

**UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO
ESCOLA DE ENGENHARIA DE SÃO CARLOS
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA DE ESTRUTURAS**

MARIA ÁVILA BRANQUINHO

**Sobre o comportamento estrutural e o dimensionamento
de cantoneiras de aço formadas a frio submetidas à
compressão e conectadas por uma aba**

São Carlos

2017

MARIA ÁVILA BRANQUINHO

**Sobre o comportamento estrutural e o dimensionamento
de cantoneiras de aço formadas a frio submetidas à
compressão e conectadas por uma aba**

VERSÃO CORRIGIDA

A versão original encontra-se na Escola de Engenharia de São Carlos

Dissertação apresentada à Escola de Engenharia de São Carlos, da Universidade de São Paulo, como parte dos requisitos para obtenção do título de Mestre em Engenharia Civil (Estruturas).

Orientador: Prof. Tit. Maximiliano Malite.

São Carlos

2017

AUTORIZO A REPRODUÇÃO TOTAL OU PARCIAL DESTE TRABALHO, POR QUALQUER MEIO CONVENCIONAL OU ELETRÔNICO, PARA FINS DE ESTUDO E PESQUISA, DESDE QUE CITADA A FONTE.

Branquinho, Maria Ávila

B816s

Sobre o comportamento estrutural e o dimensionamento de cantoneiras de aço formadas a frio submetidas à compressão e conectadas por uma aba / Maria Ávila Branquinho; orientador Maximiliano Malite. São Carlos, 2017.

Dissertação (Mestrado) - Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil (Engenharia de Estruturas) e Área de Concentração em Estruturas -- Escola de Engenharia de São Carlos da Universidade de São Paulo, 2017.

1. Estruturas de aço. 2. Cantoneiras formadas a frio. 3. Instabilidade estrutural. 4. Comprimento de flambagem equivalente. 5. Confiabilidade estrutural. I. Título.

FOLHA DE JULGAMENTO

Candidata: Engenheira **MARIA ÁVILA BRANQUINHO**.

Título da dissertação: "Sobre o comportamento estrutural e o dimensionamento de cantoneiras de aço formadas a frio submetidas à compressão e conectadas por uma aba".

Data da defesa: 24/02/2017.

Comissão Julgadora:

Resultado:

Prof. Titular **Maximiliano Malife (Orientador)**
(Escola de Engenharia de São Carlos/EESC)

APROVADA

Prof. Dr. **Luz Carlos Marcos Vieira Junior**
(Universidade Estadual de Campinas/UNICAMP)

APROVADA

Prof. Dr. **Wanderson Fernando Maia**
(Universidade Federal de São Carlos/UFSCar)

APROVADA

Coordenador do Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil
(Engenharia de Estruturas):

Prof. Titular **Humberto Breves Coda**

Presidente da Comissão de Pós-Graduação:

Prof. Associado **Luís Fernando Costa Alberto**

AGRADECIMENTOS

Acima de tudo, a Deus, pelo amparo, proteção e força concedidos em mais essa etapa.

Aos meus pais, Sérgio e Ani, meus irmãos Sérgio Jr. e Catarina pelo auxílio, compreensão, apoio e amor incondicionais.

Ao Douglas, pela paciência, companheirismo, incentivo, atenção e amor em todos os momentos.

Ao professor Maximiliano Malite, pela confiança, paciência, pelos ensinamentos, fundamental orientação e disponibilidade durante todo o trabalho.

Aos demais professores do Departamento de Engenharia de Estruturas (SET) pelos ensinamentos e auxílios concedidos.

Ao Enio e ao professor Wanderson Maia pela constante ajuda no ANSYS e pelos conselhos para a realização do trabalho.

Ao Junle Cai pela atenção e colaboração na utilização do programa BucklingCracker (CAI, 2014).

A todos os amigos do SET pelo apoio e companheirismo.

Ao corpo técnico do SET, desde o auxílio na Iniciação Científica aos conselhos e ajuda no ANSYS.

Aos funcionários da secretaria do SET pelo constante suporte.

À Modular Sistema Construtivo pelo apoio na parte experimental realizada na Iniciação Científica.

Ao CNPq pelo financiamento.

RESUMO

BRANQUINHO, M.A. **Sobre o comportamento estrutural e o dimensionamento de cantoneiras de aço formadas a frio submetidas à compressão e conectadas por uma aba.** 2017. 201 p. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil (Estruturas)) – Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, 2017.

A cantoneira de abas iguais é encontrada laminada ou formada a frio. Quando laminada, normalmente possui abas compactas, isto é, se submetida à compressão, não apresenta instabilidade local e, para a faixa usual de comprimentos, não apresenta também o modo global de flexo-torção como dominante. Quando formada a frio, estes modos predominam, uma vez que a relação largura-espessura torna-se elevada. A elevada esbeltez das abas, juntamente com as peculiaridades do seu comportamento mecânico, pode conduzir a significativas divergências entre a força axial resistente (experimental) quando comparada aos valores oriundos dos procedimentos de cálculo apresentados pelas normas. As divergências são ainda maiores quando se considera a cantoneira em sua situação mais usual: sob compressão excêntrica devido à ligação parafusada ou soldada em uma das abas. No presente trabalho foi analisado o comportamento mecânico das cantoneiras formadas a frio e conectadas pela aba por dois parafusos e desenvolvida uma formulação baseada no método do comprimento de flambagem equivalente, bem como identificados seus modos de instabilidade e a respectiva participação modal para diversas faixas de esbeltez. Para validar esta formulação, foi realizada uma análise de confiabilidade que resultou em índices de confiabilidade (β) de acordo com as exigências normativas.

Palavras-chave: Estruturas de aço. Cantoneiras formadas a frio. Instabilidade estrutural. Comprimento de flambagem equivalente. Confiabilidade estrutural.

ABSTRACT

BRANQUINHO, M.A. **On the structural behavior and the design of bolted cold-formed steel angles under compression**. 2017. 201 p. Dissertation (M. Sc. in Civil Engineering (Structures)) – School of Engineering of São Carlos, University of São Paulo, São Carlos, 2017.

The equal-leg angle is found hot-rolled or cold-formed. When hot-rolled, it usually has compact legs, that is, if subjected to compression it does not present local buckling and it does not present a global flexo-torsion buckling mode as dominant for the usual range of lengths. When cold-formed, these modes predominate, since the width-to-thickness ratio becomes high. The high slenderness of the legs, together with the peculiarities of its mechanical behavior, can lead to significant divergences between the axial strength (experimental) and the values from standard's procedures. The divergences are even greater when considering the angle in its most usual loading situation: under eccentric compression due to bolted or welded connection in one leg. In the present work the mechanical behavior of the cold-formed angles connected by the leg by two bolts was analyzed in order to propose a formulation based on the equivalent buckling length method, as well as, to define its buckling modes and the respective modal participation for different slenderness ranges. To validate this formulation, a reliability analysis was performed that resulted in reliability indexes (β) according to the design standards requirements.

Keywords: Steel structures. Cold-formed angles. Structural instability. Equivalent buckling length. Structural reliability.

LISTA DE FIGURAS

Figuras do Capítulo 1

Figura 1.1 – Estrutura de cobertura composta por cantoneiras simples e duplas de abas iguais. Detalhe para a ligação com cantoneiras conectadas por dois parafusos.....	31
Figura 1.2 – Cantoneiras conectadas pela aba: (a) vista geral do ensaio de Branquinho (2014) e (b) detalhe para a ligação parafusada entre o dispositivo de apoio e a cantoneira. (BRANQUINHO, 2014).....	34
Figura 1.3 – Fluxograma indicando a diretriz seguida no presente trabalho.....	36

Figuras do Capítulo 2

Figura 2.1 – Cantoneira simples de abas iguais.	42
Figura 2.2 – Configuração deformada característica de cantoneiras curtas. Fonte: Timoshenko e Gere (1961).	48
Figura 2.3 – Modos de instabilidade definidos pela GBT. Fonte: Dinis, Camotim e Silvestre (2010).	49
Figura 2.4 – Variação do k_{cr} com $\Phi = L/b$ e $\alpha = 12SbEt^3(1 - \nu^2)$. Adaptação de Dinis, Camotim e Silvestre (2010).	50
Figura 2.5– Análise de estabilidade elástica por meio do CUFSM, de Schafer (2001): perfil L 60 x 2,25 mm. Fonte: Maia e Malite (2009).	53
Figura 2.6 - Excentricidades provocadas pela ligação.	55
Figura 2.7– Aparato experimental que simula uma estrutura treliçada. Fonte: Madugula e Ray (1984).	57
Figura 2.8- (a) Treliça avaliada. Cantoneiras dispostas: (b) do mesmo lado e (c) de lados opostos. Fonte: adaptação de Woolcock e Kitipornchai (1986).	58
Figura 2.9- Aparato experimental de Elgaaly, Dagher e Davis (1991). Fonte: adaptação de Elgaaly, Dagher e Davis (1991).	58
Figura 2.10 – Resultados dos ensaios Tipo III e IV. Fonte: Maia e Malite (2009).	61
Figura 2.11 – Tipos de imperfeição geométrica inicial. Fonte: Mesacasa Jr., Beck e Malite (2013).	62
Figura 2.12 - Rotina de cálculo do Procedimento 1.	66
Figura 2.13 – Rotina de cálculo do Procedimento 2.	67

Figura 2.14 - Rotina de cálculo do Procedimento 3.....	68
Figura 2.15 - Esquema dos ensaios realizados no Laboratório de Estruturas da EESC-USP. Fonte: Branquinho (2014).....	71

Figuras do Capítulo 3

Figura 3.1 - Detalhe para as reações de apoio.....	80
Figura 3.2 - Elemento SHELL 181. Fonte: Manual ANSYS (SAS, 2013).....	81
Figura 3.3– (a) Malha quadricular adotada para o modelo simplificado com as extremidades da aba conectada discretizadas em malha triangular. (b) Detalhe para o refinamento da malha triangular aplicado nos perímetros dos furos.	82
Figura 3.4 -Curvas tensão vs deformação de Branquinho (2014) com e sem a correção devida a estricção dos corpo-de-prova.	83
Figura 3.5 -Tipos de imperfeição geométrica inicial.	84
Figura 3.6 – Imperfeição global de torção. Fonte: Maia e Malite (2009).	86
Figura 3.7 - Configuração deformada devido: (a) à imperfeição global de torção e a (b) à imperfeição global de flexão.....	87
Figura 3.8 - Resultados das simulações considerando apenas as imperfeições geométricas iniciais de torção.	88
Figura 3.9 - Resultados das simulações considerando apenas as imperfeições geométricas iniciais de flexão em torno do eixo paralelo à aba conectada.	89
Figura 3.10 - (a) Primeiro tipo e (b) segundo tipo de combinações analisadas por Mesacasa Jr. et al. (2014). (c) Convenção utilizada pelos autores. Fonte: Mesacasa Jr. et al. (2014).....	90
Figura 3.11 – Possíveis combinações considerando (a) as imperfeições globais de torção e flexão em torno do eixo paralelo à aba conectada com o modo local e (b) sem o modo local.	90
Figura 3.12 – (a) Configuração dos ensaios de Branquinho (2014). (b) Localização dos transdutores de deslocamento. (c) Detalhe para o dispositivo de apoio. Fonte: Branquinho (2014).....	93
Figura 3.13 – Modelo do perfil L 60 x 2,25 mm. Fonte: Maia (2008).	94
Figura 3.14 - Esquema das condições de contorno impostas.....	95
Figura 3.15 - Detalhes da cantoneira e dispositivos de apoio utilizados nos modelos das barras L 50 x 2,25 mm e L 70 x 2,25 mm. Dimensões em milímetros (sem escala).....	96
Figura 3.16 - Detalhes da cantoneira e dispositivos de apoio utilizados nos modelos das barras L 60 x 2,25 mm. Dimensões em milímetros (sem escala).	97

Figura 3.17 - Aparato de ensaio com indicação da dimensão 70 mm considerada nas extremidades. Adaptado de Branquinho (2014).	97
Figura 3.18 - Diagramas tensão vs deformação utilizados para a cantoneira nas simulações com o modelo composto pela cantoneira e dispositivos de apoio.	98
Figura 3.19 - Modelos de transmissão de esforços avaliados no projeto.	99
Figura 3.20 - Área de contato entre os corpos.	100
Figura 3.21 - Esquema de acoplamento do CE0,5Fri-Maia (2008).	101
Figura 3.22 - Esquema de acoplamento do CE0,5Fri-Alternados.	101
Figura 3.23 - Esquema de possível deslizamento sofrido pelo parafuso.	101
Figura 3.24 - Áreas de aplicação dos contatos Bonded e Frictional do modelo Bon&Fri. ...	102
Figura 3.25 - Digrama tensão vs deformação para o material do parafuso (ASTM A325) proposto por Maggi (2004).	103
Figura 3.26 - Exemplo de modelo estudado. Detalhe para a imposição de molas para a resolução do problema não linear.	105
Figura 3.27 - Detalhe da malha dos dispositivos de apoio.	106
Figura 3.28 - Elemento SOLID186 em suas diferentes formas. Fonte: Manual ANSYS (SAS, 2013).	107
Figura 3.29 - Esquema da aplicação dos elementos CONTA174, CONTA175 e TARGE170. Adaptado: Manual ANSYS (SAS, 2013).	107
Figura 3.30 - Esquema representativo do elemento MPC184 Spherical Joint. Fonte: Manual ANSYS (SAS, 2013).	110
Figura 3.31 - Análise do modelo Bonded para a cantoneira de seção L 50 x 2,25 mm e comprimento 600 mm.	111
Figura 3.32 - Comparação dos modelos do grupo CEFri: (a) entre CEFri-todaslinhas e o CEFri-linha; (b) entre o CEFri-nós e o CEFri-linha e por fim, (c) entre acoplar todos os nós ou apenas metade. Os dados experimentais são do trabalho de Branquinho (2014).	112
Figura 3.33 - Estudo dos modelos CEFri-nós, Bon&Fri, Joint&Fri e BeamFri para cantoneiras de seção L 50 x 2,25 mm e 600 mm.	113
Figura 3.34 - Resultados para cantoneiras de seção L 50 x 2,25 mm de 1000 mm.	114
Figura 3.35 - Resultados para cantoneiras de seção L 50 x 2,25 mm de 2000 mm.	115
Figura 3.36 - Resultados para cantoneiras de seção L 60 x 2,25 mm e comprimentos: (a) 1090 mm e (b) 1450 mm. Os dados experimentais são de Maia (2008).	116

Figura 3.37 - Resultados para cantoneiras de seção L 70 x 2,25 mm e comprimentos: (a) 500 mm, (b) 1200 mm e (c) 2500 mm. Os dados experimentais são de Branquinho (2014).	117
Figura 3.38 - Erros percentuais relativos aos dados experimentais de cada modelo das cantoneiras de seção L 50 x 2,25 mm, L 60 x 2,25 mm e L 70 x 2,25 mm.	118
Figura 3.39 – Erros percentuais relativos de cada modelo das cantoneiras de seção L 50 x 2,25 mm e L 60 x 2,25 mm. Detalhe para a comparação entre os modelos Bon&Fri e BeamFri.	119
Figura 3.40 – Detalhe para o deslocamento imposto à meia altura da barra.	121
Figura 3.41 – Resultados da aplicação do deslocamento unitário de forma distribuída à meia altura da cantoneira.	121
Figura 3.42 – Tipo de combinação imposta às barras do modelo Bon&Fri. Detalhe para a combinação adotada: (F; T) = (1; 1).	122
Figura 3.43 – Barras avaliadas no estudo paramétrico.	125

Figuras do Capítulo 4

Figura 4.1 - Procedimentos 1,2 e 3 frente aos dados experimentais de Branquinho (2014).	127
Figura 4.2 – Estrutura do procedimento a ser calibrado.	130
Figura 4.3 – Resultados do Procedimento 2 aplicado às barras simuladas.	133
Figura 4.4 – Comportamento dos resultados numéricos gerados pelo estudo paramétrico.	136
Figura 4.5 – Análise do comportamento dos dados numéricos em relação à esbelteza local (b/t).	137
Figura 4.6 – Correspondência entre as formulações F1 e F4 e F1.1 e F4.1 e resultados da calibração das alternativas F1.1 e F4.1.	138
Figura 4.7 – Comportamento das expressões F4.1 aplicada em cantoneiras de seção L 100 x 2,00 mm.	139
Figura 4.8 - Resultados do procedimento F1.1.	140
Figura 4.9 – Resultados da aplicação da fórmula F1.1 às cantoneiras de Silva (2015).	141
Figura 4.10 - Resultados da aplicação da fórmula F1.1 às cantoneiras extras simuladas por meio do Bon&Fri.	142
Figura 4.11 – Fluxograma da formulação proposta.	143
Figura 4.12 – Comparação do procedimento de cálculo proposto (F1.1) com os Procedimentos 1,2 e 3 aplicados para cantoneiras L 50 x 2,25 mm.	144

Figuras do Capítulo 5

Figura 5.1 – Probabilidade de falha em termos das variáveis normais padrão Y_1 e Y_2 (referentes às variáveis normais R e S , respectivamente) com destaque para o índice de confiabilidade (β) e para a equação de estado limite ($g(\mathbf{Y}) = 0$) linear. Adaptado de Beck (2014).....	148
Figura 5.2 – Erro cometido (área em destaque) devido à aproximação de primeira ordem da equação de estado limite. Fonte: Beck (2014).....	149
Figura 5.3 – Função de distribuição cumulativa de probabilidades Gumbel Máximo. Fonte: EasyFit 5.6 Standard.....	154
Figura 5.4 - Resultados do problema direto para o índice de confiabilidade (β) sem a consideração da variável aleatória erro de modelo.....	157
Figura 5.5 – Resultados do problema direto para o índice de confiabilidade (β) com a consideração da variável aleatória erro de modelo.....	157

Figuras do Capítulo 6

Figura 6.1 – Sistemas de coordenadas local e global utilizados com detalhe para as direções dos deslocamentos $u(s, x)$, $v(s, x)$ e $w(s, x)$. Fonte: Cai e Moen (2015).....	162
Figura 6.2 – Esquema simplificado do procedimento de cálculo utilizado pelo Buckling Cracker (CAI, 2014).....	163
Figura 6.3 – Definição de nós naturais e intermediários. Fonte: adaptação de Dinis, Camotim e Silvestre (2006).	164
Figura 6.4 – Modos de corpo rígido para a cantoneira simples de abas iguais. Modos do Buckling Cracker (CAI, 2014).	166
Figura 6.5 – Alguns modos locais das cantoneiras simples de abas iguais. Modos do Buckling Cracker (CAI, 2014).	167
Figura 6.6 – (a) Configuração deformada de cantoneira conectada pela aba L 60 x 2,3 mm de 1690 mm e (b) seu respectivo resultado do Buckling Cracker (CAI, 2014) apresentando seus 3 primeiros modos de deformação mais representativos (modos 4, 3 e 2, nesta ordem).	169
Figura 6.7 – Remoção dos dispositivos de apoio e das extremidades das cantoneiras realizado no Mathematica.	170
Figura 6.8 – Barras cujos modos de instabilidade foram estudados por meio do Buckling Cracker (CAI, 2014).	171

Figura 6.9 –Amplitudes modais vs comprimento para (a) a barra nº 6, detalhe para os máximos da amplitude do modo 5 perto das extremidades da barra, e para (b) a barra nº 12, em que os máximos das amplitudes ocorrem todos praticamente na mesma posição da barra.	173
Figura 6.10 – Composição dos fatores de participação dos grupos Local, Torção e Flexão.	174
Figura 6.11 – Modo de instabilidade de flexão em torno da aba conectada: composição dos modos de deformação 2 e 3.....	175
Figura 6.12 – Fatores de amplitudes modais vs esbeltez da barra. Detalhe para as interseções: (A) entre as curvas dos modos 4 e a de Flexão (2+3) e (B) entre os modos de flexão 2 e 3.	176
Figura 6.13 - Fatores de amplitudes dos modos locais vs esbeltez da barra.	177
Figura 6.14 – Modos de instabilidade observados por Branquinho (2014) e Maia (2008). ..	178
Figura 6.15 - Modos de instabilidade observados por Branquinho (2014) e Mesacasa Jr., Beck e Malite (2013).....	179
Figura 6.16 - Modos de instabilidade observados por Silva (2015).	179
Figura 6.17 - Modo de instabilidade local da cantoneira L 70 x 2,25 mm de 500 mm: (a) L70.5-1 de Branquinho (2014) e (b) resultado do modelo Bon&Fri.....	180
Figura 6.18 - Modo de instabilidade de flexo-torção da cantoneira L 50 x 2,25 mm de 1000 mm: (a) L50.10-1 de Branquinho (2014) e (b) resultado do modelo Bon&Fri.....	181
Figura 6.19 - Modo de instabilidade de flexão em torno da aba conectada da cantoneira L 50 x 2,25 mm de 2000 mm: (a) L50.10-1 de Branquinho (2014) e (b) resultado do modelo Bon&Fri.	182

LISTA DE TABELAS

Tabelas do Capítulo 2

Tabela 2.1 - Dados e resultados experimentais dos corpos de prova.	69
Tabela 2.2 – Diferentes nomenclaturas na literatura	74

Tabelas do Capítulo 3

Tabela 3.1 - Valores de imperfeição geométrica inicial de flexão adotados por alguns pesquisadores.....	85
Tabela 3.2 – Valores de imperfeição global de torção dados por Schafer e Peköz (1998).	86
Tabela 3.3 – Amplitudes totais das imperfeições geométricas iniciais em cada combinação..	91
Tabela 3.4 – Resultados de força última para as combinações de imperfeição geométrica inicial.	91
Tabela 3.5 - Modos de instabilidade observados para cada combinação segundo a nomenclatura de Branquinho (2014).....	91
Tabela 3.6 - Valores adotados referentes ao diagrama tensão vs deformação do material do parafuso ASTM A325.	103
Tabela 3.7 - Modos de transmissão dos esforços dos dispositivos de apoio para a cantoneira.	104
Tabela 3.8 - Elementos utilizados em todas as simulações.	105
Tabela 3.9 – Resultados das simulações com imperfeições geométricas iniciais de torção. .	121
Tabela 3.10 – Resultados das simulações com imperfeições geométricas iniciais de flexão em torno da aba conectada.	122
Tabela 3.11 - Resultados das simulações com combinações de imperfeições geométricas iniciais de torção com de flexão em torno da aba conectada (F;T) = (1; 1).	123
Tabela 3.12 – Redução do erro em relação aos dados experimentais do modelo simplificado para o modelo Bon&Fri para barras com imperfeição geométrica inicial de torção de 0,1t..	123

Tabela 3.13 - Redução do erro em relação aos dados experimentais do modelo simplificado para o modelo Bon&Fri para barras com imperfeição geométrica inicial de flexão de $L/2500$	124
---	-----

Tabelas do Capítulo 4

Tabela 4.1 – Alternativas para as expressões do comprimento de flambagem equivalente ($KxLx$).....	134
Tabela 4.2 – Erro de modelo e erros relativos das alternativas F1.1 e F4.1.	138
Tabela 4.3 – Barras extras geradas pelo modelo Bon&Fri.	141

Tabelas do Capítulo 5

Tabela 5.1- Coeficientes parciais de segurança adotados no problema de confiabilidade direto.	152
Tabela 5.2 – Distribuições indicadas por Ellingwood e Galambos (1983).....	152
Tabela 5.3 – Valores característicos da distribuição Gumbel Máximo gerados pelo software EasyFit 5.6 Standard.	155
Tabela 5.4 – Distribuições de probabilidades utilizadas no StRAnD for Students.....	155

Tabela do Capítulo 6

Tabela 6.1 – Fatores de participação modal gerados pelo Buckling Cracker (CAI, 2014) para as 16 barras analisadas.	172
---	-----

Tabelas do Capítulo 7

Tabela 7.1 – Faixas de modos de instabilidade propostas frente às demais da literatura.	189
Tabela 7.2 – Diferentes nomenclaturas na literatura.....	189

Tabelas do Anexo A

Tabela A.1 – Resultados de força última (kN) considerando apenas imperfeições geométricas iniciais de torção.	195
--	-----

Tabela A.2– Resultados de força última (kN) considerando apenas imperfeições geométricas iniciais de flexão.....	196
--	-----

Tabela do Anexo B

Tabela B.1 - Resumo das simulações realizadas a fim de embasar a escolha do melhor modelo a representar o sistema cantoneira-dispositivo.....	197
---	-----

Tabela do Anexo C

Tabela C.1 – Resultados de força última do estudo paramétrico.....	199
--	-----

LISTA DE SIGLAS

AISC	American Institute of Steel Construction
AISI	American Iron and Steel Institute
ABNT	Associação Brasileira de Normas Técnicas
ASTM	American Society for Testing and Materials
EESC	Escola de Engenharia de São Carlos
FORM	First Order Reliability Method
GBT	Generalized Beam Theory (Teoria Generalizada de Vigas)
MEF	Método dos Elementos Finitos
MRD	Método da Resistência Direta
PTV	Princípio dos Trabalhos Virtuais
SSRC	Structural Stability Reserch Council
StRAnD	Structural Reliability Analysis and Design
USP	Universidade de São Paulo

LISTA DE SÍMBOLOS

a_x	Abcissa do centro de cisalhamento
a_y	Ordenada do centro de cisalhamento
A	Área bruta da seção transversal
A_{ef}	Área efetiva da seção transversal
A^2	Estatística do teste de Anderson-Darling
b	Largura nominal da aba
b_{ef}	Largura efetiva da aba
b_{pl}	Largura plana da aba
c.v.	Coefficiente de variação
C_ω	Constante de empenamento primária
$C_{\omega s}$	Constante de empenamento secundária
D	Ação permanente
D	Estatística do teste de Kolmogorov-Smirnov
D_f	Domínio de falha
D_n	Valor nominal da ação permanente
D_s	Domínio de sobrevivência
e_x	Excentricidade no eixo x
e_y	Excentricidade no eixo y
E	Módulo de elasticidade do aço
E_M	Erro de Modelo
F	Vetor de forças nodais
f_X	Função de densidade de probabilidade da variável aleatória X
f_y	Resistência ao escoamento do aço
G	Módulo de elasticidade transversal do aço
g	Equação de estado limite
I_x	Momento de inércia em relação ao eixo x
I_y	Momento de inércia em relação ao eixo y
J	Momento de inércia à torção
k	Coefficiente de flambagem local

K	Coeficiente de flambagem global
\mathbf{K}	Matriz de rigidez secante do problema não linear
\mathbf{K}_T	Matriz de rigidez tangente do problema não linear
$K_x l_{x1}$	Comprimento de flambagem equivalente
$K_x L_x$	Comprimento efetivo de flambagem global em relação ao eixo x
$K_y L_y$	Comprimento efetivo de flambagem global em relação ao eixo y
$K_z L_z$	Comprimento efetivo de flambagem por torção
L	Comprimento da barra
L	Ação variável (sobrecarga)
L_n	Valor nominal da ação variável
L_r	Comprimento de referência
L_{x1}	Comprimento da cantoneira tomado entre os pontos de trabalho situados nos eixos longitudinais
M	Variável aleatória margem de segurança
N_e	Força axial de flambagem elástica
N_{ex}	Força axial de flambagem elástica por flexão em relação ao eixo x
N_{exp}	Força última obtida experimentalmente
N_{exz}	Força axial de flambagem elástica por flexo-torção
N_{ez}	Força axial de flambagem elástica por torção
$N_{c,R}$	Força axial resistente de compressão
N_l	Força axial de flambagem local elástica
N_{ey}	Força axial de flambagem elástica por flexão em relação ao eixo y
P_i	Participação do modo de deformação i
P_f	Probabilidade de falha
$P_{N,F}$	Força axial de compressão resistente por instabilidade de flexão
$P_{N,FT}$	Força axial de compressão resistente por instabilidade de flexo-torção
R	Variável aleatória resistência
Res	Função Resíduo
r_0	Raio de giração polar da seção em relação ao centro de torção
r_{x1}, r_x	Raio de giração da seção em relação ao eixo x
r_2	Raio de giração da seção em relação ao eixo principal de inércia 2
S	Variável aleatória sollicitação
s	Coordenada local que percorre a linha de esqueleto da seção

t	Espessura da aba
U	Vetor de deslocamentos
Var	Variância de uma variável aleatória
X	Coordenada global
\mathbf{X}	Espaço amostral
X_n	Variável aleatória n
x	Ponto do espaço amostral \mathbf{X}
x_0	Distância do centro de torção ao centroide, na direção x
Y	Coordenada global
Z	Coordenada global
β	Índice de confiabilidade alvo
β_x	Característica geométrica citada por Vlasov (1961)
β_y	Característica geométrica citada por Vlasov (1961)
μ	Média ou valor esperado de uma variável aleatória
σ	Desvio padrão de uma variável aleatória
σ_e	Tensão convencional (<i>engineering</i>)
σ_t	Tensão corrigida (<i>true</i>)
σ_{ij}	Tensão de componentes i e j
ε_e	Deformação convencional (<i>engineering</i>)
ε_t	Deformação corrigida (<i>true</i>)
ε_{ij}	Deformação de componentes i e j
ξ	Deslocamento oriundo de instabilidade por flexão
λ	Índice de esbeltez
λ_e	Esbeltez efetiva
λ_0	Índice de esbeltez reduzido associado à flambagem global
λ_p	Índice de esbeltez reduzido do elemento
γ_{ij}	Distorção de componentes i e j
γ_D	Coefficiente de ponderação da ação permanente
γ_L	Coefficiente de ponderação da ação variável
γ_R	Coefficiente de ponderação da resistência
ν	Coefficiente de Poisson do aço
η	Deslocamento oriundo de instabilidade por flexão

θ	Rotação oriunda da instabilidade por torção
ω	Área setorial
Φ	Função de distribuição cumulativa normal padrão
Φ_k	Vetor de amplitudes modais
χ	Fator de redução da força axial de compressão resistente
χ^2	Estatística do teste de Chi-Quadrado
∇Res	Gradiente do Resíduo

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	31
1.1	OBJETIVO	33
1.2	JUSTIFICATIVA	35
1.3	METODOLOGIA.....	36
1.4	ESTRUTURA DA DISSERTAÇÃO.....	38
2	REVISÃO BIBLIOGRÁFICA	41
2.1	CANTONEIRAS SOB COMPRESSÃO CENTRADA	41
2.2	AS CARACTERÍSTICAS DAS CANTONEIRAS	45
2.3	CANTONEIRAS SOB COMPRESSÃO EXCÊNTRICA.....	55
2.4	PROCEDIMENTOS ATUAIS	65
2.5	TRABALHOS EXPERIMENTAIS REALIZADOS NA EESC-USP.....	69
2.6	CONCLUSÕES	71
3	ANÁLISE NUMÉRICA	77
3.1	O PROBLEMA NÃO LINEAR.....	78
3.2	MODELO SIMPLIFICADO: APENAS A CANTONEIRA.....	80
3.2.1	<i>Resultados do modelo simplificado</i>	<i>86</i>
3.2.2	<i>Conclusões do modelo simplificado</i>	<i>92</i>
3.3	MODELO: CANTONEIRA E OS DISPOSITIVOS DE APOIO	92
3.3.1	<i>Modelos estudados</i>	<i>99</i>
3.3.2	<i>Elementos finitos utilizados</i>	<i>106</i>
3.3.3	<i>Discussão dos modelos</i>	<i>110</i>
3.3.4	<i>Modelo Bon&Fri com imperfeições geométricas iniciais.....</i>	<i>120</i>
3.3.5	<i>Conclusões acerca dos modelos estudados</i>	<i>124</i>
3.4	ESTUDO PARAMÉTRICO	125
4	FORMULAÇÃO.....	127
4.1	CALIBRAÇÃO: METODOLOGIA	129
4.2	CALIBRAÇÃO: RESULTADOS.....	132

5	ANÁLISE DE CONFIABILIDADE.....	145
5.1	O PROBLEMA DE CONFIABILIDADE ESTRUTURAL.....	150
5.2	AJUSTE DAS DISTRIBUIÇÕES DE PROBABILIDADE PARA A VARIÁVEL ALEATÓRIA ERRO DE MODELO	153
5.3	RESULTADOS DO PROBLEMA DIRETO	155
6	MODOS DE INSTABILIDADE	159
6.1	ANÁLISE POR MEIO DO BUCKLING CRACKER	161
6.2	RESULTADOS DO BUCKLING CRACKER.....	170
7	CONCLUSÕES	185
	REFERÊNCIAS	191
	APÊNDICE A - RESULTADOS DO MODELO SIMPLIFICADO CONSIDERANDO IMPERFEIÇÕES GEOMÉTRICAS INICIAIS	195
	APÊNDICE B – RESULTADOS DOS MODELOS AVALIADOS PARA O SISTEMA CANTONEIRA-DISPOSITIVO	197
	APÊNDICE C – RESULTADOS DO ESTUDO PARAMÉTRICO.....	199

1 INTRODUÇÃO

O uso do aço na construção civil vem sendo impulsionado devido às suas facilidades. Dentre elas, destaca-se a facilidade de propiciar estruturas leves devido à utilização de aços com alta resistência e o ganho de inércia que se obtém das formas dos perfis. A aplicação de estruturas leves se destacou, segundo Reis e Camotim (2000), com o progresso da indústria aeronáutica, em que os fenômenos de instabilidade passaram a ser de extrema importância.

Reis e Camotim (2000) traduzem de forma muito clara a dualidade inerente nas estruturas leves acerca de sua esbeltez. Segundo eles, enquanto que, por um lado, a elevada esbeltez de uma estrutura procura atender aos objetivos estéticos e econômicos, por outro, sofre o chamado “risco de instabilidade” decorrente da elevada razão largura-espessura de seus elementos.

Neste contexto, os perfis formados a frio vêm ganhando espaço no mercado da construção civil, em especial as cantoneiras formadas a frio devido à sua simplicidade e facilidade em se propor ligações. As cantoneiras são comumente utilizadas em torres de transmissão de energia, torres estaiadas, estruturas de cobertura (Figura 1.1), galpões, isto é, em estruturas reticuladas.

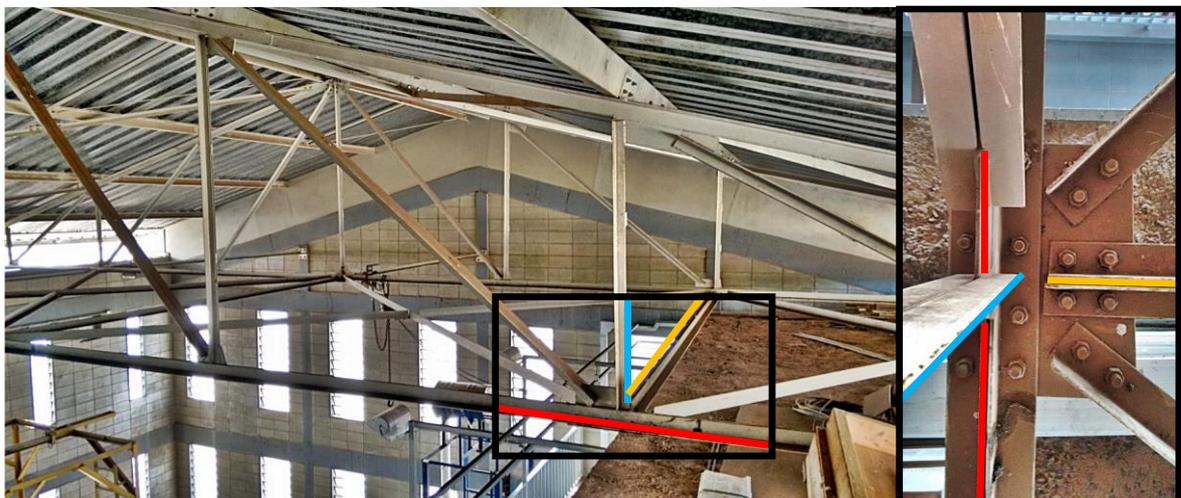


Figura 1.1 – Estrutura de cobertura composta por cantoneiras simples e duplas de abas iguais. Detalhe para a ligação com cantoneiras conectadas por dois parafusos.

Ainda na década de 80, segundo Madugula e Ray (1984), devido à falta de especificações e testes realizados com cantoneiras formadas a frio, havia empresas que simplesmente permitiam a substituição de cantoneiras laminadas por cantoneiras formadas a frio de mesmas dimensões, enquanto que outras meramente proibiam o seu uso. Atualmente, o procedimento de cálculo existente na norma brasileira de perfis formados a frio, a ABNT NBR 14762:2010, para cantoneiras é o mesmo destinado aos perfis monossimétricos em geral, isto é, não leva em conta as peculiaridades do comportamento mecânico do perfil cantoneira.

Além das peculiaridades das cantoneiras de abas iguais, a saber, a baixa rigidez a torção, somam-se as características dos perfis formados a frio, que vão desde as oriundas dos processos de fabricação à alta relação largura-espessura das abas. Com isso, a utilização de cantoneiras de abas iguais formadas a frio pode resultar em problemas de projetos distintos dos conhecidos nos projetos de perfis soldados e laminados.

No contexto das cantoneiras sob compressão centrada, uma análise de estabilidade elástica aponta dois modos de instabilidade para as cantoneiras simples, como descrito em Maia (2008): (i) para as barras de esbeltez pequena a média, uma combinação dos modos local e global de flexo-torção e (ii) para barras de maior esbeltez, o modo de flexão em torno do eixo de menor inércia. Entretanto, a nomenclatura dos modos de instabilidade observados nas cantoneiras centradas ainda é causa de muitas divergências entre pesquisadores. Por um lado, há os que defendem um fenômeno simultâneo de instabilidade local e global de flexo-torção para as barras de esbeltez intermediária, enquanto que, por outro lado, há os que alegam que estes modos não são coincidentes. Além desta questão, observa-se na literatura uma ausência de padronização quanto aos modos de instabilidade visto que estes são geralmente classificados visualmente, gerando resultados claramente tendenciosos.

Por consequência, pesquisadores têm apresentado conclusões controversas quanto à necessidade ou não de se considerar o modo global de flexo-torção no cálculo da força axial resistente. Segundo Maia (2008), os que defendem, por exemplo Rasmussem (2003, 2005, 2006), a coincidência entre os modos local e global de flexo-torção alegam que ao se considerar a instabilidade local e também o modo de flexo-torção no dimensionamento, este resulta excessivamente conservador por estar se considerando o mesmo efeito duas vezes.

Nas estruturas reticuladas, o tipo de solicitação as quais as cantoneiras formadas a frio estão comumente submetidas é a compressão excêntrica ocasionada pela ligação parafusada em

uma das abas (Figura 1.1). Neste caso, trabalhos de cunho experimental e numérico indicam, com ressalvas de nomenclatura, modos de instabilidade semelhantes ao caso centrado. Entretanto, a escassez de procedimentos normativos específicos para o caso das cantoneiras formadas a frio conectadas pela aba é ainda maior.

Atualmente, apenas as normas destinadas aos perfis soldados e laminados, a saber, a ABNT NBR 8800:2008 e o *draft* AISC (2015), trazem um método de dimensionamento específico às cantoneiras submetidas à compressão e conectadas pela aba. Trata-se do método do “comprimento de flambagem equivalente”, que consiste em analisar a cantoneira admitindo compressão centrada, isto é, desconsiderando a flexo-compressão bem como a instabilidade por flexo-torção, porém adotando-se um comprimento de flambagem equivalente da barra.

Portanto, recomendações específicas destinadas ao caso de cantoneiras formadas a frio submetidas à compressão e conectadas pela aba não compõem as atuais normas vigentes e carecem ser propostas devido à grande aplicação desta configuração de cantoneiras no mercado.

1.1 OBJETIVO

O presente trabalho visa, por meio de estudos numéricos, avaliar o comportamento das cantoneiras de aço formadas a frio submetidas a compressão e conectadas pela aba via ligação parafusada composta por pelo menos dois parafusos na direção da solicitação, Figura 1.2, a fim de propor um procedimento de cálculo consistente e seguro adequado a elas baseado no método do comprimento de flambagem equivalente.

Além disso, pretende-se investigar os modos de instabilidade destas cantoneiras à luz da GBT (Teoria Generalizada de Vigas) visando a determinação de faixas de esbeltez para estes modos a fim de esclarecer as peculiaridades do comportamento mecânico das cantoneiras conectadas pela aba.



Figura 1.2 – Cantoneiras conectadas pela aba: (a) vista geral do ensaio de Branquinho (2014) e (b) detalhe para a ligação parafusada entre o dispositivo de apoio e a cantoneira. (BRANQUINHO, 2014)

Segundo o método do comprimento de flambagem equivalente da ABNT NBR 8800:2008 há, essencialmente, dois tipos de cantoneiras conectadas pela aba em que a cada qual está associada uma formulação. Segundo esta normativa, as cantoneiras formadas a frio e conectadas pela aba podem ser divididas como:

- i. As que são diagonais ou montantes de treliças espaciais com as barras adjacentes conectadas do mesmo lado das chapas de nó ou das cordas;
- ii. As que são barras individuais ou diagonais ou montantes de treliças planas com as barras adjacentes conectadas do mesmo lado das chapas de nó ou das cordas.

Simplificadamente, neste trabalho, as cantoneiras submetidas ao primeiro tipo de vinculação (item i) são chamadas “engastadas” enquanto que às referentes ao item ii são tratadas como “livres”. Engastadas no sentido de que o giro da cantoneira em torno do eixo paralelo à aba conectada é impedido devido ao tipo de estrutura em que estão inseridas, enquanto que, as as livres não apresentam esta restrição.

Isto posto, é abordado no presente trabalho apenas o primeiro tipo de vinculação, referente às cantoneiras com restrição à rotação em torno do eixo paralelo à aba conectada, em ambas extremidades. Na prática, tal restrição é imposta pelas demais barras conectadas ao nó.

A rigor, o impedimento de translações e rotações é imposto nas bases da máquina servo-controlada em que foram realizados os ensaios de Maia (2008), Mesacasa Jr., Beck e Malite (2013) e Branquinho (2014) como mostra a Figura 1.2a. Da mesma forma, nas análises numéricas realizadas no presente trabalho, o engastamento é imposto nas bases dos dispositivos de apoio projetados para este fim. O esforço é então transmitido à cantoneira por meio da ligação parafusada desta com o dispositivo de apoio (Figura 1.2b). A tarefa de determinar o quanto esta ligação parafusada é capaz de restringir deslocamentos e giros em todas as cantoneiras analisadas é complexa e dependente, em uma estrutura real, dos elementos que compõem a ligação. Os vínculos correspondentes às ligações parafusadas das barras avaliadas tratam-se, portanto, de uma situação intermediária entre engaste e rótula.

1.2 JUSTIFICATIVA

Embora as cantoneiras formadas a frio sejam amplamente utilizadas na construção metálica, os procedimentos de cálculo destinados aos perfis formados a frio monossimétricos não abordam adequadamente o caso das cantoneiras e, menos ainda, o caso mais comum na prática: as cantoneiras conectadas pela aba.

Há, na literatura, diversos estudos experimentais e teóricos acerca de cantoneiras sob compressão excêntrica. Porém, são escassos os que especificam as cantoneiras formadas a frio conectadas pela aba por meio de ligação parafusada e que ainda proponham recomendações específicas a este caso.

Ademais, assim como ocorre nas cantoneiras sob compressão centrada, persistem divergências quanto a identificação dos modos de instabilidade das cantoneiras formadas a frio e conectadas pela aba. Desta forma, faz-se necessária uma pesquisa destinada tanto a propor um procedimento de cálculo para o caso das cantoneiras formadas a frio submetidas à compressão e conectadas pela aba, no caso, engastadas, quanto a definir os modos de instabilidade característicos destas barras de modo a complementar o entendimento do seu comportamento mecânico.

1.3 METODOLOGIA

O presente trabalho consiste basicamente em avaliar numericamente o comportamento mecânico das cantoneiras formadas a frio submetidas à compressão e conectadas pela aba a fim de determinar uma formulação adequada a elas. Quanto à metodologia empregada, a Figura 1.3 apresenta de forma sucinta um fluxograma das atividades realizadas neste trabalho.

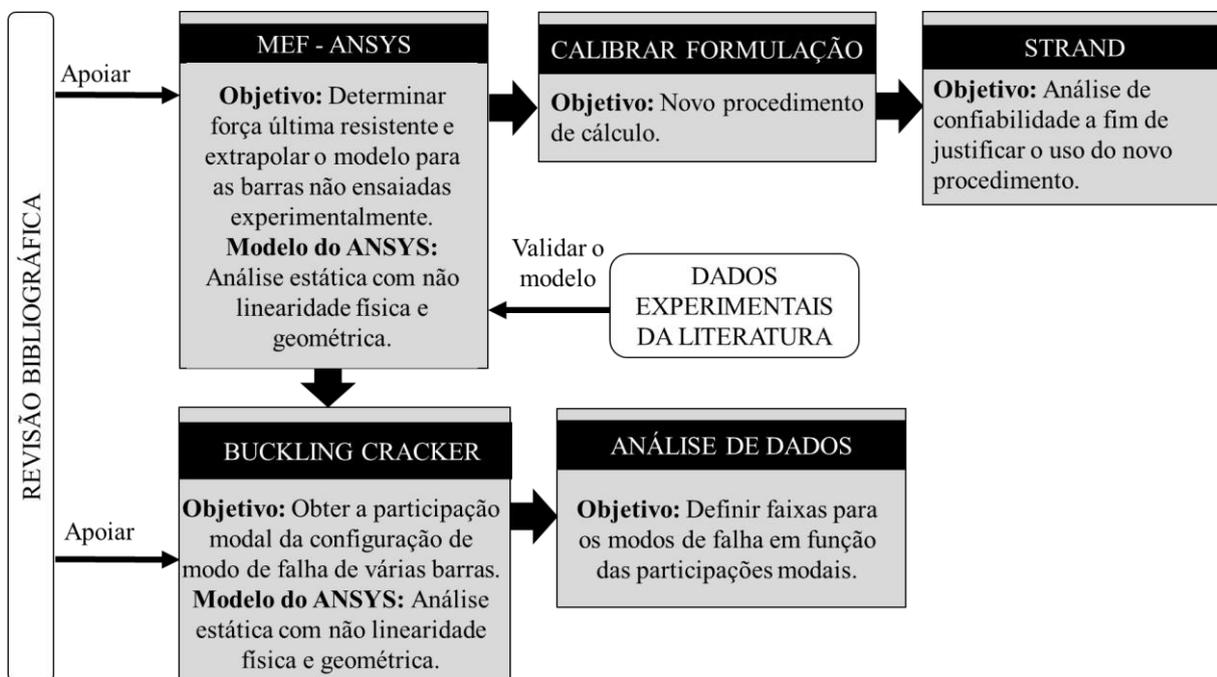


Figura 1.3 – Fluxograma indicando a diretriz seguida no presente trabalho.

Como mostra a Figura 1.3, objetivando embasar e orientar os estudos numéricos foi realizada uma revisão bibliográfica a fim de compreender o estado da arte não só das cantoneiras conectadas pela aba, mas como também de alguns aspectos das cantoneiras sob compressão centrada.

Por conseguinte, foi realizado um estudo visando obter um modelo representativo no *software* ANSYS® *Academic Research Mechanical*, versão 15.0 para o caso das cantoneiras formadas a frio e conectadas pela aba quanto a obtenção da força normal resistente, levando em conta não linearidades física e geométrica. Para tal, utilizou-se os dados experimentais da literatura para validar o modelo escolhido que, conseqüentemente, embasou o estudo paramétrico realizado a fim de ampliar a base de dados da literatura.

A determinação do modelo representativo (ANSYS) assim como a realização do estudo paramétrico fundamentaram duas vertentes de estudo:

- i. **Quanto à formulação a ser proposta:** a partir dos dados de força última do estudo paramétrico foi desenvolvido um programa no *software* Mathematica a fim de obter uma formulação destinada às cantoneiras de aço formadas a frio submetidas a compressão e conectadas pela aba. Tal formulação foi confrontada com dados experimentais da literatura e validada por meio de uma análise de confiabilidade realizada no *software* *Structural Reliability Analysis and Design* (StRAnD for Students¹, versão Mathematica) desenvolvido na EESC-USP.
- ii. **Quanto ao estudo do comportamento mecânico das cantoneiras:** a partir dos resultados de campo de deslocamento dos modos de instabilidade de algumas cantoneiras do estudo paramétrico, foi realizado um estudo por meio do *software* *Buckling Cracker* (CAI, 2014) para determinação dos fatores de amplitude modal que compõem a configuração deformada da estrutura e, posteriormente, determinação de faixas de esbeltez para a ocorrência dos modos de instabilidade.

Quanto ao estudo paramétrico, foram avaliadas 170 cantoneiras de diversas seções e comprimentos, definindo extensas faixas de esbeltez local (b/t) e esbeltez global (L/r_2):

¹ *Software* desenvolvido pelo professor André Teófilo Beck, do Departamento de Engenharia de Estruturas da EESC-USP.

$b/t = \{20, 21, 22, 23, 24, 25, 26, 27, 28, 29, 30, 31, 32, 33, 34, 35, 36\}$;

$L/r_2 = \{23 \text{ a } \cong 200, \text{ definindo } 10 \text{ cantoneiras para cada } b/t\}$;

Em que: b , t , L e r_2 são a largura e espessura da aba da cantoneira, o comprimento da barra e o raio de giração em torno do eixo principal de menor inércia, respectivamente. Estas faixas são apresentadas na Seção 3.4. Desta forma, foram mantidos constantes os seguintes parâmetros: (i) configuração da ligação; (ii) dispositivos de apoio e (iii) materiais utilizados tanto para as cantoneiras quanto para os dispositivos de apoio.

Quanto às ligações, o presente trabalho destina-se às cantoneiras cujas ligações sejam: (i) compostas por no mínimo 2 parafusos dispostos na direção da solicitação; (ii) ambas ligações estejam dispostas na mesma aba, sendo portanto apenas uma aba conectada e (iii) que a cantoneira não seja submetida a ações transversais intermediárias. Estas recomendações são pertencentes ao método do comprimento de flambagem equivalente da ABNT NBR 8800:2008 e do *draft* AISC (2015) e foram adotadas como referência visto que pretende-se aplicar/reformular este método para as cantoneiras formadas a frio conectadas pela aba.

Todavia, o modelo desenvolvido no ANSYS limitou-se a cantoneiras com dois parafusos em cada ligação. Esta simplificação foi adotada pois, propondo-se uma formulação baseada em dados oriundos de cantoneiras com dois parafusos por ligação, esta formulação também pode ser aplicada, a favor da segurança, a cantoneiras cujas ligações apresentem mais de dois parafusos visto que a capacidade resistente da barra aumenta com o aumento do número de parafusos como constatado por Madugula e Ray (1984).

1.4 ESTRUTURA DA DISSERTAÇÃO

O presente trabalho está organizado em capítulos da seguinte forma: o presente capítulo, Capítulo 1, é destinado a exposição geral do problema a ser tratado: a falta de especificações normativas destinadas às cantoneiras formadas a frio submetidas a compressão e conectadas pela aba além das inconsistências de nomenclatura acerca dos modos de instabilidade observadas na literatura. Além disso, o capítulo apresenta a metodologia empregada no trabalho a fim de avaliar estas questões.

O Capítulo 2 destina-se a exposição do estado da arte que envolve as cantoneiras simples submetidas a compressão tanto centrada quanto excêntrica.

O Capítulo 3 apresenta o desenvolvimento da análise numérica: da construção do modelo no ANSYS à definição das faixas de esbeltez local e global em que o estudo paramétrico está avaliado.

O Capítulo 4 propõe uma adequação/calibração do método do comprimento de flambagem equivalente visando empregá-lo às cantoneiras formadas a frio submetidas a compressão e conectadas pela aba.

Definida a formulação proposta, o Capítulo 5 apresenta a análise de confiabilidade desta formulação a fim de avaliar sua adequabilidade perante às exigências normativas quanto ao índice de confiabilidade alvo.

O Capítulo 6 destina-se ao estudo dos modos de instabilidade gerados pela análise numérica. Tal estudo visa a obtenção de participações modais e a definição de faixas de esbeltez para a ocorrência dos modos de instabilidade.

O Capítulo 7 apresenta as principais conclusões e considerações finais deste trabalho juntamente com sugestões para trabalhos futuros.

No capítulo Referências são apresentadas as principais referências que embasaram o presente estudo.

O Apêndice A apresenta os resultados de força última oriundos das simulações realizadas com o modelo simplificado da Seção 3.2 considerando ora imperfeições geométricas iniciais de torção, ora imperfeições de flexão em torno do eixo paralelo à aba conectada.

O Apêndice B reúne os resultados de força última gerados pelos modelos estudados na Seção 3.3.3.

Por fim, o Apêndice C apresenta a listagem de resultados de força última oriundos do estudo paramétrico.

2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

A presente revisão bibliográfica está apresentada da seguinte forma:

- i. Estudo acerca dos modos de instabilidade de seções monossimétricas, isto é, uma avaliação das cantoneiras de abas iguais submetidas à compressão centrada (Seção 2.1);
- ii. Levantamento das peculiaridades do perfil cantoneira: o que as fazem ser objeto de estudos (Seção 2.2);
- iii. Um histórico de alguns estudos realizados com cantoneiras sob compressão excêntrica (Seção 2.3);
- iv. Apresentação de alguns procedimentos de cálculo vigentes (Seção 2.4);
- v. Uma compilação dos trabalhos experimentais realizados na Escola de Engenharia de São Carlos, EESC-USP (Seção 2.5);
- vi. Uma conclusão geral acerca desta revisão bibliográfica (Seção 2.6).

2.1 CANTONEIRAS SOB COMPRESSÃO CENTRADA

À luz da teoria da estabilidade elástica, as cantoneiras de abas iguais apresentam essencialmente dois modos globais de instabilidade: um modo global de flexo-torção para comprimentos de pequeno a intermediário e um modo global de flexão em torno do eixo de menor inércia para as cantoneiras de grande esbeltez, assim como os demais perfis monossimétricos. O eixo de simetria presente no caso da cantoneira simples coincide com seu eixo de maior inércia como mostra a Figura 2.1.

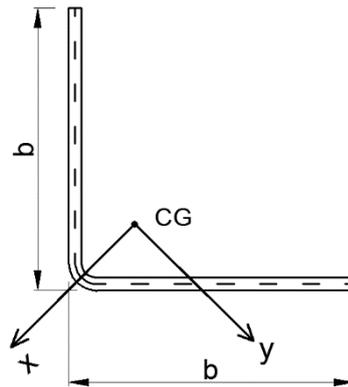


Figura 2.1 – Cantoneira simples de abas iguais.

Sendo os eixos x e y os eixos de maior e menor inércia da seção, respectivamente, e b a largura da aba da cantoneira.

Desta forma, conforme citado em Galambos (1998), a força de compressão crítica, N_e , pode ser calculada da seguinte forma (Equação 2.1):

$$(N_{ex} - N_e)(N_{ey} - N_e)(N_{ez} - N_e) - N_e^2 [(N_{ex} - N_e)y_o^2 + (N_{ey} - N_e)x_o^2] \frac{1}{r_o^2} = 0 \quad (2.1)$$

Sendo N_{ex} e N_{ey} as forças axiais de flambagem elástica por flexão em torno dos eixos x e y , respectivamente e N_{ez} a força axial de flambagem por torção, dadas pelas Equações 2.2 a 2.4.

$$N_{ex} = \frac{\pi^2 EI_x}{(K_x L_x)^2} \quad (2.2)$$

$$N_{ey} = \frac{\pi^2 EI_y}{(K_y L_y)^2} \quad (2.3)$$

$$N_{ez} = \frac{1}{r_o^2} \left(\frac{\pi^2 E C_\omega}{(K_z L_z)^2} + GJ \right) = \frac{GJ}{r_o^2} \quad (2.4)$$

Em que x_o e y_o são as coordenadas do centro de cisalhamento, r_o é o raio de giração polar da seção, $K_x L_x$ e $K_y L_y$ são os comprimentos efetivos de flambagem em relação aos eixos

x e y respectivamente, que dependem do tipo de vinculação, C_ω é a constante de empenamento primária, G o módulo de elasticidade transversal do aço, J o momento de inércia à torção da seção e por fim, $K_z L_z$ o comprimento efetivo de flambagem por torção. Na Equação 2.4, a primeira parcela entre parênteses é desprezada devido ao valor nulo da constante de empenamento primária, C_ω .

Devido a simetria em torno do eixo de maior inércia, para cantoneiras simples de abas iguais, tem-se que $y_o = 0$. Portanto, a força axial de flambagem elástica é dada pela Equação 2.5:

$$N_e = \min(N_{ey}, N_{exz}) \quad (2.5)$$

Na Equação 2.5, N_{exz} refere-se a força axial de flambagem por flexo-torção, que pode ser calculada pela Equação 2.6.

$$N_{exz} = \frac{(N_{ez} + N_{ex}) \pm \sqrt{[(N_{ez} + N_{ex})^2 - 4N_{ex}N_{ez} \left(1 - \frac{x_o^2}{r_o^2}\right)]}}{2 \left(1 - \frac{x_o^2}{r_o^2}\right)} \quad (2.6)$$

Essa é a formulação considerada nas normas atuais de perfis metálicos para seções monossimétricas em geral submetidos à compressão centrada. Isto é, a força crítica trata-se do mínimo valor entre a força referente ao modo de instabilidade global de flexão em torno do eixo de menor inércia e a força referente ao modo global de flexo-torção (torção concomitante com flexão em torno do eixo de maior inércia). O procedimento completo da atual ABNT NBR 14762:2010 levando em conta os efeitos da instabilidade local por meio do método das larguras efetivas pode ser visto na Figura 2.12 da Seção 2.4.

Silvestre, Dinis e Camotim (2013) afirmam que cantoneiras submetidas à compressão centrada engastadas ou livres apresentam o mesmo comportamento: (i) em que a força axial de flambagem elástica (N_e) decresce monotonicamente com o aumento do comprimento das barras (L), o que pode ser verificado com a aplicação das especificações da ABNT NBR 8800:2008 como também da ABNT NBR 14762:2010 e (ii) em que o modo crítico sempre exibe apenas uma semionda.

Mais ainda, Silvestre, Dinis e Camotim (2013) chegam a afirmar que existe um patamar nesta curva de N_e vs L referente a cantoneiras de pequeno comprimento a intermediário, correspondendo, portanto, ao modo de flexo-torção. A rigor, esta constatação também está de acordo com as especificações da ABNT NBR 8800:2008 e ABNT 14762:2010 (Equação 2.5) pois para barras mais curtas quem governa o dimensionamento é a flexo-torção (N_{exz}) e esta sofre grande influência da parcela N_{ez} de torção que, devido à constante de empenamento primária (C_ω) ser nula, passa a ser independente do comprimento da barra, como mostra a Equação 2.4, refletindo neste patamar dito pelos autores.

Entretanto, apesar da cantoneira simples compor o grupo de perfis monossimétricos, os procedimentos normativos vigentes destinados a estes perfis não refletem adequadamente seu comportamento.

As especificações da ABNT NBR 14762:2010 e ABNT NBR 8800:2008 são baseadas na curva de dimensionamento à compressão 2P do SSRC (*Structural Stability Reserch Council*) que foi ajustada para diversas seções levando em conta imperfeições geométricas iniciais e tensões residuais. Apesar do modo de instabilidade retratado por ela ser o da instabilidade por flexão, segundo Adluri e Madugula (1996), posteriormente são feitas modificações no procedimento para levar em conta outros modos de instabilidade, como por exemplo o da flexo-torção.

Adluri e Madugula (1996) mostraram que as curvas normativas baseadas na curva 2P são conservativas quando empregadas ao caso das cantoneiras, ocorrendo, conseqüentemente, o mesmo com as especificações atuais de perfis formados a frio.

Nesse sentido, já em 1996, Adluri e Madugula (1996) detectaram a necessidade de especificar uma curva destinada exclusivamente ao caso das cantoneiras. A partir de uma análise não linear considerando tensões residuais, comportamento elástico-perfeitamente plástico para o material e imperfeições geométricas iniciais de flexão, os autores determinaram 9 curvas com base em cantoneiras laminadas de razão largura-espessura (b/t) de 6 a 16. Destas, indicaram uma curva para representar o caso das cantoneiras que se situou entre as curvas 1P e 2P do SSRC, ou seja, uma curva que promove, para o caso das cantoneiras, um dimensionamento menos conservador que a 2P.

Além disso, acerca das cantoneiras formadas a frio sob compressão centrada, também se estabeleceram divergências quanto a identificação dos modos de instabilidade na medida em

que a instabilidade local nestas cantoneiras ganhou importância devido a elevada relação largura-espessura das abas.

A análise de estabilidade de cantoneiras sob compressão centrada, com base no Método das Faixas Finitas (MFF), por exemplo, aponta dois modos típicos, como descrito em Maia (2008). O primeiro está associado às barras de comprimento pequeno a médio e é uma combinação dos modos local e global de flexo-torção. O segundo é referente às barras de maior comprimento e trata-se do modo de flexão em torno do eixo de menor inércia.

Todavia, Dinis, Camotim e Silvestre (2010) estudaram o comportamento de cantoneiras de seção transversal L70 x 1,2 mm por meio da Teoria Generalizada de Vigas (GBT). A GBT traz vantagens na análise de estabilidade elástica na medida em que permite decompor a seção deformada por instabilidade em uma combinação linear de modos de deformações. Dessa forma, Dinis, Camotim e Silvestre (2010) concluíram que, no caso de cantoneiras submetidas à compressão centrada, ocorrem quatro modos de instabilidade: um modo local-torcional ($L < 300$ mm), um modo torcional ($300 < L < 800$ mm), um modo de flexo-torção ($800 < L < 4000$ mm) e por fim, o modo de flexão em torno do eixo de menor inércia ($L > 4000$ mm).

Portanto, nesse breve preâmbulo sobre o comportamento das cantoneiras submetidas à compressão centrada já é possível perceber dois tipos de divergência:

- i. Entre a força axial resistente das cantoneiras quando comparada aos valores de cálculo oriundos dos procedimentos apresentados pelas normas vigentes;
- ii. Quanto à identificação dos modos de instabilidade feita pelos pesquisadores.

Ambas divergências estão intimamente atreladas às peculiaridades do perfil cantoneira que serão melhor detalhadas na seção seguinte.

2.2 AS CARACTERÍSTICAS DAS CANTONEIRAS

A cantoneira está inserida num grupo de seções em que as ramificações são concorrentes em um único ponto, assim como a seção T e a seção cruciforme, o que lhe atribui algumas peculiaridades.

O centro de cisalhamento da cantoneira se encontra na intersecção dos eixos de seus elementos. Isto lhe confere uma baixa rigidez à torção e implica em um valor nulo para a constante de empenamento primária, C_ω (Equação 2.7). Assim, são mais susceptíveis a fenômenos envolvendo torção, tais como instabilidade por flexo-torção.

$$C_\omega = \int_A \omega^2 dA \quad (2.7)$$

Na Equação 2.7, ω é a área setorial principal e A a área da seção transversal.

Entretanto, vale ressaltar que a chamada constante de empenamento secundária nas cantoneiras, C_{ω_s} , não é nula. Segundo Reis e Camotim (2000), a teoria da constante de empenamento secundária advém da não consideração de uma das hipóteses feitas para a determinação da constante de empenamento primária. Esta referida hipótese afirma que os deslocamentos axiais oriundos do empenamento devem ser considerados constantes ao longo da espessura.

Desconsiderada esta hipótese, Reis e Camotim (2000) indicam que surge uma distribuição de tensões normais, de segunda ordem, ao longo da espessura do elemento, por isso “constante de empenamento secundária”, e também, por equilíbrio, são geradas tensões tangenciais. Conforme citado por Reis e Camotim (2000), a constante de empenamento secundária, para a cantoneira de abas iguais, pode ser calculada da seguinte forma (Equação 2.8):

$$C_{\omega_s} = \frac{t^2 b^3}{18} \neq 0 \quad (2.8)$$

Isso posto, os conceitos de empenamento primário e secundário têm provocado interesse em alguns pesquisadores, por exemplo Rasmussem (2003) e Dinis e Camotim (2014), respectivamente, que os atribuem responsáveis por ora provocar ora esclarecer algumas divergências teóricas.

Observa-se, na literatura, diferenças acerca da identificação dos modos de instabilidade entre alguns pesquisadores. Essas discrepâncias têm uma causa mais teórica, que se deve em grande parte às constatações de Rasmussem (2003). Rasmussem (2003) demonstrou, matematicamente, a coincidência entre os modos local e de torção no caso das cantoneiras sob

compressão centrada. Esta coincidência também foi exposta, com algumas adaptações, por Maia (2008).

A rigor, por se tratar de um perfil monossimétrico, a cantoneira simples está sujeita ao modo de flexo-torção, como mostrado na Seção 2.1. Entretanto, devido à preponderância do efeito da torção em relação ao da flexão em torno do eixo de maior inércia, é comum encontrar estudos tratando apenas com o modo torcional.

Desta forma, Maia (2008) apresenta uma peculiaridade que ocorre nos perfis cuja constante de empenamento primária (C_ω) é nula. Trata-se da coincidência, para barras sujeitas à compressão centrada, entre os valores da força axial de flambagem local elástica (N_l), Equação 2.9, e da força axial de flambagem elástica por torção (N_{ez}), Equação 2.10.

$$N_l = \frac{k}{A} \frac{\pi^2 E}{12 (1 - \nu^2) \left(\frac{b}{t}\right)^2} \quad (2.9)$$

$$N_{ez} = \frac{1}{r_0^2} \left(\frac{\pi^2 E C_\omega}{(K_z L_z)^2} + GJ \right) = \frac{GJ}{r_0^2} \quad (2.10)$$

Onde k é o coeficiente de flambagem local, A a área bruta da seção, E o módulo de elasticidade, ν o coeficiente de Poisson, b e t são a largura e espessura da aba, respectivamente, r_0 o raio de giração polar da seção, C_ω a constante de empenamento primária, G o módulo de elasticidade transversal, J o momento de inércia à torção da seção e por fim, $K_z L_z$ o comprimento efetivo de flambagem por torção.

Ainda acerca desta coincidência entre modos, Timoshenko e Gere (1961) indicam que, em seções como a cantoneira, para comprimentos pequenos a intermediários, quando as abas estão sob tensão de compressão uniformemente distribuída, a instabilidade local das abas acaba por provocar a configuração deformada característica da instabilidade global de “torção”, como mostra a Figura 2.2, enquanto que, para barras de maior comprimento, o que predomina é a instabilidade global de flexão em torno do eixo de menor inércia.

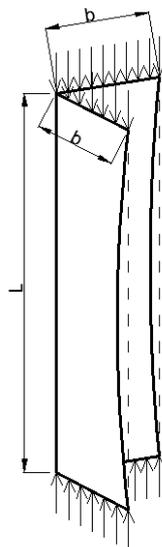


Figura 2.2 – Configuração deformada característica de cantoneiras curtas. Fonte: Timoshenko e Gere (1961).

Desta forma, justificam, por um lado, a dita coincidência entre os modos visto que, segundo Timoshenko e Gere (1961), a instabilidade local das abas seria a causadora da instabilidade global de “torção” da barra, tratando-se, realmente, em casos concomitantes.

Por outro lado, Dinis, Camotim e Silvestre (2010) e Shifferaw e Schafer (2014) reforçam que a tarefa de distinguir as deformações oriundas da instabilidade local das provenientes da instabilidade global de torção é complexa. Desta forma, Dinis e Camotim (2014) indicam que as designações “deformações locais” e “deformações torcionais” são, muitas vezes, utilizadas erroneamente, visto que possuem diferenças frente à resistência ao empenamento secundário. Segundo os autores, o que realmente ocorre nas cantoneiras simples sob compressão centrada, mostrado na Figura 2.2, são deformações torcionais e não locais, além do fato de seu modo de instabilidade ser a flexo-torção, conforme foi demonstrado por Dinis, Camotim e Silvestre (2010).

Dinis, Camotim e Silvestre (2010) demonstraram pela GBT que, considerando apenas o modo de torção (modo 4 da GBT), a tensão crítica da cantoneira, σ_{crit} , resulta como mostrado na Equação 2.11.

$$k_{cr}$$

$$\sigma_{crit} = \left[\left(\frac{b}{L} \right)^2 + \frac{6(1-\nu)}{\pi^2} \right] \frac{E\pi^2}{12(1-\nu^2)} \left(\frac{t}{b} \right)^2 \quad (2.11)$$

Na Equação 2.11, o primeiro termo entre colchetes refere-se à resistência ao empenamento secundário, que, à medida que a barra aumenta de comprimento (L), o termo $(b/L)^2$ tende a zero e o coeficiente de flambagem local k_{cr} tende a 0,425 para $\nu=0,3$, coincidindo exatamente com a formulação de instabilidade local (Equação 2.9) definida a partir da análise de estabilidade elástica de uma chapa sob compressão uniforme. Os autores indicam que, normalmente, a GBT mostra-se muito consistente, entretanto esta constatação trata-se de uma exceção, visto que ela não deve ser encarada como mais uma comprovação acerca da coincidência entre o modo local e global de torção, pois não é.

Segundo a GBT, a definição de modo local é empregada nos casos em que a deformada caracteriza-se por várias semiondas e que haja, no elemento, flexões transversais. Desta forma, Dinis, Camotim e Silvestre (2010) indicam que, enquanto o modo torcional está ligado a movimentos de corpo rígido da barra, mantendo, portanto, a retilineidade de seus elementos, o modo de instabilidade local trata de uma situação em que há tensões transversais que levam a curvaturas transversais não nulas. Segundo a GBT, para a cantoneira sob compressão centrada, são modos de corpo rígido os modos 2, 3 e 4 e os modos locais são os modos a partir do modo 5, como mostra a Figura 2.3

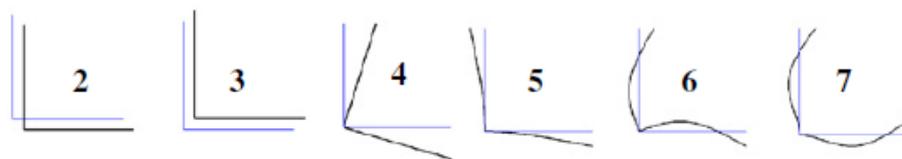


Figura 2.3 – Modos de instabilidade definidos pela GBT. Fonte: Dinis, Camotim e Silvestre (2010).

Dinis, Camotim e Silvestre (2010) ainda avaliaram por meio da GBT a aba da cantoneira como uma chapa isolada assim como Timoshenko e Gere (1961). Na análise, consideraram apenas dois modos de deformação²: (i) o chamado modo 1 referente a torção e

² A numeração destes modos de deformação avaliados na análise da aba da cantoneira como uma chapa isolada não tem relação com a numeração usualmente encontrada para os modos de deformação GBT (Figura 2.3).

(ii) o modo 2 que apresentava flexão transversal, isto, é configurando-se como um modo local. Foram avaliados os seguintes parâmetros: comprimento da aba (L), largura da aba (b) e rigidez de uma mola torcional (S) inserida para simular o contato entre as duas abas como mostra a Figura 2.4. O lado oposto ao da mola S foi considerado completamente livre e os outros dois, onde foi aplicada a compressão, foram considerados apoiados. Desta análise, os autores concluíram:

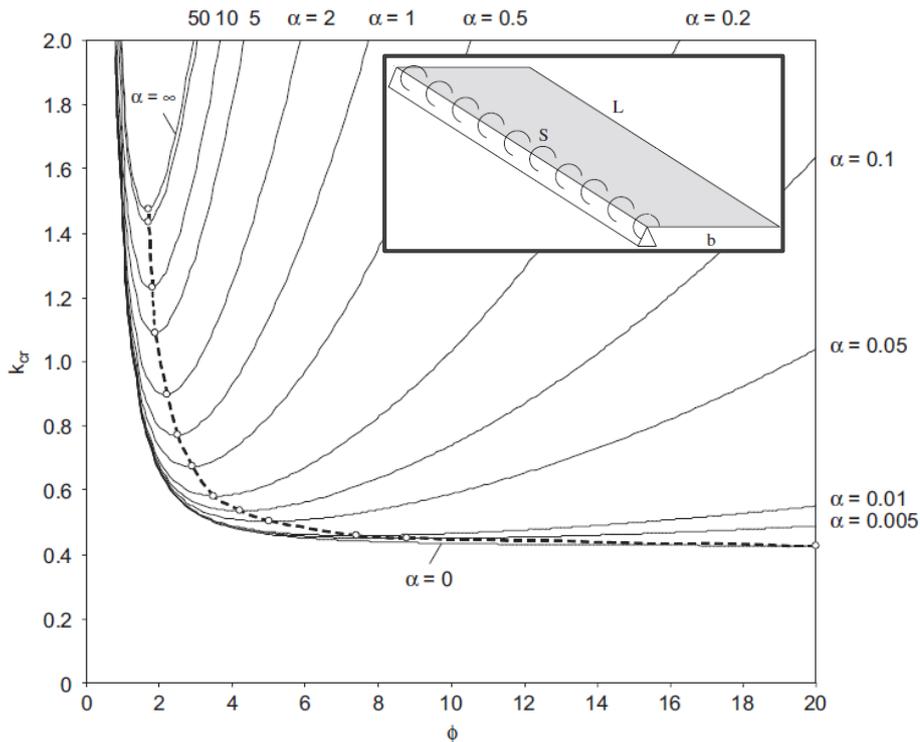


Figura 2.4 – Variação do k_{cr} com $\Phi = L/b$ e $\alpha = \frac{12Sb}{Et^3}(1 - \nu^2)$. Adaptação de Dinis, Camotim e Silvestre (2010).

- i. O coeficiente k_{cr} é monotonicamente decrescente com o aumento de L/b ;
- ii. Para a situação em que três lados da aba são apoiados e apenas um livre, isto é, $\alpha=0$, a curva $k_{cr}(\Phi)$ é decrescente e não apresenta o ponto de mínimo, tendendo ao valor 0,425 assim como observado no termo entre colchetes da Equação 2.11. Este caso é caracterizado por apenas uma semionda e observou-se que o modo 1 aumenta com L/b , enquanto que o 2 diminui drasticamente.
- iii. Ainda para o caso de $\alpha=0$, para $L>4b$ foi observado que o modo 1 corresponde à solução exata do problema, isto é, não apresenta flexões transversais e sim apenas o modo de torção.

- iv. Inversamente, se $\alpha \rightarrow \infty$, a solução é composta apenas pelo modo 2 e a curva $k_{cr}(\Phi)$ apresenta um ponto de mínimo.
- v. Para qualquer rigidez ao giro ($\alpha > 0$) os autores atestaram que ocorrem pontos de mínimo para as curvas $k_{cr}(\Phi)$ assim como múltiplas semiondas para o modo de instabilidade.

Quanto à rigidez S , a cantoneira simples é formada exclusivamente por elementos de igual área e rigidez. Consequentemente, há uma indeterminação de qual elemento apoia qual em um estudo isolado de cada aba, injustificando, portanto, a adoção de valores de $S \neq 0$. Esta, somado às demais características, contribuem para que o perfil cantoneira seja dito mal condicionado quanto à estabilidade.

Ademais, outros estudos, como os de Timoshenko e Gere (1961) e Silvestre, Dinis e Camotim (2013), atestaram a ocorrência de apenas uma semionda para os modos de instabilidade das cantoneiras. Desta forma, é coerente afirmar, assim como feito por Dinis, Camotim e Silvestre (2010), que o caso das cantoneiras simples sob compressão, quando estudado como uma chapa isolada, trata-se da situação de $\alpha=0$, apresentando, portanto, apenas uma semionda e apenas deformações torcionais, isto é, sem apresentar flexões transversais.

Logo, um modelo racional de dimensionamento, segundo Dinis, Camotim e Silvestre (2010), deve ser baseado no modo torcional e não local, confrontando com Rasmussem (2003, 2005, 2006) que defende a consideração do modo local em detrimento do modo de flexo-torção.

Ademais, Dinis, Camotim e Silvestre (2010) concluem também que o coeficiente k_{cr} , relativo ao termo entre colchetes da Equação 2.11, não está necessariamente associado ao modo local, visto que não há flexões transversais.

Percebe-se, portanto, que as constatações de Dinis, Camotim e Silvestre (2010) confrontam e questionam as de Rasmussem (2003, 2005, 2006) e Timoshenko e Gere (1961), visto que, baseados na GBT, esclarecem como distinguir a instabilidade local da global de flexo-torção, além de justificarem o porquê que o modo visto na Figura 2.2 trata-se do modo de flexo-torção.

Outra singularidade deste perfil é que, principalmente para as cantoneiras de abas delgadas, quando se aplica um carregamento dito centrado, em virtude do comportamento pós-crítico dos elementos, a localização do centro geométrico da seção muda. Portanto, todo e

qualquer tipo de compressão provoca excentricidades quanto ao centroide da seção efetiva, isto é, da seção calculada levando em conta os efeitos da instabilidade local. O cálculo detalhado de como obter a seção efetiva de um perfil a partir do método da largura efetiva da ABNT NBR 14762:2010 pode ser visto na Figura 2.12 da Seção 2.4.

Rasmussem (2005) chega a afirmar que, inevitavelmente, as cantoneiras de abas delgadas devem ser consideradas como barras submetidas à flexo-compressão devido à excentricidade em relação ao centroide da seção efetiva. Entretanto, é comum desconsiderar o deslocamento do centroide da seção bruta para a seção efetiva, como feito, por exemplo, por Maia e Malite (2009) e Shifferaw e Schafer (2014). No caso, Rasmussem (2005) permite a desconsideração da excentricidade em relação ao centroide da seção efetiva na medida em que indica um fator de redução na força resistente à compressão a fim de desconsiderar a flexão e, portanto, as equações de interação de flexo-compressão.

Todavia, há casos que a mudança de posição do centroide da seção torna-se de fundamental importância. Dinis e Camotim (2014) indicam que, para cantoneiras, é necessário um procedimento específico destinado às cantoneiras rotuladas e um para as engastadas devido aos efeitos consequentes da alteração do centroide da seção efetiva. Segundo eles, apesar do deslocamento do centroide implicar em mudanças relevantes na força resistente de cantoneiras rotuladas, não provoca mudanças relevantes no caso das engastadas.

Devido a suas peculiaridades, Shifferaw e Schafer (2014) chegam a comentar que as cantoneiras simples compõem um caso degenerado quanto à caracterização dos modos de flambagem elástica. Desta forma, alguns procedimentos que normalmente podem ser empregados aos demais perfis devem ser reformulados, como, por exemplo, o Método da Resistência Direta (MRD).

O MRD pressupõe a análise geral de estabilidade elástica da barra para o dimensionamento que, por exemplo, pode ser realizada por meio do *software* CUFISM, de Schafer (2001). Deste *software*, cada modo de instabilidade (local, distorcional e global) é representado por uma curva cujo valor crítico (mínimo) é essencial ao dimensionamento. Geralmente, apenas a curva referente ao modo global não apresenta ponto de mínimo. Neste caso, o valor crítico é dado em função do comprimento de semionda analisado.

Entretanto, diferentemente de outros perfis, a cantoneira não apresenta ponto de mínimo também para a curva referente à instabilidade local (Figura 2.5). Representando mais um

motivo, segundo Dinis, Camotim e Silvestre (2010), para o modo observado na Figura 2.2 ser de flexo-torção.

Desta forma, diversos autores avaliaram e propuseram adequações ao MRD para o caso das cantoneiras sob compressão centrada, a saber Rasmussem (2006), Maia e Malite (2009), Shifferaw e Schafer (2014), Silvestre, Dinis e Camotim (2013) e Dinis e Camotim (2014).

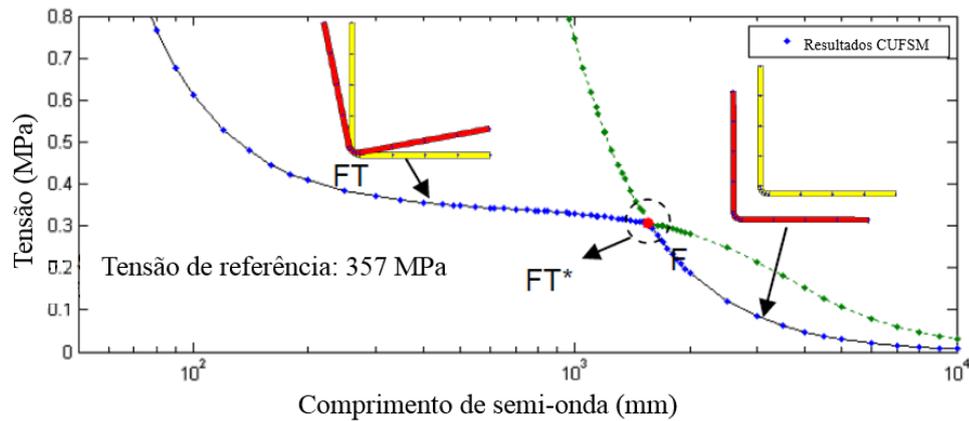


Figura 2.5– Análise de estabilidade elástica por meio do CUFSM, de Schafer (2001): perfil L 60 x 2,25 mm. Fonte: Maia e Malite (2009).

Rasmussem (2006), baseado em seus trabalhos anteriores (RASMUSSEM, 2003, 2005), defende a ideia da não consideração do modo global de flexo-torção na aplicação do MRD para as cantoneiras sob compressão centrada. Rasmussem (2006) apresenta uma forma de avaliar a cantoneira sob compressão centrada por meio do MRD, levando em conta a excentricidade em relação ao centroide da seção efetiva. Trata-se, portanto, de uma adaptação na formulação original por meio da equação de interação (Equação 2.12) entre os esforços normal e de momento fletor.

$$\frac{N}{N_y} + \frac{M}{M_y} \leq 1 \quad (2.12)$$

Em que N e M representam os esforços normal e momento fletor e N_y e M_y são a resistência ao escoamento do aço multiplicada pela área bruta da seção e a resistência ao escoamento do aço multiplicada pelo módulo de resistência elástica da seção bruta, respectivamente.

Maia e Malite (2009) indicaram que poderia ser utilizado, no dimensionamento para o modo local pelo MRD, o ponto onde as curvas dos modos de flexão e flexo-torção se interceptam, ponto denominado pelos autores de FT* (Figura 2.5). Por outro lado, Shifferaw e Schafer (2014) indicam que, para cantoneiras com tipo de vinculação fixa (totalmente restringidas), deve haver uma redução na atual curva global do dimensionamento do MRD.

Silvestre, Dinis e Camotim (2013) também defendem o uso do MRD em detrimento das especificações destinadas aos perfis monossimétricos em geral. Segundo eles, a vantagem do MRD é justificada pelo fato de se poder combinar as fórmulas relativas à instabilidade local e global do MRD e propor uma fórmula que leva em conta esta interação. Ou seja, desta forma, o MRD poderia levar em conta os efeitos da instabilidade local e global concomitantemente, remetendo à questão de modos coincidentes local/flexo-torção, enquanto que procedimentos como o da ABNT NBR 14762:2010 levam em conta estes efeitos separadamente. Além disso, os autores propõem dois procedimentos diferentes baseados no MRD: um para cantoneiras engastadas e outro para rotuladas.

Enquanto Maia e Malite (2009) e Shifferaw e Schafer (2014) avaliaram adaptações sutis ao MRD e Silvestre e Dinis e Camotim (2013) aprofundaram as alterações, Dinis e Camotim (2014) propuseram mudanças mais bruscas. Embasados em estudos experimentais e numéricos, Dinis e Camotim (2014) indicaram alterações no MRD para o caso de cantoneiras e seções cruciformes. Concluíram que o dimensionamento deve substituir a atual curva local por: (i) curvas torcionais, no caso de seções cruciformes e (ii) curvas flexo-torsionais no caso de cantoneiras simples, as quais devem ser determinadas especificamente para estes perfis via análise numérica. Esta modificação de dimensionamento remete, novamente, à questão da consideração do modo local e/ou do modo de flexo-torção para as cantoneiras. Importante constatar que as seções avaliadas numericamente por estes pesquisadores foram L 70 x 1,2 mm, L 50 x 1,2 mm e L 50 x 2,6 mm, com vinculações do tipo engastadas e rotuladas, no caso, do tipo rótula cilíndrica com empenamento impedido.

Desta forma, Shifferaw e Schafer (2014) concluem que, apesar dos avanços na área, métodos de dimensionamento semiempíricos destinados às cantoneiras ainda esbarram em grandes dificuldades associadas à tentativa de classificar os modos de instabilidade e em utilizar curvas de dimensionamento relativas a estes modos. Conseqüentemente, estas dificuldades persistem no caso das cantoneiras conectadas pela aba. A seguir, apresenta-se um breve histórico dos estudos desenvolvidos com cantoneiras sob compressão excêntrica.

2.3 CANTONEIRAS SOB COMPRESSÃO EXCÊNTRICA

As cantoneiras são amplamente utilizadas em obras correntes devido à sua facilidade de viabilizar ligações. Estas que, muitas vezes, são as responsáveis pela compressão excêntrica a qual as barras são submetidas. O tipo de excentricidade abordado no presente trabalho trata-se de uma das aplicações mais comuns no mercado: as cantoneiras conectadas pela aba por meio de uma ligação parafusada composta por, no mínimo, dois parafusos.

O fenômeno da compressão imposta por meio de uma das abas provoca, a princípio, flexão em torno de ambos os eixos principais de inércia da seção. Entretanto, como mostrado na Figura 2.6, o efeito da flexão em torno do eixo de maior inércia (eixo x) é mais pronunciado.

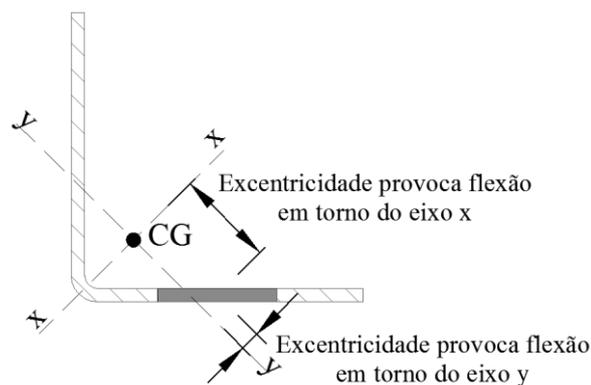


Figura 2.6 - Excentricidades provocadas pela ligação.

Ademais, além da excentricidade imposta, nas barras ditas “reais” também podem ser observadas imperfeições geométricas relativas a configuração deformada inicial da barra, isto é, referente à sua reticidade (REIS; CAMOTIM, 2000).

Adentrando acerca de formulações teóricas, destaca-se a teoria de Vlasov. Segundo Vlasov (1961), há dois tipos de problemas de estabilidade em que as deformações são descritas por equações diferenciais lineares e homogêneas e condições de contorno ditas homogêneas. O primeiro é destinado às estruturas em que ocorre a bifurcação do equilíbrio enquanto que o segundo tipo de problema refere-se às estruturas em que a deformação do sistema aumenta com o aumento do carregamento. Neste último caso encontram-se as cantoneiras conectadas pela aba.

Vlasov (1961) indicou que, para o caso de barras solicitadas por compressão excêntrica, em que a posição do ponto de aplicação da força de compressão N é dada por e_x e e_y , o sistema é definido pelas Equações 2.13 a 2.15:

$$EI_y \xi^{IV} + N \xi'' + (a_y - e_y) N \theta'' = 0 \quad (2.13)$$

$$EI_x \eta^{IV} + N \eta'' - (a_x - e_x) N \theta'' = 0 \quad (2.14)$$

$$\begin{aligned} (a_y - e_y) N \xi'' - (a_x - e_x) N \eta'' + EC_\omega \theta^{IV} \\ + [N(r^2 + 2\beta_x e_x + 2\beta_y e_y) - GJ] \theta'' = 0 \end{aligned} \quad (2.15)$$

Em que ξ , η e θ são os dois deslocamentos oriundos das flexões e a rotação oriunda da torção, respectivamente, a_x e a_y são as coordenadas do centro de cisalhamento e β_x e β_y são características geométricas definidas por Vlasov (1961).

Segundo Vlasov (1961), caso a força de compressão esteja situada no centro de cisalhamento, não há rotações na situação deformada da barra. Isto se deve porque, neste caso, as Equações 2.13 a 2.15 resultam desacopladas. Em contrapartida, se a força não estiver no centro de cisalhamento, a deformada característica do modo de instabilidade apresenta as deflexões ξ e η e também uma rotação θ , caracterizando a instabilidade por flexo-torção.

Wakabayashi e Nonaka (1965) fizeram uma vasta campanha experimental em que o grupo das cantoneiras ensaiadas que se adequa ao presente trabalho é o grupo das chamadas “Série 4”. Neste grupo, a cantoneira foi conectada em ambas as abas por um parafuso e submetida à compressão excêntrica de modo que a flexão gerada fosse em torno do eixo de simetria. Nesta série de ensaios, os pesquisadores indicaram como modos de falha: a instabilidade local para pequenos comprimentos e o modo de flexo-torção para os de média esbeltez (no caso, os maiores comprimentos analisados). Além disso, constataram que a força resistente da barra diminui com o aumento da excentricidade.

O trabalho de Madugula e Ray (1984) destaca-se dentre os trabalhos experimentais no tema devido ao aparato experimental utilizado que foi pensado de tal forma a simular uma estrutura treliçada, como pode ser visto na Figura 2.7.

Madugula e Ray (1984) investigaram o efeito do número de parafusos nas ligações sobre a carga última e constataram que a capacidade última da peça ensaiada aumenta quando o número de parafusos na ligação de extremidade é aumentado de um a três.

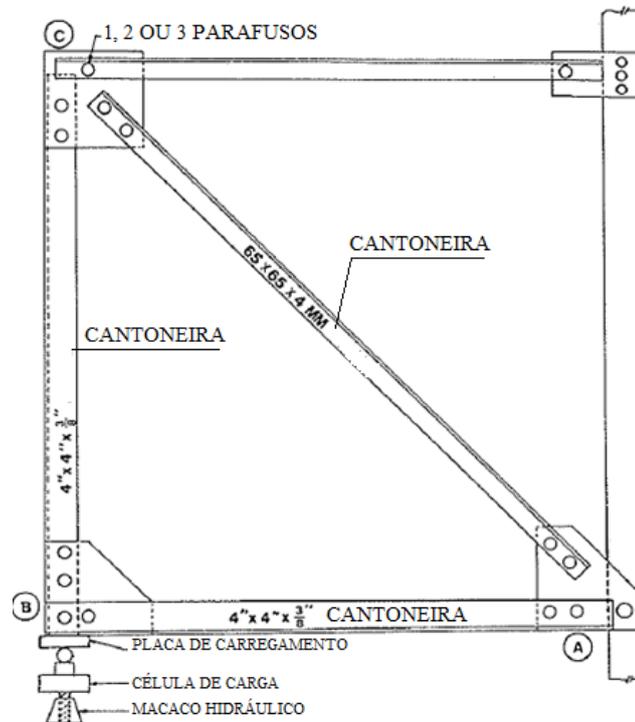


Figura 2.7– Aparato experimental que simula uma estrutura treliçada. Fonte: Madugula e Ray (1984).

Nesta linha de pesquisa de cantoneiras compondo estruturas treliçadas, Woolcock e Kitipornchai (1986) fizeram a análise de uma treliça numericamente (Figura 2.8.a) a fim de avaliar seu comportamento frente a duas disposições possíveis das cantoneiras: montantes e diagonais conectados do mesmo lado ou em lados opostos (Figura 2.8.b e 2.8.c, respectivamente). Desta análise, perceberam que o modo predominante é o dito “perpendicular ao plano da treliça” (WOOLCOCK; KITIPORNCHAI, 1986).

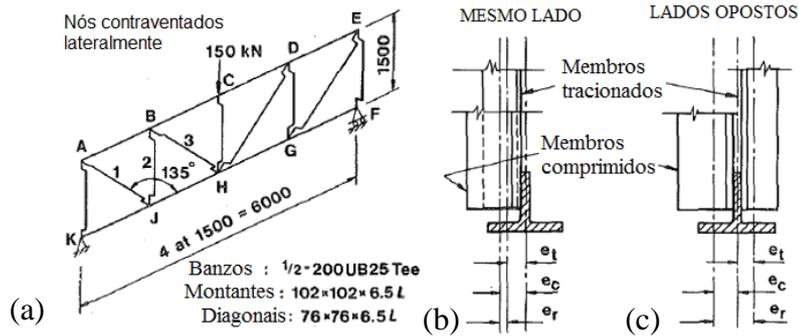


Figura 2.8- (a) Treliça avaliada. Cantoneiras dispostas: (b) do mesmo lado e (c) de lados opostos.

Fonte: adaptação de Woolcock e Kitipornchai (1986).

Elgaaly, Dagher e Davis (1991) estudaram o comportamento de cantoneiras laminadas conectadas pela aba via ligação parafusada. As cantoneiras também foram avaliadas como constituintes de uma treliça, Figura 2.9. Neste trabalho, os autores perceberam que o comportamento dos elementos é dependente do tipo de ligação (foram consideradas ligações com um e dois parafusos), da razão b/t da cantoneira e da esbelteza da peça. Além disso, indicaram seis possíveis modos de instabilidade para este tipo de ensaio, que podem ser subdivididos em dois grupos: os modos globais com e sem modos locais concomitantes.

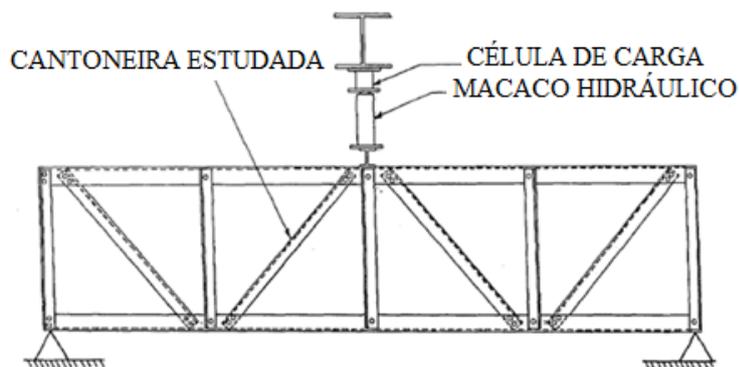


Figura 2.9- Aparato experimental de Elgaaly, Dagher e Davis (1991). Fonte: adaptação de Elgaaly, Dagher e Davis (1991).

O primeiro grupo de modos de instabilidade observado caracteriza-se pelo modo local na aba conectada concomitante com os modos de instabilidade por: (i) torção (LT) ou (ii) por flexão em torno do eixo paralelo à aba conectada (LG) ou por fim, (iii) por flexão em torno do

eixo de menor inércia (LM). Elgaaly, Dagher e Davis (1991) indicam que o modo local foi observado na região próxima à ligação, devido à concentração de tensões nesta região. Entretanto, os autores também afirmam que, em alguns casos, a instabilidade local foi observada a meio comprimento da barra.

O segundo grupo de modos de instabilidade foi composto pelas barras que apresentaram modo global sem qualquer instabilidade local coincidente. Este segundo grupo também foi subdividido em três tipos de falha: (i) um modo global de flexão em torno do eixo de menor inércia (FM); (ii) o modo de flexão em torno do eixo paralelo à aba conectada (FG) e (iii) um modo de flexo-torção (FT).

Popovic, Hancock e Rasmussen (2001) são os responsáveis por um dos primeiros trabalhos com cantoneiras formadas a frio de abas delgadas sob compressão excêntrica. Entretanto, o carregamento não foi transferido por meio de uma ligação parafusada em uma das abas. No caso, o aparato experimental fixava as duas abas da cantoneira no dispositivo de apoio por meio de solda. Com esta configuração foram feitos testes com três tipos de carregamento. O que se assemelha ao caso da cantoneira com uma aba conectada é o chamado PL24L que trata-se do carregamento alinhado com o centro de uma das abas. Os modos de instabilidade estão de acordo com os discutidos anteriormente. Nos casos PL24C (situação em que o carregamento está alinhado com o centroide da seção) e PL24L, os modos de instabilidade para barras de tamanho intermediário foram, segundo Popovic, Hancock e Rasmussen (2001), do tipo flexo-torção, enquanto que, para longos comprimentos, o modo foi de instabilidade por flexão.

Ainda sobre os modos de instabilidade, Dinis, Camotim e Silvestre (2010) avaliaram o comportamento das cantoneiras de abas delgadas (L 70 x 1,2 mm) sob diversas configurações de excentricidade. Não especificaram como a força foi introduzida, mas consideraram o ponto de aplicação da força de compressão sobre uma das abas. Os resultados desta análise mostraram que, para comprimentos intermediários, ocorre o modo de instabilidade de flexo-torção.

Liu e Hui (2010) avaliaram a diferença existente em se ter a excentricidade provocando flexão em torno do menor ou do maior eixo principal de inércia. Para tal, foi feito um estudo paramétrico levando em consideração uma condição de apoio que não restringia a flexão da peça em torno de nenhum eixo principal. Segundo os autores, no caso de flexão em torno do eixo de maior inércia, para um dado valor de esbelteza, existe uma excentricidade, denominada

“excentricidade crítica”, e_{x0} , tal que valores abaixo dela não provocam uma variação significativa na força resistente da barra. Ademais, neste caso, esta excentricidade crítica, segundo eles, está associada ao modo de flexo-torção.

Para o caso de flexão em torno do eixo de menor inércia, segundo Liu e Hui (2010), não fica caracterizada a excentricidade crítica. Assim sendo, os resultados numéricos mostraram que o modo predominante foi de instabilidade por flexão.

O trabalho de Maia e Malite (2009) é um dos trabalhos recentes que avaliaram o comportamento de cantoneiras formadas a frio e conectadas pela aba. Neste estudo, indicam que a consideração do modo de flexo-torção nos procedimentos de cálculo ainda não é consenso entre os pesquisadores da área, pois alguns, como Rasmussem (2003, 2005, 2006), acreditam que o que ocorre trata-se de um modo coincidente local-chapa/global de flexo-torção. E, para estes, considerar ambos os fenômenos acarretaria em resultados extremamente conservadores.

Maia e Malite (2009) estudaram cantoneiras sob compressão excêntrica por meio de ligações com um e dois parafusos, ensaios Tipo III e IV, respectivamente, dentro um programa experimental extenso realizado no Laboratório de Estruturas da EESC-USP. Para estes ensaios de carregamento excêntrico, o modo de instabilidade observado foi o de flexo-torção.

Quanto ao dimensionamento das cantoneiras sob compressão excêntrica, Maia e Malite (2009) constataram que a consideração da flexo-torção por meio da AISI (2007) acarreta resultados consideravelmente conservadores para o caso da ligação com dois parafusos (Tipo IV). Em contrapartida, a sua desconsideração reflete resultados ligeiramente contra a segurança, como pode ser observado na Figura 2.10. A formulação do AISI (2007) é análoga à atual norma brasileira de perfis formados a frio, ABNT NBR 14762:2010, que pode ser vista na Figura 2.12 da Seção 2.4.

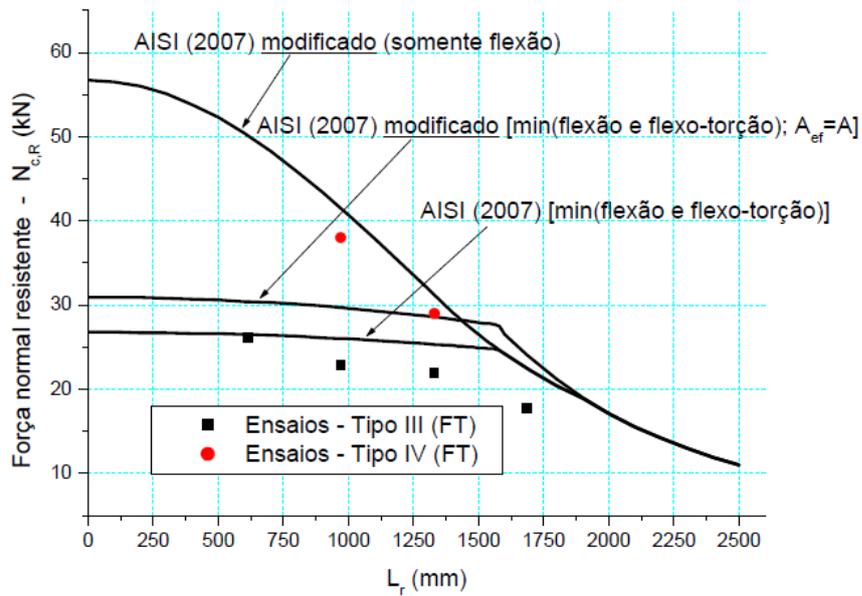


Figura 2.10 – Resultados dos ensaios Tipo III e IV. Fonte: Maia e Malite (2009).

O patamar da curva N_e vs L comentado na Seção 2.1 referente a aplicação da ABNT NBR 14762:2010 é o mesmo que o observado na Figura 2.10 nos procedimentos da AISI (2007) que levam em conta a flexo-torção. Quando, no dimensionamento segundo a AISI (2007), a força axial de flambagem elástica é dada pelo modo de flexo-torção, ocorre uma grande mudança na trajetória da curva formando quase um platô para os menores comprimentos que é justificado devido a parcela da força axial de flambagem elástica por torção (N_{ez}) ser independente do comprimento. Entretanto, os resultados experimentais de Maia e Malite (2009) mostram que há sim uma variação da força resistente em função do comprimento, mesmo para barras mais curtas.

Mais recentemente, Mesacasa Jr., Beck e Malite (2013) realizaram um estudo experimental com cantoneiras formadas a frio ($b/t = 30$) conectadas pelas abas por meio de dois parafusos em que identificaram dois modos de instabilidade denominados L/T e F/T:

- i. L/T – verificado em barras mais curtas, trata-se de um modo local da aba conectada, o qual ocorreu sempre próximo às extremidades, seguido por deslocamentos de torção.
- ii. F/T – observado nas barras mais longas (esbeltez maior que 80) que envolveu um acoplamento de deslocamentos de flexão em torno do eixo paralelo à aba conectada com pequenos giros de torção.

Quanto às imperfeições geométricas iniciais, Maia e Malite (2009) indicam que diferentes configurações de imperfeições induzem a diferentes modos de instabilidade. Neste sentido, Mescasa Jr., Beck e Malite (2013) estudaram a influência das imperfeições geométricas iniciais considerando dois tipos de imperfeição em cantoneiras conectadas pela aba: uma global de flexão em torno do eixo paralelo à aba conectada (d_{f-0}) e uma global de torção (d_{t-0}), a rigor, de flexo-torção. Desta forma, por meio de coeficientes (de valores 0, 1 ou -1) que multiplicavam estas imperfeições, simulou-se a condição de amplitude nula, amplitude de sentido positivo e de sentido negativo, respectivamente. A convenção de sinais adotada pelos autores pode ser vista na Figura 2.11.

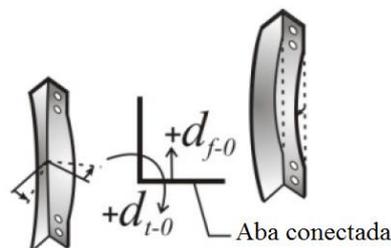


Figura 2.11 – Tipos de imperfeição geométrica inicial. Fonte: Mesacasa Jr., Beck e Malite (2013).

Desta análise de imperfeições, as principais conclusões que Mesacasa Jr., Beck e Malite (2013) destacaram foram:

- Independentemente do sentido da imperfeição de flexão, todas as combinações de imperfeição (foram 8 combinações de (d_{f-0}, d_{t-0})) apresentaram deslocamentos positivos de flexão em torno do eixo paralelo à aba conectada.
- O efeito da imperfeição inicial de torção é mais pronunciado. Isto é, elas podem levar a uma configuração deformada diferente da imposta, mas o valor da imperfeição de torção precisa ser positivo e grande o suficiente para contrapor com a imperfeição de flexão.
- Em barras de maior comprimento, a amplitude da imperfeição de flexão torna-se determinante para o comportamento da barra.

Adluri e Madugula (1996) atentaram que as cantoneiras eram de interesse, essencialmente, de dois grupos de mercado: o da indústria de torres e o da construção de edifícios. De fato, as normas destinadas às torres de transmissão abordam extensivamente o caso de cantoneiras conectadas pela aba. Dentre as normas mais pesquisadas e avaliadas na

literatura, por exemplo Elgaaly, Dagher e Davis (1991), Bathon, Mueller III e Kempner Jr. (1993), encontra-se o ASCE Manual 52 (1988).

Nas especificações do ASCE Manual 52 (1988) assim como na sua versão mais recente ASCE 10-97 (1997), como também nas especificações europeias destinadas a torres, EN 1993-3-1:2006, a excentricidade existente nas cantoneiras conectadas pela aba é negligenciada na medida em que são considerados comprimentos equivalentes. Trata-se da mesma filosofia do método do comprimento de flambagem equivalente da ABNT NBR 8800:2008 e do *draft* AISC (2015) que podem ser observados na Seção 2.4. Isto é, determina-se um comprimento de flambagem equivalente (KL) que é função do comprimento da barra (L) e do raio de giração da cantoneira (r) da seguinte forma genérica³ mostrada na Equação 2.16:

$$KL = c_1L + c_2r \quad (2.16)$$

Em que c_1 e c_2 são coeficientes determinados de acordo com o tipo de excentricidade avaliada.

Chhabra et al. (1995) chegam a defender que ensaios experimentais realizados em torres de grande escala são de maior valia do que os realizados em barras isoladas, pois os resultados do primeiro são muito próximos dos previstos pelo procedimento do ASCE Manual 52 (1988). Bathon, Mueller III e Kempner Jr. (1993) confirmam esta constatação afirmando que o ASCE Manual 52 (1988) assegura o projeto de torres seguras, entretanto, não o faz para cantoneiras avaliadas individualmente na medida em que verificaram que o ASCE Manual 52 (1988) superestima a capacidade das barras quando aplicado para cantoneiras isoladas com vinculação sem restrição ao giro em nenhuma direção. Bathon, Mueller III e Kempner Jr. (1993) justificam tal fato devido às possíveis restrições ao giro que existem na estrutura real que não puderam ser levadas em conta no ensaio da barra isolada.

Mesacasa Jr., Beck e Malite (2013) avaliaram a confiabilidade por meio do FORM (*First Order Reability Method*) do método do comprimento de flambagem equivalente da ABNT NBR 8800:2008 juntamente com o método das larguras efetivas (instabilidade local) da

³ Cada especificação (ASCE Manual 52 (1988), ASCE 10-97 (1997), EN 1993-3-1:2006, ABNT NBR 8800:2008, *draft* AISC (2015)) apresenta nomenclaturas próprias. Todavia, é possível reduzi-las na forma genérica mostrada na Equação 2.16.

ABNT NBR 14762:2010 aplicado às cantoneiras formadas a frio e conectadas pela aba por dois parafusos.

Desta análise, obtiveram-se valores de índice de confiabilidade alvo (β) de 1,9 a 2,4, em que os piores resultados (valores menores de β) foram para os casos das barras com maior esbelteza e/ou maiores condições de carregamento L_n/D_n (razão entre os valores nominais da ação variável e ação permanente). Tais valores resultaram próximos ao limite mínimo estabelecido pela AISI (2012) e ABNT NBR 14762:2010 de 2,5, indicando, portanto, que a aplicação deste procedimento é promissora para o caso das cantoneiras formadas a frio e conectadas pela aba, mediante ajustes na formulação.

Visando ao aumento da base de dados da literatura, nos últimos anos, foram engajados trabalhos experimentais na EESC-USP com cantoneiras formadas a frio conectadas pela aba, em que a ligação foi composta por dois parafusos, avaliando casos engastados (BRANQUINHO, 2014) e livres (SILVA, 2015).

Ambos os programas experimentais continham uma seção transversal em comum, L 50 x 2,25 mm. Desta forma, comparando os resultados das mesmas cantoneiras ora sob vinculação engastada ora livre, foi observada uma redução significativa no valor da força última experimental das barras livres quando comprada às engastadas.

Além disso, Branquinho (2014) e Silva (2015) também constataram o conservadorismo existente no procedimento da ABNT NBR 14762:2010 e indicaram o método do comprimento de flambagem equivalente, da ABNT NBR 8800:2008, como propício para ser aplicado às cantoneiras formadas a frio conectadas pela aba. Quanto aos modos de instabilidade, em ambos os trabalhos foram observados os modos: local para pequenos comprimentos, flexo-torção para cantoneiras de comprimento intermediário e de flexão em torno da aba conectada para as barras mais longas.

A seguir, na Seção 2.4, são apresentadas as rotinas de cálculo de alguns procedimentos comentados na presente seção que auxiliarão no desenvolvimento do trabalho.

2.4 PROCEDIMENTOS ATUAIS

Atualmente, não há na norma brasileira de perfis formados a frio, ABNT NBR 14762:2010, recomendações destinadas às cantoneiras conectadas pela aba e submetidas à compressão.

Todavia, diversas especificações, principalmente as destinadas às torres de transmissão, oferecem um procedimento simplificado propondo negligenciar a compressão excêntrica existente nas cantoneiras conectadas pela aba na medida em que se considera um comprimento de flambagem equivalente.

Na ABNT NBR 8800:2008, norma referente a perfis laminados e soldados, é especificado o método do comprimento de flambagem equivalente. Trata-se de desconsiderar a flexo-compressão ao utilizar um comprimento de flambagem equivalente. Por este método, a força axial de flambagem elástica é obtida considerando flambagem por flexão em torno do eixo paralelo à aba conectada (eixo denominado x_1) e um comprimento de flambagem equivalente ($K_{x1}L_{x1}$).

As recomendações norte-americanas destinadas aos perfis laminados e soldados, o *draft* AISC (2015), têm trazido também uma formulação baseada no comprimento de flambagem equivalente. Nestas recomendações, a força axial de flambagem elástica é dada pelo mínimo valor entre as forças referentes à instabilidade por flexão ($P_{N,F}$) e por flexo-torção ($P_{N,FT}$), em que a instabilidade por flexão ora é calculada com a área bruta da seção (A), ora com a área efetiva (A_{ef}), enquanto a instabilidade por flexo-torção sempre leva em conta a área bruta da seção. Percebe-se que esta última orientação atende aos que defendem o excesso de conservadorismo em se considerar a instabilidade local juntamente com a global de flexo-torção.

A seguir, são apresentadas as rotinas de cálculo destes procedimentos. Na Figura 2.12, o chamado Procedimento 1 corresponde ao procedimento da ABNT NBR 14762:2010 destinado a perfis monossimétricos submetidos à compressão centrada.

O denominado Procedimento 2, Figura 2.13, corresponde ao método do comprimento de flambagem equivalente da ABNT NBR 8800:2008 juntamente com a consideração da área

efetiva da seção conforme ABNT NBR 14762:2010, como feito por Mesacasa Jr., Beck e Malite (2013).

Na Figura 2.14, expõe-se as recomendações do *draft* AISC (2015), denominado aqui de Procedimento 3.

As variáveis dos fluxogramas apresentados nas Figuras 2.12 a 2.14 estão devidamente definidas na Lista de Símbolos.

Ambas especificações que tratam com o método do comprimento de flambagem equivalente, Figuras 2.13 e 2.14, apresentam as seguintes condições para sua aplicação, segundo a ABNT NBR 8800:2008 e o *draft* AISC (2015):

- i. A cantoneira seja carregada nas extremidades através da mesma aba;
- ii. A cantoneira seja conectada por solda ou por no mínimo dois parafusos na direção da solicitação;
- iii. Por fim, que a cantoneira não seja solicitada por ações transversais intermediárias.

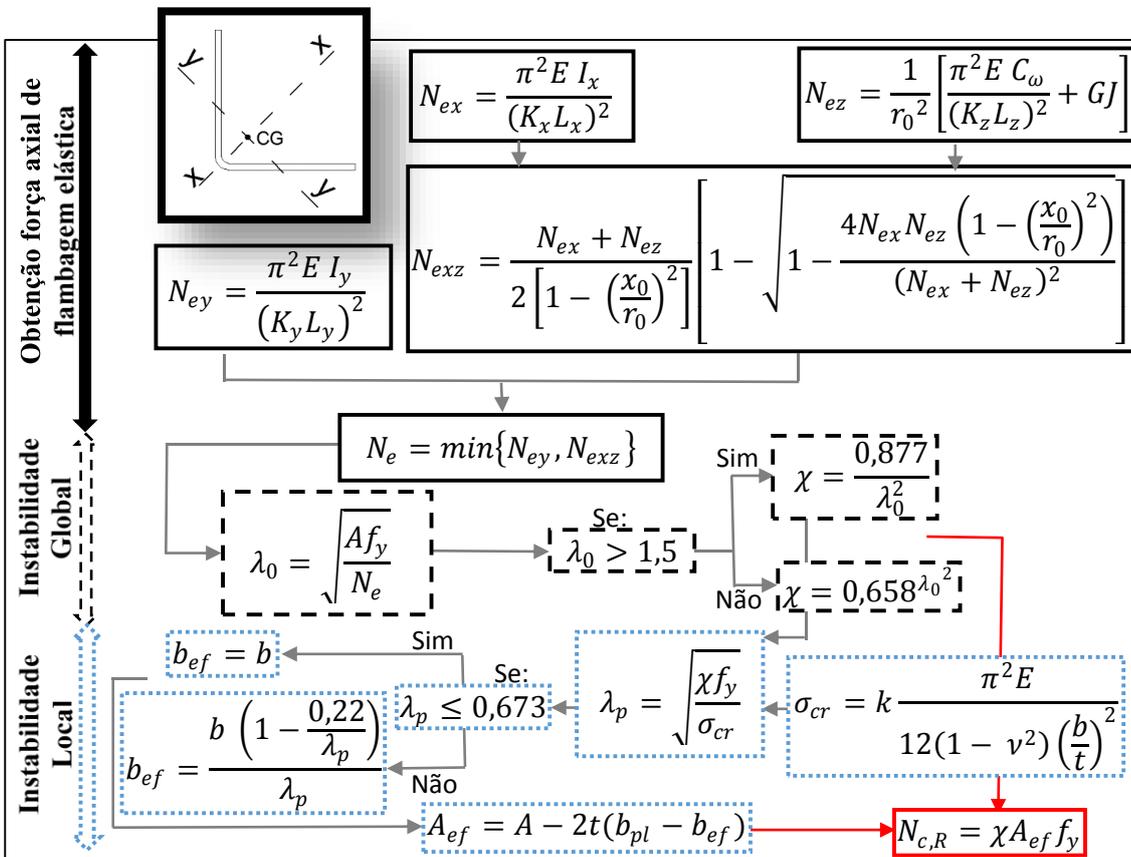


Figura 2.12 - Rotina de cálculo do Procedimento 1.

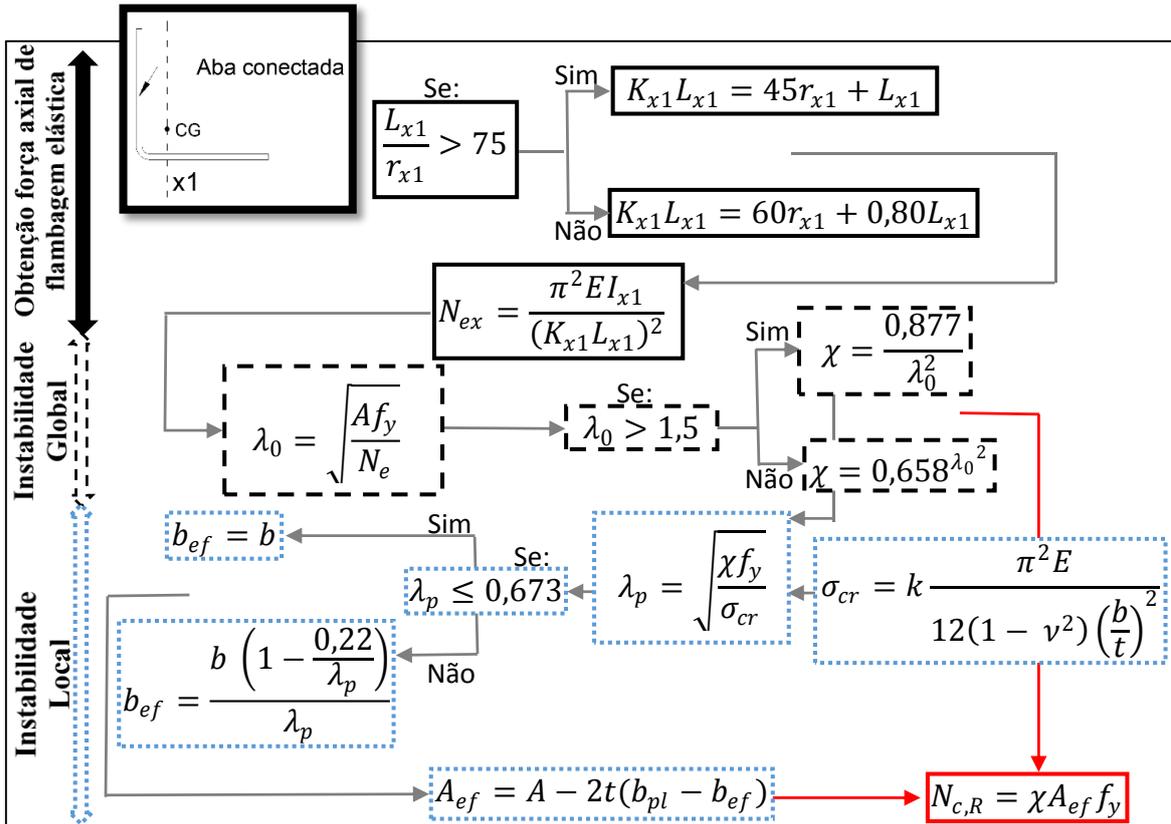


Figura 2.13 – Rotina de cálculo do Procedimento 2.

As expressões apresentadas para o comprimento de flambagem equivalente ($K_{x1}L_{x1}$) nos fluxogramas das Figuras 2.13 e 2.14, referem-se ao caso de cantoneiras de abas iguais que são diagonais ou montantes de treliças espaciais com as barras adjacentes conectadas do mesmo lado das chapas de nó ou das cordas.

Para cantoneiras de abas iguais que são barras individuais ou diagonais ou montantes de treliças planas com barras adjacentes conectadas do mesmo lado das chapas de nó ou das cordas, aplica-se as Equações 2.17e 2.18.

$$\frac{L_{x1}}{r_{x1}} > 80 \Rightarrow K_{x1}L_{x1} = 32r_{x1} + 1,25L_{x1} \quad (2.17)$$

$$0 \leq \frac{L_{x1}}{r_{x1}} \leq 80 \Rightarrow K_{x1}L_{x1} = 72r_{x1} + 0,75L_{x1} \quad (2.18)$$

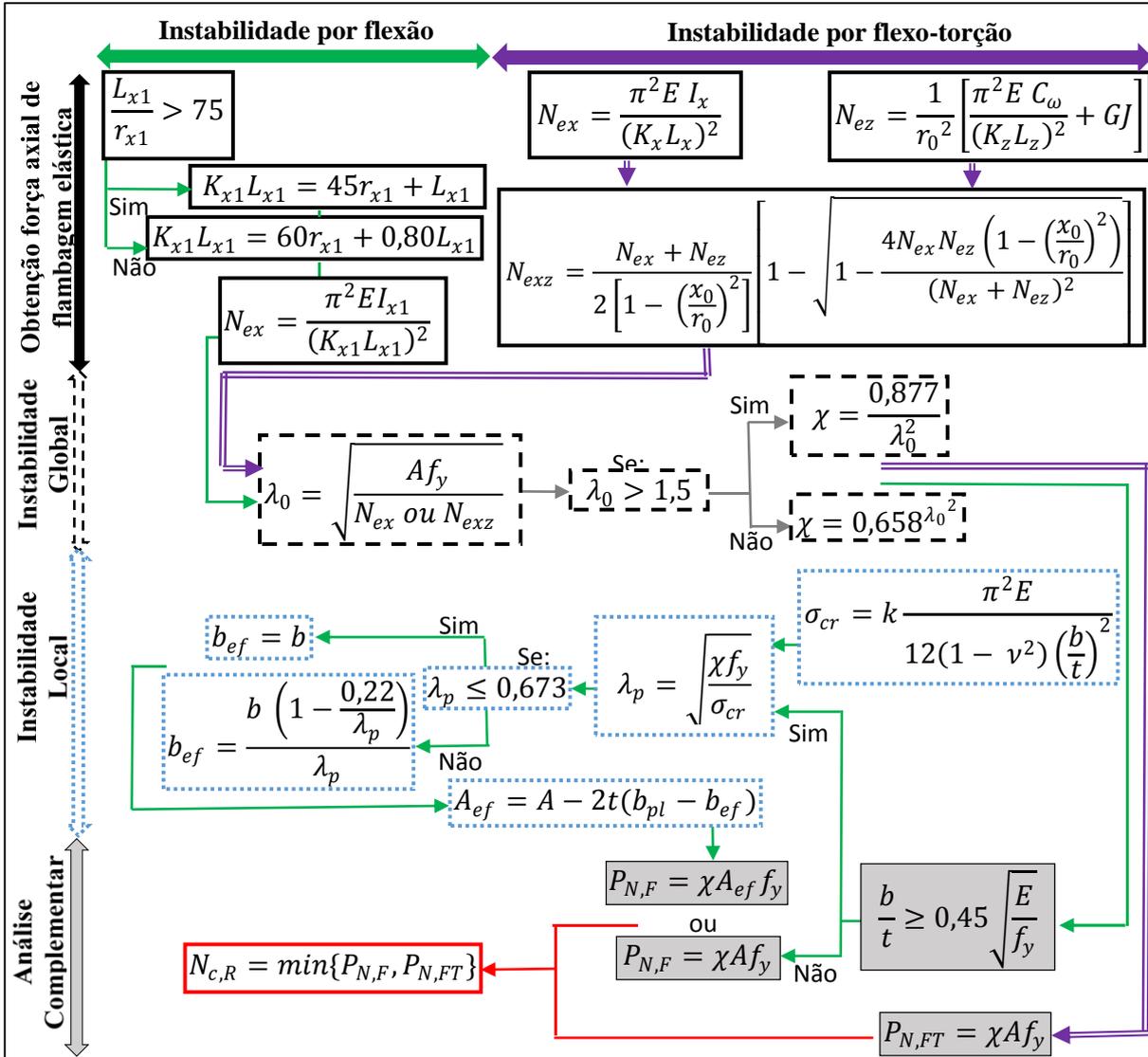


Figura 2.14 - Rotina de cálculo do Procedimento 3.

Além disso, vale ressaltar que segundo as recomendações do *draft* AISC (2015), Figura 2.14, a análise da instabilidade por flexo-torção pode ser desconsiderada caso a razão b/t seja

menor ou igual a $0,71 \sqrt{\frac{E}{f_y}}$.

Segundo as prescrições normativas, L_{x1} das Figuras 2.13 e 2.14 corresponde ao “comprimento da cantoneira, tomado entre os pontos de trabalho situados nos eixos longitudinais das cordas da treliça” (ABNT NBR 14762: 2010).

2.5 TRABALHOS EXPERIMENTAIS REALIZADOS NA EESC-USP

Uma série de ensaios com cantoneiras formadas a frio submetidas à compressão e conectadas pela aba via ligação parafusada composta por dois parafusos foram realizados na Escola de Engenharia de São Carlos (EESC-USP): Maia (2008), Mesacasa Jr., Beck e Malite (2013), Branquinho (2014) e Silva (2015), cujos resultados encontram-se listados na Tabela 2.1.

Esta série de ensaios pode ser subdividida em dois grupos: (i) o das cantoneiras ditas engastadas: trata-se dos ensaios em que a vinculação restringe translações e rotações da barra em quaisquer direções e (ii) o das livres: trata-se dos ensaios em que a ligação permite o giro da barra em torno da aba conectada.

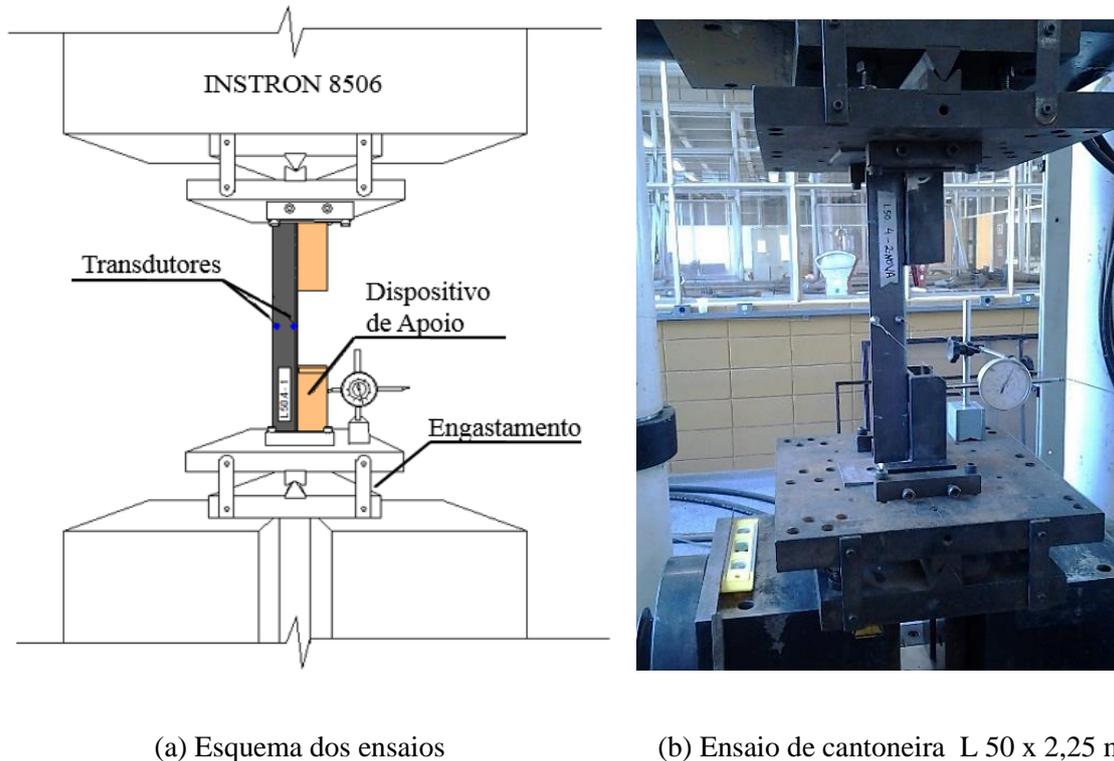
Tabela 2.1 - Dados e resultados experimentais dos corpos de prova.

Ensaio	Seção transversal (mm)	f_y (MPa)	Corpo de Prova	L (mm)	L_r (mm)	L_r/r_2	Modo de instabilidade	N_{exp} (kN)
Maia (2008)	L 60 x 2,25 Engastadas	357,0	IV.1	1090	970	82,20	FT	38,00
			IV.2	1450	1330	112,71	FT	29,0
Mesacasa Jr., Beck e Malite	L 60 x 2,00 Engastadas	350,8	1	520	400	43,50	L/T	25,30
			2	720	600	60,30	L/T	24,00
			3	1020	900	85,40	F/T	27,40
			4	1320	1200	110,50	F/T	23,40
			5	1920	1800	160,80	F/T	16,70
Branquinho (2014)	L 50 x 2,25 Engastadas	329,10	L50.4-1	400	270	27,51	FT+L (L)	34,03
			L50.4-2	400	269	27,43	FT+L (L)	35,02
			L50.6-1	600	470	48,00	FT+L (L)	35,10
			L50.6-2	600	470	47,95	FT+L (L)	31,51
			L50.8-1	800	671	68,50	FT	35,48
			L50.8-2	800	669	68,29	FT+L (L)	32,35
			L50.10-1	1000	869	88,72	FT	32,43
			L50.10-2	1000	870	88,79	FT	31,51
			L50.15-1	1500	1371	139,93	FT (F)	23,88
			L50.15-2	1500	1371	139,86	FT (F)	23,58
			L50.20-1	2000	1872	191,00	F	20,07
			L50.20-2	2000	1870	190,84	F	20,37

Branquinho (2014)	L 70 x 2,25 Engastadas	335,90	L70.5-1	500	367	26,40	FT+L	35,41
			L70.5-2	500	367	26,43	FT+L (L)	38,92
			L70.7-1	700	566	40,72	FT+L (L)	34,49
			L70.10-1	1000	864	62,17	FT+L (L)	36,17
			L70.12-1	1200	1067	76,79	FT	35,41
			L70.18-1	1800	1671	120,22	FT+F (F)	29,38
			L70.18-2	1800	1668	120,01	FT+F (F)	31,51
			L70.25-1	2500	2367	170,31	F	22,82
			L70.25-2	2500	2367	170,53	F	22,66
Silva (2015)	L 50 x 2,25 Livres	329,10	L50.4-1L	390	270	27,51	FT+L (L)	36,18
			L50.4-2L	390	270	27,50	FT+L (L)	34,50
			L50.6-1L	590	469	47,87	FT+L (L)	31,22
			L50.6-2L	590	470	47,93	FT+L (L)	36,94
			L50.8-1L	790	669	68,31	FT+L (L)	28,16
			L50.8-2L	791	670	68,39	FT+L (L)	35,72
			L50.10-1L	990	870	88,77	FT	28,13
			L50.10-2L	990	870	88,82	FT	26,71
			L50.15-1L	1490	1370	139,83	FT+F (F)	16,71
			L50.15-2L	1490	1370	139,76	FT+F (F)	13,05
			L50.20-1L	1990	1870	190,80	F	7,79
			L50.20-2L	1991	1871	190,92	F	9,93

Nota: L: modo local; FT: modo de flexo-torção; F: modo de flexão; (L), (F): predominância do modo local e flexão, respectivamente. L_r: comprimento entre os centros das ligações.

A Figura 2.15 ilustra o esquema dos ensaios realizados. Todos ocorreram no Laboratório de Estruturas da EESC-USP, em máquina servo-controlada, INSTRON 8506, com controle de deslocamento do pistão do atuador. Na Figura 2.15a é possível observar as chapas, indicadas por “engastamento,” que foram as responsáveis por ora impedir ora liberar a rotação em torno da aba conectada.



(a) Esquema dos ensaios

(b) Ensaio de cantoneira L 50 x 2,25 mm

Figura 2.15 - Esquema dos ensaios realizados no Laboratório de Estruturas da EESC-USP. Fonte: Branquinho (2014).

A compilação destes dados foi realizada visando não só a validação do modelo numérico (ANSYS) realizada na Seção 3 como também a análise da formulação a ser proposta no presente trabalho, Seções 4 e 5.

2.6 CONCLUSÕES

Primeiramente, acerca da identificação dos modos de instabilidade para as cantoneiras sob compressão centrada, Dinis, Camotim e Silvestre (2010) apresentam um trabalho consistente baseado na GBT defendendo que o que realmente ocorre nas cantoneiras sob compressão centrada é um modo de flexo-torção, questionando as constatações de Rasmussem (2003, 2005, 2006) e Timoshenko e Gere (1961). Entretanto, isto não elimina a possibilidade de que haja sim fenômenos de instabilidade local nas cantoneiras. Todavia, estes devem ser

denominados de instabilidade local, segundo os autores, quando se assemelharem a modos de deformação associados a flexões transversais (modo 5 ou superior mostrados na Figura 2.3).

No caso das cantoneiras conectadas pela aba, quanto às simplificações teóricas, Liu e Hui (2010) explicitaram as diferenças da configuração deformada da barra quando a flexão se dá em torno de um ou de outro eixo principal de inércia. Desta forma, conclui-se que a simplificação de considerar o caso de compressão excêntrica provocando flexão em torno apenas do eixo de simetria é deficiente. Entretanto, percebe-se uma tendência, na literatura, em adaptar as formulações a fim de evitar a consideração da flexo-compressão no dimensionamento. A saber, a aplicação do método do comprimento de flambagem equivalente presente em diversas especificações normativas principalmente nas destinadas às torres de transmissão.

Quanto aos modos de instabilidade, apesar de Vlasov (1961) indicar que, independente da seção, poderá ocorrer o modo de flexo-torção desde que o ponto de aplicação da força não seja coincidente com o centro de torção da seção, Liu e Hui (2010) indicam que, no caso das cantoneiras sob compressão excêntrica, este está intimamente relacionado com a flexão causada em torno do eixo de simetria da cantoneira.

Observou-se ainda que os modos indicados por Elgaaly, Dagher e Davis (1991) são muito semelhantes aos constatados por Maia (2008), Branquinho (2014) e Silva (2015) para cantoneiras formadas a frio e conectadas pela aba, com ressalvas quanto à faixa de esbeltez que atuam. Na Tabela 2.2, foram reunidas as classificações quanto aos modos de instabilidade dos autores comentados. Percebe-se que apenas alguns autores delimitam com precisão a transição de um modo para o outro.

Quanto às formulações atuais, diversos estudos com cantoneiras centradas propuseram formulações baseadas no MRD justificando que sua vantagem está no fato de poder se considerar modos de instabilidade de forma concomitante (SILVESTRE; DINIS; CAMOTIM, 2013). Todavia, esta justificativa ganha importância se considerada a hipótese de modos coincidentes nas cantoneiras, no caso, modos locais e de flexo-torção. Como visto, a referida hipótese pode ser abandonada ao se considerar o trabalho de Dinis, Camotim e Silvestre (2010) por meio da GBT.

Já o método do comprimento de flambagem equivalente mostrou-se promissor, como comentado por Mesacasa Jr., Beck e Malite (2013), Branquinho (2014) e Silva (2015), ao se

adequar a faixa de esbeltez referente ao modo de flexo-torção em detrimento da atual norma brasileira de perfis formados a frio que não se adequa satisfatoriamente a estas cantoneiras.

Dentre as opções da aplicação deste procedimento, a opção mostrada na Figura 2.13 é mais adequada frente a do *draft* AISC (2015), Figura 2.14, visto que esta última ainda está atrelada à discussão de modos coincidentes defendida por Rasmussen (2003, 2005, 2006).

Na Tabela 2.3 é apresentado um resumo dos trabalhos com cantoneiras sob compressão excêntrica, em ordem cronológica.

Tabela 2.2 – Diferentes nomenclaturas empregadas na literatura para os modos de instabilidade.

	Trabalho	Modo de instabilidade					
Centrada	Maia (2008)	Coincidente local-chapa/global de flexo-torção			Global de flexão em torno do eixo de menor inércia		
	Dinis, Camotim e Silvestre (2010) L70x70x1,2 mm	L<30 cm → Coincidente Local Torcional	30<L<80 cm → Global de torção	80<L<400 cm → Global de flexo-torção	L>400 cm → Global de flexão em torno do eixo de menor inércia		
	Shifferaw e Schafer (2014)	Modo global de flexo torção para comprimentos curtos a intermediários			Modo global de flexão em torno do eixo de menor inércia para grandes comprimentos		
Cantoneiras sob compressão excêntrica	Wakabayashi e Nonaka (1965)	Local (baixa esbeltez)			Global de flexo-torção (média esbeltez)		
	Woolcock e Kitipornchai (1986)	Modo predominante: “perpendicular ao plano da treliça”					
	Elgaaly, Dagher e Davis (1991) ⁴	Torção → LT	Local na aba conectada, coincidente com: Global de flexão em torno do eixo paralelo à aba conectada → LG	Global de flexão em torno do eixo de menor inércia → LM	Global sem local. Tipos: Flexão em torno do eixo de menor inércia → FM	Flexão em torno do eixo da aba conectada → FG	Flexo-torção: torção e flexão em torno do eixo de menor inércia → FT
	Popovic, Hancock e Rasmussem (2001)	Local	Global de flexo-torção			Global de flexão em torno do eixo de menor inércia	
	Mesacasa Jr., Beck e Malite (2013)	$\lambda < 80$ → L/T (Local da aba conectada juntamente com global de torção)			$\lambda > 80$ → F/T (Coincidente de global de flexão em torno do eixo paralelo à aba conectada com pequenos deslocamentos de torção)		
	Branquinho (2014)	FT+L (L)	FT+L	FT	FT+F (F)	F	
	Silva (2015)	FT+L (L)	FT	FT+F (F)	F		

L ou λ

⁴ Os modos destes autores não estão necessariamente em ordem crescente quanto ao comprimento ou esbeltez da barra.

Tabela 2.3 – Trabalhos com cantoneiras sob compressão excêntrica.

Trabalho	Seção estudada	Tipo	b/t	Estudo
Wakabayashi e Nonaka (1965)	L 90 x 7,0 mm	Laminada	12,86	Experimental
Madugula e Ray (1984)	L 65 x 50 x 4,0 mm e L 55 x 4,0 mm.	Formada a frio	13,75	Experimental
Woolcock e Kitipornchai (1986)	L 102 x 6,5 mm e L 76 x 6,5 mm	Laminada	15,69 11,69	Numérico
Elgaaly, Dagher e Davis (1991)	L 44,5 x 3,2 mm, L 44,5 x 4,6 mm, L 51 x 3,2 mm, L 51 x 4,6 mm, L 63,5 x 4,6 mm.	Laminada	13,89 9,66 15,94 11,09 13,80	Experimental
Bathon, Mueller III e Kempner Jr. (1993)	L 44 x 3,0 mm, L 51 x 3,0 mm, L 63 x 5,0 mm, L 76 x 6,0 mm, L 89 x 6,0 mm, L 102 x 6,0 mm, L 127 x 8,0 mm, L 127 x 10,0 mm, L 152 x 10,0 mm.	Laminada	14,67 17,00 12,60 12,67 14,83 17,00 15,88 12,70 15,20	Experimental
Popovic, Hancock e Rasmussen (2001)	L 50 x 2,5 mm.	Formada a frio	20,00	Experimental
Maia (2008)	L 60 x 2,25 mm	Formada a frio	26,67	Experimental e numérico
Maia e Malite (2009)	L 60 x 2,25 mm	Formada a frio	25,21	Experimental e numérico
Liu e Hui (2010)	L 51 x 3,2 mm, L 51 x 4,9 mm, L 51 x 6,4 mm, L 51 x 7,9 mm, L 51 x 9,5 mm	Geral	15,94 10,47 8,00 6,46; 5,37	Numérico
Mesacasa Jr., Beck e Malite (2013)	L 60 x 2,00 mm	Formada a frio	30,00	Experimental e numérico
Branquinho (2014)	L 50 x 2,25 mm e L 70 x 2,25 mm.	Formada a frio	22,22 31,11	Experimental
Silva (2015)	L 50 x 2,25 mm.	Formada a frio	22,22	Experimental

3 ANÁLISE NUMÉRICA

O comportamento das cantoneiras formadas a frio e conectadas pela aba são avaliadas neste trabalho por meio do *software* ANSYS Workbench (versão 15), isto é, por meio do Método dos Elementos Finitos (MEF). Todavia, mesmo lançando mão de recursos computacionais, a representação do sistema estudado trata-se de uma aproximação. Aproximação esta que advém de imprecisões intrínsecas ao modelo.

De maneira geral, são várias as fontes de erros em modelos numéricos. Uma delas está relacionada à fidelidade do modelo matemático frente ao modelo real. Neste tipo de incerteza, encontram-se as inconsistências e/ou hipóteses incorretas em relação a condições de contorno, carregamento e propriedades do material, por exemplo. Outro tipo de fonte de erro advém dos erros de aproximação inerentes aos métodos numéricos, como por exemplo, o erro atribuído à discretização do domínio de estudo, isto é, da malha de elementos finitos.

A fim de minimizar os erros, algumas medidas foram tomadas tais como permanecer na linha de estudos já existente acerca das cantoneiras formadas a frio e conectadas pela aba. Maia (2008), Maia e Malite (2009) e Mesacasa Jr., Beck e Malite (2013) avaliaram o comportamento destas cantoneiras juntamente com seus dispositivos de apoio por meio do MEF (ANSYS). Dentre eles, Maia (2008) foi um dos pesquisadores que também estudou o caso utilizando um modelo mais simples composto apenas pela cantoneira.

No presente trabalho, primeiramente, fez-se um estudo da cantoneira conectada pela aba utilizando um modelo simplificado análogo ao de Maia (2008) em que foram realizadas análises prévias acerca da sensibilidade dos resultados de força última quanto às imperfeições geométricas iniciais. Posteriormente, foi desenvolvido um modelo mais complexo levando em conta os dispositivos de apoio, assim como a interação entre eles com a cantoneira de forma a

se aproximar do modelo experimental. Os modelos foram validados com os dados experimentais da literatura, permitindo, assim, aplicar o modelo escolhido para barras que ainda não foram estudadas experimentalmente.

O presente capítulo está organizado da seguinte forma:

- i. Uma apresentação das não linearidades envolvidas no problema e como foram consideradas (Seção 3.1);
- ii. Um estudo inicial envolvendo um modelo composto apenas pela cantoneira (Seção 3.2);
- iii. Um estudo com modelos mais robustos que levam em conta a cantoneira, seus dispositivos de apoio como também a interação entre estes componentes (Seção 3.3).
- iv. Por fim, definido o modelo a ser adotado no presente trabalho, foi definida a abrangência do estudo paramétrico desenvolvido (Seção 3.4).

3.1 O PROBLEMA NÃO LINEAR

O problema matemático a ser resolvido pelo MEF trata-se de um problema não linear composto por não linearidades física e geométrica.

A não linearidade física permite que se modele a resposta do problema para níveis de tensão além do regime elástico-linear. No caso, níveis de tensão correspondentes à plastificação do aço. Para tal, foram utilizados dados experimentais de diagramas tensão *vs* deformação presentes na literatura.

O segundo tipo de não linearidade é a geométrica, havendo a necessidade de se formular a condição de equilíbrio considerando a configuração deformada da estrutura devido às variações de geometria que ocorre na estrutura em sua situação deformada comparada a

original. Segundo Reis e Camotim (2000), a análise não linear geométrica é imprescindível em análises de estabilidade, problemas estes que são governados por grandes deslocamentos.

A resolução do problema não linear foi feita por meio de uma resolução iterativa chamada estratégia de Newton-Rapson Full. Esta estratégia baseia-se na ideia de que o chamado Resíduo (R) seja uma função contínua nas vizinhanças da solução. A hipótese adotada é que, se na iteração k a solução tenha sido alcançada, o valor do Resíduo deve ser teoricamente nulo. Dado o problema não linear (Equação 3.1), o Resíduo é definido como mostra a Equação 3.2:

$$\mathbf{K}(U)U = F \quad (3.1)$$

$$R = \mathbf{K}(U)\delta U - F \quad (3.2)$$

Nas Equações 3.1 e 3.2, $\mathbf{K}(U)$ trata-se da matriz de rigidez secante do problema, U é o vetor de deslocamentos exato (solução do problema), F é o vetor de forças nodais, R é o vetor Resíduo e δU trata-se da diferença entre $U^k - U^{k-1}$, isto é, entre o valor do vetor de deslocamentos da iteração atual (k) e da anterior ($k - 1$), que é calculada pela Equação 3.3:

$$\mathbf{K}_T \delta U = -R \quad (3.3)$$

Na Equação 3.3, \mathbf{K}_T trata-se da matriz de rigidez tangente. A Equação 3.3 é a igualdade responsável por gerar, a cada iteração, o vetor de incremento de deslocamentos (δU).

O método de Newton-Rapson exige o cálculo da matriz de rigidez tangente a cada iteração, o que gera um custo computacional maior que outros procedimentos iterativos visto que \mathbf{K}_T nada mais é do que o gradiente do Resíduo (∇R). Entretanto, mostra-se mais eficiente na medida em que requer um menor número de iterações para a convergência.

Assim, a não linearidade física é considerada na matriz de rigidez secante do problema na medida em que fica dependente dos deslocamentos, enquanto que a não linearidade geométrica é considerada por meio da atualização constante da descrição do equilíbrio.

Além de iterativa, a resolução do problema (Equação 3.1) foi feita também de forma incremental, configurando-se, portanto, em um procedimento incremental-iterativo. O carregamento foi aplicado em passos de deslocamento a fim de ser fiel à prática experimental (MAIA, 2008, MESACASA JR.; BECK; MALITE, 2013, BRANQUINHO, 2014, SILVA, 2015). Por fim, este processo incremental-iterativo exige a determinação de uma tolerância, isto é, de um critério de convergência. Neste trabalho, utilizou-se, assim como feito por Maia (2008), o critério de convergência em termos de deslocamentos adotando uma tolerância de 0,1%.

3.2 MODELO SIMPLIFICADO: APENAS A CANTONEIRA

Neste trabalho, iniciou-se as análises numéricas por meio de um modelo simplificado, análogo ao realizado por Maia (2008), por meio do ANSYS. A análise aqui apresentada avaliou apenas cantoneiras de seção L 50 x 2,25 mm engastadas, portanto referentes ao trabalho de Branquinho (2014). A vinculação adotada foi restringir os deslocamentos em X, Y e Z em todo perímetro dos furos e aplicar o carregamento por meio do perímetro de um par de furos. Consequentemente, a configuração das reações de apoio resultante pode ser observada na Figura 3.1 assim como o modo de deformação de flexo-torção.

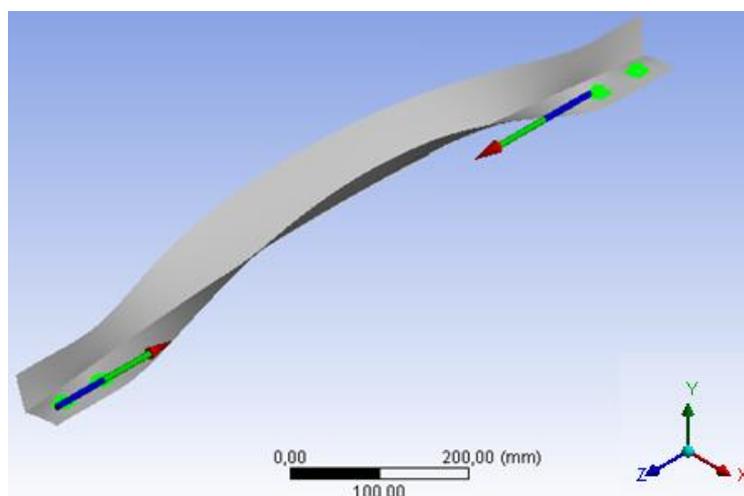


Figura 3.1 - Detalhe para as reações de apoio.

À luz de trabalhos de Maia (2008), Maia e Malite (2009) e Mesacasa Jr., Beck e Malite (2013), adotou-se o elemento de casca SHELL 181 para compor o perfil. O elemento SHELL181 (Figura 3.2) é adequado para análises não lineares de estruturas de parede fina. Trata-se de um elemento de quatro nós com seis graus de liberdade em cada nó: três translações (direções X, Y e Z) e três rotações (em torno dos eixos X, Y e Z) que também permite ser discretizado com apenas três nós (versão triangular).

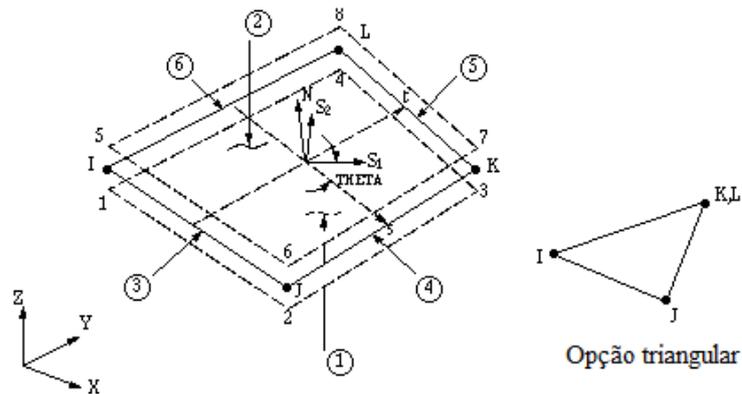


Figura 3.2 - Elemento SHELL 181. Fonte: Manual ANSYS (SAS, 2013).

Assim como feito por Silvestre, Dinis e Camotim (2013), a cantoneira foi modelada sem discretizar a região da dobra, isto é, foi modelada com canto reto (sem a curvatura). Esta simplificação, segundo os autores, implica em diferenças negligenciáveis quanto à força última das barras. Quanto à malha, optou-se por uma malha quadricular em geral e por uma malha triangular na região dos furos como mostra a Figura 3.3a. Quanto à dimensão dos elementos, utilizou-se o mesmo que Maia (2008), elementos de dimensão máxima de 10 mm. Além disso, refinou⁵-se a malha triangular no perímetro dos furos, como pode ser visto na Figura 3.3b.

⁵ Este refinamento foi aplicado apenas no modelo simplificado. No modelo composto pela cantoneira juntamente com os dispositivos de apoio (Seção 3.3) o refinamento no perímetro dos furos não foi adotado devida à compatibilidade das malhas da cantoneira com as dos dispositivos de apoio.

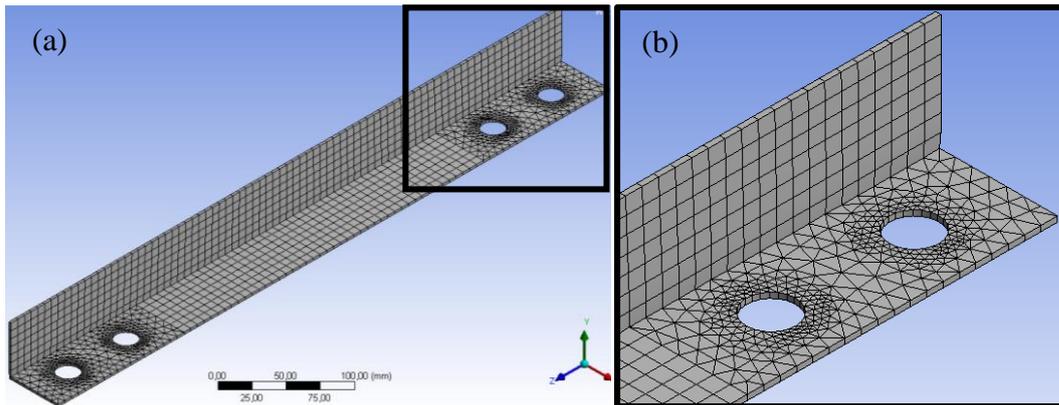


Figura 3.3– (a) Malha quadricular adotada para o modelo simplificado com as extremidades da aba conectada discretizadas em malha triangular. (b) Detalhe para o refinamento da malha triangular aplicado nos perímetros dos furos.

Quanto ao comportamento do material, Liu e Hui (2010) e Mesacasa Jr., Beck e Malite (2013) adotaram um modelo elástico-perfeitamente plástico (bilinear), enquanto Maia (2008) fez uso de dois procedimentos: (i) utilizou rotinas do ANSYS que permitem considerar pares de valores de tensão *vs* deformação (o autor utilizou dados corrigidos devido à estrição que ocorre nos corpos de prova) e (ii) utilizou um modelo aproximado trilinear, que segundo Maia (2008), fornece resultados satisfatórios quando não se dispõe de ensaios de caracterização.

No modelo simplificado aqui apresentado, adotou-se para o material a primeira opção utilizada por Maia (2008). Desta forma, levou-se em conta a plasticidade do aço, que foi descrita pelo modelo de von Mises.

A Figura 3.4 apresentada as curvas de valores convencionais (referentes a *engineering curve*) e de valores corrigidos (*true curve*) devido a estrição que ocorre nos corpos-de-prova. Os valores convencionais são os dados da curva de tensão *vs* deformação, sem considerar a estrição do corpo de prova, de Branquinho (2014) em que os valores de resistência ao escoamento (f_y) e resistência última (f_u) são de 327 MPa e 462 MPa, respectivamente. Assim como feito por Maia (2008), os valores corrigidos foram obtidos segundo as Equações 3.4 e 3.5:

$$\sigma_t = \sigma_e(1 + \varepsilon_e) \quad (3.4)$$

$$\varepsilon_t = \ln(1 + \varepsilon_e) \quad (3.5)$$

Nas Equações 3.4 e 3.5, σ_t , ε_t , σ_e e ε_e são a tensão e deformação corrigidas e a tensão e a deformação convencionais, respectivamente.

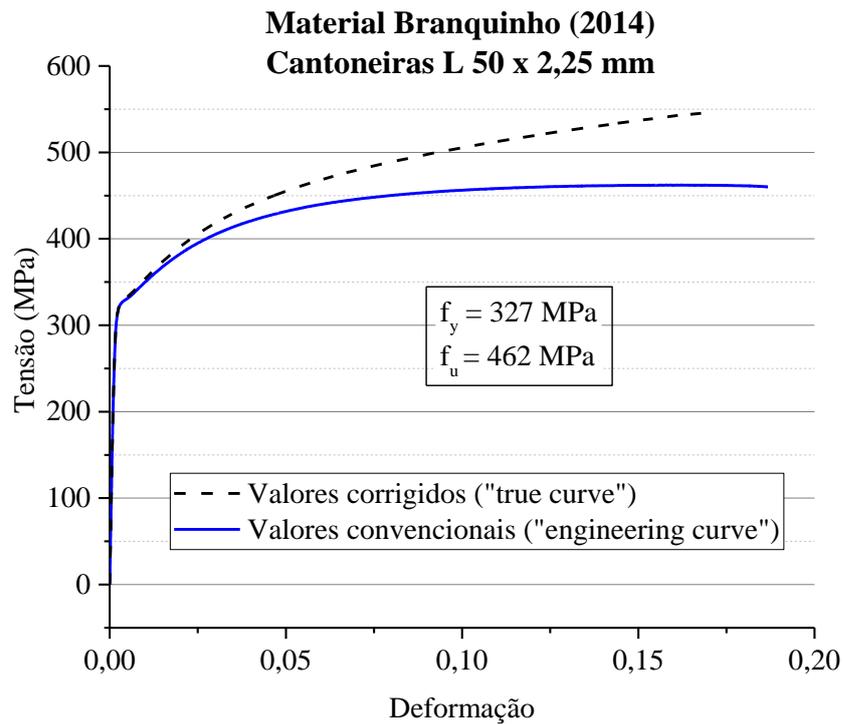


Figura 3.4 -Curvas tensão vs deformação de Branquinho (2014) com e sem a correção devida a estrição dos corpo-de-prova.

No presente trabalho, assim como observado por Maia (2008), o nível de tensões de von Mises gerado pelos modelos numéricos foi geralmente abaixo da tensão de escoamento adotada, isto é, situando-se na região do gráfico da Figura 3.4 em que as curvas de dados convencionais e corrigidos são praticamente coincidentes. Desta forma, por simplicidade, foi adotado a curva convencional para as análises numéricas.

Quanto às tensões residuais do material, estas foram negligenciadas. Segundo Schafer e Peköz (1998), em perfis formados a frio, as tensões residuais podem ser classificadas como de dois tipos: as tensões de flexão e as de membrana. A primeira trata-se de uma tensão linearmente distribuída ao longo da espessura do perfil, contendo, portanto, regiões de tração e de compressão, enquanto que a segunda trata-se de uma tensão uniformemente distribuída ao longo da espessura do perfil.

Quanto às tensões de flexão, em virtude de sua característica autoequilibrante, estas representam uma influência desprezível, segundo Schafer e Peköz (1998). Quanto às tensões de membrana, Schafer e Peköz (1998) constataram que elas ocorrem predominantemente nas regiões de dobra do perfil, mesma região onde existe um aumento na resistência ao escoamento do aço devido ao efeito do trabalho a frio. Deste modo, segundo eles, para a análise de perfis formados a frio, a melhor opção seria: (i) ou considerar ambos os efeitos: do aumento da resistência ao escoamento e da existência das tensões de membrana ou (ii) não considerar nenhum. Neste trabalho, optou-se por não considerar nenhum destes efeitos.

Quanto às imperfeições geométricas iniciais, neste trabalho, elas foram subdivididas em dois grupos: as globais e as locais, segundo as definições da GBT. Para as cantoneiras conectadas pela aba indicam-se, a princípio, as seguintes imperfeições: global de flexão, global de torção e local (Figura 3.5). A rigor, no caso das cantoneiras conectadas pela aba, o termo mais correto para a imperfeição global de torção seria imperfeição de flexo-torção, visto que o que ocorre na barra não se trata de torção pura. Entretanto, devido à predominância do efeito de torção à flexão, manteve-se a nomenclatura de imperfeição global de torção.

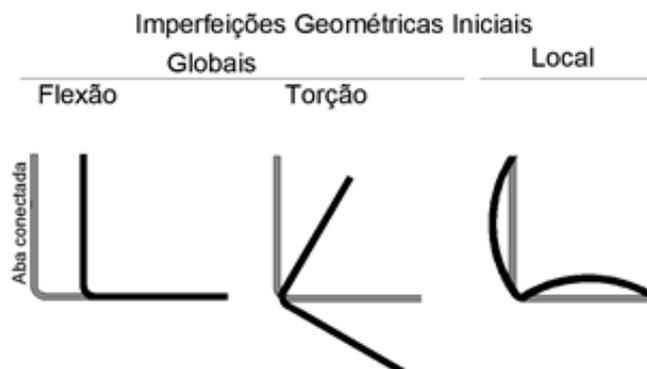


Figura 3.5 -Tipos de imperfeição geométrica inicial.

Muitos pesquisadores utilizam como imperfeições geométricas iniciais a combinação das imperfeições globais de flexão e de torção, como por exemplo Maia (2008), Maia e Malite (2009) e Mesacasa Jr. et al. (2014). A imperfeição geométrica inicial local não é comumente abordada pelos pesquisadores, mas devido à ocorrência de modos locais em cantoneiras de pequena esbeltez (L/r_2), não necessariamente o modo mostrado na Figura 3.5, trata-se de um possível modo de imperfeição a se considerar.

Como mostra a Figura 3.5, a instabilidade de flexão considerada para as cantoneiras conectadas pela aba é a paralela à aba conectada. Os modos de flexão em torno do eixo paralelo à aba conectada, assim como o de flexo-torção, são observados como modo de instabilidade nos trabalhos experimentais da literatura, justificando o uso destes modos como tipos de imperfeições geométricas iniciais.

Assim sendo, a partir dos estudos de Mesacasa Jr., Beck e Malite (2013), serão considerados dois tipos de imperfeição geométrica inicial:

- i. Uma global de flexão em torno do eixo paralelo à aba conectada. Segundo Mesacasa Jr., Beck e Malite (2013), devido à restrição promovida pelos dois parafusos em cada extremidade da barra, as imperfeições geométricas iniciais de flexão em torno do eixo paralelo à aba não conectada apresentam influência desprezível.
- ii. Uma global de torção.

Para a imperfeição de flexão, na Tabela 3.1, é possível observar alguns valores adotados na literatura.

Tabela 3.1 - Valores de imperfeição geométrica inicial de flexão adotados por alguns pesquisadores.

Trabalho	Valor de imperfeição de flexão
Maia (2008)	$L/1500$, $L/1000$ e $L/500$
Maia e Malite (2009)	$L/1500$
Liu e Hui (2010)	$L/3000$, $L/2500$, $L/2000$, $L/1500$, $L/1000$, $L/500$ e $L/250$
Mesacasa Jr., Beck e Malite (2013)	$L/1000$

Para as amplitudes da imperfeição geométrica inicial de torção (Figura 3.6), foram considerados os estudos de Schafer e Peköz (1998) como feito por Maia e Malite (2009). Trata-

se de um estudo probabilístico que considerou a máxima amplitude de imperfeição geométrica (d_2) como uma variável aleatória. Os valores estimados numericamente para a função de distribuição cumulativa obtidos por Schafer e Peköz (1998) podem ser vistos na Tabela 3.2:

Tabela 3.2 – Valores de imperfeição global de torção dados por Schafer e Peköz (1998).

P ($\Delta < d$)	d_2/t
0,25	0,64
0,50	0,94
0,75	1,55
0,95	3,44
0,99	4,47
Média	1,29
Desvio Padrão	1,07

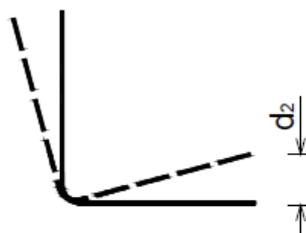


Figura 3.6 – Imperfeição global de torção.
Fonte: Maia e Malite (2009).

O termo $P(\Delta < d)$ mostrado na Tabela 3.2 representa a probabilidade de que as imperfeições medidas experimentalmente sejam inferiores a um certo valor determinístico considerado. Por exemplo, Mesacasa Jr., Beck e Malite (2013) adotaram esta probabilidade com o valor de 75%, isto é, tomaram para a imperfeição de torção uma amplitude de 1,55 t.

A rigor, Schafer e Peköz (1998) desenvolveram um estudo probabilístico com imperfeições geométricas iniciais denominadas por eles como locais. Todavia, a imperfeição observada na Figura 3.6 (d_2) foi utilizada no presente trabalho, assim como feito por Maia (2008), como imperfeição geométrica inicial de torção.

Definidas as condições de contorno, de malha, material e imperfeições geométricas iniciais, a seguir são apresentados os resultados do modelo simplificado.

3.2.1 Resultados do modelo simplificado

A análise realizada com o modelo simplificado envolveu simulações cujas características foram: a não linearidade geométrica, a não linearidade física e a consideração de imperfeições geométricas iniciais.

Quanto às imperfeições geométricas iniciais, levá-las em conta equivale a considerar uma configuração deformada da barra. Esta deformação prévia é oriunda de dois processos: um para inserir a imperfeição global de flexão e um para inserir a imperfeição global de torção. Para a consideração das imperfeições geométricas iniciais, Chodraui (2006) e Maia (2008) indicam a importação da configuração deformada da barra oriunda de uma análise de estabilidade elástica. No caso, isto pode ser aplicado para a imperfeição de flexo-torção. Todavia, a configuração de instabilidade global de flexão em torno do eixo paralelo à aba conectada não é facilmente obtida a partir de uma análise de estabilidade elástica. Neste caso, aplica-se um procedimento alternativo visando gerar a configuração deformada. Desta forma, as imperfeições geométricas iniciais foram inseridas da seguinte forma:

1. Para a imperfeição global de torção, fez-se uma análise linear de flambagem, que resultou em modos de flexo-torção, sendo o primeiro modo, geralmente, o crítico como mostra a Figura 3.7a.
2. Para a imperfeição de flexão em torno do eixo paralelo à aba conectada, fez-se uma análise linear em que foi aplicado um deslocamento unitário na dobra do perfil com a direção perpendicular à aba conectada à meia altura da barra, gerando uma deformada como a da Figura 3.7b.

Em ambas as análises prévias, os deslocamentos máximos obtidos foram iguais a 1 mm (Figuras 3.7a e 3.7b).

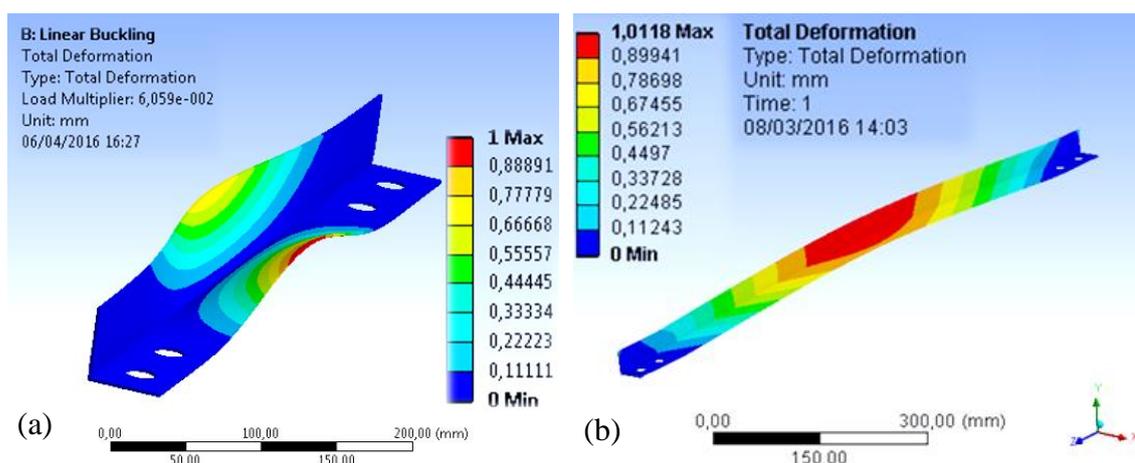


Figura 3.7 - Configuração deformada devido: (a) à imperfeição global de torção e a (b) à imperfeição global de flexão.

Desta forma, importam-se ambas as geometrias deformadas e estas são multiplicadas pelos valores de interesse e por fim, são somadas de forma ponderada. Assim, a amplitude total aplicada, de cada imperfeição, é o produto da amplitude adotada e a ponderação escolhida para a dada imperfeição.

Primeiramente, foram avaliadas duas combinações de imperfeições de flexão e torção (F,T): (i) a indicada por Mesacasa Jr., Beck e Malite (2013), a combinação (F,T) = (0,1) e (ii) analogamente, a combinação complementar, (1,0). Isto é, considerando ora apenas as imperfeições geométricas globais de torção ora as globais de flexão. Quanto às amplitudes das imperfeições geométricas iniciais, adotou-se:

- i. Para as de torção, as razões d/t iguais a 1,55, em conformidade com Mesacasa Jr., Beck e Malite (2013), como também 0,1; 0,64; 4,47 e 10.
- ii. Para as de flexão, os valores: $L/2500$, $L/1500$, $L/1000$, $L/500$ e $L/250$.

Nas Figuras 3.8 e 3.9, é possível observar os resultados das duas combinações frente aos resultados experimentais de Branquinho (2014). O Apêndice A traz os resultados de força última das cantoneiras simuladas sob estas condições de imperfeição.

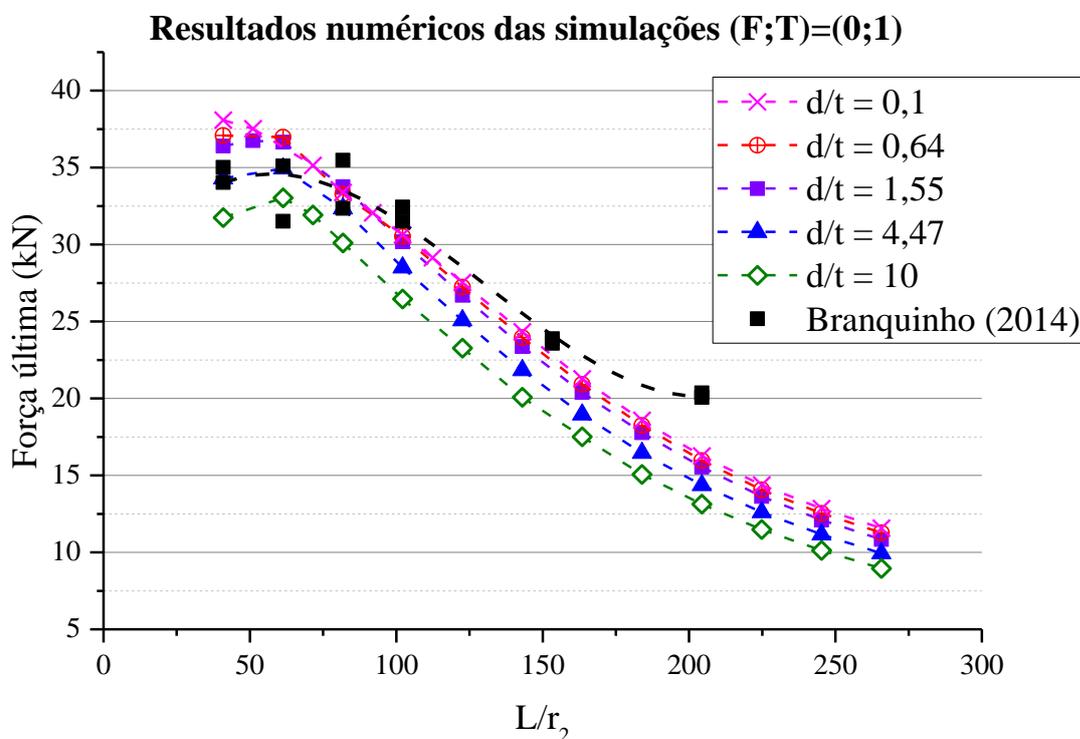


Figura 3.8 - Resultados das simulações considerando apenas as imperfeições geométricas iniciais de torção.

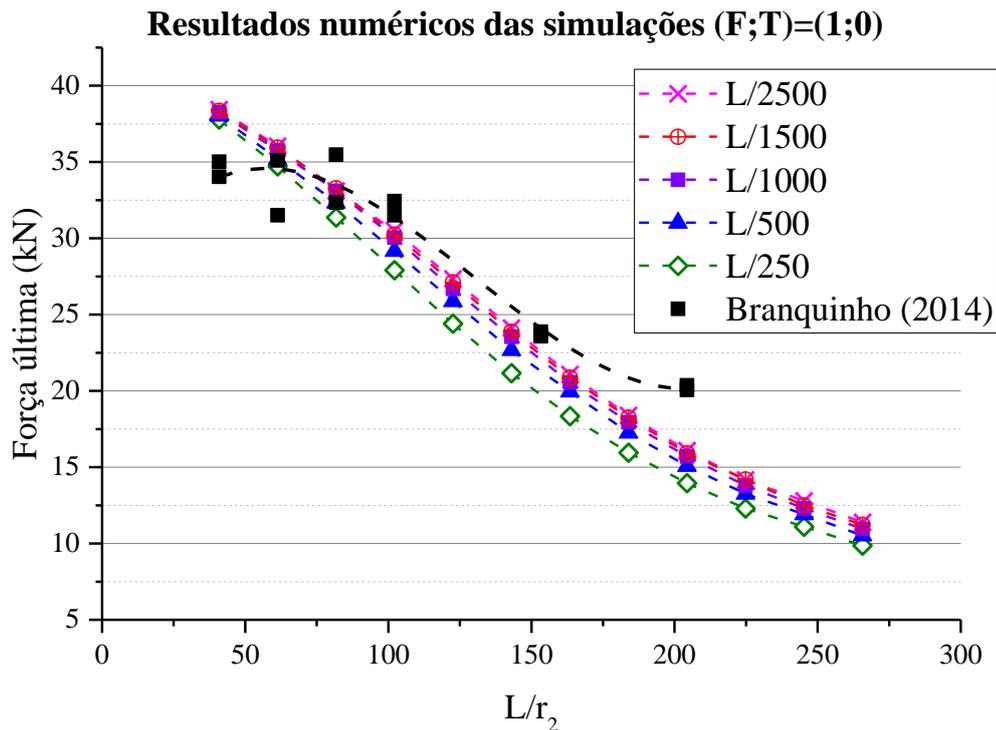


Figura 3.9 - Resultados das simulações considerando apenas as imperfeições geométricas iniciais de flexão em torno do eixo paralelo à aba conectada.

Percebe-se, nas Figuras 3.8 e 3.9, uma baixa sensibilidade das cantoneiras quanto aos resultados de força última frente às bruscas mudanças de valores de imperfeição geométrica inicial, tanto de torção quanto de flexão. Dado um aumento de 100 vezes da imperfeição geométrica de torção (de 0,1 para 10), a força última variou apenas cerca de 20%. Para a de flexão, dado um aumento de 10 vezes da imperfeição ($L/2500$ para $L/250$), a força última variou apenas 13%.

Ainda a fim de avaliar as diferenças quanto a força última e quanto aos modos de instabilidade, foram feitas três combinações mesclando as imperfeições de torção e flexão aplicadas em barras de três comprimentos, $L[\text{mm}] = \{600, 1000, 2000\}$, para a seção $L 50 \times 2,25$ mm. Estas combinações levaram em conta as amplitudes de 1,55 t e $L/1000$ para as imperfeições de torção e flexão, respectivamente. A ponderação foi feita da mesma forma que Mesacasa Jr. et al. (2014) mostrada na Figura 3.10a.

Mesacasa Jr. et al. (2014) avaliaram numericamente o efeito da amplitude das imperfeições geométricas iniciais na força última de cantoneiras de abas iguais submetidas à compressão centrada. Para tanto, avaliaram dois tipos de combinações possíveis para as

imperfeições mostrados na Figura 3.10. O primeiro trata-se de ponderar as combinações de forma que a resultante seja sempre unitária (Figura 3.10a). Neste tipo de combinação, os autores avaliaram pontos equidistantes em que o ângulo θ foi adotado como 15° . No segundo tipo, as combinações são formadas de modo que sempre uma imperfeição é ponderada com o valor 1 e a outra com um valor inferior a 1 (Figura 3.10b).

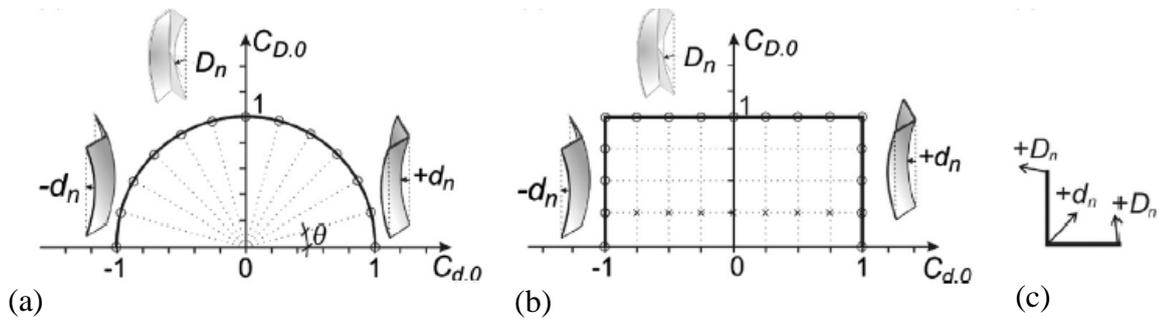


Figura 3.10 - (a) Primeiro tipo e (b) segundo tipo de combinações analisadas por Mesacasa Jr. et al. (2014). (c) Convenção utilizada pelos autores. Fonte: Mesacasa Jr. et al. (2014).

Considerando o primeiro tipo de combinações de Mesacasa Jr. et al. (2014) e os três tipos de imperfeições geométricas iniciais expostos na Figura 3.5, a gama de combinações possíveis para as cantoneiras conectadas pela aba pode ser vista na Figura 3.11a. Entretanto, tomando apenas as imperfeições globais, foram determinados três pontos de combinação, destacados na Figura 3.11b, os quais foram avaliados. As amplitudes totais podem ser vistas na Tabela 3.3.

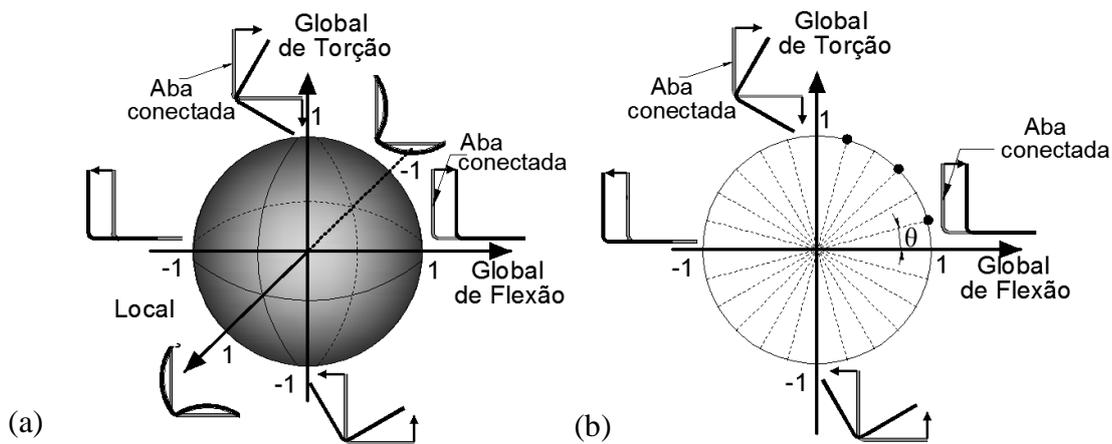


Figura 3.11 – Possíveis combinações considerando (a) as imperfeições globais de torção e flexão em torno do eixo paralelo à aba conectada com o modo local e (b) sem o modo local.

Tabela 3.3 – Amplitudes totais das imperfeições geométricas iniciais em cada combinação.

(F; T)	Imperfeição global de flexão (F)			Imperfeição global de torção (T)		
	Amplitude	Ponderação	Amplitude Total	Amplitude	Ponderação	Amplitude Total
(0,25;1)	L/1000	0,2537	L/3942	1,55 t	0,9659	1,4971 t
(1;0,25)	L/1000	0,9659	L/1035	1,55 t	0,2537	0,3932 t
(0,7;0,7)	L/1000	0,7071	L/1414	1,55 t	0,7071	1,096 t

Na Tabela 3.4 são apresentados os resultados de força última para cada tipo de combinação.

Tabela 3.4 – Resultados de força última para as combinações de imperfeição geométrica inicial.

Comprimento barra (mm)	Força última (N)		
	(F; T)=(0,25; 1)	(F; T)=(1; 0,25)	(F; T)=(0,7; 0,7)
600	36636,933	36420,592	36789,373
1000	30031,276	29929,488	29718,884
2000	15457,412	15530,482	15371,416

Apesar das pequenas variações quanto à força última constatadas na Tabela 3.4, observaram-se mudanças significativas quanto aos modos de instabilidade, como mostra a Tabela 3.5.

Tabela 3.5 - Modos de instabilidade observados para cada combinação segundo a nomenclatura de Branquinho (2014).

Comprimento barra (mm)	Modos de instabilidade segundo nomenclatura de Branquinho (2014)		
	(F; T)=(0,25; 1)	(F; T)=(1; 0,25)	(F; T)=(0,7; 0,7)
600	FT+L (à meia altura)	FT	L (à meia altura)
1000	FT	FT	FT
2000	FT	F	FT

Realmente, percebe-se, como observado por Mesacasa Jr., Beck e Malite (2013), que a imperfeição geométrica inicial de flexão torna-se determinante em barras de maior comprimento, visto que a combinação (1;0,25) foi a única, dentre as combinações avaliadas, que propiciou um modo de instabilidade de flexão em torno do eixo paralelo à aba conectada para a barra de maior comprimento. Nas demais combinações, comprova-se a dominância da imperfeição geométrica inicial de torção, como constatado por Mesacasa Jr., Beck e Malite (2013).

3.2.2 Conclusões do modelo simplificado

Das primeiras análises, levando em conta ora apenas imperfeições geométricas de torção ora de flexão, foi possível perceber a pouca sensibilidade observada nos resultados de força última frente às extensas faixas de variação das imperfeições geométricas iniciais. Esta pouca sensibilidade quanto às imperfeições ocorre, principalmente, devido à expressiva excentricidade imposta pela ligação que mostra-se dominante frente as imperfeições geométricas iniciais estudadas.

Por consequência, nas barras analisadas, mantidos os valores de imperfeições globais de torção e flexão (1,55 t e L/1000, respectivamente) e variando-se as ponderações de cada uma delas nas combinações, os valores de força última apresentaram diferenças negligenciáveis frente às mudanças observadas nos modos de instabilidade.

Quanto aos resultados de força última, mesmo os casos em que as amplitudes das imperfeições são desprezíveis (0,1 t ou L/2500 para as de torção e flexão, respectivamente) os resultados de força última mostraram-se aquém dos experimentais, principalmente para as barras de maior esbeltez (resultados numéricos cerca de 20% inferiores aos experimentais) como pode-se observar nas Figuras 3.8 e 3.9.

Nota-se, portanto, ser necessário “aumentar a rigidez” do modelo para que as forças últimas das cantoneiras simuladas sejam mais próximas das experimentais, desenvolvendo, portanto, um modelo mais complexo. No presente trabalho, optou-se por desenvolvê-lo considerando a cantoneira juntamente com seus dispositivos de apoio.

3.3 MODELO: CANTONEIRA E OS DISPOSITIVOS DE APOIO

O modelo simplificado não foi suficiente para representar satisfatoriamente o caso da cantoneira conectada pela aba. Desta forma, mostrou-se inevitável a consideração dos dispositivos de apoio utilizados nos ensaios experimentais a fim de aumentar a rigidez do sistema e promover o aumento necessário nas forças últimas.

Os resultados do modelo simplificado expõem, de forma clara, que a adoção de imperfeições geométricas iniciais a fim de obter a força resistente da barra é desnecessária visto que sua consideração propicia diferenças pouco significativas na força resistente.

Sendo assim, o modelo a ser explorado nesta seção é caracterizado por: não linearidade física e geométrica, desconsideração de imperfeições geométricas iniciais e, por fim, pela consideração dos dispositivos de apoio. As condições geométricas da cantoneira tais como a não discretização da dobra e a forma da malha se mantiveram as mesmas do modelo simplificado.

Os dispositivos de apoio utilizados nos trabalhos experimentais de Maia (2008), Mesacasa Jr., Beck e Malite (2013), Branquinho (2014) e Silva (2015) foram muito semelhantes, tais como mostrado na Figura 3.12. Estes trabalhos foram desenvolvidos no Laboratório de Estruturas da Escola de Engenharia de São Carlos (USP).

A Figura 3.12 indica também a localização dos tradutores de deslocamento utilizados no trabalho experimental de Branquinho (2014). Os resultados de tais transdutores foram imprescindíveis na escolha do modelo numérico mais adequado ao presente trabalho.

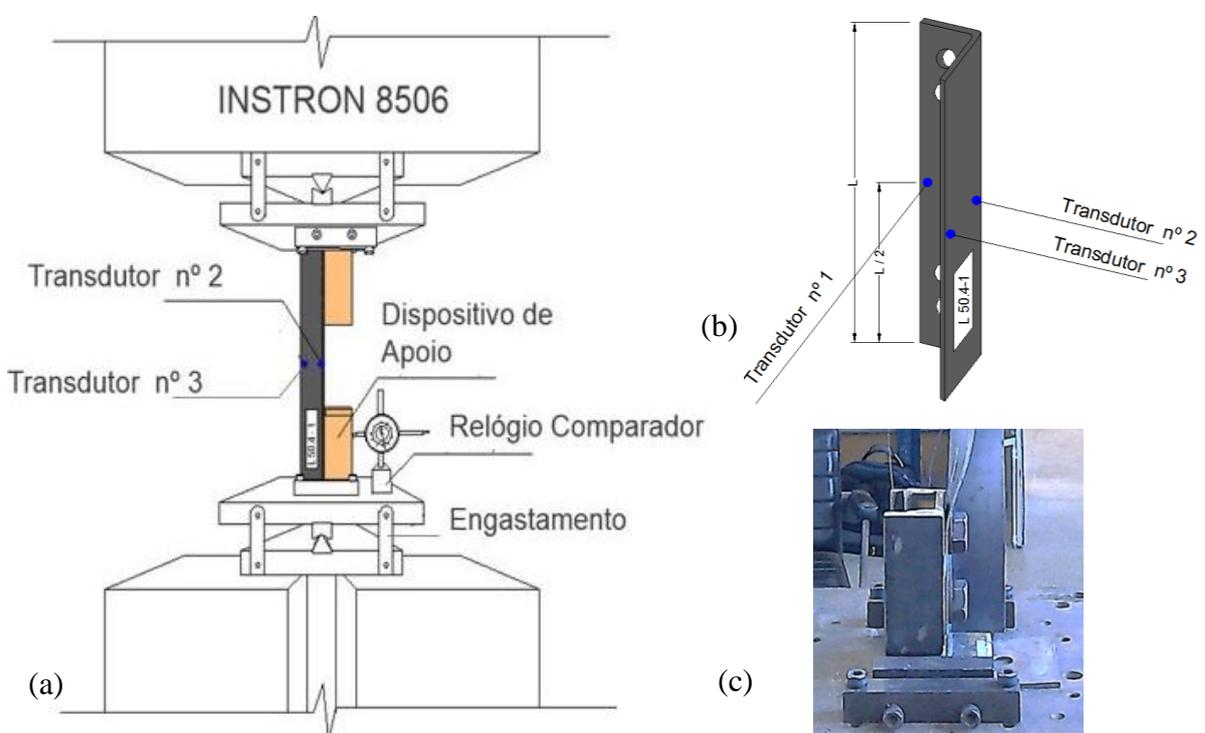


Figura 3.12 – (a) Configuração dos ensaios de Branquinho (2014). (b) Localização dos transdutores de deslocamento. (c) Detalhe para o dispositivo de apoio. Fonte: Branquinho (2014).

Maia (2008) e Mesacasa Jr., Beck e Malite (2013) foram alguns dos autores que avaliaram o comportamento da cantoneira conectada pela aba por meio de um modelo composto pelos dispositivos de apoio. Nesta disposição, quanto aos elementos, utilizaram dois tipos: um para a modelagem do perfil (SHELL181) e um elemento de sólido para a modelagem dos dispositivos de extremidade chamado SOLID45, Figura 3.13.

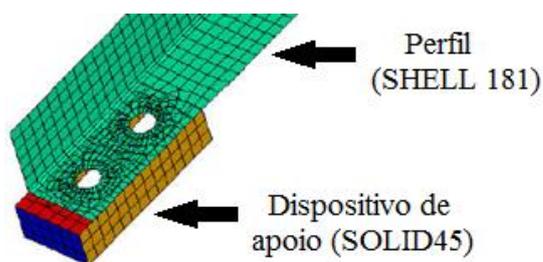


Figura 3.13 – Modelo do perfil L 60 x 2,25 mm. Fonte: Maia (2008).

Em seus trabalhos, Maia (2008) e Mesacasa Jr., Beck e Malite (2013) indicam a necessidade de criar uma interface de contato entre a aba da cantoneira e a face superior do aparelho de apoio, que segundo eles pode ser feita com o par de elementos de contato CONTA173 e TARGE170. Segundo eles, a função dos elementos de contato na simulação é: (i) evitar que haja problemas como o de interpenetração; (ii) simular a pressão de contato entre a aba da cantoneira e o aparelho de apoio, de tal forma que permitam também, a separação entre eles e, por fim, (iii) levar em conta o atrito entre estas superfícies.

Nos trabalhos de Maia (2008) e Mesacasa Jr., Beck e Malite (2013), o carregamento foi aplicado nas bases dos elementos sólidos e sua transferência para a cantoneira foi feita de forma simplificada a fim de evitar a necessidade de simular parafusos, porcas e arruelas. Maia (2008) acoplou os deslocamentos dos nós que delimitam os furos da seguinte forma: acoplou os deslocamentos das direções X e Y e, na direção axial (direção Z) realizou duas simulações a fim de considerar a área de contato do parafuso: (i) acoplando metade dos nós e (ii) acoplando apenas um quarto dos nós.

Isto posto, no presente trabalho, foram mantidas algumas considerações adotadas pelos trabalhos anteriores:

- i. Manter a ideia de um modelo o mais simples possível, isto é, sem a discretização de detalhes da ligação que não acarretariam em melhoras nos resultados e mudanças consideráveis nas análises;
- ii. Manter a análise da cantoneira com elementos de casca, no caso SHELL181, pois acarretou bons resultados nas análises de Maia (2008) e Mesacasa Jr., Beck e Malite (2013) e na análise feita com o modelo simplificado (Seção 3.2);
- iii. Manter a análise do dispositivo de apoio com elementos de sólido e a aplicação do carregamento sendo feita no dispositivo, assim como a imposição das condições de contorno características da vinculação engastada;
- iv. Manter o uso de elementos de contato a fim de garantir a não penetração entre cantoneira e dispositivo de apoio;

Sendo assim, o modelo proposto neste trabalho, composto pela cantoneira e seus dispositivos de apoio, resulta da forma como mostra a Figura 3.14. Notar que o engastamento (C) é aplicado na face inferior de um dos dispositivos de apoio e o deslocamento aplicado (A) é feito na face superior do outro dispositivo. Além disso, a não restrição ao giro na face em que se aplica o deslocamento (A) não acarreta em diferenças na resposta do modelo numérico.

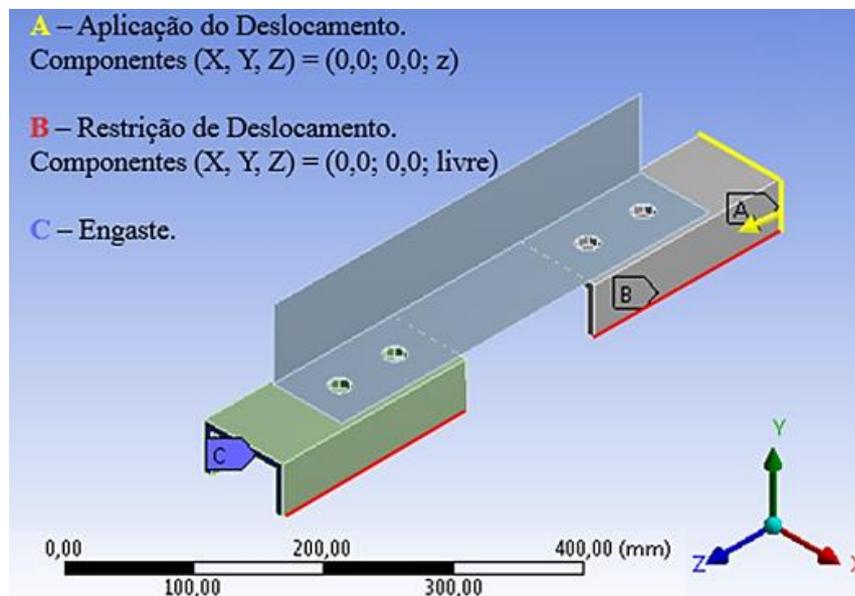


Figura 3.14 - Esquema das condições de contorno impostas.

Desta forma, a cantoneira em si não está engastada nem rotulada, trata-se de uma situação intermediária que, na prática, é função das rigidezes dos elementos que compõem a

estrutura. Além disso, nota-se que foi imposta uma condição dita B que garante o deslocamento retilíneo dos dispositivos, tal como ocorre na prática experimental.

Lembrando que a imposição dos dispositivos de apoio como engastados sugere que a barra modelada seja constituinte de uma treliça espacial. Todavia, trata-se de uma simplificação pois, a vinculação exata do dispositivo depende do tipo de estrutura espacial em que a barra está inserida.

O modelo proposto nesta seção foi avaliado em barras curtas, intermediárias e longas de três seções transversais e validado com os dados experimentais de Branquinho (2014) e Maia (2008). Na Figuras 3.15 e 3.16, são apresentadas as dimensões das barras, características geométricas das ligações e dimensões dos dispositivos de apoio que foram consideradas nos modelos numéricos. As dimensões dos dispositivos de apoio modelados foram determinadas a partir do espaçamento dos furos de Branquinho (2014) e Maia (2008) e a partir das dimensões dos dispositivos utilizados por Branquinho (2014).

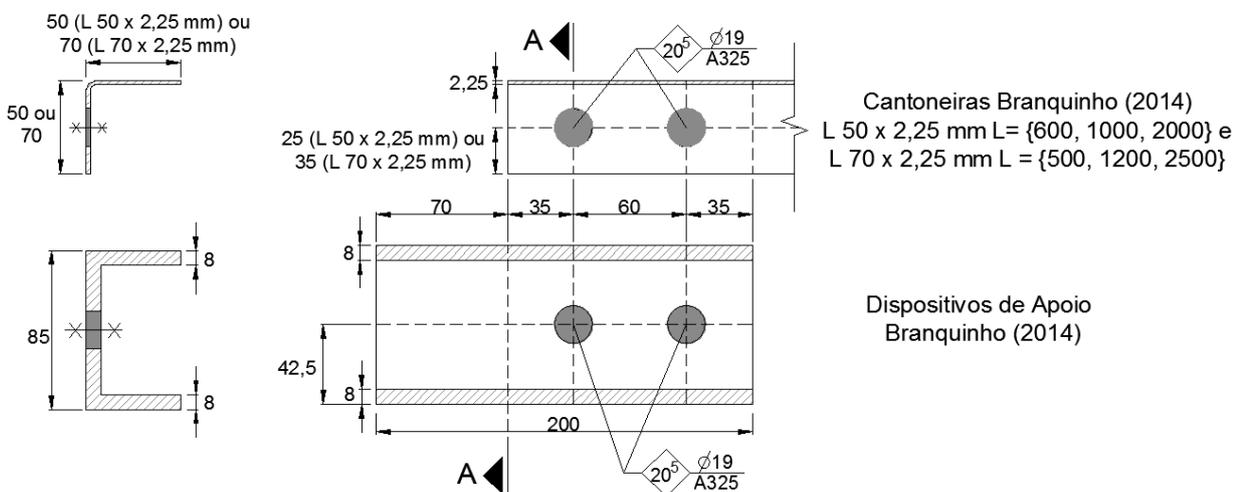


Figura 3.15 - Detalhes da cantoneira e dispositivos de apoio utilizados nos modelos das barras L 50 x 2,25 mm e L 70 x 2,25 mm. Dimensões em milímetros (sem escala).

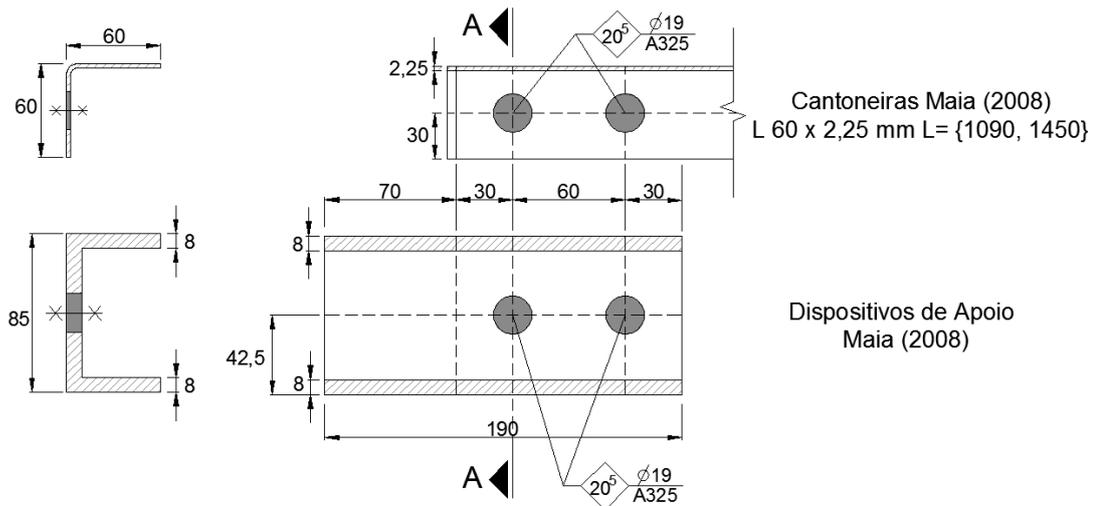


Figura 3.16 - Detalhes da cantoneira e dispositivos de apoio utilizados nos modelos das barras L 60 x 2,25 mm. Dimensões em milímetros (sem escala).

A dimensão 70 mm observada nas Figuras 3.15 e 3.16 refere-se a distância entre a face do dispositivo utilizado no aparato experimental e o centro do dispositivo da máquina INSTRON 8506, como mostra a Figura 3.17.

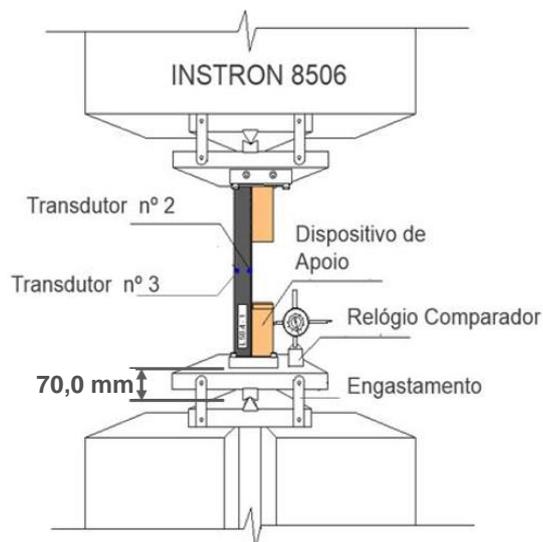


Figura 3.17 - Aparato de ensaio com indicação da dimensão 70 mm considerada nas extremidades. Adaptado de Branquinho (2014).

Apesar do cuidado em se determinar as dimensões dos dispositivos a serem modelados, o comprimento total do dispositivo mostrou não ser determinante no valor da força última.

Modelos utilizando 200 mm de comprimento total do dispositivo (dimensão observada na Figura 3.15) e modelos utilizando apenas 130 mm resultaram em forças últimas praticamente iguais. Isto se deve, principalmente, à elevada rigidez do dispositivo comparativamente à rigidez da cantoneira.

Quanto aos materiais, utilizou-se, para o dispositivo de apoio, material isotrópico elástico-linear com módulo de elasticidade igual a 200 000 MPa. Para a cantoneira, foram utilizadas as curvas de valores convencionais tensão vs deformação (*engineering curves*) dos trabalhos de Branquinho (2014) e Maia (2008) como mostra a Figura 3.18.

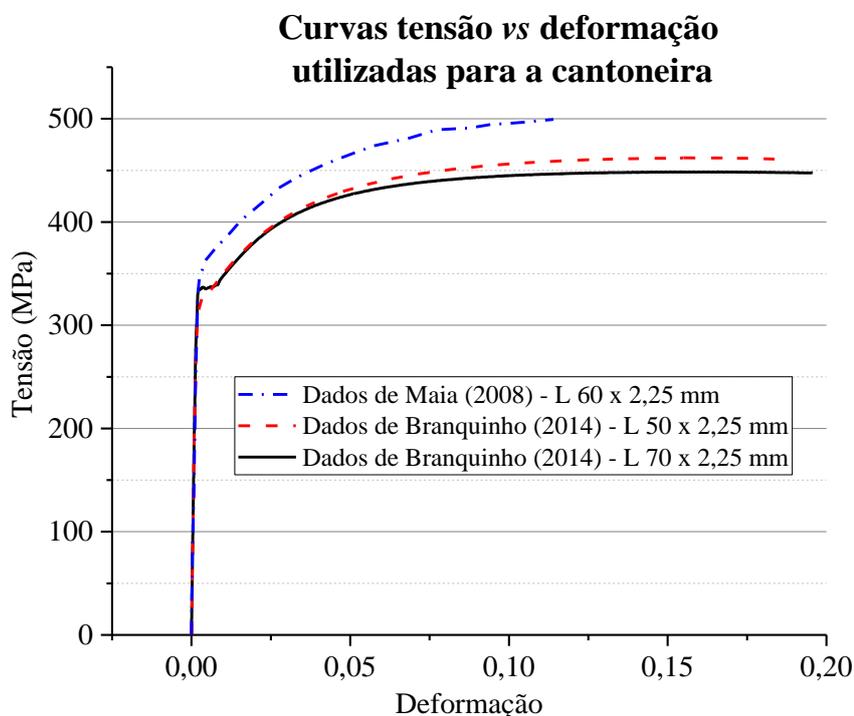


Figura 3.18 - Diagramas tensão vs deformação utilizados para a cantoneira nas simulações com o modelo composto pela cantoneira e dispositivos de apoio.

Enfim, definidas as condições de carregamento, de contorno, dimensões e materiais utilizados, faz-se necessário ainda determinar o modo de transmissão de esforços dos dispositivos para as cantoneiras visto que não é de interesse modelar a ligação parafusada com todos os componentes. Para tal, foi feito um amplo estudo com diversos meios de se propiciar esta transmissão de forma a obter a maneira mais adequada. Em todos os modelos avaliados neste estudo foram mantidas as condições indicadas nesta seção.

3.3.1 Modelos estudados

As dificuldades em se modelar detalhadamente uma ligação parafusada fundamentam-se no aumento de complexidade gerado no modelo numérico quando são inseridos seus elementos: parafusos, porcas e arruelas. Este aumento pode ser atribuído basicamente:

- i. Ao aumento de graus de liberdade no problema;
- ii. À inserção de novas áreas de contato, tais como:
 - a. Entre o fuste do parafuso e as faces internas dos furos;
 - b. Entre a cabeça do parafuso e a cantoneira;
 - c. Entre a porca e o dispositivo de apoio.
- iii. Ao aumento do custo computacional.

Sendo assim, foram estudados 9 modelos a fim de se determinar a melhor forma de representar simplificada a ligação parafusada existente entre a cantoneira e os dispositivos de apoio. Estes modelos diferem apenas no modo de transmissão dos esforços dos dispositivos de apoio para a cantoneira. Na Figura 3.19, são apresentados os modelos estudados e, a seguir, são individualmente caracterizados.

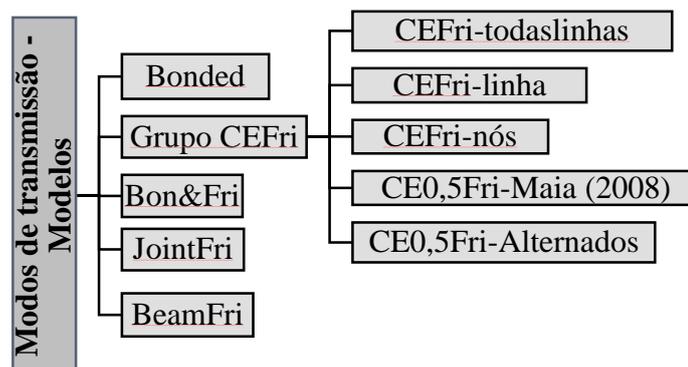


Figura 3.19 - Modelos de transmissão de esforços avaliados no projeto.

- i. Modelo **Bonded**. Neste modelo, a área de contato entre a face da cantoneira conectada e a face do dispositivo (área em destaque da Figura 3.20) foi modelada com o contato *Bonded*. Este contato se comporta como uma cola, restringindo deslocamentos, rotações e deslocamentos diferenciais.

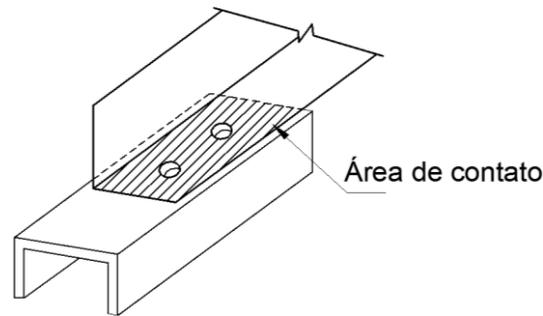


Figura 3.20 - Área de contato entre os corpos.

- ii. Modelo **CEFri-todaslinhas**. Em todos os modelos do grupo CEFri foi considerado o contato *Frictional* (**Fri**) para a área de contato mostrada na Figura 3.20. O contato *Frictional* permite que as superfícies em contato deslizem de forma controlada pelo coeficiente de atrito definido na simulação, além de admitir o descolamento das superfícies. Desta forma, em concordância com o trabalho de Maia (2008), adotou-se o coeficiente de atrito de 0,3. No caso do CEFri-todaslinhas, a transferência de esforços, do dispositivo para a cantoneira, ocorreu por meio de acoplamentos do perímetro dos furos da cantoneira e do dispositivo de apoio, no caso, com todas as linhas que delimitam a superfície interna dos furos dos dispositivos (**todaslinhas**). Acoplou-se os deslocamentos nas direções X, Y e Z por meio do recurso *Constraint Equation* (**CE**), do ANSYS Workbench.
- iii. Modelo **CEFri-linha**. Este modelo difere do CEFri-todaslinhas apenas no sentido de que apenas as linhas (**linha**) que compõem os perímetros dos furos da face superior do dispositivo foram acopladas, portanto este modelo não leva em conta as áreas internas dos furos dos dispositivos.
- iv. Modelo **CEFri-nós**. Este modelo é muito semelhante ao CEFri-todaslinhas. O CEFri-nós também leva em conta as faces internas dos furos dos dispositivos. Entretanto, lida com os nós envolvidos (**nós**) e não com as linhas.
- v. Modelo **CE0,5Fri-Maia (2008)**. Este modelo difere do CEFri-nós apenas no fato de que apenas metade dos perímetros dos furos foram acoplados. Neste caso, o acoplamento ocorreu de forma a se assemelhar ao descrito no trabalho de Maia (2008), isto é, acoplar meio perímetro do furo da cantoneira com o meio perímetro correspondente do dispositivo (juntamente com metade dos nós das áreas internas aos furos dos dispositivos). No caso, as regiões acopladas são sempre as metades internas.

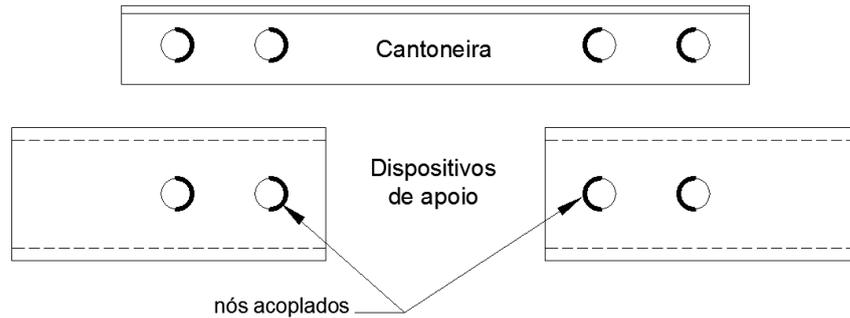


Figura 3.21 - Esquema de acoplamento do CE0,5Fri-Maia (2008).

- vi. Modelo **CE0,5Fri-Alternados**. O ato de se acoplar apenas metade do perímetro dos furos responsáveis pela transmissão dos esforços pode ser justificado pela consideração da hipótese de que há um escorregamento do parafuso e este está em contato com apenas metade do furo. Nesse sentido, a aplicação do modelo CE0,5Fri-Maia (2008) não é o mais indicado. Sendo assim, no modelo CE0,5Fri-Alternados, foram acoplados, novamente, metade dos furos: os meios furos internos das cantoneiras com seus respectivos meios furos externos dos dispositivos (Figura 3.22), a fim de representar o possível deslizamento na região do furo (Figura 3.23). Novamente, no caso dos furos dos dispositivos, foram acoplados os nós dos perímetros dos furos como também os das áreas internas aos furos.

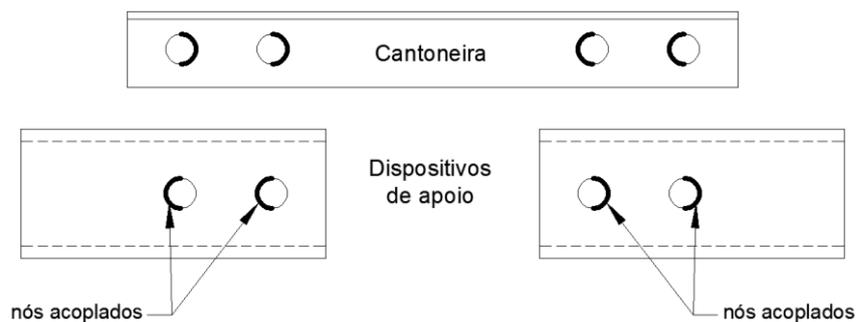


Figura 3.22 - Esquema de acoplamento do CE0,5Fri-Alternados.

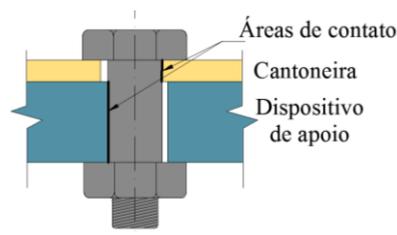


Figura 3.23 - Esquema de possível deslizamento sofrido pelo parafuso.

- vii. Modelo **Bon&Fri**. Esta simulação aplica: (i) o contato *Frictional* em toda a área de contato entre cantoneira e dispositivos e (ii) o contato *Bonded* apenas no perímetro dos furos da cantoneira e dos dispositivos (apenas os perímetros da face superior de cada dispositivo), como esquematiza a Figura 3.24.

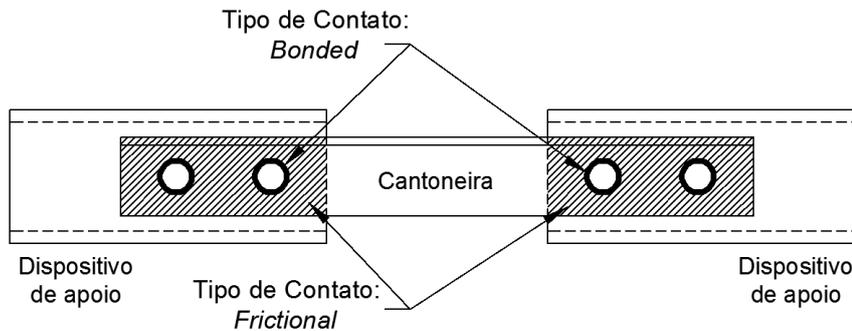


Figura 3.24 – Áreas de aplicação dos contatos *Bonded* e *Frictional* do modelo Bon&Fri.

- viii. Modelo **JointFri**. O modelo leva em conta de forma simplificada a interferência do parafuso na medida em que cria dois nós em cada furo (um representando a cantoneira e outro o dispositivo) e impõe restrições ao deslocamento relativo entre eles (acopla os deslocamentos X, Y e Z). Este modelo faz uso do recurso *Joint-Spherical* (**Joint**) do ANSYS Workbench que leva ao uso do elemento MPC184. Além disso, utiliza o tipo de contato *Frictional* (**Fri**) nas faces em contato da cantoneira e dispositivos de apoio.
- ix. Modelo **BeamFri**. Trata-se do modelo mais complexo dentre os 9 analisados em que o parafuso é modelado de uma forma simplificada. Não são consideradas a cabeça do parafuso e nem a porca, mas apenas o fuste do parafuso é criado a partir do recurso *Beam* do ANSYS Workbench (**Beam**). Este recurso impõe a criação de um elemento de viga, BEAM188, que é o responsável pela transferência dos esforços entre os dispositivos de apoio e a cantoneira. Novamente, dois nós são criados e o elemento BEAM188 é aplicado entre eles. Este é o único modelo estudado em que o material do parafuso pôde ser inserido e foi adotado como feito por Maggi (2004) que propõe um diagrama multilinear para a representação do material dos parafusos como mostram a Figura 3.25 e a Tabela 3.6 a seguir. Novamente, foi utilizado o tipo de contato *Frictional* (**Fri**) nas faces em contato da cantoneira e dispositivos de apoio.

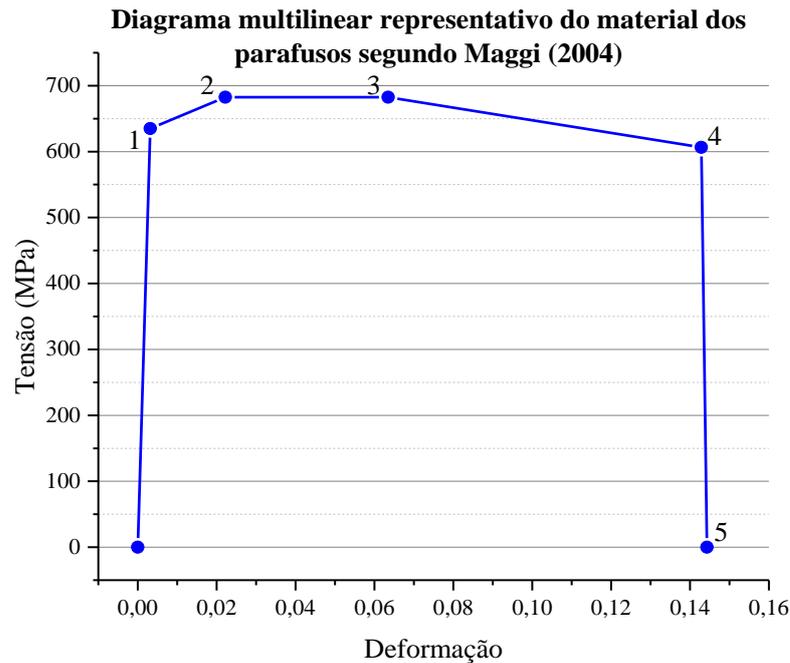


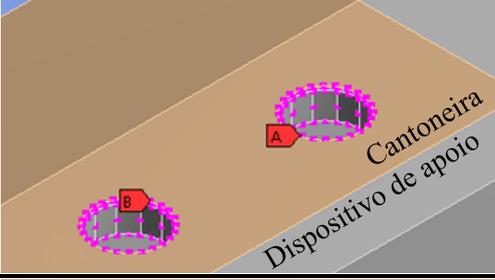
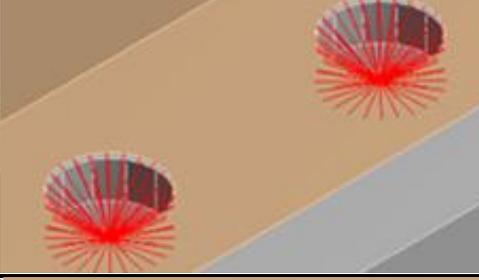
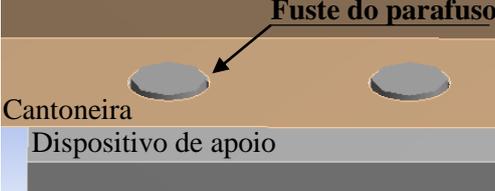
Figura 3.25 - Diagrama tensão vs deformação para o material do parafuso (ASTM A325) proposto por Maggi (2004).

Tabela 3.6 - Valores adotados referentes ao diagrama tensão vs deformação do material do parafuso ASTM A325.

Ponto	Formulação Maggi (2004)		Valores para ASTM A325	
	Tensão	Deformação	Tensão (MPa)	Deformação
1	f_y	ε_y	635,00	0,0032
2	$f_y + 0,25(f_u - f_y)$	$7\varepsilon_y$	682,50	0,0222
3	$f_y + 0,25(f_u - f_y)$	$20\varepsilon_y$	682,50	0,0635
4	$f_y - 0,15(f_u - f_y)$	$45\varepsilon_y$	606,50	0,1429
5	0,1	$1,01(45\varepsilon_y)$	0,10	0,1443

Os diferentes modos de acoplamento entre dispositivos e cantoneira apresentados nestes 9 modelos podem ser vistos na Tabela 3.7 que apresenta os detalhes de acoplamento em uma das extremidades da cantoneira.

Tabela 3.7 - Modos de transmissão dos esforços dos dispositivos de apoio para a cantoneira.

Modelo	Elementos envolvidos	Esquema da transmissão de esforços
Bonded	Contato <i>Bonded</i> em toda a interface cantoneira-dispositivos de apoio.	
CEFri-todaslinhas	 <p>Cantoneira Dispositivo de apoio</p>	
CEFri-linha	 <p>Cantoneira Dispositivo de apoio</p>	
CEFri-nós	 <p>Cantoneira Dispositivo de apoio</p>	
CE0,5Fri-Maia (2008)	 <p>Cantoneira Dispositivo de apoio</p>	
CE0,5Fri-Alternados	 <p>Cantoneira</p>	
Bon&Fri	 <p>Cantoneira</p>	Perímetros em que foi aplicado o contato tipo <i>Bonded</i> .
JointFri	 <p>Cantoneira Dispositivo de apoio</p>	
BeamFri	 <p>Cantoneira Dispositivo de apoio</p> <p>Fuste do parafuso</p>	 <p>Fuste do parafuso</p>

Os modelos da Tabela 3.7 apesar de diferentes, compartilham dos mesmos elementos como pode ser visto na Tabela 3.8. Apenas os modelos JointFri e BeamFri possuem também os elementos MPC184 e BEAM188, respectivamente. Para a cantoneira, manteve-se o elemento SHELL181 enquanto que para os dispositivos de apoio, fez-se uso do elemento de sólido SOLID186. Para os elementos de contato, foram utilizados o CONTA174 e TARGE170 para as faces em contato cantoneira-dispositivo e CONTA175 e TARGE170 para a região de contato entre a linha que delimita o furo do dispositivo com a cantoneira.

Tabela 3.8 - Elementos utilizados em todas as simulações.

	Aplicado a:	Elemento ANSYS
Elementos em comum a todos os modelos	Cantoneira	SHELL181
	Dispositivos de apoio	SOLID186
	Contatos	CONTA174, CONTA175 e TARGE170
	Molas	COMBIN14
Elementos extras	Modelo: JointFri	MPC184
	Modelo: BeamFri	BEAM188

Percebe-se a presença de elementos de mola em todas as simulações. Estas foram inseridas automaticamente pelo ANSYS devido a resolução do problema não linear como mostra a Figura 3.26.

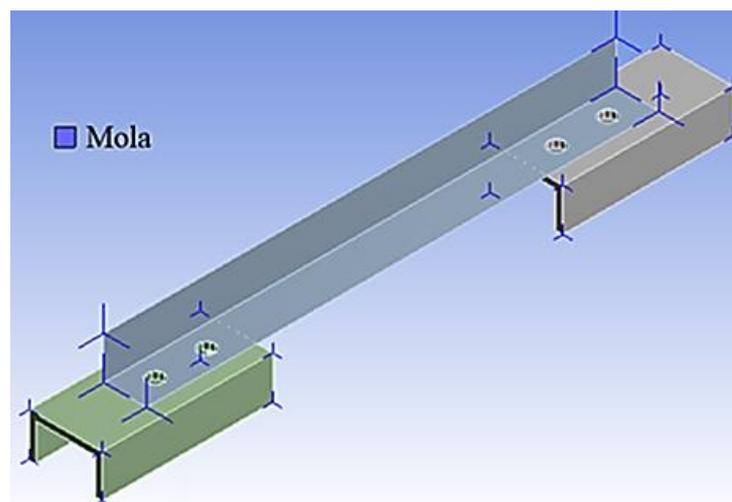


Figura 3.26 - Exemplo de modelo estudado. Detalhe para a imposição de molas para a resolução do problema não linear.

3.3.2 Elementos finitos utilizados

Nesta seção são descritos os elementos utilizados nas simulações.

Elemento SOLID186

O elemento SOLID186 foi o elemento que compôs os dispositivos de apoio que tiveram suas malhas discretizadas da seguinte forma (Figura 3.27): as faces que contêm os furos foram discretizadas de forma triangular enquanto que as demais de forma quadrangular. As dimensões dos elementos foram de 5 mm a 8 mm.

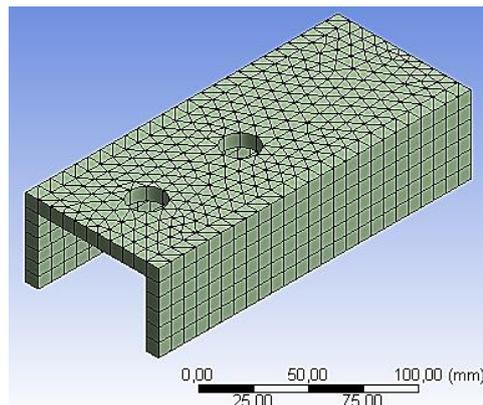


Figura 3.27 - Detalhe da malha dos dispositivos de apoio.

O elemento SOLID186 trata-se de um elemento quadrático de 20, 10, 13 ou 15 nós, a depender de sua forma. Apresenta três graus de liberdade por nó: translações nas direções X, Y e Z. Este elemento suporta plasticidade do material e análises em grandes deformações.

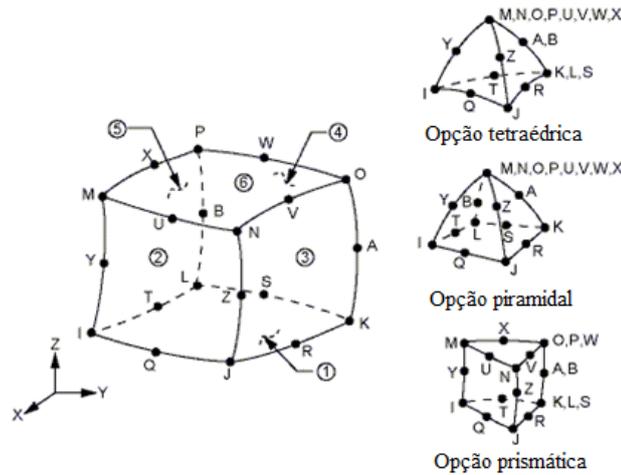


Figura 3.28 - Elemento SOLID186 em suas diferentes formas. Fonte: Manual ANSYS (SAS, 2013).

Elementos de contato: CONTA174, CONTA175 e TARGE170

Nas simulações estudadas, os elementos CONTA174 e CONTA175 são os responsáveis por simular o contato juntamente com o elemento TARGE170. Os elementos CONTA174 e CONTA175 são associados aos dispositivos de apoio em suas faces e nos nós que delimitam os furos, respectivamente. Por outro lado, o elemento TARGE170 associa-se às superfícies alvo, isto é, à cantoneira, como é representado pela Figura 3.29.

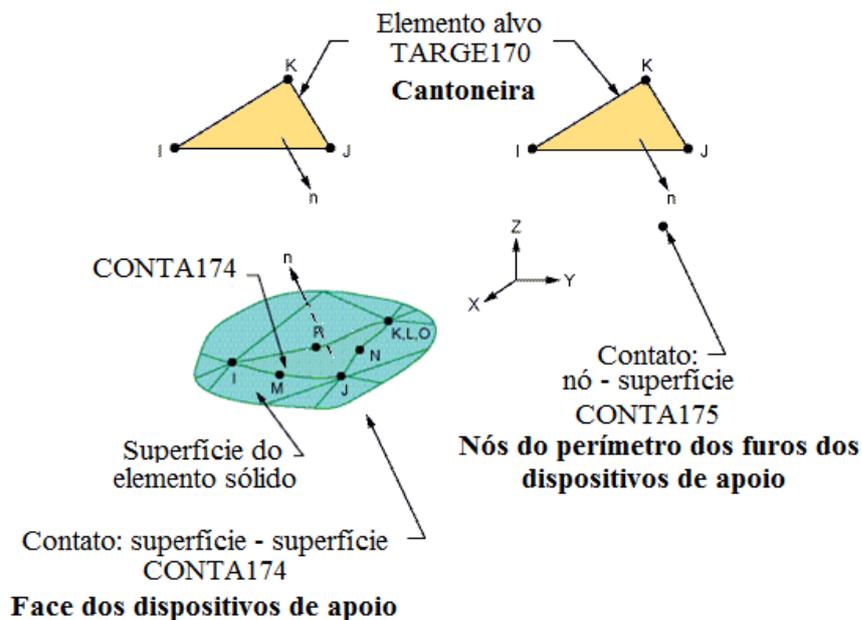


Figura 3.29 - Esquema da aplicação dos elementos CONTA174, CONTA175 e TARGE170. Adaptado: Manual ANSYS (SAS, 2013).

Como visto na Figura 3.29, o elemento CONTA174 é definido por 6 nós visto que se associa ao elemento SOLID186 na superfície do dispositivo de apoio de malha triangular. Já o elemento CONTA175 é definido por apenas um nó. O elemento TARGE170 associa-se também à uma superfície de malha triangular, no caso da cantoneira, e desta forma, apresenta três nós.

Neste trabalho, notou-se uma indiferença no comportamento do sistema cantoneira-dispositivos à medida que se altera os tipos de contatos avaliados, com exceção do tipo *Bonded*. Assim, independentemente do tipo de contato (se permite o deslizamento livre ou não das superfícies e/ou o descolamento entre elas) o comportamento do sistema, incluindo o valor da força última obtida e dos tipos de elementos utilizados, não muda. Desta forma, percebe-se que o uso de elementos de contato poderia ser suprimido.

Entretanto, os elementos de contato permitem o controle da possível penetração que possa ocorrer entre a cantoneira e os dispositivos de apoio e por isso foram mantidos. Por fim, adotou-se para os modelos Bon&Fri, grupo CEFri, JoinFri e BeamFri o tipo de contato *Frictional* para simular a interface da cantoneira e dos dispositivos, fazendo uso do coeficiente de atrito igual a 0,3 e o tipo de formulação: ora *Augmented Lagrange* ora *Normal Lagrange*. Apenas no modelo Bon&Fri, em que foi feito uso também do contato *Bonded* no perímetro dos furos, utilizou-se a formulação *Pure Penalty*. A seguir são descritas simplificadaamente estas formulações, segundo o Manual ANSYS (SAS, 2013):

- i. *Augmented Lagrange* trata-se de uma formulação para elementos de contato em que a penetração que possa ocorrer entre os sólidos pode ser controlada. Sua desvantagem é que necessita de um grande número de iterações, caso a malha deformada se apresente extremamente distorcida.
- ii. *Normal Lagrange* foi a outra opção utilizada neste trabalho para tratar os elementos de contato do tipo *Frictional*. A vantagem desta formulação é que pode ser utilizada para qualquer tipo de contato e que, geralmente, a máxima penetração gerada é perto de zero. Todavia, sua desvantagem é o elevado número de iterações necessário caso haja um problema chamado de *chattering*, ou seja, uma dificuldade de convergência devido a alternância das configurações das faces em contato: ora abertas, ora fechadas.

- iii. *Pure Penalty* trata-se da formulação utilizada para o contato tipo *Bonded* no modelo Bon&Fri. Dentre suas vantagens, há a boa convergência com poucas iterações e do fato de poder ser utilizada com qualquer tipo de contato. Entretanto, a penetração depende diretamente das rigidezes normal e tangencial do contato, o que dificulta o seu controle. Por este motivo, foi utilizada apenas com o contato *Bonded* que por si só não permite a penetração.

No Apêndice B são apresentados os resultados de penetração nos modelos estudados na presente seção e permite concluir que a penetração no caso das cantoneiras e dispositivos de apoio pode ser negligenciada, refletindo adequadamente a prática experimental. Além disso, traz, para cada cantoneira estudada, o tipo de formulação de contato utilizada.

Elemento COMBIN14

O elemento COMBIN14 é definido por dois nós com três graus de liberdade em cada nó a depender do seu uso, além de constantes de mola e de amortecimento. Sua aplicabilidade é ampla: de mola uniaxial, com os 3 graus de liberdade sendo as translações em X, Y e Z, como também como mola que leve em conta a torção, em que, neste caso, os 3 graus de liberdade são as rotações em torno dos eixos X, Y e Z. A construção de molas fracas foi necessária para a resolução do problema não-linear e estas foram impostas de forma automática pelo ANSYS.

Elemento MPC184

O MPC184 consiste em uma classe geral de elementos compostos por dois nós extremos em que são aplicadas restrições cinemáticas. Em sua forma geral, apresenta 6 graus de liberdade em cada nó: 3 rotações e 3 translações. A depender de sua aplicação, as restrições cinemáticas de movimentos relativos entre os dois nós são impostas utilizando multiplicadores de Lagrange.

Este elemento pode ser utilizado a fim de simular situações de condições cinemáticas simples tais como impor iguais deslocamentos entre duas partes ou até mais complicadas como a transmissão de deslocamentos entre dois corpos flexíveis. No caso, o MPC184 foi o responsável pela transferência dos esforços do dispositivo de apoio à cantoneira no modelo

JointFri. Para tal, o elemento MPC184 Spherical Joint foi responsável pelos acoplamentos dos deslocamentos nas direções X, Y e Z, não impondo restrições, portanto, aos giros relativos (Figura 3.30).

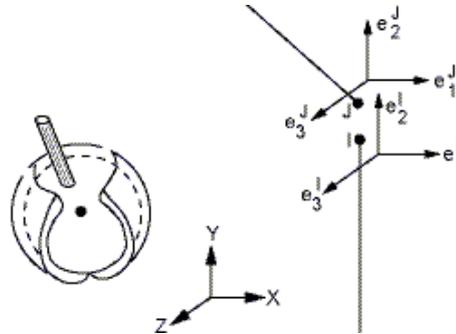


Figura 3.30 - Esquema representativo do elemento MPC184 Spherical Joint. Fonte: Manual ANSYS (SAS, 2013).

Elemento BEAM188

O elemento BEAM188 trata-se de um elemento de viga com dois nós baseado na teoria de vigas de Timoshenko, que introduz os efeitos das deformações de cisalhamento. Este elemento pode ser linear, quadrático ou cúbico, com 6 ou 7 graus de liberdade em cada nó, compostos por 3 translações e 3 rotações e o empenamento (que é opcional). Além disso, permite análises levando em conta grandes deformações e plasticidade do material.

3.3.3 Discussão dos modelos

Inicialmente, os 9 modelos foram avaliados para uma barra de 600 mm de seção L 50 x 2,25 mm a fim de ser possível confrontar os resultados numéricos com os experimentais de Branquinho (2014).

Dos 9 modelos avaliados, o Bonded trata-se do mais simples. Entretanto, conforme mostra a Figura 3.31, ele impõe restrições à área de contato que geram uma rigidez excessiva ao sistema. O uso deste modelo acarreta em uma força última 35% superior ao observado experimentalmente para uma barra de 600 mm de L 50 x 2,25 mm. Desta forma, o modelo

Bonded não reflete bem o comportamento da ligação parafusada pois não permite o deslizamento, mesmo que seja pouco, como também não permite o descolamento das superfícies.

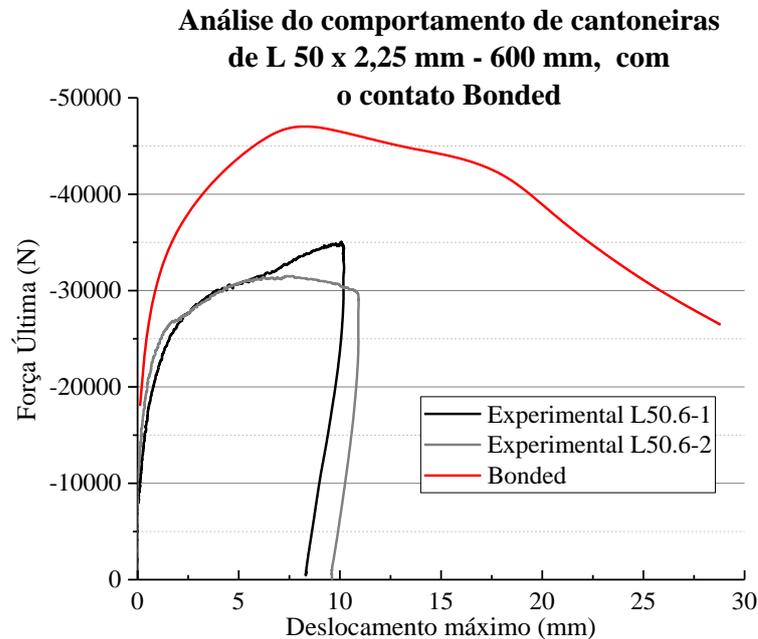


Figura 3.31 - Análise do modelo Bonded para a cantoneira de seção L 50 x 2,25 mm e comprimento 600 mm.

Notar que os modelos foram confrontados com os dados experimentais na forma de curvas de força resistente vs deslocamento máximo à meia altura da aba conectada, isto é, correspondente ao deslocamento do transdutor de deslocamento nº 1 de Branquinho (2014), como mostrou a Figura 3.12.

Apesar de os trabalhos não especificarem de forma precisa o modo de transmissão dos esforços dos dispositivos de apoio para a cantoneira, nos trabalhos de Maia (2008) e Mesacasa Jr., Beck e Malite (2013) constam detalhes que sugerem que, em seus modelos, foram adotados artifícios de modelagem semelhantes ao grupo de modelos CEFri, isto é, modelos que impuseram o acoplamento dos deslocamentos entre a cantoneira e os dispositivos nas direções X, Y e Z. Sendo assim, foram estudadas as diferentes maneiras de acoplamento do grupo CEFri como mostra a Figura 3.32 aplicadas a uma barra de 600 mm de seção transversal L 50 x 2,25 mm.

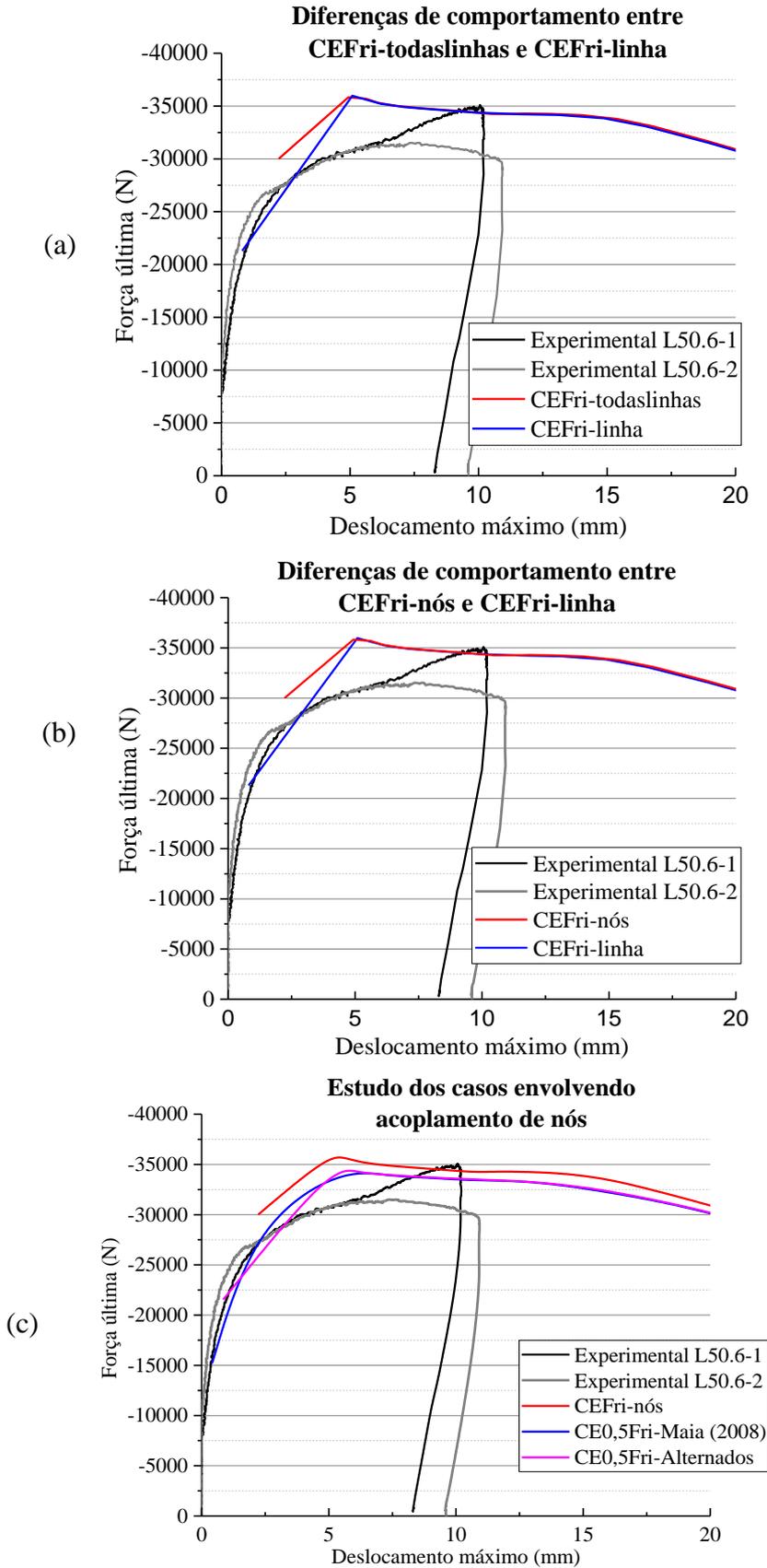


Figura 3.32 - Comparação dos modelos do grupo CEFri: (a) entre CEFri-todaslinhas e o CEFri-linha; (b) entre o CEFri-nós e o CEFri-linha e por fim, (c) entre acoplar todos os nós ou apenas metade. Os dados experimentais são do trabalho de Branquinho (2014).

A partir dos gráficos da Figura 3.32, nota-se que:

- i. O uso do CEFri-todaslinhas equivale ao uso do CEFri-nós quanto à rigidez da ligação e ao valor da força última obtida. Isto se deve ao fato de ambos possuírem a mesma área em que ocorreu o acoplamento como indicado na Tabela 3.7.
- ii. O uso do CEFri-nós e, conseqüentemente, do CEFri-todaslinhas, mostrou-se melhor quanto à rigidez da ligação, observada na inclinação da curva em seus trechos iniciais, que o modelo CEFri-linha. Sendo assim, apesar de os 3 modelos gerarem forças resistentes muito próximas, o comportamento do CEFri-nós e CEFri-todaslinhas é o mais adequado.
- iii. Quanto aos modelos que acoplam apenas metade dos nós, realmente, como constatado por Maia (2008), este recurso diminui o valor da força resistente.
- iv. Além disso, a alternativa CE0,5Fri-Maia (2008) se comportou melhor quanto à rigidez da ligação que o CE0,5Fri-Alternados, invalidando portanto a hipótese de escorregamento do parafuso, isto é, mais uma comprovação de que não ocorre, no sistema, um escorregamento apreciável entre as faces.

Sendo assim, concluiu-se que, dentre os modelos do grupo CEFri, o que melhor se aplica para descrever o modelo cantoneira-dispositivo para a cantoneira L 50 x 2,25 mm e 600 mm é o CEFri-nós. Na Figura 3.33 são apresentados os resultados do modelo CEFri-nós juntamente com os do Bon&Fri, JointFri e BeamFri.

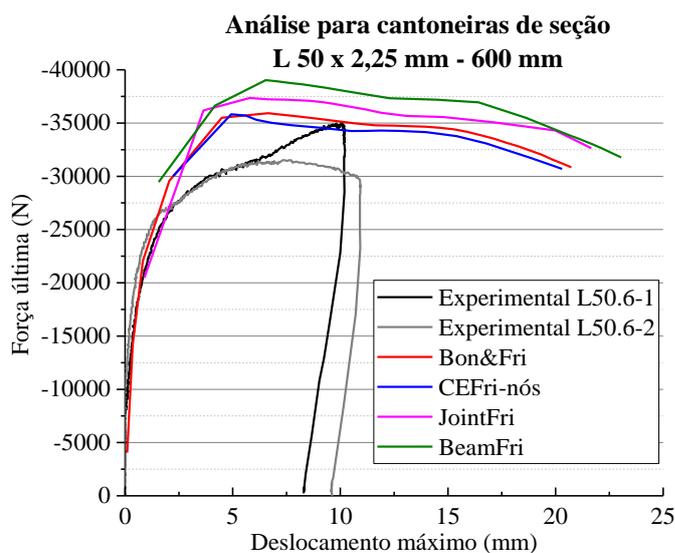


Figura 3.33 - Estudo dos modelos CEFri-nós, Bon&Fri, Joint&Fri e BeamFri para cantoneiras de seção L 50 x 2,25 mm e 600 mm.

Como mostrado na Figura 3.33, o modelo Bon&Fri gera uma curva de força última vs deslocamento máxima muito semelhante a gerada pelo modelo CEFri-nós. A diferença entre as forças últimas chega a apenas 0,3%. Entretanto, o modelo Bon&Fri não acopla apenas os deslocamentos em X, Y e Z como no CEFri-nós, e sim todos os movimentos e rotações relativas entre os perímetros da cantoneira e do dispositivo. Apesar de aparentar ser mais sofisticado, o modelo Bon&Fri trata-se de um modelo mais simples e de menor custo computacional que o CEFri-nós.

Por outro lado, os modelos mais sofisticados, JointFri e BeamFri, foram os que geraram resultados mais discrepantes frente aos resultados experimentais. Desta forma, para cantoneiras de 600 mm e seção L 50 x 2,25 mm, os modelos mais apropriados foram o CEFri-nós e Bon&Fri, com preferência para o Bon&Fri devido à sua simplicidade.

Nas Figuras 3.34 e 3.35, apresentam-se os resultados dos modelos Bon&Fri, CEFri-nós, JointFri e BeamFri aplicados para as cantoneiras de seção L 50 x 2,25 mm de comprimento 1000 mm e 2000 mm, respectivamente.

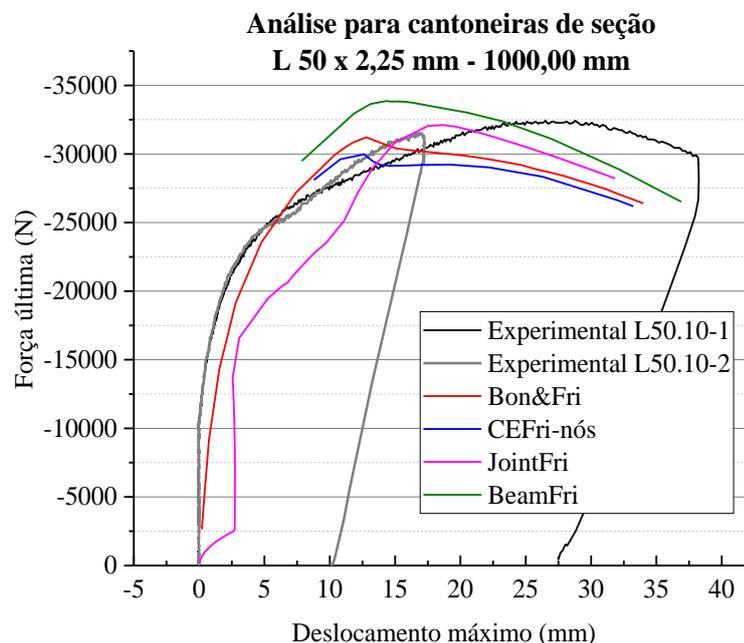


Figura 3.34 - Resultados para cantoneiras de seção L 50 x 2,25 mm de 1000 mm.

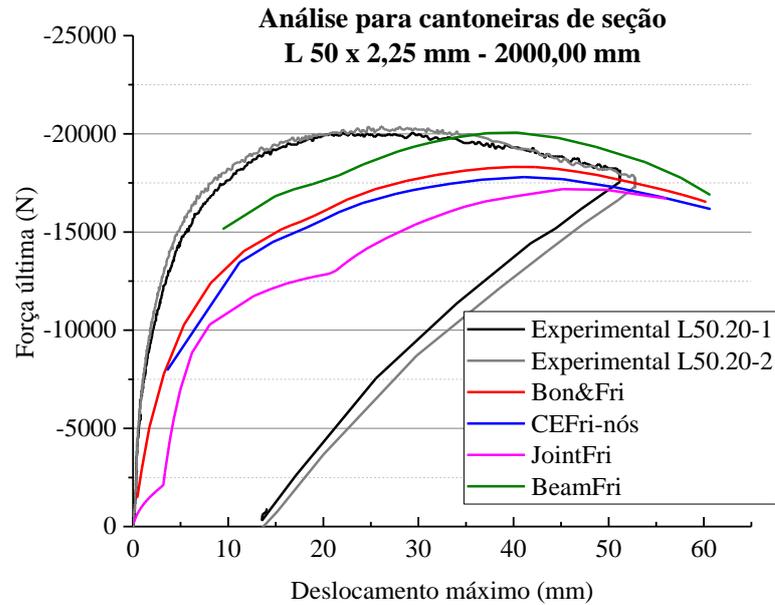


Figura 3.35 - Resultados para cantoneiras de seção L 50 x 2,25 mm de 2000 mm.

Pelas Figuras 3.34 e 3.35, nota-se que a rigidez dos modelos é mais próxima do comportamento experimental quando se trata de barras curtas a intermediárias (no caso, a de 1000 mm), enquanto que para a barra de maior comprimento, percebe-se uma queda significativa na rigidez de todos os modelos estudados (Figura 3.35).

Ainda sobre o comportamento das curvas das Figuras 3.34 e 3.35, percebe-se que o resultado dado pelo modelo JointFri é inaceitável devido à falta de continuidade observada nas curvas de força última vs deslocamento máximo. Todavia, o modelo JointFri ainda foi avaliado para outras seções transversais somente com a finalidade de comparação de força última, visto que já é possível constatar que este modelo não será o escolhido para representar o sistema cantoneira-dispositivo devido à sua elevada complexidade, alto custo computacional e falta de continuidade na curva força última vs deslocamento máximo.

Nas Figuras 3.34 e 3.35, novamente é possível observar a semelhança de comportamento entre os resultados Bon&Fri e CEFri-nós, e ambos próximos dos experimentais principalmente para a barra de 1000 mm. Para a barra de 2000 mm, nota-se que o modelo que mais se aproximou dos dados experimentais foi o BeamFri.

Os modelos foram, então, avaliados para cantoneiras curtas, intermediárias e longas de seção transversal L 60 x 2,25 mm (Figura 3.36) e L 70 x 2,25 mm (Figura 3.37) e comparados com dados experimentais de Maia (2008) e Branquinho (2014), respectivamente.

Notar que, ao estudar a aplicabilidade dos modelos nessas três seções transversais, está se avaliando o comportamento dos modelos sob: diferentes larguras de aba, esbeltez local, esbeltez global, material e também sob diferentes dispositivos pois a configuração de furos de Maia (2008) é diferente da de Branquinho (2014).

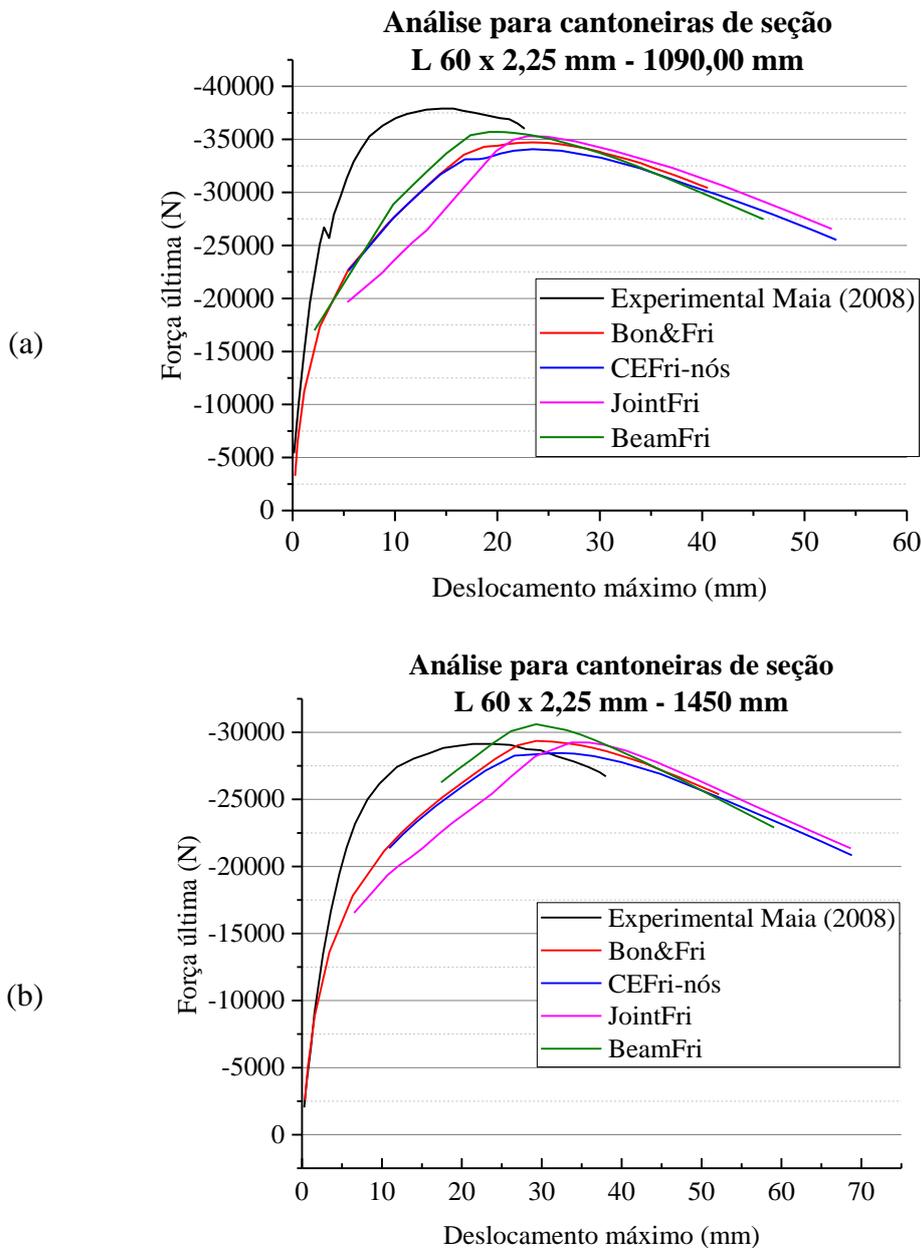


Figura 3.36 - Resultados para cantoneiras de seção L 60 x 2,25 mm e comprimentos: (a) 1090 mm e (b) 1450 mm. Os dados experimentais são de Maia (2008).

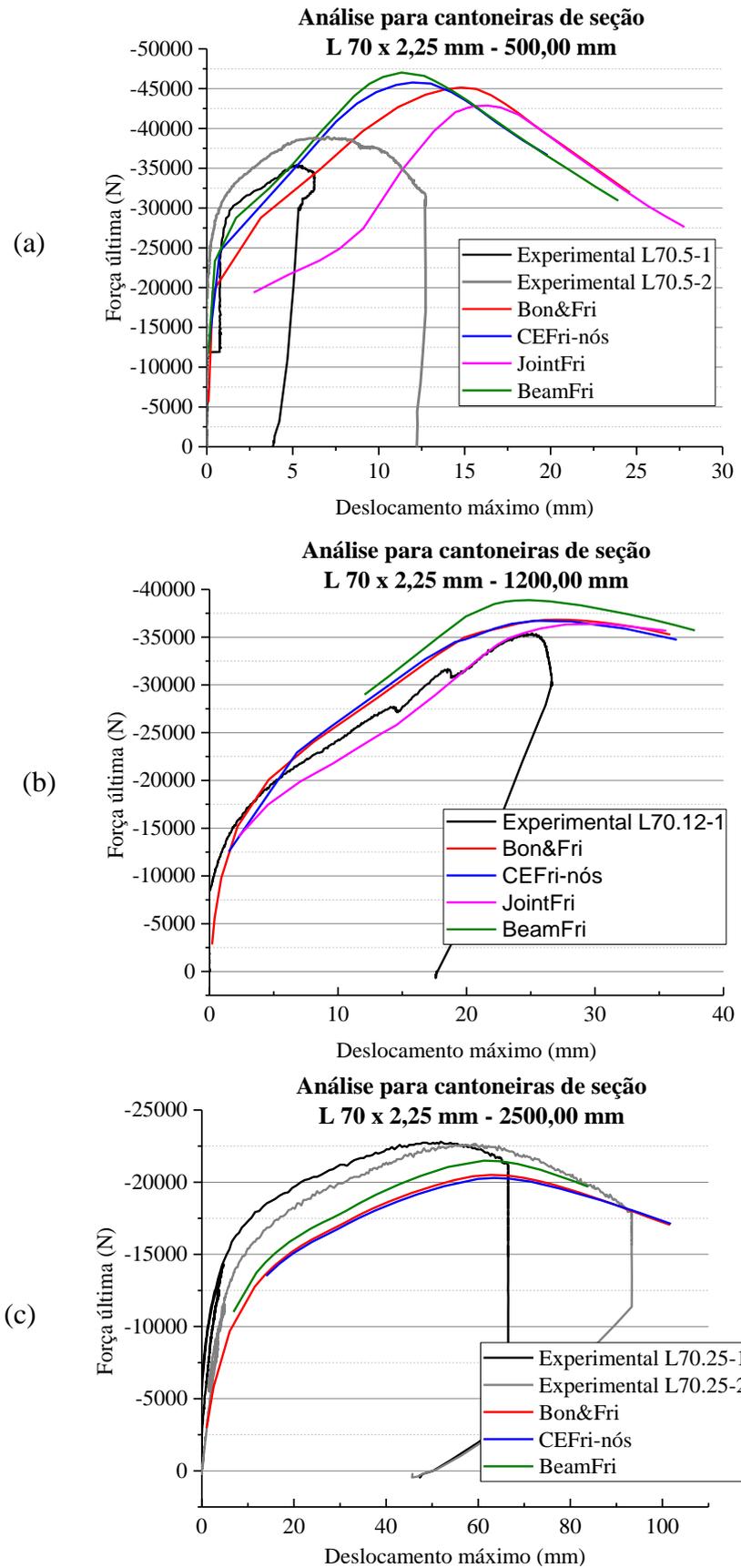


Figura 3.37 - Resultados para cantoneiras de seção L 70 x 2,25 mm e comprimentos: (a) 500 mm, (b) 1200 mm e (c) 2500 mm. Os dados experimentais são de Branquinho (2014).

Assim, a fim de auxiliar as análises, segue na Figura 3.38 um resumo dos erros relativos de cada modelo para as cantoneiras de seção L 50 x 2,25 mm, L 60 x 2,25 mm e L 70 x 2,25 mm em relação aos dados experimentais de Branquinho (2014) e Maia (2008).

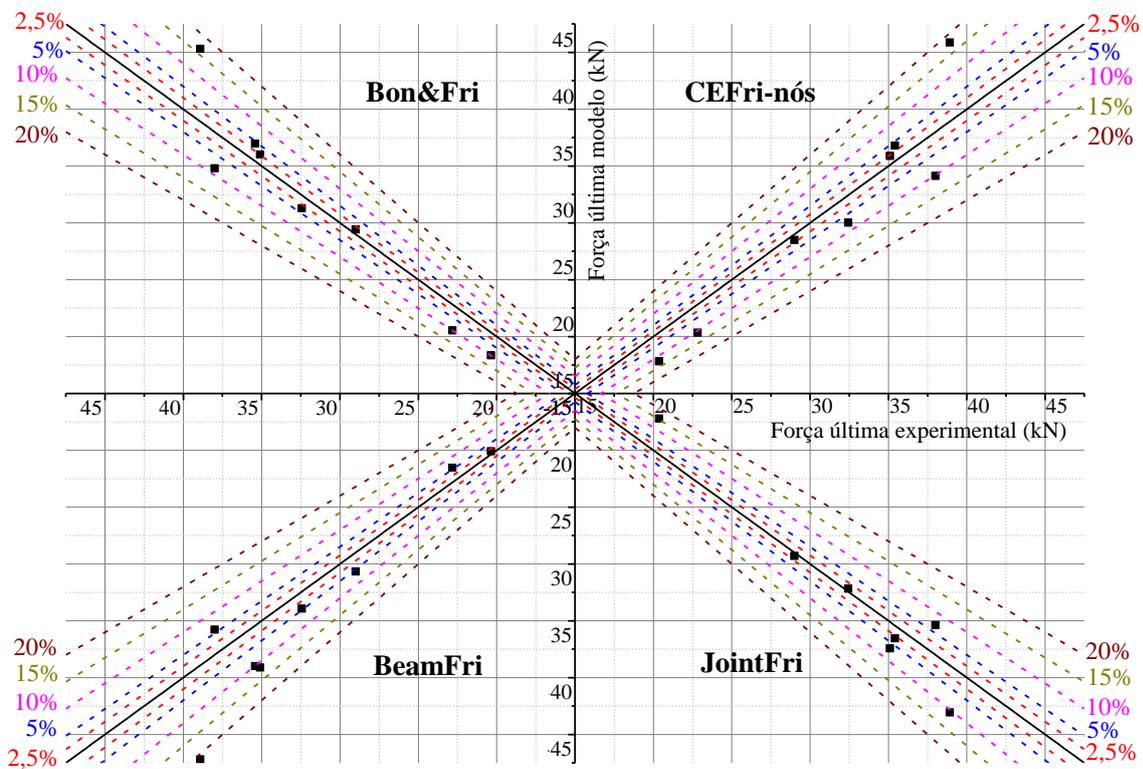


Figura 3.38 - Erros percentuais relativos aos dados experimentais de cada modelo das cantoneiras de seção L 50 x 2,25 mm, L 60 x 2,25 mm e L 70 x 2,25 mm.

A partir dos resultados mostrado na Figura 3.38, observa-se que os máximos erros relativos obtidos pelos modelos Bon&Fri, CEFri-nós, BeamFri e JointFri foram de, aproximadamente, 15%, 15%, 20% e 15%, respectivamente.

Além disso, percebe-se, novamente, tanto pelas Figuras 3.36, 3.37 quanto pela Figura 3.38, a semelhança em se utilizar os modelos Bon&Fri e o CEFri-nós quanto à obtenção da força última.

Sabe-se, por Branquinho (2014), que os dados experimentais de seção L 70 x 2,25 mm foram comprometidos devido às elevadas imperfeições geométricas iniciais que as barras apresentavam. Desta forma, a fim de não mascarar os resultados, optou-se por eliminar os resultados de L 70 x 2,25 mm para optar pelo melhor modelo a ser utilizado. Desta forma, a

Figura 3.40 mostra os erros relativos apenas das cantoneiras de seção L 50 x 2,25 mm e L 60 x 2,25 mm.

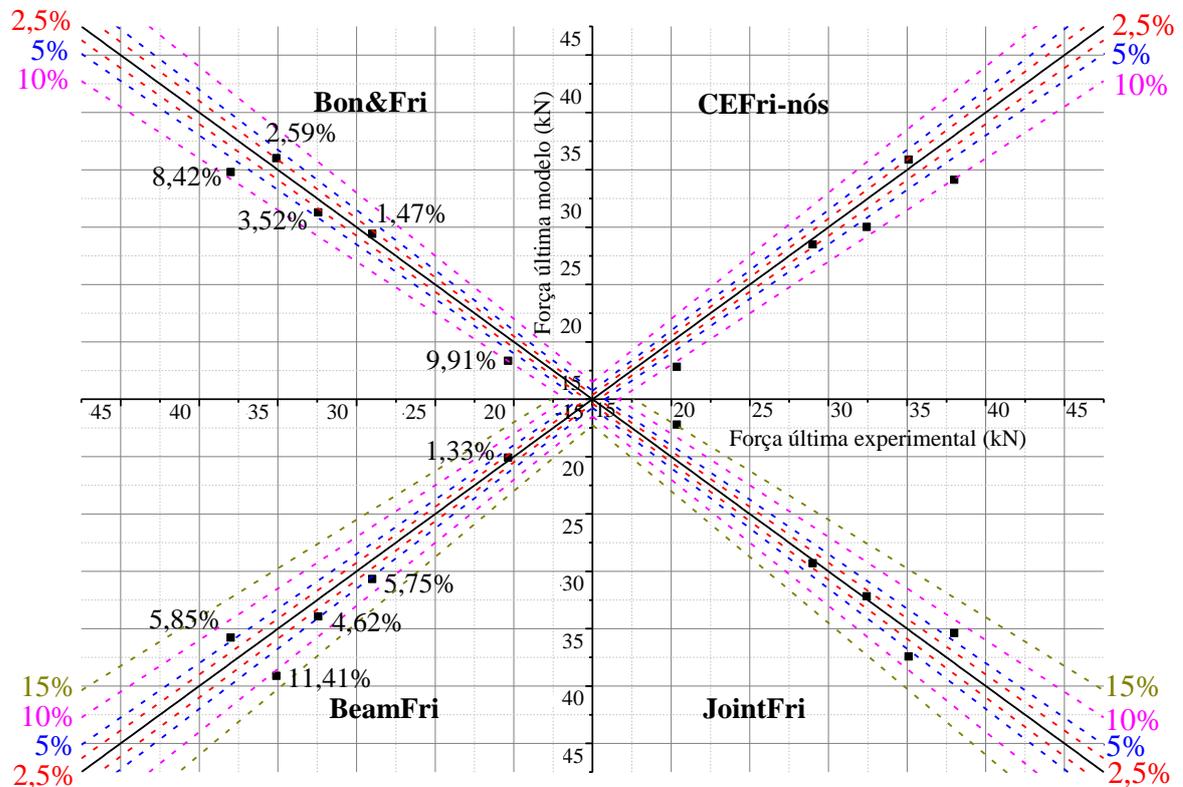


Figura 3.39 – Erros percentuais relativos de cada modelo das cantoneiras de seção L 50 x 2,25 mm e L 60 x 2,25 mm. Detalhe para a comparação entre os modelos Bon&Fri e BeamFri.

Com esta alteração, é possível observar na Figura 3.39 que os máximos erros relativos dos modelos Bon&Fri, CEFri-nós foram de aproximadamente 10 % e os de BeamFri e JointFri de aproximadamente 15%. Devido a semelhança entre Bon&Fri e CEFri-nós, optou-se pelo modelo Bon&Fri em virtude de sua maior simplicidade. Já entre os modelos mais complexos, como já comentado, apenas BeamFri pode representar o modelo cantoneira-dispositivo.

Para as barras curtas a intermediárias (em que os valores de força última são os maiores na Figura 3.39), Bon&Fri apresenta maior precisão na determinação da força última comparativamente com BeamFri. Em contrapartida, para as barras mais longas, isto é, os menores valores de força última da Figura 3.39, o modelo BeamFri mostrou-se praticamente exato.

Sendo assim, a partir da análise de cantoneiras de seção L 50 x 2,25 mm, L 60 x 2,25 mm e L 70 x 2,25 mm, conclui-se que o modelo mais adequado para representar o sistema cantoneira-dispositivo é o Bon&Fri, devido aos baixos erros relativos, inclusive para barras longas, e também em virtude de sua simplicidade. Além disso, trata-se de um modelo semelhante ao estudado nos trabalhos de Maia (2008) e Mesacasa Jr., Beck e Malite (2013).

Na Tabela B.1 do Apêndice B estão reunidos os resultados de força última gerados por todos os modelos comentados como também dados do tempo aproximado necessário para a obtenção dos resultados em cada simulação.

3.3.4 Modelo Bon&Fri com imperfeições geométricas iniciais

Definido o modelo a ser utilizado no presente trabalho, faz-se necessária a verificação da influência das imperfeições geométricas iniciais na determinação da força última da barra. Na Seção 3.2 foi possível observar a baixa influência dos efeitos das imperfeições no modelo simplificado. Na presente seção, serão avaliadas algumas barras submetidas a uma ampla faixa de variação de imperfeições a fim de ratificar sua relevância.

Foram analisadas cantoneiras de seção L 50 x 2,25 mm de três comprimentos diferentes: 400, 1000 e 2000 mm sob as seguintes condições: (i) apenas imperfeições geométricas iniciais de torção (0,1t; 4,47t e 10t), (ii) considerando apenas imperfeições de flexão em torno da aba conectada (L/2500, L/1000 e L/250) e por fim (iii) uma combinação destas imperfeições.

No modelo Bon&Fri percebeu-se a necessidade de refinar o modo de geração da configuração deformada característica da imperfeição de flexão em torno da aba conectada. Neste caso, ao invés da aplicação de uma força unitária na dobra do perfil, perpendicularmente à aba conectada à meia altura como feito no modelo simplificado, a força unitária foi aplicada de forma uniformemente distribuída, perpendicularmente à aba conectada, em toda a aba conectada da seção à meia altura (Figuras 3.40). Este recurso foi capaz de gerar uma deformada característica de flexão em torno da aba conectada adequada até mesmo para as barras mais curtas, que são as mais difíceis de se impor tal imperfeição (Figura 3.41).

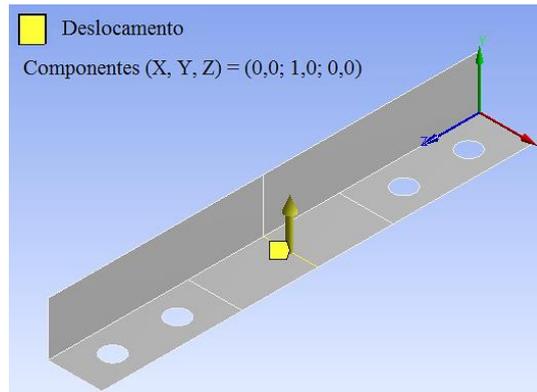


Figura 3.40 – Detalhe para o deslocamento imposto à meia altura da barra.

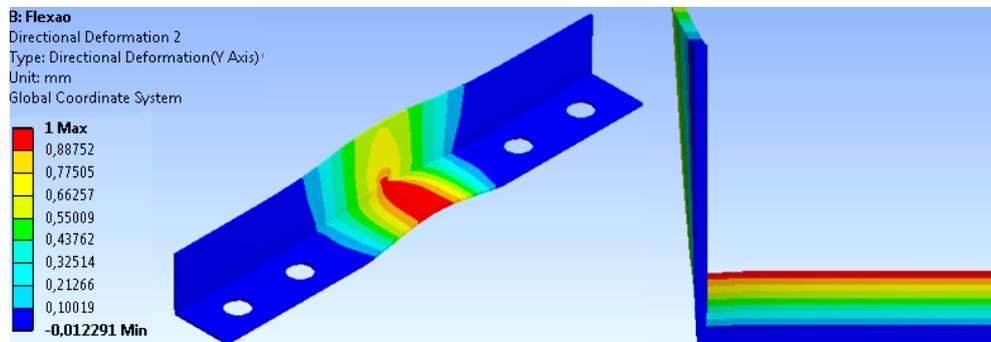


Figura 3.41 – Resultados da aplicação do deslocamento unitário de forma distribuída à meia altura da cantoneira.

As Tabelas 3.9 e 3.10 apresentam os resultados provenientes da imposição ao modelo Bon&Fri de imperfeições geométricas iniciais de torção e de flexão, respectivamente.

Tabela 3.9 – Resultados das simulações com imperfeições geométricas iniciais de torção.

L (mm)	Dados experimentais	Valores de força última (kN)			Diferença entre a maior e a menor imperfeição (%)
		Imperfeição de Torção			
		0,1 t	4,47 t	10 t	
400	35,02	37,06	33,91	31,71	14,45
1000	32,43	31,00	29,47	28,19	9,04
2000	20,37	17,85	16,26	15,24	14,62

Tabela 3.10 – Resultados das simulações com imperfeições geométricas iniciais de flexão em torno da aba conectada.

L (mm)	Dados experimentais	Valores de força última (kN)			Diferença entre a maior e a menor imperfeição (%)
		Imperfeição de Flexão			
		L/2500	L/100	L/250	
400	35,02	37,29	36,60	34,35	7,90
1000	32,43	30,86	30,62	28,93	6,25
2000	20,37	17,64	17,27	15,69	11,09

Dos resultados apresentados nas Tabelas 3.9 e 3.10 é possível constatar que, da mesma forma que ocorreu no modelo simplificado, os resultados de força última das cantoneiras conectadas pela aba avaliadas por meio do modelo Bon&Fri mostraram-se pouco sensíveis frente às grandes variações de imperfeição. Dado um aumento de 100 vezes da imperfeição de torção, o decréscimo da força última foi de apenas 15% (no máximo). Da mesma forma, dado um aumento de 10 vezes na imperfeição de flexão, o decréscimo da força última foi de apenas 11% (no máximo).

Assim como feito para o modelo simplificado, às barras avaliadas pelo modelo Bon&Fri também foi imposta uma combinação de imperfeições geométricas iniciais. Todavia, a forma de combinar estas imperfeições não foi o mesmo que aplicado no modelo simplificado. No modelo Bon&Fri as imperfeições foram combinadas conforme o segundo tipo de combinações analisado por Mescasa Jr., Beck e Malite (2013) como mostra a Figura 3.42.

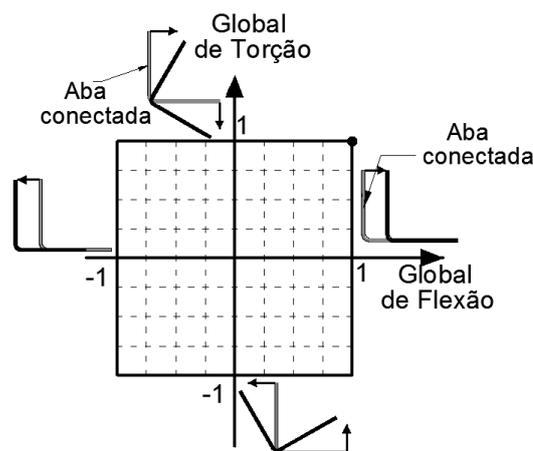


Figura 3.42 – Tipo de combinação imposta às barras do modelo Bon&Fri. Detalhe para a combinação adotada: (F; T) = (1; 1).

A Figura 3.42 mostra a ponderação da combinação escolhida (F; T) = (1; 1) em que as amplitudes das imperfeições de torção e de flexão foram de 1,55t e L/1000, respectivamente.

A Tabela 3.11 compara os resultados desta combinação aplicada às barras de 400, 1000 e 2000 mm com os dados experimentais de Branquinho (2014) como também com os resultados das simulações levando em conta apenas a imperfeição de flexão de amplitude L/1000.

Tabela 3.11 - Resultados das simulações com combinações de imperfeições geométricas iniciais de torção com de flexão em torno da aba conectada (F;T) = (1; 1).

L (mm)	Valores de força última (kN)			Diferença devido ao acréscimo de 1,55t (%)
	Dados experimentais	L/1000	L/1000 + 1,55t	
400	35,02	36,60	35,15	-3,96
1000	32,43	30,62	29,70	-3,02
2000	20,37	17,27	16,33	-5,46

Como esperado, ao analisar os resultados da Tabela 3.11, percebe-se que a inserção da imperfeição de torção acarretou em decréscimos da força última muito baixos chegando a, no máximo, 5,5% para a barra mais longa.

Fica claro, portanto, que a adoção de imperfeições geométricas iniciais visando à obtenção da força última pode ser desconsiderada tanto para o modelo simplificado quanto para o modelo Bon&Fri como já constatado por Maia (2008).

Os resultados mostrados do modelo Bon&Fri considerando imperfeições geométricas iniciais foram também comparados com os respectivos resultados do modelo simplificado como pode ser observado nas Tabelas 3.12 e 3.13.

Tabela 3.12 – Redução do erro em relação aos dados experimentais do modelo simplificado para o modelo Bon&Fri para barras com imperfeição geométrica inicial de torção de 0,1t.

L (mm)	Resultados de força última (kN) - imperfeição de torção 0,1t					Diminuição do erro (%)
	Dados experimentais	Modelo simplificado		Modelo Bon&Fri		
		Resultado ANSYS	Dif. em relação ao exp. (%)	Resultado ANSYS	Dif. em relação ao exp. (%)	
400	35,02	38,08	8,74	37,06	5,82	-33,33
1000	32,43	30,63	-5,54	31,00	-4,42	-20,30
2000	20,37	16,26	-20,17	17,85	-12,38	-38,62

Tabela 3.13 - Redução do erro em relação aos dados experimentais do modelo simplificado para o modelo Bon&Fri para barras com imperfeição geométrica inicial de flexão de $L/2500$.

Resultados de força última (kN) – imperfeição de flexão $L/2500$						
L (mm)	Dados experimentais	Modelo simplificado		Modelo Bon&Fri		Diminuição do erro (%)
		Resultado ANSYS	Dif. em relação ao exp. (%)	Resultado ANSYS	Dif. em relação ao exp. (%)	
400	35,02	38,44	9,76	37,29	6,48	-33,58
1000	32,43	30,50	-5,95	30,86	-4,83	-18,75
2000	20,37	16,08	-21,05	17,64	-13,39	-36,39

A elevada diminuição do erro relativo observada nas Tabelas 3.12 e 3.13 esclarece a necessidade de se adotar o modelo mais complexo para este trabalho, o Bon&Fri. Portanto, fica justificado o uso do modelo Bon&Fri em detrimento do modelo simplificado como também o uso do Bon&Fri sem a consideração das imperfeições geométricas iniciais para a determinação da força última das cantoneiras.

3.3.5 Conclusões acerca dos modelos estudados

A partir deste vasto estudo quanto aos modelos numéricos, pode-se concluir:

- i. Quanto à força última, o modelo simplificado foi incapaz de representar satisfatoriamente o sistema estudado, visto que não insere condições de contorno que são observadas na análise experimental tal como a restrição, mesmo que mínima e localizada, de giro da barra em torno de seu eixo promovida pela existência dos dispositivos de apoio;
- ii. O modelo Bon&Fri foi o que melhor representou o caso da cantoneira juntamente com seus dispositivos de apoio dentre os demais modelos estudados na Seção 3.3 e seu uso promoveu o decréscimo dos erros percentuais em até 38,6% comparativamente aos resultados gerados do modelo simplificado (Tabelas 3.12 e 3.13);
- iii. Foi constatada, assim como no modelo simplificado, pequenas diferenças nos resultados de força última gerados pelo modelo Bon&Fri frente a grandes variações nas

imperfeições geométricas iniciais, justificando, portanto, a desconsideração das imperfeições geométricas iniciais.

3.4 ESTUDO PARAMÉTRICO

Validado o modelo Bon&Fri e comprovada sua aplicabilidade para as cantoneiras de seção L 50 x 2,25 mm, L 60 x 2,25 mm e L 70 x 2,25 mm, com comprimentos, esbeltezes locais, globais, materiais e configurações de dispositivos de apoio diferentes, este foi aplicado para seções de cantoneiras ainda não avaliadas experimentalmente.

Desta forma, a fim de estender a base de dados de força última da literatura, foi feito um estudo paramétrico variando as dimensões geométricas: largura da aba, espessura da aba e comprimento da barra como mostra a Figura 3.43.

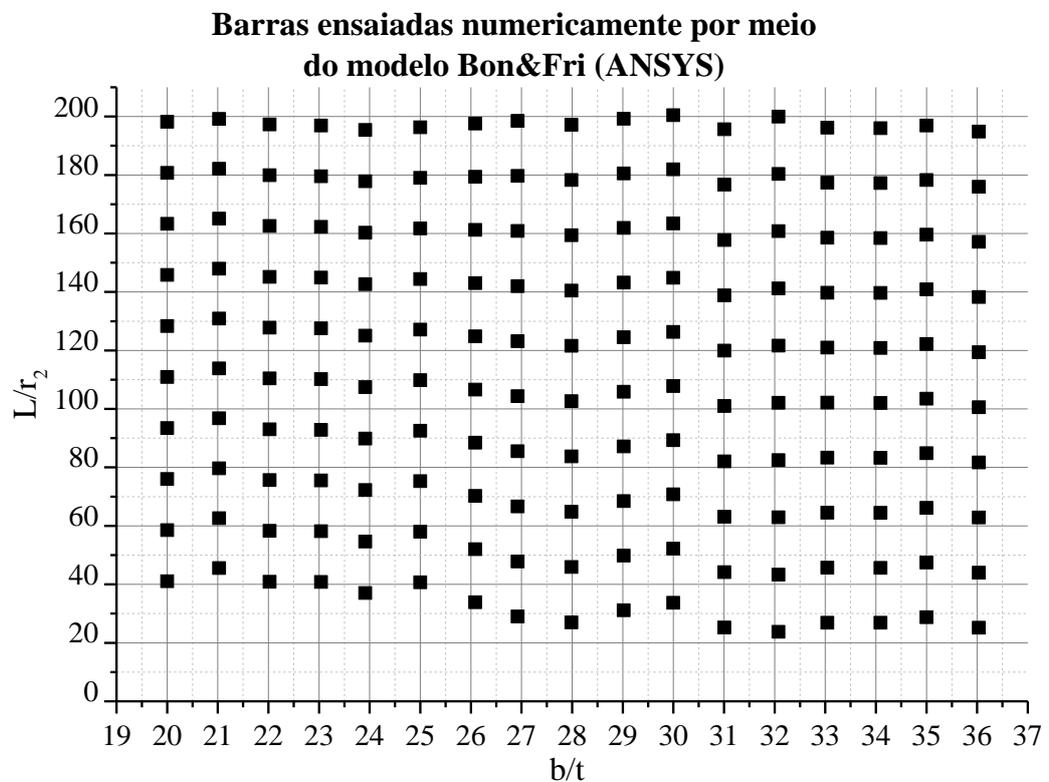


Figura 3.43 – Barras avaliadas no estudo paramétrico.

A partir da Figura 3.43, percebe-se que priorizou-se por fixar valores de esbeltez local (b/t), no caso, 17 valores de 20 a 36, cada qual com 10 barras simuladas com esbeltez global (L/r_2) variando de 20 a 200. Para isso, optou-se por manter as dimensões das abas segundo as dimensões comerciais e as espessuras foram determinadas de modo a compor a Figura 3.43, isto é, resultando em valores de espessura não necessariamente comerciais. Desta forma, o estudo paramétrico resultou em 170 barras simuladas em que foram mantidos constantes os seguintes parâmetros:

- i. **Configuração da ligação:** a ligação adotada foi a mesma que a de Branquinho (2014), isto é, composta por dois parafusos ASTM A325 de 19 mm de diâmetro na direção da solicitação (foi adotado furo padrão de 20,5 mm de diâmetro) e com as seguintes distâncias: 35 mm de furo a borda e 60 mm entre furos, como mostrado na Figura 3.15. O comprimento total dos dispositivos de apoio foi de 200 mm;
- ii. **Materiais da cantoneira e dispositivos de apoio:** o diagrama de tensão vs deformação para o aço da cantoneira foi adotado o de Branquinho (2014) para as cantoneiras de seção L 50 x 2,25 mm como mostra a Figura 3.4, cujas resistências ao escoamento e à ruptura são de 327 MPa e 462 MPa, respectivamente. Para o material do dispositivo de apoio foi considerado material elástico-linear com módulo de elasticidade de 200 000 MPa.

Quanto ao modelo, foram mantidas as não linearidades física e geométrica e a não consideração de imperfeições geométricas iniciais. No Apêndice C são apresentadas as seções transversais e os comprimentos das barras analisadas juntamente com os resultados de força última.

Este aumento da base de dados visou (i) propiciar a determinação de uma formulação específica destinada às cantoneiras formadas a frio e conectadas pela aba, a partir dos resultados de força última como também (ii) fornecer modos de falha característicos das cantoneiras formadas a frio e conectadas pela aba, permitindo o estudo dos modos de deformação e, conseqüentemente, a determinação de faixas de esbeltez (L/r_2) para os modos de instabilidade destas cantoneiras.

4 FORMULAÇÃO

À luz dos procedimentos de cálculo apresentados na Seção 2.4, o presente capítulo apresenta uma nova formulação destinada exclusivamente às cantoneiras formadas a frio e conectadas pela aba, considerando extremidades engastadas (com restrição à rotação em torno do eixo paralelo à aba conectada). Primeiramente, foram avaliados os Procedimentos 1, 2 e 3 descritos na Seção 2.4 como mostra a Figura 4.1.

Na Figura 4.1, é possível avaliar a aplicação destes três procedimentos às cantoneiras de seção L 50 x 2,25 mm ensaiadas por Branquinho (2014) juntamente com mais duas variações do Procedimento 1, de forma análoga a feita por Maia e Malite (2009) mostradas na Figura 2.10: (i) sem a consideração da instabilidade local e (ii) sem a consideração da flexo-torção.

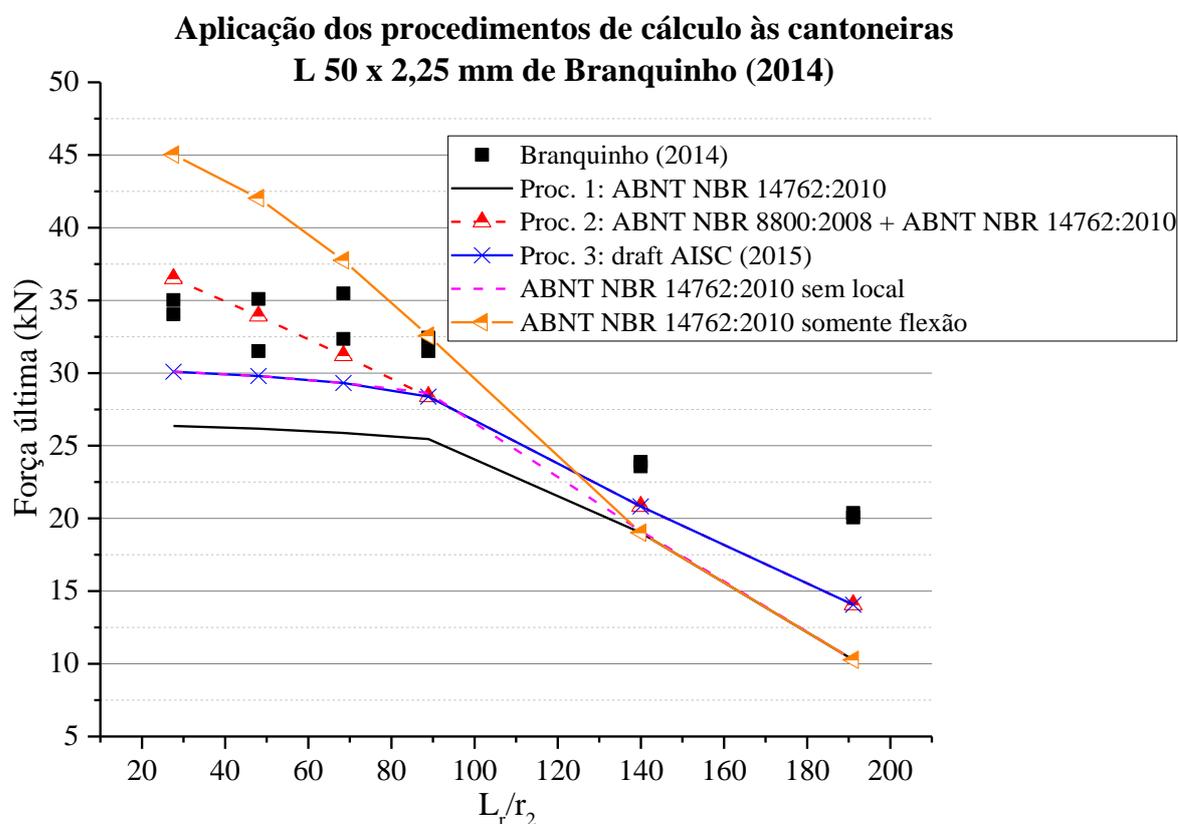


Figura 4.1 - Procedimentos 1,2 e 3 frente aos dados experimentais de Branquinho (2014).

Nos Procedimentos 2 e 3, L_{x1} foi considerado igual a L_r , isto é, ao comprimento de referência tomado entre os centros das ligações.

Percebe-se, pela Figura 4.1, uma redução do conservadorismo no procedimento da ABNT NBR 14762:2010 na medida que se desconsidera a instabilidade local e a necessidade da consideração da flexo-torção, em concordância ao constatado por Maia e Malite (2009).

Além disso, constata-se a nítida vantagem no uso dos Procedimentos 2 e 3 para as cantoneiras formadas a frio em detrimento da aplicação da ABNT NBR 14762:2010 (Procedimento 1). Tal vantagem observada em ambas rotinas de cálculo é devida a aplicação do método do comprimento de flambagem equivalente. Este que, como visto em diversos trabalhos, trata-se de um recurso eficiente utilizado no dimensionamento de cantoneiras conectadas pela aba e que não gera, quando aplicado como único recuso para a obtenção da força axial de flambagem elástica (Procedimento 2), um patamar na curva de força última vs esbeltez.

Vale lembrar que Mesacasa Jr., Beck e Malite (2013) fizeram uma análise de confiabilidade por meio do método FORM para avaliar a adequabilidade de aplicar o método do comprimento de flambagem equivalente da ABNT NBR 8800:2008 juntamente com o método das larguras efetivas da ABNT NBR 14762:2010, isto é, em concordância com o Procedimento 2 estudado, para cantoneiras formadas a frio e conectadas por uma aba por meio de dois parafusos. Desta análise, obtiveram valores de índice de confiabilidade alvo (β) de 1,9 a 2,4, em que os piores resultados foram para os casos das barras com maior esbeltez e/ou maiores relações L_n/D_n (razão entre os valores nominais da ação variável e ação permanente).

Segundo a ABNT NBR 14762:2010 e o AISI (2012), o índice de confiabilidade alvo para barras deve ser de, no mínimo, 2,5. Isto posto, percebe-se que, para a atual aplicação, o Procedimento 2 não atende. Entretanto, sua simplicidade somada à boa adequação aos dados experimentais observada na Figura 4.1 o configuram como um procedimento promissor para as cantoneiras formadas a frio e conectadas pela aba.

Isto posto, devido à semelhança entre os Procedimentos 2 e 3 e da maior simplicidade que o Procedimento 2 apresenta, aplicou-se, neste trabalho, um processo de calibração das expressões do método do comprimento de flambagem equivalente inseridas no Procedimento 2 com base nos resultados numéricos do estudo paramétrico descrito na Seção 3.4. Esta

calibração foi realizada de forma iterativa devido às peculiaridades do procedimento e foi, portanto, executada por meio de um programa desenvolvido no *software* Mathematica.

Note que o comprimento de flambagem equivalente proposto no método do comprimento de flambagem equivalente trata-se de um artifício matemático para permitir a consideração dos fenômenos de flexo-compressão e flexo-torção visto que o dimensionamento é baseado apenas na instabilidade por flexão em torno do eixo paralelo à aba conectada. O comprimento de flambagem equivalente não trata-se apenas de um comprimento de flambagem, isto é, não é função apenas das condições de contorno da barra estudada.

4.1 CALIBRAÇÃO: METODOLOGIA

A formulação proposta neste trabalho é composta pelo método do comprimento de flambagem equivalente da ABNT NBR 8800:2008 juntamente com o método das larguras efetivas da ABNT NBR 14762:2010, isto é, trata-se de uma adaptação do Procedimento 2. A etapa deste procedimento que será calibrada é a determinação do comprimento de flambagem equivalente ($K_{x1}L_{x1}$) como mostra a Figura 4.2.

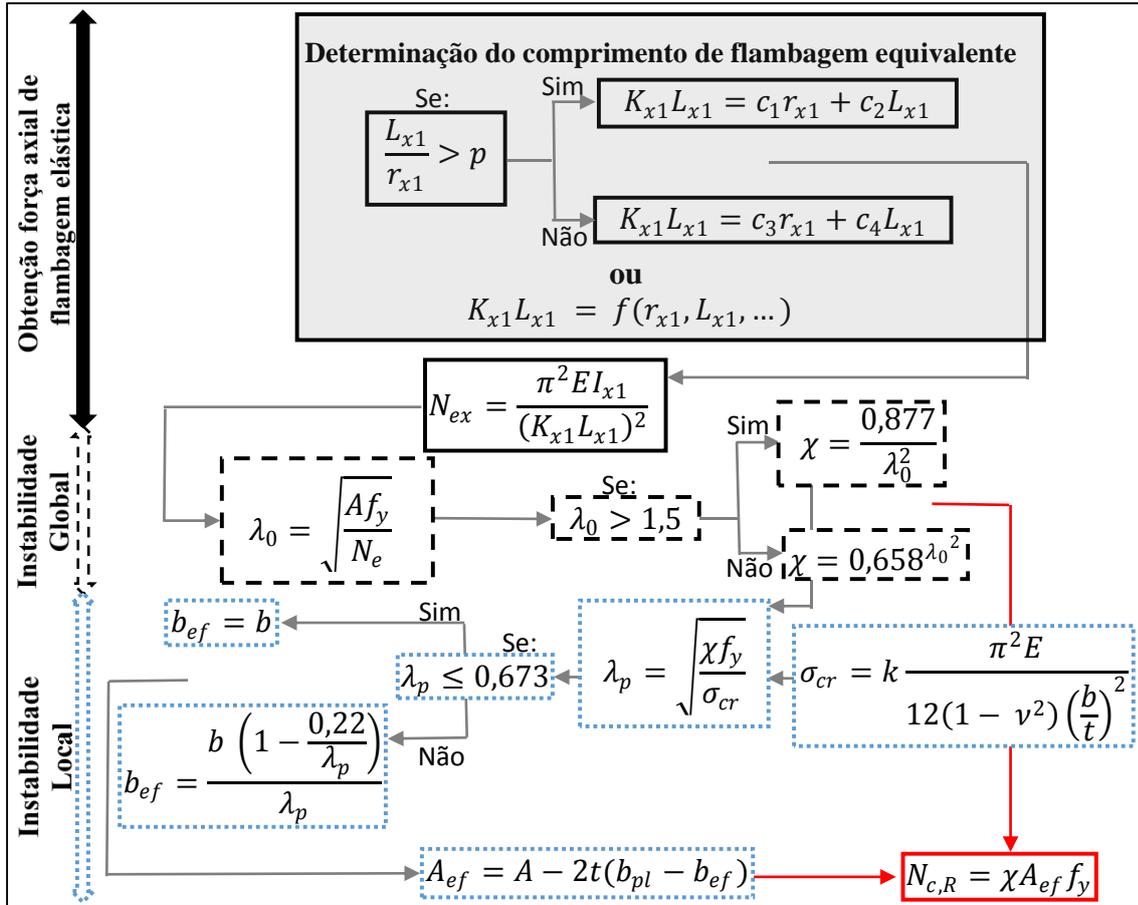


Figura 4.2 – Estrutura do procedimento a ser calibrado.

Foram avaliadas diferentes expressões em que, cada uma delas, há coeficientes ($c_1, c_2, c_3, c_4, \dots$) que devem ser calibrados com os dados numéricos. Por fim, ajustadas as diferentes expressões possíveis, estas foram confrontadas com os dados numéricos e experimentais a fim de avaliar qual é a mais adequada.

Apresenta-se a seguir o algoritmo estruturado do programa desenvolvido no *software* Mathematica a fim de obter os coeficientes calibrados das formulações avaliadas frente aos resultados numéricos do estudo paramétrico (ANSYS).

Algoritmo estruturado do programa

Inserir $b, t, L, f_y, E, def, defb$. Estes dois últimos são: distância de entre furos (60 mm), e distância de furo a borda das cantoneiras (35 mm), respectivamente.

1. **Calcular** as propriedades geométricas das barras: $L_x = L_r, b_{plana}, A, x_g, x_0, I_x, r_x, J, r_0$.
2. **Determinar** o comprimento de flambagem equivalente ($K_x L_x$) como também a força axial de flambagem elástica (N_e).
3. **Calcular** o valor de do índice de esbeltez reduzido associado à flambagem global (λ_0) e o fator de redução da força axial de compressão resistente (χ).
4. **Calcular** a tensão crítica associada à instabilidade local (σ_{cr}), o índice de esbeltez reduzido do elemento (λ_p) e a largura efetiva da aba (b_{efe}).
5. **Calcular** a área efetiva da seção (A_{efe}) e a força axial resistente de compressão ($N_{c,R}$).
6. **Importar** os vetores de dados do estudo paramétrico (ANSYS): largura da aba, espessura, comprimento da barra e resultado de força última (vetores: $\mathbf{b}, \mathbf{t}, \mathbf{L}, \mathbf{N}_{ANSYS}$, respectivamente).
7. **Atribuir** $n =$ tamanho do vetor \mathbf{b} .
7. **Atribuir** $f_y = 32,7 \text{ kN/cm}^2$ e $E = 20000 \text{ kN/cm}^2$.
8. **Fazer** [i,1,n]
9. **Atribuir** $t = \mathbf{t}[i]; b = \mathbf{b}[i]; L = \mathbf{L}[i]$.
10. **Calcular** $N_{MODELO}[i]$.
11. **Finaliza-se.**
12. **Calcular** a diferença ao quadrado, termo a termo, entre os vetores \mathbf{N}_{ANSYS} e \mathbf{N}_{MODELO} compondo o vetor \mathbf{DIF} , isto é, $\mathbf{DIF}[i] = (\mathbf{N}_{ANSYS}[i] - \mathbf{N}_{MODELO}[i])^2$.
13. **Calcular** a soma (SOMA) dos termos do vetor \mathbf{DIF} .
14. **Minimizar** o valor SOMA, variando os coeficientes das expressões que determinam $K_{x1} L_{x1}$.
15. **Determinar** os coeficientes calibrados associados ao mínimo valor de SOMA.

Fim

Como visto, o programa simplesmente compara os resultados oriundos do modelo a ser calibrado com os resultados numéricos do estudo paramétrico, que nesta circunstância, representam os valores de referência da força última das barras, visto que são provenientes de um modelo amplamente analisado e validado com dados experimentais, o Bon&Fri.

A Seção 4.2 apresenta as diferentes expressões investigadas para o comprimento de flambagem equivalente como também a opção escolhida.

4.2 CALIBRAÇÃO: RESULTADOS

Foram analisadas 7 alternativas de expressões para substituir a atual formulação original que determina o comprimento de flambagem equivalente ($K_x L_x$) a fim de obter a melhor formulação deste método para ser aplicado às cantoneiras formadas a frio engastadas.

A Figura 4.3 mostra a aplicação do método do comprimento de flambagem equivalente da ABNT NBR 8800:2008 juntamente com o método das larguras efetivas da ABNT NBR 14762:2010, isto é, do Procedimento 2, nas barras simuladas no estudo paramétrico assim como os erros percentuais relativos observados.

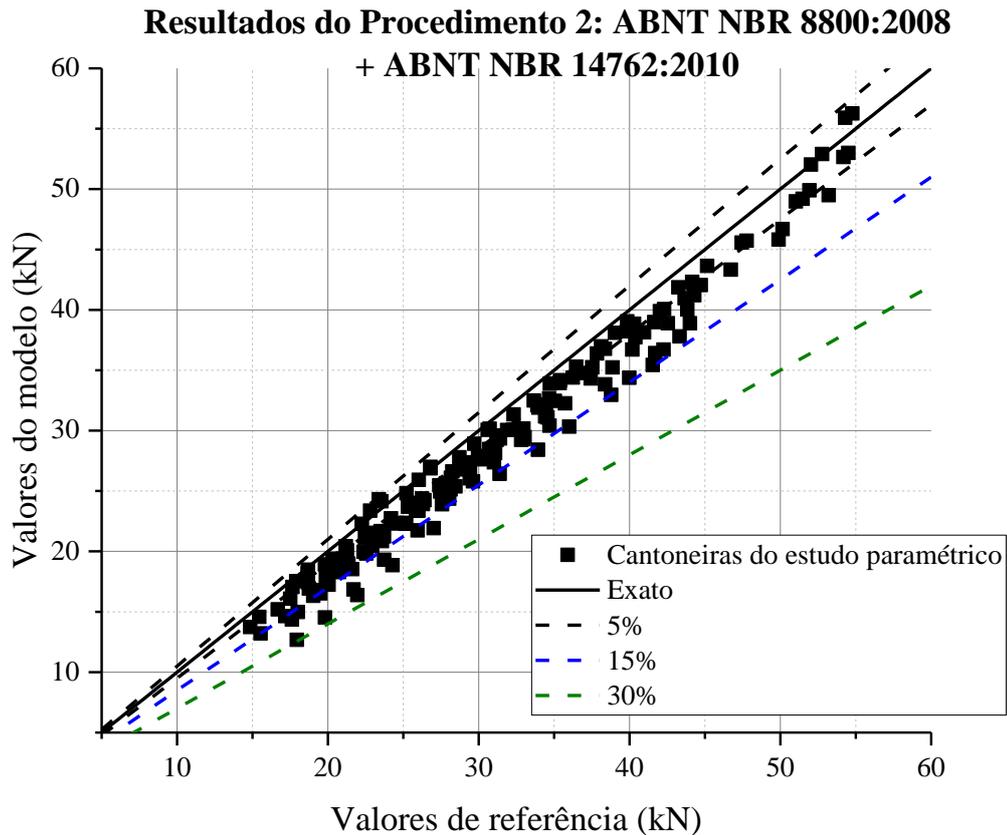


Figura 4.3 – Resultados do Procedimento 2 aplicado às barras simuladas.

Há, claramente, uma tendência de comportamento dos pontos da Figura 4.3 que leva a um dimensionamento a favor da segurança. Note que, na Figura 4.3, os erros percentuais relativos aos valores de referência (ANSYS) chegam a 30%, justificando, portanto, a necessidade da presente calibração.

Na Tabela 4.1 são mostradas as alternativas estudadas a fim de obter a melhor calibração levando em conta o Procedimento 2 com alteração apenas nas expressões que definem o comprimento de flambagem equivalente ($K_x L_x$). Na Tabela 4.1 é possível observar o erro de modelo calculado com base apenas nos dados numéricos (Equação 4.1) como também os máximos e mínimos erros relativos observados (Equação 4.2).

Tabela 4.1 – Alternativas para as expressões do comprimento de flambagem equivalente ($K_x L_x$).

Nº	Formulação	Erro de Modelo (ANSYS)			Erros relativos (%)		
		Média	Desvio Padrão	Coef. Var. (%)	Máx.	Min.	
F0	$Se L_x/r_x > p \rightarrow c_1 r_x + c_2 L_x$ $Senão \rightarrow c_3 r_x + c_4 L_x$	$Se L_x/r_x > 75 \rightarrow 45 r_x + L_x$ $Senão \rightarrow 60 r_x + 0,80 L_x$	1,0915	0,0695	6,3662	4,0222	-29,3956
F1	$Se L_x/r_x > p \rightarrow c_1 r_x + c_2 L_x$ $Senão \rightarrow c_3 r_x + c_4 L_x$	$Se L_x/r_x > 30 \rightarrow 42,5571 r_x + 0,945435 L_x$ $Senão \rightarrow 60,7787 r_x + 0,338052 L_x$	1,0111	0,0570	5,6424	12,2598	-21,0238
F2	$Se (L_x/r_x)(b/t) < p \rightarrow (c_1 r_x + c_2 L_x)$ $Senão \rightarrow (c_3 r_x + c_4 L_x)$	$Se (L_x/r_x)(b/t) > 2500 \rightarrow (31,0698 r_x + 1,08897 L_x)$ $Senão \rightarrow (50,7586 r_x + 0,805546 L_x)$	1,0115	0,0478	4,7287	8,9712	-14,4064
F3	$Se L_x/r_x > p \rightarrow c_1 r_x + c_2 L_x + c_5 b + c_6 t$ $Senão \rightarrow c_3 r_x + c_4 L_x + c_7 b + c_8 t$	$Se L_x/r_x > 70 \rightarrow -9,38364 r_x - 0,997225 L_x - 10,5772 b + 45,1901 t$ $Senão \rightarrow 11,9492 r_x + 0,815268 L_x + 13,8585 b - 46,6618 t$	1,0108	0,0550	5,4389	10,4773	-20,4195
F4	$((L_x/r_x)^{c_1} (b/t)^{c_2} c_3 + c_4) L_x + ((L_x/r_x)^{c_5} (b/t)^{c_6} c_7 + c_8) r_x$	$((L_x/r_x)^{-1,71702} (b/t)^{-0,116314} 181,575 + 1,00846) L_x + 31,8389 r_x$	1,0115	0,0574	5,6764	11,5277	-21,7933
F5	$Se L_x/r_x > p \rightarrow ((L_x/r_x)^{c_1} (b/t)^{c_2} c_3 + c_4) L_x$ $Senão \rightarrow ((L_x/r_x)^{c_5} (b/t)^{c_6} c_7 + c_8) L_x$	$Se L_x/r_x > 40 \rightarrow ((L_x/r_x)^{-0,140594} (b/t)^{0,0260461} 6,22372 - 2,17184) L_x$ $Senão \rightarrow (- (L_x/r_x)^{0,447356} (b/t)^{-0,0182726} 1,17307 - 7,61807) L_x$	1,0077	0,0570	5,6559	14,3816	-17,4677

$$E_M = \frac{N_{ANSYS}}{N_{modelo}} \quad (4.1)$$

$$Erro\ relativo = \frac{N_{modelo} - N_{ANSYS}}{N_{ANSYS}} 100 \quad (4.2)$$

Valores maiores que 1 para o erro de modelo e/ou erros relativos negativos revelam um comportamento conservador para o modelo estudado. Em contrapartida, valores abaixo de 1 e/ou erros relativos positivos indicam um procedimento contra segurança.

Na Tabela 4.1, F0 traz os resultados referentes à formulação original que foram observados na Figura 4.3. As demais formulações apresentadas na Tabela 4.1 foram determinadas da seguinte forma:

- F1 – Mantém a forma das expressões originais (F0), permitindo a calibração dos parâmetros: p , c_1 , c_2 , c_3 e c_4 ;
- F2 – Dando continuidade a F0, insere a razão (b/t) na parte condicional da formulação;
- F3 – Expande a ideia da formulação original (F0), inserindo mais dois termos em função de b e t nas expressões;
- F4 – Continua na linha de pensamento da formulação original propondo, entretanto, apenas uma expressão em que os coeficientes que multiplicam L_x e r_x são função das razões (L_x/r_x) e (b/t) ;
- F5 – Abandona o arranjo da formulação F0. F5 apoia-se na ideia de que $(K_x L_x)$ deva ser uma constante multiplicada por L_x , que, no caso, é função de (L_x/r_x) e (b/t) .

A partir dos resultados de erro de modelo e erros relativos apresentados na Tabela 4.1, é possível constatar que o ganho que se obtém devido à calibração dos parâmetros (p , c_1 , c_2 , c_3 e c_4) de F1 frente F0 é notável. Da mesma forma, percebe-se que o ganho obtido na inserção da razão (b/t) na parte condicional da expressão (F2), em detrimento de F1, é considerável.

A melhora observada de F2 frente F1 decorre do fato de que uma das características principais das cantoneiras formadas a frio é a elevada esbelteza da aba. Portanto, é natural que a razão (b/t) seja inserida na formulação. Entretanto, percebe-se que, ao adicionar os parâmetros

b e t de forma isolada (F3), o ganho obtido frente F1 é negligenciável. Sendo assim, F2 foi a que melhor representou o caso das cantoneiras conectadas pela aba.

Entretanto, como dito F4 expande a ideia da atual formulação propondo apenas uma expressão. Os resultados desta alternativa mostraram-se equivalentes a F1. A vantagem de F4 é o fato de propor apenas uma expressão. Enquanto isso, F5 não apresentou resultados satisfatórios, comprovando a eficácia da formulação proposta nas atuais especificações destinadas a perfis soldados e laminados ABNT NBR 8800:2008 e *draft* AISC (2015).

Isto posto, observando o comportamento dos resultados do estudo paramétrico, Figuras 4.4 e 4.5, percebe-se uma nítida mudança de comportamento dos pontos de $b/t < 26$ e $b/t \geq 26$: para as barras de b/t inferior a 26, observa-se um comportamento retilíneo decrescente da força última com o aumento da esbeltez da barra (L_r/r_2), enquanto que, para as barras cujo b/t é superior a 26, o comportamento decrescente é curvilíneo.

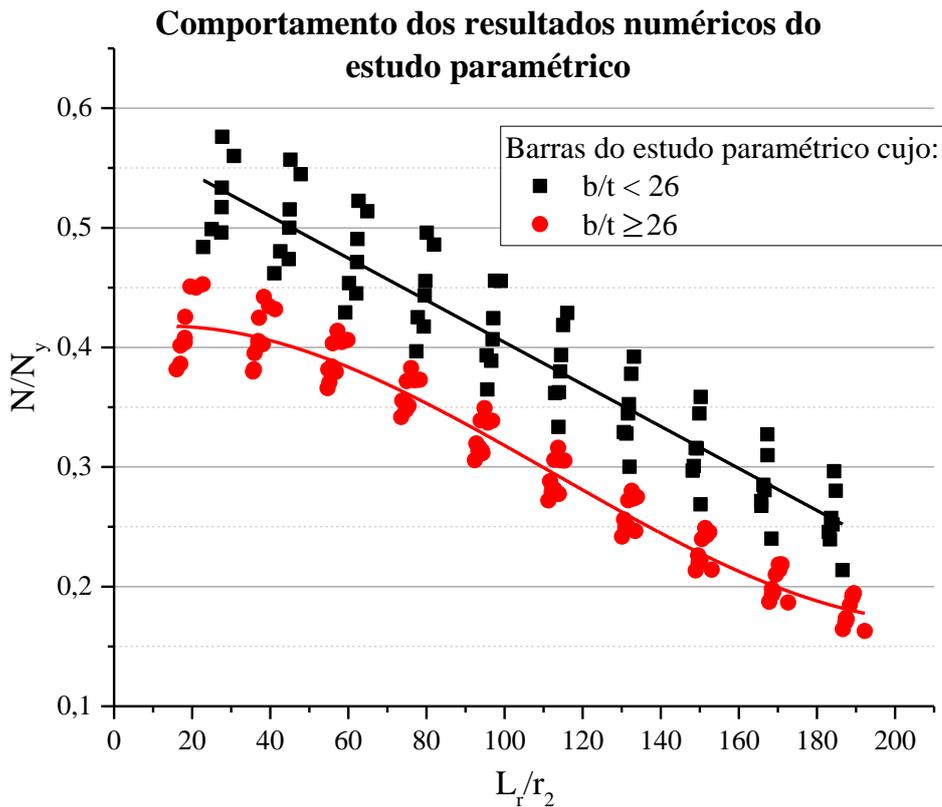


Figura 4.4 – Comportamento dos resultados numéricos gerados pelo estudo paramétrico.

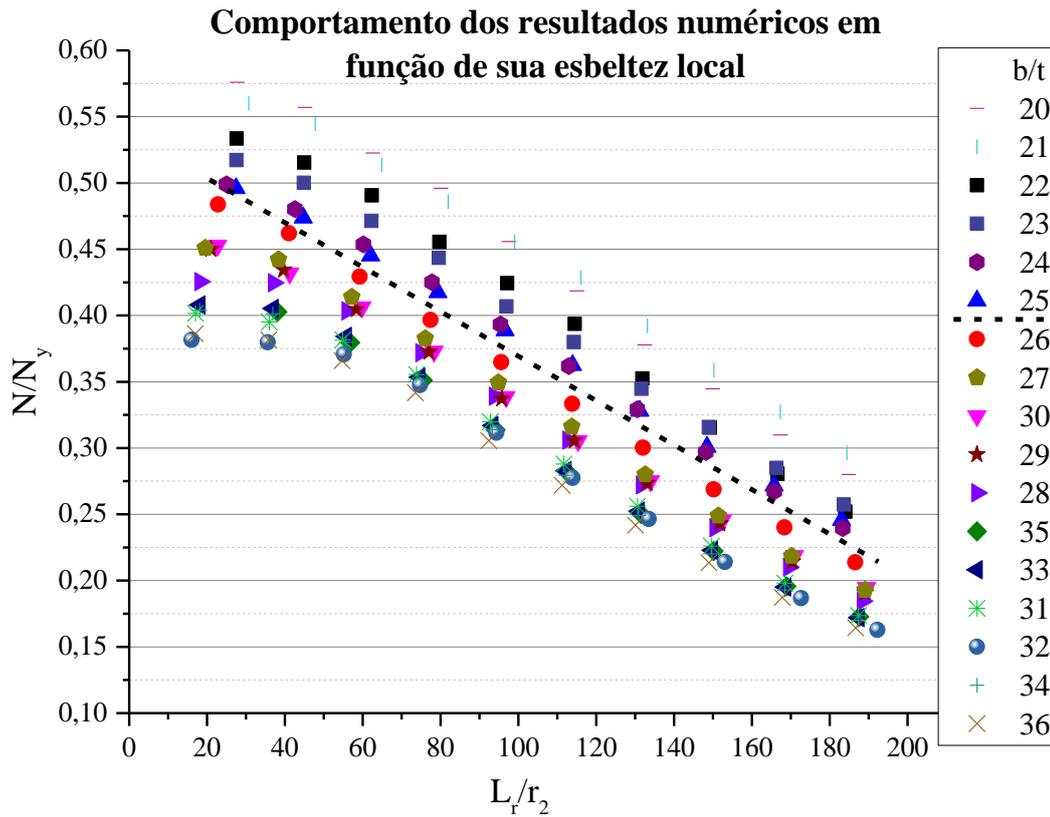


Figura 4.5 – Análise do comportamento dos dados numéricos em relação à esbeltez local (b/t).

Esta constatação vai de encontro com os bons resultados oriundos da formulação F2. De fato, a parte condicional da expressão do comprimento de flambagem equivalente deve levar em conta a esbeltez local da aba (b/t). Entretanto, uma mudança específica na esbeltez $b/t = 26$, como mostra a Figura 4.4, pode ser mais promissora que a aplicação de F2. Sendo assim, propôs-se a alternativa F1.1 que trata-se da alternativa F1 calibrada ora para os dados de $b/t < 26$ ora para os de $b/t \geq 26$.

Ademais, como foi constatada a equivalência, no que se diz respeito a erros de modelo e erros relativos, da formulação F1 e F4, foi proposta também a alternativa F4.1 que trata-se da F4 aplicada ora aos dados de $b/t < 26$ ora aos de $b/t \geq 26$. As alternativas F1.1 e F4.1 calibradas podem ser vistas na Figura 4.5 e os seus resultados na Tabela 4.2.

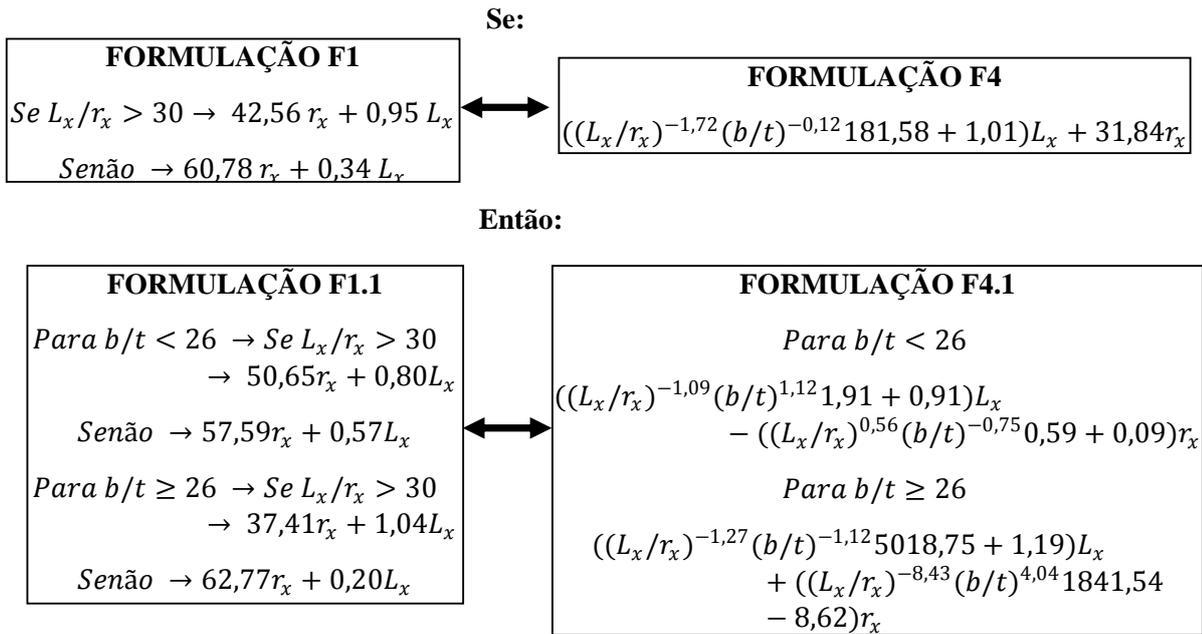


Figura 4.6 – Correspondência entre as formulações F1 e F4 e F1.1 e F4.1 e resultados da calibração das alternativas F1.1 e F4.1.

Tabela 4.2 – Erro de modelo e erros relativos das alternativas F1.1 e F4.1.

Formulação	Erro de Modelo (ANSYS)			Erros relativos (%)	
	Média	Desvio Padrão	Coef. Var. (%)	Máx.	Min.
F1.1	1,0111	0,0387	3,8256	6,3465	-11,1276
F4.1	1,0104	0,0379	3,7556	6,4624	-10,7751

Além de fazerem alusão a um comportamento observado nos resultados do estudo paramétrico (Figuras 4.4 e 4.5), de fato, e como esperado, os resultados das alternativas F1.1 e F4.1 foram melhores que os da Tabela 4.1.

Todavia, é necessário apresentar suas desvantagens. As expressões que determinam o comprimento de flambagem equivalente ($K_x L_x$) da ABNT NBR 8800:2008 apresentam essencialmente apenas uma característica: dada uma seção estudada, ser monotonicamente crescente em função de L_x (no caso, $L_x = L_r$). A alternativa F1.1, em ambas as expressões propostas, compartilha desta característica. Entretanto, o comportamento das expressões propostas por F4.1 não é de fácil visualização. Na Figura 4.7 é possível o observar o caso da seção L 100 x 2,00 mm.

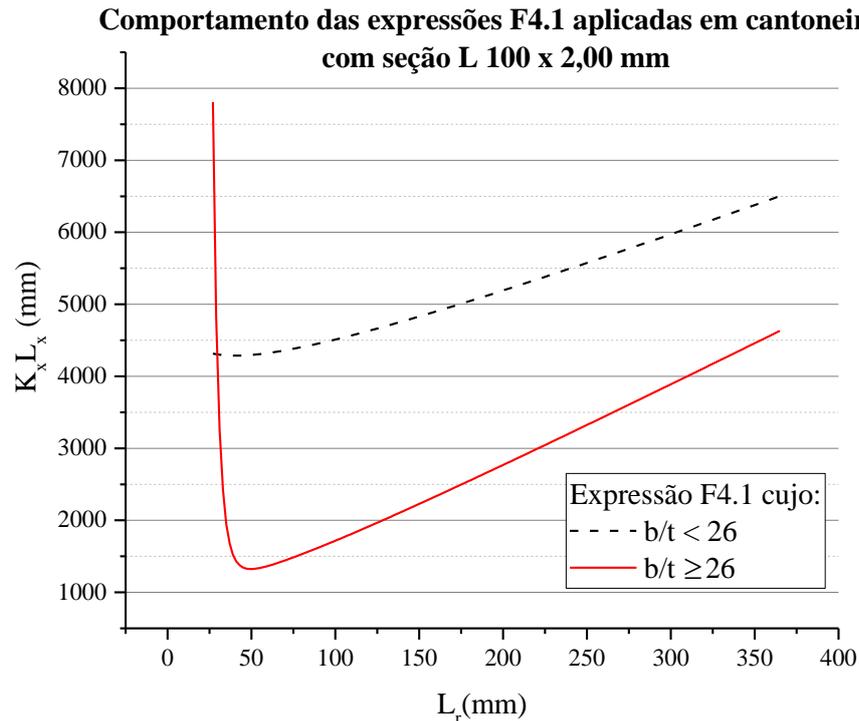


Figura 4.7 – Comportamento das expressões F4.1 aplicada em cantoneiras de seção L 100 x 2,00 mm.

O comportamento observado na Figura 4.7 não se limita à seção L 100 x 2,00 mm. O comportamento fortemente decrescente da expressão referente às barras de $b/t \geq 26$ para pequenos comprimentos é observado para certas combinações de largura e espessura de aba. Desta forma, a aplicabilidade de F4.1 se apoiaria em limitações de espessura de aba, o que não é interessante.

Logo, F1.1 foi considerada a melhor alternativa de formulação para representar o comportamento das cantoneiras formadas a frio e conectadas pela aba. Além de se ajustar aos resultados numéricos, F1.1 também se ajustou adequadamente aos resultados experimentais de Maia (2008), Mesacasa Jr., Beck e Malite (2013) e Branquinho (2014) como mostra a Figura 4.8 com erros relativos de no máximo $\cong 12\%$.

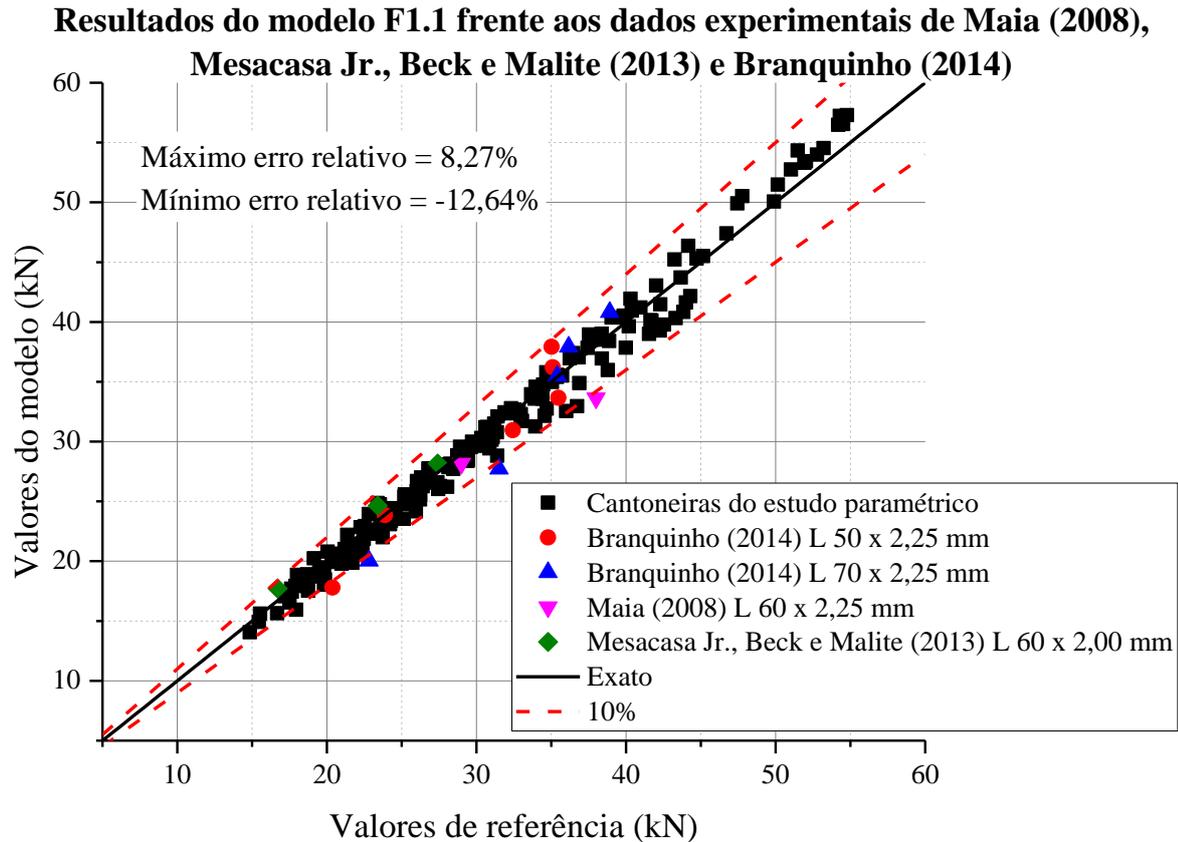


Figura 4.8 - Resultados do procedimento F1.1.

Apesar de F1.1 ter sido elaborada a partir dos resultados do modelo Bon&Fri que avaliou apenas cantoneiras engastadas e de esbeltez local (b/t) de 20 a 36, este procedimento foi confrontado com: (i) os dados experimentais de Silva (2015), Tabela 2.1 da Seção 2.5, que tratam-se de cantoneiras cujo giro em torno da aba conectada não foi impedido, como também com (ii) dados numéricos gerados pelo modelo Bon&Fri para barras ditas *extras* de esbeltez local (b/t) de 15, 50 e 53,33 listados na Tabela 4.3. Tais aplicações do modelo F1.1 podem ser vistos nas Figuras 4.9 e 4.10.

Tabela 4.3 – Barras extras geradas pelo modelo Bon&Fri.

Seção transversal (mm)	b/t	Comprimento (mm)	L/r ₂	Força última (kN)
L 40 x 2,67	15,00	400	52,222	47,916
		965	125,986	38,922
		1530	199,751	27,227
L 100 x 2,00	50,00	400	19,971	38,279
		2200	109,839	32,722
		4000	199,708	17,585
L 80 x 1,5	53,33	400	24,936	25,789
		1500	93,510	22,154
		3200	199,489	11,099

Resultados do modelo F1.1 aplicado às barras livres de Silva (2015)

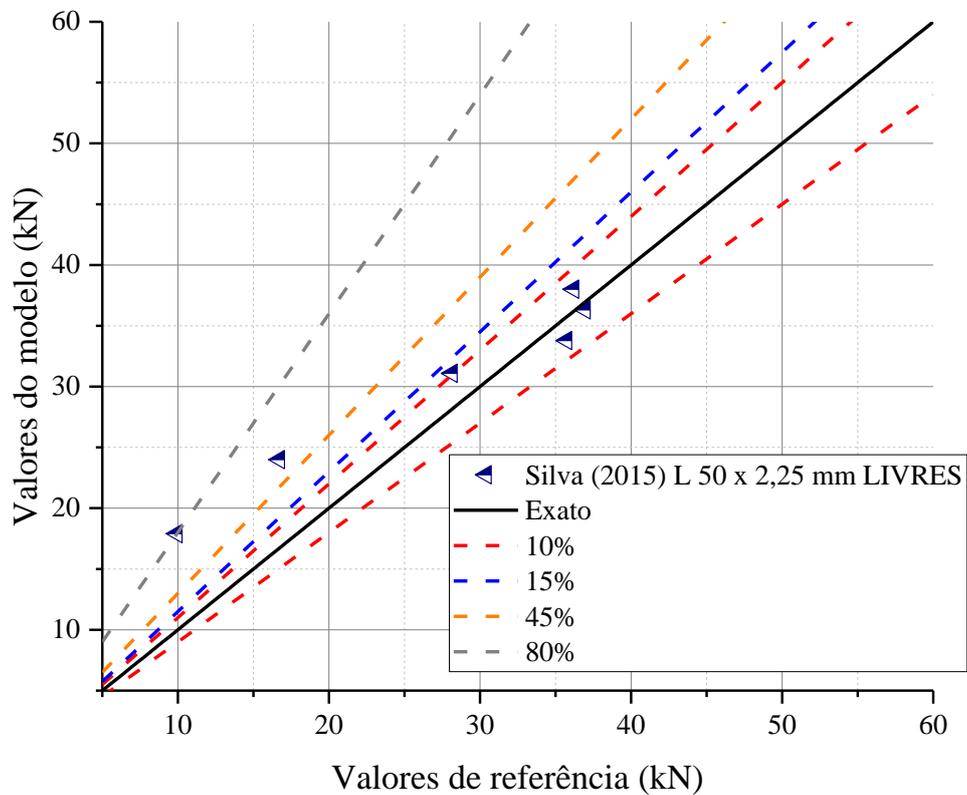


Figura 4.9 – Resultados da aplicação da fórmula F1.1 às cantoneiras de Silva (2015).

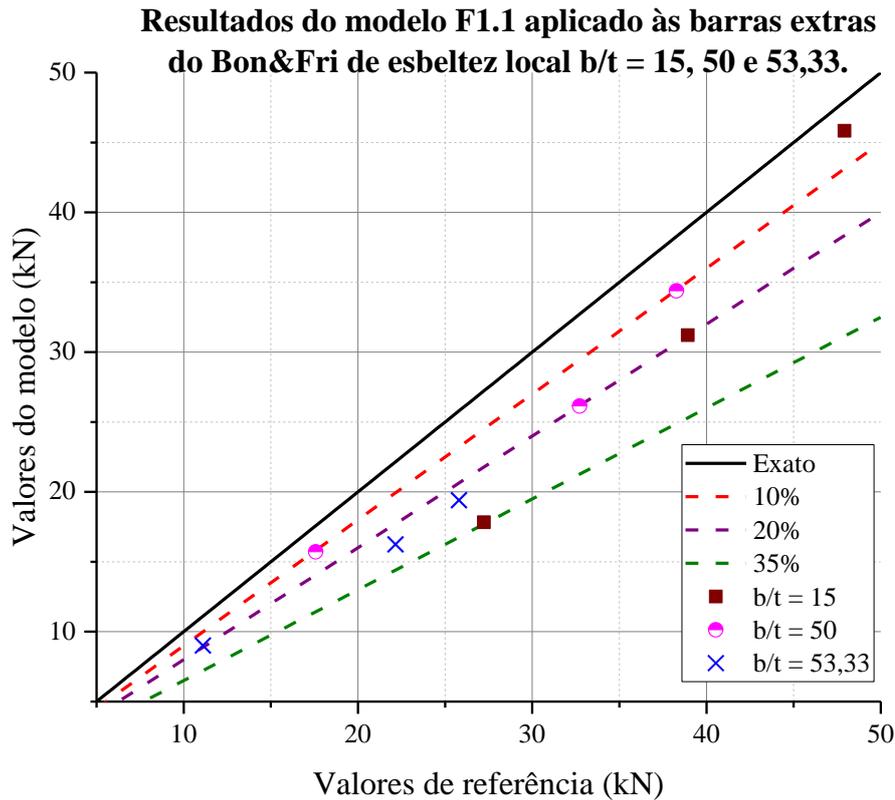


Figura 4.10 - Resultados da aplicação da fórmula F1.1 às cantoneiras extras simuladas por meio do Bon&Fri.

Quanto a aplicação das expressões F1.1 às barras de Silva (2015), nota-se que para as barras com esbeltez $L/r_2 \leq 89$ (as quatro barras menores) foi observado um erro relativo de no máximo 10% enquanto que para as barras mais longas o erro relativo resultou em 45% e 80%. Como as barras pequenas a intermediárias se adequaram satisfatoriamente ao modelo F1.1 proposto para barras engastadas, conclui-se que o efeito da vinculação livre em torno da aba conectada é mais pronunciado para as barras longas (L/r_2 de 140 e 191). Constata-se, portanto, que assim como é necessária uma formulação específica para as barras engastadas, também o é para as cantoneiras livres, visto que a aplicação da formulação F1.1 para as cantoneiras longas livres mostrou-se extremamente contra segurança.

Quanto a aplicação do modelo F1.1 às barras extras, percebe-se que o modelo mostrou-se conservador para estas barras principalmente para a cantoneira mais longa ($L/r_2 \cong 200$) de seção L 40 x 2,67 mm que resultou em um erro relativo de aproximadamente 35%. Quanto às demais barras, conclui-se que a formulação F1.1 poderia ser aplicada para cantoneiras de

esbeltez local igual a 50, admitindo erros relativos de até 20%, não devendo, entretanto, ser aplicada para as de $b/t = 53,33$ visto que resulta em erros relativos próximos a 30%.

Sendo assim, conclui-se que a formulação proposta pela alternativa F1.1 deve ser aplicada estritamente às cantoneiras engastadas de esbeltez local (b/t) de 20 a 36, que foram os limites de estudo, podendo ser estendida no máximo para cantoneiras de $b/t=50$ admitindo-se que, neste caso, os erros podem chegar a 20% a favor da segurança.

As Figuras 4.11 e 4.12 apresentam o fluxograma do procedimento proposto neste trabalho assim como uma comparação deste procedimento frente aos Procedimentos 1, 2 e 3 expostos na Seção 2.4.

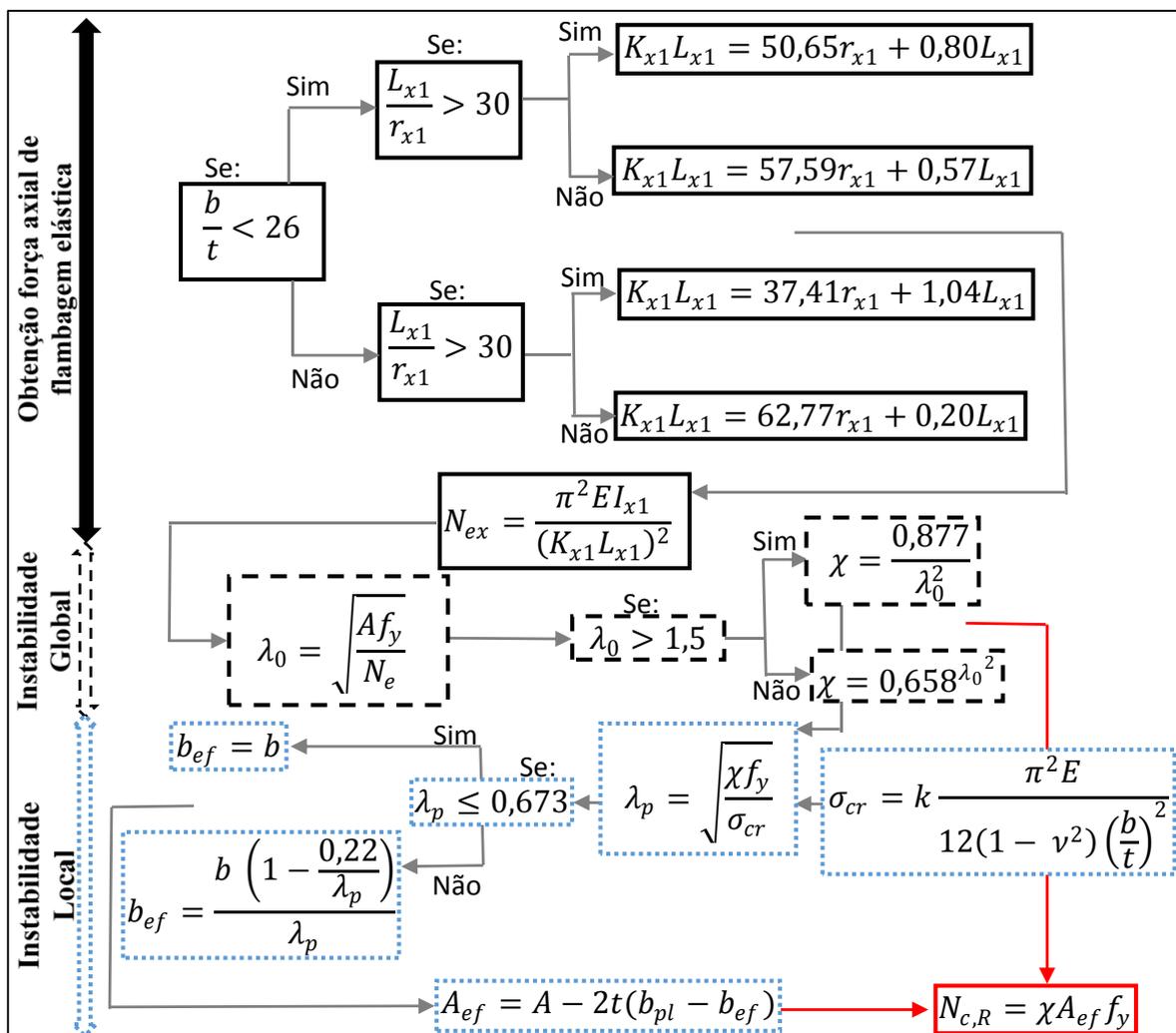


Figura 4.11 – Fluxograma da formulação proposta.

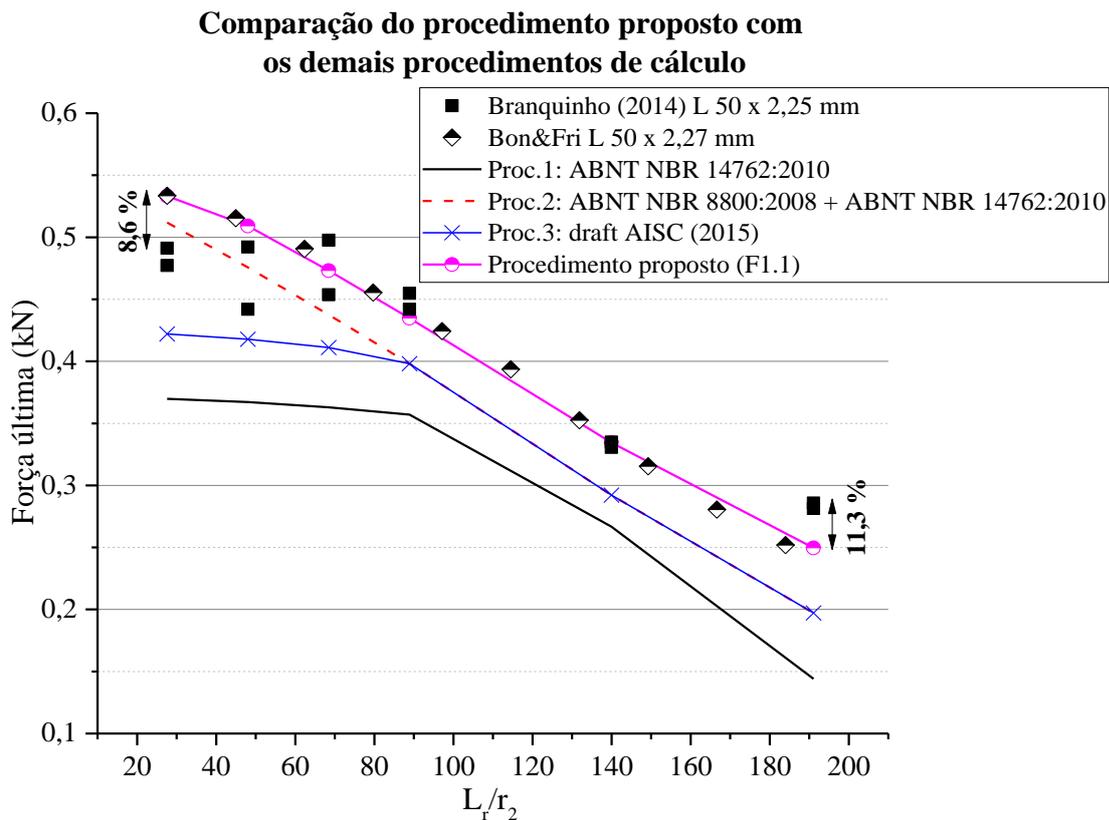


Figura 4.12 – Comparação do procedimento de cálculo proposto (F1.1) com os Procedimentos 1, 2 e 3 aplicados para cantoneiras L 50 x 2,25 mm.

A comparação entre os procedimentos exposta pela Figura 4.12 é confrontada com resultados experimentais de Branquinho (2014) de seção L 50 x 2,25 mm e com os dados numéricos da seção avaliada no estudo paramétrico mais próxima desta de Branquinho (2014): L 50 x 2,27 mm.

Comparando o procedimento proposto com os Procedimentos 1, 2 e 3 é possível observar que o comportamento do procedimento proposto se ajusta fielmente aos dados numéricos e responde de forma satisfatória e adequada aos dados experimentais de Branquinho (2014). Ademais, a vantagem da aplicação do procedimento proposto frente aos demais é evidente.

Sendo assim, a fim de corroborar a aplicabilidade do procedimento proposto, faz-se necessária uma análise de confiabilidade para avaliá-lo juntamente com os coeficientes parciais da ABNT NBR 14762:2010. O Capítulo 5 apresenta tal análise de confiabilidade.

5 ANÁLISE DE CONFIABILIDADE

As estruturas são projetadas a fim de cumprirem uma determinada função estrutural, durante um certo período de tempo, com um nível adequado de segurança e que ainda sejam economicamente viáveis.

Simplificadamente, o nível adequado de segurança, atualmente, é representado pelas normas de projeto por meio do chamado índice de confiabilidade (β). O índice de confiabilidade tem uma relação direta com a probabilidade de falha da estrutura: quanto maior o índice de confiabilidade, menor sua probabilidade de falha. Isto é, adotar um índice de confiabilidade mínimo em normas equivale a adotar um nível máximo de probabilidade de falha aceitável para a estrutura.

A resolução de um problema de confiabilidade parte do equacionamento de requisitos ditos básicos de uma estrutura. Segundo Beck (2014), existem três requisitos básicos que uma estrutura deve ser capaz de atender durante sua vida útil:

- i. Requisito de serviço – a estrutura deve manter-se em condições apropriadas a fim de atender a função a qual foi projetada durante toda sua vida útil;
- ii. Requisito de segurança – a estrutura deve ser capaz de suportar carregamentos extremos esporádicos e carregamentos repetitivos, dentro de sua vida útil, sem que rompa ou que sejam gerados severos danos permanentes;
- iii. Requisito de robustez – uma estrutura não deve apresentar uma resposta desproporcional à gravidade do dano. Por exemplo, por danos causados por eventos acidentais como vento, incêndio, explosões, impactos, terremotos ou erros humanos.

O não atendimento de um destes requisitos leva a um estado não desejável da estrutura. Em uma análise de confiabilidade, cada modo indesejável é denominado “modo de falha”. E, por fim, cada modo de falha compõe um “estado limite”.

Neste sentido, os estados limites últimos correspondem aos requisitos de segurança visto que envolvem a capacidade máxima da estrutura ou sua máxima deformação. Nos estados limites últimos, a ocorrência de uma falha leva a estrutura ao colapso ou a um dano grave e permanente.

Como se observa no trabalho de Beck (2014), por meio da análise de confiabilidade, os estados limites avaliados podem ser quantificados por meio de “equações de estado limite”, $g(\mathbf{X})$. Para cada estado limite estudado, uma equação é escrita em função das variáveis aleatórias X_n envolvidas como mostra a Equação 5.1:

$$g(\mathbf{X}) = g(X_1, X_2, X_3, \dots, X_n) = 0 \quad (5.1)$$

A imposição $g(\mathbf{X}) = 0$ observada na Equação 5.1 indica uma fronteira que divide os chamados “domínios de falha” (D_f) e de “sobrevivência” (D_s) como mostra a Equação 5.2:

$$\begin{aligned} D_f &= \{x | g(\mathbf{X}) \leq 0\} \\ D_s &= \{x | g(\mathbf{X}) > 0\} \end{aligned} \quad (5.2)$$

Desta forma, a probabilidade de falha (P_f) é dada pela probabilidade dos pontos do espaço amostral de \mathbf{X} pertencerem ao domínio de falha da estrutura, Equação 5.3:

$$P_f = P[\{\mathbf{X} \in D_f\}] = P[\{g(\mathbf{X}) \leq 0\}] \quad (5.3)$$

Simplificadamente, assumindo-se que o problema de confiabilidade envolva apenas as variáveis aleatórias resistência (R) e solicitação (S), a probabilidade de falha se resume a (Equação 5.4):

$$P_f = P[\{R - S \leq 0\}] = P[\{M \leq 0\}] = P[\{R \leq S\}] \quad (5.4)$$

A Equação 5.4 faz referência a variável aleatória chamada “margem de segurança” ($M = R - S$). O problema de confiabilidade visto por meio da margem de segurança, em que as variáveis aleatórias R e S são variáveis normais e a equação de estado limite é linear, permite

relacionar de forma direta e exata a probabilidade de falha com o índice de confiabilidade como mostra a Equação 5.5 por meio da função de distribuição cumulativa normal padrão $\Phi()$.

$$P_f = P[\{M \leq 0\}] = P[\{Y \leq -\frac{\mu_M}{\sigma_M}\}] = \Phi(-\frac{\mu_M}{\sigma_M}) = \Phi(-\beta) \quad (5.5)$$

Na Equação 5.5, μ_M , σ_M são a média e o desvio padrão da variável margem de segurança, respectivamente, e Y é a variável margem de segurança no espaço normal padrão, obtida, segundo Beck (2014), através da transformação de Hasofer-Lind. A transformação de Hasofer-Lind transforma variáveis de distribuição normal, com média e desvio-padrão quaisquer, em variáveis aleatórias normais com média nula e desvio-padrão unitário, isto é, em distribuições normais padrão. Detalhes acerca da dedução matemática podem ser vistos em Beck (2014).

A Equação 5.5 juntamente com a Figura 5.1 explicam o porquê que o índice de confiabilidade alvo é tido como uma medida geométrica da probabilidade de falha. Claramente percebe-se que:

- β corresponde a mínima distância entre a origem do espaço normal padrão à equação de estado limite ($g(\mathbf{Y}) = 0$);
- Quanto maior for β , menor é a área relativa à probabilidade de falha da estrutura.

Note que, o caso relatado refere-se a uma equação de estado limite linear composta apenas por duas variáveis aleatórias normais. Para os casos em que haja mais de duas variáveis aleatórias não necessariamente normais e que a equação de estado limite não seja linear, o índice de confiabilidade alvo continua sendo definido como a mínima distância entre a equação de estado limite e a origem do espaço normal padrão, entretanto, sua determinação não é feita de forma direta como mostrou a Equação 5.5 e sim através dos chamados “métodos de transformação”.

Segundo Beck (2014), os métodos de transformação são baseados, essencialmente, na transformação do vetor de variáveis aleatórias \mathbf{X} , com qualquer distribuição conjunta de probabilidades, em um vetor de variáveis aleatórias \mathbf{Y} , com distribuição normal padrão. O método de transformação utilizado neste trabalho é o FORM (*First Order Reliability Method*) assim com feito por Mesacasa Jr., Beck e Malite (2013).

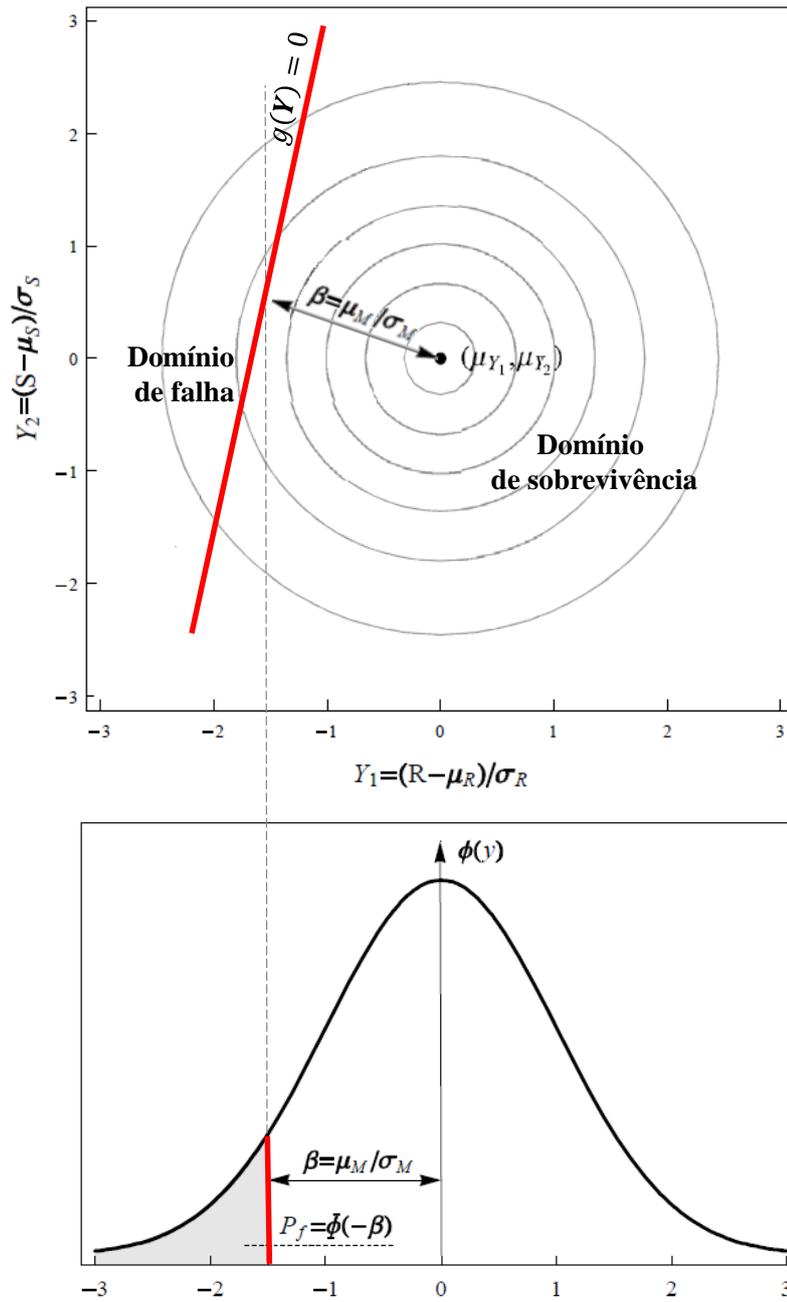


Figura 5.1 – Probabilidade de falha em termos das variáveis normais padrão Y_1 e Y_2 (referentes às variáveis normais R e S , respectivamente) com destaque para o índice de confiabilidade (β) e para a equação de estado limite ($g(\mathbf{Y}) = 0$) linear. Adaptado de Beck (2014).

O FORM permite a consideração de distribuições de probabilidades não normais assim como a correlação entre as variáveis aleatórias. Todavia, sua limitação encontra-se na aproximação feita em equações de estado limite não lineares: estas são aproximadas por hiperplanos, gerando, conseqüentemente, erros devidos a esta linearização que cresce com o

aumento da não linearidade da equação de estado limite, como mostra a área em destaque na Figura 5.2.

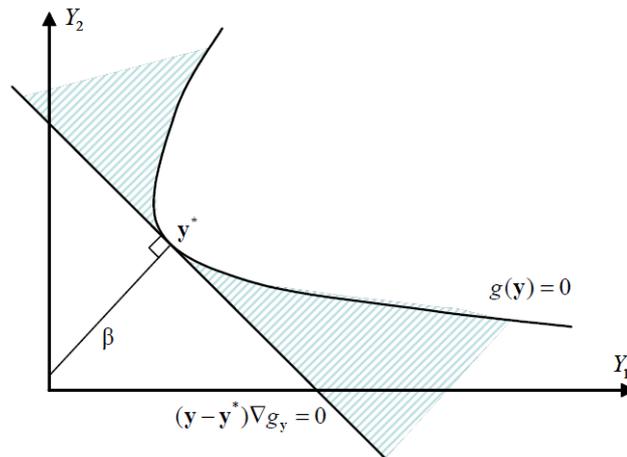


Figura 5.2 – Erro cometido (área em destaque) devido à aproximação de primeira ordem da equação de estado limite. Fonte: Beck (2014).

Devido a esta aproximação, a probabilidade de falha é obtida de forma aproximada (Equação 5.6).

$$P_f \cong \Phi(-\beta) \quad (5.6)$$

Atualmente, as normas de projeto utilizam o índice de confiabilidade para a determinação de um nível aceitável de segurança. A AISI (2012) e ABNT NBR 14762:2010 indicam para barras o índice de confiabilidade alvo de 2,5, que corresponde aproximadamente, segundo a Equação 5.6, a uma probabilidade de falha de 0,62%.

Sendo assim, a análise de confiabilidade desenvolvida no presente capítulo objetiva verificar se o índice de confiabilidade referente a formulação proposta na Seção 4.2 (Figura 4.11) satisfaz à exigência normativa. Além disso, a fim de obter com segurança o índice de confiabilidade alvo do procedimento proposto, foram avaliadas diversas cantoneiras abrangendo uma extensa faixa de L/r_2 e b/t . Para tal, as análises foram feitas por meio do *software* StRANd for Students (versão Mathematica).

5.1 O PROBLEMA DE CONFIABILIDADE ESTRUTURAL

Barras de aço submetidas a compressão axial apresentam essencialmente dois estados limites últimos: (i) escoamento da seção bruta – para barras de baixa esbeltez global e local - e (ii) instabilidades local e/ou global para as demais. Neste trabalho, as barras analisadas apresentam elevada esbeltez local e compõe uma ampla faixa de esbeltez global. Desta forma, todas inserem-se na categoria de estado limite de instabilidade.

Sendo assim, a análise de confiabilidade feita foi embasada na seguinte equação de estado limite, $g(\mathbf{X})$ (Equação 5.7):

$$g(\mathbf{X}) = N_{ref} - D - L \quad (5.7)$$

A Equação 5.7 apresenta os tipos de ações considerados na análise: ação permanente (D) e variável (L). A relação adotada para estes carregamentos foi de $D/L = 1/5$ que é a razão denominada como “ponto de calibração” pelo AISI desde a década de 80, segundo Bolandim (2011). Esta razão de carregamentos representa uma estrutura leve tal como ocorre na prática no uso de cantoneiras formadas a frio. A parcela do esforço resistente é dada a partir dos valores de referência (N_{ref}) deste trabalho: dados experimentais e/ou numéricos oriundos do modelo Bon&Fri (estudo paramétrico). Os valores de referência também podem ser escritos em função do chamado “erro de modelo”, E_M . O erro de modelo trata-se de uma variável aleatória que pode ser entendida como uma sensibilidade do modelo.

Segundo Beck et al. (2009) a variável aleatória erro de modelo é capaz de afetar o índice de confiabilidade (β) de duas formas: (i) quando a média do erro de modelo é superior à unidade reflete um conservadorismo do modelo enquanto que (ii) quando a média do erro de modelo é inferior à unidade caracteriza um modelo contra segurança, contribuindo para índices de confiabilidade mais baixos e, conseqüentemente, maiores probabilidades de falha. O erro de modelo é definido pela Equação 5.8:

$$E_M = \frac{N_{ref}}{N_{modelo}} = \frac{N_{ref}}{N_{c,R}} \rightarrow N_{ref} = E_M N_{c,R} \quad (5.8)$$

Desta forma, a equação de estado limite pode ser escrita da seguinte forma (Equação 5.9):

$$g(\mathbf{X}) = E_M N_{c,R} - D - L \quad (5.9)$$

A equação de estado limite estudada (Equação 5.9) trata-se, portanto, de uma igualdade de forças: resistente ($E_M N_{c,R}$) e solicitante ($D + L$). O valor de $N_{c,R}$ é determinado a partir da formulação proposta da Figura 4.11.

Uma das características mais marcantes das normas baseadas em métodos semiprobabilísticos, que as diferenciam das normas baseadas em tensões admissíveis, é a incorporação de coeficientes parciais de segurança visto que eles permitem tratar as incertezas dos carregamentos e das resistências de forma separada.

Segundo Beck (2014), o problema de confiabilidade dito “direto” trata-se de obter o índice de confiabilidade alvo de uma estrutura com base em um conjunto de coeficientes parciais de segurança pré-determinados. Enquanto que, o problema de confiabilidade denominado “inverso” consiste em determinar os coeficientes parciais que resultem no índice de confiabilidade alvo desejado.

Desta forma, a fim de realizar uma análise de confiabilidade direta, o procedimento da Figura 4.11 foi avaliado juntamente com os coeficientes parciais de segurança da ABNT NBR 14762:2010. Assim, o equilíbrio de forças foi respeitado envolvendo tais coeficientes como segue na Equação 5.10.

$$\frac{N_{c,R}}{\gamma_R} = \gamma_D D_n + \gamma_L L_n \quad (5.10)$$

Na Equação 5.10, γ_R , γ_D e γ_L tratam-se dos coeficientes de ponderação da resistência, da ação permanente e variável, respectivamente, da ABNT NBR 14762:2010, Tabela 5.1:

Tabela 5.1- Coeficientes parciais de segurança adotados no problema de confiabilidade direto.

Coeficiente		Valores da ABNT NBR 14762:2010
γ_R	1,2	Coeficiente de ponderação da resistência
γ_D	1,25	Coeficiente parcial referente ao peso próprio das estruturas metálicas
γ_L	1,50	Coeficiente parcial referente a ação variável (sobrecarga)

Desta forma, e a partir da relação $D/L=1/5$ adotada, foi possível determinar o valor nominal para a ação permanente, isto é, D_n , Equação 5.11:

$$D_n = \frac{N_{c,R}}{\gamma_R(\gamma_D + 5 \gamma_L)} \quad (5.11)$$

Na presente análise de confiabilidade foram avaliadas diversas cantoneiras compondo uma extensa faixa de esbeltez local (b/t) e global (L/r_2). Sendo assim, foram consideradas variáveis aleatórias nesta análise: ação permanente e variável (no caso, a sobrecarga), módulo de elasticidade do aço (E), resistência ao escoamento do aço (f_y) e o erro de modelo. As distribuições de probabilidades destas variáveis foram determinadas a partir do trabalho de Ellingwood e Galambos (1983), Tabela 5.2, com exceção da variável erro de modelo que foi determinada a partir de um ajuste de distribuições de probabilidades (Seção 5.2).

Tabela 5.2 – Distribuições indicadas por Ellingwood e Galambos (1983).

	Variável Aleatória	Média	Coef. Variação	Distribuição
	f_y – compressão centrada para barras de esbeltez intermediária	$1,08f_{yn}$	0,15	LogNormal
	f_y – flexo-compressão	$1,07f_{yn}$	0,15	LogNormal
Valores adotados	f_y	$1,08f_{yn}$	0,15	LogNormal
	E	$1,00 E_n$	0,03	LogNormal
	D	$1,05 D_n$	0,10	Normal
	L	$1,00 L_n$	0,25	Função extremo Tipo I (Gumbel Máximo)

Como visto na Tabela 5.2, a média para a resistência ao escoamento foi adotada de acordo com as recomendações para barras sob compressão centrada visto que o procedimento proposto assume, por simplicidade, compressão centrada.

O problema de confiabilidade direto foi avaliado para duas situações:

- (i) Sem a variável erro de modelo, isto é, considerando a variável como um valor determinístico e igual à 1;
- (ii) Com o erro de modelo calculado com base nos resultados numéricos (Bon&Fri) e experimentais de Maia (2008), Mesacasa Jr., Beck e Malite (2013) e Branquinho (2014).

Como não foi observado nenhum tipo de dependência linear entre as variáveis aleatórias estudadas, o método FORM se resume em uma transformação das distribuições marginais originais em distribuições normais padrão equivalentes. Detalhes do algoritmo FORM utilizado no programa StRAnD for Students podem ser encontrados em Beck (2014).

A seguir são apresentados a determinação da distribuição de probabilidades para a variável aleatória erro de modelo assim como os resultados do problema direto, Seções 5.2 e 5.3, respectivamente.

5.2 AJUSTE DAS DISTRIBUIÇÕES DE PROBABILIDADE PARA A VARIÁVEL ALEATÓRIA ERRO DE MODELO

A partir dos resultados de força última do estudo paramétrico (Bon&Fri) e dos resultados experimentais de Maia (2008), Mesacasa Jr., Beck e Malite (2013) e Branquinho (2014), foi possível calcular a variável erro de modelo para cada cantoneira analisada.

Com isso, ajustes de distribuição estatística foram feitos a fim de obter uma distribuição adequada para representar a variável erro de modelo. Tais ajustes foram realizados por meio do *software* EasyFit 5.6 Standard, assim como foi feito por Bolandim (2011). O *software* EasyFit 5.6 Standard aplica três testes de aderência (Chi-Quadrado, Kolmogorov-Smirnov e Anderson-

Darling) para diversos tipos de distribuições estatísticas e as classifica de acordo com o melhor ajuste.

Dentre as distribuições de probabilidades do StRAnD for Students, a distribuição que mais de adequou aos dados de experimentais e numéricos do erro de modelo foi a Gumbel Máximo (Figura 5.3) cujos resultados dos testes de aderência foram:

- Chi-Quadrado (χ^2): 0,8152 (P valor, isto é, $P(\chi^2 \geq \chi_{EasyFit}^2)$);
- Kolmogorov-Smirnov (D): 0,78971 (P valor);
- Anderson-Darling (A^2): 0,5083 (estatística).

Detalhes quanto às formulações de P valor e estatística de cada teste de aderência podem ser encontrados no Manual do EasyFit (MATHWAVE TECHNOLOGIES, 2015).

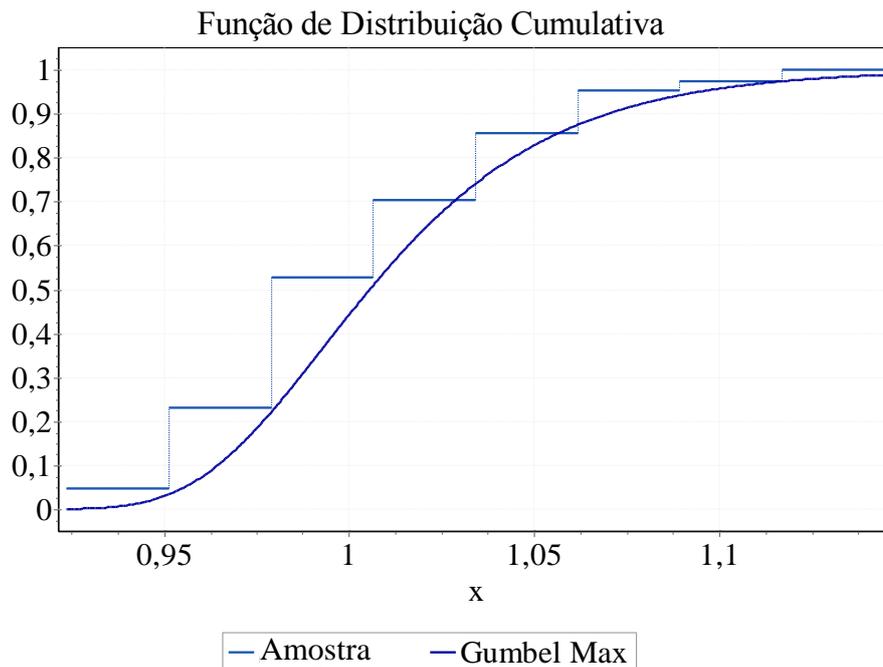


Figura 5.3 – Função de distribuição cumulativa de probabilidades Gumbel Máximo. Fonte: EasyFit 5.6 Standard.

A Tabela 5.3 apresenta os valores característicos da variável aleatória erro de modelo que será descrita pela distribuição Gumbel Máximo assim como a definição de cada valor característico destacado.

Tabela 5.3 – Valores característicos da distribuição Gumbel Máximo gerados pelo *software* EasyFit 5.6 Standard.

Valor característico	Resultado do EasyFit 5.6 Standard	Definição
Média ou valor esperado (μ)	1,0128	$\int_{-\infty}^{+\infty} x f_X(x) dx$
Variância ($Var[X]$)	0,00192	$\int_{-\infty}^{+\infty} (x - \mu)^2 f_X(x) dx$
Desvio Padrão (σ)	0,04386	$\sqrt{Var[X]}$
Coefficiente de variação (c.v.)	0,04331	$\frac{\sigma}{\mu}$

Nota: $f_X(x)$ trata-se da função de densidade de probabilidades da variável aleatória X .

Desta forma, baseado na Tabela 5.2, na Equação 5.11, na razão $D/L=1/5$ e nos dados na Tabela 5.3, foram listadas na Tabela 5.4 todas as distribuições de probabilidades utilizadas no problema de confiabilidade direto. Foram adotados: $f_{yn} = 327$ MPa e $E_n = 200\ 000$ MPa. Ora a variável erro de modelo foi considerada, ora não.

Tabela 5.4 – Distribuições de probabilidades utilizadas no StRAnD for Students.

Variável Aleatória	Média	Desvio Padrão	Distribuição de probabilidades
f_y (Mpa)	353,16	52,974	LogNormal
E (Mpa)	200 000	6 000	LogNormal
D (kN)	0,1 $N_{c,R}$	0,01 $N_{c,R}$	Normal
L (kN)	$N_{c,R}/2,1$	$N_{c,R}/8,4$	Função extremo Tipo I (Gumbel Máximo)
E_M	1,0128	0,04386	Gumbel Máximo

5.3 RESULTADOS DO PROBLEMA DIRETO

A resolução do problema direto de confiabilidade foi feita a partir do *software* StRAnD for Students em que foram analisados, a rigor, 3200 problemas de confiabilidade variando os parâmetros comprimento da barra, largura e espessura das abas da seguinte forma:

L [mm] = {400, 450, 500, 550, 600, 650, 700, 750, 800, 850, 900, 950, 1000, 1050, 1100, 1150, 1200, 1250, 1300, 1350, 1400, 1450, 1500, 1550, 1600, 1650, 1700, 1750, 1800, 2000, 2200, 2400, 2600, 2800, 3000, 3200, 3400, 3600, 3800, 4000};

b [mm] = {40, 45, 50, 55, 60, 65, 70, 80, 90, 100} e t [mm] = {1,9; 2,0; 2,25; 2,65; 3,0; 3,35; 3,75; 4,0}.

Os gráficos das Figuras 5.4 e 5.5 ilustram os resultados das análises realizadas desconsiderando e considerando a variável aleatória erro de modelo, respectivamente e a partir delas, é possível constatar:

- i. Ambos resultados foram muito próximos comprovando a boa calibração do procedimento proposto;
- ii. O índice de confiabilidade mínimo obtido nas análises sem e com a variável aleatória erro de modelo foi de 2,50202 e 2,49869, respectivamente. Em ambos os casos foi atendida a exigência das normas vigentes AISI (2012) e ABNT NBR 14762:2010 ($\beta_{\text{mínimo}} = 2,5$);
- iii. Em ambas análises é possível observar o comportamento estratificado, isto é, de camadas praticamente horizontais para b/t de 20 a 36 (abrangência do estudo paramétrico) comprovando o bom desempenho de ambas as expressões propostas: a de $b/t < 26$ e a de $b/t \geq 26$;
- iv. Ademais, a pequena variação do índice de confiabilidade em relação a L/r_2 em ambos os casos ($\beta \cong 2,5$ a $2,55$) reflete o bom comportamento da formulação proposta em toda área analisada.

Portanto, o procedimento proposto (Figura 4.11) é consistente e seguro segundo às exigências normativas da AISI (2012) e ABNT NBR 14762:2010.

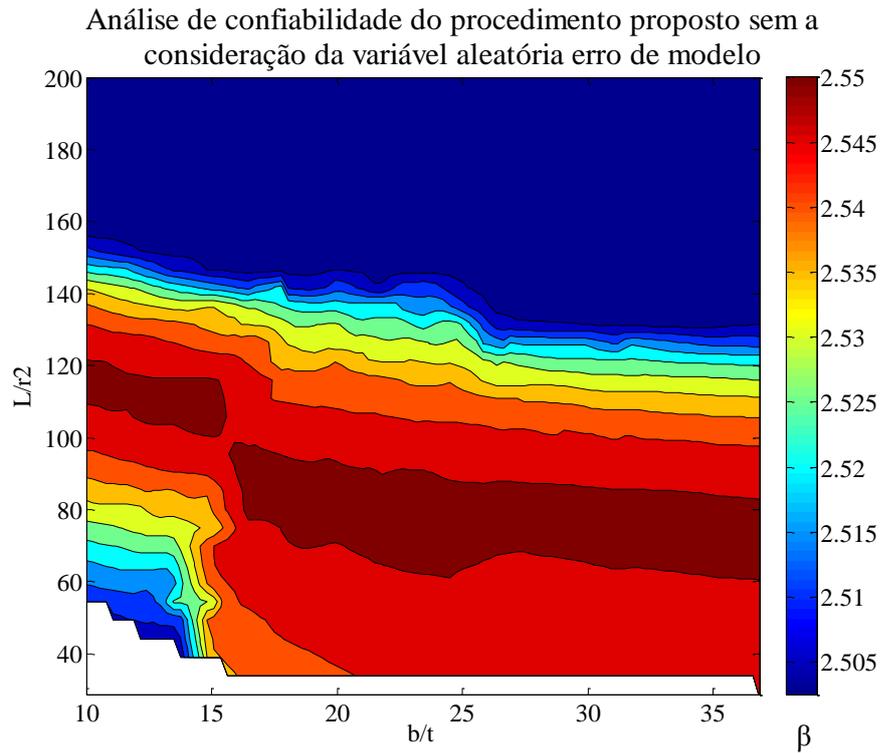


Figura 5.4 - Resultados do problema direto para o índice de confiabilidade (β) sem a consideração da variável aleatória erro de modelo.

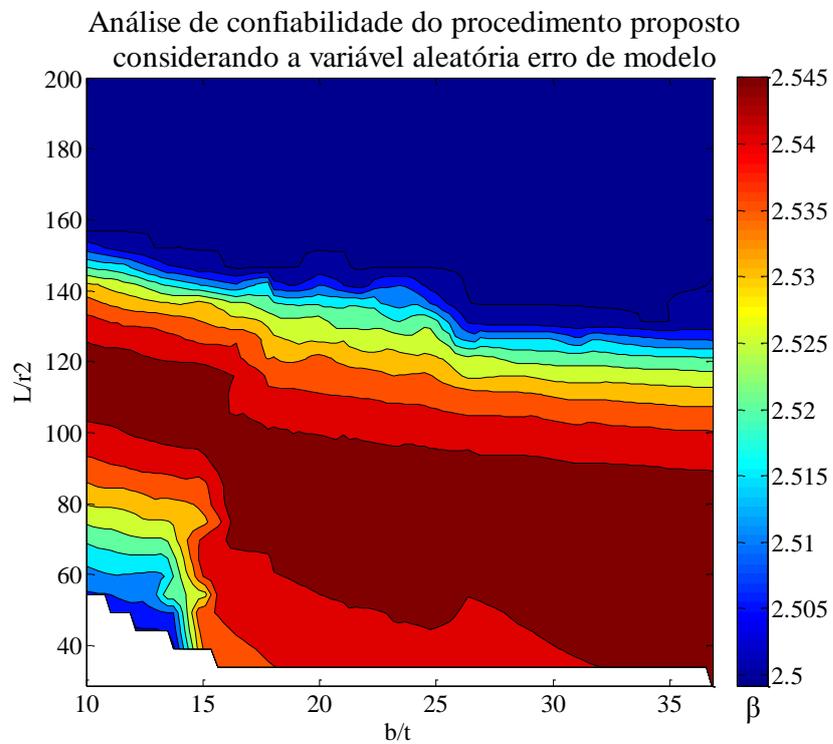


Figura 5.5 – Resultados do problema direto para o índice de confiabilidade (β) com a consideração da variável aleatória erro de modelo.

6 MODOS DE INSTABILIDADE

A classificação dos modos de instabilidade em cantoneiras ainda não é consenso entre pesquisadores. O caso das cantoneiras formadas a frio e conectadas pela aba não é diferente: na literatura, há desde pesquisadores que estipulam um único modo (WOOLCOCK; KITIPORNCHAI, 1986) a até quem defenda seis modos de instabilidade (ELGAALY; DAGHER; DAVIS, 1991) como é possível observar na Tabela 2.2 da Seção 2.6. Por outro lado, ainda persistem as divergências entre considerar o modo de instabilidade da cantoneira como modo local ou como global de flexo-torção.

As divergências acerca da identificação dos modos de instabilidade advêm da alta subjetividade existente nas classificações visto que, comumente, os modos de instabilidade são classificados apenas visualmente gerando resultados claramente “tendenciosos”.

Quando observados experimentalmente, percebe-se que os modos de instabilidade tratam-se de uma composição e uma interação entre modos conhecidos: modos globais de flexão, de torção e modos locais. Entretanto, apenas visualmente, não é possível estipular uma composição fiel destes modos conhecidos a fim de representar o observado.

Nesse sentido, no presente capítulo, os modos de instabilidade das cantoneiras formadas a frio e conectadas pela aba são avaliados de forma clara por meio de uma ferramenta computacional. As análises foram feitas a partir das configurações deformadas das barras estudadas por meio do modelo Bon&Fri após a determinação de sua força última.

Ferramentas computacionais foram desenvolvidas nos últimos anos visando a identificação dos modos de instabilidade como também, em alguns casos, o cômputo da participação de cada modo de deformação em uma estrutura deformada (participação modal), como por exemplo, os programas CUFMS, de Schafer (2001), que faz uso do Método de Faixas Finitas e o GBTUL, de Bebiano et al. (2014), que lança mão, como o próprio nome indica, da GBT.

Entretanto, estes programas têm fortes limitações quanto ao tipo de condição de contorno e de carregamento. Por exemplo, não é adequado, e nem mesmo possível, realizar o estudo das cantoneiras conectadas pela aba por meio destas ferramentas. O estudo do presente trabalho não trata de condições de contorno rotuladas e nem tão pouco engastadas, mas sim de uma interação entre dispositivo de apoio e cantoneira. Da mesma forma, a transmissão do carregamento é dependente também desta interação, configurando-se, portanto, em condições de carregamento não usuais destes programas.

Sendo assim, no presente trabalho, utilizou-se o programa desenvolvido na Universidade Virginia Tech, Estados Unidos, chamado Buckling Cracker (CAI, 2014). Trata-se de uma ferramenta desenvolvida no *software* MATLAB, implementada em uma interface gráfica, que retorna a participação modal de uma estrutura, dada a sua configuração deformada por meio de um campo de deslocamentos. O cálculo da participação modal é feito por meio da GBT e o campo de deslocamentos pode ser proveniente da resposta de uma análise numérica (por exemplo, gerada pelo ANSYS) como também de uma nuvem de pontos coletados experimentalmente.

Desta forma, não há limitações de condições de contorno nem tampouco de carregamento na medida em que apenas a configuração deformada é importada ao programa que a utiliza para fazer suas análises. A única limitação presente é a imposição de que as estruturas sejam prismáticas e que sejam discretizadas em malha retangular. Isto é, furos não são permitidos nesta ferramenta. Sendo assim, foi feita uma adequação nos resultados numéricos gerados pelo modelo Bon&Fri, que oportunamente será descrita, de forma a permitir o uso deste recurso computacional.

Isto posto, margeando as discussões acerca dos modos de instabilidade, optou-se por utilizar a GBT, por meio do Buckling Cracker (CAI, 2014), para embasar os estudos sobre os modos de deformação que efetivamente ocorrem nas cantoneiras conectadas pela aba.

Desenvolvida por Schardt (1989, 1994), a GBT expande o estudo tradicional de estruturas uma vez que descreve o comportamento do elemento por meio de um sistema de equações diferenciais de 4ª ordem (denominado *Sistema de Equações GBT*) e leva em conta a distorção da seção transversal. Além disso, é amplamente empregada no estudo da instabilidade de elementos prismáticos de seção aberta.

A GBT trata a configuração deformada de uma estrutura como uma combinação linear de modos de deformação pré-determinados. A partir de ferramentas adequadas, a GBT é capaz de avaliar a participação dos modos de deformação de forma separada e explícita. Segundo Dinis, Camotim e Silvestre (2006), a GBT mostra-se mais versátil e eficiente computacionalmente do que métodos como o de faixas finitas ou mesmo elementos finitos.

Na Seção 6.1 é apresentada uma breve explicação dos procedimentos de cálculo utilizados pelo Buckling Cracker (CAI, 2014) para determinar a participação modal assim como as adequações realizadas para o uso desta ferramenta (Seção 6.1) e os resultados destas análises (Seção 6.2).

6.1 ANÁLISE POR MEIO DO BUCKLING CRACKER

O Buckling Cracker (CAI, 2014) calcula as amplitudes modais assim como os fatores de participação modal de qualquer campo tridimensional de deslocamentos. A diferença desta ferramenta frente às demais está no uso dos modos de deformação da GBT como funções de forma para a resolução do Sistema de Equações GBT. Segundo Cai e Moen (2015), as principais vantagens desta técnica utilizada no Buckling Cracker são: (i) uso de um único conjunto de funções de forma que podem ser utilizados para quaisquer condições de contorno e comprimento da estrutura analisada e (ii) a facilidade de se obter as funções de forma, visto que são simplesmente os modos de deformação GBT.

São apresentados, nesta seção, os principais aspectos do programa Buckling Cracker (CAI, 2014). Como dito, a GBT é comumente empregada em pesquisas envolvendo elementos prismáticos de seção aberta e também de parede fina como em análises de perfis formados a frio. A Figura 6.1 apresenta os sistemas de coordenadas locais e globais utilizados na formulação da GBT assim como a direção dos deslocamentos considerados: $u(s, x)$ – deslocamento na direção axial da barra; $v(s, x)$ – deslocamento de mesma direção que a coordenada local s , isto é, que percorre a linha média dos elementos da seção e $w(s, x)$ – deslocamento ortogonal a estes últimos. Estas três funções de deslocamento compõem o campo de deslocamentos da

estrutura em estudo e são essenciais para o desenvolvimento do procedimento de cálculo utilizado no programa Buckling Cracker (CAI, 2014).

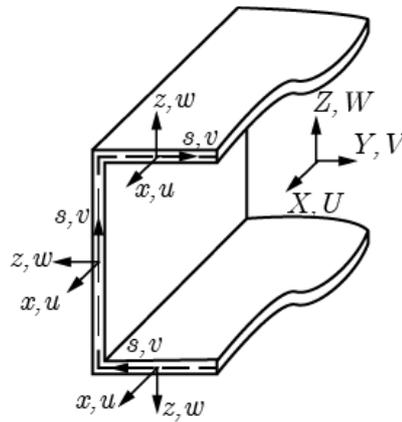


Figura 6.1 – Sistemas de coordenadas local e global utilizados com detalhe para as direções dos deslocamentos $u(s, x)$, $v(s, x)$ e $w(s, x)$. Fonte: Cai e Moen (2015).

A Figura 6.2 mostra, simplificada, um fluxograma do procedimento de cálculo utilizado no Buckling Cracker (CAI, 2014) construído a partir das indicações de Dinis, Camotim e Silvestre (2006) e Cai e Moen (2015).

A estrutura do programa inicia-se com a definição do campo de deslocamentos da barra em função das funções de forma $u_k(s)$, $v_k(s)$ e $w_k(s)$, em que o índice k refere-se ao modo de deformação avaliado, e de uma função denominada “vetor de amplitudes modais” ($\Phi_k(x)$). A partir destas funções de deslocamento, determinam-se as grandezas de deformação, distorção e de tensões em cada direção (ε_{ij} , γ_{ij} e σ_{ij} , respectivamente, em que i e j são suas componentes). Assim, o equilíbrio pode ser estabelecido em função apenas do vetor de amplitudes modais ($\Phi_k(x)$) compondo o Sistema de Equações GBT de 4ª ordem. Este equilíbrio pode ser determinado, segundo Dinis, Camotim e Silvestre (2006), pelo Método da Energia.

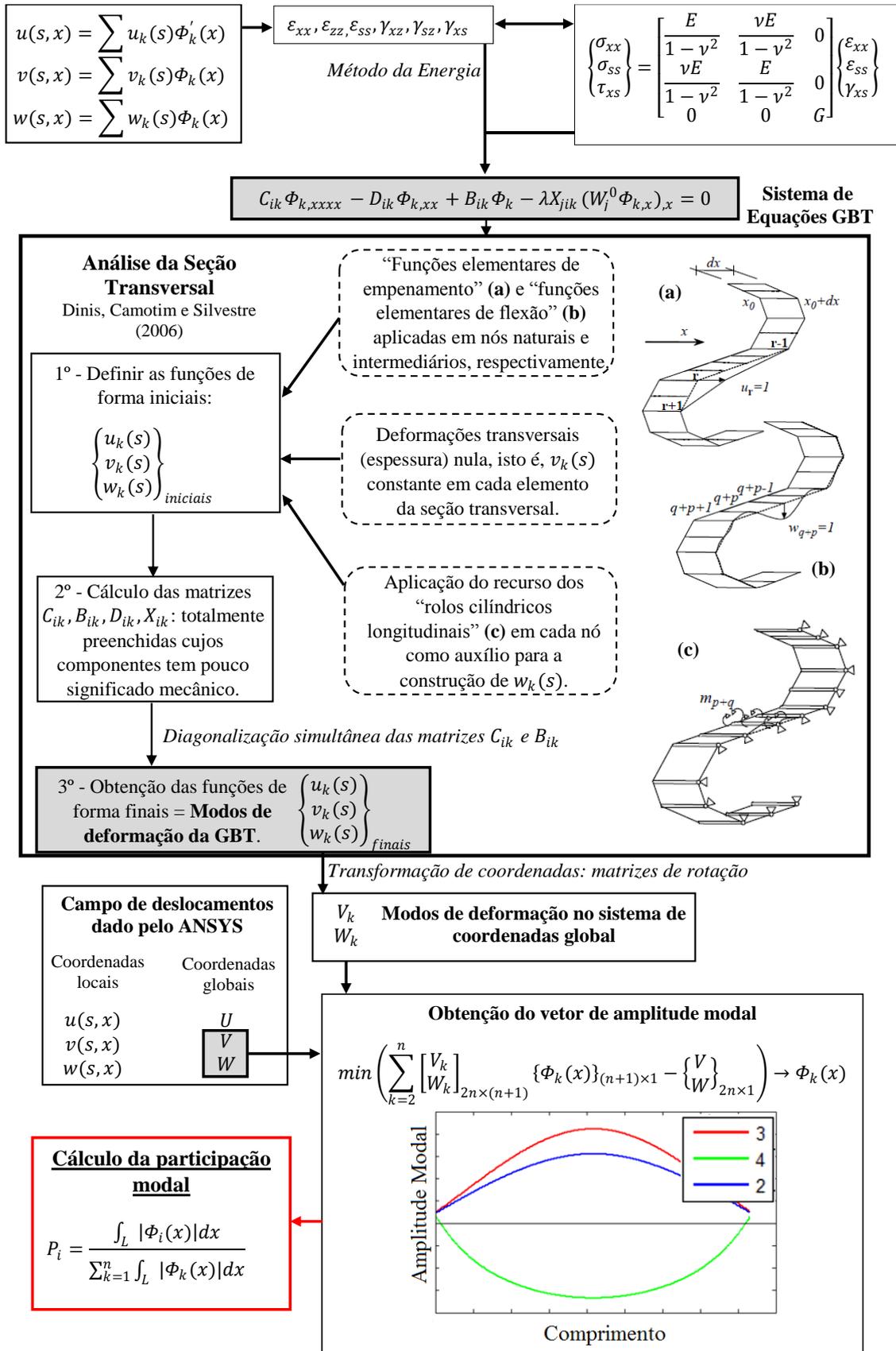


Figura 6.2 – Esquema simplificado do procedimento de cálculo utilizado pelo Buckling Cracker (CAI, 2014).

Desta condição de equilíbrio, objetiva-se obter as funções de forma ($u_k(s)$, $v_k(s)$ e $w_k(s)$) que são os modos de deformação da GBT. De uma forma geral, segundo Dinis, Camotim e Silvestre (2006), a construção destas funções de forma é composta por duas etapas:

- (i) Uma seleção sistemática, mais ou menos intuitiva, de um conjunto de funções de forma denominadas “funções de forma iniciais”.
- (ii) Posteriormente, um refinamento mais elaborado e racional, construindo as “funções de forma finais”.

Segundo Dinis, Camotim e Silvestre (2006), as funções de forma iniciais são construídas a partir de uma série de recursos, dentre eles:

- (i) A discretização dos elementos da seção avaliada em nós naturais e intermediários. Os nós naturais são os nós de extremidade de cada elemento da seção enquanto que os intermediários são os nós discretizados entre os nós naturais (Figura 6.3).

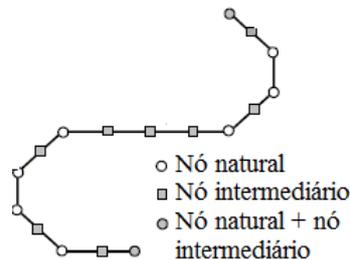


Figura 6.3 – Definição de nós naturais e intermediários. Fonte: adaptação de Dinis, Camotim e Silvestre (2006).

- (ii) A imposição de chamadas “funções elementares de empenamento” em cada nó natural e de “funções elementares de flexão” em cada nó intermediário. Segundo Dinis, Camotim e Silvestre (2006), a forma mais lógica de classificar os nós é de acordo com a natureza das funções elementares que lhes são impostas centradas: os nós em que são impostas funções de empenamento são chamados naturais e os nós em que são impostas funções de flexão, são os intermediários. Desta forma, se lhe são impostos os dois tipos de funções, ele é um nó natural e intermediário (Figura 6.3).

- (iii) A adoção da hipótese de deformações transversais (ao longo da espessura dos elementos) nula. Isto é, a função $v_k(s)$ é constante ao longo de uma mesma linha da seção transversal.
- (iv) Devido à imposição de funções de empenamento e de flexão, as funções $w_k(s)$ são definidas de forma a garantir:
 - a. A compatibilidade entre os deslocamentos no plano transversal $v_k(s)$ e $w_k(s)$ e/ou:
 - b. A continuidade das rotações de flexão serem mantidas em todos os nós da seção transversal. Sendo assim, segundo Dinis, Camotim e Silvestre (2006), a determinação de $w_k(s)$ requer a solução de um problema estaticamente indeterminado. Para contornar esta situação, segundo os autores, utiliza-se o recurso dos chamados “rolos cilíndricos longitudinais”, isto é, libera-se as rotações de flexão entre os segmentos adjacentes em todos os nós, surgindo assim momentos distribuídos ao longo de todos os nós, auxiliando na determinação de $w_k(s)$.

Definidas as funções de forma iniciais, determinam-se as matrizes de rigidez (CAI; MOEN, 2015):

- i. Quanto ao empenamento (C_{ik});
- ii. Quanto à flexão no plano, quando os elementos da seção transversal não permanecem rígidos, isto é, nos modos locais, modos ≥ 5 para a cantoneira (B_{ik});
- iii. Quanto à torção (D_{ik});
- iv. E, por fim, a rigidez geométrica (X_{ik}) relacionada a força resultante aplicada W_j^0 .

Segundo Dinis, Camotim e Silvestre (2006), neste estágio, estas matrizes resultam totalmente preenchidas pois o Sistema de Equações GBT é altamente acoplado. Além disso, seus componentes não apresentam um significado mecânico imediato, o que dificulta a compreensão.

A fim de resolver este impasse, aplica-se uma diagonalização simultânea das matrizes de rigidez C_{ik} e B_{ik} reduzindo o acoplamento do Sistema de Equações GBT (DINIS; CAMOTIM; SILVESTRE, 2006, CAI; MOEN, 2015). Esta operação produz como resultados

as funções de forma finais, também denominadas “modos de deformação GBT” da seção transversal (DINIS; CAMOTIM; SILVESTRE, 2006). Segundo Dinis, Camotim e Silvestre (2006), os modos de deformação têm claro significado mecânico e podem ser subdivididos em três categorias:

- (i) Modos de corpo rígido: modos de deformação referentes à deformação axial, às flexões em torno dos eixos de maior e menor inércia e à torção. São os modos 1, 2, 3 e 4 da GBT, respectivamente, que para a cantoneira podem ser vistos na Figura 6.4. Note que o modo 1 não foi representado pois transversalmente suas configurações deformada e original são coincidentes, não contribuindo, portanto, para o cômputo das amplitudes modais da seção transversal deformada.

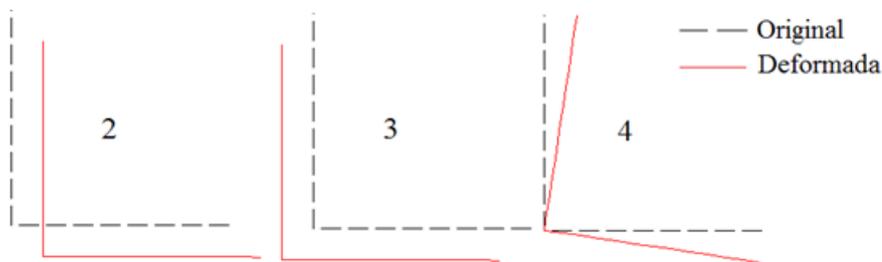


Figura 6.4 – Modos de corpo rígido para a cantoneira simples de abas iguais. Modos do Buckling Cracker (CAI, 2014).

- (ii) Modos distorcionais: modos que acoplam deformação de flexão dos elementos que constituem a seção juntamente com deslocamentos das dobras da seção. A seção cantoneira simples não apresenta modos distorcionais.
- (iii) Modos locais: são os modos em que somente as deformações de flexão dos elementos que compõe a seção transversal são envolvidas. Na Figura 6.5 são apresentados alguns modos locais.

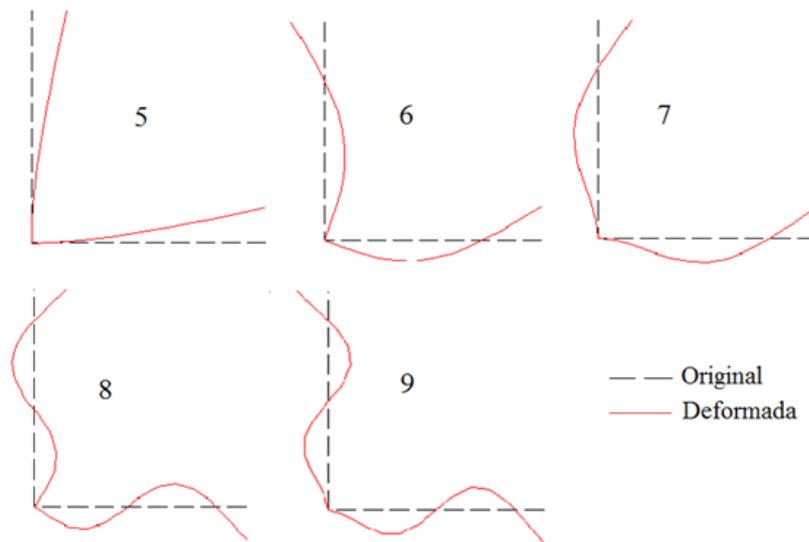


Figura 6.5 – Alguns modos locais das cantoneiras simples de abas iguais. Modos do Buckling Cracker (CAI, 2014).

Sendo assim, segundo Cai e Moen (2015), determinados os modos de deformação GBT ($u_k(s)$, $v_k(s)$ e $w_k(s)$) a partir da Análise da Seção Transversal, o vetor de amplitudes modais ($\Phi_k(x)$) é obtido pela seguinte minimização (Equação 6.1):

$$\min \left(\sum_{k=2}^n \begin{bmatrix} V_k \\ W_k \end{bmatrix}_{2n \times (n+1)} \{ \Phi_k(x) \}_{(n+1) \times 1} - \begin{Bmatrix} V \\ W \end{Bmatrix}_{2n \times 1} \right) \quad (6.1)$$

A Equação 6.1 é escrita da mesma forma que o campo de deslocamentos ($v(s)$ e $w(s)$) mostrado no início do procedimento de cálculo da Figura 6.2 só que em coordenadas globais e não locais. Ou seja, V_k e W_k são as componentes de deslocamento dos nós discretizados do modo de deformação k da GBT no sistema de coordenadas global; n é o número de nós discretizados (nós naturais + nós intermediários) e, por fim, V e W são os deslocamentos obtidos da análise numérica (ANSYS) no sistema de coordenadas globais.

Cai e Moen (2015) indicam que, se uma seção transversal aberta é discretizada em n nós, serão gerados $(n + 2)$ modos de deformação GBT. Retirando o modo 1 (deformação axial), os demais modos $(n + 1)$ precisam ter suas amplitudes quantificadas.

Sendo assim, na Equação 6.1, a primeira matriz diz respeito aos componentes V_k e W_k de todos os nós (totalizando, portanto, $2n$ linhas) e de todos dos modos de deformação com exceção do primeiro (totalizando $(n + 1)$ colunas). O vetor de amplitudes modais trata-se de um vetor coluna de $(n + 1)$ linhas representando todas as amplitudes que serão computadas para uma dada seção localizada na ordenada x e, por fim, a última matriz diz respeito ao campo de deslocamentos, que se insere no programa como dado de entrada, no sistema de coordenadas globais, e trata-se também de um vetor coluna composto pelos deslocamentos em V e W de todos os nós discretizados (totalizando, novamente, $2n$ linhas).

Matematicamente, a Equação 6.1 trata-se de um problema de otimização, que segundo Cai e Moen (2015), é resolvido pelo método dos mínimos quadrados. Segundo eles, o problema é indefinido pois apresenta mais equações a serem resolvidas do que entradas. Entretanto, Cai e Moen (2015) indicam que este problema é facilmente contornado devido a cinemática da GBT. Segundo eles, muitas das $2n$ equações são acopladas e o problema pode ser naturalmente resolvido.

Obtido o vetor de amplitudes modais para todas as seções transversais espaçadas ao longo do comprimento da estrutura, calcula-se, enfim, o fator de participação modal para todos os modos de deformação (P_i , em que o índice i refere-se ao modo de deformação avaliado) que nada mais é do que somatória do modo i em todo o comprimento da barra (L) sobre a somatória de todos os modos em todo o comprimento da estrutura analisada (Equação 6.2).

$$P_i = \frac{\int_L |\Phi_i(x)| dx}{\sum_{k=1}^n \int_L |\Phi_k(x)| dx} \quad (6.2)$$

Como dito, o vetor de amplitudes modais é calculado para todas as seções transversais espaçadas ao longo do comprimento, permitindo, portanto, a montagem de gráficos como o da Figura 6.6.

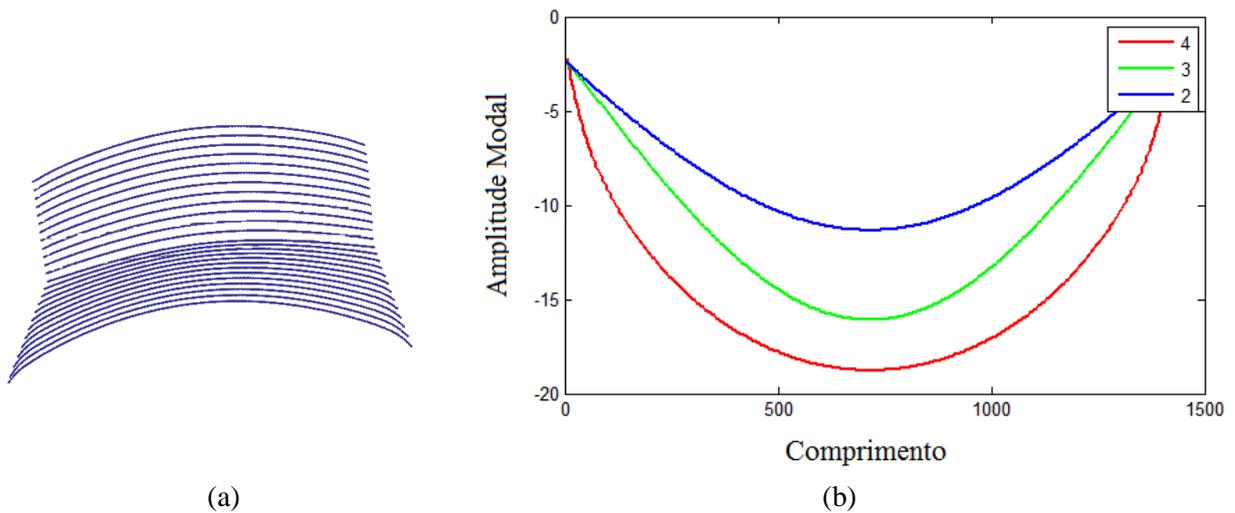


Figura 6.6 – (a) Configuração deformada de cantoneira conectada pela aba L 60 x 2,3 mm de 1690 mm e (b) seu respectivo resultado do Buckling Cracker (CAI, 2014) apresentando seus 3 primeiros modos de deformação mais representativos (modos 4, 3 e 2, nesta ordem).

Nota-se que a resposta gerada pelo Buckling Cracker (CAI, 2014), Figura 6.6b, se estende até o comprimento 1430 mm e não 1690 mm como era de se esperar. Além disso, percebe-se na Figura 6.6a que os furos da cantoneira em estudo não aparecem. Estas observações são decorrentes de alterações feitas nos arquivos de coordenadas da resposta numérica (ANSYS) que foram necessárias para o uso do Buckling Cracker (CAI, 2014) e que são descritas a seguir.

O programa Buckling Cracker (CAI, 2014) requer como entradas:

- i. As propriedades do material utilizado: módulo de elasticidade longitudinal ($E = 200\,000$ MPa) e coeficiente de Poisson ($\nu = 0,3$);
- ii. Coordenadas dos pontos que delimitam a seção transversal;
- iii. Para cada elemento que compõe a seção transversal (no caso, para cada aba da cantoneira): número de nós intermediários e espessura do elemento em milímetros;
- iv. Número de seções transversais espaçadas ao longo do comprimento;
- v. Dois arquivos oriundos da análise numérica (no caso, oriundos do modelo Bon&Fri):
 - O primeiro é referente às coordenadas de cada nó da estrutura discretizada não deformada;

- O segundo é referente às coordenadas dos deslocamentos de cada nó da estrutura deformada que irão compor o campo de deslocamentos.

Como dito, o Buckling Cracker (CAI, 2014) não aceita malhas não quadriculares nem mesmo furos. Desta forma, foi necessário exportar os arquivos de resultados do ANSYS para o Mathematica e, no Mathematica, retirar todos os nós que compunham os dispositivos de apoio além das extremidades das cantoneiras que foram discretizadas com malha triangular (Figura 6.7). Gerando, desta forma, arquivos de cantoneiras de malha quadricular com o comprimento final igual ao original menos 260 mm (130 mm de cada lado). Justifica-se, portanto, o comprimento de 1430 mm (1690 - 260) na Figura 6.6b e o fato da deformada da Figura 6.6a se apresentar sem furos.

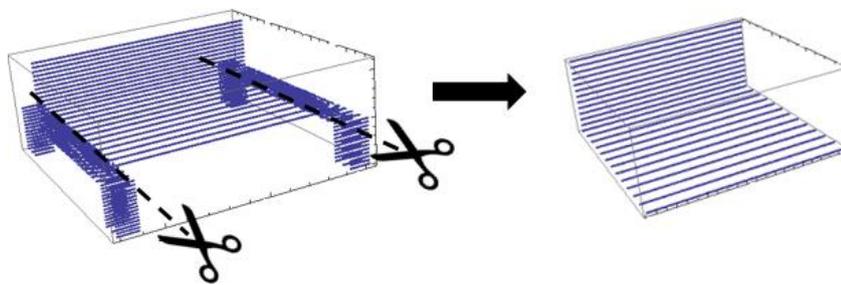


Figura 6.7 –Remoção dos dispositivos de apoio e das extremidades das cantoneiras realizado no Mathematica.

Desta forma, empregando o recurso de retirada das extremidades, o Buckling Cracker (CAI, 2014) neste trabalho foi utilizado para analisar e quantificar os fatores de participação modal (P_i) para a situação deformada de algumas barras do estudo paramétrico.

6.2 RESULTADOS DO BUCKLING CRACKER

Objetivando quantificar não só os modos de deformação que compõe a configuração deformada da cantoneira conectada pela aba, mas também como variam os fatores de participação modal em amplas faixas de esbeltez das barras (L/r_2 e b/t), foram escolhidas 16

das 170 barras do estudo paramétrico (ANSYS), Figura 6.8, para serem avaliadas quanto aos seus modos de instabilidade.

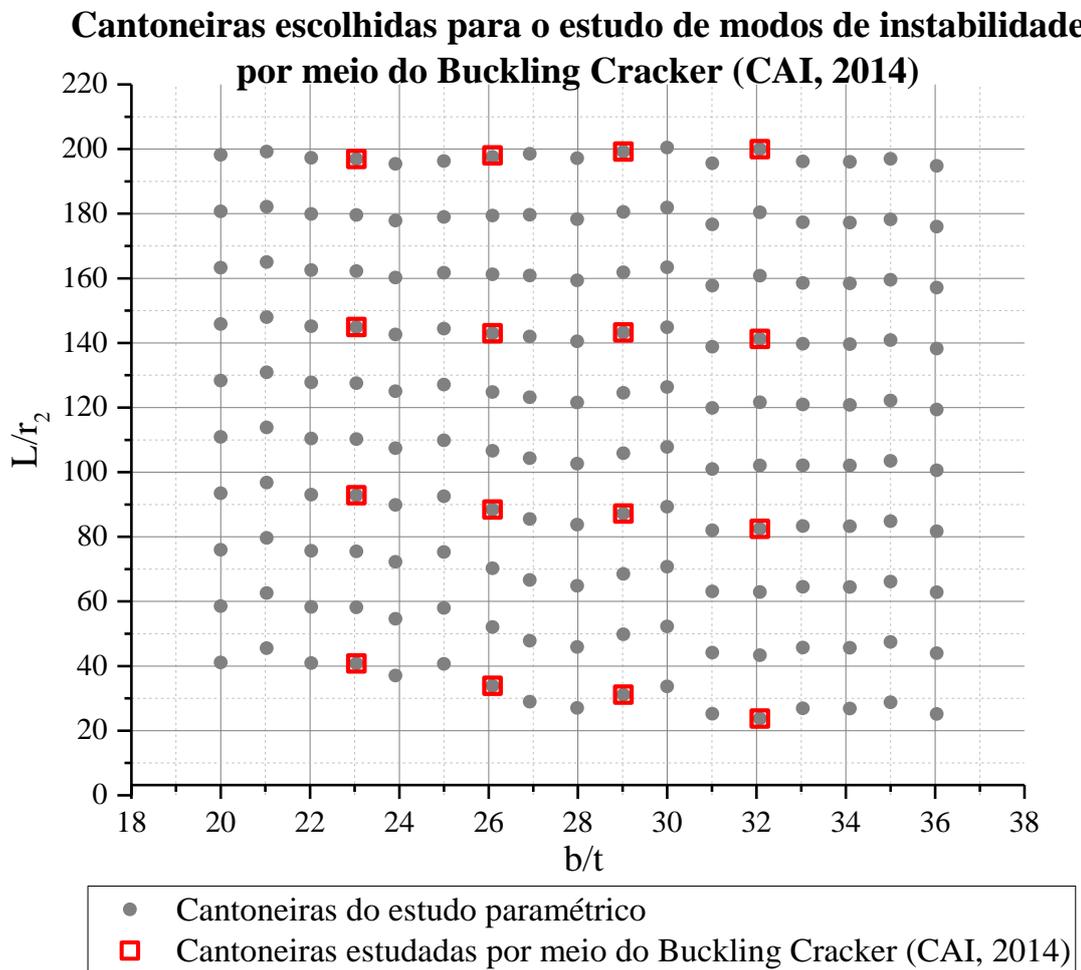


Figura 6.8 – Barras cujos modos de instabilidade foram estudados por meio do Buckling Cracker (CAI, 2014).

Dos resultados dos 16 casos avaliados, destacam-se algumas observações:

- (i) Os modos de deformação que se repetiram em todas as barras, dentre os cinco de maiores participações modais, foram os modos de número: 2, 3, 4, 5 e 7, não necessariamente nesta ordem, que totalizaram de 88,89% a 95,48% da configuração deformada (Tabela 6.1). Em duas barras (9 e 13), o modo 6 (local) figurou dentre os cinco de maior participação.

Tabela 6.1 – Fatores de participação modal gerados pelo Buckling Cracker (CAI, 2014) para as 16 barras analisadas.

Barras avaliadas				Fatores de participação modal (%) para os modos n°					
n°	Seção (mm)	L (mm)	L _r /r ₂	2	3	4	5	7	SOMA (%)
1	50 x 2,17	400	27,547	10,684	4,733	55,090	20,141	2,821	93,469
2	50 x 2,17	910	79,581	14,876	18,993	53,932	5,111	1,975	94,888
3	50 x 2,17	1420	131,615	21,681	28,178	39,315	3,904	1,944	95,022
4	50 x 2,17	1930	183,649	26,524	34,773	29,136	3,286	1,765	95,484
5	60 x 2,3	400	22,846	13,374	5,318	42,099	25,748	3,728	90,268
6	60 x 2,3	1045	77,421	15,558	22,869	47,445	5,408	2,278	93,557
7	60 x 2,3	1690	131,997	21,019	28,454	37,855	4,295	2,196	93,818
8	60 x 2,3	2340	186,996	26,316	33,406	29,140	3,634	1,966	94,462
9	65 x 2,24	400	21,012	9,669	1,092	49,807	26,951	3,793	91,312
10	65 x 2,24	1120	77,044	15,202	22,397	47,413	5,551	2,430	92,992
11	65 x 2,24	1840	133,076	20,688	27,846	37,721	4,563	2,368	93,186
12	65 x 2,24	2560	189,108	25,819	31,967	29,861	3,980	2,158	93,786
13	85 x 2,65	400	16,019	12,844	1,209	35,147	34,757	4,929	88,887
14	85 x 2,65	1390	74,757	4,183	10,138	32,784	37,534	4,694	89,332
15	85 x 2,65	2380	133,494	20,931	27,711	35,624	4,768	2,559	91,592
16	85 x 2,65	3370	192,232	25,463	30,272	29,799	4,340	2,364	92,238

- (ii) O modo 4 (torção) sempre representou o primeiro ou segundo modo de deformação com maior participação modal;
- (iii) Em todos os casos analisados, dentre os três modos de deformação com maiores participações modais, houve pelo menos um modo de flexão (modo 2 e/ou 3);
- (iv) Dentre as cinco maiores participações modais, sempre constaram os modos locais 5 e 7.
- (v) O modo 5 (local) sempre foi o segundo modo de deformação com maior participação modal para as barras de 400 mm (barras n° 1, 5, 9 e 13, de esbeltez L_r/r₂ de 16 a 28), isto é, para as barras de menor esbeltez dentre as analisadas;
- (vi) As barras n° 2, 6 e 10 (L_r/r₂ próximos de 78) tiveram seus valores máximos de amplitude do modo 5 perto da ligação (Figura 6.9a). É natural que, caso haja

pontos de máximo das amplitudes modais perto da ligação, que estes máximos sejam de modos locais devido à concentração de tensões nestas regiões. Nas demais barras, a máxima amplitude do modo 5 coincidiu com os máximos das amplitudes dos outros modos, isto é, aproximadamente a meia altura da barra, como mostra a Figura 6.9b.

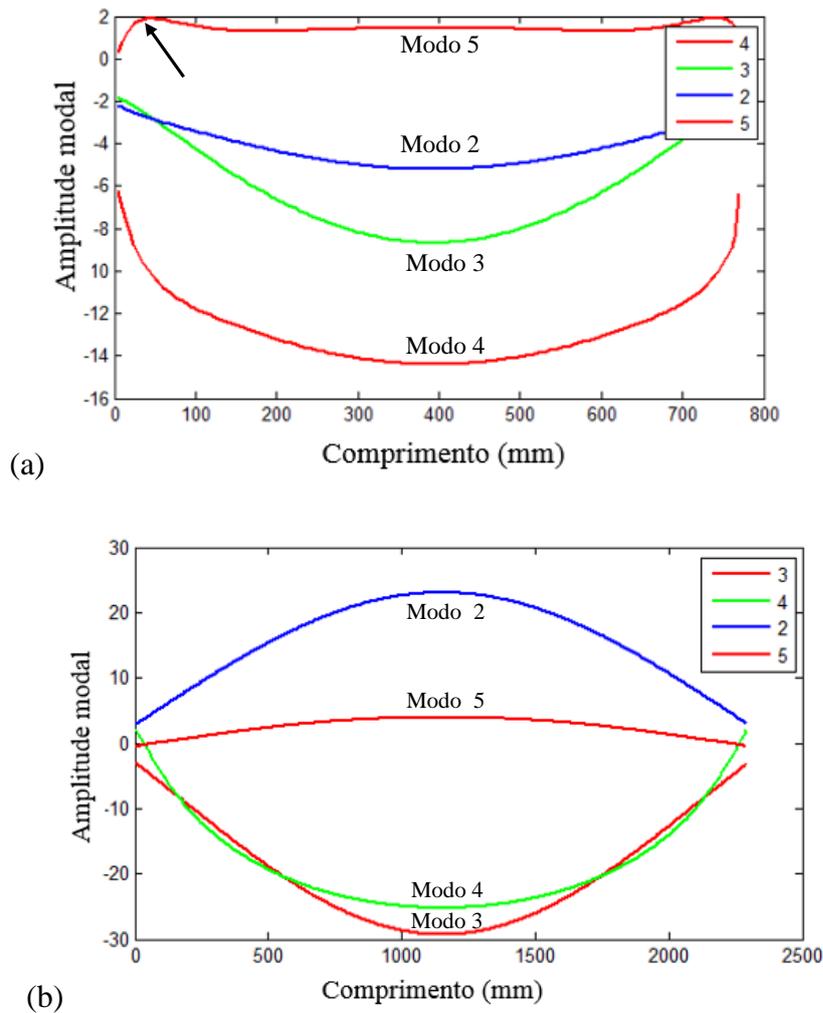


Figura 6.9 –Amplitudes modais vs comprimento para (a) a barra nº 6, detalhe para os máximos da amplitude do modo 5 perto das extremidades da barra, e para (b) a barra nº 12, em que os máximos das amplitudes ocorrem todos praticamente na mesma posição da barra.

Apesar dos cinco primeiros modos em todos os casos serem os mesmos (modos 2, 3, 4, 5 e 7), percebe-se que a ordem com que aparecem se altera. Para barras mais curtas a intermediárias nota-se a predominância do modo 4. Enquanto que, para as barras mais longas a predominância é dos modos de flexão.

A fim de auxiliar as análises, os cinco modos de deformação observados foram separados em 3 grupos: **Local** (soma dos modos 5 e 7), **Torção** (apenas o modo 4) e **Flexão** (soma dos modos 2 e 3). Na Figura 6.10 é possível observar o comportamento destes 3 grupos em cada barra estudada. As barras foram ordenadas de forma crescente de esbeltez (L/r_2).

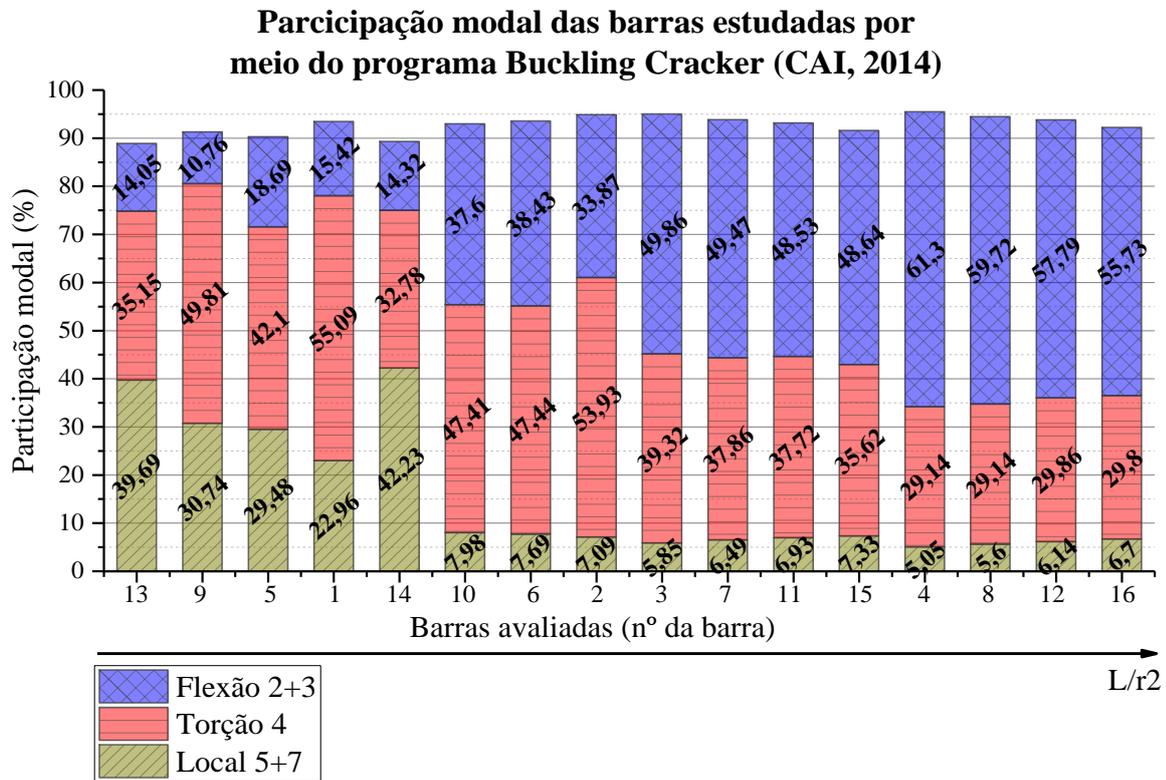


Figura 6.10 – Composição dos fatores de participação dos grupos Local, Torção e Flexão.

Na Figura 6.10 é possível observar que:

- (i) Os modos de flexão têm baixa participação modal para barras curtas e esta aumenta com o aumento da esbeltez das barras (L/r_2), atingindo as maiores participações modais para as barras longas.
- (ii) Os modos de flexão somados configuram, em todas as barras analisadas, o modo de instabilidade característico da flexão em torno da aba conectada, como pode ser visto na Figura 6.11.

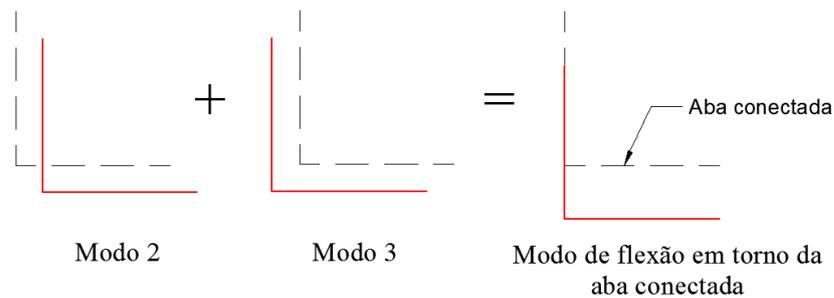


Figura 6.11 – Modo de instabilidade de flexão em torno da aba conectada: composição dos modos de deformação 2 e 3.

- (iii) O modo de torção (modo 4) apresenta um máximo de participação modal para barras intermediárias, decaindo com o aumento da esbeltez das barras (L_r/r_2).
- (iv) Os modos locais têm maior participação modal para barras curtas decaindo com o aumento da esbeltez das barras (L_r/r_2).

Desta forma, percebe-se que as barras curtas são as que têm maior influência dos modos locais; as intermediárias têm uma participação do modo de torção maior que os modos de flexão somados (2 + 3) e as barras longas possuem uma participação maior do modo de flexão em torno da aba conectada do que de torção. Tal constatação está em conformidade com o observado experimentalmente pelos pesquisadores (Tabela 3.1 da Seção 3.5).

Além disso, avaliando a participação de cada modo isoladamente, Figuras 6.12 e 6.13, percebe-se:

- (i) O modo 4 apresenta um ponto de máximo para barras com esbeltez $L_r/r_2 = 53,69$ ($L_r/r_2 \cong 54$);
- (ii) Modos 2 e 3 são monotonicamente crescentes tal como a sua soma: Flexão (2+3);
- (iii) Há um ponto (ponto A da Figura 6.12) em que os efeitos da torção deixam de ser superiores e passam a ser inferiores aos da Flexão (2+3), isto é, um ponto de intersecção entre as linhas de tendência do modo 4 com a Flexão (2+3) que ocorre na esbeltez $L_r/r_2 = 108,84$ ($L_r/r_2 \cong 109$);
- (iv) Há também um ponto de intersecção entre as curvas de tendência dos modos de flexão 2 e 3. Isto é, um ponto (ponto B da Figura 6.12) em que os efeitos da flexão em torno do eixo de menor inércia passam a ser os mais relevantes dentre os de flexão. Este

ponto ocorre na esbeltez $L_r/r_2 = 55,73$ ($L_r/r_2 \cong 56$, isto é, praticamente o mesmo valor em que ocorre o máximo de torção – item (i)).

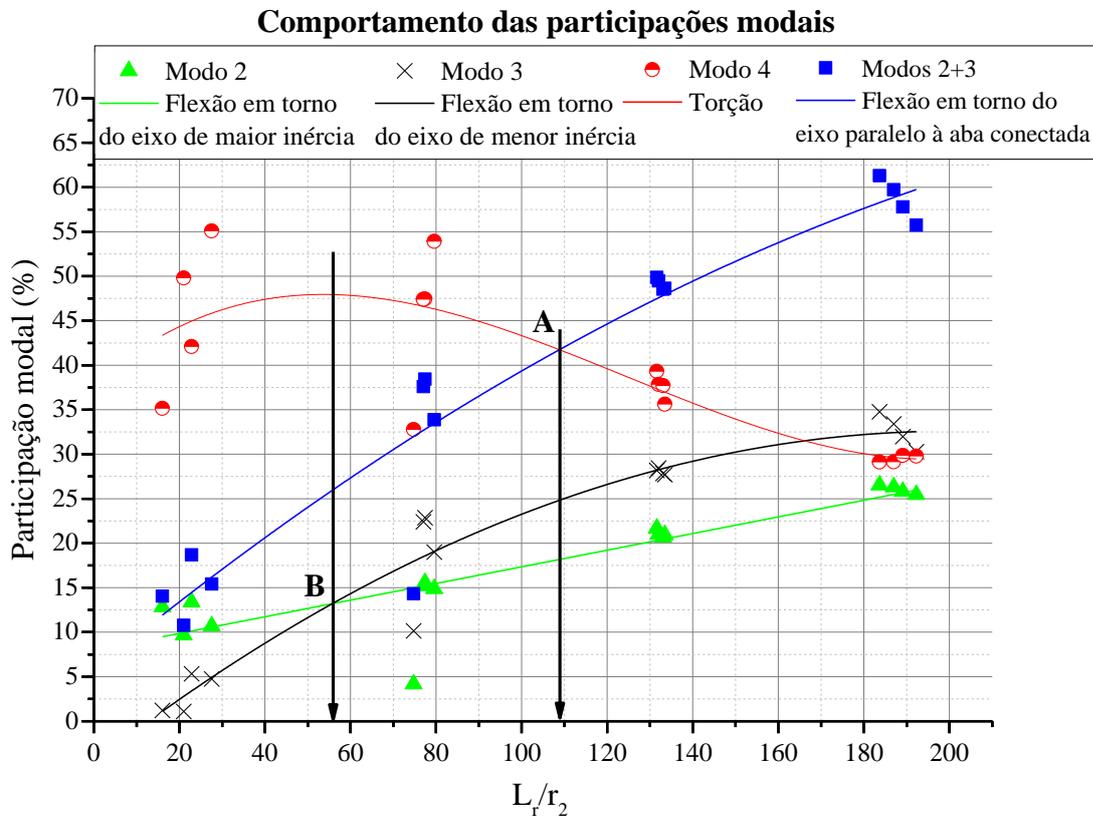


Figura 6.12 – Fatores de amplitudes modais vs esbeltez da barra. Detalhe para as interseções: (A) entre as curvas dos modos 4 e a de Flexão (2+3) e (B) entre os modos de flexão 2 e 3.

Quanto ao primeiro ponto de intersecção (ponto A na Figura 6.12), este pode ser tomado como um divisor entre os modos de instabilidade que são observados nas cantoneiras conectadas pela aba. Isto é, abaixo da esbeltez (L_r/r_2) 109 o modo de torção é preponderante, mas ainda são grandes os efeitos da flexão. Portanto, para $L_r/r_2 \leq 109$, configura-se o modo de flexo-torção para as cantoneiras conectadas pela aba. Já para barras cuja esbeltez seja superior a 109, os modos de flexão somados (2+3) são dominantes frente aos demais, portanto, caracterizando o modo de flexão em torno da aba conectada.

O segundo ponto de intersecção (ponto B na Figura 6.12) pode ser melhor discutido analisando a Figura 6.13. Pela Figura 6.13, é possível observar:

- (i) Os modos locais (5+7) decrescem monotonicamente devido principalmente ao modo 5, visto que o comportamento do modo 7 é praticamente constante com a esbeltez da barra.

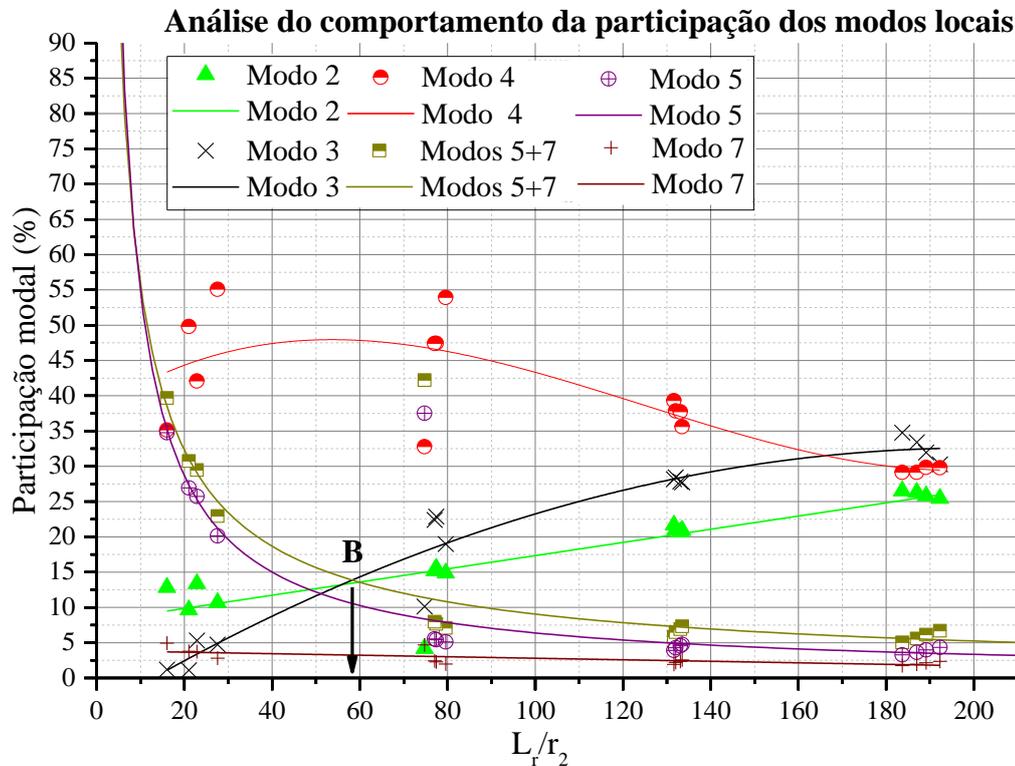


Figura 6.13 - Fatores de amplitudes dos modos locais vs esbeltez da barra.

- (ii) O ponto de interseção entre os modos de flexão 2 e 3, ponto B ($L_r/r_2 \cong 56$), praticamente coincide com outras duas interseções: a da curva Local (5+7) com as curvas de flexão 2 e 3.

Estas interseções (entre flexões 2 e 3 e Local (5+7) com flexões 2 e 3) podem ser entendidas como um mesmo fenômeno. Para as barras de esbeltez abaixo de 56 observa-se um modo de instabilidade análogo aos modos LT, LG e LM de Elgaaly, Dagher e Davis (1991), ou seja, modos locais acoplados com modos globais de: torção (LT), flexão paralela à aba conectada (LG) e flexão em torno do eixo de menor inércia (LM). Dessa forma, simplificadamente, assume-se que para $L_r/r_2 \leq 56$ há a predominância do modo local. Por outro lado, para $L_r/r_2 > 56$ estão as barras em que a torção ganha destaque em detrimento dos

modos locais que passam a ser menos relevantes também que os modos de flexão, isto é, configurando, portanto, o limite inferior da faixa de flexo-torção.

Desta forma, a partir das Figuras 6.12 e 6.13, indica-se os seguintes modos de instabilidade para as cantoneiras formadas a frio e conectadas pela aba avaliadas numericamente assim como os limites entre elas:

- Para $L_r/r_2 < 56$: modo local;
- Para $56 \leq L_r/r_2 \leq 109$: modo de flexo-torção;
- Para $L_r/r_2 > 109$: modo de flexão em torno da aba conectada.

Estes limites (L_r/r_2 de 56 e 109) foram confrontados com os dados experimentais de Maia (2008), Mesacasa Jr., Beck e Malite (2013), Branquinho (2014) e Silva (2015) nas Figuras 6.14 a 6.16.

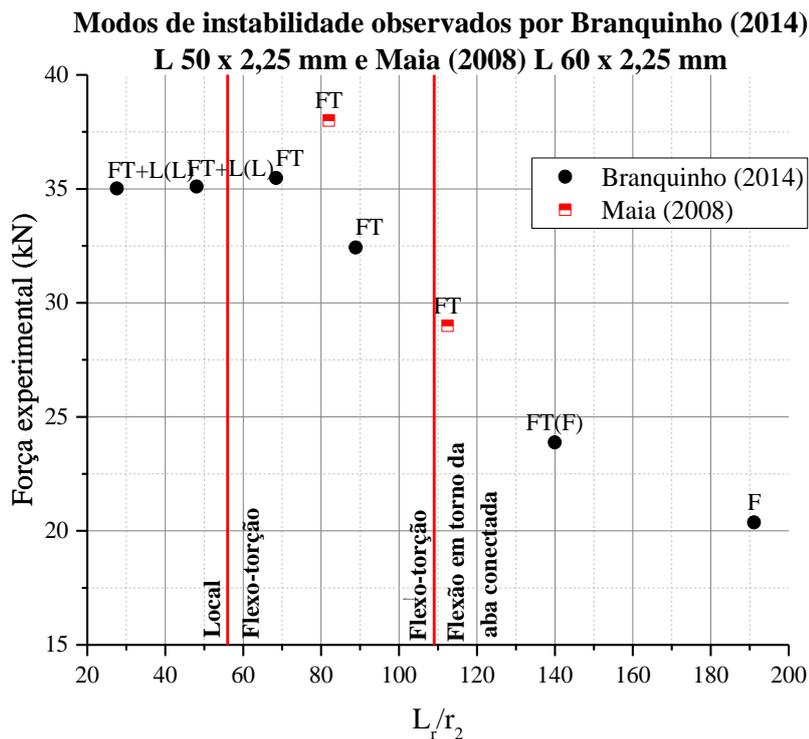


Figura 6.14 – Modos de instabilidade observados por Branquinho (2014) e Maia (2008).

Modos de instabilidade observados por Branquinho (2014) L 70 x 2,25 mm e Mesacasa Jr., Beck e Malite (2013) L 60 x 2,00 mm

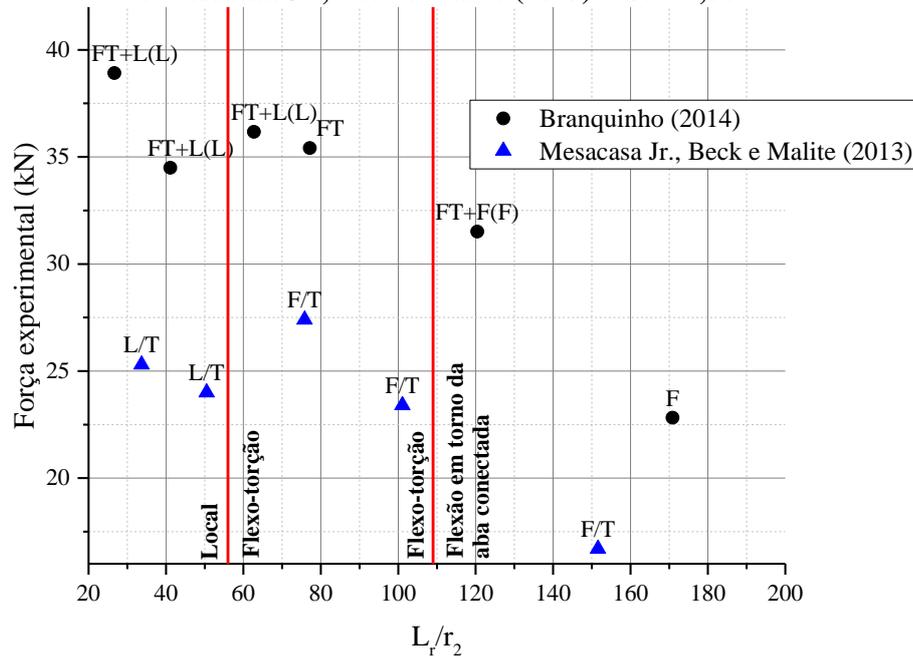


Figura 6.15 - Modos de instabilidade observados por Branquinho (2014) e Mesacasa Jr., Beck e Malite (2013).

Modos de instabilidade observados por Silva (2015)

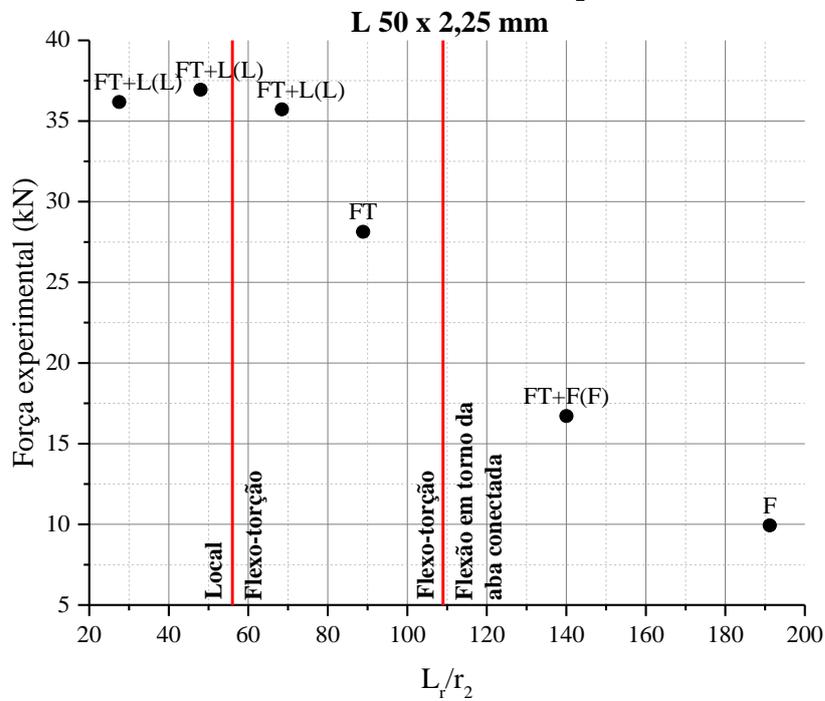


Figura 6.16 - Modos de instabilidade observados por Silva (2015).

As Figuras 6.14 a 6.16 mostram que os limites estabelecidos de L_r/r_2 de 56 e 109 se adéquam satisfatoriamente aos dados experimentais Maia (2008), Mesacasa Jr., Beck e Malite (2013) e Branquinho (2014) e até mesmo aos de Silva (2015) que são barras livres, isto é, sem restrição à rotação em torno do eixo paralelo à aba conectada.

As Figuras 6.17 a 6.19 mostram as deformadas características dos modos de instabilidade: local, de flexo-torção e de flexão em torno do eixo paralelo à aba conectada observadas nos resultados experimentais e numéricos (ANSYS).

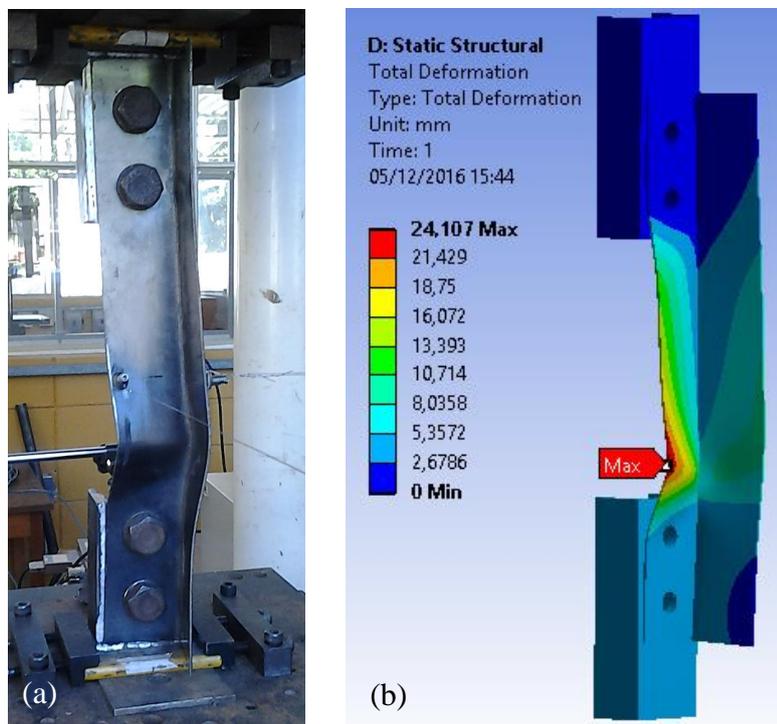


Figura 6.17 - Modo de instabilidade local da cantoneira L 70 x 2,25 mm de 500 mm: (a) L70.5-1 de Branquinho (2014) e (b) resultado do modelo Bon&Fri.



Figura 6.18 - Modo de instabilidade de flexo-torção da cantoneira L 50 x 2,25 mm de 1000 mm: (a) L50.10-1 de Branquinho (2014) e (b) resultado do modelo Bon&Fri.

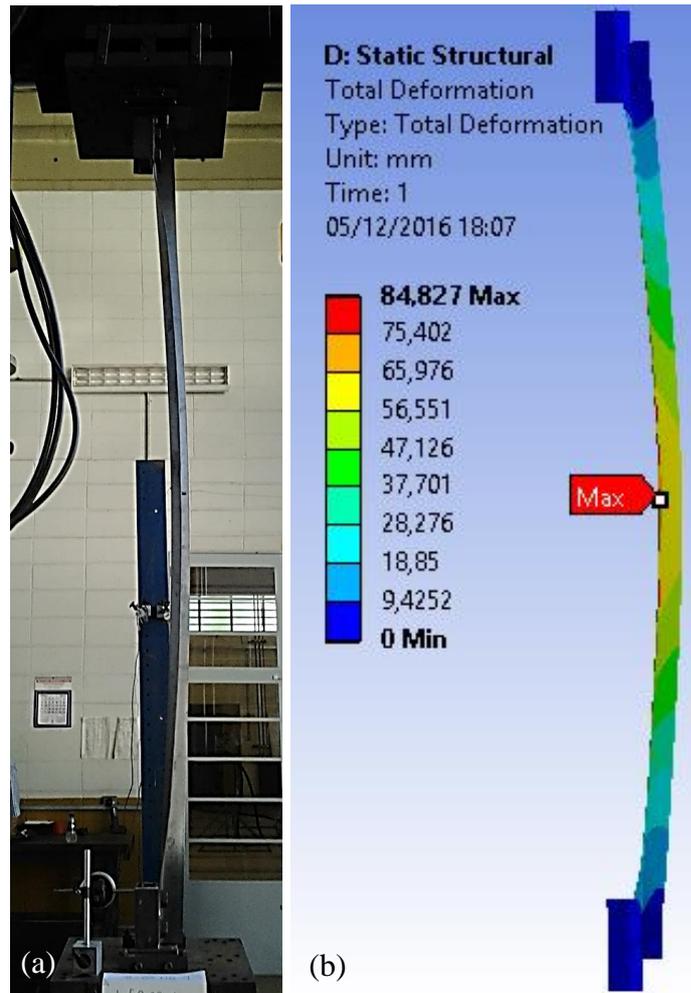


Figura 6.19 - Modo de instabilidade de flexão em torno da aba conectada da cantoneira L 50 x 2,25 mm de 2000 mm: (a) L50.10-1 de Branquinho (2014) e (b) resultado do modelo Bon&Fri.

O Buckling Cracker (CAI, 2014) mostrou-se extremamente eficiente ao determinar os modos de deformação que compõem as deformadas das cantoneiras conectadas pela aba. Entretanto, a quantificação realizada pelo programa, tanto do vetor de amplitudes modais quanto do fator de participação modal não pode ser tomado com absoluta exatidão visto que diferentes formas podem ser usadas para estabelecer o que se trata de uma rotação e o que se trata de uma translação, por exemplo. Sendo assim, os resultados do programa Buckling Cracker (CAI, 2014) podem ser utilizados como um guia quanto à grandeza da participação de um modo em relação a outro.

Nas barras analisadas neste trabalho, os resultados foram coerentes havendo entretanto apenas um caso discrepante: a barra nº 14 (L 85 x 2,65 mm de 1390 mm). A barra nº 14 apresentou uma participação modal dos modos locais superior à que se esperava ao observar a

tendência da Figura 6.10. Esta diferença pode ser oriunda da forma de quantificação dos fatores de participação modal do Buckling Cracker (CAI, 2014).

Apesar destas imprecisões decorrentes do modelo e do programa Buckling Cracker (CAI, 2014), foi possível por meio deste recurso, avaliar e quantificar os modos de deformação constituintes dos modos de instabilidade observados nas cantoneiras formadas a frio e conectadas pela aba. Além disso, foi possível também compreender a fenomenologia envolvida nestas cantoneiras e apontar possíveis limitantes (L_r/r_2) entre seus modos de instabilidade.

7 CONCLUSÕES

O presente trabalho apresentou uma investigação acerca dos procedimentos normativos vigentes aplicados às cantoneiras formadas a frio submetidas à compressão, com ênfase às cantoneiras conectadas por uma aba, como também a respeito de seu comportamento estrutural, propondo tanto um procedimento específico destinado a elas como também uma avaliação dos modos de instabilidade observados numericamente. Para tal, foram utilizados os *softwares* ANSYS, Mathematica, StRAnD for Students e Buckling Cracker (CAI, 2014).

As conclusões estão relacionadas a seguir:

Quanto ao modelo numérico

Foram avaliadas diversas formas de se representar numericamente (ANSYS) o caso das cantoneiras formadas a frio e conectadas pela aba: do modelo simplificado às várias alternativas do modelo composto pela cantoneira e dispositivos de apoio. Destas, foi selecionado o modelo Bon&Fri para engajar o estudo paramétrico, formado por 170 cantoneiras, destinado a embasar tanto a determinação da nova formulação como também o estudo acerca dos modos de instabilidade das cantoneiras. A preferência pelo modelo Bon&Fri decorreu das seguintes características: (i) simplicidade do modelo; (ii) bom desempenho frente aos dados de força última experimentais de Maia (2008) e Branquinho (2014) e (iii) melhor relação custo-benefício computacional.

Por meio das análises numéricas, pode-se observar a inexpressiva sensibilidade às imperfeições geométricas iniciais das cantoneiras formadas a frio e conectadas pela aba quanto à determinação da força última. Tal fato decorre da expressiva excentricidade imposta pela ligação que mostra-se dominante frente às extensas faixas de imperfeições geométricas iniciais estudadas tanto no modelo simplificado quanto no Bon&Fri. Por outro lado, as imperfeições geométricas iniciais mostraram-se relevantes quanto às mudanças nos modos de instabilidade observados no modelo simplificado devido a alterações nas amplitudes das imperfeições de

torção e/ou de flexão, em concordância com o já constatado por Mesacasa Jr., Beck e Malite (2013).

Sendo assim, visando atingir adequadamente aos objetivos do presente trabalho, o modelo utilizado no estudo paramétrico foi caracterizado por: não linearidades física e geométrica, consideração dos dispositivos de apoio e a desconsideração das imperfeições geométricas iniciais.

Quanto à formulação proposta

A formulação proposta baseou-se no método do comprimento de flambagem equivalente, com a inserção da relação b/t (esbeltez da aba), tendo em vista a diferença de comportamento entre as cantoneiras com relação b/t inferior a 26 e as cantoneiras com b/t superior a 26. A instabilidade local foi levada em conta por meio do método das larguras efetivas.

O procedimento de cálculo proposto não gera um patamar na curva de N_e vs L para barras de pequeno comprimento, em detrimento da ABNT NBR 14762:2010 que o faz devido à dominância da parcela N_{ez} no dimensionamento. Logo, o procedimento apresentado se adequa melhor aos dados experimentais de Maia (2008), Mesacasa Jr., Beck e Malite (2013) e Branquinho (2014), como também aos dados da análise numérica para cantoneiras com $b/t = 50$ (admitindo erros relativos de até 20%). Todavia, o procedimento de cálculo proposto não promoveu resultados satisfatórios para:

- i. As barras longas de Silva (2015). Justificando, portanto, a necessidade de se propor um procedimento específico destinado a elas, como indicaram Dinis e Camotim (2014);
- ii. As barras extras (ANSYS) de $b/t=15$. Evidenciando a aplicabilidade do procedimento proposto para cantoneiras delgadas.
- iii. As barras extras (ANSYS) de $b/t = 53,33$. Indicando ser necessário mais estudos destinados a cantoneiras de abas muito esbeltas ($b/t > 50$).

Comprovada a abrangência da formulação proposta (para cantoneiras de b/t de 20 a 36, podendo se estender a 50), esta foi validada com base em análise de confiabilidade. Por meio do *software* StRAnD for Students, foram avaliados 3200 problemas de confiabilidade variando

os parâmetros b , t e L das cantoneiras formadas a frio e conectadas pela aba. Os resultados desta análise comprovaram:

- i. A aplicabilidade do procedimento proposto juntamente com os coeficientes parciais de segurança da ABNT NBR 14762:2010, visto que o índice de confiabilidade mínimo obtido foi 2,5, atendendo as exigências normativas da ABNT NBR 14762:2010 e do AISI (2012);
- ii. O bom ajuste do procedimento proposto frente aos resultados do estudo paramétrico e dados experimentais visto que a diferença entre as análises com e sem erro de modelo foram imperceptíveis quanto à determinação do índice de confiabilidade.

Quanto aos modos de instabilidade

Foram avaliadas as configurações deformadas de 16 cantoneiras das 170 do estudo paramétrico por meio do programa Buckling Cracker (CAI, 2014). Deste estudo, foi possível constatar as seguintes características no comportamento dos modos de deformação que compõem as deformadas:

- i. Modos locais: têm sua máxima participação modal para barras curtas, decrescendo com o aumento da esbeltez L_r/r_2 ;
- ii. Modo torcional: apresenta um ponto de máximo de participação modal para barras intermediárias e deste ponto decresce com o aumento da esbeltez L_r/r_2 ;
- iii. Modos de flexão: têm baixa participação modal para barras curtas e cresce com o aumento da esbeltez L_r/r_2 .

Além disso, foi possível também definir os modos de instabilidade característicos das cantoneiras como também as faixas de esbeltez em que prevalecem:

- Para $L_r/r_2 < 56$: modo local;
- Para $56 \leq L_r/r_2 \leq 109$: modo global de flexo-torção;
- Para $L_r/r_2 > 109$: modo global de flexão em torno da aba conectada.

Estas faixas de modo de instabilidade foram confrontadas e ratificadas pelos dados experimentais de Maia (2008), Mesacasa Jr., Beck e Malite (2013), Branquinho (2014), bem

como pelos dados de cantoneiras livres de Silva (2015). Na Tabela 7.1 são observadas as faixas dos modos de instabilidade propostas neste trabalho frente às demais da literatura.

Sugestões para trabalhos futuros

O presente trabalho limitou-se ao estudo do comportamento mecânico e dimensionamento de cantoneiras formadas a frio e conectadas pela aba com extremidades restritas à rotação em torno do eixo paralelo à aba conectada. Desta forma, investigações acerca do comportamento e dimensionamento de cantoneiras conectadas pela aba sem tal restrição, assim como feito por Silva (2015), carecem ser aprofundadas.

Ademais, constatou-se, neste trabalho, um comportamento diferente para cantoneiras de aba muito esbelta ($b/t \geq 50$), que as impediu de serem tratadas da mesma forma que as demais ($20 < b/t < 50$). Sendo assim, constata-se a necessidade de um estudo específico destinado à proposição de um procedimento e formulação apropriados a elas.

Tabela 7.1 – Faixas de modos de instabilidade propostas frente às demais da literatura.

Trabalho		Modo de instabilidade					
Centrada	Maia (2008)	Coincidente local-chapa/global de flexo-torção			Global de flexão em torno do eixo de menor inércia		
	Dinis, Camotim e Silvestre (2010) L70x70x1,2 mm	L < 30 cm, isto é, $L/r_2 < 21 \rightarrow$ Coincidente Local Torcional	30 < L < 80 cm, isto é, $21 < L/r_2 < 57 \rightarrow$ Global de torção		80 < L < 400 cm, isto é, $57 < L/r_2 < 285 \rightarrow$ Global de flexo-torção	L > 400 cm, isto é, $L/r_2 > 285 \rightarrow$ Global de flexão em torno do eixo de menor inércia	
	Shifferaw e Schafer (2014)	Modo global de flexo torção para comprimentos curtos a intermediários			Modo global de flexão em torno do eixo de menor inércia para grandes comprimentos		
Cantoneiras sob compressão excêntrica	Wakabayashi e Nonaka (1965)	Local (baixa esbeltez)			Global de flexo-torção (média esbeltez)		
	Woolcock e Kitipornchai (1986)	Modo predominante: “perpendicular ao plano da treliça”					
	Elgaaly, Dagher e Davis (1991)	Torção \rightarrow LT	Local na aba conectada, coincidente com: Global de flexão em torno do eixo paralelo à aba conectada \rightarrow LG	Global de flexão em torno do eixo de menor inércia \rightarrow LM	Flexão em torno do eixo de menor inércia \rightarrow FM	Flexão em torno do eixo da aba conectada \rightarrow FG	Flexo-torção: torção e flexão em torno do eixo de menor inércia \rightarrow FT
	Popovic, Hancock e Rasmussem (2001)	Local	Global de flexo-torção		Global de flexão em torno do eixo de menor inércia		
	Mesacasa Jr., Beck e Malite (2013)	$\lambda < 80 \rightarrow$ L/T (Local da aba conectada juntamente com global de torção)			$\lambda > 80 \rightarrow$ F/T (Coincidente de global de flexão em torno do eixo paralelo à aba conectada com pequenos deslocamentos de torção)		
	Branquinho (2014)	FT+L (L)	FT+L		FT	FT+F (F)	F
	Silva (2015)	FT+L (L)	FT		FT+F (F)		F
Branquinho (2017)	$L_r/r_2 < 56 \rightarrow$ Local	$56 \leq L_r/r_2 \leq 109 \rightarrow$ Flexo-torção		$L_r/r_2 > 109 \rightarrow$ Flexão em torno do eixo paralelo à aba conectada			

L ou λ

REFERÊNCIAS

ADLURI, S. M. R., MADUGULA, M. K. S. Development of column curve for steel angles. **Journal of Structural Engineering**, v. 127, n. 3, p. 318-325, 1996.

AMERICAN INSTITUTE OF STEEL CONSTRUCTION (AISC). **Specification for Structural Steel Buildings**. Review draft publicado em 18 de agosto de 2015.

AMERICAN IRON AND STEEL INSTITUTE (AISI). ANSI/AISI S100. **North American Specification for the Design of Cold-Formed Steel Structural Members**. Washington, D.C., 2007.

AMERICAN IRON AND STEEL INSTITUTE (AISI). ANSI/AISI S100. **North American Specification for the Design of Cold-Formed Steel Structural Members**. Washington, D.C., 2012.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS (ABNT). **NBR 14762**: Dimensionamento de estruturas de aço constituídas por perfis formados a frio. Rio de Janeiro: ABNT, 2010.

_____. **NBR 8800**: Projeto de estruturas de aço e de estruturas mistas de aço e concreto de edifícios. Rio de Janeiro: ABNT, 2008.

AMERICAN SOCIETY OF CIVIL ENGINEERS (ASCE). **ASCE 10-97**. Design of Latticed Steel Transmission Structures. Virginia: ASCE, 1997.

_____. **Manual and Reports on Engineering Practice n° 52**: Guide for Design of Steel Transmission Towers. 2 ed. New York: ASCE, 1988.

BATHON, L., MUELLER III, W. H., KEMPNER JR., L. Ultimate Load Capacity of Single Steel Angles. **Journal of Structural Engineering**, v. 119, n. 1, p. 279-300, 1993.

BEBIANO, R., PINA, P., SILVESTRE, N., CAMOTIM, D. **GBTUL**. DECivil/IST, Technical University of Lisbon, 2014. Software.

BECK, A. T. **Curso de Confiabilidade Estrutural**. Apostila da disciplina SET 5915 Confiabilidade Estrutural – Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, 2014.

BOLANDIM, E. A. **Análise de confiabilidade em ligações parafusadas em chapas finas e perfis de aço formados a frio**. 2011. 336 p. Dissertação (Mestrado em Engenharia de Estruturas) – Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, 2011.

BRANQUINHO, M. A. **Modelo simplificado para cálculo de cantoneiras de aço formadas a frio submetidas à compressão e conectadas por uma aba**. 2014. 111 p. Relatório final de iniciação científica. Universidade de São Paulo. São Carlos, 2014.

- CAI, J. **Buckling Cracker**. 2014. Disponível em: <<http://www.moen.cee.vt.edu/category/tools/>>. Acesso em: 4 Out. 2016. Software.
- CAI, J., MOEN, C. D. Automated buckling mode identification of thin-walled structures from 3D finite element mode shapes or point clouds. In: ANNUAL STABILITY CONFERENCE STRUCTURAL STABILITY RESEARCH COUNCIL, 2015, Nashville, Tennessee. **Proceedings...** . Nashville: SSRC, 2015. p. 1-18.
- CHHABRA, S. J., FANG, S. J., ADLURI, S. M. R., MADUGULA, M. K. S. Discussion: Ultimate Load Capacity of Single Steel Angles. **Journal os Structural Engineering**, p. 140-142, 1995.
- CHODRAUI, G.M.B. **Análise teórica e experimental de perfis de aço formados a frio submetidos à compressão**. Tese (Doutorado em Engenharia de Estruturas) – Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, 2006.
- DINIS, P.B., CAMOTIM, D. Dimensionamento de colunas cruciformes e cantoneiras comprimidas através do Método da Resistência Directa. **Revista da Estrutura de Aço**, v. 3, n. 2, p. 187-206, 2014.
- DINIS, P.B., CAMOTIM, D., SILVESTRE, N. On the local and global buckling behaviour of angle, T-section and cruciform thin-walled members. **Thin-Walled Structures**, v. 48, p. 786-797, 2010.
- _____. GBT formulation to analyse the buckling behaviour of thin-walled members with arbitrarily ‘branched’ open cross-sections. **Thin-Walled Structures**, v. 44, p. 20-38, 2006.
- ELLINGWOOD, B., GALAMBOS, T. V. Probability-based criteria for structural design. **Structural Safety**, v. 1, p. 15-26, 1983.
- ELAGAALY, M., DAGHER, H., DAVIDS, H. Behavior of single-angle-compression members. **Journal of Structural Engineering**, v. 117, n. 12, p. 3720-3741, 1991.
- EUROPEAN STANDARD (EN). **EN 1993-3-1**: Eurocode 3 – Design of steel structures – Part 3-1: Towers, masts and chimneys – Towers and masts. Brussels: ECN, 1993:2006.
- GALAMBOS, T. V. **Guide to stability design criteria for metal structures**. 5.ed. John Wiley & Sons, Inc., 1998. 911 p.
- LIU, Y., HUI, L. Behaviour of steel single angles subjected to eccentric axial loads. **Canadian Journal of Civil Engineering**, v. 37, p. 887-896, 2010.
- MADUGULA, M. K. S., RAY, S. K., Ultimate strength of eccentrically loaded cold-formed angles. **Canadian Journal of Civil Engineering**, v. 11, p. 225–233, 1984.
- MAIA, W.F. **Sobre a estabilidade de cantoneiras de aço formadas a frio submetidas à compressão**. 2008. 182 p. Dissertação (Mestrado em Engenharia de Estruturas) – Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, 2008.

MAIA, W.F., MALITE, M. Sobre a estabilidade de cantoneiras de aço formadas a frio submetidas à compressão. **Cadernos de Engenharia de Estruturas**, São Carlos, v. 11, n. 48, p. 23-37, 2009.

MAGGI, Y. I. **Análise do comportamento estrutural de ligações parafusadas viga-pilar com chapa de topo estendida**. 2004. 269 p. São Carlos. Tese (Doutorado em Engenharia de Estruturas). Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, 2004.

MATHWAVE TECHNOLOGIES. **EasyFit Help**. Versão 5.6. 2015. Disponível em: <http://www.mathwave.com/articles/goodness_of_fit.html#ks>. Acesso em: 25 Fev. 2017.

MESACASA JR., E.C., E.; BECK, A.T.; MALITE, M. Dimensionamento de cantoneiras de aço formadas a frio conectadas pelas abas: estudo numérico e experimental. In: CONGRESSO DE CONSTRUÇÃO METÁLICA E MISTA, 9.; CONGRESSO LUSO-BRASILEIRO DE CONSTRUÇÃO METÁLICA SUSTENTÁVEL, 1., 2013, Porto, Portugal. **Anais...** .Porto: CMM, 2013. p. 1-10.

MESACASA JR., E.C., DINIS, P.B., CAMOTIM, D., MALITE, M. Mode interaction in thin-walled equal-leg angle columns. **Thin-Walled Structures**, v. 81, p. 138-149, 2014.

POPOVIC, D., HANCOCK, G. J., RASMUSSEN, K. J. R. Compression tests on cold-formed angles loaded parallel with a leg. **Journal of Structural Engineering**, v. 127, p. 600–607, 2001.

RASMUSSEM, K.J.R. Design of angle columns with locally unstable legs. **Research Rep. No. R830**, Dept. of Civil Engineering, Univ. of Sydney, Sydney, Australia, 2003.

_____. Design of angle columns with locally unstable legs. **Journal of Structural Engineering**, v. 131, n. 10, p. 1553-1560, 2005.

_____. Design of slender angle section beam-columns by the Direct Strength Method. **Journal of Structural Engineering**, v. 132, n. 2, p. 204-211, 2006.

REIS, A., CAMOTIM, D. **Estabilidade estrutural**. Lisboa: McGRAW-HILL, 2000. 470 p.

SWANSON ANALYSIS SYSTEMS INC. (SAS). **Ansys Help**. Versão 15. 2013

SCHARDT, R. **Verallgemeinerte technische biegetheorie**. Berlin: Springer. 1989. 360 p.

SCHARDT, R. Generalised beam theory—an adequate method for coupled stability problems. **Thin Wall Structures**, v. 19(2–4), p. 161-180, 1994.

SILVESTRE, N., DINIS, P. B., CAMOTIM, D. Developments on the Design of Cold-Formed Steel Angles. **Journal of Structural Engineering**, v. 139, n. 5, p. 680-694, 2013.

SHIFFERAW, Y., SCHAFER, B.W. Cold-formed steel lipped and plain angle columns with fixed ends. **Thin-Walled Structures**, v. 80, p. 142-152, 2014.

SCHAFER, B.W. Finite strip analysis of thin-walled members. In: CUFSM: Cornell University - Finite Strip Method, 2001. Software.

SCHAFER, B.W., PEKÖZ, T. Computational modeling of cold-formed steel: characterizing geometric imperfections and residual stresses. **Journal of Constructional Steel Research**, v. 47, p. 193-210, 1998.

SILVA, J. M. M.. **Estudo experimental da influência da região da ligação na força de compressão resistente de cantoneiras de aço formadas a frio**. 2015. 86 p. Relatório final de iniciação científica. Universidade de São Paulo. São Carlos, 2015.

TIMOSHENKO, S.P., GERE, J.M. **Theory of elastic stability**. 2 ed. McGraw W-Hill Kogakusha, LTD., 1961. 541 p.

VLASOV, V.Z. **Thin-walled elastic beams**. 2 ed. Copyright, 1961. 493 p.

WAKABAYASHI, M., NONAKA, T. On the buckling strength of angles in transmission towers. **Bulletin of the Disaster Prevention Research Institute**, v. 15, part. 2, n. 91, 1965.

WOOLCOCK, S.T., KITIPORNCHAI, S. Design of single angle web struts in trusses. **Journal of Structural Engineering**, v. 112, n. 6, p. 1327-1345, 1986.

APÊNDICE A - RESULTADOS DO MODELO SIMPLIFICADO CONSIDERANDO IMPERFEIÇÕES GEOMÉTRICAS INICIAIS

As Tabelas A.1 e A.2 apresentam os resultados de força última oriundos das simulações realizadas sob as seguintes combinações de imperfeições: $(F,T) = (0,1)$ e $(F,T) = (1,0)$, respectivamente, descritas na Seção 3.2.1.

Tabela A.1 – Resultados de força última (kN) considerando apenas imperfeições geométricas iniciais de torção.

L (mm)	d/t = 0,1	d/t = 0,64	d/t = 1,55	d/t = 4,47	d/t = 10
400	38,083	37,086	36,396	34,300	31,755
500	37,523	-	36,755	-	-
600	-	36,976	36,653	34,946	33,030
700	35,144	-	-	-	31,924
800	33,378	33,289	33,759	32,345	30,104
900	32,064	-	-	-	-
1000	30,632	30,532	30,174	28,512	26,462
1100	29,144	-	-	-	-
1200	27,533	27,233	26,695	25,072	23,275
1400	24,334	23,954	23,370	21,834	20,080
1600	21,272	20,915	20,394	18,949	17,503
1800	18,578	18,248	17,770	16,461	15,066
2000	16,264	15,964	15,532	14,364	13,133
2200	14,382	14,063	13,633	12,604	11,482
2400	12,845	12,535	12,092	11,162	10,121
2600	11,578	11,273	10,835	9,934	8,957

Tabela A.2– Resultados de força última (kN) considerando apenas imperfeições geométricas iniciais de flexão.

L (mm)	L/2500	L/1500	L/1000	L/500	L/250
400	38,440	38,352	38,258	38,032	37,791
600	36,038	35,945	35,743	35,197	34,724
800	33,092	33,271	33,112	32,341	31,361
1000	30,499	30,237	30,043	29,171	27,906
1200	27,337	27,109	26,687	25,872	24,407
1400	24,113	23,869	23,550	22,671	21,167
1600	21,074	20,859	20,567	19,953	18,339
1800	18,396	18,238	17,946	17,256	15,952
2000	16,084	15,906	15,702	15,072	13,960
2200	14,168	14,197	13,790	13,260	12,290
2400	12,794	12,482	12,297	11,903	11,094
2600	11,390	11,226	10,964	10,526	9,865

APÊNDICE B – RESULTADOS DOS MODELOS AVALIADOS PARA O SISTEMA CANTONEIRA- DISPOSITIVO

A Tabela B.1 reúne os resultados de força última gerados pelos modelos estudados na Seção 3.3.3 como também dados de: formulação utilizada para o contato *Frictional* (*Augmented Lagrange* ou *Normal Lagrange*), tempo de cada simulação como também o valor da penetração, caso ela tenha existido.

Tabela B.1 - Resumo das simulações realizadas a fim de embasar a escolha do melhor modelo a representar o sistema cantoneira-dispositivo.

L (mm)	Experimental			Formulação			Resultados		
	N _{exp} (kN)	Modo de instabilidade	Modelo	AL	NL	Tempo (min)	Penetração máx. (mm)	Força última (kN)	Diferença em relação ao exp. (%)
Cantoneira L 50 x 2,25 mm	600	35,1	FT+L (L)	Bon&Fri	x	<10	0,00000	36,008	2,587
		31,51	FT+L (L)						
	600	35,1	FT+L (L)	CEFri-nós	x	<10	0,00000	35,892	2,256
		31,51	FT+L (L)						
	600	35,1	FT+L (L)	CEFri-linhas	x	<10	0,00000	35,892	2,256
		31,51	FT+L (L)						
	600	35,1	FT+L (L)	CEFri-linha	x	<10	0,00003	36,045	2,692
		31,51	FT+L (L)						
	600	35,1	FT+L (L)	CE0,5Fri-Maia	x	<10	0,00000	34,682	-1,191
		31,51	FT+L (L)						
	600	35,1	FT+L (L)	CE0,5FRri-Alternados	x	<10	0,00005	34,944	-0,444
		31,51	FT+L (L)						
	600	35,1	FT+L (L)	BeamFri	x	10	0,03089	39,105	11,410
		31,51	FT+L (L)						
	600	35,1	FT+L (L)	JointFri	x	>10	0,02534	37,431	6,641
		31,51	FT+L (L)						
1000	32,43	FT	Bon&Fri	x	10	0,00000	31,288	-3,521	
	31,51	FT							PP
1000	32,43	FT	CEFri-nós	x	20	0,00000	30,025	-7,416	
	31,51	FT							
1000	32,43	FT	BeamFri	x	17	0,00000	33,927	4,616	
	31,51	FT							
1000	32,43	FT	JointFri	x	80	0,00000	32,169	-0,805	
	31,51	FT							

198 Resultados dos modelos avaliados para o sistema cantoneira-dispositivo

	2000	20,07 20,37	F F	Bon&Fri	x PP	15	0,00000	18,352	-9,907
	2000	20,07 20,37	F F	CEFri-nós	x	30	0,00000	17,830	-12,469
	2000	20,07 20,37	F F	BeamFri	x	30	0,00000	20,099	-1,330
	2000	20,07 20,37	F F	JointFri	x	90	0,00000	17,207	-15,528
Cantoneira L 70 x 2,25 mm	500	35,41 38,92	FT+L FT+L (L)	Bon&Fri	x PP	10	0,00776	45,306	16,408
	500	35,41 38,92	FT+L FT+L (L)	CEFri-nós	x	25	0,00642	45,878	17,878
	500	35,41 38,92	FT+L FT+L (L)	BeamFri	x	13	0,02189	47,183	21,231
	500	35,41 38,92	FT+L FT+L (L)	JointFri	x	16	0,05111	43,061	10,640
	1200	35,41	FT	Bon&Fri	x PP	15	0,01913	36,968	4,400
	1200	35,41	FT	CEFri-nós	x	15	0,02593	36,791	3,900
	1200	35,41	FT	BeamFri	x	15	0,03480	38,984	10,093
	1200	35,41	FT	JointFri	x	24	0,04000	36,543	3,200
	2500	22,82 22,66	F F	Bon&Fri	x PP	32	0,01204	20,550	-9,947
	2500	22,82 22,66	F F	CEFri-nós	x	74	0,04440	20,338	-10,876
	2500	22,82 22,66	F F	BeamFri	x	45	0,04349	21,536	-5,627
	2500	22,82 22,66	F F	JointFri			Não convergiu		
Cantoneira L 60 x 2,25 mm	1090	38	FT	Bon&Fri	x PP	27	0,01111	34,802	-8,416
	1090	38	FT	CEFri-nós	x	21	0,10261	34,138	-10,163
	1090	38	FT	BeamFri	x	15	0,08622	35,778	-5,847
	1090	38	FT	JointFri	x	14	0,03229	35,385	-6,882
	1450	29	FT	Bon&Fri	x PP	29	0,02363	29,427	1,472
	1450	29	FT	CEFri-nós	x	19	0,08758	28,500	-1,724
	1450	29	FT	BeamFri	x	13	0,07481	30,668	5,752
	1450	29	FT	JointFri	x	20	0,02541	29,295	1,017

Observação: AL: *Augmented Lagrange*, NL: *Normal Lagrange* e PP: *Pure Penalty*.

O valor de força última experimental considerado para o cálculo da diferença relativa entre forças últimas numérica e experimental foi sempre o maior dos valores nos casos em que há dois resultados experimentais referentes a um mesmo comprimento de barra.

APÊNDICE C – RESULTADOS DO ESTUDO PARAMÉTRICO

A Tabela C.1 apresenta os resultados de força última oriundos do estudo paramétrico apresentado na Seção 3.4. Tais resultados foram gerados por meio do modelo Bon&Fri, levando em conta não-linearidades física e geométrica e desconsiderando imperfeições geométricas iniciais.

Tabela C.1 – Resultados de força última do estudo paramétrico.

nº barra	b (mm)	t (mm)	L (mm)	Força última (kN)	nº barra	b (mm)	t (mm)	L (mm)	Força última (kN)
1	50	2,27	400	38,126	31	60	2	400	34,560
2	50	2,27	570	36,828	32	60	2	620	32,965
3	50	2,27	740	35,056	33	60	2	840	31,009
4	50	2,27	910	32,546	34	60	2	1060	28,461
5	50	2,27	1080	30,330	35	60	2	1280	25,846
6	50	2,27	1250	28,130	36	60	2	1500	23,311
7	50	2,27	1420	25,187	37	60	2	1720	20,995
8	50	2,27	1590	22,542	38	60	2	1940	18,742
9	50	2,27	1760	20,050	39	60	2	2160	16,685
10	50	2,27	1930	18,003	40	60	2	2380	14,850
11	60	2,3	400	42,294	41	70	2	400	36,730
12	60	2,3	615	40,384	42	70	2	660	36,004
13	60	2,3	830	37,525	43	70	2	920	33,931
14	60	2,3	1045	34,670	44	70	2	1180	31,390
15	60	2,3	1260	31,891	45	70	2	1440	28,049
16	60	2,3	1475	29,145	46	70	2	1700	25,133
17	60	2,3	1690	26,245	47	70	2	1960	22,382
18	60	2,3	1905	23,493	48	70	2	2220	19,871
19	60	2,3	2120	20,990	49	70	2	2480	17,501
20	60	2,3	2335	18,685	50	70	2	2740	15,450
21	50	2	400	31,372	51	75	2,27	400	44,294
22	50	2	570	29,962	52	75	2,27	680	44,008
23	50	2	740	28,156	53	75	2,27	960	41,709
24	50	2	910	26,405	54	75	2,27	1240	38,385
25	50	2	1080	24,589	55	75	2,27	1520	34,408
26	50	2	1250	22,929	56	75	2,27	1800	30,710
27	50	2	1420	20,741	57	75	2,27	2080	27,395
28	50	2	1590	19,030	58	75	2,27	2360	24,187
29	50	2	1760	17,181	59	75	2,27	2640	21,186
30	50	2	1930	15,540	60	75	2,27	2920	18,683

200 Resultados do estudo paramétrico

nº barra	b (mm)	t (mm)	L (mm)	Força última (kN)
61	75	2,68	400	54,292
62	75	2,68	680	54,189
63	75	2,68	960	51,481
64	75	2,68	1240	47,445
65	75	2,68	1520	43,250
66	75	2,68	1800	39,037
67	75	2,68	2080	34,719
68	75	2,68	2360	30,597
69	75	2,68	2640	26,809
70	75	2,68	2920	23,542
71	55	2,3	400	39,855
72	55	2,3	590	38,372
73	55	2,3	780	36,242
74	55	2,3	970	33,964
75	55	2,3	1160	31,413
76	55	2,3	1350	28,905
77	55	2,3	1540	26,299
78	55	2,3	1730	23,725
79	55	2,3	1920	21,365
80	55	2,3	2110	19,131
81	65	2,24	400	41,640
82	65	2,24	640	40,194
83	65	2,24	880	37,430
84	65	2,24	1120	34,455
85	65	2,24	1360	31,193
86	65	2,24	1600	28,262
87	65	2,24	1840	25,308
88	65	2,24	2080	22,475
89	65	2,24	2320	19,815
90	65	2,24	2560	17,660
91	70	2,6	400	52,026
92	70	2,6	660	51,032
93	70	2,6	920	47,764
94	70	2,6	1180	44,161
95	70	2,6	1440	40,307
96	70	2,6	1700	36,469
97	70	2,6	1960	32,318
98	70	2,6	2220	28,723
99	70	2,6	2480	25,212
100	70	2,6	2740	22,255
101	85	2,65	400	54,777
102	85	2,65	730	54,508
103	85	2,65	1060	53,205

nº barra	b (mm)	t (mm)	L (mm)	Força última (kN)
104	85	2,65	1390	49,889
105	85	2,65	1720	44,720
106	85	2,65	2050	39,829
107	85	2,65	2380	35,375
108	85	2,65	2710	30,727
109	85	2,65	3040	26,810
110	85	2,65	3370	23,383
111	75	2,2	400	42,542
112	75	2,2	680	42,261
113	75	2,2	960	39,991
114	75	2,2	1240	36,884
115	75	2,2	1520	33,044
116	75	2,2	1800	29,428
117	75	2,2	2080	26,227
118	75	2,2	2360	23,179
119	75	2,2	2640	20,325
120	75	2,2	2920	17,912
121	80	2,22	400	43,838
122	80	2,22	700	43,315
123	80	2,22	1000	41,536
124	80	2,22	1300	38,787
125	80	2,22	1600	34,697
126	80	2,22	1900	30,874
127	80	2,22	2200	27,446
128	80	2,22	2500	24,225
129	80	2,22	2800	21,261
130	80	2,22	3100	18,666
131	80	2,58	400	52,770
132	80	2,58	700	51,925
133	80	2,58	1000	50,152
134	80	2,58	1300	46,712
135	80	2,58	1600	42,014
136	80	2,58	1900	37,847
137	80	2,58	2200	33,658
138	80	2,58	2500	29,715
139	80	2,58	2800	26,027
140	80	2,58	3100	22,810
141	50	2,5	400	45,153
142	50	2,5	570	43,657
143	50	2,5	740	40,965
144	50	2,5	910	38,877
144	50	2,5	910	38,877
145	50	2,50	1080	35,727

nº barra	b (mm)	t (mm)	L (mm)	Força última (kN)
146	50	2,5	1250	32,814
147	50	2,5	1420	29,621
148	50	2,5	1590	27,022
149	50	2,5	1760	24,287
150	50	2,5	1930	21,956
151	45	2,14	400	33,893
152	45	2,14	550	32,966
153	45	2,14	700	31,095
154	45	2,14	850	29,407
155	45	2,14	1000	27,571
156	45	2,14	1150	25,949
157	45	2,14	1300	23,737
158	45	2,14	1450	21,699

nº barra	b (mm)	t (mm)	L (mm)	Força última (kN)
159	45	2,14	1600	19,809
160	45	2,14	1750	17,943
161	50	2,17	400	35,396
162	50	2,17	570	34,223
163	50	2,17	740	32,254
164	50	2,17	910	30,346
165	50	2,17	1080	27,834
166	50	2,17	1250	26,000
167	50	2,17	1420	23,589
168	50	2,17	1590	21,615
169	50	2,17	1760	19,504
170	50	2,17	1930	17,615