

**UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO
ESCOLA DE ENGENHARIA DE SÃO CARLOS
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA DE ESTRUTURAS**

LUIZ GUSTAVO FERNANDES GROSSI

*Sobre o Comportamento Estrutural e o Dimensionamento de Lajes
Mistas de Aço e Concreto com Armadura Adicional*

SÃO CARLOS

2016

LUIZ GUSTAVO FERNANDES GROSSI

*Sobre o Comportamento Estrutural e o Dimensionamento de Lajes
Mistas de Aço e Concreto com Armadura Adicional*

VERSÃO CORRIGIDA

A versão original encontra-se na Escola de Engenharia de São Carlos

Dissertação apresentada à Escola de Engenharia de São Carlos da Universidade de São Paulo como parte dos requisitos necessários para obtenção do título de Mestre em Engenharia Civil (Estruturas).

Orientador: Prof. Assoc. Maximiliano Malite

SÃO CARLOS

2016

AUTORIZO A REPRODUÇÃO TOTAL OU PARCIAL DESTE TRABALHO,
POR QUALQUER MEIO CONVENCIONAL OU ELETRÔNICO, PARA FINS
DE ESTUDO E PESQUISA, DESDE QUE CITADA A FONTE.

G878s Grossi, Luiz Gustavo Fernandes
Sobre o comportamento estrutural e o
dimensionamento de lajes mistas de aço e concreto com
armadura adicional / Luiz Gustavo Fernandes Grossi;
orientador Maximiliano Malite. São Carlos, 2016.

Dissertação (Mestrado) - Programa de Pós-Graduação
em Engenharia Civil (Engenharia de Estruturas) e Área de
Concentração em Estruturas -- Escola de Engenharia de
São Carlos da Universidade de São Paulo, 2016.

1. Estrutura mista de aço e concreto. 2. Laje
mista. 3. Laje com fôrma de aço incorporada. 4. Laje
mista com armadura adicional. I. Título.

FOLHA DE JULGAMENTO

Candidato: Engenheiro **LUIZ GUSTAVO FERNANDES GROSSI**.

Título da dissertação: "Sobre o comportamento estrutural e o dimensionamento de lajes mistas de aço e concreto com armadura adicional".

Data da defesa: 25.10.2016.

Comissão Julgadora:

Resultado:

Prof. Associado **Maximiliano Malite (Orientador)**
(Escola de Engenharia de São Carlos/EEESC)

APROVADO

Prof. Dr. **Julio Fruchtengarten**
(Escola Politécnica/EP-USP)

APROVADO

Profa. Dra. **Silvana De Nardin**
(Universidade Federal de São Carlos/UFSCar)

APROVADO

Coordenador do Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil
(Engenharia de Estruturas):
Prof. Titular **Humberto Breves Coda**

Presidente da Comissão de Pós-Graduação:
Prof. Associado **Luís Fernando Costa Alberto**

Este trabalho é dedicado a você, leitor(a).

AGRADECIMENTOS

À minha família o amor incondicional e apoio em todos os momentos, além da construção do alicerce moral e intelectual imprescindível a qualquer ser humano.

Aos meus amigos e conhecidos as trocas de experiência e os momentos de descontração.

Ao Prof. Assoc. Maximiliano Malite a dedicação, paciência e orientação de alto nível.

A todas as pessoas que desenvolveram os conhecimentos e ferramentas de que pude usufruir para desenvolvimento do trabalho.

Ao Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPq) a concessão da bolsa de estudos.

Aos funcionários do Departamento de Engenharia de Estruturas (SET) o auxílio e suporte.

À empresa Modular Sistema Construtivo a motivação e investimento na parte experimental do trabalho.

À Escola de Engenharia de São Carlos da Universidade de São Paulo (EESC-USP) a formação acadêmica.

Obrigado!

“Não basta ensinar ao homem uma especialidade, porque se tornará assim uma máquina utilizável, e não uma personalidade. É necessário que adquira um sentimento, um senso prático daquilo que vale a pena ser empreendido, daquilo que é belo, do que é moralmente correto”

Albert Einstein

RESUMO

GROSSI, L. G. F. **Sobre o comportamento estrutural e o dimensionamento de lajes mistas de aço e concreto com armadura adicional**. 2016. 275 p. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil (Estruturas)) – Departamento de Engenharia de Estruturas, Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo. São Carlos, 2016.

Usualmente, em situações práticas de projeto de lajes mistas, procura-se uniformizar ao máximo a espessura das fôrmas de aço, normalmente por razões econômicas (produção em larga escala). Entretanto, em alguns casos, há a necessidade de se especificarem algumas fôrmas com maior espessura, solução essa pouco competitiva no mercado brasileiro. Uma alternativa economicamente interessante em relação ao aumento de espessura é a inserção de armadura adicional, mantendo-se assim a espessura padrão (em geral 0,80 mm) e obtendo-se aumento da área de aço por meio de vergalhões. No entanto, por se tratar de uma solução inusual, o comportamento estrutural das lajes mistas com armadura adicional e seus critérios e diretrizes de dimensionamento não são previstos em normas e manuais técnicos: a ABNT NBR 8800 (2008, p. 226) e o Eurocode 4 (2004, p. 104) mencionam que, caso haja armadura para resistir ao momento fletor positivo, a formulação apresentada deverá ser adequadamente ajustada, mas não apresentam os respectivos critérios e equacionamentos. O ANSI/ASCE 3-91 (1992), o CSSBI S2-2008 (2008) e o ANSI/SDI C-2011 (2011) não mencionam a possibilidade de armadura adicional. Diante desse cenário, investigou-se o comportamento estrutural de lajes mistas com vergalhões e, por meio de uma extensão matemática das formulações já existentes para o caso sem armadura, foram propostos critérios de dimensionamento para os estados-limites últimos (momento fletor e cisalhamento longitudinal) e de serviço (deslocamento vertical). Foram realizados ensaios de flexão em doze protótipos de lajes mistas de dimensões usuais, sendo oito sem barras adicionais e quatro com, variando-se as dimensões (altura e vão, conforme Eurocode 4 (2004)) e com quatro taxas de armadura. A partir desses resultados, pôde-se analisar o comportamento estrutural dos protótipos com armadura adicional, os quais apresentaram ductilidade e capacidade consideravelmente maiores que as correspondentes lajes sem as barras. Por fim, também foram validadas as formulações referentes ao cisalhamento longitudinal (extensões do Método $m-k$ e do Método da Interação Parcial) e ao deslocamento vertical, para os casos mais usuais.

Palavras-chave: Estrutura mista de aço e concreto. Laje mista. Laje com fôrma de aço incorporada. Laje mista com armadura adicional.

ABSTRACT

GROSSI, L. G. F. **On the structural behavior and the design of composite slabs with additional reinforcement.** 2016. 275 p. Dissertation (M. Sc. in Civil Engineering (Structures)) – Department of Structural Engineering, School of Engineering of São Carlos, University of São Paulo. São Carlos, 2016.

Usually, on the design of composite slabs with profiled steel decking, it is tended to standardize as much as possible the thickness of the steel decking, generally because of economic reasons (large-scale production). Nevertheless, in a few cases it must be necessary to specify thicker steel decking, which is not a competitive solution in the Brazilian market. An economic alternative regarding the increase of thickness is the insertion of additional bottom reinforcement, thus, keeping the standard thickness (in general 0.80 mm) and obtaining the steel area increment through rebars. Notwithstanding, since that is an unusual solution, the structural behavior of composite slabs with additional reinforcement, their criteria and design guidelines are not provided in standards and technical manuals: ABNT NBR 8800 (2008) and Eurocode 4 (2004) state that, if there are additional bars to resist positive bending moment, the formulation should be adapted, however they do not present the respective criteria and equating. CSSBI S2-2008 (2008), ANSI/ASCE 3-91 (1992) and ANSI/SDI C-2011 (2011) do not mention the possibility of using additional reinforcement. In this scenario, the structural behavior of composite slabs with rebars was investigated and, through a mathematic extension of the formulation already used to the unreinforced situation, design criteria were proposed for the ultimate (flexure and longitudinal shear) and serviceability (deflection) limit states. In addition, flexure tests were carried out in twelve composite slabs with usual dimensions, eight of those without additional bars and four with, following the recommendations by Eurocode 4 (2004) about the variation of the dimensions (height and span), with the latter having four reinforcement rates. With the results of those tests, the structural behavior of the reinforced prototypes was analysed, which have showed considerably higher ductility and resistance when compared to those with the unreinforced ones. Finally, the formulations for the usual cases related to longitudinal shear (extensions of the *m-k* Method and the Partial Interaction Method) and deflection were validated.

Keywords: Steel and concrete composite structure. Composite slab. Composite slab with additional reinforcement.

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

Todas as abreviaturas e siglas estão organizadas a seguir, mas também são definidas ao longo deste trabalho, no instante em que aparecem.

ABNT	Associação Brasileira de Normas Técnicas
NBR	Norma Brasileira
ACI	American Concrete Institute
ANSI	American National Standards Institute
ASCE	American Society of Civil Engineers
SDI	Steel Deck Institute
ASTM	American Society for Testing and Materials
CSSBI	Canadian Sheet Steel Building Institute
Eurocode	European Standard

LISTA DE SÍMBOLOS

Todos os símbolos utilizados neste trabalho são definidos ao longo do texto, no instante em que aparecem, e também estão organizados a seguir.

Letras romanas maiúsculas

$A_{F,ef}$	Área da seção efetiva da fôrma de aço (correspondente a b), determinada desprezando-se a largura das mossas na seção transversal
A_{F,ef_1}	Parcela de $A_{F,ef}$ correspondente à altura t_{a_1}
A_{F,ef_2}	Parcela de $A_{F,ef}$ correspondente à altura t_{a_2}
A_{F,ef_L}	O mesmo que $A_{F,ef}$, mas correspondente a b_L
A_{F,ef_n}	O mesmo que $A_{F,ef}$, mas correspondente a B_n
A_n	Área de concreto no interior uma nervura da fôrma de aço
A_{sl}	Área de armadura adicional correspondente a b
A_{sl_L}	O mesmo que A_{sl} , mas correspondente a b_L
B_i	Largura da onda baixa (ou mesa inferior) das nervuras da fôrma de aço
B_m	Base média de uma nervura da fôrma de aço
B_s	Largura da onda alta (ou mesa superior) das nervuras da fôrma de aço
B_n	Largura de uma nervura de uma laje mista
E_a	Módulo de elasticidade do aço, considerado de valor 200 GPa
E_c	Módulo de elasticidade do concreto (módulo de elasticidade secante)
E_{ci}	Módulo de deformação tangente inicial do concreto
F	Força vertical aplicada
F_{b_1}	Força vertical necessária para separação de uma placa de aço e um bloco de concreto ligados por adesão
F_{b_2}	Força vertical necessária para separação de uma placa de aço e um bloco de concreto ligados por adesão e atrito
F_{des}	Valor de F correspondente a um deslizamento relativo de borda de 0,1 mm em um ensaio à flexão de uma laje mista
F_H	Força horizontal aplicada no <i>slip block test</i>

F_m	Resultante de cisalhamento na interface aço-concreto no vão L_m por largura de laje
$\overline{F_a}$	Resultante de cisalhamento na interface aço-concreto no vão L_a
$\overline{F_m}$	Resultante de cisalhamento na interface aço-concreto no vão L_m
$\overline{F_{m\acute{a}x}}$	Maior valor de F alcançado num ensaio à flexão de uma laje mista
$F_{m\acute{a}x}$	Menor valor entre $\overline{F_{m\acute{a}x}}$ e $L / 50$
F_{sl}	Resultante na armadura adicional em interação parcial
F_{total}	$F_{m\acute{a}x}$ acrescida de P_{disp} e P_{prop}
F_V	Força vertical aplicada no <i>slip block test</i>
I_d	Momento de inércia médio da seção transversal de uma laje mista (correspondente a b)
I_{d_L}	O mesmo que I_d , mas correspondente a b_L
I_{fc}	Momento de inércia da seção transversal de uma laje mista (correspondente a b), considerando concreto tracionado fissurado
I_{fc_L}	O mesmo que I_{fc} , mas correspondente a b_L
$I_{F,ef}$	Momento de inércia da seção efetiva da fôrma de aço (correspondente a b), determinado desprezando-se a largura das mossas na seção transversal
I_{F,ef_L}	O mesmo que $I_{F,ef}$, mas correspondente a b_L
I_{F,ef_n}	O mesmo que $I_{F,ef}$, mas correspondente a B_n
I_{nc}	Momento de inércia da seção transversal de uma laje mista (correspondente a b), considerando concreto tracionado não fissurado
I_{nc_L}	O mesmo que I_{nc} , mas correspondente a b_L
$\overline{K_1}$	Fator que considera a influência da altura da fôrma de aço no desenvolvimento do cisalhamento longitudinal no vão de cisalhamento
$\overline{K_2}$	Indicador da performance do cisalhamento longitudinal ao longo do vão de cisalhamento
$\overline{K_3}$	Termo que estabelece o aumento de eficiência de transferência de cisalhamento por nervura com o aumento da altura total da laje
L	Vão teórico (entre linhas de centros dos apoios) de uma laje mista na direção das nervuras
L_0	Comprimento do balanço de uma laje mista biapoiada
L_a	Parcela de L_s submetida à tensão de cisalhamento de ligação por atrito na interface aço-concreto
L_b	Largura do bloco do <i>slip block test</i>
L_m	Parcela de L_s submetida à tensão de cisalhamento de ligação mecânica na interface aço-concreto

L_s	Vão de cisalhamento de uma laje mista
L_{sf}	No Método da Interação Parcial, distância de uma seção transversal da laje mista ao apoio mais próximo a partir da qual todas as seções se encontram em interação completa
L_t	Comprimento total de uma laje mista
L_x	Distância de uma seção transversal da laje mista ao apoio mais próximo
M	Momento fletor
M_g	Momento fletor proveniente do peso próprio de uma laje mista e dos demais dispositivos do ensaio de flexão
$M_{máx}$	Momento fletor máximo
M_{pa}	Momento fletor de plastificação da fôrma de aço (correspondente a b)
M_{pa_L}	O mesmo que M_{pa} , mas correspondente a b_L
M_{pr}	Momento fletor de plastificação da fôrma de aço, reduzido pela presença da força axial (correspondente a b)
M_{pr_L}	O mesmo que M_{pr} , mas correspondente a b_L
M_{pRm}	Momento fletor resistente médio em interação completa
M_{Rd}	Momento fletor resistente de cálculo
M_{pRd}	Momento fletor resistente de cálculo em interação completa
$M_{l,Rm}$	Momento fletor resistente médio associado ao estado-limite último cisalhamento longitudinal
M_{Sd}	Momento fletor solicitante de cálculo
$M_{Sd_{sim}}$	Curva simétrica de M_{Sd} em relação à metade de uma laje mista
M_t	Momento fletor resistente de cálculo em interação completa segundo método alternativo do Apêndice D do ANSI/ASCE 3-91 (1992)
M_{test}	Momento fletor associado ao cisalhamento longitudinal obtido experimentalmente
N_a	Força normal resultante na fôrma de aço
\overline{N}_c	Força normal de plastificação da capa de concreto de uma laje mista
N_c	Resultante normal na capa de concreto de uma laje mista em interação parcial
N_{cf}	Resultante normal na capa de concreto de uma laje mista em interação completa
N_{cn}	Resultante normal na capa de concreto de uma laje mista em interação nula
N_{pa}	Força normal de plastificação da fôrma de aço (correspondente a b)
N_{pa_1}	Parcela de N_{pa} correspondente a A_{F,ef_1}

N_{pa_2}	Parcela de N_{pa} correspondente a A_{F,ef_2}
N_{pa_L}	O mesmo que N_{pa} , mas correspondente a b_L
N_{sl}	Força normal de plastificação da armadura adicional
N_{sl_1}	Resultante normal de plastificação na armadura adicional acima da linha neutra
N_{sl_2}	Resultante normal de plastificação na armadura adicional abaixo da linha neutra
P_{disp}	Peso próprio dos dispositivos de distribuição de força de um ensaio de flexão
P_{prop}	Peso próprio de um protótipo de laje mista
P_{sl}	Resultante na armadura adicional em interação completa de valor inferior a N_{sl}
R	Reação do apoio mais próximo
R_{test}	Reação de apoio referente a M_{test}
T_1	Resultante de tração da mesa inferior da fôrma de aço para cálculo de M_t
T_2	Resultante de tração da mesa superior da fôrma de aço para cálculo de M_t
T_3	Resultante de tração da alma da fôrma de aço para cálculo de M_t
T_{pa}	Resultante de plastificação de tração na parte da fôrma de aço abaixo da linha de igual área
T_{sl}	Resultante na armadura adicional em interação nula de valor inferior a N_{sl}
V_{ld}	Resistência de cálculo ao cisalhamento dos conectores da fôrma de aço
$V_{l,Rd}$	Força cortante resistente de cálculo associada ao estado-limite último cisalhamento longitudinal, segundo a ABNT NBR 8800 (2008) e o Eurocode 4 (2004)
$V_{l,Rk}$	Força cortante resistente característica associada ao estado-limite último cisalhamento longitudinal, segundo a ABNT NBR 8800 (2008) e o Eurocode 4 (2004)
$V_{l,Rm}$	Força cortante resistente média associada ao estado-limite último cisalhamento longitudinal
V_n	Força cortante resistente característica associada ao estado-limite último cisalhamento longitudinal, segundo o ANSI/ASCE 3-91 (1992)
V_t	Força cortante resistente característica associada ao estado-limite último cisalhamento longitudinal, segundo o CSSBI S2-2008 (2008)
V_u	Força cortante última associada ao estado-limite último cisalhamento longitudinal obtida experimentalmente

Letras romanas minúsculas

a	Distância da linha neutra plástica no bloco de concreto à face superior de uma laje mista
b	Largura de 1.000 mm
b_F	Largura plana dos elementos da fôrma de aço
b_b	Largura do bloco do <i>slip block test</i>
b_L	Largura de uma laje mista (largura do protótipo ensaiado)
cv_{τ_u}	Coefficiente de variação de Pearson de τ_u
d_F	Distância da face superior da capa de concreto ao centro geométrico da seção efetiva da fôrma de aço
d_{sl}	Distância da face superior da capa de concreto ao centro geométrico da armadura adicional
e	Distância do centro geométrico da área efetiva da fôrma de aço à sua face inferior
e_n	O mesmo que e , mas correspondente a B_n
e_p	Distância da linha neutra de plastificação da seção efetiva da fôrma de aço à sua face inferior
e_{p_n}	O mesmo que e_p , mas correspondente a B_n
e_{sl}	Distância do centro geométrico da armadura adicional à face inferior da fôrma de aço
f_a	Tensão de cisalhamento na interface aço-concreto no vão L_a
f_c	Resistência à compressão média do concreto
f_{cd}	Resistência à compressão de cálculo do concreto
f_{ck}	Resistência à compressão característica do concreto
f_y	Resistência ao escoamento média da armadura adicional
f_{yd}	Resistência ao escoamento de cálculo da armadura adicional
f_{yF}	Resistência ao escoamento média da fôrma de aço
f_{yFd}	Resistência ao escoamento de cálculo da fôrma de aço
f_{yFk}	Resistência ao escoamento característica da fôrma de aço
f_{yk}	Resistência ao escoamento característica da armadura adicional
f_u	Resistência à ruptura média da armadura adicional
f_{uF}	Resistência à ruptura média da fôrma de aço
h_t	Altura total de uma laje mista

k	Constante semi-empírica do Método $m-k$
k_a	Constante k determinada a partir do ajuste de pontos experimentais
k_{norm}	Constante k determinada a partir de critérios normativos
k_p	Constante semi-empírica do Método $m-k$ pela formulação de Porter e Ekberg (1975)
k_s	Constante semi-empírica do Método $m-k$ pela formulação de Schuster (1970)
k_1	Constante semi-empírica para determinação de V_t
k_2	Constante semi-empírica para determinação de V_t
k_3	Constante semi-empírica para determinação de V_t
k_4	Constante semi-empírica para determinação de V_t
k_5	O mesmo que a constante m , no CSSBI S2-2008 (2008)
k_6	O mesmo que a constante k , no CSSBI S2-2008 (2008)
m	Constante semi-empírica do Método $m-k$
m_a	Constante m determinada a partir do ajuste de pontos experimentais
m_{norm}	Constante m determinada a partir de critérios normativos
m_p	Constante semi-empírica do Método $m-k$ pela formulação de Porter e Ekberg (1975)
m_s	Constante semi-empírica do Método $m-k$ pela formulação de Schuster (1970)
n_{sl}	Número de barras adicionais contido na largura b
q	Carregamento uniformemente distribuído
s	Deslizamento relativo de borda entre o aço e o concreto na interface
s_c	Distância entre centros dos mecanismos de transferência de cisalhamento de lajes mistas (mossas)
s_{τ_u}	Desvio-padrão de τ_u
t	Espessura do núcleo da chapa da fôrma de aço
t_a	Altura da fôrma de aço
t_{a_1}	Distância da face superior da fôrma de aço ao centro geométrico da armadura adicional
t_{a_2}	Distância da face inferior da fôrma de aço ao centro geométrico da armadura adicional
t_c	Altura da capa de concreto de uma laje mista
t_n	Espessura nominal da chapa da fôrma de aço
x	Eixo das abscissas
y	Distância vertical entre dois pontos ou eixo das ordenadas
y_1	Distância da força T_1 à resultante N_{cf}

y_2	Distância da força T_2 à resultante N_{cf}
y_3	Distância da força T_3 à resultante N_{cf}
$y_{cg_{pa}}$	Altura do centro geométrico da parte da fôrma acima (ou abaixo) da linha de igual área em relação a essa mesma linha
y_{fc}	Distância da face superior da laje de concreto à linha neutra, considerando o concreto tracionado fissurado
y_{nc}	Distância da face superior da laje de concreto à linha neutra, considerando o concreto tracionado não fissurado
y_{pa_1}	Distância do centro geométrico da armadura adicional à força N_{pa_1}
y_{pa_2}	Distância do centro geométrico da armadura adicional à força N_{pa_2}
y_{sl_1}	Distância do centro geométrico da armadura adicional à força N_{sl_1}
y_{sl_2}	Distância do centro geométrico da armadura adicional à força N_{sl_2}

Letras gregas minúsculas

α	Relação entre a largura da parte comprimida e a plana de um elemento da fôrma de aço
α_E	Relação entre E_a e E_c
α_F	Ângulo entre a alma e a mesa inferior da fôrma de aço
δ	Deslocamento vertical
$\delta_{v_{máx}}$	Deslocamento vertical máximo
ε_{a_i}	Deformação longitudinal horizontal específica na mesa inferior da fôrma de aço
ε_{a_s}	Deformação longitudinal horizontal específica na mesa superior da fôrma de aço
ε_c	Deformação longitudinal horizontal específica na face superior da capa de concreto
ε_{cc}	Deformação no concreto no instante de f_c
ε_{sl}	Deformação longitudinal horizontal específica na armadura adicional
ε_y	Deformação na armadura adicional no início do escoamento
ε_{yF}	Deformação na fôrma de aço no início do escoamento
γ_s	Coefficiente de ponderação de f_y
γ_{sl}	Coefficiente de ponderação da força $V_{l,Rk}$
γ_{vs}	Coefficiente de ponderação de $\tau_{u,Rk}$
μ	Coefficiente de atrito entre o aço e o concreto
η	Grau de interação parcial

ϕ	Coeficiente de ponderação das forças V_t e V_n ou bitola da armadura adicional
ρ_a	Taxa de aço de uma laje mista referente à forma de aço
ρ_{sl}	Taxa de aço de uma laje mista referente à armadura adicional
τ_u	Tensão média resistente ao cisalhamento longitudinal na interface aço-concreto em interação parcial
$\tau_{u,m}$	Média aritmética de τ_u
$\tau_{u,n}$	Tensão média resistente ao cisalhamento longitudinal na interface aço-concreto em interação nula
$\tau_{u,t}$	Tensão média resistente ao cisalhamento longitudinal na interface aço-concreto em interação completa
τ_{um}	Tensão de cisalhamento mecânica na interface aço-concreto
$\tau_{u,Rd}$	Tensão média resistente de cálculo ao cisalhamento longitudinal na interface aço-concreto
$\tau_{u,Rk}$	Tensão média resistente característica ao cisalhamento longitudinal na interface aço-concreto

SUMÁRIO

1 Introdução	27
1.1 Breve Histórico do Uso e Estudo das Lajes Mistas	28
1.2 Vantagens e Desvantagens das Lajes Mistas	31
1.3 Justificativa e Objetivos	32
1.4 Métodos	33
2 Transferência de Cisalhamento, Comportamento e Classificação das Lajes Mistas	37
2.1 Transferência de Cisalhamento	37
2.2 Classificação das Lajes Mistas	40
2.3 Comportamento Geral das Lajes Mistas	41
2.4 Comportamento das Lajes Mistas Frágeis	43
2.5 Comportamento das Lajes Mistas Dúcteis	44
3 Dimensionamento das Lajes Mistas	47
3.1 Estado-limite Último: Momento Fletor	49
3.2 Estado-limite Último: Cisalhamento Longitudinal	55
3.2.1 Método <i>m-k</i>	56
3.2.2 Método da Interação Parcial	69
3.2.3 Outros Métodos	80
3.3 Estado-limite de Serviço: Fissuração do Concreto	88
3.4 Estado-limite de Serviço: Deslocamento Vertical	89
4 Análise Experimental	99
4.1 Descrição dos Protótipos Ensaaiados	99
4.2 Descrição do Procedimento de Ensaio	103
4.3 Equipamentos Utilizados e Instrumentação	104
4.4 Propriedades Mecânicas e Geométricas da Fôrma de Aço MD65	108

5 Resultados Experimentais, Análises e Comparações.....	113
5.1 Caracterização dos Materiais.....	113
5.2 Lajes Mistas sem Armadura Adicional	116
5.2.1 Resultados Experimentais, Comportamento Estrutural e Classificação	117
5.2.2 Momento Fletor Resistente (Interação Completa).....	120
5.2.3 Aplicação do Método $m-k$	121
5.2.4 Aplicação do Método da Interação Parcial	123
5.3 Lajes Mistas com Armadura Adicional.....	129
5.3.1 Resultados Experimentais, Comportamento Estrutural e Classificação	130
5.3.2 Análise do Comportamento Estrutural e Comparação com as Lajes Mistas sem Armadura Adicional.....	131
6 Cálculo de Lajes Mistas com Armadura Adicional.....	139
6.1 Estado-limite Último: Momento Fletor.....	139
6.2 Estado-limite Último: Cisalhamento Longitudinal	150
6.2.1 Configurações de Tensões e Forças em Interação Parcial	150
6.2.2 Método $m-k$	156
6.2.3 Método da Interação Parcial	162
6.3 Estado-limite de Serviço: Deslocamento Vertical.....	191
7 Conclusão.....	201
Referências Bibliográficas.....	205
Apêndice A – Relatório Fotográfico	215
Apêndice B – Resultados Experimentais: Lajes Mistas sem Armadura Adicional	223
B.1 Gráficos Força \times Flecha	225
B.2 Gráficos Força \times Deslizamento Relativo.....	229
B.3 Gráficos Força \times Deformação Específica no Concreto	233
B.4 Gráficos Força \times Deformação Específica na Fôrma de Aço	236

Apêndice C – Resultados Experimentais: Lajes Mistas com Armadura Adicional.....	241
C.1 Gráficos Força × Flecha	241
C.2 Gráficos Força × Deslizamento Relativo	243
C.3 Gráficos Força × Deformação Específica no Concreto.....	245
C.4 Gráficos Força × Deformação Específica na Fôrma de Aço.....	251
C.5 Gráficos Força × Deformação Específica na Armadura Adicional	257
Apêndice D – Configurações de Tensões e Forças em Interação Parcial.....	265

1 INTRODUÇÃO

De modo geral, um sistema estrutural misto é aquele formado por elementos de dois ou mais materiais (exemplo: aço e concreto), sendo os esforços solicitantes numa seção qualquer distribuídos entre eles. A distribuição dos esforços entre os materiais é função das suas propriedades mecânicas e da interação entre eles. Essa interação depende de como os materiais estão interligados e na eficiência que essas ligações apresentam para transmitir cisalhamento de um material ao outro. Uma ligação que não transmite cisalhamento não gera ação composta entre os materiais, não formando, portanto, um elemento estrutural misto.

Neste trabalho é abordada a laje mista de aço e concreto, também chamada laje com fôrma de aço incorporada (em inglês, *composite slab with profiled steel decking*).

O aço utilizado nas lajes mistas apresenta-se como uma fina chapa de aço zincada (fôrma) formada a frio, enquanto o concreto é aplicado como uma laje moldada em cima dessa chapa. A Figura 1.1 apresenta um esboço geral da disposição dos materiais. Os mecanismos utilizados para transferência de cisalhamento entre os dois materiais são aplicados à fôrma de aço e serão comentados no Capítulo 2.

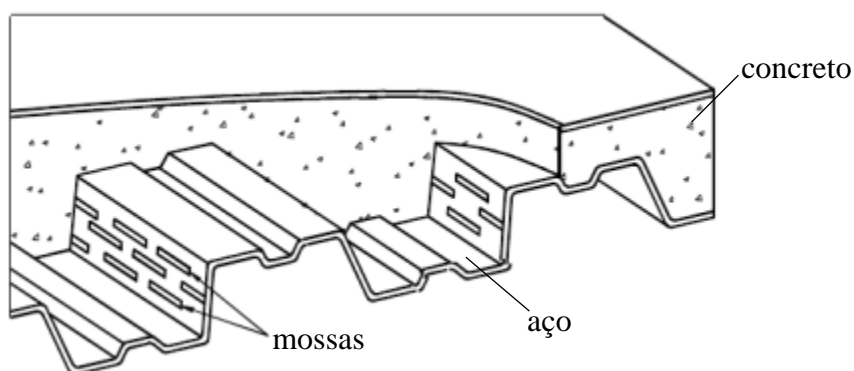


Figura 1.1 – Esboço de lajes mistas com fôrma de aço incorporada (adaptado de QUEIROZ; PIMENTA; DA MATA, 2001).

Segundo Queiroz, Pimenta e Da Mata (2001), a espessura da fôrma de aço, por razões econômicas, é delgada, usualmente entre 0,75 e 1,20 mm, sendo revestida por uma camada de zinco. Nesse processo de revestimento, contínuo e denominado galvanização a quente, deposita-se uma camada de zinco da ordem de 260 g/m^2 , correspondendo a uma espessura

da ordem de 0,04 a 0,05 mm (considerando ambas as faces da chapa). No mercado nacional, essa camada de zinco é considerada na espessura nominal da chapa. Assim, por exemplo, uma chapa de aço zincado com 0,80 mm de espessura nominal, em verdade, é composta por um núcleo de aço de 0,75 mm e um revestimento total, considerando ambas as faces da chapa, de 0,05 mm de zinco.

Atualmente, no Brasil, a norma vigente para projeto de lajes mistas em temperatura ambiente é a ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS – ABNT NBR 8800 (2008), e em situação de incêndio, a ABNT NBR 14323 (2013).

É importante ressaltar que o comportamento misto só é considerado efetivo depois que o concreto estiver devidamente endurecido (segundo a ABNT NBR 8800 (2008), após atingir 75% da resistência à compressão especificada) e que, antes disso, a fôrma de aço deve resistir às ações incidentes na etapa de construção (concreto fresco, sobrecarga de construção, entre outras), sendo devidamente projetada segundo a norma de perfis de aço formados a frio vigente: a ABNT NBR 14762 (2010).

A fim de motivar a importância do estudo das lajes mistas, será apresentado a seguir um breve histórico e uma relação de suas vantagens e desvantagens. Um histórico mais completo e mais detalhado por ser encontrado em Shen (2001).

1.1 Breve Histórico do Uso e Estudo das Lajes Mistas

Segundo Brendolan (2007), por volta de 1930, engenheiros e projetistas norte-americanos notaram que poderia haver muitas vantagens em aliar as propriedades estruturais do aço e do concreto, formando um elemento estrutural misto com características próprias.

Para o caso da união aço-concreto formar uma laje (aço sendo usado como chapa de aço formada a frio), ainda de acordo com Brendolan (2007), inicialmente os dois materiais eram utilizados de forma a trabalharem separadamente, isto é, sem transferência de cisalhamento entre eles – evidentemente, portanto, o piso não era misto¹. Desse modo, a laje de concreto era armada para resistir a todos os esforços, com ou sem a presença da fôrma de aço, e a vantagem da utilização conjunta dos materiais era somente da chapa metálica atuar como fôrma permanente, suportando o concreto antes da cura, bem como as armaduras e os

¹ Na prática, havia certo grau de interação composta entre os dois materiais, mas de difícil avaliação (GOMES, 2001).

carregamentos de construção. Após a cura do concreto, a fôrma era deixada, geralmente, por conveniência ou estética ou economia.

Na década de 1940, segundo Gomes (2001), surgem as lajes mistas propriamente ditas, adotando-se assim mecanismos de transferência de cisalhamento na interface aço-concreto, fazendo com que os dois materiais atuem conjuntamente para resistir aos esforços. Assim, para resistir a momento fletor positivo, por exemplo, a fôrma de aço atua como armadura positiva da laje de concreto.

A empresa *Granco Steel Products Company*, segundo Heagler (1993), foi a primeira a desenvolver e apresentar uma laje mista, denominada COFAR, adotando-se mecanismos de transferência de cisalhamento, em 1950. De acordo com Easterling e Young (1992), sua concepção e seu projeto eram realizados por Friberg (1954). O procedimento para determinação da capacidade resistente eram os mesmos critérios da época para concreto armado. O mecanismo de transferência de cisalhamento da COFAR consistia em barras de aço soldadas nas nervuras da fôrma de aço. De acordo com Friedrich (2012), esse mecanismo era muito oneroso, conduzindo as empresas a terem de buscar outras soluções.

Ainda segundo Heagler (1993), durante a década seguinte, outros tipos de fôrmas de aço para laje mista foram desenvolvidos, não mais com o uso de barras soldadas nas nervuras, mas com deformações na fôrma (principalmente na alma). Os principais perfis da fôrma de aço utilizados eram trapezoidal e reentrante, sendo que alguns fabricantes também inseriam mossas e conectores do tipo *stud* (esses dois mecanismos serão mais bem apresentados no Capítulo 2), para promover a transferência de cisalhamento (SHEN, 2001), conforme Figura 1.2.

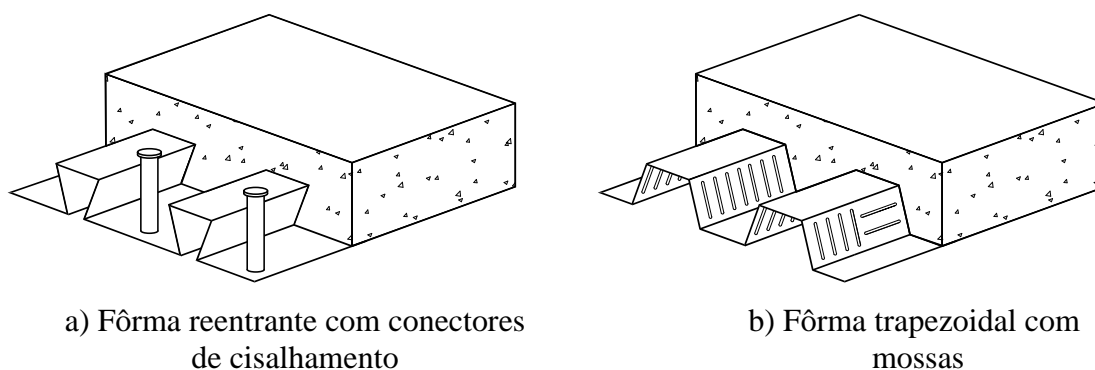


Figura 1.2 – Perfis de fôrma de aço utilizados e seus mecanismos de transferência de cisalhamento na década de 60 (adaptado de SHEN, 2001).

Nesse período, ao mesmo tempo em que as lajes mistas estavam em processo de adequação, os critérios de dimensionamento de concreto armado também se encontravam em transição: do método das tensões admissíveis para o dos estados-limites. Nesse cenário, não havia consenso sobre qual o método adequado, e muitas planilhas de dimensionamento publicadas pelos fabricantes eram baseadas em seus resultados experimentais. Entretanto, mesmo nesse contexto instável, o uso das estruturas mistas continuou em ascensão, tornando-se cada vez mais comum, em razão de sua economia e eficiência (HEAGLER, 1993).

Muitos estudos foram então desenvolvidos, desde o surgimento das lajes mistas, sobre seu comportamento estrutural e sobre seus critérios de dimensionamento.

Segundo Schuster (1970), a primeira publicação significativa acerca do tema foi feita por Friberg (1954), em que foi fornecido um entendimento do comportamento do perfil testado pelo autor, bem como uma avaliação de custos entre lajes mistas e convencionais. Mais tarde, Bryl (1967) realizou uma investigação de diferentes perfis de chapa de aço atuando de forma mista com concreto; sua conclusão acerca da resistência dessas lajes mistas é, em suma, de que as com chapas de aço sem mecanismos de transferência de cisalhamento apresentaram ruptura brusca, enquanto as com os mecanismos tiveram grandes deformações plásticas acompanhadas por considerável aumento na capacidade resistente.

Schuster (1970) cita que, à época da elaboração de sua tese de doutorado (1967), em geral as pesquisas sobre lajes com fôrma de aço incorporada eram resultado de pesquisas independentes de cada fabricante, de modo que cada um obtinha relatórios não publicados relativos ao comportamento e resistência de seus produtos em particular. Isso, evidentemente, resultava em um produto mais oneroso. Reconhecidamente, havia necessidade de uma normatização.

De acordo com Widjaja (1997), nesse contexto, as pesquisas que foram um marco para normatização das lajes mistas iniciaram em 1966 na Iowa State University, sob o patrocínio do AMERICAN IRON AND STEEL INSTITUTE – AISI e, segundo Gomes (2001), sob direção de Ekberg e participação de Schuster. Segundo Porter e Ekberg (1971), a maior ênfase dessa pesquisa foi em testes experimentais de colapso de vários sistemas de laje mistas. Seus resultados conduziram a recomendações de projeto, que mais tarde tornaram-se a base para o AMERICAN SOCIETY OF CIVIL ENGINEERS – ASCE (1992) (WIDJAJA, 1997). O principal produto dessa pesquisa, que foi incorporado ao ASCE (1992), foi o desenvolvimento do método de cisalhamento longitudinal (em inglês, *shear bond method*).

O STEEL DECK INSTITUTE – SDI, à época, segundo Heagler (1993), apoiou o método de cisalhamento longitudinal, mas reconhecendo que o seu procedimento de teste

experimental não representava de fato as práticas de construção, nem fornecia um método de dimensionamento adequado. Assim, no início dos anos 80, o SDI iniciou na West Virginia University uma pesquisa para investigar os efeitos “reais” das lajes mistas, estudando aspectos como o uso de ancoragem de extremidade fornecida por conectores tipo *stud* (serão aqui mais bem apresentados no Capítulo 2). Em 1989, essa pesquisa foi expandida, no Virginia Polytechnic Institute, para inclusão de testes em escala real de lajes mistas com vários tramos contínuos (HEAGLER, 1993).

A partir de então, diversas pesquisas, experimentais e numéricas, foram e estão sendo realizadas sobre o tema. Neste trabalho, os métodos de dimensionamento atualmente permitidos por norma, bem como alguns outros, serão apresentados no Capítulo 3 e, quando oportuno, demonstrados.

Conforme já citado, atualmente, no Brasil, a norma vigente para projeto de lajes mistas é a ABNT NBR 8800 (2008). É importante citar que essa norma, para alguns aspectos do cálculo das lajes mistas (por exemplo, o estado-limite último cisalhamento longitudinal), faz referência direta às correspondentes normas vigentes internacionais: EUROPEAN COMMITTEE FOR STANDARDIZATION – Eurocode 4 (2004), AMERICAN NATIONAL STANDARDS INSTITUTE/AMERICAN SOCIETY OF CIVIL ENGINEERS – ANSI/ASCE 3-91 (1992) e CANADIAN SHEET STEEL BUILDING INSTITUTE – CSSBI S2-2008 (2008).

1.2 Vantagens e Desvantagens das Lajes Mistas

As vantagens e desvantagens das lajes mistas são enumeradas por diversos autores que dissertam sobre o tema, bem como catálogos de fabricantes. Aqui, serão apresentadas as citadas por Ferraz (1999) e por Queiroz, Pimenta e Da Mata (2001).

Como vantagens, em relação às lajes de concreto moldadas *in loco*, Queiroz, Pimenta e Da Mata (2001, p. 150) citam:

- Dispensa de escoramento;
- Redução de desperdício de material;
- Facilidade de instalação e maior rapidez construtiva;
- Facilidade de passagem de dutos e de fixação de forros;

- Redução ou mesmo eliminação da armadura de tração na região de momentos positivos;
- Maior segurança do trabalho, por funcionar como plataforma de serviço e de proteção aos operários que trabalham nos andares inferiores;
- Praticidade de execução, uma vez que a fôrma fica incorporada ao sistema, não havendo a etapa de desforma.

Além dos itens anteriores, Ferraz (1999) também destaca:

- a) A fôrma, tão logo seja fixada às vigas, pode atuar como diafragma efetivo no plano horizontal;
- b) Uma classe de fogo de duas horas pode ser facilmente alcançada (bom desempenho em situação de incêndio).

Quanto às desvantagens, apenas mencionadas por Queiroz, Pimenta e Da Mata (2001, p. 151), citam-se:

- Por razões estéticas, necessidade de utilização de forros suspensos;
- Caso não se utilize o sistema escorado e/ou fôrmas de grande altura, é necessário maior quantidade de vigas secundárias, devido à limitação dos vãos antes da cura do concreto.

Por fim, conclui-se que, dadas as vantagens e desvantagens listadas, as lajes mistas possuem características que promovem grandes benefícios na construção civil e, assim, justificam seu uso e seu estudo.

1.3 Justificativa e Objetivos

Usualmente, em situações práticas de projeto de lajes mistas, procura-se uniformizar ao máximo a espessura das fôrmas de aço (em geral, 0,80 mm), normalmente por razões econômicas (produção em larga escala). Em adição a isso, as fôrmas com espessura mais elevada têm sido pouco competitivas no mercado brasileiro.

Entretanto, em algumas situações, há a necessidade de que algumas fôrmas de aço tenham de ser mais espessas, por terem de suportar maior momento fletor positivo na fase final (comportamento misto), sendo que, na etapa inicial (concreto fresco), a espessura padrão

utilizada nas demais fôrmas é suficiente. Assim, uma solução economicamente interessante é reforçar tais lajes com armaduras adicionais, mantendo-as com a espessura das demais. Ressalta-se aqui que essa tem sido uma solução bastante empregada no cenário brasileiro.

No entanto, o comportamento estrutural das lajes mistas com a armadura adicional e seus critérios e diretrizes de dimensionamento não são apresentados na literatura, complicando o processo de dimensionamento. A ABNT NBR 8800 (2008, p. 226) indica: “Caso haja armadura adicional para resistir ao momento fletor positivo, as expressões apresentadas [...] devem ser adequadamente ajustadas”. Contudo, não apresenta as equações e critérios para tais ajustes; o Eurocode 4 (2004, p. 104), assim como a ABNT NBR 8800 (2008), cita o uso da armadura adicional, mas também não apresenta seus critérios; o CSSBI S2-2008 (2008) e o ANSI/ASCE 3-91 (1992) não mencionam a possibilidade de armadura adicional; o AMERICAN NATIONAL STANDARDS INSTITUTE/STEEL DECK INSTITUTE – ANSI/SDI C-2011 (2011), que não é citado pela norma brasileira mas é importante referência internacional, também não alude ao uso da armadura adicional.

Tendo em vista esse cenário, o objetivo deste trabalho foi investigar o comportamento estrutural de lajes mistas com armadura adicional e propor seus critérios de dimensionamento (estados-limites últimos e de serviço).

1.4 Métodos

Os métodos consistiram em etapa experimental e teórica. Os resultados daquela permitiram validação das formulações desta, bem como averiguação do comportamento estrutural das lajes com armadura adicional e comparação com as respectivas sem as barras.

Para a parte experimental, foram realizados ensaios de flexão de lajes mistas com e sem armadura adicional. Para estas, manipularam-se as dimensões (altura e vão) dos protótipos, seguindo as recomendações do Eurocode 4 (2004) para aplicação do Método *m-k* e do Método da Interação Parcial. Aquelas tiveram as mesmas dimensões destas, mas considerando quatro taxas de armadura adicional.

O procedimento de ensaio, com as devidas adaptações, é o recomendado pelo Eurocode 4 (2004) para lajes mistas, que consiste em ensaios na condição simplesmente apoiada com forças concentradas situadas à distância $L/4$ dos apoios, sendo L o vão da laje

na direção das nervuras. Um esquema geral do ensaio é apresentado na Figura 1.3, e a Figura 1.4 apresenta a vista geral de um protótipo e aparato de ensaio.

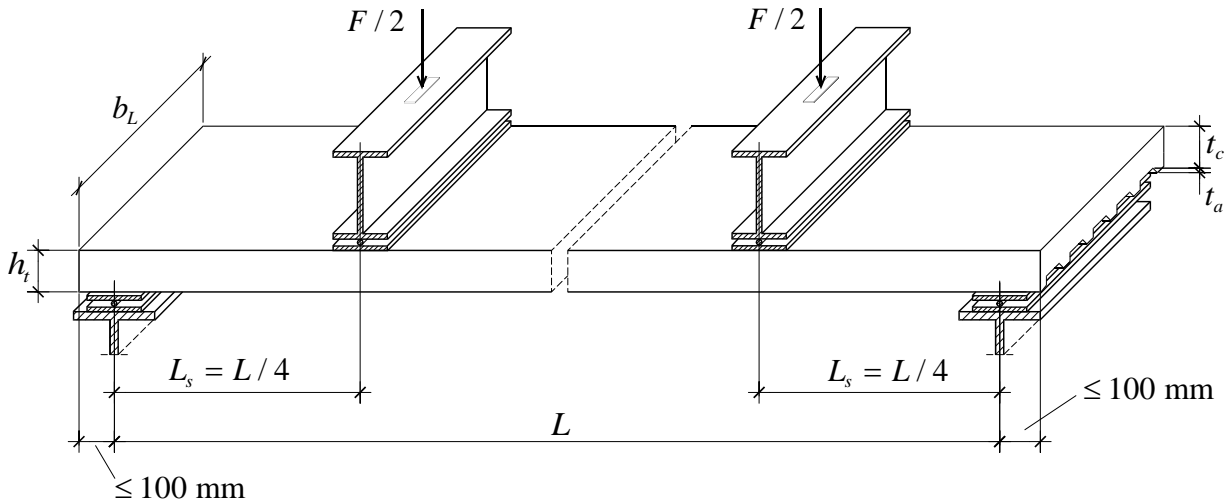


Figura 1.3 – Esquema geral do ensaio das lajes mistas (adaptado do EUROCODE 4, 2004).



Figura 1.4 – Vista geral de um protótipo e aparato de ensaio.

Mais informações sobre a etapa experimental serão detalhadas no Capítulo 4, e seus resultados e as comparações entre os comportamentos das lajes mistas sem e com armadura, no Capítulo 5.

Para a parte teórica, propuseram-se equações de dimensionamento para as lajes mistas com armadura adicional, tendo por base expansões matemáticas dos procedimentos destinados originalmente para o caso sem armadura: estado-limite último momento fletor (interação completa), cisalhamento longitudinal (Método $m-k$ e Método da Interação Parcial)

e estado-limite de serviço deslocamento vertical (cálculo do momento de inércia da seção mista homogeneizada). A formulação proposta, como já mencionado, foi então validada pelos ensaios experimentais realizados.

Os métodos já existentes estão apresentados e demonstrados no Capítulo 3, enquanto as expansões e suas validações são apresentadas e discutidas no Capítulo 6.

2 TRANSFERÊNCIA DE CISALHAMENTO, COMPORTAMENTO E CLASSIFICAÇÃO DAS LAJES MISTAS

Antes de serem detalhados os equacionamentos para dimensionamento das lajes mistas, a serem apresentados no Capítulo 3, é fundamental o conhecimento de seu comportamento estrutural, de suas classificações e dos mecanismos utilizados e considerados para transferência de cisalhamento longitudinal na interface aço-concreto. Pode-se, assim, bem compreender as hipóteses, considerações e limitações das demonstrações teóricas, bem como certos critérios normativos específicos às classificações.

Nas seções seguintes, tais aspectos são explanados.

2.1 Transferência de Cisalhamento

Nas lajes mistas, a ligação entre o aço e o concreto, que garante o comportamento misto, pode ser classificada em três tipos, conforme Rondal e Moutafidou (1997):

a) Ligação por adesão (em inglês, *chemical bond*): ocorre pelas ligações físico-químicas entre o aço e o concreto. Essa ligação é rompida por meio de impacto ou carregamento cíclico e apenas ocorre com ambos os materiais atuando em interação completa;

b) Ligação por atrito (em inglês, *frictional resistance*): ocorre pela existência de rugosidades superficiais nos materiais. Manifesta-se quando há tendência de deslocamento (deslizamento) relativo entre o aço e o concreto.

Essas duas ligações podem ser exemplificadas pela Figura 2.1.

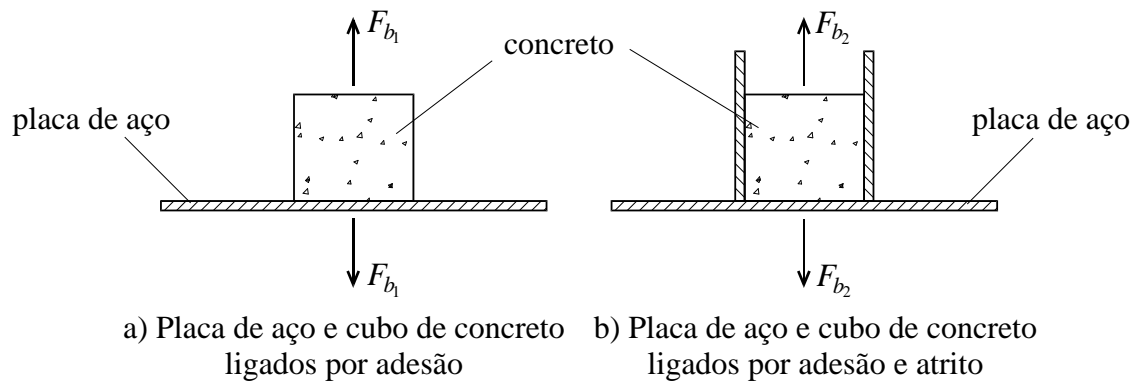


Figura 2.1 – Placa de aço e cubo de concreto ligados por adesão e atrito (adaptado de PINHEIRO, 2007).

Na Figura 2.1a, o cubo de concreto está moldado sobre a placa de aço. A ligação entre eles, assim, ocorre por adesão. Para separá-los, necessita-se da aplicação de uma força vertical (F_{b1}) (PINHEIRO, 2007).

Na Figura 2.1b, a situação é a mesma da anterior, mas também com placas de aço na direção paralela ao arrancamento. A força vertical aplicada (F_{b2}) para provocar o arrancamento deve ser maior que F_{b1} (PINHEIRO, 2007). Esse acréscimo é devido ao atrito entre o bloco de concreto e as chapas laterais.

Note-se que, na Figura 2.1a, se a força fosse aplicada horizontalmente, não seria possível dissociar a parcela da adesão da parcela de atrito na força resistente. No entanto, a adesão, ao contrário do atrito, existe independentemente da direção da força aplicada (PINHEIRO, 2007).

c) Ligação mecânica (em inglês, *mechanical resistance*): ocorre pela conformação superficial da fôrma de aço, ou de elementos soldados a ela, proporcionando uma mudança abrupta de geometria – presença de moedas, por exemplo. Essas saliências na fôrma, denominadas mecanismos de transferência de cisalhamento, mobilizam forças localizadas que promovem, assim como a ligação por atrito, restrição ao deslocamento relativo entre os materiais.

Note-se que tanto a ligação por atrito quanto a mecânica tratam de irregularidades na superfície dos materiais: a primeira em escala microscópica, e a segunda, macroscópica.

A ABNT NBR 8800 (2008), e outras normas como o Eurocode 4 (2004), não permite a consideração efetiva da ligação por adesão entre o aço e o concreto. Segundo a norma

brasileira, a transmissão de cisalhamento que deve garantir o comportamento misto deve ser efetuada com os seguintes mecanismos:

- a) Ligação mecânica por meio de mossas nas fôrmas de aço trapezoidais (Figura 2.2a);
- b) Ligação por meio do atrito devido ao confinamento do concreto nas fôrmas de aço reentrantes (Figura 2.2b).

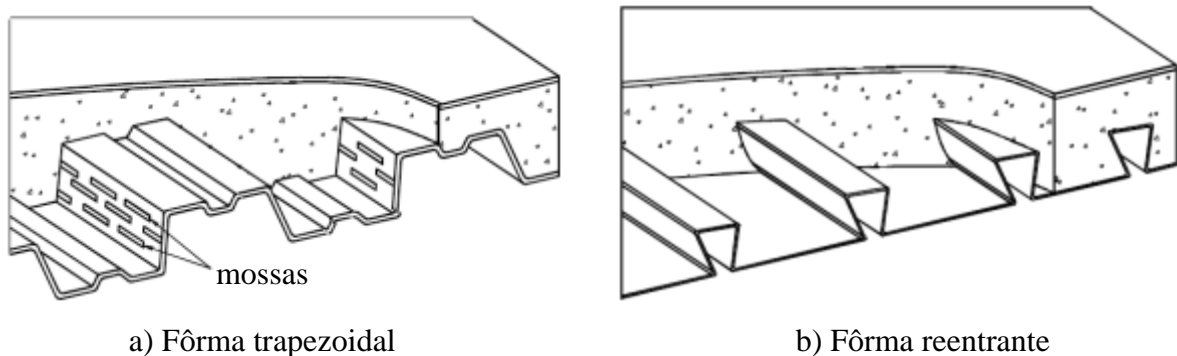


Figura 2.2 – Mecanismos de transferência de cisalhamento em lajes mistas (ABNT NBR 8800, 2008).

Em verdade, a ABNT NBR 8800 (2008, p. 250) permite o uso de outros mecanismos, mas fogem do seu escopo: “Outros meios para garantir o comportamento misto [...] podem ser usados, mas estão fora do escopo desta Norma”.

Outros mecanismos são citados, por exemplo, no Eurocode 4 (2004). Além dos já listados, essa norma também cita:

- c) Ancoragem de extremidade fornecida por conectores tipo *stud* ou por outro tipo de ligação local entre o concreto e a fôrma de aço, somente usada em combinação com (a) ou (b) (Figura 2.3a);
- d) Ancoragem de extremidade obtida pela deformação das nervuras na extremidade da chapa, somente usada em combinação com (b) (Figura 2.3b).

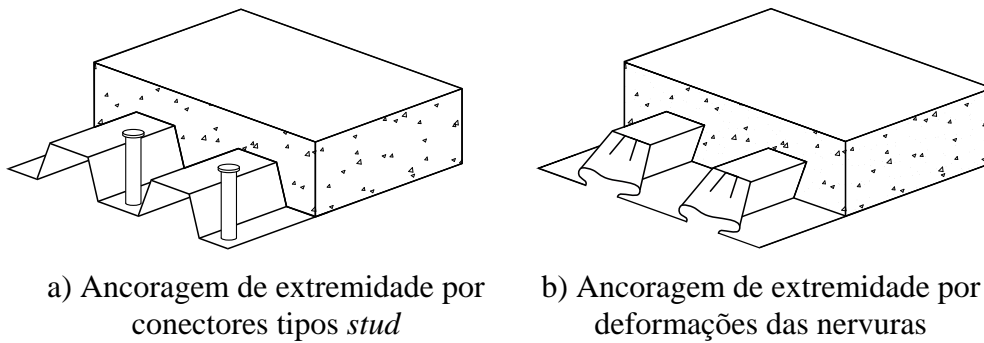


Figura 2.3 – Outros mecanismos de transferência de cisalhamento em lajes mistas (adaptado do EUROCODE 4, 2004).

Ao contrário do caso de vigas mistas, não existem equações fechadas para o comportamento desses mecanismos de transferência de cisalhamento. Por isso, os métodos de cálculo para lajes mistas que dependem das tensões de cisalhamento na interface necessariamente dependem de testes experimentais.

No Capítulo 3, alguns desses métodos, indicados pela ABNT NBR 8800 (2008), são apresentados e demonstrados, bem como alguns outros prescindidos nessa norma.

2.2 Classificação das Lajes Mistas

Quando conduzido um ensaio experimental como o da Figura 1.3 até o colapso da laje, essa, dependendo de seus aspectos, tais quais área da seção da fôrma e vão, pode apresentar diferentes estados-limites últimos (serão definidos no Capítulo 3), sendo o de cisalhamento longitudinal aqui o mais importante (o mais frequente).

Quando esse for o estado-limite que ocorrer, a resposta estrutural da laje mista ensaiada poderá ser classificada como dúctil ou frágil. A introdução dessa classificação foi feita pela primeira vez por Stark (1978).

Esses dois comportamentos podem ser bem entendidos pelos gráficos $F \times \delta$ de uma laje mista ensaiada, sendo F a força externa aplicada (ver Figura 1.3) e δ o deslocamento vertical no meio do vão. Exemplos típicos desses gráficos para ambos os comportamentos serão mostrados nas seções seguintes.

A única norma citada pela ABNT NBR 8800 (2008) para o dimensionamento de lajes mistas que define um método quantitativo para caracterizar uma laje mista como dúctil ou

frágil é o Eurocode 4 (2004): o comportamento é considerado dúctil se, num ensaio como da Figura 1.3, a força máxima ($F_{m\acute{a}x}$) é mais de 10% superior àquela que levou a um deslizamento relativo de borda de 0,1 mm (F_{des}). Do contrário, o comportamento é dito frágil.

Conforme o Eurocode 4 (2004), $F_{m\acute{a}x}$ deverá ser o menor valor entre a maior força aplicada durante o experimento ($\overline{F_{m\acute{a}x}}$) e a força aplicada correspondente à flecha $L/50$.

É importante o conhecimento dessas duas classificações, pois, como será visto no Capítulo 3, há métodos de dimensionamento que são restritos a apenas uma delas, ou que apresentam diferentes critérios e considerações para cada comportamento.

2.3 Comportamento Geral das Lajes Mistas

Em geral, no decorrer do ensaio da Figura 1.3, as lajes mistas têm o seguinte comportamento em comum, detalhado por Schuster e Seleim (1982): inicialmente, o carregamento é suportado pelo aço e pelo concreto, ambos defletindo juntos, de forma que a transferência de cisalhamento na interface promove interação completa.

Com o aumento de carregamento, em função da diferença de rigidez entre a fôrma de aço e a capa de concreto, dá-se início a uma separação vertical entre eles na região em que os carregamentos estão aplicados, perdendo-se ali a ação mista: só o concreto suporta o carregamento adicional. Aumentando-se ainda mais o carregamento, resulta em maior separação vertical, maior quinhão suportado pelo concreto e cada vez menos ação mista na região. Esse processo, por assim dizer, é dito o “primeiro estágio de comportamento”.

O “segundo estágio de comportamento” se inicia quando, sob um ponto de aplicação do carregamento (este, de valor F_{des}), ou sob ambos, fissuras começam a surgir (Figura 2.4). Quase ao mesmo tempo, em um dos vãos de cisalhamento (na Figura 1.3, L_s), ou em ambos, inicia-se deslizamento relativo entre o aço e o concreto, decorrente da contínua perda de ação em todo esse vão (ou vãos), que naturalmente gera deslizamento relativo de borda (em inglês, *end-slip*) entre os materiais (Figura 2.5).

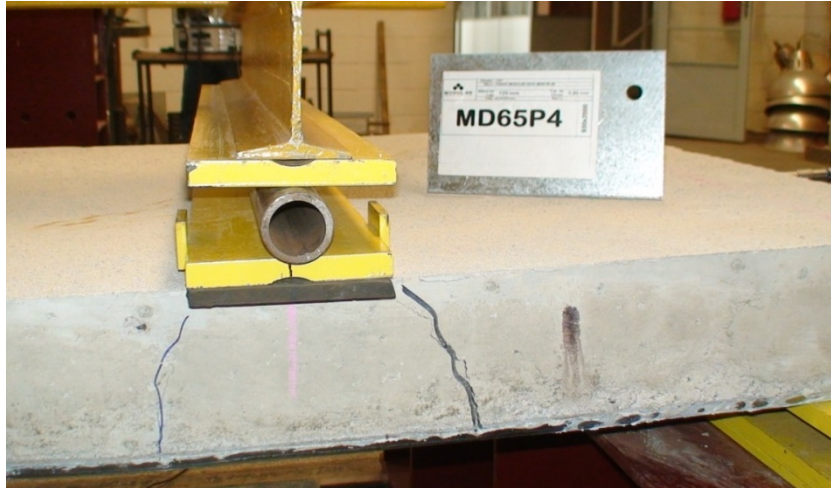


Figura 2.4 – Aspecto típico da fissura do “segundo estágio de comportamento” na região de carregamento aplicado.

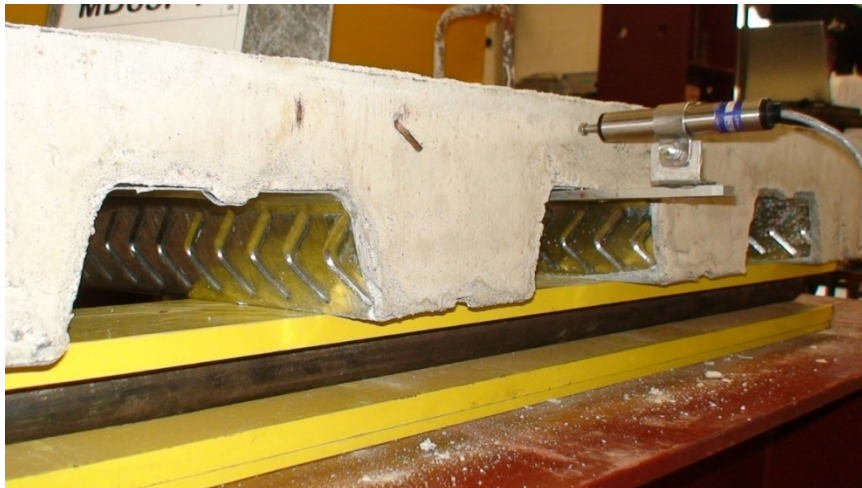


Figura 2.5 – Deslizamento relativo de extremidade entre o concreto e a fôrma de aço.

Negligenciando o efeito localizado de separação vertical da interface na região de aplicação dos carregamentos, pode-se dizer que esse deslizamento relativo, e consequentemente o “segundo estágio de comportamento” e a força F_{des} , traça a fronteira da passagem do regime de interação completa para parcial em todo o seu vão (ou vãos) de cisalhamento, conduzindo evidentemente à grande perda de rigidez do sistema como um todo.

Prosseguindo o ensaio, será alcançado o “estágio final de comportamento”, em que não é possível a laje mista suportar acréscimos de carregamento. Esse estágio, que é o colapso do sistema, é configurado pela formação de um mecanismo plástico em uma seção qualquer situada na região de momento máximo (entre os carregamentos da Figura 1.3), tornando o sistema hipostático. Esse mecanismo pode ser formado por uma das seguintes condições:

(a) plastificação do aço, ruptura do concreto ou ambos; (b) ondulações da parte comprimida da fôrma de aço (ondas altas). A Figura 2.6 ilustra esse último caso.



Figura 2.6 – Ondulações nas ondas altas da fôrma de aço no “estágio final de comportamento” (SIEG, 2015).

A diferença entre as lajes mistas dúcteis e frágeis reside no seu comportamento no intervalo entre o instante imediatamente seguinte à ocorrência do “segundo estágio de comportamento” até a ocorrência do “estágio final”, conforme explicitado a seguir.

2.4 Comportamento das Lajes Mistas Frágeis

Nas lajes mistas frágeis, no instante do deslizamento relativo entre o aço e o concreto (“segundo estágio de comportamento”; força F_{des}), verificado por grande perda de rigidez da laje, os materiais já se deformaram muito, de modo que a laje não mais suporta acréscimos de carregamento superiores a F_{des} .

Dessa maneira, para essas lajes, o carregamento necessário para destruir a condição de interação completa do sistema (“segundo estágio de comportamento”) é maior do que aquele para atingir a resistência máxima em interação parcial (“estágio final”), conforme esboçado na Figura 2.7. Assim, a força máxima alcançada durante o ensaio ($\overline{F_{máx}}$) será aquela referente ao “segundo estágio” (F_{des}).

Pode-se dizer também que as lajes mistas frágeis apresentam pouca capacidade de rotação. Desse modo, a falha ocorre estando o aço e o concreto com valores de deformação muito inferiores ao de plastificação total.

Para essas lajes, há também uma observação quanto à força $F_{m\acute{a}x}$ definida na Seção 2.2: em geral, a limitação $L/50$ não resulta determinante, isto é, um ensaio de um protótipo frágil é encerrado bem antes de esse limite ser atingido.

A Figura 2.7 ilustra o comportamento típico Força *versus* Flecha para uma laje mista com comportamento frágil.

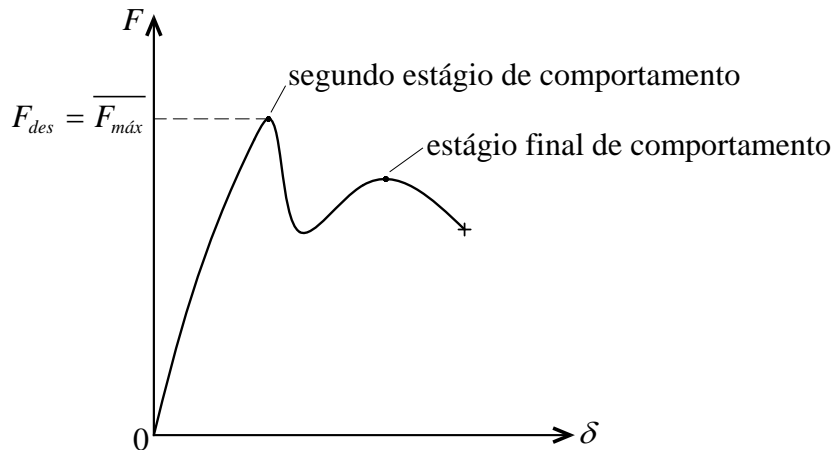


Figura 2.7 – Curva típica Força (F) *versus* Flecha (δ) para lajes mistas frágeis em ensaio com controle de deslocamento.

2.5 Comportamento das Lajes Mistas Dúcteis

Ao contrário do caso anterior, as lajes mistas dúcteis, mesmo após alcançar o “segundo estágio de comportamento”, em que há grande perda de rigidez da laje, ainda apresentam capacidade para suportar considerável acréscimo de carregamento. A Figura 2.8 ilustra o comportamento típico Força *versus* Flecha para uma laje mista com comportamento dúctil.

Para essas lajes, portanto, ocorre o oposto das frágeis: o carregamento necessário para destruir a condição de interação completa do sistema (“segundo estágio de comportamento”; força F_{des}) é menor do que aquele para atingir a resistência máxima em interação parcial (“estágio final”). Ainda, por conseguinte, a maior força alcançada durante o ensaio ($\overline{F_{m\acute{a}x}}$) será aquela do instante do “estágio final de comportamento”.

Pode-se dizer também que as lajes mistas dúcteis apresentam elevada capacidade de rotação, proporcionando ao aço e ao concreto estarem sob deformações próximas da condição de plastificação total.

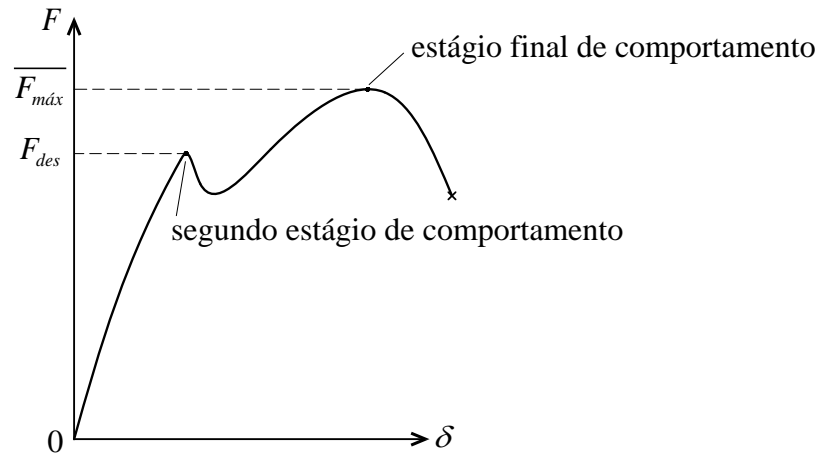


Figura 2.8 – Curva típica Força (F) versus Flecha (δ) para lajes mistas dúcteis em ensaio com controle de deslocamento.

Encerrado, então, o detalhamento do comportamento estrutural e dos mecanismos de transferência de cisalhamento longitudinal, e definidas as duas classificações, está terminada a construção do alicerce básico necessário que precede a apresentação e demonstração das equações de dimensionamento, que serão desenvolvidas no capítulo que segue.

3 DIMENSIONAMENTO DAS LAJES MISTAS

Neste capítulo são apresentados os modelos teóricos já existentes para verificação dos estados-limites últimos e de serviço em lajes mistas sem armadura adicional. Os métodos considerados mais importantes, que são aqueles apresentados na ABNT NBR 8800 (2008) e nas demais normas estrangeiras a que a norma brasileira faz referência direta, serão demonstrados.

PRIMEIRA PARTE: ESTADOS-LIMITES ÚLTIMOS

Os estados-limites últimos para lajes mistas considerados pela ABNT NBR 8800 (2008) são baseados nos possíveis modos de colapso, cujas seções críticas estão ilustradas na Figura 3.1.

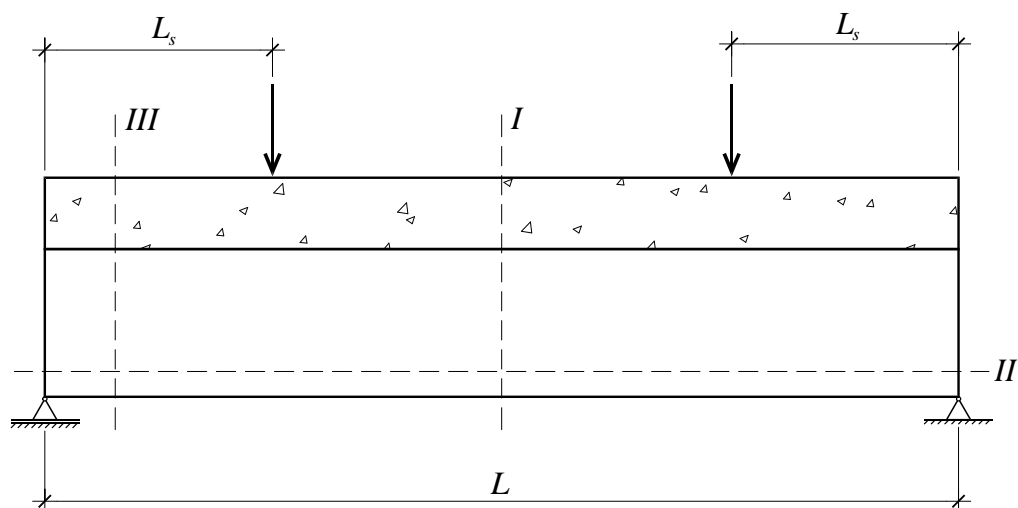


Figura 3.1 – Seções críticas dos possíveis modos de colapso de uma laje mista (adaptado de QUEIROZ; PIMENTA; DA MATA, 2001).

Os estados-limites últimos são:

a) Seção crítica *I*: Momento fletor. Pressupõe-se interação completa entre a fôrma e o concreto. O colapso ocorre de modo semelhante a uma viga de concreto armado: a fôrma de aço deve resistir aos esforços de tração conjuntamente com, se houver, uma armadura adicional localizada na face inferior da laje. Pode ser crítico se o vão de cisalhamento (L_s) for suficientemente grande (QUEIROZ, PIMENTA; DA MATA, 2001);

b) Seção crítica *II*: Cisalhamento longitudinal. Apesar do nome “cisalhamento”, está vinculado ao momento fletor resistente para interação parcial entre o aço e o concreto. Evidentemente, não se atinge o momento fletor resistente da seção crítica *I*. É o estado-limite preponderante (mais usual) das lajes mistas e é o estado-limite último de interesse neste trabalho;

c) Seção crítica *III*: Cisalhamento vertical. Ocorre, assim como em lajes de concreto armado, quando a força cortante é muito alta, em geral nos apoios. Pode ser crítico em casos específicos como, por exemplo, em lajes espessas de vão curto (baixas relações L/h_t ; ver Figura 1.3), sujeitas a carregamentos elevados (QUEIROZ; PIMENTA; DA MATA, 2001);

d) Punção. Não está apresentada na Figura 3.1. Ocorre como em lajes de concreto armado: a laje é “perfurada” por carregamentos elevados e concentrados. Segundo Queiroz, Pimenta e Da Mata (2001, p. 154), “pode ser crítico se o perímetro da área carregada e a espessura da laje forem pequenos e se a carga [o carregamento] for muito elevada[o]”.

No estudo realizado neste trabalho, o estado-limite último de interesse é o cisalhamento longitudinal, cujo equacionamento, exposto nas seções seguintes, consiste principalmente nos dois métodos tratados na ABNT NBR 8800 (2008): o Método *m-k* e o Método da Interação Parcial. Antes, porém, será efetuado o equacionamento do estado-limite último de momento fletor para interação completa, pois será importante para melhor entendimento do Método da Interação Parcial.

3.1 Estado-limite Último: Momento Fletor

Para este estado-limite, considera-se interação completa entre o aço e o concreto. O equacionamento apresentado pela ABNT NBR 8800 (2008), inicialmente introduzido por Stark (1978) e mais tarde desenvolvido por Stark e Brekelmans (1990), é realizado através de uma distribuição assumida de tensões de plastificação nos materiais e será exposto a seguir.

Considere-se uma seção transversal de largura $b = 1.000$ mm de uma laje mista, conforme ilustrado na Figura 3.2. Deseja-se encontrar seu momento fletor resistente de cálculo (M_{Rd}).

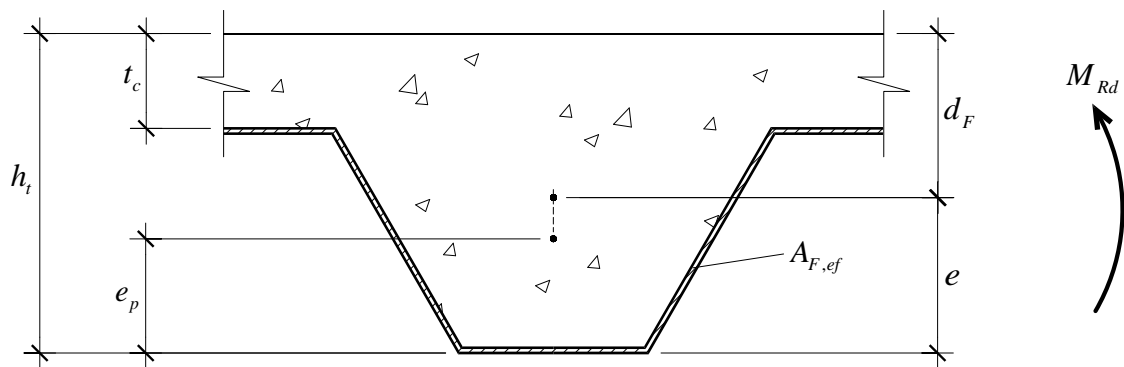


Figura 3.2 – Seção transversal de largura $b = 1.000$ mm de uma laje mista.

Na Figura 3.2, as grandezas destacadas são as seguintes:

h_t : altura total da laje, incluindo a fôrma e o concreto;

$A_{F,ef}$: área da seção efetiva da fôrma (correspondente a $b = 1.000$ mm), determinada desprezando-se a largura das mossas na seção transversal (a menos, segundo a ABNT NBR 8800 (2008, p. 224), “que se demonstre por meio de ensaios que uma área maior possa ser utilizada”);

t_c : altura da capa de concreto acima do topo da fôrma de aço;

e : distância do centro geométrico da área efetiva da fôrma à sua face inferior;

e_p : distância da linha neutra de plastificação da seção efetiva da fôrma à sua face inferior;

d_F : distância da face superior da capa de concreto ao centro geométrico da seção efetiva da fôrma.

Denomine-se a a distância da linha neutra plástica, originada pelo momento fletor, até a face superior da laje mista.

Há dois casos a serem analisados: linha neutra plástica acima da face superior da fôrma de aço ($a < t_c$) e abaixo ($a \geq t_c$).

a) Linha Neutra Plástica acima da Face Superior da Fôrma de Aço ($a < t_c$)

A distribuição de tensões admitida deste caso pode ser observada na Figura 3.3.

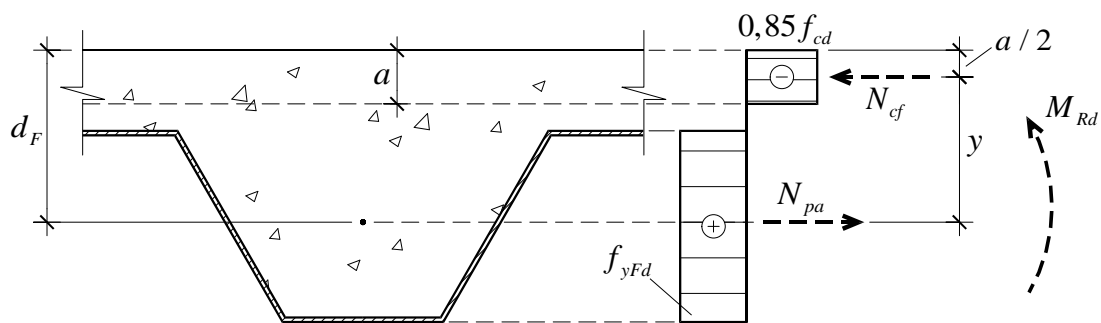


Figura 3.3 – Distribuição de tensões para momento fletor positivo para o caso de linha neutra plástica acima da fôrma de aço (adaptado da ABNT NBR 8800, 2008).

Na Figura 3.3, f_{yFd} é a resistência ao escoamento de cálculo do aço da fôrma, enquanto f_{cd} é a resistência de cálculo à compressão do concreto; N_{cf} é a força normal no concreto (o índice f refere-se a *full*, que vem do inglês *full interaction*: interação completa) e N_{pa} , a no aço (o índice p refere-se, em inglês, a *plastic*: plástico).

O valor 0,85 que multiplica f_{cd} é o produto de outros três coeficientes, conforme Giongo (2007): 0,95 “para representar a diferença entre a resistência do concreto da estrutura e a resistência medida nos corpos de prova de controle, provenientes da influência das placas da prensa da máquina de ensaios”; 0,75 para considerar o decréscimo de resistência do concreto pelo efeito Rüsich e 1,2 pelo acréscimo de resistência do concreto alguns anos após os 28 dias de cura.

Defina-se \overline{N}_c como o a resultante de compressão no concreto para que toda a laje acima da fôrma de aço esteja plastificada. Para largura unitária de laje ($b = 1.000 \text{ mm}$):

$$\overline{N}_c = 0,85 f_{cd} b t_c \quad (3.1)$$

Assim, este caso só ocorre se $\overline{N}_c > N_{pa}$.

O valor de N_{pa} pode ser calculado apenas pelas propriedades da fôrma:

$$N_{pa} = A_{F,ef} f_{yFd} \quad (3.2)$$

Conforme se pode observar na Figura 3.3, despreza-se a resistência do concreto tracionado.

A resultante no concreto vale:

$$N_{cf} = 0,85 f_{cd} a b \quad (3.3)$$

Evidentemente, para este caso, $\bar{N}_c > N_{cf}$, pois $a < t_c$.

O equilíbrio de forças na seção fornece: $N_{cf} = N_{pa}$. Portanto, pela Eq. (3.3), encontra-se a profundidade da linha neutra:

$$a = \frac{N_{pa}}{0,85 f_{cd} b} \quad (3.4)$$

O equilíbrio de momentos em relação ao ponto de aplicação de N_{cf} implica que $M_{Rd} = N_{pa} y$. Notando-se que $y = d_F - a/2$, determina-se a expressão do momento fletor resistente de cálculo:

$$M_{Rd} = N_{pa} (d_F - 0,5a) \quad (3.5)$$

A Eq. (3.5) é a mesma apresentada na ABNT NBR 8800 (2008).

b) Linha Neutra Plástica abaixo da Face Superior da Fôrma de Aço ($a \geq t_c$)

A distribuição de tensões considerada para este caso pode ser observada na parte I da Figura 3.4.

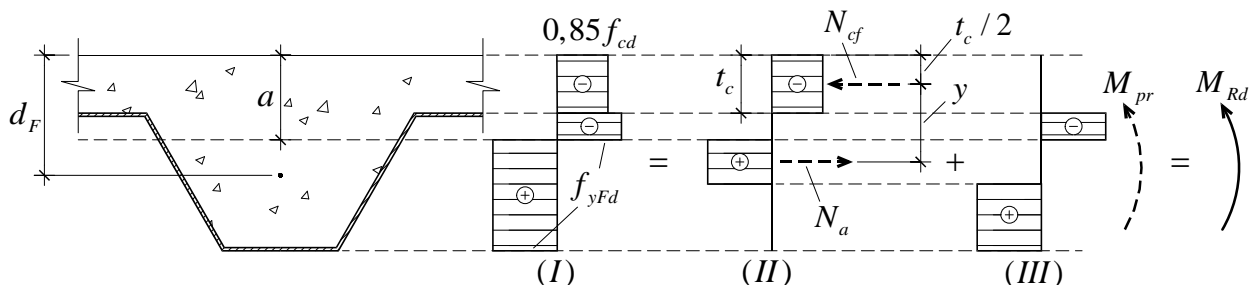


Figura 3.4 – Distribuição de tensões para momento fletor positivo para o caso de linha neutra plástica abaixo da fôrma de aço (adaptado da ABNT NBR 8800, 2008).

Conforme se observa, por simplicidade de equacionamento, Stark e Brekelmans (1990) desconsideram a contribuição do concreto no interior da nervura, mesmo se comprimido.

Este caso só ocorre quando $\overline{N}_c \leq N_{pa}$.

Para cálculo de M_{Rd} , considerando a Figura 3.4, divide-se a distribuição de tensões indicada na parte I nas indicadas nas partes II e III.

Na parte II, $N_{cf} = 0,85 f_{cd} b t_c = \overline{N}_c$. O equilíbrio de forças nessa parte implica:

$$N_a = N_{cf} \quad (3.6)$$

Por igualdade de momentos, obtém-se:

$$M_{Rd} = N_{cf} y + M_{pr} \quad (3.7)$$

A questão aqui consiste na determinação das expressões de M_{pr} e de y .

O momento M_{pr} , denominado pela ABNT NBR 8800 (2008, p. 225) de “momento de plastificação da fôrma de aço, reduzido pela presença da força axial”, depende da seção transversal da nervura.

Stark e Brekelmans (1990) calcularam M_{pr} para oito diferentes tipos de seção transversal, descobrindo que suas curvas formam uma estreita faixa, conforme Figura 3.5 (sendo M_{pa} o momento de plastificação da fôrma de aço referente a $b = 1.000$ mm).

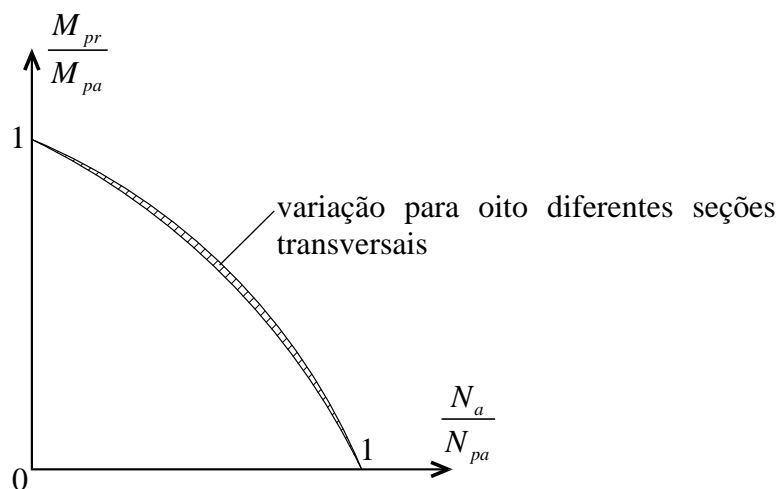


Figura 3.5 – Faixa formada para diferentes valores de M_{pr} para oito seções diferentes de fôrma de aço (adaptado de STARK; BREKELMANS, 1990).

A partir das muito próximas curvas da Figura 3.5, Stark e Brekelmans (1990) conduziram a aproximação linear exposta na Figura 3.6.

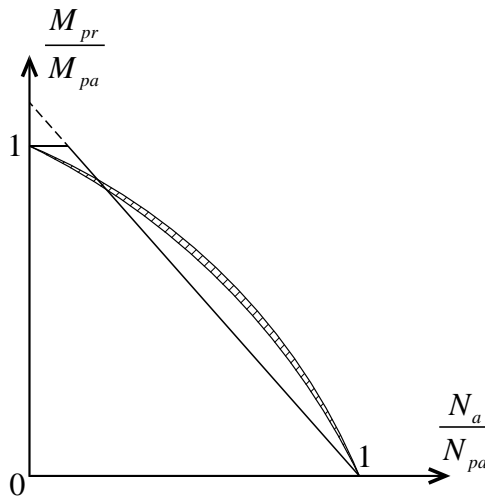


Figura 3.6 – Aproximação linear para determinação de M_{pr} (adaptado de STARK; BREKELMANS, 1990).

A aproximação linear encontrada pelos autores na Figura 3.6 é:

$$M_{pr} = 1,25 M_{pa} \left(1 - \frac{N_a}{N_{pa}} \right) \leq M_{pa} \quad (3.8)$$

A Eq. (3.8) é a mesma apresentada na ABNT NBR 8800 (2008), apenas trocando-se N_a por N_{cf} , o que nada muda, pois, neste caso, $N_a = N_{cf}$, conforme Figura 3.4 e Eq. (3.6).

Assim:

$$M_{pr} = 1,25 M_{pa} \left(1 - \frac{N_{cf}}{N_{pa}} \right) \leq M_{pa} \quad (3.9)$$

Os autores, contudo, não fornecem a equação da curva mais exata da Figura 3.6, que poderia ser obtida por algum método de ajuste como, por exemplo, o Método dos Mínimos Quadrados. Apenas a aproximação linear da Eq. (3.8) foi apresentada.

Para determinação do braço de alavanca y , Stark e Brekelmans (1990) propõem a seguinte aproximação linear:

$$y = h_t - 0,5t_c - e_p + (e_p - e) \frac{N_a}{N_{pa}} \quad (3.10)$$

A reta definida pela Eq. (3.10) está esboçada na Figura 3.7.

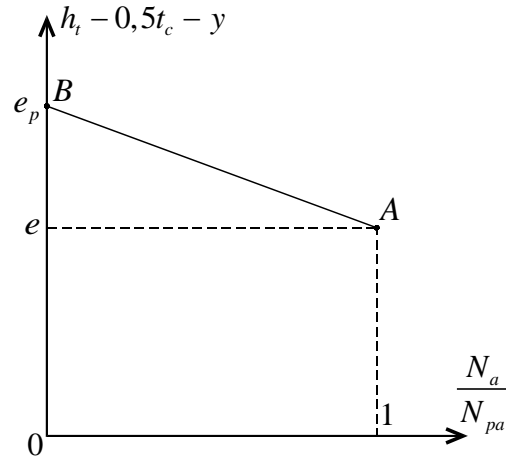


Figura 3.7 – Aproximação linear para determinação de y (adaptado de JOHNSON, 1994).

A reta considerada na Eq. (3.10) pode ser verificada nos pontos A e B da Figura 3.7, observando-se, para cada um deles, a Eq. (3.8) e sua consequência na Figura 3.4, conforme explicitado a seguir.

Para o ponto A , $N_a = N_{pa}$, o que implica, na Eq. (3.8), $M_{pr} = 0$. Desse fato, na Figura 3.4, segue que toda a seção de aço está plastificada por tração, estando sua resultante (N_{pa}) aplicada no seu centro geométrico (e), e a linha neutra situada na face superior da fôrma ($a = t_c$), conforme Figura 3.8. Logo: $y = h_t - 0,5t_c - e$.

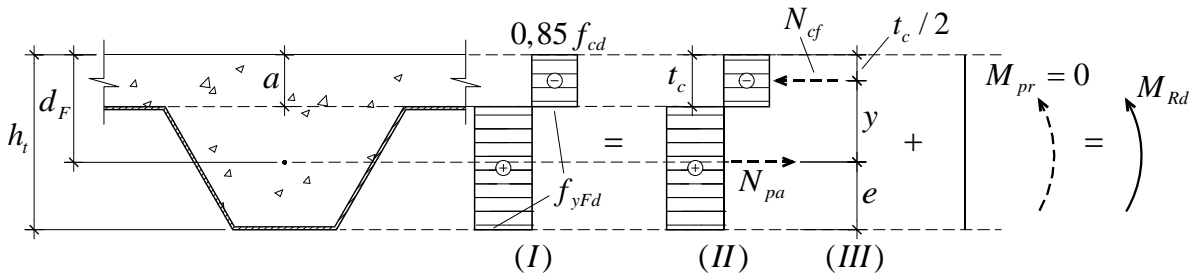


Figura 3.8 – Distribuições de tensões para verificação do ponto A da Figura 3.7.

Para o ponto B , $N_a \cong 0$, o que, na Eq. (3.8), fornece $M_{pr} \cong M_{pa}$. Na Figura 3.4, essas duas igualdades resultam em que o concreto é muito pouco resistente ($N_{cf} = N_a \cong 0$) e que a fôrma de aço está sob momento fletor de plastificação (M_{pa}), sendo que a linha neutra aproximadamente contém o centro de plastificação da fôrma ($a \cong h_t - e_p$), conforme Figura 3.9. Logo: $y = h_t - 0,5t_c - e_p$.

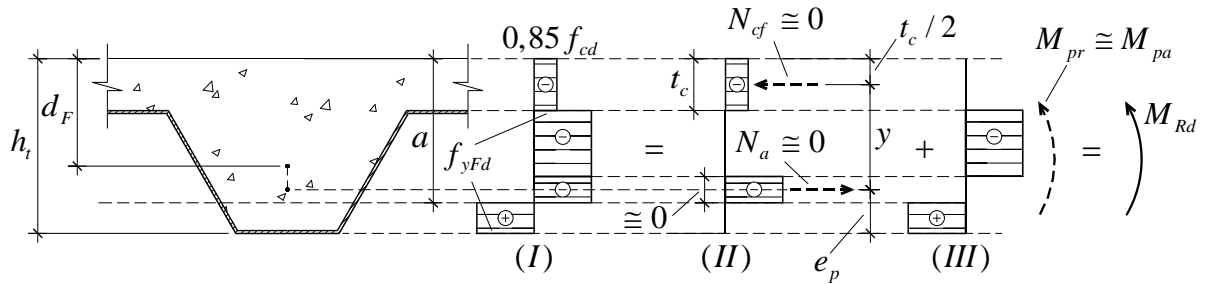


Figura 3.9 – Distribuições de tensões para verificação do ponto B da Figura 3.7.

A Eq. (3.10) é a mesma exposta na ABNT NBR 8800 (2008), mas, assim como na Eq. (3.8), trocando-se N_a por N_{cf} , pelos mesmos motivos. Assim:

$$y = h_t - 0,5t_c - e_p + (e_p - e) \frac{N_{cf}}{N_{pa}} \quad (3.11)$$

Segundo Johnson (1994), esse método aproximado para determinação de y já foi validado por testes.

A Tabela 3.1 resume os casos de ocorrência e as equações correspondentes.

Tabela 3.1 – Ocorrências e expressões de cálculo para estado-limite último momento fletor.

Posição da Linha Neutra (a)	Ocorrência	a	N_{cf}	y	M_{pr}	M_{Rd}
$a < t_c$	$\bar{N}_c > N_{pa}$	$\frac{N_{pa}}{0,85 f_{cd} b}$	N_{pa}	$d_F - a/2$	-	$N_{pa} y$
$a \geq t_c$	$\bar{N}_c \leq N_{pa}$	-	$0,85 f_{cd} b t_c$	$h_t - 0,5t_c - e_p + (e_p - e) \frac{N_{cf}}{N_{pa}}$	$1,25 M_{pa} \left(1 - \frac{N_{cf}}{N_{pa}} \right) \leq M_{pa}$	$N_{cf} y + M_{pr}$

3.2 Estado-limite Último: Cisalhamento Longitudinal

Este estado-limite último é o mais usual nas lajes mistas. Conforme já destacado anteriormente, a falha por cisalhamento longitudinal corresponde a uma condição de interação parcial entre a fôrma de aço e o concreto, sendo a falha por momento fletor.

Como este estado-limite depende da transferência de cisalhamento na interface entre os materiais, sua análise, ao menos até o momento, é sempre dependente de análise experimental.

Ao longo do processo de estudo das lajes mistas, vários autores propuseram modelos para seu equacionamento. A ABNT NBR 8800 (2008) permite o uso de dois métodos: Método $m-k$ e Método da Interação Parcial. Para o primeiro, a norma faz referência direta ao uso do Eurocode 4 (2004) ou CSSBI S2-2008 (2008) ou ANSI/ASCE 3-91 (1992). Para o segundo, faz referência apenas ao Eurocode 4 (2004).

A seguir, o equacionamento de ambos os métodos.

3.2.1 Método $m-k$

O método (em inglês, *m-k Method* ou *m and k Method*) tem por objetivo determinar a força cortante última (V_u) associada ao estado-limite último cisalhamento longitudinal, isto é, a força cortante resistente em interação parcial sendo o colapso por momento fletor.

Foi originalmente proposto por Schuster (1970), mas era restrito a lajes de comportamento frágil, únicas existentes na época. Seu equacionamento era baseado em uma análise de tensões principais no concreto tracionado no instante da formação das fissuras sob os pontos de aplicação de força em ensaios semelhantes aos da Figura 1.3. Schuster (1970) assim propôs:

$$\frac{V_u s_c}{b d_F} = m_s \frac{d_F \sqrt{f_{ck}}}{L_s} + k_s \rho_a \quad (3.12)$$

Sendo s_c a distância entre centros dos mecanismos de transferência de cisalhamento (mossas); f_{ck} a resistência característica à compressão do concreto; $\rho_a = A_{F,ef} / (b d_F)$ é a taxa de aço; m_s e k_s constantes a serem determinadas experimentalmente para cada espessura de cada tipo de fôrma de aço.

Mais tarde, Porter e Ekberg (1975) propuseram a equação Eq. (3.13), baseada em 151 ensaios feitos por fabricantes e 304 na Iowa State University. Segundo Schuster e Ling (1980), ela também é baseada nas tensões principais do concreto tracionado. De acordo com Schuster e Seleim (1982), essa equação é a mesma apresentada pelo American Concrete Institute – ACI 318-77 (1977), substituindo-se as constantes 1,9 e 2500 pelas constantes empíricas m_p e k_p , respectivamente. A equação está apresentada a seguir:

$$\frac{V_u s_c}{b d_F} = m_p \frac{\rho_a d_F}{L_s} + k_p \sqrt{f_{ck}} \quad (3.13)$$

Conforme se observa, a Eq. (3.13) é apenas a Eq. (3.12) com permutação dos termos ρ_a e $\sqrt{f_{ck}}$, e mudança das unidades das constantes empíricas.

Sobre essas duas equações, Porter et al.¹ (1976 apud SCHUSTER; SELEIM, 1982) demonstraram que seus resultados são praticamente idênticos. Assim, conforme Schuster e Ling (1980) concluem, os termos ρ_a e $\sqrt{f_{ck}}$ aparentemente não são parâmetros influentes. De fato, ainda de acordo com Schuster e Ling (1980), a porcentagem de aço (ρ_a) é redundante, pois m_s , m_p , k_s e k_p devem ser determinados para cada espessura da fôrma de aço, que implica sempre uma mesma área de aço ($A_{F,ef}$).

Schuster e Ling (1980) perceberam que as novas lajes mistas estavam já apresentando comportamento dúctil. Assim, propuseram um equacionamento para sua força cortante última associada ao cisalhamento longitudinal (V_u) que também vale para comportamento frágil e que define atualmente o Método *m-k*. Seu equacionamento é exposto a seguir.

Para propor a equação, é importante ressaltar as características de cada fase do comportamento de uma laje mista dúctil sob flexão. Como, na época, os autores trabalhavam ainda com ensaio com controle de força, a curva por eles analisada é qualitativamente como a apresentada na Figura 3.10. Schuster e Ling (1980) dividem a curva em quatro regiões: “antes da fissuração”, “na fissuração”, “após a fissuração” e “na falha”.

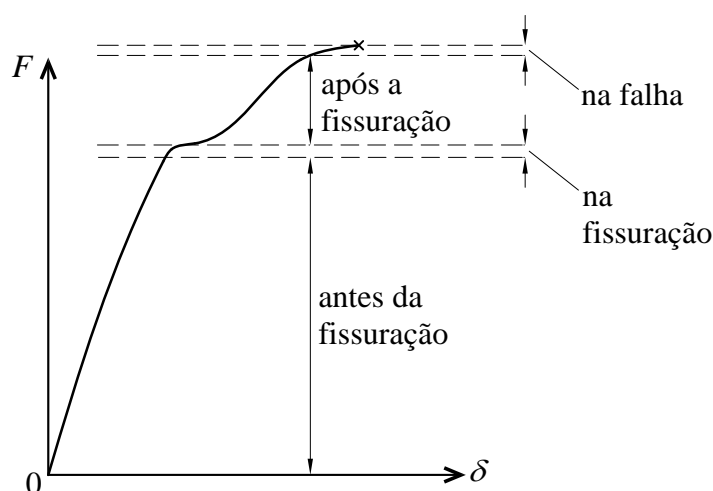


Figura 3.10 – Regiões de importância da curva Força (F) versus Flecha (δ) para uma laje mista dúctil em ensaio de flexão de controle de força (adaptado de SCHUSTER; LING, 1980).

¹ PORTER, M. L.; EKBERG, C. E.; JR., G.; LOWELL, F.; ELLEBY, H. A. Shear-bond analysis of steel-deck-reinforced slabs. **Journal of the Structural Division**, v. 102, n. ST12, paper 12611, p. 2255-2268, 1976.

A seguir, a caracterização de cada fase realizada pelos autores (estas caracterizações constituem um complemento ao comportamento já detalhado na Seção 2.3).

a) Antes da Fissuração

O concreto e o aço estão em interação completa, o que resulta em um quinhão de carregamento a cada um proporcional às suas rigidezes. Segundos os autores, os mecanismos de transferência de cisalhamento entre os materiais ainda não estão atuando – apenas a adesão.

b) Na Fissuração

Nas potenciais regiões em que ocorrerão as fissuras (sob os carregamentos da Figura 1.3), os mecanismos de transferência de cisalhamento que promovem ligação mecânica começam a atuar – segundo os autores, caso a fôrma de aço fosse lisa (sem os mecanismos), o resultado aqui seria uma falha frágil. Ocorre então deslizamento relativo de borda no vão de cisalhamento em que as fissuras estão a surgir, e o sistema continua a suportar acréscimos de carregamento. Os autores acrescem que o deslizamento relativo de borda é identificado não só pela instrumentação do ensaio, mas também pelo trecho horizontal (pequeno platô) da curva da Figura 3.10.

Neste estágio, no vão de cisalhamento afetado pelas potenciais fissuras, os autores assumem a distribuição de tensões de cisalhamento provenientes da ligação mecânica entre os materiais como a da Figura 3.11.

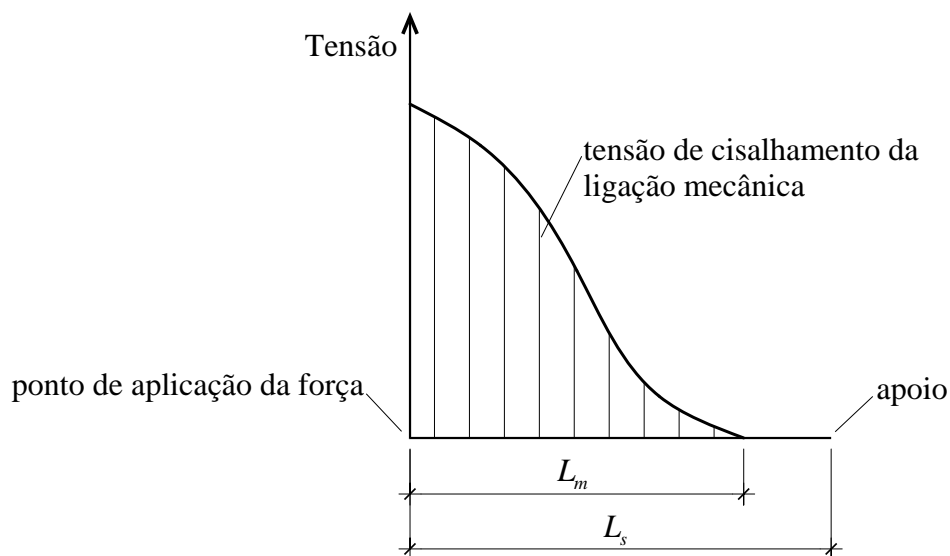


Figura 3.11 – Distribuição de tensões de cisalhamento da ligação mecânica assumida para lajes dúcteis em ensaio de flexão no instante da fissuração (adaptado de SCHUSTER; LING, 1980).

c) Após a Fissuração

Imediatamente após o aparecimento das fissuras, a capacidade da ligação mecânica entre os materiais na vizinhança das fissuras se esgota. Assim, assume-se que a distribuição da Figura 3.11 torna-se como a da Figura 3.12.

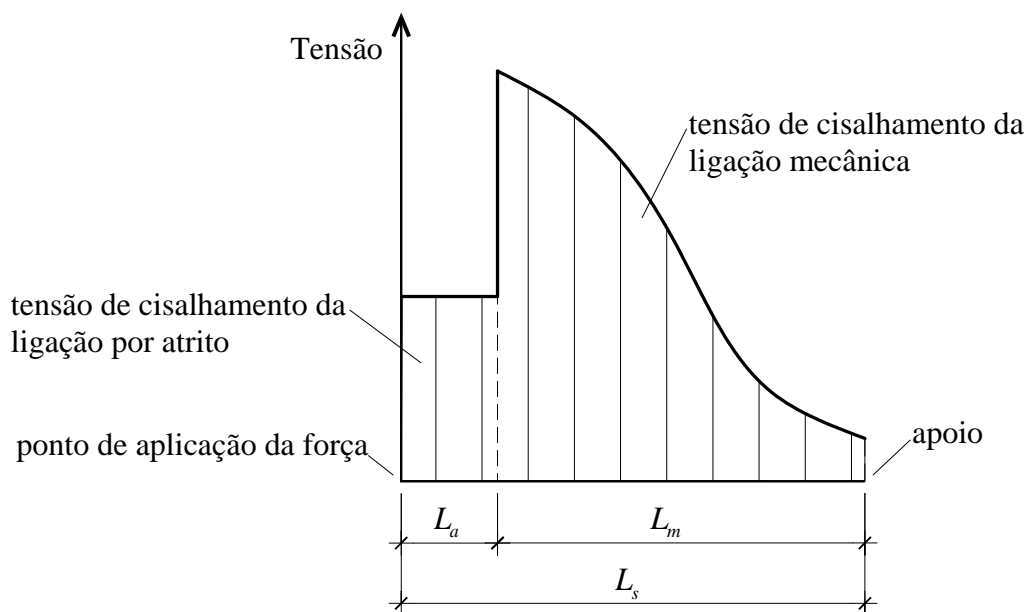


Figura 3.12 – Distribuição de tensões de cisalhamento assumida para lajes dúcteis em ensaio de flexão no instante após a fissuração (adaptado de SCHUSTER; LING, 1980).

Portanto, na região das fissuras em que a ligação mecânica foi excedida, ainda há a ação de tensões de atrito, que permitem que a laje mista suporte acréscimos de carregamento. Segundo os autores, tais tensões de atrito são inerentes ao tipo de mecanismos de transferência de cisalhamento e desempenham importante papel no caso do comportamento de lajes dúcteis sob flexão.

Os autores também afirmam que a magnitude tanto das tensões da ligação mecânica quanto das da ligação por atrito é dependente preponderantemente do tipo dos mecanismos de transferência de cisalhamento e da geometria do perfil da forma de aço.

d) Na Falha

Os autores consideram que a laje mista alcança seu carregamento último quando a ligação mecânica e a por atrito esgotam suas capacidades no vão de cisalhamento com fissuração. Assim, qualquer acréscimo de carregamento levará a laje mista à falha, resultando em perda da ação mista entre os materiais e deslizamento relativo de borda de grandes proporções.

A partir da Figura 3.12 e das caracterizações de cada fase reproduzidas anteriormente, é possível demonstrar o equacionamento proposto por Schuster e Ling (1980). Os autores partem do equilíbrio de momentos do vão de cisalhamento com fissuração no instante da falha, conforme Figura 3.13.

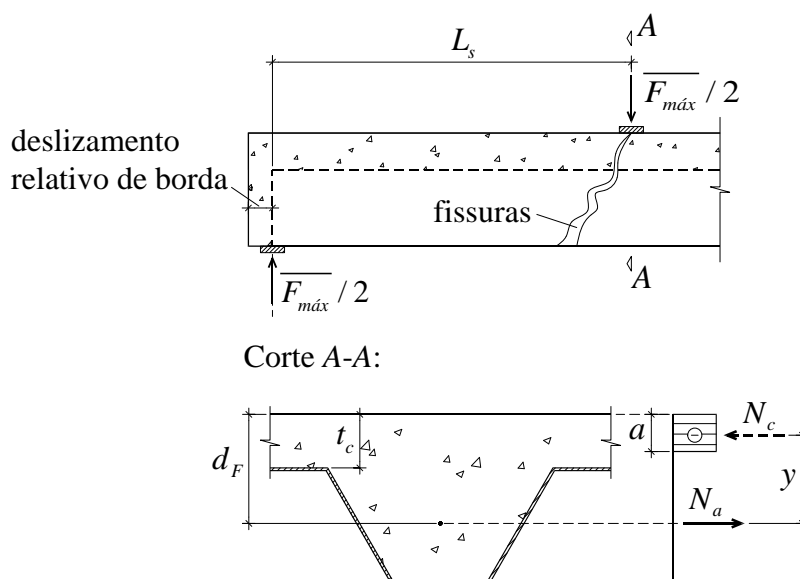


Figura 3.13 – Mecanismo de falha para cisalhamento longitudinal e respectivas distribuições de tensões e forças internas consideradas (adaptado de SCHUSTER E LING, 1980).

Na Figura 3.13, $\overline{F}_{máx}$ é a maior força alcançada durante o ensaio, N_c é a força de compressão no concreto plastificado, e N_a a respectiva força de tração na fôrma, atuando no seu centro geométrico. Como se observa, os autores desprezam todo o concreto tracionado e admitem que o aço esteja todo sob tração, considerando assim que a sua resultante atua no seu centroide.

Desse modo, o equilíbrio de momentos na Figura 3.13, já se utilizando $y = d_F - a/2$, leva a:

$$\frac{\overline{F}_{máx}}{2} L_s + M_g = N_a \left(d_F - \frac{a}{2} \right) \quad (3.14)$$

Sendo M_g o momento proveniente do peso próprio da laje e dos demais dispositivos.

Na Figura 3.12, denomine-se \overline{F}_m a resultante de cisalhamento oriunda da ligação mecânica e \overline{F}_a a análoga da ligação por atrito. O equilíbrio de forças horizontais na fôrma de aço gera:

$$N_a = \overline{F}_a + \overline{F}_m \quad (3.15)$$

Pela natureza da formação da força \overline{F}_a , sua magnitude pode ser considerada, segundo os autores, constante ao longo do seu comprimento de atuação (L_a da Figura 3.12). Sendo b_L a largura da seção transversal da laje e f_a , constante, a tensão cisalhante de atrito entre o aço e o concreto ao longo de L_a , \overline{F}_a pode ser escrita como:

$$\overline{F}_a = f_a b_L L_a \quad (3.16)$$

Como se observa, os autores aproximam a área da superfície da fôrma de aço na interface ao longo do comprimento L_a como retangular de valor $b_L L_a$.

Assim, pelas Eqs. (3.15) e (3.16), a Eq. (3.14) torna-se:

$$\frac{\overline{F}_{máx}}{2} L_s + M_g = \left(\overline{F}_m + f_a b_L L_a \right) \left(d_F - \frac{a}{2} \right) \quad (3.17)$$

Seja, agora, $F_m = \overline{F}_m / b_L$, ou seja, a resultante de cisalhamento oriunda da ligação mecânica por largura unitária da laje. Introduzindo F_m na Eq. (3.17):

$$\frac{\overline{F}_{máx}}{2} L_s + M_g = (F_m + f_a L_a) b_L \left(d_F - \frac{a}{2} \right) \quad (3.18)$$

Os autores observam que, apesar de as fissuras ocorrerem ao longo do vão de cisalhamento (L_s), elas concentram-se próximas da região de carregamento e, por isso, assumem que elas se localizam ao longo de L_a .

Schuster e Ling (1980) consideram que $a/2 \ll d_F$, de forma que $d_F - a/2 \cong d_F$. Para tanto, eles tomam um fenômeno observado: a fissura do carregamento último ($\overline{F_{máx}}$) se estende até muito próximo da superfície superior do concreto. Portanto, $a/2$ deve realmente ser muito menor do que d_F . A Eq. (3.18) assim se torna:

$$\frac{\overline{F_{máx}}}{2} L_s + M_g = (F_m + f_a L_a) b_L d_F \quad (3.19)$$

Utilizando-se o fato de que $L_a = L_s - L_m$ (conforme Figura 3.12):

$$\frac{\overline{F_{máx}}}{2} L_s + M_g = [(F_m - f_a L_m) + f_a L_s] b_L d_F \quad (3.20)$$

Denominando-se $F_n = F_m - f_a L_m$:

$$\frac{\overline{F_{máx}}}{2} L_s + M_g = (F_n + f_a L_s) b_L d_F \quad (3.21)$$

Rearranjando-se essa equação, obtém-se:

$$\frac{\overline{F_{máx}} / 2 + M_g / L_s}{b_L d_F} = \frac{F_n}{L_s} + f_a \quad (3.22)$$

A Eq. (3.22) é a proposta pelos autores, sendo que F_n e f_a são constantes e devem ser determinadas experimentalmente.

Normalmente, nos ensaios experimentais, a força cortante última (V_u) já é determinada considerando-se os pesos próprios da laje e dos dispositivos de ensaio, de modo que $V_u = \overline{F_{máx}} / 2 + M_g / L_s$. Assim, a Eq. (3.22) fica:

$$\frac{V_u}{b_L d_F} = \frac{F_n}{L_s} + f_a \quad (3.23)$$

Finalmente, fazendo $F_n = m$ e $f_a = k$, tem-se:

$$\frac{V_u}{b_L d_F} = \frac{m}{L_s} + k \quad (3.24)$$

A Eq. (3.24) é a conhecida equação que define o Método $m-k$.

Ressalta-se aqui que essa equação é válida para uma dada espessura de um dado tipo de fôrma de aço. Mudando-se esses parâmetros, os coeficientes m e k serão outros.

Sobre a determinação dos parâmetros m e k : cada norma apresenta procedimentos específicos para o ensaio da Figura 1.3, bem como considerações para determinação dos parâmetros, que serão aqui expostos. Entretanto, de modo geral, o procedimento é: fazendo-se $y = \frac{V_u}{b_L d_F}$ e $x = \frac{1}{L_s}$, reescreve-se a Eq. (3.24) na forma $y = mx + k$. Com os dados experimentais, plotam-se os resultados de y e x , em seguida ajustando-se uma reta entre eles. Determinam-se, assim, os valores dos parâmetros: m é o coeficiente angular da reta e k sua interceptação com o eixo y , conforme Figura 3.14.

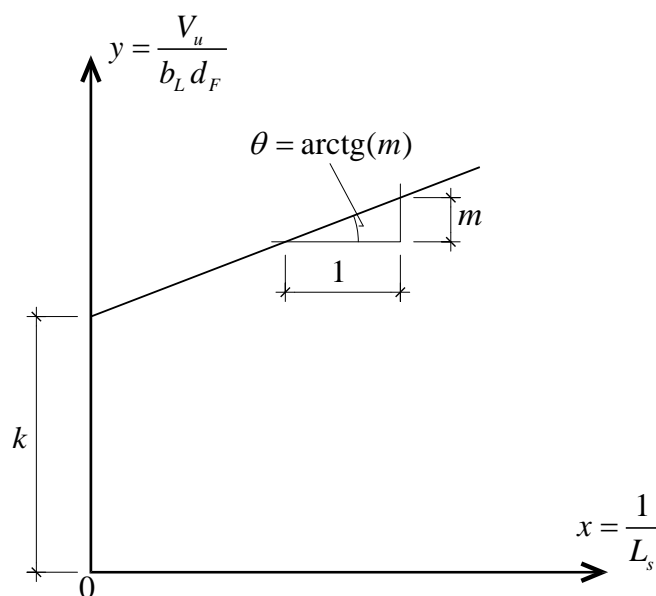


Figura 3.14 – Determinação gráfica das constantes m e k (adaptado do EUROCODE 4, 2004).

Note-se que a principal diferença entre a Eq. (3.24) e as (3.12) e (3.13) é que a Eq. (3.24) não contém a resistência à compressão do concreto ($\sqrt{f_{ck}}$) nem a taxa de aço (ρ_a).

Seleim² (1979 apud SCHUSTER; SELEIM, 1982) demonstrou que não existem diferenças significativas entre os resultados das três equações apresentadas. Desse modo, assim como Schuster e Ling (1980), o autor conclui que, de fato, os termos $\sqrt{f_{ck}}$ e ρ_a são desnecessários.

Johnson (1994) cita três defeitos do Método m - k definido pela Eq. (3.24), que são apresentados em artigos de Bode e Sauerborn³ (1993 apud JOHNSON, 1994) e de Patrick e Bridge (1990) que apresentam novos métodos de cálculo:

² SELEIM, S. S. **Ultimate shear-bond capacity of composite steel deck concrete slabs**. Master thesis - University of Waterloo, Waterloo, Ontario, Canada, 1979.

³ BODE, H.; SAUERBORN, I. Modern design concept for composite slabs with ductile behaviour. **Composite Construction in Steel and Concrete II**, Potosi, Missouri, Unite States of America, p. 125-141, 1993.

a) O método não é baseado em um modelo mecânico, de modo que considerações conservadoras têm de ser realizadas quando dimensões, materiais ou carregamento diferirem daqueles utilizados nos testes experimentais;

b) Muitos testes adicionais são necessários antes de os casos de aplicação serem ampliados. Por exemplo, para inclusão de ancoragem de extremidade ou para uso de armadura longitudinal adicional;

c) O método de avaliação dos dados dos testes são os mesmos para lajes dúcteis e frágeis. O uso do fator de penalização de 0,8, segundo o Eurocode 4 (2004), para comportamento frágil⁴ não representa adequadamente a vantagem do uso de fôrmas com bons mecanismos de ligação mecânica (esses conduzem ao comportamento dúctil), pois essa aumenta com o vão.

Com relação à aplicação do Método *m-k*, conforme já mencionado, existem algumas recomendações normativas, expostas a seguir. As normas que serão abordadas são aquelas citadas na ABNT NBR 8800 (2008).

a) Dispersão dos Dados Experimentais

De acordo com a dispersão dos dados experimentais em relação à reta obtida para determinação das constantes *m* e *k*, como na Figura 3.15, algumas normas exigem alguns ajustes para a definição final da reta.

O CSSBI S2-2008 (2008) preconiza que os desvios entre os dados experimentais e a reta obtida devem ser inferiores a 15%. Caso contrário, os valores de *m* e *k* devem ser reduzidos em 5%.

A ANSI/ASCE 3-91 (1992) exige uma redução da reta obtida dependendo do número de amostras. Caso tenham sido utilizadas oito ou mais, a redução deve ser de 10%. Do contrário, de 15%.

O Eurocode 4 (2004) considera o valor característico inferior (quantil de 5%) dos pontos obtidos experimentalmente para determinação da reta.

A Figura 3.15 ilustra, qualitativamente, a reta ajustada aos pontos obtidos experimentalmente e a reta rebaixada a ser considerada em projeto.

⁴ Este fator 0,8 será logo citado neste item no momento em que se estiver tratando das recomendações normativas quanto ao Método *m-k*.

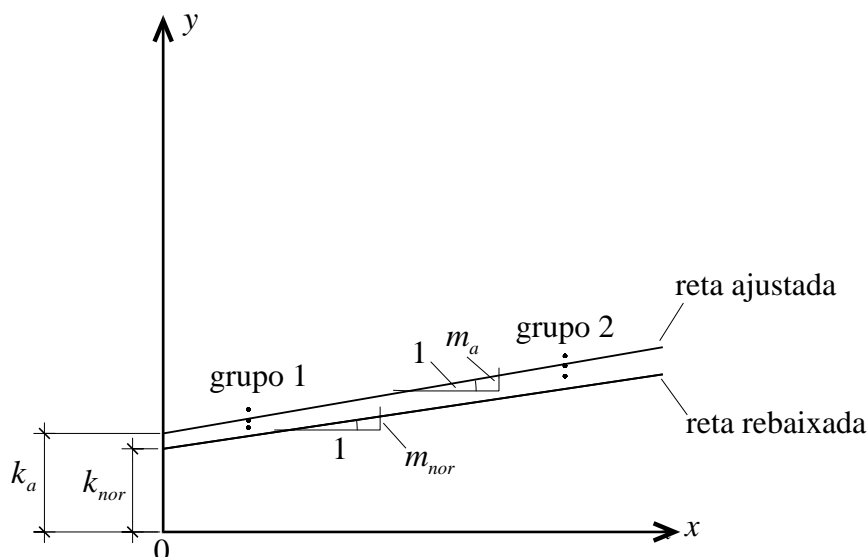


Figura 3.15 – Diferença entre a reta ajustada aos pontos experimentais e a determinada normativamente do Método $m-k$.

Na Figura 3.15, m_{nor} e k_{nor} representam as constantes m e k da reta determinada com os critérios normativos, e m_a e k_a as análogas da ajustada aos pontos experimentais.

Agora, a nomenclatura “ V_u ”, que foi inicialmente usada para a soma de $\overline{F_{máx}}/2$ com os pesos próprios (passagem da Eq. (3.22) para a (3.23), baseada em valores experimentais), deve ser distinguida do valor estimado pela reta determinada normativamente ou pela ajustada aos pontos. Cada norma contém a sua própria nomenclatura, descrita no tópico (c) a seguir.

A partir daqui, será mantida a definição de “ V_u ” utilizada: força cortante última associada ao cisalhamento longitudinal, já considerando o peso próprio da laje e dos demais dispositivos, medida experimentalmente.

b) Força $\overline{F_{máx}}$

O Eurocode 4 (2004) exige que o valor da força $\overline{F_{máx}}$ seja limitada, de modo a não ocorrer sob grandes deslocamentos verticais. Assim, é o menor valor entre o maior carregamento do ensaio de flexão e a força aplicada correspondente à flecha $L/50$. Aqui, conforme já definido no Capítulo 2, essa força limitada é denominada $F_{máx}$.

As demais normas não citam restrições e particularidades à definição de $\overline{F_{máx}}$.

c) Forma da Equação

No Eurocode 4 (2004), a força estimada pela reta normativa é denominada $V_{l,Rk}$.

Além disso, essa norma apresenta a Eq. (3.24) levemente modificada, de modo que m e k tenham a mesma unidade: força / comprimento². Para tal, a parcela m / L_s foi substituída por $\frac{m A_{F,ef}}{b L_s}$, resultando na Eq. (3.25):

$$\frac{V_{l,Rk}}{b d_F} = \frac{m A_{F,ef}}{b L_s} + k \quad (3.25)$$

No CSSBI S2-2008 (2008), a equação é igual à Eq. (3.24), apenas fazendo-se $m = k_5$ e $k = k_6$, e nomeando-se a força normativa de V_t :

$$\frac{V_t}{b d_F} = \frac{k_5}{L_s} + k_6 \quad (3.26)$$

Essa norma também traz outro procedimento, que considera uma equação para várias espessuras diferentes de fôrmas. Esse método não será aqui mostrado, mas brevemente citado no Item 3.2.3. Conforme será visto, ele traz as constantes k_1 a k_4 que não aparecem na Eq. (3.26).

No ANSI/ASCE 3-91 (1992), a equação é a mesma da Eq. (3.13), com $s_c = 1$ e nomeando-se a força da reta normativa de V_n :

$$\frac{V_n}{b d_F} = m_p \frac{\rho_a d_F}{L_s} + k_p \sqrt{f_{ck}} \quad (3.27)$$

Essas equações estão resumidas na segunda coluna da Tabela 3.2.

d) Lajes Frágeis

O Método $m-k$, como já dito, foi equacionado para lajes dúcteis, mas pode ser utilizado para lajes frágeis (SCHUSTER; LING, 1980). O Eurocode 4 (2004), no entanto, exige que, caso os protótipos da laje em questão sejam identificados como frágeis nos ensaios, os valores determinados experimentalmente (V_u) devem ser reduzidos em 20%.

As demais normas não citam especificidades ou procedimentos distintos para lajes dúcteis e frágeis.

e) Coeficiente de Ponderação (γ_{sl} ou ϕ)

O valor da força resistente determinado pelas retas normativas, apresentadas no tópico (b) pelas Eqs. (3.25) a (3.27), deve ser minorado para obtenção do valor de cálculo. Segundo a ABNT NBR 8800 (2008, p. 227), o coeficiente de ponderação deve ser “igual ao determinado pela norma ou especificação utilizada nos ensaios”. Todavia, cada norma adota um coeficiente de minoração de valor diferente.

O Eurocode 4 (2004), assim como apresenta a ABNT NBR 8800 (2008), considera que a força resistente de cálculo ao cisalhamento longitudinal ($V_{l,Rd}$) é a sua força resistente característica ($V_{l,Rk}$ da Eq. (3.25)) dividida por um coeficiente de ponderação $\gamma_{sl} = 1,25$:

$$V_{l,Rd} = \frac{V_{l,Rk}}{\gamma_{sl}} \quad (3.28)$$

O CSSBI S2-2008 (2008) apresenta o valor de cálculo da resistência a ser utilizada (V_r) como a força resistente (V_t da Eq. (3.26)) multiplicada por um coeficiente de ponderação $\phi = 0,70$:

$$V_r = \phi V_t \quad (3.29)$$

Por fim, o ANSI/ASCE 3-91 (1992) estabelece a minoração do valor da força resistente (V_n da Eq. (3.27)) pela multiplicação por um coeficiente de ponderação $\phi = 0,75$.

A Tabela 3.2 resume as equações das forças resistentes (retas normativas) e os coeficientes de ponderação de cada norma.

Pode-se observar uma diferença notável entre tais coeficientes. Isso se dá mormente em função das considerações de cada uma delas para o traçado da reta $m-k$, de acordo com a dispersão dos resultados experimentais, como já exposto no tópico (a). Veja-se, por exemplo, que a reta a ser ajustada pelo Eurocode 4 (2004), cujo fator multiplicativo de minoração seria

$$\phi = \frac{1}{\gamma_{sl}} = \frac{1}{1,25} = 0,8, \text{ é baseada nos valores característicos dos pontos experimentais,}$$

resultando assim já rebaixada em relação às das demais normas, que apenas ajustam a melhor reta e a rebaixam em função da quantidade de protótipos ensaiados (ANSI/ASCE 3-91 (1992)) ou do desvio da reta em relação à média experimental (CSSBI S2-2008 (2008)). Por isso, é de se esperar, de fato, que seu coeficiente de minoração ($\phi = 0,8$) seja superior aos demais ($\phi = 0,70$ e $\phi = 0,75$), com o intuito de que de que todas as normas, ao fim, tratem de níveis de segurança semelhantes.

Tabela 3.2 – Forças resistentes e coeficientes de ponderação da força resistente de cálculo para cisalhamento longitudinal.

Norma	Força Resistente	Força Resistente de Cálculo	Coefficiente de Ponderação
Eurocode 4 (2004)	$\frac{V_{l,Rk}}{bd_F} = \frac{m A_{F,ef}}{b L_s} + k$ Eq. (3.25)	$V_{l,Rd} = \frac{V_{l,Rk}}{\gamma_{sl}}$	$\gamma_{sl} = 1,25$
CSSBI S2-2008 (2008)	$\frac{V_t}{bd_F} = \frac{k_5}{L_s} + k_6$ Eq. (3.26)	$V_r = \phi V_t$	$\phi = 0,70$
ANSI/ASCE 3-91 (1992)	$\frac{V_n}{bd_F} = m_P \frac{\rho_a d_F}{L_s} + k_P \sqrt{f_{ck}}$ Eq. (3.27)	ϕV_n	$\phi = 0,75$

f) Vão de Cisalhamento (L_s)

O vão de cisalhamento (L_s) utilizado até aqui é válido apenas para carregamento concentrado e simétrico, como o da Figura 1.3. Na prática de projetos, outros carregamentos são considerados para dimensionamento – uniformemente distribuído, principalmente. Assim, para uso do Método m - k em tais casos, devem ser definidos os valores correspondentes de L_s .

O critério geral utilizado, entre as normas citadas, é somente apresentado na ABNT NBR 8800 (2008) e no Eurocode 4 (2004). Segundo a ABNT NBR 8800 (2008, p. 228), L_s deve ser tomado como “a relação entre o máximo momento [fletor] e a maior reação de apoio”, isto é, para um determinado carregamento, procura-se um comprimento L_s que, multiplicado pela maior reação de apoio, produza o máximo momento fletor.

Por exemplo, para uma laje biapoiada com carregamento uniformemente distribuído q , o máximo momento fletor ocorrerá no meio do vão com valor $M_{máx} = qL^2 / 8$, e as duas reações de apoio serão iguais e de valor $R = qL / 2$. Logo, $L_s = M_{máx} / R = L / 4$.

3.2.2 Método da Interação Parcial

Além do Método *m-k*, a ABNT NBR 8800 (2008) também permite o uso do chamado Método da Interação Parcial (em inglês, *Partial Shear Connection Method (PSC)*) para determinação do esforço resistente ao cisalhamento longitudinal. Esse método só é válido para lajes com comportamento dúctil.

A ABNT NBR 8800 (2008) referencia para esse método o Eurocode 4 (2004).

Conforme será visto, ao contrário do Método *m-k*, que determina a força cortante última associada ao estado-limite último de cisalhamento longitudinal, o Método da Interação Parcial estima o respectivo momento fletor resistente seção a seção.

O equacionamento do Método da Interação Parcial é semelhante ao método mais exato de cálculo de vigas mistas. A diferença consiste no cálculo da transmissão de cisalhamento na interface aço-concreto: enquanto nas vigas mistas há métodos analíticos para determinação da resistência de alguns tipos de conectores, nas lajes mistas a determinação da capacidade de transferência de cisalhamento das mossas e do sistema como um todo é totalmente baseada em ensaios experimentais – pelo menos até o presente momento.

O Método da Interação Parcial teve seus primeiros conceitos propostos por Stark (1978) e depois mais bem desenvolvidos por Stark e Brekelmans (1990). Sua versão consolidada, que é aquela admitida pelo Eurocode 4 (2004), é a proposta mais tarde por Bode e Sauerborn⁵ (1993 apud JOHNSON, 1994), mas também pode ser encontrada em Bode, Minas e Sauerborn (1996), e seu equacionamento é demonstrado a seguir.

Como já mencionado, o intuito do método é a determinação do momento fletor resistente de cálculo seção a seção ($M_{Rd}(x)$). A proposta inicial é admitir uma distribuição de tensões de plastificação no aço e no concreto, com interação parcial (duas linhas neutras⁶) e para todas as seções da laje, conforme demonstrado na parte I da Figura 3.16.

⁵ BODE, H.; SAUERBORN, I. Modern design concept for composite slabs with ductile behaviour. **Composite Construction in Steel and Concrete II**, Potosi, Missouri, Unite States of America, p. 125-141, 1993.

⁶ Conceitualmente, um regime de interação completa implica a existência de uma única linha neutra em toda uma seção transversal mista. Interação nula, duas, uma no bloco de concreto e outra na fôrma de aço, sendo independentes entre si. Interação parcial, também duas (uma no bloco e a outra na fôrma), mas agora mutuamente dependentes, em função do grau de interação da interface.

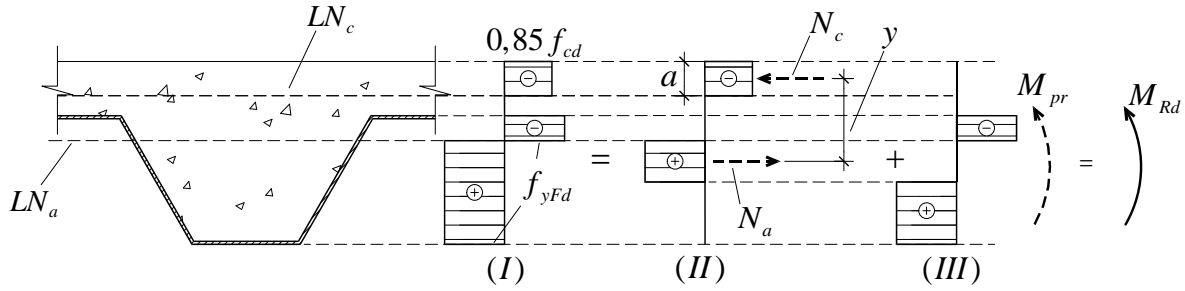


Figura 3.16 – Distribuição de tensões para momento fletor positivo para o Método da Interação Parcial em uma seção qualquer da laje mista.

Na Figura 3.16, LN_c é a linha neutra no bloco de concreto, enquanto LN_a é a respectiva na fôrma de aço. Todo concreto situado dentro da nervura é desconsiderado, mesmo se comprimido.

Note-se a semelhança entre a Figura 3.16 e a Figura 3.4, utilizada para determinação do momento fletor de cálculo para interação completa com linha neutra plástica abaixo da face superior da fôrma de aço ($a \geq t_c$). A única diferença consiste na presença de concreto tracionado (e desconsiderado) acima da fôrma para o caso atual, em decorrência da presença da linha neutra no bloco de concreto.

Como se observa na Figura 3.16, a resultante no concreto agora é N_c , e não mais N_{cf} , como na Figura 3.4.

Novamente, para cálculo de M_{Rd} , assim como no caso da Figura 3.4, divide-se a distribuição de tensões *I* nas distribuições *II* e *III*, como indicado na Figura 3.16.

A igualdade de momentos conduz a M_{Rd} :

$$M_{Rd} = N_c y + M_{pr} \quad (3.30)$$

Observe-se, mais uma vez, a analogia entre os casos: a Eq. (3.30) é a (3.7), apenas trocando-se N_{cf} por N_c .

Desse modo, pela semelhança de considerações entre os métodos, as expressões dos parâmetros M_{pr} e y propostas por Stark e Brekelmans (1990) para interação completa, apresentadas nas Eqs. (3.8) e (3.10) respectivamente, serão as mesmas, apenas trocando t_c por a :

$$M_{pr} = 1,25 M_{pa} \left(1 - \frac{N_a}{N_{pa}} \right) \leq M_{pa} \quad (3.31)$$

$$y = h_t - 0,5a - e_p + (e_p - e) \frac{N_a}{N_{pa}} \quad (3.32)$$

Sendo o valor de a dado por:

$$a = \frac{N_c}{0,85 f_{cd} b} \quad (3.33)$$

Pelo equilíbrio de forças horizontais na parte II da Figura 3.16, $N_a = N_c$. As duas primeiras equações então se tornam:

$$M_{pr} = 1,25 M_{pa} \left(1 - \frac{N_c}{N_{pa}} \right) \leq M_{pa} \quad (3.34)$$

$$y = h_t - 0,5a - e_p + (e_p - e) \frac{N_c}{N_{pa}} \quad (3.35)$$

Resta agora a determinação de N_c , que configura a grande distinção entre os métodos.

A expressão da força de compressão N_c é determinada pelo equilíbrio de forças horizontais no concreto de uma seção transversal *distante L_x do apoio mais próximo*, conforme demonstrado, para uma laje biapoiada, na Figura 3.17.

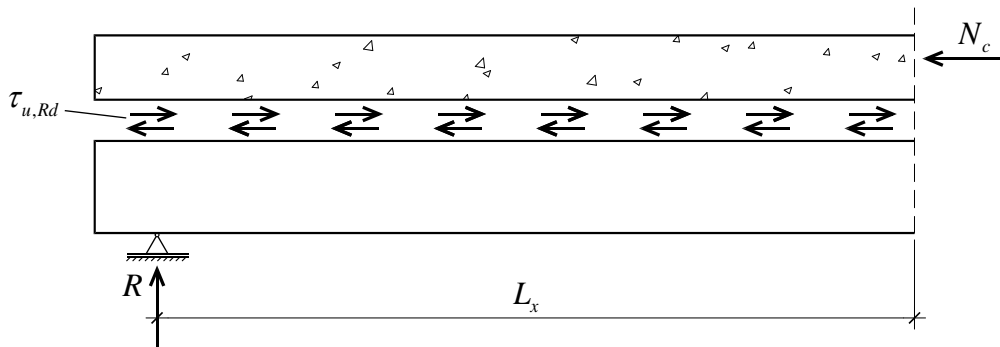


Figura 3.17 – Forças atuantes num segmento de laje mista (adaptado de PATRICK; BRIDGE, 1990).

Na Figura 3.17, $\tau_{u,Rd}$ é a tensão (média) resistente de cálculo ao cisalhamento longitudinal, tomada como constante e atuando, em módulo, em toda a interface.

Assim, o equilíbrio de forças no concreto leva a:

$$N_c = \tau_{u,Rd} b L_x \leq N_{cf} \quad (3.36)$$

Sendo N_{cf} a força resultante de compressão no concreto para interação completa, calculada como na Seção 3.1. Pela Eq. (3.36), veja-se que a tensão de cisalhamento na interface ($\tau_{u,Rd}$) é considerada atuando numa área retangular ($b L_x$) que consiste na projeção horizontal da área real da interface, assim como realizado na demonstração do Método $m-k$ (Eq. (3.16)). Desse modo, a tensão $\tau_{u,Rd}$ calculada é, em verdade, nominal.

O Eurocode 4 (2004) também permite a consideração do atrito no apoio (R), de forma que:

$$N_c = \tau_{u,Rd} b L_x + \mu R \leq N_{cf} \quad (3.37)$$

Sendo μ o coeficiente de atrito, a ser tomado, segundo o Eurocode 4 (2004), igual a 0,5.

Resta determinar a tensão $\tau_{u,Rd}$, que necessita de ensaios experimentais. O procedimento, sugerido pelos autores do método e apresentado no Eurocode 4 (2004), é explicitado a seguir.

Com base nos ensaios como o da Figura 1.3, encontra-se, para cada protótipo, o momento fletor, na seção com força aplicada, que leva à sua falha por cisalhamento longitudinal (M_{test}). De posse de M_{test} , determina-se N_c para cada protótipo, substituindo-se as Eqs. (3.31), (3.32) e (3.33) na (3.30) e trocando-se f_{cd} por f_c , sendo esta a resistência à compressão média do concreto obtida experimentalmente:

$$M_{test} = N_c \left[\underbrace{h_t - 0,5 \frac{N_c}{0,85 f_c b} - e_p + (e_p - e) \frac{N_c}{N_{pa}}}_y \right] + \underbrace{1,25 M_{pa} \left(1 - \frac{N_c}{N_{pa}} \right)}_{M_{pr} \leq M_{pa}}, \text{ com } 0 \leq N_c \leq N_{cf} \quad (3.38)$$

Agora, N_{cf} , N_{pa} e M_{pa} são, respectivamente, a força resultante de compressão no concreto para interação completa e a força e o momento de plastificação da fôrma de aço, calculadas como na Seção 3.1, mas utilizando-se as dimensões e as resistências (estas, médias) do aço e do concreto determinadas experimentalmente. Aqui, o momento fletor resistente em interação completa calculado com esses valores será denominado M_{pRm} , assim como no Eurocode 4 (2004).

A Eq. (3.38) é uma equação na forma $a_1 N_c^2 + b_1 N_c + c_1 = 0$, com os termos a_1 , b_1 e c_1 reais, tais que:

$$a_1 = \frac{0,5}{0,85 f_c b} - \frac{e_p - e}{N_{pa}} \quad (3.39)$$

$$b_1 = e_p - h_t + 1,25 \frac{M_{pa}}{N_{pa}} \quad (3.40)$$

$$c_1 = M_{test} - 1,25 M_{pa} \quad (3.41)$$

Para o caso de $a_1 = 0$, a Eq. (3.38) é linear e sua única raiz será dada por:

$$N_c = -\frac{c_1}{b_1}, \text{ com } 0 \leq N_c \leq N_{cf} \quad (3.42)$$

Caso $a_1 \neq 0$, configura-se uma equação quadrática cuja solução são duas raízes dadas por:

$$N_c = \begin{cases} \frac{-b_1 + \sqrt{b_1^2 - 4a_1c_1}}{2a_1} \\ \text{ou} \\ \frac{-b_1 - \sqrt{b_1^2 - 4a_1c_1}}{2a_1} \end{cases}, \text{ com } 0 \leq N_c \leq N_{cf} \quad (3.43)$$

Entre as duas raízes, o valor de N_c a ser escolhido será aquele que verificar a condição $0 \leq N_c \leq N_{cf}$.

É importante lembrar que, após a determinação de N_c pela (3.43), é necessário verificar-se que, para o N_c encontrado, é válida a desigualdade $M_{pr} \leq M_{pa}$. Se não for, deve-se impor M_{pa} no lugar de M_{pr} na Eq. (3.38) e encontrar o novo – e correto – valor de N_c :

$$M_{test} = N_c \left[\underbrace{h_t - 0,5 \frac{N_c}{0,85 f_c b} - e_p + (e_p - e) \frac{N_c}{N_{pa}}}_y \right] + M_{pa} \quad (3.44)$$

Essa equação, analogamente à do caso anterior, é na forma $a_2 N_c^2 + b_2 N_c + c_2 = 0$, com os termos a_2 , b_2 e c_2 reais, tais que:

$$a_2 = \frac{0,5}{0,85 f_c b} - \frac{e_p - e}{N_{pa}} \quad (3.45)$$

$$b_2 = e_p - h_t \quad (3.46)$$

$$c_2 = M_{test} - M_{pa} \quad (3.47)$$

Novamente, se $a_2 = 0$, sua raiz será:

$$N_c = -\frac{c_2}{b_2}, \text{ com } 0 \leq N_c \leq N_{cf} \quad (3.48)$$

Do contrário, se $a_2 \neq 0$, resulta:

$$N_c = \begin{cases} \frac{-b_2 + \sqrt{b_2^2 - 4a_2c_2}}{2a_2} \\ \text{ou} \\ \frac{-b_2 - \sqrt{b_2^2 - 4a_2c_2}}{2a_2} \end{cases}, \text{ com } 0 \leq N_c \leq N_{cf} \quad (3.49)$$

Entre essas duas raízes, novamente, deverá ser tomado o valor de N_c tal que $0 \leq N_c \leq N_{cf}$.

Também é importante ressaltar que o N_c determinado, assim como M_{test} , refere-se à seção de aplicação de força do ensaio da Figura 1.3, distante, portanto, L_s do apoio mais próximo.

É comum, nas Eqs. (3.38) e (3.44), em vez de N_c , substituí-lo por $\eta N_{cf} = N_c$, sendo η denominado grau de interação parcial ($0 \leq \eta \leq 1$). Essas equações então são reescritas como:

$$M_{test} = \eta N_{cf} \left[\underbrace{h_t - 0,5 \frac{\eta N_{cf}}{0,85 f_c b} - e_p + (e_p - e) \frac{\eta N_{cf}}{N_{pa}}}_y \right] + \underbrace{1,25 M_{pa} \left(1 - \frac{\eta N_{cf}}{N_{pa}} \right)}_{M_{pr} \leq M_{pa}}, \text{ com } 0 \leq \eta \leq 1 \quad (3.50)$$

$$M_{test} = \eta N_{cf} \left[\underbrace{h_t - 0,5 \frac{\eta N_{cf}}{0,85 f_c b} - e_p + (e_p - e) \frac{\eta N_{cf}}{N_{pa}}}_y \right] + M_{pa}, \text{ com } 0 \leq \eta \leq 1 \quad (3.51)$$

Na literatura, como, por exemplo, em Brendolan (2007), pode ocorrer a consideração de que $N_{cf} = N_{pa}$, simplificando essas expressões. Essa igualdade é verdadeira para a parte II da Figura 3.3, que é o caso largamente mais comum da posição da linha neutra para interação completa ($a < t_c$). Porém, a rigor, não é verificada essa igualdade na respectiva parte do caso da Figura 3.4. Por isso, aqui se optou por manter N_{cf} e N_{pa} distintos.

Os valores de η , determinados para cada protótipo, podem ser calculados analiticamente por equações do segundo grau, assim como mostrado para N_c , ou graficamente: troca-se, na Eq. (3.50), os valores discretos de M_{test} por genéricos, M . Plota-se, então, um gráfico $M / M_{pRm} \times \eta$, como mostrado na Figura 3.18. Nesse gráfico, fazendo-se o caminho $A \rightarrow B \rightarrow C$ (ver Figura 3.18 novamente), determinam-se os valores de η .

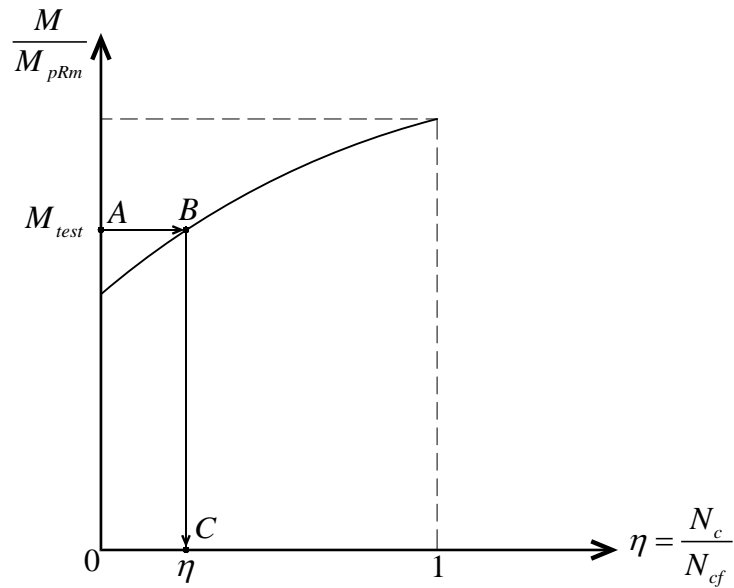


Figura 3.18 – Determinação gráfica do grau de interação parcial ao cisalhamento (η) dos protótipos ensaiados (adaptado do EUROCODE 4, 2004).

Se for obtido algum, ou alguns, $\eta > 1$, deve-se plotar um gráfico semelhante ao da Figura 3.18, mas a partir da Eq. (3.51). Com esse gráfico, faz-se novamente o caminho $A \rightarrow B \rightarrow C$ para os M_{test} que resultaram anteriormente com $\eta > 1$ e, assim, serem obtidos os seus η corretos.

A resolução analítica da Eq. (3.50), assim como para N_c , consiste na determinação das raízes de uma equação na forma $a_3\eta^2 + b_3\eta + c_3 = 0$, com a_3 , b_3 e c_3 reais, tais que:

$$a_3 = \frac{0,5N_{cf}^2}{0,85f_c b} - \frac{(e_p - e)N_{cf}^2}{N_{pa}} \quad (3.52)$$

$$b_3 = N_{cf}(e_p - h_t) + 1,25 \frac{M_{pa} N_{cf}}{N_{pa}} \quad (3.53)$$

$$c_3 = M_{test} - 1,25M_{pa} \quad (3.54)$$

Se $a_3 = 0$, a Eq. (3.50) será linear e sua única raiz será dada por:

$$\eta = -\frac{c_3}{b_3}, \text{ com } 0 \leq \eta \leq 1 \quad (3.55)$$

No caso de $a_3 \neq 0$, suas duas raízes são dadas por:

$$\eta = \begin{cases} \frac{-b_3 + \sqrt{b_3^2 - 4a_3c_3}}{2a_3} \\ \text{ou} \\ \frac{-b_3 - \sqrt{b_3^2 - 4a_3c_3}}{2a_3} \end{cases}, \text{ com } 0 \leq \eta \leq 1 \quad (3.56)$$

Entre esses valores, deverá ser tomado aquele que satisfizer a condição $0 \leq \eta \leq 1$.

Assim como para o cálculo de N_c , deve-se verificar se o η calculado pela Eq. (3.56) satisfaz a condição $M_{pr} \leq M_{pa}$. Se não, deve-se recorrer à Eq. (3.51). Essa equação também é na forma $a_4\eta^2 + b_4\eta + c_4 = 0$, com a_4 , b_4 e c_4 reais, tais que:

$$a_4 = \frac{0,5N_{cf}^2}{0,85f_c b} - \frac{(e_p - e)N_{cf}^2}{N_{pa}} \quad (3.57)$$

$$b_4 = N_{cf}(e_p - h_t) \quad (3.58)$$

$$c_4 = M_{test} - M_{pa} \quad (3.59)$$

Suas raízes, ou raiz, são determinadas com o mesmo procedimento e condições dos casos anteriores, apenas trocando-se os índices 1, 2 ou 3 por 4.

De todo modo, o cálculo dos η recupera os valores de N_c de cada protótipo pela igualdade $N_c = \eta N_{cf}$.

Agora, sabendo-se N_c de cada protótipo, podem-se determinar seus respectivos valores de τ_u pela Eq. (3.36). Como a seção analisada é a de aplicação dos carregamentos, é usado $L_x = L_s + L_0$, sendo L_0 o balanço após o apoio:

$$\tau_u = \frac{N_c}{b(L_s + L_0)} \quad (3.60)$$

O Eurocode 4 (2004) também permite a consideração da reação de apoio referente à ocorrência de M_{test} . Denominando-se essa reação de R_{test} , utiliza-se a Eq. (3.37):

$$\tau_u = \frac{N_c - \mu R_{test}}{b(L_s + L_0)} \quad (3.61)$$

Tendo-se, agora, os valores de τ_u , o cálculo de $\tau_{u,Rd}$ é então realizado conforme o Eurocode 4 (2004): a resistência característica de τ_u , denominada $\tau_{u,Rk}$, é tomada como o valor referente a um percentil de 5% dos τ_u , considerando um modelo estatístico apropriado de acordo com o Eurocode 0 (2002). Toma-se, então:

$$\tau_{u,Rd} = \frac{\tau_{u,Rk}}{\gamma_{vs}}, \text{ com } \gamma_{vs} = 1,25 \quad (3.62)$$

Agora, determinado o valor de $\tau_{u,Rd}$ da laje mista em questão, pode-se determinar M_{Rd} seção a seção: substituindo-se as Eqs. (3.31), (3.32) e (3.33) na (3.30), obtém-se:

$$M_{Rd} = N_c \underbrace{\left[h_t - 0,5 \frac{N_c}{0,85 f_{cd} b} - e_p + (e_p - e) \frac{N_c}{N_{pa}} \right]}_y + \underbrace{1,25 M_{pa} \left(1 - \frac{N_c}{N_{pa}} \right)}_{M_{pr} \leq M_{pa}} \quad (3.63)$$

Sendo N_c dado pela Eq. (3.36).

É importante ressaltar que nessa equação, ao contrário da Eq. (3.38), está se trabalhando com os valores de cálculo de N_{pa} e M_{pa} .

Agora, o procedimento é o seguinte: arbitra-se um valor de L_x na Eq. (3.36), calculando-se um N_c , em seguida inserindo-o na (3.63). Varrendo-se L_x por todo o comprimento L da laje, constrói-se uma curva $M_{Rd} \times L_x$.

Lembra-se aqui, novamente, que deve se verificar a desigualdade $M_{pr} \leq M_{pa}$ para o N_c inserido na Eq. (3.63). Se $M_{pr} > M_{pa}$, deve-se utilizar $M_{pr} = M_{pa}$ na equação.

Antes de demonstrar-se uma figura exemplificando a curva $M_{Rd} \times L_x$, cabe aqui uma observação importante: ao arbitram-se na Eq. (3.36) valores de L_x tais que $L_x \geq \frac{N_{cf}}{\tau_{u,Rd} b}$, sempre será encontrado $N_c = N_{cf}$, o que implica: (a) todas essas seções estão em interação completa; (b) todas essas seções apresentam mesmo momento fletor resistente de cálculo (de interação completa, Seção 3.1), aqui denominado M_{pRd} (assim como no Eurocode 4 (2004)), pois todas têm o mesmo valor de N_c . Denomina-se $L_{sf} = \frac{N_{cf}}{\tau_{u,Rd} b}$. Ressalta-se que nem sempre o valor de L_{sf} é atingido.

Note-se também que $L_x = 0$ na Eq. (3.36) resulta em $N_c = 0$ que, por conseguinte na Eq. (3.63), gera $M_{Rd} = M_{pa}$.

A Figura 3.19 apresenta uma curva típica $M_{Rd} \times L_x$.

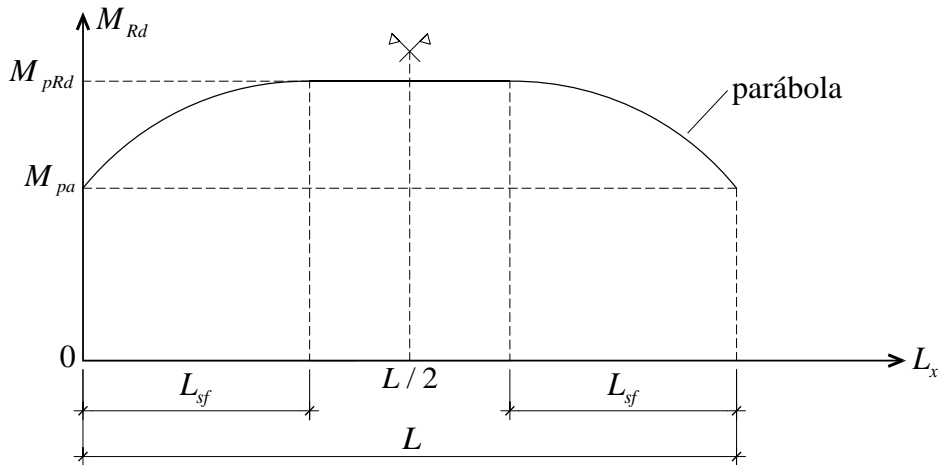


Figura 3.19 – Curva típica $M_{Rd} \times L_x$ para Método da Interação Parcial.

Por fim, o procedimento de verificação ao cisalhamento longitudinal do Método da Interação Parcial consiste na comparação entre a curva de momento fletor resistente de cálculo da laje mista, como a da Figura 3.19, e a curva de momento fletor solicitante de cálculo (M_{Sd}). Como a condição geral de dimensionamento é $M_{Rd} \geq M_{Sd}$, deve-se verificar se todos os pontos da curva resistente estão acima dos da curva solicitante.

A Figura 3.20 ilustra um exemplo da comparação entre os momentos resistentes e solicitantes de cálculo para uma laje mista biapoiada, de vão L , solicitada por carregamento uniformemente distribuído q .

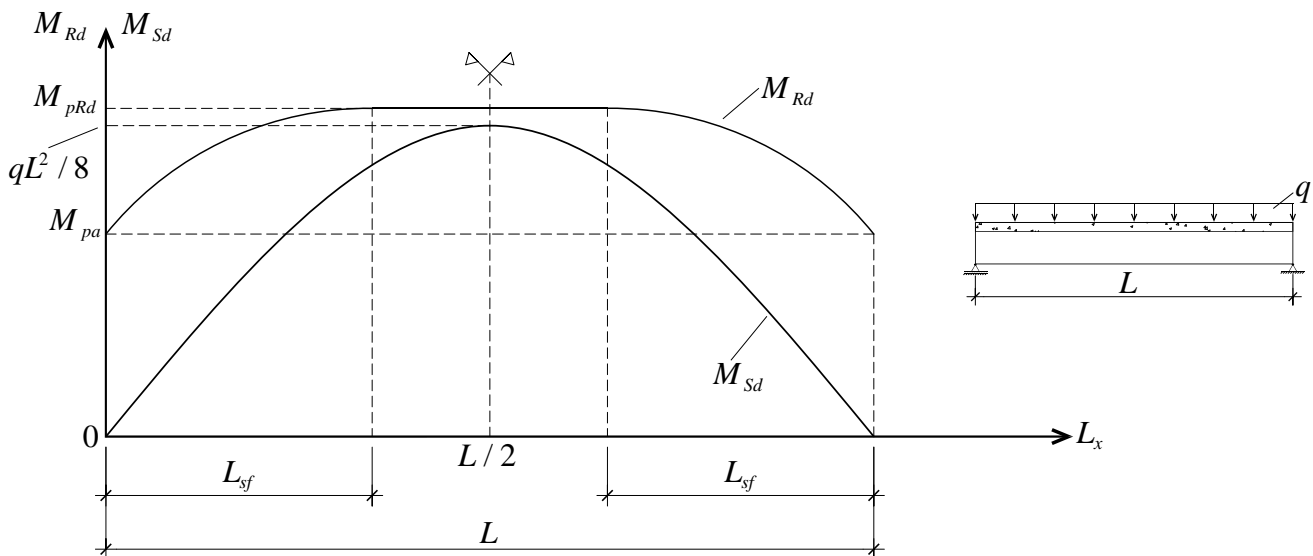


Figura 3.20 – Comparação entre curvas de momento fletor resistente e solicitante de cálculo do Método da Interação Parcial para laje mista biapoiada com carregamento uniformemente distribuído.

Sobre o equacionamento do Método da Interação Parcial, Queiroz, Pimenta e Da Mata (2001, p. 168) fazem importante comentário:

Aparentemente, o método da interação parcial separa explicitamente os efeitos da ligação mecânica, providenciada pelas mossas, do efeito do atrito nos apoios considerados, respectivamente, pela tensão de cisalhamento $\tau_{u,Rd}$ e pelo coeficiente μ . A rigor, todavia, esses efeitos ainda não estão completamente separados, pois na determinação da tensão de cisalhamento $\tau_{u,Rd}$, ainda está embutido algum resquício do atrito sobre os apoios, embora, na prática este valor seja pequeno. Também, ao tomar o valor de $\mu = 0,5$, valor inferior ao que se obtém nos ensaios, o Eurocode 4 [2004] está levando em conta que parte do atrito já foi considerada na determinação da tensão de cisalhamento.

Ainda segundo os autores, um método alternativo em que se leva em consideração de maneira mais completa a separação desses efeitos foi proposto por Calixto et al. (1998), “levando a resultados que representam melhor a realidade dos ensaios” (QUEIROZ; PIMENTA; DA MATA, 2001, p. 168). Esse método será aqui brevemente apresentado no Item 3.2.3.

Como vantagens a serem listadas do Método da Interação Parcial, podem-se citar as enunciadas por Bode, Minas e Sauerborn (1996):

a) Ele também pode ser estendido para lajes mistas com conectores de cisalhamento de extremidade.

De fato, o Eurocode 4 (2004) permite essa consideração, para lajes com conectores dos tipos (c) e (d) citados na Figura 2.3, simplesmente modificando-se a Eq. (3.36) para:

$$N_c = \tau_{u,Rd} b L_x + V_{ld} \leq N_{cf} \quad (3.64)$$

Sendo V_{ld} a resistência de cálculo ao cisalhamento dos conectores na fôrma, obtida em ensaios ou, na ausência destes, determinada por uma expressão analítica apresentada por essa norma;

b) Ele pode ser modificado para incluir armadura adicional, que aumenta a capacidade da laje.

Realmente, e esse é o objeto de estudo deste trabalho. Queiroz, Pimenta e Da Mata (2001, p. 167) apresentam, brevemente, que tal consideração é realizada pela modificação da Eq. (3.30), de forma que:

$$M_{Rd} = N_c y + M_{pr} + \underbrace{\left(\frac{A_{sl} f_{yk}}{\gamma_s} \right)}_{N_{sl}} \underbrace{(d_{sl} - 0,5a)}_{y'} \quad (3.65)$$

Sendo: A_{sl} a área da armadura adicional (referente à largura unitária $b = 1.000$ mm); f_{yk} a tensão de escoamento característica da armadura adicional; γ_s o coeficiente de minoração de f_{yk} , tomado igual a 1,15 (ABNT NBR 8800, 2008); d_{sl} a distância do centro geométrico da armadura adicional à face superior da laje.

Em verdade, a Eq. (3.65) exposta pelos autores apresenta certo equívoco. Esse erro, bem como a equação correta e sua validação, será apresentado no Capítulo 6. Adianta-se que nesse capítulo será mostrado que o equacionamento do Método $m-k$ também pode ser estendido para o caso com armadura adicional;

c) O Método pode ser usado na análise global plástica para determinar os carregamentos últimos de lajes mistas contínuas.

Como defeitos do método, Veljkovic (1996) cita:

a) O grau de interação parcial (η) depende da tensão média resistente ao cisalhamento longitudinal (τ_u), somente avaliada por ensaios experimentais;

b) Não há nenhuma possível diretriz para determinação das dimensões de uma laje mista com novo perfil de fôrma de aço que assegure o requerido grau de transferência de cisalhamento (essa informação só pode ser obtida através da experiência com fôrmas similares);

c) O Método é válido (limitado) a lajes mistas de comportamento dúctil.

3.2.3 Outros Métodos

Como já mencionado, além dos dois métodos acima descritos, há outros propostos para a avaliação e estimativa da resistência ao estado-limite último cisalhamento longitudinal. Todos dependem de ensaios experimentais.

Esses outros métodos não são diretamente citados pela ABNT NBR 8800 (2008), mas a norma afirma que “outros métodos para se calcular a resistência ao cisalhamento

longitudinal podem ser utilizados” (ABNT NBR 8800, 2008, p. 228). Alguns deles serão aqui apresentados e referenciados a título informativo, mas não totalmente demonstrados e equacionados, pois extrapolaria o escopo deste trabalho.

a) CSSBI S2-2008 (2008)

O primeiro método aqui listado tem semelhança com o Método *m-k* e é indicado pelo CSSBI S2-2008 (2008) no caso de serem testadas lajes de três ou mais diferentes espessuras da fôrma de aço. Sendo t a espessura da fôrma, a força cortante última relacionada ao cisalhamento longitudinal (V_t) é dada por:

$$\frac{V_t}{b_L d_F} = \frac{k_1 t}{L_s} + \frac{k_2}{L_s} + k_3 t + k_4 \quad (3.66)$$

Nessa equação, k_1 , k_2 , k_3 e k_4 são constantes determinadas por ensaios experimentais como os da Figura 1.3, assim como realizado no Método *m-k*. Esse método foi proposto por Seleim⁷ (1979 apud SCHUSTER; SELEIM, 1982), mas sua demonstração também pode ser encontrada em Schuster e Seleim (1982).

Note-se que a Eq. (3.66) apresenta as constantes k_1 a k_4 que precedem as k_5 e k_6 da Eq. (3.26). Isso ocorre simplesmente porque a norma apresenta um método antes do outro.

b) Calixto et al. (1998)

Calixto et al. (1998), como citado anteriormente, propuseram um método semelhante ao Método da Interação Parcial, mas que melhor separa e aproximadamente avalia os efeitos da ligação mecânica e por atrito da interface aço-concreto. Para tanto, os autores fazem uso da Eq. (3.61) aplicada a ensaios como o da Figura 1.3, em que, na falha, $R_{est} = V_u$. A equação, então, torna-se:

$$\tau_u = \frac{N_c}{b(L_s + L_0)} - \frac{\mu V_u}{b(L_s + L_0)} \quad (3.67)$$

Já sendo conhecidos os valores de V_u de cada protótipo obtidos experimentalmente e os de τ_u e N_c determinados pelo equacionamento do Método da Interação Parcial, os autores

⁷ SELEIM, S. S. **Ultimate shear-bond capacity of composite steel deck concrete slabs**. Master thesis – University of Waterloo, Waterloo, Ontario, Canada, 1979.

propõem plotar pontos num gráfico de eixos $y = \tau_u$ e $x = \frac{V_u}{b(L_s + L_0)}$, e a eles ser ajustada uma reta.

Desse modo, seu coeficiente angular corresponde ao valor do coeficiente de atrito (μ), ao mesmo tempo em que a tensão de cisalhamento mecânica, denominada pelos autores de τ_{um} , será a intersecção da reta com o eixo das ordenadas.

Assim, a nova expressão de N_c proposta pelos autores será:

$$N_c = bL_x \tau_{um} + V_{ld} + \mu V_u \quad (3.68)$$

c) Métodos Baseados em Ensaios em Escala Reduzida

Há outra vertente de métodos, baseada em ensaios em escala reduzida em vez dos demais em escala real. Evidentemente, aqueles são menos onerosos do que estes. Segundo Crisinel e Marimon (2004), os objetivos do desenvolvimento desses métodos são:

- a) Deixar de usar os longos e onerosos testes em escala real;
- b) Propor procedimentos de dimensionamento semelhantes aos de vigas mistas;
- c) Levar em consideração parâmetros ignorados pelos métodos existentes (em escala real).

O principal propósito desses métodos é conhecer o diagrama $\tau_u \times s$ da interface aço-concreto, sendo s o deslizamento relativo de borda na interface dos materiais, por meio de ensaios de cisalhamento (em inglês, *pull-out* e *push-out tests*), e aplicá-lo a modelos mecânicos, geralmente numéricos (como o Método dos Elementos Finitos).

Existem diversos ensaios em escala reduzida já propostos por autores. Abdullah (2004) apresenta uma revisão com onze deles, a saber: Schuster (1970), Plooksawasdi (1977), Stark (1978), Jolly e Zubair (1978), Daniels (1988), Patrick e Poh (1990), Airumyan, Belyaev e Rumyancheva (1990), An (1993), Veljkovic (1996), Burnet (1998) e Tremblay et al. (2002).

A título de exemplo, serão aqui citados dois. O primeiro é o proposto por Daniels (1988). O ensaio está esboçado na Figura 3.21, bem como seu resultado típico.

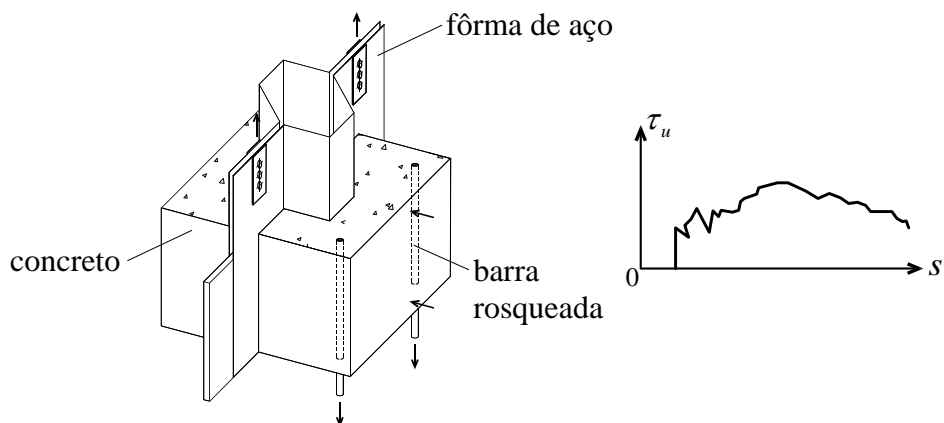


Figura 3.21 – Teste de escala reduzida proposto por Daniels (1988) e seu resultado típico (adaptado de CRISINEL; MARIMON, 2004).

Como se observa nessa figura, o ensaio consiste em duas amostras de nervuras da laje mista dispostas simetricamente e parafusadas entre si. São aplicadas forças longitudinais de arrancamento e transversais, estas simulando a pressão exercida na interface pelo peso de concreto. No resultado, os valores de s são obtidos por instrumentação, enquanto os de τ_u são determinados pela divisão entre a força longitudinal aplicada e a área total de contato entre o aço e o concreto. Evidentemente, valores de τ_u apresentam aumento diretamente proporcional a acréscimos da força transversal (ABDULLAH, 2004).

De acordo com Abdullah (2004), a resistência ao cisalhamento obtida é superestimada por esse método por dois motivos: (a) a aplicação da força transversal pode produzir resistência por atrito adicional na interface; (b) as fôrmas de aço estão ligadas entre si de modo a impedir a natural separação do bloco de concreto.

Para aplicação desse ensaio, a fim de determinação da resistência ao cisalhamento longitudinal de lajes mistas, Daniels e Crisinel (1993) desenvolveram um método numérico que determina a resistência das mossas e da ancoragem de extremidade a partir dos resultados do teste.

Mais tarde, Crisinel e Marimon (2004) propuseram outro método também baseado nos resultados do ensaio da Figura 3.21 e denominaram-no Novo Método Simplificado (em inglês, *New Simplified Method*). Esse procedimento toma a fôrma de aço como uma seção I de mesma área e momento de inércia da original. O mesmo é feito para o concreto, transformando-o numa seção retangular. O método, então, determina a relação momento-curvatura que ocorrerá na seção crítica da laje mista em escala real.

Essa proposta, diferentemente das demais, não faz uso de simulações numéricas, o que, segundo os autores, é caracterizado como uma vantagem.

O segundo ensaio em escala reduzida a ser aqui mencionado é o proposto por Patrick e Poh (1990). Ele é conhecido como *slip block test* e está esboçado na Figura 3.22.

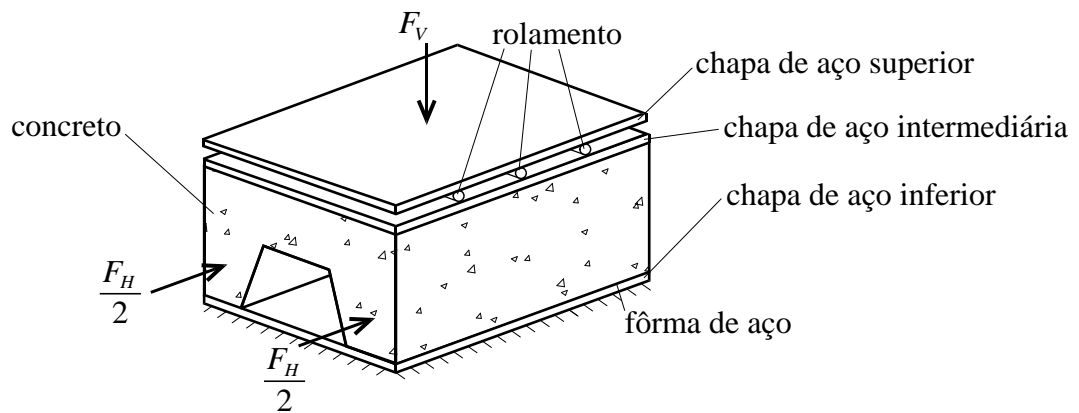


Figura 3.22 – Esquema do ensaio em escala reduzida *slip block test* (adaptado de GANESH; UPADHYAY; KAUSHIK, 2005).

Esse ensaio, como se observa, consiste numa amostra de nervura de laje mista situada entre duas chapas de aço. A chapa sobre a nervura, na figura denominada “chapa intermediária”, encontra-se sob rolamentos, estando esses por sua vez sob outra chapa de aço (na figura, “chapa superior”). Forças vertical (F_V) e horizontais ($F_H / 2$), então, são aplicadas a esse sistema. Não é mostrado na figura, mas o deslocamento relativo entre o aço e o concreto (s) é medido com o uso de transdutores de deslocamento.

O procedimento de ensaio será exposto a seguir e, para resultar mais claro, pode ser acompanhado pelos gráficos qualitativos da Figura 3.23. Evidentemente, os resultados experimentais coletados na prática não apresentam distribuição linear tão bem comportada como esboçado nessa figura, mas de tal modo regular que se podem ajustar tais retas aos pontos.

Conforme Patrick e Poh (1990), o primeiro estágio é realizado apenas aplicando-se uma força vertical constante, denotado pelo ponto O' da Figura 3.23. Aplica-se, então, a força horizontal crescente, até o ponto A , em que a adesão entre os materiais é repentinamente rompida. Esse rompimento provoca rapidamente um decréscimo da força horizontal e gera um deslizamento entre os materiais (ponto B). Segundo os autores, o valor da força vertical aplicada até então é suficiente para o sistema não tombar (giro de corpo rígido).

Alcançado o equilíbrio do sistema no ponto B , de acordo com os autores, a força horizontal é afetada pela rigidez do seu sistema de aplicação de carregamento e, assim, não corresponde ao valor-limite da resistência ao deslizamento relativo da interface. Para alcançar

esse valor, essa força é elevada até o ponto C . O valor-limite da resistência da interface, tanto para o ponto C quanto para os demais, é alcançado quando, com valores constantes de F_V e F_H , obtém-se um deslizamento relativo de aumento praticamente constante, conforme demonstra o patamar horizontal à direita do ponto C na Figura 3.23b. Sempre que essa resistência for atingida, o equilíbrio de forças horizontais no concreto será:

$$F_H = b_b L_b \tau_u + \mu F_V \quad (3.69)$$

Sendo b_b a largura do bloco e L_b seu comprimento.

Prossegue-se o ensaio mantendo-se F_H constante e elevando-se F_V (ponto D). Em seguida, a força vertical permanece constante e a horizontal é aumentada até ser alcançada a resistência da interface (ponto E).

A partir do ponto E , diminui-se gradualmente a força vertical sem ajuste do sistema de aplicação da força horizontal. Essa redução promove acréscimo de deslizamento relativo e decréscimo da resultante horizontal, até novamente a resistência de a interface ser atingida (ponto F). O processo de descarregamento de F_V (e conseqüentemente de F_H), alcançando configurações de resistência da interface (pontos F , G e H), ocorre até o ponto I , em que o sistema inicia a tombar (giro de corpo rígido). A partir desse ponto, mantém-se F_H constante e eleva-se F_V até um valor ligeiramente maior do que aquele referente ao ponto D . Então, o ciclo é repetido.

O fulcro desse método é a observação de que, no gráfico da Figura 3.23a, podem-se ajustar retas aos conjuntos de pontos obtidos pelo descarregamento de F_V e de F_H (pontos E até I ; L até Q , etc.), sendo suas equações dadas pela Eq. (3.69). Desse modo, para cada reta de cada conjunto, pode-se determinar um valor de τ_u (intersecção com o eixo das ordenadas) e um de μ (inclinação).

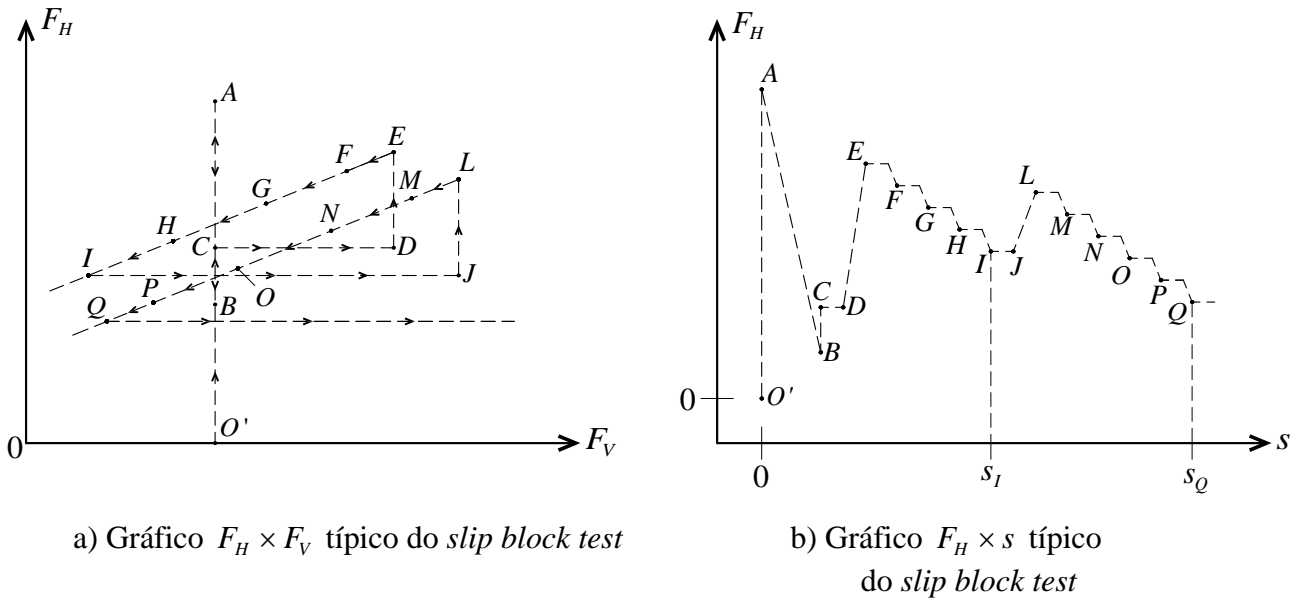


Figura 3.23 – Resultados típicos do ensaio *slip block test* (adaptado de PATRICK; POH, 1990).

Segundo Johnson (1994), plotam-se então os pontos $\tau_u \times s$ e $\mu \times s$ com os valores de deslizamento encontrados no fim de cada ciclo (no ponto *I*, deslizamento s_I ; no ponto *Q*, s_Q , e assim por diante, conforme Figura 3.23b). Esses pontos típicos estão expostos na Figura 3.24.

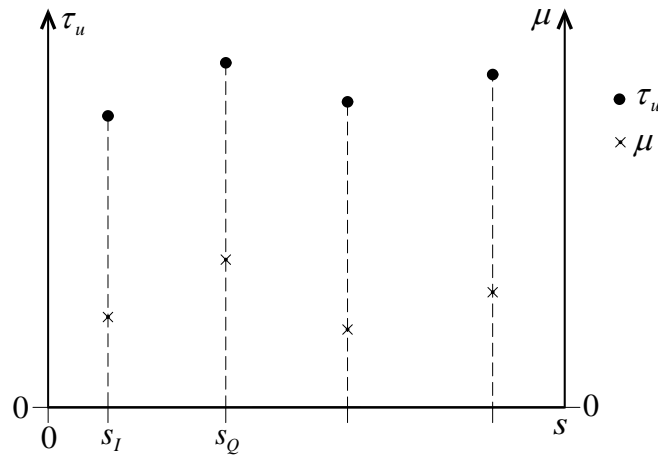


Figura 3.24 – Pontos finais $\tau_u \times s$ e $\mu \times s$ de cada ciclo do *slip block test* (adaptado de JOHNSON, 1994).

Johnson (1994) faz duas considerações sobre a Figura 3.24. A primeira é a de que ela é uma clara demonstração da ductilidade da interface, isto é, do quanto é seu deslocamento em cada nível de tensão. A outra é que, em projeto, pode ser usado apenas um valor de τ_u e μ . Segundo Patrick e Poh (1990), os valores desses parâmetros correspondentes ao intervalo $s = 1 \text{ mm}$ e $s = 2 \text{ mm}$ são os que melhor predizem o comportamento das lajes mistas.

Para aplicação dos resultados do *slip block test*, Patrick (1990) propôs outro método de cálculo do cisalhamento longitudinal. O procedimento contém muitas semelhanças com o Método da Interação Parcial e utiliza conceitos introduzidos por Stark (1978), que à época foi o precursor da proposição da distribuição de tensões nos materiais (como na Figura 3.3). Ele permite a separação das influências da aderência natural entre os materiais, da ligação por atrito e da mecânica. Segundo Veljkovic (1996), o método foi desenvolvido para possivelmente ser incluso na norma australiana da época.

d) ANSI/ASCE 3-91 (1992): Apêndice D

Luttrell e Prasannan (1984) propuseram um método que é apresentado no Apêndice D do ANSI/ASCE 3-91 (1992) como procedimento alternativo para análise do estado-limite cisalhamento longitudinal, determinando-se seu momento fletor resistente a partir da redução do respectivo para condição de interação completa referente ao caso de linha neutra acima da face superior da fôrma de aço ($a < t_c$). Esse método, em suma, propõe que o momento fletor resistente de uma laje mista em interação parcial (M_t) é dado por:

$$M_t = \left(\frac{\overline{K_3}}{K_1 + K_2} \right) (T_1 y_1 + T_2 y_2 + T_3 y_3) \quad (3.70)$$

Sendo T_1 , T_2 e T_3 as forças de tração de cada uma das partes da fôrma (mesa inferior, superior e alma) e y_1 , y_2 e y_3 seus respectivos braços de alavanca em relação ao ponto de aplicação da força resultante de compressão na laje de concreto (N_{cf}), como mostrado na Figura 3.25.

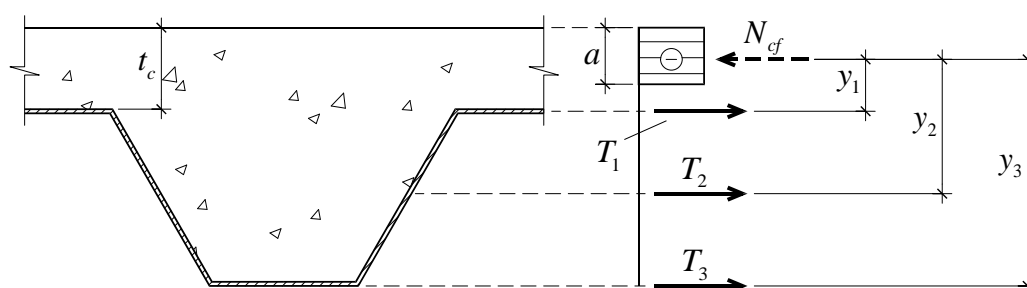


Figura 3.25 – Diagrama de forças resultantes e seus braços de alavanca para determinação do momento fletor resistente segundo o procedimento alternativo do Apêndice D do ANSI/ASCE 3-91 (1992) (adaptado de LUTTRELL; PRASANNAN, 1984).

\overline{K}_1 é um fator que considera a influência da altura da fôrma de aço no desenvolvimento do cisalhamento longitudinal no vão de cisalhamento; \overline{K}_2 é um indicador do desempenho do cisalhamento longitudinal ao longo do vão de cisalhamento e depende do tipo de padrão de moedas utilizado, e \overline{K}_3 estabelece o aumento de eficiência de transferência de cisalhamento por nervura com o aumento da altura total da laje.

O cálculo desses três fatores, apresentado no ANSI/ASCE 3-91 (1992), é efetuado por expressões propostas por Luttrell (1986) e baseadas em processos matemáticos de relaxação, e determinadas pelo autor para três tipos de padrão de moedas. Devido a isso, esse procedimento apresenta a vantagem de poderem ser estimados, sem necessidade de fase experimental, momentos resistentes de novas lajes mistas com padrão de moedas contemplados pelo método. Ao mesmo tempo, apresenta como desvantagem a limitação de aplicação, justamente por estar restrito a somente esses três tipos de padrão.

SEGUNDA PARTE: ESTADOS-LIMITES DE SERVIÇO

A ABNT NBR 8800 (2008) considera, para as lajes mistas, dois estados-limites de serviço: fissuração do concreto e deslocamento vertical, abordados a seguir.

3.3 Estado-limite de Serviço: Fissuração do Concreto

Segundo a ABNT NBR 8800 (2008, p. 231), esse estado-limite deve ser verificado em regiões de momento negativo, seguindo os critérios da ABNT NBR 6118 (2014), bem como em lajes simplesmente apoiadas, nestas com o intuito de se combaterem efeitos de retração e temperatura com a colocação de uma armadura “de área não menor que 0,1% da área de concreto acima da face superior da fôrma”, situada “preferencialmente a 20 mm abaixo do topo da laje”.

A norma também menciona a possibilidade de fissuração na laje “nos locais onde possa haver tendências de continuidade dos elementos estruturais, como [...] nas ligações de vigas secundárias [...]”.

Neste trabalho, a única condição aplicável de fissuração citada pela norma é a relacionada à condição biapoiada. Mais informações sobre a armadura utilizada e seu posicionamento serão apresentadas no Capítulo 4.

3.4 Estado-limite de Serviço: Deslocamento Vertical

Segundo a ABNT NBR 8800 (2008), o máximo deslocamento vertical das lajes mistas de aço e concreto ($\delta_{v_{máx}}$) deve ser tal que $\delta_{v_{máx}} \leq L/350$, considerando apenas o efeito das ações variáveis, sendo L o vão teórico da laje na direção das nervuras (ver Figura 1.3). Entretanto, é omissa quanto ao momento de inércia da seção mista a ser considerado no cálculo dos deslocamentos.

Com base no procedimento indicado no Anexo O da ABNT NBR 8800 (2008) (Item O.1.2, sobre vigas mistas), deve ser feita uma análise elástica, tomando-se o momento de inércia calculado por meio da homogeneização teórica da seção, ignorando-se a participação do concreto na zona tracionada.

As normas estrangeiras, ao contrário da nacional, explicitam essas equações de homogeneização para lajes mistas, inclusive sem ignorar o concreto tracionado. Aqui, essas equações são a seguir apresentadas, pois serão utilizadas no Capítulo 6. Todas as expressões são as expostas no CSSBI S2-2008 (2008), mas outras análogas podem ser encontradas, por exemplo, no ANSI/SDI C-2011 (2011), no ANSI/ASCE 3-91 (1992) e em Ferraz (1999).

Os parâmetros geométricos que aparecem nas expressões são os indicados na Figura 3.26.

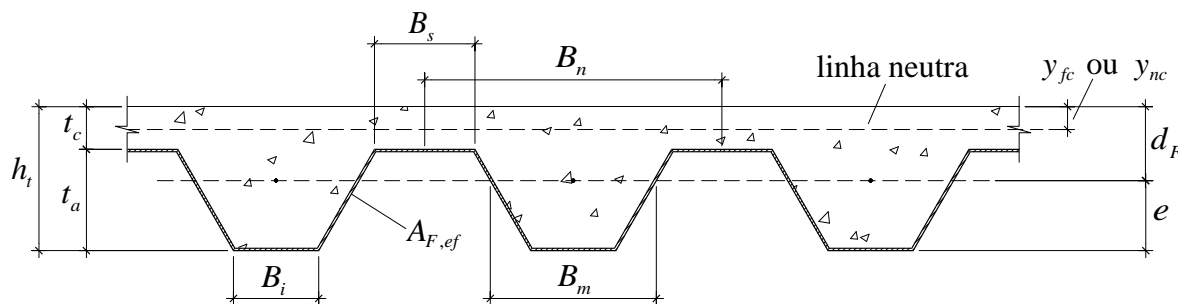


Figura 3.26 – Parâmetros geométricos da seção transversal para cálculo das propriedades geométricas da seção mista homogeneizada (adaptado do CSSBI S2-2008, 2008).

Como se observa, toma-se apenas uma linha neutra, do que decorre a consideração de condição de interação completa.

Na Figura 3.26, os parâmetros $A_{F,ef}$, h_t , t_c , d_F e e já foram definidos anteriormente na Seção 3.1. Os demais são:

t_a : altura da fôrma de aço;

B_i : largura da onda baixa (ou mesa inferior) das nervuras da fôrma de aço;

B_s : largura da onda alta (ou mesa superior) das nervuras da fôrma de aço;

B_n : distância entre os pontos médios de duas ondas altas (ou baixas) de duas nervuras consecutivas (adjacentes) da fôrma de aço. Pode também ser interpretada como a largura de uma nervura;

B_m : base média de uma nervura da fôrma de aço. Geometricamente, é dada por:

$$B_m = \frac{1}{2} \left[\left(B_n - \frac{B_s}{2} - \frac{B_s}{2} \right) + B_i \right], \text{ cuja simplificação resulta em: } B_m = \frac{1}{2} (B_n - B_s + B_i). \text{ Essa}$$

largura é apenas um facilitador de notação para cálculo da área de uma nervura (A_n), dada assim por: $A_n = B_m t_a$. Note-se que nem sempre, como na Figura 3.26, B_m contém o centro de geométrico da fôrma de aço, mas somente em casos em que essa é simétrica em relação à horizontal;

y_{fc} : distância da face superior da laje de concreto à linha neutra, considerando o concreto tracionado (abaixo da linha neutra) como fissurado;

y_{nc} : distância da face superior da laje de concreto à linha neutra, considerando o concreto tracionado (abaixo da linha neutra) como não fissurado.

É importante definir o parâmetro α_E , denominado relação modular. Sendo E_a o módulo de elasticidade do aço e E_c o do concreto, define-se:

$$\alpha_E = \frac{E_a}{E_c} \quad (3.71)$$

O momento de inércia da fôrma de aço correspondente a $b = 1.000$ mm, com as mesmas considerações da ABNT NBR 8800 (2008) sobre as mossas para a área $A_{F,ef}$ (ver Seção 3.1), será denominado $I_{F,ef}$.

O momento de inércia da seção homogeneizada pode ser determinado considerando-se duas hipóteses: concreto tracionado (abaixo da linha neutra) fissurado e não fissurado. A contribuição do primeiro é desprezada, enquanto a do segundo, não.

A seguir, apresenta-se a formulação de ambos os casos, considerando largura unitária de laje ($b = 1.000 \text{ mm}$), que será resumida ao fim deste capítulo na Tabela 3.3.

a) Concreto Tractionado Fissurado

Considere-se a seção transversal ilustrada na Figura 3.27. Deseja-se encontrar a ordenada de seu centro geométrico (y_{fc}) desprezando-se o concreto abaixo da linha neutra e, posteriormente, determinar seu momento de inércia (I_{fc}).

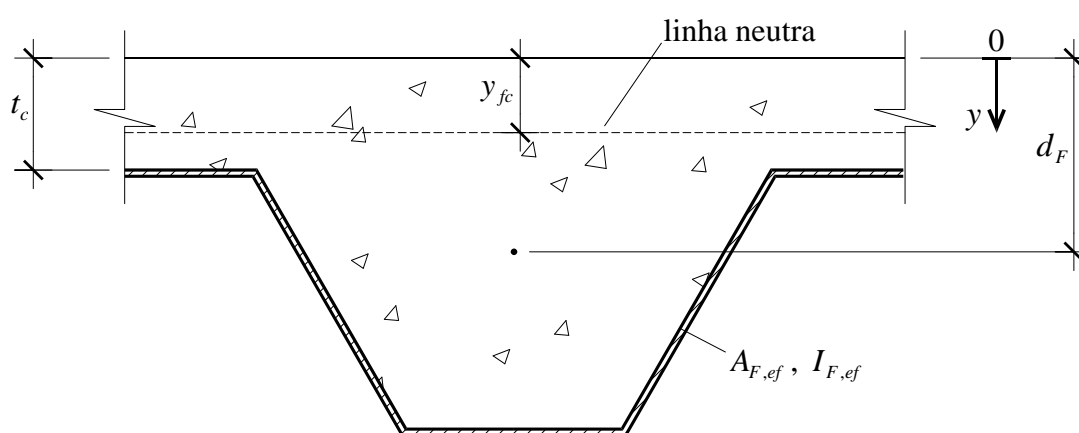


Figura 3.27 – Grandezas geométricas para cálculo do momento de inércia da seção homogeneizada desconsiderando-se o concreto tracionado: linha neutra acima da fôrma.

A homogeneização será realizada pela transformação da área de concreto pela sua equivalente de aço. Portanto, a largura da laje será dividida pela relação modular α_E .

A princípio, não se sabe a posição da linha neutra: se acima da face superior da fôrma de aço ($y_{fc} < t_c$) ou abaixo ($y_{fc} \geq t_c$), e seus equacionamentos são distintos. O procedimento a ser adotado é supor uma posição dessa linha, determinar y_{fc} e verificar a hipótese inicial. Se não atendida, calcula-se y_{fc} para a outra posição.

Supõe-se, então, $y_{fc} < t_c$. O centro geométrico da seção homogeneizada em relação à origem do eixo vertical y (ver Figura 3.27), considerando-se apenas a contribuição de concreto acima da linha neutra, será:

$$y_{fc} = \frac{\frac{b y_{fc}}{\alpha_E} (y_{fc} / 2) + A_{F,ef} (d_F)}{\frac{b y_{fc}}{\alpha_E} + A_{F,ef}} \quad (3.72)$$

Manipulando-se algebricamente essa equação, obtém-se:

$$\left(\frac{1}{2d_F}\right)y_{fc}^2 + \left(\frac{A_{F,ef}\alpha_E}{bd_F}\right)y_{fc} - \frac{A_{F,ef}\alpha_E}{b} = 0 \quad (3.73)$$

Como $\frac{1}{2d_F} \neq 0$, essa equação é quadrática e suas duas raízes resultam em:

$$y_{fc} = \begin{cases} d_F \left[-\frac{A_{F,ef}\alpha_E}{bd_F} + \sqrt{\left(\frac{A_{F,ef}\alpha_E}{bd_F}\right)^2 + \frac{2A_{F,ef}\alpha_E}{bd_F}} \right] \\ \text{ou} \\ d_F \left[-\frac{A_{F,ef}\alpha_E}{bd_F} - \sqrt{\left(\frac{A_{F,ef}\alpha_E}{bd_F}\right)^2 + \frac{2A_{F,ef}\alpha_E}{bd_F}} \right] \end{cases}, \text{ com } y_{fc} < t_c \quad (3.74)$$

Fisicamente, deve-se ter, neste caso, $y_{fc} \geq 0$. Na Eq. (3.74), os termos apresentam os

seguintes sinais: $d_F > 0$, $-\frac{A_{F,ef}\alpha_E}{bd_F} < 0$ e $\sqrt{\left(\frac{A_{F,ef}\alpha_E}{bd_F}\right)^2 + \frac{2A_{F,ef}\alpha_E}{bd_F}} > 0$. Portanto, a segunda

raiz sempre será negativa, devendo ser descartada. Além disso, tem-se que

$$\left(\frac{A_{F,ef}\alpha_E}{bd_F}\right)^2 + \frac{2A_{F,ef}\alpha_E}{bd_F} > \left(\frac{A_{F,ef}\alpha_E}{bd_F}\right)^2, \text{ ou seja: } \sqrt{\left(\frac{A_{F,ef}\alpha_E}{bd_F}\right)^2 + \frac{2A_{F,ef}\alpha_E}{bd_F}} > \left|\frac{A_{F,ef}\alpha_E}{bd_F}\right|, \text{ o}$$

que garante que a primeira raiz sempre será positiva.

Desse modo, a expressão para determinação de y_{fc} supondo-se $y_{fc} < t_c$ é dada pela primeira solução:

$$y_{fc} = d_F \left[-\frac{A_{F,ef}\alpha_E}{bd_F} + \sqrt{\left(\frac{A_{F,ef}\alpha_E}{bd_F}\right)^2 + \frac{2A_{F,ef}\alpha_E}{bd_F}} \right], \text{ com } y_{fc} < t_c \quad (3.75)$$

É comum na literatura, como no CSSBI S2-2008 (2008), definir-se a taxa de aço por:

$$\rho_a = \frac{A_{F,ef}}{bd_F} \quad (3.76)$$

Assim, é usual a Eq. (3.75) ser apresentada como:

$$y_{fc} = d_F \left(-\rho_a \alpha_E + \sqrt{(\rho_a \alpha_E)^2 + 2\rho_a \alpha_E} \right), \text{ com } y_{fc} < t_c \quad (3.77)$$

Contudo, se na Eq. (3.75) se obtiver $y_{fc} \geq t_c$, deve-se determinar seu valor para linha neutra abaixo da fôrma de aço, conforme esboçado na Figura 3.28.

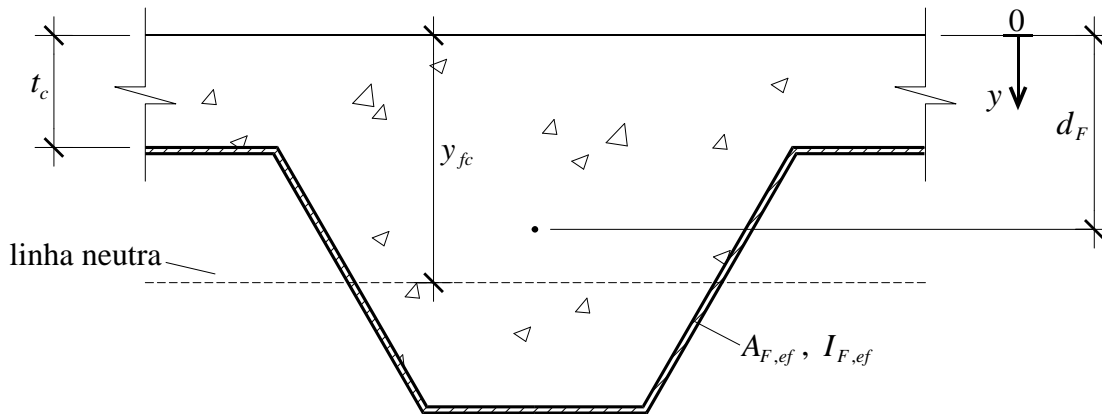


Figura 3.28 – Grandezas geométricas para cálculo do momento de inércia da seção homogeneizada desconsiderando-se o concreto tracionado: linha neutra abaixo da face superior da fôrma de aço.

Desprezando-se o concreto no interior das nervuras (tracionado ou não), o centroide da seção homogeneizada em relação à origem do eixo vertical y (ver Figura 3.28) será:

$$y_{fc} = \frac{\frac{bt_c}{\alpha_E} (t_c / 2) + A_{F,ef} (d_F)}{\frac{bt_c}{\alpha_E} + A_{F,ef}} \Leftrightarrow y_{fc} = \frac{\frac{bt_c^2}{2\alpha_E} + A_{F,ef} d_F}{\frac{bt_c}{\alpha_E} + A_{F,ef}} \quad (3.78)$$

Entretanto, tanto o CSSBI S2-2008 (2008) quanto o ANSI/ASCE 3-91 (1992) permitem apenas se considerar:

$$y_{fc} = t_c \quad (3.79)$$

Essas normas não trazem justificativas para tal consideração. Provavelmente se deve ao fato de que a contribuição da área de concreto acima da linha neutra, mesmo reduzida pelo parâmetro α_E , geralmente é muito maior que a da fôrma de aço. Por isso, é largamente comum resultar $y_{fc} < t_c$ e, caso contrário, sob a condição de que $y_{fc} \geq t_c$ (por essa hipótese, não se pode desprezar o termo $A_{F,ef}$ da Eq. (3.78), de onde erroneamente resultaria $y_{fc} = t_c / 2 < t_c$), ao menos é de se esperar que y_{fc} esteja bem próximo da face superior da fôrma, valendo-se, portanto, a consideração $y_{fc} = t_c$.

Note-se ainda que, a rigor, a Eq. (3.78) despreza a contribuição do concreto comprimido no interior da nervura. Sua equação mais exata seria consideravelmente mais complicada, pois a parcela do concreto a ser considerada na nervura depende da inclinação da alma da fôrma de aço. Porém, o valor de y_{fc} encontrado também seria muito próximo de t_c .

Desse modo, a consideração de que $y_{fc} = t_c$ para quando $y_{fc} \geq t_c$ evita o uso de expressões muito complexas para se chegar praticamente ao mesmo resultado.

O ANSI/SDI C-2011 (2011), por sua vez, nem cita o caso em que $y \geq t_c$, o que também corrobora o fato de ser essa hipótese de baixa ocorrência.

Por fim, a partir do valor de y_{fc} calculado, pode-se determinar o momento de inércia da seção homogeneizada relativo à largura $b = 1.000$ mm (I_{fc}):

$$I_{fc} = \left[\frac{b y_{fc}^3}{12} + b y_{fc} \left(y_{fc} - \frac{y_{fc}}{2} \right)^2 \right] \frac{1}{\alpha_E} + I_{F,ef} + A_{F,ef} (y_{fc} - d_F)^2 \quad (3.80)$$

Essa expressão pode ser simplificada, produzindo:

$$I_{fc} = \left(\frac{b y_{fc}^3}{3} \right) \frac{1}{\alpha_E} + I_{F,ef} + A_{F,ef} (y_{fc} - d_F)^2 \quad (3.81)$$

Observe-se que essa equação, que é a mesma apresentada nas normas aqui citadas, apenas considera a contribuição do concreto acima da fôrma de aço, independentemente da posição da linha neutra. Portanto, a consideração $y_{fc} = t_c$ também permite haver uma única equação de I_{fc} para ambos os casos. Isso não aconteceria se fosse utilizada a Eq. (3.78). Ainda, se, ao contrário, a presença do concreto dentro da nervura fosse levada em consideração, deveria haver outra equação de momento de inércia para o caso $y \geq t_c$, extremamente mais complexa e, ainda, em função da inclinação da alma da fôrma de aço, gerando ao fim um valor muito próximo do obtido com a Eq. (3.81).

b) Concreto Tracionado Não Fissurado

Considere-se, agora, a seção transversal ilustrada na Figura 3.29. Deseja-se encontrar a ordenada de seu centro geométrico (y_{nc}) considerando-se também o concreto abaixo da linha neutra e, posteriormente, determinar seu momento de inércia (I_{nc}).

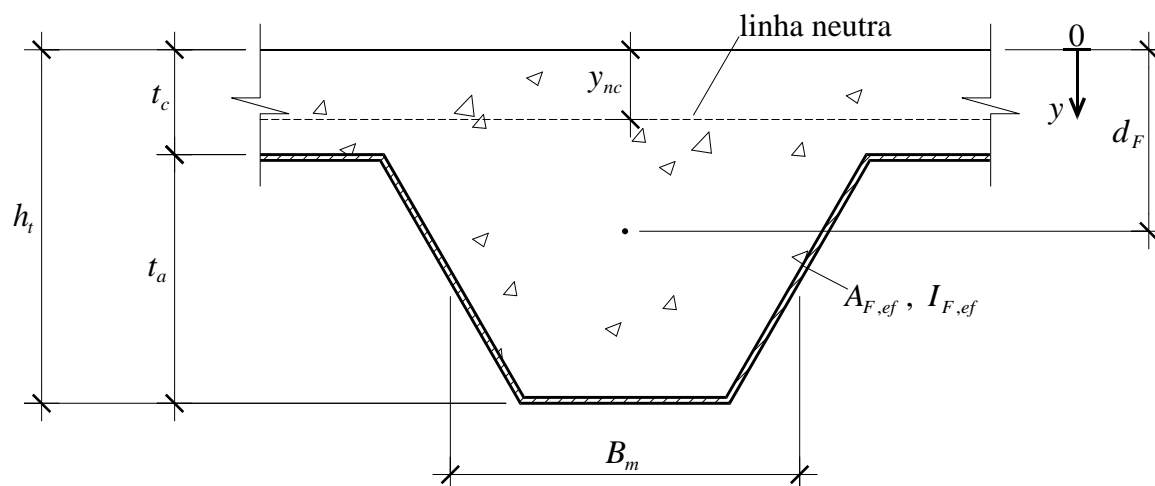


Figura 3.29 – Grandezas geométricas para cálculo do momento de inércia da seção homogeneizada considerando-se o concreto tracionado.

O equacionamento de y_{nc} deverá levar em conta, portanto, três contribuições: do concreto acima da fôrma de aço (área: bt_c), do concreto no interior da nervura (área: $A_n = B_m t_a$) e da própria fôrma (área: $A_{F,ef}$).

Antes de o equacionamento ser apresentado, é necessário ressaltar um aspecto a ser considerado com relação ao concreto no interior da nervura: como já mencionado, realiza-se o cálculo de y_{nc} , e posteriormente de I_{nc} , com relação à largura unitária b . Em seguida, expande-se este valor para uma largura qualquer por uma regra de três simples. Essa expansão considera que todas as contribuições são diretamente proporcionais à largura. Entretanto, isso não ocorre diretamente para o concreto no interior da nervura, porque é descontínuo em relação à largura.

Para sanar esse óbice, divide-se A_n pela largura de uma nervura (B_n), encontrando-se assim o valor equivalente da área de concreto no interior das nervuras distribuído por toda largura da laje. Para cálculo de y_{nc} e de I_{nc} , essa área distribuída é, então, multiplicada por b .

Há ainda mais uma última consideração quanto à área A_n : ela é tomada como uma área retangular equivalente de altura t_a e base B_m . Com essa adoção, seu centroide e seu momento de inércia tornam-se ligeiramente diferentes, mas bem próximos, dos originais relativos à forma trapezoidal.

Dito isso, o centro geométrico da seção homogeneizada em relação à origem do eixo vertical y (ver Figura 3.29), considerando-se as três contribuições, será:

$$\begin{aligned}
 y_{nc} &= \frac{\frac{bt_c}{\alpha_E}(t_c/2) + A_{F,ef}(d_F) + \frac{B_m t_a}{\alpha_E} \frac{b}{B_n}(h_t - t_a/2)}{\frac{bt_c}{\alpha_E} + A_{F,ef} + \frac{B_m t_a}{\alpha_E} \frac{b}{B_n}} \Leftrightarrow \\
 &\Leftrightarrow \frac{\frac{bt_c^2}{2\alpha_E} + A_{F,ef} d_F + \frac{B_m t_a}{\alpha_E} \frac{b}{B_n} \left(h_t - \frac{t_a}{2}\right)}{\frac{bt_c}{\alpha_E} + A_{F,ef} + \frac{B_m t_a}{\alpha_E} \frac{b}{B_n}}
 \end{aligned} \quad (3.82)$$

A partir, então, do valor de y_{nc} obtido, pode-se determinar o momento de inércia da seção homogeneizada de largura b (I_{nc}):

$$\begin{aligned}
 I_{nc} &= \left[\frac{bt_c^3}{12} + bt_c \left(y_{nc} - \frac{t_c}{2} \right)^2 \right] \frac{1}{\alpha_E} + \\
 &+ I_{F,ef} + A_{F,ef} (y_{nc} - d_F)^2 + \left[\frac{B_m t_a^3}{12} \frac{b}{B_n} + B_m t_a \frac{b}{B_n} \left(y_{nc} - h_t + \frac{t_a}{2} \right)^2 \right] \frac{1}{\alpha_E}
 \end{aligned} \quad (3.83)$$

Simplificando-se essa equação, tem-se:

$$\begin{aligned}
 I_{nc} &= \left[\frac{t_c^2}{12} + \left(y_{nc} - \frac{t_c}{2} \right)^2 \right] bt_c \frac{1}{\alpha_E} + \\
 &+ I_{F,ef} + A_{F,ef} (y_{nc} - d_F)^2 + \left[\frac{t_a^2}{12} + \left(y_{nc} - h_t + \frac{t_a}{2} \right)^2 \right] B_m t_a \frac{b}{B_n} \frac{1}{\alpha_E}
 \end{aligned} \quad (3.84)$$

c) Momento de Inércia Médio

Na prática, parte do comprimento da laje mista apresenta concreto fissurado, mas parte não. Logo, para um cálculo direto de deslocamento vertical utilizando apenas um valor de momento de inércia, nem a Eq. (3.81) nem a (3.84) contemplam o comportamento da laje como um todo.

Para tanto, as normas Eurocode 4 (2004), CSSBI S2-2008 (2008), ANSI/SDI C-2011 (2011) e ANSI/ASCE 3-91 (1992), bem como Schuster⁸ (1984, apud FERRAZ, 1999), indicam a utilização de um momento de inércia médio (I_d), sendo:

$$I_d = \frac{I_{fc} + I_{nc}}{2} \quad (3.85)$$

Todas as expressões aqui demonstradas estão resumidas na Tabela 3.3.

⁸ SCHUSTER, R. M. **Strength and behavior of the P-2430-12HB composite slab system (normal weight concrete)**. Report n° WRI 110-12-02. Department of Civil Engineering – University of Waterloo, Waterloo, Canada, 1984.

Tabela 3.3 – Expressões para determinação do centro geométrico e do momento de inércia de lajes mistas (referentes à largura unitária $b = 1.000 \text{ mm}$).

Hipótese	Centro Geométrico	Momento de Inércia
Concreto Tracionado Fissurado	$y_{fc} = d_F \left[-\frac{A_{F,ef} \alpha_E}{b d_F} + \sqrt{\left(\frac{A_{F,ef} \alpha_E}{b d_F} \right)^2 + \frac{2A_{F,ef} \alpha_E}{b d_F}} \right], \text{ com } y_{fc} < t_c$ <p>Do contrário, $y_{fc} = t_c$</p>	$I_{fc} = \left(\frac{b y_{fc}^3}{3} \right) \alpha_E + I_{F,ef} + A_{F,ef} (y_{fc} - d_F)^2$
Concreto Tracionado Não Fissurado	$y_{nc} = \frac{\frac{b t_c^2}{2 \alpha_E} + A_{F,ef} d_F + \frac{B_m t_a b}{\alpha_E B_n} \left(h_t - \frac{t_a}{2} \right)}{\frac{b t_c}{\alpha_E} + A_{F,ef} + \frac{B_m t_a b}{\alpha_E B_n}}$	$I_{nc} = \left[\frac{t_c^2}{12} + \left(y_{nc} - \frac{t_c}{2} \right)^2 \right] b t_c \frac{1}{\alpha_E} + I_{F,ef} + A_{F,ef} (y_{nc} - d_F)^2 + \left[\frac{t_a^2}{12} + \left(y_{nc} - h_t + \frac{t_a}{2} \right)^2 \right] B_m t_a \frac{b}{B_n} \frac{1}{\alpha_E}$
Momento de Inércia Médio	-	$I_d = \frac{I_{fc} + I_{nc}}{2}$

4 ANÁLISE EXPERIMENTAL

Para este trabalho, a investigação do comportamento estrutural e da resistência das lajes mistas com armadura adicional foi realizada por meio de resultados experimentais. Para tanto, uma série de protótipos sem e com armadura adicional foi ensaiada.

A quantidade, dimensões e instrumentação dos protótipos foram escolhidas de forma que os resultados de seus ensaios promovessem dados interessantes e conclusivos à análise.

Nas seções seguintes, estão detalhadas e explanadas essas três informações, assim como o cálculo das propriedades geométricas de interesse da fôrma de aço utilizada.

A descrição desses ensaios também pode ser encontrada em Malite (2014a), em que foi aplicado a lajes mistas de perfil MD65 o Método *m-k* segundo os critérios do Eurocode 4 (2004), para fins de dimensionamento.

A revisão bibliográfica deste trabalho indicou somente um trabalho sobre lajes mistas com armadura adicional: Malite (2014b), cujos resultados também podem ser encontrados em Sieg (2015). O autor ensaiou apenas duas lajes mistas com armadura adicional de mesmas dimensões, uma sem e outra com mossas na fôrma de aço, mas as barras adicionais não foram instrumentadas nem caracterizadas, comprometendo agudamente quaisquer análises e conclusões tentadas de serem hauridas.

4.1 Descrição dos Protótipos Ensaçados

O sistema estrutural analisado é consistido de painéis de laje formados pelo perfil *Steel Deck Modular* MD65, composto por chapa zincada de espessura nominal $t_n = 0,8$ mm e capa de concreto.

Dois grupos de protótipos foram ensaiados: sem e com armadura adicional.

O primeiro grupo é composto de oito lajes. O segundo, de quatro lajes, com diferentes taxas de armadura adicional de categoria CA-50, estando a linha de centro de suas barras a 34 mm da face inferior da fôrma de aço. Essa altura foi tomada com base no cobrimento recomendado para a situação de incêndio.

A Tabela 4.1 apresenta as dimensões dos protótipos sem armadura adicional. As grandezas estão indicadas na Figura 1.3.

Tabela 4.1 – Dimensões dos protótipos MD65 sem armadura adicional ensaiados.

Protótipo	Espessura Nominal da Chapa (t_n) (mm)	Altura da Laje (h_t) (mm)	Largura (b_L) (mm)	Comprimento Total (L_t) (mm)	Vão Teórico (L) (mm)	Vão de Cisalhamento (L_s) (mm)
MD65-P1	0,80	120	920	2000	1800	450
MD65-P2	0,80	120	925	2000	1800	450
MD65-P3	0,80	120	930	2000	1800	450
MD65-P4	0,80	120	930	2000	1800	450
MD65-P5	0,80	180	925	3800	3600	900
MD65-P6	0,80	180	930	3800	3600	900
MD65-P7	0,80	180	930	3800	3600	900
MD65-P8	0,80	180	930	3800	3600	900

Como se pode notar nessa tabela, os protótipos foram divididos em dois subgrupos (MD65-P1 a P4 e MD65-P5 a P8), tendo como variáveis simultaneamente altura (h_t) e vãos (L_t , L e L_s). Para o primeiro subgrupo: $h_t = 120$ mm, $L_t = 2000$ mm, $L = 1800$ mm e $L_s = 450$ mm. Para o segundo: $h_t = 180$ mm, $L_t = 3800$ mm, $L = 3600$ mm e $L_s = 900$ mm.

Tais dimensões e quantidades de protótipos desses subgrupos foram impostas seguindo as recomendações do Eurocode 4 (2004, p. 114, tradução e grifo nossos) para o procedimento do Método $m-k$:

Quando ensaios são usados para determinação dos fatores m e k , para cada variável a ser investigada, **dois grupos de três testes** (indicados na Figura B.4 pelas regiões A e B) [...] devem ser realizados. Para protótipos da região A, **o vão de cisalhamento deve ser tão longo quanto possível, ainda proporcionando colapso por cisalhamento longitudinal** e, para protótipos da região B, **tão curtos quanto possível, ainda assegurando falha por cisalhamento longitudinal, mas não menor do que $3h_t$ em comprimento**.

Como será visto no próximo capítulo, além do Método $m-k$, será utilizado o Método da Interação Parcial para esses protótipos, pois resultaram dúcteis. Para o procedimento de ensaio desse método, o Eurocode 4 (2004, p. 114, tradução e grifo nossos) faz a seguinte recomendação:

Quando ensaios são usados para determinar $\tau_{u,Rd}$ para cada tipo de forma de aço ou revestimento, não menos do que quatro testes devem ser

realizados em protótipos de mesma altura h_t , sem armadura adicional ou ancoragem de extremidade. Num grupo de três ensaios, o vão de cisalhamento deve ser tão longo quanto possível, ainda proporcionando colapso por cisalhamento longitudinal, e o ensaio restante, tão curto quanto possível, ainda garantindo falha por cisalhamento longitudinal, mas não menor do que $3h_t$ em comprimento. Esse último teste com vão de cisalhamento curto é somente usado para classificar o comportamento [em frágil ou dúctil] [...].

Os protótipos da Tabela 4.1 não contemplam exatamente essa recomendação normativa no seguinte quesito: foram realizados ensaios com valores de h_t diferentes, sem o teste-extra de vão curto. Em termos de investigação, crê-se que essa divergência não impeça a validade dos resultados e análises, tanto que uma grande quantidade foi ensaiada (bem maior que o mínimo de três exigido para cálculo de $\tau_{u,Rd}$). Além disso, como as interfaces são as mesmas, espera-se que os τ_u sejam semelhantes, independentemente de h_t . Por fim, a distribuição estatística (média e desvio-padrão) de valores dos resultados de tensão de cisalhamento na interface a ser apresentada no Capítulo 5 demonstrará ser adequada.

Essas duas recomendações foram aqui utilizadas porque as constantes m , k e $\tau_{u,Rd}$ serão determinadas para esses protótipos sem armadura adicional e utilizadas, no Capítulo 6, para validação do equacionamento a ser proposto para o caso com armadura.

A Tabela 4.2 exhibe a descrição dos protótipos com armadura adicional.

Tabela 4.2 – Dimensões dos protótipos MD65 com armadura adicional ensaiados^a.

Protótipo	Espessura Nominal da Chapa (t_n) (mm)	Armadura Adicional CA-50 (ϕ em mm)	Altura da Laje (h_t) (mm)	Largura (b_L) (mm)	Comprimento Total (L_t) (mm)	Vão Teórico (L) (mm)	Vão de Cisalhamento (L_s) (mm)
MD65-P20	0,80	6 ϕ 6,3	120	925	2000	1800	450
MD65-P21	0,80	6 ϕ 10	120	925	2000	1800	450
MD65-P22	0,80	6 ϕ 6,3	180	930	3800	3600	900
MD65-P23	0,80	6 ϕ 10	180	930	3800	3600	900

^a Barras adicionais com centro geométrico a 34 mm da face inferior da fôrma de aço.

Esses protótipos também formam dois subgrupos de mesmas dimensões dos da Tabela 4.1: um com $h_t = 120$ mm, $L_t = 2000$ mm, $L = 1800$ mm e $L_s = 450$ mm, e o outro com $h_t = 180$ mm, $L_t = 3800$ mm, $L = 3600$ mm e $L_s = 900$ mm. Além disso, dentro de cada subgrupo da Tabela 4.2, há diferentes áreas de armadura adicional: 6 ϕ 6,3 e 6 ϕ 10. Desse

modo, é possível comparar o comportamento de um mesmo protótipo sem e com armadura adicional, bem como as lajes com barras adicionais entre si, analisando o efeito de um acréscimo de taxa de armadura. Ainda, evidentemente, os resultados dessas lajes com armadura adicional servirão de base para validação de sua formulação a ser proposta no Capítulo 6.

Em todos os protótipos foi inserida uma armadura de retração na capa de concreto, posicionada a 20 mm da face superior da laje, constituída por tela soldada $\phi 4,2 - 100 \times 100$ nas lajes com altura total de 180 mm e $\phi 4,2 - 150 \times 150$ nas lajes com altura total de 120 mm.

A Figura 4.1 ilustra o perfil de aço *Steel Deck Modular MD65*. A espessura do núcleo de aço é considerada descontando-se a espessura do revestimento de zinco, tomada igual a 0,04 mm (considerando ambas as faces), resultando em $t = 0,76$ mm.

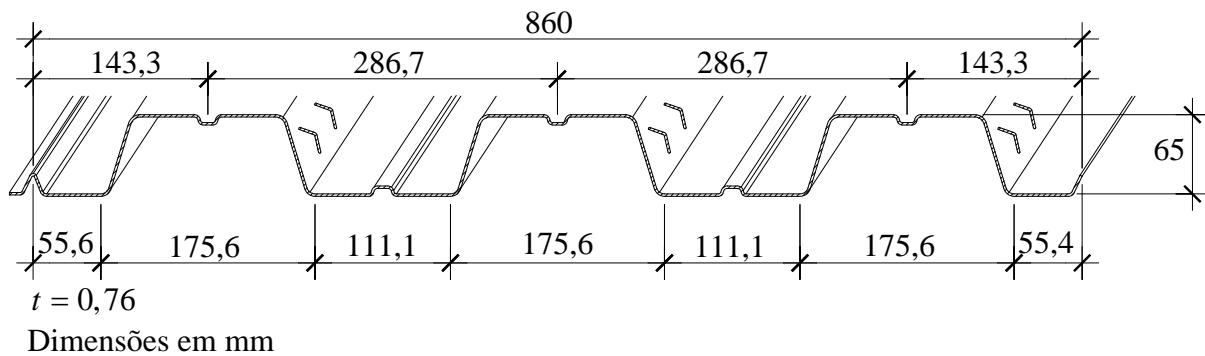


Figura 4.1 – Dimensões do perfil de aço *Steel Deck Modular MD65*.

Esse perfil é formado pelo dobramento de uma chapa zincada (especificação: ABNT NBR 7008-3 (2012) – ZAR-280). Suas propriedades geométricas de interesse serão apresentadas na Seção 4.4.

Informações detalhadas sobre o padrão de mossas utilizado não foram disponibilizadas pelo fabricante. Apenas em Sieg (2015), que também fez uso de fôrmas de aço do tipo MD, são apresentadas duas fotos ilustrando sua configuração, que estão aqui reproduzidas na Figura 4.2.

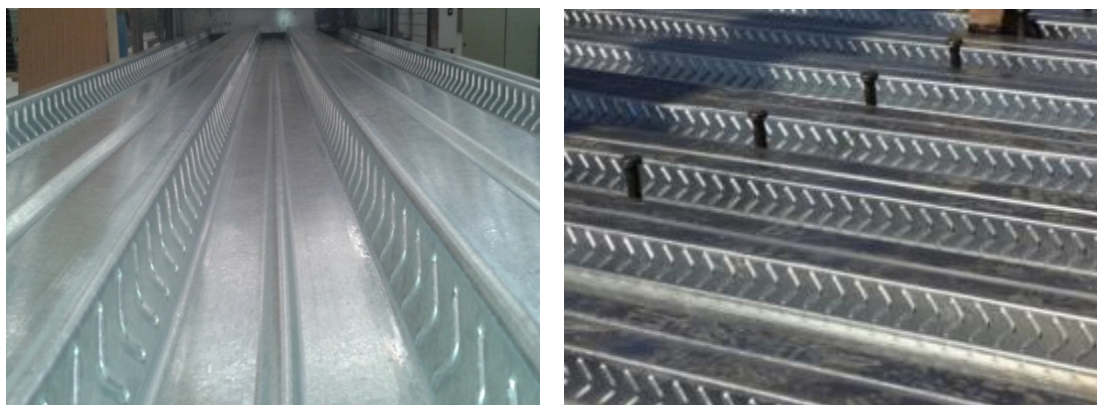


Figura 4.2 – Vista geral do perfil MD55 com o padrão das mossas em destaque (SIEG, 2015).

4.2 Descrição do Procedimento de Ensaio

O procedimento de ensaio adotado neste trabalho é exatamente o mesmo exposto na Seção 1.4, cujo esquema geral está apresentado na Figura 4.3 (mesmo da Figura 1.3, mas com os balanços definidos).

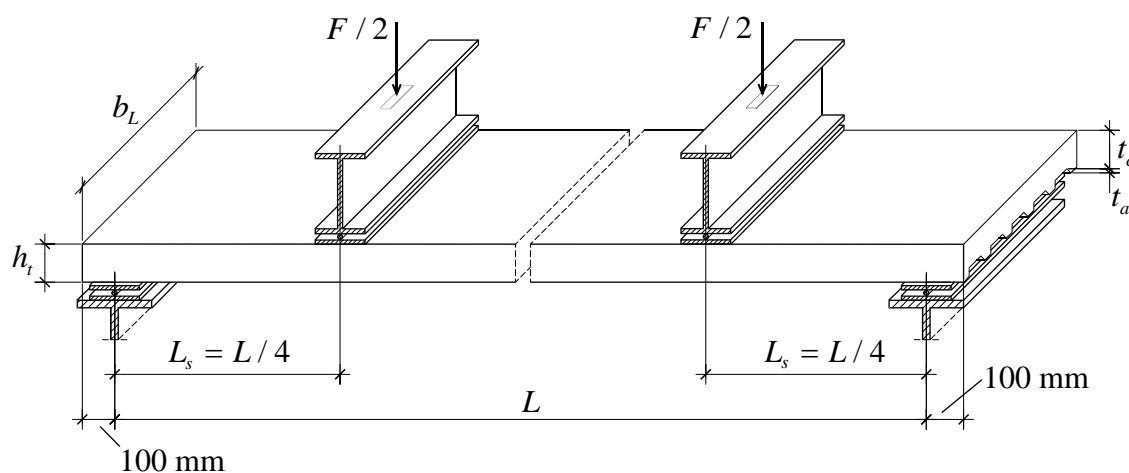


Figura 4.3 – Esquema geral do ensaio das lajes mistas (adaptado do EUROCODE 4, 2004).

Todos os ensaios foram conduzidos com controle de deslocamento do pistão do atuador (taxa variando de 0,01 mm/s a 0,05 mm/s); a força, os deslocamentos e as deformações específicas foram registrados automaticamente via sistema de aquisição de dados, a uma taxa de 1 registro/segundo.

Todo o relatório fotográfico desta fase experimental, que compreende concretagem dos protótipos, instrumentação e realização dos ensaios, está organizado e apresentado no Apêndice A. Algumas dessas fotos serão resgatadas e apresentadas ao longo deste texto, quando se fizerem oportunas.

4.3 Equipamentos Utilizados e Instrumentação

Para aplicação do carregamento e medição das forças aplicadas, dos deslocamentos e das deformações específicas, foram empregados os seguintes equipamentos e instrumentos de medição:

- a) Para aplicação da força: atuador servo-hidráulico. Marca: MTS. Capacidade nominal: 500 kN. Curso do pistão: 150 mm;
- b) Medição da força aplicada: célula de carga e rótula acoplada. Capacidade nominal: 500 kN;
- c) Medição do deslizamento longitudinal relativo nas extremidades: transdutores de deslocamento à base de extensômetros. Marca: VISHAY. Modelo: HS25. Curso: 25 mm;
- d) Medição de deslocamentos verticais: transdutor de deslocamento à base de extensômetros. Marca: KYOWA. Modelo: DT-100A. Curso: 100 mm;
- e) Medição de deformações específicas no aço: extensômetros elétricos de resistência. Marca: KYOWA. Modelo: KFG-5-120-C1-11;
- f) Medição de deformações específicas no concreto: extensômetros elétricos de resistência. Marca: KYOWA. Modelo: KFG-10-120-C1-11;
- g) Aquisição automática das leituras de forças, deslocamentos e deformações específicas: sistema de aquisição de dados SYSTEM 5000. Marca: VISHAY.

Todos os protótipos foram instrumentados com três transdutores de deslocamento: um na seção a meio vão, para medição dos deslocamentos verticais, e dois nas extremidades, para medição do deslizamento longitudinal relativo entre a fôrma de aço e o concreto.

Nos protótipos sem armadura adicional, apenas um de cada altura (ou seja, um de cada subgrupo da Tabela 4.1) foi instrumentado com extensômetros elétricos para medição de

deformações específicas no aço e no concreto, sendo eles MD65-P1 e P5. Apenas esses dois foram instrumentados porque o comportamento sem armadura adicional é bem conhecido e consolidado. Os dados a serem obtidos serão para comparação com seus respectivos com armadura adicional.

Todas as lajes com armadura adicional foram instrumentadas com os extensômetros, inclusive nas barras adicionais, pois seu comportamento é desconhecido e deverá ser averiguado.

Os extensômetros foram posicionados na seção a meio vão (região de cisalhamento nulo e momento máximo) e em duas seções nos vãos de cisalhamento (ausentes das regiões perturbadas pelo Princípio de Saint-Venant na vizinhança das forças aplicadas) simétricas entre si. Essas três seções foram igualmente instrumentadas, locando-se os extensômetros nos mesmos pontos no concreto, na fôrma de aço e na armadura adicional (se houver).

A Figura 4.4 ilustra o posicionamento dos transdutores, extensômetros elétricos e correspondente numeração dos canais de aquisição.

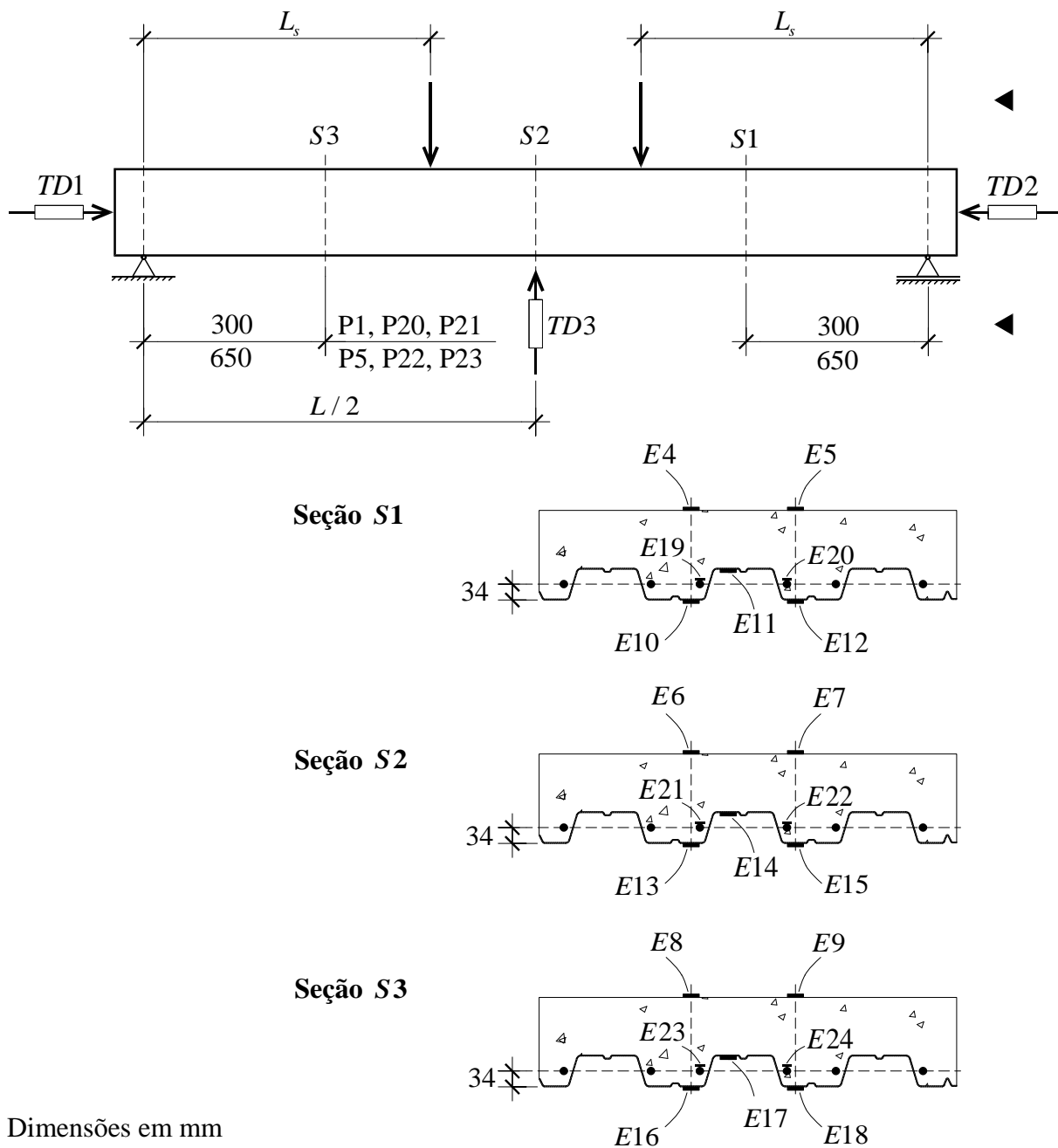


Figura 4.4 – Posição dos transdutores, extensômetros e numeração dos canais de aquisição. “TD”: transdutor de deslocamento à base de extensômetros; “E”: extensômetro elétrico de resistência.

As Figuras 4.5 a 4.8 ilustram a instrumentação.



Figura 4.5 – Transdutor de deslocamento para medição do deslizamento relativo de extremidade.



Figura 4.6 – Transdutor de deslocamento para medição do deslocamento vertical a meio vão (flecha).



Figura 4.7 – Extensômetros elétricos na face superior da laje.

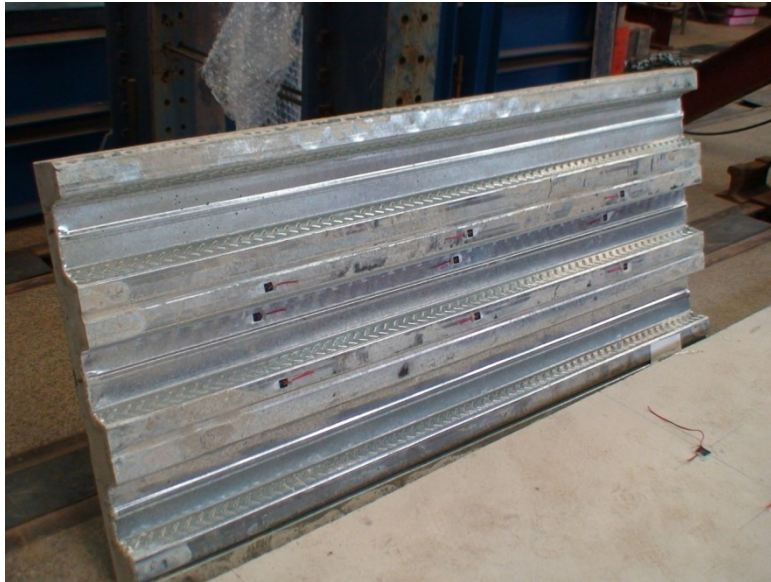


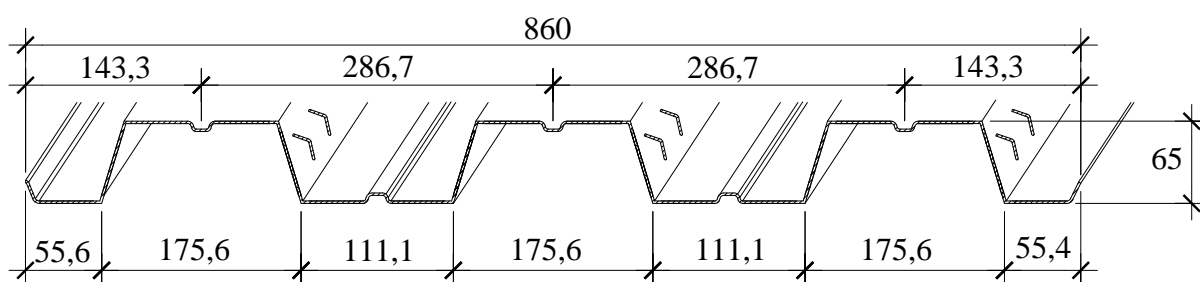
Figura 4.8 – Extensômetros elétricos na fôrma de aço (onda alta e onda baixa).

4.4 Propriedades Mecânicas e Geométricas da Fôrma de Aço MD65

Serão apresentadas aqui as propriedades mecânicas e geométricas de interesse da fôrma de aço utilizada: *Steel Deck Modular MD65*, esboçada na Figura 4.1.

As propriedades geométricas a serem determinadas serão área efetiva (A_{F,ef_L}), altura do centro geométrico (e), momento de inércia em relação ao eixo horizontal que contém e (I_{F,ef_L}) e posição (altura) do eixo de igual área (e_p). Também serão determinadas tais grandezas para uma única nervura, e a nomenclatura utilizada será: A_{F,ef_n} , e_n , I_{F,ef_n} e e_{p_n} .

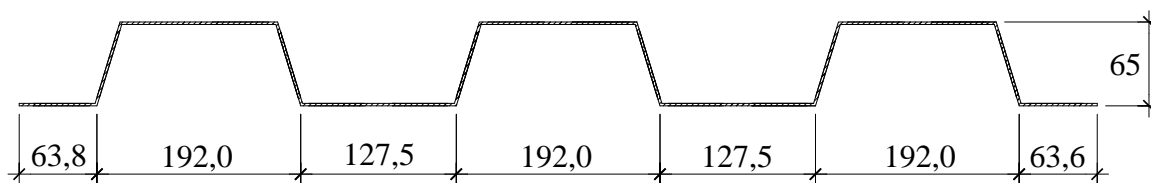
Serão realizadas duas simplificações: (a) desconsideração das curvaturas dos vértices do perfil da fôrma e do encaixe macho-fêmea (Figura 4.9); (b) os enrijecedores das mesas serão levados em consideração sendo linearizados, de modo a manter o valor da área efetiva considerada da fôrma (A_{F,ef_L}) (Figura 4.10).



$t = 0,76$

Dimensões em mm

Figura 4.9 – Perfil *Steel Deck Modular* MD65 com as curvaturas dos vértices e saliência de encaixe macho-fêmea desconsideradas.



$t = 0,76$

Dimensões em mm

Figura 4.10 – Perfil *Steel Deck Modular* MD65 linearizado.

Assim, a fôrma torna-se duplamente simétrica e composta por três nervuras idênticas adjacentes.

A Figura 4.11 ilustra as dimensões de uma nervura da Figura 4.10.

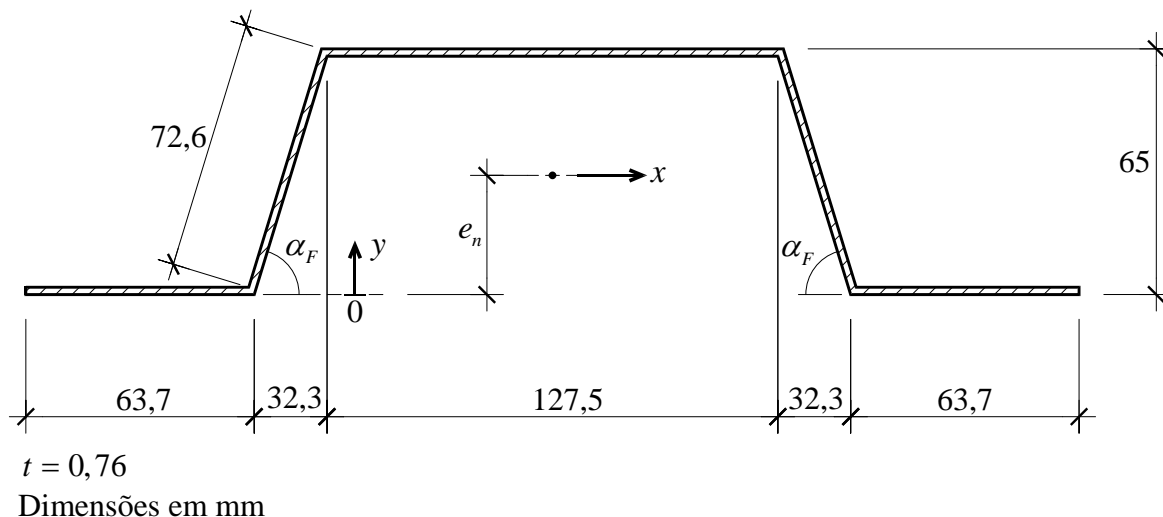


Figura 4.11 – Grandezas geométricas de uma nervura linearizada do MD65.

As propriedades geométricas de interesse foram calculadas com as equações da Mecânica dos Sólidos retiradas de Coda (2011), tanto da seção toda como de uma única nervura, e estão resumidas na Tabela 4.3.

Tabela 4.3 – Propriedades geométricas de uma nervura e de toda a seção do MD65.

	Área Efetiva (mm ²)	Centro Geométrico (mm)	Posição do Eixo de Igual Área (mm)	Momento de Inércia (mm ⁴)
Nervura	$A_{F,ef_n} = 304$	$e_n = 32,5$	$e_{p_n} = 32,5$	$I_{F,ef_n} = 238.716$
Seção	$A_{F,ef_L} = 912$	$e = 32,5$	$e_p = 32,5$	$I_{F,ef_L} = 716.147$

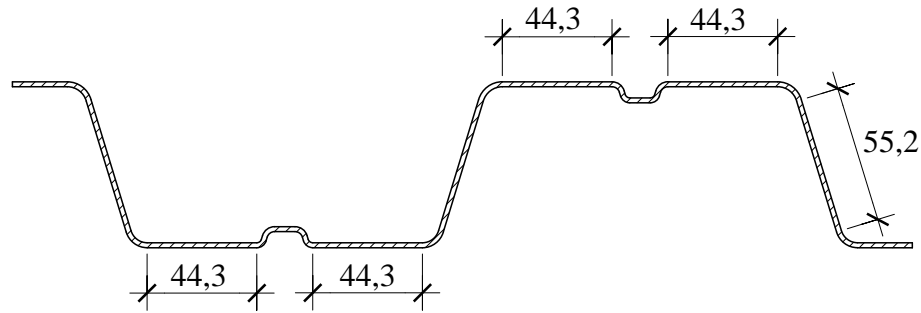
Também é necessário verificar a exigência da ABNT NBR 8800 (2008, p. 226) quanto à não ocorrência de flambagem local na fôrma de aço. Essa norma indica que a largura plana (b_F) de todos os elementos da fôrma deve atender à seguinte relação:

$$b_F \leq \frac{26,49 \sqrt{\frac{E_a}{f_{yFk}}}}{(13\alpha - 1)} t, \text{ quando } \alpha \geq 0,5 \quad (4.1)$$

$$b_F \leq \frac{2,40 \sqrt{\frac{E_a}{f_{yFk}}}}{\alpha} t, \text{ quando } \alpha < 0,5$$

Sendo α a relação entre a largura da parte comprimida e a largura plana do elemento e f_{yFk} a resistência ao escoamento característica da fôrma de aço.

Para o MD65, as larguras planas das mesas e alma estão mostradas na Figura 4.12.



Dimensões em mm

Figura 4.12 – Largura plana dos elementos do MD65.

É válido aqui ressaltar, para evitar possível confusão de nomenclatura, que tais larguras planas, que também podem ser interpretadas como larguras *efetivas*, nada têm a ver com a definição de área *efetiva* ($A_{F,ef}$), exposta logo após a Figura 3.2. Nesta, despreza-se a contribuição das mossas para cálculo da área da seção transversal da fôrma. Naquelas, tomam-se apenas as larguras planas das mesas e almas, com exclusão dos trechos curvos.

Como a fôrma é praticamente simétrica em relação ao eixo principal horizontal, em flexão simples a linha neutra contém os pontos médios das almas. Portanto, para as mesas, $\alpha = 1$, enquanto $\alpha = 0,5$ para as almas.

Como a especificação da fôrma é ABNT NBR 7008-3 (2012) – ZAR-280, sua resistência ao escoamento característica é $f_{yFk} = 280$ MPa.

A partir dessas informações, verifica-se para as mesas:

$$b_F = 44,3 \text{ mm} \leq \frac{26,49 \sqrt{\frac{20.000}{280}}}{(13 \times 1 - 1)} \times 0,76 = 44,8 \text{ mm (OK)} \quad (4.2)$$

Para as almas:

$$b_F = 55,2 \text{ mm} \leq \frac{26,49 \sqrt{\frac{20.000}{280}}}{(13 \times 0,5 - 1)} \times 0,76 = 97,8 \text{ mm (OK)} \quad (4.3)$$

A exigência normativa está, portanto, verificada para o perfil MD65.

Para a aplicação do Método da Interação Parcial, serão necessários também os valores das propriedades mecânicas M_{paL} e N_{paL} da fôrma. Assim, a caracterização do seu aço indicou resistência ao escoamento $f_{yF} = 367,1$ MPa (essa informação será mais bem apresentada no Capítulo 5).

O valor de N_{paL} é obtido simplesmente pela multiplicação de $A_{F,efL}$ por f_{yF} . Logo:

$$N_{paL} = A_{F,efL} f_{yF} = 912 \times 367,1 = 334.795 \text{ N} \Leftrightarrow N_{paL} = 334,8 \text{ kN} \quad (4.4)$$

O momento de plastificação (M_{pa_L}) é determinado pela linha de igual área da fôrma, com a seguinte expressão:

$$M_{pa_L} = T_{pa} (2y_{cg_{pa}}) \quad (4.5)$$

Basta, então, calcular os valores de $y_{cg_{pa}}$ e T_{pa} . O primeiro é a altura do centro geométrico da parte da fôrma acima (ou abaixo) da linha de igual área em relação a essa mesma linha. O segundo é a resultante das tensões de plastificação de tração na parte da fôrma abaixo da linha de igual área.

A Tabela 4.4 sintetiza os resultados calculados.

Tabela 4.4 – Valores de $y_{cg_{pa}}$, T_{pa} e M_{pa_L} do MD65.

$y_{cg_{pa}}$ (mm)	T_{pa} (kN)	M_{pa_L} (kNcm)
26,6	167,4	890,6

Por fim, a Tabela 4.5 resume os valores de N_{pa_L} e M_{pa_L} determinados.

Tabela 4.5 – Valores de N_{pa_L} e M_{pa_L} do MD65.

N_{pa_L} (kN)	M_{pa_L} (kNcm)
334,8	890,6

5 RESULTADOS EXPERIMENTAIS, ANÁLISES E COMPARAÇÕES

Este capítulo trata dos resultados deste trabalho, oriundos dos ensaios detalhados no capítulo anterior.

Será apresentada a análise do comportamento estrutural das lajes mistas com armadura adicional, bem como comparações tanto entre esses protótipos entre si, variando suas taxas de armadura adicional, quanto entre eles e aqueles sem as barras.

5.1 Caracterização dos Materiais

O concreto foi dosado e misturado em usina para todos os protótipos em uma única etapa. Foi especificado concreto classe C20, porém a usina forneceu concreto com resistência inferior.

As propriedades mecânicas foram determinadas com base em ensaios estáticos de compressão de corpos de prova cilíndricos 10×20 cm, conforme a ABNT NBR 5739 (2007) e a ABNT NBR 8522 (2008).

A Tabela 5.1 apresenta os valores da resistência à compressão (f_c), do módulo de elasticidade inicial (E_{ci}), do secante (E_c) e da deformação específica correspondente a f_c (ε_{cc}).

Tabela 5.1 – Propriedades mecânicas do concreto^a (classe: C20).

Corpo de Prova	f_c (MPa)	E_{ci} (MPa) ^b	E_c (MPa) ^c	ϵ_{cc} ($\mu\epsilon$)
1	19,1	17.740	15.079	2.060
2	18,7	18.080	15.368	2.040
3	20,2	19.308	16.412	2.420
4	18,3	20.572	17.486	2.155
5	18,2	17.272	14.681	2.290
6	18,6	15.766	13.401	2.180
Média	18,9	18.123	15.405	2.190

^a Idade do concreto no dia dos ensaios de compressão: 48 dias;

^b Segundo a ABNT NBR 8522 (2008), módulo de deformação tangente inicial (módulo cordal entre 0,5 MPa e $0,3f_c$);

^c Módulo de elasticidade secante, conforme a ABNT NBR 8800 (2008): $E_c = 0,85E_{ci}$.

As propriedades mecânicas do aço das fôrmas, de especificação ABNT NBR 7008-3 (2012) – ZAR-280, foram determinadas com base em ensaios de tração de corpos de prova extraídos de uma amostra da chapa, seguindo os procedimentos da ASTM A370-14 (2014).

A Tabela 5.2 contém os valores da resistência ao escoamento (f_{yF}), da resistência à ruptura (f_{uF}) e do alongamento na ruptura. O módulo de elasticidade (E_a) não foi determinado, sendo, portanto, considerado o valor convencional de 200.000 MPa.

Tabela 5.2 – Propriedades mecânicas do aço das fôrmas (especificação: ABNT NBR 7008-3 (2012) – ZAR-280).

Corpo de Prova	f_{yF} (MPa) ^a	f_{uF} (MPa) ^b	Alongamento (%) ^{c, d}	E_a (MPa)
1	364,3	443,0	22,0	200.000
2	367,4	446,4	26,0	
3	359,0	436,3	20,0	
4	383,7	462,2	22,0	
5	368,9	445,3	18,0	
6	359,5	440,4	24,0	
Média	367,1	445,6	22,0	

^a Segundo a ABNT NBR 7008-3 (2012), $f_{yF} \geq 280$ MPa ;

^b Segundo a ABNT NBR 7008-3 (2012), $f_{uF} \geq 380$ MPa ;

^c Base de medida: 50 mm;

^d Segundo a ABNT NBR 7008-3 (2012), valor mínimo de 16%.

Na Figura 4.4, note-se que há barras adicionais com e sem extensômetros, ambas de categoria CA-50. Essas barras provieram de dois lotes diferentes e, dessa maneira, foram caracterizadas separadamente.

Dividiram-nas em dois grupos: barras instrumentadas e não instrumentadas. O primeiro foi separado em quatro subgrupos, um para cada protótipo com armadura adicional ensaiado (ver Tabela 4.2). O segundo, em dois subgrupos, um para cada bitola ($\phi 6,3$ e $\phi 10$).

As propriedades mecânicas (f_y e f_u) foram determinadas com base em ensaios de tração de corpos de prova de 800 mm de comprimento extraídos de cada subgrupo, aplicando as recomendações da ABNT NBR 7480 (2007).

Os resultados estão expostos na Tabela 5.3.

Tabela 5.3 – Propriedades mecânicas do aço das barras adicionais (categoria: CA-50).

Grupo	Subgrupo	Corpo de Prova	f_y (MPa)	f_u (MPa) ^a	E_a (MPa)
Barras Instrumentadas	ϕ 6,3 Referente ao MD65-P20	1	620	730	200.000
		2	620	727	
		3	620	724	
		Média	620	727	
	ϕ 10 Referente ao MD65-P21	1	600	692	
		2	600	691	
		3	600	691	
		Média	600	691	
	ϕ 6,3 Referente ao MD65-P22	1	580	702	
		2	600	715	
		3	610	717	
		Média	597	711	
	ϕ 10 Referente ao MD65-P23	1	600	691	
		2	600	691	
		3	600	694	
		Média	600	692	
Barras Não Instrumentadas	ϕ 6,3	1	620	844	
		2	630	850	
		3	620	842	
		Média	623	845	
	ϕ 10	1	630	740	
		2	650	766	
		3	610	740	
		Média	630	749	

^a Segundo a ABNT NBR 7480 (2007), $f_u \geq 1,08f_y$ e $f_u \geq 660$ MPa .

5.2 Lajes Mistas sem Armadura Adicional

Na Tabela 4.1 estão relacionados os protótipos sem armadura adicional. A análise consistiu na identificação do seu comportamento estrutural, na classificação em dúctil e frágil e nas previsões teóricas de resistência (para momento fletor (interação completa) e cisalhamento longitudinal, este pelo Método $m-k$ e pelo Método da Interação Parcial) e de flechas e deformações. Esses dados serão comparados aos obtidos para os protótipos com armadura adicional, assim como utilizados nas validações das proposições de cálculo (estas no Capítulo 6).

Nos itens seguintes, são apresentados e discutidos os resultados experimentais.

5.2.1 Resultados Experimentais, Comportamento Estrutural e Classificação

Todas as curvas oriundas da instrumentação exposta na Figura 4.4, com suas respectivas retas teóricas, estão organizadas no Apêndice B.

Os resultados experimentais aqui de interesse estão sintetizados na Tabela 5.4, e as curvas Força \times Flecha de todos os protótipos estão apresentadas na Figura 5.1.

É importante aqui mencionar que a Tabela 5.4, bem como outras futuras e suas respectivas análises e comparações, tratam da força cortante última associada ao cisalhamento longitudinal (V_u). Entretanto, seria conceitualmente mais adequado trabalhar-se com o respectivo momento fletor, apenas multiplicando-se V_u por L_s . Optou-se aqui pelo uso de V_u para manter conformidade com o Método $m-k$ (Item 3.2.1), cujo procedimento é consolidado, amplamente utilizado e toma por base V_u para cálculo do estado-limite último em questão.

Tabela 5.4 – Resultados experimentais dos protótipos sem armadura adicional.

Protótipo	F_{des} (kN) ^a	$F_{máx}$ (kN) ^b	F_{total} (kN) ^c	$F_{máx} / F_{des}$ ^d	Comportamento	V_u (kN) ^e
MD65-P1	32,3	46,6	51,8	1,44	Dúctil	25,9
MD65-P2	Falha no controle do atuador e na aquisição de dados					
MD65-P3	24,7	47,7	52,9	1,93	Dúctil	26,5
MD65-P4	27,7	47,4	52,6	1,71	Dúctil	26,3
MD65-P5	19,6	28,8	43,1	1,47	Dúctil	21,6
MD65-P6	22,7	32,6	46,9	1,43	Dúctil	23,5
MD65-P7	20,1	27,8	42,1	1,38	Dúctil	21,1
MD65-P8	23,3	28,1	42,4	1,20	Dúctil	21,2

^a Força convencional associada ao início de deslizamento relativo entre o aço e o concreto nas extremidades. Segundo o Eurocode 4 (2004), corresponde ao deslizamento relativo de 0,1 mm;

^b Segundo definição do Eurocode 4 (2004): menor valor entre a máxima força aplicada durante o ensaio (*peak load*) e a força correspondente à flecha $L / 50$;

^c É a máxima força aplicada ($F_{máx}$) acrescida do peso próprio do protótipo (P_{prop}) e dos dispositivos de distribuição de força (P_{disp}). Para todos os protótipos desta tabela:
 Protótipos MD55-P1 a P4: $P_{prop} + P_{disp} = 3,8 + 1,4 = 5,2$ kN ;
 Protótipos MD55-P5 a P8: $P_{prop} + P_{disp} = 12,1 + 2,2 = 14,3$ kN ;

^d O comportamento é considerado dúctil, segundo o Eurocode 4 (2004), se $F_{máx} / F_{des} > 1,1$;

^e Valor experimental representativo da força cortante. Segundo o Eurocode 4 (2004), é igual a $0,5F_{total}$, se o comportamento for dúctil, ou $0,8(0,5F_{total})$, se frágil.

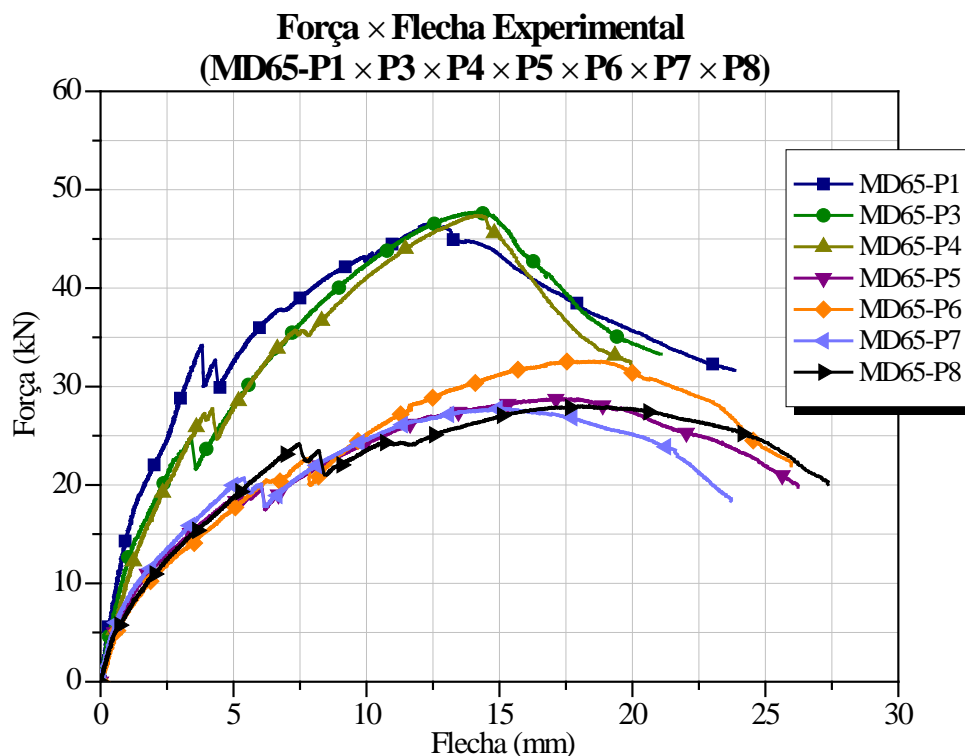


Figura 5.1 – Curvas Força × Flecha dos protótipos sem armadura adicional.

Como se observa pelos resultados, todos os protótipos apresentaram comportamento dúctil ($1,20 \leq F_{m\acute{a}x} / F_{des} \leq 1,93$). Como esperado, as lajes de cada subgrupo apresentaram curvas semelhantes entre si.

Quanto ao comportamento estrutural durante o ensaio, todos tiveram o desempenho geral detalhado na Seção 2.3. Portanto, no “segundo estágio de comportamento”, em todos os protótipos ocorreu um brusco deslizamento relativo entre o concreto e a fôrma de aço em uma das extremidades, precedido por fissuras iniciadas na região de aplicação de força (do lado em que ocorreu o deslizamento). Ao ocorrer o deslizamento relativo (Figura 5.2), a força aplicada pelo atuador apresentou queda significativa e as fissuras foram prolongadas rapidamente até a posição da tela soldada (Figura 5.3).



Figura 5.2 – Deslizamento relativo típico entre o concreto e a fôrma na extremidade.

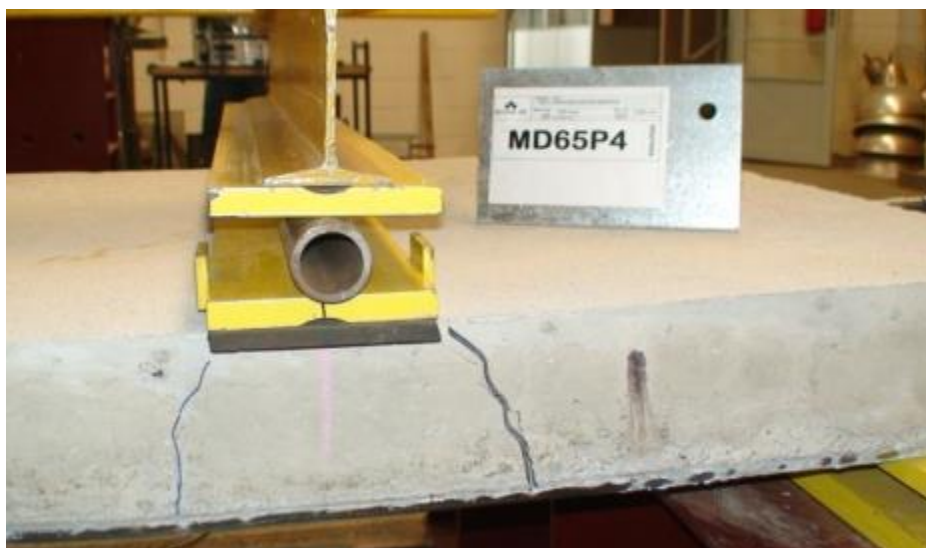


Figura 5.3 – Aspecto típico da fissura na região da força aplicada após o deslizamento.

Após o “segundo estágio de comportamento”, todos os protótipos apresentaram mesmo comportamento exposto para lajes dúcteis (Seção 2.5): após a ocorrência do deslizamento relativo em uma das extremidades, a estrutura continuou a suportar acréscimos de carregamento. Esse comportamento pode ser visualizado nas curvas da Figura 5.1.

No “último estágio de comportamento”, configuraram-se as ondulações nas mesas superiores da fôrma de aço em uma seção na região de momento máximo, conforme ilustrado na Figura 5.4.

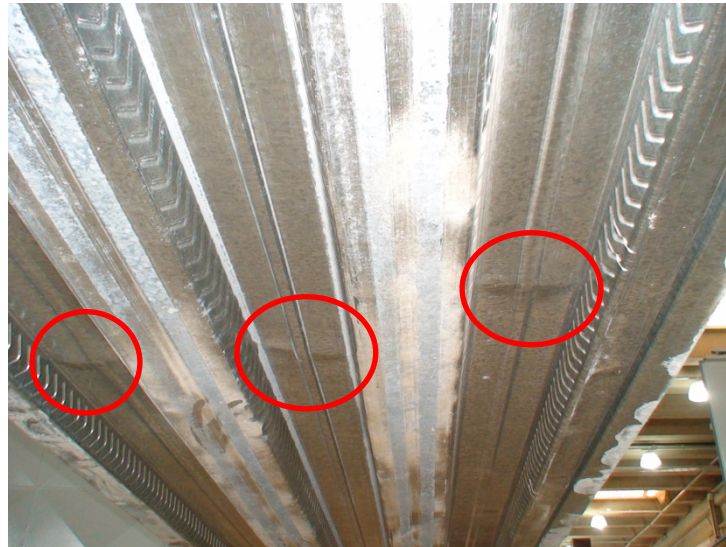


Figura 5.4 – Ondulações típicas nas ondas altas da fôrma de aço no “estágio final de comportamento”.

As curvas obtidas para esses protótipos, provenientes da instrumentação da Figura 4.4, serão mais bem exploradas na Seção 5.3, em que será realizado um paralelo entre o comportamento das lajes sem e com armadura adicional.

5.2.2 Momento Fletor Resistente (Interação Completa)

Apenas como referência, os valores do momento fletor resistente admitindo interação completa (M_{pRm}) estão apresentados na Tabela 5.5, calculados segundo os procedimentos expostos na Seção 3.1, utilizando os valores médios de resistência obtidos na caracterização do concreto e do aço da fôrma (Tabelas 5.1 e 5.2). A ocorrência de interação parcial fica confirmada, uma vez que os valores experimentais resultaram inferiores aos teóricos.

Tabela 5.5 – Momentos fletores resistentes (M_{pRm}) dos protótipos sem armadura adicional.

Protótipo	\overline{N}_c (kN)	N_{paL} (kN)	Posição da Linha Neutra Plástica (a) (cm)	Teórico M_{pRm} (kNcm)	Experimental M_u (kNcm)	Experimental
						Teórico M_u / M_{pRm}
MD65-P1	966,7	334,8	$a = 1,90 < t_c = 5,5$	2.611	1.165,5	0,446
MD65-P2					-	-
MD65-P3					1.192,5	0,457
MD65-P4					1.183,5	0,453
MD65-P5	2021,4	334,8	$a = 1,90 < t_c = 11,5$	4.619	1.944,0	0,421
MD65-P6					2.115,0	0,458
MD65-P7					1.899,0	0,411
MD65-P8					1.908,0	0,413

5.2.3 Aplicação do Método $m-k$

Serão aqui determinadas as constantes m e k com o uso das recomendações do Eurocode 4 (2004), porém com base em valores médios, pois o objetivo é empregar tais resultados para validação das equações propostas para os protótipos com armadura adicional (no Capítulo 6). A Tabela 5.6 expõe a determinação das duas constantes.

Tabela 5.6 – Constantes m e k com base em valores médios.

Protótipo	V_u (kN)	$x = \frac{A_{F,efL}}{b_L L_s} (\times 10^3)$	$y = \frac{V_u}{b_L d_F} (\text{kN} / \text{mm}^2)$	Análise Estatística de $\frac{V_u}{b_L d_F}$
MD65-P1	25,9	2,18	0,322	Média: $y_m = 0,324 \text{ N} / \text{mm}^2$
MD65-P2	-	-	-	
MD65-P3	26,5	2,18	0,326	
MD65-P4	26,3	2,18	0,323	
MD65-P5	21,6	1,09	0,158	Média: $y_m = 0,159 \text{ N} / \text{mm}^2$
MD65-P6	23,5	1,09	0,171	
MD65-P7	21,1	1,09	0,154	
MD65-P8	21,2	1,09	0,155	

– Valores de d_F :

Protótipos MD65-P1 a P4: $d_F = h_t - e = 120 - 32,5 = 87,5 \text{ mm}$;

Protótipos MD65-P5 a P8: $d_F = h_t - e = 180 - 32,5 = 147,5 \text{ mm}$;

– Cálculo de m e k :

$$y_m = \underbrace{\left(\frac{A_{F,efL}}{b_L L_s} \right)}_x m + k \Rightarrow \begin{cases} 0,324 = (2,18 \times 10^{-3})m + k \\ 0,159 = (1,09 \times 10^{-3})m + k \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = 151 \text{ N} / \text{mm}^2 \\ k = -0,005 \text{ N} / \text{mm}^2 \end{cases}$$

Assim, a força cortante resistente média ($V_{l,Rm}$) é dada por:

$$\frac{V_{l,Rm}}{bd_F} = \frac{151A_{F,ef}}{bL_s} - 0,005 \quad (5.1)$$

Todas as unidades dessa expressão devem ser N e mm.

Essa equação é extremamente importante para este trabalho. No próximo capítulo, ela será um dos pontos centrais para validação da nova expressão do Método $m-k$ a ser proposta.

A Figura 5.5 esboça o traçado da reta da Eq. (5.1).

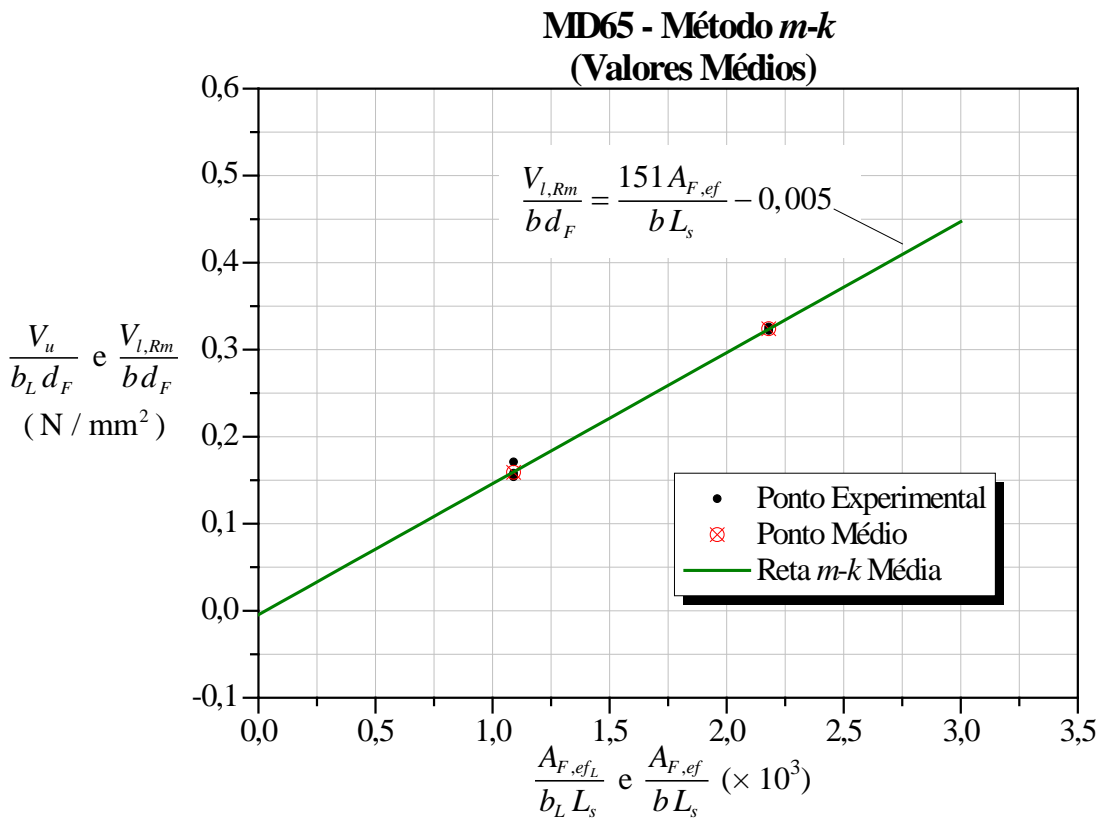


Figura 5.5 – Reta $m-k$ determinada com base em valores médios.

Para fins de comparação, a Tabela 5.7 expõe uma relação entre as forças cortantes experimentais (V_u) e as determinadas pela reta $m-k$ ($V_{l,Rm}$). Vê-se que os resultados teóricos bem se ajustam aos experimentais, demonstrando que as constantes m e k calculadas são adequadas.

Tabela 5.7 – Comparação entre as forças cortantes experimentais (V_u) e as obtidas pelo Método $m-k$ ($V_{l,Rm}$).

Protótipo	Experimental V_u (kN)	Teórico $V_{l,Rm}$ (kN)	Experimental / Teórico $V_u / V_{l,Rm}$
MD65-P1	25,9	26,3	0,984
MD65-P2	-		-
MD65-P3	26,5		1,007
MD65-P4	26,3		0,999
MD65-P5	21,6	21,9	0,996
MD65-P6	23,5		1,083
MD65-P7	21,1		0,974
MD65-P8	21,2		0,978

5.2.4 Aplicação do Método da Interação Parcial

O Método da Interação Parcial será aqui apresentado também apenas em termos de valores médios, porquanto serão utilizados para validação dos procedimentos propostos para lajes com armadura adicional no Capítulo 6.

O passo inicial é a determinação da tensão de cisalhamento média na interface aço-concreto (τ_u) para cada laje mista ensaiada, cujo procedimento já foi detalhado no Item 3.2.2. Aqui, será realizado explicitamente apenas para o protótipo MD65-P3. Para os demais, serão apresentados os resultados parciais e o final em forma de tabela.

Em suma, o processo de cálculo consiste, a princípio, na aplicação da Eq. (3.42) ou da (3.43), determinando-se assim o valor de N_c . Em seguida, determina-se τ_u pela Eq. (3.60).

Como aqui se estão utilizando valores médios, alguns termos das equações serão modificados: será descartado o coeficiente 0,85 multiplicativo da resistência do concreto e serão utilizados os valores f_c (Tabela 5.1), N_{paL} e M_{paL} (ambos da Tabela 4.5).

Além disso, o cálculo será realizado tomando-se a largura dos protótipos (largura b_L), e não a largura $b = 1.000$ mm como equacionado naquele item.

Para o protótipo MD65-P3, então, antes de ser propriamente aplicado o equacionamento do Método da Interação Parcial, é necessária a determinação de N_{cf} , para interação completa, detalhada na Seção 3.1. Como já calculado no Item 5.2.2, na Tabela 5.5, tem-se o valor de $\overline{N}_c = 966,7$ kN. Ainda, pela Tabela 4.5, sabe-se que $N_{paL} = 334,8$ kN.

Como $\overline{N}_c > N_{paL}$, tem-se o caso de a linha neutra plástica acima da face superior da fôrma de aço ($a < t_c$). Pelo equilíbrio de forças na seção, tem-se $N_{cf} = N_{pa}$:

$$N_{cf} = N_{paL} = 334,8 \text{ kN} \quad (5.2)$$

Aplica-se, agora, o Método da Interação Parcial: inicialmente, calculam-se as constantes a_1 , b_1 e c_1 , conforme Eqs. (3.39) a (3.41). Relembra-se aqui que $M_{test} = V_u L_s$:

$$a_1 = \frac{0,5}{f_c b_L} - \frac{e_p - e}{N_{paL}} = \frac{0,5}{1,89 \times 93} - \frac{3,25 - 3,25}{334,8} = 2,84 \times 10^{-3} \text{ cm / kN} \quad (5.3)$$

$$b_1 = e_p - h_t + 1,25 \frac{M_{paL}}{N_{paL}} = 3,25 - 12 + 1,25 \times \frac{890,6}{334,8} = -5,42 \text{ cm} \quad (5.4)$$

$$c_1 = M_{test} - 1,25 M_{paL} = 26,5 \times 45 - 1,25 \times 890,6 = 79,1 \text{ kNcm} \quad (5.5)$$

Como $a_1 \neq 0$, aplica-se a Eq. (3.43):

$$N_c = \begin{cases} \frac{-b_1 + \sqrt{b_1^2 - 4a_1 c_1}}{2a_1} = 1.892,2 \text{ kN} \\ \frac{-b_1 - \sqrt{b_1^2 - 4a_1 c_1}}{2a_1} = 14,7 \text{ kN} \end{cases}, \text{ com } 0 \leq N_c \leq N_{cf} = 334,8 \text{ kN} \quad (5.6)$$

Pela condição de existência, a primeira raiz deve ser descartada, resultando em:

$$N_c = 14,7 \text{ kN} \quad (5.7)$$

Verifica-se, então, a desigualdade $M_{pr} \leq M_{paL}$ pela Eq. (3.34):

$$M_{pr} = 1,25 M_{paL} \left(1 - \frac{N_c}{N_{paL}} \right) = 1,25 \times 890,6 \times \left(1 - \frac{14,7}{334,8} \right) = 1.064 \text{ kNcm} > \\ > M_{paL} = 890,6 \text{ kNcm (não OK)} \quad (5.8)$$

Com a desigualdade não atendida, calculam-se os parâmetros a_2 , b_2 e c_2 pelas Eqs. (3.45) a (3.47):

$$a_2 = \frac{0,5}{f_c b_L} - \frac{e_p - e}{N_{paL}} = \frac{0,5}{1,89 \times 93} - \frac{3,25 - 3,25}{334,8} = 2,84 \times 10^{-3} \text{ cm / kN} \quad (5.9)$$

$$b_2 = e_p - h_t = 3,25 - 12 = -8,75 \text{ cm} \quad (5.10)$$

$$c_2 = M_{test} - M_{paL} = 26,5 \times 45 - 890,6 = 301,8 \text{ kNcm} \quad (5.11)$$

Como $a_2 \neq 0$, determina-se N_c pela Eq. (3.49):

$$N_c = \begin{cases} \frac{-b_2 + \sqrt{b_2^2 - 4a_2 c_2}}{2a_2} = 3.041,1 \text{ kN} \\ \frac{-b_2 - \sqrt{b_2^2 - 4a_2 c_2}}{2a_2} = 34,9 \text{ kN} \end{cases}, \text{ com } 0 \leq N_c \leq N_{cf} = 334,8 \text{ kN} \quad (5.12)$$

Eliminando-se a primeira raiz, pois está ausente do domínio de existência, tem-se o valor de N_c :

$$N_c = 34,9 \text{ kN} \quad (5.13)$$

Finalmente, o valor de τ_u do protótipo MD65-P3 é calculado pela aplicação direta da Eq. (3.60):

$$\tau_u = \frac{N_c}{b_L(L_s + L_0)} = \frac{34,9 \times 10^3}{930 \times (450 + 100)} = 0,0682 \text{ MPa} \quad (5.14)$$

Com o mesmo procedimento de cálculo, os resultados para todos os protótipos estão sintetizados na Tabela 5.8.

Tabela 5.8 – Cálculo de τ_u (com base em valores médios) para todos os protótipos.

Protótipo	V_u (kN)	M_{test} (kNcm)	N_{cf} (kN)	$a_1 (\times 10^3)$ (cm / kN)	b_1 (cm)	c_1 (kNcm)	N_{c_1} (kN)	N_{c_2} (kN)	N_c (kN)	Verificação: $M_{pr} \leq M_{paL}$	a_2 (cm / kN)	b_2 (cm)	c_2 (kNcm)	N_{c_1} (kN)	N_{c_2} (kN)	N_c (kN)	τ_u (MPa)
MD65-P1	25,9	1.165,5	334,8	2,88	-5,42	52,1	1.876,3	9,7	9,7	Não	2,88	-8,75	274,8	3.011,2	31,7	31,7	0,0627
MD65-P2	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
MD65-P3	26,5	1.192,5	334,8	2,84	-5,42	79,1	1.892,2	14,7	14,7	Não	2,84	-8,75	301,8	3.041,1	34,9	34,9	0,0682
MD65-P4	26,3	1.183,5	334,8	2,84	-5,42	70,1	1.893,9	13,0	13,0	Não	2,84	-8,75	292,8	3.042,1	33,8	33,8	0,0661
MD65-P5	21,6	1.944,0	334,8	2,86	-11,42	830,6	3.920,5	74,1	74,1	Sim	-	-	-	-	-	-	0,0801
MD65-P6	23,5	2.115,0	334,8	2,84	-11,42	1.001,6	3.926,5	89,7	89,7	Sim	-	-	-	-	-	-	0,0964
MD65-P7	21,1	1.899,0	334,8	2,84	-11,42	785,6	3.946,1	70,0	70,0	Sim	-	-	-	-	-	-	0,0753
MD65-P8	21,2	1.908,0	334,8	2,84	-11,42	794,6	3.945,3	70,8	70,8	Sim	-	-	-	-	-	-	0,0761
Média ($\tau_{u,m}$) (MPa)																0,0750	
Desvio-padrão (s_{τ_u}) (MPa)																0,0113	
Coefficiente de Variação De Pearson (cv_{τ_u}) (%)																15,1	

Desse modo, obteve-se a tensão média de cisalhamento na interface para todos os protótipos: $\tau_{u,m} = 0,0750$ MPa. Assim como no caso do Método *m-k*, esse valor será extremamente importante para validação do equacionamento a ser proposto para lajes com armadura adicional no próximo capítulo.

Note-se que, mesmo o método de determinação de τ_u do Eurocode 4 (2004) não sendo absolutamente atendido, conforme mencionado na Seção 4.1, pode-se dizer que o valor obtido foi adequado, dada a complexidade da interface. Veja-se que, por exemplo, Ferraz (1999) obteve $cv_{\tau_u} = 54,4\%$, Brendolan (2007), $cv_{\tau_u} = 12,6\%$ e Costa (2009), $cv_{\tau_u} = 10,0\%$.

A título de comparação, será aqui determinado explicitamente para o protótipo MD65-P3 o valor teórico médio da força cortante resistente na seção de aplicação dos carregamentos da Figura 1.3 ($V_{l,Rm}$). Os resultados das demais lajes serão apresentados tabelados. Ao fim deste item, esses valores serão comparados aos experimentais e aos do Método *m-k*.

Assim, para o protótipo em questão, aplica-se inicialmente a Eq. (3.36), trocando-se $\tau_{u,Rd}$ por $\tau_{u,m}$:

$$N_c = \tau_{u,m} b_L L_x \leq N_{cf} \quad (5.15)$$

Para a referida seção, $L_x = L_s = 45$ cm (Tabela 4.1). Como já determinado na Eq. (5.2), $N_{cf} = 334,8$ kN. Assim, determina-se o valor de N_c para a seção de aplicação dos carregamentos:

$$N_c = \tau_{u,m} b_L L_x = 0,750 \times 93 \times 45 = 31,4 \text{ kN} \leq N_{cf} = 334,8 \text{ kN (OK)} \quad (5.16)$$

Faz-se, em seguida, a verificação $M_{pr} \leq M_{paL}$:

$$M_{pr} = 1,25 M_{paL} \left(1 - \frac{N_c}{N_{paL}} \right) = 1,25 \times 890,6 \times \left(1 - \frac{31,4}{334,8} \right) = 1.009 \text{ kNcm} > \\ > M_{paL} = 890,6 \text{ kNcm (não OK)} \quad (5.17)$$

Não verificada essa condição, deve-se, portanto, utilizar a Eq. (3.44), novamente excluindo-se o coeficiente 0,85. Aplicando-se, então, essa expressão, calcula-se o momento resistente médio ($M_{l,Rm}$):

$$M_{l,Rm} = N_c \left[h_t - 0,5 \frac{N_c}{f_c b_L} - e_p + (e_p - e) \frac{N_c}{N_{paL}} \right] + M_{paL} = \\ = 31,4 \times \left[12 - 0,5 \times \frac{31,4}{1,89 \times 93} - 3,25 + (3,25 - 3,25) \times \frac{31,4}{334,8} \right] + 890,6 = 1.163 \text{ kNcm} \quad (5.18)$$

Por fim, o valor de $V_{l,Rm}$ é obtido simplesmente pela razão $\frac{M_{l,Rm}}{L_s}$:

$$V_{l,Rm} = \frac{M_{l,Rm}}{L_s} = \frac{1.163}{45} = 25,8 \text{ kN} \quad (5.19)$$

A Tabela 5.9 apresenta os resultados dessa força para todos os protótipos.

Tabela 5.9 – Forças cortantes resistentes médias ($V_{l,Rm}$) dos protótipos obtidas pelo Método da Interação Parcial.

Protótipo	N_c (kN)	N_{ef} (kN)	M_{pr} (kNcm)	Verificação: $M_{pr} \leq M_{paL}$	Teórico $M_{l,Rm}$ (kNcm)	Teórico $V_{l,Rm}$ (kN)
MD65-P1	31,4	334,8	1.009	Não	1.163	25,8
MD65-P2						
MD65-P3						
MD65-P4						
MD65-P5	62,8	334,8	905	Não	1.805	20,1
MD65-P6						
MD65-P7						
MD65-P8						

Com intuito de comparação, a Tabela 5.10 expõe uma relação entre as forças cortantes experimentais (V_u) e as determinadas pelo Método da Interação Parcial ($V_{l,Rm}$).

Tabela 5.10 – Comparação entre as forças cortantes experimentais (V_u) e as teóricas ($V_{l,Rm}$) obtidas pelo Método da Interação Parcial.

Protótipo	Experimental V_u (kN)	Teórico $V_{l,Rm}$ (kN)	Experimental
			$V_u / V_{l,Rm}$
MD65-P1	25,9	25,8	1,005
MD65-P2	-		-
MD65-P3	26,5		1,026
MD65-P4	26,3		1,018
MD65-P5	21,6	20,1	1,090
MD65-P6	23,5		1,181
MD65-P7	21,1		1,062
MD65-P8	21,2		1,067

Nota-se que, assim como no Método $m-k$, os valores teóricos ficaram bem próximos dos experimentais, evidenciando a adequabilidade do Método da Interação Parcial.

A Tabela 5.11 expõe a comparação entre as forças cortantes determinadas pelo Método $m-k$ e pelo Método da Interação Parcial.

Tabela 5.11 – Comparação entre as forças cortantes resistentes calculadas pelo Método *m-k* e pelo Método da Interação Parcial.

Protótipo	Método <i>m-k</i> (kN)	Método da Interação Parcial (kN)	Método <i>m-k</i>
			Método da Interação Parcial
MD65-P1	26,3	25,8	1,019
MD65-P2			
MD65-P3			
MD65-P4			
MD65-P5	21,9	20,1	1,091
MD65-P6			
MD65-P7			
MD65-P8			

Como se observa, o Método da Interação Parcial resultou em valores próximos dos obtidos pelo Método *m-k*, mas mais conservadores. Isso, no entanto, não configura uma regra geral entre os dois métodos. Hedao, Gupta e Ronghe (2012), por exemplo, obtiveram conclusão oposta. Por outro lado, Calixto, Brendolan e Pimenta (2009) observaram uma boa proximidade entre os resultados de cada método, mas não uma relação constante de maior/menor entre eles.

5.3 Lajes Mistas com Armadura Adicional

De modo a avaliar a influência da armadura, foram analisadas quatro lajes idênticas às apresentadas na seção anterior, porém adicionando barras de aço (Tabela 4.2). Assim, a presente investigação permitiu identificar e classificar o comportamento estrutural (em dúctil ou frágil), bem como determinar o aumento da capacidade do sistema em decorrência da taxa de armadura e observar a evolução das deformações nos materiais durante o ensaio, comparando esses resultados aos respectivos dos protótipos sem armadura adicional.

Nos itens seguintes, são abordados tais aspectos.

5.3.1 Resultados Experimentais, Comportamento Estrutural e Classificação

Todas as curvas obtidas pela instrumentação mostrada na Figura 4.4, com suas respectivas retas teóricas (cujas equações serão demonstradas no próximo capítulo), estão dispostas no Apêndice C. Alguns gráficos, tomados como representativos, serão aqui apresentados para análises e comparações.

Os resultados experimentais estão expostos na Tabela 5.12.

Tabela 5.12 – Resultados experimentais dos protótipos com armadura adicional.

Protótipo	F_{des} (kN) ^a	$F_{máx}$ (kN) ^b	F_{total} (kN) ^c	$F_{máx} / F_{des}$ ^d	Comportamento	V_u (kN) ^e
MD65-P20	41,3	95,3	100,5	2,31	Dúctil	50,3
MD65-P21	55,6	149,0	154,2	2,68	Dúctil	77,1
MD65-P22	34,5	70,1	84,4	2,03	Dúctil	42,2
MD65-P23	50,4	121,0	135,3	2,40	Dúctil	67,7

^a Força convencional associada ao início de deslizamento relativo entre o aço e o concreto nas extremidades. Segundo o Eurocode 4 (2004), corresponde ao deslizamento relativo de 0,1 mm;

^b Segundo definição do Eurocode 4 (2004): menor valor entre a máxima força aplicada durante o ensaio (*peak load*) e a força correspondente à flecha $L / 50$;

^c É a máxima força aplicada ($F_{máx}$) acrescida do peso próprio do protótipo (P_{prop}) e dos dispositivos de distribuição de força (P_{disp}). Para todos os protótipos desta tabela:

Protótipos MD55-P1 a P4: $P_{prop} + P_{disp} = 3,8 + 1,4 = 5,2$ kN ;

Protótipos MD55-P5 a P8: $P_{prop} + P_{disp} = 12,1 + 2,2 = 14,3$ kN ;

^d O comportamento é considerado dúctil, segundo o Eurocode 4 (2004), se $F_{máx} / F_{des} > 1,1$;

^e Valor experimental representativo da força cortante. Segundo o Eurocode 4 (2004), é igual a $0,5 F_{total}$, se o comportamento for dúctil, ou $0,8(0,5 F_{total})$, se frágil.

Mesmo com a presença da armadura adicional, nenhum protótipo alcançou a limitação $L / 50$.

Como se observa pelos resultados, todos os protótipos apresentaram comportamento “bastante” dúctil ($2,03 \leq F_{máx} / F_{des} \leq 2,68$).

Quanto ao comportamento estrutural durante o ensaio, todas as lajes portaram-se do seguinte modo: mesmo desempenho geral descrito na Seção 2.3 (no instante de aplicação de F_{des} , deslizamento relativo de extremidade e fissuração como mostrado nas Figuras 5.2 e 5.3)

e, após o “segundo estágio de comportamento”, o mesmo de lajes dúcteis (Seção 2.5), com uma característica peculiar: fissuração lenta. Por conseguinte, a redução de rigidez do sistema durante o ensaio é mais vagarosa. Isso ocorre pelo aumento de rigidez e de ductilidade promovido pela armadura.

O “estágio final de comportamento”, assim como para os protótipos sem armadura adicional, foi caracterizado por ondulações nas ondas altas da fôrma de aço na região de momento máximo (Figura 5.4).

5.3.2 Análise do Comportamento Estrutural e Comparação com as Lajes Mistas sem Armadura Adicional

A Tabela 5.13 resume os resultados para todos os protótipos sem e com armadura adicional já apresentados anteriormente nas Tabelas 5.4 e 5.12.

Tabela 5.13 – Resultados experimentais dos protótipos com e sem armadura adicional.

Protótipo	F_{des} (kN) ^a	$F_{máx}$ (kN) ^b	F_{total} (kN) ^c	$F_{máx} / F_{des}$ ^d	Comportamento	V_u (kN) ^e
MD65-P1	32,3	46,6	51,8	1,44	Dúctil	25,9
MD65-P2	Falha no controle do atuador e na aquisição de dados					
MD65-P3	24,7	47,7	52,9	1,93	Dúctil	26,5
MD65-P4	27,7	47,4	52,6	1,71	Dúctil	26,3
MD65-P5	19,6	28,8	43,1	1,47	Dúctil	21,6
MD65-P6	22,7	32,6	46,9	1,43	Dúctil	23,5
MD65-P7	20,1	27,8	42,1	1,38	Dúctil	21,1
MD65-P8	23,3	28,1	42,4	1,20	Dúctil	21,2
Protótipos com Armadura Adicional (CA-50)						
MD65-P20 (6 ϕ 6,3)	41,3	95,3	100,5	2,31	Dúctil	50,3
MD65-P21 (6 ϕ 10)	55,6	149,0	154,2	2,68	Dúctil	77,1
MD65-P22 (6 ϕ 6,3)	34,5	70,1	84,4	2,03	Dúctil	42,2
MD65-P23 (6 ϕ 10)	50,4	121,0	135,3	2,40	Dúctil	67,7

Nessa tabela, estão destacados os subgrupos com mesmas dimensões, a fim de facilitar a leitura.

É possível observar claramente que a presença da armadura adicional promoveu um ganho expressivo no valor de V_u . Ainda, conforme esperado, uma maior taxa de armadura resultou em maior valor dessa força. A Tabela 5.14 expõe a relação entre os valores de V_u das lajes com e sem as barras adicionais.

Tabela 5.14 – Relação entre os valores de V_u das lajes com e sem armadura adicional.

	MD65-P1	MD65-P2	MD65-P3	MD65-P4	MD65-P5	MD65-P6	MD65-P7	MD65-P8
MD65-P20 (6 ϕ 6,3)	1,94	-	1,90	1,91	-	-	-	-
MD65-P21 (6 ϕ 10)	2,98	-	2,91	2,93	-	-	-	-
MD65-P22 (6 ϕ 6,3)	-	-	-	-	1,95	1,80	2,00	1,99
MD65-P23 (6 ϕ 10)	-	-	-	-	3,13	2,88	3,21	3,19

Pode-se, portanto, identificar que a inserção da armadura 6 ϕ 6,3 acarretou um aumento de 80% a 100% em V_u , enquanto a de 6 ϕ 10, um acréscimo de 188% a 221%. Note-se que essa ascensão de V_u é praticamente linear: tomando-se os protótipos MD65-P1 e P5 como representativos, a Figura 5.6 mostra a relação $V_u \times$ Armadura Adicional (A_{sl}) para ambos.

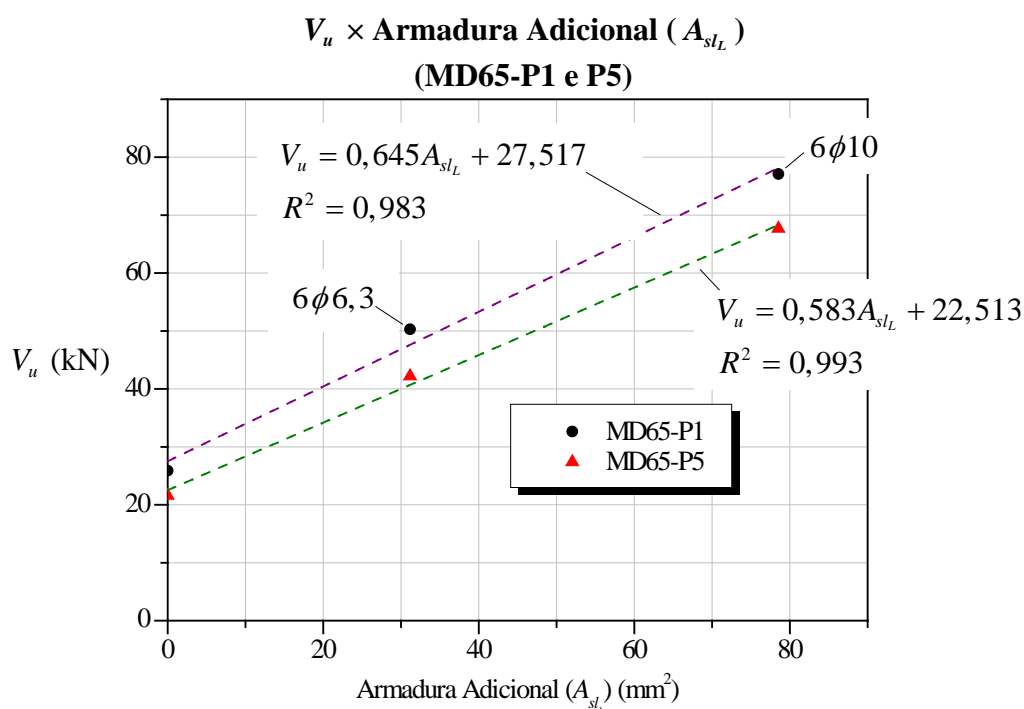


Figura 5.6 – Relações entre V_u e a área de armadura adicional (A_{sl}) para os protótipos MD65-P1 e P5.

Assim, como os valores dos coeficientes de determinação (R^2) das retas ajustadas são próximos de 1, pode-se já bem supor a existência de uma relação linear entre V_u e a área de armadura adicional (A_{sL}). Esse prognóstico será confirmado nas proposições teóricas e validações apresentadas no Capítulo 6.

Também se pode inferir que os protótipos com barras adicionais apresentaram maior ductilidade: maiores relações $F_{máx} / F_{des}$, conforme mostra a Tabela 5.15.

Tabela 5.15 – Relação entre os valores de $F_{máx} / F_{des}$ das lajes com e sem armadura adicional.

	MD65-P1	MD65-P2	MD65-P3	MD65-P4	MD65-P5	MD65-P6	MD65-P7	MD65-P8
MD65-P20 (6φ6,3)	1,60	-	1,20	1,35	-	-	-	-
MD65-P21 (6φ10)	1,86	-	1,39	1,57	-	-	-	-
MD65-P22 (6φ6,3)	-	-	-	-	1,38	1,42	1,47	1,69
MD65-P23 (6φ10)	-	-	-	-	1,63	1,68	1,74	2,00

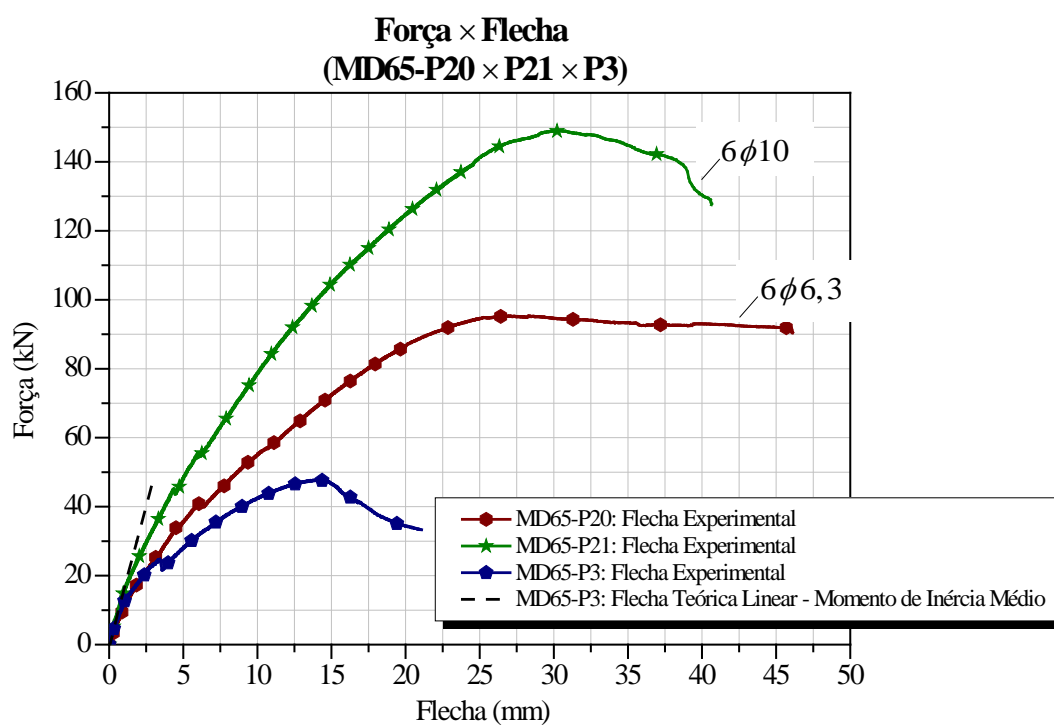
Os valores de F_{des} estão mais associados à adesão entre o aço e o concreto na interface do que à resistência do sistema como um todo e à presença das armaduras adicionais. Analise-se, desse modo, a diferença entre essas forças, comparando os protótipos com e sem armadura adicional, apresentada na Tabela 5.16. Constata-se que os protótipos com armadura 6φ6,3 obtiveram acréscimo de 28% a 76% em F_{des} , enquanto os de armadura 6φ10, de 72% a 157%. Mesmo observando-se que a maior taxa de armadura apresentou um maior aumento na força de deslizamento, constata-se uma ampla faixa de variação nos valores, sugerindo uma independência de F_{des} em relação à taxa de armadura adicional.

Em verdade, uma análise pura dessa força é praticamente frívola. Sua real utilidade está na observação da relação $F_{máx} / F_{des}$, já realizada.

Tabela 5.16 – Relação entre os valores de F_{des} das lajes com e sem armadura adicional.

	MD65-P1	MD65-P2	MD65-P3	MD65-P4	MD65-P5	MD65-P6	MD65-P7	MD65-P8
MD65-P20 (6 ϕ 6,3)	1,28	-	1,67	1,49	-	-	-	-
MD65-P21 (6 ϕ 10)	1,72	-	2,25	2,01	-	-	-	-
MD65-P22 (6 ϕ 6,3)	-	-	-	-	1,76	1,52	1,72	1,48
MD65-P23 (6 ϕ 10)	-	-	-	-	2,57	2,22	2,51	2,16

O desempenho dos protótipos com armadura adicional, quando comparados a protótipos de mesmas dimensões, porém sem armadura, pode ser visualizado pelas curvas Força \times Flecha da Figura 5.7. A presença da armadura eleva a rigidez e promove um decréscimo suave na mesma após ser atingida a força de deslizamento.

Figura 5.7 – Curvas Força \times Flecha dos protótipos MD65-P3, P20 e P21.

Conforme indicado na Figura 4.4, três seções foram instrumentadas com extensômetros elétricos, de modo a avaliar a evolução das deformações específicas no decorrer do ensaio: seções $S1$ e $S3$ (situadas no vão de cisalhamento) e seção $S2$, situada a meio vão (sem cisalhamento). No Apêndice C estão apresentadas as curvas Força \times Deformação Específica para todos os protótipos.

O comportamento típico dos protótipos sem armadura adicional pode ser visualizado na Figura 5.8, relativa à seção contida na região que apresentou deslizamento relativo. Na Figura 5.9 estão apresentadas as curvas para a seção correspondente contida na região oposta, sem deslocamento relativo na interface aço-concreto. O deslizamento implica interação parcial, portanto maiores deformações e ocorrência de compressão na onda alta da fôrma, decorrente do aparecimento de duas linhas neutras.

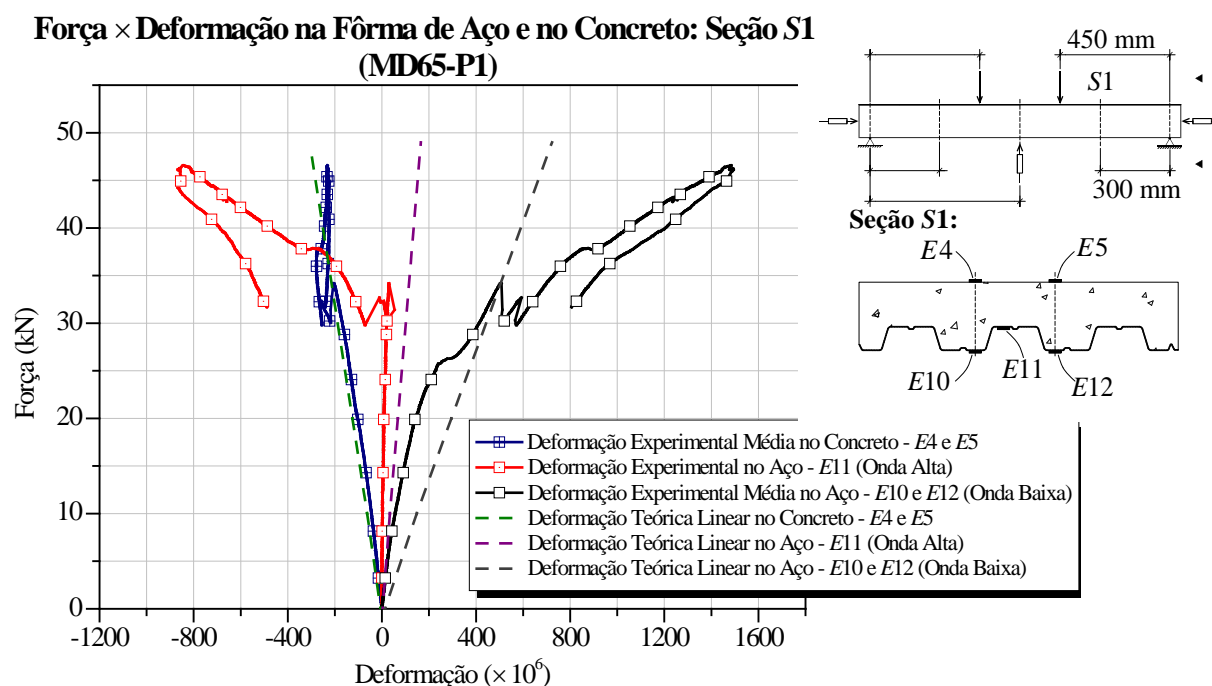


Figura 5.8 – Curvas Força × Deformação na Fôrma de Aço e no Concreto na seção S1 do protótipo MD65-P1.

Retas teóricas considerando concreto tracionado fissurado.

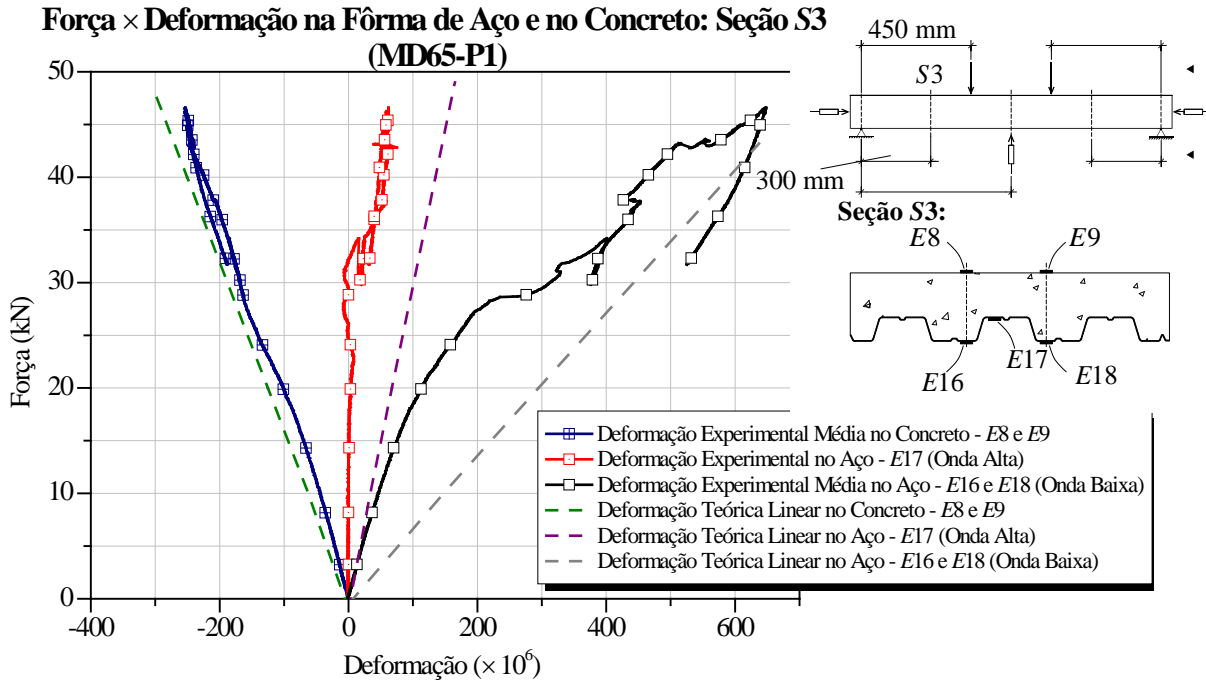


Figura 5.9 – Curvas Força × Deformação na Fôrma de Aço e no Concreto na seção S3 do protótipo MD65-P1. Retas teóricas considerando concreto tracionado fissurado.

Comportamento similar foi observado nos protótipos com armadura adicional, conforme indicado na Figura 5.10 (referente à seção contida na região com deslizamento). Interessante observar, nesse caso, a evolução das deformações na onda baixa da fôrma e na armadura: após o deslizamento, as deformações na armadura evoluem rapidamente e ultrapassam consideravelmente as deformações na fôrma, indicando uma maior contribuição da armadura no fim do ensaio.

Força × Deformação a Fôrma de Aço, no Concreto e na Armadura Adicional: Seção S1 (MD65-P20)

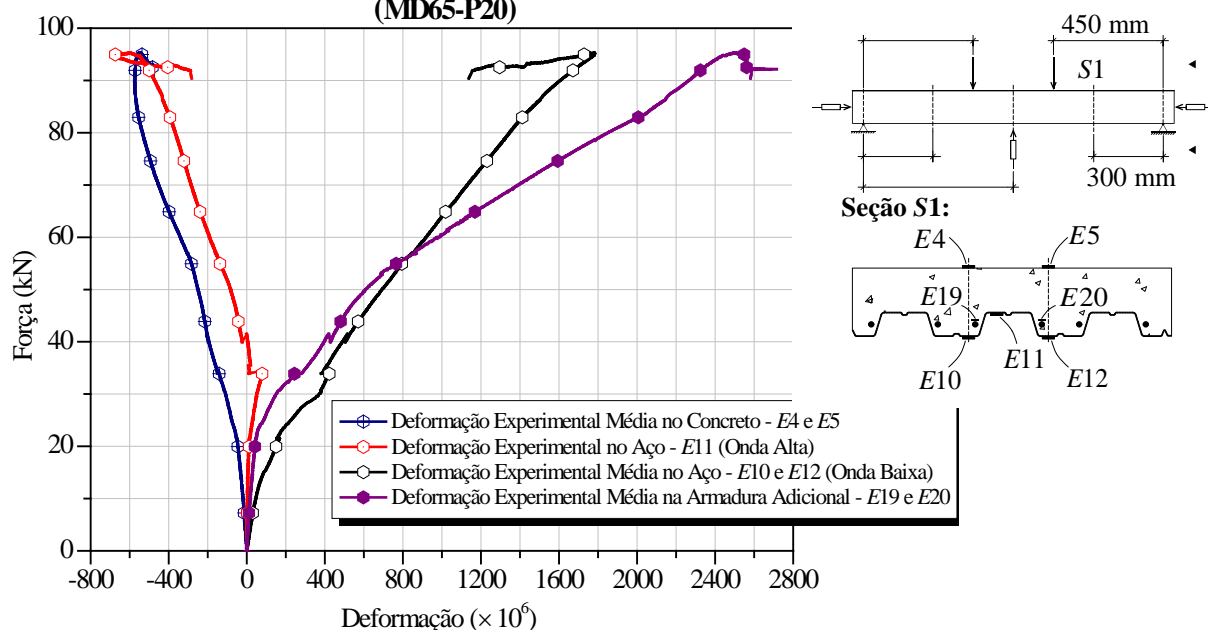


Figura 5.10 – Curvas Força × Deformação na Fôrma de Aço, no Concreto e na Armadura Adicional na seção S1 do protótipo MD65-P20.

Encerrado este capítulo, com a averiguação do comportamento estrutural das lajes mistas com armadura adicional, inclusive frente às sem as barras, o próximo discute e apresenta suas formulações – e respectivas validações – para dimensionamento.

6 CÁLCULO DE LAJES MISTAS COM ARMADURA ADICIONAL

Neste capítulo são apresentados modelos teóricos para verificação de estados-limites últimos e de serviço em lajes mistas com armadura adicional, com base numa extensão da formulação usualmente adotada para as lajes mistas sem armadura discorrida no Capítulo 3.

A principal contribuição aqui apresentada consiste na formulação proposta para o estado-limite último referente ao cisalhamento longitudinal, validada por meio dos resultados experimentais.

6.1 Estado-limite Último: Momento Fletor

Nesta seção, será apresentado o equacionamento para o estado-limite último referente ao momento fletor para o caso de lajes mistas com armadura adicional, admitindo interação completa. Consiste, assim, numa expansão do procedimento exposto na Seção 3.1.

As expressões teóricas a serem propostas estarão privadas de confirmação experimental, pois todos os protótipos aqui ensaiados tiveram, propositalmente, falha por cisalhamento longitudinal, que é o estado-limite último preponderante na prática. Desse modo, só será feito um confronto dos resultados teóricos com os experimentais, concluindo que, conforme esperado, as lajes mistas ensaiadas não alcançaram o momento fletor resistente de interação completa. A confirmação experimental do equacionamento, a partir de ensaios de protótipos que colapsem em interação completa, será deixada como proposta para estudos futuros.

Considere-se a seção transversal de largura unitária $b = 1.000$ mm de uma laje mista com armadura adicional, conforme Figura 6.1. Deseja-se encontrar seu momento resistente de cálculo (M_{Rd}).

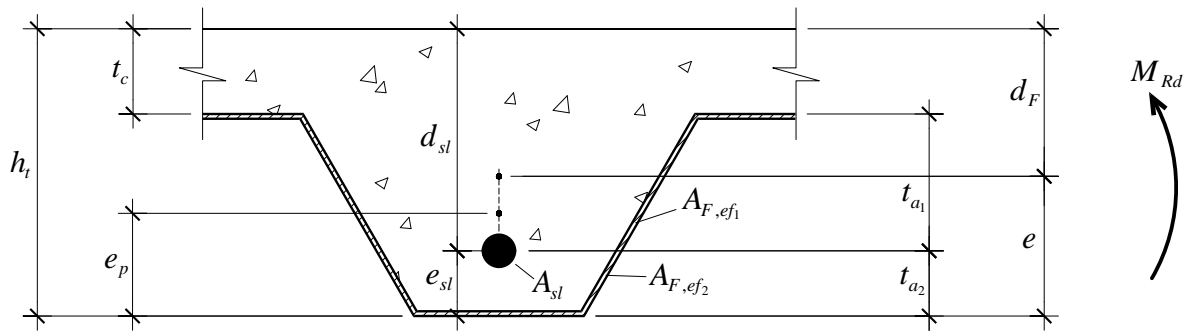


Figura 6.1 – Seção transversal de largura $b = 1.000$ mm de uma laje mista com armadura adicional.

Nessa figura, além das grandezas já definidas na Figura 3.2, tem-se:

A_{sl} : área da armadura adicional contida na largura $b = 1.000$ mm ;

t_{a1} : distância da face superior da fôrma de aço ao centro geométrico da armadura adicional;

t_{a2} : distância da face inferior da fôrma de aço ao centro geométrico da armadura adicional;

d_{sl} : distância da face superior da capa de concreto ao centro geométrico da armadura adicional;

e_{sl} : distância do centro geométrico da armadura adicional à face inferior da fôrma;

$A_{F,ef1}$: parcela de $A_{F,ef}$ correspondente à altura t_{a1} ;

$A_{F,ef2}$: parcela de $A_{F,ef}$ correspondente à altura t_{a2} .

Para fins de cálculo, será desconsiderado o diâmetro da barra da armadura adicional. Ela será, assim, considerada como puntiforme.

Denomine-se a a distância da linha neutra plástica até a face superior da laje mista.

Há três casos a serem analisados: linha neutra plástica acima da face superior da fôrma de aço ($a < t_c$), entre essa face e o centro geométrico da armadura adicional ($t_c \leq a \leq d_{sl}$) e abaixo desse último ($a \geq d_{sl}$). Também existe a circunstância de o equilíbrio, numa situação limite, ocorrer sem o escoamento da armadura adicional totalmente por compressão ou tração.

O caso de a armadura estar situada na capa de concreto ($d_{sl} \leq t_c$) não será aqui contemplado, pois ultrapassa completamente o objetivo deste texto. Na prática, conforme Seção 1.3, as barras adicionais são inseridas para reforçar a fôrma de aço. Posicioná-las acima da sua face superior é um caso sem sentido prático. Seu equacionamento, entretanto, seria totalmente análogo aos desenvolvidos a seguir.

a) Linha Neutra Plástica acima da Face Superior da Fôrma de Aço ($a < t_c$)

A distribuição de tensões a ser admitida neste caso pode ser observada na Figura 6.2.

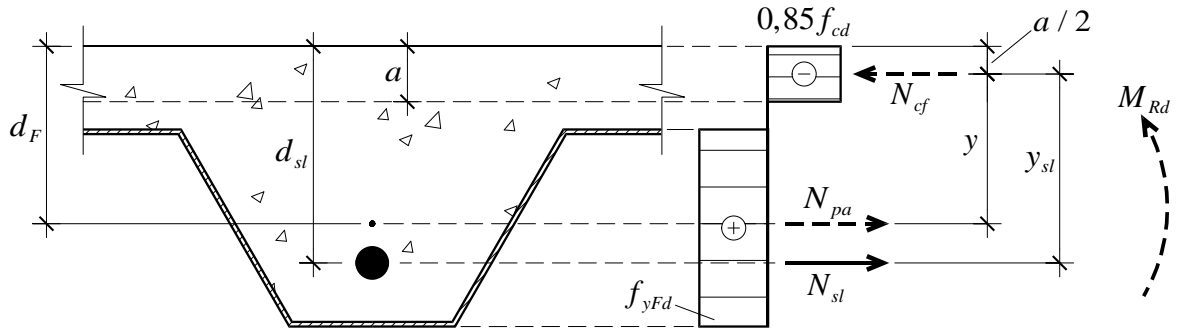


Figura 6.2 – Distribuição de tensões para momento fletor positivo para o caso de linha neutra plástica acima da fôrma de aço para lajes com armadura adicional.

Nessa figura, as forças N_{pa} e N_{cf} já foram definidas na Seção 3.1 e são dadas pelas Eqs. (3.2) e (3.3), respectivamente. N_{sl} é a força normal de escoamento de cálculo na armadura adicional e é calculada como:

$$N_{sl} = A_{sl} f_{yd} \quad (6.1)$$

Sendo f_{yd} a tensão ao escoamento de cálculo da armadura adicional.

Relembre-se aqui a definição da força $\overline{N}_c = 0,85 f_{cd} b t_c$ como sendo a resultante de compressão no concreto para que toda a laje acima da fôrma de aço esteja plastificada. Assim, este caso só ocorre se:

$$\overline{N}_c > N_{pa} + N_{sl} \quad (6.2)$$

Conforme se pode observar na Figura 6.2, despreza-se a resistência do concreto tracionado.

O equilíbrio de forças horizontais na seção fornece: $N_{cf} = N_{pa} + N_{sl}$. Portanto, pela Eq. (3.3), encontra-se a profundidade da linha neutra:

$$a = \frac{N_{pa} + N_{sl}}{0,85 f_{cd} b} \quad (6.3)$$

O equilíbrio de momentos em relação ao ponto de aplicação de N_{cf} implica que $M_{Rd} = N_{pa} y + N_{sl} y_{sl}$. Notando-se que $y = d_F - a/2$ e que $y_{sl} = d_{sl} - a/2$, determina-se a expressão do momento fletor resistente de cálculo:

$$M_{Rd} = N_{pa} (d_F - 0,5a) + N_{sl} (d_{sl} - 0,5a) \quad (6.4)$$

b) Linha Neutra Plástica entre a Face Superior da Fôrma de Aço e o Centro Geométrico da Armadura Adicional ($t_c \leq a \leq d_{sl}$)

A distribuição de tensões considerada para este caso pode ser observada na parte I da Figura 6.3.

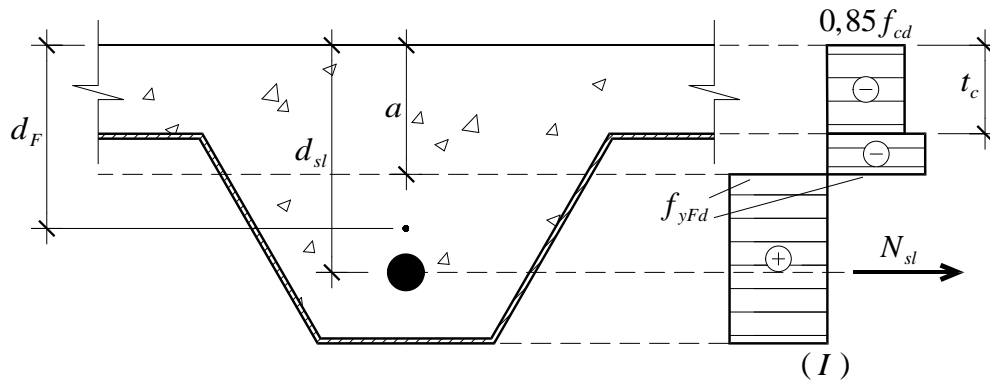


Figura 6.3 – Distribuição de tensões para momento fletor positivo para o caso de linha neutra plástica entre a face superior da fôrma de aço e o centro geométrico da armadura adicional.

Definam-se N_{pa_1} e N_{pa_2} como as forças normais de plastificação nas áreas A_{F,ef_1} e A_{F,ef_2} , respectivamente. Assim, são dadas por:

$$N_{pa_1} = A_{F,ef_1} f_{yFd} \quad (6.5)$$

$$N_{pa_2} = A_{F,ef_2} f_{yFd} \quad (6.6)$$

Evidentemente, $N_{pa} = N_{pa_1} + N_{pa_2}$.

Este caso, então, só ocorre se:

$$N_{sl} + N_{pa_2} - N_{pa_1} \leq \overline{N}_c \leq N_{sl} + N_{pa} \quad (6.7)$$

O equacionamento aqui pode ser subdividido em dois outros casos: $\overline{N}_c \geq N_{sl}$ e $\overline{N}_c < N_{sl}$.

Para o primeiro, desmembra-se a parte I nas partes II e III, como mostrado na Figura 6.4.

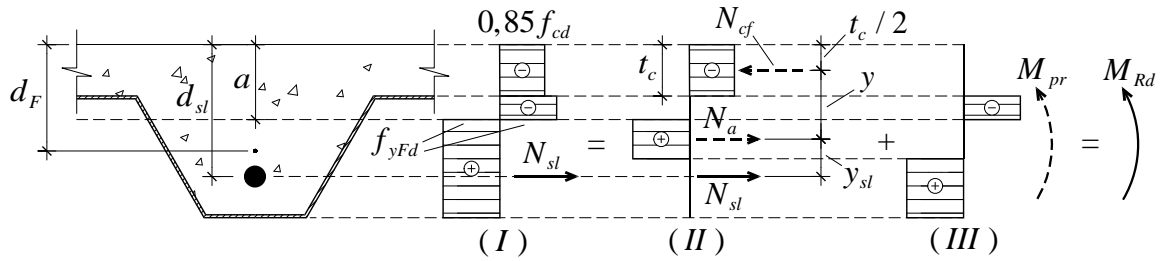


Figura 6.4 – Distribuição de tensões para momento fletor positivo para o caso de linha neutra plástica entre a face superior da fôrma de aço e o centro geométrico da armadura adicional, sendo $\bar{N}_c \geq N_{sl}$.

Para o segundo, também se separa a parte I em II e III, como esboçado na Figura 6.5.

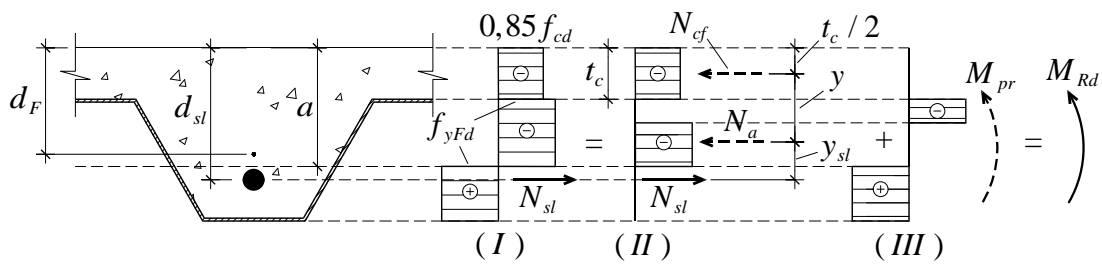


Figura 6.5 – Distribuição de tensões para momento fletor positivo para o caso de linha neutra plástica entre a face superior da fôrma de aço e o centro geométrico da armadura adicional, sendo $\bar{N}_c < N_{sl}$.

Observe-se que, em ambas as figuras, $N_{cf} = 0,85 f_{cd} b t_c = \bar{N}_c$.

Nos dois casos, a equação do momento fletor resistente de cálculo é dada pela igualdade de momentos nas partes II e III:

$$M_{Rd} = N_{cf} y + N_{sl} y_{sl} + M_{pr} \quad (6.8)$$

Pelas figuras, também é possível concluir que $y_{sl} = d_{sl} - y - t_c / 2$. Substituindo essa expressão na Eq. (6.8), obtém-se:

$$M_{Rd} = N_{cf} y + N_{sl} \left(d_{sl} - y - \frac{t_c}{2} \right) + M_{pr} \quad (6.9)$$

A questão agora é a determinação das expressões que definem y e M_{pr} .

Comparando-se as Figuras 6.4 e 6.5 à 3.4, nota-se que y e M_{pr} dependem igualmente de N_a . Suas expressões, então, devem ser semelhantes e dadas pelas Eqs. (3.8) e (3.10).

Na parte II da Figura 6.4, o equilíbrio de forças horizontais leva a:

$$N_{cf} = N_a + N_{sl} \Leftrightarrow N_a = N_{cf} - N_{sl} \quad (6.10)$$

Na mesma parte da Figura 6.5, tal equilíbrio produz:

$$N_{sl} = N_a + N_{cf} \Leftrightarrow N_a = N_{sl} - N_{cf} \quad (6.11)$$

Por essas duas equações, constata-se que a distinção entre os dois casos está apenas na disposição dos sinais de N_{cf} e N_{sl} , a fim de sempre manter $N_a \geq 0$. Assim, em vez de separá-las em dois equacionamentos distintos, é mais pragmático agrupá-las utilizando-se o módulo da diferença:

$$N_a = |N_{cf} - N_{sl}| \tag{6.12}$$

Substituindo essa equação nas Eqs. (3.8) e (3.10), são determinadas as expressões requeridas:

$$M_{pr} = 1,25 M_{pa} \left(1 - \frac{|N_{cf} - N_{sl}|}{N_{pa}} \right) \leq M_{pa} \tag{6.13}$$

$$y = h_t - 0,5t_c - e_p + (e_p - e) \frac{|N_{cf} - N_{sl}|}{N_{pa}} \tag{6.14}$$

A reta que define a equação de y é a mesma já mostrada na Figura 3.7. A verificação dos pontos A e B realizada também é idêntica, com uma única diferença na análise do ponto B : quando $N_a \cong 0$, tem-se $N_{cf} \cong N_{sl}$. Essa distinção, entretanto, mantém inalterado o equacionamento.

Em verdade, convém aqui ressaltar que o caso de $\bar{N}_c < N_{sl}$ é bastante improvável de ocorrer, pois exigiria uma capa de concreto muito fina e a armadura muito resistente, estando aqui contemplado somente de maneira a abranger a formulação completa do problema.

c) Linha Neutra Plástica abaixo do Centro Geométrico da Armadura Adicional ($a \geq d_{sl}$)

A distribuição de tensões considerada para este caso pode ser observada na parte I da Figura 6.6. Ela, como no caso anterior, também é desagregada nas partes II e III .

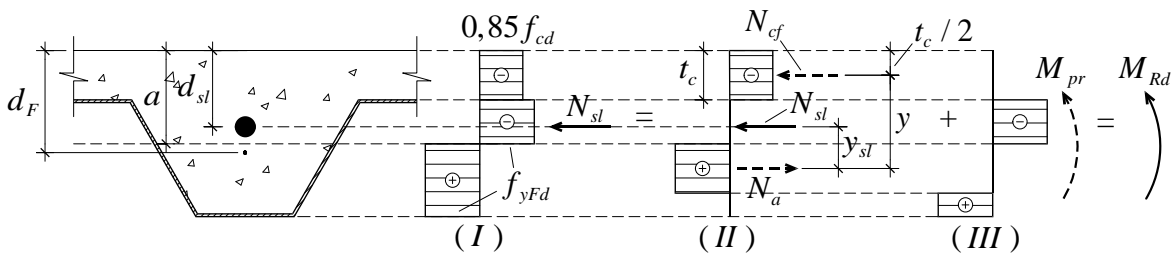


Figura 6.6 – Distribuição de tensões para momento fletor positivo para o caso de linha neutra plástica abaixo do centro geométrico da armadura adicional.

Assim como nos casos anteriores, $N_{cf} = 0,85 f_{cd} b t_c = \overline{N}_c$.

Este caso só ocorre se:

$$\begin{cases} \overline{N}_c < N_{sl} + N_{pa_2} - N_{pa_1} \\ \overline{N}_c \leq N_{pa_2} - N_{pa_1} - N_{sl} \end{cases} \Rightarrow \overline{N}_c \leq N_{pa_2} - N_{pa_1} - N_{sl} \quad (6.15)$$

A expressão de M_{Rd} é formada pela igualdade de momentos entre as partes II e III:

$$M_{Rd} = N_{cf} y + N_{sl} y_{sl} + M_{pr} \quad (6.16)$$

Pela Figura 6.6, vê-se que $y_{sl} = y + \frac{t_c}{2} - d_{sl}$. Substituindo-se na Eq. (6.16), obtém-se:

$$M_{Rd} = N_{cf} y + N_{sl} \left(y + \frac{t_c}{2} - d_{sl} \right) + M_{pr} \quad (6.17)$$

Na parte II dessa figura, o equilíbrio de forças horizontais gera a expressão de N_a :

$$N_a = N_{cf} + N_{sl} \quad (6.18)$$

Resta agora a determinação das expressões de y e M_{pr} . Assim como nos dois casos de $t_c \leq a \leq d_{sl}$, uma comparação entre a Figura 6.6 e a 3.4 demonstra uma semelhança na consideração de y e M_{pr} e na sua dependência com N_a . Assim, suas equações devem ser dadas pelas Eqs. (3.8) e (3.10). Substituindo-se a força N_a (Eq. (6.18)) em ambas, tem-se:

$$M_{pr} = 1,25 M_{pa} \left(1 - \frac{N_{cf} + N_{sl}}{N_{pa}} \right) \leq M_{pa} \quad (6.19)$$

$$y = h_t - 0,5 t_c - e_p + (e_p - e) \frac{N_{cf} + N_{sl}}{N_{pa}} \quad (6.20)$$

A reta da equação de y é a mesma da Figura 3.7, e as mesmas verificações são feitas para os pontos A e B, com duas ressalvas: (a) o ponto A, de $N_a = N_{pa}$, nunca ocorrerá, devido ao intervalo de posições da linha neutra ($d_{sl} \leq a \leq h_t$). Sua utilidade se dá apenas para o traçado da reta y ; (b) no ponto B, em que $N_a \cong 0$, tem-se $N_{cf} + N_{sl} \cong 0$, que é um caso de concreto e armadura adicional muito pouco resistentes, ou seja, $N_{cf} \cong 0$ e $N_{sl} \cong 0$, mas ambos positivos. O caso de um deles negativo, em que se poderia incorrer de $N_{cf} + N_{sl} \cong 0$, é incorreto, pois mudaria a hipótese inicial da posição da linha neutra.

Assim como o caso de $\overline{N}_c < N_{sl}$ para $t_c \leq a \leq d_{sl}$, este de $a \geq d_{sl}$ também é de ocorrência improvável, pois pressupõe armadura adicional muito próxima da face superior da fôrma de aço e, ainda, capa de concreto muito fina.

d) Caso sem Escoamento da Armadura Adicional Totalmente por Tração ou Compressão

Nos casos anteriores, o equilíbrio foi configurado pela posição da linha neutra, sendo esta definida pela relação entre as resultantes de plastificação dos materiais, pelas Eqs. (6.2), (6.7) e (6.15).

Existe, no entanto, uma condição específica entre essas resultantes que gera um paradoxo. Sejam as seguintes desigualdades:

$$\begin{cases} \overline{N}_c + N_{pa_1} < N_{sl} + N_{pa_2} \\ \overline{N}_c + N_{pa_1} + N_{sl} > N_{pa_2} \end{cases} \quad (6.21)$$

A primeira estipula que a linha neutra deva se situar entre a armadura adicional e a face inferior da fôrma ($a > d_{sl}$), conforme Figura 6.6. A segunda, que essa linha tem de estar entre a face superior da fôrma de aço e a armadura adicional ($t_c < a < d_{sl}$), como mostrado nas Figuras 6.4 e 6.5.

Dessa forma, se ambas as desigualdades forem satisfeitas simultaneamente, é impossível o estabelecimento do equilíbrio com todos os materiais em plastificação total, estando a armadura totalmente tracionada ou comprimida, pois a linha neutra deverá se encontrar em duas posições ao mesmo tempo. Isso ocorre porque a armadura adicional é considerada praticamente puntiforme, gerando uma descontinuidade nos esforços com a variação da posição da linha neutra.

Isolando-se a força N_{sl} na Eq. (6.21), encontra-se:

$$\begin{cases} N_{sl} > \overline{N}_c + N_{pa_1} - N_{pa_2} \\ N_{sl} > N_{pa_2} - N_{pa_1} - \overline{N}_c \end{cases} \quad (6.22)$$

Pode-se perceber que os termos da direita das duas inequações são o oposto um do outro entre si, isto é, $\overline{N}_c + N_{pa_1} - N_{pa_2} = -(N_{pa_2} - N_{pa_1} - \overline{N}_c)$. Assim, matematicamente, para as duas desigualdades serem atendidas simultaneamente, pode-se agrupá-las numa única:

$$N_{sl} > \left| \overline{N}_c + N_{pa_1} - N_{pa_2} \right| \quad (6.23)$$

Essa desigualdade define, em suma, a ocorrência deste caso.

O equacionamento para determinação do momento fletor resistente de cálculo (M_{Rd}) pode ser dividido em dois casos: $\overline{N}_c + N_{pa_1} \geq N_{pa_2}$ e $\overline{N}_c + N_{pa_1} < N_{pa_2}$. Em ambos, o equilíbrio é alcançado com a linha neutra contendo o eixo da armadura adicional ($a = d_{sl}$) e

com todos os materiais em plastificação total, estando a armadura submetida a uma resultante (P_{sl}) de tração ou compressão tal que $P_{sl} < N_{sl}$.

As Figuras 6.7 e 6.8 ilustram a situação de tensões dos dois casos.

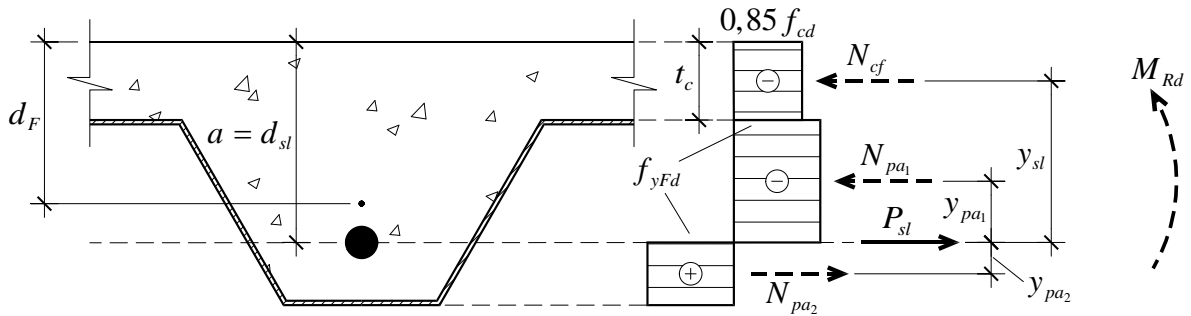


Figura 6.7 – Distribuição de tensões para momento fletor positivo para o caso $N_{sl} > |\bar{N}_c + N_{pa1} - N_{pa2}|$ sendo

$$\bar{N}_c + N_{pa1} \geq N_{pa2} .$$

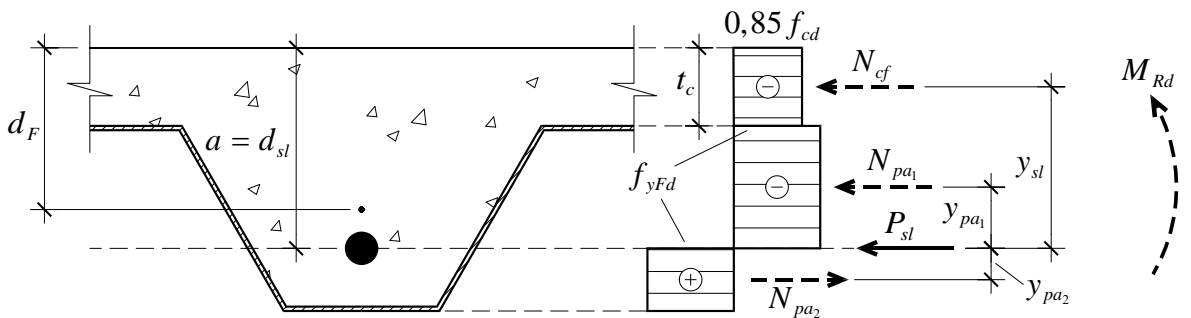


Figura 6.8 – Distribuição de tensões para momento fletor positivo para o caso $N_{sl} > |\bar{N}_c + N_{pa1} - N_{pa2}|$ sendo

$$\bar{N}_c + N_{pa1} < N_{pa2} .$$

Em ambas as figuras, observa-se que $N_{cf} = 0,85 f_{cd} b t_c = \bar{N}_c$.

Pode-se determinar M_{Rd} pela somatória de momentos em relação ao ponto de aplicação de P_{sl} , resultando na mesma expressão para os dois casos:

$$M_{Rd} = N_{cf} y_{sl} + N_{pa1} y_{pa1} + N_{pa2} y_{pa2} \quad (6.24)$$

Sendo y_{pa1} e y_{pa2} as distâncias entre os centros geométricos das áreas $A_{F,ef1}$ e $A_{F,ef2}$, respectivamente, ao da armadura adicional. Esses dois valores dependem apenas da geometria da fôrma de aço e da posição da armadura adicional.

Pode-se também ser haurida a equação de y_{sl} :

$$y_{sl} = d_{sl} - \frac{t_c}{2} \quad (6.25)$$

Substituindo-se essa expressão na Eq. (6.24), obtém-se a equação do momento fletor resistente de cálculo para as duas situações:

$$M_{Rd} = N_{cf} \left(d_{sl} - \frac{t_c}{2} \right) + N_{pa_1} y_{pa_1} + N_{pa_2} y_{pa_2} \quad (6.26)$$

Ressalta-se aqui que, novamente, tal caso é extremo e um evento improvável, ocorrendo em taxas muito elevadas de armadura adicional (N_{sl} muito grande) e capa de concreto muito fina, que fogem da prática.

Salienta-se também que, a rigor, fisicamente, a linha neutra deste caso não está sempre na posição $a = d_{sl}$, como considerado no equacionamento (Figuras 6.7 e 6.8), mas sim em uma posição qualquer contida no diâmetro (ϕ) da armadura adicional: $d_{sl} - \frac{\phi}{2} < a < d_{sl} + \frac{\phi}{2}$. A Figura 6.9 esboça a situação para o caso da linha neutra acima do centro geométrico da armadura $\left(d_{sl} - \frac{\phi}{2} < a < d_{sl} \right)$.

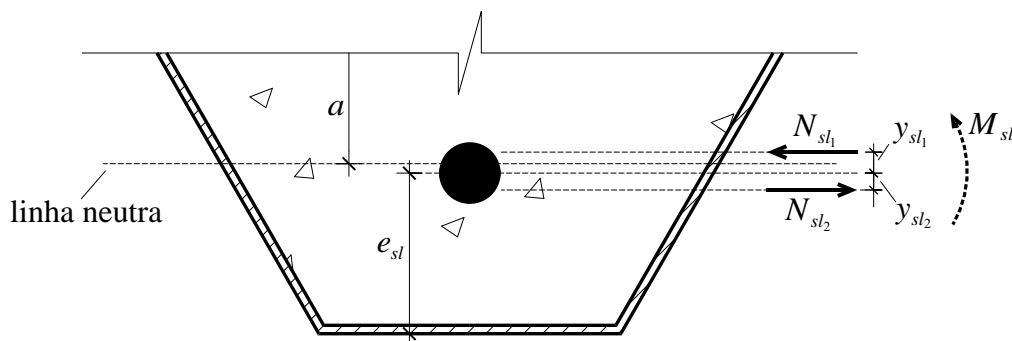


Figura 6.9 – Posição da linha neutra e forças na armadura adicional para o caso da linha neutra acima do centro geométrico da armadura.

Nessa figura, N_{sl_1} e N_{sl_2} são as resultantes de plastificação na armadura acima e abaixo da linha neutra, respectivamente (evidentemente, $N_{sl} = N_{sl_1} + N_{sl_2}$); y_{sl_1} e y_{sl_2} , os referentes braços de alavanca em relação ao centroide da barra, e M_{sl} é o momento produzido por essas duas forças em relação ao centro geométrico da armadura, dado, portanto, por:

$$M_{sl} = N_{sl_1} y_{sl_1} + N_{sl_2} y_{sl_2}.$$

Na formulação exposta anteriormente, então, denominou-se a resultante das forças N_{sl_1} e N_{sl_2} de P_{sl} , tal que $P_{sl} = N_{sl_2} - N_{sl_1} < N_{sl}$, aplicando-a no centroide da armadura, conforme Figura 6.10. Ainda, como o diâmetro desta é muito inferior às demais dimensões da laje, toma-se $y_{sl_1} \cong 0$ e $y_{sl_2} \cong 0$, resultando em $M_{sl} \cong 0$. Essas são as aproximações e considerações realizadas no equacionamento deste caso que conduziu à Eq. (6.26).

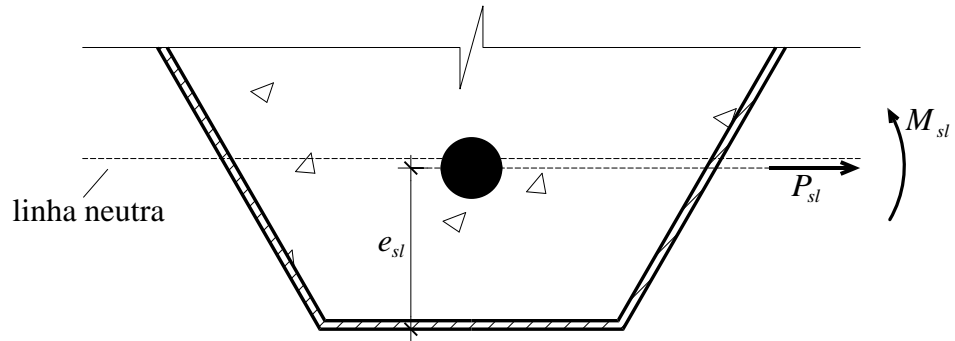


Figura 6.10 – Posição da linha neutra e forças na armadura adicional para o caso da linha neutra acima do centro geométrico da armadura.

Veja-se que, na Figura 6.9, pela posição da linha neutra, tem-se $N_{sl_2} > N_{sl_1}$ e, portanto, P_{sl} é de tração, de conformidade com o ilustrado na Figura 6.10. Logo, essas duas figuras tratam do caso exposto na Figura 6.7.

A Tabela 6.1 resume os casos de ocorrência e as equações correspondentes.

Tabela 6.1 – Resumo das expressões para cálculo do momento fletor resistente em lajes mistas com armadura adicional, admitindo interação completa.

Posição da Linha Neutra (a)	Ocorrência	a	N_{cf}	y	y_{sl}	M_{pr}	M_{Rd}
$a < t_c$	$\bar{N}_c > N_{pa} + N_{sl}$	$\frac{N_{pa} + N_{sl}}{0,85 f_{cd} b}$	$N_{pa} + N_{sl}$	$d_f - a / 2$	$d_{sl} - a / 2$	-	$N_{pa} y + N_{sl} y_{sl}$
$t_c \leq a \leq d_{sl}$	$\frac{N_{sl} + N_{pa_2} - N_{pa_1}}{\bar{N}_c} \leq N_{sl} + N_{pa}$	-	$0,85 f_{cd} b t_c$	$h_i - 0,5 t_c - e_p + (e_p - e) \frac{ N_{cf} - N_{sl} }{N_{pa}}$	$d_{sl} - y - \frac{t_c}{2}$	$1,25 M_{pa} \left(1 - \frac{ N_{cf} - N_{sl} }{N_{pa}} \right) \leq M_{pa}$	$N_{cf} y + N_{sl} y_{sl} + M_{pr}$
$a \geq d_{sl}$	$\bar{N}_c \leq N_{pa_2} - N_{pa_1} - N_{sl}$	-	$0,85 f_{cd} b t_c$	$h_i - 0,5 t_c - e_p + (e_p - e) \frac{N_{cf} + N_{sl}}{N_{pa}}$	$y + \frac{t_c}{2} - d_{sl}$	$1,25 M_{pa} \left(1 - \frac{N_{cf} + N_{sl}}{N_{pa}} \right) \leq M_{pa}$	$N_{cf} y + N_{sl} y_{sl} + M_{pr}$
d_{sl}	$N_{sl} > \bar{N}_c + N_{pa_1} - N_{pa_2} $	d_{sl}	$0,85 f_{cd} b t_c$	-	$d_{sl} - \frac{t_c}{2}$	-	$N_{cf} y_{sl} + N_{pa_1} y_{pa_1} + N_{pa_2} y_{pa_2}$

Para fins de comparação e confirmação, na Tabela 6.2 são confrontados os resultados experimentais (M_u , ver Tabela 5.12) com os teóricos (M_{pRm} , calculados com base em valores médios das resistências dos materiais) dos protótipos MD65 (ver Tabela 4.2), confirmando que os protótipos com armadura adicional não atingiram a condição de interação completa ($M_u < M_{pRm}$).

Tabela 6.2 – Comparação entre os momentos fletores resistentes teóricos (M_{pRm}) e experimentais (M_u) para os protótipos com armadura adicional.

Protótipo	Experimental M_u (kNcm)	$\overline{N_c}$ (kN)	N_{st} (kN)	Posição da Linha Neutra de Plastificação (a) (cm)	Teórico M_{pRm} (kNcm)	Experimental / Teórico M_u / M_{pRm}
MD65-P20	2.263,5	961,5	116,3	$a = 2,58 < t_c = 5,5$	3.348	0,676
MD65-P21	3.469,5		292,2	$a = 3,59 < t_c = 5,5$	4.318	0,804
MD65-P22	3.798,0	2021,4	114,9	$a = 2,56 < t_c = 11,5$	6.041	0,629
MD65-P23	6.093,0		292,2	$a = 3,57 < t_c = 11,5$	8.086	0,754

6.2 Estado-limite Último: Cisalhamento Longitudinal

Nesta seção, serão apresentadas propostas de equacionamento para o estado-limite último referente ao cisalhamento longitudinal para as lajes mistas com armadura adicional, correspondendo a extensões dos modelos apresentados na Seção 3.2.

Assim como naquela seção, serão abordados apenas o Método $m-k$ (Item 3.2.1) e o Método da Interação Parcial (Item 3.2.2). Investigações quanto aos outros métodos, inclusive simulações numéricas, serão deixadas como propostas para estudos futuros.

Antes, porém, de ser apresentada a formulação, é crucial um entendimento das configurações de tensões e forças em interação parcial dos diferentes casos de posição de linha neutra listados na Tabela 6.1. No item seguinte, é apresentado detalhadamente apenas o caso pertinente aos protótipos ensaiados. Os demais casos estão resumidos na Tabela 6.3, estando o desenvolvimento de suas respectivas formulações exposto no Apêndice D.

6.2.1 Configurações de Tensões e Forças em Interação Parcial

Conceitualmente, uma seção se encontrar em interação parcial significa que na interface entre os materiais está atuando uma tensão média de cisalhamento τ_u , tal que $\tau_{u,n} \leq |\tau_u| \leq |\tau_{u,t}|$, sendo $\tau_{u,n} = 0$ essa tensão no caso de interação nula, e $\tau_{u,t}$ a respectiva no caso de interação completa.

Conforme será visto, o equacionamento do Método $m-k$ e, principalmente, do Método da Interação Parcial depende da distribuição de tensões nos materiais em interação parcial e, por conseguinte, da expressão que define τ_u .

No caso sem armadura adicional, a configuração sempre será qualitativamente como na parte I da Figura 3.16: capa de concreto parcialmente comprimida e resultante na fôrma de aço de tração. Assim, τ_u encontra-se sempre no sentido esboçado na Figura 3.17, resultando na Eq. (3.60) para o caso particular da seção com força aplicada ($L_x = L_s + L_0$).

A situação com armadura adicional, por outro lado, é mais complexa, dependendo da relação entre as resultantes nos materiais no instante da falha, pois pode definir diferentes posições da linha neutra. Como todos os protótipos com armadura adicional resultaram com comportamento dúctil (ver Tabela 5.12), será considerado que os materiais, sempre que possível, estão em plastificação total.

Para a formulação de todos os casos, é fundamental a análise das forças horizontais no “bloco de concreto” (concreto mais armadura adicional, como numa laje de concreto armado) e na fôrma de aço. A Figura 6.11 esboça, genericamente, tais forças atuando na fôrma e no bloco de concreto separadamente. Note-se que nessa figura, bem como na Figura 6.14 e nas análogas do Apêndice D, o bloco de concreto está desenhado separado (acima) da fôrma de aço.

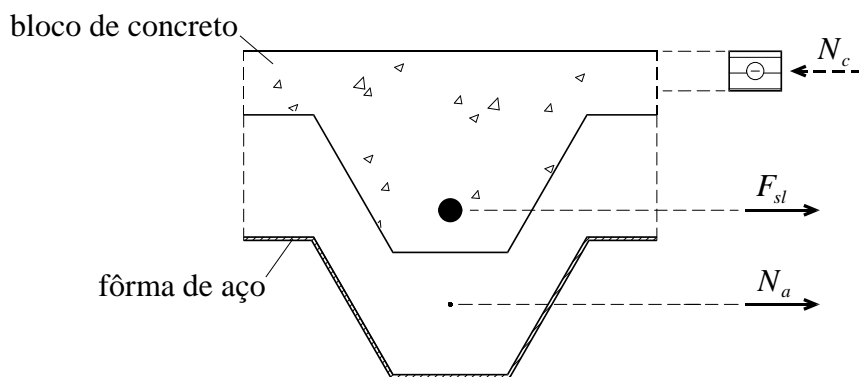


Figura 6.11 – Forças horizontais atuantes na fôrma de aço e no bloco de concreto separadamente.

Nessa figura, F_{sl} é a força resultante na armadura adicional no instante da falha, atuando no seu centro geométrico, e poderia ser também de compressão. Todas as demais grandezas já foram anteriormente definidas. Nem sempre N_a está aplicada no centroide da fôrma de aço. Observe-se que, pelo sentido dessa força, está se considerando $N_c > F_{sl}$, o que nem sempre ocorre.

Note-se que a tensão de cisalhamento na interface da Figura 6.11 terá, então, sempre seu módulo dado pela Eq. (6.27), seguindo o mesmo raciocínio da Eq. (3.60) para a seção sob força aplicada:

$$|\tau_u| = \frac{N_a}{b(L_s + L_0)} \quad (6.27)$$

O sentido de τ_u , por equilíbrio, sempre será contrário ao de N_a na interface da fôrma, e no mesmo sentido dessa força na interface do concreto. A Figura 6.12 ilustra essa configuração para o caso da Figura 6.11 para a seção de aplicação dos carregamentos.

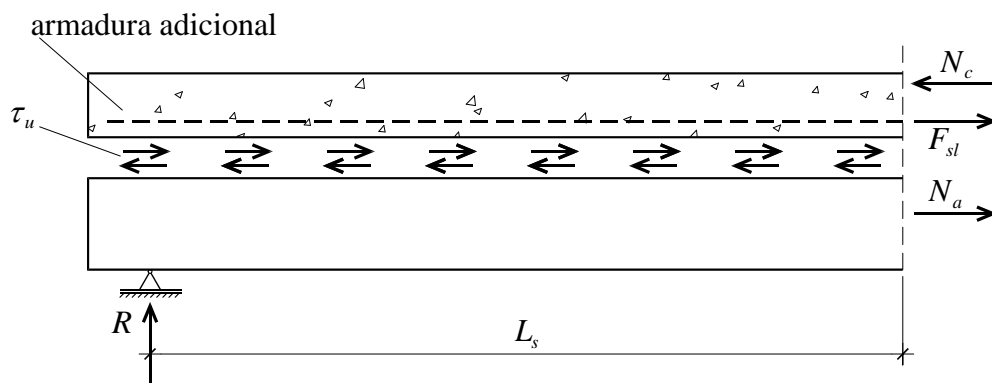


Figura 6.12 – Forças horizontais de cisalhamento na interface aço-concreto na seção distante L_s do apoio mais próximo, para interação parcial numa laje mista biapoiada com armadura adicional.

Feitas essas considerações, analisa-se a seguir o caso de ocorrência nos protótipos ensaiados (ver Tabela 4.2), denominado “1º Caso”, que é o largamente utilizado na prática. Os demais, como já mencionado, são apresentados resumidos na Tabela 6.3, estando o desenvolvimento de seus respectivos equacionamentos exposto no Apêndice D. Será sempre tomada como referência a seção com força aplicada ($L_x = L_s + L_0$).

a) 1º Caso: $\overline{N_c} > N_{sl} + N_{pa}$

A disposição de tensões para este caso em interação completa é a mostrada na Figura 6.2. A tensão de cisalhamento na interface ($\tau_{u,t}$), na seção sob força aplicada, será:

$$|\tau_{u,t}| = \frac{N_{cf} - N_{sl}}{b(L_s + L_0)} = \frac{N_{pa}}{b(L_s + L_0)} \quad (6.28)$$

Para o caso de interação nula, como $\overline{N}_c > N_{sl}$, o esquema de tensões apenas no bloco de concreto é exibido na Figura 6.13.

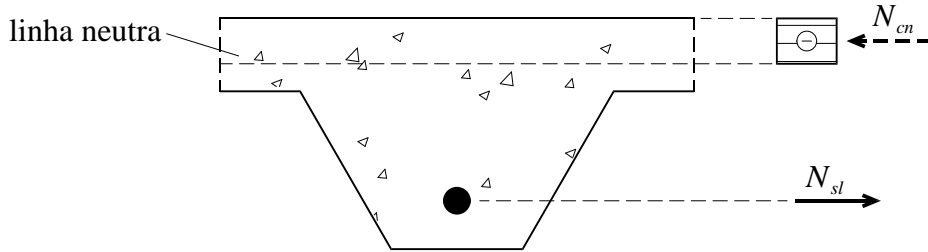


Figura 6.13 – Distribuição de tensões e forças no bloco de concreto para o caso $\overline{N}_c > N_{sl} + N_{pa}$ em interação nula.

Nessa figura, N_{cn} é a resultante de compressão no concreto (índice n refere-se a “nula”). Pelo equilíbrio de forças horizontais na seção:

$$N_{cn} = N_{sl} \tag{6.29}$$

Obviamente, $\tau_{u,n} = 0$.

Em interação parcial, a laje buscará uma configuração intermediária entre essas duas. Como em ambas N_{sl} manteve-se vetorialmente constante (em módulo e sentido), a alteração ocorrerá apenas de N_{cf} para N_c na Eq. (6.28). Assim, espera-se que $N_{cn} < N_c < N_{cf}$. Pelas expressões de N_{cn} e N_{cf} , essa desigualdade torna-se:

$$N_{sl} < N_c < N_{sl} + N_{pa} \tag{6.30}$$

Portanto, certamente $N_c > N_{sl}$. A configuração de tensões deste caso está exposta na Figura 6.14.

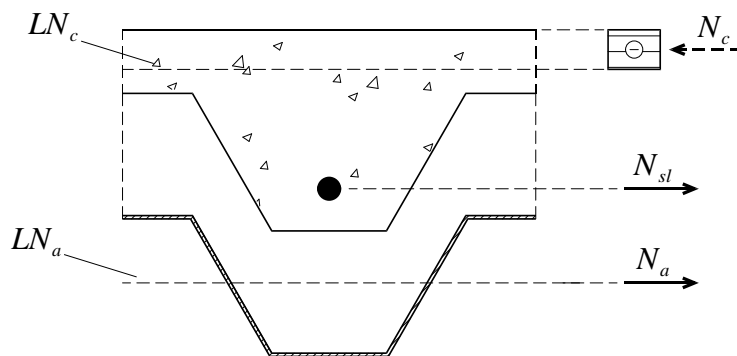


Figura 6.14 – Distribuição de tensões e forças para o caso $\overline{N}_c > N_{sl} + N_{pa}$ em interação parcial.

Assim, a tensão de cisalhamento na interface (τ_u) será dada por:

$$|\tau_u| = \frac{N_c - N_{sl}}{b(L_s + L_0)}, \text{ com } N_{sl} < N_c < N_{sl} + N_{pa} \quad (6.31)$$

Na Tabela 6.3 está apresentado um resumo dos resultados referentes a todos os casos, incluindo a ocorrência e respectivos módulos da tensão de cisalhamento média na interface aço-concreto para interação completa ($|\tau_{u,t}|$) e parcial ($|\tau_u|$).

Tabela 6.3 – Módulo das tensões de cisalhamento médias na interface para configurações em interação completa e parcial de lajes mistas com armadura adicional.

Caso	Ocorrência		Módulo da Tensão de Cisalhamento Média na Interface	
			Interação Completa ($ \tau_{u,t} $)	Interação Parcial ($ \tau_u $)
1º	$\bar{N}_c > N_{sl} + N_{pa}$		$\frac{N_{pa}}{b(L_s + L_0)}$	$\frac{N_c - N_{sl}}{b(L_s + L_0)}$, com $N_{sl} < N_c < N_{sl} + N_{pa}$
2º	$N_{sl} + N_{pa2} - N_{pa1} \leq \bar{N}_c \leq N_{sl} + N_{pa}$	$\bar{N}_c \geq N_{sl}$	$\frac{\bar{N}_c - N_{sl}}{b(L_s + L_0)}$	Se $N_{sl} \neq \bar{N}_c$: $\frac{N_c - N_{sl}}{b(L_s + L_0)}$, com $N_{sl} < N_c < \bar{N}_c$ Se $N_{sl} = \bar{N}_c$: 0
3º		$\bar{N}_c < N_{sl}$	$\frac{N_{sl} - \bar{N}_c}{b(L_s + L_0)}$	$\frac{F_{sl} - \bar{N}_c}{b(L_s + L_0)}$, com $\bar{N}_c < F_{sl} < N_{sl}$
4º	$\bar{N}_c \leq N_{pa2} - N_{pa1} - N_{sl}$	$\bar{N}_c \geq N_{sl}$	$\frac{\bar{N}_c + N_{sl}}{b(L_s + L_0)}$	$\frac{N_c - N_{sl}}{b(L_s + L_0)}$, com $N_{sl} < N_c < \bar{N}_c$ $\frac{\bar{N}_c - F_{sl}}{b(L_s + L_0)}$, com $0 < F_{sl} \leq N_{sl}$ $\frac{\bar{N}_c + F_{sl}}{b(L_s + L_0)}$, com $0 \leq F_{sl} < N_{sl}$
5º		$\bar{N}_c < N_{sl}$		$\frac{\bar{N}_c - F_{sl}}{b(L_s + L_0)}$, com $0 < F_{sl} < \bar{N}_c$ $\frac{\bar{N}_c + F_{sl}}{b(L_s + L_0)}$, com $0 \leq F_{sl} < N_{sl}$
6º	$N_{sl} > \bar{N}_c + N_{pa1} - N_{pa2} $	$\bar{N}_c + N_{pa1} > N_{pa2}$	$N_{pa1} \geq N_{pa2}$	Se $N_{pa1} > N_{pa2}$: $\frac{F_{sl} - \bar{N}_c}{b(L_s + L_0)}$, com $\bar{N}_c < F_{sl} < \bar{N}_c + N_{pa1} - N_{pa2}$ Se $N_{pa1} = N_{pa2}$: 0
7º			$\bar{N}_c \leq N_{sl}$	$\frac{\bar{N}_c - F_{sl}}{b(L_s + L_0)}$, com $\bar{N}_c + N_{pa1} - N_{pa2} < F_{sl} < \bar{N}_c$
8º		$\bar{N}_c > N_{sl}$	$\frac{N_c - N_{sl}}{b(L_s + L_0)}$, com $N_{sl} < N_c < \bar{N}_c$ $\frac{\bar{N}_c - F_{sl}}{b(L_s + L_0)}$, com $\bar{N}_c + N_{pa1} - N_{pa2} < F_{sl} \leq N_{sl}$	
9º		$\bar{N}_c \leq N_{sl}$	$\frac{\bar{N}_c - F_{sl}}{b(L_s + L_0)}$, com $0 < F_{sl} < \bar{N}_c$ $\frac{\bar{N}_c + F_{sl}}{b(L_s + L_0)}$, com $0 \leq F_{sl} < N_{pa2} - \bar{N}_c - N_{pa1}$	
10º		$\bar{N}_c + N_{pa1} < N_{pa2}$	$N_{pa1} < N_{pa2}$	$\frac{N_{pa2} - N_{pa1}}{b(L_s + L_0)}$ $\frac{N_c - N_{sl}}{b(L_s + L_0)}$, com $N_{sl} < N_c < \bar{N}_c$ $\frac{\bar{N}_c - F_{sl}}{b(L_s + L_0)}$, com $0 < F_{sl} \leq N_{sl}$ $\frac{\bar{N}_c + F_{sl}}{b(L_s + L_0)}$, com $0 \leq F_{sl} < N_{pa2} - \bar{N}_c - N_{pa1}$
11º		$\bar{N}_c \leq N_{sl}$	$\frac{\bar{N}_c - F_{sl}}{b(L_s + L_0)}$, com $0 < F_{sl} < \bar{N}_c$	
12º		$\bar{N}_c + N_{pa1} = N_{pa2}$	$\bar{N}_c > N_{sl}$	$\frac{N_c - N_{sl}}{b(L_s + L_0)}$, com $N_{sl} < N_c < \bar{N}_c$ $\frac{\bar{N}_c - F_{sl}}{b(L_s + L_0)}$, com $0 < F_{sl} \leq N_{sl}$

6.2.2 Método *m-k*

Para proposição deste método, serão tomadas as mesmas considerações do caso sem armadura adicional. Desse modo, o comportamento sob flexão das lajes com armadura adicional terá as mesmas regiões da Figura 3.10, e a distribuição das tensões de cisalhamento na interface é como mostrada nas Figuras 3.11 e 3.12.

Seu equacionamento, entretanto, é dependente da posição da linha neutra no bloco de concreto em interação parcial: acima (Figura 6.14) ou abaixo da face superior da fôrma de aço (Figuras D.3 e D.4). Tal divisão é inevitável e conduzida a seguir.

a) Equacionamento

– Linha Neutra no Bloco de Concreto acima da Face Superior da Fôrma de Aço

Este caso corresponde, na Tabela 6.3, às situações em que o módulo da tensão de cisalhamento média na interface em interação parcial é tal que $|\tau_u| = \frac{N_c - N_{sl}}{b(L_s + L_0)}$. Assim, certamente o concreto estará sujeito a uma resultante de compressão (N_c) de módulo $N_{sl} < N_c < \overline{N_c}$, enquanto a armadura adicional estará sob tração e em escoamento (resultante N_{sl}), e a fôrma de aço terá resultante de tração $N_a = N_c - N_{sl}$.

Tome-se, então, o equilíbrio de momentos do vão de cisalhamento com fissuração no instante da falha, conforme Figura 6.15.

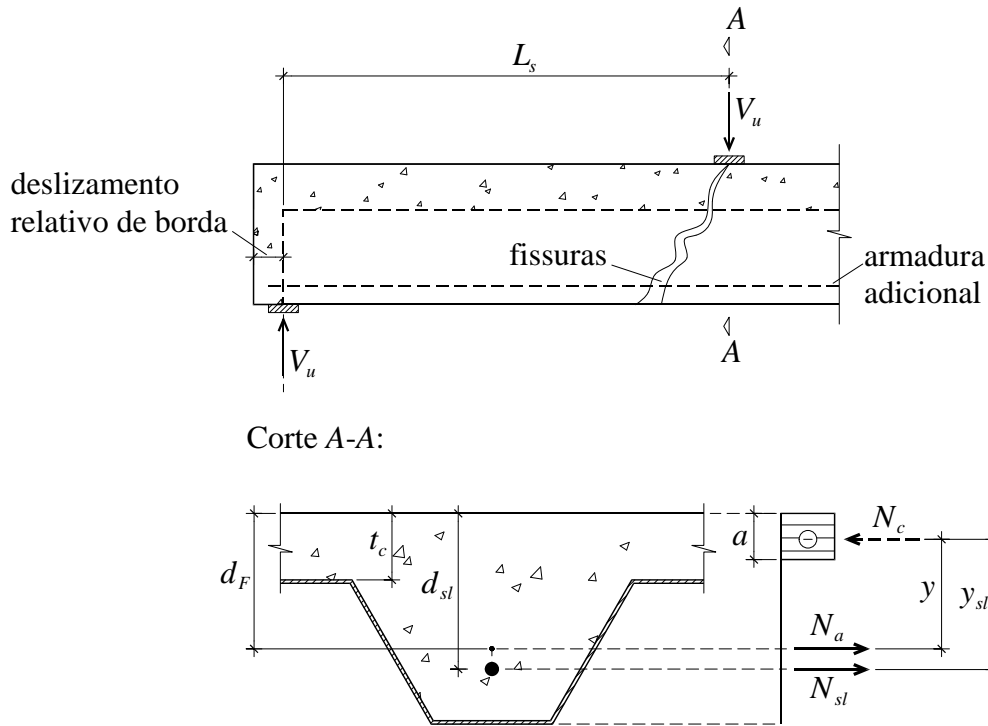


Figura 6.15 – Mecanismo de falha para cisalhamento longitudinal e respectivas distribuições de tensões e forças internas consideradas para lajes mistas com armadura adicional com linha neutra no bloco de concreto em interação parcial acima da face superior da fôrma de aço.

Assim como no caso sem armadura adicional (Figura 3.13), despreza-se todo o concreto tracionado e se admite que a fôrma de aço esteja sob tração uniforme, considerando, portanto, que a sua resultante (N_a) atua no seu centro geométrico.

Dessa forma, o equilíbrio de momentos na Figura 6.15, com $y = d_F - a/2$ e $y_{sl} = d_{sl} - a/2$, leva a:

$$V_u L_s = N_a \left(d_F - \frac{a}{2} \right) + N_{sl} \left(d_{sl} - \frac{a}{2} \right) \quad (6.32)$$

Considerando a mesma aproximação do caso sem armadura adicional, toma-se $a/2 \ll d_F$, o que similarmente sugere $a/2 \ll d_{sl}$. Assim, a expressão torna-se:

$$V_u L_s = N_a d_F + N_{sl} d_{sl} \quad (6.33)$$

Pela Figura 6.15, a força N_a é equilibrada pela resultante das forças horizontais atuantes na interface, exatamente como no caso sem armadura adicional (Figura 3.12). O equilíbrio, então, separa N_a em duas parcelas, conforme Eq. (3.18):

$$N_a = (F_m + f_a L_a) b_L \quad (6.34)$$

Inserindo essa expressão na Eq. (6.33), obtém-se:

$$V_u L_s = (F_m + f_a L_a) b_L d_F + N_{sl} d_{sl} \quad (6.35)$$

Sendo $L_a = L_s - L_m$ (conforme Figura 3.12):

$$V_u L_s = [(F_m - f_a L_m) + f_a L_s] b_L d_F + N_{sl} d_{sl} \quad (6.36)$$

Denominando-se $F_n = F_m - f_a L_m$:

$$V_u L_s = (F_n + f_a L) b_L d_F + N_{sl} d_{sl} \quad (6.37)$$

Manipulando-se algebricamente essa equação, pode-se escrever:

$$\frac{V_u}{b_L d_F} = \frac{F_n}{L_s} + f_a + \frac{N_{sl} d_{sl}}{b_L d_F L_s} \quad (6.38)$$

Finalmente, denominando-se $F_n = m$ e $f_a = k$:

$$\frac{V_u}{b_L d_F} = \frac{m}{L_s} + k + \frac{N_{sl} d_{sl}}{b_L d_F L_s} \quad (6.39)$$

Essa expressão é a Eq. (3.24) expandida para o caso com armadura adicional, em que o último termo corresponde à contribuição da armadura.

A princípio, pela essência do método, os termos m e k devem ser determinados experimentalmente, através de uma reta ajustada pelos parâmetros $y = \frac{V_u}{b_L d_F}$ e $x = \frac{1}{L_s}$, analogamente à Figura 3.15. Entretanto, já se adianta que, no próximo tópico, será demonstrado que se pode lograr esses valores de um modo distinto e mais simples para lajes dúcteis sem armadura adicional, obtendo-se resultados adequados.

A fim de amoldar essa equação àquela apresentada pela ABNT NBR 8800 (2008), que é a mesma do Eurocode 4 (2004), troca-se V_u por $V_{l,Rk}$, b_L por b e multiplica-se o termo $\frac{m}{L_s}$ por $\frac{A_{F,ef}}{b}$, tornando assim m e k com a mesma unidade (força / comprimento²):

$$\frac{V_{l,Rk}}{b d_F} = \frac{m A_{F,ef}}{b L_s} + k + \frac{N_{sl} d_{sl}}{b d_F L_s} \quad (6.40)$$

Note-se que, como já observado anteriormente, a relação entre V_u e a área de armadura adicional, traduzida pela força N_{sl} , é linear, conforme Figura 5.6.

A Eq. (6.40) será validada em tópico próximo com base nos resultados experimentais apresentados no Capítulo 5.

– Linha Neutra no Bloco de Concreto abaixo da Face Superior da Fôrma de Aço

Na Tabela 6.3, este caso é referente a todas as situações em que $|\tau_u| \neq \frac{N_c - N_{sl}}{b(L_s + L_0)}$.

Desse modo, certamente o concreto estará totalmente comprimido com resultante \overline{N}_c . A armadura adicional e a fôrma de aço, por sua vez, estarão com resultantes $F_{sl} < N_{sl}$ e N_a , respectivamente, podendo ser de tração ou compressão, a depender da posição da linha neutra e da relação entre F_{sl} e \overline{N}_c .

Seja, então, o equilíbrio de momentos do vão de cisalhamento com fissuração no instante da falha, como ilustrado na Figura 6.16.

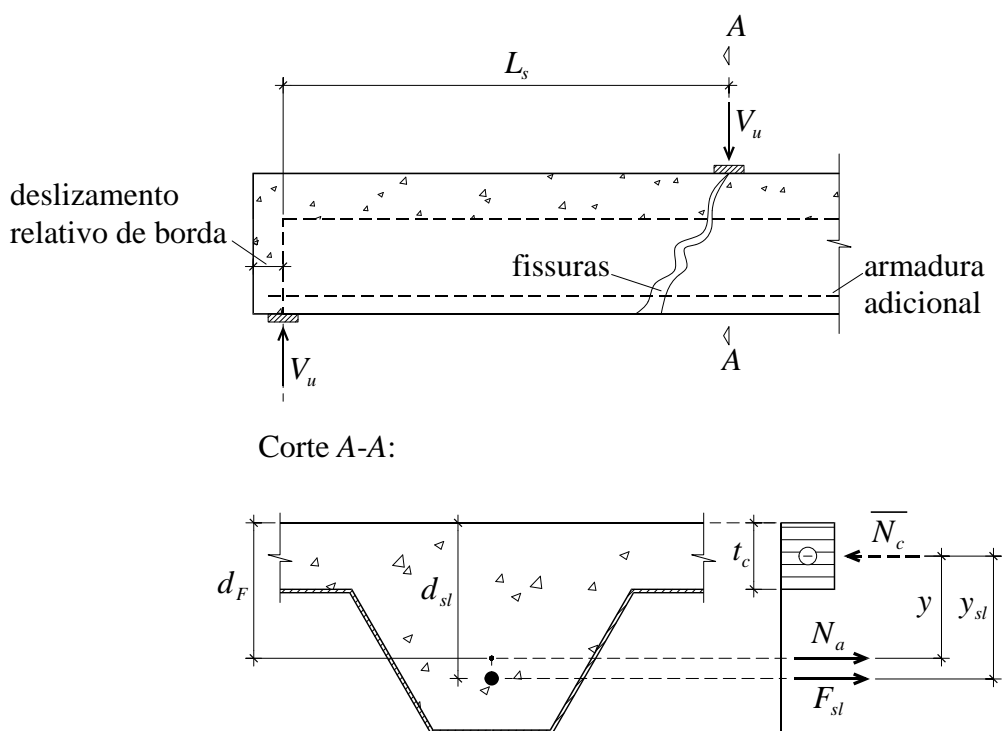


Figura 6.16 – Mecanismo de falha para cisalhamento longitudinal e respectivas distribuições de tensões e forças internas consideradas para lajes mistas com armadura adicional com linha neutra no bloco de concreto em interação parcial abaixo da face superior da fôrma de aço

Nessa figura, tomaram-se as forças N_a e F_{sl} como de tração (caso usual). A princípio, elas serão determinadas experimentalmente. Assim, caso seus sentidos sejam contrários aos arbitrados, seus sinais serão obtidos negativos. O equilíbrio de forças horizontais gera uma relação entre elas:

$$\overline{N}_c = N_a + F_{sl} \Leftrightarrow F_{sl} = \overline{N}_c - N_a \quad (6.41)$$

O equilíbrio de momentos, com $y = d_F - t_c / 2$ e $y_{sl} = d_{sl} - t_c / 2$, resulta em:

$$V_u L_s = N_a \left(d_F - \frac{t_c}{2} \right) + F_{sl} \left(d_{sl} - \frac{t_c}{2} \right) \quad (6.42)$$

Impondo-se nessa igualdade a Eq. (6.41), obtém-se:

$$V_u L_s = N_a (d_F - d_{sl}) + \overline{N}_c \left(d_{sl} - \frac{t_c}{2} \right) \quad (6.43)$$

Expandindo a força N_a pela expressão da Eq. (6.34) e com as mesmas considerações do caso anterior para surgirem as constantes m e k , encontra-se:

$$\frac{V_u}{b_L} = \left(\frac{m}{L_s} + k \right) (d_F - d_{sl}) + \frac{\overline{N}_c (2d_{sl} - t_c)}{2b_L L_s} \quad (6.44)$$

Veja-se que essa equação é inadequada. Para o caso, por exemplo, de $d_F = d_{sl}$, o termo das constantes m e k é zerado, e a parcela restante é um número fixo, independente da taxa de armadura adicional e das dimensões da fôrma de aço.

Tal absurdo ocorre porque a força \overline{N}_c têm seu módulo e ponto de aplicação fixados, independentemente da posição de N_a . Dessa forma, para esta força situada sobre F_{sl} , ou seja, para $d_F = d_{sl}$, a força cortante relacionada ao momento fletor resistente (V_u) sempre será dada pelo último termo da Eq. (6.44), relacionado apenas à força \overline{N}_c , o que é uma insensatez.

Conclui-se, portanto, que, pela essência do equacionamento do Método $m-k$, a sua aplicação é inválida para este caso, tendo-se que recorrer ao Método da Interação Parcial, que será apresentado no Item 6.2.3.

b) Validação e Confronto com Resultados Experimentais

Dada a Eq. (6.40), deseja-se analisar sua adequação aos resultados experimentais.

Em princípio, devem ser obtidas as constantes m e k por testes experimentais, assim como no caso sem armadura adicional. Todavia, esse não é o procedimento desejado na prática. Espera-se que, a partir de uma laje mista sem armadura adicional com suas constantes m e k já definidas, possa ser avaliada sua capacidade com armadura sem a necessidade de novos ensaios.

Dito isso, faz-se aqui uma suposição inicial no instante da falha: os protótipos sem e com armadura adicional têm a mesma distribuição de tensões de cisalhamento na interface. Portanto, os mesmos parâmetros m e k .

Para um confronto dos resultados teóricos e experimentais, devem ser utilizados os valores médios obtidos. Assim, pela Eq. (5.1), $m = 151 \text{ N/mm}^2$ e $k = -0,005 \text{ N/mm}^2$.

Os cálculos serão brevemente explicitados apenas ao protótipo MD65-P20 (ver Tabela 4.2). Aos demais, os resultados serão apresentados resumidamente em forma de tabela.

Para o MD65-P20, então, $N_{sl} = 116,3 \text{ kN}$ (ver Tabela 6.2). Nota-se também na Tabela 6.2 que, tanto esse protótipo quanto os outros apresentam $\overline{N_c} > N_{pa_L} + N_{sl}$, sendo, portanto, pertencentes ao 1º Caso da Tabela 6.3. Pode-se, assim, ser aplicada a Eq. (6.40).

Substituindo-se os valores de N_{sl} , m e k na Eq. (6.40), trocando-se $A_{F,ef}$ por $A_{F,efL}$ e b por b_L , obtém-se para o protótipo em questão:

$$\frac{V_{l,Rm}}{925 \times 87,5} = \frac{151 \times 912}{925 \times 450} - 0,005 + \frac{(116,3 \times 10^3) \times 86}{925 \times 87,5 \times 450} \Leftrightarrow V_{l,Rm} = 48.598,9 \text{ N} = 48,6 \text{ kN} \quad (6.45)$$

Experimentalmente, esse protótipo alcançou $V_u = 50,3 \text{ kN}$ (ver Tabela 5.12).

Com base no mesmo procedimento, a Tabela 6.4 apresenta os valores de $V_{l,Rm}$ para todos os protótipos, inclusive com as comparações entre os experimentais e os teóricos.

Tabela 6.4 – Protótipos com armadura adicional: comparação entre as forças cortantes experimentais (V_u) e as teóricas médias ($V_{l,Rm}$) obtidas pelo Método $m-k$.

Protótipo	Experimental				Teórico	Experimental Teórico
	m (N/mm ²)	k (N/mm ²)	N_{sl} (kN)	V_u (kN)	$V_{l,Rm}$ (kN)	
MD65-P20	151	-0,005	116,3	50,3	48,6	1,036
MD65-P21			292,2	77,1	82,2	0,938
MD65-P22			114,9	42,2	40,5	1,041
MD65-P23			292,2	67,7	69,3	0,977

Assim, conclui-se que, mesmo com a extrapolação dos valores de m e k realizada, os resultados teóricos da Eq. (6.40) mostram-se muito próximos dos experimentais e, portanto, adequados. Isso indica uma importante conclusão deste trabalho: sendo uma laje mista de comportamento dúctil, pode-se determinar a força cortante resistente associada ao cisalhamento longitudinal para a situação com armadura adicional, sendo esta com linha neutra no bloco de concreto acima da face superior da fôrma de aço, pela Eq. (6.40), fazendo uso das mesmas constantes m e k obtidas para a situação sem armadura adicional.

6.2.3 Método da Interação Parcial

Nos próximos tópicos, seguindo a organização do item anterior, são apresentados o equacionamento, validação e confronto com resultados experimentais do Método da Interação Parcial expandido ao caso com armadura adicional.

a) Equacionamento

A filosofia deste equacionamento acompanha a do caso sem armadura adicional, ou seja, aplicável apenas às lajes dúcteis, consistindo na determinação seção a seção do momento fletor resistente para interação parcial (duas linhas neutras), considerando modelo plástico.

Assim como no caso do Método *m-k*, o equacionamento depende da posição da linha neutra em interação parcial. Há cinco situações a serem analisadas:

a) Linha neutra no bloco de concreto acima da face superior da fôrma de aço (Figura 6.14);

b) Linha neutra no bloco de concreto abaixo da face superior da fôrma de aço e acima da armadura adicional (Figura D.3):

– Armadura (tracionada) com resultante (F_{sl}) tal que $\overline{N}_c > F_{sl}$;

– Armadura (tracionada) com resultante (F_{sl}) tal que $\overline{N}_c < F_{sl}$;

c) Linha neutra no bloco de concreto abaixo da face superior da fôrma de aço e acima da armadura adicional com $\overline{N}_c = N_{sl}$ (Figura D.1);

d) Linha neutra no bloco de concreto abaixo da armadura adicional (Figura D.4).

A ocorrência e aplicação de cada um dos casos serão esclarecidas nos próximos tópicos. Assim como no caso sem armadura adicional, o resultado final a ser buscado é a tensão de cisalhamento resistente na interface ($\tau_{u,Rd}$).

O procedimento de aplicação do Método consiste, inicialmente, nos seguintes passos:

1º passo: identificação do caso em que se enquadra a laje mista (ver Tabela 6.3);

2º passo: detectar o equacionamento a ser utilizado. Se, na Tabela 6.3, a expressão de $|\tau_u|$ for da forma $|\tau_u| = \frac{N_c - N_{sl}}{b(L_s + L_0)}$, deve-se utilizar o procedimento associado à situação (a), determinando-se então o valor de N_c . Se $|\tau_u| = \frac{\overline{N_c} - F_{sl}}{b(L_s + L_0)}$ ou $|\tau_u| = \frac{F_{sl} - \overline{N_c}}{b(L_s + L_0)}$, toma-se o equacionamento relativo à situação (b), tendo-se de calcular a força F_{sl} . Se $|\tau_u| = 0$, é usado o equacionamento alusivo à situação (c), encontrando-se diretamente o momento fletor resistente de cálculo (M_{Rd}). Se $|\tau_u| = \frac{\overline{N_c} + F_{sl}}{b(L_s + L_0)}$, utiliza-se a formulação referente à situação (d), encontrando-se a força F_{sl} .

Observe-se que, na Tabela 6.3, há possibilidades, como o 4º Caso, em que a laje mista pode se estabilizar em equilíbrio em interação parcial em diferentes expressões de $|\tau_u|$. Para esses casos, deve-se supor uma situação ((a), (b) ou (d)) e verificar se seu resultado é coerente, inserindo a força calculada (N_c ou F_{sl}) no seu respectivo intervalo de existência especificado na tabela. Se não for, deve-se supor outra situação, até a correta ser encontrada. A situação (c) configura-se um caso particular em que é possível prever sua ocorrência diretamente, sem necessidade de suposição como as demais.

Por exemplo: se, no 4º Caso, for suposto que a laje mista esteja com o equacionamento do procedimento associado à situação (a). Assim, será encontrada a força N_c . Se, entretanto, tal valor obtido estiver ausente do intervalo $N_{sl} < N_c < \overline{N_c}$ (ver Tabela 6.3), deve-se supor outra situação, (b) ou (d), até que a apropriada seja escolhida.

A seguir, será apresentado cada um dos equacionamentos. Ao fim, será conduzida uma explanação sobre a construção da curva $M_{Rd} \times L_x$.

– Linha Neutra no Bloco de Concreto acima da Face Superior da Fôrma de Aço

Na Tabela 6.3, este caso deve ser utilizado sempre que $|\tau_u|$ for da forma $|\tau_u| = \frac{N_c - N_{sl}}{b(L_s + L_0)}$, estando presente nos seguintes casos: 1º, 2º, 4º, 8º, 10º e 12º.

Em interação parcial, certamente o concreto estará parcialmente comprimido com resultante $N_c < \overline{N}_c$, enquanto a armadura adicional se encontrará sob tração e em escoamento (resultante N_{sl}), e a fôrma de aço com resultante de tração (N_a).

A configuração de tensões considerada, desse modo, para uma seção qualquer da laje mista, é conforme ilustrado na Figura 6.17.

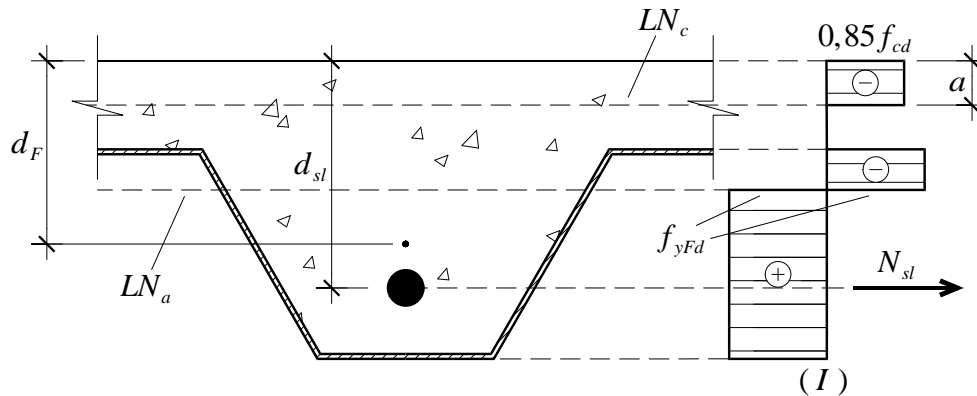


Figura 6.17 – Distribuição admitida de tensões para momento fletor positivo para o Método da Interação Parcial em uma seção qualquer da laje mista com armadura adicional para linha neutra no bloco de concreto acima da face superior da fôrma de aço.

Note-se a grande semelhança entre essa figura e a Figura 6.3, utilizada para determinação do momento fletor resistente de cálculo em interação completa para o caso $t_c \leq a \leq d_{sl}$. Sua única distinção está na presença das duas linhas neutras, que leva a trocar N_{cf} por N_c . Por tal semelhança, é esperado que seus equacionamentos sejam similares.

Desassocia-se, então, a parte I nas partes II e III, como esboçado na Figura 6.18.

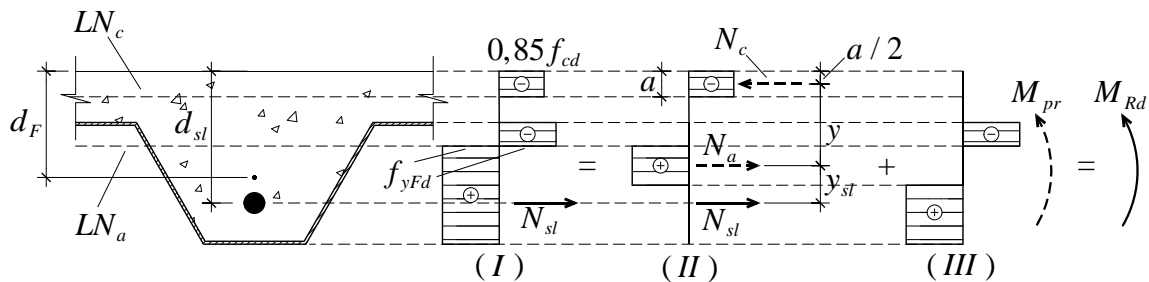


Figura 6.18 – Distribuição admitida de tensões para momento fletor positivo para o Método da Interação Parcial em uma seção qualquer da laje mista com armadura adicional para linha neutra no bloco de concreto acima da face superior da fôrma de aço.

O momento fletor resistente de cálculo (M_{Rd}) é dado pela igualdade de momentos nas partes II e III:

$$M_{Rd} = N_c y + N_{sl} y_{sl} + M_{pr} \quad (6.46)$$

Na figura, pode-se observar que $y_{sl} = d_{sl} - y - a / 2$. Substituindo-se essa expressão na Eq. (6.46), obtém-se:

$$M_{Rd} = N_c y + N_{sl} \left(d_{sl} - y - \frac{a}{2} \right) + M_{pr} \quad (6.47)$$

Antes de prosseguir o equacionamento, compare-se essa equação à Eq. (3.65), indicada por Queiroz, Pimenta e da Mata (2011). Os autores utilizam braços de alavanca para as forças N_c e N_{sl} em relação a pontos diferentes: o primeiro em relação ao ponto de aplicação de N_a , e o segundo em relação ao de N_c . Daí o equívoco. Observe-se também que os autores ignoram os demais casos a serem aqui expostos.

Necessita-se, agora, da determinação das expressões de y e M_{pr} .

Comparando-se a Figura 6.18 à 3.4, constata-se que esses dois parâmetros são analogamente dependentes de N_a . Logo, suas expressões devem ser similares às Eqs. (3.8) e (3.10), trocando-se t_c por a na última.

Veja-se que o equilíbrio de forças horizontais na parte II da Figura 6.18 gera:

$$N_a = N_c - N_{sl} \quad (6.48)$$

Inserindo, então, essa equação nas Eqs. (3.8) e (3.10), obtêm-se as requeridas sentenças:

$$M_{pr} = 1,25 M_{pa} \left(1 - \frac{N_c - N_{sl}}{N_{pa}} \right) \leq M_{pa} \quad (6.49)$$

$$y = h_t - 0,5a - e_p + (e_p - e) \frac{N_c - N_{sl}}{N_{pa}} \quad (6.50)$$

Sendo a dada por:

$$a = \frac{N_c}{0,85 f_{cd} b} \quad (6.51)$$

Resta agora a determinação de N_c . Sua expressão é determinada, assim como no caso sem armadura adicional (Figura 3.17), pelo equilíbrio de forças horizontais no concreto de uma seção transversal *distante* L_x *do apoio mais próximo*, conforme demonstrado, para uma laje biapoiada, na Figura 6.19.

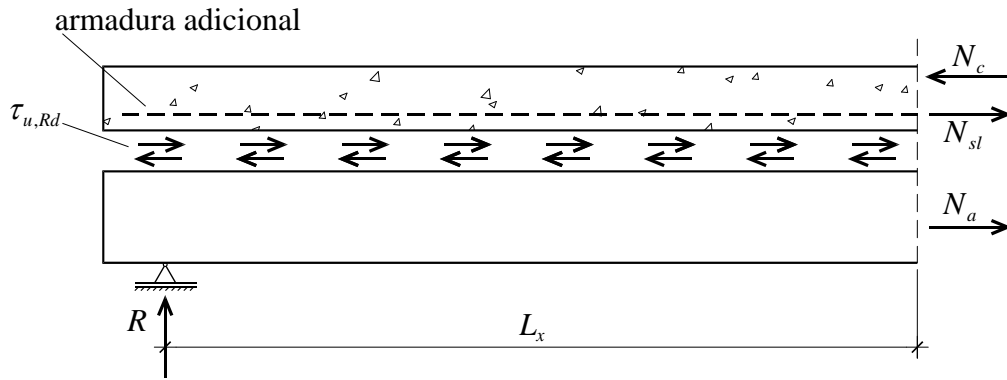


Figura 6.19 – Forças atuantes num segmento de laje mista com armadura adicional.

O equilíbrio de forças horizontais no concreto fornece N_c :

$$N_c = \tau_{u,Rd} b L_x + N_{sl} \quad (6.52)$$

Com N_c restrito pelo intervalo de sua existência do caso da Tabela 6.3.

Pode-se aqui também considerar o atrito no apoio, cuja reação é denominada R , de forma que:

$$N_c = \tau_{u,Rd} b L_x + N_{sl} + \mu R \quad (6.53)$$

Sendo μ o coeficiente de atrito, a ser tomado, segundo o Eurocode 4 (2004), igual a 0,5.

Resta determinar a tensão de cisalhamento na interface ($\tau_{u,Rd}$), que necessita de ensaios experimentais. O procedimento é semelhante ao caso sem armadura adicional e é reproduzido a seguir.

Com base nos ensaios como o da Figura 1.3, encontra-se, para cada protótipo, o momento fletor, na seção sob força aplicada, que leva à sua falha por cisalhamento longitudinal (M_{test}). De posse de M_{test} , determina-se N_c para cada protótipo, substituindo-se as Eqs. (6.49), (6.50) e (6.51) na (6.47) e trocando-se f_{cd} por f_c , sendo esta a resistência à compressão média do concreto obtida experimentalmente:

$$\begin{aligned}
 M_{test} = & N_c \left[\underbrace{h_t - 0,5 \frac{N_c}{0,85 f_c b} - e_p + (e_p - e) \frac{N_c - N_{sl}}{N_{pa}}}_y \right] + \\
 & + N_{sl} \left[\underbrace{d_{sl} - \left(h_t - 0,5 \frac{N_c}{0,85 f_c b} - e_p + (e_p - e) \frac{N_c - N_{sl}}{N_{pa}} \right) - 0,5 \frac{N_c}{0,85 f_c b}}_{d_{sl} - y - a/2} \right] + \\
 & + \underbrace{1,25 M_{pa} \left(1 - \frac{N_c - N_{sl}}{N_{pa}} \right)}_{M_{pr} \leq M_{pa}} \quad (6.54)
 \end{aligned}$$

Agora, N_{sl} , N_{pa} e M_{pa} são, respectivamente, a força de escoamento na armadura adicional (calculada como na Seção 6.1) e a força e o momento de plastificação da fôrma de aço (a força calculada como na Seção 3.1), mas encontradas utilizando-se as medidas geométricas e de resistência média do aço e do concreto determinadas experimentalmente. Aqui, o momento fletor resistente em interação completa calculado com esses valores, com os procedimentos da Seção 6.1, é denominado M_{prM} (conforme Seção 6.1).

A Eq. (6.54) é uma equação na forma $a_5 N_c^2 + b_5 N_c + c_5 = 0$, com os termos a_5 , b_5 e c_5 reais, tais que:

$$a_5 = \frac{0,5}{0,85 f_c b} - \frac{e_p - e}{N_{pa}} \quad (6.55)$$

$$b_5 = 2(e_p - e) \frac{N_{sl}}{N_{pa}} + e_p + 1,25 \frac{M_{pa}}{N_{pa}} - h_t \quad (6.56)$$

$$c_5 = M_{test} + N_{sl}(h_t - e_p - d_{sl}) - (e_p - e) \frac{N_{sl}^2}{N_{pa}} - 1,25 M_{pa} \left(1 + \frac{N_{sl}}{N_{pa}} \right) \quad (6.57)$$

Para o caso de $a_5 = 0$, a Eq. (6.54) é linear e sua única raiz será dada por:

$$N_c = -\frac{c_5}{b_5} \quad (6.58)$$

Caso $a_5 \neq 0$, configura-se uma equação quadrática cuja solução são as duas raízes seguintes:

$$N_c = \begin{cases} \frac{-b_5 + \sqrt{b_5^2 - 4a_5 c_5}}{2a_5} \\ \frac{-b_5 - \sqrt{b_5^2 - 4a_5 c_5}}{2a_5} \end{cases} \quad (6.59)$$

É importante lembrar que, após a determinação dos N_c pela Eq. (6.54), é necessário verificar-se que, para os N_c encontrados, é válida a desigualdade $M_{pr} \leq M_{pa}$. Se não for, deve-se impor M_{pa} no lugar de M_{pr} na Eq. (6.54) e encontrar o(s) novo(s) – e correto(s) – valor(es) de N_c :

$$\begin{aligned}
M_{test} = & N_c \left[\underbrace{h_t - 0,5 \frac{N_c}{0,85 f_c b} - e_p + (e_p - e) \frac{N_c - N_{sl}}{N_{pa}}}_y \right] + \\
& + N_{sl} \left[\underbrace{d_{sl} - \left(h_t - 0,5 \frac{N_c}{0,85 f_c b} - e_p + (e_p - e) \frac{N_c - N_{sl}}{N_{pa}} \right)}_{d_{sl} - y - a/2} - 0,5 \frac{N_c}{0,85 f_c b} \right] + \quad (6.60) \\
& + M_{pa}
\end{aligned}$$

Essa equação, analogamente à do caso anterior, é na forma $a_6 N_c^2 + b_6 N_c + c_6 = 0$, com os termos a_6 , b_6 e c_6 reais, tais que:

$$a_6 = \frac{0,5}{0,85 f_c b} - \frac{e_p - e}{N_{pa}} \quad (6.61)$$

$$b_6 = 2(e_p - e) \frac{N_{sl}}{N_{pa}} + e_p - h_t \quad (6.62)$$

$$c_6 = M_{test} + N_{sl} (h_t - e_p - d_{sl}) - (e_p - e) \frac{N_{sl}^2}{N_{pa}} - M_{pa} \quad (6.63)$$

Novamente, se $a_6 = 0$, sua raiz será:

$$N_c = -\frac{c_6}{b_6} \quad (6.64)$$

Do contrário, se $a_6 \neq 0$, resolve-se a equação do segundo grau, obtendo-se:

$$N_c = \begin{cases} \frac{-b_6 + \sqrt{b_6^2 - 4a_6 c_6}}{2a_6} \\ \frac{-b_6 - \sqrt{b_6^2 - 4a_6 c_6}}{2a_6} \end{cases} \quad (6.65)$$

Dos valores de N_c calculados, deverá ser tomado como correto o que satisfaça seu intervalo de existência da Tabela 6.3. Se nenhum N_c satisfizer tal condição, certamente haverá mais de uma possibilidade de posição de linha neutra no bloco de concreto (mais de uma expressão de $|\tau_u|$), como no 4º Caso, e deverá se supor um de seus respectivos equacionamentos, até ser obtido o correto.

É importante ressaltar que o N_c determinado, assim como M_{test} , refere-se à seção de aplicação de força do ensaio da Figura 1.3, distante, portanto, L_s do apoio mais próximo.

Aqui, também seria possível a obtenção de N_c pelo grau de interação (η), analogamente ao realizado para as lajes sem armadura adicional, tomando $N_c = \eta N_{cf}$, com

$0 \leq \eta \leq 1$. O procedimento seria o mesmo da Figura 3.18 e, ao fim, também se determinaria o valor de N_c .

Agora, sabendo-se N_c de cada protótipo, podem-se determinar seus respectivos valores de τ_u pela Eq. (6.52). Como a seção analisada é a de aplicação dos carregamentos, é usado $L_x = L_s + L_0$, sendo L_0 o balanço após o apoio:

$$\tau_u = \frac{N_c - N_{sl}}{b(L_s + L_0)} \quad (6.66)$$

É possível também a consideração do atrito no apoio referente à ocorrência de M_{test} . Denominando-se essa reação de R_{test} , utiliza-se a Eq. (6.53):

$$\tau_u = \frac{N_c - N_{sl} - \mu R_{test}}{b(L_s + L_0)} \quad (6.67)$$

Tendo-se, agora, os valores de τ_u , o cálculo de $\tau_{u,Rd}$ é então realizado conforme o Eurocode 4 (2004) e já mencionado no caso sem armadura adicional: a resistência característica, denominada $\tau_{u,Rk}$, é tomada como o valor referente a um percentil de 5% dos τ_u , considerando um modelo estatístico apropriado de acordo com o Eurocode 0 (2002). Calcula-se, então:

$$\tau_{u,Rd} = \frac{\tau_{u,Rk}}{\gamma_{vs}}, \text{ com } \gamma_{vs} = 1,25 \quad (6.68)$$

Agora, determinado o valor de $\tau_{u,Rd}$ da laje mista em questão, pode-se determinar M_{Rd} seção a seção: substituindo-se as Eqs. (6.49), (6.50) e (6.51) na (6.47), obtém-se:

$$\begin{aligned} M_{Rd} = & N_c \left[\underbrace{h_t - 0,5 \frac{N_c}{0,85 f_{cd} b} - e_p + (e_p - e) \frac{N_c - N_{sl}}{N_{pa}}}_y \right] + \\ & + N_{sl} \left[\underbrace{d_{sl} - \left(h_t - 0,5 \frac{N_c}{0,85 f_{cd} b} - e_p + (e_p - e) \frac{N_c - N_{sl}}{N_{pa}} \right) - 0,5 \frac{N_c}{0,85 f_{cd} b}}_{d_{sl} - y - a/2} \right] + \\ & + 1,25 M_{pa} \left(\underbrace{1 - \frac{N_c - N_{sl}}{N_{pa}}}_{M_{pr} \leq M_{pa}} \right) \end{aligned} \quad (6.69)$$

Sendo N_c dado pela Eq. (6.52).

É importante ressaltar que nessa equação, ao contrário da Eq. (6.54), consideram-se os valores de cálculo de N_{sl} , N_{pa} e M_{pa} .

– Linha Neutra no Bloco de Concreto abaixo da Face Superior da Fôrma de Aço e acima da Armadura Adicional, com $\bar{N}_c > F_{sl}$

Na Tabela 6.3, este acaso deve ser utilizado sempre que $|\tau_u|$ for da forma

$$|\tau_u| = \frac{\bar{N}_c - F_{sl}}{b(L_s + L_0)}, \text{ estando presente nos seguintes casos: } 4^\circ, 5^\circ, 7^\circ, 8^\circ, 9^\circ, 10^\circ, 11^\circ \text{ e } 12^\circ.$$

Em interação parcial, decerto o concreto estará totalmente comprimido e plastificado com resultante \bar{N}_c , enquanto a armadura adicional e a fôrma estarão com resultante de tração $F_{sl} < N_{sl}$ e N_a , respectivamente.

O procedimento de cálculo aqui, bem como dos próximos casos, é semelhante ao primeiro. A fim de evitar repetição, serão aqui apresentadas somente as principais equações e figuras.

Assim, a distribuição de tensões admitida nos materiais, para uma seção qualquer da laje mista, é conforme ilustrado na parte I da Figura 6.20.

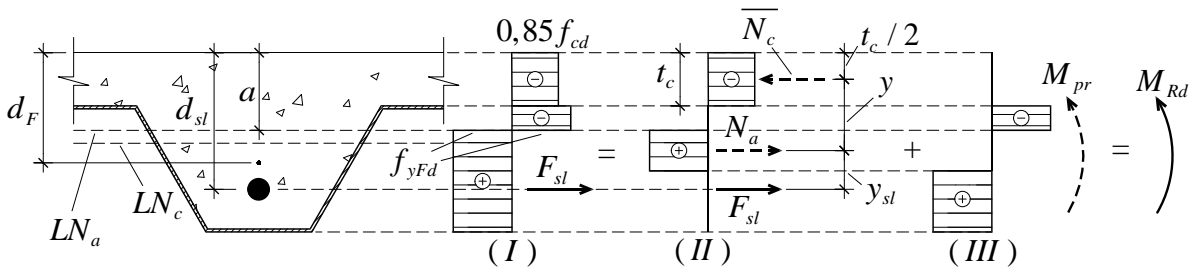


Figura 6.20 – Distribuição admitida de tensões para momento fletor positivo para o Método da Interação Parcial em uma seção qualquer da laje mista com armadura adicional para linha neutra no bloco de concreto abaixo da face superior da fôrma de aço e acima da armadura adicional, com $\bar{N}_c > F_{sl}$.

A expressão do momento fletor resistente de cálculo (M_{Rd}) é obtida separando-se a parte I nas partes II e III, como mostrado na figura. Assim, tem-se:

$$M_{Rd} = \bar{N}_c y + F_{sl} y_{sl} + M_{pr} \tag{6.70}$$

Na parte II, pode-se observar que $y_{sl} = d_{sl} - y - \frac{t_c}{2}$. A Eq. (6.70) então se torna:

$$M_{Rd} = \overline{N}_c y + F_{sl} \left(d_{sl} - y - \frac{t_c}{2} \right) + M_{pr} \quad (6.71)$$

Pelo equilíbrio de forças horizontais da parte II, a força N_a é dada por:

$$N_a = \overline{N}_c - F_{sl} \quad (6.72)$$

Substituindo essa expressão nas Eqs. (3.8) e (3.10), encontram-se as sentenças de M_{pr} e de y :

$$M_{pr} = 1,25 M_{pa} \left(1 - \frac{\overline{N}_c - F_{sl}}{N_{pa}} \right) \leq M_{pa} \quad (6.73)$$

$$y = h_t - \frac{t_c}{2} - e_p + (e_p - e) \frac{\overline{N}_c - F_{sl}}{N_{pa}} \quad (6.74)$$

Para determinação de F_{sl} , o equilíbrio de forças horizontais no concreto de uma seção transversal *distante L_x do apoio mais próximo* deve ser conforme ilustrado na Figura 6.21, para uma laje biapoiada.

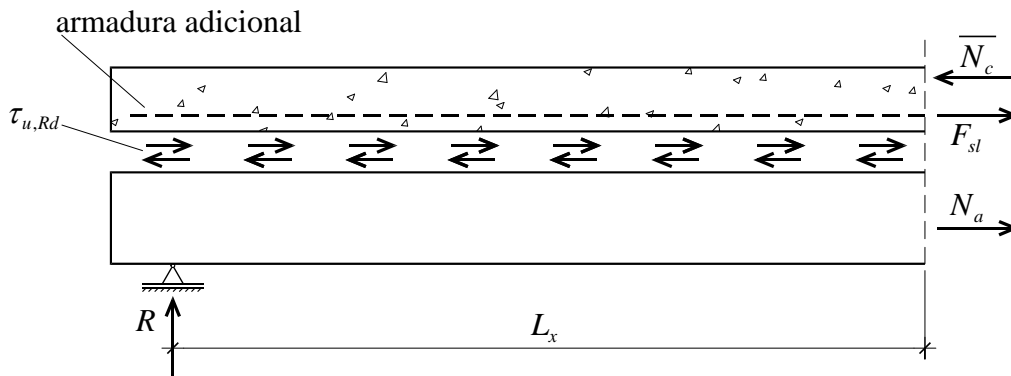


Figura 6.21 – Forças atuantes num segmento de laje mista com armadura adicional.

O equilíbrio de forças horizontais no concreto fornece F_{sl} :

$$F_{sl} = \overline{N}_c - \tau_{u,Rd} b L_x \quad (6.75)$$

Com F_{sl} restrito pelo intervalo de sua existência do caso da Tabela 6.3.

Considerando-se a reação do apoio mais próximo (R), essa equação torna-se:

$$F_{sl} = \overline{N}_c - \tau_{u,Rd} b L_x - \mu R \quad (6.76)$$

Para o cálculo de $\tau_{u,Rd}$, com o uso dos valores experimentais de M_{test} , calculam-se as forças F_{sl} de cada protótipo pela seguinte igualdade:

$$\begin{aligned}
M_{test} = & \overline{N}_c \left[\underbrace{h_t - \frac{t_c}{2} - e_p + (e_p - e) \frac{\overline{N}_c - F_{sl}}{N_{pa}}}_y \right] + \\
& + F_{sl} \left[\underbrace{d_{sl} - \left(h_t - \frac{t_c}{2} - e_p + (e_p - e) \frac{\overline{N}_c - F_{sl}}{N_{pa}} \right) - \frac{t_c}{2}}_{d_{sl} - y - t_c/2} \right] + \\
& + 1,25 M_{pa} \left(1 - \frac{\overline{N}_c - F_{sl}}{N_{pa}} \right) \\
& \underbrace{\hspace{10em}}_{M_{pr} \leq M_{pa}}
\end{aligned} \tag{6.77}$$

A Eq. (6.77) é uma equação na forma $a_7 F_{sl}^2 + b_7 F_{sl} + c_7 = 0$, com os termos a_7 , b_7 e c_7 reais, tais que:

$$a_7 = -\frac{e_p - e}{N_{pa}} \tag{6.78}$$

$$b_7 = h_t + 2(e_p - e) \frac{\overline{N}_c}{N_{pa}} - d_{sl} - e_p - 1,25 \frac{M_{pa}}{N_{pa}} \tag{6.79}$$

$$c_7 = M_{test} + 1,25 M_{pa} \left(\frac{\overline{N}_c}{N_{pa}} - 1 \right) - \overline{N}_c \left(h_t - \frac{t_c}{2} - e_p \right) - (e_p - e) \frac{\overline{N}_c^2}{N_{pa}} \tag{6.80}$$

Para a situação de se encontrarem F_{sl} que acarretem $M_{pr} > M_{pa}$, devem-se recalculá-los com a seguinte equação:

$$\begin{aligned}
M_{test} = & \overline{N}_c \left[\underbrace{h_t - \frac{t_c}{2} - e_p + (e_p - e) \frac{\overline{N}_c - F_{sl}}{N_{pa}}}_y \right] + \\
& + F_{sl} \left[\underbrace{d_{sl} - \left(h_t - \frac{t_c}{2} - e_p + (e_p - e) \frac{\overline{N}_c - F_{sl}}{N_{pa}} \right) - \frac{t_c}{2}}_{d_{sl} - y - t_c/2} \right] + \\
& + M_{pa}
\end{aligned} \tag{6.81}$$

Essa é uma equação na forma $a_8 F_{sl}^2 + b_8 F_{sl} + c_8 = 0$, com os termos a_8 , b_8 e c_8 reais, tais que:

$$a_8 = -\frac{e_p - e}{N_{pa}} \tag{6.82}$$

$$b_8 = h_t + 2(e_p - e) \frac{\overline{N}_c}{N_{pa}} - d_{sl} - e_p \tag{6.83}$$

$$c_8 = M_{test} - \overline{N}_c \left(h_t - \frac{t_c}{2} - e_p \right) - (e_p - e) \frac{\overline{N}_c^2}{N_{pa}} - M_{pa} \quad (6.84)$$

O valor de F_{sl} a ser tomado como verdadeiro deve satisfazer a condição inicial de $\overline{N}_c > F_{sl}$ e, ainda, seu intervalo de existência da Tabela 6.3. Se nenhum F_{sl} satisfizer tais condições, deve-se testar outra possibilidade de posição da linha neutra.

Também seria aqui possível a utilização do grau de interação parcial (η), inserindo-se $F_{sl} = \eta P_{sl}$, com $0 \leq \eta \leq 1$, nas Eqs. (6.77) e (6.81), sendo P_{sl} calculado em interação completa, como na Seção 6.1. O procedimento seria o mesmo da Figura 3.18, determinando, ao fim, o valor de F_{sl} .

Com os valores de F_{sl} de cada protótipo, determinam-se seus respectivos valores de τ_u :

$$\tau_u = \frac{\overline{N}_c - F_{sl}}{b(L_s + L_0)} \quad (6.85)$$

Considerando-se a reação de apoio referente à ocorrência de M_{test} (R_{test}), essa equação torna-se:

$$\tau_u = \frac{\overline{N}_c - F_{sl} - \mu R_{test}}{b(L_s + L_0)} \quad (6.86)$$

Com os valores de τ_u , o cálculo de $\tau_{u,Rd}$ é então realizado com a distribuição estatística e o coeficiente de ponderação já mencionados no caso anterior.

Agora, com posse do valor de $\tau_{u,Rd}$ da laje mista em questão, pode-se determinar M_{Rd} seção a seção:

$$\begin{aligned} M_{Rd} = & \overline{N}_c \left[\underbrace{h_t - \frac{t_c}{2} - e_p + (e_p - e) \frac{\overline{N}_c - F_{sl}}{N_{pa}}}_y \right] + \\ & + F_{sl} \left[\underbrace{d_{sl} - \left(h_t - \frac{t_c}{2} - e_p + (e_p - e) \frac{\overline{N}_c - F_{sl}}{N_{pa}} \right) - \frac{t_c}{2}}_{d_{sl} - y - t_c/2} \right] + \\ & + \underbrace{1,25 M_{pa} \left(1 - \frac{\overline{N}_c - F_{sl}}{N_{pa}} \right)}_{M_{pr} \leq M_{pa}} \end{aligned} \quad (6.87)$$

Sendo F_{sl} determinado pela Eq. (6.75).

– Linha Neutra no Bloco de Concreto abaixo da Face Superior da Fôrma de Aço e acima da Armadura Adicional, com $\overline{N}_c < F_{sl}$

Na Tabela 6.3, este acaso deve ser utilizado sempre que $|\tau_u|$ for da forma

$$|\tau_u| = \frac{F_{sl} - \overline{N}_c}{b(L_s + L_0)}, \text{ tendo ocorrência nos casos 3}^\circ \text{ e } 6^\circ.$$

Em interação parcial, o concreto estará totalmente comprimido e plastificado com resultante \overline{N}_c , enquanto a armadura adicional tracionada com resultante $F_{sl} < N_{sl}$ e a fôrma de aço com resultante N_a de compressão.

Adota-se, então, nos materiais a distribuição de tensões, para uma seção qualquer da laje mista, conforme ilustrado na parte I da Figura 6.22.

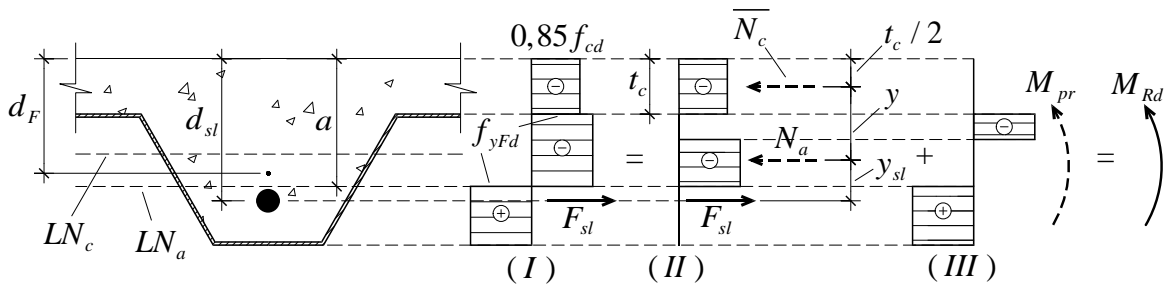


Figura 6.22 – Distribuição admitida de tensões para momento fletor positivo para o Método da Interação Parcial em uma seção qualquer da laje mista com armadura adicional para linha neutra no bloco de concreto abaixo da face superior da fôrma de aço e acima da armadura adicional, com $\overline{N}_c < F_{sl}$.

A expressão do fletor resistente de cálculo (M_{Rd}) é:

$$M_{Rd} = \overline{N}_c y + F_{sl} y_{sl} + M_{pr} \quad (6.88)$$

Na parte II, pode-se notar que $y_{sl} = d_{sl} - y - \frac{t_c}{2}$. A Eq. (6.88) então se torna:

$$M_{Rd} = \overline{N}_c y + F_{sl} \left(d_{sl} - y - \frac{t_c}{2} \right) + M_{pr} \quad (6.89)$$

Pelo equilíbrio de forças horizontais da parte II:

$$N_a = F_{sl} - \overline{N}_c \quad (6.90)$$

Substituindo essa expressão nas Eqs. (3.8) e (3.10), encontram-se as expressões de y e M_{pr} :

$$M_{pr} = 1,25 M_{pa} \left(1 - \frac{F_{sl} - \overline{N}_c}{N_{pa}} \right) \leq M_{pa} \quad (6.91)$$

$$y = h_t - \frac{t_c}{2} - e_p + (e_p - e) \frac{F_{sl} - \overline{N}_c}{N_{pa}} \quad (6.92)$$

Para obtenção de L_x , o equilíbrio de forças horizontais no concreto deve ser efetuado conforme explicitado, para uma laje biapoiada, na Figura 6.23.

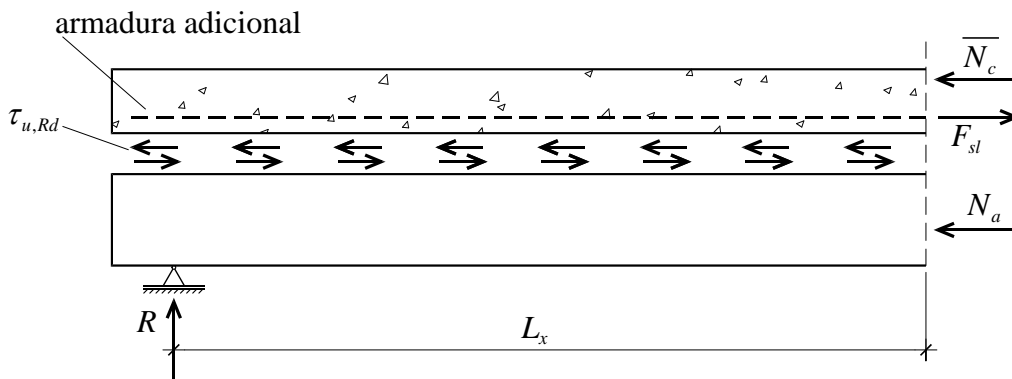


Figura 6.23 – Forças atuantes num segmento de laje mista com armadura adicional.

Pelo equilíbrio de forças horizontais no concreto:

$$F_{sl} = \overline{N}_c + \tau_{u,Rd} b L_x \quad (6.93)$$

Com F_{sl} restrito pelo intervalo de sua existência do caso da Tabela 6.3.

Considerando a reação do apoio mais próximo (R), a Eq. (6.93) torna-se:

$$F_{sl} = \overline{N}_c + \tau_{u,Rd} b L_x + \mu R \quad (6.94)$$

A equação de M_{test} para determinação experimental de $\tau_{u,Rd}$ será:

$$M_{test} = \overline{N}_c \left[h_t - \frac{t_c}{2} - e_p + (e_p - e) \frac{F_{sl} - \overline{N}_c}{N_{pa}} \right] +$$

$$+ F_{sl} \left[d_{sl} - \left(h_t - \frac{t_c}{2} - e_p + (e_p - e) \frac{F_{sl} - \overline{N}_c}{N_{pa}} \right) - \frac{t_c}{2} \right] +$$

$$+ 1,25 M_{pa} \left(1 - \frac{F_{sl} - \overline{N}_c}{N_{pa}} \right) \quad (6.95)$$

$M_{pr} \leq M_{pa}$

A Eq. (6.95) é uma equação na forma $a_9 F_{sl}^2 + b_9 F_{sl} + c_9 = 0$, com os termos a_9 , b_9 e c_9 reais, tais que:

$$a_9 = \frac{e_p - e}{N_{pa}} \quad (6.96)$$

$$b_9 = h_t + 1,25 \frac{M_{pa}}{N_{pa}} - 2(e_p - e) \frac{\overline{N_c}}{N_{pa}} - d_{sl} - e_p \quad (6.97)$$

$$c_9 = M_{test} - 1,25 M_{pa} \left(1 + \frac{\overline{N_c}}{N_{pa}} \right) - \overline{N_c} \left(h_t - \frac{t_c}{2} - e_p \right) + (e_p - e) \frac{\overline{N_c}^2}{N_{pa}} \quad (6.98)$$

Caso seja necessário substituir M_{pr} por M_{pa} na Eq. (6.95), ter-se-á:

$$\begin{aligned} M_{test} = & \overline{N_c} \left[\underbrace{h_t - \frac{t_c}{2} - e_p + (e_p - e) \frac{F_{sl} - \overline{N_c}}{N_{pa}}}_y \right] + \\ & + F_{sl} \left[\underbrace{d_{sl} - \left(h_t - \frac{t_c}{2} - e_p + (e_p - e) \frac{F_{sl} - \overline{N_c}}{N_{pa}} \right) - \frac{t_c}{2}}_{d_{sl} - y - t_c/2} \right] + \\ & + M_{pa} \end{aligned} \quad (6.99)$$

Essa equação é na forma $a_{10} F_{sl}^2 + b_{10} F_{sl} + c_{10} = 0$, com os termos a_{10} , b_{10} e c_{10} reais dados por:

$$a_{10} = \frac{e_p - e}{N_{pa}} \quad (6.100)$$

$$b_{10} = h_t - 2(e_p - e) \frac{\overline{N_c}}{N_{pa}} - d_{sl} - e_p \quad (6.101)$$

$$c_{10} = M_{test} - \overline{N_c} \left(h_t - \frac{t_c}{2} - e_p \right) + (e_p - e) \frac{\overline{N_c}^2}{N_{pa}} - M_{pa} \quad (6.102)$$

O valor de F_{sl} a ser tomado como verdadeiro deve satisfazer a condição inicial de $\overline{N_c} < F_{sl}$ e, ainda, seu intervalo de existência da Tabela 6.3. Se nenhum F_{sl} satisfizer essas condições, deve-se testar outra possibilidade de posição da linha neutra.

Se for desejada a utilização do grau de interação parcial (η), pode-se substituir $F_{sl} = \eta P_{sl}$, com $0 \leq \eta \leq 1$, nas Eqs. (6.95) e (6.99), sendo P_{sl} calculado em interação completa, como na Seção 6.1. O procedimento, então, seria o mesmo da Figura 3.18, encontrando, ao fim, o valor de F_{sl} .

O valor de τ_u de cada protótipo então é dado por:

$$\tau_u = \frac{F_{sl} - \overline{N}_c}{b(L_s + L_0)} \quad (6.103)$$

Se for considerada a reação de apoio referente à ocorrência de M_{test} (R_{test}), tem-se:

$$\tau_u = \frac{F_{sl} - \overline{N}_c - \mu R_{test}}{b(L_s + L_0)} \quad (6.104)$$

Com os valores de τ_u , calcula-se $\tau_{u,Rd}$ como já explanado.

A equação de M_{Rd} , seção a seção, será:

$$\begin{aligned} M_{Rd} = & \overline{N}_c \left[\underbrace{h_t - \frac{t_c}{2} - e_p + (e_p - e) \frac{F_{sl} - \overline{N}_c}{N_{pa}}}_y \right] + \\ & + F_{sl} \left[\underbrace{d_{sl} - \left(h_t - \frac{t_c}{2} - e_p + (e_p - e) \frac{F_{sl} - \overline{N}_c}{N_{pa}} \right) - \frac{t_c}{2}}_{d_{sl} - y - t_c/2} \right] + \\ & + \underbrace{1,25 M_{pa} \left(1 - \frac{F_{sl} - \overline{N}_c}{N_{pa}} \right)}_{M_{pr} \leq M_{pa}} \end{aligned} \quad (6.105)$$

Sendo F_{sl} determinado pela Eq. (6.93).

– Linha Neutra no Bloco de Concreto abaixo da Face Superior da Fôrma de Aço e acima da Armadura Adicional, com $\overline{N}_c = F_{sl}$

Esta situação é uma particularização da formulação das duas anteriores. Na Tabela 6.3, ocorre apenas no 2º Caso, quando houver a igualdade $\overline{N}_c = N_{sl}$, e no 6º, quando $N_{pa_1} = N_{pa_2}$. Em ambos, implicará $|\tau_{u,t}| = |\tau_u| = |\tau_{u,n}| = 0$ e, por conseguinte, $\tau_{u,Rd} = 0$.

Dessa forma, esta é uma circunstância com a mesma distribuição de tensões da parte I das Figuras 6.20 e 6.22, mas com $F_{sl} = N_{sl} = \overline{N}_c$.

Assim, o momento fletor resistente de cálculo (M_{Rd}) é dado pelas Eqs. (6.87) e (6.105), com $F_{sl} = \overline{N}_c$, ambas gerando o mesmo resultado:

$$M_{Rd} (F_{sl} = \overline{N}_c) = \overline{N}_c \left(d_{sl} - \frac{t_c}{2} \right) + M_{pa} \quad (6.106)$$

Essa expressão é uma constante para qualquer L_x .

A curva $M_{Rd} \times L_x$ para este caso será esboçada ao fim deste tópico, juntamente aos outros casos.

– Linha Neutra no Bloco de Concreto abaixo da Armadura Adicional

Na Tabela 6.3, este acaso deve ser utilizado sempre que $|\tau_u|$ for da forma

$$|\tau_u| = \frac{\overline{N}_c + F_{sl}}{b(L_s + L_0)}, \text{ tendo ocorrência nos casos: } 4^\circ, 5^\circ, 9^\circ \text{ e } 10^\circ.$$

Em interação parcial, o concreto estará totalmente comprimido e plastificado com resultante \overline{N}_c . A armadura adicional estará comprimida com resultante $F_{sl} < N_{sl}$, e a fôrma de aço com resultante N_a de tração.

Adota-se, então, nos materiais a distribuição de tensões, para uma seção qualquer da laje mista, conforme ilustrado na parte I da Figura 6.24.

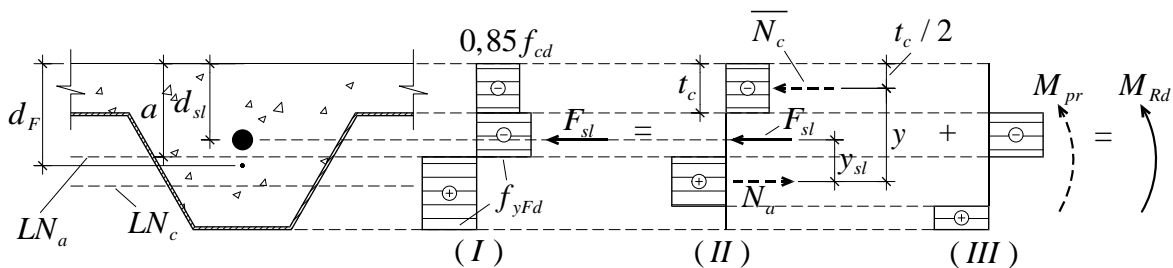


Figura 6.24 – Distribuição admitida de tensões para momento fletor positivo para o Método da Interação Parcial em uma seção qualquer da laje mista com armadura adicional para linha neutra no bloco de concreto abaixo da armadura adicional.

O fletor resistente de cálculo (M_{Rd}) será dado por:

$$M_{Rd} = \overline{N}_c y + F_{sl} y_{sl} + M_{pr} \tag{6.107}$$

Na parte II, geometricamente tem-se $y_{sl} = y + \frac{t_c}{2} - d_{sl}$. Inserindo na Eq. (6.107):

$$M_{Rd} = \overline{N}_c y - F_{sl} \left(d_{sl} - y - \frac{t_c}{2} \right) + M_{pr} \tag{6.108}$$

A força N_a pode ser obtida pelo equilíbrio de forças horizontais da parte II:

$$N_a = \overline{N}_c + F_{sl} \tag{6.109}$$

Substituindo essa expressão nas Eqs. (3.8) e (3.10), obtêm-se as expressões de y e

M_{pr} :

$$M_{pr} = 1,25 M_{pa} \left(1 - \frac{\overline{N}_c + F_{sl}}{N_{pa}} \right) \leq M_{pa} \quad (6.110)$$

$$y = h_t - \frac{t_c}{2} - e_p + (e_p - e) \frac{\overline{N}_c + F_{sl}}{N_{pa}} \quad (6.111)$$

O esquema de forças para cálculo de F_{sl} deve ser como esboçado na Figura 6.25.

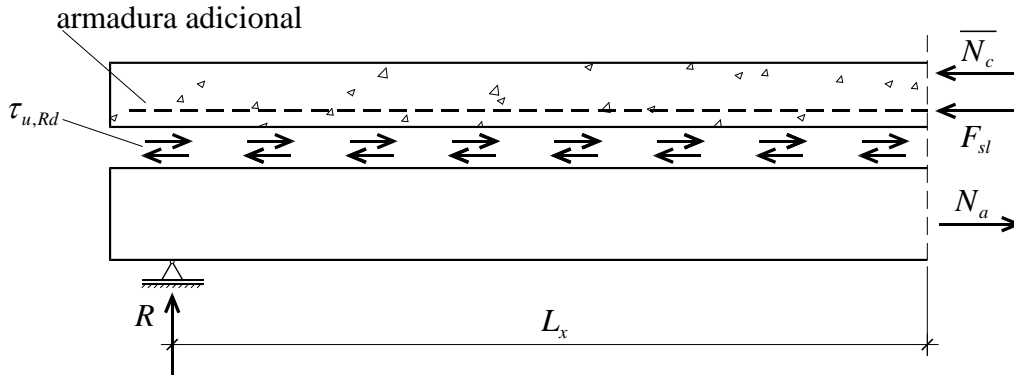


Figura 6.25 – Forças atuantes num segmento de laje mista com armadura adicional.

A força F_{sl} é determinada pelo equilíbrio de forças horizontais no bloco de concreto:

$$F_{sl} = \tau_{u,Rd} b L_x - \overline{N}_c \quad (6.112)$$

Com F_{sl} restrito pelo intervalo de sua existência do caso da Tabela 6.3.

Se for considerada a reação do apoio mais próximo (R), a Eq. (6.112) fica:

$$F_{sl} = \tau_{u,Rd} b L_x + \mu R - \overline{N}_c \quad (6.113)$$

A equação de M_{test} é:

$$\begin{aligned} M_{test} = & \overline{N}_c \left[h_t - \frac{t_c}{2} - e_p + (e_p - e) \frac{\overline{N}_c + F_{sl}}{N_{pa}} \right] - \\ & - F_{sl} \left[d_{sl} - \underbrace{\left(h_t - \frac{t_c}{2} - e_p + (e_p - e) \frac{\overline{N}_c + F_{sl}}{N_{pa}} \right)}_{d_{sl} - y - t_c/2} - \frac{t_c}{2} \right] + \\ & + 1,25 M_{pa} \left(1 - \frac{\overline{N}_c + F_{sl}}{N_{pa}} \right) \end{aligned} \quad (6.114)$$

$M_{pr} \leq M_{pa}$

Essa equação é na forma $a_{11} F_{sl}^2 + b_{11} F_{sl} + c_{11} = 0$, sendo os termos a_{11} , b_{11} e c_{11} reais, tais que:

$$a_{11} = -\frac{e_p - e}{N_{pa}} \quad (6.115)$$

$$b_{11} = d_{sl} + e_p + 1,25 \frac{M_{pa}}{N_{pa}} - h_t - 2(e_p - e) \frac{\overline{N}_c}{N_{pa}} \quad (6.116)$$

$$c_{11} = M_{test} + 1,25 M_{pa} \left(\frac{\overline{N}_c}{N_{pa}} - 1 \right) - \overline{N}_c \left(h_t - \frac{t_c}{2} - e_p \right) - (e_p - e) \frac{\overline{N}_c^2}{N_{pa}} \quad (6.117)$$

Se necessário trocar M_{pr} por M_{pa} na Eq. (6.114), ela torna-se:

$$\begin{aligned} M_{test} = & \overline{N}_c \left[\underbrace{h_t - \frac{t_c}{2} - e_p + (e_p - e) \frac{\overline{N}_c + F_{sl}}{N_{pa}}}_y \right] - \\ & - F_{sl} \left[\underbrace{d_{sl} - \left(h_t - \frac{t_c}{2} - e_p + (e_p - e) \frac{\overline{N}_c + F_{sl}}{N_{pa}} \right) - \frac{t_c}{2}}_{d_{sl} - y - t_c/2} \right] + \\ & + M_{pa} \end{aligned} \quad (6.118)$$

Essa equação, no formato $a_{12} F_{sl}^2 + b_{12} F_{sl} + c_{12} = 0$, tem seus os termos a_{12} , b_{12} e c_{12} reais dados por:

$$a_{12} = -\frac{e_p - e}{N_{pa}} \quad (6.119)$$

$$b_{12} = d_{sl} + e_p - h_t - 2(e_p - e) \frac{\overline{N}_c}{N_{pa}} \quad (6.120)$$

$$c_{12} = M_{test} - \overline{N}_c \left(h_t - \frac{t_c}{2} - e_p \right) - (e_p - e) \frac{\overline{N}_c^2}{N_{pa}} - M_{pa} \quad (6.121)$$

O valor de F_{sl} a ser tomado como verdadeiro deve satisfazer seu intervalo de existência da Tabela 6.3. Se nenhum F_{sl} satisfizer tal condição, deve-se testar outra possibilidade de posição da linha neutra.

Caso se almeje a utilização do grau de interação parcial (η), pode-se substituir $F_{sl} = \eta P_{sl}$, com $0 \leq \eta \leq 1$, nas Eqs. (6.114) e (6.118), sendo P_{sl} calculado em interação completa, como na Seção 6.1. O procedimento, então, seria o mesmo da Figura 3.18, encontrando, ao fim, o valor de F_{sl} .

Os valores de τ_u de cada protótipo são obtidos com seus F_{sl} calculados:

$$\tau_u = \frac{\overline{N}_c + F_{sl}}{b(L_s + L_0)} \quad (6.122)$$

Tomando a consideração da reação de apoio (R_{test}), essa equação torna-se:

$$\tau_u = \frac{\overline{N}_c + F_{sl} - \mu R_{test}}{b(L_s + L_0)} \quad (6.123)$$

A expressão de M_{Rd} é dada por:

$$\begin{aligned} M_{Rd} = & \overline{N}_c \left[\underbrace{h_t - \frac{t_c}{2} - e_p + (e_p - e) \frac{\overline{N}_c + F_{sl}}{N_{pa}}}_y \right] - \\ & - F_{sl} \left[\underbrace{d_{sl} - \left(h_t - \frac{t_c}{2} - e_p + (e_p - e) \frac{\overline{N}_c + F_{sl}}{N_{pa}} \right) - \frac{t_c}{2}}_{d_{sl} - y - t_c/2} \right] + \\ & + 1,25 M_{pa} \left(\underbrace{1 - \frac{\overline{N}_c + F_{sl}}{N_{pa}}}_{M_{pr} \leq M_{pa}} \right) \end{aligned} \quad (6.124)$$

Sendo F_{sl} determinado pela Eq. (6.112).

– Construção das Curvas $M_{Rd} \times L_x$

Analogamente ao caso sem armadura adicional, o objetivo final deste método é obter a curva $M_{Rd} \times L_x$, garantindo que ela esteja sempre superior à curva de solicitação, $M_{Sd} \times L_x$.

O processo de construção da curva de resistência também é o mesmo: com o valor de $\tau_{u,Rd}$ da laje em questão determinado experimentalmente, parte-se da seção do apoio, com $L_x = 0$, varrendo-se seção a seção de toda a laje, determinando-se o valor de M_{Rd} para cada L_x .

Observando-se a Tabela 6.3, pode-se depreender que uma seção da laje mista em interação parcial pode se estabilizar com diferentes posições de linha neutra, a depender do grau de interação: quanto mais alto, mais próximo da interação completa e, assim, cada vez mais baixa ou mais alta a linha neutra no bloco de concreto¹. Para o 1º Caso, por exemplo,

¹ Na Tabela 6.3, o rebaixamento da linha neutra no bloco de concreto no transcurso de interação nula para completa ocorre nos casos em que a resultante no bloco *nesta interação* for de compressão (ou, por consequência, quando a resultante na fôrma de aço (N_a) *nesta interação* for de tração). Observe-se que a ascensão da linha neutra só ocorre nos casos 3º e 6º.

essa linha neutra pode estar com profundidade de $a = \frac{N_{sl}}{b f_{cd}}$ (interação nula) até

$$a = \frac{N_{pa} + N_{sl}}{b f_{cd}} \text{ (interação completa), sendo } a \text{ a sua distância até a face superior da laje.}$$

Entretanto, pela Tabela 6.3, a maioria dos casos apresenta mais de uma expressão para $|\tau_u|$, e já foi visto anteriormente que existe um equacionamento específico para cálculo de M_{Rd} referente a cada uma dessas expressões.

O caso é que, para $L_x = 0$, implica essa seção estar com momento fletor resistente de cálculo de interação nula. Ao ascender gradativamente o valor de L_x , simultaneamente ocorre o aumento da interação parcial e, por conseguinte, rebaixamento da linha neutra no bloco de concreto (ou ascensão, apenas para os casos 3º e 6º). Desse modo, poderá haver valores notáveis de L_x em que a linha neutra passe de um intervalo a outro, mudando a expressão de $|\tau_u|$ e tendo assim de ser alterada a equação para cálculo de M_{Rd} .

Tome-se, por exemplo, uma laje mista do 5º Caso da Tabela 6.3, com seu $\tau_{u,Rd}$ já determinado experimentalmente. Nos primeiros valores de L_x , a linha neutra no bloco de concreto estará abaixo da face superior da fôrma e aço e acima da armadura adicional (Figura D.3). Assim, esses L_x deverão ser inseridos na Eq. (6.75) e, em seguida, calculado seu M_{Rd} pela Eq. (6.87). No instante, contudo, em que $L_x = \frac{\overline{N_c}}{b \tau_{u,Rd}}$, a linha neutra mudará de intervalo (passará para abaixo da armadura adicional). Desse modo, a tensão $\tau_{u,Rd}$ e esse L_x , bem como os próximos, deverão ser impostos agora na Eq. (6.112), determinando o M_{Rd} pela Eq. (6.124). Prosseguindo o raciocínio, quando se alcançar $L_x = \frac{\overline{N_c} + N_{sl}}{b \tau_{u,Rd}}$, todas as próximas seções estarão em interação completa, cujo momento fletor é aqui denominado M_{pRd} . O valor de L_x que promove essa mudança de interação parcial para completa, assim como para o caso sem armadura adicional, é aqui chamado L_{sf} .

Com esse cenário, à exceção do caso particular exposto nos equacionamentos, as curvas $M_{Rd} \times L_x$ serão contínuas e qualitativamente semelhantes à Figura 3.19 para os casos que apresentam uma única expressão de $|\tau_u|$ e, para os demais, formadas por trechos de parábolas.

Outro ponto está no valor de M_{Rd} para $L_x = 0$, que é uma condição de interação nula ($\tau_u = 0$). Com exceção do caso particular, a distribuição de tensões nessa interação para os que contêm a expressão $|\tau_u| = \frac{N_c - N_{sl}}{b(L_s + L_0)}$ será como na parte I da Figura 6.18, mas com $N_c = N_{sl} < \bar{N}_c$. Assim, o momento fletor resistente será dado pela inserção dessa igualdade na Eq. (6.69), de onde se obtém:

$$M_{Rd}(L_x = 0) = M_{Rd}(N_c = N_{sl}) = N_{sl} d_{sl} - 0,5 \frac{N_{sl}^2}{0,85 f_{cd} b} + M_{pa} \quad (6.125)$$

Aos demais casos, com exceção do particular, a distribuição é dada como na parte I das Figuras 6.20 e 6.22, mas com $F_{sl} = \bar{N}_c < N_{sl}$. O momento fletor resistente de cálculo então é determinado pela substituição dessa igualdade na Eq. (6.87) ou na (6.105), encontrando-se a mesma expressão da Eq. (6.106).

As Figuras 6.26 e 6.27 exibem as curvas típicas para essas duas situações.

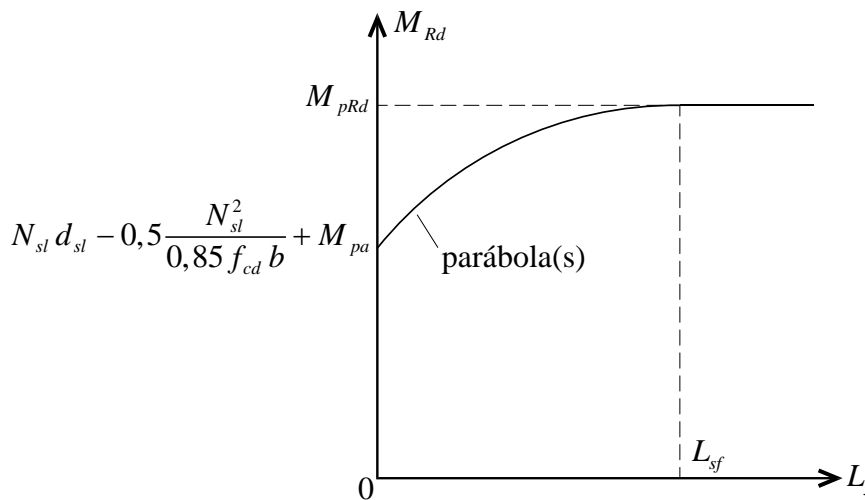


Figura 6.26 – Curva típica $M_{Rd} \times L_x$ para Método da Interação Parcial para lajes mistas com armadura adicional dos casos 1°, 2°, 4°, 8°, 10° e 12°.

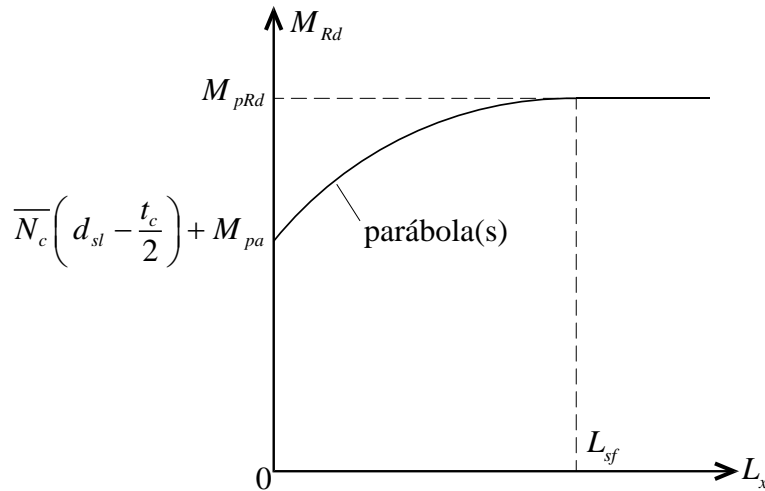


Figura 6.27 – Curva típica $M_{Rd} \times L_x$ para Método da Interação Parcial para lajes mistas com armadura adicional dos casos 3º, 5º, 6º, 7º, 9º e 11º.

Para o caso particular citado no desenvolvimento dos equacionamentos, foi visto que seu M_{Rd} é constante e independe de L_x , com valor dado pela Eq. (6.106). A Figura 6.28 ilustra seu gráfico típico.

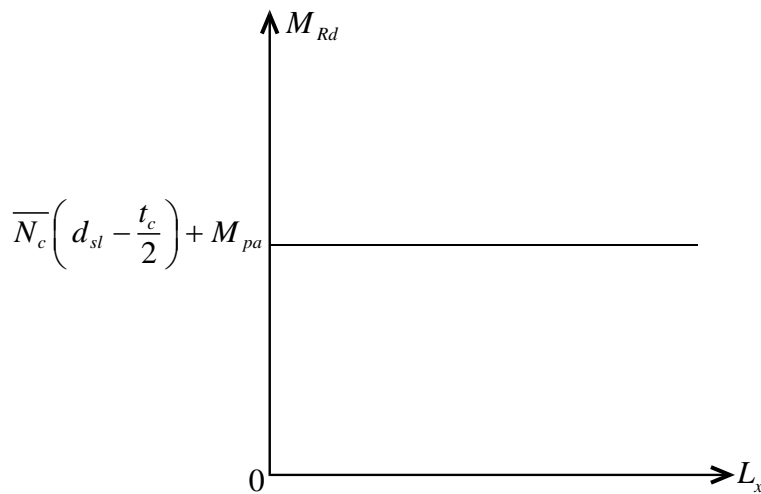


Figura 6.28 – Curva típica $M_{Rd} \times L_x$ para Método da Interação Parcial para lajes mistas com armadura adicional do 2º Caso com $N_{sl} = \overline{N}_c$ e do 6º Caso com $N_{pa1} = N_{pa2}$.

b) Validação e Confronto com Resultados Experimentais

Como já reportado no item anterior, do Método $m-k$, os resultados experimentais são restritos a protótipos do 1º Caso da Tabela 6.3 e, portanto, a validação será limitada a eles.

Ressalta-se novamente, entretanto, que o 1º Caso configura-se amplamente o de maior ocorrência na prática, em que a capa de concreto é muito mais resistente do que a fôrma de aço e a armadura adicional juntas.

Este tópico será fracionado em duas partes. Na primeira, será realizada a validação propriamente dita, determinando-se os valores de τ_u de cada protótipo a partir do equacionamento proposto e, daí, demonstrar sua consistência. Na segunda, será conduzida a mesma extrapolação entre as condições de interface dos protótipos sem e com armadura adicional operada na proposição do Método *m-k*, certificando sua aplicação.

– Validação

Tomem-se os protótipos com armadura adicional da Tabela 4.2, cujos resultados experimentais estão expostos na Tabela 5.13. No instante da falha, teoricamente, suas interfaces devem apresentar a mesma tensão τ_u , pois suas condições são as mesmas.

Os cálculos serão aqui explicitados apenas ao protótipo MD65-P20, considerando a largura total da laje (b_L). Aos demais, serão expostos seus resultados parciais e o final.

Esse protótipo, conforme Tabela 6.2, está no 1º Caso da Tabela 6.3. Assim, seu τ_u deve ser calculado a partir da Eq. (6.54). Por se estarem aqui tratando de valores experimentais, o coeficiente 0,85 será excluído. Seus valores de M_{test} e de N_{sl} estão expostos na Tabela 6.2, N_{paL} e M_{paL} na Tabela 4.5 e f_c na Tabela 5.1.

Calculam-se, então, os termos a_5 , b_5 e c_5 pelas Eqs. (6.55) a (6.57), lembrando que $e = e_p = 3,25$ cm, $h_t = 12$ cm e $d_{sl} = 8,6$ cm :

$$a_5 = \frac{0,5}{f_c b_L} - \frac{e_p - e}{N_{paL}} = \frac{0,5}{1,89 \times 92,5} - \frac{3,25 - 3,25}{334,8} = 2,86 \times 10^{-3} \text{ cm / kN} \quad (6.126)$$

$$\begin{aligned} b_5 &= 2(e_p - e) \frac{N_{sl}}{N_{paL}} + e_p + 1,25 \frac{M_{paL}}{N_{paL}} - h_t = \\ &= 2 \times (3,25 - 3,25) \times \frac{116,3}{334,8} + 3,25 + 1,25 \times \frac{890,6}{334,8} - 12 = -5,42 \text{ cm} \end{aligned} \quad (6.127)$$

$$\begin{aligned}
c_5 &= M_{test} + N_{sl}(h_t - e_p - d_{sl}) - (e_p - e) \frac{N_{sl}^2}{N_{paL}} - 1,25M_{paL} \left(1 + \frac{N_{sl}}{N_{paL}} \right) = \\
&= 2.263,5 + 116,3 \times (12 - 3,25 - 8,6) - (3,25 - 3,25) \times \frac{116,3^2}{334,8} - \\
&- 1,25 \times 890,6 \times \left(1 + \frac{116,3}{334,8} \right) = 780,7 \text{ kNcm}
\end{aligned} \tag{6.128}$$

Como $a_5 \neq 0$, calcula-se N_c pela Eq. (6.59):

$$N_c = \begin{cases} \frac{-b_5 + \sqrt{b_5^2 - 4a_5c_5}}{2a_5} = 1.739,7 \text{ kN} \\ \frac{-b_5 - \sqrt{b_5^2 - 4a_5c_5}}{2a_5} = 156,9 \text{ kN} \end{cases} \tag{6.129}$$

Pela Tabela 6.3, o valor de N_c deve ser tal que $N_{sl} = 116,3 < N_c < N_{sl} + N_{paL} = 116,3 + 334,8 = 451,1 \text{ kN}$. Portanto, o primeiro valor deve ser descartado.

Verifica-se, então, a desigualdade $M_{pr} \leq M_{paL}$ para $N_c = 156,9 \text{ kN}$ pela Eq. (6.49):

$$\begin{aligned}
M_{pr} &= 1,25M_{paL} \left(1 - \frac{N_c - N_{sl}}{N_{paL}} \right) = 1,25 \times 890,6 \times \left(1 - \frac{156,9 - 116,3}{334,8} \right) = \\
&= 978,3 \text{ kNcm} > M_{paL} = 890,6 \text{ kNcm (não OK)}
\end{aligned} \tag{6.130}$$

Como essa condição não foi verificada, deve-se recalculiar N_c com os termos a_6 , b_6 e c_6 , dados pelas Eqs. (6.61) a (6.63):

$$a_6 = \frac{0,5}{f_c b_L} - \frac{e_p - e}{N_{paL}} = \frac{0,5}{1,89 \times 92,5} - \frac{3,25 - 3,25}{334,8} = 2,86 \times 10^{-3} \text{ cm / kN} \tag{6.131}$$

$$\begin{aligned}
b_6 &= 2(e_p - e) \frac{N_{sl}}{N_{paL}} + e_p - h_t = \\
&= 2 \times (3,25 - 3,25) \times \frac{116,3}{334,8} + 3,25 - 12 = -8,75 \text{ cm}
\end{aligned} \tag{6.132}$$

$$\begin{aligned}
c_6 &= M_{test} + N_{sl}(h_t - e_p - d_{sl}) - (e_p - e) \frac{N_{sl}^2}{N_{paL}} - M_{paL} = \\
&= 2.263,5 + 116,3 \times (12 - 3,25 - 8,6) - (3,25 - 3,25) \times \frac{116,3^2}{334,8} - \\
&- 890,6 = 1.390,2 \text{ kNcm}
\end{aligned} \tag{6.133}$$

Como $a_6 \neq 0$, aplica-se a Eq. (6.65):

$$N_c = \begin{cases} \frac{-b_6 + \sqrt{b_6^2 - 4a_6c_6}}{2a_6} = 2.891,3 \text{ kN} \\ \frac{-b_6 - \sqrt{b_6^2 - 4a_6c_6}}{2a_6} = 168,1 \text{ kN} \end{cases} \quad (6.134)$$

Como apenas o segundo valor está contido no intervalo de existência $116,3 < N_c < 451,1 \text{ kN}$, ele será o valor correto para a laje mista em questão:

$$N_c = 168,1 \text{ kN} \quad (6.135)$$

Calcula-se, então, a tensão τ_u pela Eq. (6.66):

$$\tau_u = \frac{N_c - N_{sl}}{b_L(L_s + L_0)} = \frac{(168,1 - 116,3) \times 10^3}{925 \times (450 + 100)} = 0,1018 \text{ MPa} \quad (6.136)$$

A Tabela 6.5 apresenta essa mesma rotina de cálculo para todos os protótipos.

Tabela 6.5 – Cálculo de τ_u para valores médios para os protótipos MD65 com armadura adicional.

Protótipo	M_{test} (kNcm)	N_{sl} (kN)	$a_s (\times 10^3)$ (cm / kN)	b_s (cm)	c_s (kNcm)	N_{c_1} (kN)	N_{c_2} (kN)	N_c (kN)	Verificação: $M_{pr} \leq M_{par}$	a_6 (cm / kN)	b_6 (cm)	c_6 (kNcm)	N_{c_1} (kN)	N_{c_2} (kN)	N_c (kN)	τ_u (MPa)
MD65-P20	2.263,5	116,3	2,86	-5,42	780,7	1.739,7	156,9	156,9	Não	2,86	-8,75	1.390,2	2.891,3	168,1	168,1	0,1018
MD65-P21	3.469,5	292,2	2,86	-5,42	1.428,3	1.580,7	315,9	315,9	Não	2,86	-8,75	2.622,6	2.722,6	336,8	336,8	0,0877
MD65-P22	3.798,0	114,9	2,84	-11,42	2.319,7	3.801,6	214,5	214,5	Sim	-	-	-	-	-	-	0,1071
MD65-P23	6.093,0	292,2	2,84	-11,42	4.051,8	3.622,2	393,2	393,2	Sim	-	-	-	-	-	-	0,1086
															Média ($\tau_{u,m}$) (MPa)	0,1013
															Desvio-padrão (s_{τ_u}) (MPa)	0,0095
															Coefficiente de Variação de Pearson (cv_{τ_u}) (%)	9,4

Com base na análise estatística mostrada na Tabela 6.5, pode-se concluir que o cisalhamento na interface entre a fôrma de aço e o concreto, dos quatro protótipos, apresentou pequena variação.

Com o valor médio $\tau_{u,m} = 0,1013$ MPa, pode-se calcular o momento fletor resistente médio de cada protótipo ($M_{l,Rm}$) referente à seção sob força aplicada (ver Figura 1.3) e, em seguida, a respectiva força cortante resistente $\left(V_{l,Rm} = \frac{M_{l,Rm}}{L_s} \right)$.

Novamente, esse cálculo será aqui apresentado apenas para o protótipo MD65-P20, sendo para os demais exibido na Tabela 6.6.

O primeiro passo, então, é a determinação de N_c pela Eq. (6.52), trocando-se $\tau_{u,Rd}$ por $\tau_{u,m}$:

$$N_c = \tau_{u,m} b_L L_s + N_{sl} = 0,1013 \times 92,5 \times 45 + 116,3 = 158,5 \text{ kN} \quad (6.137)$$

Verifica-se que esse valor está contido no intervalo $116,3 < N_c < 451,1$ kN. Portanto, a seção está em interação parcial.

Faz-se a verificação $M_{pr} \leq M_{paL}$:

$$\begin{aligned} M_{pr} &= 1,25 M_{paL} \left(1 - \frac{N_c - N_{sl}}{N_{paL}} \right) = 1,25 \times 890,6 \times \left(1 - \frac{158,5 - 116,3}{334,8} \right) = \\ &= 973,2 \text{ kNcm} > M_{paL} = 890,6 \text{ kNcm} \text{ (não OK)} \end{aligned} \quad (6.138)$$

Como essa condição não foi verificada, utiliza-se a Eq. (6.69), excluindo-se o coeficiente 0,85, obtendo-se assim o momento resistente médio ($M_{l,Rm}$):

$$\begin{aligned} M_{l,Rm} &= N_c \left[h_t - 0,5 \frac{N_c}{f_c b_L} - e_p + \underbrace{(e_p - e)}_0 \frac{N_c - N_{sl}}{N_{paL}} \right] + \\ &+ N_{sl} \left[d_{sl} - \left(h_t - 0,5 \frac{N_c}{f_c b_L} - e_p + \underbrace{(e_p - e)}_0 \frac{N_c - N_{sl}}{N_{paL}} \right) - 0,5 \frac{N_c}{f_c b_L} \right] + \\ &+ M_{paL} = 158,5 \times \left[12 - 0,5 \times \frac{158,5}{1,89 \times 92,5} - 3,25 \right] + \\ &+ 116,3 \times \left[8,6 - \left(12 - 0,5 \times \frac{158,5}{1,89 \times 92,5} - 3,25 \right) - 0,5 \times \frac{158,5}{1,89 \times 92,5} \right] + \\ &+ 890,6 = 2.188,3 \text{ kNcm} \end{aligned} \quad (6.139)$$

Por fim, calcula-se o valor de $V_{l,Rm}$:

$$V_{l,Rm} = \frac{M_{l,Rm}}{L_s} = \frac{2.188,3}{45} = 48,6 \text{ kN} \quad (6.140)$$

A Tabela 6.6 apresenta os resultados dessa força para todos os protótipos.

Tabela 6.6 – Comparação entre as forças cortantes experimentais (V_u) e as teóricas ($V_{l,Rm}$) obtidas pelo Método da Interação Parcial para as lajes mistas com armadura adicional.

Protótipo	N_c (kN)	Teórico	Teórico	Experimental	Experimental
		$M_{l,Rm}$ (kNcm)	$V_{l,Rm}$ (kN)	V_u (kN)	Teórico
MD65-P20	158,5	2.188,3	48,6	50,3	1,034
MD65-P21	334,3	3.452,6	76,7	77,1	1,005
MD65-P22	199,7	3.646,2	40,5	42,2	1,042
MD65-P23	377,0	5.943,5	66,0	67,7	1,025

Como se observa nessa tabela, os valores teóricos médios resultaram muito próximos dos dados experimentais, confirmando a adequabilidade da formulação.

– Extensão do Procedimento

Como já mencionado no Método $m-k$, o intuito prático não é realizar testes experimentais para o dimensionamento de lajes mistas com armadura adicional, mas sim o fazer com base em resultados existentes para lajes sem armadura. Assuma-se, dessa forma, que o módulo da tensão média de cisalhamento na interface (τ_u), no instante da falha, seja o mesmo para ambos os casos, isto é, independente da armadura adicional.

Para validação dessa hipótese, deverá ser aqui utilizado o valor médio dessa tensão ($\tau_{u,m}$), exibido na Tabela 5.8 e de valor $\tau_{u,m} = 0,0750$ MPa .

Insera-se, então, tal valor na Eq. (6.137) e realiza-se o mesmo procedimento de cálculo subsequente a essa equação. Os resultados estão expostos na Tabela 6.7.

Tabela 6.7 – Forças cortantes resistentes médias ($V_{l,Rm}$) dos protótipos com armadura adicional obtidas pelo Método da Interação Parcial com base na tensão média de cisalhamento dos protótipos sem armadura adicional.

Protótipo	N_c (kN)	Teórico	Teórico
		“Extrapolado” $M_{l,Rm}$ (kNcm)	“Extrapolado” $V_{l,Rm}$ (kN)
MD65-P20	147,6	2.102,1	46,7
MD65-P21	323,4	3.377,4	75,1
MD65-P22	177,7	3.404,3	37,8
MD65-P23	354,9	5.723,9	63,6

Para fins de comparação e validação, a Tabela 6.8 explicita as relações entre os valores experimentais, os teóricos e os extrapolados.

Tabela 6.8 – Comparação entre forças cortantes resistentes médias ($V_{l,Rm}$), sem e com extrapolação, e experimentais (V_u) dos protótipos com armadura adicional (“Extr.”: abreviação de “extrapolado”).

Protótipo	Experimental V_u (kN)	Teórico $V_{l,Rm}$ (kN)	Teórico “Extrapolado” $V_{l,Rm}$ (kN)	Experimental	Experimental	Teórico
				Teórico	Teórico "Extr."	Teórico "Extr."
MD65-P20	50,3	48,6	46,7	1,034	1,077	1,041
MD65-P21	77,1	76,7	75,1	1,005	1,027	1,022
MD65-P22	42,2	40,5	37,8	1,042	1,116	1,071
MD65-P23	67,7	66,0	63,6	1,025	1,064	1,038

Pode-se constatar que todos os valores extrapolados situaram-se pouco mais distantes dos experimentais que os teóricos, mas ainda sim muito próximos, com diferença máxima de 11,6%.

Esse resultado constitui uma importante conclusão deste trabalho: dada uma laje mista dúctil sem armadura adicional com tensão de cisalhamento na interface conhecida. Seu momento fletor resistente associado ao cisalhamento longitudinal, incluindo armadura adicional, pode ser calculado pelo equacionamento do Método da Interação Parcial aqui proposto, fazendo uso da tensão na interface do caso sem armadura adicional.

6.3 Estado-limite de Serviço: Deslocamento Vertical

Esta seção consiste na expansão dos equacionamentos apresentados na Seção 3.4, com as mesmas hipóteses, incluindo agora a armadura adicional. Assim, sempre será considerada uma única linha neutra (interação completa), sendo desnecessária a análise de todas as possíveis situações em interação parcial realizada na seção anterior.

A apresentação em duas partes, “equacionamento” e “confronto com resultados experimentais”, também será aqui utilizada.

a) Equacionamento

As grandezas a serem utilizadas são as mesmas da Figura 3.26, mas com a presença da armadura adicional, como mostrado na Figura 6.29.

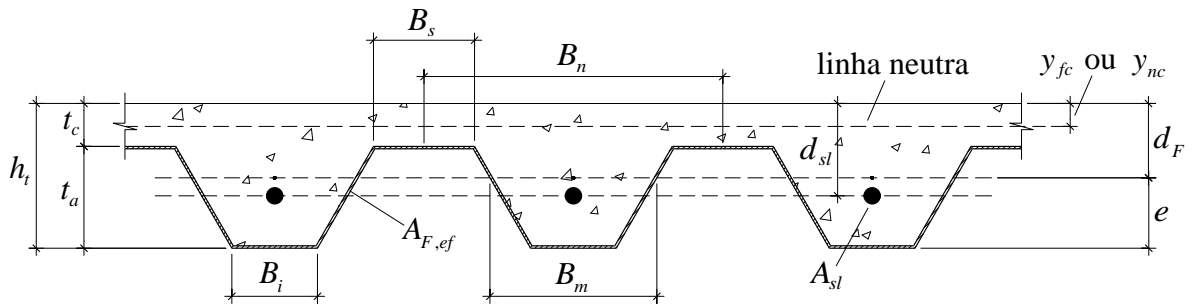


Figura 6.29 – Parâmetros geométricos da seção transversal para cálculo das propriedades geométricas da seção homogeneizada com armadura adicional.

Assim como no caso sem armadura adicional, há dois casos a considerar: concreto tracionado fissurado e não fissurado. O equacionamento de cada um deles será desenvolvido separadamente e resumido na Tabela 6.9.

– Concreto Tracionado Fissurado

Seja a seção transversal de laje mista com armadura adicional, de largura $b = 1.000 \text{ mm}$, conforme Figura 6.30. Objetiva-se encontrar a ordenada do centroide (y_{fc}) desprezando-se o concreto abaixo da linha neutra e, em seguida, determinar o momento de inércia (I_{fc}).

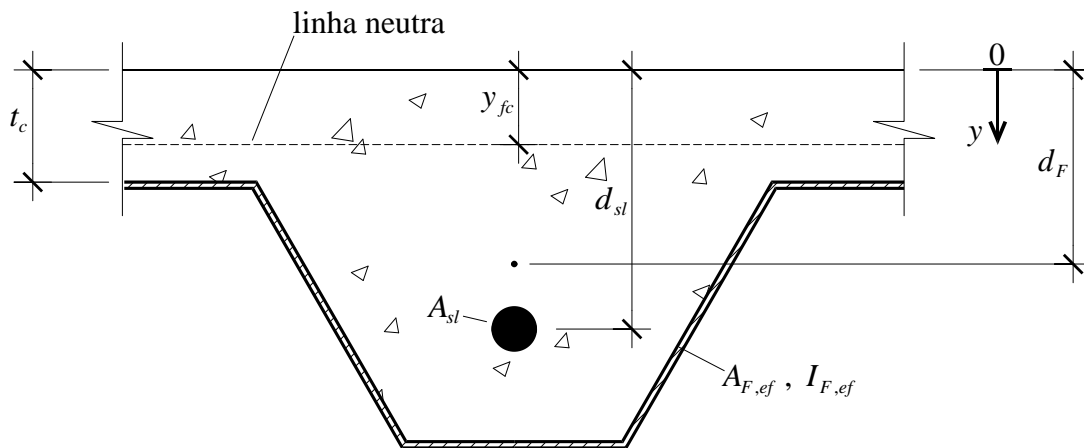


Figura 6.30 – Grandezas geométricas para cálculo do momento de inércia da seção homogeneizada com armadura adicional: linha neutra acima da fôrma.

Da mesma forma que para o caso sem armadura adicional, a homogeneização será realizada pela transformação da área de concreto pela sua equivalente de aço. Portanto, a

largura da laje será dividida pela relação modular $\alpha_E = \frac{E_a}{E_c}$.

Suponha-se, inicialmente, que a linha neutra esteja em posição tal que $y_{fc} < t_c$. O centro geométrico da seção homogeneizada em relação à origem do eixo vertical y (ver Figura 6.30), considerando apenas o concreto acima da linha neutra, será dado por:

$$y_{fc} = \frac{\frac{b y_{fc}}{\alpha_E} (y_{fc} / 2) + A_{F,ef} (d_F) + A_{sl} (d_{sl})}{\frac{b y_{fc}}{\alpha_E} + A_{F,ef} + A_{sl}} \quad (6.141)$$

Uma manipulação algébrica dessa equação fornece a seguinte igualdade:

$$\left(\frac{1}{2d_F} \right) y_{fc}^2 + \left(\frac{A_{F,ef} \alpha_E}{b d_F} + \frac{A_{sl} \alpha_E}{b d_F} \right) y_{fc} - \frac{A_{F,ef} \alpha_E}{b} - \frac{A_{sl} \alpha_E d_{sl}}{b d_F} = 0 \quad (6.142)$$

Como $\frac{1}{2d_F} \neq 0$, essa é uma equação quadrática cujas raízes são:

$$y_{fc} = \begin{cases} d_F \left[-\frac{\alpha_E}{b d_F} (A_{F,ef} + A_{sl}) + \sqrt{\frac{\alpha_E^2}{b^2 d_F^2} (A_{F,ef} + A_{sl})^2 + \frac{2\alpha_E}{b d_F} \left(A_{F,ef} + A_{sl} \frac{d_{sl}}{d_F} \right)} \right] \\ \text{ou} \\ d_F \left[-\frac{\alpha_E}{b d_F} (A_{F,ef} + A_{sl}) - \sqrt{\frac{\alpha_E^2}{b^2 d_F^2} (A_{F,ef} + A_{sl})^2 + \frac{2\alpha_E}{b d_F} \left(A_{F,ef} + A_{sl} \frac{d_{sl}}{d_F} \right)} \right] \end{cases} \quad (6.143)$$

Nessa equação, têm-se os seguintes sinais: $d_F > 0$, $-\frac{\alpha_E}{b d_F} (A_{F,ef} + A_{sl}) < 0$ e

$\sqrt{\frac{\alpha_E^2}{b^2 d_F^2} (A_{F,ef} + A_{sl})^2 + \frac{2\alpha_E}{b d_F} \left(A_{F,ef} + A_{sl} \frac{d_{sl}}{d_F} \right)} > 0$. Portanto, a segunda raiz é certamente negativa, devendo ser descartada, pois fere a condição física deste caso de que $y_{fc} > 0$.

Como $\frac{\alpha_E^2}{b^2 d_F^2} (A_{F,ef} + A_{sl})^2 + \frac{2\alpha_E}{b d_F} \left(A_{F,ef} + A_{sl} \frac{d_{sl}}{d_F} \right) > \frac{\alpha_E^2}{b^2 d_F^2} (A_{F,ef} + A_{sl})^2$, implica-se

que $\sqrt{\frac{\alpha_E^2}{b^2 d_F^2} (A_{F,ef} + A_{sl})^2 + \frac{2\alpha_E}{b d_F} \left(A_{F,ef} + A_{sl} \frac{d_{sl}}{d_F} \right)} > \left| -\frac{\alpha_E}{b d_F} (A_{F,ef} + A_{sl}) \right|$. Portanto, a primeira

raiz decerto é positiva, e a expressão para cálculo de y_{fc} , supondo-se $y_{fc} < t_c$, será:

$$y_{fc} = d_F \left[-\frac{\alpha_E}{b d_F} (A_{F,ef} + A_{sl}) + \sqrt{\frac{\alpha_E^2}{b^2 d_F^2} (A_{F,ef} + A_{sl})^2 + \frac{2\alpha_E}{b d_F} \left(A_{F,ef} + A_{sl} \frac{d_{sl}}{d_F} \right)} \right], \quad (6.144)$$

com $y_{fc} < t_c$

Utilizando-se a taxa de aço $\rho_a = \frac{A_{F,ef}}{b d_F}$ e definindo-se sua respectiva para armadura

adicional $\rho_{sl} = \frac{A_{sl}}{b d_F}$, a Eq. (6.144) pode ser apresentada como:

$$y_{fc} = d_F \left[-\alpha_E (\rho_a + \rho_{sl}) + \sqrt{\alpha_E^2 (\rho_a + \rho_{sl})^2 + 2\alpha_E \left(\rho_a + \rho_{sl} \frac{d_{sl}}{d_F} \right)} \right], \text{ com } y_{fc} < t_c \quad (6.145)$$

Se, no entanto, essa equação fornecer $y_{fc} \geq t_c$, deve-se determinar seu valor para linha neutra abaixo da face superior da fôrma de aço, como esboçado na Figura 6.31.

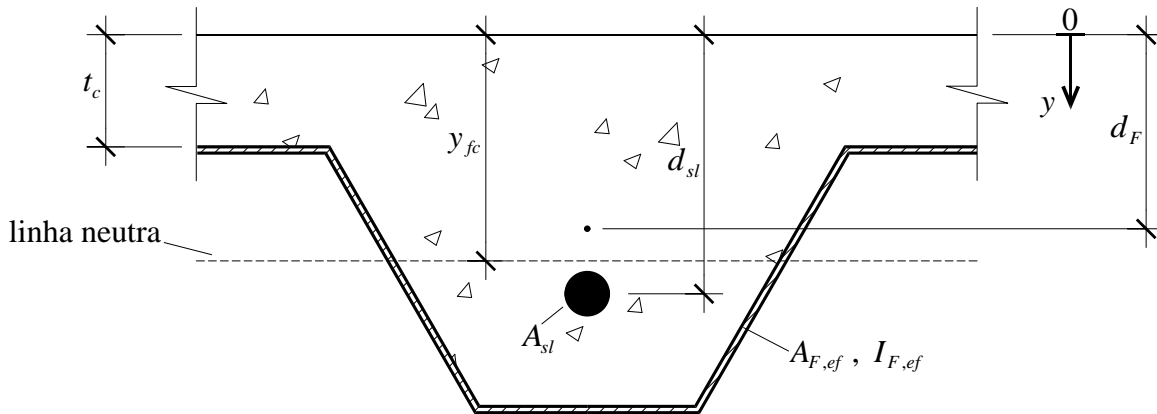


Figura 6.31 – Grandezas geométricas para cálculo do momento de inércia da seção homogeneizada com armadura adicional desconsiderando-se o concreto tracionado: linha neutra abaixo da face superior da fôrma.

Desprezando-se o concreto no interior da nervura (tracionado ou não), o centro geométrico da seção homogeneizada em relação à origem do eixo vertical y (ver Figura 6.31) será:

$$y_{fc} = \frac{\frac{bt_c}{\alpha_E} (t_c / 2) + A_{F,ef} (d_F) + A_{sl} (d_{sl})}{\frac{bt_c}{\alpha_E} + A_{F,ef} + A_{sl}} \Leftrightarrow y_{fc} = \frac{\frac{bt_c^2}{2\alpha_E} + A_{F,ef} d_F + A_{sl} d_{sl}}{\frac{bt_c}{\alpha_E} + A_{F,ef} + A_{sl}} \quad (6.146)$$

Tomando-se um caso prático usual, em que a contribuição do concreto é muito superior às duas outras, pode-se novamente considerar, como na Eq. (3.79), que, se a linha neutra está abaixo da capa de concreto, ela pelo menos deve estar situada bem próximo desta. Assim, mais uma vez:

$$y_{fc} = t_c \quad (6.147)$$

Por fim, sabendo-se o valor de y_{fc} calculado pela Eq. (6.144) ou pela (6.147), pode-se determinar o momento de inércia da seção de largura b (I_{fc}):

$$I_{fc} = \left[\frac{by_{fc}^3}{12} + by_{fc} \left(y_{fc} - \frac{y_{fc}}{2} \right)^2 \right] \frac{1}{\alpha_E} + I_{F,ef} + A_{F,ef} (y_{fc} - d_F)^2 + n_{sl} \left[\frac{\pi \phi^4}{64} + \frac{\pi \phi^2}{4} (y_{fc} - d_{sl})^2 \right] \quad (6.148)$$

Sendo n_{sl} o número de barras adicionais contido na largura b . Pode-se simplificar essa equação, chegando a:

$$I_{fc} = \left(\frac{b y_{fc}^3}{3} \right) \frac{1}{\alpha_E} + I_{F,ef} + A_{F,ef} (y_{fc} - d_F)^2 + n_{sl} \frac{\pi \phi^2}{4} \left[\frac{\phi^2}{16} + (y_{fc} - d_{sl})^2 \right] \quad (6.149)$$

– Concreto Tracionado Não Fissurado

Tome-se, agora, a seção transversal de largura unitária ilustrada na Figura 6.32. Deseja-se encontrar seu centroide (y_{nc}) considerando-se também o concreto abaixo da linha neutra e, posteriormente, determinar seu momento de inércia (I_{nc}).

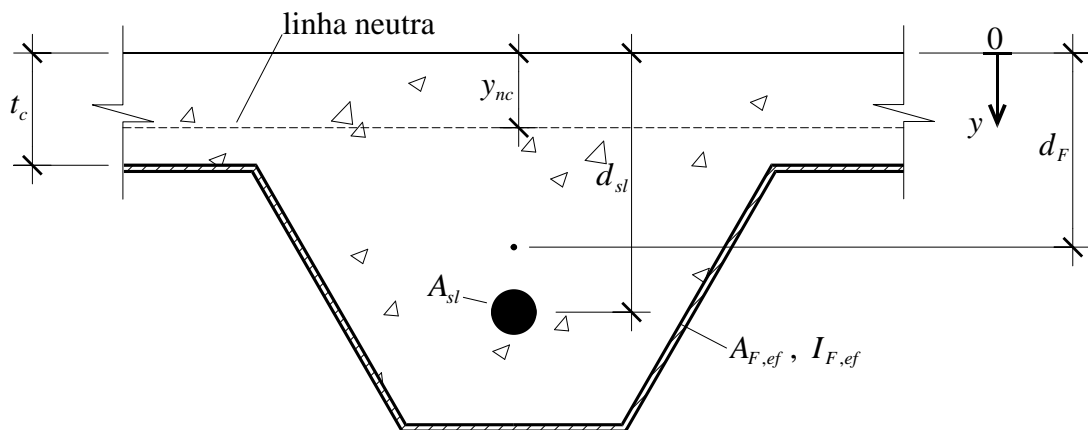


Figura 6.32 – Grandezas geométricas para cálculo do momento de inércia da seção homogeneizada com armadura adicional considerando-se o concreto tracionado.

O centroide da seção homogeneizada em relação à origem do eixo vertical y (ver Figura 6.32) será o mesmo da Eq. (3.82), mas considerando-se também a contribuição da armadura adicional:

$$y_{nc} = \frac{\frac{b t_c}{\alpha_E} (t_c / 2) + A_{F,ef} (d_F) + \frac{B_m t_a}{\alpha_E} \frac{b}{B_n} (h_t - t_a / 2) + A_{sl} (d_{sl})}{\frac{b t_c}{\alpha_E} + A_{F,ef} + \frac{B_m t_a}{\alpha_E} \frac{b}{B_n} + A_{sl}} \Leftrightarrow \frac{\frac{b t_c^2}{2 \alpha_E} + A_{F,ef} d_F + \frac{B_m t_a}{\alpha_E} \frac{b}{B_n} \left(h_t - \frac{t_a}{2} \right) + A_{sl} d_{sl}}{\frac{b t_c}{\alpha_E} + A_{F,ef} + \frac{B_m t_a}{\alpha_E} \frac{b}{B_n} + A_{sl}} \quad (6.150)$$

O momento de inércia da seção de largura b (I_{nc}) será então dado por:

$$\begin{aligned}
 I_{nc} = & \left[\frac{bt_c^3}{12} + bt_c \left(y_{nc} - \frac{t_c}{2} \right)^2 \right] \frac{1}{\alpha_E} + \\
 & + I_{F,ef} + A_{F,ef} (y_{nc} - d_F)^2 + \left[\frac{B_m t_a^3}{12} \frac{b}{B_n} + B_m t_a \frac{b}{B_n} \left(y_{nc} - h_t + \frac{t_a}{2} \right)^2 \right] \frac{1}{\alpha_E} + \quad (6.151) \\
 & + n_{sl} \left[\frac{\pi \phi^4}{64} + \frac{\pi \phi^2}{4} (y_{nc} - d_{sl})^2 \right] \left(1 - \frac{1}{\alpha_E} \right)
 \end{aligned}$$

Simplificando-se essa equação:

$$\begin{aligned}
 I_{nc} = & \left[\frac{t_c^2}{12} + \left(y_{nc} - \frac{t_c}{2} \right)^2 \right] bt_c \frac{1}{\alpha_E} + \\
 & + I_{F,ef} + A_{F,ef} (y_{nc} - d_F)^2 + \left[\frac{t_a^2}{12} + \left(y_{nc} - h_t + \frac{t_a}{2} \right)^2 \right] B_m t_a \frac{b}{B_n} \frac{1}{\alpha_E} + \quad (6.152) \\
 & + n_{sl} \frac{\pi \phi^2}{4} \left[\frac{\phi^2}{16} + (y_{nc} - d_{sl})^2 \right] \left(1 - \frac{1}{\alpha_E} \right)
 \end{aligned}$$

– Momento de Inércia Médio

Tomando a mesma consideração do caso sem armadura adicional, em que apenas parte das seções de uma laje mista está fissurada, considera-se, a princípio, o uso do momento de inércia médio (I_d), tal qual a Eq. (3.85):

$$I_d = \frac{I_{fc} + I_{nc}}{2} \quad (6.153)$$

Diz-se “a princípio”, pois a verificação de qual hipótese será a mais adequada será efetuada no tópico próximo.

Todas as expressões aqui demonstradas estão resumidas na Tabela 6.9.

Tabela 6.9 – Expressões para determinação do centro geométrico e do momento de inércia de lajes mistas com armadura adicional (referentes à largura unitária $b = 1.000 \text{ mm}$).

Hipótese	Centro Geométrico	Momento de Inércia
Concreto Tracionado Fissurado	$y_{fc} = d_F \left[-\frac{\alpha_E}{b d_F} (A_{F,ef} + A_{sl}) + \sqrt{\frac{\alpha_E^2}{b^2 d_F^2} (A_{F,ef} + A_{sl})^2 + \frac{2\alpha_E}{b d_F} \left(A_{F,ef} + A_{sl} \frac{d_{sl}}{d_F} \right)} \right],$ <p>com $y_{fc} < t_c$ Do contrário, $y_{fc} = t_c$</p>	$I_{fc} = \left(\frac{b y_{fc}^3}{3} \right) \frac{1}{\alpha_E} + I_{F,ef} + A_{F,ef} (y_{fc} - d_F)^2 + n_{sl} \frac{\pi \phi^2}{4} \left[\frac{\phi^2}{16} + (y_{fc} - d_{sl})^2 \right]$
Concreto Tracionado Não Fissurado	$y_{nc} = \frac{\frac{b t_c^2}{2\alpha_E} + A_{F,ef} d_F + \frac{B_m t_a}{\alpha_E} \frac{b}{B_n} \left(h_t - \frac{t_a}{2} \right) + A_{sl} d_{sl}}{\frac{b t_c}{\alpha_E} + A_{F,ef} + \frac{B_m t_a}{\alpha_E} \frac{b}{B_n} + A_{sl}}$	$I_{nc} = \left[\frac{t_c^2}{12} + \left(y_{nc} - \frac{t_c}{2} \right)^2 \right] b t_c \frac{1}{\alpha_E} + I_{F,ef} + A_{F,ef} (y_{nc} - d_F)^2 + \left[\frac{t_a^2}{12} + \left(y_{nc} - h_t + \frac{t_a}{2} \right)^2 \right] B_m t_a \frac{b}{B_n} \frac{1}{\alpha_E} + n_{sl} \frac{\pi \phi^2}{4} \left[\frac{\phi^2}{16} + (y_{nc} - d_{sl})^2 \right] \left(1 - \frac{1}{\alpha_E} \right)$
Momento de Inércia Médio	-	$I_d = \frac{I_{fc} + I_{nc}}{2}$

b) Confronto com Resultados Experimentais

Na Tabela 6.10, são apresentados os valores da posição do centroide e do momento de inércia, calculados utilizando-se as expressões da Tabela 6.9 já para a largura total das lajes (b_L), de todos os protótipos com armadura adicional (ver Tabela 4.2), bem como as equações das retas teóricas para a condição estática do ensaio da Figura 1.3, com base nas equações da Mecânica dos Sólidos. Todas essas retas estão traçadas nos gráficos apresentados no Apêndice C.

Tabela 6.10 – Centróide, momento de inércia e equações das retas teóricas para os protótipos com armadura adicional.

Hipótese	MD65-P20	MD65-P21	MD65-P22	MD65-P23
Concreto Tractionado Fissurado	$y_{fc} = 38,2 \text{ mm}$ $I_{fcL} = 4.732.174 \text{ mm}^4$	$y_{fc} = 41,4 \text{ mm}$ $I_{fcL} = 5.340.564 \text{ mm}^4$	$y_{fc} = 53,0 \text{ mm}$ $I_{fcL} = 14.142.116 \text{ mm}^4$	$y_{fc} = 57,8 \text{ mm}$ $I_{fcL} = 16.474.411 \text{ mm}^4$
Concreto Tractionado Não Fissurado	$y_{nc} = 55,2 \text{ mm}$ $I_{ncL} = 9.317.152 \text{ mm}^4$	$y_{nc} = 56,2 \text{ mm}$ $I_{ncL} = 9.560.313 \text{ mm}^4$	$y_{nc} = 83,7 \text{ mm}$ $I_{ncL} = 30.888.580 \text{ mm}^4$	$y_{nc} = 85,0 \text{ mm}$ $I_{ncL} = 31.888.217 \text{ mm}^4$
Momento de Inércia Médio	$I_{dL} = 7.024.663 \text{ mm}^4$	$I_{dL} = 7.450.438 \text{ mm}^4$	$I_{dL} = 22.515.348 \text{ mm}^4$	$I_{dL} = 24.181.314 \text{ mm}^4$

– Reta Força \times Flecha (conforme Pinheiro, Catoia e Catoia (2010)):

$$\delta = \frac{11L^3}{768 \times 200.000 \times (I_{fcL} \text{ ou } I_{ncL} \text{ ou } I_{dL})} (1.000F), \text{ com } \begin{cases} [\delta] = [\text{mm}] \\ [F] = [\text{kN}] \end{cases}$$

Para cada protótipo, L é dado pela Tabela 4.2.

– Retas Força \times Deformação Específica:

$$\varepsilon_c = \frac{(1.000F / 2)(\bar{L}_x)}{200.000 \times (I_{fcL} \text{ ou } I_{ncL})} (-y_{fc} \text{ ou } -y_{nc}) \times 10^6$$

$$\varepsilon_{a_i} = \frac{(1.000F / 2)(\bar{L}_x)}{200.000 \times (I_{fcL} \text{ ou } I_{ncL})} [(h_t - y_{fc}) \text{ ou } (h_t - y_{nc})] \times 10^6$$

$$\varepsilon_{a_s} = \frac{(1.000F / 2)(\bar{L}_x)}{200.000 \times (I_{fcL} \text{ ou } I_{ncL})} [(h_t - 65 - y_{fc}) \text{ ou } (h_t - 65 - y_{nc})] \times 10^6$$

$$\varepsilon_{sl} = \frac{(1.000F / 2)(\bar{L}_x)}{200.000 \times (I_{fcL} \text{ ou } I_{ncL})} \left[\left(d_{sl} - \frac{\phi}{2} - y_{fc} \right) \text{ ou } \left(d_{sl} - \frac{\phi}{2} - y_{nc} \right) \right] \times 10^6$$

Com $\begin{cases} [\varepsilon] = [\mu\varepsilon] \\ [F] = [\text{kN}] \end{cases}$

Sendo:

- ε_c : deformação longitudinal horizontal específica na face superior da capa de concreto;
- ε_{a_i} : deformação longitudinal horizontal específica na onda baixa da fôrma de aço;
- ε_{a_s} : deformação longitudinal horizontal específica na onda alta da fôrma de aço;
- ε_{sl} : deformação longitudinal horizontal específica na armadura adicional.

Para cada protótipo, \bar{L}_x é dado pela Figura 4.4, e h_t , d_{sl} e ϕ pela Tabela 4.2.

Tomando-se o protótipo MD65-P20 como representativo, plotam-se suas retas teóricas Força \times Flecha pelas expressões da Tabela 6.10. As curvas podem ser vistas na Figura 6.33.

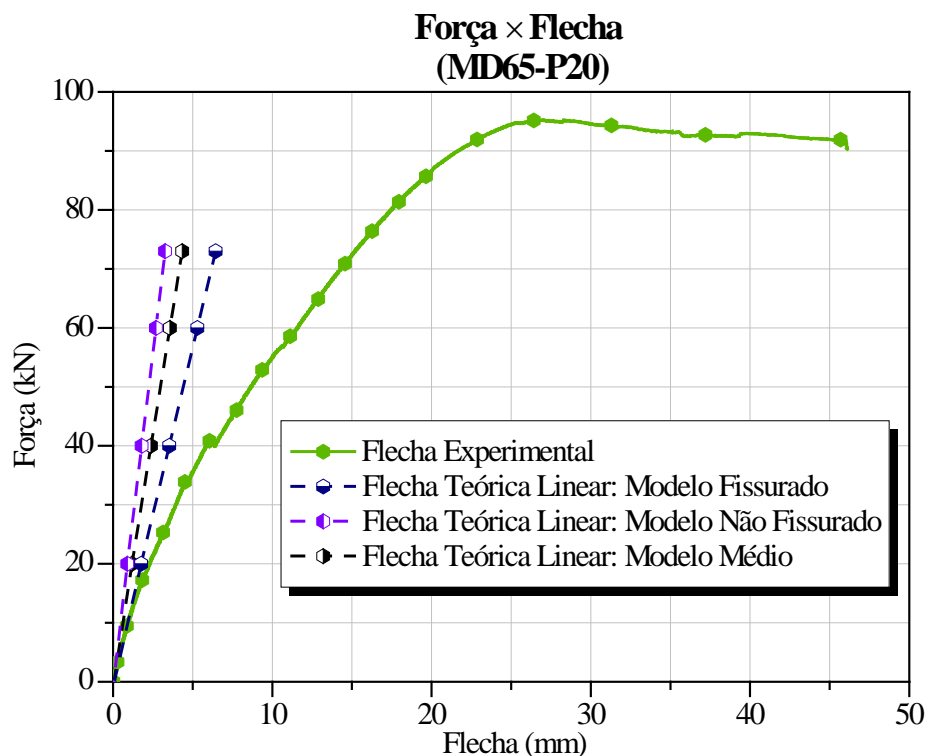


Figura 6.33 – Curvas Força x Flecha do protótipo MD65-20.

Observa-se que, em condição de serviço (da ordem de até 50% da força máxima), o modelo fissurado apresentou-se o mais próximo da curva experimental. O mesmo foi constatado para os demais protótipos, cujos gráficos estão apresentados no Apêndice C.

Entretanto, pode-se notar também que os valores experimentais se afastam consideravelmente dos teóricos. Isso se dá porque tais modelos prescindem de considerar a redução de rigidez devido à interação parcial e, ainda, a não linearidade física dos materiais ao longo do ensaio. O mesmo ocorre para o caso sem armadura adicional.

Desse modo, um equacionamento mais adequado para ambos os casos deveria considerar esses dois importantes aspectos. Veja-se que, para cálculo de vigas mistas, a ABNT NBR 8800 (2008, p. 180) faz uso do momento de inércia efetivo para considerar a redução de rigidez proveniente da interação parcial. Esse equacionamento será deixado como estudos futuros sobre o tema.

Utilizando-se, portanto, o procedimento indicado nas normas estrangeiras para cálculo do deslocamento vertical (a partir do momento de inércia da seção homogeneizada), resulta mais adequado o modelo fissurado para o caso com armadura adicional, e não mais o médio, como indicado à situação sem as barras (ver Seção 3.4).

7 CONCLUSÃO

Usualmente, no projeto de lajes mistas, busca-se ao máximo mantê-las com a mesma espessura de fôrma de aço (em geral, 0,80 mm), normalmente por razões econômicas. Visto que podem existir situações em que espessuras maiores devem ser inevitavelmente empregadas em algumas fôrmas somente na fase final (comportamento misto), solução essa pouco competitiva no mercado brasileiro, há uma alternativa economicamente interessante: a inserção de armadura adicional. O acréscimo de área de aço é então promovido por vergalhões, conservando-se a espessura padrão das fôrmas.

Entretanto, por ser um procedimento inusual, o comportamento estrutural das lajes mistas com armadura adicional, bem como suas diretrizes e critérios de dimensionamento, não são previstos em normas e manuais técnicos, tanto nacionais quanto estrangeiros. Ainda, a pesquisa bibliográfica não indicou estudos anteriores sobre o tema.

Diante dessa conjuntura, o intuito deste trabalho consistiu na investigação do comportamento estrutural e da resistência de lajes mistas com armadura adicional, propondo seus critérios de cálculo para estados-limites últimos e de serviço.

A parte experimental foi conduzida por meio de ensaios de flexão de doze protótipos de laje mista de fôrma MD65, oito sem e quatro com armadura adicional. Aqueles foram separados em dois subgrupos (de quatro), cada um com diferente altura e vão, seguindo as recomendações do Eurocode 4 (2004) para aplicação do Método $m-k$ e do Método da Interação Parcial. Os protótipos com armadura também foram segregados em dois subgrupos (de dois), cada um com as mesmas dimensões (altura e vão) dos respectivos sem armadura, mas considerando quatro taxas de armadura (uma para cada protótipo). Assim, foram determinadas as constantes m e k e a tensão de cisalhamento média na interface ($\tau_{u,m}$) da laje sem armadura adicional, utilizando-se os valores médios experimentais, a partir do Método $m-k$ e do Método da Interação Parcial, respectivamente. Também se comparou o comportamento estrutural dos protótipos sem e com armadura adicional, bem como estes entre si.

A parte teórica consistiu numa expansão matemática, para o caso com armadura adicional, dos procedimentos de dimensionamento já existentes referentes às lajes sem armadura: estados-limites últimos associados ao momento fletor (interação completa) e ao cisalhamento longitudinal (Método $m-k$ e Método da Interação Parcial), e estado-limite de

serviço (deslocamento vertical). Essas formulações propostas foram validadas a partir dos dados adquiridos na parte experimental.

Quanto aos resultados, as lajes sem armadura adicional resultaram dúcteis, falhando por cisalhamento longitudinal.

Quanto ao comportamento estrutural durante o ensaio, as lajes com armadura adicional resultaram dúcteis, com propagação mais lenta da fissuração, exibindo colapso por cisalhamento longitudinal e com resistência superior às respectivas sem armadura adicional, sendo sua capacidade linearmente dependente da área dos vergalhões. O decréscimo de rigidez na passagem de interação completa para parcial é sutil, sendo gradual com a ascensão do carregamento. Após essa transição, a armadura adicional paulatinamente torna-se mais solicitada, ao contrário da fôrma de aço.

A validação da formulação para o estado-limite último relativo ao cisalhamento longitudinal só pôde ser executada à condição particular dos protótipos ensaiados, isto é, capa de concreto mais resistente do que a fôrma e armadura juntas (caso de linha neutra na capa de concreto em interação completa). Apesar da limitação, esse é o caso amplamente mais usual.

Para o Método $m-k$, demonstrou-se que a força cortante associada ao colapso ($V_{l,Rk}$) pode ser obtida pela formulação proposta, utilizando-se as mesmas constantes m e k das lajes sem armadura adicional, contanto que essas sejam dúcteis.

Para o Método da Interação Parcial, demonstrou-se que se pode determinar seu momento fletor resistente seção a seção ($M_{l,Rk}$) pelo equacionamento proposto, fazendo uso da mesma tensão $\tau_{u,Rk}$ das lajes sem armadura adicional.

Por fim, para o estado-limite de serviço de deslocamento vertical, mostrou-se que o modelo teórico mais apropriado para cálculo do momento de inércia da seção mista homogeneizada é o fissurado. Entretanto, em condição de serviço (da ordem de até 50% da força máxima), constata-se que esse modelo, bem como o correspondente utilizado para a situação sem armadura adicional (modelo médio), apresenta-se muito distante dos valores experimentais, por abstrair a redução de rigidez decorrente da interação parcial (levada em conta, por exemplo, no cálculo de vigas mistas) e a não linearidade física dos materiais.

A seguir são apresentadas propostas para trabalhos futuros:

a) Validação das equações de todos os possíveis casos do estado-limite último momento fletor (interação completa) dos casos com armadura adicional (Seção 6.1);

-
- b) Validação de todos os casos do Método da Interação Parcial estendido (Item 6.2.3), verificando inclusive a possibilidade de extrapolação da tensão média de cisalhamento na interface entre as lajes sem e com barras adicionais;
 - c) Investigar a existência de uma taxa mínima de armadura adicional a ser inserida em uma laje mista sem barras adicionais de comportamento frágil para que se torne dúctil;
 - d) Investigação da relação (extrapolação) das constantes m e k entre protótipos sem barras adicionais de comportamento frágil e os correspondentes com armadura;
 - e) Equacionamento e validação dos demais estados-limites últimos para o caso com armadura adicional (cisalhamento vertical e punção);
 - f) Aplicação e extensão de outros métodos, como os em escala reduzida e análises numéricas, para lajes mistas com armadura adicional;
 - g) Equacionamento e validação para o caso com armadura adicional de vãos contínuos;
 - h) Consideração e análise de efeitos de não linearidade física e geométrica, bem como condição de interação parcial, para cálculo de deslocamentos verticais (momento de inércia da seção homogeneizada) para as lajes mistas sem e com armadura adicional;
 - i) Estudo dos detalhes construtivos a serem empregados na prática, tais como disposição e ancoragem das barras adicionais.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ABDULLAH, R. **Experimental evaluation and analytical modeling of shear bond in composite slabs**. 2004. 208 p. Ph. D. Thesis (Civil Engineering) – Virginia Polytechnic Institute and State University, Blacksburg, Virginia, United States of America, 2004.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 14323**: Projeto de estruturas de aço e de estruturas mistas de aço e concreto de edifícios em situação de incêndio. Rio de Janeiro, 2013. 66 p.

_____. **NBR 14762**: Dimensionamento de estruturas de aço constituídas por perfis formados a frio. Rio de Janeiro, 2010. 87 p.

_____. **NBR 5739**: Concreto – Ensaio de compressão de corpos-de-prova cilíndricos. Rio de Janeiro, 2007. 9 p.

_____. **NBR 6118**: Projeto de estruturas de concreto – Procedimento. Rio de Janeiro, 2014. 238 p.

_____. **NBR 7008-3**: Chapas e bobinas de aço revestidas com zinco ou liga zinco-ferro pelo processo contínuo de imersão a quente. Parte 3: Aços estruturais. Rio de Janeiro, 2012. 3 p.

_____. **NBR 7480**: Aço destinado a armaduras para estruturas de concreto armado – Especificação. Rio de Janeiro, 2007. 13 p.

_____. **NBR 8522**: Concreto – Determinação do módulo estático de elasticidade à compressão. Rio de Janeiro, 2008. 16 p.

_____. **NBR 8800**: Projeto de estruturas de aço e de estruturas mistas de aço e concreto de edifícios. Rio de Janeiro, 2008. 237 p.

AIRUMYAN, E.; BELYAEV, V.; RUMYANCEVA, I. Efficient embossment for corrugated steel sheeting. **IABSE Symposium on Mixed Structures Including New Materials**, Brussels, Belgium, p. 137-142, 1990.

AMERICAN CONCRETE INSTITUTE. **ACI 318-77**: Building code requirements for reinforced concrete. Farmington Hills, Michigan, United States of America, 1977.

AN, L. **Load bearing capacity and behaviour of composite slabs with profiled steel sheet**. 1993. Ph. D. Thesis (Civil Engineering) – Chalmers University of Technology, Gothenburg, Sweden, 1993.

AMERICAN NATIONAL STANDARDS INSTITUTE/AMERICAN SOCIETY OF CIVIL ENGINEERS. **ANSI/ASCE 3-91**: Standard for the structural design of composite slabs. New York, New York, United States of America, 1992. 104 p.

AMERICAN NATIONAL STANDARDS INSTITUTE/STEEL DECK INSTITUTE – **ANSI/SDI C-2011**: Standard for composite steel floor deck-slabs. Canton, Ohio, United States of America, 2011. 35 p.

AMERICAN SOCIETY FOR TESTING AND MATERIALS. **ASTM A370-14**: Standard methods and definitions for mechanical testing of steel products. West Conshohocken, Pennsylvania, United States of America, 2014. 50 p.

BODE, H.; MINAS, F.; SAUERBORN, I. Partial connection design of composite slabs. **Structural engineering international**, Switzerland, v. 6, n. 1, p. 53-56, 1996.

BRENDOLAN, G. **Análise do comportamento e da resistência de um sistema de lajes com fôrma de aço incorporada**. 2007. 149 p. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil (Estruturas)) – Escola de Engenharia, Universidade Federal de Minas Gerais, Belo Horizonte, 2007.

BRYL, S. The composite effect of profiled sheet plate and concrete in deck slabs. **Acier-Stahl-Steel**, Brussels, Belgium, 1967.

BURNET, M. **Analysis of composite steel and concrete flexural members that exhibit partial shear connection**. 1998. 466 p. Ph. D. Thesis (Civil Engineering) – Department of Civil and Environmental Engineering, University of Adelaide, South Australia, Australia, 1998.

CALIXTO, J.; LAVALL, A. C.; MELO, C. B.; PIMENTA, R. J.; MONTEIRO, R. C. Behavior and strength of composite slabs with ribbed decking. **Journal of Constructional Steel Research**, England, v. 46, n. 1-3, paper 110, 1998.

CALIXTO, J. M.; BENDOLAN, G.; PIMENTA, R. Estudo comparativo dos critérios de dimensionamento ao cisalhamento longitudinal em lajes mistas de aço e concreto. **Revista Ibracon de Estruturas e Materiais**, São Paulo, São Paulo, Brasil, v. 2, n. 2, p. 124-141, 2009.

CODA, H. B. **Mecânica dos sólidos**: apostila do curso. São Carlos: EESC-USP, 2011, 372 p.

COSTA, R. S. **Análise de um sistema de lajes mistas considerando a influência do atrito dos apoios e a avaliação do momento de inércia efetivo**. 2009. 193 p. Dissertação (Engenharia Civil (Estruturas)) – Escola de Engenharia, Universidade Federal de Minas Gerais, Belo Horizonte, 2009.

CRISINEL, M.; MARIMON, F. A new simplified method for the design of composite slabs. **Journal of Constructional Steel Research**, England, v. 60, n. 3-5, p. 481-491, 2004.

CANADIAN SHEET STEEL BUILDING INSTITUTE. **CSSBI S2-2008**: Criteria for the testing of composite slabs. Cambridge, Ontario, Canada, 2008. 4 p.

DANIELS, B. J. **Shear bond pull-out tests for cold-formed-steel composite slabs: rapport d'essais**. Lausanne: Steel Structures Laboratory (ICOM), Department de Genie Civil, École Polytechnic Fédérale de Lausanne (EPFL), 1988.

DANIELS, B. J.; CRISINEL, M. Composite slab behavior and strength analysis. Part I: calculation procedure. **Journal of Structural Engineering**, New York, New York, United States of America, v. 119, n. 1, p. 16-35, 1993.

EASTERLING, S. W.; YOUNG, C. S. Strength of composite slabs. **Journal of Structural Engineering**, New York, New York, United States of America, v. 118, n. 9, p. 2370-2389, 1992.

EUROPEAN COMMITTEE FOR STANDARDIZATION. **EN 1990**: Eurocode 0 – Basis of structural design. Brussels, Belgium, 2002. 87 p.

_____. **EN 1994-1-1**: Eurocode 4 – Design of composite steel and concrete structures – Part 1-1: General rules for buildings. Brussels, Belgium, 2004. 118 p.

FERRAZ, C. B. **Análise do comportamento e da resistência do sistema de lajes mistas**. 1999. 142 p. Dissertação (Engenharia Civil (Estruturas)) – Escola de Engenharia, Universidade Federal de Minas Gerais, Belo Horizonte, 1999.

FRIBERG, B. F. Combined form and reinforcement for concrete slabs. **American Concrete Institute Journal**, Denver, Colorado, United States of America, v. 25, n. 9, p. 697-716, 1954.

FRIEDRICH, J. T. **Análise teórico-experimental de pisos de pequena altura**. 2012. 128 p. Dissertação (Engenharia Civil (Estruturas)) – Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, 2012.

GANESH, G. M.; UPADHYAY, A.; KAUSHIK, S. K. Simplified design of composite slabs using slip block test. **Journal of Advanced Concrete Technology**, Tokyo, Japan, v. 3, n. 3, p. 403-412, 2005.

GIONGO, J. S. **Concreto armado**: introdução e propriedades dos materiais. São Carlos: EESC-USP, 2007, 65 p.

GOMES, L. C. **Estudo do sistema de lajes mistas com fôrma de aço incorporada empregando concreto estrutural leve**. 2001. 165 p. Dissertação (Engenharia Civil (Estruturas)) – Escola de Engenharia, Universidade Federal de Minas Gerais, Belo Horizonte, 2001.

HEAGLER, R. B. The steel deck institute method for designing composite slabs. **Thin-Walled Structures**, Great Britain, v. 16, n. 1-4, p. 319-326, 1993.

HEDAOO, N. A.; GUPTA, L. M.; RONGHE, G. N. Design of composite slabs with profiled steel decking: a comparison between experimental and analytical studies. **International Journal of Advanced Structural Engineering**, Heidelberg, Germany, p. 1-15, 2012.

JOHNSON, R. P. **Composite structures of steel and concrete**: Volume 1 – beams, slabs, columns, and frames for buildings. 2^a ed. Oxford: Blackwell Scientific Publications, 1994. 210 p.

JOLLY, C. K.; ZUBAIR, A. K. The efficiency of shear-bond interlock between profiled steel sheeting and concrete. **International Conference on Steel and Aluminium Structures**, Cardiff, Wales, p. 127-136, 1978.

LUTTRELL, L. D. Method for predicting strength in composite slabs. **18th International Specialty Conference on Cold-Formed Steel Structures**, Saint Louis, Missouri, United States of America, p. 419-432, 1986.

LUTTRELL, L. D.; PRASANNAN, S. Strength formulations for composite slabs. **7th International Specialty Conference on Cold-Formed Steel Structures**, Saint Louis, Missouri, United States of America, p. 307-324, 1984.

MALITE, M. **Análise experimental de lajes com fôrma de aço incorporada – steel deck modular MD65**. 42 p. Relatório técnico, Escola de Engenharia de São Carlos – Universidade de São Paulo, São Carlos, 2014a.

MALITE, M. **Análise experimental de lajes com fôrma de aço incorporada – steel deck modular MD55**. 54 p. Relatório técnico, Escola de Engenharia de São Carlos – Universidade de São Paulo, São Carlos, 2014b.

PATRICK, M. A new partial shear connection strength model for steel construction composite. **Journal of the Australian Institute of Steel Construction**, Sydney, New South Wales, Australia, v. 24, n. 3, p. 2-17, 1990.

PATRICK, M.; BRIDGE, R. Q. Parameters affecting the design and behaviour of composite slabs. **IABSE Symposium on Mixed Structures Including New Materials**, Brussels, Belgium, p. 221-225, 1990.

PATRICK, M.; POH, K. W. Controlled test for composite slab design parameters. **IABSE Symposium on Mixed Structures Including New Materials**, Zurich, Switzerland, p. 227-231, 1990.

PINHEIRO, L. M. **Fundamentos do concreto e projeto de edifícios**. São Carlos: EESC-USP, 2007, 380 p.

PINHEIRO, L. M.; CATOIA, B.; CATOIA, T. **Tabelas de vigas: deslocamentos e momentos de engastamento perfeito**. São Carlos: EESC-USP, 2010, 8 p.

PLOOKSAWASDI, S. **Evaluation and design formulations for composite steel deck**. 1977. Ph. D. Thesis (Civil Engineering) – West Virginia University, Morgantown, West Virginia, United States of America, 1977.

PORTER, M. L.; EKBERG, C. E. Investigation of cold-formed steel-deck-reinforced concrete floor slabs. **1st International Specialty Conference on Cold-Formed Steel Structures**, Rolla, Missouri, United States of America, paper 2, p. 179-185, 1971.

PORTER, M. L.; EKBERG, C. E. Design recommendations for steel deck floor slabs. **3rd International Specialty Conference on Cold-Formed Steel Structures**, Saint Louis, Missouri, United States of America, paper 8, p. 2121-2136, 1975.

QUEIROZ, G.; PIMENTA, R. J.; DA MATA, L. A. C. Lajes mistas. In:_____. **Elementos das estruturas mistas aço-concreto**. Belo Horizonte: O Lutador, 2001. Cap. 5, p. 149-190.

RONDAL, J.; MOUTAFIDOU, A. Study of shear bond in steel composite slabs. **International Conference “Composite Construction – Conventional and Innovative”**, Innsbruck, Austria, 11 p., 1997.

SCHUSTER, R. M. **Strength and behavior of cold-rolled steel-deck-reinforced concrete floor slabs**. 1970. 229 p. Ph. D. Thesis (Structural Engineering) – Iowa State University of Science and Technology, Ames, Iowa, United States of America, 1970.

SCHUSTER, R. M.; LING, W. C. Mechanical interlocking capacity of composite slabs. **5th International Specialty Conference on Cold-Formed Steel Structures**, Saint Louis, Missouri, United States of America, p. 387-407, 1980.

SCHUSTER, R. M.; SELEIM, S. S. Shear-bond capacity of composite slabs. **6th International Specialty Conference on Cold-Formed Steel Structures**, Saint Louis, Missouri, United States of America, p. 511-531, 1982.

SHEN, G. **Performance evaluation of new corrugated-type embossments for composite deck**. 2001. 171 p. Master thesis (Civil Engineering) – Virginia Polytechnic Institute and State University, Blacksburg, Virginia, United States of America, 2001.

SIEG, A. P. T. **Estudo de um sistema de laje com fôrma de aço incorporada**. 2015. 143 p. Dissertação (Engenharia Civil (Estruturas)) – Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, 2015.

STARK, J. W. B. Design of composite floors with profiled steel sheet. **4th International Specialty Conference on Cold-Formed Steel Structures**, Saint Louis, Missouri, United States of America, paper 3, p. 893-922, 1978.

STARK, J. W. B.; BREKELMANS, J. W. P. M. Plastic design of continuous composite slabs. **Journal of Constructional Steel Research**, Great Britain, v. 15, p. 23-47, 1990.

TREMBLAY, R.; ROGERS, C. A.; GIGNAC, P.; DEGRANGE, G. Variables affecting the shear-bond resistance of composite floor deck systems. **16th International Specialty Conference on Cold-Formed Steel Structures**, Orlando, Florida, United States of America, paper 4, p. 663-676, 2002.

VELJKOVIC, M. **Behaviour and resistance of composite slabs**: experiments and finite element analysis. 1996. 36 p. Ph. D. Thesis (Civil Engineering) – Department of Civil and Mining Engineering, Division of Steel Structures, Luleå University of Technology, Luleå, Norrbotten, Sweden, 1996.

WIDJAJA, B. R. **Analysis and design of steel deck-concrete composite slabs**. 1997. 96 p. Ph. D. Thesis (Civil Engineering) – Virginia Polytechnic Institute and State University, Blacksburg, Virginia, United States of America, 1997.

APÊNDICES

APÊNDICE A – RELATÓRIO FOTOGRÁFICO

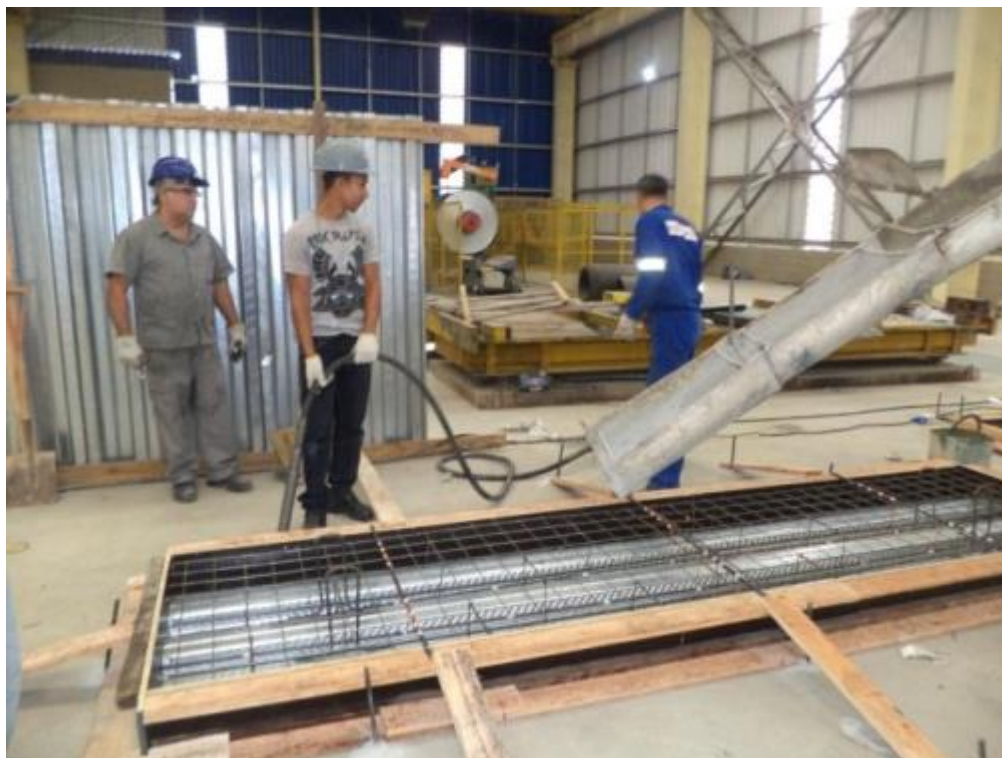


Figura A.1 – Protótipos preparados para concretagem.



Figura A.2 – Concretagem dos protótipos.

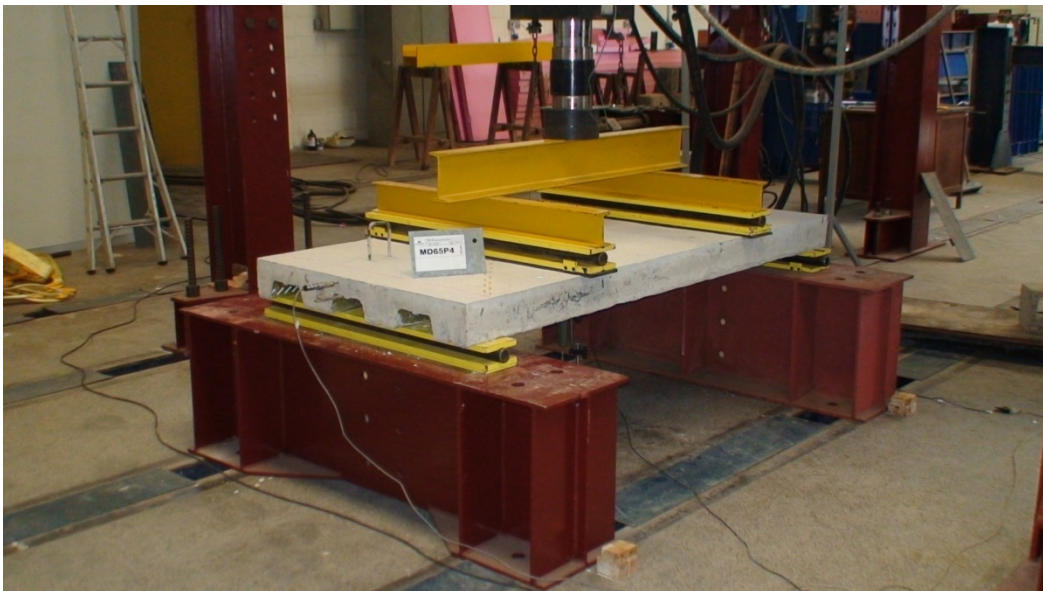


Figura A.3 – Vista geral do ensaio: protótipo com vão teórico de 1.800 mm.

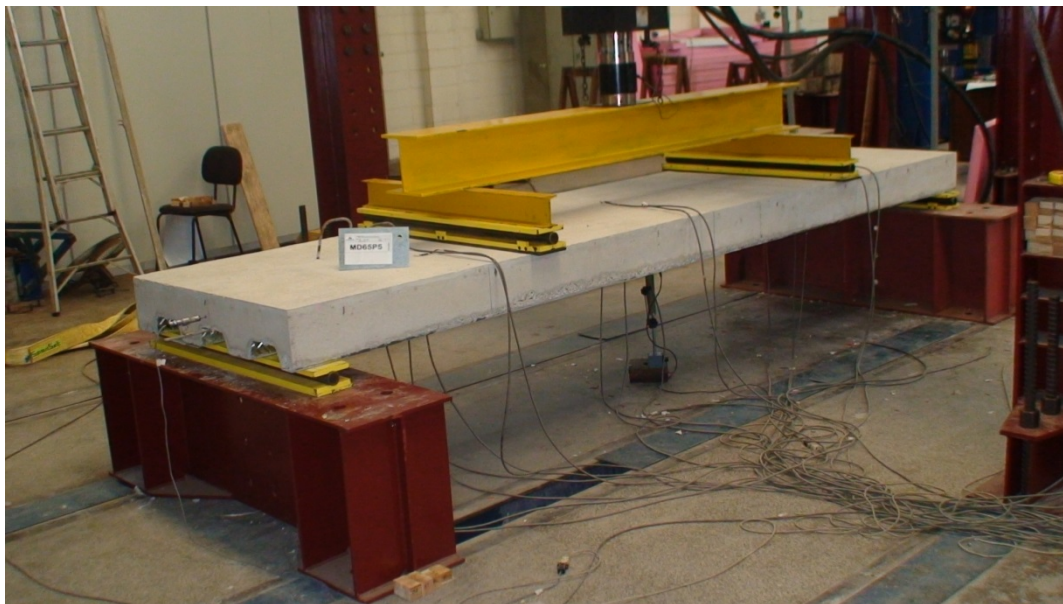


Figura A.4 – Vista geral do ensaio: protótipo com vão teórico de 3.600 mm.

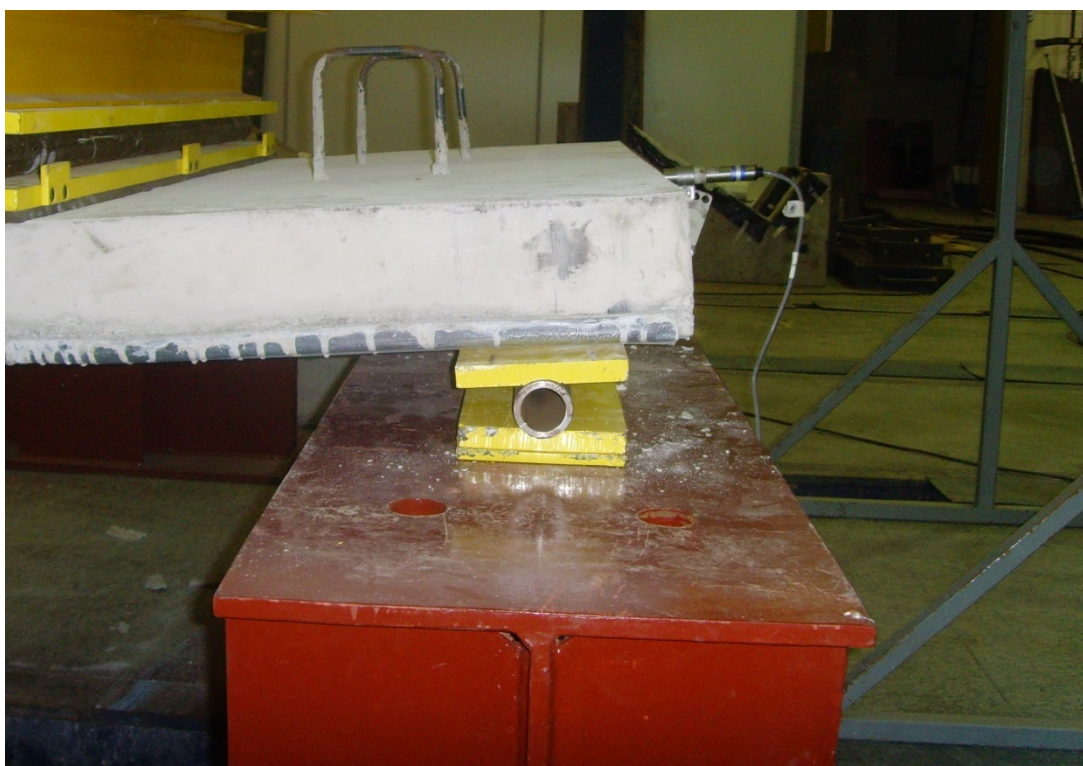


Figura A.5 – Detalhe do apoio fixo.



Figura A.6 – Detalhe do apoio móvel.

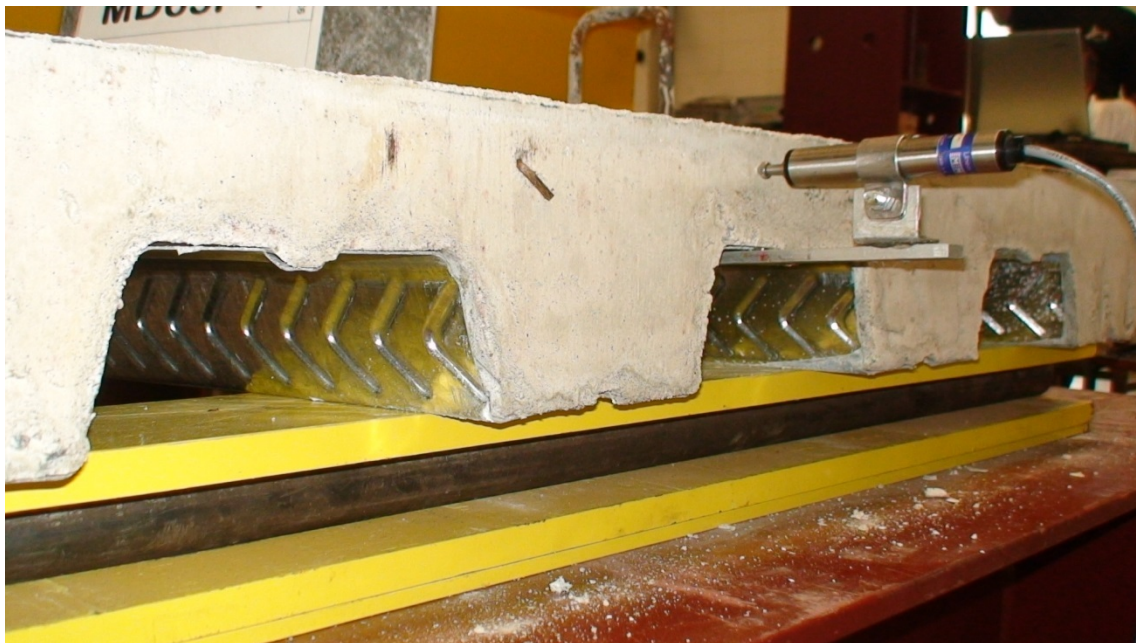


Figura A.7 – Transdutor para medição do deslizamento relativo na extremidade.



Figura A.8 – Transdutor para medição do deslocamento vertical a meio vão (flecha).



Figura A.9 – Extensômetros elétricos na face superior da laje.

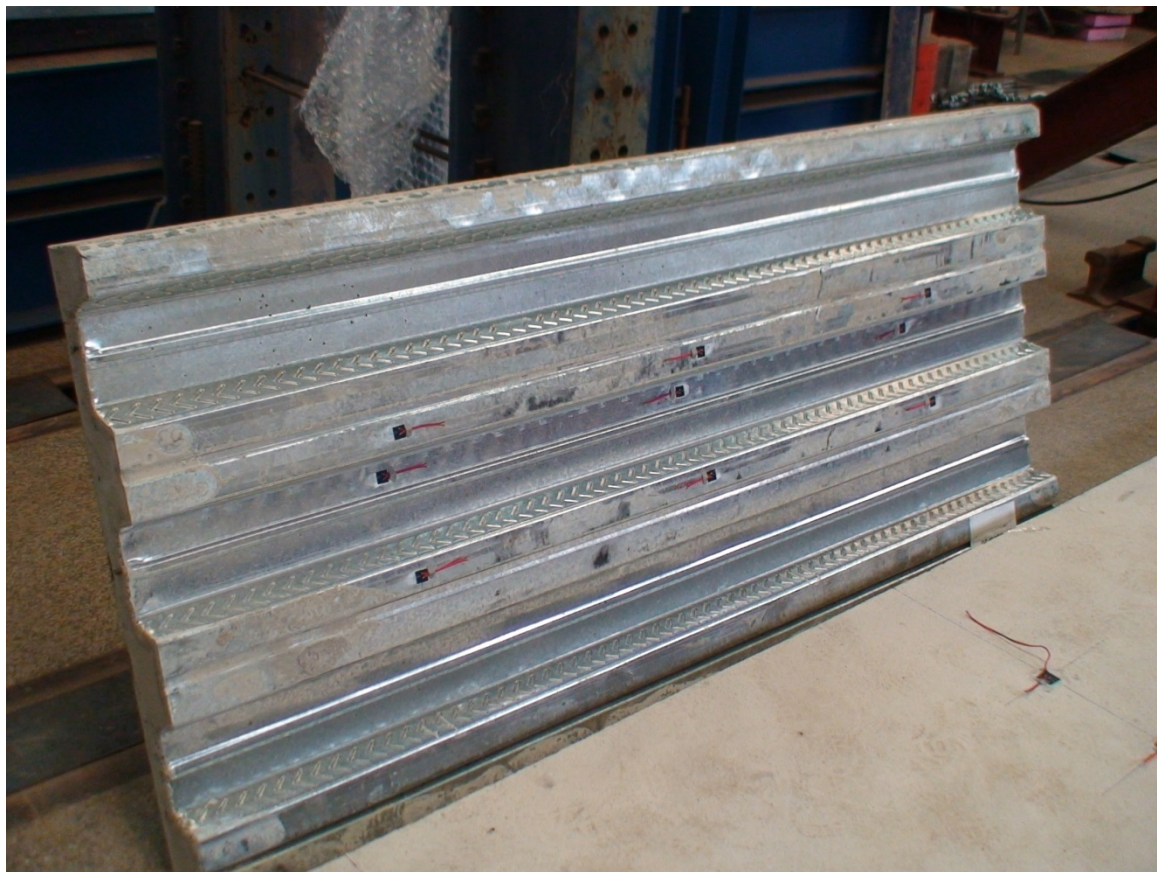


Figura A.10 – Extensômetros elétricos na fôrma de aço (onda alta e onda baixa).



Figura A.11 – Aspecto típico da fissura na região da força aplicada, após o deslizamento.

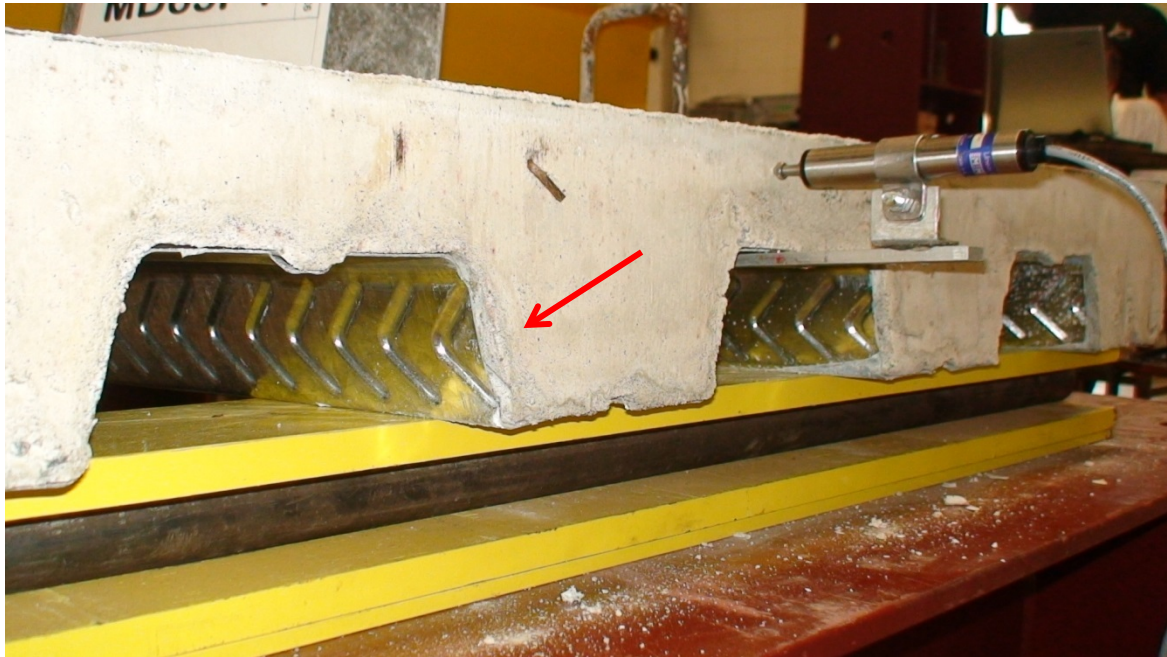


Figura A.12 – Deslizamento relativo entre o concreto e a fôrma de aço na extremidade.



Figura A.13 – Configuração deformada da fôrma de aço no estágio final do ensaio, na região entre as forças aplicadas.

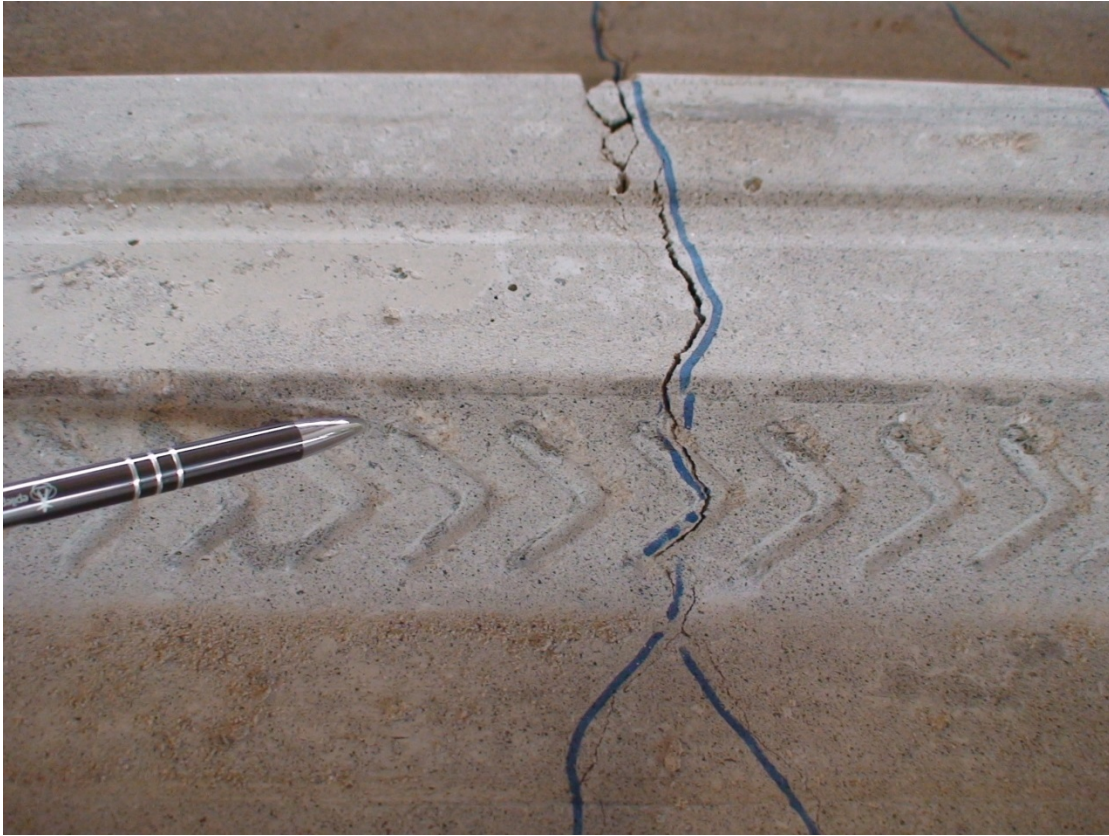


Figura A.14 – Aspecto da superfície do concreto após ensaio (interface com a fôrma).

APÊNDICE B – RESULTADOS EXPERIMENTAIS: LAJES MISTAS SEM ARMADURA ADICIONAL

Neste apêndice são apresentados os gráficos dos protótipos sem armadura adicional a partir da instrumentação da Figura 4.4.

Na Tabela B.1 estão apresentadas, considerando o esquema estático da Figura 1.3, as expressões para avaliação teórica da flecha elástica, com as equações de Pinheiro, Catoia e Catoia (2010), e, nas Tabelas B.2 e B.3, as respectivas expressões das deformações específicas com base no modelo elástico fissurado e não fissurado, respectivamente, com as equações da Mecânica dos Sólidos retiradas de Coda (2011).

Tabela B.1 – Relações Força (F) \times Flecha (δ)^a para os protótipos sem armadura adicional (análise elástica).

Hipótese	MD65-P1 a P4	MD65-P5 a P8
Concreto Tracionado Fissurado	$\delta = \left(\frac{11 \times 1.800^3}{768 \times 200.000 \times 4.282.859} \right) (1.000F)$	$\delta = \left(\frac{11 \times 3.600^3}{768 \times 200.000 \times 12.459.484} \right) (1.000F)$
Concreto Tracionado Não Fissurado	$\delta = \left(\frac{11 \times 1.800^3}{768 \times 200.000 \times 9.148.853} \right) (1.000F)$	$\delta = \left(\frac{11 \times 3.600^3}{768 \times 200.000 \times 30.207.603} \right) (1.000F)$
Momento de Inércia Médio	$\delta = \left(\frac{11 \times 1.800^3}{768 \times 200.000 \times 6.715.856} \right) (1.000F)$	$\delta = \left(\frac{11 \times 3.600^3}{768 \times 200.000 \times 21.333.543} \right) (1.000F)$

^a Força (F) em kN e flecha (δ) em mm.

Tabela B.2 – Relações Força (F) \times Deformação Específica (ε)^{a, b} para os protótipos sem armadura adicional considerando **concreto tracionado fissurado** (análise elástica).

Seção	MD65-P1 a P4	MD65-P5 a P8
Seções S1 e S3	$\varepsilon_c = \frac{(1.000F / 2)(300)}{200.000 \times 4.282.859} (-35,8) \times 10^6$	$\varepsilon_c = \frac{(1.000F / 2)(650)}{200.000 \times 12.459.484} (-49,3) \times 10^6$
	$\varepsilon_{a_i} = \frac{(1.000F / 2)(300)}{200.000 \times 4.282.859} (120 - 35,8) \times 10^6$	$\varepsilon_{a_i} = \frac{(1.000F / 2)(650)}{200.000 \times 12.459.484} (180 - 49,3) \times 10^6$
	$\varepsilon_{a_s} = \frac{(1.000F / 2)(300)}{200.000 \times 4.282.859} (120 - 65 - 35,8) \times 10^6$	$\varepsilon_{a_s} = \frac{(1.000F / 2)(650)}{200.000 \times 12.459.484} (180 - 65 - 49,3) \times 10^6$
Seção S2	$\varepsilon_c = \frac{(1.000F / 2)(450)}{200.000 \times 4.282.859} (-35,8) \times 10^6$	$\varepsilon_c = \frac{(1.000F / 2)(900)}{200.000 \times 12.459.484} (-49,3) \times 10^6$
	$\varepsilon_{a_i} = \frac{(1.000F / 2)(450)}{200.000 \times 4.282.859} (120 - 35,8) \times 10^6$	$\varepsilon_{a_i} = \frac{(1.000F / 2)(900)}{200.000 \times 12.459.484} (180 - 49,3) \times 10^6$
	$\varepsilon_{a_s} = \frac{(1.000F / 2)(450)}{200.000 \times 4.282.859} (120 - 65 - 35,8) \times 10^6$	$\varepsilon_{a_s} = \frac{(1.000F / 2)(900)}{200.000 \times 12.459.484} (180 - 65 - 49,3) \times 10^6$

^a Força (F) em kN e deformação específica (ε) em $\mu\varepsilon$;

^b ε_c : deformação longitudinal específica na face superior da capa de concreto;
 ε_{a_i} : deformação longitudinal específica na onda baixa da fôrma de aço;
 ε_{a_s} : deformação longitudinal específica na onda alta da fôrma de aço.

Tabela B.3 – Relações Força (F) \times Deformação Específica (ε)^{a, b} para os protótipos sem armadura adicional considerando **concreto tracionado não fissurado** (análise elástica).

Seção	MD65-P1 a P4	MD65-P5 a P8
Seções S1 e S3	$\varepsilon_c = \frac{(1.000F / 2)(300)}{200.000 \times 9.148.853} (-54,5) \times 10^6$	$\varepsilon_c = \frac{(1.000F / 2)(650)}{200.000 \times 30.207.603} (-82,8) \times 10^6$
	$\varepsilon_{a_i} = \frac{(1.000F / 2)(300)}{200.000 \times 9.148.853} (120 - 54,5) \times 10^6$	$\varepsilon_{a_i} = \frac{(1.000F / 2)(650)}{200.000 \times 30.207.603} (180 - 82,8) \times 10^6$
	$\varepsilon_{a_s} = \frac{(1.000F / 2)(300)}{200.000 \times 9.148.853} (120 - 65 - 54,5) \times 10^6$	$\varepsilon_{a_s} = \frac{(1.000F / 2)(650)}{200.000 \times 30.207.603} (180 - 65 - 82,8) \times 10^6$
Seção S2	$\varepsilon_c = \frac{(1.000F / 2)(450)}{200.000 \times 9.148.853} (-54,5) \times 10^6$	$\varepsilon_c = \frac{(1.000F / 2)(900)}{200.000 \times 30.207.603} (-82,8) \times 10^6$
	$\varepsilon_{a_i} = \frac{(1.000F / 2)(450)}{200.000 \times 9.148.853} (120 - 54,5) \times 10^6$	$\varepsilon_{a_i} = \frac{(1.000F / 2)(900)}{200.000 \times 30.207.603} (180 - 82,8) \times 10^6$
	$\varepsilon_{a_s} = \frac{(1.000F / 2)(450)}{200.000 \times 9.148.853} (120 - 65 - 54,5) \times 10^6$	$\varepsilon_{a_s} = \frac{(1.000F / 2)(900)}{200.000 \times 30.207.603} (180 - 65 - 82,8) \times 10^6$

^a Força (F) em kN e deformação específica (ε) em $\mu\varepsilon$;

^b ε_c : deformação longitudinal específica na face superior da capa de concreto;
 ε_{a_i} : deformação longitudinal específica na onda baixa da fôrma de aço;
 ε_{a_s} : deformação longitudinal específica na onda alta da fôrma de aço.

Além dessas retas, nos gráficos Força \times Flecha também estão traçadas aquelas alusivas à limitação superior de deslocamento vertical da ABNT NBR 8800 (2008): $L / 350$, conforme explicitado na Seção 3.4.

B.1 Gráficos Força × Flecha

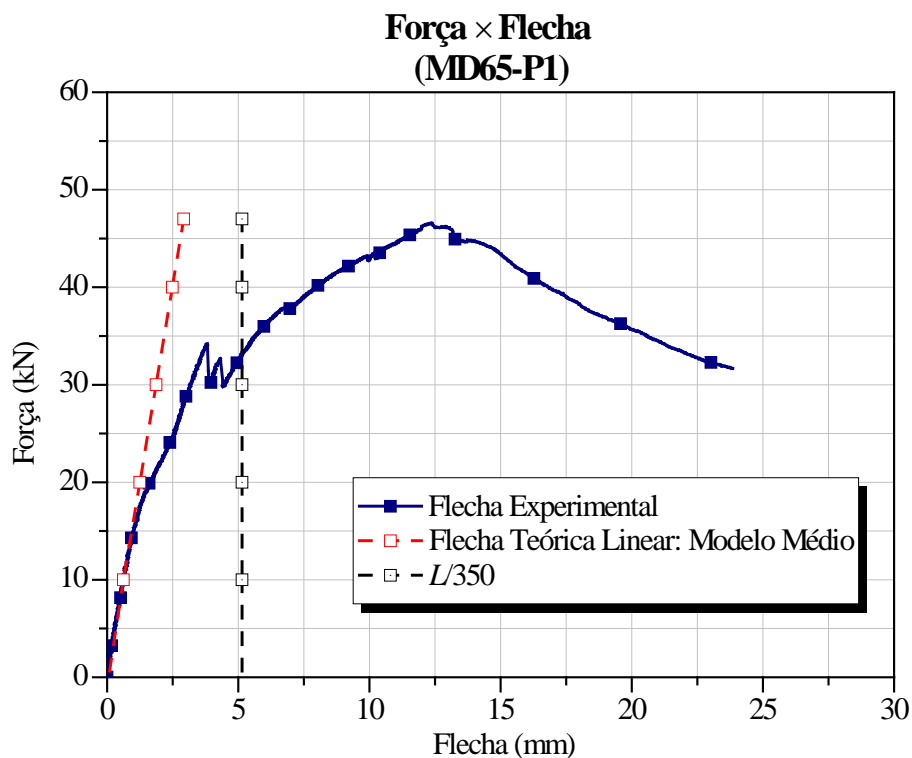


Figura B.1 – Curvas Força × Flecha do protótipo MD65-P1.

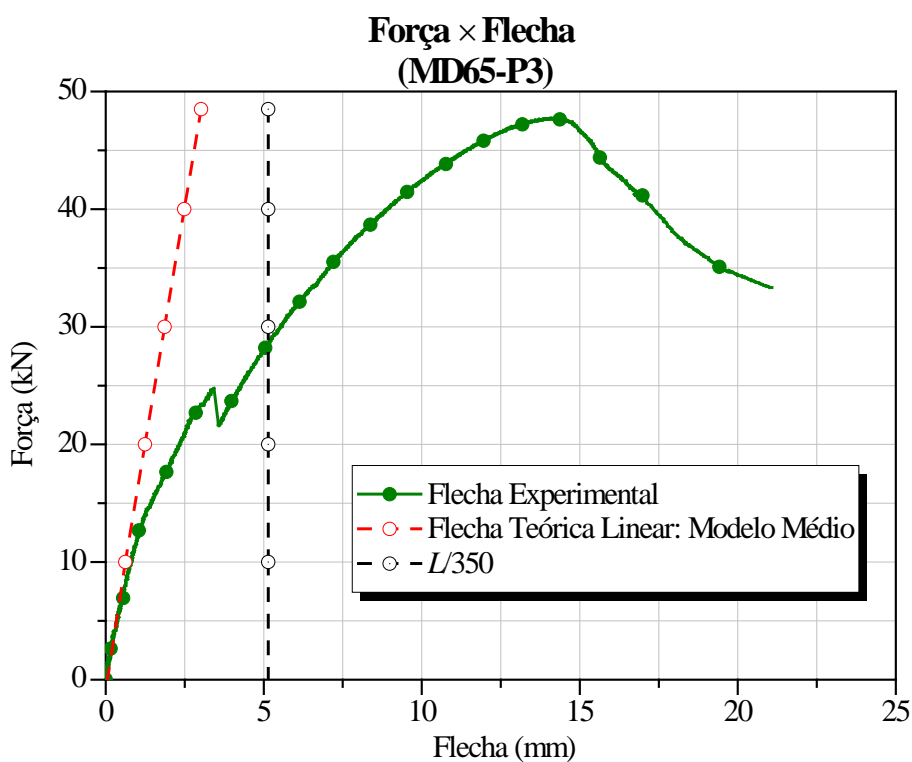


Figura B.2 – Curvas Força × Flecha do protótipo MD65-P3.

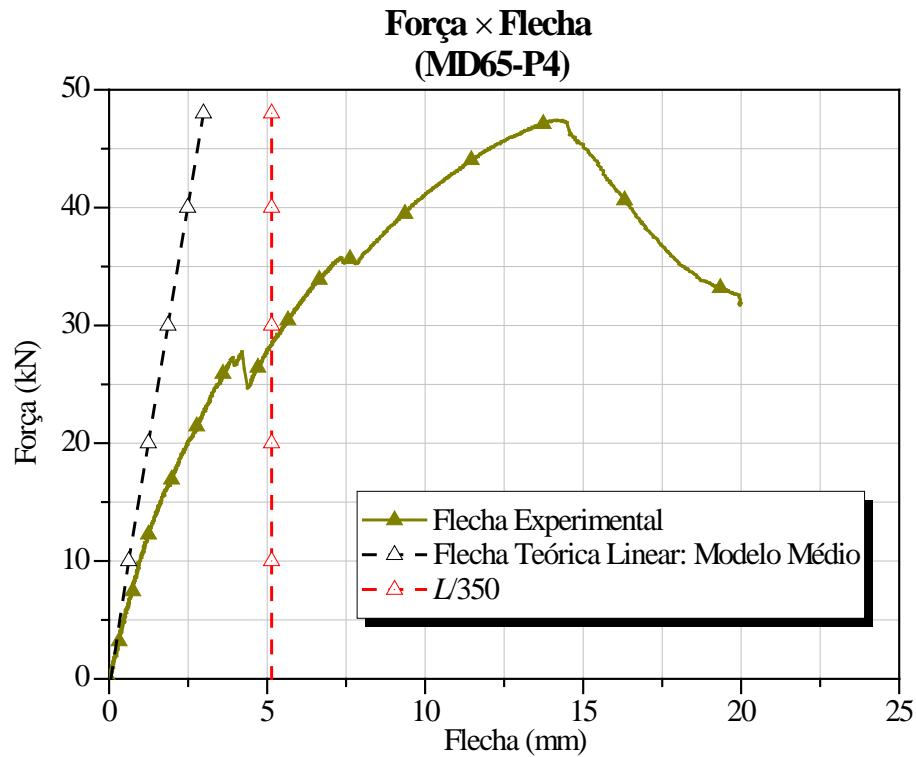


Figura B.3 – Curvas Força × Flecha do protótipo MD65-P4.

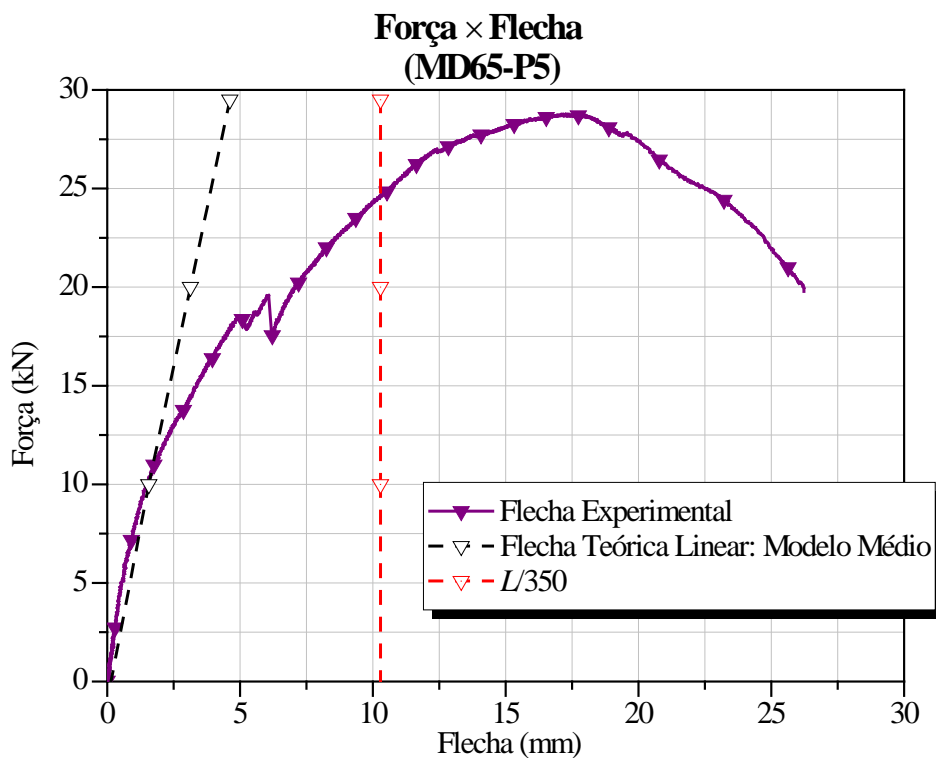


Figura B.4 – Curvas Força × Flecha do protótipo MD65-P5.

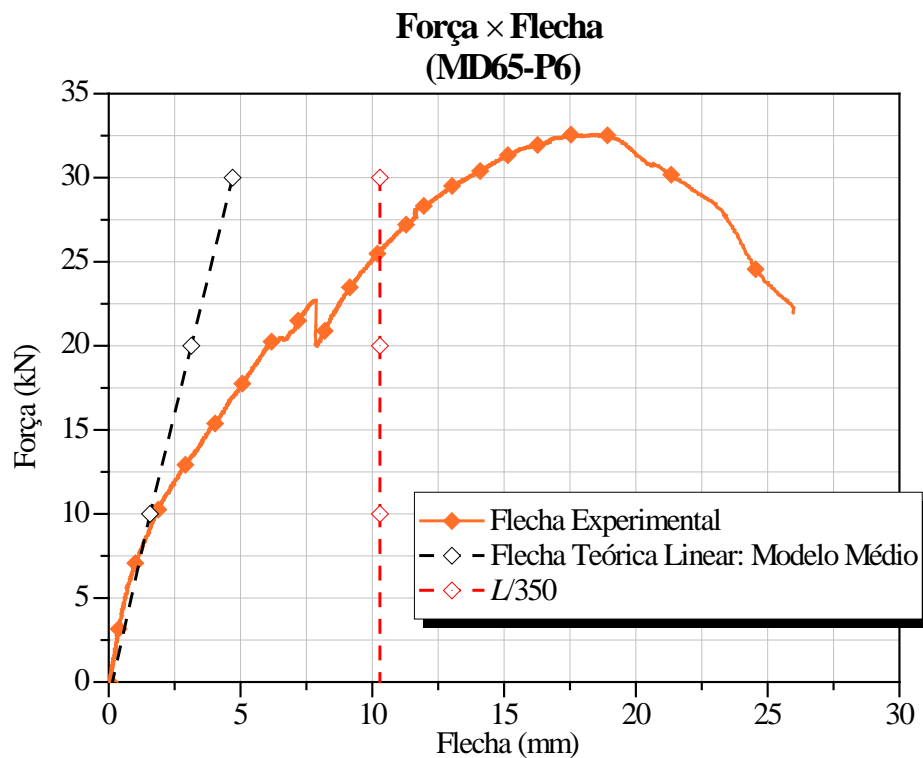


Figura B.5 – Curvas Força × Flecha do protótipo MD65-P6.

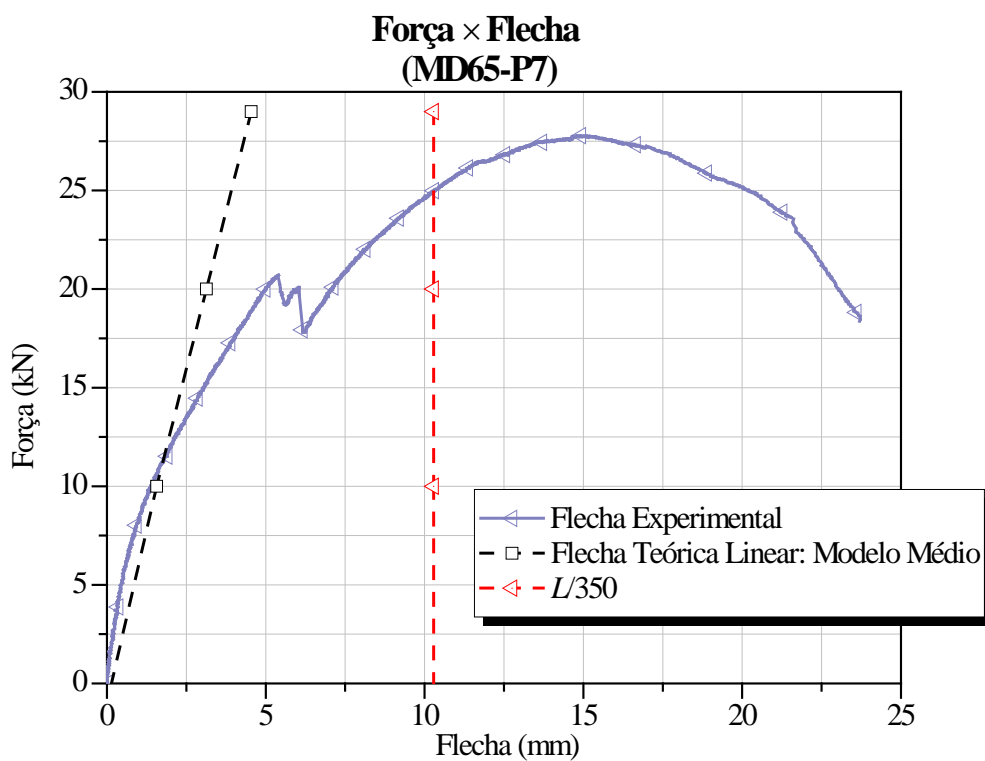


Figura B.6 – Curvas Força × Flecha do protótipo MD65-P7.

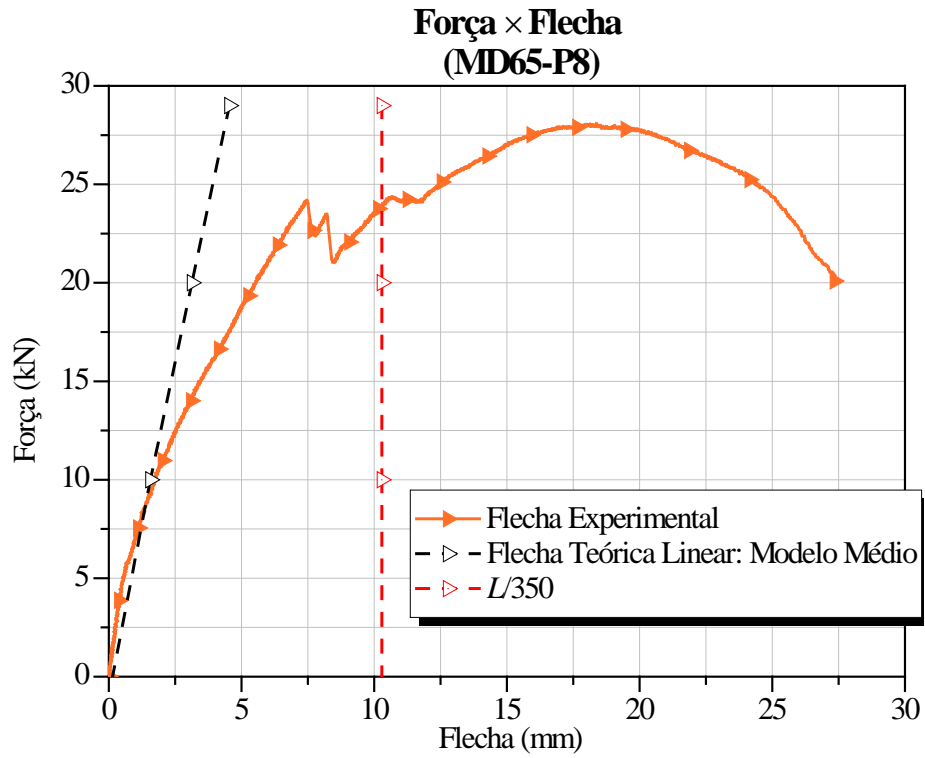


Figura B.7 – Curvas Força × Flecha do protótipo MD65-P8.

B.2 Gráficos Força × Deslizamento Relativo

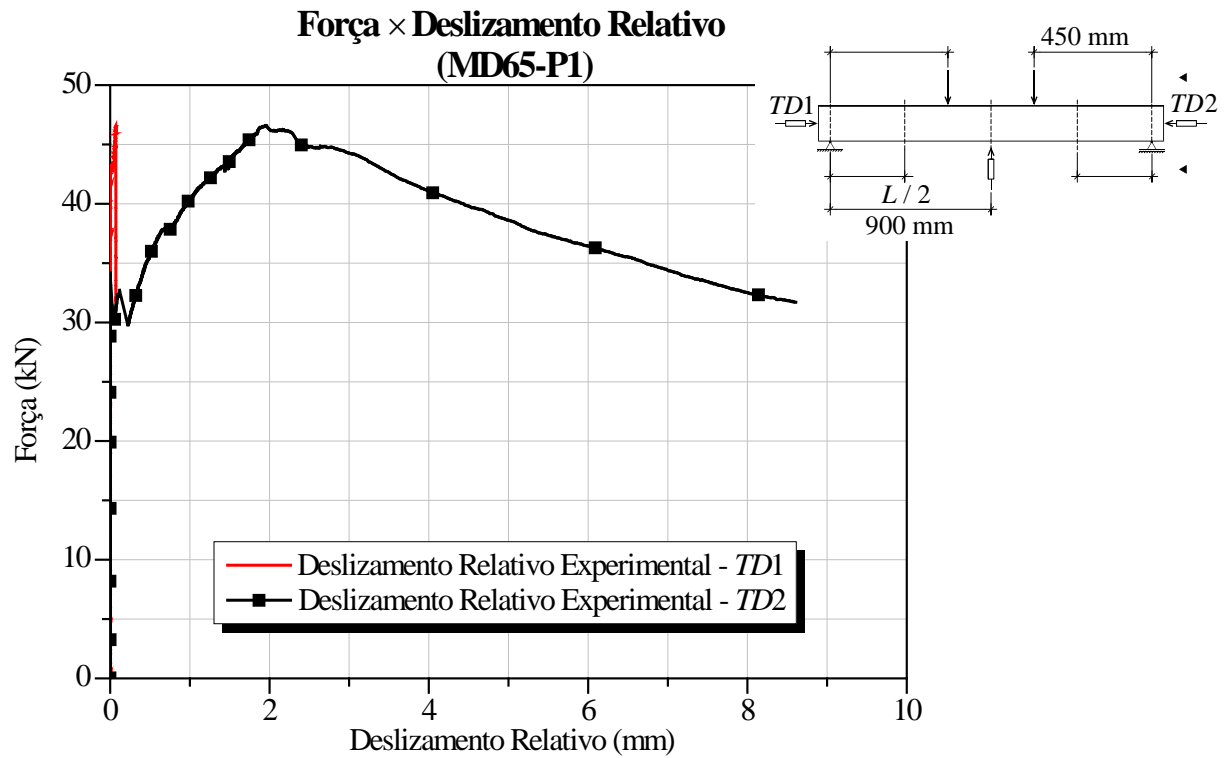


Figura B.8 – Curvas Força × Deslizamento Relativo do protótipo MD65-P1.

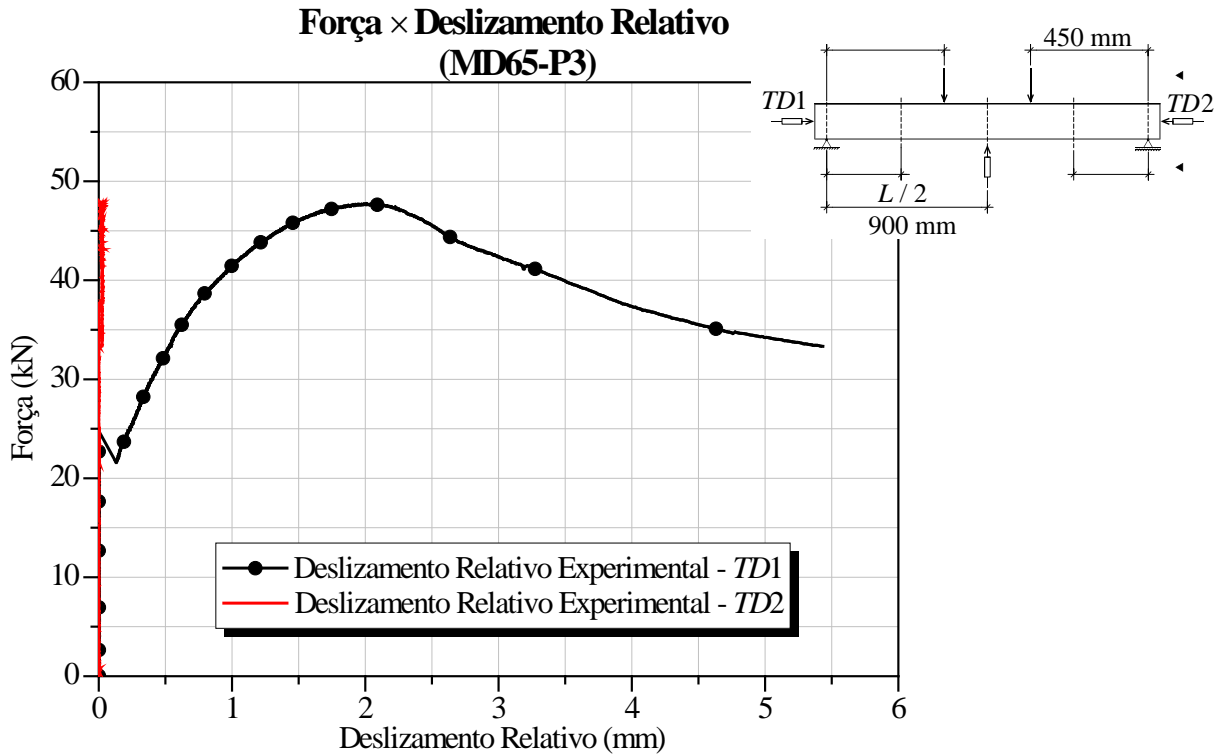


Figura B.9 – Curvas Força × Deslizamento Relativo do protótipo MD65-P3.

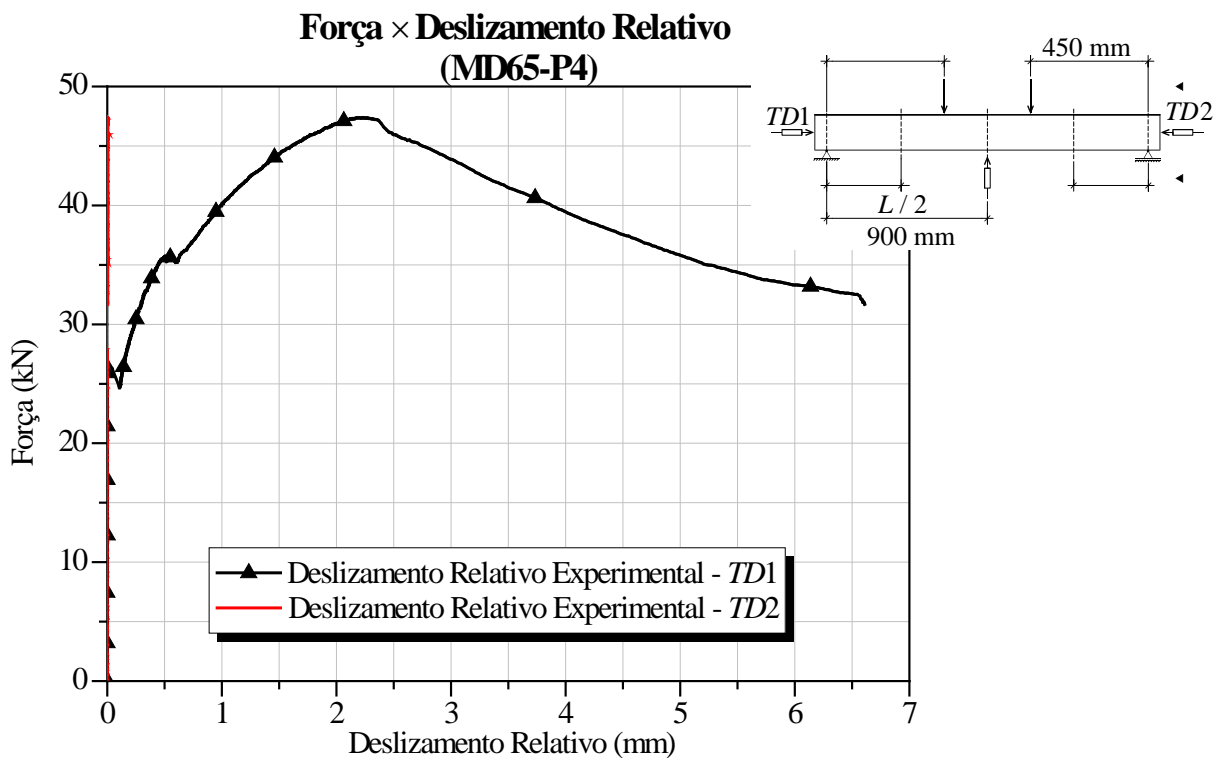


Figura B.10 – Curvas Força × Deslizamento Relativo do protótipo MD65-P4.

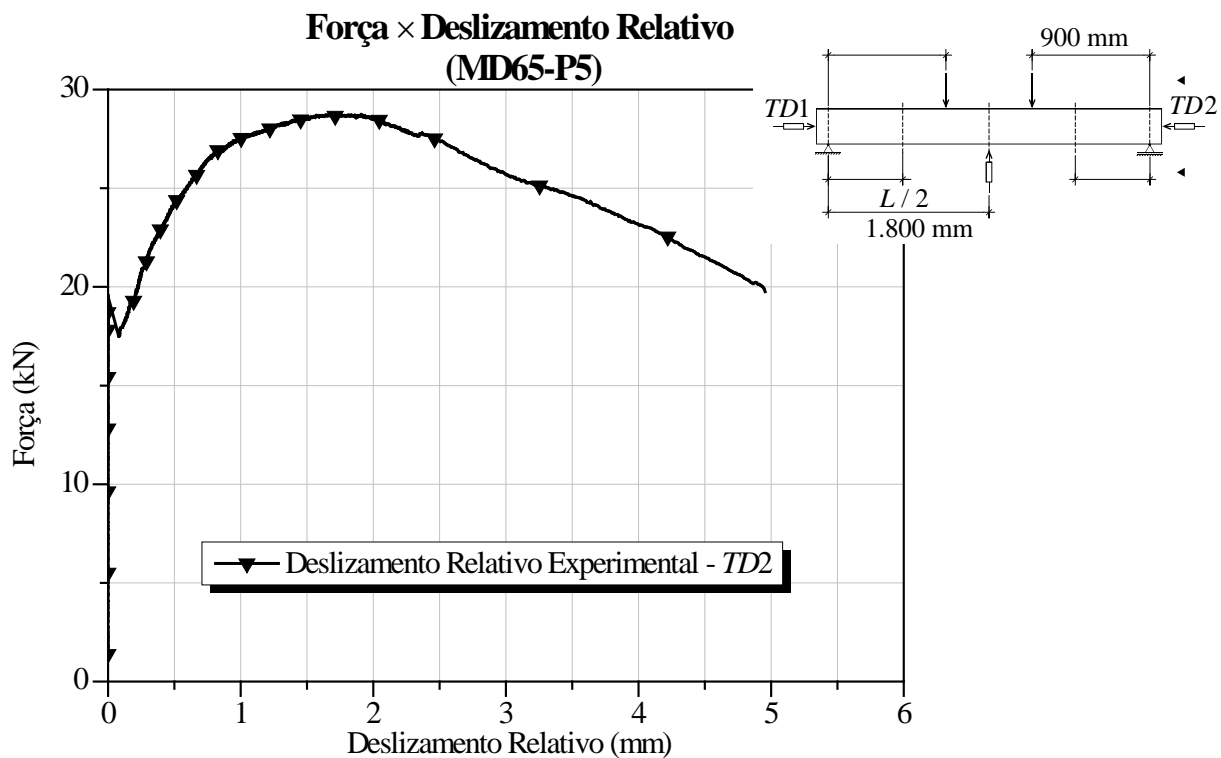


Figura B.11 – Curva Força × Deslizamento Relativo do protótipo MD65-P5.

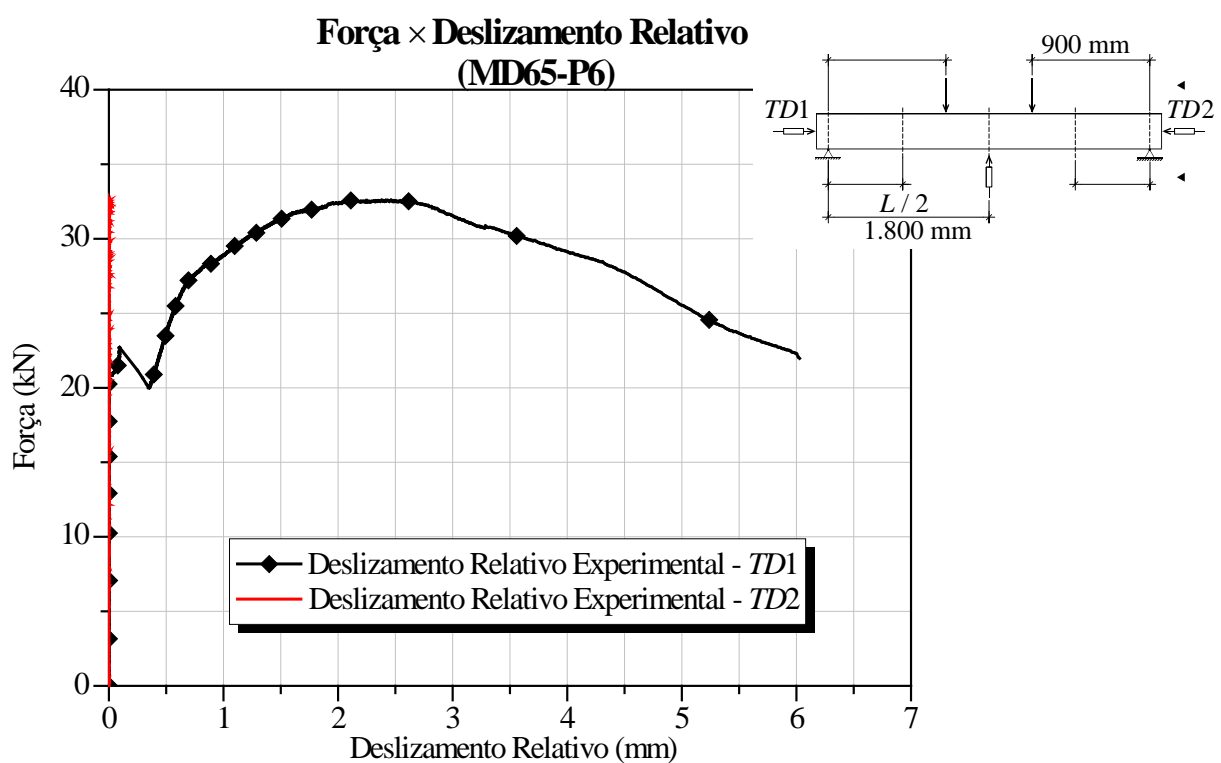


Figura B.12 – Curvas Força × Deslizamento Relativo do protótipo MD65-P6.

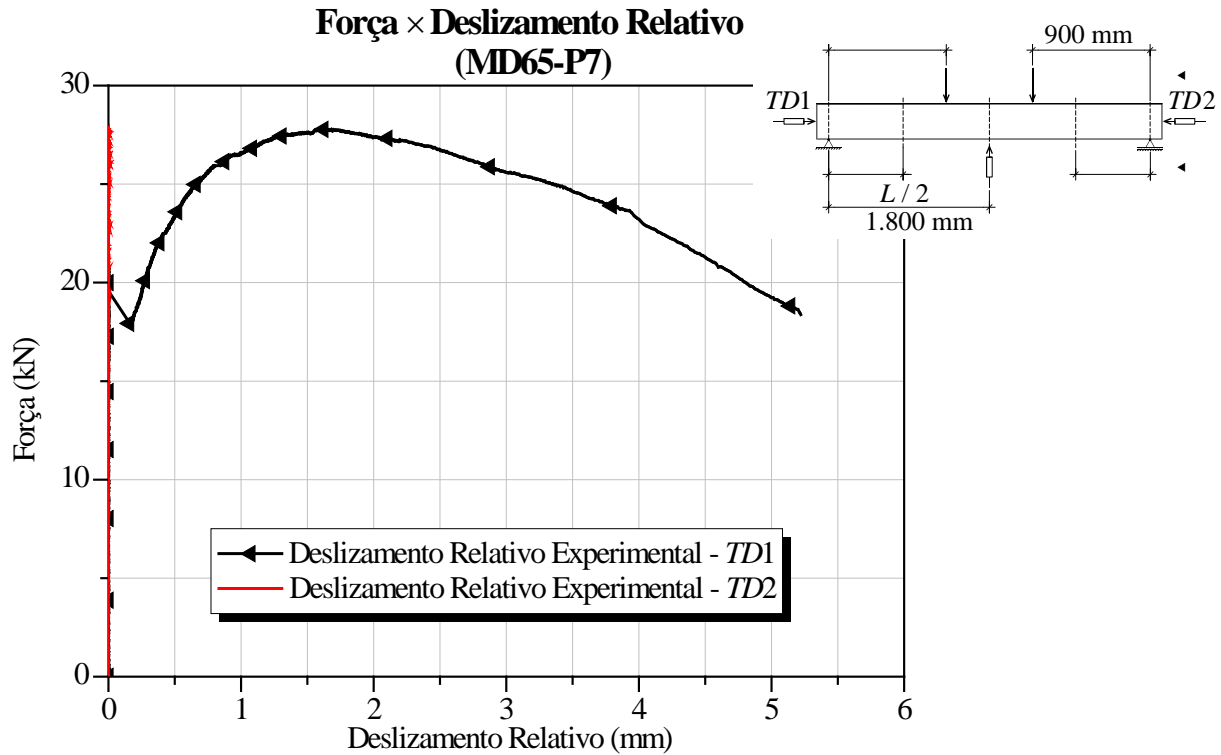


Figura B.13 – Curvas Força × Deslizamento Relativo do protótipo MD65-P7.

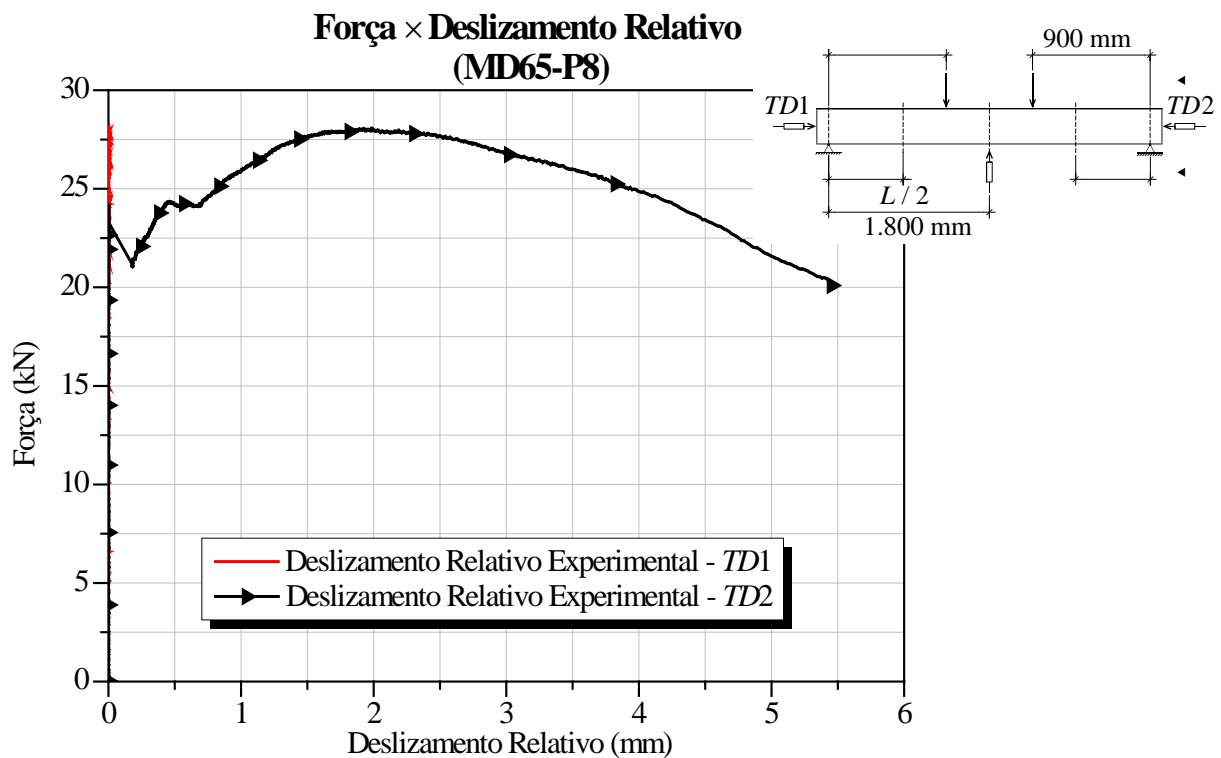


Figura B.14 – Curvas Força × Deslizamento Relativo do protótipo MD65-P8.

B.3 Gráficos Força × Deformação Específica no Concreto

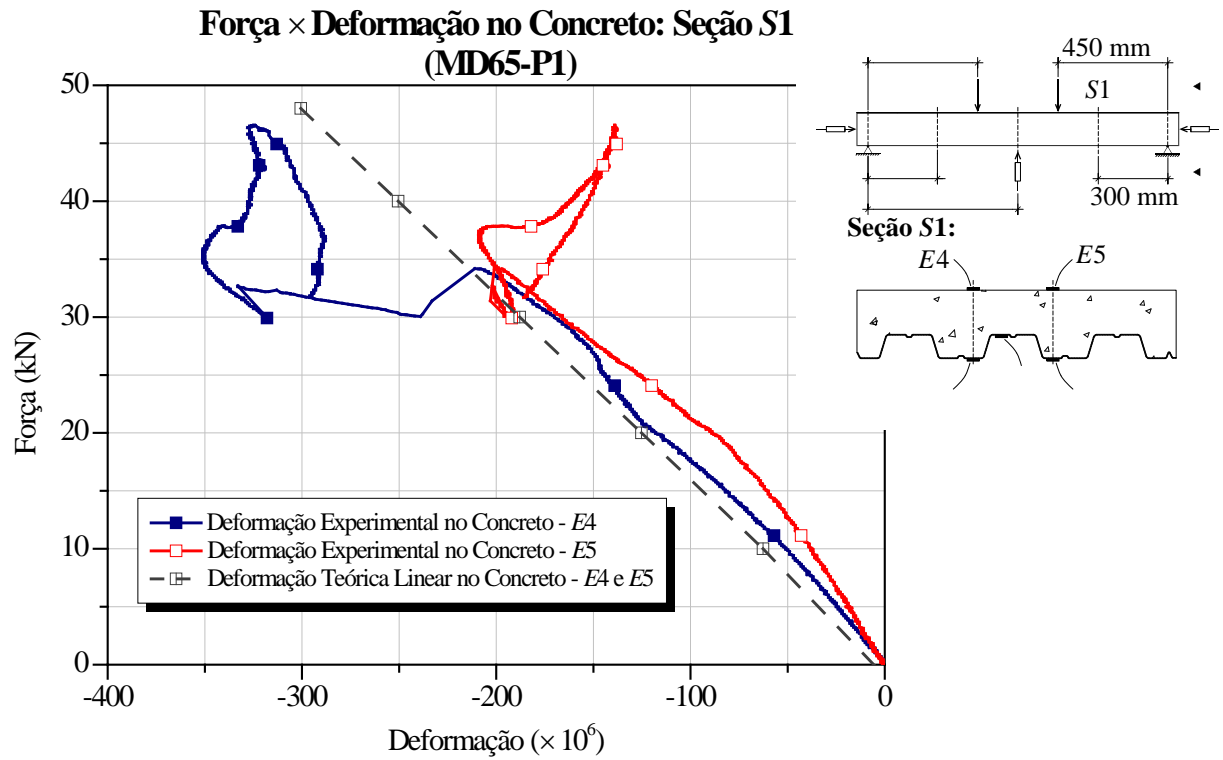


Figura B.15 – Curvas Força × Deformação no Concreto da Seção S1 do protótipo MD65-P1.

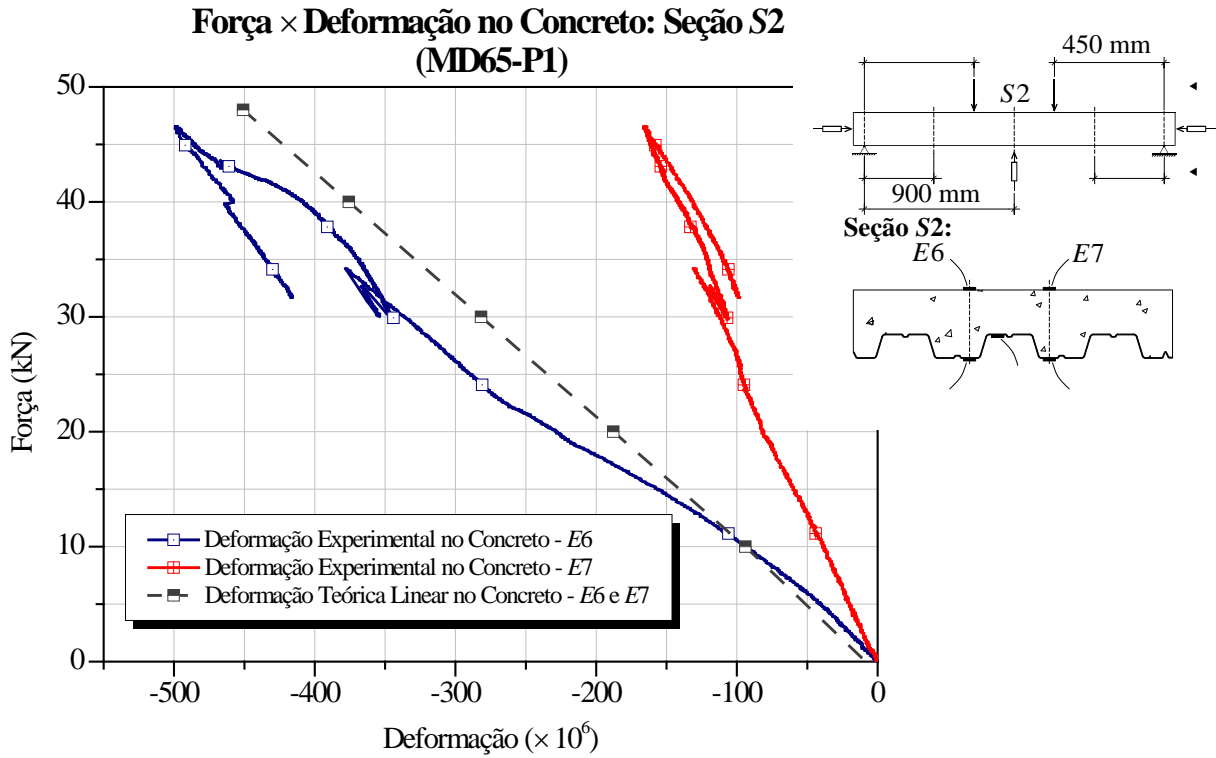


Figura B.16 – Curvas Força × Deformação no Concreto da Seção S2 do protótipo MD65-P1.

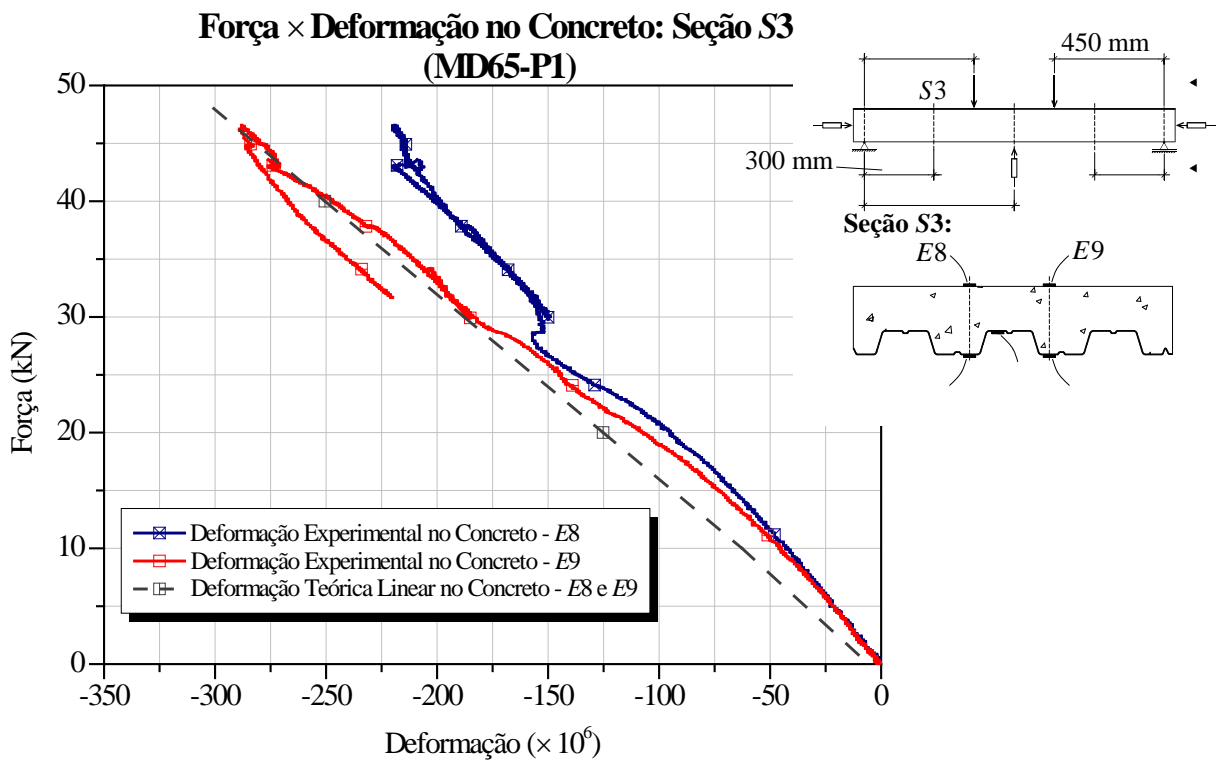


Figura B.17 – Curvas Força × Deformação no Concreto da Seção S3 do protótipo MD65-P1.

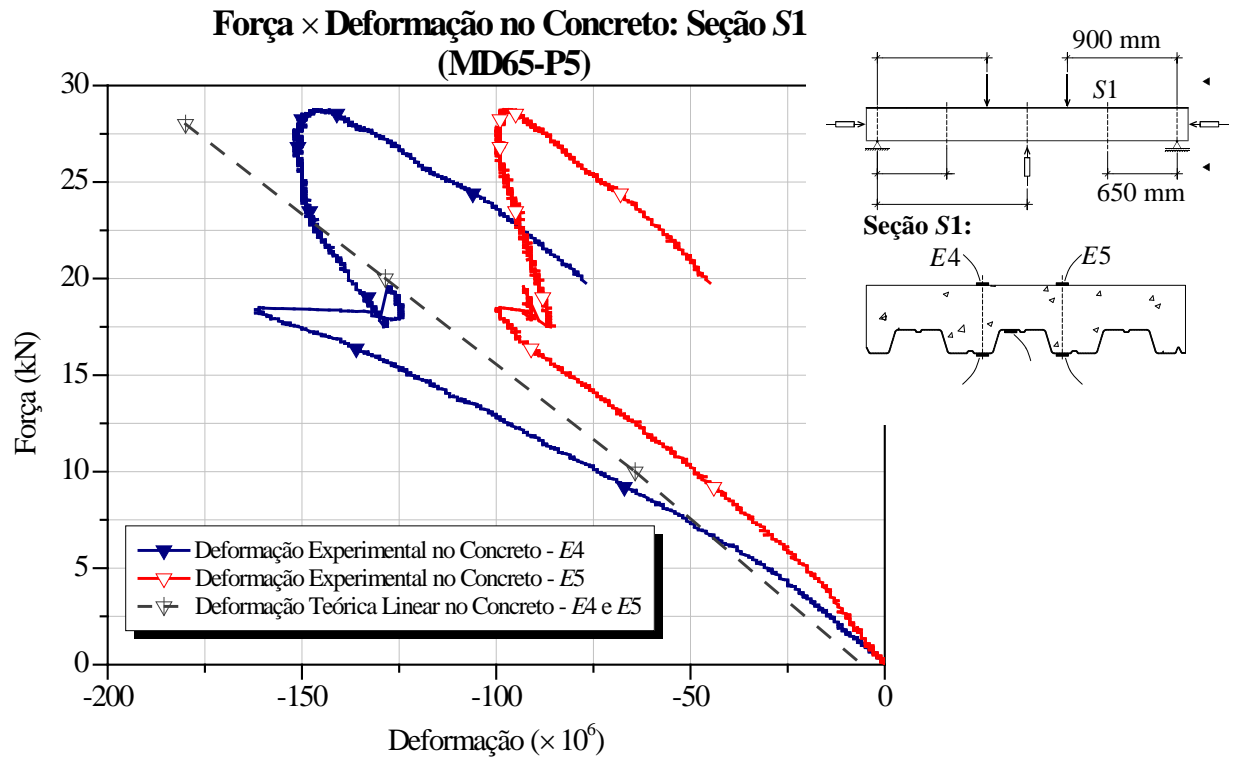


Figura B.18 – Curvas Força × Deformação no Concreto da Seção S1 do protótipo MD65-P5.

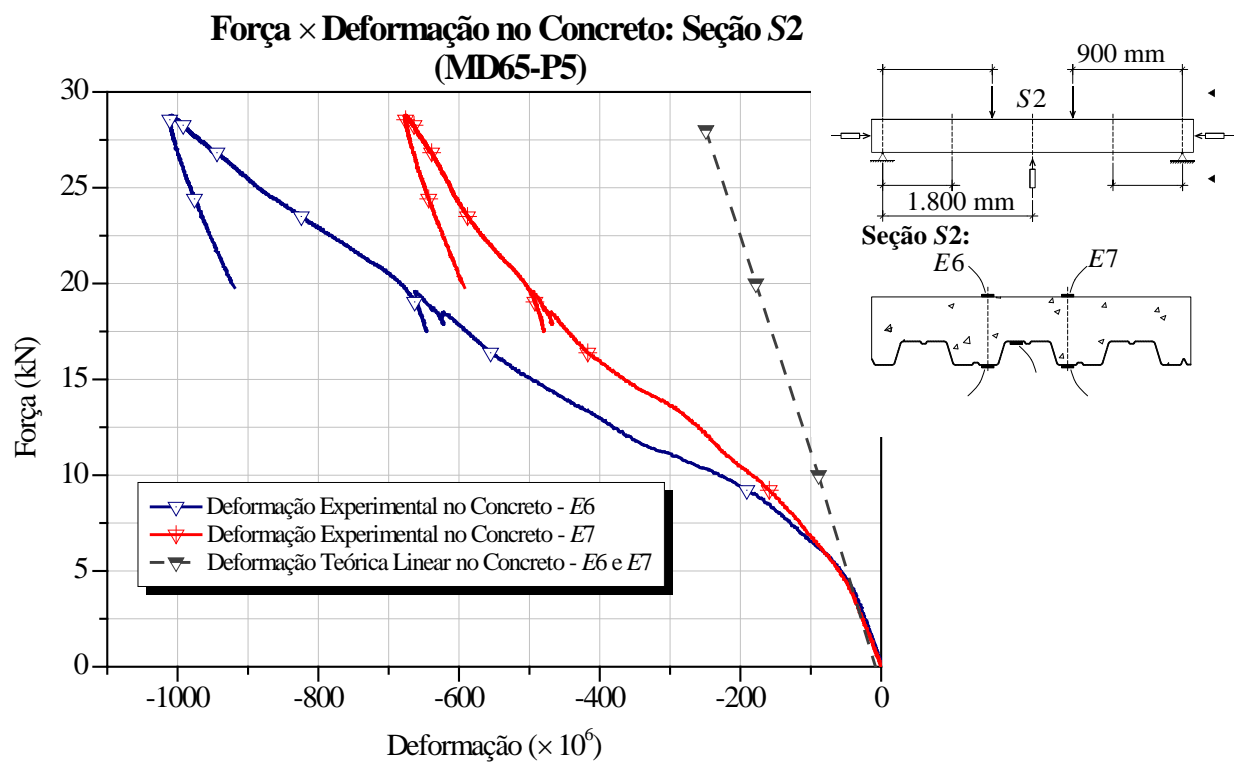


Figura B.19 – Curvas Força × Deformação no Concreto da Seção S2 do protótipo MD65-P5.

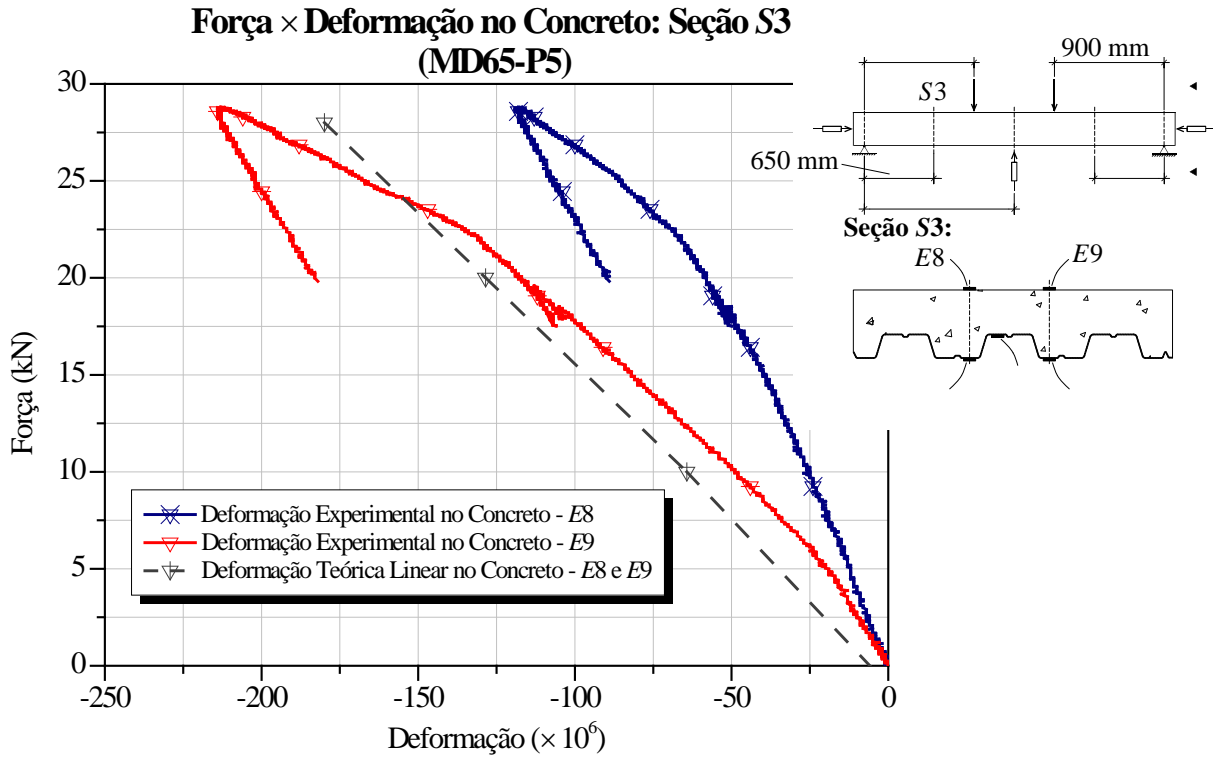


Figura B.20 – Curvas Força × Deformação no Concreto da Seção S3 do protótipo MD65-P5.

B.4 Gráficos Força × Deformação Específica na Fôrma de Aço

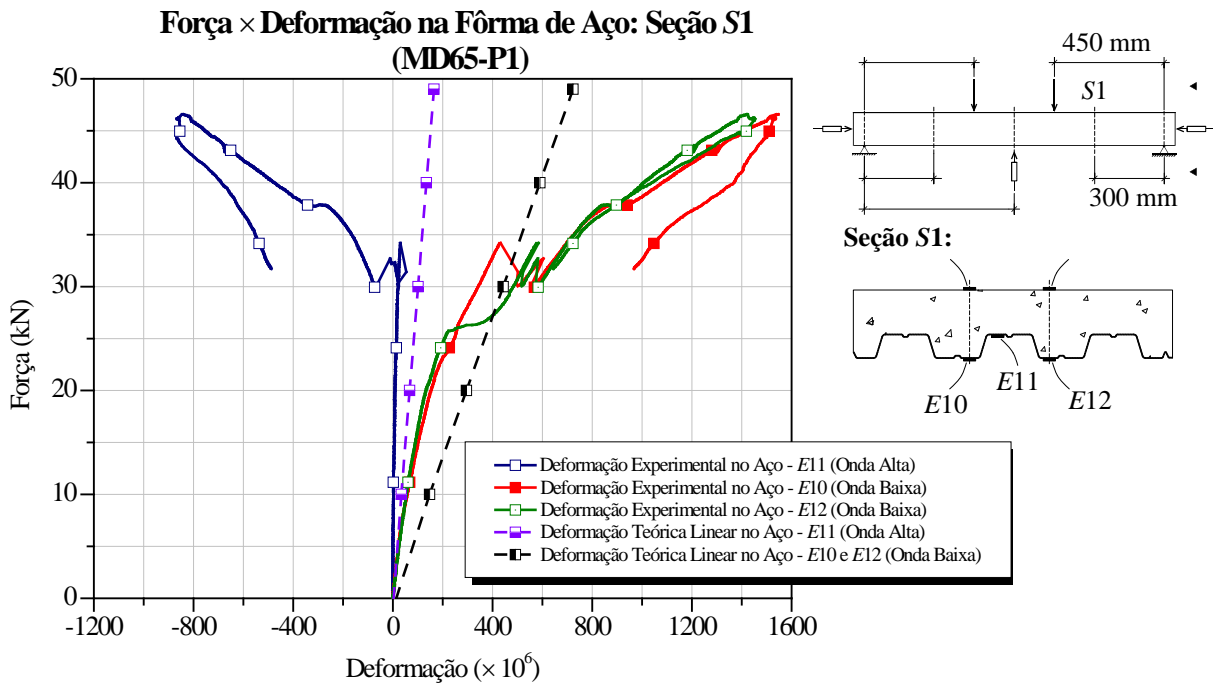


Figura B.21 – Curvas Força × Deformação na Fôrma de Aço da Seção S1 do protótipo MD65-P1.

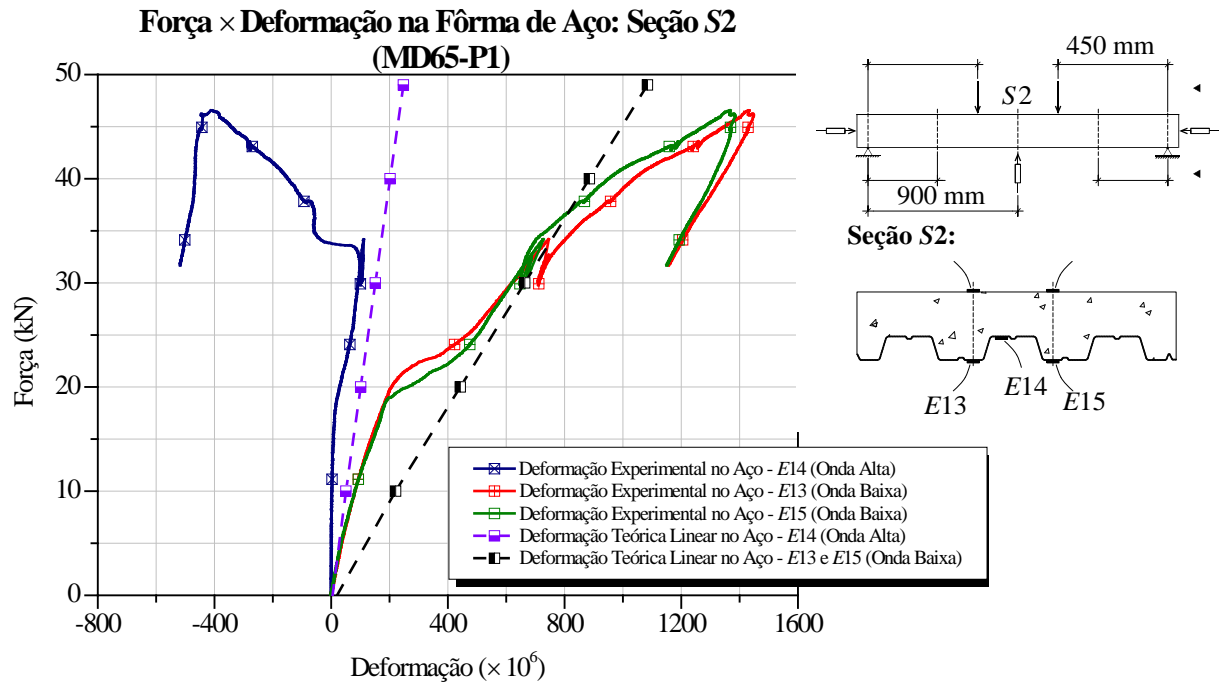


Figura B.22 – Curvas Força × Deformação na Fôrma de Aço da Seção S2 do protótipo MD65-P1.

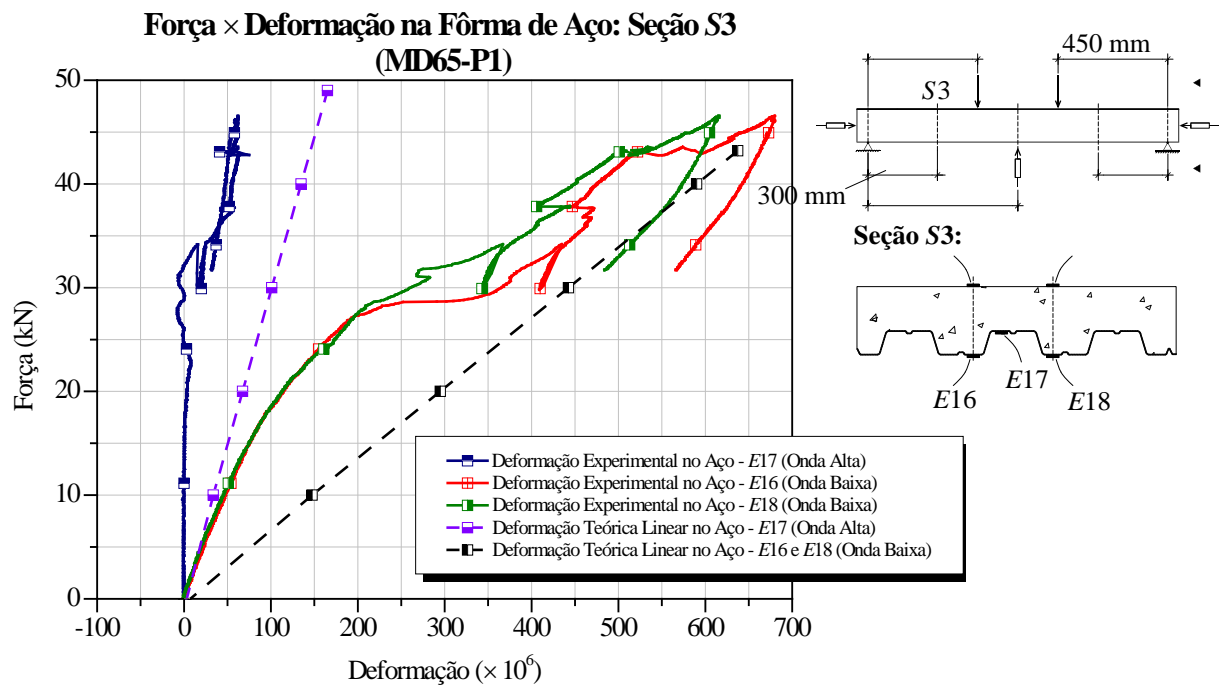


Figura B.23 – Curvas Força × Deformação na Fôrma de Aço da Seção S3 do protótipo MD65-P1.

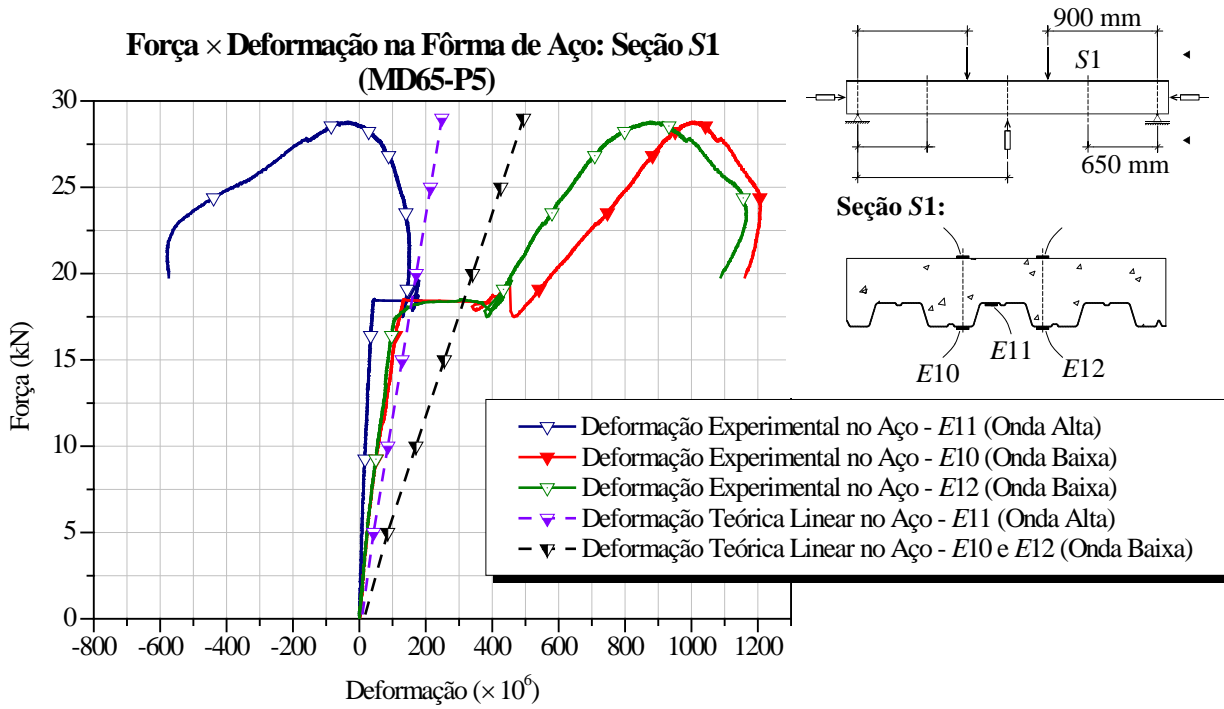


Figura B.24 – Curvas Força × Deformação na Fôrma de Aço da Seção S1 do protótipo MD65-P5.

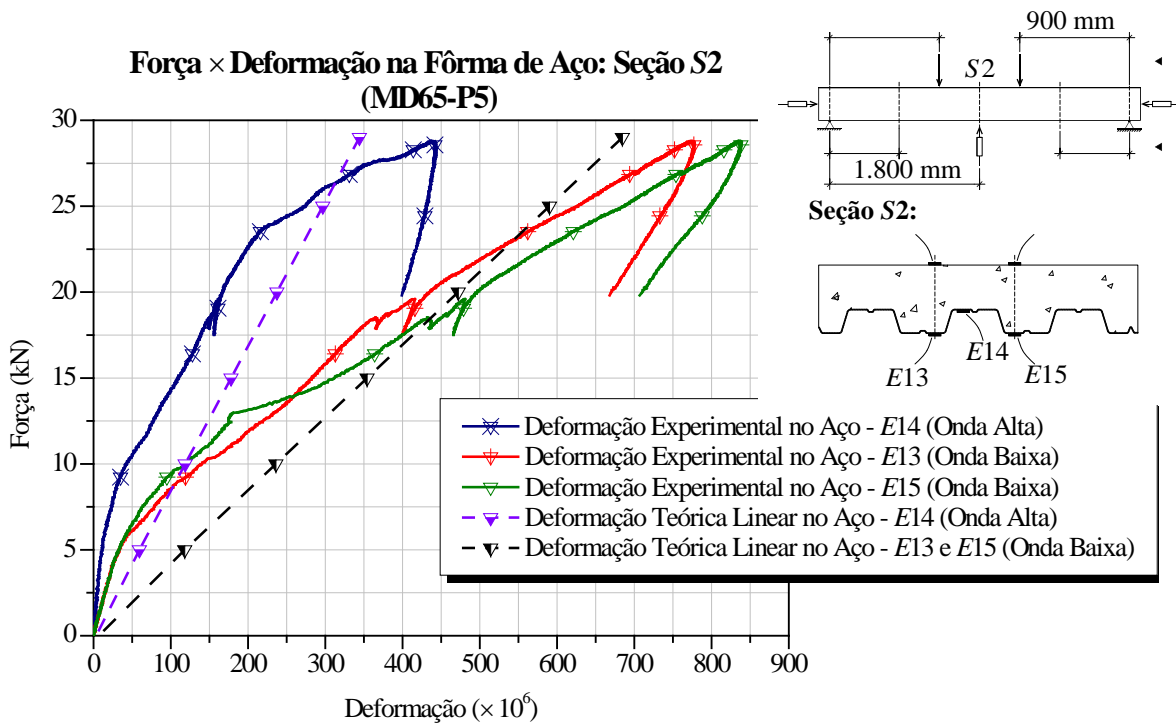


Figura B.25 – Curvas Força × Deformação na Fôrma de Aço da Seção S2 do protótipo MD65-P5.

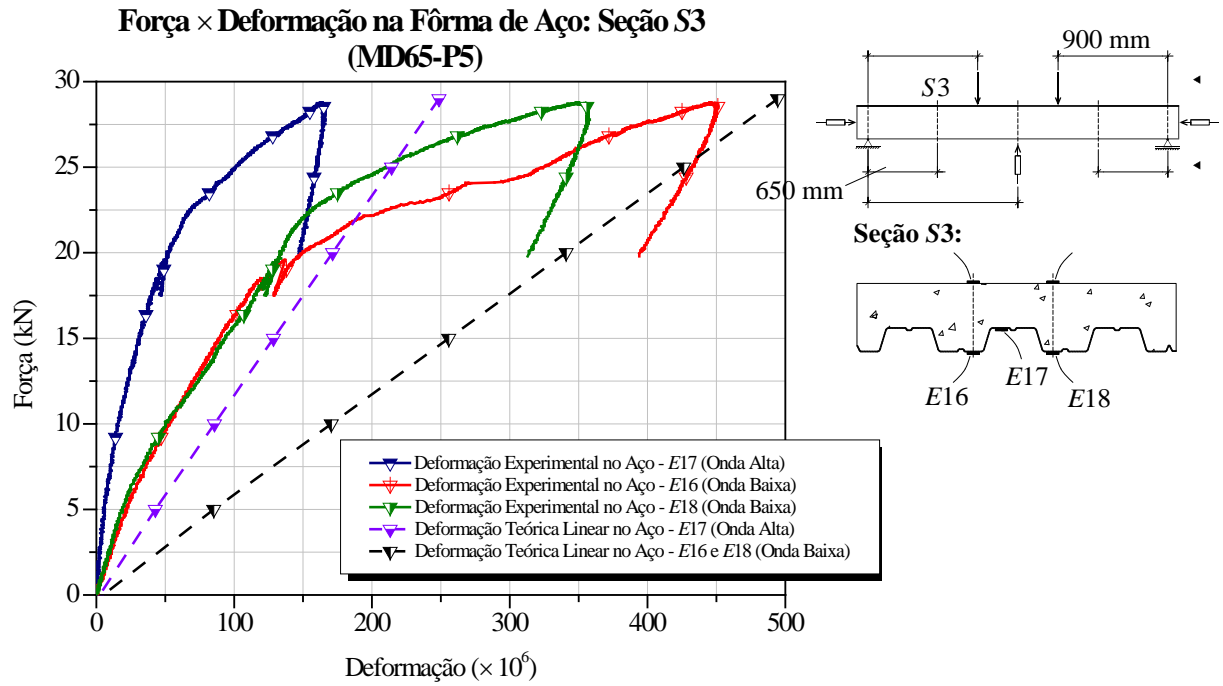


Figura B.26 – Curvas Força × Deformação na Fôrma de Aço da Seção S3 do protótipo MD65-P5.

APÊNDICE C – RESULTADOS EXPERIMENTAIS: LAJES MISTAS COM ARMADURA ADICIONAL

Neste apêndice são apresentados os gráficos dos protótipos com armadura adicional a partir da instrumentação da Figura 4.4.

As equações das retas teóricas referentes às flechas e deformações podem ser encontradas na Tabela 6.10. Ambas consideram análise elástica e interação completa, e as deformações, modelo fissurado.

C.1 Gráficos Força × Flecha

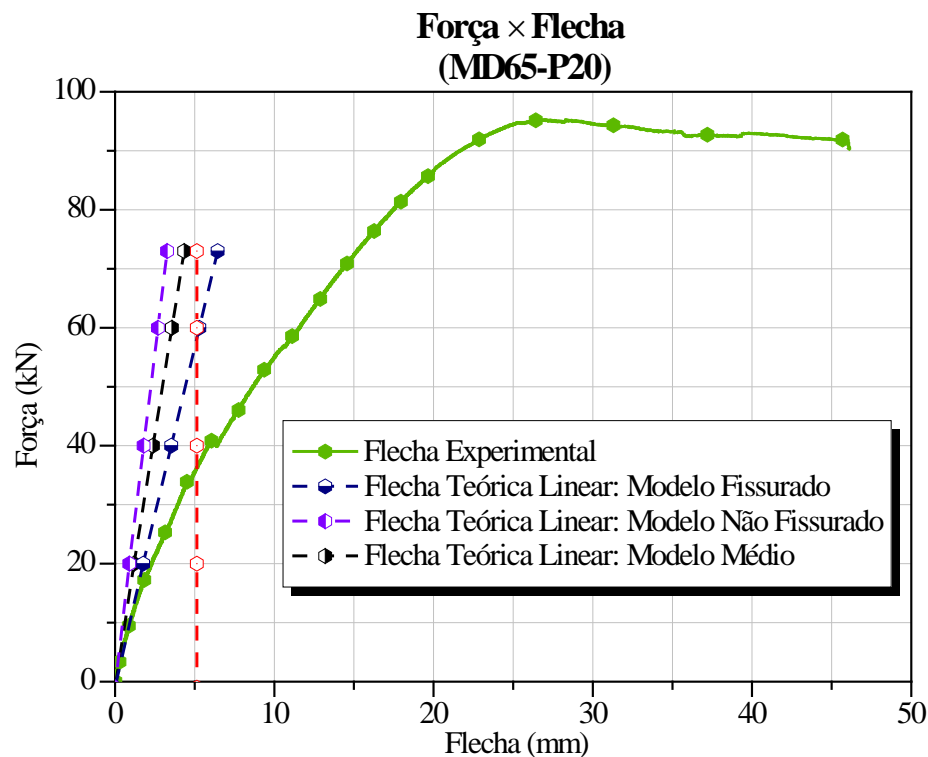


Figura C.1 – Curvas Força × Flecha do protótipo MD65-P20.

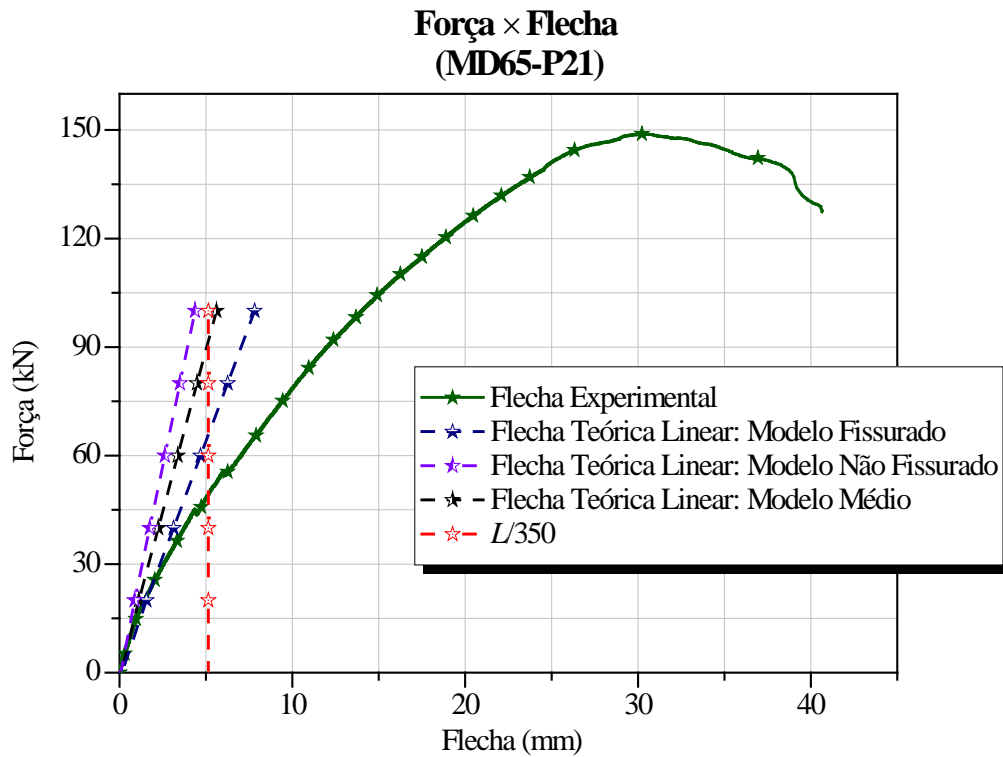


Figura C.2 – Curvas Força × Flecha do protótipo MD65-P21.

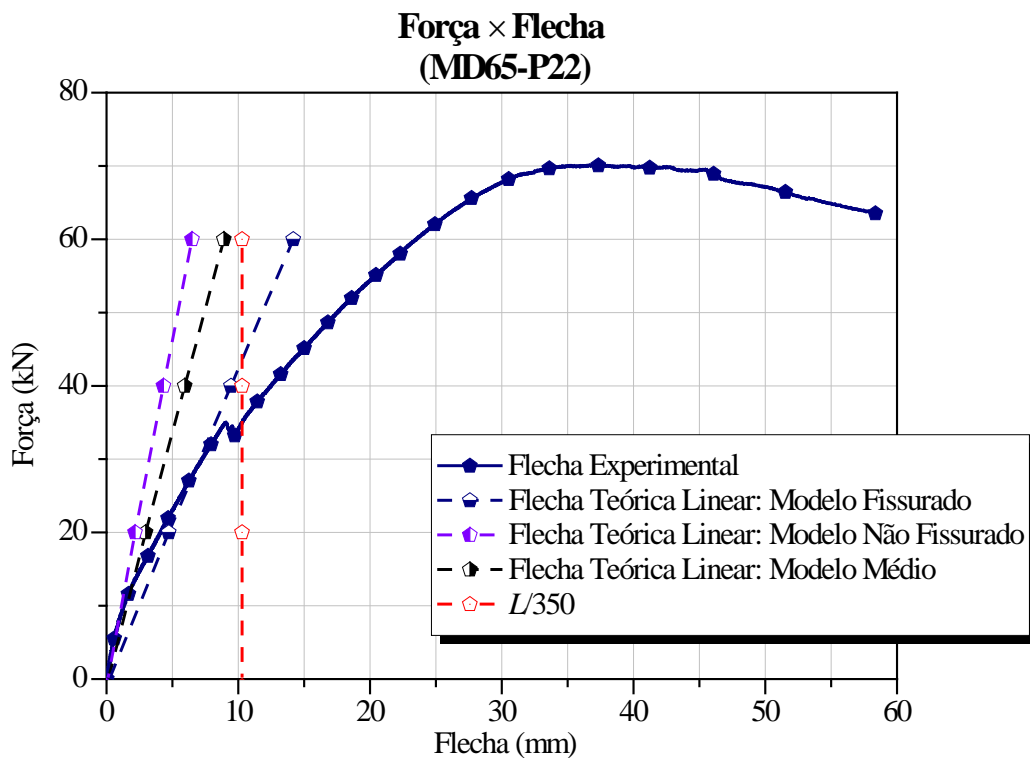


Figura C.3 – Curvas Força × Flecha do protótipo MD65-P22.

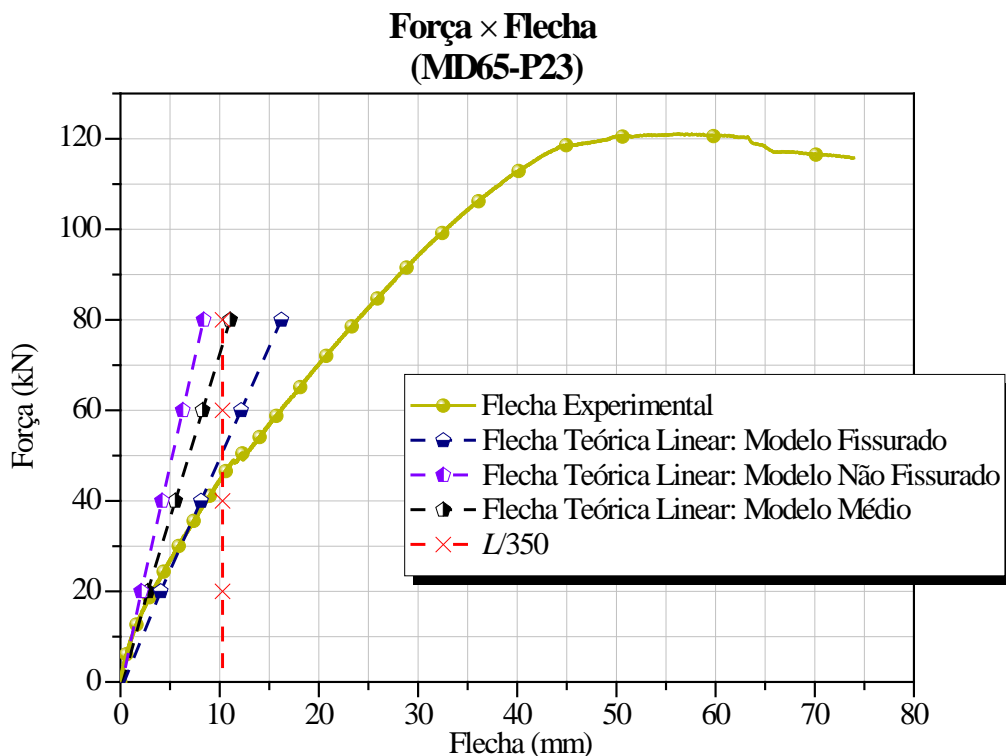


Figura C.4 – Curvas Força × Flecha do protótipo MD65-P23.

C.2 Gráficos Força × Deslizamento Relativo

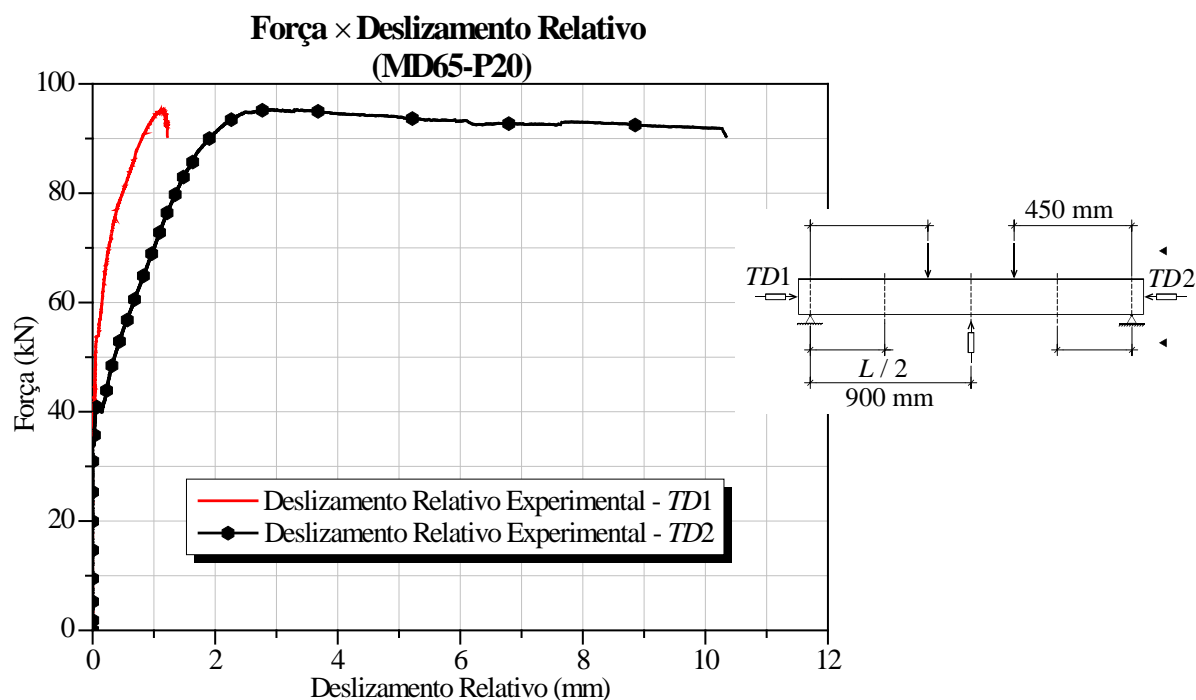


Figura C.5 – Curvas Força × Deslizamento Relativo do protótipo MD65-P20.

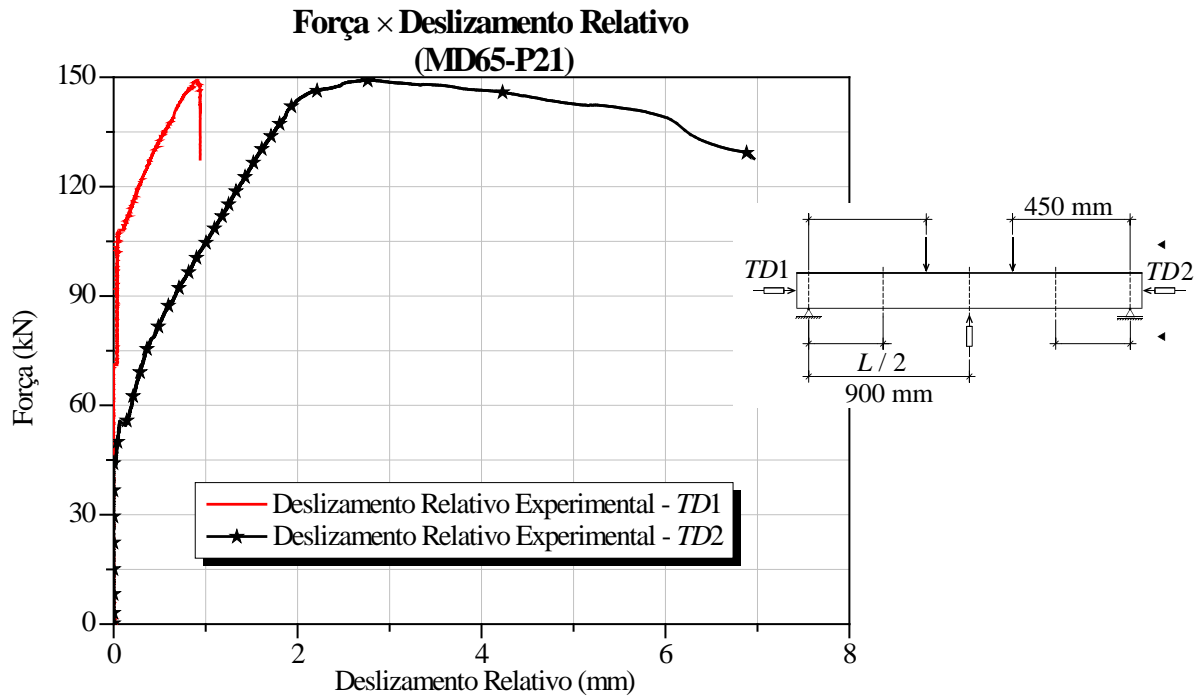


Figura C.6 – Curvas Força × Deslizamento Relativo do protótipo MD65-P21.

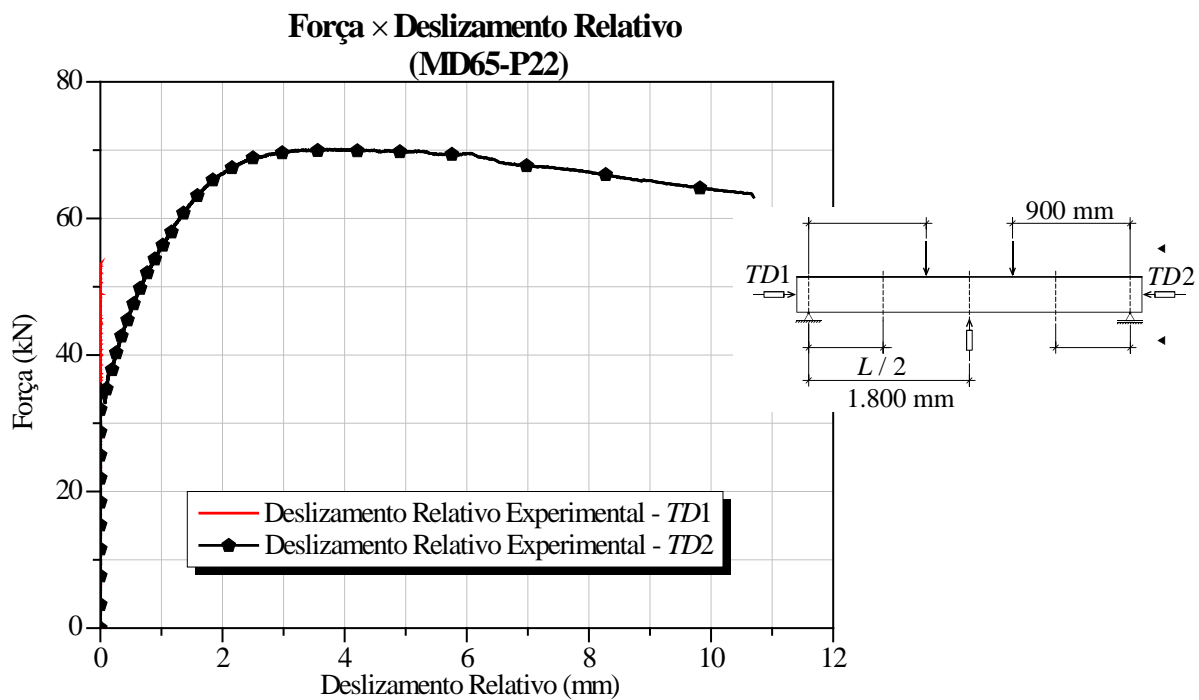


Figura C.7 – Curvas Força × Deslizamento Relativo do protótipo MD65-P22.

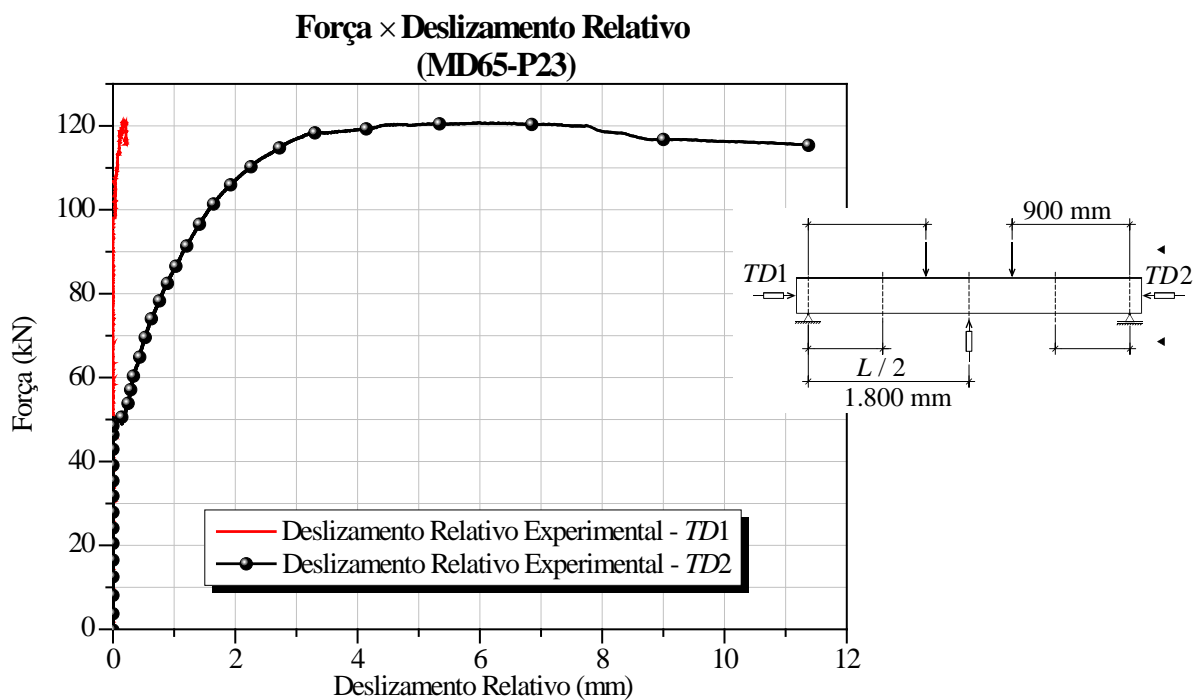


Figura C.8 – Curvas Força × Deslizamento Relativo do protótipo MD65-P23.

C.3 Gráficos Força × Deformação Específica no Concreto

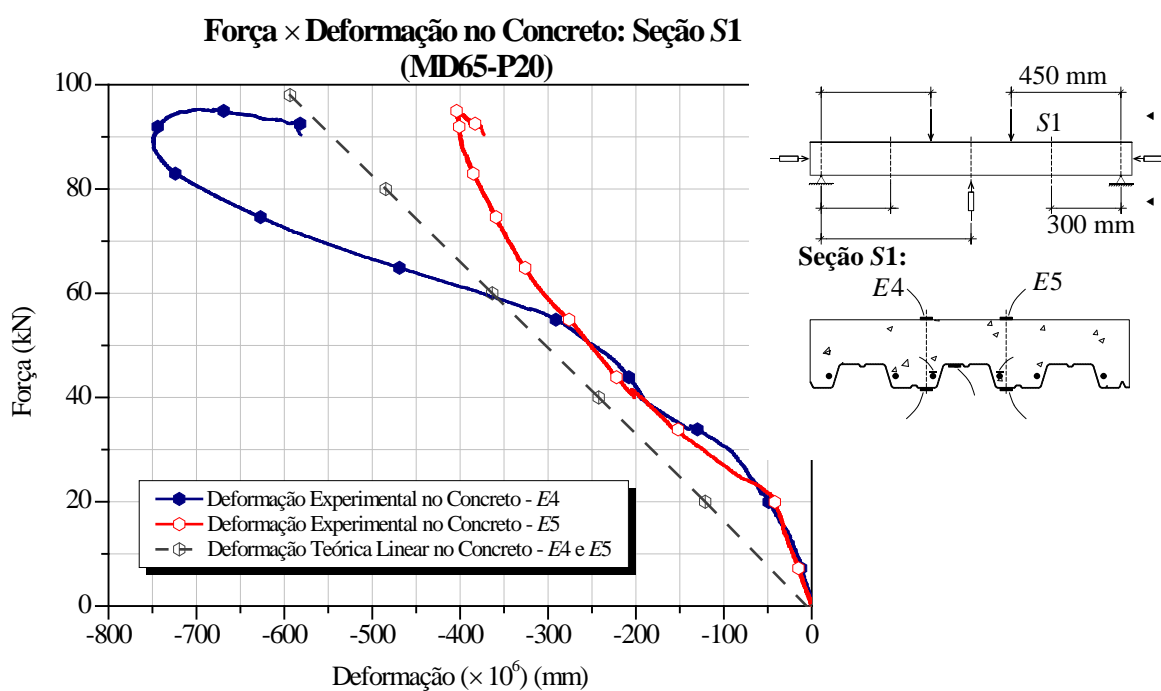


Figura C.9 – Curvas Força × Deformação no Concreto na seção S1 do protótipo MD65-P20.

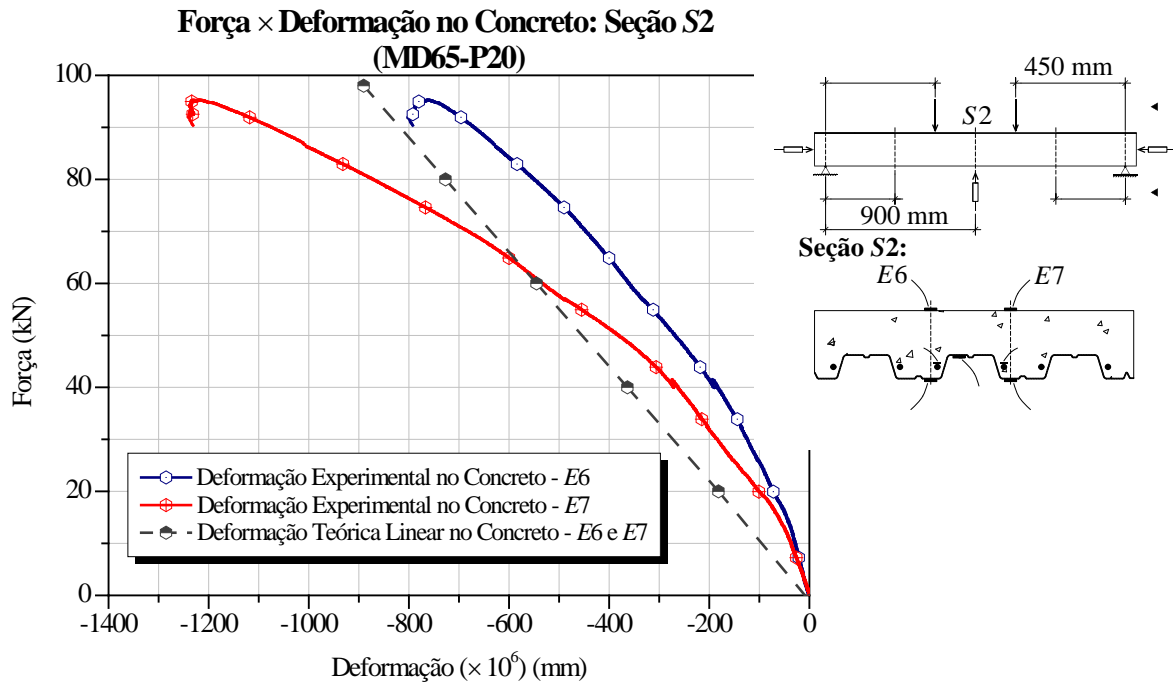


Figura C.10 – Curvas Força × Deformação no Concreto na seção S2 do protótipo MD65-P20.

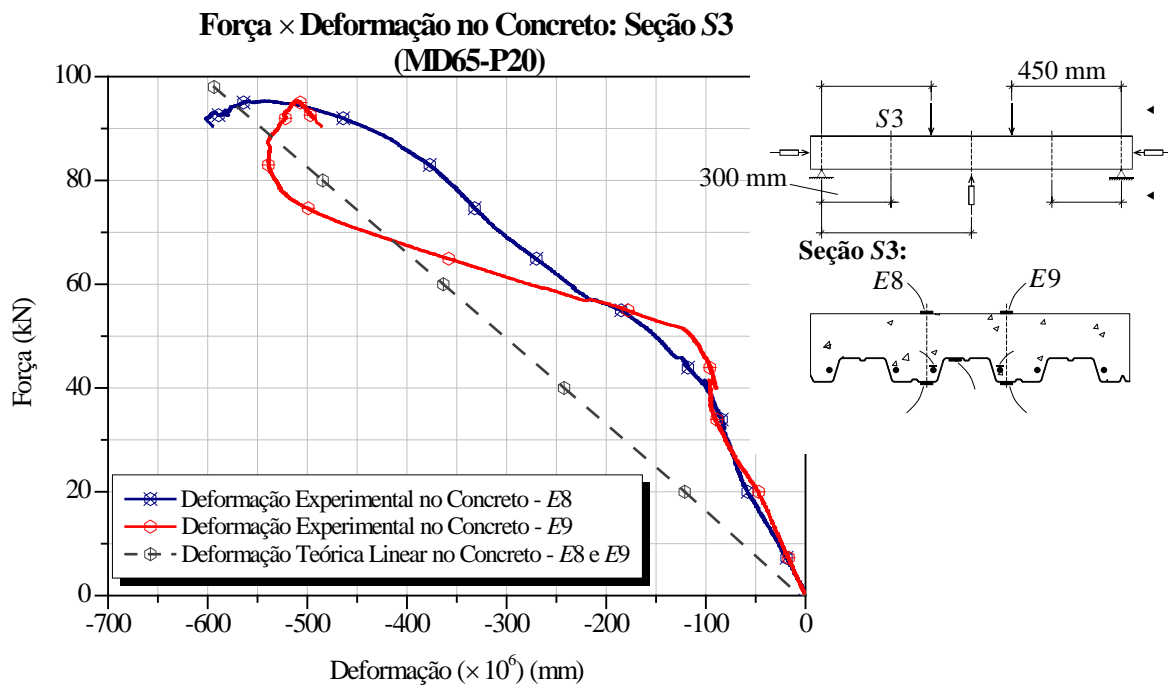


Figura C.11 – Curvas Força × Deformação no Concreto na seção S3 do protótipo MD65-P20.

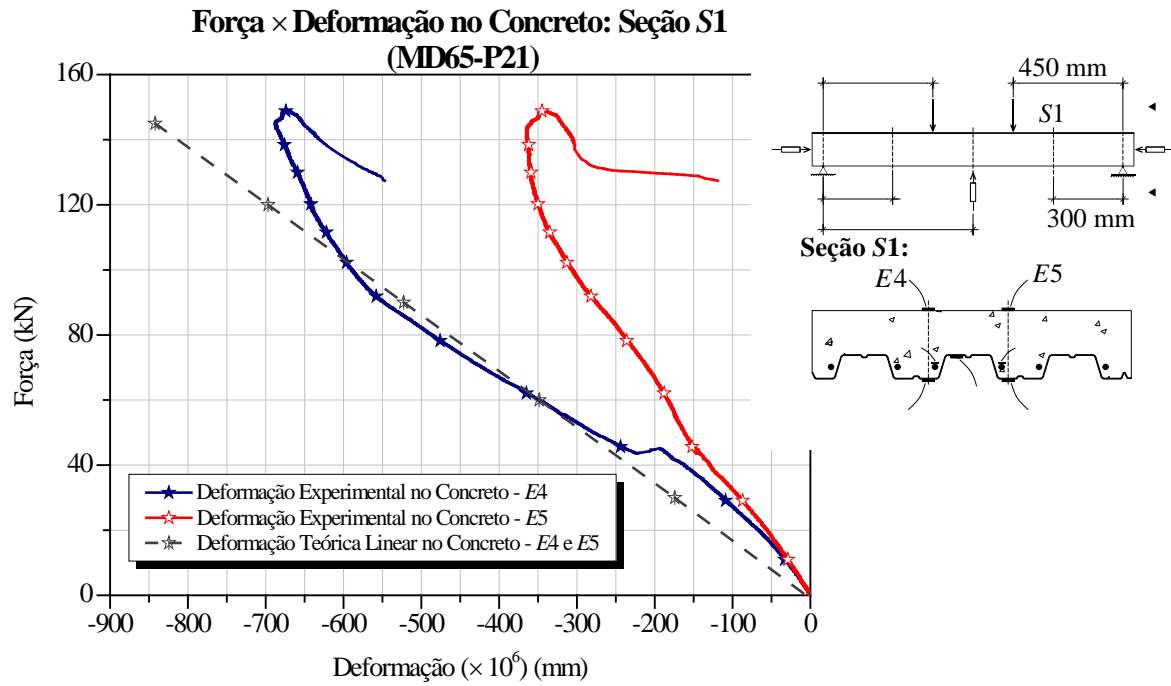


Figura C.12 – Curvas Força × Deformação no Concreto na seção S1 do protótipo MD65-P21.

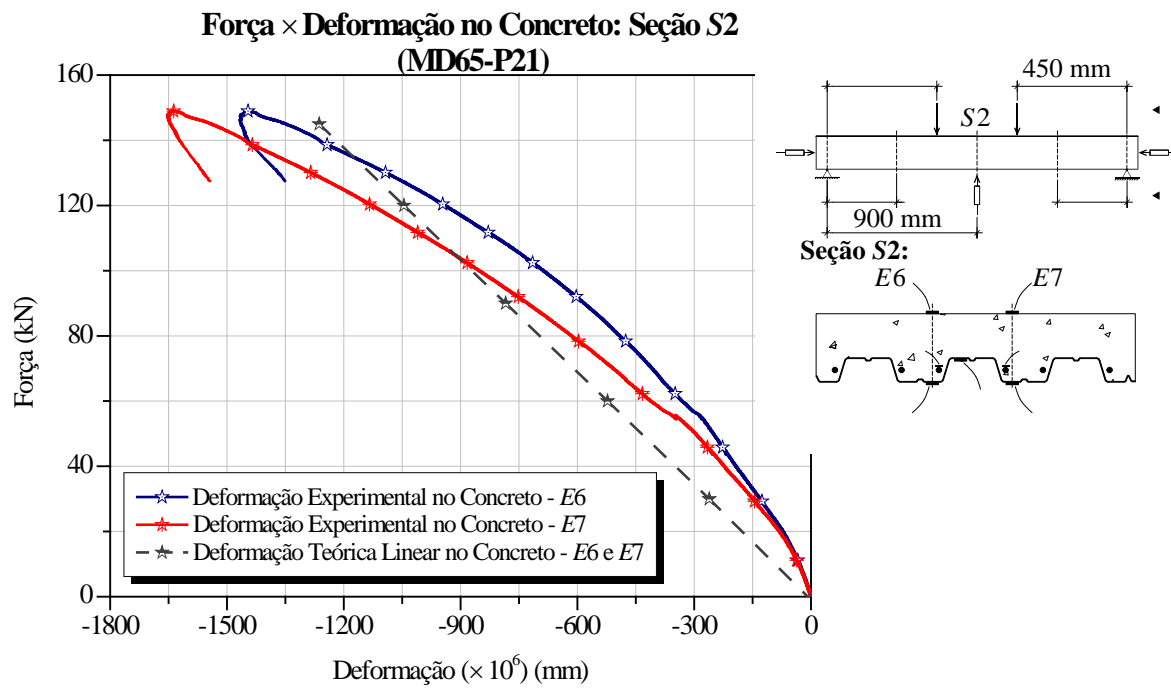


Figura C.13 – Curvas Força × Deformação no Concreto na seção S2 do protótipo MD65-P21.

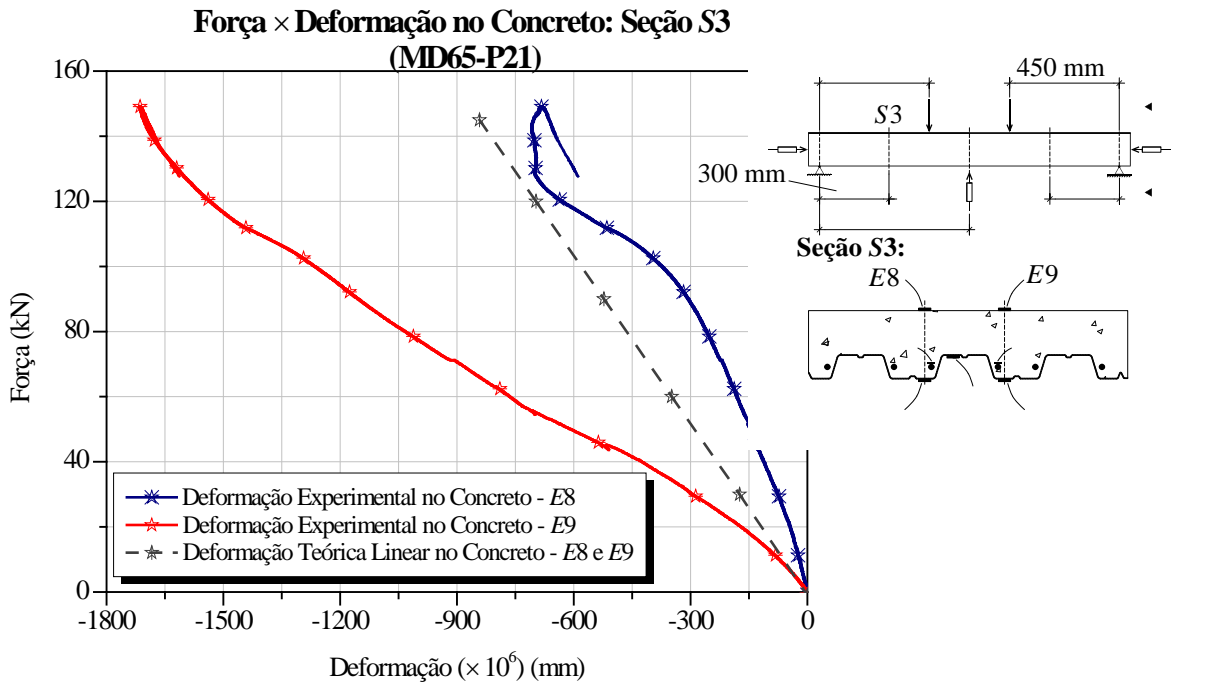


Figura C.14 – Curvas Força × Deformação no Concreto na seção S3 do protótipo MD65-P21.

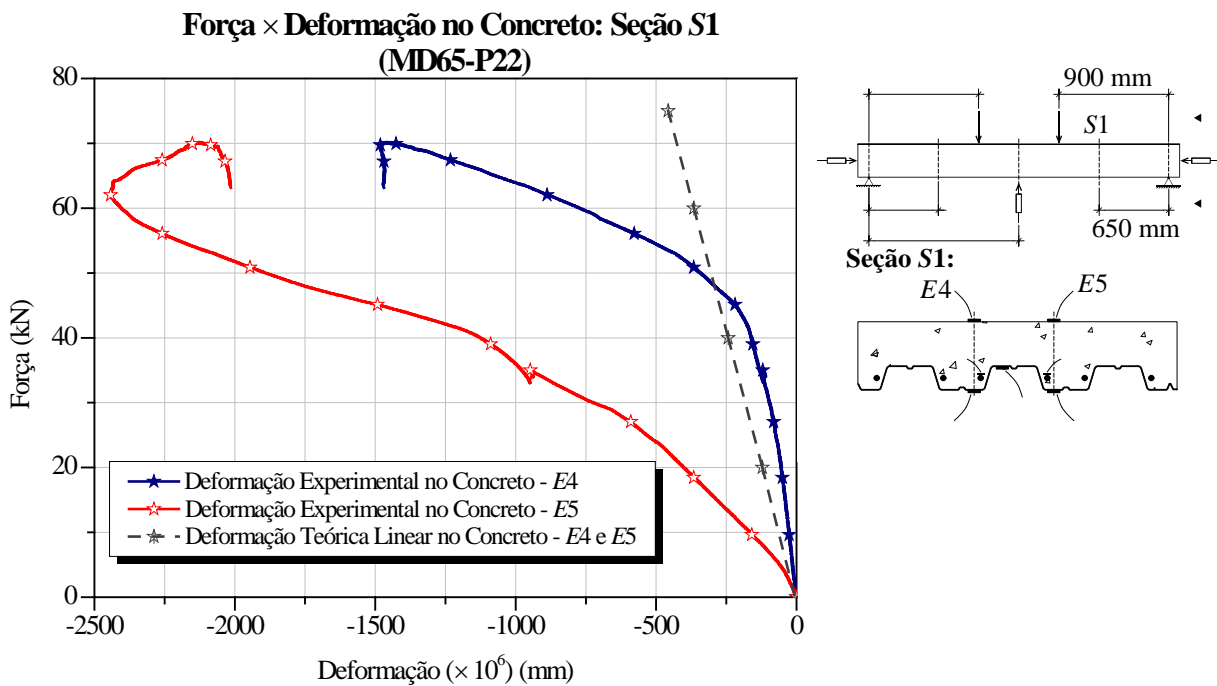


Figura C.15 – Curvas Força × Deformação no Concreto na seção S1 do protótipo MD65-P22.

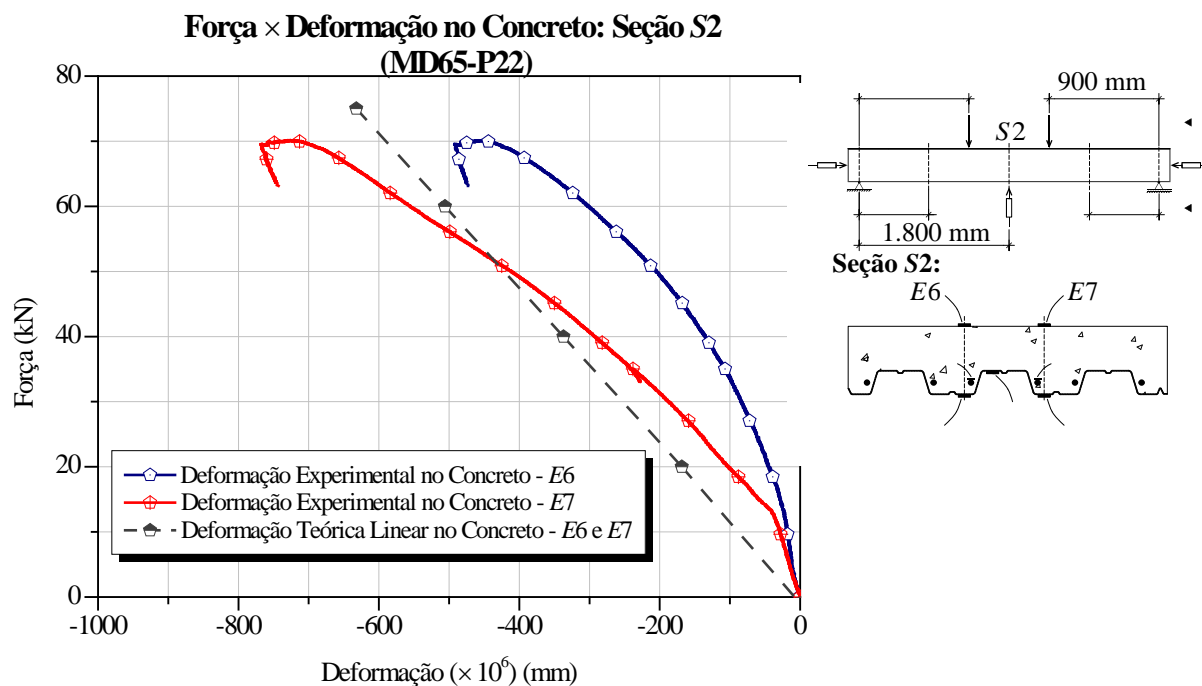


Figura C.16 – Curvas Força × Deformação no Concreto na seção S2 do protótipo MD65-P22.

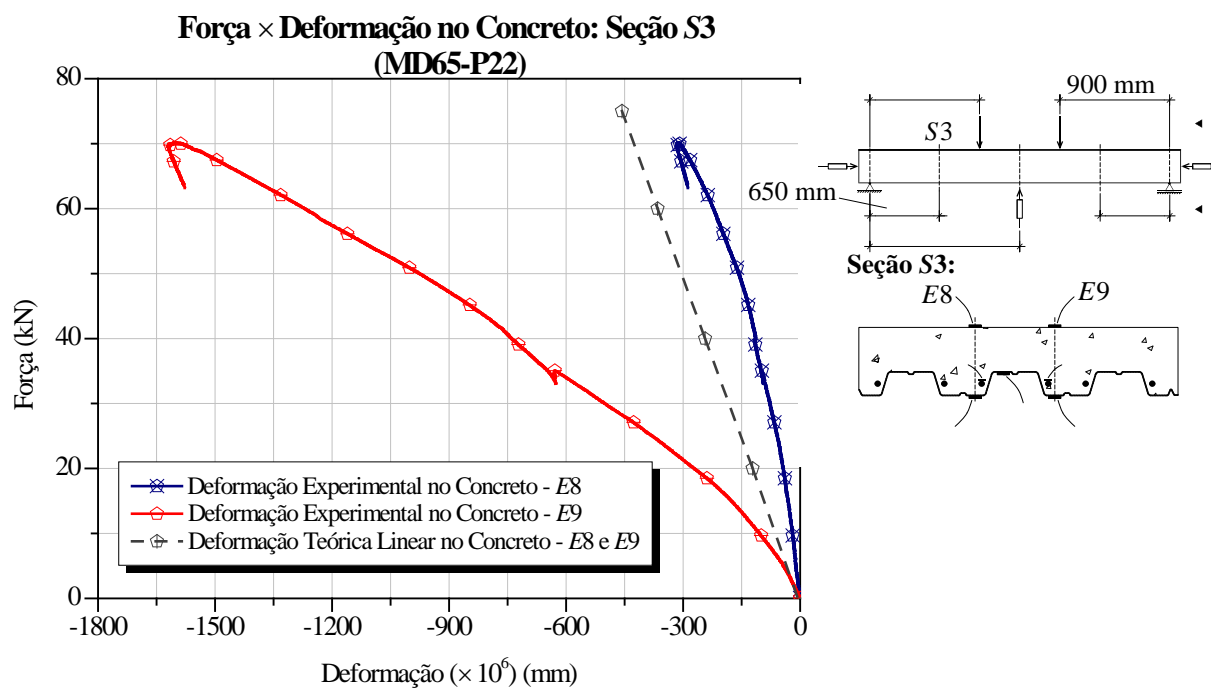


Figura C.17 – Curvas Força × Deformação no Concreto na seção S3 do protótipo MD65-P22.

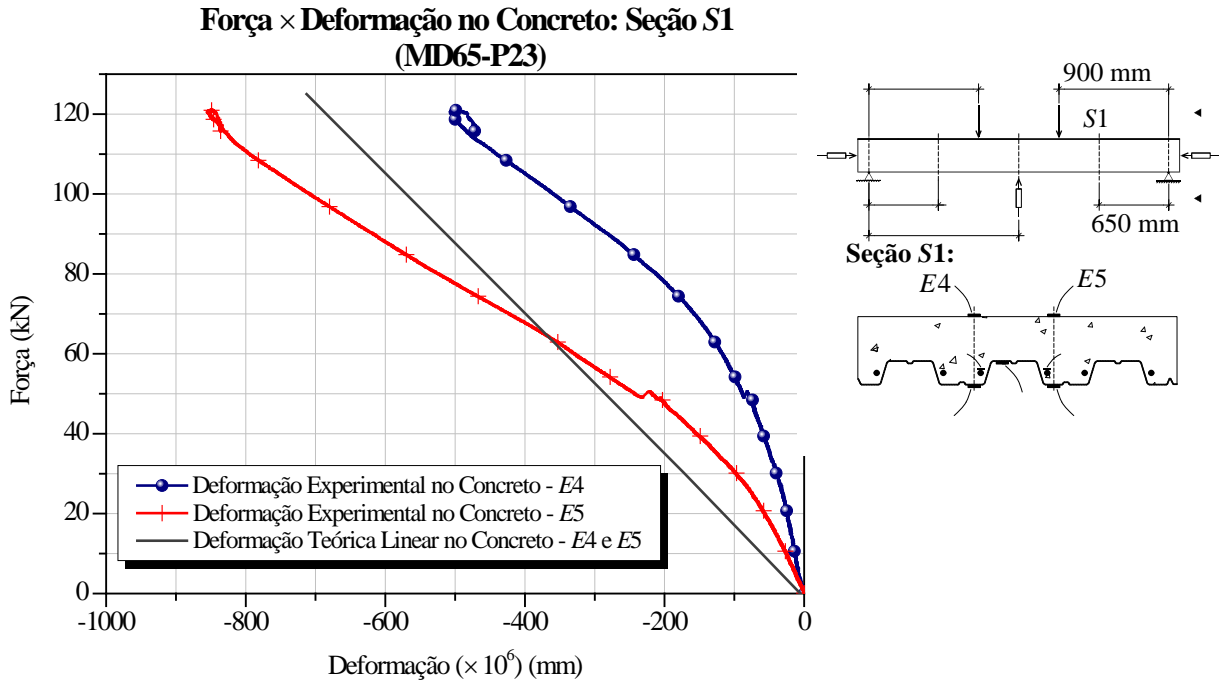


Figura C.18 – Curvas Força × Deformação no Concreto na seção S1 do protótipo MD65-P23.

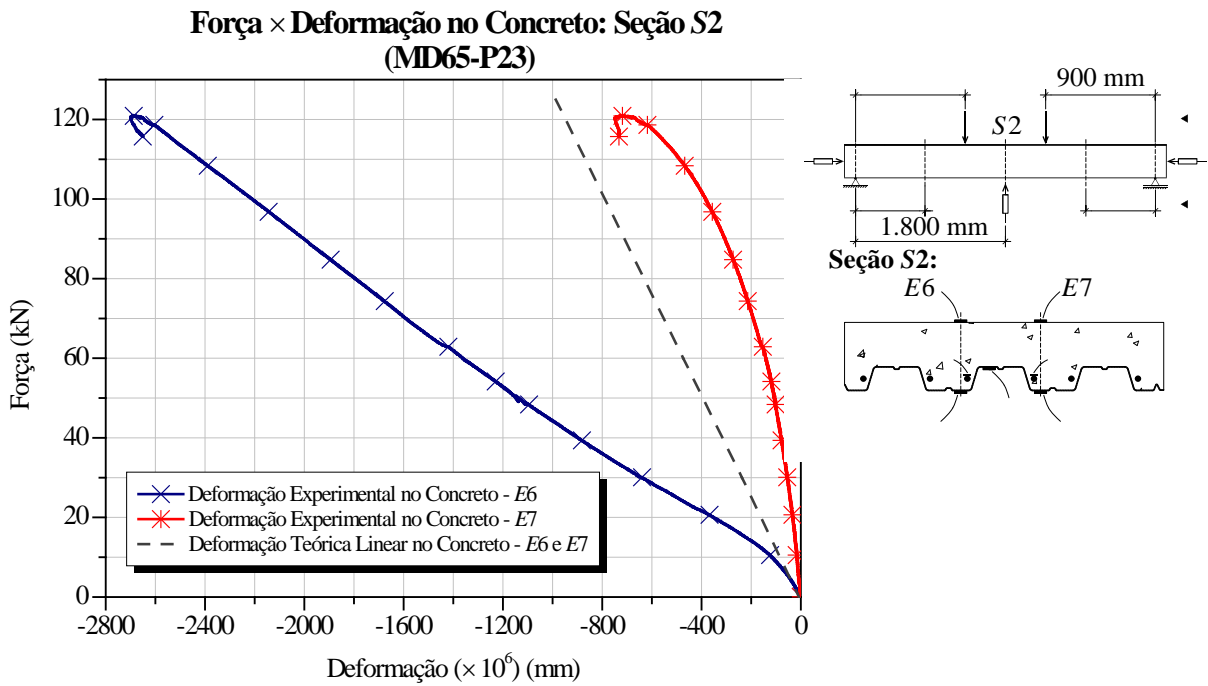


Figura C.19 – Curvas Força × Deformação no Concreto na seção S2 do protótipo MD65-P23.

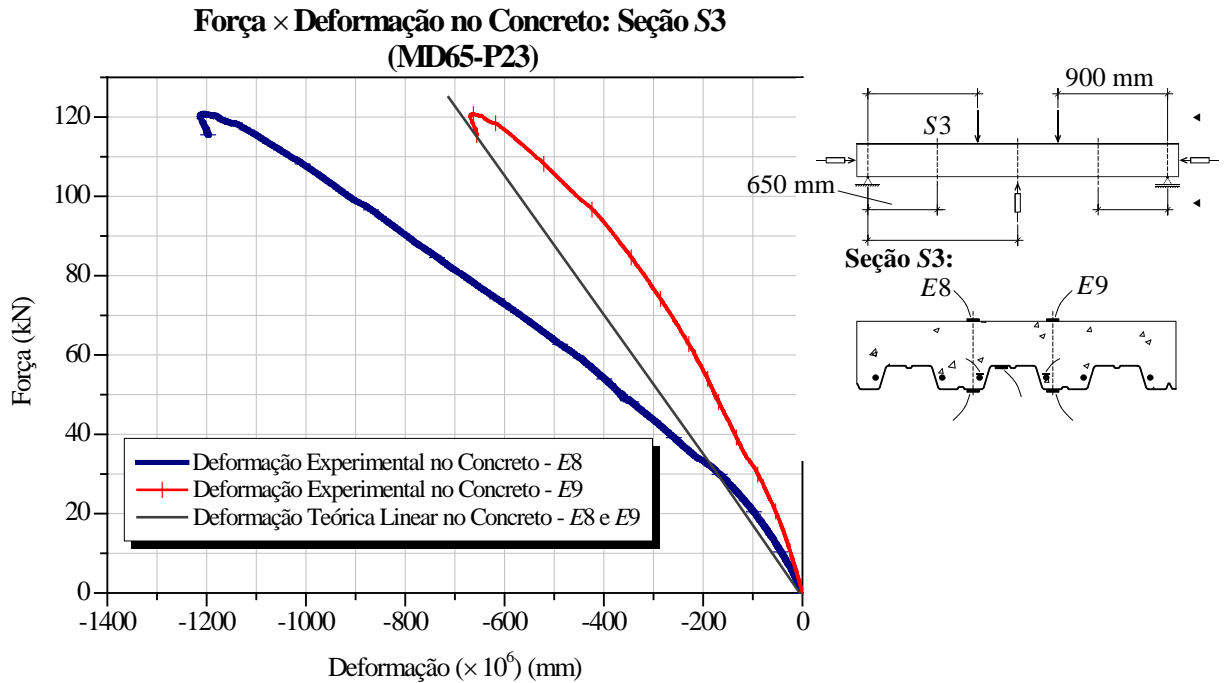


Figura C.20 – Curvas Força × Deformação no Concreto na seção S3 do protótipo MD65-P23.

C.4 Gráficos Força × Deformação Específica na Fôrma de Aço

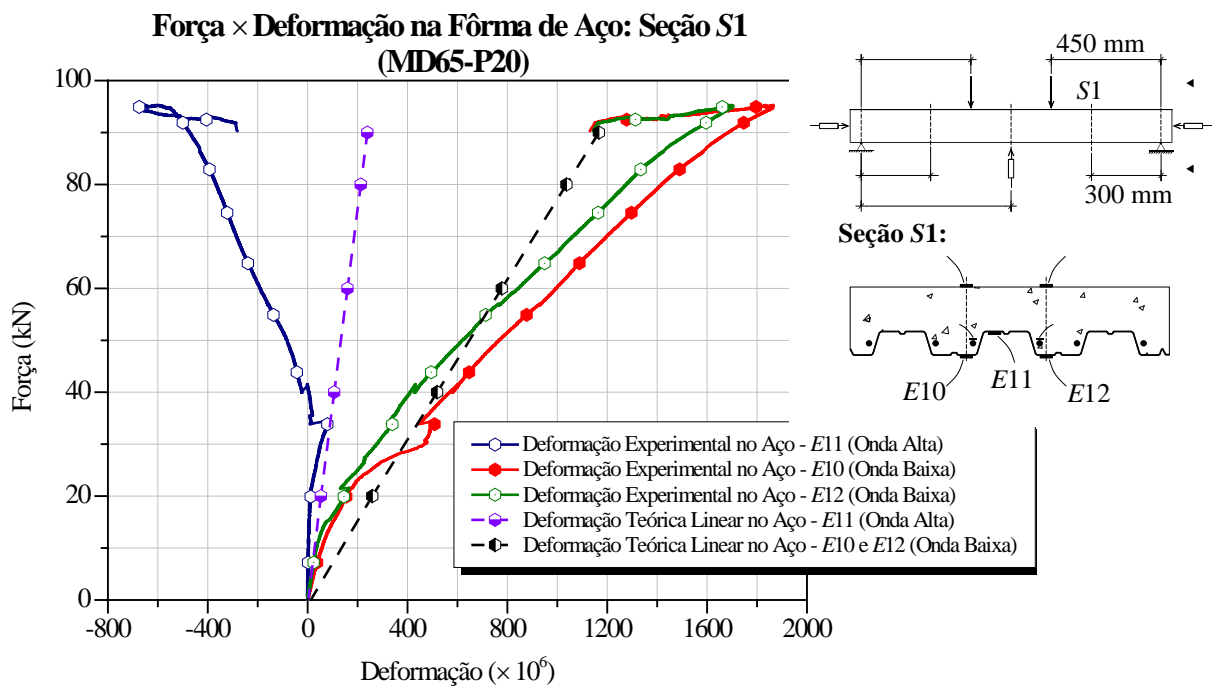


Figura C.21 – Curvas Força × Deformação na Fôrma de Aço na seção S1 do protótipo MD65-P20.

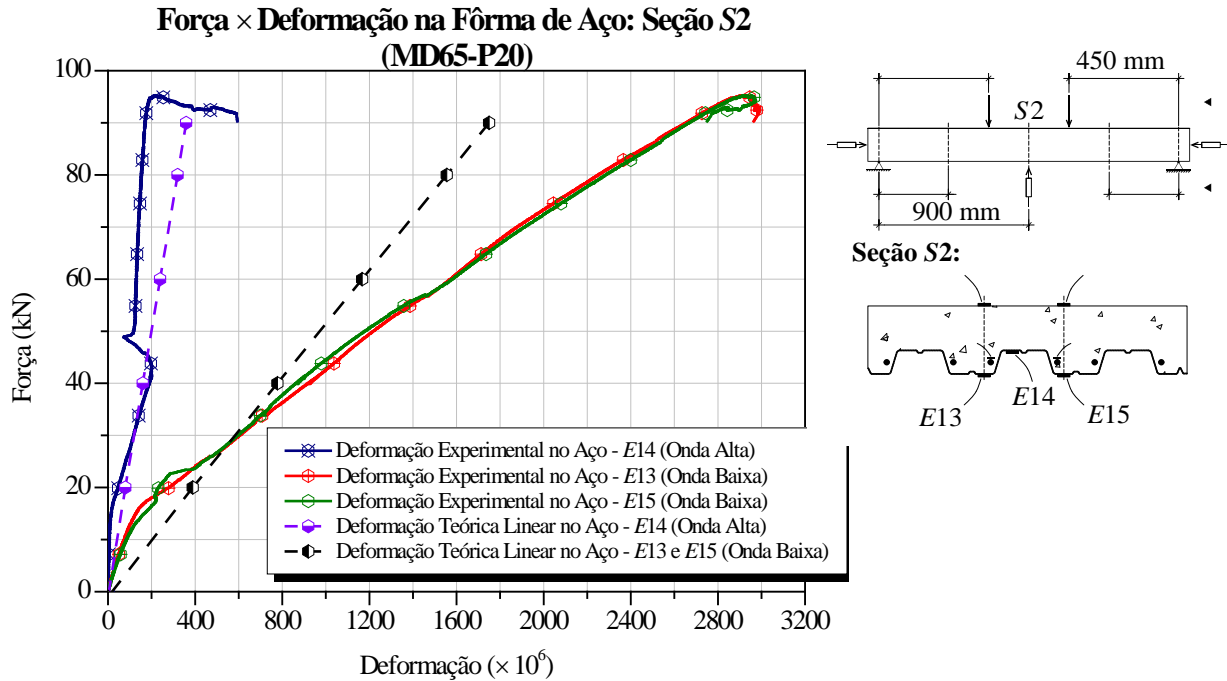


Figura C.22 – Curvas Força × Deformação na Fôrma de Aço na seção S2 do protótipo MD65-P20.

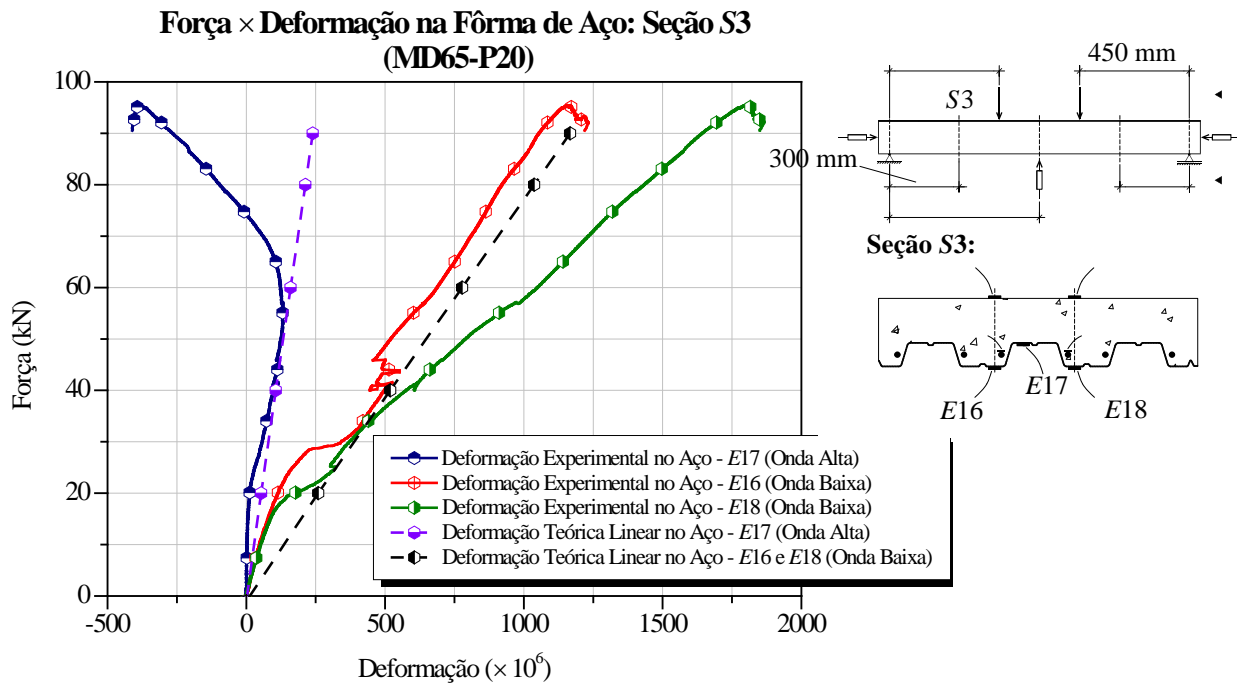


Figura C.23 – Curvas Força × Deformação na Fôrma de Aço na seção S3 do protótipo MD65-P20.

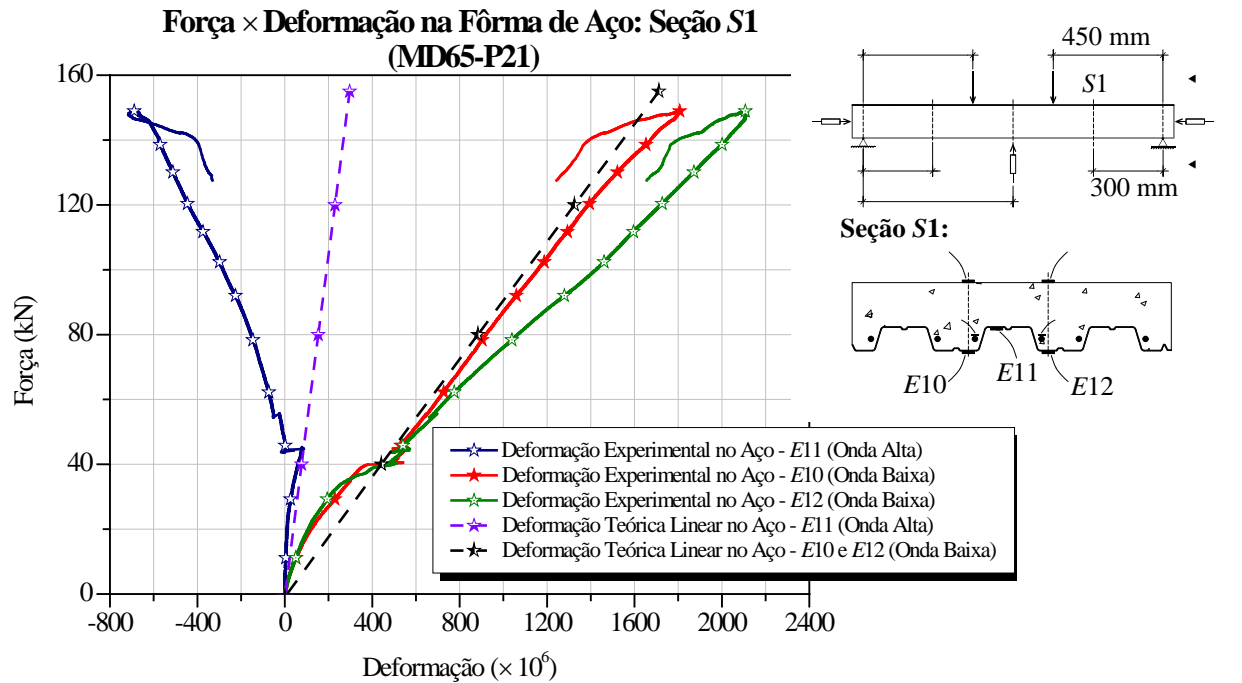


Figura C.24 – Curvas Força × Deformação na Fôrma de Aço na seção S1 do protótipo MD65-P21.

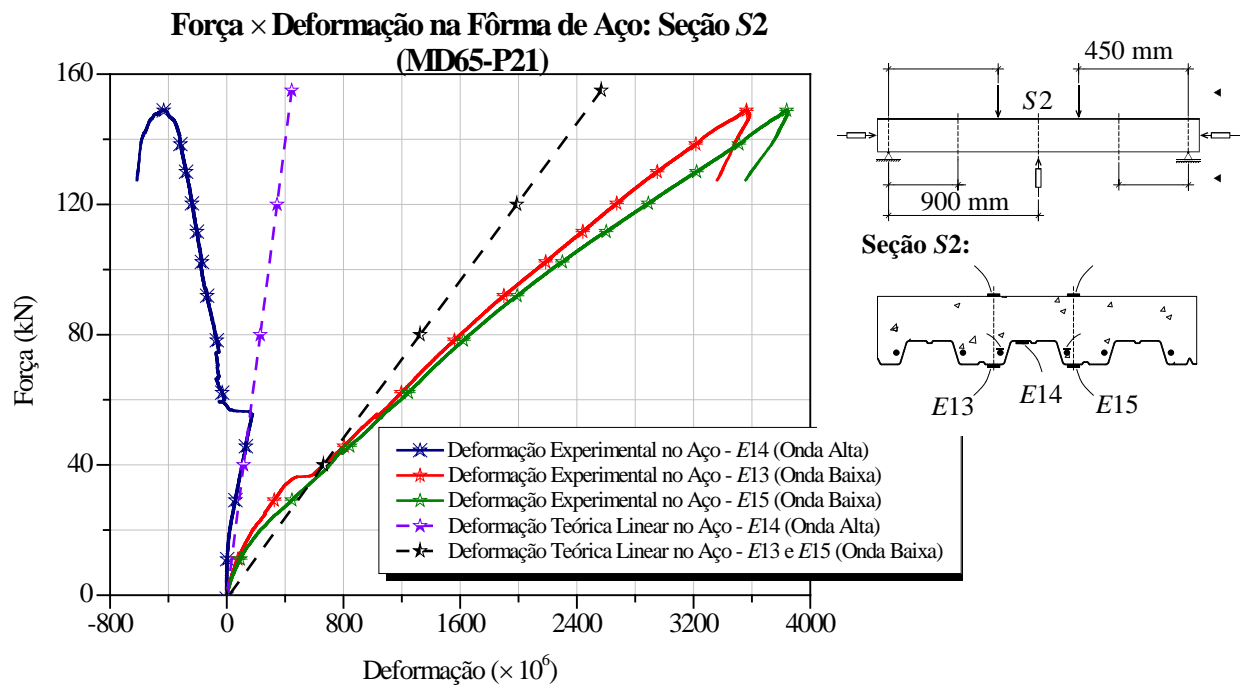


Figura C.25 – Curvas Força × Deformação na Fôrma de Aço na seção S2 do protótipo MD65-P21.

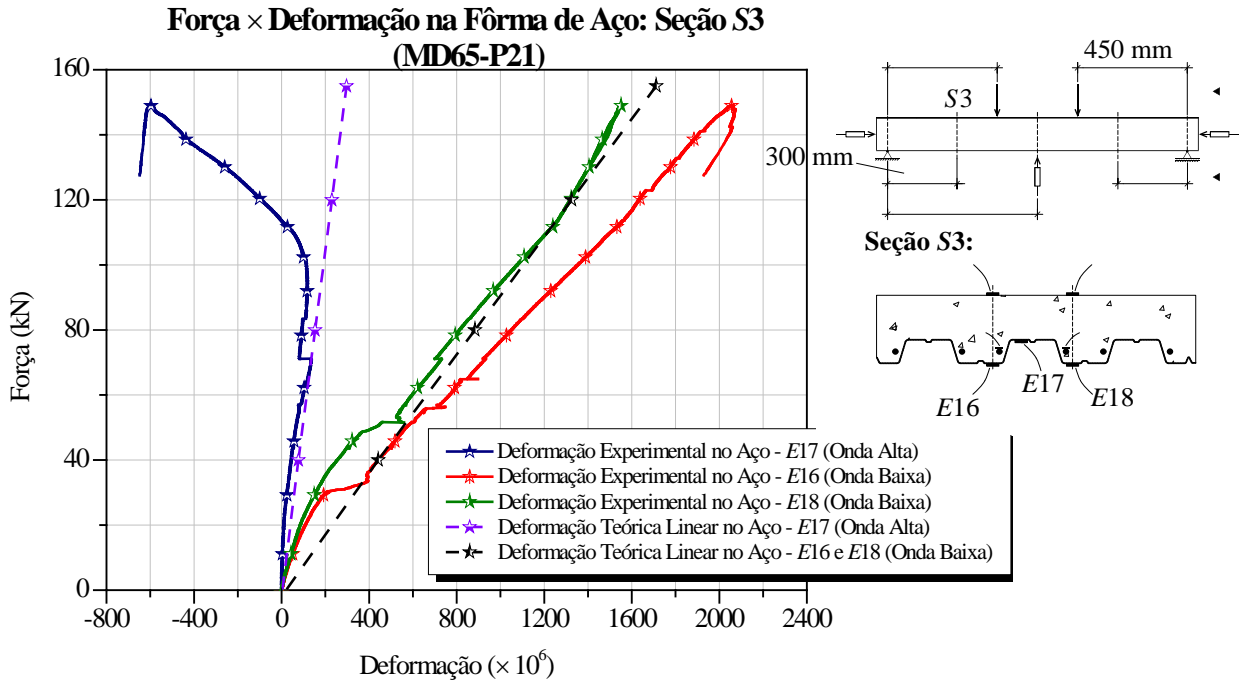


Figura C.26 – Curvas Força × Deformação na Fôrma de Aço na seção S3 do protótipo MD65-P21.

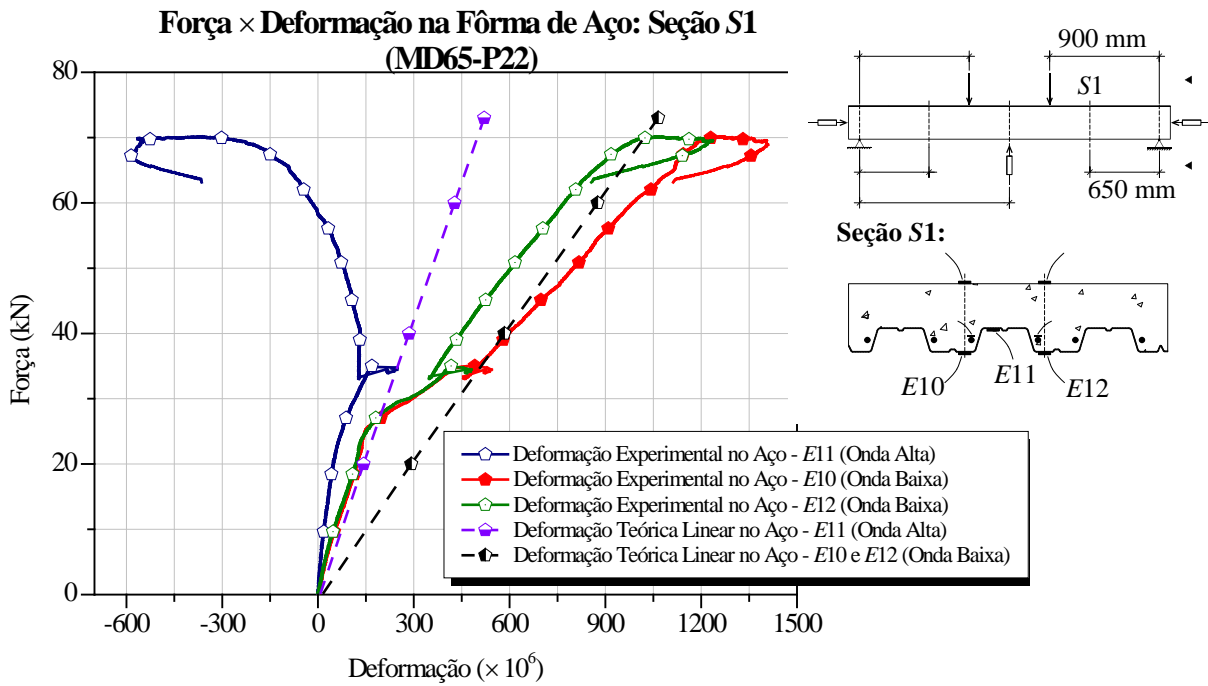


Figura C.27 – Curvas Força × Deformação na Fôrma de Aço na seção S1 do protótipo MD65-P22.

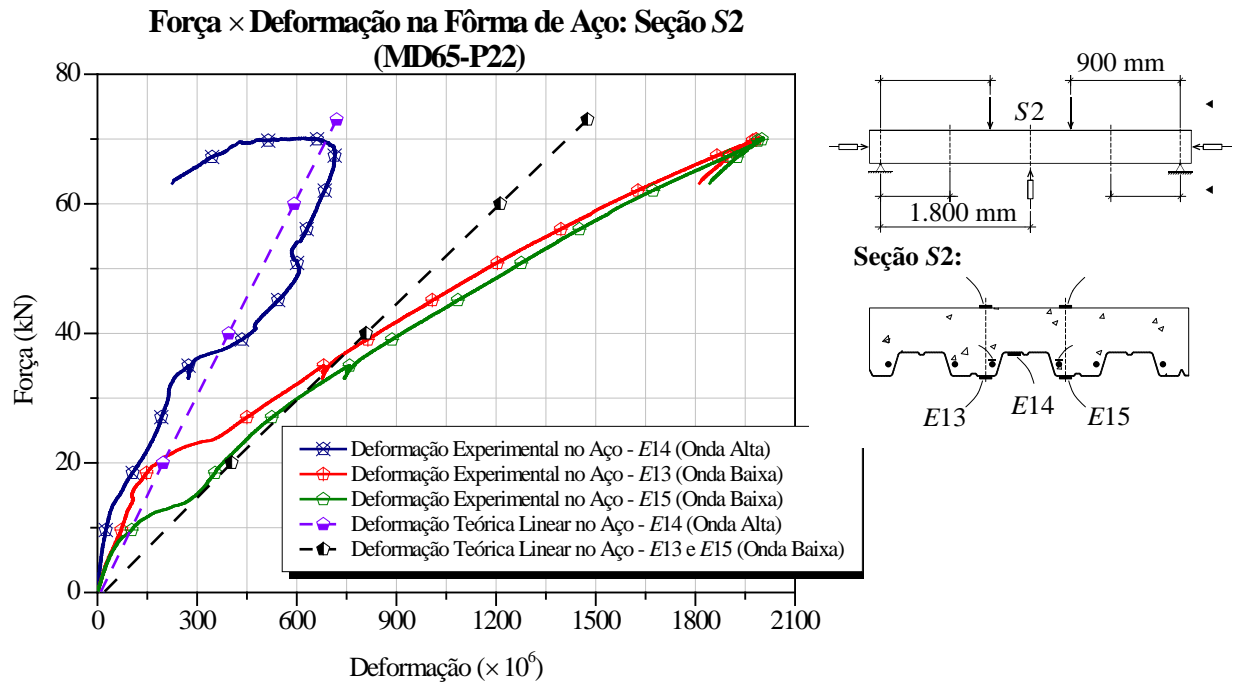


Figura C.28 – Curvas Força × Deformação na Fôrma de Aço na seção S2 do protótipo MD65-P22.

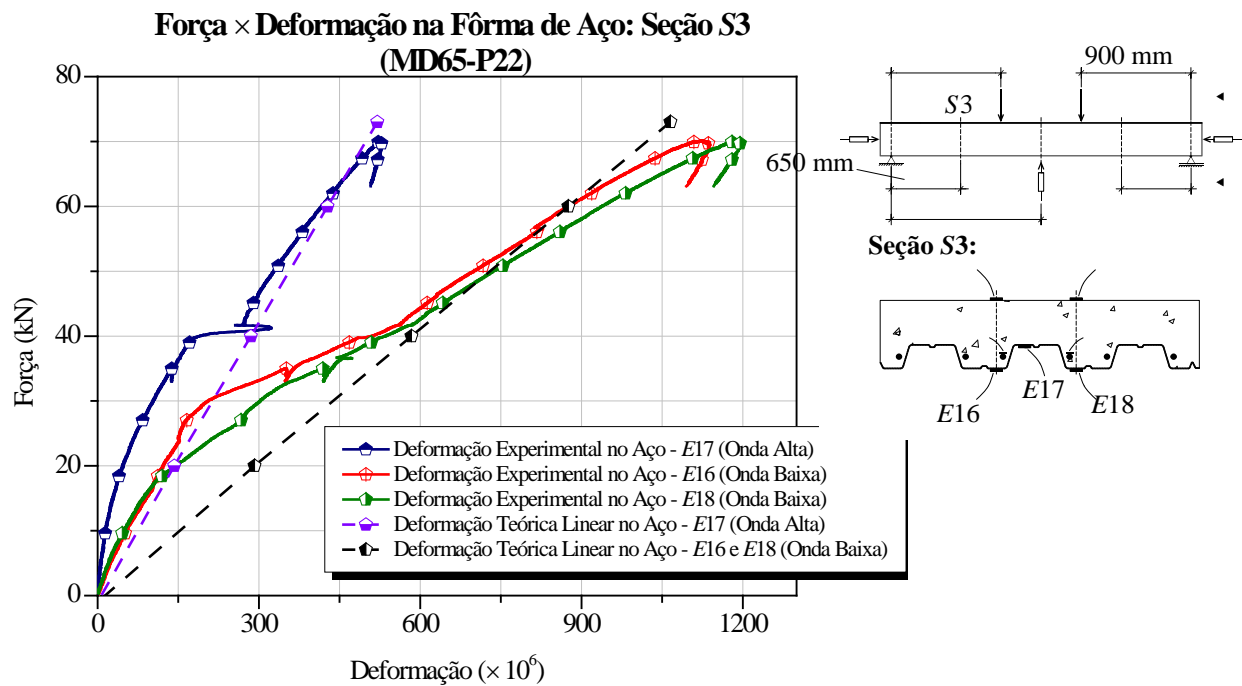


Figura C.29 – Curvas Força × Deformação na Fôrma de Aço na seção S3 do protótipo MD65-P22.

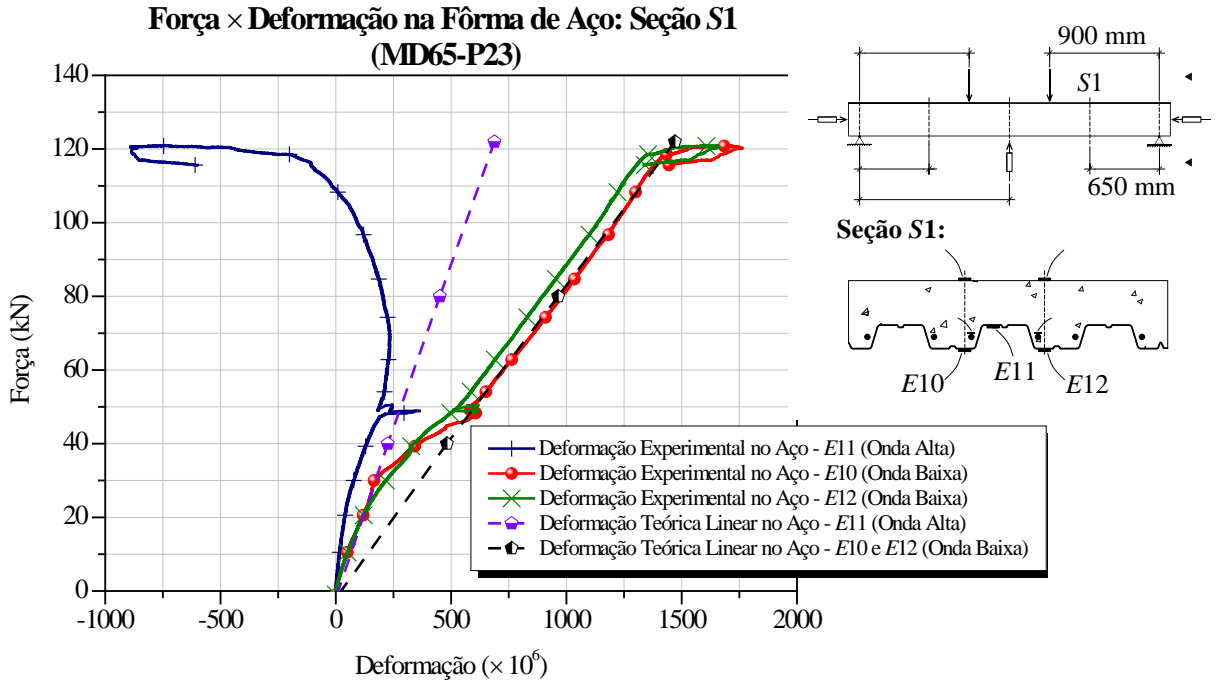


Figura C.30 – Curvas Força × Deformação na Fôrma de Aço na seção S1 do protótipo MD65-P23.

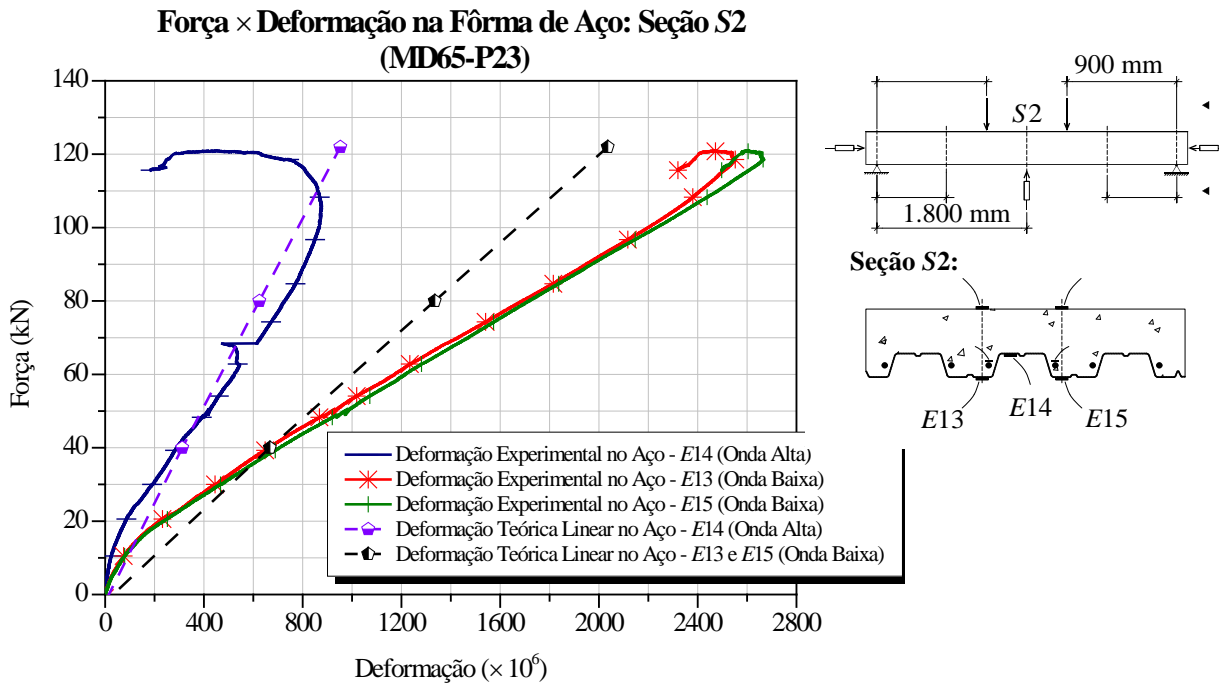


Figura C.31 – Curvas Força × Deformação na Fôrma de Aço na seção S2 do protótipo MD65-P23.

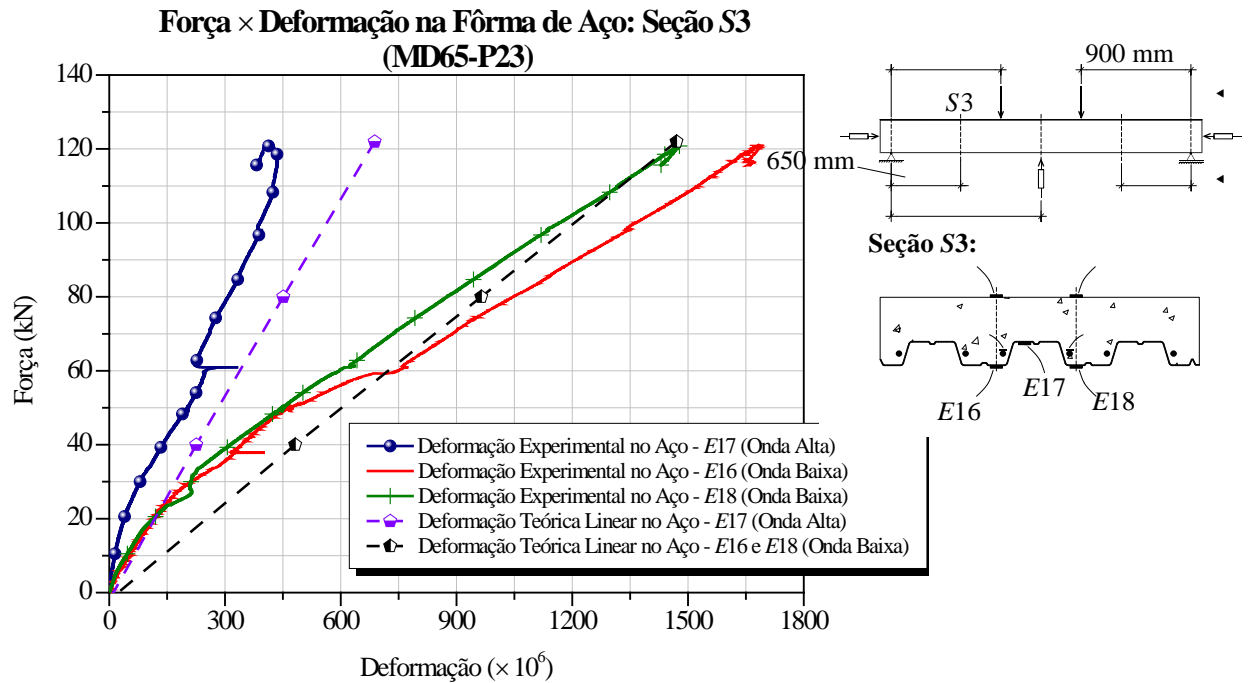


Figura C.32 – Curvas Força × Deformação na Fôrma de Aço na seção S3 do protótipo MD65-P23.

C.5 Gráficos Força × Deformação Específica na Armadura Adicional

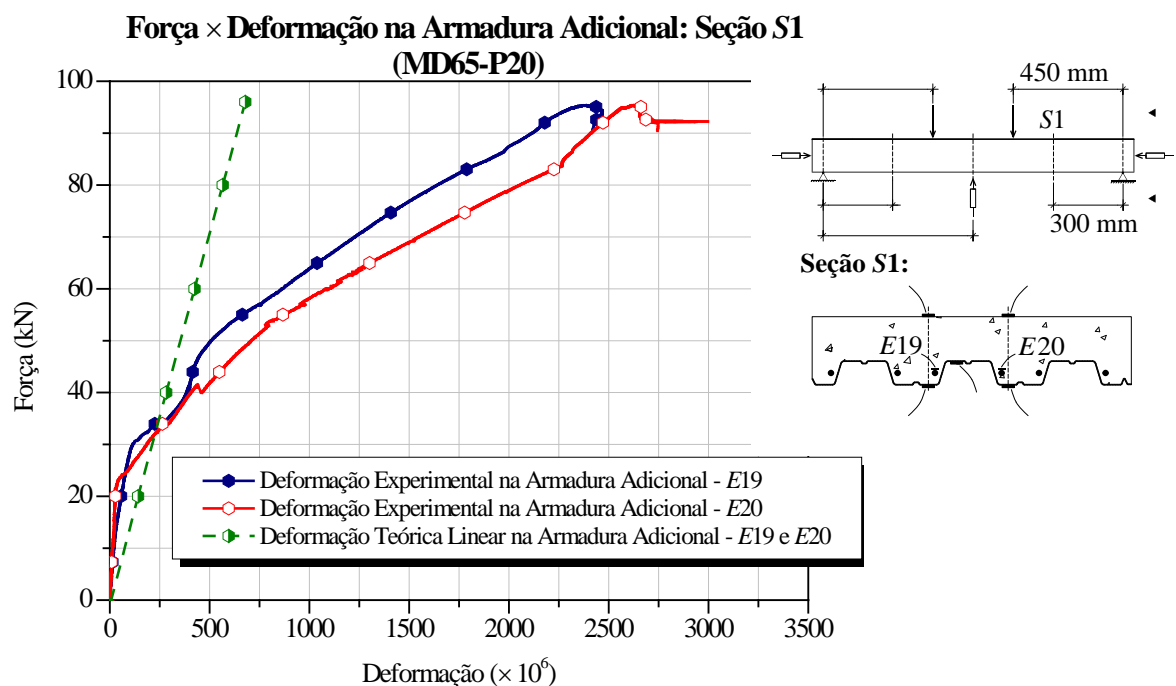


Figura C.33 – Curvas Força × Deformação na Armadura Adicional na seção S1 do protótipo MD65-P20.

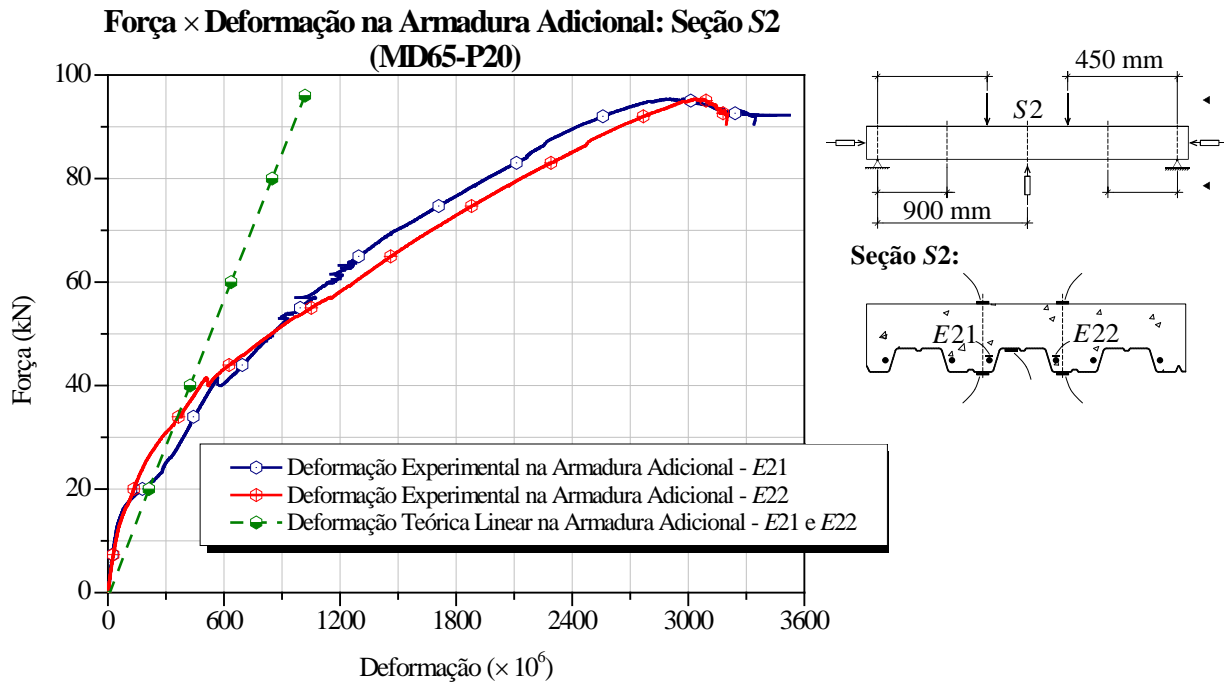


Figura C.34 – Curvas Força × Deformação na Armadura Adicional na seção S2 do protótipo MD65-P20.

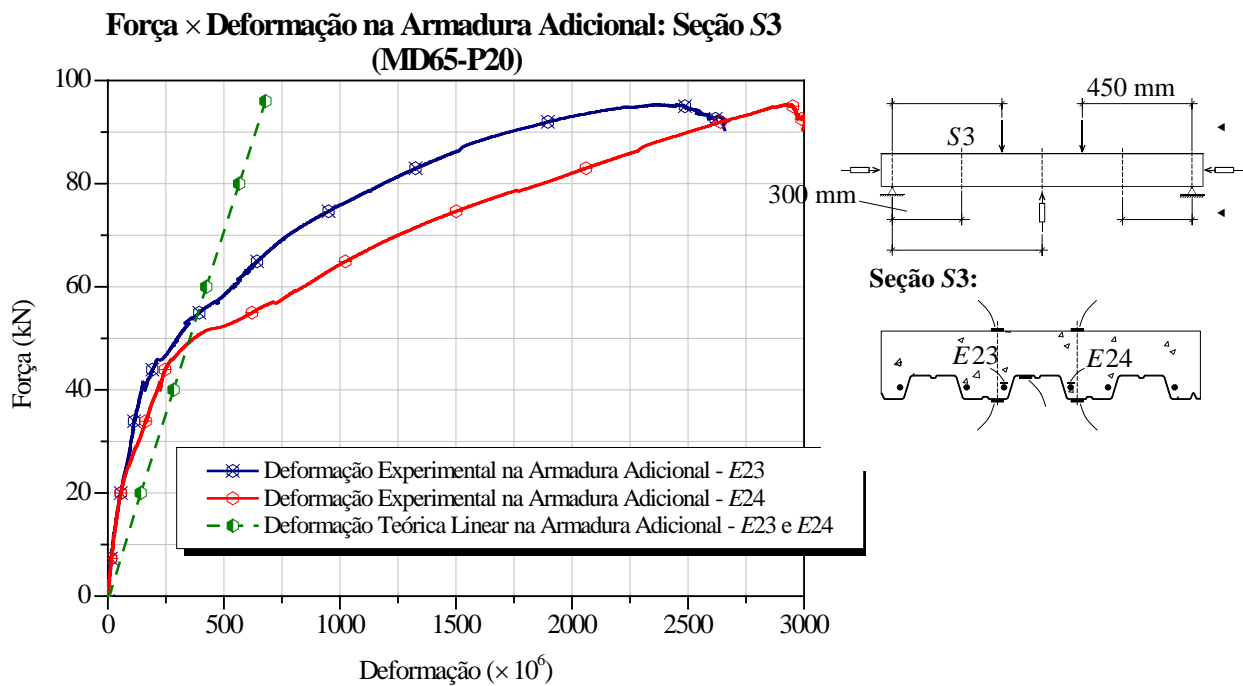


Figura C.35 – Curvas Força × Deformação na Armadura Adicional na seção S3 do protótipo MD65-P20.

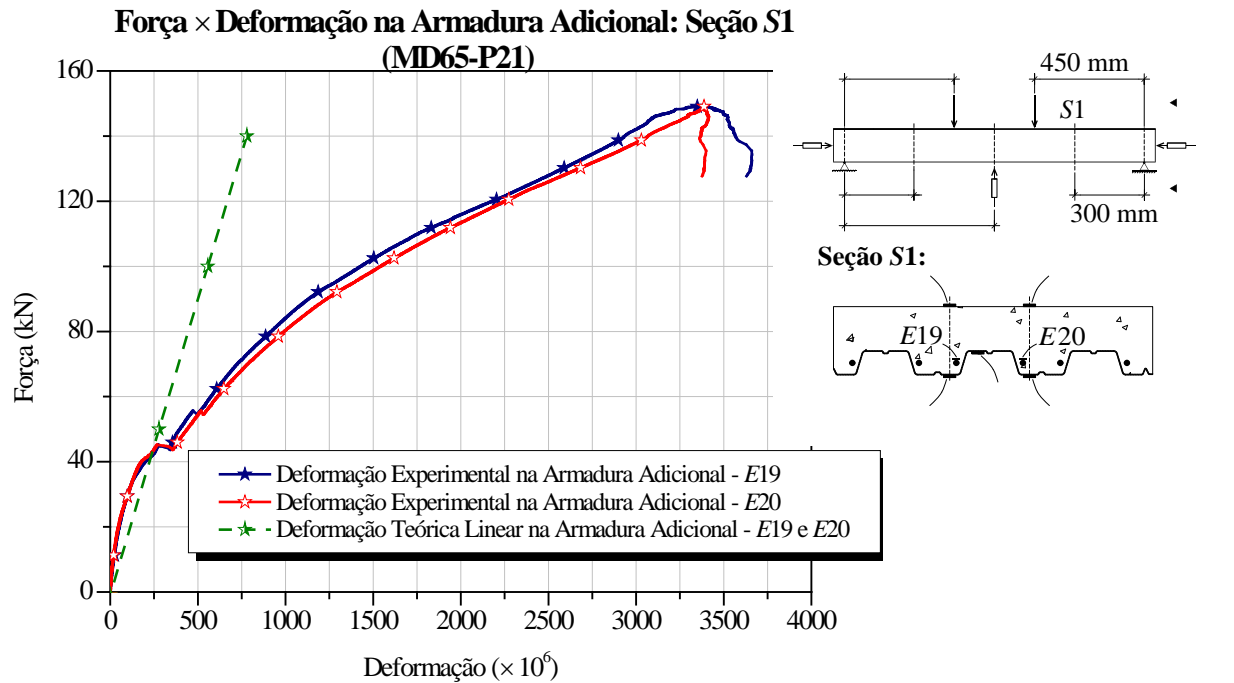


Figura C.36 – Curvas Força × Deformação na Armadura Adicional na seção S1 do protótipo MD65-P21.

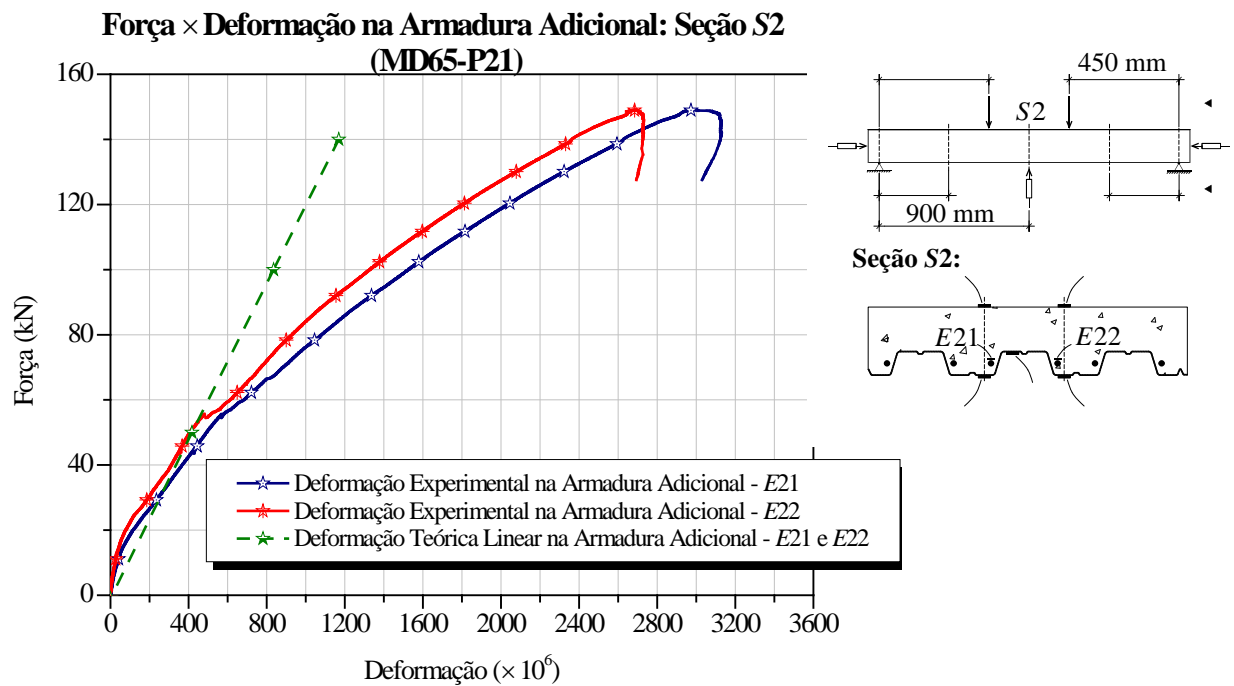


Figura C.37 – Curvas Força × Deformação na Armadura Adicional na seção S2 do protótipo MD65-P21.

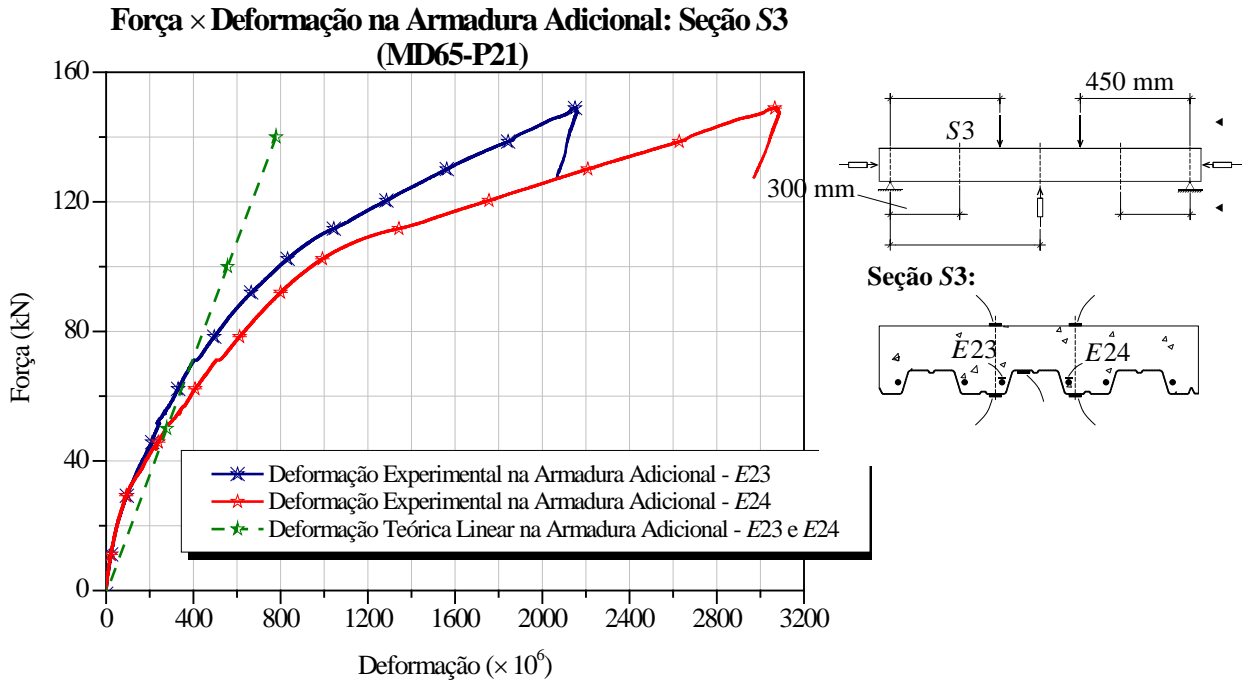


Figura C.38 – Curvas Força × Deformação na Armadura Adicional na seção S3 do protótipo MD65-P21.

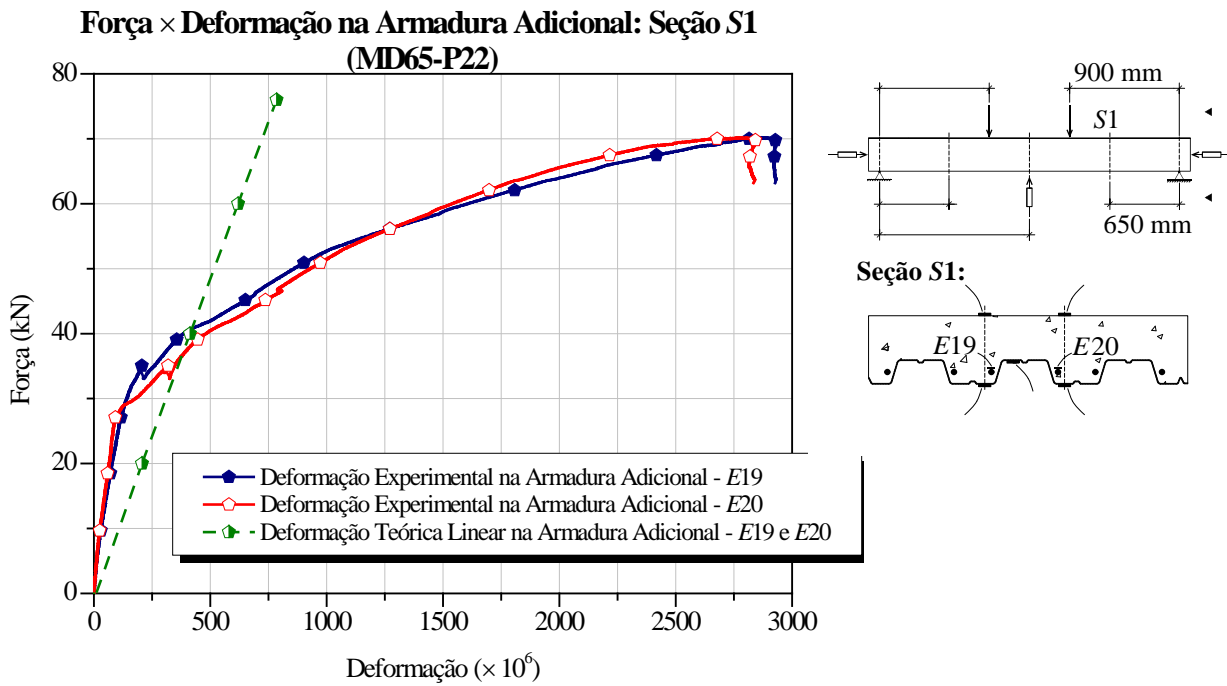


Figura C.39 – Curvas Força × Deformação na Armadura Adicional na seção S1 do protótipo MD65-P22.

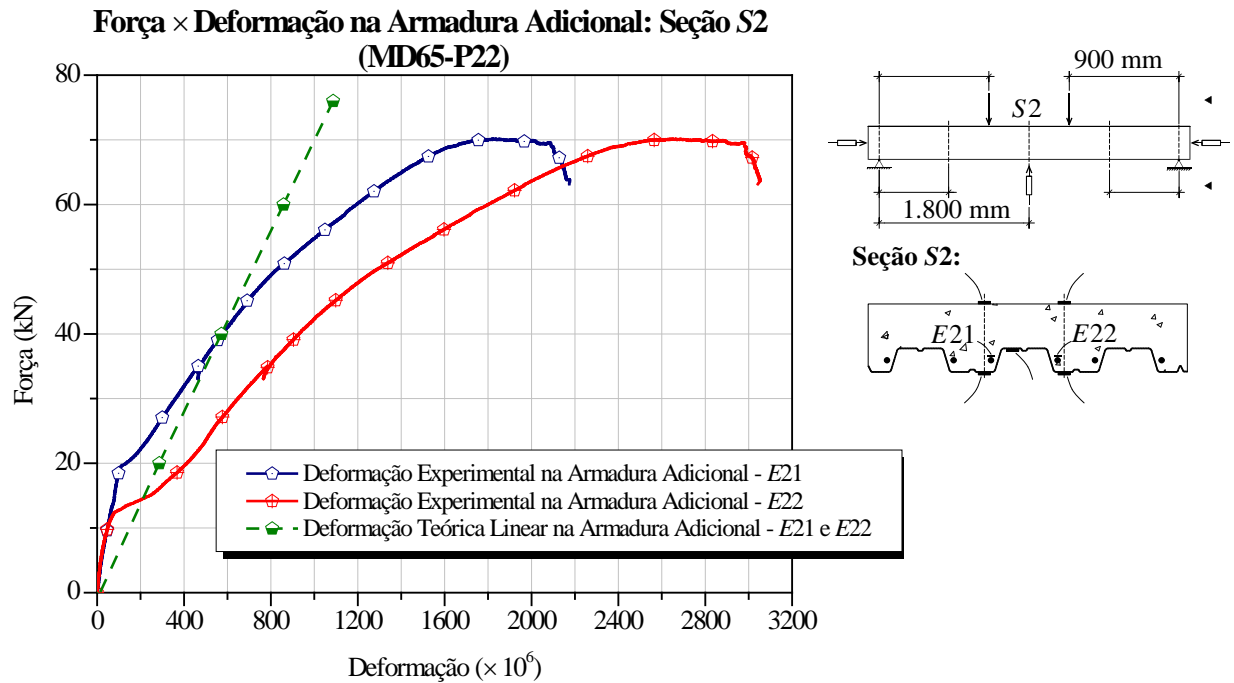


Figura C.40 – Curvas Força × Deformação na Armadura Adicional na seção S2 do protótipo MD65-P22.

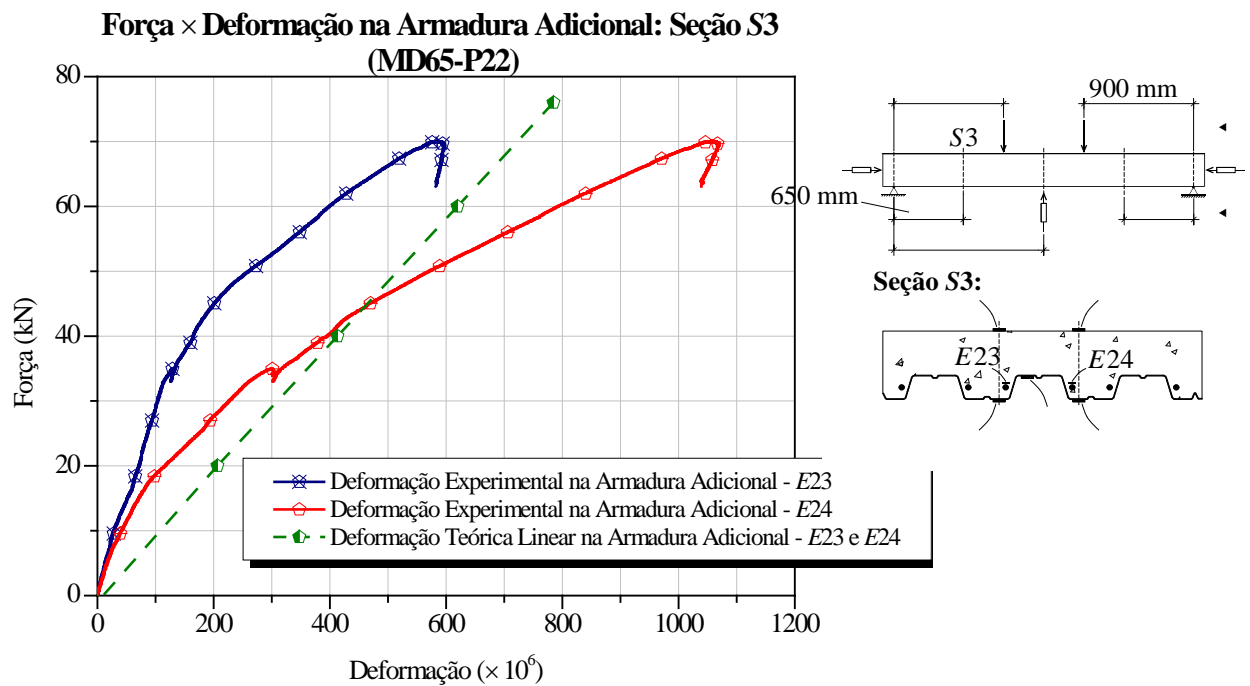


Figura C.41 – Curvas Força × Deformação na Armadura Adicional na seção S3 do protótipo MD65-P22.

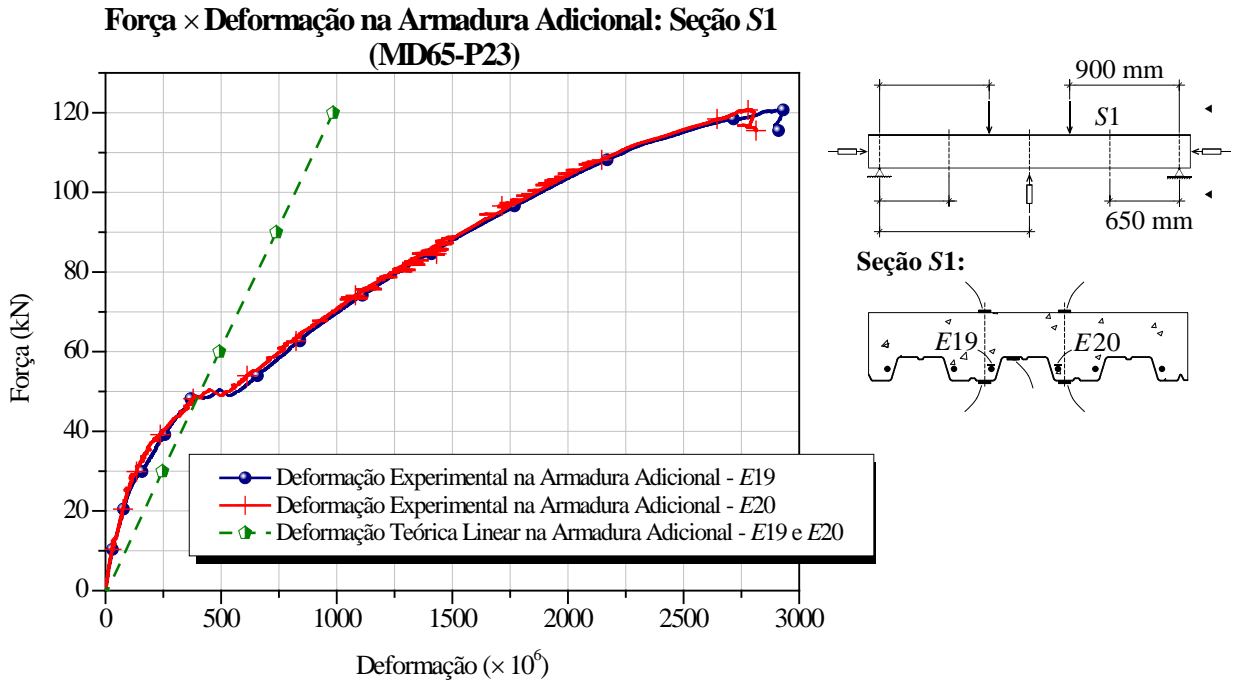


Figura C.42 – Curvas Força × Deformação na Armadura Adicional na seção S1 do protótipo MD65-P23.

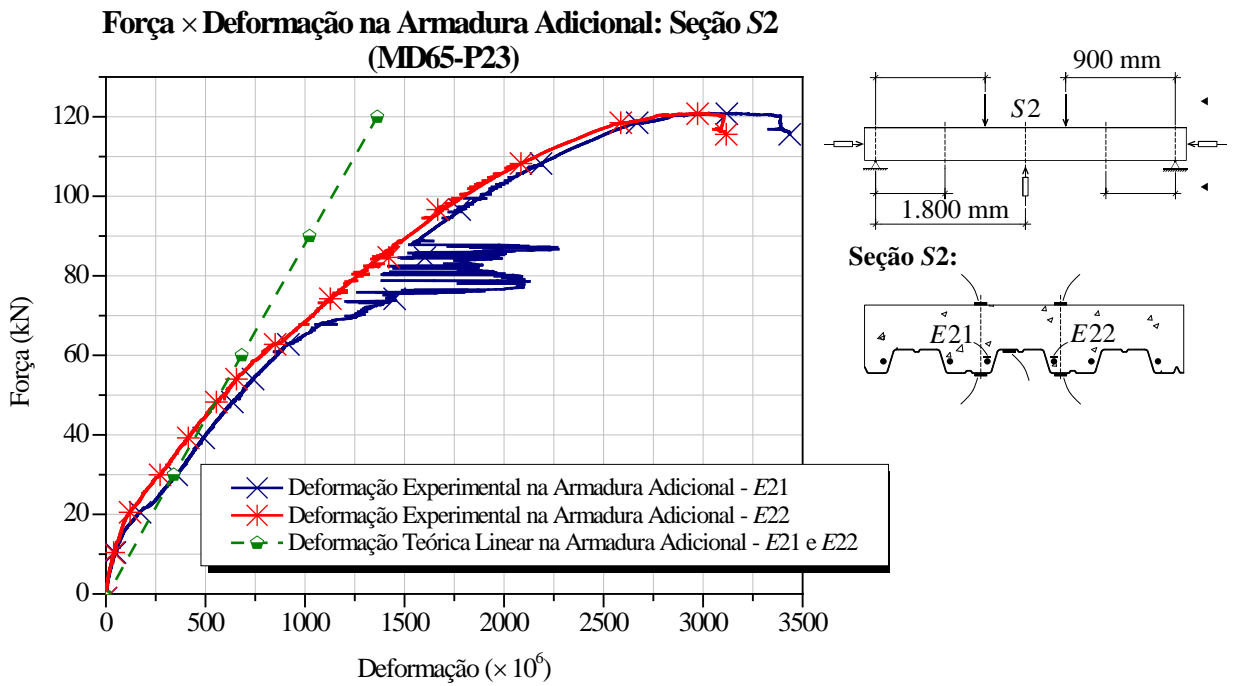


Figura C.43 – Curvas Força × Deformação na Armadura Adicional na seção S2 do protótipo MD65-P23.

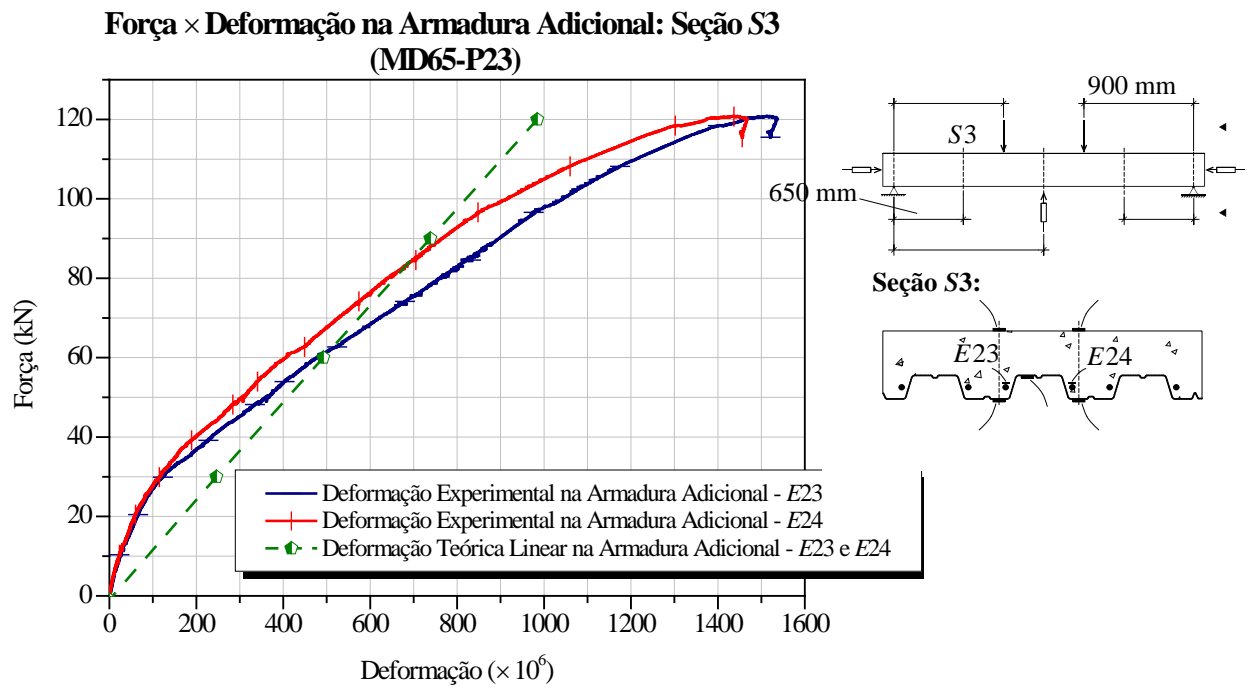


Figura C.44 – Curvas Força × Deformação na Armadura Adicional na seção S3 do protótipo MD65-P23.

APÊNDICE D – CONFIGURAÇÕES DE TENSÕES E FORÇAS EM INTERAÇÃO PARCIAL

Neste apêndice, é mostrado o desenvolvimento da formulação dos casos 2º a 12º da Tabela 6.3.

O raciocínio é o mesmo aplicado para o 1º Caso, cujo equacionamento foi já apresentado no Item 6.2.1, também se tomando como referência a seção com força aplicada ($L_x = L_s + L_0$): análise das possíveis configurações intermediárias (interação parcial) de forças e tensões entre as interações completa e nula de uma laje mista.

$$\text{b) 2º Caso: } N_{sl} + N_{pa_2} - N_{pa_1} \leq \overline{N}_c \leq N_{sl} + N_{pa} \text{ e } \overline{N}_c \geq N_{sl}$$

A distribuição de tensões deste caso para interação completa está apresentada na parte I da Figura 6.4. Sua tensão $\tau_{u,t}$ então será:

$$|\tau_{u,t}| = \frac{N_{cf} - N_{sl}}{b(L_s + L_0)} = \frac{\overline{N}_c - N_{sl}}{b(L_s + L_0)} \quad (\text{D.1})$$

No caso de interação nula, pela condição $\overline{N}_c \geq N_{sl}$, a distribuição de tensões será a mesma da Figura 6.13, cujo equilíbrio conduz à Eq. (6.29).

Veja-se que, particularmente para $\overline{N}_c = N_{sl}$, tem-se $\tau_{u,t} = 0$ na Eq. (D.1), que necessariamente acarreta $\tau_{u,t} = \tau_u = \tau_{u,n} = 0$. Neste caso particular, em todas as interações (nula, parcial e completa) o concreto estará comprimido com resultante $\overline{N}_c = N_{sl}$, a armadura tracionada com resultante $N_{sl} = \overline{N}_c$ e a fôrma de aço sob momento de plastificação (M_{pa}), portanto com resultante nula ($N_a = 0$), conforme ilustrado na Figura D.1.

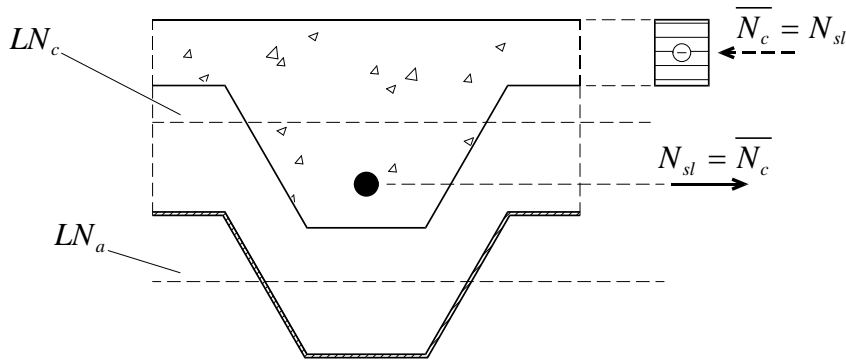


Figura D.1 – Distribuição de tensões e forças para o caso $N_{sl} + N_{pa_2} - N_{pa_1} \leq \overline{N}_c \leq N_{sl} + N_{pa}$ e $\overline{N}_c = N_{sl}$ em interação completa, parcial e nula.

Para $\overline{N}_c > N_{sl}$, entre as duas interações, a situação é exatamente como no 1º Caso (ver Item 6.2.1): N_{sl} mantém-se vetorialmente constante, variando-se apenas a resultante no concreto, sempre de compressão. Portanto, na interação parcial, o elemento estrutural se estabilizará numa situação intermediária, tal que $N_{cn} = N_{sl} < N_c < N_{cf} = \overline{N}_c$, que necessariamente implica $N_c > N_{sl}$, como na Figura 6.14. A tensão de cisalhamento τ_u deste caso é dada por:

$$|\tau_u| = \begin{cases} \frac{N_c - N_{sl}}{b(L_s + L_0)}, & \text{com } N_{sl} < N_c < \overline{N}_c, \text{ se } N_{sl} \neq \overline{N}_c \\ \text{ou} \\ 0, & \text{se } N_{sl} = \overline{N}_c \end{cases} \quad (\text{D.2})$$

c) 3º Caso: $N_{sl} + N_{pa_2} - N_{pa_1} \leq \overline{N}_c \leq N_{sl} + N_{pa}$ e $\overline{N}_c < N_{sl}$

Para interação completa, a configuração de tensões pode ser observada na parte I da Figura 6.5.

Pode-se, assim, determinar $\tau_{u,t}$:

$$|\tau_{u,t}| = \frac{N_{sl} - \overline{N}_c}{b(L_s + L_0)} \quad (\text{D.3})$$

Pela segunda condição deste caso, $\overline{N}_c < N_{sl}$. Destarte, em interação nula, o equilíbrio será alcançado pelo esquema de tensões da Figura D.2.

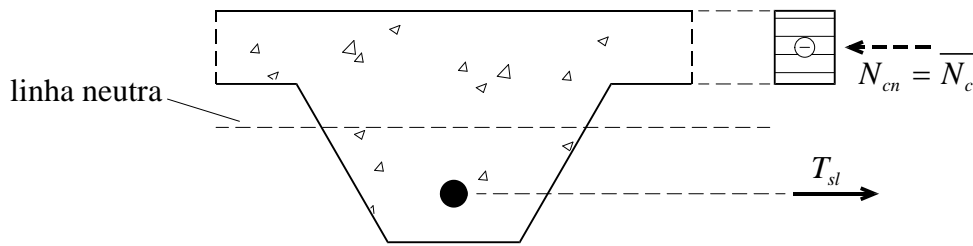


Figura D.2 – Distribuição de tensões e forças no bloco de concreto para o caso

$$N_{sl} + N_{pa_2} - N_{pa_1} \leq \overline{N}_c \leq N_{sl} + N_{pa} \text{ e } \overline{N}_c < N_{sl} \text{ em interação nula.}$$

Nessa figura, a resultante de tração na armadura adicional é tal que $T_{sl} = \overline{N}_c < N_{sl}$, ou seja, as barras não atingem o escoamento.

Veja-se que, entre as duas interações, a única variação ocorreu na força na armadura adicional, passando de N_{sl} para T_{sl} , sendo ambas com o mesmo sentido (tração). No cenário de interação parcial, desse modo, a condição intermediária consiste numa resultante F_{sl} na armadura adicional de mesmo sentido das anteriores e cujo módulo satisfaça $T_{sl} = \overline{N}_c < F_{sl} < N_{sl}$, como ilustrado na Figura D.3.

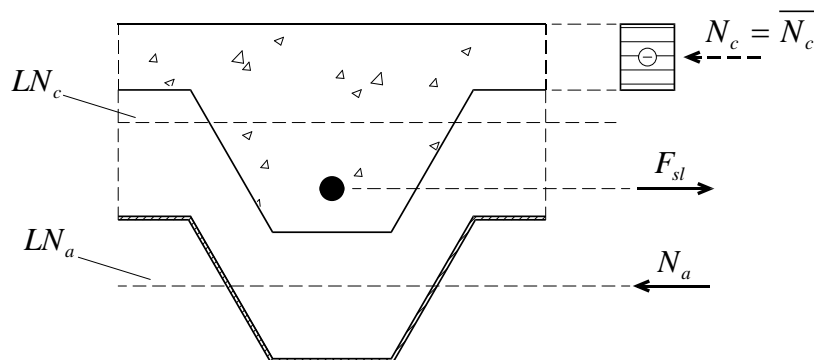


Figura D.3 – Distribuição de tensões e forças para o caso $N_{sl} + N_{pa_2} - N_{pa_1} \leq \overline{N}_c \leq N_{sl} + N_{pa}$ e $\overline{N}_c < N_{sl}$ em interação parcial.

A tensão τ_u então será:

$$|\tau_u| = \frac{F_{sl} - \overline{N}_c}{b(L_s + L_0)}, \text{ com } \overline{N}_c < F_{sl} < N_{sl} \tag{D.4}$$

d) 4º Caso: $\overline{N}_c \leq N_{pa_2} - N_{pa_1} - N_{sl}$ e $\overline{N}_c \geq N_{sl}$

Em condição de interação completa, a configuração de tensões deste caso é a esboçada na parte I da Figura 6.6. Portanto:

$$|\tau_{u,t}| = \frac{N_{cf} + N_{sl}}{b(L_s + L_0)} = \frac{\overline{N}_c + N_{sl}}{b(L_s + L_0)} \quad (D.5)$$

Em interação nula, como $\overline{N}_c \geq N_{sl}$, o bloco de concreto alcançará o equilíbrio com a distribuição da Figura 6.13, de onde resulta $N_{cn} = N_{sl}$.

Pode-se constatar que entre essas duas condições de interação, houve alteração no módulo da resultante de compressão no concreto, bem como na armadura adicional, esta tanto em módulo quanto em sentido.

Em interação parcial, então, serão buscados casos intermediários entre essas duas situações. O primeiro será necessariamente com a linha neutra acima da face superior da fôrma de aço, conforme Figura 6.14, com força resultante na armadura sempre de tração e de módulo N_{sl} , e a no concreto (N_c) de compressão satisfazendo $N_{cn} = N_{sl} < N_c < \overline{N}_c$. A tensão de cisalhamento na interface (τ_u) então será:

$$|\tau_u| = \frac{N_c - N_{sl}}{b(L_s + L_0)}, \text{ com } N_c < N_c < \overline{N}_c \quad (D.6)$$

O segundo caso será para linha neutra abaixo da face superior da fôrma de aço e, simultaneamente, acima da armadura adicional, conforme Figura D.3, com resultante no concreto de compressão de módulo \overline{N}_c , e de tração na armadura adicional (F_{sl}) satisfazendo $0 < F_{sl} \leq N_{sl}$. Assim:

$$|\tau_u| = \frac{\overline{N}_c - F_{sl}}{b(L_s + L_0)}, \text{ com } 0 < F_{sl} \leq N_{sl} \quad (D.7)$$

Veja-se que, para o caso particular de $\overline{N}_c = N_{sl}$, haverá a possibilidade de ocorrer $F_{sl} = N_{sl} = \overline{N}_c$, acarretando $0 = \tau_{u,n} = \tau_u < \tau_{u,t}$.

Por fim, o último caso será com linha neutra abaixo da armadura adicional, como mostrado na Figura D.4, com a resultante no concreto de módulo \overline{N}_c e a na armadura adicional (F_{sl}) tal que $0 \leq F_{sl} < N_{sl}$, ambas de compressão.

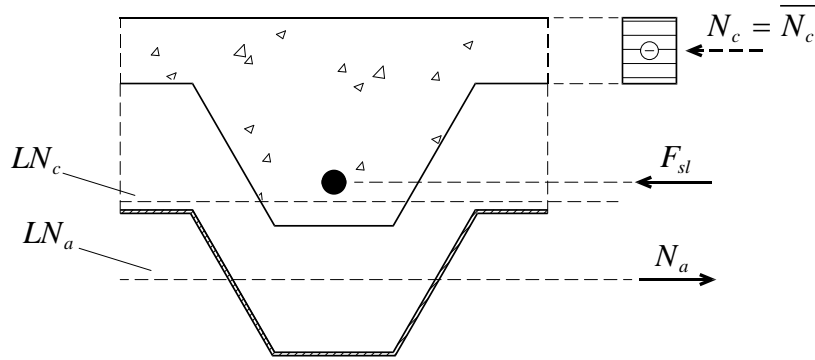


Figura D.4 – Distribuição de tensões e forças para o caso $\overline{N}_c < N_{pa_2} - N_{pa_1} - N_{sl}$ e $\overline{N}_c \geq N_{sl}$ em interação parcial, com linha neutra abaixo da armadura adicional.

Tem-se, assim, que τ_u é dado por:

$$|\tau_u| = \frac{\overline{N}_c + F_{sl}}{b(L_s + L_0)}, \text{ com } 0 \leq F_{sl} < N_{sl} \quad (D.8)$$

e) 5º Caso: $\overline{N}_c \leq N_{pa_2} - N_{pa_1} - N_{sl}$ e $\overline{N}_c < N_{sl}$

Assim como no caso anterior, a situação de interação completa é aquela da parte I da Figura 6.6. Logo, $\tau_{u,t}$ é dado pela Eq. (D.5).

Para interação nula, devido à condição $\overline{N}_c < N_{sl}$, o equilíbrio será alcançado como ilustrado na Figura D.2, implicando $N_{cn} = T_{sl} = \overline{N}_c < N_{sl}$.

Atesta-se, assim, que entre essas duas interações a resultante no concreto conservou-se de compressão e com módulo \overline{N}_c , mas a resultante na armadura adicional apresentou alteração no valor e no sentido.

Em interação parcial, o equilíbrio será estabelecido em situações intermediárias a essas duas. Na primeira, a linha neutra estará posicionada entre a face superior da fôrma de aço e a armadura adicional, como na Figura D.3, sendo a resultante de tração na armadura (F_{sl}) satisfazendo $0 < F_{sl} < \overline{N}_c$. Portanto, τ_u será dada por:

$$|\tau_u| = \frac{\overline{N}_c - F_{sl}}{b(L_s + L_0)}, \text{ com } 0 < F_{sl} < \overline{N}_c \quad (D.9)$$

A segunda ocorre com a linha neutra abaixo da armadura adicional, como esboçado na Figura D.4, com a armadura comprimida com resultante (F_{sl}) tal que $0 \leq F_{sl} < N_{sl}$. A expressão da tensão de cisalhamento na interface (τ_u) então será:

$$|\tau_u| = \frac{\overline{N}_c + F_{sl}}{b(L_s + L_0)}, \text{ com } 0 \leq F_{sl} < N_{sl} \quad (\text{D.10})$$

$$\text{f) 6º Caso: } N_{sl} > \left| \overline{N}_c + N_{pa_1} - N_{pa_2} \right| \text{ e } \overline{N}_c + N_{pa_1} > N_{pa_2} \text{ e } N_{pa_1} \geq N_{pa_2} \text{ e } \overline{N}_c < N_{sl}$$

As duas primeiras condições definem que, em interação completa, o esquema de tensões deste caso é como mostrado na Figura 6.7. Pelo equilíbrio de forças horizontais, tem-se:

$$P_{sl} + N_{pa_2} = \overline{N}_c + N_{pa_1} \Leftrightarrow P_{sl} = \overline{N}_c + N_{pa_1} - N_{pa_2} \quad (\text{D.11})$$

A condição $N_{pa_1} \geq N_{pa_2}$ implica, na Eq. (D.11), necessariamente que $P_{sl} \geq \overline{N}_c$. A tensão $\tau_{u,t}$ então é dada por:

$$|\tau_{u,t}| = \frac{P_{sl} - \overline{N}_c}{b(L_s + L_0)} = \frac{N_{pa_1} - N_{pa_2}}{b(L_s + L_0)} \quad (\text{D.12})$$

Veja-se que a desigualdade $N_{pa_1} \geq N_{pa_2}$ acarreta $\left| \overline{N}_c + N_{pa_1} - N_{pa_2} \right| \geq \overline{N}_c$. Assim, a primeira condição torna-se $N_{sl} > \left| \overline{N}_c + N_{pa_1} - N_{pa_2} \right| \geq \overline{N}_c$. Portanto, é inexistente este caso com $N_{sl} \leq \overline{N}_c$.

Note-se também que, no caso particular de $N_{pa_1} = N_{pa_2}$, a Eq. (D.12) é anulada: $\tau_{u,t} = 0$, que ocasiona $\tau_u = \tau_{u,n} = \tau_{u,t} = 0$. Assim, do mesmo modo que a situação particular do 2º Caso, a distribuição de tensões em todas as interações é dada como na Figura D.1.

Em interação nula, pela desigualdade $\overline{N}_c < N_{sl}$, o equilíbrio é alcançado como na Figura D.2, em que $T_{sl} = \overline{N}_c < N_{sl}$.

Desse modo, para $N_{pa_1} > N_{pa_2}$, a situação de interação parcial será tal que, como na Figura D.3, mantenha a resultante no concreto de compressão e de módulo \overline{N}_c , e que a resultante na armadura adicional (F_{sl}) seja sempre de tração satisfazendo $T_{sl} = \overline{N}_c < F_{sl} < P_{sl} = \overline{N}_c + N_{pa_1} - N_{pa_2}$. Logo, τ_u será:

$$|\tau_u| = \begin{cases} \frac{F_{sl} - \overline{N}_c}{b(L_s + L_0)}, & \text{com } \overline{N}_c < F_{sl} < \overline{N}_c + N_{pa_1} - N_{pa_2}, \text{ se } N_{pa_1} > N_{pa_2} \\ \text{ou} \\ 0, & \text{se } N_{pa_1} = N_{pa_2} \end{cases} \quad (\text{D.13})$$

g) 7º Caso: $N_{sl} > \left| \overline{N}_c + N_{pa1} - N_{pa2} \right|$ e $\overline{N}_c + N_{pa1} > N_{pa2}$ e $N_{pa1} < N_{pa2}$ e $\overline{N}_c \leq N_{sl}$

Da mesma forma como no tópico anterior, as duas primeiras condições compelem que a situação em interação completa seja como na Figura 6.7, cujo equilíbrio é dado pela Eq. (D.11).

A desigualdade $N_{pa1} < N_{pa2}$, por sua vez, impõe que $P_{sl} < \overline{N}_c$ na Eq. (D.11). Por conseguinte, $\tau_{u,t}$ é:

$$|\tau_{u,t}| = \frac{\overline{N}_c - P_{sl}}{b(L_s + L_0)} = \frac{N_{pa2} - N_{pa1}}{b(L_s + L_0)} \quad (D.14)$$

Na interação nula, o fato de que $\overline{N}_c \leq N_{sl}$ obriga que o equilíbrio seja atingido como na Figura D.2, onde $T_{sl} = \overline{N}_c \leq N_{sl}$.

Assim como no caso precedente, portanto, a interação parcial procurará um equilíbrio semelhante ao da Figura D.3, com o concreto sempre comprimido com resultante \overline{N}_c e armadura adicional tracionada com $P_{sl} = \overline{N}_c + N_{pa1} - N_{pa2} < F_{sl} < T_{sl} = \overline{N}_c$. A tensão τ_u , então, será:

$$|\tau_u| = \frac{\overline{N}_c - F_{sl}}{b(L_s + L_0)}, \text{ com } \overline{N}_c + N_{pa1} - N_{pa2} < F_{sl} < \overline{N}_c \quad (D.15)$$

h) 8º Caso: $N_{sl} > \left| \overline{N}_c + N_{pa1} - N_{pa2} \right|$ e $\overline{N}_c + N_{pa1} > N_{pa2}$ e $N_{pa1} < N_{pa2}$ e $\overline{N}_c > N_{sl}$

Este caso só é diferenciado do anterior pela condição $\overline{N}_c > N_{sl}$. Portanto, a configuração em interação completa é como na Figura 6.7, sendo seu equilíbrio dado pela Eq. (D.11) e sua tensão $\tau_{u,t}$ pela Eq. (D.14).

A última condição, de $\overline{N}_c > N_{sl}$, determina que, em interação nula, tenha-se a disposição da Figura 6.13, em que $N_{cn} = N_{sl}$.

Assim, entre essas duas situações, o concreto conservou-se comprimido e a armadura adicional tracionada, com variação apenas nos módulos de suas resultantes.

Em interação parcial, por isso, o equilíbrio será estabelecido em configurações intermediárias a essas duas. Na primeira, a linha neutra estará posicionada acima da face

superior da fôrma (Figura 6.14), com resultante no concreto (N_c) tal que $N_{cn} = N_{sl} < N_c < \overline{N}_c$. Portanto:

$$|\tau_u| = \frac{N_c - N_{sl}}{b(L_s + L_0)}, \text{ com } N_{sl} < N_c < \overline{N}_c \quad (\text{D.16})$$

Na segunda, a linha neutra estará entre a face superior da fôrma e a armadura adicional (Figura D.3), com resultante na armadura tal que $P_{sl} = \overline{N}_c + N_{pa_1} - N_{pa_2} < F_{sl} \leq N_{sl}$. A tensão de cisalhamento na interface, então, terá sua expressão dada por:

$$|\tau_u| = \frac{\overline{N}_c - F_{sl}}{b(L_s + L_0)}, \text{ com } \overline{N}_c + N_{pa_1} - N_{pa_2} < F_{sl} \leq N_{sl} \quad (\text{D.17})$$

i) 9º Caso: $N_{sl} > |\overline{N}_c + N_{pa_1} - N_{pa_2}|$ e $\overline{N}_c + N_{pa_1} < N_{pa_2}$ e $N_{pa_1} < N_{pa_2}$ e $\overline{N}_c \leq N_{sl}$

As duas primeiras condições conduzem este caso a apresentar-se em interação completa como na Figura 6.8, cujo equilíbrio de forças horizontais implica:

$$P_{sl} + \overline{N}_c = N_{pa_2} - N_{pa_1} \Leftrightarrow P_{sl} = N_{pa_2} - \overline{N}_c - N_{pa_1} \quad (\text{D.18})$$

A expressão de $\tau_{u,t}$ então é:

$$|\tau_{u,t}| = \frac{\overline{N}_c + P_{sl}}{b(L_s + L_0)} = \frac{N_{pa_2} - N_{pa_1}}{b(L_s + L_0)} \quad (\text{D.19})$$

Observe-se que, na primeira igualdade da Eq. (D.18), como $P_{sl} + \overline{N}_c > 0$, necessariamente $N_{pa_1} < N_{pa_2}$, que é a terceira condição deste caso. Portanto, esta situação inexistente para $N_{pa_1} \geq N_{pa_2}$.

Pela desigualdade $\overline{N}_c \leq N_{sl}$, a interação nula será dada tal como a Figura D.2, em que $T_{sl} = \overline{N}_c \leq N_{sl}$.

A interação parcial, então, será obtida em duas formas intermediárias, ambas com o concreto totalmente comprimido com resultante \overline{N}_c . A primeira, com a linha neutra entre a face superior da fôrma de aço e a armadura adicional (Figura D.3), esta com resultante de tração (F_{sl}) tal que $0 < F_{sl} < T_{sl} = \overline{N}_c$. Logo:

$$|\tau_u| = \frac{\overline{N}_c - F_{sl}}{b(L_s + L_0)}, \text{ com } 0 < F_{sl} < \overline{N}_c \quad (\text{D.20})$$

A segunda ocorre com a linha neutra situada abaixo da armadura adicional (Figura D.4), com sua resultante de compressão (F_{sl}) de modo que $0 \leq F_{sl} < P_{sl} = N_{pa2} - \overline{N}_c - N_{pa1}$. Assim:

$$|\tau_u| = \frac{\overline{N}_c + F_{sl}}{b(L_s + L_0)}, \text{ com } 0 \leq F_{sl} < N_{pa2} - \overline{N}_c - N_{pa1} \quad (\text{D.21})$$

j) 10º Caso: $N_{sl} > |\overline{N}_c + N_{pa1} - N_{pa2}|$ e $\overline{N}_c + N_{pa1} < N_{pa2}$ e $N_{pa1} < N_{pa2}$ e $\overline{N}_c > N_{sl}$

Este caso é similar ao anterior, apenas diferindo na condição $\overline{N}_c > N_{sl}$. Portanto, a sua interação completa é dada como na Figura 6.8, cujo equilíbrio já foi explicitado na Eq. (D.18), e seu $\tau_{u,t}$ é expresso pela Eq. (D.19).

Pela desigualdade $\overline{N}_c > N_{sl}$, a interação nula ocorre como na Figura 6.14, onde $N_{cn} = N_{sl}$.

Vê-se, assim, que entre essas duas interações o concreto manteve-se comprimido, apenas com alteração no módulo de sua resultante, enquanto a da armadura adicional teve mudança no seu valor e sentido.

A interação parcial, então, será estabelecida com três intervalos distintos de posição da linha neutra. A primeira, acima da face superior da fôrma de aço, conforme Figura 6.14, com a resultante de compressão no concreto (N_c) estando no intervalo $N_{cn} = N_{sl} < N_c < \overline{N}_c$ e a de tração na armadura de valor N_{sl} , implicando:

$$|\tau_u| = \frac{N_c - N_{sl}}{b(L_s + L_0)}, \text{ com } N_{sl} < N_c < \overline{N}_c \quad (\text{D.22})$$

A segunda, entre a face superior da fôrma de aço e a armadura adicional (como esboçado na Figura D.3) esta com resultante de tração (F_{sl}) tal que $0 < F_{sl} \leq N_{sl}$. Assim, τ_u é dado por:

$$|\tau_u| = \frac{\overline{N}_c - F_{sl}}{b(L_s + L_0)}, \text{ com } 0 < F_{sl} \leq N_{sl} \quad (\text{D.23})$$

A terceira, com a linha neutra abaixo da armadura adicional (Figura D.4), com sua resultante de compressão (F_{sl}) de modo que $0 \leq F_{sl} < P_{sl} = N_{pa2} - \overline{N}_c - N_{pa1}$. Assim:

$$|\tau_u| = \frac{\overline{N}_c + F_{sl}}{b(L_s + L_0)}, \text{ com } 0 \leq F_{sl} < N_{pa2} - \overline{N}_c - N_{pa1} \quad (\text{D.24})$$

$$l) 11^\circ \text{ Caso: } N_{sl} > \left| \overline{N}_c + N_{pa_1} - N_{pa_2} \right| \text{ e } \overline{N}_c + N_{pa_1} = N_{pa_2} \text{ e } N_{pa_1} < N_{pa_2} \text{ e } \overline{N}_c \leq N_{sl}$$

Esta situação particular tem seu esquema em interação completa como nas Figuras 6.7 e 6.8, mas com $P_{sl} = 0$. Portanto, a expressão de $\tau_{u,t}$ é:

$$|\tau_{u,t}| = \frac{\overline{N}_c}{b(L_s + L_0)} = \frac{N_{pa_2} - N_{pa_1}}{b(L_s + L_0)} \quad (\text{D.25})$$

Atente-se que uma manipulação algébrica da segunda condição conduz a $\overline{N}_c = N_{pa_2} - N_{pa_1}$. Como $\overline{N}_c > 0$, necessariamente $N_{pa_1} < N_{pa_2}$, que é a terceira condição deste caso. Portanto, uma situação em que $N_{pa_1} \geq N_{pa_2}$ é de ocorrência impossível.

Como $\overline{N}_c \leq N_{sl}$, a interação nula é tomada como na Figura D.2, sendo sabido que $T_{sl} = \overline{N}_c \leq N_{sl}$.

Entre essas duas interações, portanto, conclui-se que ocorreu apenas mudança na resultante da armadura adicional (F_{sl}) entre 0 e $T_{sl} = \overline{N}_c$, esta de tração. Assim, o regime de interação parcial será com a linha neutra posicionada como ilustrado na Figura D.3, sendo, então, a tensão de cisalhamento na interface (τ_u) calculada por:

$$|\tau_u| = \frac{\overline{N}_c - F_{sl}}{b(L_s + L_0)}, \text{ com } 0 < F_{sl} < \overline{N}_c \quad (\text{D.26})$$

$$m) 12^\circ \text{ Caso: } N_{sl} > \left| \overline{N}_c + N_{pa_1} - N_{pa_2} \right| \text{ e } \overline{N}_c + N_{pa_1} = N_{pa_2} \text{ e } N_{pa_1} < N_{pa_2} \text{ e } \overline{N}_c > N_{sl}$$

Este caso, finalmente, apenas distingue-se do anterior pela condição $\overline{N}_c > N_{sl}$. Desse modo, em interação completa, sua configuração de tensões também é dada pelas Figuras 6.7 e 6.8 com $P_{sl} = 0$, e $\tau_{u,t}$ pela Eq. (D.25).

A imposição $\overline{N}_c > N_{sl}$ faz com que o regime de interação nula seja como ilustrado na Figura 6.14, onde $N_{cn} = N_{sl}$.

Pode-se notar que, entre essas duas interações, o concreto e a armadura adicional apresentaram alteração na sua resultante, mas sendo sempre de compressão e tração, respectivamente. Dessa forma, a interação parcial terá sua condição intermediária de dois modos. O primeiro com a linha neutra acima da fôrma de aço, como na Figura 6.14, com resultante no concreto (N_c) tal que $N_{cn} = N_{sl} < N_c < \overline{N}_c$. A tensão τ_u é, então, expressa por:

$$|\tau_u| = \frac{N_c - N_{sl}}{b(L_s + L_0)}, \text{ com } N_{sl} < N_c < \overline{N_c} \quad (\text{D.27})$$

O segundo, por fim, com a linha neutra na região entre a face superior da fôrma de aço e a armadura adicional (Figura D.3), com a resultante na armadura (F_{sl}) tal que $0 < F_{sl} \leq N_{sl}$.

Calcula-se, então, a expressão de τ_u :

$$|\tau_u| = \frac{\overline{N_c} - F_{sl}}{b(L_s + L_0)}, \text{ com } 0 < F_{sl} \leq N_{sl} \quad (\text{D.28})$$