos finitos para posteriormente calcular a tensão cisalhante média ao longo desta. Na prática holandesa esta largura geralmente vale $2d_e$. Lantsoght, de Boer e Van der Veen (2017a) consideram que a largura efetiva para verificações de resistência à força cortante pode ser considerada $4d_e$, assim como Natário et al. (2014).

Os modelos numéricos com elementos de placa elástico-lineares permitem avaliar a influência do sistema estático na distribuição do fluxo de cargas/força cortante (NATÁRIO; FERNÁNDEZ RUIZ; MUTTONI, 2014; VAZ RODRIGUES, 2007) e na distribuição de reações ao longo do apoio (NATÁRIO; FERNÁNDEZ RUIZ; MUTTONI, 2014; ROMBACH; VELASCO, 2005; ROMBACH; HENZE, 2014). Entretanto, esta é abordagem apresenta a limitação de não capturar a redistribuição de cargas/reações/força cortante ao longo do apoio próximo da ruptura.

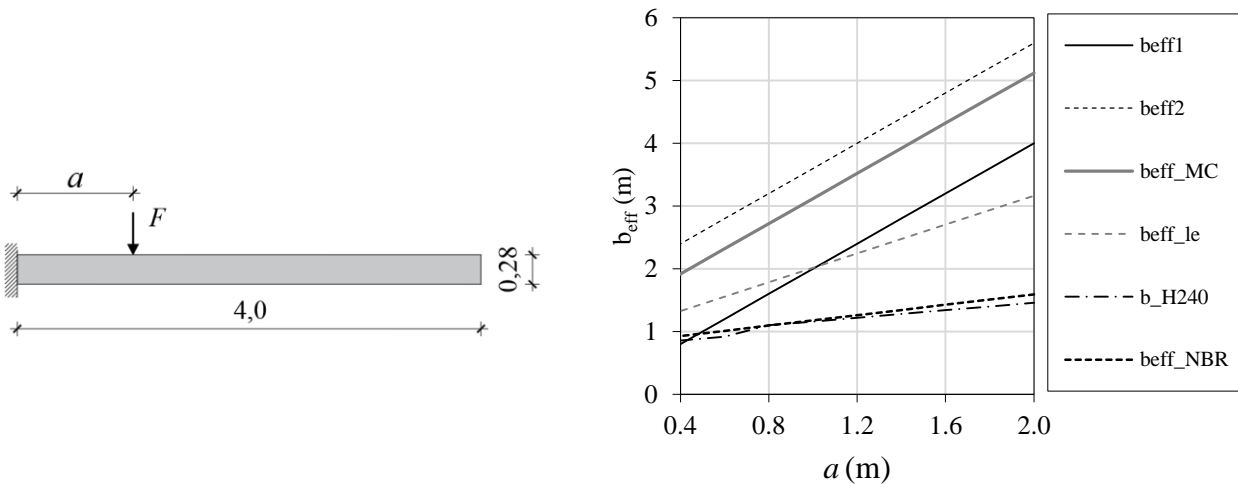
Rombach e Velasco (2005) desenvolveram uma expressão para determinação da largura efetiva na resistência à força cortante baseado em um modelo numérico bidimensional de laje em balanço com espessura da laje variável. Este modelo foi calibrado com base no veículo tipo do Eucocode 2:2004 (CEN,2004), que prevê uma carga com dimensões de 400 x 400 mm. A relação obtida estabelece uma relação entre a largura efetiva e (i) o vão de cisalhamento “ a ” e (ii) espessura da laje no eixo da carga “ h ”.

$$b_{le} = 0,6 + 0,95 \cdot h + 1,15 \cdot a \quad (2.16)$$

2.6.5 Comparação de diferentes abordagens de largura efetiva/colaborante

Para ilustrar as diferentes abordagens de definição da largura efetiva de resistência à força cortante foi utilizado um modelo de laje em balanço apresentado no trabalho de Reissen (2016) e avaliada a variação da largura efetiva com a dimensão do vão de cisalhamento a (Figura 2.25a). Neste exemplo a área de introdução da força tinha dimensões de 400 x 400 mm.

Figura 2.25 – a) Laje em balanço utilizado como exemplo e b) efeito do vão de cisalhamento nos diferentes modelos de largura efetiva.



a)

b)

Fonte: a) Adaptado de Reissen (2016) e b) Autor (2019).

Foram avaliados os modelos de propagação horizontal da força cortante preconizados pelos manuais de projeto alemão (b_{H240}), brasileiro (b_{eff_NBR}), Model Code 2010 (b_{eff_MC}) e proposto por Rombach e Velasco (2005) (b_{eff_le}). Da Figura 2.25b observa-se que as proposições da ABNT NBR 6118:1980 é bastante conservadora e proporciona resultados semelhantes aos obtidos com o manual de projeto alemão (b_{H240}). Como já era previsto, a abordagem referente à prática francesa de projetos (b_{eff2}) apresentou os maiores valores de largura colaborante no caso de lajes em balanço.

2.7 Investigação dos parâmetros influentes na resistência à força cortante

2.7.1 Relação vão de cisalhamento-altura útil – a/d

A relação a/d , onde a é distância centro à centro entre carga e apoio e d é a altura útil do seção transversal, influi diretamente nos principais mecanismos de resistência à força cortante mobilizados (V_c , V_{ag} , V_{dowel} e V_{res}), no efeito de arco e nos modos de falha dos elementos (KANI, 1966; LEONHARDT, F.; WALTHER, 1962). A Figura 2.26a apresenta o padrão de fissuração e posição teóricas das bielas de compressão dos testes B2, B4, B6 e B10/1 de Leonhardt e Walther (1962).

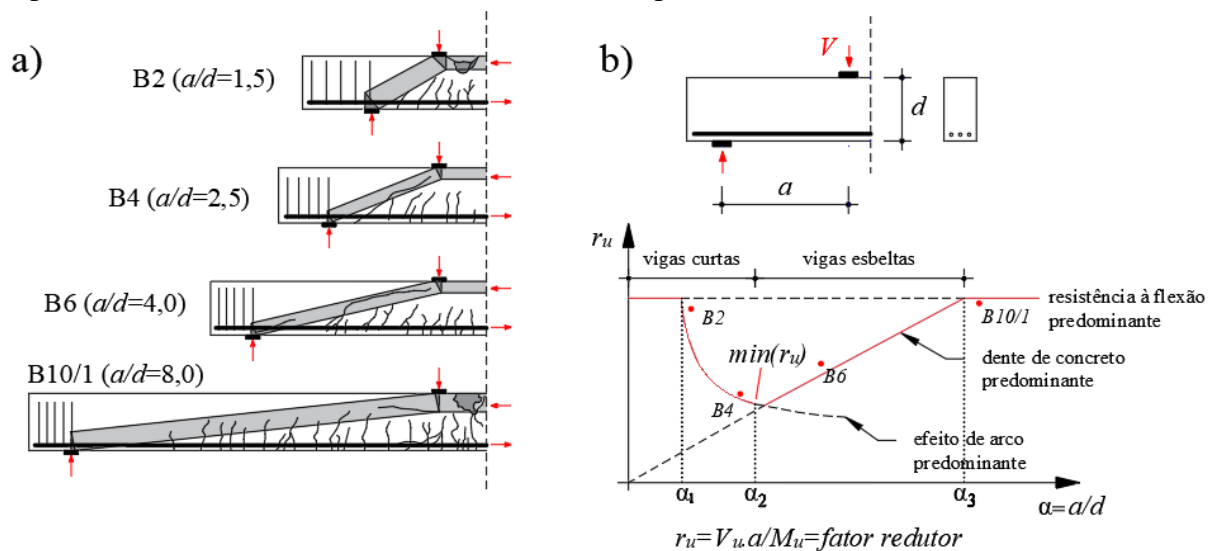
Muttoni e Fernández Ruiz (2010) explicam que existem basicamente 4 regimes de falha envolvendo a relação a/d (Figura 2.26): (i) para relações $a/d \leq 1$ a resistência à força cortante é governada pelo escoamento da armadura ou esmagamento da biela de compressão, uma vez

que as fissuras de cisalhamento/flexão não interceptam as bielas de compressão. Nestes casos a carga pode ser transferida diretamente para os apoios pelas bielas de compressão.

Entretanto, alguns trabalhos mais recentes têm demonstrado que nem todas as falhas são governadas pela teoria da plasticidade nestes casos (REINECK; TODISCO, 2014); (ii) para relações de aproximadamente $1 < a/d < 2,5 \sim 3$ o efeito de arco é dominante, pois as fissuras de cisalhamento começam a interceptar a biela de compressão; (iii) para elementos com relações $2,5 \sim 3,0 < a/d < 8 \sim 13$ a falha é governada pelo engrenamento do agregado e (iv) para relações muito esbeltas ou $a/d > 8 \sim 13$ a falha volta a ser governada pelo escoamento da armadura. Na Figura 2.26b, V_r é a resistência à força cortante e V_{plast} é a resistência teórica da seção pelos mecanismos de flexão.

Na Figura 2.26 a resistência à força cortante V_u pode ser expressa como $V_u = r_u \times M_u / a$, onde M_u é a resistência à flexão da seção, r_u é o fator redutor e a é o vão de cisalhamento. De acordo com este modelo, a redução da resistência à flexão é mais pronunciada para grandes espessuras d e aumenta com a taxa de armadura (VAZ RODRIGUES, 2007).

Figura 2.26 – a) Influência da relação a/d na resistência à força cortante: a) padrão de fissuração e posição teóricas das bielas de compressão dos testes B2, B4, B6 e B10/1 de Leonhardt e Walther (1962); e b) Vale de Kani (*Kani's Valley*), comparando as cargas de falha experimentais e teóricas de acordo com a teoria da plasticidade.



Fonte: a) Adaptado de Muttoni e Ruiz (2008); b) Adaptado de Muttoni e Fernández Ruiz (2010) e Vaz Rodrigues (2007).

- **Redução da força cortante para cargas concentradas próximas do apoio**

A ABNT NBR 6118:2014, assim como outros códigos e manuais de projeto, permite a redução da força cortante a ser verificada no caso de cargas concentradas próximas do apoio em virtude da melhoria nas condições de transferência da carga por mecanismos de bielas de compressão (item 17.4.1.2 da ABNT NBR 6118:2014). Nestes casos é possível a multiplicação da força cortante solicitante V_{Ed} por um fator redutor β . Entretanto, estes códigos e manuais de projeto apresentam diferentes concepções sobre os valores desta redução e sobre a partir de que distância da carga em relação ao apoio estas reduções são possíveis. No caso da norma brasileira, esta recomendação é válida apenas para elementos de vigas.

Nas expressões acima a é o vão de cisalhamento (distância entre eixos de carga e apoio); a_v é a distância entre faces de carga e apoio e d é a altura útil da laje. Como pode-se observar, o Eurocode 2:2005 limita a redução da força cortante em 75% de V_{Ed} , enquanto o Model Code 2010 permite uma redução de no máximo 50% de V_{Ed} . Nos manuais suíço, brasileiro e alemão não existe recomendação acerca da redução máxima no valor do cortante a ser verificado. Merece nota ainda que enquanto os manuais de projeto brasileiro fazem referência ao vão de cisalhamento na formulação, os demais levam em consideração o vão livre de cisalhamento a_v .

$$\text{ABNT NBR 6118:2014} \quad \text{para } a \leq 2d : \beta = \frac{a}{2d} \quad (2.17)$$

$$\text{Eurocode 2:2005} \quad \text{para } a_v \leq 2d : \beta_{EC} = \frac{a_v}{2d} \begin{cases} \leq 1 \\ \geq 0,25 \end{cases} \quad (2.18)$$

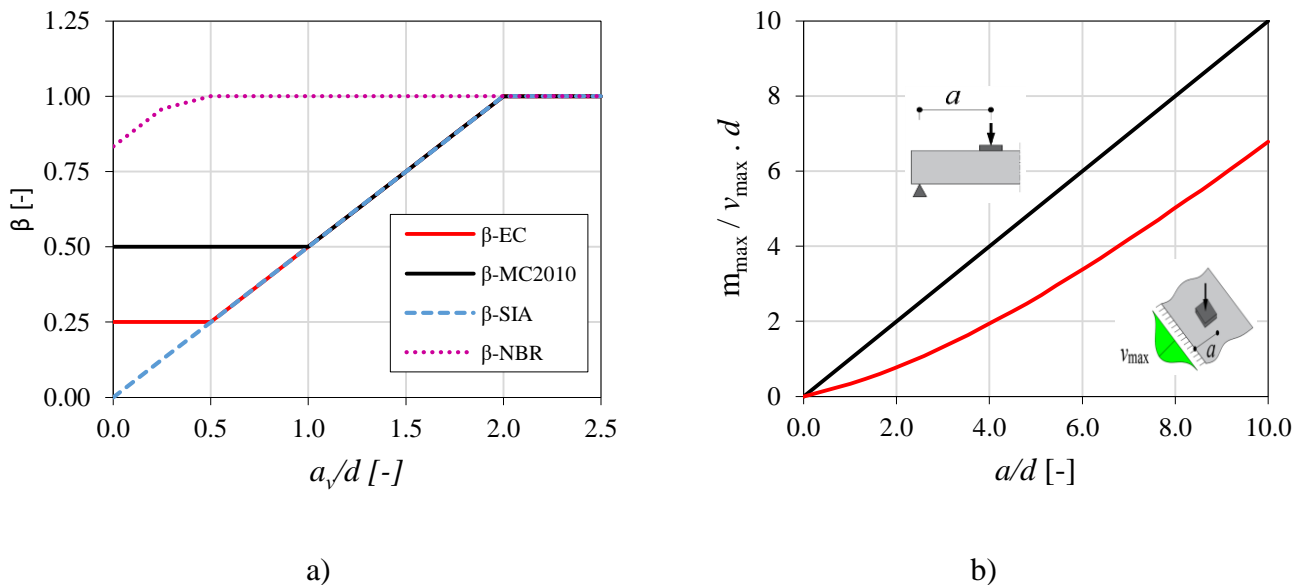
$$\text{Model Code 2010} \quad \text{para } a_v \leq 2d : \beta_{MC} = \frac{a_v}{2d} \begin{cases} \leq 1 \\ \geq 0,50 \end{cases} \quad (2.19)$$

$$\text{SIA 262:2013} \quad \text{para } a_v \leq 2d : \beta_{SIA} = a_v / 2d \quad (2.20)$$

$$\text{DIN 1045 (manual alemão)} \quad \text{para } a \leq 2d : \beta_{DIN1045} = a / 2d \quad (2.21)$$

A Figura 2.27a ilustra a variação de β com a relação a_v/d para uma laje em balanço com a dimensão da carga de 40 cm na direção do vão. A Figura 2.27a ilustra bem como as abordagens utilizando o vão de cisalhamento entre eixos ou entre faces pode resultar em diferenças pronunciadas de resultados. Por não levar em consideração as dimensões do apoio e a da carga o procedimento da ABNT NBR 6118:2014 tende a ser mais conservador.

Figura 2.27 – a) Relação de β com o vão de cisalhamento livre a_v ; e b) relação $m_{\max}/v_{\max} \cdot d$ com a relação a/d para vigas e lajes.



Fonte: Adaptado de Reissen (2016) e Latte (2010).

A Figura 2.27b, adaptada de Latte (2010), ilustra a diferença de solicitações entre lajes e vigas com relação a razão $m_{\max}/v_{\max} \cdot d$. Da figura acima observa-se que, devido à capacidade de distribuição horizontal dos esforços, as lajes apresentam menor taxa de crescimento das solicitações com o aumento do vão de cisalhamento a . (NATÁRIO; FERNÁNDEZ RUIZ; MUTTONI, 2014) acrescenta que essa distribuição horizontal da carga ao longo do apoio é fortemente influenciada pelo sistema estático.

2.7.2 Efeito de escala

O efeito de escala é conhecido como um dos mais influentes na resistência à força cortante em elementos de concreto armado sem armadura transversal desde a década de 1960 (KANI, 1967). Alguns trabalhos se destacam na literatura pelas grandes espessuras envolvidas, atingindo até 3000 mm em vigas (SHIOYA et al., 1990) e 1005 mm em lajes e vigas largas (LUBELL, 2006). Análises experimentais de Shioya et al. (1990) demonstraram que o efeito de escala em vigas espessas resultou em uma tensão de cisalhamento resistente na seção de 1/3 da verificada em vigas menores.

Um ponto de acordo entre muitos grupos de pesquisa é que o efeito de escala seja influenciado principalmente pelas maiores aberturas das fissuras diagonais que se desenvolvem em vigas altas (ASCE-ACI COMMITTEE 445, 1998). Entretanto, não existe consenso até a atualidade sobre a melhor maneira de formular a incorporação deste parâmetro nos modelos de

resistência à força cortante. Alguns autores (BAZANT; KIM, 1984) acreditam que a principal consequência das maiores aberturas de fissuras nos mecanismos de resistência à força cortante é a menor tensão de resistência à tração residual, coerente com modelos constitutivos consagrados (CORNELISSEN, H. A. W.; HORDIJK, D. A.; AND REINHARDT, 1986; HILLERBORG; MODÉER; PETERSSON, 1976). Por esta razão, Bazant e Kim sugerem o uso de um fator redutor da tensão de cisalhamento resistente baseado na mecânica da fratura não-linear:

$$\lambda = \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{d}{d_0}}} \quad (2.22)$$

onde d_0 é um fator empírico. Outros autores acreditam que a consequência mais importante da maior abertura das fissuras é a menor capacidade de transferência de tensões de cisalhamento entre as superfícies fissuradas (engrenamento dos agregados). Nesta segunda abordagem, como a abertura de fissura é geralmente usada para determinar a tensão de cisalhamento limite na interface em função da espessura do elemento h , nenhum fator adicional seria necessário para levar em consideração o efeito de escala, tal como ocorre nos modelos baseados na teoria do campo de compressão (BENTZ; VECCHIO; COLLINS, 2006; COLLINS, 1978; VECCHIO; COLLINS, 1986) e na teoria da fissura crítica de cisalhamento (MUTTONI, 2003). Um dos argumentos mais fortes para o uso desta segunda abordagem é que esta conduz ao tratamento mais consistente de membros com diferentes arranjos de armadura (ASCE-ACI COMMITTEE 445, 1998). Análises experimentais já demonstraram que o efeito de escala pode desaparecer com o rearranjo das armaduras para diferentes alturas de vigas (COLLINS; MITCHELL; MACGREGOR, 1993), o que reforça a segunda abordagem.

2.7.3 Armadura longitudinal

Experimentalmente verificou-se que para pequenas taxas de armadura longitudinal a tensão de cisalhamento resistente na seção cai significativamente (REINECK, 1991). Isto ocorre porque nestas situações a abertura das fissuras de flexo-cisalhamento crescem bastante para pequenos níveis de carregamento, resultando em tensões de cisalhamento resistente menores na interface da fissura (engrenamento dos agregados). Além disso, o maior comprimento das fissuras de flexão ao longo da altura de vigas, por exemplo, reduzem a dimensão do banzo comprimido e a contribuição do efeito de pino da armadura tracionada (ASCE-ACI COMMITTEE 426, 1973). Por esta razão este é um parâmetro sempre presente de

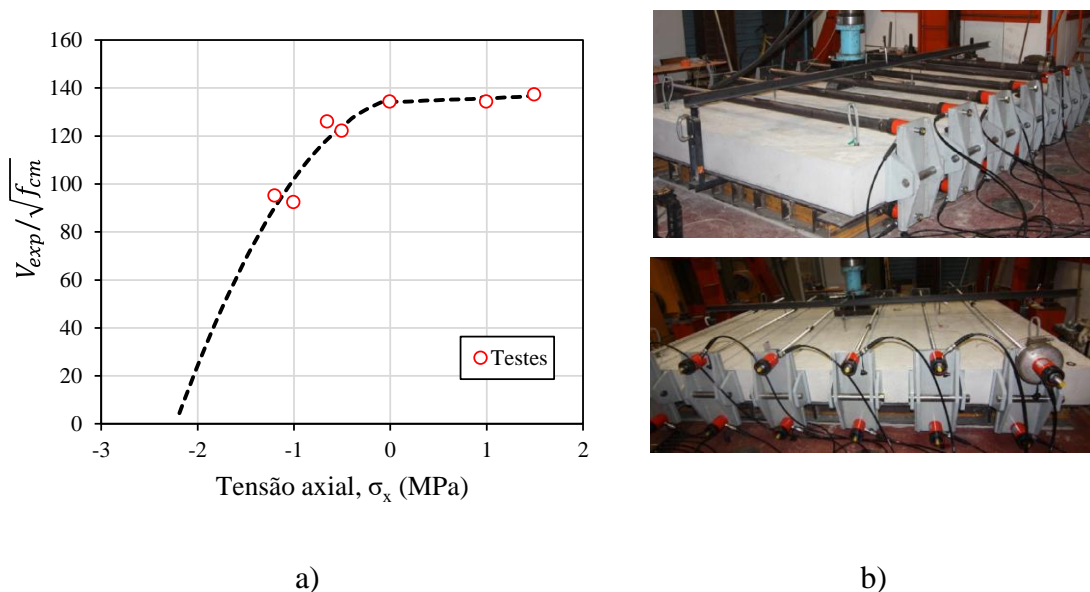
forma explícita nos modelos semi-empíricos de resistência à força cortante (ACI COMMITTEE 318, 2014; ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS, 2014; CEN, 2005).

No caso de modelos mecânicos como os baseados na teoria do campo de compressão (MITCHELL; COLLINS, 1974), a taxa de armadura longitudinal é considerada geralmente através da área de aço A_s utilizada no cálculo das deformações de tração ε_x da seção verificada. Nesta abordagem, quanto menor a área de aço das armaduras maiores são as deformações de tração na seção e menores as tensões de cisalhamento resistente ao longo da fissura. Ideia semelhante se aplica aos modelos baseados na teoria da fissura crítica de cisalhamento (MUTTONI, 2003). No caso do modelo mecânico de resistência ao flexo-cisalhamento ou modelo multi-mecanismos (MARÍ et al., 2014) a taxa de armadura longitudinal é considerada no cálculo da altura do banzo de compressão/altura da linha neutra na seção.

2.7.4 Forças axiais

As solicitações axiais em lajes mais conhecidas podem ter origem térmica (dilatação, retração) ou serem oriundas de projetos de protensão ou restrição de deslocamentos horizontais (Figura 2.9b), sendo o efeito destas forças na resistência à força cortante pouco conhecido devido ao número limitado de estudos experimentais.

Figura 2.28 – a) Influência das tensões axiais de compressão e tração na resistência à força cortante de lajes apoiadas nos quatro bordos; b) detalhe do sistema de aplicação das forças axiais.



Fonte: Bui et al. (2017b).

Na investigação experimental de Bui et al. (2017b) foi avaliada a influência de tensões de compressão e tração na resistência à força cortante de lajes sob cargas concentradas próximas do apoio. Dentre as principais conclusões observou-se que para tensões de tração da ordem de $0,28f_{ctm}$ a redução na resistência à força cortante atingiu percentuais de até 30% (Figura 2.28a). Por outro lado, a ductilidade das lajes próximo à ruptura foi melhorada substancialmente. Em relações as tensões de compressão, devido às limitações experimentais para aplicação de valores significativos em relação a resistência à compressão do concreto, as melhorias na resistência à compressão das lajes foram pouco pronunciadas. Alguns detalhes do sistema de aplicação das forças horizontais estão ilustrados na Figura 2.28b.

Os manuais e códigos de projeto apresentam diferentes formulações para levar em consideração as tensões axiais na resistência à força cortante das lajes. Os termos associados à influência de forças axiais e considerados em diferentes formulações analíticas de resistência à força cortante estão ilustrados na Tabela 1.1.

Da Tabela 1.1 observa-se que, enquanto as formulações da ABNT NBR 6118:2014 e do EN 1991-1-1:2005 (Eurocode 2:2005) levam em consideração apenas a tensão normal originada por ações de protensão, as formulações do ACI 318:2014 e do AFCEN ETC-C:2010 estabelecem uma correlação da efetividade das tensões normais com a resistência à compressão do concreto.

Tabela 1.1 – Termos para consideração dos efeitos de tensões axiais.

Código/manual de projeto	Tração Axial $(\sigma_{cp} = N_u / A_g < 0)$	Compressão Axial $(\sigma_{cp} = N_u / A_g > 0)$
ABNT NBR 6118:2014	-	$0,15\sigma_{cp}$
EN 1992-1-1:2005	-	$0,15\sigma_{cp}$
ACI 318-14	$0,17\sqrt{f_{ck}} \cdot \frac{\sigma_{cp}}{3,5}$	$0,17\sqrt{f_{ck}} \cdot \frac{\sigma_{cp}}{14}$
AFCEN ETC-C: 2010	$\left(\frac{2,454}{f_{ck}} + 0,27\right) \cdot \frac{\sigma_{cp}}{\gamma_c}$	$\left(\frac{0,736}{f_{ck}} + 0,081\right) \cdot \frac{\sigma_{cp}}{\gamma_c}$

Fonte: Adaptado de Bui et al. (2017b).

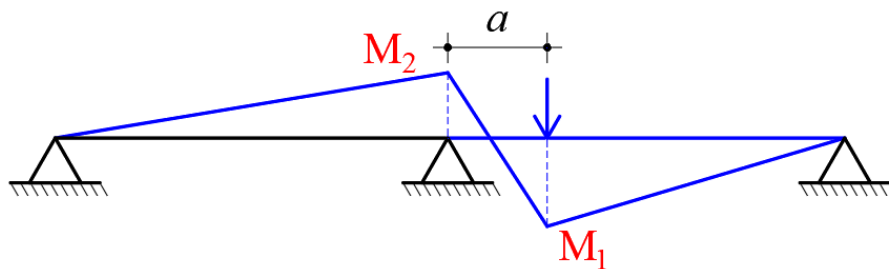
2.7.5 Efeito da continuidade da laje nos apoios

Um dos trabalhos mais significativos sobre o efeito da continuidade da laje na resistência à força cortante foi apresentado por Regan (1982), que indicou o efeito benéfico desta

continuidade da laje na resistência à força devido ao aumento nas dimensões das bielas de compressão transferindo diretamente parcela da carga concentrada em direção aos apoios. Este efeito benéfico era considerado na resistência através da expressão (2.23), onde M_1 e M_2 são os momentos que surgem nas extremidade do vão de cisalhamento (abaixo da carga concentrada e logo acima do apoio), indicados na Figura 2.29.

$$\alpha_{\text{Regan}} = \sqrt{\frac{M_1 + M_2}{M_1}} \quad (2.23)$$

Figura 2.29: Momentos utilizados no cálculo de α_{Regan} para lajes com continuidade no apoio.



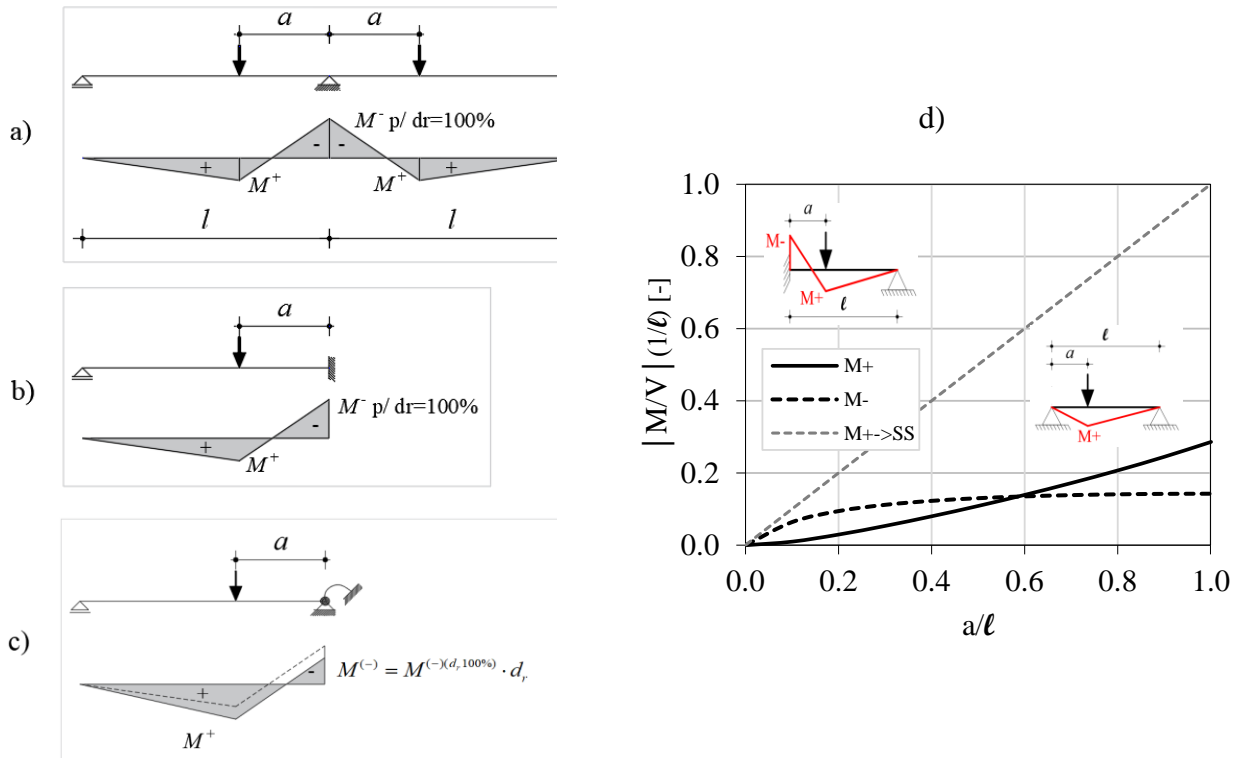
Fonte: Adaptado de Lantsoght (2013).

A razão entre os momentos no apoio produzidos experimentalmente e analiticamente (no caso de engastes perfeitos), resultado no grau de engastamento ou restrição ao giro do apoio, pela expressão:

$$dr (\%) = \frac{M_{\text{exp}}^{(-)}}{M_{dr=100\%}^{(-)}} \cdot 100 \quad (2.24)$$

Na Figura 2.30a-c apresenta-se esquematicamente um exemplo de engastamento perfeito ($dr = 100\%$) no apoio central produzido pela simetria da geometria e do carregamento (Figura 2.30a). Esta estrutura poderia ser reduzida analiticamente à metade e de forma equivalente à Figura 2.30b (observe que os momentos produzidos no apoio são equivalentes). Entretanto, como na prática nem sempre existe a simetria de carregamento e geometria, o engaste nem sempre é perfeito, permitindo um certo giro e, portanto, a ocorrência de momentos no apoio menores que na situação anterior.

Figura 2.30: grau de engastamento em: a) vigas contínuas simétricas, b) vigas de extremidade perfeitamente engastadas ou c) com grau de engastamento menor que 100%; d) relação entre M/V e a relação de distâncias a/ℓ .



Fonte: Adaptado de Reissen (2016).

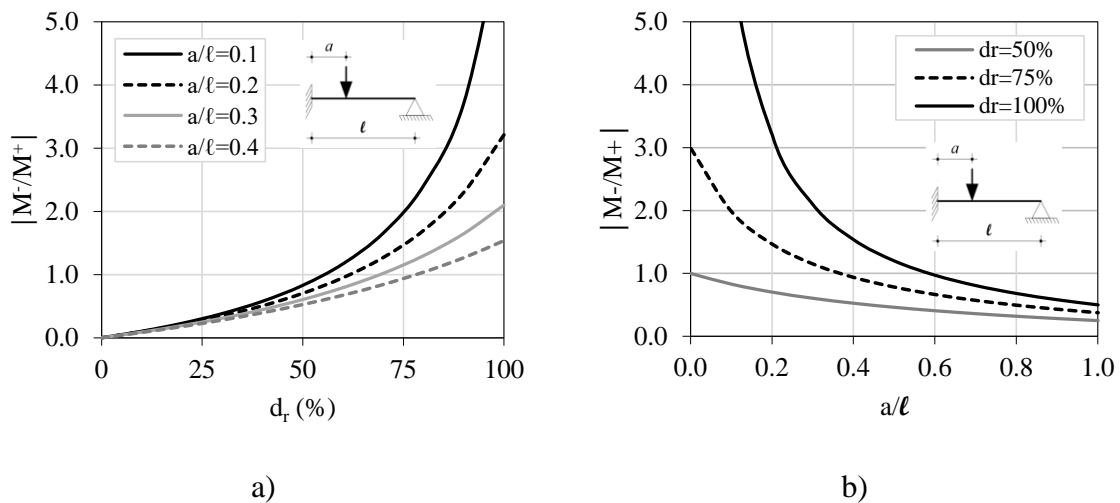
Na Figura 2.30d é apresentado a variação da relação entre o momento fletor e a força cortante M/V normalizado pela dimensão do vão l de acordo com a relação a/ℓ . Observa-se que para relações a/ℓ pequenas o momento negativo tende a crescer mais que o momento positivo. Entretanto, para relações a/ℓ a partir de aproximadamente 0,60 o momento positivo tende a ser maior que o negativo (Reissen, 2016). Disto resulta que para maiores distâncias a/ℓ menor tende a ser o desenvolvimento de bielas de compressão entre a carga e o apoio e maiores tendem a ser os efeitos da flexão na redução da resistência à força cortante. Estes efeitos já foram incorporados nos manuais e códigos de projeto do ACI 318:2014 e Model Code 2010 (fib, 2012). Observe que no caso de elementos bi-apoiados a relação M/V resulta no vão de cisalhamento a , justificando a reta à 45° na Figura 2.30b.

Uma outra forma de estimar o grau de engastamento no apoio é se referir à relação entre os momentos positivos (sobre a carga) e negativos (sobre o apoio). Reissen (2016) apresenta a relação M^- / M^+ de acordo com o grau de restrição ao giro e para diferentes relações a/ℓ (Figura 2.31a), bem como de acordo com a relação a/ℓ para diferentes graus de restrição d_r

(Figura 2.31b e Equação 2.31). Observa-se que para menores relações a/ℓ , maior é o crescimento do momento sobre o apoio com o aumento do grau de engastamento (Figura 2.31a).

Analisando de outra forma, quanto menor o grau de engastamento, menor a redução do momento sobre o apoio com o aumento da relação a/ℓ . Quando a relação M^-/M^+ é igual a 1 significa que a posição de momento fletor nulo está a meia distância entre carga e apoio. Outro elemento que pode ser relacionado ao grau de engastamento é a relação entre as distâncias de momentos máximo ao ponto de momento nulo, descritos como $\max(a_1; a_2)/d$ e a_1/a_2 , que estão ilustrados na Figura 2.32 e que foi analisado por Reissen (2016). Desprezando a influência de suavização dos momentos devido as dimensões do apoio e da placa de introdução carga na direção do vão, a relação a_1/a_2 equivale a relação de momentos M^-/M^+ .

Figura 2.31: Relação entre a razão M^-/M^+ e a) grau de restrição ao giro para diferentes e relações a/ℓ ; b) distância da carga medida pela relação a/ℓ para diferentes graus de restrição ao giro.

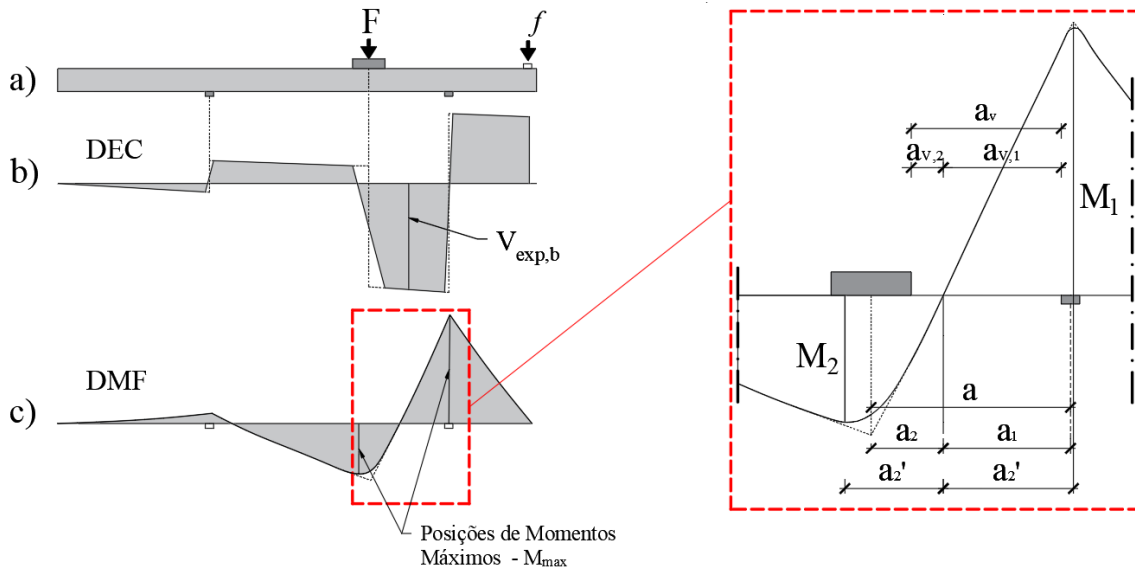


Fonte: Adaptado de Reissen (2016).

Destaca-se da Figura 2.32 que a relação $\max(a_1; a_2)/d$ estabelece uma relação geométrica entre os momentos fletores na região de continuidade e que se assemelha à tradicional relação vão de cisalhamento – altura útil a/d . Percebe-se ainda que que no caso de elementos simplesmente apoiados a relação a/d coincide com a relação $\max(a_1; a_2)/d$.

Em publicações mais recentes (ADAM; HERBRAND; CLASSEN, 2018; ADAM; REISSEN; HEGGER, 2018) o efeito da continuidade da laje nos apoios foi investigado em termos da relação $M/Vd = \lambda$ e pela relação a_1/a_2 . Nestes estudos foi verificado que a resistência à força cortante cresce para menores relações M/Vd .

Figura 2.32: Definição das variáveis do problema: a) diagrama de corpo livre; b) Diagrama de esforço cortante com definição da seção a ser considerada no cálculo da contribuição do peso próprio na resistência à força cortante; c) diagrama de momento fletor com detalhe das variáveis geométricas.



Fonte: Adaptado de Reissen (2016).

2.7.6 Efeito da variação de espessura

A variação de espessura em lajes, também conhecida como mísulas, é uma técnica utilizada em projetos que visa: (i) reduzir o peso próprio do elemento; (ii) utilização mais eficiente do concreto e da armadura (REISSEN, 2016) e (iii) melhorar a estética dos elementos (TENA-COLUNGA; ARCHUNDIA-ARANDA; GONZÁLEZ-CUEVAS, 2008).

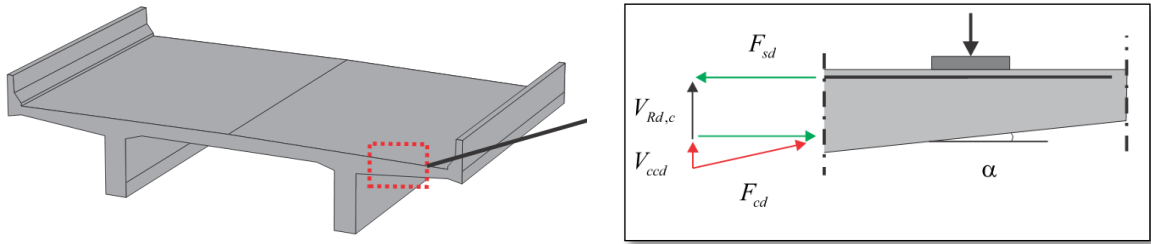
O efeito da variação da espessura na resistência à força cortante varia de acordo com as direções de crescimento da espessura e dos momentos fletores no vão analisado (FUSCO, 2008a). A variação de espessura nas lajes e vigas pode resultar no surgimento de componentes de compressão e tração inclinados V_{ccd} e V_{td} de acordo com a forma de variação da espessura.

O componente V_{ccd} oriundo da variação da espessura é benéfico quando as direções de crescimento da espessura e dos momentos fletores coincidem, e negativo quando estas direções são contrárias (FUSCO, 2008a; TENA-COLUNGA; ARCHUNDIA-ARANDA; GONZÁLEZ-CUEVAS, 2008). A Figura 2.33 ilustra alguns dos componentes adicionais na resistência à força cortante oriundos da variação de espessura de uma laje em balanço. Para levar em consideração a variação de espessura na resistência à força cortante pode-se utilizar a seguinte formulação:

$$V_{Rd} = V_{Rd,c} + V_{ccd} + V_{td} \quad (2.25)$$

$$V_{ccd} = \frac{M_{Ed}}{z} \cdot \tan \alpha \quad (2.26)$$

Figura 2.33 – Efeito da variação da espessura do tabuleiro na resistência à força cortante de laje em balanço.



Fonte: Adaptado de Reissen (2016).

Na prática profissional é comum que projetistas adotem uma abordagem mais conservadora, não levando em consideração o efeito benéfico de alguns mecanismos como a variação de espessura ou a transferência direta de cargas para o apoio. Entretanto, é comum que na reavaliação de estruturas construídas décadas passadas se tenha dificuldade de atender a determinados critérios de segurança devido: (i) ao tráfego de veículos mais pesados em pontes e (ii) adoção de formulações mais conservadoras com a atualização dos códigos e manuais de projeto. Nestas situações é fundamental que se utilizem formulações ou abordagens mais refinadas, levando em consideração todos os mecanismos existentes.

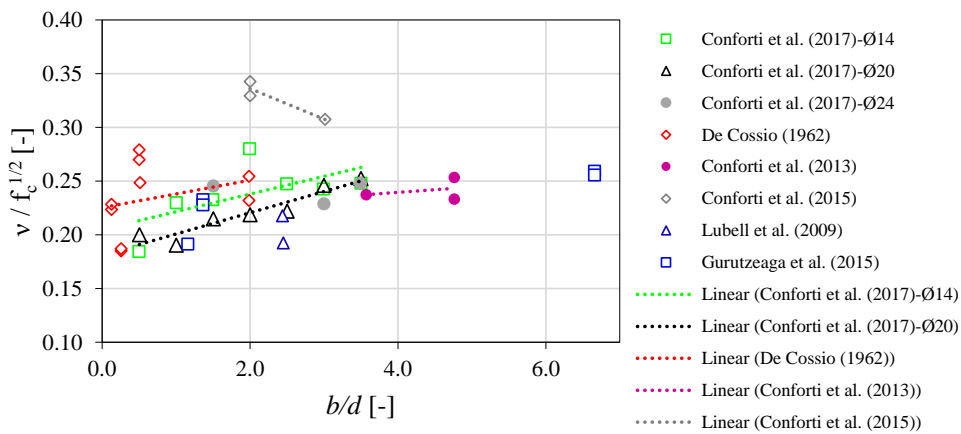
2.7.8 Influência da relação largura – altura útil da laje b/d

Nos trabalhos de LANTSOGHT et al. (2013, 2015d) os autores demonstram, pela análise de diferentes grupos de experimentos com a relação b/d crescente, que existe uma tendência de limite no ganho de resistência ao se considerar a propagação horizontal da força cortante. Além disso, nos trabalhos citados verificou-se que o método francês de definição de largura colaborante se adequou melhor aos resultados experimentais. Entretanto, a aplicação deste procedimento para lajes em balanço demonstrou que pode resultar em valores superestimados de largura colaborante (Tabela 3.3 de Reissen, 2016).

Um aspecto citado por Lantsoght (2013) e Reissen (2016) que pode ser relacionada ao menor ganho de resistência à força cortante com o aumento da relação b/d é a menor dependência dos mecanismos de bielas de compressão em lajes comparadas às vigas. Um outro aspecto pertinente às análises de resistência à força cortante é a influência da relação b/d

em lajes carregadas ao longo de toda a sua largura (Grupo P0a), que em análises experimentais mais recentes tem demonstrado não ser trivial. Ou seja, uma faixa de laje A com o dobro da largura de uma faixa de laje B não necessariamente apresenta uma resistência à força cortante multiplicada por 2, mantendo-se todos os demais parâmetros constantes. Conforti et al. (2017) demonstraram experimentalmente e através de uma base de resultados experimentais (Figura 2.34) que a resistência à força cortante em vigas largas pode variar significativamente com a relação b/d e com a bitola das armaduras utilizadas, com uma tendência de aumento na resistência com o aumento da relação b/d para vigas de menor bitola.

Figura 2.34 – Relação entre a resistência à força cortante e a relação b/d .



Fonte: Adaptado de Conforti et al. (2017).

Na análise de Conforti et al. (2017) foi utilizada uma base de dados com as seguintes características: $26MPa \leq f_c \leq 42MPa$, $0,7\% \leq \rho_l \leq 2,1\%$, $2,5 \leq a/d \leq 4,0$, $165 mm \leq d \leq 341mm$, $10mm \leq S_g \leq 25mm$ (espaçamento de armaduras). Da Figura 2.34 identificou-se que para relações b/d crescentes de 1 até 3 pode haver aumento na resistência à força cortante de até 25%. Entretanto, acima destes valores existe uma tendência de estabilização nas resistências. Este comportamento é importante para diferenciar o comportamento de vigas largas ($b/d < 3$) de lajes unidirecionais ($b/d > 5$).

3 MODELOS DE RESISTÊNCIA À FORÇA CORTANTE

3.1 Considerações Gerais

Neste capítulo inicialmente são apresentadas às formulações, de modelos semi-empíricos e mecânicos, de resistência à força cortante para elementos lineares sem armadura transversal. Posteriormente são apresentados os resultados de uma análise paramétrica envolvendo os modelos estudados e os principais parâmetros influentes na resistência à força cortante destes modelos.

3.2 Modelos semi-empíricos e mecânicos de resistência à força cortante

3.2.1 ABNT NBR 6118:2014

A norma brasileira de projeto estabelece no item 19.4.1 que as lajes maciças e nervuradas podem prescindir de armadura transversal para resistir as forças de tração oriundas da força cortante. Neste caso, é necessário que a força cortante de cálculo, calculada a uma distância d do apoio, obedeça a seguinte expressão:

$$V_{Sd} \leq V_{Rd1} \quad (3.1)$$

Sendo a força cortante resistente de cálculo e os demais parâmetros do método dados por:

$$V_{Rd1,6118} = \left[\tau_{Rd} \cdot k (1,2 + 40 \cdot \rho_1) + 0,15 \cdot \sigma_{cp} \right] \cdot b_w \cdot d \quad (3.2)$$

$$\tau_{Rd} = 0,25 \cdot f_{ctd} \quad (3.3)$$

$$f_{ctd} = f_{ctk,inf} / \gamma_c \quad (3.4)$$

$$\rho_1 = \frac{A_{s1}}{b_w \cdot d} \leq |0,02| \quad (3.5)$$

$$\sigma_{cp} = N_{Sd} / A_c \quad (3.6)$$

Onde k é um coeficiente que depende da taxa de armadura longitudinal que chega aos apoios. Para elementos onde 50% da armadura inferior não chega até o apoio: $k = |1|$; e para os demais casos: $k = |1,6 - d|$, não menor que 1, com d em metros.

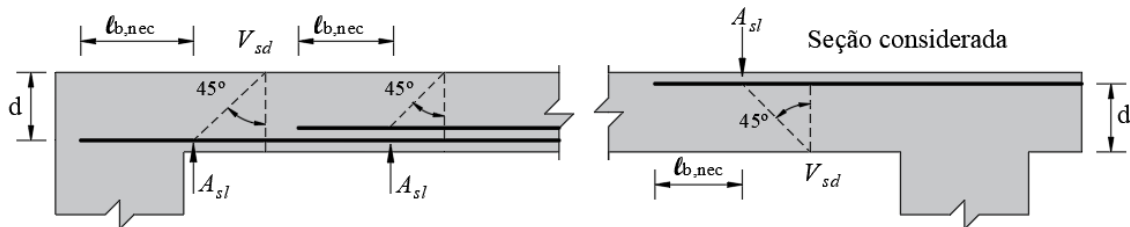
τ_{Rd} é a tensão resistente de cálculo do concreto ao cisalhamento; A_{s1} é a área da armadura de tração que se estende até não menos que $d + l_{b,nec}$ definido no item 9.4.2.5 do referido código e na Figura 3.1; b_w é a largura mínima da seção ao longo da altura útil d ; N_{Sd}

é a força longitudinal na seção devida a protensão ou carregamento (a compressão é considerada com sinal negativo).

A ABNT NBR 6118:2014 estabelece ainda que na zona de ancoragem de elementos com protensão com aderência prévia, a equação que define V_{Rd1} só se aplica quando os requisitos de ancoragem são satisfeitos conforme o item 9.4.5 do referido código. Analogamente, aplica-se aos elementos contendo armadura passiva.

No caso de pré tração, a norma especifica que deve ser levada em conta a redução da protensão efetiva no comprimento de transmissão. A distribuição dessa armadura ao longo da laje deve respeitar ainda o prescrito no item 18.3.2.3.1 da referida norma, considerando para a_l (comprimento de decalagem do diagrama de momento fletor) o valor de $1,5d$.

Figura 3.1 - Comprimento de ancoragem necessário.



Fonte: Adaptado da ABNT NBR 6118:2014.

3.2.2 Eurocode 2 (CEN, 2005)

A formulação presente no código europeu foi inicialmente proposta por Regan (1987). De acordo com o *Eurocode 2* (CEN, 2005) ou EN 1992-1-1:2005, Seção 6.2.2, a resistência ao cisalhamento membros de concreto armado sem armadura transversal ($V_{Rd,c,EC2}$) é dada por:

$$V_{Rd,c,EC2} = \text{Max} \left\{ \begin{array}{l} \left[C_{Rd,c} k (100 \rho_l f_{ck})^{1/3} + k_1 \sigma_{cp} \right] b_w d = V_{Rd,c1} \\ (v_{\min} + k_1 \sigma_{cp}) b_w d = V_{Rd,c2} \end{array} \right. \quad (3.7)$$

Onde

f_{ck} : representa a resistência característica do concreto a compressão medido em corpos de prova cilíndricos e deve ser usado em MPa e limitado a 90 MPa.

$$k = 1 + \sqrt{200 / d} \leq 2, \text{ com } d \text{ em mm} \quad (3.8)$$

$C_{Rd,c}$: fator empírico para a resistência ao cisalhamento característica, igual a $0,18 / \gamma_c$ no anexo holandês do *Eurocode 2*, sendo γ_c o fator de segurança parcial para o concreto no referido

código, geralmente igual a 1,5. ρ_l é a taxa de armadura longitudinal, dado pela relação $\rho_l = A_{sl} / b_w d$, e é definida em seção semelhante ao apresentado na ABNT NBR 6118:2014. Nas análises realizadas no capítulo 3 o coeficiente $C_{Rd,c}$ assumiu o valor de 0,15 com base em melhores resultados verificados em algumas análises semelhantes (PETROCHEILOS, 2012; REGAN, 1987).

O termo v_{min} representa a tensão de cisalhamento mínima que pode ser resistida pelo membro e sua expressão é baseada na ideia de que, para membros com reduzidas taxas de armadura longitudinal, a resistência à força cortante não pode ser menor que a resistência a flexão do elemento (WALRAVEN, [s.d.]

De acordo com o *Eurocode 2* os valores de $C_{Rd,c}$, v_{min} e k_l nos países europeus devem ser utilizados de acordo com seus próprios anexos nacionais, sendo adotado como valores recomendados pelo código $k_l=0,15$, $C_{Rd,c} = 0,18/\gamma_c$ e :

$$v_{min} = 0,035k^{3/2} f_{ck}^{1/2} \quad (3.9)$$

No Anexo Nacional Francês, uma abordagem diferente é usada com respeito a v_{min} (CHAUVEL et al., 2007; FD P 18-717, 2013). Para lajes beneficiando-se da redistribuição transversal sob os casos de carga considerados (f_{ck} em MPa):

$$v_{min} = 0,34 f_{ck}^{1/2} \quad (3.10)$$

E para vigas e lajes outras que aquelas descritas pela equação anterior (f_{ck} em MPa):

$$v_{min} = 0,053k^{3/2} f_{ck}^{1/2} \quad (3.11)$$

No guia francês de aplicação da norma europeia (FD P 18-717, 2013) é citado que para o caso de redistribuição transversal da força cortante vale a seguinte expressão:

$$v_{min} = 0,23\sqrt{f_{ck}} \quad (3.12)$$

No item 6.2.2 (6) do *Eurocode 2*, para membros com cargas aplicada na face superior do membro analisado e a uma distância $0,5d \leq a_v \leq 2d$ a partir da face do apoio (ou centro do apoio onde apoios flexíveis são usados), a contribuição desta carga para a força cortante pode ser V_{Ed} pode ser multiplicada por $\beta = a_v / 2d$. Esta redução deve ser aplicada para comparação com o valor de $V_{Rd,c}$ na expressão inicial. Entretanto, isto só é válido se a armadura longitudinal é completamente ancorada no apoio. Para $a_v \leq 0,5d$ o valor $a_v = 0,5d$ deve ser usado. A força cortante V_{Ed} , calculada sem redução do fator β , deve porém sempre satisfazer a condição de não esmagamento da biela comprimida pela expressão:

$$V_{Ed} \leq 0,5b_w d v f_{cd} \quad (3.13)$$

Onde v é um fator de redução da resistência para o concreto fissurado no cisalhamento. O valor de v deve ser consultado nos respectivos anexos nacionais com respeito ao *Eurocode 2*, sendo o valor recomendado dado por:

$$v = 0,6 \left[1 - \frac{f_{ck}}{250} \right] \quad (\text{com } f_{ck} \text{ em MPa}) \quad (3.14)$$

3.2.3 ACI 318: 2014

A publicação do ACI especifica diferentes conjuntos de equações para a previsão da resistência ao cisalhamento V_c de acordo com o tipo de membro e de solicitação, sendo propostas diferentes formulações para membros protendidos e não protendidos, por exemplo. Tanto para os elementos protendidos quanto para os não-protendidos as equações usadas também dependem da solicitação axial. Na seção 22.5.7.1 do ACI 318: 2014 (ACI, 2014), para os concretos de peso específico normal ($\lambda=1$), a resistência à força cortante de estruturas sujeitas a ações significativas de tração axiais (membros não protendidos) é baseada na carga de fissura inclinada (*inclined cracking load*):

$$V_c = 0,17 \left(1 + \frac{N_u}{3,5A_g} \right) \sqrt{f_{ck}} b_w d \geq 0 \quad (3.15)$$

Onde N_u é negativo para tração, V_c deve ser sempre positivo e A_g é a área da seção transversal de concreto. Seguindo o ACI 318:2014 o termo “significante” é usado para reconhecer que é requerido julgamento na decisão se a tração axial necessita ser considerada. Em membros não protendidos com grandes tensões de compressão consideradas, o ACI 318:2014 permite duas abordagens para a previsão da resistência à força cortante no item 22.5.6.1 do referido código (f_{ck} em MPa e N_u positivo para compressão):

- Método Simplificado:

$$V_c = 0,17 \left(1 + \frac{N_u}{14A_g} \right) \sqrt{f_{ck}} b_w d \quad (3.16)$$

- Método Detalhado

$$V_c = \left(0,16\sqrt{f_{ck}} + 17\rho_l \frac{V_u d}{M_m} \right) b_w d \leq 0,29\sqrt{f_{ck}} b_w d \sqrt{1 + \frac{0,29N_u}{A_g}} \quad (3.17)$$

Onde $M_m = M_u - N_u \left(\frac{4h-d}{8} \right) \leq 0$ e h é a espessura total da laje. Nestas expressões,

M_u é o momento solicitante que aparece simultaneamente com a força cortante solicitante V_u . O termo $V_u d_l / M_u$ é limitado ao valor unitário no cálculo de V_c usando as expressões anteriores.

A equação (3.17) é uma fórmula semi-empírica recomendada na publicação do ACI-ASCE COMMITTEE 326 (1962) e foi desenvolvida por Bresler e MaCGregor (1967) baseado em resultados experimentais de 194 vigas. Segundo esta formulação, considera-se que o parâmetro que governa a falha por força cortante não é a taxa de armadura longitudinal ρ isoladamente, mas a relação $M/\rho Vd$.

3.2.4 Model Code 2010 (fib, 2012)

Neste modelo a formulação de resistência à força cortante de lajes sem armadura transversal é baseada na Teoria do Campo de Compressão (Vecchio e Collins, 1986) e dada pela seguinte expressão (fib, 2012; SIGRIST et al., 2013):

$$V_{Rd,c} = k_v \frac{\sqrt{f_{ck}}}{\gamma_c} z b_w \quad (f_{ck} \text{ em MPa}) \quad (3.18)$$

Nesta expressão $V_{Rd,c}$ é a resistência à força cortante; b_w é a largura efetiva que será utilizada no caso de cargas parcialmente distribuídas; z é o braço de alavanca interno entre os eixos do concreto comprimido e da armadura tracionada, que pode ser estimado como $0,9d$; f_c é a resistência à compressão do concreto. Em concretos de alta resistência o fator $\sqrt{f_{ck}}$ deve ser limitado a 8 MPa. O valor de k_v depende do nível de aproximação utilizado:

- Nível I de aproximação

Para membros sem carregamento axial significativa, com $f_{yk} \leq 600 \text{MPa}$, $f_{ck} \leq 70 \text{MPa}$ e com tamanho máximo do agregado d_g não menor que 10 mm:

$$k_v(I) = \frac{180}{1000 + 1,25z} \quad (z \text{ em mm}) \quad (3.19)$$

- Nível II de aproximação

$$k_v(II) = \frac{0,4}{1 + 1500\varepsilon_x} \frac{1300}{1000 + k_{dg} z} \quad (3.20)$$

A deformação longitudinal ε_x , calculada a meia altura na seção, é derivada do estado de solicitações da seção, onde Δe é a excentricidade da força de protensão, quando existente:

$$\varepsilon_x = \frac{1}{2(E_s A_s)} \left(\frac{M_{Ed}}{z} + V_{Ed} + N_{Ed} \left(\frac{1}{2} \pm \frac{\Delta e}{z} \right) \right) \quad (3.21)$$

Observa-se que o nível I de aproximação é derivado do nível de aproximação II assumindo a deformação $\varepsilon_x=0,00125$, o que corresponde à metade da deformação de escoamento para armaduras de $f_{yk} = 500 \text{ MPa}$ ($\varepsilon_x \approx f_{yk}/(2E_s)$). O valor k_{dg} procura levar em consideração o efeito da dimensão dos agregados na resistência à força cortante e deve ser calculado pela relação:

$$k_{dg} = \frac{32}{16 + d_g} \geq 0,75 \quad (3.22)$$

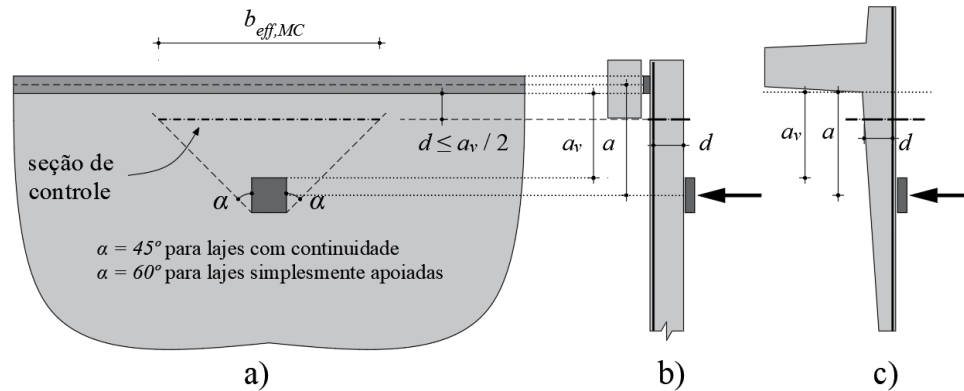
Para resistências de concreto superiores a 70 MPa e concretos de agregados leves, d_g assume valor nulo devido a significativa redução no engrenamento dos agregados pelo fato das fissuras se desenvolverem através dos agregados. Em concretos de alta resistência e concretos de agregados leves a superfície de fratura atravessa as próprias partículas de agregado, ao invés do seu entorno, reduzindo a rugosidade da superfície fraturada.

Para o projeto de uma seção transversal, a força cortante de projeto deve em geral ser determinada para uma seção afastada do valor d a partir da face do apoio e de descontinuidades geométricas ou cargas aplicadas. A distância d representa a altura efetiva da armadura de flexão, a qual é definida como a distância entre a fibra mais comprimida do concreto e a força de tração resultante na armadura e na protensão. A menos que técnicas mais refinadas de modelagem sejam utilizadas para considerar cargas diretamente transferidas para o apoio através de modelos bielas e tirantes, as seguintes disposições podem ser aplicadas:

$$\text{para } a_v \leq 2d : \beta_{MC} = \frac{a_v}{2d} \begin{cases} \leq 1 \\ \geq 0,50 \end{cases} \quad (3.23)$$

No caso de cargas parcialmente distribuídas próximas do apoio a seção de controle é tomada a menor das distâncias entre d e $a_v/2$ a partir da face do apoio. O ângulo de distribuição da carga deve ser tomado como $\alpha=45^\circ$ para o caso de lajes contínuas ou engastadas no apoio e $\alpha=60^\circ$ para lajes simplesmente apoiadas nas bordas. O Model Code 2010 cita que o efeito da redistribuição de forças internas em lajes sob cargas parcialmente distribuídas pode resultar em maiores resistências à força cortante quando comparadas a lajes unidirecionais ou vigas sujeitas a carregamento uniformemente distribuído. Este efeito pode ser levando em consideração assumindo uma distribuição uniforme da força cortante ao longo da seção de controle com a largura colaborante b_{eff} na resistência à força cortante definida conforme a Figura 3.2, onde a altura útil d é tomada na seção de controle.

Figura 3.2 - Posição e dimensão da seção de controle, b_w ou $b_{eff,MC}$, para a determinação da resistência ao cisalhamento de lajes com cargas concentradas próximas do apoio (a) em vista superior, b) para bordas simplesmente apoiadas e c) bordas engastadas no apoio.



Fonte: Adaptado do Model Code 2010 (fib, 2012).

3.2.5 SIA 262:2013 – Baseado na teoria da fissura crítica de cisalhamento

O modelo de cálculo da resistência à força cortante incorporado no código suíço SIA 262:2013 é baseado na teoria da fissura crítica de cisalhamento (*critical shear crack theory* – CSCT) (MUTTONI, 2003; MUTTONI; RUIZ, 2008). Nesta formulação a resistência à força cortante unitária (por metro) é determinada pela expressão (d [mm]):

$$v_{Rd,c,SIA} = \frac{1}{1 + \varepsilon_v \cdot d \cdot k_{g,SIA}} \cdot \tau_{cd} \cdot d \quad (3.24)$$

Onde,

$$\tau_{cd} = \frac{0,3 \cdot \sqrt{f_{ck}}}{\gamma_c} \quad \text{com } f_{ck} \text{ em [MPa]} \quad (3.25)$$

$$k_{g,SIA} = \frac{48}{16 + d_g} \quad \text{com } d_g = 0 \text{ em concretos leves ou } f_{ck} \geq 70 \text{ MPa} \quad (3.26)$$

No modelo de cálculo do SIA 262:2013 a seção de projeto ou crítica em elementos sem armadura transversal é posicionada à distância $d/2$ de uma descontinuidade estática (face do apoio ou da carga) ou de uma descontinuidade geométrica (mudança de seção ou mudança de armadura). Se a armadura permanece no regime elástico, ε_v (deformação longitudinal na seção de projeto) pode ser determinada de acordo com a expressão:

$$\varepsilon_v = \frac{f_{yd}}{E_s} \cdot \frac{m_{Ed}}{m_{Rd}} \quad (3.27)$$

Se as deformações plásticas da armadura não podem ser desprezadas ε_v pode ser calculado pela expressão:

$$\varepsilon_v = 1,5 \cdot \frac{f_{yd}}{E_s} \quad (3.28)$$

Se a armadura é posicionada a uma altura na seção menor que d na seção de projeto devido encontro ou escalonamento da armadura, ε_v deve ser aumentado em 50%. Para lajes ou placas onde a direção de fluxo da força cortante difere significativamente da direção da armadura longitudinal através de um ângulo ϖ , a deformação ε_v deve ser majorada com o fator $1/\sin^4 \theta + \cos^4 \theta$.

Para levar em consideração a transferência direta de cargas para o apoio no caso de cargas concentradas próximas do apoio a força cortante V_{Ed} pode ser minorada pelo fator β_{SIA262} de acordo com a expressão abaixo:

$$\beta_{SIA} = \begin{cases} a_v \leq 2d : \beta_{SIA} = a_v / 2d \\ a_v > 2d : \beta_{SIA} = 1 \end{cases} \quad (3.29)$$

O componente de resistência à força cortante oriundo da variação de espessura das lajes (mísulas) também deve ser considerado quando em sua forma favorável. No caso da variação de espessura ter forma desfavorável na resistência à força cortante da seção, deve ser majorar a força cortante V_{Ed} segundo o SIA 262:2013.

O valor unitário do momento fletor atuante m_{Ed} e momento fletor resistente m_{Rd} são determinados na seção de projeto. O momento fletor resistente m_{Rd} pode ser determinado de acordo com a teoria da plasticidade pela expressão (A-35) (MUTTONI; RUIZ, 2008):

$$m_{Rd} = \rho \cdot d^2 \cdot f_{yd} \cdot \left(1 - \frac{\rho \cdot f_{yd}}{2 \cdot f_{cd}} \right) \quad (3.30)$$

Reissen (2016) explica que no dimensionamento ou verificação de lajes sob cargas concentradas, uma redistribuição adicional de cargas ao longo da seção crítica deve ser considerada para calcular as força cortante e momento fletor unitários. A largura efetiva de lajes sob cargas concentradas são geralmente maiores para o momento fletor que para a força cortante (LATTE, 2010). Como a resistência à força cortante calculada pela teoria da fissura crítica de cisalhamento decresce com o momento fletor atuante por metro, a consideração de mesma largura colaborante para a força cortante e momento fletor pode ser considerada conservadora.

3.2.6 Modelo de resistência ao flexo-cisalhamento ou modelo multi-mecanismos

O modelo de resistência ao flexo-cisalhamento ou modelo multi-mecanismos de resistência à força cortante (MARÍ et al., 2014, 2015) em elementos sem armadura transversal é baseado principalmente em dois mecanismos: (i) contribuição do banzo de concreto comprimido não fissurado V_c e (ii) contribuição do engrenamento dos agregados v_w , dados pela seguinte formulação:

$$V_{R,c,Ma15} = (v_c + v_w) \cdot f_{ct} \cdot b \cdot d \quad (3.31)$$

$$v_c = \frac{V_c}{f_{ct} \cdot b \cdot d} \cdot \zeta \cdot (0,88 \cdot x / d + 0,02) \cdot (0,94 + 0,3 \cdot \mu) \quad (3.32)$$

$$v_w = \frac{V_w}{f_{ct} \cdot b \cdot d} = 167 \cdot \frac{f_{ct}}{E_c} \cdot \left(1 + \frac{2 \cdot E_c \cdot G_f}{f_{ct}^2 \cdot d} \right) \quad (3.33)$$

Vale ressaltar que, por não ser um modelo de projeto, este não contém fatores de segurança parciais em sua formulação. O fator ζ é usado para levar em consideração o efeito de escala devido ao comportamento frágil da ruptura que toma forma quando se desenvolve o segundo ramo da fissura crítica de cisalhamento em direção à região de introdução da carga (MARÍ et al., 2015). O fator ζ incorporado no modelo multi-mecanismos foi apresentado por Zararis e Papadakis (2001) baseado na analogia de ensaios de tração e depende do vão de cisalhamento a :

$$\zeta = 1,2 - 0,2a \geq 0,65 \quad (3.34)$$

Reissen (2016) propôs uma modificação no fator ζ para levar em consideração da continuidade das lajes. Desta forma, o vão de cisalhamento nesta formulação foi considerado como a distância entre os pontos de momento fletor máximo e momento fletor nulo $\max(a_1; a_2)$, sendo este termo 2.7.5.

$$\zeta = 1,2 - 0,2 \cdot \frac{\max(a_1; a_2)}{d} \cdot d \geq 0,65 \quad (3.35)$$

No modelo mecânico multi-mecanismos de Mari et al. (2014,2015) a resistência à tração do concreto é levada em consideração de forma explícita, diferente da maioria dos modelos existentes que incorporam correlações com a resistência à compressão do concreto. Na formulação dos autores são utilizadas as expressões do Eurocode 2: 2005 para determinação da resistência à tração e módulo de elasticidade do concreto substituindo a resistência característica f_{ck} pela medida f_{cm} nas equações:

$$f_{cm} = \begin{cases} 0,30 \cdot \sqrt{f_{ck}} & \text{se } f_{ck} \leq 60 \text{ MPa} \\ 2,12 \cdot \ln\left(1 + \frac{f_{cm}}{10}\right) & \text{se } f_{ck} > 60 \text{ MPa} \end{cases} \quad (3.36)$$

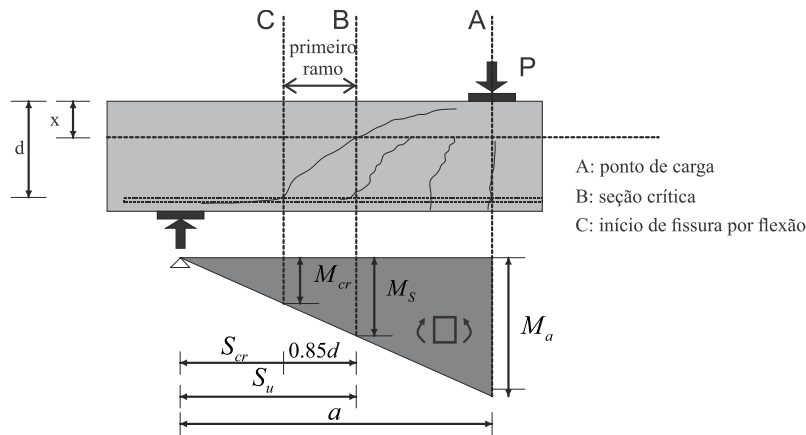
$$E_c = 22 \cdot \left(\frac{f_{cm}}{10}\right)^{0,3} \quad (3.37)$$

Segundo os autores (MARÍ et al., 2014, 2015), a energia de fratura depende dos seguintes aspectos: (i) relação água/cimento da mistura de concreto; (ii) do tipo de agregado; (iii) da dimensão máxima do agregado; (iv) da idade do concreto e (v) das condições de cura do concreto. Para o cálculo da energia de fratura foi utilizada a formulação de Wittmann (2002):

$$G_f = 0,028 \cdot f_{cm}^{0,18} \cdot d_{\max}^{0,32} \quad (3.38)$$

A seção de projeto usada na verificação da resistência à força cortante depende do diagrama de momento fletor de acordo com a Figura 3.3. Na Figura 3.3 S_u representa a posição da seção crítica em relação ao ponto de momento fletor nulo e S_{cr} representa a posição de início da fissura no banzo tracionado (onde o momento fletor M_{Ed} atinge o valor do momento de fissuração M_{cr}). Nesta formulação estima-se que a projeção horizontal da fissura no primeiro ramo (da raiz da fissura até o início do banzo comprimido) têm aproximadamente $0,85d$.

Figura 3.3 – Posição da seção crítica ao cortante.



Fonte: Adaptado de Marí et al. (2015).

Os autores explicam que (MARÍ et al., 2014, 2015), qualquer seção afastada em direção ao ponto de momento fletor nulo têm maior dimensão do banzo comprimido x , enquanto as seções afastadas em direção ao momento fletor máximo M_a têm maiores resistências à força cortante em virtude das maiores tensões de compressão no banzo comprimido).

$$S_u = S_{cr} + 0,85d \quad (3.39)$$

O momento normalizado μ é calculado na seção S_u , afastada de $0.85d$ da posição de início da fissura crítica através da expressão A-44. No caso de seções retangulares e sem descontinuidades (geométricas, de carga, de armadura), considera-se $M=M_{cr}$, resultando em $\mu = 0,2$ (MARÍ et al., 2015).

$$\mu = \frac{M}{f_{ct} \cdot b \cdot d^2} \quad (3.40)$$

onde M é o momento solicitante na posição $S_{cr} = S_u - 0,85d$ e que representa a posição de início da fissuras crítica de cisalhamento.

No modelo mecânico de resistência ao flexo-cisalhamento de Marí et al. (2015) a profundidade da linha neutra x pode ser determinada pela análise padrão da seção fissurada sujeita à flexão pura. Para seções sem armadura transversal, a expressão relação x/d é estimada como:

$$\xi = \frac{x}{d} = \alpha_e \cdot \rho \cdot \left(-1 + \sqrt{1 + \frac{2}{\alpha_e \cdot \rho}} \right) \quad (3.41)$$

Onde $\alpha_e = E_s / E_c$ é a razão de rigidezes entre o aço e o concreto e $\rho = A_s / (b \cdot d)$ é a taxa de armadura longitudinal, sendo b a largura da seção.

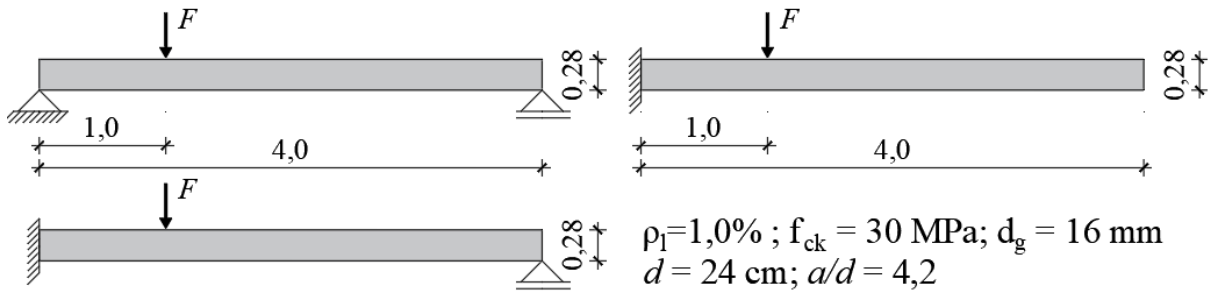
3.3 Comparação de diferentes modelos de resistência à força cortante unidirecionais

A forma escolhida para comparar os diferentes modelos de cálculo, semi-empíricos e mecânicos, foi a aplicação destes a faixas de lajes com 1 m de largura e diferentes sistemas estáticos. Desta forma foi possível avaliar o efeito de parâmetros influentes na resistência à força cortante nos diferentes modelos estudados neste trabalho. A Figura 3.4 apresenta as faixas de lajes utilizadas e retiradas do trabalho de Reissen (2016). As formulações analíticas estudadas estão apresentadas no Apêndice A deste texto. Em relação ao desenvolvido por Reissen (2016) foram acrescentadas as formulações empregadas no código brasileiro (ABNT NBR 6118:2014) e no manual de projeto americano (ACI 318:2014).

Nesta pesquisa foram estudados os modelos semi-empíricos e mecânicos mais tradicionais e utilizados nos principais códigos e manuais de projeto. No primeiro grupo, dos modelos semi-empíricos, foram avaliados os modelos disponíveis na: (i) ABNT NBR 6118:2014 (norma brasileira), (ii) Eurocode 2: 2005 ou EN 1992-1-1:2005 (norma europeia), (iii) ACI 318:2014 (manual americano de projeto) na forma simplificada e detalhada de cálculo. No segundo grupo, dos modelos mecânicos, foram avaliados os modelos do: (i) Model Code 2010 (*fib*,2012) nos níveis 1 e 2 de aproximação (modelo baseado na Teoria do Campo de

Compressão), com a seção de verificação distante d do maior momento no vão (abordagem “a”) ou distante de d do apoio (abordagem “b”), (ii) SIA 262:2013 (modelo baseado na Teoria da Fissura Crítica de Cisalhamento e referente ao código suíço de projeto) e (iv) Modelo Mecânico de Resistência ao Flexo-Cisalhamento (*Shear Flexural Strength Mechanical Model – Sfsmm*) ou modelo multi-mecanismos baseado nos trabalhos de Marí et al. (2014).

Figura 3.4 – Sistema estático e características das faixas de lajes utilizadas como exemplo.



Fonte: Adaptado de Reissen (2016).

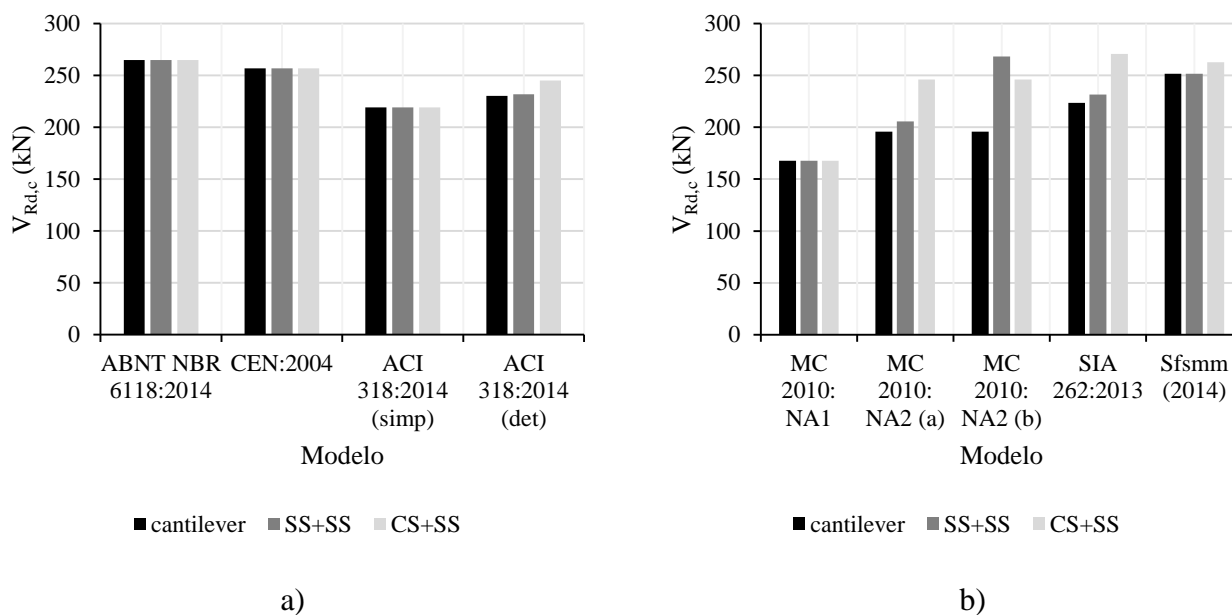
3.3.1 Influência do sistema estático

Da Figura 3.5 observa-se a diferença de valores de resistência à força cortante fornecidos por diferentes modelos de cálculo. Esta diferença de resultados pode ser atribuída principalmente à consideração da razão momento fletor/força cortante na seção de verificação (M/Vd). Na Figura 3.5a observa-se que apenas o modelo detalhado de cálculo do ACI 318:2014 apresenta pequenas diferenças de resistência à força cortante de acordo com o sistema estático por considerar este parâmetro no modelo.

Considerando o parâmetro M/Vd calculado na seção afastada de d ou $d/2$ (dependendo do modelo de cálculo) da posição de maior momento fletor (situação mais crítica – abordagem “a”), observa-se que em geral as lajes em balanço (*cantilever*) apresentam previsões mais conservadoras de resistência. Isto pode ser atribuído ao efeito combinado de grandes momentos fletores e maiores forças cortantes na seção de verificação no caso de lajes em balanço. No caso de cargas concentradas próximas de apoio com continuidade da laje (CS+SS), geralmente as previsões de resistência são maiores que as demais por considerar o efeito benéfico da continuidade do apoio na redução dos esforços solicitantes máximos no vão de cisalhamento (trecho entre carga e apoio) (Figura 3.5a,b). Outra forma de compreender o efeito benéfico da continuidade da laje no apoio é que o momento negativo que surge na região de continuidade

alivia as tensões de compressão que tendem a surgir naturalmente no banzo de compressão dos elementos, postergando a formação da fissura crítica de cisalhamento.

Figura 3.5 – Resistência à força cortante prevista de acordo com o sistema estático das faixas de lajes: a) por modelos semi-empíricos e b) por modelos mecânicos. (SS+SS: laje simplesmente apoiada; cantilever: laje em balanço; CS+SS: laje com continuidade em um dos bordos).



Fonte: Autor (2019).

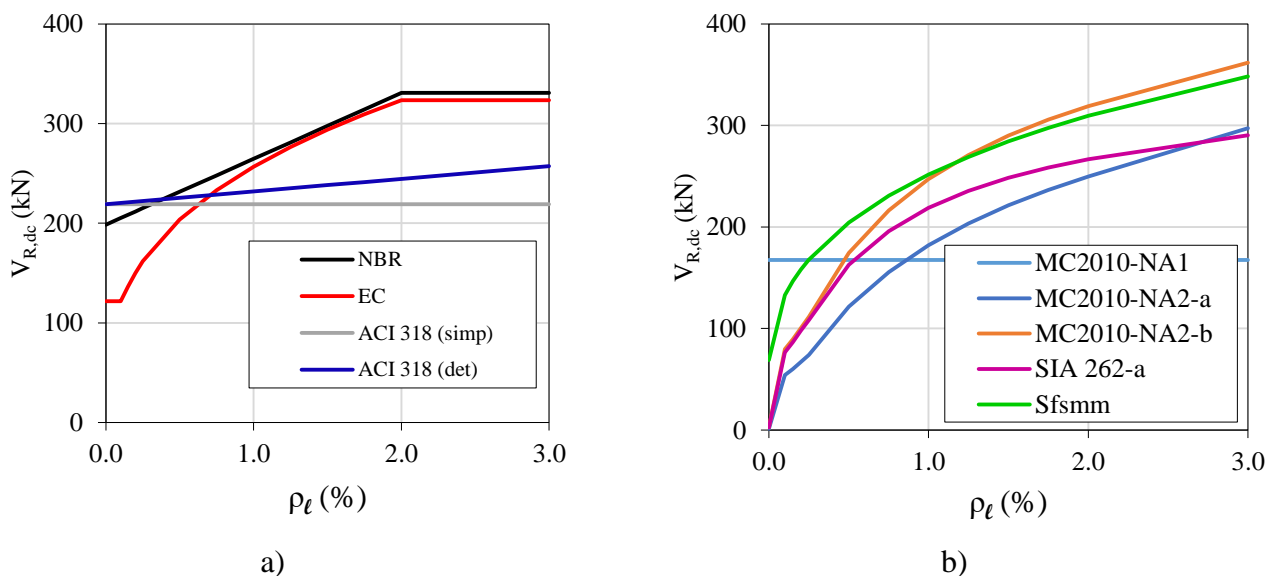
Na Figura 3.5b apresenta-se a diferença de resultados com o nível II de aproximação do Model Code 2010 utilizando as abordagens “a” e “b” na definição da seção crítica (“a”: seção crítica afastada de d da posição de maior momento e “b”: seção crítica afastada de “ d ” do apoio). Observa-se que no caso das lajes simplesmente apoiadas (SS+SS), o momento máximo se situa abaixo da região carregadas. Por esta razão as diferentes abordagens de definição da seção de cálculo são mais pronunciadas neste tipo de laje. Conforme observado na Figura 3.5b, a abordagem “a” tende a penalizar bastante a previsão de resistência à força cortante comparada à abordagem “b”, configurando a primeira uma abordagem mais conservadora de cálculo). Vale comentar que, o único modelo que apresenta uma fundamentação teórica para definição da seção crítica de projeto o Sfsmm (MARÍ et al., 2014), que associa a posição da fissura crítica de cisalhamento com o momento de fissuração do elemento. Baseado na fundamentação do Sfsmm, pode-se afirmar que o mais coerente seria a definição da seção crítica a partir de uma determinada distância do apoio, uma vez que a fissura crítica de cisalhamento tende a surgir mais próxima desta.

Nas análises apresentadas em seguida foi investigado o efeito de parâmetros específicos na resistência à força cortante considerando como sistema estático de referência uma laje de largura unitária e bi-apoiada, com as propriedades definidas na Figura 3.4.

3.3.2 Taxa de armadura longitudinal

Conforme discutido na seção de “mecanismos de resistência à força cortante”, a taxa de armadura longitudinal tende a ser parâmetro importante na resistência à força cortante não somente pelo efeito de pino, mas também por estar relacionada à dimensão do banzo comprimido da seção e posição da linha neutra. Por esta razão, este tende a ser um parâmetro levado em consideração tanto em modelo semi-empíricos quanto em modelos mecânicos. Na Figura 3.6a observa-se que as normas brasileira e europeia consideram de forma mais efetiva a contribuição da armadura longitudinal na resistência à força cortante comparado ao manual americano de projeto, limitando, porém, essa contribuição à taxas de armadura longitudinal inferiores a 2%.

Figura 3.6 – Efeito da taxa de armadura na previsão de resistência à força cortante em: a) modelo semi-empíricos e b) modelos mecânicos.



Fonte: Autor (2019).

Na Figura 3.6b observa-se que a abordagem “a” do Nível II de aproximação com o Model Code fornece as previsões mais conservadoras de resistência à força cortante, dentre os modelos mecânicos estudados, com relação ao aumento da taxa de armadura. Com a seção de verificação definida à distância d do apoio (abordagem “b”), os resultados do Model Code 2010

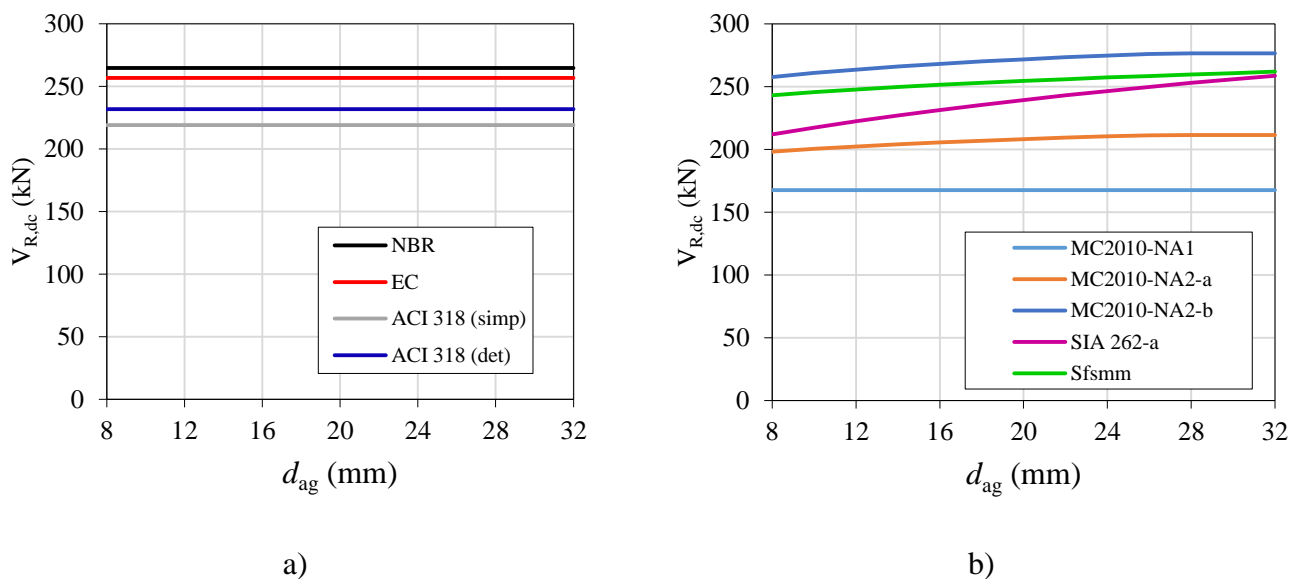
tendem a se aproximar mais dos obtidos com o modelo de resistência ao flexo-cisalhamento (*Sfsmm*) ou modelo multi-mecanismos para taxas de armaduras maiores que 1%.

Um aspecto que chama atenção é que no caso de taxas de armadura longitudinais próximas de zero, os modelos mecânicos baseados nas teorias do campo de compressão (MC2010-NA2) e na teoria da fissura crítica de cisalhamento (SIA 262:2013) penalizam bastante as previsões de resistência à força cortante. Por outro lado, o modelo semi-empírico do ACI 318:2014, tanto na sua forma simplificada como detalhada de cálculo, apresenta pequena dependência da taxa de armadura longitudinal.

3.3.3 Dimensão máxima do agregado

A dimensão máxima dos agregados é um parâmetro que têm influência na energia de fratura do concreto e, sobretudo, no engrenamento dos agregados. Entretanto, os modelos semi-empíricos de cálculo geralmente negligenciam este aspecto (Figura 3.7a).

Figura 3.7 – Efeito da dimensão máxima dos agregados na resistência à força cortante: a) modelos semi-empíricos e b) modelos mecânicos.



Fonte: Autor (2019).

Nos modelos mecânicos baseados na teoria do campo de compressão e da fissura crítica de cisalhamento, a dimensão máxima do agregado é considerada no cálculo da resistência linear à força cortante através dos parâmetros $k_{dg,MC}$ e $k_{dg,SIA}$. No modelo de resistência ao flexo-cisalhamento ou modelo multi-mecanismos a dimensão máxima do agregado é considerada explicitamente através do cálculo da energia de fratura pela formulação de Wittmann (2002). Como pode-se observar na Figura 3.7b, a abordagem do Model Code 2010 com a seção crítica

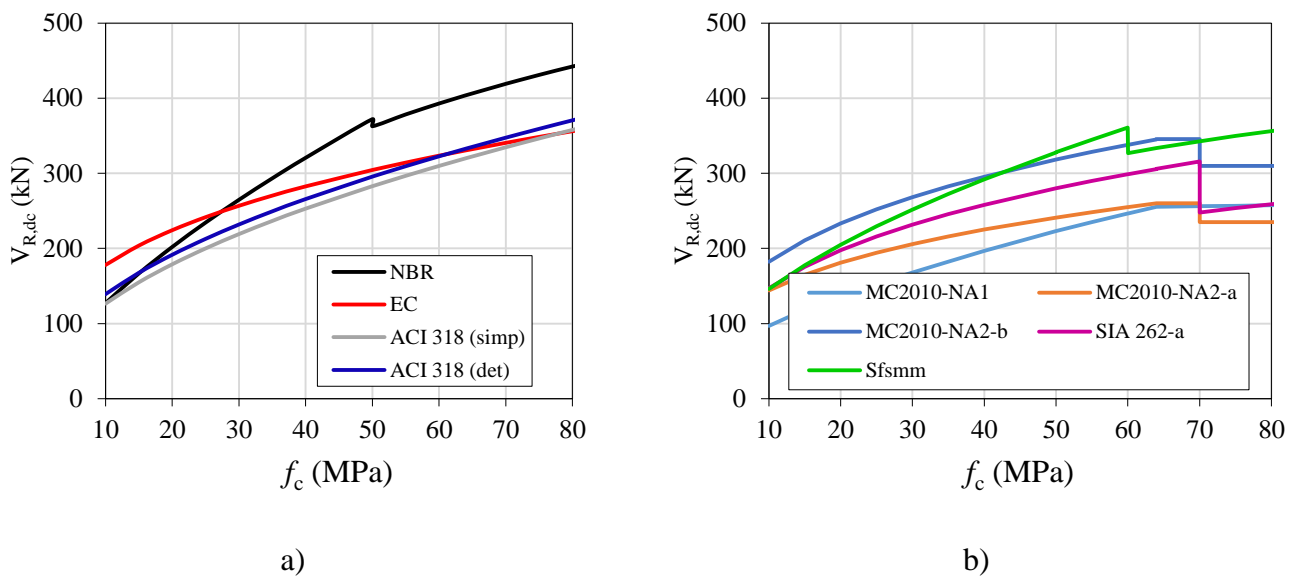
definida distante d do apoio (abordagem “b”) têm comportamento bastante semelhante ao do modelo multi-mecanismos.

3.3.4 Resistência à compressão do concreto

A resistência à tração do concreto em elementos sem armadura transversal é parâmetro fundamental para análises de resistência à força cortante. Entretanto, devido à grande dispersão da resistência à tração do concreto em amostras de um mesmo concreto e a maior complexidade dos ensaios de tração, usualmente têm-se incorporado correlações da resistência à tração com a resistência à compressão do concreto nos modelos de resistência à força cortante.

Da Figura 3.8a observa-se que o modelo da norma brasileira apresenta inclinação mais acentuada de aumento da resistência à força cortante com o aumento da resistência à compressão do concreto. Embora a ABNT NBR 6118:2014 considere diferentes formulações para concretos de resistência menores e maiores que 50 Mpa, observa-se que a norma brasileira não leva em consideração a diferente forma de fissuração em concretos de resistências mais elevadas (maiores que 60-70 MPa).

Figura 3.8 - Influência da resistência à compressão do concreto na resistência à força cortante em: a) modelos semi-empíricos e b) modelos mecânicos.



Fonte: Autor (2019).

Nestes concretos, em virtude da maior resistência da matriz/zona de transição do concreto, as fissuras se desenvolvem preferencialmente através dos agregados, originando assim superfícies de ruptura menos rugosas. Por esta razão, em modelos mecânicos como os

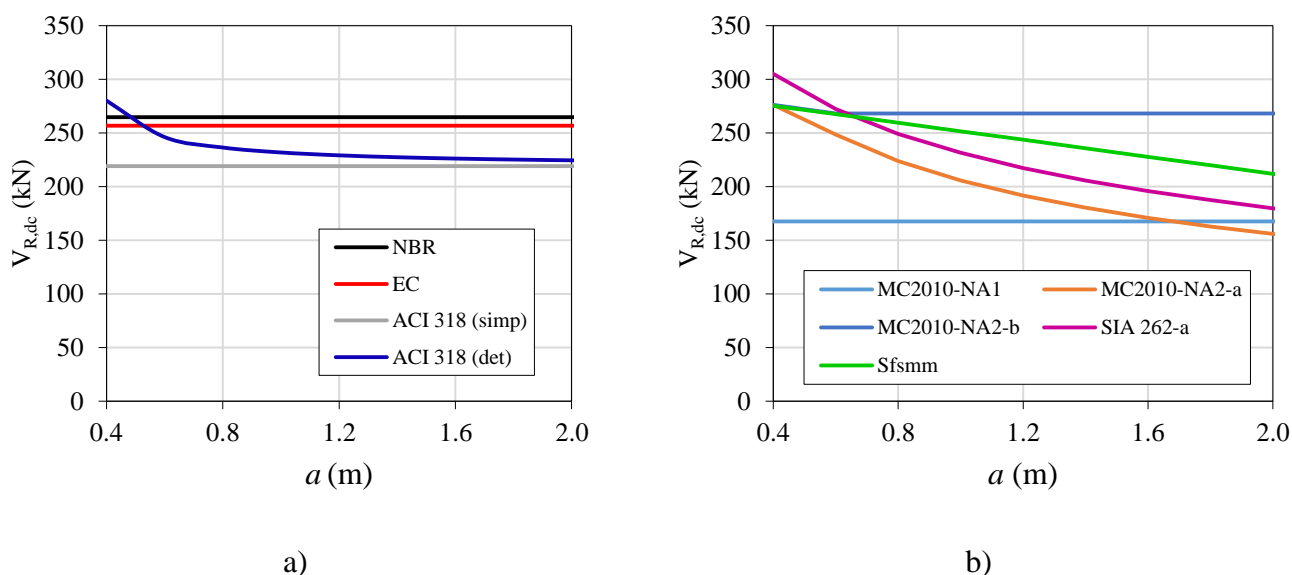
baseados na teoria do campo de compressão e na fissura crítica de cisalhamento (Figura 3.8b), observam-se descontinuidades na resistência à força cortante previstas por estes modelos.

3.3.5 Vão de cisalhamento a

Nos modelos que não incorporam parâmetros relacionados à razão momento fletor/força cortante (M/Vd) não existe, por conseguinte, consideração do vão de cisalhamento no modelo de resistência à força cortante. No caso dos modelos da ABNT NBR 6118:2014 e do Eurocode 2, eventuais diferenças de resistência à força cortante com relação ao vão de cisalhamento a devem estar relacionadas à possível redução da força cortante V_{Ed} no caso de cargas concentradas próximas do apoio.

Da Figura 3.9a observa-se que apenas o modelo detalhado do ACI 318:2014 leva em consideração o vão de cisalhamento de forma explícita dentre os modelos semi-empíricos mais tradicionais. Em todos os modelos, com o aumento do vão de cisalhamento e consequente aumento da razão momento M/Vd obtém-se previsões mais conservadoras de resistência à força cortante. Este comportamento é compatível com a ideia de que quanto maior o estado de sollicitação da seção menor é a capacidade resistente desta à força cortante.

Figura 3.9 - Efeito do vão de cisalhamento a na resistência à força cortante: a) de modelos semi-empíricos e b) de modelos mecânicos.



Fonte: Autor (2019).

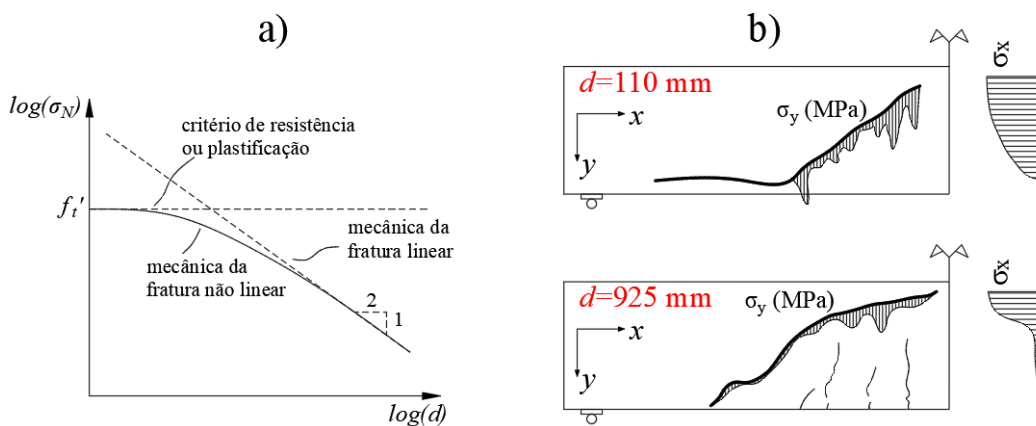
Um aspecto que merece nota diz respeito à solução de forma iterativa utilizada nos cálculos com o ACI 318:2014, Model Code 2010, SIA 262:2003 e Sfsmm. Embora todos estes modelos apresentem soluções fechadas, isto é válido somente no caso de verificações da seção

para uma solicitação conhecida. Em análises que visam a determinação da resistência mínima da seção a solicitação passa a ser desconhecida, sendo necessário um procedimento iterativo para determinar a solicitação que resulta em uma resistência na seção verificada igual a solicitação atuante (critério de ruptura). Este procedimento iterativo explica os diferentes comportamentos das curvas do Model Code 2010 com as diferentes abordagens de definição da seção crítica (“a”: seção afastada de uma distância d ou $d/2$ do maior momento ou “b”: seção afastada de d ou $d/2$ da borda do apoio). Observou-se que com a abordagem “a” existe a tendência esperada de redução da resistência com o aumento do vão de cisalhamento. Entretanto, com a abordagem “b” a resistência à força cortante obtida com o Model Code 2010 permanece constante. O mesmo comportamento foi observado para as abordagens “a” e “b” com o SIA 262:2013 e ACI 318:2014.

3.3.6 Efeito de Escala

O efeito de escala é um dos aspectos de maior discussão no que diz respeito à resistência à força cortante em elementos de concreto armado sem armadura transversal. O efeito de escala pode ser compreendido como a dependência da tensão de ruptura do material com as dimensões (geometria) dos elementos estruturais. A Figura 3.10a ilustra a definição determinística do efeito de escala de acordo com as teorias da (i) resistência dos materiais, (ii) mecânica da fratura linear elástica e (iii) mecânica da fratura não-linear (BAZANT; KIM, 1984).

Figura 3.10 - a) Definição determinística do efeito de escala de acordo com as teorias da (i) resistência dos materiais, (ii) mecânica da fratura linear elástica e (iii) mecânica da fratura não-linear. b) Ilustração da distribuição de tensões com a geometria dos elementos.



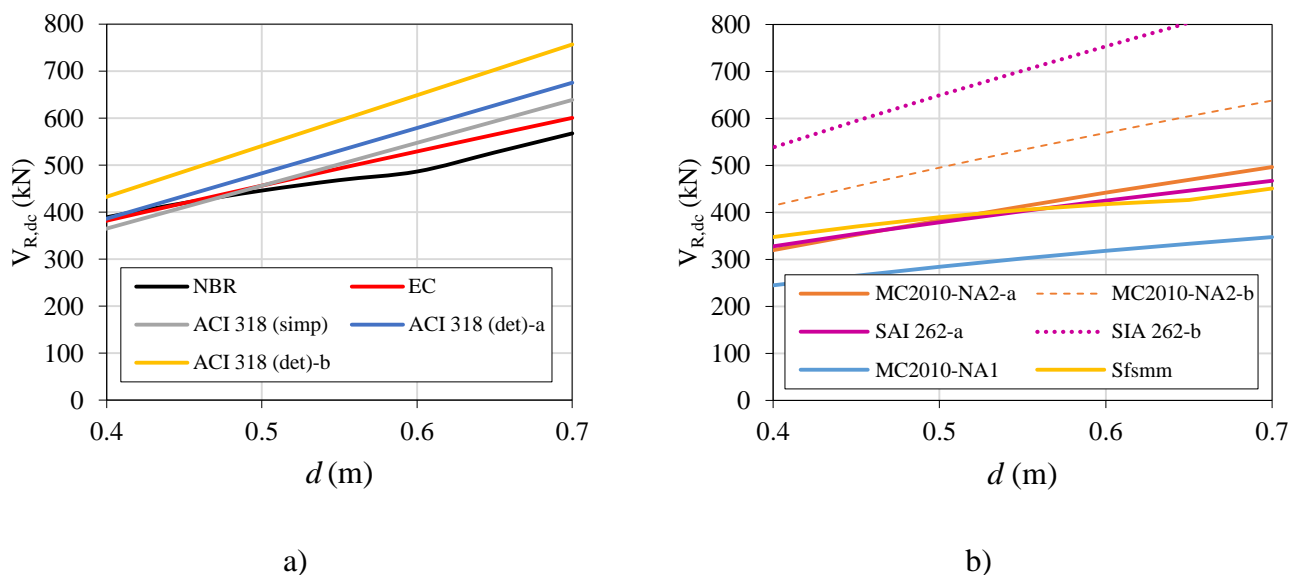
Fonte: a) Adaptado de Natário (2015) e b) adaptado de Donmez e Bazant (2018).

Pela teoria da resistência dos materiais o critério de ruptura dos materiais pode ser atingido quando a seção de um elemento estrutural qualquer atinge uma tensão σ_N maior que

a resistência à tração do material f_t' . Por outro lado, a partir da teoria da mecânica da fratura linear elástica pode-se observar que a tensão σ_N é inversamente proporcional à \sqrt{d} . Entretanto, estruturas de concreto apresentam uma transição gradual nos critérios de ruptura entre a resistência dos materiais para a mecânica da fratura linear elástica, se enquadrando na mecânica da fratura não-linear (NATÁRIO, 2015).

A Figura 3.10b ilustra de forma prática o efeito de escala em vigas. Observa-se que para vigas de maior altura efetiva o perfil de tensões horizontais na seção de ruptura é mais heterogêneo, razão pela qual a ruptura é mais localizada e a tensão nominal resistente na seção tende a ser menor.

Figura 3.11 - Influência da altura útil da seção na resistência à força cortante: a) em modelos semi-empíricos e b) modelos mecânicos. Fonte: Autor (2019).



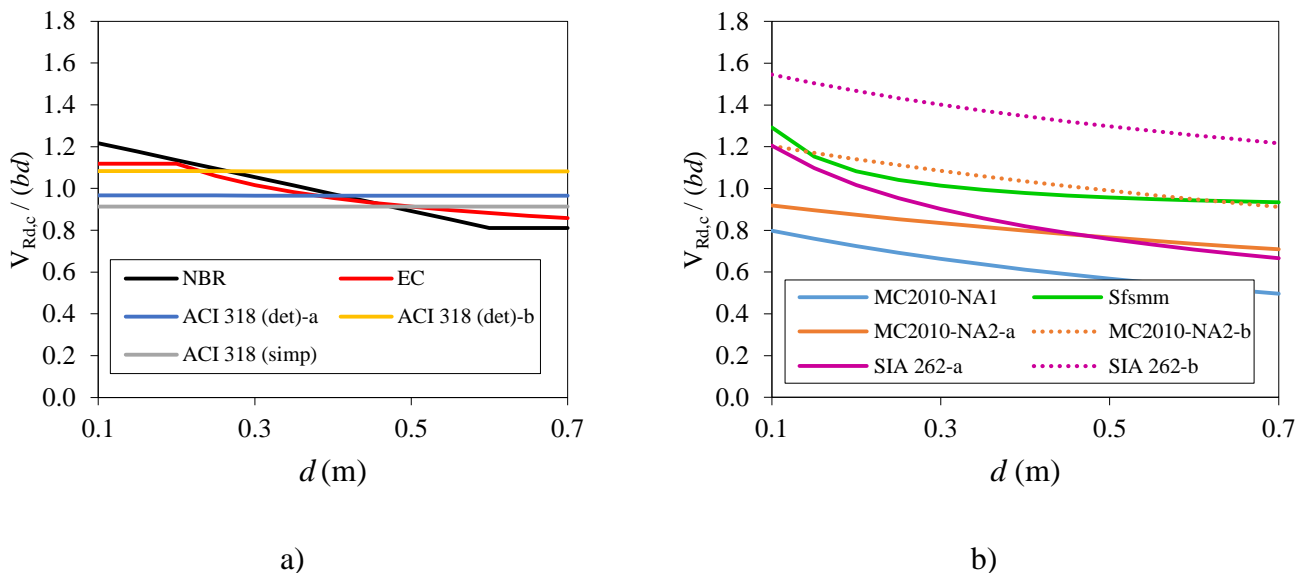
Fonte: Autor (2019).

As Figura 3.11 e Figura 3.12 apresentam a influência da altura útil da faixa de laje d (escala dos elementos) na resistência à força cortante V_r e tensão nominal resistente dos elementos segundo diferentes modelos de cálculo e diferentes abordagens de definição da seção crítica. Da Figura 2-38a observa-se que a ABNT NRB 6118:2014 tende a apresentar previsões mais conservadoras de resistência à força cortante que os demais códigos e manuais de projeto. Da Figura 2-38b destaca-se a grande diferença de resultados nos modelos mecânicos do SIA 262:2003 e do Model Code 2010 (*fib*, 2012) com as diferentes abordagens de definição da seção crítica (abordagem *a*: seção afastada de d ou $d/2$ do maior momento fletor ou abordagem *b*: seção afastada de d ou $d/2$ do apoio).

Da Figura 3.12a observa-se que a ABNT NBR 6114:2014 e Eurocode 2: 2005 apresentam abordagens bastante distintas em relação à tensão nominal resistente ao cisalhamento. Enquanto a norma brasileira limita a tensão resistente à um valor constante a partir de uma altura útil de 600 mm, a norma europeia apresenta um patamar de valores constante para valores de altura útil menores que 200 mm.

Além disso, merece nota a ausência de parâmetros relacionados ao efeito de escala no procedimento do ACI 318:2014, reflexo da inexistência de uma formulação bem consolidada para calcular o efeito de escala até a época de publicação do procedimento.

Figura 3.12 - Influência da altura útil da seção na resistência nominal à força cortante: a) por modelos semi-empíricos e b) modelos mecânicos.



Fonte: Autor (2019).

Da Figura 3.12b merecem nota as grandes diferenças de resultados utilizando diferentes seções críticas nas análises e as diferentes abordagens para consideração do efeito de escala entre o modelo multi-mecanismos e os modelos do Model Code 2010 e SIA 262:2013. Enquanto o primeira leva em consideração a espessura dos elementos através do cálculo da dimensão do banzo comprimido (parâmetro x/d), os outros dois modelos incorporam parâmetros calibrados estatisticamente para reduzir a tensão nominal resistente do concreto com o aumento da altura útil. Outro aspecto importante é que no caso do Model Code 2010 a tensão nominal resistente tende assintoticamente a um valor constante com o aumento da altura útil, mas sem fundamentação teórica consistente para isto (YU et al., 2016).

4 ANÁLISE DE RESULTADOS EXPERIMENTAIS

4.1 Considerações iniciais

A base de dados foi construída seguindo o modelo apresentado no trabalho de Reissen (2016) e incorporando aspectos de bases de dados utilizadas nos estudos de resistência à força cortante em vigas (COLLINS; BENTZ; SHERWOOD, 2008; REINECK et al., 2003, 2013) e de lajes e vigas largas (LANTSOGHT et al., 2015d; REISSEN; HEGGER, 2015b). Em relação às bases de dados anteriores, esta pesquisa incorporou um maior número de experimentos junto à descrição do modo de falha. Desta forma foi possível investigar de forma mais adequada aspectos da zona de transição entre a falha de lajes como vigas e a falha por punção estudada em outras publicações (DOORGEEST, 2012; LANTSOGHT et al., 2015a, 2015d). Os dados da base de resultados experimentais foram preferencialmente obtidos e verificados nos trabalhos originais e, em último caso, de outras bases. Em virtude do maior número de variáveis no caso de lajes solicitadas por cargas parcialmente distribuídas em relação aos ensaios de vigas, uma quantidade significativamente maior de variáveis foi incluída na base de dados. Outro aspecto importante da base de dados construída foi a inclusão de lajes bidirecionais (apoiadas nos quatro bordos) nas análises dos modelos de resistência à força cortante e de definição da largura colaborante.

Yu et al. (2016) alerta que, devido às grandes diferenças entre análises experimentais realizadas por diferentes autores, muito cuidado é necessário para isolar os parâmetros influentes na resistência à força cortante no intuito de evitar conclusões precipitadas. Reissen (2016) cita que a dispersão de valores de resistência à força cortante pode ser atribuída a variabilidade de características do concreto (resistência, módulo de elasticidade, diâmetro máximo dos agregados, idade do concreto, composição, etc.), a dimensão dos experimentos (relacionada ao efeito de escala), a configuração dos experimentos (vão de cisalhamento, força máxima, grau de restrição ao giro nos apoios, sistema estático) e taxa de armadura dos elementos. Além desses fatores, podem-se citar ainda as tipologias de apoio (aparelhos de apoio elastoméricos, placas sobre rolamentos) e o tipo de armadura utilizada (lisas, nervuradas) (LANTSOGHT et al., 2015e). Uma vez que a base de dados de Reissen (2016) já havia sido filtrada de acordo com critérios específicos, a base de dados utilizada nesta pesquisa foi reconstruída a partir dos trabalhos originais para retro análise, eventuais modificações de

critérios e incorporando os trabalhos mais recentes pertinentes ao tema (2016-2018). Uma revisão sistemática da literatura foi realizada para garantir a incorporação de todos os trabalhos publicados nesse período.

Seguindo a estrutura apresentada por Reissen (2016), no tópico 4.2 foi apresentada uma visão geral da base de dados utilizada na pesquisa, com a descrição dos critérios utilizadas para agrupar os experimentos em grupos específicos para análise dos modelos de resistência à força cortante e dos modelos de cálculo da largura colaborante. No tópico 4.3 foi apresentada uma revisão de alguns fatores de influência individuais na resistência à força cortante e incorporando os trabalhos mais recentes publicados (2016-2018). Por fim, no tópico 4.4 são avaliados os modelos de resistência à força cortante descritos nos principais códigos e manuais de projeto e os modelos de definição da largura colaborante na resistência à força cortante.

4.2 Organização da base de resultados experimentais

4.2.1 Parâmetros

A base de resultados experimentais utilizada para avaliação da resistência à força cortante em lajes de concreto armado sem armadura transversal segue a estrutura apresentada por Reissen (2016), que incorporou elementos da base de dados de Reineck et al. (2003, 2013). A base de dados também inclui o modo de falha apresentado pelos modelos experimentais, semelhante ao implementado na base de dados de Lantsoght et al. (2015d). Desta forma, a base de resultados experimentais contempla os seguintes aspectos:

- Sistema estático: lajes com ou sem continuidade nos apoios (SS e CS), lajes em balanço (CANT) e lajes bidirecionais (TWS);
- Configuração da solicitação: número de placas para introdução de carga³, distância e geometria das placas de introdução da carga; tipo e geometria dos apoios;
- Geometria das lajes: espessura constante ou variável, vão, largura;
- Concreto e Armadura: características do concreto (resistência, tamanho máximo do agregado), da armadura (taxa, tipo e resistência da armadura; posição das armaduras ao longo da espessura)
- Modo de falha dos elementos: descritos nos trabalhos, checados analiticamente e por meio de imagens dos ensaios quando disponíveis.

³ Ao longo do texto o termo carga pode surgir como referência às áreas de introdução da força dos atuadores em modelos experimentais. O termo carga foi mantido para manter referência ao aspecto de projeto principal relacionado ao tema: a carga de veículos que solicitam as lajes de pontes.

Atenção especial foi dada ao modo como foram obtidos os dados de resistência à compressão (ensaio em corpos de prova cilíndricos ou cúbicos), modos de falha (descritos e confrontados por verificações analíticas e por fotos, quando disponíveis), tipo de armadura (lisa ou nervurada), tipo de apoio (rolamentos, placas, ou aparelhos de apoio).

4.2.2 Visão geral

A base de dados foi construída e atualizada a partir da base de dados apresentada por Reissen (2016) e foca na análise de resistência à força cortante de lajes de concreto armado sem armadura transversal. Os modelos de resistência à cortante para lajes unidirecionais da ABNT NBR 6118:2014 e do EN 1992-1-1:2005 (Eurocode 2:2005) é válido para elementos com largura $b \geq 5d$, sendo d a altura útil da armadura longitudinal. Para aumentar a abrangência da base de dados e proporcionar maior número de análises os seguintes aspectos foram considerados:

- Elementos com relações largura –altura útil $b/d \geq 1$ foram considerados como faixas de lajes representativas de lajes unidirecionais. Neste trabalho o critério da ABNT NBR 6118:2014 foi flexibilizado para incluir um maior número de elementos. Posteriormente a validade deste critério foi confirmada nas análises pela análise dos resultados obtidos para diferentes faixas de relações b/d .
- Experimentos com lajes carregadas ao longo de toda a sua largura foram inseridos na base de dados. Isto permitiu a análise mais detalhada do modelo de cálculo de resistência à força cortante, isolando o efeito do modelo de largura colaborante usado no caso de cargas parcialmente distribuídas próximas do apoio.

A base de dados experimentais resultou em 642 resultados de lajes ensaiadas com ênfase na ruptura por força cortante, que posteriormente foram filtrados e agrupados de acordo com os seguintes objetivos: (i) avaliar parâmetros influentes na resistência à força cortante; (ii) avaliar os modelos de resistência à força cortante disponíveis em manuais e códigos de projeto e (iii) avaliar os modelos de definição da largura colaborante na resistência à força cortante. A Tabela 4.1 apresenta as referências que abasteceram a base de dados, o N° de experimentos extraídos de cada referência e a porcentagem de resultados experimentais obtidos de cada referência em relação ao número total de resultados experimentais da base de dados (642).

Tabela 4.1 – Referências incluídas na base de resultados experimentais.

Referência	Nº exp.	% Exp.	Referência	Nº exp.	% exp.
(ADAM; REISSEN; HEGGER, 2018)	24	3.74%	(KANI; HUGGINS; WITTKOPP, 1979)	4	0.62%
(ADAM; HERBRAND; CLASSEN, 2018)	20	3.12%	(LANTSOGHT, 2013)	158	24.61%
(AL-YOUSIF; REGAN, 2003)	4	0.62%	(LEONHARDT, F.; WALTHER, 1962)	9	1.40%
(ASTER, H.; KOCH, 1974)	9	1.40%	(LUBELL, 2006)	18	2.80%
(BUI et al., 2017a)	8	1.25%	(MILLER; AKTAN; SHAHROOZ, 1994)	1	0.16%
(BUI et al., 2017b)	10	1.56%	(NANA et al., 2017)	3	0.47%
(BUI et al., 2017c)	6	0.93%	(NATÁRIO et al., 2015)	20	3.12%
(CARVALHO, 2006)	3	0.47%	(NATÁRIO et al., 2014)	12	1.87%
(COIN, A.; THONIER, 2007)	9	1.40%	(OLIVEIRA; REGAN; MELO, 2004)	15	2.34%
(CONFORTI; MINELLI; PLIZZARI, 2017)	17	2.65%	(OLONISAKIN; ALEXANDER, 1999)	4	0.62%
(CULLINGTON et al., 1996)	3	0.47%	(RAJAGOPALAN; FERGUSON, 1968)	1	0.16%
(DAMASCENO, 2007)	8	1.25%	(REGAN, 1982)	12	1.87%
(DIAZ DE COSSIO, 1962)	9	1.40%	(P. E. REGAN, 1983)	4	0.62%
(EKEBERG; SJURSEN, 1982)	7	1.09%	(REGAN; REZAI-JORABI, 1988)	29	4.52%
(ELSTNER; HOGNESTAD, 1956)	2	0.31%	(REINECK; KOCH; SCHLAICH, 1978)	3	0.47%
(FANG; TSUI; KLINGNER, 1990)	2	0.31%	(REISSEN, 2016)	55	8.57%
(FENWICK; DICKSON, 1989)	3	0.47%	(RICHART, 1948)	12	1.87%
(FERREIRA, 2006)	12	1.87%	(RICHART; KLUGE, 1939)	3	0.47%
(FURUUCHI et al., 1998)	13	2.02%	(ROMBACH; LATTE, 2008, 2009)	6	0.93%
(GHANNOUM, 1998)	24	3.74%	(ROMBACH; HENZE, 2017)	14	2.18%
(GRAF, 1933)	12	1.87%	(SERNA-ROS et al., 2002)	4	0.62%
(GURUTZEAGA et al., 2015)	9	1.40%	(VAZ RODRIGUES, 2002)	1	0.16%
(HEGER; MCGRATH, 1980)	14	2.18%	(VAZ RODRIGUES et al., 2006)	6	0.93%
(JÄGER, 2002, 2007; JÄGER; MARTI, 2005)	8	1.25%	(VIDA; HALVONIK; HALVONIK, 2018)	12	1.87%

Legenda: Nº exp.: Número de experimentos extraídos da referência; % exp.: porcentagem de experimentos em relação ao total da base de dados. Fonte: Autor (2019).

A distribuição do número de resultados experimentais de acordo com os sistemas estáticos presentes na base de dados, bem como os valores percentuais em relação ao total, está apresentada na Tabela 4.2. Da base de resultados construída nesta pesquisa merece nota a inclusão de resultados experimentais de lajes apoiadas nos quatro bordos oriundas de publicações mais recentes.

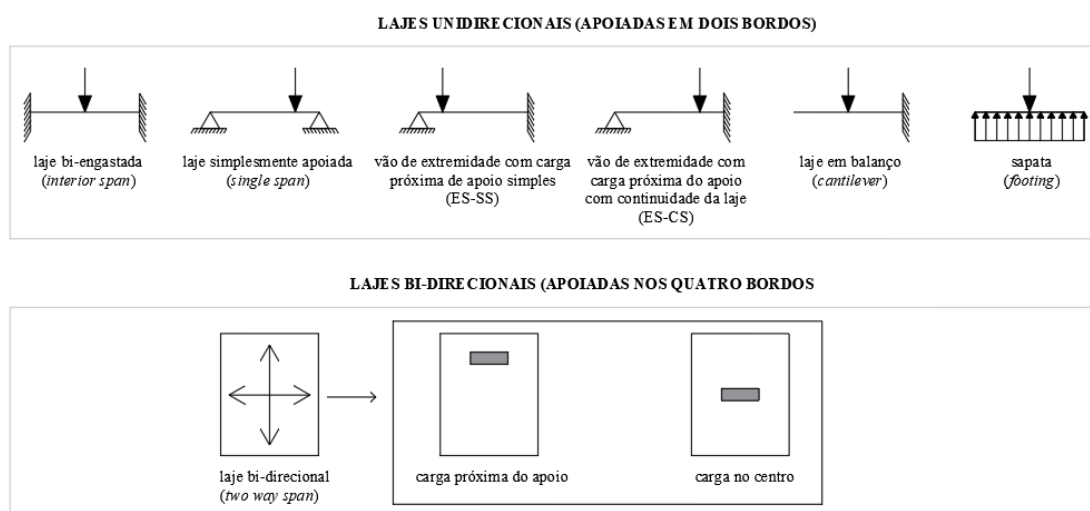
Tabela 4.2 – Distribuição dos experimentos por tipologia e sistema estático.

Tipologia	Sistema Estático	Nº Exp.	Percentual
Unidirecional	Vão em Balanço (cantilever - CT)	98	15.26%
	Vão de extremidade – carga próxima do apoio com continuidade <i>End Span - Continuous Support (ES-CS)</i>	148	23.05%
	Vão de extremidade – carga próxima de apoio simples <i>End Span – Simple Support (ES-SS)</i>	102	15.89%
	Vão Interior (Bi-engastado) (IS)	2	0.31%
	Vão Simplesmente Apoiado (SS)	248	38.63%
Sapata	Sapata (FT)	12	1.87%
Bidirecional	Simplesmente apoiada (TWS)	32	4.98%
Total		642	100.00%

Fonte: Autor (2019).

A ilustração dos sistemas estáticos incorporados na base de resultados experimentais está apresentada na Figura 4.1. Por limitações de informações e pequeno número de experimentos relacionados a alguns sistemas estáticos, como lajes bi-engastadas e sapatas, posteriormente estes foram eliminados da base de dados.

Figura 4.1 – Ilustração dos sistemas estáticos incorporados na base de resultados experimentais.



Fonte: Autor (2019).

Destaca-se da base de dados construída o grande percentual de lajes unidirecionais com vão simplesmente apoiado (38,63%), e de testes em lajes unidirecionais com algum grau de restrição no apoio próximo da região solicitada (23,05% = ES-CS). As lajes em balanço constituem 15,26% dos modelos experimentais. Dos 32 ensaios em lajes bidirecionais, 19 foram realizados com cargas mais próximas de um dos apoios, enquanto os demais foram realizados com a carga centrada (caso típico de experimentos que avaliam a resistência à punção).

A base de dados conta ainda com 29 elementos com variação da espessura ao longo do vão, sendo 28 destes com lajes em balanço (REISSEN, 2016; RODRIGUES; FERNÁNDEZ RUIZ; MUTTONI, 2008; ROMBACH; LATTE, 2008, 2009; ROMBACH; HENZE, 2017; VIDA; HALVONIK; HALVONIK, 2018) e apenas 1 em laje simplesmente apoiada. Dos 642 experimentos, a base de dados inicial incorporou 16 ensaios de fadiga (NATÁRIO; FERNÁNDEZ RUIZ; MUTTONI, 2015). Outro caso de interesse em estudos de resistência à força cortante em lajes sem armadura transversal é o efeito da sobreposição de cargas próximas do apoio, apresentando neste quesito um total de 12 experimentos.

Os experimentos com continuidade da laje em um dos apoios representam 250 do total de ensaios reportados. Nas campanhas experimentais de Lantsoght (2013) e Reissen (2016) um elevado número de experimentos foi realizado com variações do grau de restrição do giro nos apoios, permitindo avaliar posteriormente o efeito do grau de restrição na resistência à força cortante destes elementos.

4.2.3 Seleção e Filtragem de resultados experimentais para avaliações posteriores

No intuito de eliminar interferência nos resultados e fornecer uma base de dados confiável para avaliação dos modelos de cálculo de resistência à força cortante e da largura colaborante os experimentos foram filtrados e eliminados de acordo com critérios baseados no trabalho de Reissen (2016). A seguir são apresentados os filtros principais para eliminação de experimentos (CR's):

- CR1: Informações essenciais como resistência à compressão do concreto ou taxa de armadura longitudinal não informadas;
- CR2: Lajes ou faixas de lajes pré-danificadas por ensaios anteriores;
- CR3: Lajes ou elementos avaliados à fadiga, que embora não sejam objeto de estudo nesta fase da pesquisa podem ser avaliados futuramente;
- CR4: Ensaios com informações da carga de ruptura ou modo de falha desconhecidos;

- CR5: Condições de contorno não especificadas claramente (grau de restrição no apoio desconhecido; tipo e geometria dos apoios não especificada; superposição de cargas próximas do apoio)
- CRF: critério geral de verificação se um ou mais critérios de eliminação não foram atendidos.

A Tabela 4.3 apresenta um resumo da primeira filtragem de experimentos de acordo com os critérios apresentados anteriormente. Observa-se desta forma que cerca de 26,17% dos experimentos foram eliminados da base de dados por não atenderem um ou mais critérios, restando 474/578 experimentos ao final desta etapa.

Tabela 4.3 – Resumo da filtragem de eliminação de experimentos.

	CR1	CR2	CR3	CR4	CR5	CRF
Nº Atendidos	642	578	626	614	555	474
Nº não atendidos	0	64	16	28	87	168
(%) não atendidos	0.00%	9.97%	2.49%	4.36%	13.55%	26.17%

Fonte: Autor (2019).

A base de dados remanescente (474 resultados experimentais) foi posteriormente filtrada e agrupada baseado nos critérios apresentados na Figura 4.4 e relacionados a resistência à compressão do concreto (kon1 e kon2), dimensões dos elementos ensaiados (kon3 e kon4) e relações do vão de cisalhamento-altura útil a/d (kon5, kon6 e kon61). Os valores limites de $a/d = 2,4$ e $a/d = 2,89$ foram sugeridos por Reineck, Kuchma e Fitik (2012) para delimitar os experimentos com significativa influência da transferência direta de cargas para o apoio por bielas de compressão ($a/d < 2,4$). Estes valores de relação a/d também servem para estimar os modelos experimentais que podem ter apresentado falha por tração diagonal (*tension-shear*) e por flexo-cortante (*flexure-shear*). A nomenclatura dos critérios, inicialmente propostas nas bases de dados de referência (REINECK et al., 2003, 2013; REISSEN; HEGGER, 2015b), foi mantida para facilitar a construção e organização da base dados construída. Algumas siglas foram utilizadas com base no seu significado em língua inglesa para facilitar a posterior comparação de resultados com outras publicações da área e redação de artigos.

Para avaliação da possibilidade de falha por flexão (kon9 e kon91) dos modelos experimentais ensaiados à força cortante foi calculada a resistência à flexão dos elementos baseado na formulação apresentada por Muttoni e Ruiz (2008). O momento fletor solicitante máximo foi calculado assumindo o comportamento dos elementos de lajes tal como os de vigas

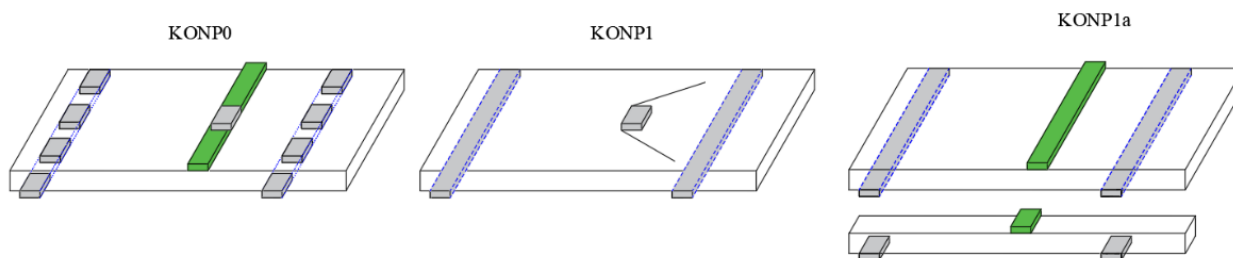
para o caso de elementos unidirecionais. No caso de lajes bidirecionais ou apoiadas sobre os quatro bordos (TWS) a laje foi simulada por meio de modelo numérico em elementos finitos de placa com comportamento elástico-lineares, por simplificação, e tomados os valores de máximo momento fletor solicitante nos modelos como referência. Além disso, todos os resultados tiveram o padrão de fissuração e a curva força-deslocamento, quando disponíveis, avaliados para verificar a possibilidade de falha ou influência do escoamento das armaduras na resistência à força cortante.

Após a aplicação de critérios de controle individuais (koni) os experimentos foram agrupados de acordo com grupos de interesse. Os principais grupos formados foram:

- KONP0: grupo destinado a avaliação mais geral dos experimentos, incluindo ensaios com elementos carregados e apoiados ou não em toda a sua largura. Os grupos KONP0a e KONP0b fazem referência aos grupos de experimentos solicitados ou não ao longo de toda a largura.
- KONP1: grupo destinado a avaliação dos modelos de cálculo da largura efetiva/colaborante na resistência à força cortante, baseado em ensaios cuja relação entre as dimensões da carga e da laje permitisse a propagação horizontal da força cortante em maior ou menor grau.
- KONP1a: grupo destinada a avaliação dos modelos de cálculo de resistência à força cortante, baseado em ensaios carregados e apoiados ao longo da maior parte da largura.

A Figura 4.2 ilustra estes grupos de critérios de acordo com a geometria do carregamento e do sistema de apoios. Observe que no grupo KONP1a foram utilizadas tanto faixas de laje ou vigas largas como lajes carregadas ao longo de toda a sua largura.

Figura 4.2 – Ilustração dos três principais grupos de experimentos da base de dados.



Fonte: Autor (2019).

Tabela 4.4 – Resultado da filtragem dos experimentos por critérios individuais.

Critério	Condição p/ satisfazer critério	Crit. Satisfeito		Crit. Viol.
		Nº	(%)	Nº
kon1	$f_{1c} = f_{c,cyl} \cdot 0.95 \geq 12MPa$	472	99.6%	2
kon2	$f_{c,cyl} \leq 100MPa$	474	100.0%	0
kon3	$b \geq 50 mm$	474	100.0%	0
kon4	$h \geq 70 mm$ ou $d / 0.9 \geq 70 mm$	474	100.0%	0
kon5	$a / d > 2.89$	282	59.5%	192
kon6	$2.4 < a / d \leq 2.89$	66	13.9%	408
kon61	$a / d \leq 2.4$	126	26.6%	348
kon7	$\rho_l \leq 0.030$	474	100.0%	0
kon8	Sem sinal de falha por flexão? $\omega_l \cdot \beta_{flex} < 0.40$ (altura da zona comprimida)	445	93.9%	29
kon9	Sem sinal de falha por flexão? $\beta_{flex} = M_{u,test} / M_{u,calc} < 1$	389	82.1%	85
kon91	Verificação mais detalhada para o modo de falha? $1 < \beta_{flex} < 1.10$	33	7.0%	441
kon10	Armadura nervurada?	458	96.6%	16
kon11	Sem falha de ancoragem?	474	100.0%	0
kon15	Outro modo de falha além de força cortante ou punção?	465	98.1%	9
kon17a	$b_{laje\ apoada} \geq \min \{ 0.9 \cdot b_{laje}; b_{laje} - h_{slab,sup} \}$	462	97.5%	12
kon18a	$l_{load} \geq \min \{ 0.9 \cdot b_{laje}; b_{laje} - h_{slab,load} \}$	192	40.5%	282
kon18b	$l_{load} \leq \min \{ 0.9 \cdot b_{laje}; b_{laje} - h_{slab,load} \}$	282	59.5%	192
kon19	$b / h \geq 1,0$	461	97.3%	13
kon 20	$b / d \geq 5$	283	59.7%	191

Fonte: Autor (2019).

As Tabela 4.4 e Tabela 4.5 apresentam os critérios individuais e grupos de critérios para construção dos grupos de análise da base de dados. Nas Tabela 4.4 e Tabela 4.5 também constam o número de resultados experimentais e respectivo percentual em relação ao total cujos critérios foram satisfeitos (Crit. Satisf.) ou violados (Crit. Viol.). Em relação às bases de dados de vigas (REINECK et al., 2003, 2013) observa-se que foram adicionados critérios relacionados

à dimensão apoiada das lajes e à dimensão da placa de introdução da carga (kon 17, kon18a e kon 18b). Estes critérios foram adotados baseados na publicação de Reissen e Hegger (2015b).

Da Tabela 4.4 merece nota o expressivo número de experimentos com relação $b/d \geq 5$ ($283 \cong 59,7\%$) e que se enquadram na geometria usada para definir os elementos lineares segundo a ABNT NBR 6118:2014. Entretanto, notou-se que no grupo de experimentos carregados ao longo de toda a largura (KONP1a = 154 experimentos), apenas um reduzido número de experimentos foi realizado com relação largura–altura útil da laje b/d superior a 5 (20 resultados experimentais). Este foi um dos motivos pelo qual o critério para avaliação dos elementos carregados ao longo de toda a largura foi flexibilizado para relação b/d maior que 1. Nos itens posteriores este critério foi avaliado para demonstrar se teria efeito significativo nas análises.

Tabela 4.5 – Resultado da filtragem dos experimentos por critérios coletivos.

Critério	Condição p/ satisfazer critério	Critério Satisfeito		Crit. Viol.
		Nº	(%)	Nº
KONP0	kon1 · kon3 · kon4 · kon8 · kon10 · kon11 · kon15 · kon19	351	74.1%	113
KONP0a	KONP0 · kon17 · kon18a	117	24.7%	357
KONP0b	KONP0 · kon17 · kon18b	234	49.4%	240
KONP10	KONP0 · kon5 ($a/d > 2.89$)	219	46.2%	255
KONP11	KONP0 · kon6 ($2.4 < a/d \leq 2.89$)	53	11.2%	421
KONP12	KONP0 · kon61 ($a/d \leq 2.4$)	79	16.7%	395
KONP1	KONP0 · kon17 · kon18b	194	40.9%	280
KONP2	KONP1 · kon5 ($a/d > 2.89$)	113	23.8%	361
KONP3	KONP1 · kon6 ($2.4 < a/d \leq 2.89$)	20	4.2%	454
KONP4	KONP1 · kon61 ($a/d \leq 2.4$)	61	12.9%	413
KONP1a	KONP0 · kon18a	154	32.5%	320
KONP1b	KONP0 · kon18b = KONP1	194	40.9%	280

Fonte: Autor (2019).

Da Tabela 4.5 destaca-se que um número expressivo de experimentos foi filtrado na formação do grupo KONP0 (113 resultados experimentais) por não atenderem algum critério como existir a possibilidade de falha por flexão nos modelos (85 experimentos). Além disso, pode-se destacar o pequeno número de experimentos no grupo KONP1 com relação a/d maior que 2,9 (114 resultados) quando comparado às bases de dados de vigas.

4.2.4 Base de dados após aplicação de filtros

A distribuição de experimentos de acordo com os filtros e critérios especificados no item anterior está apresentada na Tabela 4.6. Na mesma tabela pode-se observar também a distribuição dos experimentos de acordo com o sistema estático e com a relação do vão de cisalhamento - altura útil a/d . Da base de dados KONP0 (351 experimentos) destaca-se que quase metade dos experimentos foram realizados com elementos simplesmente apoiados (SS - 162 experimentos $\hat{=}$ 46,15%).

Do grupo KONP0 observou-se ainda que, no caso dos experimentos realizados com lajes e faixas de lajes com continuidade sobre um dos apoios, houve distribuições semelhantes de experimentos com a carga mais próxima do apoio com restrição ao giro (60 experimentos $\hat{=}$ 17,09%) e com a carga mais próxima do apoio simples (54 experimentos $\hat{=}$ 15,38%).

Tabela 4.6 - Distribuição dos experimentos de acordo com o sistema estático e relações a/d de acordo com o grupo de interessa da base de dados.

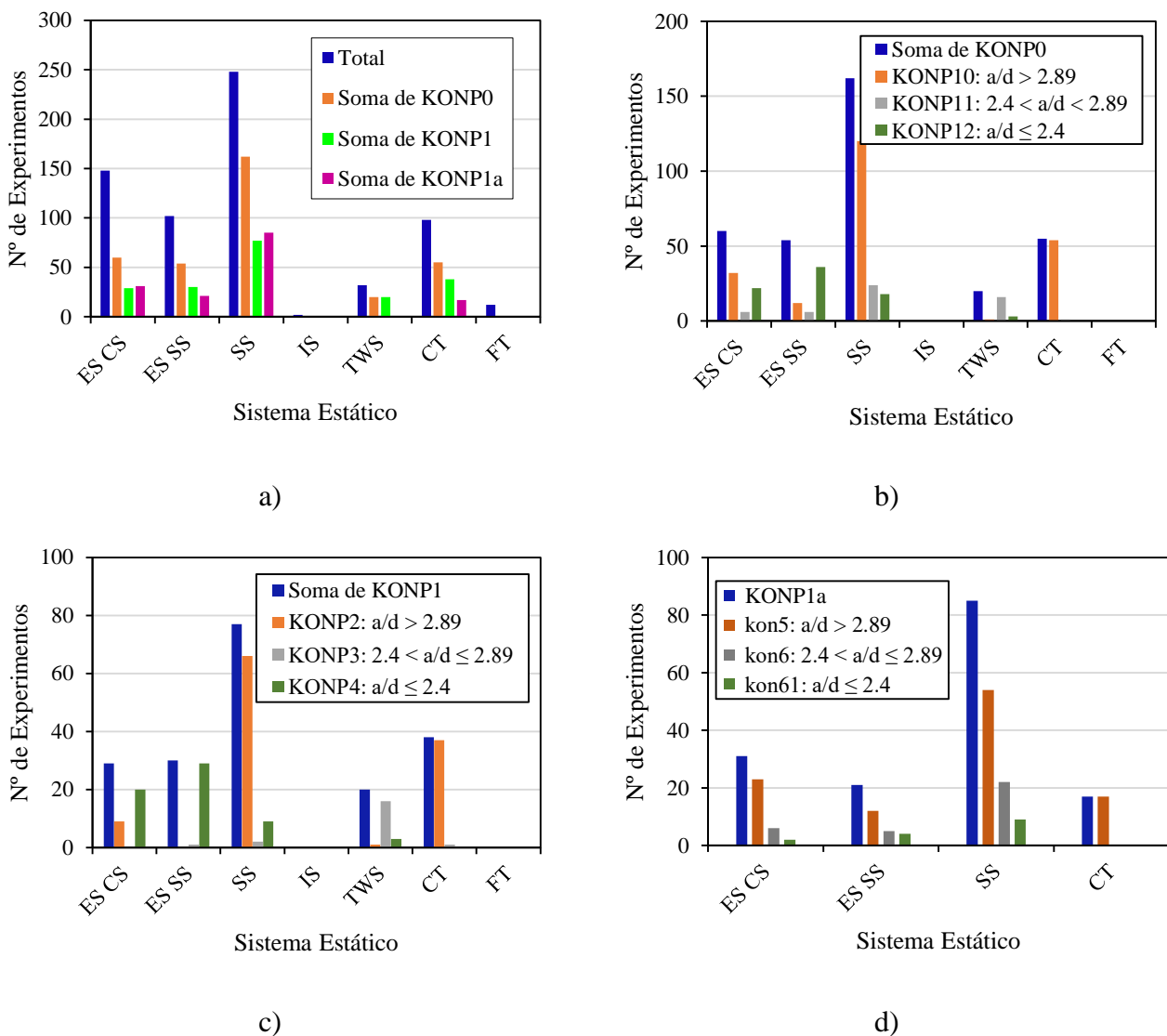
Grupo	Static System (Sistema Estático)							Total Geral
	ES CS	ES SS	SS	IS	TWS	CT	FT	
	end span (load at continuous support)	end span (load at simple support)	single span	interior span	two way slab	cantilever	footing	
BASE INICIAL	148	102	248	2	32	98	12	642
KONP0: Grupo mais geral								
KONP0	60	54	162	0	20	55	0	351
KONP10: $a/d > 2.89$	32	12	120	0	1	54	0	219
KONP11: $2.4 < a/d < 2.89$	6	6	24	0	16	1	0	53
KONP12: $a/d \leq 2.4$	22	36	18	0	3	0	0	79
KONP1: 193 experimentos (avaliação do modelo de largura colaborante b_{eff})								
KONP1	29	30	77	0	20	38	0	194
KONP2: $a/d > 2.89$	9	0	66	0	1	37	0	113
KONP3: $2.4 < a/d \leq 2.89$	0	1	2	0	16	1	0	20
KONP4: $a/d \leq 2.4$	20	29	9	0	3	0	0	61
KONP1a: 163 experimentos (avaliação do modelo de resistência à força cortante)								
KONP1a	31	21	85	-	-	17	-	154
kon5: $a/d > 2.89$	23	12	54	-	-	17	-	106
kon6: $2.4 < a/d \leq 2.89$	6	5	22	-	-	0	-	33
kon61: $a/d \leq 2.4$	2	4	9	-	-	0	-	15

Fonte: Autor (2019).

Em relação à base de dados de Reissen (2016) destaca-se: (i) o maior número de experimentos incluídos na base de dados com alguma continuidade da laje sobre um dos apoios, (ii) a presença de experimentos em lajes apoiadas nos 4 bordos, (iii) a inclusão de um maior número de experimentos com cargas aplicadas ao longo de toda a largura, permitindo uma avaliação mais consistente dos modelos semi-empíricos e mecânicos de resistência à força cortante.

A Figura 4.3 ilustra a distribuição de resultados experimentais nos grupos KONP0, KONP1 e KONP1a de acordo com o sistema estático (Figura 4.3a), enquanto as demais figuras apresentam a distribuição de resultados experimentais em cada um desses grupos de acordo com as faixas de relações vão de cisalhamento - altura útil a/d (Figura 4.3b,c,d). A legenda dos sistemas estáticos está disponível na Tabela 4.2.

Figura 4.3 - Distribuição gráfica dos experimentos de acordo com o sistema estático e relações a/d de acordo com o grupo de interesse da base de dados: a) Base Inicial; b) Grupo KONP0; c) Grupo KONP1; d) Grupo KONP1a.



Fonte: Autor 2019).

O grupo de dados KONP1 usado para avaliação dos modelos de cálculo de largura colaborante na resistência à força cortante dispõe de 194 experimentos. Destes experimentos a

maior parcela é de modelos com vão simplesmente apoiado (77 experimentos $\hat{=}$ ⁴ 39,7%), seguido de lajes de extremidade ou com continuidade em um sobre um dos apoios (59 experimentos $\hat{=}$ 30,4%) e de lajes em balanço (38 experimentos $\hat{=}$ 19,5%). Do grupo KONP1 a maior parcela de ensaios (113 experimentos $\hat{=}$ 58,2%) é referente à grandes relações a/d ($a/d \geq 2,89$), com apenas 20 experimentos (10,2 %) na faixas de relações $2.4 < a/d \leq 2.89$ e 61 experimentos com relação $a/d < 2,4$.

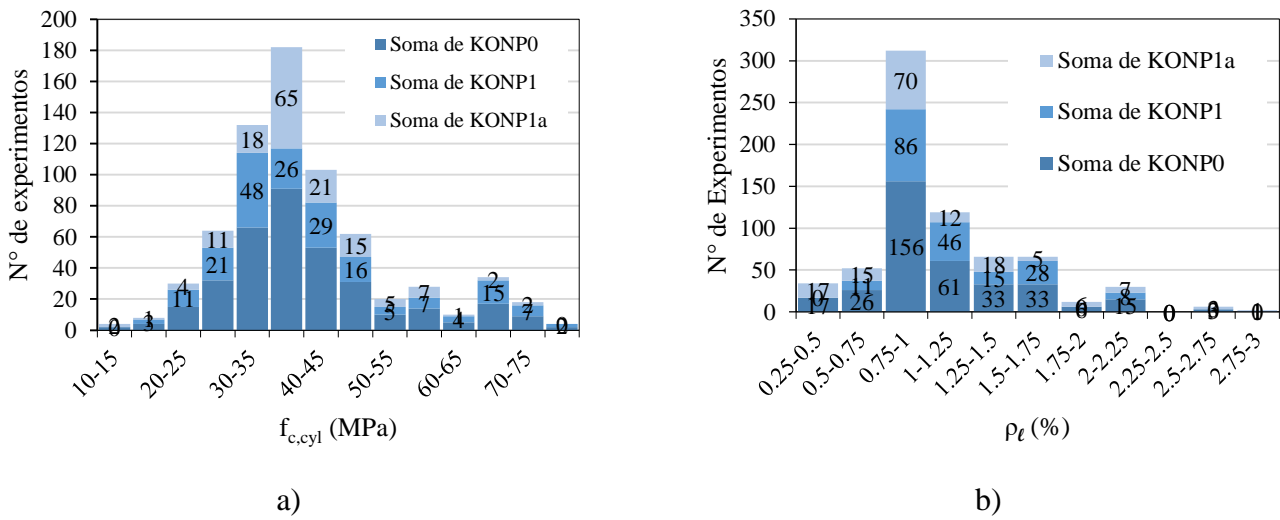
A base de dados KONP1a, com elementos solicitados ao longo de toda ou quase toda a largura foi utilizada posteriormente para avaliação isolada dos modelos de cálculo de resistência à força cortante. A base de dados KONP1a conta com 154 experimentos, dos quais a maior parcela é referente à experimentos com vãos simplesmente apoiados (85 experimentos 55,19%) e com relações $a/d \geq 2,89$ (54 experimentos $\hat{=}$ 35,1%). Do grupo de dados KONP1a merece ressaltar o pequeno número de ensaios com relações $a/d \leq 2.4$ (15 experimentos $\hat{=}$ 9,7%). Além disso, os experimentos com valores médios de relação a/d (33 experimentos $\hat{=}$ 21,4%) correspondem em quase sua totalidade a experimentos sob vãos simplesmente apoiados.

No intuito de prover uma visão geral da distribuição dos experimentos de acordo com alguns dos principais parâmetros influentes na resistência à força cortante as Figura 4.4, Figura 4.5 e Figura 4.6 apresentam o número de experimentos nos grupos KONP0, KONP1 e KONP1a de acordo com a resistência à compressão do concreto, taxa geométrica de armadura, espessura dos elementos h_{sup} , relação a_v/d , largura dos elementos b e relação largura - altura útil b/d . Na prática o grupo P0-(P1+P1a) refere-se ao grupo de experimentos não apoiados ao longo de toda a sua largura (ver critério kon17).

Da Figura 4.4 merece destacar a concentração de experimentos do grupo KONP0 na faixa de resistências do grupo ou classe I prescrito pela ABNT NBR 6118:2014 ($20MPa \leq f_{c,cyl} \leq 50MPa$ - 288 experimentos $\hat{=}$ 82,1%), seguido de 57 experimentos (16,2%) no grupo II, ou seja, com resistências à compressão do concreto entre 50 MPa e 90 MPa (concretos de alta resistência). Atualmente pode-se estimar que os concreto mais utilizados em tabuleiros de pontes situam-se na faixa entre 30 MPa e 50 MPa, principalmente por questões de durabilidade das estruturas. Não raramente, entretanto, é comum encontrar resistências de concreto superiores a 50 MPa em virtude do ganho de resistência ao longo do tempo de estruturas mais antigas (Reissen, 2016).

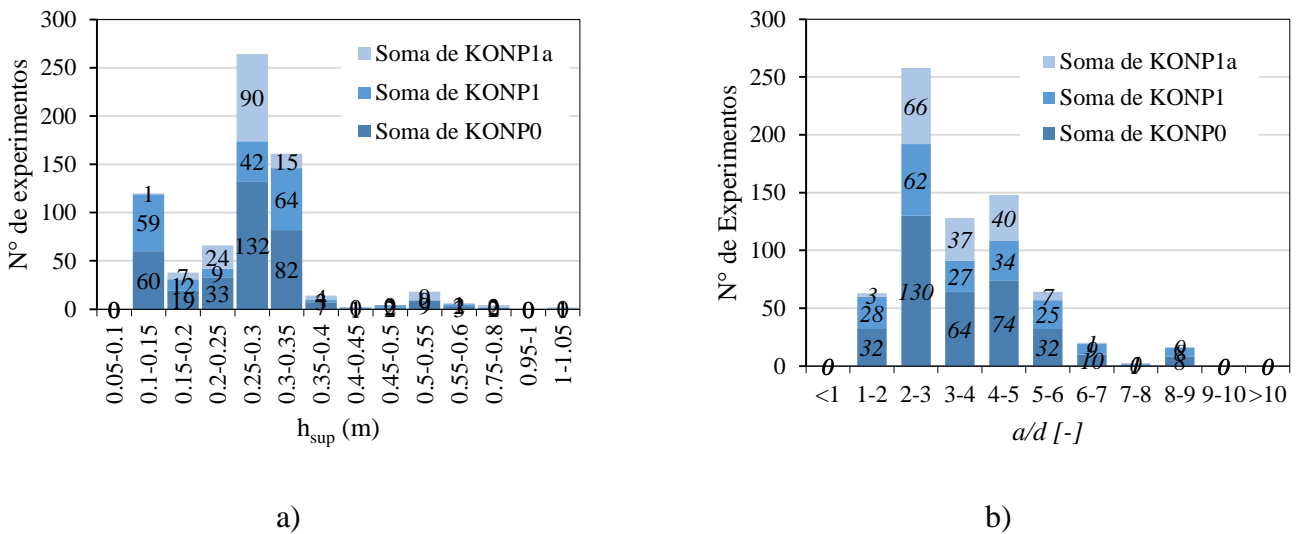
⁴: símbolo utilizado para representar equivalência em percentual ao número mencionado anteriormente.

Figura 4.4 - Distribuição dos experimentos nos grupos P0, P1 e P1a de acordo com a) resistência à compressão do concreto e b) taxa de armadura longitudinal.



Fonte: Autor (2019).

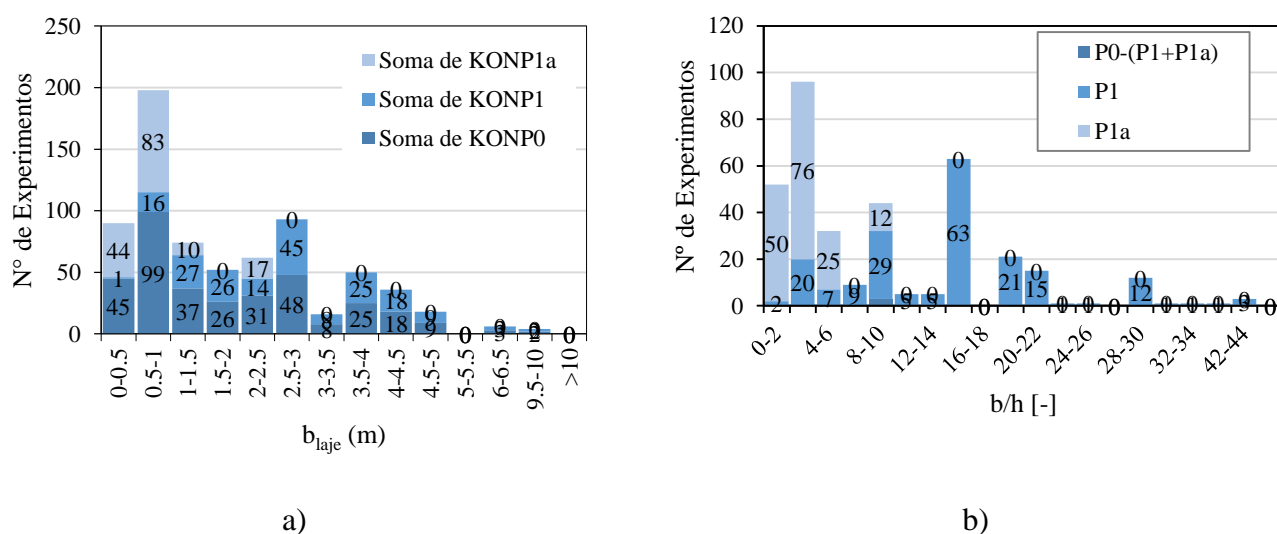
Figura 4.5 - Distribuição dos experimentos nos grupos P0, P1 e P1a de acordo com a) espessura dos elementos h_{sup} e b) relação vão de cisalhamento – altura útil a/d .



Fonte: Autor (2019).

Como a maioria dos experimentos foram realizados com ênfase na resistência à força cortante ou resistência à punção dos elementos, é justificável a grande concentração de experimentos em faixas mais elevadas de taxas de armadura (>0.75%) no intuito de evitar eventuais falhas por flexão.

Figura 4.6 - Distribuição dos experimentos nos grupos P0, P1 e P1a de acordo com a) largura dos elementos b e b) relação entre as dimensões do elemento b/h .



Fonte: Autor (2019).

Na prática de projetos brasileira a espessura de tabuleiros de pontes situa-se entre 25 cm e 35 cm. Nesta faixa de espessuras o grupo KONP0 apresenta a maior concentração de experimentos (214 experimentos = 61,0%). Vale salientar que na prática de projetos europeu é comum o uso de sistemas estruturais de pontes integrais com tabuleiros unidirecionais sem longarinas (“pontes de laje” na nomenclatura brasileira), resultando não raramente em espessuras de tabuleiros superiores a 50 cm (Lantsoght, 2013). Desta forma destaca-se o desafio de avaliar o efeito de escala destas estruturas pela dificuldade de reprodução de experimentos em laboratório nesta faixa de espessuras. Dentre os trabalhos mais notáveis pela reprodução de experimentos com espessuras elevadas podem-se citar Lubell (2006) e Sherwood (2008).

A relação vão de cisalhamento-altura útil a/d apresentou grande concentração de experimentos na faixa entre 2 e 3 (130 experimentos $\hat{=}$ 38,7% no grupo KONP0). No caso dos experimentos realizados com relações a/d menores que 2 (32 exp. 9,1% no grupo KONP0) estes têm forte influência da transferência direta de parcela da carga para os apoios e de modos de falha por tração diagonal do concreto. Nos estudos com relações a/d maiores que 5 geralmente os experimentos avaliaram a resistência a punção das lajes, apresentando maior frequência deste modo de falha nestes modelos.

4.2.5 Organização de acordo com o modo de falha dos modelos

No trabalho de Lantsoght et al. (2015d) foi apresentado o nível de precisão dos modelos de cálculo de resistência à força cortante em elementos lineares e de punção preconizados pelo

Eurocode 2:2005 para uma base de dados de 118 experimentos (após filtragem e seleção dos dados) de acordo com o modo de falha dos experimentos. Baseado no trabalho de Lantsoght et al. (2015d) e de acordo com base de resultados experimentais construída nesta pesquisa foram analisados os modos de falha para um total de 642 experimentos (474 após filtragem).

A apresenta a descrição dos modos de falha descritos nos trabalhos originais ou em outras bases de dados. Na série de experimentos de Lantsoght (2013) foi dada a seguinte nomenclatura para os modos de falha:

Sigla	Descrição do modo de falha
WB	Falha como viga larga em cisalhamento com fissuras inclinadas em relação ao eixo do vão longitudinal, típico quando a largura colaborante à forma cortante é menor que a largura das lajes;
B'	Falha como viga e com a fissura crítica de cisalhamento distante do apoio, tipicamente entre a carga concentrada e a linha de carga (carga distribuída) na segunda série de experimentos de Lantsoght (2013);
B	Falha como viga em cisalhamento com a fissura crítica visível na face lateral da laje/faixa de laje na região entre o apoio e a carga concentrada. Este tipo de fissuração é típico no caso de mobilização de toda a largura da laje na resistência à força cortante;
SF	Falha na região do apoio por punção ou esmagamento da região do apoio
A	Falha da ancoragem das armaduras.
P	Falha típica de punção com desenvolvimento de uma superfície cônica na região inferior da laje

Na base de dados de Lantsoght et al. (2015d) são descritos ainda os seguintes modos de falha para os experimentos coletados na literatura (não incluem a série de experimentos de 2013):

Sigla	Descrição do modo de falha
other	Quando o modo de falha não está claro pela influência de danos pré-existentes nos elementos ou como nos casos de ensaios por fadiga;
Nn	Fotos ou esquemas de fissuração não disponíveis

Nos experimentos descritos com grande escoamento da armadura anterior à falha foi atribuído a descrição:

Sigla	Descrição do modo de falha
F	Influência significativa da flexão na falha, geralmente identificada pelo grande escoamento da armadura quando a análise experimental dispunha de instrumentação das armaduras ou pela curva carga x deslocamento do atuador.

Na prática dois ou mais modos de falha podem estar associados simultaneamente devido à complexidade dos mecanismos de resistência mobilizados na ruptura. A Tabela 4.7 apresenta a distribuição do modo de falha descrito nos trabalhos originais ou em bases de dados de acordo com os grupos de interesse nesta pesquisa (P0, P1, P1a).

Tabela 4.7: Distribuição dos modos de falha relatados nos trabalhos originais ou em outras bases de dados de acordo com os grupos de análise da base de dados construída.

Modo	Número de Experimentos			
	Base Inicial	P0	P1	P1a
B	73	62	2	60
B'	1	0	0	0
DT	12	0	0	0
F	2	0	0	0
F+P	10	0	0	0
nn	28	0	0	0
Other	8	0	0	0
P	63	41	41	0
WB	281	187	105	82
WB+(B)	1	0	0	0
WB+B	83	38	24	11
WB+B'	3	0	0	0
WB+B+B'	4	0	0	0
WB+F	3	0	0	0
WB+P	30	14	14	0
WB+P+B	22	9	8	1
WB+P+B+A	1	0	0	0
WB+B+S	12	0	0	0
WB+S	5	0	0	0
Total Geral	642	351	194	154

Fonte: Autor (2019).

Na Tabela 4.8 apresenta-se a distribuição dos modos de falha dos experimentos de acordo com a aplicação dos critérios de filtragem e seleção dos experimentos. Nestes critérios foram: (i) agrupados os modos de falha com influência da flexão, falha no apoio e na ancoragem na categoria “outros” e (ii) consideradas as falhas como vigas largas de acordo com a largura do elemento em relação a largura da carga (ver kon17).

A falha como viga “B” foi considerada quando a largura da laje fosse menor que a largura efetiva determinada pelo método francês (propagação horizontal da carga em ângulo de

45° a partir da face posterior da carga), ou seja, quando houvesse grande probabilidade de mobilização de toda a largura da laje. A falha como viga larga (*wide beam* – *WB*) foi atribuída aos experimentos sem falha por punção e com largura da laje b_{laje} menor que a largura da área de introdução da carga.

A falha por punção “P” ou influência da punção foi condicionada às imagens de ensaios com padrão de fissuração caracterizado pela grande densidade de fissuras inclinadas em relação ao vão de cisalhamento nas regiões anterior e posterior da carga.

Tabela 4.8: Distribuição dos modos de falha nos grupos da base de dados (P0, P1 e P1a) após análise filtragem e seleção dos modos de falha.

Modo Simp.	Número de Experimentos			
	Base Inicial	P0	P1	P1a
WB+P+B	2	2	2	0
WB	201	102	98	1
P	51	35	35	0
WB+P	49	20	20	0
other	88	0	0	0
B	206	161	8	153
WB+B	45	31	31	0
Total Geral	642	351	194	154

Fonte: Autor (2019).

Da Tabela 4.8 merecem nota: (i) 35 experimentos com falha por punção P identificada no grupo P1 (18,0% de P1); (ii) 98 experimentos apresentando falha como viga larga WB (50,5% de P1) e (iii) 20 experimentos com modo de falha combinado de punção P com o de vigas largas WB (10,3% de P1). Estes experimentos podem ser considerados os mais adequados à investigação da zona de transição entre a falha como vigas largas WB e a falha por punção P.

4.3 Análise de parâmetros influentes na resistência a força cortante de acordo com a base de resultados experimentais

Os desenvolvimentos desta subseção seguem a estrutura do trabalho de Reissen (2016) incorporando, quando possível, os resultados obtidos nos trabalhos mais recentes (2016-2018). A base de dados utilizada para avaliação dos parâmetros influentes na resistência à força cortante é o grupo KONP0. No intuito de eliminar a superposição de efeitos de diferentes parâmetros, as análises foram realizadas agrupando experimentos onde apenas o parâmetro avaliado foi variado.

Baseado na formulação do Eurocode 2: 2005, a resistência à força cortante $V_{exp,b}$ foi normalizada pela raiz cúbica da resistência à compressão do concreto medida em corpos de prova cilíndricos ($f_c^{1/3}$). Este procedimento foi utilizado no intuito de reduzir o efeito da dispersão da resistência à compressão do concreto em modelos de um mesmo lote e foi verificado como adequado em outras publicações (ADAM; HERBRAND; CLASSEN, 2018; REISSEN, 2016). Procedimento análogo foi feito em relação a altura útil dos elementos “ d ” para reduzir o efeito de escala existente nos experimentos.

Nas análises realizadas com experimentos carregados em aproximadamente toda a largura (P1a) a resistência à força cortante $V_{exp,b}$ foi normalizada pela largura b_{laje} , uma vez que a distribuição de reações ao longo do apoio nestes casos tende a ser mais uniforme, permitindo a avaliação da tensão de cisalhamento nominal na ruptura. Entretanto, nos experimentos sem mobilização de toda a largura da laje ou não carregados ao longo da maior parcela de sua largura (KONP1) este procedimento não foi utilizado devido a distribuição não uniforme das reações ao longo do apoio.

No intuito de ilustrar melhor o efeito dos parâmetros analisados dentro de um determinado grupo de experimentos, os valores da resistência à força cortante avaliados foram conectados nos gráficos por linhas. Dependendo dos parâmetros analisados os experimentos foram agrupados de acordo com:

- Sistema estático e tipo de apoio: uma vez que a continuidade da laje influencia no estado de tensões dos elementos, em alguns casos foi especificado quando a carga estava situada próxima de apoio com continuidade (CS = *continuous support*), próxima de um apoio simples (SS = *simple support*), próxima do apoio de um vão em balanço (*cantilever*) ou quando se tratava de uma laje apoiada sobre todos os bordos (TWS – *two way span*);
- Relação a/d : uma vez que a relação do vão de cisalhamento pela altura útil a/d influencia no desenvolvimento de mecanismos adicionais de resistência à força cortante, como no caso da transferência direta da carga em direção ao apoio pelo mecanismo de bielas de compressão para relações $a/d < 2,4 \sim 2,5$.

A resistência a força cortante $V_{exp,b}$ dos experimentos da base de dados inclui a parcela proveniente da carga aplicada V_{Fu} (incluindo aqui o efeito de F_u e de eventuais forças de

restrição ao giro da laje f_{line}), a parcela de peso próprio v_g e a parcela proveniente de eventuais cargas lineares f_q ($v_{f,q,tot}$) através da seguinte expressão:

$$V_{exp,b} = V_{Fu,tot} + (v_g + v_{f,q,tot}) \cdot b_{laje} \quad (7.1)$$

Para o cálculo da parcela $V_{Fu,tot}$ foi considerado o grau de restrição ao giro da laje d_r nos apoios com continuidade proporcionado por forças externas f_{line} . Para o cálculo das parcelas de força cortante relacionadas ao peso próprio foi considerada a seção de projeto posicionada à distância $a/2$ do apoio.

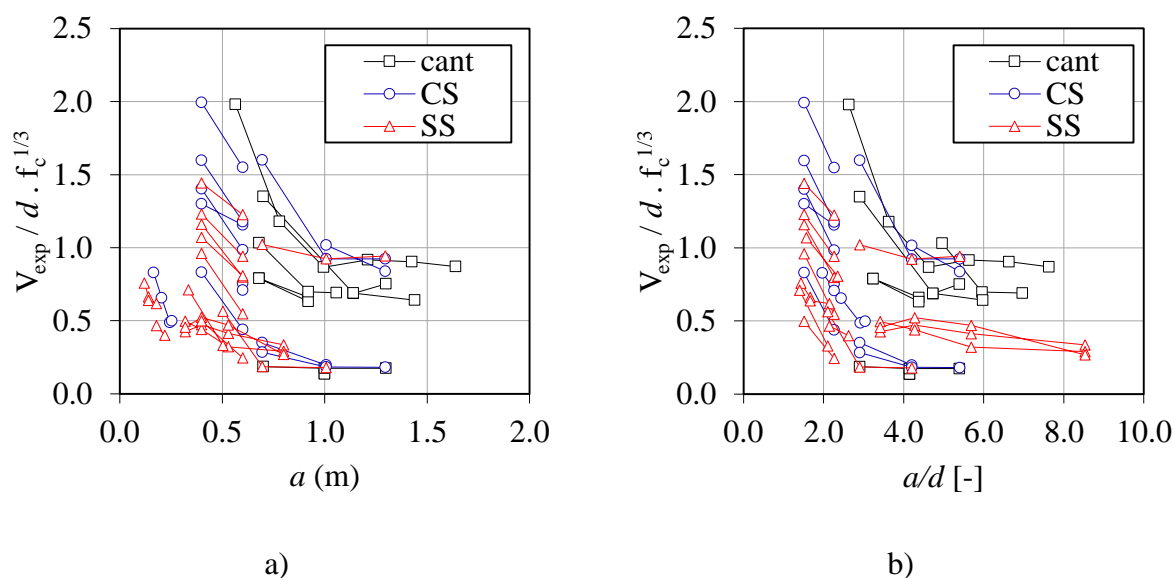
4.3.1 Influência do vão de cisalhamento a e relação a/d

Conforme destacado no Capítulo 2, os modelos mais usuais de definição da largura colaborante na resistência à força cortante sugerem aumento desta proporcional ao vão de cisalhamento a no caso de cargas parcialmente distribuídas próximas do apoio. Entretanto, com o aumento do vão de cisalhamento também crescem os esforços de flexão máximos nos elementos, sendo mais influentes as fissuras de flexão na resistência à força cortante. Este efeito redutor na resistência à força cortante é levado em consideração nos manuais e códigos de projeto do ACI 318:2014 e Model Code 2010 (*fib*,2012).

Por outro lado, para relações $a/d < 2,4 \sim 2,5$ é esperado que exista o desenvolvimento de bielas de compressão absorvendo diretamente parcela da força cortante proveniente da carga, motivo pelo qual códigos e manuais de projeto como o Model Code 2010 (*fib*,2012) e Eurocode 2 (CEN, 2005) permitem a redução da força cortante solicitante de projeto V_{Ed} no caso de cargas parcialmente distribuídas à distância $a_v \leq 2d$ do apoio, sendo a_v a distância entre faces de apoio e carga no vão de cisalhamento. Mas, segundo os modelos de propagação horizontal da força cortante uma menor relação a/d resultaria em menor largura colaborante na resistência à força cortante, motivo pelo qual poderia ser observada uma menor resistência à força cortante no caso de cargas mais próximas do apoio. Desta forma fica exemplificado um dos pontos de maior discussão a respeito da resistência à força cortante no caso de cargas parcialmente distribuídas próximas do apoio.

A Figura 4.7 apresenta graficamente o efeito do vão de cisalhamento a (Figura 4.7a) e da relação a/d (Figura 4.7b) na resistência à força cortante dos elementos da base de dados KONP0b (grupo P0 com experimentos não carregados em toda a sua largura) de acordo com o tipo de apoio mais próximo da carga (*simple support* = SS; *continuous support* = CS; *cantilever* = cant). Os resultados confirmaram verificações importantes da tese de Reissen (2016).

Figura 4.7: Efeito do: a) vão de cisalhamento a e b) da relação a/d na resistência à força cortante dos elementos do grupo P0b.



Fonte: Autor (2019).

Da Figura 4.7 observa-se que na maioria dos experimentos reportados houve aumento da resistência à força cortante com a redução do vão de cisalhamento a e da relação a/d . Este resultado pode ser atribuído ao desenvolvimento de bielas de compressão entre a carga e o apoio, uma vez que poderia ser esperado uma menor resistência em virtude da largura colaborante reduzida. Este aumento da resistência à força cortante com a redução da relação a/d também pode ser associado ao tipo de falha dos elementos. Embora na base de dados não tenha sido detalhado se os elementos apresentaram ruptura por tração diagonal (*tension shear*) ou ruptura por flexo-cortante (*flexure-shear*), é esperado que nos elementos solicitados com relação $a/d < 2,4$ o modo de falha seja mais próximo da tração diagonal do concreto e, portanto, com maior capacidade de carga em virtude da menor influência das fissuras de flexão sobre as bielas de compressão.

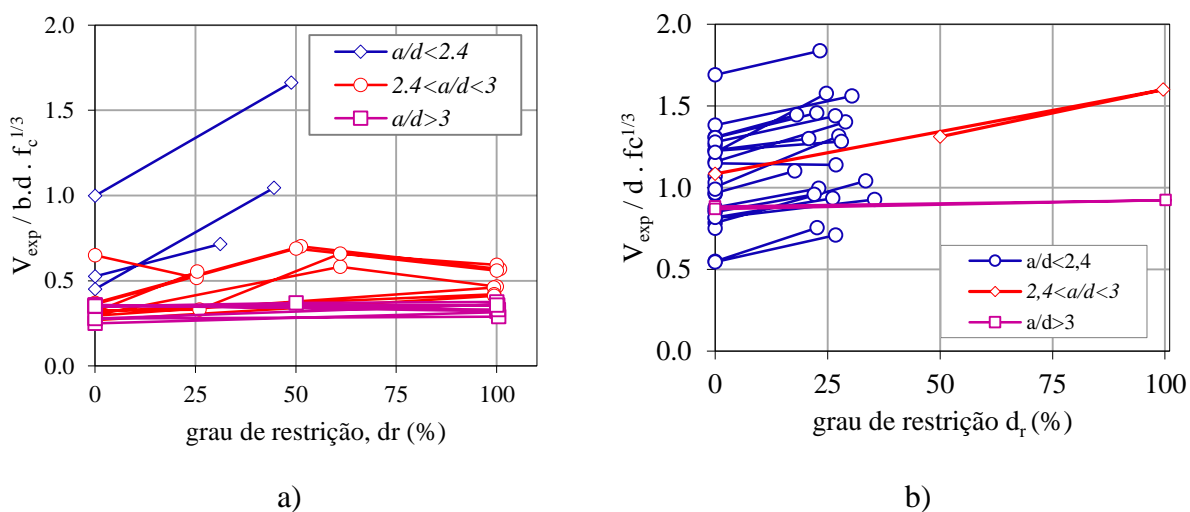
Como as tensões de cisalhamento resistentes oriundas da força cortante não puderam ser avaliadas nesta análise e a resistência à força cortante decresceu com o aumento da relação a/d , a abordagem do aumento da largura colaborante com o aumento da relação a/d não pôde ser confirmada. Nesta análise as tensões de cisalhamento não foram estimadas porque os resultados experimentais são de lajes sujeitas às cargas parcialmente distribuídas nas quais nem toda a largura dos modelos foi mobilizada, ou seja, com distribuição não uniforme das reações ao longo do apoio. Para se estimar as tensões de cisalhamento nesta análise teria de se admitir algum modelo de largura colaborante, mas que poderia conduzir a conclusões pouco sólidas.

4.3.2 Efeito do grau de restrição ao giro da laje nos apoios

A Figura 4.8 apresenta o efeito do grau de restrição ao giro d_r nas lajes com continuidade sobre um dos apoios de acordo com o a relação a/d , tanto para as faixas de laje carregadas ao longo de toda a sua largura (P0a - Figura 4.8a) quando para as lajes solicitadas por cargas parcialmente distribuídas (P0b - Figura 4.8b). Nas Figura 4.9 e Figura 4.10 apresentam-se os efeitos da relação $\max(a_1; a_2)/d$ e da relação a_1/a_2 (item 2.7.5 do Capítulo 2), respectivamente, para os mesmos grupos de análise (P0a e P0b). Em relação aos resultados apresentados por Reissen (2016), em análise semelhante, este trabalho incorpora uma maior quantidade de experimentos carregados ao longo de toda a sua largura. (ADAM; HERBRAND; CLASSEN, 2018; ADAM; REISSEN; HEGGER, 2018).

Os resultados obtidos neste item confirmam as verificações de Reissen (2016). Na Figura 4.8a observa-se que, para relações a/d superiores a 2,4, a correlação entre o grau de restrição e a resistência à força cortante não ficou bem definida. Este resultado era esperado em virtude da maior influência das fissuras de flexão nestes modelos, o que está associado à transição das falhas por tração diagonal do concreto para falhas por flexo-cortante. Por outro lado, ao se analisar a Figura 4.9a,b observa-se mais nitidamente a redução da resistência à força cortante com o aumento da relação $\max(a_1; a_2)/d$.

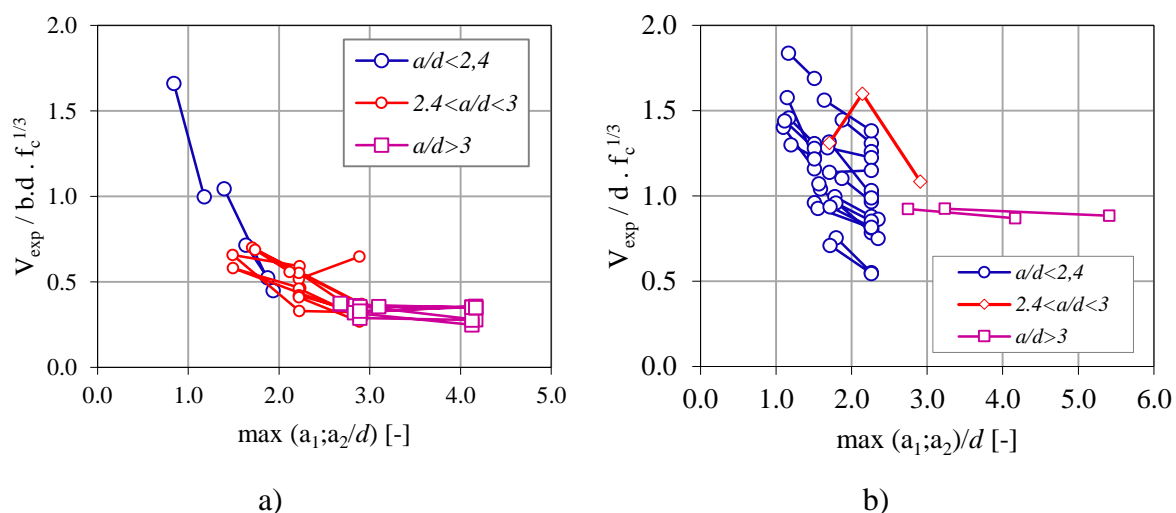
Figura 4.8: Resistência à força cortante em função do grau de restrição ao giro da laje sobre um dos apoios d_r : a) para experimentos em faixas de laje com a carga ao longo de toda a sua largura (P0a) e b) para experimentos com cargas concentradas (P0b).



Fonte: Autor (2019).

Da Figura 4.8a observa-se ainda que para relações a/d maiores que 3 o aumento no grau de engastamento não produziu aumento significativo na resistência à força cortante dos elementos nos grupos P0a e P0b, provavelmente em virtude da maior influência das fissuras de flexão nesta faixa de relações a/d . Entretanto, foi observado ganho de resistência significativo com o aumento do grau de engastamento para relações a/d menores que 2,4 em ambos os grupos P0a e P0b (Figura 4.8). Este comportamento pode ser relacionado com a maior influência da transferência direta de cargas para o apoio por bielas de compressão no caso de relações $a/d < 2,4$.

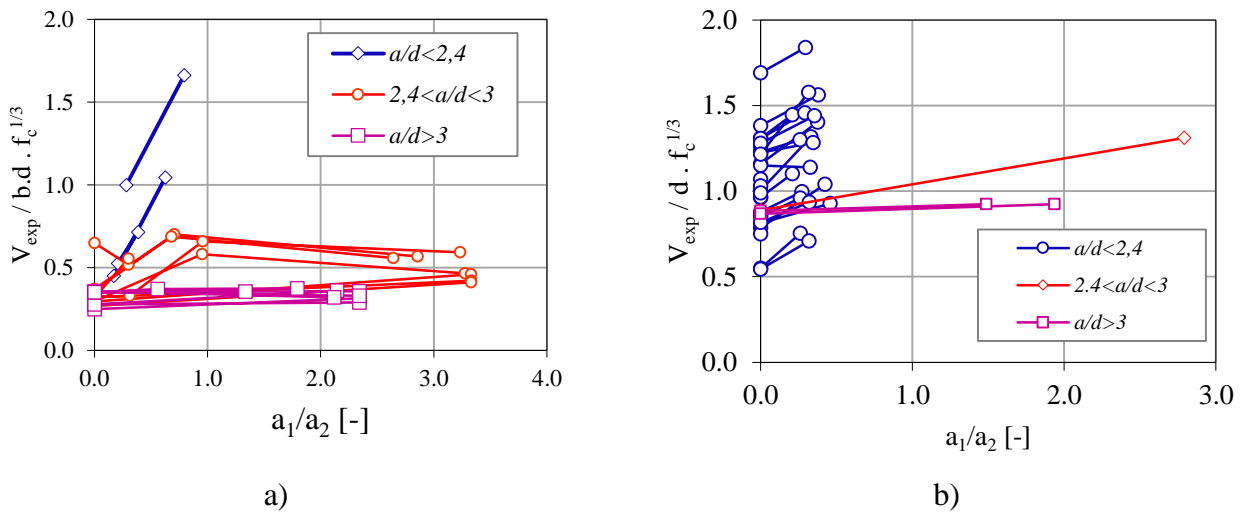
Figura 4.9: Resistência à força cortante normalizada em função da relação $\max(a_1; a_2)/d$ a) para faixas de lajes carregadas ao longo de toda a sua largura (P0a); e b) e lajes com cargas concentradas (P0b).



Fonte: Autor (2019).

Como para relações $a/d < 2,4$ existe uma menor influência das fissuras de flexão sobre as bielas de compressão (ruptura por tração diagonal), o ganho de resistência à força cortante pelo alívio de tensões de compressão próximo do apoio pelo momento negativo passa a ser mais significativo. Entretanto, como maiores tensões de compressão no banzo comprimido da seção melhora a resistência à força cortante da região, poderia ser esperada uma menor contribuição desta região na resistência à força cortante pelo alívio das tensões devido ao momento fletor negativo. Por esta razão, deve-se sempre levar em consideração as fissuras de flexão e a transferência direta de carga para o apoio pela maior influência na resistência à força cortante dos elementos.

Figura 4.10 - Resistência à força cortante normalizada em função da relação a_1/a_2 a) para faixas de lajes carregadas ao longo de toda a sua largura (P0a); e b) e lajes sujeitas às cargas parcialmente distribuídas (P0b).



Fonte: Autor (2019).

A correlação mais clara entre a resistência à força cortante dos experimentos carregados ao longo de toda a largura com a relação $\max(a_1; a_2) / d$ do que com o grau de restrição d_r , Figura 4.8a e Figura 4.9a, indica uma melhor correlação da resistência à força cortante com o vão de cisalhamento definido pela distância entre os pontos de momento fletor nulo e máximo na região de continuidade.

Na Figura 4.10 observa-se um comportamento similar da resistência à força cortante com a relação a_1/a_2 quando comparado aos resultados obtidos pela correlação com o grau de restrição da laje sobre o apoio d_r (Figura 4.8). Desta forma fica ainda mais clara a melhor correlação dos resultados com a relação $\max(a_1; a_2) / d$ do que pela simples relação geométrica entre os momentos fletores positivo e negativo na região de continuidade.

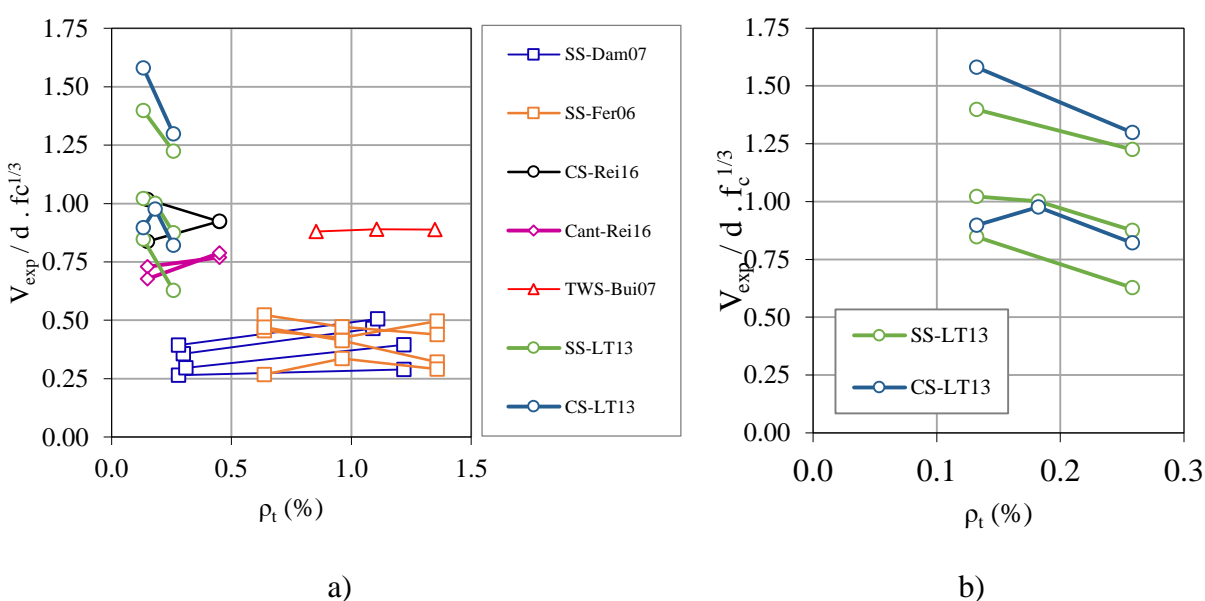
4.3.6 Influência da taxa de armadura de flexão transversal

Lantsoght (2013) e Reissen (2016) apontam que, embora a taxa de armadura transversal não seja levada em consideração nos modelos de resistência à força cortante unidirecionais, esta poderia estar associada a melhor propagação horizontal da carga e, portanto, maiores larguras efetivas na resistência à força cortante.

Na Figura 4.11 é apresentado o efeito da taxa de armadura de flexão transversal na resistência à força cortante unidirecional das lajes sujeitas às cargas parcialmente distribuídas. Da Figura 4.11 não observou-se de forma clara aumento significativo na resistência à força

cortante das lajes com maiores taxas de armadura de flexão transversal, confirmando resultados de outras publicações (REISSEN, 2016; LANTSOGHT, 2013). Em relação às publicações anteriores esta análise incorporou alguns resultados de lajes sujeitas às cargas parcialmente distribuídas apoiadas nos 4 bordos (TWS - BUI et al., 2017b), nos quais também não foi verificada influência deste parâmetros na resistência à força cortante das lajes.

Figura 4.11: Influência da taxa de armadura transversal na resistência à força cortante normalizada para os experimentos a) do grupo P0b e b) grupo de experimentos de Lantsoght (2013) em detalhe.



Fonte: Autor (2019).

Nos experimentos de Damasceno (2007) e Ferreira (2006) a grande variabilidade de comportamentos limita afirmações mais seguras sobre alguma tendência. Além disso, estes experimentos apresentaram falha característica de punção pela formação de cones parciais de ruptura, o que pode ter influenciado os resultados. Nos experimentos em lajes bidirecionais de Bui et al. (2017c) seria ainda mais lógico se pensar que, devido a maior mobilização bidirecional neste tipo de laje, uma maior taxa de armadura de flexão transversal poderia induzir maiores resistências. Entretanto, este comportamento também não foi confirmado. Nos experimentos de Bui et al. (2017c) observou-se que o padrão de fissuração dos modelos indicou fissuras curvas próximas da região do apoio, podendo-se associar estas fissuras à uma forma de ruptura mais próxima da punção.

Na série de experimentos de Lantsoght (2013) observou-se uma maior tendência de redução da resistência à força cortante com o aumento da taxa de armadura transversal. Nestes

experimentos foi identificado um padrão de fissuração que indicava distribuição mais uniforme da carga ao longo do apoio para maiores taxas de armadura. Entretanto, independente de ρ_t a maior parte das lajes ensaiadas por Lantsoght (2013) apresentaram fissura crítica de cisalhamento característica de vigas nas laterais da laje, indicando mobilização integral da largura das lajes na resistência à força cortante. Além disso, nos experimentos analisados de Lantsoght (2013) com variação de ρ_t estes apresentaram grande variação da resistência à compressão, com as maiores resistências (ruptura mais frágil) nos experimentos com maior taxa de armadura de flexão transversal.

Em modelos numéricos em elementos finitos (REISSEN; HEGGER, 2013b) ficou clara uma distribuição mais regular da carga ao longo do apoio para maiores taxas de armadura em lajes unidirecionais e aumento na resistência à força cortante unidirecional. No caso de lajes apoiadas sobre os quatro bordos (NANA et al., 2017) também foi verificado em modelos numéricos um aumento da resistência à força cortante com acréscimos nas taxas de armadura de flexão transversal. Desta forma, atribui-se os resultados pouco claros nos experimentos analisados à grande complexidade dos mecanismos de resistência envolvidos neste tipo de solicitação, motivo pelo qual são inviáveis afirmações mais seguras.

4.4 Avaliação de abordagens de resistência à força cortante em pontes

4.4.1 Considerações iniciais

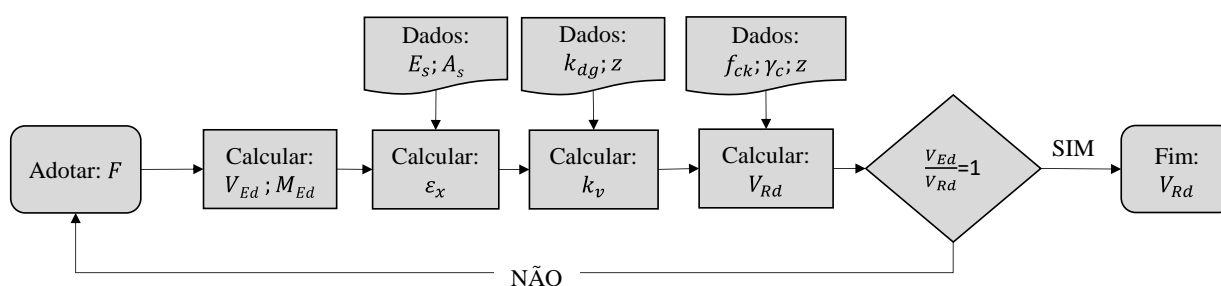
Neste item os resultados da base de dados foram analisados de acordo com diferentes modelos de resistência à força cortante e de largura colaborante. Para analisar o nível de acurácia e precisão dos modelos de resistência à força cortante e abordagens de largura colaborante os resultados foram avaliados em termos da razão entre a resistência à força cortante experimental e calculada (V_{exp} / V_{calc}). Os resultados foram agrupados ou filtrados, principalmente, de acordo com: (i) sistema estático dos experimentos e (ii) relação a/d para identificar experimentos com influência da transferência direta de cargas para o apoio. Os coeficientes de ponderação como γ_c assumiram valores unitários e foram utilizadas as propriedades medidas dos materiais nos respectivos modelos de resistência à força cortante.

No modelo de cálculo do EN 1992-1-1:2005 (Eurocode:2005) foi utilizado o valor de $C_{Rd,c}=0,18$, recomendado no respectivo código. Outro ponto que merece ser destacado é a importância da seção de cálculo dos esforços solicitantes M_{Ed} e V_{Ed} nos manuais de projeto, uma vez que geralmente é recomendado definir a seção de cálculo dos esforços internos ou das deformações de referência ϵ_x a partir da seção de maiores esforços internos (Model Code 2010,

SAI 262:2013). Entretanto, como a largura colaborante é quase sempre definida próxima do apoio também é usual encontrar publicações com cálculo dos esforços internos e das deformações da seção em posição mais próxima deste (DOORGEEST, 2012). Por esta razão os modelos de cálculo do Model Code 2010, do código Suíço e do ACI 318:2014 foram analisados considerando-se as duas abordagens mais tradicionais: (a) tomando os esforços internos M_{Ed} e V_{Ed} mais próximo do maior momento fletor e (b) tomando os esforços internos M_{Ed} e V_{Ed} sempre afastado do apoio.

Nos modelos de cálculo que apresentavam dependência de parâmetros como momentos fletores e força cortante na seção foi utilizado um procedimento iterativo para determinar a força fictícia que produzia força cortante igual a calculada nos mesmos, sendo este procedimento descrito em diversos trabalhos como o mais adequado para comparação de resultados experimentais com os teóricos (DOORGEEST, 2012; REISSEN, 2016; RTD 1016-3C:2017, 2017). Este procedimento se faz necessário porque alguns modelos baseiam-se na verificação da resistência à força cortante para uma dada solicitação conhecida. Entretanto, no caso de comparação de resultados teóricos e experimentais, a priori não é conhecida a força máxima de ensaio, que neste caso é variada no ensaio até a ruptura do modelo. Este procedimento está ilustrado na Figura 4.12 para o caso do modelo do Model Code 2010, mas é semelhante para os outros modelos como o do SIA 262:2013 e do ACI 318:2014.

Figura 4.12 – Procedimento iterativo para determinação da força cortante resistente para com o modelo do Model Code 2010.



Fonte: Autor: 2019.

No intuito de avaliar os modelos de resistência à força cortante sem a influência das diferentes abordagens de definição da largura efetiva inicialmente foram utilizados apenas os experimentos do grupo KONP1a (experimentos carregados ao longo de toda a largura). Em seguida, para avaliação das diferentes abordagens de definição da largura colaborante foi utilizado o grupo KONP1 (experimentos não solicitados em toda a largura). Para análise do

nível de precisão dos modelos e abordagens estudadas a relação $V_{\text{exp}} / V_{\text{calc}}$ foi avaliada em termos do valor médio (MED), valor mínimo (Min) e coeficiente de variação (C.V). Como foi analisado um grupo relativamente grande e heterogêneo de resultados experimentais, foi considerada uma distribuição normal dos resultados por simplicidade para cálculos da média, coeficiente de variação e quantil de 5% (Q5%). Embora a abordagem de quantil seja mais indicada em fase de projeto na consideração dos fatores parciais de segurança, em alguns casos esta foi utilizada para avaliar o grau de conservadorismo médio do modelo.

A nomenclatura $V_{\text{exp}} / V_{\text{calc}}$ ou $V_{\text{exp,red}} / V_{\text{calc}}$ utilizada nos próximos itens serve para distinguir os resultados experimentais que tiveram a força cortante experimental V_{Ed} reduzida ou não pela consideração de transferência direta de carga para os apoios por bielas de compressão no caso de relações $a/d < 2,4$. Esta estratégia também permite enfatizar as análises nos elementos que falharam por flexo-cortante (*flexural shear*), não incluindo assim os elementos que podem ter falhado por tração diagonal (*tension shear*).

Na comparação entre resultados teóricos e experimentais com o modelo de resistência ao flexo cisalhamento (*Sfsmm – shear flexural strength mechanical model*) ou modelo multi-mecanismos foi utilizada a abordagem do Eurocode 2:2005 para reduzir a resistência à força cortante solicitante V_{Ed} no caso de cargas parcialmente distribuídas próximas do apoio. O mesmo procedimento foi utilizado nas comparações com o modelo da ABNT NBR 6118:2014.




Nas análises seguintes as letras α e β na nomenclatura dos modelos de cálculo, como $V_{ACI,det,\alpha}$ ou $V_{ACI,det,\beta}$, servem para identificar as duas abordagens de definição da seção crítica: (α) seção crítica definida a partir do maior momento fletor e; (β) seção crítica definida a partir do apoio mais próximo região solicitada. Nestes casos, o termo “simp” ou “det” nas formulações do ACI:318 referem-se aos modelos simplificados ou detalhados de cálculo.

4.4.2 Avaliação dos modelos de resistência à força cortante com experimentos solicitados em toda a largura

- De acordo com o sistema estático

As Tabela 4.9 e Tabela 4.10 apresentam os resultados da análise comparativa envolvendo os modelos de cálculo de resistência à força cortante, semi-empíricos e mecânicos, de acordo com o sistema estático (experimentos com continuidade da laje – CS+SS; experimentos simplesmente apoiados – SS+SS; experimentos com vão em balanço – CANT) e avaliados pela relação V_{exp}/V_{cal} ou $V_{exp,red}/V_{cal}$ em termos da média (MED), coeficiente de variação (C.V.) e valor mínimo da relação (Min).

Tabela 4.9 - Avaliação estatística dos modelos semi-empíricos de cálculo aplicados ao grupo KONP1a (ensaios carregados ao longo de toda a largura).

Static System	Nº		$\frac{V_{exp}}{V_{calc,NBR}}$	$\frac{V_{exp,red}}{V_{calc,NBR}}$	$\frac{V_{exp,red}}{V_{calc,EC}}$	$\frac{V_{exp}}{V_{ACI,simp}}$	$\frac{V_{exp}}{V_{ACI,det,\alpha}}$	$\frac{V_{exp}}{V_{ACI,det,\beta}}$
CANT  cantilever	17	MED	0.968	0.968	0.970	1.022	1.012	1.015
		MIN	0.654	0.654	0.828	0.696	0.768	0.769
		C.V.	20.3%	20.3%	14.04%	21.2%	14.1%	14.1%
CS+SS  end span (load at continuous support)	52	MED	1.211	1.145	1.325	1.473	1.308	1.217
		MIN	0.732	0.606	0.897	0.798	0.777	0.745
		C.V.	41.7%	31.3%	30.29%	44.2%	36.3%	37.5%
SS+SS  single span	85	MED	1.066	1.017	1.108	1.398	1.224	1.158
		MIN	0.558	0.558	0.673	0.487	0.464	0.447
		C.V.	40.3%	22.9%	21.70%	47.6%	33.4%	39.3%
Geral	154	MED	1.104	1.054	1.166	1.381	1.229	1.162
		MIN	0.558	0.558	0.673	0.487	0.464	0.447
		C.V.	40.2%	27.0%	27.39%	46.2%	34.2%	37.4%


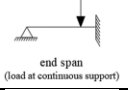
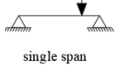
Fonte: Autor (2019).

Da Tabela 4.9 destaca-se que a acurácia medida pelo valor médio da relação V_{exp}/V_{cal} dos modelos semi-empíricos variou de 1,054 com a ABNT NBR 6118:2014 a 1,381 com a formulação do Eurocode 2:2005. Merece nota ainda que todos os modelos semi-empíricos, inclusive o da ABNT NBR 6118:2014 considerando a redução da força cortante V_{Ed} no caso de cargas próximas do apoio, apresentaram valor médio da relação V_{exp}/V_{calc} maiores que 1. Vale salientar aqui que esta redução reduziu significativamente o C.V. dos resultados obtidos com o modelo da ABNT NBR 6118:2014. Entretanto, o coeficiente de variação da relação V_{exp}/V_{cal} ainda foi elevado, variando entre 27,0% com a formulação da ABNT NBR 6118:2014 e 46,2% com o modelo simplificado de cálculo do ACI 318:2014, o que representa problemas de precisão e que resultam em elevado número de previsões inseguras ($V_{exp}/V_{calc}<1$). Com exceção

do modelo simplificado do ACI 318:2014, todos os modelos semi-empíricos de cálculo apresentam menor precisão (maior C.V.) nos experimentos com alguma continuidade da laje sobre os apoios. No caso das lajes em balanço a dispersão de resultados teóricos e experimentais foi significativamente menor que nos outros sistemas estáticos, mas o resultado deve ter sido influenciado pelo menor número de elementos em balanço comparado aos demais sistemas estáticos.

Sobre os valores críticos de previsão no caso de valores mínimos da relação V_{exp}/V_{calc} muito abaixo do unitário, verificou-se que estes resultados estavam relacionados quase sempre a espessuras mais elevadas (750 – 1000 mm), como nos experimentos de Lubell (2006) e Aster e Koch (1974). Este aspecto está coerente com algumas outras publicações (LUBELL et al., 2004) que destacaram o aspecto crítico de formulações como a do ACI 318:2014 devido ao efeito de escala dos experimentos. No caso da formulação da ABNT NBR 6118:2014, a versão comentada do referido código ressalta que a formulação adotada no Brasil não é indicada para espessuras superiores à 600 mm. Como na prática de projetos de lajes em pontes no Brasil estas espessuras não são utilizadas, a formulação brasileira ainda é aplicada. Entretanto, como na Europa é mais usual se atingir esta ordem de espessura em pontes de lajes (sem vigas) (LANTSOGHT et al., 2015d), isto justifica a modificação da formulação utilizada em projeto na atualização do código de projeto de 1992 para o de 2005.

Tabela 4.10 - Avaliação estatística dos modelos mecânicos de resistência à força cortante aplicados ao grupo P1a (ensaios carregados ao longo de toda a largura).

Sistema Estático	N°		$V_{exp,red}$	$V_{exp,red}$	$V_{exp,red}$	$V_{exp,red}$	$V_{exp,red}$	V_{exp}	
			$V_{MC,LoAI}$	$V_{MC,NAII,\alpha}$	$V_{MC,NAII,\beta}$	$V_{SIA,\alpha}$	$V_{SIA,\beta}$	V_{Sfsm}	
CANT 	17	MED	1.276	1.169	1.169	1.086	1.086	0.927	
		MIN	0.539	0.959	0.959	0.840	0.840	0.726	
		C.V.	34.4%	15.0%	15.0%	13.5%	13.5%	14.3%	
CS+SS 	52	MED	1.804	1.357	1.260	1.223	1.023	1.220	
		MIN	1.030	0.910	0.869	0.800	0.601	0.848	
		C.V.	31.4%	22.9%	23.7%	23.2%	28.2%	28.7%	
SS+SS 	85	MED	1.709	1.215	1.082	1.096	0.861	1.042	
		MIN	0.920	0.800	0.703	0.742	0.501	0.697	
		C.V.	27.4%	16.9%	21.6%	18.2%	26.8%	18.4%	
Geral	Todos	154	MED	1.693	1.258	1.152	1.138	0.940	1.089
			MIN	0.539	0.800	0.703	0.742	0.501	0.697
			C.V.	30.7%	20.1%	22.9%	20.5%	27.6%	24.8%

Fonte: Autor (2019).

Na Tabela 4.10 observa-se, por sua vez, que em geral os modelos mecânicos de resistência à força cortante apresentaram resultados significativamente melhores que os

modelos semi-empíricos em termos de precisão, com C.V. geralmente inferiores à 30%. Enquanto isso, o valor da acurácia destes modelos foi similar ao dos modelos semi-empíricos, com o valor médio da relação V_{exp}/V_{calc} superior à 1 na maioria dos casos.

Em relação ao grau de precisão de acordo com o sistema estático, observa-se que os modelos mecânicos também apresentaram resultados menos precisos no caso de elementos com continuidade da laje sobre os apoios. Entretanto, estes resultados foram significativamente melhores que os verificados com os modelos semi-empíricos, sobretudo quando considerada a seção crítica para o cálculo dos esforços internos em seção mais afastado do maior momento fletor (abordagem α).

Além disso, destaca-se que com os modelos mecânicos o valor mínimo da relação entre resultados experimentais e teóricos, obtidos com a abordagem α no caso do Model Code 2010 e SIA 262:2013, foram menos críticos que no caso dos modelos semi-empíricos. Este resultado se deve a maior preocupação destes modelos com a consideração do efeito de escala na resistência à força cortante em elementos com maiores espessuras. Entretanto, destaca-se que este é um aspecto ainda aberto à novos desenvolvimentos.

- **De acordo com a relação b/d**

Nas Tabela 4.11 e Tabela 4.12 foi avaliado qual a influência da relação largura – altura útil dos elementos b/d na relação entre valores experimentais e teóricos calculados com modelos semi-empíricos e mecânicos. Da Tabela 4.11 observa-se que o valor médio da relação V_{exp}/V_{calc} não diferiu muito nas faixas de relação b/d analisadas para os diferentes modelos. Embora o C.V. tenha apresentado maiores valores na faixa $1 \leq b/d \leq 2.5$, este resultado pode ter sido influenciado pela maior quantidade de experimentos nesta faixa (62,9% dos experimentos).

Na Tabela 4.12 observou-se que os modelos mecânicos também apresentaram não apresentaram diferenças significativas em termos do valor médio e do C.V. para a relação V_{exp}/V_{calc} nas diferentes faixas de relação b/d . Estes resultados, obtidos com os modelos semi-empíricos e mecânicos de cálculo, concordam com algumas publicações mais recentes (ADAM; HERBRAND; CLASSEN, 2018) no qual foram avaliados modelos experimentais com diferente relação b/d e verificados resultados semelhantes em termos de padrão de fissuração e de força máxima nos ensaios.

Tabela 4.11 - Avaliação estatística dos modelos semi-empíricos de cálculo aplicados ao grupo P1a (ensaios carregados ao longo de toda a largura).

b/d	N°		V_{exp}	$V_{exp,red}$	$V_{exp,red}$	V_{exp}	V_{exp}	V_{exp}
			$V_{calc,NBR}$	$V_{calc,NBR}$	$V_{calc,EC}$	$V_{ACI,simp}$	$V_{ACI,det,a}$	$V_{ACI,det,b}$
$1 \leq b/d \leq 2.5$	97	MED	1.144	1.087	1.192	1.377	1.229	1.154
		MIN	0.558	0.558	0.673	0.487	0.464	0.447
		C.V.	41.69%	28.08%	30.01%	46.41%	35.88%	39.64%
$2.5 \leq b/d < 5$	37	MED	1.046	0.992	1.092	1.443	1.251	1.184
		MIN	0.628	0.628	0.798	0.766	0.736	0.710
		C.V.	40.80%	24.87%	19.09%	51.55%	34.02%	37.28%
$b/d \geq 5$	20	MED	1.012	1.005	1.173	1.292	1.185	1.160
		MIN	0.654	0.654	0.843	0.854	0.819	0.799
		C.V.	21.74%	20.61%	21.74%	25.95%	22.78%	23.62%
Todos	154	MED	1.104	1.054	1.166	1.381	1.229	1.162
		MIN	0.558	0.558	0.673	0.487	0.464	0.447
		C.V.	40.24%	27.03%	27.39%	46.21%	34.20%	37.46%

Fonte: Autor (2019).

Entretanto, estes resultados se opõem ao verificado em outras análises realizadas com vigas largas e com variações da relação b/d (CONFORTI; MINELLI; PLIZZARI, 2017), no qual encontraram-se maiores resistências à força cortante com relações b/d crescentes entre 1 e 3. Isto sugere que o efeito da relação b/d na resistência à força cortante ainda não está claro e está intimamente ligado à aleatoriedade no padrão de fissuração dos modelos, associada a homogeneidade das misturas de concreto.

Tabela 4.12 - Avaliação estatística dos modelos mecânicos de resistência à força cortante aplicados ao grupo P1a (ensaios carregados ao longo de toda a largura).

b/d	N°		$V_{exp,red}$	$V_{exp,red}$	$V_{exp,red}$	$V_{exp,red}$	$V_{exp,red}$	V_{exp}
			$V_{MC,LoAI}$	$V_{MC,NAII,\alpha}$	$V_{MC,NAII,\beta}$	$V_{SIA,\alpha}$	$V_{SIA,\beta}$	V_{Sfsmm}
$1 \leq b/d \leq 2.5$	97	MED	1.708	1.274	1.162	1.134	1.168	1.132
		MIN	0.539	0.800	0.703	0.702	0.800	0.802
		C.V.	31.84%	21.89%	24.49%	25.86%	20.57%	26.38%
$2.5 \leq b/d < 5$	37	MED	1.699	1.214	1.108	1.074	1.088	0.995
		MIN	0.920	0.911	0.791	0.791	0.742	0.697
		C.V.	31.11%	15.53%	19.74%	19.96%	21.78%	18.15%
$b/d \geq 5$	20	MED	1.610	1.256	1.185	1.162	1.084	1.050
		MIN	1.100	0.993	0.911	0.781	0.909	0.760
		C.V.	22.03%	16.18%	19.04%	21.54%	14.61%	18.58%
Todos	154	MED	1.693	1.258	1.152	1.124	1.138	1.089
		MIN	0.539	0.800	0.703	0.702	0.742	0.697
		C.V.	30.79%	20.11%	22.98%	20.57%	27.63%	24.80%

Fonte: Autor (2019).

- **De acordo com a relação a/d**

As Tabela 4.13 e Tabela 4.14 apresentam o efeito da relação vão de cisalhamento – altura útil a/d na relação entre valores experimentais e calculados (V_{exp}/V_{calc}) com diferentes modelos, semi-empíricos e mecânicos, de resistência à força cortante. Da Tabela 4.13 observa-se que em geral as previsões de resistência à força cortante foram mais conservadoras na faixa de experimentos com relação $a/d < 2,4$, o que era esperado em virtude da transferência direta de cargas para o apoio por bielas de compressão reduzindo a força cortante solicitante no vão de cisalhamento. Outra explicação é que para relações $a/d < 2,4$ geralmente a falha ocorre por tração diagonal do concreto, sem grande influência das fissuras de flexão no vão de cisalhamento e permitindo atingir maiores resistências. Na Tabela 4.13 verificou-se que, ao se considerar a redução da força cortante solicitante V_{Ed} na formulação da ABNT NBR 6118:2014 pelo coeficiente β_{EC} (ver capítulo 2) no caso de relações a/d menores que 2,4, o nível de precisão e acurácia da formulação brasileira foi significativamente melhorado. Neste caso o valor médio da relação V_{exp}/V_{cal} variou de 1,774 para 1,295, e o coeficiente de variação reduziu de 54,5% para 31,3%.

Em geral observou-se que a formulação do Eurocode 2:2005 foi mais conservadora que a da ABNT NBR 6118:2014 em todas as faixas de relação a/d , sobretudo para relações a/d menores que 2,4. Em relação à formulação do ACI 318:2014, observou-se que não consideração da redução de V_{Ed} resulta em previsões bastante conservadoras de resistência no caso de relações a/d menores que 2,4 (MED= 2,462).

Tabela 4.13 - Avaliação estatística dos modelos semi-empíricos de cálculo aplicados ao grupo Pla (ensaios carregados ao longo de toda a largura).

Razão a/d	Nº		$\frac{V_{exp}}{V_{calc,NBR}}$	$\frac{V_{exp,red}}{V_{calc,NBR}}$	$\frac{V_{exp,red}}{V_{calc,EC}}$	$\frac{V_{exp}}{V_{ACI,simp}}$	$\frac{V_{exp}}{V_{ACI,det,\alpha}}$	$\frac{V_{exp}}{V_{ACI,det,\beta}}$
$a/d < 2.4$	15	MED	1.774	1.295	1.637	2.462	1.942	1.946
		MIN	0.797	0.606	1.012	1.332	1.213	1.177
		C.V.	54.5%	31.3%	24.0%	53.3%	36.2%	44.5%
$2.4 \leq a/d < 2.89$	33	MED	1.052	1.052	1.199	1.379	1.231	1.159
		MIN	0.765	0.765	0.901	0.854	0.819	0.799
		C.V.	20.7%	20.7%	22.3%	19.0%	18.7%	17.6%
$a/d \geq 2.89$	106	MED	1.026	1.021	1.090	1.229	1.127	1.052
		MIN	0.558	0.558	0.673	0.487	0.464	0.447
		C.V.	27.2%	26.4%	24.0%	31.8%	26.9%	23.9%
Todos	154	MED	1.104	1.054	1.166	1.381	1.229	1.162
		MIN	0.558	0.558	0.673	0.487	0.464	0.447
		C.V.	40.2%	27.0%	27.4%	46.2%	34.2%	37.5%

Fonte: Autor (2019).

Na Tabela 4.14 observou-se que a previsão de resistência à força cortante de modelos mecânicos também foi significativamente mais conservadora para relações a/d menores que 2,4, mesmo considerando a redução da força cortante solicitante V_{Ed} nas formulações.

Tabela 4.14 - Avaliação estatística dos modelos mecânicos de resistência à força cortante aplicados ao grupo P1a (ensaios carregados ao longo de toda a largura).

b/d	N°		$\frac{V_{exp,red}}{V_{MC,LoAl}}$	$\frac{V_{exp,red}}{V_{MC,LoAla}}$	$\frac{V_{exp,red}}{V_{MC,LoAlb}}$	$\frac{V_{exp,red}}{V_{SIA,a}}$	$\frac{V_{exp,red}}{V_{SIA,b}}$	$\frac{V_{exp}}{V_{Sfsmm}}$
$1 < b/d \leq 2.5$	97	MED	2.286	1.610	1.543	1.384	1.171	1.429
		MIN	1.328	1.039	0.945	0.874	0.711	0.919
		C.V.	30.4%	18.5%	18.4%	20.7%	25.6%	25.3%
$2.5 < b/d \leq 5$	37	MED	1.745	1.180	1.092	1.087	0.854	1.045
		MIN	1.100	0.804	0.744	0.807	0.559	0.658
		C.V.	19.5%	21.8%	21.8%	19.6%	22.1%	22.8%
$b/d > 5$	20	MED	1.583	1.211	1.095	1.106	0.919	1.040
		MIN	0.539	0.800	0.703	0.742	0.501	0.697
		C.V.	30.4%	17.0%	20.4%	19.1%	28.2%	22.1%
Todos	154	MED	1.690	1.239	1.135	1.126	0.925	1.077
		MIN	0.539	0.800	0.703	0.742	0.501	0.658
		C.V.	30.3%	20.7%	23.4%	20.7%	28.0%	25.0%

Fonte: Autor (2019).



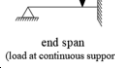
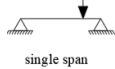
4.4.3 Avaliação do modelo resistência à força cortante da ABNT NBR 6118:2014 combinado à diferentes abordagens de largura colaborante.

No modelo de resistência à força cortante da ABNT NBR 6118:2014 não se dispõe de recomendações a respeito da definição da largura efetiva ou colaborante para o caso de cargas parcialmente distribuídas próximas do apoio. Desta forma, a Tabela 4.15 apresenta a avaliação de diferentes modelos de largura colaborante (mais tradicionais) combinado ao modelo de resistência à força cortante da ABNT NBR 6118:2014 de acordo com diferentes sistemas estáticos. Nesta análise foram considerados apenas os experimentos com largura colaborante teórica menores que a da laje pelo critério $b_{laje} > b_{MC2010}$ (para filtrar resultados que não dependiam da largura colaborante utilizada) e com relação $a/d > 2,4$ (83 resultados).

Da Tabela 4.15 observa-se que a relação V_{exp}/V_{calc} apresentou valor médio entre 2,145 e 1,114 e coeficientes de variação entre 73,5% e 34,3% dependendo da abordagem utilizada para definição da largura colaborante na resistência à força cortante. Da Tabela 4.15 observa-se que, considerando todos os experimentos do grupo P1 com $b_{laje} > b_{MC2010}$ e relação $a/d < 2,4$, o procedimento da ABNT NBR 6118:1980 de definição da largura colaborante resulta em relações V_{exp}/V_{calc} significativamente mais conservadores que os demais modelos, mas com um coeficiente de variação acentuado (32,9%). Assim como verificado em outras publicações

(LANTSOGHT et al., 2015c), os melhores resultados, tanto em acurácia quanto em precisão, foram obtidos com o modelo francês de largura colaborante b_{eff2} . Entretanto, com o procedimento b_{eff2} houve um elevado percentual de previsões inseguras devido à grande dispersão dos resultados (C.V. = 34,3%).

Tabela 4.15: Avaliação do nível de precisão da ABNT NBR 6118:2014 com diferentes abordagens de definição da largura colaborante – Grupo P1 com $b_{laje} > b_{MC2010}$.

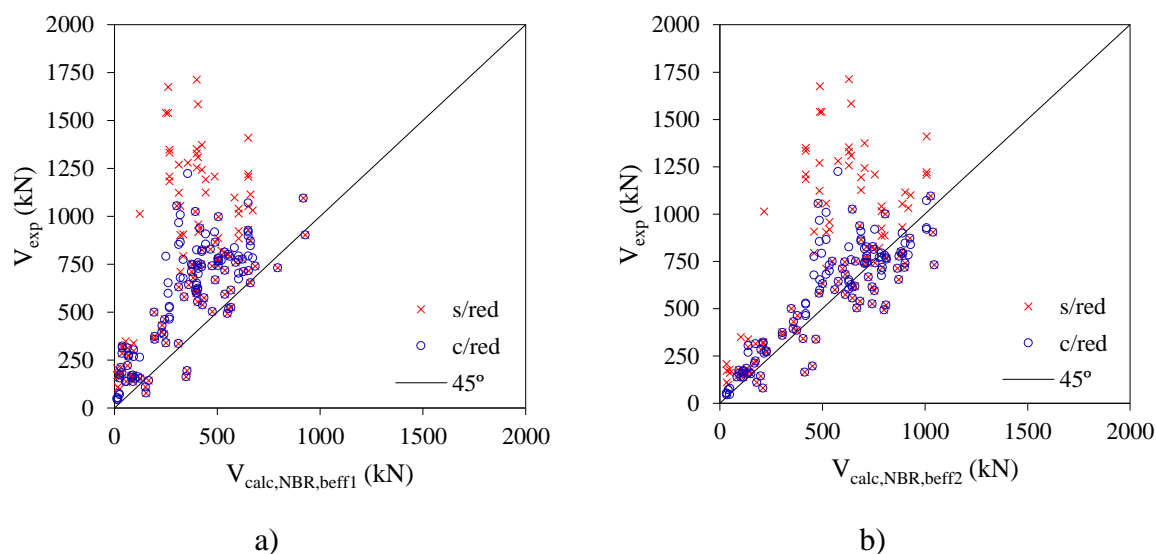
Sistema estático	Nº Exp.		$\frac{V_{exp,red}}{V_{NBR,1980}}$	$\frac{V_{exp,red}}{V_{NBR,bef1}}$	$\frac{V_{exp,red}}{V_{NBR,bef2}}$	$\frac{V_{exp,red}}{V_{NBR,befMC}}$
TWS  two way slab	17	MED	1.621	1.981	1.082	1.017
		C.V.	0.152	0.577	0.152	0.144
		Q5%	1.372	1.035	0.833	0.780
CANT  cantilever	31	MED	2.528	1.417	0.969	1.169
		C.V.	0.284	0.424	0.349	0.380
		Q5%	2.062	0.722	0.397	0.545
CS+SS  end span (load at continuous support)	9	MED	2.279	1.933	1.293	1.520
		C.V.	0.330	0.457	0.378	0.419
		Q5%	1.739	1.183	0.674	0.833
SS+SS  single span	26	MED	2.004	3.096	1.315	1.096
		C.V.	0.320	0.703	0.331	0.357
		Q5%	1.480	1.943	0.772	0.510
Todos	83	MED	2.145	2.135	1.140	1.152
		C.V.	0.329	0.735	0.343	0.370
		Q5%	1.605	0.929	0.577	0.545

Fonte: Autor (2019).

Comparando-se os procedimentos do Model Code 2010 e francês de definição da largura colaborante, observou-se que houve leve melhoria na acurácia da relação V_{exp}/V_{NBR} ao se considerar diferentes ângulos de propagação da força cortante em elementos sem continuidade da laje (TWS e SS+SS). Entretanto, como o coeficiente de variação foi maior com a abordagem do Model Code 2010 no caso dos elementos simplesmente apoiados (SS+SS), a utilização do ângulo de propagação horizontal da força cortante igual a 60° nestes elementos não pode ser validade.

A Figura 4.13 ilustra o efeito da redução da força cortante solicitante e das diferentes abordagens de definição da largura colaborante na dispersão dos valores experimentais em relação aos teóricos. Nesta figura foi utilizado o grupo P1 de experimentos com $b_{laje} > b_{bef,MC}$ sem restrição de relação a/d e conta com 133 resultados de ensaios. Além disso, a Figura 4.13 apresenta a distinção de resultados consideração ou não a redução da força cortante V_{exp} no caso de cargas parcialmente distribuídas próximas do apoio devido ao desenvolvimento de bielas de compressão.

Figura 4.13: Efeito da consideração ou não da redução da resistência à força cortante e do modelo de definição da largura colaborante: a) b_{eff1} (holandês) e b) b_{eff2} (francês).

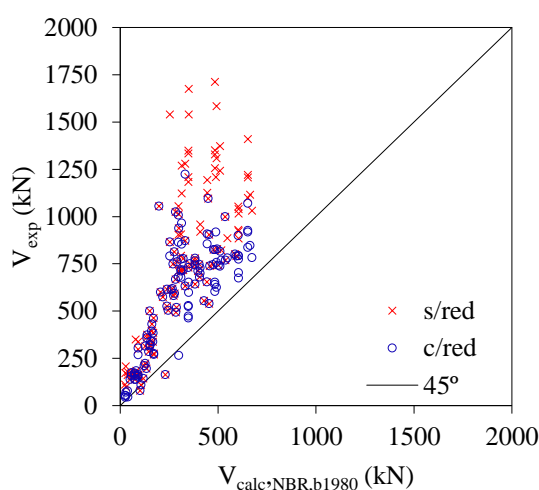


Fonte: Autor (2019).

Da Figura 4.13a observa-se que o modelo holandês b_{eff1} de largura colaborante proporcionou resultados conservadores de resistência na maioria dos experimentos, mas com pouca precisão. Da Figura 4.13b, por sua vez, embora a acurácia e precisão do modelo tenha melhorado, o número de previsões inseguras de resistência foi elevado. No caso de aplicação do modelo de resistência à força cortante da ABNT NBR 6118:2014 junto ao modelo da ABNT NBR 6118:1980 de definição da largura colaborante, Figura 4.14, obteve-se um menor número de previsões inseguras, mesmo considerando a redução da força cortante solicitante no caso de cargas próximas do apoio. Vale comentar ainda que, embora a formulação de $b_{,NBR1980}$ tenha produzido resultados satisfatórios em termos de segurança, o nível de precisão dos resultados indica excesso de conservadorismo em muitos casos, sendo necessária a reavaliação do procedimento de cálculo da resistência à força cortante no intuito de acompanhar os desenvolvimentos mais recentes sobre o tema.

Um aspecto importante é que no caso da consideração de redução da força cortante solicitante V_{exp} , independente do modelo de largura colaborante utilizado, não proporcionou número maior de previsões inseguras de resistência. Desta forma, pode-se atribuir o grande número de previsões inseguras de resistência obtido com o modelo francês de largura colaborante b_{eff2} ao próprio modelo de resistência à força cortante da ABNT NBR 6118:2014.

Figura 4.14: Efeito da consideração ou não da redução da resistência à força cortante combinado a abordagem a abordagem de definição da largura colaborante da ABNT NBR 6118:1980.



Fonte: Autor (2019).

Estas informações a respeito do efeito da redução da força cortante V_{exp} pode ser muito útil na avaliação de estruturas existentes uma vez que este mecanismo é geralmente desprezado nas verificações mais usuais em fase de projeto.

4.4.4 Avaliação dos modelos de resistência à força cortante com os modelos usuais de largura colaborante





Inicialmente foi utilizado para esta análise todo o grupo P1 de experimentos (incluindo aqueles com largura colaborante calculada menor que a largura dos experimentos) e selecionados os experimentos com relação $a/d > 2,4$ (133 resultados) para eliminar experimentos com influência da transferência direta de cargas para o apoio. Entretanto, utilizando estes dados a dispersão dos resultados foi muito elevada (coeficientes de variação $> 40\%$ em muitas abordagens). Por esta razão decidiu-se restringir ainda mais o grupo de análise para experimentos com $b_{laje} > b_{eff2}$ e sem indícios de falha por punção (96 resultados). A Tabela 4.16 apresenta os resultados do nível de acurácia e precisão dos modelos semi-empíricos de resistência à força cortante estudados utilizando o procedimento francês de definição da largura colaborante (b_{eff2}) para todos os modelos, exceto o brasileiro que também foi avaliado segundo outras abordagens.

Da Tabela 4.16 observa-se que o modelo da ABNT NBR 6118:2014 apresentou relação $V_{exp,red}/V_{calc}$ variando de 2,004 a 1,088 de acordo com as diferentes abordagens de largura colaborante. A melhor precisão e acurácia com o modelo da ABNT NBR 6118:2014 foi obtida combinada à largura colaborante francesa b_{eff2} . Entretanto, devido ao elevado coeficiente

de variação (C.V.=28,5%) esta abordagem resultou em número elevado de previsões de resistência maiores que a experimental (inseguras).

O modelo de cálculo do Eurocode 2:2005 apresentou resultados levemente parecidos com a da ABNT NBR 6118:2014 tanto em acurácia quanto em precisão. Em relação ao modelo do ACI 318:2014, por sua vez, os resultados foram mais conservadores com a abordagem simplificada de cálculo e levemente mais acurados com a abordagem mais detalhada. Entretanto, vale destacar que os modelos semi-empíricos apresentaram elevado nível de dispersão de resultados teóricos em relação aos experimentos em todas as análises (C.V.>25%). Da Tabela 4.16 chamou atenção o elevado coeficiente de variação obtido nos elementos com continuidade da laje no apoio, ainda que considerados apenas 8 resultados experimentais para todos os modelos semi-empíricos. Vale salientar ainda que, no caso das lajes em balanço, o nível de dispersão dos resultados experimentais em relação aos teóricos foi comparável ao das lajes simplesmente apoiadas.

Tabela 4.16 - Avaliação do nível de precisão de diferentes modelos semi-empíricos de resistência à força cortante de acordo o sistema estático.

Sistema Estático	Nº exp.		$V_{exp,red}$	$V_{exp,red}$	$V_{exp,red}$	V_{exp}	V_{exp}	V_{exp}
			$V_{NBR,b1980}$	$V_{NBR,beff\ 2}$	$V_{EC,beff\ 2}$	$V_{ACI,simp,beff\ 2}$	$V_{ACI,det,\alpha,beff\ 2}$	$V_{ACI,det,\beta,beff\ 2}$
TWS  two way slab	17	MED	1.621	1.082	1.211	1.520	1.298	1.102
		C.V.	15.2%	15.2%	10.6%	7.8%	13.3%	16.2%
		Q5%	1.217	0.812	1.000	1.326	1.015	0.809
CANT  cantilever	35	MED	2.513	1.026	1.052	1.300	1.197	1.224
		C.V.	26.7%	30.6%	30.7%	47.0%	42.6%	45.3%
		Q5%	1.414	0.511	0.522	0.298	0.361	0.315
CS+SS  end span (load at continuous support)	8	MED	2.216	1.282	1.269	1.465	1.273	1.237
		C.V.	40.0%	37.1%	34.4%	36.3%	35.8%	32.3%
		Q5%	0.764	0.501	0.552	0.594	0.526	0.582
SS+SS  single span	36	MED	1.618	1.110	1.158	1.488	1.384	1.288
		C.V.	36.5%	28.5%	30.9%	34.6%	33.2%	36.1%
		Q5%	0.650	0.591	0.571	0.644	0.631	0.525
Geral Todos	96	MED	2.004	1.088	1.137	1.421	1.289	1.227
		C.V.	36.7%	28.8%	28.7%	36.2%	34.5%	37.5%
		Q5%	0.798	0.574	0.602	0.578	0.560	0.472

Fonte: Autor (2019).

A Tabela 4.17 apresenta o resultado da aplicação dos modelos mecânicos de resistência à força cortante ao grupo de experimentos considerado. Nos modelos do SIA 262:2013 e Sfsmm (*shear flexural strength mechanical model*), como não existem recomendações explícitas de como definir a largura efetiva, foi adotado o modelo b_{eff2} em ambos em virtude dos melhores resultados observados com definição da largura colaborante.

Da Tabela 4.17 observa-se que o Model Code 2010 apresenta diferenças significativas de resultados de acordo com o nível de aproximação de cálculo. Com o nível I de aproximação a relação $V_{exp,red}/V_{MC,NAI}$ apresentou valor médio de 1,793, enquanto com o nível II de aproximação o valor médio da relação $V_{exp,red}/V_{MCLoAII}$ variou de 1,409 (abordagem α) a 1,258 (abordagem β) e o coeficiente de variação variou de 26,0% (abordagem α) para 31,5% (abordagem β). Observou-se, portanto, que a diferença de acurácia entre as duas abordagens foi de aproximadamente 12%, mas a diferença de precisão, medida pelos coeficientes de variação, foi da ordem de 21%. Desta forma, na análise de resistência à força cortante com o Model Code 2010 os resultados foram mais satisfatórios com a seção de cálculo dos esforços internos mais próxima da posição dos maiores momentos fletores (abordagem α).

Tabela 4.17 - Avaliação do nível de precisão de diferentes modelos mecânicos de resistência à força cortante do grupo P1 com $a/d > 2,4$ de acordo o sistema estático.

Sistema Estático		Z		$V_{exp,red}$	$V_{exp,red}$	$V_{exp,red}$	$V_{exp,red}$	$V_{exp,red}$	$V_{exp,red}$
				$V_{MC,NAI}$	$V_{MC,NII,\alpha}$	$V_{MC,NII,\beta}$	$V_{SIA,\alpha,beff\ 2}$	$V_{SIA,\beta,beff\ 2}$	$V_{Sfsmm,beff\ 2}$
TWS		17	MED	1.799	1.387	1.078	0.894	0.894	1.143
			C.V.	12.5%	16.0%	18.3%	14.1%	14.1%	12.5%
			Q5%	1.430	1.023	0.754	0.688	0.688	0.909
CANT		35	MED	1.814	1.486	1.439	1.150	1.150	0.989
			C.V.	38.3%	29.7%	28.9%	25.5%	25.5%	28.0%
			Q5%	0.675	0.763	0.756	0.670	0.670	0.534
CS+SS		8	MED	2.251	1.533	1.540	1.147	1.146	1.169
			C.V.	39.6%	34.7%	31.9%	31.7%	27.9%	33.3%
			Q5%	0.790	0.660	0.736	0.551	0.621	0.531
SS+SS		36	MED	1.664	1.313	1.095	1.181	0.944	0.982
			C.V.	25.0%	20.9%	28.1%	22.3%	31.7%	25.6%
			Q5%	0.983	0.864	0.590	0.749	0.453	0.570
GERAL	Todos	96	MED	1.793	1.409	1.258	1.116	1.029	1.029
			C.V.	32.1%	26.0%	31.5%	25.3%	28.6%	25.9%
			Q5%	0.850	0.807	0.609	0.653	0.547	0.592

Fonte: Autor (2019).

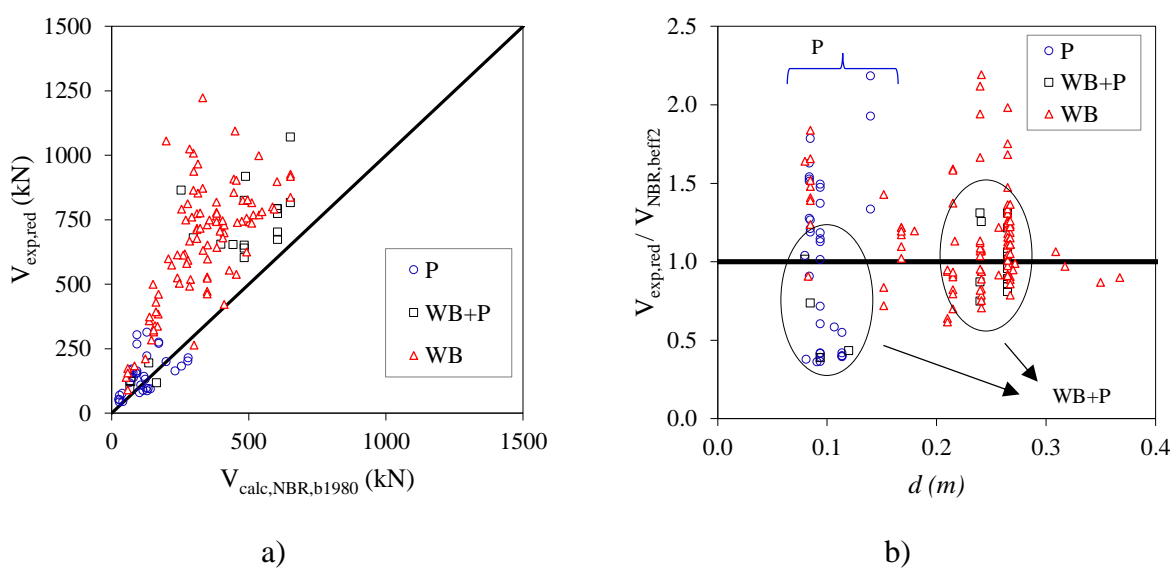
Assim como no modelo do Model Code 2010, o menor nível de dispersão dos resultados utilizando o modelo do código suíço (SIA 262:2013) foi obtido com a seção crítica posicionada a partir da seção de maior momento fletor. Dentre os modelos estudados, o modelo de resistência ao flexo-cisalhamento (*shear flexural strength mechanical model*) foi aquele que demonstrou melhor acurácia, com relação $V_{exp}/V_{Sfsmm,bef2}$ com valor médio 1,029 e coeficiente de variação de 25,9%.

4.5 Investigação de parâmetros influentes no modo de falha de lajes sem armadura transversal

Esta análise foi aplicada ao grupo de experimentos P1 com largura da laje maior que a largura colaborante pelo método francês ($b_{laje} > b_{eff2}$). Essa filtragem dos experimentos foi necessária para incluir apenas os experimentos que pudessem apresentar mais de um modo de falha. Além disso, foram mantidos apenas os experimentos com modos de falha de vigas largas (propagação horizontal da força cortante - WB), punção (P), e intermediário entre os dois primeiros (WB+P), resultando em 152 experimentos. Nesta análise foi avaliada a relação V_{exp}/V_{cal} com a abordagem da ABNT NBR 6118:2014 de resistência à força cortante combinada ao modelo francês de largura colaborante b_{eff2} pela melhor acurácia e precisão no caso do código brasileiro.

Da Figura 4.15a observou-se que as falhas como vigas largas (WB) ocorreram, em geral, com maiores solicitações envolvidas nos experimentos. Entretanto, as forças de ruptura destes experimentos estão relacionadas a uma quantidade elevada de parâmetros, como relação a/d e altura útil da armadura d . Na Figura 4.15b observou-se que, para pequenos valores de altura útil d , foi mais pronunciado o modo de falha por punção. Isto pode indicar que, para menores espessuras das lajes os mecanismos de resistência à força cortante mobilizados e de propagação da força cortante se diferenciam mais dos de vigas.

Figura 4.15: Análise do modo de falha dos experimentos do grupo P1 de acordo com: a) força cortante de ruptura e b) espessura dos elementos d .

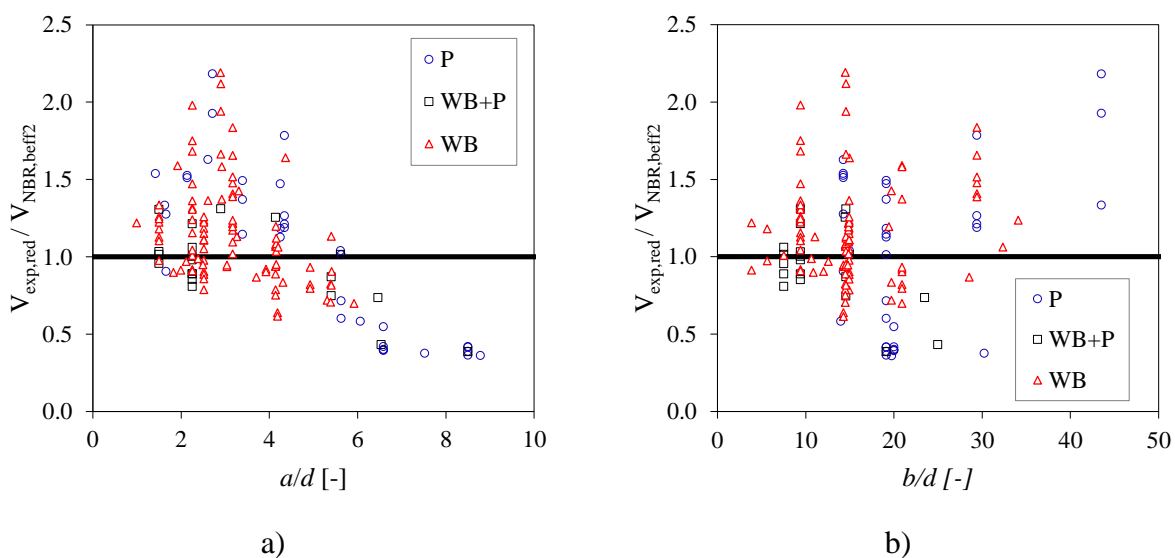


Fonte: Autor (2019).

Na Figura 4.16a observa-se que, para relações a/d menores que 5, a abordagem de resistência à força cortante unidirecional foi mais conservadora independentemente do modo de falha dos experimentos, enquanto apresentou tendência de previsões inseguras de resistência para relações a/d superiores a 5. Este resultado era esperado uma vez que, para maiores relações a/d existe uma distribuição mais uniforme das reações ao longo dos apoios, motivo pelo qual o modo de falha por punção passa a ser mais crítica. Este resultado confirma algumas observações de publicações anteriores (REISSEN; CLASSEN; HEGGER, 2018; ROMBACH; HENZE, 2017) nas quais foi observado uma tendência de ruptura por punção nos experimentos com maior relação a/d no caso de lajes sujeitas à cargas parcialmente distribuídas próximas do apoio. Os resultados mais críticos com relações a/d maiores também estão relacionados à maior possibilidade de ruptura como viga larga por flexo-cortante (*flexural shear*), onde as fissuras de flexão têm influência na redução da resistência à força cortante experimental.

Na Figura 4.16b observa-se que a relação b/d também apresenta influência significativa no modo de falha dos modelos experimentais, uma vez que as falhas por punção estão concentradas na região b/d superior a 15. Este aspecto reforça a ideia de que o modo de falha dos elementos está bastante relacionado com a forma de propagação das cargas nas lajes. Ou seja, lajes unidirecionais (apoiadas em 2 bordos) com pequena relação b/d tendem a apresentar uma propagação de cargas mais unidirecional, enquanto lajes apoiadas nos 4 bordos podem apresentar uma propagação de cargas mais radial e que permite a falha por punção.

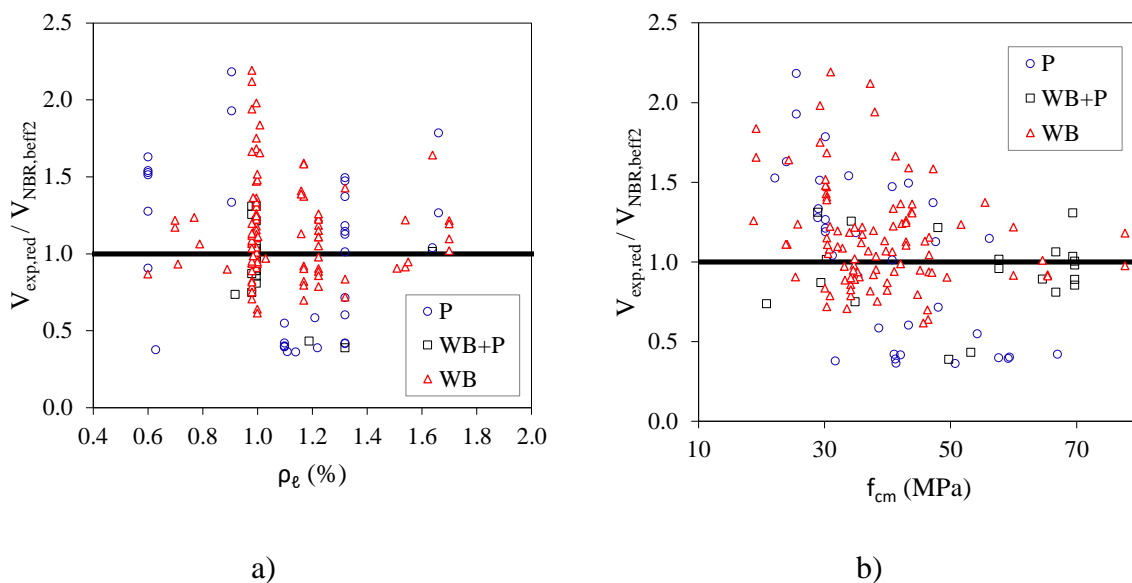
Figura 4.16: Influência no nível de precisão de cálculo da ABNT NBR 6118:2014 de parâmetros como: a) relação a/d e b) relação b/d .



Fonte. Autor (2019).

Na Figura 4.17 observa-se que o modo de falha apresentou menor correlação com parâmetros como resistência à compressão do concreto f_{cm} e taxa de armadura longitudinal ρ_t . Desta forma, da amostragem realizada merecem nota a maior correlação do modo de falha dos experimentos com a relação a/d e as dimensões das lajes. Como na prática é comum a verificação dos dois modos de falha mais tradicionais na ocorrência de cargas parcialmente distribuídas próximas dos apoios, estas verificações podem colaborar no aperfeiçoamento de modelos analíticos tanto de verificação da resistência à força cortante em elementos lineares como da resistência à punção de lajes bidirecionais.

Figura 4.17: Modo de falha observado de acordo com a) taxa de armadura longitudinal e b) resistência a compressão do concreto f_c .



Fonte: Autor (2019).

Um aspecto que merece ser ressaltado é que diferentes autores podem divergir em relação ao modo de falha de alguns modelos experimentais, por esta razão este item pode ser considerado apenas uma análise exploratória e que merece estudos mais aprofundados. O objetivo desta análise, sobretudo, foi demonstrar como o modo de falha dos experimentos pode variar com diferentes parâmetros, sendo sempre indicado a verificação das lajes sob várias abordagens de cálculo para identificação do modo mais crítico de sollicitação. Nesta vertente, destaca-se que no caso de verificação da resistência à punção dos elementos seria importante levar em consideração a excentricidade do carregamento ao longo do vão no caso de cargas parcialmente distribuídas próximas do apoio. Além disso, destaca-se a maior dificuldade de identificar os perímetros críticos de punção neste tipo de sollicitação em virtude da maior irregularidade das tensões no entorno da região carregada.

5 ANÁLISE NUMÉRICA

5.1 Considerações gerais

Neste capítulo são apresentados os resultados da análise numérica em elementos finitos da resistência à força cortante em lajes de concreto estrutural sem armadura transversal, com enfoque no caso de cargas distribuídas em pequenas áreas próximas do apoio. Para isto foram escolhidos alguns modelos experimentais bem detalhados na literatura técnica para calibração dos modelos numéricos. As análises numéricas foram realizadas com o *software* Abaqus/CAE 6.14. Neste estudo foram utilizados modelos numéricos tridimensionais (elementos sólidos) com comportamento não-linear dos materiais. Com os modelos numéricos tridimensionais e comportamento não-linear dos materiais objetiva-se avaliar o nível de precisão de estratégias de modelagem mais robustas e investigar o efeito de alguns parâmetros na resistência à força cortante. Na literatura técnica (LANTSOGHT; DE BOER; VAN DER VEEN, 2017a) esta configuraria o nível III de aproximação de cálculo. Dentre as principais contribuições deste texto em relação às pesquisas envolvendo modelagens deste tipo de problema estão a (i) ampla discussão sobre diversos parâmetros influentes nas modelagens e (ii) a investigação da influência de parâmetros pouco estudados experimentalmente, como o efeito de mísulas próximas do apoio.

5.2 Modelos experimentais de referência

Uma das séries experimentais mais atuais e bem detalhadas da literatura é a documentada por Lantsoght (2013), motivo pelo qual foi escolhida para calibração dos modelos numéricos. Mais detalhes dos experimentos realizados podem ser consultados em relatórios específicos (PROCHAZKOVA E LANTSOGHT, 2011; LANTSOGHT 2012a, 2012b; PROCHÁZKOVÁ et al. 2012). Alguns resultados de análises numéricas destes modelos foram apresentados no relatório de Procházková et al. (2012) com modelos numéricos tridimensionais e materiais com comportamento não-linear. Entretanto, na publicação citada a maioria dos modelos numéricos apresentaram problemas de convergência antes de atingir a força máxima de ensaio. A análise numérica mais significativa destes experimentos pode ser considerada a publicação de Lantsoght, de Boer e van der Veen (2017b), que focou na distribuição de tensões de cisalhamento ao longo do apoio. No texto citado foram utilizados modelos numéricos em elementos finitos de placa e comportamento elástico-linear. No trabalho de Belletti et al. (2014)

foi conduzida uma investigação numérica mais aprofundada destes experimentos, comparando o nível de precisão dos modelos numéricos tridimensionais e bidimensionais com alguns modelos analíticos de resistência força cortante. Entretanto, na análise citada o modelo numérico apresentava uma malha pouco refinada (3 elementos ao longo da espessura), e sem a apresentação de um estudo de convergência da malha utilizada.

Desta forma, foi proposto neste capítulo o desenvolvimento de um modelo numérico com ampla discussão da metodologia utilizada e dos principais parâmetros influentes nas simulações numéricas, com enfoque não somente no nível de aproximação da carga última de ensaio, mas também em aspectos como: (i) padrão de fissuração dos modelos e (ii) análise paramétrica para investigação de parâmetros influentes no problema.

As Figura 5.1, Figura 5.2 e Figura 5.3 apresentam vistas laterais e superiores do do modelo de ensaio S1T1 (modelo S1 – ensaio T1) usado como uma das referências para calibração do modelo numérico. Cada modelo foi ensaiado com a placa de introdução da carga em diferentes posições, por isso a especificação do número do ensaio sobre cada modelo. Como pode-se observar, trata-se de uma laje unidirecional com continuidade em um dos apoios (CS) simulada por meio de um sistema de tirantes que restringia parcialmente o giro no apoio. Os tirantes estavam ancorados na laje de reação do laboratório e ligados à laje por meio de uma viga para uniformização da carga sobre a laje no trecho em balanço. O modelo S1T1 foi apoiado sobre duas vigas metálicas robustas, com detalhe para a placa de apoio deformável entre as vigas e a laje (Figura 5.2). Este apoio era constituído por uma camada de compensado de madeira combinado à uma camada de feltro elástico. A carga principal do ensaio (que provocou a ruptura da laje) foi aplicada próxima do apoio simples (SS) no modelo S1T1, com uma distância de 600 mm entre eixos de carga e apoio e no eixo de simetria da laje na direção transversal ($a = 600$ mm; $b_r = 1250$ mm) (Figura 4-2). A placa na qual foi aplicado o carregamento possuía dimensão quadrada de 20 x 20 cm.

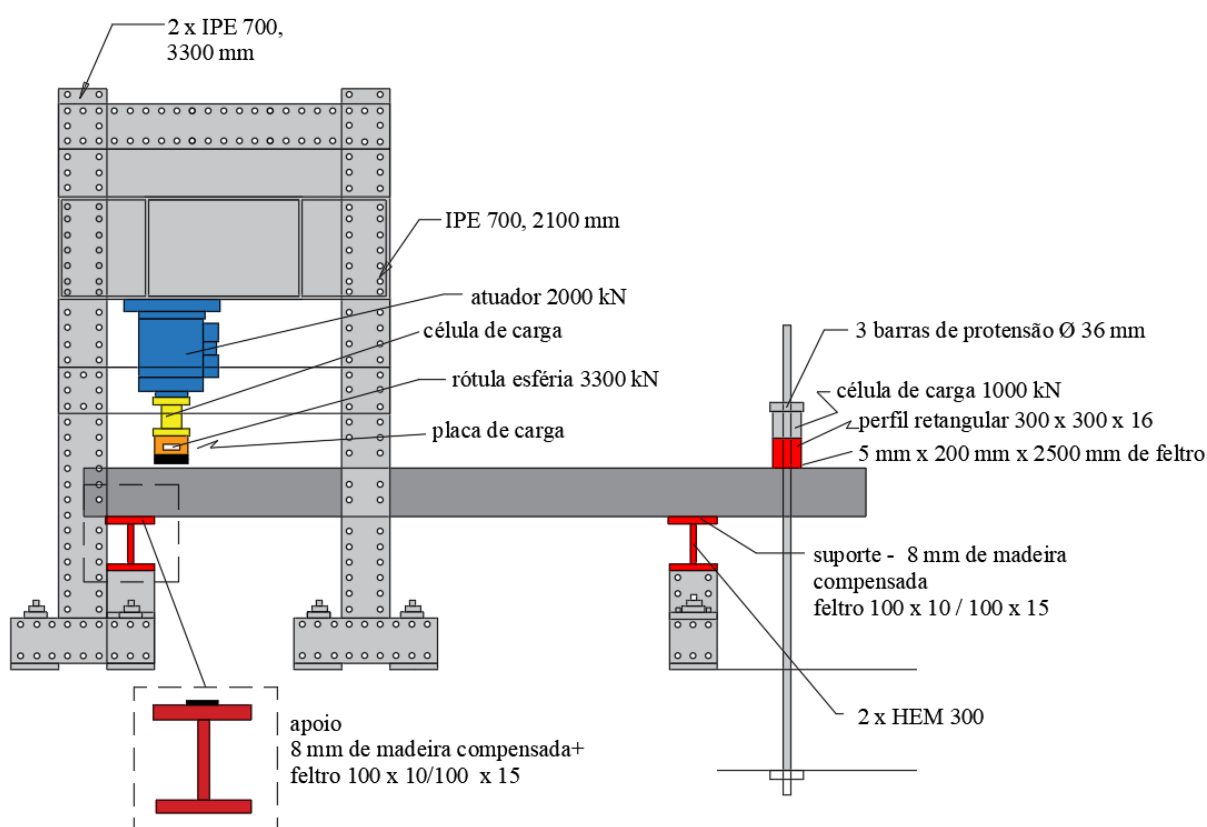
Além do modelo S1T1 também foram simulados os ensaios S1T2, S2T1, S3T1, S3T4, S8T1 e S8T2. Os parâmetros que foram variados entre os modelos S1, S2, S3 e S8 foram: (i) resistência à compressão do concreto e (ii) taxa de armadura de flexão transversal, (iii) dimensão da placa de introdução da carga e (iv) propriedades do material utilizado nos apoios entre a viga metálica e as lajes. As particularidades de cada modelo simulado são apresentadas nos próximos tópicos. Entre os ensaios T1 e T2 ou T1 e T4 foi variada a posição da placa de introdução da carga, que podia estar mais próxima de um apoio simples (SS) ou próxima do apoio com continuidade (CS). Posteriormente foram simulados também os modelos experimentais com faixas de laje BS1 e BS3 (0,50 m de largura) para visualização mais

detalhada de aspectos como a evolução do padrão de fissuração e formação da fissura crítica de cisalhamento, apenas para validação do modelo constitutivo e da discretização da malha utilizada nos modelos de lajes com maior largura.

5.2.1 Modelo S1T1 – laje sujeita à carga parcialmente distribuída

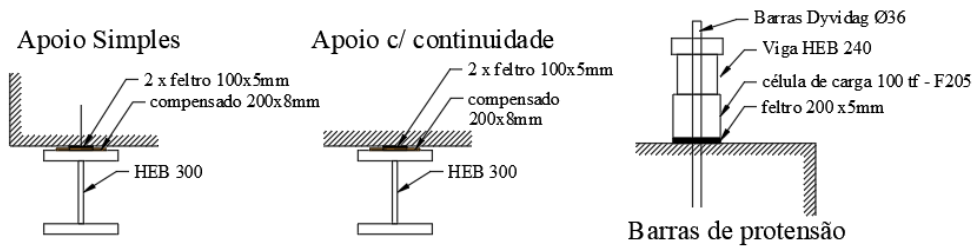
As dimensões do modelo S1T1 valem 5m (comprimento) x 2,5m (largura) x 0,30m (espessura). Esta geometria foi a mesma para todos os modelos de laje simulados nesta pesquisa. A armadura longitudinal do modelo foi composta por 21 barras $\phi 20$ c/125 mm ($\rho_t = 0,996\%$) tanto na região inferior (armadura positiva) como na região superior da laje na região com continuidade (armadura negativa). A armadura transversal (positiva e negativa) era composta por $\phi 10$ c/250 mm ($\rho_t = 0,258\%$). A Figura 5.4 apresenta o *layout* da armadura utilizada no modelo S1T1.

Figura 5.1 - Vista lateral do esquema de ensaio do modelo S1T1.



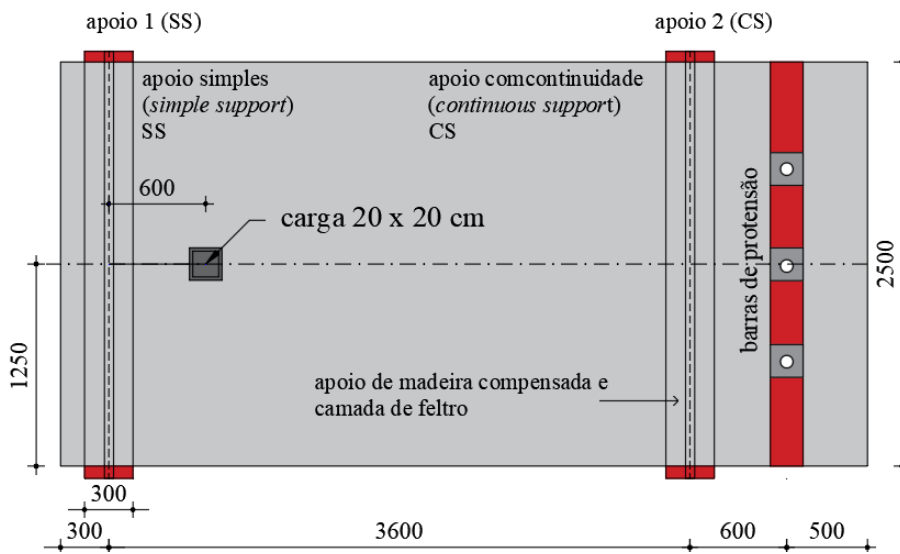
Fonte: Adaptado de Lantsoght (2013).

Figura 5.2 – Detalhe das condições de contorno.



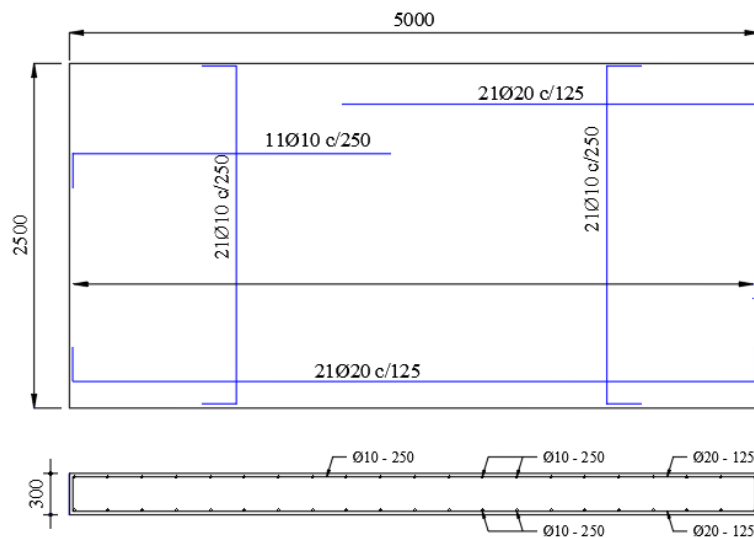
Fonte: Adaptado de RIJKSWATERSTAAT TECHNISCH DOCUMENT (2017).

Figura 5.3 – Vista superior do esquema de ensaio do modelo S1T1. (medidas em mm)



Fonte: Adaptado de Lantsoght (2013).

Figura 5.4 – Layout da Armadura do modelo S1T1 (medidas em mm).

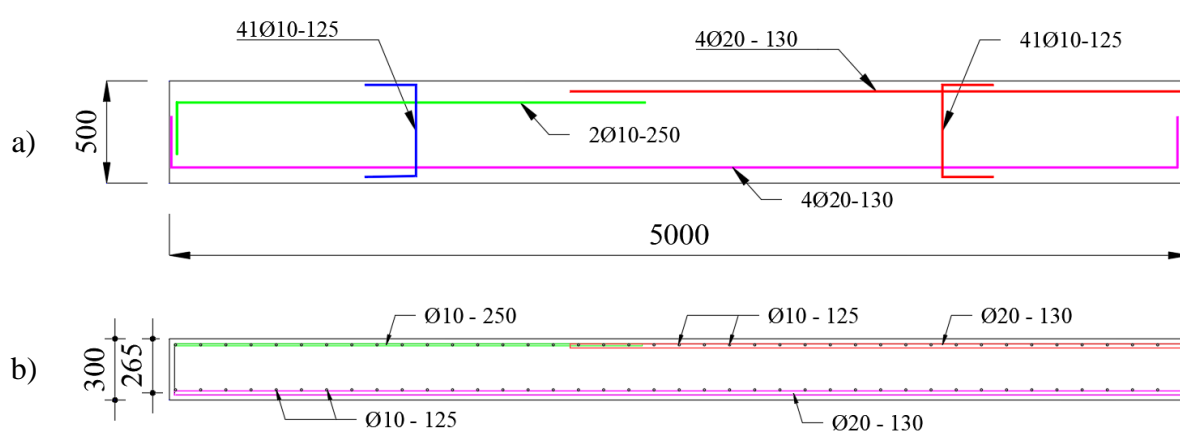


Fonte: Adaptado de Lantsoght (2013)

5.2.2 Modelo BS1T1- faixa de laje

O modelo BS1T1 também faz parte da série de experimentos ensaiados por Lantsoght (2013), diferenciando-se do modelo S1T1 basicamente em relação à largura da laje, neste caso de 500 mm. O esquema utilizado para ensaio é praticamente o mesmo da laje S1T1, mas utilizando apenas 1 dos tirantes para simular a continuidade da laje. A Figura 5.5 apresenta o detalhamento da armadura do modelo BS1T1.

Figura 5.5 – Layout da armadura do modelo BS1T1: a) vista superior e b) em corte (medidas em mm)



Fonte: Adaptado de Lantsoght (2013).

5.2.3 Propriedades dos materiais

Concreto

A resistência à compressão do concreto utilizado nos modelos experimentais foi obtida por meio de ensaios em corpos de prova cúbicos moldados durante a concretagem das lajes. Além disso, também foram extraídos corpos de prova cilíndricos das lajes (testemunhos) com diâmetro e altura de aproximadamente 100 mm. Para conversão da resistência medida em corpos de prova cúbicos para a resistência medida em corpos de prova cilíndricos foi utilizada a relação $f_{c,cyl_cube} = 0,85 \cdot f_{c,cube}$ (LANTSOGHT et al., 2015e). Para eliminação do efeito na resistência à compressão medida em corpos de prova cilíndricos (devido ao atrito dos pratos da prensa com o corpo de prova) foi utilizada a relação $f_{c,cor} = 0,95 \cdot f_{c,cyl}$ (FUSCO, 2008b). Esta última correção representa uma das estratégias de Reissen (2016) para simulação numérica com base em resultados experimentais. Para correção da resistência à compressão medida nos testemunhos de concreto ($f_{c,cyl,drilled}$) foram utilizadas as recomendações da ABNT NBR 7680-1:2015. A Tabela 5.1 apresenta os valores de resistência à compressão do concreto obtidos em

corpos de prova cúbicos ($f_{c,cube}$), estimados em copos de prova cilíndricos a partir da resistência em cubos (f_{c,cyl_cube}), obtidos em testemunhos cilíndricos de concreto ($f_{c,cyl,drilled}$) e estimados em corpos de prova cilíndricos corrigidos pelas dimensões dos testemunhos (f_{c,cyl_test}). Na Tabela 5.1 também é apresentada a resistência à tração obtida por compressão diametral dos corpos de prova cilíndricos ($f_{t,med}$) e a resistência à tração estimada pela formulação do Model Code 2010 (*fib*,2012) ($f_{t,MC}$). O tamanho máximo dos agregados do concreto utilizado vale 16 mm.

Tabela 5.1 – Parâmetros básicos do concreto utilizado nos modelos experimentais

Modelo	Medidos	Estimado	Testemunhos	Estimado	-	Medido	Estimado	-
	$f_{c,cube}$ (MPa)	f_{c,cyl_cube} (MPa)	$f_{c,cyl,drilled}$ (MPa)	f_{c,cyl_test}^{***} (MPa)	$\frac{f_{c,cyl_cube}}{f_{c,cyl_test}}$	$f_{t,medido}$ (MPa)	$f_{t,MC}^{***}$ (MPa)	$\frac{f_{t,med} \cdot 0,9}{f_{t,MC}}$
S1T1	35,7	30,345	36,19	32,52	0,933	3,54	2,954	1,078
			36,19					
			45,48					
S2T1	35,7	30,345	49,57	45,60	0,665	2,99	3,701	0,727
S3T1	50,7	43,095	60,96	42,07	1,024	4,22	3,911	1,026
			57,02**					
S8T1	77	65,45	66,74	56,08	1,167	6,00	4,099	1,317
			46,79					
			65,75					
			70,45					
BS1T1	81	68,85	*	56,08	1,228	6,00	4,099	1,317
BS3T1	91	77,35	-	-	-	-	4,49	-

*mesmo concreto utilizado no modelo experimental S8T1.; ** descartado por identificação de fissuras no testemunho. *** valores utilizados nos modelos calibrados.

Fonte: Adaptado de Lantsoght (2012a)

A resistência à tração do concreto também foi estimada analiticamente pela formulação do Model Code 2010 (*fib*,2012). Os valores analíticos e medidos de resistência à tração direta foram analisados nas modelagens numéricas para avaliar os que forneciam melhor aproximação com os resultados experimentais. Da Tabela 5.1 observa-se que em alguns modelos apresentaram valores de resistência à compressão e de tração significativamente diferentes dependendo da abordagem utilizada. Para a resistência à compressão dos modelos numéricos foi utilizada a obtida pelos testemunhos de concreto corrigida pelas dimensões dos corpos de prova (f_{c,cyl_test}). Para a resistência à tração foram usados os valores fornecidos pelo Model Code 2010, $f_{t,MC}$, por duas razões: (i) o ensaio de compressão diametral apresenta níveis de dispersão muito elevados e pode não ser o método de ensaio mais adequado por provocar compressão localizada na face do corpo de prova em contato com as placas de introdução da carga e (ii) os

valores de resistência à tração obtidos com o Model Code 2010 resultaram em modelos numéricos mais próximos aos experimentais.

Armadura

Como armaduras foram utilizadas barras deformáveis S500, cujas propriedades de resistência medidas em ensaio de tração são apresentadas na Tabela 5.2. Mais detalhes sobre estes ensaios podem ser consultados em Prochazkova e Lantsoght (2011).

Tabela 5.2 – Parâmetros básicos da armadura utilizada nos modelos.

Diâmetro	f_{ym} (MPa)	f_{um} (MPa)	E (GPa)
Ø20mm	542	658	200
Ø 10mm	537	628	200
Taxas de Armadura			
Modelo	ρ_ℓ (%)	ρ_t (%)	
S1T1	0,996	0,132	
S2T1	0,996	0,132	
S3T1	0,996	0,258	
S8T1	0,996	0,258	
BS1T1	0,948	0,258	
BS3T1	0,948	0,258	

Fonte: Adaptado de Prochazkova e Lantsoght (2011) e Lantsoght (2012a).

Condições de Contorno

As lajes e faixas de laje eram apoiadas sobre materiais deformáveis compostos por camadas de madeira compensada e um elastômero (tipo de borracha). A Tabela 5.3 apresenta a descrição do tipo, espessura e estado do material utilizado nos apoios de cada modelo, bem como as dimensões da placa de aplicação da carga.

A Figura 5.6 apresenta o comportamento tensão-deformação (Figura 5.6a) e comportamento força deslocamento $F \times d$ (Figura 5.6b) dos materiais P50 e N100 utilizados nos apoios. No caso das curvas força-deslocamento, estas são de mais simples implementação em modelos numéricos com molas substituindo os apoios. Merece nota ainda que as curvas $F \times d$ Figura 5.6 foram montadas com as diferentes espessuras utilizadas nos modelos S1T1 e S8T1, o que explica parte da grande diferença de rigidezes das curvas.

Outro comentário importante é que os níveis de tensões máximos atingidos nos materiais de apoio utilizados nos ensaios de caracterização foram relativamente pequenos (8 MPa na Figura 5.6a), o que limitou a compreensão mais adequado do comportamento dos materiais nos ensaios das lajes, que atingiram níveis mais elevados de tensão. Por esta razão as curvas tiveram

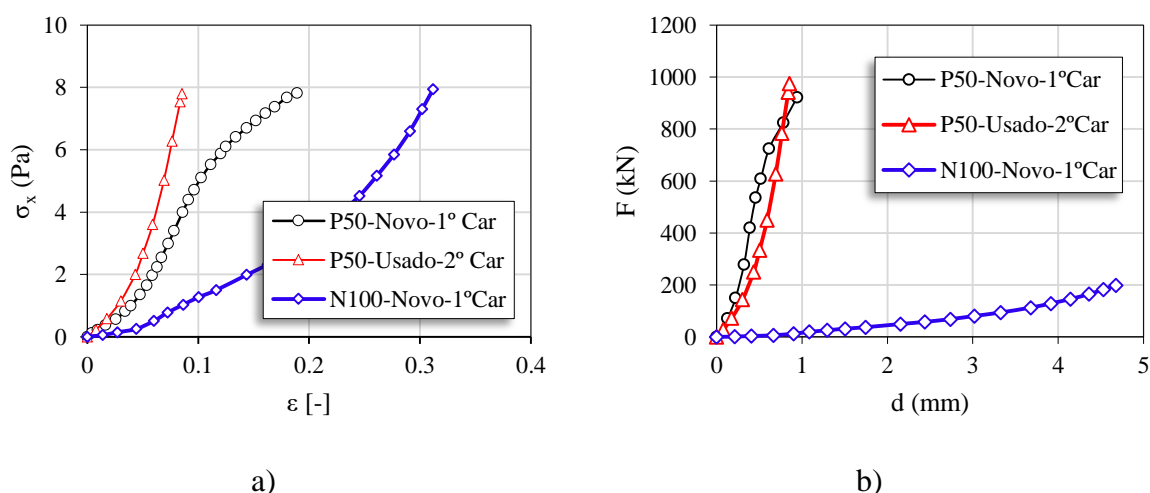
de ser extrapoladas para implementação nos modelos numéricos (PROCHÁZKOVÁ; LANTSOUGHT; VEEN, 2012).

Tabela 5.3 - Variáveis Básicas das Condições de Contorno

Laje	Feltro			Placa de Carga	
	Tipo	Espessura (mm)	Estado	Dimensões (mm x mm)	Espessura
S1T1	P50	10	Novo	200 x 200	-
S2T1	P50	10	Usado	300 x 300	15 e 20
S3T1	P50	10	Usado	300 x 300	15 e 20
S8T1	N100	15	Usado	300 x 300	15, 20 e 25
BS1T1	N100	15	-	300 x 300	-
BS3T1	N100	15	Novo	200 x 200	-

Fonte: Adaptado de Procházková, Lantsoght e Veen (2012).

Figura 5.6 – Comportamento dos materiais do apoio a) tensão-deformação e b) Força x deslocamento.



Fonte: Adaptado de Procházková, Lantsoght e Veen (2012).

5.3 Modelagem – Aspectos Gerais

O concreto e placas de apoio ou aplicação de carga, quanto utilizadas nos modelos, foram simulados com elementos sólidos hexagonais de 8 nós e integração reduzida (C3D8R). A integração reduzida foi utilizada para evitar o travamento de força cortante (*shear locking*) que os elementos finitos baseados na teoria de Reissner-Mindlin estão passíveis de apresentar (ABAQUS 6.14, 2014; NANA et al., 2017). O *shear locking* pode ser compreendido como uma forma de distorção dos elementos que pode afetar significativamente os resultados. Nos elementos sólidos também foi ativado o *hourglass control* (controle de ampulheta). O *hourglass control* é uma outra forma de distorção dos elementos associada a discretização da malha e ordem geométrica de elementos lineares. Nesta pesquisa os elementos com grau de aproximação

quadrática não foram utilizados pelo grande custo computacional verificado em simulações preliminares. Como os resultados obtidos com os elementos C3D8R eram satisfatórios o tipo de elemento escolhido foi considerado válido. A armadura foi modelada com elementos de barras de 2 nós (T3D2).

Os elementos de barra da armadura foram considerados embutidos nos sólidos de concreto através da formulação *embedded* disponível no Abaqus/CAE, que pressupõe aderência perfeita entre os materiais (sem deslizamento). Nesta formulação os graus de liberdade dos elementos de barra embutidos são controlados pelos valores interpolados dos correspondentes graus de liberdade dos elementos da matriz de concreto. Desta forma, os nós dos elementos embutidos não necessariamente precisam coincidir com os nós dos elementos da matriz.

Reissen (2016) explica que o software Abaqus permite resolver problemas não-lineares por duas estratégias distintas: Abaqus/Standard e Abaqus/Explícit. No Abaqus/Standard as equações do problema são resolvidas iterativamente usando o método Newton-Raphson, enquanto o estado de equilíbrio entre forças externas e internas é determinado para cada passo de carregamento. No Abaqus/Explícit, por sua vez, o equilíbrio é conhecido no passo inicial e então extrapolado nos passos seguintes. O método de solução explícita é um procedimento verdadeiramente dinâmico originalmente desenvolvido para modelar eventos de alta velocidade nos quais a inércia exerce uma função dominante na solução. Entretanto, este método tem sido largamente utilizado com bons resultados em estudos numéricos envolvendo problemas estáticos ou quase-estáticos de resistência à força cortante (BUI et al., 2017a; GENIKOMSOU; POLAK, 2015; NANA et al., 2017; REISSEN; HEGGER, 2013b). A grande vantagem do método explícito é que este apresenta menos problemas de convergência em problemas não lineares e tende a apresentar tempos de processamento significativamente menores que no método Abaqus/Standard. Entretanto, no método do Abaqus/Explícit o resultado da convergência nem sempre é satisfatório, uma vez que pode ser afetado pelas forças inerciais inerentes a problemas dinâmicos.

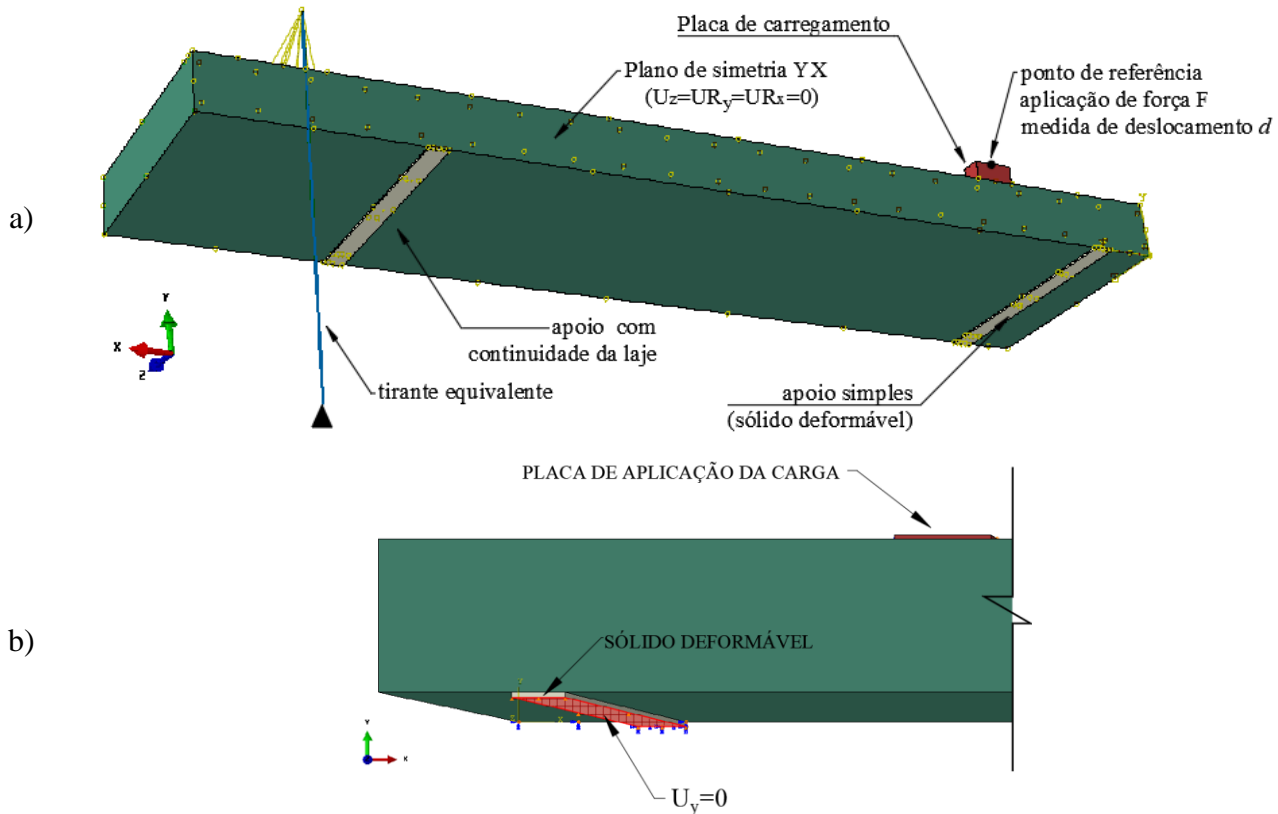
Nesta pesquisa foi estudada a possibilidade de utilização do método Abaqus/Explícit, mas como os efeitos dinâmicos do método não puderam ser contornados foi adotado o Abaqus/Standard na sequência dos estudos.

5.4 Modelagem das condições de contorno

O SIT1 escolhido é de um modelo simplesmente apoiado sobre dois conjuntos de apoios deformáveis, sendo os últimos apoiados sobre duas vigas rígidas (Figura 5.1 e Figura 5.2). Os apoios deformáveis consistem de um combinado de feltro elástico e madeira compensada.

Foram identificadas 3 abordagens principais para a modelagem das condições de contorno: (i) utilização de elementos sólidos deformáveis nos apoios com os nós rigidamente acoplados aos nós da laje (função *tie* no ABAQUS)(Figura 5.7); (ii) utilização de sólidos deformáveis nos apoios com elementos de interface entre os apoios e a laje e (iii) utilização de mola linear acoplada aos elementos de concreto da laje na superfície de apoio (elemento de *connector* no ABAQUS)(Figura 5.8). Em todos os modelos foi utilizada simetria no eixo do vão.

Figura 5.7 – Abordagem (i): a) vista geral do modelo; b) detalhe do apoio simples com sólido deformável.

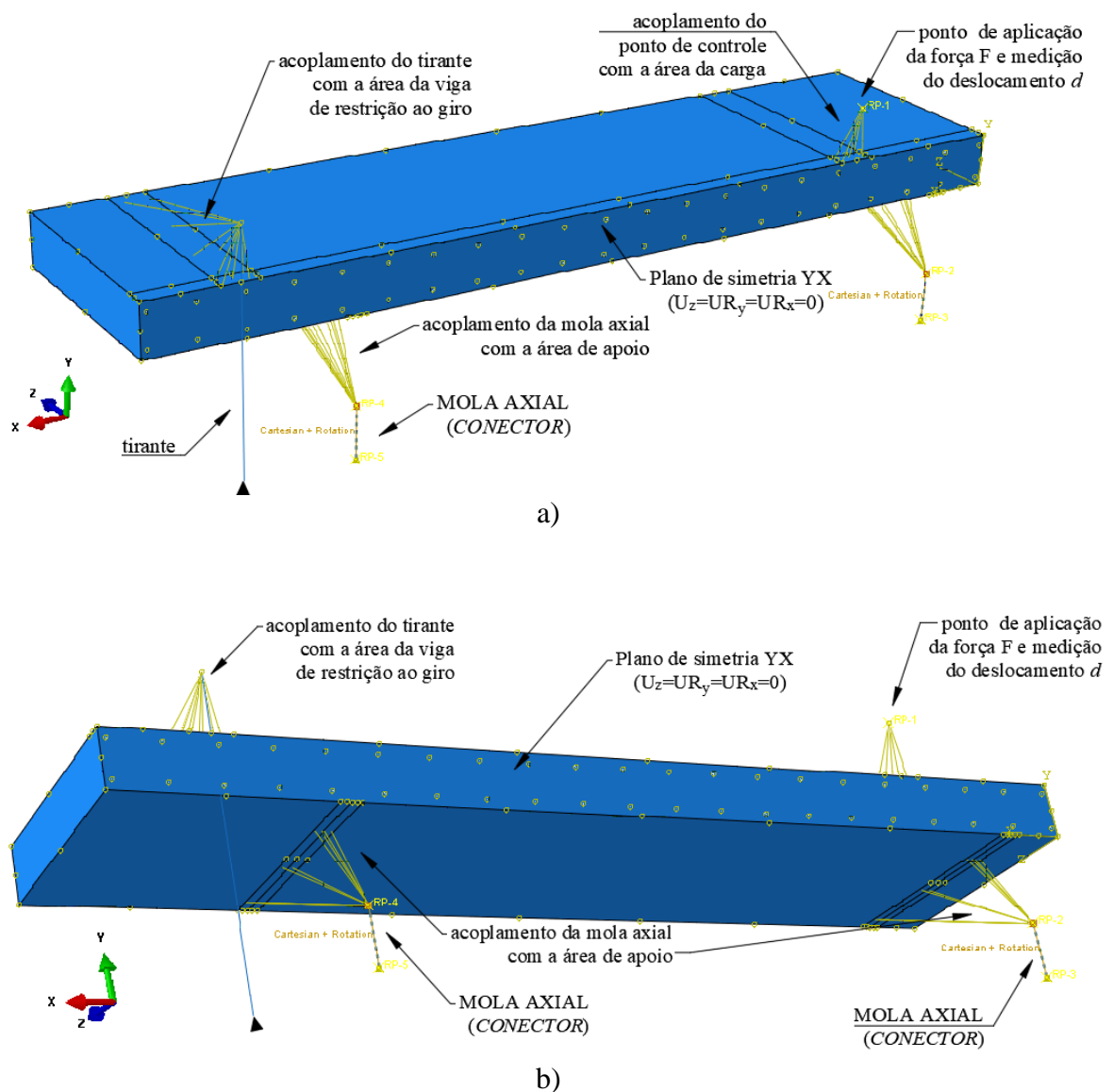


Fonte: Autor (2019).

A primeira abordagem (i – placas nos apoios) demonstrou não ser adequada por restringir de forma muito acentuada o giro no apoio simples devido à restrição de deslocamentos verticais ao longo de uma superfície. Esta abordagem também resultou em perda de rigidez acentuada (mudança de inclinação na curva força x deslocamento do atuador) nos modelos numéricos analisados (Figura 5.9), que não ocorreram nos modelos experimentais de referência. A segunda abordagem (ii – elementos de interface) pode ser considerada a mais próxima da realidade, uma vez que a laje estava simplesmente apoiada sobre os apoios deformáveis com a

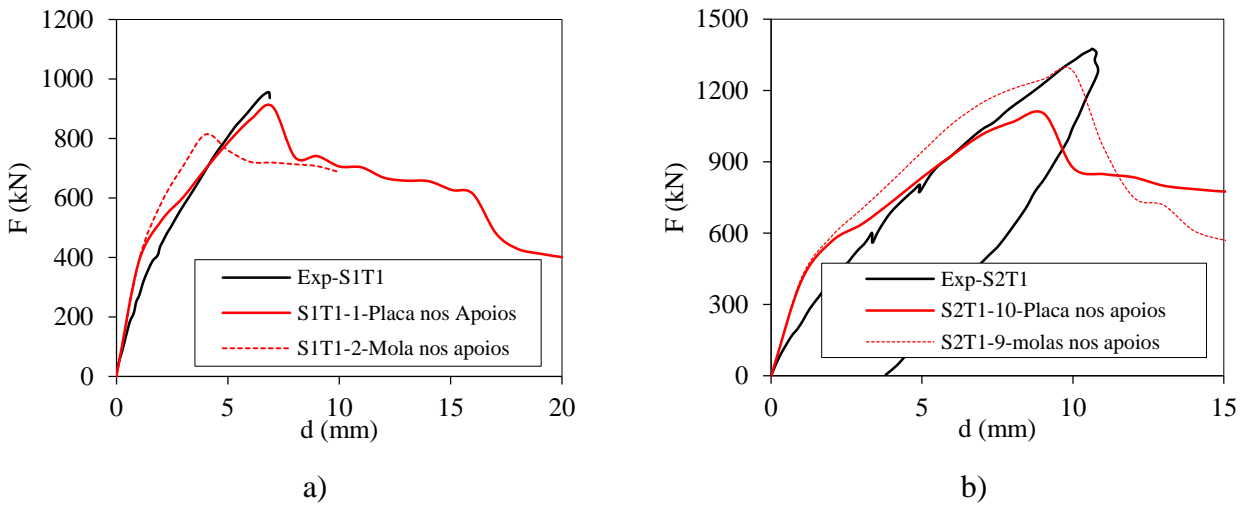
presença de uma interface entre estes. Entretanto, a inclusão de elementos de interface nestes casos aumenta significativamente o tempo de processamento dos modelos numéricos ao inserir maior complexidade na resolução do problema. Como a falha nos modelos experimentais não ocorria na interface entre apoios e laje, a inserção deste parâmetro no modelo numérico foi preferencialmente evitada.

Figura 5.8 - Abordagem (iii): a) Vista superior; b) Vista inferior.



Fonte: Autor (2019).

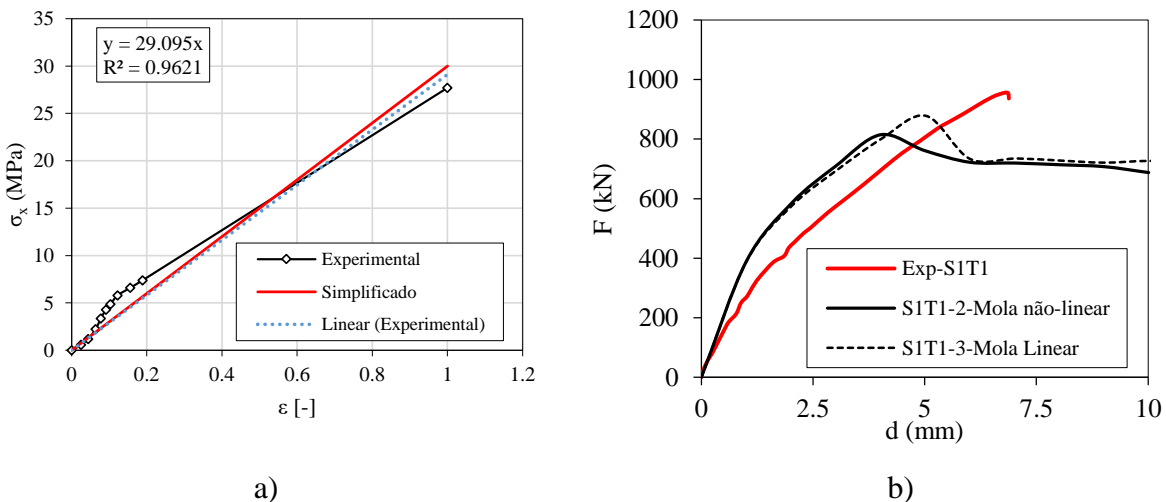
Figura 5.9 – Diferença de resultados considerando uma placa nos apoios ou uma mola não-linear acoplada à superfície apoiada.



Fonte: Autor (2019).

A deformabilidade incluída na simulação dos apoios está representada pela curva tensão-deformação da Figura 5.10a. Observe que na Figura 5.10 a curva tensão-deformação dos apoios teve de ser extrapolada para maiores níveis de tensão, sendo utilizados os valores citados na referência dos ensaios (PROCHÁZKOVÁ; LANTSOGHT; VEEN, 2012).

Figura 5.10 – Curva tensão-deformação dos apoios deformáveis entre a laje e as vigas rígidas: a) curva completa e b) efeito da não-linearidade da mola de apoio.



Fonte: a) Adaptado de Procházková et al. (2012) e b) Autor (2019).

Para simplificação do modelo numérico foram adotadas molas lineares axiais e utilizado como dado de entrada a rigidez axial das molas considerando os apoios novos (1º ensaio) no caso do material P50. A Figura 5.10b apresenta o efeito da consideração da não-linearidade do

material do apoio no comportamento geral do modelo numérico, a partir da qual verificou-se que os efeitos eram pouco significativos para o estudo desenvolvido. A curva $F \times d$ refere-se a curva força x deslocamento do ponto central de aplicação da carga no modelo S1T1 com controle de deslocamentos (ver Figura 5.7 e Figura 5.8).

Observa-se na Figura 5.10a que existe um trecho não-linear seguido de um trecho linear com módulo de elasticidade medido de 28MPa. Por simplificação, nas análises foi utilizado um módulo de elasticidade inteiramente linear com valor de 30MPa (linha em vermelho), que se aproxima bastante da linha de tendência linear considerando os dois trechos da curva (29MPa).

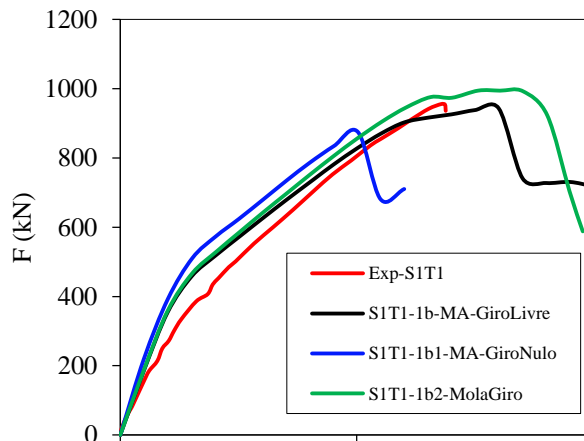
Desta forma, optou-se pela utilização da abordagem (iii) na sequência do trabalho: modelagem dos apoios com a utilização de superfície de molas. No ABAQUS/CAE a estratégia utilizada para isto foi a implementação de elementos de conector com propriedades de molas lineares ou não lineares atribuídas a estes. Em virtude da distribuição desigual de rigidezes entre as molas esta poderia ter influência indesejada nos resultados, mas as simulações numéricas demonstraram que isto não ocorria. A possível explicação é que devido à alta rigidez da laje comparada ao material do apoio, a distribuição desigual de rigidezes nas molas teria pouca influência.

Modelagem do grau de restrição ao giro dos apoios

Devido à dimensão no plano da superfície de apoio, poderia ser questionada a necessidade inclusão de uma mola rotacional para simular a rigidez ao giro tanto no apoio simples como no apoio com continuidade da laje. Por esta razão foram simulados modelos em três situações: (i) giro livre (sem mola rotacional), (ii) Giro nulo (mola rotacional com rigidez muito elevada $k_{\theta} = 3 \cdot 10^{30} N / rad$) e (iii) mola de giro com rigidez $k_{\theta} = 1,62 \cdot 10^6 N / rad$. Da Figura 5.11 observou-se que a não consideração da mola rotacional (giro livre) aproximou bem o resultado do modelo numérico ao do modelo experimental em termos da força máxima do ensaio F .

Como as lajes estavam simplesmente apoiadas sobre as camadas de feltro e elastômero e a dimensão na direção do vão destas placas de apoio era relativamente pequena (100 mm), admitiu-se que a situação mais próxima do ensaio seria a suposição de uma rótula nos apoios sem restrição ao giro.

Figura 5.11 – Influência de molas rotacionais nos apoios.



Fonte: Autor (2019).

Modelagem dos tirantes

Foram avaliadas duas abordagens para simulação da continuidade da laje no apoio (CS) do modelo experimental: (i) modelando um tirante com a rigidez axial equivalente aos três tirantes do modelo experimental e; (ii) aplicando uma pressão distribuída constante, equivalente à força dos tirantes na ruptura dos modelos, na respectiva área da laje que recebe a força dos tirantes desde o passo inicial do carregamento. Ou seja, na primeira abordagem a força de reação dos tirantes pode variar ao longo da aplicação do carregamento da laje, enquanto na segunda abordagem a força dos tirantes seria fixa e igual ao valor medido na ruptura.

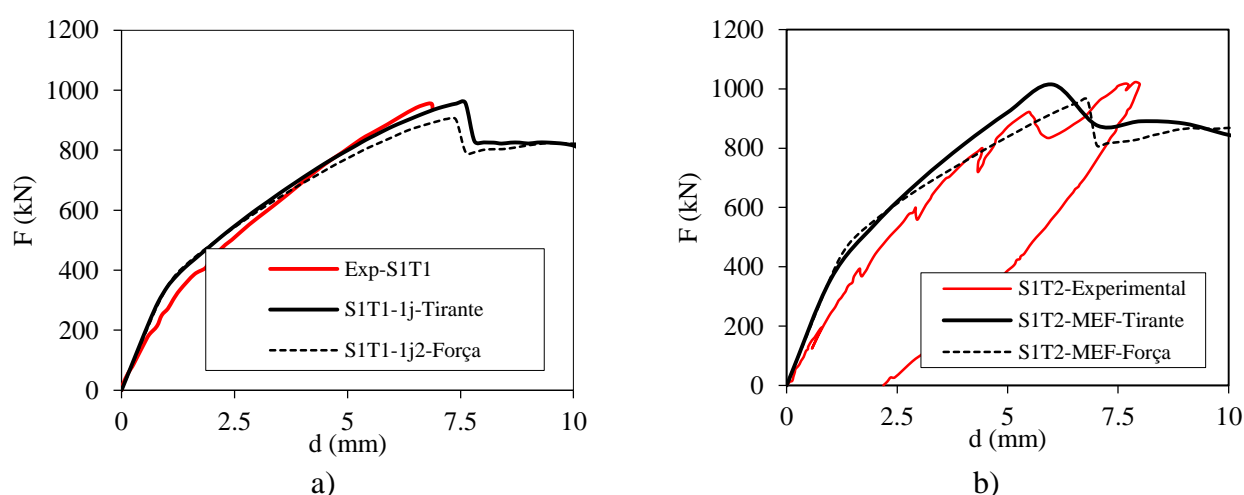
A diferença entre as duas abordagens está ilustrada na Figura 5.12. Como pode-se observar, a aplicação de uma força equivalente aos dos tirantes antes do carregamento principal conduziu a pequenas diferenças de resultado na curva força F x deslocamento d do atuador, mais pronunciadas no caso de carregamento próximo do apoio com continuidade (Figura 5.12b).

Como pode-se observar, a estratégia mais simplista provocou perda de rigidez (inclinação da curva) mais ou menos acentuada a partir de um estágio menor de carga e, em geral, conduziu a previsões mais conservadoras de resistência e mais distantes dos valores experimentais. Por esta razão, a estratégia de utilização de uma força fixa ao longo do processamento foi descartada na sequência dos trabalhos.

A Tabela 5.4 apresenta a diferença de estratégias de modelagem em termos da força de pico (máximas ou de ruptura) e da força cortante observados para os 8 ensaios sobre lajes (S1-S8) avaliados através de modelos numéricos. Da Tabela 5.4 observa-se que as abordagens com a modelagem do tirante e com a força equivalente apresentaram resultados bastante

semelhantes, embora configurem situações bem distintas. Isto pode ser possível em função da rigidez dos tirantes ser muito elevada, próxima ao de apoios rígidos. Embora a simulação com a força equivalente configurasse uma modelagem mais simplista, no decorrer das análises foram utilizadas simulações com a modelagem do tirante. Na Tabela 5.4 e nas seguintes vale a seguinte nomenclatura: SS: carga parcialmente distribuída próxima de apoio simples; CS: carga parcialmente distribuída próxima de apoio com continuidade; MED: valor médio; COV: coeficiente de variação.

Figura 5.12 – Influência da forma de modelagem da continuidade da laje sobre o apoio CS nos modelos: a) S1T1 e b) S1T2 (carga próxima do apoio com continuidade).



Fonte: Autor (2019).

Tabela 5.4 – Diferença de resultados entre as abordagens utilizadas para modelagem da continuidade da laje.

Modelo	P_{exp}/P_{MEF}					
	Todos		SS		CS	
	MED	COV	MED	COV	MED	COV
Tirante	0.98	6.75%	1.010	3.19%	0.948	8.56%
Força Equivalente	0.98	7.43%	0.988	5.43%	0.978	9.96%
Modelo	V_{exp}/V_{MEF}					
	Todos		SS		CS	
	MED	COV	MED	COV	MED	COV
Tirante	0.97	7.48%	1.015	4.10%	0.931	8.26%
Força Equivalente	0.98	7.04%	0.987	5.42%	0.977	9.28%

Fonte: Autor (2019).

5.5 Modelagem do Concreto

Dentre os vários modelos constitutivos disponíveis na literatura para simular o concreto, o modelo de plasticidade com dano (*Concrete Damage Plasticity-CDP*) disponível no

ABAQUS/CAE foi o adotado. Este modelo foi inicialmente proposto por Lubliner et al. (1989) e modificado por Lee e Fenves (1998). Reissen (2016) explica que, assim como outros modelos de plasticidade, ele é baseado em três características para descrever o comportamento do concreto: (i) condição de plastificação (*flow condition*); (ii) lei de enrijecimento ou amolecimento (*hardening* ou *softening law*) e (iii) regra de fluxo (*flow rule*). As condições de plastificação determinam se o material segue um comportamento plástico ou elástico dependendo do estado de tensões e pode ser compreendido graficamente como uma superfície (*yield surface*) no espaço tridimensional de tensões que engloba a região elástica. As leis de enrijecimento ou amolecimento do concreto descrevem as relações tensão-deformação devido ao comportamento plástico do material. A regra de fluxo descreve o desenvolvimento das distorções plásticas no ramo inelástico das curvas tensão-deformação do concreto e determina a direção e magnitude do vetor de deformações plásticas para um dado estado de tensões.

As relações tensão-deformação do concreto sob compressão e tração foram estimadas analiticamente com base nos parâmetros materiais obtidos em ensaios de resistência à compressão e resistência à tração de corpos de prova.

5.5.1 *Módulo de Elasticidade*

O módulo de elasticidade é um dos parâmetros de maior variabilidade do concreto, principalmente em concretos de maiores resistências onde este apresenta comportamento muito frágil ou explosivo. Na Tabela 5.5 são apresentadas algumas das formulações mais tradicionais para obtenção do módulo de elasticidade, que se distinguem, dentre outros aspectos, pela consideração da raiz cúbica ou quadrada da resistência à compressão do concreto. Nas análises subsequentes foi adotado o modelo de cálculo da ABNT NBR 6118:2014, principalmente por fazer distinção nas formulações para concretos de resistências normais e de alta resistência e por levar em consideração o tipo de agregado.

Um ponto destacado por Reissen (2016) é que, em modelos como o Model Code 2010 (*fib*,2012) o módulo de elasticidade do concreto tem grande importância no nível de precisão dos modelos. A mesma verificou que, em média, os valores calculados do módulo de elasticidade por correlações com a resistência do concreto em sua análise foram 15% superiores aos verificados experimentalmente. Este é um dos parâmetros que pode influenciar em análises como as realizadas neste trabalho. Como o módulo de elasticidade é um parâmetro de mais difícil obtenção comparado aos ensaios de resistência à tração e compressão, nem todas as análises experimentais costumam apresentar medidas deste, principalmente de trabalhos mais antigos.

Tabela 5.5 – Módulo de elasticidade.

Referência	Formulação
ABNT NBR 6118:2014	$E_{ci} (MPa) = \begin{cases} \alpha_E \cdot 5600 \cdot \sqrt{f_{ck}} & \text{para } f_{ck} \text{ de 20 MPa a 50 MPa} \\ 21,5 \cdot 10^3 \cdot \alpha_E \cdot \left(\frac{f_{ck}}{10} + 1,25 \right)^{1/3} & \text{, para } f_{ck} \text{ de 55 MPa a 90MPa} \end{cases}$
Model Code 2010	$E_{ci} = E_{c0} \cdot \alpha_E \cdot \left(\frac{f_{ck} + \Delta f}{10} \right)^{1/3} ; \Delta f = 8MPa ; E_{c0} = 21,5 \cdot 10^3 MPa$ Ou $E_{ci} = E_{c0} \cdot \alpha_E \cdot \left(\frac{f_{cm}}{10} \right)^{1/3}$
Eurocode 2 (1992)	$E_{cm} = 22 \cdot \left[(f_{cm}) / 10 \right]^{0,3} ;$ $f_{cm} = \begin{cases} 0,30 \cdot f_{ck}^{(2/3)} & \text{para concretos } \leq C50/C60 \\ 2,12 \cdot \ln(f_{cm} / 10) & \text{para concretos } > C50/C60 \end{cases}$

Fonte: Autor (2019).

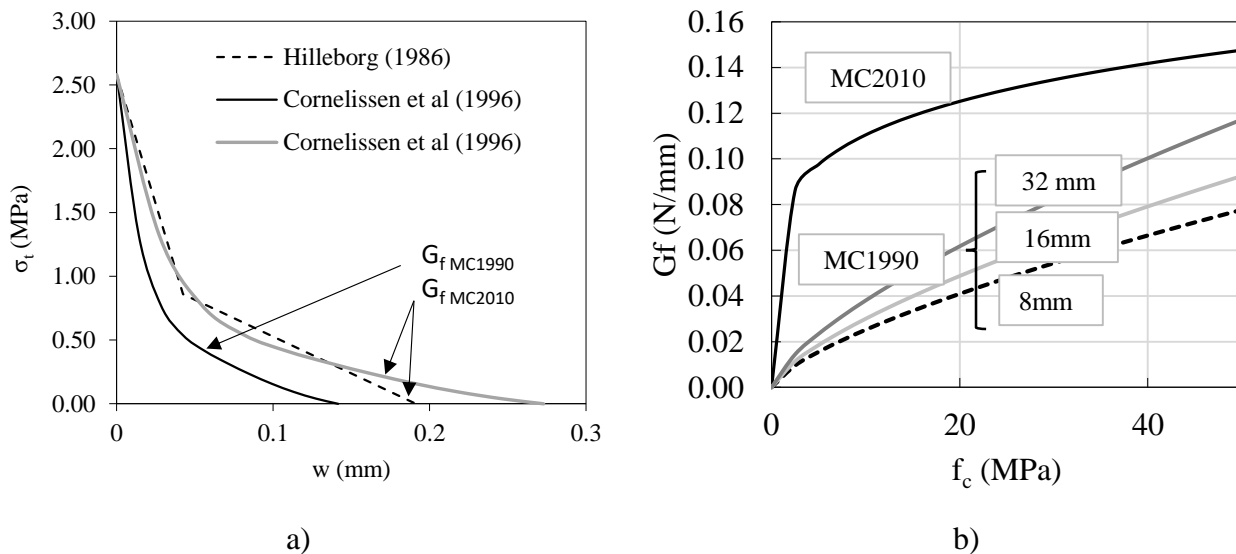
5.5.2 Comportamento uniaxial do concreto na tração

O comportamento uniaxial do concreto submetido a tensões de tração é fortemente influenciado pelo seu comportamento frágil. Até atingir a tensão de resistência máxima à tração f_{ct} o comportamento tensão-deformação pode ser descrito por um crescimento linear da tensão proporcional ao módulo de elasticidade inicial do concreto E_{ci} . Desta forma, o comportamento do concreto submetido à tensões de tração seria menos dependente da malha de elementos finitos em seu regime linear. Entretanto, no ramo pós-pico de resistência à tração do concreto (também conhecido como ramo de amolecimento do concreto sujeito à tração (*tension softening*)), o comportamento do concreto sob tração é diretamente influenciado pelas dimensões da malha de elementos finitos (NANA et al., 2017; VAN MIER, 1986). Isto se deve à grande concentração de tensões na ponta das fissuras, resultando em desproporcionalidade entre tensões e deformações nesta região.

O uso de relações tensão-deformação para descrever o comportamento uniaxial do concreto torna os resultados do modelo numérico fortemente dependentes da discretização da malha de elementos finitos, nos quais a energia dissipada com o refinamento da malha reduz significativamente (REISSEN, 2016). Por esta razão, comumente o comportamento tensão-deformação do concreto sob tração no ramo pós pico é substituído por relações tensão-abertura de fissura.

Estas relações são baseadas na ideia de que quanto maior a abertura de fissuras menor é a capacidade de transferência de tensões de tração entre as faces da fissura. Estes modelos, denominados de modelos de fissura fictícia (*fiction crack models*), são geralmente baseados na energia de fratura do concreto e reduzem problemas de sensibilidade da malha e convergência numérica (CORNELISSEN, H. A. W.; HORDIJK, D. A.; AND REINHARDT, 1986; HILLERBORG, 1985). A energia de fratura corresponde graficamente ao trabalho necessário para formação de uma fissura livre de tensões de tração. A Figura 5.13a apresenta graficamente diferentes modelos de fissura fictícia de acordo com a formulação de energia de fratura utilizada nas diferentes versões do Model Code (MC), enquanto a Figura 5.13b apresenta a distinção entre as formulações de energia de fratura de acordo com a resistência à compressão dos concretos e a consideração ou não da dimensão máxima dos agregados.

Figura 5.13 – a) Efeito de diferentes formas de cálculo da energia de fratura na curva tensão-abertura de fissura do concreto sob tensões de tração e b) efeito das dimensões do agregado graúdo e modelo de cálculo na energia de fratura.



Fonte: Autor (2019).

No intuito de contornar estes problemas de dependência da malha nos resultados quando utilizadas relações tensão-deformação para o comportamento do concreto sob tração, o software Abaqus/CAE usa em todas as modelos de evolução do dano uma formulação dedicada à redução de sensibilidade da malha. Isto é possível pela introdução de um comprimento característico na formulação, que no Abaqus está relacionado à dimensão média dos elementos, e expressa o comportamento pós pico do concreto sob tração como uma relação tensão-abertura de fissura.

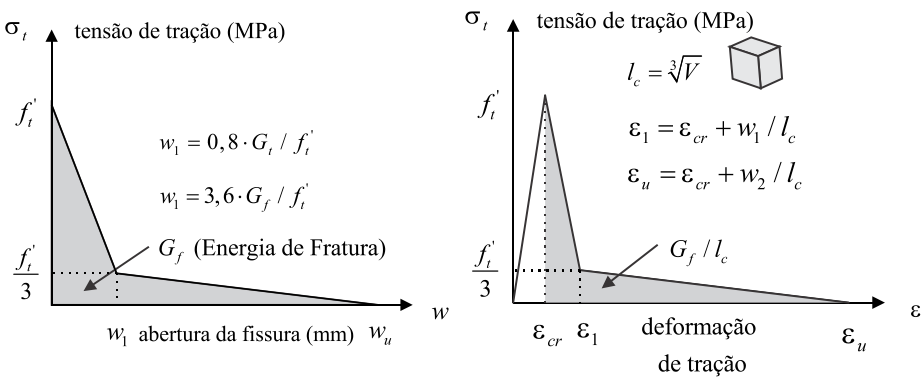
Desta forma, o Abaqus converte as curvas de tensão-deformação inseridas no modelo constitutivo por equivalentes em tensão-abertura de fissura (ABAQUS 6.14, 2014).

Neste caso, a energia dissipada durante a evolução do dano é especificada por unidade de área, não por unidade de volume. Nesta formulação a energia dissipada pelo dano é tratada como um parâmetro material adicional que é usado para computar a abertura de fissura associada ao dano integral do material. Desta forma, a formulação é consistente com o conceito de liberação de energia crítica (*critical energy release*) como um parâmetro material para a mecânica da fratura. Esta formulação garante que a quantidade correta de energia é dissipada e alivia consideravelmente a dependência da malha nos resultados (ABAQUS 6.14, 2014).

A Tabela 5.6 apresenta algumas das principais formulações para determinar analiticamente a relação tensão-deformação do concreto em tração uniaxial descritas na literatura. Da Tabela 5.6 observa-se que a formulação de Guo (2014) tende a ser a mais simplista, por não levar em consideração a energia de fratura do concreto. Os demais modelos (CORNELISSEN, H. A. W.; HORDIJK, D. A.; AND REINHARDT, 1986; HILLERBORG, 1985; HORDIJK, 1991) apresentam em comum em suas formulações a consideração da energia de fratura. Além disso, observa-se que as formulações de Cornelissen, Hordijk e Reinhardt (1986) e Hordijk (1991) são equivalentes. A conversão do comportamento tensão-abertura de fissura em tensão-deformação destes modelos, como a realizada por Genikomsou e Polak (2015), baseia-se no Método de Banda de Fissuras (BAŽANT; OH, 1983).

A Figura 5.14 apresenta a distinção entre as diferentes formulações tensão-deformação (Figura 5.14a) e tensão-abertura de fissura (Figura 5.14b) para o comportamento uniaxial do concreto submetido às tensões de tração. Na Figura 5.14 foi utilizada a energia de fratura definida pelo Model Code 2010 para comparação entre as curvas. Observa-se da Figura 5.14 que a maioria das formulações para descrever o comportamento do concreto sujeito a tensões de tração apresentam formas e resultados semelhantes. As maiores diferenças se situam no final do ramo pós-pico, uma vez que o modelo de Guo (2014), por exemplo, apresenta uma resistência residual a tração mais elevada que os demais para os mesmos níveis de deformação.

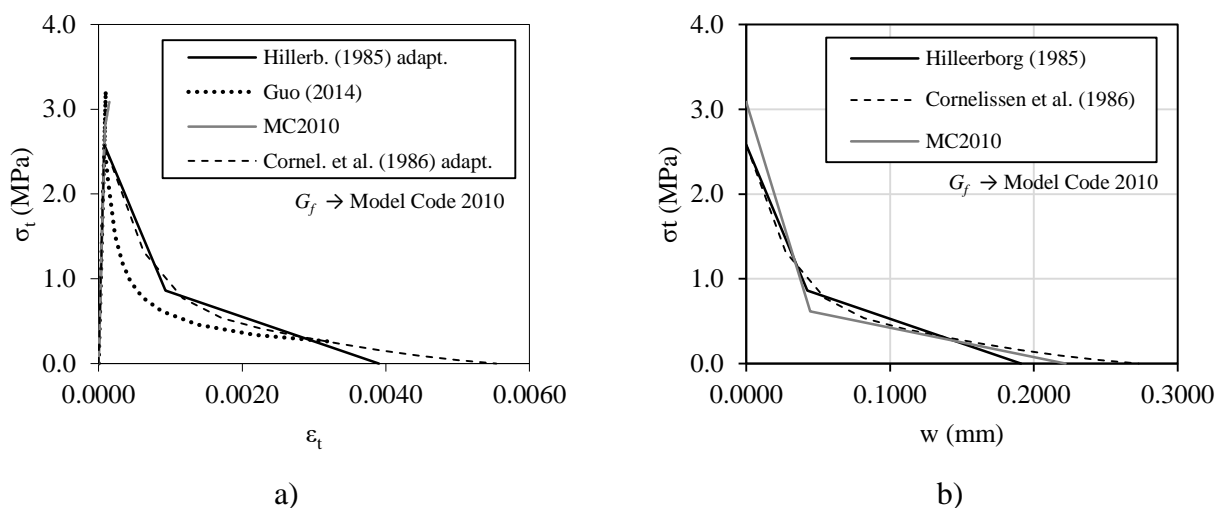
Tabela 5.6 – Modelos constitutivos para o concreto sob tensões de tração.

Referência	Relação tensão-deformação
Guo (2014)	$x = \frac{\varepsilon}{\varepsilon_{t,p}}, y = \frac{\sigma}{f_t}, p / \begin{cases} x \leq 1, & y = 1,2 \cdot x - 0,2 \cdot x^6 \\ x \geq 1, & y = \frac{x}{\alpha_t (x-1)^{1,7} + x} \end{cases}, \alpha_t = 0,312 \cdot f_t^2$
Hordijk (1991)	$\frac{\sigma(\varepsilon_{nn})}{f_t} = \begin{cases} \left(1 + \left(c_1 \cdot \frac{\varepsilon_{nn}}{\varepsilon_{nn,ult}} \right) \exp \left(-c_2 \frac{\varepsilon_{nn}}{\varepsilon_{nn,ult}} \right) - \frac{\varepsilon_{nn}}{\varepsilon_{nn,ult}} (1 + c_1^3) \exp(-c_2) \right) & \text{se } 0 \leq \varepsilon_{nn} \leq \varepsilon_{nn,ult} \\ 0 & \text{se } \varepsilon_{nn,ult} \leq \varepsilon_{nn} \leq \infty \end{cases}$ $\varepsilon_{nn,ult} = 5,136 \cdot \frac{G_f}{h \cdot f_t}; c_1 = 3; c_2 = 6,93$
	Relação tensão-abertura de fissura
(CORNELISSEN, H. A. W.; HORDIJK, D. A.; AND REINHARDT, 1986)	$\frac{\sigma}{f_t} = \left[1 + \left(c_1 \cdot \frac{w}{w_c} \right)^3 \right] \cdot e^{-c_2 \cdot \frac{w}{w_c}} - \frac{w}{w_c} (1 - c_1^3) \cdot e^{-c_2}$ onde $c_1 = 3; c_2 = 6,93; w_c = 5,14 \cdot \frac{G_f}{f_t}$
Hillerborg (1985) adaptado por Genikomsou e Polak (2015)	 <p> σ_t tensão de tração (MPa) f_t' $w_1 = 0,8 \cdot G_f / f_t'$ $w_1 = 3,6 \cdot G_f / f_t'$ G_f (Energia de Fratura) w_1 abertura da fissura (mm) w_u </p> <p> σ_t tensão de tração (MPa) f_t' $l_c = \sqrt[3]{V}$ $\varepsilon_1 = \varepsilon_{cr} + w_1 / l_c$ $\varepsilon_u = \varepsilon_{cr} + w_2 / l_c$ G_f / l_c ε_{cr} ε_1 deformação de tração ε_u </p>

Fonte: Autor (2019).

A explicação dos parâmetros utilizados na Tabela 5.6, quando não descritas ao longo do texto, pode ser consultada nas referências citadas. As formulações disponíveis para o comportamento uniaxial do concreto sujeito à tração, pelas diferenças pouco significativas, produzem resultados semelhantes nos modelos numéricos.

Figura 5.14 – a) Curva tensão-deformação e b) curva tensão-abertura de fissura do concreto sob tensões de tração com diferentes modelos constitutivos.



Fonte: Autor (2019).

5.5.3 Comportamento uniaxial do concreto na compressão

O comportamento tensão-deformação do concreto submetido à compressão pode ser estimado analiticamente por diversas relações consagradas na literatura, mas que podem diferir significativamente de formulação, como observado na Tabela 5.7. A Figura 5.15 ilustra as diferentes curvas obtidas com os modelos de comportamento tensão-deformação na compressão. Nestas formulações f_c' é a tensão máxima de resistência à compressão do concreto, ϵ_c' é a deformação correspondente à tensão de resistência máxima à compressão; E_{it} é a inclinação da curva na origem ou o módulo de elasticidade tangente.

Da Figura 5.15 observa-se que a maioria dos modelos constitutivos apresentam resultados semelhantes até a tensão de máxima de compressão. Entretanto, as abordagens apresentam diferenças significativas no ramo pós-pico. Notou-se que modelos como o de Feenstra e De Borst (1995) e Elstner e Hognestad (1956) apresentam uma solução fechada para a curva por levar em consideração a deformação última do concreto, ou seja, definem um ponto onde a resistência à compressão deve ser nula. Os demais modelos apresentam sempre uma resistência residual no ramo descendente mais pronunciada, como no modelo de Carreira e Chu (1985) e de Guo (2014). Embora estes últimos representem melhor uma larga faixa de experimentos, por não definirem a deformação de resistência nula estes podem resultar em influência indesejada no modelo numérico. Outro aspecto que chama atenção é que, mesmo

nos modelos definem a deformação última na curva, os valores destas deformações (calculadas nos próprios modelos) geralmente são muito superiores aos valores verificados experimentalmente (0,0035 ou 3,5%).

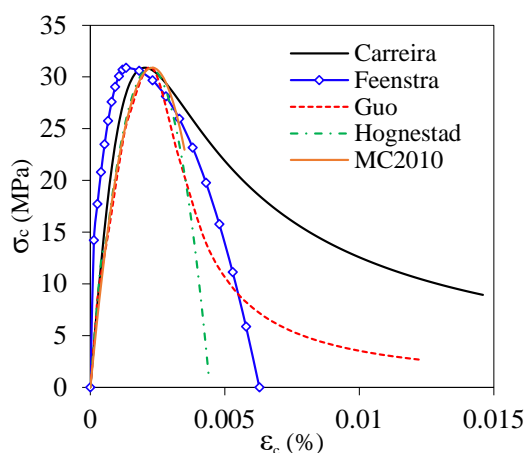
Tabela 5.7 – Modelo de relação tensão-deformação para o concreto sob compressão.

Autor	Formulação
(CARREIRA; CHU, 1985)	$\frac{f_c}{f_c'} = \frac{\beta \cdot (\varepsilon / \varepsilon_c')}{\beta - 1 + (\varepsilon / \varepsilon_c')^\beta}; \beta = \frac{1}{1 - \frac{f_c'}{\varepsilon_c' \cdot E_{it}}}$
EN 1992-1-1:2005 (Eurocode 2:2005)	$\sigma_c = f_{cm} \cdot \frac{k \cdot \eta - \eta^2}{1 + (k - 2) \cdot \eta}; k = 1,05 \cdot E_{cm} \cdot \frac{\varepsilon_{c1}}{f_{cm}}, \eta = \frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_{c1}}$
(GUO, 2014)	$x = \frac{\varepsilon}{\varepsilon_p}, y = \frac{\sigma_c}{f_c}$ $y = \begin{cases} x < 1, y = \alpha_a \cdot x + (3 - 2 \cdot \alpha_a) \cdot x^2 + (\alpha_a - 2) \cdot x^3 \\ x \geq 1, y = \frac{x}{\alpha_d (x - 1)^2 + x} \end{cases}$ <p>Parâmetro para o ramo ascendente: $\left. \begin{matrix} \alpha_a = \frac{dy}{dx} \Big _{x=0} \\ 1,5 \leq \alpha_a \leq 3 \end{matrix} \right\}$</p> <p>Parâmetro para o ramo descendente: $0 \leq \alpha_d \leq \infty$</p>
(FEENSTRA; DE BORST, 1995)	$\sigma = \begin{cases} \frac{f_c}{3} \cdot \left(1 + 4 \cdot \frac{\bar{\varepsilon}}{\varepsilon_e} - 2 \cdot \frac{\bar{\varepsilon}^2}{\varepsilon_e^2} \right), \text{ se } \bar{\varepsilon} < \varepsilon_e \\ f_c \left[1 - \left(\frac{\bar{\varepsilon} - \varepsilon_e}{\varepsilon_u - \varepsilon_e} \right) \right], \text{ se } \varepsilon_e < \bar{\varepsilon} < \varepsilon_u \end{cases}$ $\varepsilon_e = \frac{4}{3} \cdot \frac{f_c}{E_c}; \varepsilon_u = 1,5 \cdot \frac{G_c}{h \cdot f_c} - \frac{11}{48} \cdot \varepsilon_e, \varepsilon_u \geq 1,75 \cdot \varepsilon_e$
(ELSTNER; HOGNESTAD, 1956)	$\sigma_c = f_c' \cdot \left[2 \cdot \left(\frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_0} \right) - \left(\frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_0} \right)^2 \right]$

Fonte: Autor (2019).

Na Figura 5.15, por exemplo, a deformação última calculada no modelo de Feenstra e De Borst (1995) foi de aproximadamente 0,006. Neste modelo a deformação última é definida a partir da energia de esmagamento do concreto, cujas formulações serão apresentadas mais adiante.

Figura 5.15 – Curvas tensão-deformação para concreto sob compressão por diferentes modelos de cálculo.

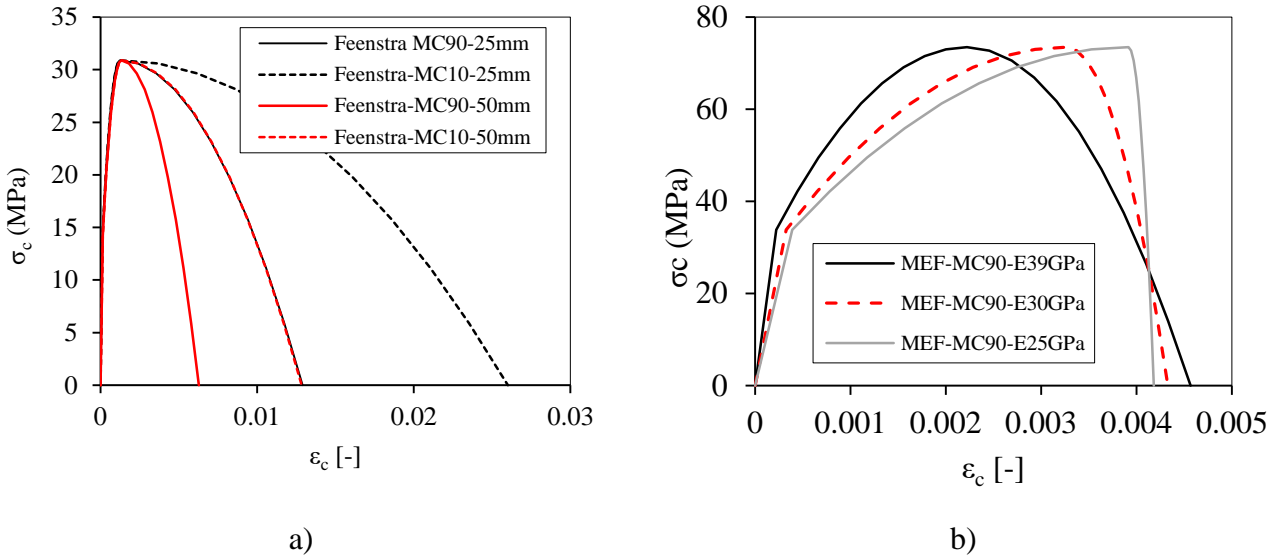


Fonte: Autor (2019).

O modelo de Feenstra e De Borst (1995), em termos teóricos, é o mais detalhado por levar em consideração a energia de esmagamento (análogo da energia de fratura na compressão) e a dimensão dos elementos finitos em uma tentativa de reduzir a sensibilidade da malha. Destaca-se que estes dois aspectos são considerados ainda bastante complexos na atualidade, e as formulações apresentadas para estes aspectos no modelo podem não ser representativas da realidade. Entretanto, em virtude dos bons resultados obtidos na literatura com este modelo (BELLETTI et al., 2014; BUI et al., 2017a; NANA et al., 2017) este tem sido incorporado em alguns manuais de modelagens envolvendo força cortante (RTD 1016-3A:2017, 2017; RTD 1016-3C:2017, 2017; RTD 1016:2012, 2012).

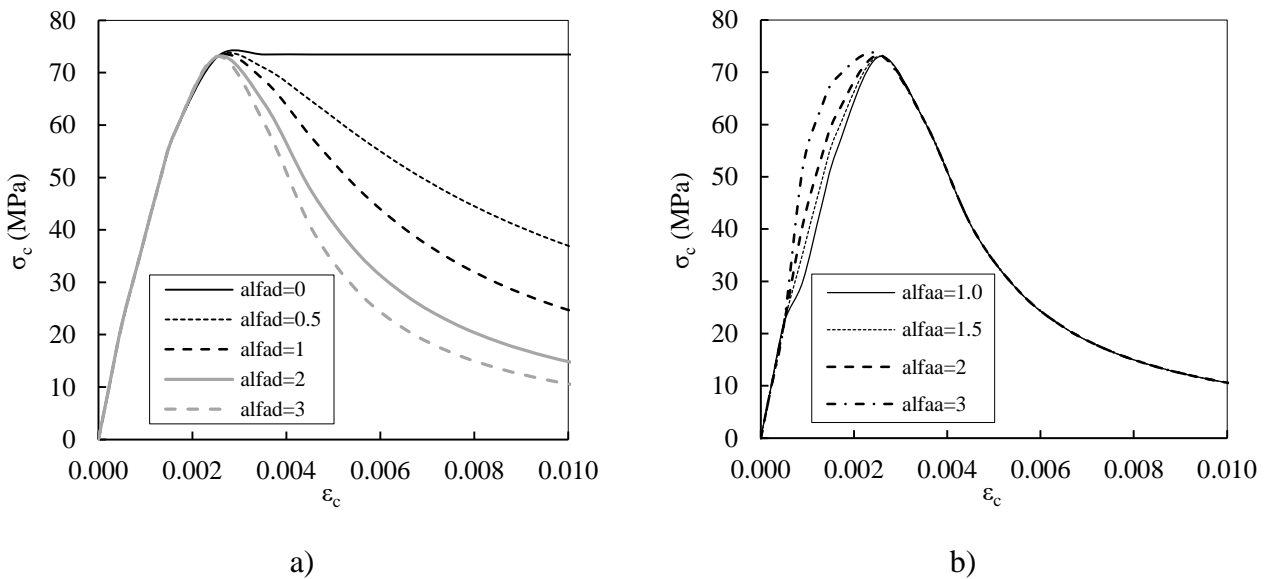
A Figura 5.16a ilustra a efeito de consideração da dimensão dos elementos finitos no modelo de Feenstra e De Borst (1995) de acordo com a energia de fratura calculada pelo Model Code 2010 ou pelo Model Code 1990. A Figura 5.16b ilustra o efeito do módulo de elasticidade inicial do concreto na forma final da curva de tensão-deformação do concreto em compressão. Observa-se que com a redução no módulo de elasticidade, mantidos outros parâmetros constantes, a inclinação do ramo descendente da curva passa a ser mais acentuada, mas a área sob a curva permanece constante. O modelo de Guo (2014) representa um dos modelos analíticos de tensão-deformação na compressão mais simples, mas que se ajusta bem a uma larga faixa de experimentos, principalmente no ramo pós pico, pela possibilidade de calibrações da curva pelos parâmetros α_d e α_a .

Figura 5.16 – Efeito da a) discretização da malha de elementos finitos e b) do módulo de elasticidade do concreto na curva tensão-deformação proposta por Feenstra e de Borst (1993).



Fonte: Autor (2019).

Figura 5.17 – Efeitos dos parâmetros a) α_d e b) α_a na curva tensão-deformação do concreto em compressão proposta por Guo (2014).

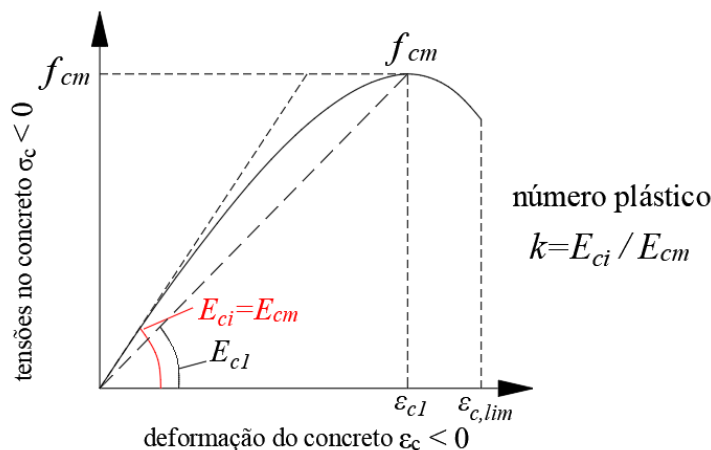


Fonte: Autor (2019).

A Figura 5.17 ilustra graficamente o efeito destes parâmetros no comportamento uniaxial do concreto em compressão. Guo (2014) recomenda valores entre 1,5 e 3 para α_a ou a expressão $\alpha_a = E_{cm} / E_{c1}$, onde E_{cm} e E_{c1} estão definidos na Figura 5.18. Para o parâmetro α_d foi fixado o valor igual a 1 nas simulações numéricas. O número plástico k definido na

Figura 5.18 é o mesmo que aparece nas formulações do Eurocode 2:2005 e do Model Code 2010 para o comportamento uniaxial do concreto.

Figura 5.18 – Definição de parâmetros na curva tensão-deformação do concreto em compressão uniaxial.



Fonte: Adaptado do Model Code 2010 (fib,2012).

Energia de Fratura e Esmagamento

A energia de fratura G_f , associada ao comportamento tensão-deformação sob tensões de tração, é um parâmetro já bastante conhecido na literatura técnica e incorporado em alguns manuais e códigos de projeto para descrever o comportamento uniaxial na tração. Por outro lado, a energia de esmagamento G_{ch} ou G_c (*crushing energy*) é um parâmetro comparativamente pouco discutido na literatura nacional, mas já incorporado em alguns modelos analíticos de comportamento uniaxial na compressão (FEENSTRA; DE BORST, 1995) e em modelos de evolução do dano (ALFARAH; LÓPEZ-ALMANSA; OLLER, 2017).

A Tabela 5.8 apresenta algumas das principais formulações para cálculo da energia de fratura e energia de esmagamento da literatura consultada. Para a energia de fratura observa-se que algumas formulações levam em consideração a dimensão máxima dos agregados, mas todas são correlacionadas com a resistência à compressão do concreto. Em relação à energia de esmagamento, observa-se que muitos trabalhos recomendam correlações com a energia de fratura ou faixas de valores (BELLETTI et al., 2014; NAKAMURA; HIGAI, 2001; NANA et al., 2017; OLLER, 1988), alguns baseados em trabalhos experimentais, outros em calibrações de modelos numéricos.

Tabela 5.8 – Formulações para cálculo da energia de fratura e energia de esmagamento

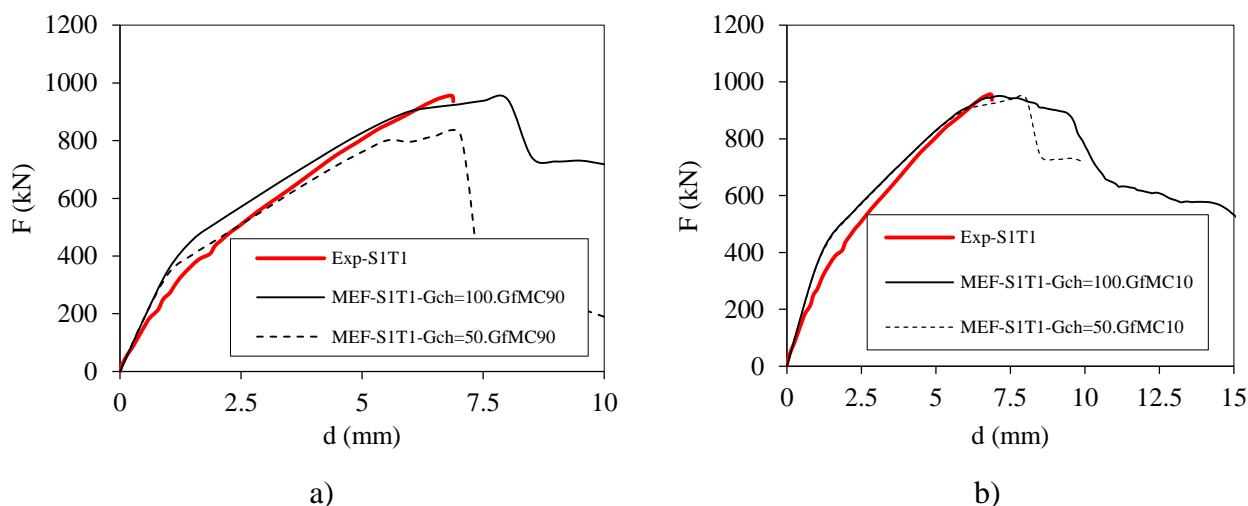
Referência	Tração – Fratura
Model Code 1990 (CEB-FIP, ,1993)	$G_{f,MC1990} = \begin{cases} G_{f0} \cdot \left(\frac{f_{cm,meas}}{10} \right)^{0,7} & \text{se } f_{cm,meas} \leq 80MPa \\ 4,3 \cdot G_{f0} & \text{se } f_{cm,meas} > 80MPa \end{cases}$ $G_{f0} (N/mm) = \begin{cases} 0,025 \text{ p/ } d_{m\acute{a}x} = 8 \text{ mm} \\ 0,030 \text{ p/ } d_{m\acute{a}x} = 16 \text{ mm} \\ 0,058 \text{ p/ } d_{m\acute{a}x} = 32 \text{ mm} \end{cases}$
Model Code 2010 (FÉDÉRATION INTERNATIONALE DU BÉTON (FIB), 2012)	$G_f = 73 \left(\frac{f_{cm,meas}}{1000} \right)^{0,18} \text{ (N/mm)}$
(WITTMANN, 2002)	$G_f = 0,028 \cdot f_{cm}^{0,28} \cdot d_{ag}^{0,32}$
(REMMEL, 1994)	$G_f = 0,065 \cdot \ln \left(1 + \frac{f_{cm}}{10} \right)$
(VOS, 1983)	$G_f = 0,025 \cdot f_t^{ef} \text{ com } f_t^{ef} = 0,24 \cdot f_{c,cube}^{2/3}$
	Compressão - Esmagamento
(BELLETTI et al., 2014; FEENSTRA, 1993; NANA et al., 2017)	$G_{f,comp} = \text{intervalo entre } 50 \cdot G_{f,tra\c{c}ao} \text{ e } 100 \cdot G_{f,tra\c{c}ao}$
(OLLER, 1988)	$G_{f,crushing} = \left(\frac{f_{cm}}{f_m} \right)^2 \cdot G_f$
(NAKAMURA E HIGAI, 2001)	$G_{f,crushing} = 8,8 \cdot \sqrt{f_c} \text{ ou } G_{f,crushing} = 250 \cdot G_f$
(RTD 1016-3C:2017, 2017)	$G_{f,comp} = 250 \cdot G_f$

Fonte: Autor (2019).

Dos modelos de energia de fratura observa-se que o Model Code 1990 tende a ser mais conservador, mas se aproxima mais de um bom número de experimentos reportados na literatura (GENIKOMSOU; POLAK, 2015; NANA et al., 2017; REISSEN, 2016). No tocante a energia de esmagamento observa-se que as abordagens mais tradicionais geralmente apresentam largas faixas de valores, 100 à 250 vezes maiores que a energia de fratura na tração. Isto torna-se mais claro graficamente nas curvas tensão-deformação do concreto (Figura 5.16a), que geralmente resultam em deformações últimas maiores que 0,0035 (inatingíveis na maioria

dos concretos reportados da literatura). Entretanto, como as propostas de Oiller (1988) e Nakamura e Higai (2001) foram baseadas em trabalhos experimentais, pode-se dizer que existe certa coerência em algumas formulações propostas.

Figura 5.19 – Efeito da energia de fratura nas curvas força x deslocamento do atuador nos modelos numéricos.



Fonte: Autor (2019).

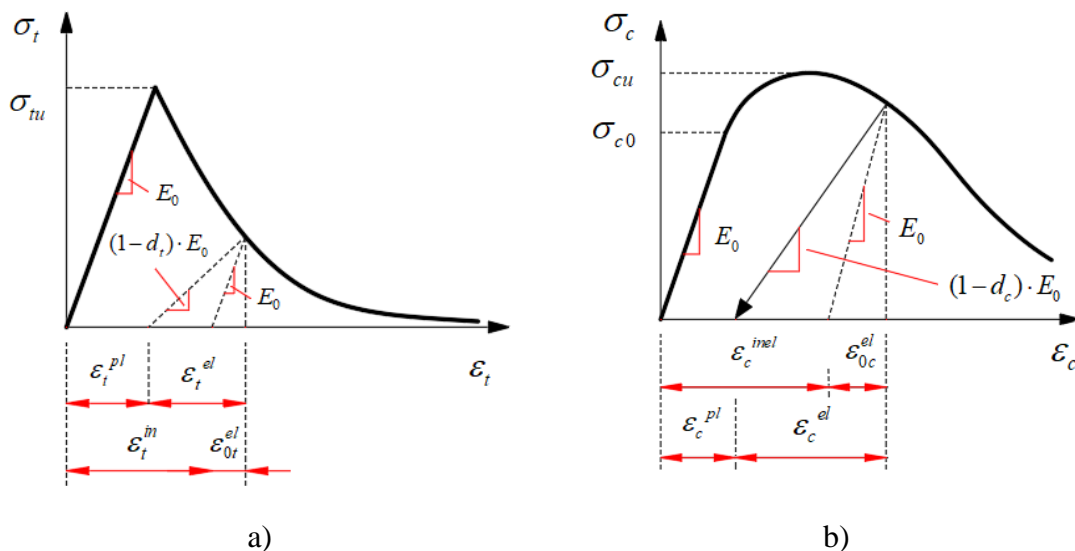
Na Figura 5.19 observa-se que a energia de fratura a compressão é determinante em problemas envolvendo a resistência à força cortante tanto para definir a resistência máxima (Figura 5.19a) quanto na forma do ramo descendente da curva (trecho pós pico – Figura 5.19b). Na Figura 5.19 variou-se a energia de fratura à compressão entre 50 e 100 vezes a energia de fratura a tração determinada pelo Model Code 1990 (Figura A) e pelo Model Code 2010 (Figura B). Para descrever o comportamento à tração do concreto, neste caso, foi utilizando o modelo de Hillerborg (1985) com a energia de fratura na tração definida pelo Model Code 2010.

5.5.4 Leis de Evolução do dano

A evolução do dano é um dos aspectos mais importante na definição do ramo pós-pico da resistência dos elementos em concreto armado. Os parâmetros de dano na compressão e tração, d_c e d_t , respectivamente, atuam reduzindo as rigidezes nas curvas tensão-deformação (Figura 5.20). Entretanto, sua implementação em modelos numéricos em elementos finitos costuma aumentar significativamente a complexidade dos problemas, resultando frequentemente em problemas de convergência quando relacionados à resistência à força cortante. Nos estudos de Genikomsou e Polak (2015) e Muñoz et al. (2018), por exemplo, não foram incorporadas leis de evolução do dano nos modelos numéricos utilizados nas análises

paramétricas. Alguns trabalhos tiveram a evolução do dano implementada nos modelos, mas utilizando o procedimento de resolução do Abaqus/Explicit para contornar eventuais problemas de convergência e reduzir o tempo de processamento (NANA et al., 2017; REISSEN; HEGGER, 2012, 2013b). A Figura 5.20 ilustra graficamente como as variáveis de dano utilizadas no modelo de plasticidade com dano.

Figura 5.20 –Efeito dos parâmetros de evolução do dano no comportamento uniaxial do concreto submetido à: a) tração e b) compressão.



Fonte: Adaptado de ABAQUS 6.14 (2014).

Na Tabela 5.9 são apresentadas diversas formulações para leis de evolução das variáveis de dano. Nesta pesquisa foram exploradas as abordagens mais utilizadas em publicações envolvendo a resistência à força cortante em lajes e modelagens utilizando o Abaqus/CAE: (i) (BIRTEL; MARK, 2006), (ii) (YU et al., 2010). O modelo de Yu et al (2010) representa a abordagem mais simples, que consiste em subtrair da unidade a razão entre a tensão atuante no ramo pós pico e a tensão resistente máxima. Esta abordagem foi a utilizada nas simulações de Reissen (2016). O modelo de Birtel e Mark (2006), por sua vez, penalizada de forma mais pronunciada a rigidez do material, seja a compressão ou tração, por permitir a evolução do dano desde os estágios iniciais de carregamento, enquanto o modelo de Yu et al. (2010) permite a evolução do dano apenas no ramo pós picos das curvas. O modelo de Alfarah et al. (2017) representa uma abordagem mais robusta por apresentar formulação para determinação dos parâmetros b_c e b_t calibrados no modelo de Birtel e Mark (2006).

Tabela 5.9 – Modelos de evolução do dano à compressão e tração.

Autor	Compressão	Tração
Birtel e Mark (2006)	$d_c = 1 - \frac{\sigma_c \cdot E_c^{-1}}{\varepsilon_c^{pl} \cdot (1/b_c - 1) + \sigma_c \cdot E_c^{-1}}$ $0 < b_c \leq 1, \text{ Ref } (b_c = 0,7)$	$d_t = 1 - \frac{\sigma_t E_c^{-1}}{\varepsilon_t^{pl} (1/b_t - 1) + \sigma_t E_c^{-1}}$ $\text{Ref: } b_t = 0,1$
Mazars e Pijaudier-Cabot (1989)	$d_c = 1 - \frac{(1 - A_c) K_0}{\bar{\varepsilon}} - \frac{A_c}{\exp[B_c (\bar{\varepsilon} - K_0)]}$	$d_c = 1 - \frac{(1 - A_t) K_0}{\bar{\varepsilon}} - \frac{A_t}{\exp[B_t (\bar{\varepsilon} - K_0)]}$
Häussler-Combe e Hartig (2008)	$d = 1 - e^{-[(k_d - e_{d0})/e_d]^{s_d}}$	
Zheng et al. (2012)	$d_c = 1 - \frac{1 - A_c}{1 + k_c^d / \varepsilon_c^f} - \frac{A_c}{\exp[B_c k_c^d / \varepsilon_c^f]}$	$d_t = 1 - \frac{1 - A_t}{1 + k_t^d / \varepsilon_t^f} - \frac{A_c}{\exp[B_t k_t^d / \varepsilon_t^f]}$
López-Almansa et al. (2014)	$d_c = 1 - e^{(-a_c \varepsilon_c^{pl})}$	$d_t = 1 - e^{(-a_t \varepsilon_t^{pl})}$
Yu et al. (2010)	$d_c = \begin{cases} 0, & \text{se } \bar{\varepsilon} < \varepsilon_e \\ 1 - \frac{\sigma_c}{f_c}, & \text{se } \varepsilon_e < \bar{\varepsilon} < \varepsilon_u \end{cases}$	$d_c = \begin{cases} 0, & \text{se } \bar{\varepsilon} < \varepsilon_e \\ 1 - \frac{\sigma_t}{f_t}, & \text{se } \varepsilon_e < \bar{\varepsilon} < \varepsilon_u \end{cases}$
Alfarah et al. (2017)	$d_c = 1 - \frac{1}{2 + a_c} \left[\frac{2(1 + a_c) \exp(-b_c \varepsilon_c^{ch})}{-a_c \exp(-2b_c \varepsilon_c^{ch})} \right]$	$d_t = 1 - \frac{1}{2 + a_t} \left[\frac{2(1 + a_t) \exp(-b_t \varepsilon_t^{ck})}{-a_t \exp(-2b_t \varepsilon_t^{ck})} \right]$

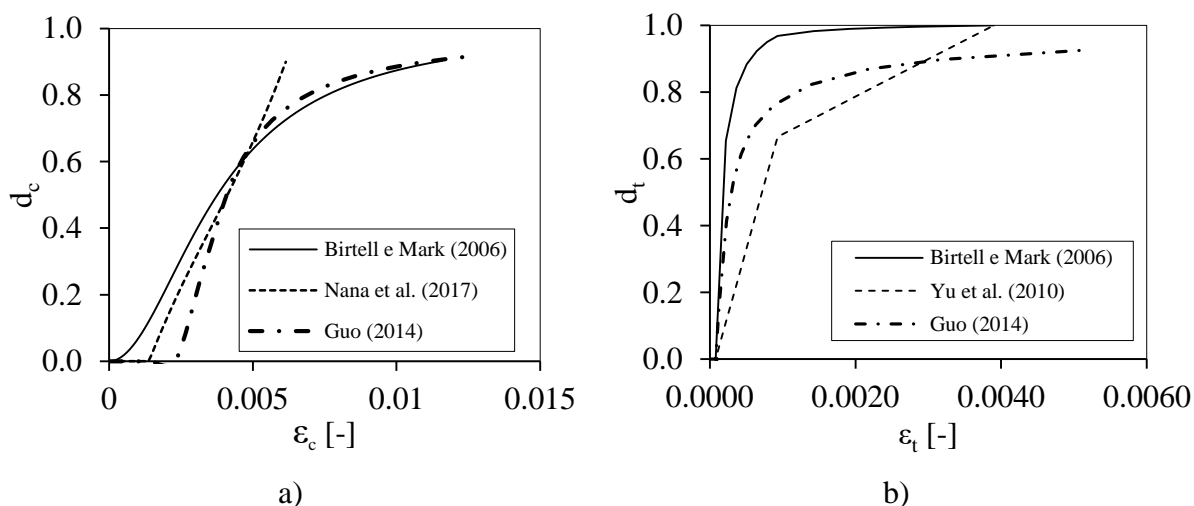
Fonte: Autor (2019).

Além disso, a formulação de Alfarah et al. (2017) leva em consideração a energia de fratura e de esmagamento do concreto. Entretanto, esta formulação requer procedimento iterativo nos cálculos para determinar os parâmetros b_c e b_t , o que dificulta sua utilização.

Na Figura 5.21 são apresentadas as curvas de evolução de dano estudadas na calibração dos modelos numéricos desenvolvidos neste estudo. Para os modelos de Birtel e Mark (2006) e Yu et al (2010) o modelo de dano na compressão foi acoplado ao modelo constitutivo de Carreira e Chu (1985). O modelo de Nana et al. (2017) que aparece na Figura 5.21a refere-se à abordagem simplificada utilizada pelos autores, na qual o dano na compressão evolui de forma linear de 0 até 0.9 a partir da deformação relacionada à tensão de pico até a deformação última.

Como era necessária a definição analítica das deformações últimas para implementação da abordagem de Nana *et al.* (2017) foi utilizado o modelo de tensão-deformação na compressão de Feenstra e De Borts (1995). Na Figura 5.21b os modelos de evolução do dano de Birtell e Mark (2006) e Yu et al (2010) foram implementados junto ao modelo de tensão-deformação na tração de Hillerborg (1985). Para demonstrar o efeito do modelo tensão-deformação da tração na curva de evolução de dano também foi apresentada a curva referente ao modelo de Guo (2014) combinado ao modelo de dano de Yu et al. (2010).

Figura 5.21 – Evolução das variáveis de dano a) na compressão e b) na tração por diferentes abordagens.



Fonte: Autor (2019).

Em testes para avaliar os diferentes modelos de evolução do dano observou-se que o modelo de Yu et al. (2010) proporcionou a melhor aproximação com os resultados experimentais. Outro aspecto importante é que com o modelo de Birtell e Mark (2006), pela maior danificação na tração, foi obtida maior dificuldade de convergência durante o processamento dos modelos e, conseqüentemente, maior tempo de processamento.

5.5.5 Viscosidade e Sensibilidade da Malha de Elementos Finitos

O parâmetro de viscosidade μ implementado na formulação do modelo de plasticidade com dano do ABAQUS influi, sobretudo, na forma de distribuição/propagação do dano no concreto dependendo da malha de elementos finitos (MICHAŁ; ANDRZEJ, 2015). Além disso, este ajuda a contornar os problemas de convergência do método de solução implícito do Abaqus/Standard comumente presentes durante a degradação da rigidez no ramo pós pico do comportamento dos materiais (ABAQUS 6.14, 2014).

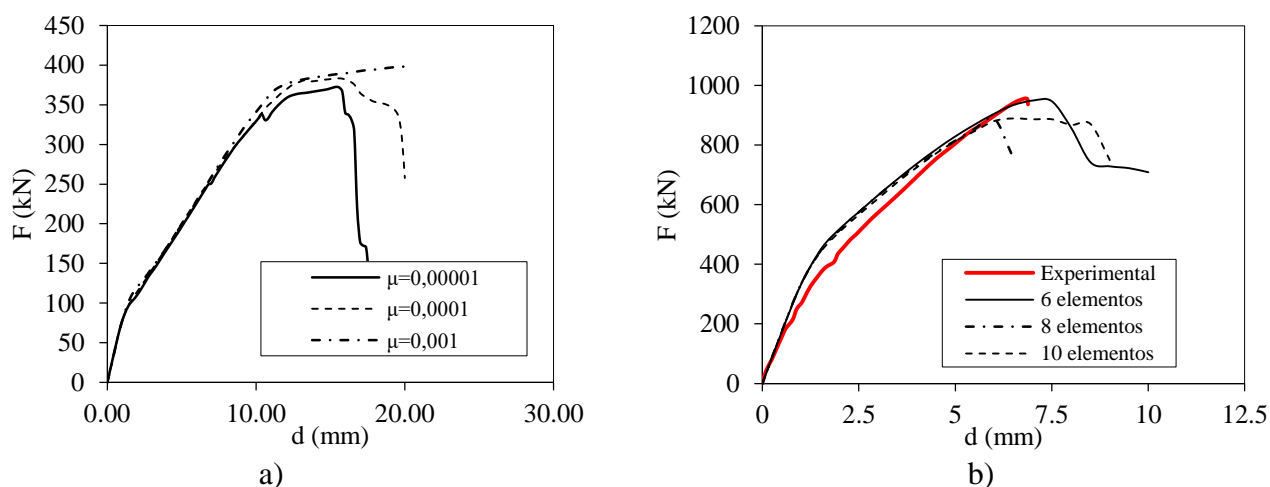
Em geral, quanto maior a viscosidade maior é a capacidade de redistribuição do dano nos elementos da malha de elementos finitos e menores os problemas de convergência pela menor concentração de dano em poucos elementos da malha. Por esta razão, em malhas muito refinadas talvez seja necessário reduzir o parâmetro de viscosidade para evitar um espalhamento do dano que pudesse resultar em aumento na resistência do modelo (contrário ao esperado de maneira geral) pela colaboração de uma quantidade maior de elementos mais distantes da região fissurada, por exemplo (MICHAŁ; ANDRZEJ, 2015).

Wu et al. (2006) recomenda que o parâmetro de viscosidade no Abaqus deve ser limitado a 15% do tamanho do menor incremento de tempo/deslocamento na simulação. Entretanto, como em problemas fortemente não-lineares o tamanho do incremento é ajustado de forma iterativa esta recomendação foi seguida apenas de forma qualitativa, sendo utilizado o valor de $\mu=0,00001$ nos numéricos calibrados. A Figura 5.22a apresenta um estudo da influência do parâmetro de viscosidade em um modelo de faixa de laje ($b=0,50$ cm) com propriedades de geometria e materiais do modelo S1T1, com elementos sólidos cúbicos com dimensão de 50 mm (6 elementos ao longo da altura). Da Figura 5.22a observou-se que para viscosidades maiores que 0,00001, o modelo numérico apresentava modo de ruptura com maiores suavizações da curva, aspecto indesejável pela ruptura brusca esperada no caso de falhas por força cortante.

Sobre a discretização da malha de elementos finitos, em geral os modelos numéricos apresentam redução da resistência (menor pico na curva força-deslocamento em um ensaio de flexão em 4 pontos, por exemplo) com a maior discretização da malha em virtude da maior concentração de dano em alguns elementos e a maior velocidade de propagação do dano pela proximidade entre pontos de integração na malha.

Em análise de dependência da discretização da malha utilizada no modelo de faixa de laje de S1T1 verificou-se que a diferença de resultados era pouco significativa. Entretanto, no caso de lajes carregadas próximas do apoio a discretização poderia ter influência mais pronunciada devido à forma de propagação da carga em direção aos apoios. Por esta razão foi avaliada a influência da discretização no modelo de laje S1T1. A Figura 5.22b apresenta o resultado de diferentes discretizações da malha de acordo com a quantidade de elementos cúbicos distribuídos ao longo da altura da laje de 300 mm: (i) 6 elementos = 50mm de aresta (Figura 5.23b,c); (ii) 8 elementos = 37,5 mm de aresta e (iii) 10 elementos = 30 mm de aresta.

Figura 5.22 – Influência dos parâmetros de a) discretização da malha de elementos finitos e b) parâmetro de viscosidade do concreto em modelos de faixa de laje.

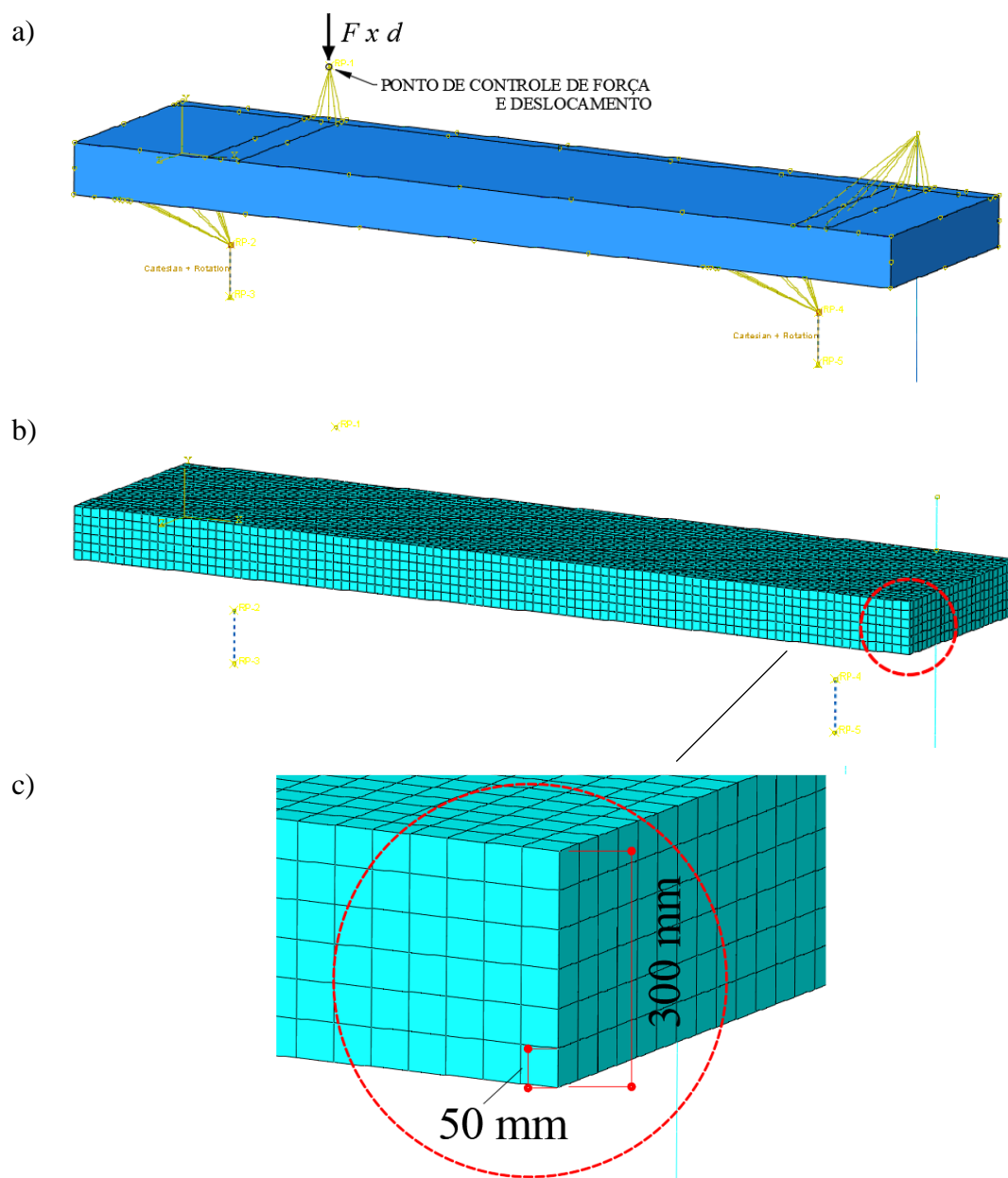


Fonte: Autor (2019).

Da Figura 5.22b observou-se que os resultados com as diferentes malhas diferiram na força de ruptura em até 8% comparado com o resultado experimental, com o melhor resultado sendo obtido com a malha mais grosseira (elementos cúbicos de 50 mm), motivo pelo qual esta foi a utilizada na sequência do trabalho. Vale comentar ainda que, na literatura, algumas pesquisas envolvendo estudos numéricos de resistência à força cortante apresentaram discretizações semelhantes (GENIKOMSOU; POLAK, 2015). Nos estudos que utilizaram discretizações mais robustas, com 12 a 15 elementos ao longo da espessura das lajes, foi utilizado o procedimento Abaqus/Explícito para contornar o elevado tempo de processamento requerido nas análises (BUI et al., 2017a; NANA et al., 2017; REISSEN, 2016).

A Figura 5.23a apresenta um esquema da simulação da aplicação da força no modelo numérico, onde foi criado um nó de referência acima da laje (próximo da altura do eixo de giro da rótula no ensaio = 0.30 m) e acoplados os graus de liberdade verticais de deslocamentos da área da laje em contato com a placa de introdução da força nos modelos experimentais. A aplicação da força foi feita com controle de deslocamentos, tal como nos ensaios. O tamanho do incremento dos deslocamentos no Abaqus era ajustado automaticamente de acordo com a maior ou menor dificuldade de convergência. As Figura 5.23b e Figura 5.23c ilustram a discretização da malha em elementos finitos utilizada nos modelos numéricos com elementos cúbicos de 50 mm.

Figura 5.23 – a) Visão geral do modelo numérico; b) malha de elementos finitos e c) detalhe da dimensão dos elementos.



Fonte: Autor (2019).

5.5.6 Parâmetros de plasticidade do concreto

O modelo de plasticidade com dano do Abaqus (*Concrete Damage Plasticity - CDP*) é baseado em cinco parâmetros de plasticidade e dois conjuntos de dados do comportamento uniaxial do concreto. Os cinco parâmetros de plasticidade ψ , e ou ε , $\sigma_{b0} / \sigma_{c0}$, K_c e μ definem a função da superfície de plastificação, o potencial de plastificação e a viscosidade do material.

A explicação detalhada destes parâmetros pode ser consultada em diversas publicações (GENIKOMSOU; POLAK, 2015; NANA et al., 2017). Todos estes parâmetros costumam ser calibrados através de resultados experimentais da caracterização dos materiais. A Tabela 5.10 apresenta um compilado de valores de referência utilizados em outras análises e a faixa de resistências dos concretos estudados em cada análise. Além disso, a Tabela 5.10 indica as formulações de energia de fratura e de esmagamento utilizadas em cada trabalho. Como pode-se observar, os parâmetros f_{b0} / f_{c0} , K_c e ε apresentaram pequena ou nenhuma variação entre os diferentes trabalhos. Entretanto, a dilatância ψ apresentou variação de 34° à 40° entre os modelos de lajes calibradas.

Tabela 5.10 – Valores de referência para os parâmetros de plasticidade.

Autor	f_c (MPa)	f_{b0} / f_{c0}	K_c	ψ	ε	μ	G_f	G_{fc}
(REISSEN, 2016)	27,9-41,5	1,16	0,66	34°	0,1	-	MC1990	-
(MUÑOZ et al., 2018)	39,11	1,16	0,66	35°	0,1	-	MC2010	-
(GENIKOMSOU; POLAK, 2015)	33-46	1,16	0,66	40°	0,1	0,00001	MC1990	-
(GENIKOMSOU; POLAK, 2016)	41-44	1,16	0,667	40°	0,1	0	MC1990	-
(NANA et al., 2017)	18,8-51,7	1,16	0,66	37°	0,1	-	MC1990	$100 G_{f_i}$
(BUI et al., 2017a)	19,2-30,4	1,16	0,66	37°	0,1	-	MC1990	$100 G_{f_i}$
(ALFARAH et al., 2017)*	33	1,16	0,7	13°	0,1	-	MC2010	(OLLER, 1988)

*modelo calibrado em bloco prismático de concreto

Fonte: Autor (2019).

Nesta pesquisa foram assumidos os valores definidos na Tabela 5.11 a partir dos valores referenciados em publicações da área na literatura. As formulações de energia de fratura e possíveis estimativas de energia de esmagamento foram estudadas e os resultados são apresentados em maior detalhe nos próximos itens.

Tabela 5.11 – Parâmetros de plastificação do modelo de plasticidade com dano utilizado.

$f_{c,cyl}$ (MPa)	f_{b0} / f_{c0}	K_c	ψ	ε	μ
30-80	1,16	0,66	40°	0,1	0,00001

Fonte: Autor (2019).

5.5.7 Formulações adotadas para o comportamento do concreto

A Tabela 5.12 apresenta 3 combinações de formulações para o comportamento uniaxial do concreto e leis de evolução do dano. Estas combinações tiveram origem no estudo de diferentes abordagens utilizadas em diversas publicações relacionados ao tema da pesquisa.

Tabela 5.12 – Formulações para leis constitutivas dos modelos calibrados.

Formulação	1 - FH	2 – Guo	3 – CBH
	Referência	Referência	Referência
Compressão Uniaxial	(FEENSTRA; DE BORST, 1995)	(GUO, 2014)	(CARREIRA; CHU, 1985)
Tração Uniaxial	(HILLERBORG, 1985)	(GUO, 2014)	(HILLERBORG, 1985)
Dano na compressão	(NANA et al., 2017)	(YU et al., 2010)	(BIRTEL; MARK, 2006)
Dano na tração	(YU et al., 2010)	(YU et al., 2010)	(YU et al., 2010)
Energia de Fratura	Model Code 2010	-	Model Code 2010
Energia de Esmagamento	50G _f	-	-

Fonte: Autor (2019).

5.6 Parâmetros do aço da armadura

Para modelagem das armaduras foram utilizados elementos de barra (T3D2) com grau de aproximação linear. Foi considerada aderência perfeita da armadura no concreto, sem possibilidade de deslizamento, através da opção *embedded* do Abaqus. O modelo constitutivo do aço adotado foi o elasto-plástico perfeito em virtude da pouca influência das não-linearidades do aço no comportamental geral deste tipo de modelo, verificado em testes preliminares, principalmente por não serem esperadas falhas com escoamento da armadura. A tensão de escoamento adotada foi de $f_y=500\text{MPa}$. O módulo de elasticidade e coeficiente de Poisson adotados para o aço foram de, respectivamente, $E_y=200\text{GPa}$ e $\nu=0,3$.

5.7 Estratégia de Análise dos Resultados

5.7.1 Padrão de fissuração

Diferente dos modelos de fissuras espalhadas (*smearred crack models*), o modelo de plasticidade com dano (*concrete damage plasticity*) não representa diretamente o desenvolvimento de fissuras nos pontos de integração. Entretanto, é possível estimar graficamente o padrão de fissuração do concreto baseado na abordagem de Lubliner et al. (1989). Nesta abordagem pode-se assumir que o início da fissuração ocorre onde a deformação

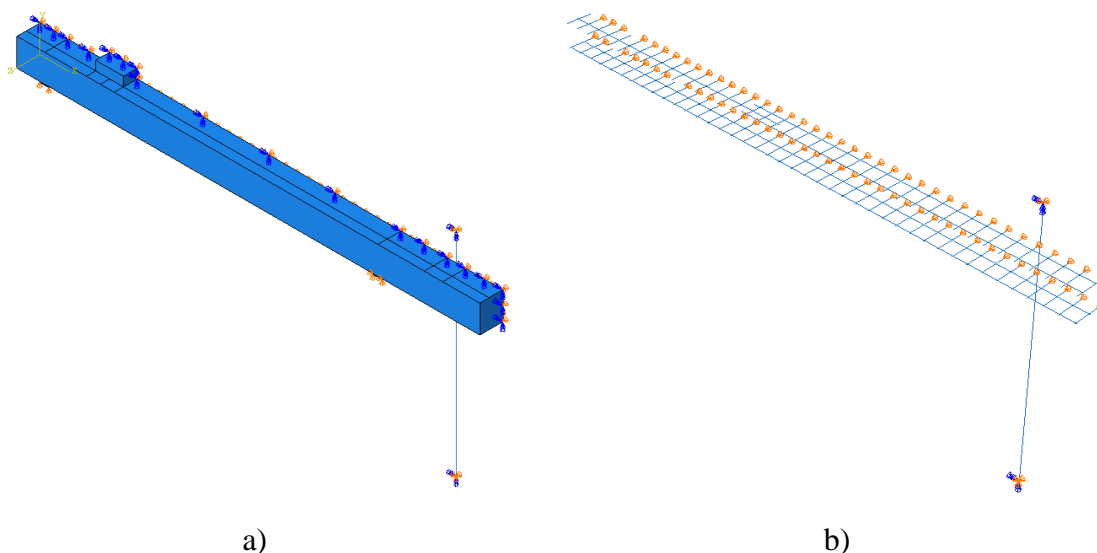
plástica de tração equivalente é maior que zero, e a deformação plástica principal máxima é positiva. Desta forma, a direção do vetor normal ao plano da fissura é assumida ser paralela à direção da deformação plástica principal máxima.

5.7.2 *Curvas Força x deslocamento (F x d)*

Geralmente associa-se os ensaios de resistência à força cortante com a queda brusca nas curvas Força “F” x deslocamento “d” dos atuadores. Entretanto, no caso de cargas distribuídas em pequenas áreas próximas do apoio é possível a redistribuição de reações ao longo do apoio próximo da ruptura por força cortante (NATÁRIO; FERNÁNDEZ RUIZ; MUTTONI, 2014), induzindo quedas menos acentuadas, sobretudo em ensaios com maior relação a/d , onde começam a ter maior influência os esforços de flexão (ROMBACH; HENZE, 2017).

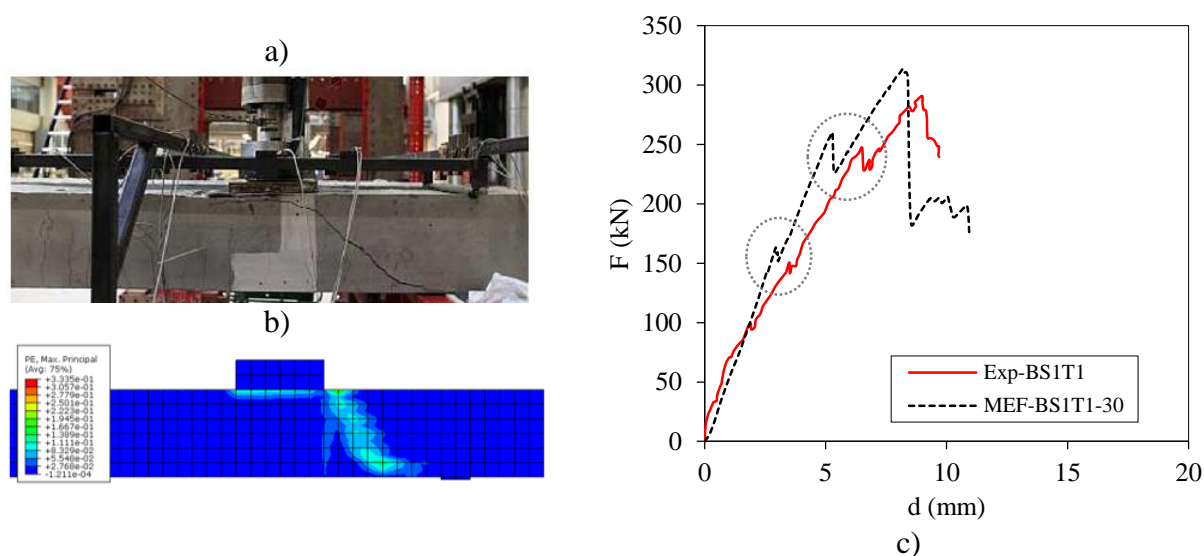
No modelo de faixa de laje BS1T1 Figura 5.24 houve formação clara da fissura crítica de cisalhamento na região entre carga e apoio Figura 5.25a. Além disso, foi possível capturar pontos de perda de rigidez na curva força-deslocamento (Figura 5.25b), com a formação de pequenos picos anteriores a ruptura generalizada no modelo, coerente com a perda de rigidez pelo desenvolvimento de fissuras de flexo-cisalhamento anterior à ruptura.

Figura 5.24 – Modelo BS1T1: a) Condições de contorno do modelo geral; b) detalhes das condições de contorno da armadura.



Fonte: Autor (2019).

Figura 5.25 – a) Padrão de fissuração identificado a) no modelo experimental BS1T1; b) no modelo numérico BS1T1 e; c) curva força F x deslocamento d do atuador.



Fonte: a) Lantsoght (2012a), b) Autor (2019) e c) Autor (2019).

5.8 Nível de Aproximação dos Modelos de Laje Calibrados

A Tabela 5.13 apresenta uma síntese do nível de aproximação dos modelos numéricos, tanto em termos da relação de cargas aplicadas (P_{exp}/P_{MEF}) quanto das forças cortantes máximas envolvidas (V_{exp}/V_{MEF}). Da Tabela 5.13 observa-se que os níveis de aproximação obtidos com 3 diferentes abordagens para o comportamento do concreto foram bem semelhantes, com a relação V_{exp}/V_{MEF} variando em seu valor médio de 0,97 à 1,01.

Além disso, verificou-se que as abordagens utilizadas permitiram obter resultados mais precisos e acurados quando comparados aos obtidos aos modelos semi-empíricos e mecânicos, sobretudo em relação ao coeficiente de variação que apresentou valor máximo de 11%. Da Tabela 5.13 destaca-se ainda que a menor relação entre as cargas experimentais e obtidas no modelo numérico (P_{exp}/P_{MEF}) foi de 0,80 (erro de 20%). Na Tabela 5.13 e seguintes, as cores nas células indicam se a previsão foi conservadora (Verde: $P_{exp} > P_{MEF}$) ou contra a segurança (Vermelho: $P_{exp} < P_{MEF}$).

A Figura 5.26 ilustra a comparação do nível de aproximação de diferentes abordagens de resistência à força cortante: (i) modelos semi-empíricos, (ii) modelos mecânicos e (ii) modelos numéricos em elementos finitos. Nesta análise foi adotado o modelo francês de largura colaborante (b_{eff2} = propagação horizontal da carga a partir da face posterior em ângulo de de 45°) para a maioria dos modelos analíticos por terem sido verificado melhores resultados com

esta abordagem na maioria dos casos estudados. Os resultados da abordagem em elementos finitos (MEF) desta figura fazem referência a abordagem 2 – Guo da Tabela 5.12.

Tabela 5.13 – Nível de aproximação dos modelos calibrados.

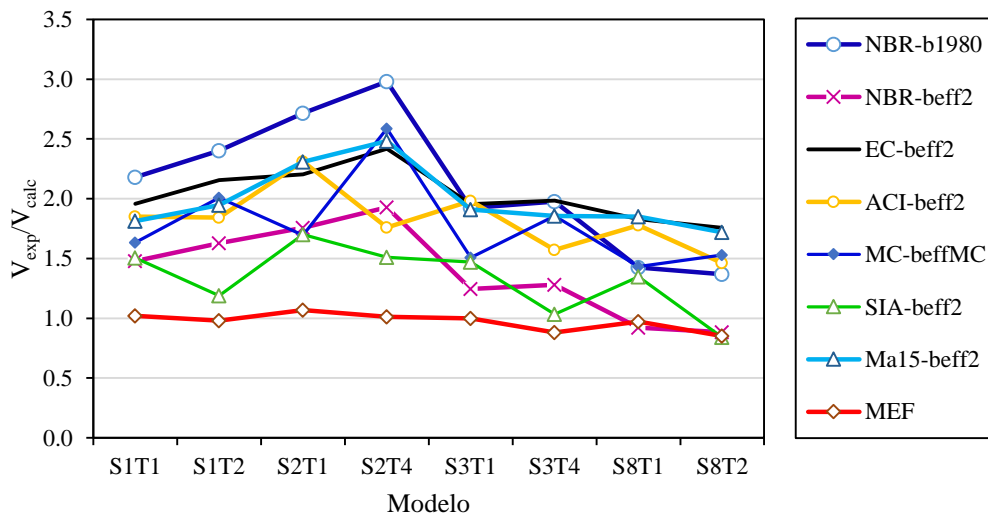
		P_{exp}/P_{FEM}										Todos	
Modelos	G_f	G_c	S1T1	S1T2	S2T1	S2T4	S3T1	S3T4	S8T1	S8T2	MED	COV	
Guo	-	-	1.00	1.01	1.05	1.03	0.98	0.89	1.01	0.86	0.98	6.8%	
FH	MC2010	50. G_f	1.01	0.98	1.14	0.99	1.00	0.84	1.03	0.80	0.97	11.0%	
CBH	MC2010	-	1.05	1.10	1.13	1.07	0.98	0.88	1.03	0.85	1.01	9.9%	

		V_{exp}/V_{FEM}										Todos	
Modelo	G_f	G_c	S1T1	S1T2	S2T1	S2T4	S3T1	S3T4	S8T1	S8T2	MED	COV	
Guo	-	-	1.02	0.98	1.08	1.01	1.00	0.88	0.97	0.85	0.97	7.6%	
FH	MC2010	50. G_f	1.04	0.89	1.16	0.93	1.02	0.78	1.06	0.74	0.95	15.0%	
CBH	MC2010	-	1.07	1.09	1.15	1.00	1.00	0.83	1.06	0.84	1.01	11.5%	

MED: valor médio; COV: coeficiente de variação.

Fonte: Autor (2019).

Figura 5.26 – Comparação do nível de aproximação das previsões de resistência à força cortante de diferentes abordagens.



Fonte: Autor (2019).

Da Figura 5.26 observa-se que o nível de precisão da abordagem em elementos finitos foi significativamente maior, o que era esperado por esta corresponder a abordagem mais refinada de cálculo (Nível III de aproximação = uso de modelos numéricos em elementos finitos com comportamento não-linear), menos preciso apenas que provas de carga (Nível IV de aproximação)(LANTSOGHT; DE BOER; VAN DER VEEN, 2017a).

Um resultado que chamou atenção na Tabela 5.13 foi que o nível de aproximação dos modelos numéricos em elementos finitos, em termos da relação P_{exp}/P_{MEF} , foram ligeiramente

menos precisos quando a carga estava situada próxima de um apoio com continuidade (S1T2, S2T4, S3T4, S8T1) e no caso de resistências de concreto mais elevadas (S8T1 e S8T2). A Tabela 5.14 mostra como o nível de precisão e acurácia dos modelos em elementos finitos estudados foram influenciados pela configuração do apoio (*SS* – *simple support*; *CS* = *continuou support*)).

Da Tabela 5.14 verificou-se que o nível de precisão das modelagens foi menor com a carga próxima de apoios com continuidade. Além disso, nestas situações as previsões de resistência também ficaram contra a segurança. Entretanto, é possível que o pré-ensaio das lajes com a carga próxima do apoio simples (*SS*) tenha influenciado nas resistências verificadas próximas dos apoios com continuidade no segundo ensaio (*CS*), justificando a menor acurácia do modelo nestes ensaios.

Tabela 5.14 – Nível de aproximação de acordo com o sistema estático.

Abordagem				P_{exp}/P_{MEF}					
				SS		CS		Todos	
Modelo	G_f	G_c	C.C	MED	COV	MED	COV	MED	COV
Guo	-	-	MA-CL	1.01	3.19%	0.95	8.56%	0.98	6.8%
FH	MC2010	50. G_f	MA-CL	1.05	6.24%	0.90	10.69%	0.97	11.0%
CBH	MC2010	-	MA-CL	1.05	6.13%	0.98	12.86%	1.01	9.9%

Abordagem				V_{exp}/V_{MEF}					
				SS		CS		Todos	
Modelo	G_f	G_c	C.C	MED	COV	MED	COV	MED	COV
Guo	-	-	MA-CL	1.02	4.34%	0.93	8.26%	0.97	7.6%
FH	MC2010	50. G_f	MA-CL	1.07	5.70%	0.84	10.57%	0.95	15.0%
CBH	MC2010	-	MA-CL	1.07	5.62%	0.94	13.55%	1.01	11.5%

MED: valor médio; COV: coeficiente de variação; C.C: condição de contorno; MA: mola nas áreas de apoio; CL: área de introdução da força rotulada;

Fonte: Autor (2019).

5.8.1 Efeito da energia de fratura G_f

A Tabela 5.15 apresenta a relação do nível de aproximação dos modelos numéricos com a abordagem FH (ver Tabela 5.12) de acordo com as formulações de energia de fratura do Model Code 1990 e Model Code 2010. Da Tabela 5.15 observa-se que as duas formulações apresentaram níveis de aproximação entre valores experimentais e calculados próximos, sendo o coeficiente de variação das relações P_{exp}/P_{MEF} e V_{exp}/V_{MEF} maior com a formulação do MC2010.

Tabela 5.15 – Efeito da energia de fratura no nível de aproximação da abordagem FH.

Modelo				P_{exp}/P_{MEF}								P_{exp}/P_{MEF}	
				S1T1	S1T2	S2T1	S2T4	S3T1	S3T4	S8T1	S8T2	Todos	
G _f	G _c	C.C	SS	CS	SS	CS	SS	CS	SS	CS	MED	COV	
FH	MC1990	100.Gf	MA-CL	1.09	0.98	1.24	0.95	0.99	0.82	1.03	0.78	0.99	14.7%
FH	MC2010	100.Gf	MA-CL	1.00	0.98	1.06	1.04	0.99	0.87	1.01	0.77	0.96	10.0%

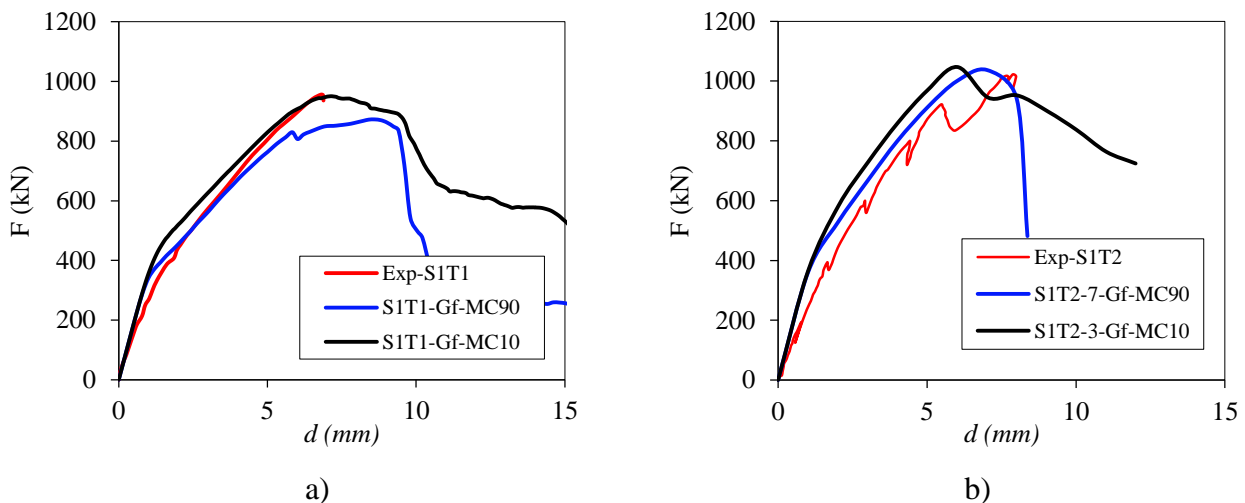
Modelo				V_{exp}/V_{MEF}								V_{exp}/V_{MEF}	
				S1T1	S1T2	S2T1	S2T4	S3T1	S3T4	S8T1	S8T2	Todos	
G _f	G _c	C.C	SS	CS	SS	CS	SS	CS	SS	CS	MED	COV	
FH	MC1990	100.Gf	MA-CL	1.12	0.95	1.26	0.94	1.02	0.80	1.06	0.77	0.99	16.3%
FH	MC2010	100.Gf	MA-CL	1.03	0.96	1.08	1.02	1.02	0.86	1.04	0.76	0.97	11.2%

MED: valor médio; COV: coeficiente de variação; C.C: condição de contorno; MA: mola nas áreas de apoio; CL: área de introdução da força rotulada;

Fonte: Autor (2019).

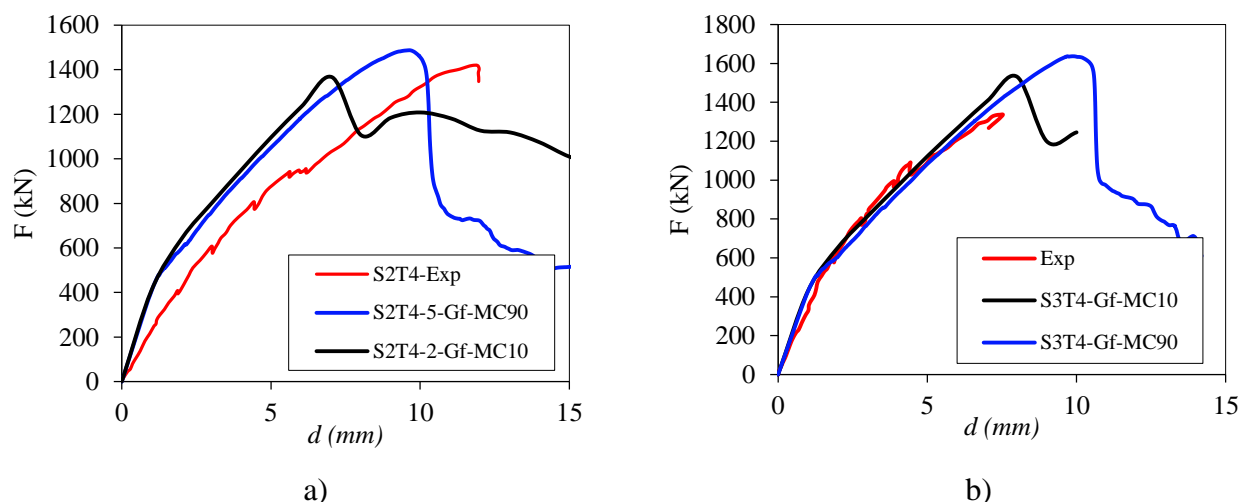
Entretanto, embora as relações entre forças máximas de ensaio e forças cortantes resistentes tenham sido próximas, a forma das curvas diferiu significativamente no ramo pós pico. Nos modelos que utilizaram a formulação do Model Code 1990 para a energia de fratura, o ramo pós pico apresentou queda mais acentuada da curva $F \times d$, indicando de forma mais clara uma ruptura frágil associada à força cortante Figura 5.27.

Figura 5.27 – Efeito da formulação de energia de fratura nos modelos FH: a) S1T1 e b) S1T2.



Fonte: Autor (2019).

Figura 5.28 – Efeito na força máxima F da formulação de energia de fratura em modelos FH com carga próxima do apoio na região de continuidade da laje: a) S2T4 e b) S3T4.



Fonte: Autor (2019).

Um dos resultados que chamaram atenção durante a fase de calibração dos modelos está apresentado na Figura 5.28, na qual observou-se (i) maior força de ruptura nos modelos numéricos com a energia de fratura dada pelo Model Code 1990 e (ii) ruptura para maiores deslocamentos verticais da região carregada com a mesma formulação. Ao se avaliar a força de reação dos tirantes nos modelos numéricos, verificou-se que estas eram maiores nos modelos com G_f dado pelo MC1990 e que, na maioria dos casos, apresentavam valores muito superiores aos medidos experimentalmente. Em virtude da maior complexidade dos mecanismos de resistência à força cortante na região de continuidade dos elementos, este comportamento merece estudos específicos mais detalhados.

5.8.2 Efeito da energia de esmagamento G_c na compressão

A Tabela 5.16 apresenta o efeito da energia de esmagamento do concreto no nível de aproximação das simulações numéricas utilizando a abordagem FH de modelos constitutivos (ver Tabela 5.12). Conforme discutido anteriormente, a utilização da energia de esmagamento do concreto como $100G_f$ conduz à valores de deformações últimas do concreto muito elevadas. Além disso, o formato das curvas Força x deslocamento do atuador indicou que esta abordagem poderia conduzir a rupturas menos frágeis quando utilizada a formulação do Model Code 2010 (Figura 5.27a,b). Por esta razão foi investigado o efeito da redução na estimativa da energia de esmagamento pela metade ($G_c=50G_f$) quando utilizando a formulação do Model Code 2010.

Tabela 5.16 – Influência da energia de esmagamento do concreto G_c no nível de aproximação dos modelos numéricos.

Modelo				P_{exp}/P_{MEF}								P_{exp}/P_{MEF}	
				S1T1	S1T2	S2T1	S2T4	S3T1	S3T4	S8T1	S8T2	Todos	
G_f	G_c	C.C	SS	CS	SS	CS	SS	CS	SS	CS	MED	COV	
FH	MC2010	100Gf	MA-CL	1.00	0.98	1.06	1.04	0.99	0.87	1.01	0.77	0.96	10.0%
FH	MC2010	50Gf	MA-CL	1.01	0.98	1.14	0.99	1.00	0.84	1.03	0.80	0.97	11.0%

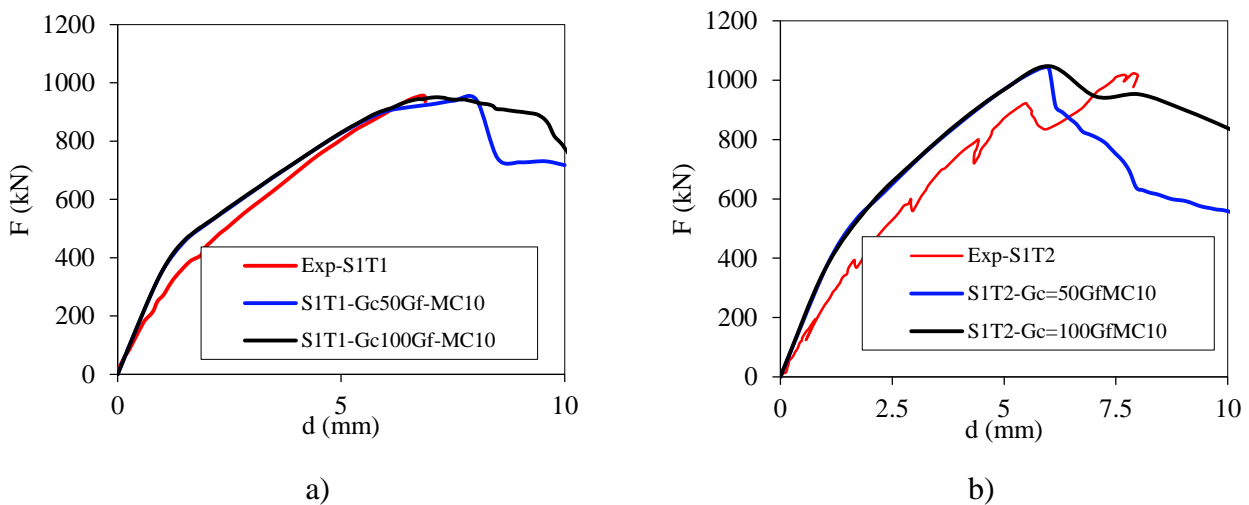
Modelo				V_{exp}/V_{MEF}								V_{exp}/V_{MEF}	
				S1T1	S1T2	S2T1	S2T4	S3T1	S3T4	S8T1	S8T2	Todos	
G_f	G_c	C.C	SS	CS	SS	CS	SS	CS	SS	CS	MED	COV	
FH	MC2010	100Gf	MA-CL	1.03	0.96	1.08	1.02	1.02	0.86	1.04	0.76	0.97	11.2%
FH	MC2010	50Gf	MA-CL	1.04	0.89	1.16	0.93	1.02	0.78	1.06	0.74	0.95	15.0%

MED: valor médio; COV: coeficiente de variação; C.C: condição de contorno; MA: mola na área de apoio; CL: rótula na área de introdução da força (*coupling load*).

Fonte: Autor (2019).

Da Tabela 5.16 observa-se que as diferenças de formulação da energia de esmagamento não provocaram, em média, modificações significativas no nível de aproximação das abordagens. Entretanto, conforme pode ser observado na Figura 5.29, a forma das curvas Força x Deslocamento do atuador apresentou perda de rigidez mais pronunciada quando utilizada a menor energia de esmagamento. Ou seja, com energias de fratura maiores, devido ao alongamento no trecho pós pico do comportamento uniaxial do concreto sujeito a compressão, a curva força x deslocamento passa a apresentar uma resistência residual mais pronunciado no ramo pós-pico.

Figura 5.29 – Efeito da energia de esmagamento no nível de aproximação dos modelos numéricos FH: a) S1T1 e b) S1T2.



Fonte: Autor (2019).

Uma observação importante é que a energia de esmagamento $G_c=50.G_{f,MC10}$ apresenta ordem de grandeza semelhante à abordagem $G_c=100.G_{f,MC90}$, uma vez que a abordagem do Model Code 2010 apresenta previsões de energia de fratura maiores.

5.8.3 Efeito da restrição ao giro da área de aplicação da força F

Conforme explicado nas seções anteriores, o carregamento foi simulado através da aplicação de um deslocamento vertical a um nó mestre acoplado à uma superfície (*coupling*), permitindo o giro desta superfície em relação ao nó (ligação rotulada), tal como reportado nos experimentos. Esta situação de carregamento pode ser considerada a mais representativa da solicitação de veículos em pontes, na qual a superfície de contato entre o pneu e a laje pode girar em relação ao eixo do pneu. A Tabela 5.17 apresenta a influência da restrição ao giro da área carregada (MA-EL = deslocamento vertical uniforme da placa) no nível de aproximação das previsões de resistência à força cortante do modelo numérico utilizando a abordagem FH como referência (ver Tabela 5.12 para detalhes). A abordagem que permite o giro da área carregada foi denominada de MA-CL.

Tabela 5.17 – Influência da restrição ao giro da área carregada.

Modelo				P_{exp}/P_{FEM}								P_{exp}/P_{FEM}	
				S1T1	S1T2	S2T1	S2T4	S3T1	S3T4	S8T1	S8T2	todos	
Gf	Gc	C.C	SS	CS	SS	CS	SS	CS	SS	CS	MED	COV	
FH	MC2010	100Gf	MA-CL	1.00	0.98	1.06	1.04	0.99	0.87	1.01	0.77	0.96	10.0%
FH	MC2010	100Gf	MA-EL	1.07	1.14	1.26	1.19	1.21	1.06	1.19	1.04	1.15	7.0%
FH	MC2010	50Gf	MA-CL	1.01	0.98	1.14	0.99	1.00	0.84	1.03	0.80	0.97	11.0%
FH	MC2010	50Gf	MA-EL	1.09	1.12	1.27	1.21	1.19	1.05	1.21	1.03	1.15	7.5%
Modelo				V_{exp}/V_{FEM}								V_{exp}/V_{FEM}	
				S1T1	S1T2	S2T1	S2T4	S3T1	S3T4	S8T1	S8T2	todos	
Gf	Gc	C.C	SS	CS	SS	CS	SS	CS	SS	CS	MED	COV	
FH	MC2010	100Gf	MA-CL	1.03	0.96	1.08	1.02	1.02	0.86	1.04	0.76	0.97	11.2%
FH	MC2010	100Gf	MA-EL	1.07	1.19	1.18	1.19	1.14	1.01	1.14	0.99	1.11	7.3%
FH	MC2010	50Gf	MA-CL	1.04	0.89	1.16	0.93	1.02	0.78	1.06	0.74	0.95	15.0%
FH	MC2010	50Gf	MA-EL	1.08	1.04	1.20	1.15	1.13	0.97	1.16	0.96	1.09	8.2%

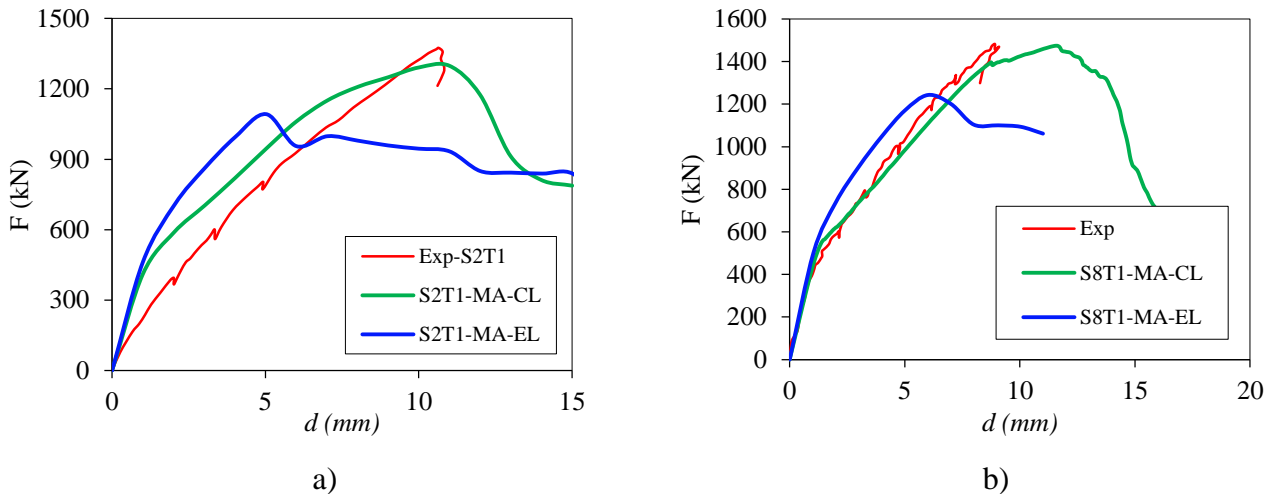
MED: valor médio; COV: coeficiente de variação; C.C: condição de contorno; MA: mola na área de apoio; CL: rótula na área de introdução da força (*coupling load*); EL: giro restringido na área de introdução da força

Fonte: Autor (2019).

Da Tabela 5.17 observa-se que, quando restringido o giro da superfície carregada a falha dos modelos numéricos é alcançada com cargas significativamente menores (5% a 19% em termos de Força P_{MEF} e de 4% a 24% em termos de força cortante V_{MEF}). Das curvas Força x Deslocamento (Figura 5.31) observou-se que os modelos com restrição ao giro da superfície carregada apresentaram menor perda de rigidez por fissuração antes da ruptura. Este

comportamento pode ser explicado pelo efeito mais pronunciado das bielas de compressão nestas situações, retardando desenvolvimento da fissura crítica de cisalhamento ou provocando falhas por tração diagonal do concreto. Entretanto, esta abordagem resultou em desenvolvimento mais rápido da fissura crítica de cisalhamento quando presente.

Figura 5.30 – Efeito do giro da área carregada nas curvas $F \times d$ dos modelos numéricos com a abordagem FH relativos aos experimentos: a) S2T1 e b) S8T1.



Fonte: Autor (2019).

5.9 Escolha do modelo para análise paramétrica

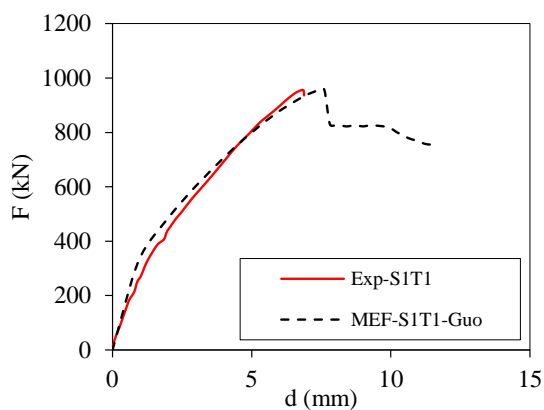
A abordagem adotada para posterior análise paramétrica foi a de Guo (ver Tabela 5.12), que foi escolhida pelos seguintes aspectos: (i) menor nível de dispersão nos resultados em termos do coeficiente de variação das relações P_{exp}/P_{MEF} , (ii) curvas $F \times d$ com forma mais adequada ao esperado na maioria dos modelos, (iii) melhores resultados no caso de cargas próximas de apoio com continuidade da laje. As Figura 5.31 e Figura 5.32 apresentam as curvas força x deslocamento ($F \times d$) no ponto de referência (aplicação da carga).

Nas curvas representativas do modelo numérico nas Figura 5.31 e Figura 5.32 não foi possível captura a perda de rigidez (quedas pontuais na curva $F \times d$) devido à formação das fissuras de flexão devido a limitação de pontos salvos ao longo do processamento. Nestes modelos foram tomados apenas 100 pontos da curva ao longo do processamento para reduzir o tempo de processamento e o tamanho em disco rígido do arquivo dos resultados.

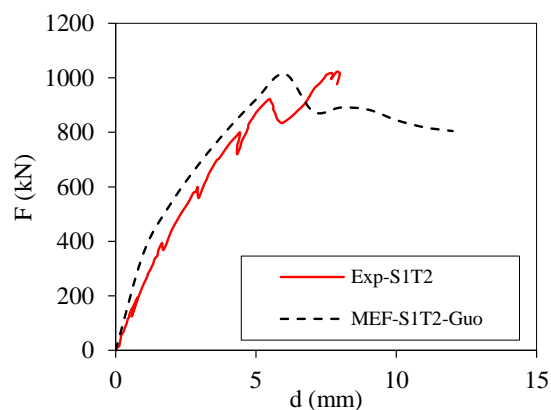
Outro aspecto que chama atenção é que em alguns modelos numéricos a rigidez da curva inicial foi consideravelmente maior que a curva experimental. Este é um problema que se apresentou em diversos estudos numéricos envolvendo a resistência à força cortante (MUÑOZ et al., 2018; NANA et al., 2017; REISSEN, 2016) e que é geralmente atribuído, dentre outros

aspectos, a micro fissuração do concreto dos modelos experimentais não considerada nos modelos numéricos e a consideração de aderência perfeita entre o concreto e a armadura.

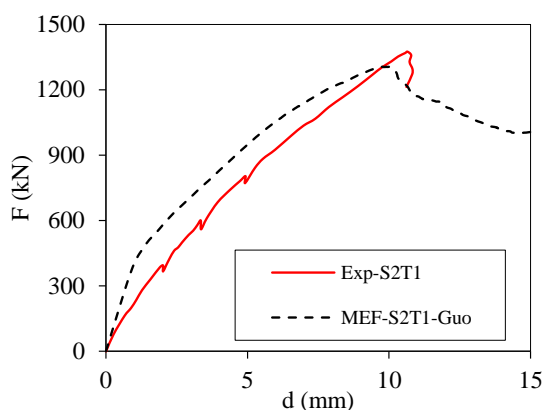
Figura 5.31 – Curvas Força x Deslocamento com a abordagem Guo dos ensaios: a) S1T1; b) S1T2; c) S2T1 e d) S2T4.



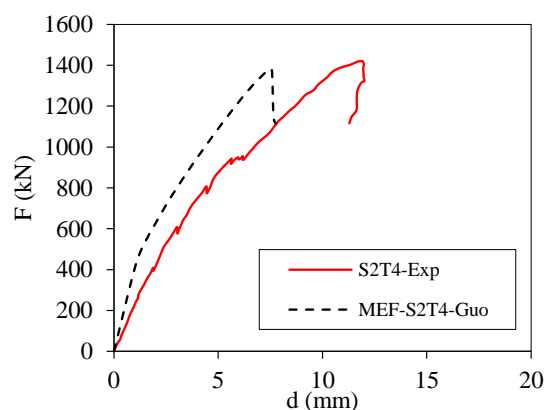
a)



b)



c)

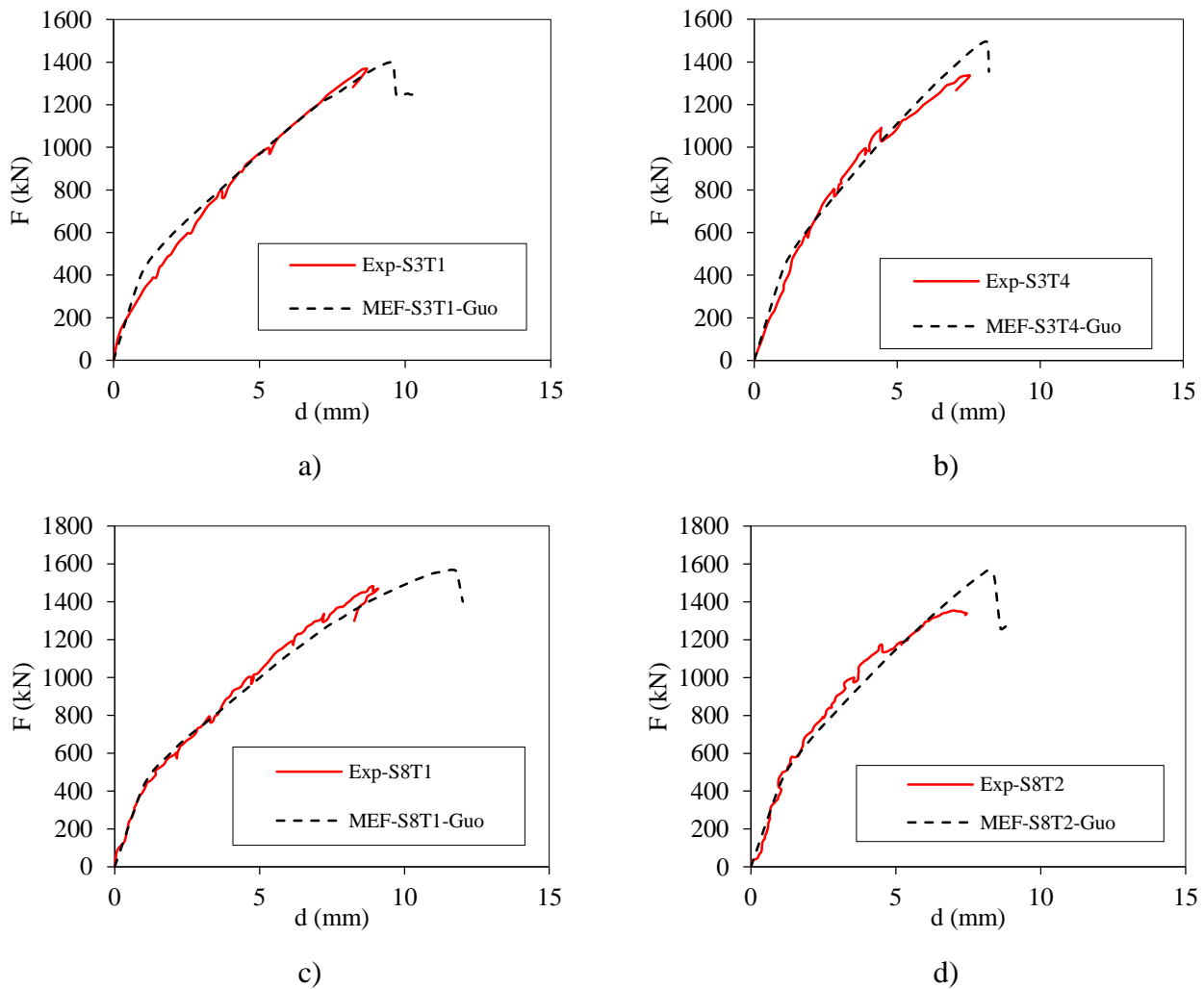


d)

Fonte: Autor (2019).

Como nos modelos numéricos desenvolvidos a forma máxima de ensaio estava bem representada, aspecto principal nestas modelagens, a rigidez ou concordância das curvas foi considerada um aspecto secundário e que merece estudos mais específicos.

Figura 5.32 – Curva Força x Deslocamento com a abordagem Guo para os modelos S3 e S8



Fonte: Autor (2019).

5.10 Análise Paramétrica

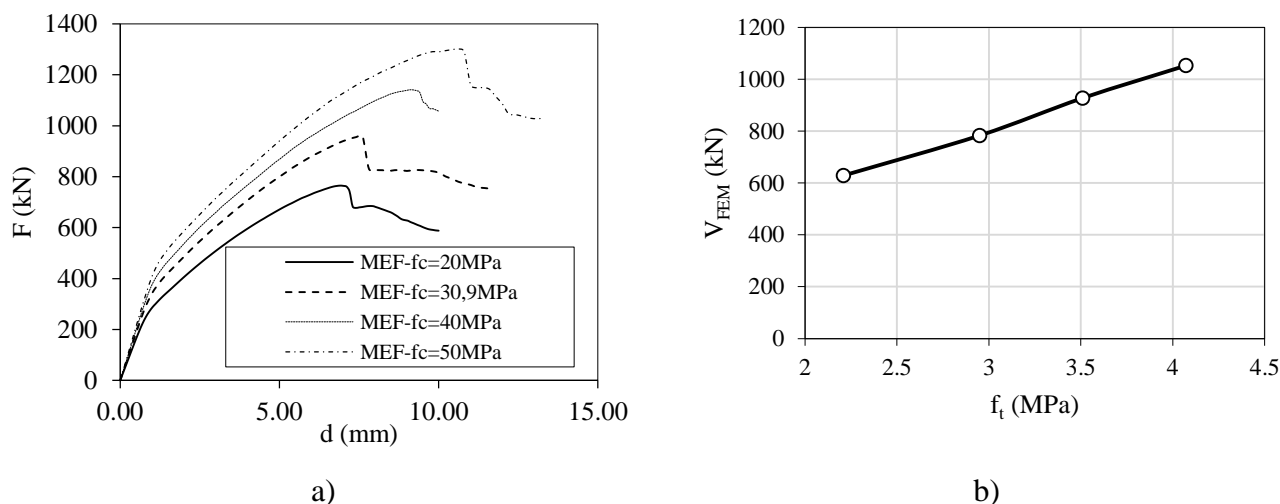
Na análise paramétrica foi utilizado o modelo numérico calibrado S1T1 como referência para as propriedades materiais e geométricas. Neste modelo foi utilizado a abordagem 2-Guo para modelagem do concreto.

5.10.1 Efeito da resistência à compressão e de tração do concreto

A Figura 5.33 apresenta os efeitos dos parâmetros de resistência à compressão do concreto (Figura 5.33a) e resistência à tração do concreto (Figura 5.33b) na resistência à força cortante das lajes. Da Figura 5.33a observou-se, conforme o esperado, que para maiores resistências do concreto a curva Força x Deslocamento aumentou significativamente de rigidez. Devido à influência da largura colaborante na resistência à força cortante no caso de cargas

distribuídas em pequenas áreas próximas do apoio, seria possível que a resistência à tração modificasse a forma de propagação da carga.

Figura 5.33 – Efeito dos parâmetros de a) resistência à compressão do concreto na curva $F \times d$ e b) resistência à tração do concreto na resistência à força cortante.



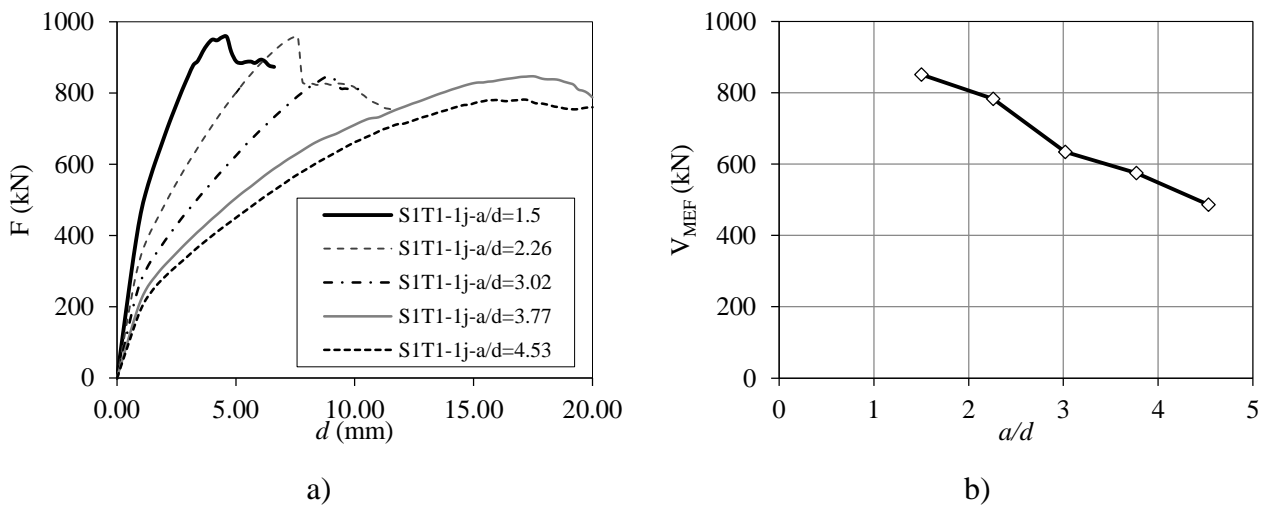
Fonte: Autor (2019).

Na Figura 5.33b, entretanto, foi identificado de forma mais clara o aumento quase linear da resistência à força cortante com o aumento da resistência à tração do concreto. Em outros estudos, com modelos numéricos de lajes apoiadas em todo o perímetro sob as mesmas condições de carregamento, por sua vez, foi identificado um crescimento parabólico da resistência à força cortante (NANA et al., 2017), sugerindo que a forma de distribuição da força cortante nos modelos esteja mais relacionada à geometria e condições de contorno da laje.

5.10.2 Efeito da relação vão de cisalhamento – altura útil a/d

Da Figura 5.34a observa-se que a curva $F \times d$ da área carregada sugere rupturas frágeis por força cortante (queda acentuada na curva $F \times d$) para menores relações vão de cisalhamento-altura útil a/d e rupturas mais dúcteis, possivelmente por flexão, para maiores relações a/d (queda suavizada na curva $F \times d$). Isto confirma o decréscimo da resistência à força cortante com o aumento da relação a/d verificado em modelos experimentais (Figura 4.7). Como poderia ser esperado um aumento da largura colaborante e consequente aumento da resistência à força cortante das lajes para maiores relações a/d , isto indica que as fissuras de flexão têm maior influência na perda de resistência dos modelos para maiores relações a/d . A Figura 5.34 apresenta de forma mais clara o decréscimo da resistência à força cortante associada à ruptura dos modelos com o aumento da relação a/d .

Figura 5.34 – Efeito da relação a/d nas curvas Força x deslocamento e b) resistência à força cortante.



Fonte: Autor (2019).

Nas análises numéricas de outros pesquisadores (NANA et al., 2017), com lajes apoiadas sobre todas as bordas já havia sido identificada o decréscimo da resistência à força cortante com o aumento da relação a/d mas através da variação da espessura das lajes, o que já foi demonstrado nas seções anteriores ter influência do efeito de escala. Em análise de outros autores (REISSEN; HEGGER, 2013b) foi sugerida a adoção de um fator redutor da largura colaborante com o aumento da relação a/d , mas sem levar em consideração a distinção no modo de falha para relações a/d mais elevadas.

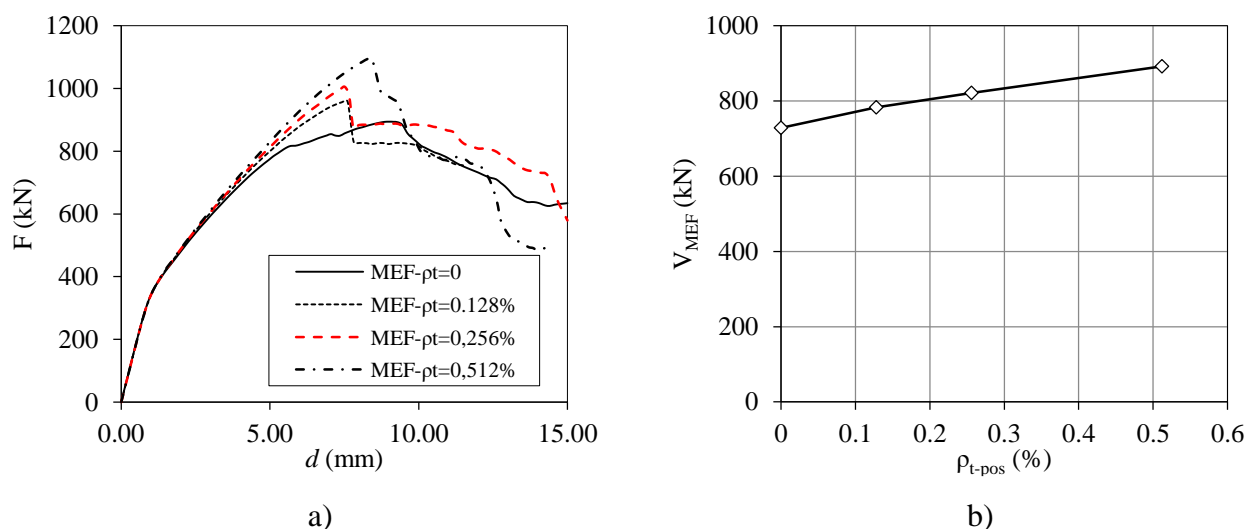
5.10.3 Efeito da armadura de flexão positiva transversal

O efeito da armadura de flexão transversal na resistência à força cortante de lajes sob cargas concentradas é um dos aspectos que, pelo reduzido número de resultados experimentais, ainda não foi perfeitamente compreendido. Em alguns estudos numéricos com lajes simplesmente apoiadas (REISSEN; HEGGER, 2013b) foi observado que o padrão de fissuração de lajes com maiores taxas de armadura transversal indicavam uma mobilização mais radial da carga (semelhante à rupturas por punção), o que talvez justificasse uma distribuição mais uniforme da carga ao longo do apoio. Entretanto, posteriormente verificou-se que este comportamento era dependente da relação a/d da solicitação, sendo maior quanto maior a relação a/d (REISSEN, 2016).

A Figura 5.35a mostra como o aumento na taxa de armadura de flexão transversal positiva no modelo numérico S1T1 (relação $a/d=2,26$) resultou em maiores forças máximas de ruptura. Chamou atenção ainda que, no caso de ρ_t igual a zero a ruptura foi bastante dúctil,

comportamento contrário ao esperado e que merece maiores estudos, talvez com melhor discretização dos modelos numéricos. A Figura 5.35 mostra como a resistência à força cortante calculada no modelo numérico cresceu quase linearmente com o aumento da taxa de armadura transversal.

Figura 5.35 – Efeito da taxa de armadura de flexão transversal positiva na resistência à força cortante; a) curva $F \times d$ e b) gráfico $V_{MEF} \times \rho_t$.



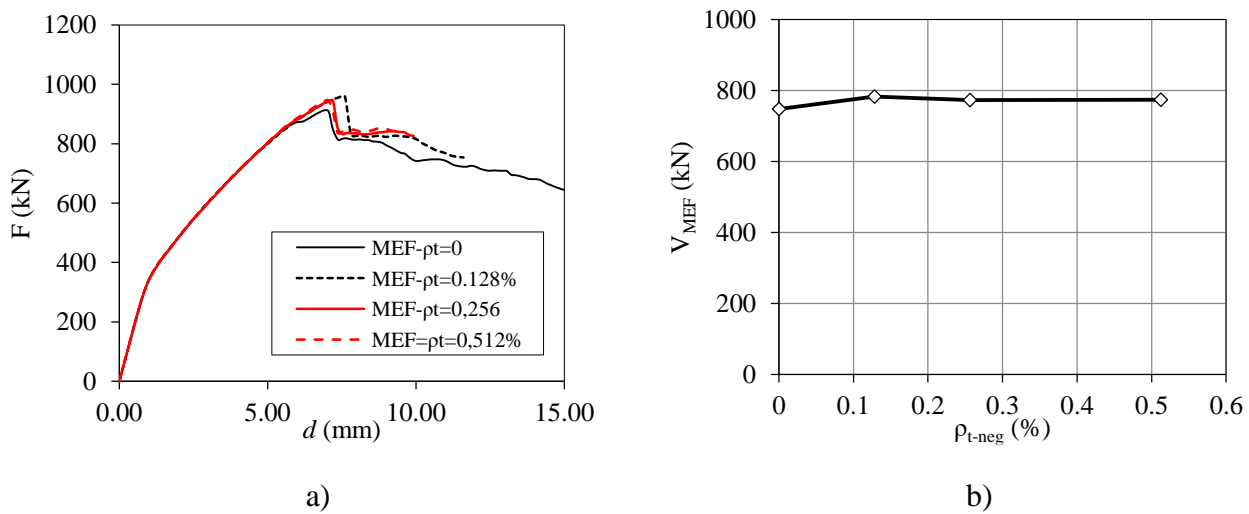
Fonte: Autor (2019).

Como os resultados obtidos com os modelos numéricos apresentaram um comportamento mais claro quando comparados aos resultados experimentais apresentados na seção 4.3.6, isto indica que outras variáveis podem ter influenciado no comportamento dos modelos experimentais.

5.10.4 Efeito da armadura de flexão negativa transversal

Como alguns modelos consideram a propagação vertical da carga até o plano médio da laje, decidiu-se investigar o efeito da taxa de armadura de flexão transversal negativa (superior) na resistência à força cortante, uma vez que maiores taxas de armadura transversal poderiam ter influência na forma de distribuição vertical da carga. Entretanto, foi observado que nos modelos numéricos, através da Figura 5.36, este parâmetro não tinha influência significativa no problema.

Figura 5.36 – Efeito da taxa de armadura de flexão transversal em: a) curva Força x deslocamento na área da carga b) resistência à força cortante dos modelos.



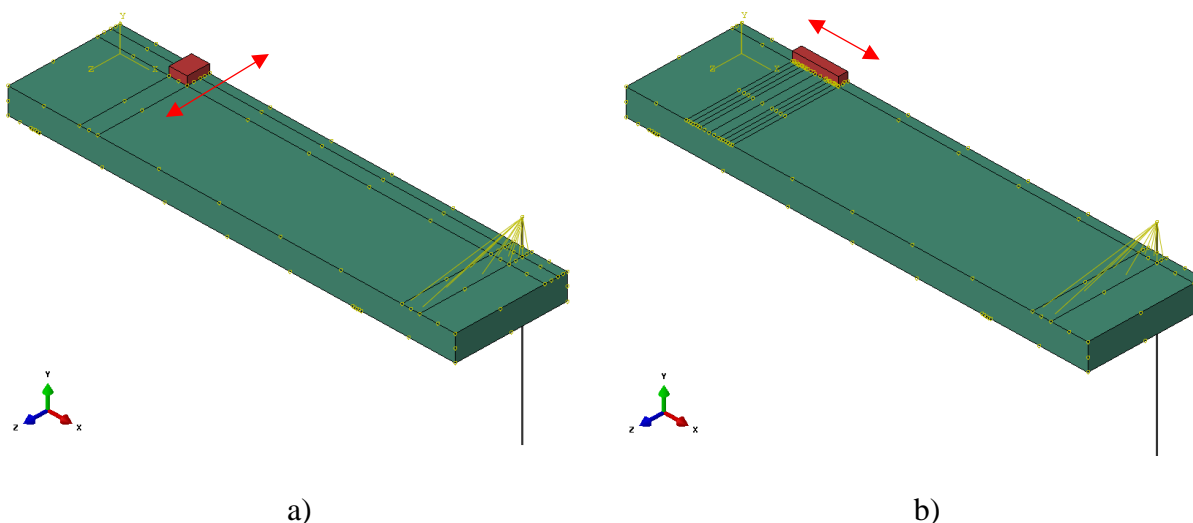
Fonte: Autor (2019).

5.10.5 Efeito da geometria da área de introdução da carga

A geometria da área de introdução da carga é um parâmetro diretamente relacionado aos modelos de definição da largura colaborante na resistência à força cortante. O modelo atribuído a prática francesa de projetos têm apresentado bons resultados em análises experimentais (LANTSOGHT; VEEN; WALRAVEN, 2013) e leva em consideração as dimensões da carga nas direções paralela ao apoio (ℓ_{load}) e transversal ao apoio (b_{load}). A Figura 5.37 ilustra a direção das dimensões ℓ_{load} e b_{load} consideradas, respectivamente.

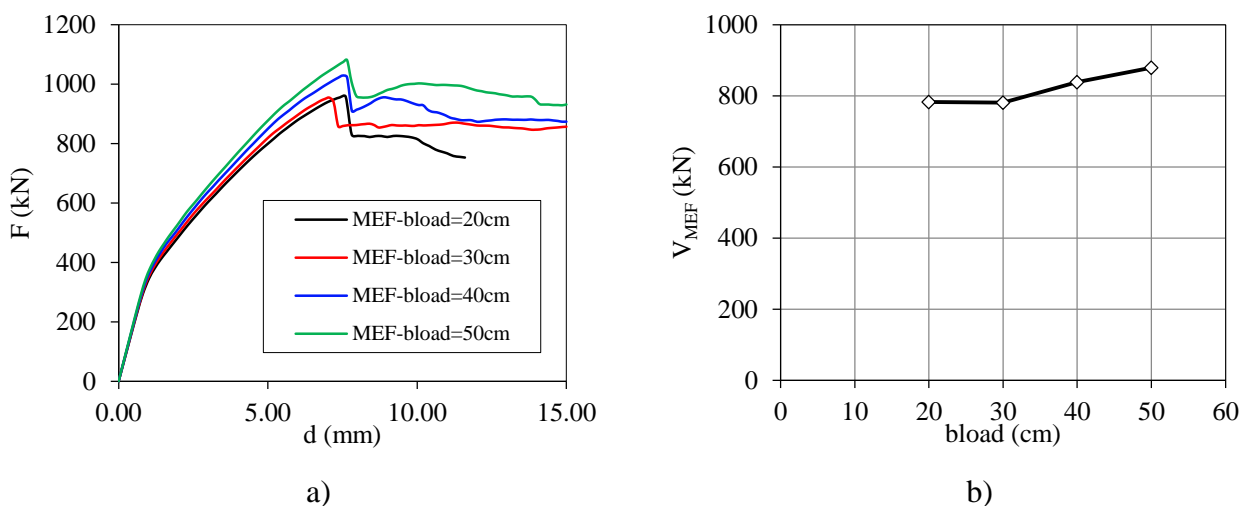
As Figura 5.38 e Figura 5.39 ilustram o efeito da geometria da área de introdução da carga na resistência à força cortante das lajes. Da Figura 5.38b observa-se que o efeito do aumento da dimensão b_{load} da carga só aumentou efetivamente a resistência à força cortante após 30 cm. Este comportamento foi investigado por um grupo pequeno de experimentos (OLIVEIRA; REGAN; MELO, 2004) e possui o problema da redução da relação a_v/d com o aumento da dimensão b_{load} . Logo, a validação do aumento da resistência à força cortante com o aumento da dimensão b_{load} é mais complexa e teria de levar em consideração à transferência direta de parcela da carga para o apoio por bielas de compressão.

Figura 5.37 – Ilustração dos modelos com a) variação da dimensão l_{load} e b) dimensão b_{load} da área carregada.



Fonte: Autor (2019).

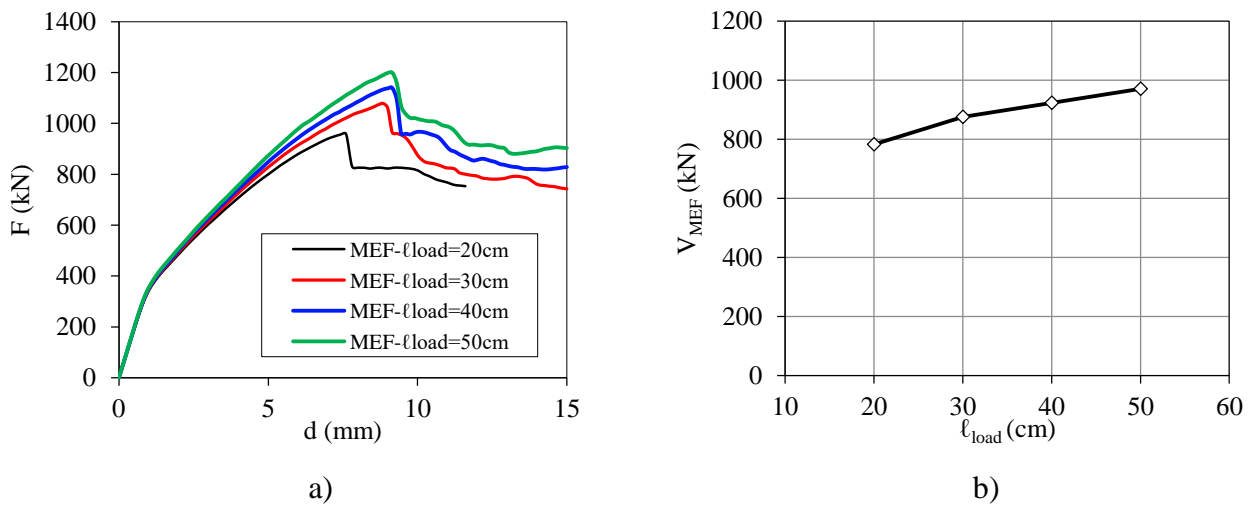
Figura 5.38 – Efeito da dimensão b_{load} em: a) curva Força x deslocamento da área carregada e b) resistência à força cortante das lajes.



Fonte: Autor (2019).

O aumento da largura colaborante com o aumento da dimensão l_{load} é um aspecto bem aceito na literatura, tanto por análises baseadas em resultados experimentais quanto por análises numéricas em lajes unidirecionais e bidirecionais (NANA et al., 2017). Entretanto, enquanto estes trabalhos indicavam um crescimento parabólico da resistência à força cortante com o aumento da dimensão l_{load} , nesta pesquisa foi identificada uma tendência de crescimento mais linear no intervalo de dimensões estudadas.

Figura 5.39 - Efeito da dimensão ℓ_{load} em: a) curva Força x deslocamento da área carregada e b) resistência à força cortante das lajes.



Fonte: Autor (2019).

5.10.6 Efeito da variação de espessura (mísula) nas lajes

A Figura 5.40 ilustra o modelo numérico S1T1 estudado com a inclusão de variação de espessura (mísula) próxima dos apoios. A proporção de variação de espessura das lajes seguiu a relação 1:3 (direção y: direção x). Ou seja, para um aumento de espessura de 10 cm o comprimento da mísula vale 30 cm e a nomenclatura utilizada é 10y-30x.

O efeito benéfico da variação de espessura de lajes/vigas é descrito no trabalho de (FUSCO, 2008a), que relaciona às mísulas uma parcela resistente adicional à força cortante dada pela equação:

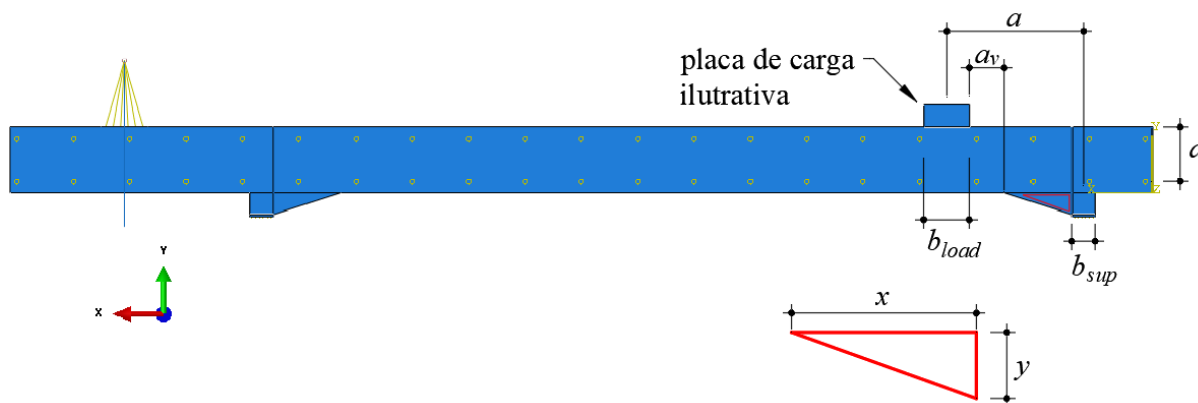
$$V_{ccd} = \frac{M_{Ed}}{z} \cdot \tan \theta \quad (7.2)$$

Alguns trabalhos na literatura investigaram a influência de cargas concentradas próximas do apoio em lajes (em balanço) com mísulas (NATÁRIO; FERNÁNDEZ RUIZ; MUTTONI, 2014; NATÁRIO; RUIZ; MUTTONI, 2017). Nestes trabalhos foram utilizadas mísulas com mesma proporção de variação de espessura: 1y:2x (10cm:20cm) e o vão livre de cisalhamento a_v foi definido entre as faces da carga e o contorno de início da variação de espessura (face da mísula).

Entretanto, não existem investigações sobre, por exemplo, onde a seção crítica deveria ser definida: (i) a partir do eixo do apoio ou (ii) a partir do início de variação da espessura. Por esta razão foi estudado o efeito de diferentes variações de espessura na resistência à força

cortante segundo duas abordagens: (i) mantendo a relação a/d constante (distância entre eixos constante) e (ii) mantendo-se a relação a_v/d constante (vão livre de cisalhamento constante) (Figura 5.41).

Figura 5.40 – Ilustração da variação de espessura implementada nos modelos numéricos.

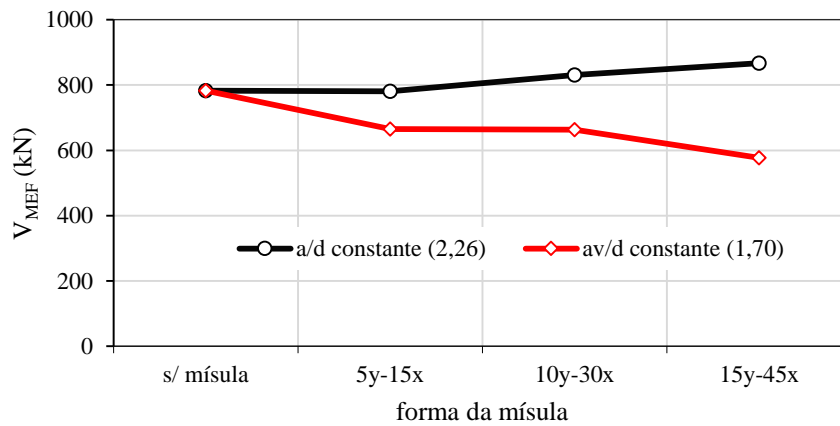


Fonte: Autor (2019).

Mantendo-se a relação a/d constante e aumentando-se a dimensão horizontal da mísula era esperado que a resistência à força cortante aumentasse significativamente em virtude da maior espessura da laje junto ao apoio. Entretanto, dependendo da posição da fissura crítica de cisalhamento este aumento poderia ser mais ou menos significativo. Além disso, quando fixado o valor da relação a/d a correspondente relação a_v/d reduzia com o aumento na dimensão da mísula, outro motivo pelo qual seria esperada um maior efeito de arco na resistência à força cortante. Por outro lado, mantendo-se a relação a_v/d constante e aumentando-se a dimensão x da mísula poderia ser esperado que a resistência à força cortante não reduzisse significativamente, apesar do aumento na relação a/d .

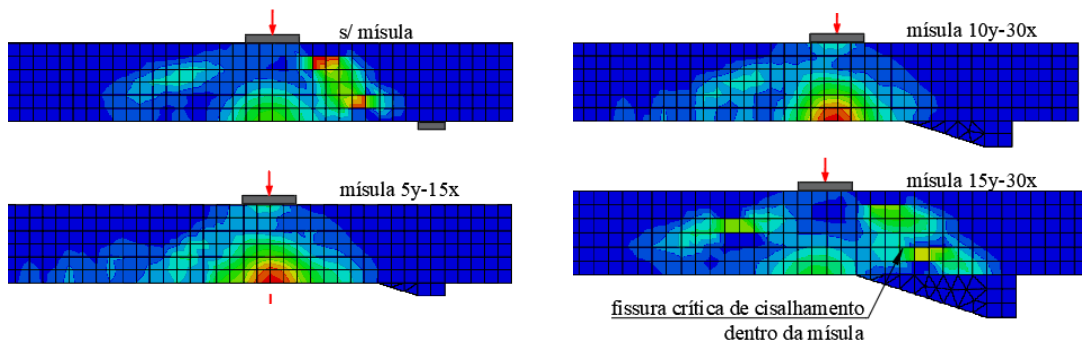
Da Figura 5.41 observou-se que o aumento na resistência à força cortante com a mísula de 5cm de altura foi pouco significativo (mantendo-se a/d constante), embora represente um aumento na espessura da laje de 16,67%. Este resultado pode ser atribuído ao fato de que o comprimento da mísula resultou em apenas 15 cm, menor do que a altura útil da laje, e que a fissura crítica de cisalhamento deu-se fora da região com variação da espessura. Por sua vez, mantendo-se a relação a_v/d constante ao valor de referência (1,70), houve significativa redução na resistência à força cortante com a mísula de 5y:15x (-15%), o que pode ser explicado pelo aumento da relação a/d em 25%. Para maiores comprimentos da mísula e mantendo-se a relação a/d constante o aumento na resistência à força cortante foi mais pronunciado, que pode ser explicado pela maior proximidade (ou interceptação) da face frontal da carga com o início de variação da mísula.

Figura 5.41 – Efeito das diferentes variações de espessura (mísulas) em modelos numéricos com relações a/d e a_v/d constantes.



Fonte: Autor (2019).

Figura 5.42 – Perfil de plastificação do concreto por tração, no eixo de simetria da laje, para a força F de ruptura e com a relação a/d constante.



Fonte: Autor (2019).

Na Figura 5.42 observa-se de maneira qualitativa o perfil de plastificação do concreto por tração na força F de ruptura dos modelos numéricos. Da Figura 5.42 identifica-se claramente a tendência de formação da fissura crítica de cisalhamento apenas na mísula de maior comprimento, o que talvez explique o aumento pouco significativo da resistência à força cortante nos modelos numéricos de mísulas menores. Além disso, vale destacar que nos modelos com mísulas 5y-15x e 10y-30x o perfil de plastificação indicou forma mais circunferencial de plastificação, sugerindo talvez uma forma de ruptura mais próxima da punção.

6 CONCLUSÕES E CONSIDERAÇÕES FINAIS

6.1 Conclusões

Esta pesquisa apresenta contribuições ao estudo da resistência à força cortante em lajes de concreto estrutural sem armadura transversal com ênfase na solicitação de cargas distribuídas em pequenas áreas próximas do apoio, típico em tabuleiros de pontes. Neste estudo foram avaliados diferentes modelos de resistência à força cortante e de definição da largura colaborante, com ênfase nas abordagens mais praticadas na prática brasileira de projetos.

Dos **Capítulos 2 e Capítulo 3** pode-se concluir que:

- É uma tendência o desenvolvimento de modelos mecânicos de resistência à força cortante que considerem as diferentes contribuições dos mecanismos de resistência à força cortante, tais como no modelo multi-mecanismos de resistência ao flexo-cisalhamento (MARÍ et al., 2014, 2015) e nos desenvolvimentos mais recentes da teoria da fissura crítica de cisalhamento (CAVAGNIS; FERNÁNDEZ RUIZ; MUTTONI, 2018a).
- Da análise paramétrica com os modelos de resistência à força cortante unidirecionais verificou-se que a posição da seção de verificação da força cortante pode influenciar significativamente nas previsões de resistência, como observado nos modelos baseados na teoria da fissura crítica de cisalhamento (SIA 262, 2013) e na teoria do campo de compressão (Model Code 2010).

Das análises realizadas no **Capítulo 4** pode-se concluir que:

- Em relação aos experimentos solicitados ao longo de toda a largura, o modelo semi-empírico de cálculo da resistência à força cortante da ABNT NBR 6118:2014 apresenta níveis de acurácia e precisão comparáveis ao modelo do código europeu (EN 1992-1-1:2005) e satisfatórios comparado ao manual americano de projeto (ACI 318:2014). Nesta tipologia de solicitação, a relação $V_{exp,red}/V_{calc,NBR}$, avaliada sobre 154 resultados experimentais apresentou valor médio de 1,054 e coeficiente de variação de 27%.
- Ainda sobre os elementos carregados ao longo de toda a largura, os modelos mecânicos de cálculo apresentaram, em geral, resultados mais conservadores em termos de acurácia e mais precisos em termos do coeficiente de variação quando comparados aos resultados dos modelos semi-empíricos. Os melhores resultados foram obtidos com o modelo suíço de

cálculo (SIA 262:2013), que apresentou relação $V_{\text{exp,red}}/V_{\text{SIA},\alpha}$ com valor médio de 1,138 e coeficiente de variação de 20,5%.

- A definição da seção crítica nas análises de resistência à força cortante afastada de d ou $d/2$ dos apoios demonstrou melhorar a acurácia da relação $V_{\text{exp,red}}/V_{\text{calc}}$, mas reduzir a precisão dos modelos de cálculo do ACI 318:2014, Model Code 2010 no nível II de aproximação e SIA 262:2013. Como nestas análises os resultados de precisão são geralmente mais importantes, confirmou-se assim que a estratégia de adotar a seção crítica próxima do maior momento fletor tende a ser a mais adequada.
- Dentre os modelos de definição da largura efetiva ou colaborante avaliados junto ao modelo de resistência à força cortante da ABNT NBR 6118:2014, o preconizado pela ABNT NBR 6118:1980 resultou na abordagem mais conservadora durante a avaliação dos experimentos não carregados ao longo de toda a largura (MED = 2,145 e Q5% = 1,605). Com a abordagem francesa de definição da largura colaborante b_{eff2} a acurácia da abordagem aumentou significativamente (MED = 1,140), mas a baixa precisão (C.V.=34,3%) implica que esta abordagem resulta em um percentual muito alto de previsões inseguras de resistência.
- Na avaliação dos experimentos com possibilidade de propagação horizontal da força cortante, a abordagem que apresentou melhor acurácia foi a que utiliza o modelo de resistência ao flexo-cisalhamento de Mari et al. (2015) combinado ao modelo francês de largura colaborante (b_{eff2}), apresentando relação $V_{\text{exp}}/V_{\text{calc}}$ com valor médio de 1,009 e C.V. de 29,2%. Com o modelo baseado na teoria da fissura crítica de cisalhamento foi obtida a menor dispersão de resultados teóricos em relação aos experimentais (C.V. = 25,3% e MED = 1,116). O modelo de cálculo do Model Code 2010 apresentou, em geral, resultados mais conservadores que os demais modelos mecânicos.
- Na investigação dos parâmetros influentes no modo de falha por cisalhamento de lajes sem armadura transversal identificou-se a maior influência da altura útil da armadura longitudinal d , da relação a/d e da relação entre as dimensões da laje b/d , sendo b a largura da laje.

Da análise numérica realizada apresentada no **Capítulo 5** pode-se concluir que:

- O nível de aproximação obtido com as modelagens numéricas em elementos finitos apresentou resultados bem mais acurados e precisos que os obtidos com modelos analíticos. A relação $V_{\text{exp}}/V_{\text{MEF}}$ apresentou valor médio de 0,95 a 1,01 e coeficientes de variação variando de 7,6 a 15% dependendo da abordagem utilizada (Tabela 5.13). O modelo

constitutivo do concreto que melhor representou o comportamento dos modelos experimentais foi o de Guo (2014) combinado aos modelos de evolução de dano apresentados por Yu et al. (2010a).

- Da análise paramétrica dos modelos numéricos verificou-se que a resistência à força cortante reduziu com o aumento do vão de cisalhamento a , embora fosse esperado aumento da largura colaborante na resistência à força cortante. Este resultado confirma que as fissuras de flexão tendem a ter forte influência na resistência à força cortante para maiores relações a/d .
- Da análise paramétrica envolvendo o efeito da geometria da carga, observou-se que a dimensão paralela ao apoio tem influência mais nítida na largura colaborante que a dimensão transversal.
- Da análise paramétrica envolvendo o efeito da disposição de mísulas na proximidade dos apoios conclui-se que: (i) mantendo-se a relação a/d constante e com mísulas progressivamente crescentes a resistência à força cortante passa a crescer apenas quando a fissura crítica de cisalhamento passa a se formar na região de espessura aumentada; (ii) mantendo-se a relação a_v/d constante (sendo a_v a distância entre faces de início da mísula e carga) a resistência à força cortante cai com o aumento do comprimento das mísulas devido ao aumento do vão de cisalhamento a . Ou seja, é mais indicada a posição seção crítica de verificação afastado de d ou $d/2$ do início da mísula nas verificações de resistência à força cortante, tal como utilizado em análises de outras publicações (NATÁRIO; FERNÁNDEZ RUIZ; MUTTONI, 2014).

5.2 Sugestões para pesquisas futuras

- Avaliar o nível de aproximação dos modelos semi-empíricos e mecânicos de resistência à punção no caso de cargas distribuídas em pequenas áreas próximas do apoio;
- Desenvolver proposta de modelo de cálculo de resistência à força cortante da ABNT NBR 6118:2014 calibrado por análises de confiabilidade;
- Desenvolver um modelo de definição da largura colaborante na resistência à força cortante para o caso de cargas distribuídas em pequenas áreas próximas do apoio;
- Formular estratégia via análise numérica em elementos finitos de mensurar a parcela da carga transferida diretamente ao apoio por mecanismos de bielas de compressão na ocorrência de cargas parcialmente distribuídas próximas do apoio.

REFERÊNCIAS

- ABAQUS 6.14. **Abaqus Analysis User's Guide (6.14)**, DS Simulia, 2014.
- ACI-ASCE COMMITTEE 326. Shear and Diagonal Tension. **ACI Journal Proceedings**, v. 59, n. 1, p. 1–30, 1962.
- ACI COMMITTEE 318. **Building Code Requirements for Structural Concrete (ACI 318-14) and Commentary**, American Concrete Institute, Farmington Hills, MI, 2014.
- ACI COMMITTEE 446. Fracture Mechanics of Concrete: Concepts, Models and Determination of Material Properties. **ACI 446.1 R-91 (Reapproved 1999)**, American Concrete Institute, Detroit, p. 1–146, 1991.
- ADAM, V.; HERBRAND, M.; CLASSEN, M. Experimentelle Untersuchungen zum Einfluss der Bauteilbreite und der Schubschlankheit auf die Querkrafttragfähigkeit von Stahlbetonplatten ohne Querkraftbewehrung. **Bauingenieur**, v. 93, n. January, 2018.
- ADAM, V.; REISSEN, K.; HEGGER, J. Influence of support conditions on shear in RC members without shear reinforcement. In: (D. A. Hordijk, M. Luković, Eds.) **HIGH TECH CONCRETE: WHERE TECHNOLOGY AND ENGINEERING MEET - PROCEEDINGS OF THE 2017 FIB SYMPOSIUM 2018**, Maastricht, The Netherlands. **Anais...** Maastricht, The Netherlands
- ADEBAR, P.; COLLINS, M. P. Shear strength of members without transverse reinforcement. **Canadian Journal of Civil Engineering**, v. 23, n. 1, p. 30–41, 1996.
- AFCEN ETC-C. Edition: ETC-C EPR Technical Code for Civil Works, 2010. TRIM Ref. 2011/430452.
- AL-YOUSIF, A. T.; REGAN, P. E. Punching resistances of rc slabs supported by large and/or elongated columns. **Structural Engineer**, v. 81, n. 5, p. 30–34, 2003.
- ALEXANDER, S. D. B.; SIMMONDS, S. H. Bond Model for Concentric Punching Shear. **ACI Structural Journal**, v. 89, n. 3, p. 325–334, 1992.
- ALFARAH, B.; LÓPEZ-ALMANSA, F.; OLLER, S. New methodology for calculating damage variables evolution in Plastic Damage Model for RC structures. **Engineering Structures**, v. 132, p. 70–86, 2017.
- ASCE-ACI COMMITTEE 426. The Shear Strength of Reinforced Concrete Members. **Journal of Structure Division**, v. ASCE 99, n. 6, p. 1091–1187, 1973.
- ASCE-ACI COMMITTEE 445. Recent Approaches to Shear Design of Structural Concrete. **Journal of Structural Engineering**, v. 124, n. 12, p. 1375–1417, 1998.

- ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. NBR 6118: Projeto e execução de obras de concreto armado. Rio de Janeiro, 1980.
- ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. NBR 6118: Projeto de Estruturas de Concreto - Procedimento. Rio de Janeiro, 2014.
- ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. NBR 7680-1: Concreto - Extração, preparo, ensaio e análise de testemunhos de estruturas de concreto Parte 1: Resistência à compressão axial. Rio de Janeiro, 2015.
- ASTER, H.; KOCH, R. Shear capacity of deep concrete slabs. **Beton- und Stahlbetonbau**, v. 69, n. 11, p. 266–270, 1974.
- BAIRÁN, J. M.; CASAS, J. R. Safety factor calibration for a new model of shear strength of reinforced concrete building beams and slabs. **Engineering Structures**, v. 172, n. October 2017, p. 293–303, 2018.
- BAŽANT, Z.P.; KIM, J. K. Size effect in shear failure of longitudinally reinforced beams. **Journal of the American Concrete Institute**, v. 81, n. 5, p. 456–468, 1984.
- BAZANT, Z. P.; KIM, J.-K. Size Effect in Shear Failure of Longitudinally Reinforced Beams. **ACI Journal Proceedings**, v. 81, n. 5, p. 456–468, 1984.
- BAŽANT, Z. P.; OH, B. H. Crack band theory for fracture of concrete. **Matériaux et Constructions**, v. 16, n. 3, p. 155–177, 1983.
- BELLETTI, B. et al. Analytical and numerical evaluation of the design shear resistance of reinforced concrete slabs. **Structural Concrete**, v. 15, n. 3, p. 317–330, 2014.
- BELLETTI, B. et al. Parametric analysis on punching shear resistance of reinforced concrete continuous slabs. **Magazine of Concrete Research**, p. 1–32, 2018.
- BELLETTI, B.; WALRAVEN, J. C.; TRAPANI, F. Evaluation of compressive membrane action effects on punching shear resistance of reinforced concrete slabs. **Engineering Structures**, v. 95, p. 25–39, 2015.
- BENTZ, E. C.; VECCHIO, F. J.; COLLINS, M. P. Simplified modified compression field theory for calculating shear strength of reinforced concrete elements. **ACI Structural Journal**, v. 103, n. 4, p. 614–624, 2006.
- BIRKELAND, P. W.; BIRKELAND, H. W. Connections in Precast Concrete Construction. **ACI JOURNAL, Proceedings**, v. 63, n. 3, p. 345–368, 1966.
- BIRTEL, V.; MARK, P. Parameterised Finite Element Modelling of RC Beam Shear Failure. In: ABABQUS USER'S CONFERENCE. 2006, **Anais...** [s.l: s.n.]
- BRESLER, B.; MACGREGOR, J. G. Review of Concrete Beams Failing in Shear. **Journal of the Structural Division**, v. 93, n. 1, p. 343–372, 1967.

- BUI, T. T. et al. Evaluation of one-way shear behaviour of reinforced concrete slabs: experimental and numerical analysis. **European Journal of Environmental and Civil Engineering**, n. September, p. 1–27, 2017. a.
- BUI, T. T. et al. Experimental investigation of shear strength of full-scale concrete slabs subjected to concentrated loads in nuclear buildings. **Engineering Structures**, v. 131, p. 405–420, 2017. b.
- BUI, T. T. et al. Influence of uniaxial tension and compression on shear strength of concrete slabs without shear reinforcement under concentrated loads. **Construction and Building Materials**, v. 146, p. 86–101, 2017. c.
- CAMPANA, S. et al. Analysis of shear-transfer actions on one-way RC members based on measured cracking pattern and failure kinematics. **Magazine of Concrete Research**, v. 65, n. 6, p. 386–404, 2013.
- CARREIRA, D. J.; CHU, K. H. Stress-strain relationship for plain concrete in compression. **ACI Journal**, v. 82, n. 6, n. 6, p. 797–804, 1985.
- CARVALHO, A. S. De. **Análise Experimental de Lajes Lisas de Concreto Armado de Alta Resistência com Metacaulim Apoiadas em Pilares Retangulares e Armadas à Punção**. 2006. Dissertação de Mestrado, Departamento de Engenharia Civil, Universidade Federal do Pará, 2006.
- CAVAGNIS, F. **Shear in reinforced concrete without transverse reinforcement : from refined experimental measurements to mechanical models**. 2017. Thesis (Docteur ès Sciences), École Polytechnique Fédérale de Lausanne, 2017.
- CAVAGNIS, F.; FERNÁNDEZ RUIZ, M.; MUTTONI, A. Shear failures in reinforced concrete members without transverse reinforcement: An analysis of the critical shear crack development on the basis of test results. **Engineering Structures**, v. 103, p. 157–173, 2015.
- CAVAGNIS, F.; FERNÁNDEZ RUIZ, M.; MUTTONI, A. A mechanical model for failures in shear of members without transverse reinforcement based on development of a critical shear crack. **Engineering Structures**, v. 157, p. 300–315, 2018. a.
- CAVAGNIS, F.; FERNÁNDEZ RUIZ, M.; MUTTONI, A. An analysis of the shear-transfer actions in reinforced concrete members without transverse reinforcement based on refined experimental measurements. **Structural Concrete**, v. 19, n. 1, p. 49–64, 2018. b.
- CEB-FIP MODEL CODE 1990. **Design Code fib Fédération internationale du béton**, Comité Euro-International du Béton, 1993.

- CEN. **EN 1992-1-1: Eurocode 2: Design of concrete structures -Part 1-1: General rules and rules for buildings, EN 1992-1-1:2005**, Comité Européen de Normalisation, Brussels, Belgium, 2005.
- CHAUVEL, D. et al. **Shear Resistance of slabs not provided with shear reinforcement CEN/TC 250/SC 02 N 726**, France, 32 pp., 2007.
- CLADERA, A. et al. The compression chord capacity model for the shear design and assessment of reinforced and prestressed concrete beams. **Structural Concrete**, v. 17, n. 6, p. 1017–1032, 2016.
- COIN, A.; THONIER, H. Experiments on shear in reinforced concrete slabs (Essais sur le cisaillement des dalles en béton armé). In: ANNALES DU BATIMENT ET DES TRAVAUX PUBLICS 2007, **Anais...** [s.l: s.n.]
- COLLINGS, D.; SAGASETA, J. A review of arching and compressive membrane action in concrete bridges. **Proceedings of the Institution of Civil Engineers - Bridge Engineering**, v. 169, n. 4, p. 271–284, 2016.
- COLLINS, M. P. Towards a Rational Theory for RC Members in Shear. **Journal of the Structural Division**, v. Vol. 104, n. Issue 4, p. Pg. 649-666, 1978.
- COLLINS, M. P.; BENTZ, E. C.; SHERWOOD, E. G. Where is shear reinforcement required? Review of research results and design procedures. **ACI Structural Journal**, v. 105, n. 5, p. 590–600, 2008.
- COLLINS, M. P.; KUCHMA, D. How Safe Are Our Large, Lightly Reinforced Concrete Beams, Slabs, and Footings? **ACI Structural Journal**, v. 96, n. 4, p. 482–490, 1999.
- COLLINS, M. P.; MITCHELL, D. Shear and torsion design of prestressed and non-prestressed concrete beams. **Journal of the Prestressed Concrete Institute**, v. 25, n. 5, p. 32–100, 1980.
- COLLINS, M. P.; MITCHELL, D.; MACGREGOR, J. G. Structural Design Considerations for High-Strength Concrete. **Concrete International**, v. 15, n. 5, p. 27–34, 1993.
- CONFORTI, A.; MINELLI, F.; PLIZZARI, G. A. Influence of width-to-effective depth ratio on shear strength of reinforced concrete elements without web reinforcement. **ACI Structural Journal**, v. 114, n. 4, p. 995–1006, 2017.
- COPE, R. Flexural shear failure of reinforced concrete slab bridges. **Proceedings of the Institution of Civil Engineers**, v. 79, n. 3, p. 559–583, 1985.
- CORNELISSEN, H. A. W.; HORDIJK, D. A.; AND REINHARDT, H. W. Experimental Determination of Crack Softening Characteristics of Normal Weight and Lightweight Concrete. **Heron**, v. 31, n. 2, p. 45–56, 1986.

- CULLINGTON, D. W.; DALY, A. F.; HILL, M. E. Assessment of reinforced concrete bridges: Collapse tests on Thurloxton underpass. **Bridge Management**, v. Vol. 3, p. 667–674, 1996.
- DAFSTB. **Deutscher Ausschuss für Stahlbeton Heft 240: Hilfsmittel zur Berechnung der Schnittgrößen und Formänderungen von Stahlbetonbauwerken. (German Committee for Structural Concrete Book 240: Tools for calculating the internal forces and deformations of reinforced concrete structures)**. Berlin / Germany: Beuth Verlag, 1991.
- DAMASCENO, L. S. R. **Análise experimental de lajes lisas unidirecionais de concreto armado com pilares retangulares ao puncionamento**. 2007. Tese (Doutorado), Departamento de Engenharia Civil, Universidade Federal do Pará, 2007.
- DIAZ DE COSSIO, R. et Al. Shear and diagonal tension – discussion. **ACI Journal Proceedings**, v. 59, n. 11, p. 1323–1339, 1962.
- DONMEZ, A.; BAZANT, Z. P. **Critique of Critical Shear Crack Theory (CSCT) for fib Model Code - Articles on Shear Strength and Size Effect of RC Beams**, SEGIM Report No. 18-10/788c, 2018.
- DOORGEEST, J. **Transition Between One-way Shear and Punching Shear**. 2012. Master of Science Thesis, Delft University of Technology, 2012.
- DRAKATOS, I.-S.; MUTTONI, A.; BEYER, K. Mechanical Model for Drift-Induced Punching of Slab-Column Connections without Transverse Reinforcement. **ACI Structural Journal**, v. 115, n. 2, 2018.
- EINPAUL, J. et al. Punching Shear Capacity of Continuous Slabs. **ACI Structural Journal**, v. 113, n. 4, p. 861–872, 2016.
- EINPAUL, J.; FERNÁNDEZ RUIZ, M.; MUTTONI, A. Measurements of internal cracking in punching test slabs without shear reinforcement. **Magazine of Concrete Research**, v. 70, n. 15, p. 798–810, 2018.
- EKEBERG, P. K.; SJURSEN, A. Load-carrying capacity of continuous concrete slabs with concentrated loads. **Nordisk betong**, v. 2–4, p. 153–156, 1982.
- ELSTNER, R. C.; HOGNESTAD, E. Shearing Strength of Reinforced Concrete Slabs. **ACI Journal Proceedings**, v. 53, n. 7, p. 29–58, 1956.
- FANG, K.; TSUI, C. K. T.; KLINGNER, R. E. Load Capacity of Isotropically Reinforced, Cast-in-Place and Precast Panel Bridge Decks. **PCI Journal Paper**, v. 35, n. 4, p. 104–113, 1990.
- FD P 18-717. **Eurocode 2 - Calcul des structures en béton - Guide d’application des normes**

NF EN 1992, 2013.

FÉDÉRATION INTERNATIONALE DU BÉTON (*fib*). **fib Model Code for Concrete Structures 2010**, Ernst & Sohn - fédération internationale du béton, Bulletin 65, Lausanne, Switzerland, 2012.

FEENSTRA, P. H. **Computational aspects of biaxial stress in plain and reinforced concrete**. 1993. PhD Thesis, Delft University of Technology: Civil Engineering and Geosciences, 1993.

FEENSTRA, P. H.; DE BORST, R. Constitutive model for reinforced concrete. **Journal of Engineering Mechanics**, v. 121, n. 5, p. 587–595, 1995.

FENWICK, R. C.; DICKSON, A. R. Slabs subjected to concentrated loading. **ACI Structural Journal**, v. 86, n. 6, p. 672–678, 1989.

FERNÁNDEZ RUIZ, M.; MUTTONI, A.; SAGASETA, J. Shear strength of concrete members without transverse reinforcement: A mechanical approach to consistently account for size and strain effects. **Engineering Structures**, v. 99, p. 360–372, 2015.

FERREIRA, M. de P. **Análise experimental de lajes lisas unidirecionais de concreto armado ao puncionamento simétrico ou assimétrico**. 2006. Tese (Doutorado), Universidade Federal do Pará, 2006.

FURUUCHI, H. et al. Effective width for shear failure of RC deep slabs. **Transactions of the Japan concrete institute**, v. 20, p. 209–216, 1998.

FUSCO, P. B. **Estruturas de Concreto: Solicitações Tangenciais**, Editora Pini, 2008. a.

FUSCO, P. B. **Tecnologia do Concreto Estrutural : Tópicos Aplicados**, 2008. b.

GENIKOMSOU, A. S.; POLAK, M. A. Finite element analysis of punching shear of concrete slabs using damaged plasticity model in ABAQUS. **Engineering Structures**, v. 98, p. 38–48, 2015.

GENIKOMSOU, A. S.; POLAK, M. A. Finite-Element Analysis of Reinforced Concrete Slabs with Punching Shear Reinforcement. **Journal of Structural Engineering**, v. 142, n. 12, p. 1–15, 2016.

GHANNOUM, W. M. **Size Effect on Shear Strength of Reinforced Concrete Beams**, Thesis (Master of Engineering) McGill University, Department of Civil Engineering and Applied Mechanics, Montreal, Canadá, 1998.

GOLDBECK, A. T. The Influence of Total Width of the Effective Width of Reinforced-Concrete Slabs Subjected to Central Concentrated Loading. **ACI Journal Proceedings**, v. 13, n. 2, p. 78–88, 1917.

GOLDBECK, A. T.; SMITH, E. B. Tests of Large Reinforced Concrete Slabs. **ACI Journal**

- Proceedings**, v. 12, n. 2, p. 324–333, 1916.
- GRAF, O. Versuche über die Widerstandsfähigkeit von Eisenbetonplatten unter konzentrierter Last nahe einem Auflager (Tests of the strengths of reinforced concrete slabs under concentrated loads near supports),”. **Deutscher Ausschuss für Eisenbeton, Heft 73**, Berlin, Germany, p. 1–16, 1933.
- GRASSER, E.; THIELEN, G. **Hilfsmittel zur Berechnung der Schnittgrößen und Formänderungen von Stahlbetontragwerken : nach DIN 1045, Ausg. Juli 1988**. 3^o revised ed. Berlin: Beuth Verlag GmbH, 1991.
- GUIDOTTI, R. **Poinçonnement des planchers-dalles avec colonnes superposées fortement sollicitées**. 2010. Thesis (Docteur ès Sciences), École Polytechnique Fédérale de Lausanne, 2010.
- GUO, Z. **Principles of Reinforced Concrete Design**, Elsevier: Butterworth-Heinemann, Waltham, MA, 2014.
- GURUTZEAGA, M. et al. Influence of the longitudinal reinforcement on the shear strength of one-way concrete slabs. **Materials and Structures/Materiaux et Constructions**, v. 48, n. 8, p. 2597–2612, 2015.
- HAMBLY, E. C. **Bridge Deck Behaviour**. 2nd ed ed. [s.l.] : E & FN Spon, 1991.
- HÄUSSLER-COMBE, U.; HARTIG, J. Formulation and numerical implementation of a constitutive law for concrete with strain-based damage and plasticity. **International Journal of Non-Linear Mechanics**, v. 43, n. 5, p. 399–415, 2008.
- HEGER, F. J.; MCGRATH, T. J. **Design method for reinforced concrete pipe and box sections**. Massachusetts; San Francisco, California: Simpson Gumpertz & Heger Inc., 1980.
- HILLERBORG, A. The theoretical basis of a method to determine the fracture energy G_F of concrete. **Materials and Structures**, v. 18, n. 4, p. 291–296, 1985.
- HILLERBORG, A.; MODÉER, M.; PETERSSON, P.-E. Analysis of crack formation and crack growth in concrete by means of fracture mechanics and finite elements. **Cement and Concrete Research**, v. 6, n. 6, p. 773–781, 1976.
- HORDIJK, D. A. **Local approach to fatigue of concrete**. 1991. PhD Thesis, Delft University of Technology, 1991.
- JÄGER, T. Shear strength and deformation capacity of reinforced concrete slabs. In: PROCEEDINGS OF THE 4TH INTERNATIONAL PHD SYMPOSIUM IN CIVIL ENGINEERING 2002, Munich, Germany. **Anais...** Munich, Germany
- JÄGER, T. **Querkraftwiderstand und Verformungsvermögen von Stahlbetonplatten**

- (**Shear and Deformation Capacity of Reinforced Concrete Slabs**). 2007. PhD thesis, ETH Zurich, Zurich, Switzerland, 2007.
- JÄGER, T.; MARTI, P. **Versuche zum Querkraftwiderstand und zum Verformungsvermögen von Stahlbetonplatten (Experiments on the Shear and Deformation Capacity of Reinforced Concrete Slabs)**. 2005. Monograph, ETH Zurich, Zurich, Switzerland, 2005.
- KANI, G. N. J. The Riddle of Shear Failure and its Solution. **ACI Journal Proceedings**, v. 61, n. 4, p. 441–468, 1964.
- KANI, G. N. J. Basic Facts Concerning Shear Failure. **ACI Journal Proceedings**, v. 63, n. 6, p. 675–692, 1966.
- KANI, G. N. J. How Safe are Our Large Reinforced Concrete Beams? **ACI Journal Proceedings**, v. 64, n. 3, p. 128–141, 1967.
- KANI, M. W.; HUGGINS, M. W. (Mark W.; WITTKOPP, R. R. **Kani on shear in reinforced concrete**. [s.l.] : University of Toronto, Dept. of Civil Engineering, 1979.
- KIM, W.; WHITE, R. N. Initiation of Shear Cracking in Reinforced Concrete Beams with No Web Reinforcement. **ACI Structural Journal**, v. 88, n. 3, p. 301–314, 1991.
- KOTSOVOS, G. M.; KOTSOVOS, M. D. Effect of axial compression on shear capacity of linear RC members without transverse reinforcement. **Magazine of Concrete Research**, v. 65, n. 22, p. 1360–1375, 2013.
- KUERES, D. et al. Fracture kinematics of reinforced concrete slabs failing in punching. **Engineering Structures**, v. 171, n. November 2017, p. 269–279, 2018.
- KUERES, D.; HEGGER, J. Two-parameter kinematic theory for punching shear in reinforced concrete slabs without shear reinforcement. **Engineering Structures**, v. 175, p. 201–216, 2018.
- KUPFER, H. B.; GERSTLE, K. H. Behavior of Concrete under Biaxial Stresses. **Journal of the Engineering Mechanics Division**, v. 99, n. 4, p. 853–866, 1973.
- KUPFER, H.; HILSDORF, H. K.; RUSCH, H. Behavior of Concrete Under Biaxial Stresses. **ACI Journal Proceedings**, v. 66, n. 8, p. 656–666, 1969.
- LANTSOGHT, E.; DE BOER, A.; VAN DER VEEN, C. Levels of approximation for the shear assessment of reinforced concrete slab bridges. **Structural Concrete**, v. 18, n. 1, p. 143–152, 2017. a.
- LANTSOGHT, E. O. **Shear tests of Reinforced Concrete Slabs: Experimental data of Undamaged Slabs**, Report nr. 25.5-11-07, Delft University of Technology, Faculty of Civil Engineering and Geosciences, Department of Design & Construction – Concrete

- Structures, 2012. a.
- LANTSOGHT, E. O. **Tests of reinforced concrete slabs subjected to a line load and a concentrated load - Experimental data**, Report nr. 25.5-12-12, Delft University of Technology, Faculty of Civil Engineering and Geosciences, Department of Design & Construction – Concrete Structures, 2012. b.
- LANTSOGHT, E. O. L. **Shear in Reinforced Concrete Slabs under Concentrated Loads Close to Supports**. 2013. Ph.D. Thesis, Faculty of Civil Engineering and Geosciences, Delft University of Technology, 2013.
- LANTSOGHT, E. O. L. et al. Recommendations for the Shear Assessment of Reinforced Concrete Slab Bridges from Experiments. **Structural Engineering International**, v. 23, n. 4, p. 418–426, 2013.
- LANTSOGHT, E. O. L. et al. Transition from one-way to two-way shear in slabs under concentrated loads. **Magazine of Concrete Research**, v. 67, n. 17, p. 909–922, 2015. a.
- LANTSOGHT, E. O. L. et al. Proposal for the extension of the Eurocode shear formula for one-way slabs under concentrated loads. **Engineering Structures**, v. 95, p. 16–24, 2015. b.
- LANTSOGHT, E. O. L. et al. Effective shear width of concrete slab bridges. **Proceedings of the Institution of Civil Engineers - Bridge Engineering**, v. 168, n. 4, p. 287–298, 2015. c.
- LANTSOGHT, E. O. L. et al. Database of wide concrete members failing in shear. **Magazine of Concrete Research**, v. 67, n. 1, p. 33–52, 2015. d.
- LANTSOGHT, E. O. L. et al. Experimental investigation on shear capacity of reinforced concrete slabs with plain bars and slabs on elastomeric bearings. **Engineering Structures**, v. 103, p. 1–14, 2015. e.
- LANTSOGHT, E. O. L.; DE BOER, A.; VAN DER VEEN, C. Distribution of peak shear stress in finite element models of reinforced concrete slabs. **Engineering Structures**, v. 148, p. 571–583, 2017. b.
- LANTSOGHT, E. O. L.; VAN DER VEEN, C.; DE BOER, A. Modified Bond Model for Shear in Slabs under Concentrated Loads. In: FIB SYMPOSIUM COPENHAGEN: CONCRETE INNOVATION AND DESIGN 2015, **Anais...** [s.l.: s.n.]
- LANTSOGHT, E. O. L.; VAN DER VEEN, C.; DE BOER, A. Extended strip model for slabs subjected to a combination of loads. **Engineering Structures**, v. 145, p. 60–69, 2017.
- LANTSOGHT, E. O. L.; VEEN, C. Van der; WALRAVEN, J. C. Shear in one-way slabs under concentrated load close to support. **ACI Structural Journal**, v. 110, n. 2, p. 275–284, 2013.

- LATTE, S. **Tragfähigkeit von Stahlbeton-Fahrbahnplatten ohne Querkraftbewehrung**. 2010. Dissertation (Doktor-Ingenieur), Technischen Universität Hamburg-Harburg, 2010.
- LEE, J.; FENVES, G. L. Plastic-Damage Model for Cyclic Loading of Concrete Structures. **Journal of Engineering Mechanics**, v. 124, n. 8, p. 892–900, 1998.
- LEONHARDT, F.; WALTHER, R. **Shear tests on beams with and without shear reinforcement (em alemão: Schubversuche an einfeldrigen Stahlbetonbalken mit und ohne Schubbewehrung)**. Berlin: Beuth, 1962.
- LIMAM, S. et al. Experimental investigation and analytical calculations on shear strength of full-scale RC slabs with shear reinforcement for nuclear power plants. **Nuclear Engineering and Design**, v. 324, p. 143–157, 2017.
- LONG, A. E. A Two-Phase Approach to the Prediction of the Punching Strength of Slabs. **ACI Journal Proceedings**, v. 72, n. 2, p. 37–45, 1975.
- LÓPEZ-ALMANSA, F.; ALFARAH, B.; OLLER, S. Numerical simulation of RC frame testing with damaged plasticity model: comparison with simplified models. In: SECOND EUROPEAN CONFERENCE ON EARTHQUAKE ENGINEERING AND SEISMOLOGY 2014, Istanbul, Turkey. **Anais...** Istanbul, Turkey
- LUBELL, A. S. et al. Safe Shear Design of Large, Wide Beam. **Concrete International**, 2004.
- LUBELL, A. S. **Shear in Wide Reinforced Concrete Members**. 2006. PhD dissertation. University of Toronto, Canadá, 2006.
- LUBELL, A. S.; BENTZ, E. C.; COLLINS, M. P. Influence of Longitudinal Reinforcement on One-Way Shear in Slabs and Wide Beams. **Journal of Structural Engineering**, v. 135, n. 1, p. 78–87, 2009.
- LUBLINER, J. et al. A plastic-damage model for concrete. **International Journal of Solids and Structures**, v. 25, n. 3, p. 299–326, 1989.
- MARÍ, A. et al. Shear-flexural strength mechanical model for the design and assessment of reinforced concrete beams subjected to point or distributed loads. **Frontiers of Structural and Civil Engineering**, v. 8, n. 4, p. 337–353, 2014.
- MARÍ, A. et al. Shear-flexural strength mechanical model for the design and assessment of reinforced concrete beams. **Structure and Infrastructure Engineering**, v. 11, n. 11, p. 1399–1419, 2015.
- MARÍ, A. et al. Shear Design and Assessment of Reinforced and Prestressed Concrete Beams Based on a Mechanical Model. **Journal of Structural Engineering**, v. 142, n. 10, p. 17p., 2016.

- MARÍ, A. et al. A punching shear mechanical model for reinforced concrete flat slabs with and without shear reinforcement. **Engineering Structures**, v. 166, n. October 2017, p. 413–426, 2018.
- MAZARS, J.; PIJAUDIER-CABOT, G. Continuum Damage Theory—Application to Concrete. **Journal of Engineering Mechanics**, v. 115, n. 2, p. 345–365, 1989.
- MICHAŁ, S.; ANDRZEJ, W. Calibration of the CDP model parameters in Abaqus. In: THE 2015 WOULD CONGRESS ON ADVANCES IN STRUCTURAL ENGINEERING AND MECHANICS (ASEM15) 2015, Incheon, Korea. **Anais...** Incheon, Korea
- MILLER, R. A.; AKTAN, A. E.; SHAHROOZ, B. M. Destructive Testing of Decommissioned Concrete Slab Bridge. **Journal of Structural Engineering**, v. 120, n. 7, p. 2176–2198, 1994.
- MITCHELL, D.; COLLINS, M. P. Diagonal Compression Field theory-A Rational Model For Structural Concrete in Pure Torsion. **ACI Journal Proceedings**, v. 71, n. 8, p. 396–408, 1974.
- MUÑOZ, J. J. V. et al. Influence of Edge Beam on Behavior of Bridge Overhangs. **ACI Structural Journal**, v. 115, n. 4, 2018.
- MUTTONI, A.; FERNÁNDEZ RUIZ, M. Shear in slabs and beams: should they be treated in the same way? In: FÉDÉRATION INTERNATIONALE DU BÉTON (FIB) BULLETIN, N°57, 2010, **Anais...** [s.l: s.n.]
- MUTTONI, A. Schubfestigkeit und Durchstanzen von Platten ohne Querkraftbewehrung (Shear and punching strength of slabs without shear reinforcement). **Beton- und Stahlbetonbau**, v. 98, n. 2, p. 74–84, 2003.
- MUTTONI, A. Punching Shear Strength of Reinforced Concrete Slabs without Transverse Reinforcement. **ACI Structural Journal**, v. 105, n. 4, p. 440–450, 2008.
- MUTTONI, A.; RUIZ, M. F. Shear Strength of Members without Transverse Reinforcement as Function of Critical Shear Crack Width. **ACI Structural Journal**, v. 105, n. 2, p. 163–172, 2008.
- NAKAMURA, H.; HIGAI, T. Compressive Fracture Energy and Fracture Zone Length of Concrete. In: (ASCE, Ed.) IN: SHING, P. B., TANABE, T. (EDS.): MODELING OF INELASTIC BEHAVIOR OF RC STRUCTURES UNDER SEISMIC LOADS, ASCE 2001, **Anais...** [s.l: s.n.]
- NANA, W. S. A. et al. Experimental and Numerical Modelling of Shear Behaviour of Full-scale RC Slabs Under Concentrated Loads. **Structures**, v. 10, p. 96–116, 2017.
- NATÁRIO, F. **Static and Fatigue Shear Strength of Reinforced Concrete Slabs Under**

- Concentrated Loads Near Linear Support.** 2015. Thesis (Docteur ès Sciences), École Polytechnique Fédérale de Lausanne, 2015.
- NATÁRIO, F.; FERNÁNDEZ RUIZ, M.; MUTTONI, A. Shear strength of RC slabs under concentrated loads near clamped linear supports. **Engineering Structures**, v. 76, n. September, p. 10–23, 2014.
- NATÁRIO, F.; FERNÁNDEZ RUIZ, M.; MUTTONI, A. Experimental investigation on fatigue of concrete cantilever bridge deck slabs subjected to concentrated loads. **Engineering Structures**, v. 89, p. 191–203, 2015.
- NATÁRIO, F.; RUIZ, M. F.; MUTTONI, A. Estudo experimental sobre a resistência ao esforço transversal de lajes de tabuleiros de pontes em betão. **Revista Portuguesa de Engenharia de Estruturas**, v. Série III, n. 5, p. 17–26, 2017.
- NIELSEN, M. P. **Analysis and Concrete Plasticity.** Englewood Cliffs, NJ, USA and London: Prentice-Hall, 1984.
- NIELSEN, M. P.; HOANG, L. C. **Limit analysis and concrete plasticity.** 3rd ed. Boca Raton, Florida: CRC Press, Taylor & Francis Group, 2011.
- NIWA, J. et al. Reevaluation of the Equation for Shear Strength of RC-Beams without Web Reinforcement. **Translated from Proceedings**, v. 5, n. 372, p. 1986–1988, 1986.
- NIWA, J. (1997). Size effect in Shear of Concrete Beams Predicted by Fracture Mechanics. **CEB Bulletin 237**, p. 147–158, 1997.
- NORMCOMISSIE 351001. **NEN 6720 Technische Grondslagen voor Bouwvoorschriften**, Voorschriften Beton TGB 1990–Constructieve Eisen en Rekenmethoden (VBC 1995), 1995.
- OKAMURA, H.; HIGAI, T. Proposed Design Equation for Shear Strength of R.C. Beams without Web Reinforcement. In: (Japan Society of Civil Engineering, Ed.) **PROCEEDINGS 1980, Anais...** [s.l.: s.n.]
- OLIVEIRA, D. R. C.; REGAN, P. E.; MELO, G. S. S. A. Punching resistance of RC slabs with rectangular columns. **Magazine of Concrete Research**, v. 56, n. 3, p. 123–138, 2004.
- OLLER, S. **A continuous damage model for frictional materials (in spanish).** 1988. Doctoral Dissertation, Technical University of Catalonia, 1988.
- OLONISAKIN, A. A.; ALEXANDER, S. D. B. Mechanism of shear transfer in a reinforced concrete beam. **Canadian Journal of Civil Engineering**, v. 26, n. 6, p. 810–817, 1999.
- P. E. REGAN. **Punching Shear in Prestressed Concrete Slab Bridges**, Polytechnic of Central London, London, UK, 1983.
- P. E. REGAN et al. The influence of aggregate type on the shear resistance of reinforced

- concrete. **The Structural Engineer**, v. 83, n. 23/24, p. 27–32, 2005.
- PETROCHEILOS, S. **Shear Capacity of Concrete Structures Influenced by Concrete Strength Variation in Width Direction**. 2012. Master Thesis, Delft University of Technology, The Netherlands, 2012.
- PROCHAZKOVA, Z.; LANTSOGHT, E. O. **Material properties – Felt and Reinforcement For Shear test of Reinforced Concrete Slab**, Report nr. 25.5-11-11, Delft University of Technology, Faculty of Civil Engineering and Geosciences, Department of Design & Construction – Concrete Structures, 2011.
- PROCHÁZKOVÁ, Z.; LANTSOGHT, E. O. L.; VEEN, C. Van der. **FEM analyses - Shear tests of Reinforced Concrete Slabs**, Report nr. 25.5.12-02. Delft University of Technology, Faculty of Civil Engineering and Geosciences, Department of Design & Construction – Concrete Structures, 2012.
- PRUIJSSERS, A. F. Shear resistance of beams based on the effective shear depth. **Report Stevin Laboratory, Concrete Structures 5-86-1**, 1986.
- RAJAGOPALAN, K. S.; FERGUSON, P. M. Exploratory Shear Tests Emphasizing Percentage of Longitudinal Steel. **ACI Journal Proceedings**, v. 65, n. 8, p. 634–638, 1968.
- REGAN, P. E. **Shear Resistance of Concrete Slabs at Concentrated Loads Close to Supports**. 1982. Polytechnic of Central London, UK, 1982.
- REGAN, P. E. **Shear resistance of members without shear reinforcement; Proposal for CEB Model Code MC90**, Polytechnic of Central London, London, UK, 1987.
- REGAN, P. E.; REZAI-JORABI, H. Shear Resistance of One-Way Slabs Under Concentrated Loads. **ACI Structural Journal**, v. 85, n. 2, p. 150–157, 1988.
- REINECK, K.-H. Ultimate shear force of structural concrete members Without Transverse Reinforcement Derived From a Mechanical Model (SP-885). **ACI Structural Journal**, v. 88, n. 5, p. 592–602, 1991.
- REINECK, K.-H. et al. Shear Database for Reinforced Concrete Members without Shear Reinforcement. **ACI Structural Journal**, v. 100, n. 2, p. 240–249, 2003.
- REINECK, K.-H. et al. ACI-DAfStb Database of Shear Tests on Slender Reinforced Concrete Beams without Stirrups. **ACI Structural Journal**, v. 110, n. 5, p. 867–876, 2013.
- REINECK, K.-H.; KUCHMA, D. A.; FITIK, B. **Erweiterte Datenbanken zur Überprüfung der Querkraftbemessung für Konstruktionsbetonbauteile mit und ohne Bügel**. Berlin, Köln: Beuth, Deutscher Ausschuss für Stahlbeton, 2012.
- REINECK, K.-H.; TODISCO, L. Database of Shear Tests for Non-slender Reinforced Concrete Beams without Stirrups. **ACI Structural Journal**, v. 111, n. 6, p. 1363–1372, 2014.

- REINECK, K. H. Modelling the shear behaviour and size effect of structural concrete members without transverse reinforcement. **CEB Bulletin 237**, p. 185–197, 1997.
- REINECK, K. H.; KOCH, R.; SCHLAICH, J. **Shear Tests on Reinforced Concrete Beams with Axial Compression for Offshore Structures**, (Report) Institut für Massivbau, Universität Stuttgart, Stuttgart, Germany, 1978.
- REINHARDT, H. W. **Fracture Mechanics of an Elastic Softening Material like Concrete**. Delft, the Netherlands: Heron, 1984.
- REISSEN, K. **Zum Querkrafttragverhalten von einachsigen gespannten Stahlbetonplatten ohne Querkraftbewehrung unter Einzellasten**. 2016. PhD Thesis (Doctor of Engineering), Faculty of Civil Engineering, RWTH Aachen University, Aachen, Germany, 2016.
- REISSEN, K.; CLASSEN, M.; HEGGER, J. Shear in reinforced concrete slabs-Experimental investigations in the effective shear width of one-way slabs under concentrated loads and with different degrees of rotational restraint. **Structural Concrete**, v. 19, n. 1, p. 36–48, 2018.
- REISSEN, K.; HEGGER, J. Shear Capacity of Reinforced Concrete Slabs under Concentrated Loads. In: 8TH IABSE CONGRESS 2012 ‘INNOVATIVE INFRASTRUCTURES - TOWARD HUMAN URBANISM’ 2012, Seoul, Südkorea., **Anais...** Seoul, Südkorea,
- REISSEN, K.; HEGGER, J. Experimentelle Untersuchungen zum Querkrafttragverhalten von auskragenden Fahrbahnplatten unter Radlasten. **Beton- und Stahlbetonbau**, v. 108, n. 5, p. 315–324, 2013. a.
- REISSEN, K.; HEGGER, J. Numerical investigations on the shear capacity of reinforced concrete slabs under concentrated loads. In: RESEARCH AND APPLICATIONS IN STRUCTURAL ENGINEERING, MECHANICS AND COMPUTATION 2013b, **Anais...** : CRC Press, 2013.
- REISSEN, K.; HEGGER, J. Experimental Investigations on the Shear Capacity of RC Slabs Under Concentrated Loads – Influence of Degree of Restraint and Moment- Shear Ratio. In: CONCRETE – INNOVATION AND DESIGN, FIB SYMPOSIUM, 2015a, Copenhagen. **Anais...** Copenhagen
- REISSEN, K.; HEGGER, J. Database of shear tests on RC slabs without shear reinforcement under concentrated loads – Assessment of design rules according to Eurocode 2. In: 16TH EUROPEAN BRIDGE CONFERENCE 2015b, Edinburgh, Scotland. **Anais...** Edinburgh, Scotland
- REMMEL, G. **Zum Zug- und Schubtragverhalten von Bauteilen aus hochfestem Beton**

- (**Tensile and shear behavior of high strength concrete members**), Beuth: Deutscher Ausschuß für Stahlbeton (German Committee for Reinforced Concrete), 1994.
- RICHART, F. E. Reinforced Concrete Wall and Column Footings. **ACI Journal**, v. 20, n. 2, p. 97–127, 1948.
- RICHART, F. E.; KLUGE, R. W. **Tests of Reinforced Concrete Slabs Subjected to Concentrated Loads: A Report of an Investigation**, Engineering Experiment Station, University of Illinois, Urbana, IL, USA, Bulletin 314, 1939.
- RODRIGUES, R. V.; FERNÁNDEZ RUIZ, M.; MUTTONI, A. Shear strength of R/C bridge cantilever slabs. **Engineering Structures**, v. 30, p. 3024–3033, 2008.
- RODRIGUES, R. V.; MUTTONI, A.; FERNÁNDEZ RUIZ, M. Authors' closure on discussion by A. Windisch of paper "Shear on Rotation Capacity of Reinforced Concrete Members Without Shear Reinforcement. **ACI Structural Journal**, v. 108, n. 4, p. 505–506, 2011.
- ROMBACH, G. A.; LATTE, S. Shear resistance of bridge decks without shear reinforcement. In: PROCEEDINGS OF THE INTERNATIONAL FIB SYMPOSIUM 2008, **Anais... : Tailor Made Concrete Structures**, 2008.
- ROMBACH, G. A.; VELASCO, R. R. Schnittgrößen auskragender fahrbahnplatten infolge von radlasten nach DIN-fachbericht. **Beton- und Stahlbetonbau**, v. 100, n. 5, p. 376–384, 2005.
- ROMBACH, G.; HENZE, L. Querkraftermittlung in Fahrbahnplatten von Stahl- und Spannbetonbrücken. **Bauingenieur 89**, n. Heft 12, p. S. 521-530, 2014.
- ROMBACH, G.; HENZE, L. Querkrafttragfähigkeit von Stahlbetonplatten ohne Querkraftbewehrung unter konzentrierten Einzellasten. **Beton- und Stahlbetonbau**, v. 112, n. 9, p. 568–578, 2017.
- ROMBACH, G.; LATTE, S. Querkrafttragfähigkeit Von Fahrbahnplatten Ohne Querkraftbewehrung. **Beton- und Stahlbetonbau**, v. 104, n. 10, p. 642–656, 2009.
- RTD 1016-3A:2017. **Validation of the Guidelines for Nonlinear Finite Element Analysis of Concrete Structures - Part: Reinforced beams**, Rijkswaterstaat Centre of Infrastructure, 2017.
- RTD 1016-3C:2017. **Validation of the Guidelines for Nonlinear Finite Element Analysis of Concrete Structures - Part: Slabs**, Report RTD 1016-3C:2017, Rijkswaterstaat Centre of Infrastructure, 2017.
- RTD 1016:2012. **Guidelines for Nonlinear Finite Element Analysis of Concrete Structures - Scope: Girder Members**, Rijkswaterstaat Centre for Infrastructure, 2012.
- SCHLAICH, J.; SCHAFER, K.; JENNEWEIN, M. Toward a Consistent Design of Structural

- Concrete. **Journal of the Prestressed Concrete Institute**, v. 32, n. 3, p. 74–150, 1987.
- SERNA-ROS, P. et al. Influence of stirrup distribution and support width on the shear strength of reinforced concrete wide beams. **Magazine of Concrete Research**, v. 54, n. 3, p. 181–191, 2002.
- SHERWOOD, E. G. **One-Way Shear Behaviour of Large , Lightly- Reinforced Concrete Beams and Slabs**. 2008. University of Toront, 2008.
- SHERWOOD, E. G.; BENTZ, E. C.; COLLINS, M. P. Effect of Aggregate Size on Beam-Shear Strength of Thick Slabs. **ACI Structural Journal**, v. 104, n. 2, p. 180–190, 2007.
- SHIOYA, T. et al. Shear Strength of Large Reinforced Concrete Beams. **Fracture Mechanics: Application to Concrete**, v. 118, n. SP 118-12, p. 259–280, 1990.
- SIA 262. **Concrete Structures**, Swiss Society of Engineers and Architects, Zürich, 94 p, 2013.
- SIGRIST, V. et al. Background to the *fib* Model Code 2010 shear provisions - part I: beams and slabs. **Structural Concrete**, v. 14, n. 3, p. 195–203, 2013.
- SIMÕES, J. T. et al. Strength of reinforced concrete footings without transverse reinforcement according to limit analysis. **Engineering Structures**, v. 112, p. 146–161, 2016.
- SIMÕES, J. T.; FERNÁNDEZ RUIZ, M.; MUTTONI, A. Validation of the Critical Shear Crack Theory for punching of slabs without transverse reinforcement by means of a refined mechanical model. **Structural Concrete**, v. 19, n. 1, p. 191–216, 2018.
- SOUSA, A. M. .; EL DEBS, M. K. Modelos de Resistência à Força Cortante de Lajes de Concreto Estrutural Sem Armadura Transversal. In: X CONGRESSO BRASILEIRO DE PONTES E ESTRUTURAS, 2018, Rio de Janeiro. **Anais...** Rio de Janeiro
- SUN, S.; KUCHMA, D. A. **Shear Behavior and Capacity of Large-Scale Prestressed High-Strength Concrete Bulb-Tee**. Champaign, USA.
- TAYLOR, H. P. J. The fundamental behavior of reinforced concrete beams in bending and shear. In: PROCEEDINGS OF THE ACI SYMPOSIUM MARCH AND OCTOBER 1973. 1974, **Anais...** [s.l: s.n.]
- TENA-COLUNGA, A.; ARCHUNDIA-ARANDA, H. I.; GONZÁLEZ-CUEVAS, Ó. M. Behavior of reinforced concrete haunched beams subjected to static shear loading. **Engineering Structures**, v. 30, n. 2, p. 478–492, 2008.
- THOMA, K.; MALISIA, F. Compressive membrane action in RC one-way slabs. **Engineering Structures**, v. 171, n. May, p. 395–404, 2018.
- VAN MIER, J. G. M. Multiaxial strain-softening of concrete. **Materials and Structures**, v. 19, n. 3, p. 190–200, 1986.
- VAZ RODRIGUES, R. **Essai d'un porte-à-faux de pont sous charge concentrée**, Report, IS-

- BETON: Institut de Structures - construction en béton, École Polytechnique Fédérale de Lausanne, 2002.
- VAZ RODRIGUES, R. **Shear Strength of Reinforced Concrete Bridge Deck Slabs**. 2007. Thesis (Docteur ès Sciences) - Faculté de L'environnement Naturel, Architectural et Construit Laboratoire de Construction en Béton , École Polytechnique Fédérale de Lausanne, 2007.
- VAZ RODRIGUES, R.; MUTTONI, A.; BURDET, O. Large Scale Tests on Bridge Slabs Cantilevers Subjected to Traffic Loads. In: PROCEEDINGS OF THE 2ND INTERNATIONAL CONGRESS FIB 2006, Naples, Italy. **Anais...** Naples, Italy
- VECCHIO, F. J.; COLLINS, M. P. The Modified Compression-Field Theory for Reinforced Concrete Elements Subjected to Shear. **ACI Journal Proceedings**, v. 83, n. 2, p. 219–231, 1986.
- VIDA, R.; HALVONIK, J.; HALVONIK, J. Experimentálne overovanie šmykovej odolnosti mostovkových dosiek (Experimental verification of shear resistance of bridge deck slabs). **Inžinierske stavby/Inženýrské stavby**, n. 4, p. 2–6, 2018.
- VOS, E. **Influence of loading rate and radial pressure on bond in reinforced concrete: A numerical and experimental approach**. 1983. Delft University, 1983.
- WALRAVEN, J. C. **Minimum shear capacity of reinforced concrete slabs without shear reinforcement: The value v_{min}** , Delft University of Technology. (in Dutch), [s.d.].
- WALRAVEN, J. C. **Aggregate Interlock: a Theoretical and Experimental Analysis**. 1980. PhD. Thesis, Delft University of Technology, 1980.
- WALRAVEN, J. C. Fundamental Analysis of Aggregate Interlock. **Journal of the Structural Division, ASCE**, v. 107, n. 11, p. 2245–2270, 1981.
- WITTMANN, F. H. Crack formation and fracture energy of normal and high strength concrete. **Sadhana**, v. 27, n. August, p. 413–423, 2002.
- WU, J. Y.; LI, J.; FARIA, R. An energy release rate-based plastic-damage model for concrete. **International Journal of Solids and Structures**, v. 43, n. 3–4, p. 583–612, 2006.
- YANG, Y.; DEN UIJL, J.; WALRAVEN, J. Critical shear displacement theory: on the way to extending the scope of shear design and assessment for members without shear reinforcement. **Structural Concrete**, v. 17, n. 5, p. 790–798, 2016.
- YU, Q. et al. Comparison of main models for size effect on shear strength of reinforced and prestressed concrete beams. **Structural Concrete**, v. 17, n. 5, p. 778–789, 2016.
- YU, T. et al. Finite element modeling of confined concrete-II: Plastic-damage model. **Engineering Structures**, v. 32, n. 3, p. 680–691, 2010.

- ZARARIS, P. D.; PAPADAKIS, G. C. Diagonal Shear Failure and Size Effect in RC Beams without Web Reinforcement. **Journal of Structural Engineering**, v. 127, n. 7, p. 733–742, 2001.
- ZHENG, F. et al. A plastic damage model for concrete structure cracks with two damage variables. **Science China Technological Sciences**, v. 55, n. 11, p. 2971–2980, 2012.
- ZHENG, Y. et al. Investigation of ultimate strength of deck slabs in steel-concrete bridges. **ACI Structural Journal**, v. 107, n. 1, p. 82–91, 2010.
- ZSUTTY, T. Shear Strength Prediction for Separate Categories of Simple Beam Tests. **ACI Journal Proceedings**, v. 68, n. 2, p. 138–143, 1971.

APÊNDICE A – BASE DE RESULTADOS EXPERIMENTAIS

A.1 Parâmetros

A seguir é apresentada a identificação dos parâmetros incluídos na base de dados. Observa-se que existe uma quantidade elevada de parâmetros, que estão relacionadas a: propriedades dos materiais, geometria da laje; geometria da carga; sistema estático das lajes, cargas relacionadas à ruptura dos modelos experimentais, etc.

Alguns parâmetros, mais específicos, foram omitidos neste arquivo pela limitação de espaço, mas podem ser obtidos com o autor quando solicitado.

ID	Identificação numérica do resultado experimental
Autor	Referência do resultado experimental
Ref-Teste	Identificação do resultado experimental na referência
Type - Model	sistema estático: simplesmente apoiado (SS+SS); vão com continuidade em um dos apoios (CS+SS); vão em balanço (cant)
Place Load	tipo de apoio na proximidade da área carregada
$f_{c,meas}$ (MPa)	resistência à compressão do concreto
cyl / cube	tipo de corpo-de-prova no qual foi realizado o ensaio de resistência à compressão
d_{ag} (mm)	diâmetro máximo do agregado utilizado no concreto
ρ_t (%)	taxa de armadura longitudinal
ρ_t (%)	taxa de armadura transversal
d_t (m)	altura útil da armadura longitudinal
d_t (m)	altura útil da armadura transversal
l_{span} (m)	dimensão do vão principal da laje
h_{sup} (m)	espessura da laje no apoio
h_{min} (m)	espessura mínima da laje (para o caso de variação de espessura)
α_{misula} (°)	ângulo de variação da espessura da laje
b_{laje} (m)	largura da laje
a (m)	vão de cisalhamento medido entre eixos de carga e apoio
b_r (m)	distância do centro da carga à borda livre mais próxima
b_{sup} (m)	dimensão do apoio na direção principal da laje (transversal ao apoio)
l_{load} (m)	dimensão da placa de aplicação da carga na direção paralela ao apoio (transversal à direção principal da laje)
b_{load} (m)	dimensão da placa de aplicação da carga na direção principal da laje (transversal ao apoio)
a_v (m)	vão livre de cisalhamento, medido entre faces de apoio e placa de aplicação da carga
a_v/d [-]	relação vão de cisalhamento livre - altura útil
a/d [-]	relação vão de cisalhamento - altura útil
σ_{cp} (MPa)	tensão normal aplicada na direção do plano da laje
$d_{r,AFL}$ (%)	grau de restrição no apoio mais afastado da placa de aplicação da carga
$d_{r,CFL}$ (%)	grau de restrição no apoio mais próximo da placa de aplicação da carga
f (kN)	força aplicada no trecho em balanço de lajes com continuidade
a_f (m)	distância da força f ao eixo do apoio com continuidade

f_q (kN/m)	força distribuída linearmente, geralmente na região posterior da carga, em ensaio com combinação de cargas concentradas e distribuídas
$b_{w,fq}$ (m)	dimensão ao longo da largura da laje na qual a força distribuída linearmente f_q é aplicada
a_{fq} (m)	distância entre eixos da força distribuída linearmente f_q e do apoio
Mode	Modo de falha descrito ou observado nos experimentos
P_{exp} (kN)	Força aplicada no ensaio que conduziu a ruptura da laje
$V_{Fu,tot+f}$ (kN)	Força cortante oriunda apenas da força P_{exp} e f

A.2 Base de dados

Em virtude do grande volume de dados em termos de linhas e colunas a base de resultados experimentais não foi incluída na versão escrita do texto, mas encontra-se disponível em CD-ROM no departamento de Engenharia de Estruturas da Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo. A base de dados também pode ser consultada no link: <https://drive.google.com/file/d/1eo6DOt11GXBX1XhXAIQ4B2PfZbblhmIh/view?usp=sharing>