

LARA KAWAI MARCOS

Sensibilidade a vibrações de pavimentos com lajes alveolares

VERSÃO CORRIGIDA

A versão original encontra-se na Escola de Engenharia de São Carlos

Dissertação apresentada à Escola de Engenharia de São Carlos da Universidade de São Paulo para obtenção do título de Mestre em Ciências no programa de Engenharia de Estruturas

Orientador: Prof. Dr. Ricardo Carrazedo

São Carlos

2015

AUTORIZO A REPRODUÇÃO TOTAL OU PARCIAL DESTE TRABALHO, POR QUALQUER MEIO CONVENCIONAL OU ELETRÔNICO, PARA FINS DE ESTUDO E PESQUISA, DESDE QUE CITADA A FONTE.

M321s Marcos, Lara Kawai
Sensibilidade a vibrações de pavimentos com lajes alveolares / Lara Kawai Marcos; orientador Ricardo Carrazedo. São Carlos, 2015.

Dissertação (Mestrado) - Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Estruturas -- Escola de Engenharia de São Carlos da Universidade de São Paulo, 2015.

1. lajes alveolares. 2. análise dinâmica. 3. conforto humano. 4. vibrações. 5. pavimentos. I. Título.

FOLHA DE JULGAMENTO

Candidata: Engenheira **LARA KAWAI MARCOS**.

Título da dissertação: "Sensibilidade a vibrações de pavimentos com lajes alveolares."

Data da defesa: 03/06/2015

Comissão Julgadora:**Resultado:**

Prof. Dr. **Ricardo Carrazedo (Orientador)**
(Escola de Engenharia de São Carlos/EESC)

APROVADA

Prof. Titular **Mounir Khalil El Debs**
(Escola de Engenharia de São Carlos/EESC)

Aprovada

Prof. Dr. **Walter Libardi**
(Universidade Federal de São Carlos/UFSCar)

Aprovado

Coordenador do Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil
(Engenharia de Estruturas):
Prof. Titular **Humberto Breves Coda**

Presidente da Comissão de Pós-Graduação:
Prof. Associado **Paulo César Lima Segantine**

Aos meus pais, com
admiração e gratidão.

AGRADECIMENTOS

Agradeço a meus pais, Noé e Sissi, pelo exemplo que sempre me deram, pelo incentivo e apoio na realização da pesquisa.

Ao meu noivo Rodrigo, pelo amor e companheirismo, por tornar esses anos mais leves, além de toda ajuda na realização dos ensaios.

Às minhas irmãs, Thamy e Mila, pelos conselhos e amizade.

Ao professor Ricardo Carrazedo, pela atenção constante, suporte e auxílio para desenvolver essa pesquisa.

Ao professor Daniel Araújo, por fornecer conhecimento e bibliografia a respeito das lajes alveolares.

Aos amigos do grupo de pesquisa: Diôgo, Daniel, Pablo, Gustavo, Iván, Rodrigo e Lincoln, pelas diversas sugestões enriquecedoras ao trabalho.

Ao Gustavo Gidrão, por toda ajuda e prestatividade nos ensaios acústicos.

Aos colegas e amigos, André Junqueira, Vitor Saraiva, Ayrton Ferreira, Gustavo Gidrão, Henrique Kroetz, Carlos Orozco, Sérgio Cordeiro, Karen Bompan, Jackson Ditz, Ana Paula Sieg, Thais Pedrosa, Giovanni Pellizzer, Geovanne Viana, Caio Silva, Fernando Gilio, Rodolfo Tessari, Júlio Lucena, Jeferson Fernandes, Sergio Andrês, Victor Fernandes, Thiago Morkis, e tantos outros, por tornarem a jornada do mestrado mais alegre.

Ao Laboratório de Estruturas e seus funcionários, para realização de parte dos ensaios.

À Novah Participações, Tap Construtura e Marka Soluções Pré-fabricadas, por disponibilizarem o edifício para realização dos ensaios, e a todas as pessoas envolvidas no ensaio.

À CAPES pela bolsa de estudos para o desenvolvimento dessa pesquisa.

RESUMO

MARCOS, L. K. **Sensibilidade a vibrações de pavimentos com lajes alveolares**. 2015. Dissertação (mestrado) – Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, 2015.

As lajes alveolares são elementos eficientes do ponto de vista estrutural, pois os alvéolos permitem significativa redução de peso próprio sem comprometer a resistência e a rigidez. Além disso, é muito comum nesses elementos o uso de protensão, o que permite que estas lajes consigam vencer grandes vãos e se tornem uma solução competitiva. No entanto, para certas combinações de vãos, espessura da laje, ligações e propriedades dos materiais, esse sistema estrutural pode ser suscetível a vibrações excessivas. Há poucos estudos sobre a sensibilidade a vibrações destes elementos cuja aplicação é comum em situações de especial interesse como escritórios, nos quais as vibrações podem causar significativos incômodos aos usuários. Este trabalho visa contribuir para o melhor entendimento sobre a sensibilidade a vibrações de pavimentos com lajes sujeitas à ação dinâmica de atividades humanas.

Além disso, pretende-se avaliar o comportamento dinâmico dos pavimentos com lajes alveolares em diferentes situações de interesse: painéis isolados, unidos por chaves de cisalhamento e após a concretagem da capa. Foi realizado um estudo experimental em um pavimento de um edifício comercial em estrutura de concreto pré-moldado nas três situações distintas da construção e foram obtidas as frequências naturais, modos de vibração e amortecimento para cada etapa, bem como uma análise do conforto ao usuário, a partir dos limites previstos em normas nacionais e internacionais. Foi também realizada uma análise numérica, na qual, além da determinação teórica de modos de vibração e frequências naturais, foram determinados os níveis de vibração gerados pelo caminhar de pessoas. As frequências naturais obtidas numericamente apresentaram diferença média de 11% com relação às experimentais. A diferença média dos picos de aceleração numéricos e experimentais foi de 9%. Tais resultados possibilitaram validar o modelo numérico proposto. A análise de conforto do pavimento indicou que a norma brasileira ANBT NBR 6118 (2014) não apresenta prescrições suficientes para se evitar vibrações excessivas em pavimentos com lajes alveolares protendidos. Os resultados permitiram concluir que as chaves de cisalhamento e a capa estrutural foram determinantes para garantir níveis aceitáveis de vibração no pavimento analisado.

Palavras-chave: lajes alveolares, análise dinâmica, conforto humano, vibrações, pavimentos.

ABSTRACT

MARCOS, L. K. **Vibration sensitivity of hollow core slabs floor**. 2015. MSc. Thesis – Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, 2015.

Hollow core slabs are very efficient structural members, since their voids allow a significant reduction of self-weight, without jeopardizing the strength and stiffness. Moreover, prestressed concrete is commonly employed in this type of structure, allowing their use in large spans. Consequently, this is a very competitive solution. However, for certain combination of spans, slab thickness, connections and materials properties, this structural system can be susceptible to excessive vibrations. There is a lack of studies on vibration sensitivity of these elements, which are commonly applicable in situations of special interest, as offices, in which vibration can cause significant annoyance to users. This work aims to contribute to a better understanding about vibration sensitivity of hollow core slabs floors.

Moreover, we intend to evaluate the dynamic behavior of hollow core slabs in different situations of interest: single panels, panels joined by shear keys and after completion of concrete topping. This analysis involves the determination of natural frequencies, mode shapes, damping ratios and vibrational levels generated by walking. An experimental study was carried out on a floor of a precast concrete structure of a commercial building in three different stages of construction. In this study, the natural frequencies, mode shapes and damping for each step were obtained, as well as an analysis of comfort, based on limits defined by national and international standards. A numerical analysis was also performed in which the vibration modes and natural frequencies were theoretically determined and the vibration levels generated by walking were estimated. The natural frequencies obtained numerically showed an average difference of 11% compared to experimental. The average difference between the numerical and experimental peak acceleration was 9%. These results allowed the validation of the numerical model proposed. The comfort analysis of the floor indicated that the Brazilian standard ANBT NBR 6118 (2014) does not provide sufficient provisions to avoid excessive vibrations in floors with prestressed hollow core slabs. The results showed that the shear keys and the structural topping were crucial to ensure acceptable levels of vibration.

Keywords: hollow core slabs, dynamic analysis, human comfort, vibration, floors.

SUMÁRIO

Agradecimentos	vii
Resumo	ix
Abstract.....	xi
1- Introdução.....	17
1.2 Objetivos.....	18
1.3 Justificativa	19
1.4 Metodologia	19
2 Revisão bibliográfica.....	21
2.1 Lajes alveolares.....	21
2.1.1 Ligações.....	23
2.1.2 Dimensionamento das lajes alveolares	25
2.1.2.1 Dimensionamento à flexão.....	26
2.1.2.2 Dimensionamento ao cisalhamento.....	27
2.1.2.3 Deslocamento limite.....	28
2.1.2.4 Fissuração.....	29
2.1.2.5 Relação vão/espessura da laje	29
2.2 Aspectos da dinâmica	30
2.2.1 Frequências naturais e modos de vibração	30
2.2.2 Amortecimento	31
2.2.3 Efeitos da força axial - protensão	35
2.2.4 Comportamento do concreto sob ações dinâmicas.....	37
2.3 Ensaio dinâmicos.....	37
2.3.1 Análise Modal Operacional	38
2.3.1.1 Funções de densidade espectral da resposta.....	41
2.3.1.2 Estimativa das frequências naturais	42
2.3.1.3 Estimativa das deformadas modais	43
2.3.1.4 Estimativa do coeficiente de amortecimento	43
2.3.2 Ensaio acústico para caracterização dos materiais	44
2.4 Vibrações provocadas por atividades humanas	47

2.5	Percepção humana da vibração estrutural	50
2.6	CrITÉrios de avaliaçŁo do nÍvel de vibraçŁo.....	53
2.6.1	Reiher-Meister	53
2.6.2	Escala modificada de Reiher-Meister	54
2.6.3	ISO 2631-2.....	55
2.6.4	ABNT NBR 6118.....	56
2.6.5	MÉtodo do impacto do calcanhar - CritÉrio do CAN3-16.1 – M85, apÊndice G 57	
2.6.6	Limites de aceleraçŁo e velocidade - (BACHMANN et al., 1997).....	58
2.6.7	AISC Design Guide	59
2.6.8	FIB para lajes alveolares	60
2.6.9	PCI	61
2.7	ComentÁrios.....	62
3	Metodologia.....	65
3.1	Dimensionamento segundo normas de projeto	70
3.2	AnÁlise experimental.....	70
3.2.1	Painel isolado	70
3.2.2	Pavimento com chaves de cisalhamento	72
3.2.3	Pavimento com capa de concreto.....	74
3.2.4	Procedimentos de ensaio	77
3.2.5	Procedimentos de anÁlise dos resultados	79
3.3	Modelagem numÉrica do pavimento	83
3.3.1	Painel isolado	84
3.3.2	Pavimento com chaves de cisalhamento.....	85
3.3.3	Pavimento com capa de concreto.....	87
4	Resultados e discussŁes	91
4.1	CaracterizaçŁo dos materiais empregados.....	91
4.2	FrequÊncias naturais, modos de vibraçŁo e amortecimentos	92
4.3	NÍveis de vibraçŁo com o caminhar	98
4.4	ComparaçŁo com critÉrios de conforto	100
4.4.1	ComentÁrios	105
4.5	MÉtodo sugerido para modelagem numÉrica de pavimentos em lajes alveolares... 106	
5	ConclusŁo	107
	ApÊndice A – Resumo dos critÉrios de dimensionamento à flexŁo.....	117

Apêndice B – Resumo dos critérios de dimensionamento ao cisalhamento	123
Apêndice C – Dimensionamento do painel de laje alveolar ensaiado.....	131
C.1 Dimensionamento segundo a NBR 14861	131
C.2 Dimensionamento segundo ACI 318	133
C.3 Dimensionamento segundo o FIB	134

1- Introdução

Os pavimentos constituídos por lajes alveolares são considerados eficientes do ponto de vista estrutural, uma vez que são capazes de vencer grandes vãos devido à combinação de sua seção geométrica, constituída por uma grande porcentagem de vazios (que pode variar de 30% até 50%, dependendo da seção), com a protensão. Isso favorece a sua ampla utilização na construção civil. Por essa razão, essas lajes representam cerca de 40% a 60% do mercado de pisos pré-moldados, atingindo uma produção mundial anual de cerca de 200 milhões de m² (FIB, 2011).

No entanto, em razão do aumento das resistências dos materiais na construção civil, da evolução das ferramentas de análise estrutural e dimensionamento dos elementos, bem como também o uso cada vez mais frequente da protensão, as lajes alveolares, bem como outras estruturas de concreto armado tornaram-se cada vez mais esbeltas. Como resultado, muitas vezes, são projetadas estruturas que apesar de suportarem os carregamentos das combinações de Estado Limite Último e atenderem às verificações de Estado Limite de Serviço, como flechas e aberturas de fissuras, apresentam comportamento dinâmico inadequado.

Esse comportamento inadequado é evidente em certas estruturas nas quais o caminhar de pessoas sobre o pavimento gera vibrações claramente perceptíveis ou desconfortáveis, causando no usuário uma sensação de insegurança ou mesmo pânico.

Grande parte dos problemas atuais nos edifícios é relativa aos Estados Limites de Serviço. Isso ocorre devido à dificuldade de se analisar se a estrutura atende ou não aos Estados Limites de Serviço, uma vez que esses limites são menos claros que no Estado Limite Último. Existem Estados Limites de Serviço que podem ser facilmente definidos matematicamente, como é o caso de flechas e fissuras. No entanto, se o estado limite de serviço depende da resposta subjetiva humana (percepção da vibração, incômodo, medo) os limites são menos claros (PAVIC e REYNOLDS, 2002a).

Do ponto de vista do projeto, a análise estática das estruturas é bem compreendida. No entanto, a análise dinâmica ainda mostra-se um assunto desconhecido para grande parte dos projetistas, pois não é dada a devida atenção nos cursos de Engenharia Civil.

Segundo BACHMANN (1987), é crescente o número de casos nos quais estruturas apresentam vibrações excessivas com atividades humanas. Estas situações ocorrem

principalmente quando ações dinâmicas moderadas são tratadas como estáticas e o efeito dinâmico é subestimado.

Ao analisar a bibliografia referente às vibrações em pavimentos, percebe-se que diversos textos abordam a vibração em pavimentos mistos (vigas de aço e lajes de concreto). No entanto, informações referentes às particularidades dos pavimentos com lajes alveolares são escassas.

DIÓGENES (2010) analisou, por meio de modelos numéricos e métodos analíticos, a frequência natural de elementos isolados de lajes alveolares com diversos vãos. Em alguns casos, a frequência natural do elemento de laje alveolar foi inferior a 3 Hz, valor não indicado para pisos.

JOHANSSON (2009) estudou numericamente e experimentalmente o comportamento de lajes alveolares sujeitas ao caminhar. Sua pesquisa mostrou que algumas combinações de vão e seção podem apresentar vibrações excessivas.

Dessa forma, um estudo detalhado da sensibilidade à vibração dos pavimentos com lajes alveolares mostra-se necessário.

1.2 Objetivos

O objetivo geral da pesquisa é avaliar a susceptibilidade dos pavimentos de lajes alveolares às vibrações excessivas geradas por ações humanas, especificamente o caminhar.

Os objetivos específicos são:

- Analisar o nível de vibração em pavimento real de lajes alveolares;
- Avaliar o comportamento dinâmico de pavimentos com lajes alveolares considerando painéis isolados, com chaves de cisalhamento e com capa estrutural;
- Obter metodologia de análise numérica representativa dos níveis vibracionais gerados pelo caminhar em lajes alveolares.

1.3 Justificativa

No Brasil, a análise dinâmica das estruturas civis não é corriqueiramente realizada e pouca ênfase é dada nesse tópico. No entanto, é comum encontrar obras que vibrem de maneira perceptível, causando incômodo ao usuário, principalmente em edificações destinadas a escolas, escritórios e *shopping centers*. Pesquisas sobre o assunto são importantes para ampliar e difundir o conhecimento no meio técnico.

As lajes alveolares apresentam vantagens econômicas e técnicas que justificam sua ampla utilização, inclusive para vencer grandes vãos. Dessa forma, é necessário verificar se as normas para dimensionamento estrutural desses elementos garantem o conforto dos usuários frente às vibrações geradas por ações humanas.

1.4 Metodologia

A avaliação da sensibilidade a vibrações dos pavimentos com lajes alveolares é realizada por meio das seguintes etapas:

1. Revisão bibliográfica com o objetivo de compreender o comportamento dinâmico de pisos, os tipos de ações dinâmicas provocadas por atividades humanas e os limites de conforto estabelecidos pelas normas internacionais;
2. Estudo das normas de projeto estrutural de lajes alveolares a fim de possibilitar o dimensionamento das lajes a serem analisadas;
3. Estudo experimental de pavimento representativo a fim de determinar a influência das chaves de cisalhamento, ligação laje-viga e da capa estrutural nos parâmetros modais da estrutura;
4. Simulação numérica com modelos carregados dinamicamente e calibrados com os parâmetros modais obtidos no estudo experimental, visando estimar as acelerações da estrutura durante o caminhar de pessoas. A simulação numérica foi realizada no programa computacional Abaqus[®].

5. Análise dos resultados obtidos considerando-se os limites de conforto estabelecidos por normas internacionais.

Tanto a etapa 2 quanto a etapa 5 dependem do tipo de uso do pavimento. A utilização determina a carga acidental a ser considerada no dimensionamento da laje, bem como o limite de conforto a vibrações para esse tipo de usuário. Dessa forma, essa pesquisa se concentra no caso de pavimentos de escritórios e escolas, uma vez que usuários “parados” e em atividades que exigem concentração como a leitura percebem com maior facilidade a vibração. Além disso, nessa pesquisa o enfoque foi a vibração causada pelo caminhar.

O estudo experimental em escala real foi realizado em um pavimento de edifício em concreto pré-moldado destinado para uso comercial descrito no Capítulo 3.

2 Revisão bibliográfica

2.1 Lajes alveolares

Os pisos em concreto pré-moldado são uma solução econômica e versátil para qualquer tipo de edifício. Em todo o mundo, aproximadamente metade dos pavimentos são em concreto pré-moldado. Eles oferecem vantagens econômicas e de projeto em relação a pisos de concreto moldado no local, pisos em sistemas mistos de concreto e aço e pisos de madeira (ELLIOTT, 2002).

De acordo com ELLIOTT (2002), as vantagens de pisos em concreto pré-moldado são:

- Produção fora do local definitivo, que garante elementos com alta resistência e durabilidade;
- Montagem rápida de pisos de grandes vãos.

Painéis de lajes alveolares são atualmente o tipo de piso de concreto pré-moldado mais empregado no mundo. Esses painéis se originaram na Alemanha e tiveram sua técnica muito difundida e desenvolvida na Alemanha e nos Estados Unidos. Os alvéolos podem possuir forma circular, ovalada, retangular, etc (EL DEBS, 2000). A Figura 1 mostra alguns tipos de alvéolos comumente utilizados.

O tipo de alvéolo depende da altura e uso da laje: os alvéolos com grande diâmetro resultam em unidades mais leves com baixa resistência ao cisalhamento; alvéolos pequenos são utilizados para aumentar o peso da laje a fim de melhorar o desempenho acústico; alvéolos menores ou em posição diferente são utilizados para aumentar o cobrimento dos cabos. Lajes altas utilizam alvéolos grandes e chanfros para o cobrimento adequado dos cabos (FIB, 2011).

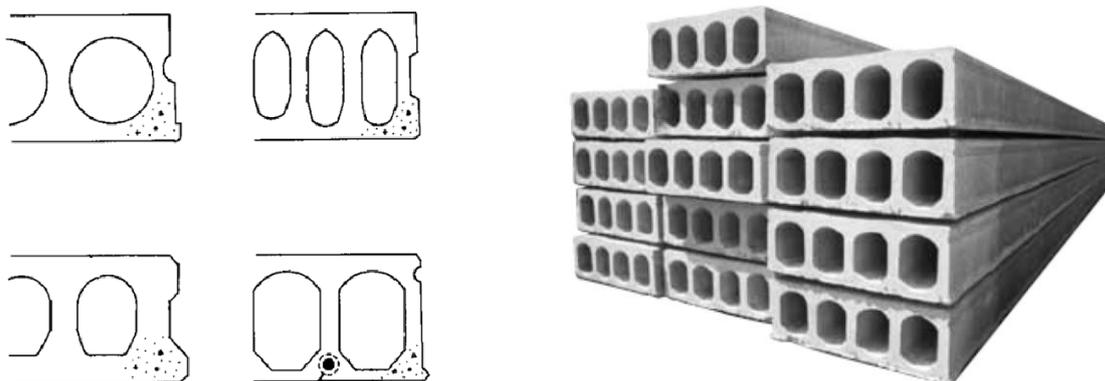


Figura 1. Exemplos de formatos de alvéolos (fonte: FIB, 2011)

As lajes alveolares podem ser projetadas com ou sem a previsão de capa de concreto moldado no local. Os vãos livres variam de 5 a 20 m e as alturas das seções variam de 150 mm a 300 mm, podendo alcançar, em alguns casos, 500 mm. A relação entre o vão e a altura é de até 50. A Figura 2 mostra a evolução dos painéis alveolares (EL DEBS, 2000).

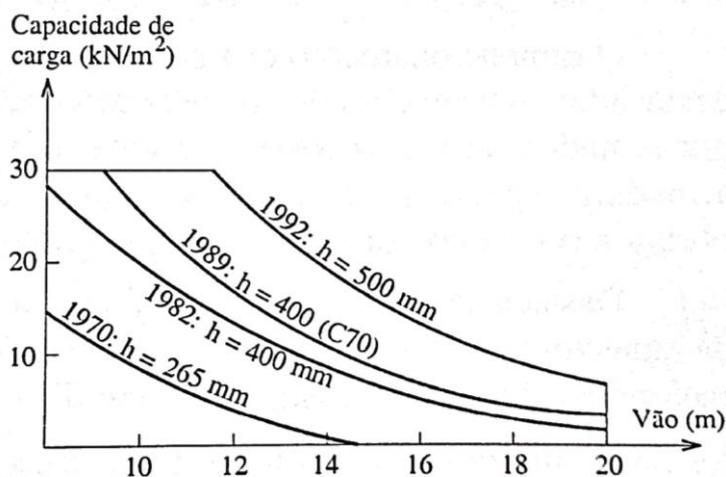


Figura 2 - Evolução dos painéis alveolares (fonte: JANHUNEN, 1996 apud EL DEBS, 2000)

A capa estrutural é utilizada para aumentar a resistência à flexão e ao cisalhamento, reduzir a armadura de protensão, melhorar o efeito diafragma, e, além disso, no caso de estruturas de piso, garantir o nivelamento da superfície da laje para aplicação do revestimento.

Os painéis alveolares se diferenciam de outros elementos fletidos por não possuir armadura para resistir à força cortante. Além disso, eles geralmente possuem apenas armadura ativa na parte inferior e, às vezes, também na superior (EL DEBS, 2000).

2.1.1 Ligações

As ligações mais comuns entre lajes e paredes ou lajes adjacentes transferem as forças e eventualmente o momento fletor. A Figura 3 (a) mostra uma ligação típica de laje x laje sobre viga; pode-se posicionar armaduras longitudinais apenas entre os painéis ou também criar aberturas na laje para posicioná-los. A Figura 3 (b) ilustra a ligação sobre paredes; a primeira mostra a ligação periférica e a segunda a ligação laje x laje. Em todos os casos são posicionadas armaduras transversais e longitudinais à laje a fim de melhorar a redundância e integridade da estrutura, dessa forma, apesar de existir armadura longitudinal, esses tipos de ligação não transferem momento fletor (FIB, 2011).

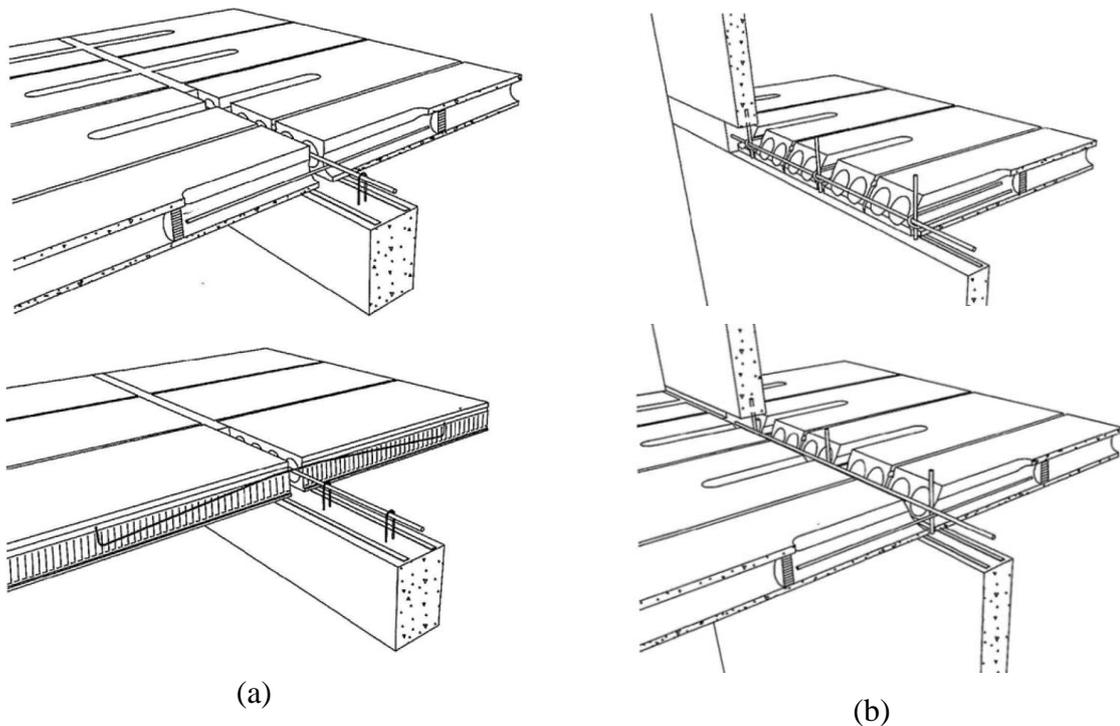


Figura 3. Tipos comuns de ligações (a) laje-laje, (b) parede-laje (fonte: FIB, 2011)

Alternativamente às ligações indicadas na Figura 3, com armaduras posicionadas apenas nos apoios, pode-se utilizar armadura em malha sobre toda a laje, caso seja utilizada capa estrutural.

Os painéis alveolares possuem em sua lateral uma reentrância que, quando concretada, forma uma chave de cisalhamento para garantir a ligação entre os painéis adjacentes, e, assim, distribuir melhor os esforços entre os painéis. Além disso, é comum utilizar uma armadura de distribuição sobre a laje, na capa moldada in loco (Figura 4).

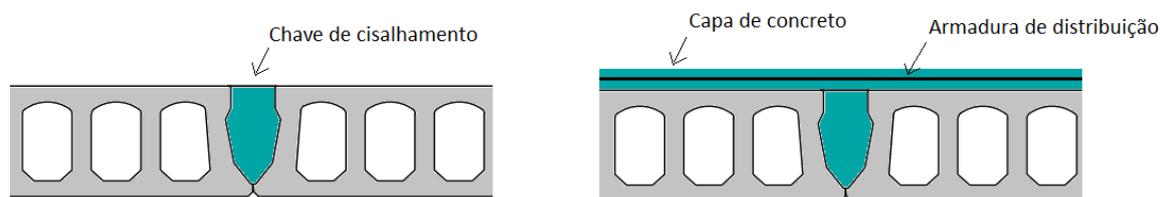


Figura 4. Ligação entre painéis adjacentes

A chave de cisalhamento e a armadura nos apoios (Figura 3) são importantes tanto para transferir as forças horizontais para os elementos de contraventamento quanto para evitar o colapso progressivo. O efeito diafragma é relevante na resistência da estrutura às ações laterais nos edifícios de múltiplos pavimentos (EL DEBS, 2000).

De acordo com EL DEBS (2000), os painéis alveolares de concreto protendido são normalmente projetados como laje simplesmente apoiada armada em uma direção. De forma geral, a transferência de momentos negativos no apoio não é utilizada. No entanto, devido às armaduras na meia altura da seção dos apoios (utilizadas para transferir esforços no plano da laje), bem como a capa de concreto, ocorrem momentos negativos de baixa intensidade.

No entanto, atualmente existem estudos nacionais a respeito do uso da continuidade nas lajes alveolares, conforme pode ser visto em PETRUCCELLI; CARVALHO (2010), CAMILLO (2012) e SANTOS (2014).

Apesar da continuidade das lajes alveolares na direção longitudinal não ser usualmente considerada nos projetos estruturais, ela pode aumentar a rigidez da laje e por isso seu efeito no comportamento dinâmico das lajes foi analisado no ensaio experimental.

2.1.2 Dimensionamento das lajes alveolares

De acordo com ELLIOTT (2002), mais de 90% dos pisos pré-moldados são protendidos. É necessário verificar todos os modos possíveis de ruptura, dentre eles: resistência do apoio, resistência à força cortante, resistência à flexão, limites de flechas, manuseio/ transporte dos elementos. Em geral, com o aumento do vão e a redução da carga aplicada, o modo de ruptura predominante no dimensionamento se modifica, conforme ilustrado na Figura 5.

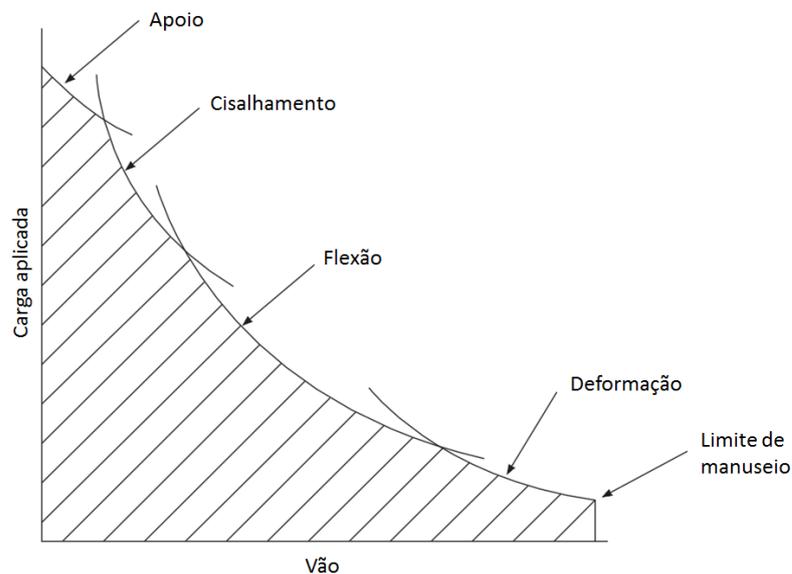


Figura 5. Representação esquemática das características carga x vão para elementos fletidos (ELLIOTT, 2002)

ELLIOTT (2002) não comenta sobre a verificação às vibrações, que também não é incluída na representação da Figura 5. No entanto, sabe-se que as vibrações são, muitas vezes, o limitante no projeto de pisos para baixos carregamentos e grandes vãos.

PAVIC e REYNOLDS (2002a) sugerem um roteiro para projeto de pisos em concreto com pós-tensão, mostrado na Figura 6. Esse procedimento também é adequado para projeto de lajes alveolares, uma vez que os elementos também são protendidos. No entanto, no caso das lajes alveolares, não é usual o uso de armadura transversal. Os autores recomendam que a verificação da vibração seja feita em uma etapa inicial do projeto, pois atualmente ela tem sido determinante na escolha da estrutura.

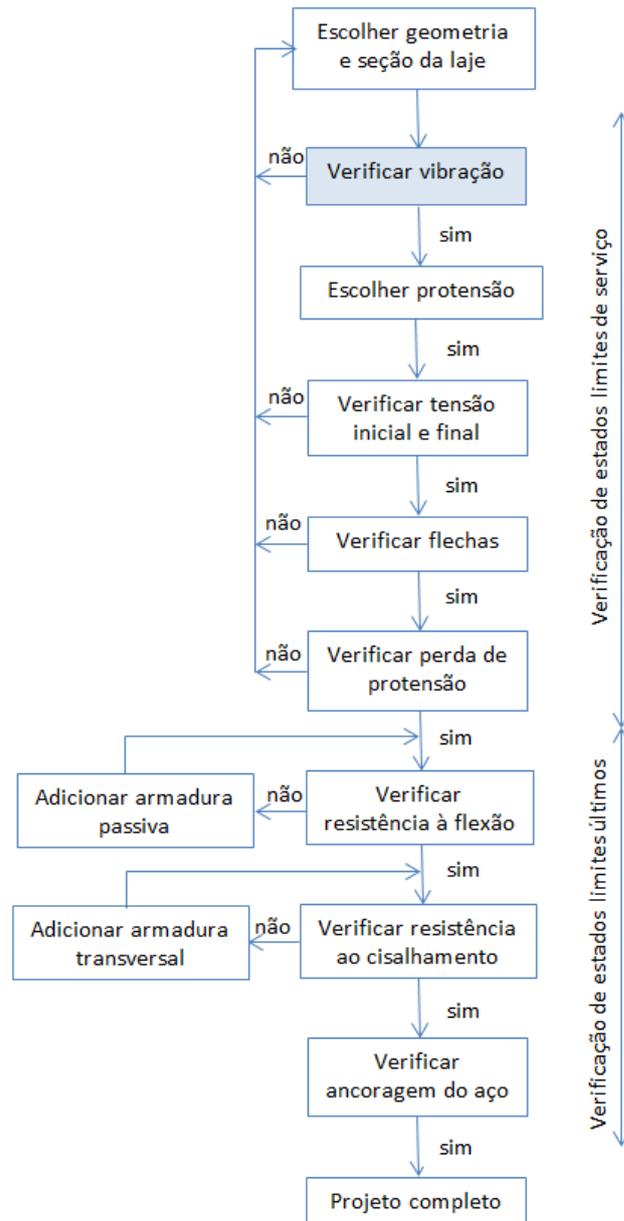


Figura 6. Procedimento de projeto de lajes com pós-tensão (traduzido de PAVIC e REYNOLDS (2002a))

2.1.2.1 Dimensionamento à flexão

A Tabela 1 indica as verificações necessárias para dimensionamento à flexão de cada norma, maiores detalhes podem ser encontrados no Apêndice A.

Tabela 1. Verificações consideradas no dimensionamento à flexão

	NBR ¹	ACI 318 ²	FIB ³
Liberação da protensão: tensão máxima de compressão	sim	sim	não
Liberação da protensão: tensão máxima de tração	sim	sim	sim
Em serviço (ELS): tensão máxima de compressão	sim	sim	não
Em serviço (ELS): tensão máxima de tração	sim	sim	sim
¹ NBR 14861 (ABNT, 2011)			
² ACI 318 (ACI, 2011) e PCI (2010)			
³ FIB (2011)			

2.1.2.2 Dimensionamento ao cisalhamento

As lajes alveolares, em geral, não possuem armadura transversal. Toda a resistência ao cisalhamento deve ser garantida pelo concreto. Em alguns casos é empregado preenchimento nos alvéolos a fim de se aumentar a resistência ao cisalhamento.

Na Tabela 2 são indicadas as verificações necessárias para dimensionamento ao cisalhamento de lajes alveolares sem o preenchimento dos alvéolos, o Apêndice B traz maiores informações a respeito do dimensionamento ao cisalhamento.

Tabela 2 - Verificações consideradas no dimensionamento ao cisalhamento

Norma	Verificações
NBR ¹	tração diagonal no concreto na nervura do alvéolo, tensão de cisalhamento somada às tensões de tração devidas à protensão ou flexão e compressão diagonal
ACI ²	verificação da resistência ao cisalhamento considerando a contribuição do concreto e de uma eventual armadura de cisalhamento
FIB ³	resistência ao cisalhamento em região não fissurada, dada pela tensão principal de tração na seção transversal em comparação com a resistência à tração do concreto
¹ NBR 14861 (ABNT, 2011)	
² ACI 318 (ACI, 2011) e PCI (2010)	
³ FIB (2011)	

2.1.2.3 Deslocamento limite

Os limites de deslocamento são estabelecidos para se evitar flechas excessivas que possam gerar danos em elementos não estruturais, vibrações excessivas, acúmulo de água, etc. A Tabela 3 mostra os limites propostos por cada norma para cada caso.

Tabela 3 - Deslocamentos limites

	NBR	ACI 318	FIB
Evitar vibrações excessivas	1/350*	-	-
Pavimentos que suportam elementos não estruturais	1/500**	1/480**	1/500*
Pavimentos que não suportam elementos não estruturais	1/250***	1/350***	1/500*
* deslocamento considerando apenas carregamento variável			
** deslocamento considerando cargas após a instalação do elemento			
*** deslocamento considerando todas as cargas			

2.1.2.4 Fissuração

A fissuração ocorre quando a tensão de tração solicitante supera a resistência à tração do concreto. No caso das lajes alveolares, o nível de protensão é elevado, de forma que toda a seção transversal encontra-se comprimida. Nos casos em que há tração, as normas limitam a tensão de tração ao valor da resistência à tração, conforme mostrado no item 2.1.2.1. Dessa forma, não é necessário verificar a fissuração, pois ela não ocorre.

2.1.2.5 Relação vão/espessura da laje

Existem algumas recomendações quanto ao valor máximo da relação vão/espessura da laje. O Canadian Precast/Prestressed Concrete Institute (CPCI, 2013) recomenda que a máxima relação seja de 45 para pisos de lajes alveolares. A recomendação do ACI (2011) é que a relação do vão/espessura geralmente não deve exceder 42 para pisos. No entanto, esse limite pode ser aumentado para 48 desde que as deflexões ao longo do tempo, contra-flecha, frequências naturais e amplitudes das vibrações estejam adequadas.

A ABNT NBR 6118 (ABNT, 2014) determina espessuras mínimas para as lajes maciças e cita a ANBT NBR 14861 (ABNT, 2011) para determinar a dimensão mínima das lajes alveolares protendidas. No entanto, essa norma não estabelece limite para a relação vão/espessura da laje alveolar.

Conforme citado anteriormente, altos níveis de protensão permitem obter lajes com relação vão/espessura da ordem de 50 (EL DEBS, 2000). Por serem estruturalmente seguras e a norma brasileira não limitar a relação vão/espessura, no Brasil as lajes podem possuir atualmente relação superior ao limite recomendado pelo CPCI e ACI.

2.2 Aspectos da dinâmica

2.2.1 Frequências naturais e modos de vibração

A equação do movimento para o sistema com múltiplos graus de liberdade (MGDL) pode ser formulada através do equilíbrio das forças associadas a cada grau de liberdade. São quatro as forças envolvidas em qualquer ponto i : força externa $p_i(t)$ e as forças resultantes do movimento, ou seja, inércia $f_{Ii}(t)$, amortecimento $f_{Di}(t)$ e elástica $f_{Si}(t)$. Representando em forma matricial, o equilíbrio de forças é:

$$f_I + f_D + f_S = P(t) \quad \text{Equação 1}$$

considerando que:

$$f_S = K.V \quad \text{Equação 2}$$

$$f_D = C.\dot{V} \quad \text{Equação 3}$$

$$f_I = M.\ddot{V} \quad \text{Equação 4}$$

Tem-se:

$$K.V + C.\dot{V} + M.\ddot{V} = P(t) \quad \text{Equação 5}$$

Sendo:

K : matriz de rigidez da estrutura

C : matriz de amortecimento viscoso da estrutura

M : matriz de massa da estrutura

V : vetor de deslocamento

\dot{V} : vetor de velocidade

\ddot{V} : vetor de aceleração

A frequência natural pode ser obtida para um sistema considerando vibração livre sem amortecimento, representado pela Equação 6.

$$K.V + M.\ddot{V} = 0 \quad \text{Equação 6}$$

Considerando que a solução para a equação é do tipo $V = \varphi_i e^{\lambda_i t}$, obtém-se a solução para o problema de auto valores e auto vetores:

$$(K - (-\lambda_i^2)M)\varphi_i = 0 \quad \text{Equação 7}$$

Sendo:

φ_i (nx1): auto vetores reais do sistema, que representam os modos de vibração

$-\lambda_i^2$: auto valores reais do sistema, que são iguais ao quadrado das frequências angulares ω_i (rad/s)

As frequências naturais da estrutura dependem portanto do vão, do sistema estático, da sua rigidez e massa. De forma geral, a frequência natural decresce com o aumento do vão, porém pode diferir amplamente em estruturas de vão similar (BACHMANN; AMMANN, 1987).

Estruturas flexíveis possuem baixa frequência natural e, no caso de estruturas de concreto pré-moldado, as ligações influenciam a flexibilidade, e conseqüentemente, a frequência natural. Outro fator que modifica a frequência é o estado de fissuração do concreto, pois quanto mais danificado, menor será a sua rigidez (ALMEIDA; NÓBREGA; HANAI, 2005).

MAST (2001) ressalta que a frequência natural de um pavimento é importante por dois motivos: primeiramente porque tem grande influencia nas vibrações geradas pelas forças dinâmicas e também por determinar como os usuários irão perceber as vibrações, uma vez que certas frequências ressoam com órgãos internos do corpo humano, tornando essas frequências mais incômodas.

2.2.2 Amortecimento

No caso de vibração forçada, o fator de amortecimento (ξ) possui um grande impacto na amplificação dos deslocamentos na ressonância. Isso é claramente percebido na Figura 7, que

mostra a resposta de um sistema de um grau de liberdade à vibração forçada harmônica. O fator de amplificação dinâmica na proximidade da frequência natural da estrutura depende significativamente do fator de amortecimento.

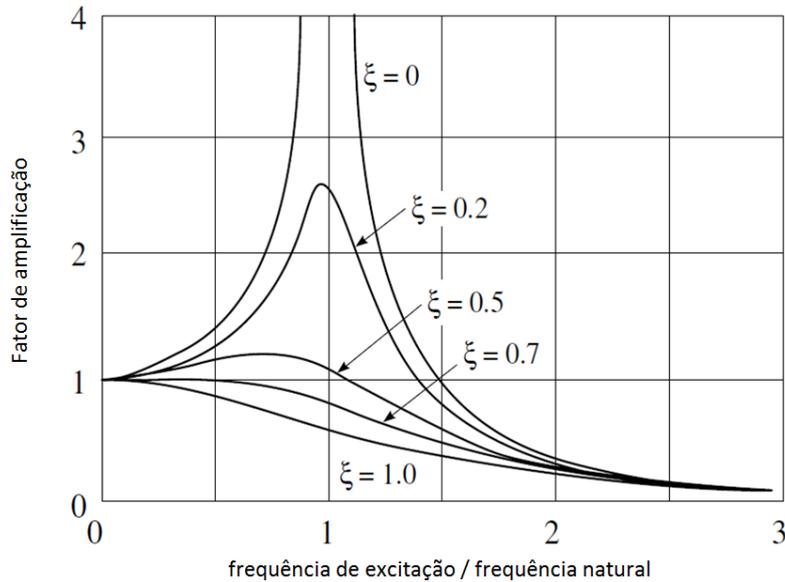


Figura 7. Variação do fator de amplificação dinâmica com o amortecimento e a frequência (CLOUGH; PENZIEN, 1975)

O amortecimento está relacionado à perda de energia do sistema, não dependendo apenas do material da estrutura. Divisórias do edifício, massa, rigidez das ligações e sistema estrutural influenciam no valor do amortecimento (LIMA; SANTOS, 2008). A Figura 8 mostra os tipos de amortecimento mais importantes.

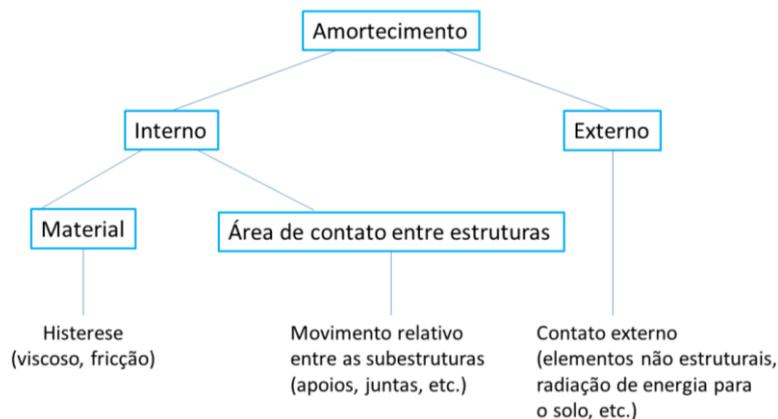


Figura 8. Diferentes tipos de amortecimento (traduzido de BACHMANN et al. (1997))

O fenômeno físico e os mecanismos que causam o amortecimento não são bem compreendidos. O amortecimento é geralmente um resultado de diversos mecanismos de dissipação de energia na estrutura, as contribuições individuais são extremamente difíceis de serem avaliadas (PAVIC e REYNOLDS, 2002a)

Estruturas grandes, tais como pisos, perdem a energia de vibração de duas formas principais: (1) através da dissipação entre as divisões da estrutura, e (2) através da dispersão da energia de vibração que é propagada para longe da estrutura (PAVIC e REYNOLDS, 2002a).

Por depender de diversos fatores, não é possível calcular ou estimar valores confiáveis para o amortecimento. Experiências com estruturas similares podem fornecer valores mais adequados e, sempre que possível, o amortecimento deve ser obtido através de medições nas estruturas. Deve ser notado que o amortecimento em edifícios e componentes do edifício geralmente depende da amplitude das vibrações e isso deve ser considerado quando se realizar medições para análise da resposta dinâmica (ISO, 2007).

O amortecimento material de elementos de concreto armado na faixa quase elástica (sem escoamento da armadura) mostra algumas características especiais principalmente devido à fissuração. O amortecimento depende fortemente do nível de tensões. A Figura 9 mostra a taxa de amortecimento equivalente (ξ) de um elemento fletido em função da intensidade das tensões atuantes (BACHMANN et al., 1997).

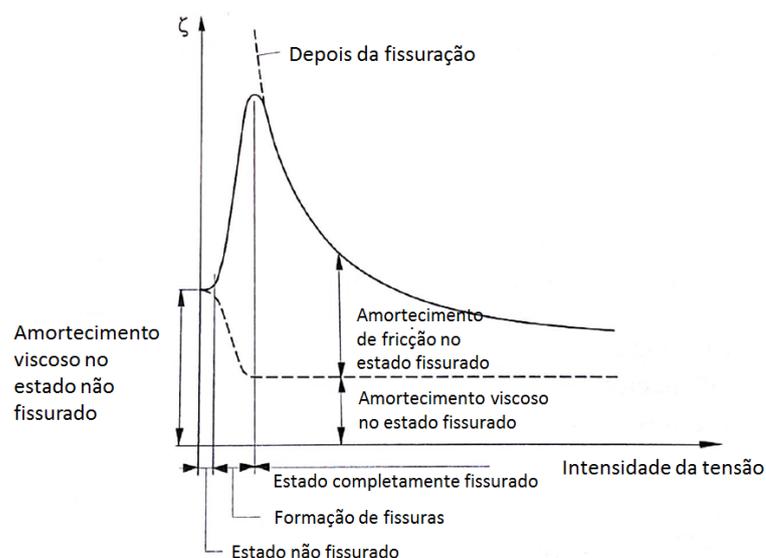


Figura 9. Taxa de amortecimento equivalente em um elemento de concreto armado em diferentes estados (traduzido de BACHMANN et al. (1997))

Para baixa intensidade de tensão, correspondentes ao estado não fissurado, a taxa de amortecimento é relativamente baixa, $\xi < 1\%$. Com a formação das fissuras a taxa de amortecimento aumenta. No estado final fissurado, mas ainda com baixa intensidade de tensões, o amortecimento é relativamente alto, talvez o dobro ou triplo do valor inicial do estado não fissurado. Com o aumento da intensidade das tensões a taxa de amortecimento decresce rapidamente, e pode tender a um valor maior que o inicial do estado não fissurado (BACHMANN et al., 1997).

Segundo BACHMANN et al. (1997), o comportamento do amortecimento no concreto pode ser explicado da seguinte forma:

- No estado não fissurado um amortecimento quase perfeitamente viscoso ocorre no concreto.
- No estado fissurado dois tipos de amortecimento ocorrem:
 - Amortecimento quase perfeitamente viscoso no concreto na parte não fissurada e comprimida
 - Amortecimento quase perfeitamente de atrito devido à fricção entre o concreto e a armadura na região tracionada e fissurada.

A Figura 10 mostra a região fissurada de um elemento fletido com o respectivo modelo massa-mola-amortecedor adotado. O amortecimento na região comprimida é modelado como um amortecedor viscoso, o amortecimento na região tracionada por um amortecedor de fricção. A mola representa a rigidez à flexão do elemento e m representa a massa (BACHMANN et al., 1997).

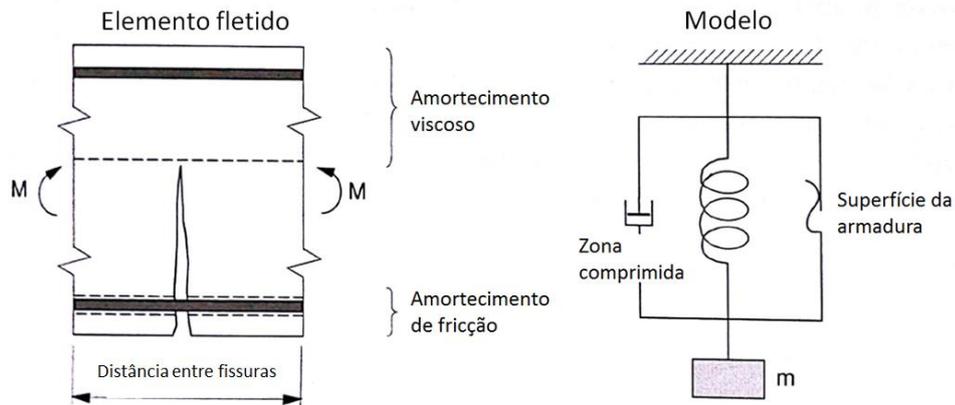


Figura 10. Elemento fletido fissurado e modelo de amortecimento material para o concreto armado (traduzido de BACHMANN et al. (1997))

Pesquisas tem enfatizado o efeito que o amortecimento tem na percepção humana da vibração. MURRAY *apud* PCI (1998) analisou diversos pavimentos e concluiu que nos casos com amortecimento acima de 5,5 a 6% do amortecimento crítico, os sistemas estruturais são aceitáveis, ao passo que amortecimentos menores resultam em estruturas com comportamento dinâmico inadequado. Os guias para quantificar o amortecimento são escassos e os disponíveis fornecem informações aproximadas.

2.2.3 Efeitos da força axial - protensão

De acordo com CLOUGH e PENZIEN (1975), forças axiais que tendem a causar instabilidade da estrutura podem ter um efeito significativo na rigidez da estrutura. As forças axiais geram componentes de força adicionais (F_g) que atuam na direção (e sentido) do deslocamento nodal. Essas forças resultantes da força axial dependem do deslocamento da estrutura e podem ser expressas por uma matriz de rigidez geométrica (K_g):

$$F_g = K_g \cdot V \tag{Equação 8}$$

Introduzindo essa expressão na equação de equilíbrio dinâmico da estrutura, obtém-se:

$$K \cdot V + C \cdot \dot{V} + M \cdot \ddot{V} - K_g \cdot V = P(t) \tag{Equação 9}$$

O sinal negativo resulta do fato que a força F_g contribui para a deflexão. Assim, percebe-se que a rigidez final da estrutura pode ser calculada pela Equação 10. A matriz \bar{K} é chamada de matriz de rigidez combinada, pois inclui os efeitos elásticos e geométricos.

$$\bar{K} = K - K_g \quad \text{Equação 10}$$

Conforme PAVIC e REYNOLDS (2002b) ressaltam, a protensão interna no concreto não gera forças adicionais na direção do deslocamento nodal, uma vez que não há efeito de segunda ordem com a protensão: os cabos se deslocam junto com a estrutura. Isso pode ser claramente observado na Figura 11. Dessa forma, as forças de protensão interna não devem ser consideradas na análise dinâmica das estruturas de concreto protendido.

Como pode ser observado na Figura 11, forças axiais externas ao elemento devem ser consideradas na análise dinâmica, pois quando o elemento se deforma surgem efeitos de segunda ordem. Essa situação ocorre em pilares, elementos com protensão externa, etc.

Ao se analisar uma estrutura, deve-se observar se a força axial gera ou não efeitos de segunda ordem, a fim de saber se essa força deve ser considerada no modelo.

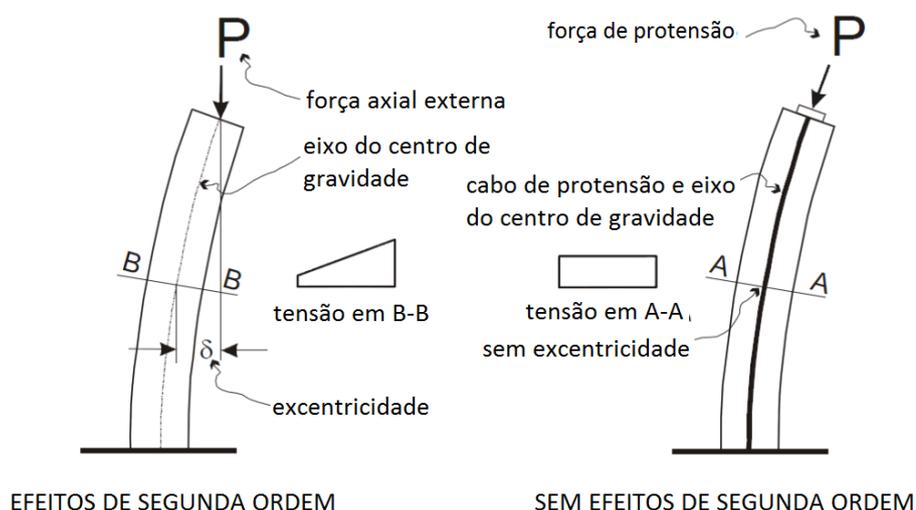


Figura 11. Efeito das forças axiais (modificado de PAVIC e REYNOLDS (2002b))

2.2.4 Comportamento do concreto sob ações dinâmicas

Sob ações dinâmicas, grande parte das propriedades dos materiais, tais como o módulo de elasticidade, resistência e limites de deformação, são diferentes se comparados com os valores obtidos para carregamento lento ou quase estático. A mudança é geralmente expressa em função da taxa de deformação e em alguns casos em função da taxa de tensão ou de carregamento. A taxa de deformação é expressa em razão do tempo, conforme Equação 11 (BACHMANN et al., 1997).

$$\dot{\varepsilon} = \frac{d\varepsilon}{dt} \quad \text{Equação 11}$$

Em grande parte dos problemas de vibração, a média da taxa de deformação raramente excede $\dot{\varepsilon} = 0,1 \text{ s}^{-1}$ de forma que mudanças nas propriedades dos materiais são apenas moderadas. Um efeito maior ocorre quando $\dot{\varepsilon}$ varia de 1 a 10 s^{-1} , típico em casos de forças de impacto (BACHMANN et al., 1997).

O módulo de elasticidade do concreto é de fundamental importância para a determinação da frequência natural bem como da resposta dinâmica da estrutura. Dessa forma, na análise dinâmica, deve ser considerado o módulo de elasticidade dinâmico do concreto.

De acordo com MEHTA e MONTEIRO (2005), o módulo de elasticidade dinâmico corresponde a uma pequena deformação instantânea e é aproximadamente 20, 30 e 40 por cento maior que o módulo de elasticidade estático para alta, média e baixa resistência respectivamente.

2.3 Ensaios dinâmicos

Nessa seção serão apresentados brevemente aspectos teóricos sobre os métodos de ensaio utilizados nessa pesquisa. Primeiramente é apresentada a Análise Modal Operacional, utilizada para ensaio no pavimento e em seguida explica-se o ensaio acústico para caracterização dos materiais do pavimento.

2.3.1 Análise Modal Operacional

As técnicas experimentais permitem obter parâmetros tais como amortecimento e características de fadiga que só podem ser obtidos de maneira empírica. Da mesma forma, também só é possível validar níveis de excitação estimados ou assumidos através de testes cuidadosamente realizados. Dessa forma, é possível perceber que técnicas experimentais desempenham um papel central no processo de projeto. Sem elas, previsões de projeto permanecem invalidadas e precisam ser provadas da maneira difícil: levar a serviço e expor ao risco de falha (EWINS, 2000).

A primeira técnica experimental amplamente utilizada é a Análise Modal Experimental (EMA), na qual mede-se a resposta e também a excitação que causa a resposta, de forma a relacionar esses dois dados, o que permite definir uma relação entre eles. A Análise Modal Experimental (EMA) é um campo bem estabelecido e com fundamento teórico consistente (RAINIERI; FABBROCINO, 2014).

A Figura 12 ilustra um teste genérico para análise modal experimental (EMA) com o movimento medido através de um transdutor (geralmente um acelerômetro) e a força de excitação é medida por outro transdutor. Os sinais desses transdutores são amplificados eletronicamente e analisados (MCCONNELL; VAROTO, 2008).

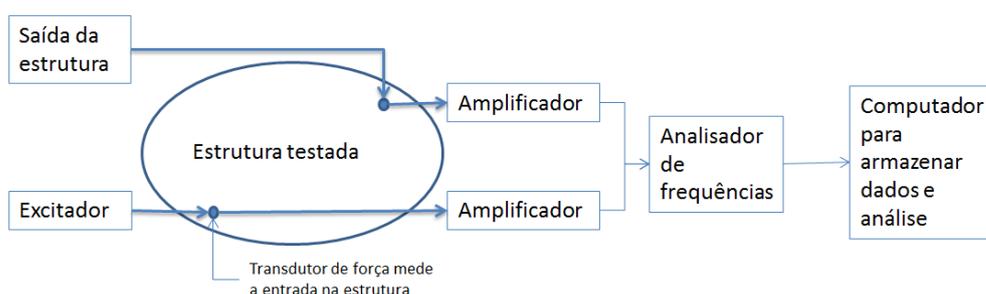


Figura 12 - Itens de um teste genérico de EMA (adaptado de MCCONNELL e VAROTO (2008))

De acordo com RAINIERI e FABBROCINO (2014), a EMA tem sido utilizada em diversos campos, tais como engenharia automotiva, engenharia aeronáutica, indústrias e engenharia civil. No entanto, a identificação dos parâmetros modais se torna mais desafiadora no caso de

estruturas de engenharia civil, devido à sua grande dimensão e baixa faixa de frequências. A aplicação de uma excitação controlada e medida é geralmente um processo complexo que requer instrumentos caros e pesados. Por essa razão, a comunidade de engenheiros civis tem focado nas oportunidades oferecidas pela Análise Modal Operacional (OMA). A OMA pode ser definida como um procedimento de teste modal que permite estimar experimentalmente os parâmetros modais da estrutura a partir de medições apenas da resposta de vibração. A ideia é tirar proveito da excitação natural e livre existente devido a forças do ambiente e forças operacionais (vento, tráfego, microtremores, etc.) para substituir a excitação artificial. Uma vez que OMA necessita apenas de medidas da resposta dinâmica de estruturas sob condições operacionais, ela também é conhecida por outros nomes, tais como: identificação modal com vibração ambiental ou análise modal “output-only”.

Ao longo dos anos, OMA tem evoluído como uma disciplina autônoma, no entanto, a maior parte dos métodos da OMA foi desenvolvida a partir dos procedimentos da EMA, de forma que elas dividem as mesmas bases teóricas. No entanto, enquanto os procedimentos da EMA foram desenvolvidos com base determinística, os métodos da OMA possuem viés estocástico (RAINIERI; FABBROCINO, 2014).

No caso de estruturas civis, a OMA é extremamente atrativa, pois os testes são baratos, rápidos e não interferem no uso normal da estrutura. Além disso, a identificação dos parâmetros modais representam o comportamento real da estrutura sob condições operacionais, uma vez que eles se referem aos níveis de vibração realmente presentes na estrutura e não a uma vibração artificialmente gerada. No entanto, a baixa amplitude da condição de vibração operacional requer sensores com grande sensibilidade e baixo ruído e uma cadeia de medições de alta performance (RAINIERI; FABBROCINO, 2014).

A excitação ambiental é vantajosa quando se testa grandes estruturas civis, no entanto, a aquisição dos dados e posterior processamento requer atenção adicional para que se tenham resultados satisfatórios. Além disso, como o engenheiro não tem controle da excitação aplicada, a identificação de modos próximos pode ser uma tarefa complicada comparada à EMA (RAINIERI; FABBROCINO, 2014).

Finalmente, deve-se salientar que as características dinâmicas são avaliadas para baixas amplitudes de vibração, o que deve ser considerado principalmente para o coeficiente de

amortecimento, cujo valor deve ser reavaliado caso as ações sejam de grande intensidade (RODRIGUES, 2004).

Na Análise Modal Operacional a excitação da estrutura não é medida, sendo desconhecida sob o ponto de vista determinístico. Isso faz com que algumas hipóteses sejam consideradas, assim, assume-se que as forças de excitação podem ser representadas através de um processo estocástico gaussiano de tipo ruído branco (com densidade espectral constante) com média nula (RODRIGUES, 2004).

Apesar das diferenças em relação à excitação, a Análise Modal Operacional consiste das mesmas etapas para Análise Modal Experimental (RAINIERI; FABBROCINO, 2014):

- 1) **Planejamento e execução dos testes:** nessa etapa deve-se definir a configuração do teste e os parâmetros para aquisição dos dados.
- 2) **Processamento dos dados e identificação dos parâmetros modais:** nessa etapa deve-se validar e realizar o pré-tratamento dos dados obtidos, alguns processamentos de sinais (como por exemplo, funções de correlação, PSD, transmissibilidade, etc.) e a estimativa de parâmetros modais.
- 3) **Validação dos parâmetros modais estimados**

De acordo com FELBER (1993), para se obter valores confiáveis de frequências naturais, amortecimento e deformadas modais a partir da Análise Modal Operacional, deve-se verificar se as seguintes condições são respeitadas:

- 4) **Linearidade:** a estrutura deve se comportar como um sistema linear.
- 5) **Excitação:** assume-se que todos os modos de interesse da estrutura são excitados de maneira significativa.
- 6) **Modos bem separados e com amortecimento menor que 5% do amortecimento crítico:** garante que a resposta na frequência natural seja dominada apenas pelo respectivo modo de vibração e que os picos de densidade espectral de potência (PSD) podem ser usados para identificar as frequências naturais.

2.3.1.1 Funções de densidade espectral da resposta

As funções de densidade espectral podem ser definidas de três formas diferentes (BENDAT; PIERSOL, 2011):

- a) Via funções de correlação;
- b) Via transformadas discretas de Fourier;
- c) Via operações de filtragem, quadratura e médias.

De acordo com RODRIGUES (2004), a maneira mais eficiente de se avaliar as funções de densidade espectral da resposta de um sistema é através da determinação das transformadas discretas de Fourier (DFT).

Um método não-paramétrico popular para se estimar o espectro é pela média e ponderação do periodograma (também conhecido como periodograma de Welch). A ponderação significa que o sinal é ponderado por uma das janelas clássicas (Bartlett, Hamming, Hanning, etc) para reduzir o efeito de escorregamento (leakage) (PEETERS, 2000). No caso dos sinais aleatórios, usa-se normalmente a janela de Hanning.

A explicação que se segue do cálculo da densidade espectral da resposta através do método de Welch foi resumida de PEETERS (2000).

O método de Welch começa calculando-se a Transformada Discreta de Fourier (DFT) do sinal ponderado:

$$Y(e^{j\omega\Delta t}) = \sum_{k=0}^{N-1} w_k y_k e^{-j\omega k\Delta t} \quad \text{Equação 12}$$

Sendo w_k a função da janela, no caso da janela de Hanning, w_k pode ser calculada por:

$$w_k = 0,5 \cdot \left(1 - \cos \frac{2\pi t}{T}\right) \quad \text{Equação 13}$$

Sendo T o comprimento do segmento de tempo analisado.

Se N é potência de 2, a DFT pode ser eficientemente calculada nas frequências discretas ω (Equação 14) usando-se a FFT.

$$\omega = \frac{l}{N} \frac{2\pi}{\Delta t}, l = 0, \dots, N - 1 \quad \text{Equação 14}$$

Uma estimativa não tendenciosa do espectro do periodograma ponderado, ou seja, a DFT da Equação 12 multiplicada pelo seu complexo conjugado transposto e escalonado pelo quadrado da norma da janela, pode ser calculada de acordo com a Equação 15:

$$\hat{S}_y(e^{j\omega\Delta t}) = \frac{1}{\sum_{k=0}^{N-1} |w_k|^2} Y(e^{j\omega\Delta t}) Y^T(e^{-j\omega\Delta t}) \quad \text{Equação 15}$$

A variação da estimativa é reduzida dividindo-se o sinal em segmentos, calculando-se os periodogramas ponderados de cada segmento e realizando-se a média. A estimativa do espectro em Equação 15 produz uma matriz de posto um (um vetor coluna multiplicado por um vetor linha). Realizar a média dos segmentos aumenta o posto da estimativa porque diversas estimativas de posto um são adicionadas (PEETERS, 2000).

Como as janelas de dados reduzem significativamente a amplitude do sinal nas extremidades de cada segmento, é comum utilizar uma sobreposição dos segmentos, de forma a aproveitar melhor toda a informação do registro. No caso da janela de Hanning, a sobreposição de 66,7% é que mais otimiza o aproveitamento das informações, no entanto, a sobreposição de 50% é comumente utilizada (RODRIGUES, 2004).

Os elementos da diagonal principal da matriz de funções de densidade espectral das respostas são designados por auto-espectros, enquanto os demais são espectros cruzados.

2.3.1.2 Estimativa das frequências naturais

A maneira mais simples para se estimar os parâmetros modais da estrutura sujeita a vibrações ambientais é o chamado método de seleção de picos (ou método básico no domínio da frequência).

De acordo com FELBER (1993), as frequências naturais podem ser determinadas através dos picos nos gráficos do auto-espectro ou das funções de densidade espectral para dados de aceleração devido à vibração aleatória.

2.3.1.3 Estimativa das deformadas modais

A estimativa da deformada modal associada à frequência natural estimada é determinada utilizando uma série de dados simultaneamente gravados para diversos pontos na estrutura. Dessa forma, pode-se utilizar a transmissibilidade, entre uma resposta de referência r e as restantes respostas observadas j para avaliar as componentes modais Φ_{ij} nas frequências de ressonância ω_i , ou seja (FELBER, 1993):

$$\Phi_{ij} \approx H_{1i}(r \rightarrow j) = \frac{\widetilde{G}_{y_i}[r, j]}{\widetilde{G}_{y_i}[r, r]} \quad \text{Equação 16}$$

sendo $\widetilde{G}_{y_i}[r, j]$ o espectro cruzado de r e j e $\widetilde{G}_{y_i}[r, r]$ o auto-espectro no ponto de referência.

2.3.1.4 Estimativa do coeficiente de amortecimento

A fim de se caracterizar completamente a estrutura, deve-se determinar o amortecimento modal. PEETERS (2000) sugere que seja utilizado o método da Banda de Meia Potência.

Assume-se que ω_1 e ω_2 são frequências à esquerda e à direita, o mais próximo possível da frequência natural ω_i , na qual a magnitude de um certo elemento da matriz de espectros é metade da magnitude de ressonância. O amortecimento é então calculado por:

$$\xi_i = \frac{\omega_2 - \omega_1}{2\omega_i} \quad \text{Equação 17}$$

No entanto, apesar de sugerir a utilização desse método, PEETERS (2000) adverte que essa estimativa não é muito precisa. RODRIGUES (2004) ressalta que os valores obtidos através da Banda de Meia Potência são em geral uma sobre-estimativa devido principalmente ao efeito de escorregamento (leakage), que, apesar de minimizado com a utilização de janelas, de dados, ainda afetam o cálculo do amortecimento.

Outra maneira de se estimar o coeficiente de amortecimento é através do decremento logarítmico. Neste método, é realizada uma transformada inversa de Fourier na região de ressonância e, com os dados no domínio do tempo (Figura 13), calcula-se o amortecimento pela Equação 18 (BACHMANN et al., 1997).

$$\Lambda = \frac{1}{r} \cdot \ln \left(\frac{A_i}{A_{i+r}} \right) \quad e \quad \xi \approx \frac{\Lambda}{2\pi} \quad \text{Equação 18}$$

Sendo:

r = número de períodos entre os picos analisados

A_i = amplitude do pico

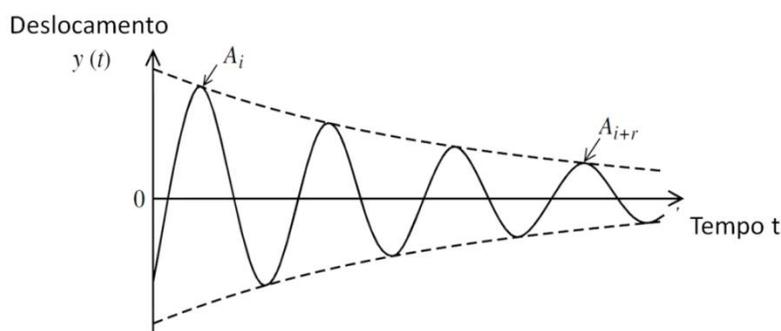


Figura 13 – Resposta de um oscilador simples (fonte: SILVA (2007))

2.3.2 Ensaio acústico para caracterização dos materiais

O módulo de elasticidade dinâmico do concreto foi obtido em laboratório através de um ensaio não destrutivo para caracterização do material. Trata-se de um ensaio acústico, que se baseia nas frequências do som para determinar as propriedades elásticas do material.

No ensaio, cujo esquema é ilustrado na Figura 14, o corpo-de-prova é posicionado sobre fios em um pórtico, visando simular a situação livre-livre, e um impacto é aplicado ao corpo-de-prova de forma a excitar determinados modos de vibração. O som emitido pelo material do corpo-de-prova é então captado por um microfone, conectado a um computador, que analisa as frequências predominantes no som.

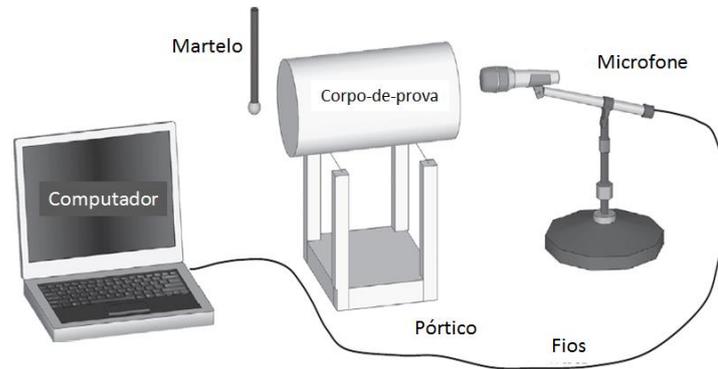


Figura 14 - Esquema do ensaio acústico (fonte: HAACH et al. (2013))

A análise das frequências e do módulo de elasticidade dinâmico é realizada com o programa computacional SONELASTIC[®]. O programa realiza a transformada de Fourier do sinal do som e o usuário identifica manualmente as frequências correspondentes ao primeiro modo flexional e longitudinal, conforme ilustra a Figura 15. Em seguida é aplicada a equação indicada pela ASTM C215-14 (ASTM, 2014) para se determinar o módulo de elasticidade dinâmico E, em Pascals, a partir da frequência fundamental e das características geométricas do corpo-de-prova.

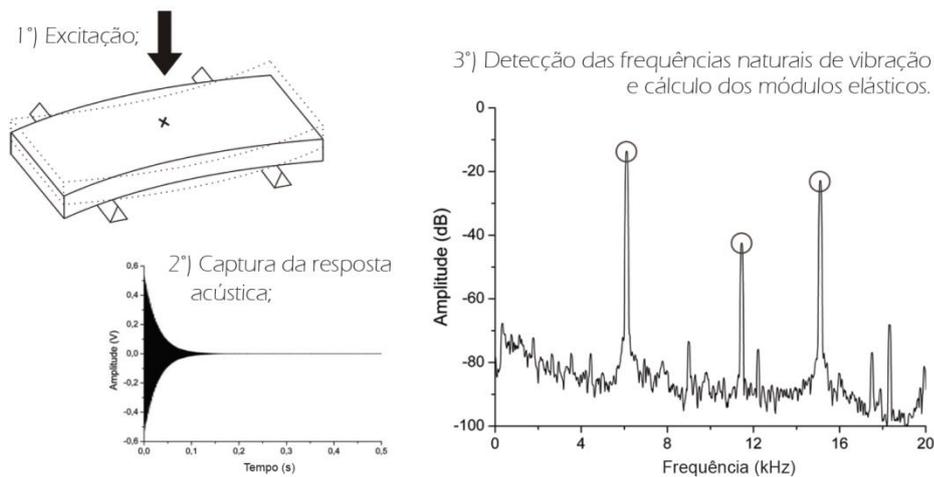


Figura 15 - Esquema da técnica de excitação por impulso (Fonte: ATCP Engenharia Física (2014))

A Equação 19 é indicada para cálculo do módulo de elasticidade dinâmico para corpos-de-prova cilíndricos com a frequência fundamental flexional.

$$E_{fl} = 1,6067 \left(\frac{L^3}{D^4} \right) m \cdot f_n^2 T_1' \quad \text{Equação 19}$$

Sendo:

L = comprimento do corpo-de-prova

D = diâmetro do corpo-de-prova

m = massa do corpo-de-prova

f_n = frequência natural fundamental flexional

T_1' = fator de correção para o modo fundamental flexional dado por:

$$T_1' = 1 + 4939(1 + 0,0752\nu + 0,8109\nu^2) \left(\frac{D}{L} \right)^2 - 0,4883 \left(\frac{D}{L} \right)^4 - \left[\frac{4,691(1 + 0,2023\nu + 2,173\nu^2) \cdot \left(\frac{D}{L} \right)^4}{1 + 4,754(1 + 0,1408\nu + 1,536\nu^2) \cdot \left(\frac{D}{L} \right)^2} \right]$$

ν = coeficiente de Poisson

A Equação 20 é recomendada para obtenção do módulo de elasticidade dinâmico para a frequência fundamental longitudinal e corpo-de-prova cilíndrico.

$$E_{long} = 5,093 \left(\frac{L}{D^2} \right) m \cdot f_n^2 \quad \text{Equação 20}$$

O programa computacional SONELASTIC[®] também permite obter o amortecimento do material, que é calculado através do método do decremento logarítmico. A Figura 16 ilustra em azul a amplitude ao longo do tempo após um impacto na amostra e a curva em vermelho representa o comportamento utilizando o amortecimento calculado a partir do experimento.

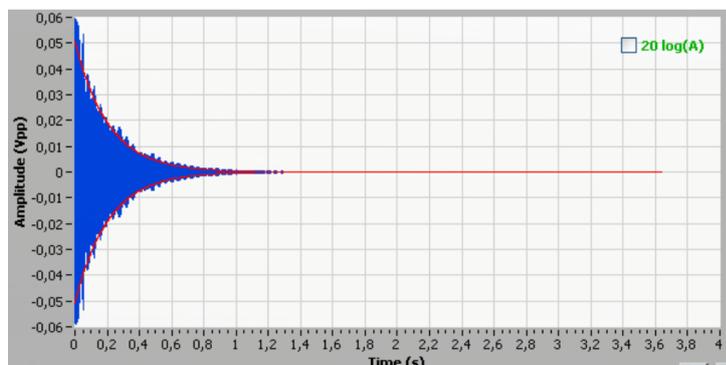


Figura 16 - Amplitude ao longo do tempo para cálculo do amortecimento (Fonte: ATCP Engenharia Física)

Ressalta-se que nesse ensaio o corpo-de-prova está sujeito a baixas tensões, de forma que o módulo de elasticidade dinâmico e o amortecimento obtidos devem ser utilizados sabendo-se que seus valores podem distinguir dos encontrados em concreto com maior nível de tensões.

2.4 Vibrações provocadas por atividades humanas

Segundo BACHMANN e AMMANN (1987), as atividades humanas podem gerar forças dinâmicas de natureza periódica ou transiente. Essas ações podem causar efeitos indesejáveis como esforços solicitantes excessivos em elementos estruturais, danos em elementos não estruturais, vibrações e ruídos intoleráveis aos usuários.

O movimento de multidões pode ser aleatório ou sincronizado, porém a sincronia perfeita é impossível. As pessoas tendem a sincronizar seus movimentos baseados em sinais sonoros e visuais e ao movimento de outras pessoas que estejam por perto (FAÍSCA, 2003).

A frequência dominante no caso de pessoas em caminhada normal fica entre 1,5 e 2,5 Hz, sendo que neste intervalo a frequência cresce com a velocidade da caminhada. No entanto, durante a caminhada existem momentos em que ambos os pés estão em contato com o piso, de modo que a ação dinâmica total acaba tendo componentes no 2º e 3º harmônicos da frequência dominante (BACHMANN; AMMANN, 1987).

Ao se estudar o ciclo do caminhar, é possível obter a distribuição das forças de contato geradas pelo contato do pé com o chão ao longo do tempo, conforme mostrado na Figura 17.

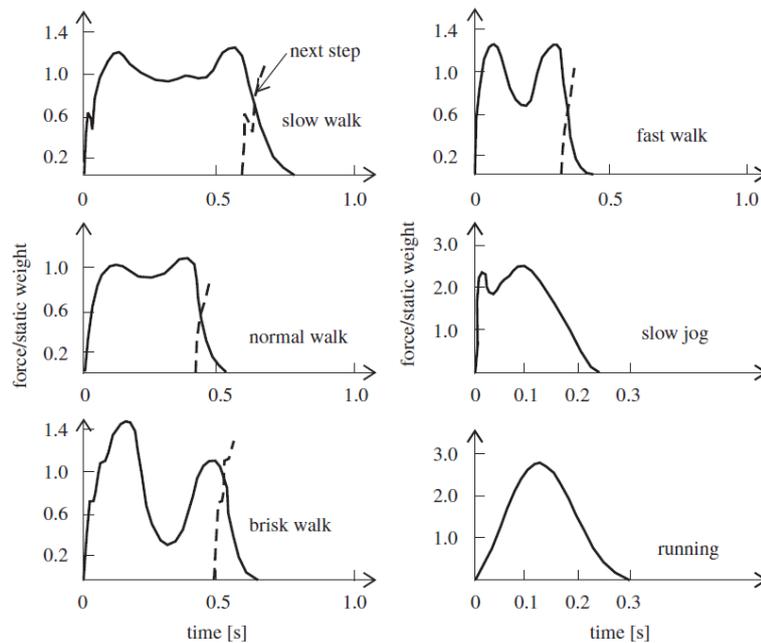


Figura 17 - Padrão de forças verticais típicas para diferentes tipos de atividades humanas (WHEELER, apud RACIC *et al.*, 2009)

Apesar desse padrão variar entre indivíduos, é possível descrever uma força dinâmica normalizada para cada atividade. A função de força para uma atividade humana pode ser matematicamente representada por uma série de Fourier (Equação 21) (BACHMANN *et al.*, 1997).

$$F_p(t) = G + \sum_{i=1}^n G \cdot \alpha_i \cdot \text{sen}(2\pi i f_p t - \phi_i) \quad \text{Equação 21}$$

onde:

G = peso de uma pessoa ($G=800$ N)

α_i = coeficiente de Fourier do i -ésimo termo

f_p = frequência da atividade (Hz)

ϕ_i = ângulo de fase do i -ésimo harmônico relativo ao primeiro harmônico

i = número do i -ésimo harmônico

n = número total de harmônicos

Os coeficientes de Fourier e os ângulos de fase para algumas atividades humanas foram obtidas através de pesquisas experimentais e são mostradas na Tabela 4.

Tabela 4 - Forças dinâmicas normalizadas (BACHMANN *et al.* 1997)

Atividade	Frequência (Hz)		Coeficiente de Fourier e ângulo de fase				
			α_1	α_2	ϕ_2	α_3	ϕ_3
Andar	vertical	2,0	0,4	0,1	$\pi/2$	0,1	$\pi/2$
		2,4	0,5				
	frente	2,0	0,2	0,1			
	lateral	2,0	$\alpha_{1/2} = 0,1$	$\alpha_{3/2} = 0,1$			
Correr		2,0 a 3,0	1,6	0,7		0,2	
Pular	normal	2,0	1,8	1,3	*	0,7	*
		3,0	1,7	1,1	*	0,5	*
	alto	2,0	1,9	1,6	*	1,1	*
		3,0	1,8	1,3	*	0,8	*
Dançar		2,0 a 3,0	0,5	0,15		0,1	
Aplaudir	normal	1,6	0,024	0,010		0,009	
		2,4	0,047	0,024		0,015	
	intenso	2,0	0,170	0,047		0,037	
* $\phi_2 = \phi_3 = \pi(1-f_p t_p)$							

Os coeficientes de Fourier utilizados para representar o carregamento dinâmico não levam em consideração a flexibilidade da estrutura em que está sendo realizada a atividade. Além disso, essas equações consideram um único indivíduo, não explicitando como representar uma multidão (FAÍSCA, 2003).

No entanto, a pesquisa realizada por Polensek (1970) apud PAVIC e REYNOLDS (2002a) constatou que uma única pessoa caminhando é a causa mais frequente de vibrações incômodas em residências e escritórios.

O caminhar é uma atividade que varia tanto no tempo quanto no espaço. A utilização da série de Fourier para representar a atividade humana permite descrever a variação da força ao longo

do tempo, no entanto a variação no espaço não é contemplada, uma vez que o carregamento é em geral aplicado em um ponto fixo da estrutura.

A fim de simular com maior precisão a força dinâmica gerada pelo caminhar, foi incorporada a variação da força no espaço, por meio da metodologia proposta por MELLO et al. (2007). Nessa metodologia de carregamento, considera-se a distância do passo associada à frequência do caminhar de 1,856 Hz como sendo de 0,69 m e é aplicado o carregamento em pontos sucessivos, espaçados em 0,69 m, com duração de $1/1,856 \text{ Hz} = 0,5388 \text{ s}$. A variação da força no tempo segue a representação por série de Fourier indicada na Equação 21. Ressalta-se que o carregamento não é aplicado em dois pontos simultaneamente, os carregamentos são sempre consecutivos.

2.5 Percepção humana da vibração estrutural

O desconforto produzido por vibrações em todo o corpo depende da magnitude, a frequência da vibração, direção da vibração, posição na qual a vibração entra em contato com o corpo e a duração da vibração. Também depende da postura e orientação do corpo, além de variar entre os indivíduos (GRIFFIN, 1996).

Existem algumas diferenças nos limites de conforto publicados, no entanto diversos estudos em condições experimentais similares mostraram razoável concordância entre diferentes limites (GRIFFIN, 1996).

A vibração em edifícios quase sempre é perceptível e geralmente causa incômodo aos usuários antes de causar danos à estrutura. O baixo limiar para a percepção humana da vibração mostra que a resposta humana ao movimento é uma consideração importante para estruturas como edifícios e pontes (GRIFFIN, 1996).

Diversos guias e normas oferecem um método para avaliar a vibração em edifícios. Alguns apenas se preocupam com a vibração e seu efeito na edificação, enquanto outros são principalmente direcionados para avaliar a resposta humana para vibrações de magnitudes maiores que as usuais em edifícios (GRIFFIN, 1996).

THUONG e GRIFFIN (2012) estudaram o efeito da direção da vibração de 4 Hz em pessoas em pé sujeitas a vibrações horizontais e observaram que esse efeito é diferente do assumido em normas atuais e também se difere dos efeitos para pessoas sentadas. Essa diferença pode ser explicada pelo fato das normas se basearem em estudos do desconforto em pessoas sentadas. Isso possivelmente ocorre pela maior instabilidade postural de pessoas em pé.

No entanto, quando as vibrações são verticais, pessoas sentadas e em pé possuem respostas similares (THUONG; GRIFFIN, 2011).

Diversos pesquisadores obtiveram curvas de conforto para pessoas em pé sujeitas a vibração vertical (Figura 18). Apesar dos estudos utilizarem diferentes métodos psicológicos e condições de ensaio, todos os resultados sugerem maior sensibilidade à aceleração vertical na faixa de 5 a 8 Hz (THUONG; GRIFFIN, 2011).

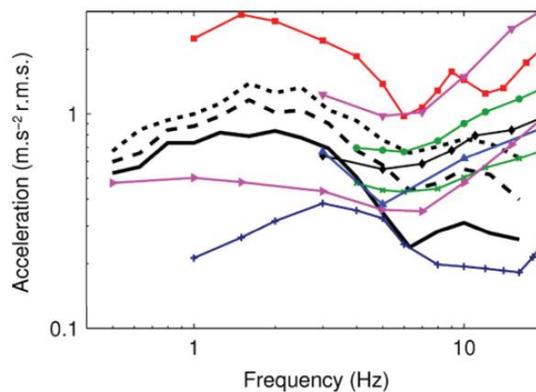


Figura 18. Contornos de conforto obtidos com vibração vertical (THUONG; GRIFFIN, 2011)

A explicação para a maior sensibilidade humana à aceleração vertical na faixa de 5 a 8 Hz é simples se o corpo humano for considerado como um sistema dinâmico linear de massas, molas e amortecedores (Figura 19). Acelerações na faixa de frequência de 5 a 8 Hz atuam como uma excitação na base do corpo inteiro, causando ressonância com alguns órgãos que podem ser facilmente percebida em uma pessoa saudável (PAVIC e REYNOLDS, 2002b)

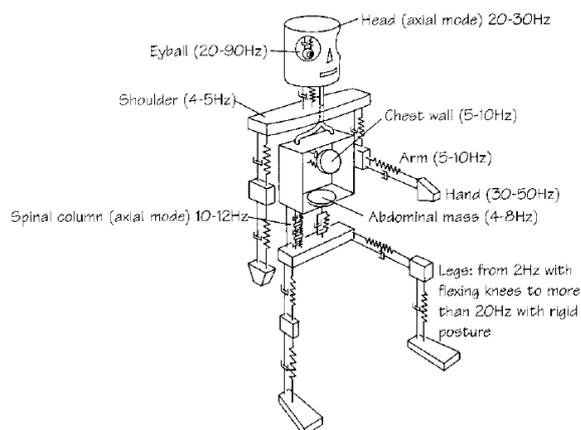


Figura 19. Modelo massa-mola do corpo humano (Smith et al. 1996 apud PAVIC e REYNOLDS, 2002b)

Uma vez que a sensibilidade humana é dependente da frequência, o método de ponderação da aceleração pela frequência é utilizado. ISO 2631-1 (ISO, 2003) fornece ponderador geral para acelerações, conforme mostra a Figura 20. Dessa forma, o nível de vibração pode ser normalizado para o mesmo nível de desconforto independente da frequência (PAVIC e REYNOLDS, 2002b).

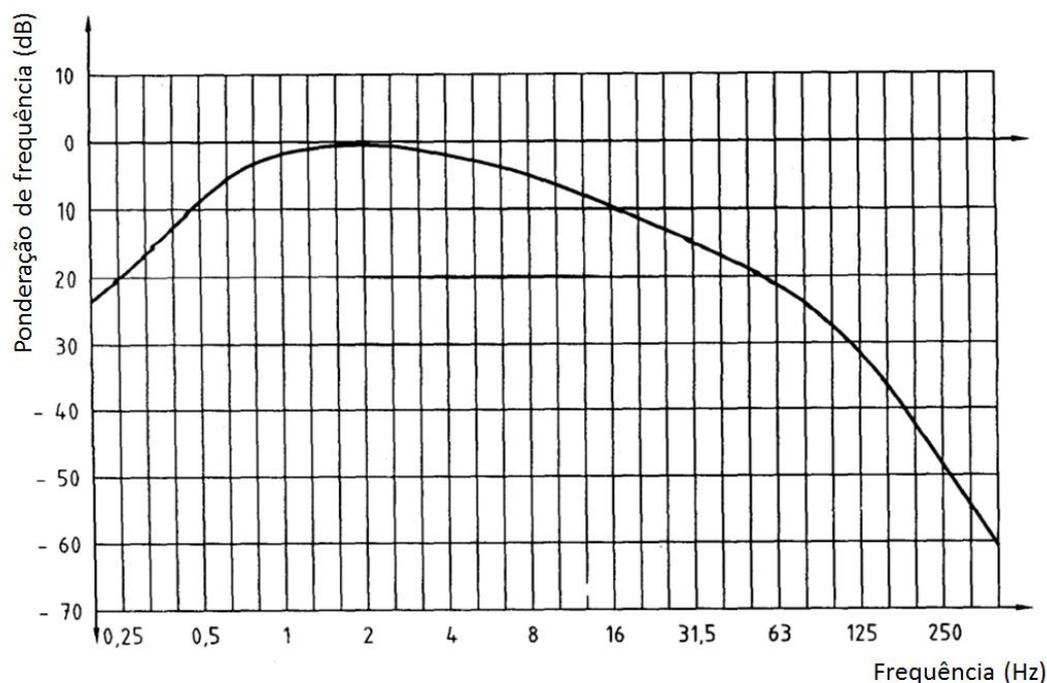


Figura 20. Curva de ponderação para aceleração (ISO, 2003)

Depois de serem ponderadas, o meio mais comum para se obter um único valor para as vibrações para compará-las com os limites é calcular o valor quadrático médio (RMS – Root Mean Square) do histórico das acelerações ponderadas utilizando a seguinte fórmula (PAVIC e REYNOLDS, 2002a).

$$RMS \text{ aceleração} = \left(\frac{\int_{t_1}^{t_2} a_w^2(t) dt}{t_2 - t_1} \right)^{1/2} \quad \text{Equação 22}$$

De acordo com PAVIC e REYNOLDS (2002a), os critérios de conforto que se baseiam no RMS fornecem pouca informação a respeito do tempo utilizado para cálculo da média ($T = t_2 - t_1$). Rasmussen afirma que um intervalo de 1s a 60s é geralmente utilizado para estudo de vibração humana em geral. Eriksson (1994¹ apud PAVIC e REYNOLDS (2002a)) propõe 10s como sendo o tempo mais apropriado para cálculo da aceleração RMS para pisos.

2.6 Critérios de avaliação do nível de vibração

Existem diversos critérios para analisar se o pavimento atende aos níveis de conforto recomendados. Alguns mais citados serão apresentados brevemente.

2.6.1 Reiher-Meister

Um estudo pioneiro realizado por Reiher em 1931 definiu uma escala de tolerância humana a vibrações utilizando a amplitude de pico e a frequência. Para isso utilizou-se vibrações constantes aplicadas por 5 minutos (LJUNGGREN; WANG; ÅGREN, 2007). Reiher e Meister propuseram curvas de conforto em termos do deslocamento de pico (Figura 21).

¹ ERIKSSON, P. E., Vibration of Low Frequency Floors – Dynamic Forces and Response Prediction. PhD Thesis (in English). Chalmers University of Technology, Goteborg, Sweden. 1994.

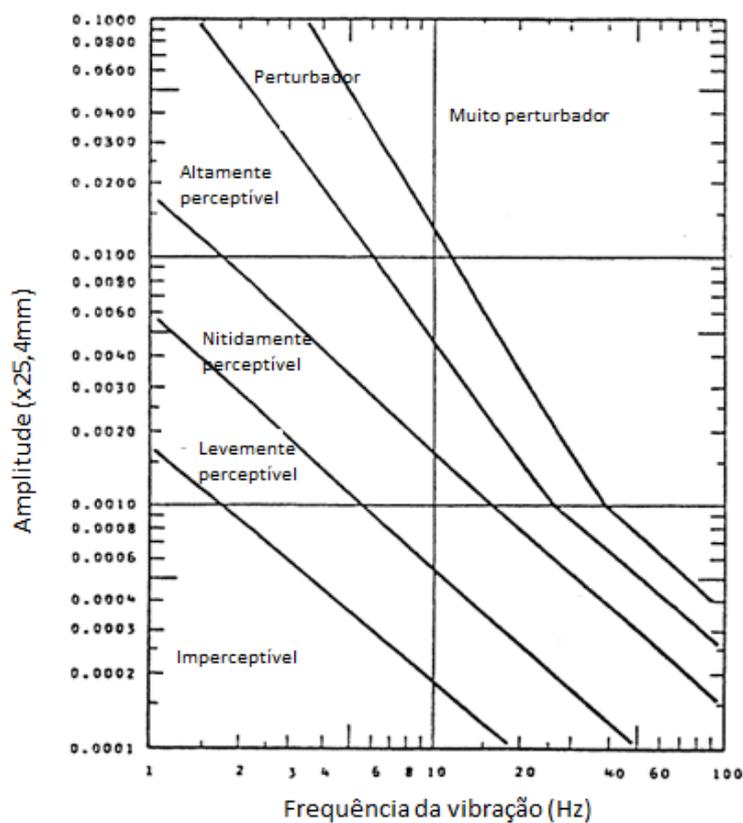


Figura 21. Escala de Reiher-Meister (CHEN, 1999)

2.6.2 Escala modificada de Reiher-Meister

Lenzen propõe uma escala modificada para analisar vibrações causadas pelo caminhar. Por se tratar de uma força transiente, Lenzen acredita que o limite deve ser aumentado em relação ao de Reiher-Meister, que analisou vibrações constantes. Para pavimentos com menos de 5% de amortecimento crítico, Lenzen sugere que a escala original de Reiher-Meister pode ser utilizada se os deslocamentos forem multiplicados por 10 (EBRAHIMPOUR; SACK, 2005). As curvas resultantes são mostradas na Figura 22.

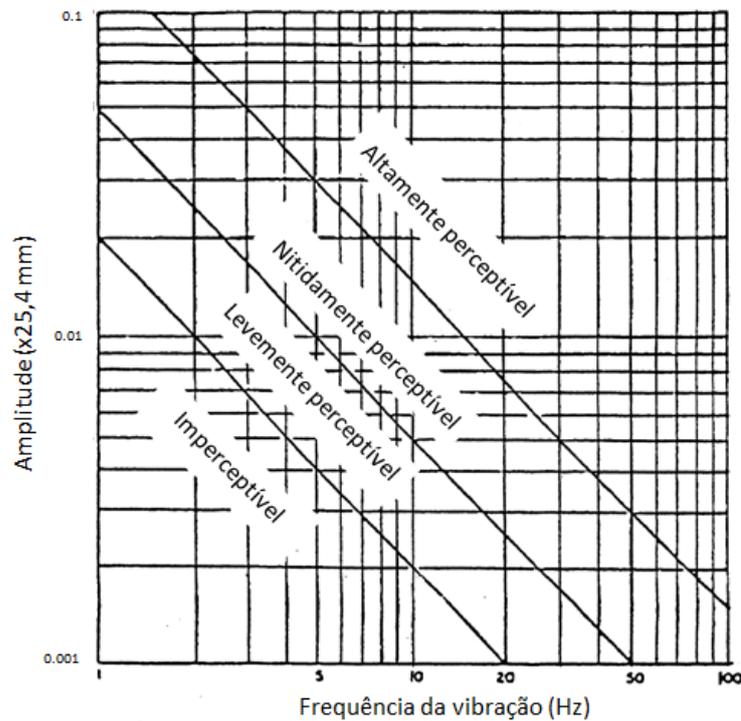


Figura 22. Escala modificada de Reiher-Meister (CHEN, 1999)

2.6.3 ISO 2631-2

A antiga norma ISO 2631-2 (1989) empregava curvas de referência padronizada com outras magnitudes de vibração que são relacionadas com múltiplos das curvas básicas. Os multiplicadores variam com o tipo de edifício avaliado, vibração em diferentes horários do dia e diferentes tipos de movimento. A Figura 23 ilustra a curva padrão e as múltiplas. A partir dessas curvas era possível determinar se o pavimento atendia às condições de conforto. Nesse critério avalia-se o valor RMS ou VDV da aceleração ponderada de acordo com a frequência (Figura 20 no item 2.5). Uma vez que o cálculo do RMS ou VDV fornece o nível de vibração de um ponto da estrutura, o resultado é comparado com o menor limite da curva de conforto. No entanto, GRIFFIN (1996) ressalta que a ISO 2631-2 (1989) fornece pouca orientação a respeito dos métodos para quantificar a vibração.

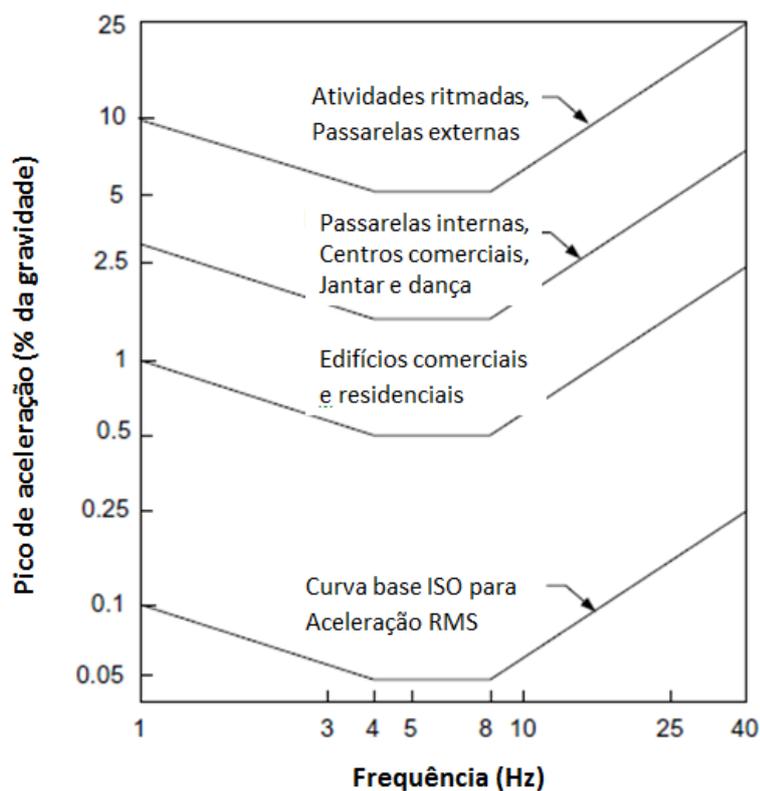


Figura 23 - Curvas ISO de conforto (adaptado de EBRAHIMPOUR e SACK, 2005)

Estudos mostraram que o uso dessa curva pode superestimar os efeitos em vibrações de baixas frequências ou subestimar os efeitos em vibrações de altas frequências (LJUNGGREN; WANG; ÅGREN, 2007).

As curvas de limite para o conforto foram suprimidas uma vez que pesquisas apresentaram valores discrepantes para esses limites, por depender de diversos fatores tais como tipo físico do usuário, ruídos, etc. Dessa forma, a norma ISO 2631-2 (2003) em vigor apenas recomenda a medição e avaliação da vibração em edifícios.

2.6.4 ABNT NBR 6118

A norma brasileira para projeto de estruturas de concreto (ABNT NBR 6118:2014) prevê verificações quanto ao estado limite de vibrações excessivas. Essas verificações se limitam a estabelecer uma flecha máxima de $1/350$ com ações variáveis para o pavimento e manter a

frequência natural do pavimento 20% superior a frequências críticas, a depender do tipo de atividade para a qual o piso se destina (ABNT, 2014).

Tabela 5. Frequência crítica para alguns casos especiais de estruturas submetidas a vibrações pela ação de pessoas (ANBT, 2014)

Caso	F_{crit} (Hz)
Ginásio de esportes e academias de ginástica	8,0
Salas de dança ou de concerto sem cadeiras fixas	7,0
Passarelas de pedestres ou ciclistas	4,5
Escritórios	4,0
Salas de concerto com cadeiras fixas	3,5

2.6.5 Método do impacto do calcanhar - Critério do CAN3-16.1 – M85, apêndice G

Um método empírico para evitar vibrações incômodas em pavimentos devido ao andar é baseado no “impacto do calcanhar” que foi considerado satisfatório para pavimentos com frequência natural menor que 10 Hz e vãos livres maiores que 8m. O método é particularmente feito para lajes de concreto com vigas metálicas, mas também tem sido utilizado para construções com vigas e lajes de concreto (BACHMANN et al., 1997).

O impacto do calcanhar consiste em uma pessoa pesando em torno de 700 N erguendo seus calcanhares e subitamente deixá-los cair no chão. O procedimento pode ser utilizado tanto para projeto quanto para a avaliação de pavimentos existentes.

O procedimento de projeto ou avaliação consiste nos seguintes passos:

- a) Calcular ou medir a menor frequência natural do pavimento
- b) Calcular ou medir picos de aceleração inicial devido ao impulso representado pelo impacto do calcanhar
- c) Determinar o amortecimento do pavimento
- d) Comparar o critério do impacto do calcanhar com valores aplicáveis para as propriedades do piso.

Um critério mostrado por (BACHMANN et al., 1997) para limite da aceleração gerada pelo método do impacto do calcanhar é mostrado na Figura 24. O pavimento é considerado satisfatório para vibrações provocadas pelo caminhar se o pico de aceleração inicial estiver abaixo da respectiva curva.

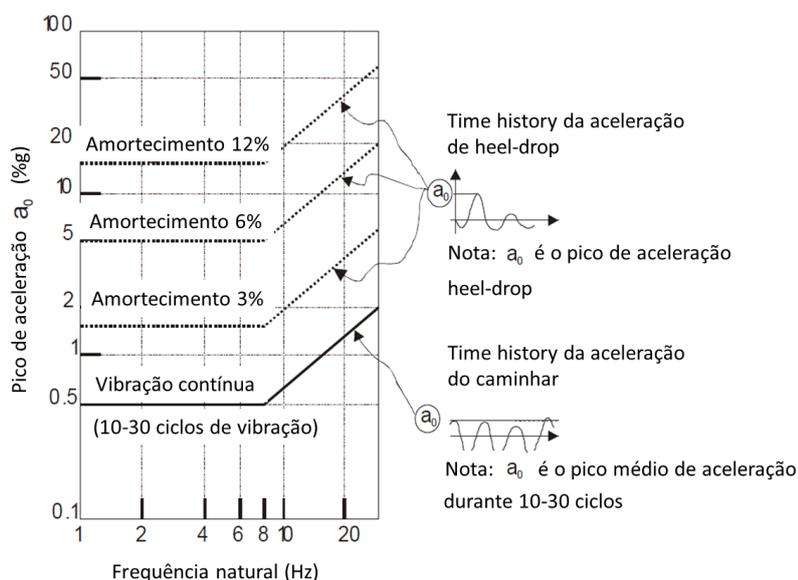


Figura 24. Limite de aceitabilidade sugeridos para vibrações devido ao caminhar, determinado pelo método do impacto do calcanhar (traduzido de BACHMANN et al. (1997))

2.6.6 Limites de aceleração e velocidade - (BACHMANN et al., 1997)

BACHMANN et al. (1997), fornece valores para avaliar o nível de vibração dos pavimentos. O parâmetro analisado depende da faixa de frequência do pavimento. Na faixa de 1 a 10 Hz a perceptibilidade é proporcional à aceleração, ao passo que na faixa de 10 a 100 Hz é proporcional à velocidade.

Tabela 6. Indicação do limiar da perceptibilidade para vibrações verticais (BACHMANN et al., 1997)

Descrição	Frequência de 1 a 10 Hz Aceleração de pico (mm/s ²)	Frequência de 10 a 100 Hz Velocidade de pico (mm/s)
Somente perceptível	34	0,5
Claramente perceptível	100	1,3
Perturbador/desconfortável	550	6,8
Intolerável	1800	13,8

2.6.7 AISC Design Guide

O guia de projeto para análise de vibração de pisos devidos à atividade humana do AISC (American Institute of Steel Construction) (MURRAY; ALLEN; UNGAR, 1997) fornece recomendações de projeto para pisos de vigas metálicas e lajes de concreto.

A excitação devido ao caminhar utilizada no critério do guia é baseada na resposta dinâmica de vigas de aço ou pisos suportados por vigas de aço sujeitas ao carregamento do caminhar e podem ser utilizados para avaliar pisos de escritórios, shoppings centers e passarelas.

O critério foi desenvolvido utilizando: (a) limites de aceleração recomendados pela ISO 2631-2 (1989) (b) força harmônica dependente do tempo que corresponde à frequência fundamental do piso, (c) um função de resposta a ressonância e (d) uma rigidez estática mínima para pisos com frequência natural mínima maior que 9-10 Hz.

No critério, deve-se verificar se o pico de aceleração é menor que o limite da curva ISO. O guia fornece uma equação para calcular o pico de aceleração devido ao caminhar.

$$\frac{a_p}{g} = \frac{P_o \exp(-0,35f_n)}{\beta W} \quad \text{Equação 23}$$

Sendo:

a_p : aceleração de pico

g : gravidade

P_o : força constante representando a excitação

f_n : frequência natural fundamental

β : taxa de amortecimento modal

W : peso efetivo do pavimento

Os valores recomendados para P_o e β são mostrados na Tabela 7.

Tabela 7. Valores recomendados para os parâmetros da equação 62 (MURRAY; ALLEN; UNGAR, 1997)

	Força constante P_o (kN)	Taxa de amortecimento β	Aceleração máxima permitida - a_p/g (%)
Escritórios, residências, igrejas	0,29	0,02-0,05*	0,5
Shoppings centers	0,29	0,02	1,5
Passarelas internas	0,41	0,01	1,5
Passarelas externas	0,41	0,01	5,0

*0,02 para pavimentos com poucos componentes não estruturais
0,03 para pavimentos com elementos não estruturais, mas poucas partições desmontáveis
0,05 para pavimentos com partições de altura completa entre os pavimentos

Se a frequência natural de um piso é maior que 9-10 Hz, não ocorrerá ressonância significativa devido ao caminhar, mas a vibração causada pode mesmo assim ser incômoda. Para garantir um desempenho satisfatório nesses casos, o guia recomenda que o pavimento tenha rigidez mínima de 1 kN/mm.

2.6.8 FIB para lajes alveolares

O manual da FIB para pavimentos de lajes alveolares (FIB, 2011) segue o mesmo critério definido pelo AISC. O código indica que o peso efetivo do pavimento (W) deve ser calculado por:

$$W = wBL \quad \text{Equação 24}$$

Sendo:

w : peso próprio do pavimento (laje alveolar, capa, acabamento, forro, etc.) mais 0,5 kN/m² para a atividade que induz a vibração

L : vão efetivo do pavimento

B : 1,2 para um painel único de laje

B : L (vão do pavimento) para lajes com capa estrutural

2.6.9 PCI

O manual do Precast/Prestressed Concrete Institute (PCI (2010)) fornece equações para determinar a frequência natural mínima exigida de um pavimento para evitar vibrações incômodas. São fornecidas equações para cada tipo de atividade. A Equação 25 mostra o cálculo da frequência natural mínima para evitar vibrações devido ao caminhar.

$$f_n \geq 2,86 \left[\ln \left(\frac{K}{\beta W} \right) \right] \quad \text{Equação 25}$$

Sendo:

W : peso efetivo do pavimento (kN)

β : taxa de amortecimento

Para o cálculo de W , deve-se multiplicar o peso próprio mais parte da carga acidental pelo vão e pela largura B . O PCI recomenda que B seja considerado igual ao vão para lajes alveolares.

Os valores recomendados para β e K são mostrados na Tabela 8.

Tabela 8. Valores para K e β (PCI, 2010)

	K (kN)	β
Escritórios, residências, igrejas	58	0,02-0,05*
Shoppings centers	20	0,02
Passarelas externas	8	0,01

*0,02 para pavimentos com poucos componentes não estruturais
 0,03 para pavimentos com elementos não estruturais, mas poucas partições desmontáveis
 0,05 para pavimentos com partições de altura completa entre os pavimentos

Percebe-se que parâmetro W depende do vão, de forma que a frequência natural mínima exigida decresce com o aumento do vão livre. Isso ocorre porque o efeito do impacto do passo é altamente influenciado pela massa da estrutura.

A equação para cálculo da frequência natural mínima originou-se da equação do AISC para cálculo da aceleração de pico. O parâmetro K equivale a $P_0/(a_p/g)$. Dessa forma, apesar do critério estabelecer uma frequência mínima, na realidade é um critério de aceleração de pico, no entanto o valor limite da aceleração já foi incorporado à equação.

2.7 Comentários

Os critérios europeus geralmente são mais restritivos que os americanos. Provavelmente devido ao uso mais tradicional de pisos de concreto moldado no local com pequenos vãos. Por exemplo, Bachmann e Ammann (1987) recomendam que um pavimento de concreto com viga metálica deve possuir uma frequência natural maior que 9 Hz. No entanto, grande parte dos pisos mistos na América do Norte possui primeira frequência natural na faixa de 5 a 9 Hz e a maioria desses pavimentos é aceitável para os usuários (MURRAY, 1999).

Todos os critérios de vibração de pisos possuem duas partes: previsão da resposta do pavimento e nível de tolerância humana. Além disso, todos os critérios precisam ser calibrados e com isso são naturalmente empíricos (ainda não foram realizados estudos necessários sobre a resposta humana a baixas frequências / baixas amplitudes em vibração vertical). A escala modificada de Reiher-Meister e Canadian Rule foram calibrados utilizando pavimentos construídos há pelo menos 25 anos. No entanto, as construções e o ambiente de escritórios modificaram-se. Hoje em dia, elementos estruturais mais leves são utilizados, além de vãos maiores. A carga variável em escritórios também é menor do que era há 25 anos e partições permanentes são mais escassas, resultando em menor amortecimento. Os métodos antigos simplesmente não consideram essas mudanças. Por exemplo, a escala modificada de Reiher-Meister assume um amortecimento logarítmico de 5 a 8%, nível improvável em pavimentos atuais (MURRAY, 2001).

Diferentemente das demais publicações tais como escala modificada de Reiher-Meister, critério de Murray e Canadian Standards Association Rule, que usam o impacto do calcanhar (heel-drop impact), o método proposto pelo Design Guide utiliza um critério baseado na ressonância com o caminhar (MURRAY, 2001).

Critérios baseados em heel-drop indicam que o aumento da rigidez tem pouco efeito na performance do pavimento. Com esses métodos, a única forma de melhorar efetivamente o projeto do pavimento é aumentar a massa. Um resultado diferente é obtido quando se utiliza o Design Guide. Com esse método, a tolerância do critério pode ser obtida aumentando-se tanto a massa quanto a rigidez. Um pavimento mais rígido é sempre melhor de forma que o resultado é lógico (MURRAY, 2001).

Nota-se que, apesar do limite de aceleração ter sido retirado da ISO 2631-2 (ISO, 2003), diversos critérios utilizam essas curvas para avaliação das vibrações ((FIB, 2011), (MURRAY; ALLEN; UNGAR, 1997), (PCI, 2010)). Ressalta-se que a FIB e o PCI foram escritos após a revisão da ISO. Conforme explicado anteriormente, a ISO retirou os limites por se tratar de valores contraditórios que fornecem resultados não confiáveis.

Apesar dos limites da ISO terem sido considerados contraditórios, a pesquisa realizada por (THUONG; GRIFFIN, 2011) mostrou curvas de conforto (Figura 18) com o mesmo comportamento da curva da ISO (Figura 23). Além disso, a curva da ISO é o limite utilizado no critério do AISC, FIB e PCI. Dessa forma, ao atender os critérios da ISO, os demais normativos serão conseqüentemente obedecidos.

Pelas razões expostas, a análise do conforto no pavimento ensaiado nessa pesquisa será feita através da curva de acelerações da ISO 2631-2 (ISO, 1989), escala de Reiher-Meister, escala modificada de Reiher-Meister, NBR 6118 (ABNT, 2007) e os limites de aceleração e velocidade propostos por BACHMANN et al. (1997).

3 Metodologia

O pavimento em laje alveolar objeto deste estudo se encontra em um edifício comercial localizado em Ribeirão Preto – SP. O edifício possui quatro pavimentos, sendo toda sua estrutura em concreto pré-moldado e lajes alveolares. A Figura 25 mostra o edifício em fase de montagem, a parte da laje ensaiada localiza-se no primeiro pavimento, na região destacada na figura.



(a)



(b)

Figura 25 - Edifício em fase de montagem – (a) edifício com 1 módulo (b) edifício com 2 módulos

A Figura 26 ilustra as regiões montadas em cada fase. O ensaio do painel isolado foi realizado quando havia apenas o Módulo 1 (conforme a Figura 25 (a)). Após o primeiro ensaio, foi montado o Módulo 2, a Figura 25 (b) ilustra o edifício inteiro executado, condição na qual foram realizados os ensaios do pavimento com a chave de cisalhamento e com a capa estrutural.

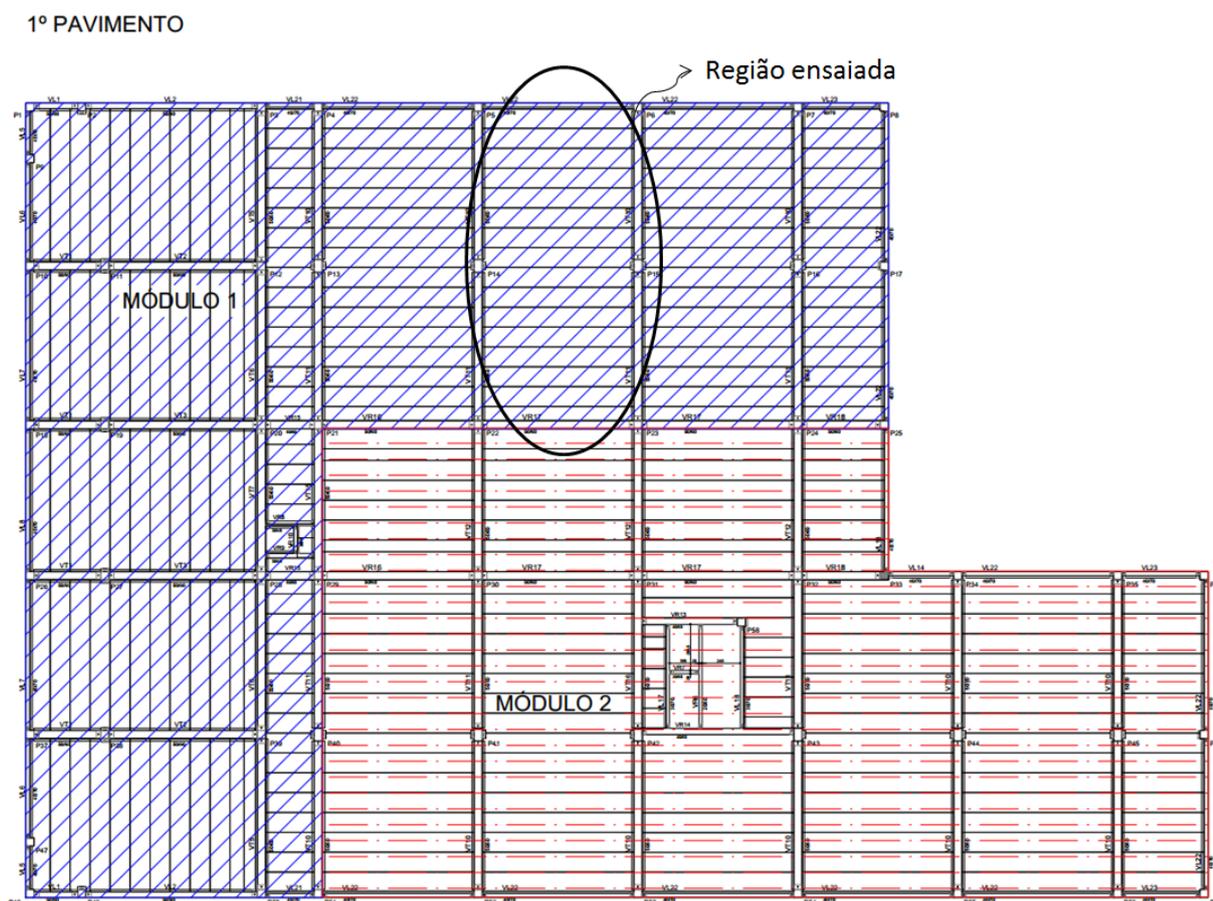


Figura 26 - Fases de montagem

A análise experimental se concentrou na região hachurada da Figura 27 e foi realizada em três situações distintas a fim de analisar o comportamento do elemento de laje simplesmente apoiado sem ligação com as adjacentes, lajes com chaves de cisalhamento entre os painéis (concretagem das juntas entre elementos) e finalmente com concretagem da capa estrutural.

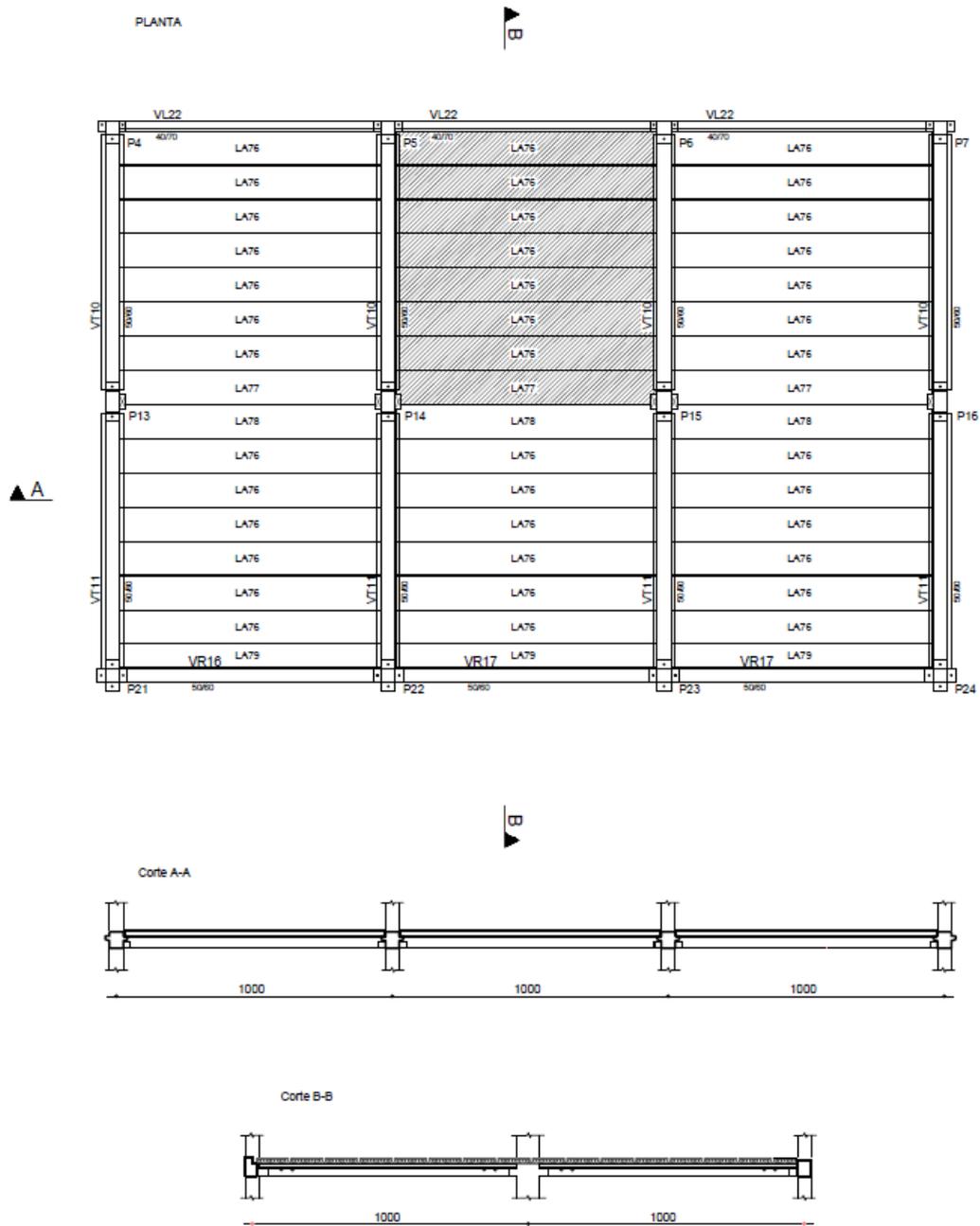


Figura 27. Esquema do modelo em escala real (medidas em cm)

As características principais do piso são mostradas na Tabela 9.

Tabela 10. Propriedades geométricas da seção transversal simples

Propriedades da seção transversal simples		
Área	m ²	0,128519
Perímetro	m	6,14
I	m ⁴	0,000633
y _{cg}	m	0,098960
W _s	m ³	0,006261
W _i	m ³	0,006392
h	m	0,20
b _w	m	0,358

Tabela 11. Propriedades geométricas da seção transversal composta

Propriedades da seção transversal composta (com capa de 5,0 cm)		
Área	m ²	0,179346
Perímetro	m	6,24
I	m ⁴	0,001457
y _{cg}	m	0,109912
W _s	m ³	0,016174
W _i	m ³	0,013257
h	m	0,25

Tabela 12. Propriedades do concreto

Propriedades do concreto		
f _{ci}	MPa	28
f _{ck}	MPa	45
f _{ck} capa	MPa	30

Sendo:

Área: área de concreto da seção transversal;

Perímetro: perímetro total da seção, incluindo alvéolos;

I: momento de inércia

y_{cg}: distância vertical do centro de gravidade da seção, a partir da face inferior da seção

W_s: módulo de resistência superior = I/(d- y_{cg});

W_i : módulo de resistência inferior = I/y_{cg} ;

h : altura total da seção transversal;

b_w : largura efetiva de concreto na seção transversal (soma da largura das almas);

f_{cj} : resistência nominal do concreto no ato da desprotensão;

f_{ck} : resistência nominal do concreto pré-moldado aos 28 dias;

f_{ck} **capa**: resistência nominal do concreto da capa aos 28 dias

3.1 Dimensionamento segundo normas de projeto

O elemento de laje alveolar teve seu dimensionamento verificado de acordo com os procedimentos das normas NBR, FIB e ACI conforme descrito no item 2.1.2.

3.2 Análise experimental

O pavimento do edifício comercial foi ensaiado em três situações diferentes, a fim de analisar o painel de laje alveolar isolado, o pavimento com chaves de cisalhamento conectando os painéis e a laje com a capa estrutural.

3.2.1 Painel isolado

O primeiro ensaio foi realizado na obra recém-montada, com todos os elementos pré-moldados simplesmente apoiados. Assim foi possível estabelecer a frequência natural e modos de vibração do elemento de laje alveolar isolado. Por isso, o ensaio se concentrou em um único painel. Foram utilizadas 14 posições de medidas, conforme apresenta a Figura 29.



Figura 30 - Pavimento no ensaio do painel isolado

3.2.2 Pavimento com chaves de cisalhamento

O segundo ensaio consistiu no pavimento com as chaves de cisalhamento concretadas entre os painéis alveolares. Antes da concretagem das chaves de cisalhamento, foram posicionados os torniquetes, que garantem o nivelamento entre os elementos. A Figura 31 mostra o pavimento nesse ensaio. Nota-se que as vigas também foram concretadas, de forma que a face superior encontra-se nivelada com a face superior da laje.



Figura 31 - Pavimento no ensaio dos painéis com chave de cisalhamento

Os pontos escolhidos para medição no segundo ensaio são mostrados na Figura 32, sendo o ponto de referência o C4. No total, foram medidos 64 pontos.

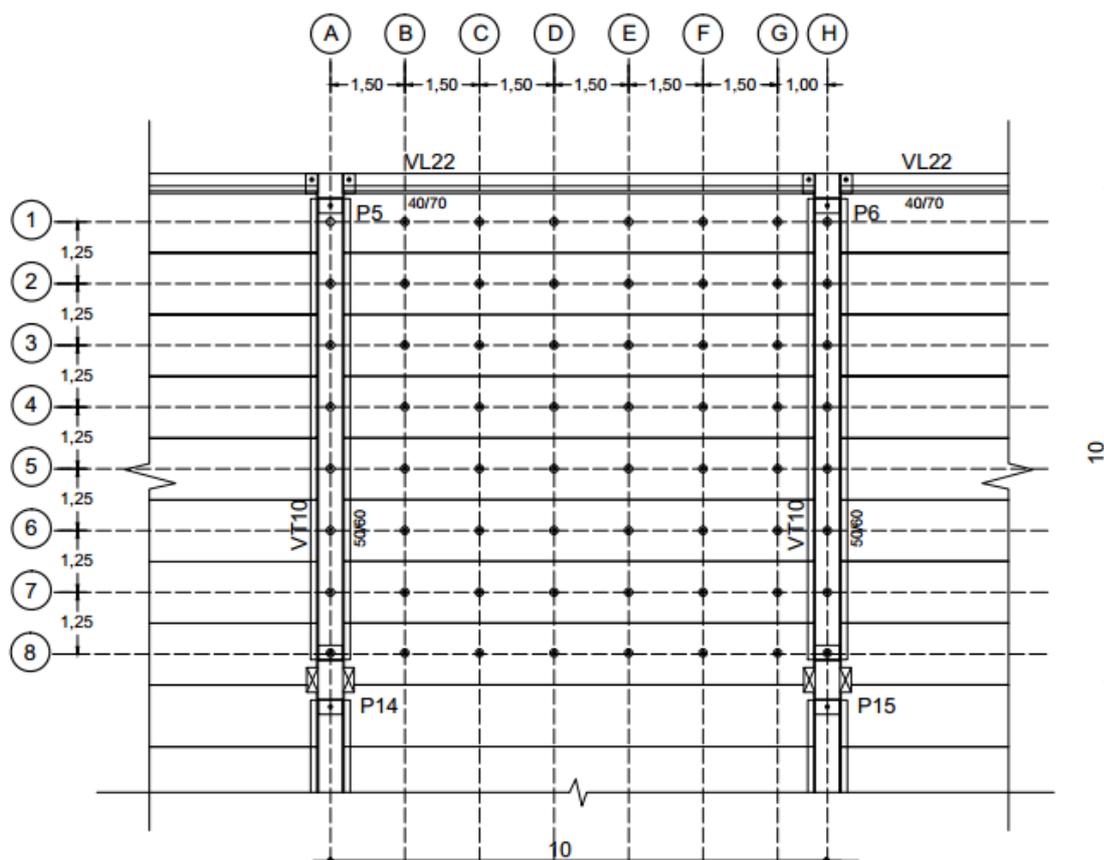


Figura 32 - Esquema do ensaio – pavimento com chaves de cisalhamento

3.2.3 Pavimento com capa de concreto

A partir da análise dos modos de vibração obtidos no ensaio do pavimento com chaves de cisalhamento, notou-se a influência do lance adjacente das lajes na região ensaiada, conforme mostra a Figura 33. Por esse motivo, o ensaio do pavimento com capa estrutural incluiu pontos de medição sobre essa laje. Os novos pontos ensaiados são mostrados na Figura 34, nesse ensaio, utilizou-se o ponto de referência C3.

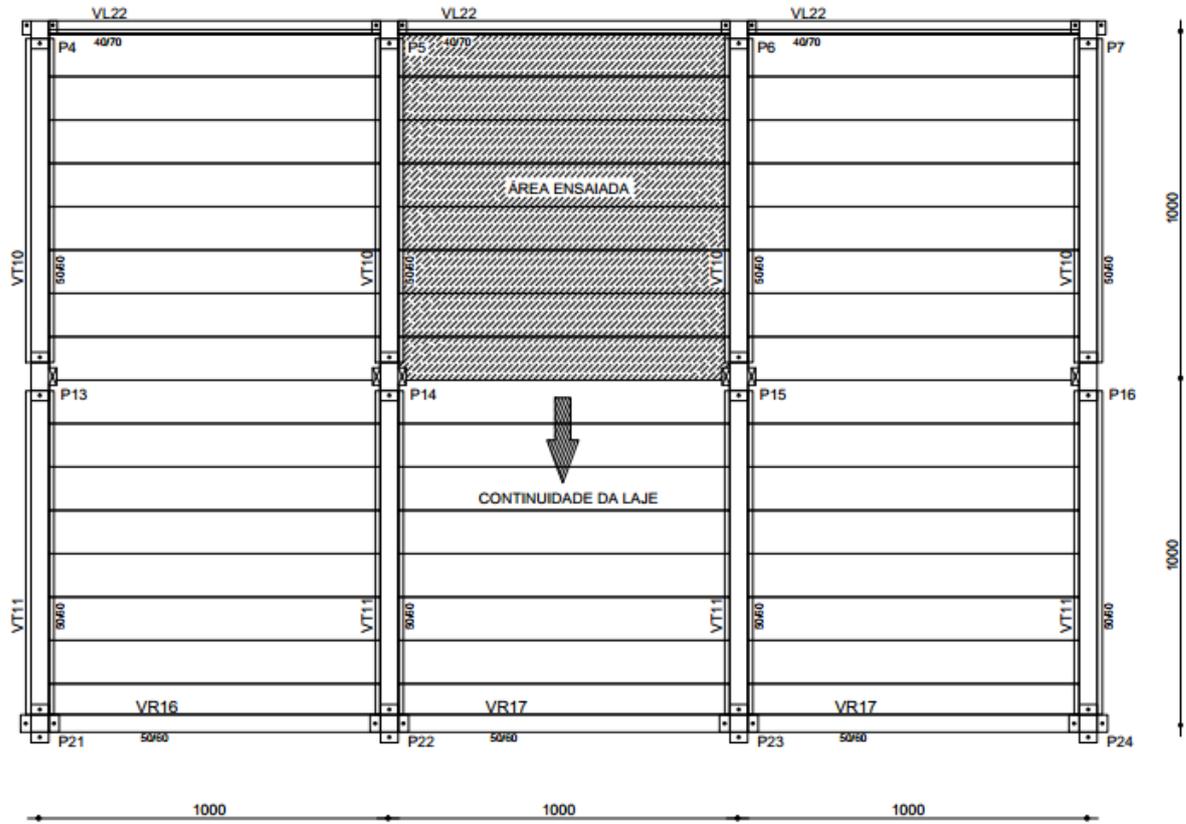


Figura 33 - Laje com continuidade

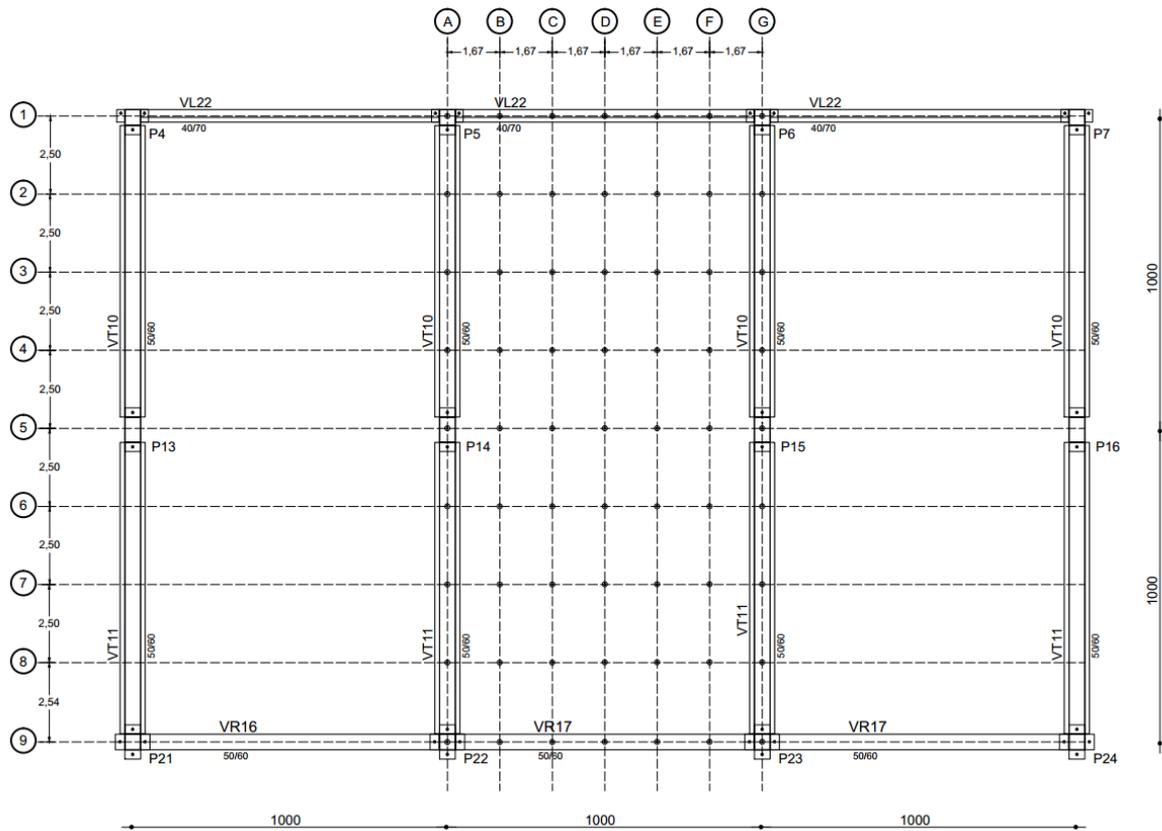


Figura 34 – Esquema do ensaio – pavimento com capa estrutural

A Figura 35 mostra o pavimento com capa estrutural ensaiado. Na capa estrutural há armadura em malha, conforme pode ser visto na Figura 36.



Figura 35 - Pavimento com capa estrutural ensaiado - (a) vista da laje direita (b) vista da laje esquerda



Figura 36 - Armadura em malha da capa estrutural (a) antes da concretagem da capa (b) detalhe da malha sobre a viga

3.2.4 Procedimentos de ensaio

Ao planejar o ensaio dinâmico, o modelo numérico auxiliou na definição dos pontos de medição, bem como a posição ideal para o acelerômetro de referência, uma vez que ele deve ser posicionado fora dos nós modais para melhor caracterização do modo de vibração. Além do aspecto geométrico do ensaio, o valor esperado da frequência fundamental e a máxima frequência de interesse permitem definir a frequência de aquisição e a duração do ensaio. De acordo com o Teorema de Nyquist, a frequência de aquisição deve ser de pelo menos o dobro da maior frequência de interesse. Visando-se a melhor caracterização do modo fundamental, a duração do ensaio deve ser definida de forma a permitir a ocorrência de pelo menos 1000 ciclos da frequência fundamental.

Em cada teste foi realizado ensaio com impactos de martelo espalhados pelo pavimento, com duração de 15 minutos, além da medição da aceleração da laje sujeita ao caminhar de uma pessoa de aproximadamente 75 kg ao longo da laje, com duração de 2 minutos. Em todos os casos a frequência de aquisição foi de 985 Hz.

O ensaio com impactos do martelo foi utilizado com o objetivo de complementar a vibração ambiental da estrutura para realização da Análise Modal Operacional, enquanto a medição do caminhar foi feita visando-se analisar o pavimento a partir dos critérios de conforto descritos no item 2.6.

O caminhar no painel isolado foi sobre a laje ensaiada, ao longo do seu eixo. O caminhar no pavimento com chave de cisalhamento e com capa estrutural se deu ao longo do trajeto 1 durante o primeiro minuto, em seguida, mudou-se para o trajeto 2 pelo segundo minuto (Figura 37). Foi mantido um caminhar de aproximadamente 1,7 Hz, de forma que foram necessárias sucessivas passagens por cada trajeto para se completar o tempo de ensaio.

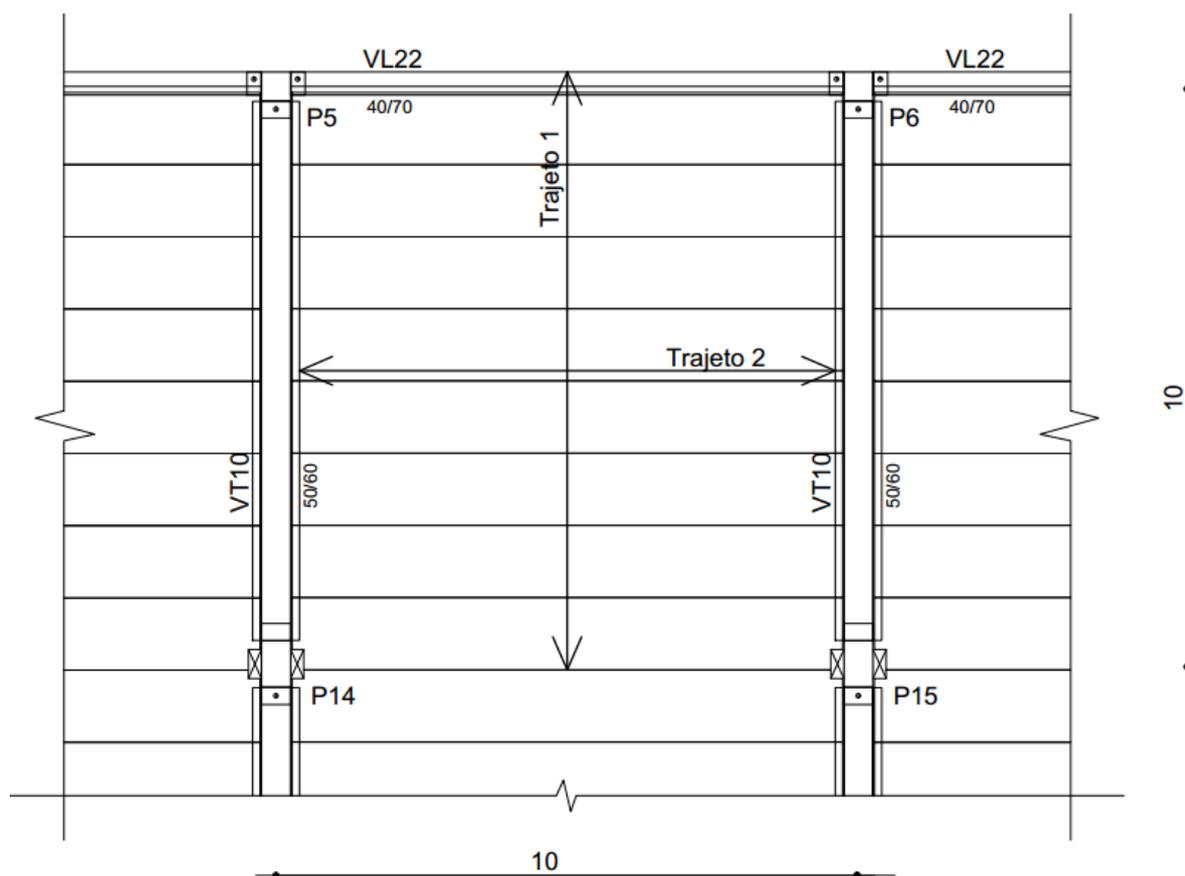


Figura 37 - Trajetos para ensaio com o caminhar

Os acelerômetros utilizados são do fabricante *Brüel & Kjaer*, modelos 8344 e 4533-B-2, cujas características técnicas são resumidas na Tabela 13. O sistema de aquisição dos dados utilizado é o *National Instruments*, modelo NI 9232 juntamente com o programa computacional *LabView SignalExpress*, também da *National Instruments*.

Tabela 13 – Especificações técnicas dos acelerômetros

Modelo	Sensibilidade (mV/g)	Faixa de frequência (Hz)	Faixa de medição (g)	Ruído inerente (μ g)
8344	2500	0,2 a 3000	$\pm 2,6$	45
4533-B-002	490	0,3 a 12800	± 14	160

3.2.5 Procedimentos de análise dos resultados

A grandeza medida nos ensaios foi a aceleração, a Figura 38 ilustra a aceleração ao longo do tempo obtida para o ponto de referência do painel isolado com a aplicação dos impactos de martelo.

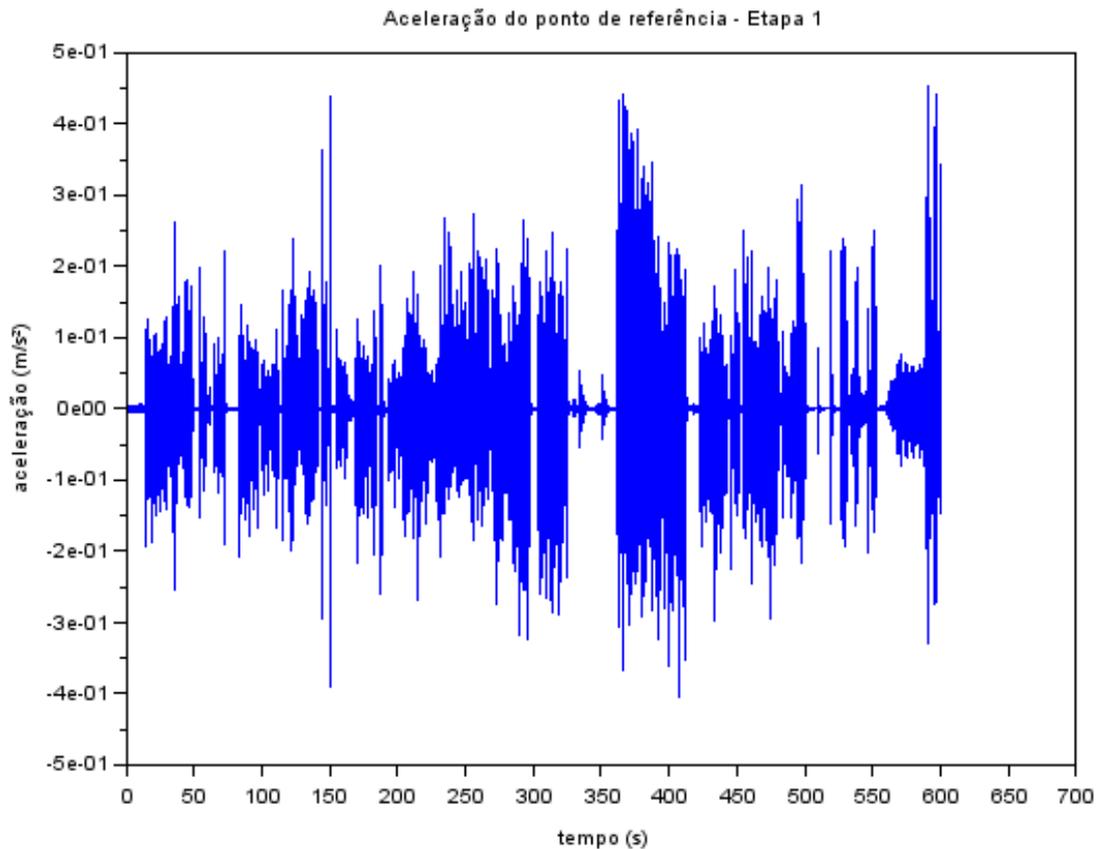


Figura 38 - Aceleração ao longo do tempo

A transformação para o domínio da frequência é realizada de acordo com o explicado no item 2.3.1.1. A Figura 39 mostra o gráfico resultante para o ponto de referência do ensaio do painel isolado, no qual também é indicada a obtenção das frequências naturais através dos picos no gráfico do PSD.

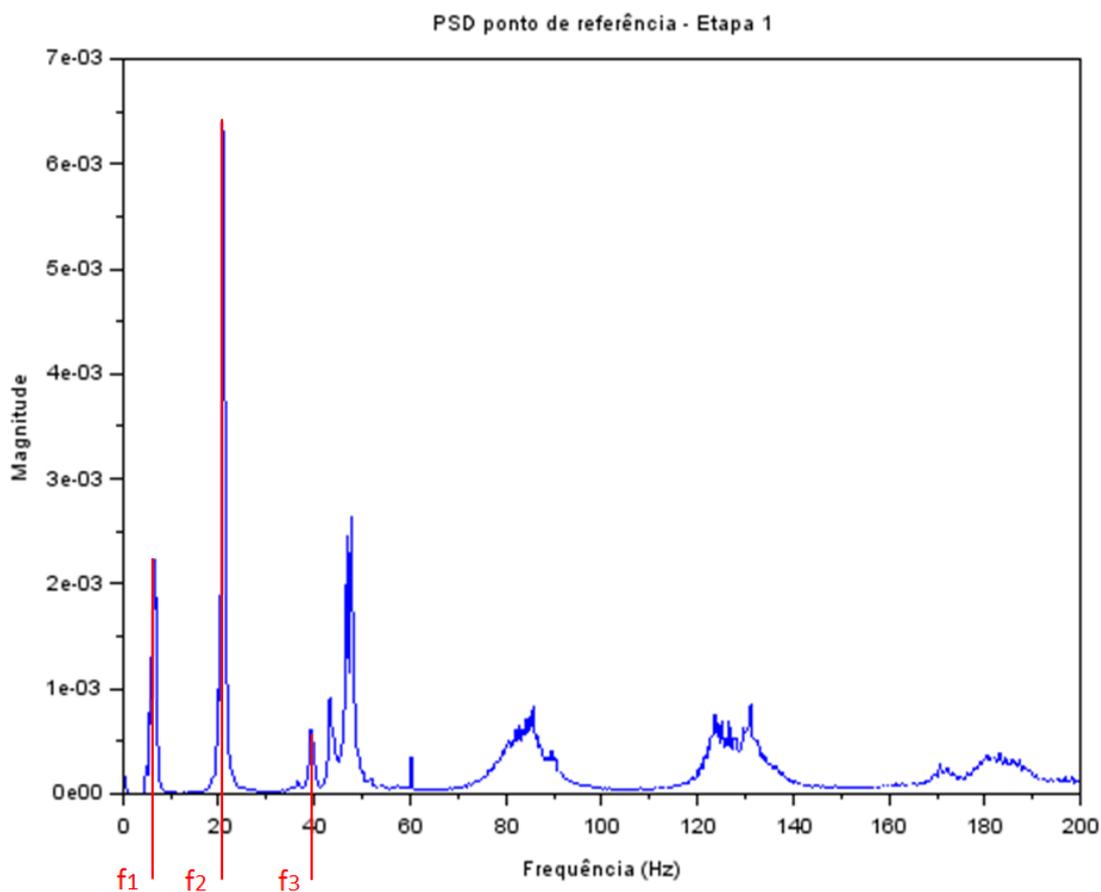


Figura 39 - Aceleração no domínio da frequência - obtenção das frequências naturais

Obtidas as frequências naturais, foi possível representar as deformadas modais de acordo com o item 2.3.1.3. A Figura 40 ilustra a deformada modal do primeiro modo obtido no ensaio do painel isolado.

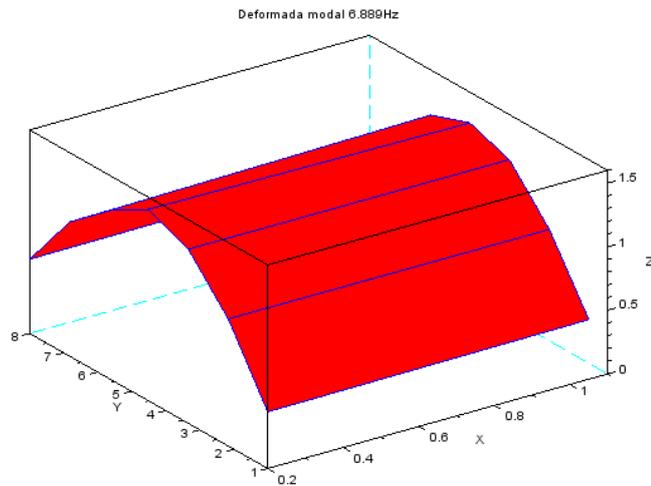


Figura 40 - Deformada modal

Os dados foram analisados com rotina elaborada no Scilab para determinação das frequências naturais e modos de vibração e com a rotina no Matlab, elaborada por ARAÚJO e LAIER (2014), para determinação do amortecimento. A rotina para cálculo do amortecimento realiza a transformada inversa de Fourier na região da frequência analisada e, em seguida, calcula o amortecimento por decremento logarítmico. A Figura 41 apresenta o gráfico gerado pelo programa para análise do amortecimento. Destaca-se em vermelho no gráfico superior a região na qual é feita a transformada inversa de Fourier, que é mostrada no gráfico inferior à esquerda.

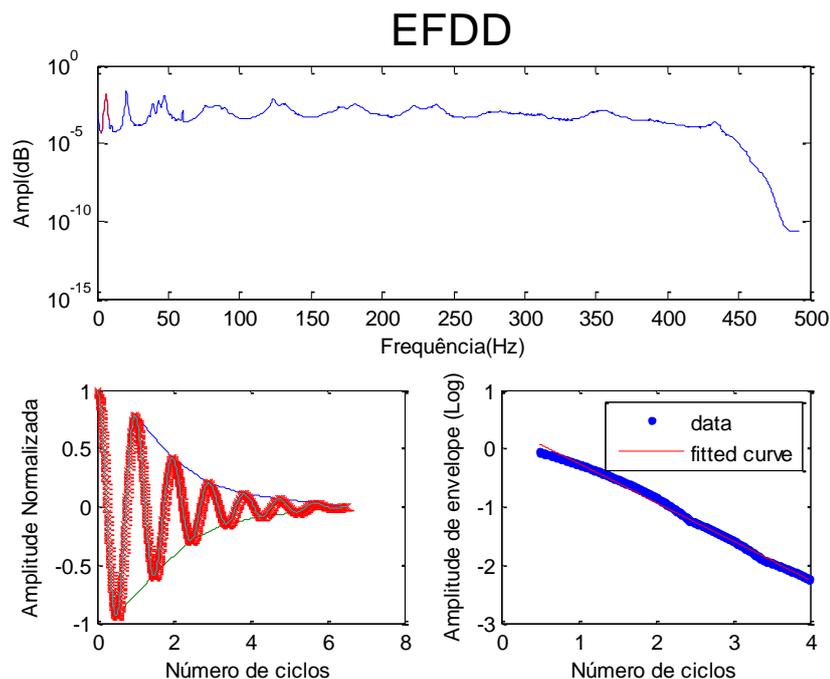


Figura 41 - Cálculo do amortecimento - decremento logarítmico

A análise de conforto foi realizada com rotina elaborada no Matlab e, no caso da obtenção do nível de vibração para análise do critério da ISO 2631-2 (1989), foi utilizada rotina no Matlab desenvolvida por IRVINE (2003). Nessa rotina, o valor RMS da aceleração é calculado após realizar a ponderação da aceleração de acordo com o determinado pela ISO 2631-2 (2003).

O nível de vibração do pavimento considerado para análise do critério da ISO 2631-2 (1989) foi medido em RMS com intervalo de tempo para cálculo da média RMS de 10s, conforme recomendado no item 2.5.

Alguns critérios de conforto baseiam-se na amplitude dos deslocamentos do pavimento, no entanto, o sinal medido no ensaio é a aceleração. Dessa forma, foi implementada rotina no Matlab que integra a aceleração ao longo do tempo, obtendo-se a velocidade e em seguida integra a velocidade, calculando-se o deslocamento. A integração foi realizada através da regra do trapézio.

3.3 Modelagem numérica do pavimento

A modelagem numérica de um ensaio experimental é fundamental em duas etapas distintas: a primeira refere-se ao planejamento do ensaio e a segunda na análise dos resultados.

O modelo numérico foi elaborado no programa computacional de elementos finitos Abaqus. Inicialmente, foram realizados diversos modelos a fim de analisar como representar com simplicidade a laje alveolar, que, por possuir geometria com alvéolos em uma única direção, gerava dúvidas quanto à influência da sua ortotropia nos modos de vibração.

O primeiro modelo realizado foi da laje alveolar com elemento de sólido (C3D8R, elemento com 3 dimensões, 8 nós e integração reduzida), na qual todas as peculiaridades da geometria foram consideradas. O resultado foi um modelo computacionalmente caro, além de complexo para se modelar as condições de apoio e vinculação.

A ideia de realizar um modelo com elemento sólido foi então abortada, e buscou-se um modelo de casca ortotrópica no Abaqus. A maneira mais simples de se considerar a ortotropia no programa é através do material. No entanto, o modelo de material ortotrópico (chamado de lâmina no Abaqus) exige diversas propriedades do material (E_1 , E_2 , ν_{12} , G_{12} , G_{13} , G_{23}) que não são simples de se obter analiticamente. Dessa forma, qualquer aproximação feita para esses parâmetros tornariam a opção por esse modelo incoerente, uma vez que se perderia a precisão buscada através de um modelo complexo para o material.

Finalmente, foi analisada a resposta dinâmica de um modelo com casca (elemento S4R5, que considera casca fina com 4 nós, integração reduzida, com cinco graus de liberdade por nó) e material isotrópico. A fim de se manter as características principais da laje, foi calculada uma nova espessura (t_{casca}) para a laje de sorte a se manter a mesma inércia no eixo longitudinal da peça (I_x) e também uma nova densidade para o material (ρ_{casca}), garantindo a mesma massa para o elemento.

$$t_{casca} = \sqrt[3]{12 \cdot I_x}$$

Equação 26

$$\rho_{casca} = \frac{A_{laje} \cdot \rho_c}{t_{casca} \cdot 1} \quad \text{Equação 27}$$

Sendo

I_x = inércia no eixo x da laje alveolar

A_{laje} = área da seção transversal da laje alveolar

ρ_c = densidade do concreto armado (2500 kg/m³)

A fim de verificar se esse modelo simplificado consegue representar o comportamento da laje alveolar, foram elaborados modelos com um único elemento na situação livre-livre e o resultado obtido para o elemento de sólido (C3D8R) e o elemento de casca isotrópica (S4R5) foi comparado. Percebeu-se que os modos de flexão vertical tiveram a frequência natural muito próxima, porém os modos de torção e flexão lateral não conseguiram ser devidamente representados. Esse resultado era esperado, pois a inércia foi mantida apenas para a direção principal da laje.

Considerando-se que o objetivo desse trabalho é avaliar o conforto aos usuários de lajes submetidas à excitação humana, os primeiros modos de vibração desempenham papel fundamental, e esses modos foram bem representados com o modelo simplificado de casca isotrópica. Além disso, na situação final do pavimento, os painéis adjacentes irão impedir que a ocorrência de modos de flexão lateral e torção no elemento. Dessa forma, o uso da casca isotrópica para representar a laje alveolar no pavimento foi justificado.

Em todos os modelos utilizou-se a densidade do concreto de 2500 kg/m³ (com matriz de massa consistente), módulo de elasticidade dinâmico do concreto obtido através do ensaio acústico e coeficiente de Poisson de 0,2.

3.3.1 Painel isolado

No modelo numérico realizado para o planejamento do ensaio considerou-se as lajes simplesmente apoiadas. Após realização do ensaio, as frequências naturais foram calibradas modificando-se a rigidez do apoio, pois esse era um importante parâmetro desconhecido no modelo. O coeficiente de mola de translação vertical que resultou em frequências naturais

mais próximas das obtidas experimentalmente foi de 1×10^7 N/m. A Figura 42 ilustra a malha utilizada para simular a primeira etapa.

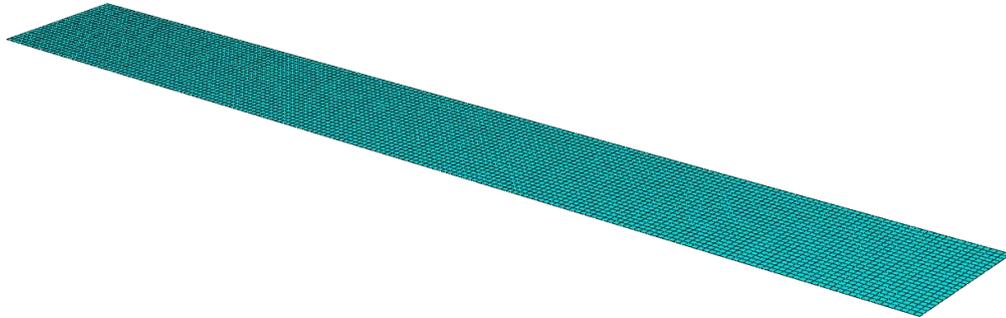


Figura 42 - Modelo numérico – painel isolado

A comparação do resultado numérico e experimental do painel isolado mostra que o modelo com material isotrópico consegue representar adequadamente a laje, já que pelas condições de vinculação do painel, apenas o efeito de flexão no sentido longitudinal foi relevante.

3.3.2 Pavimento com chaves de cisalhamento

O modelo numérico do pavimento com chaves de cisalhamento envolveu também as vigas (com elemento B22, viga no plano, com 3 nós e interpolação quadrática) de apoio dos painéis e de borda do pavimento. O modelo elaborado antes do ensaio considerou apenas o trecho ensaiado (mostrado na Figura 32), com as lajes simplesmente apoiadas nas vigas e as vigas com apoio vertical rígido nas extremidades e todas as rotações liberadas. As duas vigas nas quais as lajes se apoiam também recebem as lajes dos vãos adjacentes, de forma que essa massa adicional foi considerada no modelo através de uma densidade diferente para essas vigas. A densidade foi calculada supondo que a massa das lajes é transferida apenas para as vigas nas quais elas se apoiam (perpendicular ao seu eixo), ou seja, nenhuma massa é transferida para as vigas laterais.

A modelagem numérica realizada antes do ensaio considerava apenas a região ensaiada, no entanto, o primeiro modo de vibração obtido experimentalmente indicou comportamento

contínuo do pavimento ao longo do vão adjacente, indicado na Figura 33. Por essa razão, o modelo numérico final contemplou tanto a área ensaiada quanto a parte com continuidade. Além disso, notou-se que as lajes não apresentam comportamento de simplesmente apoiadas nas vigas, de forma que foi introduzida também uma conexão de rotação entre a viga e a laje.

Ao se considerar a continuidade da laje, os modos de vibração obtidos numericamente foram os mesmos obtidos experimentalmente, apenas as frequências variavam sutilmente. Visando melhorar o valor das frequências, incorporou-se molas de rotação nos apoios das vigas, pois as vigas possuem apoios semi-rígidos com os pilares. O valor para o coeficiente de mola que melhor se adequou foi de 5×10^8 N/rad. O modelo numérico adotado para o pavimento com as chaves de cisalhamento é mostrado na Figura 43.

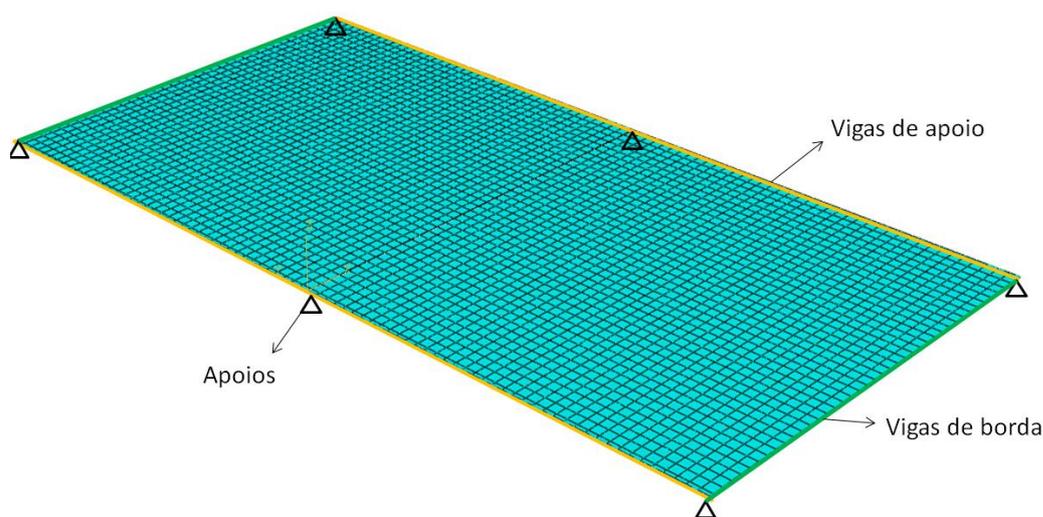


Figura 43 - Modelo numérico – pavimento com chaves de cisalhamento

O modelo numérico com laje isotrópica foi adequado para a laje analisada, que é retangular, com relação entre lados de dois, considerar lajes isotrópicas para representar lajes com relação entre lados menor pode não apresentar resultados similares.

3.3.3 Pavimento com capa de concreto

A fim de se modelar a laje com capa de concreto utilizou-se elemento de casca com duas camadas para representar a laje alveolar e a capa estrutural. A representação da laje alveolar foi a mesma utilizada para os ensaios anteriores e a capa estrutural foi considerada como material isotrópico com módulo de elasticidade dinâmico obtido através do ensaio acústico, densidade de 2500 kg/m^3 e espessura de 5 cm.

A região ensaiada no pavimento com capa de concreto é destacada na Figura 44, pode-se observar que existem lajes adjacentes à região ensaiada. As lajes que se conectam diretamente com a laje ensaiada foram inseridas no modelo numérico, as demais foram consideradas através do acréscimo de massa nas vigas correspondentes.

No caso das lajes laterais (vão 1 e vão 3 na Figura 45), foram adotadas molas de rotação ao longo do eixo da viga, que visam simular a continuidade gerada pela capa estrutural.



Figura 44 - Módulo adjacente à região ensaiada

A consideração da massa das lajes adjacentes sobre as vigas do pavimento analisado são fundamentais para uma correta simulação do pavimento. O melhor resultado foi obtido quando se considerou divisão da massa das lajes nas vigas de acordo com a teoria das charneiras plásticas. Essa teoria é indicada pela NBR 6118 (ABNT, 2014) para cálculo das reações de apoio das lajes maciças retangulares com carga uniforme. A norma recomenda as seguintes simplificações:

- a) As reações em cada apoio são as correspondentes às cargas atuantes nos triângulos ou trapézios determinados através das charneiras plásticas;
- b) As charneiras podem ser aproximadas por retas inclinadas, a partir dos vértices com os seguintes ângulos:
 - 45° entre dois apoios do mesmo tipo;
 - 60° a partir do apoio considerado engastado, se o outro for considerado simplesmente apoiado;
 - 90° a partir do apoio, quando a borda vizinha for livre.

A mola de rotação ao longo do eixo da viga foi calculada de maneira simplificada, considerando os três vãos ao longo do eixo das lajes como sendo vigas contínuas (Figura 45):

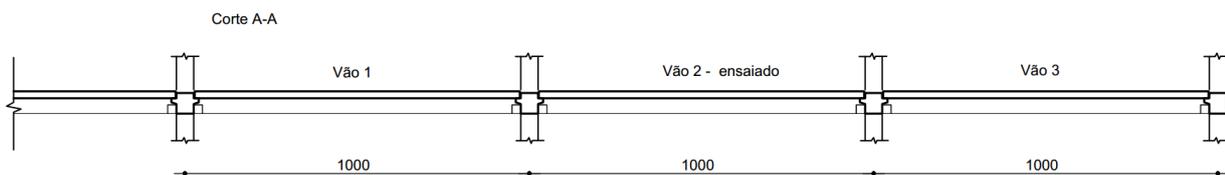


Figura 45 - Corte longitudinal do pavimento ensaiado

O esquema estático pode ser representado por uma viga contínua sobre apoios fixos (Figura 46). A mola de rotação é calculada conhecendo-se a rotação gerada por um momento fletor unitário sobre o apoio analisado, de acordo com a Equação 28.

$$k_j = 1/\theta_j$$

Equação 28



Figura 46 - Esquema estático para cálculo da mola de rotação

Dessa forma, utilizou-se mola de $1,06 \times 10^6$ N/rad para o apoio A e $9,86 \times 10^5$ N/rad sobre o apoio B. A mola de rotação da viga com o pilar foi adotada igual do modelo numérico para a etapa anterior, ou seja, de 5×10^8 N/rad. A Figura 47 mostra o pavimento modelado para representar a situação com capa estrutural, com todas as lajes necessárias para a correta representação do modelo.

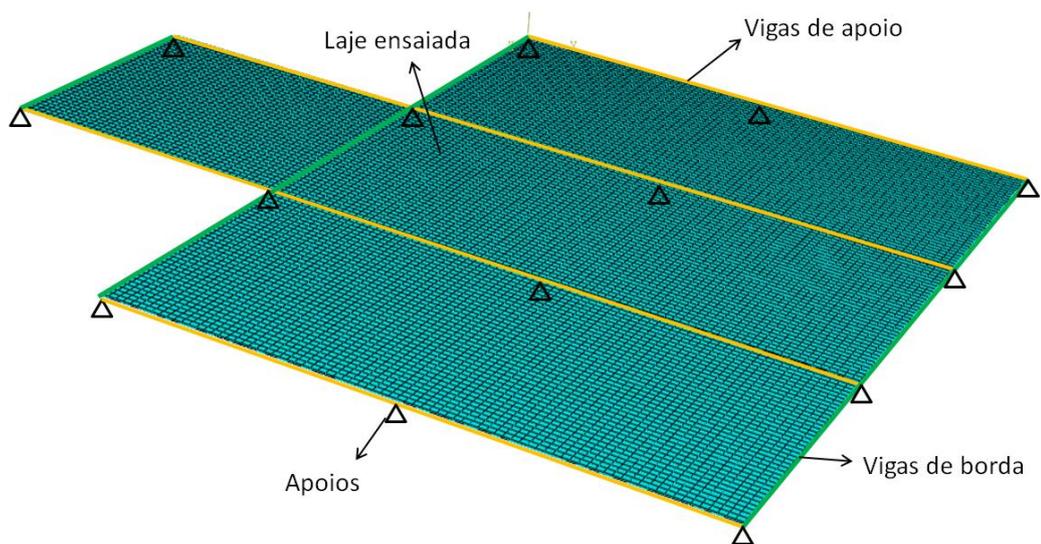


Figura 47 - Modelo numérico - Etapa 3

Novamente, a consideração de lajes isotrópicas para representar lajes com relação entre lados menor que dois pode não ser a mais adequada.

4 Resultados e discussões

4.1 Caracterização dos materiais empregados

O concreto dos elementos de laje alveolar é de classe de resistência à compressão C45 e o concreto das chaves de cisalhamento e da capa é de classe C30. Foi realizado ensaio acústico nos corpos-de-prova a fim de se obter o módulo de elasticidade dinâmico e amortecimento do concreto e em seguida foi realizado ensaio de compressão simples a fim de se determinar a resistência do concreto.

Conforme explicado no item 2.3.2, o módulo de elasticidade dinâmico pode ser calculado através da frequência fundamental flexional ou longitudinal. Nesse trabalho, o módulo de elasticidade dinâmico é a média desses dois valores. Os resultados obtidos para os concretos dos painéis de laje alveolar, da chave de cisalhamento e da capa estrutural são mostrados na Tabela 14, Tabela 15 e Tabela 16, respectivamente.

Tabela 14 - Módulo de elasticidade dinâmico - concreto dos painéis de laje alveolar

Corpo-de-prova	Módulo de elasticidade dinâmico (GPa)	Amortecimento (%)	Resistência à compressão (MPa)
1	51,39	0,27	63,8
2	50,05	0,26	59,4
3	49,22	0,29	66,8
4	50,78	0,25	65,2
média	50,36	0,27	65,1

Tabela 15 - Módulo de elasticidade dinâmico - concreto das chaves de cisalhamento

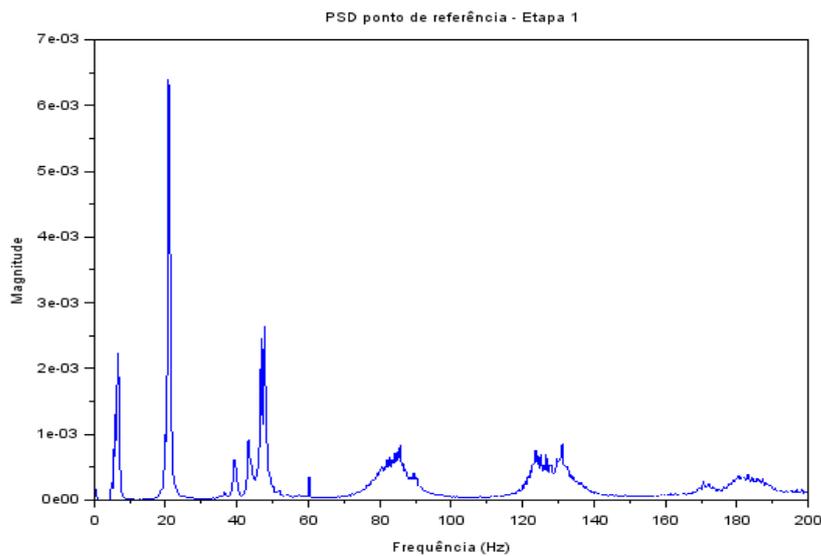
Corpo-de-prova	Módulo de elasticidade dinâmico (GPa)	Amortecimento (%)	Resistência à compressão (MPa)
1	37,64	0,41	31,7
2	38,65	0,27	34,5
3	37,47	0,36	36,0
média	37,92	0,35	34,1

Tabela 16 - Módulo de elasticidade dinâmico - concreto da capa estrutural

Corpo-de-prova	Módulo de elasticidade dinâmico (GPa)	Amortecimento (%)	Resistência à compressão (MPa)
1	38,00	0,23	40,8
2	39,82	0,31	41,2
3	40,10	0,32	39,9
média	39,31	0,29	40,6

4.2 Frequências naturais, modos de vibração e amortecimentos

Os gráficos da função de densidade espectral do ponto de referência de cada ensaio são apresentados na Figura 48. Uma vez que a análise desse trabalho se refere ao conforto de usuários em pavimentos sujeitos ao caminhar, as primeiras frequências naturais são de maior importância, de forma que apenas as mais relevantes serão analisadas (deformadas modais e amortecimento).



(a)

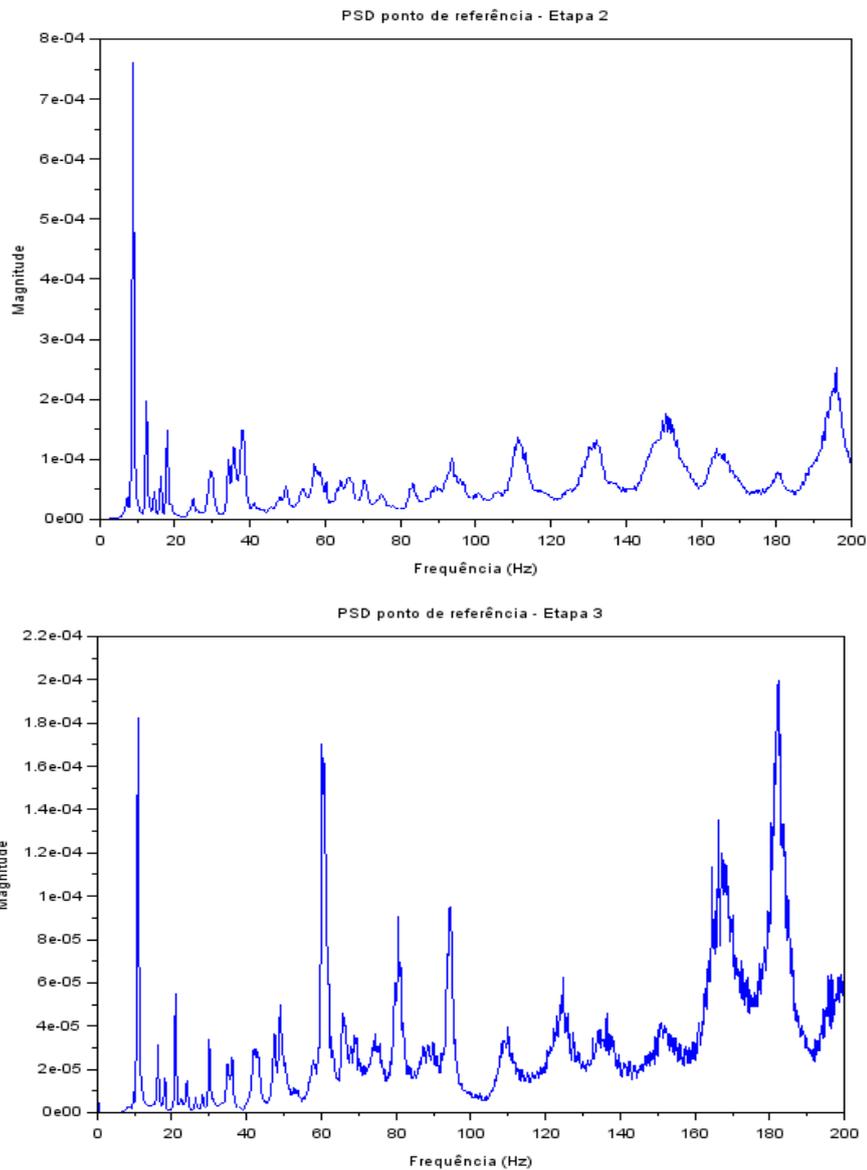


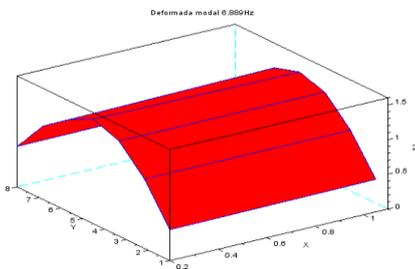
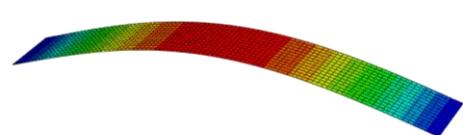
Figura 48 - Função de densidade espectral do ponto de referência – (a) painel isolado; (b) pavimento com chaves de cisalhamento e (c) pavimento com capa de concreto

As frequências naturais e amortecimentos obtidos em cada ensaio são mostrados na Tabela 17. Os modos de vibração experimental e numérico são apresentados na Tabela 18. A análise se concentrou nos três primeiros modos de vibração por eles serem mais relevantes na determinação do conforto porque as frequências naturais da estrutura são mais próximas da frequência da atividade humana que excita a estrutura.

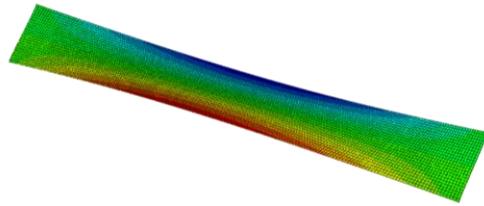
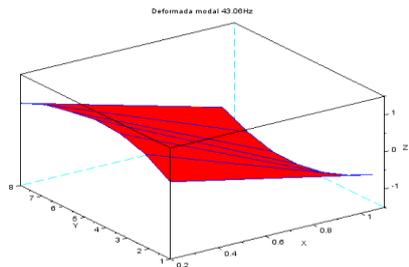
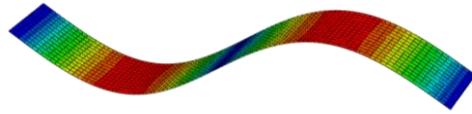
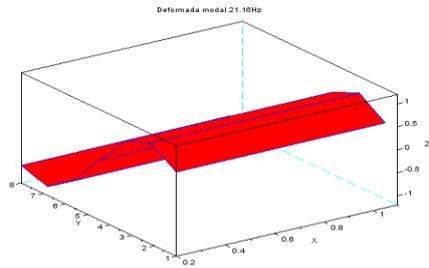
Tabela 17 - Frequências naturais e amortecimentos

	Freq. experimental (Hz)	Freq. numérica (Hz)	Amortecimento (%)
Painel isolado	6,9	6,3	4,99
	21,2	25,2	2,12
	43,1	56,7	1,13
Pavimento com chaves de cisalhamento	7,4	7,4	2,46
	8,8	8,1	2,07
	12,3	14,2	1,12
Pavimento com capa estrutural	8,1	8,4	1,61
	10,9	10,3	2,20
	16,3	17,2	1,23

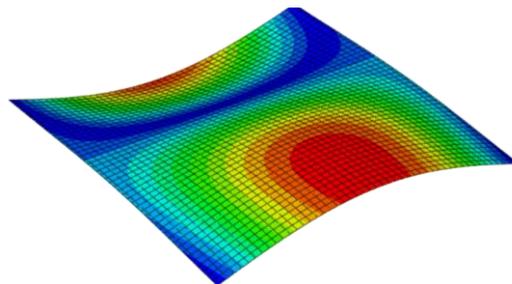
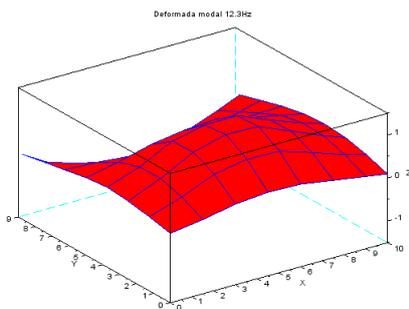
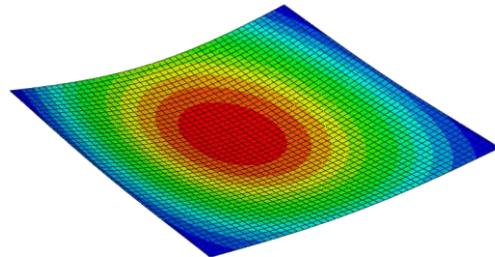
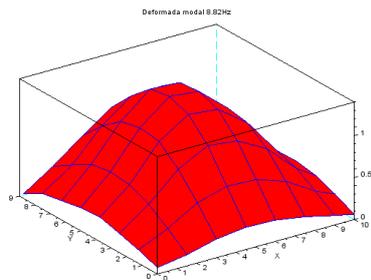
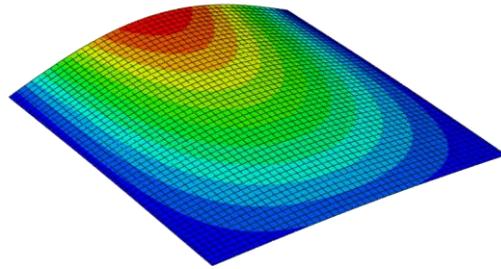
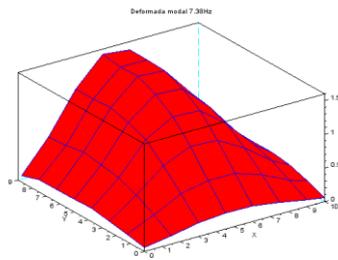
Tabela 18 – Modos de vibração

Etapa	Modos de vibração	
	Experimental	Numérico
Painel isolado		

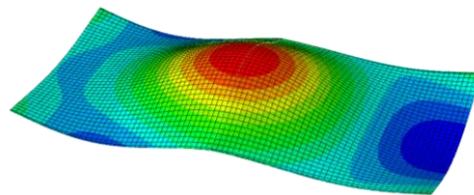
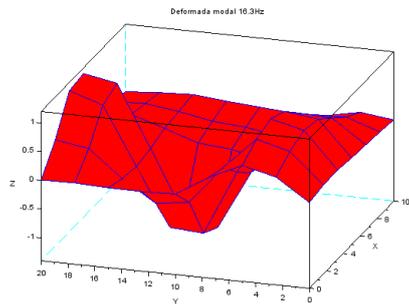
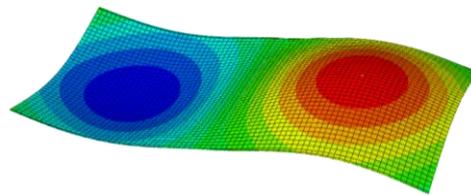
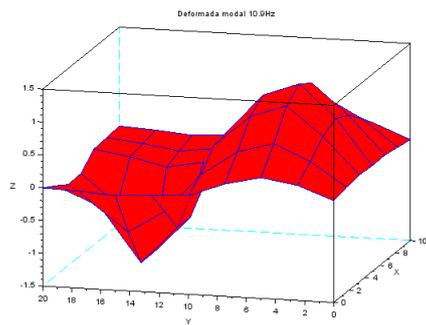
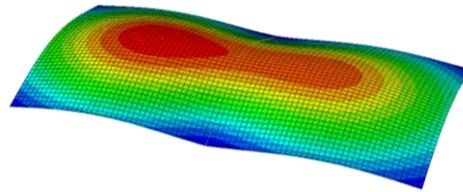
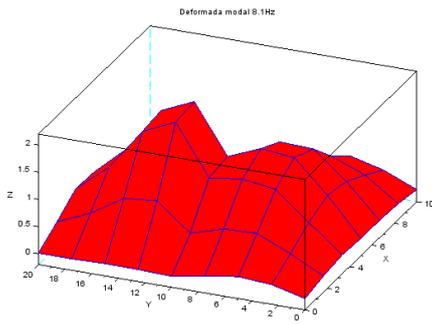
Painel isolado



Pavimento com chaves de cisalhamento



Pavimento com capa estrutural



Conforme explicado anteriormente, no ensaio do painel isolado foram posicionados acelerômetros sobre os outros painéis da região de interesse a fim de analisar o comportamento dos demais painéis. As frequências naturais obtidas para cada painel isolado foram as mesmas mostradas na Tabela 17, no entanto notou-se um pico de aceleração nos painéis centrais na frequência de 5,41 Hz. Plotando-se a deformada modal ao longo dos painéis, percebe-se que essa frequência é o primeiro modo de flexão da viga de apoio dos painéis alveolares, conforme pode ser observado na Figura 49.

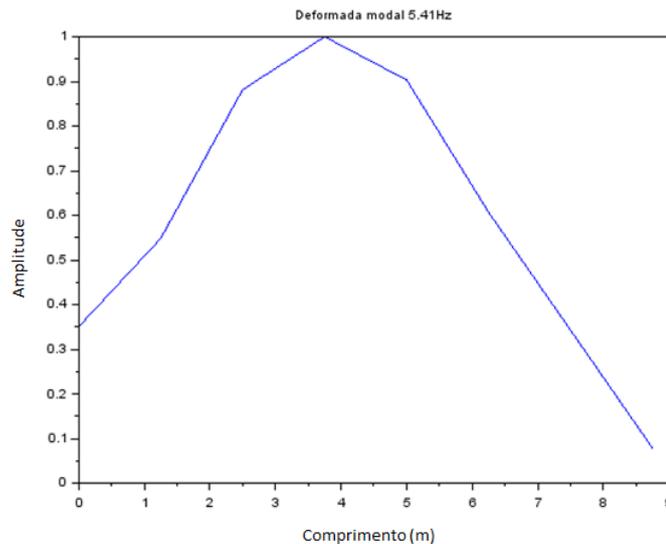


Figura 49 - Modo de flexão da viga de apoio

Ao comparar o resultado experimental e numérico do painel isolado, percebe-se que para os modos flexionais as frequências naturais são bem correlacionadas. No entanto, na torção a diferença entre o numérico e o experimental é maior. Esse fato pode ser justificado por duas razões: a primeira é que o modelo de casca foi feito de forma a se manter apenas a inércia no eixo x, assim a rigidez à torção do modelo é diferente da rigidez real do elemento; a segunda justificativa diz respeito ao apoio da laje alveolar. Enquanto esse apoio foi considerado com um coeficiente de mola vertical no modelo numérico (que restringe o deslocamento vertical em ambos os sentidos), na realidade a viga impede apenas o deslocamento vertical “para baixo”, não há nada que impeça o “levantamento” de um dos lados do apoio. Esse fato pode ser observado através da deformada modal experimental, pois se percebe que os apoios se deslocam, ao contrário da deformada obtida numericamente.

Após a execução das chaves de cisalhamento, os elementos de laje alveolar trabalham como uma única laje, de forma que a modelagem numérica com casca isotrópica conseguiu representar com razoável precisão todos os modos de vibração analisados.

Considerando a complexidade do pavimento com capa estrutural analisado, com diversos vãos conectados à região ensaiada, nota-se que as simplificações adotadas conseguiram ser representativas da realidade, uma vez que os modos de vibração e frequências naturais obtidas no modelo numérico simplificado condizem com as obtidas experimentalmente.

Ao analisar a frequência fundamental obtida em cada ensaio, percebe-se que ela apresentou pequeno aumento ao longo das etapas. Isso pode ser decorrente do aumento na rigidez ocasionado pela concretagem de parte da viga no ensaio com as chaves de cisalhamento, e pela concretagem da capa. Em todos os casos, foi a rigidez à flexão longitudinal do painel da laje e das vigas de apoio que exerceu maior influência na frequência fundamental.

A chave de cisalhamento conseguiu solidarizar os painéis, pois os modos de vibração obtidos indicam comportamento de placa, não havendo movimentação isolada dos painéis. No entanto, ainda não aparece efeito de solidarização entre as lajes adjacentes, uma vez que o modelo numérico conseguiu representar esse pavimento apenas com a massa sobre as lajes de apoio.

No pavimento com capa estrutural notou-se o efeito da solidarização entre os vãos gerada pela capa de concreto pois os modos de vibração das lajes analisadas são influenciados pelos vãos adjacentes.

As frequências naturais obtidas no pavimento com chaves de cisalhamento e com capa estrutural apresentaram aumento, o que indica que o efeito do acréscimo de rigidez devido à concretagem da capa e solidarização com os vãos adjacentes predominou sobre o incremento de massa relativa à capa.

O coeficiente de amortecimento parece não ter sido afetado diretamente pela concretagem das chaves de cisalhamento ou capa, pois o seu valor variou mais entre os modos de vibração do que entre os ensaios, o que indica que ele pode estar mais relacionado com o tipo de estrutura.

4.3 Níveis de vibração com o caminhar

Durante o ensaio foi medida a aceleração na laje devido ao caminhar de uma única pessoa. Essa situação foi simulada também no modelo numérico, utilizando a força dinâmica do caminhar conforme explicado no item 2.4.

As acelerações ao longo do tempo obtidas através do ensaio experimental e a modelagem numérica no ponto D8 do pavimento com chaves de cisalhamento são mostradas na Figura 50. Percebe-se que o modelo numérico consegue fornecer boa representação do nível de

vibração, uma vez que os picos de aceleração possuem amplitude semelhante, sendo a aceleração máxima obtida experimentalmente de 129 mm/s^2 e, numericamente de 134 mm/s^2 .

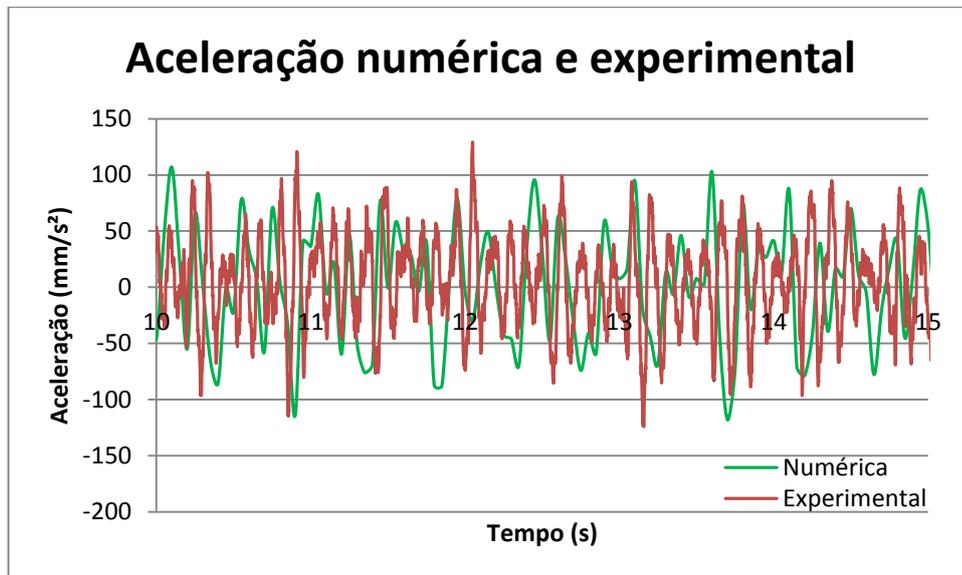


Figura 50 - Aceleração numérica e experimental – pavimento com chaves de cisalhamento

No painel isolado, a aceleração máxima ocorreu no ponto D, com valor de pico experimental de 529 mm/s^2 , enquanto a numérica foi de 594 mm/s^2 . O pavimento com capa estrutural apresentou aceleração máxima obtida experimentalmente no ponto D4, com valor de 49 mm/s^2 . No modelo numérico, a máxima aceleração obtida para o mesmo ponto foi de 54 mm/s^2 .

Percebe-se que com as chaves de cisalhamento, as vibrações foram reduzidas a apenas um quinto das observadas nos painéis isolados. Com a capa estrutural, as vibrações se reduziram a menos da metade das observadas sem a capa. Dessa forma, as chaves e a capa contribuíram significativamente na redução dos níveis de vibração.

Os ensaios permitiram analisar, em um pavimento real, a percepção do nível de vibração em cada etapa de testes. No painel isolado, a vibração foi considerada incômoda pelas pessoas que participaram do ensaio, no entanto, essa situação não é utilizada em nenhum edifício, pois trata-se de uma situação transitória. No pavimento com chaves de cisalhamento, as pessoas

envolvidas no ensaio consideraram a vibração pouco perceptível se estivessem em pé e perceptível quando sentadas. Finalmente, no pavimento com capa de concreto os usuários não conseguiram perceber as vibrações causadas pelo caminhar no pavimento, no entanto, a vibração gerada por pulos no centro da laje foram perceptíveis.

4.4 Comparação com critérios de conforto

Obtidas as frequências fundamentais e níveis de vibração experimental para cada ensaio, pode-se analisar a adequabilidade dos critérios de conforto para verificação de pavimentos em lajes alveolares protendidas.

Os critérios de Reiher-Meister, Reiher-Meister modificado, ISO 2631-2 (1989) e de aceleração de Bachmann analisam a resposta dinâmica da estrutura em um ponto. Dessa forma, foi considerada a resposta no ponto de aceleração máxima de cada etapa, sendo o ponto D no painel isolado, ponto D8 no pavimento com chaves de cisalhamento e o ponto D4 no pavimento com capa estrutural.

Utilizando a rotina para integrar a aceleração, foi obtido o deslocamento em cada ensaio, a Figura 51 mostra o resultado comparando-o com os limites de Reiher-Meister e Reiher-Meister modificado. Esse resultado indica que segundo esses critérios, o pavimento, em todas as situações, possui vibração imperceptível aos usuários, incompatível com as observações dos participantes do ensaio. A aplicabilidade de tal critério pode ser questionada frente às observações dos participantes do ensaio e em comparação aos demais critérios.

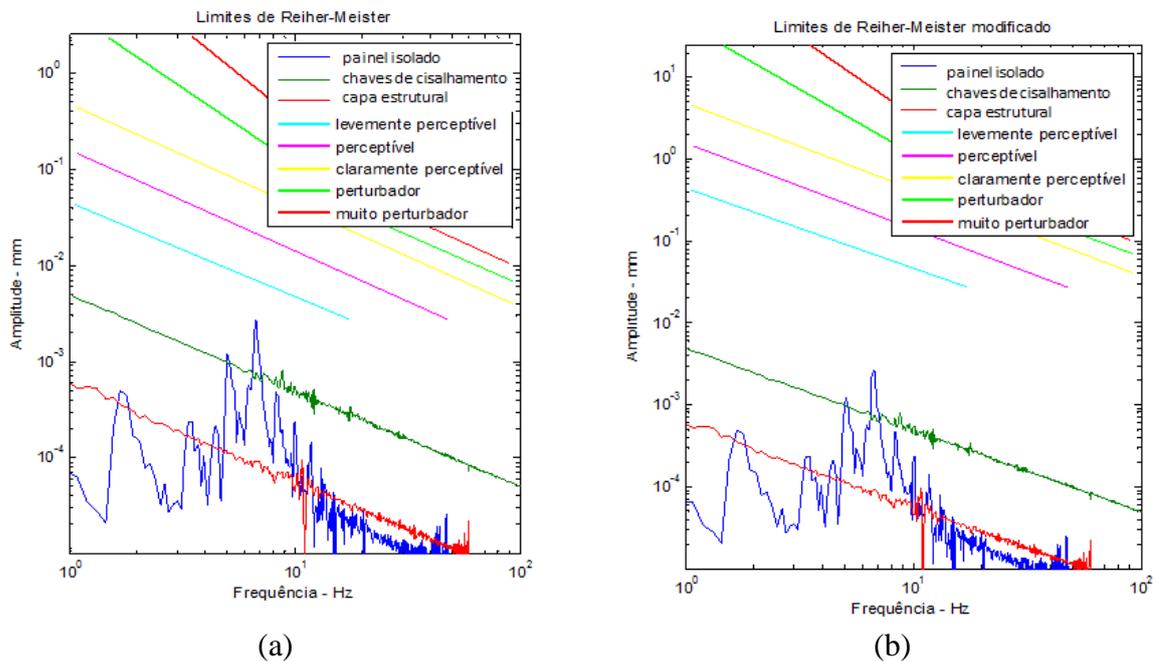


Figura 51 - Critério de conforto (a) Reiher-Meister e (b) Reiher-Meister modificado

Conforme mostrado no item 2.7, é importante analisar o conforto pelo critério da ISO 2631-2 de 1989 pelo fato de ela ainda ser utilizada por outras normas em vigor. Dessa forma, a Figura 52 ilustra os níveis de vibração RMS obtidos em cada ensaio. Nota-se que ela apresenta resultado condizente com o observado no dia do ensaio para o pavimento isolado, pois mostra pavimento inadequado para ser utilizado como passarela, centro comercial, jantar e dança e edifício comercial e residencial. No entanto, no pavimento com chaves de cisalhamento a norma indica que o pavimento pode ser utilizado para centros comerciais, jantar e dança, quando na realidade a vibração era perceptível para os usuários sentados. Finalmente, no pavimento com capa estrutural o resultado apresentado pela ISO indica pavimento com vibrações imperceptíveis, situação concordante com o ensaio.

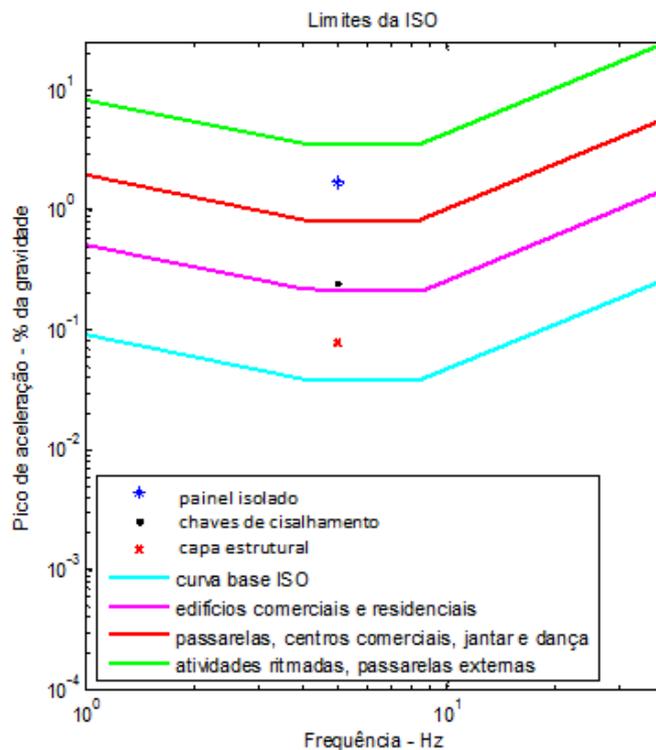


Figura 52 - Critério de conforto - ISO 2631-2 (1989)

A NBR 6118:2014 limita apenas a frequência natural mínima da estrutura. Conforme mostrado no item 2.6.4, as frequências fundamentais da estrutura devem ser superiores a 20% da frequência crítica indicada na Tabela 5, ou seja, devem ser superiores aos valores indicados na Tabela 19.

Tabela 19 - Frequências mínimas para estruturas - NBR 6118 (ANBT, 2014)

Caso	F_{crit} (Hz)	$F_{mínima}$ (Hz)
Ginásio de esportes e academias de ginástica	8,0	9,6
Salas de dança ou de concerto sem cadeiras fixas	7,0	8,4
Passarelas de pedestres ou ciclistas	4,5	5,4
Escritórios	4,0	4,8
Salas de concerto com cadeiras fixas	3,5	4,2

Os ensaios indicaram frequência fundamental do pavimento de 6,9 Hz no painel isolado, de 7,4 Hz no pavimento com chaves de cisalhamento e 8,1 Hz no pavimento com capa estrutural. Em todos os casos a frequência é superior à frequência mínima necessária para passarelas de

pedestres ou ciclistas, escritórios e salas de concerto com cadeiras fixas. De acordo com a NBR 6118, todas as condições consideradas no ensaio estariam adequadas, pois, além de possuir frequência natural fundamental acima das mínimas preconizadas, ainda apresenta flecha de 4,2 mm para carregamento variável, sendo que o limite máximo é de 25,7 mm. No entanto, no ensaio apenas na situação da laje com a capa foram obtidos níveis de vibração adequados. Isto indica que apenas a especificação de uma frequência natural mínima para o pavimento pode não ser suficiente para garantir o conforto de lajes alveolares.

O limite proposto por BACHMANN et al. (1997) deve ser aplicado a esse pavimento utilizando a aceleração, pois as frequências fundamentais são inferiores a 10 Hz. A Figura 53 apresenta as acelerações ao longo do tempo nas três etapas. Percebe-se que esse critério apresentou resultado ajustado ao sentido pelas pessoas envolvidas no ensaio para todas as etapas, uma vez que considerou que a vibração chegou a um nível quase perturbador/desconfortável no painel isolado, claramente perceptível no pavimento com chaves de cisalhamento e somente perceptível no pavimento com capa estrutural.

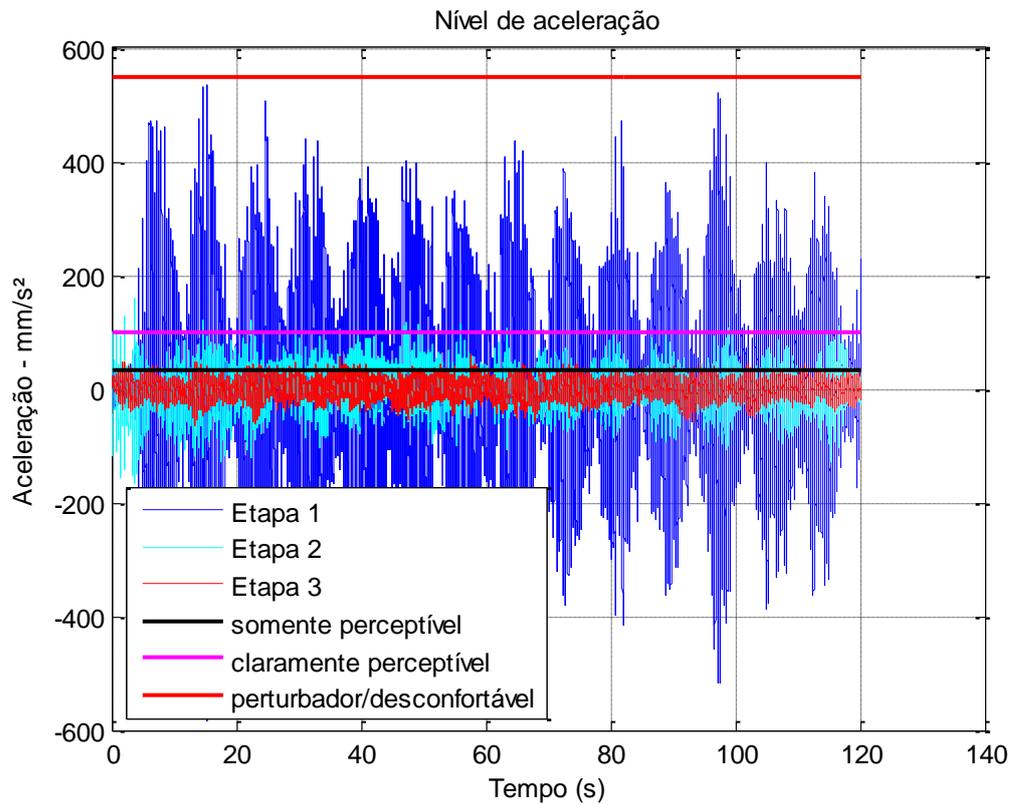


Figura 53 – Limite de aceleração - BACHMANN et al. (1997)

O critério proposto pelo PCI (2010) para análise de conforto limita a frequência mínima da estrutura a fim de se evitar vibrações devido ao caminhar. A Tabela 20 mostra os parâmetros adotados para cálculo da frequência mínima e as frequências obtidas.

Tabela 20 - Frequências naturais mínimas – PCI (2010)

Situação	K (kN)	β	W (kN)	f_n (kN)
Com chaves de cisalhamento	58	0,02	257	6,9
Com capa	58	0,02	382	5,8

Percebe-se que as frequências mínimas recomendadas pelo PCI (2010) são atendidas tanto na situação com chaves de cisalhamento como com a capa estrutural. Esse resultado é similar ao obtido pelo critério da ISO 2631-2 (1989) uma vez que a equação para cálculo dessas frequências utiliza o limite de conforto indicado na curva da referida norma.

4.4.1 Comentários

O ensaio experimental do pavimento nas três situações permitiu perceber a diminuição do nível de vibração com o aumento da rigidez, provocado primeiramente pela concretagem do chavetamento e das pré-vigas e depois com a concretagem da capa estrutural.

Ao analisar os critérios de conforto, percebe-se que o critério de Bachmann apresenta resultados concordantes com a realidade sentida pelos usuários no pavimento real, uma vez que a percepção dos usuários em cada ensaio pôde ser bem representada pelos limites de aceleração.

Os critérios de Reiher-Meister e Reiher-Meister modificado não conseguiram indicar o nível de percepção real das vibrações. Aparentemente, o fato desses critérios terem sido calibrados com pavimentos com amortecimento que variam de 5 a 8% do crítico torna-os inadequados para pavimentos com amortecimentos da ordem dos encontrados nesse pavimento (1 a 5%).

A curva de conforto da ISO 2631-2 também se mostrou inadequada para avaliar a adequabilidade do pavimento com chaves de cisalhamento para cada uso, pois indicou para esse caso, pavimento adequado para passarelas, centros comerciais, jantar e dança, mas as pessoas presentes no ensaio consideraram que usuários de centros comerciais poderiam se sentir incomodados com o nível de vibração presente.

Uma vez que a curva da ISO 2631-2 serviu de base para diversos critérios, alguns descritos no item 2.6, espera-se que estes critérios também apresentem resultados inadequados do ponto de vista do conforto estrutural para pavimentos em lajes alveolares protendidas, como pode ser verificado através da frequência mínima estabelecida pelo PCI (2010).

Finalmente, o pavimento com chaves de cisalhamento mostra que a norma brasileira NBR 6118, que se baseia somente na frequência fundamental da estrutura e deslocamento máximo para carregamento variável, não consegue fornecer um critério conclusivo para análise do conforto em pavimentos em lajes alveolares protendidas.

4.5 Método sugerido para modelagem numérica de pavimentos em lajes alveolares

A comparação dos resultados experimentais com os numéricos permitiu obter uma metodologia para modelagem numérica simplificada e representativa do comportamento dinâmico de pavimentos com lajes alveolares.

Sugere-se que sejam adotadas as seguintes etapas:

1. Calcular a inércia e massa do elemento de laje alveolar;
2. Calcular a espessura equivalente para obter mesma inércia longitudinal;
3. Calcular densidade equivalente para obter a mesma massa do elemento;
4. Representar laje alveolar como elemento de casca com material isotrópico;
5. Representar a laje alveolar com capa estrutural com elemento de casca composto por duas camadas de materiais isotrópicos;
6. Analisar as condições de contorno do pavimento em análise. Se for o caso, representar as lajes adjacentes através do acréscimo de massa e de rigidez (molas de rotação).

Utilizando-se essa metodologia o custo computacional para simulação dinâmica das lajes alveolares é reduzido, sem grande perda na precisão da análise.

Caso o modelo numérico seja empregado para análise do conforto em pavimentos com lajes alveolares, sugere-se que ele seja carregado com força dinâmica representativa da atividade à qual o pavimento estará sujeito.

É importante ressaltar que esse modelo numérico foi representativo para uma laje retangular com relação entre lados igual a dois, no caso de lajes quadradas ou retangulares com pequena relação entre lados, a utilização de modelo isotrópico para a laje pode não ser adequada.

5 Conclusão

A análise da sensibilidade às vibrações devido ao caminhar em pavimentos constituídos por lajes alveolares protendidas realizada nesse trabalho permitiu concluir que tais pavimentos podem eventualmente apresentar comportamento dinâmico insatisfatório mesmo quando resistem aos esforços solicitantes e atendem aos demais requisitos de estado limite de serviço.

A laje alveolar isolada, ou seja, simplesmente apoiada sem conexão com as laterais não é utilizada como pavimento final em edifícios pré-moldados, de forma que essa situação mais crítica do ponto de vista do conforto não ocorre na prática.

O pavimento com chaves de cisalhamento também mostrou-se desconfortável às pessoas envolvidas no ensaio e pode ser encontrado em algumas obras, uma vez que a capa estrutural não é obrigatória, pois a laje pode ser dimensionada para resistir aos esforços solicitantes com segurança sem considerar o aumento da seção gerada pela capa. Conforme mostrado no texto, esse pavimento atende a todos os critérios de conforto da norma brasileira ABNT NBR 6118:2014 e da antiga curva proposta pela ISO 2631-2 (1989) (que, apesar de suprimida, ainda é corriqueiramente utilizada para análise de conforto em pavimentos) para ser utilizado como centro comercial. Essa situação indica que tais normas devem ser utilizadas com cautela quando forem empregadas para análise de pavimentos em lajes alveolares protendidas.

No pavimento com capa, percebe-se que a capa estrutural melhorou o comportamento dinâmico, tornando as vibrações geradas pelo caminhar imperceptíveis aos usuários. Essa melhora pode ter sido ocasionada pelo aumento da seção transversal (que implica aumento de massa e de inércia) ou também pelo aumento da rigidez gerada pela continuidade da capa estrutural com os vãos adjacentes.

As frequências naturais sofreram pequeno aumento entre os ensaios com chave de cisalhamento e com capa estrutural, de forma que o aumento da rigidez ocasionado pela solidarização das lajes e também da seção transversal devido a concretagem da capa preponderaram sobre o aumento da massa.

A análise experimental do conforto permite concluir que a norma brasileira para projeto de estruturas de concreto armado (ABNT NBR 6118:2014) não fornece prescrições suficientes

para se evitar o incômodo gerado por vibrações excessivas em pavimentos de lajes alveolares protendidas.

Conforme mostrado anteriormente, a norma brasileira não limita a esbelteza dos pavimentos, que o CPCI (2013) limita a 45 e o ACI (2011) limita a 42. No pavimento sem a capa estrutural a relação de vão/espessura é de 50, e em ambos os casos a vibração foi perceptível. Essa relação caiu para 40 no pavimento com a capa de concreto, na qual as vibrações não foram percebidas. Esse fato sugere que estabelecer um limite para a esbelteza das lajes pode ser um critério simples a fim de se reduzir as vibrações excessivas, no entanto, ainda necessita de pesquisa mais detalhada.

A análise de conforto através dos critérios de BACHMANN et al. (1997), ISO 2631-2 (1989), ABNT NBR 6118:2014, Reiher-Meister e Reiher-Meister modificada realizada nos dados experimentais permite concluir que para pavimentos em lajes alveolares protendidas com amortecimento de 1 a 5%, o critério que apresenta resultados mais condizentes com o observado pelas pessoas envolvidas no ensaio é o de BACHMANN et al. (1997). Cabe ressaltar que a percepção da vibração durante o ensaio é subjetiva, variando entre indivíduos.

Com relação à modelagem numérica, essa pesquisa permite concluir que modelos numéricos simples com elementos isotrópicos conseguem representar o comportamento dinâmico das lajes alveolares protendidas com plantas retangulares com relação entre lados igual a dois.

Dessa forma, o conforto dos usuários de pavimentos desse tipo pode ser analisado, em fase de projeto, através de modelo numérico simplificado (conforme descrito no item 8.4) carregado dinamicamente com a série de Fourier correspondente à atividade humana analisada. A resposta da aceleração ao longo do tempo permite analisar o nível de percepção das vibrações pelo critério de BACHMANN et al. (1997).

Essa pesquisa indica que há diversos estudos a serem realizados em pavimentos a fim de se evitar vibrações excessivas. Pavimentos em estruturas mistas geralmente são analisados com o critério proposto pelo AISC Design Guide, que se baseia na curva extinta da ISO 2631-2 (1989), a qual forneceu valores incoerentes para o nível de vibração (observado no pavimento com chave de cisalhamento) e indicam a necessidade de estudo mais detalhado.

Estudos futuros que podem ser realizados a fim de melhorar as recomendações de projeto para pavimentos de concreto armado visando evitar vibrações excessivas são:

- a) Estudo paramétrico utilizando a metodologia de simulação numérica descrita neste trabalho para avaliar se as lajes que atendem aos demais critérios de dimensionamento de ELU e ELS, atendem também aos critérios de conforto de vibrações;
- b) Analisar a influência da relação vão/espessura dos pavimentos em laje alveolar a fim de verificar se o limite proposto pelo CPCI (2013) de 45 e do ACI (2011) de 42 é capaz de evitar situações de desconforto aos usuários devido a vibrações excessivas;
- c) Realizar ensaios dinâmicos em pavimentos de concreto armado pré-moldado ou moldado no local com outras tipologias a fim de verificar se o critério existente na ABNT NBR 6118:2014 é suficiente para evitar vibrações perceptíveis;

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ABNT. **NBR 6120 Cargas para o cálculo de estruturas de edificações - procedimento**. Rio de Janeiro: Associação Brasileira de Normas Técnicas, 1980.

ABNT. **ABNT 6118 - Projeto de estruturas de concreto - Procedimento**. Rio de Janeiro: Associação Brasileira de Normas Técnicas, 2007.

ABNT. **NBR 14861 Laje pré-fabricada - Painel alveolar de concreto protendido - Requisitos**. Rio de Janeiro: Associação Brasileira de Normas Técnicas, 2011.

ACI. **Building Code Requirements for Structural Concrete (ACI 318-11)**. Farmington Hills: American Concrete Institute, 2011.

ALMEIDA, S.; NÓBREGA, P. G. B.; HANAI, J. B. **Critérios de Vibração para Estruturas de Piso de Concreto Pré-moldado**^{1º} Encontro nacional de pesquisa- projeto-produção em concreto pré-moldado. **Anais...**São Carlos: 2005

ARAÚJO, I. G.; LAIER, J. E. Operational modal analysis using {SVD} of power spectral density transmissibility matrices. **Mechanical Systems and Signal Processing**, v. 46, n. 1, p. 129–145, 2014.

ASTM. **ASTM C215-14 - Standard Test Method for Fundamental Transverse, Longitudinal and Torsional Resonant Frequencies of Concrete Specimens**. American Society for Testing and Materials, 2014.

ATCP ENGENHARIA FÍSICA. ATCP ENGENHARIA FÍSICA, 2014. disponível em: <<http://www.atcp.com.br/imagens/produtos/sonelastic/manuais/Catalogo-Sonelastic.pdf>>. Acesso em 5 de nov. 2014.

BACHMANN, H. et al. **Vibration Problems in Structures: Practical Guidelines**. Birkhauser, 1997.

BACHMANN, H.; AMMANN, W. **Vibrations in structures induced by man and machines**. 3. ed. International Association for Bridge and Structural Engineering, 1987.

BENDAT, J. S.; PIERSOL, A. G. **Random Data: Analysis and Measurement Procedures**. Wiley, 2011.

CAMILLO, C. A. **Continuidade de painéis de laje alveolar em edifícios**. Dissertação (Mestrado em Estruturas e Construção Civil) - Departamento de Engenharia Civil, Universidade Federal de São Carlos, São Carlos, 2012.

CHEN, Y. Finite element analysis for walking vibration problems for composite precast building floors using ADINA: modeling, simulation, and comparison. **Computers & Structures**, v. 72, p. 109–126, 1999.

CLOUGH, R. W.; PENZIEN, J. **Dynamics of Structures**. Singapore: McGraw-Hill Book Co, 1975.

CPCI. **Structural Floor & Roof Systems - Precast/Prestressed Concrete**. Ottawa: Canadian Precast/Prestressed Concrete Institute, 2013.

DE SILVA, C. W. **Vibration Damping, Control, and Design**. CRC Press, 2007.

DIÓGENES, H. J. F. **Análise Tipológica de Elementos e Sistemas Construtivos Pré-moldados de Concreto do Ponto de Vista de Sensibilidade a Vibrações em Serviço**. Escola de Engenharia de São Carlos - Universidade de São Paulo, 2010.

EBRAHIMPOUR, A.; SACK, R. L. A review of vibration serviceability criteria for floor structures. **Computers & Structures**, v. 83, n. 28-30, p. 2488–2494, nov. 2005.

EL DEBS, M. K. **Concreto Pré-Moldado: Fundamentos e Aplicações**. São Carlos: EESC USP Projeto REENGE, 2000.

ELLIOTT, K. **Precast Concrete Structures**. Taylor & Francis, 2002.

EWINS, D. Basics and state-of-the-art of modal testing. **Sadhana**, v. 25, n. June, p. 207–220, 2000.

FAÍSCA, R. G. **Caracterização das cargas dinâmicas geradas por atividades humanas**. [s.l.] Universidade do Rio de Janeiro, 2003.

FELBER, A. J. **Development of a Hybrid Bridge Evaluation System**. University of British Columbia, 1993.

FIP. **Precast prestressed hollow core floors**. The International Federation for Structural Concrete, Draft May 2011.

GRIFFIN, M. J. **Handbook of Human Vibration**. Academic Press, 1996.

HAACH, V. G. et al. Application of acoustic tests to mechanical characterization of masonry mortars. **NDT&E International**, v. 59, p. 18–24, 2013.

IRVINE, T. **VibrationData Shock & Vibration Software & Tutorials**, 2003. disponível em: <<https://vibrationdata.wordpress.com/2012/10/21/iso-2631-matlab-scripts/>>. Acesso em 20 de mar. 2015.

ISO. **Evaluation of human exposure to whole-body vibration -- Part 2: Continuous and shock-induced vibrations in buildings (1 to 80 Hz)**. International Standardization Organization, 1989.

ISO. **Mechanical Vibration and Shock - Evaluation of Human Exposure to Whole Body Vibration - Part 2: vibration in buildings (1 Hz to 80 Hz). ISO 2631-2**. Geneva, Switzerland: International Standardization Organization, 2003.

ISO. **ISO 10137 - Bases for design of structures - Serviceability of buildings and walkways against vibrations**. International Standardization Organization, 2007. v. 10137

JOHANSSON, P. **Vibration of Hollow Core Concrete Elements Induced by Walking**. Division of Structural Engineering - Lund Institute of Technology, Sweden, 2009.

LEONHARDT, F; MÖNNING, E. **Construções de concreto, vol. 1: princípios básicos do dimensionamento de estruturas de concreto armado**. Tradução de David Fridman. 2. reimpr. Rio de Janeiro: Interciência, 2008.

LIMA, S. S.; SANTOS, S. H. C. **Análise dinâmica das estruturas**. Rio de Janeiro: Editora Ciência Moderna Ltda., 2008.

LJUNGGREN, F.; WANG, J.; ÅGREN, A. Human vibration perception from single- and dual-frequency components. **Journal of Sound and Vibration**, v. 300, n. 1-2, p. 13–24, fev. 2007.

MAST, R. F. Vibration of Precast Prestressed Concrete Floors. **PCI Journal**, p. 11, 2001.

MCCONNELL, K. G.; VAROTO, P. S. **Vibration Testing: Theory and Practice**. Wiley, 2008.

MEHTA, P. K.; MONTEIRO, P. J. M. **Concrete - Microstructure, Properties and Materials**. 3. ed. [s.l.] McGraw-Hill Professional, 2005.

MELLO, A. VI. DE A. et al. Estudo do conforto humano em pisos mistos (aço-concreto). **REM: R. Esc. Minas**, v. 60, n. 2, p. 409–418, 2007.

MURRAY, T. **FLOOR VIBRATIONS : THE HUMAN TOLERANCE SIDE OF THE EQUATION** IMAC XVII - 17th International Modal Analysis Conference - Modal Analysis: Reducing the Time to Market. **Anais...1999**

MURRAY, T. Tips for avoiding office building floor vibrations. **Modern Steel Construction**, n. March, 2001.

MURRAY, T. M.; ALLEN, D. E.; UNGAR, E. E. **Steel Design Guide Series 11 - Floor Vibrations Floor Vibrations Due to Human Activity**. American Institute of Steel Construction, 1997.

PAVIC, A.; REYNOLDS, P. Vibration serviceability of long-span concrete building floors. Part 2: Review of mathematical modelling approaches. **Shock and Vibration Digest**, v. 34, p. 279–297, 2002a.

PAVIC, A.; REYNOLDS, P. Vibration serviceability of long-span concrete building floors. Part 1: Review of background information. **Shock and Vibration Digest**, v. 34, p. 191–211, 2002b.

PAVIC, A.; REYNOLDS, P. Vibration serviceability of long-span concrete building floors. Part 1: Review of background information. **Shock and Vibration Digest**, v. 34, n. 3, p. 191–211, 2002c.

PCI. **PCI Manual for the Design of Hollow Core Slabs**. 2. ed. Precast/Prestressed Concrete Institute, 1998.

PCI. **PCI Design Handbook 7th Edition**. Precast/Prestressed Concrete Institute, 2010.

PEETERS, B. **System Identification and Damage Detection in Civil Engineering**. Leuven University, 2000.

PETRUCELLI, N. S.; CARVALHO, R. C. O uso de continuidade em pavimentos com lajes alveolares protendidas. **Anais do 52º Congresso Brasileiro do Concreto**. Outubro, 2010.

RAINIERI, C.; FABBROCINO, G. **Operational Modal Analysis of Civil Engineering Structures**. New York, NY: Springer New York, 2014.

RODRIGUES, J. **Identificação Modal Estocástica**. UNiversidade do Porto, 2004.

SANTOS, A. P. **Análise da continuidade em lajes alveolares: estudo teórico e experimental**. Tese (doutorado) - Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, 2014.

THUONG, O.; GRIFFIN, M. J. The vibration discomfort of standing persons: 0.5–16-Hz fore-and-aft, lateral, and vertical vibration. **Journal of Sound and Vibration**, v. 330, n. 4, p. 816–826, fev. 2011.

THUONG, O.; GRIFFIN, M. J. The vibration discomfort of standing people: relative importance of fore-and-aft, lateral, and vertical vibration. **Applied ergonomics**, v. 43, n. 5, p. 902–8, set. 2012.

Apêndice A – Resumo dos critérios de dimensionamento à flexão

Cada norma estabelece limites para as tensões máximas no concreto e nos cabos. A Tabela 21 resume as tensões máximas de acordo com a norma.

Tabela 21. Comparação dos valores limites - dimensionamento à flexão

	NBR ¹	ACI 318 ²	FIB ³
Liberação da protensão: tensão máxima de compressão	$\frac{0,85f_{ck,j}}{\gamma_c}$	$0,6f'_{ci}$	-
Liberação da protensão: tensão máxima de tração	$\frac{f_{ct,mj}}{1,2}$	$3\sqrt{f'_{ci}}$	$\frac{f_{ctm(t=0)}}{1,4}$
Em serviço (ELS): tensão máxima de compressão	$\frac{0,85f_{ck}}{\gamma_c}$	$0,60f'_{ci}$	-
Em serviço (ELS): tensão máxima de tração	$\frac{f_{ct,m}}{\gamma_c}$	$6\sqrt{f'_c}$	$\frac{f_{ctk 0,05}}{1,4}$

¹NBR 14861 (ABNT, 2011)

²ACI 318 (ACI, 2011)

³FIB (2011)

A norma brasileira NBR 14861 (ABNT, 2011) estabelece os seguintes limites para as tensões máximas no concreto:

- i. Na fase de liberação da protensão, no manuseio, construção e demais situações transitórias antes da consolidação do capeamento estrutural:

$$\sigma_{ct,j} \leq \frac{f_{ct,mj}}{1,2} \quad \text{Equação 29}$$

$$\sigma_{c,j} \leq \frac{0,85f_{ck,j}}{\gamma_c} \quad \text{Equação 30}$$

- ii. Nas demais situações, para verificação em serviço:

$$\sigma_{ct} \leq \frac{f_{ct,m}}{\gamma_c} \quad \text{Equação 31}$$

$$\sigma_c \leq \frac{0,85f_{ck}}{\gamma_c} \quad \text{Equação 32}$$

Segundo a norma americana para estruturas de concreto ACI 318 (ACI, 2011), a peça deve ser dimensionada para resistir ao carregamento de projeto de:

$$U = 1,4D + 1,7L \quad \text{Equação 33}$$

Sendo:

U: força necessária para resistir ao carregamento majorado

D: carregamento permanente

L: carregamento variável

O critério a ser respeitado é:

$$M_u \leq \phi M_n = \phi A_{ps} f_{ps} (d_p - a/2) \quad \text{Equação 34}$$

$$a = \frac{A_{ps} f_{ps}}{0,85 f'_c b} \quad \text{Equação 35}$$

f_{ps} : valor calculado pela compatibilidade de deformações

Ou

$$f_{ps} = f_{pu} \left(1 - \frac{\gamma_p}{\beta_1} \rho_p \frac{f_{pu}}{f'_c} \right) \quad \text{Equação 36}$$

Onde

a : altura da região comprimida

A_{ps} : área da armadura protendida

b : largura da seção transversal da laje alveolar.

d_p : distância do centro de gravidade da armadura de protensão à fibra superior da seção transversal da laje.

f_{pu} : tensão de ruptura à tração da armadura ativa.

f'_c : resistência do concreto a compressão.

M_n : resistência nominal à flexão.

M_u : momento majorado.

β_1 : fator definido pelo ACI (2011), cujo maior valor é 0,85, para f'_c entre 17 e 28 MPa. Para f'_c acima de 28 MPa, β_1 é reduzido linearmente a uma taxa de 0,05 para cada 7 MPa de resistência acima de 28 MPa, porém o valor de β_1 não pode ser menor que 0,65.

γ_p : fator devido ao tipo de fio de protensão, definido no ACI (2011) igual a 0,28 para aços de baixa relaxação.

ϕ : fator de redução da resistência definido no ACI (2011), com valor de 0,9 para flexão.

ρ_p : taxa de armadura protendida.

Para o atendimento da segurança da seção transversal no Estado Limite Último, exige-se que $M_d \leq \phi M_n$. Além disso, é exigido também o atendimento da Equação 37.

$$M_n > 1,2M_{cr}$$

Equação 37

Sendo que:

M_{cr} : momento de fissuração = $M_{cr} = S * (f_p + f_t)$

S : momento de resistência

f_p : tensão devido à protensão

f_t : tensão de tração do concreto

M_d : momento devido às cargas permanentes, não majorado.

M_n : resistência nominal à flexão.

As tensões limites estabelecidas pelo ACI 318 são:

- a) Tensões máximas na liberação da protensão:
 - i. Tensão máxima de compressão : $0,6 f'_{ci}$
 - ii. Tensão máxima de tração exceto o permitido em (iii) : $3 \sqrt{f'_{ci}}$
 - iii. Tensão máxima de tração nas extremidades de elementos simplesmente apoiados : $6 \sqrt{f'_{ci}}$
- b) Tensões máximas permitidas para carregamento de serviço

- i. Tensão na fibra mais comprimida devido à protensão mais as sobrecargas: $0,45 f'_{ci}$
- ii. Tensão na fibra mais comprimida devido à protensão mais a carga total: $0,60 f'_{ci}$
- iii. Tensão na fibra mais tracionada na área tracionada pré-comprimida: $6 \sqrt{f'_c}$
- iv. Tensão na fibra mais tracionada na região tracionada pré-comprimida na qual as defleções são calculadas considerando relações bilineares entre momento e curvatura: $12 \sqrt{f'_c}$

A FIB (2011) recomenda que a capacidade resistente à flexão das lajes alveolares seja determinada limitando-se:

- a) Tensões de tração devido à flexão no concreto
- b) Flechas iniciais e finais

Os valores máximos permitidos para as tensões são:

- i. A tensão de tração devido à flexão no concreto no ato da liberação da protensão ($\sigma_{ct,fl(t=0)}$) não deve exceder:

$$\sigma_{ct,fl(t=0)} < f_{ctm(t=0)} / 1,4 \quad \text{Equação 38}$$

Onde $f_{ctm(t=0)}$ é a resistência à tração do concreto no ato da liberação da protensão.

- ii. A tensão de tração devido à flexão no concreto sob qualquer combinação de carregamento ($\sigma_{ct,fl}$) não deve exceder:

$$\sigma_{ct,fl} < f_{ctk 0,05} / 1,4 \quad \text{Equação 39}$$

nas regiões de transferência da força de protensão, e

$$\sigma_{ct,fl} < f_{ct,fl k 0,05} / 1,4 \quad \text{Equação 40}$$

nas regiões sem transferência da força de protensão. Caso essas condições sejam atendidas, não é necessário o cálculo da fissuração.

- iii. A tensão de tração devido à flexão na fibra inferior na direção transversal do elemento de laje não deve exceder:

$$\sigma_{ctf} \leq f_{ctk\ 0,05} / 1,4$$

Equação 41

$$f_{ctk\ 0,05} = 0,7f_{ctm}$$

Equação 42

Apêndice B – Resumo dos critérios de dimensionamento ao cisalhamento

De acordo com a NBR 14861 (ABNT, 2011), há dois mecanismos de ruptura ao cisalhamento nas lajes alveolares: tração diagonal no concreto na nervura do alvéolo e tensão de cisalhamento somada às tensões de tração devidas à protensão ou flexão da peça. Essa norma apresenta critério de dimensionamento apenas para o segundo mecanismo.

Todas as seções transversais da laje alveolar devem respeitar simultaneamente as seguintes condições:

$$V_{Sd} \leq V_{Rd1} \quad \text{Equação 43}$$

$$V_{Sd} \leq V_{Rd2} \quad \text{ou} \quad V_{Sd} \leq V_{Rd2 \text{ capa}} \quad \text{Equação 44}$$

onde

V_{Sd} : força cortante solicitante de cálculo na seção

V_{Rd1} : força cortante resistente de cálculo na seção

V_{Rd2} : força cortante resistente de cálculo na seção das diagonais comprimidas de concreto

$V_{Rd2 \text{ capa}}$: força cortante resistente de cálculo na seção das diagonais comprimidas de concreto da laje alveolar com capa

Sendo:

$$V_{Rd2} = \frac{1}{2} v f_{cd} 0,9 d \sum b_{w,1} \quad \text{Equação 45}$$

$$V_{Rd2 \text{ capa}} = \frac{1}{2} v f_{cd} 0,9 d_{tot} \sum b_{w,2} \quad \text{Equação 46}$$

$$v = 0,7 - \frac{f_{ck}}{200} \geq 0,5 \quad \text{Equação 47}$$

onde

$\sum b_w$: somatória das larguras das nervuras internas e externas da laje alveolar

d: altura da seção transversal da laje alveolar

d_{tot} : altura da seção transversal da laje alveolar mais capa estrutural

f_{cd} : resistência de cálculo à compressão do concreto usado no projeto

$$V_{Rd1} = V_{c,1} + V_{p,1} \quad \text{Equação 48}$$

Sendo

$$V_{c,1} = 0,25 f_{ctd} k (1,2 + 40\rho_1) \sum b_{w,1} d \quad \text{Equação 49}$$

$$V_{p,1} = 0,15 \sigma_{cp,1} \sum b_{w,1} d \quad \text{Equação 50}$$

$$\rho_1 = \frac{A_s}{(\sum b_{w,1} \cdot d)} \quad \text{Equação 51}$$

$$\sigma_{cp,1} = \frac{N_p}{A_p} \alpha \quad \text{Equação 52}$$

$k = 1,6 - d \geq 1$ sendo d, nessa expressão, somente em metros (m)

Os procedimentos descritos pelo ACI 318 (ACI, 2011) são mostrados resumidamente.

$$V_u \leq \phi V_n \quad \text{Equação 53}$$

Onde

V_n : resistência nominal de um elemento ao cisalhamento

V_u : força de cisalhamento de projeto

Φ : 0,85 para cisalhamento

$$V_n = V_c + V_s$$

Equação 54

Onde

V_c : resistência nominal do concreto ao cisalhamento (lb)

V_s : contribuição da armadura de cisalhamento (lb)

As lajes alveolares não possuem armadura transversal, ou seja, $V_s = 0$. Dessa forma, a resistência ao cisalhamento da laje alveolar é $V_n = V_c$, sendo V_c calculada por:

$$V_c = \left(0,6 * \sqrt{f'_c} + 700 \frac{V_u d}{M_u} \right) b_w d$$

Equação 55

Onde

b_w : largura efetiva da seção transversal da laje alveolar (in.), dada pela somatória das larguras das nervuras da laje

d : distância do eixo de protensão à fibra superior (in.)

f'_c : resistência à compressão do concreto (psi)

M_u : momento de projeto majorado (in.-lb)

V_u : força cortante majorada devido ao peso próprio da laje (lb)

Essa expressão é válida desde a força efetiva de protensão seja maior que 40% da resistência à tração da armadura de flexão e que sejam atendidas as seguintes condições:

$$\frac{V_u d}{M_u} < 1$$

Equação 56

$$V_c > 2 \sqrt{f'_c} b_w d$$

Equação 57

$$V_c < 5 \sqrt{f'_c} b_w d \quad \text{ou} \quad V_c < V_{cw} = 3,5 \sqrt{f'_c} + 0,3 f_{pc} b_w d$$

Equação 58

onde:

f_{pc} : tensão de compressão no centroide da seção de concreto (psi)

A norma também prevê um cálculo mais refinado para a resistência ao cisalhamento, devendo ser adotado o menor valor entre as equações 31 e 32:

$$V_{ci} = 0,6 \sqrt{f'_c} b_w d + V_d + \frac{V_i M_{cr}}{M_{m\acute{a}x}} \quad \text{Equação 59}$$

$V_{ci} > 1,7 \sqrt{f'_c} b_w d$ se a força efetiva de protensão é menor que 40% da resistência à tração da armadura de flexão

$V_{ci} > 2 \sqrt{f'_c} b_w d$ se a força efetiva de protensão é maior que 40% da resistência à tração da armadura de flexão

$$V_{cw} = 3,5 \sqrt{f'_c + 0,3 f_{pc}} b_w d \quad \text{Equação 60}$$

Onde:

M_{cr} : momento de fissuração (in.-lb)

$M_{m\acute{a}x}$: momento devido às cargas majoradas menos M_d (in.-lb)

V_d : cisalhamento devido ao peso próprio não majorado (lb)

V_i : força cortante fatorada na seção devido ao carregamento externo ocorrendo simultaneamente com o $M_{m\acute{a}x}$ (lb)

$$M_{cr} = \frac{I}{y} (6 \sqrt{f'_c} + f_{pe} - f_d) \quad \text{Equação 61}$$

$$V_i = V_u - V_d \quad \text{Equação 62}$$

$$M_{m\acute{a}x} = M_u - M_d \quad \text{Equação 63}$$

V_d : força cortante devido ao peso próprio, não majorado, para seções não compostas (lb)

M_d : momento devido ao peso próprio, não majorado, para seções não compostas (in.-lb)

V_{ci} é a resistência ao cisalhamento em regiões com momento fletor, onde as fissuras são inclinadas. V_{cw} é a resistência em regiões pouco influenciadas pelo momento fletor, onde a ruptura ocorre por tração diagonal no concreto depois de atingida a sua resistência à tração.

O manual da FIB (2011) fornece duas formas distintas de cálculo da resistência ao cisalhamento: uma para seções fissuradas pela flexão e outra para seções não fissuradas pela flexão. Essas regiões são mostradas na Figura 54.

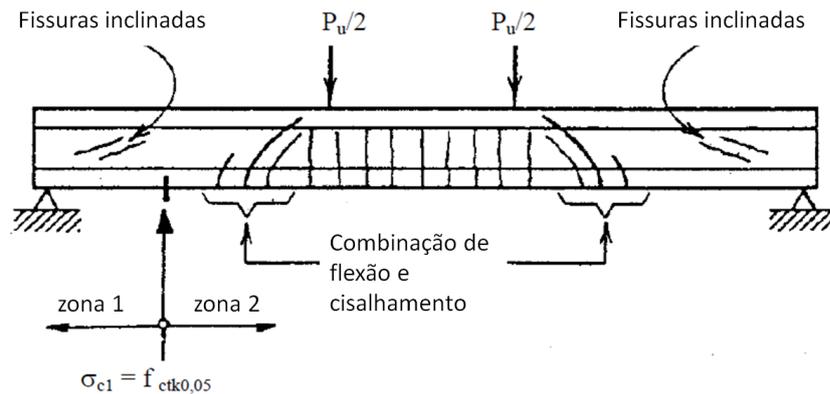


Figura 54. Padrões e regiões de fissuras em elemento de concreto armado ou protendido (traduzido de FIB (2011))

- Resistência ao cisalhamento na região não fissurada pela flexão

A resistência ao cisalhamento na região não fissurada pela flexão é limitada quando tensão principal de tração na seção transversal atinge a resistência à tração do concreto. O modo de ruptura é referido como ruptura por tração diagonal e pode ser calculado pela equação:

$$V_{Rd,c} = \frac{I b_w}{S} \sqrt{f_{ctd}^2 + \alpha \sigma_{cp} f_{ctd}} \quad \text{Equação 64}$$

Onde

I : momento de inércia da seção transversal em relação ao centro de gravidade

b_w : largura efetiva da seção transversal da laje alveolar, definida pela soma das larguras das nervuras internas e externas

S : momento estático

f_{ctd} : resistência à tração do concreto ($f_{ctd} = f_{ct}/\gamma_c$)

$\alpha = l_x/l_{pt2}$: para cabos protendidos e ancorados por aderência, no qual

l_x : distância da seção transversal considerada até o ponto de início de aplicação da força de protensão

l_{pt2} : limite superior do comprimento de ancoragem ($= 1,2l_{pt}$)

σ_{cp} : tensão de compressão no concreto no centro de gravidade

A expressão para cálculo da resistência ao cisalhamento é válida para seções transversais nas quais a tensão principal máxima encontra-se localizada no centro de gravidade. Isso ocorre geralmente caso as duas condições abaixo sejam atendidas:

- Largura mínima da seção transversal coincide com o centro de gravidade da seção transversal;
- A seção considerada encontra-se localizada na região com protensão totalmente transferida.

A máxima força cortante, normalmente é próxima ao apoio, na região de transferência da força de protensão. Nessa região, deve-se ter cuidado extra devido ao fendilhamento longitudinal causado pela ancoragem das cordoalhas de protensão que contribuem para reduzir a resistência ao cisalhamento da laje alveolar.

- **Resistência ao cisalhamento em regiões fissuradas na flexão**

A resistência de projeto ao cisalhamento em região na qual no estado limite último encontra-se fissurada na flexão é dado por:

$$V_{Rd,c} = [C_{Rd,c}k(100\rho_1f_{ck})^{\frac{1}{3}} + k_1\sigma_{cp}]b_wd \quad \text{Equação 65}$$

Com o mínimo de:

$$V_{Rd,c} = (v_{min} + k_1\sigma_{cp})b_wd \quad \text{Equação 66}$$

Onde:

f_{ck} : resistência à compressão característica do concreto (MPa)

$k = 1 + \sqrt{200/d} \leq 2,0$: com a altura efetiva d em mm

$$\rho_1 = \frac{A_p}{b_w d} \leq 0,02 \quad \text{Equação 67}$$

A_p : área dos cabos de protensão, que para a força de protensão estão completamente ancorados além da seção considerada. Em regiões fissuradas na flexão a força de protensão necessária deve ser aumentada devido às fissuras inclinadas de cisalhamento iniciadas com as fissuras de flexão (ver Figura 55).

b_w : menor largura da seção transversal na área tracionada (mm)

σ_{cp} : tensão de compressão no concreto no centro de gravidade:

$$\sigma_{cp} = \frac{N_{Ed}}{A_c} < 0,2 f_{cd} \text{ (MPa)} \quad \text{Equação 68}$$

N_{Ed} : força axial na seção transversal devido ao carregamento ou protensão [N] ($N_{Ed} > 0$ para compressão)

A_c : área transversal de concreto (mm²)

$V_{Rd,c}$ em (N)

Nota: os valores recomendados de $C_{Rd,c}$, v_{min} e k_1 são:

$$C_{Rd,c} = 0,18/\gamma_c \quad \text{Equação 69}$$

$$v_{min} = 0,035 \cdot k^{3/2} \cdot f_{ck} \quad \text{Equação 70}$$

$$k_1 = 0,15 \quad \text{Equação 71}$$

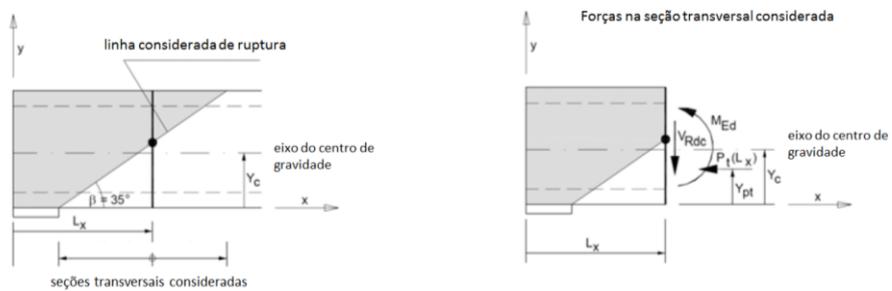


Figura 55. Seção analisada (traduzido de FIP (2011))

Apêndice C – Dimensionamento do painel de laje alveolar ensaiado

A fim de analisar a resistência estrutural dos elementos de laje alveolares empregados no pavimento ensaiado, foi realizada a verificação do dimensionamento desses elementos, considerando-se as três normas referidas.

Conforme explicado anteriormente, a laje alveolar é dimensionada considerando-se cada painel isoladamente, armado em uma direção e simplesmente apoiado. O nível de protensão adotado é total, ou seja, não há tensões de tração. O carregamento variável é de 3 kN/m² e permanente de 4 kN/m².

C.1 Dimensionamento segundo a NBR 14861

A fim de se dimensionar a laje de acordo com a NBR 14861 (ABNT, 2011), foi elaborada uma planilha eletrônica no programa computacional Excel.

Primeiramente foram calculadas as perdas de protensão (iniciais e diferidas), posteriormente foi obtido o estado de tensões no elemento e foram feitas as verificações quanto à flexão, cisalhamento, deslocamentos e fissuração.

A verificação quanto à flexão foi condensada na Tabela 22.

Tabela 22 - Verificação da flexão (NBR)

	Limite - NBR	Tensão obtida (MPa)
Liberação da protensão: tensão máxima de compressão	$\frac{0,85f_{ck,j}}{\gamma_c} = 18,3$	16,9
Liberação da protensão: tensão máxima de tração	$\frac{f_{ct,mj}}{1,2} = -5,4$	- 1,8
Em serviço (ELS): tensão máxima de compressão	$\frac{0,85f_{ck}}{\gamma_c} = 29,4$	12,4

Em serviço (ELS): tensão máxima de tração	$\frac{f_{ct,m}}{\gamma_c}$	= -7,4	Não há tração
Obs.: O sinal negativo indica tração			

A verificação do cisalhamento é feita tanto na seção simples quanto na composta, em cada caso considerando a ação atuante no elemento. A Tabela 23 mostra a força cortante resistente e solicitante em ambos os casos, na seção mais crítica, que é no apoio.

Tabela 23- Verificação do cisalhamento (NBR)

Seção	Força cortante resistente (kN)	Força cortante solicitante (kN)
Simple	139,4	20,0
Composta	175,9	93,4

Finalmente, foram verificadas as deformações, conforme mostra a Tabela 24.

Tabela 24 - Verificação das deformações (NBR)

	Limite – NBR (mm)	Deformação obtida (mm)
Evitar vibrações excessivas	1/350* = 28	4
Pavimentos que suportam elementos não estruturais	1/500** = 20	4
Pavimentos que não suportam elementos não estruturais	1/250*** = 40	35

* deslocamento considerando apenas carregamento variável
 ** deslocamento considerando cargas após a instalação do elemento
 *** deslocamento considerando todas as cargas

Conclui-se que o elemento de laje alveolar obedece todos os critérios de dimensionamento da norma brasileira NBR 6118:2014, inclusive o critério para evitar vibrações excessivas.

C.2 Dimensionamento segundo ACI 318

O dimensionamento segundo o ACI 318 (2011) foi feito utilizando-se o programa computacional Concise Beam[®]. Este programa realiza o dimensionamento de elementos pré-moldados protendidos, seguindo diversas normas, tais como ACI, CSA, AS e NZS.

Nessa análise, utilizaram-se todos os critérios do ACI, inclusive para cálculo das perdas de protensão.

A verificação da flexão é mostrada na Tabela 25.

Tabela 25 - Verificação da flexão (ACI 318)

	Tensões máximas - ACI 318 (MPa)	Tensões obtidas (MPa)
Liberação da protensão: tensão máxima de compressão	$0,6 f'_{ci} = 16,9$	16,4
Liberação da protensão: tensão máxima de tração	$3 \sqrt{f'_{ci}} = -2,6$	-1,4
Em serviço (ELS): tensão máxima de compressão	$0,60 f'_{ci} = 20,2$	12,1
Em serviço (ELS): tensão máxima de tração	$6 \sqrt{f'_c} = -4,1$	Não há tração
Obs.: O sinal negativo indica tração		

Além disso, o ACI determina que $M_u \leq \phi M_n$, critério que é atendido, com os seguintes valores para o momento último e momento resistente:

$$M_u = 232,3 \text{ kN.m}$$

$$\phi M_n = 262,7 \text{ kN.m}$$

A verificação do cisalhamento indicou os valores da Tabela 26 para força resistente e solicitante.

Tabela 26- Verificação do cisalhamento (ACI)

Seção	Força cortante resistente (kN)	Força cortante solicitante (kN)
Simplex	133,0	18,3
Composta	180,1	90,1

Finalmente, foram verificados os deslocamentos máximos no elemento, com os valores obtidos mostrados na Tabela 27. Os valores para as deformações obtidas pelo cálculo do ACI e NBR são diferentes uma vez que cada cálculo foi feito de acordo com as prescrições da norma correspondente.

Tabela 27. Verificação dos deslocamentos máximos (ACI)

	Deformações limites ACI 318 (mm)	Deformação obtida (mm)
Evitar vibrações excessivas	-	-
Pavimentos que suportam elementos não estruturais	$1/480^{**} = 20$	2
Pavimentos que não suportam elementos não estruturais	$1/350^{***} = 28$	19

** deslocamento considerando cargas após a instalação do elemento
*** deslocamento considerando todas as cargas

Conclui-se que o elemento possui capacidade para resistir com segurança aos esforços solicitantes de acordo com o ACI.

C.3 Dimensionamento segundo o FIB

Foi elaborada uma planilha eletrônica para verificação do dimensionamento segundo o FIB (2011). Os resultados obtidos para a flexão são mostrados na Tabela 28.

Tabela 28- Verificação da flexão (FIB)

	Tensões máximas – FIB (MPa)	Tensões obtidas (MPa)
Liberação da protensão: tensão máxima de compressão	-	-
Liberação da protensão: tensão máxima de tração	$\frac{f_{ctm(t=0)}}{1,4} = -1,98$	-1,8
Em serviço (ELS): tensão máxima de compressão	-	-
Em serviço (ELS): tensão máxima de tração nas regiões de transferência da força de protensão	$\frac{f_{ctk 0,05}}{1,4} = -1,89$	Não há tração
Em serviço (ELS): tensão máxima de tração nas regiões sem transferência da força de protensão	$\frac{f_{ct,fl k 0,05}}{1,4} = -2,71$	Não há tração

A verificação da força cortante deve ser feita utilizando-se a formulação para seção não fissurada pela flexão, uma vez que a partir da análise de flexão conclui-se que não há tração, ou seja, não há fissuração.

Tabela 29- Verificação do cisalhamento (FIB)

Seção	Força cortante resistente (kN)	Força cortante solicitante (kN)
Simples	118	20,0
Composta	178	93,4

Finalmente, os deslocamentos máximos obtidos são mostrados na Tabela 30.

Tabela 30. Verificação dos deslocamentos máximos (FIB)

	Deslocamentos máximos – FIB (mm)		Valores obtidos (mm)
Evitar vibrações excessivas	-		-
Pavimentos que suportam elementos não estruturais	1/500*	= 20	4
Pavimentos que não suportam elementos não estruturais	1/500*	= 20	4

* deslocamento considerando apenas carregamento variável

Conclui-se que a laje atende todos os critérios de dimensionamento pela FIB.