

**UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO
ESCOLA DE ENGENHARIA DE SÃO CARLOS
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA DE ESTRUTURAS**

DANIEL DE TRAGLIA AMANCIO

**Avaliação da integridade estrutural de elementos de concreto armado a partir
das propriedades modais obtidas por técnicas de excitações aleatórias e
transientes**

São Carlos
2016

DANIEL DE TRAGLIA AMANCIO

Avaliação da integridade estrutural de elementos de concreto armado a partir das propriedades modais obtidas por técnicas de excitações aleatórias e transientes

VERSÃO CORRIGIDA

A versão original encontra-se na Escola de Engenharia de São Carlos

Dissertação apresentada ao Departamento de Engenharia de Estruturas da Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, como parte dos quesitos necessários para obtenção do título de Mestre em Engenharia Civil (Estruturas).

Orientador: Prof. Dr. Ricardo Carrazedo

São Carlos

2016

AUTORIZO A REPRODUÇÃO TOTAL OU PARCIAL DESTA TRABALHO,
POR QUALQUER MEIO CONVENCIONAL OU ELETRÔNICO, PARA
FINS DE ESTUDO E PESQUISA, DESDE QUE CITADA A FONTE.

A484a Amancio, Daniel de Traglia
Avaliação da integridade estrutural de elementos de
concreto armado a partir das propriedades modais
obtidas por técnicas de excitações aleatórias e
transientes / Daniel de Traglia Amancio; orientador
Ricardo Carrazedo. São Carlos, 2016.

Dissertação (Mestrado) - Programa de Pós-Graduação
em Engenharia de Estruturas -- Escola de Engenharia de
São Carlos da Universidade de São Paulo, 2016.

1. Ensaio não destrutivo. 2. Integridade
estrutural. 3. Concreto armado. 4. Não linearidade
física. 5. Análise modal experimental. I. Título.

FOLHA DE JULGAMENTO

Candidato: Engenheiro **DANIEL DE TRAGLIA AMÂNCIO**.

Título da dissertação: "Avaliação da integridade estrutural de elementos de concreto armado a partir das propriedades modais obtidas por técnicas de excitações aleatórias e transientes".

Data da defesa: 20/04/2016

Comissão Julgadora:

Prof. Dr. **Ricardo Carrazedo (Orientador)**
(Escola de Engenharia de São Carlos/EESC)

Prof. Dr. **Leopoldo Pisanelli Rodrigues de Oliveira**
(Escola de Engenharia de São Carlos/EESC)

Prof. Dr. **José de Anchieta Rodrigues**
(Universidade Federal de São Carlos/UFSCar)

Resultado:

APROVADO

APROVADO

APROVADO

Coordenador do Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil
(Engenharia de Estruturas):
Prof. Titular **Humberto Breves Coda**

Presidente da Comissão de Pós-Graduação:
Prof. Associado **Paulo Sergio Lima Segantine**

DEDICATÓRIA

Dedico este trabalho às pessoas mais importantes da minha vida, minha amada esposa, Luciana, que mudou minha existência através de seu imenso amor, carinho, paciência e dedicação. Por ela renasceu minha felicidade, outrora diminuída pelo sertão chamado de “vida”, seco, árduo, difícil... cheio de espinhos, longo, distante de tudo mas perto de Deus, que de cima, através da sua infinita misericórdia, resolveu mandar um anjo, aliás, dois, primeiro a minha flor Luciana e depois o fruto, minha filhinha Daniela. Essa é a minha riqueza, o real resultado de um amor bem amado, de um sertão superado, enfim... a felicidade perdida voltou, irrigando a secura da trilha, encorajando o rumo da vida que haveria de enfrentar.

Aos meus queridos pais e irmã, Sara, pelo amor e dedicação.

Ao meu querido irmão, Serginho, pelo amor, admiração e respeito.

À Dona Margarida, por ter me acolhido como um filho, pelo carinho e orações.

Esta dedicatória também se estende ao professor e orientador Dr. Ricardo Carrazedo, pela generosa oportunidade e confiança; pelos sábios ensinamentos transmitidos, de forma tranquila, paciente e educada; pelo incentivo; e, por fim, por compreender as minhas limitações.

AGRADECIMENTOS

Em primeiro lugar a Deus, por tudo que tem me oferecido sem nunca ter pedido nada em troca.

Ao Professor Dr. Ricardo Carrazedo pela valiosa orientação. E também por ser um exemplo de professor, pesquisador e ser humano.

Aos Professores da Banca de Qualificação, Dr. Leopoldo Pisanelli Rodrigues de Oliveira e Dr. Vladimir Guilherme Haach, pelas importantes contribuições.

Aos colegas do SET, pela ajuda, incentivo e torcida pelo meu triunfo.

Aos técnicos e amigos do Laboratório de Estruturas-EESC, Jorge Brabo, Romeu Bessan, Mário Botelho, Mauri Guillen, Douglas Dutra, Amaury Ignácio e Luiz Vareda, pela dedicação e auxílio no desenvolvimento dos meus experimentos.

Aos amigos do grupo de pesquisa Lara Kawai, Gustavo Gidrão e Ivan Araújo, pelo auxílio e importantes contribuições no desenvolvimento dessa pesquisa.

Ao amigo Lincoln Grass pela estima e companheirismo.

Aos professores do Programa de Pós-graduação em Engenharia de Estruturas, aos técnicos e demais profissionais da Escola de Engenharia de São Carlos, da Universidade de São Paulo.

Ao Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPq) pela bolsa de estudos de Mestrado.

RESUMO

AMANCIO, D. T. **Avaliação da integridade estrutural de elementos de concreto armado a partir das propriedades modais obtidas por técnicas de excitações aleatórias e transientes** 2016. 163 p. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil (Estruturas)) – Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, 2016.

A análise dinâmica experimental tem sido amplamente pesquisada como uma ferramenta de avaliação de integridade de estruturas de concreto armado. Existem técnicas de identificação de danos baseadas em propriedades modais como frequências de ressonâncias, deformadas modais, curvaturas modais e amortecimento. Há também técnicas baseadas na não linearidade da resposta dinâmica, que apesar do grande potencial na detecção de danos, têm sido pouco exploradas nos últimos anos. Este trabalho tem por objetivo avaliar a integridade estrutural de vigas de concreto armado através do comportamento da resposta dinâmica. Foram realizados ensaios dinâmicos em duas vigas de concreto armado com 3,5 m de comprimento, 25 cm de largura, 35 cm de altura e idênticas taxas de armaduras, mas configuradas com barras de aço de diferentes diâmetros, 2 Φ 16 mm e 8 Φ 8 mm, respectivamente. Tais vigas, inicialmente íntegras, foram submetidas a ciclos de carregamento e descarregamento com intensidades crescentes até atingir a ruptura do elemento. Após cada ciclo, as propriedades dinâmicas foram avaliadas experimentalmente, com o emprego de técnicas de excitação por sinais do tipo aleatório e tipo transiente, respectivamente, visando determinar parâmetros que indiquem a deterioração gradativa do elemento. Nesses ensaios dinâmicos aplicaram-se diferentes amplitudes da força de excitação. Verificou-se que o aumento da amplitude da força dinâmica de excitação provocou reduções nos valores das frequências de ressonância de 1,1% e 2,4%, associadas, respectivamente, às excitações aleatórias e transientes; e um comportamento não linear dos índices de amortecimento, associados às excitações aleatórias, mantendo um crescimento linear com as excitações transientes. Constatou-se, ainda, que os valores das frequências de ressonância decrescem com a redução de rigidez mecânica, diminuída com o aumento do nível de fissuração induzido nos modelos. Já os valores dos índices de amortecimento, após cada ciclo, se comportaram de forma não linear e assumiram diferentes valores, conforme a técnica de excitação empregada. Acredita-se que esta não linearidade está relacionada aos danos provocados no elemento pela solicitação estrutural e, por consequência, ao processo de como a dissipação de energia é empregada no processo de instauração, configuração e propagação das fissuras nos elementos de concreto armado.

Palavras-chave: Ensaio não destrutivo. Integridade estrutural. Concreto armado. Não linearidade física. Análise modal experimental.

ABSTRACT

AMANCIO, D. T. **Assessment of structural integrity of reinforced concrete elements based on modal properties obtained by random and transient excitations techniques.** 2016. 163 p. Dissertation (M. Sc. in Civil Engineering (Structures)) – School of Engineering of São Carlos, University of São Paulo, São Carlos, 2015.

The experimental dynamic analysis has been widely investigated as a tool to assess integrity of reinforced concrete structures. State-of-the-art modal-based techniques for structural damage analysis use resonance frequencies, modal deformed, curvature and modal damping analysis. There are also techniques based on nonlinear dynamic response that despite the large potential for damage detection, have not been considered in recent years. This work aims to evaluate the structural integrity of reinforced concrete beams through the dynamic response behavior. Dynamic tests were performed on two reinforced concrete beams with 3.5 meters of length, 250 mm of width, 350 mm of height and identical reinforcement rates, but different steel bars diameters, 2 Φ 16 mm e 8 Φ 8 mm, respectively. Beams were initially intact and were subjected to loading and unloading cycles with increasing intensity until the rupture of the concrete beam. After each cycle, the dynamic properties were evaluated experimentally with random and transient excitation signals to determine parameters that indicate gradual deterioration of the beam. Different amplitudes of the excitation force were applied during dynamic testing of concrete beams. These results indicated that an increase in amplitude of dynamic excitation force caused reductions in frequency resonances by 1.1% and 2.4%, associated with the random and transient excitations, respectively. Furthermore, a non-linear behavior of the damping ratios related to random excitations was observed while a linear relationship with transient excitation was found. Moreover, it was found that the resonance frequency decreased with the cracking-related reduction of beam stiffness, caused by increasing level of loading. Additionally, the values of the damping ratios after each cycle behaved non-linearly assuming different values according to the used excitation technique. It is believed that this non-linearity can be related to the loading-related structural damage of the reinforced concrete beam. Therefore, the energy dissipation related to cracking initiation, configuration and propagation in reinforced concrete elements played an important role in the damping ratios of concrete beams.

Keywords: Non-destructive testing. Structural integrity. Reinforced concrete. Physical nonlinearity. Experimental modal analysis.

LISTA DE SIGLAS

CP	Corpo-de-prova
EFDD	Função de densidade espectral
ELS	Estado limite de serviço
ELU	Estado limite último
EMA	Análise modal experimental
FFT	Transformada rápida de fourier
FRF	Função de resposta em frequência
IDE	Índice de dissipação de energia
IRD	Índice de rigidez estático
IRE	Índice de rigidez dinâmico
LE-SET- EESC-USP	Laboratório de Estruturas do Departamento de Engenharia de Estruturas da Escola de Engenharia de São Carlos da Universidade de São Paulo
LVDT	<i>Linear variable differential transformer</i>
MDOF	Sistema de múltiplos graus de liberdade
OMA	Análise modal operacional
SDOF	Sistema de um único grau de liberdade
SIMO	Sistema com uma única entrada e múltiplas saídas
SISO	Sistema com uma única entrada e única saída
TDFD	Transformada discreta de Fourier direta
TDFI	Transformada discreta de Fourier inversa
TMS	Quadrado dos valores médios
TMV	Valor médio temporal
TRMS	Raíz quadrada do valor de TMS

SUMÁRIO

LISTA DE SIGLAS.....	5
1 INTRODUÇÃO.....	19
1.1 Objetivos.....	20
1.2 Justificativa	21
1.3 Metodologia	22
2 REVISÃO DA LITERATURA	25
2.1 Conceitos básicos de dinâmica das estruturas	25
2.1.1 Sistema de um grau de liberdade	25
2.1.2 Sistemas de múltiplos graus de liberdade	29
2.1.3 Modelos de amortecimento em vibrações forçadas.....	34
2.2 Análise modal experimental.....	37
2.2.1 Equipamentos utilizados.....	38
2.2.2 Técnicas de ensaio.....	51
2.2.3 Técnicas de identificação de danos.....	53
2.3 Comportamento de elementos fletidos de concreto armado	55
2.3.1 Diagramas tensão-deformação.....	55
2.3.2 Estados limites.....	58
2.3.3 Estádios de comportamento	59
2.3.4 Diagrama momento-curvatura para elementos de concreto armado.....	62
2.3.5 Domínios de dimensionamento	64
3 METODOLOGIA	67
3.1 Materiais Empregados	67
3.1.1 Caracterização mecânica dos materiais constituintes	68
3.2 Vigas de Concreto Armado Avaliadas.....	76
3.2.1 Dimensionamento teórico dos modelos físicos V01 e V02	78
3.2.2 Modelos físicos das vigas V01 e V02	90
3.3 Ciclos de Carregamento / Descarregamento	96
3.4 Ensaio Dinâmico	99
3.5 Equipamentos de Medição	102
3.5.1 Ensaio cíclico	102
3.5.2 Ensaio dinâmico.....	103

3.6	Técnica de Ensaio	104
3.7	Rotinas de Análise.....	109
4	RESULTADOS E DISCUSSÕES	115
4.1	Ensaio Cíclicos	115
4.2	Ensaio Dinâmicos.....	123
4.3	Índices de comportamento das respostas modais relativos às condições de dano	135
4.4	Comparações dos resultados modais obtidos através das técnicas de identificação de dano	139
4.4.1	Intensidade de excitação x índice de Amortecimento	139
4.4.2	Intensidade de excitação x Frequência de ressonância.....	145
4.4.3	Avaliação da sensibilidade das técnicas de excitação através das respostas dinâmicas	151
5	CONCLUSÕES	155
	REFERÊNCIAS	159

1 INTRODUÇÃO

Ao longo da vida útil, as estruturas civis, segundo Sung, Jung e Jung (2013) e Maeck *et al.* (2000), estão sujeitas à deterioração estrutural na forma de dano, provocadas pelas intempéries naturais, agressividade do ambiente, carregamentos excessivos ao limite de projeto, fadiga, bem como pela falta de um plano preventivo de inspeções e intervenções de manutenção da integridade da estrutura. A falta de informação sobre o estado de danificação das estruturas, que em muitos casos são imperceptíveis à visão humana, geram incertezas quanto à segurança de utilização estrutural devido à possibilidade de falha catastrófica que remontariam perdas irreparáveis de monta social e financeira.

De acordo com Hola e Schabowicz (2010), os métodos experimentais mais utilizados na identificação de danos podem ser divididos em testes destrutivos, testes semi-destrutivos e não destrutivos. Os métodos destrutivos são pouco utilizados para prever danos em estruturas em uso, pois o próprio ensaio gera danificação da estrutura. Já os métodos semi-destrutivos exigem somente uma pequena prospecção intrusiva do material, ocasionando apenas a perda das propriedades do local da intrusão que será posteriormente reconstituído. No caso dos métodos não destrutivos, além de não gerar danos durante sua execução, possibilitam a repetição dos ensaios ao longo da vida útil da estrutura para acompanhar a evolução da integridade estrutural.

De acordo com Pandey e Biswas (1991), as estruturas danificadas sofrem alterações em suas características dinâmicas. As principais alterações ocorrem nas frequências naturais, no amortecimento e no modo de vibrar da estrutura.

Os ensaios dinâmicos não destrutivos, aplicados ao diagnóstico de dano estrutural, possibilitam analisar as mudanças das características dinâmicas da estrutura, como analisados por Ito e Uomoto (1997), que utilizaram o ensaio acústico não destrutivo para verificar a influência das fissuras com relação às amplitudes e frequências de ressonância acústicas de impacto, apresentando resultados à degradação da rigidez de amostras de concreto.

Outros estudos foram feitos a fim de verificar o comportamento das características dinâmicas com a relação à resposta ao dano. MAECK *et al.* (2000)

analisaram vigas de concreto armado através de várias técnicas dinâmicas não destrutivas a fim de obter respostas dinâmicas quanto à rigidez de flexão. Segundo tais autores, o processo de aumento de fissuração do concreto armado provoca a degradação da rigidez da estrutura e pode dar substanciais informações da localização e do nível de danificação. Já no estudo feito por Zembaty, Kowalski e Posposil (2006), constatou-se a diminuição da frequência natural amortecida e o aumento do amortecimento estrutural de pórticos, em escala real, submetidos às excitações sísmicas de uma mesa vibratória.

No caso do trabalho apresentado por Pereira *et al.* (2011), foi utilizada a técnica de excitação por impulso, a fim de verificar a influência da elasticidade não linear no amortecimento em amostras de material cerâmico submetidas à variação de temperatura. Como resultado, os parâmetros de elasticidade não linear indicaram mudanças no módulo de elasticidade, no amortecimento e na amplitude de vibração das amostras com o aumento da tensão elétrica do impulso de excitação. A elasticidade não linear estrutural ocorre devido à presença de componentes do material que se consolidam em interfaces de ligação mesoscópica que possuem fissuras, atrito de contato e defeitos microestruturais. Esses defeitos agem, de forma análoga, aos “interruptores” que ligam e desligam, possuindo um comportamento histerético, variando conforme o histórico de estados de tensões em que o material é submetido. Os materiais não lineares dissipam energia através desses “interruptores” e tal dissipação aumenta à medida que se aumenta a amplitude de vibração porque mais interruptores ligam mais áreas de atrito.

1.1 Objetivos

Este trabalho tem por objetivo avaliar a integridade estrutural de elementos de concreto armado a partir das propriedades modais obtidas por técnicas de excitações aleatórias e transientes, realizando ensaios dinâmicos em duas vigas de concreto armado com 3,5 m de comprimento, 25 cm de largura, 35 cm de altura e idênticas taxas de armaduras, mas configuradas com barras de aço de diferentes diâmetros, 2 Φ 16 mm e 8 Φ 8 mm, respectivamente. Tais vigas,

inicialmente íntegras, foram submetidas a ciclos de carregamento e descarregamento com intensidades crescentes até atingir a ruptura. Após cada ciclo, as propriedades dinâmicas são avaliadas experimentalmente, visando determinar parâmetros que indiquem a deterioração gradativa do elemento ao aplicar crescentes níveis de força de excitação através da utilização do excitador eletrodinâmico e do martelo de impacto.

Os objetivos específicos são:

- Determinar as frequências de ressonância e os índices de amortecimento das vigas de concreto armado, visando à compreensão dessas propriedades a partir de diferentes intensidades de excitação.
- Compreender o comportamento da frequência de ressonância e do índice de amortecimento frente ao processo de danificação dos elementos estruturais, após cada ciclo, avaliando o incremento da não linearidade da resposta. Acredita-se que esta não linearidade está relacionada aos danos provocados no elemento pela solicitação estrutural.
- Comparar os resultados das propriedades modais obtidas pelas diferentes técnicas de excitação, permitindo identificar vantagens e desvantagens.

1.2 Justificativa

A análise dinâmica experimental tem sido amplamente pesquisada como uma ferramenta de avaliação de integridade de estruturas civis de concreto armado, conforme estudos feitos por Maeck *et al.* (2000), Maas *et al.* (2012), Nguyen *et al.* (2014), Abdelrahman e Elbatanouny (2014) e Bandara, Chan e Thambiratnam (2014).

A fim de atender às necessidades do desenvolvimento humano nos aspectos sociais, econômicos e ambientais, são construídas cada vez mais estruturas civis, muitas das quais projetadas e elaboradas com grande ousadia e altíssimos níveis de complexidade, como barragens e pontes, ou obras especiais, ambas com funções essenciais à manutenção da qualidade de vida.

A falta de informações sobre a integridade de elementos estruturais gera preocupantes incertezas quanto à segurança de utilização. Sabe-se que muitos fatores como a agressividade do ambiente, aplicação de carregamentos que ultrapassem o limite de resistência, fadiga, dentre outros, contribuem para o processo de deterioração da estrutura.

Entretanto, o processo de envelhecimento e a deterioração estrutural unido à modificação de utilização das estruturas civis, segundo Cunha e Caetano (2006), levaram ao desenvolvimento de novas técnicas de avaliação da integridade estrutural através das respostas dinâmicas devido às vibrações.

Os ensaios dinâmicos não destrutivos são favoráveis às estruturas de concreto armado por não gerarem danos e por serem aplicados repetidas vezes ao longo da vida útil do elemento, a fim de acompanhar a evolução de possíveis danos estruturais sem acarretar prejuízos às suas respectivas funções de utilidade pública ou privada.

A melhor compreensão dos resultados modais obtidos pelas técnicas de identificação de dano, baseadas na avaliação das propriedades modais da resposta dinâmica podem auxiliar de forma significativa na análise da integridade de estruturas existentes, trazendo informações essenciais para a tomada de decisão quanto à necessidade de eventuais intervenções de manutenção e/ou reparo bem como no auxílio das definições de futuros projetos de estruturas em concreto armado.

1.3 Metodologia

A avaliação da integridade dos elementos de concreto através da resposta não linear de ensaios dinâmicos será realizada através das seguintes etapas:

1. Revisão bibliográfica a fim de consolidar o conhecimento com relação aos conceitos dos seguintes temas: dinâmica estrutural, métodos de ensaios

dinâmicos não destrutivos, detecção de danos em estruturas de concreto armado e comportamento dos elementos fletidos de concreto armado.

2. Estudo experimental piloto em escala reduzida para se definir a melhor configuração do ensaio em escala real;
3. Estudo experimental com objetivo de compreender a influência da resposta dinâmica frente a não linearidade dos parâmetros dinâmicos modais da estrutura;
4. Análise dos resultados obtidos com a proposição de compreender a relação entre a danificação gerada pelo processo de fissuração do elemento estrutural de concreto armado e as propriedades dinâmicas não lineares.

2 REVISÃO DA LITERATURA

2.1 Conceitos básicos de dinâmica das estruturas

Neste item, serão revisados temas relevantes da dinâmica das estruturas fundamentais à proposta de pesquisa. A síntese da teoria da dinâmica apresentada a seguir foi obtida através das obras de Clough e Penzien (1975), Warburton (1976) e Craig Junior e Kurdila (2006).

2.1.1 Sistema de um grau de liberdade

A segunda lei de Newton, relativa ao movimento gerado pelas forças atuantes em uma massa m ao longo do tempo, é empregada em um sistema de um grau de liberdade a fim de obter o equilíbrio dinâmico desse sistema. O equilíbrio de forças é representado pela equação (1), apresentada abaixo, na qual m representa a massa, c o amortecimento, k a rigidez, x o deslocamento e $P(t)$ a força aplicada na massa em função do tempo. A solução dessa equação fornece a resposta da massa devido às forças aplicadas:

$$m\ddot{x}(t) + c\dot{x}(t) + kx(t) = P(t) \quad (1)$$

2.1.1.1 Vibração Livre

Um sistema de um grau de liberdade, sujeito às condições cinemáticas iniciais, deslocamento ou velocidade, e ausente de forças aplicadas sobre a massa,

provocará uma vibração livre ao sistema representada pela equação diferencial homogênea de segunda ordem, mostrada a seguir:

$$m\ddot{x}(t) + c\dot{x}(t) + kx(t) = 0 \quad (2)$$

A solução da equação diferencial (2) pode ser representada por

$$x(t) = Ae^{\lambda t}, \quad (3)$$

que, substituída na equação (2), resulta em

$$m\lambda^2 + c\lambda + k = 0, \quad (4)$$

em que:

$$\lambda = -\frac{c}{2m} \pm \left[\left(\frac{c}{2m} \right)^2 - \frac{k}{m} \right]^{1/2}. \quad (5)$$

Existem três possibilidades de resposta para λ . Tomando-se a última parcela da equação (5) como positiva, há existência de duas raízes da equação (4) reais negativas, proporcionando a resposta:

$$x(t) = A_1 e^{\lambda_1 t} + A_2 e^{\lambda_2 t}. \quad (6)$$

Para a segunda possibilidade de resposta, considerando nula a última parcela da equação (5), o valor assumido por λ passa a ser:

$$\lambda = \pm i \left[\frac{k}{m} \right]^{1/2}, \quad (7)$$

com $i = \sqrt{-1}$.

Fazendo $\omega_n = \sqrt{\frac{k}{m}}$, denominada frequência natural do sistema, possibilita a obtenção da seguinte resposta para a equação diferencial:

$$x(t) = A_1 e^{+i\omega_d t} + A_2 e^{-i\omega_d t} \quad (8)$$

No caso da terceira possibilidade, onde $\left(\frac{c}{2m}\right)^2 < \frac{k}{m}$, ocorrerão duas raízes complexas, escritas matematicamente da seguinte forma:

$$\lambda = -\frac{c}{2m} \pm i \left[\frac{k}{m} - \left(\frac{c}{2m}\right)^2 \right]^{1/2} \quad (9)$$

Utilizando a equação de Euler, $e^{\pm i\theta} = \cos\theta \pm i\text{sen}\theta$, a resposta da equação diferencial para essa condição é dada por:

$$x(t) = e^{-\left(\frac{c}{2m}\right)t} (A_1 \cos\omega_d t + A_2 \text{sen}\omega_d t) \quad (10)$$

$$\text{com } \omega_d = \left[\frac{k}{m} - \left(\frac{c}{2m}\right)^2 \right]^{1/2} .$$

2.1.1.2 Vibração forçada

De acordo com McConnel e Varoto (2008), a vibração forçada amortecida, considerando o sistema de um grau de liberdade sendo excitado por uma força, $f(t) = f_0 e^{i\omega t}$, onde f_0 é uma constante e ω é a frequência da força aplicada, o equilíbrio dinâmico da equação (1) para o movimento passa a ser:

$$m \ddot{x}(t) + c \dot{x}(t) + kx(t) = f_0 e^{i\omega t} . \quad (11)$$

Na hipótese da força de excitação possuir similar frequência do sistema tal que a resposta para a equação (11) seja:

$$x(t) = X_0 e^{i\omega t}, \quad (12)$$

sendo X_0 a máxima amplitude do movimento, e substituindo as equações (12) na equação (11), tem-se:

$$(k - m\omega^2 + ic\omega)X_0 e^{i\omega t} = f_0 e^{i\omega t}. \quad (13)$$

Colocando a expressão em função da amplitude do sistema, tem-se:

$$X_0 = \frac{f_0}{(k - m\omega^2 + ic\omega)}, \quad (14)$$

e, fazendo $r = \frac{\omega}{\omega_n}$, denominado relação entre a frequência angular excitadora - ω e

a frequência angular natural - ω_n , e $\xi = \frac{c}{c_r}$, sendo ξ denominado fator de

amortecimento, e, c_r , o amortecimento crítico, dado pela expressão, $c_r = 2\sqrt{km}$, obtêm-se a expressão simplificada da equação (14).

$$X_0 = \frac{f_0}{k(1 - r^2 + i2\xi r)} \quad (15)$$

ou

$$X_0 = H(\omega)f_0, \quad (16)$$

sendo $H(\omega)$, conhecida por Função de Resposta em Frequência (FRF). Trata-se de uma função complexa que relaciona os dados de saída (deslocamentos, velocidades ou acelerações) com os dados de entrada, nesse caso as forças de excitação do sistema.

Pelo fato de $H(\omega)$ ser uma função complexa, esta deve ser expressa pela parte real e parte imaginária ou pela magnitude e ângulo de fase, $|H(\omega)|$ e ϕ , respectivamente.

Como

$$H(\omega)^{-1} = H_{real}(\omega) + H_{imaginário}(\omega) \quad (17)$$

com

$$H_{real}(\omega) = |H(\omega)| \cos \phi \quad (18)$$

e

$$H_{imaginário}(\omega) = +i |H(\omega)| \text{sen} \phi \quad (19)$$

então,

$$H(\omega) = |H(\omega)| \cos \phi - i |H(\omega)| \text{sen} \phi \quad (20)$$

Substituindo a equação (20) na equação (16) e em seguida na equação (12), obtém-se:

$$x(t) = |H(\omega)| e^{-i\phi} f_0 e^{i\omega t} = |H(\omega)| e^{i(\omega t - \phi)} \quad (21)$$

A função (21) indica a defasagem angular entre os vetores da resposta e vetores da excitação. Entretanto, o valor, em radianos, do ângulo de fase pode ser obtido através da equação (22), a seguir:

$$\tan \phi = \frac{\text{imaginário}}{\text{real}} = \frac{c\omega}{k - m\omega^2} \quad (22)$$

2.1.2 Sistemas de múltiplos graus de liberdade

De acordo com Craig Jr. e Kurdila (2006), as análises dinâmicas das estruturas reais são baseadas em modelos de múltiplos graus de liberdade. A equação do equilíbrio dinâmico do movimento de um sistema com n graus de liberdade é dada por:

$$M \ddot{x}(t) + C \dot{x}(t) + Kx(t) = P(t) \quad (23)$$

Onde M , C e K são matrizes de ordem $n \times n$, relativas à massa, ao amortecimento e à rigidez do modelo, respectivamente. No caso de $x(t)$ e $P(t)$, vetores correspondentes ao deslocamento e carregamento, respectivamente, e possuem ordem $n \times 1$.

2.1.2.1 Frequências naturais e modos de vibração para sistemas de múltiplos graus de liberdade

A expressão que rege um sistema com vibração livre não amortecido com n graus de liberdade é expressa por:

$$\begin{bmatrix} m_1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & m_2 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & m_n \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{x}_1(t) \\ \ddot{x}_2(t) \\ \vdots \\ \ddot{x}_n(t) \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} k_{11} & k_{13} & \cdots & k_{1n} \\ k_{21} & k_{22} & \cdots & k_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ k_{n1} & k_{n2} & \cdots & k_{nn} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \\ \vdots \\ x_n(t) \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (24)$$

Tendo como hipótese que o movimento do sistema em análise terá a forma de uma função harmônica, têm-se os deslocamentos dos n graus de liberdades do sistema dados a seguir:

$$\begin{aligned} x_1(t) &= X_1 \cos(\omega t - \phi) \\ x_2(t) &= X_2 \cos(\omega t - \phi) \\ &\vdots \\ x_n(t) &= X_n \cos(\omega t - \phi), \end{aligned} \quad (25)$$

em que X_1 , X_2 e X_n são máximas amplitudes que os deslocamentos podem assumir nos seus respectivos graus de liberdade, respectivamente.

Ao substituir as hipotéticas soluções da equação (25) na equação (24), chega-se a um problema matemático conhecido como Autovalores e Autovetores, apresentado na equação (26), a seguir:

$$\left[\begin{array}{cccc} k_{11} & k_{13} & \cdots & k_{1n} \\ k_{21} & k_{22} & \cdots & k_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ k_{n1} & k_{n2} & \cdots & k_{nn} \end{array} \right] - \omega^2 \left[\begin{array}{cccc} m_1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & m_2 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & m_n \end{array} \right] \begin{Bmatrix} X_1 \\ X_2 \\ \vdots \\ X_n \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (26)$$

Para que esse sistema homogêneo admita soluções não nulas, ou seja,

$$\begin{Bmatrix} X_1 \\ X_2 \\ \vdots \\ X_n \end{Bmatrix} \neq \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{Bmatrix}, \quad (27)$$

deve-se ter a equação característica,

$$\det \left(\begin{array}{cccc} k_{11} & k_{13} & \cdots & k_{1n} \\ k_{21} & k_{22} & \cdots & k_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ k_{n1} & k_{n2} & \cdots & k_{nn} \end{array} - \omega^2 \begin{array}{cccc} m_1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & m_2 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & m_n \end{array} \right) = 0 \quad (28)$$

ou, ainda,

$$\det \left(\begin{array}{cccc} k_{11} - \omega^2 m_1 & k_{13} & \cdots & k_{1n} \\ k_{21} & k_{22} - \omega^2 m_2 & \cdots & k_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ k_{n1} & k_{n2} & \cdots & k_{nn} - \omega^2 m_n \end{array} \right) = 0 \quad (29)$$

O determinante acima é um polinômio em ω denominado polinômio característico. As suas n raízes são os valores do quadrado das frequências naturais angulares, ω_1^2 , ω_2^2 até ω_n^2 . Os respectivos autovetores dos autovalores são os modos naturais de vibração do sistema estrutural e são obtidos através da substituição dos autovalores na equação característica, individualmente, um a um. Uma das notações mais utilizada para o r -ésimo modo natural de vibração, segundo Craig e Kurdila (1981), é apresentada na sequência por

$$\phi_r = \begin{Bmatrix} \phi_1 \\ \phi_2 \\ \phi_r \end{Bmatrix}_r \quad (30)$$

com $r=1, n$.

2.1.2.2 Ortogonalidade de sistema não amortecido de múltiplos graus de liberdade

De acordo com Craig Jr. e Kurdila (2006) e Lima e Santos (2008), a ortogonalidade dos modos de vibração é uma propriedade utilizada na solução de problemas dinâmicos. Para compreender a ortogonalidade de um sistema não amortecido com n graus de liberdade, é necessário tomar o r -ésimo e s -ésimo termo dos modos de vibração. Utilizando a equação (26), tem-se:

$$(K - \omega_r^2 M)\phi_r = 0 \quad (31)$$

e

$$(K - \omega_s^2 M)\phi_s = 0 \quad (32)$$

Multiplicando as equações (31) e (32) por ϕ_s^t e ϕ_r^t , respectivamente, obtêm-se:

$$\phi_s^t (K - \omega_r^2 M)\phi_r = 0 \quad (33)$$

e

$$\phi_r^t (K - \omega_s^2 M)\phi_s = 0 \quad (34)$$

Devido à simetria das matrizes K e M , pode-se afirmar que

$$\phi_s^t K \phi_r = \phi_r^t K \phi_s \quad (35)$$

e

$$\phi_s^t M \phi_r = \phi_r^t M \phi_s, \quad (36)$$

logo:

$$(\omega_r^2 - \omega_s^2) \phi_s^t M \phi_r = 0, \quad (37)$$

como $(\omega_r^2 - \omega_s^2) \neq 0$, tem-se:

$$\phi_s^t M \phi_r = 0. \quad (38)$$

Fazendo a substituição da equação (38) na equação (33), acha-se:

$$\phi_s^t K \phi_r = 0. \quad (39)$$

As equações (38) e (39) representam a ortogonalidade entre os r -ésimos e s -ésimos modos de vibração em relação às matrizes de massa e rigidez, respectivamente.

Multiplicando-se a equação (31) por ϕ_r^t , obtém-se:

$$\phi_r^t (K - \omega_r^2 M) \phi_r = 0, \quad (40)$$

onde:

$$\phi_r^t M \phi_r = m_r, \quad (41)$$

e

$$\phi_r^t K \phi_r = k_r, \quad (42)$$

sendo m_r e k_r a massa modal e rigidez modal, respectivamente, do r -ésimo modo. Vale ressaltar que k_r e m_r não possuem a mesma unidade dimensional da massa e rigidez. A matriz de massa modal, M_i , e a matriz de rigidez modal, K_i , são matrizes diagonais e seus elementos são as massas modais e rigidez modal do i -ésimo modo., respectivamente.

Segundo Lima e Santos (2008), as vibrações livres de um sistema não amortecido de n graus de liberdade é uma combinação linear de todos os n modos de vibração desde que estes formem a base para um espaço vetorial de dimensão n . Vale lembrar que os modos de vibração podem desacoplar as n equações do

movimento através da diagonalização da equação matricial do equilíbrio dinâmico, tornando um sistema de múltiplos graus de liberdade em um conjunto de sistemas de um grau de liberdade, permitindo a interpretação física do comportamento modal.

2.1.3 Modelos de amortecimento em vibrações forçadas

De acordo com Lima e Santos (2008), quando o amortecimento é considerado no sistema, os principais modelos de análise modal para essa propriedade dinâmica são os modelos de amortecimento viscoso e o modelo de amortecimento estrutural.

Segundo Cossolino e Pereira (2010), o amortecimento de um sistema mecânico é classificado em três grupos, conforme o efeito de dissipação de energia ao vibrar. O primeiro grupo é denominado amortecimento interno, e está associado à dissipação de energia devido aos microdefeitos internos da estrutura. Esse grupo subdivide-se em dois subgrupos, formados pelo amortecimento viscoelástico e o amortecimento histerético. No amortecimento viscoelástico a força viscosa se opõe ao movimento da estrutura e tem sua magnitude proporcional à velocidade da estrutura. Já no amortecimento histerético a dissipação de energia mecânica acontece com insignificante influência da frequência de oscilação sobre o vibrar do sistema mecânico.

O segundo grupo está relacionado ao amortecimento estrutural, para o qual a dissipação de energia ocorre devido a tensão cisalhante entre as superfícies dos componentes da estrutura com insuficiente ou ausente meio lubrificante. Por isso é também chamado de amortecimento de *Coulomb*, para o qual a força de atrito é constante e proporcional à magnitude da força normal às superfícies deslizantes.

No caso do terceiro grupo, o amortecimento é chamado de fluídico e está associado ao movimento de um mecanismo em contato de um fluido.

A hipótese da dissipação de energia por ciclo de oscilação é o parâmetro de comparação dos modelos. Para se estabelecer as condições de estabilidade de movimento do sistema, essa energia dissipada é igual ao trabalho provocado pela excitação externa atuante sobre a massa do sistema por ciclo de oscilação.

Para o modelo de amortecimento viscoso, a energia dissipada por ciclo, W_d , pode ser calculada através da seguinte expressão:

$$W_d = \int F_d dx = \pi c \omega A^2, \quad (43)$$

em que F_d e A são, respectivamente, a força de amortecimento do sistema e amplitude máxima do movimento harmônico.

No caso do modelo de amortecimento de estrutural, a energia dissipada por ciclo, expressa na equação (44), a seguir, é linearmente dependente da amplitude, acarretando a distorção das formas de ondas senoidais.

$$W_d = 4F_c A, \quad (44)$$

sendo:

F_c a força de amortecimento de *Coulomb*.

Nesse mesmo modelo de amortecimento é definida uma taxa de variação da energia dissipada por ciclo por 2π , que multiplica o máximo potencial de energia, U . A expressão matemática para essa relação em sistemas com um único grau de liberdade é dada por:

$$\eta = \frac{\alpha}{\pi U}, \quad (45)$$

com $U = \frac{kA^2}{2}$.

A equação para a energia dissipada por ciclo no modelo de amortecimento estrutural corresponde a

$$W_d = \pi k \eta A^2. \quad (46)$$

Ao igualar as equações (43) e (46), encontra-se a seguinte relação:

$$c \omega = k \eta \quad (47)$$

ou

$$\xi = \frac{\eta}{2} \quad (48)$$

A resposta de uma estrutura ao movimento senoidal devido ao amortecimento estrutural pode ser escrita pela substituição da equação (48) nas equações (14) e (22), resultando nas seguintes expressões:

$$X_0 = \frac{f_0}{(k - m\omega^2 + ik\eta)} = \frac{f_0}{k(1 - r^2 + i\eta)} \quad (49)$$

e

$$\tan\phi = \frac{k\eta}{k - m\omega^2} = \frac{\eta}{1 - r^2} \quad (50)$$

Pelas manipulações matemáticas anteriores, observa-se que o emprego dos conceitos das funções de resposta de frequência à análise de estruturas características ao modelo de amortecimento viscoso são os mesmos conceitos utilizados em estruturas influenciadas pelo modelo de amortecimento estrutural.

Pereira *et al.* (2011) investigaram o comportamento do amortecimento e do módulo de elasticidade de amostras de materiais cerâmicos refratários, através de taxas relativas à intensidade de excitação dinâmica por impulso, a fim de compreender o fenômeno de dano em tais amostras, ocasionado por elevadas e bruscas variações de temperatura. Como parâmetros de análise, os pesquisadores utilizaram-se da influência da não linearidade das respostas dinâmicas relativas à danificação dos modelos, através dos parâmetros α e β que descreveram as taxas de variação das funções módulo de elasticidade e amortecimento estrutural, respectivamente, com relação à excitação dinâmica por impulso. Segundo os resultados obtidos, os pesquisadores afirmam que a não linearidade das respostas dinâmicas sobre os materiais refratários são possíveis parâmetros indicativos dos processos de danificação e monitoração de formação e abertura de fissuras em materiais refratários sujeitos a elevadas variações de temperatura.

2.2 Análise modal experimental

O processo de envelhecimento e a deterioração das estruturas civis, segundo Cunha e Caetano (2006), levaram ao desenvolvimento de novas técnicas de avaliação da integridade estrutural através das respostas dinâmicas devido às vibrações. Tais técnicas utilizam-se das análises dessas respostas para identificação das propriedades modais das estruturas civis.

Devido às grandes dimensões que as estruturas civis podem assumir, o processo controlado de excitá-las, utilizando as excitações ambientais com apropriado método estocástico modal, só é possível graças ao desenvolvimento tecnológico dos sistemas eletrônicos praticados nos transdutores e conversores analógicos-digitais

Baseado na conceituação de He e Fu (2001), a análise modal experimental é uma técnica experimental que objetiva aferir as variáveis modais de uma estrutura em estado de vibração. Essa técnica experimental é baseada na teoria das FRF, que caracterizam as relações entre as diferentes combinações de excitações e respostas à vibração de locais pré-determinados de uma estrutura.

As FRFs, na maior parte dos casos, são funções matemáticas de variáveis complexas, representadas coletivamente por uma matriz de FRFs, geralmente simétrica.

Cunha e Caetano (2006) afirmam que os testes vibrodinâmicos das estruturas civis podem ser subdivididos de acordo com o processo de identificação modal, nos quais são avaliados pelas magnitudes das respostas de entradas e saídas ou apenas pela resposta da intensidade das saídas.

Para Ewins (2000), a técnica de identificação dos parâmetros modais que considera apenas a análise das respostas das estruturas é conhecida por Análise Modal Operacional (OMA), por fazer proveito das excitações ambientais e operacionais, caracterizadas através de um processo estocástico gaussiano que consiste em sinais elétricos com funções de densidades espectrais constantes e de médias nulas.

Ewins (2000), Rainieri e Fabbrocino (2014) afirmam que a Análise Modal Experimental (EMA) convencional consiste na medição da excitação em locais específicos da estrutura relacionando-a com as medições das magnitudes das

respostas vibratórias. Essas aferições geralmente são realizadas por transdutores de força que captam os sinais mecânicos da excitação, e por transdutores de aceleração que medem as respostas vibratórias da estrutura, as quais são enviadas, em formato de sinais elétricos, a um sistema computacional para análise e processamento a fim de obtenção do modelo modal da estrutura através das FRFs.

De acordo com Marcos (2015), independentemente da técnica a ser empregada na excitação da estrutura, as mesmas etapas quanto ao esquema experimental podem ser adotadas tanto para EMA quanto para OMA.

He e Fu (2001) e Marcos (2015), configuram o esquema experimental dos ensaios modais dividindo-os em etapas:

- A primeira etapa consiste na adequação e configuração dos parâmetros experimentais segundo a estrutura a ser observada;
- Na segunda parte é realizada a medição e coleta dos dados das respostas frente à vibração;
- A terceira etapa ocorre com o processamento dos dados nas rotinas matemáticas das FRFs, estimando-se os parâmetros modais da respectiva estrutura;
- E, na última etapa, tem-se a validação dos modelos modais obtidos.

De acordo com Juliani (2014), a experimentação real de uma estrutura possibilita a obtenção de dados que não são alcançados por modelos teóricos. Por outro lado, os dispositivos a serem utilizados e as informações a serem registradas, no emprego da EMA e da OMA, são facilitados se, antecipadamente, a compreensão de uma hipótese teórica do modelo real ser obtida.

2.2.1 Equipamentos utilizados

Segundo Cunha e Caetano (2006), os equipamentos utilizados para excitar estruturas de pequeno e médio porte podem ser os martelos de impacto. Suas utilizações nos ensaios de vibração têm a vantagem de conseguir excitar uma larga banda de frequência possibilitando a obtenção de vários modos de vibração da

estrutura sob observação. A desvantagem de seus usos em tal experimentação é que alguns modos necessitam de maiores energias, as quais são dependentes diretamente da velocidade de impacto, além de outras relações, no caso a interface entre a estrutura e a ponta do martelo bem como a dependência do aplicador.

Outra alternativa de mecanismo de excitação encontra-se na utilização de excitadores eletrodinâmicos, os quais são vantajosos quanto a emissão de diversos tipos de sinais dinâmicos. A vantagem de se excitar uma estrutura com uma força senoidal é de poder alcançar as frequências naturais avaliando, simultaneamente, seus respectivos modos de vibrar.

A Figura 1 mostra alguns tipos de excitadores utilizados na excitação de grandes estruturas. As desvantagens em utilizá-los são as baixas amplitudes de força relativas às baixas frequências, dificuldade na mensuração da força aplicada, etc.



Figura 1 - Excitador de massa excêntrica utilizado em ensaios modais de grandes estruturas. Fonte: Cunha e Caetano (2006, p. 12).

Para aquisição das medições de entradas e saídas dos sistemas, são utilizados os dispositivos transdutores.

Os dispositivos mais utilizados para medir a resposta do sistema são os transdutores que medem as acelerações da estrutura provocadas por algum tipo de vibração.

Há diversos tipos de acelerômetros, os quais podem ser caracterizados pelos mecanismos de funcionamento dos seus componentes, nos tipos piezoelétricos, piezoresistivos, capacitivos, *forces-balance*, entre outros. A ilustração

da configuração construtiva do acelerômetro piezoelétrico é apresentada na Erro! Fonte de referência não encontrada..

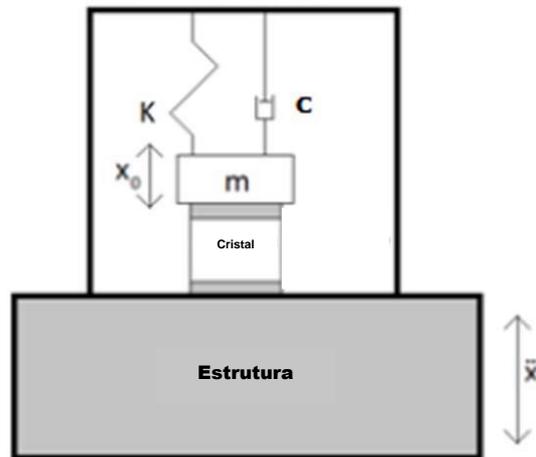


Figura 2 - Esquema de construção de acelerômetro piezoelétrico. Fonte: Adaptado de Sampaio (2015).

De acordo com Sampaio (2015), as vantagens quanto ao uso dos acelerômetros do tipo piezoelétrico são por serem compactos, resistentes, bem como capazes de operarem em larga faixa de frequência. Já os demais tipos de acelerômetros são considerados de baixo custo quando comparados aos do tipo piezoelétricos.

Dentre os demais equipamentos necessários à execução de experimentações modais de estruturas, os sistemas eletrônicos de aquisição e condicionamento de dados, na maioria dos casos são formados por multicanais de transmissão de sinais, interconectados às placas de aquisição, controle e conversão de sinais elétricos analógicos em digitais.

De acordo com Lathi (2007), com auxílio de recursos computacionais, o processamento dos sinais digitais armazenados, através do método de identificação modal no domínio do tempo, inicia-se pelo truncamento gradual dos sinais por funções janelas com intuito de evitar o espalhamento e vazamento das informações.

Para a avaliação de tais informações no âmbito da frequência, utiliza-se de artifícios matemáticos relativos à Transformada de *Fourier* Direta, aplicada a sinais discretos, através do algoritmo denominado Transformada Rápida de Fourier, que reduz o período do processamento computacional de sinais contendo grande quantidade amostral.

Segundo McConnel e Varoto (2008), os espectros em frequência podem ser gerados pelas médias estatísticas dos sinais, obtidos através das formulações do Valor Médio Temporal (TMV – *temporal mean value*), pelo Quadrado dos Valores Médios (TMS – *temporal mean square*) ou pela raiz quadrada do valor de TMS (TRMS – *temporal root mean square*), e, respectivamente, expressas matematicamente pelas próximas três equações.

$$\bar{x} = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^T x(t) dt \quad (51)$$

com \bar{x} representando o valor médio do sinal $x(t)$;

$$\overline{x^2} = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^T x(t)^2 dt \quad (52)$$

e

$$A_{RMS} = \sqrt{\lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^T x(t)^2 dt} \quad (53)$$

No caso dos sinais aleatórios e transientes, é necessário utilizar-se de conceitos estatísticos de correlação para obter seus espectros de frequência. O conceito de correlação pode ser realizado através da auto-correlação de um sinal e correlação-cruzada entre sinais diferentes.

Nesta pesquisa as excitações empregadas são classificadas em sinais aleatórios e sinais transientes; o critério estatístico adotado no processamento dos espectros em frequências é o de auto-correlação dos respectivos tipos de sinais.

A função de auto-correlação de densidade espectral de sinais espectrais é algebricamente dada por:

$$R_{xx}(\tau) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} x(t)x(t+\tau) dt \quad (54)$$

Quando $\tau \rightarrow \infty$ ou $\tau \rightarrow -\infty$, $R_{xx}(\tau)$ é nula, pois a aleatoriedade do sinal implica na inexistência de correlação do atual evento com eventos passados ou futuros. A função $R_{xx}(\tau)$ assume valores idênticos em τ e $-\tau$, e também satisfaz a

condição da Transformada de *Fourier* dada por $\int_{-\infty}^{\infty} |R_{xx}(\tau)| d\tau < \infty$. Com base nessas

condições, utilizando a transformada de *Fourier* de *Weiner-Khintchine*, obtém-se:

$$\begin{aligned} R_{xx}(\tau) &= \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} S_{xx}(\omega) \cos(\omega\tau) d\omega \\ S_{xx}(\omega) &= \int_{-\infty}^{\infty} R_{xx}(\tau) \cos(\omega\tau) d\tau \end{aligned} \quad (55)$$

A equação $S_{xx}(\omega)$, com o domínio em $\{\omega \in \mathbb{R} : \omega \geq 0\}$, é denominada função Densidade Auto-Espectral (ASD – auto-spectral density) na condição de $R_{xx}(0)$.

A expressão matemática da função auto-correlação de sinais transientes é dada por

$$R_{11}^t(\tau) = \int_{-\infty}^{\infty} x_1(t) x_1(t+\tau) dt \quad (56)$$

sendo, $x_1(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} X_1(\omega) e^{+i\omega t} d\omega$ e sua respectiva transformada direta de *Fourier*,

$X_1(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} x_1(t) e^{-i\omega t} dt$. Substituindo-as na equação (56), e rearranjando-se

algebricamente, tem-se:

$$R_{11}^t(\tau) = \int_{-\infty}^{\infty} x_1(t) \left\{ \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} X_1(\omega) e^{+i\omega t} d\omega \right\} dt = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} X_1(\omega) \left\{ \int_{-\infty}^{\infty} x_1(t) e^{+i\omega t} dt \right\} d\omega, \quad (57)$$

observando que o termo entre chaves, na última igualdade da equação (57), é o conjugado complexo de $x_1(\omega)$, denominado como $x_1^*(\omega)$. Então,

$$R_{11}^t(\tau) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} X_1(\omega) X_1^*(\omega) d\omega = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} |X_1(\omega)|^2 d\omega = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} C_{11}(\omega) d\omega \quad (58)$$

e, sua respectiva ASD, dada como:

$$C_{11}(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} R_{11}^t(\tau) e^{-i\omega\tau} d\tau \quad (59)$$

2.2.1.1 Mecanismo de excitação

Segundo Ewins (2000), os mecanismos de excitação das estruturas são divididos em dois grupos. No primeiro grupo, encontram-se os dispositivos que são fixados à estrutura, por algumas de suas partes, excitando-a de forma direta. De modo contrário, o outro grupo é composto por equipamentos que excitam indiretamente a estrutura em teste e/ou entram em contato por um pequeno período de tempo, como é o caso de uma haste metálica, fixada ao excitador (*shaker*), excitando uma determinada estrutura; ou pulsos vibratórios, provocados por martelo de impacto, na estrutura.

Nesse trabalho serão abordados os excitadores do grupo de excitação indireta, pois os esquemas experimentais dinâmicos, propostos na seção 5 (Metodologia), abordam configurações nas quais as estruturas são indiretamente vibradas.

Segundo McConnell e Varoto (2008), o excitador com força dirigida, neste caso um excitador eletrodinâmico, mostrado na Figura 3, pode ser empregado na vibração de estruturas através de duas configurações: sendo fixado sobre a estrutura, de forma direta, ou através da excitação indireta a partir da sua mesa vibratória.

Segundo o Laboratório de Vibrações da Universidade de Miami (*Miami University Vibrations Laboratory*), um excitador eletrodinâmico é formado por um mecanismo eletromecânico. O sistema elétrico é acionado por um amplificador externo, através de sinal elétrico, o qual gera uma força que faz o sistema mecânico se movimentar. A velocidade desse movimento excita o circuito elétrico gerando tensão elétrica, que é amostrada no tempo, condicionada e registrada em um sistema de aquisição de dados.

O outro dispositivo utilizado na excitação indireta da estrutura é o martelo de impacto. Segundo Ewins (2000), esse instrumento consiste em um impactador complementado com diversos tipos de ponteiras, as quais são empregadas em função do nível de força necessário para excitar as frequências de ressonâncias da estrutura sob teste.

A excitação pode ser feita manualmente ou por meio de arranjos experimentais que resultem em impactos com intensidades controladas. Vale

lembrar que o martelo de impacto também pode ser acoplado com transdutores de força quando há necessidade de avaliar a intensidade de impacto recebido pela estrutura.



Figura 3 - Excitador eletrodinâmico com força dirigida, utilizado nessa pesquisa. Fonte: Adaptado de LABWORKS INC (2016, p. 1).

2.2.1.2 Transdutores

De acordo com Rainieri e Fabbrocino (2014), os transdutores convertem quantidades físicas em tensão elétrica e vice-versa. O sinal, em unidades de tensão, é enviado ao sistema de aquisição para passar de um sinal analógico para o sinal digital.

Os transdutores utilizados nos experimentos de vibração são sensores que convertem a magnitude da vibração mecânica da estrutura em um sinal elétrico proporcional, quantificado em unidade de medida de tensão elétrica, Volts.

McConnel e Varoto (2008) afirmam que os transdutores são dispositivos que medem movimentos bem como os níveis de excitação, força ou momento, de pontos da estrutura, ao vibrarem. Os acelerômetros e as células de carga são os transdutores que medem aceleração e força, respectivamente.

Rainieri e Fabbrocino (2014) e McConnel e Varoto (2008) indicam que há diversidade de tipos de sensores utilizados nas medições de ensaios de vibração,

mas os sensores mais comuns utilizados em experimentos modais são os dispositivos piezoelétricos.

Segundo Cunha e Caetano (2006), os acelerômetros do tipo piezoelétrico operam em larga faixa de frequência e não necessitam de fonte de energia. Entretanto, outros tipos de sensores, por exemplo, transdutores piezoresistivos e eletromagnéticos, podem ser adotados para aferir as respostas dinâmicas da estrutura.

Neste trabalho serão enfatizados a descrição e a caracterização dos transdutores piezoelétricos, em particular os sensores que captam aceleração e força nos ensaios de vibração estrutural.

2.2.1.2.1 Acelerômetros piezoelétricos

Segundo BRUEL & KJAER (1987), os acelerômetros piezoelétricos são os transdutores mais utilizados na aquisição de medidas de ensaios de vibração, pois operam em larga faixa de frequências, mantem-se lineares e precisos na aquisição de dados dinâmicos mesmo sob diferentes condições ambientais, são autoenergizados, extremamente compactos e altamente sensíveis à sua massa.

Ewins (2000) afirma que o acelerômetro piezoelétrico é constituído por uma massa sísmica acoplada a um componente de cristal piezoelétrico revestidos por uma carcaça metálica.

De acordo BRUEL & KJAER (1984), os acelerômetros amplamente utilizados nos experimentos modais são classificados quanto as configurações de montagem dos seus componentes. As configurações típicas são de compressão e cisalhamento e são esquematizadas na Figura 4.

Ao vibrar, a base do acelerometro fixada na estrutura é acelerada, provocando uma força inercial à massa que deforma o dispositivo piezoelétrico que por sua vez gera a mudança de carga elétrica proporcional à sua deformação. A carga elétrica é então transferida a eletrodos ligados ao cristal piezoelétrico e transformada em tensão elétrica por um condicionador de sinais..

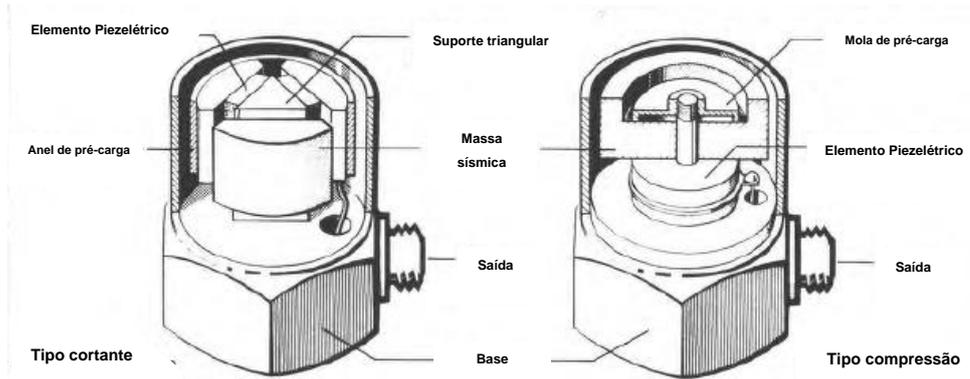


Figura 4 - Configuração de montagem típicas dos acelerômetros piezoelétricos. Fonte: Adaptado de BRUEL & KJAER (1984, p. 100).

De acordo com Bruel & Kjaer (1987), McConnel e Varoto (2008) e Rainieri e Fabbrocino (2014), o acelerômetro piezoelétrico, fixado na estrutura, é equivalente a um sistema mecânico de um grau de liberdade, sendo que as massas sísmicas e do acelerômetro, respectivamente, são conectadas por uma mola ideal e um amortecedor, representados pelo cristal piezoelétrico. A Figura 5 (a) ilustra o modelo mecânico simplificado do acelerômetro piezoelétrico enquanto na Figura 5 (b) é apresentado o diagrama de corpo livre.

Da Figura 5 (a), obtêm-se as seguintes informações: m é a massa sísmica, m_b corresponde a massa da base do acelerômetro, x e y são os deslocamentos das massas m_b e m , respectivamente. $f_b(t)$ é a força de excitação da massa do acelerômetro. As letras k e c correspondem às constantes da mola e do amortecedor viscoso, respectivamente.

O movimento relativo entre y e x é equacionado por:

$$z = y - x \quad (60)$$

A equação de movimento desse modelo mecânico pode ser escrita da seguinte forma:

$$m \ddot{z} + c \dot{z} + kz = f(t) - m \ddot{x} \quad (61)$$

Quando a base do acelerômetro fixada na estrutura é vibrada, uma resultante de força é gerada provocando deformação da mola e do amortecedor. Essa deformação provoca a produção de cargas elétricas no cristal piezoelétrico que é proporcional à força atuante.

Sendo a força atuante o produto da massa total (soma da massa sísmica com a massa do acelerômetro) por sua aceleração, é possível concluir que a produção de cargas elétricas é diretamente proporcional à aceleração da base do acelerômetro. Dentro de uma larga faixa de frequências, os vetores de aceleração são equipolentes e atuam tanto na massa sísmica quanto na base do acelerômetro, fixo em um ponto da estrutura.

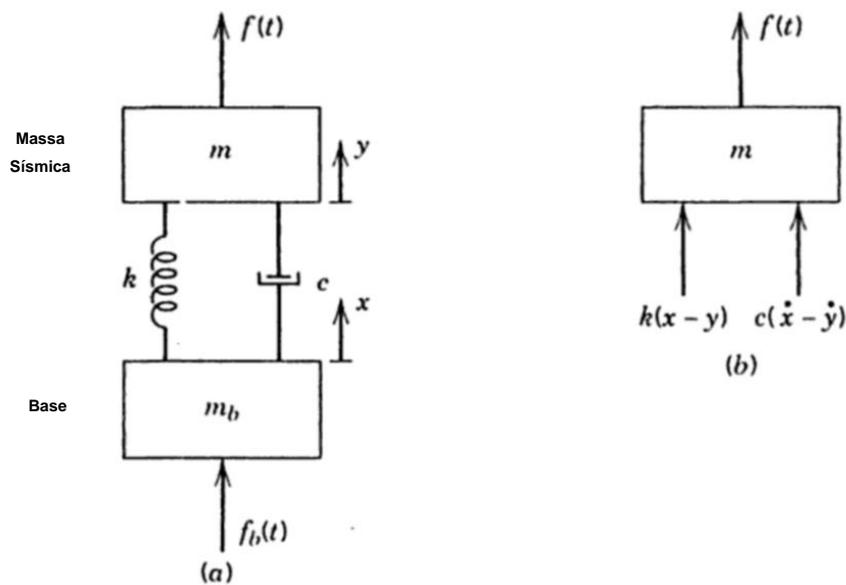


Figura 5 - Acelerômetro: (a) Modelo mecânico simplificado. (b) Diagrama de corpo livre. Fonte: Adaptado de McConnel e Varoto (2008, p. 175).

Da hipótese que os deslocamentos da base e relativo são dados por $x = X_0 e^{j\omega t}$ e $z = Z_0 e^{j\omega t}$, respectivamente, e inserindo-os na equação (52), tem-se:

$$Z_0 = \frac{-m\omega^2 X_0}{k - m\omega^2 + ic\omega} \quad (62)$$

Comparando a equação (53) com a equação (49), nota-se que $-\omega^2 X = a$ é o módulo da aceleração da base do acelerômetro. Sendo assim, determina-se a FRF do modelo mecânico do acelerômetro da Figura 5 através da expressão matemática a seguir:

$$H(\omega) = \frac{m}{k - m\omega^2 + ic\omega} \quad (63)$$

Para frequências bem inferiores à frequência de ressonância do acelerômetro, desconsiderando os demais termos se comparado à rigidez, tem-se:

$$Z_0 = \frac{ma_0}{k} \quad (64)$$

De acordo Rainieri e Fabbrocino (2014), as características relativas às entradas das acelerações e saídas em voltagem dos acelerômetros piezoelétricos são obtidas através da análise das suas FRFs, apresentadas na Figura 6.

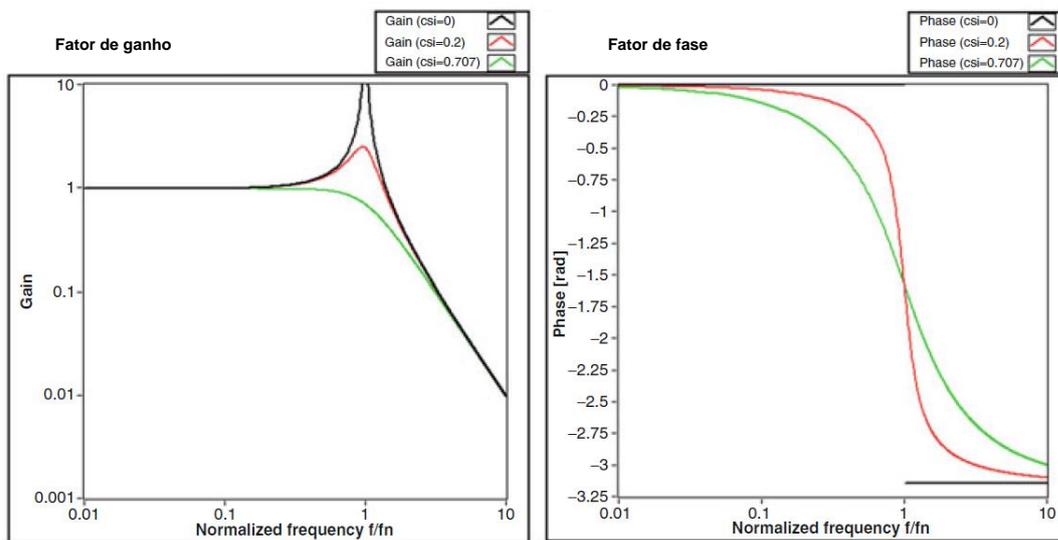


Figura 6 - Amplitude e fase da FRFs dos acelerômetros piezoelétricos em diferentes níveis de amortecimento. Fonte: Adaptado de Rainieri e Fabbrocino (2014, p. 64).

Pela Figura 6, conclui-se que a mais ampla variação de frequência para um ganho de amplitude constante é o fator de amortecimento $\zeta = 0,707$. Desta maneira, a maior parte dos acelerômetros são projetados com fatores de amortecimento na magnitude apresentada a fim de obter a mais ampla variação de frequência possível.

Segundo os mesmos autores, de forma genérica e sem levar em conta o fator de amortecimento, os acelerômetros possuem fator de ganho constantes para frequências até 20% da sua respectiva frequência de ressonância.

De acordo com McConnel e Varoto (2008), no caso dos transdutores de força ou também conhecidos como células de carga, são dispositivos que interagem diretamente com a estrutura através de três formas:

- i. A primeira forma é quando o dispositivo está fixado sobre uma base rígida;
- ii. A segunda forma é anexá-lo ao martelo de impacto a fim de medir a força de impacto;
- iii. E a terceira forma é posicionar o transdutor entre o vibroexcitador e a estrutura.

De acordo com Ewins (2000), o transdutor de força é o mais simples dispositivo do grupo dos transdutores piezoelétricos. De maneira geral, esses dispositivos são estruturados como modelo mecânico apresentado na Figura 7, onde m_1 e m_2 são, respectivamente, a massa sísmica e a massa da base, e k representa a rigidez da mola, no caso a estrutura do dispositivo, e a constante de amortecimento caracterizando o sensor piezoelétrico. As forças de excitação são dadas por $f_1(t)$ e $f_2(t)$, sendo que a primeira força ocorre devido ao contato da massa sísmica com a estrutura sob análise e a segunda é a força externa que atua na massa da base que consequentemente atua na célula de carga:

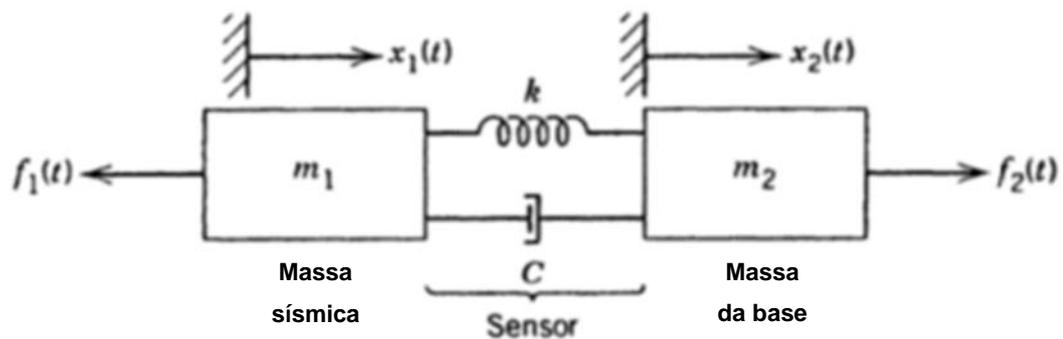


Figura 7 - Modelo mecânico da célula de carga piezoelétrica. Fonte: Adaptado de McConnel e Varoto (2008, p. 223).

Segundo a Figura 7, extraída de McConnel e Varoto (2008), o sistema mecânico possui dois graus de liberdade, expresso pelas seguintes equações:

$$-f_1(t) = m_1 \ddot{x}_1 + c \dot{x}_1 - c \dot{x}_2 + kx_1 - kx_2 \quad (65)$$

e

$$f_2(t) = -m_2 \ddot{x}_2 - c \dot{x}_2 + c x_1 - k x_2 + k x_1 \quad (66)$$

Dados $f_1(t) = F_1 e^{i\omega t}$ e $f_2(t) = F_2 e^{i\omega t}$ como entradas do sistema formado pelas equações (56) e (57), e que, $x_1(t) = X_1 e^{i\omega t}$ e $x_2(t) = X_2 e^{i\omega t}$ são, respectivamente, as respostas do sistema, e, substituindo-as nas equações (65) e (66), tem-se:

$$-F_1(t) = X_1(-m_1 \omega^2 + ic + k) - X_2(ic + k) \quad (67)$$

e

$$-F_2(t) = -X_1(ic + k) - X_2(m_2 \omega^2 - (ic + k)) \quad (68)$$

Substituindo, $S = ic + k$, nas equações (67) e (68), geram as respectivas equações:

$$-F_1(t) = X_1(-m_1 \omega^2 + S) - X_2(S) \quad (69)$$

e

$$-F_2(t) = -X_1(S) + X_2(S - m_2 \omega^2) \quad (70)$$

Fazendo K, a matriz gerada pelo coeficientes de X1 e X2 das equações (69) e (70), tem-se:

$$K = \begin{bmatrix} -m_1 \omega^2 + S & -S \\ -S & S - m_2 \omega^2 \end{bmatrix} \quad (71)$$

Calculando o determinante da matriz K para obter a equação característica das frequências, obtêm-se:

$$\text{Det}[K] = \Delta(\omega) = -(m_1 + m_2)k[1 - r^2 + i2\zeta r]\omega^2 \quad (72)$$

Quando a parte real da equação (72), $\Delta(\omega)$, assume valor nulo, resulta na frequência natural do transdutor.

A fim de comparação com o sistema mecânico referenciado na figura xx, acima, e tendo como base McConnel e Varoto (2008), a célula de carga quando

anexada ao martelo de impacto pode ser relacionada a massa sísmica (m_1), enquanto que a massa do martelo se comporta como a massa da base (m_2). Pela hipótese de que a força do martelo é devido a sua inércia, então $f_2(t)=0$, no instante de impacto.

Nesse caso, o tempo de impacto depende da característica da estrutura, da constante de mola da interface, da massa do martelo. Já a força de impacto, no pico, depende das mesmas variáveis citadas para o tempo de impacto acrescentando a velocidade de impacto.

Os autores ressaltam a importância do avaliador sobre a precisão do ensaio com o martelo, os quais recomendam cuidado ao utilizar martelos leves, pois a manipulação ao impactar a estrutura pode causar o surgimento de uma força externa, além da força inercial do martelo, alterando a sensibilidade efetiva de voltagem.

2.2.2 Técnicas de ensaio

De acordo com as afirmações de Ndambi *et al* (2000) e Kerschen e Golinval, existem, já publicados na literatura, inúmeros métodos com o propósito de identificação das propriedades modais das estruturas.

Segundo Kerschen e Golinval (200-), as técnicas de identificação modal podem ser classificadas conforme três fundamentos, apresentados a seguir e visualizados na Figura 8.

- i. A resposta do sistema pode ser mensurada tanto no domínio do tempo, ou seja, através de medidas de deslocamentos, velocidades e acelerações, quanto no domínio da frequência, através da obtenção das FRFs.
- ii. Considerando na análise se o sistema é de um único grau de liberdade (SDOF) e múltiplos graus de liberdade (MDOF);
- iii. Conceituando o sistema como uma única entrada com sua única saída (SISO), e também como única entrada e múltiplas saídas (SIMO).

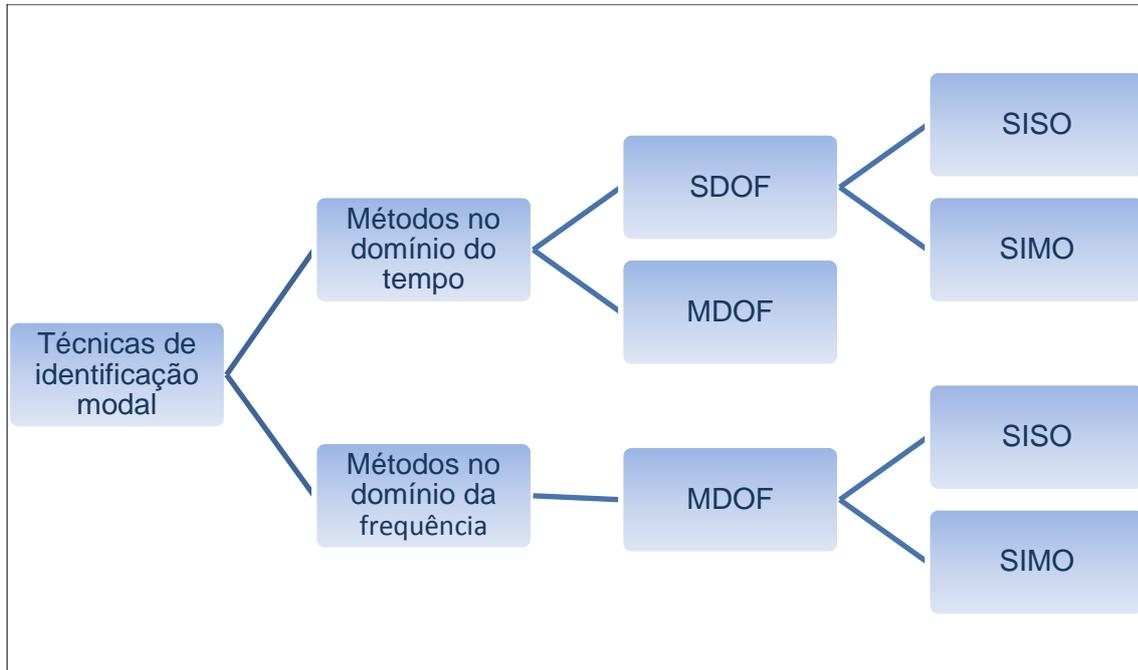


Figura 8 - Classificação dos métodos de identificação modal. Adaptado de Kerschen e Golinval (200-,p. 4).

Ndambi *et al* (2000), utilizaram-se de dois métodos de identificação modal experimental com objetivo de extrair os parâmetros modais de vigas de concreto armado, os quais foram comparados quanto ao emprego das técnicas.

Baseado no domínio da frequência, o primeiro método de identificação das características modais consistia na obtenção dos parâmetros dinâmicos através das FRFs das respostas do sistema SIMO. Por outro lado, o segundo método empregado baseou-se na técnica de identificação do mesmo sistema SIMO, porém obtendo as frequências de ressonâncias, amortecimentos bem como os modos de vibração através das respostas dos sinais amostrados no tempo.

As vigas foram excitadas por sinais pseudo-aleatórios e swept-sine, através de excitadores eletrodinâmicos, e por sinais transientes, utilizando o martelo de impacto.

No caso do método no domínio da frequência, os resultados comparativos das frequências de ressonância mostraram que para as provas realizadas com excitações emitidas pelo excitador, não houve diferenças significativas (máxima diferença de 0,5%), mas quando as estruturas eram excitadas por impacto do martelo, as diferenças de resultados das frequências de ressonâncias foram na ordem de 2% menores que as frequências de ressonâncias das demais excitações.

Uma das hipóteses é que o martelo de impacto induz não linearidade ao comportamento dinâmico estrutural devido a grandes amplitudes de aceleração. Outra hipótese é devido ao aumento de rigidez provocado pelo excitador na estrutura.

Em contrapartida, os índices de amortecimentos foram muito diferentes entre os métodos de excitações empregados. Uma das justificativas é que as resoluções de frequência das FRFs bem como as amplitudes das acelerações eram bem diferentes em ambos os casos. Os índices de amortecimentos obtidos nas provas de impacto com o martelo eram muito mais elevados se comparados às duas outras formas de excitação. Esse fato pode ser explicado pelos altos níveis de aceleração provocados pelo martelo de impacto, induzindo a não linearidade do comportamento das vigas.

Levando em consideração a comparação entre os dois métodos de identificação modal empregados por Ndambi *et al* (2000), os valores das frequências de ressonâncias são aproximadamente semelhantes entre os tipos de excitações aplicadas. Entretanto, os valores dos índices de amortecimentos foram diferentes, indicando que o tipo de método de identificação modal pode influenciar no parâmetro de amortecimento das estruturas analisadas.

Outras importantes conclusões desses autores são apresentadas através das afirmações de que o método de identificação no domínio do tempo não necessita de medições das magnitudes das excitações, portanto promissora na utilização de análise de estruturas de concreto armado de grandes dimensões. Independentemente do método de identificação empregado, o teste de impacto foi considerado o mais simples, mas menos eficaz na aferição do índice de amortecimento do respectivo trabalho.

2.2.3 Técnicas de identificação de danos

De acordo com Ndambi, Vantomme e Harri (2002), as técnicas de avaliação de dano, com base nos ensaios dinâmicos, a partir das propriedades modais, como as frequências de ressonâncias, índices de amortecimentos e modos

de vibração, estão estritamente relacionadas às modificações das propriedades físicas da estrutura, as quais são especificadas pela rigidez e amortecimento.

Segundo Jassim *et al* (2013), a identificação de dano nas estruturas é essencial à segurança de quem as utiliza bem como na validação das intervenções técnicas de reparação ou de substituição do danificado elemento estrutural.

A partir de análises experimentais e numéricas dos efeitos da fissuração sobre vigas de aço, os autores, referenciados anteriormente, obtiveram a quantificação, determinação e localização da danificação, através do monitoramento das mudanças das frequências de ressonâncias e dos respectivos modos de vibração.

Os resultados obtidos nesses monitoramentos mostraram que as mudanças que ocorreram nas frequências de ressonância foram bons indicadores de dano e de magnitude de fissuras, exceto para as consideradas de pequena espessura de abertura. Já no caso das observações sobre os modos de vibração, os resultados alcançados mostraram-se sensíveis à detecção de dano ao longo do processo de fissuração dos modelos de viga em observação.

Segundo Farrar e Doebling (1997), os efeitos da danificação na estrutura podem ser classificados em linear e não linear. O efeito linear de dano ocorre quando uma estrutura elástico-linear permanece elástico linear após o processo de danificação. As modificações nas propriedades modais ocorrem devido à mudança das propriedades geométricas e/ou materiais da estrutura, mas suas respostas são caracterizadas por equações lineares do respectivo movimento.

Os efeitos da não linearidade do dano sob a estrutura ocorrem quando uma estrutura íntegra e de comportamento elástico-linear, tem seu comportamento mecânico alterado pelo dano, tornando-a não linear. Tem-se como exemplo o processo de fadiga, o qual um elemento estrutural sob utilização normal tem o seu comportamento mecânico alterado ao longo do tempo, devido ao processo de carregamento e descarregamento, realizados inúmeras vezes, provocando abertura e fechamento de fissuras, que podem levar ao colapso estrutural.

Conforme afirmações de Jassim *et al* (2013), os métodos de identificação de dano, a partir das propriedades modais de estruturas, podem ser classificados em quatro níveis, segundo a capacidade de definição de parâmetros quanto à caracterização plena do dano. São eles:

- Nível 1 – técnica condicionada a detectar o processo de danificação;
- Nível 2 – técnica capaz de localizar a danificação;
- Nível 3 - técnica apta de dimensionar o nível de deterioração do elemento;
- Nível 4 – técnica eficaz de indicar previsões de dano.

2.3 Comportamento de elementos fletidos de concreto armado

Neste tópico, serão apresentados alguns conceitos básicos com relação ao comportamento mecânico de peças fletidas de concreto armado reunidas a partir das obras de Mendes Neto (2009), Ibracon (2006), Araújo (2003), Santos (1987) e Fusco (1981).

2.3.1 Diagramas tensão-deformação

O concreto é basicamente composto por pasta de cimento e agregados. Esses componentes possuem isoladamente comportamento tensão-deformação elástico-linear. Já o compósito concreto comporta-se de forma não linear quando solicitado por carregamentos.

De acordo com Proença (1988) e Pereira *et al.* (2011), o concreto é considerado não linear mesmo antes de sofrer solicitação mecânica. Tal efeito ocorre pela consolidação de um sistema de ligações de seus componentes contendo vazios, fissuras e defeitos microestruturais.

Mendes Neto (2009) afirma que o concreto é um material complexo por apresentar fatores que influenciam a resistência ao longo do tempo, denominado fenômeno de maturação, sintetizado como aumento da resistência com relação ao tempo de moldagem do elemento de concreto, bem como fatores que modificam o comportamento das deformações, no caso a fluência, resumida como sendo o aumento das deformações devido à permanência constante de cargas sobre a peça de concreto.

Segundo Araújo (2003), muitas expressões matemáticas são propostas para representar o diagrama de tensão-deformação do concreto. Nesse texto, será apresentado o diagrama parábola-retângulo, prescrito no item 24.5.4.1 da norma brasileira ABNT NBR 6118.

- Diagrama parábola-retângulo

Segundo Araújo (2003), a expressão definida pela Associação brasileira de normas técnicas na norma ABNT NBR 6118 - *Projeto de estruturas de concreto armado*, obtida através de ensaios padronizados à compressão simples, é representada pelas seguintes equações:

$$\sigma_c = f_{cm} \left[2 \frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_0} - \left(\frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_0} \right)^2 \right], \quad (73)$$

se $\varepsilon_c < \varepsilon_0$;

$$\sigma_c = f_{cm}, \quad (74)$$

se $\varepsilon_0 \leq \varepsilon_c \leq \varepsilon_u$;

$$\sigma_c = 0, \quad (75)$$

se $\varepsilon_c > \varepsilon_u$;

em que:

σ_c , tensão de compressão no concreto;

f_{cm} , resistência média à compressão do concreto;

ε_c , deformação específica do concreto devido a ação do carregamento;

$\varepsilon_0 = 2\text{‰}$, deformação específica de encurtamento do concreto no início do patamar plástico;

$\varepsilon_u = 3.5\text{‰}$, deformação específica de encurtamento do concreto na ruptura.

Na Figura 9, é apresentado o diagrama tensão-deformação do concreto utilizada nos dimensionamentos de estruturas de concreto armado, conforme indicado pela ANBT NBR 6118 (2014).

Através da Figura 9, observa-se o valor correspondente a $0,85f_{cd}$ que corresponde à tensão de compressão de concreto reduzida, σ_{cd} . Esta redução leva em conta, entre outros fatores, a presença de cargas de longa duração.

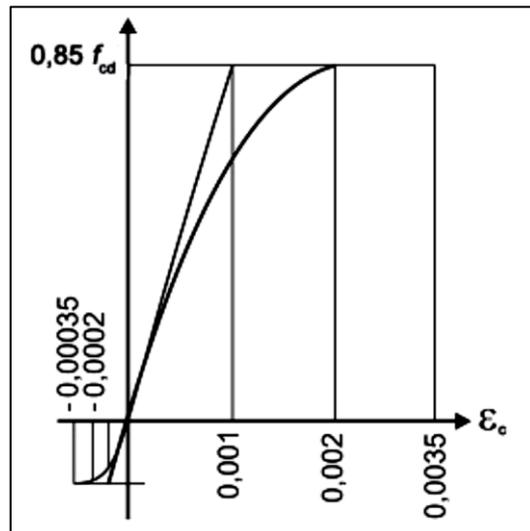


Figura 9 - Diagrama tensão-deformação do concreto. Fonte: ABNT NBR 6118 (2014, p. 182).

2.3.1.1 Diagrama de tensão-deformação do aço

Segundo Mendes Neto (2009), o aço possui um comportamento semelhante com relação às tensões de tração e compressão. O diagrama de tensão-deformação deste material possui simetria com relação à origem, como pode ser visto na Figura 10, a seguir:

Nota-se, na Figura 10, que a tensão de escoamento f_{yd} e $-f_{yd}$ são as tensões de escoamento de projeto à tração e à compressão do aço, respectivamente. A taxa de variação instantânea da reta inclinada, mostrada na figura 5, é constante entre o intervalo entre $-\varepsilon_{yd}$ a ε_{yd} . Abaixo e acima desses valores de deformação, respectivamente, é considerada nula. O nome dado a esta

taxa é módulo de elasticidade longitudinal do aço. No Brasil, os aços mais utilizados nas estruturas de concreto armado são os aços CA¹-25², CA-50 e CA-60.

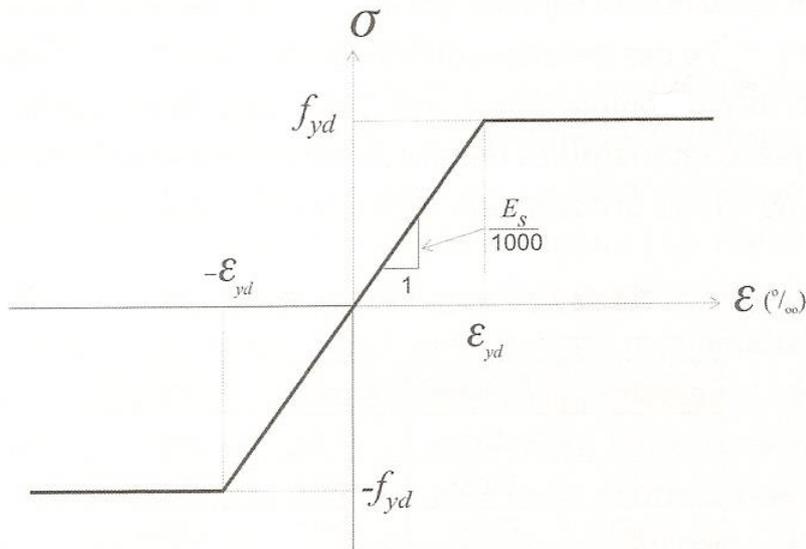


Figura 10 - Diagrama tensão-deformação para dimensionamento das armaduras. Fonte: Mendes Neto (2009, p. 33).

2.3.2 Estados limites

Segundo a ABNT NBR 6118 (2014), o Estado Limite Último (ELU) é aquele que resulta na paralização no todo ou em parte da estrutura. Podem ser caracterizados por rupturas, instabilidades ou perdas de equilíbrio. Já o Estado Limite de Serviço (ELS) representa situações que não respeitam o uso normal da estrutura ou que afetem sua durabilidade, como fissuração, flechas ou vibrações excessivas.

¹ A sigla CA corresponde ao aço para concreto armado;

² Valor da resistência característica ao escoamento do aço (em kgf/cm²).

2.3.3 Estádios de comportamento

De acordo com Kimura (2007), os elementos de concreto armado, quando solicitados à flexão, ficam sujeitos ao processo de fissuração devido à baixa capacidade de resistência do concreto às tensões de tração se comparada a sua resistência à compressão. A fissuração é o fator principal da não linearidade física em estruturas de concreto armado, principalmente em peças sujeitas à flexão, no caso vigas.

ABNT NBR 6118 (2014), item 13.2, informa que as peças de concreto armado são vulneráveis à fissuração mesmo quando sujeitas ao carregamento de serviço, que implica esforços internos na estrutura maiores que a resistência à tração suportada pelo concreto. Vale lembrar que a fissuração é um processo inerente ao concreto desde suas primeiras idades devido a sua composição química Pereira *et al.* (2011) e Associação Brasileira de Normas Técnicas (2014).

O comportamento de elementos fletidos de concreto armado pode ser descrito por três estádios de comportamento, os quais se relacionam ao diagrama tensão-deformação que o concreto está sujeito, quando o elemento é solicitado.

A Figura 11 ilustra a relação tensão-deformação da seção transversal mais solicitada de uma viga de concreto armado, sendo carregada da condição íntegra à ruína, gradativamente, a fim de caracterizar os estádios de fissuração, relacionando-os as condições inerentes aos ELS e ELU, respectivamente.

Através da Figura 11 é possível observar que os Estádios I e II se relacionam às condições de serviço do elemento de concreto armado. Entretanto, o Estádio III é relacionado às situações severas de solicitações, as quais provocam a ruína da estrutura.

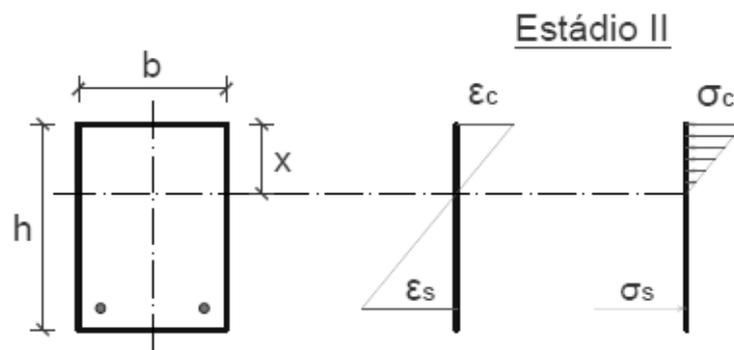
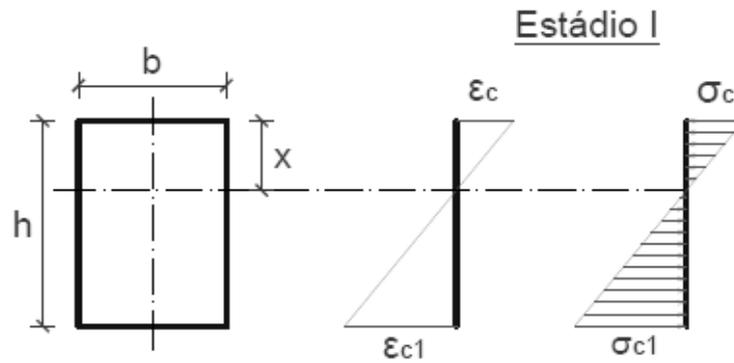
De acordo com Carvalho e Figueiredo Filho (2014), o nível de fissuração estabelecido pelo Estádio I, não apresenta fissuras visíveis, a variação da tensão normal é linear ao longo da altura, h , e a máxima tensão de tração não supera a resistência característica à tração do concreto.

No caso do Estádio II, a tensão de tração agindo sobre a seção transversal do elemento não é mais resistida pelo concreto, cujo papel é transferido à armadura de aço longitudinal. As fissuras tornam-se visíveis na região tracionada

do elemento sob flexão e, ainda, se considera como linear o regime da tensão de normal à área da seção transversal de concreto comprimida.

Já no Estádio III, em particular aos concretos inferiores a C50, ocorre a plastificação da fibra mais comprimida, a partir da deformação $\varepsilon_c = 0,002$, podendo deformar-se até o valor de 0,0035 sem haver variação do valor da tensão atuante. O regime de tensão sobre a região comprimida da seção transversal de concreto tem característica parábola-retangular, conforme descrição já realizada.

Estado Limite de Serviço



Estado Limite Último

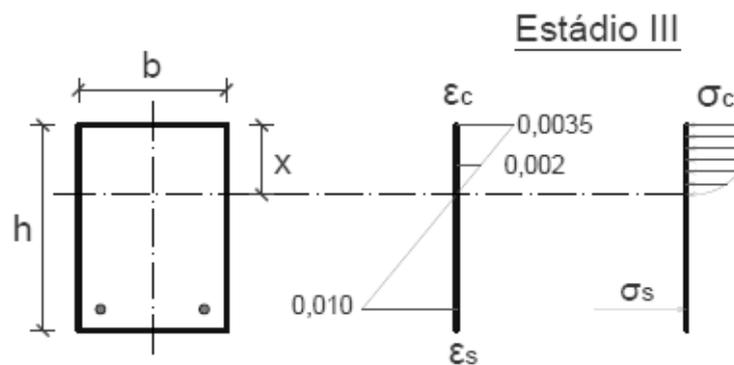


Figura 11 - Relação tensão-deformação da seção mais solicitada segundo os estádios de deformação e às condições de desempenho em serviço e segurança, relativos aos E.L.S e E.L.U., respectivamente. Fonte: Autoria própria.

2.3.4 Diagrama momento-curvatura para elementos de concreto armado

A relação entre o momento fletor e a curvatura de uma viga de concreto armado é útil para descrever de maneira completa o comportamento estrutural da peça até a sua ruptura. Sabe-se que o raio de curvatura, r , pode ser relacionado às deformações ε_1 e ε_2 da viga conforme descrito na equação (76) e Figura 12.

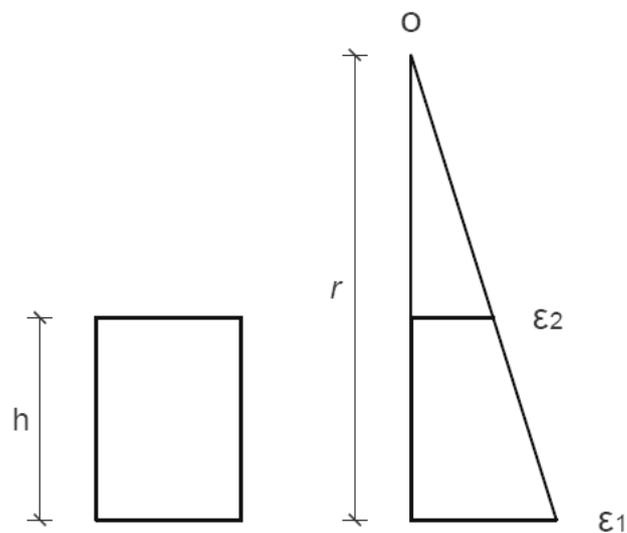


Figura 12 - Esquemática da configuração deformada da seção transversal de uma viga longa solicitada à flexão. Fonte: Autoria própria.

Considerando-se o comportamento elástico dos materiais, obtém-se a relação momento fletor-curvatura apresentada seguir.

$$M = \frac{EI}{r}, \quad (76)$$

sendo:

I , o momento de inércia da seção transversal com relação à linha neutra;

r , o raio de curvatura.

Kimura (2007) afirma que o produto do módulo de elasticidade pelo momento de inércia da seção transversal relativo à linha neutra, EI , é o parâmetro

indicador do comportamento da estrutura frente à rigidez e relaciona-o aos efeitos de não linearidade física provocados por diferentes intensidades de solicitação.

A Figura 13, a seguir, mostra o comportamento de uma seção transversal de uma viga solicitada à flexão em diferentes níveis de carregamento, segundo os estádios de comportamento de estruturas de concreto armado:

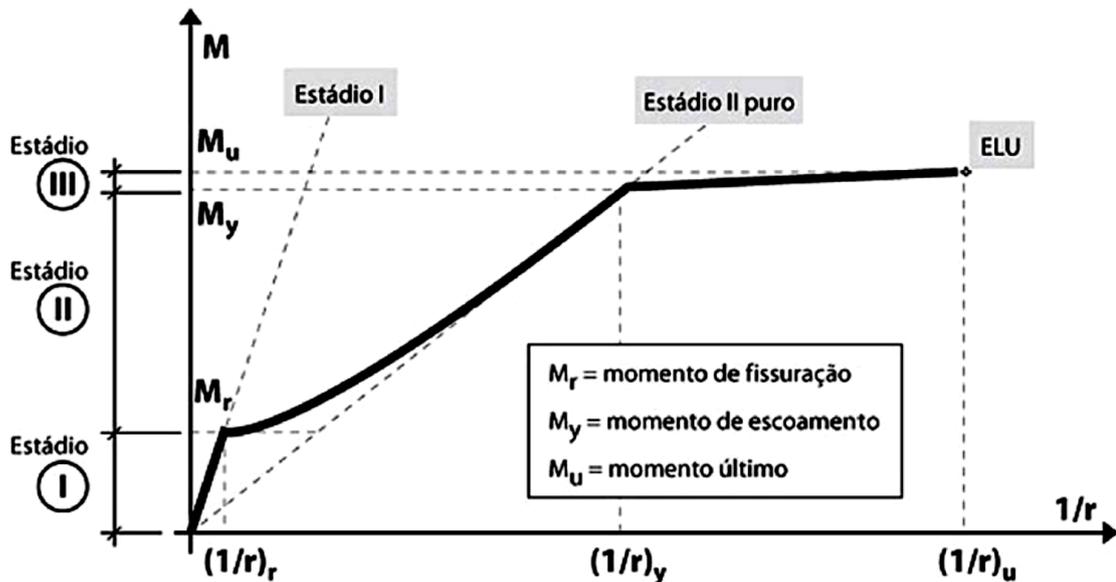


Figura 13 - Diagrama momento-curvatura de uma seção transversal de uma viga, solicitada em intensidade crescente de carga. Fonte: Kimura (2007, p. 495).

Ao observar a Figura 13, nota-se que o trecho correspondente ao Estádio I não há variação da rigidez à flexão. A resistência à tração do concreto nesse domínio é maior ou igual às tensões de tração solicitantes. O limite superior desse intervalo é o momento fletor de fissuração, M_r , e corresponde ao valor da tensão da fibra mais tracionada da estrutura, ao se igualar à resistência à tração do concreto.

No estágio II, limitado entre o momento de fissuração, M_r , e o momento de escoamento da armadura, há uma redução do coeficiente angular da reta tangente à curva em função da fissuração.

Já no último trecho do gráfico, apresentado na Figura 13, observa-se uma redução ainda maior da rigidez à flexão em função do escoamento das armaduras. Vale lembrar que os limites de momento fletor para esse trecho são os valores correspondentes aos momentos M_y e M_u , sendo este último o valor do momento no estado limite último suportado pela estrutura de concreto armado.

2.3.5 Domínios de dimensionamento

Há cinco domínios de estado limite último, segundo a característica da ruína do elemento estrutural. Para determinar a resistência de cálculo de uma seção transversal de uma peça de concreto armado, é preciso determinar em qual posição encontra-se a linha neutra em cada domínio. A linha neutra é definida como sendo a distância x à borda da fibra mais comprimida.

A caracterização dos domínios com relação à ruína e a posição da linha neutra são descritos a seguir:

- Domínio 1: A armadura mais tracionada deforma-se excessivamente, alcançando o valor $\varepsilon_s = 10\text{‰}$. O elemento estrutural encontra-se sob tensões de flexo-tração e ausente de tensões de compressão. A linha neutra encontra-se externa à seção transversal.
- Domínio 2: A armadura continua com deformações de tração com valor idêntico à deformação do domínio 1. A região comprimida de concreto está sujeita ao intervalo de deformações entre $2\text{‰} \leq \varepsilon_c < 3.5\text{‰}$. As tensões podem ser de flexão simples ou composta sem ocorrer a ruptura à compressão do concreto. Com relação à linha neutra, está no interior da seção transversal, promovendo uma região comprimida e outra tracionada no interior da seção.
- Domínio 3: A deformação do concreto à compressão, nesse estágio, alcança o valor $\varepsilon_c = 3.5\text{‰}$. Já o valor para deformação na armadura é maior ou igual à deformação de escoamento de projeto do aço. A linha neutra encontra-se no interior da seção transversal. Segundo Fusco (1981), este domínio é o mais econômico e seguro para dimensionamento de estruturas de concreto armado, pois há aproveitamento integral dos materiais, sem haver a possibilidade de ruína destes sem prévio aviso. As estruturas nesse domínio são ditas subarmadas.
- Domínio 4: no domínio 4 a ruína ocorre devido à ruptura à compressão do concreto. A armadura não alcança a deformação de escoamento de projeto do aço, ε_{yd} . A linha neutra ainda se encontra no interior da seção transversal e as tensões podem ser de flexão simples ou composta. As seções dimensionadas nesse domínio são chamadas de superarmadas. Fusco (1981) alerta que esse

tipo de dimensionamento deve ser evitado por ter ruína do tipo frágil, pois a armadura não provocará fissuras que possam servir de sinais visuais de advertência.

- Domínio 4.a: Tanto o concreto quanto o aço estão submetidos à deformação de compressão. A linha continua dentro da seção transversal, porém na região de cobrimento da armadura com menor solicitação de compressão. As tensões atuantes na seção transversal são de flexão composta com armaduras comprimidas.
- Domínio 5: Compressão não uniforme da seção transversal. Não há presença de tensão de tração na estrutura. A linha neutra não está mais no interior da seção transversal. Quando a deformação na fibra a $\frac{3}{7}h$ da borda mais comprimida alcançar o valor de $\varepsilon_c = 2\text{‰}$, com h sendo a altura da seção, em seções totalmente comprimidas, ocorrerá o esmagamento do concreto.

Além dos cinco domínios citados, Araújo (2003) apresenta as retas a e b que se diferenciam por serem regiões de tração uniforme e compressão uniforme, respectivamente.

A Figura 14 apresenta, de forma esquemática, os domínios de dimensionamento do estado limite último.

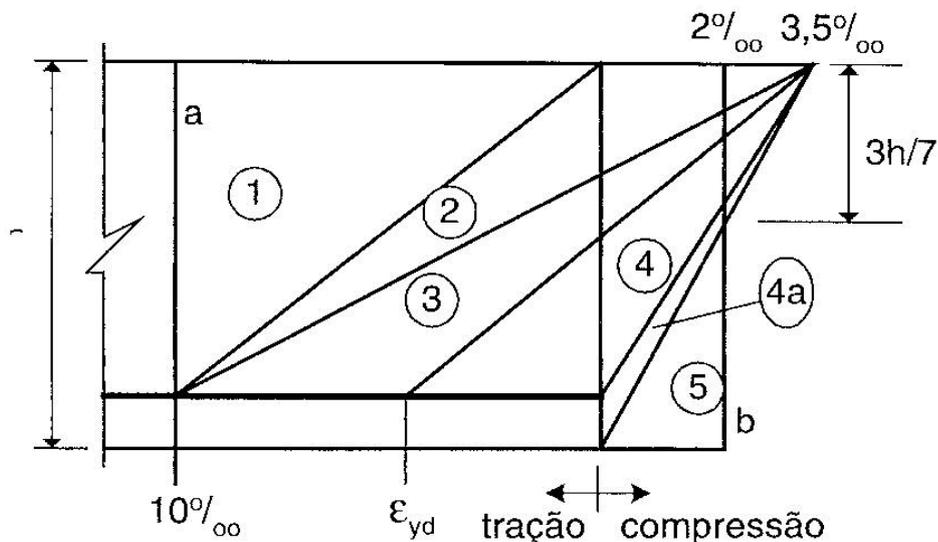


Figura 14 - Esquemática dos domínios de dimensionamento do estado limite último. Fonte: Araújo (2003, p. 79).

3 METODOLOGIA

3.1 Materiais Empregados

Os objetos de estudo são dois modelos de vigas, confeccionados em concreto armado, dimensionadas com 25 cm de base, 35 cm de altura e 350 cm de comprimento. A fim de sistematização das informações, as estruturas foram nominadas, respectivamente, V01 e V02, conforme detalhe ilustrado nos detalhes da Figura 15.

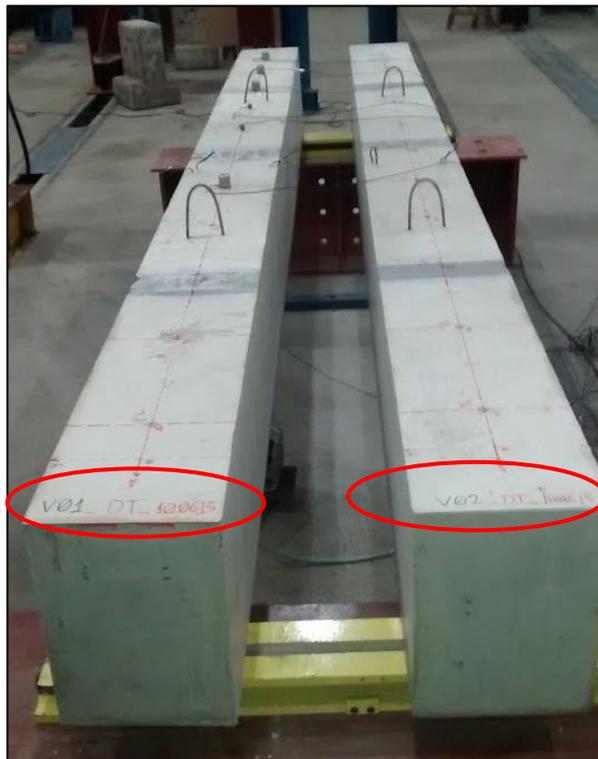


Figura 15 - Vigas de concreto armado, V01 e V02, vistas à esquerda e à direita na foto, respectivamente. Fonte: Autoria própria.

3.1.1 Caracterização mecânica dos materiais constituintes

Na composição dos modelos de vigas foram empregados barras e fios de aço, classificados segundo o valor característico da resistência de escoamento, f_{yk} , nas categorias CA-50 e CA-60, utilizados, sucessivamente, na confecção das armaduras longitudinais e nas armaduras transversais.

Por não ter sido realizado ensaios de caracterização mecânica das barras de aço, adotou-se o valor de 210 GPa ao módulo de elasticidade do aço, E_s , pautado na ABNT NBR 6118 (2014).

Tendo como base o referencial normativo ABNT NBR 7480 (2007), as propriedades mecânicas de barras e fios de aço empregados na confecção das armaduras dos modelos V01 e V02 atendem aos parâmetros dos valores mínimos de tração, especificados na Tabela 1.

Tabela 1. Propriedades mecânicas adotadas às barras e fios das armaduras constituintes nos modelos experimentais. Fonte: modificado de (ABNT NBR 7480, 2007, p.12).

Categoria	Resistência característica de escoamento	Limite de resistência	Alongamento após ruptura medida em um comprimento de 10 Φ
	f_{yk} (MPa)	f_{st}^* (MPa)	ϵ_u^{***} (%)
CA-50	500	1,08 f_y	8
CA-60	600	1,05 f_y^{**}	5

* f_{st} mínimo de 660 MPa;

** f_y é a tensão de escoamento para fios e corresponde a uma deformação residual de 2 ‰;

*** Φ é o diâmetro nominal das barras e fios.

O outro material empregado na constituição dos modelos experimentais foi o concreto para fins estruturais da classe C20, conforme os critérios estabelecidos pela norma brasileira ABNT NBR 8953 (2015), especificado para alcançar a resistência característica à compressão aos 28 dias, f_{ck} , no valor de 20 MPa, utilizando a brita de nº 0 como agregado graúdo.

O f_{ck} , adotado nesse concreto baseou-se no critério da norma anteriormente citada que indica o mínimo valor de f_{ck} aplicado às estruturas de concreto armado, com armadura passiva.

De acordo com ABNT NBR 12655 (2015), que normatiza os procedimentos de preparo, controle, recebimento e aceitação de concretos, a dosagem e a mistura dos materiais que compõem tal concreto foram realizadas industrialmente em uma empresa de serviços de concretagem, da região de São Carlos-SP, Brasil. O transporte do material, da usina de concreto para o Laboratório de Estruturas do Departamento de Estruturas da Escola de Engenharia de São Carlos, da Universidade de São Paulo (LE-SET-EESC-USP), foi realizado por caminhão-betoneira em um único lote.

A verificação das conformidades da consistência do lote de concreto fresco recebido foi realizada com base na ABNT NBR NM 67 (1998), através do ensaio de abatimento do tronco cônico de amostras de concreto retiradas aleatoriamente durante a concretagem das vigas V01 e V02. Tal procedimento pode ser visto, em etapas, nas Figura 16 (a), Figura 16 (b) e Figura 16 (c), a seguir.



Figura 16 - (a) Local e equipamentos utilizados no ensaio; (b) compactação da amostra de concreto com auxílio da haste compactação; (c) medição do abatimento do concreto amostrado. Fonte: Autoria própria.

Para moldagem dos modelos V01 e V02 foram utilizadas duas idênticas formas construídas com peças de madeira capazes de suportar o empuxo exercido pelo concreto fresco sob as paredes, compostas por placas de madeira, mantendo a

geometria proposta aos modelos. Esses moldes podem ser observados na Figura 17.



Figura 17 - Da esquerda à direita, formas de madeira com as armaduras das vigas V02 e V01, respectivamente posicionadas, à espera da concretagem. Fonte: Autoria própria.

Obedecendo aos critérios da norma brasileira ABNT NBR 5738 que orienta os procedimentos de moldagem e cura de corpos-de-prova (CP), 15 amostras cilíndricas, com 10 cm de diâmetro por 20 cm de altura, foram moldados, adensados por vibração mecânica e rasados, conforme mostram as Figura 18 (a) e Figura 18(b).



(a)



(b)

Figura 18 - (a) CP's de concreto após moldagem e adensamento por vibração. (b) Rasamento dos CP's empregando colher de pedreiro. Fonte: Autoria própria.

Após 24 h da moldagem e retificação de suas bases, os CP foram identificados por DT1, DT2, DT3, DT4, DT5, DT6, DT7, DT8, DT9, DT10, DT11,

DT12, DT13, DT14 e DT15. Após tais procedimentos, os CP foram alocados próximos aos modelos V01 e V02 para submeterem-se aos mesmos processos de cura e de condições climáticas, conforme ilustrado na Figura 19. É importante evidenciar que o processo de cura adotado foi o da umidificação dos elementos estruturais por aspersão, duas vezes ao dia, durante sete dias, consecutivos. Após serem umidificadas, as peças eram envoltas por lona plástica para a manutenção das condições climáticas.



Figura 19 - Cura e condições climáticas dos modelos V01 e V02 e dos CPs. Fonte: Autoria própria.

A fim de aferir a resistência do concreto à compressão, f_c , das vigas moldadas, com base na ABNT NBR 5739, 5 CP's foram ensaiados na máquina de ensaio do LE-SET-EESC-USP, na idade de 28 dias. A esquematização experimental do ensaio citado pode ser visualizada na Figura 20.

A resistência à compressão do concreto, f_c , dos CPs é calculada através da seguinte equação:

$$f_c = \frac{4F}{\pi D^2}, \quad (77)$$

sendo:

f_c é a resistência à compressão, [MPa];

F é a força de compressão máxima obtida, [N];

D é o diâmetro de cada respectivo CP, [mm].

A resistência à compressão, f_c , dos CP DT1, DT2, DT3, DT4 e DT5, são apresentadas na Tabela 2.



Figura 20 - Equipamento de ensaio à compressão axial do LE-SET-EESC-USP. Fonte: Autoria própria.

Tabela 2. Resistências características dos CP's cilíndricos ensaiados à compressão.

Corpo de Prova	Força de compressão máxima (N)	Resistência à compressão do concreto (MPa)
DT1	170600	21.72
DT2	121300	15.44
DT3	165000	21.01
DT4	150400	19.15
DT5	141900	18.07

Descartando o valor da f_c de DT2 por estar afastado da média dos resultados das amostras observáveis, a resistência à compressão média, f_{cm} , foi calculada através da média entre os valores de f_c dos CP DT1, DT3, DT4 e DT5 alcançando o valor de 20,00 MPa, com desvio padrão de 1,68 MPa.

Para o cálculo da resistência à tração do concreto, f_{ct} , foram seguidos os procedimentos técnicos da ABNT NBR 7222, que propõem os indicativos experimentais para obtenção da resistência à tração por compressão diametral, $f_{ct,sp}$, de CP cilíndricos. Sendo assim, determina-se $f_{ct,sp}$ como sendo

$$f_{ct,sp} = \frac{2P}{\pi dl}, \quad (78)$$

com

$f_{ct,sp}$ é a resistência à tração do concreto por compressão diametral, em megapascal;

P é a força máxima de compressão diametral, em newtons;

d e l são respectivamente o diâmetro e comprimento de cada CP, em milímetros.

A Tabela 3 apresenta os dados de $f_{ct,sp}$ relativos aos CP's DT6, DT7, DT8, DT9 e DT10.

Tabela 3. Resistência à tração do concreto obtida no ensaio por compressão diametral.

Corpo de Prova	Força de compressão máxima (N)	Resistência à tração por compressão diametral do concreto (MPa)
DT6	36400	1.155
DT7	53000	1.682
DT8	57000	1.809
DT9	60900	1.932
DT10	60600	1.923

Despreza-se o valor da resistência à tração de DT6 por ser um valor muito afastado dos valores obtidos dos demais CP. Desta forma, a média e desvio padrão de $f_{ct,sp}$ dos CP ensaiados correspondem a $1,840 \pm 0,118$ MPa.

A fim de avaliar a evolução do módulo de elasticidade tangencial do concreto, E_{ci} , relativo à idade da moldagem dos CP DT11, DT12, DT13, DT14 e DT15, recorreu-se ao ensaio dinâmico excitação por impulso, método experimental que não danifica a peça sob análise.

Haach et al. (2013) apresenta um modelo esquemático da configuração desse ensaio dinâmico, como visto na Figura 21, utilizando um pulsador para gerar a vibração mecânica no CP, um microfone para captar a resposta acústica e transformá-la em sinal elétrico, um sistema de suporte e um software analisador de

frequências de ressonância (*SONELASTIC*). A partir desse conjunto, é possível obter o valor de E_{ci} para cada CP.

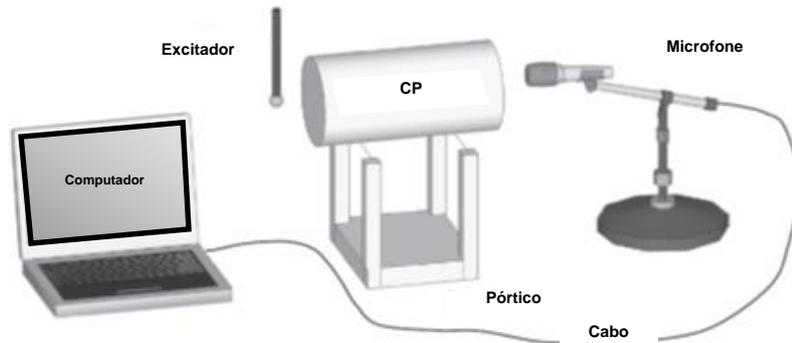


Figura 21 - Esquemática do ensaio dinâmico de excitação por impulso. Fonte: Adaptado de Haach *et al.* (2013, p. 20).

De acordo com ATPC ENGENHARIA FÍSICA (2010), a fim de reduzir erros de cálculo das propriedades dinâmicas, devido à forma cilíndrica da seção transversal dos CP utilizados como amostragens, foram avaliados os módulos de elasticidade dinâmicos do concreto segundo as vibrações longitudinais e flexionais das tais amostras.

Segundo a norma americana ASTM C 215 (2008), os módulos dinâmicos, longitudinal e flexional, são expressos respectivamente por $E_{cd,l}$ e $E_{cd,f}$, e descritos matematicamente pelas seguintes expressões:

$$E_{cd,l} = 5.093 \left(\frac{L}{d^2} \right) M(n')^2 \quad (79)$$

onde:

L é o comprimento do CP cilíndrico, em metro;

d é o diâmetro do CP cilíndrico, em metro;

M é a massa do corpo de prova avaliado, em quilograma;

n' é a frequência de ressonância longitudinal fundamental, hertz;

e,

$$E_{cd,f} = 1.6067 \left(\frac{L^3 T}{d^4} \right) M(n)^2 \quad (80)$$

sendo:

n é a frequência flexional fundamental de ressonância, em hertz;

T é o fator de correção dado pela taxa de variação do raio de giração do corpo de prova, K ($K = d/4$ para amostras cilíndricas), e o comprimento do corpo de prova, L .

Para o coeficiente de Poisson, μ , conhecido, o valor de T , para os CP cilíndricos ensaiados nesse estudo, pode ser obtido da Tabela 4, apresentada a seguir:

Tabela 4. Valores do fator de correção T utilizado no cálculo do $E_{cd,f}$. Fonte: modificado de (ASTM C 215, 2018, p. 6).

K/L	Fator de correção T			
	$\mu = 0,17$	$\mu = 0,20$	$\mu = 0,23$	$\mu = 0,26$
0,12	2,03	2,04	2,05	2,07
0,14	2,36	2,38	2,39	2,41

Para os valores de $\mu = 0,23$ e $K/L = 0,125$, definidos de acordo com as características mecânicas e geométricas das amostras e através da interpolação linear dos valores apresentados da Tabela 4, obtém-se o valor 2,135 para o fator de correção T .

As idades propostas para avaliação desses módulos foram de 0, 1, 7, 14, 28, 70 e 115 dias após moldagem dos CP. Esse período foi determinado com o objetivo de alcançar um estado de estabilidade dos valores dos módulos elásticos do concreto.

Segundo Araújo (2003), as propriedades mecânicas do concreto sofrem alterações durante toda vida útil da estrutura, em maior proporção nas idades iniciais, devido às reações químicas de hidratação do concreto, e depois por degradações.

O processo de envelhecimento das amostras de concreto pode ser observado, na Figura 22, através dos comportamentos de E_{cd} flexional e E_{cd} longitudinal dos CP ensaiados.

A fim de dimensionamento das vigas V01 e V02, adotou-se o valor de E_{cd} longitudinal igual a 29,33 GPa, relativo ao 70º dia após a concretagem dos modelos estruturais.

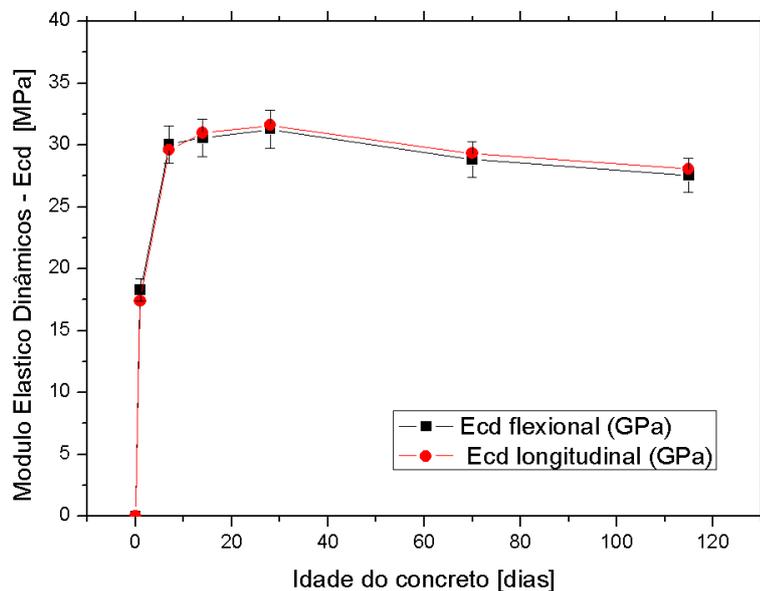


Figura 22 - Comportamento da média dos módulos de elasticidade dinâmico longitudinal e dinâmico flexional dos corpos de prova de concreto ensaiados; margem de erro de 5% para os desvios das médias de Ecd flexional.

3.2 Vigas de Concreto Armado Avaliadas

De acordo com as orientações previstas na ABNT NBR 6118 (2014), os modelos V01 e V02 são idealizados como elementos estruturais isostáticos e lineares, dimensionados à ruptura, como vigas de seções retangulares sujeitas à solicitação de flexão normal simples.

A fim de prever o comportamento teórico dos modelos físicos das vigas ao ELU, admitiu-se o uso do método de análise linear estrutural sob as hipóteses da permanência da seção plana após a deformação e da aderência perfeita entre as barras das armaduras longitudinais e o concreto que as envolvem, provocando a mesma deformação entre os dois elementos.

Segundo a norma citada anteriormente, estima-se o valor do módulo de elasticidade inicial do concreto, E_{ci} (em MPa), para concretos da classe C20 a C50,

compostos por agregado graúdo de quartzo, granito ou gnaiss, através da seguinte equação:

$$E_{ci} = \alpha_e 5600 \sqrt{f_{ck}}, \quad (81)$$

sendo:

α_e o fator de correção devido ao tipo de rocha utilizada como agregado graúdo do concreto;

$\alpha_e = 1$ para granito e gnaiss;

f_{ck} é a resistência a compressão característica à compressão do concreto obtida aos 28 dias de idade, em megapascal.

Para a avaliação teórica do módulo de elasticidade secante do concreto, E_{cs} , empregou-se a expressão matemática a seguir:

$$E_{cs} = \left(0.8 + 0.2 \frac{f_{ck}}{80} \right) E_{ci} \quad (82)$$

Outras convenções foram adotadas no dimensionamento dos modelos teóricos, as quais são apresentadas na sequência:

- $F_{ck} = 20$ MPa;
- Viga simplesmente apoiada em suportes do tipo rolete e pino, respectivamente;
- Carregamento estático aplicado como força concentrada aplicada no meio do vão da peça;
- Limitação da carga de ruptura dos modelos para não ultrapassarem a margem de 75 % das capacidades dos atuadores hidráulicos, disponíveis no LE-SET-EESC-USP;
- Ocorrência da ruptura dúctil da estrutura, através das deformações excessivas das armaduras sem a ocorrência do esmagamento do concreto;
- ELU caracterizado pelo domínio deformação 2;
- Idênticas taxas de armaduras para ambas as peças, mas com o diâmetro das barras de aço longitudinais tracionadas do modelo V01 ser o dobro do diâmetro das respectivas barras do modelo V02, ambas posicionadas em uma única camada.

- Visualizar o processo de fissuração dos modelos físicos mantendo a segurança do local de ensaio;
- Otimização do custo do ensaio experimental.

3.2.1 Dimensionamento teórico dos modelos físicos V01 e V02

3.2.1.1 Dados iniciais

As respectivas configurações geométricas e de suporte dos modelos V01 e V02 são apresentadas na Figura 23, com suas unidades de medida de comprimento em cm.

Pela Tabela 3, é calculada a média da força de compressão diametral máxima, $P = 57,9$ kN, e, a fim de calcular a resistência de tração indireta, $f_{ct,sp}$, utiliza-se a norma brasileira ABNT NBR 7222 (2010) que indica a seguinte expressão:

$$f_{ct,sp} = \frac{2P}{\pi ld} = \frac{2 \cdot (57900)}{\pi \cdot (200) \cdot (100)} = 1,84 MPa , \quad (83)$$

A Tabela 5 apresenta as características mecânicas iniciais adotadas no dimensionamento dos modelos em estudo.

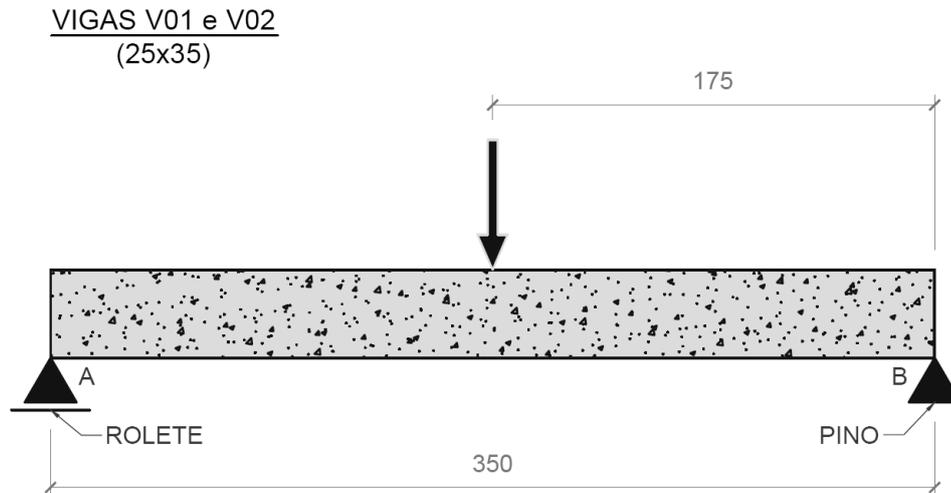


Figura 23 - Forma das vigas V01 e V02. Fonte: Autoria própria.

Tabela 5. Dados iniciais dos modelos V01 e V02.

	Concreto		Armaduras**	
	C20		CA50	CA60
F _{cm}	E _{c,d} = 3,54(E _c) ^{0,69}		F _{yk}	F _{yk}
(28 dias)	(70 dias)		(70 dias)	(70 dias)
(MPa)	(GPa)		(MPa)	(MPa)
20	29,33		500	600

* Cobrimento da armadura, c = 2 cm

** Área da seção transversal da armadura longitudinal de tração, A_s = 4,02 cm

onde:

$f_{ct,sp}$ é a resistência de tração por compressão diametral, expressa em megapascal (MPa);

P é a média da força máxima obtida no ensaio, em newton;

l é o comprimento do corpo de prova, dado em milímetro;

d é o diâmetro do corpo de prova, também em milímetro.

De acordo com a norma ABNT NBR 6118 (2014), a resistência à tração direta, f_{ct} , pode ser dada como $0,9 f_{ct,sp}$. Assim, f_{ct} é expressa por

$$f_{ct} = 0,9 \cdot (1,84) = 1,66 \text{ MPa} \quad (84)$$

Segundo Araújo (2003), as propriedades do concreto sofrem variações ao longo do tempo devido às reações de hidratação, ocorrendo de forma mais intensa nos primeiros dias após a concretagem.

Com intuito de calcular a resistência a compressão do concreto na idade de 70 dias após a concretagem, recorreu-se à recomendação do *Comité Euro-International du Béton* citada por Araújo (2003) e Couto et al (2015), que indica a expressão de relação entre a resistência média a compressão do concreto com a variável tempo. Tal relação é apresentada a seguir.

$$f_{cm}(t) = \beta_{cc}(t) f_{cm} , \quad (85)$$

onde:

$\beta_{cc}(t) = \exp \left\{ s \left[1 - \left(\frac{28}{t} \right)^{0,5} \right] \right\}$ é a função que relaciona a resistência, devido ao tipo de

cimento empregado, com a variável tempo; s é a variável relativa ao tipo de cimento utilizado na concretagem. No caso do concreto utilizado na moldagem das vigas V01 e V02, $s = 0,25$, valor equivalente a cimentos de endurecimento normal;

f_{cm} é a resistência média à compressão aos 28 dias.

Para o tempo de 70 dias após a concretagem e $s = 0,25$, tem-se $\beta_{cc}(70) = 1,096$.

Então, $f_{cm}(70) = 21,9 \text{ MPa}$.

Fazendo o correspondente ajuste do valor da resistência de tração direta do concreto, na idade de 70 dias, obtém-se o seguinte resultado: $f_{ct}(70) = 1,82 \text{ MPa}$.

Considerando os modelos teóricos como vigas solicitadas à flexão normal simples, implica, inevitavelmente, o surgimento de um eixo inercial dentro das suas seções transversais, perpendicular ao plano de ação do momento fletor. Esse eixo inercial das seções, também denominado Linha Neutra, LN, limita a ação das tensões de tração e compressão na superfície da seção transversal, em duas regiões.

No caso em análise, a região tracionada está abaixo da LN e é representada somente pelas áreas das seções das barras de aço (A_s) nela posicionada. Por outro lado, a região comprimida da seção está acima da linha neutra.

O equilíbrio estático da seção se dá a partir da resultante de força de tração nas armaduras, R_{st} , com a resultante das forças de compressão do concreto, R_{cc} . Já o binário formado por essas resultantes de forças se equilibra com o momento fletor solicitante de cálculo, M_d . Assim, a Figura 24 ilustra, geometricamente, a condição de estabilidade das seções transversais investigadas.

Em conformidade com a ABNT NBR 8681 (2003), em casos especiais, é permitido ajustar os coeficientes de ponderações das ações e das resistências a determinados tipos de construções. No caso específico dos modelos V01 e V02, a fim de obtenção dos seus reais comportamentos mecânicos frente à ruína, as resistências características dos materiais, concreto e aço, respectivamente, f_{ck} e f_{yk} , serão reduzidas por seus respectivos fatores de ponderação γ_c e γ_s , assumindo valores unitários devido aos ajustes indicados na norma anteriormente citada.

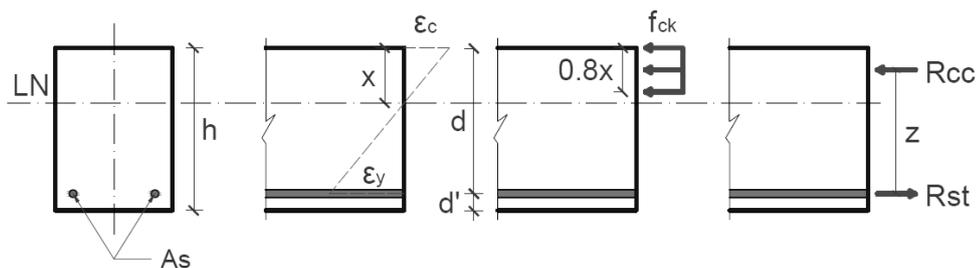


Figura 24 - Condições de equilíbrio da seção transversal dos modelos teóricos. Fonte: Autoria própria.

No intuito de aproximação da ruptura dos elementos em análise, singularmente, deve-se atender aos critérios representados matematicamente na sequência:

$$S_d \geq R_d \quad (86)$$

Pelas equações de equilíbrio estático, segundo os critérios adotados, tem-se:

$$\sum F = 0 \quad \therefore R_{cc} - R_{st} = 0 \quad (87)$$

e

$$\sum M = 0 \quad \therefore R_{cc} \cdot z = M \quad (88)$$

3.2.1.2 Momento de fissuração

A fim de verificar o comportamento dos modelos frente à fissuração, adota-se como indicativo os valores do momento fletor de fissuração, M_r , correspondentes ao estado-limite de formação de fissuras, segundo os critérios oriundos da ABNT NBR 6118 (2014).

O M_r é explicitado, de forma algébrica, a seguir:

$$M_r = \frac{\alpha f_{ct} I_c}{y_t} \quad (89)$$

sendo:

α é o fator que relaciona a resistência da tração direta com a resistência à flexão da seção transversal. Para seções retangulares, $\alpha = 1,5$;

f_{ct} é a resistência a tração direta do concreto.

I_c é o momento de inércia da seção bruta do concreto;

y_t é a medida entre a fibra mais tracionada e o centro de gravidade da seção.

O resultado do momento de fissuração relativo às vigas V01 e V02, é fornecido pela expressão a seguir:

$$M_r = \frac{(1,5) \cdot (0,182) \cdot \left(\frac{25 \cdot 35^3}{12} \right)}{17,5} = 1393,4 \text{ kNcm} \quad (90)$$

3.2.1.3 Momento relativo ao escoamento da armadura longitudinal

Segundo a Tabela 5, a resistência a tração característica ao escoamento é $f_y = 50 \text{ kNcm}^{-2}$ e o módulo de elasticidade do aço, $E_s = 21000 \text{ kNcm}^{-2}$, calcula-se a

correspondente deformação, $\varepsilon_y = \frac{f_y}{E_s} = 0,00238$. Tomando-se como referência a

configuração de armadura vista na Figura 25, é possível calcular o valor de R_{st} .

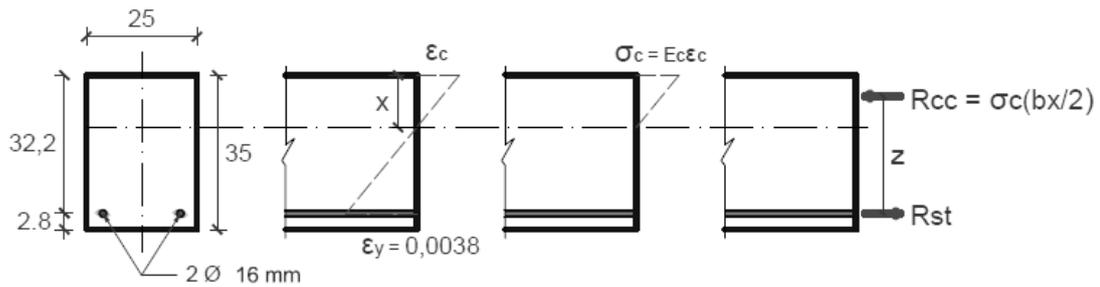


Figura 25 - Configuração geométrica da seção transversal dos modelos, utilizadas no cálculo do momento fletor relativo ao escoamento da armadura longitudinal. Fonte: Autoria própria.

Então,

$$R_{st} = E_s A_s = 50 \cdot (2) \cdot \left(\frac{\pi \cdot (1,6)^2}{4} \right) = 201,1 \text{ kN} \quad (91)$$

Observando a Figura 25, verifica-se que R_{cc} é equacionada da seguinte forma:

$$R_{cc} = E_c \varepsilon_c b \frac{x}{2}, \quad (92)$$

e, pela mesma figura, se extrai a relação,

$$x = \frac{32,2 \varepsilon_c}{\varepsilon_c + 0,0038} \quad (93)$$

Substituindo os valores de E_c , b e x na equação de R_{cc} , tem-se:

$$R_{cc} = (2142) \cdot \varepsilon_c (25) \left(\frac{\frac{32,2 \varepsilon_c}{\varepsilon_c + 0,0038}}{2} \right) = 862155 \frac{\varepsilon_c^2}{\varepsilon_c + 0,0038} \quad (94)$$

Pelo equilíbrio apresentado na equação (92), obtém-se $R_{cc} = R_{st} = 201,1 \text{ kNcm}$. O valor de ε_c que gera $R_{cc}(\varepsilon_c) = 201,1 \text{ kNcm}$ é $\varepsilon_c = 0,000871$. Já o valor correspondente a $x(\varepsilon_c)$ com o valor de ε_c , anteriormente calculado, é $x(0,000871) = 8,627 \text{ cm}$.

Do equilíbrio visto na equação (93), z é a distância entre os binários de força R_{cc} e R_{st} , respectivamente. Lembrando que o ponto de aplicação de R_{cc} ocorre a $\frac{1}{3}x$, devido à distribuição de tensão de compressão sobre a área comprimida da seção transversal do elemento, é possível calcular o momento relativo ao escoamento da armadura, M_y , pela seguinte forma:

$$M_y = R_{cc} \cdot z = (201,1) \cdot \left[32,2 - \frac{8,627}{3} \right] = 5897,1 \text{ kNcm} \quad (95)$$

3.2.1.4 Momento de ruptura das Vigas V01 e V02

Assumindo o Diagrama Retangular para o concreto, visto anteriormente na página 55, tem-se: $R_{cc} = 0,8x \cdot b \cdot f_{cm}(70)$; substituindo os valores de R_{cc} , b e $f_{cm}(70)$ na última equação, acha-se o seguinte valor para x .

$$x = \frac{201,1}{(0,8) \cdot (25) \cdot (2,19)} = 4,59 \text{ cm} \quad (96)$$

Fazendo o momento de ruptura da peça, $M_u = R_{cc} \cdot z$, observando que o comportamento retangular da distribuição de tensão de compressão sobre a face da seção transversal comprimida do elemento exige que a força, R_{cc} , seja aplicada a distância equivalente a 40% do comprimento de x , referente à borda mais comprimida da seção. Sendo assim, o valor de M_u é dado pela expressão matemática a seguir:

$$M_u = 201,1 \cdot (32,2 - 0,40x) = 201,1(30,4) = 6106,2 \text{ kNcm} \quad (97)$$

3.2.1.5 Momento fletor x Curvatura das seções transversais das Vigas V01 e V02

Momento de fissuração x curvatura da seção transversal

Pela abordagem realizada na seção 2.3.4, e pela Figura 26, a qual mostra a configuração de deformação de uma seção transversal do elemento, solicitada pelo momento de fissuração, M_r .

A partir da configuração mostrada na Figura 26, é possível expressar a curvatura da seção transversal do elemento através da equação a seguir:

$$\left(\frac{1}{\rho}\right)_r = \frac{\varepsilon_c - \varepsilon_{c1}}{h} = \frac{M_y}{E_c I} = \frac{1393,4}{(2142) \cdot \left(\frac{25 \cdot 35^3}{12}\right)} = 7,28 \cdot 10^{-6} \text{ cm}^{-1} \quad (98)$$

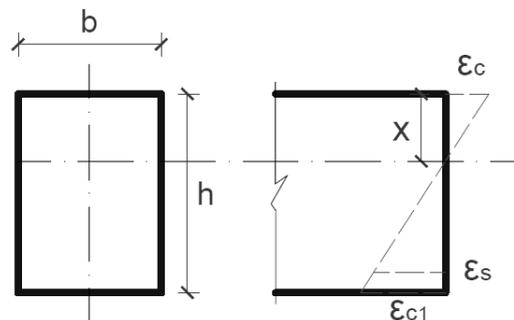


Figura 26 - Configuração das deformações da seção transversal do elemento solicitada pelo momento de fissuração, M_r . Fonte: Autoria própria.

Momento relativo ao escoamento da armadura x curvatura da seção transversal

Já a curvatura relativa ao momento de escoamento da armadura é fornecida pela seguinte expressão matemática:

$$\left(\frac{1}{\rho}\right)_y = \frac{\varepsilon_c - \varepsilon_s}{d} = \frac{0,000871 - (-0,00238)}{32,2} = 1,01 \cdot 10^{-4} \text{ cm}^{-1} \quad (99)$$

Momento de ruptura x curvatura da seção transversal

Para calcular a curvatura da seção transversal do elemento quando solicitada pelo momento de ruptura, M_u , é necessário supor que as deformações do concreto e do aço, ε_c e ε_s , assumam os valores de 0,0035 e -0,010,

respectivamente. Assim, a curvatura da seção transversal para tal hipótese é fornecida pela equação a seguir:

$$\left(\frac{1}{\rho}\right)_u = \frac{\varepsilon_c - \varepsilon_s}{d} = \frac{0,035 - (-0,010)}{32,2} = 4,19 \cdot 10^{-4} \text{ cm}^{-1} . \quad (100)$$

Tendo como base da figura do momento-curvatura da seção transversal de uma viga de concreto armado visto na Figura 13, na página 63, obtida de Kimura (2007), buscou-se a construção do gráfico que fornece os Estádios de Fissuração de peças de concreto armado, através da utilização das relações obtidas pelos momentos fletores M_r , M_y e M_u bem como de suas correspondentes curvaturas $\left(\frac{1}{\rho}\right)_r$, $\left(\frac{1}{\rho}\right)_y$ e $\left(\frac{1}{\rho}\right)_u$. A figura, a seguir, ilustra tal comportamento para as vigas V01 e V02.

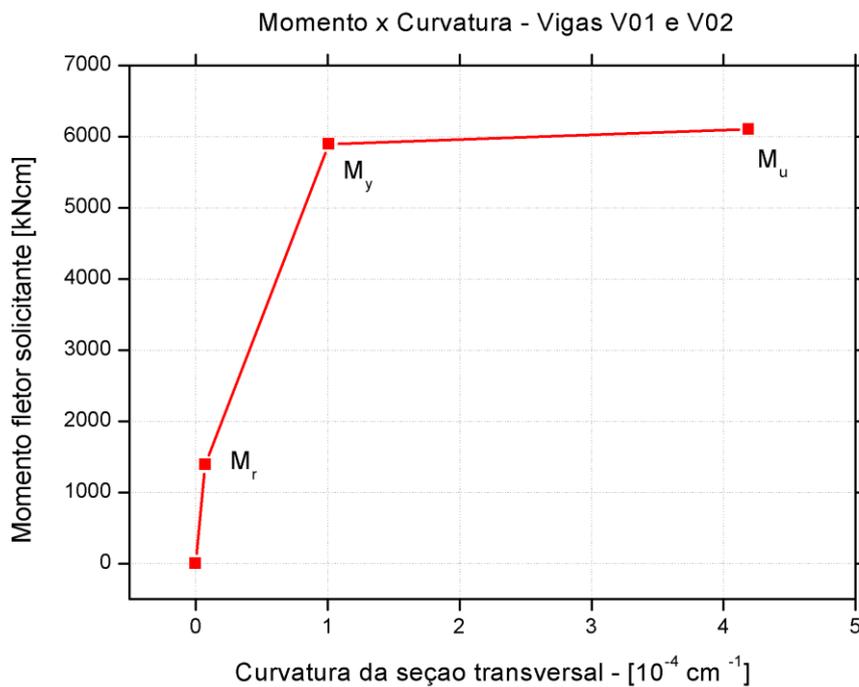


Figura 27 - Gráfico da relação momento-curvatura das Vigas V01 e V02. Fonte: Autoria própria.

3.2.1.6 Verificações do ELU

3.2.1.6.1 Armaduras longitudinais tracionadas

Com o intuito de verificar as armaduras longitudinais tracionadas dos modelos de vigas em estudo, fez-se uso dos critérios do valor-limite da armadura de tração, indicados pela norma ABNT NBR 6118 (2014). Tais critérios informam que o dimensionamento de uma seção de concreto armado deve ter um valor mínimo de armadura de tração que resista a um momento fletor mínimo, $M_{d,min}$, elucidado a seguir:

$$M_{d,min} = 0,8.W_0 \cdot f_{ctk,sup}, \quad (101)$$

onde:

W_0 é o módulo de resistência da seção transversal bruta de concreto, relativo à fibra mais tracionada, equacionado por:

$$W_0 = \frac{I_c}{y_t}, \quad (102)$$

com

y_t é a distância da fibra mais tracionada ao centroide da seção bruta de concreto;

$f_{ctk,sup}$ é a resistência à tração média característica superior do concreto e calculado com valor de 130% de f_{ct} .

Pelo fato de se ter considerado o critério de ponderação das resistências dos materiais propostos aos modelos, por motivos já delineados, diferente do que indica a ABNT NBR (6118), o valor assumido por $M_{d,min}$ e de seus respectivos fatores devem são obtidos da Tabela 6.

Tabela 6. Valores de $M_{d,min}$ e de seus respectivos fatores.

W_0		$f_{ctk,sup}$		$M_{d,min}$
I_c (cm^4)	y_t (cm)	$f_{ck=}$ $f_{cm}(70)$ (kN/cm^2)	$f_{ct}(70)$ (kN/cm^2)	
89322,3	17,5	2,19	0,182	966,2

A área mínima das armaduras longitudinais tracionadas mínima, $A_{s,min}$, está relacionada ao valor de $M_{d,min}$, apresentado na tabela acima, e, através da condição de equilíbrio de momentos atuantes na seção transversal das vigas, é possível calcular $A_{s,min}$, segundo a expressão matemática, a seguir.

$$A_{s,min} = \frac{M_{d,min}}{f_{yk} \left(d - \frac{1}{3}x \right)} \quad (103)$$

Com o propósito de verificar o máximo valor de A_s , compatíveis com as dimensões geométricas das seções transversais das vigas, é realizado a verificação do seguinte critério:

$$A_{s,max} \leq 4\%.A_c = 35cm^2 \quad (104)$$

Através desses resultados, verifica-se que a área da armadura longitudinal tracionada estimada aos modelos V01 e V02 atende ao critério do máximo e mínimo valor da armadura de tração, indicados pela norma ABNT NBR 6118 (2014).

3.2.1.6.2 Armaduras transversais para força cortante

Adotando a armadura transversal, do tipo CA60, como estribos fechados, com 5 mm de diâmetro e espaçados a cada 17 cm, totalizando 20 elementos ao longo das vigas V01 e V02, é possível obter a área das armaduras transversais, A_{sw} .

A fim de verificar as condições delimitadas pela taxa geométrica, ρ_{sw} , indicada no item 17.4.1.1.1 do texto normativo ABNT NBR 6118 (2014), é necessário verificar se a área de armadura transversal adotada nos modelos é superior ao predito em norma. Tal critério é expresso matematicamente por

$$\rho_{sw} = \frac{A_{sw}}{b_w \cdot s \cdot \text{sen}\alpha} \geq 0,2 \cdot \frac{f_{ct}}{f_{ywk}}, \quad (105)$$

sendo:

s é o espaçamento dos estribos, medido paralelo ao eixo longitudinal da estrutura;

α é o ângulo formado entre o estribo e o eixo longitudinal do elemento;

f_{ywk} é a resistência característica de escoamento da armadura transversal;

Com base na equação (105), obtém-se a condição, algebricamente mostrado por $\rho_{sw} = 0,00924 > 0,00061 = \rho_{sw,min}$. Através dessa condição, verifica-se que a taxa geométrica da armadura transversal hipotetizada às vigas V01 e V02 é superior ao valor mínimo normativo.

Também se verifica o critério de cálculo do Modelo I, relativos à força cortante solicitante. As hipóteses definidas nesse modelo de cálculo são: o ângulo formado entre as diagonais de compressão do concreto e o eixo longitudinal das vigas deve ser 45°; admite-se que uma parte da força cortante é distribuída a mecanismos que se somam ao da treliça.

As forças cortantes resistentes de cálculo correspondente ao modelo de dimensionamento admitido são V_{Rd2} e V_{Rd3} , respectivamente, e simbolizadas algebricamente por

$$V_{Rd2} = 0,27 \cdot \alpha_{v2} \cdot f_{cd} \cdot b_w \cdot d, \quad (106)$$

onde:

$$\alpha_{v2} = 1 - \frac{f_{ck}}{250} \quad \text{com } f_{ck}, \text{ [MPa]} \quad (107)$$

e

$$V_{Rd3} = 0,6 \cdot f_{ctd} \cdot b_w \cdot d + V_{sw} \quad (108)$$

A equação (106) verifica a resistência quanto à compressão diagonal do concreto enquanto a equação (108) investiga a força cortante da armadura transversal dos modelos.

Os valores de verificação do ELU das forças cortantes são apresentados na Tabela 7.

Tabela 7. Valores de força cortante de cálculo para verificação ao ELU dos modelos V01 e V02.

Modelo	Força cortante de cálculo		
	Solicitante	Resistente	
	V_{sd} (kN)	V_{Rd2} (kN)	V_{Rd3}^* (kN)
V01 e V02	38,2	399,9	87,9

* Não foi necessário contar com a parcela de força cortante absorvida pelos estribos, V_{sw} .

Através dos dados apresentados na Tabela 7, é possível atestar que as verificações com relação à força cortante são atendidas.

3.2.2 Modelos físicos das vigas V01 e V02

Tomando como referencial construtivo o dimensionamento teórico apresentado anteriormente, o processo construtivo dos modelos físicos das vigas V01 e V02 foram realizados sequencialmente em etapas, definidas da seguinte forma:

- Construção das armaduras

O processo de montagem da armadura do modelo V01 teve como referencial as especificações apresentadas na Figura 28.

No caso do modelo V02, as especificações da armadura podem ser observadas na Figura 29.

Os modelos V01 e V02 apenas se diferem pelo diâmetro nominal adotado para as barras que compõem as respectivas armaduras longitudinais sob tração.

A fim de averiguação da influência do processo de fissuração do concreto no comportamento mecânico estrutural dos modelos, usou-se barras de aço CA-50 de diâmetro nominal de 16 mm (duas barras) e 8 mm (8 barras), respectivamente, para V01 e V02, as quais foram definidas em quantidade suficiente para terem idênticas áreas de aço, A_s .

Com o objetivo de mensuração das deformações na direção paralela ao eixo longitudinal das vigas, foram instalados *strain gages*, em par, em cada lateral das barras mais exteriores das armaduras longitudinais de tração, posicionados a 178 cm com relação ao apoio móvel, totalizando dois pares para cada modelo. As especificações desses sensores serão apresentadas no item 3.5 Equipamentos de Medição.

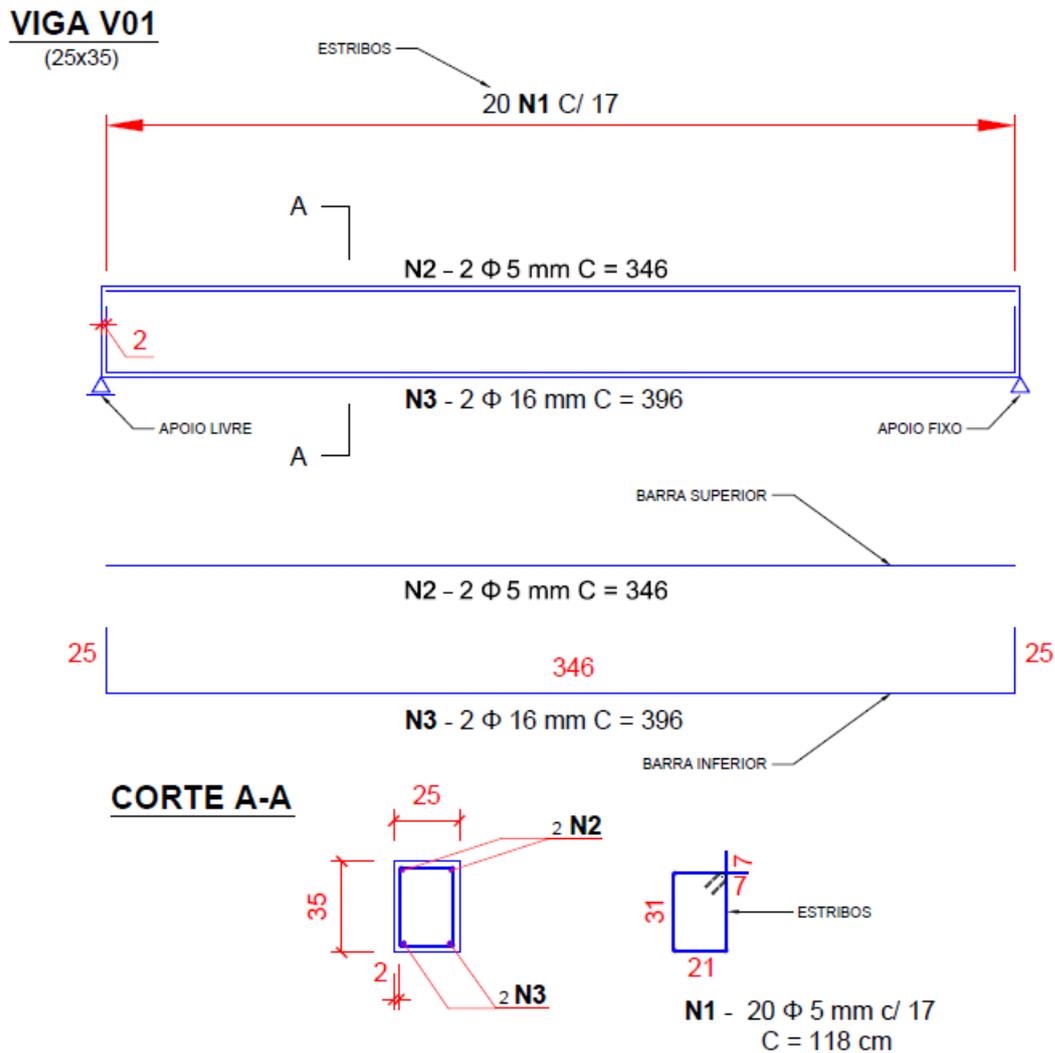


Figura 28 - Especificações de corte e dobra das barras de aço constituintes da viga V01. Fonte: Autoria própria.

- Concretagem dos modelos

Em condição ambiental laboratorial, sob uma superfície plana, locaram-se as formas de madeira. Após limpeza das faces internas dos moldes, as armaduras dos modelos foram alocadas dentro das formas de madeira e espaçadas com auxílio de espaçadores plásticos fixados nas barras (ver figura XX (b)) para controle da espessura da camada de cobrimento, c ($c = 2$ cm). Então, as vigas V01 e V02 foram moldadas, simultaneamente, respeitando os critérios estabelecidos pela norma brasileira NBR 14931 (2004). Essas etapas são ilustradas nas Figura 30 (a), Figura 30 (b), Figura 30 (c), Figura 30 (d), Figura 30 (e) e Figura 30 (f).

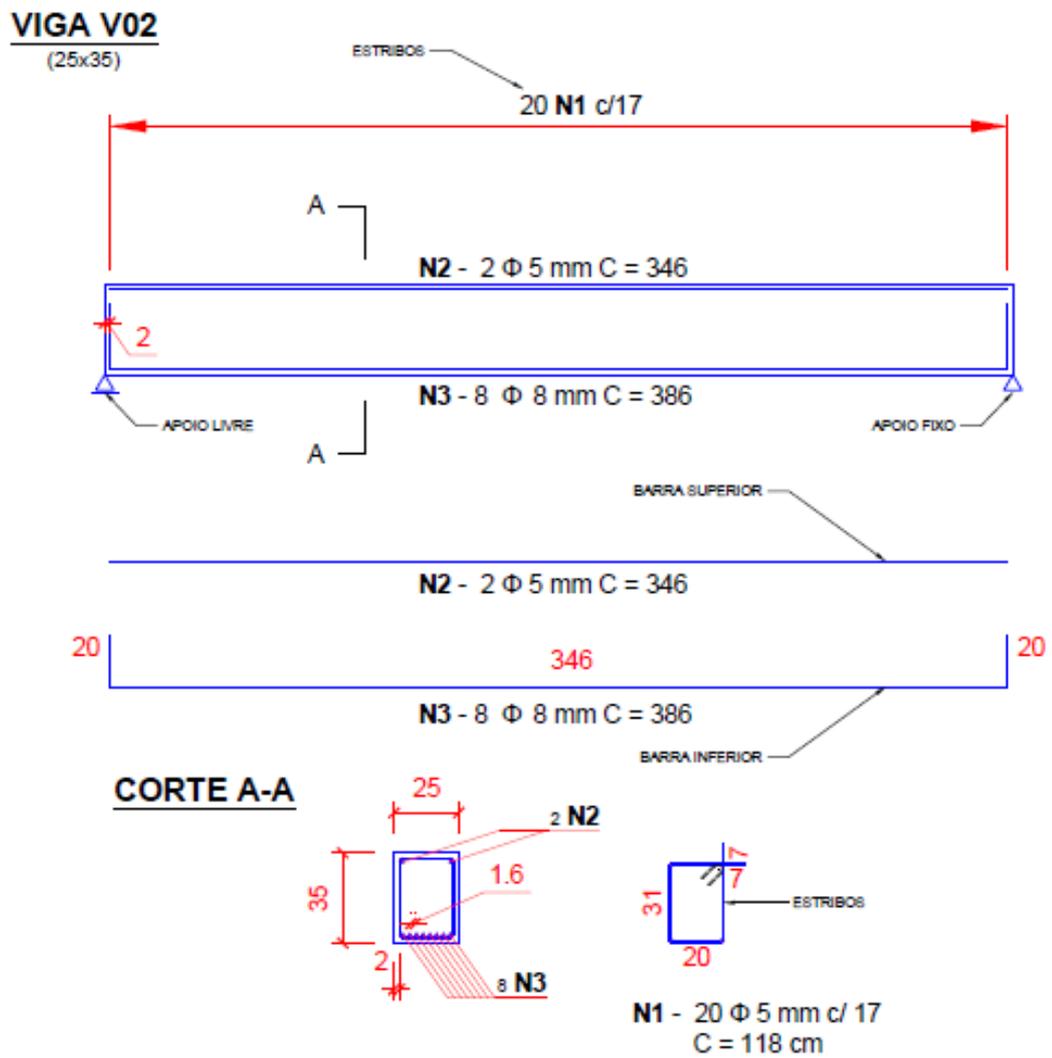


Figura 29 - Especificações de corte e dobra das barras de aço constituintes da viga V01. Fonte: Autoria própria.



(a)



(b)



(c)



(d)



(e)



(f)

Figura 30 - Etapas de concretagem dos modelos V01 e V02. (a) Armaduras dos modelos posicionadas nas respectivas formas; (b) visto em detalhe: espaçador de cobertura da armadura ($c = 2\text{cm}$) e fios conectores dos *strain gages* das armaduras longitudinais de tração; (c) concretagem e adensamento dos modelos utilizando agulha vibratória; (d) nivelamento dos modelos com uso de colher de pedreiro; (e) alisamento da superfície com régua de pedreiro; (f) Modelos V01 e V02 sob processo de endurecimento. Fonte: Autoria própria.

O processo de cura aplicado aos modelos V01 e V02 foram os mesmos pelos quais passaram os corpos de prova, moldados aleatoriamente, durante a concretagem das vigas. Para mais informações sobre esse processo, verificar a seção 3.1.1 deste trabalho.

Com a intenção de delimitação da fase de desforma dessas estruturas, adotou-se o sétimo dia, após a concretagem.

- Configuração de suporte dos modelos

A configuração estrutural dos modelos foi realizada sob a condição de suporte em dois pontos. Nesses pontos foram alocados apoios do tipo móvel e fixo, respectivamente, e referenciados a 15 cm de cada extremidade para ambas as vigas.

Cada apoio é constituído por um tubo, duas placas e uma viga, ambos metálicos. No apoio móvel, uma das faces das placas está em contato com as superfícies da viga metálica e da face inferior do modelo, respectivamente, enquanto que a outra face tangencia o tubo metálico.

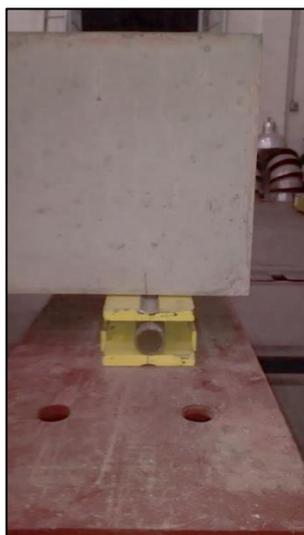
O que difere os apoios é a restrição do tubo metálico em se deslocar devido aos entalhes das superfícies de contato tubo-chapas, singular ao apoio fixo. Com intuito de ilustrar tais arranjos, utilizam-se as Figura 31 (a), Figura 31 (b), Figura 31 (c) e Figura 31 (d), para enriquecimento das informações.



(a)



(b)



(c)



(d)

Figura 31 - Configuração de suporte da viga. (a) Vista lateral do modelo: da esquerda para direita, apoios fixo e móveis, respectivamente; (b) vista lateral do suporte; (c) detalhe de montagem do apoio móvel; (d) detalhe de montagem do apoio fixo. Fonte: Autoria própria.

3.2.2.1 Plano coordenado das vigas V01 e V02

A fim de localização espacial de cada modelo, empregou-se um plano de coordenadas retangulares com origem no ponto sobre a face superior da estrutura, devido à intersecção das projeções dos eixos de simetria longitudinal da viga com o eixo de simetria longitudinal do apoio móvel. A Figura 32 apresenta esse sistema coordenado e seus pontos notáveis à descrição dos experimentos envolvidos.

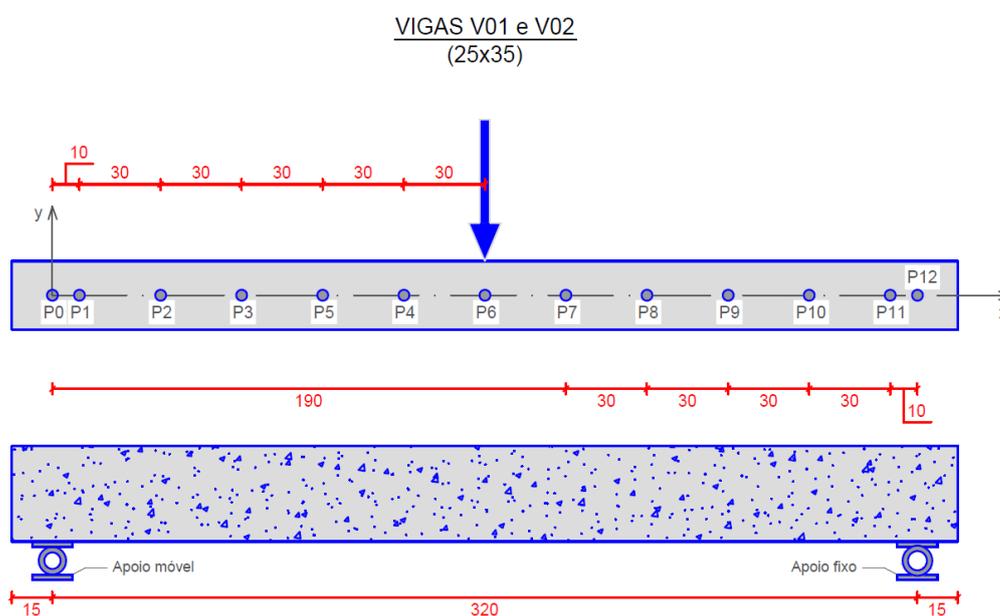


Figura 32 - Plano coordenado e pontos notáveis das vigas V01 e V02. Fonte: Autoria própria.

3.3 Ciclos de Carregamento / Descarregamento

Após avaliação do dimensionamento teórico das vigas e da observação do comportamento das propriedades mecânicas dos corpos-de-prova dos modelos reais, já apontados precedentemente, foi possível definir o ciclo de carregamento/descarregamento dos modelos.

Levando em consideração os preceitos dos Estádios de Fissuração para estruturas de concreto armado, estabeleceu-se que os ciclos de carga e descarga nos quais estariam os modelos submetidos seriam subdivididos de tal forma que

todos os estádios de comportamento relativos à fissuração do concreto e deformação da armadura de cada modelo pudessem ser avaliados.

Um ciclo genérico correspondia ao seguinte procedimento:

- a. Solicitar a estrutura por um carregamento centrado na taxa de 1 mm/s;
- b. Atingir um nível máximo de força (ciclos compreendidos nos Estádios I e II); ou atingir um nível máximo da deformação das armaduras (ciclos no Estádio III);
- c. Brevemente, no patamar de danificação alcançada, o carregamento era mantido constante sobre o modelo, a fim de avaliar e marcar as fissuras nas faces laterais da viga;
- d. Após apreciação das aparentes fissuras, o descarregamento era iniciado até o alívio total da estrutura.

Para solicitar a estrutura e assim provocar o mecanismo de fissuração dos modelos, fez-se uso de um atuador servo-hidráulico acoplado a um pórtico metálico fixado na laje de reação, visualizado na Figura 33.

No mecanismo mostrado na Figura 33, foram instalados sensores de força e de deslocamento, ligados a um sistema de controle, aquisição e registros das informações captadas.

A fim de obtenção do comportamento estrutural da linha elástica referente a cada ciclo de carga e descarga, empregou-se o uso de cinco sensores de deslocamentos linear do tipo *Linear Variable Differential Transformer (LVDT)*, distribuídos na estrutura conforme apresentado na Figura 34.

As respectivas posições no plano coordenado adotado, as identificações e as características quanto ao limite de medição desses sensores são apresentadas na Tabela 8.

Tabela 8. Localização e especificações dos sensores LVDT nos modelos ensaiados.

Sensor	Localização na estrutura		Modelo	Especificações	
	Posição	Face do modelo		Variação de medida linear (mm)	
LVDT1	P0 (0, 0)	Superior	HS25	25	
LVDT2	P3 (70, 0)	Inferior	DT50A	50	
LVDT3	P6 (160, 0)	Inferior	DT100A	100	
LVDT4	P9 (250, 0)	Inferior	DT50A	50	
LVDT5	P12 (320, 0)	Superior	HS25	25	

Já para controlar as deformações nas armaduras tracionadas, sensores de deformação foram fixados nas barras longitudinais conforme as configurações anteriormente citadas. Esses extensômetros, localizados a uma distância de 162,5 cm do ponto P0, foram conectados ao mesmo sistema de controle, aquisição e armazenamento, como os demais sensores envolvidos nos ensaios cíclicos de carregamento e descarregamento.



Figura 33 - Aparato de carregamento: atuador acoplado no pórtico metálico fixado na laje de reação. Fonte: Autoria própria.

É importante citar que na etapa c. do ciclo genérico de carga e descarga, anteriormente exposto, as fissuras foram marcadas com cor específica bem como os seus correspondentes valores de abertura, escritos nas proximidades das fissuras, em unidade milimétrica.

A viga V02 foi a primeira a ser analisada experimentalmente. Para esse primeiro procedimento, definiu-se que seriam realizados onze ciclos de carregamento/ descarregamento. Já no caso da viga V01, sob a mesma condição de

ensaio, foram adotados treze ciclos, pois se notou que as respostas à danificação do modelo V02 poderia ser mais bem explorada se houvesse uma maior quantidade de ciclos no patamar de fissuração do Estádio III. Desta forma, ampliou-se em mais dois ciclos o experimento do modelo V01.

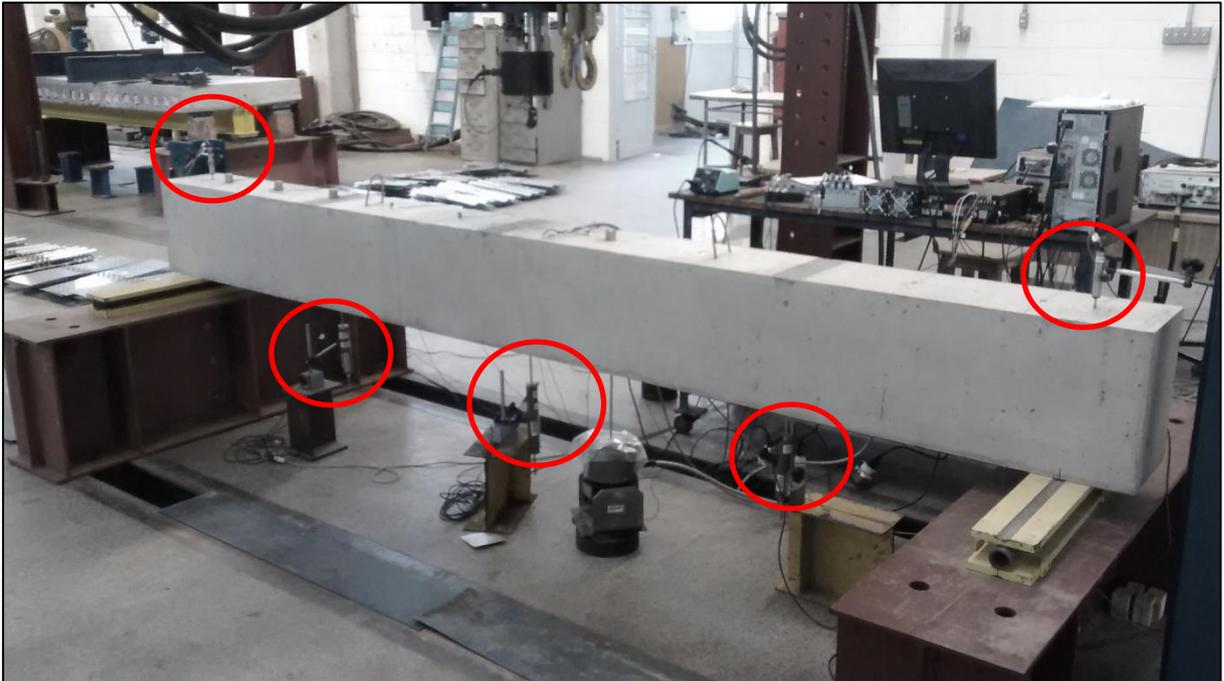


Figura 34 - Localização dos sensores de deslocamento empregados nos modelos V01 e V02; da direita para esquerda: LVDT1, LVDT2, LVDT3, LVDT4 e LVDT5. Fonte: Autoria própria.

3.4 Ensaios Dinâmicos

Os ensaios dinâmicos realizados durante esse trabalho foram os ensaios acústicos e os ensaios de vibração. Os ensaios acústicos, adotados neste trabalho com intuito de avaliar o comportamento do módulo de elasticidade tangente do concreto ao longo do período de maturação, tiveram como base metodológica a norma americana ASTM C215 (2008), que informa os procedimentos para obtenção dos módulos de elasticidade flexional, longitudinal e torcional a partir das respostas modais dos corpos-de-prova, utilizando o ensaio dinâmico de excitação por impulso.

Levando em conta os ensaios de vibração, empregados nos modelos V01 e V02, através das técnicas de excitação aleatória e transiente provocadas respectivamente por um excitador eletrodinâmico e pelo impacto de um martelo, tiveram como principal objetivo obter as respostas modais das estruturas através de sensores eletrônicos de captação e amplificação das acelerações, fixados em pontos específicos dos modelos V01 e V02, e conectados por cabos a um sistema de processamento e armazenamento das informações dos sinais elétricos, os quais, posteriormente, processados matematicamente por rotinas computacionais implementadas em softwares comerciais.

É importante destacar que os ensaios de vibração foram realizados para as estruturas ainda integras bem como após cada ciclo de carregamento e descarregamento das solicitações atuantes nos modelos.

A fim de sistematização dos ensaios vibrodinâmicos dos modelos, adotou-se os seguintes procedimentos experimentais genéricos às excitações pertinentes:

- I. Definição dos pontos de aquisição das resposta das estruturas através da análise comportamental dos modelos quanto aos modos flexionais de vibração dos modelos; adotou-se onze locais para avaliação da resposta, por modelo. São eles: P1, P2, P3, P4, P5, P6, P7, P8, P9, P10, P11 (ilustrados na Figura 32);
- II. Dentre os onze pontos de captura das resposta estrutural à vibração, determinou-se o ponto P4 como local de fixação do sensor referência, tendo a preocupação de não ser um nó modal nos quatro primeiros modos de vibração à flexão dos modelos, como pode ser observado na Figura 35. Vale lembrar que tal ponto foi mantido fixo em todas as séries de captura dos sinais;
- III. Ordenação e nomeção dos dispositivos próprios do aparato de amplificação, transmissão, captação e modulação do sinal elétrico. No caso, representados pelos acelerômetros, fios elétricos, canal e placa do sistema de aquisição, respectivamente.
- IV. Determinação das frequências de amostragem e duração de cada série de prova bem como a quantidade de configurações de montagem dos sensores, necessárias para a mais adequada obtenção dos parâmetros modais, segundo a técnica de excitação adotada;

- V. Medição das excitações em quatro níveis crescentes de força, caracterizadas em RMS (*root mean square*) para as do tipo aleatória, enquanto que, as excitações transientes, qualitativamente mensuradas pela força de impacto, ambas medidas na unidade de força, Newton - N.
- VI. Localização dos pontos pelo qual a estrutura seria mecanicamente excitada. No caso da excitação por impacto, definiu-se o ponto de contato estrutura-excitação no ponto P6. Já para o equipamento excitador, utilizou-se a projeção do ponto distante a 132,5 cm do ponto P0 (origem do plano coordenado do modelo) na face inferior dos modelos.

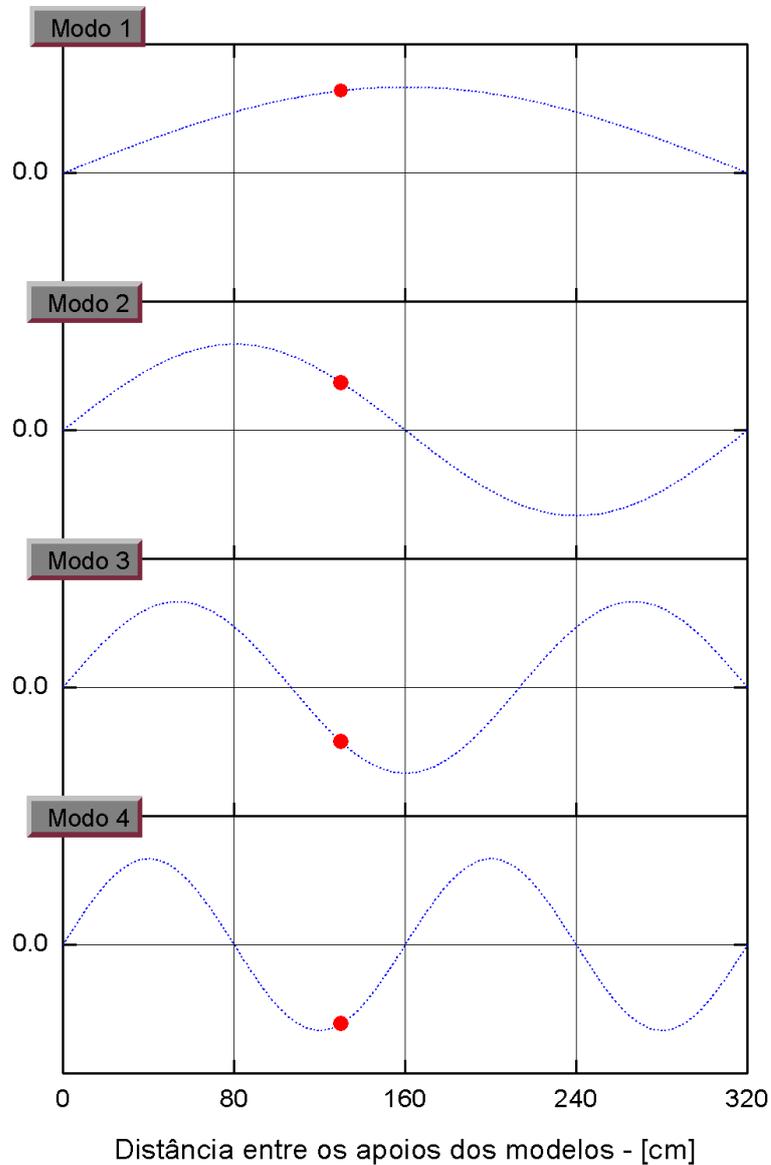


Figura 35 - Deslocamento do sensor referência (ponto P4) nos quatro primeiros modos de vibração das Vigas V01 e V02. Fonte: Autoria própria.

Para representar as relações entre as ações e agentes dos itens I, II, III, IV e V, acima citados, faz-se uso da Tabela 9.

Tabela 9. Ensaio vibrodinâmicos: ações, dispositivos e suas relações.

Configuração	Sensor	Fio	Placa	Canal	Localização	
Prova 1	A1-ref	30191	ref	2	2_2	P4
	A2	30121	1	2	2_0	P1
	A3	30119	2	2	2_1	P2
	A4	30188	3	3	3_0	P3
	A5	30187	4	3	3_1	P5
	A6	30189	5	3	3_2	P6
Prova 2	A1-ref	30191	ref	2	2_2	P4
	A2	30121	1	2	2_0	P7
	A3	30119	2	2	2_1	P8
	A4	30188	3	3	3_0	P9
	A5	30187	4	3	3_1	P10
	A6	30189	5	3	3_2	P11

No item 2.2.2, serão descritas as particularidades dos ensaios de vibração realizados nesse estudo, segundo as técnicas experimentais utilizadas.

3.5 Equipamentos de Medição

Neste tópico serão abordadas características e especificações dos equipamentos e dispositivos de mensuração empregados nos procedimentos experimentais das vigas V01 e V02, padronizados anteriormente.

3.5.1 Ensaio cíclicos

Equipamentos utilizados nos ensaios cíclicos de sollicitação e alívio de carga sob as vigas V01 e V02 são:

- Laje de reação com 9 m e 3 m de comprimento e largura, respectivamente;
- Pórtico de reação de aço;
- Atuador servo-hidráulico, controlado por computador, com capacidade de 500 kN e curso de 150 mm, da marca *Instron*;
- Sistema de aquisição de dados de deformação, deslocamento linear e força com 20 canais, da marca *Measurements Group*, modelo *System 5000*;
- Extensômetros da marca *Kyowa*, modelos *KFG-5-120-C1-11*, comprimento padrão de 5 mm;
- Transdutores de deslocamento linear – LVDT, da marca *Kyowa*, modelos *DT100A* e *DT50A* com cursos de 100 mm e 50 mm, respectivamente. Além desses, também se utilizou do sensor da marca *Vishay*, modelo *HS25*, com curso de 25 mm;
- Célula de carga piezoelétrica, acoplada ao atuador servo-hidráulico.

3.5.2 Ensaios dinâmicos

Este item será subdividido em duas partes, cada qual representado os equipamentos e dispositivos utilizados para a obtenção das respostas modais dos modelos V01 e v02, frente às excitações aleatórias e transientes, respectivamente.

3.5.2.1 Ensaio dinâmico por excitação aleatória

Os equipamentos envolvidos nesse teste são:

- Excitador eletrodinâmico (*shaker*) da marca *Labworks*, modelo *ET-139*. Sua força nominal aleatória de saída é de 0,222 kN rms;

- Sistema de amplificação de potência do excitador eletrodinâmico fabricado por *Labworks*, modelo *PA-138*;
- Programa computacional *Signalcalc ACE* produzido pela *Data Physics Corporation*, utilizado para controlar o excitador vibroelétrico;
- Transdutores piezoelétricos de aceleração da marca *Bruel & Kjaer*, modelos *8344* e *4533-B-2*. O primeiro modelo tem sensibilidade de 2500 mV/g e faixa de frequência 0,2 a 3000 Hz, enquanto que o outro modelo é sensível a 490 mV/g dentro da faixa de frequência de 0,3 a 12800 Hz;
- Sistema de aquisição de dados da marca *National Instrument*, modelo *NI 9232*.
- Programa computacional *LabView SignalExpress*, também da *National Instrument*.
- Haste metálica acoplada à mesa vibratória do equipamento excitador;
- Célula de carga fixada na haste metálica presa ao excitador;

3.5.2.2 Ensaio dinâmico por excitação transiente

Para a realização do ensaio de vibração da estrutura por impacto, foram utilizados os acelerômetros, o sistema de aquisição de dados e o programa computacional da *National Instrument*, já especificados no item anterior.

Os demais equipamentos desse ensaio são:

- Martelo de impacto da marca *Meggitt Endevco*, modelo *2303*, força máxima de impacto é 35,5 kN e sua faixa de frequência é 10 kHz.
- Ponteira do martelo de impacto, também da *Meggitt Endevco*, modelo *EHM (cor vermelho)*.

3.6 Técnica de Ensaio

Uma sequência de ensaios foi prevista para coletar as respostas modais frente ao processo danificação das vigas. No presente estudo, as vigas de concreto armado, V01 e V02, sob as mesmas condições de configuração experimental, foram avaliadas isoladamente, empregando-se um método experimental, organizado em três etapas técnicas assíncronas e sequencialmente coordenadas, aplicado para cada um dos ciclos de estado de deterioração dos modelos.

A primeira etapa técnica vinculou-se ao processo de ciclo de carregamento/descarregamento das vigas, através do ensaio de três pontos, conforme condições de carregamento previamente enunciados. O principal objetivo dessa fase experimental era a indução controlada de dano nas peças de concreto armado. Em cada nível de dano instaurado, iniciavam-se, de forma sucessiva, as demais etapas técnicas associadas às medições modais dos objetos em prova.

Em virtude das ocasiões nas quais os modelos estavam sem dano, ou seja, nas suas condições integras, não se fez uso da primeira etapa técnica visto que tal intervenção era privativa à introdução de avaria no elemento em estudo.

Excluindo-se o estado íntegro de cada modelo, o procedimento experimental foi iniciado pelo ciclo de carga/descarga, que consistia em solicitar o elemento de concreto armado, sob uma taxa constante de 0,1mm/s, até atingir o nível pré-estabelecido de dano relativo a parâmetros de resistência mecânica, medidos por sensores, anteriormente citados, em termos de força resistiva ou deslocamento da estrutura bem como pela deformação das armaduras longitudinais tracionadas.

Após alcançar o critério estabelecido quanto ao dano estrutural, o carregamento era mantido constante, por um curto período de tempo, no intuito de avaliar o processo de fissuração aparente nas faces laterais dos modelos, levando em consideração a trajetória e máxima abertura. As fissuras eram, então, mensuradas pela comparação visual com o fissurômetro padrão e, então, destacadas em cor padronizada ao nível de dano recorrente ao modelo.

Por fim, aliviava-se totalmente o carregamento e naturalmente a estrutura se reequilibrava estaticamente a nova condição, compatível ao nível de dano induzido pelo carregamento.

Com o modelo já danificado, iniciou-se a segunda etapa do procedimento experimental. A fim de registrar as respostas dinâmicas da estrutura a cada ciclo de dano, cinco de seis acelerômetros foram utilizados em duas configurações de

medidas, cobrindo onze pontos da face superior de cada modelo. Para cada uma das séries configuradas de medição, e através de um único ponto na face inferior da viga, a estrutura era, então, excitada por um único sinal aleatório emitido pelo excitador eletrodinâmico e controlado por sistema de amplificação de potência.

A Figura 36 ilustra, esquematicamente, a etapa experimental citada no parágrafo anterior.

As informações referentes aos acelerômetros (conjunto representado pelas siglas A1 até A6), cabos elétricos conectores (siglas: ref e conjunto de f1 a f5) e pontos (P1 a P11), vistos na figura anterior, são encontradas na Tabela 9, já exposta na página 102.

Com intuito de avaliar a dependência das respostas modais devido às variáveis independentes representadas pelo estado de dano estrutural do modelo bem como pelo nível de entrada de intensidade de força excitatória no sistema sob observação, definiu-se que, para cada série de configuração de posição dos acelerômetros, quatro diferentes níveis, em ordem crescente de intensidade, seriam aplicados à estrutura e caracterizados como médias probabilísticas de sinais aleatórios denominadas *root mean square – rms*, correspondentes, uma a uma, por intensidades de 6, 9, 12 e 15 *N-rms*.

Como parâmetro de construção do sinal da resposta estrutural frente à vibração, aplicou-se aos acelerômetros uma frequência de amostragem de 1070 Hz durante 620 s de medição. A adoção desses parâmetros experimentais possibilitaram a coleta de 690087 amostras, capturadas, uma a uma, em intervalos de aproximadamente 898 μ s.

É de suma importância lembrar que tais parâmetros foram especificados a fim de minimizar os efeitos do *aliasing* espectral, escorregamento do lóbulo principal, e o *leakage*, vazamento dos lóbulos laterais, que simultaneamente ocorrem no processo de truncagem de um sinal, tanto no domínio do tempo quanto no da frequência.

Tendo como princípio tal singularidade paramétrica, os modelos de vigas foram excitados através de diferentes níveis de sinais aleatórios, em duas tomadas de provas, cada qual com suas respectivas configurações de posicionamento dos sensores. Vale ressaltar que o shaiker repousava sobre a laje de reação, sem movimentação da massa da base mas sem restrição de movimentação da massa sísmica. Nesta massa, acoplou-se uma haste metálica com um transdutor de

medição de força na ponta na qual se contactava com a face inferior da estrutura, provocando a vibração do modelo sob condição de análise.

O local de contato entre o sensor de força e a estrutura foi definido à distância de 132,5 cm da origem do sistema coordenado de referência, no eixo de simetria longitudinal da face inferior de cada modelo.

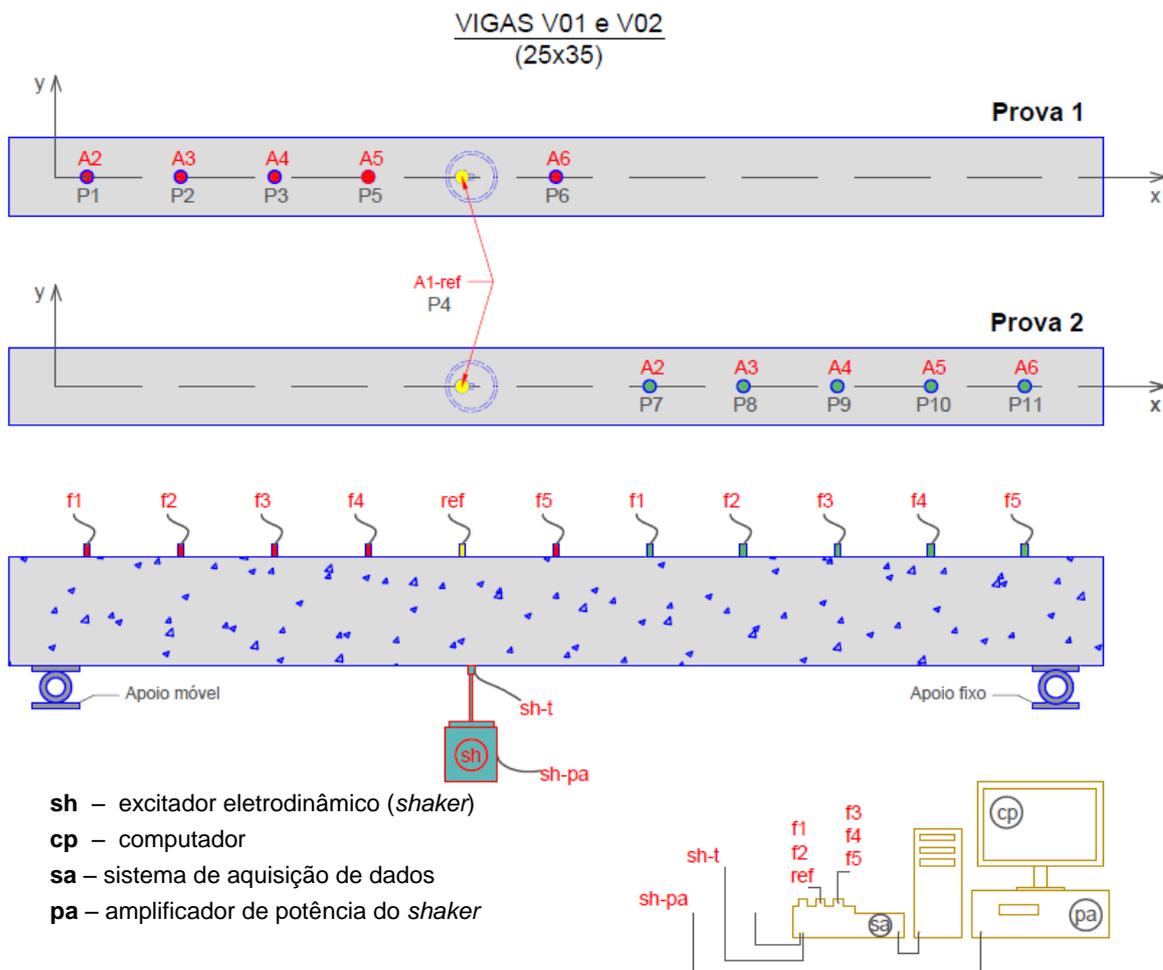


Figura 36 - Esquematização do procedimento do ensaio dinâmico utilizando o excitador eletrodinâmico. Fonte: Autoria própria.

A fim de síntese das informações sobre as recorrências de execução experimental do emprego dessa etapa técnica, no decorrer do processo experimental implando nessa pesquisa, a viga V01 foi submetida a quatorze repetições, enquanto que, na viga V02, esse mesmo processo foi realizado doze vezes, observando que duas séries de provas eram realizadas por cada iteração.

estado de deterioração dos modelos não gerassem riscos à segurança do ambiente de ensaio.

3.7 Rotinas de Análise

Para obtenção das respostas modais em frequências de ressonâncias, segundo os estados de dano nos quais os modelos V01 e V02 foram submetidos, recorreu-se, então, à análise numérica desenvolvida no programa *SCILAB*, por Juliani (2014), utilizando a transformação das respostas das estruturas, registradas no domínio do tempo, em funções de densidades espectrais utilizando as auto correlações desses sinais.

Devido aos métodos experimentais empregados no recorrente trabalho, algumas alterações nas rotinas numéricas foram realizadas com objetivo de aperfeiçoar as resoluções dos espectros de frequências.

Os conceitos matemáticos utilizados por Juliani (2014) na obtenção das frequências de ressonâncias, fazem uso das Transformadas Discretas de Fourier Direta (TDFD), através da aplicação da Transformada Rápida de Fourier (FFT), nas auto correlações dos sinais temporais, resultando em funções de densidades espectrais, com frequências limitadas apenas na região espectral positiva.

De acordo com Rodrigues (2004), Lathi (2007) e Juliani (2014), a rotina numérica para obtenção das frequências dos sistemas em análises, é conceitualmente estruturada sob as seguintes condições:

- Antes de aplicar a FFT às respostas dos modelos, realiza-se o processo de truncagem dos dados, o qual consiste na multiplicação do sinal amostrado por uma função-janela de largura menor para reduzir o espalhamento espectral (*aliasing*);
- A função-janela adotada no truncamento dos sinais é do tipo *Hanning*, por ser simultaneamente capaz de evitar o vazamento espectral (*leakage*), devido à elevada taxa do decaimento dos lóbulos laterais, mantendo uma reduzida largura do lóbulo principal, a qual está diretamente relacionada com o espalhamento espectral;
- Aplica-se a FFT sob a função de autocorrelação dos sinais já truncados;

- Para redução do erro estatístico inerente aos espectros das frequências provenientes de sinais com elevada quantidade amostral, divide-se o total das amostras em intervalos reduzidos de número de amostras caracterizadas em janelas amostrais. Ainda, aplica-se a sobreposição das janelas amostrais para que as informações observadas sejam mais precisas devido aos significativos ganhos de amplitudes;
- Nas definidas janelas amostrais com sobreposição, aplica-se a FFT para obter os correspondentes espectros em frequência;
- A partir das médias dos sinais gerados no item anterior, estimam-se com menor variância, as respectivas funções de densidade espectrais.

Os parâmetros empregados na rotina numérica de determinação das frequências de ressonâncias são mostrados na Tabela 10, a seguir:

Tabela 10. Parâmetros experimentais das respostas dos sistemas estruturais frente às excitações aleatórias e transientes..

Tipo de excitação	Frequência de aquisição do sinal (Hz)	Duração do sinal (s)	Intervalo de tempo de captura amostral (μ s)	Número total de amostra por sinal (10^5)	Resolução de frequência do espectro (Hz)	Tamanho amostral por janelas (2^n)	Sobreposição das janelas (%)
Aleatória	1070	620	898,438	6,90087	0,0016	$2^{13} = 8192$	50,0
Transiente	102400	20	9,76562	20,48000	0,05	$2^{13} = 8192$	50,0

Os parâmetros indicados na tabela anterior, relativos às respostas dos sinais provocados por diferentes níveis de excitação, do tipo transiente, são readequados na Tabela 11, em virtude de terem sido realizados sequencialmente, na mesma prova, conforme o sinal amostrado pela Figura 38.

Com intuito de esclarecimento sobre os parâmetros utilizados na obtenção das curvas espectrais dos diferentes níveis de impacto aplicados aos modelos V01 e V02, estabeleceu-se para análise das respostas das estruturas às vibrações, o período de 3,5 s como o tempo necessário para que o sinal fosse totalmente amortecido.

Com objetivo de melhorar a resolução em frequência das funções de densidades espectrais, os sinais já amostrados foram numericamente duplicados por amostras de valores nulos de aceleração.

A Tabela 11, abaixo, mostra os parâmetros de caracterização das frequências de ressonância, provenientes das FFT aplicadas às respostas de cada modelo aos diferentes níveis de impactos, considerando o estado de deterioração assumido por cada viga.

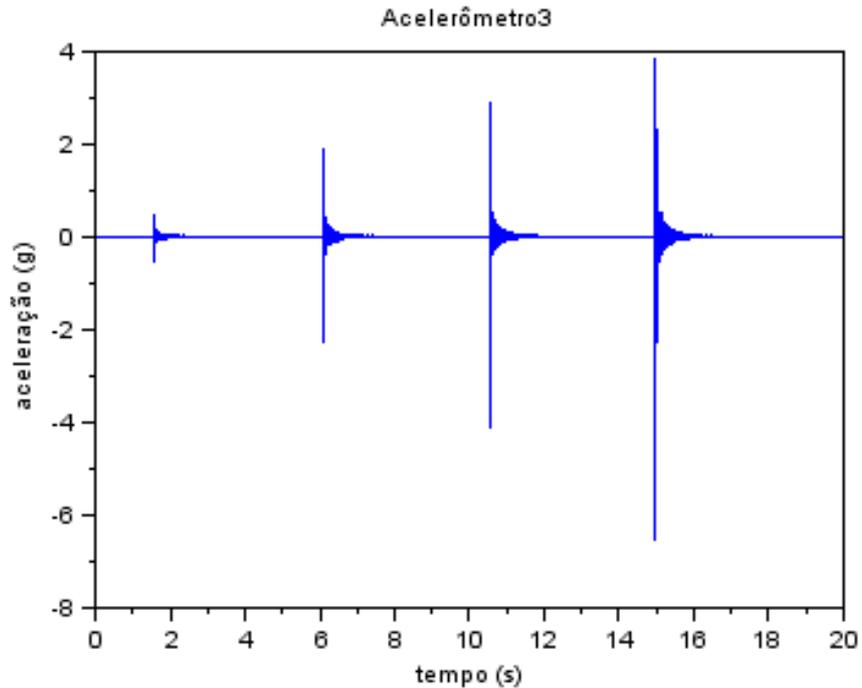


Figura 38 - Comportamento das acelerações amostradas em quatro níveis de força de impacto referentes ao acelerômetro de referência da prova 2, do modelo V01, no estado íntegro de danificação estrutural. Fonte: Autoria própria.

Tabela 11. Parâmetros readequados e utilizados no cálculo das funções de densidades espectrais das respostas dos modelos frente aos diferentes níveis de força transiente empregados.

Nível de excitação transiente	Frequência de aquisição do sinal (Hz)	Duração do sinal (s)	Intervalo de tempo de captura amostral		Número total de amostra por sinal (10^5)	Número de amostras nulas adicionadas (10^5)	Resolução de frequência do espectro (Hz)	Tamanho amostral por janelas (2^n)	Sobreposição das janelas (%)
			de	de					
1º	102400	3,5	9,76562	3,58400	3,58400	0,143	$2^{13} =$ 8192	50,0	
2º	102400	3,5	9,76562	3,58400	3,58400	0,143	$2^{13} =$ 8192	50,0	
3º	102400	3,5	9,76562	3,58400	3,58400	0,143	$2^{13} =$ 8192	50,0	
4º	102400	3,5	9,76562	3,58400	3,58400	0,143	$2^{13} =$ 8192	50,0	

A fim de analisar o comportamento do amortecimento frente ao estado de danificação estrutural dos modelos V01 e V02, recorreu-se a rotina matemática elaborada por Araújo e Laier (2014), que programaram a obtenção do índice de amortecimento de estruturas aplicando-se o método de decremento logarítmico, no sinal resultante da Transformada Discreta de Fourier Inversa – TDFI, de uma função de densidade espectral (EFDD), segundo o intervalo de frequências a ser observado. A Figura 39 ilustra, na parte superior, a função de densidade espectral e a região do sinal a ser amostrado (destacado na cor vermelha). Logo abaixo, à esquerda, o gráfico da TDFI amostrado da função espectral na região de destaque. Já no gráfico, à direita, é realizado um comparativo entre os valores dos dados obtidos pelo programa com a curva ideal do amortecimento viscoso.

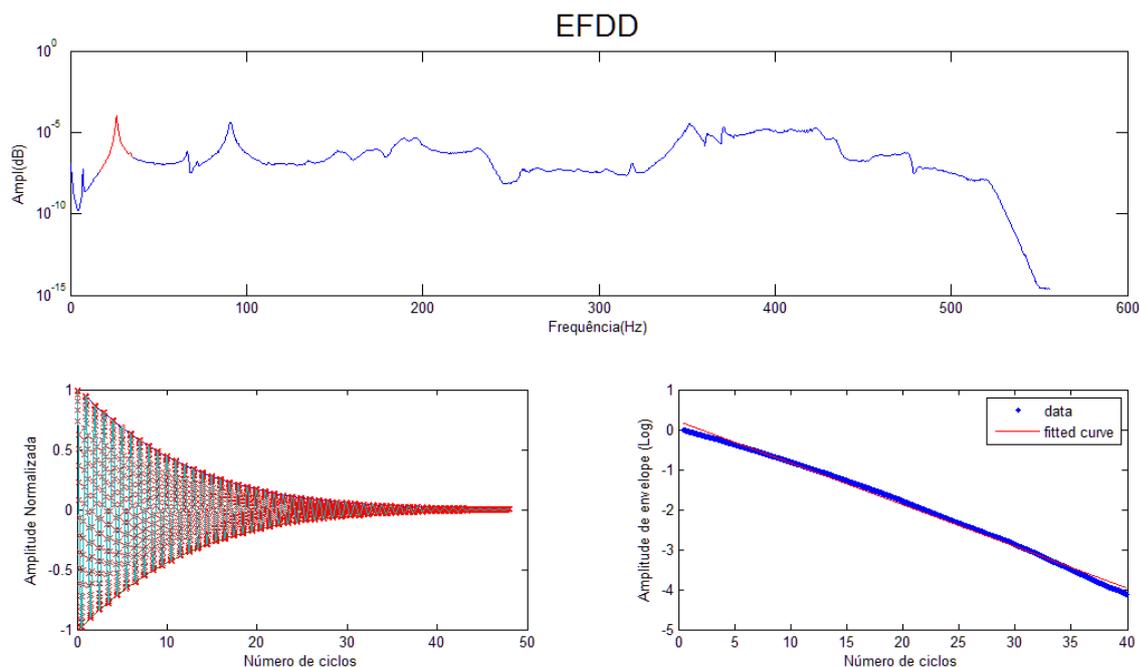


Figura 39 - Gráficos obtidos pela rotina de cálculo do índice de amortecimento, elaborada por Araújo e Laier (2014). Fonte: Autoria própria.

No caso da obtenção do índice de amortecimento devido à excitação transiente, recorreu-se à análise do índice de amortecimento diretamente da equação resultante do ajuste não linear do sinal da aceleração ao longo do tempo, fragmentado por nível de força de impacto, captados do sensor de referência da prova 2 em ambas as vigas.

É importante citar que o ajuste não linear do sinal analisado é inferido ao comportamento do modelo de amortecimento viscoso, o qual foi implementado no programa *Origin*, gerando a sobreposição gráfica do sinal, em linha pontilhada, com a função de ajuste, em linha contínua, como ilustra a Figura 40.

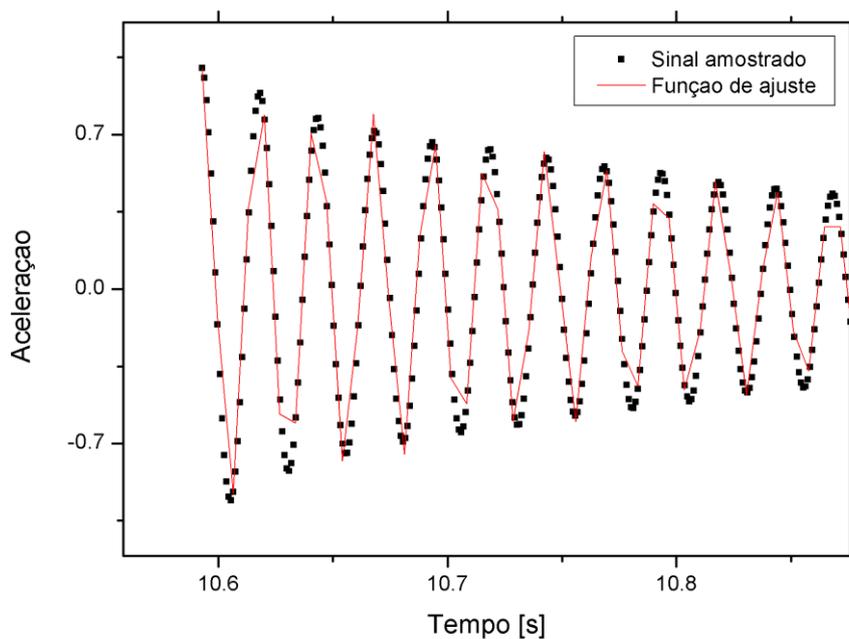


Figura 40 - Gráfico gerado pelo ajuste não linear do sinal da aceleração gerado pela intensidade de impacto 3, referente ao estado de danificação C2 da Viga V02. Fonte: Autoria própria.

4 RESULTADOS E DISCUSSÕES

Na seção corrente serão apresentados, de forma detalhada, os resultados obtidos nas avaliações experimentais propostas no item Metodologia, bem como discutidos a partir de referenciais teóricos de elevada contribuição ao desenvolvimento científico da área de Engenharia de Estruturas, nas subáreas dos Ensaio Dinâmicos Não Destrutivos e das Avaliações da Integridade de elementos e edificações em concreto armado.

4.1 Ensaio Cíclicos

Os ensaios cíclicos das Vigas V01 e V02 consistiram, respectivamente, em treze e onze séries de carregamento/ descarregamento. As Figura 41 e Figura 42, sequencialmente, ilustram as relações de força versus deslocamento, sob a taxa de 0,1 mm/s, às quais os modelos estruturais foram submetidos.

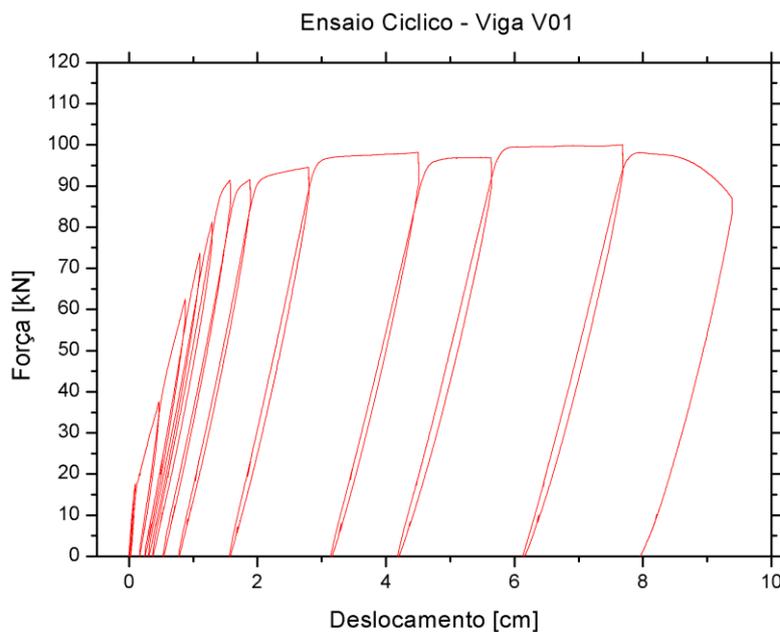


Figura 41 - Ciclos de carregamento/descarregamento realizados na Viga V01. Fonte: Autoria própria.

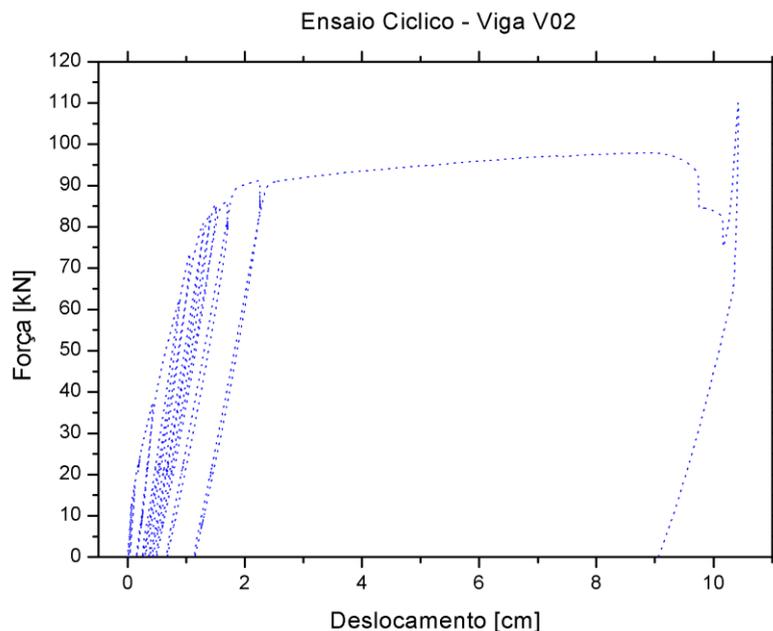


Figura 42 - Ciclos de carregamento/descarregamento da Viga V02. **Fonte:** Autoria própria.

Nas Figura 41 e Figura 42, observa-se a diminuição da rigidez dos elementos estruturais ensaiados. A redução dessa propriedade mecânica é relacionada à danificação devido ao progressivo processo de fissuração causado pela ascendência cíclica do carregamento sobre os elementos de concreto armado. Também é possível observar a existência de três estados de fissuração, como citados por Kimura (2007).

A partir da Figura 42, no trecho correspondente ao último ciclo de ensaio da Viga V02, nota-se o declínio suave e, na sequência, na região formada por um pico, um posterior ganho de rigidez da estrutura. No momento da ocorrência desse fenômeno, concomitantemente à execução do respectivo ensaio, ocorreu um intenso e ligeiro ruído, o qual foi decisivo na interrupção do ciclo de carregamento por tê-lo relacionado a um possível rompimento de uma das barras componente da armadura longitudinal sob tração.

Nenhuma outra perturbação foi percebida naquele momento. Após término das etapas que envolviam os testes dinâmicos, a região na qual havia aparente coalescência de fissuras foi escarificada até expor a armadura longitudinal tracionada a fim de analisar quais das barras haviam se rompido. Na verificação visual das barras não se encontrou nenhum dos componentes danificados, como observado nas Figura 43 (a) e Figura 43 (b), a seguir:

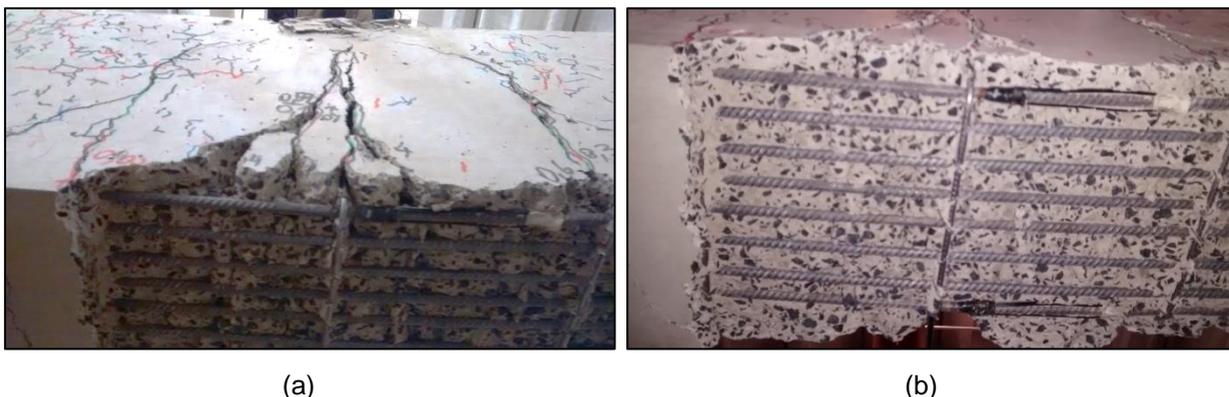


Figura 43 - (a) Área de maior danificação da viga V02 após último ciclo de carregamento/descarregamento; (b) Barras sem sinal de rompimento por tração. Fonte: Autoria própria.

Após análise das imagens do experimento foi possível identificar um “pseudo-apoio” inferido como agente momentâneo de ganho de rigidez. Esse agente é atribuído a um dos dispositivos de segurança utilizados como possíveis apoios caso houvesse uma ruptura frágil da estrutura. A Figura 44 apresenta, no detalhe, a situação que gerou o ganho de rigidez no final do último ciclo de danificação da Viga V02.

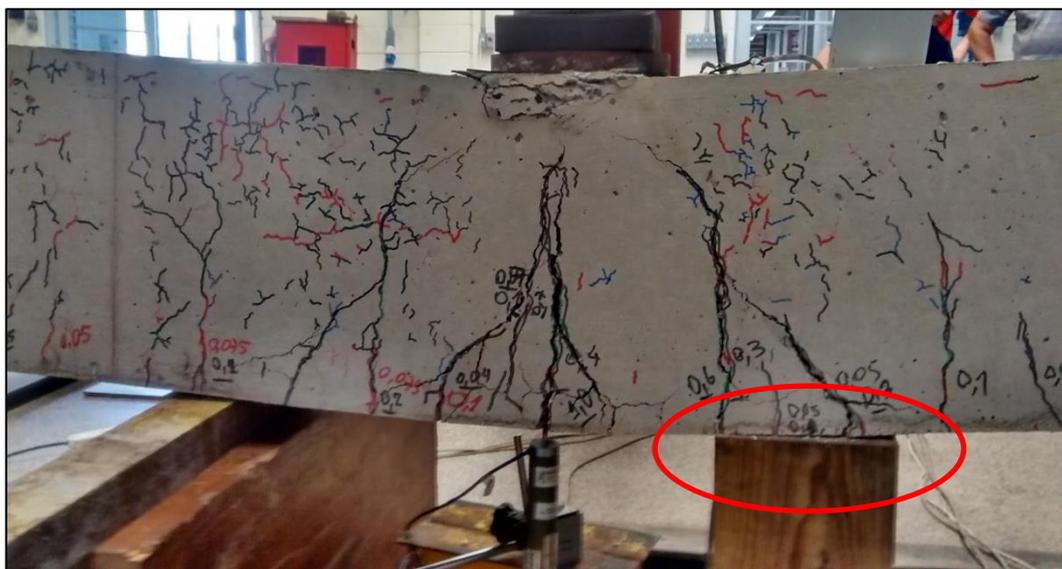


Figura 44 - Agente responsável pelo ganho de rigidez no término do último ciclo de carregamento/descarregamento da Viga V02. Fonte: Autoria própria.

A fim de sintetização das informações sobre os parâmetros que caracterizaram cada ciclo de carregamento/descarregamento empregados em

ambos os modelos, foram criadas as Tabela 12 e Tabela 13, as quais contêm as informações acima referidas.

Tabela 12. Parâmetros característicos aos ciclos de carregamento/descarregamento da Viga V01.

Ciclo	Força (kN)		Deslocamento (mm)		Deformação							
					strain 1 barra 1		strain 2 barra 1		strain 3 barra 2		Strain4 barra 2	
	Mín.	Máx.	Mín.	Máx.	Mín.	Máx.	Mín.	Máx.	Mín.	Máx.	Mín.	Máx.
Integro	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
C1	0	0	0	0,692	0	86	0	81	0	64	0	65
C2	0	17,244	0,146	1,002	18	118	18	113	10	101	12	98
C3	0	37,098	0,274	4,682	37	1412	32	1335	29	1384	31	1373
C4	0	62,324	1,662	8,798	425	2363	419	2248	410	2330	417	2304
C5	0	72,686	2,478	11,112	543	2880	548	2722	510	2860	532	2850
C6	0	81,262	3,043	12,970	686	3680	710	3555	668	3526	699	3588
C7	0	91,242	3,680	15,775	1220	7779	1340	8013	1049	5550	1185	6768
C8	0	91,532	5,338	18,853	5204	13796	5728	14067	2888	9559	4257	12957
C9	0	94,478	7,742	27,961	10676	21392	10042	21152	6402	15378	10176	22113
C10	0	98,110	15,629	45,010	17751	24627	16933	22308	11801	24398	18629	29212
C11	0	96,828	31,385	56,412	20737	22688	18346	17861	20607	30605	24850	24340
C12	0	99,942	41,786	76,904	19911	19546	16922	16284	26708	36221	22021	22449
C13	0	85,352	61,276	93,917	18222	18621	15824	14832	32591	31043	21161	21305

Tabela 13. Parâmetros característicos dos ciclos de carregamento/descarregamento da Viga V02.

Ciclo	Força (kN)		Deslocamento (mm)		Deformação							
					strain 1 barra 1		strain 2 barra 1		strain 3 barra 2		Strain4 barra 2	
	Mín.	Máx.	Mín.	Máx.	Mín.	Máx.	Mín.	Máx.	Mín.	Máx.	Mín.	Máx.
Integro	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
C1	0	12,773	0	0,674	0	133	0	139	0	117	0	91
C2	0	16,954	0,218	1,148	46	311	46	326	52	454	27	379
C3	0	36,641	0,346	4,281	147	1207	145	1235	247	1420	217	1297
C4	0	62,355	1,494	8,762	377	2273	358	2253	427	2688	447	2547
C5	0	76,266	2,514	10,583	544	2722	525	2702	677	3381	678	3230
C6	0	80,454	2,914	12,841	684	3774	655	3756	1013	4939	974	4457
C7	0	81,843	3,588	13,953	1378	4679	1359	4659	2192	6519	1780	5567
C8	0	84,712	4,135	15,119	2113	6284	2094	6263	3561	9844	2647	8162
C9	0	86,176	4,791	16,995	3514	12196	3495	10984	6549	14320	4860	12721
C10	0	91,197	6,577	22,388	10179	19112	8757	17257	11589	21803	9977	20231
C11	0	97,805	11,258	90,274	16105	20354	14293	13608	18215	17845	15874	16594

A fim de analisar qualitativamente as máximas dimensões de abertura de fissura relativas aos níveis de danificação em cada ciclo de carregamento/descarregamento, utiliza-se a Tabela 14, com os respectivos dados referentes aos ciclos da Viga V01.

Tabela 14. Informações sobre a evolução o processo de fissuração ocorrido na Viga V01 em detrimento do nível de carregamento/descarregamento.

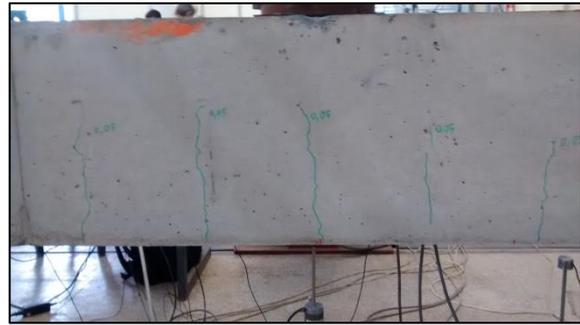
Ciclo	Fissuras visíveis	Abertura máxima (mm)	Identificação das fissuras (cores)
Integro	Não	-	-
C1	Não	-	-
C2	Não	-	-
C3	Sim	0,05	Verde
C4	Sim	0,30	Vermelho
C5	Sim	0,35	Azul
C6	Sim	0,40	Preto
C7	Sim	0,50	Laranja
C8	Sim	0,85	Marrom
C9	Sim	1,80	Azul claro
C10	Sim	4,00	Roxo
C11	Sim	4,50	Verde claro
C12	Sim	5,00	Azul
C13	Sim	> 5,00	Vermelho

É importante esclarecer que similar comportamento de fissuração foi observado nos ciclos de carregamento/ descarregamento da Viga V02.

Sendo assim, da Figura 45 (a) até a Figura 45 (h), da Figura 46 (i) à Figura 46 (p) e Figura 47 (q) até Figura 47 (v) são detalhados os estados de danificação, a partir da evolução das principais fissuras, por cada ciclo de carga e descarga, observadas nas faces laterais da Viga V01, conforme a identificação adotada, por cores, mostrada na Tabela 14.



(a)



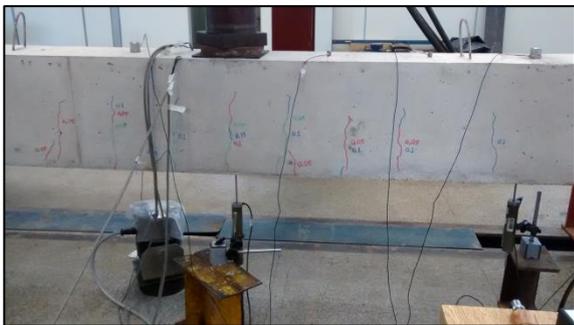
(b)



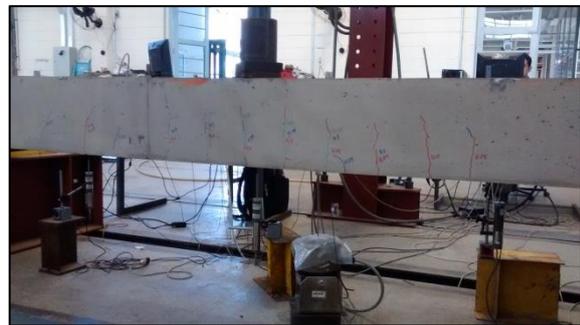
(c)



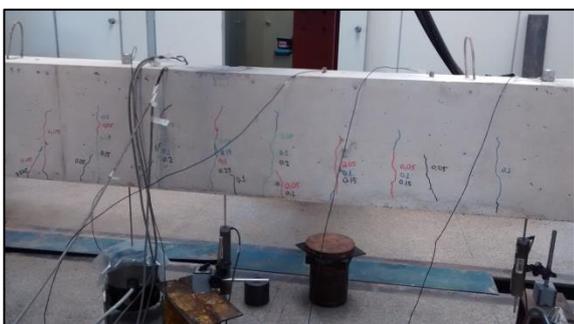
(d)



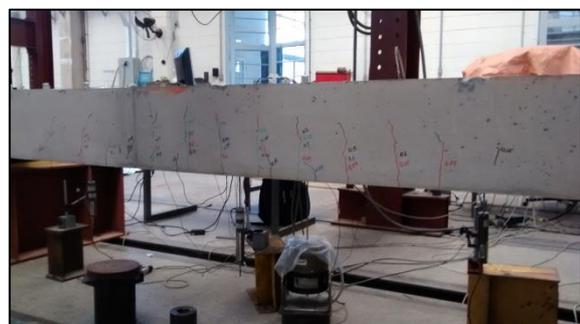
(e)



(f)

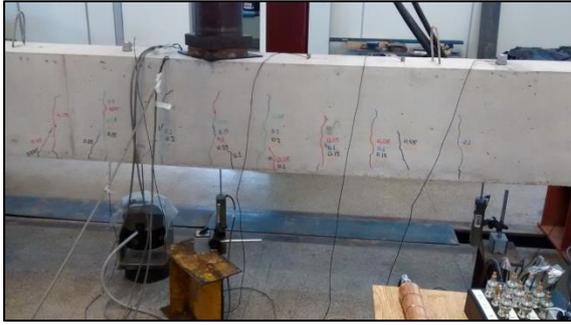


(g)

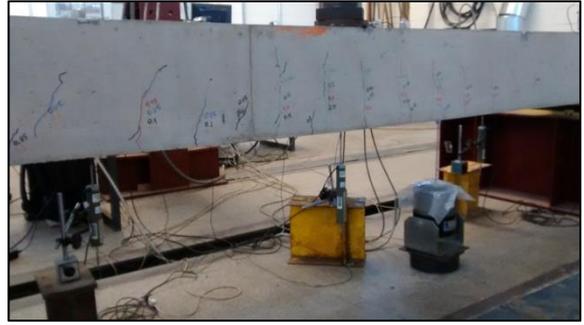


(h)

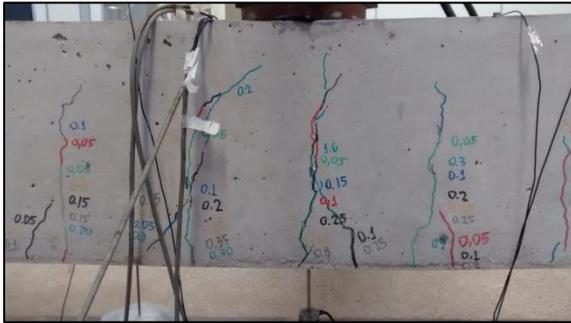
Figura 45 - Processo de fissuração da Viga V01. Caracterização da evolução da fissura principal: (a) ciclo 3, face 2; (b) ciclo 3, face 1; (c) ciclo 4, face 1; (d) ciclo 3, face 1 em detalhe; (e) ciclo 5, face 2. (f) ciclo 5, face 1; (g) ciclo 6, face 2; (h) ciclo 6, face 1. Fonte: Autoria própria.



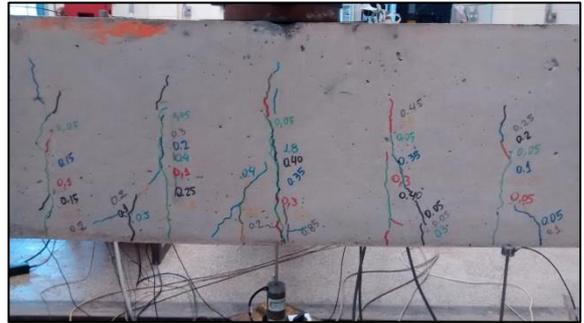
(i)



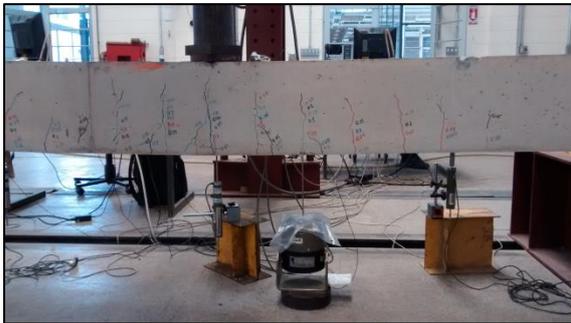
(j)



(k)



(l)



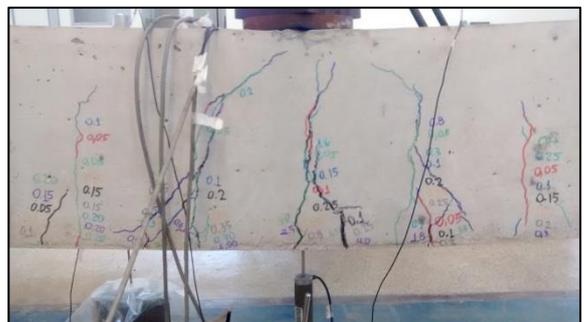
(m)



(n)

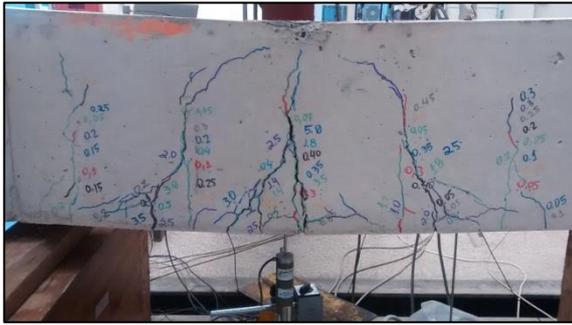


(o)



(p)

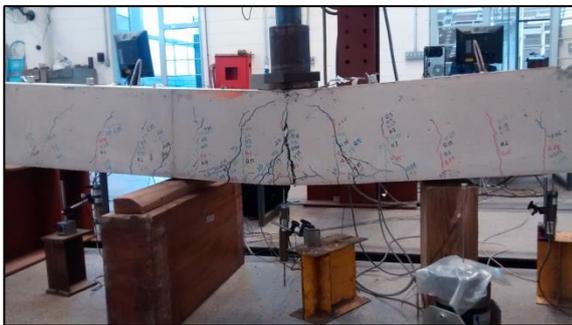
Figura 46 - Processo de fissuração da Viga V01. (i) ciclo 7, face 2; (j) ciclo 7 e 8, face 1; (k) ciclo 9 e 10, face 2 em detalhe; (l) ciclo 9 e 10, detalhe da face 1; (m) ciclo 11, face 1; (n) ciclo 11, face 2; (o) vista da face 2 da Viga V01. (p) Fissura principal vista da face 2, no ciclo 11. Fonte: Autoria Própria.



(q)



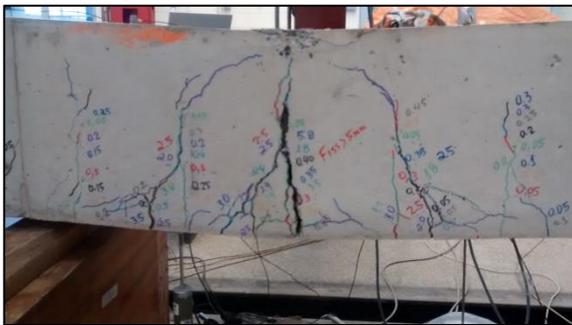
(r)



(s)



(t)



(u)



(v)

Figura 47 - Processo de fissuração da Viga V01. (q) ciclo 12, face 1 em detalhe; (r) nível de fissuras, visualizadas na face 1 da Viga V01, devido ao carregamento do ciclo 12; (s) último ciclo de carregamento – ciclo 13, vista face 1; (t) ciclo 13, face 2; (u) Detalhe da fissuração máxima atingida pela Viga v01, vista pela face 1; (v) Viga V01 após último ciclo de carregamento e descarregamento, vista face 1.

4.2 Ensaios Dinâmicos

Os resultados dos ensaios dinâmicos realizados nos modelos V01 e V02 serão organizados, nesse item, segundo o roteiro apresentado na Figura 48, a seguir:

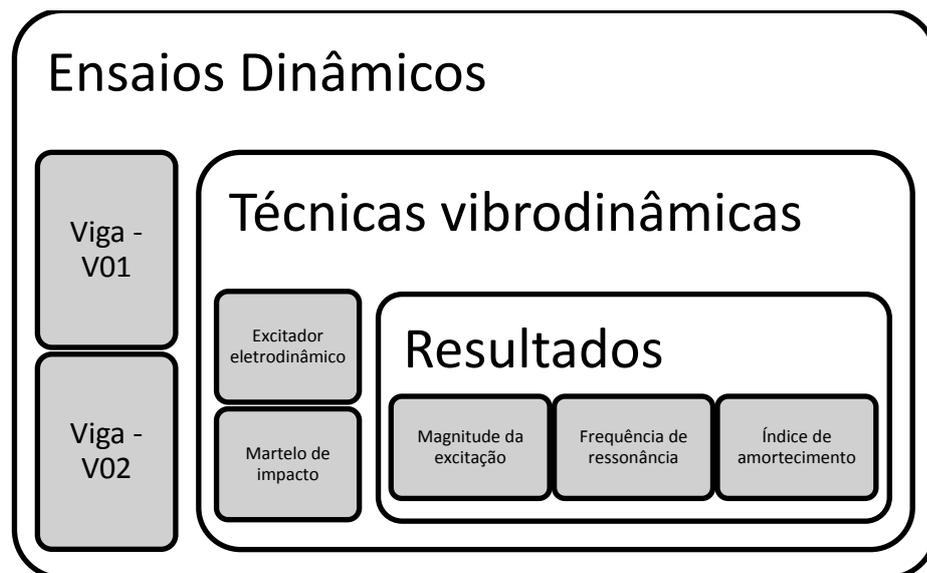


Figura 48 - Roteiro de apresentação dos resultados dos ensaios vibrodinâmicos. Fonte: Autoria própria.

Os valores das intensidades de força de excitação devidas à ação do excitador eletrodinâmico, relativas aos ciclos de danificação dos modelos V01 e V02, são ilustrados, sequencialmente, nas Figura 49 e Figura 50.

Através das Figura 49 e Figura 50, anteriormente observadas, é possível notar que as médias RMS das magnitudes das forças excitadoras, provocadas pelo excitador eletrodinâmico através de sinais elétricos aleatórios, sofrem pequenas variações em suas amplitudes, as quais não ultrapassam em 12,5% os valores das médias previstas, respectivamente, 6 RMS-N, 9 RMS-N, 12 RMS-N e 15 RMS -N, em cada estado de danificação estrutural.

Entretanto, os resultados inferidos aos quatro níveis crescentes de excitação em cada ciclo de dano, devido ao impacto do martelo sobre a estrutura, apresentaram uma larga variação de valores ao longo dos ciclos de carregamento/descarregamento, em ambos os modelos. Tais resultados são

ilustrados nas Figura 51 e Figura 52, os quais relacionados, respectivamente, às Vigas V01 e V02.

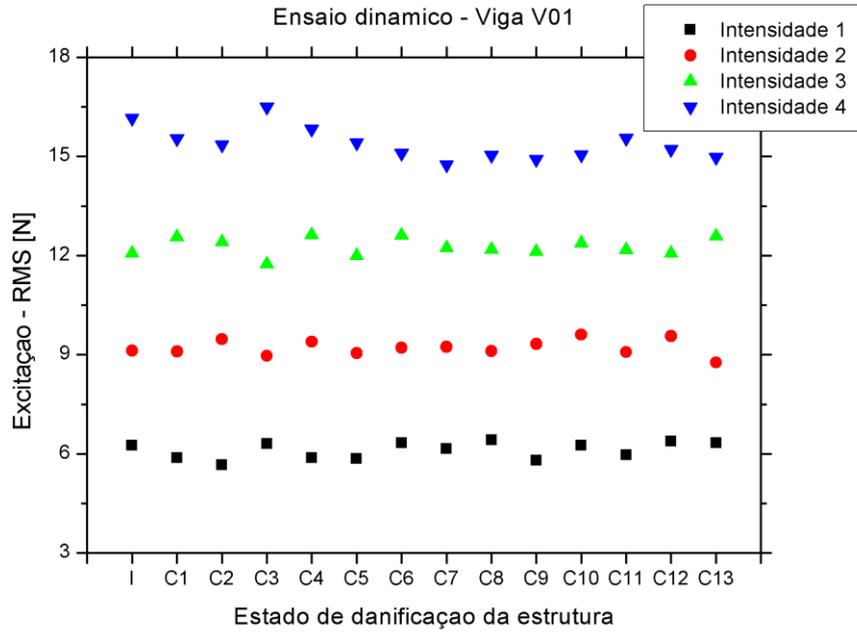


Figura 49 - Relação entre força de excitação, provocada pelo excitador, e ciclos de danificação do modelo V01. Fonte: Autoria própria.

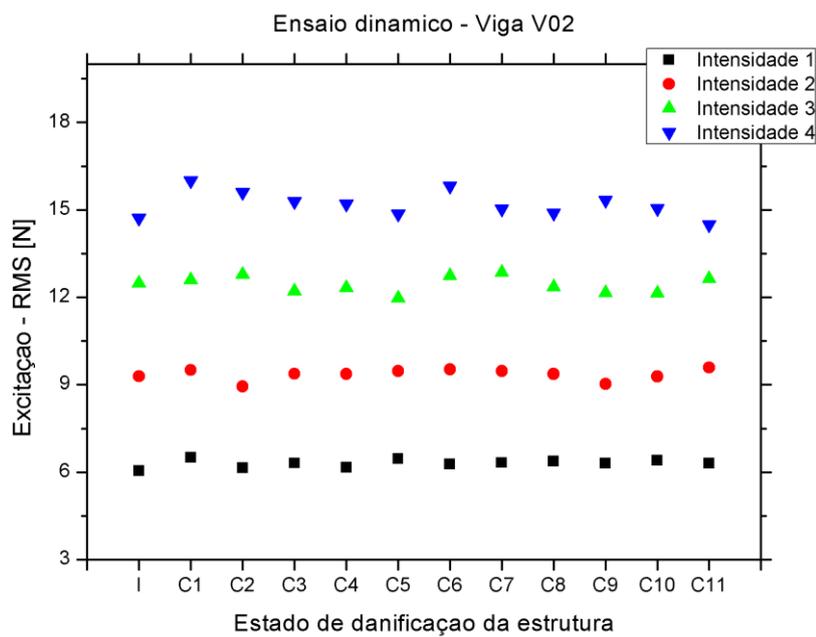


Figura 50 - Relação entre força de excitação, provocada pelo excitador, e ciclos de danificação do modelo V02. Fonte: Autoria própria.

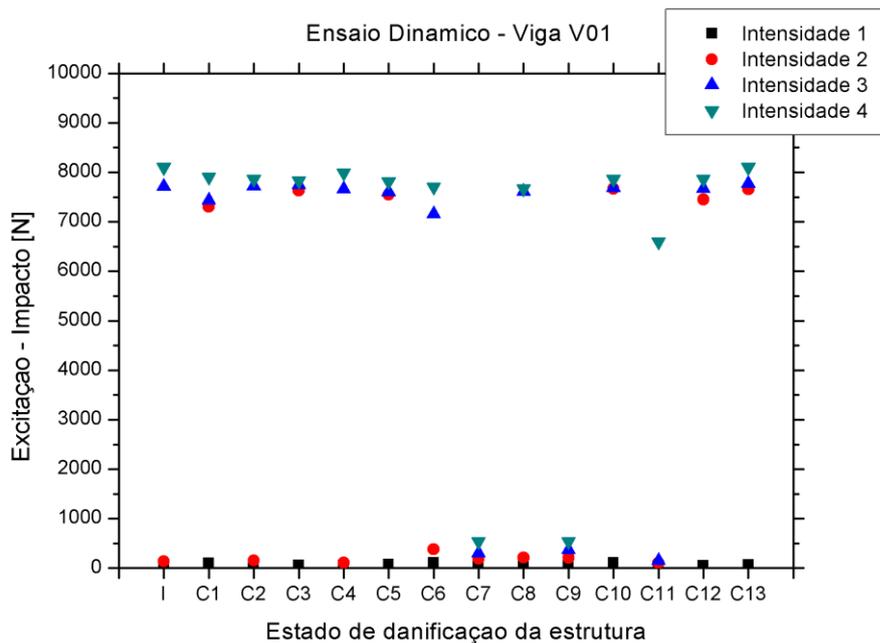


Figura 51 - Comportamento das forças excitatórias, devido ao impacto do martelo, relativas ao processo cíclico de danificação da Viga V01. Fonte: Autoria própria.

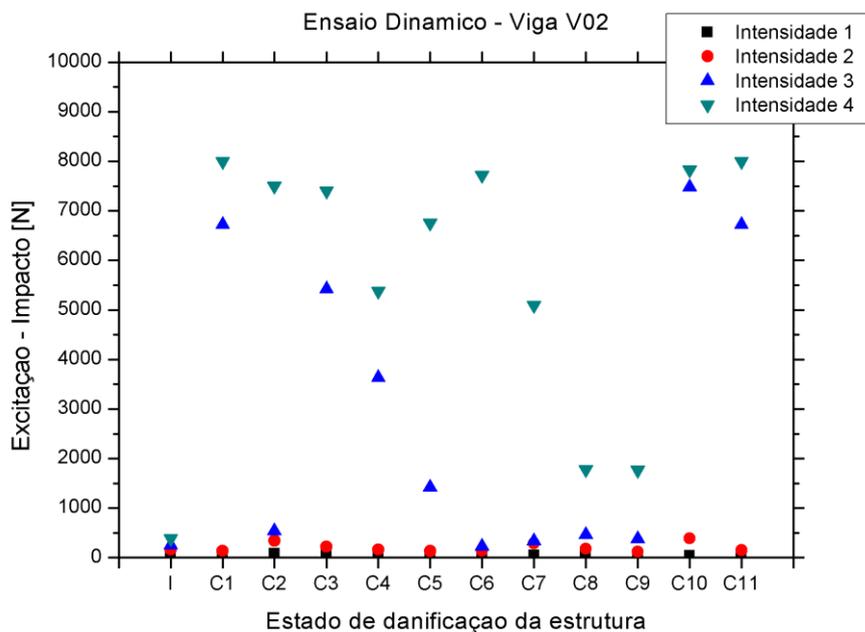


Figura 52 - Comportamento das forças excitatórias, devido ao impacto do martelo, relativas ao processo cíclico de danificação da Viga V02. Fonte: Autoria própria.

Os resultados das frequências de ressonância do 1º modo de vibração à flexão, relativos às intensidades de excitação aleatória, frente ao processo de degradação dos modelos V01 e V02, são mostrados nas Figura 53 e Figura 54, respectivamente.

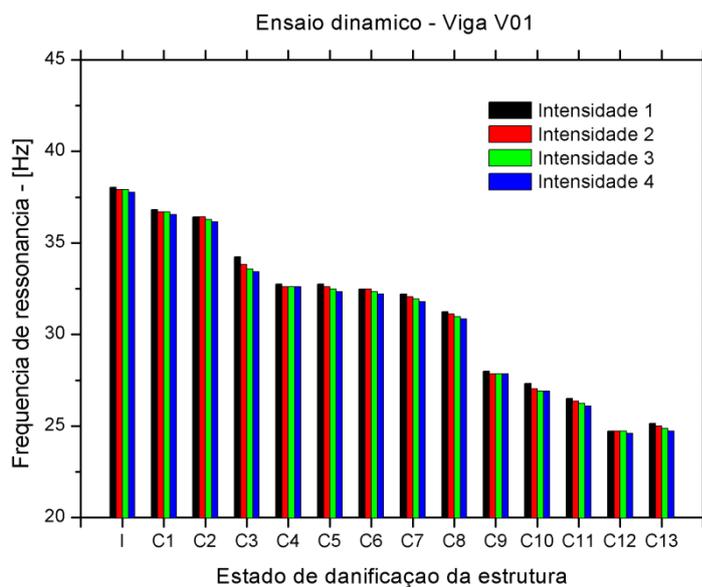


Figura 53 - Comportamento das frequências de ressonância no processo de danificação da Viga V01, segundo as intensidades das forças de excitação aplicadas com o excitador eletrodinâmico. Fonte: Autoria própria.

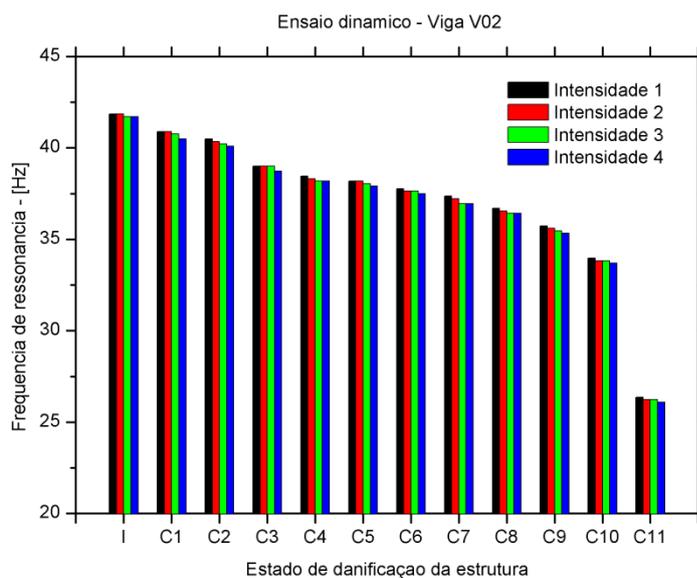


Figura 54 - Comportamento das frequências de ressonância no processo de danificação da Viga V02, segundo as intensidades das forças de excitação aplicadas com o excitador eletrodinâmico. Fonte: Autoria própria.

Já os resultados que correspondem às frequências de ressonâncias do 1º modo de vibração à flexão, devido às excitações transientes, sobre as vigas V01 e V02, são vistos na Figura 55 e Figura 56, respectivamente.

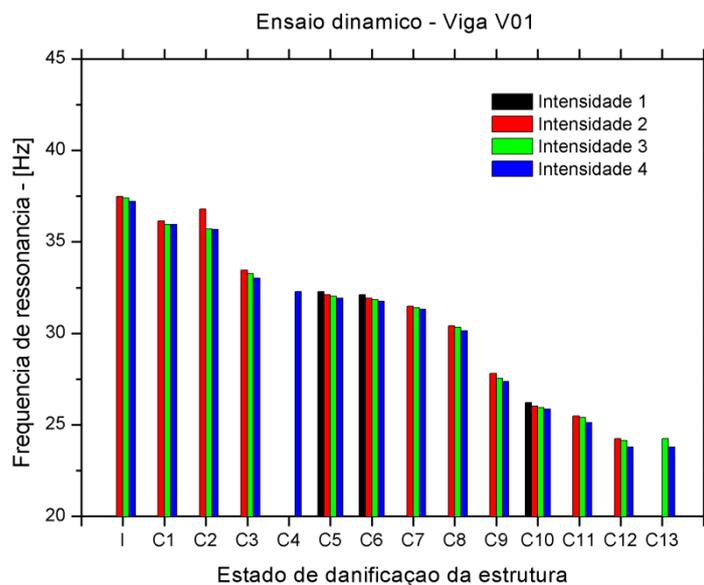


Figura 55 - Comportamento das frequências de ressonância no processo de danificação da Viga V01, segundo as intensidades das forças de excitação aplicadas com o martelo de impacto. Fonte: Autoria própria.

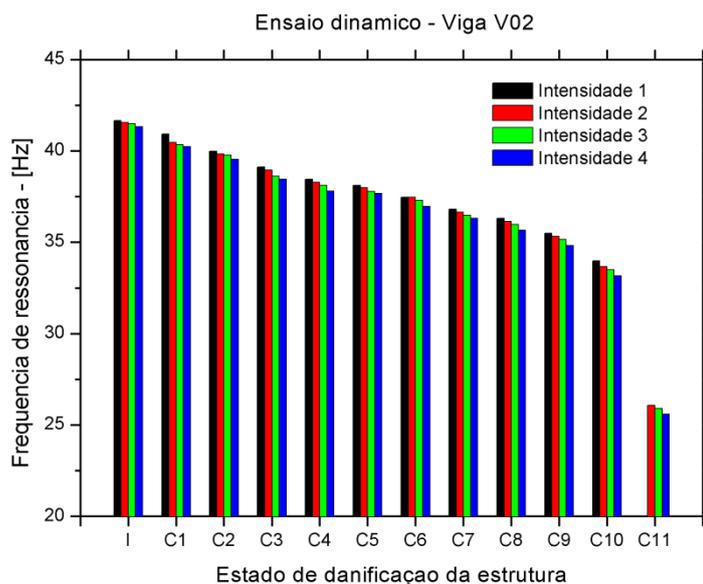


Figura 56 - Comportamento das frequências de ressonância no processo de danificação da Viga V02, segundo as intensidades das forças de excitação aplicadas com o martelo de impacto. Fonte: Autoria própria.

Ao analisar os resultados das frequências de ressonâncias dos modelos V01 e V02 e ao compará-los através do critério de mesma técnica do agente excitador, é possível observar decrescentes comportamentos da frequência de ressonância em função do estado de danificação de ambos os elementos. No entanto, ao analisar as Figura 53 e Figura 54, e as Figura 55 e Figura 56, é possível verificar que as reduções de frequências entre os intervalos [C2, C3] e [C8, C9] da Viga V01, e, [C2, C3] e [C9, C10] da Viga 02, estão relacionados às condições de perda de rigidez dos elementos, em detrimento do surgimento das primeiras fissuras no concreto e ao início do escoamento das armaduras longitudinais tracionadas, respectivamente.

A partir da análise anterior, verifica-se que a perda de rigidez na Viga V01 é caracterizada por três patamares marcantes, os quais são identificados pela abrupta redução nos valores das frequências de ressonância. Por outro lado, no caso da Viga V02, a perda de rigidez relativa ao processo de danificação da estrutura é observada como uma função linear decrescente sem descontinuidade.

Através da comparação entre os ensaios cíclicos de carregamento/descarregamento, mostrado na Figura 57, nota-se maior eficiência quanto à resistência ao escoamento da armadura longitudinal tracionada, quando comparada ao modelo V02. Entretanto, a Viga V02 mostrou-se mais eficiente que o modelo V01, ao analisar a deformação relativa ao mecanismo do surgimento das primeiras fissuras no concreto, sob os mesmos níveis de carregamento.

Com intuito de observar o comportamento das frequências de ressonância relacionando-as às magnitudes das forças excitatórias aplicados pelo excitador eletrodinâmico nas estruturas e aos respectivos estados de danificação, utilizam-se as Figura 58 e Figura 59, apresentadas a seguir:

Utilizando os mesmos critérios de comparação das frequências de ressonância utilizados anteriormente, mas, a partir desse ponto, os especificando aos comportamentos obtidos por forças excitatórias transientes, as Figura 60 e Figura 61, ilustram as relações entre frequências de ressonância, estado de dano das estruturas e intensidades de excitação resultantes das análises das Vigas V01 e V02.

A partir dos resultados mostrados nas Figura 58, Figura 59, Figura 60 e Figura 61, é possível afirmar que para um mesmo estado de danificação em ambos os modelos, sob ação de diferentes formas e intensidades de forças excitatórias, as

frequências de ressonância variam muito pouco, lembrando que as resoluções de frequências dos espectros de frequências, segundo as condições de frequência de aquisição amostral bem como a duração das provas dos respectivos tipos de ensaios dinâmicos, possuem valores de 0,0016 Hz, nos sinais aleatórios, e 0,05 Hz nos sinais transientes.

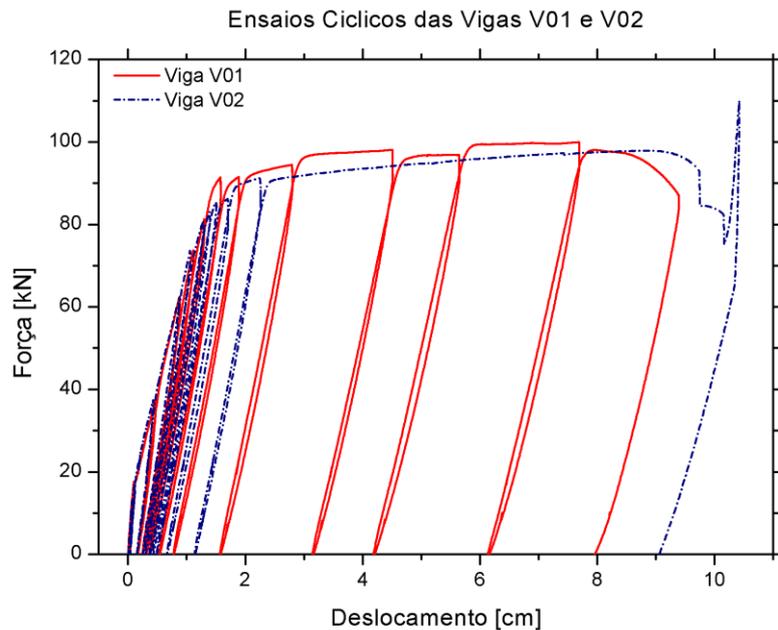


Figura 57 - Comparativo entre os ensaios cíclicos de carregamento/descarregamento dos modelos V01 e V02. Fonte: Autoria própria.

Lesnick *et al* (2011) utilizaram valores de resolução de frequência próximos a 0,25 Hz, obtidos pela adição de amostras de valores nulos aos sinais transientes amostrados, a fim de melhorar a resolução de dos espectros de frequência obtidos através da aplicação das FFTs. Eles afirmam que altas resoluções de frequências possibilitaram a identificação de mudanças muito pequenas nas frequências de ressonância, obtidas a partir de dez diferentes níveis de intensidades de impactos aplicados em amostras prismáticas de concreto.

Segundo os resultados obtidos nos ensaios dinâmicos das Vigas V01 e V02, é possível afirmar que para os níveis de intensidades de força excitatória alcançados, as frequências variaram no máximo de 1,1% e 2,4%, respectivamente, aos sinais aleatórios e transientes, nos valores obtidos por diferentes intensidades de excitação aplicadas ao mesmo ciclo de danificação, no caso da Viga V02.

No caso dos valores das variações das frequências ressonâncias, obtidas através da relação da condição íntegra com o último estado de danificação do elemento V01, sofreram reduções 35,0% e 36,5%, devido aos usos dos sinais aleatórios e transientes, respectivamente, ao excitarem a Viga V01. Já na Viga V02, os valores de redução das variações de frequências de ressonâncias alcançaram 37,7% e 38,6%, segundo aplicação de sinais aleatórios e transientes, respectivamente.

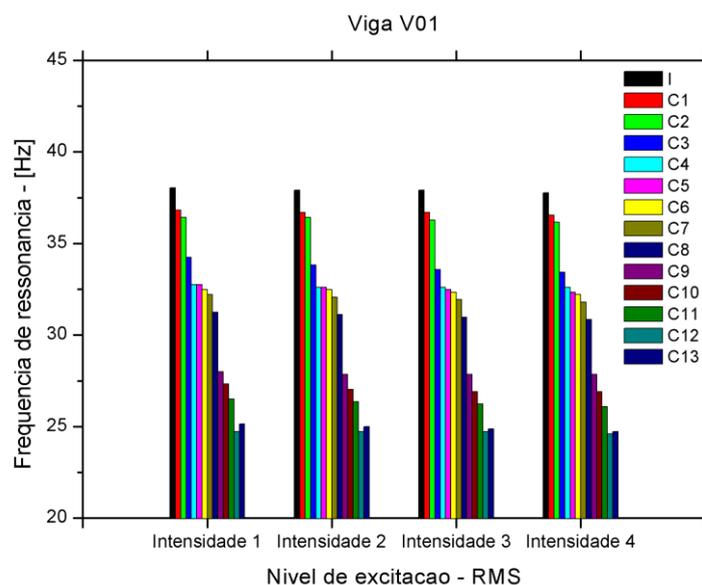


Figura 58 - Comportamento das frequências de ressonância segundo os estados de danificação estrutural e as intensidades de excitação provocadas pelo excitador eletrodinâmico sobre a Viga V01. Fonte: Autoria própria.

Outra resposta modal obtida pelas vibrações dos modelos V01 e V02, geradas por diferentes níveis de sinais aleatórios e transientes, é relacionada ao amortecimento, através do índice de amortecimento, ζ .

Os resultados dessa variável obtidos através dos ensaios dinâmicos utilizando as excitações geradas pelo excitador eletrodinâmico, podem ser observados nas Figura 62 e Figura 63, as quais mostram, respectivamente, as relações dos índices de amortecimento com os estados de danificação das estruturas V01 e V02.

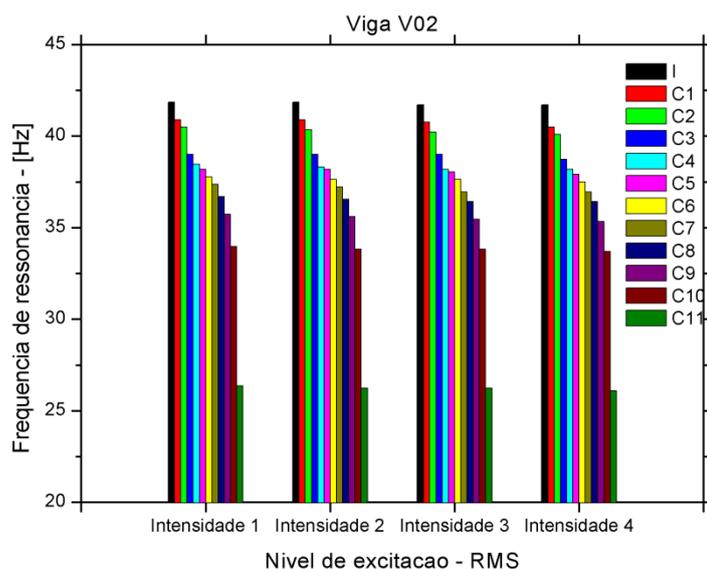


Figura 59 - Comportamento das frequências de ressonância segundo os estados de danificação estrutural e as intensidades de excitação provocadas pelo excitador eletrodinâmico sobre a Viga V02. Fonte: Autoria própria.

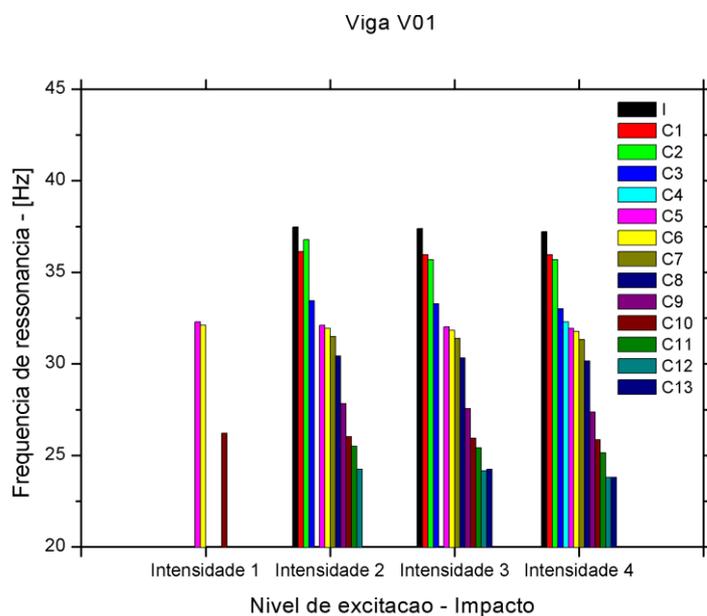


Figura 60 - Comportamento das frequências de ressonância segundo os estados de danificação estrutural e as intensidades de excitação provocadas pelo martelo de impacto sobre a Viga V01. Fonte: Autoria própria.

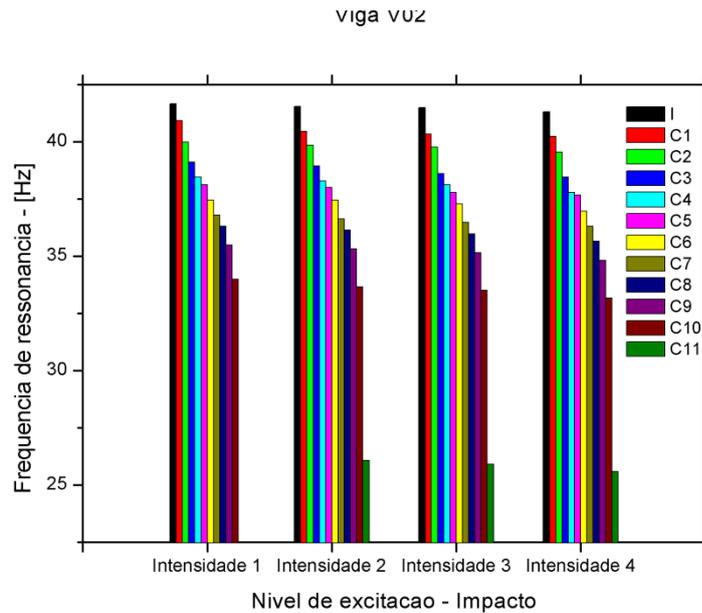


Figura 61 - Comportamento das frequências de ressonância segundo os estados de danificação estrutural e as intensidades de excitação provocadas pelo martelo de impacto sobre a Viga V02. Fonte: Autoria própria.

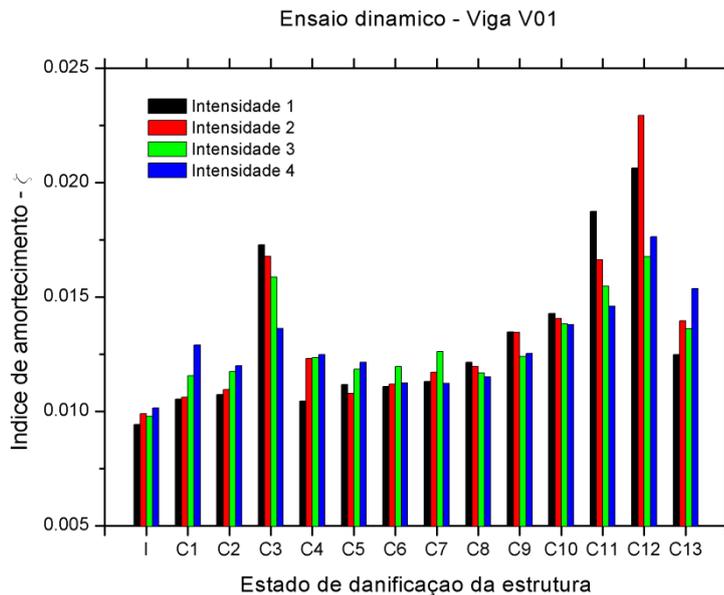


Figura 62 - Comportamento do índice de amortecimento frente ao processo de danificação segundo as intensidades de excitações provocadas pelo excitador eletrodinâmico sob a Viga V01. Fonte: Autoria própria.

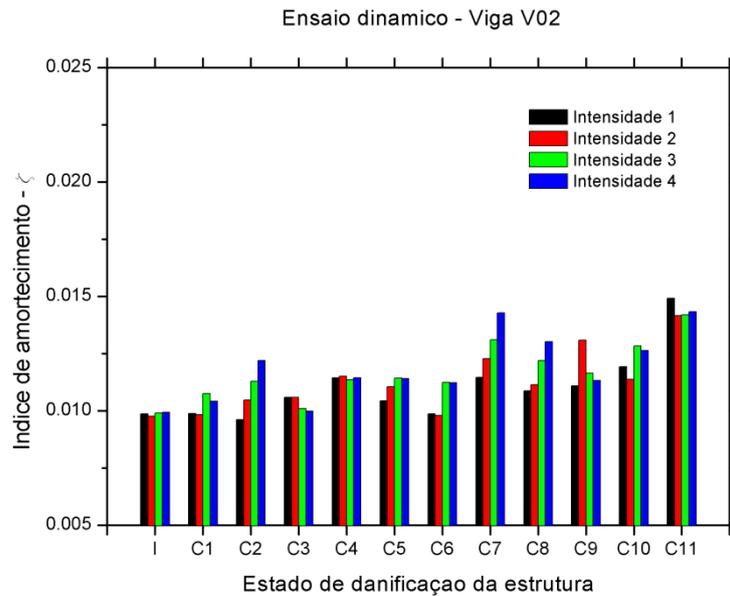


Figura 63 - Comportamento do índice de amortecimento frente ao processo de danificação segundo as intensidades de excitações provocadas pelo excitador eletrodinâmico sob a Viga V02. Fonte: Autoria própria.

Sob as mesmas condições e critérios apresentados anteriormente, os comportamentos dos índices de amortecimento relacionados ao processo de danificação cíclico das Vigas V01 e V02 e aos níveis de excitação provocados pelos sinais transientes, podem ser analisados através das Figura 64 e Figura 65, a seguir:

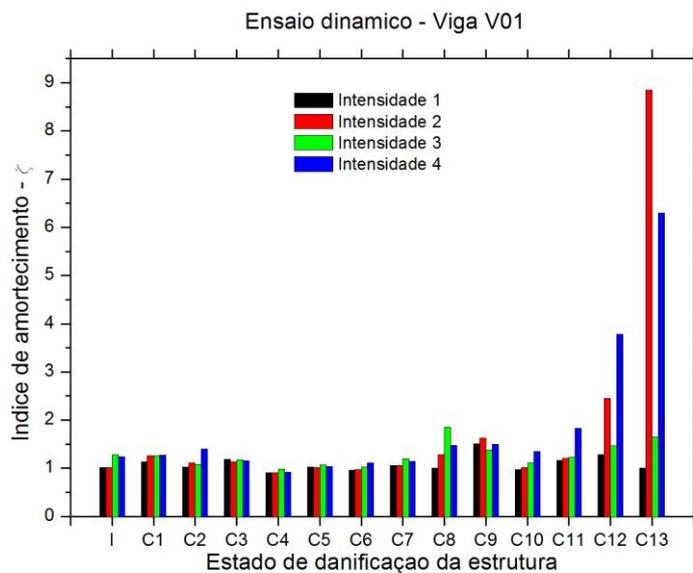


Figura 64 - Relações entre índices de amortecimento e estado de danificação estrutural segundo os níveis de excitação devido aos impactos com o martelo sobre a Viga V01. Fonte: Autoria própria.

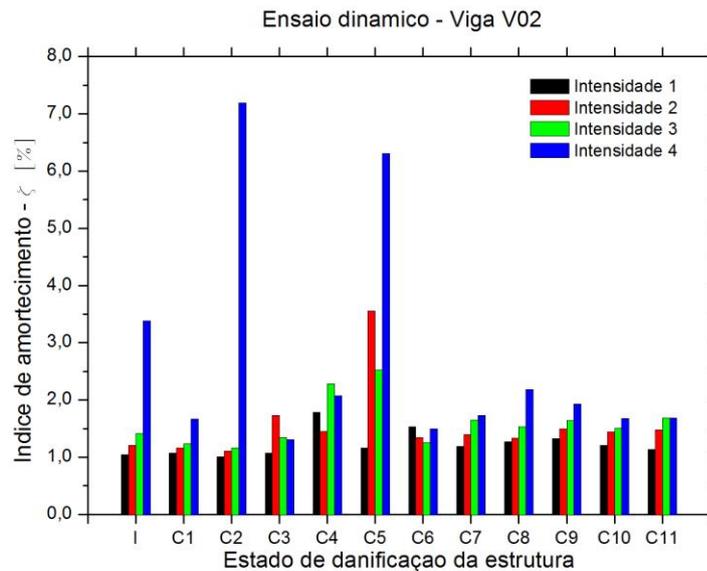


Figura 65 - Relações entre índices de amortecimento e estado de danificação estrutural segundo os níveis de excitação devido aos impactos com o martelo sobre a Viga V02. Fonte: Autoria própria.

Pela análise da Figura 64 e Figura 65, é possível observar que o índice de amortecimento tem comportamento crescente com o aumento de intensidade de impacto nos estados de danificação correspondentes ao Estádio I, em ambas as vigas. Já seu comportamento torna-se não linear aos estados de danificação relativos ao Estádio II e torna-se novamente crescente nos estados de danos relativo ao Estádio III.

Observando o comportamento crescente da absorção da energia e relacionando-a ao processo de fissuração da estrutura, é possível notar que a maior quantidade de energia é absorvida pela estrutura no estado de dano C2 na viga V01 e V02, respectivamente.

Esses estado de dano se configura pela redução da rigidez mecânica e pelo surgimento de fissuras visíveis nas faces laterais dos modelos, as quais tiveram suas máximas aberturas avaliadas em 0,5 mm, como pode ser visto na Figura 47, apresentada anteriormente no item 4.1, do corrente trabalho.

De acordo com Leonel (2013), na extremidade à frente de uma fissura, existe uma região de processos inelásticos que possui rigidez mecânica inferior ao restante do elemento e resistência mecânica de igual magnitude da tensão de tração do material que a compõe. A energia captada por essa região é responsável pela degradação mecânica do material e pela propagação das fissuras, as quais se desenvolvem através de descontinuidades que se interconectam gerando a

coalescência. Esse processo possibilita o surgimento de uma região de fragilidade no material que induz o direcionamento e amplificação do comprimento da fissura principal.

Além da zona de processos inelásticos, outros fatores influenciam o mecanismo de fissuração do concreto. As regiões desse material constituídas por vazios e agregados graúdos, respectivamente, possuem rigidez que provocam alterações no mecanismo de propagação das fissuras.

Leonel (2013) também afirma que há aumento de rigidez mecânica nas estruturas de concreto, quando já fissuradas, devido ao intertravamento dos agregados graúdos que provoca o atrito das faces da fissura, permitindo a transferência de tensões.

Com base nas argumentações de Leonel (2013), é possível afirmar que os diferentes comportamentos dos índices de amortecimento observados através das Figura 64 e Figura 65, estão diretamente relacionados às energias necessárias ao surgimento e propagação das fissuras bem como elas inicialmente se configuraram nos respectivos elementos.

4.3 Índices de comportamento das respostas modais relativos às condições de dano

- Índice de Rigidez Estático (IRE):

O IRE é o índice de rigidez obtido da relação entre um genérico estado de danificação estrutural com o estado íntegro da estrutura. Essa relação é dada pela comparação entre os ângulos que direcionam o vetor bidimensional, \overline{OP} , nas respectivas condições mencionadas.

O vetor \overline{OP} tem pontos inicial e final, O e P, respectivamente. As coordenadas desses pontos são obtidas nos gráficos dos ensaios cíclicos de carregamento/descarregamento de ambas as vigas. A Figura 66, a seguir, exemplifica tal procedimento.

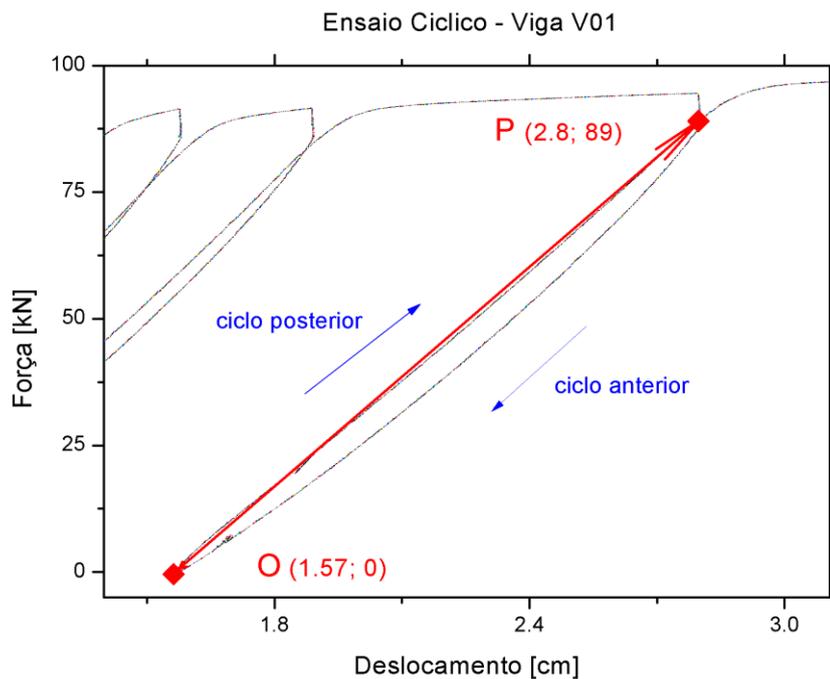


Figura 66 - Procedimento para obtenção do índice IRE; pontos O e P. Fonte: Autoria própria.

O ponto O tem como coordenada independente o valor do deslocamento do vão central das vigas, em mm, correspondente ao início do ciclo. A outra coordenada refere-se ao valor força concentrada, fornecida na unidade de medida de força (kN) e aplicada no vão central das estruturas, no início do ciclo. Já o ponto P é anotado no cruzamento do descarregamento do ciclo anterior com o carregamento do atual ciclo, sendo as coordenadas dadas nas mesmas unidades de medida do ponto O.

De forma sucessiva, os vetores OP são construídos levando em consideração o processo iterativo no qual o ciclo atual se torna o anterior e o ciclo posterior se torna o atual, terminando quando não houver mais ciclo posterior. Os comportamentos do IRE diante dos níveis de dano que as estruturas foram submetidas, são apresentados na Figura 67 a seguir:

- Índice de Rigidez Dinâmica (IRD):

O IRD relaciona a média das frequências de ressonância obtidas do estado íntegro das estruturas V01 e V02 com a média das frequências de ressonância dos demais estados de danificação, levando em consideração os tipos

de excitação empregados para obtenção das respostas modais das respectivas estruturas. A equação que descreve tal índice é descrita por

$$IRD(j) = \frac{\omega_{C(j)}^2}{\omega_{CI}^2} \quad (109)$$

com

$j = 0:13$ modelo V01;

$j = 0:11$ modelo V02;

$IRD(0) = 1$ em ambos os modelos.

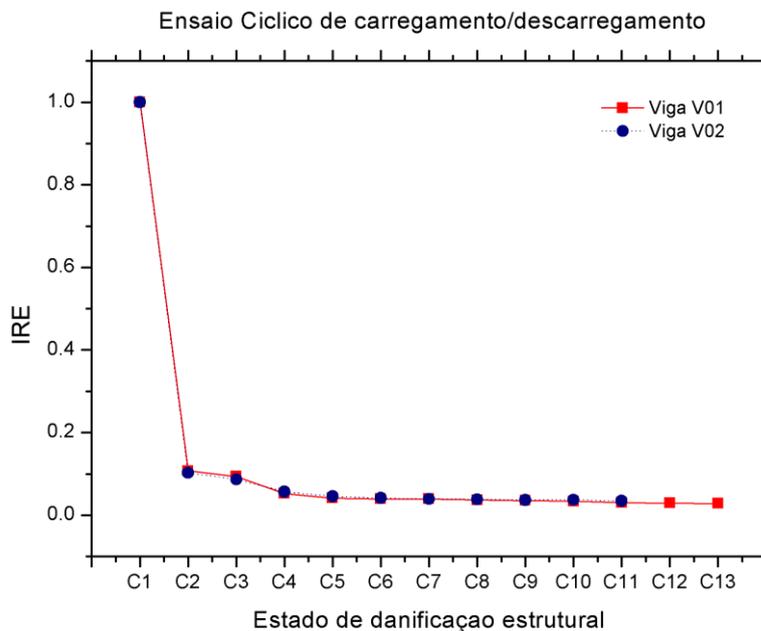


Figura 67 - Comportamento do índice de rigidez estático relativos aos estados de danificação das Vigas V01 e V02. Fonte: Autoria própria.

A seguir, através da Figura 68, são apresentados os índices IRD das vigas V01 e V02, relativos aos estados de danificação estrutural e ao tipo de técnica de excitação empregada para obtenção das respostas modais dos modelos.

- Índice de Dissipação de Energia (IDE):

As energias atribuídas aos níveis de amortecimentos das Vigas V01 e V02 são correlacionadas através do IDE. Esse critério quantifica a dissipação de

energia atribuída ao índice de amortecimento, os quais são relacionados pela comparação entre o estado íntegro das estruturas com os demais estados de danificação, e obtidos através das respostas modais ao se aplicar excitações aleatórias e transientes sobre os modelos.

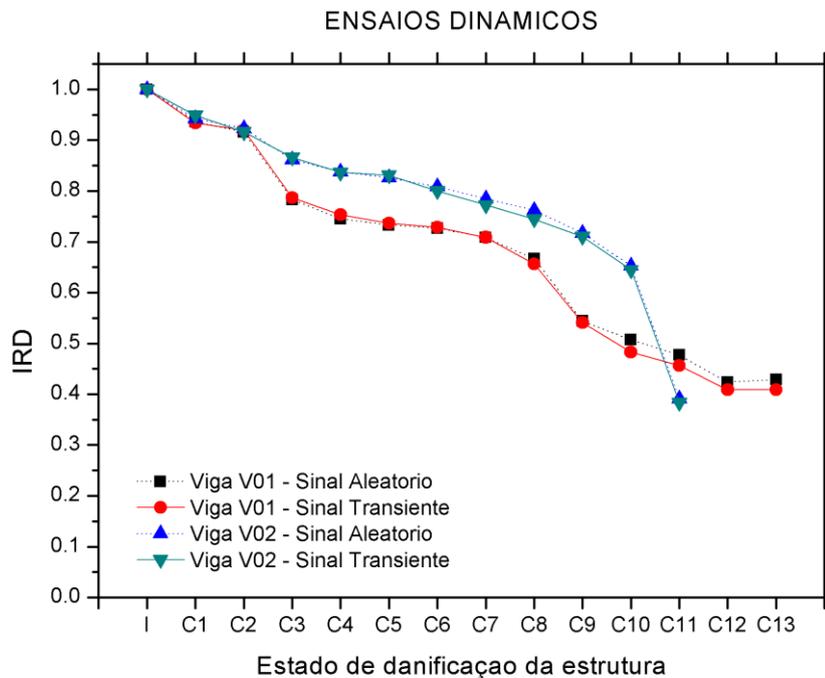


Figura 68 - Comportamento dos IRD das Vigas V01 e V02 frente aos estados de danificação, segundo a técnica de excitação utilizada na obtenção das respostas modais das estruturas. Fonte: Autoria própria.

A seguir, através da Figura 69, é apresentado o comportamento dos índices IDE relativos às condições de dano e excitações dinâmicas, nas quais as Vigas V01 e V02 estiveram sujeitas.

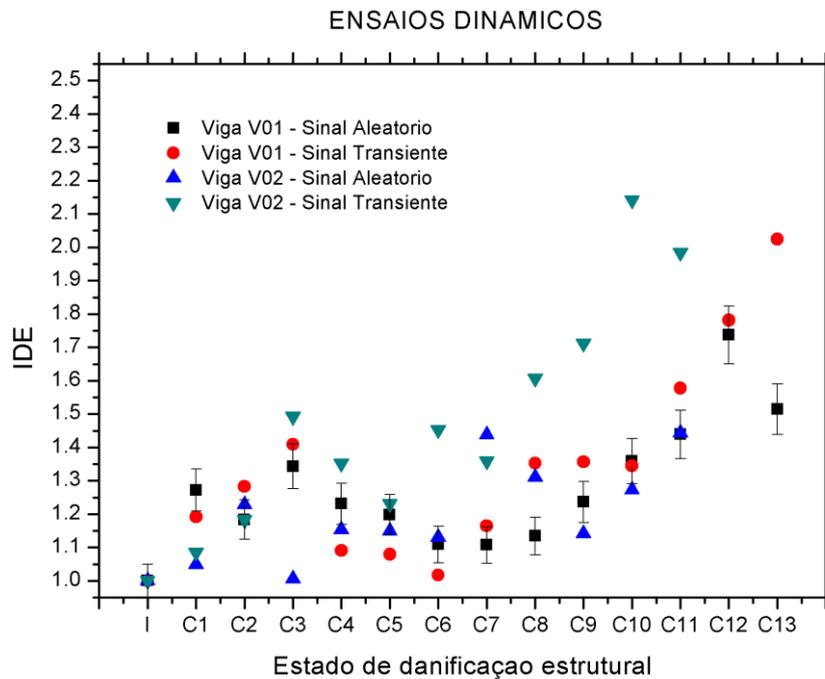


Figura 69 - Comportamento do índice de dissipação de energia devido aos estados de dano e tipo de excitação dinâmica aplicados nos modelos V01 e V02. Fonte: Autoria própria.

4.4 Comparações dos resultados modais obtidos através das técnicas de identificação de dano

Nesse tópico do trabalho, serão discutidos os resultados modais obtidos nos ensaios dinâmicos de cada modelo, sob a ótica de comparação entre as técnicas de vibração empregadas, através das excitações aleatórias e transientes, respectivamente, com uso do excitador e martelo de impacto.

4.4.1 Intensidade de excitação x índice de Amortecimento

As Figura 70 e Figura 71 ilustram os comportamentos entre os índices de amortecimentos relativos às intensidades de força, devido ao emprego de diferentes

níveis de intensidades de excitações aleatórias, aplicadas aos modelos V01 e V02, em todas as situações de dano planejadas.

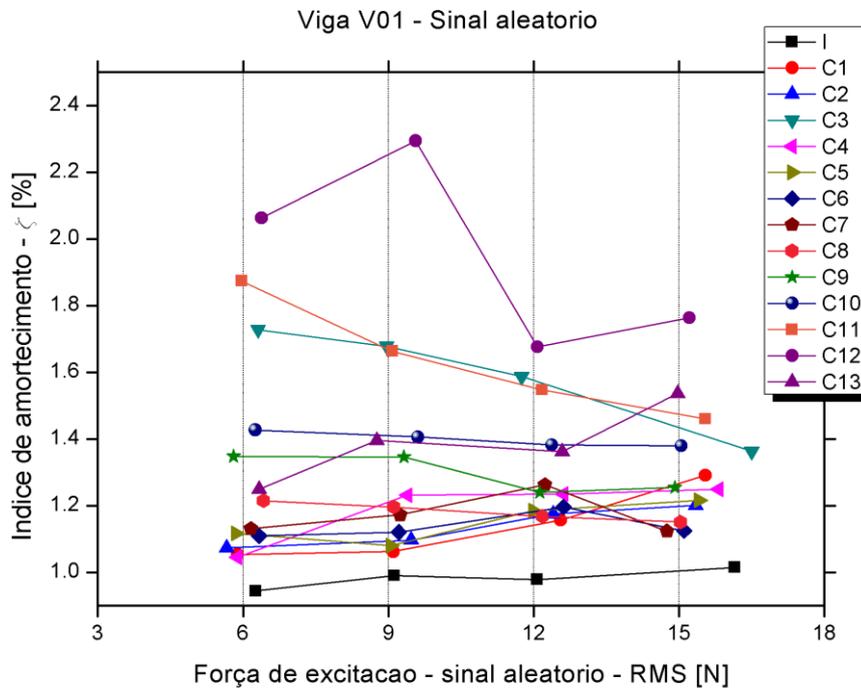


Figura 70 - Relação entre Intensidade de excitação aleatória frente ao índice de amortecimento de cada estado de danificação, os quais o modelo V01 foi submetido. Fonte: Autoria própria.

Ao observarmos as Figura 70 e Figura 71, é possível verificar que uma relação não linear no comportamento do índice de amortecimento ao referencia-lo às condições de dano das estruturas. Nota-se também que tal índice tem comportamento crescente com o aumento da intensidade da força aleatória ao analisar os estados de danos relativos ao Estádio I e Estádio II, respectivamente.

Através da Figura 72 e Figura 73 detecta-se que maiores valores dos índices de amortecimento foram alcançados nos testes dinâmicos realizados com diferentes níveis de excitação transientes, utilizando o martelo de impacto.

Ndambi *et al* (2000), ao correlacionar os resultados do índice de amortecimento gerados a partir de sinais aleatórios, *swept sine* e transientes, em modelos de concreto armado, conclui que os valores relacionados aos testes de impacto, ou seja, gerados a partir de excitações transientes, foram invariavelmente superiores aos resultados obtidos pelas outras demais excitações, devido aos maiores níveis de aceleração gerados pela técnica de impacto.

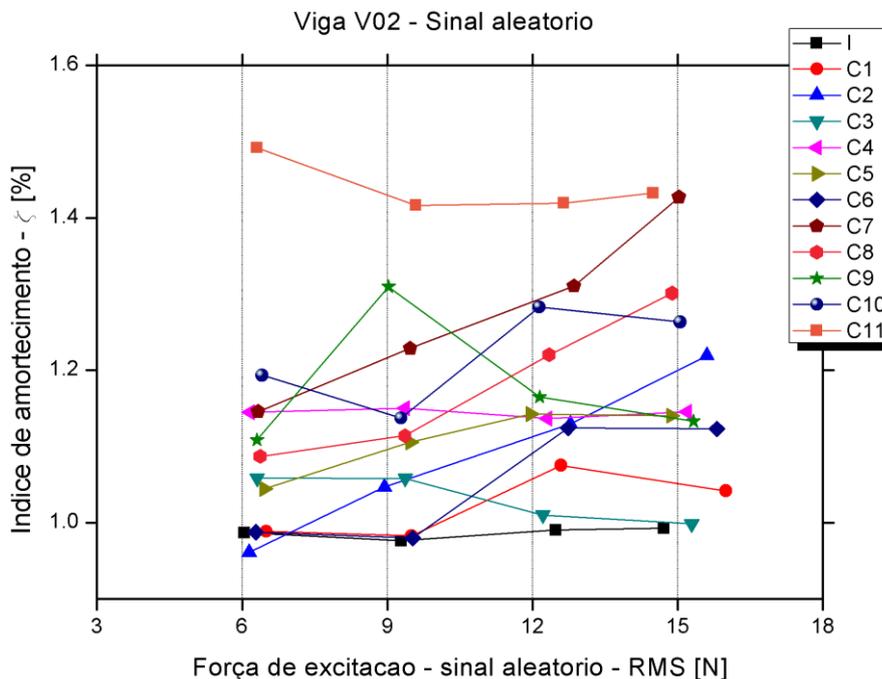


Figura 71 - Relação entre Intensidade de excitação aleatória frente ao índice de amortecimento de cada estado de danificação, os quais o modelo V02 foi submetido. Fonte: Autoria própria.

Entretanto, em ambas as vigas analisadas, identifica-se a presença do comportamento não linear dos índices de amortecimento, segundo as diferentes condições de danos, conforme ilustrado na Figura 74, Figura 75, Figura 76 e Figura 77.

Nas primeiras condições de danos das estruturas, as respostas do amortecimento frente à intensidade de excitação citada ocorrem de forma crescente e são atribuídas ao crescimento de microfissuras com a redução da aderência entre concreto-armadura, como aponta Srinivas *et al* (2013).

Entretanto, em ambos os modelos, a partir desses estados de danos, o aumento de propagação das fissuras devido ao aumento de tensão nas armaduras longitudinais até seus escoamentos, afeta o comportamento dos índices de amortecimento frente às intensidades de excitações de forças aleatórias empregadas, tornando-o cada vez mais não linear com o aumento de danificação das estruturas.

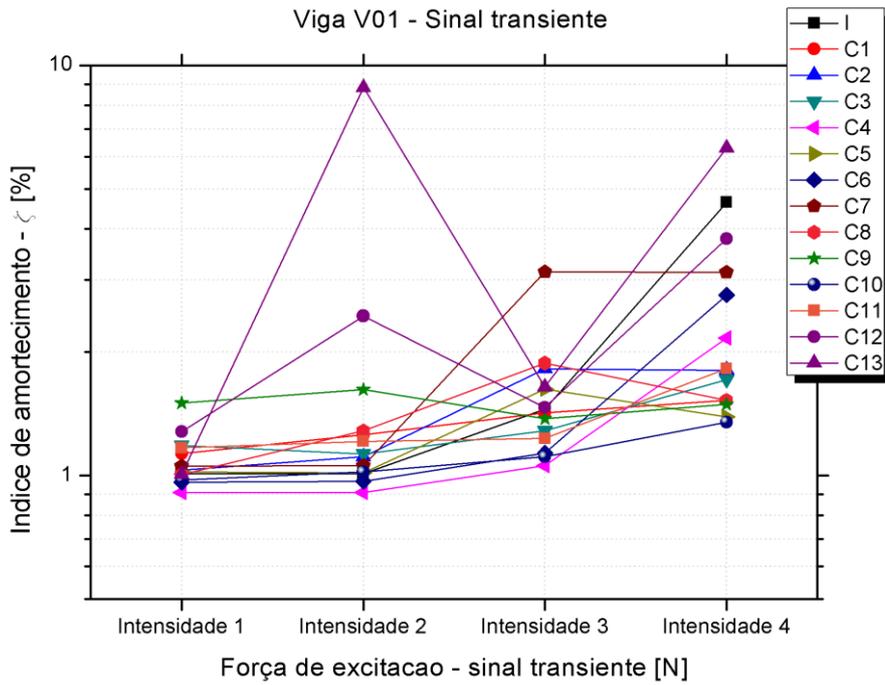


Figura 72 - Relação entre Intensidade de excitação transiente frente ao índice de amortecimento de cada estado de danificação que o modelo V01 foi submetido; análise pela técnica do ajuste não linear do sinal amostrado. Fonte: Autoria própria.

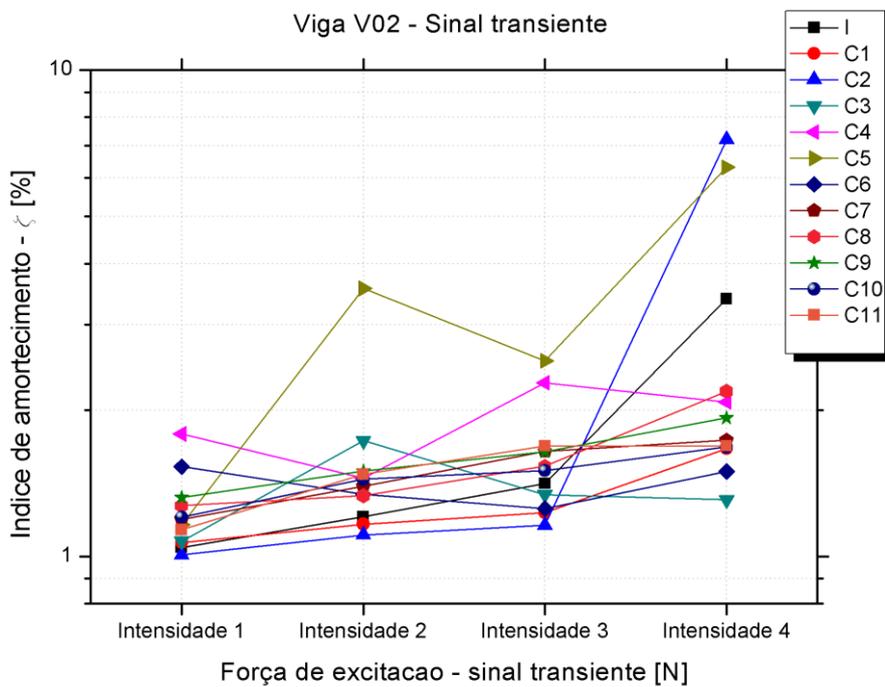


Figura 73 - Relação entre Intensidade de excitação transiente frente ao índice de amortecimento de cada estado de danificação que o modelo V02 foi submetido; análise pela técnica do ajuste não linear do sinal amostrado. Fonte: Autoria própria.

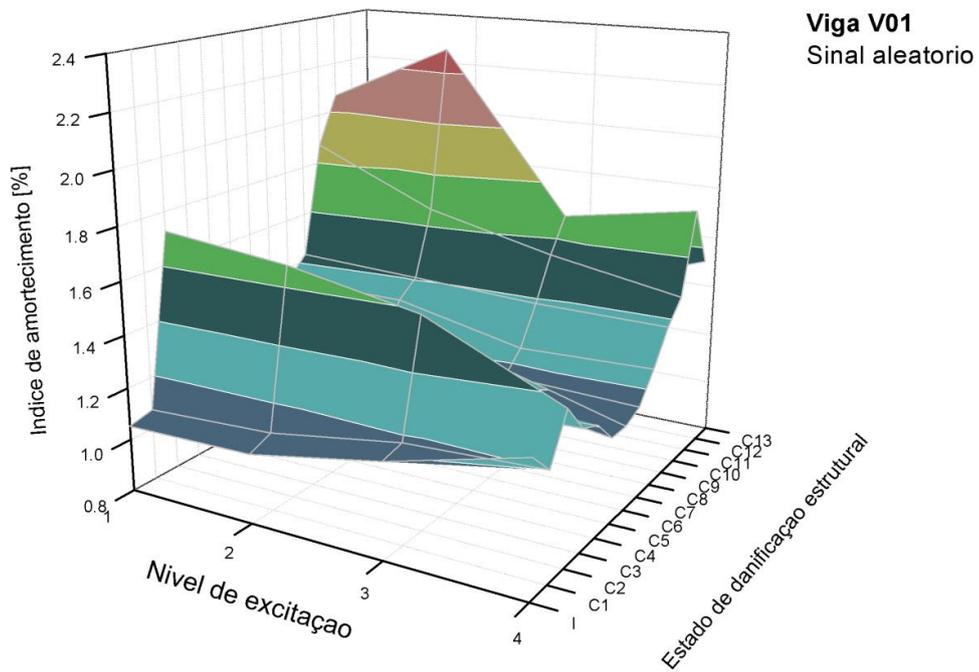


Figura 74 - Comportamento do índice de amortecimento segundo os níveis de intensidade de excitação aleatória, empregados nos estados de danificação que a viga V01 foi submetida. Fonte: Autoria própria.

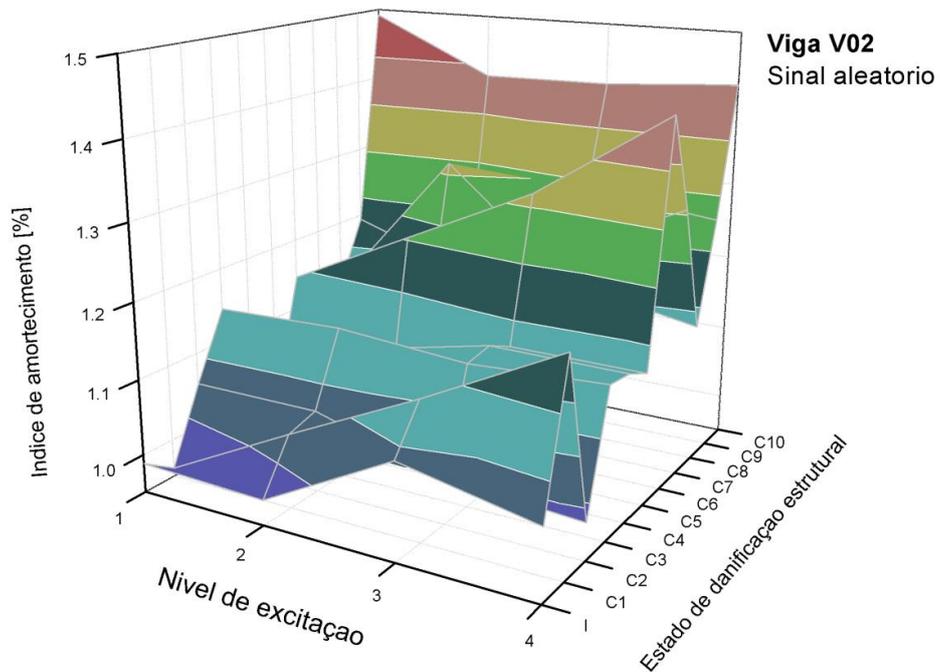


Figura 75 - Comportamento do índice de amortecimento segundo os níveis de intensidade de excitação aleatória, empregados nos estados de danificação que a viga V02 foi submetida. Fonte: Autoria própria.

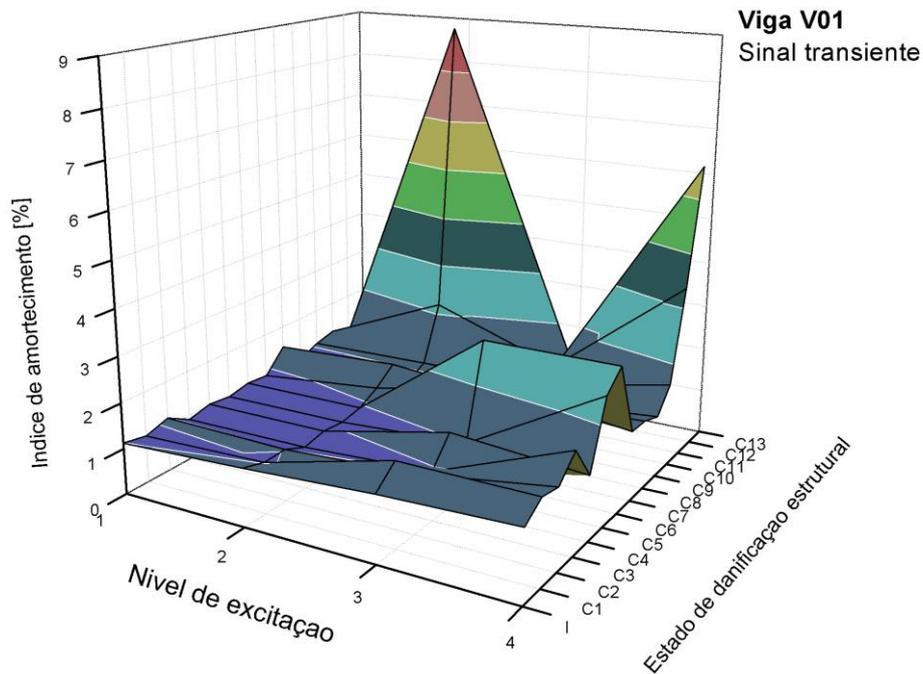


Figura 76 - Modelo tridimensional do comportamento do índice de amortecimento segundo os níveis de intensidade de excitação transiente, empregados nos estados de danificação que a viga V01 foi submetida. Análise pela técnica do ajuste não linear do sinal amostrado. Fonte: Autoria própria.

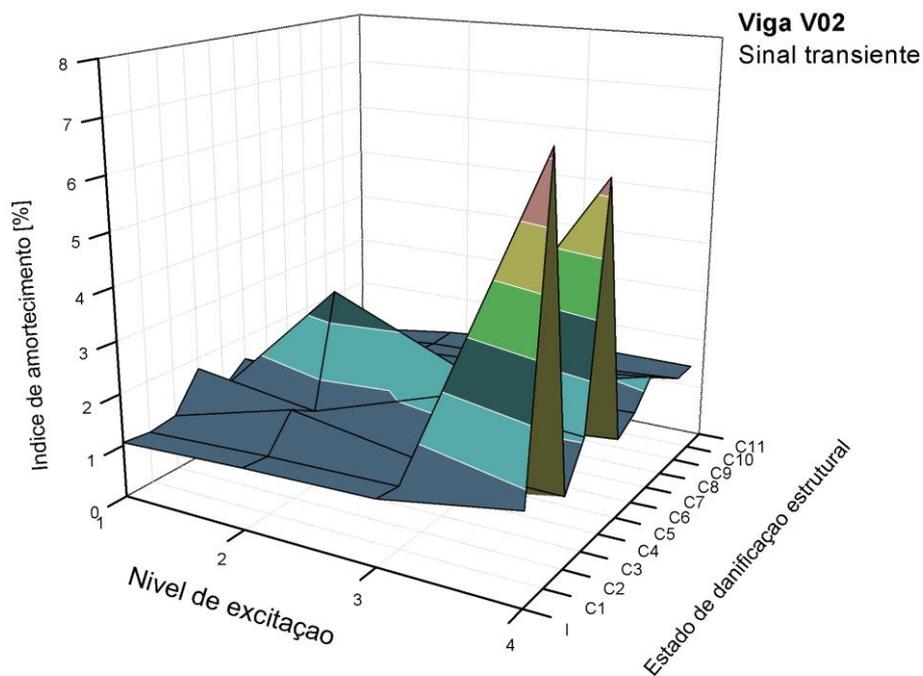


Figura 77. Modelo tridimensional do comportamento do índice de amortecimento segundo os níveis de intensidade de excitação transiente, empregados nos estados de danificação que a viga V02 foi submetida. Análise pela técnica do ajuste não linear do sinal amostrado. Fonte: Autoria própria.

O índice de dissipação de energia (IDE) adotado nesse trabalho permite a comparação entre as respostas do índice de amortecimento alcançadas através das diferentes técnicas de excitação das estruturas.

A partir da Figura 63, apresentada na página 133, observa-se que a variação de dissipação de energia devido ao estado de dano das estruturas ocorre de forma diferente, conforme a característica do tipo de técnica adotada.

Através de tal análise é possível afirmar que o amortecimento dos modelos, em seus respectivos estados de danificação, pode assumir diferentes respostas ao aplicarem-se diferentes técnicas de excitação.

Nota-se também, em ambas as vigas, que o valor de tal índice se concentra na faixa entre 1% e 2% quando observado os diferentes estados de danificação de cada estrutura.

Percebeu-se também que o índice de amortecimento obtido do ensaio dinâmico através de diferentes níveis de excitação transiente ajusta-se inadequadamente ao modelo viscoso de amortecimento quando nos valores superiores a 2,5%. Tal fato pode estar relacionado à mudança do tipo de modelo de dissipação de energia que leve em conta tanto às características do modelo de amortecimento viscoso quanto às características do modelo de amortecimento estrutural que deve ser mais bem compreendido em pesquisas futuras.

4.4.2 Intensidade de excitação x Frequência de ressonância

Ao analisar o comportamento das frequências de ressonância do 1º modo de vibração das vigas, segundo as condições de danificações estabelecidas, respectivamente, em cada estrutura, representado através das Figura 78, Figura 79, Figura 80 e Figura 81, é possível afirmar que tal propriedade modal decresce linearmente com o aumento do nível de intensidade de força, independentemente do tipo técnica de excitação empregada nas estruturas testadas.

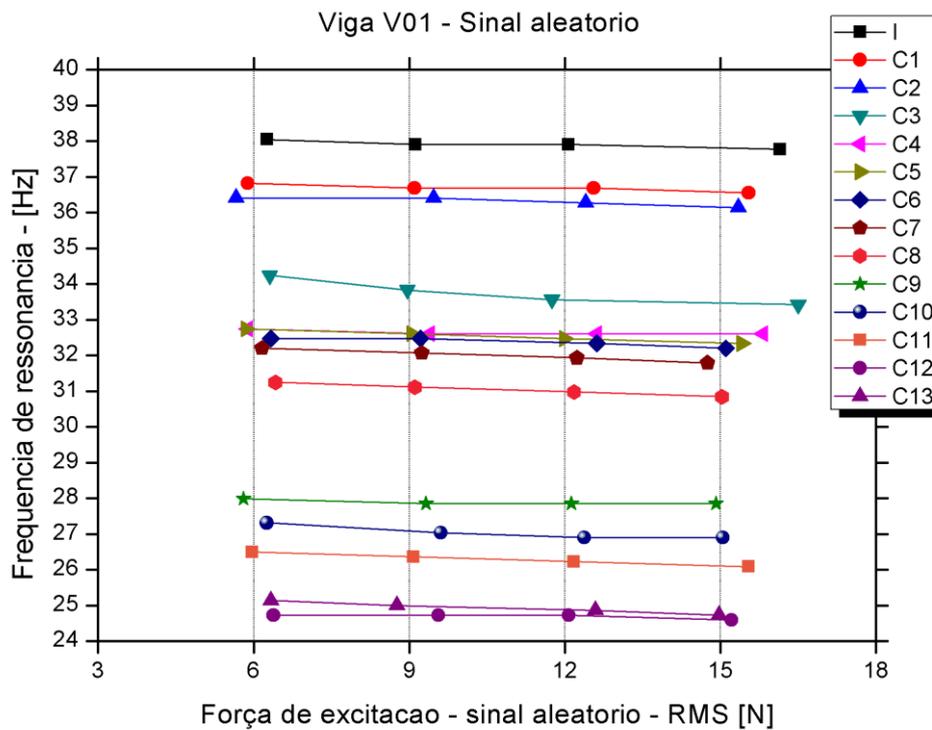


Figura 78 - Comportamento da propriedade modal frequência de ressonância relativa aos níveis de excitação aleatória, associado a cada condição de dano estabelecido à Viga V01. Fonte: Autoria própria.

Avaliando as Figura 78 e Figura 80, detecta-se na Viga V01, por ambos os sinais de excitação, que as frequências de ressonância estão agrupadas em três marcantes patamares de decrescimento linear, os quais são descontinuados nos estados de danificação correspondentes à perda de rigidez mecânica devido aos processos de fissuração, relacionados ao início do Estádio II e início do Estádio III, respectivamente.

Já na Viga V02, o comportamento de tal propriedade modal obtido por ambos os sinais de excitação empregados, ocorre com redução similar ao comportamento apresentado na Viga V01. Porém, é possível observar nas Figura 79 e Figura 81, que a perda de rigidez mecânica ocorre de forma gradativa com comportamento linear até o estado de danificação C9. Entretanto, a partir de C10 é possível verificar a larga redução da rigidez mecânica do elemento V02.

A região de comportamento de decrescimento linear suave pode estar relacionada à forma de instauração e propagação de fissuras no elemento V02. Nota-se que a magnitude da perda de rigidez mecânica em ambos os elementos é idêntica com as degradações impostas. Porém, ocorrem de forma diferenciada,

devido às diferentes configurações construtivas das armaduras longitudinais tracionadas, anteriormente referenciadas, originando diferentes processos de instauração e propagação de fissuras em cada elemento analisado.

Para reforçar a análise sobre a variável frequência de ressonância, anteriormente realizada, comparam-se o comportamento do índice IRD, descrito na seção 4.3 *Índices de comportamento das respostas modais relativos às condições de dano*, com os comportamentos identificados, respectivamente, na Figura 82, Figura 83, Figura 84 e Figura 85, a seguir.

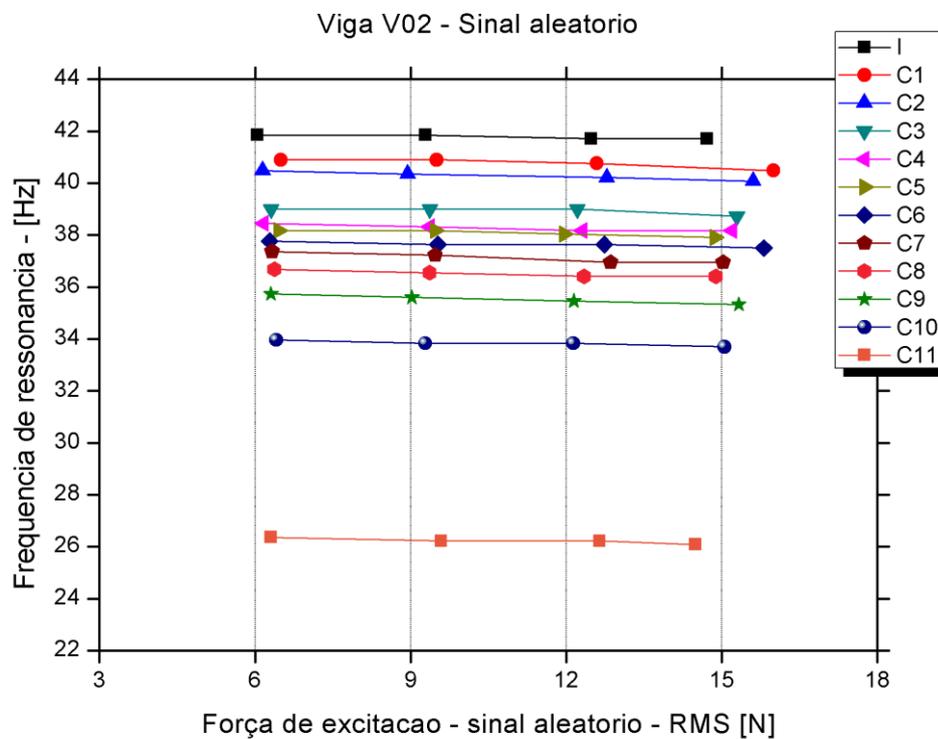


Figura 79 - Comportamento da propriedade modal frequência de ressonância relativa aos níveis de excitação aleatória, associado a cada condição de dano estabelecido à Viga V02. Fonte: Autoria própria.

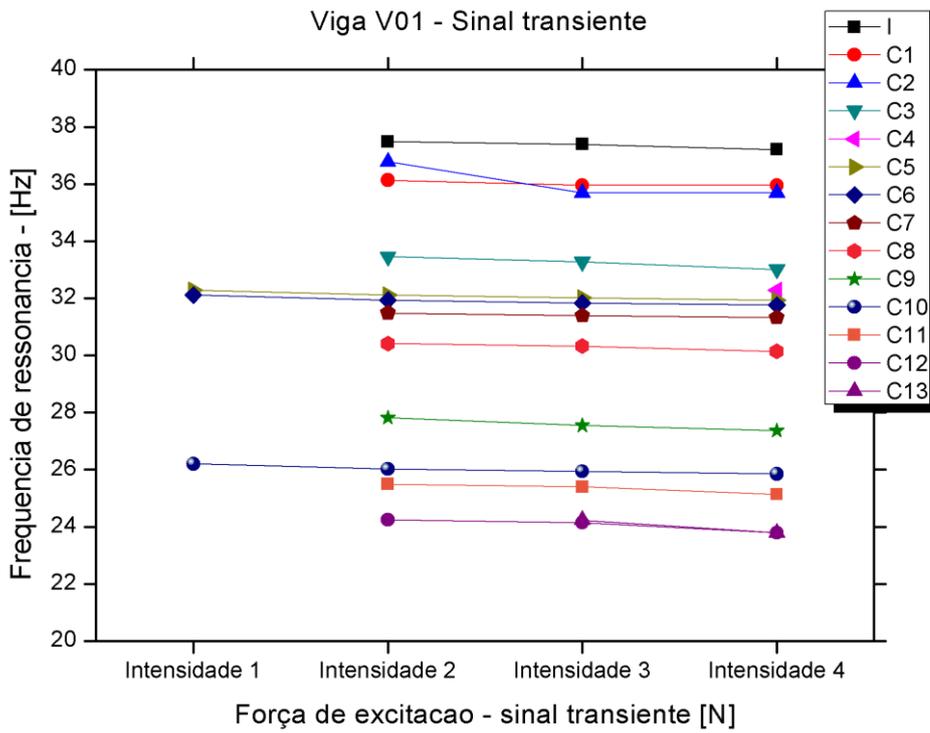


Figura 80 - Comportamento da propriedade modal frequência de ressonância relativa aos níveis de excitação transiente, associado a cada condição de dano estabelecido à Viga V01. Fonte: Autoria própria.

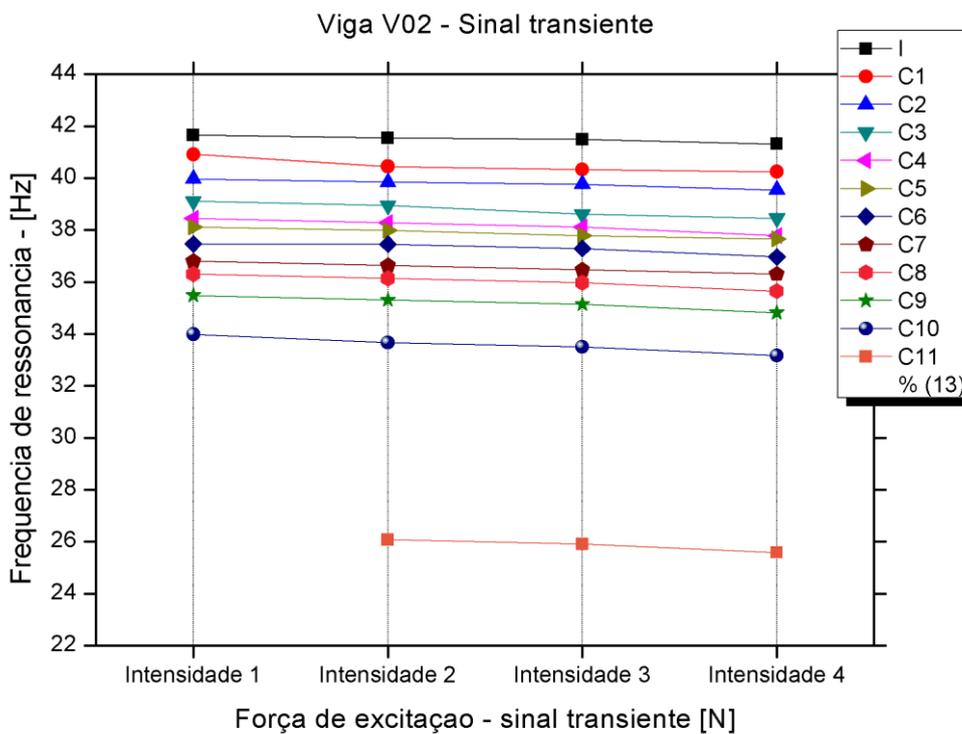


Figura 81 - Comportamento da propriedade modal frequência de ressonância relativa aos níveis de excitação transiente, associado a cada condição de dano estabelecido à Viga V02. Fonte: Autoria própria.

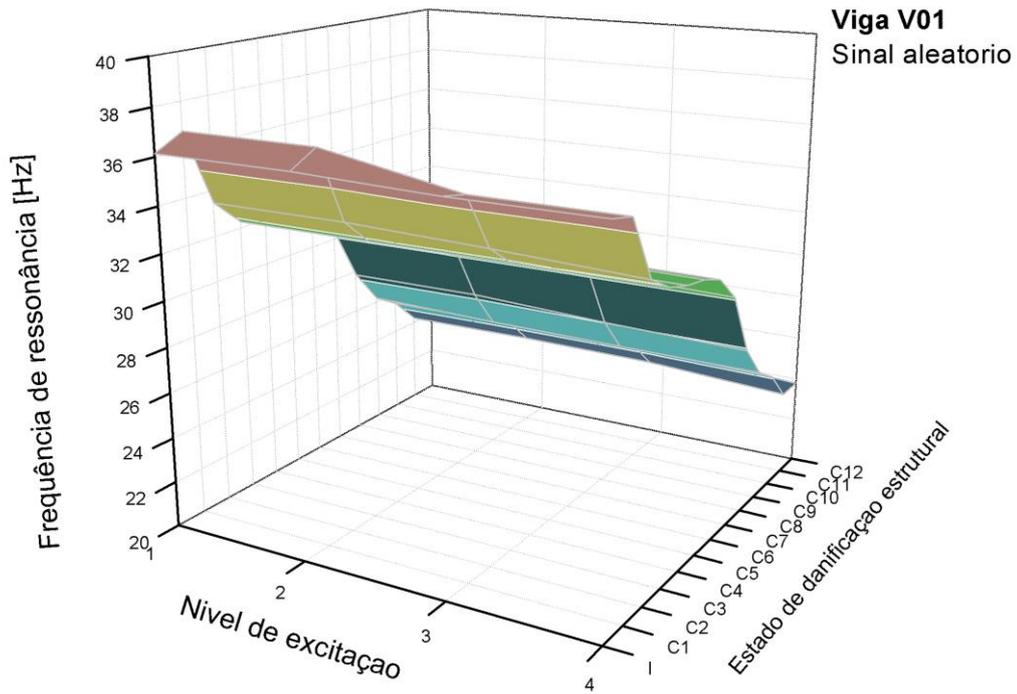


Figura 82 - Relação da frequência de ressonância obtida nos ensaios cíclicos utilizando diferentes intensidades de excitação do tipo aleatória sobre a viga V01. Fonte: Autoria própria.

Os resultados do comportamento do índice IRD são idênticos aos ilustrados, sequencialmente, na Figura 82, Figura 83, Figura 84 e Figura 85. Dessa forma, conclui-se que os resultados obtidos na análise das frequências de ressonâncias através das duas técnicas de excitação utilizadas nessa pesquisa são considerados iguais, em ambos os modelos.

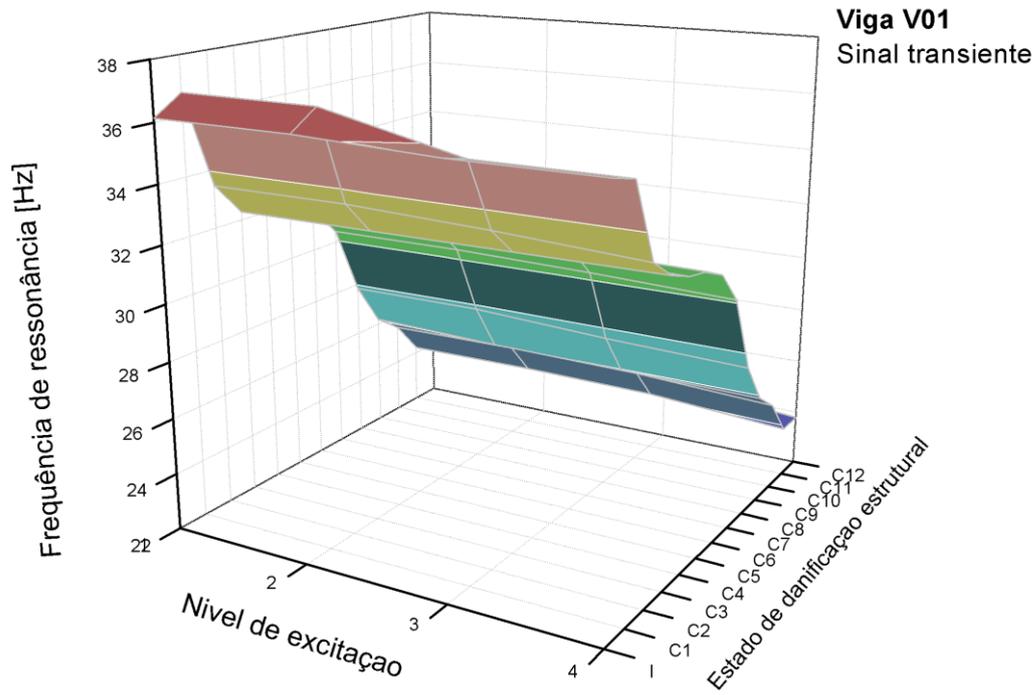


Figura 83 - Relação da frequência de ressonância obtida nos ensaios cíclicos utilizando diferentes intensidades de excitação do tipo transiente sobre a viga V01. Fonte: Autoria própria.

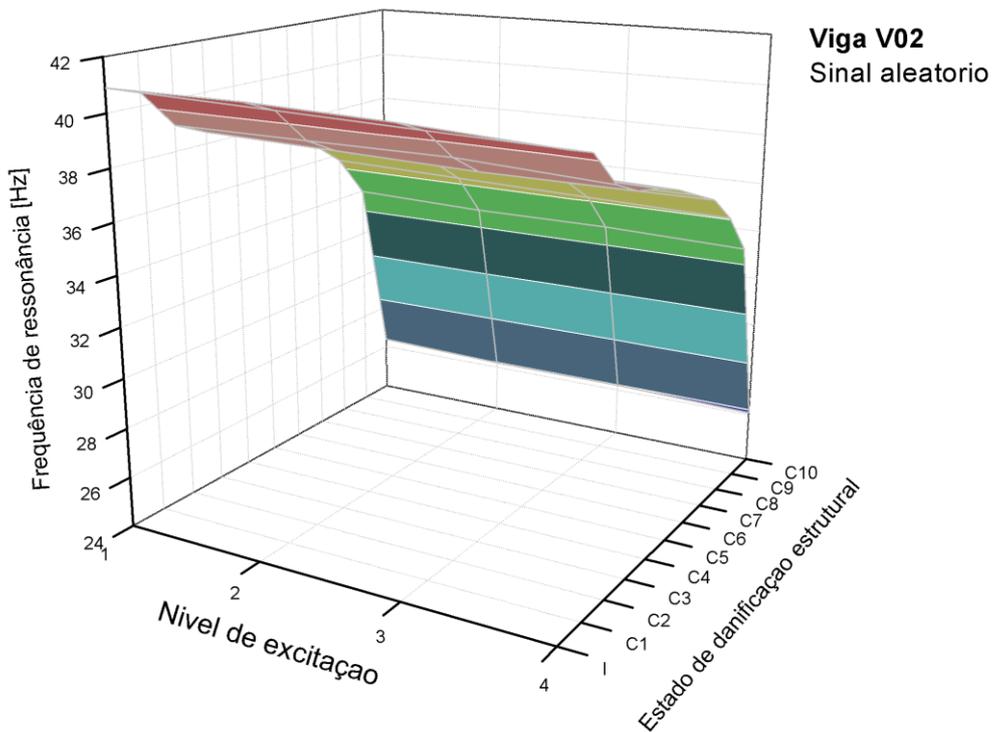


Figura 84 - Relação da frequência de ressonância obtida nos ensaios cíclicos utilizando diferentes intensidades de excitação do tipo aleatória sobre a viga V02. Fonte: Autoria própria.

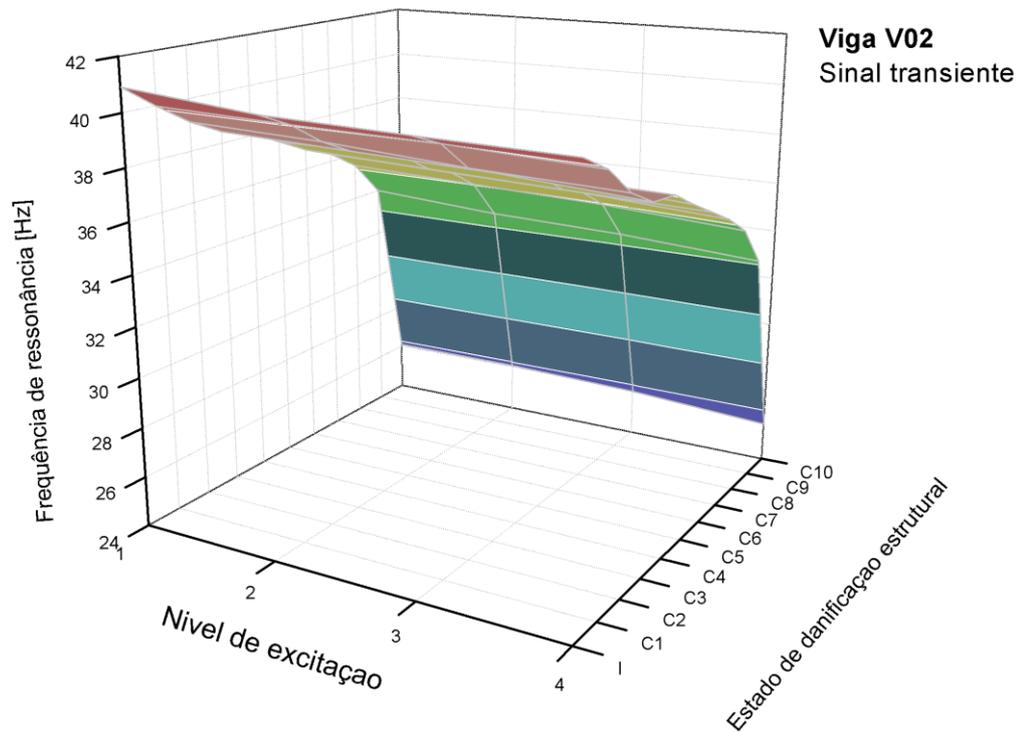


Figura 85 - Relação da frequência de ressonância obtida nos ensaios cíclicos utilizando diferentes intensidades de excitação do tipo transiente sobre a viga V02. Fonte: Autoria própria.

4.4.3 Avaliação da sensibilidade das técnicas de excitação através das respostas dinâmicas

Com intuito de avaliar a precisão das técnicas de excitação empregadas na obtenção das respostas dinâmicas durante o processo de danificação das Vigas V01 e V02, recorreu-se à correlação dos resultados dos índices de amortecimento e frequências de ressonâncias, obtidos através dos sinais aleatórios e transientes. A Figura 86 mostra a correlação dessas propriedades modais relativas à Viga V01, e, do mesmo modo, a Figura 87 representa a relação ocorrida na Viga V02.

Observando a Figura 86 e a Figura 87, é possível afirmar que os resultados das frequências de ressonâncias do 1º modo de vibração das estruturas analisadas são similares e não são influenciados pelo tipo de técnica de excitação empregada. Por outro lado, os resultados dos índices de amortecimento sofrem

influências pelo tipo de técnica de excitação adotada, bem como do processo de propagação das fissuras nas respectivas vigas analisadas.

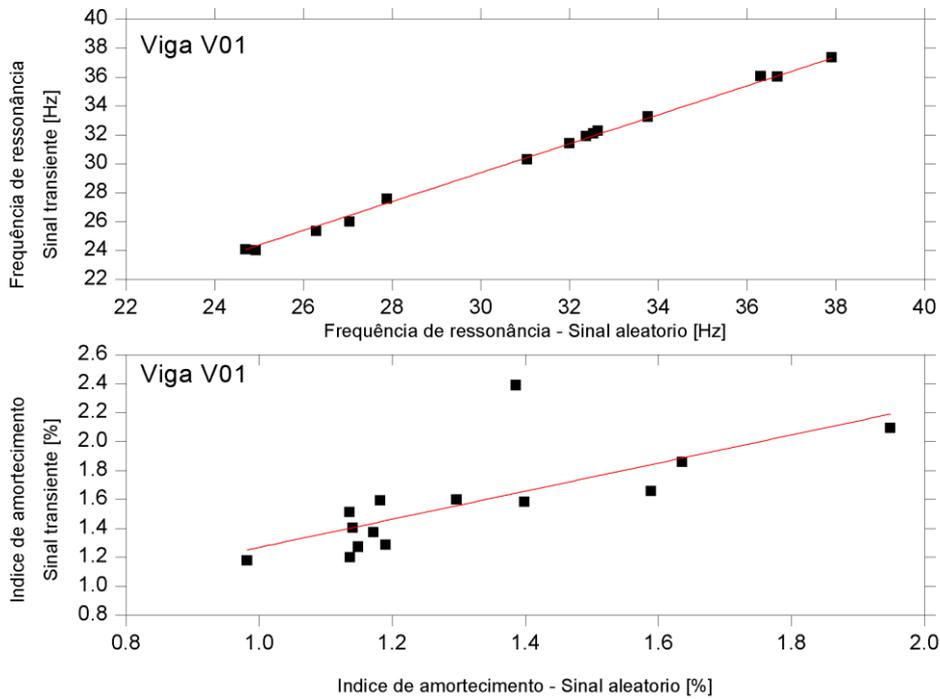


Figura 86 - Comparativo entre os resultados das propriedades modais da Viga V01 devido às técnicas de excitação aleatória e transiente. Fonte: Autoria própria.

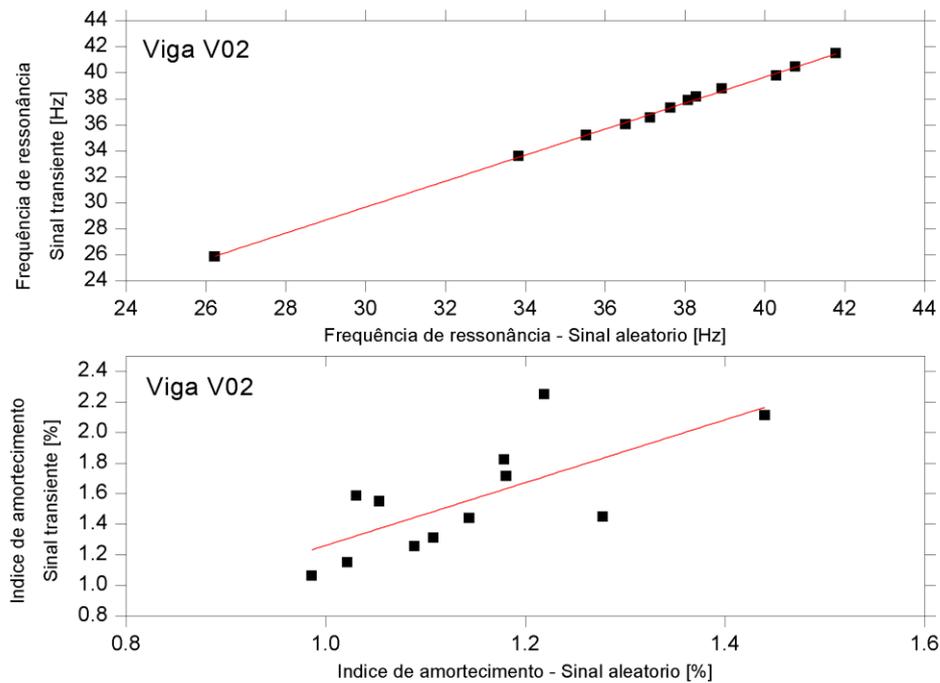


Figura 87 - Comparativo entre os resultados das propriedades modais da Viga V02 devido às técnicas de excitação aleatória e transiente. Fonte: Autoria própria.

Diante do exposto, buscou-se, através da comparação dos resultados das propriedades modais dos ensaios dinâmicos não destrutivos, contribuir com informações pertinentes à área da engenharia civil estrutural, em particular o setor de avaliação da integridade de estruturas de concreto armado.

5 CONCLUSÕES

Neste trabalho foi investigada a integridade estrutural de elementos de concreto armado a partir das propriedades modais obtidas por técnicas de excitações aleatória e transiente. Para tanto, realizaram-se ensaios dinâmicos em duas vigas de concreto armado, inicialmente íntegras, as quais foram submetidas a ciclos de carregamento e descarregamento com intensidades crescentes até atingir a ruptura. Após cada ciclo, as propriedades dinâmicas foram avaliadas experimentalmente, visando determinar parâmetros que indicassem a deterioração gradativa do elemento ao aplicar crescentes magnitudes de forças excitatórias originárias de sinais aleatórios e transientes, utilizando o excitador eletrodinâmico e o martelo de impacto, respectivamente.

Conclui-se que as frequências de ressonâncias sofreram redução linearmente decrescente com o aumento da danificação dos elementos de concreto armado. Vale lembrar que semelhantes resultados dessa propriedade modal foram obtidos a partir da excitação dos elementos estruturais utilizando o excitador eletrodinâmico e o martelo de impacto.

Considerando os níveis de danificação das vigas, da condição íntegra até a mais desfavorável, os valores da frequência de ressonância na Viga V01 foram reduzidos a 35,0% e 36,5%, no processo obtido pelo emprego de sinais aleatórios e transientes, respectivamente.

De forma similar, os valores da frequência de ressonância relativos ao modelo V02 reduziram-se em 37,7%, devido aos sinais aleatórios, e 38,6%, segundo os sinais transientes.

Verificou-se também que a frequência de ressonância sofreu pequena redução dos seus valores com o aumento da intensidade de força, independentemente do tipo de sinal dinâmico empregado. Tal comportamento foi repetitivamente observado com o aumento da danificação das vigas de concreto armado ensaiadas, atingindo os valores máximos de redução de 1,1%, para os sinais aleatórios, e 2,4%, para os sinais transientes.

Já no caso da análise dos resultados do índice de amortecimento, constatou-se uma relação crescente dessa variável frente ao aumento do processo

de danificação, do estado íntegro até a condição de fissuração caracterizada pelo Estádio I, em ambas as vigas.

A partir do início do Estádio II, as respostas de tais parâmetros modais dos elementos estruturais ensaiados tornaram-se diferentes e dependentes do tipo do sinal de excitação empregado, aferindo-se o comportamento não linear do índice de amortecimento.

Notou-se também que o comportamento do índice de amortecimento quando relacionado aos crescentes níveis de forças de excitação aleatória aplicadas em cada ciclo do processo de danificação das estruturas, assume característica crescentes na condição de danificação correspondente ao Estádio I. Já nos estados de danificação das vigas, correspondente ao intervalo entre o Estádio II e o Estádio III, tal comportamento torna-se não linear.

A fim de verificar o comportamento do índice de amortecimento obtido pela aplicação do sinal transiente, adotou-se uma outra metodologia baseada no ajuste não linear, pelo modelo de amortecimento viscoso, do sinal captado pelo acelerômetro gerado exclusivamente por um único nível de impacto até seu completo amortecimento, desassociando dos demais sinais captados na mesma prova. Através dessa metodologia, o índice de amortecimento associado aos níveis de intensidade do sinal transiente comportou-se de forma crescente com o aumento da magnitude de excitação, na maior parte do processo de danificação das vigas.

Entretanto, observou-se que, na viga V01, nas três últimas condições de dano C11, C12 e C13, e na viga V02, nos estados de dano C3, C5 e C6, o índice de amortecimento caracterizou-se como não linear à magnitude de excitação provocada pelo sinal transiente.

É importante citar que em ambas as metodologias de coletas de informação sobre índice de amortecimento, a partir de sinais transientes, constatou-se um intervalo de resultados entre 1% e 2% de tal propriedade modal, considerando a variação global das intensidades de força de impacto e o processo de danificação nos quais os elementos de concreto armado foram submetidos.

Concluiu-se também que os níveis do índice de amortecimento resultantes dos sinais aleatórios são menores que os obtidos através dos sinais transientes, variando entre 0,9% e 2% no caso da viga V01, e 0,9% e 1,5% na viga V02.

Com o intuito de se avaliar o comportamento de rigidez mecânica, na condição de carregamento estático, utilizou-se o índice de rigidez estático, IRE, que é mensurado a partir da inclinação do vetor com a origem no ponto associado ao início do carregamento de um ciclo, findando no ponto de intersecção entre o descarregamento do ciclo anterior com o carregamento do atual ciclo.

Também, com o intuito de auxílio na constatação das vantagens e desvantagens entre as técnicas de excitação dinâmica, abordadas nesse trabalho, adotou-se o índice de rigidez dinâmico, IRD, que relaciona a variação do quadrado da média da frequência de ressonância de um estado de danificação com a média ao quadrado da frequência de ressonância do estado íntegro, dos respectivos modelos. Comparando tais índices entre si, percebe-se que nas condições do ensaio estático a rigidez é reduzida abruptamente após o 1º ciclo de carregamento, enquanto que nos ensaios dinâmicos tal propriedade é reduzida suavemente no decorrer do processo de danificação das vigas de concreto armado.

Também, conclui-se que as reduções de rigidez mecânica dos elementos estruturais de concreto armado, devido ao processo de danificação, estão correlacionadas à redução dos valores das frequências de ressonâncias, associadas ao 1º modo de vibração flexural dos elementos analisados.

Ainda, analisando o índice IRD é possível constatar que resultados semelhantes foram obtidos para a frequência de ressonância através da aplicação de forças excitatória do tipo aleatória e transiente, respectivamente, no processo de avaliação da integridade dos elementos estruturais.

Para comparar as respostas do índice de amortecimento devido aos tipos de excitação utilizados nos ensaios dinâmicos de vibração dessa pesquisa, elaborou-se o índice de dissipação de energia, IDE, que compara o índice de amortecimento de um estado de danificação com o índice de amortecimento associado ao estado íntegro de cada viga de concreto armado. Através da observação do comportamento desse índice frente ao processo de danificação, constatou-se que o amortecimento das diferentes estruturas analisadas apresenta diferentes resultados quando obtidos pelas técnicas de excitação empregadas nos ensaios dinâmicos desse trabalho.

A partir das constatações anteriormente citadas é possível intuir que a frequência de ressonância é um adequado parâmetro de detecção de dano a ser aplicado nas avaliações da integridade de elementos de concreto armado. Por outro

lado, o índice de amortecimento não mostrou-se tão adequado pois não teve uma correlação tão clara com a danificação das vigas. Há, entretanto, necessidade de pesquisas futuras para confirmar tais observações em outros níveis de solicitação dinâmica.

REFERÊNCIAS

- ABDELRAHMAN, M., & ELBATANOUNY, M. K. (2014). Acoustic emission based damage assessment method for prestressed concrete structure: modified index of damage. *Engineering Structures*, 258-264.
- AMERICAN SOCIETY FOR TESTING AND MATERIALS. (2008). *ASTM C215/08 - Standard test method for fundamental transverse, longitudinal and torsional resonant frequencies of concrete specimens*.
- ARAÚJO, I. G., & LAIER, J. E. (2014). Operational modal analysis using SVD of power spectral density transmissibility matrices. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 129-145.
- ARAÚJO, J. M. (2003). *Curso de concreto armado* (Vol. 1). Rio Grande: Dunas.
- ARQUEZ, A. P. (2010). *Aplicação de laminado de polímero reforçado com fibras de carbono (PRFC) inseridos em substrato de microconcreto com fibras de aço para reforço à flexão de vigas de concreto armado*. São Carlos, SP, Brasil.
- ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. (1998). *ABNT NBR NM 67 Concreto - Determinação da consistência pelo abatimento do tronco de cone*. Rio de Janeiro.
- ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. (2004). *ABNT NBR 14931 Execução de estruturas de concreto - Procedimentos*. Rio de Janeiro.
- ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. (2007). *ABNT NBR 5739 Concreto - Ensaio de compressão de corpos-de-prova cilíndricos*. Rio de Janeiro.
- ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. (2007). *ABNT NBR 7480 Aço destinado a armaduras para estruturas de concreto armado - Especificação*. Rio de Janeiro.
- ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. (30 de março de 2014). *ABNT NBR 6118 Projeto de estruturas de concreto - Procedimento*. Rio de Janeiro, RJ, Brasil.
- ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. (2015). *ABNT NBR 12655 Concreto de cimento Portland - Preparo, controle, recebimento e aceitação - Procedimentos*. Rio de Janeiro.
- ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. (2015). *ABNT NBR 5738 – Concreto - Procedimento para moldagem e cura de corpos-de-prova*. Rio de Janeiro, RJ, Brasil.

- BANDARA, R. P., CHAN, T. H., & THAMBIRATNAM, D. P. (2014). Frequency response function based damage identification using principal component analysis and pattern recognition technique. *Engineering Structures*, 116-128.
- BRUEL & KJAER. (1984). *Mechanical vibration and shock measurements*. Denmark: K. Larsen & Son A/S.
- BRUEL & KJAER. (1987). *Piezoelectric accelerometer and vibration preamplifier handbook*. Denmark: K Larsen & Son A/S.
- CAMACHO, J. S. (2006). *Estudo das vigas: flexão normal simples*". UNESP, Ilha Solteira.
- CARVALHO, R. C., & FIGUEIREDO FILHO, J. R. (2014). *Cálculo e detalhamento de estruturas usuais de concreto armado: segundo a NBR 6118:2014 (4ª ed.)*. São Carlos: EdUFSCar.
- CLOUGH, R. W., & PENZIEN, J. (1975). *Dynamics of structures*. Singapore: McGraw-Hill Book Co.
- COMITÉ EURO-INTERNACIONAL DU BÉTON. (2010). *CEB-FIP Model Code 2010*. Laussane.
- COSSOLINO, L. C., & PEREIRA, A. H. (2010). *Aamortecimento: classificação e métodos de determinação*. ATPC Engenharia Física, São Carlos.
- COSSOLINO, L. C., & PEREIRA, A. H. (21 de 10 de 2010). *Módulos elásticos: visão geral e métodos de caracterização*. ATPC Engenharia Física, São Carlos.
- COUTO, D. e. (Junho de 2015). Estruturas de concreto. Contribuição à análise da segurança em estruturas existentes. *Revista Ibracon de Estruturas e Materiais*, 8(Número 3), 365-389.
- CRAIG JR, R. R., & KURDILA, A. J. (2006). *Fundamentals of structural dynamics*. New Jersey: John Wiley & Sons.
- CUNHA, A., & CAETANO, E. (2006). Experimental modal analysis of civil engineering structures. *Sound and Vibration*, 12-20.
- EWINS, D. J. (2000). *Modal Testing: Theory, Practice and Application*. Research studies press LTD.
- FUSCO, P. B. (1981). *Estruturas de concreto*. Rio de Janeiro: Guanabara Dois S.A.
- GERE, J. M., & GOODNO, B. J. (2010). *Mecânica dos materiais*. São Paulo: Cengage Learning.
- HAACH, V. G., CARRAZEDO, R., OLIVEIRA, L. M., & CÔRREA, M. R. (2013). Application of acoustic tests to mechanical characterization of masonry mortars. *NDT & E International*, 18-24.
- HE, J., & FU, Z. (2001). *Modal Analysis*. Oxford: Butterworth-Heinemann.

- HIBBELER, R. C. (2004). *Resistência dos materiais* (5 ed.). São Paulo: Prentice Hall.
- HOLA, J., & SCHABOWICZ, K. (2010). State of the art non destructive methods for diagnostic testing of builds structures: anticipated development trends. *Archives of Civi Mechanical Engineering*, 5-18.
- IBRACON. (2006). *Comentários técnicos e exemplos de aplicação da NB1*. São Paulo: IBRACON.
- INTERNATIONAL FEDERATION FOR STRUCTURAL CONCRETE -. (2010). *MODEL CODE 2010*. Lausanne.
- ITO, Y., & UOMOTO, T. (1997). Nondestructive testing method of concrete using impact acoustic. *NDT & E International*, 217-222.
- JASSIM, Z. A., ALI, N., MUSTAPHA, F., & JALIL, N. A. (2013). A review on the vibration analysis for a damage occurrence of a cantilever beam. *Engineering Failure Analysis*, 442-461.
- JULIANI, T. M. (2014). *Detecção de danos em pontes em escala reduzida pela identificação modal estocástica*. Dissertação de mestrado, Escola de Engenharia de São Carlos, Departamento de Engenharia de Estruturas, São Carlos.
- KERSCHEN, G., & GOLINVAL, J. C. (s.d.). *Experimental modal analysis*.
- KIMURA, A. (2007). *Informática aplicada em estruturas de concreto armado*. São Paulo: Pini.
- LABWORKS INC. (2016). *ET-139 Eletrodinamicac Transducer*.
- LATHI, B. P. (2007). *Sinais e sistemas lineares*. Porto Alegre-RS, Brasil: Bookman.
- LEONEL, E. D. (03 de 2013). *Notas de aula da disciplina SET 5926 - Introdução à Mecânica da Fratura*. Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, Departamento de Engenharia de Estruturas, São Carlos.
- LIBÂNIO, M. P., MUZARDO, C. D., & SANTOS, S. P. (2003). *Fundamentos do concreto e projeto de edifícios*. São Carlos.
- LIEVEN, N. A., & EWINS, D. J. (1988). *Spatial correlation of mode shapes, the coordinate assurance criterion (COMAC)*.
- LIMA, S. S., & SANTOS, S. H. (2008). *Análise dinâmica das estruturas*. Rio de Janeiro: Ciência Moderna LTDA.
- MAAS, S., ZURBES, A., WALDMANN, D., WALTERING, M., BUNGARD, V., & DE ROECK, G. (2012). Damage assessment of concrete structures through dynamic testing methods. Part 1 - Laboratory tests. *Engineering Structures*, 351-362.
- MAECK, J., ABDEL WAHAB, M., PEETERS, B., DE ROECK, G. D., DE WILDE, W. P., NDAMBI, J. M., et al. (2000). Damage identification in reinforced concrete structures by dynamic stiffness determination. *Engineering Structures*, 1339-1349.

- MARCOS, L. K. (2014). *Sensibilidade a vibrações de pavimentos com lajes alveolares*. Dissertação de Mestrado, Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, Departamento de Engenharia de Estruturas, São Carlos.
- McCONNEL, K. G., & VAROTO, P. S. (2008). *Vibration testing: theory and practice*. New Jersey: John Wiley & Sons.
- MENDES NETO, F. (2009). *Análise de seções transversais sob flexão normal composta*. São Paulo: Pini.
- METHA, P. K., & MONTEIRO, P. J. (2006). *Concrete: microstructure, properties and materials*. McGraw-Hill.
- METHA, P. K., & MONTEIRO, P. J. (2008). *Concreto: microestrutura, propriedades e materiais* (3ª ed.). (Ibracon, Ed.)
- MIAMI UNIVERSITY VIBRATIONS LABORATORY. (s.d.). *Introduction to small scale road vibration experimentation*. Miami University, Miami.
- NDAMBI, J. M. (2000). Comparison of techniques for modal analysis of concrete structures. *Engineering Structures*, 1159-1166.
- NDAMBI, J. M., VANTOMME, J., & HARRI, K. (2002). Damage assessment in reinforced concrete beams using eigenfrequencies and mode shape derivatives. *Engineering Structures*, 501-515.
- NGUYEN, V. H., MAHOWALD, J., MAAS, S., & GOLINVAL, J. C. (2014). Use of time and frequency domain approaches for damage detection in civil engineering. *Shock and Vibration*, 1-9.
- OLIVEIRA, V. A., AGUIAR, M. L., & VARGAS, J. B. (2013). *Sistemas de controle: aulas de laboratório*. São Carlos: EESC/USP.
- PANDEY, A. K., & BISWAS, M. S. (1991). Damage detection from changes in curvature mode shapes. *Journal of Sound and Vibration*, 321-322.
- PEREIRA, A. H., OTANI, L. B., DE ANCHIETA RODRIGUES, J., TRAON, N., TONNESEN, T., & TELLE, R. (2011). The influence of nonlinear elasticity on the accuracy of thermal shock damage evaluation by the impulse excitation technique. *Interceram*, pp. 388-392.
- PROENÇA, S. P. (agosto de 1988). *Sobre modelos matemáticos do comportamento não linear do concreto: análise crítica e contribuições*. São Carlos, SP, Brasil.
- RAINIERI, C., & FABBROCINO, G. (2014). *Operational Modal Analysis of Civil Structures - An introduction and guide for applications*. New York: Springer.
- RODRIGUES, J. (2004). *Identificação modal estocástica: métodos de análise e aplicações em estruturas de engenharia civil*. Porto.

- SAMPAIO, C. (05 de 2015). *Medição de vibrações em equipamentos e/ou estruturas usando sensores low cost.*
- SANTOS, L. M. (1987). *Estado limite último de instabilidade.* São Paulo, SP, Brasil.
- SUNG, S. H., JUNG, H. J., & JUNG, H. Y. (2013). Damage detection for beam like structures using the normalized curvature of a uniform load surface. *Journal of Sound and Vibration*, 1501-1519.
- TIMOSHENKO, S. (1968). *Strength of materials.* D. Van Nostrand, Inc.
- WARBURTON, G. B. (1976). *The dynamical behaviour of structures.* Oxford: Pergamon Press Ltd.
- XIA, P. Q., & BROWNJOHN, J. M. (2003). Residual stiffness assessment of structurally failed reinforced concrete structure by dynamic testing and finite element model updating. *Society for Experimental Mechanics*, 372-378.
- ZEMBATY, Z., KOWALSKI, M., & POSPISIL, S. (2006). Dynamic identification of a reinforced concrete frame in progressive states of damage. *Engineering Structures*, 668-681.
- ZHANG, Z., & AKTAN, A. E. (1995). *The damage indices for the constructed facilities.*