

**UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO  
ESCOLA DE ENGENHARIA DE SÃO CARLOS  
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA DE ESTRUTURAS**

**MARCOS LEOPOLDO BORGES**

**ESTUDO DO COLAPSO MECÂNICO DA MADEIRA BASEADO NA  
MECÂNICA DA FRATURA**

**SÃO CARLOS**

**2017**



**MARCOS LEOPOLDO BORGES**

**ESTUDO DO COLAPSO MECÂNICO DA MADEIRA BASEADO NA  
MECÂNICA DA FRATURA**

VERSÃO CORRIGIDA

A versão original encontra-se na Escola de Engenharia de São Carlos

Tese apresentada ao Departamento de Engenharia de Estruturas da Escola de Engenharia de São Carlos, como parte dos requisitos para obtenção do título de Doutor em Ciências.

Orientador: Prof. Dr. Antonio Alves Dias

SÃO CARLOS

2017

AUTORIZO A REPRODUÇÃO TOTAL OU PARCIAL DESTE TRABALHO, POR QUALQUER MEIO CONVENCIONAL OU ELETRÔNICO, PARA FINS DE ESTUDO E PESQUISA, DESDE QUE CITADA A FONTE.

B 732 e Borges, Marcos Leopoldo  
Estudo do colapso mecânico da madeira baseado na mecânica da fratura / Marcos Leopoldo Borges; orientador Antonio Alves Dias. São Carlos, 2017.

Tese (Doutorado) - Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil (Engenharia de Estruturas) e Área de Concentração em Estruturas -- Escola de Engenharia de São Carlos da Universidade de São Paulo, 2017.

1. Método dos Elementos de Contorno. 2. Mecânica da Fratura. 3. Análise Experimental. 4. Madeira. I. Título.

## FOLHA DE JULGAMENTO

Candidato: **MARCOS LEOPOLDO BORGES**

Título da tese: "Estudo do colapso mecânico da madeira baseado na mecânica da fratura"

Data da defesa: 19/07/2017

### Comissão Julgadora:

### Resultado:

Prof. Dr. **Antonio Alves Dias**  
(Orientador)  
(Escola de Engenharia de São Carlos/EESC)

APROVADO

Prof. Titular **Francisco Antonio Rocco Lahr**  
(Escola de Engenharia de São Carlos/EESC)

APROVADO

Prof. Dr. **Edson Denner Leonel**  
(Escola de Engenharia de São Carlos/EESC)

APROVADO

Prof. Dr. **Rodrigo Bresciani Canto**  
(Universidade Federal de São Carlos/UFSCar)

APROVADO

Prof. Dr. **Almir Sales**  
(Universidade Federal de São Carlos/UFSCar)

APROVADO

Coordenador do Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil  
(Engenharia de Estruturas):

Prof. Titular **Humberto Breves Coda**

Presidente da Comissão de Pós-Graduação:  
Prof. Associado **Luís Fernando Costa Alberto**



## RESUMO

**BORGES, M. L. Estudo do colapso mecânico da madeira baseado na mecânica da fratura.** 108 p. Tese (Doutorado em Engenharia de Estruturas) – Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, 2017.

O presente trabalho trata da análise do comportamento mecânico da madeira, material anisotrópico, submetida ao crescimento de fissuras e aos processos mecânicos que causam sua ruptura, utilizando os conceitos de Mecânica da Fratura. A avaliação do colapso de peças de madeira, pela da mecânica da fratura, foi realizada por meio de análises experimentais. Para a determinação das propriedades de fratura da madeira foram determinadas propriedades mecânicas da madeira, tais com: módulo de ruptura a flexão estática, módulo de elasticidade à flexão estática, resistência à tração paralela às fibras, resistência ao cisalhamento, resistência ao fendilhamento paralela às fibras e resistência à tração normal às fibras. Foram efetuados ainda ensaios experimentais referentes à mecânica da fratura em corpos de prova tipo SENB (Single Edge Notched Beam). A modelagem numérica foi realizada utilizando-se um código computacional baseado no método de elementos de contorno. Para as simulações foram utilizados os valores das propriedades físicas, de resistência e de elasticidade obtidas na caracterização experimental dos elementos de madeira. Os resultados experimentais foram comparados com as análises numéricas para determinação de uma formulação específica para situações de colapso de elementos de madeira.

Palavras-chave: Método dos Elementos de Contorno, Mecânica da Fratura, Análise experimental, Madeira.





## ABSTRACT

BORGES, M. L. (2017). **Study of the mechanical collapse of wood based on fracture mechanic**. 108 p. Thesis (PhD in Structural Engineering) - São Carlos Engineering School, University of São Paulo, São Carlos, 2017.

The present work deals with the analysis of the mechanical behavior of wood, anisotropic material, submitted to the growth of cracks and the mechanical processes that cause its rupture, using the concepts of Fracture Mechanics. The evaluation of the collapse of pieces of wood, by the fracture mechanics, was carried out by means of experimental analyzes. To determine the fracture properties of the wood, mechanical properties of the wood were determined, such as: modulus of static bending, modulus of elasticity at static bending, tension resistance parallel to grain, shearing resistance, cleavage strength parallel to grain and tension resistance normal to grain. Experimental tests were performed on fracture mechanic in Single Edge Notched beams (SENB). Numerical modeling was performed using a computational code based on the boundary element method. For the simulations, the values of the physical properties, strength and elasticity obtained in the experimental characterization of the wood elements were used. The experimental results were compared with the numerical analyzes to determine a specific formulation for situations of collapse of wood elements.

Keywords: Boundary Element Method, Fracture Mechanics, Cohesive Fracture Model, Wood.



## DEDICATÓRIA

*À minha esposa Cláudia Renata, por estar sempre ao meu lado me dando forças nos momentos mais difíceis, e aos meus amados filhos Rafael e Bernardo, pela compreensão e carinho, suportando minhas constantes ausências nos momentos em que precisavam de minha presença...*



## AGRADECIMENTOS

Ao agradecer àqueles que contribuíram para que este trabalho viesse a se realizar, sei estar correndo risco de cometer alguma omissão. Muitas pessoas foram imprescindíveis para que esta Tese de Doutorado fosse gestada e enfim se concretizasse.

Agradeço em primeiro lugar a Deus por ser meu eixo condutor e permitir que eu concluísse mais essa importante etapa.

Meu sincero agradecimento ao meu orientador, Prof. Dr. Antônio Alves Dias, pelas oportunas e seguras intervenções pedagógicas no processo deste trabalho.

Ao Prof. Dr. Edson Leonel, pela colaboração no desenvolvimento deste trabalho.

Serei sempre grato aos meus pais, Leopoldino e Elza (in memorian), pelo incentivo permanente, manifesto em palavras e em gestos concretos.

Aos meus sogros Abadia e Sebastião, por todo apoio à minha família, nas minhas constantes ausências em razão dos afazeres acadêmicos.

Aos meus irmãos Márcia, Márcio, Marisa e especial deferência a meu irmão Mário (in memorian), que mesmo no curso de sua doença, me animava com suas palavras de incentivo e positividade.

Demais familiares e amigos pelo suporte emocional nos momentos de ansiedade.

Aos Colegas e Professores do Departamento de Estruturas e do LaMEM, pela oportunidade da convivência e troca de experiências que sempre foram de grande valia.

À Secretaria do departamento de Estruturas, aos Técnicos do LaMEM, pelos ensaios de caracterização física e Mecânica.

Ao Técnico do Laboratório de Geotecnia da EEES-USP, Benedito Osvaldo de Souza, pela disposição em ajudar na execução dos ensaios de mecânica da fratura.



*“O êxito da vida não se mede pelo caminho que você conquistou, mas sim pelas dificuldades que superou no caminho.”*

*Abraham Lincoln*





## LISTA DE FIGURAS

Figura 1- Estrutura: Templo Horyu-ji-Nara-Japão, ano de 607.....	27
Figura 2 - Cobertura - Complexo Aquático Solemar, Bad Dürkheim. Alemanha.....	28
Figura 3 - Escada de madeira decorativa. Arq. Jouin Manku.....	28
Figura 4 - Fissuras em viga de madeira.....	29
Figura 5 - Representação da Estrutura celular de uma conífera.....	32
Figura 6 - Representação da Estrutura Celular de uma Dicotiledônea.....	33
Figura 7 - Resistência à tração normal às fibras de Califórnia "Black Oak" em função do teor de umidade. ( $1 \text{ psi} \cong 0,006895 \text{ MPa}$ ).....	34
Figura 8 - Diagramas de Retrações para a Itaúba.....	34
Figura 9 - Eixos principais da madeira em relação à direção das fibras.....	35
Figura 10 - Modos de fratura.....	36
Figura 11 - Modelo coesivo para materiais dúcteis de Dugdale.....	41
Figura 12 - Lei coesiva linear.....	42
Figura 13 - Lei coesiva Bilinear.....	43
Figura 14 - Lei coesiva exponencial.....	44
Figura 15 - Lei coesiva bilinear para madeiras e influência de seus mecanismos resistentes.....	48
Figura 16 - Orientações de fratura em relação ao eixo de crescimento da madeira.....	49
Figura 17 - Fissuras “saltam” entre as camadas de crescimento.....	51
Figura 18 - Ensaios para determinação das propriedades da fratura em madeiras em Modo I.....	52
Figura 19 - Ensaios para determinação das propriedades da fratura em madeiras em Modo II.....	52
Figura 20 - Diagrama de interação para modo de fratura misto.....	53
Figura 21 - Amostra de um teste SEN em modo misto de fratura.....	53
Figura 22 - Corpo de prova tipo SENB.....	55
Figura 23 -Máquina de Ensaio para determinação da resistência ao impacto na flexão.....	74
Figura 24 - Corpo de prova posicionado para o ensaio a resistência ao impacto na flexão.....	75
Figura 25 - Corpo de prova após ruptura por impacto na flexão.....	75



Figura 26 Laboratório de Mecânica das Rochas do Departamento de Geotecnia da Escola de Engenharia de São Carlos-USP.....	79
Figura 27 - Sistema rígido servo-controlado para ensaios estáticos ou dinâmicos, modelo MTS 815.....	79
Figura 28 - Corpo de prova preparado para a colocação do Clip Gage.....	79
Figura 29 - Dispositivo de apoio para os corpos de prova.....	80
Figura 30 - Corpo de prova sobre dispositivo de apoio e com aplicação do Clip Gage..	80
Figura 31 - Gráfico apresentado no sistema de aquisição de dados.....	81
Figura 32 - Detalhe 01 de propagação de fissuras.....	81
Figura 33 - Detalhe 02 de propagação de fissuras.....	82
Figura 34 - Detalhe 03 de propagação de fissuras.....	82
Figura 35 - Gráficos representativos $P \times \delta$ do Pinus sp. $a= 30\text{mm}$ .....	85
Figura 36 - Gráficos representativos $P \times \delta$ do Pinus sp. $a= 40\text{mm}$ .....	86
Figura 37 - Gráficos representativos $P \times \delta$ do Corymbia citriodora. $a= 30\text{mm}$ .....	87
Figura 38 - Gráficos representativos $P \times \delta$ da Corymbia citriodora. $a= 40 \text{ mm}$ .....	88
Figura 39 - Gráfico de normal K. Pinus sp. Teste de normalidade. $a = 30 \text{ mm}$ .....	89
Figura 40 - Gráfico Log normal K. Pinus sp. Teste de Normalidade. $a = 30 \text{ mm}$ .....	89
Figura 41 - Gráfico de normal K- Pinus sp. -Teste de normalidade. $a=40 \text{ mm}$ .....	90
Figura 42 - Gráfico Log normal K. Pinus sp. Teste de Normalidade. $a = 40 \text{ mm}$ .....	90
Figura 43 - Gráfico de normal $G_f$ . Corpo de Prova 02. Corymbia citriodora. Teste de normalidade. $a=30 \text{ mm}$ .....	92
Figura 44 - Gráfico Log normal $G_f$ . Corpo de prova 2. Corymbia citriodora. Teste de Normalidade. $a = 30 \text{ mm}$ .....	92
Figura 45 - Gráfico de normal $G_f$ . Corpo de Prova 02. Corymbia citriodora. Teste de normalidade. $a =40 \text{ mm}$ .....	93
Figura 46 - Gráfico Log normal $G_f$ . Corpo de prova 2. Corymbia citriodora. Teste de Normalidade. $a = 40 \text{ mm}$ .....	93
Figura 47 - Corpo de prova CP2 - Corymbia citriodora.....	96
Figura 48 - Malha do modelo utilizado para a determinação do gráfico $P \times \delta$ .....	96
Figura 49 - Deformada do modelo analisado.....	97
Figura 50 - Modelo coesivo que reaplica totalmente as tensões cisalhantes (Shear stresses) $FS=1.0$ .....	97



Figura 51 - Modelo coesivo que re replica metade das tensões cisalhantes (Shear stresses) FS=0.5.....	98
Figura 52 - Modelo coesivo que não re replica as tensões cisalhantes (Shear stresses) FS=0.0.....	98
Figura 53 - Ensaio experimental com entalhe inicial paralelo as fibras.....	99



## LISTA DE TABELAS

Tabela 1 - Teor de umidade dos corpos-de-prova Pinus sp.....	57
Tabela 2 - Teor de umidade dos corpos-de-prova Corymbia citriodora.....	57
Tabela 3 - Densidade básica dos corpos-de-prova Pinus sp.....	58
Tabela 4- Densidade básica dos corpos-de-prova Corymbia citriodora.....	58
Tabela 5 - Densidade aparente dos corpos-de-prova Pinus sp.....	59
Tabela 6 - Densidade aparente dos corpos-de-prova Corymbia citriodora.....	60
Tabela 7- Retratibilidade Linear dos corpos-de-prova Pinus sp.....	61
Tabela 8- Retratibilidade Linear dos corpos de prova Corymbia Citriodora.....	61
Tabela 9 - Retratibilidade Volumétrica dos corpos de prova Pinus sp.....	62
Tabela 10 -Retratibilidade Volumétrica dos corpos-de-prova Corymbia citriodora.....	63
Tabela 11 - Tração paralela às fibras ( $f_{t0}$ )e Módulo de Elasticidade à tração paralela às fibras ( $E_{t0}$ ) dos corpos-de-prova Pinus sp.....	64
Tabela 12 - Tração paralela às fibras ( $f_{t0}$ )e Módulo de Elasticidade à tração paralela às fibras ( $E_{t0}$ ) dos corpos-de-prova Corymbia citriodora.....	64
Tabela 13 - Tração normal às fibras ( $f_{i90}$ )dos corpos-de-prova Pinus sp.....	65
Tabela 14 - Tração normal às fibras ( $f_{i90}$ )dos corpos-de-prova Corymbia citriodora.....	66
Tabela 15 - Compressão paralela às fibras ( $f_{c0}$ )e Módulo de Elasticidade à compressão paralela às fibras ( $E_{c0}$ ) dos corpos-de-prova Pinus sp.....	67
Tabela 16 - Compressão paralela às fibras ( $f_{c0}$ )e Módulo de Elasticidade à compressão paralela às fibras ( $E_{c0}$ ) dos corpos-de-prova Corymbia citriodora.....	67
Tabela 17 - Cisalhamento ( $f_{c0}$ ) dos corpos-de-prova Pinus sp.....	68
Tabela 18 - Cisalhamento ( $f_{v0}$ ) dos corpos-de-prova Corymbia citriodora.....	69
Tabela 19 - Fendilhamento ( $f_{s0}$ ) dos corpos-de-prova Pinus sp.....	70
Tabela 20 - Fendilhamento ( $f_{s0}$ )dos corpos-de-prova Corymbia citriodora.....	70
Tabela 21- Dureza na direção paralela às fibras ( $f_{H0}$ ) e na direção normal às e na direção normal às fibras ( $f_{H90}$ ) dos corpos de prova Pinus sp.....	71
Tabela 22 - Dureza na direção paralela às fibras ( $f_{H0}$ ) e na direção normal às e na direção normal às fibras ( $f_{H90}$ ) dos corpos de prova Corymbia citriodora.....	72
Tabela 23 - Módulo de ruptura e Módulo de Elasticidade na flexão. Pinus sp.....	73





Tabela 24 - Módulo de ruptura à flexão e Módulo de Elasticidade na flexão dos corpos de prova <i>Corymbia citriodora</i> .....	73
Tabela 25 - Resistência ao impacto à flexão dos corpos-de-prova <i>Pinus</i> para cada energia de impacto.....	76
Tabela 26 - Resistência ao impacto à flexão dos corpos-de-prova <i>Corymbia citriodora</i> para cada energia de impacto.....	76
Tabela 27 - Módulo de Elasticidade ( $E_{c,90}$ ) e Resistência à compressão normal às fibras ( $f_{c,90}$ ) da madeira a <i>Pinus Sp</i> .....	77
Tabela 28 - Módulo de Elasticidade e Resistência à compressão normal às fibras da madeira a <i>Corymbia citriodora</i> .....	78
Tabela 29 - Comprimento das fissuras propagadas nas peças de <i>Corymbia citriodora</i> .	82
Tabela 30 - Valores de K para <i>Pinus sp</i> .....	84
Tabela 31 - Valores de $G_f$ para <i>Corymbia citriodora</i> .....	91



## SUMÁRIO

<b>1</b>	
<b>INTRODUÇÃO.....</b>	<b>27</b>
1.1 APRESENTAÇÃO.....	27
1.2 OBJETIVOS.....	30
1.3 JUSTIFICATIVAS.....	30
1.4 ORGANIZAÇÃO DA TESE.....	31
<b>2 A MADEIRA.....</b>	<b>32</b>
<b>3 MECÂNICA DA FRATURA.....</b>	<b>36</b>
3.1 MECÂNICA DA FRATURA ELÁSTICO-LINEAR.....	38
3.2 MECÂNICA DA FRATURA NÃO LINEAR.....	40
3.3 MODELO COESIVO DE PROPAGAÇÃO DE FISSURAS.....	40
3.4 MECÂNICA DA FRATURA APLICADA À MADEIRA.....	44
<b>4 ANÁLISE EXPERIMENTAL.....</b>	<b>55</b>
4.1 CONSIDERAÇÕES INICIAIS.....	55
4.2.1 Materiais e métodos.....	56
4.2.2 Resultados Obtidos.....	56
4.2.2.1 Teor de Umidade.....	56
4.2.2.2 Densidade básica.....	58
4.2.2.3 Densidade Aparente.....	59
4.2.2.4 Retratibilidade Linear.....	60
4.2.2.5 Retratibilidade Volumétrica.....	62
4.2.2.6 Resistência à tração paralela às fibras.....	63
4.2.2.7 Resistência à tração normal às fibras.....	65
4.2.2.8 Resistência à compressão paralela às fibras.....	66
4.2.2.9 Resistência ao Cisalhamento.....	68
4.2.2.10 Resistência ao Fendilhamento.....	69
4.2.2.11 Dureza.....;	71
4.2.2.12 Flexão Estática.....	72
4.2.2.13 Resistência ao impacto na flexão – Tenacidade.....	74
4.2.2.14 Compressão normal às fibras.....	77
4.3 ENSAIOS DAS PROPRIEDADES DA MECÂNICA DA FRATURA.....	78

4.3.1 Metodologia dos ensaios.....	78
4.3.2 Resultados Obtidos.....	81
<b>5. MODELAGEM COMPUTACIONAL.....</b>	<b>95</b>
5.1 MÉTODO DOS ELEMENTOS DE CONTORNO.....	95
5.3 MODELAGEM NUMÉRICA.....	95
<b>6 CONCLUSÕES.....</b>	<b>100</b>
<b>REFERÊNCIAS.....</b>	<b>102</b>

## INTRODUÇÃO

### 1.1 APRESENTAÇÃO

Vários materiais de comportamento mecânico anisotrópico são utilizados na construção de estruturas. Dentre eles podem ser citados os materiais compósitos, os laminados e a madeira, cuja utilização na construção civil remonta a muito tempo atrás. Desde a antiguidade a madeira é utilizada em estruturas (Figura 1); atualmente, também vem sendo aplicado com tecnologias modernas (Figura 2). Em muitas situações, além do aspecto estrutural, a madeira também é aplicada com função decorativa (Figura 3). Tal utilização deve a disponibilidade do material na natureza, o que o fez ser utilizado em maior escala antes de aço, concreto e materiais compósitos. Ao longo do tempo, as técnicas de construção e os critérios de projeto aplicados às estruturas de madeira vêm sendo aprimorados, bem como o seu desempenho em relação à durabilidade.

Figura 1- Estrutura: Templo Horyu-ji-Nara-Japão. Ano de 607



Fonte: Disponível em <<http://www.madeiraestrutural.com.br>>, acessado em 10 de janeiro de 2017.

Devido à orientação das suas fibras, atrelada à sua forma de crescimento, suas propriedades físicas e mecânicas variam de acordo com três eixos perpendiculares entre si, existindo uma grande diferença nas propriedades definidas para cada direção. A madeira, portanto, é um material que pode ser classificado como heterogêneo e anisotrópico.

Figura 2 - Cobertura - Complexo Aquático Solemar , Bad Dürrhein. Alemanha.



Fonte: Disponível em <<http://www.madeiraestrutural.com.br>>, acessado em 10 de janeiro de 2017.

Figura 3 - Escada de madeira decorativa. Arq. Jouin Manku

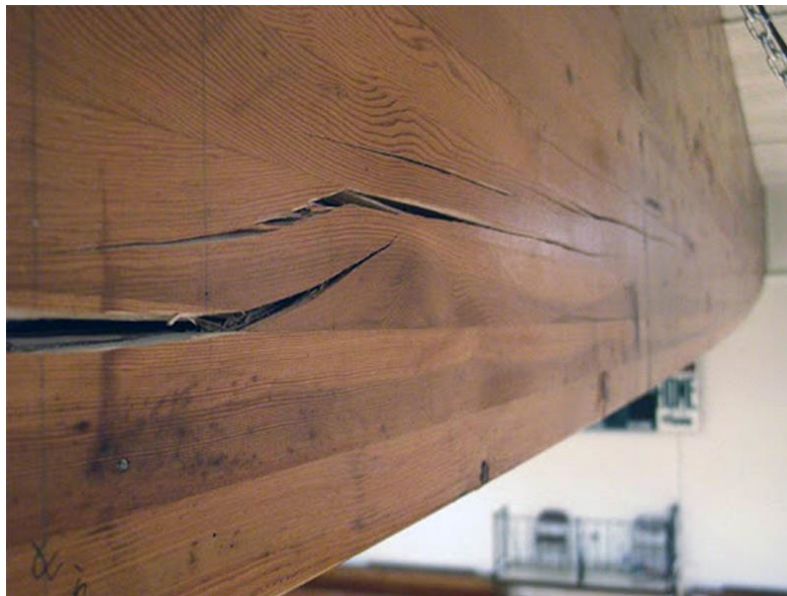


Fonte: Disponível em <<http://www.patrickjouin.com/en/projects/jouin-manku/>>, acessado em 10 de janeiro de 2017.

Devido a ampla utilização da madeira em aplicações estruturais, teorias e modelos para a representação de seu complexo comportamento mecânico vem sendo apresentados na literatura (BODIG & JAYNE , 1982). Especialmente quando o foco da análise é a representação do colapso mecânico-material. Sabe-se que elementos e sistemas estruturais executados em madeira são propensos ao surgimento de fissuras. As fissuras são o resultado da perda de coesão entre os componentes da microestrutura do material. O surgimento das discontinuidades materiais é responsável pelo colapso mecânico da madeira. Assim, quando as fissuras surgem, discontinuidades materiais

aparecem, o que dificulta a aplicação de teorias baseadas em continuidade material conforme mostra a Figura 4. Além disso, atualmente o projeto de estruturas em madeira é baseado em critérios de resistência clássicos, o que conduz a previsões conservativas sobre seu comportamento.

Figura 4 – Fissuras em viga de madeira.



Fonte: Disponível em < <http://estruturasdemadeira.blogspot.com.br>>, acessado em 22 de junho de 2017

A mecânica da fratura engloba um conjunto de teorias que visa à representação do comportamento de sólidos contendo descontinuidades (fissuras). Por meio da abordagem da mecânica da fratura, a concentração de tensão existente na ponta da fissura pode ser avaliada, assim como sua influência na capacidade portante de estruturas. Dessa forma, forças resistentes últimas e configurações de colapso estrutural podem ser consistentemente determinadas e representadas.

Nesse trabalho alguns modelos da mecânica da fratura serão aplicados para a representação do colapso mecânico da madeira. Especial atenção será dedicada à compreensão sobre o colapso em casos onde a solicitação de tração atua paralelamente às fibras da madeira. Tal situação é a observada com maior frequência em aplicações práticas. Porém, não tem sido analisada com a devida importância na literatura. Assim, esse trabalho contribui para o avanço no conhecimento em relação aos processos mecânicos que causam o colapso da madeira, utilizando a mecânica da fratura. Além disso, contribui também para o avanço no estudo do comportamento mecânico de materiais anisotrópicos submetidos ao crescimento de fissuras, sendo a avaliação da

propagação de fissuras em peças estruturais de madeira feita por meio de análises experimentais para determinação das propriedades de fratura da madeira - e modelagem por elementos de contorno - modelo coesivo. A pesquisa se torna importante pela incipiente literatura sobre a mecânica da fratura em elementos de madeira, principalmente no Brasil, e por dar indicativos no modo de propagação das fissuras para eventuais procedimentos para evitar a fratura de um elemento estrutural executado em madeira.

## **1.2 OBJETIVOS**

O objetivo deste trabalho é estudar o comportamento mecânico da madeira em solicitações à fratura.

Os objetivos específicos são os seguintes:

a) caracterizar a madeira em relação às propriedades relacionadas à mecânica da fratura, de forma experimental;

b) comparar os resultados experimentais com um modelo numérico baseado no método dos elementos de contorno.

## **1.3. JUSTIFICATIVA**

O estudo do comportamento mecânico da madeira na condição de colapso com base na mecânica da fratura é incipiente no Brasil. A pesquisa possibilitou um passo inicial no sentido de compreender o colapso em elementos de madeira, em especial na direção paralela às fibras, por meio da caracterização das propriedades da fratura da madeira, utilizando ensaios em laboratórios e modelagem numérica por meio de um código baseado no Método dos Elementos de Contorno (MEC). Contribuirá para a determinação experimental de elementos e valores que identifiquem o comportamento mecânico da madeira com fissuras iniciais perpendiculares às fibras da madeira, aplicação real, já que os trabalhos relativos à caracterização à fratura em peças de madeira realizados até o momento apresentam modelo para experimentação considerando a fissura inicial paralela às fibras de madeira. O assunto estudado é pioneiro no Departamento de Engenharia de Estruturas (SET) da EESC-USP e há



interesse prático na determinação de forças limites para propagação de fissuras em elementos de madeira.

#### **1.4 ORGANIZAÇÃO DA TESE**

O corpo da tese foi organizado em seis capítulos. Neste primeiro capítulo são apresentados a introdução, além dos objetivos e justificativas da pesquisa.

O Capítulo 2 é denominado “A Madeira” e descreve o material madeira objeto da pesquisa.

O Capítulo 3 apresenta a mecânica da fratura discorrendo sobre a mecânica da fratura elástico-linear e não linear, modelo coesivo de propagação de fissuras e a mecânica da fratura aplicada a madeira.

O Capítulo 4 apresenta a análise experimental descrevendo os ensaios das propriedades físicas e mecânicas das madeiras e da mecânica da fratura da madeira *Pinus sp* e *Corymbia Citriodora*.

O Capítulo 5 apresenta a modelagem computacional e o método de elementos de contorno utilizado na simulação numérica e na comparação com o resultado experimental.

Finalmente, no Capítulo 6 são feitas as considerações finais levando em consideração a análise comparativa dos resultados decorrentes das simulações numéricas e experimental.

## 2. A MADEIRA

A madeira é um material utilizado na execução de estruturas em geral. Apresenta características que influenciam nas suas propriedades físicas e mecânicas. Devido à orientação das suas fibras, a madeira possui propriedades mecânicas que variam de acordo com três eixos perpendiculares entre si, que podem ser definidos como eixos de simetria elástica, empregando-se então o modelo ortótropo, que considera a seção transversal de um tronco com sendo circular:

eixo L - direção longitudinal;

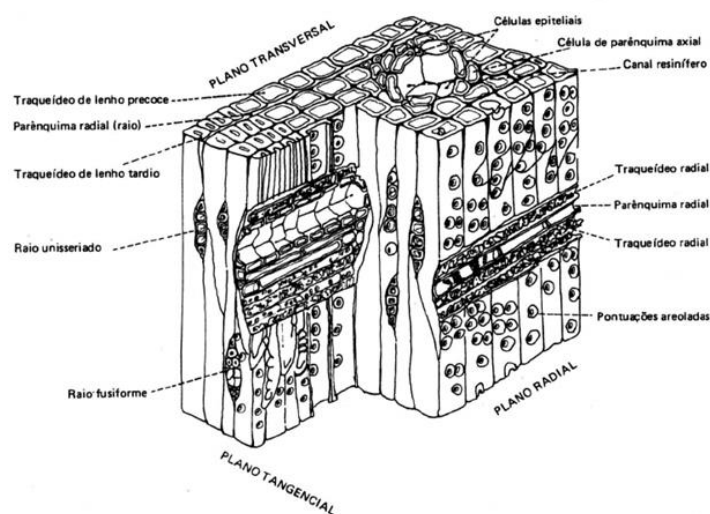
eixo T - direção tangencial aos anéis de crescimento;

eixo R - direção radial aos anéis de crescimento.

Cabe destacar que, na maioria das aplicações práticas, não é possível diferenciar as propriedades nas direções tangencial e radial, que são definidas como direção perpendicular às fibras. E, nesse caso a madeira acaba sendo considerada como transversalmente isotrópica.

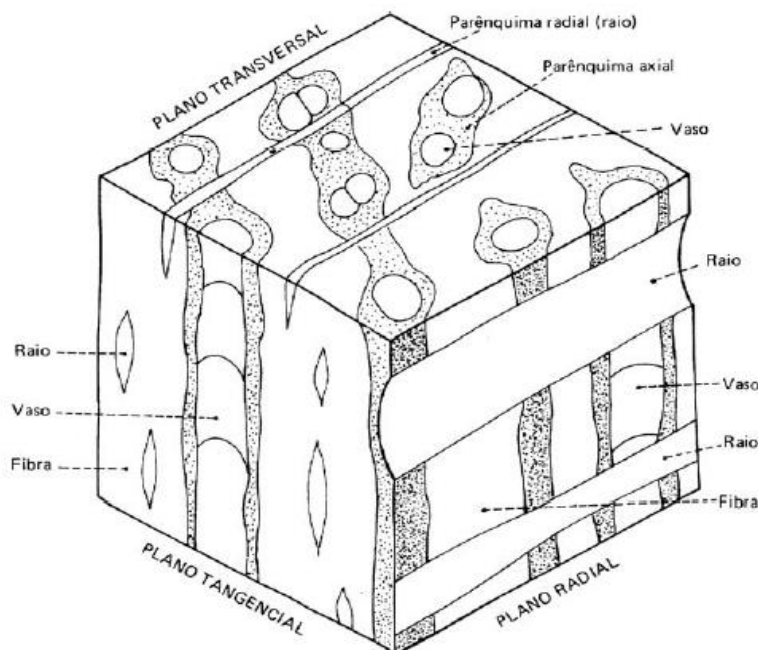
As madeiras apresentam características mecânicas que estão intrinsicamente ligadas ao arranjo de sua complexa estrutura material interna. De acordo com a literatura existem basicamente dois tipos de madeira: as coníferas (softwoods), predominantes em regiões de clima temperado e as folhosas, que predominam nas florestas tropicais. A Figura 5 apresenta, de forma esquemática, a estrutura celular de uma conífera, mostrando os principais elementos que a compõem. Nesse caso, os traqueídeos, que são dispostos no sentido longitudinal, são os principais responsáveis pela resistência do material.

Figura 5 - Representação da Estrutura celular de uma conífera.



As folhosas apresentam maior diferenciação celular com arranjo mais complexo sendo constituídas por fibras, que são os principais elementos responsáveis pela resistência mecânica, parênquima, vasos e raios, como mostrado na Figura 6.

Figura 6 - Representação da Estrutura Celular de uma folhosa.



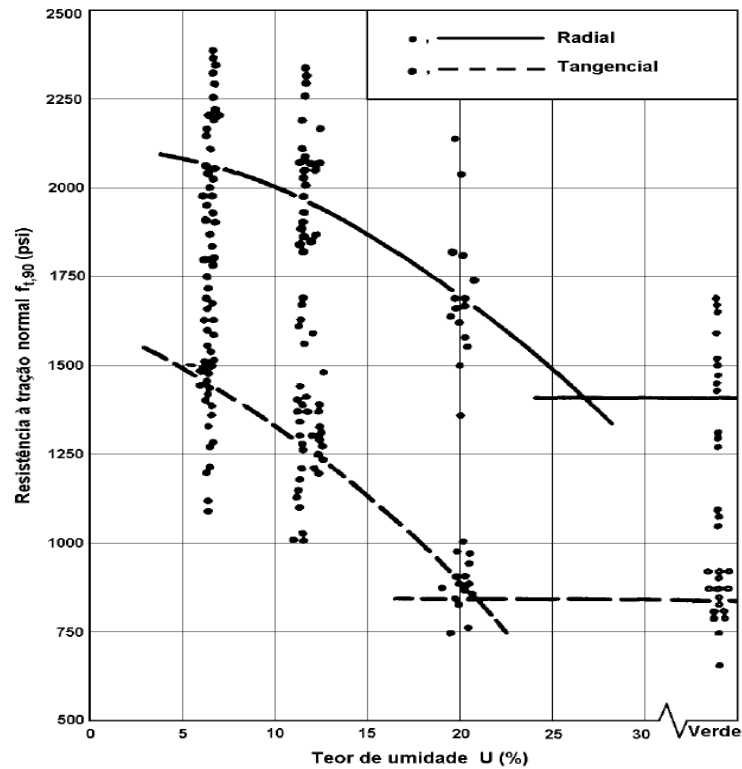
Fonte: LAPAGE, 1986

A direção longitudinal, que é a direção predominante dos traqueídeos e das fibras, também é definida como direção paralela às fibras da madeira.

Devido a sua complexa estrutura interna, a madeira apresenta comportamento mecânico distinto segundo solicitações orientadas nas direções paralela e perpendicular às fibras. As propriedades físicas tais como: umidade, densidade, retratibilidade e resistência ao fogo são também afetadas pela complexa estrutura interna desse material.

O Teor de umidade também influencia na resistência da madeira. A Figura 6 mostra o gráfico da resistência à tração normal às fibras com relação ao teor de umidade da madeira Califórnia “Black Oak”. Pode-se observar que a resistência à tração da madeira diminui com o aumento da umidade sendo maior na direção radial que na tangencial.

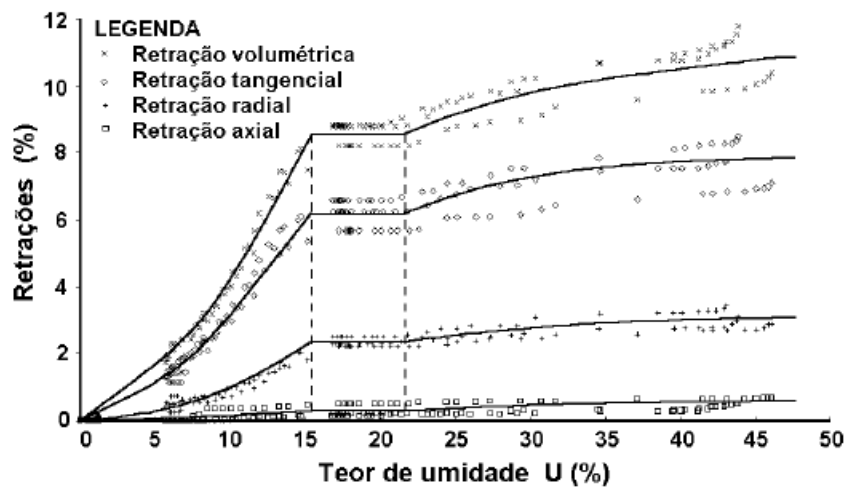
Figura 7 - Resistência à tração normal às fibras de Califórnia "Black Oak" em função do teor de umidade.  
(1 psi  $\cong$  0,006895 MPa).



Fonte: SCHNIEWIND (1990).

Em relação à retração, a Figura 8 mostra os diagramas de retração obtidos por LOGSDON (1998) onde se pode observar valor muito menos na direção longitudinal quando comparado aos valores das direções radial e tangencial.

Figura 8 -Diagramas de Retrações para a Itaúba.

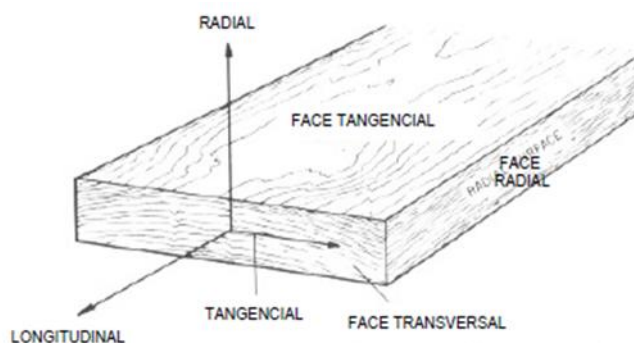


Fonte: LOGSDON (1998)

A madeira é um material não homogêneo que naturalmente apresenta em sua estrutura interna defeitos de continuidade física em diversas escalas: macro, meso, micro e até nano. Além disso, devido ao desenvolvimento natural deste material durante o crescimento do tronco das árvores, fibras longitudinais ao longo do eixo do tronco podem ser observadas. Entre os principais defeitos e heterogeneidades verificados na madeira destacam-se os nós, as microfissuras, os poros e as ligações entre as paredes das fibras longitudinais.

A madeira apresenta, devido à anisotropia, comportamento diferente em relação à direção de crescimento das fibras. A Figura 9 mostra os eixos principais da madeira, definidos anteriormente.

Figura 9 - Eixos principais da madeira em relação à direção das fibras.



Fonte: WILCOX et al., 1991.

Em função da anisotropia, a madeira apresenta propriedades mecânicas: compressão, tração, cisalhamento e flexão - diferentes nas direções dos três eixos ortogonais principais.

Devido à complexa morfologia da madeira, as propriedades mecânicas, incluindo as de fratura, são fortemente diferentes segundo a orientação das fibras da madeira e das solicitações presentes.

As fibras longitudinais, assim como os outros fatores da morfologia da madeira, influenciam substancialmente seu comportamento mecânico e seus modos de falha. A interface dessas fibras é considerada pouco resistente em relação à resistência de suas paredes celulares. Devido a essa fragilidade, associada a outros defeitos do material, a fratura é o principal modo de falha verificado nas estruturas de madeira. Portanto, dentre as teorias de falhas aplicadas à madeira, a mecânica da fratura é a que melhor descreve os fenômenos relacionados à degradação mecânico material da madeira (SMITH et al, 2003).

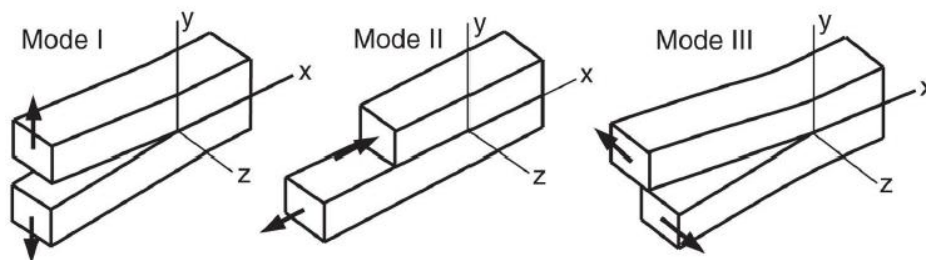
### 3 MECÂNICA DA FRATURA

De acordo com CASTRO & MEGGIOLARO (2007), a mecânica da fratura tem como objetivo o estudo do comportamento mecânico materiais sob efeito de processos de fratura, produzidos principalmente por fissuras ou microfissuras, para estabelecer: a influência que há na resistência dos materiais, a distribuição de tensões e deformações sob carregamentos externos, a máxima carga que uma estrutura fissurada pode suportar, o tamanho crítico da fissura, a taxa de crescimento das fissuras e a vida residual das estruturas fissuradas.

A Mecânica da Fratura fornece teorias que possibilitam análise mecânica de sólidos que contém fratura ou fissuras pré-existentes sob a ação de cargas aplicadas externamente. Uma fissura pode ser definida como uma descontinuidade de material.

O estudo das tensões relacionado às fissuras é importante na determinação de forças críticas e do modo de propagação de fissuras e modo de fratura. A presença de fissuras pode significar a redução do tempo de vida útil de uma estrutura. De acordo com a mecânica da fratura, existem três modos de fratura, dependendo das condições de carregamento para a abertura, Modo I, II e III. De fato existem infinitos modos de fratura, mas todos eles podem ser decompostos nos modos fundamentais apresentados na Figura 10.

Figura 10: Modos de fratura



Fonte: Fracture and Fatigue in Wood, 2003.

No Modo I, Modo de Abertura (opening), as faces da fissura separam-se simetricamente relativamente ao plano formado por elas antes da ocorrência da deformação e as faces da fissura permanecem simétricas com relação aos planos  $xy$  e  $xz$  após a deformação.

No Modo II, Modo de Deslizamento (sliding), as faces da fissura apresentam anti-simetria com relação ao plano  $xz$  e simetria com relação ao plano  $xy$  após a

ocorrência da deformação. As faces da fissura separam-se em direções opostas, porém sob o mesmo plano.

No Modo III, Modo de Rasgamento (tearing), as faces da fissura separam-se de forma anti-simétrica com relação aos planos formados pelos eixos xy e xz, ou seja de forma transversalmente oposta.

As tensões na ponta da fissura são singulares por meio de abordagens analíticas. O valor de K, fator de intensidade de tensões, está associado ao balanço de energia. Quando esse valor assume um valor crítico  $K_C$ , tenacidade à fratura, ocorrerá um modo de fratura denominado fratura rápida nos materiais frágeis.

Desde GRIFFITH (1920), a teoria da mecânica da fratura está em constante evolução. Ele foi o primeiro a descrever a fratura frágil, utilizando as considerações do balanço de energia numa placa com abertura central. WESTERGAARD (1939) empregou função de tensão complexas para determinar o campo de tensão para os Modos I, II e III, que dá origem as equações 3.1, 3.2 e 3.3. Esse equacionamento refere-se a problemas envolvendo chapas de dimensões infinitas solicitadas por carregamentos remotos.

Modo I:

$$\begin{aligned}\sigma_x &= \frac{K_I}{\sqrt{2 \cdot \pi \cdot r}} \cdot \cos\left(\frac{\theta}{2}\right) \cdot \left[1 - \operatorname{sen}\left(\frac{\theta}{2}\right) \cdot \operatorname{sen}\left(\frac{3 \cdot \theta}{2}\right)\right] \\ \sigma_y &= \frac{K_I}{\sqrt{2 \cdot \pi \cdot r}} \cdot \cos\left(\frac{\theta}{2}\right) \cdot \left[1 + \operatorname{sen}\left(\frac{\theta}{2}\right) \cdot \operatorname{sen}\left(\frac{3 \cdot \theta}{2}\right)\right] \\ \tau_{xy} &= \frac{K_I}{\sqrt{2 \cdot \pi \cdot r}} \cdot \operatorname{sen}\left(\frac{\theta}{2}\right) \cdot \cos\left(\frac{\theta}{2}\right) \cdot \cos\left(\frac{3 \cdot \theta}{2}\right)\end{aligned}\tag{3.1}$$

Modo II:

$$\begin{aligned}\sigma_x &= \frac{-K_{II}}{\sqrt{2 \cdot \pi \cdot r}} \cdot \operatorname{sen}\left(\frac{\theta}{2}\right) \cdot \left[2 + \cos\left(\frac{\theta}{2}\right) \cdot \cos\left(\frac{3 \cdot \theta}{2}\right)\right] \\ \sigma_y &= \frac{K_{II}}{\sqrt{2 \cdot \pi \cdot r}} \cdot \operatorname{sen}\left(\frac{\theta}{2}\right) \cdot \left[\cos\left(\frac{\theta}{2}\right) \cdot \cos\left(\frac{3 \cdot \theta}{2}\right)\right] \\ \tau_{xy} &= \frac{K_{II}}{\sqrt{2 \cdot \pi \cdot r}} \cdot \cos\left(\frac{\theta}{2}\right) \cdot \left[1 - \operatorname{sen}\left(\frac{\theta}{2}\right) \cdot \operatorname{sen}\left(\frac{3 \cdot \theta}{2}\right)\right]\end{aligned}\tag{3.2}$$

Modo III:

$$\begin{aligned}\tau_{xy} &= \frac{-K_{III}}{\sqrt{2 \cdot \pi \cdot r}} \cdot \text{sen}\left(\frac{\theta}{2}\right) \\ \tau_{yz} &= \frac{-K_{III}}{\sqrt{2 \cdot \pi \cdot r}} \cdot \text{cos}\left(\frac{\theta}{2}\right)\end{aligned}\tag{3.3}$$

IRWIN (1957) propôs o emprego do fator de intensidade de tensão,  $K$ , que permitia avaliar o processo de evolução das fissuras, prevendo critérios para o fraturamento que não sejam baseados em estados de tensão. A obtenção dos fatores de intensidade de tensão dependia de um laborioso balanço energético que envolvia toda a estrutura.

RICE (1968) utilizou técnicas analíticas, por meio de matemática avançada para uma variedade de configurações de fissuras.

Procedimentos experimentais são essenciais, apesar de onerosos e demorados, para a determinação de  $K$ . O estudo da mecânica da fratura baseia-se em dois enfoques distintos: o Linear Elástico (MFLE) e o Elasto-plástico ou Não-Linear (MFNL).

### 3.1 MECÂNICA DA FRATURA ELÁSTICO-LINEAR

A Mecânica da Fratura Linear Elástica (MFLE) pode ser aplicada com precisão nos casos onde a dependência entre ( $\sigma$ ) e ( $\varepsilon$ ) é elástico-linear e criando uma porção de material degradado na ponta da fissura denominada de Zona de Processos Inelásticos (ZPI). Pode ser utilizada somente para quantificar o comportamento na propagação da fissura. A Mecânica da Fratura Linear Elástica (MFLE) é, portanto, aplicáveis nos casos em que a zona de processo na frente da fissura possui dimensões reduzidas se comparadas às demais dimensões da estrutura.

Na MFLE a fissura pode ser avaliada em termos do fator de intensidade de tensões  $K$ , definidos por IRWIN (1957) e WILLIAMS (1957) para quantificar o campo de tensões em torno de uma fissura numa peça predominantemente elástica. Apesar de independentes, eles chegaram ao mesmo resultado.

Cada modo de fratura está associado ao seu respectivo fator de intensidade de tensões,  $K_I$ ,  $K_{II}$  e  $K_{III}$ , sendo o valor crítico de  $K_I$ , determinado por  $K_{IC}$ , que é uma propriedade do material denominada de tenacidade da fratura. A análise do campo de



tensões MFLE permite a obtenção da tenacidade à fratura  $K_{IC}$  e a obtenção do comportamento de propagação das fissuras por fadiga baseada na variação do fator de intensidade de tensão,  $\Delta K$ .

SIH et al. (1965) apresentaram em relação à mecânica da fratura elástico linear aplicada a materiais anisotrópicos, uma solução analítica para descrever os campos de tensão próximos à ponta de uma fissura nos problemas fundamentais de Griffith. Consideraram sollicitações nos modos I e II e a anisotropia do material.

Obtiveram funções de tensões complexas que satisfazem as condições de descontinuidades físicas impostas pela fissura. As expressões analíticas 3.4 para sollicitações em modo I e 3.5 para sollicitações em modo II das componentes de tensão foram obtidas por SIH et al. (1965) em função dos parâmetros complexos de anisotropia  $\mu_1$  e  $\mu_2$ , dos fatores de intensidade de tensão  $K_I$  e  $K_{II}$  e das coordenadas cilíndricas  $r$  e  $\theta$ .

$$\begin{aligned}\sigma_x &= \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} \operatorname{Re} \left[ \frac{\mu_1 \mu_2}{\mu_1 - \mu_2} \left( \frac{\mu_2}{\sqrt{\cos(\theta) + \mu_2 \operatorname{sen}(\theta)}} - \frac{\mu_1}{\sqrt{\cos(\theta) + \mu_1 \operatorname{sen}(\theta)}} \right) \right] \\ \sigma_y &= \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} \operatorname{Re} \left[ \frac{1}{\mu_1 - \mu_2} \left( \frac{\mu_1}{\sqrt{\cos(\theta) + \mu_2 \operatorname{sen}(\theta)}} - \frac{\mu_2}{\sqrt{\cos(\theta) + \mu_1 \operatorname{sen}(\theta)}} \right) \right] \\ \tau_{xy} &= \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} \operatorname{Re} \left[ \frac{\mu_1 \mu_2}{\mu_1 - \mu_2} \left( \frac{1}{\sqrt{\cos(\theta) + \mu_1 \operatorname{sen}(\theta)}} - \frac{1}{\sqrt{\cos(\theta) + \mu_2 \operatorname{sen}(\theta)}} \right) \right]\end{aligned}\quad (3.4)$$

$$\begin{aligned}\sigma_x &= \frac{K_{II}}{\sqrt{2\pi r}} \operatorname{Re} \left[ \frac{1}{\mu_1 - \mu_2} \left( \frac{\mu_2^2}{\sqrt{\cos(\theta) + \mu_2 \operatorname{sen}(\theta)}} - \frac{\mu_1^2}{\sqrt{\cos(\theta) + \mu_1 \operatorname{sen}(\theta)}} \right) \right] \\ \sigma_y &= \frac{K_{II}}{\sqrt{2\pi r}} \operatorname{Re} \left[ \frac{1}{\mu_1 - \mu_2} \left( \frac{1}{\sqrt{\cos(\theta) + \mu_2 \operatorname{sen}(\theta)}} - \frac{1}{\sqrt{\cos(\theta) + \mu_1 \operatorname{sen}(\theta)}} \right) \right] \\ \tau_{xy} &= \frac{K_{II}}{\sqrt{2\pi r}} \operatorname{Re} \left[ \frac{1}{\mu_1 - \mu_2} \left( \frac{\mu_1}{\sqrt{\cos(\theta) + \mu_1 \operatorname{sen}(\theta)}} - \frac{\mu_2}{\sqrt{\cos(\theta) + \mu_2 \operatorname{sen}(\theta)}} \right) \right]\end{aligned}\quad (3.5)$$

Nos problemas em modos mistos de fratura, pode-se superpor os campos de tensão na situação elástico linear. Os fatores de intensidade de tensão podem ser determinados analiticamente apenas para situações simples de carregamento e geometria, o que não reflete com exatidão diversos problemas práticos de engenharia.

Assim sendo, diversos problemas práticos de colapso mecânico de materiais anisotrópicos podem ser resolvidos por métodos numéricos.

No caso de materiais isotrópicos, a propagação ocorre sempre na direção que maximiza a taxa de liberação de energia  $G$ , uma vez que a resistência à fratura  $R$  é igual em todas as direções. Já para o caso de materiais anisotrópicos, a direção de propagação de fissuras depende não só da direção que maximiza  $G$  mas também pelos planos naturais de fraqueza do material onde a resistência à fratura  $R$  é minimizada.

### 3.2 MECÂNICA DA FRATURA NÃO LINEAR

A Mecânica da fratura Não-Linear (MFNL) fornece dados mais próximos aos reais sobre o comportamento mecânico à fratura de estruturas fissuradas, construídas de materiais de alta dureza e baixa resistência, quando comparado a modelos elástico-lineares.

Para materiais com um comportamento quase frágil, no qual se encaixa a madeira, a dimensão da zona de processo na ponta da fissura pode não ser desprezível comparativamente à dimensão real da fissura. Esse comportamento pode ser explicado, em parte, pela presença de micro-fissuras que estão localizadas na extremidade da fissura, o que se traduz numa região de rigidez inferior ao restante corpo. Para estes materiais, e pelo fato da dimensão da zona de processo na ponta da fissura não ser desprezível em relação ao valor da fissura real, se fazem necessárias adaptações da Mecânica da Fratura Linear Elástica.

Neste contexto surgiram os modelos coesivos que permitem simular a presença da zona de processo na ponta da fissura e avaliar a sua influência no comportamento da estrutura.

Em função disto, a mecânica da fratura Não-Linear (MFNL) é mais indicada para análise da fratura de elementos estruturais de madeira.

### 3.3 MODELO COESIVO DE PROPAGAÇÃO DE FISSURAS

O modelo coesivo de propagação de fissuras foi desenvolvido a fim de representar o comportamento mecânico de fissuras entre suas faces em uma zona definida que é capaz de transmitir esforços entre elas. Esses esforços diminuem

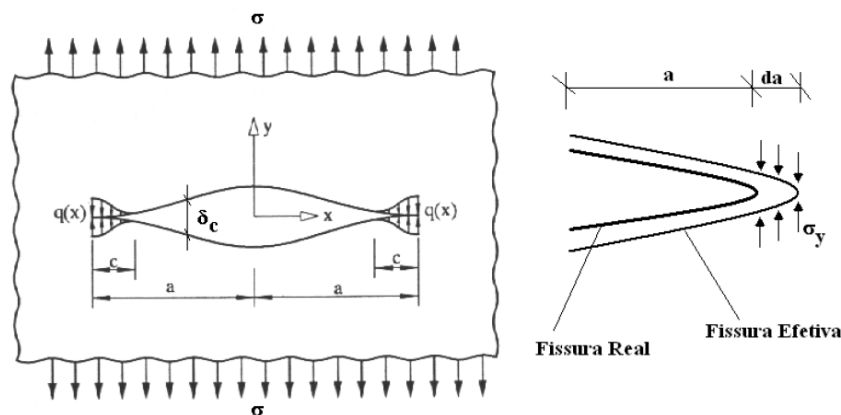
gradualmente até que a transmissão dos mesmos anula-se entre as faces da fissura. Define-se como zona coesiva da fissura, o comprimento ao longo do qual existe transmissão de esforços, ocorrendo nesta zona fenômenos de comportamento não linear.

DUGDALE (1960) apresentou pela primeira vez um modelo coesivo de fratura para materiais dúcteis (FIGURA 11) denominado modelo de faixa de escoamento ou modelo de fissura fictícia. Esse modelo foi aplicado para chapas finas fissuradas, apresenta escoamento localizado e baseia-se em extensões do MFEL.

DUGDALE (1960) constatou que, no estado plano de tensões, a zona de processo é muito maior que a espessura do material, modelando a região plastificada com forma alongada na frente da fissura e considerando como uma fissura fictícia.

DUGDALE (1960), ao considerar o material como elasto-plástico perfeito, determinou que a tensão na região plastificada é constante e igual a tensão de escoamento do material. Neste modelo observa-se que o efeito do escoamento provoca o aumento do tamanho da fissura e que o comprimento adicional corresponde ao comprimento da região a frente da ponta da fissura.

Figura 11 - Modelo coesivo para materiais dúcteis de Dugdale



Fonte: LEONEL (2012).

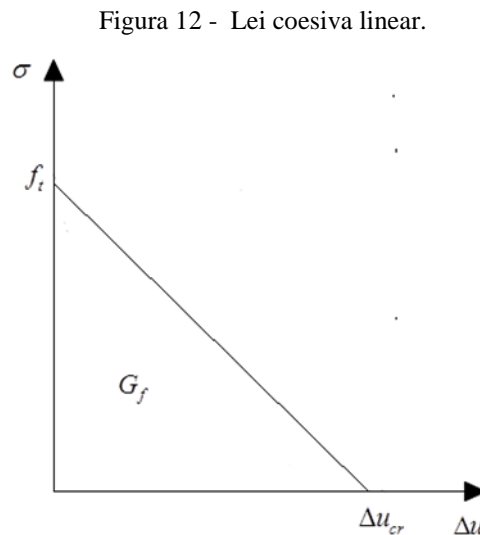
BARENBLATT (1962) propôs a primeira teoria de modelo coesivo para análise da fratura não linear em materiais quase frágeis.

HILLERBORG et al. (1976) propuseram por meio de ensaios de tração uniaxial em corpos de prova de concreto, um modelo de fissura fictícia mais elaborado e detalhado, considerando o amolecimento da resistência à tração do material, na zona de processos, através de tensões coesivas variáveis.

HILLERBORG et al. (1976) observaram que, após a força máxima, a fissura inicial surgia em uma região pequena com localização de deformações; portanto o comportamento do material na região da fissura deve ser expresso por meio da abertura da fissura, denominada como Crack Open Displacement (COD) e fora da zona coesiva o material terá comportamento elástico linear.

MODEER (1979), PETERSSON (1981) e GUSTAFSSON (1985) apresentaram propostas de outros modelos coesivos, mas o que diferencia estes modelos do modelo de BARENBLATT (1962) são a dimensão da zona coesiva e os modelos constitutivos adotados.

Várias são as leis coesivas disponíveis na literatura, dentre elas pode-se citar a linear, bilinear e a exponencial. Na lei coesiva linear (Figura 12) as tensões coesivas são associadas a  $\Delta U$  por meio de uma relação linear.



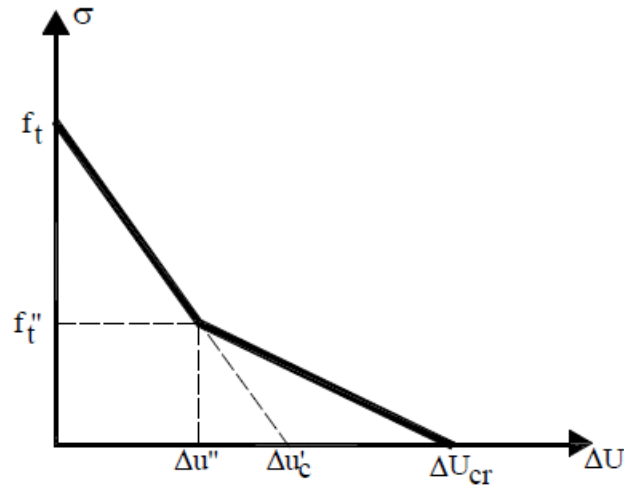
Fonte: LEONEL (2017).

Essa relação é descrita pela Equação 3.1, a qual incorpora as condições onde  $\Delta U$  é maior que a abertura crítica e a porção elástica.

$$\begin{aligned}
 \sigma &= E\varepsilon & \text{se } \varepsilon \leq \varepsilon_c \\
 \sigma(\Delta U) &= f_t \left( 1 - \frac{\Delta U}{\Delta U_{cr}} \right) & \text{se } 0 \leq \Delta U \leq \Delta U_{cr} \\
 \sigma(\Delta U) &= 0 & \text{se } \Delta U > \Delta U_{cr}
 \end{aligned} \quad (3.1)$$

Na lei coesiva bilinear (Figura 13), as tensões coesivas são associadas a  $\Delta U$  por meio de duas retas com inclinações diferentes entre si.

Figura 13 - Lei coesiva bilinear.



Fonte: LEONEL(2017).

As tensões coesivas são obtidas com as relações apresentadas na equação 3.6.

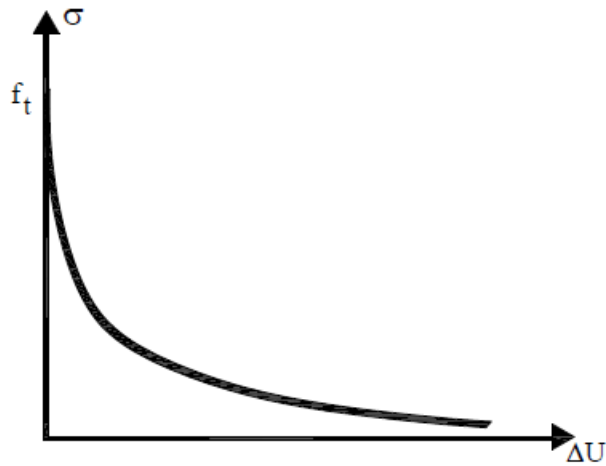
$$\begin{aligned}
 \sigma &= E\varepsilon & \text{se } \varepsilon \leq \varepsilon_c \\
 \sigma(\Delta U) &= f_t - \left( \frac{f_t - f_t''}{\Delta u''} \right) \Delta U & \text{se } 0 \leq \Delta U \leq \Delta u'' \\
 \sigma(\Delta U) &= \frac{f_t'' \Delta U}{\Delta u'' - \Delta U_{cr}} + f_t'' \left( 1 - \frac{\Delta u''}{\Delta u'' - \Delta U_{cr}} \right) & \text{se } \Delta u'' \leq \Delta U \leq \Delta U_{cr} \\
 \sigma(\Delta U) &= 0 & \text{se } \Delta U > \Delta U_{cr}
 \end{aligned} \tag{3.6}$$

As variáveis  $f_t''$ ,  $\Delta u''$  e  $\Delta U_{cr}$  são definidas por PETERSSON (1981), sendo iguais a (3.7):

$$\begin{aligned}
 f_t'' &= \frac{f_t}{3} \\
 \Delta u'' &= \frac{0,8G_f}{f_t} \\
 \Delta U_{cr} &= \frac{3,6G_f}{f_t}
 \end{aligned} \tag{3.7}$$

A lei coesiva exponencial está representada na Figura 14. As equações que a governam são expressas pela equação 3.8.

Figura 14: Lei coesiva exponencial.



Fonte: LEONEL(2017).

$$\begin{aligned}
 \sigma &= E\varepsilon & \text{se } \varepsilon \leq \varepsilon_c \\
 \sigma(\Delta U) &= f_t e^{-\frac{f_t \Delta U}{G_f}} & \text{se } \Delta U > 0
 \end{aligned}
 \tag{3.8}$$

### 3.4 MECÂNICA DA FRATURA APLICADA À MADEIRA

As análises usuais envolvendo a fratura em madeira tratam da propagação de fissuras na direção paralela às fibras. Muitos estudos têm sido feitos nessa área e mostram que a falha mecânica na madeira decorre de processos de degradação mecânica relacionados a micro fissuração no material bem como sua coalescência para a formação de fissuras dominantes. STANZL-TSCHEGG et al (1996) estudaram a resistência ao crescimento de fissuras da madeira baseado em uma consideração energética. VASIC et al. (2002) apresentaram uma análise de como o colapso mecânico da madeira pode ser previsto utilizando a mecânica de fratura. SMITH et al (2003) apresentaram um estudo detalhado da mecânica da fratura aplicada a madeira. Os mecanismos de degradação mecânica ocorrem na zona de processos inelásticos, a qual é posicionada à frente da ponta da fissura. Na madeira essa zona não é pequena o suficiente para que

hipóteses da mecânica da fratura elástico linear sejam adequadamente aplicadas. Portanto, nesse problema abordagens da mecânica da fratura não linear devem ser utilizadas. BAZANT et al (1990), mostraram que uma lei que representa uma aproximação global de primeira ordem dos desvios da mecânica de fratura elástica linear, pode ser utilizada para identificar propriedades de fratura não linear, apenas a partir de cargas máximas medidas de amostras de fratura geometricamente semelhantes de tamanhos suficientemente diferentes. MOREL et al (2005), a partir de ciclos de descarga de carga aplicados em madeiras com entalhes sujeitos a flexão de três pontos, mostraram que o conceito de mecânica da fratura elástico linear equivalente, usado geralmente para materiais quase frágeis, pode ser aplicado com sucesso ao comportamento de fratura da madeira no modo I.

A aplicação da mecânica da fratura à madeira tem sido estudada desde 1964 tendo PORTER (1964) um papel fundamental. Na ausência de quaisquer padrões adequados, métodos individuais foram usados para definir parâmetros para mecânica de fratura da madeira.

Grande parte dos autores que pesquisaram a mecânica da fratura da madeira no Modo I de carregamento tratou a madeira como um material isotrópico.

ATAK et al. (1961) - mediram a tenacidade do Abeto Verde no sistema TR (100 J/m<sup>2</sup>) e no sistema RT (180 J/m<sup>2</sup>).

PORTER (1964) - utilizou a abordagem Acoustic Emission (AE) para estudar a fratura da madeira.

DEBAISE et al. (1966) - apresentaram registros de eventos cumulativos Acoustic Emission (AE) para uma variedade de configurações de carregamento do Western White Pine.

JOHNSON (1973) - encontrou tenacidade para a Douglas-Fir Pine no sistema RL ligeiramente inferiores aos do sistema TL, mas considerou os resultados para essas duas direções indistinguíveis.

SCHNIEWIND & LYON (1973) – mediram fatores de intensidade de tensão do Douglas Fir Pine seco ao ar nos sistemas RT e TR - Encontraram para as duas direções valor igual a  $0,35 \text{ MPa}\sqrt{\text{m}}$ .

SCHNIEWIND & CENTENO (1973) - usando a Mecânica da Fratura convencional para Douglas fir Pine, encontraram diferenças significativas para tenacidade no sistema RL maior do que no sistema TL que poderia ser atribuída aos

raios que impedem a propagação das fissuras no sistema RL, enquanto no sistema TL as fissuras podem seguir ao longo dos raios.

SCHNIEWIND (1977) – baseado em vários testes com a Douglas fir Pine observou que há evidências de que a redistribuição de tensões toma lugar na vizinhança da ponta da fissura. Esta redistribuição presumida de tensões atua para neutralizar o efeito normal da duração da carga e é uma indicação de que pode haver um aumento em vez de uma diminuição em cargas de ruptura como o tempo até a ruptura.

PETTERSON & BODIG (1983) - constataram que a tenacidade à fratura ( $K_{IC}$ ) no sistema TL aumenta com a densidade específica na forma de uma função de potência e diminuiu com o teor de umidade.

ANDO et al. (1992) apontaram que a tenacidade pode variar com a localização da fissura e tentaram medir  $K_{IC}$  em função da localização – equações baseadas em materiais homogêneos.

YEH & SCHNIEWIND (1992) verificaram que com o aumento do teor de umidade, o fator de intensidade de tensão na orientação RL e TR diminui.

ANDO & OHTA (1995) investigaram a relação entre a tenacidade à fratura e parâmetros da Acoustic Emission (AE) através da observação de planos de clivagem por Scanning Electron Microscopy (SEM) adotando as mesmas soluções que são aplicadas aos materiais metálicos.

RIIPOLA (1995) descreveu um método simples de dimensionamento com base na “teoria da viga”, e usa os valores de tenacidade em modo I e II para o critério de fratura da madeira.

FRÜHMANN et al (2001) desenvolveram uma nova técnica de ensaio usando uma amostra Notched Bending Beam (NBB) registrando o diagrama de carga-deslocamento para as condições de carga do modo II sob propagação fissuras estável.

REITERER et al (2002) estudaram as características de fratura em modo I de diferentes espécies de madeira, uma conífera e três folhosas em dois sistemas de propagação e verificaram que a energia específica da fratura mostra uma dependência da densidade das madeiras.

DOURADO et al (2008) induziram a fratura através de três testes de flexão pontual em duas espécies de madeira utilizadas na construção em madeira: *Pinus pinaster* Ait e *Picea abies* L. determinando experimentalmente as curvas de carga-



deslocamento e curvas de resistência correspondentes (curvas R) usando uma abordagem elástica linear equivalente.

MOURA et al (2010) analisaram através do teste de flexão em três pontos baseado na mecânica da fratura equivalente a propagação de fissuras e determinaram a curva R através do método de teoria da viga.

MANOOCHEHR et al (2012) apresentaram resultados de um estudo experimental investigando a energia e resistência à fratura da madeira laminada Pinus Radiata no modo I de fratura demonstrando que o tamanho da amostra influencia no valor da tenacidade a fratura da madeira.

YOSHIHARA (2013) realizou ensaios no modo misto da fratura double cantilever beam e end-notched beam para o abeto determinando a tenacidade a fratura e comparando com modelo baseado do método dos elementos finitos.

QIU et al (2014) desenvolveram modelos baseados em método estendido dos elementos finitos (XFEM) para simular o comportamento da propagação de fissuras da e realizaram ensaios para determinação das propriedades elásticas e tenacidade a fratura da madeira Northeast China.

XAVIER et al (2015) definiram uma lei coesiva para a madeira Pinus Pinaster utilizando o teste double cantilever beam (DCB) e correlação de imagens digital (DCI).

CORDEIRO & LEONEL (2016) apresentaram uma técnica eficiente de solução não-linear acoplada ao método algébrico de elementos de contorno (MEC) com equações para o modelo de propagação de fissuras em corpos anisotrópicos quase frágeis, usando a madeira como caso particular.

ÖZDEN et al (2016) investigaram o efeito da anatomia e da densidade da madeira na mecânica da fratura quando a madeira é dividida nos sistemas de fratura radial-longitudinal (RL) e tangencial-longitudinal (TL).

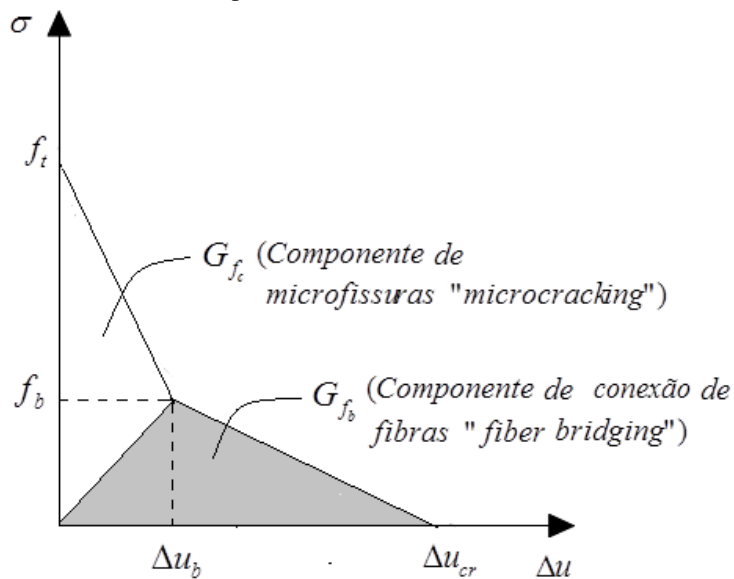
As fibras longitudinais, assim como os outros fatores da morfologia da madeira, influenciam substancialmente seu comportamento mecânico e seus modos de falha. A interface dessas fibras é considerada pouco resistente em relação à resistência de suas paredes celulares. Devido a essa fragilidade e também aos outros defeitos do material, a fratura é o principal modo de falha verificado nas estruturas de madeira. Portanto, dentre as teorias de falhas aplicadas à madeira, a Mecânica da Fratura é a que melhor descreve os fenômenos relacionados à degradação mecânico material da madeira, de acordo com SMITH et al. (2003).

Devido à complexa morfologia da madeira, as propriedades mecânicas, incluindo as de fratura, são fortemente diferentes segundo a orientação das fibras da madeira e das solicitações presentes.

Segundo BODIG & JAYNE (1982) e BOSTRON (1992), a madeira pode ser considerada como um material não homogêneo de estrutura interna complexa, normalmente anisótropo, cujo comportamento à fratura pode ser muitas vezes classificado como quase frágil.

BOSTROM (1992) e STANZL TSCHEGG et al (1995), nos seus trabalhos, assumiram um amolecimento bilinear para as tensões coesivas em função da abertura (COD) , Figura 15. Propuseram ainda que a energia de fratura seja dissipada principalmente por dois mecanismos resistentes: as microfissuras verificadas na frente da ponta da fissura principal e a conexão de fibras secundárias transversais à propagação.

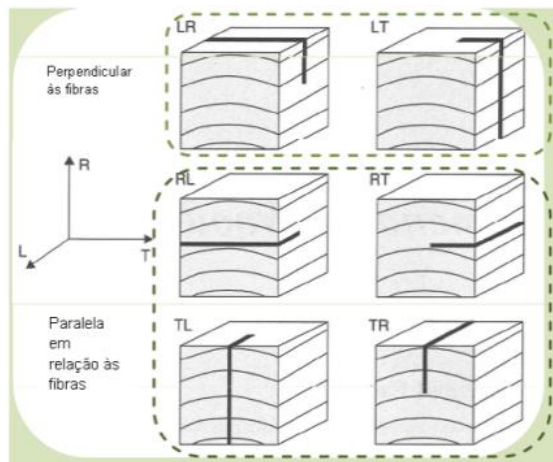
Figura 15 - Lei coesiva bilinear para madeiras e influência de seus mecanismos resistentes.



Fonte: LEONEL (2017)

Em relação ao plano de propagação de uma fissura, seis diferentes orientações podem ser definidas segundo os eixos de crescimento da madeira: Longitudinal (L), Radial (R) e Tangencial (T) – LR, LT, RL, RT, TL, TR, como mostrado na Figura 16.

Figura 16 - Orientações de fratura em relação ao eixo de crescimento da madeira



Fonte: Fracture and Fatigue in Wood, 2003.

Nas orientações LR, LT, RL, RT, TL e TR a primeira letra indica a direção perpendicular ao plano de fratura e a segunda indica a direção da extensão da fratura.

A direção de propagação das fissuras não é só regulada pela direção que maximiza a liberação de energia, mas pelos planos de fragilidade do material. Fissuras geralmente crescerão ao longo das fibras independentemente da orientação original e do modo de propagação das fissuras.

Para cada uma das orientações, parâmetros de resistência à fratura, como  $G_f$  por exemplo, podem ser significativamente diferentes. Grandes variações dessas propriedades também são verificadas para diferentes espécies de madeiras. Além disso, cada uma dessas orientações pode ser submetida a diferentes modos de fratura (modos I, II, III e mistos). Portanto, existe um grande número de casos diferentes de fratura em madeira.

Como a madeira é um material natural, variações importantes em suas propriedades mecânicas são também observadas em peças oriundas de uma mesma espécie. No entanto, tais variações tendem a ser menos significativas se comparadas às variações observadas entre espécies diferentes.

Tendo em vista todas estas incertezas e a complexidade da morfologia da madeira, aplicações da mecânica da fratura para casos gerais de falhas por fratura de

madeira são ainda muito limitadas. Assim, o desenvolvimento de estudos relacionados à área é de muito interesse para a comunidade científica.

A propagação de fissuras em modo I nas orientações RL e TL são geralmente os primeiros focos de uma análise de integridade mecânica em madeira. Isso ocorre pelo fato da propagação na direção longitudinal (L), ou propagação com tensão paralela às fibras, ser o caso mais propício a ocorrer em madeiras.

O fenômeno se deve ao fato que, nessas orientações, a indução do modo I proporciona uma situação em que o plano de fragilidade mecânica material, ou seja, plano de menor resistência à fratura R, coincide com o plano de máxima taxa de liberação de energia G. Portanto, em testes de fratura em modo I com propagação induzida na direção paralela às fibras têm-se poucas dúvidas sobre o caminho de crescimento da fissura.

A madeira pode ser considerada como um material compósito, sendo a ligação entre suas fibras longitudinais entendida como uma interface pouco resistente. Ao analisar a propagação de fissuras na direção perpendicular às fibras (orientações LR e LT), verifica-se uma resistência à fratura significativamente mais elevada do que as observadas nas direções RL e TL. Esse fenômeno pode ser explicado pela fragilidade das interfaces entre as fibras longitudinais. Além disso, na propagação paralela às fibras, um fenômeno mecânico conhecido como mecanismo de Cook-Gordon explica a elevada resistência à fratura observada na propagação perpendicular às fibras, SMITH et al (2003).

Nas direções radiais e tangenciais a resistência da madeira pode variar de 10 a 30% com relação à direção longitudinal (SMITH, 2003). Existem diferenças também com relação à resistência à compressão e à tração. Fissuras geralmente crescem ao longo das fibras independentemente da orientação original e do modo de propagação das fissuras. Até mesmo quando as fissuras em fibras transversais são carregadas por trações longitudinais, as fissuras geralmente ocorrem ao longo das fibras, ou seja, perpendicularmente à abertura.

Com relação aos modos de propagação de fissuras em madeiras é conveniente observar que de acordo com a literatura existente, o modo I possui um estado de investigação mais avançado se comparado aos outros modos de propagação, II e III. O modo II está em estado quase embrionário quando comparado com o modo I.

Quanto ao modo III, dificuldades experimentais e de simulação numérica fazem com que existam poucos trabalhos conhecidos relacionados a ele.

Com relação ao modo I podem ser observadas três situações de fratura:

- a) associada à tração perpendicular as fibras: é a que exige maior atenção por ser o modo de falha crítico em estruturas - ligações pregadas, parafusadas e coladas e em elementos delgados e curvos, podendo ser enquadrado na Mecânica da Fratura Elástico-Linear (MFEL) com as fissuras tendendo a crescer ao longo de planos pré-definidos de menor resistência.
- b) associada à tração paralela às fibras: as fissuras geralmente crescem ao longo das fibras independentemente da orientação original e do modo de propagação das fissuras. Mesmo quando as fissuras transversais são carregadas por trações longitudinais, geralmente elas ocorrem ao longo das fibras, perpendicularmente à abertura.
- c) associada à tração inclinada em relação às fibras: devido à anisotropia é praticamente impossível obter um modo I puro. Aparece um modo misto. As fissuras propagam na direção menos resistente e geralmente “saltam” de fibras em fibra maximizando a energia a liberar, como mostra a Figura 17.

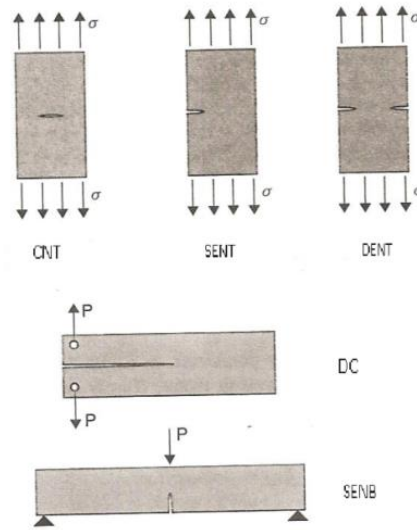
Figura 17 - Fissuras “saltam” entre as camadas de crescimento.



Fonte: Fracture and Fatigue in Wood, 2003.

Para o modo I são propostos os seguintes ensaios de caracterização para determinação das propriedades da fratura nas madeiras: CNT (Center Notched Tension), SENT (Single Edge Notched Tension), DENT (Double Edge Notched Tension), DC (Double Cantilever) e SENB (Single Edge Notched Beam), Figura 18.

Figura 18 - Ensaio para determinação das propriedades da fratura em madeiras em Modo I.

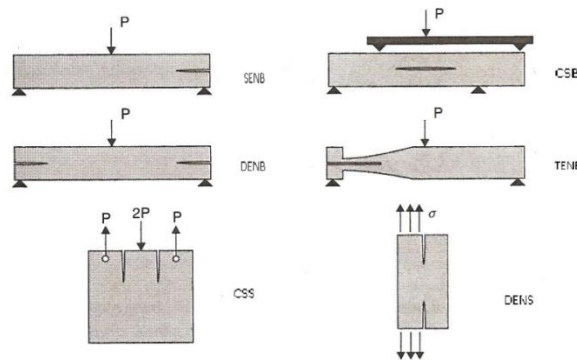


Fonte: Fracture and Fatigue in Wood, 2003.

Com relação ao modo II de fratura é difícil de produzir tensões na ponta de uma fissura no caso de material anisotrópico. Normalmente tensões normais surgem no plano da fissura que adicionam um Modo I que afetará os resultados. Este modo é irrelevante nas direções LR e LT, porque não há forma prática para propagar uma fissura de cisalhamento através das fibras.

Para determinação das propriedades da fratura em madeiras no Modo II são propostos os seguintes ensaios: SENB (Single End- Notched Beam), CSB (Centre-Slit Beam), DENB (Double End-Notched Beam), TENB (Tapered End-Notched Beam), CSS (Compact Shear Specimen) e DENS ( Double-Edge Notched Strip); a Figura 19 apresenta esses ensaios.

Figura 19 - Ensaio para determinação das propriedades da fratura em madeiras em Modo II.



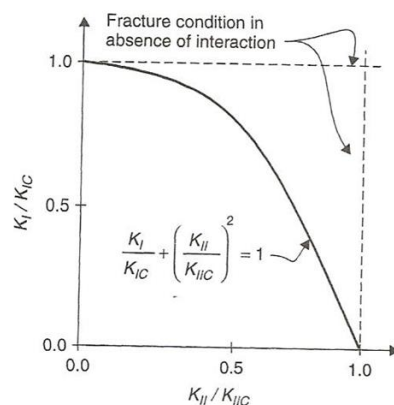
Fonte: Fracture and Fatigue in Wood, 2003.

No modo misto de fratura, o crescimento da fissura depende não só de  $K_{IC}$  e  $K_{IIc}$ , mas da interação entre eles, conforme expressão 3.5.

$$\frac{K_I}{K_{IC}} + \left( \frac{K_{II}}{K_{IIc}} \right)^2 = 1 \quad (3.5)$$

Teorias para a previsão de fratura em modo misto de materiais homogêneos anisotrópicos normalmente preveem que uma fissura submetida ao modo misto de carregamento vai crescer fora do seu plano original, não pode ser diretamente aplicado à madeira. A Figura 20 apresenta um diagrama de interação para modo de fratura misto.

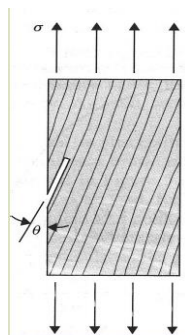
Figura 20 - Diagrama de interação para modo de fratura misto.



Fonte: Fracture and Fatigue in Wood, 2003

Em materiais isotrópicos, a fissura vai propagar tipicamente de modo que seu plano será perpendicular ao eixo de carregamento tornando-se modo I. No caso da madeira a fissura irá continuar a propagar em modo misto. A Figura 21 representa a amostra de um teste SEN em modo misto de fratura.

Figura 21 - Amostra de um teste SEN em modo misto de fratura.



Fonte: Fracture and Fatigue in Wood, 2003.

O modo III de fratura não tem sido de grande interesse. Alguns trabalhos têm encontrado energia de iniciação da propagação da fissura duas vezes maior que para o modo I nas direções RL e TL.



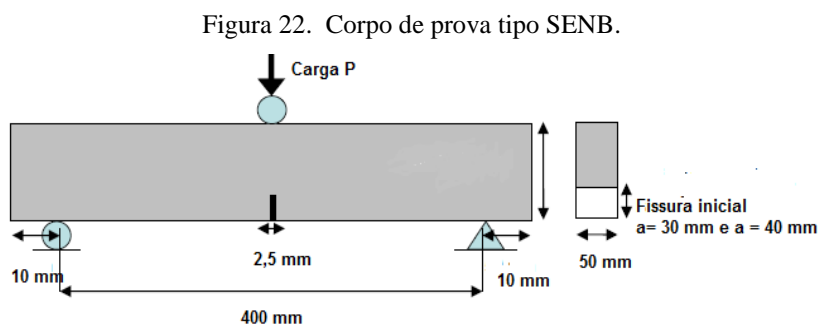
## 4 ANÁLISE EXPERIMENTAL

### 4.1 CONSIDERAÇÕES INICIAIS

A análise experimental, foi constituída de ensaios de caracterização física e mecânica das madeiras *Pinus sp* e *Corymbia citriodora* e ensaios destas madeiras como elemento fissurado à fratura.

Os ensaios de caracterização física e mecânica da madeira desenvolveram-se no Laboratório de Madeiras e de Estruturas de Madeira (LaMEM) do Departamento de Engenharia de Estruturas da Escola de Engenharia de São Carlos (SET/EESC/USP). As dimensões e formatos dos corpos de provas de madeira para os ensaios de caracterização de elementos estruturais em madeira seguiram os procedimentos descritos pela Norma Brasileira de Projetos de Estruturas de Madeira (NBR7190/1997).

Os ensaios de Mecânica da Fratura foram realizados no Laboratório de Mecânica das Rochas do Departamento de Geotecnia da Escola de Engenharia de São Carlos-USP. Os corpos de prova utilizados neste caso foram do tipo SENB (Single Edge Notched Beam), conforme Figura 22.



### 4.2 ENSAIOS DE CARACTERIZAÇÃO FÍSICA E MECÂNICA

Na avaliação do comportamento referente à mecânica da fratura, foram utilizadas as seguintes propriedades da madeira: resistência à tração paralela às fibras, resistência à tração normal às fibras, módulo de elasticidade na flexão estática (MOE),

módulo de elasticidade transversal referente ao plano LT ( $G_{LT}$ ), coeficiente de poisson ( $\nu_{LT}$ ).

Tendo em vista um melhor conhecimento do material utilizado, optou-se por fazer a caracterização completa especificada no Anexo B da Norma ABNT. No caso de algumas propriedades citadas no parágrafo anterior ( $G_{LT}$  e  $\nu_{LT}$ ), que não apresentam método de ensaios padronizados na referida norma, os valores foram obtidos a partir de caracterização mais abrangente das espécies utilizadas, feita por outros autores.

#### 4.2.1 - Materiais e métodos

No LaMEM-SET/EESC/USP foram realizados os ensaios de caracterização físicos (teor de umidade, densidade e retratibilidade) e mecânicos (módulo de ruptura a flexão estática, módulo de elasticidade à flexão estática, resistência à tração e à compressão paralela às fibras, resistência ao cisalhamento, resistência ao fendilhamento paralela às fibras, resistência à tração e a compressão normal às fibras, dureza e resistência ao impacto na flexão –tenacidade) .

Os ensaios seguiram os procedimentos apresentados no ANEXO B da NBR 7190/1997.

Os lotes de madeiras serradas, das espécies *Corymbia citriodora* e *Pinus sp*, utilizados para confecção dos corpos de prova foram adquiridos na Madeireira Ibaté, de Ibaté-SP, tendo seções de 5 cm x 5 cm e 5 cm x 10 cm, com comprimentos variáveis.

Após um período de secagem ao ar durante 3 meses, foram retirados os corpos de prova para os ensaios das propriedades físicas e mecânicas. Para cada tipo de ensaio/espécie foram utilizados 12 corpos de prova.

#### 4.2.2 Resultados Obtidos

##### 4.2.2.1 Teor de Umidade

Segundo a NBR 7190/1997 o teor de umidade da madeira corresponde à relação entre a massa da água nela contida e a massa da madeira. A Tabela 1 fornece os valores obtidos dos teores de umidade de cada corpo de prova, a média, desvio padrão, coeficientes de variação e intervalo de confiança, para a espécie *Pinus sp*.

Tabela 1 Teor de umidade - Pinus sp

CP	mi (g)	ms (g)	U (%)
1	15,7	13,7	14,60
2	19,5	17,0	14,71
3	13,1	11,4	14,91
4	12,9	11,2	15,18
5	12,8	11,2	14,29
6	12,7	11,1	14,41
7	13,0	11,3	15,04
8	13,6	11,8	15,25
9	14,2	12,4	14,52
10	13,0	11,3	15,04
11	13,2	11,4	15,79
12	12,8	11,2	14,29
Média			14,84
Desvio padrão			0,45
Coeficiente de variação			0,031
Intervalo de Confiança			
t(95%)			2,2010
Limite Inferior			14,55
Limite Superior			15,12

De maneira análoga, a Tabela 2 fornece os valores para a espécie *Corymbia citriodora*.

Tabela 2 Teor de umidade - *Corymbia citriodora*

CP	mi (g)	ms (g)	U (%)
1	33,8	29,3	15,36
2	36,0	31,2	15,38
3	31,3	26,9	16,36
4	33,9	29,2	16,10
5	33,4	28,7	16,38
6	31,0	26,8	15,67
7	32,6	28,0	16,43
8	32,8	28,7	14,29
9	31,7	27,4	15,69
10	33,7	29,0	16,21
11	31,7	27,4	15,69
12	32,2	27,9	15,41
Média			15,75
Desvio padrão			0,61
Coeficiente de variação			0,04
Intervalo de Confiança			
t(95%)			2,2010
Limite Inferior			15,36
Limite Superior			16,14

## 4.2.2.2 Densidade básica

Segundo a NBR 7190/1997, a densidade básica é uma massa específica convencional definida pela razão entre a massa seca e o volume saturado.

Tabela 3: Densidade básica - Pinus sp

CP	$m_s$ (g)	$V_{sat}$ (cm <sup>3</sup> )	$\rho_{bas}$ (Kg/m <sup>3</sup> )
1	13,7	36,20	379
2	17,0	35,23	483
3	11,4	35,86	318
4	11,2	35,45	316
5	11,2	35,14	319
6	11,1	34,65	320
7	11,3	34,97	323
8	11,8	36,19	326
9	12,4	36,23	342
10	11,3	35,18	321
11	11,4	36,11	316
12	11,2	34,58	324
Média			341
Desvio padrão			48
Coeficiente de variação			0,14
Intervalo de confiança da média			
t(95%)			2,2010
Limite Inferior			310
Limite Superior			371

Tabela 4 Densidade básica - Corymbia citriodora

CP	$m_s$ (g)	$V_{sat}$ (cm <sup>3</sup> )	$\rho_{bas}$ (Kg/m <sup>3</sup> )
1	29,3	33,37	878
2	31,2	39,53	789
3	26,9	38,99	690
4	29,2	36,22	806
5	28,7	35,58	807
6	26,8	37,13	722
7	28,0	37,06	756
8	28,7	39,06	735
9	27,4	36,89	743
10	29,0	37,09	782
11	27,4	36,24	756
12	27,9	35,26	791
Média			771
Desvio padrão			49
Coeficiente de variação			0,06
Intervalo de confiança da média			
t(95%)			2,2010
Limite Inferior			740
Limite Superior			802

As Tabelas 3 e 4 fornecem, respectivamente, os valores obtidos para as espécies Pinus sp e Corymbia citriodora, referentes as densidades básicas. e suas respectivas médias, desvios padrões, coeficientes de variação e intervalos de confiança.

#### 4.2.2.3 Densidade Aparente

Segundo a NBR 7190/1997 a densidade aparente  $\rho_{ap}$  é definida pela razão entre a massa e o volume de corpos de prova com teor de umidade de 12%.

As Tabelas 5 e 6 fornecem, respectivamente, os valores obtidos para o Pinus sp e o Corymbia citriodora, referentes às densidades aparentes e suas respectivas médias, desvios padrões, coeficientes de variação e intervalos de confiança.

Tabela 5 Densidade aparente - Pinus sp

CP	$m_{12}$ (g)	$V_{12}$ (cm <sup>3</sup> )	$\rho_{ap}$ (kg/m <sup>3</sup> )
1	15,7	32,44	484
2	19,5	33,36	585
3	13,1	33,57	390
4	12,9	33,72	383
5	12,8	33,53	382
6	12,7	32,90	386
7	13,0	33,32	390
8	13,6	34,32	396
9	14,2	34,37	413
10	13,0	33,43	389
11	13,2	34,36	384
12	12,8	32,68	392
Média			414
Desvio padrão			60
Coeficiente de variação			0,15
Intervalo de confiança da média			
t(95%)			2,2010
Limite Inferior			376
Limite Superior			453

Tabela 6: Densidade aparente - *Corymbia citriodora*

CP	m <sub>12</sub> (g)	V <sub>12</sub> (cm <sup>3</sup> )	ρ <sub>ap</sub> (Kg/m <sup>3</sup> )
1	33,8	32,44	1042
2	36,0	33,40	1078
3	31,3	31,87	982
4	33,9	32,59	1040
5	33,4	31,54	1059
6	31,0	31,74	977
7	32,6	32,08	1016
8	32,8	31,7	1035
9	31,7	31,93	993
10	33,7	32,69	1031
11	31,7	31,55	1005
12	32,2	31,10	1035
Média			1024
Desvio padrão			30,74
Coeficiente de variação			0,03
Intervalo de confiança da média			
t(95%)			2,2010
Limite Inferior			1005
Limite Superior			1044

#### 4.2.2.4 Retratibilidade Linear

Segundo a NBR 7190/1997, a retratibilidade linear é determinada pela equação

4.1:

$$R = \frac{D_v - D_u}{D_u} 100 \quad (4.1)$$

sendo:

R= Retratibilidade linear em %

D<sub>v</sub> = Dimensão Linear na condição de volume saturado;

D<sub>u</sub> = Dimensão Linear na umidade desejada;

As Tabelas 7 e 8 fornecem, respectivamente, os valores obtidos para o *Pinus sp* e o *Corymbia citriodora*, referentes as retratibilidades lineares radiais, tangenciais e longitudinais e suas respectivas médias, desvios padrões, coeficientes de variação e intervalos de confiança.

Tabela 7- Retratibilidade Linear - Pinus sp.

CP	R <sub>R</sub> (%)	R <sub>T</sub> (%)	R <sub>L</sub> (%)
1	2,834	6,158	0,866
2	2,971	3,140	1,004
3	2,161	5,329	0,040
4	2,344	3,756	0,099
5	2,441	5,577	0,158
6	2,432	4,839	0,217
7	2,793	6,990	0,139
8	2,394	7,472	0,178
9	2,420	7,409	0,326
10	2,619	5,485	0,198
11	2,510	5,708	0,138
12	2,188	6,270	0,178
Média	2,508	5,678	0,295
Desvio padrão	0,251	1,332	0,308
Coefficiente de variação	0,100	0,235	1,044
Intervalo de confiança da média			
t(95%)	2,2010	2,2010	2,2010
Limite Inferior	2,349	4,831	0,099
Limite Superior	2,668	6,524	0,490

Tabela 8- Retratibilidade Linear - Corymbia citriodora.

CP	R <sub>R</sub> (%)	R <sub>T</sub> (%)	R <sub>L</sub> (%)
1	8,83	10,25	0,30
2	9,14	11,80	0,14
3	8,01	15,73	0,46
4	7,89	9,343	0,66
5	7,96	10,51	0,58
6	8,19	10,90	0,44
7	8,17	10,43	0,70
8	9,96	11,29	0,91
9	8,26	13,74	0,56
10	7,37	10,57	0,74
11	7,41	10,70	0,36
12	8,48	10,07	0,47
Média	8,30	11,28	0,53
Desvio padrão	0,73	1,78	0,21
Coefficiente de variação	0,09	0,15	0,40
Intervalo de confiança da média			
t(95%)	2,2010	2,2010	2,2010
Limite Inferior	7,84	10,14	0,393
Limite Superior	8,77	12,41	0,660

## 4.2.2.5 Retratibilidade Volumétrica

Segundo a NBR 7190/1997 a retratibilidade volumétrica é determinada pela equação 4.2:

$$R_v = \frac{V_v - V_u}{V_v} 100 \quad (4.2)$$

sendo:

$R_v$  = Retratibilidade Volumétrica em %;

$V_v$  = Volume saturado;

$V_u$  = Volume na umidade desejada;

As Tabelas 9 e 10 fornecem, respectivamente, os valores obtidos para o *Pinus sp* e o *Corymbia citriodora*, referentes às retratibilidades volumétricas e suas respectivas médias, desvios padrões, coeficientes de variação e intervalos de confiança.

Tabela 9 - Retratibilidade Volumétrica - *Pinus sp*.

CP	$R_v$ (%)
1	10,99
2	8,80
3	9,09
4	7,87
5	7,97
6	8,51
7	7,92
8	8,59
9	8,11
10	8,19
11	8,20
12	8,50
Média	8,56
Desvio padrão	0,85
Coeficiente de variação	0,10
Intervalo de confiança da média	
t(95%)	2,2010
Limite Inferior	8,02
Limite Superior	9,10



Tabela 10 - Retratibilidade Volumétrica . *Corymbia citriodora*

CP	$R_{v0}$ (%)
1	9,71
2	19,99
3	22,83
4	17,03
5	17,99
6	19,15
7	18,32
8	20,84
9	18,95
10	17,79
11	17,60
12	18,24
Média	18,20
Desvio padrão	3,12
Coefficiente de variação	0,17
Intervalo de confiança da média	
t(95%)	2,2010
Limite Inferior	16,22
Limite Superior	20,19

#### 4.2.2.6 Resistência à tração paralela às fibras

Segundo a NBR 7190/1997a resistência à tração paralela às fibras ( $f_{t0}$ ) é dada pela máxima tensão de tração que pode atuar em um corpo de prova alongado com trecho central de seção transversal uniforme

As Tabelas 11 e 12 fornecem, respectivamente, os valores obtidos para o *Pinus* sp e o *Corymbia citriodora*, referentes à resistência à tração paralela às fibras ( $f_{t0}$ ) e o módulo de Elasticidade ( $E_{t0}$ ), e suas respectivas médias, desvios padrões, coeficientes de variação e intervalos de confiança.

Tabela 11 - Resistência ( $f_{to}$ ) e Módulo de Elasticidade ( $E_{to}$ ) tração paralela às fibras  
Pinus sp.

CP	$f_{to}$ (MPa)	$E_{to}$ (MPa)
1	46,6	10750
2	39,0	10150
3	42,7	4782
4	39,8	9475
5	29,6	6834
6	38,8	10191
7	33,2	7410
8	44,6	9405
9	47,0	11603
10	40,1	9585
11	35,3	11132
12	40,7	5338
Média	39,78	8888
Desvio padrão	5,22	2258
Coefficiente de variação	0,13	0,25
Intervalo de Confiança da média		
t(95%)	2,2010	2,2010
Limite Inferior	36,47	7453
Limite Superior	43,10	10323

Tabela 12 - Resistência ( $f_{to}$ ) e Módulo de Elasticidade ( $E_{to}$ ) tração paralela às fibras  
Corymbia citriodora

CP	$f_{to}$ (MPa)	$E_{to}$ (MPa)
1	45,4	11827
2	60,9	18324
3	90,7	24194
4	102,9	19073
5	61,0	16449
6	46,8	17257
7	132,8	19656
8	32,7	10201
9	102,0	19157
10	39,9	16620
11	115,0	20173
12	63,4	17697
Média	74,46	17552
Desvio padrão	32,91	3692
Coefficiente de variação	0,44	0,21
Intervalo de confiança da média		
t(95%)	2,2010	2,2010
Limite Inferior	53,55	15207
Limite Superior	95,37	19898

#### 4.2.2.7 Resistência à tração normal às fibras

Segundo a NBR 7190/1997, a resistência é dada pela máxima tensão de tração que pode atuar em um corpo de prova alongado com trecho central de seção transversal com área uniforme.

As Tabelas 13 e 14 fornecem, respectivamente, os valores obtidos para o *Pinus sp* e o *Corymbia citriodora*, referentes à resistência à tração normal às fibras ( $f_{t90}$ ), e suas respectivas médias, desvios padrões, coeficientes de variação e intervalos de confiança.

Tabela 13 - Resistência à tração normal às fibras ( $f_{t90}$ ). *Pinus sp*.

CP	$f_{t90}$ (MPa)
1	8,24
2	8,57
3	6,81
4	4,90
5	9,43
6	7,82
7	9,11
8	8,27
9	3,72
10	5,49
11	6,42
12	7,49
Média	7,19
Desvio padrão	1,77
Coeficiente de variação	0,25
Intervalo de confiança da média	
t(95%)	2,2010
Limite Inferior	6,07
Limite Superior	8,31

Tabela 14: Resistência à tração normal às fibras ( $f_{t90}$ ) - *Corymbia citriodora*

CP	$f_{t90}$ (MPa)
1	11,72
2	12,18
3	7,64
4	8,43
5	17,83
6	15,28
7	17,85
8	7,16
9	14,71
10	15,96
11	17,02
12	17,03
Média	13,57
Desvio padrão	4,03
Coefficiente de variação	0,30
Intervalo de confiança da média	
t(95%)	2,2010
Limite Inferior	11,01
Limite Superior	16,13

#### 4.2.2.8 Resistência à compressão paralela às fibras

As Tabelas 15 e 16 fornecem, respectivamente, os valores obtidos para o *Pinus sp* e o *Corymbia citriodora*, referentes à resistência ( $f_{c0}$ ) e ao módulo de elasticidade ( $E_{c0}$ ) na compressão paralela as fibras e suas respectivas médias, desvios padrões, coeficientes de variação e intervalos de confiança.

Tabela 15 - Resistência ( $f_{co}$ ) e Módulo de Elasticidade ( $E_{co}$ ) - compressão paralela às fibras - Pinus sp

CP	$f_{co}$ (MPa)	$E_{co}$ (MPa)
1	33,6	7662
2	35,5	7962
3	32,8	7628
4	30,5	6021
5	34,7	8313
6	38,8	8945
7	37,1	8988
8	34,2	8753
9	32,3	7068
10	30,3	7491
11	33,9	7065
12	32,9	7332
Média	33,9	7769
Desvio padrão	2,47	880
Coefficiente de variação	0,07	0,11
Intervalo de confiança da média		
t(95%)	2,2010	2,2010
Limite Inferior	32,32	7210
Limite Superior	35,452	8328

Tabela 16 - Resistência ( $f_{co}$ ) e Módulo de Elasticidade ( $E_{co}$ ) - compressão paralela às fibras - Corymbia citriodora

CP	$f_{co}$ (MPa)	$E_{co}$ (MPa)
1	60,1	12455
2	59,7	11965
3	64,0	16323
4	58,8	14336
5	61,4	17516
6	56,7	17367
7	59,0	15250
8	60,8	18091
9	66,4	21164
10	71,3	17377
11	69,9	16958
12	72,7	18272
Média	63,4	16423
Desvio padrão	5,40	2581
Coefficiente de variação	0,09	0,16
Intervalo de confiança da média		
t(95%)	2,2010	2,2010
Limite Inferior	59,97	14783
Limite Superior	66,83	18064

## 4.2.2.9 Resistência ao cisalhamento

As Tabelas 17 e 18 fornecem, respectivamente, os valores obtidos para o *Pinus sp* e o *Corymbia citriodora*, referentes à resistência ao cisalhamento ( $f_{v0}$ ) e suas respectivas médias, desvios padrões, coeficientes de variação e intervalos de confiança.

Tabela 17 - Resistência ao cisalhamento ( $f_{v0}$ ). *Pinus sp*.

CP	$f_{v0}$ (MPa)
1	10,26
2	12,14
3	9,91
4	10,55
5	11,93
6	9,38
7	11,13
8	7,84
9	11,88
10	9,00
11	11,56
12	9,62
Média	10,43
Desvio padrão	1,34
Coeficiente de variação	0,13
Intervalo de confiança da média	
t(95%)	2,2010
Limite Inferior	9,58
Limite Superior	11,29

Tabela 18- Resistência ao cisalhamento ( $f_{v0}$ ). *Corymbia citriodora*

CP	$f_{v0}$ (MPa)
1	23,95
2	19,83
3	15,08
4	9,69
5	22,60
6	16,12
7	13,89
8	13,24
9	18,73
10	21,22
11	15,55
12	14,85
Média	17,06
Desvio padrão	4,23
Coefficiente de variação	0,25
Intervalo de confiança da média	
t(95%)	2,2010
Limite Inferior	14,37
Limite Superior	19,75

#### 4.2.2.10 Resistência ao fendilhamento

As Tabelas 19 e 20 fornecem, respectivamente, os valores obtidos para o *Pinus* sp e o *Corymbia citriodora*, referentes à resistência ao fendilhamento ( $f_{v0}$ ) e suas respectivas médias, desvios padrões, coeficientes de variação e intervalos de confiança.

Tabela 19 - Resistência ao Fendilhamento ( $f_{s0}$ ) - Pinus sp

CP	$F_{s0,máx}$ (N)	$F_{s0}$ (MPa)
1	1450	0,44
2	2100	0,58
3	1100	0,33
4	1700	0,50
5	1650	0,50
6	1700	0,51
7	1750	0,53
8	1450	0,43
9	1500	0,46
10	1350	0,40
11	1650	0,46
12	2000	0,60
Média		0,48
Desvio padrão		0,08
Coeficiente de variação		0,16
Intervalo de confiança da média		
t(95%)		2,2010
Limite Inferior		0,43
Limite Superior		0,53

Tabela 20- Resistência ao Fendilhamento ( $f_{s0}$ ). Corymbia citriodora

CP	$F_{s0,máx}$ (N)	$F_{s0}$ (MPa)
1	3750	1,09
2	2250	0,66
3	3600	1,03
4	3700	1,05
5	3400	0,97
6	2450	0,68
7	3400	0,97
8	3500	0,94
9	3500	0,97
10	3600	1,01
11	3550	1,01
12	3700	0,98
Média		0,95
Desvio padrão		0,14
Coeficiente de variação		0,14
Intervalo de confiança da média		
t(95%)		2,2010
Limite Inferior		0,86
Limite Superior		1,03



## 4.2.2.11 Dureza

O ensaio de dureza Janka foi norteado pela norma ASTM D1037/78 de dureza Janka para madeiras. De acordo com a NBR 7190/1997 a dureza da madeira ( $f_H$ ) é determinada convencionalmente pela tensão que, atuando em uma das faces de um corpo-de-prova prismático, produz a penetração de uma semi-esfera de aço com área diametral de um centímetro quadrado (1 cm<sup>2</sup>).

As Tabelas 21 e 22 fornecem, respectivamente, os valores obtidos para o *Pinus sp* e o *Corymbia citriodora*, referentes à dureza na direção paralela às fibras ( $f_{H0}$ ) e na direção normal às fibras ( $f_{H90}$ ) e suas respectivas médias, desvios padrões, coeficientes de variação e intervalos de confiança.

Tabela 21- Dureza nas direções paralela ( $f_{H0}$ ) e normal ( $f_{H90}$ ) às fibras. *Pinus sp*

CP	$f_{H0}$ (MPa)	$f_{H90}$ (MPa)
1	44,5	31,4
2	42,5	24,9
3	38,5	32,3
4	46,0	28,8
5	37,0	18,5
6	49,5	22,5
7	43,5	20,5
8	37,5	27,0
9	43,5	18,0
10	34,0	18,0
11	38,5	25,3
12	52,5	26,5
Média	42,29	24,48
Desvio Padrão	5,45	5,03
Coefficiente de Variação	0,13	0,21
Intervalo de confiança da média		
t(95%)	2,2010	2,2010
Limite Inferior	38,83	21,28
Limite Superior	45,75	27,67

Tabela 22 - Dureza nas direções paralela ( $f_{H0}$ ) e normal ( $f_{H90}$ ) às fibras - *Corymbia citriodora*

CP	$f_{H0}$ (MPa)	$f_{H90}$ (MPa)
1	84,5	66,0
2	100,0	72,0
3	103,0	86,5
4	96,0	73,0
5	90,5	67,5
6	117,5	93,75
7	92,5	66,75
8	107,0	78,0
9	115,0	89,75
10	113,0	84,75
11	101,0	78,0
12	107,0	86,0
Média	102,25	75,61
Desvio Padrão	10,23	8,46
Coefficiente de variação	0,10	0,11
Intervalo de confiança da média		
t(95%)	2,2010	2,2010
Limite Inferior	95,75	70,24
Limite Superior	108,75	80,98

## 4.2.2.12 Flexão Estática

As Tabelas 23 e 24 fornecem, respectivamente, os valores obtidos para o *Pinus sp* e o *Corymbia citriodora*, referentes ao módulo de ruptura (MOR) e ao módulo de elasticidade (MOE) na flexão e suas respectivas médias, desvios padrões, coeficientes de variação e intervalos de confiança.

Tabela 23 - Módulo de ruptura e Módulo de Elasticidade na flexão. Pinus sp.

Corpo de Prova	MOE (MPa)	MOR (MPa)
1	6148	4,07
2	5120	4,62
3	6722	5,72
4	8917	7,24
5	8961	6,48
6	5768	5,41
7	5781	5,11
8	7275	6,24
9	9387	6,39
10	7248	4,78
11	7685	4,35
12	7312	5,98
Média	7193	5,53
Desvio Padrão	1376	0,97
Coefficiente de Variância	0,19	0,18
Intervalo de confiança da média		
t(95%)	2,2010	2,2010
Limite Inferior	6320	4,91
Limite Superior	8068	6,15

Tabela 24 - Módulo de ruptura e Módulo de Elasticidade na flexão. Corymbia citriodora

Corpo de Prova	MOE (MPa)	MOR (MPa)
1	14265	11,71
2	17280	12,51
3	19924	13,94
4	22836	14,21
5	22265	15,16
6	18848	11,60
7	22529	14,36
8	16623	10,92
9	18053	12,85
10	18878	13,52
11	17937	11,04
12	22191	18,18
Média	19302	13,33
Desvio Padrão	2711	2,06
Coefficiente de Variância	0,14	0,15
Intervalo de confiança da média		
t(95%)	2,2010	2,2010
Limite Inferior	17580	12,02
Limite Superior	21025	14,64

#### 4.2.2. Resistência ao impacto na flexão – Tenacidade

Segundo SIQUEIRA (1986), impacto é definido como uma colisão rápida de dois corpos, produzindo diferentes resultados dependendo da intensidade das forças de colisão. Se as tensões causadas pela colisão são pequenas, uma reação predominante elástica pode-se esperar. Para uma alta força de impacto, um ou ambos os corpos na colisão poderão ser danificados. (SIQUEIRA, 1986). De acordo CALIL JUNIOR et al (2003), a resistência ao impacto é a capacidade do material absorver rapidamente energia pela deformação em um curtíssimo intervalo de tempo e, a madeira é considerada um material de ótima resistência ao impacto. A NBR 7190/1997 apresenta os procedimentos para realização do ensaio para a determinação da resistência da madeira ao impacto na flexão.

Para a realização do ensaio para determinação da resistência ao impacto na flexão, nas madeiras *Pinus sp* e *Corymbia citriodora*, utilizou-se uma máquina específica, Figura 23, projetada por Siqueira (1986) para o Laboratório de Madeiras e de Estruturas de Madeiras (LaMEM) da Escola de Engenharia de São Carlos (EESC) da Universidade de São Paulo (USP).

Figura 23 - Máquina de Ensaio para determinação da resistência ao impacto na flexão



Fonte: autor.

Foram confeccionados 12 corpos de prova para cada um dos tipos de madeira, com dimensões prescritas pela NBR 7190/1997, de forma prismática de seção quadrada, com dimensões nominais de 2cmx2cm de lado, e comprimento, ao longo das fibras, de 30 cm.

A Figura 24 apresenta a máquina de ensaio, com o posicionamento de um dos corpos de prova para ser ensaiado e a Figura 25 o corpo de prova após a ruptura.

Figura 24 - Corpo de prova posicionado para o ensaio a resistência ao impacto na flexão



Fonte: autor

Figura 25 - Corpo de prova após ruptura por impacto na flexão



Fonte: autor

Determinaram-se os valores da energia de ruptura das madeiras,  $W$  em J e o impacto por  $f_{bw}$ , em  $\text{kJ/m}^2$ .

A Tabela 25 e Tabela 26 fornecem, respectivamente, os valores obtidos para o *Pinus sp* e o *Corymbia citriodora*, referentes à resistência ao impacto na flexão dos corpos-de-prova para cada energia de impacto e suas respectivas médias, desvios padrões, coeficientes de variação e intervalos de confiança.

Tabela 25 - Resistência ao impacto à flexão do *Pinus sp* para cada energia de impacto

Corpo de Prova	Ângulo final (°)	W (J)	F <sub>bw</sub> (kJ/m <sup>2</sup> )
1	43,1	12,64	32,82
2	48,8	6,10	14,27
3	46,5	8,81	23,40
4	38,0	17,93	42,15
5	49,0	5,86	14,19
6	47,5	7,65	18,23
7	49,5	5,25	13,36
8	46,0	9,39	22,02
9	42,7	13,07	31,92
10	47,0	8,23	19,84
11	40,5	15,40	36,00
12	42,2	13,61	31,40
Média	45,07	10,33	24,97
Desvio Padrão	3,69	4,11	9,617
Coefficiente de Variação	0,08	0,40	0,40
Intervalo de confiança da média			
t(95%)	2,2010	2,2010	2,2010
Limite Inferior	42,72	7,72	18,86
Limite Superior	47,41	12,94	31,074

Tabela 26 - Resistência ao impacto à flexão do *Corymbia citriodora* para cada energia de impacto

CP	Ângulo final (°)	W (J)	F <sub>bw</sub> (kJ/m <sup>2</sup> )
1	20,5	31,53	72,37
2	48,13	6,70	15,66
3	33,1	22,48	53,20
4	28,2	26,46	62,31
5	18,1	32,79	78,22
6	47,5	7,65	17,67
7	44,8	10,75	23,92
8	38,2	17,73	41,55
9	47,0	8,23	19,27
10	45,0	10,53	24,45
11	43,9	11,76	27,24
12	27,80	26,76	64,44
Média	36,85	17,78	41,69
Desvio Padrão	10,93	9,76	23,22
Coefficiente de Variação	0,30	0,55	0,56
Intervalo de confiança da média			
t(95%)	2,2010	2,2010	2,2010
Limite Inferior	29,91	11,58	26,94
Limite Superior	43,80	23,98	56,44

## 4.2.2.14 Resistência à compressão normal às fibras

As tabelas 27 e 28 fornecem, respectivamente, os valores obtidos para o *Pinus sp* e o *Corymbia citriodora*, referentes à resistência ( $f_{c,90}$ ) e ao módulo de Elasticidade ( $E_{c,90}$ ) na compressão normal às fibras, e suas respectivas médias, desvios padrões, coeficientes de variação e intervalos de confiança.

Tabela 27 - Resistência ( $f_{c,90}$ ) e Módulo de Elasticidade ( $E_{c,90}$ ) na compressão normal às fibras. *Pinus Sp.*

CP	$f_{c,90}$ (MPa)	$E_{c,90}$ (MPa)
1	3,45	283
2	3,42	289
3	3,55	337
4	3,85	258
5	3,70	290
6	3,55	277
7	3,85	285
8	3,75	257
9	3,80	296
10	3,65	279
11	3,6	277
12	3,55	315
Média	3,64	287
Desvio Padrão	0,14	22
Coefficiente de Variação	0,04	0,08
Intervalo de confiança da média		
t(95%)	2,2010	2,2010
Limite Inferior	3,55	273
Limite Superior	3,74	301

Tabela 28: Resistência ( $f_{c,90}$ ) e Módulo de Elasticidade ( $E_{c90}$ ) na compressão normal às fibras - *Corymbia citriodora*

CP	$f_{c,90}$ (MPa)	$E_{c90}$ (MPa)
1	7,65	585
2	7,65	827
3	6,70	549
4	6,70	864
5	6,75	600
6	6,75	588
7	7,65	615
8	6,75	662
9	7,65	658
10	6,75	670
11	7,65	688
12	7,65	728
Média	7,19	669
Desvio Padrão	0,48	97
Coeficiente de Variação	0,07	0,14
Intervalo de confiança da média		
t(95%)	2,2010	2,2010
Limite Inferior	6,89	608
Limite Superior	7,50	731

### 4.3 ENSAIOS DAS PROPRIEDADES DA MECÂNICA DA FRATURA

#### 4.3.1 Metodologia dos ensaios

Os ensaios de mecânica da fratura foram realizados no Laboratório de Mecânica das Rochas do Departamento de Geotecnia da Escola de Engenharia de São Carlos-USP, Figura 26. O equipamento utilizado para execução das rupturas dos corpos de prova foi o Sistema rígido servo-controlado para ensaios estáticos ou dinâmicos, modelo MTS 815, com 2700 KN de capacidade que permite controlar carga, deformações axiais, deformações radiais, abertura de trincas ou outra variável mensurável, Figura 27.



Figura 26 - Laboratório de Mecânica das Rochas do Departamento de Geotecnia da Escola de Engenharia de São Carlos-USP



Fonte: Disponível em <<http://www.sgs.eesc.usp.br/>>, acessado em 10 de janeiro de 2017.

Figura 27 – Sistema rígido servo-controlado para ensaios estáticos ou dinâmicos, modelo MTS 815



Fonte: autor

Os corpos de provas ensaiados foram confeccionados na oficina da marcenaria do LaMEM em forma prismática, de seção transversal quadrada, com dimensões 42x5cmx5cm. Produziu-se 24 corpos de prova da espécie *Pinus sp*, sendo 12 com fissura inicial de 3cm no meio do vão e 12 com 4 cm e 24 corpos de prova da espécie *Corymbia citriodora*, sendo 12 com fissura inicial  $a = 30 \text{ mm}$  no meio do vão e 12 com  $a = 40 \text{ mm}$ . A abertura da fissura inicial foi feita em uma serra de fita cuja espessura foi de 2,5 mm. Para realização do ensaio foi colado aos corpos de prova elemento para adaptação do clip gage conforme Figura 28.

Figura 28 - Corpo de prova preparado para a colocação do Clip Gage



Fonte: autor

O dispositivo que serviu de apoio para os elementos que foram ensaiados possui vão teórico de 40 cm e cilindros de apoio com diâmetro de 22 mm e comprimento de 6", conforme pode ser visto na Figura 29. Os corpos de prova foram colocados sobre o dispositivo de apoio, o clip gage encaixado nos elementos metálicos colados próximos a abertura inicial e a carga aplicada até a ruptura, Figura 30 .

Para determinação dos gráficos carga x deslocamento foi utilizado o sistema de aquisição de dados acoplado a máquina de ensaio. Os 48 corpos de prova foram ensaiados até a ruptura.

A Figura 31 mostra detalhe de um dos gráficos representado na tela do sistema de aquisição de dados.

Figura 29 - Dispositivo de apoio para os corpos de prova



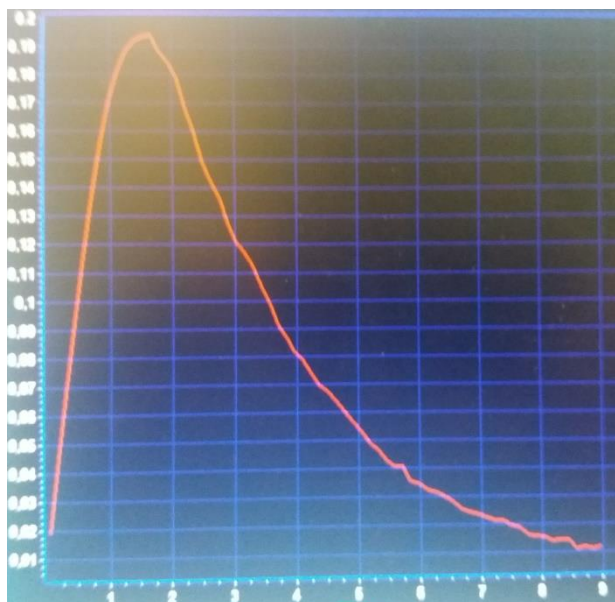
Fonte: autor

Figura 30 - Corpo de prova sobre dispositivo de apoio e com aplicação do Clip Gage.



Fonte: autor

Figura 31 - Gráfico apresentado no sistema de aquisição de dados.



Fonte: autor

#### 4.3.2 Resultados Obtidos

Os resultados obtidos foram analisados e avaliados posteriormente para a determinação dos parâmetros de tenacidade a fratura ( $K_{IC}$ ) para a espécie *Pinus sp* e energia da fratura ( $G_f$ ) para a espécie *Corymbia citriodora*.

Observou-se ao término de cada ensaio que os elementos romperam com propagação de fissuras de comprimento e posições variadas, mas com tendência a ficar perpendicular a fissura inicial a, ou seja, paralela ao comprimento da peça. As Figuras 32 a 34 mostram alguns corpos de prova com essas fissuras propagadas.

Figura 32 - Detalhe 01 de propagação de fissuras.



Fonte: autor

Figura 33 – Detalhe 02 de propagação de fissuras



Fonte: autor

Figura 34 - Detalhe 03 de propagação de fissuras



Fonte: autor

A Tabela 29 apresenta os valores finais de comprimento das fissuras propagadas nas peças de *Corymbia citriodora*, com 30 mm e 40 mm de abertura inicial da fissura.

Tabela 29 - Comprimento das fissuras propagadas nas peças de *Corymbia citriodora*.

Corpo de Prova	a = 30 mm	a = 40 mm
1	25	20
2	38,2	33
3	71,5	19
4	45	20
5	27,5	38
6	73,8	34
7	25,2	13
8	11,3	14
9	68,2	38
10	72	9
11	15	15
12	42,8	28
Média	42,95	23,42
Desvio padrão	23,23	10,31
Coefficiente de variação	0,54	0,44
Intervalo de confiança da média		
t(95%)	2,2010	2,2010
Limite inferior	28,20	16,87
Limite superior	57,72	29,97

Com os resultados obtidos nos ensaios de  $P \times \delta$  foi possível a determinação do fator de intensidade de tensão na ponta da fissura ( $K$ ) para a madeira *Pinus sp* e energia de fratura ( $G_f$ ) para a madeira *Corymbia citriodora*.

IRWIN (1957) propôs que o estado energético da estrutura pode ser estudado e mensurado empregando o fator  $K$ . Através desse parâmetro  $K$  é possível efetuar a correta avaliação da intensidade das tensões na ponta da fissura no conceito da MFEL e, conseqüentemente, avaliar consistentemente a evolução com relação à estabilidade ao seu crescimento. Quando o valor de  $K$  atinge o valor crítico  $K_C$ , denominado tenacidade à fratura, a fissura começa a propagar-se. Os valores de  $K_C$  foram obtidos aplicando-se os dados obtidos nos ensaios na equação 4.1 (HIROSHI, 2000).

$$KI = \sigma \sqrt{\pi \cdot a} F\left(\frac{a}{b}\right) \quad (4.1)$$

sendo:

$$\sigma = \frac{6M}{b^2}$$

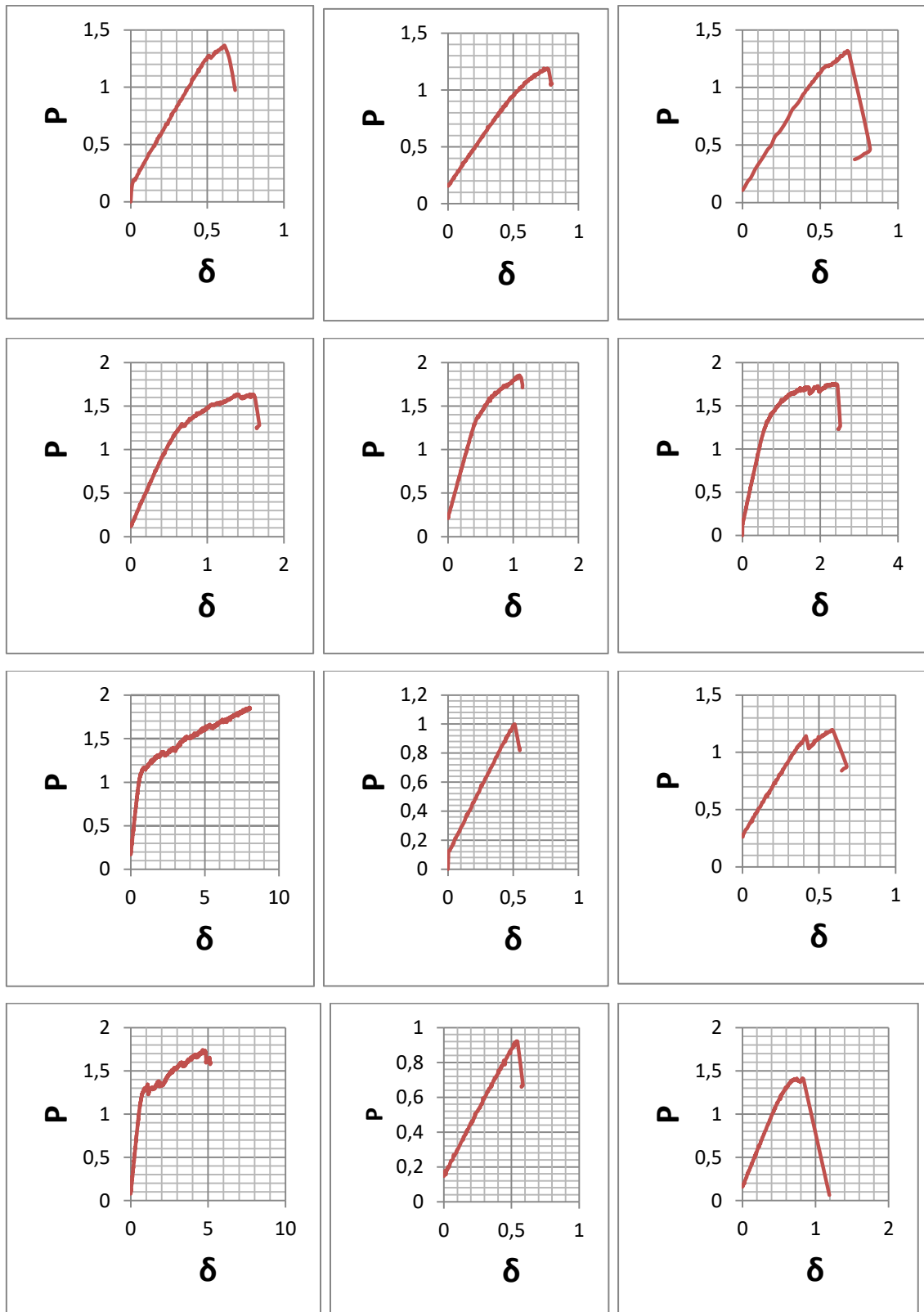
$$F\left(\frac{a}{b}\right) = 1,106 - 1,552\left(\frac{a}{b}\right) + 7,71\left(\frac{a}{b}\right)^2 - 13,53\left(\frac{a}{b}\right)^3 + 14,23\left(\frac{a}{b}\right)^4$$

A Tabela 30 apresenta os valores de  $K$  calculados para *Pinus sp* para o comprimento de fissura inicial de 30mm e 40mm, com as respectivas forças de ruptura. Pode-se observar através da Tabela 30 que a média dos valores de  $K$  é maior para  $a = 30$  mm e relação  $a = 40$  mm. Os valores obtidos para  $K$  em ambas as situações ( $a = 30$  mm e  $a = 40$  mm) servem de parâmetro de comparação para situações em que a propagação da fissura é perpendicular a fissura inicial, seguindo a maneira natural de propagação nestes casos.

Tabela 30 - Valores de K para Pinus sp.

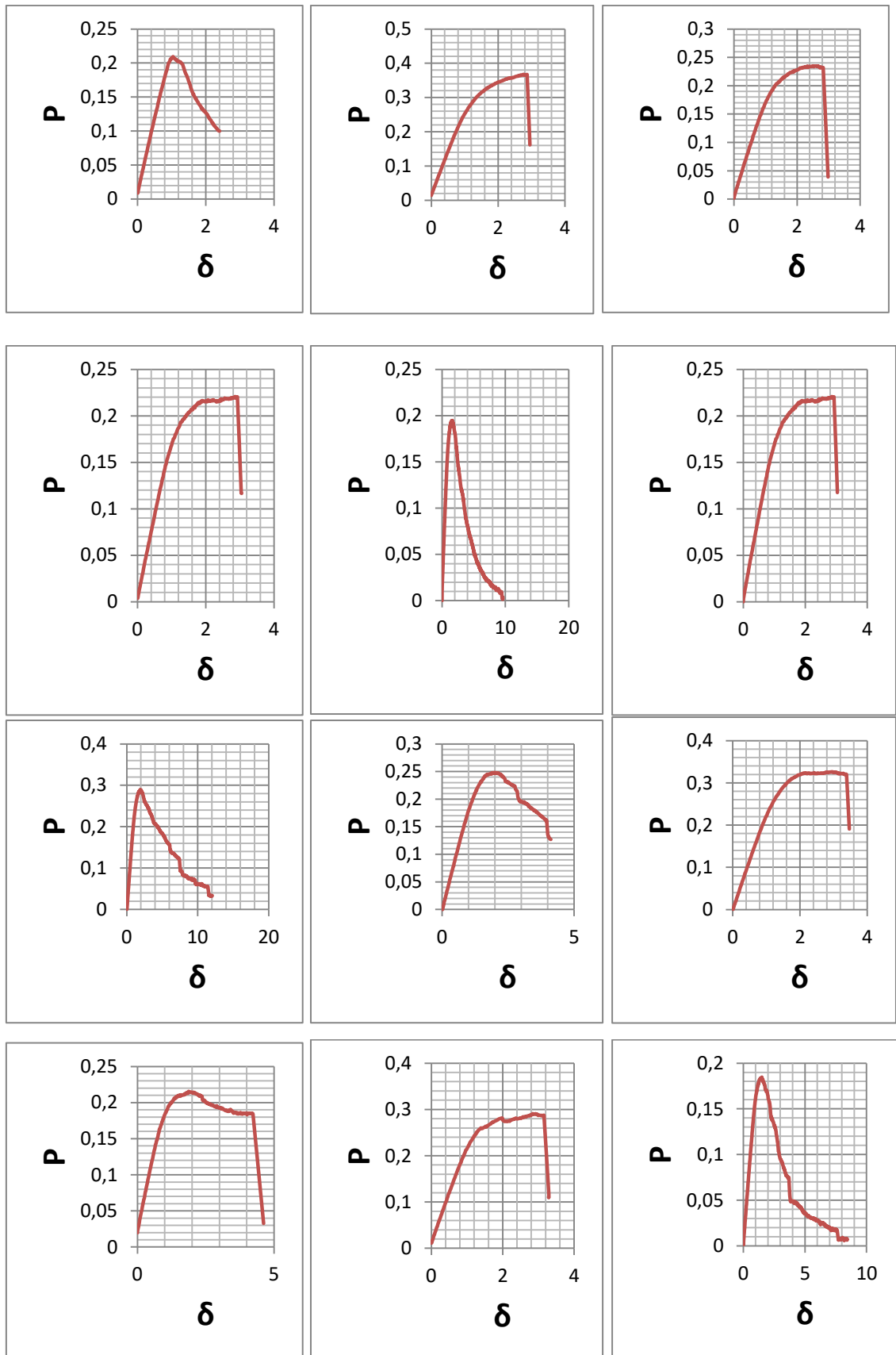
Corpo de prova	Força de ruptura (kN)		Intensidade de tensão - (kN.m <sup>-3/2</sup> )	
	a= 30 mm	a= 40 mm	a= 30 mm	a= 40 mm
1	1,364	0,201	188,15	63,40
2	1,193	0,367	167,04	119,14
3	1,319	0,234	181,94	75,38
4	1,627	0,219	224,42	69,07
5	1,608	0,193	223,47	61,01
6	1,709	0,227	237,50	73,17
7	1,782	0,289	247,65	91,07
8	0,815	0,247	112,42	78,70
9	1,044	0,325	146,18	102,53
10	1,328	0,215	184,55	68,93
11	0,433	0,291	61,55	91,57
12	1,413	0,184	194,91	58,41
Média	1,303	0,249	180,82	79,37
Desvio padrão	0,391	0,057	53,90	18,35
Coefficiente de variação	0,300	0,228	0,30	0,23
Intervalo de confiança da média				
t(95%)	2,2010	2,2010	2,2010	2,2010
Limite inferior	1,054	0,213	146,57	67,70
Limite superior	1,551	0,285	215,06	91,03

A Figura 35 apresenta os gráficos com a curva P x  $\delta$  do Pinus sp com abertura inicial de fissuras a= 30 mm.

Figura 35 - Gráficos representativos  $P \times \delta$  do Pinus sp.  $a=30\text{mm}$ 

Fonte: Autor

A Figura 36 apresenta os gráficos com a curva  $P \times \delta$  do Pinus sp com abertura inicial de fissuras  $a=40\text{ mm}$ .

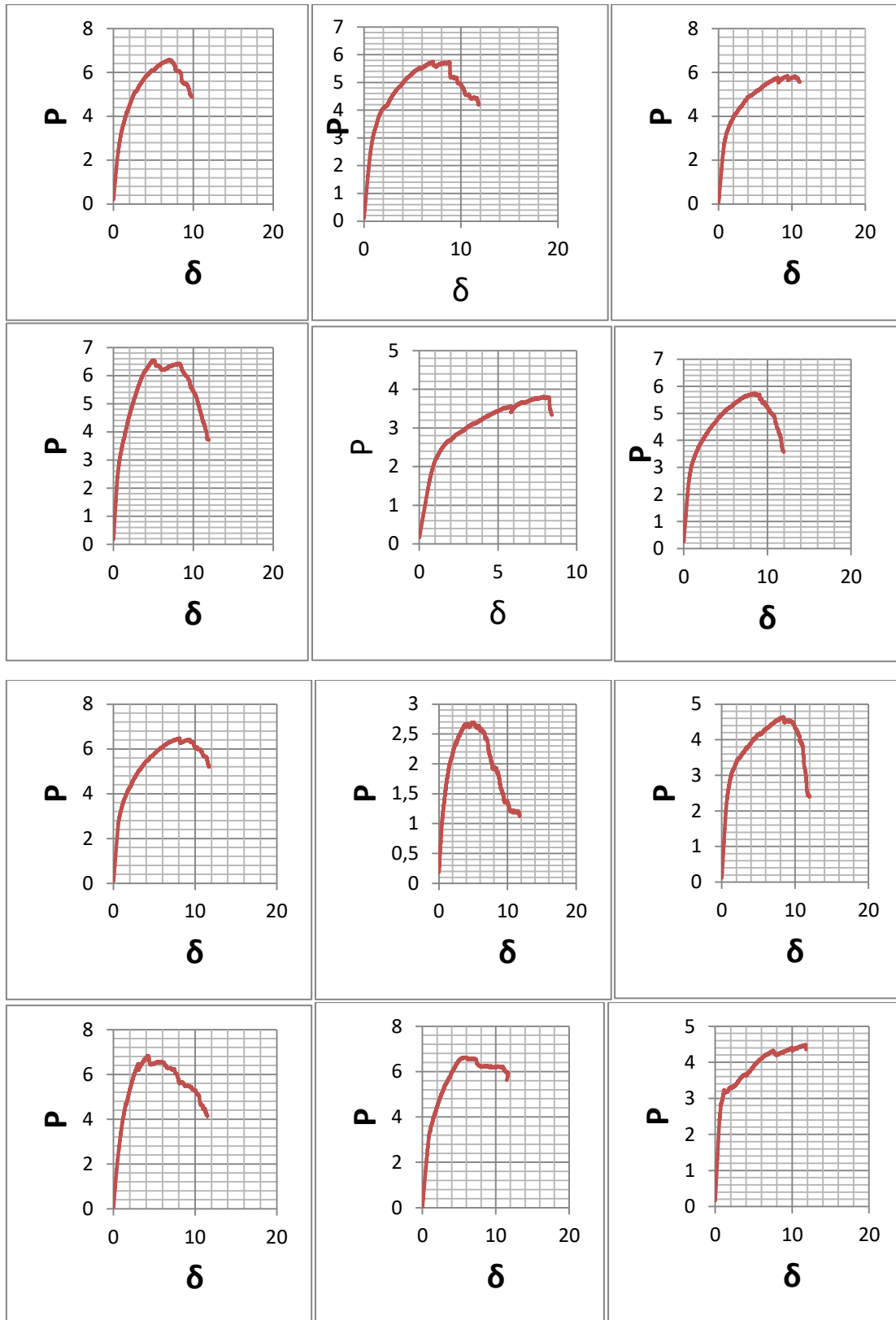
Figura 36 - Gráficos representativos P x  $\delta$  do Pinus sp. a= 40mm

Fonte: autor



Figura 37 apresenta os gráficos com a curva  $P \times \delta$  da *Corymbia citriodora* com abertura inicial de fissuras  $a= 30$  mm.

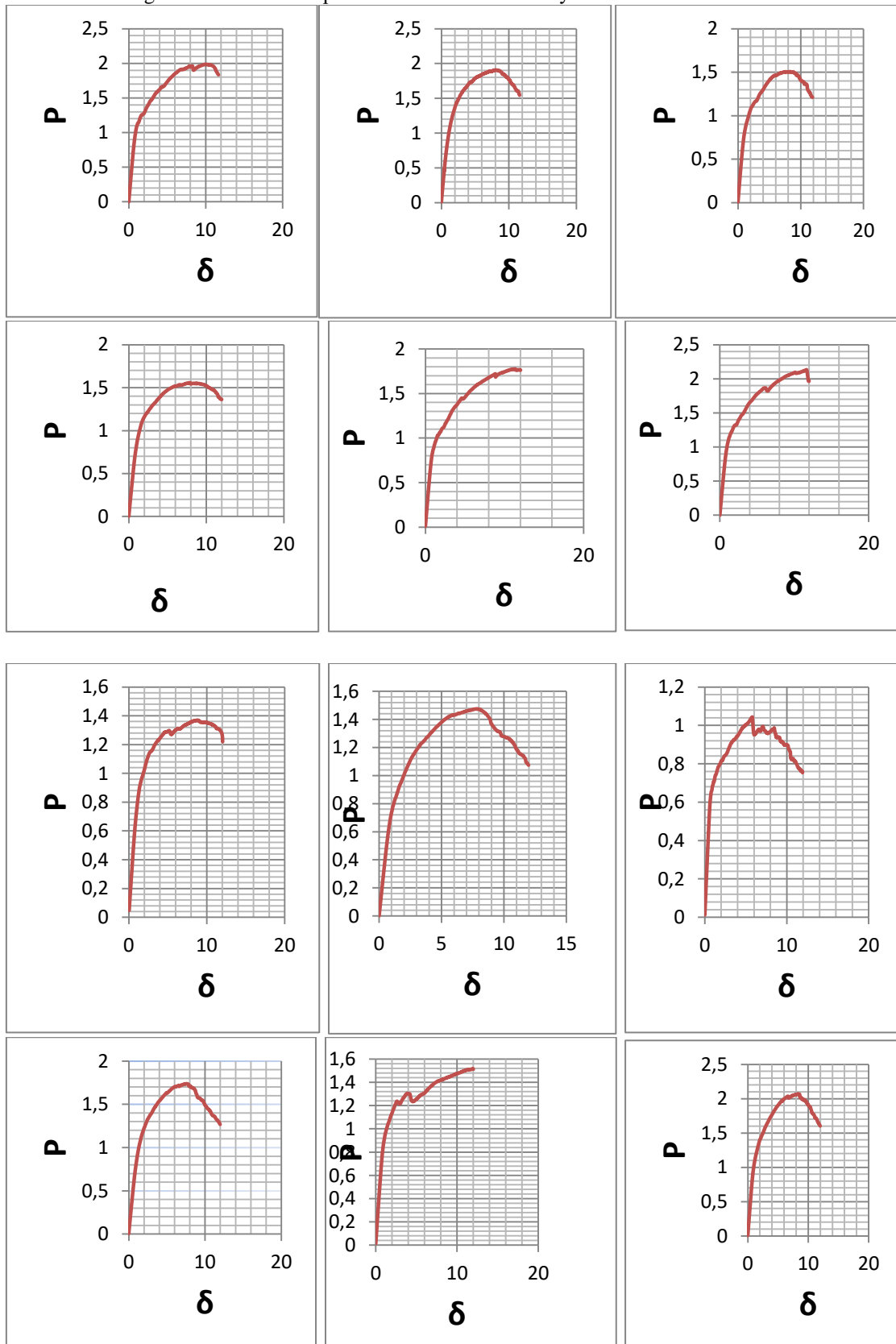
Figura 37 - Gráficos representativos  $P \times \delta$  do *Corymbia citriodora*.  $a= 30$ mm



Fonte: autor

A Figura 38 apresenta os gráficos com a curva  $P \times \delta$  da *Corymbia citriodora* com abertura inicial de fissuras  $a = 40$  mm.

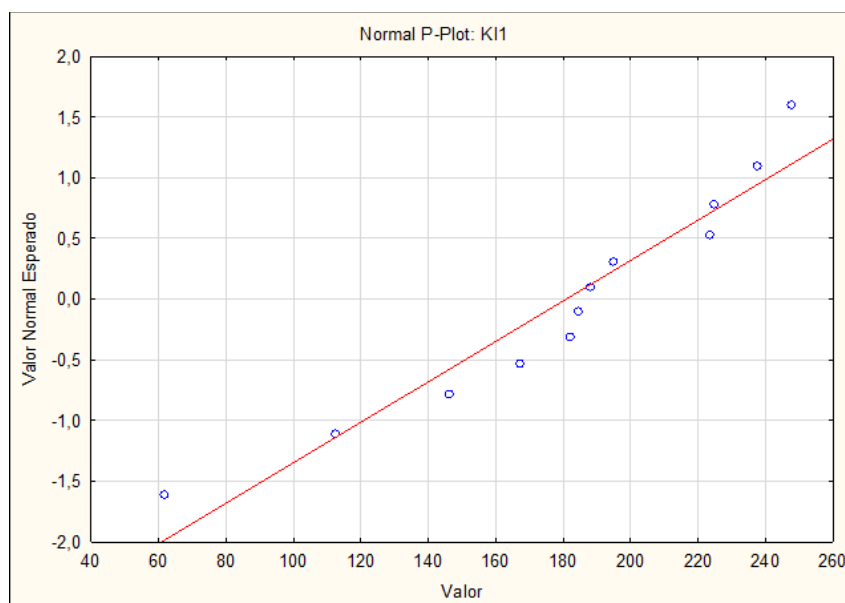
Figura 38 - Gráficos representativos  $P \times \delta$  da *Corymbia citriodora*.  $a = 40$  mm



Fonte: autor

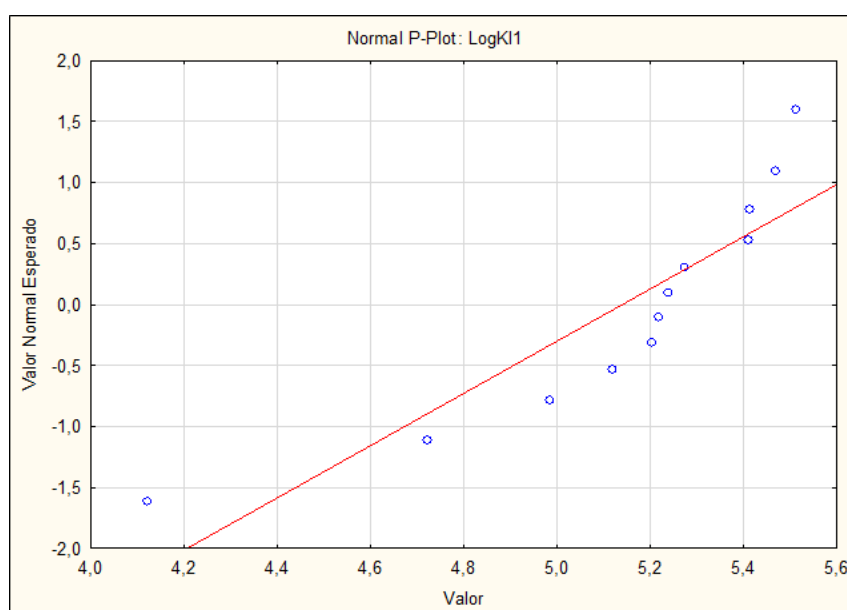
As Figuras 39 e 40 apresentam, respectivamente, o teste de normalidade para normal e log normal obtidos pelo programa Statistic versão 6.0, dos valores K para  $a = 30$  mm, no caso do Pinus sp.

Figura 39 - Gráfico de normal K.Pinus sp.Teste de normalidade.  $a = 30$  mm



Fonte: autor

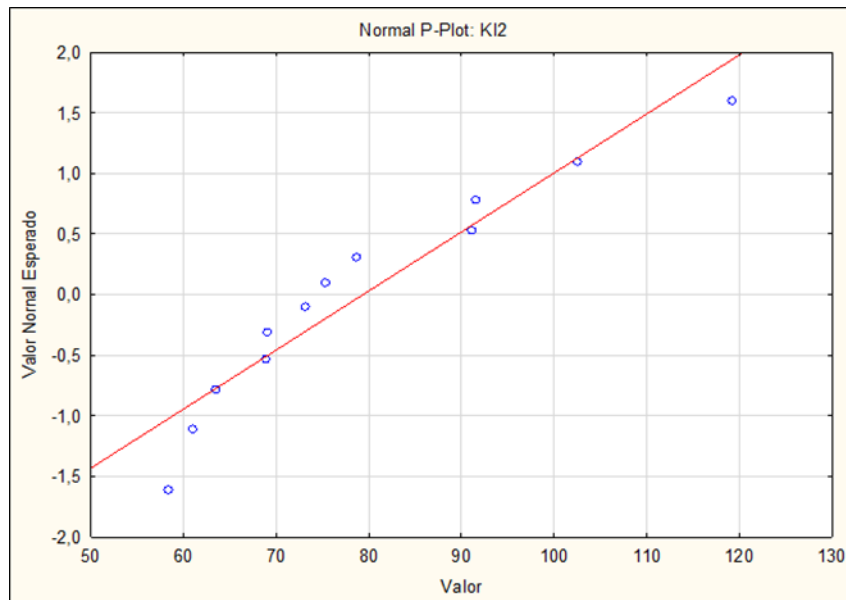
Figura 40: Gráfico Log normal K. Pinus sp. Teste de Normalidade.  $a = 30$  mm



Fonte: autor

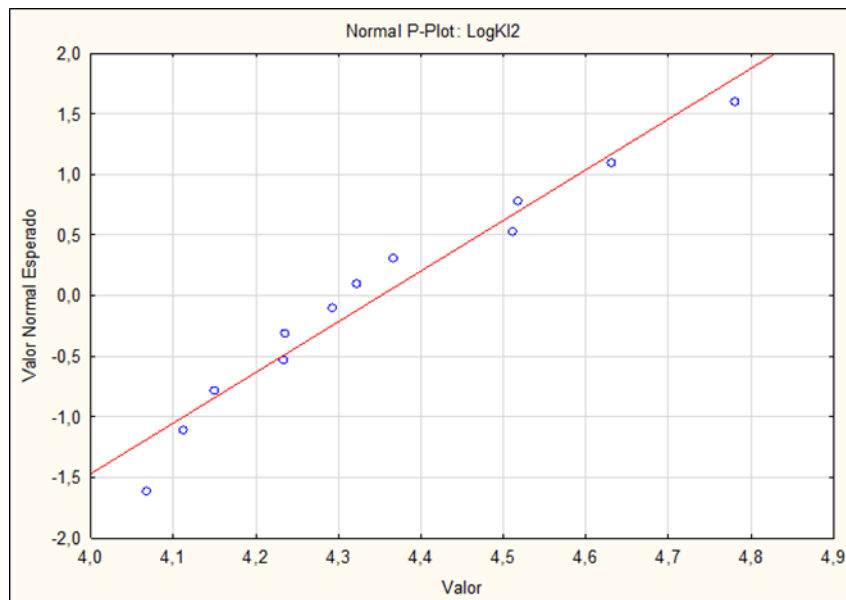
As Figuras 41 e 42 apresentam, respectivamente, o teste de normalidade para normal e log normal obtidos pelo programa Statistic versão 6.0, dos valores K para  $a=40$  mm, no caso do Pinus sp.

Figura 41 - Gráfico de normal K. Pinus sp. Teste de normalidade.  $a = 40$  mm



Fonte: autor

Figura 42 - Gráfico Log normal K. Pinus sp. Teste de Normalidade.  $a = 40$  mm



Fonte: autor

Para os dois testes aplicados, Normal (K) e Log normal (Log K) utilizando significância de 5%, para os valores de K da espécie Pinus sp, pode-se afirmar que a amostra provém de uma distribuição normal. Os valores de p-value são sempre maiores de 0,05 (Kolmogorov-Smirnov e Shapiro-Wilk). Para Normal (K) e Log normal (Log

K) para  $a = 30$  mm os valores de p-value obtidos foram iguais a 0.35 e 0.12 respectivamente. Para Normal (K) e Log normal (Log K) para  $a = 40$  mm os valores de p-value obtidos foram iguais a 0.22 e 0.62 respectivamente.

A Tabela 31 apresenta os valores de  $G_f$  para a espécie *Corymbia citriodora* nas situações de  $a = 30$  mm e  $a = 40$  mm.

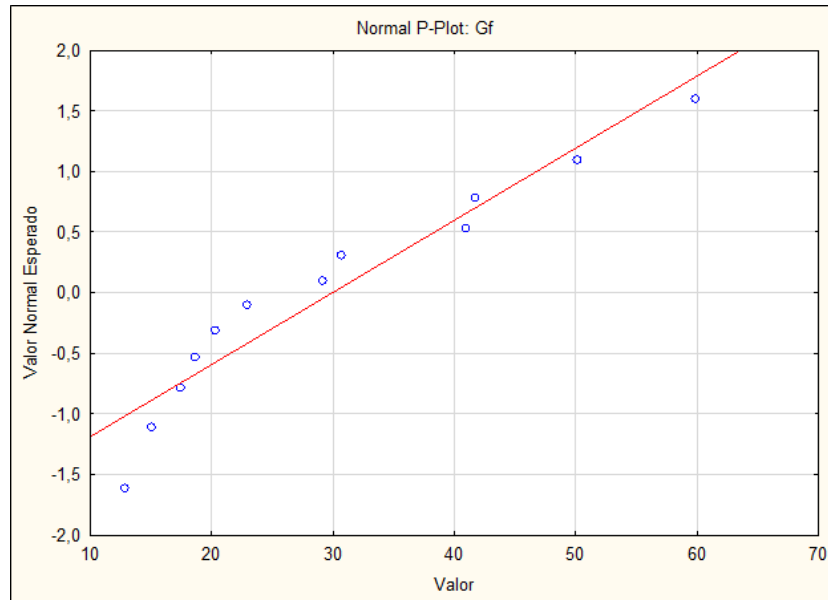
A análise dos gráficos obtidos no ensaio de fratura, Força aplicada  $F_x$ CMOD (Crack Mouth Opening Displacement), permitiu calcular a energia fratura  $G_f$ , tomando-se a área abaixo da curva  $F_x$ CMOD, e dividindo pela área da superfície da fratura.

Tabela 31 – Valores de  $G_f$  para *Corymbia citriodora*

Corpo de Prova	$G_f$ (N/mm)	
	$a = 30$ mm	$a = 40$ mm
1	41,71	17,57
2	34,55	12,05
3	22,87	17,92
4	29,18	16,75
5	18,63	8,51
6	15,06	12,45
7	50,08	25,57
8	40,96	18,73
9	12,84	4,44
10	17,38	5,07
11	59,82	18,64
12	30,64	15,09
Média	31,14	14,40
Desvio padrão	14,81	6,18
Coefficiente de variação	0,48	0,43
Intervalo de confiança da média		
t(95%)	2,2010	2,2010
Limite inferior	21,73	10,47
Limite superior	40,55	18,33

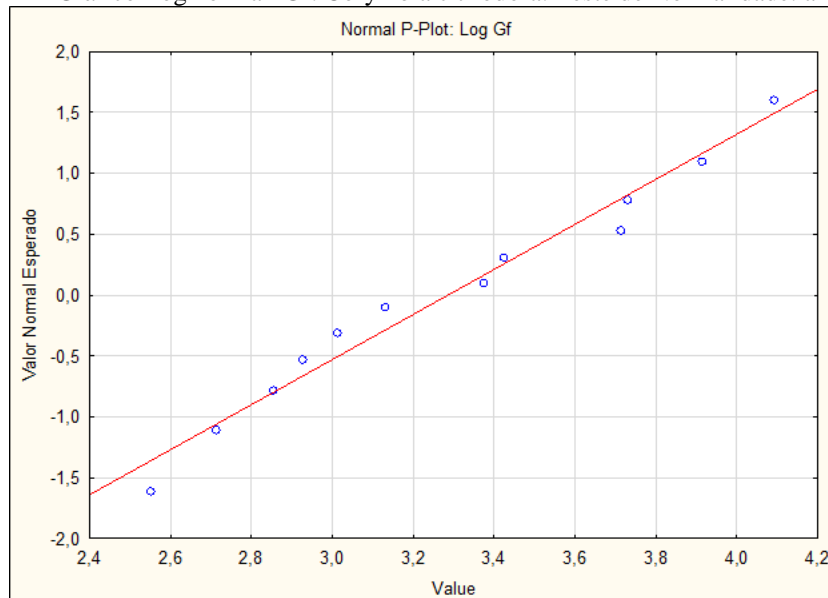
As Figuras 43 e 44 apresentam, respectivamente, o teste de normalidade para normal e log normal obtidos pelo programa Statistic versão 6.0, dos valores  $G_f$  para  $a=30$  mm, no caso de *Corymbia citriodora*.

Figura 43: Gráfico de normal  $G_f$ . *Corymbia citriodora*. Teste de normalidade.  $a=30$  mm



Fonte: autor

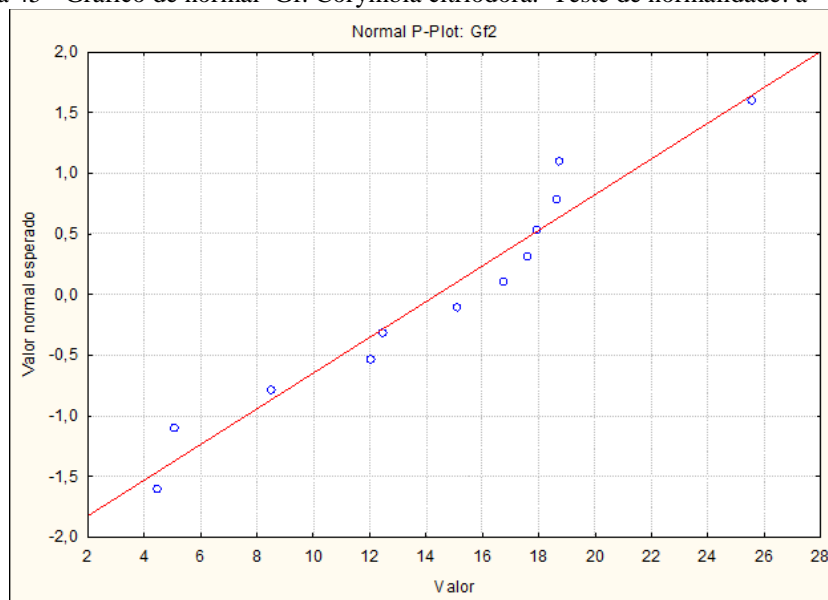
Figura 44 - Gráfico Log normal  $G_f$ . *Corymbia citriodora*. Teste de Normalidade.  $a = 30$  mm



Fonte: autor

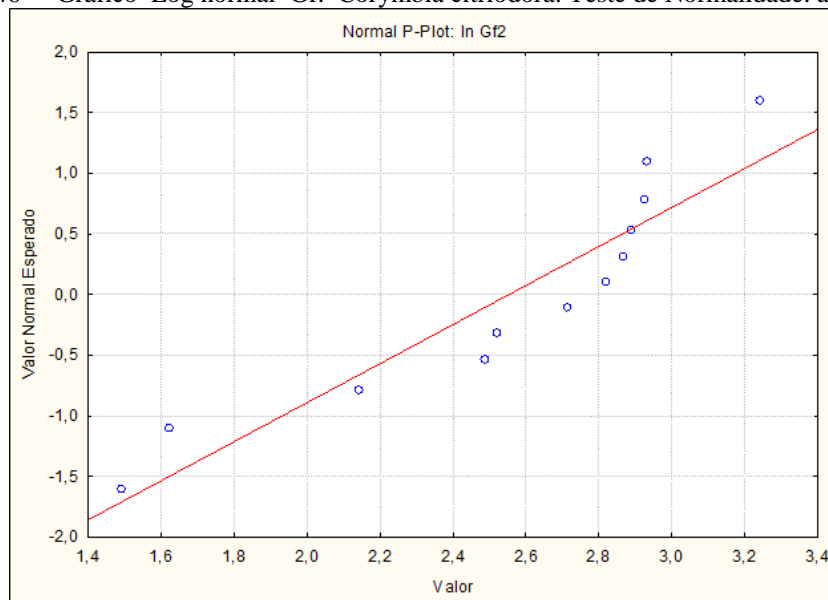
As Figuras 45 e 46 apresentam, respectivamente, o teste de normalidade para normal e log normal obtidos pelo programa Statistic versão 6.0, dos valores  $G_f$  para  $a=40$  mm, no caso de *Corymbia citriodora*.

Figura 45 - Gráfico de normal  $G_f$ . *Corymbia citriodora*. Teste de normalidade.  $a = 40$  mm



Fonte: autor

Figura 46 - Gráfico Log normal  $G_f$ . *Corymbia citriodora*. Teste de Normalidade.  $a = 40$  mm



Fonte: autor

Para os dois testes aplicados, Normal ( $G_f$ ) e Log normal ( $\text{Log } G_f$ ) utilizando significância de 5%, para os valores de  $G_f$  da espécie *Corymbia citriodora*, pode-se afirmar que a amostra provém de uma distribuição normal. Os valores de p-value são

sempre maiores de 0,05 (Kolmogorov-Smirnov e Shapiro-Wilk). Para Normal ( $G_f$ ) e Log normal (Log  $G_f$ ) para  $a= 30$  mm os valores de p-value obtidos foram iguais a 0.23 e 0.76 respectivamente. Para Normal ( $G_f$ ) e Log normal (Log  $G_f$ ) para  $a= 40$  mm os valores de p-value obtidos foram iguais a 0.58 e 0.06 respectivamente.



## 5. MODELAGEM COMPUTACIONAL

### 5.1 MÉTODO DOS ELEMENTOS DE CONTORNO

A modelagem de problemas da mecânica das estruturas pode ser efetuada por meio de abordagens analíticas e numéricas. A abordagem analítica permite a modelagem de problemas com condições de contorno e comportamento material assumidos de forma simplificada. Para a modelagem de estruturas complexas com condições de contorno e relação constitutiva é mais eficiente e robustamente feita por meio de métodos numéricos. Dentre os métodos numéricos utilizados em engenharia destaca-se o método dos elementos de contorno (MEC).

O MEC é um dos mais conhecidos métodos numéricos para a resolução de problemas de valor de contorno. Esse pode ser uma alternativa em relação a outros métodos numéricos como o MEF ou MDF. O método possui uma rica formulação matemática permitindo a resolução de diversos problemas de valor de contorno. No MEC existe ausência de malha de domínio, o que possibilita a representação precisa das concentrações de tensão que ocorrem na ponta da fissura e também existe facilidade de remalhação durante a propagação das fissuras.

### 5.2 MODELAGEM NUMÉRICA

A modelagem numérica foi realizada utilizando-se um código computacional baseado no MEC, formulação dual mec proposto por CORDEIRO (2015), que usa equação integral singular e hiper singular. Utilizou-se o corpo CP2, Figura 47, com fissura inicial  $a= 30$  mm, da madeira *Corymbia citriodora*, com valores de energia dissipada igual a 66011 N e  $G_f$  igual a 34,55 N/mm. A figura 48 representa a malha do modelo utilizado para a determinação do gráfico  $P \times \delta$  para comparação com os resultados obtidos experimentalmente. A figura 49 representa a deformada do modelo analisado. Foram consideradas 03 situações de modelagem para simulação numérica:

- a) Modelo coesivo que re replica totalmente as tensões cisalhantes (Shear stresses)-FS=1.0
- b) Modelo coesivo que re replica metade das tensões cisalhantes (Shear stresses) FS=0.5

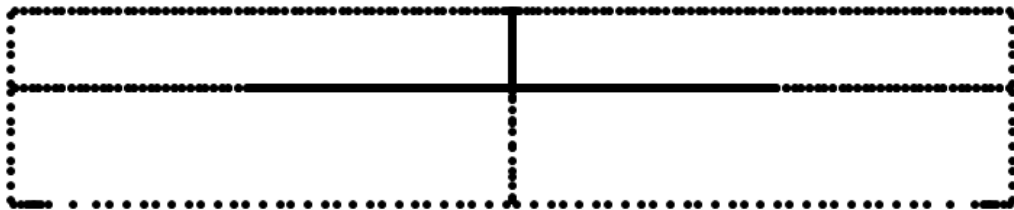
c) Modelo coesivo que não reaplica as tensões cisalhantes (Shear stresses)  
FS=0.0

Figura 47 - Corpo de prova CP2 - *Corymbia citriodora*



Fonte: autor

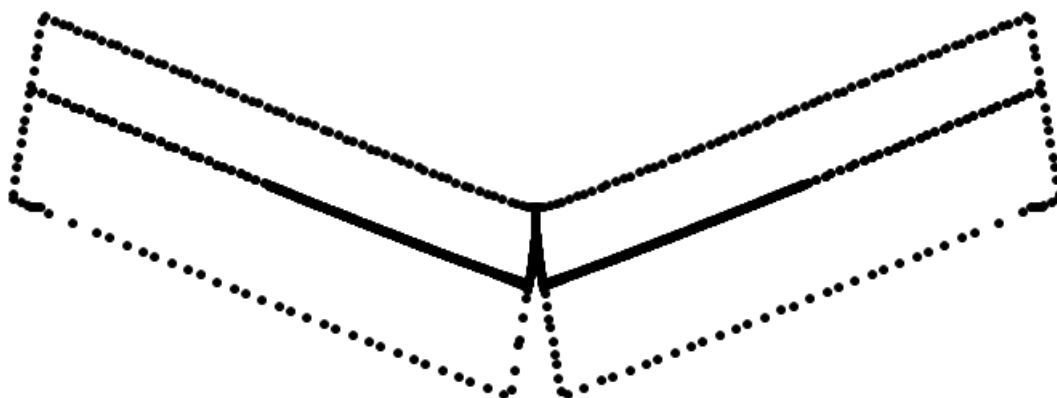
Figura 48 - Malha do modelo utilizado para a determinação do gráfico  $P \times \delta$



Fonte: CORDEIRO, 2017

Para cada uma dessas situações foi considerando: Valores médios dos parâmetros módulo de elasticidade e resistência à tração, três desvios e cinco desvios padrão somados à média dos parâmetros de módulo de elasticidade e resistência à tração determinados experimentalmente.

Figura 49 - Deformada do modelo analisado

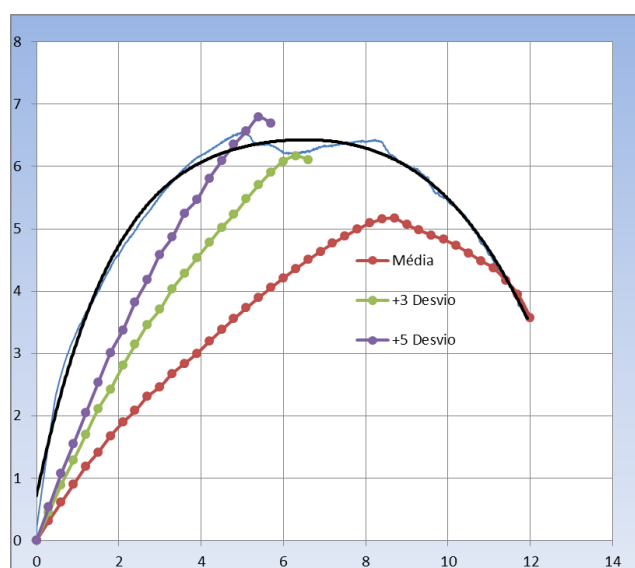


Fonte: CORDEIRO, 2017

As Figuras 50 a 52, gráficos  $P \times \delta$  representam respectivamente as três situações definidas anteriormente comparadas com a curva experimental. Por meio desses gráficos é possível observar que curvas obtidas a formulação numérica apresenta valores próximos ao do experimental a partir da carga de pico, mas com diferenças na parte inicial correspondente ao regime elástico. Isso se deve possivelmente as incertezas com relação a real propagação das fissuras no interior do modelo experimental com espessura – modelo numérico trata o problema no plano - variações no módulo de elasticidade do material madeira.

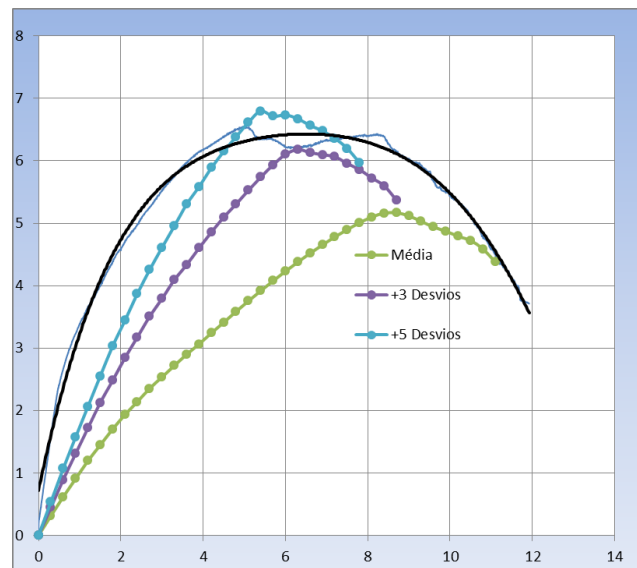
Figura 50 - Modelo coesivo que re replica totalmente as tensões cisalhantes.

(Shear stresses)-FS=1.0



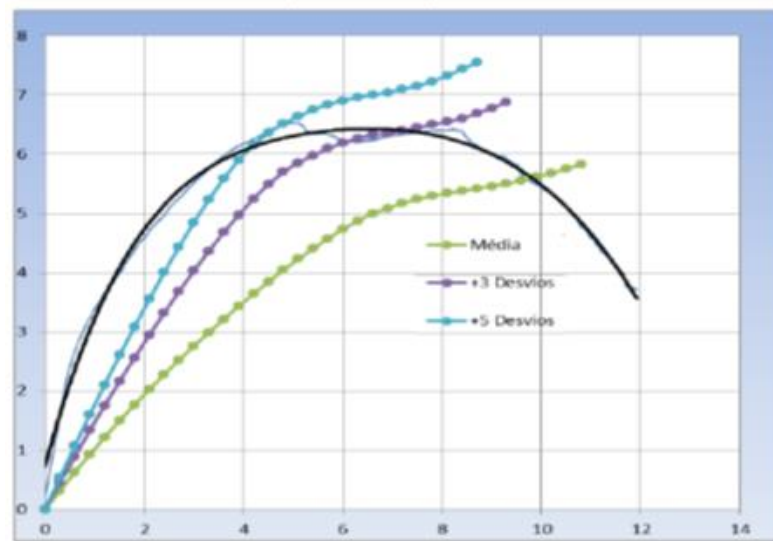
Fonte: autor

Figura 51 - Modelo coesivo que replica metade das tensões cisalhantes.  
(Shear stresses) FS=0.5



Fonte: autor

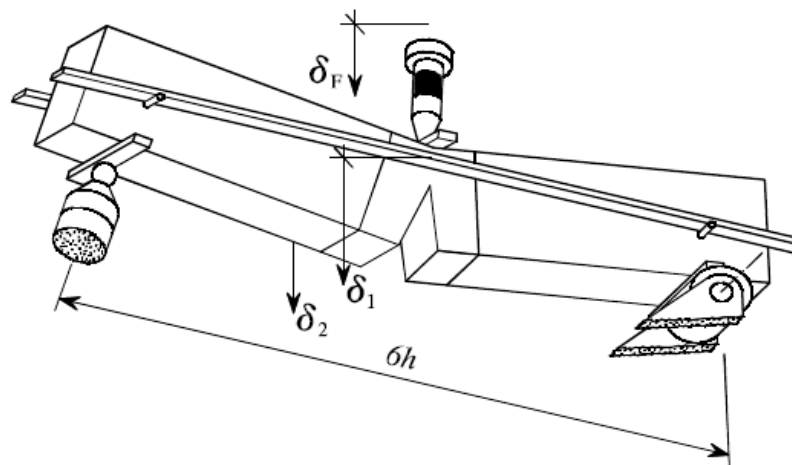
Figura 52 - Modelo coesivo que não replica as tensões cisalhantes.  
(Shear stresses) FS=0.0



Fonte: autor

O modelo numérico aplicado em outras situações, como por exemplo, entalhe inicial perpendicular as fibras, Figura 53, proposto por DOURADO et al. (2008), e outros pesquisadores, reproduziram bons resultados para a resposta não linear, comparado com os resultados experimentais.

Figura 53 - Ensaio experimental com entalhe inicial paralelo as fibras



Fonte: DOURADO et al., 2008

Por meio da análise dos gráficos da modelagem numérica e experimental, observa-se que modelo coesivo que melhor representa o comportamento mecânico real do modelo experimental está entre a reaplicação de 0,5 a 1,0 das tensões de cisalhamento.

Na comparação do resultado experimental com o resultado numérico observou-se uma grande variação principalmente na parte inicial do gráfico. O modelo coesivo é proposto para simular a separação do material. Então, apenas o modo I é levado em consideração. No ensaio experimental as fissuras na verdade propagaram em modo misto. Então, para levar em consideração a dissipação de energia em modo II, as três considerações (FS= 1, 0,50 e 0) foram feitas. Para modelar precisamente o modo misto, deveriam ser realizados ensaios em modo I puro e depois em modo II puro. O que é inviável no momento.

## 6. CONCLUSÕES

A pesquisa realizada permitiu, por meio de ensaios de corpos de prova de madeira da espécie *Pinus sp* e *Corymbia citriodora*, determinar experimentalmente os valores de energia da fratura e tenacidade a fratura.

Os resultados obtidos nos ensaios para os valores de tenacidade à fratura e energia da fratura apresentaram grande variação, que podem ser creditadas à variabilidade natural das propriedades da madeira e sua não homogeneidade. Pode-se concluir, no estudo do colapso mecânico da madeira baseado na mecânica da fratura, que a propagação da fissura nos corpos de prova ensaiados seguiu a direção paralela às fibras da madeira, confirmando o que ocorre na prática. Isso diferencia a situação analisada, em relação aos ensaios citados nas literaturas, que representam situações teóricas que, no caso de flexão, não acontecem na prática.

Os valores dos parâmetros  $K$  e  $G_f$  calculados e analisados permitem concluir que em elementos de madeira as interferências externas e mesmo o fato ser um material heterogêneo contribuem para o intervalo grande de variação dos resultados obtidos. O que se pode observar na configuração das fissuras propagadas tanto no comprimento como no formato.

Na comparação do resultado experimental com o resultado numérico observou-se uma grande variação principalmente na parte inicial do gráfico. O modelo coesivo é proposto para simular a separação do material. Então, apenas o modo I é levado em consideração. No ensaio experimental as fissuras na verdade propagaram em modo misto. Então, para levar em consideração a dissipação de energia em modo II, as três considerações ( $FS= 1, 0,50$  e  $0$ ) foram feitas. Para modelar precisamente o modo misto, deveriam ser realizados ensaios em modo I puro e depois em modo II puro.

Na modelagem numérica foram utilizados módulos de elasticidade médios enquanto nos ensaios à fratura dos corpos de prova o módulo de elasticidade é o real. Daí a necessidade de adição de desvios padrão para aproximação das curvas da modelagem numérica com o da curva representativa na análise experimental. O modelo numérico considerado apenas dissipa parte da força de superfície paralela às fibras. O resultado, além disso, não é exato por ser adotado modelo plano, enquanto no experimental o elemento apresenta espessura e aleatoriedades das propriedades  $E$ ,  $\nu$ . O modelo teórico representa bem a tração perpendicular às fibras, mas não para o caso de

paralela às fibras. As incertezas sobre a real extensão das fissuras propagadas no interior dos modelos ensaiadas também influenciaram na divergência de resultados experimentais e teóricos. As fissuras, nas peças ensaiadas, apresentaram diferenças tanto na extensão propagada como no formato das mesmas e ainda com mudança no direcionamento de perpendicular para paralela às fibras, representando a situação prática diferente dos modelos teóricos existentes na literatura.

Observou-se também, por meio da análise dos gráficos da modelagem numérica e experimental, que o modelo coesivo que melhor representa o comportamento mecânico real do modelo experimental está entre a reaplicação de 0,5 a 1,0 das tensões de cisalhamento.

## REFERÊNCIAS

ATAACK, D.; MAY, W.D.; MORRIS, E.I.; SPROULE, R.N. The energy of tensile and cleavage fracture of black spruce. **Tappi Journal**, v. 44, p. 555-567, 1961.

ANDO, K.; SATO, K.; FUSHITANI M. Fracture toughness and acoustic emission characteristics of wood II. Effects of grain angle. **Mokuzai Gakkaishi Journal**, v.38, p. 342-349, 1992.

ANDO K., OHTA, M. Relationships between the morphology of micro-fractures of wood and the acoustic emission characteristics, **Mokuzai Gakkaishi Journal**, v.41, p. 640-646, 1995.

BARENBLATT, G. I. Mathematical theory of equilibrium cracks in brittle fracture. **In Advances in Applied Mechanics**, v.7, p. 55-129, 1962.

BODIG, J; JAYNE, B. A. Mechanics of Wood and Wood Composites. Van Nostrand Reinhold Company. New York, 1982.

CALIL JUNIOR, C.; LAHR, F. A. R.; DIAS, A. A. **Dimensionamento de elementos estruturais de madeira**. Manole, Barueri, BRA, 152 p., 2003.

CORDEIRO, S. G. F. **Formulações do Método dos Elementos de Contorno aplicadas à análise elástica e à fratura coesiva de estruturas compostas planas**. 266 p. Dissertação (Mestrado em Engenharia de Estruturas) – Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, 2015.

CORDEIRO, S.G.F; LEONEL. E.D. Cohesive crack propagation modelling in wood structures using BEM and the Tangent Operator Technique. **Engineering Analysis with Boundary Elements**, v. 64, p. 111–121.



COUREAU, J. L.; GUSTAFSSON, P. J.; PERSSON, K. Elastic layer model for application to crack propagation problems in timber engineering. **Wood Science and Technology**. v. 40, n.4, p. 275-290, 2005.

DEBAISE. G.R.; PORTER, A.W.; PENTONEY, R.E. Morphology and mechanics of wood fracture. **Materials Research and Standards**, v. 6, p 493-499, 1966.

DOURADO, N.; MOREL, S.; DE MOURA, M.F.S.F.; VALENTIN, G.; MORAIS, J. Comparison of Fracture Properties of Two Wood Species through Cohesive Crack Simulations. In Composites: Part A. **Science and manufacturing**, v.39, p. 415-427, 2008.

DUGDALE, D. S. Yielding of steel sheets containing slits. **In Journal of the Mechanics and Physics of Solids**, v.8, p. 100-104, 1960.

FRÜHMANN, K.; REITERER, A.; TSCHEGG, E.K.; TSCHEGG, S.E. A new experimental technique for determining the fracture energy of wood under mode II loading conditions. **Gruppo Frattura**, 2001.

FRÜHMANN, K.; REITERER, A.; TSCHEGG, E.K.; TSCHEGG, S.E. Fracture characteristic softwood under mode I, mode II and mode III loading. **Philosophical Magazine A**, v. 82, p. 3289-3298, 2002.

GUSTAFSON P.J. Fracture mechanics studies of non-yielding materials like concrete. **TVBM-1007**, Lund Institute of Technology, 1985.

GRIFFITH, A.A. The Phenomena of Rupture and Flow in Solids. **Philosophical Transactions**, Series A, v. 221, p.163-198, 1920.

HILLERBORG, A.; MODÉER, M.; PETERSSON, P-E. Analysis of crack formation and crack growth in concrete by means of fracture mechanics and finite elements. **In Cement and Concrete Research**, v.6, p. 773-782, 1976.

INGLIS, C. E. Stress in a plate due to the presence of cracks and sharp corners. **In Transaction of the Royal Institution of Naval Architects**, Series A, v.221, p. 163-198, 1913.

IRWIN, G.R. **Fracture, encyclopaedia of physics**. Vol. VI, Springer, Berlim, 1958.

JOHNSON J.A. Crack initiation in wood plates. **Wood Science**, v. 6, p.151-158, 1973.

KOLLMAN, F.P.F.; CÔTÉ, W.A.JR. **Principle softwoods science and technology-solid wood**. Springer-Verlag, Berlim, 1984.

LARSEN, H.J.; GUSTAFSSON, J. **Determination of fracture energy of wood for tension perpendicular to grain**. CIB-W18 on Timber Structures, Lisboa, 1980.

LEONEL, E. D. **Método dos Elementos de Contorno aplicada à análise de Sólidos Multifaturados**. 178p. Dissertação (Mestrado em Engenharia de Estruturas) – Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, 2006.

LEONEL, E. D. **Modelos Não Lineares do Método dos Elementos de Contorno para Análise de Problemas de Fratura e Aplicação de Modelos de Confiabilidade e Otimização em Estruturas Submetidas à Fadiga**. 406p. Tese (Doutorado em Engenharia de Estruturas) – Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, 2009.

LEONEL, E. D. **Introdução à Mecânica da Fratura**. São Carlos: Universidade de São Paulo. Departamento de Engenharia de Estruturas, 2017. 255 p. Notas de aula.

MANOOCHEHR, A.; DEAM, B; FRAGIACOMO, M. Experimental results of fracture energy and fracture toughness of Radiata Pine laminated veneer lumber (LVL) in mode I (opening). **Materials and Structures**. v. 45, p. 1189–1205, 2012.

MODEER M. A. Fracture mechanics approach to failure analysis of concrete materials. **TVBM-1001**, Lund Institute of Technology, 1979.

MOREL S, DOURADO N, VALENTIN G, MORAIS J. Wood: a quasibrittle material. R-curve behavior and peak load evaluation. **Int J Fract** v. 131, p. 385-400, 2005.

MOURA, M.F.S.F.; SILVA, M.A.L.; DE MORAIS, A.B.; MORAIS, J.J.L. Equivalent crack based mode II fracture characterization of wood. **Engineering Fracture Mechanics**, v. 73: p. 978-993, 2006.

MOURA, M.F.S.F.; SILVA, M.A.L.; DE MORAIS, A.B.; MORAIS, J.J.L. Identificação da curva de resistência da madeira em modo I através do ensaio DCB. **CMNE/CILAMCE**, Porto, 2007.

MOURA, M.F.S.F.; DOURADO, N.; MORAIS, J. Crack equivalent based method applied to wood fracture characterization using the single edge notched-three point bending test. **Engineering Fracture Mechanics**, v. 77, p. 510-520. 2010.

OLIVEIRA, H. L. Uma formulação alternativa do Método dos Elementos de Contorno aplicada à análise da propagação de fissuras em materiais quase frágeis..132p. Dissertação (Mestrado em Engenharia de Estruturas) – Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, 2013.

ÖZDEN, S.; ENNOS, A.R.; CATTANEO, M.E. G. V. Transverse fracture properties of green wood and the anatomy of six temperate tree species. **Forestry**, p. 1–12, 2016.

PEREIRA, J.L. **Comportamento mecânico da madeira em tracção nas direcções de simetria material**. Dissertação de Mestrado, Universidade de Trás-os-Montes e Alto Douro, Portugal, Vila Real, 2005.

PETERSSON, P.E. Crack growth and development of fracture zones in plain concrete and similar materials. **TVBM- 1007**, Lund Institute of Technology, 1981.

PETTERSON, R.; BODIG, J. Prediction of fracture toughness of conifers. **Wood and Fiber Science**, v. 15, p. 302-316, 1983.

PORTER, A.W. On the mechanics of fracture in wood. **Forest Products Journal**, v. 14, p. 325-331, 1964.

QIU, L.P.; ZHU, E.C.; van de KUILEN, J. W. G. **Eur. J. Wood Prod.** v. 72, p. 273–283, 2014.

REITERER, A.; SINN, G.; STANZL-TSCHEGG, S.E. Fracture characteristics of different wood species under mode I loading perpendicular to the grain. **Materials Science and Engineering**. p. 29-36, 2002.

RIBEIRO, P; SILVA, M.A.L; MORAIS, J.L.; DE MOURA, M.F.S.F. Análise por elementos finitos do ensaio DCB aplicado à madeira de Pinus Pinaster Ait. **Mecânica Experimental**; n 12, p. 49-57, 2006

RICE, J. R. **Mathematical Analysis in the Mechanics of Fracture**. Chapter 3 of Fracture: An Advanced Treatise ., Mathematical Fundamentals. Ed. H. Liebowitz, Academic Press, New York, v. 2, p. 191-311, 1968.

RIIPOLA, K. Timber Beams with Holes: Fracture Mechanics Approach. **Journal of Structural Engineering**, v. 121, p. 225–239, 1995.

SANFORD, R. J. **Principles of fracture mechanics**. Upper Saddle River: Prentice Hall, 2003.

SEDIGHI-GILANI, M.; JOB, L; NAVI, P. Three-dimensional Modelling of wood fracture in mode I, perpendicular to the grain direction at fibre level. **Wood Material Science and Engineering**. v.1, p. 52-58, 2006.

SIH, G. C.; PARIS, P. C.; IRWIN, G. R. On cracks in rectilinearly anisotropic bodies. **Int. J. Fracture**. v. 1, p. 189-203, 1965.

SIQUEIRA, M. L. **Projeto e construção de máquina para determinação da tenacidade de madeira** [dissertação]. 103 p São Carlos: Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo; 1986.

SCHNIEWIND A.P.; CENTENO J.C. Fracture toughness and duration of load factor I. Six principal systems of crack propagation and the duration factor for cracks propagating parallel to grain. **Wood and Fiber**, v. 5, p. 152-159, 1973.

SCHNIEWIND A.P. Fracture toughness and duration of load factor II. Duration factor for cracks propagating perpendicular-to-grain. **Wood and Fiber**, v. 9, p. 216-226, 1977.

SCHNIEWIND A.P.; LYON D.E. A fracture mechanics approach to the tensile strength perpendicular to grain of dimension lumber. **Wood Science and Technology**, v. 7, p. 45-59, 1977.

SMITH, I.; LANDIS, E.; GONG, M. **Fracture and Fatigue in Wood**. Jhon Wiley and Sons. England, 2003.

STANZL-TSCHEGG, S.E; TAN, D.M; TSCHEGG, E. K. Fracture resistance to the crack propagation in wood. **Int J Fract**; v. 75, p. 347-356, 1996.

TSCHEGG, E.K; FRÜHMANN, K; STANZL-TSCHEGG, S.E. Damage and fracture mechanisms during mode I and mode III loading of wood. **Holzforschung**, v. 55, p. 525-533, 2001.

VASIC, S; SMITH, I. Bridging crack model for fracture of spruce. **Eng Fract Mech** v. 69, p. 745-760, 2002.

VENTURINI, W. S. **Análise de problemas de fratura coesiva usando o método dos elementos de contorno**, In: XVI CILAMCE, 1995, Curitiba. Anais..., Curitiba: UFPR, v. 2, p. 1012 – 2021, 1995.

XAVIER, J.; OLIVEIRA, M.; MORAIS, J.J.L.; de MOURA, M.F.S.F. **Frattura ed Integrità Strutturale**, v. 31, p. 13-22, 2015.

YEH, B.; SCHNIEWIND, A.P. Elasto-plastic fracture mechanics of wood using the J-integral method. **Wood and Fiber Science**, v. 24, p. 364-376, 1992.

YOSHIHARA, H. Initiation and propagation fracture toughness of solid wood under the mixed Mode I/II condition examined by mixed-mode bending test. **Engineering Fracture Mechanics**, v. 104, p. 1–15, 2013.