

UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO
ESCOLA DE ENGENHARIA DE SÃO CARLOS
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA DE ESTRUTURAS

CAIO CEZAR CATISTE SILVA

**Contribuição ao projeto de dentes de concreto para ligações em estruturas de
concreto pré-moldado**

São Carlos
2017

CAIO CEZAR CATISTE SILVA

**Contribuição ao projeto de dentes de concreto para ligações em estruturas de
concreto pré-moldado**

Versão Corrigida

(A versão original encontra-se na Escola de Engenharia de São Carlos)

Dissertação apresentada à Escola de Engenharia de São Carlos da Universidade de São Paulo para obtenção do título de Mestre em Engenharia Civil (Estruturas).

Área de concentração: Engenharia de Estruturas

Orientador: Prof. Dr. Mounir Khalil El Debs

São Carlos
2017

AUTORIZO A REPRODUÇÃO TOTAL OU PARCIAL DESTE TRABALHO, POR QUALQUER MEIO CONVENCIONAL OU ELETRÔNICO, PARA FINS DE ESTUDO E PESQUISA, DESDE QUE CITADA A FONTE.

S586c Silva, Caio Cezar Catiste
Contribuição ao projeto de dentes de concreto para ligações em estruturas de concreto pré-moldado / Caio Cezar Catiste Silva; orientadora Mounir Khalil El Debs. São Carlos, 2017.

Dissertação (Mestrado) - Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil (Engenharia de Estruturas) e Área de Concentração em Estruturas -- Escola de Engenharia de São Carlos da Universidade de São Paulo, 2017.

1. Dentes de concreto. 2. Concreto pré-moldado. 3. Ligações. 4. Modelo de bielas e tirantes. 5. Regiões D. I. Título.

FOLHA DE JULGAMENTO

Candidato: Engenheiro **CAIO CEZAR CATISTE SILVA**.

Título da dissertação: "Contribuição ao projeto de dentes de concreto para ligações em estruturas de concreto pré-moldado".

Data da defesa: 20/09/2017.

Comissão Julgadora:

Resultado:

Prof. Titular **Mounir Khalil El Debs**
(Orientador)
(Escola de Engenharia de São Carlos/EESC)

Aprovado

Prof. Dr. **Daniel de Lima Araujo**
(Universidade Federal de Goiás/UFG)

Aprovado

Prof. Dr. **Angelo Rubens Migliore Junior**
(Centro Universitário de Lins/UNILINS)

Aprovado

Coordenador do Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil
(Engenharia de Estruturas):

Prof. Titular **Humberto Breves Coda**

Presidente da Comissão de Pós-Graduação:
Prof. Associado **Luís Fernando Costa Alberto**

A Deus e a toda a minha família, em especial aos meus pais, Francisco Dias da Silva e Silvana de Fátima Catiste dos Santos, às minhas irmãs, Jéssica Catiste Silva e Stephani Rodrigues Silva, e aos meus irmãos, Arthur Brito Dias e Heitor Brito Dias.

AGRADECIMENTOS

A Deus em primeiro lugar, o responsável por tudo, pela vida, por todas as oportunidades concedidas, por ter me abençoado com essa grande conquista em minha vida, e também por sua presença incontestável nos momentos mais difíceis ao longo do curso, algo que foi crucial para superar todos os desafios.

A toda minha família, em especial aos meus pais, Francisco Dias da Silva e Silvana de Fátima Catiste dos Santos, às minhas irmãs, Jéssica Catiste Silva e Stephani Rodrigues Silva, aos meus irmãos, Arthur Brito Dias e Heitor Brito Dias, pelo amor e carinho, por todo o incentivo e apoio para a realização deste sonho.

Por mais uma vez, faço um agradecimento especial aos meus avós, José Virgulino dos Santos, Antônio Dias da Silva e Inês Jorge de Souza, pelo amor inigualável aos seus netos, pela confiança e incentivo aos estudos.

A minha namorada, Camila Oliveira da Fonseca, por todo o seu amor, pela paciência e compreensão, por suas palavras e conselhos nos momentos de desânimo e tristeza, pelo incentivo nas horas mais difíceis durante a realização da pesquisa.

Ao professor Mounir Khalil El Debs, por toda sua experiência e conhecimentos compartilhados, por sua paciência, amizade, orientação, e acima de tudo, por sua confiança em meu trabalho em todos os momentos do curso.

Aos companheiros e colegas do Departamento de Engenharia de Estruturas, por seus conselhos, compartilhamento de ideias, pelas conversas agradáveis e momentos de descontração após ou durante o trabalho. Em especial, agradeço a Geovanne Viana Nogueira, por sua amizade, parceria e companheirismo, pela paciência e por sua ajuda nos momentos mais difíceis.

Ao amigo e companheiro de apartamento, Eng. Tiago Souza Mattos, pela confiança, convivência, companheirismo e por seus conselhos durante o mestrado.

A todos os professores do Departamento de Engenharia de Estruturas, que contribuíram de forma direta ou indiretamente para a realização deste trabalho.

A Escola de Engenharia de São Carlos e ao Departamento de Engenharia de Estruturas, pela oportunidade de realização do curso de mestrado, e a CAPES, Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior, pela concessão da bolsa de mestrado.

“Buscai em primeiro lugar o Reino de Deus e a sua justiça, e todas as outras coisa vos serão dadas por acréscimo” (Bíblia Sagrada, Mateus 6-33).

RESUMO

SILVA, C. C. C. **Contribuição ao projeto de dentes de concreto para ligações em estruturas de concreto pré-moldado**. 2017. 243 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil – Estruturas) – Departamento de Engenharia de Estruturas, Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, 2017.

A presente pesquisa apresenta um estudo comparativo a respeito dos procedimentos para o projeto de dentes de concreto. O dente de concreto é um elemento estrutural bastante utilizado em ligações de estruturas de concreto pré-moldado. Atualmente existem vários procedimentos para o dimensionamento ou estimativa da capacidade resistente dessa ligação, entre os quais destacam-se o da ABNT (NBR 9062 e NBR 6118), PCI, ACI 318-14, *Eurocode 2*, entre outros. Neste contexto, a presente pesquisa objetiva à análise comparativa desses procedimentos de projeto com resultados experimentais disponíveis. Assim, esses procedimentos de projeto foram aplicados em 38 modelos experimentais de uma base de dados. Normalmente, as ruínas dos dentes de concreto são: a) escoamento da armadura do tirante; b) escoamento da armadura de suspensão; c) ruptura do concreto na região do dente. A relação entre a força de ruína experimental e a força de ruína calculada, designada por $F_{r,exp} / F_{r,cal}$, foi um dos parâmetros utilizados para avaliar as estimativas de força de ruína dos dentes de concreto. Na análise comparativa das estimativas para força de ruína por escoamento da armadura do tirante, a ABNT (NBR 9062 e NBR 6118) apresentou uma média de 1,26 e coeficiente de variação de 16,90%. A ACI 318-14 e o *Eurocode 2* forneceram estimativas com uma média de 1,29 e coeficiente de variação de 17,6%. As estimativas do PCI tiveram uma média de 1,12 e coeficiente de variação de 17,9%. Para a ruína por escoamento da armadura de suspensão, as estimativas da ABNT (NBR 9062 e NBR 6118), PCI e ACI 318-14 (Modelos II e III) tiveram uma média de 1,22 e coeficiente de variação de 12,5%. O *Eurocode 2* e a ACI 318-14 (Modelo I) apresentaram uma média de 1,87 para as estimativas e coeficiente de variação igual a 17,9%. Para a ruína por ruptura do concreto na região do dente, as estimativas da ACI 318-14 (Modelos II e III) apresetaram uma média de 1,56 e coeficiente de variação de 18,8%. Com o Modelo I, as estimativas da ACI 318-14 tiveram uma média de 1,60 e coeficiente de variação de 19,0%. O *Eurocode 2* forneceu estimativas com uma média de 1,63 e coeficiente de variação de 14,6%. O PCI teve a pior estimativa com uma média de 3,29 e coeficiente de variação de 32,4%. O estudo ainda serviu como subsídio para o desenvolvimento de uma proposta para verificação da tensão de compressão no concreto. Para a região do dente, a proposta foi aplicada em 9 modelos experimentais da base de dados e apresentou uma média de 1,33 e um coeficiente de variação de 14,9%.

Palavras-chave: Dentes de concreto. Concreto pré-moldado. Ligações. Modelo de bielas e tirantes. Regiões D.

ABSTRACT

SILVA, C. C. C. **Contribution to the design of dapped end beam for connections in precast concrete structures.** 2017. 243 f. Dissertation (Master in Civil Engineering – Structures) – Department of Structural Engineering, School of Engineering of São Carlos, University of São Paulo, São Carlos, 2017.

This research presents a comparative study about procedures for the design of dapped end beam. The dapped end beam is a structural element widely used in connections of precast concrete structures. Currently there are several procedures for the dimensioning or evaluation of the strength capacity of this connection, like as ABNT (NBR 9062 and NBR 6118), PCI, ACI 318-14 and *Eurocode 2*. In this context, the present research objectives to the comparative analysis of these design procedures with available experimental results. Thus, these design procedures were applied 38 experimental models of a database. Normally, the dapped end beam failures were: a) reinforcement yielding of the tie; b) yielding of the hanger bars; c) concrete rupture in the nib. The relation between the experimental failure force and calculated failure force, designated by $F_{r,exp} / F_{r,cal}$, was one of the parameters used to evaluate the estimates of failure force of dapped end beam. The ABNT (NBR 9062 e NBR 6118) presented an average of 1,26 and a coefficient of variation of 16,90% in the comparative analysis of the estimates for failure by the yielding of the tie. The ACI 318-14 and Eurocode 2 provided estimates with an average of 1,29 and coefficient of variation of 17,6%. The PCI estimates had an average of 1,12 and coefficient of variation of 17,9%. For failure by the yielding of hanger bars, estimates of ABNT (NBR 9062 and NBR 6118), PCI and ACI 318-14 (Models II and III) had an average of 1,22 and a coefficient of variation of 12,5%. Eurocode 2 and ACI 318-14 (Model I) presented an average of 1,87 for the estimates and coefficient of variation equal to 17,9%. For the rupture of concrete in nib, the ACI 318-14 (Models II and III) estimates presented an average of 1,56 and a coefficient of variation of 18,8%. With Model I, the estimates of ACI 318-14 had an average of 1,60 and a coefficient of variation of 19,0%. Eurocode 2 provided estimates with an average of 1,63 and a coefficient of variation of 14,6%. The PCI had the worst estimate with an average of 3,29 and coefficient of variation of 32,4%. The study also served as a subsidy for the development of a proposal for checking the concrete compressive stress. For nib, the simplified proposal was applied in 9 experimental models of the database and presented an average of 1,33 and a coefficient of variation of 14,9%.

Keywords: Dapped end beam. Precast concrete. Connections. Struts and ties model. D-regions.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1.1 – Armação de um dente de concreto: a) vista geral; b) detalhe do canto reentrante.....	34
Figura 1.2 – Ligações com dentes de concreto.....	34
Figura 1.3 – Passarela de pedestre construída com vigas pré-moldadas com apoios em dente: a) detalhe das ligações com dentes de concreto; b) detalhe das fissuras no canto reentrante.	35
Figura 1.4 – Fissuras no canto reentrante do dente de concreto.	35
Figura 1.5 – Colapso do viaduto da Avenida <i>Concorde</i>	36
Figura 1.6 – Elevação do viaduto da avenida <i>Concorde</i>	36
Figura 1.7 – Detalhamento das armaduras do balanço e da ligação em dente.	37
Figura 1.8 – Comparação entre a estrutura projetada e a estrutura construída.....	37
Figura 2.1 – Ligações de estruturas pré-moldadas com dentes de concreto.	45
Figura 2.2 – Geometria dos dentes de concreto.	46
Figura 2.3 – Influência da geometria no comportamento estrutural do dente de concreto.....	46
Figura 2.4 – Trajetória das tensões principais em regime elástico no dente e no consolo.....	47
Figura 2.5 – Comparação entre o sistema de forças interna de um consolo invertido e um dente.	47
Figura 2.6 – Formas de ruína do dente de concreto.	48
Figura 2.7 – Regiões B e D.	49
Figura 2.8 – Esquema dos modelos de bielas e tirantes para avaliação dos esforços solicitantes.....	50
Figura 2.9 – Arranjos de armaduras possíveis para os dentes de concreto.....	51
Figura 2.10 – Funcionamento básico do dente de concreto.....	52
Figura 2.11 – Soluções usuais para armadura dos dentes.	52

Figura 2.12 – Modelo de bielas e tirantes de Schlaich, Schäfer e Jennewein (1987).	54
Figura 2.13 – Modelos de bielas e tirantes propostos por Cook (1987).....	55
Figura 2.14 – Modelos de bielas e tirantes adotados por Schlaich e Schäfer (1991).	56
Figura 2.15 – Modelo de bielas e tirantes proposto por Cook e Mitchell (1988) presente nos exemplos de projeto da ACI SP-208 (SANDERS, 2002).	56
Figura 2.16 – Modelo de bielas e tirantes proposto por Cook e Mitchell (1988) sobreposto em uma fotografia de um dente de concreto após a ruína.	57
Figura 2.17 – Modelo alternativo para o projeto de dentes de concreto presente na ACI SP-208 (SANDERS, 2002).	58
Figura 2.18 – Modelo de bielas e tirantes simplificado proposto por Mattock (2012).	59
Figura 2.19 – Modelos de bielas e tirantes para dentes indicados pelo CEN (2010).	59
Figura 2.20 – Mecanismo de atrito-cisalhamento.	61
Figura 2.21 – Mecanismo de atrito-cisalhamento em dentes de concreto.	62
Figura 2.22 – Armadura necessária para garantir a transferência da força cortante.	62
Figura 2.23 – Detalhamento típico da armadura de um dente de concreto e localização das fissuras potenciais de tração diagonal.	64
Figura 2.24 – Esquema de ensaio usado por Mattock e Chan (1979).	65
Figura 2.25 – Forças atuantes nas seções de corte das fissuras potenciais de tração AY e BZ.	67
Figura 2.26 – Detalhamento das armaduras dos dentes D-1 e D-2 ensaiados por Cook (1987).	72
Figura 2.27 – Detalhamento das armaduras dos dentes D-3 e D-4 ensaiados por Cook (1987).	73
Figura 2.28 – Modelos de bielas e tirantes propostos por Melo (1991).	75
Figura 2.29 – Esquema dos ensaios realizados por Melo (1991).	76
Figura 2.30 – Detalhamento das armaduras e instrumentação dos dentes ímpares ensaiados por Melo (1991).	78

Figura 2.31 – Detalhamento das armaduras e instrumentação dos dentes pares ensaiados por Melo (1991).....	79
Figura 2.32 – Modelo da escora principal proposto por Souza (1997).....	82
Figura 2.33 – Esquema dos ensaios realizados por Souza (1997).	83
Figura 2.34 – Armadura dos dentes ensaiados por Souza (1997).	84
Figura 2.35 – Dimensões e esquema de carregamento das vigas de Zalochi (1997).	85
Figura 2.36 – Detalhamento de armadura alternativo para dentes de concreto sugerido por Nanni e Huang (2002).	90
Figura 2.37 – Instalação de reforço com PRF nos dentes de concreto.....	93
Figura 2.38 – Técnicas de reforço avaliadas no programa experimental de Taher (2005).....	94
Figura 3.1 – Definição geométrica do dente de concreto.	97
Figura 3.2 – Esquema de transmissão de forças e disposição da armadura para dente de concreto.....	99
Figura 3.3 – Detalhamento e ancoragem das armaduras do dente de concreto.....	103
Figura 3.4 – Modelos de bielas e tirantes da NBR 9062 (ABNT, 2017).	105
Figura 3.5 – Detalhamento da armadura de um dente de concreto.	108
Figura 3.6 – Modos de ruína potenciais e armadura para dente de concreto.	110
Figura 3.7 – Detalhamento de armadura alternativo para dente de concreto.	113
Figura 3.8 – Delimitação das regiões com descontinuidade geométrica e estática.	115
Figura 3.9 – Determinação da largura da biela inclinada.	117
Figura 3.10 – Biela em forma de garrafa nos modelos de bielas e tirantes.....	118
Figura 3.11 – Classificação dos nós.....	120
Figura 3.12 – Região com tensões de compressão transversal ou sem tensões transversais.....	121
Figura 3.13 – Região com tensões de tração transversal.	122
Figura 3.14 – Nó comprimido sem tirante.	124

Figura 3.15 – Nó sujeito à compressão e à tração com armadura em uma direção.	124
Figura 3.16 – Nó sujeito à compressão e à tração com armadura em duas direções.	125
Figura 4.1 – Designação dos parâmetros geométricos dos modelos experimentais.	132
Figura 4.2 – Designação dos parâmetros geométricos do Modelo I.....	155
Figura 4.3 – Configuração do nó A para o Modelo I.	156
Figura 4.4 – Configuração do nó B para o Modelo I.	157
Figura 4.5 – Configuração do nó C para o Modelo I.	159
Figura 4.6 – Designação dos parâmetros geométricos do Modelo II.....	164
Figura 4.7 – Designação dos parâmetros geométricos do Modelo III.....	164
Figura 4.8 – Configuração do nó B para os Modelos II e III.....	165
Figura 4.9 – Designação dos parâmetros geométricos do Modelo IV.	171
Figura 4.10 – Resultados experimentais e analíticos para ruína por ruptura do concreto na região do dente: a) El Debs (2000); b) PCI (2010); c) ACI 318-14 Modelo I; d) ACI 318-14 Modelos II e III; e) Eurocode 2 Modelo IV.....	180
Figura 4.11 – Comparação entre resultados experimentais e analíticos para ruína por ruptura do concreto na região do dente: a) El Debs (2000); b) PCI (2010); c) ACI 318-14 Modelo I; d) ACI 318-14 Modelos II e III; e) Eurocode 2 Modelo IV.....	181
Figura 4.12 – Resultados experimentais e analíticos para ruína por flexão ou escoamento da armadura do tirante: a) El Debs (2000); b) ABNT (2017); c) PCI (2010); d) ACI 318-14 Modelo I, ACI 318-14 Modelos II e III, e Eurocode 2 Modelo IV.	184
Figura 4.13 – Comparação entre resultados experimentais e analíticos para ruína por flexão ou escoamento da armadura do tirante: a) El Debs (2000); b) ABNT (2017); c) PCI (2010); d) ACI 318-14 Modelo I, ACI 318-14 Modelos II e III, e Eurocode 2 Modelo IV.....	185
Figura 4.14 – Resultados experimentais e analíticos para ruína por escoamento da armadura de suspensão: a) El Debs (2000), ABNT (2017), PCI (2010) e ACI 318-14 Modelos II e III; b) ACI 318-14 Modelo I e Eurocode 2 Modelo IV.	188
Figura 4.15 – Comparação entre resultados experimentais e analíticos para ruína por escoamento da armadura de suspensão: a) El Debs (2000), ABNT (2017), PCI	

(2010) e ACI 318-14 Modelos II e III; b) ACI 318-14 Modelo I e Eurocode 2 Modelo IV..... 188

Figura 4.16 – Resultados experimentais e analíticos para estimativa da força de ruína do dente de concreto: a) El Debs (2000); b) ABNT (2017); c) PCI (2010); d) ACI 318-14 Modelo I; e) ACI 318-14 Modelos II e III; f) Eurocode 2 Modelo IV. 194

Figura 4.17 – Comparação entre resultados experimentais e analíticos para estimativa da força de ruína do dente de concreto: a) El Debs (2000); b) ABNT (2017); c) PCI (2010); d) ACI 318-14 Modelo I; e) ACI 318-14 Modelos II e III; f) Eurocode 2 Modelo IV..... 195

Figura 5.1 – Modelo de bielas e tirantes para verificação das tensões de compressão no concreto.....201

Figura 5.2 – Definições geométricas e sistema de forças para determinação da resultante de compressão inclinada na região do dente.203

Figura 5.3 – Largura da biela de compressão inclinada para a região do apoio do dente adaptada aos padrões da NBR 9062 (ABNT, 2017).205

Figura 5.4 – Largura da biela de compressão inclinada para a extremidade oposta ao apoio do dente adaptada aos padrões da NBR 9062 (ABNT, 2017).....205

Figura 5.5 – Definições geométricas e sistema de forças para determinação da resultante de compressão inclinada na extremidade inferior da viga.206

Figura 5.6 – Largura da biela de compressão inclinada para a extremidade inferior da viga adaptada aos padrões da NBR 9062 (ABNT, 2017).....208

Figura 5.7 – Resultados experimentais e analíticos para ruína por ruptura do concreto na região do dente: a) Proposta; b) El Debs (2000); c) PCI (2010); d) ACI 318-14 Modelo I; e) ACI 318-14 Modelos II e III; f) Eurocode 2 Modelo IV.220

Figura 5.8 – Comparação entre resultados experimentais e analíticos para ruína por ruptura do concreto na região do dente: a) Proposta; b) El Debs (2000); c) PCI (2010); d) ACI 318-14 Modelo I; e) ACI 318-14 Modelos II e III; f) Eurocode 2 Modelo IV.....221

Figura 5.9 – Resultados experimentais e analíticos para força de ruína do dente de concreto: a) El Debs (2000); b) ABNT (2017) e Proposta; c) PCI (2010); d) ACI 318-14 Modelo I; e) ACI 318-14 Modelos II e III; f) Eurocode 2 Modelo IV.224

Figura 5.10 – Comparação entre resultados experimentais e analíticos para força de ruína do dente de concreto: a) El Debs (2000); b) ABNT (2017) e Proposta; c) PCI (2010); d) ACI 318-14 Modelo I; e) ACI 318-14 Modelos II e III; f) Eurocode 2 Modelo IV.....225

LISTA DE GRÁFICOS

Gráfico 4.1 – Resultados analíticos e experimentais: força de ruína para dentes curtos de concreto de acordo com El Debs (2000).	141
Gráfico 4.2 – Comparação entre resultados analíticos e experimentais: força de ruína para dentes curtos de concreto de acordo com El Debs (2000).....	141
Gráfico 4.3 – Resultados experimentais e analíticos: força de ruína para dentes curtos de concreto de acordo com a NBR 9062 (ABNT, 2017) e NBR 6118 (ABNT, 2014).	145
Gráfico 4.4 – Comparação entre resultados analíticos e experimentais: força de ruína para dentes curtos de concreto segundo a NBR 9062 (ABNT, 2017) e NBR 6118 (ABNT, 2014).	145
Gráfico 4.5 – Resultados experimentais e analíticos: força de ruína para dentes de concreto de acordo com o manual PCI <i>Design Handbook</i> (PCI, 2010).....	151
Gráfico 4.6 - Comparação entre resultados analíticos e experimentais: força de ruína para dentes de concreto de acordo com o manual PCI <i>Design Handbook</i> (PCI, 2010).	151
Gráfico 4.7 – Resultados experimentais e analíticos: força de ruína para dentes de concreto de acordo com a ACI 318-14 (ACI, 2014) e o Modelo I.	161
Gráfico 4.8 – Comparação entre resultados experimentais e analíticos: força de ruína para dentes de concreto de acordo com a ACI 318-14 (ACI, 2014) e o Modelo I. ...	161
Gráfico 4.9 – Resultados experimentais e analíticos: força de ruína para dentes de concreto de acordo com a ACI 318-14 (ACI, 2014) e os Modelos II e III.	169
Gráfico 4.10 – Comparação entre resultados experimentais e analíticos: força de ruína para dentes de concreto de acordo com a ACI 318-14 (ACI, 2014) e os Modelos II e III.....	169
Gráfico 4.11 – Resultados experimentais e analíticos: força de ruína para dentes de concreto de acordo com a NP EN 1992-1-1 (CEN, 2010) e o Modelo IV.....	176
Gráfico 4.12 – Comparação entre resultados experimentais e analíticos: força de ruína para dentes de concreto de acordo com a NP EN 1992-1-1 (CEN, 2010) e o Modelo IV.	176
Gráfico 5.1 – Resultados experimentais e analíticos: força de ruína por ruptura do concreto na região do dente de acordo com a proposta.	211
Gráfico 5.2 – Comparação entre resultados experimentais e analíticos: força de ruína por ruptura do concreto na região do dente de acordo com a proposta.....	212

Gráfico 5.3 – Resultados experimentais e analíticos: força de ruína para dentes curtos segundo a NBR 9062 (ABNT, 2017), NBR 6118 (ABNT, 2014) e a proposta para verificação das tensões de compressão no concreto. 215

Gráfico 5.4 – Comparação entre resultados experimentais e analíticos: força de ruína para dentes curtos segundo a NBR 9062 (ABNT, 2017), NBR 6118 (ABNT, 2014) e a proposta para verificação das tensões de compressão no concreto. 215

LISTA DE TABELAS

Tabela 2.1 – Resultados dos ensaios de dentes realizados por Mattock e Chan (1979).....	69
Tabela 2.2 – Resultados obtidos nos ensaios realizados por Cook (1987).....	74
Tabela 2.3 – Resultados obtidos nos ensaios realizados por Melo (1991).	77
Tabela 2.4 – Dimensões das vigas ensaiadas por Souza (1997).....	81
Tabela 2.5 – Programa de ensaios realizados por Souza (1997).....	81
Tabela 2.6 – Resultados dos ensaios realizados por Souza (1997).....	83
Tabela 2.7 – Programa de ensaios realizados por Zalochi (1997).	86
Tabela 2.8 – Resultados obtidos nos ensaios realizados por Zalochi (1997).....	87
Tabela 3.1 – Coeficiente de ajustamento γ_n	98
Tabela 3.2 – Coeficiente de atrito μ	101
Tabela 3.3 – Coeficiente de aderência η_1	109
Tabela 3.4 – Coeficiente de aderência η_3	110
Tabela 3.5 – Valores para os coeficientes de atrito e força última para o dente de concreto.....	112
Tabela 3.6 – Coeficiente da biela β_s	118
Tabela 3.7 – Coeficiente da região nodal β_n	120
Tabela 3.8 – Coeficiente κ	124
Tabela 4.1 – Base de dados dos modelos experimentais: informações gerais.	130
Tabela 4.2 – Base de dados dos modelos experimentais: materiais e propriedades.	133
Tabela 4.3 – Comparação entre resultados analíticos e experimentais: força de ruína para dentes curtos de concreto de acordo com El Debs (2000).....	139
Tabela 4.4 – Comparação entre resultados analíticos e experimentais: força de ruína para dentes curtos segundo a NBR 9062 (ABNT, 2017) e NBR 6118 (ABNT, 2014).	144

Tabela 4.5 – Comparação entre resultados analíticos e experimentais: força de ruína para dentes de concreto de acordo com o manual PCI <i>Design Handbook</i> (PCI, 2010).....	150
Tabela 4.6 – Comparação entre resultados analíticos e experimentais: força de ruína para dentes de concreto de acordo com a ACI 318-14 (ACI, 2014) e o Modelo I...	160
Tabela 4.7 – Comparação entre resultados analíticos e experimentais: força de ruína para dentes de concreto de acordo com a ACI 318-14 (ACI, 2014) e os Modelos II e III.....	167
Tabela 4.8 – Comparação entre resultados analíticos e experimentais: força de ruína para dentes de concreto de acordo com a NP EN 1992-1-1 (CEN, 2010) e o Modelo IV.	174
Tabela 4.9 – Comparação entre resultados analíticos e experimentais: força de ruína por ruptura do concreto ou compressão diagonal na região do dente para os diferentes procedimentos de projeto existentes para dentes de concreto.	179
Tabela 4.10 – Comparação entre resultados analíticos e experimentais: força de ruína por flexão ou escoamento da armadura do tirante para os diferentes procedimentos de projetos existentes para dentes de concreto.	183
Tabela 4.11 – Comparação entre resultados analíticos e experimentais: força de ruína por escoamento da armadura de suspensão para os diferentes procedimentos de projetos existentes para dentes de concreto.	187
Tabela 4.12 – Comparação entre resultados analíticos e experimentais: força de ruína para os procedimentos de projeto para dentes de concreto.....	191
Tabela 4.13 – Resultados para as estimativas de força de ruína por ruptura do concreto na região do dente.	197
Tabela 4.14 – Resultados para as estimativas de força de ruína por flexão.....	197
Tabela 4.15 – Resultados para as estimativas de força de ruína por escoamento da armadura de suspensão.	198
Tabela 4.16 – Resultados para as estimativas de acordo com as forma de ruína do dente de concreto.	199
Tabela 4.17 – Resultados para as estimativas de força de ruína do dente de concreto.....	199
Tabela 5.1 – Comparação entre resultados analíticos e experimentais: força de ruína por ruptura do concreto na região do dente de acordo com a proposta.	211
Tabela 5.2 – Comparação entre resultados analíticos e experimentais: força de ruína para dentes curtos segundo a NBR 9062 (ABNT, 2017), NBR 6118 (ABNT, 2014) e a proposta para verificação das tensões de compressão no concreto.	213

Tabela 5.3 – Comparação entre resultados analíticos e experimentais: força de ruína por ruptura do concreto na região do dente para os diferentes procedimentos de projeto para dentes de concreto e a proposta para verificação da tensão de compressão no concreto.218

Tabela 5.4 – Comparação entre resultados analíticos e experimentais: força de ruína do dente de concreto de acordo com os diferentes procedimentos de projeto e a influência da proposta na estimativa da NBR 9062 (ABNT, 2017) e NBR 6118 (ABNT, 2014).223

Tabela 5.5 – Resultados para a proposta e as demais estimativas de força de ruína por ruptura do concreto na região do dente.228

Tabela 5.6 – Resultados para as estimativas de força de ruína do dente de concreto e influência da proposta na estimativa da NBR 9062 (ABNT, 2017) e NBR 6118 (ABNT, 2014).228

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

ABNT – Associação Brasileira de Normas Técnicas

ACI – *American Concrete Institute*

CEB – European Committee for Concrete

CEN – *European Committee of Standardization*

ELS – Estado Limite de Serviço

ELU – Estado Limite Último

FIB – *International Federation for Structural Concrete*

FIP – *International Federation for Prestressing*

PCI – *Precast/Prestressed Concrete Institute*

PRF – Polímero Reforçado com Fibras

PRFC – Polímero Reforçado com Fibras de Carbono

USP – Universidade de São Paulo

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO	33
1.1 Considerações iniciais	33
1.2 Objetivo.....	39
1.3 Justificativa	40
1.4 Metodologia	41
1.5 Apresentação da dissertação	42
2 ESTUDO DOS DENTES DE CONCRETO	45
2.1 Comportamento dos dentes de concreto	45
2.2 Modelo de bielas e tirantes para dentes de concreto	53
2.3 Modelo de atrito-cisalhamento para dentes de concreto	60
2.4 Trabalhos de pesquisa relativos a dentes moldados com concretos convencionais	63
2.5 Trabalhos de pesquisa para dentes não convencionais de concreto	89
3 PROCEDIMENTOS PARA O PROJETO DE DENTES DE CONCRETO	97
3.1 El Debs (2000).....	97
3.2 NBR 9062 (ABNT, 2017) e NBR 6118 (ABNT, 2014)	104
3.3 PCI <i>Design Handbook</i> (PCI, 2010)	110
3.4 ACI 318-14 (ACI, 2014)	115
3.5 NP EN 1992-1-1 (CEN, 2010).....	121
4 COMPARAÇÃO ENTRE RESULTADOS ANALÍTICOS E EXPERIMENTAIS ...	127
4.1 Introdução.....	127
4.2 Base de dados	129
4.3 Parâmetros estatísticos utilizados	136
4.4 Força de ruína para dentes curtos de concreto de acordo com El Debs (2000)	137
4.4.1 Expressões analíticas para estimativa da força de ruína	137
4.4.2 Resultados e análise de resultados.....	139
4.4.3 Discussão dos resultados.....	141
4.5 Força de ruína para dentes curtos de concreto de acordo com a NBR 9062 (ABNT, 2017) e NBR 6118 (ABNT, 2014).....	142
4.5.1 Expressões analíticas para estimativa da força de ruína	142

4.5.2	Resultados e análise dos resultados	143
4.5.3	Discussão dos resultados	145
4.6	Força de ruína para dentes de concreto de acordo com PCI <i>Design Handbook</i> (PCI, 2010).....	147
4.6.1	Expressões analíticas para estimativa da força de ruína.....	147
4.6.2	Resultados e análise dos resultados	149
4.6.3	Discussão dos resultados	152
4.7	Força de ruína para dentes de concreto de acordo com ACI 318:14 – Modelo I	155
4.7.1	Expressões analíticas para estimativa da força de ruína.....	155
4.7.2	Resultados e análise dos resultados	159
4.7.3	Discussão dos resultados	162
4.8	Força de ruína para dentes de concreto de acordo com ACI 318:14 – Modelos II e III	163
4.8.1	Expressões analíticas para estimativa da força de ruína.....	163
4.8.2	Resultados e análise dos resultados	167
4.8.3	Discussão dos resultados	169
4.9	Força de ruína para dentes de concreto de acordo com a NP EN 1992-1-1 (2010).....	170
4.9.1	Expressões analíticas para estimativa da força de ruína.....	170
4.9.2	Resultados e análise dos resultados	174
4.9.3	Discussão dos resultados	176
4.10	Comparação das estimativas de força de ruína	178
4.10.1	Força de ruína por ruptura do concreto na região do dente	179
4.10.2	Força de ruína por flexão ou escoamento da armadura do tirante ..	183
4.10.3	Força de ruína por escoamento da armadura de suspensão	186
4.10.4	Força de ruína do dente de concreto.....	191
4.11	Comentários finais	196
5	PROPOSTA PARA A VERIFICAÇÃO DAS TENSÕES DE COMPRESSÃO NO CONCRETO	201
5.1	Introdução	201
5.2	Verificação da tensão de compressão no concreto para a região do dente .	202
5.3	Verificação da tensão de compressão no concreto para a extremidade inferior da viga.....	206

5.4	Força de ruína para dentes curtos de concreto de acordo com a proposta para verificação das tensões de compressão no concreto	208
5.4.1	Expressões analíticas para estimativa da força de ruína	208
5.4.2	Resultados e análise dos resultados.....	210
5.4.3	Discussão dos resultados.....	212
5.5	Força de ruína para dentes curtos de concreto de acordo com a NBR 9062 (ABNT, 2017), NBR 6118 (ABNT, 2014) e a proposta para verificação das tensões de compressão no concreto	213
5.5.1	Expressões analíticas para estimativa da força de ruína	213
5.5.2	Resultados e análise de resultados.....	213
5.5.3	Discussão dos resultados.....	215
5.6	Comparação das estimativas de força de ruína.....	217
5.6.1	Força de ruína por ruptura do concreto na região do dente	218
5.6.2	Força de ruína do dente de concreto	222
5.7	Comentários finais	227
6	CONCLUSÕES E CONSIDERAÇÕES FINAIS	231
6.1	Conclusões.....	231
6.2	Sugestões para trabalhos futuros	236
	REFERÊNCIAS.....	239

1 INTRODUÇÃO

1.1 Considerações iniciais

Atualmente, o cenário da construção civil, de um modo geral, vem buscando uma maior produtividade, redução de desperdício de materiais e um melhor controle de qualidade. Nesse sentido, a construção civil é uma indústria que ainda vem evoluindo em relação aos demais ramos industriais, em virtude da industrialização da construção civil.

O processo de industrialização da construção civil, o desenvolvimento tecnológico e econômico dos processos construtivos exige o emprego de sistemas estruturais mais racionais e econômicos, dentre os quais se destaca o sistema estrutural formado por elementos de concreto pré-moldado.

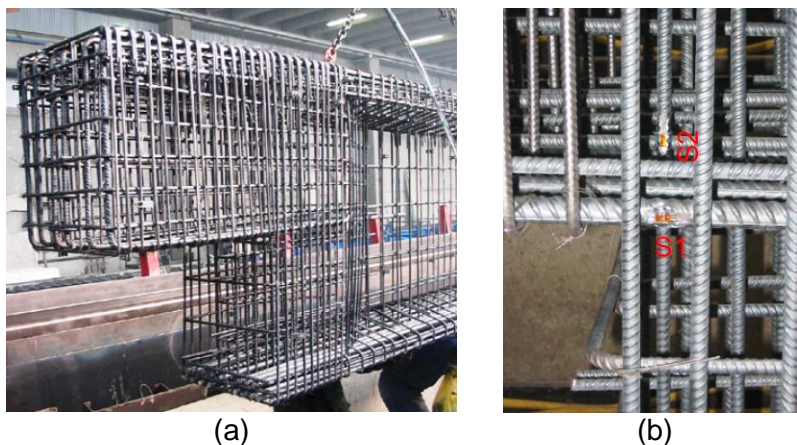
O emprego de estruturas de concreto pré-moldado ainda é pouco expressivo no Brasil, no entanto sua aplicação se estende em toda a construção civil, desde as edificações convencionais até as obras de infraestrutura urbana, merecendo destaque as pontes e viadutos. Com a industrialização da construção civil há uma perspectiva positiva quanto ao uso de elementos de concreto pré-moldado no Brasil.

Diferente das estruturas de concreto moldado no local que, em geral, são de natureza monolítica e contínua, as estruturas de concreto pré-moldado são compostas por elementos individuais que se conectam por diferentes tipos de ligações, sendo uma das principais dificuldades do emprego do sistema. Em geral, as ligações são de fundamental importância, tanto para a execução da estrutura como para o comportamento da estrutura montada, sendo uma das partes mais importante em um projeto de estruturas de concreto pré-moldado.

Nos dias atuais percebe-se um crescente aumento do uso de recursos computacionais em projetos estruturais, acompanhado com o aumento da resistência dos concretos. Dessa forma, as dimensões dos elementos estruturais são reduzidas, e como consequência, ocorre à redução das dimensões dos elementos de ligação, como é o caso do dente de concreto para o apoio de vigas ou painéis. Neste tipo de elemento, também chamado de dente de apoio ou dente Gerber, em virtude da redução da altura na região do apoio, ocorrem elevadas tensões de cisalhamento e exige uma grande quantidade de armadura, conforme

apresentado na Figura 1.1. Quando não são dimensionados e detalhados corretamente torna-se um ponto fraco podendo levar a estrutura à ruína.

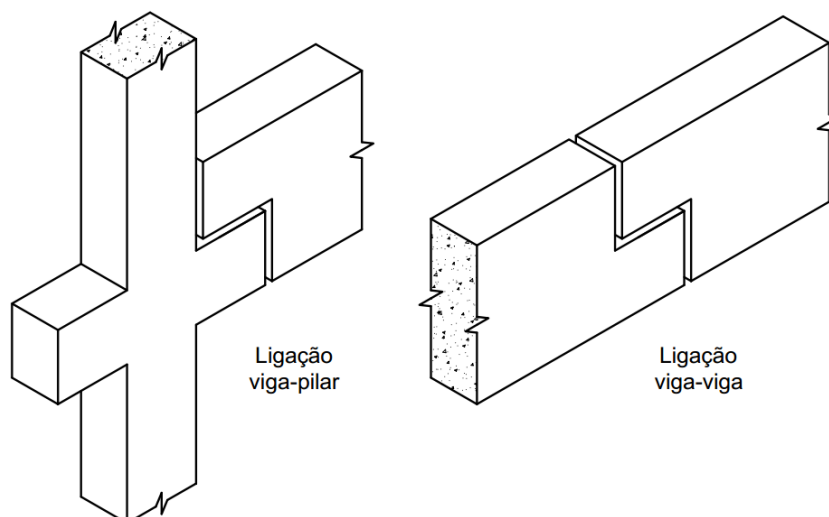
Figura 1.1 – Armação de um dente de concreto: a) vista geral; b) detalhe do canto reentrante.



Fonte: Nagy-György et al. (2012).

A Figura 1.2 apresenta os diferentes tipos de ligações em que os dentes de concreto são empregados em estruturas de concreto pré-moldadas, que basicamente são ligações viga-pilar e ligações viga-viga.

Figura 1.2 – Ligações com dentes de concreto.



Fonte: o Autor (2017).

Os dentes de concreto podem apresentar ruína basicamente por meio do escoamento da armadura do tirante, escoamento da armadura de suspensão e ruptura do concreto na região do dente. Além disso, quando o assunto é a ruína dos dentes de concreto não se pode deixar de falar do canto reentrante, que é a região

mais frágil da ligação. No canto reentrante do dente de concreto surge uma fissura principal que se estende até a parte superior da viga podendo levar a ligação à ruína. A seguir são apresentados alguns casos de aplicação prática desse tipo de ligação e suas patologias. A Figura 1.3 mostra uma passarela de pedestre construída com vigas pré-moldadas com apoios em dente (HERZINGER, 2008).

Figura 1.3 – Passarela de pedestre construída com vigas pré-moldadas com apoios em dente: a) detalhe das ligações com dentes de concreto; b) detalhe das fissuras no canto reentrante.



Fonte: Herzinger (2008).

Um problema semelhante ocorreu em painéis de seção duplo T da estrutura do estacionamento do Aeroporto Internacional de Pittsburgh. Fissuras no canto reentrante do dente de concreto dos painéis foram observadas (Figura 1.4), com ângulos de inclinação variando entre 0° a 45° (GOLD et al., 2000; NANNI, 2001).

Figura 1.4 – Fissuras no canto reentrante do dente de concreto.



Fonte: Nanni (2001).

Um trágico evento aconteceu em 30 de setembro de 2006. A plataforma sul do viaduto da Avenida *Concorde*, sobre a autoestrada 19, entrou em colapso na cidade de Laval, província de Quebec, região metropolitana de Montreal, no Canadá (Figura 1.5). Tal catástrofe resultou na morte de cinco pessoas e deixou seis feridos.

A fatalidade chocou o público em geral e os profissionais da engenharia. O colapso ocorreu em virtude da ruína da ligação, que era especificamente um dente de concreto (COMMISSION OF INQUIRY, 2007).

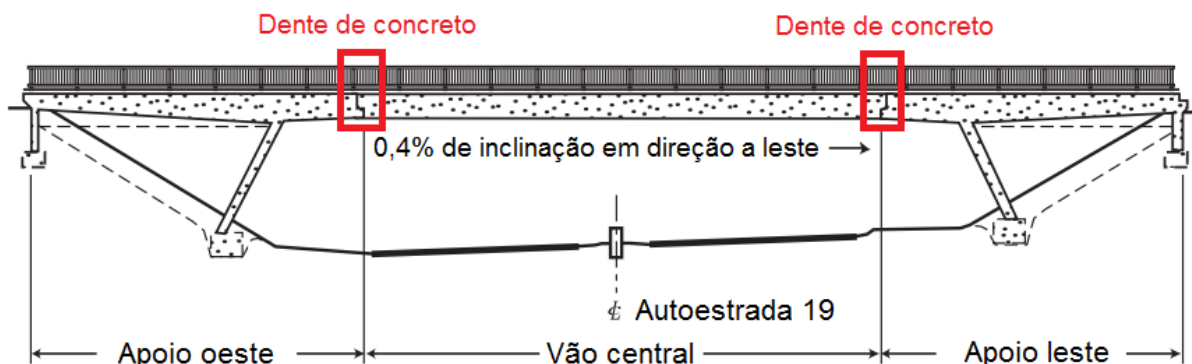
Figura 1.5 – Colapso do viaduto da Avenida Concorde.



Fonte: *Commission of Inquiry* (2007).

Os estudos preliminares para o projeto iniciou em 1968 e a construção em 1970. O projeto foi realizado de acordo com os códigos e padrões da época. O projeto do viaduto da Avenida Concorde apresentava características inovadoras. O uso de vigas de concreto protendido com seção caixão possibilitou atender o vão central, sem apoio intermediário na autoestrada 19 (Figura 1.6). As vigas, colocadas uma ao lado da outra, formavam a plataforma da pista e eram apoiadas em um balanço, por meio de uma ligação em dente.

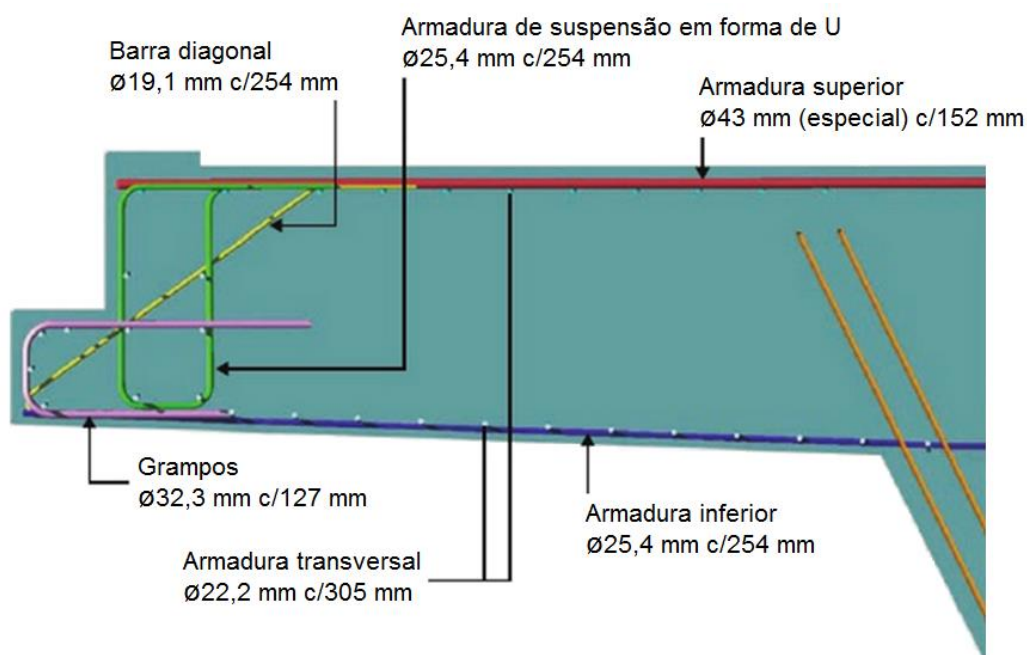
Figura 1.6 – Elevação do viaduto da avenida Concorde.



Fonte: *Commission of Inquiry* (2007).

A Figura 1.7 apresenta o detalhamento das barras da armadura do balanço e da ligação em dente.

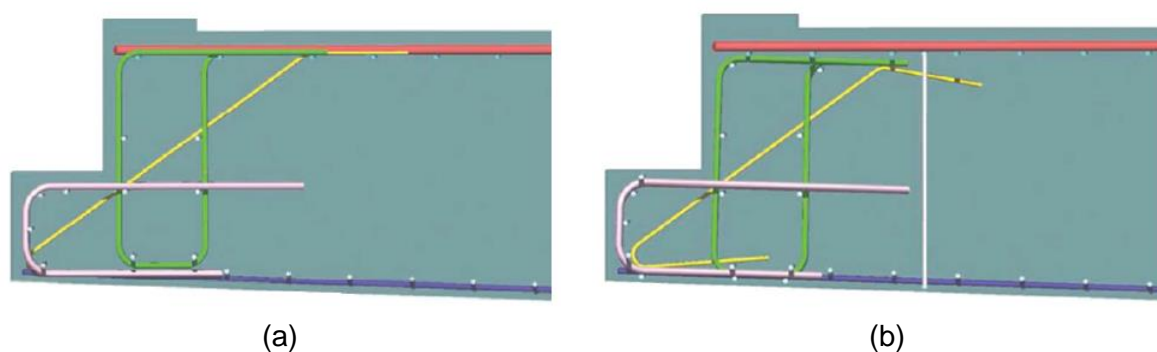
Figura 1.7 – Detalhamento das armaduras do balanço e da ligação em dente.



Fonte: *Commission of Inquiry* (2007).

Após o acidente, o governo de Quebec resolveu formar uma comissão para investigar as causas do colapso do viaduto. A comissão, denominada *Commission of Inquiry* (2007), revelou que certas barras das armaduras não tinham sido instaladas de acordo com o projeto que, mesmo diante de normas e especificações, não estabelecia uma ancoragem adequada para as barras das armaduras. A Figura 1.8 ilustra a diferença entre a estrutura projetada (Figura 1.8a) e a estrutura construída (Figura 1.8b), sendo possível identificar que os ganchos, tanto da armadura vertical quanto da armadura inclinada, não foram colocados no mesmo plano da armadura longitudinal, mas foram instalados significativamente bem abaixo.

Figura 1.8 – Comparação entre a estrutura projetada e a estrutura construída.



Fonte: *Commission of Inquiry* (2007).

Os membros da *Commission of Inquiry* (2007) acreditam que a concentração de armadura e uma inadequada ancoragem criou um plano preferencial para a ruína por solicitação de força cortante. Aliado a isso, o projeto também não previa uma armadura de cisalhamento nos apoios, na região do balanço. Tal armadura interceptaria o plano preferencial e poderia controlar a abertura das fissuras, promovendo uma ruína dúctil, ou melhor que isso, talvez a evitaria.

Além dos erros de projeto e execução, a *Commission of Inquiry* (2007) também relatou o uso de um concreto com pouca qualidade, e isso se agravou ainda mais com a ausência de uma adequada impermeabilização e os frequentes ciclos de gelo e degelo, o qual permitia a entrada de umidade e sais. Os serviços de manutenção realizados em 1992 não providenciou uma adequada proteção para o concreto, e, ainda por cima, ajudou a acelerar o aumento das aberturas das fissuras críticas com uma remoção de concreto acima do planejado, colocando em maior exposição às armaduras.

Em fim, o código de projeto da época, o qual seria inadequado nos dias atuais, o próprio projeto, a construção, a gestão e a manutenção da estrutura durante o período de vida útil foram algumas das deficiências encontradas para justificar a tragédia. A *Commission of Inquiry* (2007) concluiu que a responsabilidade pela ruína do viaduto da Avenida *Concorde* não poderia ser atribuída apenas a uma simples entidade ou indivíduo pelo fato da ocorrência da tragédia ter sido desencadeada por uma série de fatores subsequentes.

De um modo geral, pode-se perceber que as principais patologias dos dentes de concreto estão diretamente ligadas à fissuração, especialmente no canto reentrante. A ruína do viaduto da Avenida *Concorde* é apenas um caso particular, visto que as normas da época já passaram por vários processos de adequação. Dentre eles podemos citar a exigência de requisitos mínimos para ancoragem de armaduras, o uso de modelos de bielas e tirantes para o projeto de regiões tipo D, e também, a teoria de atrito-cisalhamento para o cálculo de armaduras. De fato, é evidente que, não só no projeto de dentes de concreto, mas em qualquer tipo de ligação ou elemento de concreto armado, é imprescindível uma ancoragem adequada das armaduras. Com o seu advento, vários foram os modelos de bielas e tirantes propostos, especialmente para a ligação em dente. Esses modelos são comumente utilizados em projetos da referida ligação, no entanto alguns ainda sofrem questionamentos por serem inconsistentes experimentalmente, e também

por superestimar a quantidade de armadura. O modelo de atrito-cisalhamento é outra opção para o projeto dos dentes, porém ainda muito contestada por diversos pesquisadores.

Além disso, atualmente, no âmbito nacional e internacional, são vários os procedimentos para o projeto de dentes de concreto, sendo alguns mais e outros menos conservadores, requerendo diferentes níveis de resistência e quantidade de materiais. A capacidade resistente dos dentes de concreto depende de diversos parâmetros: geometria do dente (dimensões e relação a/d), resistência do concreto, tipo de arranjo das armaduras, taxa de armadura do tirante, comprimento de ancoragem da armadura do tirante, taxa de armadura de suspensão, taxa de armadura transversal na região do dente, taxa de armadura de costura, dimensões do apoio, tipo de ação (apenas força vertical, ou então, força vertical e horizontal atuando simultaneamente) etc. Parâmetros como estes serão utilizados para mostrar o quanto cada um dos procedimentos de projeto existentes representa o comportamento estrutural da ligação.

1.2 Objetivo

O objetivo geral da presente pesquisa é analisar os procedimentos de projeto para dentes curtos ($0,5 < a/d \leq 1,0$), presentes na literatura e nos códigos nacionais e internacionais, mostrando a representatividade de cada método de projeto ou disposição normativa perante o comportamento estrutural da ligação, por meio de resultados de investigações experimentais de alguns pesquisadores. Para atingir o objetivo geral pretende-se cumprir os seguintes objetivos específicos:

- a) mostrar a representatividade dos procedimentos de projeto perante os resultados obtidos experimentalmente, por meio de uma comparação entre resultados analíticos e experimentais;
- b) identificar o procedimento de projeto que melhor representou os resultados obtidos em investigações experimentais, com base em uma comparação entre resultados analíticos e experimentais;
- c) identificar o modelo de bielas e tirantes que melhor representa o comportamento da ligação, experimentalmente e analiticamente, baseada na literatura e na comparação entre resultados analíticos e experimentais;

- d) apresentar uma proposta para a verificação das tensões de compressão no concreto, no sentido de complementar e melhorar as disposições normativas para dentes curtos ($0,5 < a/d \leq 1,0$) presentes na NBR 9062 – Projeto e Execução de Estruturas de Concreto Pré-moldado (Associação Brasileira de Normas Técnicas – ABNT, 2017) e NBR 6118 – Projeto de Estruturas de Concreto – Procedimentos (ABNT, 2014).

1.3 Justificativa

De acordo com a literatura ainda existe caso de colapso de estrutura envolvendo a ligação em dente. Além disso, os casos mais simples de patologias se resumem a fissuração no canto reentrante. Em ambos os casos, é notável a importância e a influência do detalhamento da armadura no comportamento dos dentes de concreto. De fato, visto a sua grande importância, este trabalho apresenta uma maior abordagem com relação às recomendações para a ancoragem das armaduras, incluindo requisitos de cálculo e detalhamento, algo que geralmente acaba ficando de lado na maioria das publicações referentes ao assunto.

Atualmente, as estruturas de concreto pré-moldado têm sido cada vez mais empregadas nas obras de Engenharia, por causa das suas vantagens com relação ao sistema convencional de estrutura de concreto moldado no local, o que exige uma análise dos procedimentos de projeto existentes, para tornar as estruturas mais seguras, eficientes e econômicas. O dente de concreto ou apoio em dente é um elemento estrutural importante de uma estrutura de concreto pré-moldado, visto que esse é responsável pelo apoio ou ligação de elementos pré-moldados, tais como vigas ou painéis. Em virtude da redução da altura na região do apoio, elevadas são as tensões de cisalhamento e a concentração de armadura, o que dificulta a concretagem. Daí a importância em analisar os procedimentos de projeto para a referida ligação, em busca de uma otimização no uso dos materiais, garantindo maior economia e facilidade na execução, e, acima de tudo, uma maior representação do comportamento estrutural da ligação.

De maneira a averiguar o desempenho do material concreto e investigar as formas de ruína por ruptura deste, tanto na região do dente quanto na extremidade inferior da viga, vê-se a necessidade de propor uma forma para verificar a tensão de compressão, no sentido de complementar e melhorar as disposições normativas da

NBR 9062 (ABNT, 2017) e NBR 6118 (ABNT, 2014), em virtude das deficiências identificadas nos requisitos de projeto para dentes curtos ($0,5 < a/d \leq 1,0$). Além disso, a proposta para verificação da tensão de compressão pode contribuir no sentido de evitar a ruína frágil do dente, provocada pela ruptura do concreto.

1.4 Metodologia

O desenvolvimento desta pesquisa iniciou com uma extensa revisão bibliográfica realizada em duas partes. Na primeira parte, o objetivo era compreender o comportamento estrutural dos dentes de concreto, bem como identificar os principais fatores que influenciam na sua capacidade resistente. Na segunda parte, a revisão foi voltada aos estudos de alguns dos principais procedimentos de projeto existentes, indicados na literatura e nos códigos nacionais e internacionais. Contudo, a revisão bibliográfica abrange uma grande parte dos trabalhos, pesquisas e publicações a respeito do tema em questão.

Com base na revisão bibliográfica, uma coleta de dados e resultados experimentais foi feita por meio dos trabalhos publicados por diversos pesquisadores, formando-se assim uma base de dados. Em paralelo, foram estudadas as formulações analíticas dos procedimentos de projetos existentes na literatura e nos códigos nacionais e internacionais. Depois de estudadas, as formulações analíticas para estimativa da força de ruína dos dentes foram introduzidas no Mathcad, dando origem as rotinas de cálculo. De posse dessas rotinas, foi possível introduzir os parâmetros de 38 modelos experimentais da base de dados, dando origem aos resultados analíticos. Estes, por sua vez, foram comparados com os resultados experimentais.

No estudo voltado aos procedimentos de projeto para dentes de concreto constatou-se a necessidade de melhorias e complementos às diretrizes da NBR 9062 (ABNT, 2017) e NBR 6118 (ABNT, 2014), no que diz respeito à verificação do concreto. O estudo voltado ao projeto da ligação ainda deu base para preencher a lacuna e desenvolver uma proposta para a verificação das tensões de compressão no concreto no sentido de complementar as disposições normativas para dentes curtos ($0,5 < a/d \leq 1,0$) presentes na NBR 9062 (ABNT, 2017) e NBR 6118 (ABNT, 2014).

Da mesma forma, a proposta para verificação da tensão de compressão no concreto foi aplicada em nove modelos experimentais da base de dados, sendo avaliada de forma isolada para a região do dente. Para fim de comparação, a proposta para verificação da tensão de compressão no concreto foi analisada em conjunto com as disposições da NBR 9062 (ABNT, 2017) e NBR 6118 (ABNT, 2014), sendo aplicada em 38 modelos experimentais da base de dados.

1.5 Apresentação da dissertação

A apresentação da dissertação é descrita neste item com o intuito de mostrar a organização do texto e apresentar os conteúdos que compõem cada um dos capítulos do trabalho.

Inicialmente, no capítulo 1, introduzem-se resumidamente informações básicas a respeito do dente de concreto, como definições, aplicações, patologias e o trágico acidente. Apresenta-se também o objetivo, a justificativa e a metodologia empregada no desenvolvimento deste trabalho.

O capítulo 2 apresenta a primeira parte da revisão bibliográfica. São descritos os estudos dos dentes de concreto, apresentando o seu comportamento estrutural e os modelos para análise estrutural, que basicamente são: modelo de bielas e tirantes e modelo de atrito-cisalhamento. Uma atenção especial é dada ao modelo de bielas e tirantes, uma vez que quatro modelos diferentes são analisados neste estudo. Descreve-se também, de forma resumida, os trabalhos de pesquisa para dentes moldados com concretos convencionais e os trabalhos de pesquisa para dentes não convencionais de concreto.

A segunda parte da revisão bibliográfica é descrita no capítulo 3. São apresentados os procedimentos para o projeto de dentes de concreto, indicados na literatura e nos códigos nacionais e internacionais. Tais procedimentos são analisados no sentido de alcançar o objetivo geral da presente pesquisa.

Os resultados de uma comparação entre resultados analíticos e experimentais são apresentadas no capítulo 4. Inicialmente é apresentada uma base de dados experimentais criada com base em trabalhos de pesquisa publicados por diversos pesquisadores. Em seguida, são apresentados os parâmetros estatísticos utilizados para análise dos resultados. Também são descritas as formulações analíticas para estimativa da força de ruína de acordo com cada procedimento de

projeto analisado. Por meio de rotinas computacionais, tais formulações analíticas foram aplicadas em modelos experimentais da base de dados e forneceram os resultados analíticos. Estes foram apresentados e comparados com os resultados experimentais. As tabelas e gráficos apresentam os resultados do estudo comparativo, que deram base para as observações alcançadas a respeito dos diferentes procedimentos de projeto para dentes de concreto. Por fim, em resumo, são apresentados os resultados para cada um dos procedimentos de projeto analisados.

No capítulo 5, uma proposta para verificação das tensões de compressão no concreto é apresentada. Tal proposta é aplicada em modelos experimentais da base de dados coletados na literatura, sendo avaliada de forma isolada para a região do dente e em conjunto com as disposições da NBR 9062 (ABNT, 2017) e NBR 6118 (ABNT, 2014). Esse procedimento tem o objetivo de avaliar e mostrar a eficácia da proposta. Por fim, no desfecho do capítulo, são apresentados os resultados, sendo estes satisfatórios para a proposta apresentada.

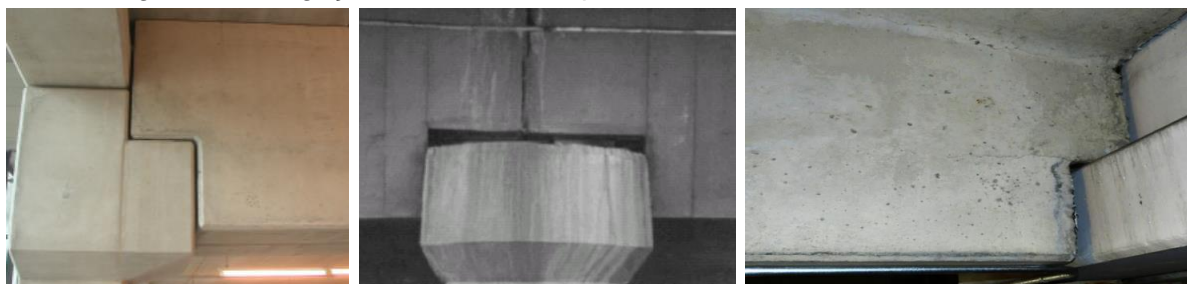
No capítulo 6, apresentam-se as conclusões e considerações finais, como também as sugestões para trabalhos futuros.

2 ESTUDO DOS DENTES DE CONCRETO

2.1 Comportamento dos dentes de concreto

Os dentes de concreto, também conhecidos como dentes Gerber ou dentes de apoio, são elementos utilizados em ligações de estruturas de concreto pré-moldado (Figura 2.1). No Brasil, ainda podemos encontrar denominações como apoios de altura reduzida, apoios em viga com recorte e apoios de extremidade. Nos Estados Unidos e na Europa, os dentes de concreto são conhecidos como *Dapped-end*, *Dapped end beam*, *Recessed beam ends* e *Half joints*.

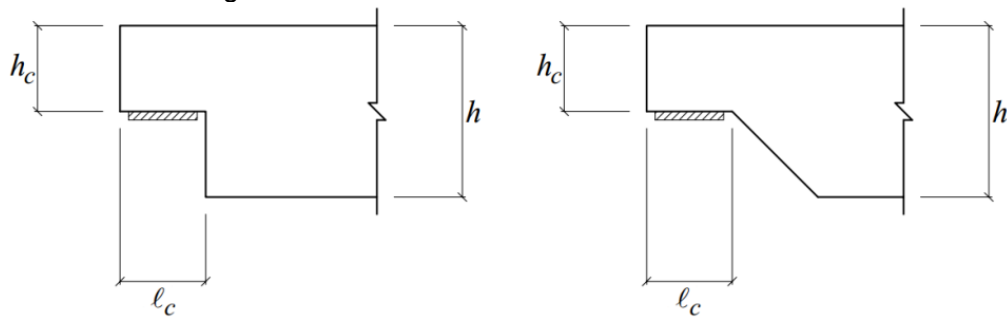
Figura 2.1 – Ligações de estruturas pré-moldadas com dentes de concreto.



Fonte: Mohamed e Elliott (2008) e Forsyth (2013).

A Associação Brasileira de Normas Técnicas refere-se aos dentes de concreto como dentes de apoio e dentes Gerber. De acordo com a NBR 9062 (ABNT, 2017), os dentes de concreto recebem o nome de dentes de apoio, que são elementos de apoio nas extremidades de vigas, cuja altura é menor que a altura do elemento a ser apoiado e que podem ser assemelhados aos consolos. Já a NBR 6118 (ABNT, 2014) refere-se ao dente de concreto como dente Gerber, que nada mais é do que uma saliência que se projeta na parte superior da extremidade de uma viga, com objetivo de apoiá-la em consolo criado na face de um pilar ou na região inferior da extremidade de outra viga. Em fim, o dente de concreto pode ser considerado uma solução comum em estruturas de concreto pré-moldado, para o apoio em consolos ou em extremidade de vigas. Esse tipo de apoio é definido geometricamente por sua altura h_c e por seu comprimento ℓ_c , podendo apresentar um recorte vertical ou um recorte inclinado (Figura 2.2). Usualmente, nos projetos de dentes de concreto adotam-se a altura $h_c \approx h/2$ e comprimento $\ell_c \approx h_c$, em que h é a altura da viga (EL DEBS, 2000).

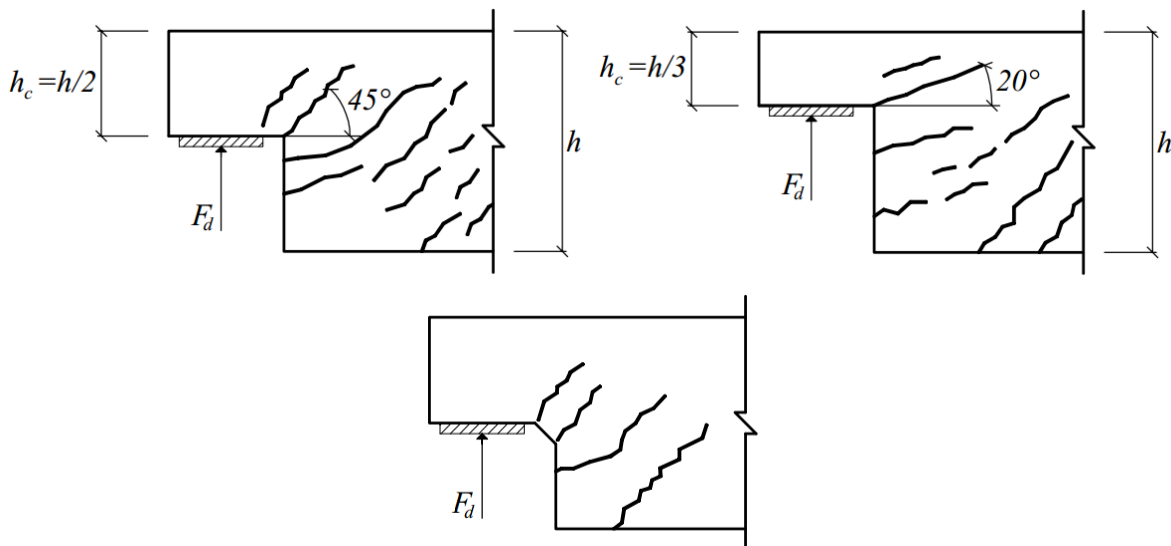
Figura 2.2 – Geometria dos dentes de concreto.



Fonte: El Debs (2000).

A geometria é um aspecto muito importante que influencia no comportamento estrutural do dente de concreto. Para Leonhardt e Mönning (1978), a configuração das fissuras está relacionada com a relação h_c/h e com a disposição das armaduras. A configuração da fissura torna-se mais horizontal à medida que a relação h_c/h diminui, colocando em risco o dente de concreto. É importante destacar que o dente de concreto pode conter um chanfro no canto reentrante, evitando a formação da fissura principal que ocorre nessa região (Figura 2.3).

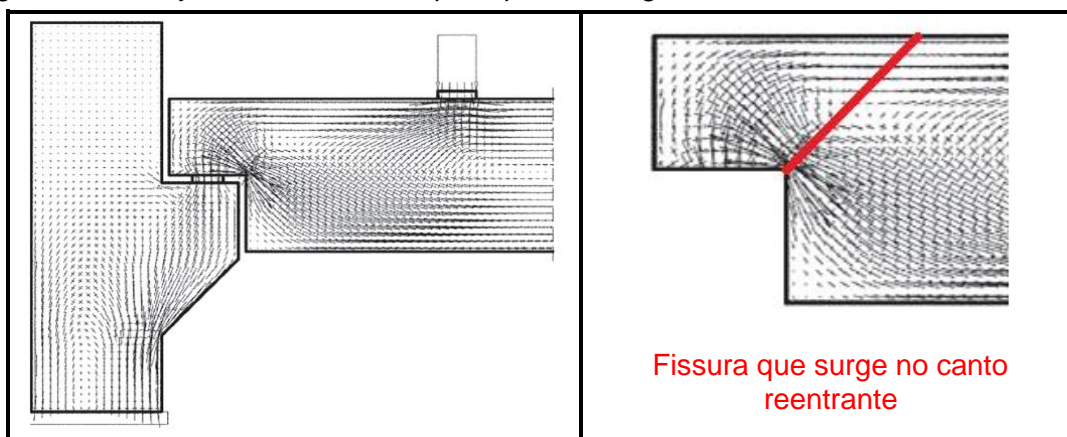
Figura 2.3 – Influência da geometria no comportamento estrutural do dente de concreto.



Fonte: Leonhardt e Mönning (1978).

Nos dentes de concreto, por causa da redução da altura na região do apoio, ocorrem elevadas concentrações de tensões, exigindo uma elevada concentração de armadura em função de um fluxo intenso de transferência de força. A Figura 2.4 mostra a trajetória das tensões principais em regime elástico de uma ligação viga-pilar composta por um dente de concreto e um consolo.

Figura 2.4 – Trajetória das tensões principais em regime elástico no dente e no consolo.

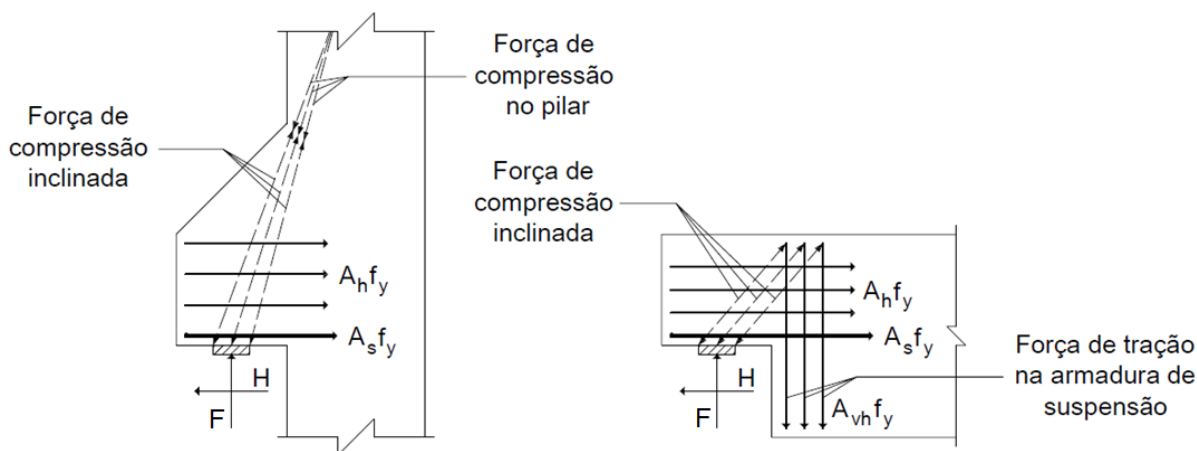


Fonte: adaptado de Nagrodzka-Godycka e Piotrkowski (2012).

Ao observarmos a Figura 2.4 percebe-se que ocorre uma elevada concentração de tensões próximo ao canto reentrante do dente de concreto, local onde surge a fissura principal que leva o dente à ruína.

O comportamento dos dentes de concreto pode ser assemelhado ao de um consolo. No entanto, a biela de compressão inclinada do dente de concreto, que sai da posição da força vertical, é resistida pela força de tração da armadura de suspensão, que é colocada na extremidade da viga. No caso do consolo, a biela de compressão inclinada é resistida pela força de compressão do pilar (MATTOCK; CHAN, 1979) A Figura 2.5 mostra a comparação entre o sistema de forças internas de um consolo invertido e um dente de concreto.

Figura 2.5 – Comparação entre o sistema de forças interna de um consolo invertido e um dente.

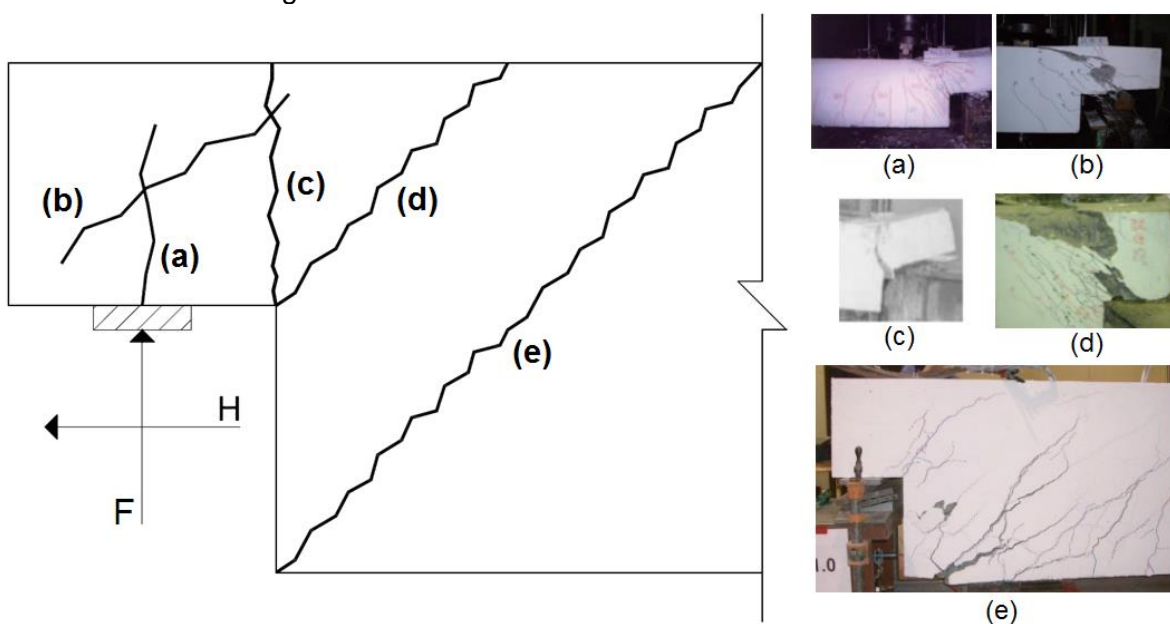


Fonte: Mattock e Chan (1979).

Como o comportamento do dente de concreto é semelhante ao do consolo, as formas de ruína são as mesmas estabelecidas para este, junto com as que ocorrem na extremidade da viga. A Figura 2.6 ilustra as formas de ruína que ocorrem nos dentes de concreto. De acordo com El Debs (2000), Nanni e Huang (2002), *PCI Design Handbook* (PRECAST/PRESTRESSED CONCRETE INSTITUTE – PCI, 2010) e Taher (2005), as formas de ruína são:

- ruína por flexão na extremidade do dente, levando a uma deformação excessiva das barras da armadura do tirante e uma ruptura do concreto na parte superior do dente (Figura 2.6a);
- ruína de acordo com a fissura inclinada que parte do ponto de aplicação da força e vai até a parte superior da viga, indicando a ruptura do concreto (Figura 2.6b);
- ruína por sollicitação da força cortante, causada por uma fissura que ocorre na interface entre o dente e a viga (Figura 2.6c);
- ruína por ruptura do concreto ou escoamento das barras da armadura de suspensão que cruzam a fissura que sai no canto reentrante (Figura 2.6d);
- ruína por causa da fissura que sai na extremidade inferior da viga, em virtude da falta ou deficiência de ancoragem das barras das armaduras que chegam nesta (Figura 2.6e).

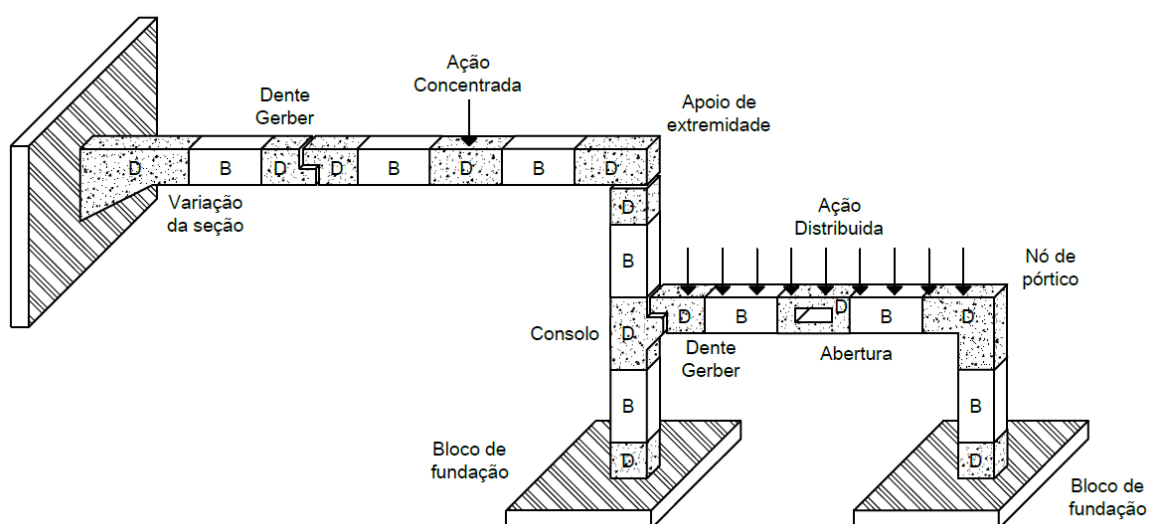
Figura 2.6 – Formas de ruína do dente de concreto.



Fonte: adaptado de Herzinger e Elbadry (2007); Lu, Chen e Lin (2015); Lu, Lin e Yu (2012); PCI (2010) e Taher (2005).

Nos dentes ocorre uma descontinuidade estática, em virtude de uma ação concentrada na região do apoio, e uma descontinuidade geométrica, em função da mudança brusca da seção transversal, o que provoca alteração na direção dos esforços solicitantes e, por consequência, modifica a distribuição de tensões. Essas regiões descontínuas, como é o caso dos dentes, são classificadas como regiões do tipo D, onde as hipóteses de Bernoulli (distribuição linear de deformações ao longo da seção transversal) não são válidas. As regiões em que a teoria usual de viga (seções planas permanecem planas) são válidas classificam-se como regiões do tipo B. A Figura 2.7 ilustra as regiões B e D de uma estrutura.

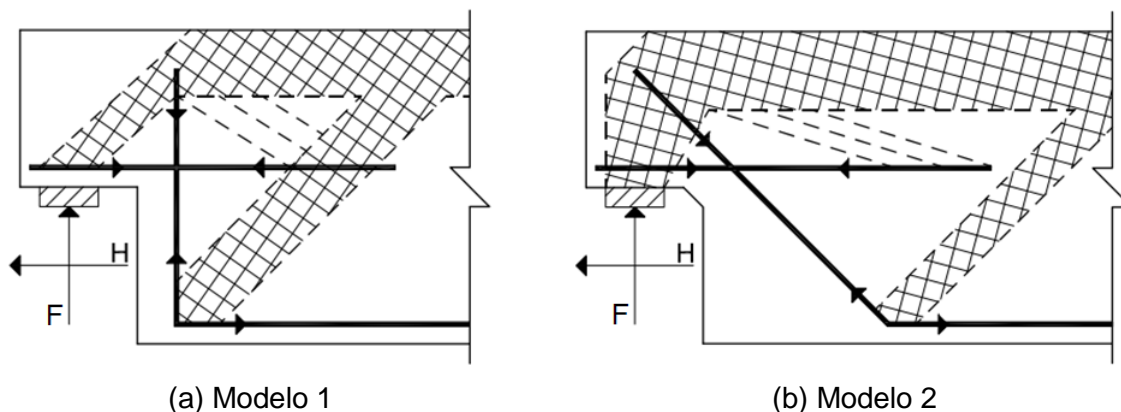
Figura 2.7 – Regiões B e D.



Fonte: o Autor (2017).

Em regiões D, como é o caso dos dentes, o fluxo interno de tensões pode ser razoavelmente representado por modelos de treliça. Leonhardt e Mönning (1978) apresentaram dois modelos para a avaliação dos esforços solicitantes (Figura 2.8). O primeiro modelo apresenta um esquema resistente composto por bielas, tirantes horizontal e vertical (Figura 2.8a). A ancoragem das barras da armadura do tirante deve iniciar à esquerda da placa de apoio prolongando-se na viga até uma seção tal que as bielas de compressão possam se apoiar nos nós superiores da treliça. O segundo modelo se diferencia do primeiro apenas pela presença de tirante inclinado substituindo o tirante vertical (Figura 2.8b). Nesse caso, o tirante inclinado serve para pendurar a força vertical no apoio, ou seja, a força de compressão no apoio é resistida pela força de tração na armadura inclinada. O tirante horizontal absorve as forças horizontais e evita o cisalhamento do dente.

Figura 2.8 – Esquema dos modelos de bielas e tirantes para avaliação dos esforços solicitantes.

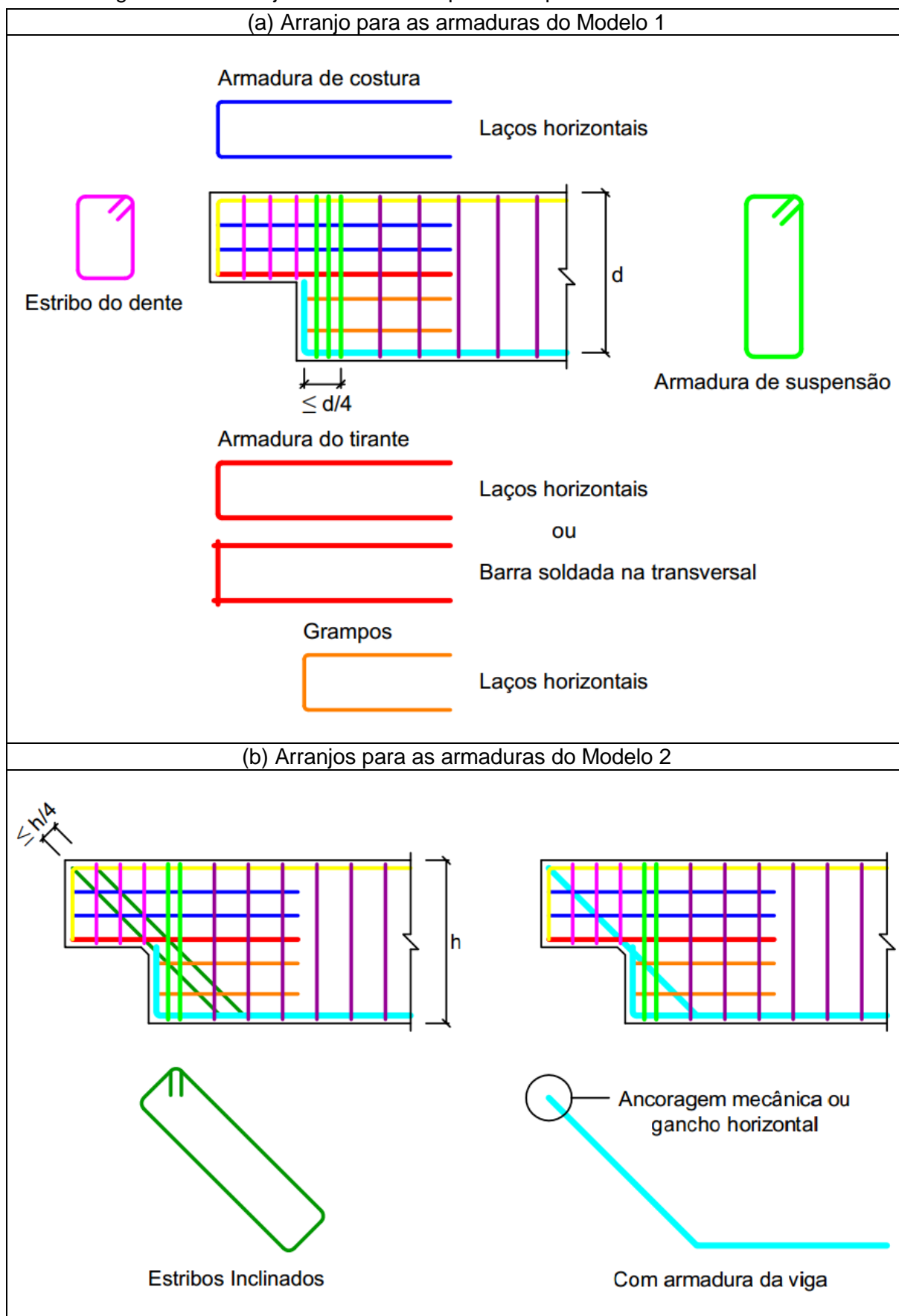


Fonte: Leonhardt e Mönning (1978).

Leonhardt e Mönning (1978) comentam ainda, que ensaios realizados em Stuttgart constataram que a armadura de suspensão do primeiro modelo, mesmo sendo suficiente para tal solicitação, não absorveu toda a força cortante, uma vez que uma parcela dessa força é transmitida diretamente para o apoio, pela inclinação do banzo comprimido. Em outras palavras, a força na armadura de suspensão pode ser menor ou aproximadamente igual à força de reação vertical. Em seus ensaios experimentais, Leite Jr e Moreno Jr (2006) obtiveram um valor médio de 0,645 para a relação entre a força na armadura de suspensão e a força de reação vertical no apoio, muito próximo ao valor proposto por Leonhardt e Mönning (1978). Mattock (2012), em uma recente publicação, apresentou um valor médio de 0,97 para tal relação, mas afirma que em seus testes experimentais, na maioria dos casos, a força na armadura de suspensão tem sido muito próxima da magnitude da força de reação vertical no apoio. Com relação aos modelos propostos por Leonhardt e Mönning (1978), os ensaios mostraram que a maior capacidade resistente dos dentes foi obtida com a combinação dos dois modelos propostos.

Além disso, Leonhardt e Mönning (1978) ainda forneceram alguns critérios e exemplos para detalhamento da armadura dos dentes, de acordo com cada um dos modelos apresentados na Figura 2.8. De acordo com os autores, além das armaduras previstas nos modelos de bielas e tirantes, recomenda-se o uso de dois a quatro estribos na região do dente e o emprego de grampos horizontais na extremidade inferior da viga. Conforme apresentado na Figura 2.9, esses critérios consagrados foram aperfeiçoados e são utilizados para o projeto de dentes de concreto até hoje.

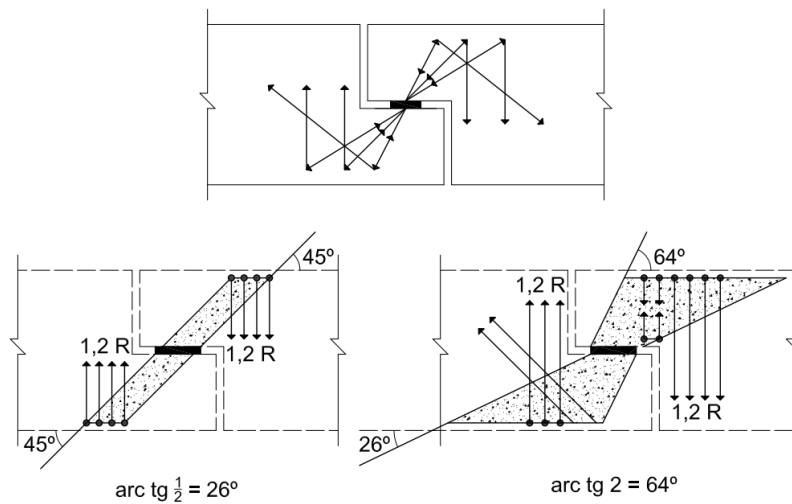
Figura 2.9 – Arranjos de armaduras possíveis para os dentes de concreto.



Fonte: Leonhardt e Mönning (1978) adaptado por El Debs (2000).

Fusco (1996) indica que nos dentes de concreto, as bielas de compressão se espalham formando uma região delimitada por inclinações de $\text{arc tg}(1/2) \approx 26^\circ$ e $\text{arc tg}(2) \approx 64^\circ$ em relação à direção da força de reação que existe entre eles (Figura 2.10).

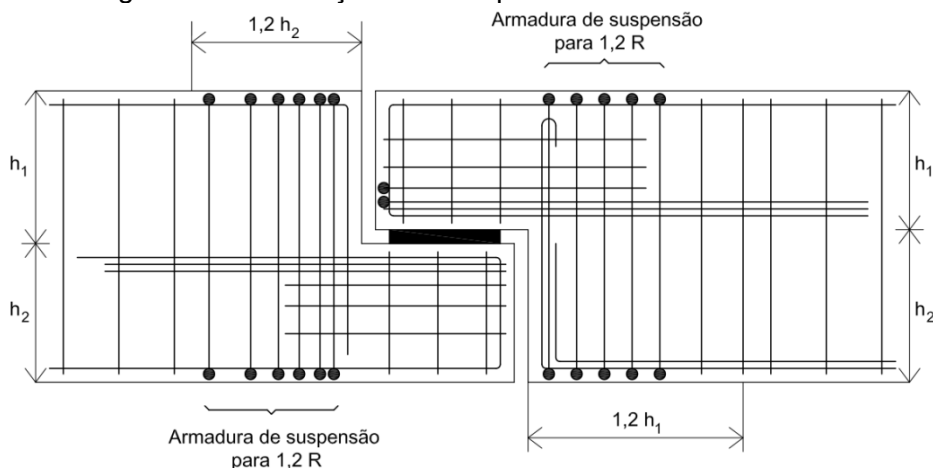
Figura 2.10 – Funcionamento básico do dente de concreto.



Fonte: Fusco (1996).

Fusco (1996) também relata a importância da necessidade de armadura de suspensão nos dentes, distribuída em um comprimento não maior do que 1,2 vez a altura do dente (Figura 2.11). No entanto, ao contrário de Leite Jr e Moreno Jr (2006), Leonhardt e Mönnig (1978) e Mattock (2012), que deixa a entender que a força da armadura de suspensão pode ser menor ou aproximadamente igual à força de reação vertical no apoio, Fusco (1996) recomenda um dimensionamento com uma força 20% maior que a efetivamente transmitida.

Figura 2.11 – Soluções usuais para armadura dos dentes.



Fonte: Fusco (1996).

Ao longo do tempo, os dentes de viga pré-moldada de concreto tem sido estudados por diversos pesquisadores, no que se referem a modelos de comportamento, verificações de tensões e detalhamento de armadura. Existem também contribuições de órgãos e institutos nacionais e internacionais, dentre os quais se destacam a Associação Brasileira de Normas Técnicas, *Precast/Prestressed Concrete Institute*, *American Concrete Institute (ACI)*, *European Committee for Standardization (CEN)*, *International Federation for Structural Concrete (FIB)*, *European Committee for Concrete (CEB)*, *International Federation for Prestressing (FIP)* e outros. Tais estudos ajudaram a aperfeiçoar os procedimentos de projeto e esclareceram muitas dúvidas, no entanto algumas ainda permanecem.

Hoje, os modelos que melhor representam o comportamento do dente e que são utilizados para a análise estrutural são: o modelo de bielas e tirantes e o modelo de atrito-cisalhamento. Com a introdução de coeficientes de segurança e o aperfeiçoamento dos modelos, as normas e os códigos nacionais e internacionais passaram a adotar estes para o projeto de dentes de concreto.

2.2 Modelo de bielas e tirantes para dentes de concreto

Tradicionalmente, o modelo mais utilizado para análise estrutural de dentes de concreto é o modelo de bielas e tirantes. O modelo de bielas e tirantes surgiu a partir do século XX, com modificações e aperfeiçoamento da consagrada teoria de analogia de treliça, introduzida por Morsch, a princípio desenvolvida para o cálculo de vigas de concreto armado. Atualmente, a analogia de treliça é usada para o cálculo de estribos em viga, mas o modelo de bielas e tirantes é mais utilizado em situações em que a hipótese de Bernoulli não é válida, ou seja, para regiões tipo D. No Brasil, a NBR 9062 (ABNT, 2017) e a NBR 6118 (ABNT, 2014) indicam o uso de modelos de bielas e tirantes para o projeto de dentes curtos ($0,5 < a/d \leq 1,0$).

O modelo de bielas e tirantes, internacionalmente conhecido como *strut and tie model*, idealiza o comportamento estrutural de elementos de concreto a partir do fluxo de tensões. Desse modo, as tensões de tração são substituídas por tirantes (elementos tracionados) e as tensões de compressão são substituídas por bielas (elementos comprimidos). Esses elementos se encontram em nós, configurando uma treliça idealizada. Logo, cabe ainda lembrar que, por meio do equilíbrio de

forças internas e externas, a força de tração dos tirantes e a força de compressão das bielas podem ser determinadas.

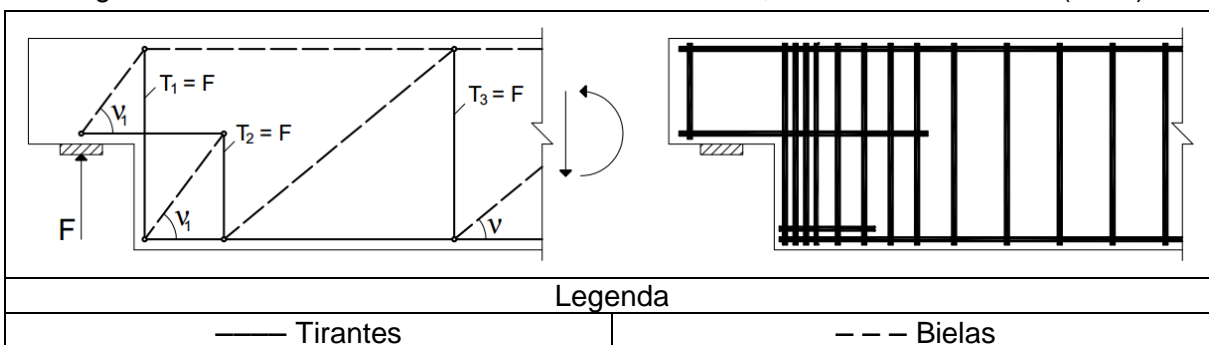
No dimensionamento, os esforços dos tirantes são resistidos por barras de aço, em que sua capacidade resistente depende da área da armadura e da resistência ao escoamento do aço. No caso das bielas, os esforços de compressão são resistidos pelo concreto. Logo, a seção fictícia da biela e a resistência à compressão do concreto limitam a capacidade resistente.

Além da capacidade resistente das bielas e dos tirantes, também deve ser feita uma verificação para os nós. Alguns procedimentos para tal verificação podem ser encontrados na literatura, tais como ACI 318-14 – *Building Code Requirements For Structural Concrete* e ACI 318R-14 – *Commentary* (ACI, 2014), Código Modelo 2010 (FIB, 2010) e a NP EN 1992-1-1 – *Eurocode 2 – Design of Concrete Structures* (CEN, 2010).

A adoção de um modelo apropriado depende da geometria, do arranjo das armaduras, do tipo de ação atuante e das dimensões do aparelho de apoio (SILVA; GIONGO, 2000). Na literatura, existem diversos modelos de bielas e tirantes que foram desenvolvidos e aprimorados por vários pesquisadores ao longo do tempo, e que até hoje são utilizados por códigos nacionais e internacionais, para projetos de dentes de concreto.

Em meados dos anos 80, Schlaich, Schäfer e Jennewein (1987) aplicaram diversos modelos de bielas e tirantes em elementos estruturais como viga-parede, consolos, nó de pórtico, blocos de fundação, vigas com abertura na alma, apoios de extremidade, inclusive para o dente de concreto. Conforme apresentado na Figura 2.12, os pesquisadores adotaram o mesmo ângulo de inclinação para a biela superior na região do dente e para a biela inferior na extremidade da viga.

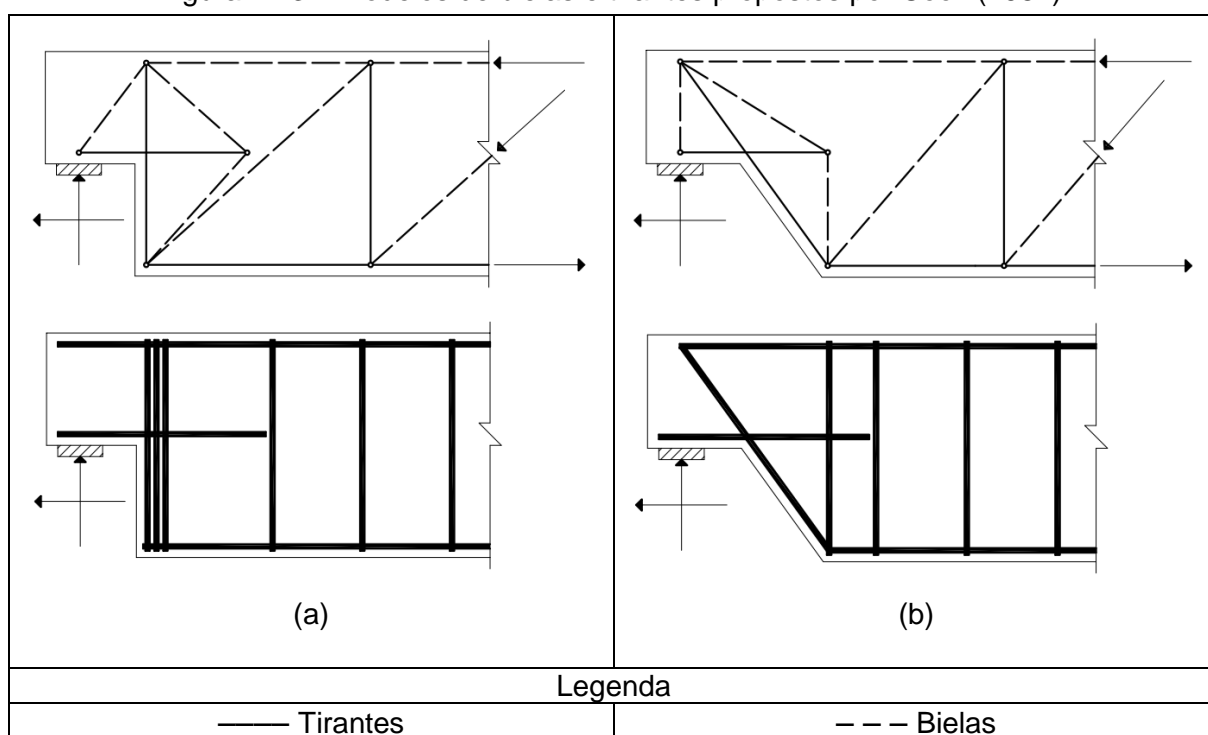
Figura 2.12 – Modelo de bielas e tirantes de Schlaich, Schäfer e Jennewein (1987).



Fonte: Schlaich, Schäfer e Jennewein (1987).

Cook e Mitchell (1988) também avaliaram regiões com descontinuidade geométrica em estruturas de concreto, utilizando a aplicação de modelos de bielas e tirantes em consolos, vigas com aberturas na alma, apoios de extremidades e dentes de concreto. A observação dos campos de tensões por meio de uma análise computacional em elementos finitos, em paralelo com resultados experimentais, permitiu o desenvolvimento de modelos de bielas e tirantes (Figura 2.13), adequados para o projeto de dentes de concreto com transição vertical (Figura 2.13a) e transição inclinada (Figura 2.13b).

Figura 2.13 – Modelos de bielas e tirantes propostos por Cook (1987).

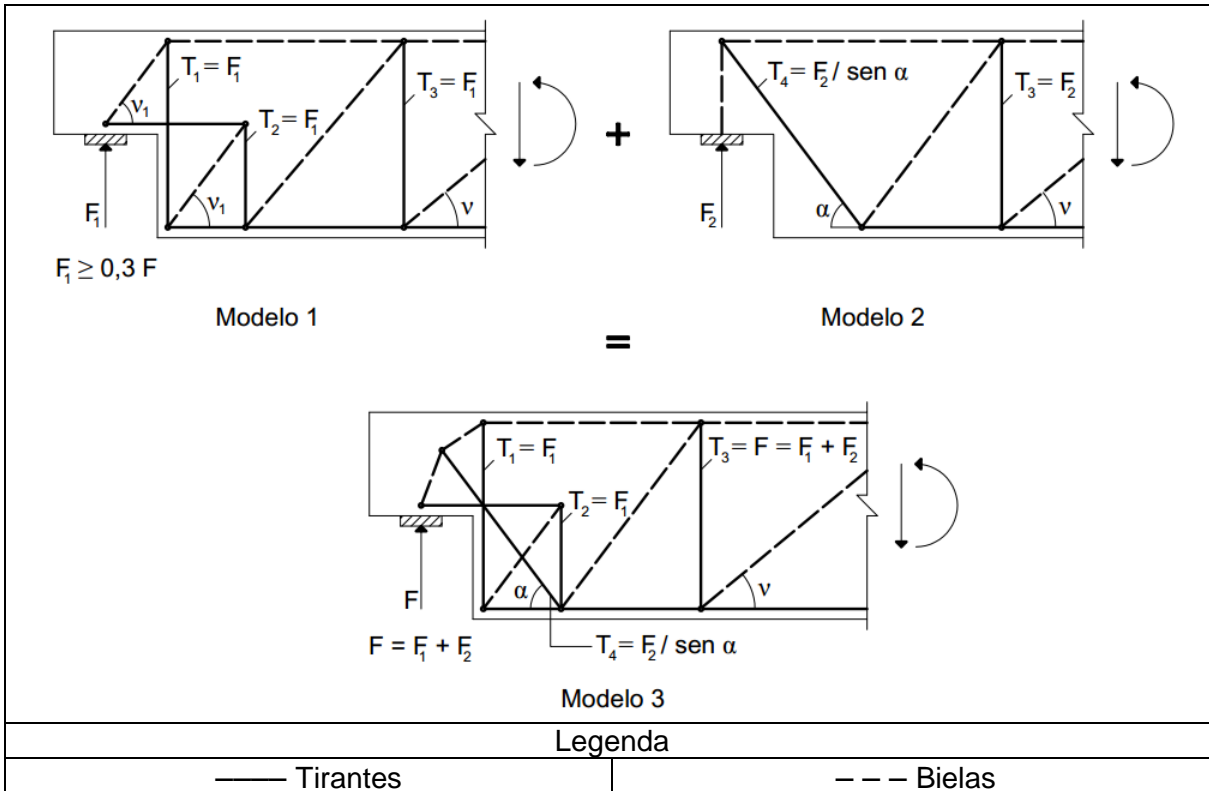


Fonte: Cook (1987).

Schlaich e Schäfer (1991) propuseram a superposição de dois modelos simples para a formação de um terceiro modelo, o modelo composto, conforme mostra a Figura 2.14. De acordo com os autores, a superposição dos modelos só é possível quando a combinação dos modelos satisfaz os ângulos de inclinação entre as bielas e tirantes. O Modelo 1 possui um tirante vertical e o Modelo 2 um tirante inclinado. A combinação desses modelos possibilita o desenvolvimento de um modelo melhor, mas com solução mais complicada em virtude da hiperestaticidade. Assim, ao invés de analisar um modelo hiperestático, cada modelo simples é analisado separadamente, considerando uma parcela da força total. Desse modo, o

Modelo 1 tem que absorver pelo menos 30% da força total, porém a maior parcela desta deve ser atribuída ao Modelo 2 em virtude da sua maior rigidez.

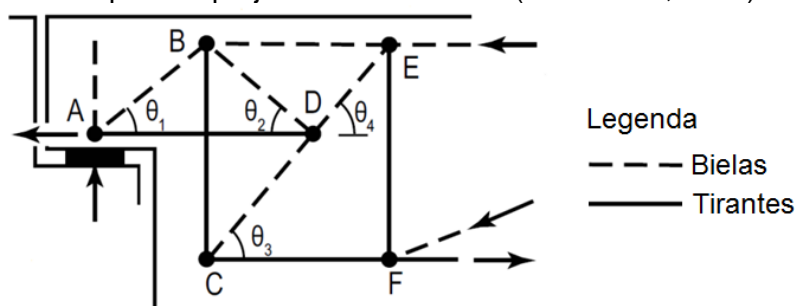
Figura 2.14 – Modelos de bielas e tirantes adotados por Schlaich e Schäfer (1991).



Fonte: Schlaich e Schäfer (1991).

Recentemente, Mattock (2012) examinou dois modelos de bielas e tirantes amplamente utilizados em exemplos de projeto de dentes de concreto e constatou que os modelos não apresentavam comportamento consistente com observações de testes de vigas, e ainda requeriam uma quantidade de armadura maior do que a realmente necessária. O primeiro modelo analisado por Mattock (2012) é apresentado na Figura 2.15.

Figura 2.15 – Modelo de bielas e tirantes proposto por Cook e Mitchell (1988) presente nos exemplos de projeto da ACI SP-208 (SANDERS, 2002).

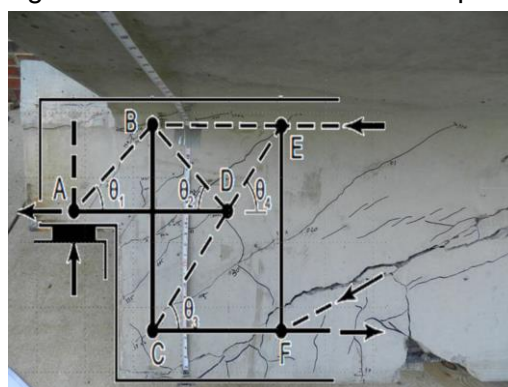


Fonte: Cook e Mitchell (1988) adaptado por Sanders (2002).

Tal modelo está incluído em exemplos de projeto da ACI SP-208 – *Examples for the Design of Structural Concrete with Strut-and-Tie Models* (SANDERS, 2002), mas foi originalmente proposto por Cook e Mitchell (1988). Mattock (2012) afirma que o uso desse modelo em projetos de dentes superestima a força na armadura de suspensão, sendo que na grande maioria dos casos a força na armadura de suspensão é muito próxima da magnitude da força de reação vertical.

Além disso, Mattock (2012) observou que o modelo mostra a presença de uma biela de compressão BD cruzando quase perpendicularmente uma fissura diagonal que surge no canto reentrante, sendo inconsistente com o comportamento observado em muitos testes de vigas com apoio em dentes de concreto. Forsyth (2013) confirmou essa observação de Mattock (2012) por meio de uma sobreposição digital do modelo de Cook e Mitchell (1988) em uma fotografia de um dente de concreto após a ruína (Figura 2.16). A presença e a orientação da biela de compressão devem ser indicadas pela direção das fissuras. Dessa forma, a biela de compressão do modelo deve ser orientada geralmente paralela às fissuras. Forsyth (2013) observou que a biela BD viola esse princípio cruzando perpendicularmente as fissuras, conforme ilustra a Figura 2.16.

Figura 2.16 – Modelo de bielas e tirantes proposto por Cook e Mitchell (1988) sobreposto em uma fotografia de um dente de concreto após a ruína.

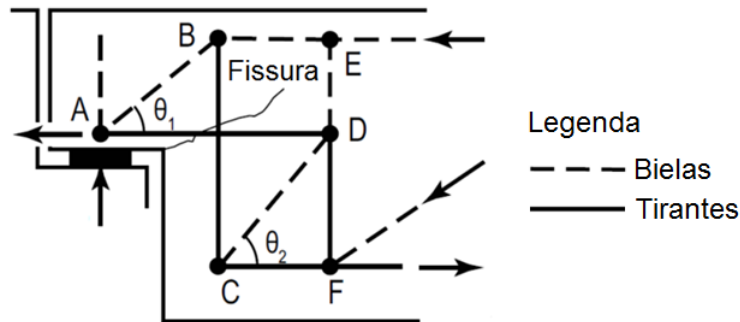


Fonte: Forsyth (2013).

Um segundo modelo analisado por Mattock (2012) também aparece nos exemplos de projeto da ACI SP-208 (SANDERS, 2002). Tal modelo, originalmente proposto pela FIP (1999), leva em consideração uma fissura diagonal que sai do canto reentrante, de acordo com a Figura 2.17. O modelo prevê que a força na armadura de suspensão é aproximadamente a força de reação vertical no apoio. Além disso, o modelo é consistente com observações em testes e estima

corretamente a quantidade de armadura de suspensão. Em contrapartida, o modelo requer uma armadura adicional para o tirante DF, com a mesma quantidade da armadura de suspensão. Assim, Mattock (2012) afirma que o modelo pode ser considerado como uma solução alternativa aceitável.

Figura 2.17 – Modelo alternativo para o projeto de dentes de concreto presente na ACI SP-208 (SANDERS, 2002).

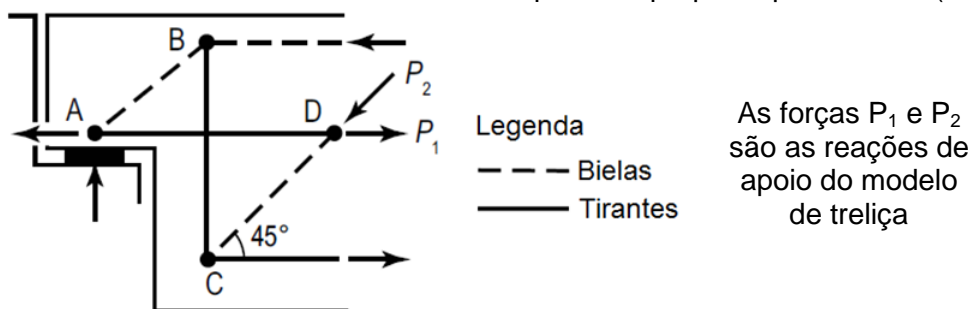


Fonte: FIP (1999) adaptado por Sanders (2002).

Analisando o modelo alternativo, Mattock (2012) observou que a tensão total do tirante AD é resistida no nó D pela componente horizontal da biela CD atuando em conjunto com o tirante DF, formando uma treliça. Sendo que, para isso ser verdade, o tirante AD deve terminar no nó D com alguma forma adequada de ancoragem, o que de fato não acontece. Na realidade, o tirante AD continua passando pelo nó D até um comprimento suficiente para desenvolver a resistência ao escoamento. Desse modo, o acúmulo de força no tirante AD ocorre gradualmente ao longo do comprimento existente além do ponto D, ao invés de ocorrer pontualmente no nó D. Assim, Mattock (2012) concluiu que não havia necessidade do tirante DF atuando em conjunto com a biela CD para resistir o tirante AD, e que o tirante AD está em equilíbrio pela força fornecida pelo desenvolvimento do comprimento do tirante AD além do ponto D. Tal conclusão foi validada com observação de testes realizados anteriormente sem a presença do tirante DF, o qual indicou que mesmo com omissão deste ainda não ocorreu alívio de tensão. Por fim, Mattock (2012) sugeriu um modelo de bielas e tirantes simplificado, conforme apresentado na Figura 2.18, que é semelhante ao modelo alternativo, com a omissão do tirante DF. No nó D, uma suposta força de tração externa (P_1) atua no tirante AD e uma suposta reação de compressão inclinada (P_2) atua na biela CD. A suposta força de tração externa (P_1) nada mais é do que uma força de ancoragem prevista pela extensão do comprimento da armadura do tirante AD além do ponto D.

A suposta reação de compressão inclinada (P_2) é a força de compressão do concreto ao longo da altura da viga. O modelo sugerido é consistente com comportamento observado em dentes de concreto e conduz a uma quantidade de armadura mínima requerida.

Figura 2.18 – Modelo de bielas e tirantes simplificado proposto por Mattock (2012).

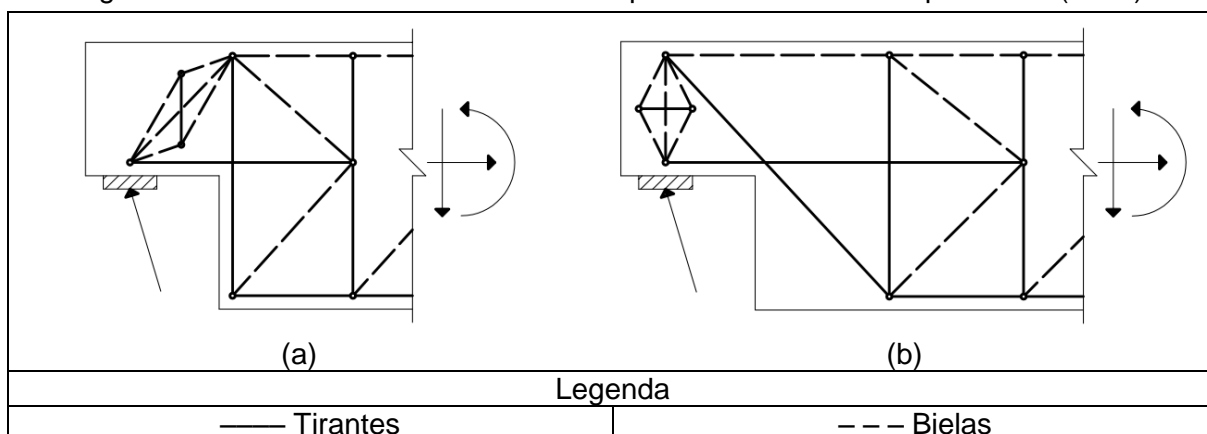


Fonte: Mattock (2012).

Moreno-Martínez e Meli (2014) recomendam a utilização do modelo de bielas e tirantes simplificado proposto por Mattock (2012). Tal modelo foi adotado em um estudo experimental sobre o comportamento de dentes de concreto. O estudo mostrou que o modelo teve uma boa correlação com os resultados experimentais apresentando a melhor estimativa para a capacidade resistente dos dentes.

De acordo com a NP EN 1992-1-1 (CEN, 2010), dois modelos de bielas e tirantes podem ser utilizados para o projeto de dentes de concreto, conforme apresentado na Figura 2.19. O primeiro modelo constitui um esquema resistente formado por bielas, tirantes horizontal e vertical (Figura 2.19a). Esse modelo pode ser usado isoladamente, mas também pode ser eventualmente combinado ao segundo modelo, o qual apresenta um tirante inclinado (Figura 2.19b).

Figura 2.19 – Modelos de bielas e tirantes para dentes indicados pelo CEN (2010).



Fonte: NP EN 1992-1-1 (CEN, 2010).

De todos os modelos apresentados anteriormente, apenas os modelos de bielas e tirantes indicados pela NP EN 1992-1-1 (CEN, 2010) mostram a necessidade de armadura transversal (estribos fechados) e armadura de costura (armadura horizontal dobrada em forma de U) na região do dente. No entanto, a literatura e diversas normas indicam tal necessidade. A respeito desse aspecto, Souza, Nagato e Souza (1997) afirmam que os modelos devem ser melhorados no sentido de justificar tal necessidade, ou então, modelos locais podem ser utilizados para solucionar o problema, como por exemplo, o modelo da escora principal proposto por Souza (1997).

As análises elásticas em dentes de concreto realizadas por Souza, Nagato e Souza (1997) analisaram vários modelos de bielas e tirantes. Tais análises indicaram o uso de barras inclinadas em todos os casos, sendo os modelos compostos os mais apropriados. Além disso, os autores acrescentam que, mesmo no caso do uso de modelos com barras inclinadas, ainda existe a necessidade de estribos verticais e grampos horizontais nos dentes, mesmo que não sejam indicados nos modelos. Souza, Nagato e Souza (1997) ainda salientam que a modelagem com bielas e tirantes depende da observação do comportamento da ligação em estado fissurado, de ensaios específicos para a validação de modelos propostos e da análise elástica que fornece uma indicação da distribuição de tensões.

Outros modelos de bielas e tirantes foram propostos, fruto de trabalhos de pesquisas experimentais, e serão apresentados ao longo do texto.

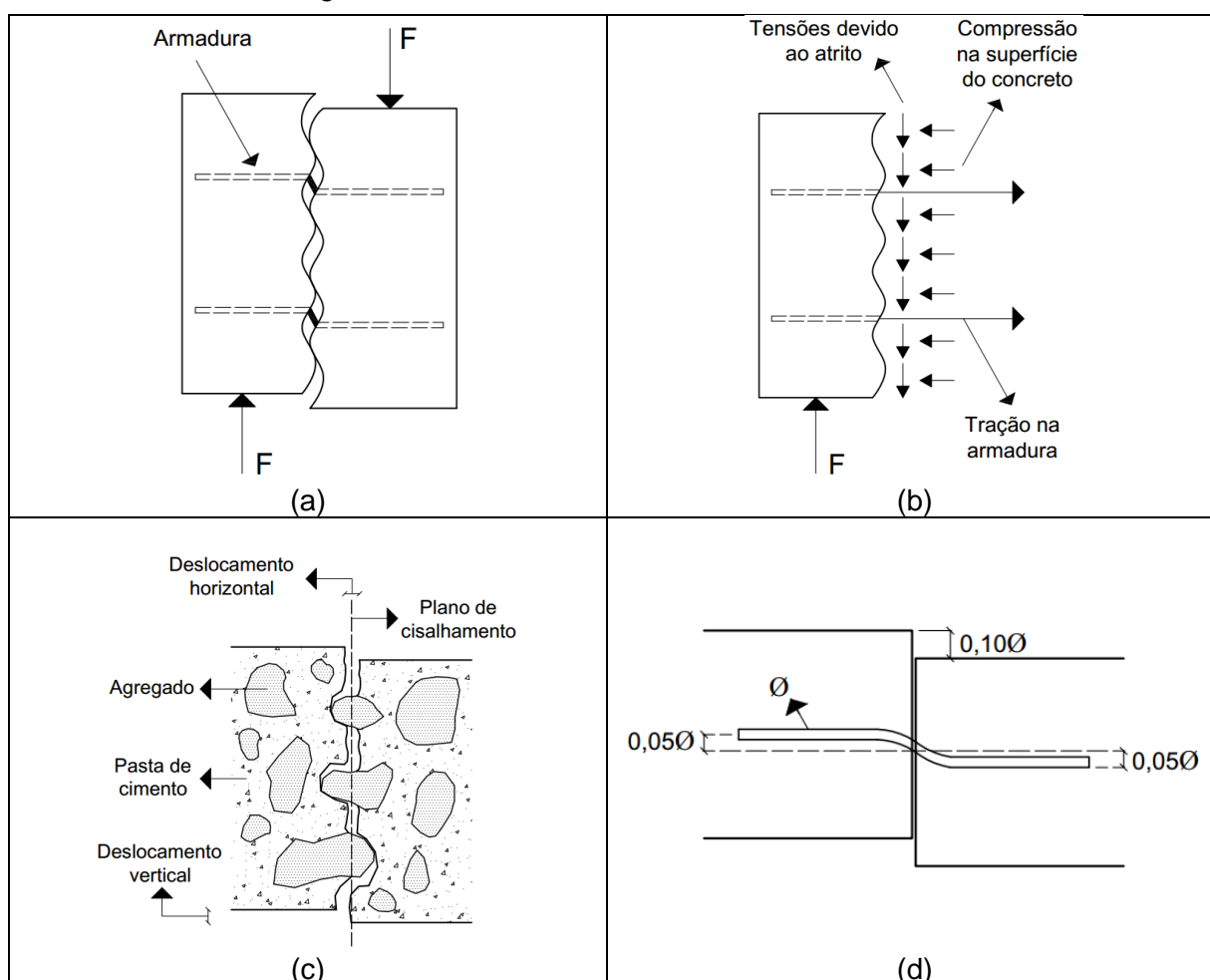
2.3 Modelo de atrito-cisalhamento para dentes de concreto

O modelo de atrito-cisalhamento, desenvolvido e empregado nos Estados Unidos da América, também é uma opção para o projeto de ligações para estruturas de concreto pré-moldado, por exemplo, os dentes de concreto.

De acordo com Walraven, Frénay e Pruijssers (1987), as primeiras hipóteses a respeito da teoria de atrito-cisalhamento foram publicadas por Birkeland e Birkeland (1966), Hofbeck et al. (1969) e Mast (1968), mas foi aperfeiçoada por Mattock (1974) com a teoria modificada de atrito-cisalhamento. A princípio, o mecanismo de atrito-cisalhamento é fundamentado a partir da suposição de uma separação entre duas superfícies adjacentes de concreto, ocasionada pela

ocorrência de uma fissura potencial quando estas são submetidas à solicitação por força cortante. A separação das partes, ambas com superfícies rugosas, é provocada por um deslizamento relativo, tanto na vertical quanto na horizontal, quando estas são submetidas à força cortante aplicada em sentidos contrários (Figura 2.20a). A solidarização é garantida com a colocação de uma armadura que atravessa a fissura potencial e que, com a tendência da separação das partes, ocorre uma deformação desta, produzindo conseqüentemente uma força normal. Como as superfícies são irregulares, a força normal é equilibrada com o surgimento de forças de compressão no concreto (Figura 2.20b). Contudo, a força cortante é transmitida ao longo da fissura pelo atrito resultante das tensões de compressão e pelo engrenamento dos agregados na superfície fissurada (Figura 2.20c), combinados com o efeito de pino da armadura em virtude de sua deformação (Figura 2.20d). O mecanismo de atrito-cisalhamento é ilustrado na Figura 2.20.

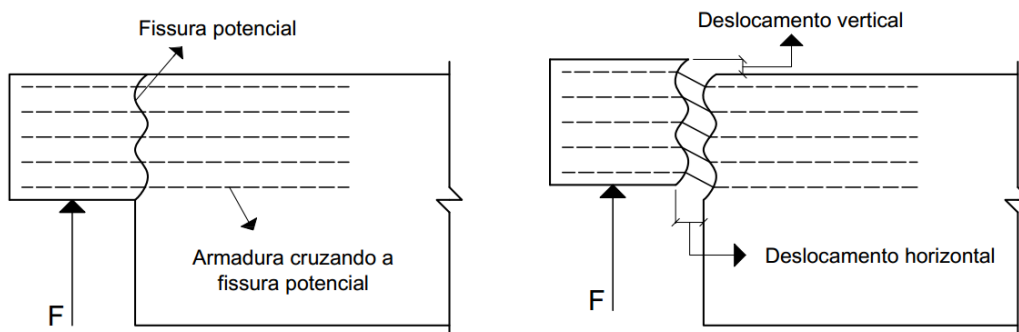
Figura 2.20 – Mecanismo de atrito-cisalhamento.



Fonte: adaptado de CEB-FIP *Model Code* 1990 (FIB, 1991), Vecchio e Collins (1986) e Wight e MacGregor (2012).

No caso do dente de concreto, supõe-se que ocorra uma ruína por sollicitação da força cortante, causada por uma fissura que ocorre na interface entre o dente e a viga. Admite-se que, por meio de tal fissura, ocorra um deslocamento relativo entre o dente e a viga (Figura 2.21). A integridade da ligação, na interface entre o dente e a viga, é garantida com uma armadura distribuída que atravessa a fissura, produzindo uma força normal e um efeito de pino. Aliado a isso, o mecanismo de engrenamento dos agregados contribui para uma maior resistência ao escorregamento entre o dente e a viga.

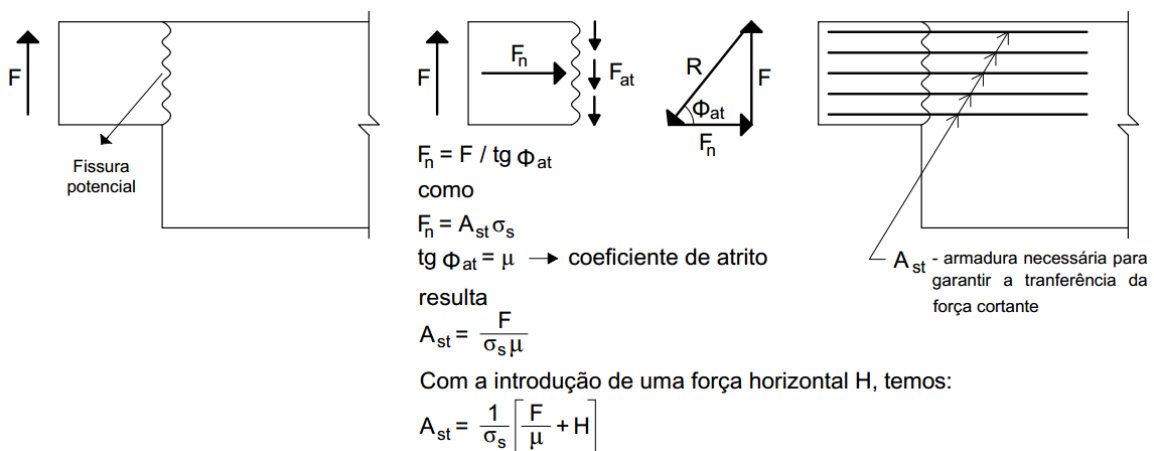
Figura 2.21 – Mecanismo de atrito-cisalhamento em dentes de concreto.



Fonte: adaptado de Huang e Nanni (2000).

De forma simplificada, a armadura necessária, para garantir a transferência da força cortante, é estabelecida a partir da teoria de atrito de Coulomb, conforme Figura 2.22.

Figura 2.22 – Armadura necessária para garantir a transferência da força cortante.



Fonte: adaptado de El Debs (2000).

Um ponto importante que deve ser ressaltado é que, diferente do modelo de bielas e tirantes, o modelo de atrito cisalhamento não indica de forma clara a

posição das barras das armaduras, sugerindo-se que estas sejam distribuídas uniformemente ao longo da fissura potencial. Desse modo, obviamente, não seria considerado o momento fletor na seção da fissura potencial, em virtude da excentricidade da força vertical F , que implicaria uma armadura mais concentrada na parte tracionada da seção. É evidente que, no caso do dente de concreto mostrado na Figura 2.22, a distribuição da armadura ficaria mais concentrada na parte inferior do dente, próximo ao canto reentrante (EL DEBS, 2000).

As normas de estruturas de concreto, NBR 6118 (ABNT, 2014) e NBR 9062 (ABNT, 2017), indicam o uso de modelo de atrito-cisalhamento apenas para o projeto de dentes muito curtos ($a/d \leq 0,5$), podendo ser considerado o efeito favorável do engrenamento dos agregados, desde que a interface entre o dente e a viga seja atravessada por barras perpendiculares à fissura potencial. Menos restrito, o manual *PCI Design Handbook* (PCI, 2010) também sugere um método para projeto baseado na teoria clássica de cisalhamento e na teoria de atrito-cisalhamento. Tal método é limitado para dentes de concreto com relação $a/d \leq 1,0$.

Por fim, El Debs (2000) comenta que o modelo de atrito-cisalhamento recebe críticas de ser conceitualmente pouco consistente. No entanto, suas recomendações estão previstas em normas como a ACI 318-14 (ACI, 2014), NBR 6118 (ABNT, 2014) e NBR 9062 (ABNT, 2017), como também no manual *PCI Design Handbook* (PCI, 2010).

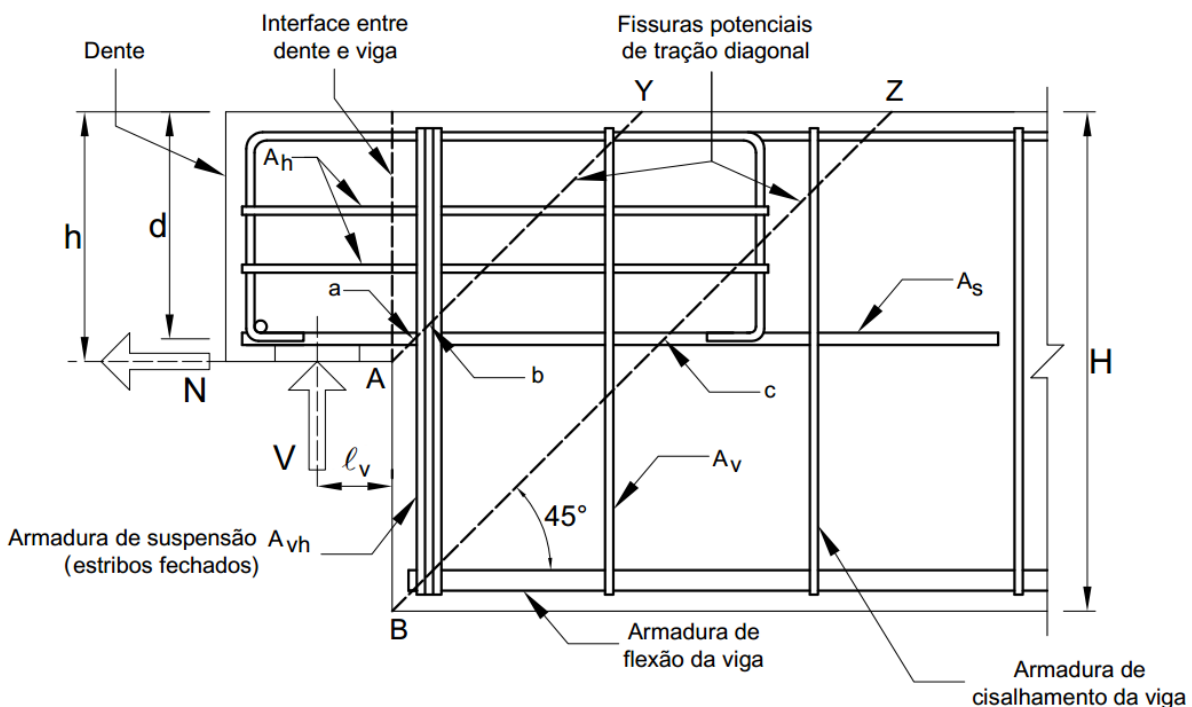
2.4 Trabalhos de pesquisa relativos a dentes moldados com concretos convencionais

Ao longo dos anos, muitos trabalhos de pesquisas importantes, relativos a dentes moldados com concretos convencionais, foram elaborados por pesquisadores nacionais e internacionais, como Cook (1987); Lu, Chen e Lin (2015); Lu et al. (2003); Lu, Lin e Yu (2012); Mattock e Chan (1979); Melo (1991); Nagrodzka-Godycka e Piotrkowski (2012); Souza (1997); Wang, Guo e Hoogenboom (2005); Yang, Ashour e Lee (2011) e Zalochi (1997). Muitos desses trabalhos serviram como fonte para a criação de uma base de dados experimentais que será apresentada no capítulo 4.

Mattock e Chan (1979) realizaram um estudo experimental em dente de concreto, com relação $a/d \leq 1,0$, conduzido no laboratório de engenharia estrutural

da Universidade de Washington – EUA. Uma das considerações preliminares adotada pelos autores é que, em alguns aspectos, o dente de concreto pode ser assemelhado a um consolo invertido. Além disso, a resistência na interface entre o dente e a viga é afetada com a formação de fissuras potenciais de tração diagonal, que podem se originar no canto reentrante (fissura AY) ou na extremidade inferior da viga (fissura BZ), ambas podendo atingir o topo da viga, sendo necessário que armaduras cruzem as fissuras para que a ruína não ocorra, conforme a Figura 2.23.

Figura 2.23 – Detalhamento típico da armadura de um dente de concreto e localização das fissuras potenciais de tração diagonal.

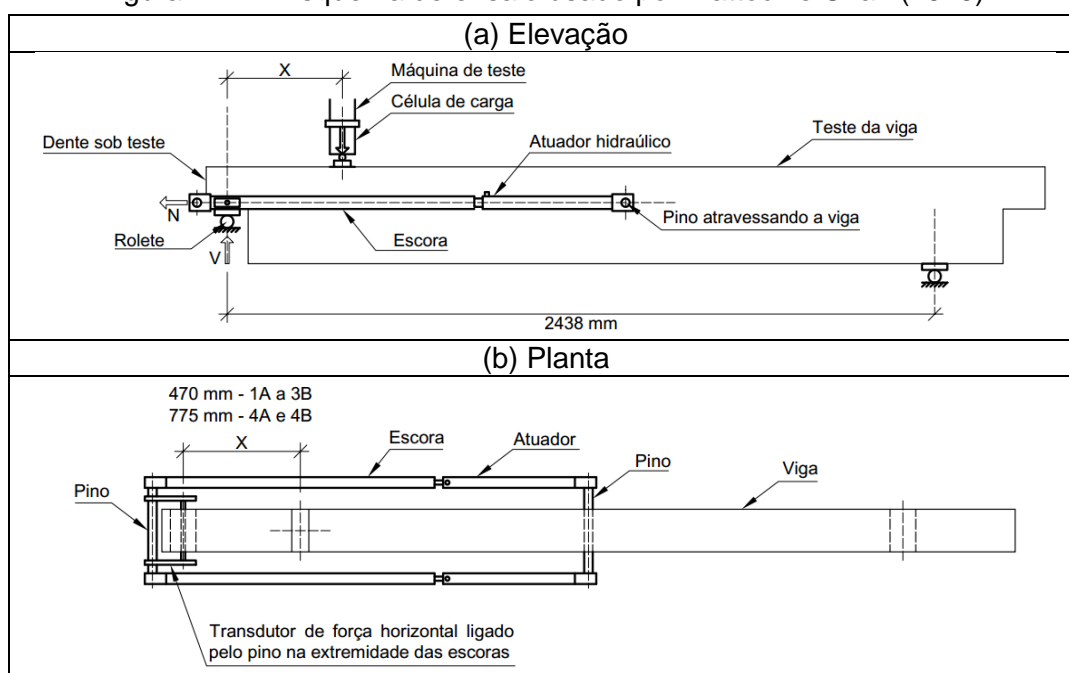


Fonte: Mattock e Chan (1979).

Nesse estudo experimental foram ensaiados oito dentes de concreto separadamente, designados como dentes 1A, 1B, 2A, 2B, 3A, 3B, 4A e 4B, sendo que os quatro do grupo A foram submetidos apenas a força vertical, e os outros quatro do grupo B foram submetidos a uma combinação de força vertical e horizontal. A placa de apoio dos dentes foi soldada na armadura principal, permitindo a transmissão de força horizontal diretamente para a armadura. As vigas ensaiadas apresentavam um comprimento de 3050 mm e uma seção transversal de 127 mm de largura e 610 mm de altura. Os dentes possuíam um comprimento de 203 mm e uma altura de 305 mm. A Figura 2.24 ilustra o esquema de ensaio dos dentes, mostrando que o vão entre os apoios era de aproximadamente 2438 mm.

A força foi aplicada em dois pontos distintos de acordo com a distância X , conforme Figura 2.24. Para os dentes 1A, 1B, 2A, 2B, 3A e 3B, a força foi aplicada no ponto Y, conforme mostra a Figura 2.23, visando controlar o comportamento do dente ou controlar o comportamento da armadura que atravessava a fissura potencial de tração diagonal no canto reentrante. Nos dentes 4A e 4B, a força foi aplicada no ponto Z, de acordo com a Figura 2.23, com o intuito de estudar a influência do comportamento da fissura potencial de tração diagonal que se origina na extremidade inferior da viga.

Figura 2.24 – Esquema de ensaio usado por Mattock e Chan (1979).



Fonte: Mattock e Chan (1979).

Inicialmente, os dentes foram dimensionados como consolos, seguindo as propostas de Mattock (1976). Para o dimensionamento da armadura horizontal A_{vf} , requerida para resistir à força vertical V_n , foi utilizada a equação de atrito-cisalhamento modificada:

$$A_{vf} = \frac{\left(\frac{V_n}{0,8\phi} - 3,4474bd \right)}{f_y} \geq \frac{1,3789bd}{f_y} \quad (\text{Equação 2.1})$$

onde ϕ é o fator de redução da resistência com valor igual 0,85, b é a largura do dente, d é a altura útil do dente e f_y é a resistência ao escoamento do aço.

A armadura horizontal A_{vf} engloba a armadura de estribos horizontais A_h e a armadura principal do dente A_s . A armadura de estribos horizontais A_h foi definida como sendo o maior valor entre $1/3A_{vf}$ e $A_f/2$, em que A_f é a armadura para resistir à flexão. A armadura principal do dente A_s , incluindo a armadura para resistir à força horizontal A_n , foi estabelecida de acordo com os seguintes critérios:

a) se $2/3A_{vf}$ é maior do que A_f , então:

$$A_s = 2/3A_{vf} + A_n \quad (\text{Equação 2.2})$$

b) se $2/3A_{vf}$ é menor do que A_f , então:

$$A_s = A_f + A_n \quad (\text{Equação 2.3})$$

A armadura horizontal do dente foi prevista em forma de estribos fechados estendendo-se um comprimento de $1,5\ell_d$ além da interface entre o dente e a viga (Figura 2.23). Já a armadura principal do dente estendeu-se $1,4\ell_d$ além do ponto onde cruza a fissura potencial BZ (Figura 2.23), para desenvolver sua resistência ao escoamento. O comprimento de ancoragem ℓ_d foi definido de acordo com as disposições da ACI 318, que serão apresentadas posteriormente.

No dimensionamento dos dentes 1A e 1B, primeiramente o valor de a foi considerado como sendo a distância entre o centro do apoio e a interface entre o dente e a viga. No entanto, com o ensaio da primeira viga os autores observaram e deduziram que esse valor não correspondia ao plano de ruína por flexão, mas que o valor de a deveria ser considerado como sendo a distância entre o centro do apoio e o centro de gravidade da armadura de suspensão. Diante disso, os autores decidiram dimensionar os demais dentes com o novo valor de a .

A armadura de suspensão, um grupo de estribos fechados localizado perto da extremidade da viga, foi prevista para equilibrar à força de compressão da biela inclinada existente na região do dente, conforme apresentado na Figura 2.5. A resistência ao escoamento de tal grupo de estribos não deveria ser menor do que a força de reação vertical que atua no apoio.

O dimensionamento da armadura de suspensão foi realizado em duas formas distintas para os dentes ensaiados. Para os dentes 1A, 1B, 3A, 3B, 4A e 4B, o dimensionamento da armadura de suspensão A_{vh} , foi realizado pela equação:

$$A_{vh} = \frac{V_n}{f_y} \quad (\text{Equação 2.4})$$

Diferentemente, para os dentes 2A e 2B, o dimensionamento foi elaborado de tal forma que fosse possível verificar a possibilidade de redução da armadura de suspensão, levando em conta que a força cortante V_c poderia ser absorvida pelo concreto, considerando uma viga com a mesma seção transversal do dente, de acordo com a ACI 318. Dessa forma, tem-se:

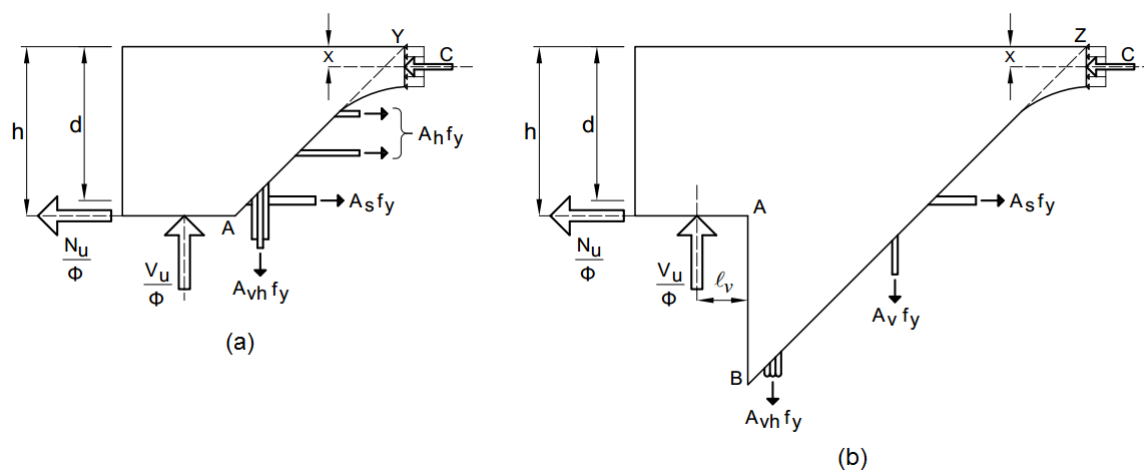
$$A_{vh} = \frac{(V_n - V_c)}{f_y} \quad (\text{Equação 2.5})$$

$$V_c = 0,16607bd\sqrt{f'_c} \quad (\text{Equação 2.6})$$

em que V_n é a força vertical e f'_c é a resistência à compressão do concreto.

O equilíbrio do momento foi verificado em dois pontos distintos. A primeira verificação foi feita em relação ao ponto Y, a esquerda da fissura AY (Figura 2.25a), por meio das Equações 2.7 e 2.8. A segunda verificação foi feita em relação ao ponto Z, a esquerda da fissura BZ (Figura 2.25b), por meio das Equações 2.9 e 2.10.

Figura 2.25 – Forças atuantes nas seções de corte das fissuras potenciais de tração AY e BZ.



Fonte: Mattock e Chan (1979).

Nessas verificações, foi assumido que todas as armaduras atingiriam a resistência de escoamento. Além disso, em ambos os casos, a altura da zona de compressão e a localização da força resultante de compressão do concreto C foi calculada usando uma distribuição retangular equivalente de tensão da ACI 318. Desse modo, o momento resistente ϕM_n , em virtude das forças internas, deve ser maior ou igual ao momento oriundo das forças de cálculo M_u em:

$$M_u = V_u(h + \ell_v) + N_u(h - x) \quad (\text{Equação 2.7})$$

$$\phi M_n = \phi A_s f_y (d - x) + \phi A_{vh} f_y (h + \ell_v - a) \quad (\text{Equação 2.8})$$

$$M_u = V_u(H + \ell_v) + N_u(h - x) \quad (\text{Equação 2.9})$$

$$\phi M_n = \phi A_s f_y (d - x) + \phi A_{vh} f_y (H + \ell_v - a) \quad (\text{Equação 2.10})$$

Os ensaios mostraram que, em todos os dentes, o processo de fissuração foi semelhante, com a primeira fissura iniciando no canto reentrante, com cerca de 20% da força última. Tal fissura propagou-se formando um ângulo de 45° com a horizontal. Em serviço, a fissura estendeu-se até cerca de 2/3 da altura do dente. Em todos os casos, a armadura principal escoou antes da força última.

Os dentes 1A e 1B apresentaram um comportamento insatisfatório, tanto para Estado Limite de Serviço (ELS) quanto para ELU. A armadura principal do dente escoou com cerca de 70% da força experimental e 66% da força de cálculo. Fissuras com abertura acima do esperado surgiram com uma força 20% maior que a força de serviço.

Tanto para ELS quanto para ELU, os dentes 2A e 2B apresentaram um comportamento insatisfatório. Em serviço, as fissuras apresentaram aberturas acima do esperado e armadura principal do dente escoou com 80% da força última. No escoamento da armadura principal do dente 2B, armadura de suspensão também escoou, no dente 2A, ficou muito próximo de atingir o escoamento.

Um comportamento de maneira mais satisfatória foi apresentado pelos dentes 3A e 3B. A armadura principal do dente não atingiu o escoamento até 95% da força de cálculo. Em serviço, a largura máxima das fissuras apresentou uma redução.

Os dentes 4A e 4B apresentaram um comportamento satisfatório. A armadura principal do dente escoou com uma fração de força de cálculo ligeiramente menor do que nos dentes 3A e 3B, mas a largura máxima das fissuras em força de serviço foi menor do que nos dentes 3A e 3B.

A instrumentação do ensaio foi realizada utilizando extensômetros de resistência elétrica. A deformação da armadura principal do dente foi medida nos pontos “a” e “c”, e a armadura de suspensão foi medida no ponto “b”, conforme mostra a Figura 2.23.

Diante do que foi relatado, com exceção da última coluna, a Tabela 2.1 apresenta os resultados dos ensaios realizados por Mattock e Chan (1979).

Tabela 2.1 – Resultados dos ensaios de dentes realizados por Mattock e Chan (1979).

Dente	N_n (kN)	$V_{n,cal}$ (kN)	$V_{n,exp}$ (kN)	$V_{y,exp}$ (kN)	$\frac{V_{n,exp}}{V_{n,cal}}$	$\frac{V_{y,exp}}{V_{n,cal}}$	$\omega_{máx}$ (mm)	d_r (mm)	$F_{vh,exp}$ (kN)	$\frac{F_{vh,exp}}{V_{y,exp}}$
1A	0,00	160,67	144,12	104,49	0,90	0,65	0,43	61,47	118,77	1,14
1B	133,44	196,30	190,96	133,31	0,97	0,68	0,28	54,10	91,63	0,69
2A	0,00	164,50	178,37	139,01	1,08	0,85	0,48	81,03	124,11	0,89
2B	111,20	172,77	169,48	137,89	0,98	0,80	0,46	92,46	133,45*	0,97
3A	0,00	164,76	215,83	157,91	1,31	0,96	0,38	57,91	155,69	0,99
3B	124,54	173,08	176,59	162,36	1,02	0,94	0,41	61,72	169,92*	1,05
4A	0,00	163,43	188,74	142,34	1,15	0,87	0,23	75,18	134,34	0,94
4B	124,54	172,01	176,95	152,57	1,03	0,89	0,15	71,88	154,80	1,01

$\omega_{máx}$ é a espessura máxima da fissura para força em serviço;
 d_r é a distância do plano de ruína por flexão ao canto reentrante do dente;
 $F_{vh,exp}$ é a força medida na armadura de suspensão;
 *Armadura atingiu o escoamento.

Fonte: adaptado de Mattock e Chan (1979).

De acordo com a Tabela 2.1, o valor médio para a relação $F_{vh,exp}/V_{y,exp}$ é 0,96, valor este muito próximo ao encontrado recentemente por Mattock (2012), conforme apresentado anteriormente. Logo, diante desses resultados, também é possível perceber que a força na armadura de suspensão é muito próxima da magnitude da força vertical atuante no dente.

Com os resultados do programa experimental, Mattock e Chan (1979) concluíram que o dente de concreto pode ser dimensionado como consolo, levando em conta que o braço de alavanca a deve ser considerado como sendo a distância entre o centro de ação da força vertical e o centro de gravidade da armadura de

suspensão. Além disso, a viga deve ser dimensionada para satisfazer o equilíbrio de forças e momento fletor em relação aos planos de fissuração AY e BZ (Figura 2.23), em adição ao dimensionamento usual à flexão, força cortante e força normal. A armadura principal do dente deve ser ancorada de forma adequada, estendendo-se dentro da viga até uma distância além do canto reentrante igual a $H - d + \ell_d$, sendo H a altura da viga. Um grupo de estribos fechados, denominado armadura de suspensão, com resistência ao escoamento não inferior à força vertical, deve ser distribuído próximo ao canto reentrante, para equilibrar à força de compressão da biela inclinada existente na região do dente, conforme apresentado na Figura 2.23.

Além das conclusões apresentadas, Mattock e Chan (1979) finalizaram seu trabalho propondo recomendações para o projeto de dentes de concreto, baseadas nos resultados dos ensaios, e ainda apresentaram um exemplo de cálculo. Vale lembrar que tais recomendações são válidas apenas para dentes de concreto com relação $a/d \leq 1,0$.

Um estudo a respeito de regiões descontínuas de elementos de concreto armado foi realizado por Cook (1987). Nesse estudo foi desenvolvido um programa computacional de análise não linear por elementos finitos, para elementos de concreto armado, tais como consolos, vigas com abertura na alma, apoios de extremidade, e também o dente de concreto. Diversos modelos com descontinuidade foram ensaiados para fim de comparação. Os resultados de análises em elemento finito não linear foram comparados com resultados teóricos e experimentais.

Dentre os modelos ensaiados havia quatro dentes, denominados como dentes D-1, D-2, D-3 e D-4. Os dentes foram dimensionados de acordo com os modelos de bielas e tirantes apresentados na Figura 2.13. As vigas tinham um comprimento total de 3275 mm, uma seção transversal de 300 mm de largura e 600 mm de altura, com dentes de 137,5 mm de comprimento e 250 mm de altura.

No total foram ensaiadas duas vigas. A primeira viga, com dentes D-1 e D-2, foi projetada para suportar uma força 20% maior que a reação no apoio, que era de 225 kN. A segunda viga, com dentes D-3 e D-4, foi projetada para suportar uma reação de 250 kN.

O detalhamento das armaduras dos dentes D-1 e D-2 está apresentado na Figura 2.26. A armadura principal do dente foi soldada em uma cantoneira metálica

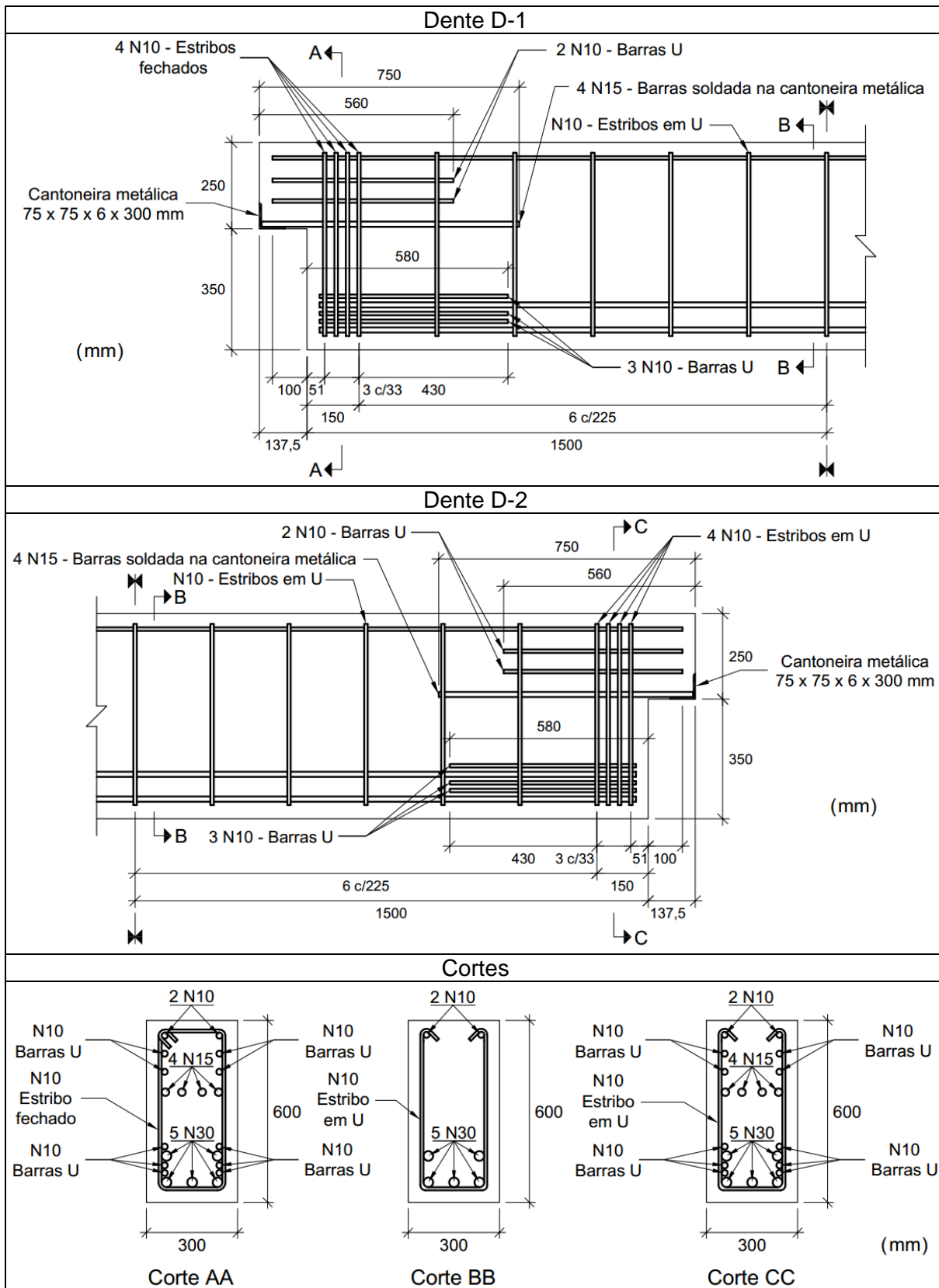
de 75 mm x 75 mm x 6 mm, com um comprimento de 30 cm. Na região do dente foi prevista uma armadura horizontal em forma de U, com a finalidade de controlar a abertura de fissuras. Na extremidade da viga foram previstas barras em forma de U para melhorar a ancoragem da região nodal. A diferença no detalhamento dos dentes está na armadura de suspensão. No dente D-1 foi utilizado estribos fechados e no dente D-2 foi utilizado estribos abertos. O tipo de detalhamento adotado para o dente D-2 foi proposto para demonstrar a necessidade do cuidado e a importância do detalhamento correto das armaduras.

Basicamente, as dimensões dos dentes D-3 e D-4 eram iguais as dos dentes D-1 e D-2, porém a transição do dente D-4 foi feita por meio de um recorte inclinado. O detalhamento das armaduras dos dentes D-3 e D-4 está apresentado na Figura 2.27. No detalhamento da armadura do dente D-3, a armadura principal do dente foi soldada em uma cantoneira metálica de 50 mm x 75 mm x 6 mm, com comprimento de 30 cm. A armadura de suspensão é composta por estribos verticais fechados e barras inclinadas que formam um ângulo de $52,5^\circ$ com a horizontal. Barras dobradas em forma de U foram colocadas na região do dente, para controlar a abertura de fissuras, e na extremidade da viga, para melhorar a ancoragem da região nodal. Para o dente D-4, em vez de uma combinação de estribos verticais e barras inclinadas, foram utilizadas apenas barras inclinadas para compor a armadura de suspensão, também com um ângulo de $52,5^\circ$ com a horizontal. A armadura principal do dente D-4 foi soldada em uma chapa metálica de 75 mm x 300 mm x 6 mm.

Os dentes D-1 e D-2 foram igualmente detalhados, com exceção da armadura de suspensão do dente D-2, que apresentava estribos verticais abertos no topo da viga. Dessa forma, de um modo geral, o comportamento dos dentes foi semelhante até à ruína prematura do dente D-2, em virtude da ruptura do concreto na região do dente. Tal ruína teve início quando a escora perdeu apoio na armadura de suspensão, que apresentava um detalhamento impróprio, com estribos abertos. No dente D-1, a ruína ocorreu com o escoamento da armadura de suspensão e da armadura principal do dente.

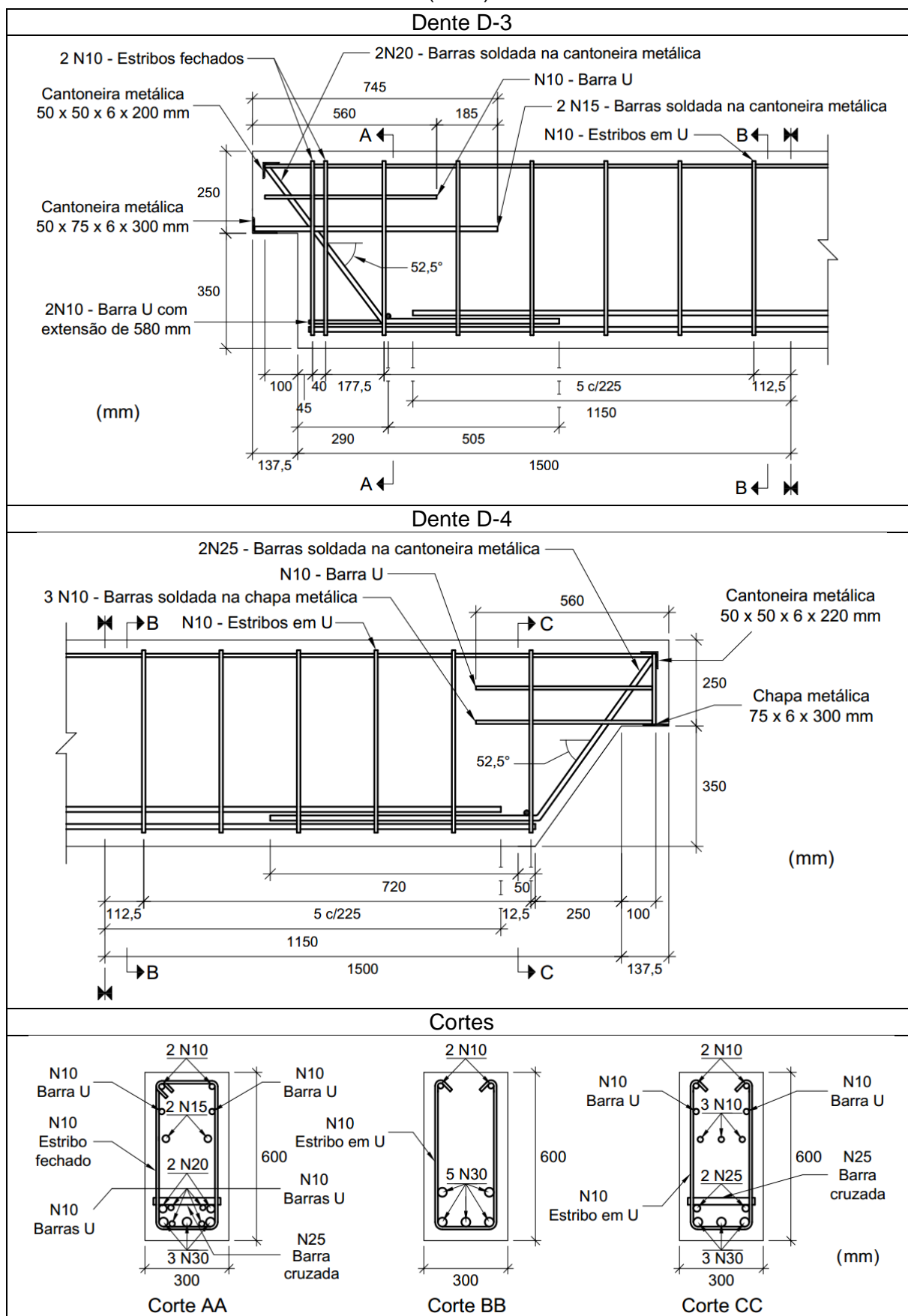
A ruína dos dentes D-3 e D-4 também mostrou uma semelhança. Em ambos, o escoamento dos três primeiros estribos da viga provocou uma fissura inclinada muito aberta, próxima da extremidade inferior da viga. A armadura principal do dente D-3 escoou na região do canto reentrante, enquanto que nenhuma das armaduras do dente D-4 atingiu o escoamento.

Figura 2.26 – Detalhamento das armaduras dos dentes D-1 e D-2 ensaiados por Cook (1987).



Fonte: Cook (1987).

Figura 2.27 – Detalhamento das armaduras dos dentes D-3 e D-4 ensaiados por Cook (1987).



Portanto, nos ensaios foi possível perceber algumas semelhanças no comportamento entre os dentes D-1 e D-2, e também entre os dentes D-3 e D-4. No entanto, de acordo com os resultados da Tabela 2.2, todos os dentes apresentaram forças de ruína diferentes.

Tabela 2.2 – Resultados obtidos nos ensaios realizados por Cook (1987).

Dentes	a (mm)	d (mm)	$\frac{a}{d}$	F_{cal} (kN)	F_{exp} (kN)	$\frac{F_{exp}}{F_{cal}}$
D-1	200,50	236,00	0,85	225	307	1,36
D-2	200,50	236,00	0,85	225	258	1,15
D-3	165,00	236,00	0,70	250	372	1,49
D-4	350,00	238,35	1,47	250	340	1,36

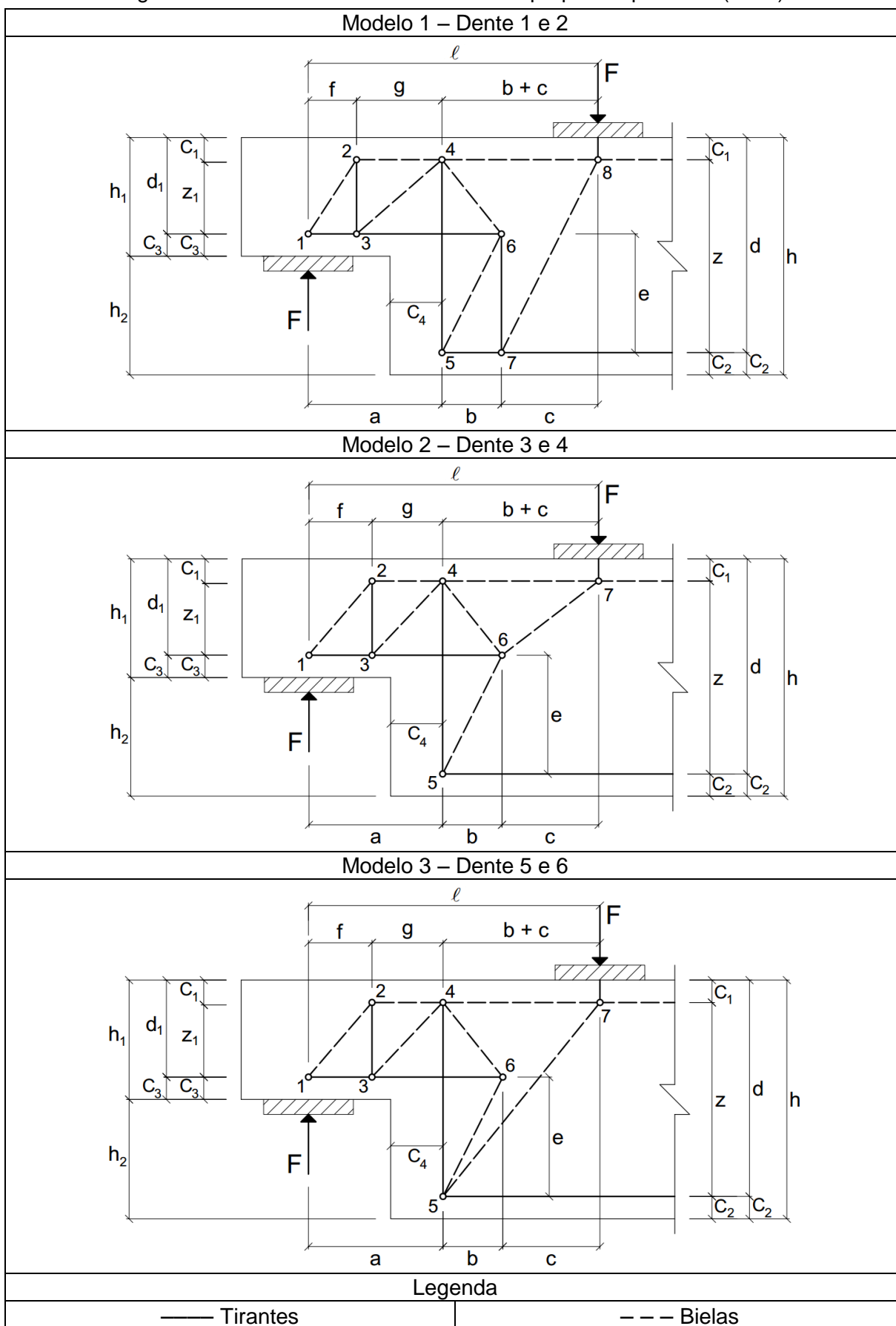
Fonte: Cook (1987).

Por mais que sejam criticados, com a realização dos ensaios e os resultados obtidos, apresentados na Tabela 2.2, fica claro que os modelos de bielas e tirantes propostos por Cook (Figura 2.13) estabelecem de forma conservadora as forças de ruína.

Contudo, Cook (1987) desenvolveu um programa computacional bidimensional em elemento finito não linear para prever respostas completas de elementos de concreto armado. A comparação entre os resultados experimentais e os resultados de análise não linear pelo método de elementos finitos mostrou que a capacidade resistente dos dentes é sensível à pequena mudança na posição da força. Nesse caso, é evidente a importância de uma modelagem cuidadosa próxima às regiões de apoio e de aplicação de força. Para Cook (1987), também ficou claro que a obtenção de resultados mais realistas depende do detalhamento das dimensões das regiões nodais e a forma de ancoragem das armaduras nestas.

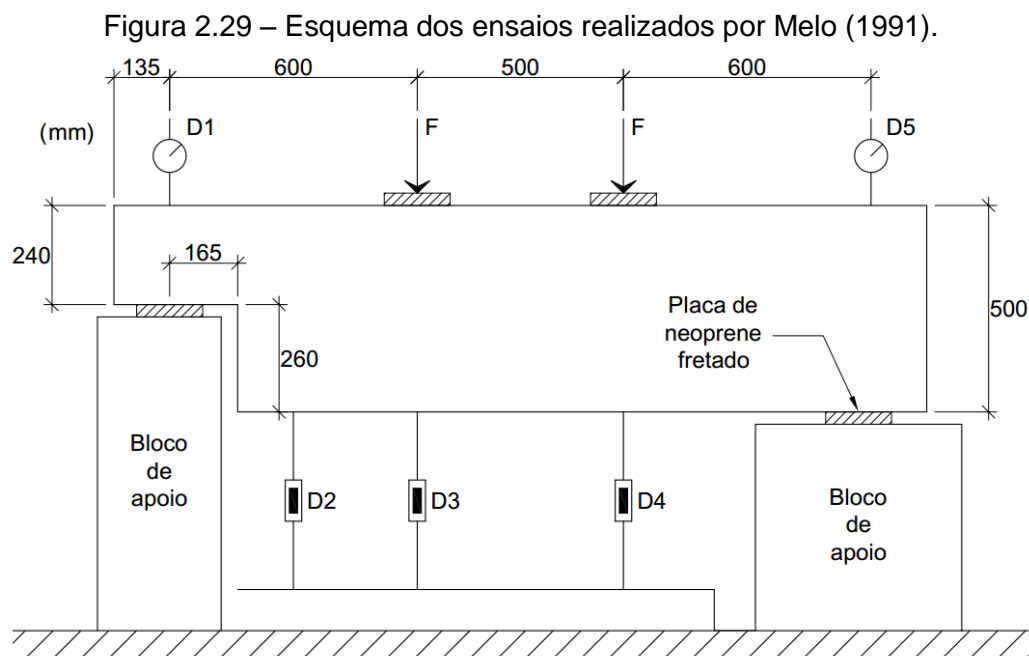
Em meados dos anos 90, Melo (1991) realizou um estudo a respeito do uso de modelos de bielas e tirantes no dimensionamento de dentes de concreto. Três modelos de bielas e tirantes, conforme ilustra a Figura 2.28, foram propostos por simples adaptações dos modelos apresentados nas Figuras 2.13a e 2.14, sugeridos por Cook (1987) e Schlaich e Schäfer (1991), respectivamente. A autora acreditava que uma única escora não era suficiente para representar a biela de compressão em dentes com maiores comprimentos. O desempenho dos modelos de bielas e tirantes foi avaliado com análise teórica e experimental.

Figura 2.28 – Modelos de bielas e tirantes propostos por Melo (1991).



Fonte: Melo (1991).

Na investigação experimental foram ensaiadas três vigas, cada uma com dois dentes, dimensionados com os modelos propostos. As vigas possuíam uma seção transversal de 200 mm de largura e 500 mm de altura, e um comprimento total de 2600 mm. Os dentes apresentavam uma altura de 240 mm e um comprimento de 300 mm. Os aparelhos de apoio de neoprene fretado, com 160 mm de comprimento e 30 mm de espessura, ocupavam toda a largura do apoio. Nos ensaios, cada dente de uma mesma viga foi ensaiado separadamente. O centro do apoio ficou a 135 mm da extremidade da viga e a distância entre as forças concentradas e os centros dos apoios era 600 mm. A Figura 2.29 ilustra o esquema dos ensaios.



No dimensionamento, para garantir a ruína da região do dente e entender seu comportamento, as vigas foram dimensionadas com uma força superior à prevista. Assim, para a zona comprimida, foi adotado um braço de alavanca $z = 0,87d$, e automaticamente definiu-se C_1 , valor que também foi mantido para o dente. Dessa maneira, o braço de alavanca do dente z_1 ficou sendo menor do que o que se obteria com $z = 0,87d_1$, o que resultou em uma armadura de flexão para o dente maior do que a realmente necessária. Além disso, o dimensionamento foi elaborado de tal forma que os dentes, de uma mesma viga, apresentassem comprimentos diferentes para a armadura principal do dente, com o intuito de avaliar

o comprimento de ancoragem necessário. Desse modo, os valores de b e c sofreram variações, sendo a variável b a responsável pela definição da posição do nó 6 (Figura 2.28).

No detalhamento, a armadura principal do dente foi disposta em duas camadas. Na primeira, as barras foram soldadas em uma cantoneira metálica de 63,5 mm x 63,5 mm x 7,94 mm, e na segunda, as barras foram ancoradas em forma de laço. Também foi adotado metade do comprimento de ancoragem básico ($\ell_b/2$), medido a partir do nó 6, para a armadura principal do dente. Seguindo os critérios de Leonhardt e Mönning (1978), a armadura de suspensão foi distribuída em uma distância $\leq h/4$, portanto, definindo o valor de C_4 igual a $h/8 + \phi/2 + \text{cobrimento variável}$. Com relação à armadura transversal na região do dente, no Modelo 1, o valor de f foi aproximadamente igual a $0,34a$, e nos Modelos 2 e 3, foi alterado, correspondendo um valor aproximadamente igual a $0,5a$. Tal alteração foi realizada no sentido de melhorar a distribuição dos estribos na região do dente. Para a extremidade inferior da viga, foram previstos dois grampos horizontais para melhorar a ancoragem da região nodal. A Figura 2.30 mostra o detalhamento das armaduras e a instrumentação dos dentes ímpares, e a Figura 2.31 mostra o detalhamento das armaduras e a instrumentação dos dentes pares.

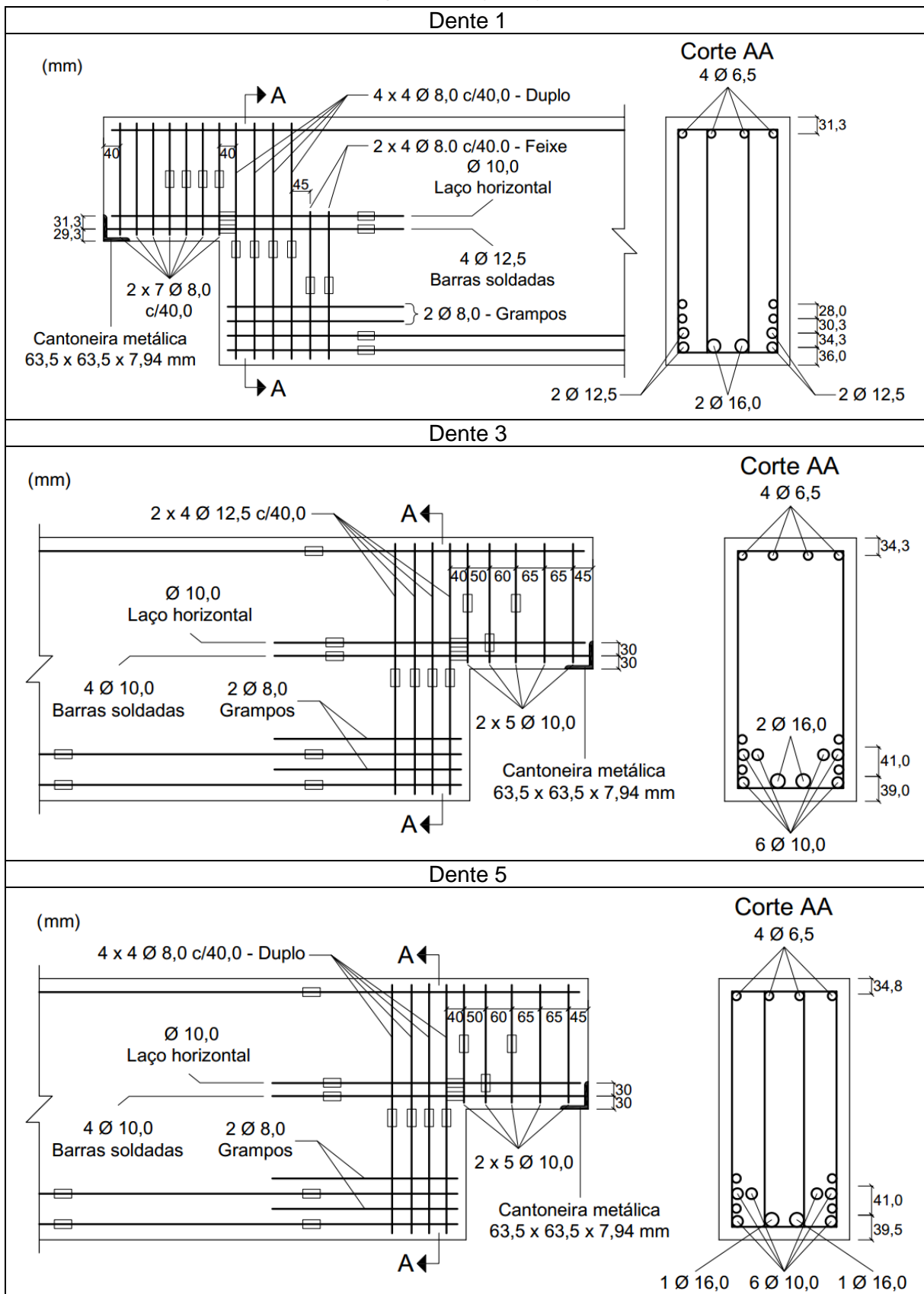
De um modo geral, os ensaios mostraram que os dentes apresentaram um comportamento muito semelhante mesmo atingindo forças de ruína diferentes, conforme expõe a Tabela 2.3. A ruína dos dentes ocorreu com abertura excessiva da fissura que iniciou no apoio. No caso dos dentes 1, 2, 3 e 5, essa fissura cruzou a face superior da viga, indicando um cisalhamento da zona comprimida. Em todos os testes, ocorreu o escoamento da armadura principal do dente.

Tabela 2.3 – Resultados obtidos nos ensaios realizados por Melo (1991).

Dentes	Modelo de bielas e tirantes	a (mm)	d_1 (mm)	$\frac{a}{d_1}$	F_{cal} (kN)	F_{exp} (kN)	$\frac{F_{exp}}{F_{cal}}$
D1	Modelo 1	250,00	195,00	1,28	196	300	1,53
D2	Modelo 1	250,00	193,00	1,29	196	290	1,48
D3	Modelo 2	250,00	195,00	1,28	196	240	1,22
D4	Modelo 2	250,00	195,00	1,28	196	240	1,22
D5	Modelo 3	250,00	195,00	1,28	196	260	1,33
D6	Modelo 3	250,00	195,00	1,28	196	250	1,28

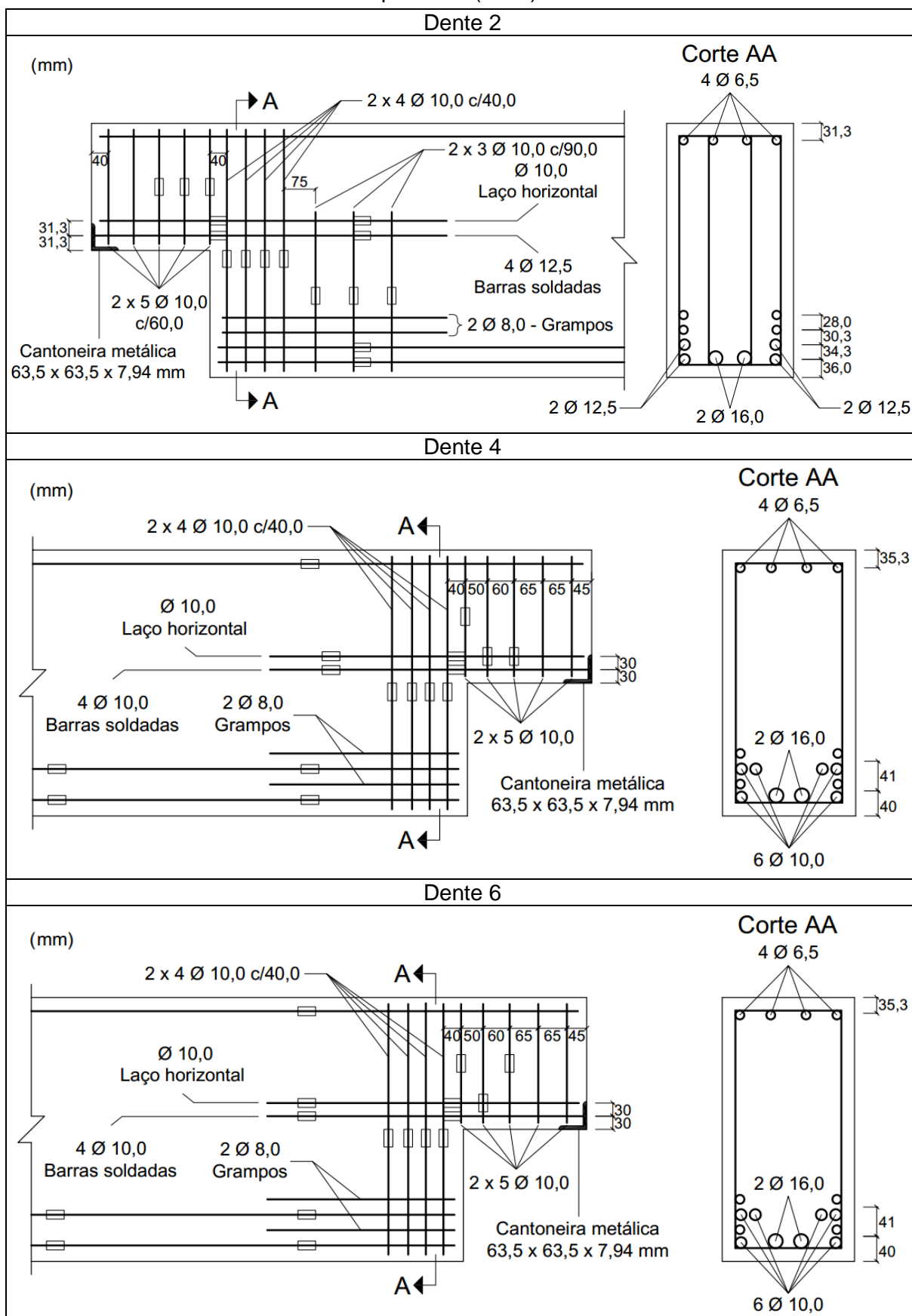
Fonte: Melo (1991).

Figura 2.30 – Detalhamento das armaduras e instrumentação dos dentes ímpares ensaiados por Melo (1991).



Fonte: Melo (1991).

Figura 2.31 – Detalhamento das armaduras e instrumentação dos dentes pares ensaiados por Melo (1991).



Fonte: Melo (1991).

De acordo com os ensaios realizados, no que diz respeito ao dimensionamento do dente de concreto, Melo (1991) concluiu que a adoção de $z = 0,87d$ parece conduzir a resultados coerentes de altura da zona comprimida para a viga. Quanto ao detalhamento, apesar do comprimento de ancoragem para armadura principal do dente parecer ser suficiente com $1,00\ell_b$ a partir do canto reentrante, de acordo com os ensaios dos dentes ímpares, é sugerido um valor seguro de $1,25\ell_b$ a partir da interface entre o dente e a viga. Com relação à armadura de suspensão, foi constatado que os estribos mais distantes do canto reentrante pouco trabalham, não contribuindo de forma significativa no comportamento estrutural. Logo, a armadura de suspensão deve ser concentrada o mais próximo possível do canto reentrante. A respeito da ancoragem das armaduras, tanto a utilização de cantoneiras metálicas como ancoragem mecânica quanto o uso de um arranjo em forma de laços horizontais garantem uma boa ancoragem da armadura principal do dente.

Em fim, de acordo com os dados da Tabela 2.3, os modelos propostos por Melo (1991), de um modo geral, mostraram-se conservadores, com a força última experimental variando entre 1,22 e 1,53 vez a força última teórica.

Um estudo teórico e experimental de uma viga de ponte em concreto armado, com apoios em dentes, foi realizado por Souza (1997). Neste trabalho, uma investigação experimental verificou o comportamento de vigas em escalas reduzidas, submetidas a três tipos de carregamentos. As vigas foram dimensionadas por meio de modelos de bielas e tirantes, dando ênfase aos dentes de concreto.

Tendo em vista a dificuldade de realizar ensaios em modelos com escala natural e com o intuito de avaliar o comportamento de modelos em escala reduzida, foram ensaiadas quatro vigas na escala 1:2 e duas vigas na escala 1:4, com dimensões especificadas na Tabela 2.4, definidas a partir de uma viga protótipo. Além dos modelos em escala reduzida, o programa de ensaios, apresentado na Tabela 2.5, avaliou a influência da posição de forças concentradas nos esquemas de carregamento, ensaiando vigas com 2, 3 e 4 forças concentradas. Assim, das seis vigas ensaiadas, três vigas formavam a série V1, correspondendo à primeira posição do trem-tipo, e as outras três formavam a série V2, correspondendo à segunda posição do trem-tipo. De forma mais detalhada, em cada série, a viga A correspondia ao modelo simples, sem barras inclinadas, e a viga B ao modelo

composto, com barras inclinadas, ambas na escala 1:2, e a viga C correspondia ao modelo simples, sem barras inclinadas, na escala 1:4. Com relação aos esquemas de carregamento, em cada viga, o dente D1 correspondia ao tipo de carregamento com 4 forças concentradas (série V1) ou com 3 forças concentradas (série V2), enquanto que o dente D2 correspondia ao tipo de carregamento com 2 forças concentradas.

Tabela 2.4 – Dimensões das vigas ensaiadas por Souza (1997).

Viga	Escala	Comprimento total (mm)	Seção Transversal em T				Apoios em dente	
			Mesa		Alma		Comprimento (mm)	Altura (mm)
			Largura (mm)	Altura (mm)	Largura (mm)	Altura (mm)		
V1A	1:2	8230	700	90	200	800	255	410
V1B	1:2	8230	700	90	200	800	255	410
V1C	1:4	4115	350	45	100	400	128	205
V2A	1:2	8230	700	90	200	800	255	410
V2B	1:2	8230	700	90	200	800	255	410
V2C	1:4	4115	350	45	100	400	128	205

Fonte: Souza (1997).

Tabela 2.5 – Programa de ensaios realizados por Souza (1997).

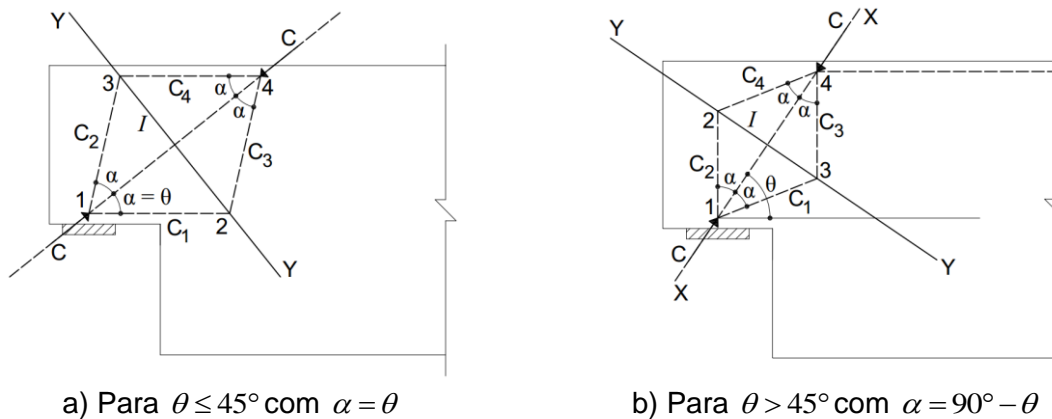
Vigas	Escala	Modelo de bielas e tirantes	Tipo de carregamento
V1A-D1	1:2	Simple	4 forças concentradas
V1A-D2	1:2	Simple	2 forças concentradas
V1B-D1	1:2	Composto	4 forças concentradas
V1B-D2	1:2	Composto	2 forças concentradas
V1C-D1	1:4	Simple	4 forças concentradas
V1C-D2	1:4	Simple	2 forças concentradas
V2A-D1	1:2	Simple	3 forças concentradas
V2A-D2	1:2	Simple	2 forças concentradas
V2B-D1	1:2	Composto	3 forças concentradas
V2B-D2	1:2	Composto	2 forças concentradas
V2C-D1	1:4	Simple	3 forças concentradas
V2C-D2	1:4	Simple	2 forças concentradas

Fonte: Souza (1997).

Os dentes foram dimensionados com modelo simples, sem barras inclinadas, e com modelo composto, com uma distribuição de força de 40% para os estribos verticais e 60% para as barras inclinadas, atendendo a recomendação de Schlaich e Schäfer (1991), no qual o modelo simples, sem tirante inclinado, tem que absorver pelo menos 30% da força total. Insistindo na hipótese de que uma única escora não era suficiente para representar o comportamento do dente e no sentido

de justificar a necessidade de estribos verticais e grampos horizontais, que até então não existiam nos modelos, Souza (1997) propôs um modelo local para representar a escora do dente, considerando o espalhamento da escora entre o apoio e o topo da armadura de suspensão (Figura 2.32). O modelo apresenta duas soluções: uma para $\theta \leq 45^\circ$ (Figura 2.32a) e outra para $\theta > 45^\circ$ (Figura 2.32b). Nesse modelo local, a força de compressão C e o ângulo θ correspondem, respectivamente, à escora do dente e à sua inclinação. Para a Figura 2.32a, considera-se $\alpha = \theta$, e para a Figura 2.32b, $\alpha = 90^\circ - \theta$. O ângulo α foi simplesmente arbitrado.

Figura 2.32 – Modelo da escora principal proposto por Souza (1997).



Fonte: Souza (1997).

As forças de compressão C_1 , C_2 , C_3 e C_4 , e a força de tração I são encontradas por meio do equilíbrio dos nós, de acordo com a orientação dos eixos conforme Figura 2.32. Portanto:

$$C_1 = C_2 = C_3 = C_4 \quad (\text{Equação 2.11})$$

$$C_1 = \frac{C}{2 \cos \alpha} \quad (\text{Equação 2.12})$$

$$I = C \operatorname{tg} \alpha \quad (\text{Equação 2.13})$$

Por meio da decomposição da força de tração I é possível estabelecer as armaduras para a região do dente, que são os grampos horizontais e os estribos verticais. Sendo H a força de tração horizontal e V a força de tração vertical, tem-se:

a) para a Figura 2.32a com $\alpha = \theta$:

$$H = I \operatorname{sen} \alpha \quad (\text{Equação 2.14})$$

$$V = I \operatorname{cos} \alpha \quad (\text{Equação 2.15})$$

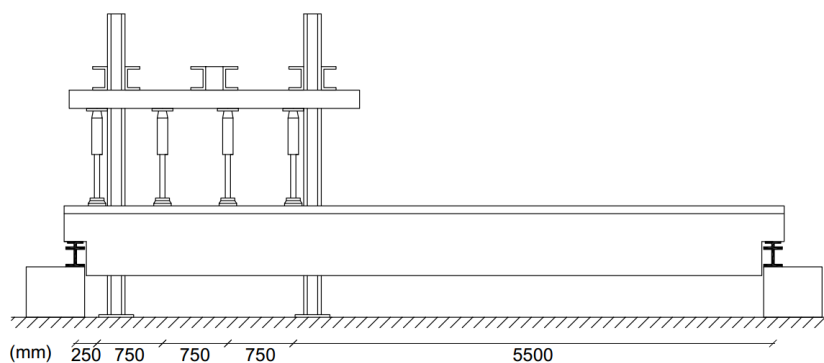
b) para a Figura 2.32b com $\alpha = 90^\circ - \theta$:

$$H = I \operatorname{cos} \alpha \quad (\text{Equação 2.16})$$

$$V = I \operatorname{sen} \alpha \quad (\text{Equação 2.17})$$

Conforme ilustra a Figura 2.33, cada dente de uma mesma viga foi ensaiado separadamente, ou seja, dois ensaios por viga, resultando em 12 testes, dos quais apenas quatro modelos envolveram armadura inclinada. As armaduras dos dentes ensaiados por Souza (1997) são apresentadas na Figura 2.34. A Tabela 2.5 apresenta os resultados dos ensaios.

Figura 2.33 – Esquema dos ensaios realizados por Souza (1997).



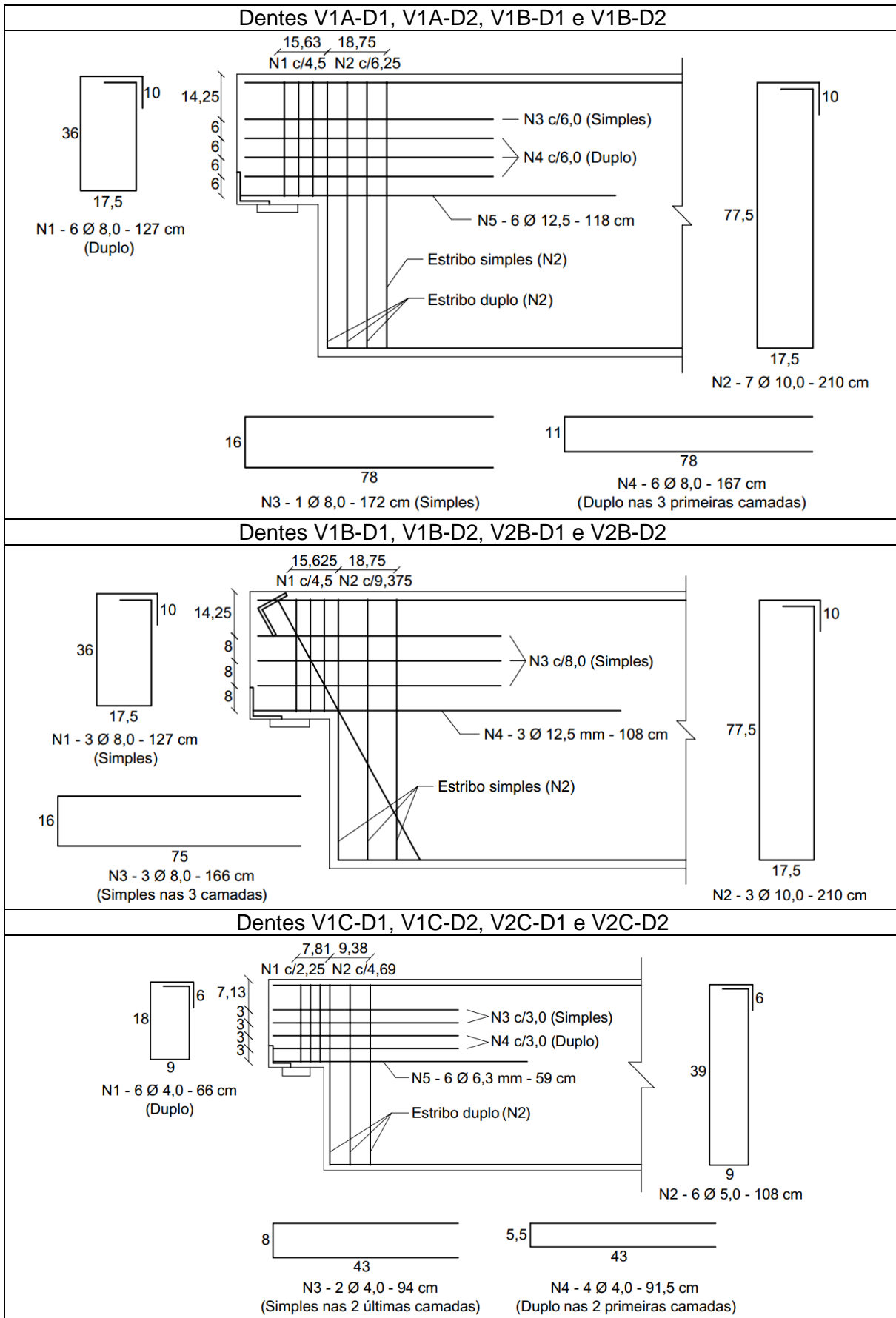
Fonte: Souza (1997).

Tabela 2.6 – Resultados dos ensaios realizados por Souza (1997).

Dentes	a (mm)	d (mm)	$\frac{a}{d}$	F_{cal} (kN)	F_{exp} (kN)	$\frac{F_{exp}}{F_{cal}}$
V1A-D1	250,00	382,50	0,65	360,0	675	1,88
V1A-D2	250,00	382,50	0,65	374,0	783	2,09
V1B-D1	250,00	382,50	0,65	363,0	681	1,88
V1B-D2	250,00	382,50	0,65	374,0	703	1,88
V1C-D1	125,00	191,25	0,65	92,3	165	1,79
V1C-D2	125,00	191,25	0,65	95,1	159	1,67
V2A-D1	250,00	382,50	0,65	355,0	599	1,69
V2A-D2	250,00	382,50	0,65	360,0	652	1,81
V2B-D1	250,00	382,50	0,65	354,0	575	1,62
V2B-D2	250,00	382,50	0,65	361,0	668	1,85
V2C-D1	125,00	191,25	0,65	88,9	139	1,56
V2C-D2	125,00	191,25	0,65	90,5	143	1,58

Fonte: Souza (1997).

Figura 2.34 – Armadura dos dentes ensaiados por Souza (1997).



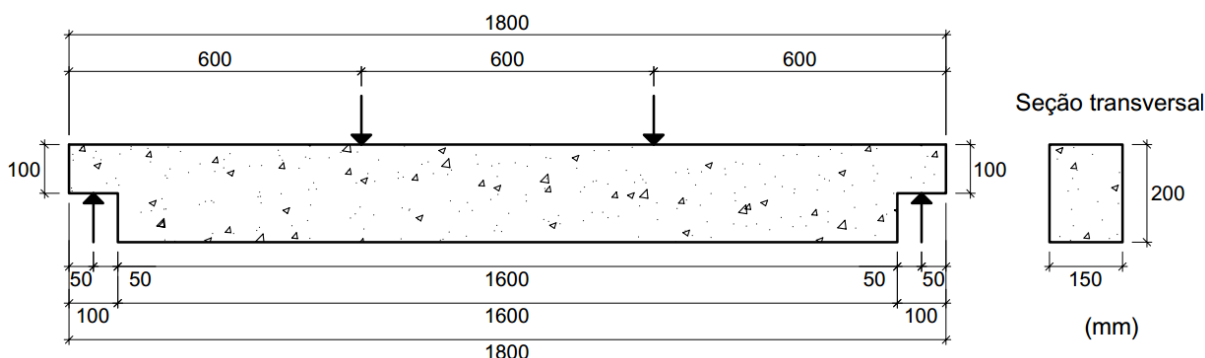
Fonte: Souza (1997).

De um modo geral, a investigação experimental apresentou bons resultados para os modelos analisados, incluindo o modelo da escora local. Assim como Leonhardt e Mönning (1978), Souza (1997) constatou que os dentes dimensionados com modelos compostos são mais resistentes do que os dimensionados com modelos simples, porém a adoção de um modelo composto diminui a rigidez dos dentes, levando a uma maior abertura de fissura no canto reentrante, maiores rotações nos apoios e maiores deformações específicas no aço e no concreto. Quanto aos esquemas de carregamento, Souza (1997) concluiu que o comportamento das vigas depende fortemente da distância da primeira força concentrada com valor significativo ao apoio. No que diz respeito aos modelos reduzidos, em escala 1:2 e 1:4, estes mostraram ser satisfatório para as vigas.

Em um estudo experimental, Zalochi (1997) analisou o comportamento estrutural de dentes de concreto de mesma geometria, variando a resistência do concreto e a disposição da armadura. Os dentes foram moldados com concretos de alta resistência, aproximadamente 80 MPa, e com concretos de resistência aproximada de 15 MPa, valor este não usual atualmente, pois a NBR 6118 (ABNT, 2014) indica pelo menos a classe C20, ou seja, uma resistência de 20 MPa, para estruturas de concreto armado. A disposição da armadura foi definida de acordo com modelos de bielas e tirantes, com a armadura de suspensão podendo ser vertical, inclinada ou mista (vertical e inclinada). Tal estudo tinha o intuito de obter informações sobre o comportamento do dente, relacionando o seu mecanismo resistente e a resistência do concreto empregado.

As vigas, com seção transversal de 150 mm de largura e 200 mm de altura, apresentavam um comprimento total de 1800 mm. Os dentes tinham comprimento e altura de 100 mm, conforme a Figura 2.35.

Figura 2.35 – Dimensões e esquema de carregamento das vigas de Zalochi (1997).



Fonte: Zalochi (1997).

O programa experimental, dividido em duas etapas, foi realizado com o ensaio de seis vigas de concreto, armadas com três formas distintas, conforme apresentado na Tabela 2.7. Na primeira etapa, as vigas foram executadas e ensaiadas com armadura de suspensão na forma de estribos verticais e barras inclinadas, separadamente. Na segunda etapa, as vigas ensaiadas apresentavam uma armadura mista, com a armadura de suspensão composta por estribos verticais e barras inclinadas. Nos ensaios, conforme ilustrado na Figura 2.35, as vigas foram submetidas a duas forças concentradas, distribuídas equidistantemente e simetricamente ao longo do comprimento total da viga. Os resultados obtidos nos ensaios estão mostrados na Tabela 2.8.

Tabela 2.7 – Programa de ensaios realizados por Zalochi (1997).

Vigas	Resistência à compressão aproximada (MPa)	Armadura de suspensão
15V	15,0	Vertical
15I	15,0	Inclinada
15S	15,0	Vertical e inclinada
80V	80,0	Vertical
80I	80,0	Inclinada
80S	80,0	Vertical e inclinada

Fonte: Zalochi (1997).

No dimensionamento dos dentes com armadura de suspensão vertical e armadura de suspensão inclinada foram adotados os critérios de Leonhardt e Mönnig (1978). No caso dos dentes com armadura de suspensão composta por estribos verticais e barras inclinadas, no dimensionamento foi adotada a proposta de Fusco (1996), sendo a força majorada em 20%. Além disso, tal força foi distribuída em 40% para os estribos verticais e 60% para as barras inclinadas, mesmo critério adotado por Souza (1997).

De acordo com os ensaios realizados por Zalochi (1997), a majoração da força a ser resistida pela armadura de suspensão, de acordo com Fusco (1996), bem como uma adequada distribuição de forças entre os estribos verticais e barras inclinadas, conduziu a um bom resultado para os dentes de concreto com resistência aproximada de 15 MPa, e além disso, provou que a armadura de suspensão inclinada é mais rígida, podendo absorver uma maior quantidade de força com relação a armadura de estribos verticais.

Tabela 2.8 – Resultados obtidos nos ensaios realizados por Zalochi (1997).

Vigas	F_{cal} (kN)	Força concentrada (kN) = F_{exp}				$\frac{F_{exp}}{F_{cal}}$
		Ruína	Início do escoamento		Primeiras fissuras	
		F_{exp} (kN)	Armadura de suspensão	Armadura do tirante		
15V	40,3	35,0	20,0	25,0	15,0	0,87
80V	33,1	10,0 ⁽¹⁾	5,0	-	2,5	0,30
15I	40,3	40,0	30,0	-	15,0	0,99
80I	33,1	65,0	50,0	55,0	20,0	1,96
15S	40,3	80,0	70,0 ⁽³⁾	-	20,0	1,98
80S	33,1	37,5 ⁽²⁾	22,5 ⁽⁴⁾	30,0	5,0	1,13

(1) Fissuração exagerada com $F_{exp} = 2,5$ kN;
(2) Fissuração exagerada com $F_{exp} = 20$ kN;
(3) Escoamento da armadura de suspensão inclinada;
(4) Escoamento da armadura de suspensão inclinada, seguida pelo escoamento da armadura de suspensão vertical com $F_{exp} = 25$ kN.

Fonte: Zalochi (1997).

Por outro lado, embora o uso de armadura de suspensão composta por estribos verticais e barras inclinadas, em dentes moldados com concreto de alta resistência, tenha demonstrado uma sensível melhora no comportamento, no que diz respeito à abertura de fissuras, especialmente no canto reentrante, a proposta de Leonhardt e Mönnig (1978) ainda não mostrou ser adequada para esse tipo de concreto. O concreto de alta resistência, por ser mais rígido, tem um comportamento estrutural particular quando submetido à compressão axial, e isso se deve a natureza dos materiais empregados. Tanto a pasta de cimento quanto os agregados naturais são mais resistentes nesse tipo de concreto. Dessa forma, em estágio inicial de carregamento, ocorre uma distribuição mais homogênea das tensões internas, o que acarreta na redução da formação de microfissuras. Por outro lado, em estágio final de carregamento, a menor formação de microfissuras diminui a capacidade de distribuição das tensões, provocando uma ruína brusca. Nesse caso, é evidente que a ruína pode ocorrer com a formação de uma única fissura, em virtude de sua rápida propagação na falta de uma eficiente distribuição de tensões. Contudo, deve haver, portanto, uma armadura suficiente para redistribuir estas tensões (SILVA, 1995). Nesse contexto, o uso de uma armadura de suspensão, com estribos verticais e barras inclinadas, com uma distribuição de força de 60% para as barras inclinadas e 40% para os estribos verticais, não se apresentou de forma adequada, quando comparado ao esquema resistente com armadura inclinada recebendo 100% da

força vertical, o qual teve um melhor resultado. Portanto, para as vigas moldadas em concreto de alta resistência, Zalochi (1997) não indicou um valor, mas sugere que a força a ser resistida pela armadura de suspensão seja majorada por uma taxa ainda maior que 20%, conforme sugerido por Fusco (1996). Em fim, é possível observar que o comportamento frágil das vigas de concreto de alta resistência com armadura de suspensão vertical está diretamente relacionado a dois aspectos importantes: a rigidez da pasta de cimento e a insuficiência da armadura.

Alguns pesquisadores como Lu, Chen e Lin (2015); Lu et al. (2003); Lu, Lin e Yu (2012); Nagrodzka-Godycka e Piotrkowski (2012); Wang, Guo e Hoogenboom (2005) e Yang, Ashour e Lee (2011) têm estudado a influência de alguns parâmetros no comportamento e na resistência dos dentes de concreto. De um modo geral, os parâmetros analisados se resumem a dimensões geométricas, quantidade e disposição de armaduras, resistência à compressão do concreto e força horizontal.

Em um estudo realizado por Lu et al. (2003), doze dentes com relação $a/d < 1,0$ foram ensaiados para avaliar o efeito de alguns parâmetros na capacidade resistente. Os parâmetros estudados foram a resistência à compressão do concreto, a quantidade de armadura principal do dente e a relação a/d . Os resultados dos testes indicaram que a capacidade resistente do dente está diretamente relacionada com o aumento da resistência à compressão e com o aumento da quantidade de armadura principal do dente. No entanto, a capacidade resistente do dente é inversamente proporcional à relação a/d . Em uma investigação experimental, Wang, Guo e Hoogenboom (2005) não avaliaram o efeito da relação a/d , mas constataram que a altura do dente tem um papel significativo na capacidade resistente, visto que dentes com pequena altura em relação à altura da viga tendem a ser menos resistentes. Assim como Leonhardt e Mönning (1978), Wang, Guo e Hoogenboom (2005) também analisaram a influência do detalhamento da armadura no dente e observaram que o uso de estribos inclinados ou barras inclinadas aumenta a capacidade resistente. Uma possível explicação para isso é o efeito pino, pois quando uma armadura inclinada cruza uma fissura sujeita ao cisalhamento, uma parcela da força cortante pode ser transferida diretamente para a armadura. Para melhorar a eficiência da armadura de suspensão, Wang, Guo e Hoogenboom (2005) ainda recomendam que a distância entre o primeiro estribo e a extremidade inferior da viga seja menor que 40 mm.

Em testes experimentais realizados por Lu, Lin e Yu (2012), vinte e quatro dentes de concreto foram ensaiados: doze foram submetidos apenas à força vertical e doze foram submetidos à combinação de força vertical e horizontal. Os parâmetros estudados foram a resistência à compressão do concreto, a relação a/d e a força horizontal. Assim como Lu et al. (2003), Lu, Lin e Yu (2012) mostraram que a capacidade resistente dos dentes é diretamente proporcional ao aumento da resistência à compressão do concreto. Da mesma forma, a capacidade resistente dos dentes mostrou ser ascendente com a diminuição da relação a/d . Em contrapartida, os testes indicaram que o aumento da força horizontal diminui a capacidade resistente dos dentes. Um resultado interessante foi obtido por Nagrodzka-Godycka e Piotrkowski (2012) em uma investigação experimental em dentes de concreto submetidos à força horizontal. A imposição de uma força horizontal igual à metade da força vertical causou uma diminuição de 25% da capacidade resistente do dente.

Investigações anteriores de Lu et al. (2003); Mattock e Chan (1979); Wang, Guo e Hoogenboom (2005) e Yang, Ashour e Lee (2011) focaram seus trabalhos em dentes com relação $a/d \leq 1,0$. Mas recentemente, Lu, Chen e Lin (2015) estudou o comportamento de dentes com relação $a/d > 1,0$, por meio de uma investigação experimental que contou com 24 modelos de ensaio. Uma das conclusões dos autores é que os dentes com menores relações a/d tendem a ser mais rígidos.

2.5 Trabalhos de pesquisa para dentes não convencionais de concreto

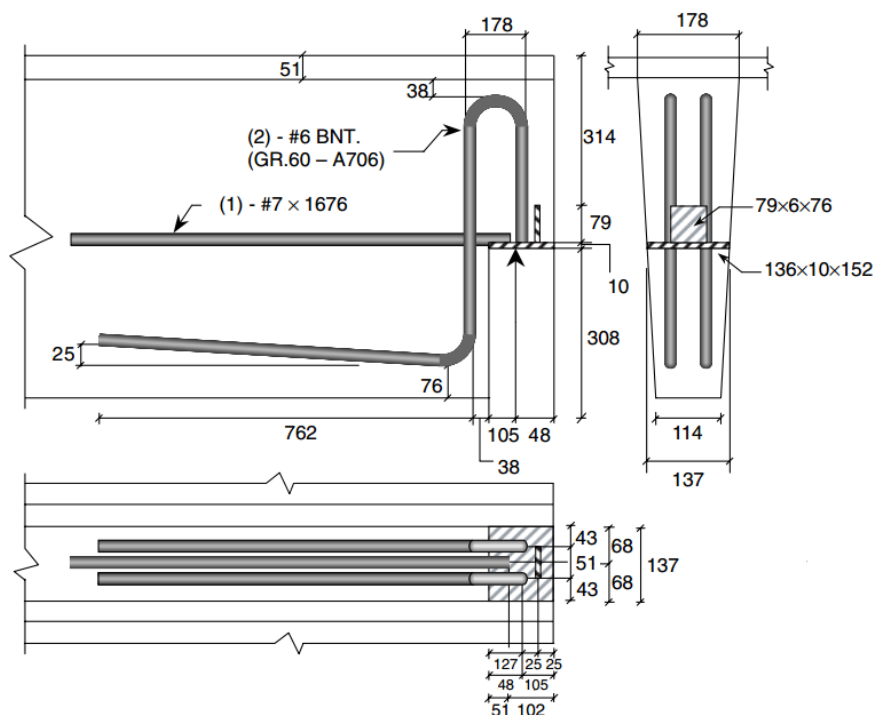
Aqui serão abordados os trabalhos de pesquisa para dentes não convencionais de concreto. Além dos trabalhos até então apresentados, estes também serviram como fonte para entender o comportamento estrutural dos dentes de concreto. Nesse sentido, pretende-se, aqui, mostrar os diversos trabalhos encontrados na literatura, no qual o foco principal é a busca por melhoria no comportamento estrutural.

A partir do final do século XX, muitos estudos têm sido realizados por diversos pesquisadores do mundo, tais como Gold et al. (2000), Herzinger e El-Badry (2002), Herzinger e Elbadry (2007), Huang e Nanni (2000), Mohamed e Elliott (2008), Nagy-György (2012), Nanni (2001), Nanni e Huang (2002), Sas et al. (2014),

Taher (2005), Zalochi (2002), visando melhorar o comportamento estrutural dos dentes de concreto. Novos esquemas de detalhamento de armadura, o uso de parafusos em substituição parcial ou total a armadura convencional, o uso de fibras de aço no concreto e o emprego de concretos não convencionais são algumas das tecnologias que estão sendo testadas. Além disso, alguns trabalhos estão sendo realizados no sentido de prever reparos e reforços para dentes danificados, merecendo destaque o polímero reforçado com fibras (PRF).

Nanni e Huang (2002) sugeriram um detalhamento de armadura alternativo para dentes de concreto, que satisfaz os requisitos de projeto do manual *PCI Design Handbook* (PCI, 1999). Tal detalhamento, apresentado na Figura 2.36, foi analisado por meio de um programa experimental, no qual os dentes de duas vigas protendidas com seção duplo T foram ensaiados. O detalhamento era composto basicamente por três barras. Duas barras dobradas exercia a função de armadura transversal do dente e armadura de suspensão da viga, simultaneamente. E outra barra resistia à flexão e a tração axial. O presente detalhamento, cuja ancoragem consistia em barras soldadas em chapas metálicas, apresentou um comportamento satisfatório, suportando uma força maior do que a efetivamente projetada, e ainda mostrou ser adequado ao projeto de dentes de concreto.

Figura 2.36 – Detalhamento de armadura alternativo para dentes de concreto sugerido por Nanni e Huang (2002).



Fonte: Nanni e Huang (2002).

O uso de parafusos em substituição a armadura convencional é visto como uma alternativa no detalhamento de armadura para dentes de concreto. Em um estudo parametrizado, Herzinger e El-Badry (2002) conduziu uma investigação experimental para examinar o comportamento estrutural de dentes armado com parafusos de cabeça simples e dupla, comparando com dentes de concreto armado com armadura convencional. Os resultados da investigação experimental mostraram que os esquemas de detalhamento com parafusos de cabeça simples e dupla podem levar a uma maior capacidade resistente e maior ductilidade dos dentes, quando comparados com o uso de armadura convencional. Herzinger e El-Badry (2002) ainda comentam que uma das vantagens dessa alternativa é a redução de armadura, permitindo com maior facilidade a execução dos arranjos. Além disso, outro estudo realizado por Herzinger e Elbadry (2007) mostrou que parafusos de cabeça simples e dupla ajudam a controlar a abertura de fissuras e podem ser utilizados para satisfazer requisitos de ancoragem, sendo uma alternativa eficiente para o detalhamento de armadura convencional, o qual depende de ligações soldadas com chapas ou cantoneiras metálicas para garantir ancoragem adequada. Ou seja, o uso de parafusos extingue a necessidade de ligações soldadas e camada protetora de concreto.

A adição de fibras no concreto, com aplicação em dentes, foi estudada por Mohamed e Elliott (2008), Hisdal et al. (2013) e Zalochi (2002). Uma investigação experimental de dentes de apoio em vigas de concreto armado foi realizada por Zalochi (2002). Tal estudo foi realizado em duas etapas. Na primeira etapa, durante um plano de cooperação internacional, na Universidade Politécnica da Catalunya, Zalochi (2002) realizou uma investigação experimental em dentes curtos ($0,5 < a/d \leq 1,0$), moldados com concreto de resistência usual (35 MPa) e com concreto de alta resistência (70 MPa), com e sem a adição de fibras de aço. Foram ensaiados oito dentes de concreto, que se diferenciavam pela adição de fibras de aço, pelo tipo de concreto e modelo de bielas e tirantes adotado. O modelo simples, apenas com tirante vertical, representado por estribos fechados em uma das extremidades da viga, e o modelo composto, com tirantes vertical e inclinado, representado por estribos fechados e barras inclinadas na extremidade oposta. Nessa investigação, de um modo geral, Zalochi (2002) constatou que a adição de fibras de aço no concreto aumenta a capacidade resistente dos dentes, sendo este aumento mais significativo com o uso de um modelo composto e o emprego de um

concreto com alta resistência. Observou-se também que o uso de fibras de aço no concreto parece não influenciar na inclinação da biela comprimida do dente. Por outro lado, a adição de fibras de aço no concreto melhorou o comportamento estrutural dos dentes, reduzindo a abertura de fissuras, principalmente no canto reentrante. Com relação ao tipo de concreto, Zalochi (2002) observou que os dentes moldados com concreto de alta resistência são mais resistentes, como de fato já era esperado. A respeito dos modelos de bielas e tirantes, Zalochi (2002) concluiu que o uso de modelo composto aumenta a força de ruína dos dentes, tal como Cook (1987), Leonhardt e Mönning (1978) e Souza (1997). Na segunda etapa, a pesquisa deu continuidade no Laboratório de Estruturas e Materiais da USP, desta vez com uma avaliação da influência da variação da geometria dos dentes. Os parâmetros avaliados foram a resistência do concreto, a altura do dente (relação a/d) e os modelos de bielas e tirantes. Do mesmo modo, foram executados oito ensaios de dentes de apoio com concretos com resistência usual (30 MPa) e concretos com alta resistência (70 MPa). A variação geométrica dos dentes foi estabelecida de forma a obter dentes curtos ($0,5 < a/d \leq 1,0$) e dentes muito curtos ($a/d \leq 0,5$), atendendo as especificações da NBR 9062 (ABNT, 2001). Os modelos de bielas e tirantes adotados foram os mesmos utilizados na primeira etapa da pesquisa. Após a realização dos ensaios, quanto ao tipo de concreto, Zalochi (2002) concluiu que os dentes de concreto de alta resistência suportam forças maiores do que os dentes com concreto usual. Zalochi (2002) também verificou que o aumento da altura do dente aumenta a inclinação da biela, confirmando o que foi ressaltado por Leonhardt e Mönning (1978), que quanto menor é a altura do dente menos inclinada é a biela de compressão, colocando o dente em risco. Ainda foi observado que a adoção de um modelo composto, com estribos fechados e barras inclinadas, aumenta a inclinação da biela de compressão, reduz a abertura de fissuras e melhora a distribuição destas, retardando a ruína. Por fim, Zalochi (2002) recomenda a adoção de dentes com maior altura e o uso de um modelo composto, com estribos fechados e barras inclinadas, visando uma melhoria na distribuição das fissuras e o aumento da inclinação da biela de compressão. Para Mohamed e Elliott (2008), a incorporação de fibras de aço no concreto contribui para uma ruína mais dúctil do dente, podendo ainda, ser uma alternativa eficaz para a substituição parcial ou completa da armadura secundária. Da mesma forma, em uma investigação experimental, Hisdal

et al. (2013) sugeriram um esquema de armadura para dentes moldados com concreto com a adição de fibras de aço. Os resultados da pesquisa indicaram que a solução com fibras pode ser adotada substituindo totalmente a armadura transversal do dente, no entanto Hisdal et al. (2013) recomendam apenas para estruturas com níveis de sollicitação relativamente baixos.

Gold et al. (2000), Huang e Nanni (2000), Nagy-György (2012), Nanni (2001), Sas et al. (2014) e Taher (2005) indicam o uso de PRF como soluções viáveis para reparos e reforços, para aumentar a capacidade dos dentes. De acordo com Gold et al. (2000) e Nanni (2001), tal sistema de reforço foi usado nos painéis de seção duplo T da estrutura do estacionamento do Aeroporto Internacional de Pittsburgh (Figura 1.4), e após sua instalação (Figura 2.37), os testes mostraram que os painéis poderiam suportar forças acima de 100% da força de projeto.

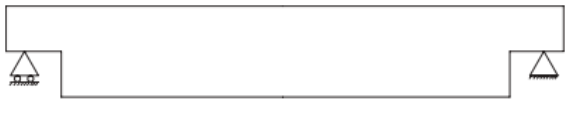
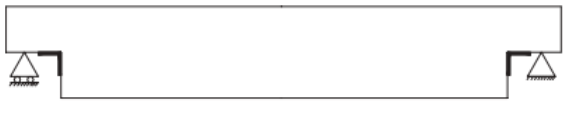
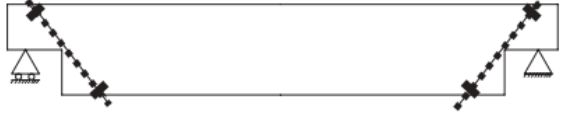

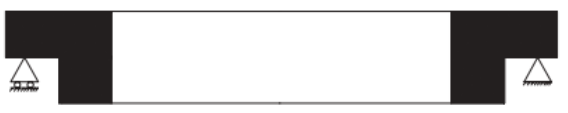





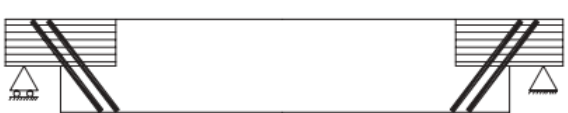


Figura 2.37 – Instalação de reforço com PRF nos dentes de concreto.



Fonte: Nanni (2001).

Além dos reforços com PRF, Taher (2005) realizou um estudo comparativo para avaliar várias técnicas de reforço para dentes de concreto. O amplo programa experimental contou com o ensaio de 52 dentes subdivididos em quatro grupos: o Grupo I correspondia um detalhamento convencional que servia como modelo de referência, e os Grupos II, III e IV, com três defeitos introduzidos proposadamente, um inadequado comprimento de ancoragem para a armadura principal do dente, a eliminação da armadura de costura e a eliminação da armadura transversal na região do dente, respectivamente. Em cada um desses grupos, 12 técnicas de reforço foram avaliadas, entre elas estão: ligação externa com cantoneira metálica no canto reentrante, parafuso de aço ancorado em furo inclinado prévio, reforço externo com chapa de aço, reforço em fibra de carbono com lâminas horizontais e verticais, reforço com tiras inclinadas de polímeros reforçado com fibras de carbono (PRFC) e a combinação dos dois últimos tipos de reforços, conforme a Figura 2.38.

Figura 2.38 – Técnicas de reforço avaliadas no programa experimental de Taher (2005).

	Modelo de referência
	Ligação externa com cantoneira metálica no canto reentrante
	Parafuso de aço ancorado em furo inclinado prévio
	Reforço externo com chapa de aço (RECA-1)
	Reforço externo com chapa de aço (RECA-2)
	Reforço externo com chapa de aço (RECA-3)
	Tiras inclinadas de PRFC
	Reforço em fibra de carbono com lâminas horizontais (FCH-1)
	Reforço em fibra de carbono com lâminas horizontais (FCH-2)
	Reforço em fibra de carbono com lâminas verticais (FCV)
	Reforço em fibra de carbono com lâminas horizontais (FCH-1) e tiras inclinadas de PRFC
	Reforço em fibra de carbono com lâminas horizontais (FCH-2) e tiras inclinadas de PRFC
	Reforço em fibra de carbono com lâminas verticais (FCV) e tiras inclinadas de PRFC

Fonte: adaptado de Taher (2005).

No total foram testados 13 dentes para cada grupo, sendo ensaiados 12 tipos de técnicas de reforço e um modelo de referência, sem reforço. A avaliação comparativa indicou que a técnica de reforço externo com PRF é uma solução viável para ajustes e reparos em dentes. Além disso, esse tipo de técnica de reforço agrega ductilidade e resistência em elementos de concreto fissurado. Os reforços em fibra de carbono com lâminas horizontais podem ser usados em conjunto com as tiras inclinadas de PRFC, sendo recomendada para a região da viga e do dente.

3 PROCEDIMENTOS PARA O PROJETO DE DENTES DE CONCRETO

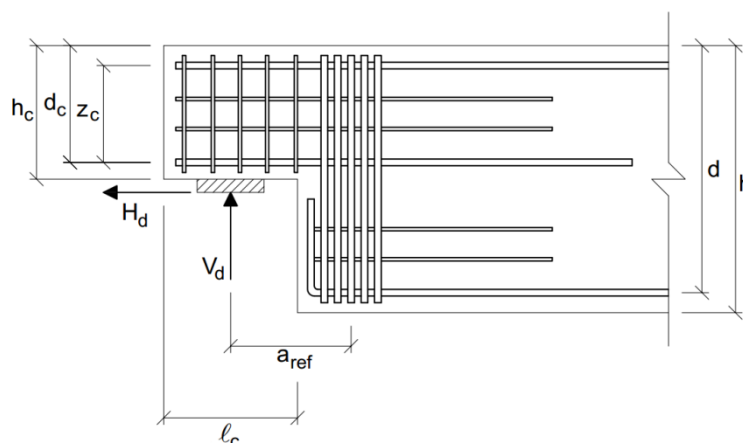
3.1 El Debs (2000)

El Debs (2000) fornece recomendações para o projeto de dente de concreto adaptadas de Leonhardt e Mönning (1978) e que, de um modo geral, atendem aos requisitos de projeto das normas atuais de concreto, a NBR 9062 (ABNT, 2017) e NBR 6118 (ABNT, 2014). O autor destaca que em virtude da semelhança no comportamento estrutural, o dente de concreto pode ser dimensionado como consolo. Portanto, o procedimento para o cálculo de dente de concreto deve obedecer ao seguinte critério:

- para dente muito curto com $a_{ref} / d_c \leq 0,5$, o cálculo deve ser feito com o modelo de atrito-cisalhamento;
- para dente curto com $0,5 < a_{ref} / d_c \leq 1,0$, o cálculo deve ser feito com o modelo de bielas e tirantes;
- para dente com $1,0 < a_{ref} / d_c \leq 2,0$, o cálculo deve ser feito como viga.

em que a_{ref} é a distância entre o ponto de aplicação da força vertical e o centro de gravidade da armadura de suspensão e d_c é a altura útil do dente, conforme ilustra a Figura 3.1.

Figura 3.1 – Definição geométrica do dente de concreto.



Fonte: adaptado de El Debs (2000).

Assim como no consolo, no dimensionamento do dente de concreto devem ser consideradas a introdução de coeficientes adicionais de segurança e a força horizontal de cálculo.

A introdução de um coeficiente de ajustamento γ_n é recomendada para o cálculo do dente de concreto. Esse coeficiente, que altera ponderação das ações, tem valores indicados pela NBR 9062 (ABNT, 1985), conforme a Tabela 3.1.

Tabela 3.1 – Coeficiente de ajustamento γ_n .

Tipo de elemento	Valores de γ_n	
	Quando a força permanente for preponderante	Caso contrário
Pré-fabricado	1,0	1,1
Pré-moldado	1,1	1,2

Fonte: NBR 9062 (ABNT, 1985) adaptado por El Debs (2000).

Assim, com o coeficiente de ajustamento γ_n , a força vertical de cálculo V_d é dada por:

$$V_d = \gamma_n (\gamma_g V_g + \gamma_q V_q) \quad (\text{Equação 3.1})$$

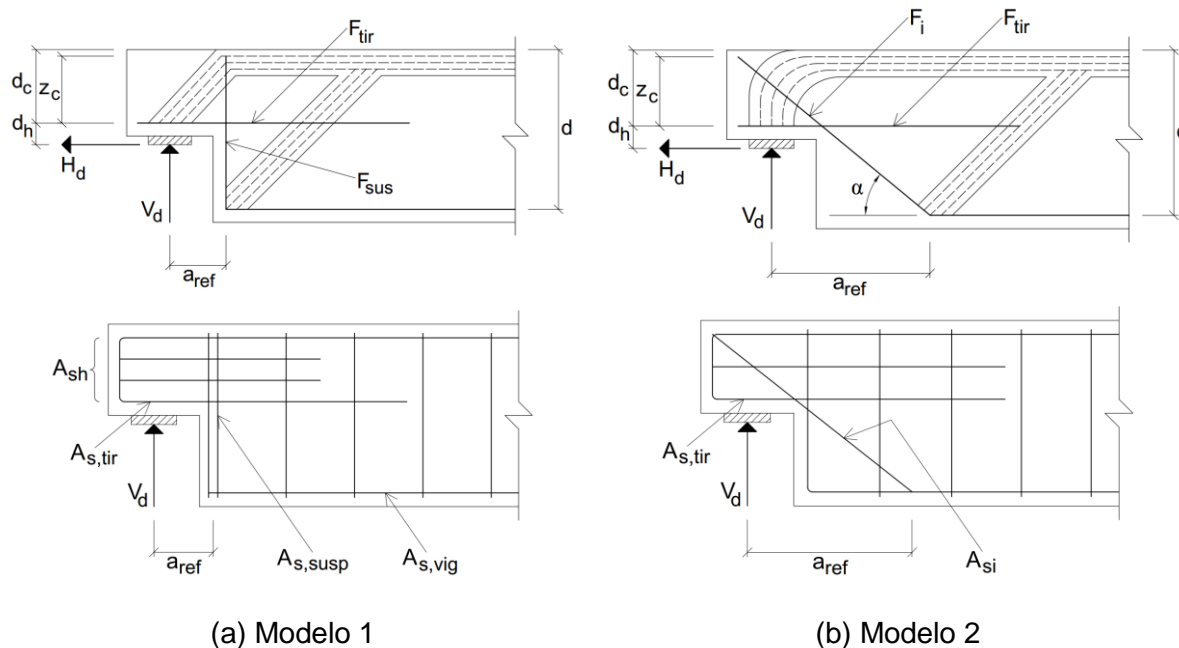
onde γ_g é o coeficiente de majoração de ação permanente, com valor igual a 1,4; γ_q é o coeficiente de majoração de ação variável, com valor igual a 1,4; V_g é a força vertical proveniente de ação permanente e V_q é a força vertical proveniente de ação variável.

Além da força vertical de cálculo V_d , principal força a ser considerada, deve-se considerar também a força horizontal de cálculo H_d . Nesse caso, para fim de projeto, El Debs (2000) recomenda que seu valor não seja menor do que 20% da força vertical de cálculo V_d . Assim, tem-se:

$$H_d \geq 0,2V_d \quad (\text{Equação 3.2})$$

Para o projeto de dente de concreto, El Debs (2000) apresenta dois modelos para o cálculo e disposição da armadura, adaptados de Leonhardt e Mönning (1978), conforme mostra a Figura 3.2. Para cada um deles deve ser feito a verificação do concreto e o cálculo das armaduras.

Figura 3.2 – Esquema de transmissão de forças e disposição da armadura para dente de concreto.



Fonte: Leonhardt e Mönning (1978) adaptado por El Debs (2000).

No Modelo 1, El Debs (2000) sugere uma forma de transmissão de força por meio de um arranjo de armadura de suspensão vertical, de acordo com a Figura 3.2a.

A verificação do concreto pode ser feita como para o consolo, em termos de tensão tangencial de referência, e deve obedecer ao seguinte critério:

$$\tau_{wd} \leq \tau_{wu} \quad (\text{Equação 3.3})$$

sendo τ_{wd} a tensão solicitante de cálculo, que deve ser menor ou igual a tensão resistente de cálculo τ_{wu} . Dessa forma, para a tensão resistente de cálculo τ_{wu} têm-se as seguintes recomendações:

a) para dente muito curto ($a_{ref} / d_c \leq 0,5$):

$$\tau_{wu} = 0,175 f_{cd} < 6,0 \text{ MPa} \quad (\text{Equação 3.4})$$

b) para dente curto ($0,5 < a_{ref} / d_c \leq 1,0$):

$$\tau_{wu} = \frac{0,18}{\sqrt{(0,9)^2 + \left(\frac{a_{ref}}{d_c}\right)^2}} f_{cd} \quad (\text{Equação 3.5})$$

em que f_{cd} é a resistência de cálculo à compressão do concreto, o qual é definida pela expressão:

$$f_{cd} = \frac{f_{ck}}{\gamma_c} \quad (\text{Equação 3.6})$$

onde f_{ck} é a resistência característica à compressão do concreto e γ_c é o coeficiente de minoração da resistência à compressão do concreto que, de acordo com a norma atual NBR 9062 (ABNT, 2017), vale 1,3 para elemento pré-fabricado e 1,4 para elemento pré-moldado.

A tensão solicitante de cálculo τ_{wd} pode ser calculada de forma simples pela seguinte equação:

$$\tau_{wd} = \frac{V_d}{bd_c} \quad (\text{Equação 3.7})$$

no qual b é a largura do dente de concreto.

A área de aço da armadura do tirante $A_{s,tir}$ também pode ser calculada como para o consolo. Logo:

a) para dente muito curto ($a_{ref} / d_c \leq 0,5$):

$$A_{s,tir} = \frac{1}{f_{yd}} \left(\frac{0,8V_d}{\mu} + H_d \right) \quad (\text{Equação 3.8})$$

b) para dente curto ($0,5 < a_{ref} / d_c \leq 1,0$):

$$A_{s,tir} = \frac{1}{f_{yd}} \left(\frac{V_d a_{ref}}{0,9d_c} + 1,2H_d \right) \quad (\text{Equação 3.9})$$

em que f_{yd} é a resistência de cálculo ao escoamento do aço e μ é o coeficiente de atrito, com valores indicados na Tabela 3.2. No caso do dente muito curto, El Debs (2000) recomenda que a área de aço da armadura do tirante $A_{s,tir}$ não seja menor que a calculada com a equação para dente curto.

Tabela 3.2 – Coeficiente de atrito μ .

Tipos de interface	μ
Concreto moldado monoliticamente	1,4
Concreto lançado sobre concreto endurecido intencionalmente rugoso (5 mm de profundidade a cada 30 mm)	1,0
Concreto lançado sobre concreto endurecido com interface lisa	0,6

Fonte: NBR 9062 (ABNT, 1985) adaptado por El Debs (2000).

A área de aço da armadura de suspensão $A_{s,susp}$ pode ser calculada pela equação:

$$A_{s,susp} = \frac{V_d}{f_{yd}} \quad (\text{Equação 3.10})$$

No Modelo 2, El Debs (2000) sugere uma forma de transmissão de força por meio de um arranjo com armadura de suspensão inclinada, de acordo com a Figura 3.2b.

De maneira similar ao Modelo 1, a verificação do concreto também pode ser feita como para o consolo, atendendo a Equação 3.3. No entanto, considerando aplicação indireta da força, El Debs (2000) recomenda um decréscimo de 15% na tensão resistente de cálculo τ_{wu} , nas Equações 3.4 e 3.5.

No Modelo 2, na Figura 3.2b, considerando $z_c = 0,85d_c$ e $d_h = 0,2d_c$, a área de aço da armadura do tirante $A_{s,tir}$ pode ser obtida pelas equações:

$$A_{s,tir} = \frac{F_{tir}}{f_{yd}} \quad (\text{Equação 3.11})$$

$$F_{tir} = 0,3 \frac{d}{d_c} \frac{a_{ref}}{d_c} V_d + 1,2 H_d \quad (\text{Equação 3.12})$$

onde d é a altura útil da viga.

A área de aço da armadura de suspensão inclinada A_{si} pode ser calculada por:

$$A_{si} = \frac{V_d}{\text{sen}\alpha f_{yd}} \quad (\text{Equação 3.13})$$

onde α é o ângulo de inclinação entre a horizontal e o eixo da barra inclinada, conforme mostra a Figura 3.2b.

Em todos os casos, a resistência de cálculo ao escoamento do aço f_{yd} é definida por:

$$f_{yd} = \frac{f_{yk}}{\gamma_s} \quad (\text{Equação 3.14})$$

sendo f_{yk} a resistência característica ao escoamento do aço e γ_s o coeficiente de minoração da resistência do aço, que vale 1,10 para elementos pré-fabricados e 1,15 para elementos pré-moldados, conforme a norma atual NBR 9062 (ABNT, 2017). Vale lembrar que, a NBR 9062 (ABNT, 2017) limita a resistência ao escoamento aço em 435 MPa.

El Debs (2000) destaca a necessidade de armadura de costura e armadura transversal para a região do dente. Além disso, o autor ainda recomenda uma armadura na forma de grampos horizontais, para melhorar a ancoragem da região nodal na extremidade inferior da viga.

A área de aço da armadura de costura A_{sh} e armadura transversal A_{sv} , prevista na forma de grampos horizontais e estribos fechados, respectivamente, podem ser obtidas pelas equações:

$$A_{sh} \geq 0,40A_{s,tir} \quad (\text{Equação 3.15})$$

$$A_{sv} = 0,25A_{s,tir} \quad (\text{Equação 3.16})$$

No capítulo anterior, a Figura 2.9 mostrou o detalhamento da armadura para o dente de concreto, de acordo com critérios de projeto de El Debs (2000), adaptados de Leonhardt e Mönning (1978). Em ambos os casos, deve ser prevista uma ancoragem adequada para a armadura do tirante e armadura de costura.

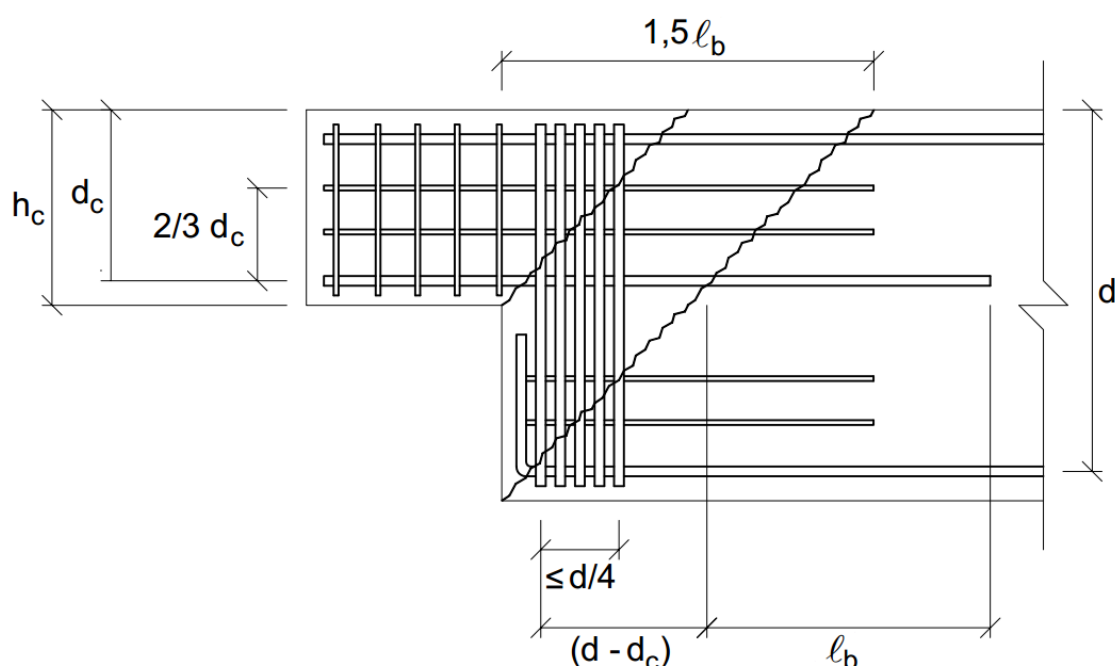
A ancoragem da armadura do tirante na viga inicia-se a partir da fissura potencial que surge na extremidade inferior da viga. Conforme recomendação da NBR 9062 (ABNT, 2017), o início da ancoragem se dá a partir de uma distância $(d - d_c)$, medida a partir do primeiro estribo da armadura de suspensão, o que equivale a assumir, aproximadamente, que a fissura potencial tenha um ângulo de inclinação de 45° com a horizontal, conforme apresentado pela Figura 3.3.

Diferentemente, a ancoragem da armadura de costura na viga inicia-se a partir da fissura potencial que surge no canto reentrante. Dessa forma, a armadura de costura, na forma de ganchos horizontais, deve ser distribuída em $2/3$ da altura útil do dente $(2/3 d_c)$, adjacente ao tirante, com um comprimento de ancoragem de $1,5\ell_b$, medido a partir do canto reentrante, de acordo com a Figura 3.3.

Os comprimentos de ancoragem das armaduras devem atender as especificações da NBR 9062 (ABNT, 2017), no entanto, seus valores são determinados de acordo com as disposições da NBR 6118 (ABNT, 2014), que serão apresentadas posteriormente.

A armadura de suspensão, composta por estribos fechados que envolva a armadura longitudinal da viga, deve ser concentrada o mais próximo do canto reentrante em um intervalo $\leq d/4$, conforme ilustra a Figura 3.3.

Figura 3.3 – Detalhamento e ancoragem das armaduras do dente de concreto.



Fonte: adaptado de El Debs (2000).

3.2 NBR 9062 (ABNT, 2017) e NBR 6118 (ABNT, 2014)

No Brasil, duas normas regulamentam os requisitos para o projeto de dente de concreto: a NBR 9062 (ABNT, 2017) e a NBR 6118 (ABNT, 2014).

A NBR 6118 (ABNT, 2014) refere-se ao dente de concreto como um dente Gerber. De acordo com a norma, o dente de concreto apresenta um comportamento estrutural semelhante ao do consolo, podendo seu dimensionamento ser realizado de maneira similar, desde que sejam levadas em consideração as diferenças apresentadas a seguir:

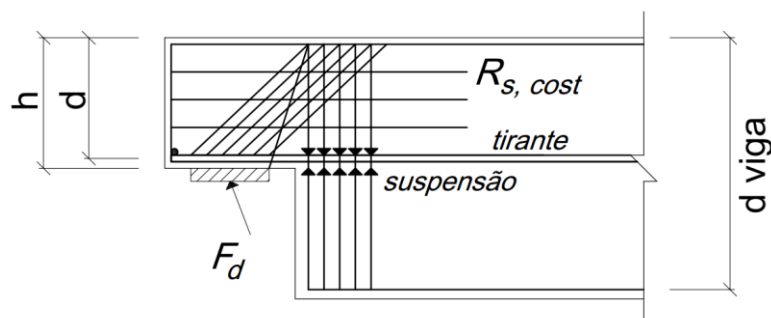
- a) a biela de compressão é usualmente mais inclinada, porque deve procurar apoio na armadura de suspensão, dentro da viga, na extremidade oposta ao ponto de aplicação da força (Figura 3.4);
- b) a armadura principal do dente deve se estender até o interior da viga, procurando ancoragem nas bielas em virtude do cisalhamento na viga;
- c) a armadura de suspensão deve ser calculada para uma força no mínimo igual a F_d , conforme o modelo de bielas e tirantes apresentado na Figura 3.4.

Logo, de acordo com a NBR 9062 (ABNT, 2017), o procedimento para o dimensionamento do dente de concreto deve obedecer as seguintes condições:

- a) para dente muito curto com $a/d \leq 0,5$, o dimensionamento é feito por meio do modelo de atrito-cisalhamento, supondo uma ruína na interface entre o dente e a viga, podendo ser considerado o efeito favorável de engrenamento dos agregados, desde que a interface seja atravessada por barras perpendiculares;
- b) para dente curto com $0,5 < a/d \leq 1,0$, o dimensionamento é feito por meio de um modelo de bielas e tirantes (Figura 3.4), respeitando as limitações de solicitações dos materiais constitutivos, no caso, o concreto, representado pelas bielas, e o aço, representado pelos tirantes;
- c) para dente com $1,0 < a/d \leq 2,0$, o dimensionamento é feito como uma viga em balanço, aplicando as disposições para momento fletor e força cortante da NBR 6118 (ABNT, 2014).

No caso do dente de concreto, o valor de a deve ser considerado como sendo a distância entre o ponto de aplicação da força e o centro de gravidade da armadura de suspensão, e d nada mais é do que a altura útil do dente.

Figura 3.4 – Modelos de bielas e tirantes da NBR 9062 (ABNT, 2017).



Fonte: NBR 9062 (ABNT, 2017).

Conforme mencionado anteriormente, no dimensionamento de um dente de concreto é fundamental a verificação dos materiais constituintes. A respeito do concreto, a NBR 9062 (ABNT, 2017) estabelece diretrizes para a verificação da biela de compressão. Para dente muito curto com $a/d \leq 0,5$, em condições de compressão diagonal, recomenda-se adotar uma tensão de cisalhamento τ_{wu} igual a:

$$\tau_{wu} = 3,0 + 0,9\rho f_{yd} \leq 0,27(1 - f_{ck} / 250)f_{cd} \leq 8 \text{ MPa} \quad (\text{Equação 3.17})$$

$$\rho = A_{s,tir} / bd \quad (\text{Equação 3.18})$$

$$\omega = \rho f_{yk} / f_{ck} > 0,04 \text{ para dente com } a/d \leq 2,0 \quad (\text{Equação 3.19})$$

em que ρ é a taxa geométrica de armadura do tirante; ω é a taxa mecânica de cálculo; f_{ck} é a resistência característica à compressão do concreto; f_{cd} é a resistência de cálculo à compressão do concreto; f_{yk} é a resistência característica ao escoamento do aço; f_{yd} é a resistência de cálculo ao escoamento do aço, não maior que 435 MPa; $A_{s,tir}$ é a área de aço da armadura do tirante e b é a largura do dente de concreto. Para o dente curto com $0,5 < a/d \leq 1,0$, a NBR 9062 (ABNT, 2017) sugere as disposições da NBR 6118 (ABNT, 2014) para bielas com inclinação até 45° , no qual a verificação das tensões de compressão nas bielas e nas regiões nodais seja definida pelos seguintes parâmetros:

$$f_{cd1} = 0,85(1 - f_{ck} / 250) f_{cd} \quad (\text{Equação 3.20})$$

$$f_{cd2} = 0,60(1 - f_{ck} / 250) f_{cd} \quad (\text{Equação 3.21})$$

$$f_{cd3} = 0,72(1 - f_{ck} / 250) f_{cd} \quad (\text{Equação 3.22})$$

onde f_{cd1} é a resistência do concreto em regiões com tensões de compressão transversal ou sem tensões de tração transversal e em nós em que confluem somente bielas de compressão (nós CCC), f_{cd2} é a resistência do concreto em regiões com tensões de tração transversal e em nós em que confluem dois ou mais tirantes (nós CTT ou TTT), e f_{cd3} é a resistência do concreto em nós em que confluem um tirante (nós CCT). Porém, para inclinações maiores que 45° , a NBR 9062 (ABNT, 2017) limita a tensão de compressão em $0,85f_{cd}$.

Além da verificação do concreto, a NBR 9062 (ABNT, 2017) também estabelece critérios para o dimensionamento das armaduras do dente. De acordo com a norma, a armadura principal do dente pode ser calculada de maneira similar ao consolo. Logo, a área de aço da armadura do tirante $A_{s,tir}$ é:

$$A_{s,tir} = A_{sv} + H_d / f_{yd} \quad (\text{Equação 3.23})$$

sendo H_d a força horizontal de cálculo. O valor de A_{sv} é definido de acordo com a classificação do dente:

a) para dente muito curto com $a/d \leq 0,5$:

$$A_{sv} = \frac{0,8F_d}{f_{yd}\mu} \quad (\text{Equação 3.24})$$

b) e para dente curto com $0,5 < a/d \leq 1,0$:

$$A_{sv} = (0,1 + a/d) F_d / f_{yd} \quad (\text{Equação 3.25})$$

em que F_d é a força vertical de cálculo; f_{yd} é a resistência de cálculo ao escoamento do aço, com valor menor ou igual a 435 MPa; e μ é o coeficiente de atrito, com valor estabelecido de acordo com a Tabela 3.2.

Uma armadura de suspensão capaz de resistir à força vertical de cálculo F_d deve ser prevista, com resistência de cálculo ao escoamento do aço f_{yd} não superior a 435 MPa.

A NBR 9062 (ABNT, 2017) ainda menciona a necessidade de estribos horizontais e verticais no dente. Os estribos horizontais exercem a função de armadura de costura e são definidos de acordo com as seguintes expressões:

a) para dente muito curto com $a/d \leq 0,5$:

$$(A_s / s)_{\text{cost}} \geq 0,5(A_{sv} / d) \quad (\text{Equação 3.26})$$

b) e para dente curto com $0,5 < a/d \leq 1,0$:

$$(A_s / s)_{\text{cost}} \geq 0,4(A_{sv} / d) \quad (\text{Equação 3.27})$$

Além da armadura de estribos horizontais, com valor mínimo de $0,15b \text{ cm}^2/\text{m}$, a NBR 9062 (ABNT, 2017) ainda exige o emprego de estribos verticais. Para dente com $a/d \leq 1,0$, os estribos verticais são construtivamente necessários e obtidos por uma taxa mínima de $0,15\%b_w h$, no qual b_w é a largura do dente e h é a altura do dente, na seção de engastamento. Para dente com $a/d > 1,0$, a armadura transversal é estimada pela NBR 6118 (ABNT, 2014), igualando $V_{co} = 0$.

No detalhamento das armaduras (Figura 3.5), a NBR 9062 (ABNT, 2017) recomenda que a armadura do tirante seja ancorada por meio de uma barra transversal de mesmo diâmetro soldada na extremidade ou por laços horizontais. O início da ancoragem da armadura principal do dente deve ser estabelecido a partir de uma distância $(d_{vig} - d)$ do primeiro estribo da armadura de suspensão estendendo-se em um comprimento ℓ_b , atendendo as prescrições da NBR 6118 (ABNT, 2014) para condições de má aderência.

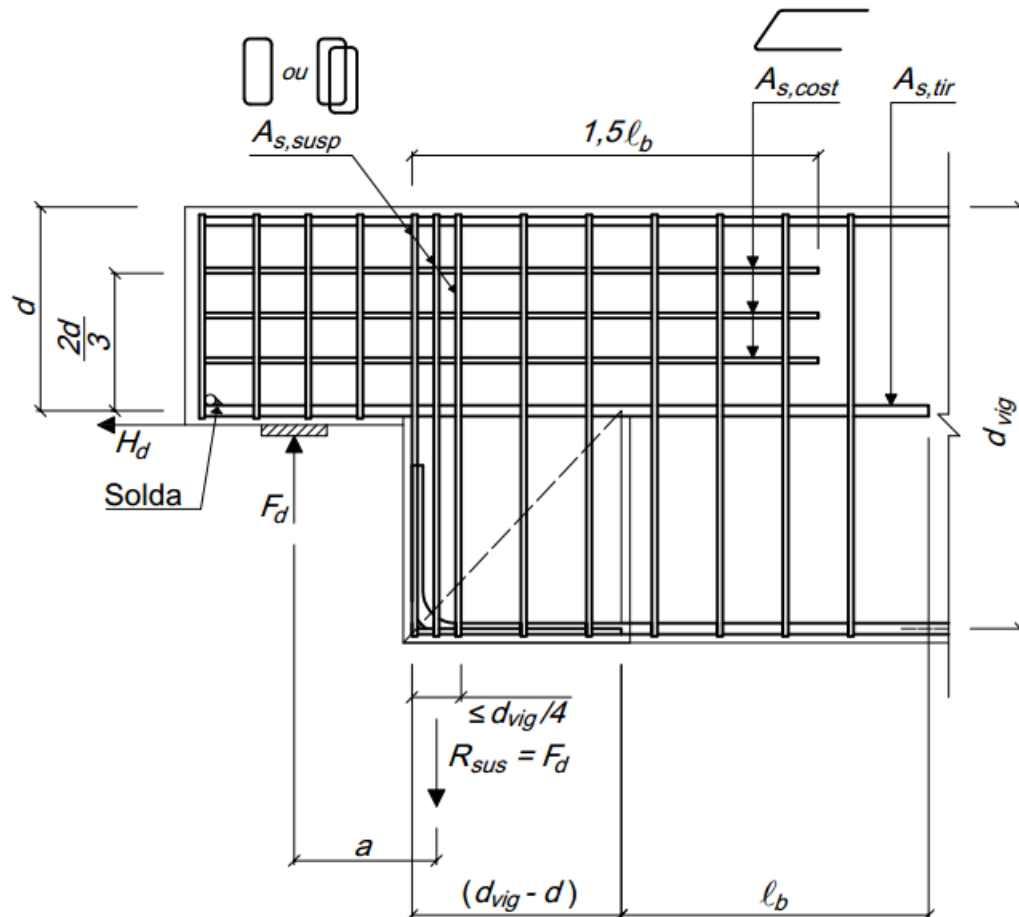
A armadura de suspensão deve ser constituída preferencialmente por estribos fechados, que envolvam a armadura longitudinal da viga, concentrados na extremidade desta e distribuído em uma distância menor ou igual a $d_{vig} / 4$, sendo d_{vig} a altura útil da viga.

Os estribos horizontais devem ser ancorados na face externa do dente e distribuídos em $2/3$ da altura útil deste a partir da armadura do tirante, estendendo-se até o interior da viga com $1,5$ vez o comprimento de ancoragem básico, a partir do primeiro estribo da armadura de suspensão, conforme ilustra a Figura 3.5.

A NBR 6118 (ABNT, 2014) ainda destaca a importância de uma ancoragem adequada para a armadura inferior da viga e sugere o uso de grampos horizontais de barras transversais soldadas.

Conforme descrito anteriormente, em seus aspectos gerais, a Figura 3.5 mostra um detalhamento da armadura de um dente de concreto, de acordo com os requisitos de projeto da NBR 9062 (ABNT, 2017).

Figura 3.5 – Detalhamento da armadura de um dente de concreto.



$$l_b = (\text{comprimento de ancoragem para condição de má aderência})$$

Fonte: NBR 9062 (ABNT, 2017).

Segundo a NBR 6118 (ABNT, 2014), o comprimento básico de ancoragem l_b pode ser determinado por meio da equação:

$$\ell_b = \frac{\phi f_{yd}}{4 f_{bd}} \quad (\text{Equação 3.28})$$

em que ϕ é o diâmetro da barra, expresso em mm. A resistência de aderência de cálculo entre a armadura passiva e o concreto, para a condição de má aderência, é dada por:

$$f_{bd} = 0,7 \eta_1 \eta_3 f_{ctd} \quad (\text{Equação 3.29})$$

com

$$f_{ctd} = 0,7 f_{ct,m} / \gamma_c \quad (\text{Equação 3.30})$$

onde γ_c é o coeficiente de ponderação da resistência do concreto, com valor igual a 1,4 para combinações normais. O valor de η_1 depende do tipo da superfície das barras empregadas e o valor η_3 depende do diâmetro desta. Os valores de η_1 e η_3 estão indicados na Tabela 3.3 e Tabela 3.4, respectivamente. De acordo com a NBR 6118 (ABNT, 2014), a resistência média a tração do concreto depende da classe do concreto utilizado, e deve ser obtida obedecendo aos seguintes critérios:

a) para concretos de classe até C50, ou seja, até 50 MPa:

$$f_{ct,m} = 0,3 f_{ck}^{2/3} \quad (\text{Equação 3.31})$$

b) e para concretos de classe C55 até C90, ou seja, de 55 MPa até 90 MPa:

$$f_{ct,m} = 2,12 \ln(1 + 0,11 f_{ck}) \quad (\text{Equação 3.32})$$

Tabela 3.3 – Coeficiente de aderência η_1 .

Tipo de superfície	η_1
Lisa	1,00
Entalhada	1,40
Nervurada	2,25

Fonte: NBR 6118 (ABNT, 2014).

Tabela 3.4 – Coeficiente de aderência η_3 .

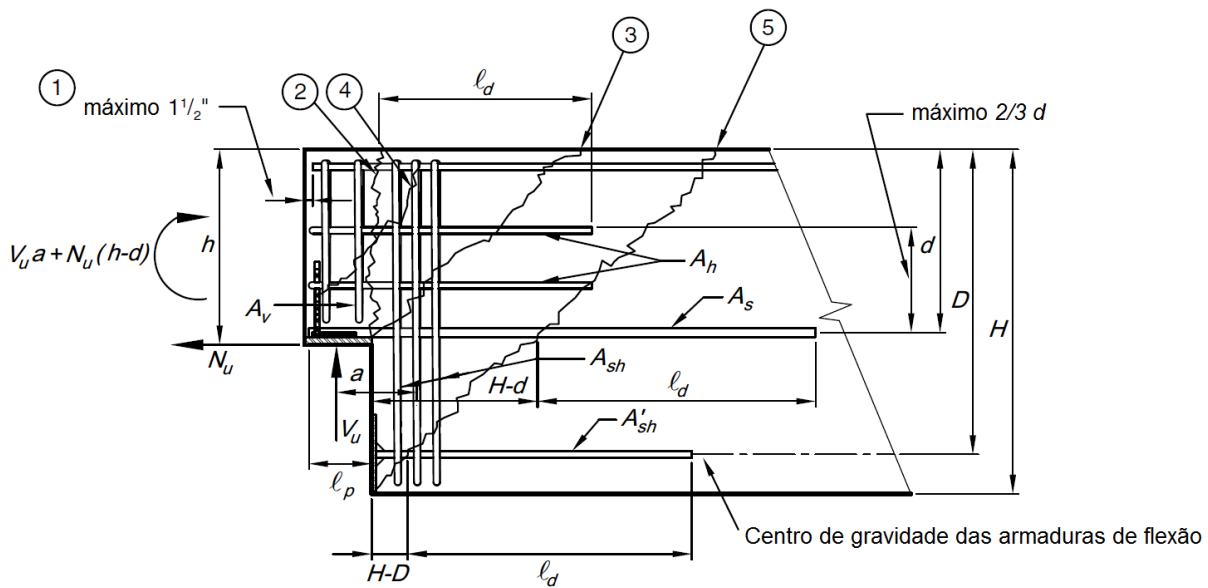
Diâmetro da barra ϕ (mm)	η_3
$\phi < 32$	1,0
$\phi \geq 32$	$(132 - \phi) / 100$

Fonte: NBR 6118 (ABNT, 2014).

3.3 PCI Design Handbook (PCI, 2010)

O manual *PCI Design Handbook* (PCI, 2010), em sua 7ª edição, aborda um método de projeto para dente de concreto, baseado na teoria clássica de cisalhamento e na teoria de atrito-cisalhamento. O método é limitado para dentes com relação $a/d \leq 1,0$ e requer uma investigação para cada um dos modos de ruína, estabelecendo uma quantidade de armadura para cada um dos casos separadamente. A Figura 3.6 ilustra os modos de ruína potencial e um detalhamento de armadura para o dente de concreto.

Figura 3.6 – Modos de ruína potenciais e armadura para dente de concreto.



Fonte: *PCI Design Handbook* (PCI, 2010).

Portanto, segundo o manual *PCI Design Handbook* (PCI, 2010), os modos de ruína potenciais apresentados são:

- ruína por flexão e tração axial na região do dente;

A armadura principal do dente A_s , necessária para evitar o modo de ruína potencial 1, pode ser determinada de maneira semelhante ao de um consolo. Dessa forma:

$$A_s = A_f + A_n = \frac{1}{\phi f_y} \left[V_u \left(\frac{a}{d} \right) + N_u \left(\frac{h}{d} \right) \right] \quad (\text{Equação 3.33})$$

onde V_u é a força vertical de cálculo, em N; N_u é a força horizontal de cálculo, com valor igual a 20% do valor da força vertical de cálculo, dada em N; f_y é a resistência característica ao escoamento do aço, em MPa; ϕ é o coeficiente de redução da resistência, com valor igual a 0,75; a é a distância entre o ponto de aplicação da força vertical de cálculo e o centro de gravidade da armadura de suspensão, em mm; d é a altura útil do dente, em mm; e h é a altura total do dente, em mm.

b) ruína por corte direto na interface entre o dente e a viga;

Uma armadura, composta pela armadura principal do dente A_s e pela armadura horizontal do dente A_h , deve ser prevista para evitar o modo de ruína potencial 2, provocado pela fissura potencial vertical que ocorre interface entre o dente e a viga. As armaduras podem ser calculadas pelas equações:

$$A_s = \frac{2V_u}{3\phi f_y \mu_e} + A_n \quad (\text{Equação 3.34})$$

$$A_n = \frac{N_u}{\phi f_y} \quad (\text{Equação 3.35})$$

$$A_h = 0,5(A_s - A_n) \quad (\text{Equação 3.36})$$

$$\mu_e = \frac{\phi 6,895 \lambda b h \mu}{V_u} \leq \text{máx } \mu_e \quad (\text{Tabela 3.5}) \quad (\text{Equação 3.37})$$

em que μ_e é o coeficiente de atrito efetivo, que deve ser menor ou igual ao valor indicado na Tabela 3.5; μ é o coeficiente de atrito, também com valor indicado na Tabela 3.5; λ é o coeficiente que leva em conta a densidade do concreto, que vale

1,00 para concreto de densidade normal e 0,75 para concreto de baixa densidade; e b é a largura do dente, em mm. O manual PCI *Design Handbook* (PCI, 2010) ainda limita o valor da força última de acordo com a Tabela 3.5. Portanto, após a avaliação dos modos de ruína 1 e 2, a armadura principal do dente A_s deve ser o maior valor encontrado entre as Equações 3.33 e 3.34.

Tabela 3.5 – Valores para os coeficientes de atrito e força última para o dente de concreto.

Tipos de interface	μ recomendado	μ_e máximo	Força última V_u (N)
Concreto x concreto, moldados monoliticamente	$1,4\lambda$	3,4	$\phi 0,30\lambda f'_c b h \leq \phi 6,895\lambda b h$
Concreto x concreto pré-moldado, com superfície rugosa	$1,0\lambda$	2,9	$\phi 0,25\lambda f'_c b h \leq \phi 6,895\lambda b h$
Concreto x concreto	$0,6\lambda$	-	$\phi 0,20\lambda f'_c b h \leq \phi 5,516\lambda b h$
Concreto x aço	$0,7\lambda$	-	$\phi 0,30\lambda f'_c b h \leq \phi 5,516\lambda b h$

Fonte: PCI *Design Handbook* (PCI, 2010).

c) ruína por fissura de tração diagonal no canto reentrante;

A armadura de suspensão A_{sh} , requerida para resistir à fissura de tração diagonal que surge no canto reentrante e para evitar o modo de ruína potencial 3, pode ser calculada de acordo com a equação:

$$A_{sh} = \frac{V_u}{\phi f_y} \quad (\text{Equação 3.38})$$

d) ruína por compressão diagonal na região do dente;

Uma armadura transversal A_v , disposta na forma de estribos verticais, deve ser prevista para a região do dente. Tal armadura é estabelecida por:

$$A_{v,\min} = \frac{1}{2f_y} \left[\frac{V_u}{\phi} - 0,16607bd\lambda\sqrt{f'_c} \right] \quad (\text{Equação 3.39})$$

onde f'_c é a resistência característica à compressão do concreto, em MPa. Além disso, para evitar o modo de ruína potencial 4, provocado por uma ruína por compressão diagonal na região do dente, deve-se atender a seguinte equação:

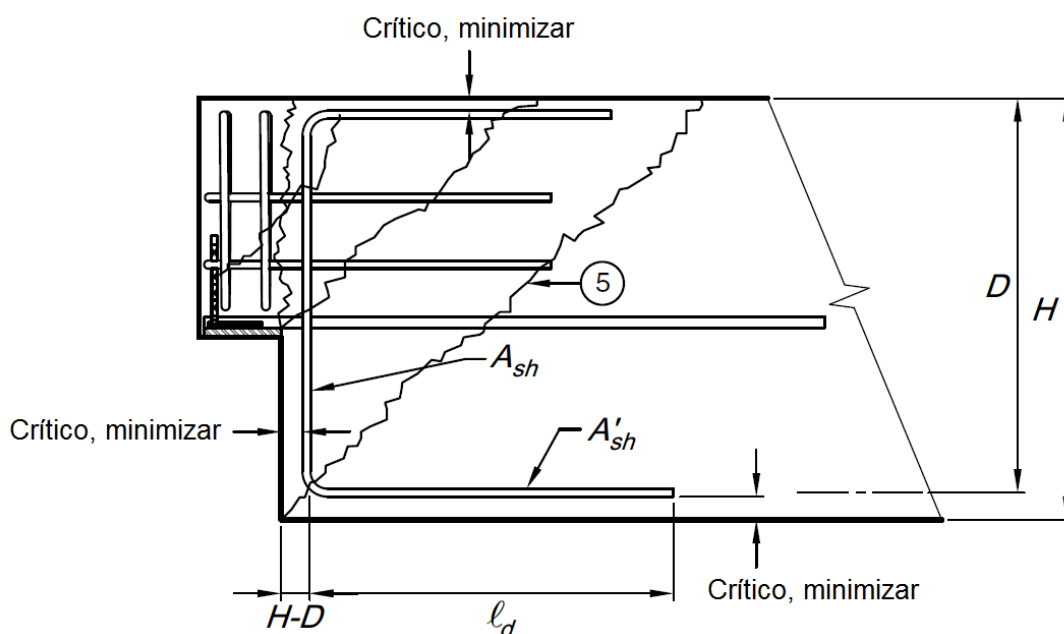
$$V_u = \phi \left(A_v f_y + A_h f_y + 0,16607bd\lambda\sqrt{f'_c} \right) \quad (\text{Equação 3.40})$$

e) ruína por fissura de tração diagonal na extremidade inferior da viga;

Uma armadura para a extremidade inferior da viga A'_{sh} deve ser prevista, com valor igual ou maior do que a armadura de suspensão A_{sh} . O modo de ruína potencial 5 pode ser evitado com a previsão de um comprimento de ancoragem ℓ_d , para a armadura principal do dente A_s e para a armadura de extremidade inferior da viga A'_{sh} , a partir da fissura potencial que ocorre na extremidade inferior da viga (Figura 3.6).

Além de um detalhamento de armadura típico, o manual ainda sugere um detalhamento alternativo conforme a Figura 3.7.

Figura 3.7 – Detalhamento de armadura alternativo para dente de concreto.



Fonte: PCI Design Handbook (PCI, 2010).

No detalhamento das armaduras, a armadura principal do dente A_s deve apresentar um comprimento mínimo de ancoragem ℓ_d , estendendo-se além da fissura potencial que ocorre na extremidade inferior da viga, a partir de uma distância $(H-d)$ do canto reentrante. Na região do dente, a armadura principal A_s deve ser ancorada por meio da soldagem de barras transversais, chapas ou cantoneiras metálicas (Figura 3.6).

De maneira semelhante, a armadura horizontal do dente A_h deve apresentar um comprimento mínimo de ancoragem ℓ_d , porém, estendendo-se além da fissura potencial que ocorre na interface entre o dente e a viga. Na região do dente, a ancoragem deve ser realizada por meio de laços horizontais, conforme ilustra a Figura 3.6.

A armadura de extremidade inferior da viga A'_{sh} também deve apresentar um comprimento mínimo de ancoragem ℓ_d , no entanto, estendendo-se além da fissura potencial que ocorre na extremidade inferior da viga, a partir de uma distância ($H - D$) do canto reentrante, conforme ilustram as Figuras 3.6 e 3.7. Na extremidade inferior da viga, a armadura deve ser ancorada por meio da soldagem de barras transversais, chapas ou cantoneiras metálicas (Figura 3.6).

De acordo com o manual PCI *Design Handbook* (PCI, 2010), o comprimento de ancoragem ℓ_d , para barras de aço com Grau 60 (420 MPa), pode ser estabelecido por meio das equações:

$$\ell_d = 199 \frac{d_b}{\sqrt{f'_c}} \geq 305 \text{ mm} \quad (d_b \leq 19,1 \text{ mm}) \quad (\text{Equação 3.41})$$

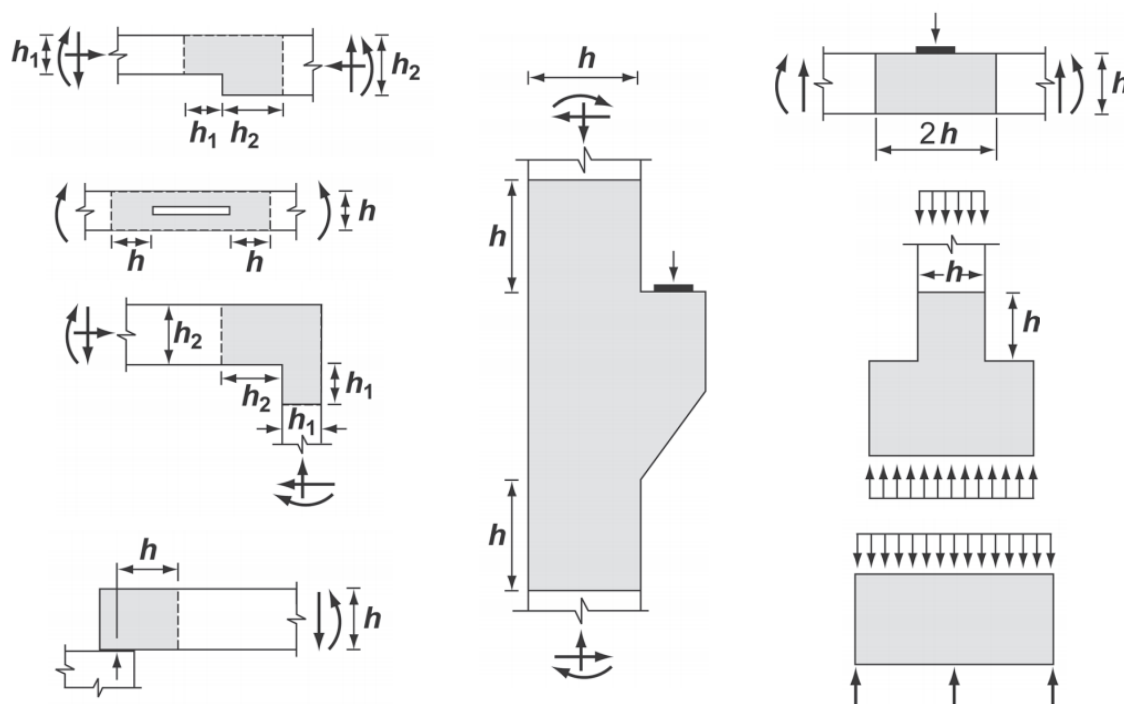
$$\ell_d = 249 \frac{d_b}{\sqrt{f'_c}} \geq 305 \text{ mm} \quad (d_b \geq 22,2 \text{ mm}) \quad (\text{Equação 3.42})$$

sendo d_b o diâmetro das barras de aço, em mm; e f'_c a resistência característica à compressão do concreto, em MPa. Para barras de aço com Grau 40 (280 MPa), os coeficientes 199 e 249, devem ser alterados por 133 e 166, respectivamente. As Equações 3.41 e 3.42 são para concretos de densidade normal, no entanto, para concretos de baixa densidade, o valor de ℓ_d deve ser multiplicado por 1,3. No Brasil, não é comum o uso de aço com Grau 40 (280 MPa) e Grau 60 (420 MPa) para as estruturas de concreto armado, porém, para outras especificações, o manual PCI *Design Handbook* (PCI, 2010) recomenda os requisitos para ancoragem de armaduras da ACI 318, que serão apresentados posteriormente.

3.4 ACI 318-14 (ACI, 2014)

A ACI 318-14 (ACI, 2014) recomenda o uso de modelo de bielas e tirantes para o projeto de regiões descontínuas (regiões D) em elementos de concreto armado. As regiões D, onde a distribuição de deformações é não linear, podem ser oriundas pela ocorrência de descontinuidade geométrica, ou seja, por uma mudança brusca de seção transversal, ou também, pela descontinuidade estática, por meio de ações concentradas ou reações nos apoios. A delimitação das regiões D, de forma aproximada e satisfatória, pode ser feita a partir do princípio de Saint-Venant, no qual a regularização da distribuição de tensões ocorre a partir de uma distância com a mesma ordem de grandeza da dimensão da seção transversal do elemento estrutural. Dessa forma, as regiões D podem ser delimitadas considerando uma distância h , o equivalente a altura das regiões B adjacentes, a partir das descontinuidades geométricas e estáticas (Figura 3.8).

Figura 3.8 – Delimitação das regiões com descontinuidade geométrica e estática.



Fonte: ACI 318-14 (ACI, 2014).

Para o projeto de dente de concreto, uma região com descontinuidade geométrica e estática, nenhum modelo de bielas e tirantes é especificado pela ACI 318-14 (ACI, 2014). No entanto, em seus comentários, a norma sugere os exemplos de projeto com modelos de bielas e tirantes da ACI SP-208, no qual Sanders (2002)

utiliza os modelos de bielas e tirantes apresentados nas Figuras 2.15 e 2.17, para o projeto de dente de concreto.

Os princípios fundamentais dos modelos de bielas e tirantes são fornecidos em FIP (1999); Schlaich e Schäfer (1991); Schlaich, Schäfer e Jennewein (1987); Silva e Giongo (2000); e Wight e MacGregor (2012). No entanto, serão descritos aqui apenas os requisitos para o projeto com modelos de bielas e tirantes, bem como os parâmetros para determinação da resistência das bielas, tirantes e regiões nodais.

Em conformidade com a ACI 318-14 (ACI, 2014), todo e qualquer projeto realizado com modelo de bielas e tirantes deve atender ao seguinte critério:

$$\phi S_n \geq U \quad (\text{Equação 3.43})$$

sendo ϕS_n a parcela referente a resistência de cálculo do projeto, que deve ser maior ou igual ao esforço solicitante de cálculo U . Tal critério de projeto inclui implicitamente a verificação das bielas (Equação 3.44), o dimensionamento da armadura dos tirantes (Equação 3.48), e também, mesmo sendo pouco usual, a verificação das regiões nodais (Equação 3.50). No caso de projeto com modelo de bielas e tirantes, em todas as verificações, o coeficiente de redução da resistência ϕ vale 0,75.

A verificação da biela deve atender à seguinte equação:

$$\phi F_{ns} \geq F_{us} \quad (\text{Equação 3.44})$$

onde ϕF_{ns} é a parcela referente a resistência de cálculo da biela, que deve ser maior ou igual ao esforço solicitante de cálculo na biela F_{us} . A resistência característica da biela F_{ns} deve ser calculada pela expressão:

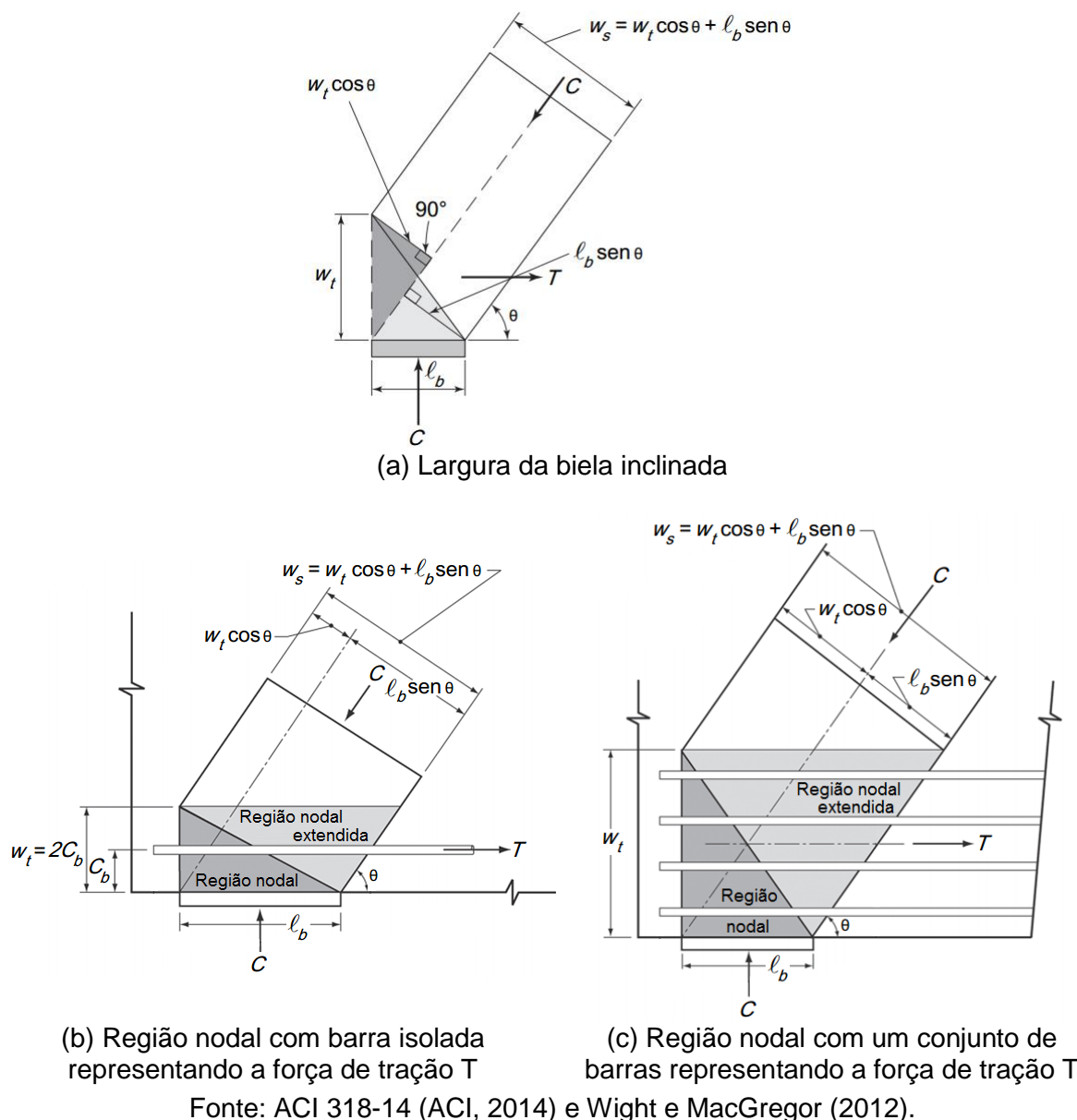
$$F_{ns} = f_{ce} A_{cs} \quad (\text{Equação 3.45})$$

em que A_{cs} é a área da seção transversal da biela e f_{ce} é a resistência efetiva à compressão do concreto. A área da seção transversal da biela A_{cs} pode ser obtida por meio do produto entre a largura do dente de concreto b_w e a largura da biela w_s .

Aparentemente, a determinação da área da seção transversal da biela A_{cs} parece ser uma tarefa simples e fácil, como de fato é. No entanto, mesmo diante de muitos estudos, ainda existe dúvida a respeito do cálculo da largura da biela inclinada, pois algumas normas não definem isso de forma clara, como é o caso da NBR 9062 (ABNT, 2017) e NP EN 1992-1-1 (CEN, 2010). De acordo com a ACI 318-14 (ACI, 2014), a largura da biela inclinada w_s pode ser determinada pela Equação 3.46, conforme ilustra a Figura 3.9. Tal equação foi utilizada por Sanders (2002) em seu exemplo de projeto de dente de concreto.

$$w_s = w_t \cos \theta + l_b \operatorname{sen} \theta \quad (\text{Equação 3.46})$$

Figura 3.9 – Determinação da largura da biela inclinada.



A resistência à compressão efetiva do concreto f_{ce} é definida por:

$$f_{ce} = 0,85\beta_s f_c' \quad (\text{Equação 3.47})$$

em que f_c' é a resistência à compressão do concreto e β_s é o coeficiente da biela, com valor indicado na Tabela 3.6. Na resistência à compressão efetiva do concreto, este coeficiente leva em conta os efeitos de fissuração e controle de fissuração pela armadura.

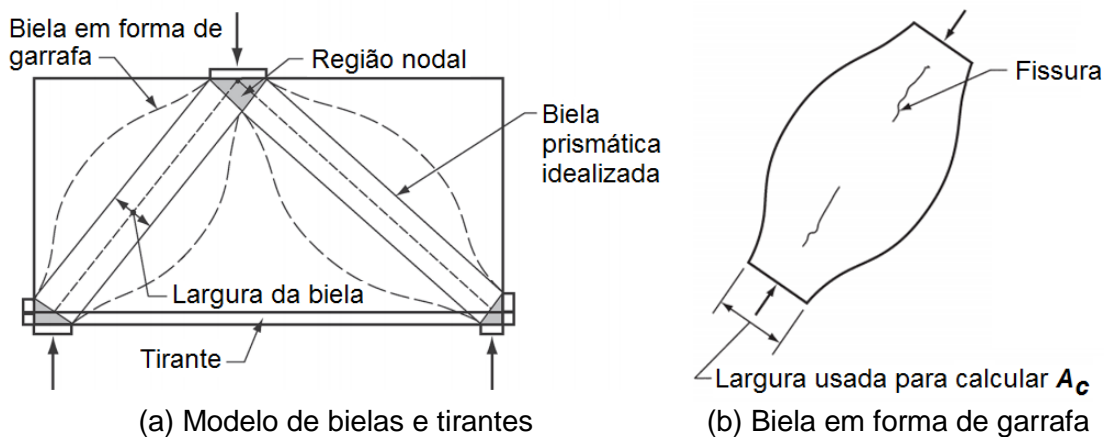
Tabela 3.6 – Coeficiente da biela β_s .

Geometria e localização da biela	β_s
Biela com seção transversal uniforme ao longo do comprimento	1,0
Biela localizada em região onde a largura da seção do concreto comprimido pode expandir lateralmente na metade de seu comprimento (biela em forma de garrafa, conforme a Figura 3.10)	$0,6\lambda$

λ é o coeficiente que leva em conta a densidade do concreto, assumindo os valores:
 $\lambda = 1,00$ - para concreto de densidade normal;
 $\lambda = 0,75$ - para concreto de densidade baixa.

Fonte: ACI 318-14 (ACI, 2014).

Figura 3.10 – Biela em forma de garrafa nos modelos de bielas e tirantes.



Fonte: ACI 318-14 (ACI, 2014).

Além da verificação das bielas, deve ser realizado o dimensionamento das armaduras para os tirantes. Nesse caso, o dimensionamento deve atender ao seguinte critério:

$$\phi F_{nt} \geq F_{ut} \quad (\text{Equação 3.48})$$

sendo ϕF_{nt} a parcela referente a resistência de cálculo do tirante, que deve ser maior ou igual a força de tração solicitante de cálculo no tirante F_{ut} . A resistência característica à tração do tirante F_{nt} é calculada por:

$$F_{nt} = A_{ts} f_y + A_{tp} (f_{se} + \Delta f_p) \quad (\text{Equação 3.49})$$

onde a parcela $A_{tp} (f_{se} + \Delta f_p)$ refere-se aos elementos de concreto protendido, que nesse caso será desprezada; f_y é a resistência ao escoamento do aço e A_{ts} é a área de aço da armadura do tirante, sendo esta a incógnita principal a ser determinada no dimensionamento das armaduras.

A verificação das regiões nodais deve ser elaborada em nós com a incidência de ações concentradas, reações de apoio e forças concentradas introduzidas pelas armaduras (placas de ancoragem ou laços horizontais), conforme pode ser observado em Sanders (2002). Tal verificação deve atender à seguinte equação:

$$\phi F_{nn} \geq F_{us} \quad (\text{Equação 3.50})$$

sendo ϕF_{nn} a parcela referente a resistência de cálculo da região nodal, que deve ser maior ou igual ao esforço solicitante de cálculo na região nodal F_{us} . A resistência característica à compressão da região nodal F_{nn} deve ser calculada por:

$$F_{nn} = f_{ce} A_{nz} \quad (\text{Equação 3.51})$$

onde A_{nz} é a área da seção da região nodal, no qual a força resultante atua incidindo perpendicularmente e axialmente a esta. Para as regiões nodais, a resistência à compressão efetiva do concreto f_{ce} é:

$$f_{ce} = 0,85 \beta_n f_c' \quad (\text{Equação 3.52})$$

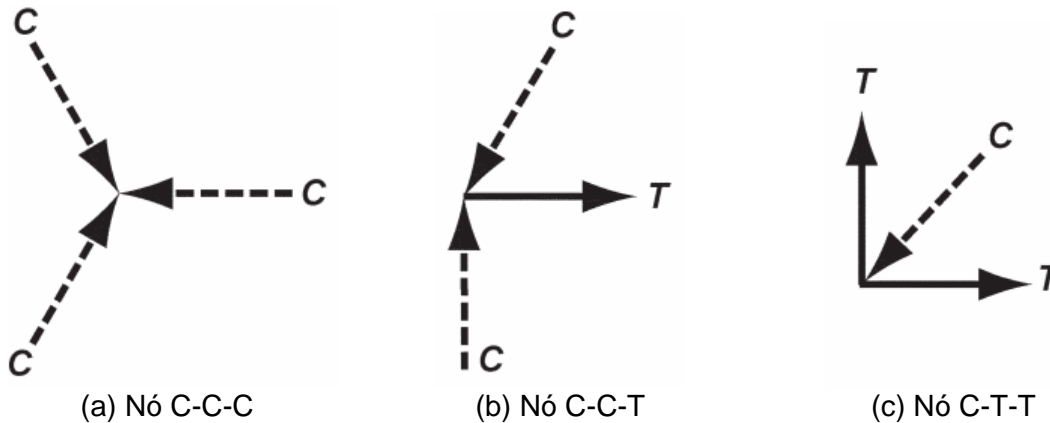
em que β_n é o coeficiente da região nodal, que depende da configuração desta, conforme especificado na Tabela 3.7.

Tabela 3.7 – Coeficiente da região nodal β_n .

Configuração da região nodal	β_n
Região nodal delimitada por bielas, área de apoio ou ambos (Figura 3.11a)	1,0
Região nodal que ancora apenas um tirante (Figura 3.11b)	0,8
Região nodal que ancora dois ou mais tirantes (Figura 3.11c)	0,6

Fonte: ACI 318-14 (ACI, 2014).

Figura 3.11 – Classificação dos nós.



Fonte: ACI 318-14 (ACI, 2014).

Segundo a ACI 318-14 (ACI, 2014), o comprimento de ancoragem ℓ_d para a armadura pode ser obtido por meio das expressões:

$$\ell_d = \left(\frac{f_y \psi_t \psi_e}{2,1 \lambda \sqrt{f'_c}} \right) d_b \geq 305 \text{ mm} \quad d_b \leq 19,1 \text{ mm} \quad (\text{Equação 3.53})$$

$$\ell_d = \left(\frac{f_y \psi_t \psi_e}{1,7 \lambda \sqrt{f'_c}} \right) d_b \geq 305 \text{ mm} \quad d_b \geq 22,2 \text{ mm} \quad (\text{Equação 3.54})$$

onde d_b é o diâmetro da barra de aço; f'_c é a resistência à compressão do concreto; f_y é a resistência ao escoamento do aço; ψ_t é o coeficiente que reflete o efeito da posição da armadura, neste caso com valor igual a 1,0; ψ_e é o coeficiente que leva em consideração o efeito do revestimento epóxi na armadura, que vale 1,0 para armadura não revestida; e λ é o coeficiente que leva em conta a densidade do concreto, que vale 1,0 para concreto de densidade normal e 0,75 para concreto de densidade baixa.

3.5 NP EN 1992-1-1 (CEN, 2010)

A NP EN 1992-1-1 (CEN, 2010) também recomenda o uso de modelos de bielas e tirantes para o projeto de regiões que apresentam uma distribuição não linear das deformações, por exemplo, o dente de concreto. Segundo a norma, o dente de concreto deve ser projetado usando os modelos de bielas e tirantes apresentados na Figura 2.19, podendo ser eventualmente combinados. Um exemplo de projeto para dente de concreto que segue os requisitos de projeto da EN 1992-1-1 (CEN, 2004) pode ser observado em European Concrete Platform ASBL (2008).

Assim como a ACI 318-14 (ACI, 2014), nos projetos com modelo de bielas e tirantes, a NP EN 1992-1-1 (CEN, 2010) exige o dimensionamento das armaduras dos tirantes e a verificação das bielas e regiões nodais.

A verificação das bielas de compressão deve atender ao seguinte critério:

$$\sigma_{Rd,max} \geq \sigma_{cd} \quad (\text{Equação 3.55})$$

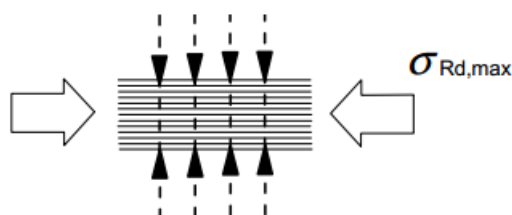
sendo $\sigma_{Rd,max}$ a resistência de cálculo, que deve ser maior ou igual a tensão solitante de cálculo σ_{cd} .

A NP EN 1992-1-1 (CEN, 2010) estabelece a resistência de cálculo das bielas de compressão de acordo com a presença ou ausência de tensões de tração transversal. A resistência de cálculo de uma biela de compressão, em região com tensões de compressão transversal ou sem tensões transversais (Figura 3.12), pode ser calculada pela expressão:

$$\sigma_{Rd,max} = f_{cd} \quad (\text{Equação 3.56})$$

onde f_{cd} é a resistência de cálculo à compressão do concreto.

Figura 3.12 – Região com tensões de compressão transversal ou sem tensões transversais.



Fonte: NP EN 1992-1-1 (CEN, 2010).

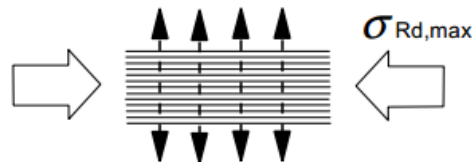
A resistência de cálculo de uma biela de compressão, em zona comprimida fissurada, submetida a tensões de tração transversal (Figura 3.13), tem seu valor reduzido e calculado por meio das equações:

$$\sigma_{Rd,max} = 0,6\nu' f_{cd} \quad (\text{Equação 3.57})$$

$$\nu' = 1 - \frac{f_{ck}}{250} \quad (\text{Equação 3.58})$$

em que f_{ck} é a resistência característica à compressão do concreto.

Figura 3.13 – Região com tensões de tração transversal.



Fonte: NP EN 1992-1-1 (CEN, 2010).

A resistência de cálculo à compressão do concreto é definida por:

$$f_{cd} = \frac{\alpha_{cc} f_{ck}}{\gamma_c} \quad (\text{Equação 3.59})$$

sendo α_{cc} o coeficiente que leva em conta os efeitos a longo prazo da resistência a compressão e os efeitos desfavoráveis provocados pela forma de aplicação da força. A NP EN 1992-1-1 (CEN, 2010) recomenda um valor unitário para tal coeficiente. O coeficiente de minoração da resistência à compressão do concreto γ_c tem valor igual a 1,5 para ações permanentes e 1,2 para ações acidentais.

A tensão solicitante de cálculo σ_{cd} , que atua na biela de compressão, pode ser determinada por meio da seguinte equação:

$$\sigma_{cd} = \frac{F_{cd}}{A_{bie}} \quad (\text{Equação 3.60})$$

em que F_{cd} é a força de compressão solicitante de cálculo e A_{bie} é a área da seção da biela. A área da seção da biela A_{bie} depende da largura do dente de concreto b_w ,

dimensão definida em projeto, e da largura da biela w_s , parâmetro que não é definido de forma clara pela NP EN 1992-1-1 (CEN, 2010). No caso da largura da biela inclinada w_s , em seus exemplos de projeto, a European Concrete Platform ASBL (2008) sugere implicitamente uma forma para estabelecer tal incógnita, de maneira semelhante à ACI 318-14 (ACI, 2014) e Wight e MacGregor (2012), pela Equação 3.46.

O dimensionamento das armaduras dos tirantes é feito por meio da expressão:

$$A_s = \frac{F_{td}}{f_{yd}} \quad (\text{Equação 3.61})$$

no qual F_{td} é a força de tração solicitante de cálculo do tirante. A resistência de cálculo ao escoamento do aço é dada por:

$$f_{yd} = \frac{f_{yk}}{\gamma_s} \quad (\text{Equação 3.62})$$

onde f_{yk} é a resistência característica ao escoamento do aço, com valores que obedeça o intervalo entre 400 e 600 MPa. O coeficiente de minoração da resistência do aço γ_s vale 1,15, para ações permanentes, e 1,00, para ações acidentais.

Conforme apresentado anteriormente, a verificação das regiões nodais, necessária em regiões com a incidência de ações concentradas, reações de apoio e forças concentradas introduzidas pelas armaduras (placas de ancoragem ou laços horizontais), deve atender ao disposto:

$$\sigma_{Rd,max} \geq \sigma_{sd} \quad (\text{Equação 3.63})$$

sendo $\sigma_{Rd,max}$ a resistência de cálculo da região nodal, que deve ser maior ou igual a tensão solicitante de cálculo na região nodal σ_{sd} . A resistência de cálculo da região nodal depende da configuração dos nós e pode ser calculada pela equação:

$$\sigma_{Rd,max} \geq kv' f_{cd} \quad (\text{Equação 3.64})$$

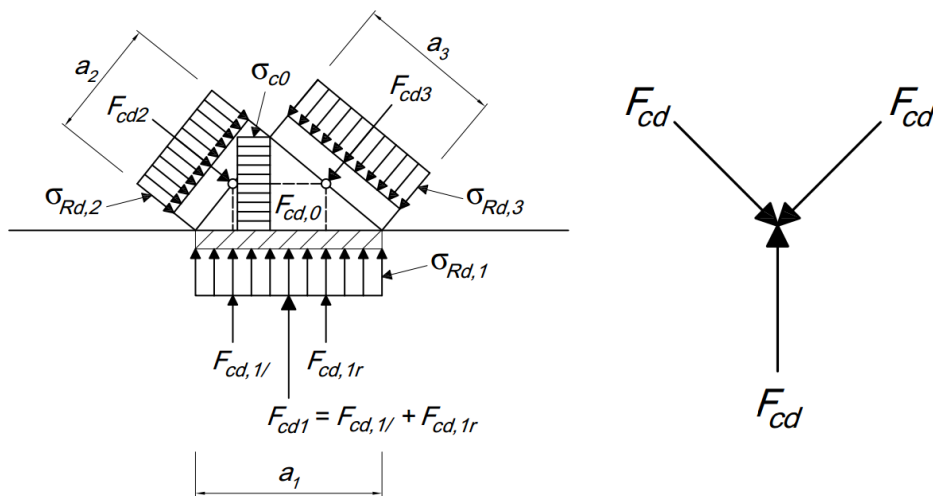
sendo ν' definido pela Equação 3.58 e f_{cd} estabelecido pela Equação 3.59. O valor de k depende da configuração do nó, conforme a Tabela 3.8.

Tabela 3.8 – Coeficiente K .

Configuração da região nodal	k
Nó comprimido sem tirante (Figura 3.14)	1,00
Nó sujeito a compressão e tração com armadura em uma direção (Figura 3.15)	0,85
Nó sujeito a compressão e tração com armadura em duas direções (Figura 3.16)	0,75

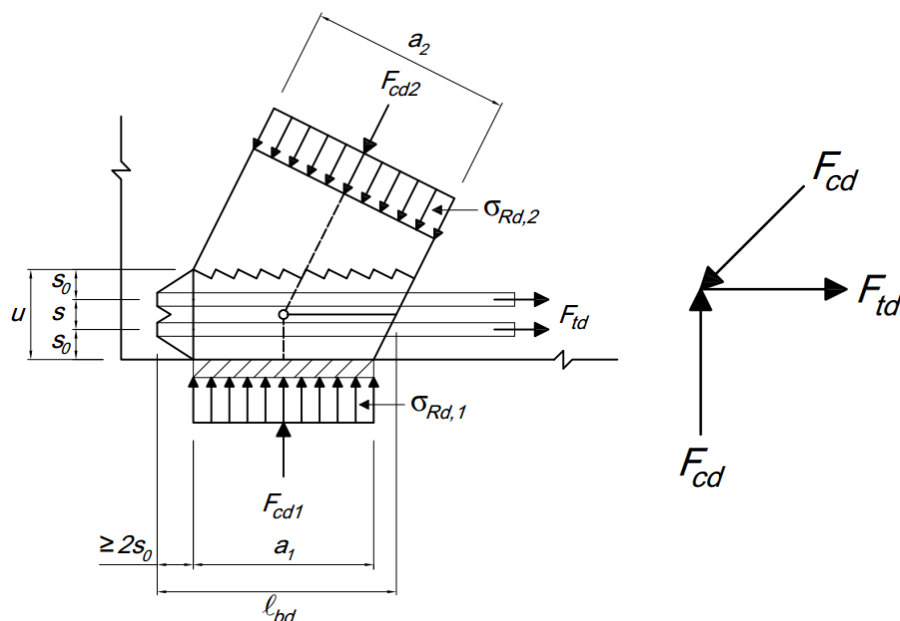
Fonte: NP EN 1992-1-1 (CEN, 2010).

Figura 3.14 – Nó comprimido sem tirante.



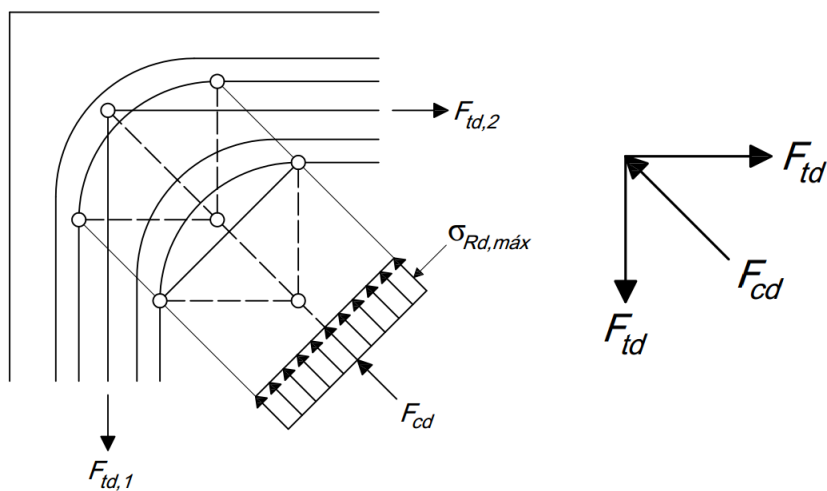
Fonte: NP EN 1992-1-1 (CEN, 2010).

Figura 3.15 – Nó sujeito à compressão e à tração com armadura em uma direção.



Fonte: NP EN 1992-1-1 (CEN, 2010).

Figura 3.16 – Nó sujeito à compressão e à tração com armadura em duas direções.



Fonte: NP EN 1992-1-1 (CEN, 2010).

4 COMPARAÇÃO ENTRE RESULTADOS ANALÍTICOS E EXPERIMENTAIS

4.1 Introdução

O presente capítulo descreve uma comparação entre resultados analíticos e experimentais. As expressões analíticas para estimativa da força de ruína do dente de concreto foram aplicadas em alguns modelos experimentais de uma base de dados. Os resultados obtidos, apresentados na forma de tabelas e gráficos, foram analisados por meio de parâmetros estatísticos. Por fim, os principais resultados foram discutidos e as observações constatadas foram apresentadas.

Inicialmente, uma base de dados de modelos experimentais foi criada com base em trabalhos de pesquisa, publicados por diversos pesquisadores como Leite Junior e Moreno Junior (2006); Lu, Chen e Lin (2015); Lu et al. (2003); Lu, Lin e Yu (2012); Mattock e Chan (1979); Melo (1991); Peng (2009); Souza (1997); Zalochi (1997) e Zalochi (2002). A base de dados experimentais contempla uma série de informações a respeito dos dentes de concreto ensaiados. Parâmetros de ensaios, dados geométricos, especificações de materiais, força e forma de ruína, são algumas das informações apresentadas. Ao todo, foram tabelados os dados de 96 modelos experimentais, no entanto, neste estudo comparativo foram utilizados apenas os dados de 38 modelos experimentais de dentes curtos ($0,5 < a/d \leq 1,0$) para não violar os critérios dos procedimentos de projeto da NBR 9062 (2017) e NBR 6118 (2014), El Debs (2000) e o manual PCI *Design Handbook* (2010), que limitam a relação a/d em 1,0. Os dados dos demais modelos experimentais poderão ser utilizados por outros pesquisadores em seus futuros estudos.

Também são apresentadas as expressões analíticas para estimativa da força de ruína dos dentes curtos de concreto segundo os procedimentos de projeto de El Debs (2000), NBR 9062 (ABNT, 2017) e NBR 6118 (ABNT, 2014), PCI *Design Handbook* (PCI, 2010) e NP EN 1992-1-1 (CEN, 2010). No caso das disposições da ACI 318-14 (ACI, 2014), foram analisados três modelos de bielas e tirantes: Modelos I, II e III. O Modelo I é o modelo de bielas e tirantes proposto por Cook e Mitchell (1988), presente nos exemplos de projeto da ACI SP-208 (SANDERS, 2002), conforme ilustra a Figura 2.15. O Modelo II é o modelo alternativo para o projeto de

dente de concreto, presente nos exemplos de projeto da ACI SP-208 (SANDERS, 2002), conforme mostra a Figura 2.17. Por fim, o Modelo III é o modelo de bielas e tirantes simplificado, proposto por Mattock (2012), conforme apresenta a Figura 2.18. Para as diretrizes da NP EN 1992-1-1 (CEN, 2010) ainda foi analisado o Modelo IV, que é o modelo de bielas e tirantes presente no exemplo de projeto da European Concrete Platform ASBL (2008). Os detalhes de todos os modelos de bielas e tirantes aqui citados serão apresentados ao longo deste capítulo.

É importante salientar que a comparação entre resultados analíticos e experimentais foi elaborada de modo a atender as formas de ruína dos dentes, conforme destaca El Debs (2000), Nanni e Huang (2002), *PCI Design Handbook* (PCI, 2010) e Taher (2005). Assim, nesse sentido, especificamente para os modelos de bielas e tirantes, foram consideradas as expressões analíticas para estimativa da força de ruína apenas as que se originam das expressões para o cálculo da armadura do tirante e armadura de suspensão, como também as que se derivam da verificação da tensão de compressão no concreto, apenas para a biela da região do dente e para a biela da extremidade inferior da viga. Além disso, também foram desconsideradas as expressões analíticas para estimativa da força de ruína nos casos em que se leva em conta o cálculo da armadura de extremidade inferior da viga e verificações das regiões nodais. A resistência dos nós não foi considerada em virtude da falta de dados para representar adequadamente estas regiões.

Para fim de comparação entre resultados analíticos e experimentais, optou-se por desprezar os coeficientes de segurança dos procedimentos de projeto, com o intuito de que as expressões analíticas forneçam resultados que melhor representam a situação real dos ensaios experimentais.

Por meio de rotinas computacionais, dos 96 modelos experimentais tabelados apenas os dados de 38 dentes curtos ($0,5 < a/d \leq 1,0$) foram introduzidos nas expressões analíticas e forneceram os resultados analíticos, que foram comparados com os resultados experimentais.

A comparação entre os resultados analíticos e experimentais deu base para as observações alcançadas neste estudo, descritas na discussão dos resultados. As observações alcançadas forneceram subsídios para atingir alguns dos objetivos específicos da pesquisa. Vale lembrar ainda que o estudo voltado ao projeto de dente de concreto fundamentou a proposta para verificação das tensões de compressão no concreto.

4.2 Base de dados

Os resultados experimentais são importantes para se ter uma noção real do comportamento estrutural da ligação em dente de concreto. De maneira a comparar os resultados das expressões analíticas dos procedimentos de projeto presentes na literatura e avaliar a eficácia da proposta para verificação das tensões de compressão no concreto, uma base de dados com resultados experimentais foi criada totalizando um conjunto de informações de 96 modelos experimentais, incluindo dentes com relação $a/d \leq 1,0$ e $a/d > 1,0$.

Em geral, os modelos experimentais coletados possuem características distintas, com diferentes parâmetros geométricos, taxas de armaduras, força horizontal e propriedades dos materiais. Todos os modelos experimentais coletados apresentam armadura do tirante e armadura de suspensão, porém com diferentes taxas. Os modelos experimentais também se diferenciam pela presença de armadura de costura, armadura de estribos verticais, armadura de suspensão inclinada e armadura de extremidade inferior da viga. Contudo, é possível observar que a base de dados possui uma grande variabilidade dos parâmetros informados, o que indica a ocorrência de diferentes níveis de força e formas de ruína dos modelos experimentais tabelados.

A principal dificuldade encontrada durante a criação da base de dados foi a obtenção de dados experimentais. Alguns dados experimentais nem sempre estão disponíveis ou não foram apresentados nos trabalhos publicados por seus autores. Na ausência de dados e detalhes dos modelos experimentais, na maioria das vezes, recorria-se a outras bases de dados criadas por outros autores, como Lu, Chen e Lin (2015); Lu et al. (2003); Lu, Lin e Yu (2012) e Yang, Ashour e Lee (2011). Por outro lado, vários resultados experimentais foram encontrados na literatura, inclusive de modelos que nem chegaram à ruína. Porém, na criação da base de dados experimentais, foram coletados apenas os dados dos modelos experimentais que tiveram ruína na ligação em dente de concreto.

Os parâmetros geométricos, a força horizontal, a força de ruína experimental e a forma de ruína dos modelos experimentais dos dentes de concreto bem como seus respectivos autores são apresentados na Tabela 4.1. As propriedades e os materiais utilizados nos modelos experimentais dos dentes de concreto bem como seus respectivos autores estão listados na Tabela 4.2.

Tabela 4.1 – Base de dados dos modelos experimentais: informações gerais.

Modelo	H (kN)	Viga		Dente de concreto					Ruína	Forma de ruína
		b	h_v	h	ℓ	a	d	a/d	$F_{r,exp}$	
		(mm)	(mm)	(mm)	(mm)	(mm)	(mm)		(kN)	
Mattock e Chan (1979)										
1A	0	127	610	305	203	176	281,25	0,63	144,12	Ruína por flexão
1B	133	127	610	305	203	168	276,45	0,61	190,96	Ruína por flexão
2A	0	127	610	305	203	165	281,25	0,59	178,37	Ruína por escoamento da armadura de suspensão
2B	111	127	610	305	203	165	276,45	0,60	169,48	Ruína por escoamento da armadura de suspensão
3A	0	127	610	305	203	165	281,25	0,59	215,83	Ruína por escoamento da armadura de suspensão
3B	125	127	610	305	203	165	276,45	0,60	176,59	Ruína por escoamento da armadura de suspensão
4A	0	127	610	305	203	165	281,25	0,59	188,74	Ruína por flexão
4B	125	127	610	305	203	165	276,45	0,60	176,95	Ruína por escoamento da armadura de suspensão
Melo (1991)										
Dente 1	0	200	500	240	300	250	195,05	1,28	300,00	Ruína por escoamento da armadura do tirante
Dente 2	0	200	500	240	300	250	193,05	1,29	290,00	Ruína por ruptura do concreto na região do dente
Dente 3	0	200	500	240	300	250	195,00	1,28	240,00	Ruína por escoamento da armadura do tirante
Dente 4	0	200	500	240	300	250	195,00	1,28	240,00	Ruína por ruptura do concreto na região do dente
Dente 5	0	200	500	240	300	250	195,00	1,28	260,00	Ruína por escoamento da armadura do tirante
Dente 6	0	200	500	240	300	250	195,00	1,28	250,00	Ruína por escoamento da armadura do tirante
Souza (1997)										
V1A-D1	0	200	890	410	255	250	382,50	0,65	675,00	Ruína por ruptura do concreto na região do dente
V1A-D2	0	200	890	410	255	250	382,50	0,65	783,00	Ruína por escoamento da armadura de suspensão
V1B-D2	0	200	890	410	255		382,50		703,00	Ruína por flexão
V2B-D2	0	200	890	410	255		382,50		668,00	Ruína por flexão
V1C-D2	0	100	445	205	128	125	191,25	0,65	159,00	Ruína por flexão
V2C-D2	0	100	445	205	128	125	191,25	0,65	143,00	Ruína por flexão
Zalochi (1997)										
15V	0	150	200	100	100				35,00	Ruína por escoamento da armadura do tirante
15I	0	150	200	100	100				40,00	Ruína por escoamento da armadura de suspensão inclinada
15S	0	150	200	100	100				80,00	Ruína por escoamento da armadura de suspensão inclinada
80V	0	150	200	100	100				10,00	Ruína por escoamento da armadura do tirante
80I	0	150	200	100	100				65,00	Ruína por escoamento da armadura do tirante
80S	0	150	200	100	100				37,50	Ruína por escoamento da armadura do tirante
Zalochi (2002)										
35_00V	0	180	500	250	250	195	218,70	0,89	153,00	Ruína por flexão
35_00M	0	180	500	250	250		218,70		119,00	Ruína por flexão
70_00V	0	180	500	250	250	195	218,70	0,89	125,00	Ruína por fissura na interface entre dente e viga com escoamento da armadura do tirante
70_00M	0	180	500	250	250		218,70		184,00	Ruína por flexão

Fonte: o Autor (2017).

Tabela 4.1 – Base de dados dos modelos experimentais: informações gerais. (Cont.)

Modelo	H (kN)	Viga		Dente de concreto					Ruína	Forma de ruína
		b	h _v	h	ℓ	a	d	a/d	F _{r,exp}	
		(mm)	(mm)	(mm)	(mm)	(mm)	(mm)		(kN)	
Lu et al. (2003)										
1	0	200	600	300	300	150	267,86	0,56	561,00	Ruína por compressão diagonal
2	0	200	600	300	300	160	271,19	0,59	705,00	Ruína por flexão
3	0	200	600	300	300	160	271,19	0,59	713,00	Ruína por flexão
4	0	200	600	300	300	240	269,66	0,89	360,00	Ruína por escoamento da armadura de suspensão
5	0	200	600	300	300	225	271,08	0,83	513,00	Ruína por escoamento da armadura de suspensão
6	0	200	600	300	300	220	271,60	0,81	521,00	Ruína por escoamento da armadura de suspensão
7	0	200	600	300	300	140	269,23	0,52	458,00	Ruína por compressão diagonal
8	0	200	600	300	300	145	268,52	0,54	599,00	Ruína por escoamento da armadura de suspensão
9	0	200	600	300	300	145	268,52	0,54	642,00	Ruína por escoamento da armadura de suspensão
10	0	200	600	300	300	225	271,08	0,83	291,00	Ruína por flexão
11	0	200	600	300	300	230	270,59	0,85	351,00	Ruína por flexão
12	0	200	600	300	300	230	270,59	0,85	392,00	Ruína por escoamento da armadura de suspensão
Leite Jr e Moreno Jr (2006)										
VA	0	150	150	85	115	105	70,00	1,50	25,00	Ruína por escoamento da armadura do tirante
VB	0	150	150	85	115	105	70,00	1,50	25,00	Ruína por escoamento da armadura do tirante
V1	0	150	150	85	115	90	65,00	1,38	30,00	Ruína por escoamento da armadura de suspensão
V2	0	150	150	85	115	90	65,00	1,38	32,50	Ruína por escoamento da armadura de suspensão
Peng (2009)										
DB1-N	0	300	600	300	230	270	267	1,01	273,00	Ruína por escoamento da armadura de suspensão
DB2-N	0	300	600	300	230	218	267	0,82	329,00	Ruína por escoamento da armadura de suspensão
Lu, Lin e Yu (2012)										
1	0	220	600	300	300	170	269,00	0,63	811,00	Ruína por compressão diagonal
2	0	230	600	305	600	340	274,00	1,24	526,00	Ruína por flexão
3	132	220	600	300	300	170	269,00	0,63	704,00	Ruína por flexão
4	98	222	600	305	600	340	274,00	1,24	457,00	Ruína por flexão
5	0	220	600	300	300	170	269,00	0,63	690,00	Ruína por compressão diagonal
6	225	230	600	310	600	340	279,00	1,22	370,00	Ruína por flexão
7	0	225	600	310	300	170	279,00	0,61	632,00	Ruína por compressão diagonal
8	0	230	600	315	600	340	284,00	1,20	337,00	Ruína por flexão
9	134	225	600	302	300	170	271,00	0,63	550,00	Ruína por compressão diagonal
10	96	229	600	315	600	340	284,00	1,20	359,00	Ruína por flexão
11	0	220	600	300	300	170	269,00	0,63	491,00	Ruína por compressão diagonal
12	173	235	600	315	600	340	284,00	1,20	348,00	Ruína por flexão
13	0	220	600	300	300	170	269,00	0,63	787,00	Ruína por compressão diagonal
14	0	230	600	310	600	340	279,00	1,22	517,00	Ruína por flexão
15	209	228	600	302	300	170	271,00	0,63	626,00	Ruína por flexão
16	163	230	600	308	600	340	277,00	1,23	375,00	Ruína por flexão
17	0	222	600	430	300	245	399,00	0,61	1046,00	Ruína por flexão
18	0	230	600	425	600	490	394,00	1,24	573,00	Ruína por flexão
19	198	227	600	423	300	245	392,00	0,63	802,00	Ruína por flexão
20	188	228	600	420	600	490	389,00	1,26	465,00	Ruína por flexão
21	0	220	600	415	300	245	384,00	0,64	884,00	Ruína por compressão diagonal
22	0	225	600	424	600	490	393,00	1,25	564,00	Ruína por flexão
23	215	220	600	420	300	245	389,00	0,63	630,00	Ruína por flexão
24	157	220	600	425	600	490	394,00	1,24	460,00	Ruína por flexão

Fonte: o Autor (2017).

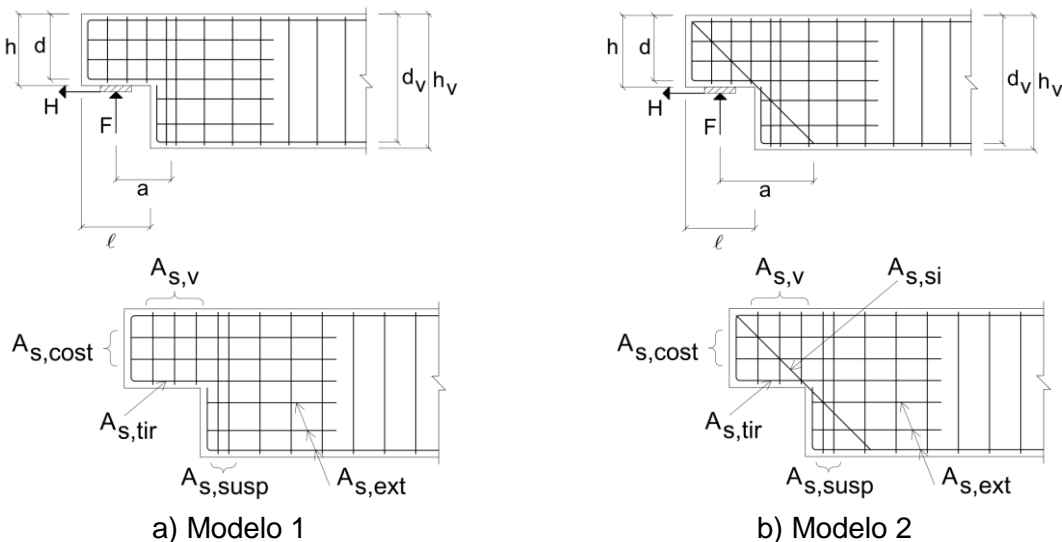
Tabela 4.1 – Base de dados dos modelos experimentais: informações gerais. (Cont.)

Modelo	H (kN)	Viga		Dente de concreto					Ruína	Forma de ruína
		b	h_v	h	ℓ	a	d	a/d	$F_{r,exp}$	
		(mm)	(mm)	(mm)	(mm)	(mm)	(mm)		(kN)	
Lu, Chen e Lin (2015)										
1	0	200	600	300	500	310	258,33	1,20	313,00	Ruína por flexão
2	0	200	600	300	500	310	258,33	1,20	307,00	Ruína por flexão
3	0	200	600	300	500	310	260,50	1,19	236,00	Ruína por flexão
4	0	200	600	300	500	310	260,50	1,19	257,00	Ruína por flexão
5	0	200	600	300	500	310	260,50	1,19	402,00	Ruína por flexão
6	0	200	600	300	500	310	260,50	1,19	371,00	Ruína por flexão
7	0	200	600	300	500	310	260,50	1,19	374,00	Ruína por flexão
8	0	200	600	300	500	310	258,33	1,20	362,00	Ruína por flexão
9	0	200	600	300	500	310	258,33	1,20	469,00	Ruína por flexão
10	0	200	600	300	500	310	258,33	1,20	492,00	Ruína por flexão
11	0	200	600	300	500	310	258,33	1,20	378,00	Ruína por flexão
12	0	200	600	300	500	310	258,33	1,20	379,00	Ruína por flexão
13	0	200	600	300	500	390	260,00	1,50	285,00	Ruína por flexão
14	0	200	600	300	500	390	260,00	1,50	284,00	Ruína por flexão
15	0	200	600	300	500	390	258,28	1,51	248,00	Ruína por flexão
16	0	200	600	300	500	390	258,28	1,51	234,00	Ruína por flexão
17	0	200	600	300	500	390	258,28	1,51	351,00	Ruína por flexão
18	0	200	600	300	500	390	258,28	1,51	344,00	Ruína por flexão
19	0	200	600	300	500	390	260,00	1,50	308,00	Ruína por flexão
20	0	200	600	300	500	390	260,00	1,50	311,00	Ruína por flexão
21	0	200	600	300	500	390	258,28	1,51	362,00	Ruína por flexão
22	0	200	600	300	500	390	258,28	1,51	352,00	Ruína por flexão
23	0	200	600	300	500	390	260,00	1,50	344,00	Ruína por flexão
24	0	200	600	300	500	390	260,00	1,50	346,00	Ruína por flexão

Fonte: o Autor (2017).

A Figura 4.1 ilustra a designação dos parâmetros geométricos dos modelos experimentais, facilitando a interpretação das variáveis listadas na Tabela 4.1 e Tabela 4.2.

Figura 4.1 – Designação dos parâmetros geométricos dos modelos experimentais.



Fonte: adaptado de El Debs (2000).

Tabela 4.2 – Base de dados dos modelos experimentais: materiais e propriedades.

Modelo	f_c (MPa)	$A_{s,tir}$ (mm ²)	$f_{y,tir}$ (MPa)	$A_{s,susp}$ (mm ²)	$f_{y,susp}$ (MPa)	$A_{s,si}$ (mm ²)	$f_{y,si}$ (MPa)	$A_{s,cost}$ (mm ²)	$f_{y,cost}$ (MPa)	$A_{s,v}$ (mm ²)	$f_{y,v}$ (MPa)	$A_{s,ext}$ (mm ²)	$f_{y,ext}$ (MPa)
Mattock e Chan (1979)													
1A	33,61	141,94	476,43	425,81	451,61	0,00	0,00	64,52	461,95	0,00	0,00		
1B	30,51	567,74	412,31	425,81	466,78	0,00	0,00	129,03	455,05	0,00	0,00		
2A	33,00	212,90	478,50	283,87	462,64	0,00	0,00	129,03	461,95	0,00	0,00		
2B	30,85	567,74	412,31	283,87	470,22	0,00	0,00	129,03	460,59	0,00	0,00		
3A	37,02	212,90	476,43	283,87 64,52	470,22 448,16	0,00	0,00	129,03	448,16	0,00	0,00		
3B	31,65	567,74	438,51	283,87 64,52	488,84 484,01	0,00	0,00	129,03	484,01	0,00	0,00		
4A	31,65	212,90	476,43	283,87 64,52	476,43 435,75	0,00	0,00	129,03	435,75	0,00	0,00		
4B	29,37	567,74	438,51	283,87 64,52	491,60 461,95	0,00	0,00	129,03	461,95	0,00	0,00		
Melo (1991)													
Dente 1	26,70	518,00	540,00	805,00	650,00	0,00	0,00	0,00	0,00	704,00	650,00	201,00	650,00
		161,00	650,00									402,00	530,00
Dente 2	28,20	518,00	540,00	643,00	650,00	0,00	0,00	0,00	0,00	804,00	650,00	201,00	650,00
		161,00	650,00									402,00	530,00
Dente 3	29,30	482,00	650,00	1035,00	540,00	0,00	0,00	0,00	0,00	804,00	650,00	201,00	660,00
												482,00	650,00
Dente 4	29,80	482,00	650,00	643,00	650,00	0,00	0,00	0,00	0,00	804,00	650,00	201,00	660,00
												482,00	650,00
Dente 5	27,10	482,00	650,00	805,00	650,00	0,00	0,00	0,00	0,00	804,00	650,00	201,00	650,00
												482,00	650,00
Dente 6	27,40	482,00	650,00	643,00	650,00	0,00	0,00	0,00	0,00	804,00	650,00	201,00	650,00
												482,00	650,00
Souza (1997)													
V1A-D1	38,40	732,78	611,00	1069,00	671,00	0,00	0,00	707,24	619,00	606,20	619,00	505,17	619,00
												1465,6	611,00
V1A-D2	42,50	732,78	611,00	1069,00	671,00	0,00	0,00	707,24	619,00	606,20	619,00	505,17	619,00
												1465,6	611,00
V1B-D2	34,90	366,39	611,00	458,14	671,00	488,52	611,00	303,10	619,00	303,10	619,00	202,07	619,00
												977,04	611,00
V2B-D2	32,90	366,39	611,00	458,14	671,00	488,52	611,00	303,10	619,00	303,10	619,00	202,07	619,00
												977,04	611,00
V1C-D2	37,40	177,66	630,00	228,14	680,00	0,00	0,00	161,54	687,00	161,54	687,00	134,61	687,00
												355,31	630,00
V2C-D2	35,30	177,66	630,00	228,14	680,00	0,00	0,00	161,54	687,00	161,54	687,00	134,61	687,00
												355,31	630,00
Zalochi (1997)													
15V	22,40	62,00	525,00	40,00	695,00	0,00	0,00	0,00	0,00	54,00	910,00	490,87	505,00
15I	23,60	18,00	910,00	0,00	0,00	100,00	525,00	0,00	0,00	54,00	910,00	490,87	505,00
15S	27,10	62,00	525,00	40,00	695,00	100,00	525,00	40,00	695,00	83,00	750,00	490,87	505,00
80V	90,40	40,00	695,00	40,00	695,00	0,00	0,00	0,00	0,00	54,00	910,00	490,87	505,00
80I	88,90	18,00	910,00	0,00	0,00	100,00	525,00	0,00	0,00	54,00	910,00	490,87	505,00
80S	91,50	40,00	695,00	28,00	750,00	62,00	525,00	28,00	750,00	83,00	750,00	490,87	505,00

Fonte: o Autor (2017).

Tabela 4.2 – Base de dados dos modelos experimentais: materiais e propriedades. (Cont.)

Modelo	f_c (MPa)	$A_{s,tir}$ (mm ²)	$f_{y,tir}$ (MPa)	$A_{s,susp}$ (mm ²)	$f_{y,susp}$ (MPa)	$A_{s,si}$ (mm ²)	$f_{y,si}$ (MPa)	$A_{s,cost}$ (mm ²)	$f_{y,cost}$ (MPa)	$A_{s,v}$ (mm ²)	$f_{y,v}$ (MPa)	$A_{s,ext}$ (mm ²)	$f_{y,ext}$ (MPa)
Zalochi (2002)													
35_00V	42,50	157,08	538,00	311,72	630,00	0,00	0,00	0,00	0,00	374,07	630,00	402,12	707,00
35_00M	42,50	157,08	538,00	124,70	630,00	226,20	707,00	0,00	0,00	374,07	630,00	402,12	707,00
70_00V	77,50	157,08	538,00	311,72	630,00	0,00	0,00	0,00	0,00	374,07	630,00	402,12	707,00
70_00M	77,50	157,08	538,00	124,70	630,00	226,20	707,00	0,00	0,00	374,07	630,00	402,12	707,00
Lu et al. (2003)													
1	34,00	859,60	461,82	1266,80	430,14	0,00	0,00	285,30	368,00	0,00	0,00		
2	62,60	859,60	461,82	1520,20	430,14	0,00	0,00	285,30	368,00	0,00	0,00		
3	69,20	859,60	461,82	1520,20	430,14	0,00	0,00	285,30	368,00	0,00	0,00		
4	34,00	859,60	461,82	856,00	416,14	0,00	0,00	285,30	368,00	0,00	0,00		
5	62,60	859,60	461,82	1013,40	430,14	0,00	0,00	285,30	368,00	0,00	0,00		
6	69,20	859,60	461,82	1013,40	430,14	0,00	0,00	285,30	368,00	0,00	0,00		
7	33,70	573,00	461,82	1013,40	430,14	0,00	0,00	285,30	368,00	0,00	0,00		
8	62,60	573,00	461,82	1013,40	430,14	0,00	0,00	285,30	368,00	0,00	0,00		
9	69,20	573,00	461,82	1013,40	430,14	0,00	0,00	285,30	368,00	0,00	0,00		
10	33,70	573,00	461,82	713,30	416,14	0,00	0,00	285,30	368,00	0,00	0,00		
11	62,60	573,00	461,82	713,30	416,14	0,00	0,00	285,30	368,00	0,00	0,00		
12	69,20	573,00	461,82	713,30	416,14	0,00	0,00	285,30	368,00	0,00	0,00		
Leite Jr e Moreno Jr (2006)													
VA	72,13	39,30	710,00	55,40	810,00	0,00	0,00	0,00	0,00	55,40	810,00	157,00	555,00
VB	72,13	39,30	710,00	55,40	810,00	0,00	0,00	0,00	0,00	55,40	810,00	157,00	555,00
V1	72,13	62,50	635,00	27,70	810,00	0,00	0,00	0,00	0,00	55,40	810,00	157,00	555,00
V2	72,13	62,50	635,00	27,70	810,00	0,00	0,00	0,00	0,00	55,40	810,00	157,00	555,00
Peng (2009)													
DB1-N	33,00	800,00	442,00	600,00	494,00	0,00	0,00	400,00	494,00	0,00	0,00	800,00	442,00
												2000,0	423,00
DB2-N	32,90	800,00	442,00	600,00	494,00	0,00	0,00	400,00	494,00	400,00	494,00	600,00	442,00
												2000,0	423,00
Lu, Lin e Yu (2012)													
1	60,60	1161,2	517,00	1773,50	505,00	0,00	0,00	285,30	419,00	0,00	0,00	2322,5	517
2	60,60	1161,2	517,00	1013,40	505,00	0,00	0,00	428,00	419,00	428,00	419,00	2322,5	517
3	60,60	1161,2	517,00	1520,20	505,00	0,00	0,00	285,30	419,00	0,00	0,00	1719,1	516
4	60,60	1161,2	517,00	760,10	505,00	0,00	0,00	428,00	419,00	713,30	419,00	1719,1	516
5	60,60	1161,2	517,00	1266,80	505,00	0,00	0,00	285,30	419,00	0,00	0,00	1719,1	516
6	60,60	1161,2	517,00	760,10	505,00	0,00	0,00	428,00	419,00	428,00	419,00	1719,1	516
7	27,70	1161,2	517,00	1266,80	505,00	0,00	0,00	285,30	419,00	0,00	0,00	1719,1	516
8	27,70	1161,2	517,00	760,10	505,00	0,00	0,00	428,00	419,00	428,00	419,00	1719,1	516
9	27,70	1161,2	517,00	1266,80	505,00	0,00	0,00	285,30	419,00	0,00	0,00	1719,1	516
10	27,70	1161,2	517,00	760,10	505,00	0,00	0,00	285,30	419,00	428,00	419,00	1719,1	516
11	27,70	1161,2	517,00	1266,80	505,00	0,00	0,00	285,30	419,00	0,00	0,00	1719,1	516
12	27,70	1161,2	517,00	760,10	505,00	0,00	0,00	428,00	419,00	570,60	419,00	1719,1	516
13	48,50	1161,2	517,00	1773,50	505,00	0,00	0,00	285,30	419,00	0,00	0,00	2322,5	517
14	48,50	1161,2	517,00	1013,40	505,00	0,00	0,00	428,00	419,00	428,00	419,00	2322,5	517
15	48,50	1161,2	517,00	1266,80	505,00	0,00	0,00	285,30	419,00	0,00	0,00	1719,1	516
16	48,50	1161,2	517,00	760,10	505,00	0,00	0,00	428,00	419,00	570,60	419,00	1719,1	516
17	60,60	1161,2	517,00	1773,50	505,00	0,00	0,00	285,30	419,00	0,00	0,00	3040,3	518
18	60,60	1161,2	517,00	1013,40	505,00	0,00	0,00	428,00	419,00	713,30	419,00	3040,3	518
19	60,60	1161,2	517,00	1266,80	505,00	0,00	0,00	285,30	419,00	0,00	0,00	2322,5	517
20	60,60	1161,2	517,00	760,10	505,00	0,00	0,00	285,30	419,00	428,00	419,00	2322,5	517
21	48,50	1161,2	517,00	1773,50	505,00	0,00	0,00	285,30	419,00	0,00	0,00	3040,3	518
22	48,50	1161,2	517,00	1013,40	505,00	0,00	0,00	428,00	419,00	428,00	419,00	3040,3	518
23	48,50	1161,2	517,00	1266,80	505,00	0,00	0,00	285,30	419,00	0,00	0,00	2322,5	517
24	48,50	1161,2	517,00	760,10	505,00	0,00	0,00	285,30	419,00	428,00	419,00	2322,5	517

Tabela 4.2 – Base de dados dos modelos experimentais: materiais e propriedades. (Cont.)

Modelo	f_c (MPa)	$A_{s,tir}$ (mm ²)	$f_{y,tir}$ (MPa)	$A_{s,susp}$ (mm ²)	$f_{y,susp}$ (MPa)	$A_{s,si}$ (mm ²)	$f_{y,si}$ (MPa)	$A_{s,cost}$ (mm ²)	$f_{y,cost}$ (MPa)	$A_{s,v}$ (mm ²)	$f_{y,v}$ (MPa)	$A_{s,ext}$ (mm ²)	$f_{y,ext}$ (MPa)
Lu, Chen e Lin (2015)													
1	32,50	774,20	413,00	760,10	452,00	0,00	0,00	283,50	398,00	708,80	470,00	1146,0	676,00
2	32,50	774,20	413,00	760,10	452,00	0,00	0,00	283,50	398,00	567,10	470,00	1146,0	676,00
3	32,50	573,00	444,00	506,70	452,00	0,00	0,00	283,50	398,00	425,30	470,00	1146,0	676,00
4	32,50	573,00	444,00	506,70	452,00	0,00	0,00	283,50	398,00	283,50	470,00	1146,0	676,00
5	48,60	573,00 387,10	444,00 413,00	760,10	452,00	0,00	0,00	425,30	398,00	850,60	470,00	1146,0	676,00
6	48,60	573,00 387,10	444,00 413,00	760,10	452,00	0,00	0,00	283,50	398,00	708,80	470,00	1146,0	676,00
7	48,60	774,20	413,00	760,10	452,00	0,00	0,00	425,30	398,00	567,10	470,00	1146,0	676,00
8	48,60	774,20	413,00	760,10	452,00	0,00	0,00	425,30	398,00	425,30	470,00	1146,0	676,00
9	62,90	286,50 774,20	444,00 413,00	1013,40	452,00	0,00	0,00	567,10	398,00	850,60	470,00	1146,0	676,00
10	62,90	286,50 774,20	444,00 413,00	1013,40	452,00	0,00	0,00	425,30	398,00	708,80	470,00	1146,0	676,00
11	62,90	774,20	413,00	760,10	452,00	0,00	0,00	425,30	398,00	567,10	470,00	1146,0	676,00
12	62,90	774,20	413,00	760,10	452,00	0,00	0,00	425,30	398,00	425,30	470,00	1146,0	676,00
13	32,50	573,00 387,10	444,00 413,00	760,10	452,00	0,00	0,00	283,50	398,00	708,80	470,00	1146,0	676,00
14	32,50	573,00 387,10	444,00 413,00	760,10	452,00	0,00	0,00	283,50	398,00	567,10	470,00	1146,0	676,00
15	32,50	774,20	413,00	506,70	452,00	0,00	0,00	283,50	398,00	567,10	470,00	1146,0	676,00
16	32,50	774,20	413,00	506,70	452,00	0,00	0,00	283,50	398,00	425,30	470,00	1146,0	676,00
17	48,60	1161,20	413,00	760,10	452,00	0,00	0,00	283,50	398,00	992,40	470,00	1146,0	676,00
18	48,60	1161,20	413,00	760,10	452,00	0,00	0,00	283,50	398,00	850,60	470,00	1146,0	676,00
19	48,60	573,00 387,10	444,00 413,00	760,10	452,00	0,00	0,00	283,50	398,00	708,80	470,00	1146,0	676,00
20	48,60	573,00 387,10	444,00 413,00	760,10	452,00	0,00	0,00	283,50	398,00	567,10	470,00	1146,0	676,00
21	62,90	1161,20	413,00	760,10	452,00	0,00	0,00	283,50	398,00	992,40	470,00	1146,0	676,00
22	62,90	1161,20	413,00	760,10	452,00	0,00	0,00	283,50	398,00	850,60	470,00	1146,0	676,00
23	62,90	573,00 387,10	444,00 413,00	760,10	452,00	0,00	0,00	283,50	398,00	708,80	470,00	1146,0	676,00
24	62,90	573,00 387,10	444,00 413,00	760,10	452,00	0,00	0,00	283,50	398,00	567,10	470,00	1146,0	676,00

Fonte: o Autor (2017).

Na literatura foram encontrados diversos resultados experimentais, no entanto alguns resultados não foram tabelados em virtude da falta de dados completos, como é o caso das investigações experimentais de Ahmed et al (2013); Herzinger e Elbadry (2007); Mohamed e Elliott (2008); Nagrodzka-Godycka e Piotrkowski (2012); Taher (2005) e Wang, Guo e Hoogenboom (2005). Além da falta de informações, alguns modelos experimentais nem sofreram ruína, em virtude das condições dos ensaios. Alguns modelos até sofreram ruína, porém fora da região do dente. Os detalhes e as dimensões das regiões nodais, como é o caso de placas de apoio e chapas de ancoragem, não foram fornecidos por alguns autores.

4.3 Parâmetros estatísticos utilizados

Para avaliar a proposta para verificação da tensão de compressão no concreto e os procedimentos de projeto para dente de concreto foram utilizados alguns parâmetros estatísticos. Os parâmetros utilizados para análise dos resultados foram a média, o desvio padrão e o coeficiente de variação. Estes descrevem a variação e a dispersão dos resultados encontrados e servem como uma estatística preliminar para a avaliação da variabilidade dos resultados encontrados.

Para facilitar a visualização dos resultados e mostrar a comparação entre os resultados experimentais e analíticos preferiu-se apresentar a relação entre a força de ruína experimental e a força de ruína calculada, designada por $F_{r,exp} / F_{r,cal}$. Tal relação permite avaliação do erro e da precisão da comparação entre resultados reais com resultados obtidos por expressões analíticas. Esta relação pode indicar se a estimativa para força de ruína é conservadora, apresentando valores calculados de capacidade resistente inferiores aos valores reais obtidos nos ensaios experimentais, ou apresenta-se contra a segurança, estimando capacidades resistentes superiores as que se obtém na prática. Obviamente, a estimativa ideal é aquela que a média da relação $F_{r,exp} / F_{r,cal}$ é igual a 1 e desvio padrão igual a 0. No entanto, a relação $F_{r,exp} / F_{r,cal}$ revela um caráter tendencioso, no qual $F_{r,exp} / F_{r,cal} > 1,0$ reflete previsões conservadoras para as estimativas, e $F_{r,exp} / F_{r,cal} < 1,0$ reflete que as estimativas mostram-se contra a segurança. A relação $F_{r,exp} / F_{r,cal}$ foi estabelecida para todos os modelos experimentais em cada uma das análises comparativas. A partir dos resultados obtidos foi calculada a média, o desvio padrão e o coeficiente de variação.

A média de uma amostra \bar{x} , definida como a relação entre a soma dos valores observados (x_1, x_2, \dots, x_n) e a quantidade de observações n , pode ser estimada pela equação:

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n} \quad (\text{Equação 4.1})$$

A média indica o valor médio dos resultados encontrados e serve como parâmetro para a avaliação dos desvios.

O desvio padrão de uma amostra s , obtido a partir da raiz quadrada da variância de uma amostra s^2 , é dado por:

$$s = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n-1}} \quad (\text{Equação 4.2})$$

O desvio padrão mostra a variabilidade e dispersão dos resultados encontrados. Quanto menor a variabilidade dos resultados, menor será o valor absoluto dos desvios.

O coeficiente de variação c_v , definido como a relação entre o desvio padrão s e a média da amostra \bar{x} , pode ser calculado pela expressão:

$$c_v = \frac{s}{\bar{x}} \quad (\text{Equação 4.3})$$

O coeficiente de variação, muito empregado em pesquisas e estudos experimentais, mede a variabilidade dos resultados em relação ao valor médio encontrado. Em outras palavras, tal coeficiente é empregado quando se deseja comparar a dispersão dos resultados com o seu valor médio.

4.4 Força de ruína para dentes curtos de concreto de acordo com El Debs (2000)

4.4.1 Expressões analíticas para estimativa da força de ruína

De acordo com El Debs (2000), no dimensionamento de um dente de concreto devem ser estabelecidas a armadura do tirante e a armadura de suspensão, e, além disso, deve ser feita uma verificação da tensão de compressão, de forma a evitar a ruptura do concreto. Logo, as expressões analíticas para a estimativa da força de ruína derivam desses procedimentos e levam em conta todas essas considerações. É importante destacar que a verificação da tensão de compressão no concreto e o cálculo da armadura do tirante são recomendações para consolos curtos, adaptadas de Leonhardt e Mönning (1978).

A força de ruína por ruptura do concreto pode ser estabelecida limitando a tensão de compressão no concreto ao seu valor máximo. Logo, de maneira similar ao consolo curto, a tensão resistente no concreto é:

$$\tau_{wu} = \frac{0,18}{\sqrt{(0,9)^2 + \left(\frac{a}{d}\right)^2}} f_c \quad (\text{Equação 4.4})$$

A tensão solicitante na seção de ruptura do concreto é dada por:

$$\tau_{wd} = \frac{F}{bd} \quad (\text{Equação 4.5})$$

Fazendo $\tau_{wd} = \tau_{wu}$ na Equação 4.5 e isolando F , a força de ruína por ruptura do concreto é:

$$F_{r,c} = \frac{0,18}{\sqrt{(0,9)^2 + \left(\frac{a}{d}\right)^2}} f_c bd \quad (\text{Equação 4.6})$$

em que a é a distância entre o ponto de aplicação da força vertical e o centro de gravidade da armadura de suspensão, b é a largura do dente, d é a altura útil do dente e f_c é a resistência característica à compressão do concreto.

O cálculo da armadura do tirante para dente curto de concreto pode ser feito seguindo as mesmas recomendações para consolo curto (EL DEBS, 2000). Logo, a área de aço para a armadura do tirante é:

$$A_{s,tir} = \frac{1}{f_{y,tir}} \left(\frac{Fa}{0,9d} + 1,2H \right) \quad (\text{Equação 4.7})$$

Isolando F na Equação 4.7, a força de ruína por flexão ou escoamento da armadura do tirante é:

$$F_{r,tir} = \frac{0,9d}{a} (A_{s,tir} f_{y,tir} - 1,2H) \quad (\text{Equação 4.8})$$

no qual $A_{s,tir}$ é a área de aço da armadura do tirante, $f_{y,tir}$ é a resistência característica ao escoamento da armadura do tirante e H é a força horizontal.

A armadura de suspensão, na forma de estribos fechados, pode ser calculada pela expressão:

$$A_{s,susp} = \frac{F}{f_{y,susp}} \quad (\text{Equação 4.9})$$

Da mesma maneira, isolando F na Equação 4.9, a força de ruína por escoamento da armadura de suspensão é:

$$F_{r,susp} = A_{s,susp} f_{y,susp} \quad (\text{Equação 4.10})$$

sendo $A_{s,susp}$ a área de aço da armadura de suspensão e $f_{y,susp}$ a resistência característica ao escoamento da armadura de suspensão.

Portanto, a força de ruína que governa a capacidade resistente dos dentes curtos de concreto, segundo El Debs (2000), é o menor valor entre os estabelecidos pelas Equações 4.6, 4.8 e 4.10.

4.4.2 Resultados e análise de resultados

A Tabela 4.3 mostra os resultados analíticos para as expressões de força de ruína para dentes curtos de concreto de acordo com El Debs (2000). Além disso, uma comparação entre os resultados analíticos e experimentais é apresentada. Os parâmetros estatísticos utilizados servem como uma estatística preliminar.

Tabela 4.3 – Comparação entre resultados analíticos e experimentais: força de ruína para dentes curtos de concreto de acordo com El Debs (2000).

Modelo	H (kN)	b (mm)	a (mm)	d (mm)	a/d	$F_{r,c}$ (kN)	$F_{r,tir}$ (kN)	$F_{r,susp}$ (kN)	$F_{r,cal}$ (kN)	Ruína	$F_{r,exp}$ (kN)	$\frac{F_{r,exp}}{F_{r,cal}}$
Mattock e Chan (1979)												
1A	0	127	176	281,25	0,63	197,13	97,26	192,31	97,26	T	144,12	1,48
1B	133	127	168	276,45	0,61	177,55	110,32	198,77	110,32	T	190,96	1,73
2A	0	127	165	281,25	0,59	197,46	156,29	131,34	131,34	S	178,37	1,36
2B	111	127	165	276,45	0,60	180,59	152,13	133,50	133,50	S	169,48	1,27
3A	0	127	165	281,25	0,59	221,61	155,61	162,41	155,61	S	215,83	1,39
3B	125	127	165	276,45	0,60	185,21	149,23	170,01	149,23	S	176,59	1,18
4A	0	127	165	281,25	0,59	189,59	155,72	163,37	155,72	T	188,74	1,21
4B	125	127	165	276,45	0,60	171,87	149,23	169,37	149,23	S	176,95	1,19

Tabela 4.3 – Comparação entre resultados analíticos e experimentais: força de ruína para dentes curtos de concreto de acordo com El Debs (2000). (Cont.)

Modelo	H (kN)	b (mm)	a (mm)	d (mm)	a/d	$F_{r,c}$ (kN)	$F_{r,tir}$ (kN)	$F_{r,susp}$ (kN)	$F_{r,cal}$ (kN)	Ruína	$F_{r,exp}$ (kN)	$\frac{F_{r,exp}}{F_{r,cal}}$
Souza (1997)												
V1A-D1	0	200	250	382,50	0,65	475,39	616,52	717,30	475,39	C	675,00	1,42
V1A-D2	0	200	250	382,50	0,65	526,14	616,52	717,30	526,14	S	783,00	1,49
V1C-D2	0	100	125	191,25	0,65	115,75	154,12	155,12	115,75	T	159,00	1,37
V2C-D2	0	100	125	191,25	0,65	109,25	154,12	155,12	109,25	T	143,00	1,31
Zalochi (2002)												
35_00V	0	180	195	218,70	0,89	237,71	85,30	196,38	85,30	T	153,00	1,79
70_00V	0	180	195	218,70	0,89	433,47	85,30	196,38	85,30	F	125,00	1,47
Lu et al. (2003)												
1	0	200	150	267,86	0,56	309,30	638,01	544,90	309,30	C	561,00	1,81
2	0	200	160	271,19	0,59	567,91	605,57	653,90	567,91	T	705,00	1,24
3	0	200	160	271,19	0,59	627,79	605,57	653,90	605,57	T	713,00	1,18
4	0	200	240	269,66	0,89	260,77	401,44	356,22	260,77	S	360,00	1,38
5	0	200	225	271,08	0,83	498,98	430,45	435,90	430,45	S	513,00	1,19
6	0	200	220	271,60	0,81	558,80	441,08	435,90	435,90	S	521,00	1,20
7	0	200	140	269,23	0,52	314,24	458,00	435,90	314,24	C	458,00	1,46
8	0	200	145	268,52	0,54	576,56	441,04	435,90	435,90	S	599,00	1,37
9	0	200	145	268,52	0,54	637,34	441,04	435,90	435,90	S	642,00	1,47
10	0	200	225	271,08	0,83	268,62	286,94	296,83	268,62	T	291,00	1,08
11	0	200	230	270,59	0,85	492,59	280,19	296,83	280,19	T	351,00	1,25
12	0	200	230	270,59	0,85	544,53	280,19	296,83	280,19	S	392,00	1,40
Lu, Lin e Yu (2012)												
1	0	220	170	269,00	0,63	587,00	854,96	895,62	587,00	C	811,00	1,38
3	132	220	170	269,00	0,63	587,00	629,38	767,70	587,00	T	704,00	1,20
5	0	220	170	269,00	0,63	587,00	854,96	639,73	587,00	C	690,00	1,18
7	0	225	170	279,00	0,61	287,98	886,74	639,73	287,98	C	632,00	2,19
9	134	225	170	271,00	0,63	277,13	630,61	639,73	277,13	C	550,00	1,98
11	0	220	170	269,00	0,63	268,31	854,96	639,73	268,31	C	491,00	1,83
13	0	220	170	269,00	0,63	469,79	854,96	895,62	469,79	C	787,00	1,68
15	209	228	170	271,00	0,63	491,69	501,49	639,73	491,69	T	626,00	1,27
17	0	222	245	399,00	0,61	886,83	879,93	895,62	879,93	T	1046,00	1,19
19	198	227	245	392,00	0,63	885,84	522,35	639,73	522,35	T	802,00	1,54
21	0	220	245	384,00	0,64	668,51	846,85	895,62	668,51	C	884,00	1,32
23	215	220	245	389,00	0,63	680,13	489,20	639,73	489,20	T	630,00	1,29
Média dos resultados dos modelos experimentais											1,41	
Desvio padrão dos resultados dos modelos experimentais											0,25	
Coeficiente de variação dos resultados dos modelos experimentais											17,7%	

T – Ruína por flexão ou escoamento da armadura do tirante;

S – Ruína por escoamento da armadura de suspensão;

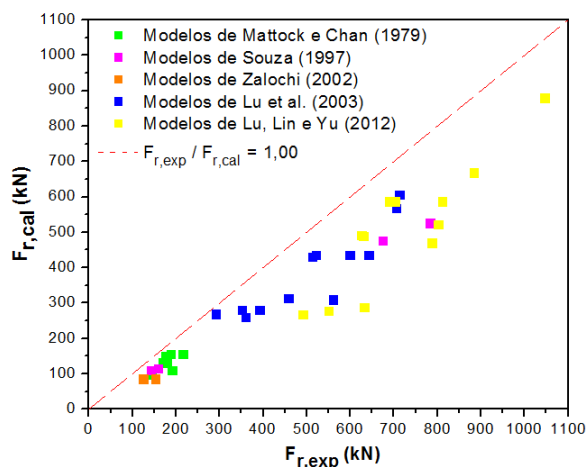
C – Ruína por ruptura do concreto na região do dente;

F – Ruína por fissura na interface entre o dente e a viga.

Fonte: o Autor (2017).

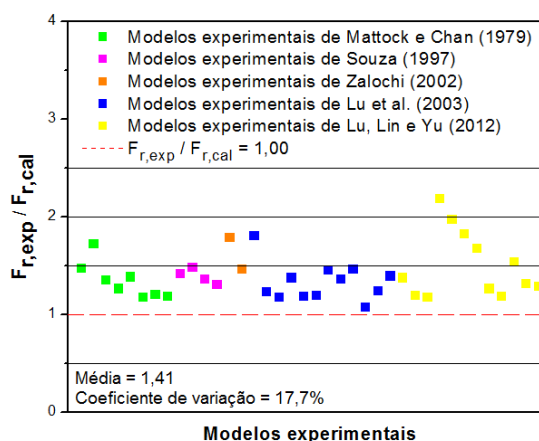
O Gráfico 4.1 ilustra os resultados analíticos e experimentais, fornecendo uma melhor visualização do que foi apresentado na Tabela 4.3. A estimativa da força de ruína de acordo com El Debs (2000), com dispersão ilustrada no Gráfico 4.2, apresenta uma média de 1,41 e coeficiente de variação de 17,7%, revelando resultados a favor da segurança para estes modelos experimentais.

Gráfico 4.1 – Resultados analíticos e experimentais: força de ruína para dentes curtos de concreto de acordo com El Debs (2000).



Fonte: o Autor (2017).

Gráfico 4.2 – Comparação entre resultados analíticos e experimentais: força de ruína para dentes curtos de concreto de acordo com El Debs (2000).



Fonte: o Autor (2017).

4.4.3 Discussão dos resultados

De forma conservadora, a força de ruína do dente de concreto pode ser estabelecida de acordo com El Debs (2000), conforme mostra os resultados apresentados na Tabela 4.3. Para os modelos experimentais considerados, a média da relação $F_{r,exp} / F_{r,cal}$ foi 1,41, com desvio padrão de 0,25 e coeficiente de variação de 17,7%. O desvio padrão e o coeficiente de variação indicam uma variabilidade tolerável para os resultados. Para o modelo 10 de Lu et al. (2003), a relação $F_{r,exp} / F_{r,cal}$ foi 1,08, com uma estimativa de 92,6% da capacidade resistente. Porém, de acordo com a média, apenas 70,9% da força de ruína do dente pode ser estimada por El Debs (2000).

As estimativas para os modelos experimentais de Lu, Lin e Yu (2012) indicaram a maior dispersão nos resultados, conforme ilustra o Gráfico 4.2. Os resultados para a relação $F_{r,exp} / F_{r,cal}$ variam de 1,18 a 2,19, sendo este último o pior resultado, no qual apenas 45,7% da força de ruína foi prevista.

Também é possível inferir da Tabela 4.3 que as estimativas de El Debs (2000) representaram razoavelmente a forma de ruína dos dentes de concreto. A força de ruína calculada $F_{r,cal}$ mostra que houve correspondência da forma de ruína em 24 ligações, o equivalente a 63,2% dos modelos experimentais analisados. Especificamente para esses modelos, a média para a relação $F_{r,exp} / F_{r,cal}$ foi 1,48, com um desvio padrão de 0,28 e coeficiente de variação de 19,0%.

Ao todo, 38 modelos experimentais foram utilizados para avaliar a estimativa da capacidade resistente dos dentes segundo El Debs (2000). Conforme mostra a Tabela 4.3, a precisão da estimativa da força de ruína é medida em termos da relação $F_{r,exp} / F_{r,cal}$, que revelou uma tendência a favor da segurança. Com base nos resultados, é possível concluir que a capacidade resistente do dente de concreto pode ser estimada de forma conservadora por El Debs (2000).

4.5 Força de ruína para dentes curtos de concreto de acordo com a NBR 9062 (ABNT, 2017) e NBR 6118 (ABNT, 2014)

4.5.1 Expressões analíticas para estimativa da força de ruína

Segundo a NBR 9062 (ABNT, 2017) e NBR 6118 (ABNT, 2014), no dimensionamento do dente curto de concreto devem ser estimadas a armadura do tirante e a armadura de suspensão. A norma ainda exige uma verificação da tensão de compressão na região do dente, mas não define de forma clara tal procedimento. Portanto, as expressões analíticas para a força de ruína serão derivadas apenas das equações para o cálculo da armadura do tirante e armadura de suspensão.

O cálculo da armadura do tirante, para dente curto de concreto, pode ser feito como para o consolo curto, por meio das expressões:

$$A_{s,tir} = A_{sv} + \left(H / f_{y,tir} \right) \quad \text{(Equação 4.11)}$$

$$A_{sv} = \left(0,1 + \frac{a}{d}\right) \frac{F}{f_{y,tir}} \quad (\text{Equação 4.12})$$

Isolando A_{sv} na Equação 4.11 e F na Equação 4.12, é possível obter a estimativa para a força de ruína por meio da expressão de cálculo da armadura do tirante, conforme a NBR 9062 (ABNT, 2017). Logo, a estimativa para força de ruína por escoamento da armadura do tirante é definida por:

$$F_{r,tir} = \frac{A_{sv} f_{y,tir}}{\left(0,1 + \frac{a}{d}\right)} \quad (\text{Equação 4.13})$$

$$A_{sv} = A_{s,tir} - \frac{H}{f_{y,tir}} \quad (\text{Equação 4.14})$$

onde a é a distância entre o ponto de aplicação da força vertical e o centro de gravidade da armadura de suspensão, d é a altura útil do dente, $A_{s,tir}$ é a área de aço da armadura do tirante, $f_{y,tir}$ é a resistência característica ao escoamento da armadura do tirante e H é a força horizontal.

De acordo com a NBR 6118 (ABNT, 2014) e NBR 9062 (ABNT, 2017), a armadura de suspensão deve resistir à força vertical por meio da resistência ao escoamento do aço. Portanto, assim como El Debs (2000), a armadura de suspensão pode ser obtida pela Equação 4.9 e, conseqüentemente, a estimativa para força de ruína por escoamento da armadura de suspensão pode ser obtida pela Equação 4.10.

Portanto, a força de ruína que governa a capacidade resistente dos dentes curtos de concreto, segundo a NBR 9062 (ABNT, 2017) e NBR 6118 (ABNT, 2014), é o menor valor entre os estabelecidos pelas Equações 4.10 e 4.13.

4.5.2 Resultados e análise dos resultados

A Tabela 4.4 exibe os resultados analíticos para as expressões de força de ruína para dentes curtos de concreto de acordo com a NBR 9062 (ABNT, 2017) e NBR 6118 (ABNT, 2014). Apresenta-se também uma comparação entre resultados analíticos e experimentais, no qual os resultados foram analisados estatisticamente.

Tabela 4.4 – Comparação entre resultados analíticos e experimentais: força de ruína para dentes curtos segundo a NBR 9062 (ABNT, 2017) e NBR 6118 (ABNT, 2014).

Modelo	H (kN)	a (mm)	d (mm)	a/d	$F_{r,tir}$ (kN)	$F_{r,susp}$ (kN)	$F_{r,cal}$ (kN)	Ruína	$F_{r,exp}$ (kN)	$\frac{F_{r,exp}}{F_{r,cal}}$
Mattock e Chan (1979)										
1A	0	176	281,25	0,63	93,18	192,31	93,18	T	144,12	1,55
1B	133	168	276,45	0,61	142,84	198,77	142,84	T	190,96	1,34
2A	0	165	281,25	0,59	148,36	131,34	131,34	S	178,37	1,36
2B	111	165	276,45	0,60	176,64	133,50	133,50	S	169,48	1,27
3A	0	165	281,25	0,59	147,72	162,41	147,72	S	215,83	1,46
3B	125	165	276,45	0,60	177,89	170,01	170,01	S	176,59	1,04
4A	0	165	281,25	0,59	147,81	163,37	147,81	T	188,74	1,28
4B	125	165	276,45	0,60	177,89	169,37	169,37	S	176,95	1,04
Souza (1997)										
V1A-D1	0	250	382,50	0,65	594,12	717,30	594,12	C	675,00	1,14
V1A-D2	0	250	382,50	0,65	594,12	717,30	594,12	S	783,00	1,32
V1C-D2	0	125	191,25	0,65	148,52	155,12	148,52	T	159,00	1,07
V2C-D2	0	125	191,25	0,65	148,52	155,12	148,52	T	143,00	0,96
Zalochi (2002)										
35_00V	0	195	218,70	0,89	85,22	196,38	85,22	T	153,00	1,80
70_00V	0	195	218,70	0,89	85,22	196,38	85,22	F	125,00	1,47
Lu et al. (2003)										
1	0	150	267,86	0,56	601,49	544,90	544,90	C	561,00	1,03
2	0	160	271,19	0,59	575,34	653,90	575,34	T	705,00	1,23
3	0	160	271,19	0,59	575,34	653,90	575,34	T	713,00	1,24
4	0	240	269,66	0,89	400,99	356,22	356,22	S	360,00	1,01
5	0	225	271,08	0,83	426,85	435,90	426,85	S	513,00	1,20
6	0	220	271,60	0,81	436,24	435,90	435,90	S	521,00	1,20
7	0	140	269,23	0,52	426,81	435,90	426,81	C	458,00	1,07
8	0	145	268,52	0,54	413,48	435,90	413,48	S	599,00	1,45
9	0	145	268,52	0,54	413,48	435,90	413,48	S	642,00	1,55
10	0	225	271,08	0,83	284,54	296,83	284,54	T	291,00	1,02
11	0	230	270,59	0,85	278,55	296,83	278,55	T	351,00	1,26
12	0	230	270,59	0,85	278,55	296,83	278,55	S	392,00	1,41
Lu, Lin e Yu (2012)										
1	0	170	269,00	0,63	820,17	895,62	820,17	C	811,00	0,99
3	132	170	269,00	0,63	639,84	767,70	639,84	T	704,00	1,10
5	0	170	269,00	0,63	820,17	639,73	639,73	C	690,00	1,08
7	0	170	279,00	0,61	846,36	639,73	639,73	C	632,00	0,99
9	134	170	271,00	0,63	641,19	639,73	639,73	C	550,00	0,86
11	0	170	269,00	0,63	820,17	639,73	639,73	C	491,00	0,77
13	0	170	269,00	0,63	820,17	895,62	820,17	C	787,00	0,96
15	209	170	271,00	0,63	538,07	639,73	538,07	T	626,00	1,16
17	0	245	399,00	0,61	840,77	895,62	840,77	T	1046,00	1,24
19	198	245	392,00	0,63	554,95	639,73	554,95	T	802,00	1,45
21	0	245	384,00	0,64	813,45	895,62	813,45	C	884,00	1,09
23	215	245	389,00	0,63	527,99	639,73	527,99	T	630,00	1,19
Média dos resultados dos modelos experimentais									1,20	
Desvio padrão dos resultados dos modelos experimentais									0,21	
Coeficiente de variação dos resultados dos modelos experimentais									17,9%	

T – Ruína por flexão ou escoamento da armadura do tirante;

S – Ruína por escoamento da armadura de suspensão;

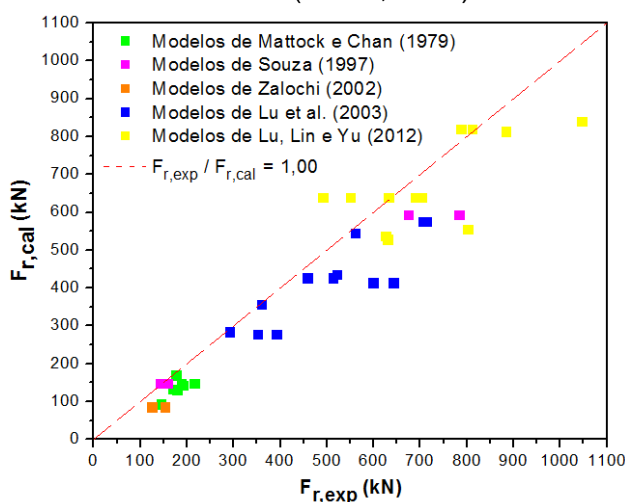
C – Ruína por ruptura do concreto na região do dente;

F – Ruína por fissura na interface entre o dente e a viga.

Fonte: o Autor (2017).

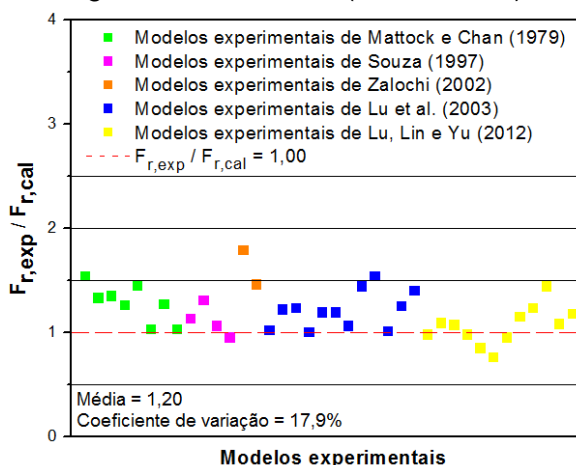
O Gráfico 4.3 ilustra os resultados analíticos e experimentais da Tabela 4.4. Analisando os procedimentos de projeto para dentes de concreto da NBR 9062 (ABNT, 2017) e NBR 6118 (ABNT, 2014), percebe-se uma pequena dispersão nos resultados, porém estes mostraram uma tendência a favor da segurança, com uma média de 1,20 para a relação $F_{r,exp} / F_{r,cal}$ e um coeficiente de variação de 17,9%, apontados no Gráfico 4.4.

Gráfico 4.3 – Resultados experimentais e analíticos: força de ruína para dentes curtos de concreto de acordo com a NBR 9062 (ABNT, 2017) e NBR 6118 (ABNT, 2014).



Fonte: o Autor (2017).

Gráfico 4.4 – Comparação entre resultados analíticos e experimentais: força de ruína para dentes curtos de concreto segundo a NBR 9062 (ABNT, 2017) e NBR 6118 (ABNT, 2014).



Fonte: o Autor (2017).

4.5.3 Discussão dos resultados

De acordo com os resultados da Tabela 4.4, a força de ruína do dente de concreto pode ser estabelecida segundo as disposições da NBR 9062 (ABNT, 2017)

e NBR 6118 (ABNT, 2014). A média da relação entre a força de ruína experimental e a força de ruína calculada é de 1,20, o que indica uma boa estimativa para a capacidade resistente do dente, com um valor da ordem de 83,3% da força de ruína. Nesta comparação entre resultados experimentais e analíticos, os modelos experimentais 4 e 10 de Lu et al. (2003), 1 e 7 de Lu, Lin e Yu (2012), tiveram o valor calculado muito próximo do valor experimental. Para os resultados apresentados, o desvio padrão foi 0,21 e o coeficiente de variação, em termos percentuais, foi 17,9%. Ambos os indicadores de variabilidade dos resultados podem ser considerados admissíveis para o estudo comparativo.

É importante comentar também que as disposições da NBR 9062 (ABNT, 2017) e NBR 6118 (ABNT, 2014) superestimaram a capacidade resistente de alguns modelos experimentais, conforme expõem a Tabela 4.4 e o Gráfico 4.3. Estimativas contra a segurança foram apresentadas para o modelo V2C-D2 de Souza (1997) e para os modelos 1, 7, 9, 11 e 13 de Lu, Lin e Yu (2012). Em particular, para o modelo 11 de Lu, Lin e Yu (2012), a força de ruína foi superestimada em 30% em relação ao valor obtido experimentalmente. Com exceção do modelo V2C-D2, todos os modelos mencionados tiveram ruína por ruptura do concreto, análise que não foi considerada neste estudo comparativo e que é de suma importância.

Estimativas a favor da segurança foram previstas para os dois modelos experimentais de Zalochi (2002). Para ambos os modelos, a relação $F_{r,exp} / F_{r,cal}$ refletem previsões mais conservadoras, conforme ilustra o Gráfico 4.4.

A respeito das formas de ruína, de acordo com a Tabela 4.4, a força de ruína calculada $F_{r,cal}$ revela que houve correspondência da forma de ruína apenas em 21 modelos experimentais, o equivalente a 55,3% das ligações estudadas. Para esses modelos em questão, a média para a relação $F_{r,exp} / F_{r,cal}$ foi 1,23, com um desvio padrão de 0,20 e coeficiente de variação de 16,1%.

Portanto, por meio de um estudo comparativo com 38 modelos experimentais, a estimativa da capacidade resistente dos dentes, segundo as disposições da NBR 9062 (ABNT, 2017) e NBR 6118 (ABNT, 2014), foi avaliada. A relação $F_{r,exp} / F_{r,cal}$ é um dos parâmetros que ajuda a medir a precisão da previsão da força de ruína dos dentes. Contudo, observa-se que a força de ruína dos dentes pode ser estimada pelas disposições da NBR 9062 (ABNT, 2017) e NBR 6118 (ABNT, 2014), segundo os resultados apresentados na Tabela 4.4.

4.6 Força de ruína para dentes de concreto de acordo com PCI *Design Handbook* (PCI, 2010)

4.6.1 Expressões analíticas para estimativa da força de ruína

O manual PCI *Design Handbook* (PCI, 2010), em sua 7ª edição, requer uma investigação para cada um dos modos de ruína, para a determinação da força de ruína do dente de concreto.

Uma armadura principal $A_{s,tir}$ é necessária para evitar o modo de ruína por flexão e tração axial do dente. Essa armadura principal é composta por uma armadura de flexão A_f e por uma armadura para absorver as tensões de tração oriunda da força horizontal A_n . O cálculo dessa armadura pode ser feito de maneira semelhante ao consolo. Desse modo:

$$A_{s,tir} = A_f + A_n = \frac{1}{f_{y,tir}} \left[F \left(\frac{a}{d} \right) + H \left(\frac{h}{d} \right) \right] \quad (\text{Equação 4.15})$$

Isolando F na Equação 4.15, é possível determinar a força de ruína por flexão e tração axial no dente. Logo:

$$F_{r,1} = \frac{d}{a} \left[A_{s,tir} f_{y,tir} - H \left(\frac{h}{d} \right) \right] \quad (\text{Equação 4.16})$$

onde a é a distância entre o ponto de aplicação da força vertical e o centro de gravidade da armadura de suspensão, d é a altura útil do dente, h é altura do dente, $A_{s,tir}$ é a área de aço da armadura do tirante, $f_{y,tir}$ é a resistência característica ao escoamento do aço da armadura principal e H é a força horizontal.

A ruína por corte direto na interface entre o dente e a viga pode ser evitada por uma armadura composta pela armadura principal $A_{s,tir}$ e pela armadura horizontal $A_{s,cost}$. Essas armaduras podem ser estimadas pela teoria de atrito-cisalhamento por meio das expressões:

$$A_{s,tir} = \frac{2F}{3f_{y,tir}\mu_e} + A_n \quad (\text{Equação 4.17})$$

$$A_n = \frac{H}{f_{y,tir}} \quad (\text{Equação 4.18})$$

$$A_{s,cost} = 0,5(A_{s,tir} - A_n) \quad (\text{Equação 4.19})$$

$$\mu_e = \frac{6,895\lambda bh\mu}{F} \leq 3,4 \quad (\text{Tabela 3.5}) \quad (\text{Equação 4.20})$$

em que b é a largura do dente, μ é o coeficiente de atrito com valor igual $1,4\lambda$, sendo λ o coeficiente que leva em conta a densidade do concreto, que vale $1,00$, para concreto de densidade normal, e $0,75$, para concreto de densidade baixa.

A força de ruína por corte direto na interface entre o dente e a viga pode ser estabelecida por meio da equação de atrito-cisalhamento:

$$A_{vf} = \frac{1}{f_y} \left(\frac{F}{\mu_e} + H \right) \quad (\text{Equação 4.21})$$

no qual A_{vf} é a área de aço da armadura que atravessa o plano de corte na interface entre o dente e a viga e f_y é a resistência característica ao escoamento do aço.

Introduzindo a Equação 4.20 na Equação 4.21 e isolando F , é possível obter a força de ruína por corte direto na interface entre o dente e a viga, por meio da equação:

$$F_{r,21} = \sqrt{6,895\lambda bh\mu(A_{vf}f_y - H)} \quad (\text{Equação 4.22})$$

$$A_{vf}f_y = A_{s,tir}f_{y,tir} + A_{s,cost}f_{y,cost} \quad (\text{Equação 4.23})$$

onde $A_{s,cost}$ é a área de aço da armadura horizontal e $f_{y,cost}$ é a resistência característica ao escoamento do aço da armadura horizontal.

Para o modo de ruína por corte direto na interface entre o dente e a viga, o manual PCI *Design Handbook* (PCI, 2010) ainda limita a força de ruína em:

$$F_{r,22} = 0,3\lambda f_c bh \quad (\text{Equação 4.24})$$

$$F_{r,23} = 6,895\lambda bh \quad (\text{Equação 4.25})$$

sendo f_c a resistência característica à compressão do concreto.

A armadura de suspensão, na forma de estribos fechados, requerida para evitar o modo de ruína por fissura de tração diagonal no canto reentrante, pode ser calculada pela expressão:

$$A_{s,susp} = \frac{F}{f_{y,susp}} \quad (\text{Equação 4.26})$$

Isolando F na Equação 4.26, é possível obter a força de ruína por fissura de tração diagonal no canto reentrante. Então:

$$F_{r,3} = A_{s,susp} f_{y,susp} \quad (\text{Equação 4.27})$$

em que $A_{s,susp}$ é a área de aço da armadura de suspensão e $f_{y,susp}$ é a resistência característica ao escoamento do aço da armadura de suspensão.

Por fim, para evitar o modo de ruína por compressão diagonal na região do dente, o manual *PCI Design Handbook* (PCI, 2010) limita a força de ruína em:

$$F_{r,4} = A_{s,v} f_{y,v} + A_{s,cost} f_{y,cost} + 0,16607bd\lambda\sqrt{f_c} \quad (\text{Equação 4.28})$$

sendo $A_{s,v}$ a área de aço da armadura de estribos verticais e $f_{y,v}$ a resistência característica ao escoamento do aço da armadura de estribos verticais.

Portanto, a força de ruína que governa a capacidade resistente dos dentes de concreto, segundo o manual *PCI Design Handbook* (PCI, 2010), é o menor valor entre os estabelecidos pelas Equações 4.16, 4.22, 4.24, 4.25, 4.27 e 4.28.

4.6.2 Resultados e análise dos resultados

A Tabela 4.5 apresenta os resultados analíticos para as expressões de força de ruína para dentes de concreto de acordo com o manual *PCI Design Handbook* (PCI, 2010). Também são comparados os resultados analíticos com os resultados experimentais. São apresentados a média, o desvio padrão e o coeficiente de variação para as estimativas da força de ruína.

Tabela 4.5 – Comparação entre resultados analíticos e experimentais: força de ruína para dentes de concreto de acordo com o manual PCI *Design Handbook* (PCI, 2010).

Modelo	H (kN)	$\frac{a}{d}$	$F_{r,1}$ (kN)	$F_{r,21}$ (kN)	$F_{r,22}$ (kN)	$F_{r,23}$ (kN)	$F_{r,3}$ (kN)	$F_{r,4}$ (kN)	$F_{r,cal}$ (kN)	Ruína	$F_{r,exp}$ (kN)	$\frac{F_{r,exp}}{F_{r,cal}}$
Mattock e Chan (1979)												
1A	0	0,63	108,07	190,87	390,57	267,08	192,31	64,20	64,20	T	144,12	2,24
1B	133	0,61	143,75	244,45	354,54	267,08	198,77	90,93	90,93	T	190,96	2,10
2A	0	0,59	173,65	245,73	383,48	267,08	131,34	93,69	93,69	S	178,37	1,90
2B	111	0,60	187,03	261,24	358,61	267,08	133,50	91,82	91,82	S	169,48	1,85
3A	0	0,59	172,90	244,03	430,31	267,08	162,41	93,93	93,93	S	215,83	2,30
3B	125	0,60	186,07	264,02	367,79	267,08	170,01	95,26	95,26	S	176,59	1,85
4A	0	0,59	173,02	242,80	367,79	267,08	163,37	89,63	89,63	T	188,74	2,11
4B	125	0,60	186,07	262,00	341,29	267,08	169,37	91,21	91,21	S	176,95	1,94
Souza (1997)												
V1A-D1	0	0,65	685,02	837,22	944,64	565,39	717,30	891,79	565,39	C	675,00	1,19
V1A-D2	0	0,65	685,02	837,22	1045,5	565,39	717,30	895,89	565,39	S	783,00	1,38
V1C-D2	0	0,65	171,25	210,02	230,01	141,35	155,12	241,35	141,35	T	159,00	1,12
V2C-D2	0	0,65	171,25	210,02	217,10	141,35	155,12	240,80	141,35	T	143,00	1,01
Zalochi (2002)												
35_00V	0	0,89	94,78	191,60	573,75	310,27	196,38	278,28	94,78	T	153,00	1,61
70_00V	0	0,89	94,78	191,60	1046,3	310,27	196,38	293,22	94,78	F	125,00	1,32
Lu et al (2003)												
1	0	0,56	708,90	539,20	612,00	413,70	544,90	156,87	156,87	C	561,00	3,58
2	0	0,59	672,86	539,20	1126,8	413,70	653,90	176,26	176,26	T	705,00	4,00
3	0	0,59	672,86	539,20	1245,6	413,70	653,90	179,92	179,92	T	713,00	3,96
4	0	0,89	446,04	539,20	612,00	413,70	356,22	157,22	157,22	S	360,00	2,29
5	0	0,83	478,28	539,20	1126,8	413,70	435,90	176,23	176,23	S	513,00	2,91
6	0	0,81	490,09	539,20	1245,6	413,70	435,90	180,03	180,03	S	521,00	2,89
7	0	0,52	508,89	462,68	606,60	413,70	435,90	156,90	156,90	C	458,00	2,92
8	0	0,54	490,05	462,68	1126,8	413,70	435,90	175,55	175,55	S	599,00	3,41
9	0	0,54	490,05	462,68	1245,6	413,70	435,90	179,18	179,18	S	642,00	3,58
10	0	0,83	318,82	462,68	606,60	413,70	296,83	157,26	157,26	T	291,00	1,85
11	0	0,85	311,32	462,68	1126,8	413,70	296,83	176,10	176,10	T	351,00	1,99
12	0	0,85	311,32	462,68	1245,6	413,70	296,83	179,75	179,75	S	392,00	2,18
Lu, Lin e Yu (2012)												
1	0	0,63	949,95	677,23	1199,9	455,07	895,62	196,05	196,05	C	811,00	4,14
3	132	0,63	717,01	611,99	1199,9	455,07	767,70	196,05	196,05	T	704,00	3,59
5	0	0,63	949,95	677,23	1199,9	455,07	639,73	196,05	196,05	C	690,00	3,52
7	0	0,61	985,26	696,20	579,62	480,93	639,73	174,41	174,41	C	632,00	3,62
9	134	0,63	718,97	619,91	564,66	468,52	639,73	172,84	172,84	C	550,00	3,18
11	0	0,63	949,95	677,23	548,46	455,07	639,73	171,27	171,27	C	491,00	2,87
13	0	0,63	949,95	677,23	960,30	455,07	895,62	187,98	187,98	C	787,00	4,19
15	209	0,63	585,73	582,72	1001,9	474,76	639,73	191,00	191,00	T	626,00	3,28
17	0	0,61	977,70	814,46	1735,5	658,20	895,62	234,05	234,05	T	1046,0	4,47
19	198	0,63	618,69	695,50	1745,7	662,06	639,73	234,58	234,58	T	802,00	3,42
21	0	0,64	940,94	796,52	1328,4	629,51	895,62	217,25	217,25	C	884,00	4,07
23	215	0,63	584,62	671,06	1344,4	637,10	639,73	218,52	218,52	T	630,00	2,88
Média dos resultados dos modelos experimentais											2,70	
Desvio padrão dos resultados dos modelos experimentais											0,99	
Coeficiente de variação dos resultados dos modelos experimentais											36,5%	

T – Ruína por flexão ou escoamento da armadura do tirante;

S – Ruína por escoamento da armadura de suspensão;

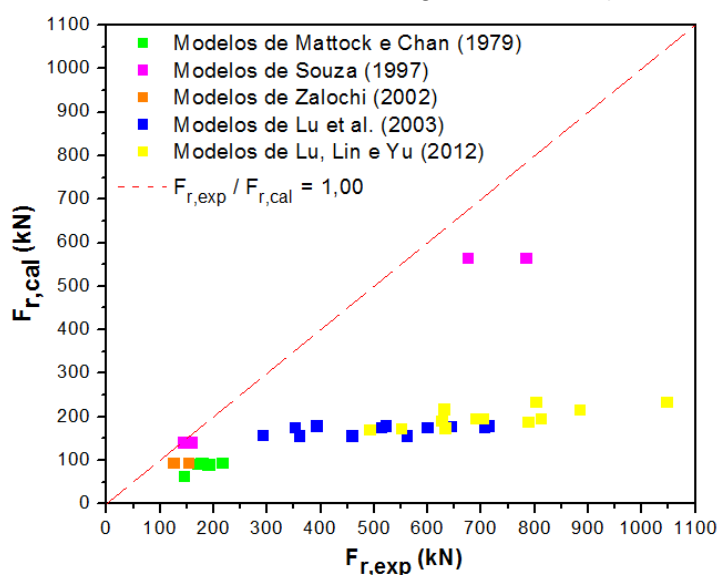
C – Ruína por ruptura do concreto na região do dente;

F – Ruína por fissura na interface entre o dente e a viga.

Fonte: o Autor (2017).

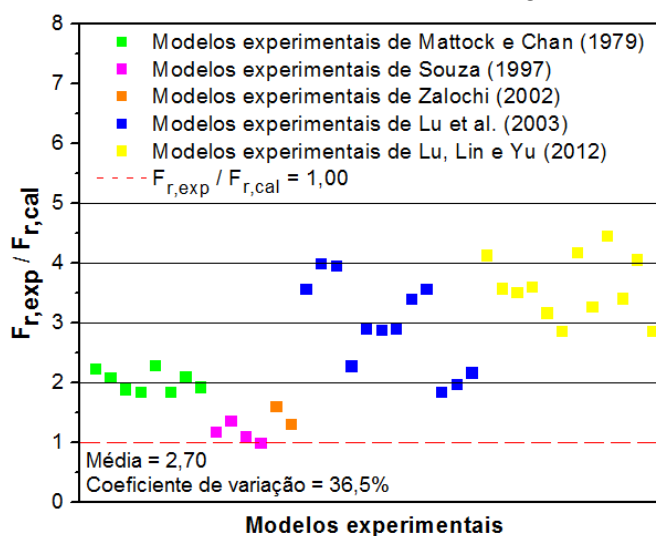
De uma forma mais ilustrativa, os resultados experimentais e analíticos podem ser observados no Gráfico 4.5. O método de projeto para dentes de concreto do manual *PCI Design Handbook* (PCI, 2010) apresentou resultados a favor da segurança, porém muito conservadores e dispersos. Observa-se no Gráfico 4.6 que previsões para os modelos experimentais de Lu et al. (2003); Lu, Lin e Yu (2012) e Mattock e Chan (1979); tiveram uma relação $F_{r,exp} / F_{r,cal}$ com valores acima de 2,0, o que significa que menos de 50% da capacidade resistente foi estimada.

Gráfico 4.5 – Resultados experimentais e analíticos: força de ruína para dentes de concreto de acordo com o manual *PCI Design Handbook* (PCI, 2010).



Fonte: o Autor (2017).

Gráfico 4.6 - Comparação entre resultados analíticos e experimentais: força de ruína para dentes de concreto de acordo com o manual *PCI Design Handbook* (PCI, 2010).



Modelos experimentais
Fonte: o Autor (2017).

4.6.3 Discussão dos resultados

De uma forma muito conservadora, a força de ruína do dente de concreto pode ser prevista de acordo com o manual PCI *Design Handbook* (PCI, 2010), conforme expõem a Tabela 4.5 e o Gráfico 4.5. Para os modelos experimentais considerados, a média da relação $F_{r,exp} / F_{r,cal}$ foi muito alta, com um valor igual a 2,70. Em média, esse valor indica que apenas 37,0% da capacidade resistente pode ser estimada. Os resultados também indicam uma grande variabilidade (Gráfico 4.6), com um desvio padrão de 0,99 e coeficiente de variação de 36,5%. A grande variabilidade dos resultados pode ser facilmente visualizada por meio dos resultados do modelo V2C-D2 de Souza (1997) e do modelo 17 de Lu, Lin e Yu (2012). Para o modelo V2C-D2 de Souza (1997), a força de ruína calculada ficou muito próxima do valor obtido experimentalmente, o que significa, em termos percentuais, que quase 100% da capacidade resistente foi prevista. Por outro lado, o modelo 17 de Lu, Lin e Yu (2012) teve uma média para a relação $F_{r,exp} / F_{r,cal}$ igual a 4,47, indicando uma estimativa de apenas 22,4% da força de ruína.

As piores estimativas foram para os modelos experimentais de Lu, Lin e Yu (2012) e Lu et al. (2003), sendo deste último a maior variabilidade dos resultados, conforme ilustram os Gráficos 4.5 e 4.6. Os resultados analíticos expressos na Tabela 4.5 mostram que a estimativa da capacidade resistente dos modelos experimentais de Lu et al. (2003); Lu, Lin e Yu (2012) e Mattock e Chan (1979) foram governados pelo modo de ruína por compressão diagonal na região do dente. Para esse modo de ruína, o manual PCI *Design Handbook* (PCI, 2010) limita a força de ruína de acordo com a Equação 4.28. Nessa equação, a resistência à compressão do concreto pouco influencia na capacidade resistente do dente, no entanto a taxa de armadura de estribos verticais e a taxa de armadura de costura tem um peso considerável. Os modelos experimentais de Lu et al. (2003); Lu, Lin e Yu (2012) e Mattock e Chan (1979) não foram armados com estribos verticais na região do dente, deixando a capacidade resistente a mercê da taxa de armadura de costura e da resistência à compressão do concreto. Um ponto importante que deve ser lembrado é que o manual PCI *Design Handbook* (PCI, 2010) exige uma armadura mínima de estribos verticais para região do dente, que deve ser estabelecida de acordo com a Equação 3.39. Essas são algumas das explicações

para os resultados indesejáveis do método de projeto para dentes de concreto do manual *PCI Design Handbook* (PCI, 2010).

De acordo com a Tabela 4.5, nota-se que houve compatibilidade da forma de ruína apenas em 10 modelos experimentais, o equivalente a 26,3% das ligações analisadas, em virtude da falta de estribos verticais na região do dente.

Outros pesquisadores também analisaram o método de projeto do manual *PCI Design Handbook* (PCI, 2010), como é o caso de Aswim et al. (2014); Lu et al. (2003); Lu, Lin e Yu (2012) e Yang, Ashour and Lee (2011). Lu et al. (2003) realizaram um estudo comparativo com 20 modelos experimentais e afirmam que o método de projeto do manual *PCI Design Handbook* (PCI, 1999) subestima a capacidade resistente dos dentes de concreto. Lu, Lin e Yu (2012) fizeram uma análise comparativa com 44 dentes de concreto e comentam que o método prevê estimativas mais dispersas e conservadoras. De fato, os resultados dos estudos mostram essas constatações. No entanto, conforme descrito anteriormente, todos os modelos experimentais usados no estudo de Lu et al. (2003) não foram armados com estribos verticais na região do dente. No caso de Lu, Lin e Yu (2012), dentre todos os modelos experimentais utilizados na análise comparativa, apenas metade dos modelos experimentais ensaiados pelos autores receberam armadura transversal na região do dente, sendo estes com relação a/d maior do que 1, o que também desobedece os critérios do manual *PCI Design Handbook* (PCI, 2010), que limita a relação a/d em 1. Logo, o não atendimento dessas exigências pode ter contribuído para os improváveis resultados.

Nos estudos de Lu et al. (2003) e Lu, Lin e Yu (2012), a média da relação $F_{r,exp} / F_{r,cal}$ foi 2,59 e 2,50, respectivamente, resultados muito próximo ao encontrado nesta pesquisa, cujo valor foi 2,70. Yang, Ashour and Lee (2011) tiveram um resultado mais otimista em um estudo com 47 modelos experimentais, com uma média para a relação $F_{r,exp} / F_{r,cal}$ igual a 1,84, mas os autores ainda consideraram que a abordagem do manual *PCI Design Handbook* (PCI, 2010) subestima a capacidade resistente do dente. Observou-se que o resultado encontrado por Yang, Ashour e Lee (2011) teve uma melhoria quando comparado com os resultados encontrados pelos demais pesquisadores. A melhoria no resultado se justifica pela presença de 26 dentes que apresentavam estribos verticais, sendo 24 modelos de Wang, Guo e Hoogenboom (2005) e 2 modelos de Taher (2005).

Por outro lado, em um estudo comparativo, Aswim et al. (2014) estimaram a força de ruína para 24 dentes de concreto por diferentes códigos, e também pelo método de projeto do manual PCI *Design Handbook* (PCI, 2010). Os dentes em questão, ensaiados por Wang, Guo e Hoogenboom (2005), tinham como característica a presença de estribos verticais na região do apoio. Os códigos normativos estudados foram a ACI 318-08 (ACI, 2008), BS 8110 (BSI, 1997), EN 1992-1-1 (CEN, 2004). Nesse estudo, o manual PCI *Design Handbook* (PCI, 2010) apresentou o melhor resultado para a relação entre a força de ruína experimental e a força de ruína calculada, com um valor médio igual a 0,9643, porém o coeficiente de redução da resistência ϕ foi considerado nas estimativas, com valor igual a 0,75, conforme o manual PCI *Design Handbook* (PCI, 2010). Yang, Ashour and Lee (2011) utilizaram esses 24 modelos experimentais em seu estudo comparativo, mas em suas estimativas não foi considerado o coeficiente de redução da resistência ϕ . De acordo com os resultados apresentados pelos autores, para estes modelos experimentais, a média da relação $F_{r,exp} / F_{r,cal}$ foi 1,22, o que indica uma estimativa de quase 82% da capacidade resistente. Para fim de comparação, nesta pesquisa, dos 38 modelos experimentais analisados, apenas 6 apresentam estribos verticais na região do dente. Neste caso, para esses modelos com estribos verticais, a média para relação $F_{r,exp} / F_{r,cal}$ foi 1,27, resultado muito próximo ao encontrado por Yang, Ashour and Lee (2011) no estudo comparativo com 24 dentes de concreto. Com isso, fica evidente que a presença de estribos verticais no dente contribui para melhores resultados nas estimativas de força de ruína do manual PCI *Design Handbook* (PCI, 2010).

Nesse estudo comparativo, o método de projeto do manual PCI *Design Handbook* (PCI, 2010) foi avaliado por meio de 38 modelos experimentais. A precisão da força de ruína foi medida com base na relação $F_{r,exp} / F_{r,cal}$ e analisada por parâmetros estatísticos. Os resultados da Tabela 4.5 apontam que o método de projeto do manual PCI *Design Handbook* (PCI, 2010) pode estabelecer a força de ruína, mas subestima significativamente a capacidade resistente do dente de concreto. No entanto, diante do que foi discutido aqui, ainda acredita-se que o atendimento aos requisitos de projeto do manual PCI *Design Handbook* (PCI, 2010), principalmente no que diz respeito à armadura mínima de estribos verticais, pode levar a uma boa estimativa da força de ruína dos dentes de concreto.

ruína para as diferentes formas de ruína pode ser estabelecida por meio do Modelo I (Figura 4.2), no qual o menor valor determinado governa a capacidade resistente do dente de concreto.

De acordo com Modelo I (Figura 4.2), a ruína por ruptura do concreto na região do dente pode ocorrer pela biela AB. Logo, a força de ruína do dente de concreto é limitada pela resistência da biela AB. De acordo com a ACI 318-14 (ACI, 2014), a resistência da biela é definida por:

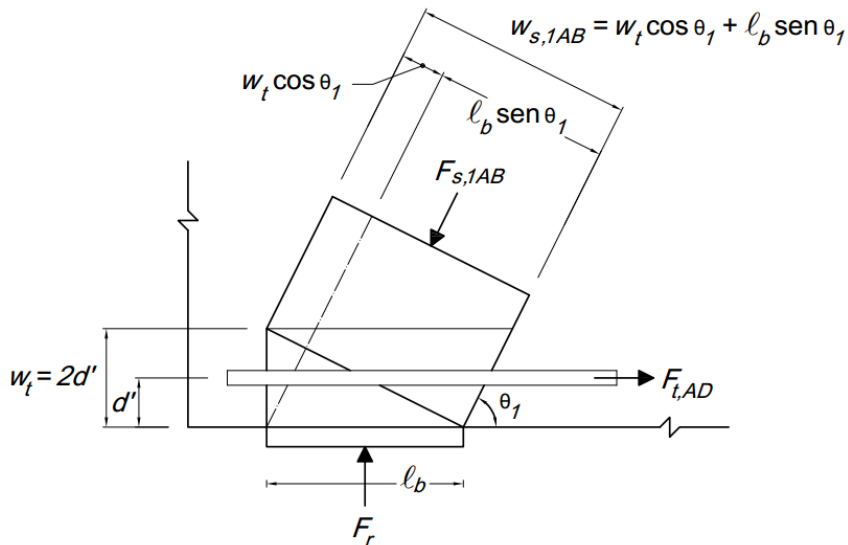
$$F_{ns,AB} = 0,85\beta_s f_c A_{cs,AB} \quad (\text{Equação 4.29})$$

onde f_c é a resistência característica à compressão do concreto. Para um concreto com densidade normal, ou seja $\lambda = 1,0$, o valor de β_s é igual a 0,6 para uma biela localizada em região sem armadura. A área da seção transversal da biela AB depende da região nodal. Para o nó A (Figura 4.3), sendo b a largura do dente de concreto, a área da seção transversal da biela AB é dada por:

$$A_{cs,1AB} = w_{s,1AB} b \quad (\text{Equação 4.30})$$

$$w_{s,1AB} = w_t \cos \theta_1 + \ell_b \sin \theta_1 \quad (\text{Equação 4.31})$$

Figura 4.3 – Configuração do nó A para o Modelo I.



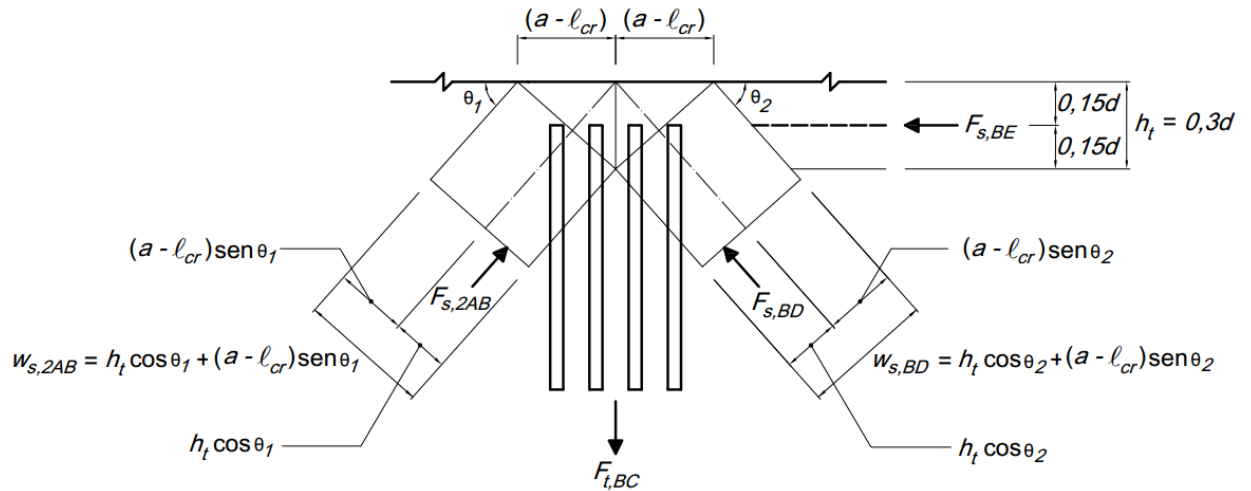
Fonte: adaptado da ACI 318-14 (ACI, 2014).

Para o nó B (Figura 4.4), sendo b a largura do dente de concreto, a área da seção transversal da biela AB é definida por:

$$A_{cs,2AB} = w_{s,2AB}b \quad (\text{Equação 4.32})$$

$$w_{s,2AB} = h_t \cos \theta_1 + (a - \ell_{cr}) \text{sen} \theta_1 \quad (\text{Equação 4.33})$$

Figura 4.4 – Configuração do nó B para o Modelo I.



Fonte: baseado em ACI 318-14 (ACI, 2014) e Sanders (2002).

Considerando a resistência da biela AB e fazendo o equilíbrio no nó A (Figura 4.2), a força de ruína por ruptura do concreto na região do dente $F_{r,BieAB}$ é o menor valor entre $F_{r1,BieAB}$ e $F_{r2,BieAB}$, estabelecidos por meio das expressões:

$$F_{r1,BieAB} = F_{ns1,AB} \text{sen} \theta_1 \quad (\text{Equação 4.34})$$

$$F_{r2,BieAB} = F_{ns2,AB} \text{sen} \theta_1 \quad (\text{Equação 4.35})$$

$$\theta_1 = \text{arc tg} \left(\frac{0,85d}{a} \right) \quad (\text{Equação 4.36})$$

A ruína do dente de concreto pode ocorrer por flexão, com o escoamento da armadura do tirante. Dessa forma, de acordo com o Modelo I (Figura 4.2), a força de ruína é limitada pela resistência do tirante AD. Desprezando a parcela referente à protensão, a resistência do tirante AD pode ser expressa por:

$$F_{nt,tirAD} = A_{s,tir} f_{y,tir} \quad (\text{Equação 4.37})$$

em que $A_{s,tir}$ é a área de aço da armadura do tirante e $f_{y,tir}$ é a resistência característica ao escoamento do aço da armadura do tirante.

Por meio do equilíbrio do nó A (Figura 4.2) e considerando a resistência do tirante AD, a força de ruína por escoamento da armadura principal pode ser determinada pela equação:

$$F_{r,tirAD} = (F_{nt,tirAD} - H) \operatorname{tg} \theta_1 \quad (\text{Equação 4.38})$$

onde H é a força horizontal.

A abertura de fissura no canto reentrante e o escoamento da armadura de suspensão pode provocar a ruína do dente de concreto. Dessa maneira, conforme ilustra o Modelo I (Figura 4.2), a força de ruína é limitada pela resistência do tirante BC. Ignorando a parcela referente à protensão, a resistência do tirante BC é definida por:

$$F_{nt,tirBC} = A_{s,susp} f_{y,susp} \quad (\text{Equação 4.39})$$

no qual $A_{s,susp}$ é a área de aço da armadura de suspensão e $f_{y,susp}$ é a resistência característica ao escoamento do aço da armadura do suspensão. A força de ruína por escoamento da armadura de suspensão pode ser obtida pela equação:

$$F_{r,suspBC} = \frac{F_{nt,tirBC} z_{vig} \operatorname{cotg} \theta_3 - 0,85dH}{m + n + a} \quad (\text{Equação 4.40})$$

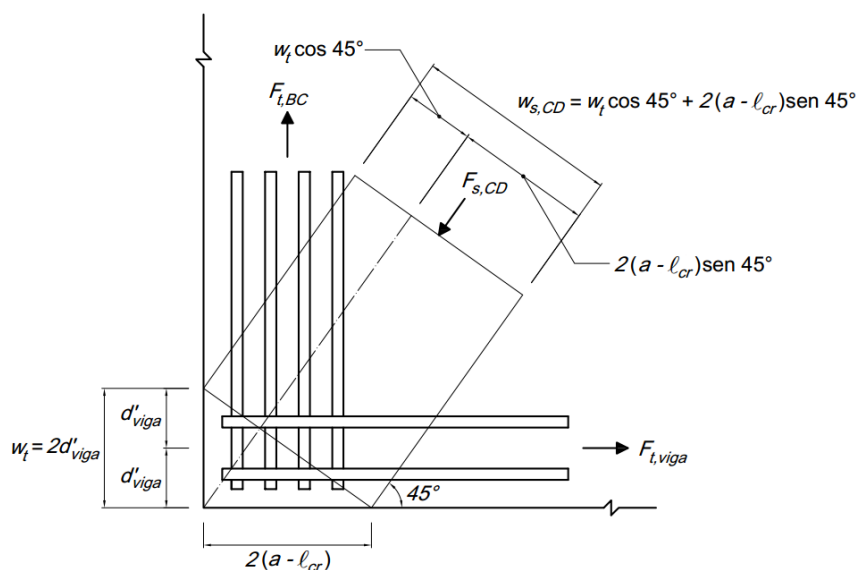
sendo $\theta_3 = 45^\circ$ e demais parâmetros geométricos definidos na Figura 4.2.

A ruína por ruptura do concreto pode ocorrer também na extremidade inferior da viga, no nó C (Figura 4.2). Portanto, a força de ruína é limitada pela resistência da biela CD. De acordo com a ACI 318-14 (ACI, 2014), a resistência da biela CD é definida por:

$$F_{ns,CD} = 0,85 \beta_s f_c A_{cs,CD} \quad (\text{Equação 4.41})$$

onde f_c é a resistência característica à compressão do concreto. Para um concreto com densidade normal, ou seja $\lambda = 1,0$, o valor de β_s é igual a 0,6 para uma biela localizada em região sem armadura. A Figura 4.5 ilustra a configuração do nó C para o Modelo I.

Figura 4.5 – Configuração do nó C para o Modelo I.



Fonte: baseado em ACI 318-14 (ACI, 2014) e Sanders (2002).

Considerando a Figura 4.5, a área da seção transversal da biela CD pode ser obtida por meio das equações:

$$A_{cs,CD} = w_{s,CD} b \quad (\text{Equação 4.42})$$

$$w_{s,CD} = w_t \cos \theta_3 + 2(a - l_{cr}) \sen \theta_3 \quad (\text{Equação 4.43})$$

A força de ruína por ruptura do concreto na extremidade inferior da viga pode ser calculada pela seguinte expressão:

$$F_{r,BieCD} = \frac{F_{ns,CD} z_{vig} \cos \theta_3 - 0,85dH}{m + n + a} \quad (\text{Equação 4.44})$$

onde H é a força horizontal e demais parâmetros definidos na Figura 4.2.

Portanto, a força de ruína que governa a capacidade resistente do dente de concreto é o menor valor entre os estabelecidos pelas Equações 4.34, 4.35, 4.38, 4.40 e 4.44.

4.7.2 Resultados e análise dos resultados

A Tabela 4.6 mostra os resultados analíticos para as expressões de força de ruína para dentes segundo a ACI 318-14 (ACI, 2014) e o Modelo I. Os resultados analíticos e experimentais foram comparados e analisados estatisticamente.

Tabela 4.6 – Comparação entre resultados analíticos e experimentais: força de ruína para dentes de concreto de acordo com a ACI 318-14 (ACI, 2014) e o Modelo I.

Modelo	H (kN)	a (mm)	d (mm)	$F_{r1,BieAB}$ (kN)	$F_{r2,BieAB}$ (kN)	$F_{r,tirAD}$ (kN)	$F_{r,suspBC}$ (kN)	$F_{r,BieCD}$ (kN)	$F_{r,cal}$ (kN)	Ruína	$F_{r,exp}$ (kN)	$\frac{F_{r,exp}}{F_{r,cal}}$
Mattock e Chan (1979)												
1A	0	176	281,25	193,37	175,22	91,86	142,74	198,74	91,86	T	144,12	1,57
1B	133	168	276,45	186,77	148,15	141,40	103,08	124,47	103,08	T	190,96	1,85
2A	0	165	281,25	195,13	158,14	147,60	99,08	180,59	99,08	S	178,37	1,80
2B	111	165	276,45	190,23	146,24	175,30	61,96	130,16	61,96	S	169,48	2,74
3A	0	165	281,25	218,96	177,46	146,96	122,52	202,65	122,52	S	215,83	1,76
3B	125	165	276,45	195,10	149,98	176,54	84,63	129,59	84,63	S	176,59	2,09
4A	0	165	281,25	186,82	151,74	147,07	123,25	173,20	123,25	T	188,74	1,53
4B	125	165	276,45	181,04	139,18	176,54	84,14	117,11	84,14	S	176,95	2,10
Souza (1997)												
V1A-D1	0	250	382,50	448,70	489,79	582,27	536,82	585,53	448,70	C	675,00	1,50
V1A-D2	0	250	382,50	496,61	542,09	582,27	536,82	648,05	496,61	S	783,00	1,58
V1C-D2	0	125	191,25	109,25	119,29	145,56	116,09	142,61	109,25	T	159,00	1,46
V2C-D2	0	125	191,25	103,12	112,59	145,56	116,09	134,60	103,12	T	143,00	1,39
Zalochi (2002)												
35_00V	0	195	218,70	400,61	257,87	80,56	135,39	280,55	80,56	T	153,00	1,90
70_00V	0	195	218,70	730,52	470,23	80,56	135,39	511,59	80,56	F	125,00	1,55
Lu et al. (2003)												
1	0	150	267,86	320,06	297,31	602,57	419,12	346,77	297,31	C	561,00	1,89
2	0	160	271,19	560,16	588,07	571,93	495,21	677,00	495,21	T	705,00	1,42
3	0	160	271,19	619,22	650,07	571,93	495,21	748,37	495,21	T	713,00	1,44
4	0	240	269,66	253,99	272,47	379,13	240,62	327,96	240,62	S	360,00	1,50
5	0	225	271,08	478,78	472,02	406,54	300,50	550,22	300,50	S	513,00	1,71
6	0	220	271,60	533,15	509,17	416,58	302,57	587,93	302,57	S	521,00	1,72
7	0	140	269,23	319,28	273,67	432,56	340,49	322,20	273,67	C	458,00	1,67
8	0	145	268,52	591,38	528,51	416,54	337,87	618,64	337,87	S	599,00	1,77
9	0	145	268,52	653,73	584,23	416,54	337,87	683,87	337,87	S	642,00	1,90
10	0	225	271,08	257,74	254,11	270,99	204,63	296,21	204,63	T	291,00	1,42
11	0	230	270,59	475,12	482,65	264,62	203,23	568,33	203,23	T	351,00	1,73
12	0	230	270,59	525,22	533,54	264,62	203,23	628,25	203,23	S	392,00	1,93
Lu, Lin e Yu (2012)												
1	0	170	269,00	639,73	656,82	807,46	668,25	760,98	639,73	C	811,00	1,27
3	132	170	269,00	639,73	613,03	629,92	527,74	665,18	527,74	T	704,00	1,33
5	0	170	269,00	639,73	656,82	807,46	477,33	760,98	477,33	C	690,00	1,45
7	0	170	279,00	303,28	314,95	837,47	476,96	355,48	303,28	C	632,00	2,08
9	134	170	271,00	299,94	288,09	631,89	431,14	285,87	285,87	C	550,00	1,92
11	0	170	269,00	292,42	300,23	807,46	477,33	347,84	292,42	C	491,00	1,68
13	0	170	269,00	511,99	525,67	807,46	668,25	609,04	511,99	C	787,00	1,54
15	209	170	271,00	532,16	511,14	530,27	405,33	517,09	405,33	T	626,00	1,54
17	0	245	399,00	652,76	705,43	831,04	593,02	590,59	590,59	T	1046,0	1,77
19	198	245	392,00	662,96	712,52	547,18	333,06	513,49	333,06	T	802,00	2,41
21	0	245	384,00	510,05	544,62	799,80	593,96	469,15	469,15	C	884,00	1,88
23	215	245	389,00	512,68	549,68	520,05	326,21	371,07	326,21	T	630,00	1,93
Média dos resultados dos modelos experimentais											1,73	
Desvio padrão dos resultados dos modelos experimentais											0,30	
Coeficiente de variação dos resultados dos modelos experimentais											17,4%	

T – Ruína por flexão ou escoamento da armadura do tirante;

S – Ruína por escoamento da armadura de suspensão;

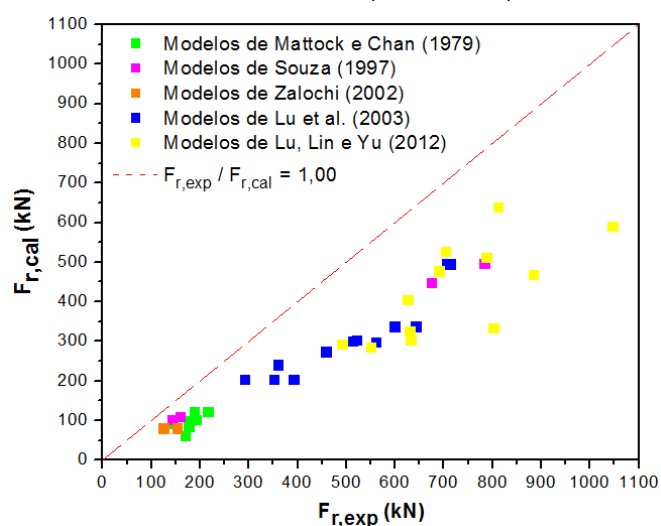
C – Ruína por ruptura do concreto na região do dente;

F – Ruína por fissura na interface entre o dente e a viga.

Fonte: o Autor (2017).

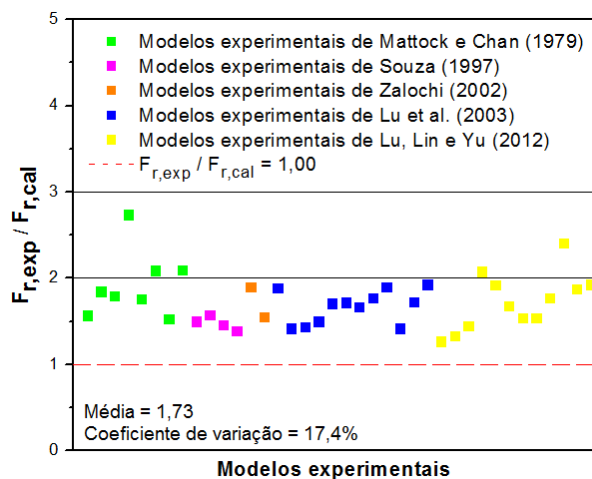
Para propiciar uma melhor visualização, o Gráfico 4.7 exibe os resultados analíticos e experimentais apresentados na Tabela 4.6. O Gráfico 4.8 apresenta os resultados para a relação $F_{r,exp} / F_{r,cal}$, obtidos de acordo com as disposições de projeto da ACI 318-14 (ACI, 2014) e o Modelo I. As disposições para o projeto de dentes de concreto da ACI 318-14 (ACI, 2014) e o Modelo I revelam uma tendência de resultados a favor da segurança, apresentando uma média de 1,73 e um coeficiente de variação de 17,4%, na aplicação dos 38 modelos experimentais da base de dados.

Gráfico 4.7 – Resultados experimentais e analíticos: força de ruína para dentes de concreto de acordo com a ACI 318-14 (ACI, 2014) e o Modelo I.



Fonte: o Autor (2017).

Gráfico 4.8 – Comparação entre resultados experimentais e analíticos: força de ruína para dentes de concreto de acordo com a ACI 318-14 (ACI, 2014) e o Modelo I.



Fonte: o Autor (2017).

4.7.3 Discussão dos resultados

De acordo com a Tabela 4.6, a força de ruína do dente de concreto pode ser prevista pelas disposições da ACI 318-14 (ACI, 2014) com o Modelo I. A média da relação $F_{r,exp} / F_{r,cal}$ foi 1,73 para os modelos experimentais considerados, um valor bem abaixo ao encontrado para o manual PCI *Design Handbook* (PCI, 2010), mas que ainda mostra uma estimativa muito conservadora, pois em média, apenas 57,8% da capacidade resistente é apurada. Os resultados não se mostraram tão dispersos, com um desvio padrão de 0,30 e um coeficiente de variação de 17,4%.

A estatística aponta que os piores resultados foram obtidos para os modelos experimentais de Mattock e Chan (1979), sendo a pior estimativa para o modelo 2B, com valor igual a 2,74 para a relação $F_{r,exp} / F_{r,cal}$. Por outro lado, o modelo 1 de Lu, Lin e Yu (2012) apresentou o melhor resultado para a relação $F_{r,exp} / F_{r,cal}$, com valor igual a 1,27, uma previsão de 78,7% da força de ruína.

De acordo com a Tabela 4.6, para as disposições da ACI 318-14 (ACI, 2014) e o Modelo I, observa-se que houve uma equivalência das formas de ruína em 20 ligações analisadas, o que representa 52,63% dos modelos experimentais. Para estas ligações, a média da relação entre a força de ruína experimental e a força de ruína calculada é 1,81, com desvio padrão de 0,31 e coeficiente de variação de 17,1%.

Um modelo de bielas e tirantes, que atende aos critérios da ACI 318-05 (ACI, 2005), muito semelhante ao Modelo I, foi analisado em um estudo comparativo de Yang, Ashour e Lee (2011). Para os 47 modelos experimentais estudados, os resultados apontaram uma média de 2,01 para a relação $F_{r,exp} / F_{r,cal}$, prevendo em média menos da metade da força de ruína. Com isso, os autores concluíram que esse modelo de bielas e tirantes, baseado na ACI 318-05 (ACI, 2005), subestima extremamente a capacidade resistente dos dentes. Diferentemente, os pesquisadores Lu, Lin e Yu (2012) apresentaram resultados melhores para as estimativas segundo a ACI 318-08 (ACI, 2008). A média da relação $F_{r,exp} / F_{r,cal}$ foi 1,53 para 44 ligações analisadas, o que em média, indica uma previsão de aproximadamente 66% da capacidade resistente. A base de dados de ambos os estudos comparativos apresentavam os modelos experimentais de Lu et al. (2003) e

Mattock e Chan (1979), e mesmo diante da semelhança já foi possível observar uma diferença nos resultados. A diferença destes se tornou ainda maior em virtude da diferença entre as bases de dados experimentais. No estudo comparativo de Yang, Ashour e Lee (2011) ainda haviam 27 modelos experimentais, sendo 24 modelos de Wang, Guo e Hoogenboom (2005) e 3 modelos de Taher (2005). Além dos modelos experimentais de Lu et al. (2003) e Mattock e Chan (1979), Lu, Lin e Yu (2012) ainda ensaiaram 24 dentes de concreto e consideraram no estudo comparativo.

Mattock (2012) afirma que o Modelo I, alvo de estudo aqui, não representa adequadamente o comportamento estrutural dos dentes de concreto, e ainda ressalta que o modelo superestima a quantidade de armadura de suspensão em projetos para dentes de concreto. De fato, vale a pena acrescentar também que o oposto pode ocorrer em uma estimativa da força de ruína. Observou-se que para uma dada quantidade de armadura de suspensão, o Modelo I pode subestimar a capacidade resistente dos dentes. Neste estudo comparativo, a armadura de suspensão governou a capacidade resistente de 22 dentes em um total de 38 modelos experimentais. Para os dentes em questão, a média da relação $F_{r,exp} / F_{r,cal}$ foi 1,78, com desvio padrão de 0,34 e coeficiente de variação de 19,3%.

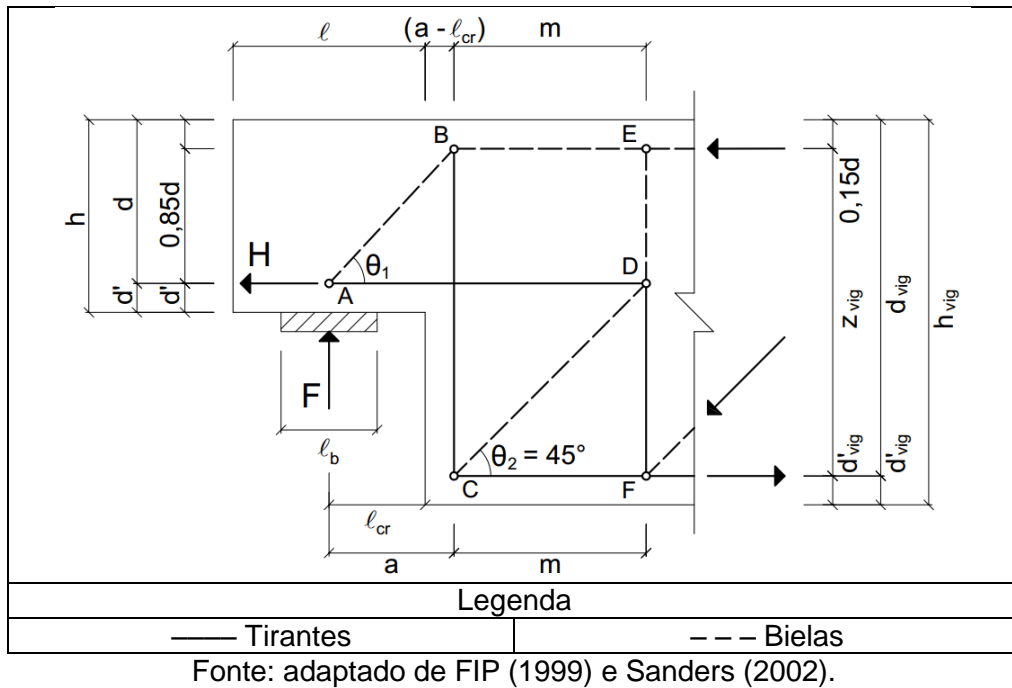
Nessa análise comparativa, o Modelo I e as disposições da ACI 318-14 (ACI, 2014) foram avaliados por meio de 38 ligações. A relação $F_{r,exp} / F_{r,cal}$ e os parâmetros estatísticos foram utilizados para apurar a precisão da estimativa da capacidade resistente. Os resultados da Tabela 4.5 demonstram que o Modelo I e as disposições da ACI 318-14 (ACI, 2014) podem estabelecer a força de ruína, porém, de uma forma muito conservadora a tal ponto de subestimar a capacidade resistente.

4.8 Força de ruína para dentes de concreto de acordo com ACI 318:14 – Modelos II e III

4.8.1 Expressões analíticas para estimativa da força de ruína

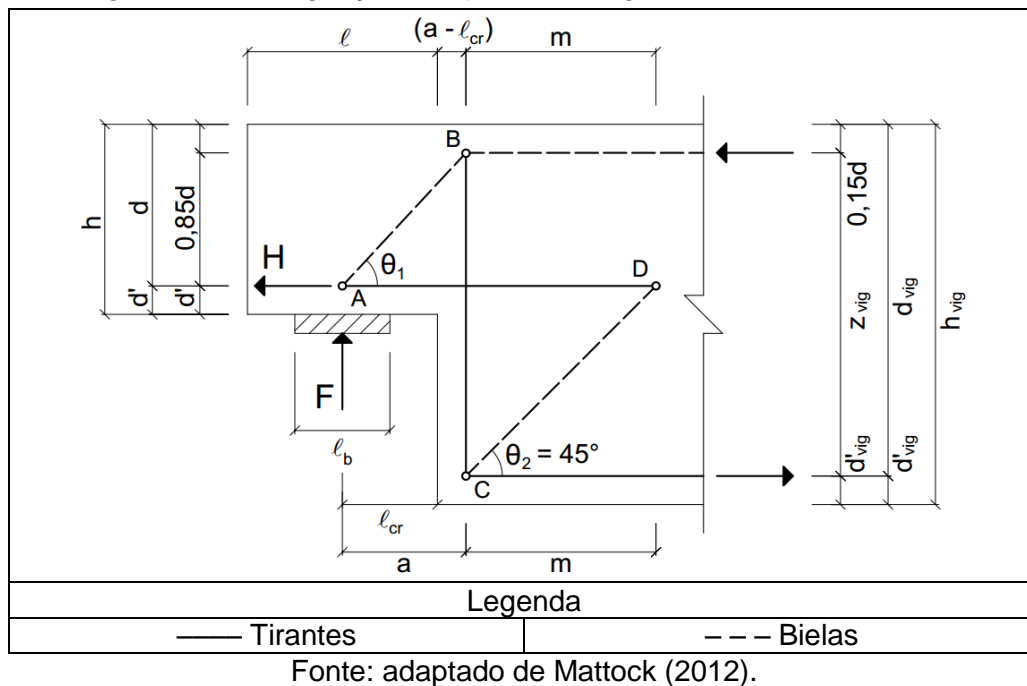
Além do Modelo I, um segundo modelo de bielas e tirantes aparece nos exemplos de projeto do manual normativo ACI SP-208. O modelo alternativo, assim chamado por Sanders (2002), é uma segunda opção para o projeto de dentes de concreto. Esse modelo alternativo, mediante adaptações e simplificações, designado como Modelo II (Figura 4.6), também é foco de avaliação nesta pesquisa.

Figura 4.6 – Designação dos parâmetros geométricos do Modelo II.



Recentemente, analisando o modelo alternativo (Modelo II), Mattock (2012) propôs um modelo de bielas e tirantes simplificado. Esse modelo, muito parecido com o Modelo II, se diferencia apenas pela ausência da biela DE e do tirante DF. Tal modelo, denominado Modelo III (Figura 4.7), também é alvo de estudo nesse trabalho. De acordo com as considerações deste trabalho, em virtude da semelhança, as expressões para força de ruína são iguais para ambos os modelos.

Figura 4.7 – Designação dos parâmetros geométricos do Modelo III.

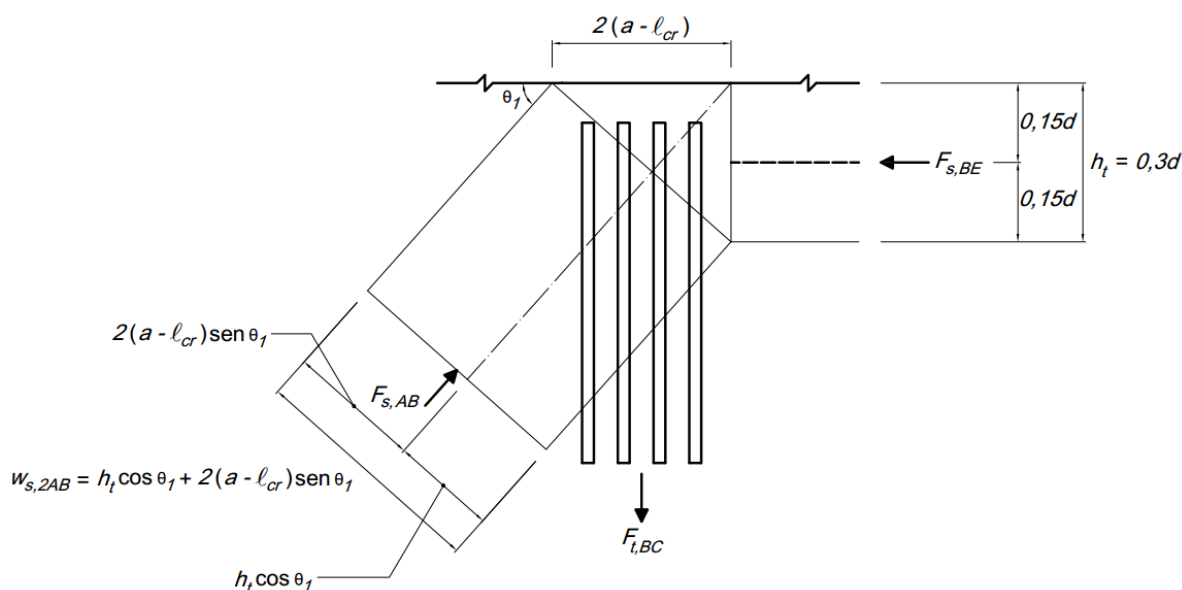


Conforme mencionado anteriormente, a ruína do dente de concreto pode ocorrer pela ruptura do concreto, na região do dente ou na extremidade inferior da viga, e pelo escoamento da armadura do tirante ou armadura de suspensão (EL DEBS, 2000; NANNI e HUANG, 2002; PCI, 2010; TAHER, 2005). Dessa forma, a força de ruína para as diferentes formas de ruína pode ser obtida por meio dos Modelos II e III, no qual o menor valor determinado governa a capacidade resistente do dente de concreto.

A ruína por ruptura do concreto na região do dente pode ocorrer pela biela AB, de acordo com o Modelo II (Figura 4.6) e o Modelo III (Figura 4.7). Logo, a capacidade resistente do dente de concreto é limitada pela resistência da biela AB. Conforme a ACI 318-14 (ACI, 2014), a resistência da biela AB é definida pela Equação 4.29, onde f_c é a resistência característica à compressão do concreto. Para um concreto com densidade normal, ou seja $\lambda = 1,0$, o valor de β_s é igual a 0,6 para uma biela localizada em região sem armadura. A área da seção transversal da biela AB depende da configuração da região nodal. Para o nó A (Figura 4.3), a área da seção transversal é obtida pelas Equações 4.30 e 4.31, onde b é a largura do dente de concreto. Para o nó B (Figura 4.8), a área da seção transversal é definida pela Equação 4.32, onde a largura da biela inclinada $w_{s,2,AB}$ é dada por:

$$w_{s,2,AB} = h_t \cos \theta_1 + 2(a - \ell_{cr}) \sin \theta_1 \quad (\text{Equação 4.45})$$

Figura 4.8 – Configuração do nó B para os Modelos II e III.



Fonte: baseado em ACI 318-14 (ACI, 2014) e Sanders (2002).

Fazendo o equilíbrio no nó A (Figura 4.6 ou Figura 4.7) e considerando a resistência da biela AB, a força de ruína por ruptura do concreto na região do dente é o menor valor entre $F_{r1,BieAB}$ e $F_{r2,BieAB}$, estabelecidos por meio das Equações 4.34, 4.35 e 4.36.

O escoamento da armadura principal do dente pode provocar a ruína do dente de concreto. Dessa forma, de acordo com o Modelo II (Figura 4.6) e o Modelo III (Figura 4.7), a força de ruína é limitada pela resistência do tirante AD. Ignorando a parcela da protensão, a resistência do tirante AD é definida pela Equação 4.37, em que $A_{s,tir}$ é a área de aço da armadura do tirante e $f_{y,tir}$ é a resistência característica ao escoamento do aço da armadura do tirante.

Considerando a resistência do tirante AD e fazendo o equilíbrio do nó A (Figura 4.6 ou Figura 4.7), a força de ruína por escoamento da armadura principal do dente pode ser determinada pela Equação 4.38, onde H é a força horizontal.

A ruína do dente de concreto pode ocorrer com a abertura da fissura no canto reentrante e o escoamento da armadura de suspensão. Dessa maneira, conforme ilustram o Modelo II (Figura 4.6) e o Modelo III (Figura 4.7), a força de ruína é limitada pela resistência do tirante BC. Desprezando a parcela referente à protensão, a resistência do tirante BC é obtida pela Equação 4.39, no qual $A_{s,susp}$ é a área de aço da armadura de suspensão e $f_{y,susp}$ é a resistência ao escoamento do aço da armadura de suspensão. Assim, a força de ruína por escoamento da armadura de suspensão pode ser determinada pela equação:

$$F_{r,suspBC} = F_{nt,tirBC} \quad (\text{Equação 4.46})$$

No nó C (Figura 4.6 ou Figura 4.7), na extremidade inferior da viga, ainda pode ocorrer a ruína por ruptura do concreto pela biela CD. Portanto, a força de ruína é limitada pela resistência da biela CD. Segundo a ACI 318-14 (ACI, 2014), a resistência da biela CD é definida pela Equação 4.41, onde f_c é a resistência a compressão do concreto. Para um concreto com densidade normal, ou seja, $\lambda = 1,0$, o valor de β_s é igual a 0,6 para uma biela localizada em região sem armadura. A partir da Figura 4.5, a área da seção transversal da biela CD pode ser estabelecida por meio da Equação 4.42, em que a largura da biela inclinada $w_{s,CD}$ é:

$$w_{s,CD} = w_t \cos \theta_2 + 2(a - \ell_{cr}) \text{sen} \theta_2 \quad (\text{Equação 4.47})$$

Assim, a força de ruína por ruptura do concreto na extremidade inferior da viga pode ser calculada pela seguinte expressão:

$$F_{r,BieCD} = F_{ns,CD} \text{sen} \theta_2 \quad (\text{Equação 4.48})$$

Portanto, a força de ruína que governa a capacidade resistente do dente de concreto é o menor valor entre os estabelecidos pelas Equações 4.34, 4.35, 4.38, 4.46, e 4.48.

4.8.2 Resultados e análise dos resultados

A Tabela 4.7 exibe os resultados analíticos para as expressões de força de ruína para dentes de concreto de acordo com a ACI 318-14 (ACI, 2014) e os Modelos II e III. Os resultados analíticos e os resultados experimentais são comparados. Uma estatística preliminar é obtida por meio de parâmetros estatísticos como a média, o desvio padrão e o coeficiente de variação.

Tabela 4.7 – Comparação entre resultados analíticos e experimentais: força de ruína para dentes de concreto de acordo com a ACI 318-14 (ACI, 2014) e os Modelos II e III.

Modelo	H (kN)	a (mm)	d (mm)	$F_{r1,BieAB}$ (kN)	$F_{r2,BieAB}$ (kN)	$F_{r,tirAD}$ (kN)	$F_{r,suspBC}$ (kN)	$F_{r,BieCD}$ (kN)	$F_{r,cal}$ (kN)	Ruína	$F_{r,exp}$ (kN)	$\frac{F_{r,exp}}{F_{r,cal}}$
Mattock e Chan (1979)												
1A	0	176	281,25	193,37	262,75	91,86	192,31	267,76	91,86	T	144,12	1,57
1B	133	168	276,45	186,77	218,77	141,40	198,77	227,26	141,40	T	190,96	1,35
2A	0	165	281,25	195,13	231,98	147,60	131,34	239,39	131,34	S	178,37	1,36
2B	111	165	276,45	190,23	214,51	175,30	133,50	223,87	133,50	S	169,48	1,27
3A	0	165	281,25	218,96	260,31	146,96	162,41	268,62	146,96	S	215,83	1,47
3B	125	165	276,45	195,10	220,00	176,54	170,01	229,60	170,01	S	176,59	1,04
4A	0	165	281,25	186,82	222,59	147,07	163,37	229,60	147,07	T	188,74	1,28
4B	125	165	276,45	181,04	204,15	176,54	169,37	213,06	169,37	S	176,95	1,04
Souza (1997)												
V1A-D1	0	250	382,50	448,70	762,40	582,27	717,30	782,38	448,70	C	675,00	1,50
V1A-D2	0	250	382,50	496,61	843,80	582,27	717,30	865,92	496,61	S	783,00	1,58
V1C-D2	0	125	191,25	109,25	185,70	145,56	155,12	190,55	109,25	T	159,00	1,46
V2C-D2	0	125	191,25	103,12	175,27	145,56	155,12	179,85	103,12	T	143,00	1,39

T – Ruína por flexão ou escoamento da armadura do tirante;

S – Ruína por escoamento da armadura de suspensão;

C – Ruína por ruptura do concreto na região do dente;

F – Ruína por fissura na interface entre o dente e a viga.

Fonte: o Autor (2017).

Tabela 4.7 – Comparação entre resultados analíticos e experimentais: força de ruína para dentes de concreto de acordo com a ACI 318-14 (ACI, 2014) e os Modelos II e III. (Cont.)

Modelo	H (kN)	a (mm)	d (mm)	$F_{r1,BieAB}$ (kN)	$F_{r2,BieAB}$ (kN)	$F_{r,tirAD}$ (kN)	$F_{r,suspBC}$ (kN)	$F_{r,BieCD}$ (kN)	$F_{r,cal}$ (kN)	Ruína	$F_{r,exp}$ (kN)	$\frac{F_{r,exp}}{F_{r,cal}}$
Zalochi (2002)												
35_00V	0	195	218,70	400,61	387,90	80,56	196,38	406,93	80,56	T	153,00	1,90
70_00V	0	195	218,70	730,52	707,34	80,56	196,38	742,04	80,56	F	125,00	1,55
Lu et al. (2003)												
1	0	150	267,86	320,06	466,60	602,57	544,90	450,84	320,06	C	561,00	1,75
2	0	160	271,19	560,16	932,80	571,93	653,90	893,93	560,16	T	705,00	1,26
3	0	160	271,19	619,22	1031,14	571,93	653,90	988,18	571,93	T	713,00	1,25
4	0	240	269,66	253,99	404,82	379,13	356,22	485,52	253,99	S	360,00	1,42
5	0	225	271,08	478,78	684,47	406,54	435,90	798,15	406,54	S	513,00	1,26
6	0	220	271,60	533,15	731,12	416,58	435,90	847,01	416,58	S	521,00	1,25
7	0	140	269,23	319,28	423,75	432,56	435,90	412,49	319,28	C	458,00	1,43
8	0	145	268,52	591,38	824,20	416,54	435,90	798,15	416,54	S	599,00	1,44
9	0	145	268,52	653,73	911,10	416,54	435,90	882,30	416,54	S	642,00	1,54
10	0	225	271,08	257,74	368,48	270,99	296,83	429,68	257,74	T	291,00	1,13
11	0	230	270,59	475,12	706,13	264,62	296,83	830,08	264,62	T	351,00	1,33
12	0	230	270,59	525,22	780,58	264,62	296,83	917,59	264,62	S	392,00	1,48
Lu, Lin e Yu (2012)												
1	0	170	269,00	639,73	1050,91	807,46	895,62	1019,90	639,73	C	811,00	1,27
3	132	170	269,00	639,73	963,33	629,92	767,70	951,90	629,92	T	704,00	1,12
5	0	170	269,00	639,73	1050,91	807,46	639,73	1019,90	639,73	C	690,00	1,08
7	0	170	279,00	303,28	503,91	837,47	639,73	476,79	303,28	C	632,00	2,08
9	134	170	271,00	299,94	452,71	631,89	639,73	445,00	299,94	C	550,00	1,83
11	0	170	269,00	292,42	480,37	807,46	639,73	466,19	292,42	C	491,00	1,68
13	0	170	269,00	511,99	841,08	807,46	895,62	816,26	511,99	C	787,00	1,54
15	209	170	271,00	532,16	803,23	530,27	639,73	789,54	530,27	T	626,00	1,18
17	0	245	399,00	652,76	1021,02	831,04	895,62	891,95	652,76	T	1046,0	1,60
19	198	245	392,00	662,96	1031,27	547,18	639,73	912,04	547,18	T	802,00	1,47
21	0	245	384,00	510,05	788,26	799,80	895,62	707,42	510,05	C	884,00	1,73
23	215	245	389,00	512,68	795,59	520,05	639,73	707,42	512,68	T	630,00	1,23
Média dos resultados dos modelos experimentais											1,42	
Desvio padrão dos resultados dos modelos experimentais											0,24	
Coeficiente de variação dos resultados dos modelos experimentais											16,8%	

T – Ruína por flexão ou escoamento da armadura do tirante;

S – Ruína por escoamento da armadura de suspensão;

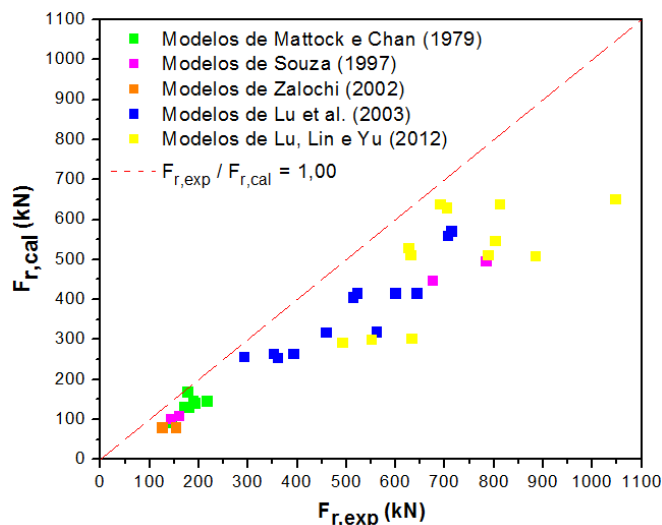
C – Ruína por ruptura do concreto na região do dente;

F – Ruína por fissura na interface entre o dente e a viga.

Fonte: o Autor (2017).

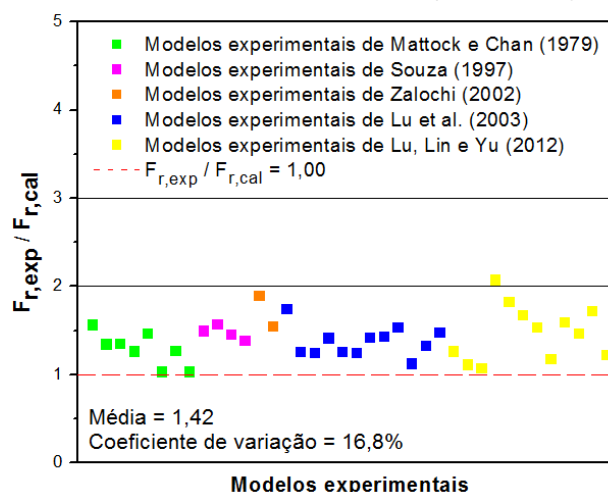
Os resultados experimentais e analíticos também podem ser observados no Gráfico 4.9. Os resultados para a relação $F_{r,exp} / F_{r,cal}$, obtidos de acordo com as disposições de projeto da ACI 318-14 (ACI, 2014) e com os Modelos II e III, também são apresentados no Gráfico 4.10. Nota-se uma tendência de resultados a favor da segurança, apresentando uma média de 1,42 e um coeficiente de variação de 16,8%, na aplicação de 38 modelos experimentais da base de dados.

Gráfico 4.9 – Resultados experimentais e analíticos: força de ruína para dentes de concreto de acordo com a ACI 318-14 (ACI, 2014) e os Modelos II e III.



Fonte: o Autor (2017).

Gráfico 4.10 – Comparação entre resultados experimentais e analíticos: força de ruína para dentes de concreto de acordo com a ACI 318-14 (ACI, 2014) e os Modelos II e III.



Fonte: o Autor (2017).

4.8.3 Discussão dos resultados

Os resultados da Tabela 4.7 demonstram que a força de ruína do dente de concreto pode ser prevista pelas disposições da ACI 318-14 (ACI, 2014) com o uso dos Modelos II e III. Um valor de 1,42 foi obtido para a média da relação entre a força de ruína experimental pela força de ruína calculada, o que indica uma estimativa razoável para a capacidade resistente dos dentes, com um valor da ordem de 70%, em termos percentuais. O desvio padrão e o coeficiente de variação apontam uma pequena dispersão, com valores iguais a 0,24 e 16,8%, respectivamente.

A maior variação dos resultados foi indicada pelos modelos experimentais de Lu, Lin e Yu (2012), conforme mostra o Gráfico 4.10. Para esses modelos experimentais, a relação $F_{r,exp} / F_{r,cal}$ variou entre 1,08 e 2,08, sendo este último o pior resultado obtido na avaliação, cuja estimativa da capacidade resistente foi apenas 48,1%, em termos percentuais.

As estatísticas mostram que os modelos experimentais de Lu et al. (2003), Mattock e Chan (1979) e Souza (1997) tiveram resultados muito semelhantes. Os modelos experimentais de Mattock e Chan (1979) apresentaram bons resultados para a relação $F_{r,exp} / F_{r,cal}$, e, além disso, as melhores estimativas de capacidade resistente foram previstas para os modelos 3B e 4B.

A partir da Tabela 4.7 é possível concluir que as disposições da ACI 318-14 (ACI, 2014) e os Modelos II e III representam razoavelmente a forma de ruína dos dentes de concreto. Verificou-se uma compatibilidade da forma de ruína em 23 modelos experimentais, o equivalente a 60,5% das ligações analisadas. Para essas ligações, a média da relação $F_{r,exp} / F_{r,cal}$ foi 1,44, com desvio padrão de 0,29 e coeficiente de variação de 20,0%.

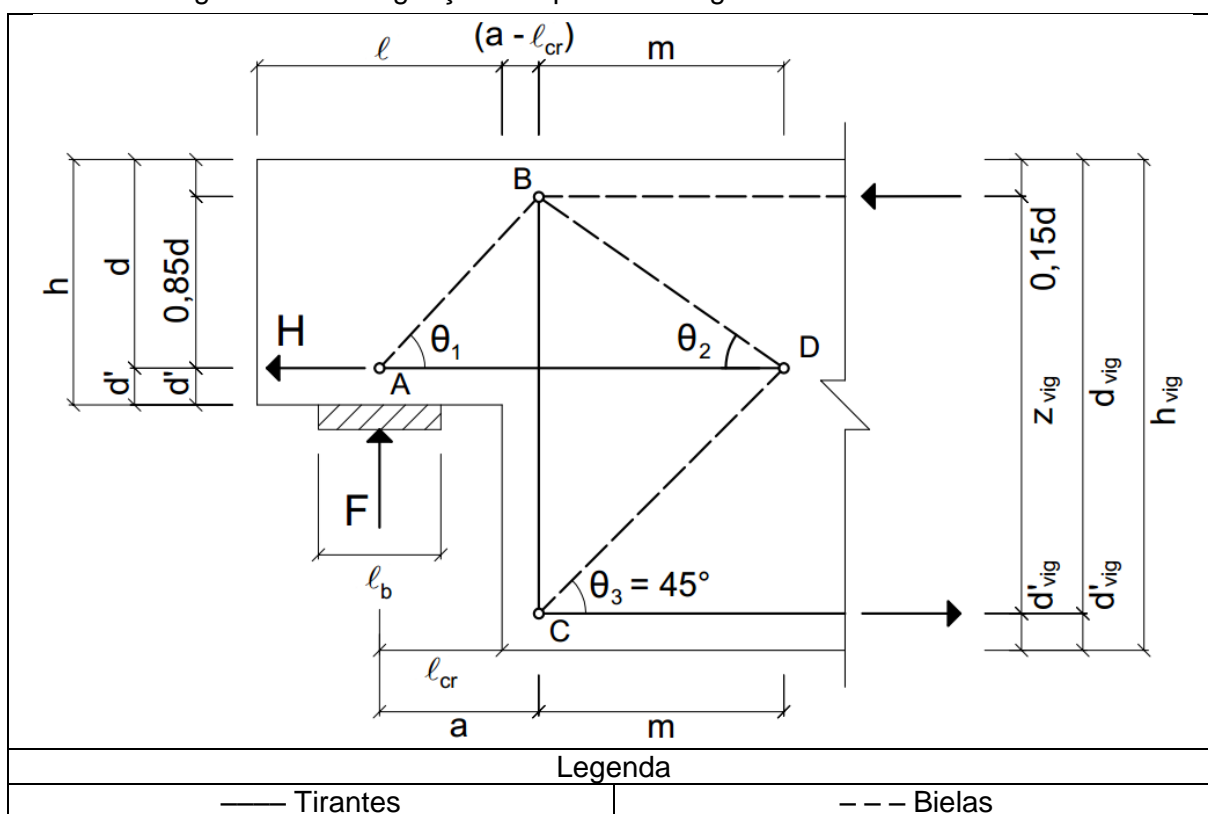
Nessa comparação entre resultados analíticos e experimentais, os Modelos II e III bem como as disposições da ACI 318-14 (ACI, 2014) são avaliados por meio de 38 modelos experimentais. A estimativa da capacidade resistente é medida em termos da relação $F_{r,exp} / F_{r,cal}$. Com base nos resultados da Tabela 4.7, é possível concluir que a força de ruína do dente de concreto pode ser prevista de forma conservadora pelas disposições da ACI 318-14 (ACI, 2014) com o uso dos Modelos II e III.

4.9 Força de ruína para dentes de concreto de acordo com a NP EN 1992-1-1 (2010)

4.9.1 Expressões analíticas para estimativa da força de ruína

A NP EN 1992-1-1 (CEN, 2010) também recomenda o uso de modelo de bielas e tirantes para o projeto de dentes de concreto. Neste trabalho, um modelo de bielas e tirantes, presente nos exemplos de projeto da European Concrete Platform ASBL (2008), será estudado. Esse modelo, designado como Modelo IV, é apresentado na Figura 4.9.

Figura 4.9 – Designação dos parâmetros geométricos do Modelo IV.



Fonte: adaptado de European Concrete Platform ASBL (2008).

El Debs (2000), Nanni e Huang (2002), PCI (2010) e Taher (2005) comentam que a ruína do dente de concreto pode ocorrer por ruptura do concreto ou escoamento da armadura. Dessa forma, a força de ruína para as diferentes formas de ruína pode ser obtida por meio dos requisitos de projeto da NP EN 1992-1-1 (CEN, 2010) com o uso do Modelo IV, no qual o menor valor determinado governa a capacidade resistente do dente.

De acordo com o Modelo IV (Figura 4.9), a ruína por ruptura do concreto na região do dente pode ocorrer pela biela AB, o que exige duas verificações: uma para o nó A e outra para o nó B. Para ambos os casos, a força de ruína do dente de concreto é limitada pela resistência da biela AB. De acordo com a NP EN 1992-1-1 (CEN, 2010), a resistência da biela AB é determinada pelas equações:

$$\sigma_{R,AB} = 0,6\nu' f_c \quad (\text{Equação 4.49})$$

$$\nu' = 1 - \frac{f_c}{250} \quad (\text{Equação 4.50})$$

onde f_c é a resistência característica à compressão do concreto.

Considerando a resistência da biela AB e fazendo o equilíbrio no nó A (Figura 4.9), a força de ruína por ruptura do concreto na região do dente $F_{r,BieAB}$ é o menor valor entre $F_{r1,BieAB}$ e $F_{r2,BieAB}$, estabelecidos por meio das expressões:

$$F_{r1,BieAB} = \sigma_{R,AB} A_{1,BieAB} \text{sen} \theta_1 \quad (\text{Equação 4.51})$$

$$F_{r2,BieAB} = \sigma_{R,AB} A_{2,BieAB} \text{sen} \theta_1 \quad (\text{Equação 4.52})$$

em que θ_1 é o ângulo de inclinação da biela AB, determinado de acordo com a Equação 4.36. A área da seção transversal da biela AB depende da configuração da região nodal. Para o nó A (Figura 4.3), sendo b a largura do dente de concreto, a área da seção transversal da biela AB é dada por:

$$A_{1,BieAB} = w_{s,1AB} b \quad (\text{Equação 4.53})$$

onde $w_{s,1AB}$ é a largura da biela inclinada do nó A, definida pela Equação 4.31. Para o nó B (Figura 4.4), sendo b a largura do dente de concreto, a área da seção transversal da biela AB é definida por:

$$A_{2,BieAB} = w_{s,2AB} b \quad (\text{Equação 4.54})$$

no qual $w_{s,2AB}$ é a largura da biela inclinada do nó B, obtida pela Equação 4.33.

A ruína do dente de concreto pode ocorrer com o escoamento da armadura do tirante. Dessa forma, de acordo com o Modelo IV (Figura 4.9), a força de ruína é limitada pela resistência do tirante AD. Em conformidade com a NP EN 1992-1-1 (CEN, 2010), a resistência do tirante AD pode ser expressa por:

$$F_{tirAD} = A_{s,tir} f_{y,tir} \quad (\text{Equação 4.55})$$

em que $A_{s,tir}$ é a área de aço da armadura do tirante e $f_{y,tir}$ é a resistência característica ao escoamento do aço da armadura do tirante. Considerando a resistência do tirante AD e por meio do equilíbrio do nó A (Figura 4.9), a força de ruína por escoamento da armadura do tirante pode ser determinada pela seguinte equação:

$$F_{r,tirAD} = (F_{tirAD} - H) \operatorname{tg} \theta_1 \quad (\text{Equação 4.56})$$

onde H é a força horizontal.

O escoamento da armadura de suspensão pode provocar a ruína do dente de concreto. Dessa maneira, conforme ilustra o Modelo IV (Figura 4.9), a força de ruína é limitada pela resistência do tirante BC. Segundo a NP EN 1992-1-1 (CEN, 2010), a resistência do tirante BC é definida por:

$$F_{tirBC} = A_{s,susp} f_{y,susp} \quad (\text{Equação 4.57})$$

no qual, $A_{s,susp}$ é a área de aço da armadura de suspensão e $f_{y,susp}$ é a resistência característica ao escoamento do aço da armadura do suspensão. A força de ruína por escoamento da armadura de suspensão pode ser obtida pelas equações:

$$F_{r,suspBC} = \frac{F_{tirBC} (\operatorname{sen} \theta_2 + \cos \theta_2) - H \operatorname{sen} \theta_2}{\operatorname{sen} \theta_2 + \cos \theta_2 + \cotg \theta_1 \operatorname{sen} \theta_2} \quad (\text{Equação 4.58})$$

$$\theta_2 = \operatorname{arc} \operatorname{tg} \left(\frac{0,85d}{m} \right) \quad (\text{Equação 4.59})$$

Ainda pode ocorrer a ruína por ruptura do concreto na extremidade inferior da viga, pela biela CD, no nó C (Figura 4.9). Portanto, a força de ruína é limitada pela resistência da biela CD. Conforme a NP EN 1992-1-1 (CEN, 2010), a resistência da biela CD é definida de maneira semelhante à resistência da biela AB, por meio das Equações 4.49 e 4.50.

A partir da configuração do nó C (Figura 4.5), a área da seção transversal da biela CD pode ser estabelecida pela equação:

$$A_{CD} = w_{s,CD} b \quad (\text{Equação 4.60})$$

em que b é a largura da viga e $w_{s,CD}$ é a largura da biela inclinada do nó C, definida pela Equação 4.43.

Fazendo o equilíbrio no nó D e considerando a resistência da biela CD, a força de ruína por ruptura do concreto na extremidade inferior da viga pode ser calculada pela seguinte expressão:

$$F_{r,BieCD} = \frac{\sigma_{R,CD} A_{CD} (\operatorname{sen}\theta_2 + \cos\theta_2) - \sqrt{2} H \operatorname{sen}\theta_2}{\sqrt{2} \cotg\theta_1 \operatorname{sen}\theta_2} \quad (\text{Equação 4.61})$$

Portanto, a força de ruína que governa a capacidade resistente do dente de concreto é o menor valor entre os estabelecidos pelas Equações 4.51, 4.52, 4.56, 4.58 e 4.61.

4.9.2 Resultados e análise dos resultados

A Tabela 4.8 expõe os resultados analíticos para as expressões de força de ruína para dentes de concreto de acordo com a NP EN 1992-1-1 (CEN, 2010) e o Modelo IV. Uma comparação entre os resultados analíticos e experimentais é apresentada. A análise dos resultados foi feita por meio de parâmetros estatísticos como a média, o desvio padrão e o coeficiente de variação.

Tabela 4.8 – Comparação entre resultados analíticos e experimentais: força de ruína para dentes de concreto de acordo com a NP EN 1992-1-1 (CEN, 2010) e o Modelo IV.

Modelo	H (kN)	a (mm)	d (mm)	$F_{r1,BieAB}$ (kN)	$F_{r2,BieAB}$ (kN)	$F_{r,tirAD}$ (kN)	$F_{r,suspBC}$ (kN)	$F_{r,BieCD}$ (kN)	$F_{r,cal}$ (kN)	Ruína	$F_{r,exp}$ (kN)	$\frac{F_{r,exp}}{F_{r,cal}}$
Mattock e Chan (1979)												
1A	0	176	281,25	196,91	178,43	91,86	142,74	785,16	91,86	T	144,12	1,57
1B	133	168	276,45	192,91	153,03	141,40	103,08	523,10	103,08	T	190,96	1,85
2A	0	165	281,25	199,27	161,49	147,60	99,08	750,88	99,08	S	178,37	1,80
2B	111	165	276,45	196,17	150,81	175,30	61,96	552,04	61,96	S	169,48	2,74
3A	0	165	281,25	219,45	177,85	146,96	122,52	826,93	122,52	S	215,83	1,76
3B	125	165	276,45	200,47	154,11	176,54	84,63	547,65	84,63	S	176,59	2,09
4A	0	165	281,25	191,96	155,92	147,07	123,25	724,60	123,25	T	188,74	1,53
4B	125	165	276,45	187,97	144,50	176,54	84,14	502,41	84,14	S	176,95	2,10
Souza (1997)												
V1A-D1	0	250	382,50	446,80	487,72	582,27	536,82	2317,3	446,80	C	675,00	1,51
V1A-D2	0	250	382,50	484,92	529,33	582,27	536,82	2515,0	484,92	S	783,00	1,61
V1C-D2	0	125	191,25	109,31	119,35	145,56	116,09	567,06	109,31	T	159,00	1,45
V2C-D2	0	125	191,25	104,19	113,76	145,56	116,09	540,50	104,19	T	143,00	1,37
Zalochi (2002)												
35_00V	0	195	218,70	391,18	251,80	80,56	135,39	882,11	80,56	T	153,00	1,90
70_00V	0	195	218,70	593,01	381,72	80,56	135,39	1337,23	80,56	F	125,00	1,55

T – Ruína por flexão ou escoamento da armadura do tirante;
 S – Ruína por escoamento da armadura de suspensão;
 C – Ruína por ruptura do concreto na região do dente;
 F – Ruína por fissura na interface entre o dente e a viga.

Fonte: o Autor (2017).

Capítulo 4 – Comparação entre resultados analíticos e experimentais

Tabela 4.8 – Comparação entre resultados analíticos e experimentais: força de ruína para dentes de concreto de acordo com a NP EN 1992-1-1 (CEN, 2010) e o Modelo IV. (Cont.)

Modelo	H (kN)	a (mm)	d (mm)	$F_{r1,BieAB}$ (kN)	$F_{r2,BieAB}$ (kN)	$F_{r,tirAD}$ (kN)	$F_{r,suspBC}$ (kN)	$F_{r,BieCD}$ (kN)	$F_{r,cal}$ (kN)	Ruína	$F_{r,exp}$ (kN)	$\frac{F_{r,exp}}{F_{r,cal}}$
Lu et al. (2003)												
1	0	150	267,86	325,34	302,21	602,57	419,12	1527,0	302,21	C	561,00	1,86
2	0	160	271,19	494,00	518,61	571,93	495,21	2460,2	494,00	T	705,00	1,43
3	0	160	271,19	526,85	553,09	571,93	495,21	2623,8	495,21	T	713,00	1,44
4	0	240	269,66	258,18	276,96	379,13	240,62	1027,2	240,62	S	360,00	1,50
5	0	225	271,08	422,23	416,26	406,54	300,50	1562,1	300,50	S	513,00	1,71
6	0	220	271,60	453,61	433,22	416,58	302,57	1635,4	302,57	S	521,00	1,72
7	0	140	269,23	324,99	278,56	432,56	340,49	1498,4	278,56	C	458,00	1,64
8	0	145	268,52	521,53	466,08	416,54	337,87	2425,8	337,87	S	599,00	1,77
9	0	145	268,52	556,21	497,08	416,54	337,87	2587,1	337,87	S	642,00	1,90
10	0	225	271,08	262,35	258,65	270,99	204,63	970,6	204,63	T	291,00	1,42
11	0	230	270,59	419,00	425,64	264,62	203,23	1589,5	203,23	T	351,00	1,73
12	0	230	270,59	446,87	453,94	264,62	203,23	1695,2	203,23	S	392,00	1,93
Lu, Lin e Yu (2012)												
1	0	170	269,00	570,18	585,42	807,46	668,25	2671,7	570,18	C	811,00	1,42
3	132	170	269,00	570,18	546,39	629,92	527,74	2316,1	527,74	T	704,00	1,33
5	0	170	269,00	570,18	585,42	807,46	477,33	2671,7	477,33	C	690,00	1,45
7	0	170	279,00	317,27	329,47	837,47	476,96	1461,6	317,27	C	632,00	1,99
9	134	170	271,00	313,77	301,38	631,89	431,14	1185,8	301,38	C	550,00	1,82
11	0	170	269,00	305,90	314,08	807,46	477,33	1433,4	305,90	C	491,00	1,61
13	0	170	269,00	485,49	498,46	807,46	668,25	2274,9	485,49	C	787,00	1,62
15	209	170	271,00	504,61	484,68	530,27	405,33	1915,9	405,33	T	626,00	1,54
17	0	245	399,00	581,81	628,75	831,04	593,02	1558,0	581,81	T	1046,0	1,80
19	198	245	392,00	590,89	635,06	547,18	333,06	1327,3	333,06	T	802,00	2,41
21	0	245	384,00	483,64	516,43	799,80	593,96	1320,8	483,64	C	884,00	1,83
23	215	245	389,00	486,14	521,22	520,05	326,21	1028,6	326,21	T	630,00	1,93
Média dos resultados dos modelos experimentais											1,73	
Desvio padrão dos resultados dos modelos experimentais											0,29	
Coeficiente de variação dos resultados dos modelos experimentais											16,7%	

T – Ruína por flexão ou escoamento da armadura do tirante;

S – Ruína por escoamento da armadura de suspensão;

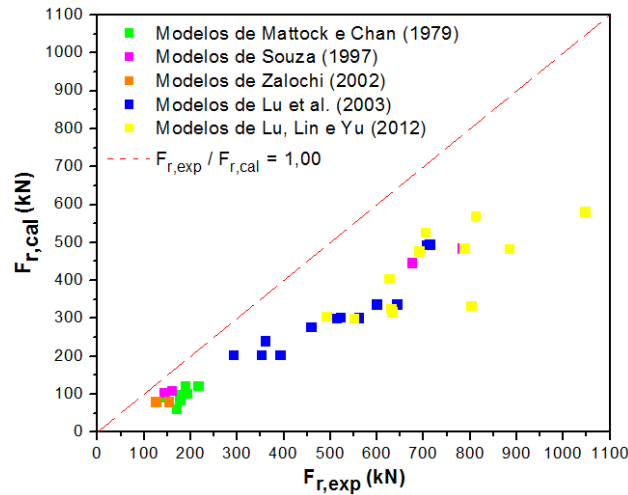
C – Ruína por ruptura do concreto na região do dente;

F – Ruína por fissura na interface entre o dente e a viga.

Fonte: o Autor (2017).

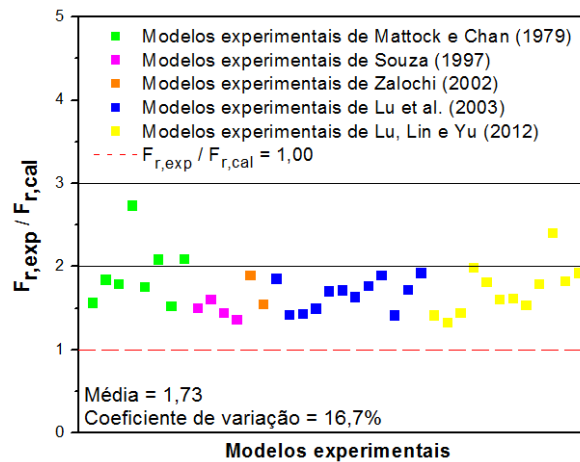
O Gráfico 4.11 relaciona os resultados experimentais e analíticos de acordo com o que foi apresentado na Tabela 4.8. Resultados a favor da segurança, para as diretrizes de projeto da NP EN 1992-1-1 (CEN, 2010) e o Modelo IV, podem ser observados no Gráfico 4.12, com uma média de 1,73 e coeficiente de variação de 16,7%.

Gráfico 4.11 – Resultados experimentais e analíticos: força de ruína para dentes de concreto de acordo com a NP EN 1992-1-1 (CEN, 2010) e o Modelo IV.



Fonte: o Autor (2017).

Gráfico 4.12 – Comparação entre resultados experimentais e analíticos: força de ruína para dentes de concreto de acordo com a NP EN 1992-1-1 (CEN, 2010) e o Modelo IV.



Fonte: o Autor (2017).

4.9.3 Discussão dos resultados

A capacidade resistente do dente de concreto pode ser estimada de acordo com os requisitos de projeto da NP EN 1992-1-1 (CEN, 2010) com o uso do Modelo IV, conforme expõe a Tabela 4.8. A média da relação entre a força de ruína experimental e a força de ruína calculada foi 1,73 para os modelos experimentais analisados, sendo o mesmo valor encontrado para as disposições da ACI 318-14 (ACI, 2014) com o Modelo I. Isso deve-se a semelhança que existe entre o Modelo I e o Modelo IV. Contudo, em média, estima-se que apenas 57,8% da capacidade resistente é prevista. Os resultados apontam uma variabilidade aceitável, com um desvio padrão de 0,29 e um coeficiente de variação de 16,7%.

A estatística demonstra que os modelos experimentais de Mattock e Chan (1979) apresentaram os piores resultados como pode se ver no Gráfico 4.12. Além disso, nesse estudo comparativo, observa-se também que o pior resultado para a relação $F_{r,exp} / F_{r,cal}$ foi do modelo 2B de Mattock e Chan (1997), com valor igual a 2,74, correspondendo uma estimativa de 36,5% da capacidade resistente. Por outro lado, nessa análise comparativa, o melhor resultado para a relação $F_{r,exp} / F_{r,cal}$ foi para o modelo 2 de Lu, Lin e Yu (2012), com valor igual a 1,33, estimando 75,2% da capacidade resistente. No entanto, nota-se também que uma maior dispersão pode ser observada nos resultados dos modelos experimentais de Lu, Lin e Yu (2012), conforme ilustra o Gráfico 4.12.

Para as diretrizes de projeto da NP EN 1992-1-1 (CEN, 2010) e o Modelo IV, verificou-se uma equivalência da forma de ruína em 22 modelos experimentais, o que corresponde a 57,9% das ligações estudadas. Para essas ligações, a média da relação $F_{r,exp} / F_{r,cal}$ é 1,81, com desvio padrão de 0,28 e coeficiente de variação de 15,3%.

Analogamente, assim como o Modelo I, muito questionado por Mattock (2012), o Modelo IV parece não representar adequadamente o comportamento estrutural dos dentes de concreto, pelo menos do ponto de vista analítico. O Modelo IV também superestima a quantidade de armadura de suspensão. Conseqüentemente, em uma estimativa de força de ruína por escoamento da armadura de suspensão, o Modelo IV acaba subestimando a capacidade resistente, sendo em alguns casos o valor crítico de cálculo. Isso pode ser uma explicação para o que foi observado neste estudo comparativo, em que a armadura de suspensão governou a capacidade resistente de 21 dentes em um total de 38 modelos experimentais. Para os dentes em questão, a média da relação $F_{r,exp} / F_{r,cal}$ foi 1,79, com desvio padrão de 0,34 e coeficiente de variação de 19,0%.

O Modelo IV e as disposições da NP EN 1992-1-1 (CEN, 2010) foram avaliados por meio de 38 modelos experimentais. A previsão da força de ruína foi medida com base na relação entre a força de experimental e a força de ruína calculada. Portanto, o Modelo IV e as disposições da NP EN 1992-1-1 (CEN, 2010) podem estabelecer a força de ruína, porém, de uma forma muito conservadora a tal ponto de subestimar a capacidade resistente do dente, segundo os resultados apresentados na Tabela 4.8.

4.10 Comparação das estimativas de força de ruína

Nesse estudo comparativo, os resultados de 38 modelos experimentais de diversos pesquisadores foram utilizados para comparar os diferentes procedimentos de projetos existentes para dentes de concreto. Quatro formas de ruína foram encontradas nos 38 modelos experimentais: 10 ruínas por ruptura do concreto na região do dente, 15 ruínas por flexão, 12 ruínas por escoamento da armadura de suspensão e 1 ruína por fissura na interface entre o dente e a viga. Entre os procedimentos de projeto estudados estão: os requisitos de projeto de El Debs (2000), o método de projeto do manual PCI *Design Handbook* (PCI, 2010) e as disposições normativas da NBR 9062 (ABNT, 2017) e NBR 6118 (ABNT, 2014), ACI 318-14 (ACI, 2014) e NP EN 1992-1-1 (CEN, 2010). Também estão sendo analisados os modelos de bielas e tirantes, designados como Modelos I, II, III e IV. A precisão das estimativas da capacidade resistente do dente foi medida a partir da relação entre a força de ruína experimental e a força de ruína calculada, definida por $F_{r,exp} / F_{r,cal}$. Os resultados encontrados serão analisados por meio de parâmetros estatísticos. Os principais resultados e as observações alcançadas serão apresentados. Para a apresentação dos resultados foram estabelecidas as seguintes designações:

- a) El Debs (2000): procedimentos para o projeto de dentes de concreto segundo El Debs (2000);
- b) ABNT (2017): critérios para o projeto de dentes de concreto de acordo com a NBR 9062 (ABNT, 2017) e NBR 6118 (ABNT, 2014);
- c) PCI (2010): método de projeto para dentes de concreto conforme o manual PCI *Design Handbook* (PCI, 2010);
- d) ACI 318-14 Modelo I: requisitos para o projeto de dentes de concreto em conformidade com a ACI 318-14 (ACI, 2014) e o Modelo I;
- e) ACI 318-14 Modelos II e III: disposições para o projeto de dentes de concreto segundo a ACI 318-14 (ACI, 2014) e os Modelos II e III;
- f) Eurocode 2 Modelo IV: diretrizes para o projeto de dentes de concreto de acordo com a NP EN 1992-1-1 (CEN, 2010) e o Modelo IV.

4.10.1 Força de ruína por ruptura do concreto na região do dente

Os resultados experimentais de nove modelos foram utilizados para avaliar a eficácia das estimativas para força de ruína por ruptura do concreto na região do dente. Para esses modelos, cuja ruína foi por ruptura do concreto ou por compressão diagonal na região do dente, foram estimadas as forças de ruína por diferentes procedimentos de projetos existentes para dentes de concreto. A Tabela 4.9 mostra os resultados analíticos para as expressões de força de ruína por ruptura do concreto ou compressão diagonal na região do dente para os diferentes métodos de projeto e disposições normativas. Uma comparação entre os resultados analíticos e experimentais é apresentada. Os resultados foram analisados estatisticamente.

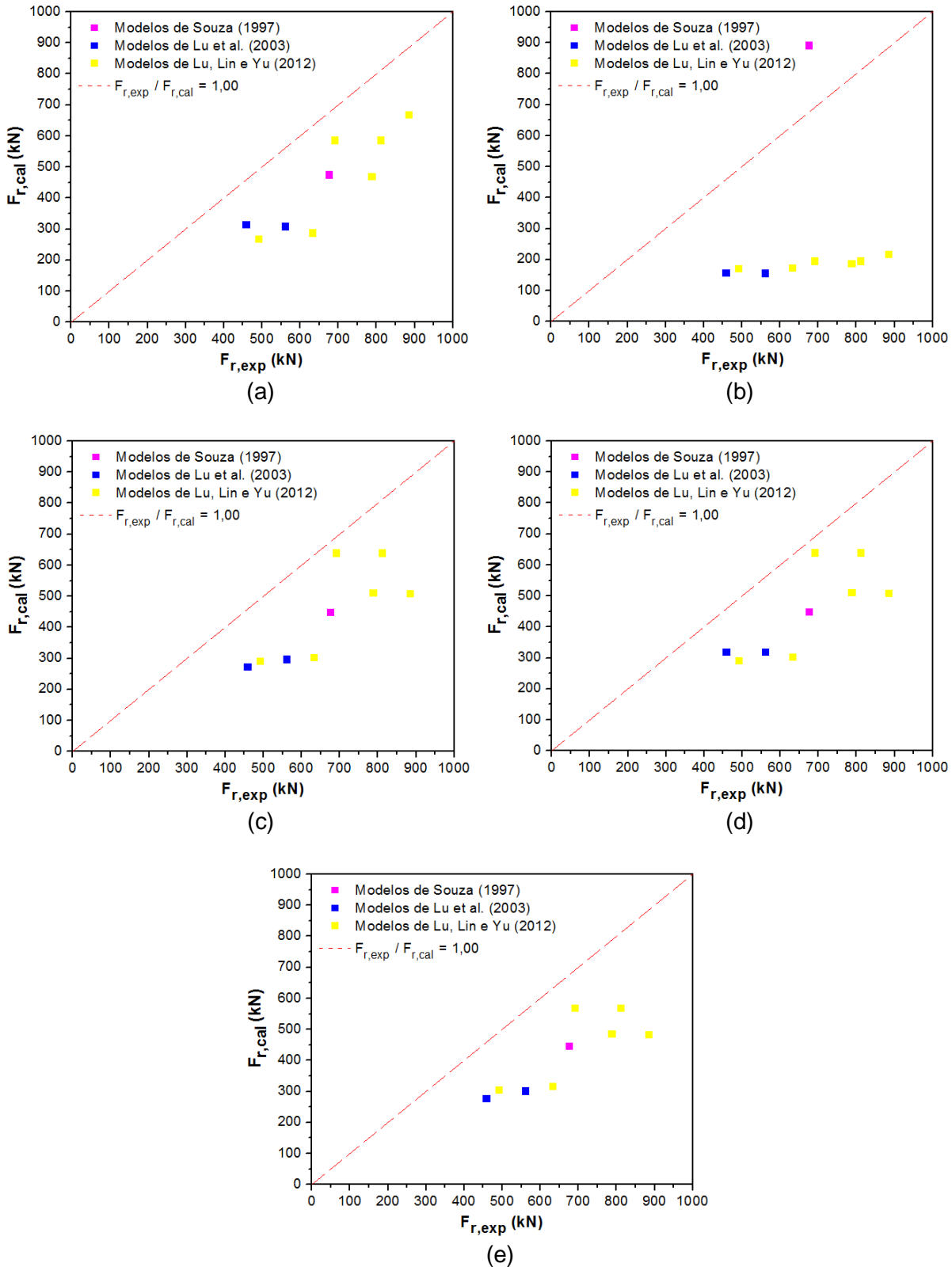
Tabela 4.9 – Comparação entre resultados analíticos e experimentais: força de ruína por ruptura do concreto ou compressão diagonal na região do dente para os diferentes procedimentos de projeto existentes para dentes de concreto.

Modelo	Ruína	El Debs (2000)			PCI (2010)		ACI 318-14 Modelo I			ACI 318-14 Modelos II e III			Eurocode 2 Modelo IV		
	$F_{r,exp}$ (kN)	$F_{r,cal}$ (kN)	$\frac{F_{r,exp}}{F_{r,cal}}$	$F_{r,cal}$ (kN)	$\frac{F_{r,exp}}{F_{r,cal}}$	w_s (mm)	$F_{r,cal}$ (kN)	$\frac{F_{r,exp}}{F_{r,cal}}$	w_s (mm)	$F_{r,cal}$ (kN)	$\frac{F_{r,exp}}{F_{r,cal}}$	w_s (mm)	$F_{r,cal}$ (kN)	$\frac{F_{r,exp}}{F_{r,cal}}$	
Souza (1997)															
V1A-D1	675	475,39	1,42	891,79	0,76	144,5	448,70	1,50	144,5	448,70	1,50	144,5	446,80	1,51	
Lu et al. (2003)															
1	561	309,30	1,81	156,87	3,58	102,7	297,31	1,89	110,5	320,06	1,75	102,7	302,21	1,86	
7	458	314,24	1,46	156,90	2,92	93,3	273,67	1,67	108,9	319,28	1,43	93,3	278,56	1,64	
Lu, Lin e Yu (2012)															
1	811	587,00	1,38	196,05	4,14	117,2	639,73	1,27	117,2	639,73	1,27	117,2	570,18	1,42	
5	690	587,00	1,18	196,05	3,52	117,2	639,73	1,08	117,2	639,73	1,08	117,2	570,18	1,21	
7	632	287,98	2,19	174,41	3,62	117,4	303,28	2,08	117,4	303,28	2,08	117,4	317,27	1,99	
11	491	268,31	1,83	171,27	2,87	117,2	292,42	1,68	117,2	292,42	1,68	117,2	305,90	1,61	
13	787	469,79	1,68	187,98	4,19	117,2	511,99	1,54	117,2	511,99	1,54	117,2	485,49	1,62	
21	884	668,51	1,32	217,25	4,07	117,2	510,05	1,73	117,2	510,05	1,73	117,2	483,64	1,83	
Média			1,59		3,29			1,60			1,56			1,63	
Desvio padrão			0,32		1,07			0,30			0,29			0,24	
Coeficiente de variação			20,1%		32,4%			19,0%			18,8%			14,6%	

Fonte: o Autor (2017).

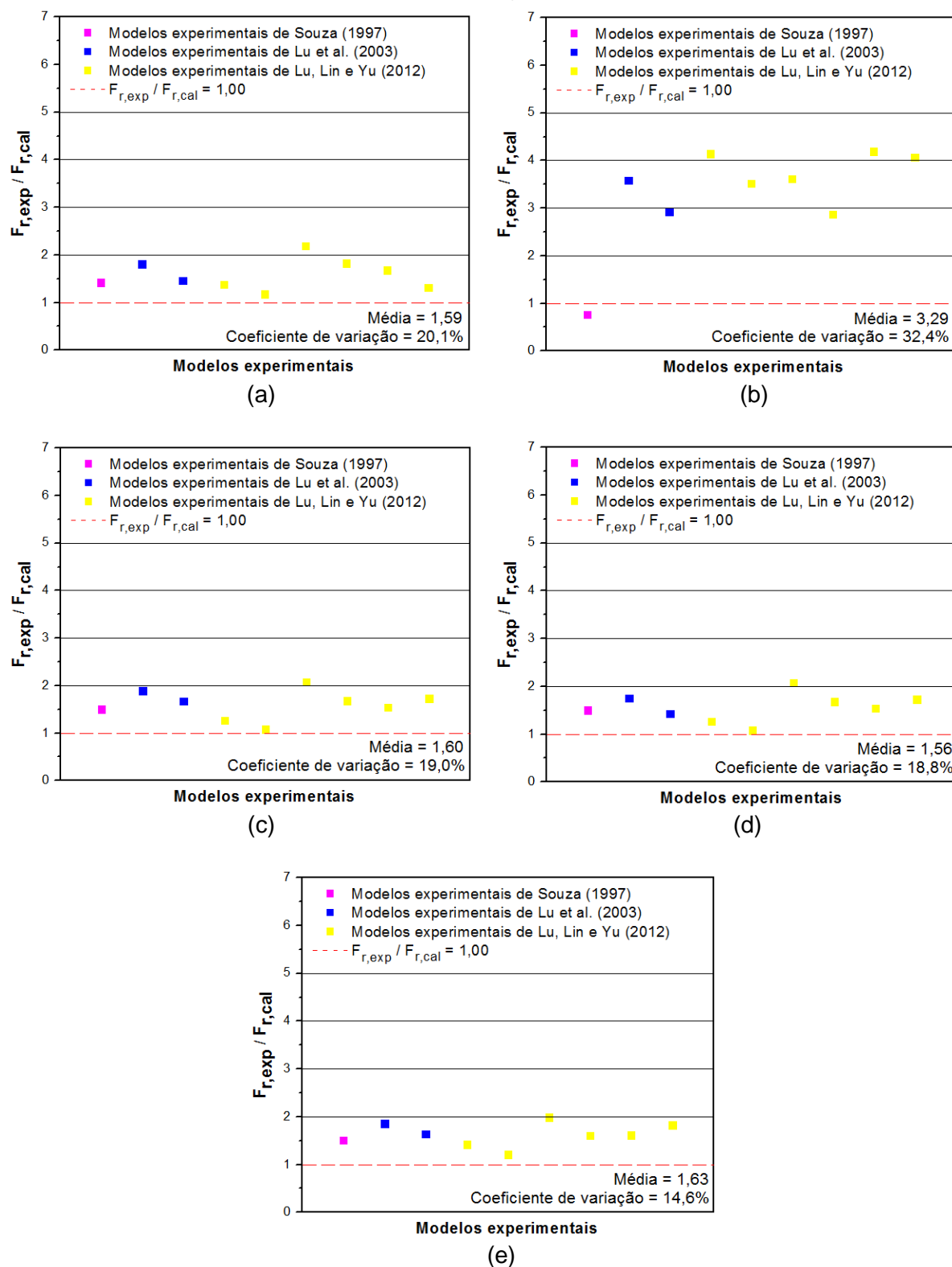
Os resultados apresentados na Tabela 4.9 podem ser melhor visualizados e comparados por meio das Figuras 4.10 e 4.11. A Figura 4.10 mostra a relação entre os resultados experimentais e analíticos. Observa-se que todas as estimativas de força de ruína tiveram previsões a favor da segurança, com médias para a relação $F_{r,exp} / F_{r,cal}$ maior do que 1,00, conforme dispersão apresentada na Figura 4.11.

Figura 4.10 – Resultados experimentais e analíticos para ruína por ruptura do concreto na região do dente: a) El Debs (2000); b) PCI (2010); c) ACI 318-14 Modelo I; d) ACI 318-14 Modelos II e III; e) Eurocode 2 Modelo IV.



Fonte: o Autor (2017).

Figura 4.11 – Comparação entre resultados experimentais e analíticos para ruína por ruptura do concreto na região do dente: a) El Debs (2000); b) PCI (2010); c) ACI 318-14 Modelo I; d) ACI 318-14 Modelos II e III; e) Eurocode 2 Modelo IV.



Fonte: o Autor (2017).

Como pode ser observado na Tabela 4.9, a estimativa de El Debs (2000) fornece uma média para a relação $F_{r,exp} / F_{r,cal}$ igual a 1,59, com um desvio padrão de 0,32 e um coeficiente de variação de 20,1% para as previsões. As disposições da ACI 318-14 (ACI, 2014) e os Modelos II e III apontam uma média para a relação $F_{r,exp} / F_{r,cal}$ igual a 1,56, com um desvio padrão de 0,29 e um coeficiente de variação de 18,8%. Os requisitos de projeto da ACI 318-14 (ACI, 2014) e o Modelo I e as diretrizes para o projeto da NP EN 1992-1-1 (CEN, 2010) e o Modelo IV apresentaram resultados bem parecidos para a relação $F_{r,exp} / F_{r,cal}$, com valores iguais a 1,60 e 1,63, respectivamente. Com um desvio padrão de 1,07 e um coeficiente de variação de 32,4%, o método de projeto do manual PCI *Design Handbook* (PCI, 2010) teve uma média para a relação $F_{r,exp} / F_{r,cal}$ igual a 3,29.

Portanto, para os nove modelos experimentais, os resultados da Tabela 4.9 mostram que estimativas conservadoras como ACI 318-14 (ACI, 2014), El Debs (2000) e NP EN 1992-1-1 (CEN, 2010) podem prever a força de ruína por ruptura do concreto na região do dente. Com uma grande dispersão dos resultados (ver Figura 4.11b), o método de projeto do manual PCI *Design Handbook* (PCI, 2010) estabeleceu a força de ruína por ruptura do concreto na região do dente, porém, de uma forma muito conservadora a tal ponto de subestimar a capacidade resistente, de acordo com a Figura 4.10b. Isso deve-se ao fato de que a maioria dos modelos experimentais não apresenta estribos verticais na região do dente. Observou-se também que os Modelos II e III apresentaram um resultado melhor para a relação $F_{r,exp} / F_{r,cal}$ quando comparados aos Modelos I e IV, prevendo de maneira mais precisa a força de ruína por ruptura do concreto na região do dente. De acordo com a Tabela 4.9, quando comparados aos Modelos I e IV, os Modelos II e III podem fornecer uma maior largura da biela inclinada w_s , tornando a força de ruína calculada mais próxima da força de ruína experimental. Isso indica que os Modelos II e III podem representar de uma forma mais adequada a biela da região do dente.

4.10.2 Força de ruína por flexão ou escoamento da armadura do tirante

Os resultados experimentais de 15 modelos foram utilizados para avaliar a eficácia das estimativas de força de ruína por flexão ou escoamento da armadura do tirante. Para os modelos em questão, cuja ruína foi por flexão ou escoamento da armadura do tirante, foram estimadas as forças de ruína por diferentes procedimentos de projetos existentes para dentes de concreto. A Tabela 4.10 exhibe os resultados analíticos para as expressões de força de ruína por flexão ou escoamento da armadura do tirante. Os resultados analíticos e experimentais foram comparados e analisados por meio de parâmetros estatísticos, como a média, o desvio padrão e o coeficiente de variação.

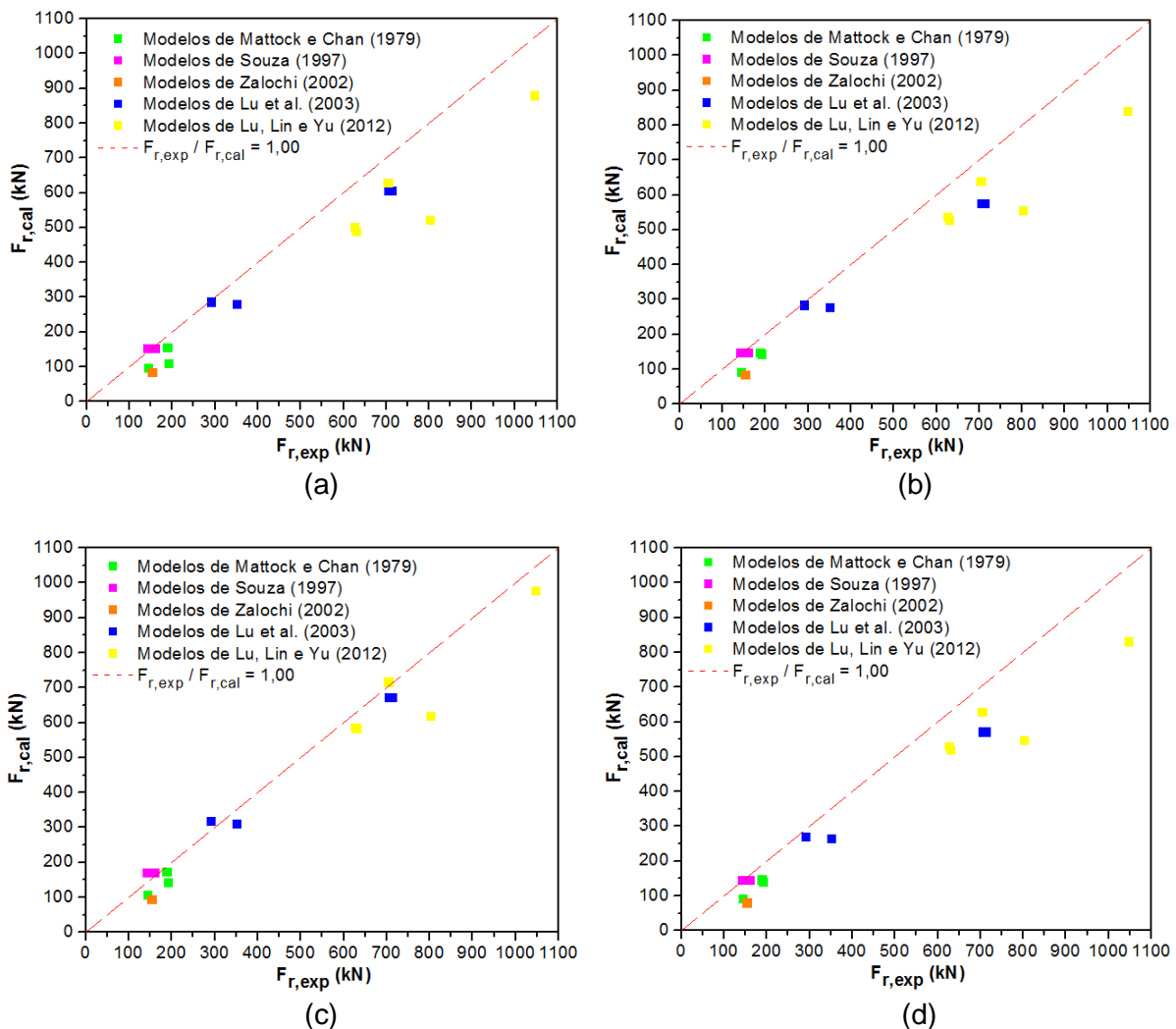
Tabela 4.10 – Comparação entre resultados analíticos e experimentais: força de ruína por flexão ou escoamento da armadura do tirante para os diferentes procedimentos de projetos existentes para dentes de concreto.

Modelo	Ruína	El Debs (2000)		ABNT (2017)		PCI (2010)		ACI 318-14 Modelo I ACI 318-14 Modelos II e III Eurocode 2 Modelo IV	
	$F_{r,exp}$ (kN)	$F_{r,cal}$ (kN)	$\frac{F_{r,exp}}{F_{r,cal}}$	$F_{r,cal}$ (kN)	$\frac{F_{r,exp}}{F_{r,cal}}$	$F_{r,cal}$ (kN)	$\frac{F_{r,exp}}{F_{r,cal}}$	$F_{r,cal}$ (kN)	$\frac{F_{r,exp}}{F_{r,cal}}$
Mattock e Chan (1979)									
1A	144,12	97,26	1,48	93,18	1,55	108,07	1,33	91,86	1,57
1B	190,96	110,32	1,73	142,84	1,34	143,75	1,33	141,40	1,35
4A	188,74	155,72	1,21	147,81	1,28	173,02	1,09	147,07	1,28
Souza (1997)									
V1C-D2	159,00	154,12	1,03	148,52	1,07	171,25	0,93	145,56	1,09
V2C-D2	143,00	154,12	0,93	148,52	0,96	171,25	0,84	145,56	0,98
Zalochi (2002)									
35_00V	153,00	85,30	1,79	85,22	1,80	94,78	1,61	80,56	1,90
Lu et al. (2003)									
2	705,00	605,57	1,16	575,34	1,23	672,86	1,05	571,93	1,23
3	713,00	605,57	1,18	575,34	1,24	672,86	1,06	571,93	1,25
10	291,00	286,94	1,01	284,54	1,02	318,82	0,91	270,99	1,07
11	351,00	280,19	1,25	278,55	1,26	311,32	1,13	264,62	1,33
Lu, Lin e Yu (2012)									
3	704,00	629,38	1,12	639,84	1,10	717,01	0,98	629,92	1,12
15	626,00	501,49	1,25	538,07	1,16	585,73	1,07	530,27	1,18
17	1046,00	879,93	1,19	840,77	1,24	977,70	1,07	831,04	1,26
19	802,00	522,35	1,54	554,95	1,45	618,69	1,30	547,18	1,47
23	630,00	489,20	1,29	527,99	1,19	584,62	1,08	520,05	1,21
Média									
			1,28		1,26		1,12		1,29
Desvio padrão									
			0,25		0,21		0,20		0,23
Coeficiente de variação									
			19,8%		16,9%		17,9%		17,6%

Fonte: o Autor (2017).

A Figura 4.12 ilustra os resultados experimentais e analíticos, comparando as estimativas para força de ruína por flexão dos diferentes procedimentos de projeto analisados. Todas as estimativas de força de ruína por flexão tiveram previsões a favor da segurança, com as médias para a relação $F_{r,exp} / F_{r,cal}$ com valores acima de 1,00, com dispersão ilustrada na Figura 4.13.

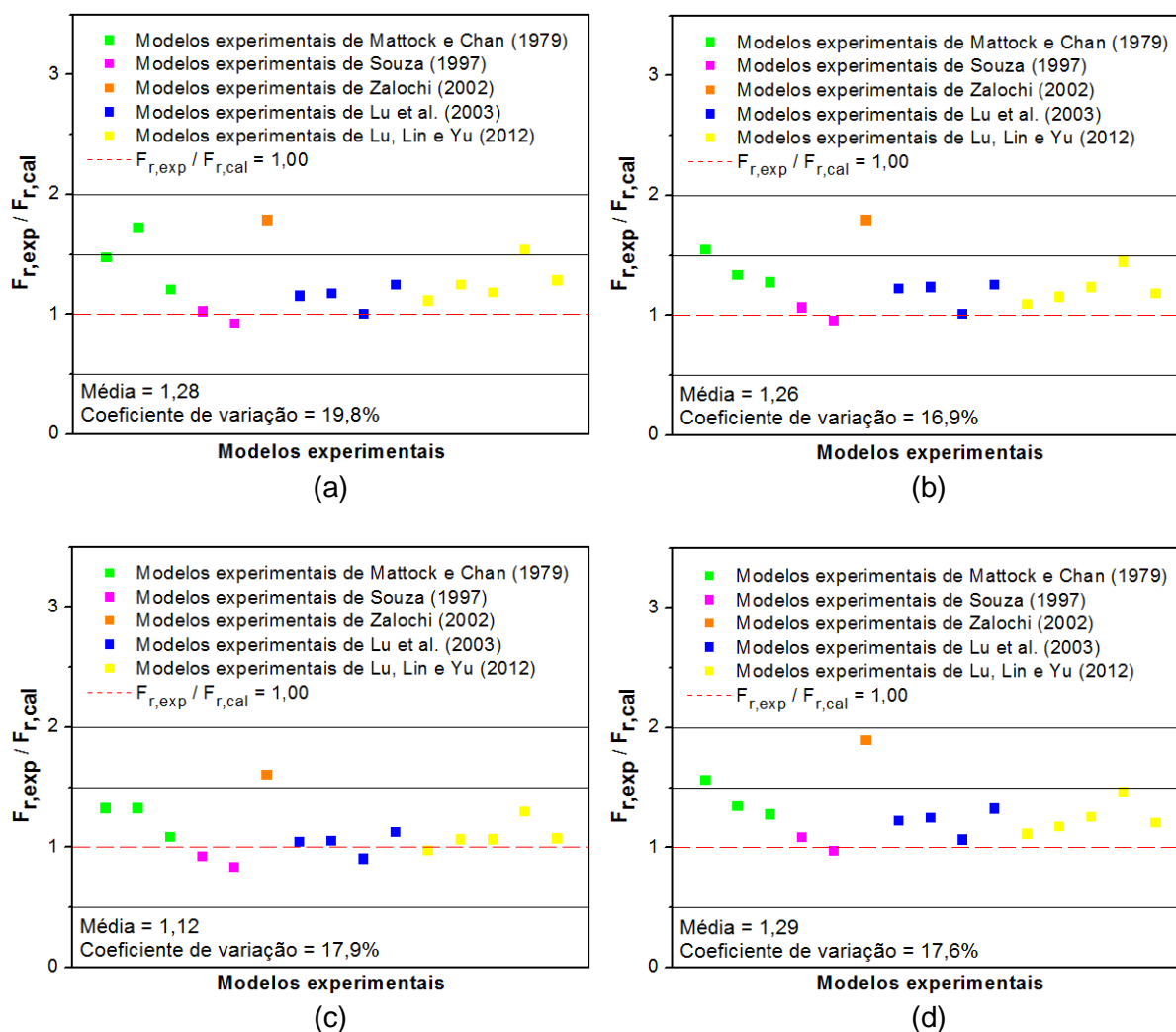
Figura 4.12 – Resultados experimentais e analíticos para ruína por flexão ou escoamento da armadura do tirante: a) El Debs (2000); b) ABNT (2017); c) PCI (2010); d) ACI 318-14 Modelo I, ACI 318-14 Modelos II e III, e Eurocode 2 Modelo IV.



Fonte: o Autor (2017).

Conforme ilustra a Figura 4.12, as estimativas para força de ruína por flexão do manual PCI *Design Handbook* (PCI, 2010) são as que mais se aproximaram dos resultados experimentais.

Figura 4.13 – Comparação entre resultados experimentais e analíticos para ruína por flexão ou escoamento da armadura do tirante: a) El Debs (2000); b) ABNT (2017); c) PCI (2010); d) ACI 318-14 Modelo I, ACI 318-14 Modelos II e III, e Eurocode 2 Modelo IV.



Fonte: o Autor (2017).

De acordo com a Tabela 4.10 e a Figura 4.13, os critérios para o projeto de dentes de concreto da NBR 9062 (ABNT, 2017) e NBR 6118 (ABNT, 2014) forneceram uma média para a relação $F_{r,exp} / F_{r,cal}$ igual a 1,26, com um desvio padrão de 0,21 e um coeficiente de variação de 16,9% para as estimativas. Com um desvio padrão de 0,25 e um coeficiente de variação de 19,8% para as previsões, El Debs (2000) obteve uma média de 1,28 para a relação entre a força de ruína experimental e a força de ruína calculada. Como era esperado, em virtude das adaptações e considerações, os Modelos I, II, III e IV tiveram resultados idênticos para todos os modelos experimentais estudados, conforme ilustram as Figuras 4.12 e 4.13. As disposições da ACI 318-14 (ACI, 2014) e NP EN 1992-1-1 (CEN, 2010),

com o uso dos Modelos I, II, III e IV, apontam uma média para a relação $F_{r,exp} / F_{r,cal}$ igual a 1,29, com um desvio padrão de 0,23 e um coeficiente de variação de 17,6%. Com um desvio padrão de 0,20 e um coeficiente de variação de 17,9%, o método de projeto do manual PCI *Design Handbook* (PCI, 2010) teve uma média para a relação $F_{r,exp} / F_{r,cal}$ igual a 1,12.

A Tabela 4.10 e a Figura 4.13 mostram que os métodos de projeto e as disposições normativas apresentaram resultados muito parecidos para a média da relação $F_{r,exp} / F_{r,cal}$, com valores em torno de 1,3, estimando cerca de 77% da capacidade resistente do dente. Uma única exceção foi para o método de projeto do manual PCI *Design Handbook* (PCI, 2010), que ainda por cima, teve a melhor estimativa, com cerca de 89% da carga estimada. Uma pequena variabilidade foi observada nos resultados, porém com valores considerados toleráveis para todas as estimativas (ver Figura 4.13). Portanto, estatisticamente, os resultados da Tabela 4.10 apontam que todas as estimativas oferecem bons resultados. Logo, é possível concluir que os métodos de projeto, as disposições normativas e os modelos de bielas e tirantes analisados, podem estabelecer de forma segura a força de ruína por flexão dos dentes de concreto.

4.10.3 Força de ruína por escoamento da armadura de suspensão

Os resultados experimentais de 12 modelos foram utilizados para avaliar a eficácia das estimativas de força de ruína por escoamento da armadura de suspensão. Para os modelos experimentais, cuja ruína foi por escoamento da armadura de suspensão, foram estimadas as forças de ruína por diferentes procedimentos de projetos existentes para dentes de concreto. Para os dentes de concreto, os procedimentos de projeto de El Debs (2000), da NBR 9062 (ABNT, 2017) e NBR 6118 (ABNT, 2014), do manual PCI *Design Handbook* (PCI, 2010) e as disposições da ACI 318-14 (ACI, 2014) com uso dos Modelos II e III, apresentam as mesmas expressões para estimativa da força de ruína por escoamento da armadura de suspensão. No entanto, as disposições normativas da ACI 318-14 (ACI, 2014) e o Modelo I, como também, as diretrizes de projeto da NP EN 1992-1-1 (CEN, 2010) e o Modelo IV, apresentam outras expressões para a força de ruína por escoamento da armadura de suspensão. Todas as expressões foram analisadas nesse estudo

comparativo. A Tabela 4.11 exibe os resultados analíticos para as expressões de força de ruína por escoamento da armadura de suspensão. Apresenta-se também uma comparação entre resultados analíticos e experimentais, no qual os resultados foram analisados por meio de parâmetros estatísticos.

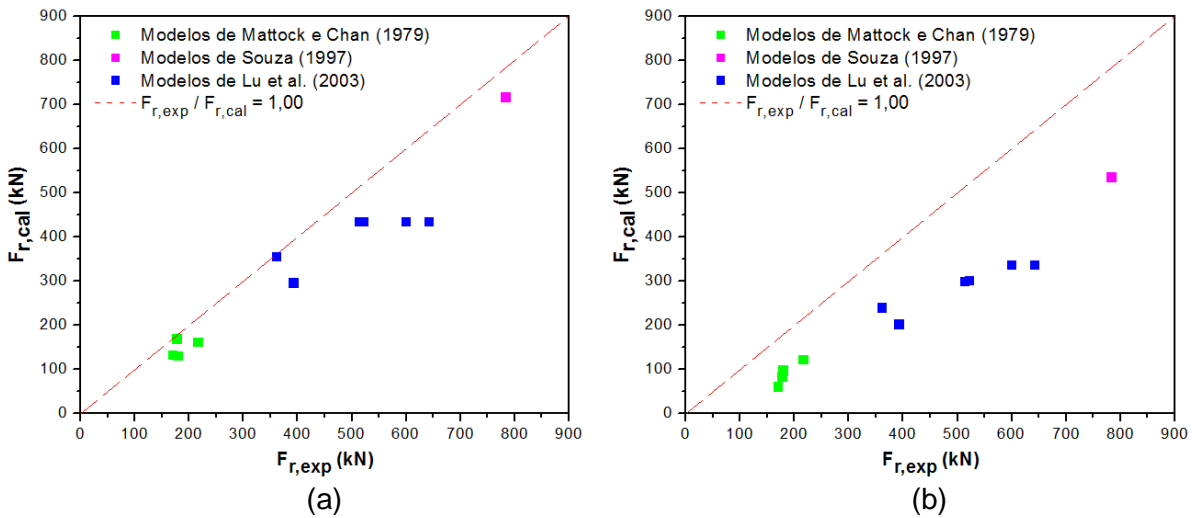
Tabela 4.11 – Comparação entre resultados analíticos e experimentais: força de ruína por escoamento da armadura de suspensão para os diferentes procedimentos de projetos existentes para dentes de concreto.

Modelo	Ruína	EI Debs (2000) ABNT (2017) PCI (2010) ACI 318-14 Modelos II e III		ACI 318-14 Modelo I Eurocode 2 Modelo IV	
	$F_{r,exp}$ (kN)	$F_{r,cal}$ (kN)	$\frac{F_{r,exp}}{F_{r,cal}}$	$F_{r,cal}$ (kN)	$\frac{F_{r,exp}}{F_{r,cal}}$
Mattock e Chan (1979)					
2A	178,37	131,34	1,36	99,08	1,80
2B	169,48	133,50	1,27	61,96	2,74
3A	215,83	162,41	1,33	122,52	1,76
3B	176,59	170,01	1,04	84,63	2,09
4B	176,95	169,37	1,04	84,14	2,10
Souza (1997)					
V1A-D2	783,00	717,30	1,09	536,82	1,46
Lu et al. (2003)					
4	360,00	356,22	1,01	240,62	1,50
5	513,00	435,90	1,18	300,50	1,71
6	521,00	435,90	1,20	302,57	1,72
8	599,00	435,90	1,37	337,87	1,77
9	642,00	435,90	1,47	337,87	1,90
12	392,00	296,83	1,32	203,23	1,93
Média			1,22		1,87
Desvio padrão			0,15		0,34
Coeficiente de variação			12,5%		17,9%

Fonte: o Autor (2017).

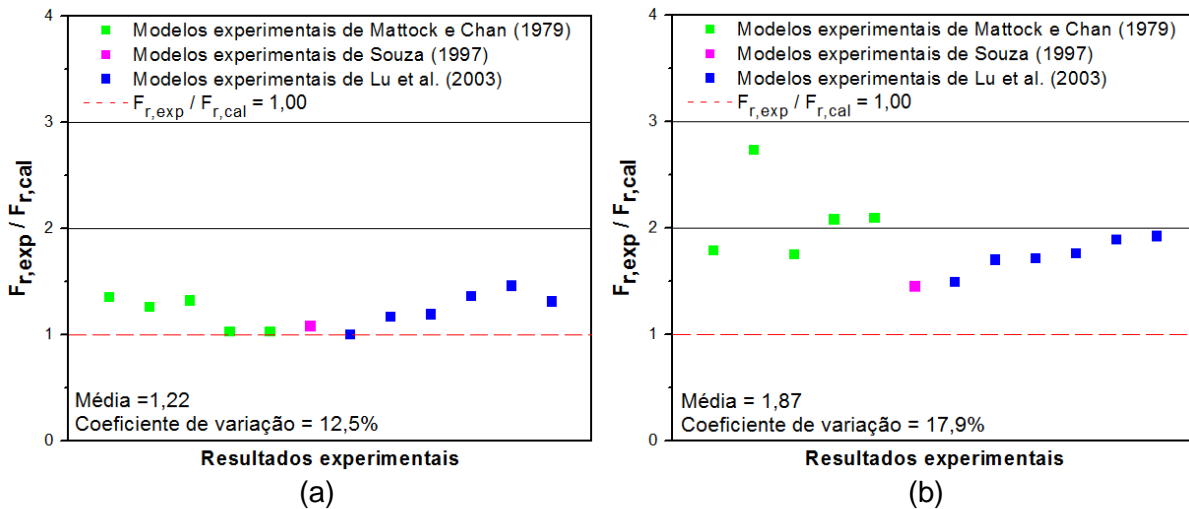
Os resultados experimentais e analíticos podem ser visualizados na Figura 4.14, comparando as diferentes estimativas para força de ruína por escoamento da armadura de suspensão. A média para a relação $F_{r,exp} / F_{r,cal}$ teve valores acima de 1,00 para todas as estimativas, apresentando uma tendência a favor da segurança, como mostra a Figura 4.15.

Figura 4.14 – Resultados experimentais e analíticos para ruína por escoamento da armadura de suspensão: a) EI Debs (2000), ABNT (2017), PCI (2010) e ACI 318-14 Modelos II e III; b) ACI 318-14 Modelo I e Eurocode 2 Modelo IV.



Fonte: o Autor (2017).

Figura 4.15 – Comparação entre resultados experimentais e analíticos para ruína por escoamento da armadura de suspensão: a) EI Debs (2000), ABNT (2017), PCI (2010) e ACI 318-14 Modelos II e III; b) ACI 318-14 Modelo I e Eurocode 2 Modelo IV.



Fonte: o Autor (2017).

Tal como esperado, as estimativas de EI Debs (2000), NBR 9062 (ABNT, 2017) e NBR 6118 (ABNT, 2014), PCI *Design Handbook* (PCI, 2010) e ACI 318-14 (ACI, 2014) com os Modelos II e III apresentaram resultados idênticos nesse estudo comparativo, conforme a Tabela 4.11. As estimativas apontam uma média para relação $F_{r,exp} / F_{r,cal}$ igual a 1,22, com desvio padrão de 0,15 e coeficiente de variação

de 12,5% para as previsões. Estimativas menos precisas podem ser obtidas pelas disposições normativas da ACI 318-14 (ACI, 2014) e NP EN 1992-1-1 (CEN, 2010) com os Modelos I e IV (ver Figura 4.14), com uma média para relação $F_{r,exp} / F_{r,cal}$ igual a 1,87. Os resultados mostraram uma maior variação (ver Figura 4.15), com um desvio padrão de 0,34 e um coeficiente de variação de 17,9%.

Nesse estudo comparativo, constatou-se que os Modelos II e III apresentaram um melhor resultado para a relação $F_{r,exp} / F_{r,cal}$ quando comparados aos Modelos I e IV, prevendo de maneira mais precisa a força de ruína por escoamento da armadura de suspensão, como mostra a Figura 4.15. Do ponto de vista analítico, isso indica que os Modelos II e III podem representar de forma mais adequada o comportamento estrutural do dente de concreto.

O Modelo I foi bastante questionado por Mattock (2012). Segundo o autor, o modelo não representa adequadamente o comportamento estrutural dos dentes de concreto, pois a biela BD cruza quase perpendicularmente a fissura diagonal que surge no canto reentrante, sendo inconsistente com o comportamento observado em muitos ensaios experimentais de dentes de concreto. Mais tarde, Forsyth (2013) confirmou a tese de Mattock (2012) por meio de uma sobreposição digital, conforme ilustra a Figura 2.16. Mattock (2012) ainda afirma que o uso desse modelo em projetos de dentes superestima a força na armadura de suspensão, sendo que na grande maioria dos ensaios experimentais, a força na armadura de suspensão é muito próxima da magnitude da força de reação vertical. Consequentemente, uma quantidade de armadura maior do que a realmente necessária é requerida para atender a força estimada para a armadura de suspensão. Seguindo as premissas de Mattock (2012), analogamente, em virtude da semelhança dos modelos, observa-se que o mesmo pode ser dito para o Modelo IV.

Baseado em resultados experimentais e nos estudos comparativos, neste trabalho foi possível observar e verificar as afirmações de Mattock (2012) referente ao Modelo I, porém de uma forma um pouco diferente. Além de ser inconsistente experimentalmente, observou-se que a presença da biela BD também torna o Modelo I inconsistente do ponto de vista analítico. A presença da biela BD, no Modelo I, altera a estimativa da força de tração do tirante BC (armadura de suspensão), que passa a ter valores acima do que é esperado, levando em conta que a força na armadura de suspensão pode ser menor ou aproximadamente igual à

força vertical no apoio, conforme apontam Leite Jr e Moreno Jr (2006); Leonhardt e Mönnig (1978); Mattock (2012) e Mattock e Chan (1997). Além disso, algo que talvez não tenha sido observado por Mattock (2012) é que na presença de força horizontal os resultados se tornam ainda mais discrepantes, pois a força horizontal passa a influenciar na força de tração do tirante BC (armadura de suspensão) a partir da presença da biela BD. Logo, a partir dessa constatação, o Modelo I requer uma armadura de suspensão ainda maior se o dente de concreto for submetido à força horizontal. Os resultados da Tabela 4.11 também reforçam as afirmações de Mattock (2012). Os Modelos II e III apresentaram a melhor estimativa para a força de ruína por escoamento da armadura de suspensão, com uma média para a relação $F_{r,exp} / F_{r,cal}$ igual a 1,22, valor mais próximo do ideal. Observou-se também que a força de ruína por escoamento da armadura de suspensão é subestimada pelo Modelo I. Ou seja, na realidade, isso significa que uma determinada quantidade de armadura de suspensão pode suportar uma força maior do que a prevista pelo Modelo I, e por conta disso, conseqüentemente, o dente pode apresentar uma força de ruína, por escoamento da armadura de suspensão, ainda maior que a estimada. Contudo, é possível inferir que, em projeto, o Modelo I superestima a quantidade de armadura de suspensão, e na estimativa da força de ruína, o Modelo I subestima a capacidade resistente para uma dada quantidade de armadura de suspensão.

Basicamente, em virtude da semelhança, tudo que foi destacado para o Modelo I também pode ser considerado para o Modelo IV.

Por fim, os procedimentos de projeto de El Debs (2000), os requisitos da NBR 9062 (ABNT, 2017) e NBR 6118 (ABNT, 2014), o método de projeto do manual PCI *Design Handbook* (PCI, 2010) e as disposições da ACI 318-14 (ACI, 2014) com o uso dos Modelos II e III, podem estabelecer a força de ruína por escoamento da armadura de suspensão, conforme expõe a Tabela 4.11. As disposições da ACI 318-14 (ACI, 2014) e o Modelo I bem como as diretrizes da NP EN 1992-1-1 (CEN, 2010) e o Modelo IV podem prever a força de ruína por escoamento da armadura de suspensão, mas de uma forma mais conservadora a tal ponto de subestimar a capacidade resistente. Do ponto de vista analítico, quando comparados aos Modelos I e IV, os Modelos II e III representaram melhor o comportamento estrutural do dente.

4.10.4 Força de ruína do dente de concreto

Os dados de 38 modelos experimentais foram utilizados para avaliar os diferentes procedimentos de projeto existentes para dentes de concreto. Aqui, as estimativas de força de ruína levam em conta todas as possíveis formas de ruína dos dentes de concreto: ruína por ruptura do concreto na região do dente, ruína por flexão, ruína por fissura na interface entre o dente e a viga, ruína por fissura no canto reentrante e ruína por ruptura do concreto na extremidade inferior da viga (EL DEBS, 2000; NANNI e HUANG, 2002; PCI, 2010; TAHER, 2005). De forma resumida e sumarizada, a Tabela 4.12 exibe uma comparação para os métodos de projeto e as disposições normativas para dentes de concreto. Os resultados analíticos e experimentais também são apresentados para cada um dos modelos experimentais. A partir da comparação entre os resultados analíticos e experimentais foi obtida a média, o desvio padrão e coeficiente de variação. A precisão das estimativas é medida com base na relação entre força de ruína experimental e a força de ruína calculada. Nas análises comparativas da força de ruína por ruptura do concreto, por escoamento da armadura do tirante e escoamento da armadura de suspensão, a força de ruína calculada levou em conta a forma de ruína específica dos modelos experimentais, sendo esta a forma mais correta de avaliação. Nesse caso, independente da forma de ruína do dente, a força de ruína calculada foi considerada o menor valor obtido em cada um dos procedimentos de projeto para dentes de concreto.

Tabela 4.12 – Comparação entre resultados analíticos e experimentais: força de ruína para os procedimentos de projeto para dentes de concreto.

Modelo	Ruína		El Debs (2000)		ABNT (2017)		PCI (2010)		ACI 318-14 Modelo I		ACI 318-14 Modelo II e III		Eurocode 2 Modelo IV	
	T i p o	$F_{r,exp}$	$F_{r,cal}$	$\frac{F_{r,exp}}{F_{r,cal}}$	$F_{r,cal}$	$\frac{F_{r,exp}}{F_{r,cal}}$	$F_{r,cal}$	$\frac{F_{r,exp}}{F_{r,cal}}$	$F_{r,cal}$	$\frac{F_{r,exp}}{F_{r,cal}}$	$F_{r,cal}$	$\frac{F_{r,exp}}{F_{r,cal}}$	$F_{r,cal}$	$\frac{F_{r,exp}}{F_{r,cal}}$
		(kN)	(kN)		(kN)		(kN)		(kN)		(kN)		(kN)	
Mattock e Chan (1979)														
1A	T	144,12	97,26	1,48	93,18	1,55	64,20	2,24	91,86	1,57	91,86	1,57	91,86	1,57
1B	T	190,96	110,32	1,73	142,84	1,34	90,93	2,10	103,08	1,85	141,40	1,35	103,08	1,85
2A	S	178,37	131,34	1,36	131,34	1,36	93,69	1,90	99,08	1,80	131,34	1,36	99,08	1,80
2B	S	169,48	133,50	1,27	133,50	1,27	91,82	1,85	61,96	2,74	133,50	1,27	61,96	2,74
3A	S	215,83	155,61	1,39	147,72	1,46	93,93	2,30	122,52	1,76	146,96	1,47	122,52	1,76
3B	S	176,59	149,23	1,18	170,01	1,04	95,26	1,85	84,63	2,09	170,01	1,04	84,63	2,09
4A	T	188,74	155,72	1,21	147,81	1,28	89,63	2,11	123,25	1,53	147,07	1,28	123,25	1,53
4B	S	176,95	149,23	1,19	169,37	1,04	91,21	1,94	84,14	2,10	169,37	1,04	84,14	2,10

Fonte: o Autor (2017).

Tabela 4.12 – Comparação entre resultados analíticos e experimentais: força de ruína para os procedimentos de projeto para dentes de concreto. (Cont.)

Modelo	Tipo	Ruína			EI Debs (2000)		ABNT (2017)		PCI (2010)		ACI 318-14 Modelo I		ACI 318-14 Modelo II e III		Eurocode 2 Modelo IV	
		$F_{r,exp}$ (kN)	$F_{r,cal}$ (kN)	$\frac{F_{r,exp}}{F_{r,cal}}$	$F_{r,cal}$ (kN)	$\frac{F_{r,exp}}{F_{r,cal}}$	$F_{r,cal}$ (kN)	$\frac{F_{r,exp}}{F_{r,cal}}$	$F_{r,cal}$ (kN)	$\frac{F_{r,exp}}{F_{r,cal}}$	$F_{r,cal}$ (kN)	$\frac{F_{r,exp}}{F_{r,cal}}$	$F_{r,cal}$ (kN)	$\frac{F_{r,exp}}{F_{r,cal}}$	$F_{r,cal}$ (kN)	$\frac{F_{r,exp}}{F_{r,cal}}$
Souza (1997)																
V1A-D1	C	675,00	475,39	1,42	594,12	1,14	565,39	1,19	448,70	1,50	448,70	1,50	446,80	1,51		
V1A-D2	S	783,00	526,14	1,49	594,12	1,32	565,39	1,38	496,61	1,58	496,61	1,58	484,92	1,61		
V1C-D2	T	159,00	115,75	1,37	148,52	1,07	141,35	1,12	109,25	1,46	109,25	1,46	109,31	1,45		
V2C-D2	T	143,00	109,25	1,31	148,52	0,96	141,35	1,01	103,12	1,39	103,12	1,39	104,19	1,37		
Zalochi (2002)																
35_00V	T	153,00	85,30	1,79	85,22	1,80	94,78	1,61	80,56	1,90	80,56	1,90	80,56	1,90		
70_00V	F	125,00	85,30	1,47	85,22	1,47	94,78	1,32	80,56	1,55	80,56	1,55	80,56	1,55		
Lu et al. (2003)																
1	C	561,00	309,30	1,81	544,90	1,03	156,87	3,58	297,31	1,89	320,06	1,75	302,21	1,86		
2	T	705,00	567,91	1,24	575,34	1,23	176,26	4,00	495,21	1,42	560,16	1,26	494,00	1,43		
3	T	713,00	605,57	1,18	575,34	1,24	179,92	3,96	495,21	1,44	571,93	1,25	495,21	1,44		
4	S	360,00	260,77	1,38	356,22	1,01	157,22	2,29	240,62	1,50	253,99	1,42	240,62	1,50		
5	S	513,00	430,45	1,19	426,85	1,20	176,23	2,91	300,50	1,71	406,54	1,26	300,50	1,71		
6	S	521,00	435,90	1,20	435,90	1,20	180,03	2,89	302,57	1,72	416,58	1,25	302,57	1,72		
7	C	458,00	314,24	1,46	426,81	1,07	156,90	2,92	273,67	1,67	319,28	1,43	278,56	1,64		
8	S	599,00	435,90	1,37	413,48	1,45	175,55	3,41	337,87	1,77	416,54	1,44	337,87	1,77		
9	S	642,00	435,90	1,47	413,48	1,55	179,18	3,58	337,87	1,90	416,54	1,54	337,87	1,90		
10	T	291,00	268,62	1,08	284,54	1,02	157,26	1,85	204,63	1,42	257,74	1,13	204,63	1,42		
11	T	351,00	280,19	1,25	278,55	1,26	176,10	1,99	203,23	1,73	264,62	1,33	203,23	1,73		
12	S	392,00	280,19	1,40	278,55	1,41	179,75	2,18	203,23	1,93	264,62	1,48	203,23	1,93		
Lu, Lin e Yu (2012)																
1	C	811,00	587,00	1,38	820,17	0,99	196,05	4,14	639,73	1,27	639,73	1,27	570,18	1,42		
3	T	704,00	587,00	1,20	639,84	1,10	196,05	3,59	527,74	1,33	629,92	1,12	527,74	1,33		
5	C	690,00	587,00	1,18	639,73	1,08	196,05	3,52	477,33	1,45	639,73	1,08	477,33	1,45		
7	C	632,00	287,98	2,19	639,73	0,99	174,41	3,62	303,28	2,08	303,28	2,08	317,27	1,99		
9	C	550,00	277,13	1,98	639,73	0,86	172,84	3,18	285,87	1,92	299,94	1,83	301,38	1,82		
11	C	491,00	268,31	1,83	639,73	0,77	171,27	2,87	292,42	1,68	292,42	1,68	305,90	1,61		
13	C	787,00	469,79	1,68	820,17	0,96	187,98	4,19	511,99	1,54	511,99	1,54	485,49	1,62		
15	T	626,00	491,69	1,27	538,07	1,16	191,00	3,28	405,33	1,54	530,27	1,18	405,33	1,54		
17	T	1046,00	879,93	1,19	840,77	1,24	234,05	4,47	590,59	1,77	652,76	1,60	581,81	1,80		
19	T	802,00	522,35	1,54	554,95	1,45	234,58	3,42	333,06	2,41	547,18	1,47	333,06	2,41		
21	C	884,00	668,51	1,32	813,45	1,09	217,25	4,07	469,15	1,88	510,05	1,73	483,64	1,83		
23	T	630,00	489,20	1,29	527,99	1,19	218,52	2,88	326,21	1,93	512,68	1,23	326,21	1,93		
Média				1,41		1,20		2,70		1,73		1,42		1,73		
Desvio padrão				0,25		0,21		0,99		0,30		0,24		0,29		
Coeficiente de variação				17,7%		17,9%		36,5%		17,4%		16,8%		16,7%		

T – Ruína por flexão ou escoamento da armadura do tirante;

S – Ruína por escoamento da armadura de suspensão;

C – Ruína por ruptura do concreto na região do dente;

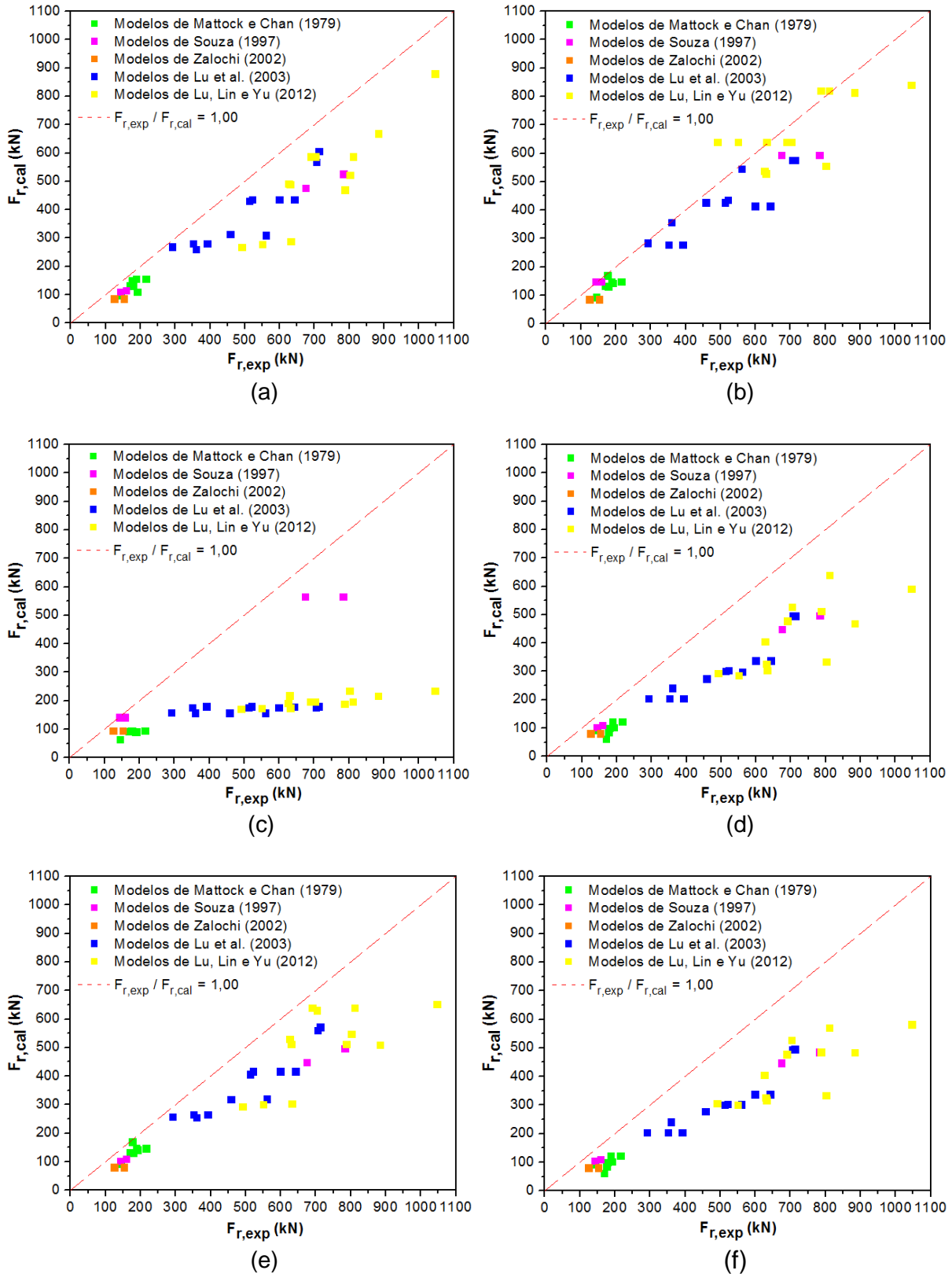
F – Ruína por fissura na interface entre o dente e a viga.

Fonte: o Autor (2017).

Segundo a Tabela 4.12, os procedimentos de projeto de El Debs (2000) forneceu uma média para a relação $F_{r,exp} / F_{r,cal}$ igual a 1,41, com um desvio padrão de 0,25 e um coeficiente de variação de 17,7% para as estimativas. A estatística aponta uma variação admissível nos resultados, para uma previsão de cerca de 71% da capacidade resistente. Com uma estimativa de aproximadamente 83% da capacidade resistente, a NBR 9062 (ABNT, 2017) e a NBR 6118 (ABNT, 2014) obtiveram uma média de 1,20 para a relação $F_{r,exp} / F_{r,cal}$. Os resultados ainda apresentaram uma pequena variabilidade, com um desvio padrão de 0,21 e um coeficiente de variação de 17,9%. Com a previsão mais dispersa, com desvio padrão de 0,99 e coeficiente de variação de 36,5%, o método de projeto do manual PCI *Design Handbook* (PCI, 2010) apresentou uma média de 2,70 para a relação entre a força de ruína experimental e a força de ruína calculada, estimando em média, apenas 37% da capacidade resistente dos dentes. Os requisitos normativos da ACI 318-14 (ACI, 2014) e o Modelo I tiveram uma média para a relação $F_{r,exp} / F_{r,cal}$ igual a 1,73, prevendo aproximadamente 58% da força de ruína. Os resultados indicaram uma dispersão tolerável, com um desvio padrão de 0,30 e um coeficiente de variação de 17,4%. Uma média de 1,42 para a relação $F_{r,exp} / F_{r,cal}$ foi obtida pelas disposições de projeto da ACI 318-14 (ACI, 2014) e os Modelos II e III. As previsões, que em média, estimou aproximadamente 70% da capacidade resistente, tiveram uma pequena variação, com um desvio padrão de 0,24 e coeficiente de variação de 16,8%. Com um desvio padrão de 0,29 e coeficiente de variação de 16,7%, as diretrizes de projeto da NP EN 1992-1-1 (CEN, 2010) e o Modelo IV apresentaram uma média de 1,73 para a relação $F_{r,exp} / F_{r,cal}$.

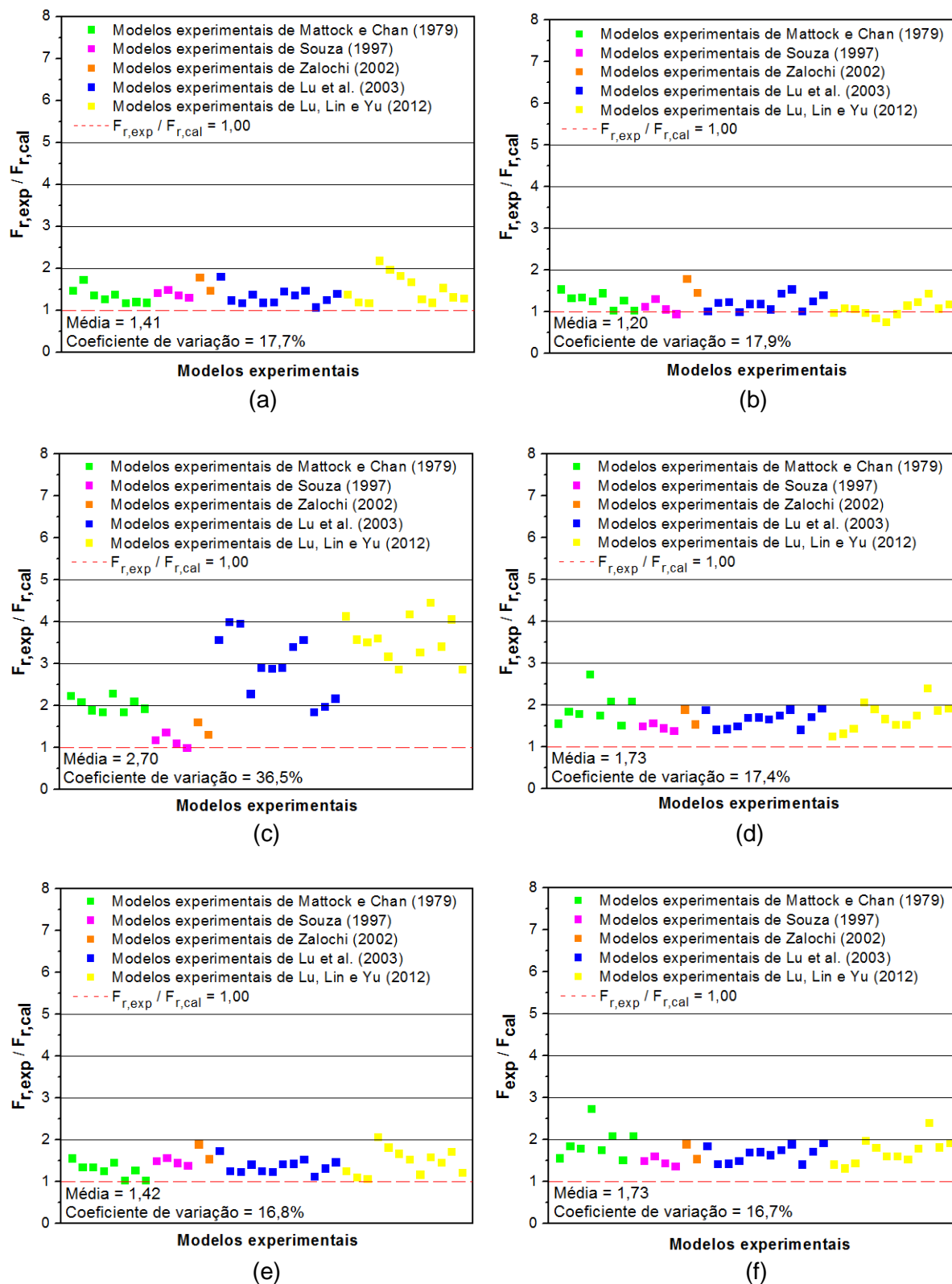
Para facilitar a comparação entre os diferentes procedimentos de projeto para dentes de concreto, os resultados podem ser observados nas Figuras 4.16 e 4.17. A Figura 4.16 apresenta os resultados experimentais e analíticos para as diferentes estimativas de força de ruína. Nota-se que todas as estimativas de força de ruína mostram uma tendência a favor da segurança, com valores acima de 1,00 para a média da relação $F_{r,exp} / F_{r,cal}$, de acordo com a Figura 4.17. Neste caso, à medida que a média para relação $F_{r,exp} / F_{r,cal}$ se aproxima de 1,00, mais precisa é a estimativa da força de ruína, caso contrário, torna-se mais conservadora, e consequentemente, menos apurada.

Figura 4.16 – Resultados experimentais e analíticos para estimativa da força de ruína do dente de concreto: a) El Debs (2000); b) ABNT (2017); c) PCI (2010); d) ACI 318-14 Modelo I; e) ACI 318-14 Modelos II e III; f) Eurocode 2 Modelo IV.



Fonte: o Autor (2017).

Figura 4.17 – Comparação entre resultados experimentais e analíticos para estimativa da força de ruína do dente de concreto: a) El Debs (2000); b) ABNT (2017); c) PCI (2010); d) ACI 318-14 Modelo I; e) ACI 318-14 Modelos II e III; f) Eurocode 2 Modelo IV.



Fonte: o Autor (2017).

Portanto, esse estudo comparativo mostrou que a estimativa que mais se aproximou dos resultados experimentais provém dos critérios de projeto da NBR 9062 (ABNT, 2017) e NBR 6118 (ABNT, 2014), no entanto, é importante lembrar que para esse procedimento de projeto não foi feita a verificação do concreto. Estimativas mais conservadoras podem ser previstas por El Debs (2000) e pelas disposições normativas da ACI 318-14 (ACI, 2014) com adoção dos Modelos II e III. A força de ruína também pode ser estabelecida de acordo com os requisitos de projeto da ACI 318-14 (ACI, 2014) com o uso do Modelo I, ou também, pelas diretrizes de projeto da NP EN 1992-1-1 (CEN, 2010) com o uso do Modelo IV. Porém, as estimativas são tão conservadoras a tal ponto de subestimar a capacidade resistente dos dentes. Também com previsões muito dispersas, o método de projeto do manual PCI *Design Handbook* (PCI, 2010) apresentou a pior estimativa para a força de ruína, subestimando grandemente a capacidade resistente dos dentes. Isso ocorreu em virtude da falta de estribos verticais na maioria dos modelos experimentais. Com relação aos modelos de bielas e tirantes, observou-se que os Modelos II e III estimam com maior precisão a força de ruína dos dentes quando comparados aos Modelos I e IV.

4.11 Comentários finais

Este estudo comparativo apresentou uma investigação dos diferentes procedimentos de projeto para dente de concreto presentes na literatura e nos códigos nacionais e internacionais. Os resultados experimentais foram comparados com os resultados analíticos, resultando em estatísticas para a relação entre a força de ruína experimental e a força de ruína calculada.

Em síntese, para a análise comparativa das estimativas para força de ruína por ruptura do concreto na região do dente, aplicadas em nove modelos experimentais, foram obtidas as médias e os coeficientes de variação listados na Tabela 4.13.

Na análise comparativa das estimativas de força de ruína por ruptura do concreto na região do dente, a diferença entre as médias dos Modelos II e III em relação aos Modelos I e IV deve-se às diferentes larguras da biela inclinada. No caso do manual PCI *Design Handbook* (PCI, 2010), a média obtida deve-se à falta de armadura transversal na região do dente.

Tabela 4.13 – Resultados para as estimativas de força de ruína por ruptura do concreto na região do dente.

Procedimento de projeto	Média de $\frac{F_{r,exp}}{F_{r,cal}}$	Coefficiente de variação (%)
El Debs (2000)	1,59	20,10
PCI (2010)	3,29	32,40
ACI 318-14 Modelo I	1,60	19,00
ACI 318-14 Modelo II e III	1,56	18,80
Eurocode 2 Modelo IV	1,63	14,60

Fonte: o Autor (2017).

Para a análise comparativa das estimativas para força de ruína por flexão, aplicadas em 15 modelos experimentais da base de dados, foram obtidas as médias e os coeficientes de variação listados na Tabela 4.14.

Tabela 4.14 – Resultados para as estimativas de força de ruína por flexão.

Procedimento de projeto	Média de $\frac{F_{r,exp}}{F_{r,cal}}$	Coefficiente de variação (%)
El Debs (2000)	1,28	19,80
ABNT (2017)	1,26	16,90
PCI (2010)	1,12	17,90
ACI 318-14 Modelo I		
ACI 318-14 Modelo II e III	1,29	17,60
Eurocode 2 Modelo IV		

Fonte: o Autor (2017).

Na análise comparativa das estimativas de força de ruína por flexão observa-se que as médias dos procedimentos de projeto apresentam resultados bem parecidos, com exceção do manual PCI *Design Handbook* (PCI, 2010). As expressões analíticas são semelhantes, porém a diferença está nos coeficientes da relação a/d e da força horizontal H , que são em torno de 1,0 a 1,2. No caso do manual PCI *Design Handbook* (PCI, 2010), o coeficiente da relação a/d tem valor unitário, o que difere das demais estimativas que apresentam valores que variam de 1,1 a 1,2. Dessa forma, as forças de ruína previstas pelo manual PCI *Design Handbook* (PCI, 2010) foram superiores as previstas pelos demais procedimentos de projeto, o que levaram a menor média para a relação $F_{r,exp} / F_{r,cal}$. Com relação à força horizontal H , no manual PCI *Design Handbook* (PCI, 2010), a estimativa da força de ruína por flexão tem uma parcela h/d , que equivale aproximadamente a

um coeficiente com valor de 1,1, o que nesse caso, diminui a capacidade resistente do dente. As demais estimativas apresentam coeficientes unitário para a força horizontal H , com exceção de El Debs (2000) com valor igual a 1,2. Contudo, mesmo com a presença de força horizontal H , as estimativas do manual *PCI Design Handbook* (PCI, 2010) foram as que mais se aproximaram dos resultados experimentais.

Em resumo, para a análise comparativa das estimativas para força de ruína por escoamento da armadura de suspensão, aplicadas em 12 modelos experimentais, foram obtidas as médias e os coeficientes de variação listados na Tabela 4.15.

Tabela 4.15 – Resultados para as estimativas de força de ruína por escoamento da armadura de suspensão.

Procedimento de projeto	Média de $\frac{F_{r,exp}}{F_{r,cal}}$	Coeficiente de variação (%)
El Debs (2000)		
ABNT (2017)	1,22	12,50
PCI (2010)		
ACI 318-14 Modelo II e III		
ACI 318-14 Modelo I	1,87	17,90
Eurocode 2 Modelo IV		

Fonte: o Autor (2017).

Na análise comparativa das estimativas de força de ruína por escoamento da armadura de suspensão nota-se uma grande diferença nos resultados da ACI 318-14 (ACI, 2014) e NP EN 1992-1-1 (CEN, 2010), com os Modelos I e IV, respectivamente, em relação aos demais procedimentos de projeto, que tiveram uma melhor aproximação com os resultados experimentais. Foi constatado que os Modelos I e IV superestimam a força de tração na armadura de suspensão, em virtude da presença da biela BD. Dessa forma, os Modelos I e IV subestimam a força de ruína por escoamento da armadura de suspensão para uma dada quantidade desta armadura, o que conseqüentemente, levou a maiores valores para a relação $F_{r,exp} / F_{r,cal}$.

Para fim de comparação geral, a Tabela 4.16 apresenta os resultados do estudo comparativo para cada procedimento de projeto de acordo com a forma de ruína estudada.

Tabela 4.16 – Resultados para as estimativas de acordo com as forma de ruína do dente de concreto.

Parâmetros estatísticos	Forma de ruína	Procedimentos de projeto					
		EI Debs (2000)	ABNT (2017)	PCI (2010)	ACI 318-14 Modelo I	ACI 318-14 Modelos II e III	Eurocode 2 Modelo IV
Média de $\frac{F_{r,exp}}{F_{r,cal}}$	C	1,59	–	3,29	1,60	1,56	1,63
	T	1,28	1,26	1,12	1,29	1,29	1,29
	S	1,22	1,22	1,22	1,87	1,22	1,87
Coeficiente de variação (%)	C	20,10	–	32,40	19,00	18,80	14,60
	T	19,80	16,90	17,90	17,60	17,60	17,60
	S	12,50	12,50	12,50	17,90	12,50	17,90

C – Ruína por ruptura do concreto na região do dente;
T – Ruína por flexão ou escoamento da armadura do tirante;
S – Ruína por escoamento da armadura de suspensão.

Fonte: o Autor (2017).

Analisando a Tabela 4.16 observa-se que, de um modo geral, as estimativas dos procedimentos de projeto da ACI 318-14 (ACI, 2014) com o uso dos Modelos II e III foram as que mais se aproximaram dos resultados experimentais. As estimativas de EI Debs (2000) também apresentaram excelentes resultados, porém um pouco mais dispersos.

Por fim, em suma, a Tabela 4.17 apresenta as médias e os coeficientes de variação do estudo comparativo das estimativas para força de ruína do dente de concreto aplicadas em 38 modelos experimentais da base de dados. Nesta análise, independente da forma de ruína do modelo experimental, a força de ruína calculada foi considerada o menor valor encontrado para cada procedimento de projeto. No entanto, verificou-se a compatibilidade da forma de ruína em função do valor crítico determinado em cada procedimento de projeto.

Tabela 4.17 – Resultados para as estimativas de força de ruína do dente de concreto.

Procedimento de projeto	Média de $\frac{F_{r,exp}}{F_{r,cal}}$	Coeficiente de variação (%)	Correspondência da forma de ruína (%)
EI Debs (2000)	1,41	17,70	63,20
ABNT (2017)	1,20	17,90	55,30
PCI (2010)	2,70	36,50	26,30
ACI 318-14 Modelo I	1,73	17,40	52,60
ACI 318-14 Modelo II e III	1,42	16,80	60,50
Eurocode 2 Modelo IV	1,73	16,70	57,90

Fonte: o Autor (2017).

A respeito dos resultados apresentados na Tabela 4.17 é importante destacar que a verificação do concreto não foi considerada na análise dos procedimentos de projeto da NBR 9062 (ABNT, 2017) e NBR 6118 (ABNT, 2014). Sendo assim, por esta razão, as normas brasileiras apresentaram uma média para relação $F_{r,exp} / F_{r,cal}$ bem abaixo quando comparadas com os demais procedimentos de projeto. Ao contrário, o manual PCI *Design Handbook* (PCI, 2010) apresentou uma relação $F_{r,exp} / F_{r,cal}$ bem acima em relação aos demais procedimentos de projeto. A falta de estribos verticais na região do dente, na maioria dos modelos experimentais, levou aos resultados indesejáveis para a relação $F_{r,exp} / F_{r,cal}$ e a correspondência da forma de ruína. Portanto, levando em conta estes aspectos, também nesta análise, é possível inferir que as estimativas de El Debs (2000) bem como as disposições da ACI 318-14 (ACI, 2014) e os Modelos II e III foram as que melhor representaram os resultados dos modelos experimentais.

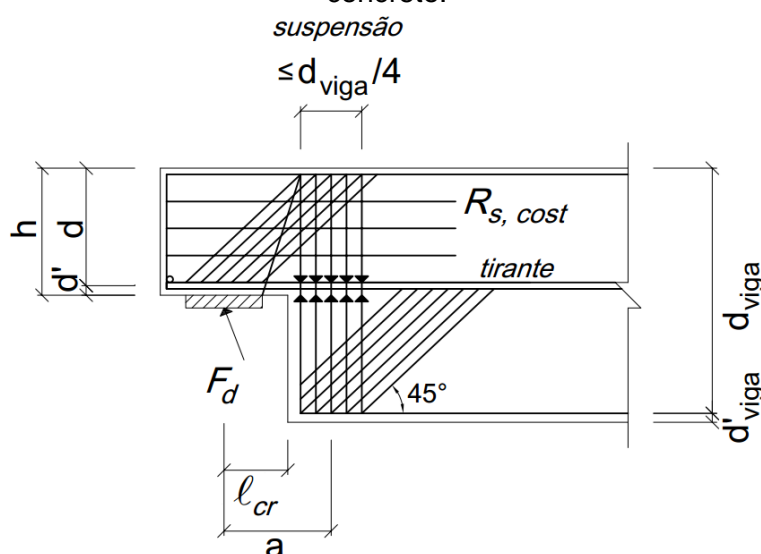
Vale lembrar que os procedimentos de projeto analisados possuem limitações e abrangências que em alguns casos foram violadas ao longo do estudo. No entanto, é possível perceber que todas as estimativas para força de ruína mostraram uma tendência a favor da segurança, apresentando, em alguns casos, resultados mais precisos, e em outros, mais conservadores.

5 PROPOSTA PARA A VERIFICAÇÃO DAS TENSÕES DE COMPRESSÃO NO CONCRETO

5.1 Introdução

Segundo a NBR 9062 (ABNT, 2017), para dentes de concreto com relação $0,5 < a/d \leq 1,0$, as dimensões e inclinação da biela de compressão são supostas variáveis determinadas de acordo com a Figura 3.4. Nesse contexto, no sentido de propor uma melhoria para os procedimentos de projeto da NBR 9062 (ABNT, 2017) pretende-se apresentar uma proposta para a verificação das tensões de compressão no concreto, para a região do dente e para a extremidade inferior da viga. A proposta foi elaborada com base em estudos realizados por Mattock (2012); Mattock e Chan (1979) e Yang, Ashour e Lee (2011). Também levou-se em consideração o cálculo da largura da biela inclinada, presente em exemplos de projeto, publicação e normas como: ACI 318-14 (ACI, 2014), European Concrete Platform ASBL (2008), Sanders (2002) e Wight e MacGregor (2012). A Figura 5.1 mostra o modelo de bielas e tirantes para verificação da tensão de compressão no concreto, após a implementação da proposta para a região do dente e para a extremidade inferior da viga. Essa proposta será aplicada em uma base de dados para fim de avaliação por meio de uma comparação entre resultados analíticos e experimentais.

Figura 5.1 – Modelo de bielas e tirantes para verificação das tensões de compressão no concreto.



Fonte: adaptado de NBR 9062 (ABNT, 2017).

5.2 Verificação da tensão de compressão no concreto para a região do dente

De acordo com os critérios de projeto da NBR 9062 (ABNT, 2017), a verificação da tensão de compressão no concreto para a região do dente deve atender ao seguinte critério:

$$\sigma_{cd} \geq \sigma_{sd} \quad (\text{Equação 5.1})$$

sendo σ_{cd} a tensão resistente de cálculo, que deve ser maior ou igual a tensão solicitante de cálculo σ_{sd} . Segundo os critérios de projeto da NBR 6118 (ABNT, 2014), para uma região nodal onde conflui um tirante, a tensão resistente de cálculo σ_{cd} é dada por:

$$\sigma_{cd} = f_{cd3} = 0,72\alpha_{v2}f_{ck} \quad (\text{Equação 5.2})$$

$$\alpha_{v2} = 1 - \frac{f_{ck}}{250} \quad (\text{Equação 5.3})$$

$$f_{cd} = \frac{f_{ck}}{\gamma_c} \quad (\text{Equação 5.4})$$

em que f_{ck} é a resistência característica à compressão do concreto e γ_c é o coeficiente de minoração da resistência à compressão do concreto que, de acordo com a NBR 9062 (ABNT, 2017), vale 1,3 para elemento pré-fabricado e 1,4 para elemento pré-moldado.

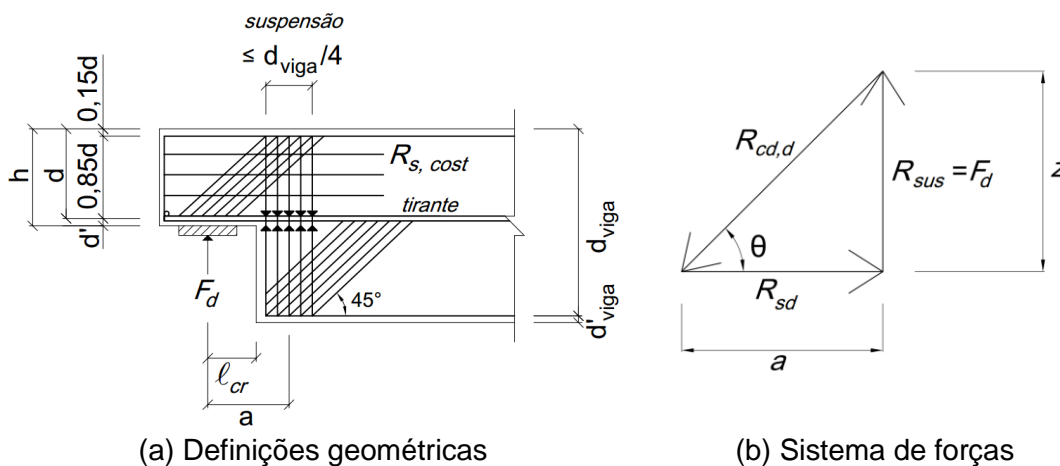
A tensão solicitante de cálculo σ_{sd} , na biela de compressão na região do dente, pode ser obtida pela seguinte expressão:

$$\sigma_{sd} = \frac{R_{cd,d}}{A_{bie,d}} = \frac{R_{cd,d}}{bh_{bie,d}} \quad (\text{Equação 5.5})$$

onde $R_{cd,d}$ é a resultante de compressão de cálculo, que atua na biela inclinada na região do dente; e $A_{bie,d}$ é a área mínima da seção da biela de compressão inclinada, na região do dente. A resultante de compressão $R_{cd,d}$ está diretamente

relacionada com o ângulo de inclinação da biela θ , que é uma das supostas variáveis a ser estabelecida durante a etapa de projeto, conforme a NBR 9062 (ABNT, 2017). O ângulo de inclinação da biela θ depende da relação z/a , em que a é a distância entre o ponto de aplicação da força vertical e o centro de gravidade da armadura de suspensão e z é o braço de alavanca do dente. Na literatura quase não existem indicações para o braço de alavanca do dente z . Leonhardt e Mönig (1978) citam que o braço de alavanca do dente z pode ser considerado igual a $0,85d$. Sanders (2002), em seu exemplo de projeto, não sugeriu indicação para o braço de alavanca do dente z , no entanto, assumiu que a resultante de compressão da zona comprimida estaria a uma distância de 10% da altura total da viga, a partir da face superior desta. Em seu estudo, Yang, Ashour e Lee (2011) adotaram um braço de alavanca do dente com valor aproximadamente igual a $z = h - 2d'$. Nesta proposta, conforme ilustra a Figura 5.2, foi adotado um braço de alavanca para o dente igual a $z = 0,85d$, de maneira similar a Leonhardt e Mönig (1978).

Figura 5.2 – Definições geométricas e sistema de forças para determinação da resultante de compressão inclinada na região do dente.



Fonte: adaptado da NBR 9062 (ABNT, 2017).

Portando, considerando a Figura 5.2, a resultante de compressão de cálculo $R_{cd,d}$, que atua na biela da região do dente, pode ser obtida por meio das equações:

$$R_{cd,d} = \frac{F_d}{\text{sen } \theta} \quad (\text{Equação 5.6})$$

$$\theta = \text{arc tg} \left(\frac{z}{a} \right) = \text{arc tg} \left(\frac{0,85d}{a} \right) \quad (\text{Equação 5.7})$$

em que d é a altura útil do dente e F_d é a força vertical de cálculo.

A área mínima da seção da biela de compressão inclinada na região do dente $A_{bie,d}$ depende da largura do dente de concreto b e da largura da biela inclinada do dente $h_{bie,d}$. Geralmente, a largura do dente de concreto b é definida na etapa preliminar do projeto. A largura da biela inclinada do dente $h_{bie,d}$, outra incógnita a ser determinada no projeto, sofre uma variação ao longo do comprimento, e seu valor mínimo é o crítico, pois resulta em um valor máximo para tensão solicitante de cálculo σ_{sd} . Portanto, nesse caso, para a biela da região do dente, é recomendável uma avaliação na região do apoio do dente (Figura 5.3) e na extremidade oposta ao apoio do dente (Figura 5.4), onde a biela de compressão inclinada encontra com a armadura de suspensão.

Logo, com base nas Figuras 5.3 e 5.4, a largura da biela inclinada do dente $h_{bie,d}$ é o menor valor obtido entre $h_{bie,d1}$ e $h_{bie,d2}$, pelas equações:

$$h_{bie,d1} = 2d' \cos \theta + \ell_a \sin \theta \quad (\text{Equação 5.8})$$

$$h_{bie,d2} = 0,3d \cos \theta + 2(a - \ell_{cr}) \sin \theta \quad (\text{Equação 5.9})$$

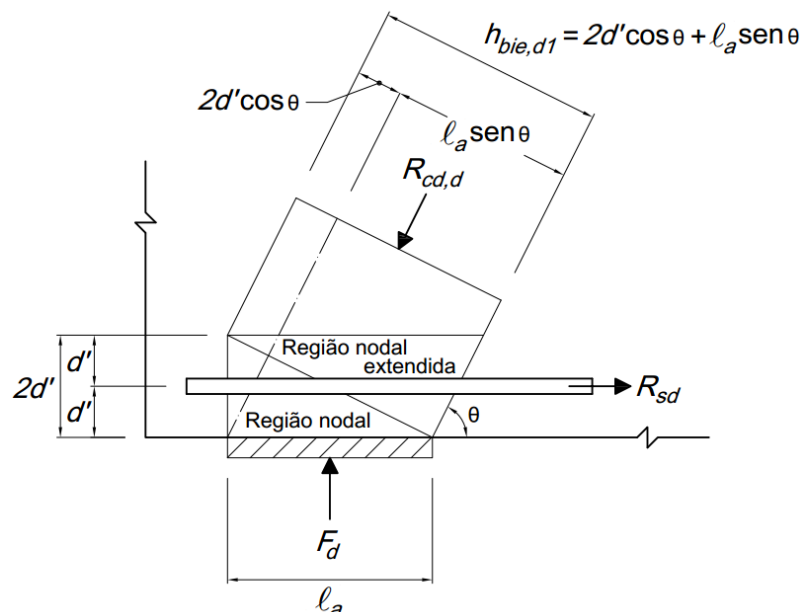
onde d' é a distância entre o centro de gravidade da armadura do tirante e a face inferior do dente, ℓ_a é o comprimento do aparelho de apoio do dente e ℓ_{cr} é a distância entre o ponto de aplicação da força vertical e o canto reentrante do dente de concreto.

É importante lembrar que, de acordo com a NBR 9062 (ABNT, 2017), a armadura de suspensão deve ser concentrada em uma distância $\leq d_{viga} / 4$ (Figura 5.1). Logo, deve-se atender à seguinte expressão:

$$2(a - \ell_{cr} - c) \leq d_{viga} / 4 \quad (\text{Equação 5.10})$$

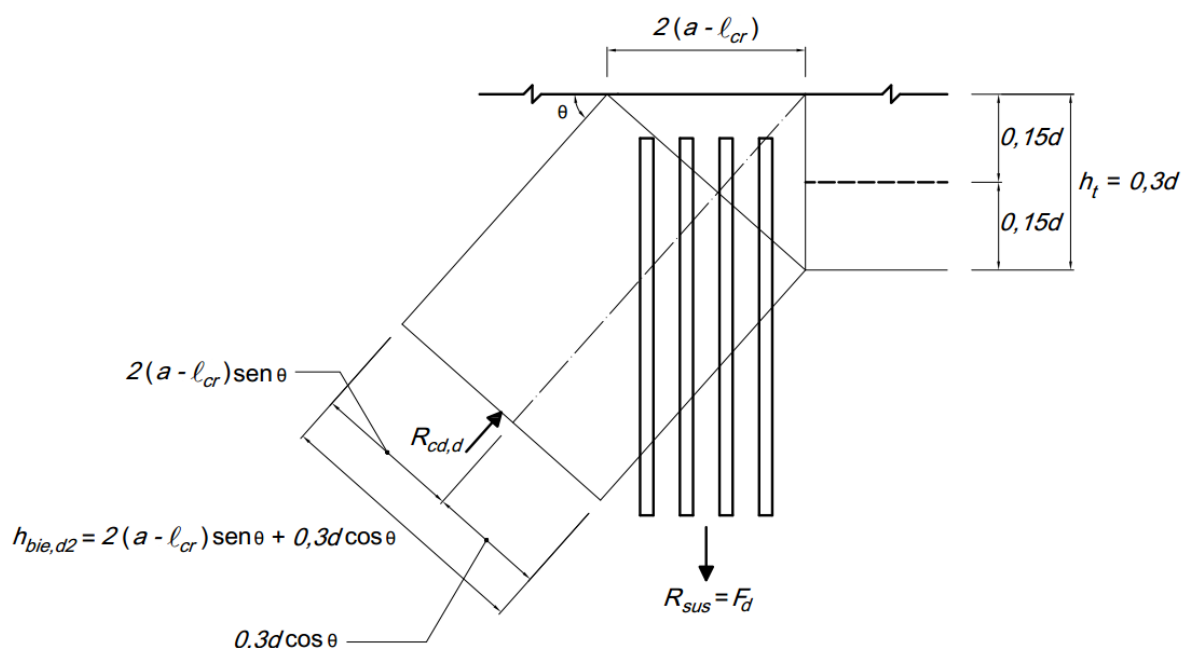
em que c é o cobrimento da armadura em relação à face da viga e d_{viga} é a altura útil da viga.

Figura 5.3 – Largura da biela de compressão inclinada para a região do apoio do dente adaptada aos padrões da NBR 9062 (ABNT, 2017).



Fonte: baseado em ACI 318-14 (ACI, 2014) e Wight e MacGregor (2012).

Figura 5.4 – Largura da biela de compressão inclinada para a extremidade oposta ao apoio do dente adaptada aos padrões da NBR 9062 (ABNT, 2017).



Fonte: baseado em ACI 318-14 (ACI, 2014) e Wight e MacGregor (2012).

A Equação 5.8 e a Equação 5.9, bem como a representação da biela de compressão inclinada na região do dente, de acordo com os padrões da NBR 9062 (ABNT, 2017), conforme ilustram as Figuras 5.3 e 5.4, foram elaboradas com base em ACI 318-14 (ACI, 2014), European Concrete Platform ASBL (2008), Sanders (2002) e Wight e MacGregor (2012).

5.3 Verificação da tensão de compressão no concreto para a extremidade inferior da viga

De acordo com a NBR 9062 (ABNT, 2017), a verificação da tensão de compressão no concreto para a extremidade inferior da viga não é exigida, conforme ilustra a Figura 3.4. No entanto, conforme ilustra a Figura 5.1, sugere-se tal verificação de forma a atender ao critério estabelecido pela Equação 5.1.

Segundo os critérios de projeto da NBR 6118 (ABNT, 2014), para uma região nodal onde confluem dois tirantes, a tensão resistente de cálculo σ_{cd} é:

$$\sigma_{cd} = f_{cd2} = 0,6\alpha_{v2}f_{cd} \quad (\text{Equação 5.11})$$

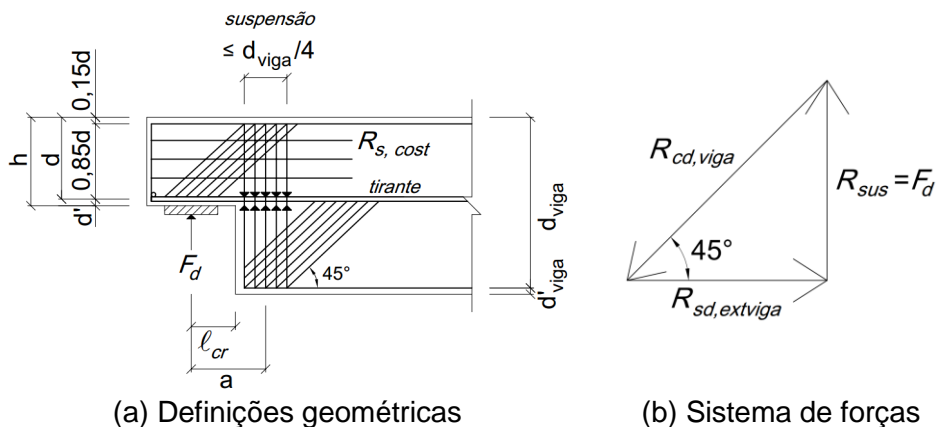
sendo α_{v2} e f_{cd} definidos pelas Equações 5.3 e 5.4, respectivamente.

A tensão solicitante de cálculo σ_{sd} , na biela de compressão na extremidade inferior da viga, pode ser obtida pela seguinte expressão:

$$\sigma_{sd} = \frac{R_{cd,viga}}{A_{bie,viga}} = \frac{R_{cd,viga}}{bh_{bie,viga}} \quad (\text{Equação 5.12})$$

onde $R_{cd,viga}$ é a resultante de compressão de cálculo, que atua na biela inclinada na extremidade inferior da viga; e $A_{bie,viga}$ é a área da seção da biela de compressão inclinada, na extremidade inferior da viga. A resultante de compressão, na extremidade inferior da viga, pode ser obtida pelo sistema de forças da Figura 5.5.

Figura 5.5 – Definições geométricas e sistema de forças para determinação da resultante de compressão inclinada na extremidade inferior da viga.



Fonte: adaptado de NBR 9062 (ABNT, 2017).

Portando, a resultante de compressão de cálculo $R_{cd,viga}$, para a biela de compressão inclinada da extremidade inferior da viga, pode ser obtida por meio da equação:

$$R_{cd,viga} = \frac{F_d}{\text{sen } 45^\circ} = F_d \sqrt{2} \quad (\text{Equação 5.13})$$

em que F_d é a força vertical de cálculo.

A área da seção da biela de compressão inclinada na extremidade inferior da viga $A_{bie,viga}$ depende da largura da viga b e da largura da biela inclinada na extremidade inferior da viga $h_{bie,viga}$. A largura da viga b , geralmente, é definida na etapa preliminar do projeto da viga. A largura da biela inclinada na extremidade inferior da viga $h_{bie,viga}$ é também uma incógnita a ser determinada no projeto. Diferente da biela de compressão inclinada da região do dente, a princípio, considerou-se que a largura da biela inclinada na extremidade inferior da viga $h_{bie,viga}$ seja constante ao longo do comprimento. Logo, nesse caso, considerando a Figura 5.6, a largura da biela de compressão inclinada na extremidade inferior da viga $h_{bie,viga}$ pode ser obtida pela expressão:

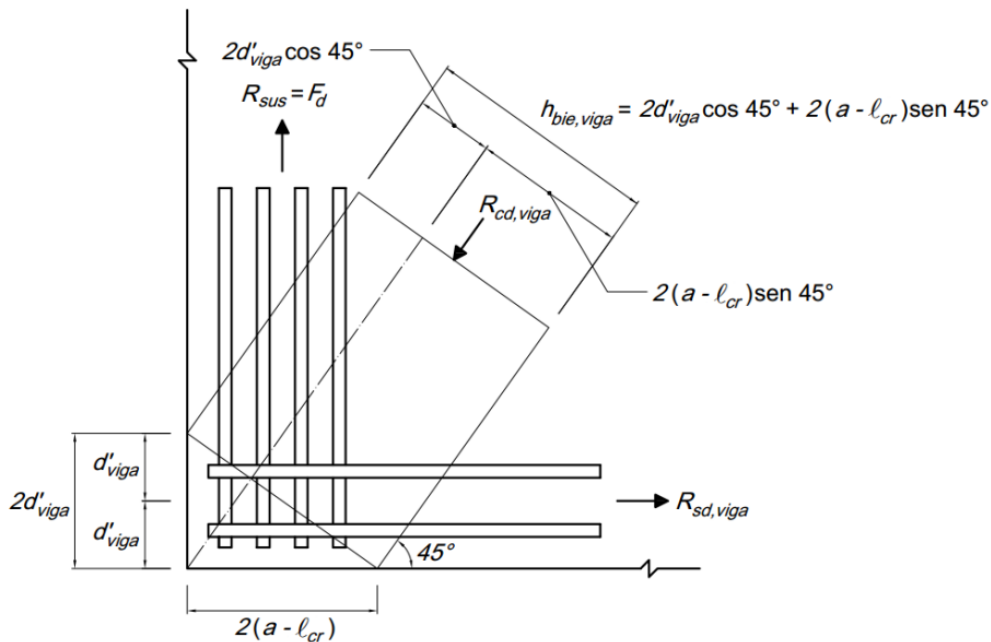
$$h_{bie,viga} = 2d'_{viga} \cos 45^\circ + 2(a - \ell_{cr}) \text{sen} 45^\circ \quad (\text{Equação 5.14})$$

o que equivale a

$$h_{bie,viga} = \sqrt{2}d'_{viga} + \sqrt{2}(a - \ell_{cr}) \quad (\text{Equação 5.15})$$

onde d'_{viga} é a distância entre o centro de gravidade da armadura da viga e a face inferior da viga, a é a distância entre o ponto de aplicação da força vertical e o centro de gravidade da armadura de suspensão e ℓ_{cr} é a distância entre o ponto de aplicação da força vertical e o canto reentrante do dente de concreto.

Figura 5.6 – Largura da biela de compressão inclinada para a extremidade inferior da viga adaptada aos padrões da NBR 9062 (ABNT, 2017).



Fonte: baseado em ACI 318-14 (ACI, 2014) e Wight e MacGregor (2012).

A Equação 5.15 e a representação da biela de compressão inclinada na extremidade inferior da viga, de acordo com os padrões da NBR 9062 (ABNT, 2017), conforme ilustra a Figura 5.6, foram elaboradas com base em ACI 318-14 (ACI, 2014), European Concrete Platform ASBL (2008), Mattock (2012), Sanders (2002) e Wight e MacGregor (2012).

5.4 Força de ruína para dentes curtos de concreto de acordo com a proposta para verificação das tensões de compressão no concreto

5.4.1 Expressões analíticas para estimativa da força de ruína

A partir da proposta, a força de ruína por ruptura do concreto na região do dente pode ser estabelecida levando a resistência à compressão no concreto ao seu valor máximo. Logo, de acordo com as disposições da NBR 6118 (ABNT, 2014), para nós onde conflui um tirante, a resistência máxima do concreto é:

$$\sigma_{c,d} = f_{c3} = 0,72\alpha_{v2}f_{ck} = 0,72\left(1 - \frac{f_{ck}}{250}\right)f_{ck} \quad (\text{Equação 5.16})$$

em que f_{ck} é a resistência característica à compressão do concreto.

A tensão solicitante, que atua na biela inclinada da região do dente, pode ser obtida por meio da expressão:

$$\sigma_{s,d} = \frac{R_{c,d}}{bh_{bie,d}} = \frac{F}{bh_{bie,d} \sen\theta} \quad (\text{Equação 5.17})$$

Fazendo $\sigma_{s,d} = \sigma_{c,d}$ na Equação 5.17 e isolando F , é possível obter a força de ruína por ruptura do concreto na região do dente. Logo, de acordo com a proposta, baseada nos requisitos de projeto da NBR 9062 (ABNT, 2017) e NBR 6118 (ABNT, 2014), a força de ruína por ruptura do concreto na região do dente pode ser estabelecida por:

$$F_{r,dente} = \sigma_{c,d} bh_{bie,d} \sen\theta = 0,72 \left(1 - \frac{f_{ck}}{250} \right) f_{ck} bh_{bie,d} \sen\theta \quad (\text{Equação 5.18})$$

no qual b é largura do dente de concreto; θ é o ângulo de inclinação entre a biela inclinada do dente e a armadura do tirante, definido pela Equação 5.7. De acordo com a proposta, a largura da biela inclinada na região do dente $h_{bie,d}$ é o menor valor obtido entre $h_{bie,d1}$ e $h_{bie,d2}$, definida pelas Equações 5.8 e 5.9, respectivamente.

Da mesma forma, partindo das expressões da proposta, a força de ruína por ruptura do concreto, na extremidade inferior da viga, pode ser estabelecida limitando a resistência à compressão do concreto. Logo, de acordo com as disposições da NBR 6118 (ABNT, 2014), para nós onde confluem dois tirantes, a resistência máxima no concreto é:

$$\sigma_{c,viga} = f_{c2} = 0,6\alpha_{v2}f_{ck} = 0,6 \left(1 - \frac{f_{ck}}{250} \right) f_{ck} \quad (\text{Equação 5.19})$$

A tensão solicitante, na biela inclinada da extremidade inferior da viga, pode ser obtida por meio da equação:

$$\sigma_{s,viga} = \frac{R_{c,viga}}{bh_{bie,viga}} = \frac{F}{bh_{bie,viga} \sen45^\circ} \quad (\text{Equação 5.20})$$

Fazendo $\sigma_{s,viga} = \sigma_{c,viga}$ na Equação 5.20 e isolando F , é possível obter a força de ruína por ruptura do concreto na extremidade inferior da viga. Logo, de acordo com a proposta, baseada nos requisitos de projeto da NBR 9062 (ABNT, 2017) e NBR 6118 (ABNT, 2014), a força de ruína por ruptura do concreto na extremidade inferior da viga é dada por:

$$F_{r,viga} = \sigma_{c,viga} b h_{bie,viga} \text{sen}45^\circ = 0,6 \left(1 - \frac{f_{ck}}{250} \right) f_{ck} b h_{bie,viga} \text{sen}45^\circ \quad (\text{Equação 5.21})$$

onde $h_{bie,viga}$ é a largura da biela inclinada da extremidade inferior da viga, definida pela Equação 5.15.

De posse da expressão analítica para força de ruína por ruptura do concreto na região do dente, esta será aplicada em um conjunto de nove modelos experimentais de dentes curtos de concreto, que apresentaram ruína por ruptura do concreto na região do dente ou ruína por compressão diagonal na região do dente. Além disso, essa expressão também será aplicada em 38 modelos experimentais de dentes curtos de concreto, sendo avaliada em conjunto com as expressões de força de ruína para dentes curtos da NBR 9062 (ABNT, 2017) e NBR 6118 (ABNT, 2014).

A expressão analítica de força de ruína por ruptura do concreto na extremidade inferior da viga não será avaliada de forma isolada, sendo avaliada apenas em conjunto com as expressões de força de ruína para dentes curtos da NBR 9062 (ABNT, 2017) e NBR 6118 (ABNT, 2014).

5.4.2 Resultados e análise dos resultados

A Tabela 5.1 apresenta os resultados para a força de ruína por ruptura do concreto na região do dente de acordo com a proposta. Além disso, baseada em uma estatística preliminar, uma comparação entre os resultados analíticos e experimentais mostra a eficácia da proposta.

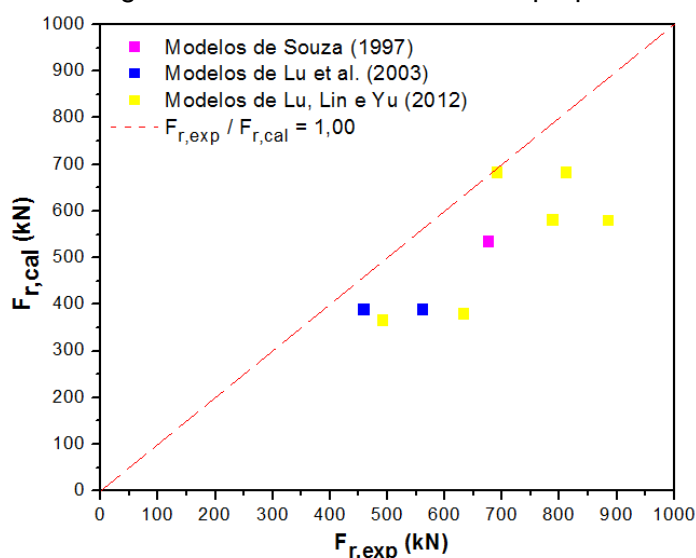
Tabela 5.1 – Comparação entre resultados analíticos e experimentais: força de ruína por ruptura do concreto na região do dente de acordo com a proposta.

Modelo	Modo de ruína	H (kN)	b (mm)	a (mm)	d (mm)	$h_{bie,d}$ (mm)	$F_{r,dente}$ (kN)	$F_{r,exp}$ (kN)	$\frac{F_{r,exp}}{F_{r,dente}}$
Souza (1997)									
V1A-D1	Ruptura do concreto na região do dente	0	200	250	382,50	144,5	536,16	675,00	1,26
Lu et al. (2003)									
1	Ruína por compressão diagonal	0	200	150	267,86	110,5	390,40	561,00	1,44
7	Ruína por compressão diagonal	0	200	140	269,23	108,9	389,99	458,00	1,17
Lu, Lin e Yu (2012)									
1	Ruína por compressão diagonal	0	220	170	269,00	117,2	684,22	811,00	1,19
5	Ruína por compressão diagonal	0	220	170	269,00	117,2	684,22	690,00	1,01
7	Ruína por compressão diagonal	0	225	170	279,00	117,4	380,72	632,00	1,66
11	Ruína por compressão diagonal	0	220	170	269,00	117,2	367,08	491,00	1,34
13	Ruína por compressão diagonal	0	220	170	269,00	117,2	582,59	787,00	1,35
21	Ruína por compressão diagonal	0	220	245	384,00	117,2	580,37	884,00	1,52
Média dos resultados dos modelos experimentais									1,33
Desvio padrão dos resultados dos modelos experimentais									0,20
Coeficiente de variação dos resultados dos modelos experimentais									14,9%

Fonte: o Autor (2017).

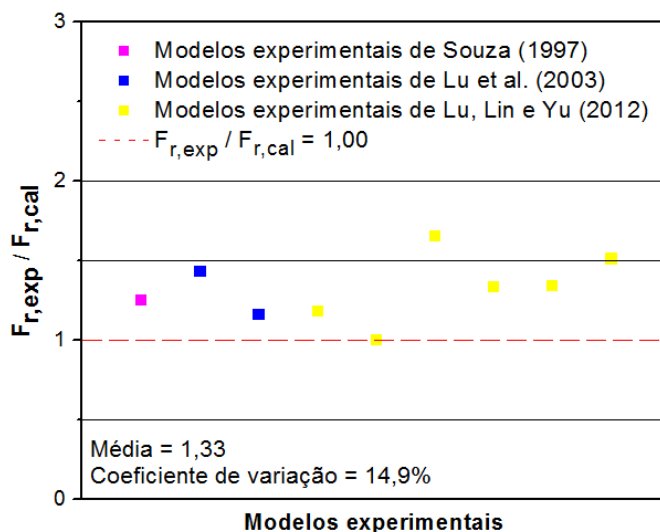
Os resultados experimentais e analíticos para os nove modelos experimentais podem ser visualizados no Gráfico 5.1. Os resultados para a relação $F_{r,exp} / F_{r,cal}$, obtidos de acordo com a proposta para verificação da tensão de compressão na região do dente, são apresentados no Gráfico 5.2. Nota-se que a estimativa ofereceu resultados a favor da segurança, com uma média de 1,33 e coeficiente de variação de 14,9%, na aplicação dos modelos experimentais da base de dados.

Gráfico 5.1 – Resultados experimentais e analíticos: força de ruína por ruptura do concreto na região do dente de acordo com a proposta.



Fonte: o Autor (2017).

Gráfico 5.2 – Comparação entre resultados experimentais e analíticos: força de ruína por ruptura do concreto na região do dente de acordo com a proposta.



Fonte: o Autor (2017).

5.4.3 Discussão dos resultados

A proposta para verificação da tensão de compressão no concreto pode prever a força de ruína por ruptura do concreto na região do dente, conforme mostra os resultados apresentados na Tabela 5.1. Nesta pesquisa, a média da relação entre a força de ruína experimental e a força de ruína calculada, designada por $F_{r,exp} / F_{r,cal}$, foi 1,33. Também pode ser inferido desse valor que, em média, 75,2% da capacidade resistente do dente foi estimada. Para os modelos experimentais, os resultados apresentam um desvio padrão de 0,20 e um coeficiente de variação de 14,9%, valores estes que indicam uma pequena dispersão dos resultados (ver Gráfico 5.2), sendo considerados aceitáveis para uma proposta.

Por fim, nove modelos experimentais foram utilizados para avaliar a eficácia da proposta para verificação da tensão de compressão no concreto. Conforme consta na Tabela 5.1, a precisão da proposta foi medida com base na relação entre a força de ruína experimental e força de ruína calculada, designada por $F_{r,exp} / F_{r,cal}$. De acordo com os resultados, é possível inferir que a proposta para verificação da tensão de compressão no concreto, para região do dente, apresentou um bom resultado na aplicação dos modelos experimentais da base de dados.

5.5 Força de ruína para dentes curtos de concreto de acordo com a NBR 9062 (ABNT, 2017), NBR 6118 (ABNT, 2014) e a proposta para verificação das tensões de compressão no concreto

5.5.1 Expressões analíticas para estimativa da força de ruína

Nesta análise comparativa, as expressões analíticas para a estimativa da força de ruína do dente de concreto levam em conta a ruína por flexão e a ruína por escoamento da armadura de suspensão, em conformidade com a NBR 9062 (ABNT, 2017) e a NBR 6118 (ABNT, 2014). Além disso, também serão consideradas as estimativas para força de ruína por ruptura do concreto, na região do dente e na extremidade inferior da viga, em concordância com a proposta para verificação da tensão de compressão no concreto.

Portanto, a força de ruína que governa a capacidade resistente do dente é o menor valor entre os estabelecidos pelas Equações 4.10, 4.13, 5.18 e 5.21.

5.5.2 Resultados e análise de resultados

A Tabela 5.2 expõe os resultados analíticos para as expressões de força de ruína para dentes curtos de concreto segundo a NBR 9062 (ABNT, 2017) e NBR 6118 (ABNT, 2014), juntamente com as expressões de força de ruína provenientes da proposta para a verificação da tensão de compressão no concreto, tanto para a região do dente quanto para a extremidade inferior da viga. Os resultados analíticos e experimentais foram comparados e analisados estatisticamente.

Tabela 5.2 – Comparação entre resultados analíticos e experimentais: força de ruína para dentes curtos segundo a NBR 9062 (ABNT, 2017), NBR 6118 (ABNT, 2014) e a proposta para verificação das tensões de compressão no concreto.

Modelo	H (kN)	b (mm)	a (mm)	d (mm)	$\frac{a}{d}$	$F_{r,tir}$ (kN)	$F_{r,susp}$ (kN)	$F_{r,dente}$ (kN)	$F_{r,viga}$ (kN)	$F_{r,cal}$ (kN)	Ruína	$F_{r,exp}$ (kN)	$\frac{F_{r,exp}}{F_{r,cal}}$
Mattock e Chan (1979)													
1A	0	127	176	281,25	0,63	93,18	192,31	236,29	272,66	93,18	T	144,12	1,55
1B	133	127	168	276,45	0,61	142,84	198,77	231,50	234,73	142,84	T	190,96	1,34
2A	0	127	165	281,25	0,59	148,36	131,34	239,12	244,46	131,34	S	178,37	1,36
2B	111	127	165	276,45	0,60	176,64	133,50	235,40	230,86	133,50	S	169,48	1,27
3A	0	127	165	281,25	0,59	147,72	162,41	263,34	269,22	147,72	S	215,83	1,46
3B	125	127	165	276,45	0,60	177,89	170,01	240,56	235,92	170,01	S	176,59	1,04
4A	0	127	165	281,25	0,59	147,81	163,37	230,36	235,92	147,81	T	188,74	1,28
4B	125	127	165	276,45	0,60	177,89	169,37	225,56	221,21	169,37	S	176,95	1,04

Fonte: o Autor (2017).

Tabela 5.2 – Comparação entre resultados analíticos e experimentais: força de ruína para dentes curtos segundo a NBR 9062 (ABNT, 2017), NBR 6118 (ABNT, 2014) e a proposta para verificação das tensões de compressão no concreto. (Cont.)

Modelo	H (kN)	b (mm)	a (mm)	d (mm)	$\frac{a}{d}$	$F_{r,tir}$ (kN)	$F_{r,susp}$ (kN)	$F_{r,dente}$ (kN)	$F_{r,viga}$ (kN)	$F_{r,cal}$ (kN)	Ruína	$F_{r,exp}$ (kN)	$\frac{F_{r,exp}}{F_{r,cal}}$
Souza (1997)													
V1A-D1	0	200	250	382,50	0,65	594,12	717,30	536,16	779,07	536,16	C	675,00	1,26
V1A-D2	0	200	250	382,50	0,65	594,12	717,30	581,91	845,54	581,91	S	783,00	1,35
V1C-D2	0	100	125	191,25	0,65	148,52	155,12	131,17	190,64	131,17	T	159,00	1,21
V2C-D2	0	100	125	191,25	0,65	148,52	155,12	125,02	181,71	125,02	T	143,00	1,14
Zalochi (2002)													
35_00V	0	180	195	218,70	0,89	85,22	196,38	454,53	397,35	85,22	T	153,00	1,80
70_00V	0	180	195	218,70	0,89	85,22	196,38	689,04	602,36	85,22	F	125,00	1,47
Lu et al. (2003)													
1	0	200	150	267,86	0,56	601,49	544,90	390,40	458,27	390,40	C	561,00	1,44
2	0	200	160	271,19	0,59	575,34	653,90	592,80	788,34	575,34	T	705,00	1,23
3	0	200	160	271,19	0,59	575,34	653,90	632,22	840,76	575,34	T	713,00	1,24
4	0	200	240	269,66	0,89	400,99	356,22	309,81	493,52	309,81	S	360,00	1,16
5	0	200	225	271,08	0,83	426,85	435,90	506,67	703,87	426,85	S	513,00	1,20
6	0	200	220	271,60	0,81	436,24	435,90	544,34	720,65	435,90	S	521,00	1,20
7	0	200	140	269,23	0,52	426,81	435,90	389,99	419,86	389,99	C	458,00	1,17
8	0	200	145	268,52	0,54	413,48	435,90	625,84	703,87	413,48	S	599,00	1,45
9	0	200	145	268,52	0,54	413,48	435,90	667,45	750,68	413,48	S	642,00	1,55
10	0	200	225	271,08	0,83	284,54	296,83	314,82	437,36	284,54	T	291,00	1,02
11	0	200	230	270,59	0,85	278,55	296,83	502,80	732,03	278,55	T	351,00	1,26
12	0	200	230	270,59	0,85	278,55	296,83	536,24	780,71	278,55	S	392,00	1,41
Lu, Lin e Yu (2012)													
1	0	220	170	269,00	0,63	820,17	895,62	684,22	909,03	684,22	C	811,00	1,19
3	132	220	170	269,00	0,63	639,84	767,70	684,22	848,43	639,84	T	704,00	1,10
5	0	220	170	269,00	0,63	820,17	639,73	684,22	909,03	639,73	C	690,00	1,08
7	0	225	170	279,00	0,61	846,36	639,73	380,72	498,77	380,72	C	632,00	1,66
9	134	225	170	271,00	0,63	641,19	639,73	376,52	465,52	376,52	C	550,00	1,46
11	0	220	170	269,00	0,63	820,17	639,73	367,08	487,69	367,08	C	491,00	1,34
13	0	220	170	269,00	0,63	820,17	895,62	582,59	774,00	582,59	C	787,00	1,35
15	209	228	170	271,00	0,63	538,07	639,73	605,54	748,67	538,07	T	626,00	1,16
17	0	222	245	399,00	0,61	840,77	895,62	698,17	794,99	698,17	T	1046,00	1,50
19	198	227	245	392,00	0,63	554,95	639,73	709,07	812,89	554,95	T	802,00	1,45
21	0	220	245	384,00	0,64	813,45	895,62	580,37	670,80	580,37	C	884,00	1,52
23	215	220	245	389,00	0,63	527,99	639,73	694,45	670,80	527,99	T	630,00	1,19
Média dos resultados dos modelos experimentais												1,31	
Desvio padrão dos resultados dos modelos experimentais												0,18	
Coeficiente de variação dos resultados dos modelos experimentais												13,7%	

T – Ruína por flexão ou escoamento da armadura do tirante;

S – Ruína por escoamento da armadura de suspensão;

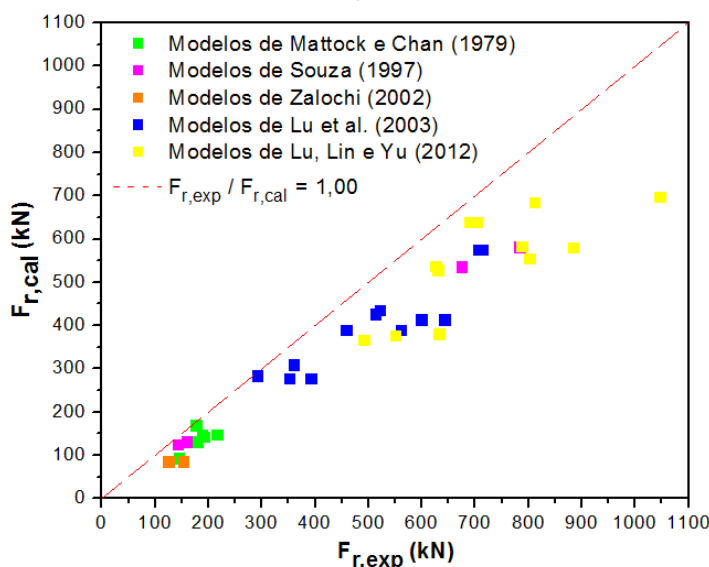
C – Ruína por ruptura do concreto na região do dente;

F – Ruína por fissura na interface entre o dente e a viga.

Fonte: o Autor (2017).

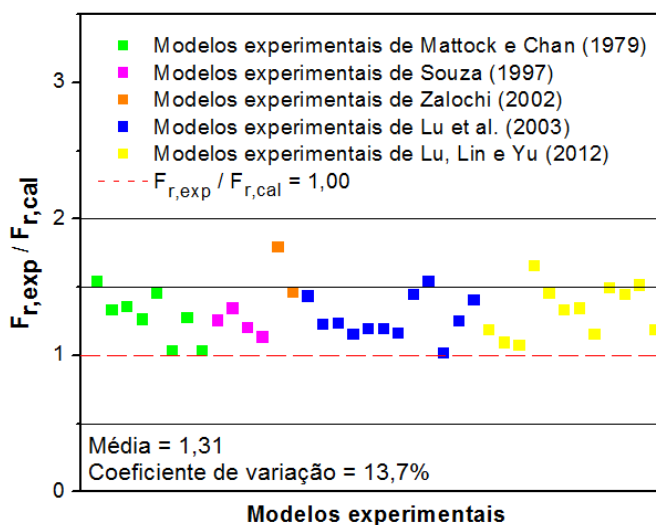
Os resultados experimentais e analíticos, para 38 ligações em dente, são ilustrados no Gráfico 5.3. Com dispersão apresenta no Gráfico 5.4, a estimativa para força de ruína, de acordo com a NBR 9062 (ABNT, 2017) e NBR 6118 (ABNT, 2014), juntamente com a proposta, mostrou uma tendência com resultados a favor da segurança, com uma média de 1,31 e coeficiente de variação de 13,7%.

Gráfico 5.3 – Resultados experimentais e analíticos: força de ruína para dentes curtos segundo a NBR 9062 (ABNT, 2017), NBR 6118 (ABNT, 2014) e a proposta para verificação das tensões de compressão no concreto.



Fonte: o Autor (2017).

Gráfico 5.4 – Comparação entre resultados experimentais e analíticos: força de ruína para dentes curtos segundo a NBR 9062 (ABNT, 2017), NBR 6118 (ABNT, 2014) e a proposta para verificação das tensões de compressão no concreto.



Fonte: o Autor (2017).

5.5.3 Discussão dos resultados

No item 4.5, o estudo comparativo com 38 modelos experimentais mostrou os resultados para a estimativa da capacidade resistente dos dentes de acordo com as disposições da NBR 9062 (ABNT, 2017) e NBR 6118 (ABNT, 2014), conforme expõe a Tabela 4.4. Porém, nessa análise comparativa não foi feita a verificação da ruína por ruptura do concreto.

Nesta análise comparativa, os resultados mostrados na Tabela 5.2 incluem as expressões para estimativa da força de ruína provenientes da proposta para a verificação das tensões de compressão no concreto. A inclusão dessas expressões possibilitou a obtenção da força de ruína por ruptura do concreto, tanto para a região do dente quanto para a extremidade inferior da viga. Portanto, a proposta permitiu uma avaliação das formas de ruína por ruptura do concreto e ainda mostrou o desempenho deste material.

De uma forma mais criteriosa e segura, a força de ruína do dente de concreto pode ser estabelecida segundo as disposições da NBR 9062 (ABNT, 2017) e NBR 6118 (ABNT, 2014), juntamente com a proposta para verificação das tensões de compressão no concreto. Em uma análise geral, os resultados apontados na Tabela 5.2 indicam que a consideração da proposta provocou um pequeno aumento na média da relação $F_{r,exp} / F_{r,cal}$, passando de 1,20 para 1,31. Porém, houve uma recessão dos indicadores de variabilidade dos resultados, com um desvio padrão de 0,18 e um coeficiente de variação de 13,7%.

A proposta pouco influenciou nos resultados dos modelos experimentais de Lu et al. (2003), e menos ainda nos modelos de Mattock e Chan (1979) e Zalochi (2002), no qual permaneceram inalterados.

A proposta provocou uma mudança significativa nos resultados dos modelos experimentais de Lu, Lin e Yu (2012) e Souza (1997). Os resultados mostraram-se mais conservadores e homogêneos, conforme ilustra o Gráfico 5.4.

É importante lembrar que as disposições da NBR 9062 (ABNT, 2017) e NBR 6118 (ABNT, 2014), sem a consideração da proposta para verificação das tensões de compressão no concreto, superestimaram a força de ruína de alguns modelos experimentais, conforme exibem a Tabela 4.4 e o Gráfico 4.3, em virtude da falta de verificação da ruína por ruptura do concreto. Estimativas contra a segurança foram previstas para o modelo V2C-D2 de Souza (1997) e para os modelos 1, 7, 9, 11 e 13 de Lu, Lin e Yu (2012). Particularmente, para o modelo 11 de Lu, Lin e Yu (2012), a capacidade resistente foi superestimada em 30%, com relação ao valor obtido experimentalmente. Nesta análise comparativa, algo importante que foi observado é que os resultados da Tabela 5.2 mostram que a capacidade resistente do dente não foi superestimada em nenhum dos modelos experimentais entre as 38 ligações analisadas.

Com a consideração da proposta para verificação das tensões de compressão no concreto verificou-se uma correspondência da forma de ruína em 26 modelos experimentais, o que corresponde a 68,4% das ligações estudadas. Isso revela que a proposta pode proporcionar uma maior equivalência com a forma de ruína experimental. Para os 26 dentes em questão, a média para a relação $F_{r,exp} / F_{r,cal}$ foi 1,30, com um desvio padrão de 0,19 e um coeficiente de variação de 14,5%.

Portanto, tendo em vista que a precisão da estimativa da capacidade resistente do dente pode ser medida em função da relação $F_{r,exp} / F_{r,cal}$, a partir da Tabela 5.2 é possível afirmar que a força de ruína do dente de concreto pode ser estimada, de forma ainda mais segura e criteriosa, pelas disposições da NBR 9062 (ABNT, 2017) e NBR 6118 (ABNT, 2014) juntamente com a proposta para a verificação da tensão de compressão no concreto, tanto para a região do dente quanto para a extremidade inferior da viga.

5.6 Comparação das estimativas de força de ruína

Novas análises comparativas foram realizadas com o intuito de avaliar a eficácia da proposta para verificação da tensão de compressão no concreto, tanto para a região do dente quanto para a extremidade inferior da viga. Os resultados de 38 modelos experimentais foram utilizados para comparar as diferentes estimativas para força de ruína dos dentes de concreto, que, desta vez, incluem as expressões analíticas para estimativa da força de ruína provenientes da proposta. Para fim de comparação, os procedimentos de projeto investigados são: os requisitos de projeto de El Debs (2000), o método de projeto do manual PCI *Design Handbook* (PCI, 2010) e as disposições normativas da NBR 9062 (ABNT, 2017) e NBR 6118 (ABNT, 2014), ACI 318-14 (ACI, 2014), NP EN 1992-1-1 (CEN, 2010), e por fim, a proposta para verificação das tensões de compressão no concreto, que é o maior foco dessas análises. Novamente, foram analisados os modelos de bielas e tirantes, designados como Modelos I, II, III e IV. Na apresentação dos resultados foram consideradas as mesmas designações apresentadas no capítulo anterior. Da mesma forma, a precisão das estimativas de força de ruína foi medida a partir da relação $F_{r,exp} / F_{r,cal}$. Os resultados encontrados foram analisados estatisticamente.

5.6.1 Força de ruína por ruptura do concreto na região do dente

Os resultados experimentais das nove ligações em dente, cuja ruína foi por ruptura do concreto na região do dente ou por compressão diagonal na região do dente, foram utilizados para avaliar a eficácia da proposta para a verificação da tensão de compressão no concreto. Para os modelos experimentais foram estimadas as forças de ruína por diferentes procedimentos de projeto para dentes de concreto. A Tabela 5.3 mostra os resultados analíticos, para as expressões de força de ruína por ruptura do concreto ou compressão diagonal na região do dente, para os diferentes métodos de projeto e disposições normativas, comparando todas as estimativas com a proposta para verificação da tensão de compressão no concreto. A comparação entre os resultados analíticos e experimentais resultou em estatísticas para a relação $F_{r,exp} / F_{r,cal}$.

Tabela 5.3 – Comparação entre resultados analíticos e experimentais: força de ruína por ruptura do concreto na região do dente para os diferentes procedimentos de projeto para dentes de concreto e a proposta para verificação da tensão de compressão no concreto.

Modelo	Ruína	Proposta		EI Debs (2000)		PCI (2010)		ACI 318-14 Modelo I		ACI 318-14 Modelo II e III		Eurocode 2 Modelo IV	
	$F_{r,exp}$ (kN)	$F_{r,cal}$ (kN)	$\frac{F_{r,exp}}{F_{r,cal}}$	$F_{r,cal}$ (kN)	$\frac{F_{r,exp}}{F_{r,cal}}$	$F_{r,cal}$ (kN)	$\frac{F_{r,exp}}{F_{r,cal}}$	$F_{r,cal}$ (kN)	$\frac{F_{r,exp}}{F_{r,cal}}$	$F_{r,cal}$ (kN)	$\frac{F_{r,exp}}{F_{r,cal}}$	$F_{r,cal}$ (kN)	$\frac{F_{r,exp}}{F_{r,cal}}$
Souza (1997)													
V1A-D1	675,00	536,16	1,26	475,39	1,42	891,79	0,76	448,70	1,50	448,70	1,50	446,80	1,51
Lu et al. (2003)													
1	561,00	390,40	1,44	309,30	1,81	156,87	3,58	297,31	1,89	320,06	1,75	302,21	1,86
7	458,00	389,99	1,17	314,24	1,46	156,90	2,92	273,67	1,67	319,28	1,43	278,56	1,64
Lu, Lin e Yu (2012)													
1	811,00	684,22	1,19	587,00	1,38	196,05	4,14	639,73	1,27	639,73	1,27	570,18	1,42
5	690,00	684,22	1,01	587,00	1,18	196,05	3,52	639,73	1,08	639,73	1,08	570,18	1,21
7	632,00	380,72	1,66	287,98	2,19	174,41	3,62	303,28	2,08	303,28	2,08	317,27	1,99
11	491,00	367,08	1,34	268,31	1,83	171,27	2,87	292,42	1,68	292,42	1,68	305,90	1,61
13	787,00	582,59	1,35	469,79	1,68	187,98	4,19	511,99	1,54	511,99	1,54	485,49	1,62
21	884,00	580,37	1,52	668,51	1,32	217,25	4,07	510,05	1,73	510,05	1,73	483,64	1,83
Média			1,33		1,59		3,29		1,60		1,56		1,63
Desvio padrão			0,20		0,32		1,07		0,30		0,29		0,24
Coefficiente de variação			14,9%		20,1%		32,4%		19,0%		18,8%		14,6%

Fonte: o Autor (2017).

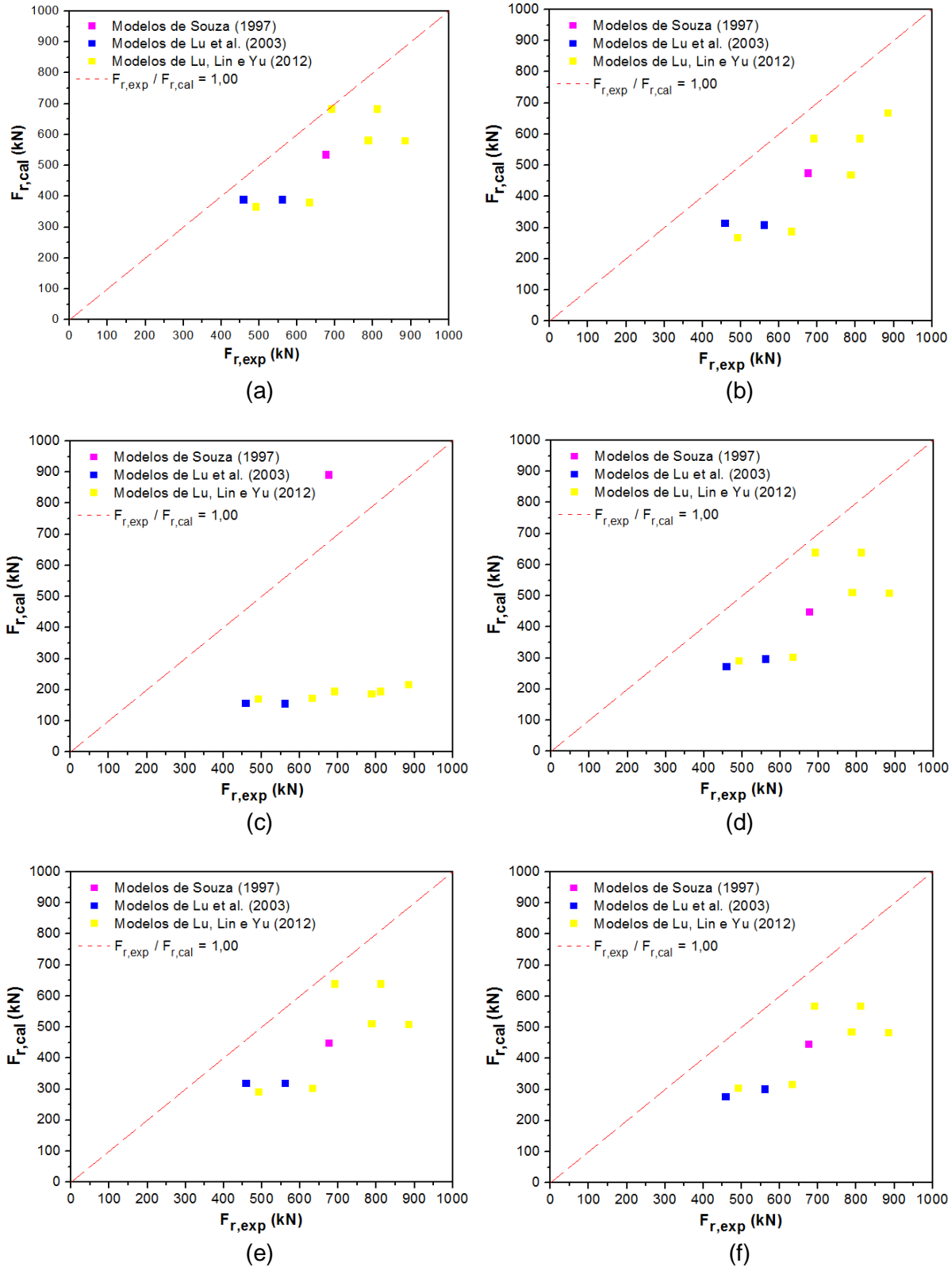
Como pode ser observado na Tabela 5.3, a proposta fornece uma média para a relação $F_{r,exp} / F_{r,cal}$ igual a 1,33, com um desvio padrão de 0,20 e um coeficiente de variação de 14,9%. As disposições da ACI 318-14 (ACI, 2014) e os

Modelos II e III apontam uma média para a relação $F_{r,exp} / F_{r,cal}$ igual a 1,56, com um desvio padrão de 0,29 e um coeficiente de variação de 18,8%. Com um desvio padrão de 0,32 e um coeficiente de variação de 20,1% para as previsões, El Debs (2000) teve uma média de 1,59 para a relação entre a força de ruína experimental e a força de ruína calculada. Os requisitos para o projeto de dentes de concreto de acordo com a ACI 318-14 (ACI, 2014) e o Modelo I, como também as diretrizes para o projeto de dentes de concreto de acordo com a NP EN 1992-1-1 (CEN, 2010) e o Modelo IV, apresentaram resultados bem parecidos para a relação $F_{r,exp} / F_{r,cal}$, com valores iguais a 1,60 e 1,63, respectivamente. No entanto, ainda nota-se que as disposições da ACI 318-14 (ACI, 2014) e o Modelo I fornecem estimativas mais dispersas do que as diretrizes da NP EN 1992-1-1 (CEN, 2010) e o Modelo IV. Com um desvio padrão de 1,07 e um coeficiente de variação de 32,4%, o método de projeto do manual PCI *Design Handbook* (PCI, 2010) teve uma média para a relação $F_{r,exp} / F_{r,cal}$ igual a 3,29.

Por outras vias, comparando os resultados para a estimativa da proposta com os resultados das demais estimativas por diferentes abordagens para os nove modelos experimentais (ver Figura 5.7), também é possível perceber que a proposta apresentou um bom resultado. Assim como as demais estimativas, a proposta apresentou resultados satisfatórios, com uma tendência a favor da segurança, e, além disso, mostrou previsões menos dispersas do que a maioria das outras abordagens, com uma média de 1,33 e coeficiente de variação de 14,9%, conforme ilustra a Figura 5.8.

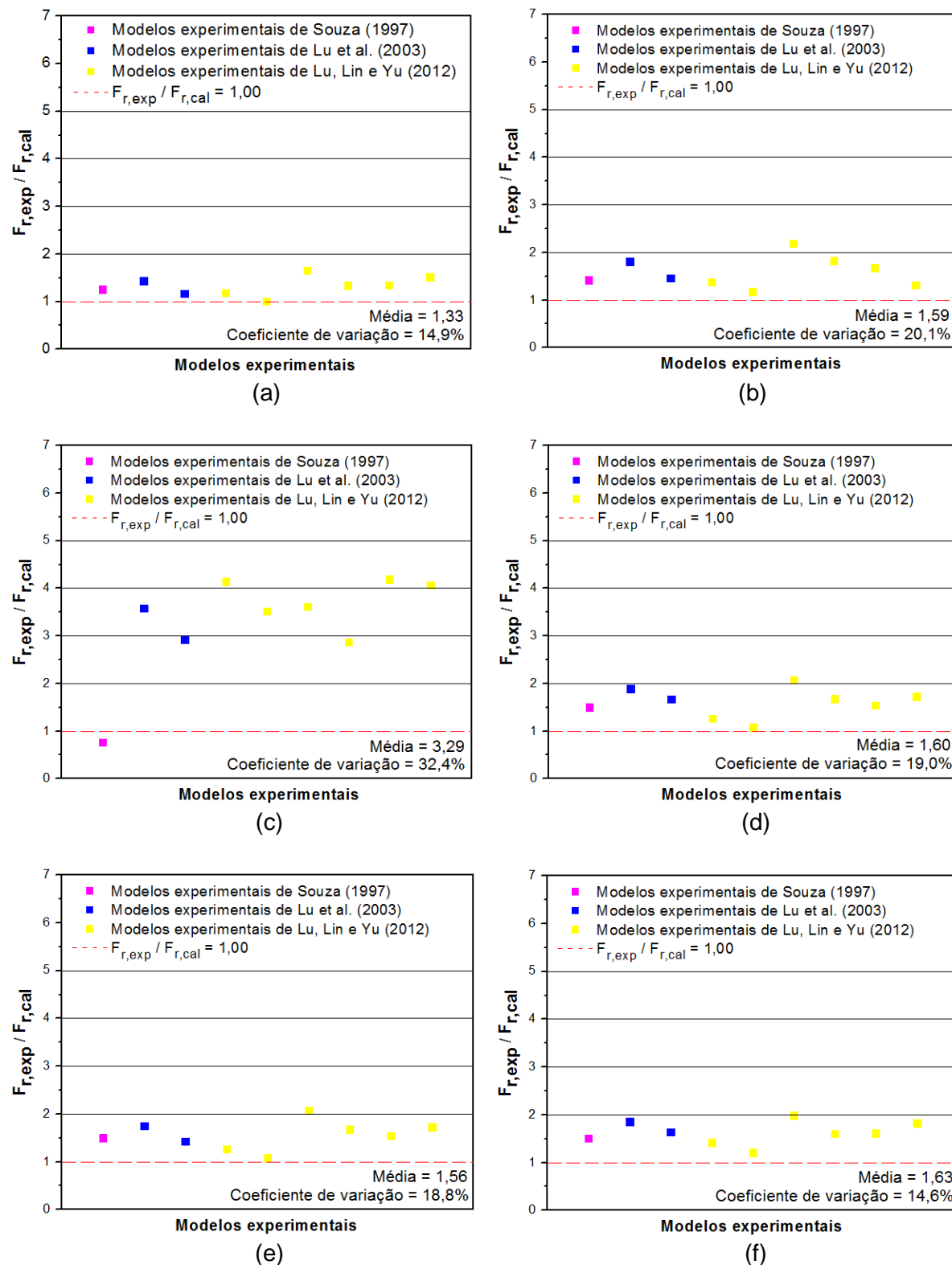
Portanto, os resultados da Tabela 5.3 mostram que a proposta para a verificação da tensão de compressão na região do dente apresentou um bom resultado, podendo estimar a força de ruína por ruptura do concreto na região do dente, provando sua eficácia em relação às demais previsões. Estimativas mais conservadoras podem ser obtidas por ACI 318-14 (ACI, 2014), El Debs (2000) e NP EN 1992-1-1 (CEN, 2010). Com uma grande dispersão dos resultados, o método de projeto do manual PCI *Design Handbook* (PCI, 2010) estabeleceu a força de ruína por ruptura do concreto na região do dente, porém, de uma forma muito conservadora a tal ponto de subestimar grandemente a capacidade resistente. Isso ocorreu por causa da falta de estribos verticais na região do dente.

Figura 5.7 – Resultados experimentais e analíticos para ruína por ruptura do concreto na região do dente: a) Proposta; b) El Debs (2000); c) PCI (2010); d) ACI 318-14 Modelo I; e) ACI 318-14 Modelos II e III; f) Eurocode 2 Modelo IV.



Fonte: o Autor (2017).

Figura 5.8 – Comparação entre resultados experimentais e analíticos para ruína por ruptura do concreto na região do dente: a) Proposta; b) El Debs (2000); c) PCI (2010); d) ACI 318-14 Modelo I; e) ACI 318-14 Modelos II e III; f) Eurocode 2 Modelo IV.



Fonte: o Autor (2017).

5.6.2 Força de ruína do dente de concreto

Os dados das 38 ligações em dentes foram utilizados para avaliar a eficácia da proposta para a verificação da tensão de compressão no concreto e verificar de que forma a sua consideração poderia vir a influenciar no resultado da estimativa para força de ruína da NBR 9062 (ABNT, 2017) e NBR 6118 (ABNT, 2014) frente às demais estimativas também comparadas e investigadas. Nessa análise comparativa, todas as possíveis formas de ruína dos dentes de concreto são levadas em consideração nas estimativas da capacidade resistente. Sucintamente, para os diferentes métodos de projeto e as variadas disposições normativas, a Tabela 5.4 exibe a força de ruína calculada e a força de ruína experimental dos dentes de concreto. Nessa tabela, os resultados para as disposições da ABNT (2017) incluem as expressões analíticas para estimativa da força de ruína por ruptura do concreto provenientes da proposta. As siglas C, T, S e F indicam a forma de ruína experimental que são ruína por ruptura do concreto na região do dente, ruína por flexão ou escoamento da armadura do tirante, ruína por escoamento da armadura de suspensão e ruína por fissura na interface entre o dente e a viga, respectivamente. Os resultados analíticos e experimentais são comparados e analisados estatisticamente. A precisão das estimativas é apurada com base na relação entre força de ruína experimental e a força de ruína calculada, o qual é definida pela relação $F_{r,exp} / F_{r,cal}$.

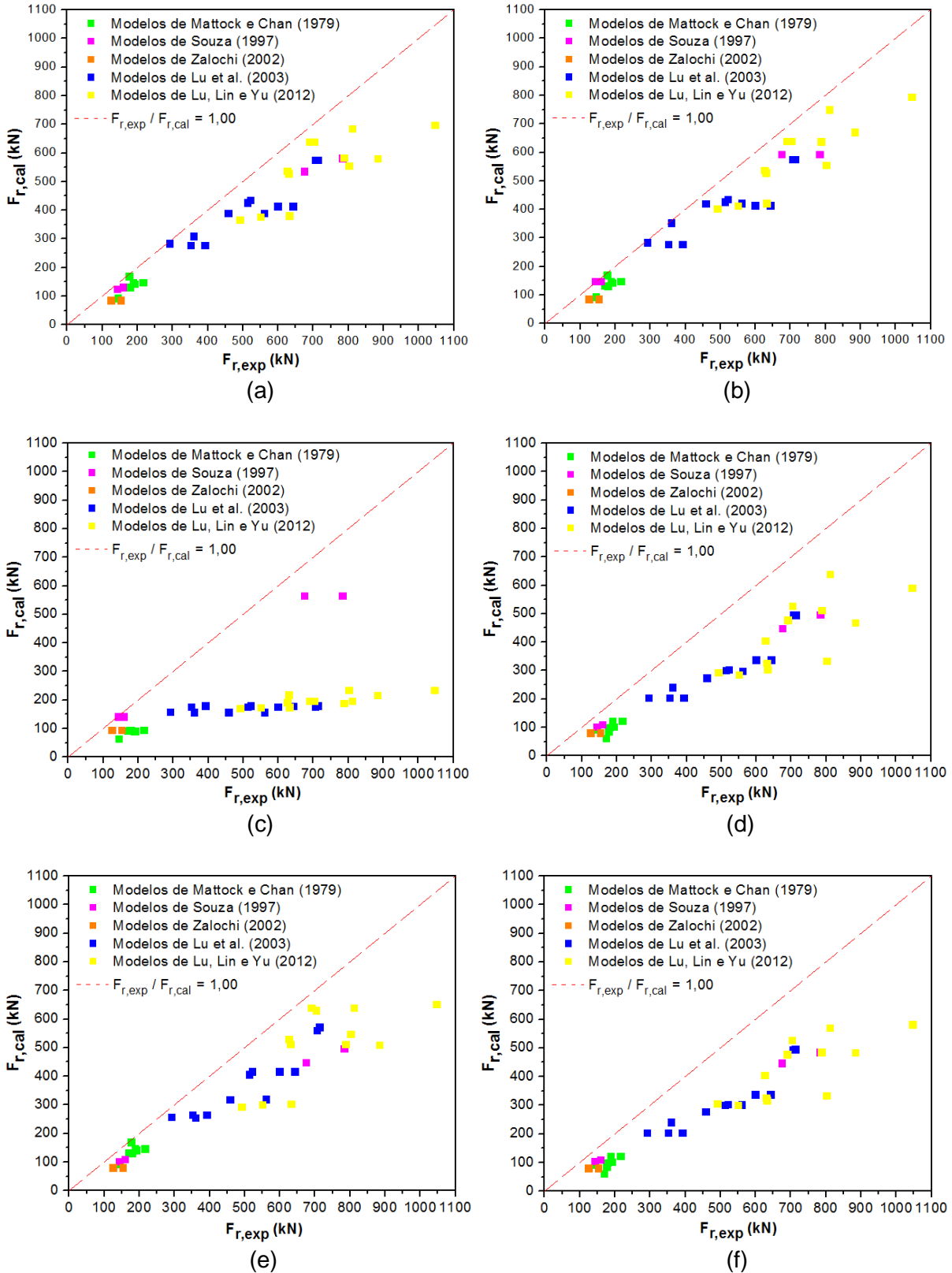
De outras formas, considerando a proposta, comparando os resultados da estimativa da força de ruína da NBR 9062 (ABNT, 2017) e NBR 6118 (ABNT, 2014) com os resultados das demais estimativas por diferentes abordagens para os 38 modelos experimentais (ver Figura 5.9), nota-se que não houve mudança significativa nos resultados da estimativa da força de ruína da NBR 9062 (ABNT, 2017) e NBR 6118 (ABNT, 2014) em relação as demais estimativas do estudo comparativo. No entanto, uma avaliação das ruínas por ruptura do concreto pode ser feita com a consideração da proposta. Com a consideração desta, a estimativa da força de ruína pela NBR 9062 (ABNT, 2017) e NBR 6118 (ABNT, 2014) apresentou um bom resultado em relação às demais estimativas, com previsões a favor da segurança, e, além disso, mostrou os resultados menos dispersos do estudo comparativo, com uma média de 1,31 e coeficiente de variação de 13,7%, de acordo com a Figura 5.10.

Tabela 5.4 – Comparação entre resultados analíticos e experimentais: força de ruína do dente de concreto de acordo com os diferentes procedimentos de projeto e a influência da proposta na estimativa da NBR 9062 (ABNT, 2017) e NBR 6118 (ABNT, 2014).

Modelo	Tipo	Ruína			EI Debs (2000)		ABNT (2017)		PCI (2010)		ACI 318-14 Modelo I		ACI 318-14 Modelo II e III		ACI 318-14 Modelo IV	
		$F_{r,exp}$	$F_{r,cal}$	$\frac{F_{r,exp}}{F_{r,cal}}$	$F_{r,cal}$	$\frac{F_{r,exp}}{F_{r,cal}}$	$F_{r,cal}$	$\frac{F_{r,exp}}{F_{r,cal}}$	$F_{r,cal}$	$\frac{F_{r,exp}}{F_{r,cal}}$	$F_{r,cal}$	$\frac{F_{r,exp}}{F_{r,cal}}$	$F_{r,cal}$	$\frac{F_{r,exp}}{F_{r,cal}}$	$F_{r,cal}$	$\frac{F_{r,exp}}{F_{r,cal}}$
		(kN)	(kN)		(kN)		(kN)		(kN)		(kN)		(kN)		(kN)	
Mattock e Chan (1979)																
1A	T	144,12	97,26	1,48	93,18	1,55	64,20	2,24	91,86	1,57	91,86	1,57	91,86	1,57	91,86	1,57
1B	T	190,96	110,32	1,73	142,84	1,34	90,93	2,10	103,08	1,85	141,40	1,35	103,08	1,85	103,08	1,85
2A	S	178,37	131,34	1,36	131,34	1,36	93,69	1,90	99,08	1,80	131,34	1,36	99,08	1,80	99,08	1,80
2B	S	169,48	133,50	1,27	133,50	1,27	91,82	1,85	61,96	2,74	133,50	1,27	61,96	2,74	61,96	2,74
3A	S	215,83	155,61	1,39	147,72	1,46	93,93	2,30	122,52	1,76	146,96	1,47	122,52	1,76	122,52	1,76
3B	S	176,59	149,23	1,18	170,01	1,04	95,26	1,85	84,63	2,09	170,01	1,04	84,63	2,09	84,63	2,09
4A	T	188,74	155,72	1,21	147,81	1,28	89,63	2,11	123,25	1,53	147,07	1,28	123,25	1,53	123,25	1,53
4B	S	176,95	149,23	1,19	169,37	1,04	91,21	1,94	84,14	2,10	169,37	1,04	84,14	2,10	84,14	2,10
Souza (1997)																
V1A-D1	C	675,00	475,39	1,42	536,16	1,26	565,39	1,19	448,70	1,50	448,70	1,50	446,80	1,51	446,80	1,51
V1A-D2	S	783,00	526,14	1,49	581,91	1,35	565,39	1,38	496,61	1,58	496,61	1,58	484,92	1,61	484,92	1,61
V1C-D2	T	159,00	115,75	1,37	131,17	1,21	141,35	1,12	109,25	1,46	109,25	1,46	109,31	1,45	109,31	1,45
V2C-D2	T	143,00	109,25	1,31	125,02	1,14	141,35	1,01	103,12	1,39	103,12	1,39	104,19	1,37	104,19	1,37
Zalochi (2002)																
35_00V	T	153,00	85,30	1,79	85,22	1,80	94,78	1,61	80,56	1,90	80,56	1,90	80,56	1,90	80,56	1,90
70_00V	F	125,00	85,30	1,47	85,22	1,47	94,78	1,32	80,56	1,55	80,56	1,55	80,56	1,55	80,56	1,55
Lu et al. (2003)																
1	C	561,00	309,30	1,81	390,40	1,44	156,87	3,58	297,31	1,89	320,06	1,75	302,21	1,86	302,21	1,86
2	T	705,00	567,91	1,24	575,34	1,23	176,26	4,00	495,21	1,42	560,16	1,26	494,00	1,43	494,00	1,43
3	T	713,00	605,57	1,18	575,34	1,24	179,92	3,96	495,21	1,44	571,93	1,25	495,21	1,44	495,21	1,44
4	S	360,00	260,77	1,38	309,81	1,16	157,22	2,29	240,62	1,50	253,99	1,42	240,62	1,50	240,62	1,50
5	S	513,00	430,45	1,19	426,85	1,20	176,23	2,91	300,50	1,71	406,54	1,26	300,50	1,71	300,50	1,71
6	S	521,00	435,90	1,20	435,90	1,20	180,03	2,89	302,57	1,72	416,58	1,25	302,57	1,72	302,57	1,72
7	C	458,00	314,24	1,46	389,99	1,17	156,90	2,92	273,67	1,67	319,28	1,43	278,56	1,64	278,56	1,64
8	S	599,00	435,90	1,37	413,48	1,45	175,55	3,41	337,87	1,77	416,54	1,44	337,87	1,77	337,87	1,77
9	S	642,00	435,90	1,47	413,48	1,55	179,18	3,58	337,87	1,90	416,54	1,54	337,87	1,90	337,87	1,90
10	T	291,00	268,62	1,08	284,54	1,02	157,26	1,85	204,63	1,42	257,74	1,13	204,63	1,42	204,63	1,42
11	T	351,00	280,19	1,25	278,55	1,26	176,10	1,99	203,23	1,73	264,62	1,33	203,23	1,73	203,23	1,73
12	S	392,00	280,19	1,40	278,55	1,41	179,75	2,18	203,23	1,93	264,62	1,48	203,23	1,93	203,23	1,93
Lu, Lin e Yu (2012)																
1	C	811,00	587,00	1,38	684,22	1,19	196,05	4,14	639,73	1,27	639,73	1,27	570,18	1,42	570,18	1,42
3	T	704,00	587,00	1,20	639,84	1,10	196,05	3,59	527,74	1,33	629,92	1,12	527,74	1,33	527,74	1,33
5	C	690,00	587,00	1,18	639,73	1,08	196,05	3,52	477,33	1,45	639,73	1,08	477,33	1,45	477,33	1,45
7	C	632,00	287,98	2,19	380,72	1,66	174,41	3,62	303,28	2,08	303,28	2,08	317,27	1,99	317,27	1,99
9	C	550,00	277,13	1,98	376,52	1,46	172,84	3,18	285,87	1,92	299,94	1,83	301,38	1,82	301,38	1,82
11	C	491,00	268,31	1,83	367,08	1,34	171,27	2,87	292,42	1,68	292,42	1,68	305,90	1,61	305,90	1,61
13	C	787,00	469,79	1,68	582,59	1,35	187,98	4,19	511,99	1,54	511,99	1,54	485,49	1,62	485,49	1,62
15	T	626,00	491,69	1,27	538,07	1,16	191,00	3,28	405,33	1,54	530,27	1,18	405,33	1,54	405,33	1,54
17	T	1046,0	879,93	1,19	698,17	1,50	234,05	4,47	590,59	1,77	652,76	1,60	581,81	1,80	581,81	1,80
19	T	802,00	522,35	1,54	554,95	1,45	234,58	3,42	333,06	2,41	547,18	1,47	333,06	2,41	333,06	2,41
21	C	884,00	668,51	1,32	580,37	1,52	217,25	4,07	469,15	1,88	510,05	1,73	483,64	1,83	483,64	1,83
23	T	630,00	489,20	1,29	527,99	1,19	218,52	2,88	326,21	1,93	512,68	1,23	326,21	1,93	326,21	1,93
Média				1,41		1,31		2,70		1,73		1,42		1,73		1,73
Desvio padrão				0,25		0,18		0,99		0,30		0,24		0,29		0,29
Coeficiente de variação				17,7%		13,7%		36,5%		17,4%		16,8%		16,7%		16,7%

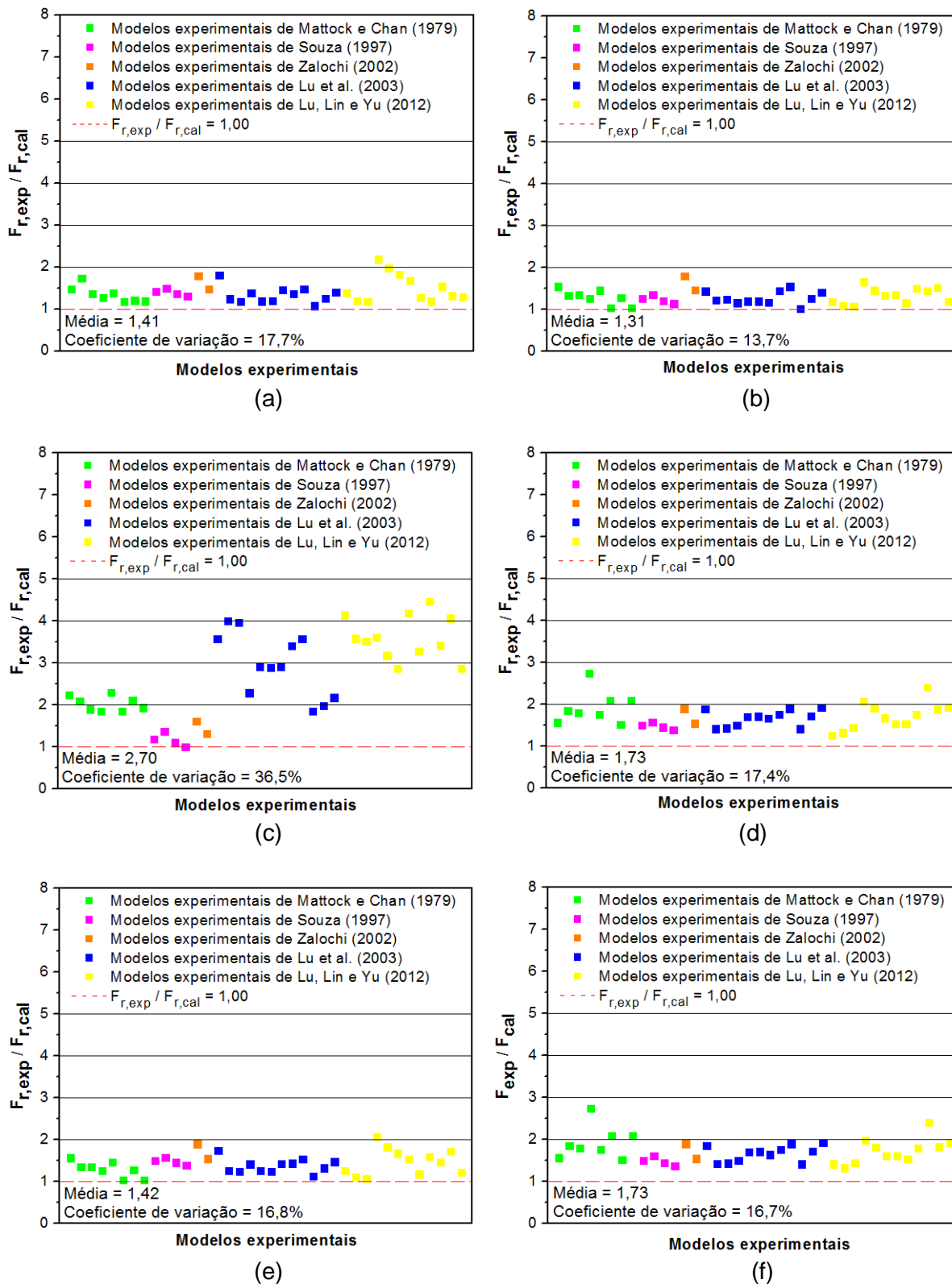
Fonte: o Autor (2017).

Figura 5.9 – Resultados experimentais e analíticos para força de ruína do dente de concreto: a) El Debs (2000); b) ABNT (2017) e Proposta; c) PCI (2010); d) ACI 318-14 Modelo I; e) ACI 318-14 Modelos II e III; f) Eurocode 2 Modelo IV.



Fonte: o Autor (2017).

Figura 5.10 – Comparação entre resultados experimentais e analíticos para força de ruína do dente de concreto: a) EI Debs (2000); b) ABNT (2017) e Proposta; c) PCI (2010); d) ACI 318-14 Modelo I; e) ACI 318-14 Modelos II e III; f) Eurocode 2 Modelo IV.



Fonte: o Autor (2017).

Segundo a Tabela 5.4, com uma estimativa de aproximadamente 76,3% da capacidade resistente, a NBR 9062 (ABNT, 2017) e a NBR 6118 (ABNT, 2014), juntamente com a proposta para verificação das tensões de compressão no concreto, obtiveram uma média de 1,31 para a relação $F_{r,exp} / F_{r,cal}$. Os resultados ainda apresentaram uma pequena variabilidade (ver Figura 5.10b), com um desvio padrão de 0,18 e um coeficiente de variação de 13,7%. Os procedimentos de projeto de El Debs (2000) forneceram uma média para a relação $F_{r,exp} / F_{r,cal}$ igual a 1,41, com um desvio padrão de 0,25 e um coeficiente de variação de 17,7% para as estimativas. A estatística aponta uma variação admissível nos resultados (ver Figura 5.10a), para uma previsão de cerca de 71,0% da capacidade resistente. Uma média de 1,42 para a relação $F_{r,exp} / F_{r,cal}$ foi obtida pelas disposições de projeto da ACI 318-14 (ACI, 2014) e os Modelos II e III. As previsões, que em média, estimaram aproximadamente 70% da capacidade resistente, tiveram uma pequena variação (ver Figura 5.10e), com um desvio padrão de 0,24 e coeficiente de variação de 16,8%. Os requisitos normativos da ACI 318-14 (ACI, 2014) e o Modelo I tiveram uma média para a relação $F_{r,exp} / F_{r,cal}$ igual a 1,73, prevendo aproximadamente 58% da força de ruína. Os resultados indicaram uma dispersão tolerável (ver Figura 5.10d), com um desvio padrão de 0,30 e um coeficiente de variação de 17,4%. Com um desvio padrão de 0,29 e coeficiente de variação de 16,7%, as diretrizes de projeto da NP EN 1992-1-1 (CEN, 2010) e o Modelo IV apresentaram uma média de 1,73 para a relação $F_{r,exp} / F_{r,cal}$. Com a previsão mais dispersa (ver Figura 5.10c), com desvio padrão de 0,99 e coeficiente de variação de 36,5%, o método de projeto do manual PCI *Design Handbook* (PCI, 2010) apresentou uma média de 2,70 para a relação entre a força de ruína experimental e a força de ruína calculada, estimando em média 37% da capacidade resistente.

Com a consideração da proposta para a verificação da tensão de compressão no concreto, tanto para a região do dente quanto para a extremidade inferior da viga, o estudo comparativo mostrou que a melhor estimativa para a força de ruína do dente de concreto provém dos critérios de projeto da NBR 9062 (ABNT, 2017) e NBR 6118 (ABNT, 2014). Os procedimentos de projeto de El Debs (2000) e as disposições normativas da ACI 318-14 (ACI, 2014) e os Modelos II e III fornecem previsões mais conservadoras. Os requisitos de projeto da ACI 318-14 (ACI, 2014) e

o Modelo I, como também, as diretrizes de projeto da NP EN 1992-1-1 (CEN, 2010) e o Modelo IV, podem estabelecer a força de ruína. Porém, as estimativas são tão conservadoras a tal ponto de subestimar a capacidade resistente dos dentes. Subestimando grandemente a capacidade resistente dos dentes, o método de projeto do manual PCI *Design handbook* (PCI, 2010) apresentou a pior estimativa para a força de ruína, com previsões muito dispersas. No entanto, a maioria dos modelos experimentais analisados não apresenta armadura transversal na região do dente.

5.7 Comentários finais

As disposições atuais da NBR 9062 (ABNT, 2017) e NBR 6118 (ABNT, 2014), para o projeto de dentes curtos com relação $0,5 < a/d \leq 1,0$, não definem de forma clara a verificação da ruína por ruptura do concreto. Além disso, o atual modelo de bielas e tirantes, ilustrado na Figura 3.4, não prevê uma verificação da tensão de compressão no concreto para a extremidade inferior da viga. Tal verificação é de extrema importância, pois existe a possibilidade de ocorrer a ruína por fissura potencial na extremidade inferior da viga, conforme destacam El Debs (2000); Mattock e Chan (1979); Nanni e Huang (2002); PCI *Design Handbook* (PCI, 2010); Taher (2005) e Yang, Ashour e Lee (2011), entre outros. Nesse sentido, foi apresentada uma proposta para a verificação das tensões de compressão no concreto. A proposta, na verdade, é o modelo simplificado de Mattock (2012), em que as tensões de compressão no concreto devem atender aos limites estabelecidos pela NBR 6118 (ABNT, 2014), que são, na verdade, os limites de resistência estabelecidos pela NP EN 1992-1-1 (CEN, 2010) minorados pelo fator 0,85 da ACI 318-14 (ACI, 2014).

Os estudos comparativos apresentaram uma avaliação da proposta para verificação da tensão de compressão no concreto comparando-a com as demais estimativas de força de ruína por ruptura do concreto dos diferentes procedimentos de projeto. Além disso, a influência da proposta nas estimativas da NBR 9062 (ANBT, 2017) e NBR 6118 (ABNT, 2014) foi investigada e comparada com as demais estimativas para força de ruína dos diferentes procedimentos de projeto. Coletados na literatura, os dados de 38 ligações em dentes foram utilizados para avaliar as estimativas para força de ruína do dente. Estatísticas para relação entre a

força de ruína experimental e a força de ruína calculada resultaram da comparação entre resultados experimentais e analíticos.

Em sùmula, na análise comparativa das estimativas para força de ruína por ruptura do concreto na região do dente, aplicadas em nove modelos experimentais, a proposta mostrou resultados mais satisfatórios quando comparada com as demais estimativas, mostrando uma melhor aproximação com os resultados experimentais, de acordo com as médias e os coeficientes de variação apresentados na Tabela 5.5.

Tabela 5.5 – Resultados para a proposta e as demais estimativas de força de ruína por ruptura do concreto na região do dente.

Procedimento de projeto	Média de $\frac{F_{r,exp}}{F_{r,cal}}$	Coeficiente de variação (%)
Proposta	1,33	14,90
El Debs (2000)	1,59	20,10
PCI (2010)	3,29	32,40
ACI 318-14 Modelo I	1,60	19,00
ACI 318-14 Modelo II e III	1,56	18,80
Eurocode 2 Modelo IV	1,63	14,60

Fonte: o Autor (2017).

Em resumo, na análise comparativa das estimativas para força de ruína do dente de concreto, aplicadas em 38 modelos experimentais, a consideração da proposta na estimativa da NBR 9062 (ABNT, 2017) e NBR 6118 (ABNT, 2014) mostrou bons resultados quando comparada com as demais estimativas, de acordo com as médias e os coeficientes de variação apresentados na Tabela 5.6.

Tabela 5.6 – Resultados para as estimativas de força de ruína do dente de concreto e influência da proposta na estimativa da NBR 9062 (ABNT, 2017) e NBR 6118 (ABNT, 2014).

Procedimento de projeto	Média de $\frac{F_{r,exp}}{F_{r,cal}}$	Coeficiente de variação (%)	Correspondência da forma de ruína (%)
El Debs (2000)	1,41	17,70	63,20
ABNT (2017) e Proposta	1,31	13,70	68,40
PCI (2010)	2,70	36,50	26,30
ACI 318-14 Modelo I	1,73	17,40	52,60
ACI 318-14 Modelo II e III	1,42	16,80	60,50
Eurocode 2 Modelo IV	1,73	16,70	57,90

Fonte: o Autor (2017).

A proposta para verificação da tensão de compressão no concreto provou sua eficácia com bons resultados. Em análise isolada, na estimativa para força de ruína por ruptura do concreto na região do dente, a proposta mostrou ser a melhor previsão frente às demais analisadas, com a maior aproximação dos resultados experimentais. Em análise geral, em que todas as formas de ruína são avaliadas, os requisitos de projeto da NBR 9062 (ABNT, 2017) e NBR 6118 (ABNT, 2014), em conjunto com a proposta, forneceram as estimativas que mais se aproximaram dos resultados experimentais. Além disso, a consideração da proposta possibilitou uma investigação mais completa das formas de ruína do dente, verificando o desempenho do material concreto, algo que não é definido de forma clara pelas normas brasileiras atuais, NBR 9062 (ABNT, 2017) e NBR 6118 (ABNT, 2014).

A proposta para verificação da tensão de compressão no concreto foi avaliada por meio de uma comparação entre resultados analíticos e experimentais, apresentando resultados satisfatórios e a favor da segurança. É importante destacar que o uso da proposta em projeto de dentes de concreto possibilitaria uma verificação de forma racional para a ruína por ruptura do concreto. No entanto, por se tratar de ruína governada pela ruptura do concreto, que é frágil e, portanto, devendo ser evitada, a proposta deve ser usada com cautela, tendo em vista que os resultados estão bem abaixo dos outros procedimentos utilizados, mostrando ser menos conservadores. O fato é que a proposta é o modelo de bielas e tirantes simplificado de Mattock (2012) com os limites de tensões da NBR 6118 (ABNT, 2014). Logo, é possível concluir que os resultados menos conservadores dos estudos comparativos não se devem ao modelo de bielas e tirantes e nem ao cálculo da largura da biela inclinada, mas sim ao valor limite de tensão recomendado pela norma brasileira, que é maior que o valor estabelecido pela ACI 318-14 (ACI, 2014).

6 CONCLUSÕES E CONSIDERAÇÕES FINAIS

6.1 Conclusões

Este trabalho dedicou-se ao estudo do comportamento estrutural dos dentes de concreto e aos procedimentos de projeto existentes para esse tipo de ligação utilizada em estruturas de concreto pré-moldado. Tal estudo identificou deficiências nos requisitos de projeto da NBR 9062 (ABNT, 2017) e NBR 6118 (ABNT, 2014), normas estas que regulamentam as exigências para o projeto de dentes de concreto. Porventura, o estudo ainda serviu como subsídio para o desenvolvimento de uma proposta para verificação das tensões de compressão no concreto.

O início do trabalho foi marcado por um estudo voltado ao projeto dos dentes de concreto e pela criação de uma base de dados experimentais, atividades estas desenvolvidas paralelamente, que deram origem e fundamentaram um grande estudo comparativo. Com o estudo voltado ao projeto dos dentes de concreto foi possível conhecer os diferentes métodos e as disposições normativas existentes na literatura e nos códigos nacionais e internacionais. A base de dados experimentais foi criada por meio de uma coleta de dados e resultados experimentais publicados por diversos pesquisadores. Alguns desses dados e resultados experimentais serviram para avaliar os diferentes procedimentos de projeto e ainda comprovaram a eficácia da proposta para verificação das tensões de compressão no concreto.

Na literatura foram encontrados diversos resultados experimentais, algumas ligações nem sofreram ruína e outras sofreram ruína fora da região do dente. Na criação da base de dados experimentais, apenas os dados dos modelos experimentais que tiveram ruína na ligação foram coletados. Nem todos os dados coletados foram utilizados no estudo comparativo, entretanto, os resultados dos modelos experimentais coletados e não utilizados poderão ser úteis para futuras pesquisas a respeito do assunto. Mesmo não utilizando todos os modelos experimentais tabelados, a quantidade de dados experimentais utilizada no estudo comparativo foi suficiente para proporcionar uma avaliação importante para os métodos de projeto e as disposições normativas, presentes na literatura e nos códigos nacionais e internacionais. De um modo geral, nos estudos comparativos,

observou-se que todos os métodos de projeto e as disposições normativas para dentes mostraram-se a favor da segurança, no que diz respeito a estimativa da capacidade resistente. Vale ressaltar que nem sempre a aplicação de um modelo de projeto em uma base de dados resultará em resultados satisfatórios, pois em alguns casos são violadas as exigências, limitações e abrangências dos modelos de projeto. Também não existe um modelo de projeto que represente fielmente a capacidade resistente dos dentes de concreto. O mais importante é que os resultados alcançados nesse trabalho vêm ampliar o conhecimento a respeito da representação dos métodos e disposições normativas para o projeto de dentes de concreto.

A proposta inclui uma verificação da tensão de compressão no concreto para a região do dente e para a extremidade inferior da viga.

Para a região do dente, os dados de nove modelos experimentais da base de dados foram utilizados para avaliar a eficácia da proposta. A quantidade de dados experimentais utilizada foi relativamente pequena, afinal apenas estes modelos experimentais, de dentes com relação $0,5 < a/d \leq 1,0$, sofreram uma ruína por ruptura do concreto ou compressão diagonal na região do dente. Mesmo diante de poucos resultados experimentais foi possível obter resultados positivos a respeito da proposta.

Para a extremidade inferior da viga, a proposta não teve uma avaliação isolada, por conta, da falta de modelos experimentais, de dentes com relação $0,5 < a/d \leq 1,0$, que sofreram ruína por ruptura do concreto na extremidade inferior da viga.

Enfim, as conclusões serão apresentadas separadamente de acordo com os estudos comparativos de ruína por ruptura do concreto na região do dente, ruína por escoamento da armadura do tirante e ruína por escoamento da armadura de suspensão. A relação entre a força de ruína experimental e a força de ruína calculada, designada por $F_{r,exp} / F_{r,cal}$, foi o parâmetro utilizado para avaliar as estimativas de força de ruína para os dentes de concreto.

Das análises comparativas das estimativas para força de ruína por ruptura do concreto na região do dente, realizadas com nove modelos experimentais, constatou-se que:

- a) ACI 318-14 (ACI, 2014), EI Debs (2000) e a NP EN 1992-1-1 (CEN, 2010) fornecem estimativas conservadoras e pouco dispersas. Com os Modelos II e III, as disposições da ACI 318-14 (ACI, 2014) tiveram uma média de 1,56 e coeficiente de variação de 18,8%. Porém, com o Modelo I, as estimativas da ACI 318-14 (ACI, 2014) foram menos precisas, com uma média de 1,60 e coeficiente de variação de 19,0%. Ainda menos apurada, a NP EN 1992-1-1 (CEN, 2010) e o Modelo IV tiveram previsões com uma média de 1,63 e coeficiente de variação de 14,6%. As previsões de EI Debs (2000) obtiveram uma média de 1,59 e coeficiente de variação de 20,1%. A diferença entre as médias dos Modelos II e III em relação aos Modelos I e IV deve-se as diferentes larguras da biela inclinada;
- b) o método de projeto do manual PCI *Design Handbook* (PCI, 2010) prevê a força de ruína por ruptura do concreto na região do dente, porém, as previsões diferem bastante das demais estimativas e subestimam grandemente a capacidade resistente. A média foi 3,29 e o coeficiente de variação igual a 32,4%. O resultado ruim se justifica pela falta de estribos verticais na região do dente para a maioria dos modelos experimentais.

Da comparação entre as estimativas para força de ruína por escoamento da armadura do tirante, realizadas com 15 modelos experimentais, observou-se que:

- a) com resultados bem parecidos, as estimativas de EI Debs (2000), NBR 9062 (ABNT, 2017) e NBR 6118 (ABNT, 2014), ACI 318-14 (ACI, 2014) e NP EN 1992-1-1 (CEN, 2010) apresentaram previsões satisfatórias com pequena variação. Com um coeficiente de variação de 16,9%, a NBR 9062 (ABNT, 2017) e NBR 6118 (ABNT, 2014) tiveram uma média de 1,26 para as estimativas. Com uma menor precisão, EI Debs (2000) apresentou uma média de 1,28 e coeficiente de variação de 19,8% para as previsões. Com resultados idênticos e menos apurados, as disposições da ACI 318-14 (ACI, 2014) e da NP EN 1992-1-1 (CEN, 2010), com os respectivos Modelos I, II, III e IV, forneceram estimativas com uma média de 1,29 e coeficiente de variação de 17,6%;

b) neste caso, com melhor aproximação para o manual PCI *Design Handbook* (PCI, 2010). A média das estimativas foi 1,12 e o coeficiente de variação igual a 17,9%. O manual PCI *Design Handbook* (PCI, 2010) tem um valor unitário para o coeficiente da relação a/d , o que difere das demais estimativas com valores que variam de 1,1 a 1,2. Dessa forma, o manual PCI *Design Handbook* (PCI, 2010) forneceu estimativas superiores para a força de ruína por escoamento da armadura do tirante, o que levou a maior aproximação com os resultados experimentais.

Comparando as estimativas para força de ruína por escoamento da armadura de suspensão, por meio de 12 modelos experimentais, verificou-se que:

- a) apenas as disposições da ACI 318-14 (ACI, 2014) e NP EN 1992-1-1 (CEN, 2014) com o uso dos Modelos I e IV, respectivamente, tiveram resultados diferentes para a estimativa da força de ruína, com previsões menos precisas a tal ponto de subestimar a capacidade resistente. A média das estimativas foi 1,87 e o coeficiente de variação igual a 17,9%;
- b) as demais previsões como El Debs (2000), os requisitos da NBR 9062 (ABNT, 2017) e NBR 6118 (ABNT, 2014), o manual PCI *Design Handbook* (PCI, 2010) e as disposições da ACI 318-14 (ACI, 2014) com o uso dos Modelos II e III, estimam de forma mais precisa e satisfatória a força de ruína por escoamento da armadura de suspensão, com uma média de 1,22 e coeficiente de variação de 12,50%.

Das análises comparativas, a respeito da proposta para verificação da tensão de compressão no concreto, realizadas com nove modelos experimentais, é possível concluir que:

- a) para a região do dente, a proposta apresentou uma média igual a 1,33 e um coeficiente de variação de 14,9%, sendo a estimativa que mais se aproximou dos resultados experimentais. Foram adotadas algumas considerações de Leonhardt e Mönning (1978), o cálculo da largura da biela inclinada da ACI 318-14 (ACI, 2014), o modelo simplificado de Mattock (2012) e os limites de tensões da NBR 6118 (ABNT, 2014). No entanto, em se tratando de ruína governada pela ruptura do concreto, algumas considerações precisam ser refinadas e estudadas na busca de resultados mais conservadores.

É importante destacar que o uso da proposta em projeto de dentes de concreto possibilitaria uma verificação de forma racional para a ruína por ruptura do concreto. No entanto, por se tratar de ruína governada pela ruptura do concreto, que deve ser evitada, a proposta deve ser usada com precaução, tendo em vista que os resultados estão bem abaixo dos outros procedimentos de projeto. Na verdade, a proposta é o modelo de bielas e tirantes de Mattock (2012) com os limites de tensão da NBR 6118 (ABNT, 2014). Como o valor limite de tensão recomendado pela norma é maior que o valor estabelecido pela ACI 318-14 (ACI, 2014), os resultados mostraram-se menos conservadores.

A respeito dos modelos de bielas e tirantes analisados, foi possível verificar que:

- a) os Modelos II e III não só demonstram ser consistentes do ponto de vista experimental como também são mais coerentes analiticamente, quando comparados aos Modelos I e IV;
- b) de fato, observou-se que os Modelos II e III estimam com maior precisão a força de ruína dos dentes de concreto. Uma análise das formas de ruína do dente mostrou que não existe diferença nas estimativas da força de ruína por flexão para os modelos de bielas e tirantes analisados. No entanto, isso não acontece para as formas de ruína por ruptura do concreto e escoamento da armadura de suspensão. Os Modelos II e III parecem representar melhor a largura da biela inclinada da região do dente, e, conseqüentemente, estimam de forma mais precisa a força de ruína por ruptura do concreto. A força de ruína por escoamento da armadura de suspensão também é prevista de forma mais apurada pelos Modelos II e III, pois estes representam e estimam de maneira mais correta a força de tração na armadura de suspensão;
- c) em suma, constatou-se que os Modelos II e III são os mais apropriados para o projeto de dentes de concreto. O Modelo II é o modelo alternativo presente no exemplo de projeto da ACI SP-208 (SANDERS, 2002) e o Modelo III, recentemente proposto, é o modelo simplificado de Mattock (2012). Portanto, em virtude do que foi abordado no trabalho, considera-se que o modelo simplificado de Mattock (2012) é o mais adequado para o projeto de dentes de concreto;

- d) também foi possível verificar as afirmações de Mattock (2012) referentes ao Modelo I. Além de ser inconsistente do ponto de vista experimental, o estudo comparativo mostrou que o Modelo I é inconsistente do ponto de vista analítico. Em projeto, o Modelo I superestima a quantidade de armadura de suspensão, e na estimativa da força de ruína, o Modelo I subestima a capacidade resistente para uma dada quantidade de armadura de suspensão;
- e) algo que talvez não tenha sido notado por Mattock (2012) e que vale a pena acrescentar é que na presença de força horizontal, em projeto, o Modelo I exige uma quantidade ainda maior de armadura de suspensão mantendo a mesma força vertical aplicada, e na estimativa da força de ruína por escoamento da armadura de suspensão, para uma dada quantidade de armadura de suspensão, uma capacidade resistente ainda menor é prevista com o aumento da força horizontal;
- f) analogamente, em virtude da semelhança dos Modelos I e IV, tudo que foi ressaltado para o Modelo I pode ser considerado para o Modelo IV.

6.2 Sugestões para trabalhos futuros

Com base na pesquisa desenvolvida, sugere-se estudos em relação aos seguintes aspectos:

- a) a medição para a força da armadura de suspensão, em modelos experimentais com e sem a presença de força horizontal, no sentido de comprovar efetivamente a afirmação de Mattock (2012), que a força da armadura de suspensão é muito próxima da magnitude da força vertical no apoio;
- b) a proposta para a verificação das tensões de compressão no concreto ainda exige estudos. Para a região do dente, foram adotadas algumas considerações de Leonhardt e Mönning (1978) para indicar a posição da resultante de compressão na parte superior do dente, no entanto essas adaptações podem ser refinadas buscando uma melhor representação da região e uma melhoria nos resultados. Quanto a isso, neste trabalho foram sugeridas considerações de outros autores que também podem ser testadas. Para a extremidade inferior da viga, a proposta não passou por

avaliação isolada, em virtude da falta de resultados experimentais específicos. No entanto, tal avaliação poderá ser efetuada à medida que novos resultados experimentais sejam apresentados. Contudo, para a proposta, tanto para a região do dente quanto para a extremidade inferior da viga, ainda sugere-se uma investigação baseada em ensaios experimentais e simulações numéricas de forma mais específica e apurada. Portanto, a proposta está aberta para maiores verificações e futuras melhorias;

- c) o uso de otimização topológica para obtenção de modelos de bielas e tirantes que melhor represente o comportamento estrutural dos dentes de concreto.

REFERÊNCIAS

AMERICAN CONCRETE INSTITUTE. **ACI 318**: Building code requirements for structural concrete (ACI 318-05) and Commentary. Farmington Hills, MI 2005.

AMERICAN CONCRETE INSTITUTE. **ACI 318**: Building code requirements for structural concrete (ACI 318-08) and Commentary. Farmington Hills, MI 2008.

AMERICAN CONCRETE INSTITUTE. **ACI 318**: Building code requirements for structural concrete (ACI 318-14) and Commentary (ACI 318R-14). Farmington Hills, MI 2014.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 6118**: Projeto de estruturas de concreto – Procedimentos. Rio de Janeiro, 2014.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 9062**: Projeto e execução de estruturas de concreto pré-moldado. Rio de Janeiro, 1985.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 9062**: Projeto e execução de estruturas de concreto pré-moldado. Rio de Janeiro, 2001.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 9062**: Projeto e execução de estruturas de concreto pré-moldado. Rio de Janeiro, 2017.

ASWIN, M. et al. Prediction of failure loads of dapped-end beams. **Applied Mechanics and Materials**, v.567, p.463-468, 2014.

BIRKELAND, P. W.; BIRKELAND, H. W.. Connections in precast concrete constructions. **ACI Journal**, v.63, n.3, p.345-368, Mar. 1966.

BRITISH STANDARD. **BS 8110**: Structural use of concrete. Part 1: Code of practice for design and construction. BSI, 1997.

COMMISSION OF INQUIRY. **Commission of inquiry into the collapse of a portion of the de la Concorde Overpass**. Report. Quebec, Montreal, Oct. 2007. 222 p.

COOK, W. D.. **Studies of reinforced concrete regions near discontinuities**. 1987. 153p. Thesis (Doctor of Engineering) – Department of Civil Engineering and Applied Mechanics, McGill University, Montreal, Canada, July 1987.

COOK, W. D.; MITCHELL, D.. Studies of disturbed regions near discontinuities in reinforced concrete members. **ACI Structural Journal**, v.85, n.2, p.206-216, Mar.-Apr. 1988.

EL DEBS, M. K.. **Concreto pré-moldado**: fundamentos e aplicações. São Carlos: EESC-USP, 2000.

- EUROPEAN COMMITTEE FOR STANDARDIZATION. **EN 1992-1-1**: Eurocode 2 – Design of concrete structures. Part 1-1: General rules and rules for buildings. Bruxelas, 2004.
- EUROPEAN COMMITTEE FOR STANDARDIZATION. **NP EN 1992-1-1**: Eurocode 2 – Design of concrete structures. Part 1-1: General rules and rules for buildings. Bruxelas, 2010.
- EUROPEAN CONCRETE PLATFORM ASBL. **Eurocode 2**: worked examples. Brussels: Jean-Pierre Jacobs – European Concrete Platform ASBL, 2008.
- FORSYTH, M. B.. **Behavior of prestressed concrete thin-stemmed members with dapped ends**. 2013. 224p. Thesis (Master of Science) – Graduate Faculty of North Carolina State University, Raleigh, North Carolina, 2013.
- FUSCO, P. B.. **Técnicas de armar as estruturas de concreto**. São Paulo: Editora Pini, 1996.
- GOLD, W. J. et al. **Strengthening dapped ends of precast double tees with externally bonded FRP reinforcement**. In: ASCE Structures Congress, 2000, Philadelphia.
- HERZINGER, R.. **Stud reinforcement in dapped ends of concrete beams**. 2008. 324p. Thesis (Doctor of Philosophy) – Department of Civil Engineering, University of Calgary, Calgary, 2008.
- HERZINGER, R.; EL-BADRY, M. M.. Use of stud shear reinforcement in concrete beams with dapped ends. In: **4th Structural Specialty Conference of the Canadian Society for Civil Engineering**. Montreal, Quebec, Canada, June 2002.
- HERZINGER, R.; ELBADRY, M.. Alternative reinforcing details in dapped ends of precast concrete bridge girders: experimental investigation. **Transportation Research Record**: Journal of the Transportation Research Board, n.2028, p. 111-121, Washington, 2007.
- HISDAL, J.-M. et al. Strut and tie models for disturbed regions: steel fibre reinforced concrete dapped end beams. **Research and Applications in Structural Engineering, Mechanics and Computation**, London, 2013.
- HOFBECK, J. A.; IBRAHIM, I. O.; MATTOCK, A. H.. Shear transfer in reinforced concrete. **ACI Journal**, v.63, n.13, p.119-128, Feb. 1969.
- HUANG, P.-C.; NANNI, A.. **Dapped-end strengthening of precast prestressed concrete double tee beams with FRP composites**. 2000. 144p. Thesis (Master of Engineering) – University of Missouri-Rolla, Rolla, MO, May 2000.
- INTERNATIONAL FEDERATION FOR STRUCTURAL CONCRETE. **CEB-FIP Model Code 1990**: design code. Final draft. Bulletins D'Information 203-205. Thomas Telford: Lausanne, 1991.

INTERNATIONAL FEDERATION FOR STRUCTURAL CONCRETE. CEB-FIP. **Model code 2010**: first complete draft. v.1. Lausanne: FIB, 2010.

INTERNATIONAL FEDERATION FOR STRUCTURAL CONCRETE. CEB-FIP. **Model code 2010**: first complete draft. v.2. Lausanne: FIB, 2010.

INTERNATIONAL FEDERATION FOR PRESTRESSING. **Practical design of structural concrete**. FIP Recommendations. FIP Commission 3 on Practical Design Working Group on Recommendations for Practical Design of Structural Concrete. 112p. SETO: London UK, Sept.1999.

LEITE JR, G. S.; MORENO JR, A. L.. Vigas de concreto com apoio de altura reduzida. **Teoria e Prática na Engenharia Civil**, n.8, p.39-51, Abr. 2006.

LEONHARDT, F.; MÖNNIG, E.. **Construções de concreto**: princípios básicos sobre a armação de estruturas de concreto armado. 3.ed. Rio de Janeiro: Ed. Interciência, v.3, 1978.

LU, W.-Y.; CHEN, T.-C.; LIN, I.-J.. Shear strength of reinforced concrete dapped-end beams with shear span-to-depth ratios larger than unity. **Journal of Marine Science and Technology**, v.23, n.4, p.431-442, Nov. 2015.

LU, W.-Y. et al. Shear strength of high-strength concrete dapped-end beams. **Journal of the Chinese Institute of Engineers**, v.26, n.5, p.671-680, Apr. 2003.

LU, W.-Y.; LIN, I.-J.; YU, H.-W.. Behaviour of reinforced concrete dapped-end beams. **Magazine of Concrete Research**, v.64, n.9, p.793-805, Jun. 2012.

MAST, R. F.. Auxiliary reinforcement in concrete connections. **Journal of the Structural Division**, ASCE, v.94, n.6, p.1485-1504, June 1968.

MATTOCK, A. H. Discussion of the paper "Modified shear friction theory for bracket design" by B.R. Hermansen and J. Cowan, **ACI Journal**, v.71, n.8, p.421-423, Aug. 1974.

MATTOCK, A. H. Design proposals for reinforced concrete corbels. **PCI Journal**, v.21, n.3, p.18-42, May-June 1976.

MATTOCK, A. H.. Strut-and-tie models for dapped-end beams: proposed model is consistent with observations of test beams. **Concrete International**, p.35-40, Feb. 2012.

MATTOCK, A. H.; CHAN, T. C.. Design and behavior of dapped-end beams. **PCI Journal**, v.24, n.6, p.28-45, Nov.-Dec.1979.

MELO, S. T.. **Um estudo sobre vigas com apoios em dente**. 1991. 161p. Dissertação (Mestrado de Ciência em Engenharia Civil) – COPPE/Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 1991.

- MOHAMED, R. N.; ELLIOTT, K. S.. Shear strength of short recess precast dapped end beams made of steel fibre self-compacting concrete. In: Conference on Our World in Concrete & Structures, 33., 2008, Singapore. **Proceedings...** [S.l.:s.n.]
- MORENO-MARTÍNEZ, J. Y.; MELI, R.. Experimental study on the structural behavior of concrete dapped-end beams. **Engineering Structures**, v.75, p.152-163, Sept. 2014.
- NAGRODZKA-GODYCKA, K.; PIOTRKOWSKI, P.. Experimental study of dapped-end beams subjected to inclined load. **ACI Structural Journal**, v.109, n.1, p. 11-20, Jan.-Feb. 2012.
- NAGY-GYÖRGY, T. et al. Experimental and numerical assessment of the effectiveness of FRP-based strengthening configurations for dapped-end RC beams. **Engineering Structures**, v.44, p. 291-303, Nov. 2012.
- NANNI, A.. Relevant Applications of FRP Composites in Concrete Structures. **Composites in Construction**. Porto, Portugal, 2001, p.661-670.
- NANNI, A.; HUANG, P.-C.. Validation of an alternative reinforcing detail for the dapped ends of prestressed double tees. **PCI Journal**, v.47, n.1, p.38-49, Jan.-Feb. 2002.
- PENG, T.. **Influence of detailing on response of dapped end beams**. 2009. 103p. Dissertation (Master of Engineering) – Department of Civil Engineering and Applied Mechanics, McGill University, Montréal, Canada, 2009.
- PRECAST/PRESTRESSED CONCRETE INSTITUTE. **PCI design handbook: precast and prestressed concrete**. 5.ed. Chicago: PCI, 1999.
- PRECAST/PRESTRESSED CONCRETE INSTITUTE. **PCI design handbook: precast and prestressed concrete**. 7.ed. Chicago: PCI, 2010.
- SANDERS, D.. Example 2: Dapped-end T-beam supported by an inverted T-beam. In: **ACI SP-208: Examples for the design of structural concrete with strut-and-tie models**. American Concrete Institute. Farmington Hills: Karl-Heinz Reineck, 2002, p.91-103.
- SAS, G. et al. Numerical optimization of strengthening disturbed regions of dapped-end beams using NSM and EBR CFRP. **Composites: Part B**, v.67, p.381-390, Aug. 2014.
- SCHLAICH, J.; SCHÄFER, K.. Design and detailing of structural concrete using strut-and-tie models. **The Structural Engineer**, v.69, n.6, Mar. 1991.
- SCHLAICH, J.; SCHÄFER, K.; JENNEWEIN, M.. Toward a consistent design of structural concrete. **PCI Journal**, v.32, n.3, p.74-150, May.-June 1987.

- SILVA, I. S.. **Concreto de alta resistência: composição, propriedades e dimensionamento**. 1995. 128p. Dissertação (Mestrado) – Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, 1995.
- SILVA, R. C.; GIONGO, J. S.. **Modelo de bielas e tirantes aplicados a estruturas de concreto armado**. São Carlos: EESC-USP, 2000.
- SOUZA, S. T. M.; NAGATO, Y.; SOUZA, L. A.. Análises elásticas em dentes de vigas Gerber para orientação do modelo de escoras e tirantes. **XXXVIII Jornadas Sul-Americanas de Engenharia Estrutural**, São Carlos, v.1, p.269-278, set. 1997.
- SOUZA, S. T. M.. **Estudo teórico-experimental de dentes de vigas Gerber de pontes de concreto armado**. 1997. 267p. Tese (Doutor em Ciência em Engenharia Civil) – COPPE/Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 1997.
- TAHER, S. E.-D. M. F.. Strengthening of critically designed girders with dapped ends. **Proceedings of the Institution of Civil Engineers – Structures and Buildings**, v.158, ed.2, p.141-152, Apr. 2005.
- VECCHIO, F. J.; COLLINS, M. P. The modified compression-field theory for reinforced concrete elements subjected to shear. **ACI Journal**, v.83, n.22, p.219-231, Mar.-Apr. 1986.
- WALRAVEN, J.; FRÉNAY, J.; PRUIJSSERS, A.. Influence of concrete strength and load history on the shear friction capacity of concrete members. **PCI Journal**, v.32, n.1, p.66-84, Jan.-Feb 1987.
- WANG, Q.; GUO, Z.; HOOGENBOOM, P. C. J.. Experimental investigation on the shear capacity of RC dapped end beams and design recommendations. **Structural Engineering and Mechanics**, v.21, n.2, p.221-235, June 2005.
- WIGHT, J. K.; MACGREGOR, J. G.. **Reinforced Concrete: mechanics and design**. 6.ed. New Jersey: Pearson, 2012.
- YANG, K.-H.; ASHOUR, A. F.; LEE, J.-K.. Shear strength of reinforced concrete dapped-end beams using mechanism analysis. **Magazine of Concrete Research**, Institution of Civil Engineers, v.63, n.2, p.81-97, 2011.
- ZALOCHI, R. F.. **Apoio de altura reduzida em vigas de concreto de alta resistência**. 1997. 195p. Dissertação (Mestre em Engenharia Civil) – Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 1997.
- ZALOCHI, R. F.. **Investigação experimental de dentes de apoio de vigas de concreto armado: adição de fibras de aço e variação geométrica**. 2002. 143p. Tese (Doutor em Engenharia Civil) – Escola Politécnica da Universidade de São Paulo, São Paulo, 2002.