

**UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO
ESCOLA DE ENGENHARIA DE SÃO CARLOS
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA DE ESTRUTURAS**

ÉRICO SOUZA BRITO CORDEIRO

**Análise de confiabilidade de estruturas com paredes portantes
de concreto pré-moldado**

SÃO CARLOS

2016

ÉRICO SOUZA BRITO CORDEIRO

**Análise de confiabilidade de estruturas com paredes portantes
de concreto pré-moldado**

VERSÃO CORRIGIDA

A versão original encontra-se na Escola de Engenharia de São Carlos

Dissertação apresentada ao Departamento de Engenharia de Estruturas da Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, como parte dos quesitos necessários para obtenção do título de Mestre em Engenharia Civil (Estruturas).

Orientador: Prof. Dr. Libânio Miranda Pinheiro

SÃO CARLOS

2016

AUTORIZO A REPRODUÇÃO TOTAL OU PARCIAL DESTE TRABALHO,
POR QUALQUER MEIO CONVENCIONAL OU ELETRÔNICO, PARA FINS
DE ESTUDO E PESQUISA, DESDE QUE CITADA A FONTE.

C794a Cordeiro, Érico Souza Brito
Análise de confiabilidade de estruturas com paredes
portantes de concreto pré-moldado / Érico Souza Brito
Cordeiro; orientador Libânio Miranda Pinheiro. São
Carlos, 2016.

Dissertação (Mestrado) - Programa de Pós-Graduação
em Engenharia de Estruturas -- Escola de Engenharia de
São Carlos da Universidade de São Paulo, 2016.

1. Paredes portantes. 2. Concreto pré-moldado. 3.
Confiabilidade estrutural. 4. Coeficientes de
segurança. I. Título.

FOLHA DE JULGAMENTO

Candidato: Engenheiro **ÉRICO SOUZA BRITO CORDEIRO**.

Título da dissertação: "Análise de confiabilidade de estruturas com paredes portantes de concreto pré-moldado".

Data da defesa: 22/03/2016

Comissão Julgadora:

Resultado:

Prof. Dr. **Libânio Miranda Pinheiro (Orientador)**
(Escola de Engenharia de São Carlos/EESC)

Aprovado

Prof. Dr. **Caio Gorla Nogueira**
(Universidade Estadual Paulista "Júlio de Mesquita Filho"/UNESP - Bauru)

Aprovado

Prof. Dr. **Roberto Chust Carvalho**
(Universidade Federal de São Carlos/UFSCar)

APROVADO

Coordenador do Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil
(Engenharia de Estruturas):
Prof. Titular **Humberto Breves Coda**

Presidente da Comissão de Pós-Graduação:
Prof. Associado **Paulo Sergio Lima Segantine**

RESUMO

CORDEIRO, E. S. B. **Análise de confiabilidade de estruturas com paredes portantes de concreto pré-moldado.** 2016. 131 p. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil (Estruturas)) – Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos. 2016.

O método construtivo com painéis portantes de concreto é economicamente viável, porém relativamente novo no cenário nacional, sobretudo no caso dos pré-moldados. As incertezas referentes às peculiaridades desse método, bem como a nova norma brasileira de painéis pré-moldados, ainda em elaboração, vem a motivar uma análise probabilística dos critérios de projeto disponíveis. Utilizando-se a técnica da confiabilidade estrutural, é possível propagar as incertezas referentes às variáveis a uma resposta final no índice de confiabilidade, sendo um cálculo totalmente probabilístico. Neste trabalho, emprega-se tal técnica com informações estatísticas referentes a lajes de concreto moldadas *in loco* para verificar, de maneira mais verossímil, a segurança dos critérios de projeto impostos pelo *Precast Concrete Institute Design Handbook – Precast and Prestressed Concrete – 7th Edition* (2010) às fases transitórias (desforma, transporte e içamento) e pela Norma Brasileira ABNT NBR 6118: 2014 - Projeto de estruturas de concreto, à fase em uso. Prossegue-se a uma análise crítica dos resultados bem como sugestões para diminuir a variação dos resultados, sobretudo pela calibração de novos coeficientes parciais de segurança, processo para o qual este trabalho pode servir de base.

Palavras-chave: Paredes portantes. Concreto pré-moldado. Confiabilidade estrutural. Coeficientes de segurança.

ABSTRACT

CORDEIRO, E. S. B. **Reliability analysis of structures with precast concrete loadbearing walls.** 2016. 131 p. Dissertation (M. Sc. in Civil Engineering (Structures)) – School of Engineering of São Carlos, University of São Paulo, São Carlos. 2016.

The shear wall building method is economically viable, but relatively new in the brazilian scene, that is specially true for precast members. The uncertainty pertaining this method, and the new brazilian design code for precast shear walls, still in development, serve as motivation for a probabilistic analysis of available project criteria. Using the structural reliability technique, it is possible to forward the variables uncertainties to a final answer in the form of the reliability index, being that this method is entirely probabilistic. In this study, this technique is used with statistical data pertaining cast-in-place concrete slabs to ascertain, with a higher degree of verisimilitude, the safety of the design criteria imposed by the Precast Concrete Institute Handbook – Precast and Prestressed Concrete – 7th Edition (2010) to the temporary states (stripping, transit and lifting) and by the Brazilian Code ABNT NBR 6118: 2014 – Concrete structures design, to the working state. The study then proceeds to a critical analysis of the results and to suggestions to reduce their variability, specially through calibration of new partial safety factors, a procedure to which this study might serve as a basis.

Keywords: Loadbearing walls. Precast concrete. Structural reliability. Partial safety factors.

LISTA DE FIGURAS

Figura 2.1 – Sistema esqueleto e de paredes portantes.....	24
Figura 2.2 – Painéis de seção maciça (adaptado: PCI, 2010).....	26
Figura 2.3 – Painéis de seção-sanduiche (adaptado: PCI, 2010).....	27
Figura 2.4 – Painéis de parede dupla (adaptado: ELLIOTT, 2002)	27
Figura 2.5 – Esquemas de armazenamento (adaptado: EL DEBS, 2000).....	28
Figura 2.6 – Desforma com dois içadores na borda superior (PCI, 2010).....	29
Figura 2.7 – Desforma com quatro içadores na borda superior (PCI, 2010)	30
Figura 2.8 – Desforma com quatro içadores na face do painel (PCI, 2010).....	31
Figura 2.9 – Desforma com oito içadores na face do painel (PCI, 2010).....	32
Figura 2.10 – Transporte de painel sobre duas linhas de apoio (PCI, 2010)	34
Figura 2.11 – Içamento com rotação por dois pontos (PCI, 2010).....	36
Figura 2.12 – Içamento com rotação por três pontos (PCI, 2010).....	36
Figura 2.13 – Transferência de esforços em painéis adjacentes.....	38
Figura 2.14 – Largura efetiva de flanges em união de painéis perpendiculares (adaptado: PCI, 2004)	39
Figura 2.15 – Efeito da conexão de painéis separados por grandes aberturas (adaptado: PCI, 2010)	42
Figura 2.16 – Trechos rígidos em cruzamentos (ABNT NBR 6118, 2014)	42
Figura 2.17 – Painel sem restrição lateral ao longo da altura (CPCI, 2007).....	43
Figura 2.18 – Painel com restrição bilateral ao longo da altura (CPCI, 2007)	43
Figura 2.19 – Painel com restrição unilateral ao longo da altura (CPCI, 2007)	44
Figura 2.20 – Empenamento durante estocagem (adaptado: PCI, 2010).....	46
Figura 2.21 – Método de Majoração dos Momentos (TOMO, 2013, adaptado: PCI, 2010)	47
Figura 3.1 – Problema fundamental de confiabilidade (SOUZA JUNIOR, 2008, adaptado: ANG e TANG, 1984).....	59
Figura 3.2 – Fator de Segurança (FS) central e global sobre variáveis aleatórias (adaptado: BECK, 2014).....	59
Figura 3.3 – Projeção das curvas de nível – transformação das variáveis R e S e definição de β (adaptado: Beck, 2014)	61
Figura 3.4 – Ilustração da transformação composta $X \rightarrow Z \rightarrow Y$ (BECK, 2014).....	69
Figura 3.5 – Fluxograma do processo de calibração de norma	83

Figura 4.1 – Desforma – Configuração geométrica.....	85
Figura 4.2 – Desforma – Comparação gráfica dos resultados.....	92
Figura 4.3 – Transporte – Configuração geométrica	92
Figura 4.4 – Transporte – Comparação gráfica dos resultados	99
Figura 4.5 – Içamento – Configuração geométrica	99
Figura 4.6 – Içamento – Comparação gráfica dos resultados	104
Figura 4.7 – Em uso – Configuração geométrica	105
Figura 4.8 – Serviço – Reação na base ao momento de tombamento	106
Figura 4.9 – Serviço – Domínios de deformação	109
Figura 4.10 – Em uso – Diagrama parábola-retângulo de tensões no concreto (ABNT NBR 6118: 2014).....	109
Figura 4.11 – Em uso – Diagrama de tensões na armadura (ABNT NBR 6118: 2014).....	109
Figura 4.12 – Em uso – Envoltória de força normal e momento fletor	111
Figura 4.13 – Em uso – Margem de segurança	112
Figura 4.14 – Em uso – Comparação gráfica dos resultados	123

LISTA DE TABELAS

Tabela 2.1 – Coeficientes de sucção na desforma (PCI, 2010).....	32
Tabela 2.2 – Valores de s por classe de cimento Portland	33
Tabela 2.3 – Resolução nº 12/98 artigo 2º: pesos máximos por eixo (adaptada).....	34
Tabela 2.4 – Coeficientes de majoração para ações dinâmicas (PCI, 2010).....	35
Tabela 2.5 – Momentos de inércia equivalentes (adaptado: PCI, 2004)	41
Tabela 2.6 – Coeficiente de flambagem para painéis com restrição bilateral ao longo da altura (PCI, 2010 e Eurocode 2, 1992).....	44
Tabela 2.7 – Coeficiente de flambagem para painéis com restrição unilateral ao longo da altura (PCI, 2010 e Eurocode 2, 1992).....	44
Tabela 3.1 – Variância dos coeficientes de pressão aerodinâmica (SOUZA JUNIOR, 2008)	78
Tabela 3.2 – Propriedades das variáveis geométricas (ELLINGWOOD et al., 1980) ...	79
Tabela 3.3 – Massa específica e resistência do concreto à compressão e tração (ELLINGWOOD et al., 1980).....	80
Tabela 3.4 – Classes de consequências e valores de ρ_{custo} (adaptado: JCSS, 2001)...	80
Tabela 3.5 – Índice de confiabilidade alvo para estado limite último (adaptado: JCSS, 2001)	81
Tabela 3.6 – Índice de confiabilidade alvo para estado limite de serviço (adaptado: JCSS, 2001).....	81
Tabela 4.1 – Desforma. Variáveis aleatórias.....	86
Tabela 4.2 – Desforma. Concreto 3000 psi. Pontos de análise	88
Tabela 4.3 – Desforma. Concreto 4000 psi. Pontos de análise	89
Tabela 4.4 – Desforma. Concreto 5000 psi. Pontos de análise	89
Tabela 4.5 – Desforma. Concreto 3000 psi. Resultados.....	90
Tabela 4.6 – Desforma. Concreto 4000 psi. Resultados	90
Tabela 4.7 – Desforma. Concreto 5000 psi. Resultados	91
Tabela 4.8 – Transporte. Variáveis aleatórias	93
Tabela 4.9 – Transporte. Concreto 3000 psi. Pontos de análise.....	95
Tabela 4.10 – Transporte. Concreto 4000 psi. Pontos de análise.....	95
Tabela 4.11 – Transporte. Concreto 5000 psi. Pontos de análise.....	96
Tabela 4.12 – Transporte. Concreto 3000 psi. Resultados.....	97
Tabela 4.13 – Transporte. Concreto 4000 psi. Resultados.....	97

Tabela 4.14 – Transporte. Concreto 5000 psi. Resultados.....	98
Tabela 4.15 – Içamento. Variáveis aleatórias.....	100
Tabela 4.16 – Içamento. Concreto 3000 psi. Pontos de análise	101
Tabela 4.17 – Içamento. Concreto 4000 psi. Pontos de análise	101
Tabela 4.18 – Içamento. Concreto 5000 psi. Pontos de análise	102
Tabela 4.19 – Içamento. Concreto 3000 psi. Resultados	103
Tabela 4.20 – Içamento. Concreto 4000 psi. Resultados	103
Tabela 4.21 – Içamento. Concreto 5000 psi. Resultados	103
Tabela 4.22 – Em uso. Variáveis aleatórias	105
Tabela 4.23 – Em uso. Pontos de análise. Concreto 3000 psi. Combinação 1.....	113
Tabela 4.24 – Em uso. Pontos de análise. Concreto 4000 psi. Combinação 1.....	113
Tabela 4.25 – Em uso. Pontos de análise. Concreto 5000 psi. Combinação 1.....	114
Tabela 4.26 – Em uso. Pontos de análise. Concreto 3000 psi. Combinação 2.....	114
Tabela 4.27 – Em uso. Pontos de análise. Concreto 4000 psi. Combinação 2.....	115
Tabela 4.28 – Em uso. Pontos de análise. Concreto 5000 psi. Combinação 2.....	115
Tabela 4.29 – Coeficientes parciais de segurança	116
Tabela 4.30 – Em uso. Resultados. Concreto 3000 psi. Combinação 1	119
Tabela 4.31 – Em uso. Resultados. Concreto 4000 psi. Combinação 1	119
Tabela 4.32 – Em uso. Resultados. Concreto 5000 psi. Combinação 1	120
Tabela 4.33 – Em uso. Resultados. Concreto 3000 psi. Combinação 2	121
Tabela 4.34 – Em uso. Resultados. Concreto 4000 psi. Combinação 2	121
Tabela 4.35 – Em uso. Resultados. Concreto 5000 psi. Combinação 2	122
Tabela 4.36 – Em uso. Coeficientes angulares das linhas de tendência	123

LISTA DE SÍMBOLOS

A_1	Área de apoio
A_2	Projeção da área de apoio devida ao espraiamento das tensões de compressão
A_s	Área total das barras de aço
b	Distância entre apoios
C	Coefficiente de dilatação térmica
c_a	Coefficiente aeridonâmico geométrico
c_{ar}	Coefficiente aerodinâmico
c_f	Coefficiente de flambagem
c_g	Coefficiente aeridonâmico dinâmico
C_m	Coefficiente que relaciona o diagrama de momento ao diagrama de momento equivalente, assumindo valor 1 caso haja forças transversais
$Cov[...]$	Operador covariância
c_r	Coefficiente aeridonâmico de exposição
d	Coefficiente de majoração de ação dinâmica
D	Carga permanente
D_f	Domínio de falha
$E[.]$	Operador valor esperado
e_0	Excentricidade inicial
E_C	Módulo de elasticidade do concreto
e_i	Excentricidade na iteração i
EI_{ef}	Rigidez efetiva;
e_{min}	Excentricidade mínima de projeto
e_T	Empenamento devido à retração diferencial
e_x	Distância entre o ponto de aplicação de V_y e o centro de rigidez, medida na direção x
F_{at}	Força de atrito
f_{ck}	Resistência característica do concreto à compressão aos 28 dias
f_{ckj}	Resistência característica do concreto à compressão para a idade de j dias
f_{ct}	Resistência do concreto à tração
FS	Fator de segurança
$F_X(x)$	Função distribuição acumulada de probabilidades de X

$f_X(x)$	Função de densidade de probabilidades de X
$F_{XY}(x, y)$	Função conjunta distribuição acumulada de probabilidades de X e Y
$f_{XY}(x, y)$	Função conjunta de densidade de probabilidades de X e Y
f_{yd}	Tensão de escoamento de cálculo do aço
$F_{w,Rd}$	Força resistente de cálculo da solda
$g(x)$	Função desempenho de X
h	Altura do painel
I_g	Momento de inércia da seção
j	Idade do concreto em dias
$k_{i,a}$	Rigidez do painel ou grupo i na direção a
l	Comprimento do painel
L_{50}	Ação gravitacional máxima com período de retorno de 50 anos
L_{APT}	Ação gravitacional de ponto arbitrário de tempo
$m(r, s)$	Função margem de segurança
M_0	Maior momento de primeira ordem ao longo da altura do painel
M_1	Menor momento de primeira ordem em uma das extremidades do painel
M_2	Maior momento de primeira ordem na extremidade oposta
M_a	Momento fletor na direção a
M_{inf}	Momento fletor na face inferior do painel
M_{sup}	Momento fletor na face superior do painel
P_c	Carga crítica de Euler
P_f	Probabilidade de falha
$P_{i,a}$	Força resistida pelo painel ou grupo i na direção a
q	Carga gravitacional por unidade de área
R	Resistência do elemento
r_g	Raio de giração
r_D	Resistência de cálculo
r_k	Valor característico da resistência
R_X	Matriz de correlação
S	Solicitação (efeito das ações)
s	Coefficiente de cura relativo ao tipo de cimento
s_D	Solicitação de cálculo

s_n	Solicitação nominal
t	Espessura do painel
T_1	Temperatura do ambiente externo
T_2	Temperatura do ambiente interno
V	Força lateral resultante
V_{50}	Velocidade do vento máxima com período de retorno de 50 anos
V_a	Velocidade do vento máxima anual
$Var[.]$	Operador variância
V_i	Força lateral no nível considerado
W_{50}	Pressão do vento máxima com período de retorno de 50 anos
W_a	Pressão do vento máxima anual
x	Distância do painel ao centro de rigidez na direção x
X_n	Valor nominal de X
y	Distância do painel ao centro de rigidez na direção y
y_b	Distância da linha neutra à face inferior do elemento na horizontal
y_t	Distância da linha neutra à face superior do elemento na horizontal
α	Gradiente térmico ao longo da espessura do painel
α_i	Cosseno diretor da variável normal padrão Y_i
β	Índice de confiabilidade
β_1	Coefficiente de redução de resistência para idade do concreto
β_f	Coefficiente relativo ao efeito da fluência do concreto
γ_c	Coefficiente de minoração da resistência do concreto
γ_f	Coefficiente de majoração da solicitação
γ_r	Coefficiente de minoração da resistência segundo formato da NBR 8681
γ_τ	Relação entre resistência ao cisalhamento e resistência à compressão do concreto incorporando fator de segurança
Δ_0	Deslocamento lateral inicial
δ_b	Coefficiente de majoração do momento de primeira ordem para estimativa do momento de segunda ordem
Δ_i	Deslocamento lateral na iteração i
λ	Índice de esbeltez do elemento
μ_X	Média da variável aleatória X
μ_X^{neq}	Média da distribuição normal equivalente de X

ν	Coeficiente de Poisson
ρ_{ar}	Densidade do ar
ρ_c	Massa específica do concreto
ρ_{custo}	Razão entre custo total e custo de construção
ρ_{XY}	Coeficiente de correlação das variáveis aleatórias X e Y
σ_{adm}	Tensão admissível
σ_{lim}	Tensão limite relativa a um modo de falha
σ_n	Pressão normal sobre a superfície da junta
σ_s	Tensão de tração nas barras de aço
σ_X	Desvio padrão da variável aleatória X
σ_X^{neq}	Desvio padrão da distribuição normal equivalente de X
τ_{adm}	Resistência do concreto ao cisalhamento
φ	Coeficiente relativo ao estado de fissuração da seção
ϕ	Diâmetro da barra de aço
$\Phi(.)$	Função densidade de probabilidade da variável normal padrão
ϕ_R	Coeficiente de minoração da resistência segundo formato dos códigos americanos
$\nabla(.)$	Operador gradiente

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	21
1.1	OBJETIVO	21
1.2	JUSTIFICATIVAS	21
1.3	METODOLOGIA	22
1.4	ESTRUTURA DA DISSERTAÇÃO	22
2	PAINÉIS PORTANTES PRÉ-MOLDADOS	23
2.1	SISTEMA DE PAREDES PORTANTES	24
2.2	FASES TRANSITÓRIAS	28
2.2.1	<i>Armazenamento</i>	28
2.2.2	<i>Desforma</i>	29
2.2.3	<i>Transporte</i>	33
2.2.4	<i>Içamento</i>	35
2.3	FASE EM SERVIÇO	37
2.3.1	<i>Forças verticais</i>	37
2.3.2	<i>Forças horizontais</i>	38
2.3.3	<i>Efeitos de segunda ordem</i>	42
2.4	ARMADURA MÍNIMA	49
3	CONFIABILIDADE E CALIBRAÇÃO	51
3.1	TEORIA DE PROBABILIDADES	51
3.1.1	<i>Incertezas</i>	51
3.1.2	<i>Variáveis aleatórias</i>	53
3.2	TEORIA DA CONFIABILIDADE ESTRUTURAL	58
3.2.1	<i>Método do segundo momento (FOSM)</i>	60
3.2.2	<i>Método de confiabilidade de primeira ordem (FORM)</i>	66
3.3	CALIBRAÇÃO DE NORMAS	73
3.3.1	<i>Métodos de dimensionamento</i>	73
3.3.2	<i>Ações</i>	75
3.3.3	<i>Grandezas geométricas</i>	79
3.3.4	<i>Massa específica e resistência do concreto</i>	79
3.3.5	<i>Classes de consequências e índice de confiabilidade alvo (β_T)</i>	80
3.3.6	<i>Procedimento de calibração de norma</i>	81

4	RESULTADOS	85
4.1	PROBLEMA 1: DESFORMA.....	85
4.1.1	<i>Variáveis e equação margem de segurança</i>	85
4.1.2	<i>Valores nominais nos pontos de análise</i>	88
4.1.3	<i>Índice de confiabilidade</i>	89
4.2	PROBLEMA 2: TRANSPORTE.....	92
4.2.1	<i>Variáveis e equação margem de segurança</i>	92
4.2.2	<i>Valores nominais nos pontos de análise</i>	94
4.2.3	<i>Índice de confiabilidade</i>	96
4.3	PROBLEMA 3: IÇAMENTO COM ROTAÇÃO.....	99
4.3.1	<i>Variáveis e equação margem de segurança</i>	100
4.3.2	<i>Valores nominais nos pontos de análise</i>	101
4.3.3	<i>Índice de confiabilidade</i>	102
4.4	PROBLEMA 4: FASE EM USO.....	105
4.4.1	<i>Variáveis e equação margem de segurança</i>	105
4.4.2	<i>Valores nominais nos pontos de análise</i>	113
4.4.3	<i>Confiabilidade estrutural</i>	116
5	CONCLUSÕES	125
5.1	CONCLUSÕES.....	125
5.2	SUGESTÕES PARA NOVAS PESQUISAS.....	127
	REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	129

1 INTRODUÇÃO

O crescimento econômico vivenciado no Brasil durante os últimos anos acarretou em maiores investimentos no setor da construção civil, em particular, nos programas habitacionais como “Minha casa, minha vida”.

Segundo Mehta e Monteiro (2006), a produção de uma tonelada de clínquer para cimento Portland gera quase uma tonelada de dióxido de carbono (CO_2), sendo a produção mundial de concreto da ordem de 11 bilhões de metros cúbicos por ano. Dentre as diversas formas de controle na emissão de CO_2 , tem-se o controle do consumo através da diminuição do desperdício.

Diante desse cenário, o setor avança para processos construtivos mais expeditos, racionais e sustentáveis.

Segundo El Debs (2000), “o emprego do concreto pré-moldado apresenta duas diretrizes. Uma aponta para a industrialização da construção, a outra para a racionalização da execução de estruturas de concreto”. A utilização de elementos pré-moldados é frequente em países desenvolvidos, onde a mão de obra é cara e a oferta de maquinário, maior. Essa vem sendo, cada vez mais, a realidade do Brasil.

1.1 OBJETIVO

O principal objetivo deste trabalho é providenciar suporte, do ponto de vista de confiabilidade, aos métodos de cálculos empregados na norma brasileira para as estruturas de painéis portantes de concreto, em especial, às de concreto pré-moldado.

Um objetivo secundário e necessário à realização do primeiro é a quantificação das incertezas inerentes a esses critérios de projeto, sendo, para tal, consultada a bibliografia disponível.

Espera-se que os resultados obtidos na análise de confiabilidade auxiliem na fixação de coeficientes parciais de segurança adequados a esse método construtivo, na realidade brasileira.

1.2 JUSTIFICATIVAS

O método construtivo com paredes portantes de concreto pré-moldado fornece grande qualidade e rapidez de execução, em alguns casos, chegando-se à construção de um pavimento (sem acabamento) a cada quatro dias. Trata-se, no entanto, de um método construtivo novo no cenário nacional, o que gera desconfiança, em especial pela

ausência de norma específica, a qual se encontrava em elaboração, até o tempo de redação deste trabalho.

O emprego da confiabilidade estrutural, enquanto método mais verossímil de verificação, vem a confirmar a segurança desse método construtivo e serve de base para adoção de coeficientes parciais de segurança para o método de cálculo semiprobabilístico, mais expedito e adequado à realidade de um escritório de projetos.

1.3 METODOLOGIA

Inicialmente é feita uma revisão bibliográfica acerca do método construtivo com paredes portantes de concreto pré-moldado, enfatizando sua eficiência no cenário internacional, suas peculiaridades, critérios de projeto e modos de falha analisados neste trabalho. Em seguida, faz-se uma revisão dos conceitos fundamentais da confiabilidade estrutural, apresentando-se também o método de calibração de coeficientes parciais de segurança.

Por fim, são apresentadas propriedades estatísticas das variáveis envolvidas no cálculo com base no estudo feito por Ellingwood et al. (1980) para estruturas de concreto moldado *in loco*. Tais propriedades são empregadas na análise de confiabilidade dos diversos problemas detalhados neste trabalho (painéis portantes em diversas fases transitórias e de serviço).

Todas essas informações, bem como os processos de cálculo, serão expostas ao longo da dissertação.

1.4 ESTRUTURA DA DISSERTAÇÃO

Capítulo 1: apresentação do trabalho, consistindo em objetivos, justificativas e metodologia empregada.

Capítulo 2: revisão bibliográfica sobre painéis portantes pré-moldados, seu comportamento estrutural e práticas de dimensionamento.

Capítulo 3: revisão bibliográfica sobre confiabilidade estrutural, apresentação das propriedades estatísticas das variáveis utilizadas e apresentação do procedimento de calibração de coeficientes parciais de segurança.

Capítulo 4: apresentação dos problemas e respectivos resultados das análises de confiabilidade.

Capítulo 5: conclusões e sugestões para pesquisas futuras.

2 PAINÉIS PORTANTES PRÉ-MOLDADOS

O uso de elementos pré-moldados na construção civil é frequente em países desenvolvidos, sobretudo, pelo aumento da produtividade e qualidade das construções. Somam-se a esses benefícios a maior facilidade no controle de cronogramas e o melhor aproveitamento de materiais.

El Debs (2000) define a pré-moldagem “como um processo de construção em que a obra, ou parte dela, é moldada fora de seu local de utilização definitivo”. A Associação Brasileira de Normas Técnicas (ABNT) faz, ainda, a distinção entre elemento pré-moldado e elemento pré-fabricado na NBR-9062/2006 – Projeto e execução de estruturas de concreto pré-moldado. O elemento pré-fabricado é “executado industrialmente, mesmo em instalações temporárias em canteiros de obra, sob condições rigorosas de controle de qualidade” (ABNT NBR-9062, 2006).

Na maioria dos casos, o concreto pré-moldado já representa um avanço tecnológico sobre o método construtivo tradicional (*in loco*), porém, a industrialização da construção civil, caracterizada pelo aumento da produtividade e rigor no controle de qualidade, só pode ser devidamente alcançada pela pré-fabricação. A produção em série de elementos semelhantes gera economia no uso de formas, modulação das obras, diminuição de desperdício de material, melhor controle dimensional, entre outros benefícios. Trata-se, no entanto, de um modo de produção dependente de investimento tecnológico e profissionalizante, ou seja, de alto custo inicial. Portanto, a produção industrial na construção civil, como em qualquer outro setor, está sujeita ao efeito da economia de escala.

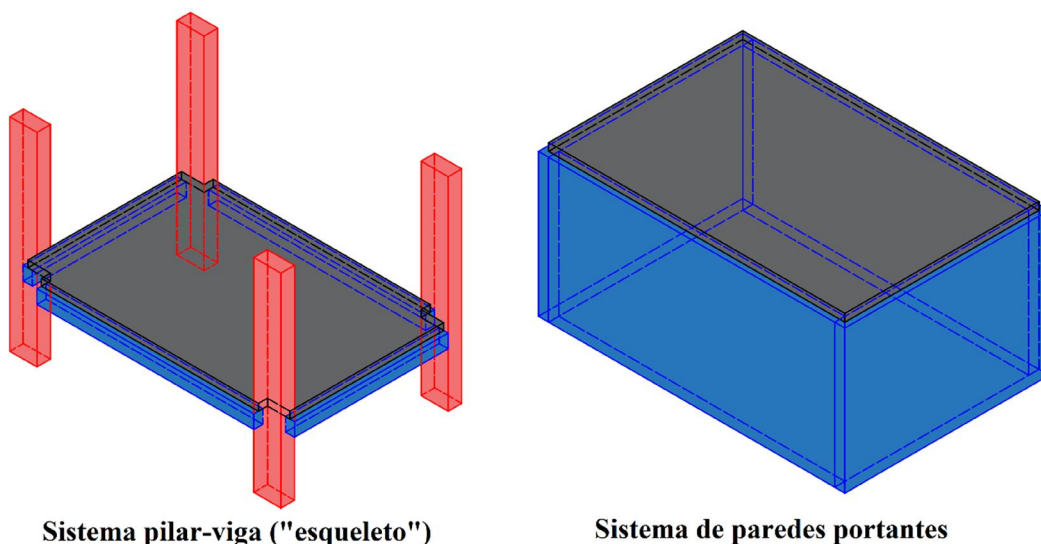
No Brasil, porém, o investimento no setor ainda é pequeno. El Debs (2000) atribui esse fato ao sistema tributário que penaliza elementos pré-moldados de fábricas, à instabilidade econômica que dificulta planejamento de longo prazo e ao conservadorismo de agentes envolvidos na Construção Civil.

Com o recente crescimento no setor da construção civil, porém, verifica-se o início da quebra desse círculo vicioso, processo esse que virá a ser facilitado com maior divulgação e pesquisa acerca do concreto pré-moldado, aumentando a confiança nacional nesse método construtivo.

2.1 SISTEMA DE PAREDES PORTANTES

No sistema tradicional da construção civil, a função estrutural de distribuir cargas até a fundação se dá pelas lajes, vigas e pilares, cabendo às paredes apenas a função de vedação. Esse é conhecido como sistema pilar-viga ou “esqueleto”.

Em paralelo a este, tem-se o caso também comum, embora não tão difundido, da alvenaria estrutural. As cargas geralmente atuam sobre as lajes, as quais transferem as tensões diretamente às paredes, não existindo pilares ou vigas propriamente ditas, seguindo, então, para a estrutura de fundação. Esse é o sistema de paredes portantes, ou seja, o sistema em que as paredes possuem função estrutural e, portanto, suportam cargas. A Figura 2.1 apresenta uma esquematização desses dois sistemas.



Sistema pilar-viga ("esqueleto")

Sistema de paredes portantes

Figura 2.1 – Sistema esqueleto e de paredes portantes

Segundo El Debs (2000), “a utilização das paredes externas formadas com elementos pré-moldados com dupla finalidade, estrutural e fechamento, resulta em um melhor aproveitamento dos materiais, podendo, conseqüentemente, ser mais econômica”. Embora tenham sido usados especialmente por conta de sua rapidez de execução durante a Segunda Guerra Mundial, os painéis portantes, hoje, apresentam também opções arquitetônicas diversas, como painéis curvos, com acabamento prévio, etc. De acordo com Freedman (1999):

Painéis arquitetônicos pré-moldados que agem como elementos estruturais numa edificação são meios estruturalmente eficientes e econômicos de transferir cargas da cobertura, através da estrutura, à fundação. Em muitos casos, essa integração pode, também, simplificar a construção e reduzir custos (tradução livre).

Em termos de projeto, assim como em outros elementos pré-moldados, é necessário definir previamente todos os detalhes de construção, planejar tolerâncias dimensionais, sistemas de montagem, içamento, transporte, etc. Essa é uma prática salutar em engenharia, incomum no sistema tradicional, que permite aumentar a repetição de formas e melhor controlar as dimensões dos elementos, gerando maior economia.

Tomo (2013) ressalta, ainda, que esse tipo de estrutura proporciona maior rigidez, quando comparada a uma estrutura “esqueleto”. As paredes portantes atuam como elementos de contraventamento, aumentando notavelmente a rigidez lateral do edifício, o que resulta em menores deslocamentos de topo e maior possibilidade de edificações mais altas. Em particular, para o caso de sismos, Kianoush et al. (1996) afirmam que “estruturas com painéis grandes e vigas embutidas se comportam de maneira satisfatória em todas as zonas sísmicas. Em comparação, paredes embutidas em vigas finas demonstram uma performance menos satisfatória” (tradução livre).

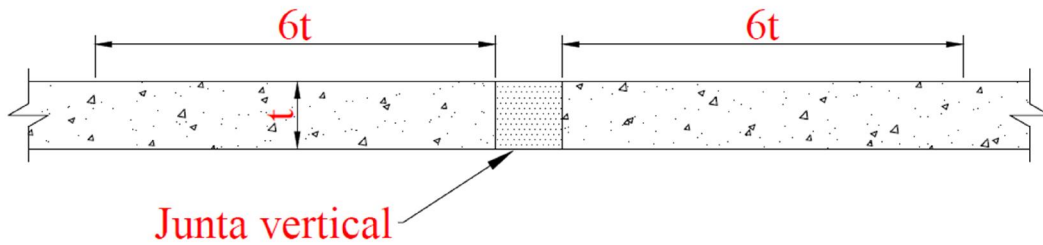
Por outro lado, tem-se a dificuldade no transporte desses painéis, dadas suas dimensões, representando grande custo com equipamentos de içamento e necessidade de mão de obra mais qualificada na montagem, em relação ao método tradicional. Do ponto de vista do projeto, tem-se ainda a dificuldade na modelagem matemática dessas estruturas, uma vez que elas apresentam juntas constituídas de materiais com comportamento diferente daquele dos painéis portantes, podendo, ainda, ser submetidas simultaneamente à compressão e ao cisalhamento.

Portanto, assim como qualquer outro método construtivo, os painéis portantes de concreto pré-moldado fornecem vantagens e desvantagens a serem consideradas na escolha do sistema estrutural.

A pré-moldagem confere, aos painéis estruturais, diversas possibilidades de seção transversal, destacando-se as seções maciças, as sanduíches e as paredes duplas. Tratam-se de soluções diversas com vantagens e desvantagens próprias a serem consideradas segundo as necessidades de projeto.

Seções maciças apresentam maior simplicidade de produção e total aproveitamento de sua rigidez, possibilitando também a solução de nervuras e alvéolos conforme a Figura 2.2.

Seção maciça ou painel alveolar



Seção maciça nervurada

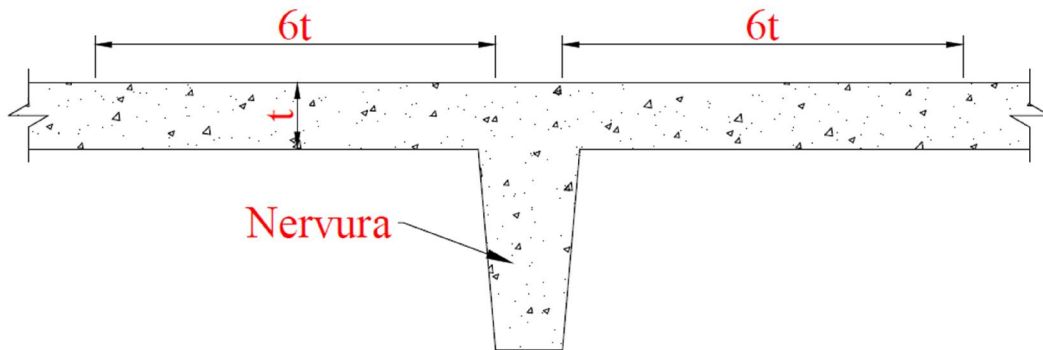
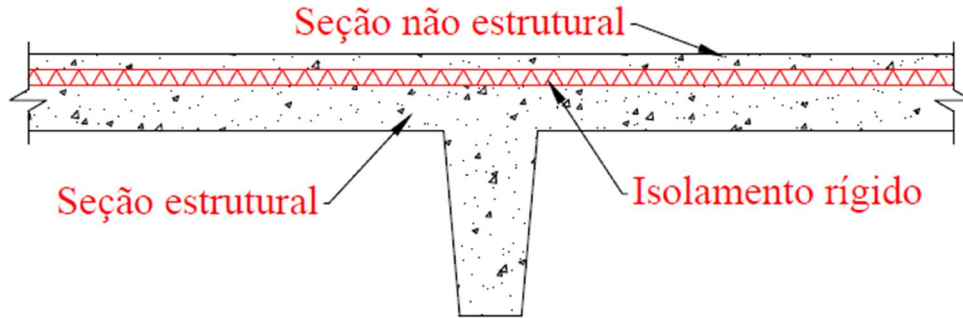


Figura 2.2 – Painéis de seção maciça (adaptado: PCI, 2010)

As seções-sanduiche se diferenciam pela sobreposição de uma seção não estrutural a um isolamento rígido, o qual, por sua vez, sobrepõe-se à seção estrutural. Esse arranjo confere excelente desempenho termoacústico e maior leveza aos elementos, diminuindo custos de transporte e montagem. Tomo (2013) destaca, no entanto, que sua rigidez estrutural efetiva corresponde apenas a uma parcela da rigidez total, levando em conta a espessura do material isolante e o tipo de ligação entre camadas de concreto externa e interna. Obviamente, esse arranjo requer maior cuidado na fase produtiva quando comparado à seção maciça. A Figura 2.3 apresenta algumas soluções em seções-sanduiche.

Paredes pré-moldadas duplas constituem uma solução mista entre moldagem na fábrica e preenchimento *in situ*. Os painéis saem da fábrica com alvéolos vazios, apresentando maior leveza durante o transporte e içamento. Uma vez fixados em sua posição final, os painéis têm seus alvéolos preenchidos com concreto moldado *in loco*. Como desvantagens, Tomo (2013) destaca o alto custo em infraestrutura na fábrica e aumento do consumo de concreto *in situ*. A Figura 2.4 apresenta uma solução de paredes duplas.

Seção sanduíche nervurada



Seção sanduíche plana



Seção sanduíche alveolar

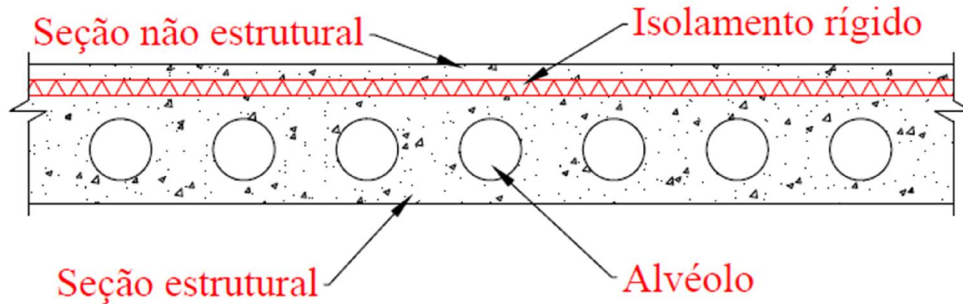


Figura 2.3 – Painéis de seção-sanduíche (adaptado: PCI, 2010)

Seção de paredes duplas

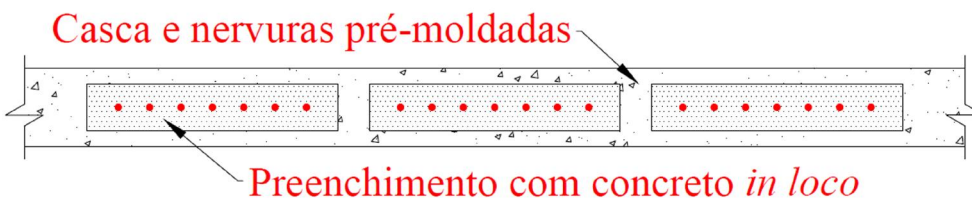


Figura 2.4 – Painéis de parede dupla (adaptado: ELLIOTT, 2002)

2.2 FASES TRANSITÓRIAS

Elementos pré-moldados são fabricados fora de sua posição definitiva. Isso geralmente implica na existência de fases durante as quais o elemento está exposto a solicitações sob uma geometria diferente da existente durante a fase de serviço. Um painel portante, por exemplo, está na posição vertical durante a fase de serviço, mas pode ser moldado, armazenado e transportado na posição horizontal. Considerando-se, ainda, a idade do concreto durante as diversas fases transitórias, vê-se a necessidade de considerá-las em projeto, uma vez que podem resultar em solicitações críticas.

2.2.1 Armazenamento

Segundo El Debs (2000), o armazenamento ocorre, fundamentalmente, pelas seguintes razões: 1) planejamento da produção; 2) permitir aumento da resistência do concreto. Sendo este um estado transitório no qual o elemento pode não ter atingido sua resistência de projeto, deve-se procurar minimizar os esforços aos quais ele é exposto. O referido autor destaca, ainda, os objetos de interesse nessa fase: 1) possibilidade de deformações excessivas devidas à pouca idade do concreto; 2) estufamentos devidos à variação de temperatura e retrações diferenciais nas faces dos painéis.

O armazenamento deve ser, preferencialmente, feito na posição correspondente àquela de utilização definitiva, procurando-se usar não mais que duas linhas de apoio (EL DEBS, 2000). A Figura 2.5 expõe alguns exemplos de armazenamento.

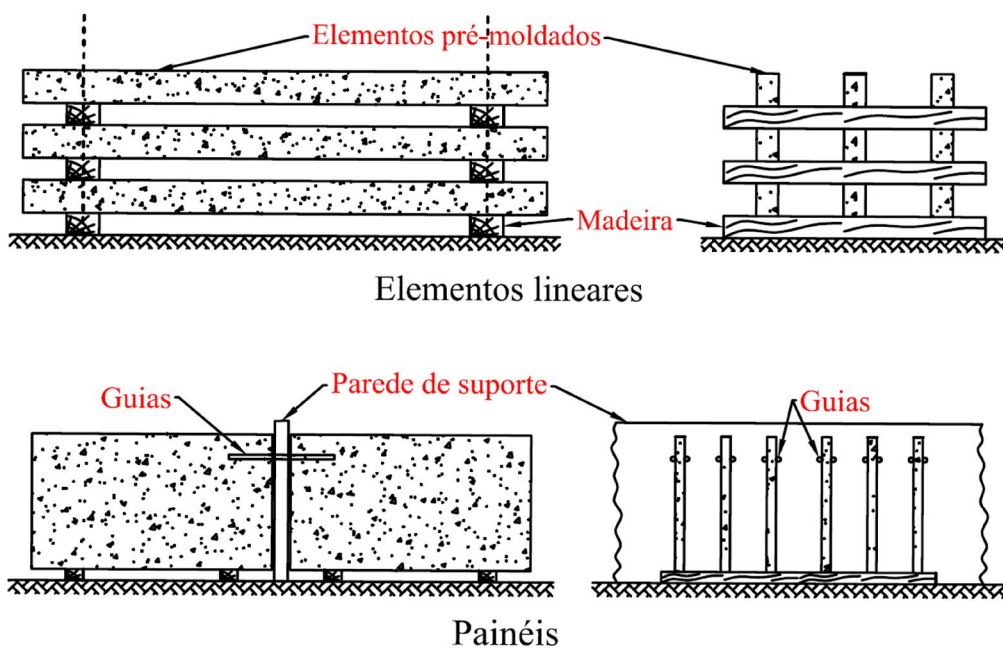


Figura 2.5 – Esquemas de armazenamento (adaptado: EL DEBS, 2000)

2.2.2 Desforma

Os esforços gerados na fase de desforma podem ser determinantes da armação do painel, em especial devido à pouca resistência do concreto no momento de desforma.

Segundo Tomo (2013), a desforma de painéis produzidos em mesas horizontais pode ser feita por rotação sobre uma de suas bordas, com içadores situados na borda oposta. Alternativamente, a desforma pode ser feita ainda na posição horizontal, com içadores fixados na superfície do painel. Esta última tem a desvantagem de demandar tratamento da superfície nas vizinhanças dos içadores. No caso das mesas horizontais, o fato de o painel trabalhar em uma posição diferente da final tende a acarretar maiores esforços.

Ainda segundo o citado autor, os painéis podem ser produzidos em bateria vertical, já na posição de estocagem e montagem, reduzindo esforços solicitantes e tempo de manuseio durante essas etapas intermediárias. Painéis produzidos em bateria vertical podem ser dimensionados por analogia ao comportamento de vigas-parede, considerando os pontos de içamento como pontos de apoio.

Para içamento na borda superior do painel, o PCI (2010) recomenda duas configurações, conforme a Figura 2.6 e Figura 2.7. Destaca-se que os momentos nessas figuras seguem a convenção americana, ou seja, momentos positivos (tração na face inferior) são representados na parte superior do gráfico, momentos negativos (tração na face superior) são representados na parte inferior do gráfico.

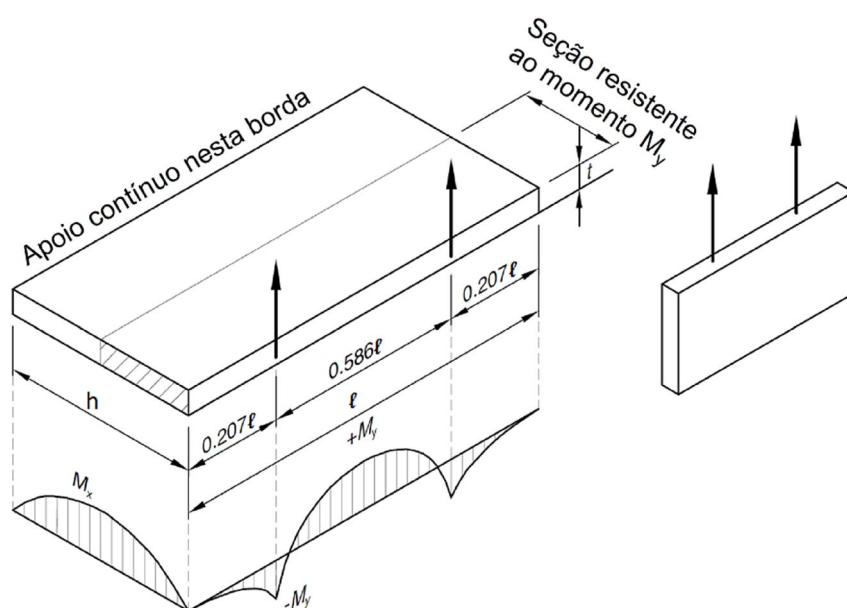


Figura 2.6 – Desforma com dois içadores na borda superior (PCI, 2010)

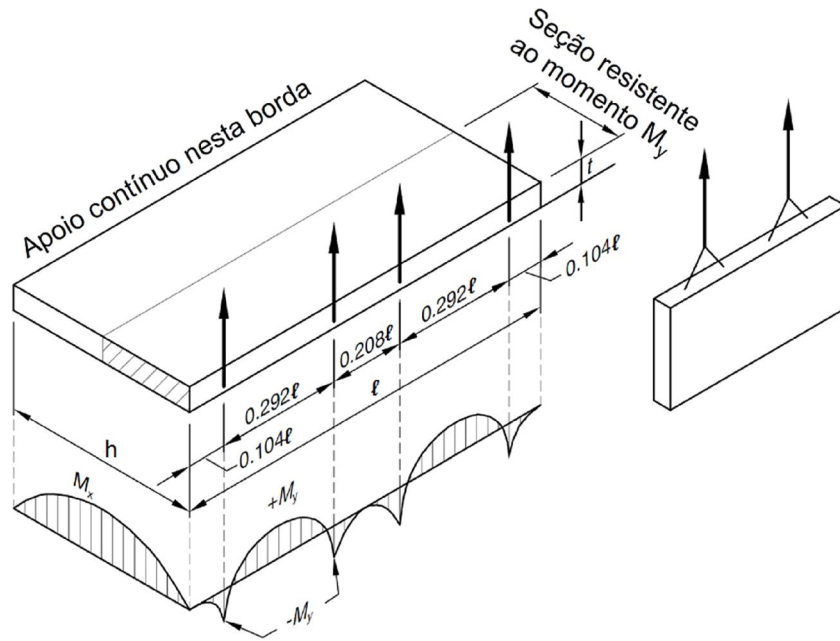


Figura 2.7 – Desforma com quatro içadores na borda superior (PCI, 2010)

Os momentos M_x na direção da largura a são obtidos por analogia a uma viga biapoiada, na equação (2.1). Os momentos M_y na direção do comprimento b são obtidos pelas equações (2.2) e (2.3), para dois e quatro içadores na borda, respectivamente.

$$M_x = \frac{q \cdot h^2}{8} \quad (2.1)$$

$$+M_y = -M_y = 0,0107q \cdot h \cdot l^2 \quad (2.2)$$

$$+M_y = -M_y = 0,0027q \cdot h \cdot l^2 \quad (2.3)$$

Das configurações anteriores, depreende-se que a quantidade e a posição dos içadores são variáveis determinantes dos esforços aos quais o painel é submetido nesta fase. Destaca-se, no entanto, que, para essas configurações, tais variáveis não afetam o momento na direção “x”. Caso esse esforço supere a resistência do painel, uma nova configuração se faz necessária.

A Figura 2.8 ilustra a opção de desforma com quatro içadores na superfície do painel horizontal, sendo os valores dos momentos nas direções da altura h e comprimento l obtidos segundo as equações (2.4) e (2.5), respectivamente.

$$+M_x = -M_x = 0,0107q \cdot h^2 \cdot l \quad (2.4)$$

$$+M_y = -M_y = 0,0107q \cdot h \cdot l^2 \quad (2.5)$$

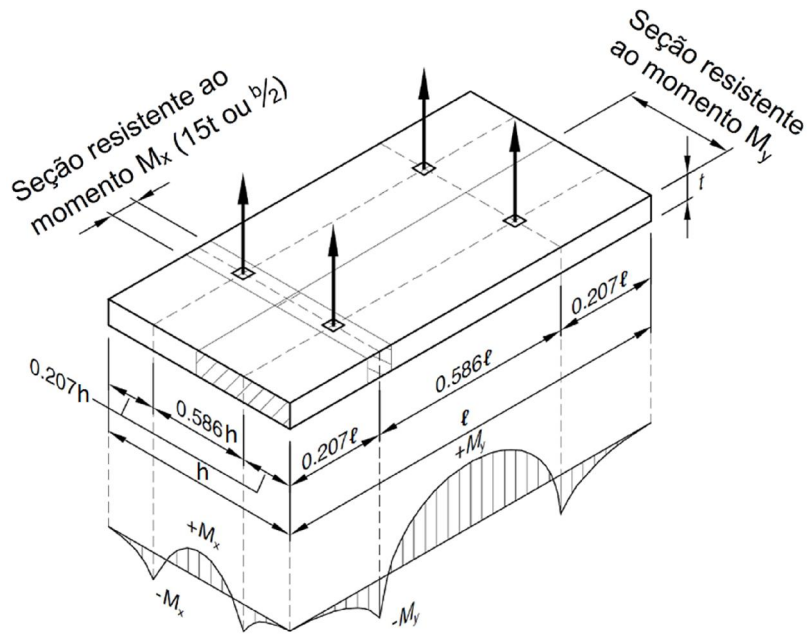


Figura 2.8 – Desforma com quatro içadores na face do painel (PCI, 2010)

$M_{sup,x}$ e $M_{inf,x}$ = momentos na direção de h , por unidade de largura, resistido por seção de largura mínima entre $l/2$ e $15t$;

$M_{sup,y}$ e $M_{inf,y}$ = momento na direção de l , por unidade de comprimento, resistido por seção de altura $h/2$;

q = peso por unidade de área;

h = altura do painel;

l = comprimento do painel.

No caso de serem atingidos os momentos de fissuração com a configuração da Figura 2.8, o PCI (2010) sugere a configuração da Figura 2.9, com os momentos nas direções da altura h e comprimento l obtidos segundo as equações (2.6) e (2.7), respectivamente.

$$M_{sup,x} = -M_{inf,x} = 0,0054q \cdot h^2 \cdot l \quad (2.6)$$

$$M_{sup,y} = -M_{inf,y} = 0,0027q \cdot h \cdot l^2 \quad (2.7)$$

No caso da desforma, ainda é necessário considerar o efeito da sucção entre o painel e a mesa de produção. A solução fornecida pelo PCI (2010) é a majoração do peso próprio do elemento segundo os coeficientes da Tabela 2.1.

Tomo (2013) ressalta que especial cuidado deve ser tomado para evitar a formação de fissuras, uma vez que os painéis pré-fabricados frequentemente são aplicados com a eliminação de algumas etapas de acabamento. Assim sendo, recomenda-se limitar os momentos solicitantes ao momento de fissuração do concreto.

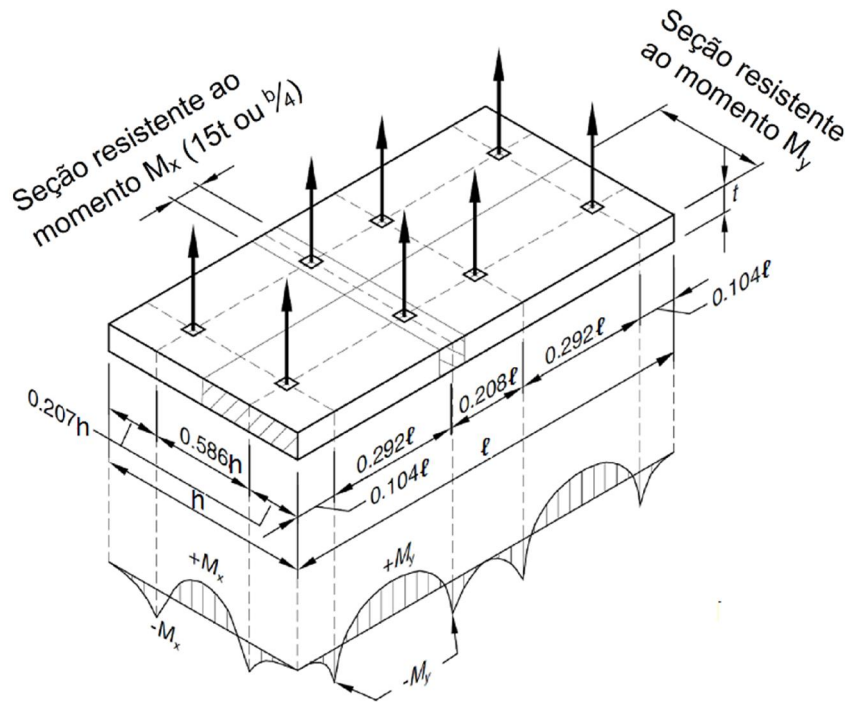


Figura 2.9 – Desforma com oito içadores na face do painel (PCI, 2010)

Tabela 2.1 – Coeficientes de sucção na desforma (PCI, 2010)

Tipo de elemento	Acabamento	
	Uso de retardador de pega	Uso apenas de desmoldante
Plano, com laterais removíveis e sem juntas falsas e/ou retornos	1,20	1,30
Plano, com juntas falsas e/ou retornos	1,30	1,40
Fôrmas fixas com retornos	1,40	1,60
Esculturada	1,50	1,70

Durante a desforma, é frequente que o concreto seja novo, com cerca de um dia de cura. Para redução da resistência para essa idade, o PCI (2010) recomenda que o momento de fissuração seja dividido por um coeficiente constante igual a 1,5. A ABNT NBR 6118 (2014), por outro lado, fornece um método de cálculo teórico para redução da resistência por idade (em dias) do concreto segundo equações (2.8) e (2.9).

$$f_{ckj} \cong \beta_1 \cdot f_{ck} \quad (2.8)$$

$$\beta_1 = e^{\left[1 - \left(\frac{28}{j} \right)^{\frac{1}{2}} \right]} \quad (2.9)$$

f_{ckj} = resistência característica do concreto à compressão para a idade de j dias;

f_{ck} = resistência característica do concreto à compressão aos 28 dias;

β_1 = coeficiente de redução de resistência para a idade do concreto;

j = idade do concreto em dias;

s = coeficiente relativo ao tipo de cimento utilizado, segundo Tabela 2.2.

Tabela 2.2 – Valores de s por classe de cimento Portland

Cimento	CPI e CPII	CPIII e CPIV	CPV-ARI
s	0,25	0,38	0,20

Embora esse método seja aproximado, seu emprego se dá pela ausência de levantamento de propriedades estatísticas da resistência do concreto para idades inferiores a 28 dias.

2.2.3 Transporte

Durante o transporte rodoviário da fábrica ao local de montagem, os elementos pré-moldados são sujeitos a ações dinâmicas, as quais, dependendo da forma do elemento e do transporte, podem vir a ser críticas. Segundo El Debs (2000), aplicam-se as mesmas técnicas utilizadas para o armazenamento na definição da posição dos apoios no transporte.

Ainda segundo El Debs (2000), as limitações típicas dessa etapa se devem aos gabaritos, comprimento e peso dos elementos, bem como à distância a ser percorrida. No caso do transporte rodoviário, o citado autor recomenda obedecer-se às limitações de 2,5 m de largura e 4,50 m de altura, o comprimento do elemento para transporte não deve passar de 30 m, sendo limitado a 20 m em alguns casos. O peso, por sua vez, deve ser limitado às cargas por eixo impostas pela “lei da balança”, conforme a Tabela 2.3.

Para minimizar tais esforços, é de interesse prático que os momentos M_{sup} e M_{inf} sejam iguais em módulo, segundo as equações (2.10) e (2.11).

$$M_{sup} = -M_{inf} = 0,0107 \cdot d \cdot q \cdot h \cdot x_l^2 \quad (2.10)$$

$$x_l = \frac{l}{2 \left(1 + \sqrt{1 + \frac{y_t}{y_b}} \right)} \quad (2.11)$$

q = peso do painel por unidade de área;

d = coeficiente de ação dinâmica da Tabela 2.4;

l = comprimento do painel;

h = altura do painel.

y_b = distância da linha neutra à face inferior do elemento na horizontal;

y_t = distância da linha neutra à face superior do elemento na horizontal.

Tabela 2.3 – Resolução nº 12/98 artigo 2º: pesos máximos por eixo (adaptada)

Eixo ou conjuntos de eixos	Rodagem	Suspensão	Entre-eixos (m)	Carga (kN)
Isolado	Simples	Direcional	-	58,8
Isolado	Simples	Direcional	-	58,8
Isolado	Dupla	-	-	98,1
Duplo	Simples	Direcional	-	117,7
Duplo	Dupla	Tandem	$> 1,20$ ou $\leq 2,40$	166,7
Duplo	Dupla	Não em Tandem	$> 1,20$ ou $\leq 2,40$	147,1
Duplo	Simples + Dupla	Especial	$< 1,20$	88,3
Duplo	Simples + Dupla	Especial	$> 1,20$ ou $\leq 2,40$	132,4
Duplo	Extralarga	Pneumática	$> 1,20$ ou $\leq 2,40$	166,7
Triplo	Dupla	Tandem	$> 1,20$ ou $\leq 2,40$	250,1
Triplo	Extralarga	Pneumática	$> 1,20$ ou $\leq 2,40$	250,1

A Figura 2.10 ilustra o transporte de um painel sobre duas linhas de apoio, bem como seu respectivo diagrama de momento fletor.

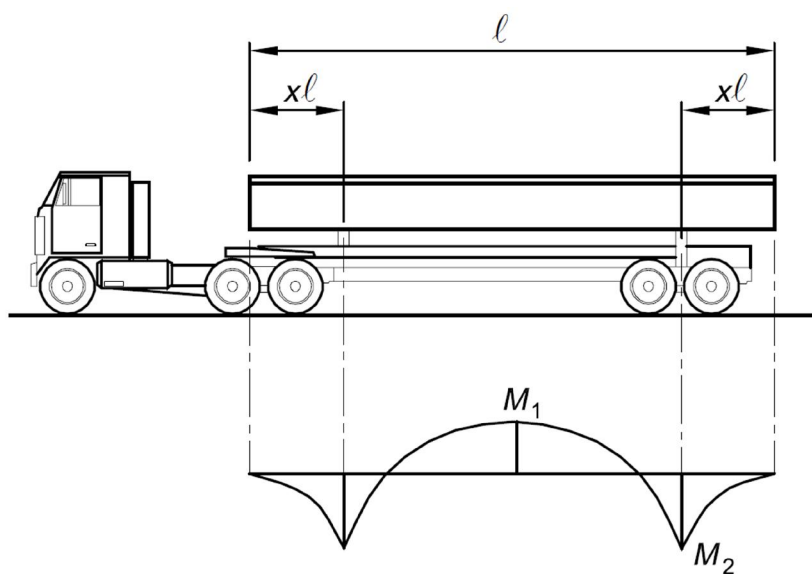


Figura 2.10 – Transporte de painel sobre duas linhas de apoio (PCI, 2010)

As ações dinâmicas devem ser, ainda, majoradas por um coeficiente, sendo os valores recomendados pelo PCI (2010) listados na Tabela 2.4.

Tabela 2.4 – Coeficientes de majoração para ações dinâmicas (PCI, 2010)

Manuseio e montagem	1,2
Transporte	1,5

Painéis transportados na posição vertical não acarretam esforços adicionais dignos de nota, uma vez que se encontram na posição para a qual foram projetados. Destaca-se que, na determinação do peso por eixo, deve-se considerar também o peso próprio do veículo.

2.2.4 Içamento

Após a desmoldagem, elementos pré-moldados são sujeitos ao transporte horizontal e/ou vertical. Para realizar tal movimentação, são necessários equipamentos e dispositivos auxiliares, exceto para elementos suficientemente pequenos que possam ser movimentados manualmente (adaptado: EL DEBS, 2000).

EL Debs (2000) divide esses dispositivos em internos e externos, sendo os dispositivos internos:

- Laços ou chapas chumbados;
- Orifícios;
- Laços ou argolas rosqueadas posteriormente;
- Dispositivos especiais.

Os laços chumbados são os mais comumente empregados, embora necessitem ser cortados e ter suas pontas protegidas contra corrosão. Alternativamente, esses laços podem ser dispostos em cavidades as quais são preenchidas com concreto após posicionamento final do elemento.

Segundo EL Debs (2000), os dispositivos externos podem ser classificados em:

- Balancins;
- Prensadores transversais;
- Braços mecânicos;
- Ventosas.

Destes, o mais comum é o balancim. Com esse dispositivo, procura-se reduzir os esforços solicitantes oriundos do transporte em fases transitórias. Os prensadores verticais são empregados quando a instalação de um dispositivo de manuseio interno

vem a dificultar a execução, como no caso de elementos alveolares feitos por extrusão ou forma deslizante. As ventosas são empregadas em situações particulares e sem dispositivos internos.

El Debs (2000) destaca, ainda, o uso de reforços de aço ou madeira para a movimentação de elementos. Tais reforços podem, ainda, reduzir as solicitações de manuseio.

Devido à facilidade de estocagem e transporte, os painéis pré-moldados são frequentemente posicionados na horizontal antes de serem postos em sua posição vertical definitiva. Por essa razão, a rotação do painel se faz necessária. Destaca-se, ainda, o método “*tilt up*” de construção com painéis, o qual consiste precisamente nessa operação.

O PCI (2010) apresenta configurações de içamento com rotação por meio de dois pontos e três pontos (Figura 2.11 e Figura 2.12).

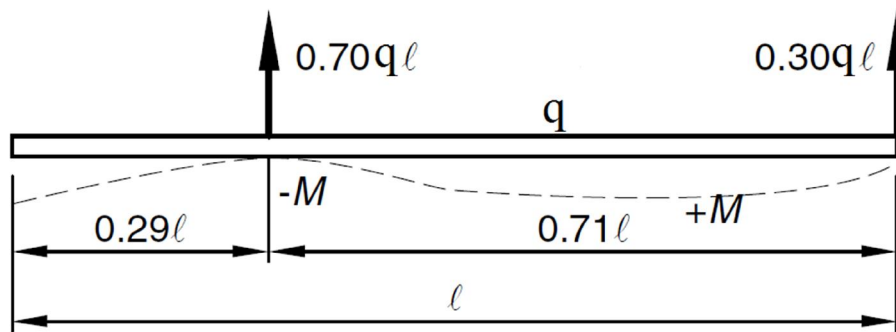


Figura 2.11 – Içamento com rotação por dois pontos (PCI, 2010)

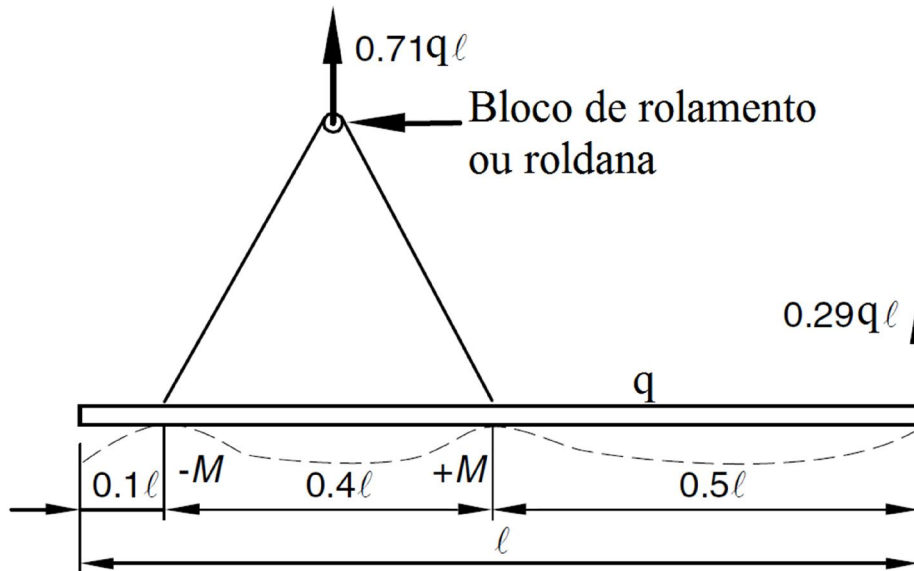


Figura 2.12 – Içamento com rotação por três pontos (PCI, 2010)

Para a situação de içamento em dois pontos, com o arranjo mostrado na Figura 2.11, igualam-se os momentos positivo e negativo, através da equação (2.12).

$$-M_{m\acute{a}x} = +M_{m\acute{a}x} = 0,044q \cdot l^2 \quad (2.12)$$

q = peso do painel por unidade de área;

l = comprimento do painel.

A situação de içamento representada na Figura 2.12 apresenta os momentos máximos descritos nas equações (2.13) e (2.14).

$$-M_{m\acute{a}x} = -0,005q \cdot l^2 \quad (2.13)$$

$$+M_{m\acute{a}x} = 0,041q \cdot l^2 \quad (2.14)$$

2.3 FASE EM SERVIÇO

A função principal das paredes portantes em uma estrutura é a transmissão das forças verticais provenientes das lajes e pavimentos superiores aos inferiores, chegando, por fim, à fundação. O agrupamento de paredes ortogonais através de juntas verticais redistribui forças horizontais, conferindo a essas paredes também a função de contraventamento.

2.3.1 Forças verticais

Paredes portantes são elementos de superfície com baixa deformação axial, quando comparadas às vigas. Existem diversos métodos na literatura para a determinação da distribuição de forças verticais nesses elementos. Tomo (2013) destaca o método das áreas por sua simplicidade, considerando a posição aproximada das linhas de plastificação, baseado na teoria das charneiras plásticas.

Conforme comentado anteriormente, a transferência de forças entre elementos adjacentes depende da deformabilidade das juntas (verticais) entre eles. Essas juntas, submetidas ao cisalhamento, transferem os esforços proporcionalmente à rigidez da ligação, alcançando comportamento de parede moldada no local, se forem consideradas totalmente rígidas.

A norma ABNT NBR 16055: 2012 – *Parede de concreto moldada no local para a construção de edificações – Requisitos e procedimentos* admite ângulo de espraçamento das forças de 45° em relação à vertical. Nota-se, no entanto, que a diminuição da rigidez das juntas verticais (consideradas semirrígidas) limita esse ângulo às regiões abaixo de aberturas (TOMO, 2013).

2.3.2 Forças horizontais

Segundo o PCI (2010), o uso de paredes portantes como elementos de contraventamento constitui o sistema mais comum contra forças laterais em concreto pré-moldado nos Estados Unidos. Esse sistema apresenta boa resistência aos esforços oriundos de sismos, sendo as falhas atribuídas à falta de ductilidade de ligações ou ancoragens mal concebidas.

Paredes portantes, frente a forças horizontais, se comportam como vigas verticais em balanço, transferindo esforços atuantes paralelamente às faces da parede. Adicionalmente, a força vertical permanente atuante sobre o painel aumenta sua resistência ao levantamento e tombamento (PCI, 2004).

O manual americano destaca, ainda, os seguintes fatores de influência sobre a distribuição das forças laterais:

- Fundação e solo sobre o qual a estrutura se encontra;
- Rigidez do diafragma formado pelos painéis;
- Rigidez relativa à flexão e cisalhamento dos painéis e ligações;
- Excentricidade das forças laterais em relação ao centro de massa dos painéis.

Tomo (2013) destaca que as variações volumétricas geram esforços adicionais quando se empregam ligações rígidas ou semirrígidas, necessárias para garantia do diafragma rígido. Portanto, o citado autor recomenda, em primeira análise, considerar os painéis trabalhando isoladamente, agrupando-os apenas quando necessário. Na Figura 2.13, vê-se como a força horizontal, atuando sobre painéis conectados, solicita a ligação por cisalhamento.

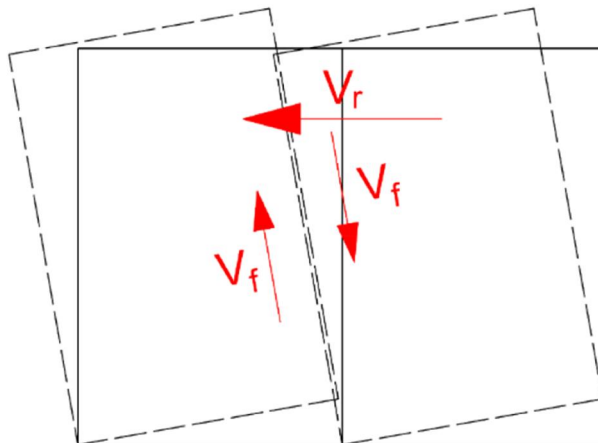


Figura 2.13 – Transferência de esforços em painéis adjacentes

Uma prática bastante comum em estruturas de painéis portantes pré-moldados é a união de painéis perpendiculares entre si. Há semelhante ganho na resistência à flexão, quando comparado aos painéis alinhados, no entanto, não há ganho tão significativo na rigidez ao cisalhamento. Uma vantagem adicional é o aumento da resistência ao tombamento através do aumento do peso próprio do conjunto de painéis conectados. O manual do PCI (2010) limita o comprimento dos flanges, em uniões em forma de “T” ou “L”, proporcionalmente à espessura ou altura dos painéis (Figura 2.14).

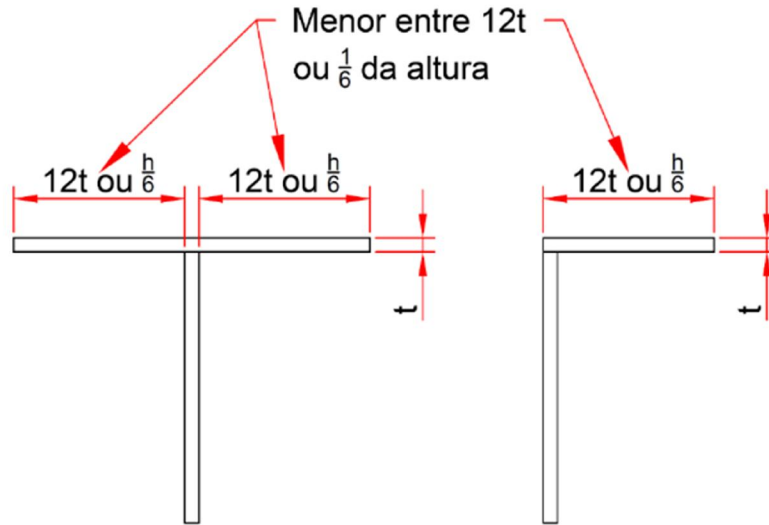


Figura 2.14 – Largura efetiva de flanges em união de painéis perpendiculares (adaptado: PCI, 2004)

Uma vez agrupados os painéis e definida rigidez de cada grupo, tem-se uma distribuição de forças horizontais proporcional ao quociente entre rigidez do grupo analisado e o somatório das rigidezes de todos os elementos de contraventamento, conforme a equação (2.15).

$$P_i = \left(\frac{k_i}{\sum k} \right) \cdot V \quad (2.15)$$

P_i = força resistida pelo painel ou grupo i ;

k_i = rigidez do painel ou grupo i ;

$\sum k$ = somatório das rigidezes de todas as paredes;

V = força lateral resultante.

A rigidez total de um elemento é a soma de sua rigidez à flexão e sua rigidez ao cisalhamento. No caso de estruturas com paredes portantes retangulares feitas do mesmo material, o PCI (2010) permite fazer as seguintes simplificações, sendo h a altura do painel e l o comprimento:

- $h/l < 0,3$ – desprezar a rigidez à flexão;
- $h/l > 3,0$ – desprezar a rigidez ao cisalhamento;
- $0,3 \leq h/l \leq 3,0$ – considerar a soma das rigidezes.

Adicionalmente, o último caso permite a utilização de um momento de inércia equivalente, o qual é uma aproximação do momento de inércia que resultaria em deslocamento por flexão igual aos deslocamentos combinados de flexão e cisalhamento reais da parede portante. A Tabela 2.5, adaptada do PCI (2010), fornece equações para o cálculo do momento de inércia equivalente para diversas condições de contorno, sendo o módulo de elasticidade transversal $G = 0,4 E$. Esse valor equivale a um coeficiente de Poisson $\nu = 0,15$.

O PCI (2010) recomenda, ainda, a utilização de paredes em direções ortogonais a fim de resistirem à possível torção do pavimento quando submetido a esforços horizontais não coincidentes com o centro de rigidez do grupo de painéis.

Nesses casos, quando não houver simetria geométrica e o efeito do momento torsor deva ser considerado, o PCI (2010) sugere as equações (2.16) e (2.17).

$$P_y = \frac{V_i \cdot k_{i,y}}{\sum k_y} + \frac{e_x \cdot V_i(x) \cdot k_{i,y}}{\sum k_y(x^2) + \sum k_x(y^2)} \quad (2.16)$$

$$P_x = \frac{e_x \cdot V_i(y) \cdot k_{i,x}}{\sum k_y(x^2) + \sum k_x(y^2)} \quad (2.17)$$

V_i = força lateral no nível considerado;

$k_{i,x}, k_{i,y}$ = rigidezes nas direções x e y, respectivamente, no painel considerado;

$\sum k_x, \sum k_y$ = somatórios das rigidezes dos painéis no nível, nas direções x e y, respectivamente;

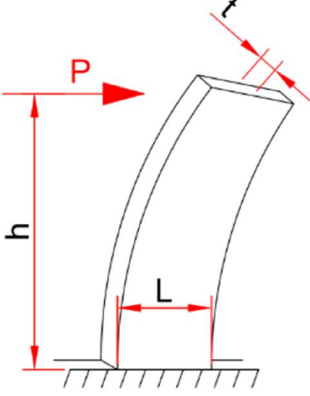
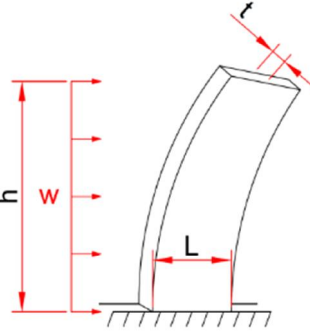
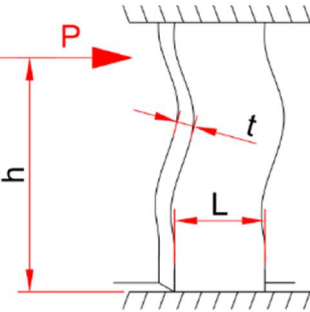
x = distância do painel ao centro de rigidez na direção x;

y = distância do painel ao centro de rigidez na direção y;

e_x = distância entre o ponto de aplicação de V_y e o centro de rigidez; essa distância é medida na direção X.

No caso de painéis separados por grandes aberturas, o PCI (2010) recomenda sua conexão por meio de um elemento capaz de resistir esforços axiais (barra) e/ou de flexão (viga), conforme a Figura 2.15. Nesse caso, a rigidez do conjunto é maior que o somatório das rigidezes dos painéis e do elemento de ligação. Nota-se, no entanto, que uma conexão rígida entre os painéis e a viga de ligação pode gerar momentos e forças cortantes significativas.

Tabela 2.5 – Momentos de inércia equivalentes (adaptado: PCI, 2004)

Caso	Causa do deslocamento		Momento de inércia equivalente I_{eq}	
	Flexão	Cisalhamento	Único pavimento	Múltiplos pavimentos
	$\frac{P \cdot h^3}{3E \cdot I}$	$\frac{2,78P \cdot h}{A_w \cdot E}$ $A_w = L \cdot t$	$\frac{I}{1 + \frac{8,34I}{A_w \cdot h^2}}$	$\frac{I}{1 + \frac{13,4I}{A_w \cdot h^2}}$
	$\frac{W \cdot h^3}{8E \cdot I}$ $W = w \cdot t$	$\frac{1,39W \cdot h}{A_w \cdot E}$ $W = w \cdot t$	Não é aplicável	$\frac{I}{1 + \frac{23,6I}{A_w \cdot h^2}}$
	$\frac{P \cdot h^3}{12E \cdot I}$	$\frac{2,78P \cdot h}{A_w \cdot E}$	$\frac{I}{1 + \frac{33,4I}{A_w \cdot h^2}}$	Não é aplicável

Para controle da magnitude desses esforços, os códigos americanos recomendam a redução da rigidez dessa ligação. A medida empregada para tal depende do sistema utilizado, podendo significar a redução do diâmetro de armadura traspassante ou emprego de argamassa de menor resistência e maior deformabilidade por exemplo. Pode-se, ainda, adotar outro sistema de ligação menos rígido, como a troca de um perfil metálico soldado por um apoio de elastômero.

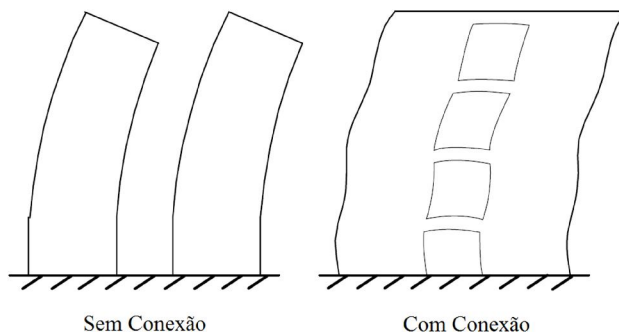


Figura 2.15 – Efeito da conexão de painéis separados por grandes aberturas (adaptado: PCI, 2010)

Conforme a ABNT NBR 6118:2014, os trechos de elementos lineares pertencentes à região comum ao seu cruzamento podem ser considerados como nós de dimensões finitas (nós rígidos), respeitando as restrições na Figura 2.16.

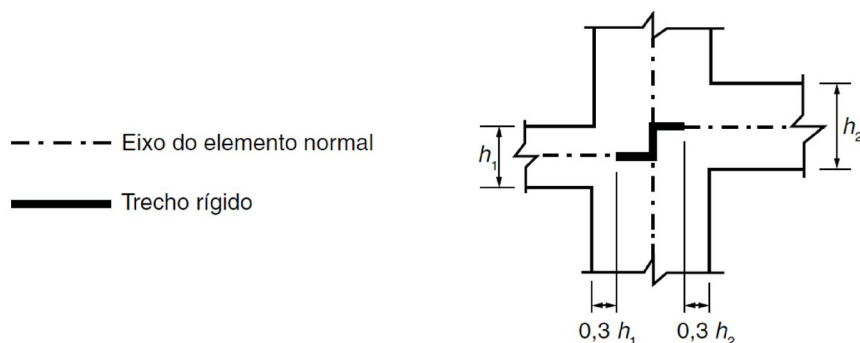


Figura 2.16 – Trechos rígidos em cruzamentos (ABNT NBR 6118, 2014)

2.3.3 Efeitos de segunda ordem

Ao ser solicitado axialmente, o elemento tende a se deformar lateralmente, originando nova condição de excentricidade. Ao momento resultante dessa nova excentricidade, dá-se o nome de momento de segunda ordem.

No caso de painéis portantes, as excentricidades resultantes de erros construtivos, empenamento térmico e deformação devida à ação do vento devem ser consideradas em análise de segunda ordem (TOMO, 2013).

O PCI (2010) e o CPCI (2007) apresentam dois métodos para calcular esses efeitos: o método da majoração dos momentos (“*Magnified Moment Approach*”) e o método P- δ .

Primeiramente, convém definir o índice de esbeltez do elemento segundo a equação (2.18).

$$\lambda = \frac{c_f \cdot h}{r_g} \quad (2.18)$$

h = altura do elemento;

r_g = raio de giração;

c_f = coeficiente de flambagem, o qual relaciona a altura do elemento com os pontos de momento nulo.

Para a determinação do coeficiente de flambagem em painéis portantes, existem três casos distintos: elementos sem restrição ao longo da altura (Figura 2.17); elementos com restrição bilateral ao longo da altura (Figura 2.18) e elementos com restrição unilateral ao longo da altura (Figura 2.19).

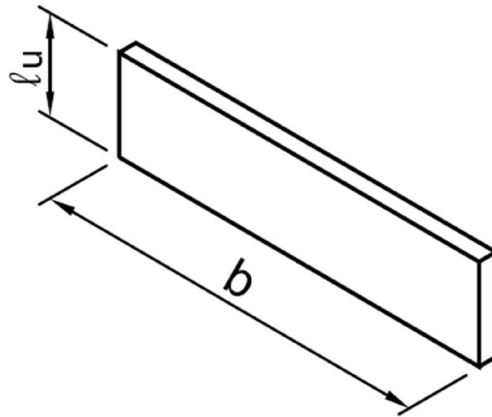


Figura 2.17 – Painel sem restrição lateral ao longo da altura (CPCI, 2007)

O painel sem restrição lateral pode ser considerado um elemento biapoado, e, como um pilar biapoado, apresenta coeficiente de flambagem $c_f = 1,0$.

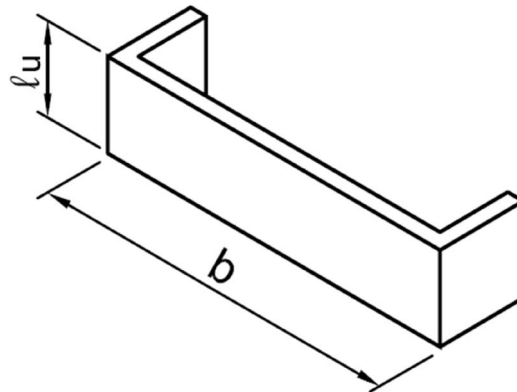


Figura 2.18 – Painel com restrição bilateral ao longo da altura (CPCI, 2007)

Quando há restrição lateral em ambos os lados do painel, o coeficiente de flambagem deve ser determinado como uma relação entre a altura h e o comprimento l , conforme a Tabela 2.6.

Tabela 2.6 – Coeficiente de flambagem para painéis com restrição bilateral ao longo da altura (PCI, 2010 e Eurocode 2, 1992)

PCI (2010)	Eurocode 2 (1992)
$\frac{h}{l} < \frac{1}{2} \rightarrow c_f = 1,0$	$\frac{h}{l} \leq 1,0 \rightarrow c_f = \frac{1}{1 + \left(\frac{h}{l}\right)^2}$
$\frac{1}{2} < \frac{h}{l} \leq 1,0 \rightarrow c_f = 1,5 - \frac{h}{l}$	
$1,0 < \frac{h}{l} \rightarrow c_f = \frac{1}{1 + \left(\frac{h}{l}\right)^2}$	$1,0 < \frac{h}{l} \rightarrow c_f = \frac{h}{2l}$

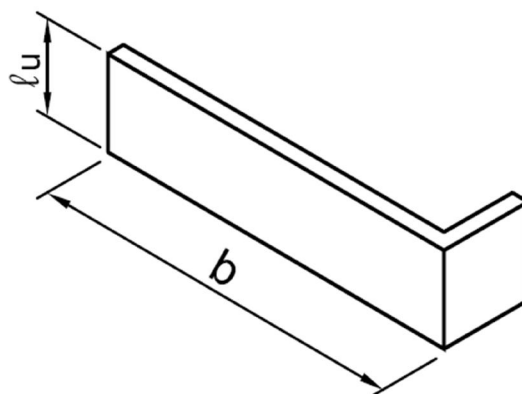


Figura 2.19 – Painel com restrição unilateral ao longo da altura (CPCI, 2007)

Quando há restrição unilateral, semelhantemente ao caso anterior, o coeficiente de flambagem é uma função da altura e do comprimento do painel, determinado conforme a Tabela 2.7.

Tabela 2.7 – Coeficiente de flambagem para painéis com restrição unilateral ao longo da altura (PCI, 2010 e Eurocode 2, 1992)

PCI (2010)	Eurocode 2 (1992)
$\frac{h}{l} < \frac{1}{2} \rightarrow c_f = 1,0$	$c_f = \frac{1}{1 + \left(\frac{h}{3l}\right)^2}$
$\frac{1}{2} < \frac{h}{l} \leq 2,0 \rightarrow c_f = 1,0 - 0,423 \left(\frac{h}{l} - 1\right)$	
$2,0 < \frac{h}{l} \rightarrow c_f = \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{h}{l}\right)^2 / 2}}$	

O Eurocode 2 (1992) destaca, ainda, que um painel transversal só deve ser considerado como elemento de restrição se atender os seguintes critérios:

- A espessura do travamento não deve ser inferior à metade da espessura do painel considerado;
- A altura do travamento deve ser igual à altura do painel considerado;
- O comprimento do travamento deve ser, no mínimo, igual a 20% da altura do painel considerado, não podendo haver abertura no travamento neste caso.

a) Excentricidade de projeto

Os códigos normativos (incluindo a norma brasileira) estabelecem uma excentricidade mínima. Tratando-se de elementos pré-moldados, deve-se considerar, ainda, a tolerância de montagem e de produção, portanto, outra excentricidade de projeto. Adicionalmente, tem-se o efeito diferencial da temperatura. Essas três excentricidades serão detalhadas neste item.

O PCI (2010), o CPCI (2007) e a ABNT NBR 6118:2014 propõem o mesmo valor para a excentricidade mínima, sendo este determinado com a equação (2.19).

$$e_{min} = 0,015 + 0,03t \quad (2.19)$$

t = espessura do painel, em metros.

Após o cálculo das excentricidades de outras naturezas (montagem e térmica, por exemplo), comparam-se os valores obtidos com e_{min} , utilizando-se o maior dentre eles.

A excentricidade tolerada na produção e na montagem de um elemento é uma função dos critérios de qualidade adotados nessas fases. O PCI (2011) recomenda um valor mínimo de 25 mm para a tolerância de montagem.

Tomo (2013) destaca o empenamento causado pela retração diferencial entre as faces do painel durante a estocagem, causando empenamento (Figura 2.20). O PCI (2010) recomenda limitar esse valor àquele expresso na equação (2.20).

$$\delta = e_T \leq \min\left(\frac{h}{360}; 1,25 \text{ cm}\right) \quad (2.20)$$

h = altura do painel.

Conforme mostrado na Figura 2.20, a diferença de temperatura entre duas faces do painel gera uma dilatação diferencial, com o lado exposto alcançando maiores temperaturas e maiores dilatações. Ao empenamento causado por esse fenômeno, o PCI dá o nome de empenamento térmico ou “*thermal bowing*”.

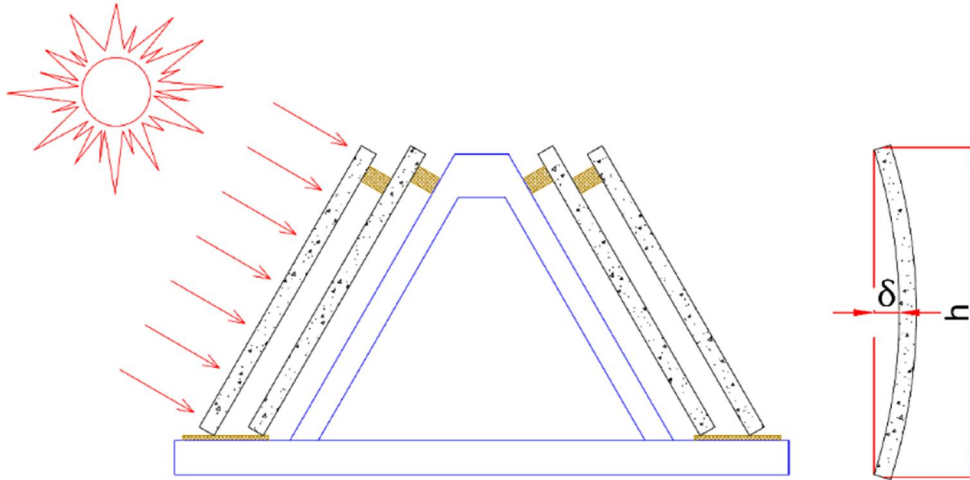


Figura 2.20 – Empenamento durante estocagem (adaptado: PCI, 2010)

O PCI (2010) fornece as equações (2.21) e (2.22) para determinação da magnitude teórica do empenamento térmico.

$$\Delta_T = \alpha \cdot \frac{b^2}{8t} \quad (2.21)$$

$$\alpha = C \cdot (T_1 - T_2) \quad (2.22)$$

α = gradiente térmico ao longo da espessura do painel;

b = distância entre apoios;

t = espessura do elemento;

C = coeficiente de dilatação térmica;

T_1, T_2 = temperaturas dos ambientes externo e interno, respectivamente.

b) Método de majoração dos momentos

O método de majoração dos momentos é uma aproximação dos efeitos de segunda ordem através da multiplicação dos efeitos de primeira ordem por um fator δ_b . Trata-se, portanto, de um método simplificado para consideração da não linearidade geométrica.

Primeiramente, convém expor a nomenclatura dos momentos relevantes nos painéis, conforme a Figura 2.21.

M_0 = maior momento de primeira ordem ao longo da altura do painel.

M_1 = menor momento de primeira ordem em uma das extremidades do painel;

M_2 = maior momento de primeira ordem na extremidade oposta, ou o valor de M_0 , caso este seja maior.

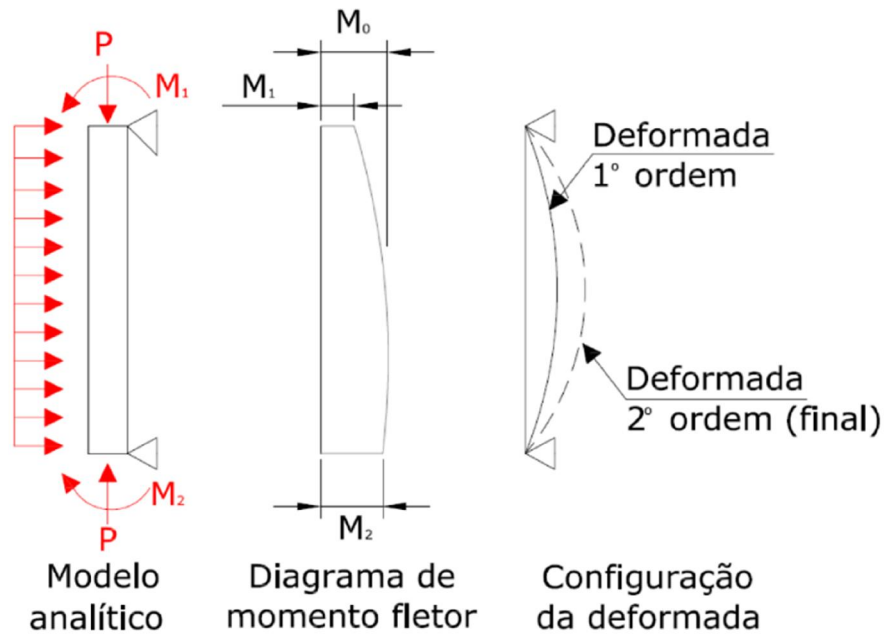


Figura 2.21 – Método de Majoração dos Momentos (TOMO, 2013, adaptado: PCI, 2010)

Portanto, o momento de projeto, considerando o efeito aproximado da não linearidade geométrica, é obtido com as equações (2.23) a (2.28).

$$M_d = \delta_b \cdot M_2 \quad (2.23)$$

$$\delta_b = \frac{C_m}{1 - \frac{\sum P}{0,75P_c}} \quad (2.24)$$

$$C_m = 0,6 + 0,4 \frac{M_1}{M_2} \geq 0,4 \quad (2.25)$$

$$P_c = \frac{\pi^2 E I_{ef}}{(c_f \cdot h)^2} \quad (2.26)$$

$$E I_{ef} = \frac{\varphi \cdot E_c \cdot I_g}{1 + \beta_f} \quad (2.27)$$

$$\beta_f = \frac{\text{Carga permanente}}{\text{Carga total}} \quad (2.28)$$

δ_b = coeficiente de majoração do momento de primeira ordem para estimativa do momento de segunda ordem;

C_m = coeficiente que relaciona o diagrama de momento ao diagrama de momento equivalente, assumindo valor 1 caso haja forças transversais;

$\sum P$ = somatório dos esforços normais de compressão majorados;

P_c = carga crítica de Euler;

$E I_{ef}$ = rigidez efetiva;

c_f = coeficiente de flambagem com valor 1,0 para painéis sem restrição lateral ou determinado segundo Tabela 2.6 para restrição bilateral, ou, ainda, segundo Tabela 2.7 para restrição unilateral;

h = altura do painel;

E_c = módulo de elasticidade do concreto;

I_g = momento de inércia da seção;

φ = coeficiente relativo ao estado de fissuração da seção (ACI-318-2011):

- Seção não fissurada: $\varphi = 0,70$ (alternativamente, o PCI permite valor de 0,85 para painéis pré-moldados, devido ao maior controle de qualidade);
- Seção fissurada: $\varphi = 0,30$;

β_f = coeficiente relativo ao efeito da fluência do concreto (ACI-318-2011).

c) Método P- δ

O método P- δ é um processo iterativo, usualmente considerando uma análise elástica com cargas fatoradas (semelhantemente ao método de majoração dos momentos). “A cada iteração, calculam-se o deslocamento lateral e os momentos causados pela força axial, em seguida, esses deslocamentos são acumulados” (tradução livre de PCI, 2010). Após três ou quatro iterações, o PCI (2010) afirma que o aumento do deslocamento deve ser mínimo, ou seja, tem-se a convergência. Caso contrário, o sistema pode estar próximo da ruína por instabilidade, necessitando de revisão de suas dimensões.

O cálculo do deslocamento lateral devido ao efeito de segunda ordem segue as equações (2.29), (2.30) e (2.31).

$$\Delta_0 = \frac{\sum P \cdot e_0 \cdot h^2}{16EI_{ef}} \quad (2.29)$$

$$e_i = e_{i-1} + \Delta_{i-1} \quad (2.30)$$

$$\Delta_i = \frac{\sum P \cdot e_i \cdot h^2}{8EI_{ef}} \quad (2.31)$$

Δ_0 = deslocamento lateral inicial;

e_0 = excentricidade inicial;

e_i = excentricidade na iteração atual;

Δ_i = deslocamento lateral na iteração atual.

Adicionalmente, o PCI (2010) destaca que, durante as iterações, se o momento atingir o valor do momento de fissuração, essa perda de rigidez deve ser considerada no cálculo de EI_{ef} , conforme detalhado no item b).

2.4 ARMADURA MÍNIMA

Segundo o item 11.6 do ACI 318 (2014), armaduras horizontais e verticais são necessárias a todas as paredes portantes. Armaduras transversais, no entanto, não são necessárias em painéis com 3,65 m (12 pés, no original) de largura ou menos.

O ACI 318-2014 recomenda, ainda, uma área mínima de armadura igual a 0,10% da área bruta da seção do painel pré-moldado, tanto para a direção horizontal quanto para a vertical. Adicionalmente, o espaçamento não deve exceder cinco vezes a espessura do painel, sendo limitado a 76 cm para painéis internos e 45 cm, para externos.

A razão para os menores requisitos de armadura em painéis pré-moldados, segundo o ACI 318, está no menor grau de monolitismo da estrutura, bem como o fato de a maior parte da retração do painel ocorrer durante a estocagem, quando a restrição lateral é pequena.

O PCI (2010) e o CPCI (2007) sugerem empregar apenas uma camada de armadura, na superfície média do painel, para elementos com espessura não superior a 15 cm. Para painéis mais espessos, devem-se utilizar telas duplas.

3 CONFIABILIDADE E CALIBRAÇÃO

A arte de projetar está sujeita a incertezas sempre que se assume um valor para uma variável. Resistências, solicitações e dimensões estão sujeitas a variações em torno de seus valores médios. Modelos matemáticos também assumem hipóteses simplificadoras que introduzem erros também variáveis, quantificados pela comparação com casos experimentais. Além de tudo, tem-se o erro humano na operação.

A teoria de confiabilidade estrutural quantifica tais incertezas e as incorpora ao cálculo, obtendo uma resposta estatística da segurança do sistema: o índice de confiabilidade ou grau de confiança. Beck (2014) define essa resposta como a probabilidade subjetiva de que um sistema não falhe dentro de um período de tempo especificado, respeitadas as condições de projeto.

Este capítulo aborda, inicialmente, conceitos relacionados com a teoria de variáveis aleatórias. Posteriormente, realiza-se uma revisão breve da teoria de confiabilidade estrutural, com ênfase nos métodos a serem empregados neste trabalho.

3.1 TEORIA DE PROBABILIDADES

A confiabilidade estrutural é baseada na teoria de probabilidades, sendo de interesse prático a revisão de conceitos fundamentais como incertezas e variáveis aleatórias.

3.1.1 Incertezas

Incertezas são inerentes a qualquer sistema de engenharia, tendo sua origem no conhecimento incompleto sobre a natureza dos sistemas projetados e operados. Além disso, as incertezas podem advir da aleatoriedade natural dos processos envolvidos em um empreendimento de engenharia, tais como ações ambientais, resistência de materiais e solicitações de ocupação. Além disso, modelos de engenharia passam sempre por hipóteses simplificadoras, sendo aproximados desde sua concepção.

As incertezas se propagam para a resposta do sistema numa relação de causa e efeito. Dessa forma, não é possível garantir que essa resposta corresponderá àquela esperada. Ao se medir essa possibilidade em termos de probabilidades, tem-se uma probabilidade de falha, e a viabilidade do sistema passa pelo controle de seu produto com os custos de falha: o risco.

Beck (2014) classifica as incertezas em dois grandes grupos: intrínseca e epistêmica. Esta última está relacionada ao conhecimento do projetista sobre o problema, sendo reduzida, em tese, pela coleta de mais dados e maior conhecimento do problema. A incerteza intrínseca, por outro lado, é irreduzível, estando associada à natureza dos processos envolvidos no sistema. Além das duas classes, existe a incerteza do erro humano.

a) Incerteza intrínseca

Pode ser subdividida em:

- **Incerteza física** – corresponde à aleatoriedade natural dos fenômenos físicos, químicos e biológicos. São exemplos as tolerâncias dimensionais de elementos, flutuação de carregamentos ambientais (vento, ondas), sismos, etc.;
- **Incerteza de previsão** – refere-se à previsão de condições futuras de um processo ou sistema. Em projeto, geralmente se parte das informações coletadas ao longo de um período curto, as quais devem ser extrapoladas para o período de vida útil da estrutura. Exemplos de incerteza de previsão são os extremos de fenômenos ambientais, como cheias e vento.

b) Incerteza epistêmica

Também descrita como cognitiva e intelectual, pode ser subdividida em:

- **Incerteza estatística** – originada na determinação da curva de distribuição de uma variável aleatória a partir de uma amostra. Além disso, a incerteza de medição resultante da imperfeição ou faixa de erro do instrumento utilizado também é uma incerteza estatística;
- **Incerteza de decisão** – relacionada com a definição sobre a ocorrência de um evento. Estados limites de serviço, por exemplo, não possuem uma fronteira bem definida, embora tal o seja em equações de estado limite. Para isso, códigos normativos sugerem equações de utilidade;
- **Incerteza de modelo** – resultadas da representação do comportamento estrutural por modelos simplificados. Pode ser representada por variável aleatória e ter sua distribuição de probabilidades determinada pela comparação com valores experimentais;

- **Incerteza fenomenológica** – refere-se a fenômenos inimagináveis para o projetista da estrutura, estando ligada ao estado da arte. Exemplos são a falha da ponte de *Tacoma Narrows* nos Estados Unidos em 1940, bem como o colapso do *World Trade Center* após os atentados de 11 de setembro de 2001. Tais eventos não podem ser incorporados em projetos, uma vez que, após a falha de uma estrutura anterior, tais incertezas passam a ser conhecidas e sofrem nova classificação.

c) Erro humano

Embora boa parte dos componentes do erro humano tenham características de incertezas fenomenológicas, existem resultados empíricos para quantificar certas ações que levam a determinados tipos de erros humanos. Nota-se que a motivação e o treinamento reduzem a ocorrência desses erros.

3.1.2 Variáveis aleatórias

Montgomery e Runger (2003) definem a variável aleatória como uma função real, a qual atribui um valor também real para cada resultado de um experimento aleatório. O espaço amostral, por sua vez, é o conjunto de todos os pontos amostrais desse experimento. Uma variável aleatória é denotada por uma letra maiúscula como X . Após a condução do experimento, o valor medido dessa variável é denotado por letra minúscula, como $x = 70 \text{ mA}$.

Variáveis aleatórias podem ser classificadas em discretas, quando possuem número finito ou enumerável de valores; ou contínuas, quando podem assumir número infinito de valores em um intervalo finito ou infinito de números reais.

a) Função distribuição acumulada de probabilidades

A função de distribuição acumulada de probabilidades $F_X(x)$ como uma função correspondente à probabilidade de a variável aleatória X assumir um valor menor que x para o domínio $-\infty \leq x \leq \infty$, conforme equação (3.1).

$$F_X(x) = P(X \leq x) \quad (3.1)$$

As propriedades dessa função:

- $F_X(-\infty) = 0$;
- $F_X(+\infty) = 1$;
- $F_X(\cdot)$ é monotonicamente crescente, ou seja, para qualquer $x_1 \leq x_2$ é válida a equação (3.2).

$$F_X(x_1) \leq F_X(x_2) \quad (3.2)$$

- $F_X(\cdot)$ é contínua pela direita, conforme expresso pela equação (3.3).

$$\lim_{\varepsilon \rightarrow 0} F_X(x + \varepsilon) = F_X(x^+) = F_X(x) \quad (3.3)$$

- Para $x_1 < x_2$, é válida a equação (3.4).

$$P[\{x_1 < X \leq x_2\}] = F_X(x_2) - F_X(x_1) \quad (3.4)$$

- Se $F_X(\cdot)$ é descontínua em x_1 , então a probabilidade de $X = x_1$ é dada pelo salto de $F_X(x)$ nesse ponto, conforme expresso pela equação (3.5).

$$P[\{X = x_1\}] = F_X(x_1) - F_X(x_1^-) \quad (3.5)$$

- Se $F_X(\cdot)$ é contínua, não possui saltos, então $P[\{X = x\}] = 0$ para qualquer x .

b) Função de densidade de probabilidades

A função de densidade de probabilidades é definida como a derivada da função de distribuição acumulada de probabilidades, conforme descrito pela equação (3.6).

$$f_X(x) = \frac{dF_X(x)}{dx} \quad (3.6)$$

Para o caso em que $F_X(x)$ é uma função contínua, ainda que não diferenciável em um número contável de pontos, tem-se uma variável aleatória contínua e é válida a equação anterior. Das propriedades da função de distribuição, Beck (2014) destaca as propriedades descritas nas equações (3.7) a (3.10).

$$\int_{-\infty}^{+\infty} f_X(x) \cdot dx = F_X(+\infty) - F_X(-\infty) = 1 - 0 = 1 \quad (3.7)$$

$$\int_{-\infty}^x f_X(u) \cdot du = F_X(x) \quad (3.8)$$

$$\int_{x_1}^{x_2} f_X(u) \cdot du = F_X(x_2) - F_X(x_1) = P[\{x_1 \leq X \leq x_2\}] \quad (3.9)$$

$$f_X(x) = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{P[\{x \leq X \leq x + \Delta x\}]}{\Delta x} \quad (3.10)$$

c) Valor esperado e momentos de uma variável aleatória

O valor esperado de uma variável aleatória é dado pela equação (3.11).

$$E[X] = \int_{-\infty}^{+\infty} x \cdot f_X(x) \cdot dx = \mu_X \quad (3.11)$$

$E[\cdot]$ é o operador valor esperado e μ , o valor (geralmente constante) da média da variável aleatória. Têm-se, ainda, outras duas propriedades semelhantes, mas

conceitualmente distintas: moda e mediana. O valor mais provável (moda) é o ponto onde a função $f_X(x)$ é máxima. A mediana, por outro lado, é o ponto onde a função $F_X(x)$ assume valor 0,5, ou seja, o ponto com 50% de chance de ter seu valor superado.

O operador valor esperado pode ser aplicado sobre funções de uma variável aleatória, conforme equação (3.12).

$$E[g(X)] = \int_{-\infty}^{+\infty} g(x) \cdot f_X(x) \cdot dx \quad (3.12)$$

A variância mede a dispersão de uma variável aleatória em torno de sua média, sendo definida por (3.13).

$$Var[X] = E[(X - \mu)^2] = \int_{-\infty}^{+\infty} (x - \mu)^2 \cdot f_X(x) \cdot dx = \sigma_X^2 \quad (3.13)$$

De maneira análoga ao valor esperado, $Var[.]$ é o operador variância, ao passo que σ^2 é o valor da variância. Nota-se, ainda, que σ é o desvio padrão, ou seja, a raiz quadrada da variância. Tem-se, ainda, a importante relação entre variância e valor esperado descrita pela equação (3.14).

$$Var[X] = E[X^2] - E[X]^2 \quad (3.14)$$

A média ou valor esperado de uma variável aleatória corresponde ao momento de primeira ordem dessa variável. Um momento de ordem k pode ser descrito pela igualdade (3.15).

$$E[X^k] = \int_{-\infty}^{+\infty} x^k \cdot f_X(x) \cdot dx = \mu_X^k \quad (3.15)$$

Destacam-se:

$\mu_X^0 = 1$ = probabilidade do espaço amostral;

μ_X^1 = média ou valor esperado;

μ_X^2 = valor médio quadrático (RMS).

Os momentos centrais de ordem k são calculados pela equação (3.16).

$$E[(X - \mu)^k] = \int_{-\infty}^{+\infty} (x - \mu)^k \cdot f_X(x) \cdot dx = m_X^k \quad (3.16)$$

Têm-se, portanto, os seguintes casos particulares:

$m_X^0 = 1$ = probabilidade do espaço amostral;

$m_X^1 = 0$;

$m_X^2 = \sigma^2$ = variância;

m_X^3 = fator de forma.

d) Distribuição conjunta de probabilidades

Quando a ocorrência de um evento depende de mais de uma variável aleatória, deve-se considerar a função conjunta de distribuição cumulativa de probabilidades dada pela equação (3.17).

$$F_{XY}(x, y) = P[\{X \leq x, Y \leq y\}] \quad (3.17)$$

Na maioria dos casos, a função $F_{XY}(x, y)$ não pode ser determinada pelas funções $F_X(x)$ e $F_Y(y)$, as funções marginais de probabilidades. Isso se deve ao comportamento conjunto das variáveis X e Y , o qual não é considerado nas funções marginais.

De maneira análoga à da equação (3.6), pode-se estabelecer uma função conjunta de densidade de probabilidades pelas equações (3.18) e (3.19), desde que $F_{XY}(x, y)$ possua derivadas parciais até segunda ordem.

$$f_{XY}(x, y) = \frac{\delta^2 F_{XY}(x, y)}{\delta x \cdot \delta y} \quad (3.18)$$

$$f_{XY}(x, y) \cdot dx \cdot dy = P[\{x \leq X \leq x + dx, y \leq Y \leq y + dy\}] \quad (3.19)$$

Da relação (3.19), vê-se que o conteúdo de probabilidade de um domínio D qualquer (definido pelos valores x , dx , y e dy) pode ser obtido pela integração de $f_{XY}(x, y) \cdot dx \cdot dy$ no domínio D . Esse conceito é importante na definição do problema fundamental de confiabilidade, onde interessa determinar o conteúdo de probabilidades de um domínio chamado Domínio de Falha.

e) Funções marginais de probabilidades

Como os eventos $\{X \leq \infty\}$ e $\{Y \leq \infty\}$ são eventos certos, têm-se as relações descritas em (3.20) e (3.21).

$$\{X \leq x, Y \leq \infty\} = \{X \leq x\} \quad (3.20)$$

$$\{X \leq \infty, Y \leq y\} = \{Y \leq y\} \quad (3.21)$$

Essas relações permitem a definição das funções marginais de distribuição cumulativa de probabilidades, descritas em (3.22) e (3.23), e as funções marginais de densidade de probabilidades descritas em (3.24) e (3.25).

$$F_X(x) = F_{XY}(x, \infty) = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^x f_{XY}(u, v) \cdot du \cdot dv \quad (3.22)$$

$$F_Y(y) = F_{XY}(\infty, y) = \int_{-\infty}^y \int_{-\infty}^{+\infty} f_{XY}(u, v) \cdot du \cdot dv \quad (3.23)$$

$$f_X(x) = \int_{-\infty}^{+\infty} f_{XY}(x, y) \cdot dy \quad (3.24)$$

$$f_Y(y) = \int_{-\infty}^{+\infty} f_{XY}(x, y) \cdot dx \quad (3.25)$$

f) Funções condicionais de probabilidades

Dada a condição $\{X = x\}$ tal que $f_X(x) \neq 0$, a distribuição condicional de Y é definida pelo limite (3.26).

$$F_Y(y|X = x) = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} F_Y(y|x \leq X \leq x + \Delta x) \quad (3.26)$$

$$F_Y(y|X = x) = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{F_{XY}(x + \Delta x, y) - F_{XY}(x, y)}{F_X(x + \Delta x) - F_X(x)} = \frac{\frac{\delta F_{XY}(x, y)}{\delta x}}{\frac{dF_X(x)}{dx}} \quad (3.27)$$

$$F_Y(y|X = x) = \frac{\int_{-\infty}^y f_{XY}(x, v) \cdot dv}{f_X(x)} = \frac{\int_{-\infty}^y f_{XY}(x, v) \cdot dv}{\int_{-\infty}^{+\infty} f_{XY}(x, y) \cdot dy} \quad (3.28)$$

Derivando-se em relação a Y , obtém-se a função condicional de densidade de probabilidades em (3.29).

$$f_Y(y|X = x) = \frac{f_{XY}(x, y)}{f_X(x)} = \frac{f_{XY}(x, y)}{\int_{-\infty}^{+\infty} f_{XY}(x, y) \cdot dy} \quad (3.29)$$

g) Variáveis aleatórias independentes

É importante, ainda, definir o conceito de variáveis aleatórias independentes. Duas variáveis aleatórias são ditas independentes se os eventos $\{X \leq x\}$ e $\{Y \leq y\}$ são independentes para qualquer (x, y) , conforme (3.30).

$$P[\{X \leq x, Y \leq y\}] = P[\{X \leq x\}] \cdot P[\{Y \leq y\}] \quad (3.30)$$

(3.31) e (3.32) são conseqüências da relação (3.30).

$$F_{XY}(x, y) = F_X(x) \cdot F_Y(y) \quad (3.31)$$

$$f_{XY}(x, y) = f_X(x) \cdot f_Y(y) \quad (3.32)$$

h) Covariância e coeficiente de correlação

A covariância descreve o comportamento conjunto de duas variáveis aleatórias de maneira linear, conforme equação (3.33).

$$Cov[X, Y] = E[(X - \mu_X) \cdot (Y - \mu_Y)] = E[X \cdot Y] - \mu_X \cdot \mu_Y \quad (3.33)$$

O coeficiente de correlação, por sua vez, trata-se de uma medida adimensional da covariância entre duas variáveis aleatórias, sendo descrito por (3.34).

$$\rho_{XY} = \frac{Cov[X, Y]}{\sigma_X \cdot \sigma_Y} \quad (3.34)$$

O valor $\rho_{XY} = 1$ implica em uma correlação positiva perfeita, o valor $\rho_{XY} = -1$, correlação negativa perfeita e $\rho_{XY} = 0$, ausência de correlação linear.

3.2 TEORIA DA CONFIABILIDADE ESTRUTURAL

Conforme mencionado anteriormente, o principal objetivo da teoria de confiabilidade estrutural é quantificar a segurança de um sistema estrutural, considerando as incertezas inerentes às resistências e às solicitações. Isso é alcançado ao se considerarem parâmetros relevantes como variáveis aleatórias, ou seja, considerando não apenas um valor característico, como também sua distribuição de probabilidades e de momentos.

De maneira semelhante ao método de projeto determinístico, a garantia da segurança necessita de uma resistência superior às solicitações. Caso a resistência seja inferior à solicitação, tem-se um ponto (r, s) pertencente ao domínio de falha D_f , ou seja, tem-se a falha do sistema. Beck (2014) avalia essa probabilidade por meio da equação (3.35).

$$P_f = P[\{R \leq S\}] = P[(r, s) \in D_f] = \iint_{D_f} f_{RS}(r, s) \cdot dr \cdot ds \quad (3.35)$$

Na equação (3.35), a função $f_{RS}(r, s)$ é a função conjunta de densidade de probabilidades R (resistência) e S (solicitação). Por definição, o domínio de falha é limitado pela equação $r = s$, portanto, a integral no domínio de falha assume a forma da equação (3.36).

$$P_f = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^s f_{RS}(r, s) \cdot dr \cdot ds \quad (3.36)$$

Se as variáveis R e S forem estatisticamente independentes, tem-se, ainda, a simplificação da equação (3.37).

$$P_f = \int_{-\infty}^{+\infty} f_S(s) \left[\int_{-\infty}^s f_R(r) \cdot dr \right] ds = \int_{-\infty}^{+\infty} f_S(s) \cdot F_R(s) \cdot ds \quad (3.37)$$

$f_S(s)$ = função marginal de densidade de probabilidade da solicitação;

$F_R(s)$ = função marginal de distribuição cumulativa de probabilidades da resistência.

Uma representação gráfica desse problema é dada na Figura 3.1.

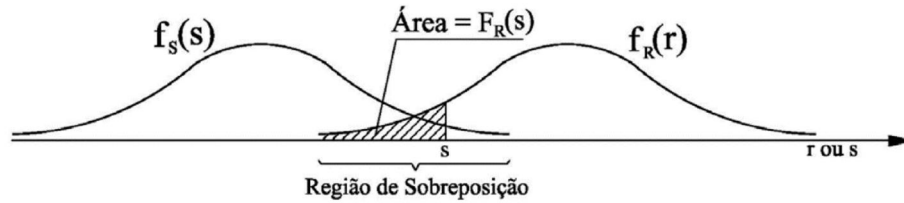


Figura 3.1 – Problema fundamental de confiabilidade (SOUZA JUNIOR, 2008, adaptado: ANG e TANG, 1984)

Da Figura 3.1, depreende-se que a região sobreposta (domínio de falha) tem seu tamanho dependente da posição relativa das curvas, a qual pode ser medida pela razão entre as médias μ_R/μ_S , o chamado coeficiente de segurança central, ou pela diferença $\mu_R - \mu_S$ entre elas, chamada margem de segurança. Adicionalmente, o domínio de falha depende do grau de dispersão das variáveis R e S .

Como na realidade usual de projeto o grau de dispersão não é conhecido, procura-se manter uma distância maior entre as curvas ao se estabelecer valores mínimos para o fator de segurança central. Na atual prática em estruturas, utiliza-se o fator de segurança global, estabelecido entre uma solicitação de projeto majorada por um γ_S e uma resistência de projeto minorada por um γ_R . A esse último método dá-se o nome de método semiprobabilístico. A diferença entre esses métodos é ressaltada na Figura 3.2.

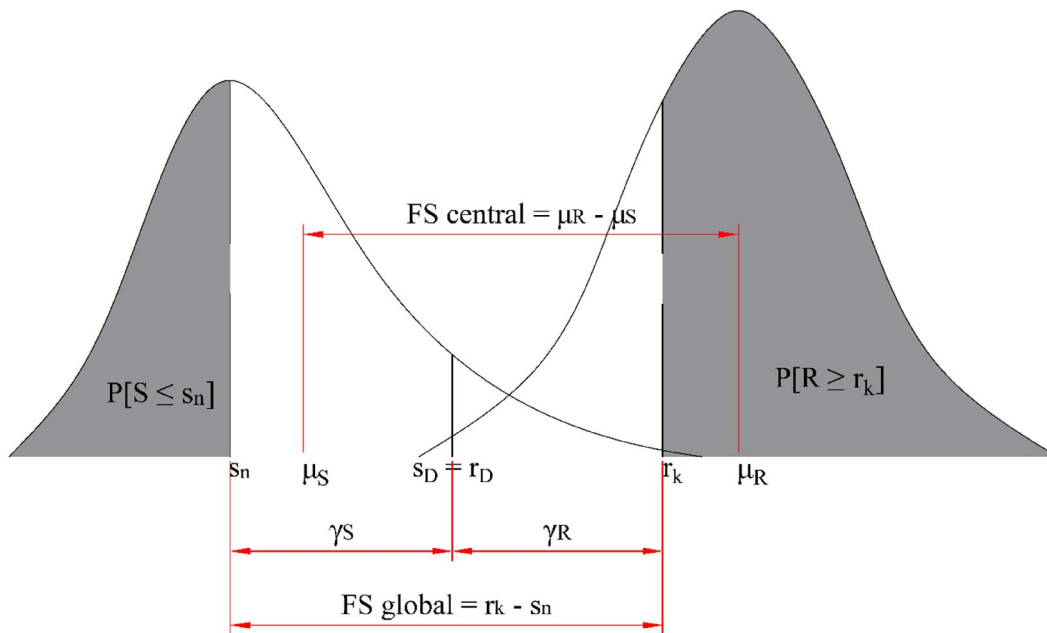


Figura 3.2 – Fator de Segurança (FS) central e global sobre variáveis aleatórias (adaptado: BECK, 2014)

Souza Junior (2008) destaca outra maneira de formular esse problema, em função da margem de segurança, conforme equações (3.38) e (3.39).

$$M = R - S \quad (3.38)$$

$$P_f = P[M < 0] = \int_{-\infty}^0 f_M(m) \cdot dm = F_M(0) \quad (3.39)$$

3.2.1 Método do segundo momento (FOSM)

Conforme visto anteriormente, o cálculo da probabilidade de falha requer o conhecimento das funções de densidade de probabilidade $f_R(r)$ e $f_S(s)$, para variáveis independentes, ou da função conjunta $f_{RS}(r,s)$, no caso geral, mais difícil de se determinar. Na maioria das situações de projeto, têm-se apenas as informações necessárias para se estimar o primeiro momento (média) e o segundo momento (variância) das variáveis aleatórias. Beck (2014) destaca que uma representação de variáveis aleatórias por momentos de até segunda ordem é equivalente a assumi-las com distribuição normal e é chamado FOSM (*First Order Second Moment*) ou método de primeira ordem e segundo momento. O FOSM, embora simples, constitui a base dos demais métodos de transformação para resolução de problemas de confiabilidade.

O FOSM, bem como os outros métodos de transformação, está baseado na transformação de Hasofer e Lind, ou seja, a equação (3.40).

$$Y_i = \frac{X_i - \mu_{X_i}}{\sigma_{X_i}} \quad (3.40)$$

Essa transformação passa um vetor de variáveis gaussianas X para o espaço normal padrão Y com média nula e desvio padrão unitário, o qual possui função de distribuição de probabilidades conhecida na equação (3.41).

$$f_Y(y) = \phi_n(y) = \frac{1}{(2\pi)^{n/2}} \exp\left[-\frac{1}{2}\|y\|^2\right] \quad (3.41)$$

O valor $\|y\| = \sqrt{y^T \cdot y}$ é a norma Euclidiana do vetor Y . Beck (2014) destaca que a distribuição normal padrão tem as importantes propriedades de simetria e decaimento exponencial em relação à origem, exploradas na solução via FOSM e FORM (*First Order Reliability Method*, ou método de primeira ordem).

A obtenção da probabilidade de falha passa pela determinação do índice de confiabilidade β , o qual pode ser interpretado geometricamente pela aplicação da transformação de Hasofer e Lind ao problema de confiabilidade fundamental explicado

anteriormente. Primeiramente, aplica-se a transformação de Hasofer e Lind às variáveis R e S segundo as equações (3.42) e (3.43).

$$y_1 = \frac{r - \mu_R}{\sigma_R} \quad (3.42)$$

$$y_2 = \frac{s - \mu_S}{\sigma_S} \quad (3.43)$$

Isto resulta na expressão (3.44) para a margem de segurança:

$$m(r, s) = r - s = g(y_1, y_2) = y_1 \cdot \sigma_R + \mu_R - y_2 \cdot \sigma_S - \mu_S \quad (3.44)$$

Nota-se que, quando a margem de segurança é igual a zero e, portanto, $g(y_1, y_2) = 0$, tem-se a fronteira entre o domínio de falha e o domínio seguro, chamada equação de estado limite. O ponto mais provável de falha certamente pertence a essa reta e, conforme a interpretação gráfica contida na Figura 3.3, é o ponto de projeto, ou seja, o ponto da reta $g(y_1, y_2) = 0$ mais próximo à origem no espaço normal padrão (o ponto onde as variáveis padronizadas assumem o valor de suas médias).

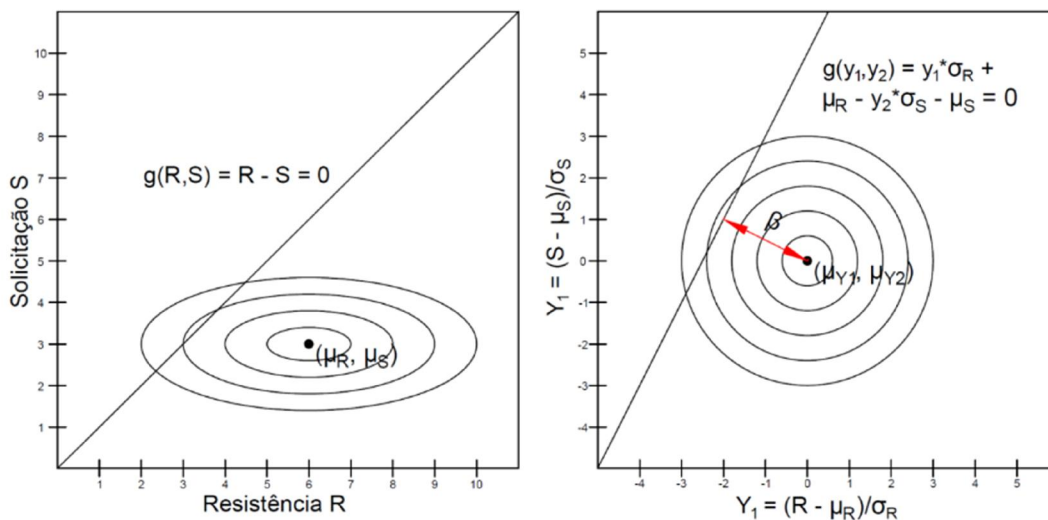


Figura 3.3 – Projeção das curvas de nível – transformação das variáveis R e S e definição de β (adaptado: Beck, 2014)

À menor distância entre o ponto de projeto e a origem da função de distribuição de probabilidades padronizada, dá-se o nome de índice de confiabilidade β . A busca por esse ponto de projeto passa a ser, portanto, o seguinte problema de otimização:

$$\text{Encontrar o ponto de projeto: } (y_1^*, y_2^*) \quad (3.45)$$

$$\text{Que minimiza a distância: } d^2 = y_1^2 + y_2^2 \quad (3.46)$$

$$\text{Sujeito à restrição: } g(y_1, y_2) = 0 \quad (3.47)$$

Derivando-se a equação (3.46) em relação a y_1 e igualando o resultado a zero, tem-se a condição de mínimo expressa pelas equações (3.48) e (3.49).

$$2y_1 + 2y_2 \cdot \frac{\delta y_1}{\delta y_2} = 0 \quad (3.48)$$

$$2y_1 + 2y_2 \cdot \frac{\delta \sigma_R}{\delta \sigma_S} = 0 \quad (3.49)$$

Associada à restrição (3.47), a equação (3.50) fornece a coordenada y_1^* do ponto de projeto.

$$y_1^* = -y_2 \cdot \frac{\sigma_R}{\sigma_S} = -\frac{\sigma_R(\mu_R - \mu_S)}{(\sigma_R^2 + \sigma_S^2)} \quad (3.50)$$

De maneira análoga para y_2 , obtém-se a coordenada y_2^* pela equação (3.51).

$$y_2^* = -y_1 \cdot \frac{\sigma_S}{\sigma_R} = -\frac{\sigma_S(\mu_R - \mu_S)}{(\sigma_R^2 + \sigma_S^2)} \quad (3.51)$$

Substituindo os dois valores em (3.46), tem-se a distância mínima entre $g(y_1, y_2) = 0$ e a origem na equação (3.52).

$$\beta = d_{\min} = \frac{(\mu_R - \mu_S)}{\sqrt{\sigma_R^2 + \sigma_S^2}} \quad (3.52)$$

Define-se, portanto, o índice de confiabilidade β como uma medida geométrica da probabilidade de falha, a qual corresponde à mínima distância entre a equação de estado limite e a origem do espaço normal padrão \mathbb{Y} . Finalmente, a probabilidade de falha é obtida por (3.53).

$$P_f = \Phi(-\beta) \quad (3.53)$$

Convém, então, escrever as coordenadas do ponto de projeto em função do índice de confiabilidade. Para tal, emprega-se o gradiente da equação de estado limite.

$$\begin{aligned} (\alpha_1, \alpha_2) &= \frac{\nabla g(y_1, y_2)}{\|\nabla g(y_1, y_2)\|} = \frac{1}{\|\nabla g(y_1, y_2)\|} \left(\frac{\delta g}{\delta y_1}, \frac{\delta g}{\delta y_2} \right) \\ &= \frac{1}{\sqrt{\sigma_R^2 + \sigma_S^2}} (\sigma_R, -\sigma_S) \end{aligned} \quad (3.54)$$

Em (3.54), α_1 e α_2 são os cossenos diretores. As coordenadas do ponto de projeto em função de β são, portanto, dadas em (3.55).

$$\begin{aligned} (y_1^*, y_2^*) &= -(\sigma_R, -\sigma_S) \frac{(\mu_R - \mu_S)}{(\sigma_R^2 + \sigma_S^2)} \\ &= -\frac{1}{\sqrt{\sigma_R^2 + \sigma_S^2}} (\sigma_R, -\sigma_S) \frac{(\mu_R - \mu_S)}{\sqrt{\sigma_R^2 + \sigma_S^2}} \\ &= -(\alpha_1, \alpha_2) \frac{(\mu_R - \mu_S)}{\sqrt{\sigma_R^2 + \sigma_S^2}} = -(\alpha_1, \alpha_2)\beta \end{aligned} \quad (3.55)$$

a) Generalização do FOSM

Embora o desenvolvimento do método do segundo momento no item anterior tenha sido realizado para um problema bidimensional, a maior parte dos problemas de confiabilidade estrutural envolve um maior número de variáveis aleatórias. Portanto, uma generalização n-dimensional do método FOSM se faz necessária:

$$\text{Encontrar o ponto de projeto: } \mathbf{y}^* \quad (3.56)$$

$$\text{Que minimiza a distância: } d = \|\mathbf{y}\| = \sqrt{\mathbf{y}^T \cdot \mathbf{y}} \quad (3.57)$$

$$\text{Sujeito à restrição: } g(\mathbf{y}) = 0 \quad (3.58)$$

Tem-se, portanto, um típico problema de otimização com restrições. Destaca-se que o índice de confiabilidade é a mínima distância, ou seja:

$$\beta = \|\mathbf{y}^*\| = \sqrt{\mathbf{y}^{*T} \cdot \mathbf{y}^*} \quad (3.59)$$

(3.59) é conhecido como o índice de confiabilidade de Hasofer e Lind.

Para determinar o ponto de projeto, é necessário calcular o vetor gradiente de $g(\mathbf{y})$ pela equação (3.60).

$$\nabla g(\mathbf{y}) = \left\{ \frac{\delta g}{\delta y_1}, \frac{\delta g}{\delta y_2}, \dots, \frac{\delta g}{\delta y_n} \right\}^T \quad (3.60)$$

Os cossenos diretores de um ponto qualquer sobre a equação de estado limite são obtidos pela equação (3.61)

$$\alpha(\mathbf{y}) = \frac{\nabla g(\mathbf{y})}{\|\nabla g(\mathbf{y})\|} \quad (3.61)$$

O ponto de projeto em função de β é, portanto, dado por (3.62).

$$\mathbf{y}^* = -\alpha(\mathbf{y}) \cdot \beta \quad (3.62)$$

b) FOSM para equação de estado limite linear

Quando a equação $g(\mathbf{x})$ é linear, esta assume a forma de um hiperplano no espaço n-dimensional. Neste caso, a transformação de Hasofer e Lind também é linear, mantendo a forma de hiperplano para $g(\mathbf{y})$. Adicionalmente, os cossenos diretores são constantes.

As coordenadas do hiperplano podem ser escritas como indicado segundo a equação (3.63).

$$g(\mathbf{y}) = \beta + \alpha^T \cdot \mathbf{y} = \beta + \sum_{i=1}^n \alpha_i \cdot y_i = 0 \quad (3.63)$$

Revertendo a transformação de Hassofer e Lind, transportam-se as coordenadas y de volta ao espaço de projeto x , obtendo-se a equação (3.64).

$$g(x) = \beta - \sum_{i=1}^n \frac{\alpha_i}{\sigma_{X_i}} \cdot \mu_{X_i} + \sum_{i=1}^n \frac{\alpha_i}{\sigma_{X_i}} \cdot x_i = 0 \quad (3.64)$$

Para evidenciar a linearidade da equação (3.64), realiza-se uma mudança de variáveis conforme equações (3.65), (3.66) e (3.67).

$$b_i = \frac{\alpha_i}{\sigma_{X_i}} \quad (3.65)$$

$$b_o = \beta - \sum_{i=1}^n b_i \cdot \mu_{X_i} \quad (3.66)$$

$$g(x) = b_o + \sum_{i=1}^n b_i \cdot x_i = 0 \quad (3.67)$$

A equação (3.67) também é linear em x . O valor esperado dessa função é dado pela expressão (3.68).

$$E[g(x)] = b_o + \sum_{i=1}^n b_i \cdot \mu_{X_i} = \beta \quad (3.68)$$

O da variância, por sua vez, é dado por (3.69).

$$Var[g(x)] = \sum_{i=1}^n b_i^2 \cdot \sigma_{X_i}^2 = \sum_{i=1}^n \left(\frac{\alpha_i}{\sigma_{X_i}} \right)^2 \cdot \sigma_{X_i}^2 = \sum_{i=1}^n \alpha_i^2 = 1 \quad (3.69)$$

Logo o índice de confiabilidade de Cornell é definido por (3.70).

$$\frac{E[g(x)]}{\sqrt{Var[g(x)]}} = \frac{\beta}{1} = \beta \quad (3.70)$$

c) FOSM para equação de estado limite não linear

O caso mais geral, com equações de estado limite não lineares, tem sua solução dividida em duas partes:

- Solução do problema de otimização, obtendo-se o ponto de projeto e o índice de confiabilidade;
- Aproximação da equação de estado limite por um hiperplano (caso linear) sobre o ponto de projeto.

O problema de otimização é o mesmo expressado no item a), no entanto, será formulado com o auxílio de um multiplicador de Lagrange λ_L . O Lagrangeano deste problema é dado pela equação (3.71).

$$\mathcal{L}(y, \lambda_L) = (y^T \cdot y)^{1/2} + \lambda_L \cdot g(y) \quad (3.71)$$

Deve-se, então, obter um ponto estacionário da equação (3.71), derivando-se em relação a y e λ_L , e, então, igualando-se as derivadas parciais a zero.

$$\frac{\delta \mathcal{L}}{\delta y} = y \cdot d^{-1} + \lambda_L \cdot \nabla g(y) = 0 \quad (3.72)$$

$$\frac{\delta \mathcal{L}}{\delta \lambda_L} = g(y) = 0 \quad (3.73)$$

A equação (3.73) descreve, precisamente, a equação de estado limite. A (3.72), por sua vez, leva às coordenadas do ponto estacionário y^{est} segundo (3.74).

$$y^{est} = -\lambda_L \cdot d \cdot \nabla g(y) \quad (3.74)$$

Para a solução do problema, assume-se que o ponto estacionário seja um ponto de mínimo, ou seja, o ponto de projeto y^* , e a equação $d = \|y\| = \sqrt{y^T \cdot y}$, tem-se a equação (3.75) para o multiplicador de Lagrange.

$$\lambda_L = \pm (\nabla g(y)^T \cdot \nabla g(y))^{-1/2} = \pm \|\nabla g(y)\|^{-1} \quad (3.75)$$

Substituindo-se (3.75) em (3.72) e isolando $d = d_{min}$, tem-se a definição da distância mínima à origem, no espaço normal padrão, expressa na equação (3.76).

$$d_{min} = -\frac{\nabla g(y)}{\|\nabla g(y)\|} \cdot y^* = -\alpha^T \cdot y^* \quad (3.76)$$

O valor α é o cosseno diretor definido no item a). Em seguida, deve-se mostrar que essa distância mínima é o índice de confiabilidade β . Para tal, emprega-se uma linearização da equação de estado limite no ponto de projeto (aproximação por hiperplano).

Para a linearização de $g(y)$, realiza-se uma expansão da função em série de Taylor em torno de um ponto y^p qualquer, truncada na primeira ordem.

$$\tilde{g}(y) = g(y^p) + \sum_{i=1}^n \left. \frac{\delta g(y)}{\delta y_i} \right|_{y=y^p} \cdot (y_i - y_i^p) = g(y^p) + \nabla g(y)^T \cdot (y - y^p) \quad (3.77)$$

$\nabla g(y)$ é o gradiente da equação de estado limite e $\tilde{g}(y)$, uma aproximação linear dessa equação.

Toma-se o valor esperado de (3.77):

$$E[\tilde{g}(y)] = g(y^p) - \sum_{i=1}^n \left. \frac{\delta g(y)}{\delta y_i} \right|_{y=y^p} \cdot y_i^p = g(y^p) - \nabla g(y)^T \cdot y^p \quad (3.78)$$

Se o ponto y^p está localizado sobre a equação de estado limite, $g(y^p) = 0$, logo, é válida a equação (3.79).

$$E[\tilde{g}(y)] = -\nabla g(y)^T \cdot y^p \quad (3.79)$$

Semelhantemente, toma-se a variância de (3.77):

$$Var[\tilde{g}(y)] = \sum_{i=1}^n \left(\frac{\delta g(y)}{\delta y_i} \Big|_{y=y^p} \right)^2 = \nabla g(y)^T \cdot \nabla g(y) \quad (3.80)$$

Por fim, com os valores de (3.79) e (3.80), utiliza-se o índice de confiabilidade de Cornell:

$$\beta = \frac{E[g(x)]}{\sqrt{Var[g(x)]}} = -\frac{\nabla g(y)^T \cdot y^p}{\sqrt{\nabla g(y)^T \cdot \nabla g(y)}} = -\alpha^T \cdot y^p \quad (3.81)$$

Para $y^p = y^*$ tem-se um resultado idêntico ao encontrado no item anterior, portanto, a mínima distância entre o ponto de projeto e a origem é, de fato, o índice de confiabilidade para a equação de estado limite linearizada no ponto de projeto.

O ponto de projeto é o ponto com maior probabilidade de ocorrência no domínio de falha, logo, o maior conteúdo de probabilidade nesse domínio está na vizinhança de y^* , reduzindo o erro cometido ao se utilizar a equação linearizada sobre ele para o cálculo da probabilidade de falha.

$$P_{f_{FOSM}} = \Phi(-\beta) \quad (3.82)$$

Na prática, o problema de otimização é comumente resolvido por métodos numéricos utilizando algoritmos como o de Hassofer, Lind, Rackwitz e Fiessler (HLRF) ou o HLRF melhorado (iHLRF), mas para ilustração da teoria de confiabilidade, a solução analítica é suficiente.

3.2.2 Método de confiabilidade de primeira ordem (FORM)

Conforme mencionado anteriormente, o método do segundo momento (FOSM) se limita aos momentos de primeira e de segunda ordem para representar uma variável aleatória. O método de confiabilidade de primeira ordem (FORM), por sua vez, incorpora as próprias funções de distribuição de probabilidades e a correlação entre as variáveis à resolução do problema.

O método FORM passa pela construção de uma distribuição conjunta de probabilidades $f_X(x)$ e sua transformação para o espaço normal padrão \mathbb{Y} . Tal construção geralmente parte das funções de distribuição marginais e coeficientes de correlação entre pares de variáveis aleatórias.

No procedimento clássico, a transformação para o espaço normal padrão também envolve a eliminação da correlação entre variáveis aleatórias com o cálculo de variáveis normais equivalentes. LOW e TANG (1997), no entanto, fornecem uma

alternativa em que esse passo não é necessário, trabalhando-se com a matriz de correlação em seu estado original. Isso equivale a trabalhar com um hiperelipsóide (para dimensões maiores que 3), o qual é expandido pela multiplicação de seus raios σ_i (desvios padrões) por β , em torno da média (centro do hiperelipsóide), até tangenciar o domínio de falha.

a) Distribuição conjunta de probabilidades

A determinação direta da função de distribuição conjunta de probabilidades passaria pela observação ou registro simultâneo de todas as variáveis aleatórias do problema. Infelizmente, o melhor dos casos em projeto é aquele em que se dispõe das funções de distribuição marginais $f_{X_i}(x_i)$ e coeficientes de correlação entre pares de variáveis aleatórias, formando a matriz de correlação \mathbf{R}_X .

$$\mathbf{R}_X = \begin{bmatrix} 1 & \rho_{X_{12}} & \cdots & \rho_{X_{1n}} \\ \rho_{X_{21}} & 1 & \cdots & \rho_{X_{2n}} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \rho_{X_{n1}} & \rho_{X_{n2}} & \cdots & 1 \end{bmatrix} \quad (3.83)$$

Nessa matriz, n é o número de variáveis aleatórias do problema.

O FORM consiste, então, na construção da função conjunta de distribuição de probabilidades $f_X(x)$ e sua transformação na distribuição gaussiana padrão multivariada $f_Y(y)$. Essa transformação pode ser vista como um mapeamento um-a-um, do espaço original \mathbb{X} para o espaço normal padrão \mathbb{Y} .

Esse mapeamento pode ser feito pela transformação de Rosenblatt, com distribuições de probabilidade condicionais dificilmente conhecidas em projeto. Alternativamente, emprega-se a transformação composta utilizando o modelo de Nataf. Essa última envolve a transformação em variáveis normais equivalentes com eliminação da correlação existente entre elas.

b) Transformação de Rosenblatt

A função distribuição cumulativa gaussiana padrão multivariada $F_Y(y)$ tem a forma da equação (3.84).

$$F_Y(y) = \Phi(y) = \int \cdots \int_{-\infty}^y \frac{1}{(2\pi)^{n/2}} \exp \left[-\frac{1}{2} \|u\|^2 \right] du \quad (3.84)$$

A transformação deve preservar o conteúdo de probabilidade correspondente a um ponto x_0 , quando mapeado em um ponto y_0 no espaço \mathbb{Y} , conforme (3.85).

$$F_X(x_0) = F_Y(y_0) \quad (3.85)$$

A transformação de Rosenblatt é obtida pelo vetor (3.86).

$$\begin{aligned}\Phi(y_1) &= F_1(x_1) \\ \Phi(y_2) &= F_2(x_2|x_1) \\ &\vdots \\ \Phi(y_n) &= F_n(x_n|x_1, x_2, \dots, x_{n-1})\end{aligned}\quad (3.86)$$

$F_2(x_2|x_1)$ é função de probabilidade condicional de x_2 dada a ocorrência de x_1 .

Invertendo a função $\Phi(\cdot)$, obtém-se Y .

$$\begin{aligned}y_1 &= \Phi^{-1}[F_1(x_1)] \\ y_2 &= \Phi^{-1}[F_2(x_2|x_1)] \\ &\vdots \\ y_n &= \Phi^{-1}[F_n(x_n|x_1, x_2, \dots, x_{n-1})]\end{aligned}\quad (3.87)$$

As funções condicionais podem ser determinadas a partir da integração da equação exibida no item 3.1.2 f).

$$f_i(x_i|x_1, x_2, \dots, x_{i-1}) = \frac{f(x_1, x_2, \dots, x_{i-1}, x_i)}{f(x_1, x_2, \dots, x_{i-1})} \quad (3.88)$$

$$F_i(x_i|x_1, x_2, \dots, x_{i-1}) = \frac{\int_{-\infty}^{x_i} f(x_1, x_2, \dots, x_{i-1}, u) \cdot du}{f(x_1, x_2, \dots, x_{i-1})} \quad (3.89)$$

Beck (2014) destaca, no entanto, que a multidimensionalidade do problema torna tal solução proibitiva. Por esta razão, a importância da transformação de Rosenblatt é mais teórica do que prática.

c) Transformação utilizando o modelo de Nataf

A transformação de Nataf é composta pelas seguintes operações:

- Transformação das distribuições marginais originais em distribuições normais equivalentes (conjunto de variáveis Z correlacionadas);
- Determinação de coeficientes de correlação equivalentes para as distribuições marginais normais (modelo de Nataf);
- Eliminação da correlação através de decomposição ortogonal ou da fatoração de Cholesky da matriz de correlação.

Beck (2014) ilustra esses três passos pela Figura 3.4, a qual representa a transformação de um conjunto de variáveis aleatórias lognormais com coeficiente de correlação igual a 0,5.

Deve-se determinar uma distribuição normal equivalente que preserve o conteúdo de probabilidades de $F_{X_i}(x_i^*)$ para o ponto x_i^* . A distribuição normal equivalente está definida no mesmo espaço \mathbb{x} , permitindo a relação (3.91).

$$F_{X_i}^{neq}(x_i^*) = F_{X_i}(x_i^*) \quad (3.90)$$

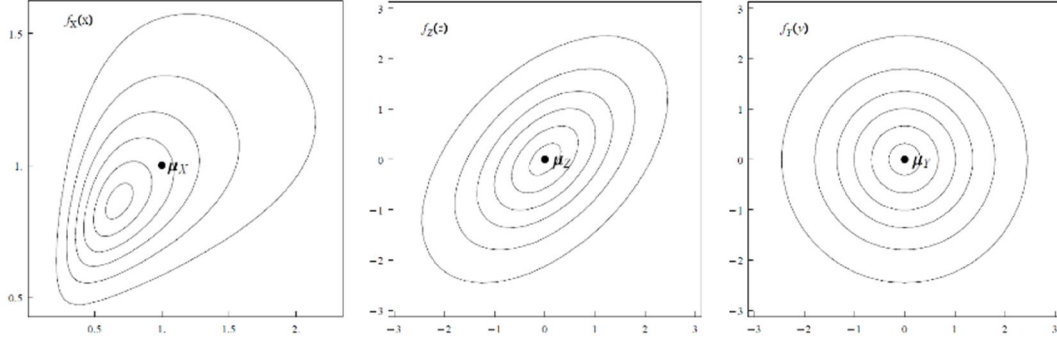


Figura 3.4 – Ilustração da transformação composta $\mathbb{X} \rightarrow \mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{Y}$ (BECK, 2014)

Deve-se determinar uma distribuição normal equivalente que preserve o conteúdo de probabilidades de $F_{X_i}(x_i^*)$ para o ponto x_i^* . A distribuição normal equivalente está definida no mesmo espaço \mathbb{X} , permitindo a relação (3.91).

$$F_{X_i}^{neq}(x_i^*) = F_{X_i}(x_i^*) \quad (3.91)$$

Como a distribuição normal equivalente possui dois parâmetros, a saber, média $\mu_{X_i}^{neq}$ e desvio padrão $\sigma_{X_i}^{neq}$, necessita-se de uma segunda equação. Beck (2014) estabelece (3.92) como condição natural.

$$f_{X_i}^{neq}(x_i^*) = f_{X_i}(x_i^*) \quad (3.92)$$

Recorre-se, então, à transformação de Hassofer e Lind, obtendo-se o conjunto de variáveis $Z = \{Z_1, Z_2, \dots, Z_n\}$ com distribuições normais padrão, mantendo qualquer correlação preexistente em X .

$$z_i^* = \frac{x_i^* - \mu_{X_i}^{neq}}{\sigma_{X_i}^{neq}} \quad (3.93)$$

$$F_{X_i}(x_i^*) = \Phi\left(\frac{x_i^* - \mu_{X_i}^{neq}}{\sigma_{X_i}^{neq}}\right) = \Phi(z_i^*) \quad (3.94)$$

$$f_{X_i}(x_i^*) = \frac{1}{\sigma_{X_i}^{neq} \sqrt{2\pi}} \exp\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{x_i^* - \mu_{X_i}^{neq}}{\sigma_{X_i}^{neq}}\right)^2\right] = \frac{\phi(z_i^*)}{\sigma_{X_i}^{neq}} \quad (3.95)$$

Trabalhando as equações (3.93), (3.94) e (3.95), obtêm-se as variáveis normais padrões e seus momentos:

$$z_i^* = \Phi^{-1}[F_{X_i}(x_i^*)] \quad (3.96)$$

$$\sigma_{X_i}^{neq} = \frac{\Phi(z_i^*)}{f_{X_i}(x_i^*)} \quad (3.97)$$

$$\mu_{X_i}^{neq} = x_i^* - z_i^* \cdot \sigma_{X_i}^{neq} \quad (3.98)$$

Essa transformação é realizada para cada distribuição marginal e deve ser refeita à medida que se procura pelo ponto de projeto x^* .

O princípio da transformação normal exibido anteriormente resultou em um conjunto de variáveis aleatórias Z com distribuição marginal normal padrão. Destaca-se, no entanto, que a correlação original das variáveis (caso exista) ainda está presente em $f_Z(z)$:

$$f_Z(z) = \phi_n(z, R_Z) \quad (3.99)$$

ϕ_n = distribuição normal padrão multivariada;

R_Z = matriz de correlação equivalente a ser determinada.

O modelo de Nataf consiste, então, em construir uma aproximação para a função conjunta de densidade de probabilidades $f_X(x)$ a partir da distribuição normal padrão multivariada ϕ_n com matriz de correlação R_Z :

$$f_X(x) = \phi_n(z, R_Z) \cdot \frac{f_{X_1}(x_1) \cdot f_{X_2}(x_2) \dots f_{X_n}(x_n)}{\phi(z_1) \cdot \phi(z_2) \dots \phi(z_n)} \quad (3.100)$$

Reduzida para duas variáveis, a equação (3.100) assume a forma (3.101).

$$f_{X_i X_j}(x_i, x_j) = \phi_2(z_i, z_j, \rho_{Z_{ij}}) \cdot \frac{f_{X_i}(x_i) \cdot f_{X_j}(x_j)}{\phi(z_i) \cdot \phi(z_j)} \quad (3.101)$$

Logo, cabe a R_Z ($\rho_{Z_{ij}}$, no caso bidimensional) a imposição da correlação através da distribuição normal padrão. Deve-se, portanto, encontrar a matriz (ou coeficiente) de correlação em Z que imponha a mesma tendência que a matriz (ou coeficiente) de correlação original em X . Como o que se conhece geralmente é a covariância entre pares de variáveis aleatórias, trabalha-se com o caso bidimensional.

O coeficiente de correlação $\rho_{X_{ij}}$ é dado por (3.102).

$$\begin{aligned} \rho_{X_{ij}} &= \frac{Cov[X_i, X_j]}{\sigma_{X_i} \cdot \sigma_{X_j}} \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{(x_i - \mu_{X_i})}{\sigma_{X_i}} \cdot \frac{(x_j - \mu_{X_j})}{\sigma_{X_j}} \cdot f_{X_i X_j}(x_i, x_j) \cdot dx_i \cdot dx_j \end{aligned} \quad (3.102)$$

Substituindo o modelo de Nataf em (3.102), tem-se a forma (3.103), simplificada para (3.104).

$$\begin{aligned} \rho_{X_{ij}} &= \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{(x_i - \mu_{X_i})}{\sigma_{X_i}} \cdot \frac{(x_j - \mu_{X_j})}{\sigma_{X_j}} \cdot \phi_2(z_i, z_j, \rho_{Z_{ij}}) \cdot \frac{f_{X_i}(x_i) \cdot f_{X_j}(x_j)}{\phi(z_i) \cdot \phi(z_j)} \\ &\quad \cdot dx_i \cdot dx_j \end{aligned} \quad (3.103)$$

$$\rho_{X_{ij}} = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} z_i \cdot z_j \cdot \phi_2(z_i, z_j, \rho_{Z_{ij}}) \cdot dz_i \cdot dz_j \quad (3.104)$$

Tem-se, portanto, uma relação entre $\rho_{X_{ij}}$ e $\rho_{Z_{ij}}$. Beck (2014) destaca que o modelo de Nataf e a equação (3.104) são válidos quando:

- O mapeamento é unívoco (um-para-um), válido se $F_{X_i}(x_i)$ é contínua e estritamente crescente;
- O valor de $\rho_{Z_{ij}}$ pertencer ao intervalo $[-1; 1]$.

O citado autor destaca, ainda, que casos de forte correlação linear ($\rho_{X_{ij}} \gtrsim 0,9$) podem resultar em instabilidade numérica. Em geral, a avaliação de $\rho_{Z_{ij}}$ é feita de maneira iterativa, escolhendo-se valores para $\rho_{Z_{ij}}$ e avaliando $\rho_{X_{ij}}$ até atingir-se o valor de $\rho_{X_{ij}}$ especificado. Destaca-se, no entanto, que $\rho_{Z_{ij}}$ em geral varia entre $0,9 \cdot \rho_{X_{ij}}$ e $1,1 \cdot \rho_{X_{ij}}$, podendo ser aproximado por $\rho_{X_{ij}}$ em casos nos quais este é determinado de maneira subjetiva.

Na resolução de um problema de confiabilidade, é conveniente que as funções com as quais se trabalha sejam simétricas. No caso da distribuição normal padrão multivariada obtida do modelo de Nataf, deve-se eliminar a correlação entre as variáveis Z para alcançar a simetria.

Define-se, então, uma transformação linear na forma $y = A^T \cdot Z$ em que A é uma matriz a ser determinada e Y , o conjunto de variáveis aleatórias independentes de distribuição normal padrão multivariada. O autor citado destaca, ainda, a matriz de covariância em Y segundo (3.105) e (3.106).

$$C_Y = Cov[Y, Y^T] = Cov[A^T \cdot Z, Z^T \cdot A] = A^T \cdot Cov[Z, Z^T] \cdot A \quad (3.105)$$

$$C_Y = A^T \cdot C_Z \cdot A \quad (3.106)$$

Define-se a matriz \bar{A} , ortogonal, com colunas formadas por autovetores de C_Z .

$$\bar{A}^T \cdot C_Z \cdot \bar{A} = \Lambda \quad (3.107)$$

$$\Lambda = \begin{bmatrix} \lambda_1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \lambda_1 & & 0 \\ \vdots & & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & \lambda_n \end{bmatrix} \quad (3.108)$$

Para que Y tenha covariância unitária (como distribuição normal padrão), deve-se selecionar a matriz A tal que C_Y seja a matriz identidade, o valor de (3.109) por exemplo.

$$A = \bar{A} \cdot \Lambda^{-1/2} \quad (3.109)$$

Logo, tem-se a equação de C_Y em (3.110) e (3.111).

$$C_Y = A^T \cdot C_Z \cdot A = (\bar{A} \cdot \Lambda^{-1/2})^T \cdot C_Z \cdot (\bar{A} \cdot \Lambda^{-1/2}) \quad (3.110)$$

$$C_Y = (\Lambda^{-1/2})^T \cdot (\bar{A}^T \cdot C_Z \cdot \bar{A}) \cdot (\Lambda^{-1/2}) = (\Lambda^{-1/2})^T \cdot \Lambda \cdot (\Lambda^{-1/2}) = I \quad (3.111)$$

E as Jacobianas dessa transformação em (3.112) e (3.113).

$$J_{yz} = A^T = (\bar{A} \cdot \Lambda^{-1/2})^T \quad (3.112)$$

$$J_{zy} = (A^T)^{-1} = (\Lambda^{1/2} \cdot \bar{A})^T \quad (3.113)$$

Ao destacar o considerável custo computacional da decomposição ortogonal, Beck (2014) fornece a decomposição de Cholesky como boa alternativa para matrizes de correlação não cheias (um caso típico em confiabilidade estrutural).

Assim como em (3.105), busca-se uma transformação linear $y = B^T \cdot z$ resultando em variáveis Y independentes com variância unitária.

$$C_Y = B^T \cdot C_Z \cdot B = I \quad (3.114)$$

Trabalhando-se o lado direito da equação (3.114), tem-se (3.115).

$$(B^T)^{-1} \cdot B^T \cdot C_Z \cdot B = (B^T)^{-1} \cdot I \quad (3.115)$$

$$C_Z \cdot B \cdot (B)^{-1} = (B^T)^{-1} \cdot I \cdot (B)^{-1} \quad (3.116)$$

$$C_Z = (B^T)^{-1} \cdot (B)^{-1} \quad (3.117)$$

Convém mudar o formato da equação (3.117). Para tal, utiliza-se (3.118) e define-se o vetor L conforme (3.119) e (3.120).

$$(B^T)^{-1} = (B^{-1})^T \quad (3.118)$$

$$(B^T)^{-1} = L \quad (3.119)$$

$$L^T = B^{-1} \quad (3.120)$$

Substituindo (3.119) e (3.120) na equação (3.117), tem-se a forma da decomposição de Cholesky e as Jacobianas.

$$C_Z = L \cdot L^T \quad (3.121)$$

$$J_{yz} = L^{-1} \quad (3.122)$$

$$J_{zy} = L \quad (3.123)$$

d) Transformação direta reversível

A transformação composta descrita no item anterior tem maior caráter didático, destacando-se seu formato semelhante ao das transformações do FOSM. No entanto, ela é irreversível com variáveis limitadas em \mathbb{X} . Uma transformação direta e reversível pode ser obtida pela igualdade expressa em (3.124).

$$Z(X) = \{\Phi^{-1}(F_{X_i}(x_i))\}_{i=1,\dots,n}^T \quad (3.124)$$

$$X(Z) = \{F_{X_i}^{-1}(\Phi(z_i))\}_{i=1,\dots,n}^T \quad (3.125)$$

Essa transformação pode ser passada para \mathbb{Y} pela decomposição de Cholesky.

$$Y(X) = L^{-1} \cdot \{\Phi^{-1}(F_{X_i}(x_i))\}_{i=1,\dots,n}^T \quad (3.126)$$

$$X(Y) = \{F_{X_i}^{-1}(\Phi([L \cdot Y]_{ii}))\}_{i=1,\dots,n}^T \quad (3.127)$$

3.3 CALIBRAÇÃO DE NORMAS

Neste item serão considerados aspectos relativos a: métodos de dimensionamento, ações relevantes e suas incertezas, resistência, índice de confiabilidade alvo, procedimento de calibração de normas, apresentando-se, também, um exemplo analítico de calibração de norma.

3.3.1 Métodos de dimensionamento

Em códigos normativos, predominam dois formatos de verificação de segurança: tensões admissíveis e estados limites. O primeiro, mais antigo, estabelece uma margem de segurança sobre valores médios; o segundo, mais atual, sobre valores característicos, estando a margem de segurança implícita na multiplicação destes por coeficientes parciais de segurança. A transição para o formato dos estados limites exige a determinação desses coeficientes parciais de segurança, refletindo o nível de segurança da norma anterior.

a) Método das tensões admissíveis

A primeira metodologia de dimensionamento estrutural com base científica, este método ainda é empregado, na realidade brasileira, para obras de geotecnia, tendo caído em desuso na engenharia de estruturas. O método das tensões admissíveis considera os esforços atuando numa estrutura sob comportamento elástico linear.

A margem de segurança é estabelecida na forma de um fator de segurança central, em torno dos valores médios da solicitação e da resistência. Esse fator cresce com a incerteza acerca do projeto, passando por atualizações com a melhora das técnicas de produção de materiais, progressos nas teorias de mecânica estrutural e de modelagem.

O processo se resume, basicamente, a calcular a tensão solicitante σ_s , no regime elástico linear, para a máxima ação esperada. Em seguida, compara-se esse valor à

tensão admissível σ_{adm} , a qual é o valor da tensão limite σ_{lim} relacionada a um modo de falha, reduzida pelo fator de segurança FS , ou seja:

$$\sigma_s \leq \sigma_{adm} = \frac{\sigma_{lim}}{FS} \quad (3.128)$$

b) Método dos estados limites

O estado limite é a fronteira entre o comportamento desejável e o domínio de falha. Matematicamente, pode ser representado pela função de estado limite. As normas da ABNT, especialmente a NBR 8681:2003, fazem distinção entre dois tipos de estado limite:

- Estado Limite Último (ELU): limite após o qual a estrutura perde capacidade portante. Exemplos são a formação de rótula plástica, perda de estabilidade, esmagamento do concreto, escoamento excessivo da armadura e fadiga;
- Estado Limite de Serviço (ELS): limite normatizado relacionado ao conforto dos usuários e à degradação da estrutura. Exemplos são a vibração excessiva, deslocamento excessivo e fissuração excessiva.

O método dos estados limites determina as resistências da estrutura e as ações sobre ela atuantes, conferindo-lhe valores característicos, de forma a minimizar a probabilidade de sua ultrapassagem no sentido desfavorável. Logo, a resistência é minorada para a resistência de cálculo e as solicitações, majoradas para os valores de cálculo. Esses valores são então comparados de modo a se manter uma margem de segurança, a qual é garantida por fatores parciais de segurança. É comum, nas normas brasileiras, que essa margem seja implícita na multiplicação dos valores característicos pelos fatores parciais de segurança, de modo a se obter os valores de projeto.

Como a grande maioria dos estudos de calibração de coeficientes parciais de segurança foi feita para os códigos americanos, convém empregar seu formato, ou seja:

$$\phi_R \cdot R_k \geq \sum_{i=1}^n \gamma_{f_i} \cdot S_{k_i} \quad (3.129)$$

ϕ_R = coeficiente de minoração da resistência;

R_k = valor característico da resistência do elemento;

n = número de ações;

γ_{f_i} = coeficiente de majoração da i -ésima ação;

S_{k_i} = valor característico da i -ésima ação.

Por outro lado, o formato nas normas de projeto brasileiras (especialmente a NBR 8681: 2003) pode ser resumido a (3.130).

$$\frac{R_k}{\gamma_r} = R_d \geq \sum_{i=1}^n S_{d_i} = \sum_{i=1}^n \gamma_{f_i} \cdot S_{k_i} \quad (3.130)$$

R_d = valor de projeto da resistência do elemento;

γ_r = coeficiente de minoração da resistência (γ_s para aço, γ_c para concreto)

S_{d_i} = valor de projeto da i -ésima ação.

O formato americano minora a resistência de cada elemento, o brasileiro, de cada material, sendo, portanto, equivalentes apenas para modelo de resistência linear.

Destaca-se que, para ações variáveis (não permanentes), γ_{f_i} se torna o produto de um γ_f relativo à origem da ação e um φ_i relativo a sua importância frente às outras ações. Este último coeficiente diferencia as ações entre principais e secundárias, considerando simplificada a baixa probabilidade de ocorrência simultânea dos valores máximos de duas ou mais ações.

3.3.2 Ações

Ação é uma influência ou conjunto de influências, atuante sobre a estrutura, capaz de produzir estados de tensão.

a) Ações permanentes

O grupo das ações permanentes abrange aquelas que atuam durante toda a vida útil da estrutura, com valores relativamente constantes. Exemplos clássicos de ações permanentes são os pesos próprios da estrutura e dos materiais de acabamento. Como, na prática, não é possível pesar ou medir cada componente, depende-se dos dados de projeto para determinação das cargas permanentes, constituindo-se, portanto, um certo erro. Souza Junior (2008) destaca, no entanto, que as incertezas em ações permanentes são pequenas em comparação àquelas verificadas em outros tipos de ações.

Aceita-se, geralmente, que o valor médio do peso próprio seja ligeiramente maior que o nominal, ou seja, maior que o valor determinado pelo projetista com base no volume e no peso específico dos materiais. Ellingwood et. al. (1980), pg. 38, destacam os seguintes valores estatísticos para o peso próprio:

- Símbolo: D ;
- Tipo de distribuição: Normal;
- Valor médio: $\mu_D = 1,05 \cdot D_n$ em que D_n é o valor nominal;

- Coeficiente de variação: $V_D = 0,10$.

b) Ações gravitacionais variáveis

Embora existam outros tipos de ações variáveis, neste item destacam-se aquelas que, assim como as cargas permanentes, são de origem gravitacional. Exemplos desse tipo de ação são as cargas de ocupação, o peso do mobiliário, dos equipamentos móveis, etc.

Quando a combinação dessas ações é feita considerando uma ação como principal, tem-se uma distribuição de extremos para a vida útil da estrutura (normalmente 50 anos). As demais ações, ditas secundárias, têm uma distribuição de ponto arbitrário no tempo (A.P.T.), uma vez que não se utiliza seu valor extremo.

Os dados estatísticos para ações variáveis sem redução pela área tributária são apresentados por Ellingwood et al. (1980) para ações principais:

- Símbolo: L_{50} ;
- Tipo de distribuição: Gumbel (Tipo I);
- Valor médio: $\mu_{L_{50}} = 1,0 \cdot L_n$ em que L_n é o valor nominal;
- Coeficiente de variação: $V_{L_{50}} = 0,25$.

Para as ações secundárias, os autores citados destacam:

- Símbolo: L_{APT} ;
- Tipo de distribuição: Gamma;
- Valor médio: $\mu_{L_{APT}} = 0,25 \cdot L_n$ em que L_n é o valor nominal;
- Coeficiente de variação: $V_{L_{APT}} = 0,55$.

c) Ações do vento

O efeito do vento nas estruturas é altamente variável, sendo uma função das velocidades básicas do vento, da geometria da estrutura e da vizinhança. A complexidade desse fenômeno é tal que projetistas, por vezes, precisam recorrer a ensaios em túnel de vento para determinação das ações do vento e do comportamento das estruturas frente a elas. Uma solução mais frequente, no entanto, é a aproximação do efeito por um problema estático utilizando equações de Bernoulli, ou seja, transformar a velocidade do vento em pressão.

Estações meteorológicas em várias regiões do país medem as velocidades máximas instantâneas do vento com certa periodicidade, a partir das quais se calcula o

máximo vento anual. Este, por fim, pode ser expandido para um tempo de retorno compatível com a vida útil da estrutura.

Santos (1989) levantou estatísticas de distribuição de ventos para a região centro-sul do Brasil, construindo também uma série de coeficientes de regressão, úteis para determinar a média e o desvio padrão da velocidade máxima anual do vento na região. Foram usadas 11 estações meteorológicas, que forneceram séries de velocidade compreendendo períodos de 15 a 29 anos.

Utilizando esse modelo, Souza Junior (2008) levantou estatísticas de vento para a realidade brasileira (na região centro-sul). Os parâmetros obtidos por regressão linear múltipla consistem na média e no desvio padrão, ajustados para distribuições de extremo Tipo I (Gumbel). Adicionalmente, Souza (2008) determinou o vento nominal de projeto com período de retorno de 50 anos.

Vento máximo anual na região centro-sul do Brasil:

- Símbolo: V_a ;
- Tipo de distribuição: Gumbel (Tipo I);
- Valor médio: $\mu_{V_a} = 0,57 \cdot V_n$ em que V_n é o valor nominal;
- Coeficiente de variação: $V_{V_a} = 0,21$.

Vento extremo de 50 anos na região centro-sul do Brasil:

- Símbolo: V_{50} ;
- Tipo de distribuição: Gumbel (Tipo I);
- Valor médio: $\mu_{V_{50}} = 0,95 \cdot V_n$ em que V_n é o valor nominal;
- Coeficiente de variação: $V_{V_{50}} = 0,13$.

A equação de Bernoulli para o cálculo da pressão do vento pode ser expressa por (3.131).

$$W = \frac{1}{2} \cdot \rho_{ar} \cdot c_{ar} \cdot V^2 \quad (3.131)$$

W = pressão do vento;

ρ_{ar} = densidade do ar;

c_{ar} = coeficiente aerodinâmico;

V = velocidade do vento.

Souza Junior (2008) nota que a relação quadrática entre velocidade e pressão deve ser aplicada à razão entre média e valor nominal, segundo (3.132).

$$\frac{\mu_W}{W_n} = \left(\frac{\mu_V}{V_n} \right)^2 \quad (3.132)$$

Além disso, o citado autor aproxima a variância da pressão, para um coeficiente aerodinâmico fixo (determinístico):

$$V_W \approx 2 \cdot V_V \quad (3.133)$$

O coeficiente aerodinâmico é o produto de outros três coeficientes: geométrico (c_a); dinâmico (c_g) e de exposição (c_r). Ellingwood et al. (1980) e o JCSS (2001) ajustam a variância da pressão pela equação (3.134).

$$V_W^2 = V_{c_a}^2 + V_{c_g}^2 + V_{c_r}^2 + (2 \cdot V_V)^2 \quad (3.134)$$

Os valores de V_{c_a} , V_{c_g} e V_{c_r} sugeridos estão na Tabela 3.1.

Tabela 3.1 – Variância dos coeficientes de pressão aerodinâmica (SOUZA JUNIOR, 2008)

Variância	Ellingwood et al. (1980)	JCSS (2001)	Valor adotado neste trabalho
V_{c_a}	0,12 – 0,15	0,10 – 0,30	0,12
V_{c_g}	0,11	0,10 – 0,15	0,10
V_{c_r}	0,16	0,10 – 0,20	0,16
$V_{c_a}^2 + V_{c_g}^2 + V_{c_r}^2$	-	-	0,05

Usando esses valores e a equação de Bernoulli, bem como os valores estatísticos expostos no final do item anterior para o vento na região centro-sul do Brasil, chegamos aos valores estatísticos para pressão do vento.

Máximo anual de pressão de vento na região centro-sul do Brasil:

- Símbolo: W_a ;
- Tipo de distribuição: Gumbel (Tipo I);
- Valor médio: $\mu_{W_a} = 0,33 \cdot W_n$ em que W_n é o valor nominal;
- Coeficiente de variação: $V_{W_a} = 0,47$.

Vento extremo de 50 anos na região centro-sul do Brasil:

- Símbolo: W_{50} ;
- Tipo de distribuição: Gumbel (Tipo I);
- Valor médio: $\mu_{W_{50}} = 0,90 \cdot W_n$ em que W_n é o valor nominal;
- Coeficiente de variação: $V_{W_{50}} = 0,34$.

A relação quadrática entre velocidade de vento e pressão torna o ajuste por distribuição de extremos tipo I (Gumbel) formalmente inconsistente. No entanto, Ellingwood et al. (1980) verificam que as amostras de pressão obtidas por simulação se ajustam melhor a essa distribuição.

3.3.3 Grandezas geométricas

Ellingwood et al. (1980), no anexo B, listam grandezas geométricas para diversas estruturas de concreto moldado *in loco*. Neste trabalho, são utilizadas as propriedades relativas a lajes, uma vez que sua geometria e método de moldagem são semelhantes ao de painéis portantes. Destaca-se, no entanto, que os parâmetros relativos a elementos pré-moldados apresentariam menor variabilidade, resultando em maiores índices de confiabilidade, mas não foram encontrados estudos semelhantes para tais elementos. Os valores estão listados na Tabela 3.2, onde X_n é o valor nominal da variável, μ_X é a média e σ_X é o desvio padrão.

Tabela 3.2 – Propriedades das variáveis geométricas (ELLINGWOOD et al., 1980)

Nome	Símbolo	Distribuição	μ_X	σ_X
Altura	H	Normal	$X_n + 0,254 \text{ cm}$	0,381 cm
Comprimento	L	Normal	$X_n + 0,254 \text{ cm}$	0,381 cm
Espessura	T	Normal	$X_n + 0,076 \text{ cm}$	1,194 cm

Ellingwood et al. utilizam o desvio padrão para variáveis geométricas pois estes são relativamente independentes do valor nominal, o que resultaria em coeficiente de variação variando inversamente com os valores nominais.

3.3.4 Massa específica e resistência do concreto

Ainda no anexo B, Ellingwood et al. (1980) utilizam três classes de concreto para a calibração dos códigos americanos. Essas classes correspondem às resistências nominais de compressão de 3000 psi (21 MPa), 4000 psi (28 MPa) e 5000 psi (34 MPa). Devido à falta de estudo semelhante para os concretos brasileiros, serão utilizadas as propriedades listadas pelos autores americanos. Novamente, estruturas pré-fabricadas apresentariam menor variabilidade desses parâmetros, resultando em índices de confiabilidade maiores.

Os valores utilizados por Ellingwood et al. (1980) estão listados na Tabela 3.3, onde V_X é o coeficiente de variação.

Tabela 3.3 – Massa específica e resistência do concreto à compressão e tração (ELLINGWOOD et al., 1980)

Nome		V.A.	Distribuição	μ_X	V_X
Massa específica		P_c	Normal	$2322,9 \text{ kg/m}^3$	0,03
Resistência à compressão	classe 3000 psi	F_c	Normal	$0,920 \cdot F_{c,n}$	0,18
	classe 4000 psi	F_c	Normal	$0,848 \cdot F_{c,n}$	0,18
	classe 5000 psi	F_c	Normal	$0,806 \cdot F_{c,n}$	0,15
Resistência à tração	classe 3000 psi	F_{ct}	Normal	$0,102 \cdot F_{c,n}$	0,18
	classe 4000 psi	F_{ct}	Normal	$0,084 \cdot F_{c,n}$	0,18
	classe 5000 psi	F_{ct}	Normal	$0,073 \cdot F_{c,n}$	0,18

3.3.5 Classes de consequências e índice de confiabilidade alvo (β_T)

O JCSS (2001) fixa as classes de consequências com base em um fator ρ_{custo} , ou seja, a razão entre o custo total (incluindo também custos dos reparos após falha) e os custos de construção. Os valores de ρ_{custo} para cada classe estão listados na Tabela 3.4.

Tabela 3.4 – Classes de consequências e valores de ρ_{custo} (adaptado: JCSS, 2001)

Classe	Limites de ρ	Descrição
Classe 1 – Consequências mínimas	$\rho_{custo} < 2$	Baixo risco de perda de vidas humanas na falha, consequências econômicas também pequenas. Exemplos: estruturas agrícolas, silos, etc.
Classe 2 – Consequências moderadas	$2 < \rho_{custo} < 5$	Moderado risco de perda de vidas humanas na falha, consequências econômicas consideráveis. Exemplos: edifícios comerciais, industriais e residenciais, etc.
Classe 3 – Consequências elevadas	$\rho_{custo} > 5$	Elevado risco de perda de vidas humanas na falha, consequências econômicas severas. Exemplos: hospitais, arranha-céus, teatros, estádios, etc.

A escolha do índice de confiabilidade alvo deve refletir o nível de segurança da norma a ser calibrada. A Tabela 3.5 e a Tabela 3.6, adaptadas do JCSS (2001),

apresentam os índices de confiabilidade alvo e as probabilidades de falha recomendados para estados limites últimos e estados limites de serviço irreversíveis, respectivamente.

Tabela 3.5 – Índice de confiabilidade alvo para estado limite último (adaptado: JCSS, 2001)

Custo da medida de segurança	Severidade das consequências de falha		
	Mínima	Moderada	Alta
Alto	$\beta = 3,1$	$\beta = 3,3$	$\beta = 3,7$
	$(P_f \approx 10^{-3})$	$(P_f \approx 5 \cdot 10^{-4})$	$(P_f \approx 10^{-4})$
Moderado	$\beta = 3,7$	$\beta = 4,2$	$\beta = 4,4$
	$(P_f \approx 10^{-4})$	$(P_f \approx 10^{-5})$	$(P_f \approx 5 \cdot 10^{-6})$
Baixo	$\beta = 4,2$	$\beta = 4,4$	$\beta = 4,7$
	$(P_f \approx 10^{-5})$	$(P_f \approx 5 \cdot 10^{-6})$	$(P_f \approx 10^{-6})$

Tabela 3.6 – Índice de confiabilidade alvo para estado limite de serviço (adaptado: JCSS, 2001)

Custo da medida de segurança	Índice de confiabilidade alvo
	(Probabilidade de falha irreversível)
Alto	$\beta = 1,3$
	$(P_f \approx 10^{-1})$
Moderado	$\beta = 1,7$
	$(P_f \approx 5 \cdot 10^{-2})$
Baixo	$\beta = 2,3$
	$(P_f \approx 10^{-2})$

3.3.6 Procedimento de calibração de norma

Souza Junior (2008) lista os passos para calibração de uma norma:

- a) Definição do escopo: a norma a ser calibrada se limita a um tipo de material ou estrutura, uma vez que a abordagem generalista não seria suficientemente detalhada;
- b) Seleção dos pontos de calibração: as variáveis do espaço de projeto são divididas em conjuntos discretos aproximadamente iguais, resultando em pontos discretos sobre os quais se calculam os valores do índice de confiabilidade da norma, β_c ;

- c) Projeto pela norma existente: segue-se o procedimento da norma existente para projetar o elemento para cada combinação de ponto de calibração dentro de uma zona discreta;
- d) Definição dos estados limites: expressam-se as funções de estados limites em termos das variáveis aleatórias básicas;
- e) Determinação das propriedades estatísticas: são determinadas as propriedades de cada variável aleatória básica, uma vez que são necessárias ao cálculo de β_c ;
- f) Avaliação de β_c pela norma existente: determina-se β_c para cada projeto resultante do passo c, para cada ponto de calibração dentro de cada zona. Em seguida, arranjam-se os resultados para que as ações aplicadas sejam os principais parâmetros;
- g) Seleção do valor de β_T : analisadas as variações de β_c , utiliza-se a média ponderada destes para determinar o índice de confiabilidade alvo β_T ;
- h) Observação de fatores parciais implícitos na norma existente: em alguns casos, é necessário verificar a conversão do formato de fatores de segurança centrais para parciais. Para tal, realiza-se o procedimento inverso ao do passo g, ou seja, calcula-se o valor de β_c para um estado limite sobre um ponto de calibração, usando o formato da norma existente para determinar a resistência. Se $\beta_c < \beta_T$, aumenta-se essa resistência até ser obtida a igualdade;
- i) Seleção dos fatores parciais: os fatores parciais obtidos no passo h não são constantes, o que é inconveniente na realidade de projeto. Logo, agrupam-se os fatores parciais em valores constantes para um grande grupo de situações de projeto. Esse agrupamento envolve consideráveis julgamentos subjetivos.

O fluxograma na Figura 3.5 resume esse procedimento.

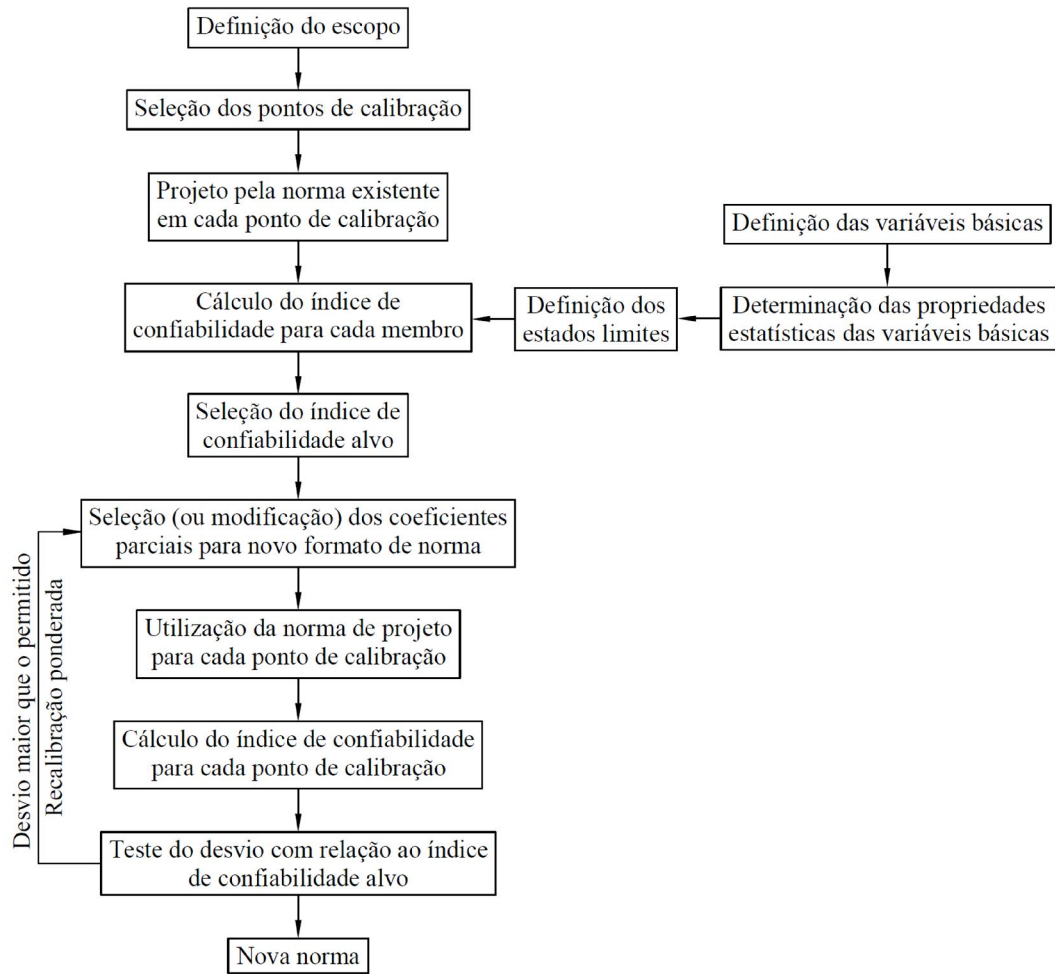


Figura 3.5 – Fluxograma do processo de calibração de norma

4 RESULTADOS

Neste capítulo, são detalhados os problemas resolvidos, bem como os resultados encontrados no dimensionamento e análise de confiabilidade. Para cada problema, é apresentada uma figura esquemática e uma tabela detalhando as variáveis relevantes.

No dimensionamento, são adotados os coeficientes parciais de segurança sugeridos pelas normas brasileiras (NBR 6118: 2014 e NBR 8681: 2003), explicitados à medida em que forem empregados. Na análise de confiabilidade, são consideradas as propriedades estatísticas detalhadas por Ellingwood et al. (1980) para concreto moldado *in loco*.

4.1 PROBLEMA 1: DESFORMA

A primeira fase analisada é a fase transitória da desforma. A configuração de cabos escolhida é a primeira configuração horizontal sugerida pelo PCI (2010), conforme o item 2.2.2. Essa escolha foi feita pelo fato de o painel trabalhar em uma posição diferente daquela da fase de serviço, sendo geralmente o caso mais crítico. A configuração geométrica é detalhada na Figura 4.1.

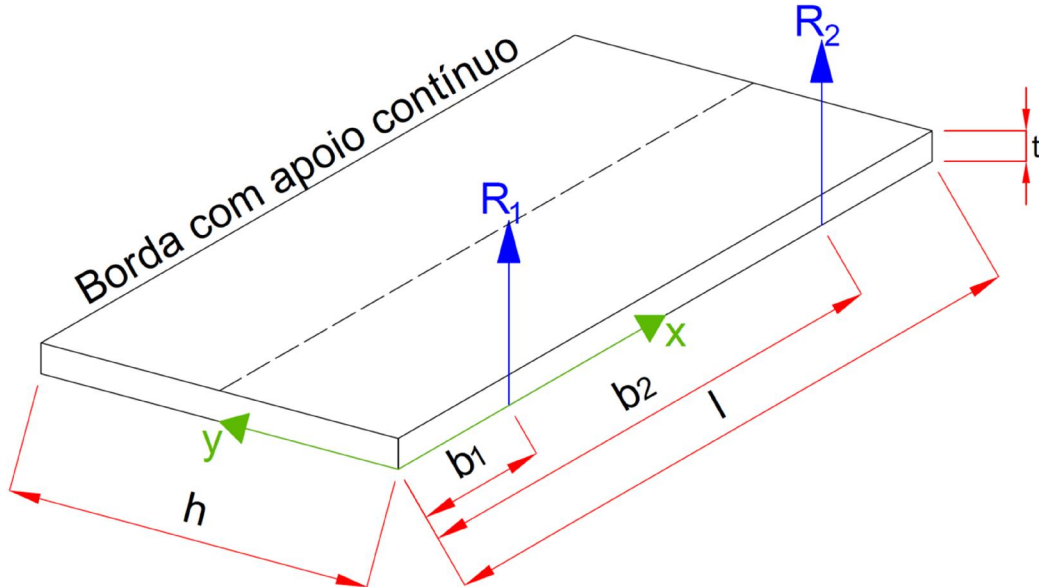


Figura 4.1 – Desforma – Configuração geométrica

4.1.1 Variáveis e equação margem de segurança

As variáveis aleatórias relativas ao problema da desforma são listadas na Tabela 4.1, na qual μ_x é o valor médio e σ_x , o desvio padrão. Esses valores foram sugeridos

por Ellingwood et al. (1980) para lajes moldadas in loco e empregados neste trabalho por falta de estudos semelhantes para painéis portantes de concreto pré-moldado. Destaca-se que esses valores, oriundos de um menor controle de produção, resultarão em valores menores de β .

Tabela 4.1 – Desforma. Variáveis aleatórias

Nome	V.A.	Símbolo Nominal	Distribuição	μ_x	σ_x
Altura do painel	H	h_n	Normal	$h_n + 0,254 \text{ cm}$	$0,381 \text{ cm}$
Comprimento do painel	L	l_n	Normal	$l_n + 0,254 \text{ cm}$	$0,381 \text{ cm}$
Espessura do painel	T	t_n	Normal	$t_n + 0,076 \text{ cm}$	$1,194 \text{ cm}$
Posição do primeiro cabo	B_1	$b_{1,n}$	Normal	$b_{1,n}$	$0,381 \text{ cm}$
Posição do segundo cabo	B_2	$b_{2,n}$	Normal	$b_{2,n}$	$0,381 \text{ cm}$
Massa específica do concreto	ρ_c	$\rho_{c,n}$	Normal	$2322,9 \text{ kg/m}^3$	$7,2 \text{ kg/m}^3$
Resistência do concreto à tração (3000 psi)	F_{ct}	$f_{ct,n}$	Normal	$0,102 \cdot f_{c,n}$	$0,18 \cdot \mu_{f_{ct}}$
Resistência do concreto à tração (4000 psi)	F_{ct}	$f_{ct,n}$	Normal	$0,084 \cdot f_{c,n}$	$0,18 \cdot \mu_{f_{ct}}$
Resistência do concreto à tração (5000 psi)	F_{ct}	$f_{ct,n}$	Normal	$0,073 \cdot f_{c,n}$	$0,18 \cdot \mu_{f_{ct}}$

As classes de resistência (à compressão) em psi (libra por polegada quadrada, aproximadamente $6,9 \cdot 10^{-3} \text{ MPa}$) foram apresentadas por Ellingwood et al. (1980) e utilizadas neste trabalho devido à ausência de estudo específico para concretos brasileiros. O valor médio da resistência à tração do concreto é calculado a partir do valor nominal da resistência à compressão ($f_{c,n}$). Assim como no caso teórico, com ausência de ensaios à tração na NBR 6118: 2014, a resistência à tração é calculada a partir da resistência característica à compressão, a qual é obtida do valor nominal médio pela equação (4.1).

$$f_{ck} = f_{c,n} - 1,65 \cdot sd \quad (4.1)$$

f_{ck} = valor característico da resistência do concreto à compressão;

$f_{c,n}$ = valor nominal da resistência do concreto à compressão;

sd = desvio padrão da resistência de acordo com nível de controle no preparo do concreto, adotado valor 4,0 referente à classe de maior controle da NBR 6118: 2014.

A resistência característica é, então, reduzida para a idade de 1 dia, segundo a sugestão da norma brasileira (ABNT NBR 6118: 2014), na ausência de medição experimental, conforme equações (2.8) e (2.9), considerando-se cimento CPV-ARI.

Para a verificação da abertura de fissuras, a NBR 6118: 2014 recomenda limitar as tensões de tração à resistência do concreto no ensaio à flexão $f_{ct,f}$. Os dados disponibilizados por Ellingwood et al. (1980), no entanto, referem-se à resistência no ensaio de compressão diametral corrigidos para a resistência à tração direta. Assim sendo, procurou-se, no cálculo determinístico, limitar a tensões à resistência média à tração, obtida a partir da resistência característica à compressão segundo (4.2).

$$f_{ct,mj} = 0,3 \cdot f_{ckj[MPa]}^{2/3} \quad (4.2)$$

Os valores nominais $b_{1,n}$ e $b_{2,n}$ são funções do comprimento nominal do painel l_n , conforme as equações (4.3) e (4.4), válidas somente para os valores nominais.

$$b_{1,n} = 0,207 \cdot l_n \quad (4.3)$$

$$b_{2,n} = 0,793 \cdot l_n \quad (4.4)$$

Os momentos de inércia nas duas direções relevantes são determinados pelas equações (4.5) e (4.6).

$$I_x = \frac{l_n \cdot t_n^3}{12} \quad (4.5)$$

$$I_y = \frac{h_n \cdot t_n^3}{24} \quad (4.6)$$

I_y considera seção resistente de largura $h_n/2$, conforme sugestão do PCI (2010).

As reações de apoio são dadas pelas equações (4.7) e (4.8).

$$R_1 = \frac{\rho_{c,n}}{2} \cdot t_n \cdot h_n \cdot l_n \cdot \left[1 - \left(\frac{0,5 \cdot l_n - b_{1,n}}{b_{2,n} - b_{1,n}} \right) \right] \quad (4.7)$$

$$R_2 = \frac{\rho_{c,n}}{2} \cdot t_n \cdot h_n \cdot l_n \cdot \left(\frac{0,5 \cdot l_n - b_{1,n}}{b_{2,n} - b_{1,n}} \right) \quad (4.8)$$

Os momentos máximos são dados pelas equações (4.9), (4.10) e (4.12).

$$M_x = \frac{\rho_{c,n} \cdot t_n \cdot h_n^2}{8} \quad (4.9)$$

$$M_{y,ext} = \frac{\rho_{c,n}}{2} \cdot t_n \cdot h_n \cdot \frac{b_{1,n}^2}{2} \quad (4.10)$$

$$x_{M_{máx}} = \frac{2 \cdot R_1}{\rho_{c,n} \cdot t_n \cdot h_n} \quad (4.11)$$

$$M_{y,int} = R_1 \cdot (b_{1,n} - x_{M_{m\acute{a}x}}) - \frac{\rho_{c,n}}{2} \cdot t_n \cdot h_n \cdot \frac{x_{M_{m\acute{a}x}}^2}{2} \quad (4.12)$$

O momento na direção x é dado por unidade de comprimento.

Logo, as tensões normais críticas são dadas pelas equações (4.13) e (4.14).

$$\sigma_x = \frac{M_x}{I_x} \cdot \frac{t_n}{2} \quad (4.13)$$

$$\sigma_y = \frac{\acute{m}ax(|M_{y,int}|, |M_{y,ext}|)}{I_y} \cdot \frac{t_n}{2} \quad (4.14)$$

Para a fase de desforma, procura-se limitar as tensões atuantes às tensões de fissuração. Portanto, a resistência de interesse é a tensão de tração do concreto, resultando na equação da margem de segurança expressa por (4.15).

$$m = f_{ct,mj} - \gamma_{D,desf} \cdot \acute{m}ax(\sigma_x, \sigma_y) \quad (4.15)$$

O coeficiente parcial na solicitação ($\gamma_{D,desf}$) deve ser maior do que o existente em serviço, incorporando a majoração adicional dos momentos devidos à desforma (Tabela 2.1).

4.1.2 Valores nominais nos pontos de análise

Foram considerados nove pontos de análise, com painéis de espessura igual a 11 cm; 12 cm; 13 cm; 14 cm e 15 cm para cada uma das classes de concreto analisadas por Ellingwood et al. (1980). Os valores nominais nesses pontos estão listados da Tabela 4.2 à Tabela 4.4.

Tabela 4.2 – Desforma. Concreto 3000 psi. Pontos de análise

Var.	$t_n = 11 \text{ cm}$	$t_n = 12 \text{ cm}$	$t_n = 13 \text{ cm}$	$t_n = 14 \text{ cm}$	$t_n = 15 \text{ cm}$
h_n [cm]	280,0	280,0	280,0	280,0	280,0
l_n [cm]	583,3	609,3	634,1	658,1	681,2
t_n [cm]	11,0	12,0	13,0	14,0	15,0
$b_{1,n}$ [cm]	120,7	126,1	131,3	136,2	141,0
$b_{2,n}$ [cm]	462,6	483,1	502,9	521,9	540,2
$\rho_{c,n}$ [kg/m ³]	2400,0	2400,0	2400,0	2400,0	2400,0
$f_{c,n}$ [MPa]	20,7	20,7	20,7	20,7	20,7

Tabela 4.3 – Desforma. Concreto 4000 psi. Pontos de análise

Var.	$t_n = 11 \text{ cm}$	$t_n = 12 \text{ cm}$	$t_n = 13 \text{ cm}$	$t_n = 14 \text{ cm}$	$t_n = 15 \text{ cm}$
h_n [cm]	280,0	280,0	280,0	280,0	280,0
l_n [cm]	666,1	695,8	724,2	751,5	777,9
t_n [cm]	11,0	12,0	13,0	14,0	15,0
$b_{1,n}$ [cm]	137,9	144,0	149,9	155,6	161,0
$b_{2,n}$ [cm]	528,3	551,7	574,3	596,0	616,9
$\rho_{c,n}$ [kg/m ³]	2400,0	2400,0	2400,0	2400,0	2400,0
$f_{c,n}$ [MPa]	27,6	27,6	27,6	27,6	27,6

Tabela 4.4 – Desforma. Concreto 5000 psi. Pontos de análise

Var.	$t_n = 11 \text{ cm}$	$t_n = 12 \text{ cm}$	$t_n = 13 \text{ cm}$	$t_n = 14 \text{ cm}$	$t_n = 15 \text{ cm}$
h_n [cm]	280,0	280,0	280,0	280,0	280,0
l_n [cm]	732,3	764,9	796,1	826,2	855,2
t_n [cm]	11,0	12,0	13,0	14,0	15,0
$b_{1,n}$ [cm]	151,6	158,3	164,8	171,0	177,0
$b_{2,n}$ [cm]	580,7	606,6	631,3	655,2	678,1
$\rho_{c,n}$ [kg/m ³]	2400,0	2400,0	2400,0	2400,0	2400,0
$f_{c,n}$ [MPa]	34,5	34,5	34,5	34,5	34,5

Por ser um estado limite de serviço, o coeficiente de minoração da resistência do concreto é 1,0, segundo sugestão da ABNT NBR 6118:2014. O coeficiente de majoração da solicitação permanente (peso próprio) sugerido pelo PCI (2010), na Tabela 2.1, é 1,4 para elementos com juntas falsas, necessárias para a moldagem de painéis longos como aqueles analisados neste item.

4.1.3 Índice de confiabilidade

O equacionamento do problema para a confiabilidade estrutural é semelhante ao caso determinístico, ressaltando-se:

- Os coeficientes parciais de segurança e de combinação não são empregados, o que equivale a igualá-los à unidade nas equações anteriores;
- Emprega-se o valor da resistência à tração do concreto diretamente por meio da variável aleatória, ignorando-se as equações (4.1) e (4.2).

- A posição dos cabos varia independentemente do comprimento do painel, ignorando-se as equações (4.3) e (4.4).

Para realizar uma análise da segurança deste problema, sob o ponto de vista da confiabilidade, deve-se encontrar o ponto de projeto no domínio de falha $H(x) \leq 0$, segundo a equação (4.16).

$$H(x) = F_{ct} - S(H, L, T, B_1, B_2, P_c) \leq 0 \quad (4.16)$$

S = função solicitação, que descreve a máxima tensão normal $máx(\sigma_x, \sigma_y)$ a partir das variáveis aleatórias do problema.

Esse problema de otimização foi resolvido com o auxílio do *Solver*, uma extensão do programa computacional *Excel*, da *Microsoft*, com o método das diferenças finitas adotando tolerância de 10^{-5} . O índice de confiabilidade encontrado para cada ponto está listado da Tabela 4.5 à Tabela 4.7.

Tabela 4.5 – Desforma. Concreto 3000 psi. Resultados

Var.	$t_n = 11 \text{ cm}$	$t_n = 12 \text{ cm}$	$t_n = 13 \text{ cm}$	$t_n = 14 \text{ cm}$	$t_n = 15 \text{ cm}$
H [cm]	280,254	280,254	280,254	280,254	280,254
L [cm]	583,564	609,502	634,380	658,317	681,415
T [cm]	10,200	11,268	12,328	13,379	14,424
B_1 [cm]	120,729	126,098	131,248	136,204	140,985
B_2 [cm]	462,589	483,157	502,885	521,867	540,183
ρ_c [kg/m ³]	2335,985	2336,177	2336,322	2336,491	2336,608
F_{ct} [MPa]	0,985	0,973	0,963	0,956	0,950
β	1,749	1,772	1,789	1,802	1,813

Tabela 4.6 – Desforma. Concreto 4000 psi. Resultados

Var.	$t_n = 11 \text{ cm}$	$t_n = 12 \text{ cm}$	$t_n = 13 \text{ cm}$	$t_n = 14 \text{ cm}$	$t_n = 15 \text{ cm}$
H [cm]	280,254	280,254	280,254	280,254	280,253
L [cm]	666,399	696,019	724,430	751,767	778,144
T [cm]	10,475	11,514	12,550	13,582	14,610
B_1 [cm]	137,882	144,014	149,895	155,554	161,014
B_2 [cm]	528,267	551,757	574,286	595,964	616,881
ρ_c [kg/m ³]	2332,110	2332,352	2332,568	2332,715	2332,862
F_{ct} [MPa]	1,248	1,239	1,232	1,226	1,221
β	1,093	1,109	1,122	1,132	1,140

Tabela 4.7 – Desforma. Concreto 5000 psi. Resultados

Var.	$t_n = 11 \text{ cm}$	$t_n = 12 \text{ cm}$	$t_n = 13 \text{ cm}$	$t_n = 14 \text{ cm}$	$t_n = 15 \text{ cm}$
H [cm]	280,254	280,254	280,254	280,254	280,254
L [cm]	732,570	765,133	796,365	826,418	855,415
T [cm]	10,704	11,725	12,746	13,764	14,780
B_1 [cm]	151,583	158,324	164,789	171,010	177,013
B_2 [cm]	580,735	606,557	631,325	655,156	678,151
ρ_c [kg/m ³]	2328,733	2328,906	2329,083	2329,183	2329,295
F_{ct} [MPa]	1,474	1,469	1,464	1,460	1,457
β	0,647	0,656	0,664	0,670	0,675

Conforme exibido na Figura 4.2, apenas os resultados referentes ao concreto de resistência nominal 3000 psi estão acima do valor de 1,3 sugerido pelo JCSS (2001) para estado limite de serviço, com alto custo de medida de segurança. Isso se deve à maior relação entre valor médio da resistência à tração em relação ao valor nominal. Como concretos de maiores resistências nominais requerem maior uso de cimento, sendo mais dispendiosos, há uma menor relação entre valor médio e nominal, levando a uma subestimação da resistência à tração pelo cálculo teórico.

Esses resultados, no entanto, não são muito preocupantes, uma vez que o método recomendado pela ABNT NBR 6118: 2014 para a verificação de abertura de fissuras fixa a resistência à tração a partir do ensaio de flexão, sendo mais próximo da realidade do que o método teórico empregado neste item. Destaca-se, no entanto, que não foi feita majoração de esforços para sucção na análise de confiabilidade estrutural, o que viria a diminuir o índice de confiabilidade e, no caso das classes 4000 psi e 5000 psi, levar a origem do espaço normal padrão ao domínio de falha, uma vez que a resistência à tração média é inferior àquela estimada no cálculo teórico.

Dada a sensibilidade do problema às variações da resistência, um método de cálculo mais bem comportado sob a ótica da confiabilidade estrutural seria o uso de coeficiente parcial de segurança na resistência, variando com a classe de concreto. Neste caso, o coeficiente parcial de segurança para majoração da solicitação poderia ser reduzido.

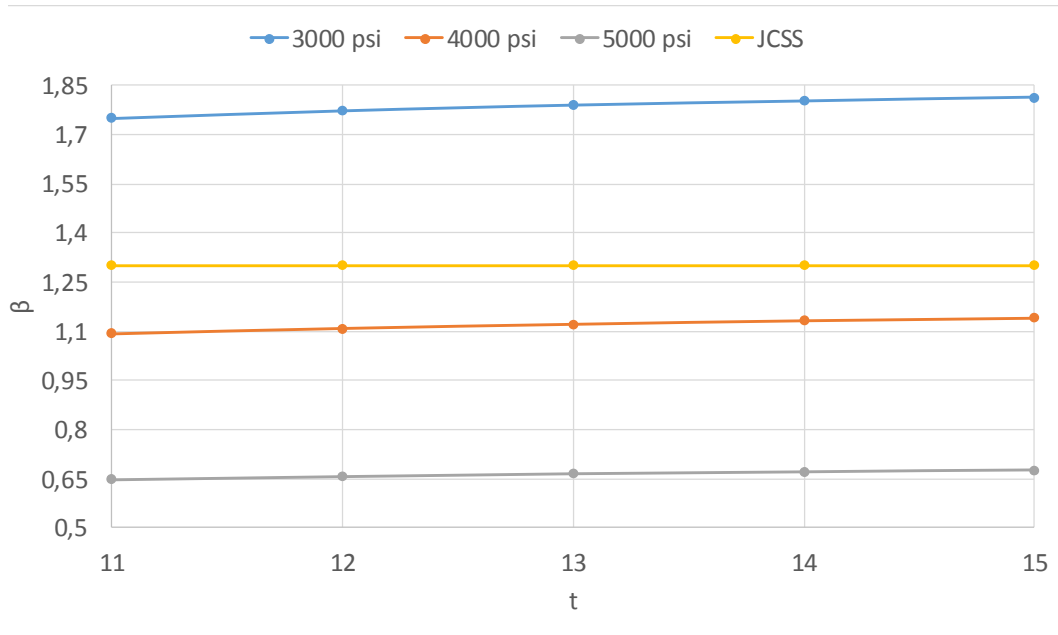


Figura 4.2 – Desforma – Comparação gráfica dos resultados

4.2 PROBLEMA 2: TRANSPORTE

Neste item, é avaliada a fase de transporte, adotando-se uma das configurações sugeridas pelo PCI (2010). Considera-se, também, o peso de quatro painéis posicionados acima do painel analisado. A configuração geométrica desse problema é exibida na Figura 4.3.

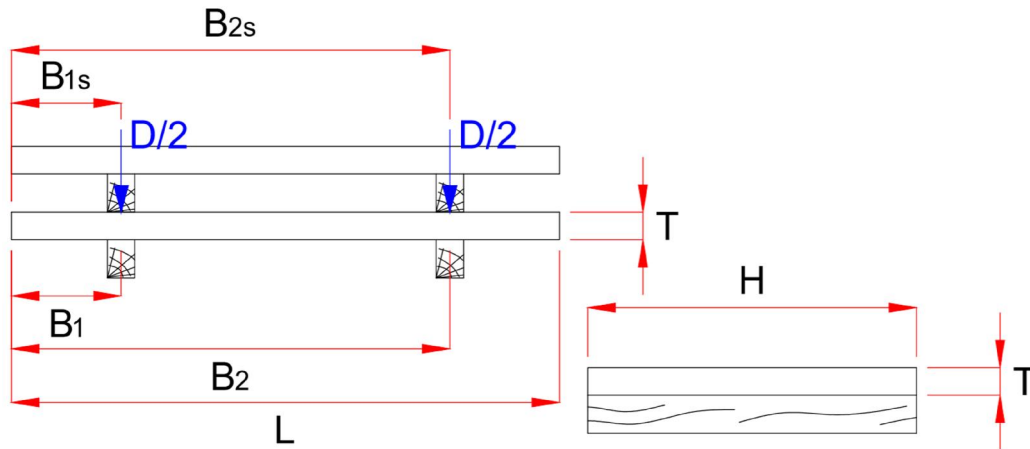


Figura 4.3 – Transporte – Configuração geométrica

4.2.1 Variáveis e equação margem de segurança

De maneira semelhante à do Item 4.1.1, listam-se, na Tabela 4.8, as variáveis relevantes ao problema do transporte, com propriedades estatísticas segundo valores utilizados por Ellingwood et al. (1980) para lajes de concreto moldado *in loco*.

Tabela 4.8 – Transporte. Variáveis aleatórias

Nome	V.A.	Símbolo Nominal	Distribuição	μ_x	σ_x
Altura do painel	H	h_n	Normal	$h_n + 0,254 \text{ cm}$	$0,381 \text{ cm}$
Comprimento do painel	L	l_n	Normal	$l_n + 0,254 \text{ cm}$	$0,381 \text{ cm}$
Espessura do painel	T	t_n	Normal	$t_n + 0,076 \text{ cm}$	$1,194 \text{ cm}$
Posição do primeiro apoio	B_1	$b_{1,n}$	Normal	$b_{1,n}$	$0,381 \text{ cm}$
Posição do segundo apoio	B_2	$b_{2,n}$	Normal	$b_{2,n}$	$0,381 \text{ cm}$
Posição do primeiro apoio superior	B_{1s}	$b_{1s,n}$	Normal	$b_{1s,n}$	$0,381 \text{ cm}$
Posição do segundo apoio superior	B_{2s}	$b_{2s,n}$	Normal	$b_{2s,n}$	$0,381 \text{ cm}$
Massa específica do concreto	P_c	ρ_c	Normal	$2322,9 \text{ kg/m}^3$	$7,2 \text{ kg/m}^3$
Peso dos painéis superiores	D	D_n	Normal	$1,05 \cdot D_n$	$0,1$
Resistência do concreto à tração (3000 psi)	F_{ct}	$f_{ct,n}$	Normal	$0,102 \cdot f_{c,n}$	$0,18 \cdot \mu_{f_{ct}}$
Resistência do concreto à tração (4000 psi)	F_{ct}	$f_{ct,n}$	Normal	$0,084 \cdot f_{c,n}$	$0,18 \cdot \mu_{f_{ct}}$
Resistência do concreto à tração (5000 psi)	F_{ct}	$f_{ct,n}$	Normal	$0,073 \cdot f_{c,n}$	$0,18 \cdot \mu_{f_{ct}}$

O concreto foi considerado com a idade de 28 dias, dispensando, portanto, correção da resistência para a idade do material.

O valor nominal de D é determinado segundo a equação (4.17).

$$D_n = 4 \cdot h_n \cdot l_n \cdot t_n \cdot 9,81 \cdot \rho_{c,n} \quad (4.17)$$

Os valores nominais $b_{1,n}$, $b_{2,n}$, $b_{1s,n}$ e $b_{2s,n}$ são funções do comprimento nominal do painel l_n , conforme equações (4.18) e (4.19), válidas somente para os valores nominais.

$$b_{1,n} = b_{1s,n} = 0,207 \cdot l_n \quad (4.18)$$

$$b_{2,n} = b_{2s,n} = 0,793 \cdot l_n \quad (4.19)$$

O momento de inércia relevante é determinado pela equação (4.20).

$$I_x = \frac{h_n \cdot t_n^3}{12} \quad (4.20)$$

As reações de apoio são dadas pelas equações (4.21) e (4.22).

$$R_1 = \frac{D_n \cdot \left(\frac{b_{1s,n}}{2} + \frac{b_{2s,n}}{2} - b_{2,n} \right) + \rho_{c,n} \cdot t_n \cdot h_n \cdot \left(\frac{l_n^2}{2} - l_n \cdot b_{2,n} \right)}{b_{1,n} - b_{2,n}} \quad (4.21)$$

$$R_2 = \frac{D_n \cdot \left(b_{1,n} - \frac{b_{1s,n}}{2} - \frac{b_{2s,n}}{2} \right) + \rho_{c,n} \cdot t_n \cdot h_n \cdot \left(l_n \cdot b_{1,n} - \frac{l_n^2}{2} \right)}{b_{1,n} - b_{2,n}} \quad (4.22)$$

Sendo x a coordenada ao longo do comprimento do painel, o momento fletor entre os apoios inferiores é dado pela equação (4.23), e a coordenada de momento máximo, pela (4.24).

$$M(x) = R_1 \cdot (x - b_{1,n}) - \frac{D_n}{2} \cdot (x - b_{1s,n}) - \rho_{c,n} \cdot h_n \cdot t_n \cdot \frac{x^2}{2} \quad (4.23)$$

$$x_{m\acute{a}x} = \frac{R_1 - D_n/2}{\rho_{c,n} \cdot h_n \cdot t_n} \quad (4.24)$$

Logo, a tensão normal crítica é dada pela equação (4.25).

$$\sigma_x = \frac{M(x_{m\acute{a}x})}{I_x} \cdot \frac{t_n}{2} \quad (4.25)$$

De maneira semelhante à da desforma, procura-se limitar os momentos atuantes ao valor do momento de fissuração do concreto. Portanto, a equação da margem de segurança para controle da fissuração é expressa por (4.26).

$$m = f_{ct,m} - \gamma_{D,trans} \cdot \sigma_x \quad (4.26)$$

O coeficiente parcial na sollicitação ($\gamma_{D,trans}$) deve ser maior do que o existente em serviço, incorporando a majoração adicional dos momentos devidos à ação dinâmica (Tabela 2.4).

4.2.2 Valores nominais nos pontos de análise

Foram considerados nove pontos de análise, com painéis de espessura igual a 11 cm; 12 cm; 13 cm; 14 cm e 15 cm para cada uma das classes de concreto analisadas por Ellingwood et al. (1980). Os valores nominais nesses pontos estão listados da Tabela 4.9 à Tabela 4.11.

Por ser um estado limite de serviço, o coeficiente de minoração da resistência do concreto é 1,0, segundo sugestão da ABNT NBR 6118:2014. O coeficiente de majoração da sollicitação permanente (peso próprio) sugerido pelo PCI (2010), na Tabela 2.4, é 1,5 para transporte.

Tabela 4.9 – Transporte. Concreto 3000 psi. Pontos de análise

Var.	$t_n = 11 \text{ cm}$	$t_n = 12 \text{ cm}$	$t_n = 13 \text{ cm}$	$t_n = 14 \text{ cm}$	$t_n = 15 \text{ cm}$
h_n [cm]	280,0	280,0	280,0	280,0	280,0
l_n [cm]	650,2	679,1	706,8	733,5	759,3
t_n [cm]	11,0	12,0	13,0	14,0	15,0
$b_{1,n}$ [cm]	134,6	140,6	146,3	151,8	157,2
$b_{2,n}$ [cm]	515,6	538,5	560,5	581,7	602,1
$b_{1s,n}$ [cm]	134,6	140,6	146,3	151,8	157,2
$b_{2s,n}$ [cm]	515,6	538,5	560,5	581,7	602,1
$\rho_{c,n}$ [kg/m ³]	2400,0	2400,0	2400,0	2400,0	2400,0
$f_{c,n}$ [MPa]	20,7	20,7	20,7	20,7	20,7
D_n [kN]	188,6	214,9	242,3	270,8	300,3

Tabela 4.10 – Transporte. Concreto 4000 psi. Pontos de análise

Var.	$t_n = 11 \text{ cm}$	$t_n = 12 \text{ cm}$	$t_n = 13 \text{ cm}$	$t_n = 14 \text{ cm}$	$t_n = 15 \text{ cm}$
h_n [cm]	280,0	280,0	280,0	280,0	280,0
l_n [cm]	742,5	775,6	807,2	837,7	867,1
t_n [cm]	11,0	12,0	13,0	14,0	15,0
$b_{1,n}$ [cm]	153,7	160,5	167,1	173,4	179,5
$b_{2,n}$ [cm]	588,8	615,0	640,1	664,3	687,6
$b_{1s,n}$ [cm]	153,7	160,5	167,1	173,4	179,5
$b_{2s,n}$ [cm]	588,8	615,0	640,1	664,3	687,6
$\rho_{c,n}$ [kg/m ³]	2400,0	2400,0	2400,0	2400,0	2400,0
$f_{c,n}$ [MPa]	27,6	27,6	27,6	27,6	27,6
D_n [kN]	215,4	245,4	276,7	309,3	343,0

Tabela 4.11 – Transporte. Concreto 5000 psi. Pontos de análise

Var.	$t_n = 11 \text{ cm}$	$t_n = 12 \text{ cm}$	$t_n = 13 \text{ cm}$	$t_n = 14 \text{ cm}$	$t_n = 15 \text{ cm}$
h_n [cm]	280,0	280,0	280,0	280,0	280,0
l_n [cm]	816,3	852,6	887,4	920,9	953,2
t_n [cm]	11,0	12,0	13,0	14,0	15,0
$b_{1,n}$ [cm]	169,0	176,5	183,7	190,6	197,3
$b_{2,n}$ [cm]	647,3	676,1	703,7	730,3	755,9
$b_{1s,n}$ [cm]	169,0	176,5	183,7	190,6	197,3
$b_{2s,n}$ [cm]	647,3	676,1	703,7	730,3	755,9
$\rho_{c,n}$ [kg/m ³]	2400,0	2400,0	2400,0	2400,0	2400,0
$f_{c,n}$ [MPa]	34,5	34,5	34,5	34,5	34,5
D_n [kN]	236,8	269,8	304,2	340,0	377,0

4.2.3 Índice de confiabilidade

O equacionamento do problema para a confiabilidade estrutural é semelhante ao caso determinístico, ressaltando-se:

- Os coeficientes parciais de segurança e de combinação não são empregados, o que equivale a igualá-los à unidade nas equações anteriores;
- Emprega-se o valor da resistência à tração do concreto diretamente por meio da variável aleatória.
- A posição dos cabos varia independentemente do comprimento do painel, ignorando-se as equações (4.18) e (4.19).

Para realizar uma análise da segurança deste problema, sob o ponto de vista da confiabilidade, deve-se encontrar o ponto de projeto no domínio de falha $H(x) \leq 0$, segundo a equação (4.27).

$$H(x) = F_{ct} - 1,5 \cdot S(H, L, T, B_1, B_2, B_{1s}, B_{2s}, P_c, D) = 0 \quad (4.27)$$

O índice de confiabilidade para cada ponto está listado, juntamente com valores no ponto de projeto, da Tabela 4.12 à Tabela 4.14.

Tabela 4.12 – Transporte. Concreto 3000 psi. Resultados

Var.	$t_n = 11 \text{ cm}$	$t_n = 12 \text{ cm}$	$t_n = 13 \text{ cm}$	$t_n = 14 \text{ cm}$	$t_n = 15 \text{ cm}$
H [cm]	280,254	280,254	280,254	280,254	280,254
L [cm]	650,271	679,183	706,914	733,597	759,343
T [cm]	10,187	11,285	12,367	13,435	14,494
B_1 [cm]	134,487	140,476	146,220	151,747	157,080
B_2 [cm]	515,716	538,639	560,626	581,780	602,194
B_{1s} [cm]	134,678	140,659	146,397	151,916	157,243
B_{2s} [cm]	515,525	538,456	560,449	581,612	602,031
ρ_c [kg/m ³]	2337,814	2337,961	2338,104	2338,179	2338,246
F_{ct} [MPa]	1,271	1,247	1,230	1,217	1,206
D [kN]	198,486	226,106	254,852	284,835	315,856
β	2,448	2,471	2,489	2,502	2,513

Tabela 4.13 – Transporte. Concreto 4000 psi. Resultados

Var.	$t_n = 11 \text{ cm}$	$t_n = 12 \text{ cm}$	$t_n = 13 \text{ cm}$	$t_n = 14 \text{ cm}$	$t_n = 15 \text{ cm}$
H [cm]	280,254	280,254	280,254	280,254	280,254
L [cm]	742,603	775,621	807,289	837,761	867,162
T [cm]	10,333	11,408	12,471	13,527	14,575
B_1 [cm]	153,623	160,461	167,018	173,328	179,417
B_2 [cm]	588,910	615,090	640,200	664,362	687,675
B_{1s} [cm]	153,771	160,603	167,156	173,462	179,546
B_{2s} [cm]	588,762	614,947	640,063	664,228	687,546
ρ_c [kg/m ³]	2336,212	2336,441	2336,658	2336,790	2336,920
F_{ct} [MPa]	1,614	1,592	1,575	1,562	1,551
D [kN]	226,454	258,006	290,882	325,069	360,489
β	1,905	1,926	1,942	1,955	1,964

Tabela 4.14 – Transporte. Concreto 5000 psi. Resultados

Var.	$t_n = 11 \text{ cm}$	$t_n = 12 \text{ cm}$	$t_n = 13 \text{ cm}$	$t_n = 14 \text{ cm}$	$t_n = 15 \text{ cm}$
H [cm]	280,254	280,254	280,254	280,254	280,254
L [cm]	816,360	852,658	887,471	920,970	953,292
T [cm]	10,473	11,530	12,580	13,625	14,665
B_1 [cm]	168,908	176,424	183,632	190,568	197,260
B_2 [cm]	647,381	676,163	703,768	730,331	755,961
B_{1s} [cm]	169,024	176,536	183,741	190,674	197,363
B_{2s} [cm]	647,265	676,051	703,659	730,225	755,858
ρ_c [kg/m ³]	2334,525	2334,791	2334,964	2335,140	2335,262
F_{ct} [MPa]	1,910	1,891	1,875	1,863	1,853
D [kN]	248,839	283,524	319,646	357,237	396,192
β	1,533	1,550	1,563	1,574	1,582

Conforme exibido na Figura 4.4, todos os pontos estão acima do valor de 1,3 sugerido pelo JCSS (2001) para estado limite de serviço, com alto custo de medida de segurança. Embora o comportamento do problema seja semelhante ao do caso da desforma, com um coeficiente parcial de segurança apenas um pouco maior (1,5 para o transporte, 1,4 para a desforma), tem-se um nível de segurança consideravelmente maior sob o ponto de vista da confiabilidade. Isso se deve à redução da resistência para a idade do concreto feita apenas na desforma, o que vem a diminuir a diferença entre o valor médio utilizado na distribuição estatística da resistência à tração e seu valor teórico obtido a partir da resistência característica à compressão. Isso leva a uma maior proximidade da origem do espaço normal padrão ao domínio de falha no caso da desforma.

Destaca-se, no entanto, que não foi feita majoração de esforços para ação dinâmica na análise de confiabilidade estrutural, o que viria a diminuir o índice de confiabilidade e, no caso das classes 4000 psi e 5000 psi, levar a origem do espaço normal padrão ao domínio de falha, uma vez que a resistência à tração média é inferior àquela estimada no cálculo teórico.

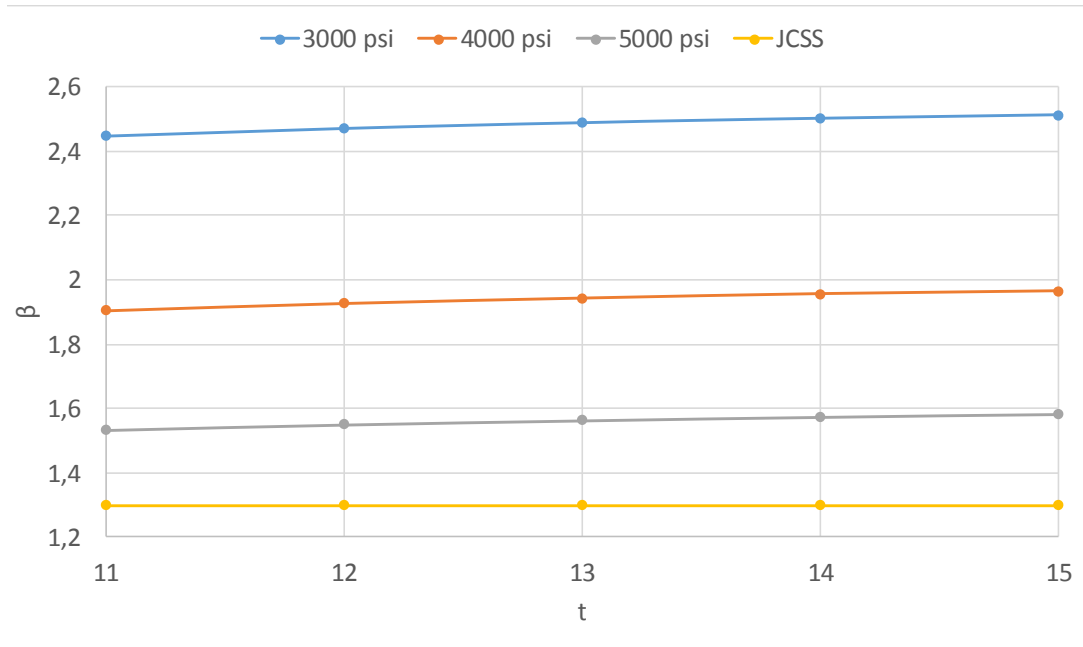


Figura 4.4 – Transporte – Comparação gráfica dos resultados

Dada a sensibilidade do problema às variações da resistência, um método de cálculo mais bem comportado sob a ótica da confiabilidade estrutural seria o uso de coeficiente parcial de segurança na resistência, impondo menores resistências relativas de cálculo para maiores resistências nominais. Neste caso, o coeficiente parcial de segurança para majoração da solicitação poderia ser reduzido.

4.3 PROBLEMA 3: IÇAMENTO COM ROTAÇÃO

Avalia-se, em seguida, a fase transitória de içamento. A técnica escolhida é conhecida como *tilt-up* ou içamento com rotação, sendo uma transição do elemento da posição horizontal para a vertical. A Figura 4.5 mostra o esquema geométrico desse problema.

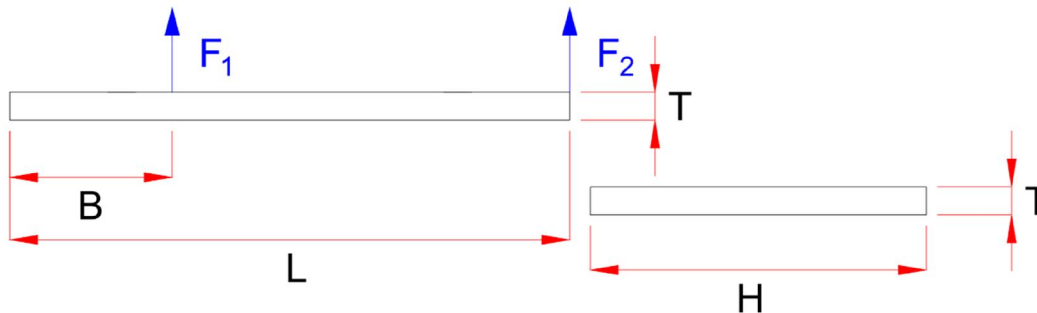


Figura 4.5 – Içamento – Configuração geométrica

4.3.1 Variáveis e equação margem de segurança

De maneira semelhante à do Item 4.1.1 , listam-se, na Tabela 4.15, as variáveis relevantes ao problema do içamento, com propriedades estatísticas segundo valores utilizados por Ellingwood et al. (1980) para lajes de concreto moldado *in loco*.

Tabela 4.15 – Içamento. Variáveis aleatórias

Nome	V.A.	Símbolo Nominal	Distribuição	μ_x	σ_x
Altura do painel	H	h_n	Normal	$h_n + 0,254 \text{ cm}$	$0,381 \text{ cm}$
Comprimento do painel	L	l_n	Normal	$l_n + 0,254 \text{ cm}$	$0,381 \text{ cm}$
Espessura do painel	T	t_n	Normal	$t_n + 0,076 \text{ cm}$	$1,194 \text{ cm}$
Posição do primeiro cabo	B	b_n	Normal	b_n	$0,381 \text{ cm}$
Massa específica do concreto	ρ_c	$\rho_{c,n}$	Normal	$2322,9 \text{ kg/m}^3$	$7,2 \text{ kg/m}^3$
Resistência do concreto à tração (3000 psi)	F_{ct}	$f_{ct,n}$	Normal	$0,102 \cdot f_{c,n}$	$0,18 \cdot \mu_{f_{ct}}$
Resistência do concreto à tração (4000 psi)	F_{ct}	$f_{ct,n}$	Normal	$0,084 \cdot f_{c,n}$	$0,18 \cdot \mu_{f_{ct}}$
Resistência do concreto à tração (5000 psi)	F_{ct}	$f_{ct,n}$	Normal	$0,073 \cdot f_{c,n}$	$0,18 \cdot \mu_{f_{ct}}$

O concreto foi considerado com a idade de 28 dias, dispensando, portanto, correção da resistência para a idade do material.

O valor nominal b_n é função do comprimento nominal do painel l_n , conforme equação (4.28), válida somente para os valores nominais.

$$b_n = 0,29 \cdot l_n \quad (4.28)$$

O momento de inércia relevante é determinado pela equação (4.29).

$$I_x = \frac{h_n \cdot t_n^3}{12} \quad (4.29)$$

As reações de apoio são dadas pelas equações (4.30) e (4.31).

$$R_1 = \rho_{c,n} \cdot t_n \cdot h_n \cdot l_n \cdot \left(\frac{l_n}{2 \cdot (l_n - b_n)} \right) \quad (4.30)$$

$$R_2 = \rho_{c,n} \cdot t_n \cdot h_n \cdot l_n \cdot \left(1 - \frac{l_n}{2 \cdot (l_n - b_n)} \right) \quad (4.31)$$

Os máximos momentos na face inferior e superior são, respectivamente, dados pelas equações (4.32) e (4.33).

$$M_1 = R_2 \cdot \frac{(l_n - b_n)}{2} - \rho_{c,n} \cdot t_n \cdot h_n \cdot \frac{(l_n - b_n)^2}{8} \quad (4.32)$$

$$M_2 = \rho_{c,n} \cdot t_n \cdot h_n \cdot \frac{b_n^2}{2} \quad (4.33)$$

Logo, a tensão normal crítica é dada pela equação (4.34).

$$\sigma_x = \frac{\text{máx}(M_1, M_2)}{I_x} \cdot \frac{t_n}{2} \quad (4.34)$$

De maneira semelhante à da desforma, procura-se limitar os momentos atuantes ao valor do momento de fissuração do concreto. Portanto, a equação da margem de segurança para controle da fissuração é expressa por (4.35).

$$m = f_{ct,m} - \gamma_{D,içam} \cdot \sigma_x \quad (4.35)$$

4.3.2 Valores nominais nos pontos de análise

Foram considerados nove pontos de análise, com painéis de espessura igual a 11 cm; 12 cm; 13 cm; 14 cm e 15 cm para cada uma das classes de concreto analisadas por Ellingwood et al. (1980). Os valores nominais nesses pontos estão listados da Tabela 4.16.

Tabela 4.16 – Içamento. Concreto 3000 psi. Pontos de análise

Var.	$t_n = 11 \text{ cm}$	$t_n = 12 \text{ cm}$	$t_n = 13 \text{ cm}$	$t_n = 14 \text{ cm}$	$t_n = 15 \text{ cm}$
h_n [cm]	280,0	280,0	280,0	280,0	280,0
l_n [cm]	509,7	532,3	554,1	575,0	595,2
t_n [cm]	11,0	12,0	13,0	14,0	15,0
b_n [cm]	147,8	154,4	160,7	166,7	172,6
$\rho_{c,n}$ [kg/m ³]	2400,0	2400,0	2400,0	2400,0	2400,0
$f_{c,n}$ [MPa]	20,7	20,7	20,7	20,7	20,7

Tabela 4.17 – Içamento. Concreto 4000 psi. Pontos de análise

Var.	$t_n = 11 \text{ cm}$	$t_n = 12 \text{ cm}$	$t_n = 13 \text{ cm}$	$t_n = 14 \text{ cm}$	$t_n = 15 \text{ cm}$
h_n [cm]	280,0	280,0	280,0	280,0	280,0
l_n [cm]	582,0	607,9	632,7	656,6	679,7
t_n [cm]	11,0	12,0	13,0	14,0	15,0
b_n [cm]	168,8	176,3	183,5	190,4	197,1
$\rho_{c,n}$ [kg/m ³]	2400,0	2400,0	2400,0	2400,0	2400,0
$f_{c,n}$ [MPa]	27,6	27,6	27,6	27,6	27,6

Tabela 4.18 – Içamento. Concreto 5000 psi. Pontos de análise

Var.	$t_n = 11 \text{ cm}$	$t_n = 12 \text{ cm}$	$t_n = 13 \text{ cm}$	$t_n = 14 \text{ cm}$	$t_n = 15 \text{ cm}$
h_n [cm]	280,0	280,0	280,0	280,0	280,0
l_n [cm]	639,8	668,3	695,6	721,8	747,2
t_n [cm]	11,0	12,0	13,0	14,0	15,0
b_n [cm]	185,6	193,8	201,7	209,3	216,7
$\rho_{c,n}$ [kg/m ³]	2400,0	2400,0	2400,0	2400,0	2400,0
$f_{c,n}$ [MPa]	34,5	34,5	34,5	34,5	34,5

Por ser um estado limite de serviço, o coeficiente de minoração da resistência do concreto é 1,0, segundo sugestão da ABNT NBR 6118:2014. O coeficiente de majoração da solicitação permanente (peso próprio) sugerido pelo PCI (2010), na Tabela 2.4, é 1,2 para manuseio e montagem.

4.3.3 Índice de confiabilidade

O equacionamento do problema para a confiabilidade estrutural é semelhante ao caso determinístico, ressaltando-se:

- Os coeficientes parciais de segurança e de combinação não são empregados, o que equivale a igualá-los à unidade nas equações anteriores;
- Emprega-se o valor da resistência à tração do concreto diretamente por meio da variável aleatória.
- A posição dos cabos varia independentemente do comprimento do painel, ignorando-se a equação (4.28).

Para realizar uma análise da segurança deste problema, sob o ponto de vista da confiabilidade, deve-se encontrar o ponto de projeto no domínio de falha $H(x) \leq 0$, segundo a equação (4.36).

$$H(x) = F_{ct} - S(H, L, T, B, P_c) = 0 \quad (4.36)$$

O índice de confiabilidade para cada ponto está listado da Tabela 4.19 à Tabela 4.21.

Tabela 4.19 – Içamento. Concreto 3000 psi. Resultados

Var.	$t_n = 11 \text{ cm}$	$t_n = 12 \text{ cm}$	$t_n = 13 \text{ cm}$	$t_n = 14 \text{ cm}$	$t_n = 15 \text{ cm}$
H [cm]	280,254	280,254	280,254	280,254	280,254
L [cm]	509,917	532,579	554,316	575,230	595,411
T [cm]	10,218	11,284	12,342	13,391	14,436
B [cm]	147,789	154,361	160,665	166,731	172,583
ρ_c [kg/m ³]	2335,672	2335,920	2336,141	2336,279	2336,396
F_{ct} [MPa]	1,532	1,513	1,499	1,488	1,479
β	1,696	1,718	1,735	1,749	1,760

Tabela 4.20 – Içamento. Concreto 4000 psi. Resultados

Var.	$t_n = 11 \text{ cm}$	$t_n = 12 \text{ cm}$	$t_n = 13 \text{ cm}$	$t_n = 14 \text{ cm}$	$t_n = 15 \text{ cm}$
H [cm]	280,254	280,254	280,254	280,254	280,254
L [cm]	582,286	608,167	632,989	656,874	679,921
T [cm]	10,503	11,540	12,573	13,603	14,630
B [cm]	168,781	176,286	183,485	190,412	197,096
ρ_c [kg/m ³]	2331,679	2331,910	2332,132	2332,296	2332,456
F_{ct} [MPa]	1,940	1,926	1,915	1,906	1,899
β	1,034	1,050	1,063	1,073	1,081

Tabela 4.21 – Içamento. Concreto 5000 psi. Resultados

Var.	$t_n = 11 \text{ cm}$	$t_n = 12 \text{ cm}$	$t_n = 13 \text{ cm}$	$t_n = 14 \text{ cm}$	$t_n = 15 \text{ cm}$
H [cm]	280,254	280,254	280,254	280,254	280,254
L [cm]	640,098	668,549	695,837	722,095	747,430
T [cm]	10,737	11,756	12,774	13,790	14,806
B [cm]	185,550	193,801	201,715	209,329	216,677
ρ_c [kg/m ³]	2328,201	2328,428	2328,511	2328,613	2328,726
F_{ct} [MPa]	2,289	2,281	2,274	2,268	2,264
β	0,585	0,594	0,601	0,607	0,611

Conforme exibido na Figura 4.6, apenas os pontos referentes à classe de 3000 psi estão acima do valor de 1,3 sugerido pelo JCSS (2001) para estado limite de serviço, com alto custo de medida de segurança. Embora o coeficiente parcial de

segurança no içamento (1,2) seja consideravelmente menor que na desforma (1,4), os índices de confiabilidade foram apenas um pouco menores, uma vez que não foi feita redução da resistência para idade do concreto e o problema do içamento tem uma variável aleatória a menos que o caso da desforma.

Destaca-se, no entanto, que não foi feita majoração de esforços para ação dinâmica na análise de confiabilidade estrutural, o que viria a diminuir o índice de confiabilidade e, no caso das classes 4000 psi e 5000 psi, levar a origem do espaço normal padrão ao domínio de falha, uma vez que a resistência à tração média é inferior àquela estimada no cálculo teórico.

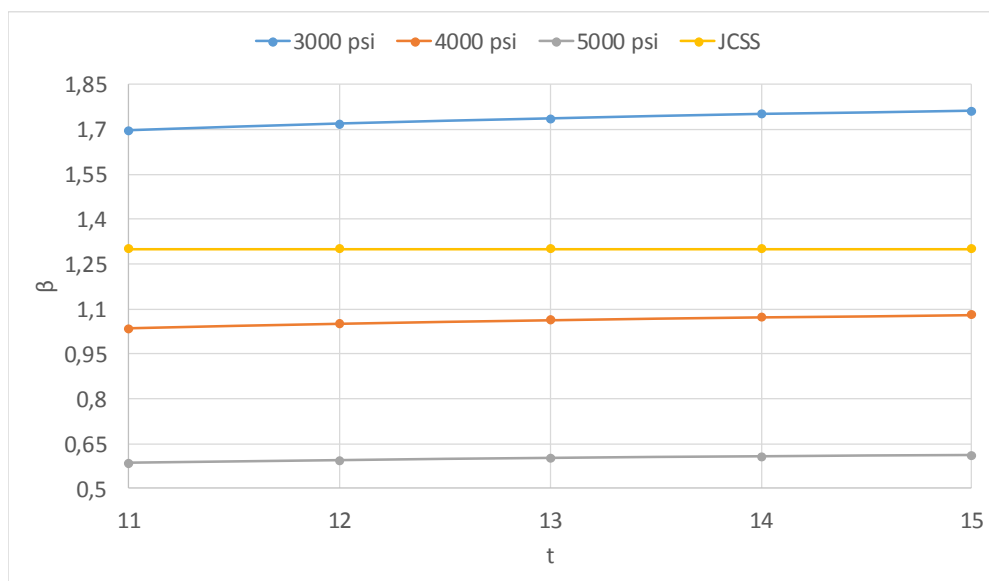


Figura 4.6 – Içamento – Comparação gráfica dos resultados

Dada a sensibilidade do problema às variações da resistência, um método de cálculo mais bem comportado sob a ótica da confiabilidade estrutural seria o uso de coeficiente parcial de segurança na resistência, variando com a classe de concreto. Neste caso, o coeficiente parcial de segurança para majoração da solicitação poderia ser reduzido.

De qualquer forma, esses resultados não são tão alarmantes, uma vez que se trata de um estado limite de serviço e foram utilizadas propriedades de concreto moldado *in loco*. Além disso, a ABNT NBR 6118: 2014 recomenda a fixação da resistência à tração ao valor obtido no ensaio à flexão para o estado limite de abertura de fissuras, aproximando mais o modelo de cálculo à realidade do que o modelo teórico utilizado neste trabalho.

4.4 PROBLEMA 4: FASE EM USO

Neste item, avalia-se a fase em uso, com o painel na posição final (vertical) sofrendo ações do peso próprio, ação do vento, cargas permanentes e variáveis. A Figura 4.7 mostra o esquema geométrico do painel, situado num edifício térreo.

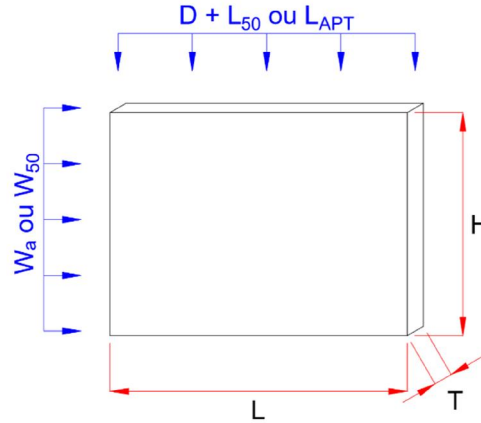


Figura 4.7 – Em uso – Configuração geométrica

4.4.1 Variáveis e equação margem de segurança

De maneira semelhante à do Item 4.1.1, listam-se, na Tabela 4.22, as variáveis relevantes ao problema do estado em uso, com propriedades estatísticas segundo valores utilizados por Ellingwood et al. (1980) para lajes de concreto moldado *in loco*.

Tabela 4.22 – Em uso. Variáveis aleatórias

Nome	V.A.	Símbolo Nominal	Distrib.	μ_x	σ_x
Altura do painel	H	h_n	Normal	$h_n + 0,254 \text{ cm}$	$0,381 \text{ cm}$
Comprimento do painel	L	l_n	Normal	$l_n + 0,254 \text{ cm}$	$0,381 \text{ cm}$
Espessura do painel	T	t_n	Normal	$t_n + 0,076 \text{ cm}$	$1,194 \text{ cm}$
Massa específica do concreto	ρ_c	$\rho_{c,n}$	Normal	$2322,9 \text{ kg/m}^3$	$0,03 \cdot \rho_{c,n}$
Resistência do concreto (3000 psi)	F_c	$f_{c,n}$	Normal	$0,920 \cdot f_{c,n}$	$0,18 \cdot f_{c,n}$
Resistência do concreto (4000 psi)	F_c	$f_{c,n}$	Normal	$0,848 \cdot f_c$	$0,18 \cdot f_{c,n}$
Resistência do concreto (5000 psi)	F_c	$f_{c,n}$	Normal	$0,806 \cdot f_c$	$0,15 \cdot f_{c,n}$
Pressão do vento secundária	W_a	W_n	Gumbel	$0,33 \cdot W_n$	$0,47 \cdot W_n$
Pressão do vento principal	W_{50}	W_n	Gumbel	$0,90 \cdot W_n$	$0,34 \cdot W_n$
Carga permanente	D	D_n	Normal	$1,05 \cdot D_n$	$0,10 \cdot D_n$
Carga variável secundária	L_{APT}	$L_{0,n}$	Gamma	$0,25 \cdot L_{0,n}$	$0,55 \cdot L_{0,n}$
Carga variável principal	L_{50}	$L_{0,n}$	Gumbel	$1,00 \cdot L_{0,n}$	$0,25 \cdot L_{0,n}$
Tensão de escoamento do aço (60 ksi)	F_y	$f_{y,n}$	Normal	$1,125 \cdot f_{y,n}$	$0,10 \cdot f_{y,n}$
Área de armadura por comprimento	A_s	$A_{s,n}$	Normal	$1,00 \cdot A_{s,n}$	$0,05 \cdot A_{s,n}$

O concreto foi considerado com a idade de 28 dias, dispensando, portanto, correção da resistência para a idade do material. A tensão nominal de escoamento com valor 60 ksi, utilizada por Ellingwood et al. (1980), corresponde a 413,7 MPa.

O cálculo da resistência característica à compressão do concreto segue a equação (4.37).

$$f_{ck} = F_{cn} - 1,65 \cdot sd \quad (4.37)$$

f_{ck} = valor característico da resistência do concreto à compressão;

F_{cn} = valor nominal médio da resistência do concreto à compressão;

sd = desvio padrão da resistência de acordo com nível de controle no preparo do concreto.

A força de arrasto e o momento de tombamento são obtidos, a partir da pressão do vento, pelas equações (4.38) e (4.39), respectivamente.

$$F_W = C_a \cdot W_n \cdot l_n \cdot h_n \quad (4.38)$$

$$M_t = C_a \cdot W_n \cdot l_n \cdot h_n \cdot (h_n/2) \quad (4.39)$$

C_a = coeficiente de arrasto da ABNT NBR 6123: 1988, adotado valor 1,1.

Considerando-se a distribuição linear de tensões na base do painel (Figura 4.8), o valor máximo (em módulo) da reação ao momento de tombamento é dado pela equação (4.40).

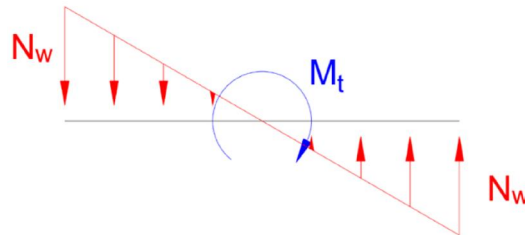


Figura 4.8 – Serviço – Reação na base ao momento de tombamento

$$N_w = M_t \cdot \frac{6}{l_n^2} \quad (4.40)$$

As forças normais máximas e mínimas de projeto são, portanto, dadas pelas equações (4.41) e (4.42).

$$N_{d,máx} = \gamma_g \cdot (D_n + P_{p,n}) + \Psi_{0q} \cdot \gamma_q \cdot L_{0,n} + \Psi_{0w} \cdot \gamma_w \cdot N_w \quad (4.41)$$

$$N_{d,mín} = \gamma_g \cdot (D_n + P_{p,n}) + \Psi_{0q} \cdot \gamma_q \cdot L_{0,n} - \Psi_{0w} \cdot \gamma_w \cdot N_w \quad (4.42)$$

$$P_{p,n} = \rho_{c,n} \cdot l_n \cdot h_n \cdot t_n \quad (4.43)$$

A força normal de projeto é calculada segundo a expressão (4.44), recomendada pela ABNT NBR 16055:2012, sendo dada por unidade de comprimento, segundo unidades das forças D_n , $L_{0,n}$ e N_w .

$$N_d = \frac{3 \cdot N_{d,máx} + N_{d,mín}}{4} \quad (4.44)$$

O momento de primeira ordem é calculado por (4.45), considerando uma excentricidade de montagem igual a 12,7 mm (meia polegada), segundo recomendação do PCI (2010).

$$M_{d,1ª} = N_d \cdot l_n \cdot \frac{e_m}{2} \quad (4.45)$$

O cálculo dos efeitos de segunda ordem passa pela determinação da excentricidade de projeto, necessitando, primeiramente, do cálculo da rigidez efetiva do painel segundo a equação (4.46), adotando $\varphi = 0,7$ para sessão não fissurada e $\varphi = 0,35$ para sessão fissurada, conforme recomendações do PCI (2010), e $s_d = 4$, de acordo com recomendações da ABNT NBR 6118:2014.

$$EI_{ef} = \frac{\varphi \cdot E_C \cdot I_x}{1 + \beta_f} \quad (4.46)$$

$$E_C = 1,2 \cdot 5600 \cdot \sqrt{f_{ck} [MPa]} \quad (4.47)$$

$$I_x = \frac{l_n \cdot t_n^3}{12} \quad (4.48)$$

$$f_{ck} = f_{c,n} - 1,65 \cdot s_d \quad (4.49)$$

$$\beta_f = \frac{\gamma_g \cdot (D_n + P_{p,n})}{N_d} \quad (4.50)$$

Considera-se o painel com apoio simples nas duas extremidades ($k = 1$), resultando em comprimento de flambagem igual à altura do painel. A flecha inicial devida à tolerância de montagem é, portanto, dada em (4.51).

$$\Delta_m = \frac{N_d \cdot l_n \cdot e_m \cdot h_n^2}{16EI_{ef}} \quad (4.51)$$

A excentricidade de projeto é dada por (4.52).

$$e_p = \frac{l_n}{360} \quad (4.52)$$

A flecha provocada pelo gradiente térmico é calculada por (4.53), considerando-se um gradiente térmico $(T_1 - T_2) = 10 \text{ }^\circ\text{C}$ e coeficiente de dilatação térmica $C = 10^{-5} \text{ }^\circ\text{C}^{-1}$.

$$\Delta_T = \alpha \cdot \frac{h_n^2}{8 \cdot t_n} \quad (4.53)$$

$$\alpha = C \cdot (T_1 - T_2) \quad (4.54)$$

Logo, a excentricidade inicial é dada por (4.55) e a flecha inicial, por (4.56).

$$e_0 = e_p + \Delta_T + \Delta_m \quad (4.55)$$

$$\Delta_0 = \frac{N_d \cdot l_n \cdot e_0 \cdot h_n^2}{8 \cdot EI_{ef}} \quad (4.56)$$

Finalmente, o processo iterativo $P - \delta$ é dado pelas equações (4.57) e (4.58).

$$e_i = e_{i-1} + \Delta_{i-1} \quad (4.57)$$

$$\Delta_i = \frac{N_d \cdot l_n \cdot e_i \cdot h_n^2}{8 \cdot EI_{ef}} \quad (4.58)$$

O momento de segunda ordem é calculado por (4.59), onde j é o número de iterações necessárias para convergência do método $P - \delta$.

$$M_{d,2^a} = N_d \cdot l_n \cdot e_j \quad (4.59)$$

Portanto, o momento de cálculo é dado pela equação (4.60).

$$M_d = M_{d,1^a} + M_{d,2^a} \quad (4.60)$$

Verifica-se, então, a fissuração da sessão por (4.61), em kN/cm².

$$\sigma_t = \frac{M_d \cdot \frac{t_n}{2}}{I_x} - \frac{N_d}{t_n} \leq F_{rup} = 0,06 \cdot \sqrt{f_{ck}} \quad (4.61)$$

Caso (4.61) não seja verdadeira, deve-se refazer o processo $P - \delta$ utilizando $\varphi = 0,35$.

A armadura mínima recomendada pelo ACI 318-08 é de 0,1% da área bruta, conforme (4.62).

$$A_{s,n} = \frac{0,1}{100} \cdot \frac{l_n \cdot t_n}{l_n} \quad (4.62)$$

A margem de segurança deve ser determinada pela consideração da interação da força normal calculada em (4.44) com o momento fletor calculado em (4.60). Para tal, comparam-se esses valores com a envoltória obtida para cada domínio de deformação (Figura 4.9), estando a armadura localizada no centro da sessão, ou seja, $d = t_n/2$.

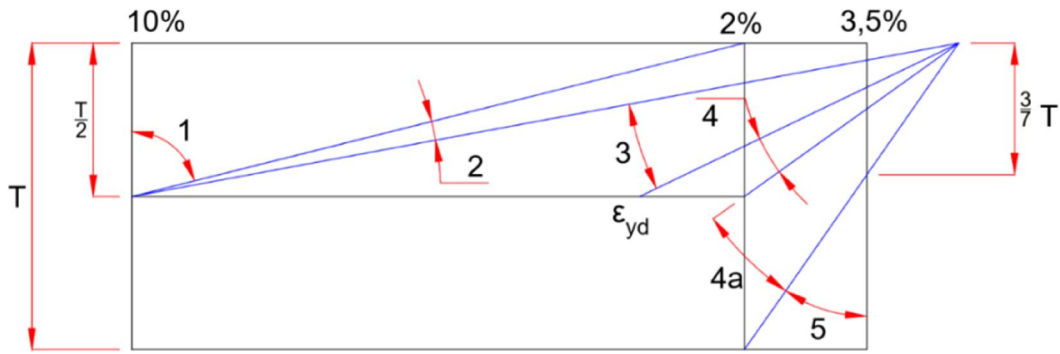


Figura 4.9 – Serviço – Domínios de deformação

Os diagramas de tensões no concreto e na armadura são dados pela ABNT NBR 6118: 2014 nas Figura 4.10 e Figura 4.11, respectivamente, sendo o diagrama de tensões no concreto simplificado para o diagrama retangular com altura igual a 80% da posição da linha neutra, ou seja: $y = 0,8 \cdot x$.

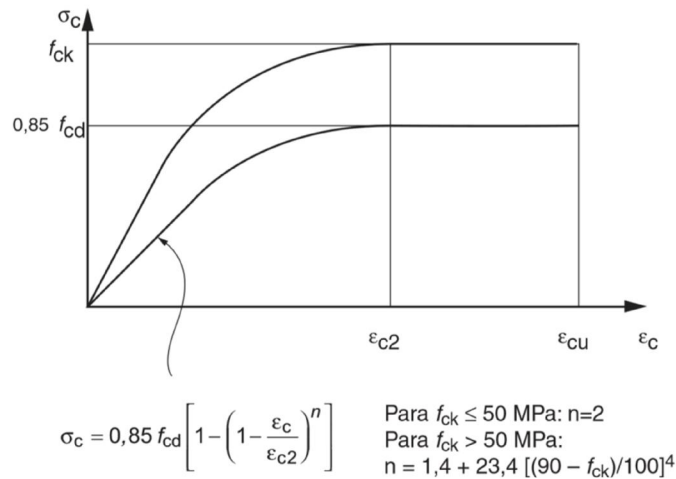


Figura 4.10 – Em uso – Diagrama parábola-retângulo de tensões no concreto (ABNT NBR 6118: 2014)

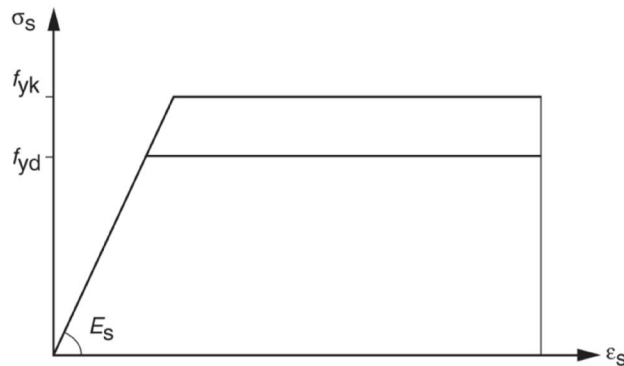


Figura 4.11 – Em uso – Diagrama de tensões na armadura (ABNT NBR 6118: 2014)

Considera-se constante o valor do módulo de elasticidade da armadura $E_s = 21000 \text{ kN/cm}^2$, despreza-se a contribuição do concreto na tração e assume-se que a deformação da armadura seja a mesma do concreto em seu entorno.

Definem-se as tensões no concreto pela equação (4.63) e na armadura, pelas equações (4.64) a (4.66).

$$\sigma_c = 0,85 \cdot \frac{f_{ck}}{\gamma_c} \quad (4.63)$$

$$y \leq y_{3-4} \rightarrow \sigma_s = \frac{f_{y,n}}{\gamma_s} \quad (4.64)$$

$$y_{3-4} < y < 0,8 \cdot t_n \rightarrow \sigma_s = E_s \cdot \left(\frac{t_n}{2,5 \cdot y} - 1 \right) \cdot \frac{3,5}{1000} \quad (4.65)$$

$$0,8 \cdot t_n \leq y \rightarrow \sigma_s = -E_s \cdot \left(\frac{\frac{1}{2} \cdot t_n - 1,25 \cdot y}{\frac{3}{7} \cdot t_n - 1,25 \cdot y} \right) \cdot \frac{2,0}{1000} \quad (4.66)$$

$$y_{3-4} = \frac{0,8 \cdot 3,5 \cdot \frac{1}{2} \cdot t_n}{3,5 + \varepsilon_{yd} \cdot 1000} \quad (4.67)$$

$$\varepsilon_{yd} = \frac{f_y/\gamma_s}{E_s} \quad (4.68)$$

Sendo positivas as forças normais de tração, o equilíbrio entre forças e momentos resulta em (4.69) a (4.71).

$$y \leq 0 \left\{ \begin{array}{l} N = \sigma_s \cdot A_s \\ M = 0 \end{array} \right. \quad (4.69)$$

$$0 < y < t_n \left\{ \begin{array}{l} N = \sigma_s \cdot A_s - y \cdot \sigma_c \\ M = y \cdot l_n \cdot \sigma_c \cdot \frac{(t_n - y)}{2} \end{array} \right. \quad (4.70)$$

$$y \geq t_n \left\{ \begin{array}{l} N = \sigma_s \cdot A_s - t_n \cdot \sigma_c \\ M = 0 \end{array} \right. \quad (4.71)$$

Na prática, assume-se que a seção está em um dos domínios e calcula-se y a partir do valor da solicitação (força normal ou momento fletor) e, então, comparam-se os valores obtidos com os limites dos domínios. O processo resulta em um valor de y válido para a força normal e dois para o momento fletor (caso a seção não tenha alcançado estado limite último). Além disso, sabe-se que as normais máximas (em módulo) ocorrem com $y = 0$ e $y = t_n$, assim como o momento fletor máximo ocorre para $y = t_n/2$. Portanto, monta-se uma envoltória semelhante à da Figura 4.12.

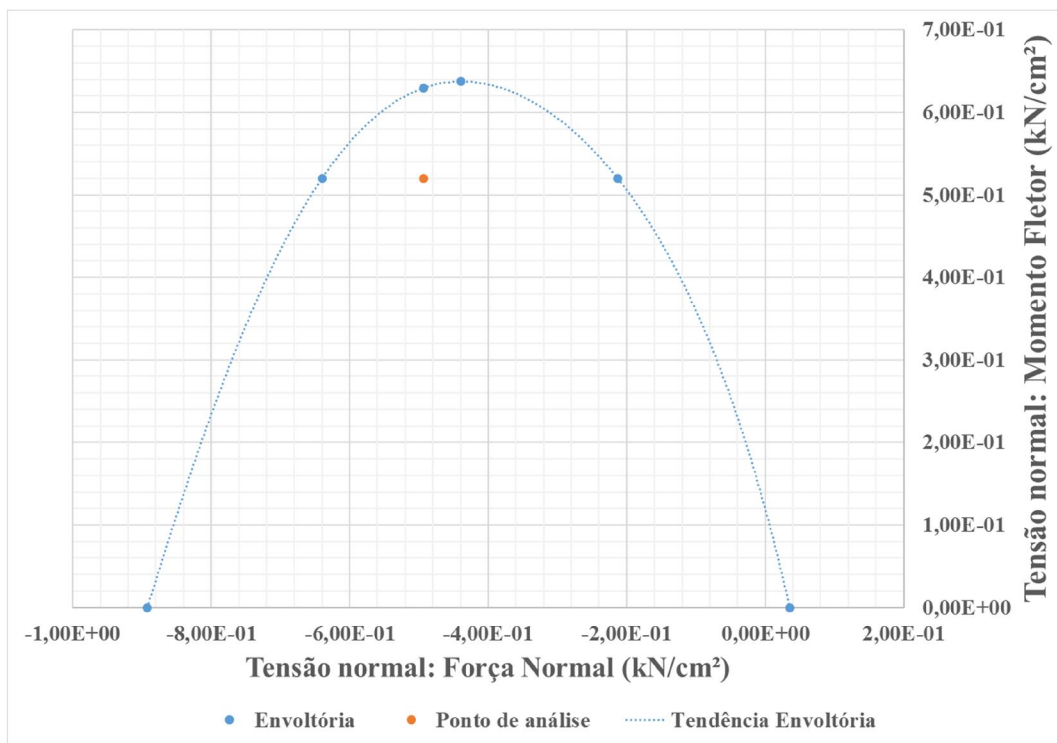


Figura 4.12 – Em uso – Envolvória de força normal e momento fletor

É considerado seguro o ponto $\sigma_{N_d} \times \sigma_{M_d}$ contido dentro da envoltória. A quantificação da segurança, por sua vez, é dada pela menor distância do ponto à envoltória. Para tal, é necessário compatibilizar as unidades de N_d e M_d . Essa compatibilização foi feita por meio do cálculo das tensões normais referentes à força normal e momento fletor, isoladamente. Portanto, as coordenadas de um ponto qualquer nesse plano são dadas por (4.72) e (4.73).

$$\sigma_{N_d} = \frac{N_d}{l_n \cdot t_n} \quad (4.72)$$

$$\sigma_{M_d} = \frac{M_d}{I_x} \cdot \frac{t_n}{2} \quad (4.73)$$

Para o cálculo da menor distância, é traçada uma reta horizontal passando pelo ponto analisado (Pa), cruzando a envoltória em dois pontos, sendo chamado P1 o ponto que estiver mais próximo de Pa. Em seguida, traça-se uma reta vertical passando por Pa, cruzando a envoltória em P2. Em seguida, toma-se a menor distância do ponto de solicitação à reta que une P1 e P2. O processo é ilustrado na Figura 4.13, e o método de cálculo, nas equações (4.74) a (4.78).

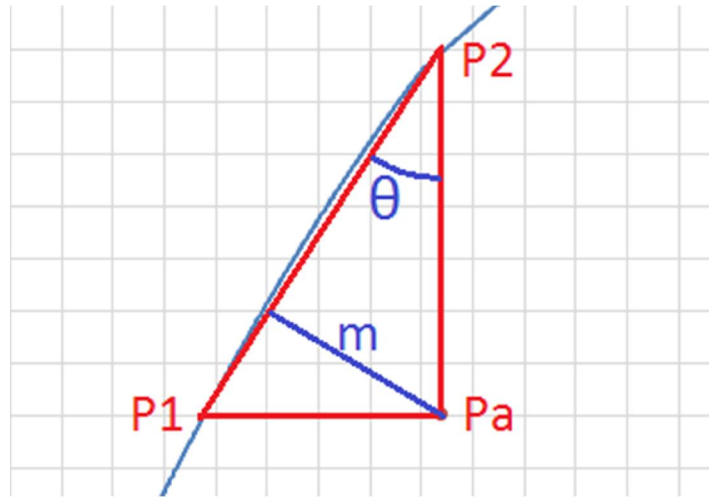


Figura 4.13 – Em uso – Margem de segurança

$$d_{Pa-P1} = \sqrt{\left(\frac{N_{d,Pa} - N_{d,P1}}{l_n \cdot t_n}\right)^2 + \left[\frac{(M_{d,Pa} - M_{d,P1}) \cdot t_n}{I_x} \cdot \frac{t_n}{2}\right]^2} \quad (4.74)$$

$$d_{Pa-P2} = \sqrt{\left(\frac{N_{d,Pa} - N_{d,P2}}{l_n \cdot t_n}\right)^2 + \left[\frac{(M_{d,Pa} - M_{d,P2}) \cdot t_n}{I_x} \cdot \frac{t_n}{2}\right]^2} \quad (4.75)$$

$$d_{P1-P2} = \sqrt{\left(\frac{N_{d,P2} - N_{d,P1}}{l_n \cdot t_n}\right)^2 + \left[\frac{(M_{d,P2} - M_{d,P1}) \cdot t_n}{I_x} \cdot \frac{t_n}{2}\right]^2} \quad (4.76)$$

$$\theta = \arccos\left(\frac{d_{Pa-P1}^2 + d_{P1-P2}^2 - d_{Pa-P2}^2}{2 \cdot d_{Pa-P1} \cdot d_{P1-P2}}\right) \quad (4.77)$$

$$m = d_{Pa-P1} \cdot \text{sen}(\theta) \quad (4.78)$$

Caso o ponto de solitação esteja fora da envoltória, m assume valor negativo. No caso particular em que o ponto de solitação tenha força normal de tração ou compressão superior aos limites da envoltória, P1 vai para o ponto de máxima força normal (de tração ou compressão) mais próximo. De maneira análoga, P2 vai para o ponto de máximo momento fletor, caso o ponto de solitação tenha momento maior.

Nota-se que o cálculo de m por esse método é uma aproximação que se torna mais precisa tanto quanto menor o valor de m . Como o ponto de projeto deve ter $m = 0$, e a busca por ele acontece nessa vizinhança, esse método de cálculo é adequado.

4.4.2 Valores nominais nos pontos de análise

Para cada uma das três classes de concreto definidas pela resistência nominal à compressão, foram analisados cinco pontos, com proporções entre carga variável e carga permanente de 0,25; 0,50; 0,75; 1,00 e 1,25. Os valores nominais nesses pontos estão listados da Tabela 4.23 à Tabela 4.25. A chamada combinação 1 tem a carga variável como ação principal e pressão do vento como secundária.

Tabela 4.23 – Em uso. Pontos de análise. Concreto 3000 psi. Combinação 1

Var.	$L_{0,n} = 0,25 \cdot D_n$	$L_{0,n} = 0,5 \cdot D_n$	$L_{0,n} = 0,75 \cdot D_n$	$L_{0,n} = D_n$	$L_{0,n} = 1,25 \cdot D_n$
h_n [cm]	280	280	280	280	280
l_n [cm]	380	380	380	380	380
t_n [cm]	13	13	13	13	13
$\rho_{c,n}$ [kg/m ³]	2400	2400	2400	2400	2400
$A_{s,n}$ [cm ² /cm]	0,013	0,013	0,013	0,013	0,013
$f_{c,n}$ [MPa]	20,6	20,4	20,6	20,4	20,6
$f_{y,n}$ [MPa]	413,7	413,7	413,7	413,7	413,7
D_n [kN/cm]	4,20	3,50	3,05	2,65	2,40
$L_{0,n}$ [kN/cm]	1,05	1,75	2,29	2,65	3,00
W_n [kN/m ²]	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00

Tabela 4.24 – Em uso. Pontos de análise. Concreto 4000 psi. Combinação 1

Var.	$L_{0,n} = 0,25 \cdot D_n$	$L_{0,n} = 0,5 \cdot D_n$	$L_{0,n} = 0,75 \cdot D_n$	$L_{0,n} = D_n$	$L_{0,n} = 1,25 \cdot D_n$
h_n [cm]	280	280	280	280	280
l_n [cm]	380	380	380	380	380
t_n [cm]	13	13	13	13	13
$\rho_{c,n}$ [kg/m ³]	2400	2400	2400	2400	2400
$A_{s,n}$ [cm ² /m]	0,013	0,013	0,013	0,013	0,013
$f_{c,n}$ [MPa]	27,5	27,5	27,6	27,7	27,3
$f_{y,n}$ [MPa]	413,7	413,7	413,7	413,7	413,7
D_n [kN/cm]	5,90	5,00	4,35	3,85	3,40
$L_{0,n}$ [kN/cm]	1,48	2,50	3,26	3,85	4,25
W_n [kN/m ²]	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00

Tabela 4.25 – Em uso. Pontos de análise. Concreto 5000 psi. Combinação 1

Var.	$L_{0,n} = 0,25 \cdot D_n$	$L_{0,n} = 0,5 \cdot D_n$	$L_{0,n} = 0,75 \cdot D_n$	$L_{0,n} = D_n$	$L_{0,n} = 1,25 \cdot D_n$
h_n [cm]	280	280	280	280	280
l_n [cm]	380	380	380	380	380
t_n [cm]	13	13	13	13	13
$\rho_{c,n}$ [kg/m ³]	2400	2400	2400	2400	2400
$A_{s,n}$ [cm ² /m]	0,013	0,013	0,013	0,013	0,013
$f_{c,n}$ [MPa]	34,5	34,5	34,7	34,6	34,7
$f_{y,n}$ [MPa]	413,7	413,7	413,7	413,7	413,7
D_n [kN/cm]	7,44	6,35	5,55	4,90	4,40
$L_{0,n}$ [kN/cm]	1,86	3,18	4,16	4,90	5,50
W_n [kN/m ²]	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00

De maneira semelhante, são analisados cinco pontos para cada classe de concreto, com relações entre força normal resultante da pressão do vento e carga permanente de 0,25; 0,50; 0,75; 1,00 e 1,25. Os valores nominais desses pontos estão listados da Tabela 4.26 à Tabela 4.28. A chamada combinação 2 tem a pressão do vento como ação principal e carga variável como secundária.

Tabela 4.26 – Em uso. Pontos de análise. Concreto 3000 psi. Combinação 2

Var.	$N_w = 0,25 \cdot D_n$	$N_w = 0,5 \cdot D_n$	$N_w = 0,75 \cdot D_n$	$N_w = D_n$	$N_w = 1,25 \cdot D_n$
h_n [cm]	280	280	280	280	280
l_n [cm]	380	380	380	380	380
t_n [cm]	13	13	13	13	13
$\rho_{c,n}$ [kg/m ³]	2400	2400	2400	2400	2400
$A_{s,n}$ [cm ² /cm]	0,013	0,013	0,013	0,013	0,013
$f_{c,n}$ [MPa]	20,6	20,6	20,6	20,6	20,7
$f_{y,n}$ [MPa]	413,7	413,7	413,7	413,7	413,7
D_n [kN/cm]	4,00	3,75	3,55	3,35	3,20
$L_{0,n}$ [kN/cm]	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00
W_n [kN/m ²]	14,69	27,54	39,11	49,20	58,75

Tabela 4.27 – Em uso. Pontos de análise. Concreto 4000 psi. Combinação 2

Var.	$N_w = 0,25 \cdot D_n$	$N_w = 0,5 \cdot D_n$	$N_w = 0,75 \cdot D_n$	$N_w = D_n$	$N_w = 1,25 \cdot D_n$
h_n [cm]	280	280	280	280	280
l_n [cm]	380	380	380	380	380
t_n [cm]	13	13	13	13	13
$\rho_{c,n}$ [kg/m ³]	2400	2400	2400	2400	2400
$A_{s,n}$ [cm ² /cm]	0,013	0,013	0,013	0,013	0,013
$f_{c,n}$ [MPa]	27,6	27,5	27,6	27,5	27,5
$f_{y,n}$ [MPa]	413,7	413,7	413,7	413,7	413,7
D_n [kN/cm]	5,95	5,60	5,30	5,00	4,75
$L_{0,n}$ [kN/cm]	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00
W_n [kN/m ²]	21,85	41,13	58,38	73,44	87,21

Tabela 4.28 – Em uso. Pontos de análise. Concreto 5000 psi. Combinação 2

Var.	$N_w = 0,25 \cdot D_n$	$N_w = 0,5 \cdot D_n$	$N_w = 0,75 \cdot D_n$	$N_w = D_n$	$N_w = 1,25 \cdot D_n$
h_n [cm]	280	280	280	280	280
l_n [cm]	380	380	380	380	380
t_n [cm]	13	13	13	13	13
$\rho_{c,n}$ [kg/m ³]	2400	2400	2400	2400	2400
$A_{s,n}$ [cm ² /cm]	0,013	0,013	0,013	0,013	0,013
$f_{c,n}$ [MPa]	34,5	34,4	34,4	34,3	34,4
$f_{y,n}$ [MPa]	413,7	413,7	413,7	413,7	413,7
D_n [kN/cm]	7,70	7,25	6,85	6,50	6,20
$L_{0,n}$ [kN/cm]	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00
W_n [kN/m ²]	28,27	53,24	75,46	95,47	113,83

Os coeficientes utilizados estão listados na Tabela 4.29.

Tabela 4.29 – Coeficientes parciais de segurança

Minoração da resistência do concreto γ_c	1,4
Minoração da resistência da armadura γ_s	1,15
Majoração da carga permanente γ_g	1,3
Majoração da sobrecarga γ_q	1,4
Coeficiente de combinação (principal) φ_{0q}	1,0
Coeficiente de combinação (secundário) φ_{0q}	0,5
Majoração da pressão do vento γ_w	1,4
Coeficiente de combinação (principal) φ_{0w}	1,0
Coeficiente de combinação (secundário) φ_{0w}	0,6

Em todos os pontos listados anteriormente, a margem m é nula. Destaca-se, ainda, que painéis esbeltos como aqueles analisados neste trabalho apresentam consideráveis momentos de segunda ordem, levando os painéis ao domínio 4a, mais especificamente, à região próxima ao domínio 4.

4.4.3 Confiabilidade estrutural

Como, neste problema, existem sempre duas variáveis não normais (sobrecarga e pressão do vento), é necessário realizar a transformação para a distribuição normal equivalente. Os dois casos possíveis são a transformação da distribuição Gumbel (Tipo I) para Normal e da distribuição Gamma para Normal.

Primeiramente, realiza-se a avaliação da função de distribuição cumulativa na distribuição original X.

Para a distribuição de Gumbel, tem-se (4.79) a (4.82).

$$\beta_g = \frac{\pi}{\sqrt{6} \cdot \sigma_x} \quad (4.79)$$

$$\gamma = 0,577216 \quad (4.80)$$

$$u_n = \mu_x - \frac{\gamma}{\beta_g} \quad (4.81)$$

$$F_X(x) = EXP[-e^{-\beta_g \cdot (x-u_n)}] \quad (4.82)$$

Para a distribuição tipo Gamma, calculam-se os parâmetros de forma (4.83) e escala (4.84). A função de distribuição cumulativa é dada por (4.85).

$$k_\gamma = \left(\frac{\mu_x}{\sigma_x} \right)^2 \quad (4.83)$$

$$\theta_\gamma = \frac{\sigma_X^2}{\mu_X} \quad (4.84)$$

$$F_X(x) = \frac{\gamma\left(k; \frac{x}{\theta}\right)}{\Gamma(k)} \quad (4.85)$$

$\gamma\left(k; \frac{x}{\theta}\right)$ é a função Gamma incompleta inferior, avaliada, no excel, por $\text{EXP}(\text{GAMMALN}(k)*\text{GAMMA.DIST}\left(\frac{x}{\theta}; k; 1; \text{TRUE}\right))$.

$\Gamma(k)$ é a função Gamma avaliada em k , podendo ser diretamente avaliada no excel por $\text{GAMMA}(k)$.

O valor da variável normal padrão equivalente é, portanto, dado por (4.86).

$$z_i^* = \Phi^{-1}\left(F_{X_i}(x_i^*)\right) \quad (4.86)$$

Φ^{-1} é a inversa da função distribuição normal padrão cumulativa. Sua avaliação numérica é dada por dois casos, de acordo com o valor de $F_{X_i}(x_i^*)$.

Para $0 \leq F_{X_i}(x_i^*) \leq 0,5$ tem-se (4.87) e (4.88).

$$z_n = \sqrt{\ln\left[\frac{1}{F_{X_i}(x_i^*)^2}\right]} \quad (4.87)$$

$$\begin{aligned} & \Phi^{-1}\left(F_{X_i}(x_i^*)\right) \\ &= -z_n - \left(\frac{p_1 + z_n \cdot \left(p_2 + z_n \cdot \left(p_3 + z_n \cdot \left(p_4 + z_n \cdot (p_5)\right)\right)\right)}{q_1 + z_n \cdot \left(q_2 + z_n \cdot \left(q_3 + z_n \cdot \left(q_4 + z_n \cdot (q_5)\right)\right)\right)}\right) \end{aligned} \quad (4.88)$$

Para $0,5 \leq F_{X_i}(x_i^*) \leq 1,0$ tem-se (4.89) e (4.90).

$$z_n = \sqrt{\ln\left[\frac{1}{(1 - F_{X_i}(x_i^*))^2}\right]} \quad (4.89)$$

$$\begin{aligned} & \Phi^{-1}\left(F_{X_i}(x_i^*)\right) \\ &= z_n + \left(\frac{p_1 + z_n \cdot \left(p_2 + z_n \cdot \left(p_3 + z_n \cdot \left(p_4 + z_n \cdot (p_5)\right)\right)\right)}{q_1 + z_n \cdot \left(q_2 + z_n \cdot \left(q_3 + z_n \cdot \left(q_4 + z_n \cdot (q_5)\right)\right)\right)}\right) \end{aligned} \quad (4.90)$$

Os parâmetros p_i e q_i são dados pelos vetores (4.91) e (4.92).

$$\mathbf{p} = \begin{bmatrix} -0,3222324310880 \\ -1,0000000000000 \\ -0,3422422088547 \\ -0,2042312102450 \cdot 10^{-1} \\ -0,4536422101480 \cdot 10^{-4} \end{bmatrix} \quad (4.91)$$

$$\mathbf{q} = \begin{bmatrix} 0,9934846260600 \cdot 10^{-1} \\ 0,5885815704950 \\ 0,5311034623660 \\ 0,1035377528500 \\ 0,3856070063400 \cdot 10^{-2} \end{bmatrix} \quad (4.92)$$

Na prática, o excel dispõe da função `NORMAL.S.INV` a qual retorna o valor da inversa da distribuição cumulativa normal padrão. Todo esse processo deve ser repetido a cada iteração durante a procura do ponto de projeto.

O equacionamento do problema para a confiabilidade estrutural é semelhante ao caso determinístico, ressaltando-se:

- Os coeficientes parciais de segurança e de combinação não são empregados, o que equivale a igualá-los à unidade nas equações anteriores;
- Emprega-se o valor da resistência à compressão do concreto diretamente, sem redução para o valor característico, ou seja, substitui-se sd por zero em (4.37);
- Não é feita a redução do diagrama de compressão do concreto em 15% na equação (4.63), ou seja: $\sigma_c = f_c$.

Para realizar uma análise da segurança deste problema, sob o ponto de vista da confiabilidade, deve-se encontrar o ponto de projeto no domínio de falha $H(x) \leq 0$, segundo a equação (4.93).

$$H(x) = R(H, L, T, F_c, F_y, A_s) - S(H, L, T, P_c, F_c, W, D, L) \leq 0 \quad (4.93)$$

Devido à não linearidade do problema e à descontinuidade constituída pela perda de rigidez da seção fissurada, foi necessário usar o algoritmo evolutivo do solver (*Evolutionary*). Estabelecem-se, então, limites inferiores e superiores para cada variável e utiliza-se o algoritmo *Evolutionary*, o qual usa amostragens aleatórias, agrupando-as em populações, cujos membros são “mutados” periodicamente em busca de candidatos à solução do problema de otimização. Então, o melhor candidato é selecionado como aproximação da solução do problema. O índice de confiabilidade para cada ponto de projeto e suas respectivas coordenadas estão listados da Tabela 4.30 à Tabela 4.32. A

combinação 1 tem a carga variável como ação principal e pressão do vento como secundária.

Tabela 4.30 – Em uso. Resultados. Concreto 3000 psi. Combinação 1

Var.	$L_{0,n} = 0,25 \cdot D_n$	$L_{0,n} = 0,5 \cdot D_n$	$L_{0,n} = 0,75 \cdot D_n$	$L_{0,n} = D_n$	$L_{0,n} = 1,25 \cdot D_n$
H [cm]	280,254	280,256	280,255	280,256	280,256
L [cm]	380,254	380,254	380,254	380,254	380,254
T [cm]	12,254	12,018	11,892	11,781	11,768
ρ_c [kg/m ³]	2323,107	2323,092	2323,106	2323,091	2323,044
A_s [cm ² /cm]	0,013	0,013	0,013	0,013	0,013
F_c [MPa]	9,139	9,424	9,947	10,422	11,228
F_y [MPa]	465,395	465,394	465,396	465,397	465,402
D [kN/cm]	4,620	3,832	3,323	2,869	2,597
L_{50} [kN/cm]	1,084	1,936	2,698	3,377	4,117
W_a [kN/m ²]	0,260	0,262	0,260	0,259	0,261
β	2,797	2,796	2,777	2,776	2,758

Tabela 4.31 – Em uso. Resultados. Concreto 4000 psi. Combinação 1

Var.	$L_{0,n} = 0,25 \cdot D_n$	$L_{0,n} = 0,5 \cdot D_n$	$L_{0,n} = 0,75 \cdot D_n$	$L_{0,n} = D_n$	$L_{0,n} = 1,25 \cdot D_n$
H [cm]	280,254	280,254	280,254	280,254	280,254
L [cm]	380,254	380,254	380,254	380,254	380,254
T [cm]	12,435	12,438	12,443	12,436	12,322
ρ_c [kg/m ³]	2323,025	2323,022	2323,018	2322,983	2323,024
A_s [cm ² /cm]	0,013	0,013	0,013	0,013	0,013
F_c [MPa]	12,609	12,852	13,202	13,588	13,850
F_y [MPa]	465,396	465,396	465,397	465,368	465,394
D [kN/cm]	6,440	5,421	4,693	4,139	3,648
L_{50} [kN/cm]	1,503	2,674	3,624	4,413	4,989
W_a [kN/m ²]	0,257	0,257	0,257	0,257	0,257
β	2,286	2,256	2,224	2,193	2,174

Tabela 4.32 – Em uso. Resultados. Concreto 5000 psi. Combinação 1

Var.	$L_{0,n} = 0,25 \cdot D_n$	$L_{0,n} = 0,5 \cdot D_n$	$L_{0,n} = 0,75 \cdot D_n$	$L_{0,n} = D_n$	$L_{0,n} = 1,25 \cdot D_n$
H [cm]	280,254	280,254	280,254	280,254	280,254
L [cm]	380,254	380,254	380,254	380,248	380,254
T [cm]	12,262	12,281	12,298	12,317	12,337
ρ_c [kg/m ³]	2323,022	2323,011	2323,009	2323,149	2322,993
A_s [cm ² /cm]	0,013	0,013	0,013	0,013	0,013
F_c [MPa]	16,350	16,860	17,489	17,994	18,493
F_y [MPa]	465,396	465,394	465,396	465,397	465,398
D [kN/cm]	8,200	6,936	6,021	5,288	4,729
L_{50} [kN/cm]	1,928	3,521	4,836	5,897	6,782
W_a [kN/m ²]	0,257	0,257	0,257	0,256	0,256
β	2,397	2,339	2,281	2,228	2,182

Conforme esperado, o valor do índice de confiabilidade diminui com o aumento da carga variável em relação à carga permanente. Além disso, constata-se notável diminuição no índice de confiabilidade ao se aumentar a classe de resistência de 3000 psi (20,7 MPa) para 4000 psi (27,5 MPa) ou 5000 psi (34,5 MPa). Isso se deve ao menor valor médio em relação ao respectivo valor nominal da resistência nessas duas últimas classes. Na realidade, isso ocorre devido à maior necessidade de cimento, enquanto material mais caro, para atingir tais resistências, levando a uma menor folga em seu emprego na mistura.

Por outro lado, o índice de confiabilidade aumenta levemente na passagem de 4000 psi para 5000 psi. Tal comportamento também é esperado, uma vez que o coeficiente de variação da resistência é menor no concreto de 5000 psi, compensando a menor relação entre valor médio e valor nominal. Na prática, isso se deve ao maior controle necessário na produção de concretos com tal resistência, bem como na melhor seleção de materiais (agregados) necessária.

Finalmente, todos os índices de confiabilidade se encontraram no intervalo de 2,8 a 2,2. Esses valores estão abaixo do valor 3,3 sugerido pelo JCSS (2001). Ressalta-se novamente, porém, que foram utilizadas propriedades estatísticas referentes a concreto moldado *in loco*, resultantes de menor controle produtivo e, portanto, em menores índices de confiabilidade.

Os pontos de projeto e índices de confiabilidade referentes às combinações com pressão do vento como ação principal estão listados da Tabela 4.33 à Tabela 4.35. A combinação 2 tem a pressão do vento como ação principal e a carga variável como secundária.

Tabela 4.33 – Em uso. Resultados. Concreto 3000 psi. Combinação 2

Var.	$N_w = 0,25 \cdot D_n$	$N_w = 0,5 \cdot D_n$	$N_w = 0,75 \cdot D_n$	$N_w = D_n$	$N_w = 1,25 \cdot D_n$
H [cm]	280,255	280,255	280,256	280,255	280,257
L [cm]	380,254	380,254	380,254	380,254	380,253
T [cm]	12,319	12,242	12,176	12,173	12,065
ρ_c [kg/m ³]	2323,057	2323,063	2323,058	2323,020	2323,052
A_s [cm ² /cm]	0,013	0,013	0,013	0,013	0,013
F_c [MPa]	11,220	11,317	11,304	12,102	11,390
F_y [MPa]	465,390	465,395	465,398	465,393	465,390
D [kN/cm]	4,351	4,069	3,848	3,618	3,469
L_{APT} [kN/cm]	2,227	2,093	1,845	2,250	1,612
W_{50} [kN/m ²]	13,073	25,773	38,195	47,283	55,876
β	2,967	2,926	2,883	2,851	2,814

Tabela 4.34 – Em uso. Resultados. Concreto 4000 psi. Combinação 2

Var.	$N_w = 0,25 \cdot D_n$	$N_w = 0,5 \cdot D_n$	$N_w = 0,75 \cdot D_n$	$N_w = D_n$	$N_w = 1,25 \cdot D_n$
H [cm]	280,255	280,255	280,255	280,256	280,256
L [cm]	380,254	380,254	380,253	380,253	380,253
T [cm]	12,442	12,432	12,433	12,440	12,456
ρ_c [kg/m ³]	2323,034	2323,031	2322,848	2323,029	2323,020
A_s [cm ² /cm]	0,013	0,013	0,013	0,013	0,013
F_c [MPa]	11,664	12,056	12,362	12,548	12,739
F_y [MPa]	465,396	465,397	465,396	465,398	465,396
D [kN/cm]	6,519	6,111	5,767	5,427	5,143
L_{APT} [kN/cm]	0,176	0,147	0,137	0,135	0,124
W_{50} [kN/m ²]	19,739	39,529	55,545	69,095	81,487
β	2,502	2,429	2,360	2,305	2,256

Tabela 4.35 – Em uso. Resultados. Concreto 5000 psi. Combinação 2

Var.	$N_w = 0,25 \cdot D_n$	$N_w = 0,5 \cdot D_n$	$N_w = 0,75 \cdot D_n$	$N_w = D_n$	$N_w = 1,25 \cdot D_n$
H [cm]	280,255	280,255	280,259	280,256	280,256
L [cm]	380,254	380,253	380,253	380,253	380,253
T [cm]	12,243	12,262	12,246	12,278	12,276
ρ_c [kg/m ³]	2323,033	2323,029	2322,722	2323,020	2323,022
A_s [cm ² /cm]	0,013	0,013	0,013	0,013	0,013
F_c [MPa]	15,459	15,917	16,245	16,537	16,874
F_y [MPa]	465,395	465,395	465,186	465,395	465,394
D [kN/cm]	8,532	7,996	7,520	7,113	6,764
L_{APT} [kN/cm]	0,157	0,140	0,123	0,121	0,112
W_{50} [kN/m ²]	26,043	50,919	70,912	88,905	105,446
β	2,592	2,494	2,411	2,338	2,273

Comportamento semelhante ao verificado para a carga variável como principal foi verificado na combinação com pressão do vento como ação principal. Nota-se, no entanto, que os índices de confiabilidade são, em média, maiores em 0,13 em relação à combinação anterior. Embora tenham-se maiores coeficientes de variação da ação principal (0,34 contra 0,25) e da ação secundária (0,55 contra 0,47), o método de cálculo determinístico superestima os valores médios dessas ações, conforme mostrado nas inequações (4.94) e (4.95).

$$\mu_{L_{APT}} = 0,25 \cdot L_{0,n} < 0,5 \cdot L_{0,n} = \varphi_q \cdot L_{0,n} \quad (4.94)$$

$$\mu_{W_{50}} = 0,90 \cdot W_n < W_n \quad (4.95)$$

Uma comparação gráfica dos resultados está na Figura 4.14.

Na combinação com vento como ação principal, nota-se uma diminuição mais acentuada do índice de confiabilidade com o crescimento da ação variável, para uma mesma classe de concreto. Embora tal relação seja não linear, a análise da linha de tendência linear ilustra esse ponto, conforme valores dos coeficientes angulares listados na Tabela 4.36. Tal comportamento é esperado devido ao maior crescimento dos desvios padrões de W_{50} (comparado a L_{50}) e L_{APT} (comparado a W_a).

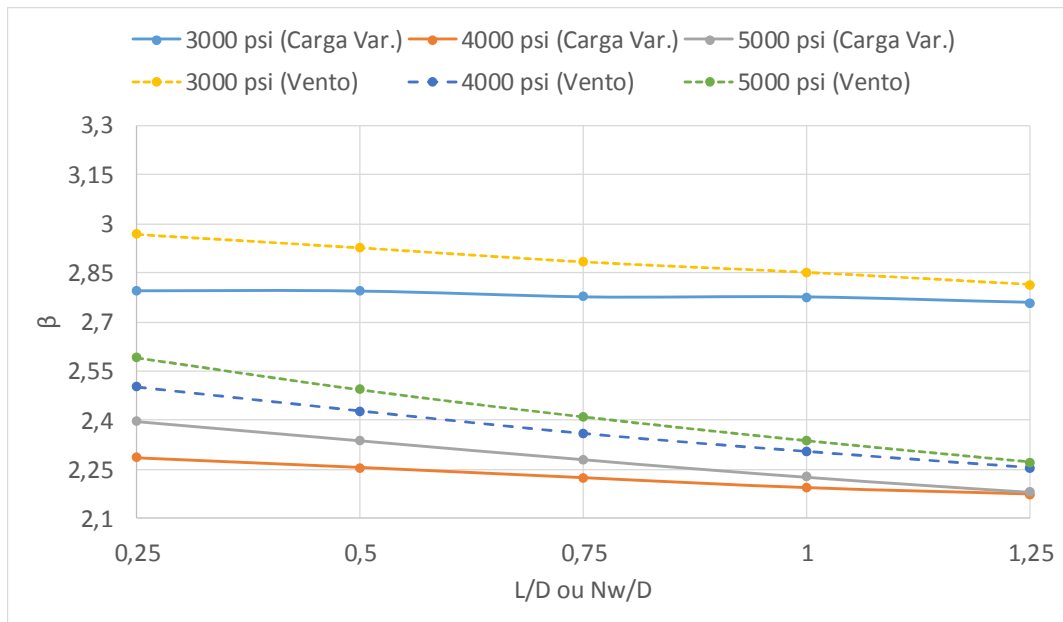


Figura 4.14 – Em uso – Comparação gráfica dos resultados

Tabela 4.36 – Em uso. Coeficientes angulares das linhas de tendência

Combinação		Coeficiente angular
Carga variável como ação principal	3000 psi	-0,0392
	4000 psi	-0,1148
	5000 psi	-0,2164
Pressão do vento como ação principal	3000 psi	-0,1524
	4000 psi	-0,2464
	5000 psi	-0,3176

5 CONCLUSÕES

Apresentam-se, neste capítulo, as conclusões do trabalho e sugestões para pesquisas futuras nas áreas pertinentes.

5.1 CONCLUSÕES

Este trabalho considerou o projeto de painéis portantes de concreto pré-moldado com espessura inferior ou igual a 15 cm, levando em conta aspectos teóricos e critérios de projeto. Por fim, foram realizadas análises de confiabilidade para problemas representando diversas fases pelas quais o elemento deve passar.

Destaca-se, no entanto, que foram adotadas propriedades estatísticas de elementos moldados *in loco*, segundo estudo de Ellingwood et al. (1980). Isso se deve à falta de estudo semelhante para elementos pré-moldados, sobretudo no cenário nacional.

Para os problemas 4.1 , 4.2 e 4.3 referentes às fases transitórias de desforma, transporte e içamento, respectivamente, foram analisados painéis de espessuras 11 cm, 12 cm, 13 cm, 14 cm e 15 cm, dimensionados para Estado Limite de Serviço (ELS) de abertura de fissuras, com critérios de projeto do manual de projeto de 2010 do *Precast Concrete Institute* (PCI), substituindo-se, no entanto, a tensão de ruptura f_{rup} pela resistência média à tração determinada segundo a Norma Brasileira ABNT NBR 6118: 2014, intitulada “Projeto de estruturas de concreto”, para o caso em que não se tem ensaios específicos. Para a análise de confiabilidade desses problemas, foi empregado o Método de Primeira Ordem ou *First Order Method* (FORM) com solução do problema de otimização em planilha segundo o método *GRG Non Linear* da extensão solver do excel. Esse método é detalhado por Tang e Low (1997 e 2001).

Os índices de confiabilidade encontrados variaram de 0,65 a 1,81 para a desforma; 1,53 a 2,51 para o transporte e 0,59 a 1,76 para o içamento. Para o ELS com alto custo de medida de segurança (aumento da espessura de todos os painéis), o *Joint Committee of Structural Safety* (JCSS) sugere valor de 1,3 (Tabela 3.5). A diferença entre índices de confiabilidade de cada problema se deve aos diferentes coeficientes de majoração fixados pelo PCI (2010) para cada uma dessas três fases, sendo, ainda, o menor valor na desforma (apesar do coeficiente de 1,4) devido à diminuição da resistência por idade do concreto, realizada segundo a ABNT NBR 6118: 2014.

Dentro de um mesmo problema, a variação do índice de confiabilidade é suavemente crescente com o aumento da espessura, uma vez que seu coeficiente de

variação (razão entre desvio padrão e valor médio) diminui com o aumento do valor nominal. Por outro lado, o aumento da classe de resistência do concreto resulta em diminuição da razão entre valor médio e valor nominal. Isso se deve ao maior custo na produção de tais concretos, o que vem a resultar em menor folga no emprego de cimento. Finalmente, essa redução vem a aproximar a origem do espaço normal padrão ao domínio de falha.

Esses resultados não são, no entanto, particularmente alarmantes, uma vez que foram usadas propriedades de concreto moldado *in loco*, associadas a maiores incertezas, diminuindo o índice de confiabilidade. Destaca-se que, na prática, a ABNT NBR 6118: 2014 recomenda a fixação da resistência para verificação do ELS de abertura de fissuras através do ensaio à flexão, portanto, um método mais próximo da realidade do que o cálculo teórico da resistência média empregado neste trabalho como o pior cenário possível para um projetista.

É interessante, no entanto, notar a grande variação do índice de confiabilidade entre as classes de concreto, o que poderia ser evitado ao se empregar coeficientes parciais de segurança específicos para cada classe, diminuindo-se a resistência de cálculo em relação à resistência característica de cada classe, à medida que esta cresce.

O item 4.4 referente à fase em uso foi dimensionado segundo os Estados Limites Últimos (ELU) de escoamento excessivo de armadura, esmagamento do concreto e plastificação da seção, ou seja, segundo domínios de deformação sugeridos para flexão composta na ABNT NBR 6118: 2014. Foram analisados painéis com 13 cm de espessura, variando-se a razão entre ação variável principal e ação permanente de 0,25 a 1,25.

Os índices de confiabilidade encontrados variaram de 2,18 a 2,80 para carga variável como ação principal, e de 2,27 a 2,97 para pressão do vento como ação principal. Os índices de confiabilidade diminuem rapidamente com o aumento da razão entre ação variável e ação permanente, devido ao aumento dos desvios padrões (maiores para ações variáveis do que para permanentes) com o aumento do valor nominal. Diferentemente do que foi verificado para fases transitórias, a classe de resistência 4000 psi (27,5 MPa) apresentou índices menores que a classe 5000 psi (34,5 MPa). Isso se deve ao menor coeficiente de variação da resistência à compressão (0,15) para a última em relação à primeira (0,18), o que vem a compensar a menor relação entre resistência média e nominal.

Destaca-se, ainda, que o índice de confiabilidade depende também do domínio de deformação no qual o elemento é dimensionado. Ao se aproximar do limite entre domínios 4 e 4a, onde o momento é máximo para painéis esbeltos com armadura mínima no meio da seção (recomendada pelo PCI), tem-se menores índices de confiabilidade devido à maior proximidade da fissuração da seção, o que vem a diminuir a rigidez da seção e aumentar os efeitos de segunda ordem, resultando em uma falha mais próxima à origem do espaço normal padrão. No caso de painéis esbeltos, concretos de classes mais resistentes tendem a ficar mais próximos desse domínio de deformação, uma vez que suportam maiores cargas com a mesma excentricidade de projeto, resultando em maiores momentos.

Para ELU, com custo elevado de medida de segurança e consequências moderadas de falha (edifício residencial, por exemplo), o JCSS fixa índice de confiabilidade com valor 3,3, portanto, acima dos valores encontrados. Essa diferença seria menor caso fossem usadas propriedades referentes ao concreto pré-moldado (maiores índices de confiabilidade). Acredita-se, no entanto, que os valores dos índices de confiabilidade ainda estariam abaixo dos limites do JCSS para os casos com maiores ações variáveis e concretos de maior classe de resistência. Esse problema poderia ser evitado com a calibração de coeficientes parciais de segurança segundo cada classe de resistência, diminuindo a resistência de projeto com maior rigor no caso das classes mais altas, ou seja, impondo maior margem de segurança.

5.2 SUGESTÕES PARA NOVAS PESQUISAS

A análise de confiabilidade depende totalmente do emprego de propriedades estatísticas adequadas, e a carência de um estudo específico destas para elementos pré-moldados é notável, sobretudo no cenário nacional. Estudos como estes são dispendiosos, passando pela moldagem e ensaio de centenas de elementos.

As propriedades estatísticas do módulo de elasticidade do concreto e do aço de armadura estão, notoriamente, ausentes nos estudos de Ellingwood et al. (1980), sendo sua consideração nesse trabalho como uma função (dependência perfeita) da resistência (para o concreto) e constante (para o aço). Tais hipóteses distam da realidade, sendo de interesse o estudo da variabilidade do módulo de elasticidade desses elementos, o que melhoraria a análise de estados limites secundários e a consideração dos efeitos de segunda ordem.

No tocante à confiabilidade estrutural e painéis portantes de concreto pré-moldado, resta, ainda, a análise de juntas verticais e horizontais, uma vez que a existência destas é particularidade de elementos pré-moldados, e seu comportamento, crucial ao desempenho da estrutura como um todo.

Tem-se, ainda, a análise de painéis com espessura superior a 15 cm, os quais viriam a requerir armadura dupla segundo os critérios de projeto do PCI (2010). Nesse caso, os painéis devem ter ELS de abertura de fissuras verificados como concreto armado, diferentemente da verificação de concreto simples feita para os painéis esbeltos. Tem-se, ainda, a diferente configuração dos domínios de deformação no ELU.

Destaca-se, ainda, a ausência de estudos de aplicação de métodos diretos para prevenção do colapso progressivo. Um método de cálculo específico para esse fenômeno abriria a possibilidade de estudos de confiabilidade estrutural desse problema.

Por fim, tem-se a continuação natural deste trabalho, na calibração de coeficientes parciais de segurança para os problemas já estudados, objetivando-se obter menor variabilidade de índices de confiabilidade e alcançar o nível de segurança sugerido pelo JCSS, no maior número possível de pontos.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

AMERICAN CONCRETE INSTITUTE. **ACI-318**: Building code requirements for structural concrete. Farmington Hills, 2014.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 6118**: Projeto de estruturas de concreto. Rio de Janeiro, 2014.

_____. **NBR 8800**: Projeto de estruturas de aço e de estruturas mistas de aço e concreto de edifícios. Rio de Janeiro, 2008.

_____. **NBR 9062**: Projeto e execução de estruturas de concreto pré-moldado. Rio de Janeiro, 2006.

_____. **NBR 16055**: Paredes de concreto moldadas no local para a construção de edificações. Rio de Janeiro, 2012.

BECK, A. T. **Curso de confiabilidade estrutural**: notas de aula. São Carlos: EESC/USP, 2014.

BJULGER, F. **Design of precast concrete structures**. Chichester, Ellis Horwood/New York, John Wiley, 1988.

CANADIAN PRESTRESSED CONCRETE INSTITUTE (CPCI). **Design Manual**. 4.ed., Ottawa, 2007.

EL DEBS, M. K. **Concreto pré-moldado**: fundamentos e aplicações. São Carlos: EESC/USP, 2000.

ELLINGWOOD, B.; GALAMBOS, T. V.; MACGREGOR, J. G.; CORNELL, C. A. **Development of a probability based load criterion for American National Standard A58**. US Bureau of Standard Special Publication 577, Washington, DC, 1980.

EUROCODE. ENV-EC2 (1992). **Eurocode 2**: Design of concrete structures – part 1: General rules and rule for buildings. British Standards Institution, London, 1992.

FÉDÉRATION INTERNATIONALE DU BÉTON (FIB). **Structural connections for precast concrete buildings**. Lausanne, 2008.

FERREIRA, D. V. G. **Edifícios com lajes maciças e paredes portantes pré-moldadas de concreto leve com pérolas de EPS**. São Carlos. Dissertação (Mestrado) – Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, 2013.

FREEDMAN, S. **Loadbearing architectural precast concrete wall panel**. PCI Journal, Chicago, 1999.

JOINT COMMITTEE ON STRUCTURAL SAFETY (JCSS). **Probabilistic Model Code – Part 1 – Basis of Design**. 12th draft. 2011.

KIANOUSH, M. R.; ELMORSI, M.; SCANLON, A. Response of large panel precast wall systems: analysis and design. **PCI Journal**, Chicago, 1996. p. 90-108.

LOW, B. K.; TANG, W. H. Efficient reliability evaluation using spreadsheet. **Journal of Engineering Mechanics**, ASCE, New York, 1997. p. 90-108.

MEHTA, P. K.; MONTEIRO, P. J. M. **Concrete microstructure, properties and materials**. New York: McGraw-Hill, 2006.

MONTGOMERY, D. C.; RUNGER, G. C. **Applied statistics and probability for engineers**. John Wiley & Sons, 2003.

PERESWIET-SOLTAN, S. **Edilizia residenziale prefabbricata: sistemi, particolari, calcoli**. Milano, I.T.E.C., 1980.

PRESTRESSED CONCRETE INSTITUTE (PCI). **Design Handbook**. 7.ed., Chicago, 2010.

_____. **Architectural precast concrete**. 3.ed., Chicago, 2007.

_____. **State of the art of precast/prestressed concrete sandwich wall panels**. 2.ed., PCI Journal, Chicago, 2011.

PINHEIRO, L. M.; AMARAL, E. C. **Estruturas de concreto – capítulo 8**: notas de aula. São Carlos: EESC/USP, 2012.

SANTOS, M. L. W. **Regionalização das velocidades extremas e temperaturas do vento no centro-sul do Brasil**. Dissertação (Mestrado). Universidade Federal do Rio Grande do Sul. Porto Alegre, 1989.

SOUZA JUNIOR, A. C. **Aplicação de confiabilidade na calibração de coeficientes parciais de segurança de normas brasileiras de projeto estrutural**. São Carlos. Dissertação (Mestrado) – Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, 2008.

TOMO, F. C. **Critérios de projeto de edifícios com paredes portantes de concreto pré-moldado**. São Carlos. Dissertação (Mestrado) – Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, 2013.