

**UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO  
ESCOLA DE ENGENHARIA DE SÃO CARLOS  
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA DE ESTRUTURAS**

**Análise mecânica e probabilística da corrosão de armaduras de  
estruturas de concreto armado submetidas à penetração de  
cloretos**

**VERSÃO CORRIGIDA**

A versão original encontra-se na Escola de Engenharia de São Carlos

**Giovanni Pais Pellizzer**

Dissertação apresentada ao Departamento de Engenharia de Estruturas da EESC-USP como parte dos requisitos necessários à obtenção do título de Mestre em Engenharia de Estruturas.

Orientador: Prof. Dr. Edson Denner Leonel

São Carlos  
2015

AUTORIZO A REPRODUÇÃO TOTAL OU PARCIAL DESTE TRABALHO,  
POR QUALQUER MEIO CONVENCIONAL OU ELETRÔNICO, PARA FINS  
DE ESTUDO E PESQUISA, DESDE QUE CITADA A FONTE.

P391a Pellizzer, Giovanni Pais  
Análise mecânica e probabilística da corrosão de  
armaduras de estruturas de concreto armado submetidas à  
penetração de cloretos / Giovanni Pais Pellizzer;  
orientador Edson Denner Leonel. São Carlos, 2015.

Dissertação (Mestrado) - Programa de Pós-Graduação  
em Engenharia de Estruturas -- Escola de Engenharia de  
São Carlos da Universidade de São Paulo, 2015.

1. corrosão de armaduras. 2. cloretos. 3.  
durabilidade estrutural. 4. análise não linear. 5.  
modelo de dano de Mazars. 6. lei de Fick. 7.  
confiabilidade estrutural. I. Título.

## FOLHA DE JULGAMENTO

Candidato: Bacharel **GIOVANNI PAIS PELLIZZER**

Título da dissertação: "Análise mecânica e probabilística da corrosão de armaduras de estruturas de concreto armado submetidas à penetração de cloretos."

Data da defesa: 11/03/2015

### Comissão Julgadora:

Prof. Dr. **Edson Denner Leonel (Orientador)**  
(Escola de Engenharia de São Carlos/EESC)

Prof. Associado **André Teófilo Beck**  
(Escola de Engenharia de São Carlos/EESC)

Prof. Dr. **Walter Libardi**  
(Universidade Federal de São Carlos/UFSCar)

### Resultado:

APROVADO

APROVADO

APROVADO

Coordenadora do Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil  
(Engenharia de Estruturas):

Profa. Associada **Ana Lucia Homce de Cresce El Debs**

Presidente da Comissão de Pós-Graduação:  
Prof. Associado **Paulo César Lima Segantine**



## AGRADECIMENTOS

---

Agradeço primeiramente a Deus, princípio e fim de todas as coisas.

A toda a minha família e em especial aos meus pais Gabriella e Lino por sempre me incentivarem nos estudos e por todo o amor incondicional doado. Mãe, pai, para mim vocês são preciosos exemplos de dedicação e altruísmo sincero.

A Sonia, amada companheira de caminhada pelas estradas da vida. Longe ou perto, todo o amor, cumplicidade, paciência e apoio a mim dedicados foram fundamentais para eu chegar até aqui. Obrigado.

Ao professor e orientador Edson D. Leonel, que com a sua tranquilidade e serenidade forneceu bases sólidas onde pude me apoiar sempre que precisei. Agradeço pela disponibilidade constante, atenção, paciência e confiança depositada em mim.

Ao professor André T. Beck pelo incentivo e suporte prestado no aprendizado da teoria de confiabilidade. Em meio a um universo de incertezas, sua expressiva influência na minha formação acadêmica eu considero como certa.

Ao professor Caio G. Nogueira, pela grande ajuda na implementação computacional e pelas preciosas sugestões ao longo do desenvolvimento do trabalho.

Ao professor Andrés B. Cheung, exemplo de humildade e dedicação, pela amizade, pelas conversas e pelo incentivo, sem os quais provavelmente eu não teria escolhido cursar o mestrado. Obrigado por ter me ajudado a escolher esse caminho que indubitavelmente expandiu meus horizontes.

Sérgio Cordeiro, Gustavo Gidrão (Barretos), Henrique Kroetz, Ayrton Ferreira, Geovanne Viana, Caio Silva, Jackson Ditz, Ana Sieg, Thais Pedrosa, Karen Bompan, Lara Kawai, Daniel Traglia, Rodolfo Tessari, Fernando Gilio, Júlio Lucena, Jeferson Fernandes, Sergio Andrés, Victor Fernandes, Lucas Buffon, Thiago Morkis, Carlos Radaik, Leonardo Cadurin, Matheus Fernandes e Carlos Orozco. Colegas e amigos que enriqueceram a minha existência.

Aos demais professores e a todos os funcionários do departamento de engenharia de estruturas da EESC/USP pelo auxílio na minha formação profissional.

A CAPES pelo fornecimento da bolsa de estudos para o desenvolvimento desta pesquisa e a todos os contribuintes brasileiros, muitos dos quais não tiveram as possibilidades que tive. Sinto-me privilegiado e imensamente grato.



*“O fracasso e o sucesso são impostores. Ninguém fracassa tanto como imagina. Ninguém tem tanto sucesso como imagina.”*

Rudyard Kipling

*“O conhecimento torna a alma jovem e diminui a amargura da velhice. Colhe, pois, a sabedoria. Armazena suavidade para o amanhã.”*

Leonardo da Vinci





## RESUMO

---

PELLIZZER, G.P. *Análise mecânica e probabilística da corrosão de armaduras de estruturas de concreto armado submetidas à penetração de cloretos*. Dissertação (Programa de Mestrado), Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, 2015.

O presente estudo trata do problema da corrosão de armaduras em estruturas de concreto armado submetidas à penetração de cloretos. É amplamente reconhecido nos meios técnico e científico que, dentre os diversos processos causadores de patologias nas estruturas de concreto armado, destacam-se aqueles que desencadeiam a corrosão das armaduras. O processo de corrosão é iniciado quando a concentração de cloretos na interface armadura/concreto atinge um valor limite, despassivando a camada química protetora ao redor da armadura. A utilização de uma abordagem probabilística é capaz de tratar o problema de forma mais consistente, uma vez que as variáveis envolvidas no fenômeno possuem um alto grau de aleatoriedade associado. A formulação utilizada para a análise não linear mecânica emprega o método dos elementos finitos, utilizando o modelo de dano de Mazars para descrever o comportamento do concreto e o modelo elastoplástico para descrever o comportamento do aço. A lei de Fick é empregada para descrever o mecanismo de difusão dos íons cloretos no interior dos elementos de concreto armado e leis empíricas são utilizadas para representar a penalização das áreas de aço das armaduras bem como a redução de sua tensão de escoamento. A formulação utilizada para a análise probabilística emprega o FORM (*First Order Reliability Method*), o método de superfície de resposta e a simulação de Monte Carlo. Enfoque especial é dado na análise de estruturas hiperestáticas, com o objetivo de determinar a probabilidade de falha do sistema, sendo esta uma das contribuições desse estudo. Os resultados obtidos indicam de que forma os efeitos corrosivos considerados contribuem para a redução da durabilidade estrutural.

**Palavras-Chave:** corrosão de armaduras. cloretos. durabilidade estrutural. análise não linear. modelo de dano de Mazars. lei de Fick. confiabilidade estrutural.

## ABSTRACT

---

PELLIZZER, G.P. *Mechanical and probabilistic analysis of reinforcement corrosion of reinforced concrete structures subjected to chlorides penetration*. Dissertation (Master Program), School of Engineering of São Carlos, University of São Paulo, 2015.

This work deals with the problem of reinforcement corrosion of concrete structures subjected to chloride penetration. It is widely recognized in the technical and scientific communities that, among the different processes which cause pathologies in reinforced concrete structures, reinforcement corrosion is one of the most relevant. The corrosion process starts when chloride concentration at the reinforcement/concrete interface reaches a threshold value, causing depassivation of the protecting chemical layer surrounding the armor. A probabilistic approach is capable of dealing with the problem in a more consistent manner, since the variables involved in the phenomenon have a high degree of randomness. The formulation used in the mechanical non-linear analysis utilizes the finite element method, employing Mazars' damage model to describe the concrete behavior and the elastoplastic model to describe the steel behavior. Fick's law is used to describe the diffusion mechanism of chloride ions inside the concrete elements and empirical laws are used to represent the steel area reduction as well as the reduction of steel yield stress. The formulation used for the probabilistic analysis employs the FORM (First Order Reliability Method), the response surface method and the Monte Carlo simulation. A contribution of this study concerns the analysis of hyper-static structures, in order to evaluate the failure probability of the system, giving special attention to this type of problem. The obtained results show how the considered corrosive effects influences the structural durability reduction.

**Keywords:** reinforcement corrosion. chlorides. structural durability. non-linear analysis. Mazars' damage model. Fick's law. structural reliability.

## LISTA DE FIGURAS

---

Figura 1.1 - Corrosão avançada das armaduras de um pilar .....	21
Figura 1.2 - Corrosão avançada das armaduras de uma viga .....	21
Figura 3.1 - Lei de evolução de custos .....	42
Figura 3.2 - Diferentes desempenhos de uma estrutura com o tempo, em função de diferentes fenômenos patológicos.....	44
Figura 3.3 - Modelo de Tuutti: Evolução da corrosão do aço no concreto.....	45
Figura 3.4 - Fases e sub-fases da vida útil de estruturas de concreto armado afetadas pela corrosão .....	46
Figura 3.5 - Conceituação de vida útil das estruturas de concreto tomando por referência o fenômeno de corrosão de armaduras.....	46
Figura 3.6 - Modelo qualitativo de vida útil para concretos de alta e baixa porosidade, considerando a mesma taxa de corrosão para ambos os casos.....	47
Figura 4.1 - Principais manifestações patológicas em estruturas de concreto armado no Brasil e suas origens .....	55
Figura 4.2 - Tabuleiro do Elevado do Joá .....	56
Figura 4.3 - Detalhe: Corrosão de vigas no Elevado do Joá .....	57
Figura 4.4 - Diagrama de equilíbrio termodinâmico. Potencial x pH para o sistema Fe-H <sub>2</sub> O a 25°C .....	58
Figura 4.5 - Aspectos da vista lateral aumentada (em corte) de superfícies metálicas corroídas, destacando a corrosão generalizada uniforme (a) e a corrosão generalizada não uniforme (b).....	64
Figura 4.6 - Carbonatação: Indicadores à base de fenoftaleína reagem e tornam-se incolores na zona carbonatada e assumem uma cor vermelho-carmim na região alcalina .....	65
Figura 4.7 - Tipos de corrosão de uma barra de aço imersa no concreto .....	66
Figura 4.8 - Variação da taxa de corrosão segundo a posição relativa da região de um mesmo elemento estrutural: Estaca em mar.....	67
Figura 4.9 - Variação da taxa de corrosão segundo a posição relativa da região de um mesmo elemento estrutural: Pilares enterrados.....	68
Figura 4.10 - Célula de corrosão em concreto armado .....	70
Figura 4.11 - Formas de ocorrência de íons-cloreto na estrutura do concreto .....	73
Figura 4.12 - Esquema da corrosão onde os íons cloreto despassivam a armadura, formam o complexo transitório e depois são reciclados para novas reações.....	75
Figura 4.13 - Volumes relativos do ferro e de alguns de seus produtos de corrosão.....	76
Figura 4.14 - Esforços produzidos que levam à fissuração e destacamento do concreto, devidos à corrosão de armaduras .....	76
Figura 4.15 - Efeitos dos produtos expansivos das reações de corrosão .....	77
Figura 4.16 - Efeitos mecânicos da corrosão nos componentes estruturais.....	77
Figura 4.17 - Variação do conteúdo crítico de cloretos em função da qualidade do concreto e da umidade ambiental.....	82
Figura 4.18 - Perfil característico da penetração de íons cloreto (estado de difusão não estacionário).....	90
Figura 4.19 - Redução da taxa de corrosão ao longo do tempo após o início da corrosão para diversas relações água cimento .....	93
Figura 4.20 - Redução da taxa de corrosão ao longo do tempo após o início da corrosão para diversos cobrimentos considerados .....	94
Figura 4.21 - Configuração do pite.....	96
Figura 5.1 - Comportamento da seção transversal de uma viga de concreto armado na flexão normal simples.....	100
Figura 5.2 - Diagrama tensão-deformação para aços de armaduras passivas .....	103
Figura 5.3 - Diagramas de tensões no concreto no estado limite último para concreto até a classe C50..	104

Figura 5.4 - Distribuição de tensões e deformações em viga de seção retangular com armadura simples	106
Figura 5.5 - Evolução da fissuração em função da evolução do carregamento .....	109
Figura 5.6 - Analogia de treliça clássica de Morsch .....	110
Figura 5.7 - Diferença entre as fases do concreto e zona de transição.....	115
Figura 5.8 - Campo de validade das mecânicas do dano e da fratura .....	115
Figura 5.9 - Modos de abertura de fissuras .....	116
Figura 5.10 - Danificação em tração com início na zona de interface.....	117
Figura 5.11 - Danificação em compressão com início na zona de interface.....	118
Figura 5.12 - Elemento representativo de volume.....	119
Figura 5.13 - Curva tensão-deformação do comportamento à compressão do concreto .....	123
Figura 5.14 - I: Comportamento experimental do concreto II: Modelo de dano de Mazars (1984).....	124
Figura 5.15 - Diagrama tensão deformação experimental e segundo o modelo de Mazars (1984) do concreto a tração .....	125
Figura 5.16 - Panorama da fissuração no concreto à tração e à compressão respectivamente.....	128
Figura 5.17 - Curvas experimentais e curvas ajustadas para o comportamento do concreto .....	130
Figura 5.18 - Modelos elastoplásticos para o aço: encruamento isótropo (A) e cinemático (B) .....	135
Figura 5.19 - Configuração original e deslocada de um ponto de uma barra .....	140
Figura 5.20 - Deformação de uma fibra genérica.....	142
Figura 5.21 - Elemento finito de viga.....	146
Figura 5.22 - Elemento finito de barra unidimensional .....	147
Figura 5.23 - Elemento finito de pórtico plano.....	148
Figura 5.24 - Discretização ao longo do comprimento e da altura e distribuição das tensões ao longo da seção de um elemento finito de pórtico plano .....	152
Figura 5.25 - Processo incremental-iterativo .....	154
Figura 5.26 - Fluxograma do modelo mecânico relacionado aos efeitos corrosivos considerados .....	158
Figura 6.1 - Áreas funcionais da confiabilidade.....	159
Figura 6.2 - Equação de estado limite para duas variáveis aleatórias e domínios de falha e segurança.....	165
Figura 6.3 - Função conjunta de densidade de probabilidades $f_{RS}(r, s)$ , funções marginais de densidade de probabilidades $f_R(r)$ e $f_S(s)$ e domínio de falha .....	166
Figura 6.4 - Problema fundamental de confiabilidade (interferência entre populações) .....	168
Figura 6.5 - Aproximação de primeira ordem: integração unidimensional.....	170
Figura 6.6 - Transformação das variáveis $R$ e $S$ em variáveis normais padrão e ponto de projeto.....	171
Figura 6.7 - Aproximação de primeira ordem (FORM).....	182
Figura 6.8 - Erros devidos a aproximação de primeira ordem (FORM) conforme o tipo de concavidade .....	183
Figura 6.9 - Solução iterativa para busca do ponto de projeto .....	184
Figura 6.10 - Aproximação de segunda ordem (SORM) .....	185
Figura 6.11 - Simulação de Monte Carlo envolvendo duas variáveis aleatórias e uma equação de estado limite.....	188
Figura 6.12 - Simulação de Monte Carlo de um problema envolvendo um sistema em série, envolvendo duas variáveis aleatórias e duas equações de estado limite .....	189
Figura 6.13 - Simulação de Monte Carlo de um problema envolvendo um sistema em paralelo, envolvendo duas variáveis aleatórias e duas equações de estado limite .....	189
Figura 6.14 - Planos de experiência e sua distribuição considerando duas variáveis aleatórias .....	192
Figura 6.15 - Sistema formado por componentes (eventos) associados em série.....	197
Figura 6.16 - Representação de sistema com componentes associados em paralelo .....	198
Figura 6.17 - Linearização das equações de estado limite nos pontos de projeto de dois modos de falha e representação da interseção real a aproximada entre os dois modos de falha.....	202

Figura 6.18 - Esquemática: árvore de falhas e árvore de eventos.....	204
Figura 6.19 - Árvore de falhas do evento “falha por sobre-pressão” de um vaso de pressão .....	205
Figura 6.20 - Árvore de eventos do evento “falha por sobre-pressão” de um vaso de pressão.....	206
Figura 7.1 - Processo de convergência para o cálculo da probabilidade de falha do exemplo 1 .....	210
Figura 7.2 - Esquema estático da viga e diagramas de esforços internos solicitantes .....	211
Figura 7.3 - Detalhamento final da viga analisada.....	212
Figura 7.4 - Seções transversais que definem os modos de falha da estrutura. ....	213
Figura 7.5 - Árvore de falha construída para a análise da viga do exemplo 2.....	213
Figura 7.6 - Evolução das perdas de armadura em função do processo corrosivo .....	216
Figura 7.7 - Evolução da probabilidade de falha dos modos individuais.....	217
Figura 7.8 - Evolução da probabilidade de falha global da viga.....	218
Figura 7.9 - Discretização em 10 elementos finitos da viga em análise do exemplo 3.....	219
Figura 7.10 - Avaliação da carga última com o avanço do processo corrosivo para as diversas análises realizadas .....	221
Figura 7.11 - Diferença entre a carga última da análise 1 com as demais análises .....	222
Figura 7.12 - Diferença entre a carga última da análise 2 com as demais análises .....	223
Figura 7.13 - Diferença entre a carga última da análise 3 com as demais análises .....	224
Figura 7.14 - Diferença entre a carga última da análise 4 com as demais análises .....	225
Figura 7.15 - Diferença entre a carga última da análise 5 com as demais análises .....	226
Figura 7.16 - Diferença entre a carga última da análise 6 com as demais análises .....	227
Figura 7.17 - Configuração da viga hiperestática analisada no exemplo 4 .....	228
Figura 7.18 - Carga aplicada versus deslocamento vertical do nó 5 para diferentes tempos de análise .....	231
Figura 7.19 - Evolução da carga última com relação ao tempo decorrido após a despassivação das armaduras.....	232
Figura 7.20 - Evolução da probabilidade de falha ao longo do tempo.....	232

## LISTA DE TABELAS

---

Tabela 3.1 - Gastos em países desenvolvidos com construções novas, manutenção e reparo na construção .....	41
Tabela 3.2 - Correspondência entre classe de agressividade ambiental, risco de deterioração e recomendações da qualidade do concreto.....	50
Tabela 3.3 - Requisitos para o concreto, em condições especiais de exposição .....	51
Tabela 3.4 - Classificação da resistência dos concretos frente ao risco de corrosão das armaduras.....	51
Tabela 3.5 - Vida útil de projeto recomendada na Inglaterra (BS 7543:1992).....	52
Tabela 3.6 - Vida útil de projeto recomendada pelas normas na Europa (EM 206-1:2007).....	52
Tabela 4.1 - Custos estimados de corrosão (PIB Ano 2000) - Valores expressos em bilhões de dólares ....	55
Tabela 4.2 - Cobrimento nominal em função da classe de agressividade ambiental, tipo de estrutura e tipo de componente estrutural .....	60
Tabela 4.3 - Fontes de íons cloreto em concreto.....	72
Tabela 4.4 - Concentração de cloretos na superfície do concreto.....	78
Tabela 4.5 - Níveis de agressividade ambiental com relação a concentração superficial de cloretos .....	80
Tabela 4.6 - Valor crítico de cloretos em concreto segundo normas internacionais.....	83
Tabela 4.7 - Valor crítico de cloretos em concreto para iniciar a corrosão em barras de aço .....	84
Tabela 5.1 - Propriedades mecânicas dos aços .....	103
Tabela 5.2 - Dimensão da aresta do cubo do elemento representativo de volume .....	120
Tabela 5.3 - Valores para $\alpha E$ .....	126
Tabela 5.4 - Relação entre o estado de tensão e as variáveis $\alpha T$ , $\alpha C$ e $D$ .....	129
Tabela 6.1 - Hierarquia dos métodos de medidas de confiabilidade estrutural.....	173
Tabela 7.1 - Dados estatísticos das variáveis aleatórias do exemplo 1.....	209
Tabela 7.2 - Dados estatísticos das variáveis aleatórias do exemplo 2.....	215
Tabela 7.3 - Considerações das análises do exemplo 3 .....	221
Tabela 7.4 - Taxa média de redução da carga última das análises do exemplo 3 por faixas de tempo.....	227

## SUMÁRIO

---

1. INTRODUÇÃO .....	19
1.1 OBJETIVOS.....	24
1.2 JUSTIFICATIVA.....	25
1.3 ORGANIZAÇÃO DA DISSERTAÇÃO E SÍNTESE DOS CAPÍTULOS .....	25
2. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA .....	27
3. DURABILIDADE E VIDA ÚTIL DE ESTRUTURAS.....	40
3.1 DEFINIÇÃO .....	40
3.1.1 Durabilidade .....	40
3.1.2 Vida útil.....	40
3.2 GENERALIDADES .....	41
3.3 MODELOS DE VIDA ÚTIL DE ESTRUTURAS DE CONCRETO.....	45
3.4 MÉTODOS PARA ESTIMAR A VIDA ÚTIL.....	48
3.5 ORIENTAÇÕES DE NORMAS E CÓDIGOS SOBRE A DURABILIDADE E VIDA ÚTIL DAS ESTRUTURAS.....	49
4. CORROSÃO DE ARMADURAS EM CONCRETO .....	53
4.1 DEFINIÇÃO .....	53
4.2 GENERALIDADES .....	54
4.3 PASSIVAÇÃO E DESPASSIVAÇÃO DAS ARMADURAS.....	57
4.4 PROPRIEDADES DO CONCRETO E FATORES INTERVENIENTES LIGADOS À CORROSÃO.....	59
4.4.1 Cobrimento .....	59
4.4.2 Temperatura .....	60
4.4.3 Tipos de cimentos e adições .....	60
4.4.4 Fissuração do concreto de cobrimento.....	61
4.4.5 Relação água/cimento .....	62
4.4.6 Permeabilidade e absorção.....	62
4.4.7 Resistividade elétrica do concreto.....	63
4.5 TIPOS DE CORROSÃO.....	63
4.5.1 Corrosão generalizada.....	64
4.5.2 Corrosão puntiforme .....	65
4.5.3 Corrosão por tensão fraturante .....	65
4.6 ASPECTOS CORROSIVOS LIGADOS A MICRORREGIÕES DA ESTRUTURA.....	67
4.7 REAÇÕES QUÍMICAS ENVOLVIDAS .....	68
4.8 AÇÃO DOS CLORETOS .....	71

4.9 EFEITOS DA CORROSÃO .....	75
4.10 PARÂMETROS ENVOLVIDOS E MODELOS REPRESENTATIVOS DO PROCESSO CORROSIVO .....	78
4.10.1 Concentração superficial de cloretos .....	78
4.10.2 Concentração limite de cloretos .....	80
4.10.3 Coeficiente de difusão .....	85
4.10.3.1 Modelo de Matsumura et al. ....	85
4.10.3.2 Modelo de Saetta et al. ....	86
4.10.3.3 Modelo de Samson e Marchand .....	86
4.10.3.4 Modelo de Hobbs e Matthews e de Bentz et al. ....	86
4.10.3.5 Modelo de Papadakis et al. ....	87
4.10.4 Mecanismos de transporte dos cloretos .....	88
4.10.4.1 Absorção capilar .....	88
4.10.4.1 Difusão iônica .....	89
4.10.5 Taxa de corrosão .....	92
4.10.6 Modelo para redução da área de aço .....	94
4.10.7 Comentários a respeito da implementação computacional .....	98
5. MODELO MECÂNICO .....	99
5.1 GENERALIDADES .....	99
5.2 MODELO MECÂNICO DA NORMA BRASILEIRA DE PROJETO DE ESTRUTURAS DE CONCRETO .....	99
5.2.1 Cálculo da armadura de flexão .....	100
5.2.1.1 Hipóteses básicas de cálculo .....	102
5.2.1.2 Cálculo do momento fletor resistente de uma viga .....	105
5.2.2 Cálculo da armadura de cisalhamento .....	107
5.2.2.1 Hipóteses básicas de cálculo .....	111
5.2.2.2 Cálculo do esforço cortante resistente de uma viga (modelo I) .....	112
5.3 MECÂNICA DO DANO E COMPORTAMENTO MECÂNICO DO CONCRETO .....	114
5.3.1 Mecanismos de danificação do concreto .....	114
5.3.2 Elementos da mecânica do dano .....	118
5.3.2.1 Elemento representativo de volume .....	119
5.3.2.2 Definição da variável dano .....	120
5.3.2.3 Definição de tensão efetiva .....	121
5.3.2.4 Hipótese de deformação equivalente .....	121
5.4 NÃO LINEARIDADE DOS MATERIAIS .....	123
5.4.1 Concreto .....	123
5.4.1.1 Calibração dos parâmetros de dano .....	131



5.4.2 Aço.....	133
5.4.2.1 Modelo elastoplástico com encruamento .....	134
5.4.2.2 Redução da tensão de escoamento do aço com o passar da corrosão.....	137
5.5 NÃO LINEARIDADE GEOMÉTRICA.....	138
5.5.1 Campo de deslocamentos .....	140
5.5.2 Campo de deformações.....	141
5.5.3 Campo de tensões .....	142
5.5.4 Forma lagrangeana atualizada.....	143
5.6 ANÁLISE DE PÓRTICOS PLANOS CONSIDERANDO EFEITOS NÃO LINEARES .....	144
5.6.1 Definição do elemento finito adotado .....	144
5.6.1.1 Elemento finito de viga considerando a hipótese de Timoshenko .....	144
5.6.1.2 Elemento finito de barra unidimensional .....	147
5.6.1.3 Elemento finito de pórtico plano.....	148
5.6.2 Combinação entre os modelos não lineares e integração numérica.....	149
5.6.3 Processo de Newton-Raphson.....	153
5.6.4 Carga de violação de estado limite e algoritmo de busca.....	155
5.6.4.1 Definição de carga de violação de estado limite.....	155
5.6.4.2 Estados limites considerados.....	155
5.6.4.3 Algoritmo de busca .....	157
6. CONFIABILIDADE ESTRUTURAL.....	159
6.1 GENERALIDADES .....	159
6.2 DEFINIÇÕES E CONCEITOS.....	160
6.3 CLASSIFICAÇÃO DAS INCERTEZAS .....	161
6.4 REQUISITOS DE SISTEMAS ESTRUTURAIS .....	163
6.5 ESTADOS LIMITES.....	163
6.6 PROBLEMA FUNDAMENTAL DA CONFIABILIDADE ESTRUTURAL .....	165
6.7 ÍNDICE DE CONFIABILIDADE E PONTO DE PROJETO .....	168
6.8 MÉTODOS PARA CALCULAR A PROBABILIDADE DE FALHA .....	171
6.9 FORM/SORM .....	174
6.9.1 Métodos de transformação .....	174
6.9.1.1 Transformação composta utilizando o modelo de Nataf .....	175
6.9.1.1.1 O princípio da aproximação normal.....	175
6.9.1.1.2 Modelo de Nataf.....	177
6.9.1.1.3 Eliminação da correlação entre pares de variáveis aleatórias.....	179
6.9.1.1.4 Decomposição de Cholesky da matriz de correlação .....	179
6.9.1.1.5 Transformação resultante.....	180

6.9.2 FORM.....	181
6.9.2.1 Algoritmo para o cálculo do índice de confiabilidade.....	183
6.9.3 SORM.....	185
6.10 SIMULAÇÃO DE MONTE CARLO.....	185
6.11 MÉTODO DE SUPERFÍCIE DE RESPOSTA.....	190
6.11.1 Planos de experiência.....	191
6.11.2 Formulação para a determinação da equação de estado limite.....	192
6.12 ACOPLAMENTO DIRETO ENTRE O MODELO MECÂNICO E HLRF/FORM.....	194
6.13 CONFIABILIDADE DE SISTEMAS.....	196
6.13.1 Componentes associados em série.....	197
6.13.2 Componentes associados em paralelo.....	197
6.13.3 Limites para probabilidade de falha de sistemas em série.....	199
6.13.3.1 Limites uni-modais.....	200
6.13.3.2 Limites bi-modais.....	201
6.13.4 Árvore de falhas e árvore de eventos.....	203
6.13.4.1 Árvore de falhas.....	204
6.13.4.2 Árvore de eventos.....	205
7. EXEMPLOS.....	207
7.1 EXEMPLO 1.....	208
7.2 EXEMPLO 2.....	210
7.3 EXEMPLO 3.....	218
7.4 EXEMPLO 4.....	228
8. CONSIDERAÇÕES FINAIS.....	234
8.1 CONCLUSÕES.....	234
8.2 SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS.....	237
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS.....	238

# 1 INTRODUÇÃO

O concreto armado é o material construtivo mais utilizado no mundo. Diversas são as suas vantagens como seu baixo custo relativo, a facilidade de obtenção de seus componentes, a durabilidade que apresenta se dosado corretamente, sua adaptabilidade a diversas formas, entre outros.

Em todas as construções de concreto, além dos problemas de resistência, sérios problemas de ataque ambiental podem produzir significantes perdas na durabilidade e na vida útil de serviço. A causa mais comum de deterioração construtiva é a corrosão das barras de armaduras (HELENE, 1986; CASCUDO, 1997; VAL e MELCHERS, 1997; VAL e STEWART, 2003; APOSTOLOPOULOS e PAPADAKIS, 2008; BASTIDAS-ARTEAGA et al., 2011).

A corrosão pode ser definida como a interação destrutiva ou a interação que implique inutilização para uso, de um material com o ambiente, seja por reação química ou eletroquímica (CASCUDO, 1997).

Levando em conta o fato que em estruturas construídas em um tempo onde o conhecimento em questões relativas aos mecanismos da corrosão ainda estavam em estágios primitivos, a deterioração de muitas estruturas antigas pode ser muito mais grave que o esperado. Assim, espera-se que tais estruturas sejam menos seguras que o projetado e que ocorra um encurtamento de sua vida útil. Não existem ainda modelos amplamente aceitos para modelagem da propagação da corrosão nas armaduras e suas diversas consequências em barras de aço em estruturas de concreto, que assinalam o fim de sua vida útil de serviço. (APOSTOLOPOULOS e PAPADAKIS, 2008).

Segundo Cascudo (1997), os íons cloreto podem incorporar-se no concreto por meio da água de amassamento ou agregados contaminados, ou ainda podem penetrar por sais de degelo, salmouras industriais, maresia e névoa de ambiente marinho.

Independentemente de qual for a fonte desses íons, o nível limite de cloretos para iniciar a corrosão das barras de aço de armaduras não parece assumir um único valor. Isso depende de diversos fatores, como as proporções na mistura do concreto, tipo de cimento, conteúdo de  $C_3A$  no cimento, materiais misturados, relação a/c, temperatura, umidade relativa, condições da superfície do aço e fontes de penetração de cloretos entre outros. Um dos principais motivos para a dispersão dos valores de nível limite de cloretos para iniciar a corrosão das barras de aço de armaduras é o grande número de variáveis que influenciam a quantidade de cloretos para

ocasionar a despassivação (ALONSO et al., 2000). Nota-se, portanto, que existe uma grande incerteza associada aos parâmetros que influenciam o processo corrosivo.

O revestimento, além de proteger fisicamente as armaduras de agentes agressivos, oxigênio e umidade, protege-as quimicamente garantindo um meio alcalino. Além da ação agressiva inevitável do meio ambiente no qual a estrutura está localizada, diversas falhas humanas contribuem para a ocorrência de patologias de natureza corrosiva, tanto na parte de projeto quanto na parte executiva. Espessura de revestimento insuficiente, especificações inadequadas do concreto e de seus constituintes, falhas de execução, ausência de manutenção e inspeção periódicas são algumas dessas falhas (BICZÓK, 1972; EL HASSAN et al., 2010).

As normas técnicas brasileiras apresentam-se com um elevado grau de generalidade e simplificação com relação às questões envolvendo a análise da durabilidade e da corrosão de armaduras em estruturas de concreto armado. Tais normas apenas alertam o projetista para alguns cuidados necessários a serem tomados, mas não fornecem informações a respeito de como tratar adequadamente o problema.

De acordo com Andrade (1992), os efeitos da corrosão se manifestam de três formas básicas: sobre o aço com uma diminuição de sua capacidade mecânica, sobre o concreto quando este se fissa e sobre a aderência aço/concreto.

A corrosão progressiva ocorre em regiões onde não há concreto de boa qualidade ou onde não há um revestimento adequado das armaduras. Isso faz com que os produtos resultantes da reação de corrosão ocupem volumes de 3 a 10 vezes superiores aos volumes ocupados antes da reação, podendo assim gerar tensões internas consideráveis (HELENE 1986). Quando tais tensões internas atingem determinados valores, pode ocorrer fissuração do concreto e, em estágios mais avançados, até mesmo um lascamento do concreto de revestimento (*spalling* em inglês), conforme ilustrado na Figura 1.1 no caso de um pilar e na Figura 1.2 para o caso de uma viga.

A corrosão das armaduras está diretamente associada à durabilidade de estruturas de concreto e a difusão de cloretos é reconhecidamente um dos fatores de maior importância no desencadeamento do processo corrosivo.



Figura 1.1 - Corrosão avançada das armaduras de um pilar  
Fonte: <http://speranzaengenharia.ning.com/page/corrosao>



Figura 1.2 - Corrosão avançada das armaduras de uma viga  
Fonte: [http:// structuralhelp.com/cracks-and-spalling-in-concrete](http://structuralhelp.com/cracks-and-spalling-in-concrete)

Souza e Ripper (2009) afirmam que por vida útil de um material entende-se o período durante o qual as suas propriedades permanecem acima dos limites mínimos especificados. Já por desempenho entende-se o comportamento em serviço de cada produto, ao longo da vida útil, e a sua medida relativa espelhará o resultado do trabalho desenvolvido nas etapas de projeto, construção e manutenção. De forma genérica, designa-se patologia das estruturas o campo que se ocupa do estudo das origens, formas de manifestação, conseqüências e mecanismos de ocorrência das falhas e dos sistemas de degradação das estruturas.

Conhecidas ou estimadas as características de deterioração do material concreto e dos sistemas estruturais, entende-se como durabilidade o parâmetro que relaciona a aplicação destas características a uma determinada construção, individualizando-a pela avaliação da resposta que

dará aos efeitos da agressividade ambiental, definindo assim sua vida útil (SOUZA e RIPPER, 2009).

De acordo com Gentil (2006), a durabilidade do concreto é um fator importante que deve ser levado em conta e avaliado em projeto uma vez que este é um material de construção de grande e diversificado uso. No projeto e execução de estruturas de concreto objetiva-se manter as condições mínimas de segurança, estabilidade e funcionalidade durante o tempo de vida útil, sem custos não previstos de manutenção e de reparos.

Para modelar a corrosão do aço em estruturas de concreto armado deve-se conhecer tanto o processo de corrosão quanto os efeitos associados à estrutura. A validação de grande parte dos modelos de previsão é limitada, pois tais modelos foram desenvolvidos com uma série de restrições ou condições próprias do modelo. Assim, é necessário cuidado ao escolher um determinado modelo, sendo necessário explicitar aos futuros usuários ou leitores das condições e restrições adotadas (OTIENO et al., 2010).

A modelagem é uma ferramenta útil para fornecer uma compreensão quantitativa dos processos chave e suas interações que definem a vida útil do concreto armado em ambientes com cloretos. Melhorias podem ser feitas a tais modelos, levando em consideração a dependência com o tempo das diversas variáveis do problema, sob um acoplamento de processos de degradação físicos, químicos e mecânicos, etc. Com contínuas melhorias nesses modelos de vida útil, eles podem ser também usados para quantificação de custos do ciclo de vida e para determinação do tempo de reparação e estratégias de recuperação (SHI et al., 2011).

A segurança e desempenho de um sistema de engenharia é invariavelmente o principal objetivo técnico de um projeto de engenharia. Define-se confiabilidade como a medida probabilística de garantia de desempenho. Isto é, à luz da incerteza, a garantia de desempenho pode ser realisticamente estabelecida somente em termos de probabilidade. A fim de atingir algum nível de confiabilidade, métodos apropriados para essa avaliação são, sem dúvida, necessários (ANG e TANG, 1984).

Apesar da robustez de diversos modelos propostos na literatura para a modelagem do fenômeno da corrosão, abordagens determinísticas falham ao prever com precisão o tempo de iniciação de corrosão devido a inerente aleatoriedade observada neste processo. Neste contexto, a durabilidade pode ser mais realisticamente representada utilizando-se abordagens probabilísticas (NOGUEIRA et al., 2012).

Modelos de previsão devem levar em conta os efeitos de carga, fissuração provocada pelos produtos da corrosão e a variabilidade tanto do concreto enquanto material, como da corrosão enquanto processo (OTIENO et al., 2010).

Modelagens probabilísticas podem ser utilizadas com eficiência para problemas altamente não lineares, como é o caso da corrosão e, com elas, pode-se obter uma boa sensibilidade em relação a variação dos parâmetros envolvidos na análise. Previsões confiáveis do desempenho do ciclo de vida de estruturas de concreto são críticas para a minimização dos custos de projeto e manutenção (SAASSOUH e LOUNIS, 2012).

Diversos métodos probabilísticos foram recentemente propostos para a avaliação da vida útil de estruturas de concreto armado. Tais modelos estão baseados nos mecanismos de transporte de água, gases e íons através da rede de poros do concreto, como a difusão (DEBY et al., 2009).

Dentre os diversos modelos que tratam da descrição do fenômeno de difusão dos íons cloreto no interior do concreto, destaca-se na literatura o modelo proposto por Fick. Este modelo apresenta fácil aplicação e garante resultados satisfatórios e por isso é amplamente utilizado por diversos pesquisadores (PEREIRA, 2001).

Além da modelagem adequada dos efeitos do processo corrosivo, é necessária uma modelagem adequada do comportamento mecânico dos materiais concreto e aço. Os modelos de resposta comportamental desses materiais são fundamentais para um tratamento probabilístico consistente, uma vez que a resposta da análise de confiabilidade depende das respostas fornecidas pelo modelo mecânico.

A teoria do dano contínuo aplicada ao concreto permite descrever a evolução de micro defeitos que vão crescendo com um aumento dos esforços solicitantes aplicados ao material. Esses micro defeitos definem um estado deteriorado do material, sendo representado por fissuras macroscópicas. Dentre os modelos de dano encontrados na literatura, o modelo de Mazars (1984) pode ser considerado um dos mais simples, mas com boa adequação à modelagem de estruturas de barras de concreto armado.

Já no caso dos materiais metálicos, como o aço que compõe as barras das armaduras, estes apresentam uma resposta mais previsível frente a solicitações mecânicas normais. Caracterizados por sua resposta plástica após atingirem o escoamento, é possível modelar o seu comportamento utilizando-se a teoria da plasticidade e, em especial, empregando-se modelos elastoplásticos uniaxiais.

A maioria dos modelos usualmente desenvolvidos são baseados em elementos de concreto armado isolados que, em geral, são vigas. É importante destacar que a resposta de um elemento isolado de concreto armado pode não ser a mesma que aquela de um elemento quando considerado em conjunto com a estrutura de concreto armado como um todo, o que inclusive justifica a análise de sistemas estruturais (OTIENO et al., 2010).

A formulação da otimização da manutenção e de estratégias de reparo para danos causados pela corrosão em estruturas de concreto armado é altamente dependente dos resultados de modelos de previsão. Portanto, estados limites usados para indicar danos aceitáveis de corrosão devem ser facilmente quantificáveis e representativos do estado atual da estrutura com relação ao seu desempenho estrutural e de durabilidade (OTIENO et al., 2010).

A economia e racionalização de um projeto estrutural (otimização) é função da combinação de fatores como a mistura de materiais do concreto, o valor da espessura da peça e dos custos totais envolvidos (NOGUEIRA et al., 2012).

## 1.1 OBJETIVOS

O objetivo geral do trabalho é estudar a durabilidade de estruturas de concreto armado submetidas à ação de cloretos, a partir de análises mecânicas e probabilísticas. Para tanto, objetivos específicos são delimitados para o modelo mecânico e para o modelo de confiabilidade.

O modelo mecânico deve ser capaz de representar adequadamente o comportamento do aço e do concreto. Além disso, deve ser capaz de representar os mecanismos de transporte dos agentes agressivos no interior do elemento e os efeitos causados pelo processo corrosivo.

O modelo de confiabilidade, acoplado ao modelo mecânico, deve ser capaz de tratar adequadamente as incertezas envolvidas no problema. Algoritmos e métodos consagrados na literatura são utilizados para a determinação da probabilidade de falha.

Utilizam-se dois modelos mecânicos neste trabalho. O primeiro modelo tem como base as hipóteses e formulação apresentadas na norma ABNT NBR 6118:2014. No segundo modelo, a representação da não linearidade física do concreto é feita pelo modelo de dano de Mazars e a representação da não linearidade física do aço pelo modelo elastoplástico com encruamento isotrópico positivo, além de ser levada em conta a não linearidade geométrica da estrutura. Nos dois modelos mecânicos a modelagem do mecanismo de transporte dos íons cloreto para o interior dos elementos estruturais de concreto armado é feita utilizando-se a segunda lei de Fick. A modelagem da redução da área de aço é realizada tendo como base as leis de Faraday, além de ser considerada a redução da tensão de escoamento das armaduras com o passar do tempo.

No modelo de confiabilidade são utilizados os métodos FORM, simulação de Monte Carlo e superfície de resposta para a determinação das probabilidades de falha estrutural. Enfoque especial é dado à análise probabilística de estruturas hiperestáticas com o avanço do processo corrosivo.



## 1.2 JUSTIFICATIVA

É largamente reconhecido, nos meios técnico e científico, que o principal problema patológico das estruturas de concreto armado é o fenômeno desencadeado pela corrosão das armaduras. A durabilidade e a vida útil são parâmetros de grande importância no desenvolvimento de projetos racionais de estruturas. Construções de concreto armado, por exemplo, realizadas em média 50 anos atrás, podem começar a apresentar sérios problemas devido à corrosão das armaduras nos próximos anos.

Destaque pode ser dado ao panorama das construções no Brasil, onde há carência de prevenção, controle, diagnóstico e reparação dos problemas causados pela corrosão de armaduras e demais patologias em estruturas de concreto armado.

Os recursos necessários para a manutenção e reparo envolvendo a corrosão são elevados. Num caso de falha estrutural devido à penetração de cloretos, custos enormes serão empregados para a reconstrução e, num cenário mais pessimista, vidas podem ser perdidas. Um estudo sobre este problema torna-se necessário, incorporando análises mecânicas e probabilísticas que objetivem uma correta análise da durabilidade estrutural.

## 1.3 ORGANIZAÇÃO DA DISSERTAÇÃO E SÍNTESE DOS CAPÍTULOS

Esta dissertação está organizada em oito capítulos, abordando temas referentes à durabilidade estrutural, corrosão de armaduras em concreto armado, mecânica das estruturas e confiabilidade estrutural.

No capítulo dois consta a revisão bibliográfica realizada que foi dividida por temas específicos para uma melhor organização e compreensão do estudo feito. Os temas apresentados neste capítulo referem-se a corrosão de armaduras, mecânica das estruturas e confiabilidade estrutural.

Durabilidade e vida útil estrutural são os temas do capítulo três. Inicialmente discutem-se os conceitos e definições envolvidos. Em seguida são apresentados alguns modelos representativos e métodos de estimativa de vida útil de estruturas de concreto armado submetidas à corrosão. Por fim, algumas orientações de normas e códigos sobre a durabilidade e vida útil de estruturas são discutidos.

No capítulo quatro são abordados os aspectos envolvidos na corrosão de armaduras em concreto. É feita uma introdução ao assunto apresentando-se conceitos e alguns aspectos econômicos relacionados, ilustrando-se inclusive um caso recente de problema patológico

envolvendo corrosão de armaduras em uma estrutura localizada no Brasil. Descrevem-se as reações químicas envolvidas, os fatores intervenientes ligados à corrosão, os tipos de corrosão em barras de concreto e são feitas algumas observações a respeito das microrregiões da estrutura. Os efeitos mecânicos ocasionados pela corrosão e os modelos e parâmetros envolvidos na modelagem do fenômeno constam no fim do capítulo.

O capítulo cinco tem como foco o modelo mecânico. Inicialmente são discorridos alguns tópicos acerca do modelo mecânico da norma brasileira de projeto de estruturas de concreto, expondo as hipóteses adotadas e a formulação para o cálculo dos esforços resistentes ao cisalhamento e à flexão de uma viga. Alguns tópicos referentes à mecânica do dano e ao comportamento mecânico do concreto são discutidos em seguida. Prontamente são apresentados os modelos de dano de Mazars (1984) e o modelo elastoplástico com encruamento isótropo, além de uma equação que permite descrever a redução da tensão de escoamento das armaduras com o avanço do processo corrosivo. Finalmente, para compor o modelo para a análise de estruturas lineares planas de concreto armado, descrevem-se o elemento finito escolhido, a técnica de integração adotada e os algoritmos de busca da carga última.

O capítulo seis trata dos aspectos ligados a confiabilidade estrutural. São apresentadas algumas definições, conceitos, classificações, algoritmos e métodos que objetivam a determinação do índice de confiabilidade e o cálculo da probabilidade de falha. O acoplamento direto entre o modelo mecânico e o algoritmo de busca pelo ponto de projeto é também apresentado neste capítulo.

No capítulo sete encontram-se as análises realizadas a partir dos conceitos e formulações apresentadas nos capítulos anteriores, com a intenção de exemplificar algumas das possíveis aplicações para estruturas de concreto armado submetidas a ação de cloretos. São feitas também discussões a respeito dos resultados obtidos.

Compondo a parte final da dissertação, o capítulo oito apresenta as conclusões obtidas no desenvolvimento do trabalho e sugere alguns tópicos para pesquisas futuras.

## 2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

Neste capítulo é apresentada uma breve síntese a respeito de trabalhos desenvolvidos com relação ao estudo da durabilidade estrutural, da corrosão de armaduras em concreto armado, do comportamento mecânico do concreto e da mecânica das estruturas em concreto armado. Além disso, é realizada uma breve contextualização histórica a respeito da evolução da confiabilidade estrutural, apresentando os trabalhos pioneiros sobre o tema.

As referências estão organizadas por temas específicos para uma melhor organização e compreensão do estudo feito. Optou-se por apresentar alguns outros tópicos específicos ao longo do texto dos capítulos e não aqui na parte de revisão bibliográfica, a fim de tornar o presente trabalho mais nítido e conciso.

### 2.1 DURABILIDADE E CORROSÃO DE ARMADURAS EM CONCRETO ARMADO

A durabilidade estrutural é um conceito que vem sendo amplamente estudado e investigado nos últimos anos. A análise do comportamento ao longo da vida útil das estruturas é amplamente pesquisada. Os agentes agressivos e o meio ambiente são grandes influenciadores na definição da vida útil de uma estrutura. Dentre os diversos agentes agressivos causadores de patologias em estruturas de concreto armado, os íons cloreto merecem enfoque por serem os agentes responsáveis pela corrosão das armaduras. Entre os efeitos mecânicos ocasionados pelo processo corrosivo, pode-se citar a redução da área de aço das armaduras, a redução da tensão de escoamento das armaduras, a fissuração do concreto de cobertura decorrente dos produtos expansivos originados por meio das reações químicas do fenômeno e a influência na aderência entre a armadura e o concreto.

O modelo clássico de vida útil das armaduras submetidas à corrosão no concreto foi proposto por Tuutti (1982) e é amplamente conhecido e divulgado no meio técnico. A vida útil das armaduras é dividida em duas fases no modelo de Tuutti: iniciação e propagação. O período de iniciação corresponde ao tempo desde a execução da estrutura até a ação do agente agressivo em atravessar o revestimento do concreto, alcançar a armadura e despassivá-la. O segundo período, o da propagação, corresponde ao desenvolvimento do processo corrosivo até níveis inaceitáveis de deterioração.

Glass e Buenfeld (1997) estudaram o problema da corrosão de armaduras em estruturas de concreto armado assumindo que o nível limite de cloretos para desencadear a corrosão é o teor livre de cloretos ou a taxa de concentração de cloretos para hidroxila nos poros do concreto. Segundo os autores, essa é a melhor forma de representar o conteúdo de cloretos totais ao invés da forma normalmente usada. Com base em dados de diversas outras pesquisas, os autores concluíram que em termos das representações correntes, os níveis limite de cloretos são melhores representados como o conteúdo total de cloretos expresso em relação ao peso de cimento. Em outras palavras, os níveis limite de cloretos são melhor representados como o potencial total agressivo do conteúdo de íons expresso em relação ao potencial total de conteúdo inibidor.

Enright e Frangopol (1998) realizaram um estudo probabilístico da resistência à degradação de vigas de pontes de concreto armado sob corrosão, levando em consideração a perda da resistência à flexão. Os autores afirmam que o tempo médio de início de corrosão parece ser mais sensível ao coeficiente de variação da concentração de equilíbrio de cloretos na superfície do que a mudanças no coeficiente de variação das demais variáveis aleatórias envolvidas na análise. Tal resultado foi confirmado por Nogueira et al. (2012). Para a função de perda de resistência, eles afirmam que ela parece crescer linearmente com o tempo para os valores considerados, dentre outras conclusões.

Thoft-Christensen (1998) fez uma avaliação de confiabilidade de uma ponte de concreto armado para Estados Limites Últimos (escoamento do aço e falha por cisalhamento) e para Estados Limites de Serviços (largura de fissuras e deflexões limite). Ele utilizou a lei de Fick para modelar o mecanismo de difusão de cloretos no concreto. Dentre as variáveis analisadas, as que apresentaram maior sensibilidade foram: espessura da laje, resistência ao escoamento das armaduras e as incertezas do modelo.

Stewart e Rosowsky (1998) desenvolveram um modelo de segurança estrutural para pontes de concreto armado submetidas à corrosão. O modelo de confiabilidade utilizado avalia as probabilidades de falha estrutural e de falha de serviço para estados limites na flexão e no lascamento (*spalling*). Os autores concluíram que o cobrimento e a resistência a compressão do concreto são particularmente significantes na probabilidade de lascamento.

Vu e Stewart (2000) realizaram um estudo de confiabilidade estrutural de pontes de concreto armado, trazendo melhorias nos modelos até então propostos de corrosão induzidas por cloretos. As melhorias apresentadas foram em relação ao modelo proposto por Stewart e Rosowsky (1998) e incluíram melhores estimativas dos parâmetros que envolvem a iniciação e propagação da corrosão. A análise revelou que o cobrimento do concreto e a relação água cimento têm uma enorme influência nas probabilidades de colapso.

Alonso et al. (2000) realizaram um estudo que apresenta níveis limite de cloretos em argamassas, expressos pela razão do total de  $\text{Cl}^-/\text{OH}^-$  livre (íons cloreto/hidroxila livre). Os autores argumentam que um dos motivos encontrados para a dispersão de valores da quantidade de cloretos para a despassivação do aço, encontrados em numerosos estudos anteriores, é o grande número de variáveis que influenciam o problema. O outro motivo é a falta de concordância para a definição do próprio nível limite de cloretos, seja na determinação dos parâmetros (observação visual, potencial de corrosão ou corrosão atual) ou na expressão do nível limite (como a razão  $\text{Cl}^-/\text{OH}^-$  ou em peso de cimento ou concreto).

Val e Stewart (2003) analisaram o custo do ciclo de vida de estruturas de concreto armado em ambientes marinhos, submetidas a diferentes condições de exposição a cloretos. Um modelo probabilístico variável no tempo é apresentado para prever custos de reparação e substituição, objetivando selecionar estratégias ótimas para melhorar a durabilidade de tais estruturas. Fazem, ainda, uma análise da aplicabilidade ótima de barras de aço inoxidável (que são relativamente mais caras que as de aço carbono).

Maheswaran e Sanjayan (2004) fizeram uma revisão dos métodos existentes para a difusão de cloretos no concreto e propuseram um método incorporando a variabilidade com o tempo do coeficiente de difusão e o efeito da variação da concentração de cloretos de superfície adaptando a solução na forma fechada. Os autores afirmam que a solução por eles apresentada é aplicável sem a utilização do método de diferenças finitas ou softwares especiais de computador para prever a concentração de cloretos.

Du et al. (2005) realizaram uma investigação experimental analisando a influência do diâmetro da barra e o seu formato (lisa ou nervurada) na avaliação da capacidade residual de barras corroídas. Com base nos resultados experimentais, os autores propõem uma equação para a previsão da capacidade residual (tensão de escoamento) em função da taxa de corrosão, do tempo decorrido após a despassivação da barra e do diâmetro da barra sã (não corroída).

Duprat (2007) estudou vigas de concreto armado expostas a saís de degelo e a brisa marinha utilizando uma abordagem probabilística. O índice de confiabilidade foi estimado para três condições de fissura e para quatro condições de exposição. Para cada caso, três qualidades de concreto foram considerados. O autor chegou a conclusão de que o risco de falha aumenta continuamente à medida que a estrutura se deteriora, mesmo com especificações de concepção mais severas que tendam a atenuar esse efeito. Para obter-se um índice de confiabilidade satisfatório ao longo do ciclo de vida de estruturas de concreto é necessário combinar os requisitos específicos para as propriedades do concreto com os requisitos para a determinação do cobrimento das armaduras e com o cálculo dos esforços solicitantes.

Deby et al. (2009) apresentam uma metodologia completa de projeto por meio da combinação de abordagens de desempenho baseadas em métodos probabilísticos. A composição do concreto e os indicadores de durabilidade são parâmetros envolvidos nesses métodos, assim como a variação das propriedades físicas associadas à penetração de cloretos.

Apostolopoulos e Papadakis (2008) apresentam os principais mecanismos de iniciação da corrosão e analisam o período de propagação de cloretos e as principais consequências nas propriedades mecânicas do aço e concreto. Os autores analisam a correlação entre as propriedades dúcteis e a perda de massa das barras de aço para estruturas já deterioradas. Foi constatado que os resultados experimentais dos testes de corrosão acelerada em barras de aço estão em boa concordância qualitativa com os resultados de barras de aço embutidas em concretos envelhecidos.

Suo e Stewart (2009) realizaram uma análise de confiabilidade espacial de variáveis dependentes do tempo, combinando os dados obtidos de inspeções visuais para prever a probabilidade e extensão da corrosão induzida pela fissuração em lajes e vigas de concreto armado. Os autores chegaram a conclusão de que o uso de informações de inspeção é importante para a atualização das avaliações de confiabilidade e para o desenvolvimento de estratégias de inspeções/reparações visando o aumento do ciclo de vida.

Otieno et al. (2010) fizeram uma revisão de trabalhos anteriormente publicados, apresentando uma visão crítica da modelagem da propagação da corrosão em estruturas de concreto armado. As validações da maioria dos modelos de previsão são sempre limitadas a um conjunto de condições sob os quais foram desenvolvidos, sendo que os usuários de tais modelos devem ser explicitamente avisados de tais condições para evitar previsões imprecisas. A previsão da vida útil de estruturas de concreto armado afetadas por corrosão deve ser feita por meio de uma abordagem probabilística. Os autores afirmam que os modelos de previsão devem levar em conta: os efeitos de carga e da fissuração da corrosão-induzida na taxa de corrosão, a variabilidade do concreto como material e a variabilidade do processo de corrosão.

El Hassan et al. (2010) apresentam um modelo probabilístico para avaliar o tempo de iniciação da corrosão e o tempo para ocorrer a falha de elementos de estruturas de concreto armado submetidas à penetração de cloretos. Além de considerar as incertezas associadas aos materiais envolvidos, os autores dão grande enfoque na influência das condições climáticas nas quais a estrutura está localizada. São utilizados dados das condições climáticas de três cidades litorâneas. O estudo mostra que a umidade é o fator que tem maior importância no período de propagação dos cloretos ao longo do cobrimento, enquanto a temperatura é o fator mais importante na segunda fase do processo corrosivo (após a despassivação das armaduras).

Bastidas-Arteaga et al. (2011) realizaram um estudo apresentando um modelo para descrever a penetração de cloretos em estruturas de concreto armado em que as equações governantes do processo de penetração são resolvidas por meio do acoplamento do método dos elementos finitos com o método das diferenças finitas. Variáveis aleatórias e processos estocásticos são utilizados para representar, respectivamente, as propriedades dos materiais e as ações ambientais. Os resultados obtidos a partir de um exemplo numérico enfatizam a importância de considerar a influência aleatória das ações ambientais, ligação de cloretos, transporte de íons cloreto por convecção e penetração bidimensional de cloretos.

Shi et al. (2012) fizeram uma revisão de diversos trabalhos anteriormente publicados, relatando recentes avanços na base de conhecimentos relevantes a durabilidade do aço no concreto armado em ambientes com cloretos. Os autores deram enfoque em questões referentes a: melhorias nos processos construtivos e de cura para que ocorra a redução do risco de fissuração e consequente corrosão das barras de aço, melhorias na modelagem incluindo a consideração de dependência com o tempo das propriedades de transporte, da propagação da corrosão, do mecanismo de penetração dos cloretos, etc. Os autores ainda reconhecem a promissora utilização de diversas adições minerais nos concretos, o que beneficia a durabilidade da estrutura protegendo-a do ataque de cloretos em ambientes agressivos. Contudo, mais pesquisas se fazem necessárias para avaliar o uso de tais adições. Finalmente, torna-se necessária uma padronização de testes rápidos e confiáveis para determinação dos coeficientes de difusão e de níveis críticos de cloretos, sendo que estes testes atualmente apresentam uma alta variabilidade com relação aos parâmetros de entrada.

Nogueira et al. (2012) realizaram uma análise probabilística do tempo de iniciação de corrosão em estruturas de concreto armado expostas a penetração de íons cloreto. A penetração de íons cloreto é simulada considerando sua dependência no tempo, utilizando-se a segunda lei de difusão de Fick. A probabilidade de falha é calculada utilizando a simulação de Monte Carlo e o FORM (*First Order Reliability Method*), com acoplamento direto. A conclusão obtida foi que a espessura ótima do revestimento a ser adotada na estrutura deve refletir fortemente a qualidade em relação à porosidade do concreto (representada pela relação água cimento especialmente) e o período de tempo necessário para intervenções na estrutura para procedimentos de manutenção.

Saassouh e Lounis (2012) modelaram as incertezas dos parâmetros que regem a entrada de cloretos no concreto e o início da corrosão de armaduras de aço de estruturas de concreto armado submetidas a penetração de cloretos, a partir de sais de degelo, por meio de dois modelos probabilísticos semi-analíticos simplificados baseados nos métodos de confiabilidade de primeira e de segunda ordem (FORM/SORM). Os autores concluíram que a fim de alcançar uma baixa

probabilidade de corrosão e um projeto durável, a espessura do revestimento do concreto é o fator de maior influência e que é importante identificar a severidade do ambiente, tipo de concreto e o tipo de armadura para definir diferentes classes de projeto de durabilidade para estruturas de concreto construídas em ambientes com a presença de cloretos.

Siamphukdee et al. (2013) realizaram uma análise de sensibilidade dos parâmetros de entrada de nove modelos disponíveis na literatura de previsão da taxa de corrosão. Três métodos diferentes de análise foram utilizados: regressão univariada, regressão multivariada e o índice de sensibilidade. Os resultados do estudo mostram quantitativamente que a taxa de corrosão do aço em elementos de concreto armado é altamente sensível ao tempo de duração da corrosão, à resistência do concreto e ao conteúdo de cloretos.

Bastidas-Arteaga e Stewart (2015) apresentam um estudo com a avaliação de custos e benefícios de duas estratégias de adaptação às alterações climáticas para novas estruturas de concreto armado inseridas em ambientes com presença elevada de cloretos sob vários cenários de mudanças climáticas. A relação custo-eficácia é medida em termos da relação benefício/custo e da probabilidade de que a relação benefício/custo exceda o valor 1. Os autores concluíram que aumentar o grau de resistência do concreto traz um melhor custo-benefício do que aumentar o revestimento de projeto.

## 2.2 COMPORTAMENTO MECÂNICO DO CONCRETO E MECÂNICA DAS ESTRUTURAS EM CONCRETO ARMADO

O comportamento mecânico do concreto é amplamente pesquisado no meio científico, seja por meio da realização de ensaios de laboratório, seja por meio da formulação de modelos matemáticos. Entre os temas abordados pode-se exemplificar: a definição do comportamento mecânico do concreto em fases com base no diagrama tensão-deformação (tanto na compressão como na tração) e seu relacionamento com o processo de danificação na média escala, tanto para carregamento monotônicos quanto para carregamentos cíclicos; a influência do sistema de aplicação de carga no comportamento de fissuração do corpo de prova; a influência da forma do corpo de prova e de seu volume na mensuração da tensão de ruptura, do módulo de elasticidade e do coeficiente de Poisson.

A mecânica do dano é um dos campos da mecânica que se destaca na modelagem do comportamento do concreto. A mecânica do dano permite determinar a resistência de uma estrutura carregada em função da evolução de um campo de defeitos (microfissuras ou poros) considerado continuamente distribuído. Os conceitos iniciais desse campo da mecânica foram



apresentados no final dos anos 50, servindo, ainda hoje, de base para o desenvolvimento de diversos modelos.

Paralelamente ao estudo do comportamento mecânico dos materiais (concreto e aço) vem o desenvolvimento de modelos para a representação do comportamento mecânico de estruturas de concreto armado, uma vez que é essencial prever, com melhor exatidão possível, os esforços internos e deslocamentos resultantes de carregamentos aplicados às estruturas. A consolidação de definições e conceitos dentro da engenharia estrutural, bem como o desenvolvimento de novas ferramentas de análise estrutural, é somente possível graças ao avanço no campo mecânico-matemático aliado ao desenvolvimento dos métodos experimentais.

Hsu et al. (1963) apud Van Mier (1984) realizaram um trabalho pioneiro na correspondência entre a propagação de microfissuras e a resposta em tensões e deformações do concreto. Analisando mudanças no comportamento macroscópico em cilindros de concreto, notou-se que ocorreram variações na densidade de fissuras e modo de fissuração.

Branson (1966) apresenta uma alternativa para o cálculo da rigidez equivalente em vigas de concreto armado para avaliação da flecha imediata. Um modelo empírico é apresentado tomando como base o fato de que após ser atingido o momento de fissuração em uma viga de concreto armado, não há garantia que todas as seções da estrutura estejam no estágio II, mas sim em uma situação intermediária entre os estádios I e II. A fórmula de Branson, originada neste trabalho, é conservadora, visto que a rigidez equivalente calculada por meio dela é bastante próxima da rigidez no estágio II.

Kadlecek e Spetla (1967) apresentam resultados que indicam uma fraca influência da forma do corpo de prova e uma marcante influência do seu volume. A tensão na ruptura é comparativamente menor quando o volume é maior e existe uma dispersão maior de resultados para pequenos volumes. Ambos os fenômenos, que constituem o chamado efeito escala, explicam-se pela quantidade de defeitos caracterizados na média escala.

Heilmann et al. (1969) colocaram uma série de extensômetros ao longo de um corpo de prova submetido a tração, permitindo identificar deformações localizadas e dar uma melhor interpretação para a fase pós pico de tensão. Da análise, detectou-se uma localização da deformação na zona onde acaba por se formar a fratura final.

Kent e Park (1971) formulam um modelo considerando o confinamento do concreto produzido pela armadura transversal, tanto para o concreto comprimido, como para o concreto tracionado. O modelo apresenta uma curva tensão-deformação dividida em três partes. A primeira parte descreve o comportamento não confinado anterior à máxima tensão para a

deformação de 0,2%, a segunda parte descreve o trecho confinado pós-pico e a terceira parte descreve o trecho não confinado pós-pico.

Diaz e Hilsdorf (1973) discutem as influências que as condições de vinculação dos ensaios de compressão uniaxial provocam nos resultados. Normalmente espera-se que as microfissuras se desenvolvam paralelas à direção da sollicitação compressiva. Entretanto, particularmente próximo das regiões de contorno podem surgir fissuras inclinadas e distribuídas aleatoriamente com várias orientações. A explicação mais comum sobre esta questão é que as fissuras inclinadas decorrem do efeito de confinamento provocado pelo atrito entre o sistema de aplicação de carga e o espécime. Essa vinculação, embora reduzida consideravelmente, também esta presente em testes com condições de contorno com pouco atrito. As tensões de cisalhamento induzidas na interface sistema de aplicação de carregamento e espécime têm considerável influência sobre o valor da resistência de pico e sobre a curvatura do ramo de amolecimento da curva tensão-deformação uniaxial.

L'Hermite (1973) realizou ensaios de tração direta e de flexão em três e quatro pontos de prismas diferentes. Os resultados mostram uma disparidade evidente entre as resistências obtidas para os dois tipos de ensaio ligados notadamente à combinação da distribuição de defeitos e gradiente de tensões, no caso do ensaio de flexão. Neste caso, para uma amostra maior, o efeito do gradiente de tensões é fortemente diminuído, sendo que a resistência medida no ensaio de flexão aproxima-se da resistência do ensaio de tração direta. Entretanto, o efeito de volume continua a apresentar influência sobre a resistência, diminuindo-a conforme é acrescido.

Dhir e Sangha (1974) apud Mazars (1984) e Benouche (1979) apud Mazars (1984) utilizaram técnicas mais sofisticadas para a obtenção de alguns parâmetros de interesse. Os primeiros autores utilizaram uma técnica de raio-X em microscópios para amostras em microconcreto. O segundo autor procurou medir o tempo de percurso de ondas ultra-sônicas para atravessar um cilindro de concreto na direção da base.

Spooner e Dougill (1975) realizaram testes de emissão acústica em espécimes de concreto submetidos a carregamento cíclico em compressão e obtiveram evidências de que a evolução da danificação do material ocorre apenas durante a fase de carregamento. Portanto durante a realização do laço de histerese (fases de descarregamento e recarregamento) o dano permanece constante e volta a evoluir apenas após a obtenção do nível de deformação correspondente ao início do último descarregamento.

Stroeven (1979) demonstra que existe um nível de tensão de compressão a partir do qual ocorre uma reversão no diagrama deformação volumétrica versus tensão. Na média escala a

superfície de fissura por unidade de volume passa a aumentar mais rapidamente na etapa de reversão da deformação volumétrica.

Terrien (1980) mostra uma curva tensão-deformação obtida de ensaios de tração de corpos de prova cilíndricos, destacando duas fases. A primeira, antes da tensão de pico, é inicialmente uma reta que passa a uma forma não linear a partir de 50% da tensão de pico devido às primeiras evoluções de danificação. A segunda fase, após a tensão de pico, é caracterizada por uma queda brusca da tensão, sendo esta instabilidade devida à formação de fissuras localizadas na média escala.

Hillerbrog e Petersson (1981) discutem sobre a representatividade de ensaios de tração. No início, os defeitos se distribuem em todo o volume e nessas condições considera-se que o comportamento antes do pico é característico do material e pode ser representado num diagrama tensão-deformação. Devido à localização das deformações, a resposta depois do pico não é mais representativa do comportamento do material, mas sim da estrutura que constitui o corpo analisado. Assim, nessa fase o diagrama tensão-deformação não tem mais significado. Os autores aconselham que no regime pós pico deva-se fazer referência à relação local tensão versus abertura da fissura.

O comportamento unilateral do concreto é evidenciado por meio de ensaios que solicitam o corpo de prova de forma cíclica. Em Terrien (1980), um corpo de prova foi inicialmente submetido à tração e em seguida submetido à compressão. Constatou-se o fechamento das fissuras abertas pela tração e recuperação da rigidez no regime de compressão. Outro trabalho que contribuiu para o estudo do comportamento unilateral do concreto foi o de Mazars et al. (1990), sendo estudados casos de solicitação uniaxial em blocos e de flexão em vigas, alcançando as mesmas conclusões obtidas por Terrien. Por outro lado, no trabalho de Tomachevsky et al. (1975) mostra-se que uma compressão prévia enfraquece a resistência à tração numa direção a ela perpendicular.

Debernardi (1983) apresenta um modelo para a flexão de estruturas de concreto armado com seção transversal qualquer, com a consideração da fissuração, fluência, retração, fluência por aderência, enrijecimento à tração, entre outros efeitos. O modelo interpola a deformação média da armadura tracionada para levar em consideração a situação intermediária entre os estádios I e II.

Ensaio de compressão uniaxial realizados por Van Mier (1984) mostram que, a partir do nível de carga máxima, a relação tensão-deformação do concreto passa a mostrar um gradual decréscimo de resistência com o aumento da deformação axial. Este fenômeno é conhecido como “*softening*”, em português chamado de amolecimento ou abrandamento.

Reinhardt (1984) e Cornelissen et al. (1986) realizaram trabalhos pioneiros no que diz respeito ao estudo do comportamento de um mesmo concreto submetido a carregamentos cíclicos primeiramente de tração e posteriormente de compressão. Nestes trabalhos os espécimes foram submetidos a varias histórias de carregamento que diferem quanto ao número de ciclos e níveis de tensão e de deformação nos quais começam os descarregamentos e recarregamentos. Dentre as conclusões dos estudos podem-se destacar: a deformação no descarregamento não é completamente reversível e as componentes de deformação permanente aumentam juntamente com a deformação total; as curvas de descarregamento e recarregamento não são coincidentes, apresentando laços de histerese; os laços de histerese são mais abertos para o descarregamento com inversão no sinal e isto é mais significativo quanto maior a tensão de compressão aplicada; ocorre uma recuperação de rigidez com a inversão do sinal de carregamento.

Yankelevsky e Reinhardt (1989) concluíram que, em linhas gerais, o comportamento do concreto sob solicitação cíclica em tração é bastante semelhante ao seu comportamento cíclico em compressão. Os autores concluíram que a curva tensão-deformação para carregamento monotônico é representativa da envoltória tensão-deformação para carregamento cíclico em tração.

Álvares (1993) faz um estudo crítico sobre o modelo de dano de Mazars (1984) com a determinação de parâmetros numéricos para o modelo em ensaios de compressão axial e diametral. A análise qualitativa do modelo é feita com base em um confronto de resultados numéricos, via método dos elementos finitos e resultados experimentais de vigas em concreto armado com diferentes taxas de armadura. O modelo apresenta boa concordância com os resultados experimentais para vigas normalmente e super armadas, mas para vigas com baixas taxas de armadura a distribuição de dano é mais esparsa, acarretando discrepância dos resultados.

Silva (1996) apresenta um estudo sobre a modelagem numérica de pórticos de concreto armado. Diversos modelos mecânicos e constitutivos são apresentados para representar o comportamento de pórticos, desde uma análise elástico-linear em primeira ordem até o comportamento rígido-plástico em segunda ordem.

Neves (2000) analisa o comportamento de pavimentos de edifícios com a contribuição das deformações por cisalhamento utilizando diagramas momento-curvatura e o modelo de dano de Mazars (1984). Uma das conclusões descritas pelo autor é que a inclusão da distorção na formulação é significativa no trecho pós-elástico em vigas curtas.

Branco (2002) estuda pórticos de concreto armado combinando a não linearidade geométrica baseada na formulação lagrangeana atualizada, o modelo elastoplástico com encruamento misto para o aço, o modelo de dano de Mazars (1984) para o concreto e a teoria de

vigas de Timoshenko. A partir da comparação com resultados experimentais disponíveis na literatura, o autor conclui que o modelo proposto em seu trabalho é bastante preciso para casos de vigas com taxas médias e elevadas de armadura.

Pituba (2003) revisa as formulações disponíveis na literatura para modelagem de meios elásticos anisótropos e bimodulares, estendendo então tais formulações para considerar meios elásticos com anisotropia e bimodularidade induzidas pelo dano. As respostas obtidas pelo modelo proposto apresentam boa concordância com as respostas experimentais e numéricas da literatura, para estado uni, bi e triaxiais.

Nogueira (2005) propõe uma metodologia para a otimização de estruturas de barras de concreto armado utilizando a probabilidade de falha como restrição. O autor utiliza o método dos elementos finitos conjuntamente com o modelo de dano de Mazars (1984), o modelo elastoplástico com encruamento misto e a consideração da não linearidade geométrica por meio da descrição lagrangeana atualizada. É feita uma importante discussão a respeito de algumas adaptações necessárias nos parâmetros do modelo de dano de Mazars (1984) para o problema de confiabilidade. Os processos de otimização descritos visam a minimização da função de custo da estrutura.

Nogueira (2010), estendendo seu estudo a respeito da otimização de estruturas de barras em concreto armado, incorpora em sua metodologia de análise a contribuição dos mecanismos complementares de resistência ao cisalhamento do concreto, dados pelo engrenamento dos agregados e pelo efeito de pino das armaduras longitudinais. Além disso, são exploradas as vantagens do acoplamento direto entre o FORM e a técnica dos gradientes numéricos. Como uma das conclusões do trabalho, o autor destaca que os custos da estrutura otimizada são menores quando se consideram os efeitos do comportamento não linear dos materiais.

### 2.3 TRABALHOS PIONEIROS EM CONFIABILIDADE ESTRUTURAL

A confiabilidade estrutural está diretamente relacionada com a avaliação da segurança das estruturas. Sociedades antigas, como os babilônios, utilizavam já certas normas para o projeto e construção de edificações seguras. Hamurabi, rei da babilônia, publicou o primeiro código de obras de que se tem conhecimento. Neste código, as responsabilidades (culpas) eram definidas com base nas consequências de falha, segundo a afirmação: “olho por olho, dente por dente”.

Ao longo dos séculos, os conhecimentos de projeto e construção foram passados de uma geração a outra de construtores. A maior parte dos procedimentos era baseado na tentativa e erro. Caso uma falha ocorresse, aquele determinado projeto era abandonado ou modificado.

A partir do desenvolvimento de teorias matemáticas sobre o comportamento dos materiais e das estruturas, o projeto de estruturas tornou-se mais racional. Por sua vez, essas teorias forneceram a base necessária para que métodos probabilísticos pudessem ser aplicados para quantificar a segurança estrutural e a confiabilidade.

As primeiras formulações matemáticas a respeito de segurança estrutural podem ser atribuídas a Mayer (1926), Wierzbicki (1936) e Streletzkii (1947). Eles identificaram que as cargas e os parâmetros de resistência são variáveis aleatórias e, portanto, para cada estrutura, existe uma probabilidade de falha finita (NOWAK e COLLINS, 2000).

Freudenthal (1947) aparece como o pioneiro a discutir o uso das teorias estatísticas para a avaliação da segurança estrutural. O autor propõe que a probabilidade de falha seja calculada pela integração de uma região caracterizada pelas distribuições de probabilidade das variáveis, chamada de domínio de falha.

Cornell (1969) propôs o índice de confiabilidade de segundo momento, definido como a razão entre a média e o desvio padrão da equação de estado limite. O índice de confiabilidade pode ser calculado desta forma para equações de estado limite lineares e com variáveis aleatórias descritas por distribuições normais.

Hasofer e Lind (1974) formularam uma forma invariante de índice de confiabilidade. O índice de confiabilidade é descrito neste trabalho como sendo a menor distância entre a origem do sistema de coordenadas até o ponto sobre a superfície de falha da estrutura que possui maior probabilidade de ocorrência, no espaço normal padrão multivariado e não correlacionado.

Rackwitz e Fiessler (1978) apresentam um procedimento numérico iterativo para o cálculo do índice de confiabilidade. As funções de probabilidade das variáveis podem não seguir somente a distribuição normal, sendo necessárias neste caso transformações que permitam considerar tais variáveis como normais equivalentes.

Fiessler et al. (1979) fizeram uma revisão sobre métodos aproximados de confiabilidade, dando atenção especial aos métodos FORM (*First Order Reliability Method*) e SORM (*Second Order Reliability Method*). Os autores indicam que a probabilidade de falha depende da curvatura da equação de estado limite no ponto de projeto, do tamanho do vetor de variáveis aleatórias e do tipo de distribuição dessas variáveis. Caso as variáveis aleatórias apresentem distribuição estatística bem distante da distribuição normal ou caso o vetor de variáveis aleatórias seja grande, a equação de estado limite possui grande possibilidade de apresentar elevada não linearidade. Mesmo considerando que o SORM apresente uma melhor aproximação para o cálculo da probabilidade de falha de equações de estado limite não lineares, os autores indicam que para os casos práticos de engenharia o FORM é suficientemente satisfatório.

Melchers (1983) apresenta uma análise de confiabilidade para sistemas estruturais caracterizados por uma configuração em paralelo. No trabalho destaca-se a importância de se considerar a correlação entre elementos estruturais para a correta determinação da probabilidade global de ruína.

Madsen (1988) apresenta uma análise dos fatores de sensibilidade do problema de confiabilidade. Os fatores de sensibilidade indicam o grau de influência das variáveis aleatórias no valor do índice de confiabilidade. Ao se realizar uma análise de sensibilidade é possível selecionar as variáveis aleatórias mais relevantes para o problema, ou seja, as que têm maior peso no cálculo do índice de confiabilidade. Procedendo desta forma é possível resolver o problema de confiabilidade mais rapidamente, sem perdas significativas de precisão no cálculo da probabilidade de falha.

Dentre os livros mais relevantes na área podem-se citar os de Thoft-Christensen e Baker (1982), Augusti, Barrata e Casciati (1984), Madsen, Krenk e Lind (1985), Ang e Tang (1984), Thoft-Christensen e Murotsu (1986), Melchers (1999), entre outros.

Métodos de confiabilidade mais sofisticados vêm sendo desenvolvidos nos últimos anos. A pesquisa de métodos mais sofisticados é justificável para o estudo de problemas complexos ou para reduzir o tempo de processamento necessário para o cálculo da probabilidade de falha. Alguns desses métodos serão comentados com maiores detalhes no capítulo 6 do presente trabalho.

# 3 DURABILIDADE E VIDA ÚTIL DE ESTRUTURAS

## 3.1 DEFINIÇÃO

### 3.1.1 Durabilidade

De acordo com o ACI Committee 201, a durabilidade do concreto de cimento Portland é definida como sua capacidade de resistir à ação de intempéries, ataque químico, abrasão, ou qualquer outro processo de deterioração. Em outras palavras, um concreto durável preservará sua forma, qualidade e capacidade de uso originais quando exposto ao ambiente de uso para o qual foi projetado (MEHTA e MONTEIRO, 2008).

A durabilidade é o parâmetro que relaciona a aplicação dos conhecimentos ou estimativas relacionados às características de deterioração do material concreto e dos sistemas estruturais a uma determinada construção, individualizando-a pela avaliação da resposta que dará aos efeitos da agressividade ambiental, definindo, então, a vida útil da mesma (SOUZA e RIPPER, 2009).

Segundo a ABNT NBR 6118:2014, durabilidade consiste na capacidade de a estrutura resistir às influências ambientais previstas e definidas em conjunto pelo autor do projeto estrutural e pelo contratante, no início dos trabalhos de elaboração do projeto.

Portanto, a durabilidade não é uma propriedade inerente ou intrínseca à estrutura, à armadura ou ao concreto. Uma mesma estrutura pode ter diferentes comportamentos, ou seja, diferentes funções de durabilidade no tempo, segundo suas diversas partes, até dependente da forma de utilizá-la (Helene et al., 2011).

### 3.1.2 Vida útil

Segundo Souza e Ripper (2009), por vida útil de um material entende-se o período durante o qual as suas propriedades permanecem acima dos limites mínimos especificados.

Segundo a ISO 13823:2008 entende-se por vida útil “o período efetivo de tempo durante o qual uma estrutura ou qualquer de seus componentes satisfazem os requisitos de desempenho do projeto, sem ações imprevistas de manutenção ou reparo” (Helene et al., 2011). Tal definição de vida útil é quase idêntica ao da ABNT NBR 6118:2014.



Um material atinge o fim de sua vida útil quando suas propriedades, sob determinadas condições de uso, tiverem se deteriorado de tal forma que a continuação de sua utilização se torna insegura e antieconômica (MEHTA e MONTEIRO, 2008).

Apesar das várias definições de vida útil, sua aplicação prática ainda esbarra em deficiências graves da normalização nacional atualmente em vigor (Helene et al., 2011).

### 3.2 GENERALIDADES

As propriedades mecânicas do concreto, seu bom desempenho e sua adequada durabilidade em serviço são consideradas as principais características estruturais. No entanto, nas últimas décadas os problemas de durabilidade insatisfatória em estruturas de concreto armado têm aumentado drasticamente. Além dos impactos econômicos devido às despesas de reparação, os problemas de durabilidade também causam impactos industriais, ambientais e sociais devido à diminuição da confiabilidade e da segurança dessas estruturas (APOSTOLOPOULOS e PAPADAKIS, 2008).

Segundo Helene et al. (2011), pode-se afirmar que o conhecimento da durabilidade e dos métodos de previsão da vida útil das estruturas de concreto são fundamentais para:

- auxiliar na previsão do comportamento do concreto em longo prazo;
- prevenir manifestações patológicas precoces nas estruturas;
- contribuir para a economia, sustentabilidade e durabilidade das estruturas.

Vários trabalhos têm revelado a importância econômica da consideração da durabilidade a partir de pesquisas que demonstram os significativos gastos com manutenção e reparo de estruturas em países desenvolvidos, conforme demonstrado na Tabela 3.1 (UEDA e TAKEWAKA, 2007 apud Helene et al., 2011):

Tabela 3.1 - Gastos em países desenvolvidos com construções novas, manutenção e reparo na construção

<b>País</b>	<b>Gastos com construções novas</b>	<b>Gastos com manutenção e reparo</b>	<b>Gastos totais com construção</b>
França	85,6 bilhões de Euros (52%)	79,6 bilhões de Euros (48%)	165,2 bilhões de Euros (100%)
Alemanha	99,7 bilhões de Euros (50%)	99,0 bilhões de Euros (50%)	198,7 bilhões de Euros (100%)
Itália	58,6 bilhões de Euros (43%)	76,8 bilhões de Euros (57%)	135,4 bilhões de Euros (100%)
Reino Unido	60,7 bilhões de Euros (50%)	61,2 bilhões de Euros (50%)	121,9 bilhões de Euros (100%)

Nota: todos os dados se referem ao ano de 2004, exceto no caso da Itália que se refere ao ano de 2002

Fonte: Ueda e Takewaka, 2007 apud Helene et al., 2011

As patologias nas estruturas de concreto armado simplificadamente separam-se em dois tipos:

- Associadas ao estado limite último: que afetam as condições de segurança da estrutura.
- Associadas ao estado limite de serviço: que comprometem as condições de higiene, estética, etc.

Helene (1992) explica que os problemas patológicos estruturais tendem a se agravar com o passar do tempo, além de acarretar outros problemas associados ao inicial. As correções aplicadas às patologias nas estruturas serão mais duráveis, mais efetivas, mais fáceis de executar e muito mais baratas quanto mais cedo forem executadas. De forma a dar um significado mais claro a última afirmação, pode-se citar a “lei de Sitter”, que mostra os custos crescendo segundo uma progressão geométrica, conforme a Figura 3.1:

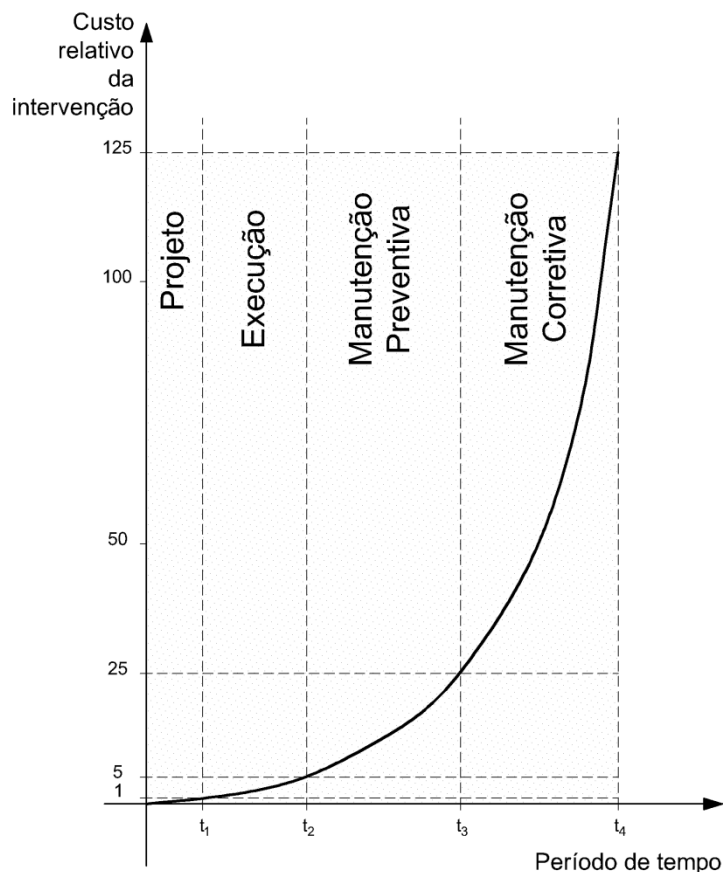


Figura 3.1 - Lei de evolução de custos  
Fonte: Sitter, 1984 apud Helene, 1992

A razão da progressão geométrica do crescimento dos custos dada por Sitter (1984) apud Helene (1992) é de cinco. O histórico dos custos relativos às construções é dividido em quatro

fases: projeto, execução, manutenção preventiva e manutenção corretiva. Estas quatro fases são detalhadas a seguir:

- **Projeto:** toda medida tomada a nível de projeto com o objetivo de aumentar a proteção e a durabilidade da estrutura implica num custo que pode ser associado ao número 1 (um). Exemplos: aumentar o cobrimento da armadura, reduzir a relação água/cimento do concreto, especificar tratamentos protetores superficiais, etc.
- **Execução:** toda medida tomada durante a execução propriamente dita, incluindo nesse período a obra recém-construída, implica num custo até 5 (cinco) vezes superior ao custo que teria sido acarretado caso esta medida tivesse sido tomada a nível de projeto, para obter-se o mesmo “grau” de proteção e durabilidade da estrutura. Exemplo típico é o de decidir em obra reduzir a relação água/cimento do concreto para aumentar a sua durabilidade e proteção à armadura. A mesma medida tomada durante o projeto permitiria o redimensionamento automático da estrutura, reduzindo dimensões dos componentes estruturais, economia de fôrmas, redução da taxa de armadura, entre outros.
- **Manutenção preventiva:** toda medida tomada com antecedência e previsão, durante o período de uso e manutenção da estrutura, pode ser associada a um custo 5 (cinco) vezes menor que aquele necessário à correção dos problemas gerados a partir de uma não intervenção preventiva tomada com antecedência à manifestação explícita de patologias. Ao mesmo tempo estará associada a um custo 25 (vinte e cinco) vezes superior àquele que teria acarretado uma decisão de projeto para obtenção do mesmo “grau” de proteção e durabilidade da estrutura.
- **Manutenção corretiva:** corresponde aos trabalhos de diagnóstico, prognóstico, reparo e proteção das estruturas que já apresentaram manifestações patológicas, ou seja, correção de problemas evidentes. A estas atividades é possível associar um custo 125 (cento e vinte e cinco) vezes superior ao custo das medidas que poderiam ter sido tomadas a nível de projeto e que implicariam num mesmo “grau” de proteção e durabilidade da obra após a correção da patologia.

As estruturas e seus materiais deterioram-se mesmo quando existe um programa de manutenção bem definido, atingindo por vezes níveis de desempenho insatisfatórios. Esses níveis variam com o tipo de estrutura, sendo que algumas delas, por falhas de projeto ou de execução, já iniciam as suas vidas de forma insatisfatória, enquanto outras chegam ao final de suas vidas úteis projetadas ainda mostrando um bom desempenho. Na Figura 3.2 estão representados, genericamente, três históricos de desempenhos estruturais, ao longo das suas respectivas vidas úteis, em função da ocorrência de fenômenos patológicos diversos (SOUZA e RIPPER, 2009).

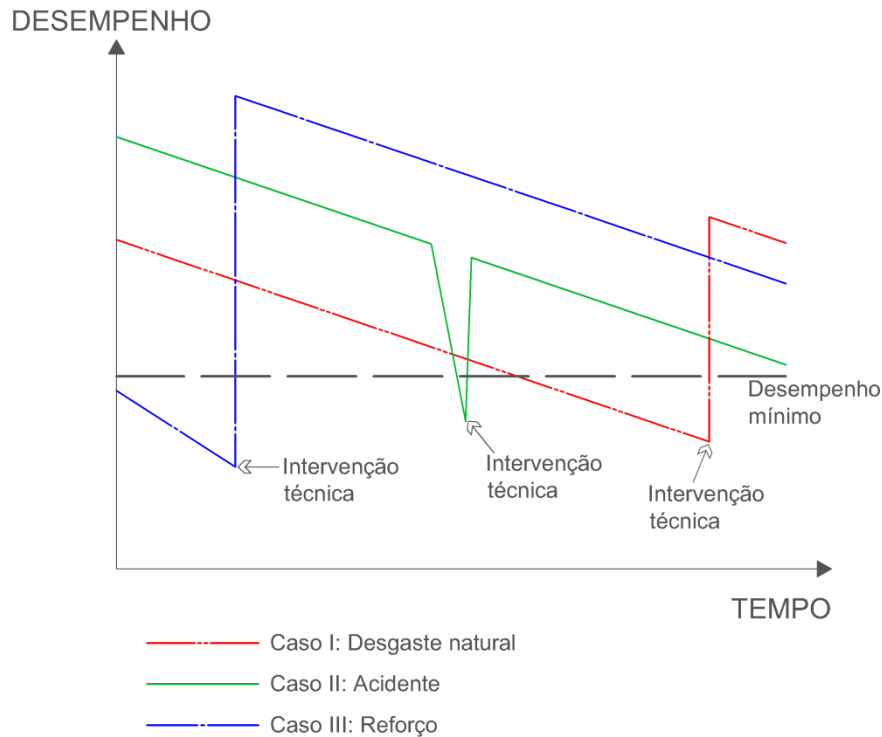


Figura 3.2 - Diferentes desempenhos de uma estrutura com o tempo, em função de diferentes fenômenos patológicos  
 Fonte: Souza e Ripper, 2009: Adaptado

Sobre esses três históricos cabem os seguintes comentários:

- Caso I: verifica-se o fenômeno natural de desgaste da estrutura, sendo que quando há intervenção, a estrutura se recupera, voltando a seguir a linha de desempenho acima do mínimo exigido para sua utilização.
- Caso II: a estrutura esteve sujeita a um problema súbito, como um acidente e necessita uma intervenção imediata corretiva para que volte a comportar-se satisfatoriamente.
- Caso III: é o caso de uma estrutura com defeitos originais, de projeto ou execução, ou ainda de uma estrutura onde eventualmente foi alterado seu propósito funcional. Nestes casos, a utilização de um reforço é necessária.

Diversos pesquisadores estão se empenhando no estudo dos fatores que têm influência direta no processo de degradação das estruturas, com o objetivo de identificar os parâmetros quantitativos para a determinação da vida útil das estruturas.

Esses estudos são direcionados para a modelagem dos fatores que influenciam a corrosão das armaduras, por ser a manifestação patológica mais presente nas estruturas e que compromete significativamente a segurança estrutural das obras (HELENE, 1993).

### 3.3 MODELOS DE VIDA ÚTIL DE ESTRUTURAS DE CONCRETO

O modelo clássico de vida útil das armaduras submetidas à corrosão no concreto foi proposto por Tuutti (1982) e é amplamente conhecido e divulgado no meio técnico. Tal modelo pode ser visualizado na Figura 3.3.

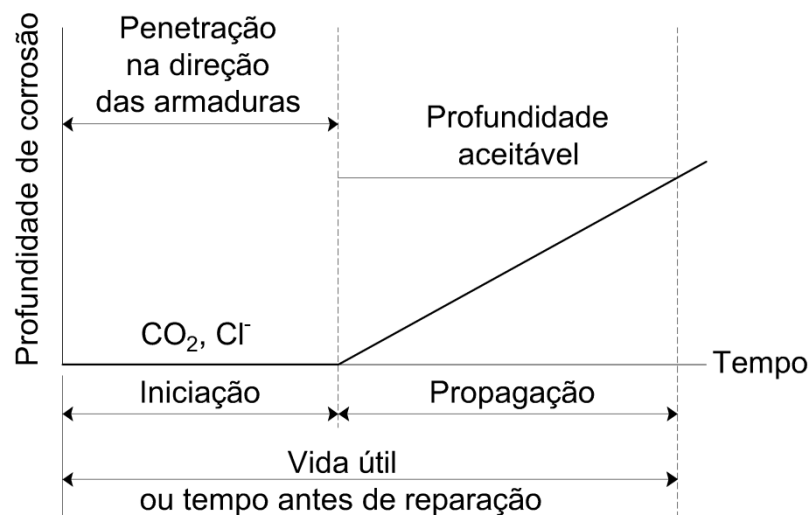


Figura 3.3 - Modelo de Tuutti: Evolução da corrosão do aço no concreto  
Fonte: Tuutti, 1982: Adaptado

A vida útil das armaduras é dividida em duas fases no modelo de Tuutti (1982): iniciação e propagação. O período de iniciação corresponde ao tempo desde a execução da estrutura até a ação do agente agressivo em atravessar o cobrimento do concreto, alcançar a armadura e despассивá-la. O segundo período, o da propagação, corresponde ao desenvolvimento do processo corrosivo até níveis inaceitáveis de deterioração.

Segundo Cascudo (1997), o modelo proposto por Tuutti leva em conta a influência de vários fatores na previsão da vida útil, os quais podem ser subdivididos em três grupos: fatores relativos aos materiais (relação  $a/c$ , cobrimento, tipo de cimento, etc.), fatores estruturais (dimensões da estrutura, dimensões da armadura, tipo de elemento estrutural, etc.) e fatores ambientais (teores de  $\text{Cl}^-$  e  $\text{CO}_2$  do ar, umidade, temperatura, etc.).

Embora o modelo de Tuutti seja de certa forma consagrado e internacionalmente aceito, algumas questões ficam em aberto. Falta-lhe, por exemplo, dados mais quantitativos do processo corrosivo nas estruturas, assim como há também a carência de uma melhor definição dos níveis máximos de deterioração (Cascudo 1997).

Otieno et al. (2010) explicam que a vida útil de serviço de estruturas de concreto armado, com relação a corrosão das armaduras, é usualmente modelada abrangendo fases distintas que seguem estados limites (de serviço e último) pré-definidos com distintos indicadores de dano

induzidos pela corrosão. Tuutti (1982) não descreve as diferentes subfases de dano produzidas pela corrosão induzida na fase de propagação. Para explicar isto (i.e. diferenciar a resposta estrutural conforme o dano produzido pela corrosão), o tempo de propagação pode ainda ser subdividido em subfases, como, por exemplo, no Modelo de Li, apresentado na Figura 3.4.

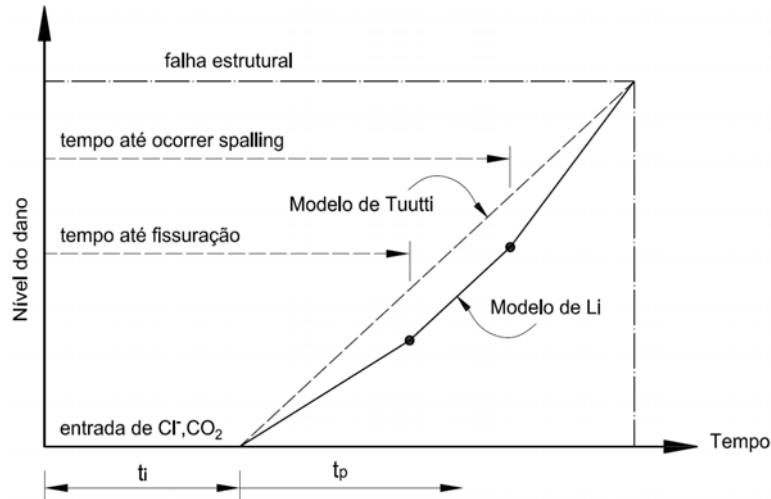


Figura 3.4 - Fases e sub-fases da vida útil de estruturas de concreto armado afetadas pela corrosão  
Fonte: Otieno et al., 2010: Adaptado

Helene (1993) apresentou um modelo de vida útil para estruturas de concreto tomando por referência o fenômeno de corrosão de armaduras. Tal modelo divide a vida útil de uma estrutura de concreto armado em diferentes períodos, conforme é ilustrado na Figura 3.5.

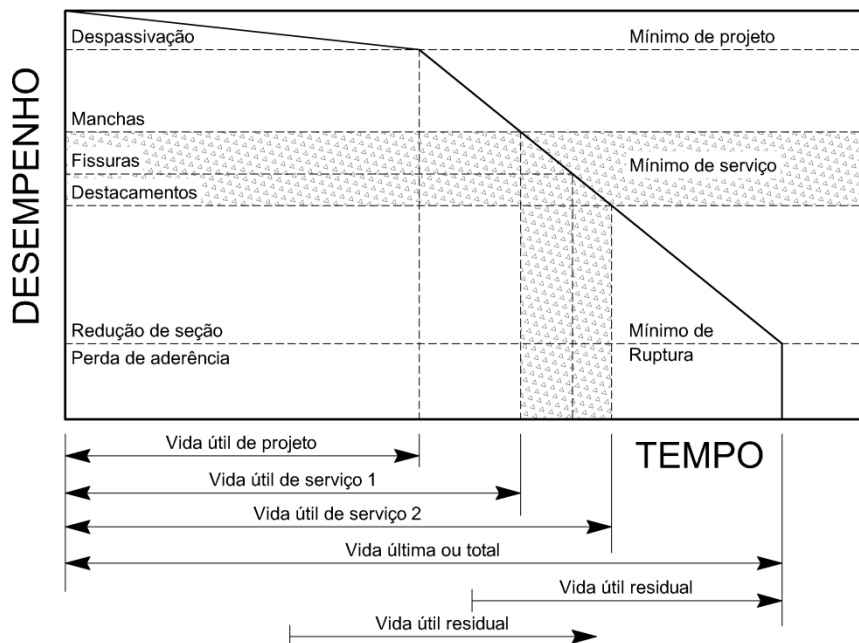


Figura 3.5 - Conceituação de vida útil das estruturas de concreto tomando por referência o fenômeno de corrosão de armaduras  
Fonte: Helene, 1993: Adaptado

Os períodos de vida útil definidos por Helene (1993) são os seguintes:

- Vida útil de projeto (ou período de iniciação): corresponde ao tempo necessário para que a frente de carbonatação ou a frente de cloretos atinja a armadura. Este período se estende até a despassivação da armadura.
- Vida útil de serviço: período de tempo que vai até o momento em que aparecem manchas na superfície do concreto, ou ocorrem fissuras no concreto de cobrimento, ou ainda quando há o destacamento do concreto de cobrimento. No decorrer deste período, acontecem reparos e manutenções para recuperação das condições de segurança, funcionalidade e estética superiores ou iguais às previstas no projeto.
- Vida útil última ou total: ocorre uma redução significativa da seção da armadura ou perda de aderência aço/concreto. Este período de tempo vai até a ruptura ou colapso parcial ou total da estrutura.
- Vida útil residual: período de tempo em que a estrutura ainda será capaz de desempenhar suas funções, após uma vistoria e/ou intervenção que pode ocorrer a qualquer instante ao longo da vida em uso da estrutura.

Cascudo (1997) apresenta um modelo qualitativo para delinear o comportamento do concreto sujeito à corrosão, admitindo como parâmetro de avaliação da vida útil a fissuração do concreto, conforme a Figura 3.6.

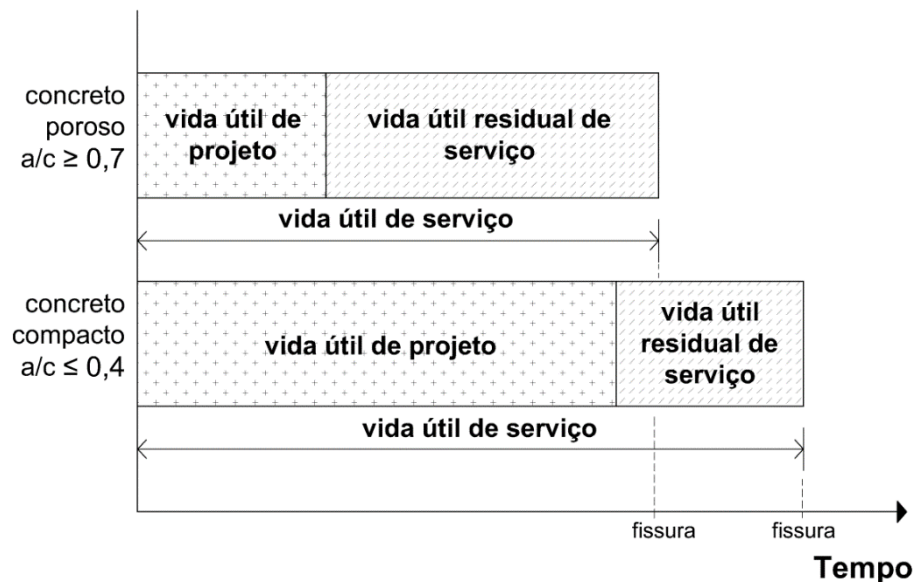


Figura 3.6 - Modelo qualitativo de vida útil para concretos de alta e baixa porosidade, considerando a mesma taxa de corrosão para ambos os casos

Fonte: Cascudo, 1997

Tal modelo é muito parecido com o de Helene (1993), tendo os períodos de vida útil praticamente as mesmas definições.

### 3.4 MÉTODOS PARA ESTIMAR A VIDA ÚTIL

Diversos autores apresentam modelos para a estimativa da vida útil de estruturas de concreto armado.

Andrade et al. (1990) apud Cascudo (1997) apresentam, por exemplo, um modelo para a previsão da vida útil residual de estruturas de concreto armado a partir da taxa de corrosão das armaduras. Tal modelo utiliza medidas da taxa de corrosão, as quais podem ser obtidas “in situ” por meio de técnicas eletroquímicas.

Helene (1993) apresenta alguns métodos propostos por diversos autores para a estimativa das diferentes fases da vida útil (Figura 3.5) de estruturas de concreto armado.

De acordo com Helene et al. (2011), a estimativa de vida útil de estruturas de concreto pode ser efetuada através de um dos quatro procedimentos a seguir:

- Método com base nas experiências anteriores: desde as primeiras normas sobre estruturas de concreto armado, a questão da durabilidade tem sido introduzida de forma qualitativa. São especificadas certas exigências construtivas que “asseguram” durabilidade. Em outras palavras significa: “- Faça assim que tem dado bom resultado. – Mas quantos anos de vida útil terá? – Não se sabe, mas parece que dessa maneira tem funcionado bem...”. Infelizmente, tanto no Brasil com a ABNT NBR 6118:2014, como no exterior com o Eurocode II e o ACI 318, este método ainda é a principal ferramenta utilizada. Estes documentos não consideram nenhum dos demais métodos, de natureza mais avançada;
- Método com base em ensaios acelerados: se aplica melhor ao estudo de produtos orgânicos e é de difícil aplicação direta no projeto de estruturas de concreto cujos principais materiais são de natureza inorgânica. De qualquer modo, considerando que nos últimos anos tem havido um grande desenvolvimento de métodos de ensaio acelerados, de fundamento eletroquímico, em câmaras de carbonatação e em câmaras de *salt-spray*, é possível que futuramente venha a ser mais utilizado no projeto e construção de estruturas de concreto. A dificuldade deste método para a previsão de vida útil é a falta de dados de desempenho em uso em longo prazo de estruturas de concreto para determinar a taxa de degradação em condições reais das estruturas para assim comparar com as taxas de degradação obtidas por meio de ensaios acelerados;
- Método com base em enfoque determinista: a base científica desse método, tratando-se de corrosão das armaduras, são os mecanismos de transporte de gases, de fluídos e de íons através dos poros do concreto, no caso do período de iniciação, e a lei de Faraday, no caso do



período de propagação. Assim, considera-se basicamente por um lado a “qualidade” do concreto e por outro o “percurso” que o agente agressivo deve percorrer até atingir a armadura em concentrações e quantidades significativas para deteriorar a estrutura. Alguns estudos de destaque utilizando este método são os de Collepari et al. (1970), Duracrete (1999), Andrade (2001), Possan (2010), entre outros;

- Método com base em enfoque estocástico ou probabilista: observa-se, na engenharia, que muitos problemas envolvem processos naturais e fenômenos que são inerentemente aleatórios, sendo que certas variáveis envolvidas nesses processos e fenômenos não podem ser consideradas como constantes no tempo. Assim, muitas decisões tomadas na engenharia são realizadas sob condições de incerteza. Tendo-se à disposição os dados estatísticos das ações agressivas e das resistências da estrutura, considera-se a teoria das falhas e, nos casos mais aprofundados, considera-se também o conceito de risco, ou seja, o produto da probabilidade de falha pelo custo do prejuízo causado. Assim, a aplicação das teorias e métodos de probabilidade se mostram promissores, pois são ferramentas úteis para a resolução de problemas dessa natureza.

### 3.5 ORIENTAÇÕES DE NORMAS E CÓDIGOS SOBRE A DURABILIDADE E VIDA ÚTIL DAS ESTRUTURAS

Uma diretriz geral, encontrada na literatura técnica, ressalta que a durabilidade da estrutura de concreto é determinada por quatro fatores identificados como “regra dos 4C” (HELENE et al., 2011):

- Composição ou traço do concreto;
- Compactação ou adensamento efetivo do concreto na estrutura;
- Cura efetiva do concreto na estrutura;
- Cobrimento das armaduras.

Com relação à qualidade e durabilidade do concreto, as normas ABNT NBR 6118:2014 e ABNT NBR 12655:2006 fornecem algumas orientações a respeito dos parâmetros a serem considerados na escolha da composição do concreto, resumidas na Tabela 3.2.

Tabela 3.2 - Correspondência entre classe de agressividade ambiental, risco de deterioração e recomendações da qualidade do concreto

Classe de agressividade ambiental	Agressividade	Risco de deterioração da estrutura	Concreto recomendável	Relação água/cimento em massa		Classe de concreto		Consumo de cimento por metro cúbico de concreto (kg/m <sup>3</sup> )
I	Fraca	Insignificante	Efêmero, normal, resistente ou durável	≤ 0,65	CA	≥ C20	CA	≥ 260
				≤ 0,60	CP	≥ C25	CP	
II	Média	Pequeno	Normal, resistente ou durável	≤ 0,60	CA	≥ C25	CA	≥ 280
				≤ 0,55	CP	≥ C30	CP	
III	Forte	Grande	Resistente ou durável	≤ 0,55	CA	≥ C30	CA	≥ 320
				≤ 0,50	CP	≥ C35	CP	
IV	Muito forte	Elevado	Durável	≤ 0,45	CA	≥ C40	CA	≥ 360
				≤ 0,45	CP	≥ C40	CP	

Fonte: ABNT NBR 6118:2014 e ABNT NBR 12655:2006: Modificado

Uma correspondência direta como a indicada na Tabela 3.2 só tem sentido como primeira aproximação, pois é possível utilizar um concreto não recomendável com segurança e sem comprometimento da durabilidade, desde que esse fato seja compensado com outras medidas protetoras e preventivas. Cabe ressaltar, no entanto, que tais medidas, aplicadas amplamente no Brasil, acarretam custos mais elevados, pois são tomadas *a posteriori*, enquanto que decisões tomadas em nível de projeto e de dosagem do concreto são geralmente mais convenientes, seguras e econômicas.

A norma ABNT NBR 12655:2006 especifica que, para condições especiais de exposição, devem ser atendidos requisitos mínimos de durabilidade expressos em relação à máxima relação água/cimento e a mínima resistência característica a compressão para o concreto. Dentre estas condições especiais pode-se citar, por exemplo, um elemento de concreto armado exposto a cloretos provenientes de diversas fontes. Os requisitos mínimos especificados por esta norma constam na Tabela 3.3.

Tabela 3.3 - Requisitos para o concreto, em condições especiais de exposição

Condições de exposição	Máxima relação água/cimento, em massa, para concreto com agregado normal	Mínimo valor de $f_{ck}$ (para concreto com agregado normal ou leve) (MPa)
Condições em que é necessário um concreto de baixa permeabilidade à água	0,50	35
Exposição a processos de congelamento e descongelamento em condições de umidade ou a agentes químicos de degelo	0,45	40
Exposição a cloretos provenientes de agentes químicos de degelo, sais, água salgada, água do mar, ou respingos ou borrifação desses agentes	0,40	45

Fonte: ABNT NBR 12655:2006

Helene et al. (2011) apresentam uma classificação orientativa das resistências dos concretos frente ao risco de corrosão de armaduras. Essa classificação está representada na Tabela 3.4.

Tabela 3.4 - Classificação da resistência dos concretos frente ao risco de corrosão das armaduras

Classe de concreto	Classe de resistência (ABNT NBR 8953:2011)	Máxima relação a/c	Deterioração por carbonatação	Deterioração por cloretos
			Teor de adições	Teor de adições
durável	$\geq$ C50	$\leq$ 0,38	$\leq$ 10% de pozolana, metacaulim ou escória de alto forno	$\geq$ 20% de pozolana ou metacaulim $\geq$ 65% de escória de alto forno aço galvanizado ou inox
resistente	C35 C40 C45	$\leq$ 0,50	$\leq$ 10% de pozolana ou metacaulim $\leq$ 15% escória de alto forno	$\geq$ 10% de pozolana ou metacaulim $\geq$ 35% de escória de alto forno aço galvanizado ou inox
normal	C25 C30	$\leq$ 0,62	qualquer	qualquer
efêmero	C10 C15 C20	qualquer	qualquer	qualquer

Fonte: Helene et al., 2011

Há todo um esforço em se tentar especificar valores numéricos para a vida útil das estruturas, sendo tal tarefa bastante complexa, principalmente em função da quantidade e

variabilidade dos parâmetros intervenientes. Contudo, alguns órgãos internacionais apresentam valores de referência para a vida útil, considerando principalmente o tipo de obra, conforme a Tabela 3.5 e a Tabela 3.6 (HELENE et al., 2011).

Tabela 3.5 - Vida útil de projeto recomendada na Inglaterra (BS 7543:1992)

<b>BS 7543 (1992) Guia para durabilidade de edifícios e elementos de edifícios, produtos e componentes</b>	
<b>Tipo de estrutura</b>	<b>Vida útil</b>
Temporárias	≥ 10 anos
Substituíveis	≥ 10 anos
Edifícios industriais e reformas	≥ 30 anos
Edifícios novos e reformas de edifícios públicos	≥ 60 anos
Obras de arte e edifícios públicos novos	≥ 120 anos

Fonte: Helene et al., 2011

Tabela 3.6 - Vida útil de projeto recomendada pelas normas na Europa (EM 206-1:2007)

<b>EM 206-1 (2007) Concreto: Especificação, desempenho, produção e conformidade</b>	
<b>Tipo de estrutura</b>	<b>Vida útil</b>
Temporárias	≥ 10 anos
Partes estruturais substituíveis (Ex: apoios)	10 a 25 anos
Estruturas para agricultura e semelhantes	15 a 30 anos
Edifícios e outras estruturas comuns	≥ 50 anos
Edifícios monumentais, pontes e outras estruturas de engenharia civil	≥ 100 anos

Fonte: Helene et al., 2011

Observando os dados contidos na Tabela 3.5 e a Tabela 3.6 pode-se concluir que a vida útil recomendada para estruturas correntes é de no mínimo 50 anos, enquanto que para edifícios públicos, pontes e outras obras de custos mais elevados a vida útil mínima recomendada é de 100 anos.

# 4 CORROSÃO DE ARMADURAS EM CONCRETO

## 4.1 DEFINIÇÃO

Corrosão é a interação destrutiva de um material com o ambiente, seja por reação química, ou eletroquímica. Basicamente, são dois os processos principais de corrosão que podem sofrer as armaduras de aço no concreto armado: a oxidação e a corrosão propriamente dita (HELENE, 1986).

Por oxidação entende-se o ataque provocado por uma reação gás-metal, com formação de uma película de óxido. Este tipo de corrosão é extremamente lento à temperatura ambiente e não provoca deterioração substancial das superfícies metálicas, salvo se existirem gases extremamente agressivos na atmosfera (WEXLER e WOLYNEC, 1976 apud HELENE, 1986).

Por corrosão propriamente dita entende-se o ataque de natureza preponderantemente eletroquímica, que ocorre em meio aquoso. A corrosão acontece quando é formada uma película de eletrólito sobre a superfície dos fios ou barras de aço. Esta película é formada pela presença de umidade no concreto, salvo situações especiais e muito raras, tais como dentro de estufas ou sob a ação de elevadas temperaturas ( $> 80\text{ }^{\circ}\text{C}$ ) e em ambientes de baixa umidade relativa ( $\text{UR} < 50\%$ ) (HELENE, 1986).

Em geral, os metais encontram-se na natureza formando compostos tais como óxidos, sulfetos, etc., com outros elementos. Para usá-los em sua forma elementar é preciso extrair o metal mediante um processo de redução, o que requer aplicar-lhes certa quantidade de energia. O processo inverso pelo qual o metal volta ao seu estado natural vai acompanhado de uma redução da sua energia de Gibbs, isto é, tem lugar através de uma reação espontânea. Este processo, que corresponde a uma oxidação, é conhecido por corrosão e representa a destruição gradual do metal (ANDRADE, 1992).

Cascudo (1997) define a corrosão como a interação destrutiva ou a interação que implique inutilização para uso, de um material com o ambiente, seja por reação química ou eletroquímica. No caso de um metal, ele é convertido a um estado não metálico. Quando isto ocorre, o metal perde suas qualidades essenciais tais como resistência mecânica, elasticidade e ductilidade.

A corrosão metálica é a transformação de um metal em íon metálico pela sua interação química ou eletroquímica com o meio em que se encontra (PANOSSIAN, 1993 apud CASCUDO, 1997).

Num aspecto muito difundido e aceito universalmente pode-se definir corrosão como a deterioração de um material, geralmente metálico, por ação química ou eletroquímica do meio ambiente aliada ou não a esforços mecânicos. A deterioração causada pela interação físico-química entre o material e o seu meio operacional representa alterações prejudiciais indesejáveis, sofridas pelo material, tais como desgaste, variações químicas ou modificações estruturais, tornando-o inadequado para uso (GENTIL, 2006).

## 4.2 GENERALIDADES

Processos corrosivos avançados em estruturas, pontes e viadutos de concreto, têm ocorrido em diversos estados do Brasil, ocasionando riscos à integridade dos usuários dessas construções. Estudos desenvolvidos pelo *The Department of Transport* da Inglaterra constatou, na avaliação de 200 pontes, que 30% delas apresentavam problemas graves de corrosão. Falhas mais numerosas têm ocorrido em estruturas situadas em orlas marinhas, devido à penetração de névoa salina na massa de concreto, até atingir a armadura. A ação de cloreto de sódio tem ocasionado corrosão em grande número de pontes em países com invernos rigorosos que utilizam degelo com sais. Somente na rede federal de rodovias dos EUA, que compreende 600 mil pontes, cerca de 250 mil (42%) delas sofrem corrosão das armaduras, necessitando de reparos (GENTIL, 2006).

Em 1991, um relatório da *Federal Highway Administration* enviado ao Congresso dos EUA destacava que 134 mil pontes de concreto armado do país (23% do total) requeriam reparo imediato e 226 mil (39% do total) também apresentavam problemas. A corrosão das armaduras foi considerada como uma das causas de dano estrutural na maioria dos casos, sendo o custo total de recuperação estimado em 90 bilhões de dólares (MEHTA e MONTEIRO, 2008).

Na falta de dados estatísticos e estimando-se o custo da corrosão em 3,5% do PIB, do ano de 2000, podem-se apresentar os dados constantes na Tabela 4.1. Deve-se considerar que, nos valores constantes da tabela, estão inclusos não somente os gastos com reposição de materiais, mas também os gastos com prevenção de corrosão, como o emprego de materiais mais resistentes aos processos corrosivos, medidas de proteção e com a manutenção (GENTIL, 2006).

Os valores constantes na Tabela 4.1, mesmo se estimados de maneira grosseira, permitem concluir que países economicamente desenvolvidos (com PIB elevado) possuem altos custos decorrentes de processos corrosivos. Assim, o nível de desenvolvimento de um país está atrelado ao seu nível de desenvolvimento tecnológico. Portanto, investimentos no combate e prevenção desses processos corrosivos devem andar de maneira paralela ao desenvolvimento tecnológico.

Tabela 4.1 - Custos envolvendo problemas corrosivos (PIB Ano 2000) - Valores expressos em bilhões de dólares

País	PIB	Corrosão
Alemanha	1.873,00	65,55
Argentina	285,50	9,99
Austrália	392,30	13,73
Brasil	594,20	20,79
Canadá	688,80	24,10
China	1.100,00	38,50
Coréia	457,20	16,00
Espanha	558,60	19,55
EUA	9.896,40	346,37
França	1.294,20	45,29
Índia	479,40	16,77
Itália	1.074,00	37,59
Japão	4.749,60	166,23
México	574,50	20,10
Reino Unido	1.414,60	49,51
Tailândia	121,60	4,26

Fonte: Gentil, 2006

Carmona e Marega (1988) realizaram um estudo que identificou a incidência das principais manifestações patológicas em estruturas de concreto armado no Brasil e suas origens. O resultado de tal levantamento está demonstrado na Figura 4.1.

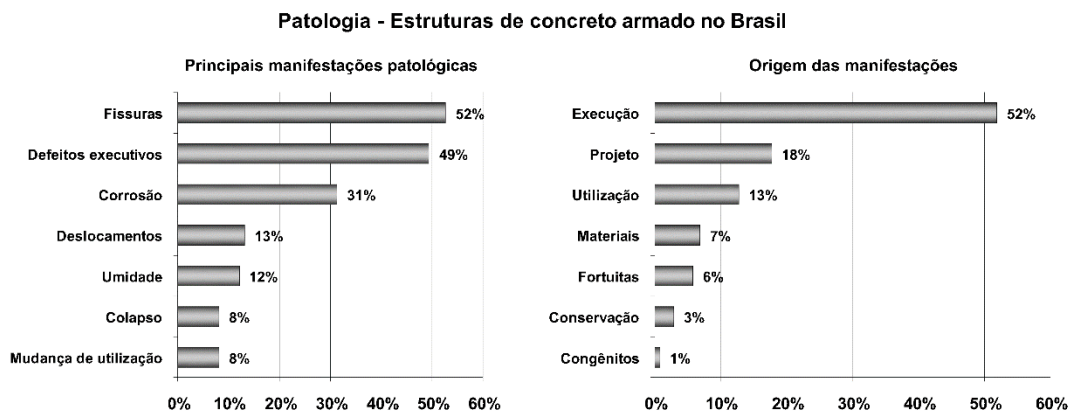


Figura 4.1 - Principais manifestações patológicas em estruturas de concreto armado no Brasil e suas origens  
Fonte: Carmona Filho e Marega, 1988

O estudo aponta que a corrosão é o terceiro problema patológico mais comum nas estruturas brasileiras, com 31% dos casos levantados, permanecendo atrás apenas das fissuras e de defeitos executivos. Os autores afirmam que as fissuras poderiam originar-se de tensões internas provocadas pela corrosão de armaduras e que os defeitos construtivos, ou mesmo as

fissuras, poderiam provocar o surgimento de diversos tipos de manifestações patológicas, entre elas a própria corrosão de armaduras.

Um caso recente de problema patológico envolvendo corrosão de armaduras é o do Elevado do Joá. Esta estrutura é a principal ligação, desde 1971, da zona sul do Rio de Janeiro com a Barra da Tijuca. É uma estrutura de concreto armado que sustenta os 1100 metros de pista nos dois sentidos, suspensa 35 metros acima do nível do mar. Um estudo concluído em 2012 pelo Programa de Engenharia Civil da Coordenação dos Programas de Pós-Graduação em Engenharia (Coppe/UFRJ) relatou que a situação era tão grave que existia risco de colapso, embora não fosse possível precisar quando isso poderia acontecer. O tabuleiro do Elevado de Joá pode ser visualizado na Figura 4.2.



Figura 4.2 - Tabuleiro do Elevado do Joá

Fonte: <http://oglobo.globo.com/rio/bairros/prefeitura-espera-entregar-elevado-do-joa-apos-7-meses-de-obras-10958073>

A solução de engenharia adotada pelo corpo técnico do município para o Elevado de Joá foi inutilizar os dentes Gerber (responsáveis pela transferência de carga das vigas para os pórticos), desgastados pela corrosão causada pelo mar, por infiltrações provocadas pela água da chuva e pelo tráfego de veículos. Foram implantadas 128 vigas metálicas, que assumiram o peso de toda a estrutura (32,5 toneladas), antes suportado pelos 1.996 dentes internos. A reforma da via, pela qual passam 42 mil veículos por dia, custou R\$ 66,5 milhões. Esta não foi a primeira vez que a Coppe detectou riscos de colapso na estrutura. Em 1988, especialistas identificaram corrosões em outras partes da estrutura. Na época, a recuperação levou três anos e custou 8 milhões de dólares. O detalhe de uma viga corroída do Elevado de Joá pode ser vista na Figura 4.3.





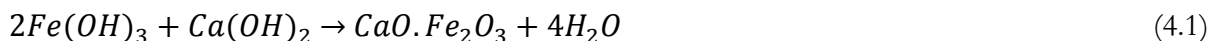
Figura 4.3 - Detalhe: Corrosão de vigas no Elevado do Joá

Fonte: <http://oglobo.globo.com/rio/bairros/prefeitura-espera-entregar-elevado-do-joa-apos-7-meses-de-obras-10958073>

#### 4.3 PASSIVAÇÃO E DESPASSIVAÇÃO DAS ARMADURAS

A armadura encontra-se no interior do concreto em meio altamente alcalino (pH em torno de 12,5). Esta alcalinidade provém da fase líquida constituinte dos poros do concreto, a qual, nas primeiras idades, basicamente é uma solução saturada de hidróxido de cálcio ( $\text{Ca}(\text{OH})_2$ ) (portlandita), sendo esta oriunda das reações de hidratação do cimento (CASCUDO, 1997).

De acordo com Helene (1986), em ambiente altamente alcalino, é formada uma capa ou película protetora de caráter passivo. Esta película passivante é de ferrato de cálcio, resultante da combinação da ferrugem superficial ( $\text{Fe}(\text{OH})_3$ ) com o hidróxido de cálcio ( $\text{Ca}(\text{OH})_2$ ), segundo a reação:



Pourbaix, pesquisador belga, construiu um atlas de equilíbrio eletroquímico para a maioria dos metais e suas ligas, indicando, entre outras coisas, as condições em que os filmes passivantes podem ser formados. Conforme o diagrama potencial versus pH do sistema ferro-água a 25 °C (Figura 4.4), que para a ordem de grandeza do pH do concreto (aproximadamente 12,5) e para uma faixa usual de potencial de corrosão, também no concreto, da ordem de +0,1 a -0,4 V em relação ao eletrodo padrão de hidrogênio, as reações de eletrodo verificadas no ferro são de passivação. Este tipo de diagrama indica as condições de potencial e pH em que um processo

particular de reação corrosiva é termodinamicamente favorável (HELENE 1993; CASCU DO 1997).

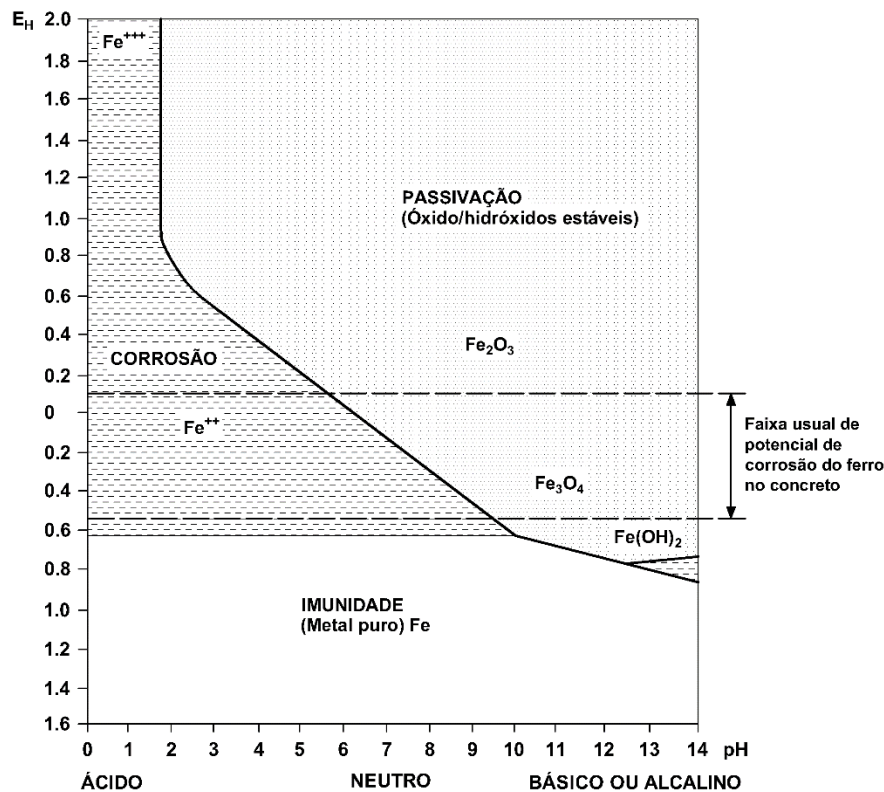


Figura 4.4 - Diagrama de equilíbrio termodinâmico. Potencial x pH para o sistema Fe-H<sub>2</sub>O a 25°C  
Fonte: Pourbaix, 1961 apud Helene, 1986

Andrade (1992) e Helene (1993) explicam os diferentes estados reportados no diagrama de Pourbaix da seguinte forma:

- O estado definido como de “passividade” e que por sorte apresentam diversos metais, supõe que o metal se recobre de uma capa de óxidos, transparente, imperceptível e que atua como uma barreira impedindo a oxidação posterior. As duas retas paralelas tracejadas representam a região de estabilidade da água, sendo que acima delas é o domínio do oxigênio e abaixo o do hidrogênio, ambos produtos da decomposição da água;
- O estado de “imunidade” assume que o aço não reage com o meio, qualquer que seja a natureza deste, ácida, neutra ou alcalina. É o estado em que se situam os metais submetidos à proteção catódica;
- O estado definido como “corrosão” representa situações onde pode ocorrer corrosão do aço.

A corrosão das armaduras é resultado da incapacidade do concreto de exercer sua função protetora. A armadura pode perder a proteção oferecida pelo concreto (despassivação), geralmente, através da ação de elementos agressivos contidos ou originários de fontes externas que atuam sobre o concreto, reduzindo a alcalinidade ou rompendo a película protetora. Para o

caso das armaduras, os cloretos e a carbonatação do concreto são os principais iniciadores da corrosão (HELENE, 1993; SILVA, 2003).

#### 4.4 PROPRIEDADES DO CONCRETO E FATORES INTERVENIENTES LIGADOS À CORROSÃO

Segundo Gentil (2006), a corrosão e a deterioração observadas no concreto podem estar associadas a fatores mecânicos, físicos, biológicos ou químicos. Cascudo (1997) elenca alguns fatores intervenientes e algumas características e propriedades do concreto ligadas à corrosão: cobrimento, temperatura, tipo de cimento e adições, tipo de aço, fissuração do concreto de cobrimento, relação água/cimento, permeabilidade, absorção e resistividade do concreto. Tais parâmetros são explorados adiante.

##### 4.4.1 Cobrimento

O concreto de cobrimento sobre a armadura constitui a sua chamada proteção física. Essa proteção nada mais é que uma barreira física à penetração de agentes agressivos desencadeadores da corrosão. Além de agir como uma barreira física, o cobrimento garante o meio alcalino para que a armadura tenha a sua proteção química (HELENE, 1986).

O cobrimento é muito importante pois especificações de projeto inadequadas (frente a agressividade ambiental), assim como erros executivos, podem facilitar o início ou acelerar processos corrosivos (CASCUDO, 1997).

A ABNT NBR 6118:2014 estipula cobrimentos para peças de concreto em função apenas da classe de agressividade do meio no qual estão inseridas tais peças, no tipo de estrutura (concreto armado ou protendido) e no seu papel estrutural (laje, viga, pilar, etc), sem levar em conta a qualidade do concreto, relação água cimento, entre outros fatores relevantes para a prevenção do processo corrosivo.

A norma define o cobrimento nominal como sendo a soma entre o cobrimento mínimo e a tolerância de execução. O cobrimento mínimo por sua vez é definido como o menor valor de cobrimento que deve ser respeitado ao longo de todo o elemento considerado. A Tabela 4.2 apresenta os cobrimentos nominais a serem respeitados para uma tolerância de execução de 10 mm.

Tabela 4.2 - Cobrimento nominal em função da classe de agressividade ambiental, tipo de estrutura e tipo de componente estrutural

Tipo de estrutura	Componente ou elemento	Classe de agressividade ambiental			
		I	II	III	IV
		Cobrimento nominal (mm)			
Concreto armado	Laje	20	25	35	45
	Viga/pilar	25	30	40	50
	Elementos estruturais em contato com o solo	30		40	50
Concreto protendido	Laje	25	30	40	50
	Viga/pilar	30	35	45	55

Fonte: ABNT NBT 6118:2014

Em caso de rigorosos controles de qualidade em relação à variabilidade das medidas durante a execução, a norma permite-se reduzir os cobrimentos nominais apresentados na Tabela 4.2 em 5 mm. O cobrimento nominal deve ser, ainda, maior ou igual ao diâmetro da armadura longitudinal, maior ou igual ao diâmetro do feixe de barras e maior ou igual à metade do diâmetro da bainha, no caso de concreto protendido.

#### 4.4.2 Temperatura

Segundo Andrade (1992) e Cascudo (1997), se por um lado a temperatura com um seu incremento promove um aumento da velocidade de corrosão e da mobilidade iônica, por outro sua diminuição pode dar lugar a condensações, as quais podem produzir incrementos locais no teor de umidade. Benjamin e Sykes apud Cascudo (1997) destacam que o comportamento da corrosão por pite em ambientes contendo cloretos é fortemente influenciado pela temperatura.

Os fatores físicos, como variações de temperatura, podem ocasionar choques térmicos com reflexos na integridade das estruturas. Variações de temperatura entre os diferentes componentes do concreto, com características térmicas diferentes, podem ocasionar microfissuras na massa do concreto que possibilitam a penetração de agentes agressivos (GENTIL 2006).

#### 4.4.3 Tipos de cimentos e adições

Com relação à influência dos tipos de cimento e adições no processo corrosivo, Cascudo (1997) cita os estudos de diversos autores: Hope e Ip (1987), Ozyldirim (1994), Sivasundaram e Malhotra (1992), Douglas et al. (1992), Isaia (1995), Bauer (1995), entre outros. O autor descreve

que, em geral, concretos com adições de escória de alto-forno ou com adições de materiais pozolânicos tais como cinza volante ou sílica ativa, apresentam estruturas de pasta mais compactas e, portanto, os desempenhos desses concretos quanto à penetração de líquidos, gases e íons são consideravelmente melhores se comparados aos concretos de cimento Portland comum. Por outro lado, tais adições em geral pioram o comportamento dos concretos em relação à carbonatação. Entretanto, como balanço final, os benefícios propiciados por tais cimentos com adições são sem dúvida maiores do que os eventuais prejuízos obtidos.

Helene (1993) cita Mehta et al. (1992) explicando que as melhorias obtidas com relação à resistência do concreto a penetração de cloretos são, aparentemente, decorrentes de uma melhor distribuição das dimensões dos poros e maior densificação da interface matriz/agregado.

#### 4.4.4 Fissuração do concreto de cobrimento

No item 13.4.2 da ABNT NBR 6118:2014 temos a descrição dos limites para fissuração e proteção das armaduras quanto à durabilidade. A tabela 13.4 da norma em questão reporta as exigências relativas à fissuração máxima permitida em função do tipo de concreto (simples, armado ou protendido), da classe de agressividade ambiental e do tipo de combinação de ações em serviço da peça em questão. Para o concreto armado as fissuras não devem exceder valores na ordem de 0,2 mm a 0,4 mm. Para peças de concreto protendido a fissuração é mais restrita, visto que as mesmas tem probabilidades maiores de sofrer corrosão sob tensão. Entretanto, no mesmo item (13.4.2) especifica-se que esses limites sejam vistos apenas como critérios para um projeto adequado de estruturas e que fissuras reais podem eventualmente ultrapassar estes limites.

Segundo Cascudo (1997), as fissuras presentes no concreto têm um papel polêmico quanto à corrosão. Alguns autores como Carpentier e Soretz (1966), citados por Helene (1986), ensaiando vigas com fissuras de abertura 0,2 a 0,3 mm, provaram que a corrosão é mais intensa quanto maior a abertura dessas fissuras e quanto mais cedo elas aparecem. Carregamentos alternados contribuem para aumentar a velocidade de corrosão em relação aos carregamentos permanentes. Outros, como Feliu e Andrade (1988), citados por Cascudo (1997), ressaltam que enquanto as fissuras não superarem 0,4 mm, ainda que de fato exista um caminho mais fácil para que agentes agressivos e demais elementos essenciais à corrosão atinjam a armadura, não parece que haja significativa influência em termos de vida útil, no sentido de encurtá-la.

Os estudos que demonstraram que fissuras na ordem de 0,4 mm ou menos têm pouca influência, em termos de vida útil da estrutura, afirmam que isto é devido ao fato de que, em geral, essas fissuras se obturam com os próprios produtos de corrosão. Portanto, em termos de

vida útil, tais fissuras não acarretam prejuízos significativos em termos de vida útil estrutural (ANDRADE, 1992).

Assim verifica-se que a influência da fissuração do concreto no processo corrosivo é um tema controverso, sendo necessárias mais pesquisas.

#### 4.4.5 Relação água/cimento

Segundo Helene (1993) a relação água cimento determina a microestrutura das pastas, argamassas e concretos de cimento Portland. A quantidade, forma e distribuição dos poros capilares que em última instância representam o caminho de transporte do ânion cloreto, são decorrentes da relação água/cimento, da idade e da cura, ou seja, do grau de hidratação dos grãos de cimento.

Diversos estudos citados por Helene (1993), como os de Frey e Jagermann (1990), Hansson e Berke (1988), Mangat e Molloy (1992), entre outros, demonstram claramente a forte dependência entre os parâmetros que regem a corrosão (como o coeficiente de difusão e a qualidade do concreto) e a relação água/cimento.

Estudos realizados por Suzuki et al. (1990) apud Cascudo (1997) afirmam, a partir de experimentos de concreto fissurado, que a relação água/cimento tem uma influência na corrosão mais significativa do que a própria espessura de cobrimento.

Na tabela 7.1 da ABNT NBR 6118:2014 apresentam-se os limites das relações água/cimento em função da classe de agressividade ambiental e do tipo de concreto (armado ou protendido). Entretanto, a norma não leva em conta o tipo específico de cimento utilizado no concreto.

A norma ABNT NBR 12655:2006 apresenta requisitos para o concreto empregado em estruturas com condições especiais de exposição, como aquelas expostas à ação direta ou respingos de agentes químicos de degelo, sais, água do mar, entre outros. São especificados valores máximos para as relações água/cimento e valores mínimos para a resistência característica a compressão do concreto.

#### 4.4.6 Permeabilidade e absorção

Segundo Helene (1993), a permeabilidade do concreto de cobrimento para misturas preparadas com agregados densos e são, corretamente lançadas, adensadas e curadas é fortemente determinada pela permeabilidade da pasta de cimento, sendo dependente

preponderantemente da natureza, distribuição e quantidade total de poros e do grau de hidratação da pasta. O mesmo autor realizou um estudo em 1987 com cimentos de fábricas nacionais e apresenta como resultado uma tabela contendo as espessuras mínimas de cobrimento de concreto para evitar o alcance de soluções agressivas por percolação, tendo como parâmetros: relação água/cimento, idade de concreto e fck.

Um concreto será de mais baixa qualidade quando ele apresentar maiores índices de permeabilidade e absorção, embora haja o caso de se ter um aumento da absorção capilar, pela diminuição do diâmetro dos capilares, quando se reduz excessivamente a relação água/cimento (CASCUDO, 1997).

#### 4.4.7 Resistividade elétrica do concreto

A resistividade elétrica é um parâmetro que depende do teor de umidade, da permeabilidade e do grau de ionização do eletrólito do concreto. Diversos autores têm constatado, a partir de trabalhos experimentais, uma direta proporcionalidade entre a taxa de corrosão e a condutividade elétrica do concreto, sendo esta o inverso da resistividade. A resistividade é um dos fatores controladores da função eletroquímica (CASCUDO, 1997).

Helene (1986) apresenta valores obtidos em diversos estudos sobre a resistividade do concreto em função de parâmetros como a origem da água (do mar, pantanosas, água doce) e o teor de umidade do concreto. O autor afirma que, segundo pesquisas realizadas pelo IPT em 1980, concretos porosos podem até ser melhores do ponto de vista da resistividade, do que concretos densos, desde que mantidos permanentemente em ambientes secos.

#### 4.5 TIPOS DE CORROSÃO

A corrosão eletroquímica do aço utilizado em peças de concreto armado pode apresentar-se sob as formas de corrosão generalizada, puntiforme e por tensão fraturante (SOUZA e RIPPER, 2009; CASCUDO, 1997; GENTIL, 2006).

#### 4.5.1 Corrosão generalizada

Segundo Cascudo (1997), como a própria denominação salienta, ocorre de uma maneira generalizada em toda a superfície do metal, podendo ser uniforme, com a superfície tendendo a ser lisa e regular, ou não uniforme, apresentando superfície rugosa e irregular, conforme ilustra a Figura 4.5.

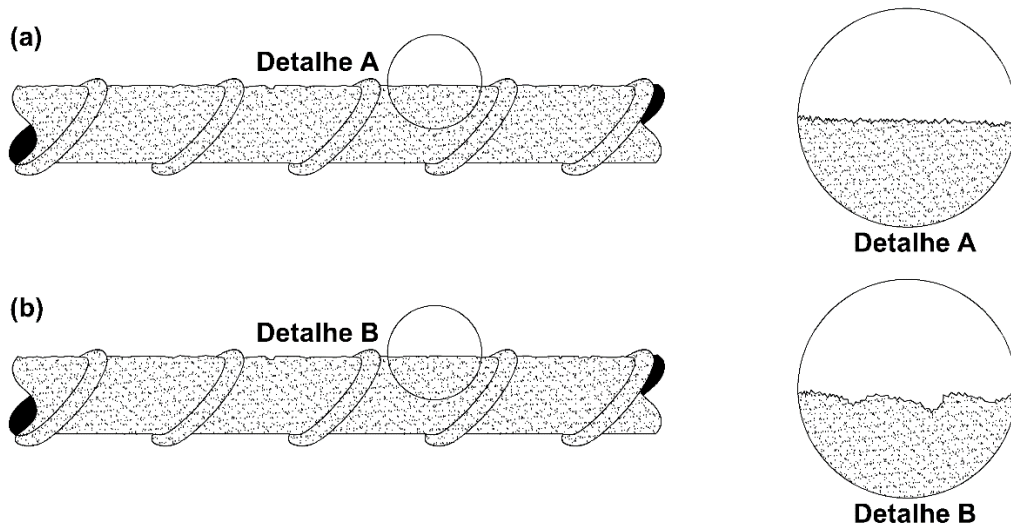


Figura 4.5 - Aspectos da vista lateral aumentada (em corte) de superfícies metálicas corroídas, destacando a corrosão generalizada uniforme (a) e a corrosão generalizada não uniforme (b)  
Fonte: Cascudo, 1997

Andrade (1992) explica que este tipo de corrosão ocorre devido a uma redução da alcalinidade do concreto, que pode ser associada a uma “lixiviação” por circulação de águas puras ou ligeiramente ácidas ou por reação dos compostos de caráter básico NaOH, KOH e  $\text{Ca}(\text{OH})_2$  da fase aquosa do concreto com os componentes ácidos da atmosfera, dióxido de carbono ( $\text{CO}_2$ ) e de enxofre ( $\text{SO}_2$ ), para resultar em carbonatos-sulfatos e água. Uma característica desse processo é a existência de uma “frente” de avanço do processo que separa as duas zonas com pH muito diferente, uma com  $\text{pH} > 13$  e outra com  $\text{pH} < 8$ . Esta frente pode ser visualizada mediante um indicador apropriado, como a fenofaleína, que se torna incolor na zona carbonatada e toma uma cor vermelho-carmim na região que permanece alcalina, como mostra a Figura 4.6.





Figura 4.6 - Carbonatação: Indicadores à base de fenofaleína reagem e tornam-se incolores na zona carbonatada e assumem uma cor vermelho-carmim na região alcalina  
 Fonte: <http://www.structuremag.org/article.aspx?articleID=377>

#### 4.5.2 Corrosão puntiforme

Conhecida também como corrosão por pite (*pitting corrosion* em inglês) é um tipo de corrosão localizada, no qual há a formação de pontos de desgaste definidos na superfície metálica, os quais evoluem aprofundando-se, podendo causar a ruptura pontual da barra. A corrosão por pites será tanto mais intensa e perigosa quanto maior for a relação área catódica/área anódica. Desta forma, podem ocorrer pites com altas taxas de dissolução do ferro, de alta gravidade. No entanto, é importante destacar que, em geral, nos casos práticos da corrosão do aço-carbono no concreto não é registrada a ocorrência do pite clássico, como visto em outros meios e com outros metais. Na maioria dos casos, ao invés de pontos de pequeno diâmetro e grande profundidade, ocorrem depressões mais rasas e de maior diâmetro, assemelhando-se a “crateras” (CASCUDO, 1997).

Segundo Gentil (2006), a corrosão por pite, sendo localizada, ocasiona a formação de cavidades que podem atingir profundidades razoáveis e, além disso, os pites podem agir como regiões de concentração de solicitações mecânicas, possibilitando a corrosão sob tensão fraturante.

#### 4.5.3 Corrosão por tensão fraturante

É outro tipo de corrosão localizada, a qual se dá concomitantemente com uma tensão de tração na armadura, podendo dar origem à propagação de fissuras (fenômeno de natureza transgranular ou intragranular) na estrutura do aço. Ocorre eminentemente em estruturas protendidas, mas pode se dar também em estruturas de concreto armado, já que com pelo menos 10% do limite de resistência à tração do aço é possível a sua ocorrência. No entanto, são em ambientes ricos em cloretos e com níveis de tensão muito elevados que sua velocidade de

ocorrência é maior e sua incidência passa a ser preocupante. Os mecanismos que regem a corrosão sob tensão ainda são pouco compreendidos, mas seus efeitos são reconhecidamente perigosos nas estruturas de concreto, caracterizando-se por rupturas bruscas, sem deformações significativas de elementos estruturais e praticamente sem sintomas visuais de corrosão (CASCUDO, 1997).

Como seu nome indica, se caracteriza por ocorrer em aços submetidos a elevadas tensões em cuja superfície é gerada uma microfissura que vai progredindo muito rapidamente, provocando a ruptura brusca e frágil do metal, ainda que a superfície não mostre praticamente sinais de ataque. A única forma de confirmar a atuação de um fenômeno deste tipo é mediante um estudo cuidadoso das superfícies da fratura para comprovar a falta de estrição (ANDRADE, 1992).

Nem todos os concretos protendidos que se deterioram o fazem mediante esse mecanismo, sendo que muitos deles se corroem simplesmente pela penetração de cloretos ou carbonatação até a altura das armaduras. A corrosão sob tensão é um fenômeno muito específico e por sorte pouco frequente que, em geral, está associado a uma falta de qualidade do concreto ou a presença de determinados íons como os sulfatos, que provocam facilmente este tipo de ataque (ANDRADE, 1992).

Os três tipos de corrosão descritos estão esquematicamente representados na Figura 4.7.

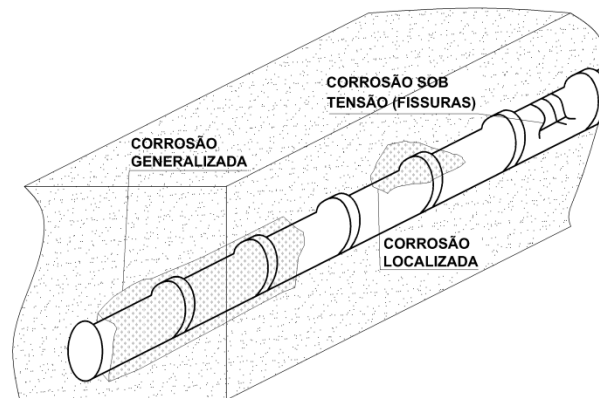


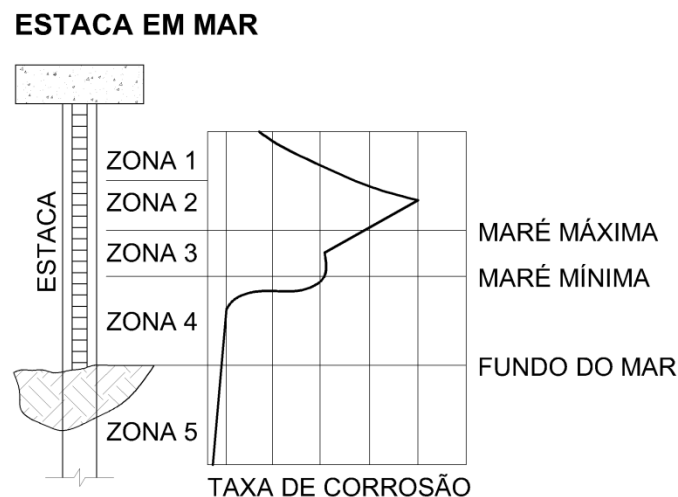
Figura 4.7 - Tipos de corrosão de uma barra de aço imersa no concreto  
Fonte: Souza e Ripper 2009

#### 4.6 ASPECTOS CORROSIVOS LIGADOS A MICRORREGIÕES DA ESTRUTURA

Cada região dos membros estruturais que compõe uma estrutura possui características próprias com relação aos parâmetros que influenciam o processo corrosivo, como a umidade, a temperatura e o acesso de oxigênio/ventilação (HELENE, 1986).

A umidade é variável segundo a microrregião considerada. Por exemplo, a umidade relativa varia dentro de um mesmo local, diminuindo com o aumento da distância ao assoalho ou crescendo com o aumento da distância das fontes de calor. Outro exemplo são as construções novas, que têm umidades relativas mais elevadas que construções antigas devido à umidade natural dos materiais e processos construtivos empregados. Locais por natureza mais úmidos e com maior risco de condensação costumam apresentar sintomas de corrosão mais rápida e intensa que em locais mais secos da construção.

Locais úmidos e com baixa ventilação estão mais sujeitos a corrosão, pois podem dar origem a bolor e fungos que liberam em seu metabolismo produtos orgânicos ácidos que contribuirão para o aumento da carbonatação e redução do pH do revestimento do concreto. O acesso maior ou menor a oxigênio contribui para diferentes graus de corrosão em um mesmo componente estrutural como, por exemplo, é indicado na Figura 4.8, onde temos uma estaca construída no mar e assim submetida a diferentes níveis de marés.



- ZONA 1 - Aérea
- ZONA 2 - Sujeita a respingos
- ZONA 3 - Variação da maré
- ZONA 4 - Constantemente submersa
- ZONA 5 - Enterrada

Figura 4.8 - Variação da taxa de corrosão segundo a posição relativa da região de um mesmo elemento estrutural:

Estaca em mar  
Fonte: Helene, 1986

Como se verifica, as zonas sujeitas à alta concentração de sais (variação da maré e respingos) são as mais críticas da estrutura. As regiões de menor acesso de oxigênio (que atuarão como ânodo), próximas a regiões de maior acesso de oxigênio (que atuarão como cátodo), estão sujeitas a maiores riscos, intensidade e problemas de corrosão de armaduras.

Na Figura 4.9 temos outro exemplo de parte de uma estrutura submetida a diferentes graus de umidade e ventilação. Assim como no caso anterior, as regiões mais críticas aos efeitos corrosivos são aquelas submetidas a condições alternadas de aeração e umidade.

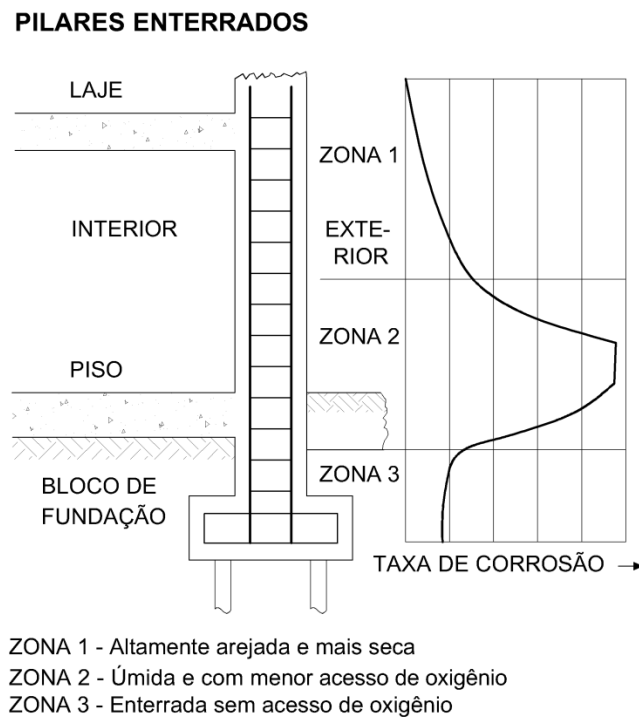


Figura 4.9 - Variação da taxa de corrosão segundo a posição relativa da região de um mesmo elemento estrutural:  
 Pilares enterrados  
 Fonte: Helene, 1986

#### 4.7 REAÇÕES QUÍMICAS ENVOLVIDAS

Segundo Rüsç apud Helene (1986), os elementos básicos necessários para a propagação da corrosão são: eletrólito, diferença de potencial e oxigênio, podendo existir agentes agressivos. A seguir estão descritas algumas considerações a respeito de tais elementos.

- Eletrólito é qualquer substância que contenha íons livres que tornem a substância em questão eletricamente condutiva. No caso do mecanismo da corrosão é a fase líquida contida nos poros do concreto. Basicamente é uma solução saturada de  $\text{Ca(OH)}_2$ , embora contenha também  $\text{NaOH}$  e  $\text{KOH}$ , além de íons agressivos originários do meio externo. É através do eletrólito que existe o movimento de elétrons de regiões anódicas para regiões catódicas da armadura e o circuito eletroquímico é assim fechado.

- Diferença de potencial: é essencial ao processo porque dela depende a formação da pilha eletroquímica. Para se configurar uma pilha é necessário um ânodo, um cátodo, um condutor metálico (que é a própria armadura), além do eletrólito. O ânodo e o cátodo se estabelecem a partir de uma ddp entre duas regiões adjacentes ao longo da armadura, que propicia o movimento eletrônico entre elas.
- Oxigênio: é necessário para a formação de ferrugem (óxido de ferro). A reação catódica básica verificada no caso da corrosão do aço no concreto é a redução de oxigênio, a qual possibilita o consumo de elétrons provenientes das áreas anódicas, além de produzir o radical OH<sup>-</sup> que irá reagir com íons de ferro para formar os produtos de corrosão. Todo o processo eletroquímico de corrosão do aço é controlado pelo acesso de oxigênio dissolvido no eletrólito às regiões anódicas.
- Agentes agressivos: estes contribuem sensivelmente para acelerar a corrosão, uma vez que aumentam de forma significativa a condutividade elétrica do eletrólito. Os agentes agressivos podem ser: os íons sulfetos (S<sup>2-</sup>), os íons cloretos (Cl<sup>-</sup>), o dióxido de carbono (CO<sub>2</sub>), os nitritos (NO<sup>3-</sup>), o gás sulfídrico (H<sub>2</sub>S), o cátion amônio (NH<sup>4+</sup>), os óxidos de enxofre (SO<sub>2</sub>, SO<sub>3</sub>), fuligem, etc. Os cloretos, em especial, têm um papel grandioso no processo corrosivo, uma vez que agem como despassivadores do aço na fase de iniciação e como catalisadores de reações na fase de propagação.

Segundo Mehta e Monteiro (2008) a corrosão do aço no concreto é um processo onde os potenciais eletroquímicos, que formam as células de corrosão, podem ser gerados de duas formas:

1. Células de composição podem ser formadas quando dois metais diferentes são embutidos no concreto, como barras de aço e tubulações de alumínio, ou quando há variações significativas nas características superficiais no aço;
2. Células de concentração podem se formar na vizinhança da armadura devido às diferenças na concentração de íons dissolvidos, como álcalis e cloretos.

De acordo com Helene (1986), a formação de uma célula de corrosão ou pilha pode ocorrer conforme indicado na Figura 4.10, que ilustra o fenômeno.

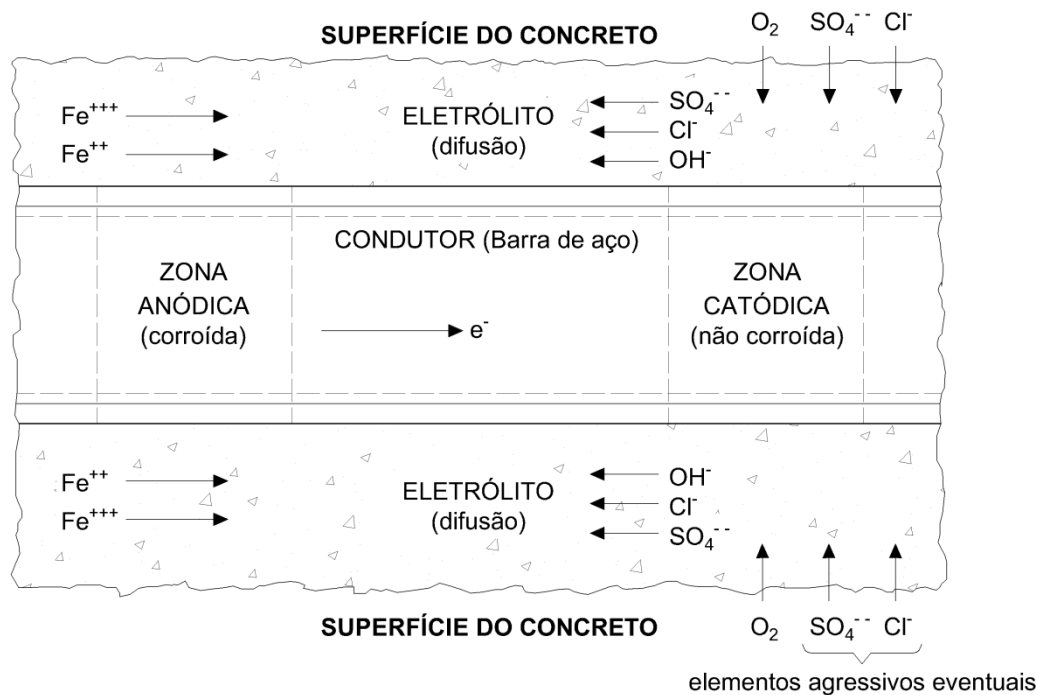
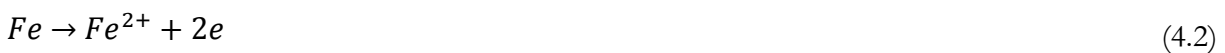


Figura 4.10 - Célula de corrosão em concreto armado  
 Fonte: Porrero, 1975 apud Helene, 1986

Tendo-se os elementos básicos, a corrosão se desenvolve com a presença das seguintes reações (HELENE, 1986; CASCUDO, 1997; GENTIL, 2006):

- Nas zonas anódicas (corroídas) ocorrem as reações de dissolução do ferro (oxidação):



- Nas zonas catódicas (não corroídas) ocorrem as reações de redução de oxigênio:

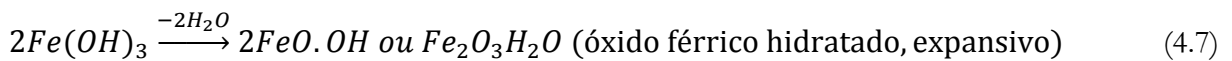
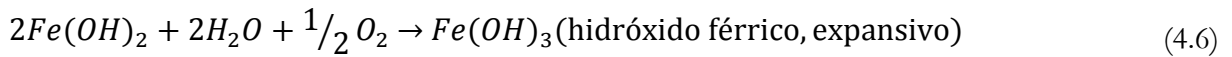


A partir daí os íons  $Fe^{2+}$  migram pelo eletrólito em direção ao cátodo e os íons hidroxila  $OH^-$  migram em direção ao ânodo. Numa região intermediária eles se encontram e precipita-se o hidróxido ferroso ( $Fe(OH)_2$ ), de acordo com a seguinte reação:



Este produto de corrosão pode ser formado inclusive em regiões próximas do cátodo (região não corroída), isto porque o  $\text{OH}^-$ , um íon maior e de maior massa do que o  $\text{Fe}^{2+}$ , apresenta mobilidade iônica menor do que o íon ferro.

O hidróxido ferroso é um produto de cor marrom e fracamente solúvel. Conforme o teor de oxigênio presente, ele pode sofrer transformações e gerar outros produtos de corrosão. Em meios aerados tem-se:



O óxido férrico hidratado é um produto muito expansivo e existe sob duas formas:  $\alpha\text{FeO} \cdot \text{OH}$  (geotita) e  $\gamma\text{FeO} \cdot \text{OH}$  (lepidocrocita).

Ainda podem ocorrer as seguintes reações com a formação de produtos de corrosão:



Evidentemente, as equações descritas anteriormente não acontecem de maneira tão simplificada como foram apresentadas. Wolytec apud Cascudo (1997) assinalada que as reações de dissolução anódica e as reações catódicas podem ocorrer em diversas etapas sucessivas, com formação de complexos intermediários, que desaparecem após a conclusão da última etapa.

#### 4.8 AÇÃO DOS CLORETOS

Nenhum outro contaminante comum é documentado na literatura como causador de corrosão dos metais no concreto como estão os cloretos (HELENE, 1986; CÁNOVAS, 1988; CASCUDO, 1997). A presença de íons cloreto no concreto pode advir de duas formas: por fontes externas, onde a contaminação se dá pela impregnação da superfície de concreto, ou incorporados à massa de concreto, onde a contaminação se dá pela utilização de aditivos

aceleradores de pega e endurecimento ou por componentes do concreto contaminados. A Tabela 4.3 exemplifica algumas dessas fontes de íons cloreto em concreto.

Tabela 4.3 - Fontes de íons cloreto em concreto

<b>Fontes externas</b>	<b>Incorporados à massa de concreto</b>
Maresia ou névoa de ambiente marinho	Aditivos aceleradores de pega e endurecimento
Água do mar (zonas de respingo e variação de maré)	
Sais de degelo	Água de amassamento contaminada
Processos industriais	
Solos contaminados	Agregados contaminados
Lavagens com ácido muriático	

Fonte: Cascudo, 1997

Com relação aos aditivos aceleradores de pega e endurecimento, Helene (1986) afirma que a maioria dos mesmos têm na sua composição cloreto de cálcio ( $\text{CaCl}_2$ ) que se dissolve, liberando ânions  $\text{Cl}^-$  que podem destruir a película passivadora proporcionada pelo meio alcalino, acelerando permanentemente a corrosão.

Os cloretos estão presentes no concreto em três formas distintas (CASCUDO, 1997):

- Quimicamente ligados: os íons cloreto se ligam com o aluminato tricálcio ( $\text{C}_3\text{A}$ ) e com o ferroaluminato tetracálcio ( $\text{C}_4\text{AF}$ ) formando, respectivamente, cloroaluminato de cálcio ( $\text{C}_3\text{A} \cdot \text{CaCl}_2 \cdot 10\text{H}_2\text{O}$ ), conhecido como sal de Friedel, e cloroferrato de cálcio ( $3\text{CaO} \cdot \text{Fe}_2\text{O}_3 \cdot \text{CaCl}_2 \cdot 10\text{H}_2\text{O}$ );
- Fisicamente adsorvidos: os íons cloreto são adsorvidos na superfície dos silicatos hidratados (C-S-H);
- Livres na solução dos poros: efetivamente capazes de influenciar no processo corrosivo, despassivando a armadura.

A Figura 4.11 ilustra as três formas de presença de cloretos no concreto.



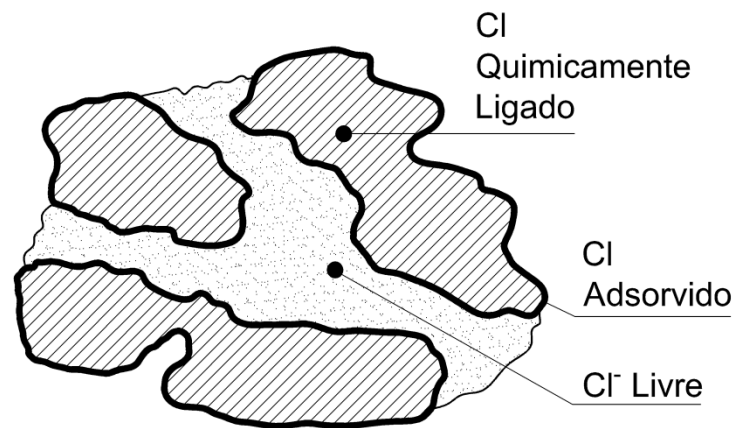


Figura 4.11 - Formas de ocorrência de íons-cloreto na estrutura do concreto  
Fonte: Cascudo, 1997

Embora a presença desses sais faça prever um processo corrosivo acentuado, observa-se que o mesmo é minimizado pela formação de cloroaluminato de cálcio ( $C_3A \cdot CaCl_2 \cdot 10H_2O$ ), que é insolúvel e resulta da reação entre o cloreto e aluminatos do concreto. A formação desse produto insolúvel baixa os teores de cloretos solúveis a valores não-agressivos. Daí os cimentos contendo teores elevados de aluminato tricálcico ( $C_3A$ ), serem mais indicados para resistirem a cloretos (GENTIL, 2006).

De acordo com Helene (1986), alguns processos construtivos, geralmente pré-moldados de desforma rápida, só são viáveis com a adição de aditivos aceleradores de pega e endurecimento, à base de  $CaCl_2$ . Afortunadamente, nessas condições, os cimentos mais adequados, do ponto de vista de características mecânicas, são justamente os que contêm altos teores de aluminato tricálcico ( $C_3A$ ) e silicato tricálcico ( $C_3S$ ).

Por maior que seja a capacidade de um dado concreto de ligar-se quimicamente ou adsorver fisicamente íons cloreto, haverá sempre um estado de equilíbrio entre as três formas de ocorrência desses íons, de forma que sempre existirá um certo teor de  $Cl^-$  livre na fase líquida do concreto. Esses cloretos livres são os que efetivamente causam preocupação (CASCUDO, 1997).

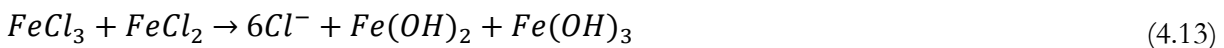
Por outro lado, não existe ainda um consenso entre os pesquisadores da área sobre o mecanismo propriamente dito de como os cloretos despассивam o aço. Segundo o ACI 222 há três teorias atuais para explicar os efeitos dos cloretos na corrosão do aço (HELENE, 1993):

- a) Teoria do filme óxido: esta teoria postula que os íons cloreto penetram nos defeitos do filme de óxido passivante muito mais facilmente que outros íons agressivos, tais como os sulfatos  $SO_4^{2-}$ . Também postula que os cloretos podem dispersar-se coloidalmente nesse filme, permitindo o ataque ao aço.

- b) Teoria da adsorção: admite-se nesta teoria que os íons cloreto são adsorvidos na superfície do aço, competindo com as hidroxilas e o oxigênio dissolvido. O cloreto promove então a hidratação do ferro e viabiliza a sua dissolução em cátions.
- c) Teoria do complexo transitório: os íons  $Cl^-$  competem com os íons hidroxila  $OH^-$  para produção de íons ferrosos pela corrosão. Forma-se então um complexo solúvel de cloreto de ferro. Este pode difundir-se a partir das áreas anódicas, destruindo a camada protetora de  $Fe(OH)_2$  e permitindo a continuação do processo corrosivo. A certa distância do eletrodo o complexo é rompido, precipita o hidróxido de ferro e o íon cloreto fica livre para transportar mais íons ferrosos da área anódica. Uma vez que a corrosão não é estancada, mais íons de ferro continuam a migrar dentro do concreto, a partir do ponto de corrosão, reagindo também com o oxigênio para formar óxidos mais altos que induzem a um volume quatro vezes maior, causando tensões internas e fissuras no concreto. A formação de complexos de cloreto de ferro pode também conduzir a forças internas que levem à fissuração e à desagregação do concreto. Uma visão simplificada desse fenômeno complexo pode ser dada pelas seguintes reações:



Que por hidrólise transformam-se em:



As reações continuam sem consumir os íons cloreto. Pequenas quantidades de cloretos podem, portanto, ser responsáveis por corrosões intensas. Sempre que a corrosão não for interrompida, mais ânions cloreto migram para as regiões anódicas, intensificando o processo corrosivo (HELENE, 1993). A Figura 4.12 ilustra todo o processo.

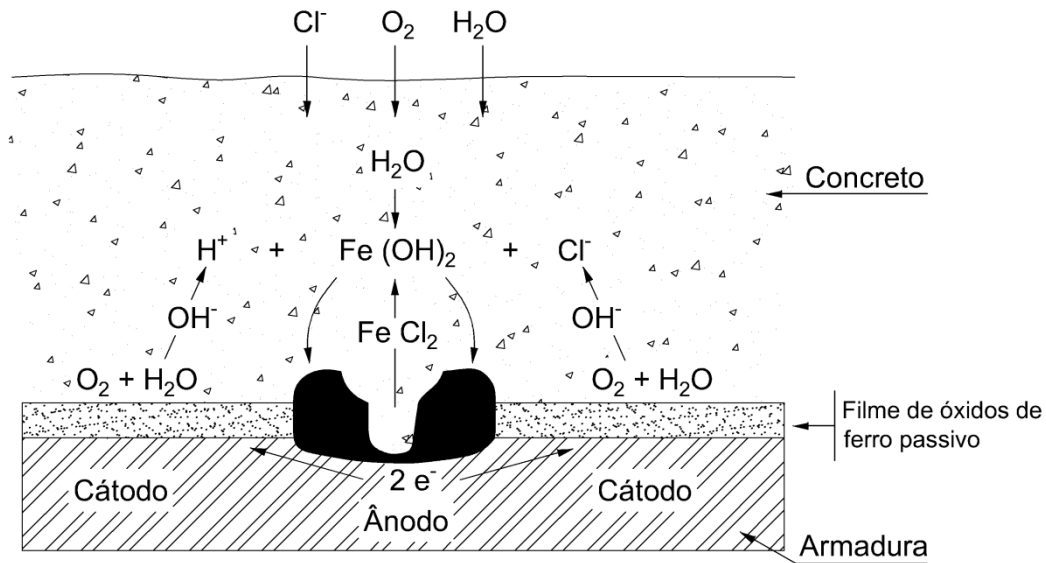


Figura 4.12 - Esquema da corrosão onde os íons cloreto despassivam a armadura, formam o complexo transitório e depois são reciclados para novas reações  
 Fonte: Treadaway, 1988 apud Cascudo, 1997

#### 4.9 EFEITOS DA CORROSÃO

Segundo Andrade (1992) os efeitos da corrosão se manifestam de três diferentes formas:

- Sobre o aço com uma diminuição de sua capacidade mecânica;
- Sobre a aderência aço/concreto;
- Sobre o concreto quando este se fissura.

Com relação ao primeiro efeito, a capacidade mecânica do aço fica comprometida devido a uma redução da tensão de escoamento do material e devido à redução da área de aço da seção transversal que compõe a barra. Esses dois fenômenos serão tratados mais adiante neste trabalho.

Com relação ao segundo efeito, Calavera apud Helene (1986) afirma que, segundo suas próprias experiências, a aderência aço/concreto de barras corroídas, seja qual foi o grau de corrosão, é sempre maior que a de barras não-corroídas. Isso pode ser explicado pela maior superfície de contato oferecida pela barra corroída em relação à não corroída. Segundo Helene (1986) existem alguns autores que consideram prejudiciais à aderência, o fato das barras já possuírem, em sua superfície, produtos de corrosão (crostas) destacáveis. Mais importante que a remoção dessas crostas por razões de aderência, o que nem sempre é justificável, parece ser a necessidade de uma comprovação experimental da não alteração da capacidade resistente da armadura.

Com relação ao terceiro efeito, Cascudo (1997) afirma que os produtos de corrosão são uma gama variada de óxidos e hidróxidos de ferro que passam a ocupar, no interior do concreto, volumes de 3 a 10 vezes superiores ao volume original do aço da armadura, conforme ilustrado na Figura 4.13, podendo causar tensões internas maiores que 15 MPa.

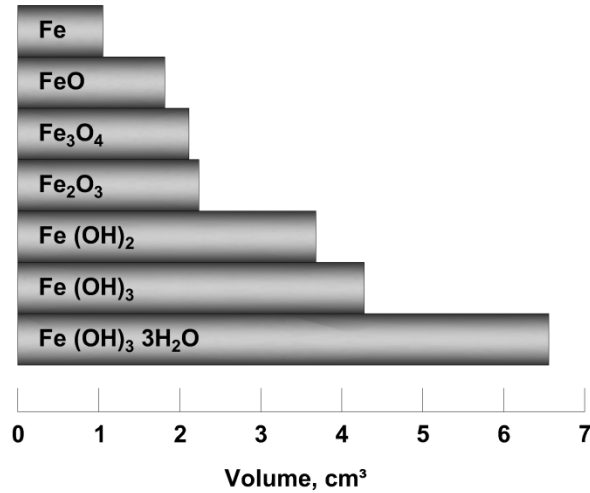


Figura 4.13 - Volumes relativos do ferro e de alguns de seus produtos de corrosão  
Fonte: Mehta e Monteiro, 2008

Segundo Gentil (2006) os grandes volumes ocupados pelos produtos da corrosão exercem uma pressão de expansão de 32 MPa sobre o concreto, fraturando-o. Cánovas (1988) afirma que essas tensões podem atingir valores de até 40 MPa. A Figura 4.14 ilustra os esforços produzidos pelos produtos da corrosão de armaduras e que levam à fissura e destacamento do concreto.

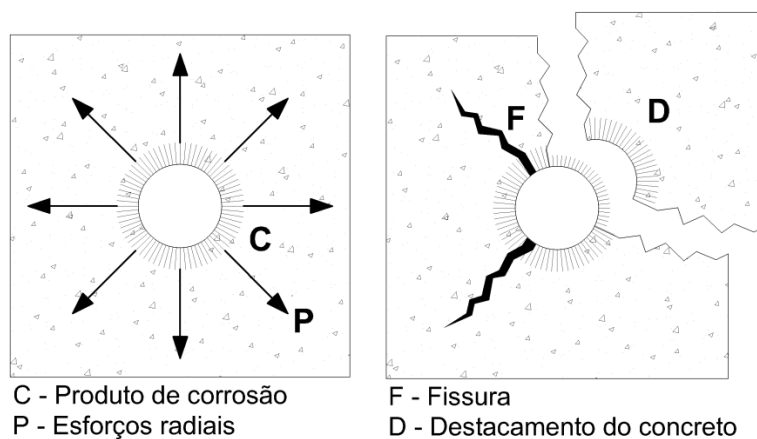


Figura 4.14 - Esforços produzidos que levam à fissuração e destacamento do concreto, devidos à corrosão de armaduras  
Fonte: Cascudo, 1997

Cascudo (1997) explica que as fissuras produzidas por estas tensões se estabelecem na direção paralela à barra corroída e são classificadas como fissuras ativas progressivas, isto porque

têm aberturas que vão aumentando com o decorrer do processo corrosivo. Esta evolução das fissuras implica o posterior lascamento do concreto, com comprometimento do monolitismo estrutural. Tal fato é ilustrado na Figura 4.15.

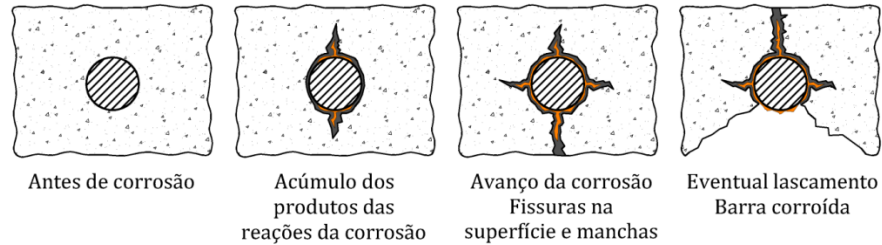


Figura 4.15 - Efeitos dos produtos expansivos das reações de corrosão  
Fonte: O autor

Quando o cobrimento se fissura longitudinalmente ao longo da armadura, a comprovação dos estados limites de ancoragem e de superposição por traspasse pode ficar seriamente comprometida (ANDRADE, 1992).

Contudo, Cascudo (1997) afirma que nem sempre se produz fissuração quando as armaduras se corroem. Caso o concreto esteja muito úmido, os óxidos são gerados a uma velocidade constante e podem emigrar através da rede de poros, aparecendo na superfície sob a forma de manchas marrom-avermelhadas, que inclusive podem não coincidir com a posição das armaduras. Nesta situação, a durabilidade das estruturas é basicamente afetada pela perda de seção das armaduras e pelo comprometimento à aderência aço/concreto.

Paradis et al. (2006) apresentam um fluxograma que mostra os principais efeitos da corrosão nos componentes mecânicos das estruturas, conforme representado na seguinte figura.

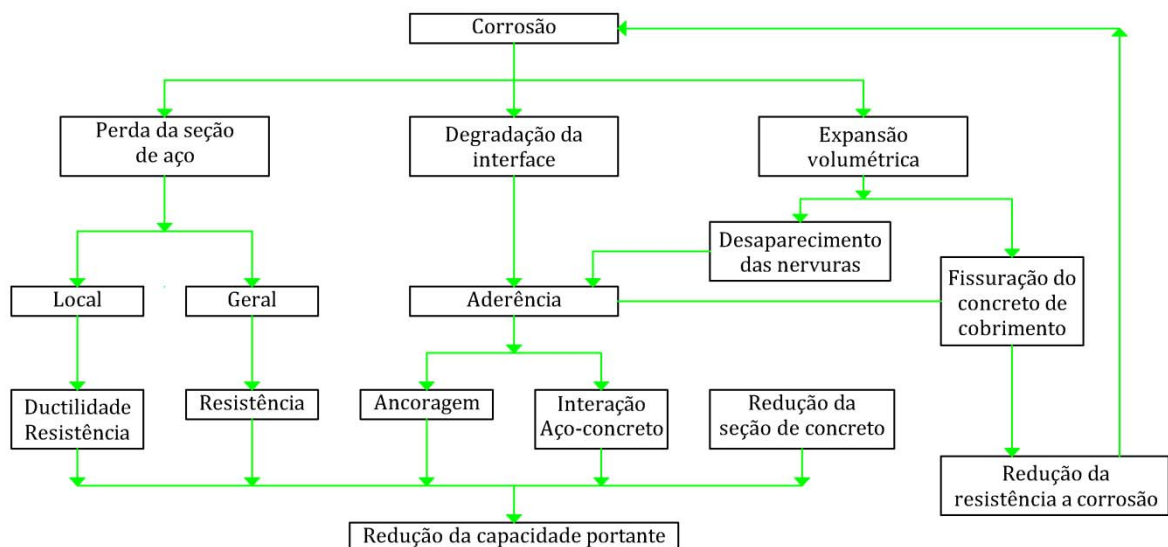


Figura 4.16 - Efeitos mecânicos da corrosão nos componentes estruturais  
Fonte: Paradis et al., 2006: Adaptado

#### 4.10 PARÂMETROS ENVOLVIDOS E MODELOS REPRESENTATIVOS DO PROCESSO CORROSIVO

##### 4.10.1 Concentração superficial de cloretos

A concentração superficial dos íons cloreto ( $C_0$ ) sobre uma peça de concreto armado, assumindo a inexistência de íons incorporados a massa de cimento durante a concretagem da peça, depende das fontes externas disponíveis de íons (ver Tabela 4.3) e das condições de exposição da estrutura a essas fontes de íons.

Estudos de campo que buscam obter dados a respeito da concentração superficial de cloretos em estruturas consideram essencialmente duas fontes externas mais comuns: íons cloreto provenientes de sais de degelo ou íons cloretos provenientes da água do mar (respingos e vapor de água que contem cloretos que são carregados pelo vento).

Duprat (2004 e 2007) apresenta uma revisão bibliográfica de trabalhos realizados em campo, com diversas medidas de concentração de cloretos em diversas localidades. Tal revisão é apresentada na Tabela 4.4.

Tabela 4.4 - Concentração de cloretos na superfície do concreto

Referência	Região	Distribuição	Concentração média (kg/m <sup>3</sup> )	Coefficiente de variação	Amostragem
<b>Estruturas expostas a sais de degelo</b>					
Wallbank (1989)	Reino Unido	Log-normal	6,50	0,70	93 pontes
Coggins et al. (1990)	Estados Unidos (Minnesota)	-	2,01	0,72	3 vigas
Hoffman et al. (1994)	Estados Unidos	Log-normal	3,50	0,50	321 tabuleiros de pontes
Kirkpatrick et al. (2002)	Estados Unidos (Virgínia)	Gamma	2,51	0,68	10 pontes
<b>Estruturas expostas a brisa marinha</b>					
Uji et al. (1990)	Japão	-	2,16	0,83	Pilares de pontes
Wood et al. (1997)	Escócia (Dundee)	-	1,52	0,63	Ponte
Cramer et al. (2002)	Estados Unidos (Óregon)	-	9,75	0,51	3 pontes

Fonte: Duprat, 2004 e 2007

A dispersão dos dados apresentados na Tabela 4.4 para estruturas expostas a saís de degelo pode ser explicada por fatores como: a variabilidade da quantidade de saís de degelo utilizados em cada ponte, a eficiência de drenagem, a forma das junções construtivas, etc.

A dispersão dos dados apresentados na Tabela 4.4 para estruturas expostas a brisa marinha pode ser explicada pelas condições de exposição da estrutura tais como as condições ambientais, a topografia, a orientação da superfície da peça e a distância da mesma até o mar. Neville (1995) apresenta uma revisão bibliográfica onde constam estudos que apontam que o vento pode carregar os respingos de água do mar (e conseqüentemente íons cloreto) por uma distância de 3 km ou mais.

Alguns estudos como àqueles realizados por Takewaka e Mastumoto (1988), Ohta (1991) e Uji et al. (1990) sugerem que a concentração superficial de cloretos aumenta com o tempo de serviço da estrutura. Por outro lado, estudos conduzidos por Bamforth e Price (1997) e por McGee (1999) sugerem que a concentração de cloretos se mantém constante ao longo do tempo.

O trabalho de Weyers et al. (1993) apresenta uma classificação para o nível de agressividade de zonas costeiras (íons provenientes da brisa marinha) associando quatro níveis de agressividade a certas faixas de concentração de cloretos e a um valor médio. As leituras das concentrações de cloretos foram feitas em diversas pontes dos Estados Unidos. Contudo, esse estudo não apresenta o coeficiente de variação e nem o tipo de distribuição estatística.

Um estudo muito abrangente foi apresentado por McGee (1999), onde constam dados da concentração superficial de cloretos de pontes expostas a ambientes com brisa marinha. Com base em um levantamento de campo de 1158 pontes no estado australiano da Tasmania, o autor apresenta a concentração superficial de cloretos em função da distância à costa ( $d$  em km).

$$\begin{aligned} C_0(d) &= 2,95 \text{ kg/m}^3 && \text{para } d < 0,1 \text{ km} \\ C_0(d) &= 1,15 - 1,81 \cdot \log_{10}(d) \text{ kg/m}^3 && \text{para } 0,1 \text{ km} < d < 2,84 \text{ km} \\ C_0(d) &= 0,03 \text{ kg/m}^3 && \text{para } d > 2,84 \text{ km} \end{aligned} \quad (4.14)$$

A partir destas relações, três níveis de agressividade ambiental são identificados: baixo, moderado e alto. A esses três níveis adiciona-se um quarto nível denominado extremo, para estruturas em contato com a água do mar sujeitas a ciclos de umidificação e secagem, conforme apresentado na Tabela 4.5.

Tabela 4.5 - Níveis de agressividade ambiental com relação a concentração superficial de cloretos

Nível de agressividade	Descrição	Distribuição	Concentração média (kg/m <sup>3</sup> )	C.V.
Baixo	Estruturas situadas a 2,84 km ou mais da costa	Log-normal	0,35	0,5
Moderado	Estruturas situadas entre 0,1 e 2,84 km da costa sem contato direto com a água do mar	Log-normal	1,15	0,5
Alto	Estruturas situadas em média a 100 metros da costa sem contato direto com a água do mar e estruturas sujeitas a saís de degelo	Log-normal	2,95	0,5
Extremo	Estruturas sujeitas a ciclos de umidificação e secagem pela água do mar	Log-normal	7,35	0,7

Fonte: McGee, 1999

O estudo de McGee (1999) sugere que a concentração superficial de cloretos não muda significativamente para alturas acima de 4 metros do nível do mar. Esta é uma importante conclusão que pode simplificar diversas análises, uma vez que grande parte dos tabuleiros e vigas de pontes, assim como diversos outros elementos estruturais situados em zonas costeiras, estão em altitudes superiores a 4 metros do nível do mar.

#### 4.10.2 Concentração limite de cloretos

Um parâmetro que gera bastante pesquisa e discussão é o nível de concentração limite dos íons cloreto ( $C_{lim}$ ). A definição mais geral para este parâmetro é que ele representa o valor da concentração de íons cloreto que dá início ao processo de despassivação das armaduras. Este nível de concentração é difícil de determinar com precisão, pois depende das características do concreto (pH da solução intersticial, umidade relativa, temperatura, tipos de cátions, conteúdo de  $C_3A$  e outros componentes do cimento, consumo de cimento, relação água/cimento, entre outros) e das características do aço (composição, impurezas, rugosidade da superfície, idade, entre outros).

A concentração limite de íons cloreto é expressa em diversas unidades na literatura como:

- Porcentagem de cloretos totais em relação à massa de cimento, concreto ou água. Os cloretos totais correspondem a soma dos cloretos livres nos poros intersticiais com os cloretos fixos fisicamente adsorvidos ou quimicamente ligados;



- Porcentagem de cloretos livres em relação à massa de cimento, concreto ou água ou em mols por litro;
- Relação entre a concentração de cloretos e a concentração de hidroxilas.

Segundo Mehta e Monteiro (2008) para dosagens de concreto normalmente usadas na prática, o teor limite de cloretos para se iniciar a corrosão está entre 0,6 e 0,9 kg de  $\text{Cl}^-$  por  $\text{m}^3$  de concreto. Além disso, quando quantidades grandes de cloreto estão presentes, o concreto tende a reter mais umidade, o que também aumenta o risco de corrosão do aço pela diminuição da resistividade elétrica do concreto.

Segundo Helene (1993), os primeiros estudos para determinação do teor limite ou patamar de cloretos acima do qual há a despassivação da armadura foram conduzidos por Hausmann, em 1967, encontrando:

$$\frac{C_{\text{Cl}^-}}{C_{\text{OH}^-}} \leq 0,61 \quad (4.15)$$

sendo  $C_{\text{Cl}^-}$  a concentração de cloretos em equivalente por litro e  $C_{\text{OH}^-}$  a concentração de hidroxilas em equivalente por litro.

De acordo com Helene (1993), o limite de cloretos mesmo na relação  $C_{\text{Cl}^-}/C_{\text{OH}^-}$ , que é muito mais correta que o simples teor em relação a cimento, concreto ou água de amassamento, não pode ser tomado isoladamente. O CEB recomenda que o limite a ser adotado leve em consideração também a umidade relativa do ambiente no qual está inserida a estrutura, a qualidade do concreto e a eventual ocorrência simultânea de carbonatação, conforme apresentado na Figura 4.17.

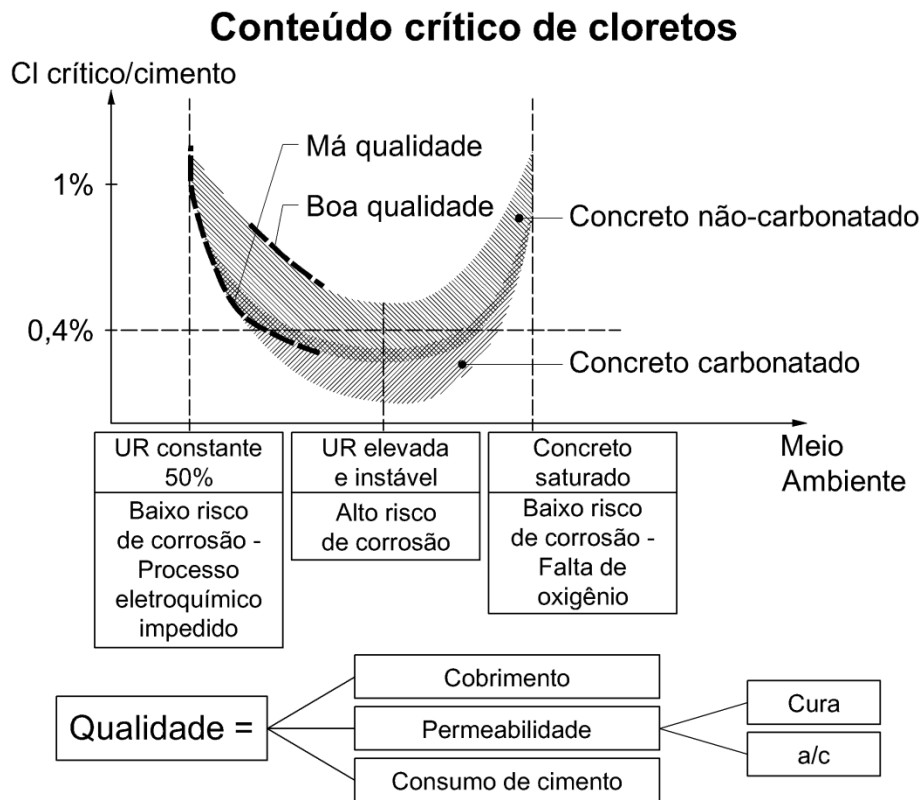


Figura 4.17 - Variação do conteúdo crítico de cloretos em função da qualidade do concreto e da umidade ambiental  
Fonte: Feliu e Andrade, 1988 apud Cascudo, 1997: Adaptado

Todas as normas limitam o conteúdo de cloretos no concreto fresco, que varia de um país a outro. Isto é devido à dificuldade de estabelecer um limite seguro, abaixo do qual não exista risco de despassivação do aço, já que este limite depende de numerosas variáveis. (ANDRADE, 1992).

Alguns países em razão da ação corrosiva de cloreto limitam seu valor em relação à massa de cimento ou concreto, conforme apresentado na Tabela 4.6 (GENTIL, 2006).

Tabela 4.6 - Valor crítico de cloretos em concreto segundo normas internacionais

<b>País</b>	<b>Norma</b>	<b>Limite máx. de cloreto</b>	<b>Referido a</b>
EUA	ACI-318	$\leq 0,15\%$ em ambiente de Cl	cimento
EUA	ACI-318	$\leq 0,30\%$ em ambiente normal	cimento
EUA	ACI-318	$\leq 1\%$ em ambiente seco	cimento
Inglaterra	CP-110	$\leq 0,35\%$ pelo menos em 95%	cimento
Austrália	AS 3600	$\leq 0,22\%$	cimento
Noruega	NS 3474	$\leq 0,60\%$	cimento
Espanha	EH 91	$\leq 0,40\%$	cimento
Europa	EUROCÓDIGO 2	$\leq 0,22\%$	cimento
Japão	JSCE-SP 2	$\leq 0,6 \text{ kg/m}^3$	concreto
Brasil	NBR 12655:2006	$\leq 0,05\%$ para concreto protendido	cimento
Brasil	NBR 12655:2006	$\leq 0,15\%$ para concreto armado exposto a cloretos nas condições de serviço da estrutura	cimento
Brasil	NBR 12655:2006	$\leq 0,40\%$ para concreto armado exposto a cloretos em condições não severas (seco ou protegido da umidade nas condições de serviço da estrutura)	cimento
Brasil	NBR 12655:2006	$\leq 0,30\%$ para outros tipos de construção com concreto armado	cimento

Fonte: Gentil, 2006: Adaptado

Cascudo (1997) afirma que, embora seja possível distinguir o conteúdo de cloretos limite em relação à massa de cimento em 0,4% como sendo um valor de consenso na maioria das normas, valor inclusive considerado pela RILEM como um limite apropriado, informações de Ehrlich e Rosenberg (1991) ressaltam que a corrosão induzida por cloretos pode se dar mesmo com índices da ordem de 0,15% em relação à massa de cimento.

Glass e Buenfeld (1997) e Alonso et al. (2000) fizeram um levantamento bibliográfico dos teores de cloretos críticos determinados por diversos autores, que são apresentados na Tabela 4.7.

Tabela 4.7 - Valor crítico de cloretos em concreto para iniciar a corrosão em barras de aço

Referência	Cloretos totais (% em relação à massa de cimento)	Cloretos livres (mol/l)	Relação Cl <sup>-</sup> /OH <sup>-</sup>
Hausmann (1967)			0,6
Gouda e Halaka (1970)	0,6		
Gouda (1970)			0,35
Stratful et al. (1975)	0,17 - 1,40		
Locke e Siman (1980)	0,6		
Vassie (1984)	0,20 - 1,50		
Lukas (1985)	1,80 - 2,20		
Page et al. (1986)	0,4	0,11	0,22
Diamond (1986)			0,3
Elsener e Böhni (1986)	0,25 - 0,50		
Hope e Ip (1987)	0,097 - 0,19		
Yonezawa et al. (1988)			1,00 - 40,00
Hansson e Sorensen (1988)	0,60 - 1,40		
Treadaway et al. (1989)	0,32 - 1,90		
Schiessl e Raupach (1990)	0,50 - 2,00		
Thomas et al. (1990)	0,5		
Goni e Andrade (1990)			0,25 - 0,80
Lambert et al. (1991)	1,60 - 2,50		3,00 - 20,00
Tuutti (1993)	0,50 - 1,40		
Henriksen (1993)	0,30 - 0,70		
Pettersson (1993)		0,14 - 1,80	2,50 - 6,00
Barnforth e Chapman-Andrews (1994)	0,4		
M. Thomas (1996)	0,50 - 0,70		

Fonte: Glass e Buenfeld, 1997 e Alonso et al., 2000: Adaptado

Segundo Alonso et al. (2000) a ausência de um acordo nos valores dos teores de cloretos críticos é devido:

- A existência de diversos parâmetros influenciando o processo: proporções da mistura, umidade do concreto, temperatura, conteúdo de C<sub>3</sub>A no cimento, entre outros.
- A própria definição de teor crítico de cloretos, isto é, como a despassivação é caracterizada: alguns autores consideram que a despassivação é caracterizada quando certa mudança no potencial de corrosão é produzida. Outros autores utilizam a inspeção visual

e caracterizam a despassivação com o aparecimento de manchas de ferrugem na superfície do aço. Finalmente, outros ainda descrevem a despassivação como certo nível na corrente de corrosão.

Embora um concreto possa apresentar valor de concentração maior ou menor do que os das normas internacionais, não se pode afirmar, *a priori*, se o concreto estará ou não corroído. Somente após verificação cuidadosa dos vários fatores influentes no processo corrosivo do concreto e dos resultados de inspeção visual pode-se afirmar acerca da integridade das estruturas de concreto (GENTIL, 2006).

#### 4.10.3 Coeficiente de difusão

O coeficiente de difusão dos cloretos ( $D$ ) é um parâmetro que exprime a facilidade que os íons têm para se mover. Este coeficiente depende das características do concreto (porosidade, relação água/cimento, entre outros) e de fatores climáticos (temperatura e umidade relativa).

Na literatura existem diversas formulações para a determinação deste parâmetro. Algumas englobam apenas um fator para o cálculo de  $D$ , outras são mais complexas e englobam diversos fatores. A utilização de uma ou outra formulação fica condicionada a disponibilidade de dados e a sensibilidade de resposta procurada para o problema tratado. A seguir são apresentados alguns modelos para a determinação do coeficiente de difusão ( $D$ ).

##### 4.10.3.1 Modelo de Matsumura et al.

O modelo de Matsumura et al. (2008) foi elaborado com o intuito de estudar a influência de altas temperaturas na durabilidade de estruturas de concreto armado sujeitas a ataques por cloretos. O trabalho dos autores reporta duas equações, sendo uma referente a temperaturas ambientais e a outra referente a temperaturas elevadas.

No caso de estruturas submetidas a temperaturas ambientais, a expressão que relaciona o coeficiente de difusão e a temperatura pode ser obtida por meio da equação de Arrhenius, substituindo o coeficiente de velocidade pelo coeficiente de difusão:

$$D = A_f \cdot \exp\left(\frac{-U_c}{R \cdot T}\right) \quad (4.16)$$

sendo  $A_f$  a constante de Arrhenius (que depende da reação em questão),  $U_c$  a energia de ativação (da difusão no caso),  $R$  a constante dos gases perfeitos (igual a 8,315 J/mol K) e  $T$  a temperatura

absoluta. A determinação da energia de ativação é difícil de obter, limitando assim a utilização de tal expressão nos casos mais gerais.

#### 4.10.3.2 Modelo de Saetta et al.

Fazendo uma analogia entre a difusão dos cloretos e a difusão da água através do concreto não saturado, Saetta et al. (1993) propuseram um modelo para o coeficiente de difusão relacionado com a umidade relativa do ambiente:

$$D = \frac{D_{100\%}}{1 + \left(\frac{1 - UR}{1 - UR_c}\right)^4} \quad (4.17)$$

sendo  $D_{100\%}$  o coeficiente de difusão dos cloretos em um ambiente com umidade relativa de 100% (em m<sup>2</sup>/s),  $UR$  a umidade relativa do ambiente (em %) e  $UR_c$  a umidade relativa crítica (em %) na qual  $D$  vale metade de  $D_{100\%}$ . Climent et al. (2007) propõem um valor de 75% para  $UR_c$ .

#### 4.10.3.3 Modelo de Samson e Marchand

O modelo de Samson e Marchand (2007) foi elaborado com o intuito de estudar os efeitos da temperatura no transporte iônico em materiais a base de cimento. Foram realizados ensaios em concretos com relação água/cimento entre 0,45 e 0,65 e também 0,75, com temperaturas de 4°C, 23°C (valor de referência) e 40°C e tempo de hidratação de 21, 91 e 365 dias. Os resultados permitem escrever uma expressão que relaciona o coeficiente de difusão em função da temperatura:

$$D = D_{ref} \cdot \exp[0,028(T - T_{ref})] \quad (4.18)$$

sendo  $D_{ref}$  o coeficiente de difusão (em m<sup>2</sup>/s) nas condições de referência para uma temperatura  $T$  (em °C) igual a temperatura de referência  $T_{ref} = 23^\circ\text{C}$ . O valor 0,028 no expoente é um parâmetro determinado experimentalmente.

#### 4.10.3.4 Modelo de Hobbs e Matthews e de Bentz et al.

Hobbs e Matthews (1998) propõem uma expressão que relaciona o coeficiente de difusão dos cloretos com o teor de água do concreto:

$$D = 0,04 \cdot (1166^{a/c}) \cdot 10^{-12} \quad (4.19)$$

onde o coeficiente de difusão  $D$  é dado em  $m^2/s$  e a relação água cimento  $a/c$  está compreendida entre 0,38 e 0,71.

Outra expressão que relaciona o coeficiente de difusão dos cloretos com o teor de água do concreto é dada por Bentz et al. (1996):

$$D = 10^{-10+4,66 \cdot a/c} \quad (4.20)$$

onde o coeficiente de difusão  $D$  é dado em  $cm^2/s$ .

Por conveniência e com o objetivo de representar a aplicabilidade na análise de casos práticos, onde pode haver pouca informação disponível, neste trabalho é utilizado o modelo de Bentz et al. (1996) para o cálculo do coeficiente de difusão dos cloretos. Modelos mais sofisticados estão disponíveis na literatura e a seguir é apresentado um desses modelos.

#### 4.10.3.5 Modelo de Papadakis et al.

O estudo realizado por Papadakis et al. (1996) propõe um modelo mais robusto, que considera a influência dos materiais constituintes do concreto. A expressão para a determinação do coeficiente de difusão de cloretos foi obtida por meio de uma regressão que produzisse uma curva que melhor se ajustasse aos dados disponíveis na literatura:

$$D = D_{H_2O} \cdot 0,15 \frac{1 + \rho_c \frac{a}{c}}{1 + \rho_c \frac{a}{c} + \frac{\rho_c}{\rho_{ag}} \frac{a_g}{c}} \left( \frac{\rho_c \frac{a}{c} - 0,85}{1 + \rho_c \frac{a}{c}} \right)^3 \quad (4.21)$$

onde o coeficiente de difusão  $D$  é dado em  $cm^2/s$ ,  $a_g/c$  é a relação agregado/cimento,  $a/c$  é a relação água/cimento,  $\rho_c$  e  $\rho_{ag}$  são respectivamente a massa específica do cimento e dos agregados e  $D_{H_2O}$  é o coeficiente de difusão de cloretos em uma solução infinita (igual a  $1,6 \cdot 10^{-5} cm^2/s$  para o NaCl).

Uma formulação mais abrangente que esta pode ser encontrada em Martin-Perez et al. (2001) onde leva-se em consideração simultaneamente a temperatura, o tempo e a umidade relativa presente nos poros.

#### 4.10.4 Mecanismos de transporte dos cloretos

Os mecanismos de transporte que levam ao movimento e concentração iônica dos cloretos no concreto são os seguintes: absorção capilar, difusão iônica, permeabilidade sob pressão e migração iônica. Pode-se afirmar que na grande maioria dos casos, os mecanismos de transporte dos cloretos presentes no concreto são a absorção capilar e a difusão iônica (CASCUDO, 1997).

O mecanismo de difusão é relativamente lento, sendo que os cloretos e em geral todos os sais podem penetrar muito mais rapidamente por um mecanismo de forças capilares, muito próprios de ambientes onde os cloretos estão suspensos nas gotículas de umidade do ar (ANDRADE, 1992).

A seguir descrevem-se brevemente os dois mecanismos de transporte de cloretos no concreto mais comuns: absorção capilar e difusão iônica.

##### 4.10.4.1 Absorção capilar

A absorção capilar geralmente representa o primeiro passo para a contaminação por impregnação externa de peças de concreto. Tal fenômeno, motivado por tensões capilares, ocorre imediatamente após o contato superficial do líquido com o substrato. A absorção capilar, portanto, é dependente da porosidade aberta, isto é, dos poros capilares interconectados entre si, permitindo o transporte das substâncias líquidas contaminadas para o interior do concreto, mas depende, sobretudo, do diâmetro dos poros e apresenta forças de sucção capilar tão mais intensas quanto menores forem os diâmetros dos capilares (CASCUDO, 1997).

Reduções na relação água/cimento parecem contribuir para reduzir a absorção, porém, a medida que tornam o concreto mais denso e compacto, diminuem o diâmetro dos capilares e, desde que estes sejam intercomunicáveis, podem aumentar a absorção capilar. No outro extremo, concretos porosos absorvem pouca água por capilaridade, mas acarretam outros problemas insuperáveis de permeabilidade e carbonatação acentuada (HELENE, 1986).

Segundo Helene (1993) a ascensão capilar pode ser modelada pela clássica lei de Jurin, que pode ser escrita em função do tempo, admitindo-se regime estacionário e ausência de evaporação:

$$h = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{\nu r t}{\eta}} \quad (4.22)$$



sendo:

$h$ : altura ou penetração da água no capilar, em metros;

$v$ : tensão superficial da água, em kg/m ( $\approx 75 \times 10^{-4}$ );

$r$ : raio do capilar, em metros;

$t$ : período de tempo para atingir a penetração  $h$ , em segundos;

$\eta$ : viscosidade da água, em kg.s/m<sup>2</sup> ( $\approx 13 \times 10^{-5}$ ).

Segundo o mesmo autor, considerando que o diâmetro dos capilares do concreto são variáveis no tempo, pois dependem do grau de hidratação do cimento, da composição química do cimento, de eventuais adições e da relação água/cimento, fica difícil a aplicação direta dessa fórmula. Uma boa alternativa é considerar o concreto em conjunto, como se a absorção capilar fosse equivalente a um fluxo de eletricidade ou de calor, avaliando a absorção capilar através de um corpo de prova de dimensões bem definidas.

#### 4.10.4.1 Difusão iônica

Com exceção da absorção capilar que ocorre na camada superficial, o movimento dos cloretos no interior do concreto, onde o teor de umidade é mais elevado, dá-se essencialmente por difusão em meio aquoso. A difusibilidade iônica acontece através gradientes de concentração iônica, seja entre o meio externo e o interior do concreto, seja dentro do próprio concreto. Estas diferenças nas concentrações de cloretos suscitam o movimento desses íons em busca do equilíbrio (CASCUDO, 1997; NOGUEIRA et al., 2012).

A difusão pode ser modelada pelas duas leis de Fick. A primeira é aplicável à difusão em estado estacionário. A segunda lei, que representa uma condição transiente, pode ser escrita em função do tempo de exposição aos cloretos (HELENE, 1993).

A segunda lei de difusão de Fick é aplicável a materiais homogêneos, isotrópicos e inertes e assume que as propriedades mecânicas no processo de difusão são iguais em todas as direções do espaço e se mantêm constantes ao longo do tempo. Entretanto, considerando o material concreto, essas hipóteses não são completamente satisfeitas, pois o concreto é heterogêneo, anisotrópico e é um material quimicamente reativo (NOGUEIRA et al., 2012).

Segundo as premissas teóricas da difusão de Fick, o transporte de cloretos no concreto, através de uma seção transversal unitária de material por unidade de tempo (fluxo  $F$ ), é proporcional ao gradiente de concentração de cloretos, medido na direção normal à seção transversal (TUUTTI, 1982). Assim:

$$F = -D \frac{\partial C}{\partial x} \quad (4.23)$$

O sinal negativo nessa equação surge, pois a difusão de íons cloreto ocorre na direção oposta ao aumento da concentração destes íons. A constante de proporcionalidade  $D$ , apresentada na Equação (4.23), é o coeficiente de difusão de cloretos. Em geral,  $D$  não é uma constante, pois depende de vários parâmetros, conforme já comentado anteriormente, como o tempo para o qual a difusão deve ser medida, localização do ponto na estrutura, composição do concreto, etc. Se o coeficiente de difusão é constante, a Equação (4.23) é usualmente denominada de primeira lei de difusão de Fick (lei esta aplicada para fenômenos de difusão em estado estacionário).

De acordo com Souza e Leonel (2012), quando os íons cloreto difundem-se no concreto, ocorre a mudança na concentração de cloretos  $C$ , ao longo de um tempo  $t$ , em cada ponto  $x$ , do concreto, caracterizando um estado de difusão não estacionário. Com o intuito de simplificar a análise, o problema de difusão pode ser considerado como sendo unidimensional.

A Figura 4.18 apresenta um perfil característico de penetração unidimensional de íons cloreto ao longo do cobrimento estrutural.

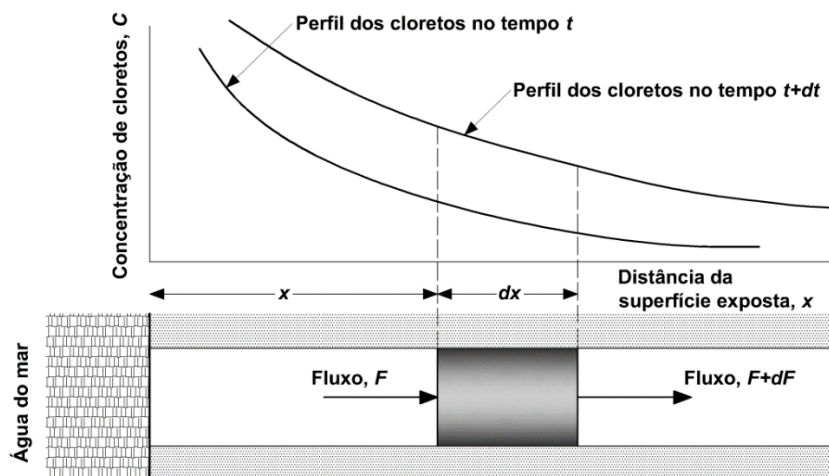


Figura 4.18 - Perfil característico da penetração de íons cloreto (estado de difusão não estacionário)

Fonte: Souza e Leonel, 2012

A segunda lei de Fick considera o fluxo variável com a profundidade de penetração e com o tempo e, com isso, retrata uma situação mais real do processo de difusão de cloretos no concreto. Por meio do princípio de balanço de massa, a segunda lei de Fick pode ser escrita como:

$$\frac{\partial C}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left( -D \frac{\partial C}{\partial x} \right) \quad (4.24)$$

Para a aplicação da segunda lei de difusão de Fick, como apresentado na Equação (4.24), em concretos expostos a cloretos durante um longo período de tempo, dever-se-ia conhecer a variação do coeficiente de difusão ao longo do tempo. Se apenas poucas observações existirem em um cenário específico, é possível estimar limites inferiores e superiores para a variação de  $D$  ao longo do tempo. Apesar dessa dependência, pode-se considerar um caso particular no qual o coeficiente de difusão é independente da localização  $x$ , do tempo  $t$  e da concentração de cloretos  $C$ . Neste caso, a segunda lei de Fick pode ser assim reescrita:

$$\frac{\partial C}{\partial t} = -D_0 \frac{\partial^2 C}{\partial x^2} \quad (4.25)$$

Nesta equação,  $D_0$  é o coeficiente de difusão constante. A solução desta equação diferencial, para um domínio semi-infinito e com uma concentração uniforme na superfície estrutural, é dada por:

$$C(x, t) = C_0 \operatorname{erfc} \left[ \frac{x}{2\sqrt{D_0 t}} \right] \quad (4.26)$$

Nesta equação,  $C_0$  é a concentração de íons cloreto sobre a superfície da estrutura (considerada constante ao longo do tempo) e  $\operatorname{erfc}$  é a função matemática de valor complementar da função erro de Gauss.

Adotando-se que na Equação (4.26) um valor de  $C(x, t)$  igual a concentração de cloretos limite na interface concreto-aço ( $C_{lim}$ ), um valor de  $x$  igual ao cobrimento do elemento de concreto ( $cob$ ), pode-se determinar o tempo para a despassivação das armaduras e, conseqüente, início da corrosão. Neste caso, o tempo para iniciação da corrosão  $t_r$ , pode ser determinado explicitamente conforme a seguir:

$$t_r = \frac{1}{D_0} \left\{ \frac{cob}{2 \operatorname{erfc}^{-1}[C_{lim}/C_0]} \right\}^2 \quad (4.27)$$

Com o objetivo de simular a entrada de cloretos e o seu transporte dentro dos poros do concreto, a segunda lei de difusão de Fick tem sido largamente considerada como um modelo aceitável. Neste trabalho, considera-se somente a difusão iônica como mecanismo de transporte dos cloretos, utilizando-se a segunda lei de Fick para a sua modelagem.

#### 4.10.5 Taxa de corrosão

A taxa de corrosão é um parâmetro que depende principalmente da disponibilidade de água e oxigênio na superfície do aço. A qualidade e o cobrimento do concreto influenciam na disponibilidade desses dois elementos. A resistividade elétrica do concreto é o fator preponderante quando a umidade relativa do ambiente é baixa. Quando a umidade relativa do ambiente é alta a disponibilidade de oxigênio no cátodo é o fator preponderante que influencia a taxa de corrosão (VU e STEWART, 2000).

Além da disponibilidade de oxigênio e água, a taxa de corrosão é influenciada por uma infinidade de outros fatores como a relação água/cimento, o cobrimento do concreto e pelas condições ambientais (temperatura e umidade relativa). Considerar ao mesmo tempo a influência de todos, ou muitos, desses fatores é muito difícil, ainda mais porque os modelos de previsão da taxa de corrosão são obtidos, em sua maioria, de forma empírica.

Um método que engloba os efeitos das condições climáticas na taxa de corrosão é apresentado por Breyse et al. (2008). A partir de uma grande quantidade de dados medidos em laboratório e em campo, foi feita uma regressão multilinear, obtendo-se a expressão:

$$\ln(i_{corr}) = 0,0312 \cdot UR - \frac{4736}{T} + 1,695 \cdot \frac{a}{c} - 0,391 \cdot cob + 14,589 \quad (4.28)$$

sendo  $i_{corr}$  a taxa de corrosão dada em  $\mu\text{A}/\text{cm}^2$  (microampère por centímetro quadrado),  $UR$  a umidade relativa do ar em porcentagem,  $T$  a temperatura do ar em graus Kelvin,  $a/c$  a relação água cimento e  $cob$  é o cobrimento do concreto em centímetros.

Contudo, o método apresentado por Breyse et al. (2008) não engloba o fator tempo em sua formulação. A fim de englobar os efeitos corrosivos dependentes do tempo, neste trabalho adotou-se a metodologia proposta por Vu e Stewart (2000).

Vu e Stewart (2000) propõe um método empírico fundamentado em medidas disponíveis na literatura e com base na conversão da taxa de difusão de oxigênio (obtida por meio da primeira lei de Fick) para a taxa de corrosão, por meio da consideração da porcentagem dos produtos da corrosão e das equações moleculares da corrosão na zona catódica. A expressão obtida que relaciona a taxa de corrosão  $i_{corr}$  com o tempo decorrido após o início do processo corrosivo  $t_p$  é:

$$i_{corr}(t_p) = \left[ \frac{37,8(1 - a/c)^{-1,64}}{cob} \right] 0,85 \cdot t_p^{-0,29} \quad (4.29)$$

sendo  $i_{corr}(t_p)$  a taxa de corrosão dada em  $\mu\text{A}/\text{cm}^2$  (microampère por centímetro quadrado) em função do tempo decorrido após o início do processo corrosivo  $t_p$  dado em anos,  $a/c$  a relação água/cimento e  $cob$  o cobrimento do concreto dado em centímetros.

É esperado que, ao longo do tempo, a formação dos produtos corrosivos na superfície do aço reduzirá a difusão dos íons metálicos presentes na superfície das armaduras. Além disso, é esperado que a razão entre a área do ânion e do cátion seja reduzida. Isso sugere que a taxa de corrosão irá reduzir-se bruscamente nos primeiros anos e depois irá diminuir vagarosamente até chegar a um valor praticamente constante. Tal fato é ilustrado no seguinte gráfico, onde apresenta-se a variação da taxa de corrosão ao longo do tempo após o início da corrosão, segundo a Equação (4.29), considerando-se um cobrimento igual a 4 cm.

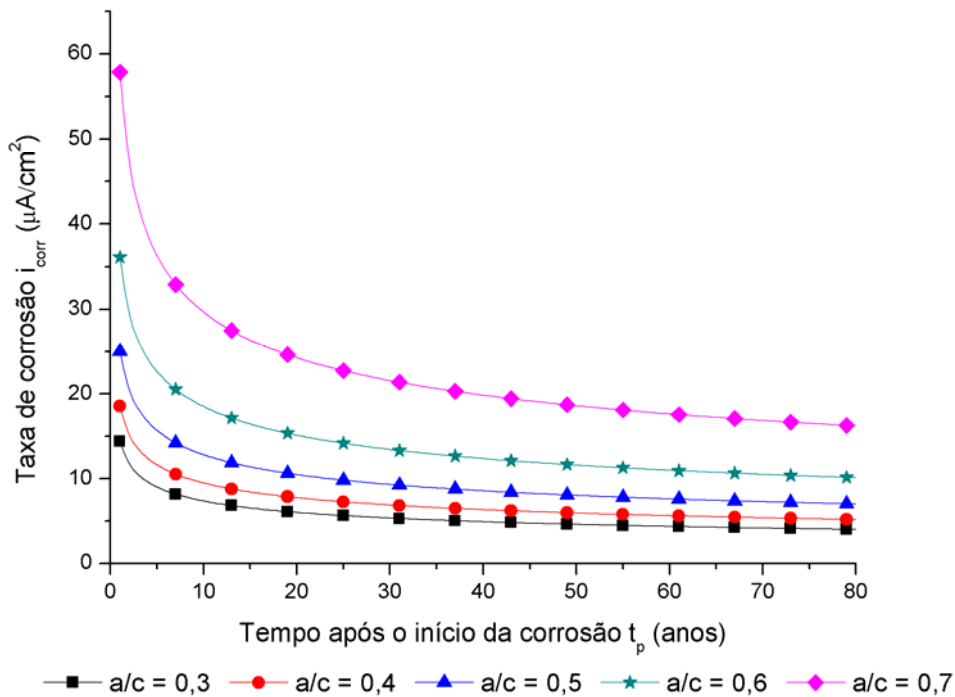


Figura 4.19 - Redução da taxa de corrosão ao longo do tempo após o início da corrosão para diversas relações água cimento

Fonte: O autor

Com o intuito de mostrar a variação entre o cobrimento e a taxa de corrosão ao longo do período de corrosão, fixa-se agora a relação água cimento em 0,4 e variam-se os cobrimentos, obtendo-se o seguinte gráfico.

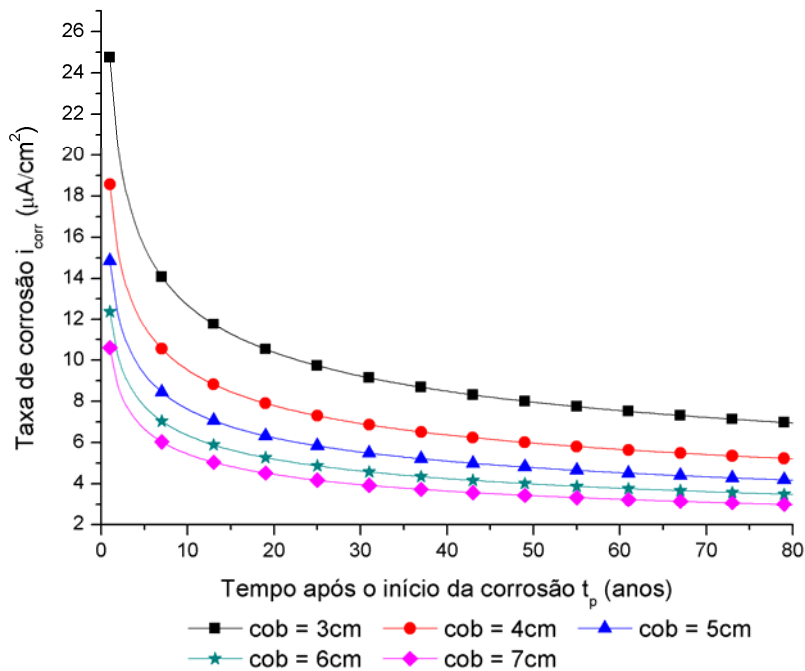


Figura 4.20 - Redução da taxa de corrosão ao longo do tempo após o início da corrosão para diversos cobrimentos considerados  
Fonte: O autor

Vu e Stewart (2000) propuseram a metodologia a partir de medidas feitas em um ambiente com umidade relativa de 75% e a uma temperatura de 20°C. Assim o método, a rigor, perderia a aplicabilidade em ambientes onde estas condições não se verificassem. Contudo, em grande parte dos países do continente americano, assim como em diversas outras localidades do mundo, é comum observar-se problemas de corrosão em estruturas localizadas em ambientes com altos valores de umidade relativa do ar.

#### 4.10.6 Modelo para redução da área de aço

Os valores medidos para a taxa de corrosão  $i_{corr}$  são valores médios ao longo de toda a superfície de aço, estando geralmente relacionados a uma corrosão do tipo uniforme (geral). Entretanto, a corrosão pode ocorrer de outra forma, onde a redução da área de aço se dá em apenas em um trecho localizado da superfície do aço. Esse tipo de corrosão é denominado corrosão por pites ou *pitting corrosion* em inglês.

A profundidade máxima do pite  $p_{m\acute{a}x}$  normalmente supera a profundidade de penetração calculada com base na corrosão uniforme  $p_{uni}$ . A razão  $p_{m\acute{a}x}/p_{uni}$  determina o fator de corrosão por pites, que é representado pela letra  $R$ .

Tuutti (1982) apresenta em seu trabalho que  $R$  assume valores entre 4 e 10 para barras de diâmetro entre 5 e 10 mm e comprimento de 150 a 300 mm. Isso está de acordo com o resultado do trabalho apresentado por Gonzalez et al. (1995), sendo que neste estudo os corpos de prova de concreto foram expostos a ambientes naturais e foram encontrados para  $R$  valores entre 4 e 8 para barras com diâmetro de 8 mm e 125 mm de comprimento.

Stewart (2004), baseado no trabalho de Gonzalez et al. (1995), propôs um método para estimar o valor de  $R$  para barras com diâmetro superior a 8 mm. Com base em estudos precedentes que determinaram que a máxima profundidade do pite pode ser representada por uma distribuição de Gumbel, Stewart (2004) modifica esse tipo de distribuição estatística da seguinte forma:

$$\mu_R = \mu_{R_0} + \frac{1}{\alpha_{R_0}} \log\left(\frac{A}{A_0}\right) \quad (4.30)$$

sendo  $\mu_{R_0}$  e  $\alpha_{R_0}$  os valores obtidos no estudo de Gonzalez et al. (1995), valendo respectivamente 5,08 e 1,02,  $A_0$  a área superficial da barra de aço com diâmetro de 8 mm e comprimento 125 mm e sendo  $A$  a área superficial da barra que pretende-se determinar o valor de média de  $R$ .

As leis que regem as reações de eletrólise são leis que relacionam as massas das substâncias produzidas nos eletrodos e as quantidades de energia gastas na eletrólise. Michael Faraday, famoso químico-físico inglês, propôs em 1894 duas leis para descrever o fenômeno. A primeira lei diz que a massa de uma substância eletrolisada é diretamente proporcional à quantidade de carga elétrica que atravessa a solução. A segunda lei diz que, empregando-se a mesma quantidade de carga elétrica em diversos eletrólitos, a massa da substância eletrolisada, em qualquer dos eletrodos, é diretamente proporcional ao equivalente-grama da substância. As leis de Faraday indicam que, a uma corrente de corrosão de  $1 \mu\text{A}/\text{cm}^2$ , corresponde uma perda de seção de aço de  $11,6 \mu\text{m}/\text{ano}$  ou  $0,0116 \mu\text{cm}/\text{ano}$ .

Baseados nas leis de Faraday, Val e Melchers (1997) propuseram uma forma de calcular a área residual de armaduras submetidas à corrosão por pite. Nesse modelo, considera-se que o pite possua uma forma esférica, conforme apresentado na seguinte figura:

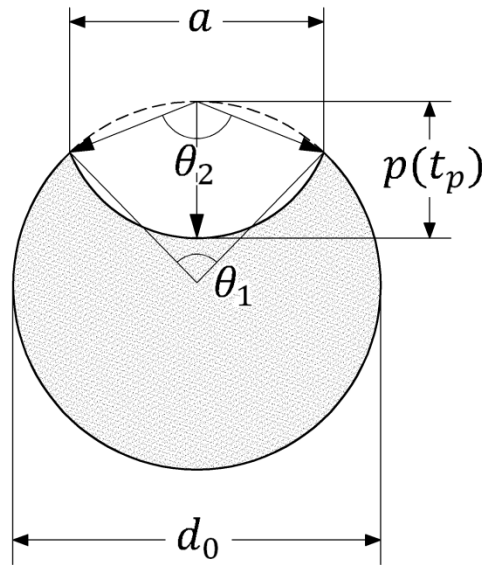


Figura 4.21 - Configuração do pite  
Fonte: Val e Melchers, 1997

O raio do pite  $p$ , após decorrido um dado tempo posterior a despassivação da armadura  $t_p$ , pode ser calculado por meio de:

$$p(t_p) = 0,0116 \cdot i_{corr} \cdot R \cdot t_p \quad (4.31)$$

sendo  $i_{corr}$  a taxa de corrosão dada em  $\mu\text{A}/\text{cm}^2$  e o tempo  $t_p$  dado em anos.

A profundidade do pite  $a$  e a área de aço perdida por meio da corrosão por pite  $A_{pit}$  de uma determinada barra de aço, em um dado instante  $t_p$ , podem ser calculadas por meio das expressões:

$$a = 2 \cdot p(t_p) \sqrt{1 - \left[ \frac{p(t_p)}{d_0} \right]^2} \quad (4.32)$$

$$A_{pit}(t_p) = \begin{cases} A_1 + A_2 & , p(t_p) \leq \frac{d_0}{\sqrt{2}} \\ \frac{\pi d_0^2}{4} - A_1 + A_2 & , \frac{d_0}{\sqrt{2}} \leq p(t_p) \leq d_0 \\ \frac{\pi d_0^2}{4} & , p(t_p) \geq d_0 \end{cases} \quad (4.33)$$

sendo  $d_0$  o valor inicial do diâmetro de uma determinada barra, ou em outras palavras, o diâmetro da barra íntegra. As áreas  $A_1$  e  $A_2$  são calculadas por meio de:



$$\begin{aligned}
A_1 &= 0,5 \left[ \theta_1 \left( \frac{d_0}{2} \right)^2 - a \left| \frac{d_0}{2} - \frac{p(t_p)^2}{d_0} \right| \right] \\
A_2 &= 0,5 \left[ \theta_2 \cdot p(t_p)^2 - a \cdot \frac{p(t_p)^2}{d_0} \right]
\end{aligned} \tag{4.34}$$

e os ângulos são determinados por:

$$\begin{aligned}
\theta_1 &= 2 \cdot \arcsen \left( \frac{a}{d_0} \right) \\
\theta_2 &= 2 \cdot \arcsen \left( \frac{a}{2 \cdot p(t_p)} \right)
\end{aligned} \tag{4.35}$$

Em uma dada seção transversal de um elemento de concreto armado, composta por  $n$  barras, sendo o diâmetro íntegro de cada barra  $d_{0i}$  dado em centímetros, a área total remanescente das seções transversais de aço submetidas à corrosão por pite  $A_{r,pit}$ , em um dado instante  $t_p$  dado em anos, é:

$$A_{r,pit}(t_p) = \sum_{i=1}^n \left[ \frac{\pi d_{0i}^2}{4} - A_{pit_i}(t_p) \right] \tag{4.36}$$

Considerando-se o caso de corrosão uniforme (generalizada), a área de aço perdida por meio da corrosão  $A_{unif}$ , considerando uma taxa de corrosão  $i_{corr}$  dada em  $\mu\text{A}/\text{cm}^2$ , o diâmetro íntegro da barra  $d_0$  dado em centímetros, em um dado instante  $t_p$  em anos, é dada por:

$$A_{unif}(t_p) = \frac{\pi(d_0 - 0,0232 \cdot i_{corr} \cdot t_p)^2}{4} \tag{4.37}$$

Nesse caso, em uma dada seção transversal de um elemento de concreto armado, composta por  $n$  barras, sendo o diâmetro íntegro de cada barra  $d_{0i}$  dado em centímetros, a área total remanescente das seções transversais de aço submetidas à corrosão uniforme  $A_{r,unif}$ , em um dado instante  $t_p$  dado em anos, é obtido por meio da expressão:

$$A_{r,unif}(t_p) = \sum_{i=1}^n \left[ \frac{\pi d_{0i}^2}{4} - A_{unif_i}(t_p) \right] \tag{4.38}$$

#### 4.10.7 Comentários a respeito da implementação computacional

O método dos elementos finitos é utilizado para se obter as respostas estruturais em termos de deslocamentos, tensões e cargas últimas. Assim, a cada incremento de tempo da análise de corrosão, atualiza-se a área de aço de cada elemento finito individualmente. Em termos de implementação computacional é necessário um cuidado ao se automatizar o cálculo das Equações (4.36) e (4.38). Deve-se criar um comando lógico que verifique se a área de aço calculada, em cada seção e em cada incremento de tempo, possui valor negativo e, caso isso for verdade, deve-se zerar tal valor. Isto evita que áreas de armadura negativas sejam utilizadas para o cálculo da matriz de rigidez do elemento finito, o que seria incoerente.

Contudo, resta a questão de escolher uma das equações ((4.36) ou (4.38)) para se atualizar a área de aço dos elementos. Em outras palavras, resta escolher qual é o tipo de corrosão a ser modelada: uniforme ou por pites.

Em uma análise via elementos finitos, cada elemento finito possui uma área de aço própria. Ao se optar pela corrosão por pites e ao aplicá-la a todos os elementos finitos, considera-se que a corrosão ocorre ao longo de todo o comprimento de todas as barras. Proceder desta forma não é consistente visto que a corrosão por pites age em trechos isolados da estrutura e, portanto, apenas alguns elementos estariam submetidos a esse tipo de corrosão.

Assim, neste trabalho opta-se por utilizar a formulação que considera a corrosão uniforme (generalizada). Desta forma, as áreas de aço de todos os elementos são reduzidas a cada incremento de tempo da análise de corrosão, mas de forma mais amena do que àquela considerando-se a corrosão por pites.

# 5 MODELO MECÂNICO

## 5.1 GENERALIDADES

Neste capítulo, primeiramente, apresenta-se o modelo mecânico da norma brasileira de projeto de estruturas de concreto, explicando as hipóteses adotadas e apresentando a formulação para o cálculo dos esforços resistentes ao cisalhamento e a flexão de uma viga. Em seguida são discutidos alguns tópicos referentes à mecânica do dano e ao comportamento mecânico do concreto.

Posteriormente, são apresentados os modelos de dano de Mazars (1984) para a modelagem do comportamento do concreto, o modelo elastoplástico com encruamento isótropo para as armaduras e uma lei que descreve a redução da tensão de escoamento das armaduras com o avanço do processo corrosivo. Os dois primeiros modelos que compõe o modelo mecânico, conjuntamente com a análise não linear geométrica, estão baseados no algoritmo implementado por Nogueira (2010), no qual utiliza-se o método dos elementos finitos (MEF) com a implementação do elemento de pórtico plano.

Finalmente, para compor o modelo para a análise de pórticos planos de concreto armado, descreve-se a técnica de integração adotada e os algoritmos de busca da carga última.

## 5.2 MODELO MECÂNICO DA NORMA BRASILEIRA DE PROJETO DE ESTRUTURAS DE CONCRETO

Alguns aspectos da norma brasileira de projeto de estruturas de concreto são comentados neste item. As hipóteses de cálculo descritas na norma não contemplam critérios de dano nem de plastificação (conforme será visto adiante neste capítulo). Contudo, mesmo sendo menos sofisticado, o modelo mecânico da norma é utilizado em alguns exemplos do presente trabalho com a finalidade de compará-lo com um modelo mais robusto que utiliza critérios de danificação para o concreto e critérios de plastificação para as armaduras.

A norma brasileira de projeto de estruturas de concreto, ABNT NBR 6118:2014, adota algumas hipóteses básicas para o cálculo de estruturas e também fornece algumas diretrizes para a definição de certos valores para as propriedades dos materiais utilizados no cálculo estrutural. Conhecer o comportamento estrutural, bem como os limites e propriedades mecânicas dos

materiais que compõe a estrutura são de fundamental importância para a elaboração de um projeto adequado.

A seguir descrevem-se os modelos mecânicos apresentados na norma brasileira, referentes ao cálculo da armadura de flexão e ao cálculo da armadura de cisalhamento. A norma ABNT NBR 6118:2014 engloba concretos das classes C20 até C90. Entretanto, a versão passada da norma, ABNT NBR 6118:2007, englobava concretos até a classe C50. Assim, a norma de 2014 possui um equacionamento que contempla todas as classes de concreto até C90, resultando assim em expressões mais gerais e complexas. As equações descritas neste item são referentes à norma passada, ou seja, referentes a concretos até a classe C50. Neste trabalho são utilizados somente concretos de classe menor ou igual a C50. Entretanto, vale destacar que as equações aqui descritas são plenamente compatíveis com as da norma de 2014.

### 5.2.1 Cálculo da armadura de flexão

A análise de estruturas de concreto armado é baseada em hipóteses clássicas de estádios de comportamento, nas quais se considera a seção íntegra ou fissurada, dependendo da intensidade da solicitação atuante. Os estádios são configurações específicas de deformação/tensão, ao longo de uma seção transversal de um elemento linear de concreto armado, desde a ausência de solicitações, provocadas por ações externas, até um nível de solicitação que ocasione a sua ruína.

Na Figura 5.1 representam-se as deformações e tensões no aço e no concreto para os três estádios que podem ser assumidos por uma viga de concreto armado submetida à flexão normal simples.

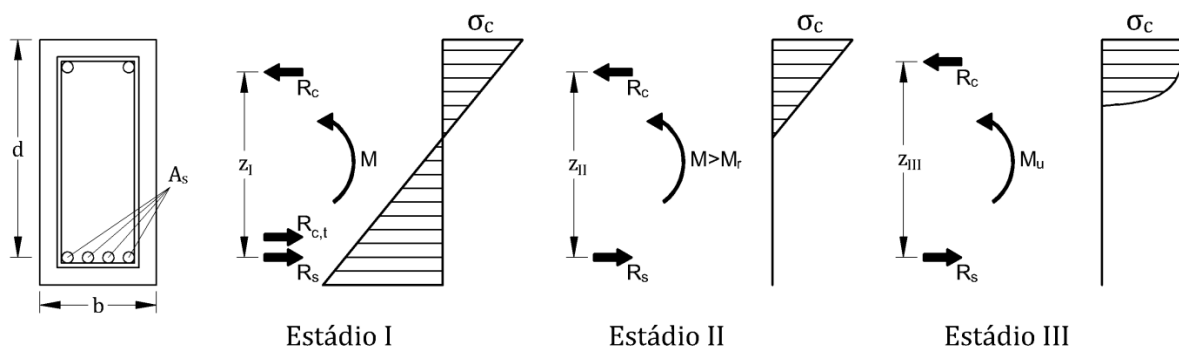


Figura 5.1 - Comportamento da seção transversal de uma viga de concreto armado na flexão normal simples  
Fonte: O autor

Os três estádios são assim descritos por Carvalho e Figueiredo Filho (2014):

Estádio I (estado elástico) – sob ação de um momento fletor  $M_I$  de pequena intensidade, a tensão de tração no concreto não ultrapassa sua resistência característica a tração ( $f_{ck}$ ):

- Diagrama de tensão normal ao longo da seção é linear;
- As tensões nas fibras mais comprimidas são proporcionais às deformações, correspondendo ao trecho linear do diagrama tensão-deformação do concreto;
- Não há fissuras visíveis.

Estádio II (estado de fissuração) – aumentando o valor do momento fletor para  $M_{II}$ , as tensões de tração na maioria dos pontos abaixo da linha neutra (LN) terão valores superiores ao da resistência característica do concreto a tração ( $f_{tk}$ ):

- Considera-se que apenas o aço passa a resistir aos esforços de tração;
- Admite-se que a tensão de compressão no concreto continue linear;
- As fissuras de tração na flexão no concreto são visíveis.

Estádio III – aumenta-se o momento fletor até um valor próximo ao de ruína ( $M_u$ ) e, para os concreto até C50:

- A fibra mais comprimida do concreto começa a plastificar a partir da deformação específica de  $\varepsilon_{c2} = 0,2\%$  (2‰), chegando a atingir, sem aumento de tensão, a deformação específica de  $\varepsilon_{cu} = 0,35\%$  (3,5‰);
- Diagrama de tensões tende a ficar vertical (uniforme), com quase todas as fibras trabalhando com sua tensão máxima, ou seja, praticamente todas as fibras atingiram deformações superiores a  $\varepsilon_{c2} = 2\%$  e chegando até  $\varepsilon_{cu} = 3,5\%$ ;
- A peça está bastante fissurada, com as fissuras se aproximando da linha neutra, fazendo com que sua profundidade diminua e, conseqüentemente, a região comprimida de concreto também;
- Supõe-se que a distribuição de tensões no concreto ocorra segundo um diagrama parábola-retângulo.

Uma das diferenças da norma ABNT NBR 6118:2014 para a sua versão anterior, conforme comentado anteriormente, é que a de 2014 engloba concretos das classes C50 até C90, os quais têm características bem distintas dos que pertencem às classes C20 até C50. Para os concretos das classes C50 até C90, os estádios acima descritos também se aplicam, porém, com algumas mudanças nos limites de deformação e formato do diagrama tensão-deformação.

Resumidamente pode-se dizer que os estádios I e II correspondem às situações de serviço. O estádio III corresponde ao estado limite último, ou seja, com ações majoradas e resistências minoradas e só ocorre em situações extremas.

### 5.2.1.1 Hipóteses básicas de cálculo

O dimensionamento das estruturas de concreto armado é feito no estado limite último (estádio III) com o objetivo de projetar estruturas que resistam, de forma econômica, aos esforços sem chegar ao colapso. Os estados limites de serviço são igualmente importantes, porém, muitas vezes, o próprio cálculo do estado limite último e o adequado detalhamento da armadura conduzem às verificações das condições de serviço.

O item 17.2.2 da ABNT NBR 6118:2014 define as hipóteses básicas para o cálculo do estado limite último de elementos lineares de concreto armado e protendido sujeitos a solicitações normais. As hipóteses são:

- a) As seções transversais permanecem planas após o início da deformação até o estado limite último: as deformações são, em cada ponto, proporcionais à sua distância até a linha neutra da seção (hipótese de Bernoulli);
- b) Admite-se solidariedade perfeita entre o concreto e a armadura: dessa forma, a deformação específica de uma barra da armadura, em tração ou compressão, é igual à deformação específica do concreto adjacente;
- c) As tensões de tração no concreto, normais à seção transversal, devem ser desprezadas no estado limite último;
- d) A ruína da seção transversal (peça sob ações majoradas e materiais com resistências minoradas) para qualquer tipo de flexão no estado limite último fica caracterizada pelas deformações específicas de cálculo do concreto na fibra menos tracionada e do aço, próxima à borda mais tracionada, que atingem (uma delas ou ambas) os valores últimos (máximos) das deformações específicas desses materiais;
- e) Encurtamentos últimos (máximos) do concreto no estado limite último: os valores a serem adotados para os parâmetros  $\varepsilon_{c2}$  (deformação específica de encurtamento do concreto no início do patamar plástico) e  $\varepsilon_{cu}$  (deformação específica de encurtamento do concreto na ruptura) são definidos a seguir:

- Para concretos de classes até C50:

$$\varepsilon_{c2} = 2,0 \cdot 10^{-3} \text{ (2,0‰) seções totalmente comprimidas;} \quad (5.1)$$

$$\varepsilon_{cu} = 3,5 \cdot 10^{-3} \text{ (3,5‰) seções sob flexão} \quad (5.2)$$

- Para concretos de classes C50 até C90:

$$\varepsilon_{cz} = 2,0\text{‰} + 0,085\text{‰} \cdot (f_{ck} - 50)^{0,53} \text{ seções totalmente comprimidas;} \quad (5.3)$$

$$\varepsilon_{cu} = 2,6\text{‰} + 35\text{‰} \cdot [(90 - f_{ck})/100]^4 \text{ seções sob flexão} \quad (5.4)$$

- f) Alongamento último das armaduras: o alongamento máximo permitido ao longo da armadura tracionada é:

$$\varepsilon_{cu} = 10,0 \cdot 10^{-3} \text{ (10‰)} \text{ para prevenir deformação plástica excessiva} \quad (5.5)$$

- g) A tensão nas armaduras é obtida a partir dos diagramas tensão-deformação mostrados na Figura 5.2, com valores de cálculo definidos segundo o item 12.4 da norma.

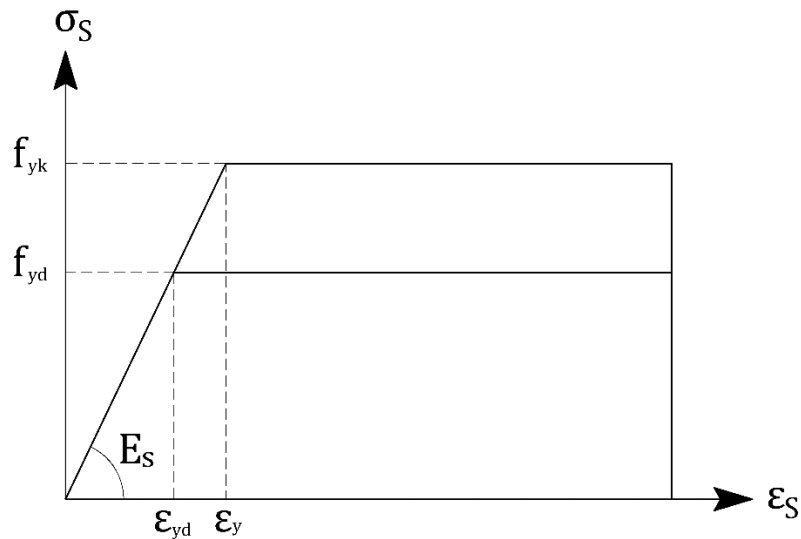


Figura 5.2 - Diagrama tensão-deformação para aços de armaduras passivas  
Fonte: ABNT NBR 6118:2014: Adaptado

É apresentada uma tabela com as propriedades mecânicas dos aços:

Tabela 5.1 - Propriedades mecânicas dos aços

Aço	$f_{yk}$ (MPa)	$f_{yd}$ (MPa)	$\varepsilon_{yd}$ (%)	$\xi = x/d$
CA25	250	217	0,104	0,7709
CA50	500	435	0,207	0,6283
CA60	600	522	0,248	0,5900

Fonte: O autor

- h) Para os concretos até a classe C50, admite-se que a distribuição de tensões no concreto seja feita de acordo com o diagrama parábola-retângulo da Figura 5.3, com base no

diagrama tensão-deformação simplificado do concreto, com tensão máxima igual a  $0,85 \cdot f_{cd}$ : o diagrama parábola-retângulo é composto de uma parábola do segundo grau, com vértice na fibra correspondente à deformação de compressão  $2,0\text{‰}$  e um trecho reto entre as deformações  $2,0\text{‰}$  e  $3,5\text{‰}$ ; permite-se a substituição do diagrama parábola-retângulo por um retângulo de altura  $0,8 \cdot x$ , onde  $x$  é a profundidade da linha neutra, com a seguinte tensão:

- $0,85 \cdot f_{cd} = \frac{0,85 \cdot f_{ck}}{\gamma_c} \rightarrow$  zonas comprimidas de largura constante, ou crescente no sentido das fibras mais comprimidas, a partir da linha neutra;
- $0,80 \cdot f_{cd} = \frac{0,80 \cdot f_{ck}}{\gamma_c} \rightarrow$  zonas comprimidas de largura decrescente no sentido das fibras mais comprimidas, a partir da linha neutra.

No trecho de altura  $0,2 \cdot x$ , a partir da linha neutra, no diagrama retangular, as tensões de compressão no concreto são desprezadas, no trecho restante ( $0,80 \cdot x$ ), a distribuição de tensões é uniforme.

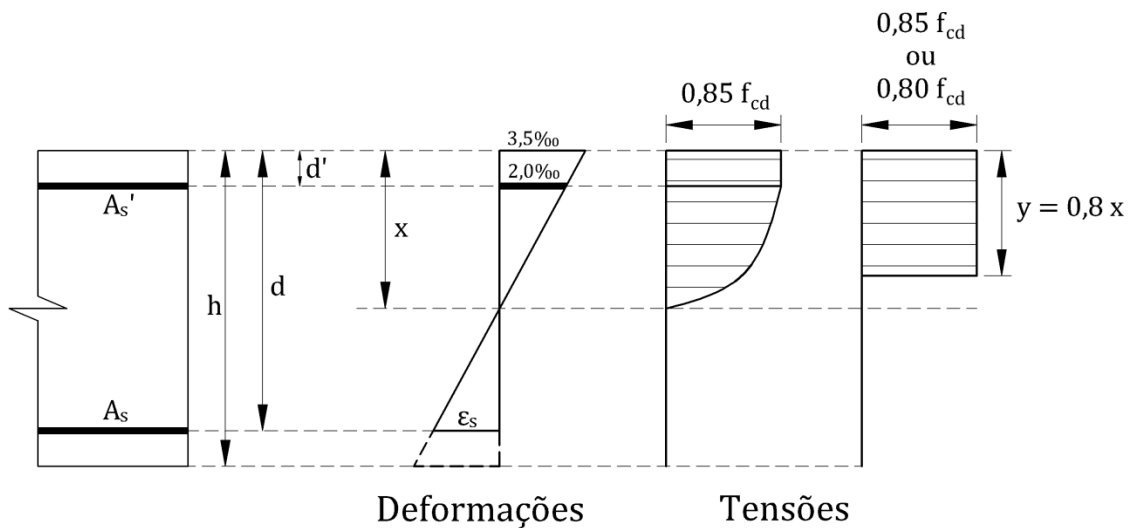


Figura 5.3 - Diagramas de tensões no concreto no estado limite último para concreto até a classe C50

Fonte: O autor

- Para concretos das classes C50 a C90, a distribuição de tensões no concreto se faz de acordo com um diagrama curvo e retangular, definido no item 8.2.10.1 da ABNT NBR 6118:2014, com tensão de pico igual a  $0,85 \cdot f_{cd}$ , com  $f_{cd}$  definido no item 12.3.3 da norma.



### 5.2.1.2 Cálculo do momento fletor resistente de uma viga

O objetivo aqui é obter uma relação que, a partir do conhecimento das características geométricas, dos parâmetros dos materiais e da área de aço, seja possível calcular o valor do momento fletor máximo resistido por uma viga de seção retangular de concreto armado. Consideram-se concretos de classe C50 ou inferior e que a seção poderá trabalhar entre o início do domínio 2 até o limite  $x = 0,45 \cdot d$  do domínio 3. Em qualquer um dos domínios considerados, o aço tracionado estará escoando, ou seja  $\varepsilon_s \geq \varepsilon_{yd}$  e  $f_s = f_{yd}$ .

A formulação dos esforços internos resistentes da seção é feita com base nas equações de equilíbrio das forças normais (Equação (5.6)) e dos momentos fletores (Equação (5.7)):

$$\sum N = 0 \quad (5.6)$$

$$\sum M = 0 \quad (5.7)$$

A Figura 5.4 mostra a seção transversal de uma viga sob flexão simples, de forma retangular e solicitada por momento fletor positivo, com largura  $b$  e altura  $h$ , armadura  $A_s$  e área  $A_c'$  de concreto comprimido, delimitada pela linha neutra ( $LN$ ). A linha neutra é demarcada pela distância  $x$ , contada a partir da fibra mais comprimida da seção transversal. A altura útil é  $d$ , considerada da fibra mais comprimida até o centro de gravidade da armadura longitudinal tracionada.

O diagrama de deformações ao longo da altura da seção, com as deformações notáveis  $\varepsilon_c$  (máxima deformação de encurtamento do concreto comprimido) e  $\varepsilon_s$  (deformação de alongamento na armadura tracionada) e o diagrama retangular simplificado de distribuição de tensões de compressão, com altura  $y = 0,8x$ , e as respectivas resultantes de tensão no concreto comprimido e na armadura tracionada ( $R_c$  e  $R_s$ ) estão também mostrados na Figura 5.4.

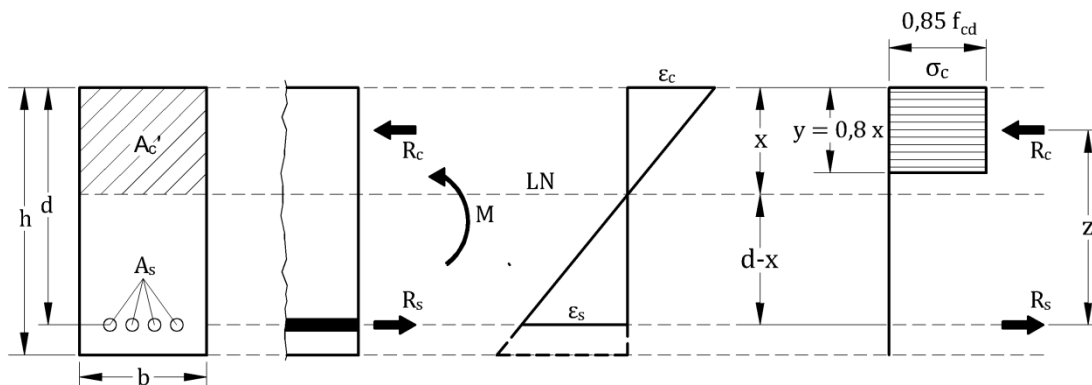


Figura 5.4 - Distribuição de tensões e deformações em viga de seção retangular com armadura simples  
Fonte: O autor

Considerando que na flexão simples não ocorram forças normais solicitantes, e que a força resultante das tensões de compressão no concreto deva estar em equilíbrio com a força resultante das tensões de tração na armadura  $A_s$ , como indicadas na Figura 5.4, pode-se escrever:

$$R_c = R_s \quad (5.8)$$

Tomando da Resistência dos Materiais que  $\sigma = R/A$ , a força resultante das tensões de compressão no concreto, considerando o diagrama retangular simplificado, pode ser escrita como:

$$R_c = f_{cd} \cdot A_c' \quad (5.9)$$

Considerando a área de concreto comprimido ( $A_c'$ ) correspondente ao diagrama retangular simplificado com altura  $0,8x$ , fica:

$$R_c = 0,85 \cdot f_{cd} \cdot 0,8 \cdot x \cdot b \quad (5.10)$$

$$R_c = 0,68 \cdot b \cdot x \cdot f_{cd} \quad (5.11)$$

e a força resultante das tensões de tração na armadura tracionada:

$$R_s = f_{yd} \cdot A_s \quad (5.12)$$

com  $f_{yd}$ : tensão de cálculo na armadura tracionada;

$A_s$ : área de aço da armadura tracionada.

Considerando o equilíbrio de momentos fletores na seção, o momento fletor solicitante deve ser equilibrado por um momento fletor resistente, proporcionado pelo concreto comprimido e pela armadura tracionada. Assumindo valores de cálculo, por simplicidade de

notação, ambos os momentos fletores devem ser iguais ao momento fletor de cálculo  $M_d$ , tal que:

$$M_{solic} = M_{resist} = M_d \quad (5.13)$$

As forças resistentes internas, proporcionadas pelo concreto comprimido e pela armadura tracionada, formam um binário oposto ao momento fletor solicitante, podendo ser escrito:

$$M_d = R_c \cdot z \quad (5.14)$$

$$M_d = R_s \cdot z \quad (5.15)$$

onde:  $R_c \cdot z$ : momento interno resistente, proporcionado pelo concreto comprimido;

$R_s \cdot z$ : momento interno resistente, proporcionado pela armadura tracionada.

Com  $z = d - 0,4 \cdot x$  e aplicando a Equação (5.11) na Equação (5.14) fica:

$$M_d = 0,68 \cdot b \cdot x \cdot f_{cd} (d - 0,4 \cdot x) \quad (5.16)$$

Resolvendo a Equação (5.16) (que é uma equação do segundo grau em  $x$ ) obtém-se a posição  $x$  da linha neutra:

$$x = 1,25 \cdot d \left[ 1 - \sqrt{1 - \frac{M_d}{0,425 \cdot b \cdot d^2 \cdot f_{cd}}} \right] \quad (5.17)$$

A força na armadura  $R_s$  vem do produto da área de aço  $A_s$  pela tensão atuante no aço  $f_{yd}$  (conforme Equação (5.12)). Da Equação (5.15) tem-se  $M_d/z = R_s = f_{yd} \cdot A_s$ . Com  $z = d - 0,4 \cdot x$  resulta:

$$A_s = \frac{M_d}{f_{yd} (d - 0,4 \cdot x)} \quad (5.18)$$

A partir da área de aço calculada, pode-se então calcular o momento resistente da viga:

$$M_{resist} = 0,408 \cdot b \cdot x^2 \cdot f_{cd} = A_s \cdot f_{yd} \cdot (d - 0,4 \cdot x) \quad (5.19)$$

## 5.2.2 Cálculo da armadura de cisalhamento

No estudo de estruturas de concreto armado constata-se que seu comportamento frente a solicitações cisalhantes não é tão bem definido e previsível como o caso das solicitações de

flexão. O mecanismo resistente ao cisalhamento nos elementos de concreto armado é complexo, pois envolve vários componentes que atuam na transferência das tensões cisalhantes.

É possível que um determinado trecho de um elemento estrutural linear seja solicitado por um momento fletor sem força cortante (flexão sem cisalhamento). Contudo, não é possível a existência de trechos da viga em que ocorra cortante sem momento fletor (cisalhamento sem flexão). Assim, junto das tensões tangenciais sempre atuam tensões normais de flexão, formando um estado biaxial de tensões. A partir de um estado biaxial de tensões em um determinado ponto da estrutura é possível encontrar o estado principal de tensões, estado este que é caracterizado pela inexistência de tensões tangenciais (tensão de cisalhamento igual a zero) e valores extremos (máximo e mínimo) para as tensões normais.

Este é, portanto, um problema de solução complexa, com mecanismos resistentes essencialmente tridimensionais. Mesmo com diversas teorias encontradas na literatura, ainda nenhuma delas pode ser considerada plenamente satisfatória.

A teoria proposta por W. Ritter e E. Mörsch, por volta do ano de 1900, foi a teoria pioneira na tentativa de determinação da armadura de cisalhamento necessária para equilibrar uma viga de concreto armado. Nessa teoria, o mecanismo resistente da viga no estágio II (fissurada) foi associado ao de uma treliça em que as armaduras e o concreto equilibram conjuntamente o esforço cortante. Essa teoria é conhecida como “analogia de treliça de Mörsch” ou ainda como “analogia de treliça clássica”.

Para compreender a ideia que Ritter e Mörsch tiveram, considere uma viga com dois apoios, mostrada na Figura 5.5. Essa viga possui armadura longitudinal na sua parte inferior (para resistir aos esforços de flexão de natureza trativa) e armadura transversal (estribos, para resistir aos esforços de cisalhamento). O carregamento da viga é composto por duas forças  $F$  equidistantes dos apoios.

Quando  $F$  assumir valores pequenos (Figura 5.5.a), a tensão de tração ocasionada no concreto pela flexão (parte inferior da viga) é menor que a resistência a tração do concreto. A viga não apresenta fissuras e suas seções permanecem no estágio I.

Aumentando-se  $F$ , a resistência à tração do concreto é superada nos trechos de momento máximo (trecho entre as forças), e assim essas seções passam a encontrar-se no estágio II, apresentando fissuras típicas de flexão (verticais). Os dois trechos junto aos apoios permanecem no estágio I (sem fissuras) (Figura 5.5.b).

Continuando a aumentar-se  $F$ , surgem fissuras nos trechos compreendidos entre os apoios e as forças (Figura 5.5.c). As direções que definem as tensões principais de tração são perpendiculares a direção das fissuras que surgem nesses trechos.

Finalmente, se  $F$  assumir um valor elevado (Figura 5.5.d) quase todos os trechos da viga se encontrarão no estágio II. Em geral, apenas as regiões dos apoios permanecem isentas de fissuras até a ocorrência da ruptura.

As fissuras típicas de cisalhamento (inclinadas) podem ser observadas nos trechos onde o esforço cortante é preponderante (regiões próximas aos apoios). As fissuras típicas de flexão (verticais) podem ser observadas nos trechos onde o esforço de flexão é máximo (ou seja, onde o esforço cortante é nulo). Em regiões onde não há preponderância das solicitações normais sobre as tangenciais, ou vice versa, as fissuras apresentam uma inclinação intermediária.

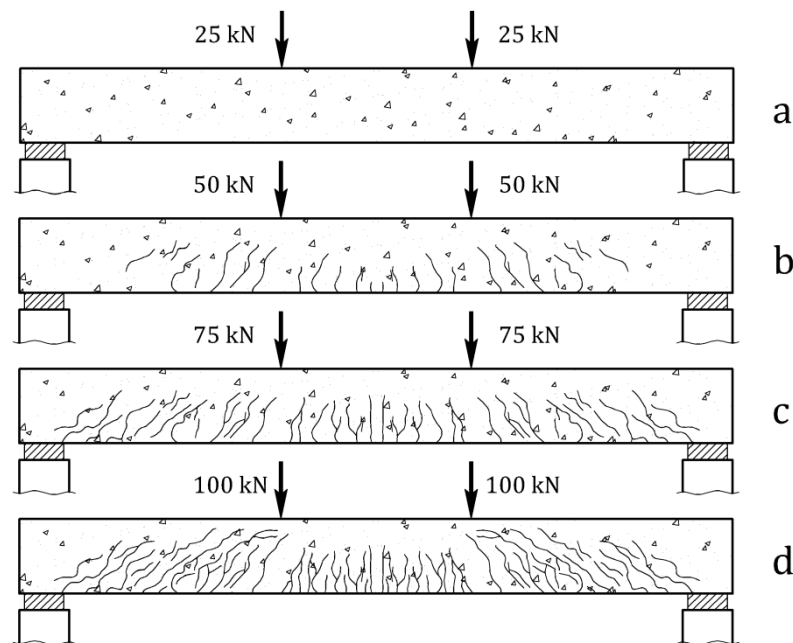


Figura 5.5 - Evolução da fissuração em função da evolução do carregamento  
Fonte: O autor

Utilizando-se da configuração da viga na iminência da ruptura, Ritter e Morsch idealizaram um mecanismo resistente para a viga fissurada que se assemelha a uma treliça (Figura 5.6). A analogia entre a viga fissurada e uma treliça é feita por meio das seguintes considerações:

- Banzo superior comprimido: representado pela região comprimida de concreto acima da linha neutra;
- Banzo inferior tracionado: representado pelas barras da armadura longitudinal tracionada;
- Diagonais comprimidas: representadas pelas bielas de compressão (concreto íntegro entre as fissuras) que colaboram na resistência, possuindo inclinação de 45 graus em relação ao eixo da peça;

- Diagonais tracionadas: representadas pela união da armadura transversal (estribos ou parte dobrada de barras) que cruzam certa fissura, podendo ter inclinação variando entre 45 e 90 graus.

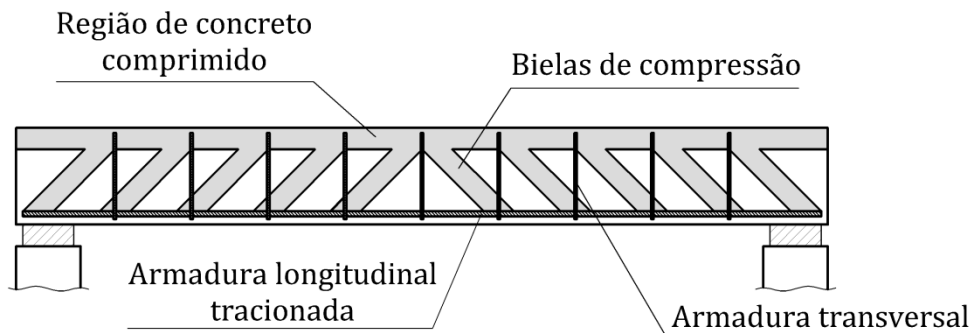


Figura 5.6 - Analogia de treliça clássica de Morsch  
Fonte: O autor

Assim, as hipóteses feitas na teoria de analogia de treliça clássica são:

- A treliça é isostática, ou seja, os nós da treliça são considerados articulações perfeitas (ligação entre os banzos e as diagonais);
- Os banzos são paralelos;
- A inclinação das bielas comprimidas, e portanto das fissuras, é de 45 graus;
- A inclinação da armadura transversal pode assumir valores entre 45 e 90 graus.

Contudo, posteriormente a formulação apresentada por Ritter e Morsch, resultados experimentais comprovaram imperfeições na teoria por eles apresentada. Vigas em concreto armado, dimensionadas por meio da teoria de analogia de treliça clássica, foram ensaiadas e apresentaram cargas de ruptura maiores que as previstas em cálculo. Em outras palavras, constatou-se que a teoria de analogia de treliça clássica conduz a uma armadura transversal superior àquela realmente necessária. Essa diferença pode ser explicada principalmente pelos seguintes fatores:

- A treliça é hiperestática e não isostática (os nós não podem ser considerados como articulações perfeitas);
- Nas regiões mais solicitadas pela força cortante, a inclinação das fissuras é menor que 45 graus (variando entre 30 e 45 graus);
- Parte do esforço cortante é absorvido na zona de concreto comprimido (devido a flexão);
- O banzo superior (comprimido) é inclinado. Portanto os banzos não são paralelos;

- As bielas de concreto estão parcialmente engastadas na ligação com o banzo comprimido e assim são submetidas a flexocompressão, aliviando os montantes ou diagonais tracionados;
- As bielas são mais rígidas que os montantes ou diagonais tracionados e absorvem uma parcela maior do esforço cortante do que aquela determinada pela treliça clássica;
- Uma parcela da força cortante não é absorvida pelo banzo comprimido e nem pela armadura transversal, concluindo-se que essa parcela é resistida por mecanismos secundários complementares à treliça. Esses mecanismos são definidos pelo campo de tensões de tração oriundo da aderência entre o aço e o concreto, pela resistência residual à tração do concreto fissurado, pelo efeito de pino proveniente da flexão da armadura longitudinal que cruza as fissuras inclinadas e pelo engrenamento dos agregados.

Diante dos itens acima elencados, adotaram-se medidas capazes de considerar tais comportamentos na formulação, associados aos princípios do modelo de analogia de treliça clássico. A partir desta junção, surgiu um modelo chamado de “treliça generalizada de Morsch”.

#### 5.2.2.1 Hipóteses básicas de cálculo

As especificações da norma ABNT NBR 6118:2014 para o cálculo da armadura transversal de elementos lineares admite dois modelos de cálculo. Os dois modelos estão baseados na analogia com o modelo de treliça, de banzos paralelos, associado a mecanismos resistentes complementares (treliça generalizada) desenvolvidos no interior do elemento estrutural, que absorvem uma parcela da força cortante. Como já comentado anteriormente, esses mecanismos correspondem ao efeito de pino e ao engrenamento dos agregados.

A verificação do estado limite último é considerada, sendo que nela devem ser verificadas duas condições simultaneamente. A primeira corresponde a verificação das tensões de compressão nas bielas:

$$V_{Sd} \leq V_{Rd2} \quad (5.20)$$

sendo  $V_{Sd}$  a força cortante solicitante de cálculo na seção e  $V_{Rd2}$  a força cortante resistente de cálculo relativa à ruína das bielas diagonais comprimidas de concreto.

A segunda condição corresponde a verificação da resistência relativa à ruína por tração diagonal:

$$V_{Sd} < V_{Rd3} = V_c + V_{sw} \quad (5.21)$$

sendo  $V_{Rd3}$  a força cortante resistente de cálculo que corresponde à ruptura por tração diagonal nos elementos com armadura transversal,  $V_c$  a parcela de força cortante absorvida por mecanismos complementares ao de treliça e  $V_{sw}$  a parcela de força cortante resistida pela armadura transversal.

Os dois modelos de cálculo propostos pela norma diferem em alguns pontos em sua formulação. O modelo I considera as bielas com inclinação constante e igual a 45 graus, além de assumir o valor de  $V_c$  como constante e independente de  $V_{Sd}$ . O modelo II considera que as bielas possam assumir inclinações dentro de uma faixa entre 30 e 45 graus, sendo que  $V_c$  diminui com um aumento de  $V_{Sd}$ . Neste trabalho foi adotado somente o modelo I da norma, que é descrito a seguir.

#### 5.2.2.2 Cálculo do esforço cortante resistente de uma viga (modelo I)

Em uma viga em concreto armado, sendo conhecida a área de armadura transversal  $A_{sw}$  com ângulo de inclinação de  $\alpha$  em relação ao eixo longitudinal (entre 45 e 90 graus), o seu espaçamento  $s$ , a largura da seção transversal  $b$ , a altura útil  $d$  e a resistência característica do concreto à compressão  $f_{ck}$ , é possível obter o esforço cortante resistido pela viga.

A partir da Equação (5.21) pode-se isolar a parcela de força cortante resistida pela armadura transversal  $V_{sw}$ :

$$V_{sw} = V_{Rd3} - V_c \quad (5.22)$$

sendo que a força cortante resistente de cálculo  $V_{Rd3}$  deve ser, no mínimo, igual à força cortante solicitante de cálculo  $V_{Sd}$  ( $V_{Rd3} = V_{Sd}$ ). Assim:

$$V_{sw} = V_{Sd} - V_c \quad (5.23)$$

O valor de  $V_c$  é obtido para diversas situações de solicitações. Para flexão simples e flexotração com linha neutra cortando a seção,  $V_c$  pode ser calculada como:

$$V_c = 0,6 \cdot f_{cta} \cdot b \cdot d \quad (5.24)$$

sendo que  $f_{cta}$  corresponde ao valor de cálculo da resistência à tração do concreto, sendo calculado como:

$$f_{cta} = \frac{f_{ck,inf}}{\gamma_c} = \frac{0,7 \cdot f_{ct,m}}{\gamma_c} = \frac{0,7 \cdot 0,3}{1,4} \cdot f_{ck}^{\frac{2}{3}} = 0,15 \cdot f_{ck}^{\frac{2}{3}} \quad (5.25)$$



A força cortante resistida pela armadura transversal é calculada por meio da equação:

$$V_{sw} = \frac{A_{sw}}{s} \cdot 0,9 \cdot d \cdot f_{ywd} \cdot (\text{sen } \alpha + \text{cos } \alpha) \quad (5.26)$$

sendo  $f_{ywd}$  a tensão na armadura transversal passiva, limitada ao valor de  $f_{yd}$  no caso de estribos e a 70% desse valor no caso de barras dobradas, não se tomando, para ambos os casos, valores superiores a 435 MPa.

Trocando a força cortante solicitante de cálculo pela força cortante resistente de cálculo, ou seja,  $V_{sd}$  por  $V_{Rd}$  e, igualando as Equações (5.23) e (5.26), temos:

$$V_{Rd} - V_c = V_{sw} = \frac{A_{sw}}{s} \cdot 0,9 \cdot d \cdot f_{ywd} \cdot (\text{sen } \alpha + \text{cos } \alpha) \quad (5.27)$$

Isolando  $V_{Rd}$ :

$$V_{Rd} = \frac{A_{sw}}{s} \cdot 0,9 \cdot d \cdot f_{ywd} \cdot (\text{sen } \alpha + \text{cos } \alpha) + V_c \quad (5.28)$$

Substituindo o valor de  $V_c$  conforme Equação (5.24) e o valor de  $f_{ctd}$  conforme Equação (5.25):

$$V_{Rd} = \frac{A_{sw}}{s} \cdot d \cdot f_{ywd} \cdot (\text{sen } \alpha + \text{cos } \alpha) + 0,6 \cdot 0,15 \cdot f_{ck}^{2/3} \cdot b \cdot d \quad (5.29)$$

A força cortante resistente  $V_{resist}$  é obtida dividindo-se a força cortante resistente de cálculo  $V_{Rd}$  pelo coeficiente 1,4. Procedendo desta forma e evidenciado os termos comuns nas parcelas de soma:

$$V_{resist} = \frac{9}{14} \cdot b \cdot d \cdot \left( \frac{A_{sw}}{b \cdot s} \cdot f_{ywd} \cdot (\text{sen } \alpha + \text{cos } \alpha) + 0,10 \cdot f_{ck}^{2/3} \right) \quad (5.30)$$

Para  $f_{ywd}$  e  $f_{ck}$  em MPa,  $b$  e  $d$  em metros,  $V_{resist}$  em kN resulta:

$$V_{resist} = \frac{4500}{7} \cdot b \cdot d \cdot \left( \frac{A_{sw}}{b \cdot s} \cdot f_{ywd} \cdot (\text{sen } \alpha + \text{cos } \alpha) + 0,10 \cdot f_{ck}^{2/3} \right) \quad (5.31)$$

Para estribos verticais, ou seja, com  $\alpha = 90^\circ$

$$V_{resist} = \frac{4500}{7} \cdot b \cdot d \cdot \left( \frac{A_{sw}}{b \cdot s} \cdot f_{ywd} + 0,10 \cdot f_{ck}^{2/3} \right) \quad (5.32)$$

### 5.3 MECÂNICA DO DANO E COMPORTAMENTO MECÂNICO DO CONCRETO

O modelo constitutivo adotado pela norma ABNT NBR 6118:2014 é bastante simplificado se comparado ao comportamento real do concreto. Embora sua formulação apresente bons resultados para o dimensionamento e verificação de estruturas de concreto na prática, existem na literatura variados modelos constitutivos que consideram diversos fenômenos de ordem mais complexa, nos quais o concreto está envolvido. A danificação do concreto, por exemplo, não é levada em consideração na formulação da norma brasileira.

O concreto é um material que tem um comportamento bastante complexo no que diz respeito às reações químicas que ocorrem entre seus componentes e entre estes componentes e agentes exteriores. Além dessa complexidade química inerente ao material, o concreto apresenta um comportamento mecânico também bastante complexo.

#### 5.3.1 Mecanismos de danificação do concreto

A resposta não linear física de sólidos é uma manifestação macroscópica de mudanças irreversíveis em sua microestrutura. O concreto, tratado sob a ótica da média escala, é um material bifásico, composto por uma fase constituída pelos agregados e por outra fase constituída pela argamassa, que possuem comportamento mecânico e químico próprios se analisados separadamente. Existem microfissuras no concreto, antes mesmo da aplicação de qualquer carregamento, devidas à existência de uma fase estável, o agregado, e de uma fase evolutiva do ponto de vista constitutivo, a argamassa, que sofre retração e liberação de calor na fase inicial de cura, quando sua resistência ainda é fraca, criando degradações iniciais (dano) de natureza irreversível.

A diferença entre as duas fases do concreto gera uma “zona de transição” ao redor dos grãos do agregado, constituída dos mesmos elementos que a pasta, porém com resistência mais fraca. Na zona de transição formam-se defeitos de aderência e vazios quase sempre associados à direção de moldagem. Tal fato é ilustrado na Figura 5.7.

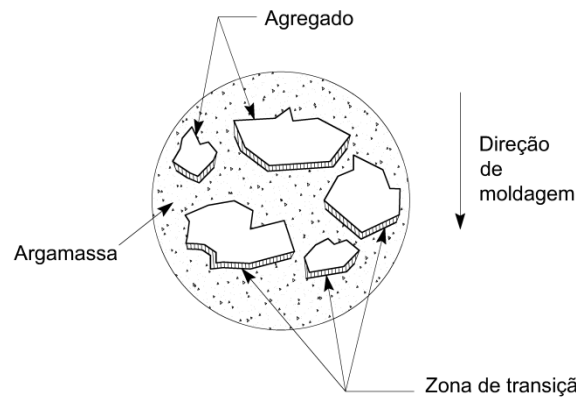


Figura 5.7 - Diferença entre as fases do concreto e zona de transição  
Fonte: Van Mier, 1984

Percebe-se, portanto, que a tentativa de estabelecer modelos capazes de representar fielmente, ou com um nível aceitável de precisão, o comportamento mecânico do concreto, não é tarefa simples.

Dentre os campos da mecânica que procuram formas de abordar o problema da modelagem do comportamento mecânico do concreto, destacam-se a mecânica do dano e a mecânica da fratura. A mecânica do dano permite determinar a resistência de uma estrutura carregada em função da evolução de um campo de defeitos (microfissuras ou poros) considerado continuamente distribuído. A mecânica da fratura permite determinar a resistência de uma estrutura carregada em função da evolução de um único defeito, como uma fissura pontiaguda pré-definida, num meio mecanicamente intacto. O processo de transição entre a mecânica do dano e da fratura pode ser visualizado na Figura 5.8.

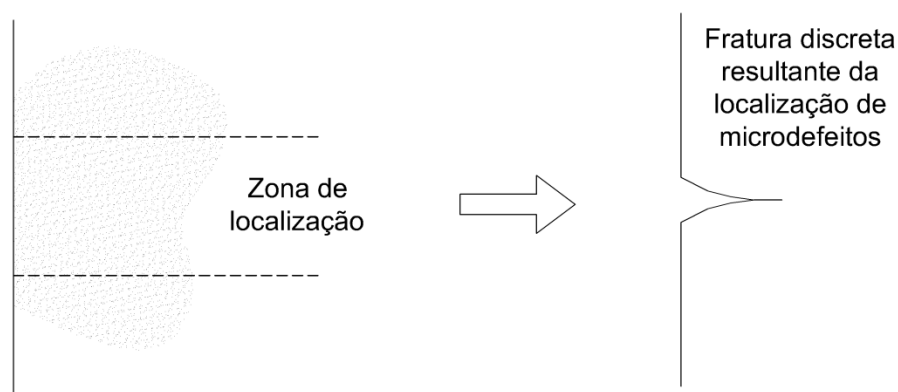


Figura 5.8 - Campo de validade das mecânicas do dano e da fratura  
Fonte: Driemeier, 1995

A mecânica do dano contínuo fornece formas para a análise dos efeitos da deterioração de materiais que compõe sólidos submetidos a ações mecânicas ou térmicas. A teoria do dano descreve localmente a evolução dos fenômenos que se desenvolvem entre um estado inicial

íntegro do material e um estado final deteriorado, possivelmente representado pela formação de fissuras macroscópicas. As ferramentas da mecânica do dano permitem formular modelos que representem mais fielmente o comportamento mecânico do concreto, visto que este é um material no qual a fissuração é o fenômeno dominante de seu comportamento não linear.

A danificação consiste na evolução das microfissuras e varia de acordo com o tipo de sollicitação. Este processo pode ser compreendido por meio dos três modos básicos de abertura de fissuras, ilustrados na Figura 5.9.

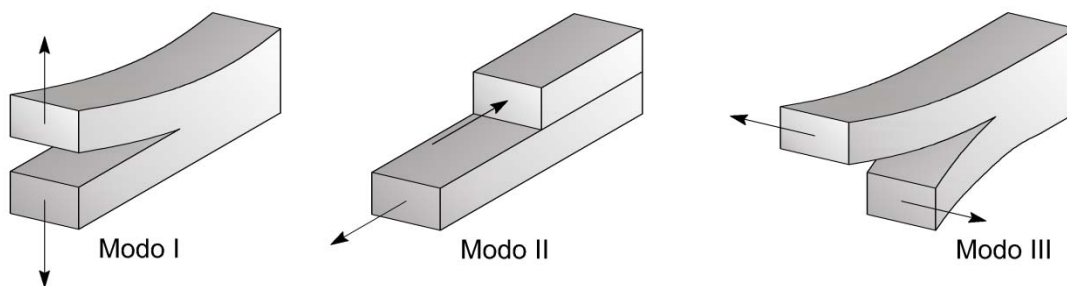


Figura 5.9 - Modos de abertura de fissuras  
Fonte: O autor

No modo I a abertura da fissura é devido a um esforço perpendicular à superfície do defeito. No modo II há um escorregamento das superfícies da fissura devido a um esforço de cisalhamento aplicado no plano dessas superfícies e paralelo ao defeito. No modo III a abertura da fissura se dá devido a um esforço de cisalhamento aplicado no plano de sua superfície em direção perpendicular ao defeito.

Observando-se na média escala a resposta do material nos estados uniaxiais isolados, ora de tração e ora de compressão, é possível caracterizar qualquer tipo de estado de sollicitação. A fim de representar a evolução da fissuração no concreto sob tração uniaxial, considera-se que os agregados possuam forma circular, conforme ilustrado na Figura 5.10. Neste caso, a evolução da fissuração se dá em duas etapas:

- Inicialmente, o desenvolvimento ocorre em modo misto de abertura e escorregamento (I e II respectivamente) ao longo de um dos hemisférios dos grãos, podendo acontecer no hemisfério superior ou no inferior a depender da distribuição dos defeitos iniciais. Chama-se a atenção neste caso para a existência de atrito entre as superfícies do agregado e da argamassa devido à ocorrência do modo II de separação da fissura nesta região;
- Em seguida, completado o hemisfério, passa a ocorrer a propagação instável em modo I culminando numa fratura perpendicular à direção do carregamento.

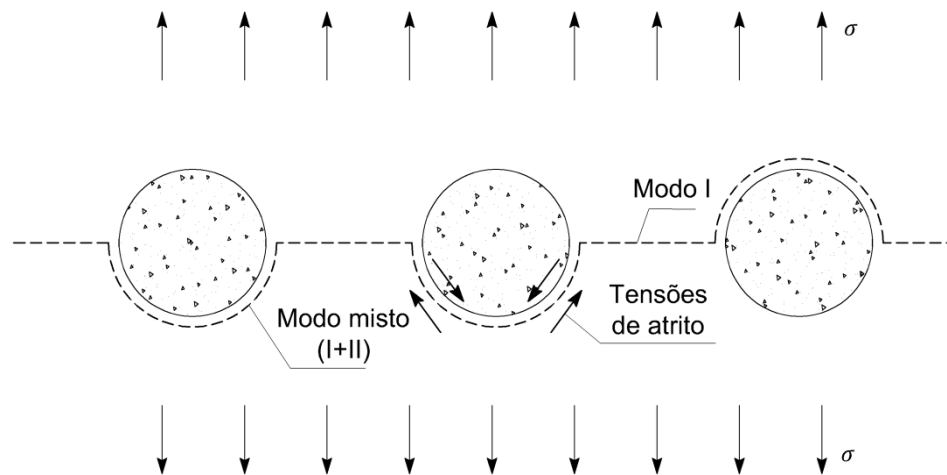


Figura 5.10 - Danificação em tração com início na zona de interface  
 Fonte: Mazars, 1984

O concreto ao ser submetido a um estado de tração uniaxial fissura-se, rendendo ao concreto um comportamento de isotropia transversal, já que na direção paralela ao carregamento o material tem um comportamento diferente das outras duas direções.

No caso do concreto estar submetido a uma compressão uniaxial, conforme ilustrado na Figura 5.11, a danificação ocorre em três etapas:

- Inicialmente, a fissuração aparece em modo II de abertura da região do contorno do agregado, aproximadamente a 30 graus em relação a horizontal, onde se desenvolvem tensões de atrito;
- Em seguida, a fissura progride ao longo da interface, passando a apresentar um modo I de abertura;
- Por fim, a evolução da fissuração se dá na direção da sollicitação, deixando a região de interface para se propagar na matriz de argamassa.

Para elevados níveis de sollicitação evidencia-se um panorama de fissuras paralelas à direção de carregamento (BUYUKOZTURK et al., 1971).

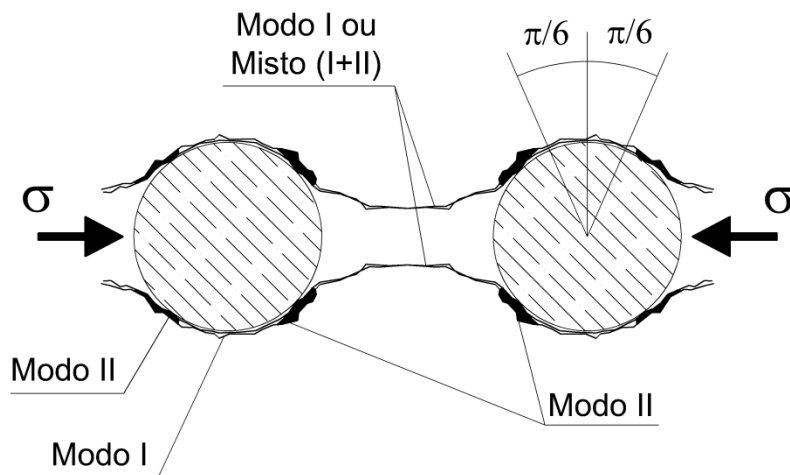


Figura 5.11 - Danificação em compressão com início na zona de interface  
 Fonte: Buyukozturk, 1971: Adaptado

Para o concreto submetido a compressão uniaxial pode-se admitir também o comportamento isótropo transversal. Assim como no caso de tração uniaxial, na direção paralela ao carregamento tem-se um comportamento diferente das outras duas direções.

É claro que, a rigor, nos casos mais gerais, a danificação induziria uma ortotropia no concreto. Entretanto, esta hipótese levaria à formulação de um modelo matemático mais complexo, que segundo o caso, não seria conveniente em termos de identificação paramétrica, emprego prático e custo teórico da formulação (PITUBA, 2003).

### 5.3.2 Elementos da mecânica do dano

Não é possível mensurar diretamente o dano de um material. No âmbito da modelagem matemática, entretanto, é possível quantificá-lo através da redução progressiva de propriedades de resistência ou de rigidez do material, como, por exemplo, o módulo de elasticidade.

O primeiro trabalho que introduziu o conceito de dano contínuo foi feito por Kachanov (1958). Em seu trabalho o autor procurou uma forma de representar o comportamento dos metais em sollicitações próximas à de ruptura, devidas às deformações lentas causadas por efeitos de temperatura. Foi proposta a consideração de uma variável  $\Psi$ , denominada então de continuidade, que quantifica a ausência de deterioração do material. Para um material íntegro (totalmente livre de defeitos)  $\Psi = 1$ . Para um material totalmente danificado  $\Psi = 0$ . A quantidade complementar da continuidade  $\Psi$  é, assim, uma medida do estado de deterioração ou dano do material, sendo definida como  $D = 1 - \Psi$ . Para um material íntegro (totalmente livre de defeitos)  $D = 0$ . Para um material totalmente danificado  $D = 1$ .

Kachanov (1958) assumiu  $D$  como sendo uma variável escalar, ou em outras palavras, assumiu o dano como sendo isótropo. Estudos posteriores propuseram modelos onde considerasse  $D$  como sendo uma variável de natureza tensorial, sendo possível assim representar um dano anisótropo.

Rabotnov (1969) propôs incluir a perda da rigidez do material como consequência da fissuração. Posteriormente a chamada mecânica do dano contínuo foi formalizada com base na termodinâmica dos processos irreversíveis por Lemaitre e Chaboche (1985).

### 5.3.2.1 Elemento representativo de volume

As teorias do meio contínuo são aplicáveis a elementos que possuam dimensões compatíveis com a ordem de grandeza dos fenômenos por ela representados. No caso da análise estrutural, o problema tratado deve ser definido de forma que exista um limite para o nível de observação microscópica do sólido estudado.

Portanto, faz-se necessária a introdução do conceito de “elemento representativo de volume”. Este elemento é uma região do volume do sólido que possui as mesmas características físicas do material, possuindo o mínimo volume para que as teorias do meio contínuo ainda possam ser consideradas válidas. Este elemento deve ser grande o suficiente para que se possa admitir a continuidade e a homogeneidade para a distribuição dos defeitos nele contido. Ao mesmo tempo, este elemento deve ser pequeno o suficiente para que se evitem gradientes elevados das grandezas locais de interesse, como a deformação.

Na Figura 5.12 ilustra-se um elemento representativo de volume na forma arbitrária de cubo. Este elemento é orientado a partir de um versor normal de direção  $\underline{n}$ .

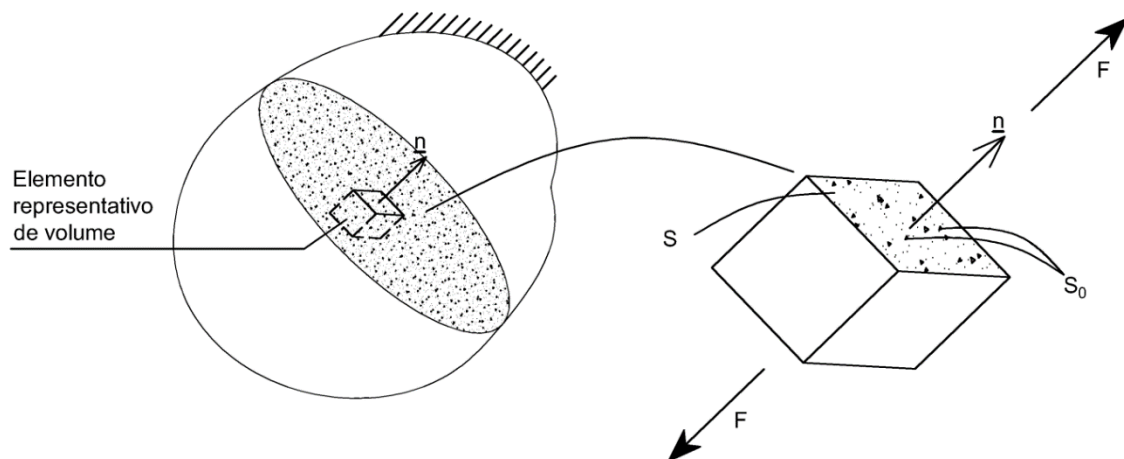


Figura 5.12 - Elemento representativo de volume  
Fonte: O autor

Lemaitre (1992) propõe diversas dimensões para as arestas do cubo do elemento representativo de volume, conforme apresentado na Tabela 5.2.

Tabela 5.2 - Dimensão da aresta do cubo do elemento representativo de volume

<b>Material</b>	<b>Aresta (mm)</b>
Metais e cerâmicas	0,1
Polímeros e compostos	1
Madeiras	10
Concreto	100

Fonte: Lemaitre, 1992

### 5.3.2.2 Definição da variável dano

Considere o elemento representativo de volume ilustrado na Figura 5.12. Seja  $S$  a área total de uma das faces do elemento representativo, a qual é definida pelo versor normal com direção  $\underline{n}$ . Nesta seção, as microfissuras que contribuem para o dano têm formas e orientações quaisquer. Seja  $\tilde{S}$  a parcela da área total que efetivamente oferece resistência, ou seja, a área íntegra ( $\tilde{S} \leq S$ ). A diferença entre a área total  $S$  e a área íntegra  $\tilde{S}$  fornece a área de defeitos  $S_0$ :

$$S_0 = S - \tilde{S} \quad (5.33)$$

Lemaitre e Chaboche (1985) e Lemaitre (1984) representam a variável dano  $D_n$  como sendo:

$$D_n = \lim_{S \rightarrow 0} \frac{S_0}{S} \quad (5.34)$$

A variável dano  $D_n$  assume valores no intervalo  $0 \leq D_n \leq 1$ . Se o material encontrar-se totalmente íntegro  $D_n = 0$  e se o material encontra-se totalmente danificado  $D_n = 1$ .

Em uma situação na qual as microfissuras se distribuam segundo uma direção privilegiada, os valores da variável  $D_n$  variam de acordo com a orientação da normal  $\underline{n}$ . Essa situação configura o que se pode definir como dano anisótropo. O dano isótropo corresponde assim a uma situação em que as microfissuras possuem uma distribuição mais ou menos



uniforme em qualquer direção, ou seja, independem da orientação de  $\underline{n}$ . Nesse caso, um único valor da variável de dano caracteriza completamente o estado de deterioração:

$$D = D_n \quad \forall \underline{n} \quad (5.35)$$

### 5.3.2.3 Definição de tensão efetiva

A tensão efetiva  $\tilde{\sigma}$  é calculada tomando-se a parte da seção que resiste efetivamente ao carregamento, ou seja, a área  $\tilde{S}$ . No caso unidimensional, sendo  $F$  uma força que atua segundo a normal  $\underline{n}$  do elemento de volume representativo,  $\sigma = F/S$  é a tensão que satisfaz a equação de equilíbrio. Em presença de um dano isótropo, de medida escalar  $D$ , a seção resistente efetiva é:

$$\tilde{S} = S - S_0 \quad (5.36)$$

Reescrevendo a última expressão com base na Equação (5.34), temos que:

$$\tilde{S} = S - D \cdot S = S(1 - D) \quad (5.37)$$

Assim, a tensão efetiva  $\tilde{\sigma}$  é calculada como:

$$\tilde{\sigma} = \frac{F}{\tilde{S}} = \frac{F}{S(1 - D)} \quad (5.38)$$

Trabalhando com a expressão  $\sigma = F/S$  e com a Equação (5.38) chega-se a relação:

$$\tilde{\sigma} = \frac{\sigma}{(1 - D)} \quad (5.39)$$

No caso tridimensional de dano isótropo, a razão  $S/\tilde{S}$  não depende da orientação da normal e o denominador  $(1 - D)$  se aplica a todos os componentes do estado de tensão. Assim é possível escrever o tensor de tensões efetivas  $\underline{\tilde{\sigma}}$  como:

$$\underline{\tilde{\sigma}} = \frac{\underline{\sigma}}{(1 - D)} \quad (5.40)$$

### 5.3.2.4 Hipótese de deformação equivalente

Em problemas comuns de engenharia o estado de tensões é obtido através do conhecimento do estado de deformações, por meio da devida relação constitutiva do material. Entretanto, as leis constitutivas dos materiais são formuladas com base nas tensões normais  $\sigma$  e

não nas tensões efetivas  $\tilde{\sigma}$  em geral. Assim, a fim de obter-se um modelo coerente com a hipótese do meio contínuo é necessário introduzir uma hipótese sobre a deformação, de modo que esta seja dependente da variável dano. A hipótese de deformação equivalente proposta por Lemaitre e Chaboche (1985) consiste em assumir que o estado de deformação (unidimensional ou tridimensional) de um material com dano equivale a do material íntegro, com a tensão efetiva substituindo a tensão atuante.

Pode-se assim escrever a seguinte relação, considerando-se um comportamento elástico linear para a parcela íntegra do meio no caso unidimensional:

$$\varepsilon_e = \frac{\tilde{\sigma}}{E} = \frac{\sigma}{(1-D)E} \quad (5.41)$$

sendo  $E$  o módulo de Young do material íntegro.

De forma análoga, pode-se escrever a seguinte relação para o meio como um todo, assumindo que o estado de deformação elástico linear de um material sem dano equivale a do material danificado com um módulo de elasticidade equivalente  $\tilde{E}$ , submetido a uma tensão nominal  $\sigma$ :

$$\varepsilon_e = \frac{\sigma}{\tilde{E}} \quad (5.42)$$

Igualando as Equações (5.41) e (5.42) obtém-se uma relação entre os módulos de elasticidade do material com e sem danificação:

$$\tilde{E} = (1-D)E \quad (5.43)$$

A Equação (5.43) destaca a degradação das características mecânicas (no caso, o módulo de elasticidade) decorrentes do dano.

Ainda no regime puramente elástico, da Equação (5.43) é possível obter a seguinte relação:

$$D = 1 - \frac{\tilde{E}}{E} \quad (5.44)$$

A Equação (5.44) é interessante, pois torna possível determinar valores de dano a partir de medidas dos valores do módulo de elasticidade relativo a sucessivos carregamentos elásticos. Tal fato é ilustrado na Figura 5.13.

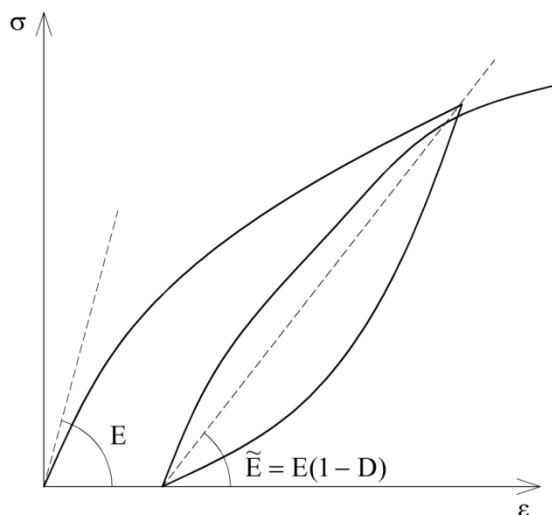


Figura 5.13 - Curva tensão-deformação do comportamento à compressão do concreto  
Fonte: O autor

## 5.4 NÃO LINEARIDADE DOS MATERIAIS

### 5.4.1 Concreto

Neste trabalho a não linearidade do comportamento mecânico do concreto é representada por meio do modelo de dano proposto por Mazars (1984), baseado na mecânica do dano no contínuo. Dentre os diversos modelos de dano encontrados na literatura, o modelo de dano de Mazars (1984) se adequa bem à modelagem de materiais com ruptura frágil, apesar da simplicidade em sua formulação. O modelo de dano de Mazars (1984) permite representar adequadamente algumas evidências experimentais do concreto.

A aplicabilidade e eficiência do modelo de dano de Mazars (1984), no estudo de estruturas de barras de concreto armado, pode ser verificada nos trabalhos de Perego (1990), Driemeier (1995), Botta (1998), Pituba (1998), Neves (2000), Paula (2001), Branco (2002), Nogueira (2005) e Nogueira (2010).

As hipóteses do modelo são as seguintes:

- Se desprezam as deformações permanentes (evidenciadas experimentalmente) numa situação de descarregamento. A Figura 5.14 ilustra esse comportamento, onde as curvas em preto representam as situações de carregamento e descarregamento no ensaio e as curvas em azul ilustram as hipóteses adotadas. O modelo de dano considera que no descarregamento, a curva retorna para a origem, o que significa ausência de deformação plástica residual e somente perda de rigidez do material;

- Localmente o dano é devido somente a extensões (alongamentos). Isso significa que localmente o dano é devido somente a tensões de tração. Assim, para que exista evolução do dano, ao menos uma das componentes do tensor de deformações principais deve ser de tração;
- O dano é considerado como sendo isótropo. Isso significa que o estado de danificação em um ponto é definido por uma única grandeza escalar e é o mesmo para todas as direções. Contudo, vale comentar que análises experimentais mostram que o dano conduz, em geral, a uma anisotropia do concreto, o qual pode ser considerado inicialmente como isótropo;
- O dano é representado localmente por uma variável escalar  $D$ . A evolução da variável de dano ocorre quando esta supera um valor de referência, denominado “alongamento equivalente”, que é função do estado de deformações da estrutura.

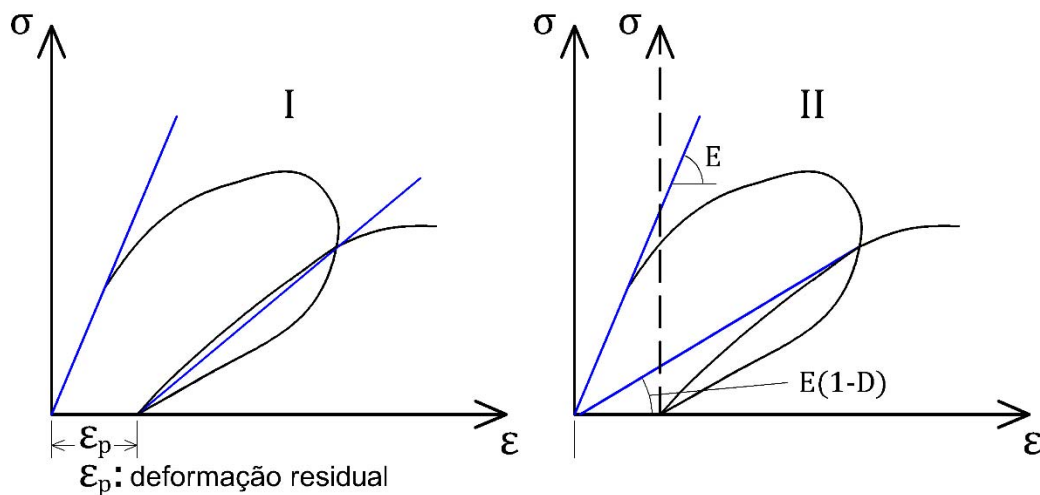


Figura 5.14 - I: Comportamento experimental do concreto II: Modelo de dano de Mazars (1984)  
Fonte: Nogueira, 2010: Adaptado

Define-se, a partir do estado de deformação em um determinado ponto da estrutura, a grandeza deformação equivalente  $\tilde{\epsilon}$ , como:

$$\tilde{\epsilon} = \sqrt{(\epsilon_1)_+^2 + (\epsilon_2)_+^2 + (\epsilon_3)_+^2} \quad (5.45)$$

sendo que:  $(\epsilon_i)_+$  representam as componentes positivas do tensor de deformações principais, definidas por:

$$(\epsilon_i)_+ = \frac{1}{2} [\epsilon_i + |\epsilon_i|] \quad (5.46)$$

$$\text{com } (\varepsilon_i)_+ = \begin{cases} \varepsilon_i & \rightarrow \varepsilon_i > 0 \\ 0 & \rightarrow \varepsilon_i < 0 \end{cases}$$

O início do dano é caracterizado quando a deformação equivalente  $\tilde{\varepsilon}$  atinge o valor de deformação que corresponde ao pico de tensão do ensaio uniaxial de tração, representado neste trabalho por  $\varepsilon_{d0}$  (Figura 5.15).

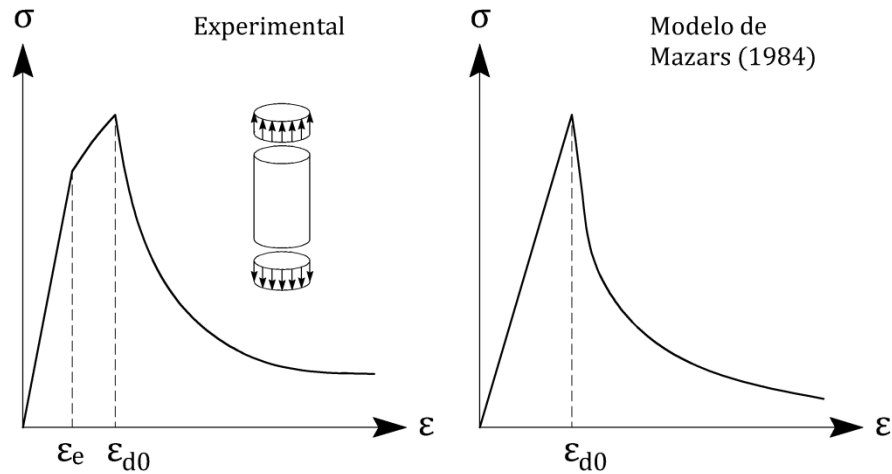


Figura 5.15 - Diagrama tensão deformação experimental e segundo o modelo de Mazars (1984) do concreto a tração  
Fonte: O autor

A ANBT NBR 6118:2014, no item 8.2.5, prescreve que na falta de ensaios para a obtenção da resistência à tração para o concreto, pode-se avaliar um valor característico inferior e outro superior para a resistência do concreto à tração, por meio das seguintes relações:

$$f_{ctk,inf} = 0,7 \cdot f_{ct,m} \quad (5.47)$$

$$f_{ctk,sup} = 1,3 \cdot f_{ct,m} \quad (5.48)$$

A resistência média à tração do concreto  $f_{ct,m}$ , obtida a partir do valor da resistência característica à compressão do concreto  $f_{ck}$  (em MPa), para concretos de classe até C50 é dada por:

$$f_{ct,m} = 0,3 \cdot f_{ck}^{2/3} \quad (5.49)$$

e para concretos de classes C55 até C90, por:

$$f_{ct,m} = 2,12 \cdot \ln(1 + 0,11 \cdot f_{ck}) \quad (5.50)$$

O módulo de elasticidade longitudinal inicial do concreto  $E_{ci}$  (também chamado de módulo de elasticidade longitudinal tangencial inicial), na ausência de ensaios experimentais, para  $f_{ck}$  entre 20 MPa e 50 MPa, pode ser calculado por:

$$E_{ci} = \alpha_E \cdot 5600 \sqrt{f_{ck}} \quad (5.51)$$

e para  $f_{ck}$  entre 55 MPa e 90 MPa, por:

$$E_{ci} = 21,5 \cdot 10^3 \cdot \alpha_E \cdot \left( \frac{f_{ck}}{10} + 1,25 \right)^{1/3} \quad (5.52)$$

sendo que os valores do parâmetro  $\alpha_E$  dependem da natureza do agregado, conforme apresentado na Tabela 5.3.

Tabela 5.3 - Valores para  $\alpha_E$

Valor de $\alpha_E$	Tipo de agregado
1,2	Basalto e diabásio
1,0	Granito e gnaisse
0,9	Calcário
0,7	Arenito

Fonte: ABNT NBR 6118:2014

Neste trabalho, consideram-se concretos até a classe C50 somente. Além disso, a favor da segurança, considera-se que a resistência à tração do concreto seja dada pela Equação (5.47). Assim, o valor inicial da deformação para que o concreto comece a danificar é dado por:

$$\varepsilon_{d0} = \frac{f_{ctk,inf}}{E_{ci}} \quad (5.53)$$

Substituindo  $f_{ctk,inf}$  pela expressão dada na Equação (5.47),  $E_{ci}$  pela expressão dada na Equação (5.51) e assumindo  $\alpha_E$  igual a 1,0 tem-se:

$$\varepsilon_{d0} = \frac{0,7 \cdot f_{ct,m}}{5600 \sqrt{f_{ck}}} = \frac{0,7 \cdot (0,3 \cdot f_{ck}^{2/3})}{5600 \sqrt{f_{ck}}} = \frac{3}{80000} \cdot f_{ck}^{1/6} \quad (5.54)$$

Partindo-se da hipótese de que a danificação seja iniciada a partir de deformações equivalentes maiores que a deformação correspondente ao pico de tensão do ensaio uniaxial de tração (ou seja,  $\tilde{\varepsilon} > \varepsilon_{d0}$ ), foi estabelecido o seguinte critério de danificação:

$$f(\tilde{\varepsilon}, D) = \tilde{\varepsilon} - \hat{S}(D) \leq 0 \quad (5.55)$$

sendo que  $D$  é a variável escalar que define o dano e  $\hat{S}(D)$  representa a deformação equivalente em função do dano.

Assim, a danificação terá início somente quando  $f(\tilde{\varepsilon}, D) = 0$ , caso em que  $\hat{S}(0) = \varepsilon_{d0}$ . Portanto, na primeira iteração do processo incremental, a variável  $\hat{S}(D)$  recebe o valor da deformação inicial  $\varepsilon_{d0}$ .

Admitindo continuidade no tempo para os fenômenos envolvidos e considerando o princípio da irreversibilidade do processo de danificação, proveniente da segunda lei da termodinâmica, a lei de evolução da variável escalar de dano  $D$ , escrita em termos de taxa de variação no tempo  $\dot{D}$ , é expressa pelas relações dadas a seguir:

$$\dot{D} = 0 \rightarrow \begin{cases} f < 0 \\ \text{ou} \\ f = 0; \dot{f} < 0 \end{cases} \quad (5.56)$$

$$\dot{D} = F(\tilde{\varepsilon})(\dot{\tilde{\varepsilon}})_+ \rightarrow \begin{cases} \dot{f} = 0 \\ e \\ \dot{f} = 0 \end{cases} \quad (5.57)$$

sendo  $F(\tilde{\varepsilon})$  uma função contínua e positiva da deformação equivalente. Essa função é escrita em termos de parâmetros numéricos internos do modelo de dano. Esses parâmetros são calibrados a partir das curvas tensão deformação à tração e à compressão, obtidas em ensaios uniaxiais de corpos de prova em concreto, tendo como objetivo representar da melhor maneira possível o comportamento experimental. Dessa forma, estabelece-se uma correspondência entre a variação de deformação equivalente e a variação do dano na estrutura, dada por:

$$(\dot{\tilde{\varepsilon}}) \geq 0 \leftrightarrow \dot{D} \geq 0 \quad (5.58)$$

A não simetria da resposta do concreto à tração e à compressão frente a situações uniaxiais de carregamento é considerada no modelo por meio de duas variáveis independentes  $D_T$  e  $D_C$ . Isto é justificável uma vez que o processo de fissuração acontece de maneira diferente para cada comportamento. Na tração, as fissuras se desenvolvem numa direção perpendicular à

direção da carga, ao passo que na compressão, as fissuras surgem paralelas à direção da carga. Tal fato é ilustrado na Figura 5.16.

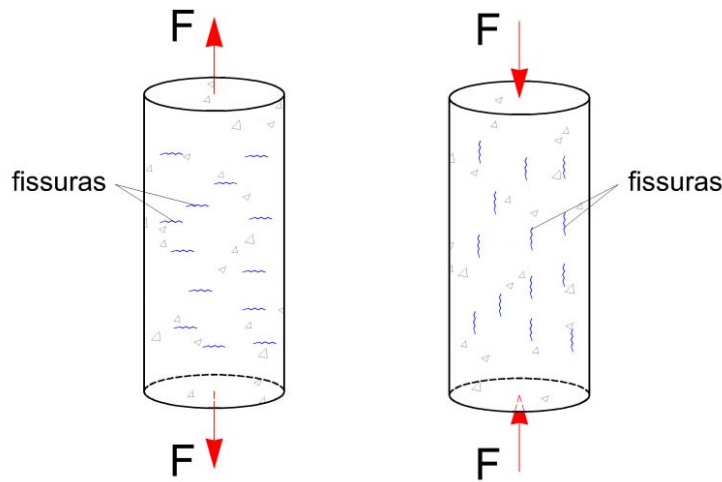


Figura 5.16 - Panorama da fissuração no concreto à tração e à compressão respectivamente  
Fonte: O autor

Além disso, uma das características do modelo de Mazars (1984) é a formulação para carregamento crescente, de modo que em problemas nos quais descarregamentos possuam influência significativa, há a necessidade de se considerar o comportamento unilateral do concreto, isto é, o fenômeno de recuperação da rigidez provocado pelo fechamento das fissuras quando uma peça de concreto é tracionada e posteriormente comprimida. O comportamento unilateral do concreto não é considerado nesta formulação.

Assim, as leis de evolução das variáveis de dano são definidas por:

$$\dot{D}_T = F_T(\tilde{\varepsilon}) \cdot (\dot{\tilde{\varepsilon}})_+ \quad (5.59)$$

$$\dot{D}_C = F_C(\tilde{\varepsilon}) \cdot (\dot{\tilde{\varepsilon}})_+ \quad (5.60)$$

sendo as funções  $F_T$  e  $F_C$  escritas da seguinte forma:

$$F_T(\tilde{\varepsilon}) = \frac{\varepsilon_{d0}(1 - A_T)}{\tilde{\varepsilon}^2} + \frac{A_T \cdot B_T}{e^{[B_T(\tilde{\varepsilon} - \varepsilon_{d0})]}} \quad (5.61)$$

$$F_C(\tilde{\varepsilon}) = \frac{\varepsilon_{d0}(1 - A_C)}{\tilde{\varepsilon}^2} + \frac{A_C \cdot B_C}{e^{[B_C(\tilde{\varepsilon} - \varepsilon_{d0})]}} \quad (5.62)$$

A integral das Equações (5.59) e (5.60), para casos de carregamentos radiais, resulta:

$$D_T = 1 - \frac{\varepsilon_{d0}(1 - A_T)}{\tilde{\varepsilon}} - \frac{A_T}{e^{[B_T(\tilde{\varepsilon} - \varepsilon_{d0})]}} \quad (5.63)$$



$$D_C = 1 - \frac{\varepsilon_{d0}(1 - A_C)}{\bar{\varepsilon}} - \frac{A_C}{e^{[B_C(\bar{\varepsilon} - \varepsilon_{d0})]}} \quad (5.64)$$

As variáveis  $A_T$ ,  $B_T$ ,  $A_C$  e  $B_C$  são parâmetros internos do modelo calibrados experimentalmente. Mazars (1984) propôs limites de variação para esses parâmetros internos do modelo baseado em análises experimentais, de tal forma que:

$$\begin{aligned} 0,7 &\leq A_T \leq 1,0 \\ 1,0 &\leq A_C \leq 1,5 \\ 10^4 &\leq B_T \leq 10^5 \\ 10^3 &\leq B_C \leq 2 \cdot 10^3 \\ 10^{-5} &\leq \varepsilon_{d0} \leq 10^{-4} \end{aligned} \quad (5.65)$$

As variáveis independentes  $D_T$  e  $D_C$  são definidas a partir de estados uniaxiais de tensão, conforme comentando anteriormente. Contudo, utilizando-se de uma combinação linear de  $D_T$  e  $D_C$ , é possível definir a variável de dano  $D$  para casos multiaxiais como:

$$D = \alpha_T \cdot D_T + \alpha_C \cdot D_C \quad (5.66)$$

A Tabela 5.4 fornece valores dos coeficientes  $\alpha_T$  e  $\alpha_C$  para os estados de tensão multiaxiais e de tração ou compressão uniaxial, além dos valores assumidos pela variável  $D$ .

Tabela 5.4 - Relação entre o estado de tensão e as variáveis  $\alpha_T$ ,  $\alpha_C$  e  $D$

<b>Estado de tensão</b>	<b><math>\alpha_T</math></b>	<b><math>\alpha_C</math></b>	<b><math>D</math></b>
Tração uniaxial	1	0	$D_T$
Compressão uniaxial	0	1	$D_C$
Multiaxial	$\alpha_T + \alpha_C = 1$		$0 \leq (\alpha_T \cdot D_T + \alpha_C \cdot D_C) \leq 1$

Fonte: O autor

As curvas experimentais e aquelas resultantes do ajuste dos parâmetros internos do modelo de dano  $A_T$ ,  $B_T$ ,  $A_C$  e  $B_C$ , para os casos uniaxiais podem ser visualizadas na Figura 5.17. É interessante notar a simplificação decorrente da desconsideração da deformação residual (adotada como hipótese do modelo). A figura ilustra em particular a degradação da rigidez pelo dano.

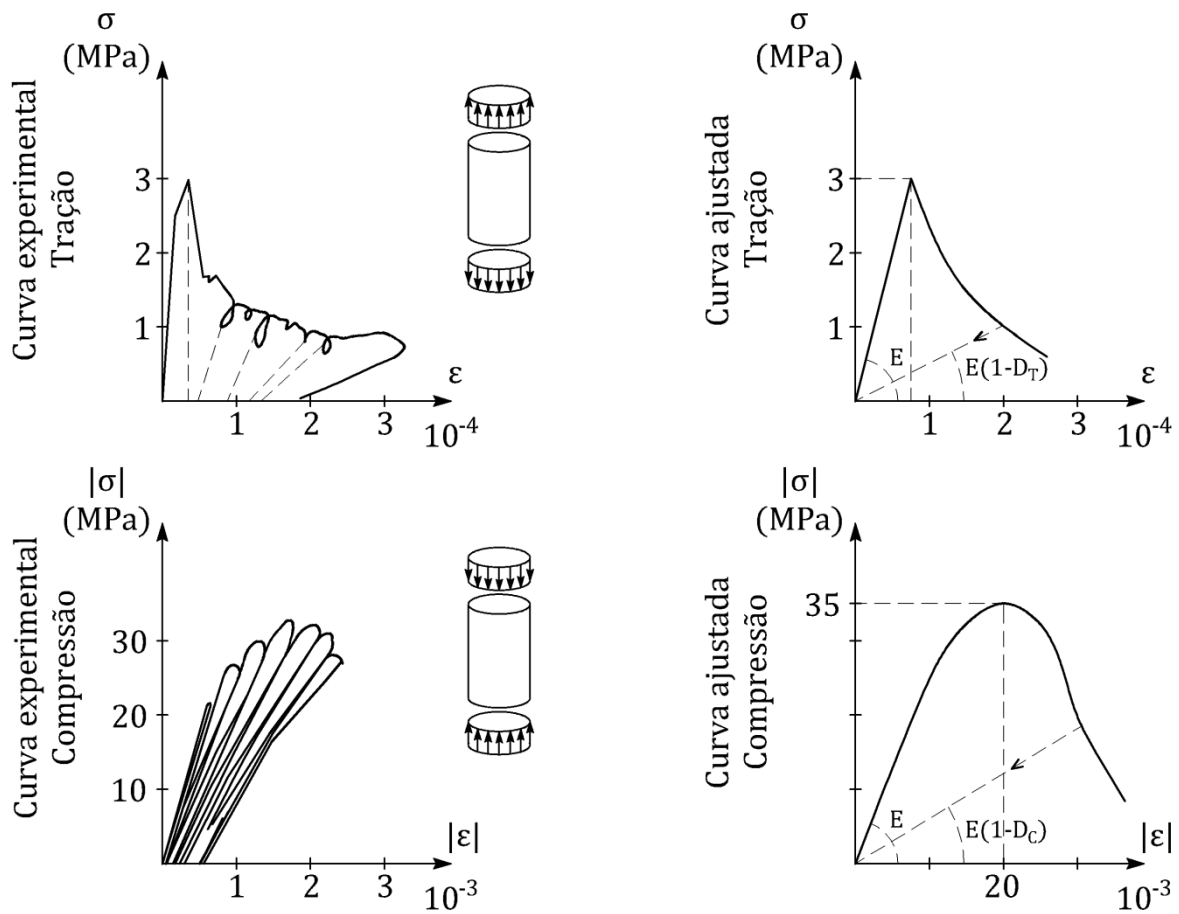


Figura 5.17 - Curvas experimentais e curvas ajustadas para o comportamento do concreto  
Fonte: Pituba, 1998: Adaptado

Neste trabalho, os coeficientes  $\alpha_T$  e  $\alpha_C$  para estados de tensão multiaxiais são determinados por meio da proposta adotada por Perego (1990):

$$\alpha_T = \frac{\sum_i (\underline{\varepsilon}_{Ti})_+}{\underline{\varepsilon}_V^+} \quad (5.67)$$

$$\alpha_C = \frac{\sum_i (\underline{\varepsilon}_{Ci})_+}{\underline{\varepsilon}_V^+} \quad (5.68)$$

sendo que  $\underline{\varepsilon}_V^+$  é uma variável cinemática representativa do estado local de extensão, sendo definida por:

$$\underline{\varepsilon}_V^+ = \sum_i (\underline{\varepsilon}_{Ti})_+ + \sum_i (\underline{\varepsilon}_{Ci})_+ \quad (5.69)$$

São consideradas somente as parcelas positivas dos tensores de deformação  $\underline{\varepsilon}_T$  e  $\underline{\varepsilon}_C$ , o que condiz com a hipótese deste modelo de dano, no qual a danificação só acontece para

alongamento, isto é, quando  $\varepsilon_i > 0$ . Mazars (1984) propõe as seguintes expressões para o cálculo dessas parcelas positivas dos tensores de deformação:

$$\underline{\underline{\varepsilon}}_T = \frac{1 + \nu}{E} (\underline{\underline{\sigma}})_+ - \frac{\nu}{E} \left( \sum \underline{\underline{\sigma}}_i \right)_+ \underline{\underline{I}} \quad (5.70)$$

$$\underline{\underline{\varepsilon}}_C = \frac{1 + \nu}{E} (\underline{\underline{\sigma}})_- - \frac{\nu}{E} \left( \sum \underline{\underline{\sigma}}_i \right)_- \underline{\underline{I}} \quad (5.71)$$

onde  $\underline{\underline{I}}$  é o tensor identidade de quarta ordem,  $\nu$  é o coeficiente de Poisson do material,  $E$  é o módulo de elasticidade longitudinal do material e  $(\underline{\underline{\sigma}})_+$  e  $(\underline{\underline{\sigma}})_-$  são as partes positiva e negativa do tensor de tensões de um estado de tensão principal fictício, calculado a partir do estado de deformações atual aplicando-se a relação elástica isotrópica inicial ( $\underline{\underline{\tilde{\sigma}}} = \underline{\underline{D}}_0 \underline{\underline{\varepsilon}}$ )

Por sua vez, o tensor de tensões desse estado de tensão principal fictício e suas componentes positiva e negativa são escritas da seguinte forma:

$$\underline{\underline{\tilde{\sigma}}}_i = (\underline{\underline{\sigma}}_i)_+ + (\underline{\underline{\sigma}}_i)_- \quad (5.72)$$

$$(\underline{\underline{\sigma}}_i)_+ = \frac{1}{2} (\sigma_i + |\sigma_i|) \quad (5.73)$$

$$(\underline{\underline{\sigma}}_i)_- = \frac{1}{2} (\sigma_i - |\sigma_i|) \quad (5.74)$$

Finalmente, em termos de relação tensão deformação, pode-se afirmar que o dano escalar penaliza diretamente todas as componentes do tensor de rigidez elástica. Assim sendo, a relação constitutiva do modelo, na forma tangente, é dada por:

$$\underline{\underline{\sigma}} = (1 - D) \underline{\underline{D}}_0 \underline{\underline{\varepsilon}} \quad (5.75)$$

#### 5.4.1.1 Calibração dos parâmetros de dano

O modelo de dano de Mazars (1984) depende essencialmente de cinco parâmetros internos:  $A_T$ ,  $B_T$ ,  $A_C$ ,  $B_C$  e  $\varepsilon_{d0}$ . Esses parâmetros têm por objetivo reproduzir, de forma mais fiel possível, a curva tensão deformação de ensaios à tração e à compressão do concreto.

Álvares (1993) fez uma identificação paramétrica do modelo de Mazars (1984) para concretos com resistência média à compressão aos 21 dias de 25,509 MPa e desvio padrão de 2,785 MPa. O autor identificou os parâmetros  $A_C$  e  $B_C$  tendo por base a região pós pico da curva

tensão deformação do ensaio de compressão simples. A deformação limite  $\varepsilon_{d0}$  foi determinada por meio de ensaios de compressão diametral em corpos de prova cilíndricos. Os parâmetros  $A_T$  e  $B_T$  foram obtidos indiretamente a partir de indicações bibliográficas e de uma correlação com a energia de fratura em uma análise plana.

Assim, a identificação paramétrica feita por Álvares (1993) é válida somente para concretos com resistência média à compressão aos 21 dias de  $25,509 \pm 2,785$  MPa. Contudo, esse tipo de parametrização não é conveniente para o caso de uma análise de confiabilidade, feita a partir da resposta de um modelo mecânico numérico, conforme procedido neste trabalho.

Considerando-se a resistência do concreto (ou seu módulo de elasticidade) como uma variável aleatória, associa-se a esse parâmetro certa incerteza sobre seu valor (aleatoriedade). Uma análise de confiabilidade depende das diversas respostas fornecidas pelo modelo mecânico, o que por sua vez depende dos parâmetros de entrada, sendo a resistência do concreto um deles, por exemplo.

A resposta do modelo mecânico de interesse para a análise probabilística neste trabalho pode ser entendida como o valor da carga última que ocasiona a falha da estrutura. Assim, diferentes valores pseudoaleatórios para a resistência do concreto, gerados de forma consistente, são usados como parâmetro de entrada no modelo mecânico. Além da resistência do concreto, diversos outros parâmetros como a resistência do aço, dimensões da peça e cargas aplicadas, podem ser considerados como variáveis aleatórias do problema. Da mesma forma, para este conjunto de variáveis aleatórias considerado, diferentes valores pseudoaleatórios, gerados de forma consistente, são usados como parâmetros de entrada no modelo mecânico.

Portanto, considerando-se isoladamente a incerteza associada à resistência do concreto, cada valor de carga última calculado no modelo mecânico depende do caráter não linear do concreto, que por sua vez é governado pelo modelo de dano de Mazars (1984), que por sua vez depende dos parâmetros  $A_T$ ,  $B_T$ ,  $A_C$ ,  $B_C$  e  $\varepsilon_{d0}$ . Assim, esses parâmetros devem ser calibrados a cada chamada do modelo mecânico, com o objetivo de reproduzir o comportamento da curva tensão deformação para cada determinada resistência pseudoaleatória do concreto gerada consistentemente.

Utiliza-se a metodologia proposta por Nogueira (2010) para a calibração dos parâmetros de dano. Este procedimento fundamenta-se na minimização da função erro entre a resposta fornecida pelo modelo de dano e a resposta dada por uma lei constitutiva conhecida. Para os parâmetros de tração,  $A_T$  e  $B_T$ , utiliza-se a lei constitutiva proposta por Figueiras (1983). Para os parâmetros de compressão,  $A_C$  e  $B_C$ , utiliza-se a lei constitutiva proposta por Popovics (1973).

A função erro pode ser escrita como:

$$E = E(y^c(x, \underline{a}), y^s(x)) = E(\underline{a}) \quad (5.76)$$

onde  $\underline{a}$  é o vetor dos  $n$  parâmetros a serem identificados,  $y^c(x, \underline{a})$  é a resposta numérica fornecida pelo modelo de dano dependente dos parâmetros  $\underline{a}$  e  $y^s(x)$  é a resposta fornecida pela relação constitutiva conhecida.

A função erro é definida como uma integral ou um somatório sobre um intervalo de observação pré-fixado. Dessa forma, a Equação (5.76) pode ser reescrita como um somatório, uma vez que a resposta numérica é fornecida em passos discretos, como segue:

$$E(a_i) = \frac{1}{2} \sum_{K=1}^N [y_K^c(x_K, a_K) - y_K^s(x_K)]^2 \quad (5.77)$$

onde  $N$  é o número de passos.

Para maiores detalhes sobre a influência dos parâmetros de dano na resposta do modelo mecânico pode-se consultar os trabalhos de Pituba (1998) e Nogueira (2005 e 2010).

#### 5.4.2 Aço

As incertezas associadas às propriedades mecânicas do aço são bem menores que àquelas associadas às propriedades mecânicas do concreto. A baixa variabilidade das propriedades mecânicas do aço decorre de um melhor controle na sua produção, garantindo um bom grau de homogeneidade. Tais características fazem com que este material apresente uma resposta mecânica bastante previsível frente às solicitações normais.

Analisando-se a microestrutura de um material metálico, após este atingir o seu limite de escoamento, percebe-se que não há perda de coesão ou ruptura interna dos cristais que formam o material. O que ocorre, na verdade, é que o estado de tensão sob o qual o metal está submetido faz com que ocorra um rearranjo de sua estrutura interna, ou seja, ocorrem movimentos relativos entre os cristais que compõe o metal.

Uma das características dos materiais metálicos, como o aço, por exemplo, é que estes apresentam comportamento característico plástico após atingirem o escoamento, além de serem materiais dúcteis. No âmbito da modelagem do comportamento do aço, é possível representar o surgimento e acúmulo de deformações residuais ou plásticas permanentes por meio da teoria da plasticidade e em especial, utilizando-se modelos elastoplásticos uniaxiais.

Analisando-se os efeitos mecânicos provocados pelo fenômeno corrosivo no aço, pode-se destacar a redução da tensão de escoamento com o avanço das reações químicas. Indícios

experimentais apontam que devido ao ataque local por penetração e a concentração de tensões, as forças residuais de armaduras corroídas podem possuir um grau de significância mais elevado que a área residual não corroída de suas seções transversais médias.

#### 5.4.2.1 Modelo elastoplástico com encruamento

A modelagem do comportamento do aço por meio de modelos elastoplásticos uniaxiais possui algumas particularidades, como:

- Dependência entre a deformação e o histórico de carregamento: a correspondência entre certa quantidade de deformação e certa quantidade de tensão depende do histórico de carregamento, que é registrada pela deformação plástica acumulada,  $\epsilon_p$ ;
- O comportamento elastoplástico é dissipativo: significa que parte da energia de deformação é recuperada num ciclo de carga-descarga;
- Parcelas de deformação: no descarregamento a parcela de deformação elástica do material é totalmente recuperada, permanecendo somente a deformação plástica acumulada;
- Encruamento positivo: o material pode assumir um comportamento chamado de encruamento positivo ou *hardening*, que consiste em uma nova fase após o escoamento, onde o material por conta dos rearranjos internos de sua estrutura apresenta perda da rigidez, porém ainda mantém a capacidade de suportar as tensões até a ruptura.

Como na plasticidade trabalha-se com histórias de carregamentos, é conveniente que os modelos sejam formulados em taxas de variação. As grandezas são apresentadas em taxas porque são definidas em função de sua derivada em relação ao tempo. No aspecto computacional, os modelos não são descritos em taxas, mas sim em passos finitos, com suas deformações aplicadas em incrementos discretos (NOGUEIRA, 2010).

A aplicabilidade e eficiência da teoria da plasticidade podem ser verificadas no trabalho de Owen e Hinton (1980), abordando em particular sua aplicação no âmbito do método dos elementos finitos. Outro trabalho de destaque é o de Proença (1988), apresentando grande revisão bibliográfica sobre o assunto e formulações de modelos elastoplásticos, inclusive com aplicações para o concreto.

Para representar o comportamento de metais, inclusive o aço, podem ser utilizados modelos do tipo elastoplástico perfeito, elastoplástico com encruamento isótropo linear positivo e com encruamento cinemático (Figura 5.18). A associação dos dois últimos modelos (isótropo e cinemático) caracteriza o modelo elastoplástico com encruamento misto e a degeneração dos

mesmos modelos (tomando-se como desprezível os módulos de encruamento isótropo e cinemático do material) caracteriza o modelo elastoplástico perfeito (BRANCO, 2002).

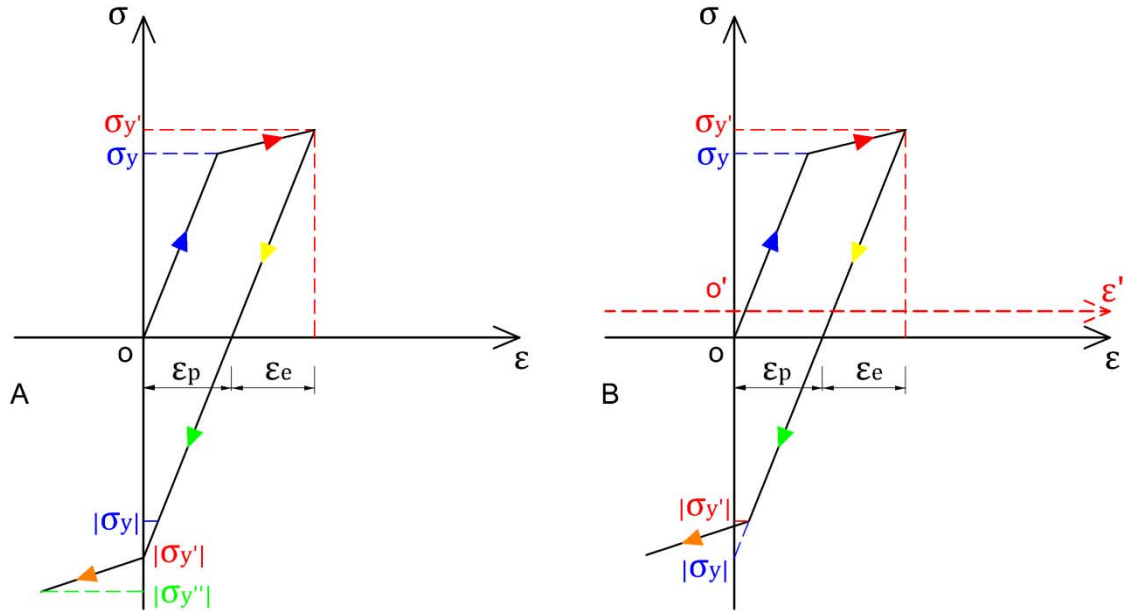


Figura 5.18 - Modelos elastoplásticos para o aço: encruamento isótropo (A) e cinemático (B)  
Fonte: Nogueira, 2010: Adaptado

No modelo A, mostrado na Figura 5.18, ilustra-se a curva tensão deformação de um corpo constituído por um material inicialmente íntegro, ou seja, sem deformações plásticas associadas a seu histórico de carregamento, com uma tensão de escoamento  $\sigma_y$ . Considera-se simetria de comportamento com relação a tensões trativas e compressivas. Ao ser submetido a tensões de tração crescentes (seta azul) o corpo atinge então sua tensão de escoamento  $\sigma_y$ , que caracteriza o surgimento de deformações plásticas  $\epsilon_p$ . Ao continuar a ser carregado agora (seta vermelha), o corpo possui uma rigidez menor que a inicial (*hardening*) e é carregado até atingir uma tensão  $\sigma_{y'}$ , momento em que é descarregado totalmente (seta amarela). Ao ser submetido agora a tensões de sinal contrário, ou seja, tensões de compressão (seta verde), o corpo possui rigidez igual àquela inicial do processo de carregamento, sendo que ultrapassará o patamar elástico apenas quando atingir tensões superiores a  $|\sigma_{y'}|$  e apresentará novamente rigidez menor que a inicial (*hardening*) para tensões superiores a  $|\sigma_{y'}|$  (seta laranja). Desta forma, percebe-se que neste modelo a superfície de plastificação é aumentada de modo que a próxima tensão de escoamento, isto é, o próximo limite para o critério de plastificação passa a ser a tensão corrigida anterior.

O modelo B, também mostrado Figura 5.18, possui encruamento cinemático. Este comportamento é similar ao modelo A, porém, quando a deformação de escoamento  $\sigma_y$  é

atingida, o que ocorre é uma translação do sistema (linha tracejada vermelha), definindo assim uma nova origem para o mesmo (ponto  $\sigma'$ ), de modo que a superfície de plastificação definida pelo critério permaneça constante e sem mudança de seus limites ao longo de todo o histórico de carregamento.

Resumidamente, no modelo elastoplástico com encruamento isótropo ocorre uma expansão de seus intervalos elásticos de maneira simétrica em relação ao seu centro na origem do diagrama das tensões. No modelo elastoplástico com encruamento cinemático não ocorre variação dos intervalos elásticos e isto é feito por meio de uma translação do eixo das tensões.

O algoritmo do modelo elastoplástico com encruamento isótropo linear, adotado neste trabalho, pode ser escrito da seguinte forma:

1. Previsão elástica da tensão:

$$\sigma^{i+1} = E(\varepsilon^{i+1} - \varepsilon_p^{i+1}) \quad (5.78)$$

sendo que:  $\sigma^{i+1}$  é a tensão no aço,  $E$  é o módulo de elasticidade do aço,  $\varepsilon^{i+1}$  é a deformação total,  $\varepsilon_p^{i+1}$  é a deformação plástica ou residual e  $i$  é o incremento atual;

2. Deformação no passo atual:

$$\varepsilon^{i+1} = \varepsilon^i + \Delta\varepsilon^i \quad (5.79)$$

sendo que:  $\Delta\varepsilon^i$  é o incremento de deformação total obtido pelas relações de compatibilidade entre deslocamentos e deformações;

3. Critério de plastificação:

$$f^{i+1} = \sigma^{i+1} - (\sigma_y + K\alpha^{i+1}) \leq 0 \quad (5.80)$$

sendo que:  $\sigma_y$  é a tensão de escoamento do aço,  $K$  é o módulo plástico de encruamento isótropo positivo do aço e  $\alpha^{i+1}$  é uma medida da deformação plástica no estado de tensão  $i + 1$ ;

4. Condição de consistência:

$$\Delta\lambda f^{i+1} = 0 \quad (5.81)$$

sendo que  $\Delta\lambda$  é a variação da deformação plástica;



5. Deformação plástica atual:

$$\varepsilon_p^{i+1} = \varepsilon_p^i + \Delta\lambda \cdot \text{sign}(\sigma^{i+1}) \quad (5.82)$$

$$\text{com } \text{sign} = \begin{cases} +1 \Leftrightarrow \sigma > 0 \\ -1 \Leftrightarrow \sigma < 0 \end{cases}$$

6. Lei de encruamento isótropo:

$$\alpha^{i+1} = \alpha^i + \Delta\lambda \quad (5.83)$$

7. Variação da deformação plástica:

$$\Delta\lambda = \frac{E \cdot \Delta\varepsilon^i \text{sign}(\sigma^i)}{(E + K)} \quad (5.84)$$

8. Módulo elastoplástico corrigido:

$$E_s = \frac{EK}{E + K} \quad (5.85)$$

9. Tensão corrigida

$$\sigma^{i+1} = E_s \varepsilon^{i+1} \Rightarrow \Delta\lambda > 0 \quad (5.86)$$

Para levar em conta a plastificação dos elementos na análise incremental, basta substituir o módulo de elasticidade pelo seu valor corrigido na montagem da contribuição das armaduras na matriz de rigidez dos elementos finitos.

#### 5.4.2.2 Redução da tensão de escoamento do aço com o passar da corrosão

Estudos experimentais realizados por Du et al. (2005) buscaram analisar a capacidade residual de barras corroídas, variando-se os diâmetros das barras, o tipo da barra (lisa ou nervurada), a condição da barra (nua ou imersa em concreto), entre outros fatores. Os autores explicam que a corrosão altera a superfície externa das armaduras devido ao ataque por penetração extremamente irregular, sendo que a seção residual de uma armadura corroída não é mais circular e varia consideravelmente ao longo de sua circunferência e do seu comprimento.

Uma corrosão de até 16% não altera substancialmente a forma da curva força-alongamento da armadura corroída, que mantém um significativo patamar de escoamento.

Devido ao ataque local por penetração e a concentração de tensões, as forças residuais de armaduras corroídas decrescem mais rapidamente do que suas seções transversais médias. Como resultado, a resistência residual de armaduras corroídas, medida em termos de tensões que podem ser resistidas, também decresce significativamente. Para uma mesma corrosão, a capacidade residual de armaduras corroídas nuas e de armaduras imersas em concreto são similares. Embora a capacidade residual de diâmetros menores e/ou de armaduras lisas diminua mais rapidamente que diâmetros maiores ou armaduras nervuradas, a influência do tipo e diâmetro da armadura são insignificantes, tendo um nível de significância de 5% na maioria dos casos, podendo-se negligenciar na engenharia prática (DU et al., 2005).

Como resultado do estudo, Du et al. (2005) propõem uma expressão para prever a tensão de escoamento de uma barra corroída, conforme a Equação (5.87).

$$f = (1,0 - 0,005Q_{corr})f_0 \quad (5.87)$$

sendo que :  $f$  é a tensão última ou tensão de escoamento da barra corroída,  $f_0$  é a tensão última ou tensão de escoamento da barra não corroída e  $Q_{corr}$  é a quantidade de corrosão da armadura (%), dada pela Equação (5.88).

$$Q_{corr} = 0,046 \frac{i_{corr}}{d} t_p = 1 - \left(\frac{d_s}{d}\right)^2 \quad (5.88)$$

sendo que :  $i_{corr}$  é a taxa de corrosão da armadura na estrutura real ( $\mu\text{A}/\text{cm}^2$ ),  $t_p$  é o tempo decorrido após a despassivação das armaduras (anos),  $d_s$  é o diâmetro da armadura corroída (mm) e  $d$  é o diâmetro da armadura não corroída (mm).

Os resultados obtidos por meio das Equações (5.87) e (5.88) para avaliar a capacidade residual de armaduras corroídas estão razoavelmente de acordo com aqueles obtidos por meio de condições naturais de corrosão (TAPAN e ABOUTAHA, 2011).

## 5.5 NÃO LINEARIDADE GEOMÉTRICA

Em uma abordagem estrutural geometricamente linear são consideradas as hipóteses de pequenos deslocamentos (lineares e angulares) e pequenas deformações. As equações que descrevem o equilíbrio são formuladas a partir da posição inicial da estrutura, não da posição deslocada.

Em uma abordagem estrutural geometricamente não linear as equações que descrevem o equilíbrio são formuladas a partir da posição atual (também chamada de deslocada) da estrutura.

Assim, o equacionamento para descrever o equilíbrio considera os deslocamentos e deformações ocorridas, independente de serem grandes ou pequenas. A não linearidade geométrica (NLG) descreve trajetórias de equilíbrio, ou seja, as diversas configurações de equilíbrio assumidas pela estrutura em correspondência aos sucessivos níveis de força aplicados.

A norma ABNT NBR 6118:2014, na seção 15, trata dos efeitos de segunda ordem em estruturas de concreto. Em uma análise dita de primeira ordem o equilíbrio da estrutura é estudado na configuração geométrica inicial e, portanto, na posição não deslocada. Efeitos de segunda ordem são definidos como aqueles que se somam aos obtidos em uma análise de primeira ordem, quando a análise do equilíbrio passa a ser efetuada considerando a configuração deformada. As estruturas são classificadas de nós fixos ou de nós móveis mediante parâmetros que ponderam a importância dos efeitos de segunda ordem sobre os de primeira ordem. Dependendo do tipo de estrutura (nós fixos ou móveis) consideram-se determinados tipos de efeitos de segunda ordem (globais, locais ou localizados).

A norma prescreve que os efeitos de segunda ordem devem ser determinados considerando-se a não linearidade física dos materiais. Contudo, simplificada, os efeitos de segunda ordem podem ser desprezados sempre que não representem um acréscimo superior a 10% nas reações e nas solicitações relevantes na estrutura.

Neste trabalho utiliza-se o método dos elementos finitos, onde as não linearidades física e geométrica são consideradas na análise por meio de uma formulação que permita a incorporação desses efeitos na matriz de rigidez e no vetor de esforços internos da estrutura. A solução do problema não linear consiste em resolver vários problemas lineares. Isto é feito dividindo o carregamento aplicado em um número finito de passos de carga, sendo que dentro de cada passo as variáveis não lineares são consideradas constantes e são atualizadas no início do próximo passo.

A descrição lagrangeana atualizada na análise do equilíbrio, com hipótese de pequenos deslocamentos, é utilizada neste trabalho para tratar da NLG. Considera-se incorporada à lei constitutiva, a deformação de Green com forma quadrática no lugar da deformação linear. Para haver consistência na formulação, emprega-se o tensor de tensões de Piola-Kirchhoff de segunda espécie.

A seguir descrevem-se os passos da formulação, as expressões da matriz de rigidez tangente e do vetor de forças internas dos elementos. A formulação aqui descrita tem como base os trabalhos de Silva (1996), Neves (2000), Soares (2001), Branco (2002), Nogueira (2005) e Nogueira (2010).

## 5.5.1 Campo de deslocamentos

Seja um ponto localizado numa posição  $P$  pertencente a uma barra qualquer definida no plano  $XY$ , conforme apresentado na Figura 5.19. A mudança de posição no espaço do ponto para uma posição  $P'$  pode ser descrita por uma função de deslocamento horizontal  $u_p$  e uma função de deslocamento vertical  $v_p$ :

$$u_p(x, y) = u(x) - y \cdot \text{sen}(\theta) \quad (5.89)$$

$$v_p(x, y) = v(x) - y + y \cdot \text{cos}(\theta) \quad (5.90)$$

$$v(x) = v_f + v_c \quad (5.91)$$

sendo  $v_f$  a parcela de deslocamento transversal devido à flexão e  $v_c$  a parcela de deslocamento transversal devido ao cisalhamento.

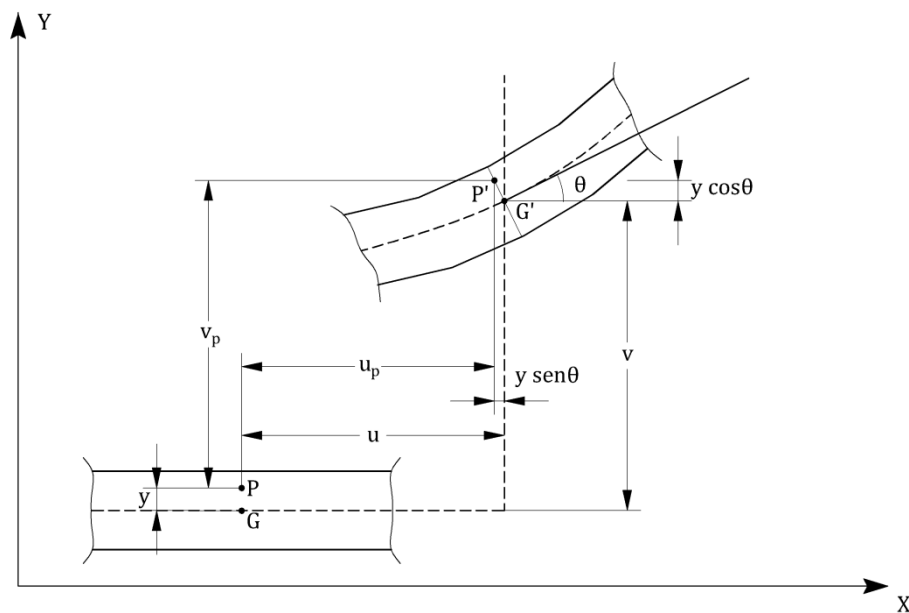


Figura 5.19 - Configuração original e deslocada de um ponto de uma barra  
Fonte: Branco, 2002: Adaptado

Considerando a aproximação de segunda ordem, dada por:

$$\text{sen}(\theta) = \theta = v'(x) \quad (5.92)$$

$$\text{cos}(\theta) = 1 - \frac{v'(x)^2}{2} \quad (5.93)$$

é possível reescrever as Equações (5.89) e (5.90) na forma:

$$u_p(x, y) = u(x) - y \cdot v'(x) \quad (5.94)$$

$$v_p(x, y) = v(x) - y \cdot \frac{v'(x)^2}{2} \quad (5.95)$$

### 5.5.2 Campo de deformações

Neste trabalho utiliza-se um elemento finito de barra, assim o tensor de deformações apresenta a forma:

$$\underline{\varepsilon} = \begin{bmatrix} \varepsilon_X & \gamma_{XY} \\ \gamma_{XY} & \varepsilon_Y \end{bmatrix} \quad (5.96)$$

Considerando-se os termos de segunda ordem para representar os efeitos não lineares geométricos, a deformação longitudinal  $\varepsilon_X$  e a deformação transversal  $\gamma_{XY}$  podem ser escritas como:

$$\varepsilon_X = \frac{\partial u_p}{\partial x} + \frac{1}{2} \left[ \left( \frac{\partial u_p}{\partial x} \right)^2 + \left( \frac{\partial v_p}{\partial x} \right)^2 \right] \quad (5.97)$$

$$\gamma_{XY} = \frac{\partial u_p}{\partial y} + \frac{\partial v_p}{\partial x} + \left( \frac{\partial u_p}{\partial x} \cdot \frac{\partial u_p}{\partial y} + \frac{\partial v_p}{\partial x} \cdot \frac{\partial v_p}{\partial y} \right) \quad (5.98)$$

Aplicando-se às Equações (5.97) e (5.98) às Equações (5.94) e (5.95) e desprezando-se os termos que contêm produtos de ordem superior, obtém-se expressões simplificadas para os campos de deformações longitudinais e tangenciais para o elemento de pórtico plano, dadas por:

$$\varepsilon_X = u' + \frac{1}{2} \cdot (u')^2 + \frac{1}{2} \cdot (v')^2 - y \cdot v''(1 + u') \quad (5.99)$$

$$\gamma_{XY} = v' - \phi - u' \cdot v' - \frac{(v')^3}{2} \quad (5.100)$$

sendo  $\phi$  a rotação da seção transversal do elemento finito proveniente da parcela de flexão.

## 5.5.3 Campo de tensões

Outra forma de calcular as deformações é a partir do conceito de estiramento  $\lambda$ , ilustrado na Figura 5.20. O estiramento  $\lambda$  pode ser calculado como:

$$\lambda = \frac{ds}{dx} = \sqrt{\left(\frac{du + dx}{dx}\right)^2 + \left(\frac{dv}{dx}\right)^2} \quad (5.101)$$

sendo  $ds$  o comprimento infinitesimal de uma fibra qualquer do corpo na posição deslocada,  $dx$  o comprimento infinitesimal inicial da mesma fibra e sendo  $du$  e  $dv$  as componentes infinitesimais dos deslocamentos axial e transversal, respectivamente, da fibra.

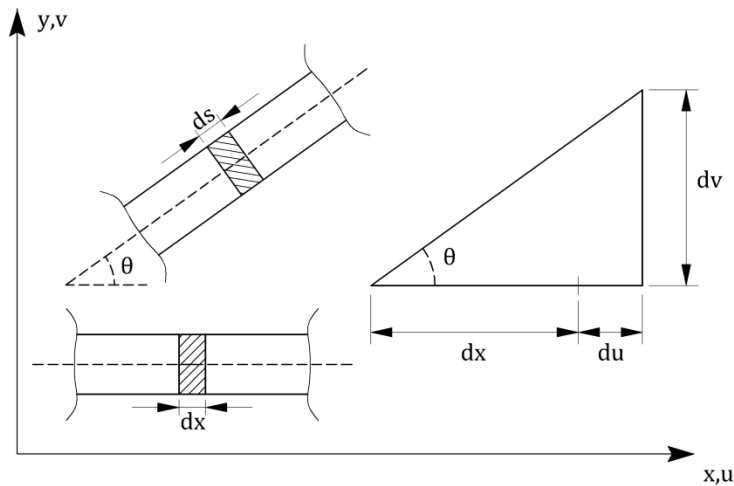


Figura 5.20 - Deformação de uma fibra genérica  
Fonte: Branco, 2002: Adaptado

A deformação linear  $\varepsilon_L$  e a deformação quadrática de Green  $\varepsilon_G$  podem ser escritas como:

$$\varepsilon_L = \lambda - 1 = \sqrt{1 + 2 \cdot \frac{du}{dx} + \left(\frac{du}{dx}\right)^2 + \left(\frac{dv}{dx}\right)^2} - 1 \quad (5.102)$$

$$\varepsilon_G = \frac{\lambda^2 - 1}{2} = \frac{du}{dx} + \frac{1}{2} \left[ \left(\frac{du}{dx}\right)^2 + \left(\frac{dv}{dx}\right)^2 \right] \quad (5.103)$$

Para que a formulação fique consistente, o tensor de deformação de Green deve ser conjugado com um tensor de tensão compatível, que no caso, é o tensor de tensão de Piola-Kirchhoff de segunda espécie, dado por:

$$\underline{S} = \begin{Bmatrix} S_{XX} \\ S_{XY} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \sigma_X/\lambda \\ \tau_{XY}/\lambda \end{Bmatrix} \quad (5.104)$$

Em regime de pequenas deformações, como é o caso deste trabalho, o estiramento assume um valor unitário ( $\lambda = 1$ ), de modo que o tensor de tensão de Piola-Kirchhoff de segunda espécie seja igual ao tensor de tensão convencional. Dessa forma, a matriz de propriedades elásticas  $\underline{D}_0$ , que relaciona tensão e deformação, é a mesma para as deformações linear e de Green, o que significa escrever a seguinte relação:

$$\underline{S} = \underline{D}_0 \begin{Bmatrix} \varepsilon_G \\ \gamma \end{Bmatrix} \quad (5.105)$$

sendo:

$$\underline{D}_0 = \begin{bmatrix} E & 0 \\ 0 & G \end{bmatrix} \quad (5.106)$$

e o módulo de elasticidade transversal  $G$  igual a:

$$G = \frac{E}{2(1 + \nu)} \quad (5.107)$$

#### 5.5.4 Forma lagrangeana atualizada

A formulação lagrangeana atualizada utiliza as informações do último passo de carga convergido a fim de descrever a situação de equilíbrio no passo de carga atual. A implementação computacional desta formulação necessita de duas atualizações a cada configuração de equilíbrio.

A primeira atualização refere-se ao vetor de coordenadas cartesianas nodais no passo atual  $\underline{X}_i$ , sendo este o resultado da soma entre o vetor de coordenadas cartesianas nodais do passo anterior convergido  $\underline{X}_{i-1}$  e o vetor com os incrementos de deslocamentos da última iteração do passo atual  $\underline{\Delta u}_i$ . A primeira atualização pode então ser assim escrita:

$$\underline{X}_i = \underline{X}_{i-1} + \underline{\Delta u}_i \quad (5.108)$$

Assim, ao longo do processo de solução do problema, em um dado incremento  $i$ , tem-se inicialmente a estrutura com novas coordenadas cartesianas nodais e, portanto, na posição deslocada.

A segunda atualização refere-se ao tensor de tensões do passo atual, pois, na descrição atualizada, a mudança contínua de referencial impõe que o tensor de tensão seja transformado para a nova configuração, rotacionada em relação à anterior. Essa transformação é realizada relacionando o tensor de Cauchy com o tensor de Piola-Kirchhoff de segunda espécie.

No entanto, para pequenas deformações, o tensor de Cauchy na configuração atual coincide com o tensor de Piola-Kirchhoff de segunda espécie da configuração do passo anterior. Assim, a atualização é realizada sobre o tensor de tensões do passo atual  $\underline{S}_i$ , sendo este o resultado da soma entre o tensor de tensões do passo anterior convergido  $\underline{S}_{i-1}$  e o tensor com os incrementos de tensão da última iteração do passo atual  $\underline{\Delta S}_i$ . A segunda atualização pode então ser assim escrita:

$$\underline{S}_i = \underline{S}_{i-1} + \underline{\Delta S}_i \quad (5.109)$$

## 5.6 ANÁLISE DE PÓRTICOS PLANOS CONSIDERANDO EFEITOS NÃO LINEARES

### 5.6.1 Definição do elemento finito adotado

Neste trabalho utiliza-se o elemento finito de pórtico plano. Este elemento é obtido por meio da composição entre dois elementos finitos mais simples: o elemento finito de viga considerando a hipótese de Timoshenko e o elemento finito de barra unidimensional.

Os exemplos numéricos apresentados neste trabalho tratam apenas de vigas. Contudo, optou-se por apresentar um elemento finito de pórtico plano, afim de tornar o modelo mecânico mais generalista e aplicável a análises futuras.

A dedução da matriz de rigidez desses elementos pode ser vista em Gere e Weaver (1981), Neves (2000) e em Nogueira (2010). Contudo, são feitas algumas observações a respeito desses elementos e são apresentadas as suas matrizes de rigidez a seguir.

#### 5.6.1.1 Elemento finito de viga considerando a hipótese de Timoshenko

A hipótese de Euler-Bernoulli para flexão de vigas assume que as deformações causadas por tensões de cisalhamento são sempre nulas em toda a seção transversal. Essa consideração é justificável também em termos de energia de deformação, uma vez que na maioria dos casos, em elementos de barra geral, as maiores parcelas de energia estão associadas ao momento fletor e aos esforços de torção.



Contudo, em vigas cujo comprimento não é tão superior a altura ou com pequeno módulo de elasticidade transversal, as deformações ocasionadas pelo cisalhamento são bastante relevantes e devem ser consideradas. A teoria de Timoshenko torna possível a representação do campo de deslocamentos da viga considerando as deformações ocasionadas pelo cisalhamento.

A teoria de Timoshenko tem como hipótese fundamental a consideração de que as seções (inicialmente planas, antes do carregamento) permanecem planas após a deformação, assim como na teoria de Euler-Bernoulli, porém não mais ortogonais ao eixo da barra. Esta consideração provoca um acréscimo na curvatura das seções. Desta forma, a rigidez da viga sofre uma pequena redução, provocando um aumento dos deslocamentos nodais da estrutura.

Diversos autores como Nickel e Secor (1972), Tessler e Dong (1981), Prathap e Bhashyam (1982), Heyliger e Reddy (1988) e Navarra (1995), conforme discutido por Neves (2000), apresentaram variados elementos de viga de Timoshenko. A diferença entre eles está apenas na escolha da função de interpolação de deslocamentos transversais e rotações. A função mais simples que pode ser utilizada para interpolar o campo de deslocamentos e de rotações ao longo do elemento finito é a linear, conforme apresentado em Bathe (1996), Nóbrega (1997) e Rigitano (1999). Contudo, esse tipo de aproximação torna o modelo rígido para vigas pouco deformáveis ao esforço cortante.

Algumas discussões a respeito da escolha das funções de aproximação e dos parâmetros nodais em formulações que consideram a deformação por cisalhamento, constantes no trabalho de Neves (2000), valem ser elencadas:

- As funções aproximadoras adotadas, em geral os polinômios, devem possuir um grau compatível com as grandezas aproximadas, no caso deslocamentos, rotações e distorções;
- As funções aproximadoras devem ser contínuas, pois são escritas em função de parâmetros nodais que são contínuos.

Dessas observações é possível concluir que tanto as distorções como a rotação total da seção não podem ser adotadas como parâmetros nodais, uma vez que o diagrama de forças cortantes apresenta descontinuidades frente a forças concentradas e que a rotação total é composta pela soma da rotação de flexão com a distorção.

Portanto, neste trabalho, os parâmetros nodais adotados para o elemento finito de viga foram:

- O deslocamento transversal total  $v_t$ , correspondente a soma do deslocamento devido aos momentos fletores  $v_f$  e o deslocamento devido as forças cortantes  $v_c$ ;
- A rotação é provocada somente pela parcela de flexão  $\phi$ .

Esses dois parâmetros nodais foram assim escolhidos por apresentarem continuidade em todos os pontos do elemento. O elemento finito de viga pode ser visualizado na Figura 5.21.

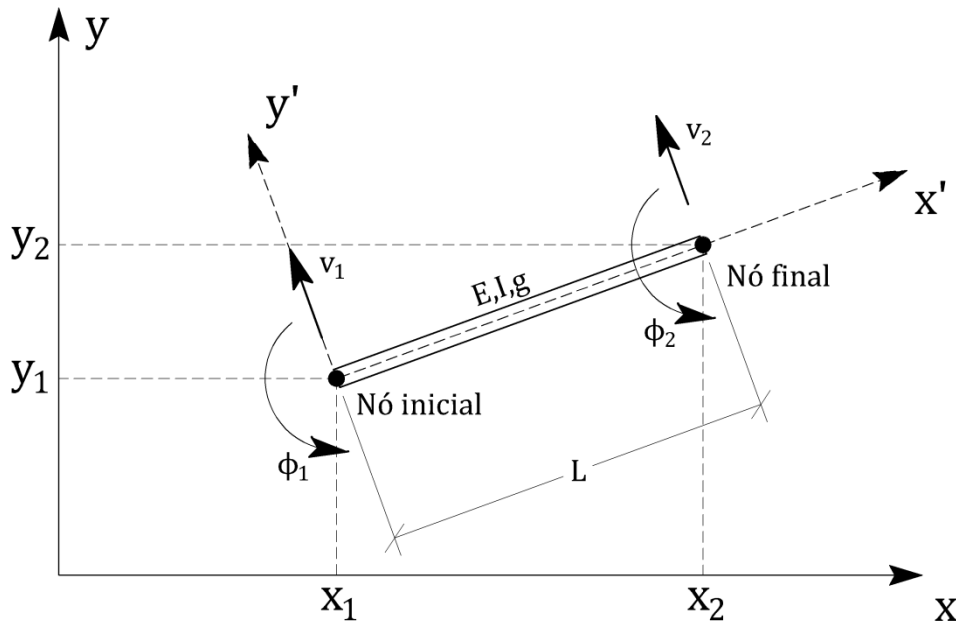


Figura 5.21 - Elemento finito de viga  
Fonte: O autor

A função interpoladora adotada para as rotações é um polinômio do segundo grau, enquanto que para os deslocamentos transversais adota-se um polinômio do terceiro grau. Após a aplicação das condições de contorno, a obtenção da matriz de rigidez é feita a partir da minimização do funcional de energia de deformação contendo as parcelas de flexão e de cisalhamento. A minimização do funcional de energia consiste em derivá-lo em relação a cada parâmetro nodal e igualá-lo a zero.

Dessa forma obtém-se um sistema de equações na forma  $[K_{viga}] \cdot \{u_{viga}\} = \{F_{viga}\}$ , onde  $[K_{viga}]$  é a matriz de rigidez do elemento finito de viga,  $\{u_{viga}\}$  é o vetor de parâmetros nodais com dois deslocamentos transversais e duas rotações e  $\{F_{viga}\}$  é o vetor de forças nodais equivalentes em cada elemento, com duas forças cortantes e dois momentos fletores.

$$\frac{E \cdot I}{1 + 2g} \cdot \begin{bmatrix} \frac{12}{L^3} & \frac{6}{L^2} & -\frac{12}{L^3} & \frac{6}{L^2} \\ \frac{6}{L^2} & \frac{2 \cdot (2 + g)}{L} & -\frac{6}{L^2} & \frac{2 \cdot (2 - g)}{L} \\ -\frac{12}{L^3} & -\frac{6}{L^2} & \frac{12}{L^3} & -\frac{6}{L^2} \\ \frac{6}{L^2} & \frac{2 \cdot (2 - g)}{L} & -\frac{6}{L^2} & \frac{2 \cdot (2 + g)}{L} \end{bmatrix} \times \begin{Bmatrix} v_1 \\ \phi_1 \\ v_2 \\ \phi_2 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} V_1 \\ M_1 \\ V_2 \\ M_2 \end{Bmatrix} \quad (5.110)$$

A constante  $g$ , denominada de constante de Weaver, é calculada como:

$$g = \frac{6 \cdot E \cdot I}{k \cdot G \cdot A} \quad (5.111)$$

sendo que  $L$  é o comprimento do elemento finito,  $E$  é o módulo de elasticidade longitudinal do material,  $I$  o momento de inércia da seção transversal do elemento,  $G$  o módulo de elasticidade transversal do material,  $A$  a área da seção transversal do elemento e  $k$  é o fator de forma da seção transversal, sendo  $1/1,2$  para seções retangulares e  $1/0,9$  para seções circulares.

#### 5.6.1.2 Elemento finito de barra unidimensional

Um elemento finito de barra unidimensional possui dois nós e um parâmetro nodal por nó. Assume-se que o parâmetro nodal do elemento finito seja o seu deslocamento axial, conforme apresentado na Figura 5.22.

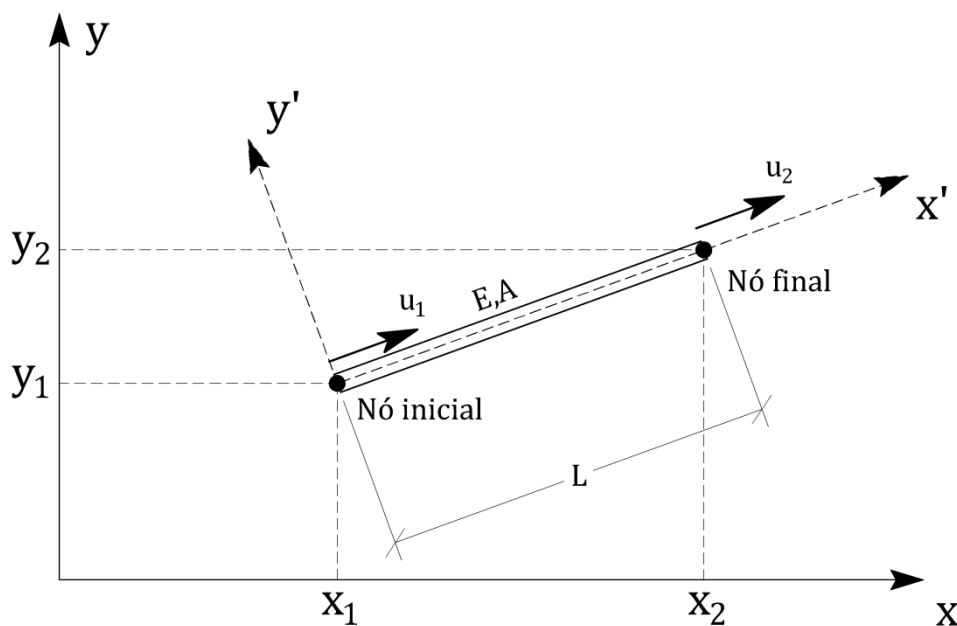


Figura 5.22 - Elemento finito de barra unidimensional  
Fonte: O autor

A formulação deste elemento segue os mesmos princípios do elemento finito apresentado anteriormente. A função interpoladora adotada para os deslocamentos axiais ao longo do elemento finito é um polinômio do primeiro grau. Após a aplicação das condições de contorno, a obtenção da matriz de rigidez é feita a partir da minimização do funcional de energia de deformação axial do elemento. A minimização do funcional de energia consiste em derivá-lo em relação a cada parâmetro nodal e igualá-lo a zero.

Dessa forma obtém-se um sistema de equações na forma  $[K_{barra}] \cdot \{u_{barra}\} = \{F_{barra}\}$ , onde  $[K_{barra}]$  é a matriz de rigidez do elemento finito de barra unidimensional,  $\{u_{barra}\}$  é o vetor de parâmetros nodais com dois deslocamentos e  $\{F_{barra}\}$  é o vetor de forças nodais equivalentes em cada elemento, com duas forças axiais.

$$\frac{E \cdot A}{L} \cdot \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} \times \begin{Bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} N_1 \\ N_2 \end{Bmatrix} \quad (5.112)$$

### 5.6.1.3 Elemento finito de pórtico plano

Finalmente, o elemento finito de pórtico plano é obtido considerando as parcelas de flexão, cisalhamento e força normal. O elemento finito de pórtico plano possui dois nós e três graus de liberdade nodais: deslocamento axial, deslocamento transversal e rotação provocada pela parcela de flexão, conforme ilustrado na Figura 5.23.

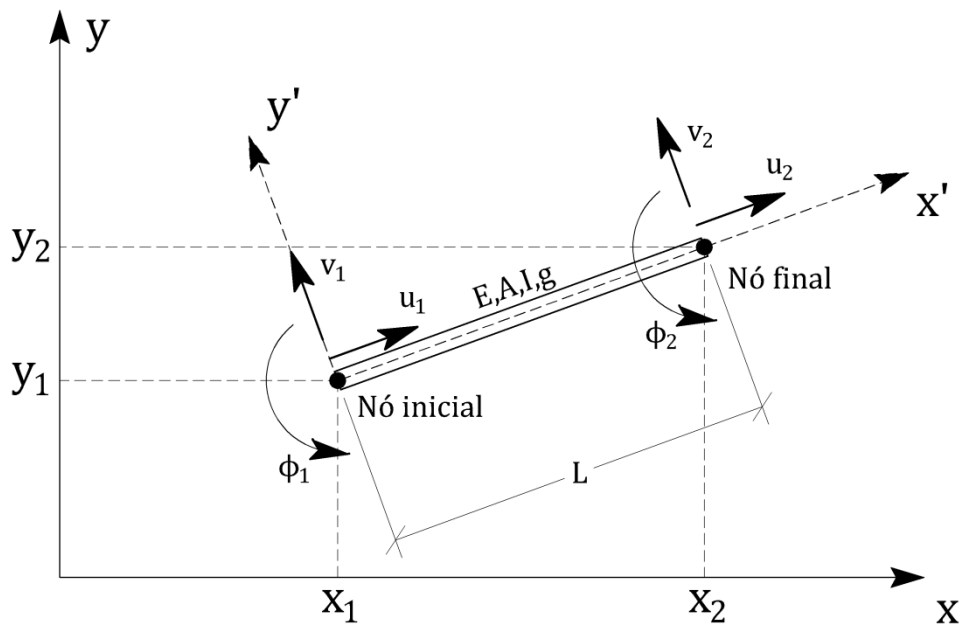


Figura 5.23 - Elemento finito de pórtico plano  
Fonte: O autor

A matriz de rigidez do elemento é obtida por meio da superposição da matriz de rigidez do elemento finito de barra unidimensional  $[K_{barra}]$  (Equação (5.112)) com a matriz de rigidez do elemento finito de viga considerando a hipótese de Timoshenko  $[K_{viga}]$  (Equação (5.110)), obtendo-se:

$$\begin{bmatrix} \frac{E \cdot A}{L} & 0 & 0 & -\frac{E \cdot A}{L} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{12 \cdot E \cdot I}{L^3 \cdot (1+2g)} & \frac{6 \cdot E \cdot I}{L^2 \cdot (1+2g)} & 0 & -\frac{12 \cdot E \cdot I}{L^3 \cdot (1+2g)} & \frac{6 \cdot E \cdot I}{L^2 \cdot (1+2g)} \\ 0 & \frac{6 \cdot E \cdot I}{L^2 \cdot (1+2g)} & \frac{2 \cdot (2+g) \cdot E \cdot I}{L \cdot (1+2g)} & 0 & -\frac{6 \cdot E \cdot I}{L^2 \cdot (1+2g)} & \frac{2 \cdot (2-g) \cdot E \cdot I}{L \cdot (1+2g)} \\ -\frac{E \cdot A}{L} & 0 & 0 & \frac{E \cdot A}{L} & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{12 \cdot E \cdot I}{L^3 \cdot (1+2g)} & -\frac{6 \cdot E \cdot I}{L^2 \cdot (1+2g)} & 0 & \frac{12 \cdot E \cdot I}{L^3 \cdot (1+2g)} & -\frac{6 \cdot E \cdot I}{L^2 \cdot (1+2g)} \\ 0 & \frac{6 \cdot E \cdot I}{L^2 \cdot (1+2g)} & \frac{2 \cdot (2-g) \cdot E \cdot I}{L \cdot (1+2g)} & 0 & -\frac{6 \cdot E \cdot I}{L^2 \cdot (1+2g)} & \frac{2 \cdot (2+g) \cdot E \cdot I}{L \cdot (1+2g)} \end{bmatrix} \times \begin{Bmatrix} u_1 \\ v_1 \\ \phi_1 \\ u_2 \\ v_2 \\ \phi_2 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} N_1 \\ V_1 \\ M_1 \\ N_2 \\ V_2 \\ M_2 \end{Bmatrix} \quad (5.113)$$

Vale destacar que assumindo valor nulo para a constante  $g$ , obtém-se a matriz de rigidez para o elemento de pórtico plano considerando-se a hipótese de Euler-Bernoulli. Em outras palavras, se  $g$  for nulo a composição da matriz de rigidez do elemento finito levará em consideração as parcelas de deformação ocasionadas pela flexão e pela força normal, desprezando as parcelas de deformação ocasionadas pelo cisalhamento.

### 5.6.2 Combinação entre os modelos não lineares e integração numérica

Conforme apresentado, a não linearidade geométrica é representada pela forma lagrangeana atualizada e a não linearidade dos materiais é representada pelo modelo de dano de Mazars (1984) para o concreto e pelo modelo elastoplástico com encruamento isótropo linear para o aço. Agora, faz-se necessário combinar esses modelos não lineares a fim de se obter a matriz de rigidez tangente combinada e o vetor de forças internas. A metodologia referente a combinação entre os modelos não lineares segue a mesma estrutura daquela apresentada por Paula (2001), utilizada também por Nogueira (2010).

Nogueira (2010) explica que ao se considerar também as deformações por cisalhamento, o elemento de pórtico plano é solicitado por um estado bidimensional de tensões. Assim, o cálculo das deformações equivalentes, conforme Equação (5.45), necessita das deformações principais para que seja possível obter o valor da variável escalar de dano. Calculadas as deformações principais, obtém-se o tensor de tensão corrigido pelo dano. Contudo, por conta da distorção considerada, o tensor de tensão é dividido em uma parcela longitudinal e outra parcela transversal não nula. Esse fato permite escrever de outra forma a equação que define o princípio dos trabalhos virtuais para o problema, considerando agora a taxa de variação da tensão de Piola-

Kirchhoff de segunda espécie. Essa taxa de variação da tensão é calculada em função da taxa de variação do dano, combinando desse modo no tensor de tensões os efeitos da NLG e do modelo de dano. Mais detalhes sobre essas transformações podem ser encontradas em Paula (2001).

A matriz de rigidez tangente  $\underline{\underline{K}}_T$  e o vetor de forças internas  $\underline{F}^{int}$  para o elemento de pórtico plano com modelo de dano, influência do cisalhamento e não linearidade geométrica, são representados por:

$$\underline{\underline{K}}_T = \int_{V_0} \underline{\underline{B}}^T (1 - D) \underline{\underline{D}}_0 \underline{\underline{B}} dV_0 + \int_{V_0} \underline{\underline{B}}^T \eta \underline{\underline{D}}_0 \underline{\underline{\varepsilon}} \underline{\underline{B}} dV_0 + \int_{V_0} \underline{\underline{G}} \underline{\underline{S}} dV_0 \quad (5.114)$$

$$\underline{F}^{int} = \int_{V_0} \underline{\underline{B}}^T \underline{\underline{S}} dV_0 \quad (5.115)$$

sendo  $\underline{\underline{B}}$  a matriz de incidência que contem as derivadas das funções de forma do problema,  $D$  a variável escalar de dano,  $\underline{\underline{D}}_0$  a matriz de propriedades elásticas (também chamada de tensor constitutivo),  $\underline{\underline{\varepsilon}}$  o tensor de deformações,  $\underline{\underline{S}}$  o tensor de tensão de Piola-Kirchhoff de segunda espécie e  $\eta$  é uma função que considera as derivadas da deformação equivalente em relação às componentes de deformação, dadas por:

$$\eta = F(\tilde{\varepsilon}) \frac{\partial \tilde{\varepsilon}}{\partial \varepsilon} \quad (5.116)$$

$$F(\tilde{\varepsilon}) = \alpha_T F_T(\tilde{\varepsilon}) + \alpha_C F_C(\tilde{\varepsilon}) \quad (5.117)$$

sendo  $F_T(\tilde{\varepsilon})$  e  $F_C(\tilde{\varepsilon})$  calculadas pelas Equações (5.61) e (5.62), respectivamente.

A derivada da deformação equivalente em relação à parte longitudinal do tensor de deformação depende do sentido da deformação das fibras, isto é:

$$\frac{\partial \tilde{\varepsilon}}{\partial \varepsilon_x} = 1 \rightarrow \text{tração} \quad \text{e} \quad \frac{\partial \tilde{\varepsilon}}{\partial \varepsilon_x} = -\nu\sqrt{2} \rightarrow \text{compressão} \quad (5.118)$$

Ao ser utilizado o elemento finito de pórtico plano, as integrais de volume podem ser reescritas considerando-se a base como constante. Assim, reescrevendo as Equações (5.114) e (5.115), colocando as integrais em função apenas do comprimento e da altura de cada elemento, tem-se:

$$\underline{\underline{K}}_T = b \int_L \int_h \underline{\underline{B}}^T (1 - D) \underline{\underline{D}}_0 \underline{\underline{B}} dh dL + b \int_L \int_h \underline{\underline{B}}^T \eta \underline{\underline{D}}_0 \underline{\underline{\varepsilon}} \underline{\underline{B}} dh dL + b \int_L \int_h \underline{\underline{G}} \underline{\underline{S}} dh dL \quad (5.119)$$

$$\underline{F}^{int} = b \int_L \int_h \underline{\underline{B}}^T \underline{\underline{S}} dh dL \quad (5.120)$$

A solução analítica dessas equações torna-se praticamente impossível, analisando-se, por exemplo, a distribuição das tensões ao longo das seções transversais, que possuem comportamento não linear. Desta forma, busca-se uma solução numérica para as equações, sendo este um procedimento compatível com uma implementação computacional.

Utilizam-se assim as técnicas da quadratura de Gauss e Gauss-Lobatto para o cálculo das integrais. A diferença entre as técnicas é que na quadratura de Gauss-Lobatto consideram-se os pontos extremos e o ponto médio do intervalo de integração, enquanto que na quadratura de Gauss consideram-se somente os pontos internos do domínio de integração. Ambas as técnicas consistem em substituir as integrais analíticas por somatórios. A precisão desta aproximação dependerá do número de pontos escolhidos para a interpolação da função integrada, sendo este número de pontos convenientemente escolhido de forma que o erro tenda a zero e que não implique em um alto custo computacional.

Branco (2002) recomenda que devem ser adotados pelo menos 10 pontos de Gauss na altura para o modelo de dano de Mazars para o concreto. Para a formulação lagrangeana atualizada, Paula (2001) sugere pelo menos 6 pontos ao longo do comprimento do elemento. Com isso, a matriz de rigidez da estrutura também é montada a partir da contribuição dos pontos de Gauss do comprimento e da altura dos elementos, nos quais são calculadas as deformações, tensões, bem como todas as variáveis internas dos modelos dos materiais.

A Figura 5.24 ilustra os pontos de Gauss ao longo da altura e do comprimento do elemento finito, bem como a contribuição da armadura longitudinal e a distribuição das tensões ao longo da altura da seção.

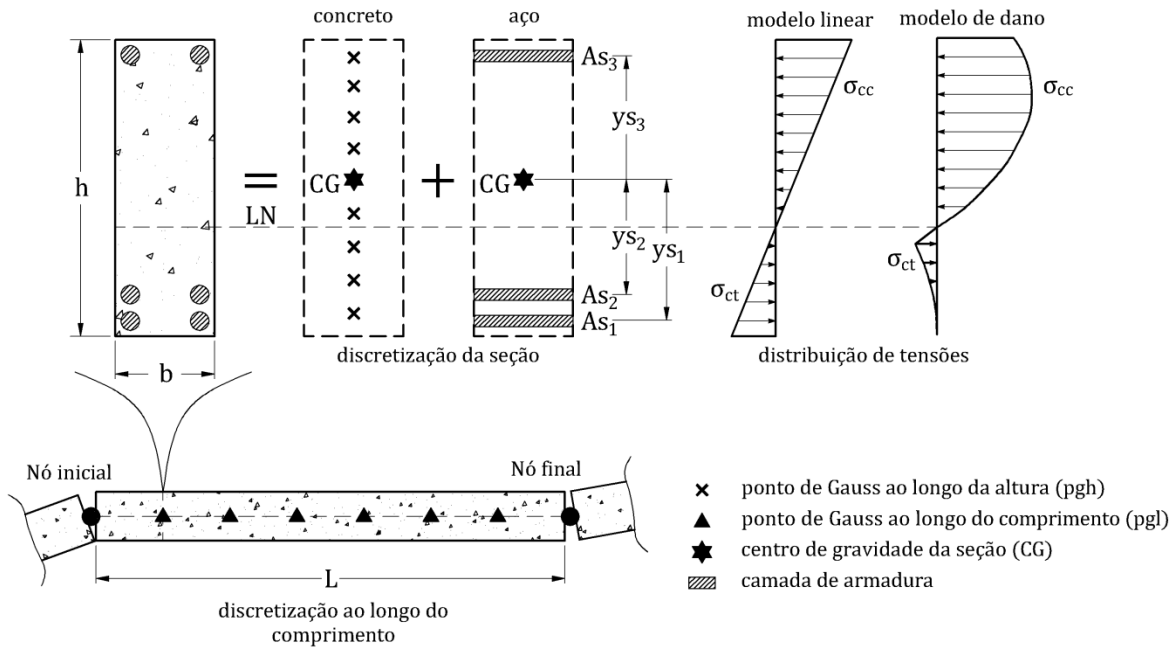


Figura 5.24 - Discretização ao longo do comprimento e da altura e distribuição das tensões ao longo da seção de um elemento finito de pórtico plano

Fonte: O autor

As expressões numéricas que representam as contribuições do concreto à matriz de rigidez e ao vetor de forças internas são dadas por:

$$\underline{\underline{K}}_C = \sum_{i=1}^{pgl} \left\{ \sum_{j=1}^{pgh} \left[ \underline{\underline{B}}_{ij}^T (1 - D) \underline{\underline{D}}_0 \underline{\underline{B}}_{ij} + \underline{\underline{B}}_{ij}^T \eta_{ij} \underline{\underline{D}}_0 \underline{\underline{B}}_{ij} + \underline{\underline{G}}_{ij} \underline{\underline{S}}_{ij} \right] \frac{b h}{2} w y_j \right\} \frac{L}{2} w x_i \quad (5.121)$$

$$\underline{\underline{F}}_C^{int} = \sum_{i=1}^{pgl} \left[ \sum_{j=1}^{pgh} \left( \underline{\underline{B}}_{ij}^T \underline{\underline{S}}_{ij} \right) \frac{b h}{2} w y_j \right] \frac{L}{2} w x_i \quad (5.122)$$

sendo  $w y_j$  e  $w x_i$ , respectivamente, os pesos ponderadores da integração numérica ao longo da altura e do comprimento dos elementos e sendo  $pgl$  e  $pgh$ , respectivamente, o número de pontos de Gauss ao longo do comprimento e da altura dos elementos.

A parcela de contribuição das camadas de armadura longitudinal também é baseada nas quadraturas de Gauss e Gauss-Lobatto com integração ao longo do comprimento. Porém, neste caso, substitui-se o número de pontos de Gauss na altura pelo número de camadas de armadura. Assim, as expressões numéricas que representam as contribuições do aço à matriz de rigidez e ao vetor de forças internas são dadas por:



$$\underline{\underline{K}}_S = \sum_{i=1}^{pgl} \left\{ \sum_{j=1}^{cam} \left[ \underline{\underline{B}}_{ij}^T E_S \underline{\underline{B}}_{ij} + \underline{\underline{G}}_{ij} \underline{\underline{\sigma}}_{S_{ij}} \right] A S_j \right\} \frac{L}{2} w x_i \quad (5.123)$$

$$\underline{\underline{F}}_S^{int} = \sum_{i=1}^{pgl} \left[ \sum_{j=1}^{cam} \left( \underline{\underline{B}}_{ij}^T \underline{\underline{\sigma}}_{S_{ij}} \right) A S_j \right] \frac{L}{2} w x_i \quad (5.124)$$

sendo *cam* o número de camadas de armadura longitudinal ao longo da altura dos elementos finitos.

Finalmente, a matriz de rigidez tangente global e o vetor de forças internas da estrutura são obtidas a partir da soma das parcelas de contribuição do concreto e das armaduras longitudinais, dadas pelas Equações (5.121), (5.122), (5.123) e (5.124). Assim:

$$\underline{\underline{K}}_T = \underline{\underline{K}}_C + \underline{\underline{K}}_S \quad (5.125)$$

$$\underline{\underline{F}}_T^{int} = \underline{\underline{F}}_C^{int} + \underline{\underline{F}}_S^{int} \quad (5.126)$$

### 5.6.3 Processo de Newton-Raphson

A Equação (5.127), que representa o sistema do problema não linear tratado, tem como resposta procurada o vetor de deslocamentos nodais  $\underline{\underline{u}}$ . A Equação (5.127), mostra que para a obtenção do vetor  $\underline{\underline{u}}$  é necessário executar o cálculo da parte não linear da matriz de rigidez dependente dos deslocamentos residuais  $\underline{\underline{K}}(\underline{\underline{u}})$ , além de ser necessário conhecer os valores dos componentes da parte linear da matriz de rigidez  $\underline{\underline{K}}$  e do vetor de forças externas aplicadas sobre a estrutura  $\underline{\underline{F}}^{ext}$ . A não linearidade presente no sistema de equações a ser resolvido é consequência da dependência direta entre a resposta procurada ( $\underline{\underline{u}}$ ) e a solução desse sistema (dependente de  $\underline{\underline{K}}(\underline{\underline{u}})$ ).

$$\left[ \underline{\underline{K}} + \underline{\underline{K}}(\underline{\underline{u}}) \right] \cdot \underline{\underline{u}} = \underline{\underline{F}}^{ext} \quad (5.127)$$

Utiliza-se como estratégia de solução do problema não linear a técnica de Newton-Raphson, que consiste em dividir o carregamento total aplicado na estrutura em passos de carga, também chamados de incrementos. Esses incrementos são aplicados em passos finitos, igualmente ou diferentemente espaçados, objetivando representar o comportamento não linear

dos materiais e não linear geométrico da estrutura. Em cada um dos incrementos aplicados para a solução final do problema, realizam-se iterações lineares sucessivas, até que seja atingido o estado equilibrado num dado incremento.

A cada iteração atualiza-se a matriz de rigidez  $\underline{K}(\underline{u})$ , dependente da não linearidade dos materiais e da não linearidade geométrica. Esses efeitos não lineares provocam o desequilíbrio entre as forças internas e externas, o que desobedece o Princípio dos Trabalhos Virtuais (PTV). Assim, esse desequilíbrio acaba gerando um vetor de resíduos em força  $\Delta r_i$ .

A cada iteração  $i$  realizada dentro de um dado incremento, a busca pela configuração de equilíbrio consiste em obter o vetor de resíduos em força  $\Delta r_i$  e replicá-lo sobre a estrutura. Esse vetor de resíduos em força é obtido por meio da diferença entre os vetores de forças internas  $\underline{F}_i^{int}$  e externas  $\underline{F}^{ext}$ . O processo pela busca do equilíbrio, em um dado incremento, continua até que a norma do vetor de resíduos resulte menor ou igual a uma tolerância pré-estabelecida  $\xi$ .

$$|\Delta r_i| = |\underline{F}_i^{int} - \underline{F}^{ext}| \leq \xi \quad (5.128)$$

A Figura 5.25 ilustra o processo de Newton-Raphson para um dado incremento de carga genérico, retratando a busca pela configuração de equilíbrio por meio de diversas iterações. Importante destacar que o processo de convergência utilizando a matriz de rigidez tangente (atualizada a cada iteração) é mais rápido que aquele utilizando a matriz de rigidez secante.

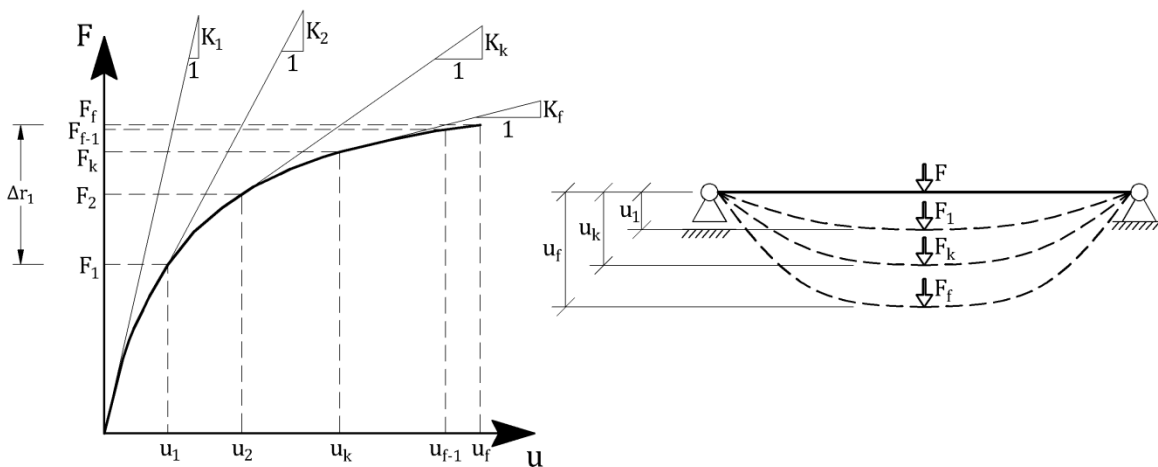


Figura 5.25 - Processo incremental-iterativo  
Fonte: O autor

## 5.6.4 Carga de violação de estado limite e algoritmo de busca

### 5.6.4.1 Definição de carga de violação de estado limite

A ABNT NBR 8681:2004 define estado limite como um estado a partir do qual a estrutura apresenta desempenho inadequado às finalidades da construção. No contexto da confiabilidade, um estado limite corresponde à fronteira entre o desempenho desejado e indesejado da estrutura, ou em outras palavras é a função que define a fronteira entre os limites de falha e segurança, denominada função de estado limite (ou equação de estado limite).

No contexto da segurança estrutural, para cada maneira individual na qual a estrutura apresenta um determinado estado indesejado, pode-se associar uma função de estado limite. O termo “falha”, portanto, não deve ser entendido necessariamente como o colapso ou ruína da estrutura, mas sim como a ultrapassagem de um estado desejado para um estado indesejado.

Portanto, neste trabalho a carga última de uma estrutura pode ser entendida como a carga, dentro do processo incremental-iterativo de solução do sistema de equações, que ocasiona a violação de um determinado estado limite pré-estabelecido. O termo “última” significa que é a carga exata sob a qual a estrutura pode estar submetida para que a mesma se encontre na fronteira entre um estado indesejado e um estado desejado, ou em outras palavras a última (ou máxima) carga que configura uma situação de segurança.

### 5.6.4.2 Estados limites considerados

Neste trabalho, analisam-se somente estados limites últimos (ELU). Outros tipos de estados limites considerados em análises estruturais são o estado limite de serviço (ELS) e o estado limite de fadiga (ELF) (ver seção 6.6 do presente trabalho). No estado limite último define-se que a falha por esgotamento da capacidade resistente de uma seção transversal corresponde à configuração em que os materiais atingem valores de deformação pré-estabelecidos para uma dada intensidade de carregamento. O limite de deformação para o concreto  $\varepsilon_{Clim}$  corresponde a um valor pré-estabelecido de deformação que considera a ruptura das bielas comprimidas no cisalhamento, seções úteis inteiramente comprimidas e flexão nos casos de seções úteis não inteiramente comprimidas. O limite de deformação para o aço  $\varepsilon_{Slim}$  corresponde a um valor pré-estabelecido de deformação para as armaduras longitudinais e transversais.

Quando em uma determinada seção transversal da estrutura as deformações dos materiais atingirem algum desses valores limites de deformação, admite-se que houve violação da condição de estado limite, o que não implica necessariamente a falha do sistema. Isso significa apenas que o primeiro modo de falha foi atingido, a menos que seja considerado que o sistema possua apenas um modo de falha. Caso seja considerado somente um modo de falha, ele próprio caracteriza a falha do sistema.

No caso da consideração de múltiplos modos de falha, após a ultrapassagem do primeiro modo de falha e dando continuidade à análise numérica, a segunda falha é caracterizada quando em outra seção, diferente da seção onde se constatou a primeira falha, as deformações dos materiais atingirem algum dos valores limites de deformação ( $\varepsilon_{Clim}$  ou  $\varepsilon_{Slim}$ ). A busca pela terceira carga última procede de forma análoga à segunda, sendo que agora a falha é caracterizada quando em outra seção, diferente da seção onde se constatou a primeira ou segunda falha, as deformações dos materiais atingirem algum dos valores limites de deformação ( $\varepsilon_{Clim}$  ou  $\varepsilon_{Slim}$ ).

A busca pelas cargas últimas correspondentes aos modos de falha considerados na análise continua até que o sistema estrutural permita. No caso de vigas hiperestáticas, por exemplo, admite-se que o número de cargas últimas procurado seja igual ao grau hiperestático da viga mais um. Após o número de cargas últimas procurado ser atingido, admite-se que a viga encontra-se em uma situação de hipoestaticidade.

A falha por perda de estabilidade global da estrutura é considerada neste trabalho quando a matriz de rigidez global do sistema torna-se singular, ou seja, o determinante da matriz é nulo. Em termos computacionais, constatada a singularidade da matriz de rigidez, o processo iterativo é interrompido, pois a tangente ao ponto procurado é nula. Nesse caso não se define nenhuma função de estado limite, admitindo-se que a carga última seja a carga do passo anterior ao passo que não apresenta convergência.

Assim, ao final de cada iteração, são verificadas as deformações dos materiais em cada ponto de Gauss do comprimento e da altura ao longo de todos os elementos finitos. Caso em algum ponto seja verificada a violação de um ou mais dos limites de deformação impostos, admite-se que a carga última foi atingida. Após ser atingida essa deformação limite, o programa armazena todos os valores importantes do passo anterior convergido e volta para este passo, reuplicando um incremento de carga menor do que o incremento normal definido no início da análise. Esse procedimento é repetido até uma tolerância pré-estabelecida para a busca da carga última ser atingida.

As funções de estado limite para cada ponto, tanto para o concreto ( $G_{Cijk}$ ) quanto para o aço ( $G_{Sijk}$ ) são assim definidas:

$$G_{Cijk} = \varepsilon_{Clim} - \varepsilon_{Cijk} \quad (5.129)$$

$$G_{Sijl} = \varepsilon_{Slim} - \varepsilon_{Sijl} \quad (5.130)$$

sendo  $i$ ,  $j$ ,  $k$  e  $l$  os índices, relacionados respectivamente, ao número de elementos finitos presentes na análise, ao número de pontos de Gauss ao longo do comprimento, ao número de pontos de Gauss na altura da seção transversal e ao número de camadas de armadura longitudinal.

A carga última da estrutura de um determinado modo de falha ( $P_{ult_{mod.n}}$ ), ou carga de violação de estado limite, em termos matemáticos é definida como:

$$P_{ult_{mod.n}} = P \left\{ \min \left[ \left( G_{Cijk_{mod.n}} \leq 0 \right) \cup \left( G_{Sijl_{mod.n}} \leq 0 \right) \right] \right\} \quad (5.131)$$

sendo  $mod.n$  o índice relacionado ao número do modo de falha em questão.

Cada busca de carga última relacionada a um determinado modo de falha caracteriza uma chamada completa do modelo mecânico de elementos finitos. Assim, na busca da carga última de um determinado modo de falha, as Equações (5.129) e (5.130) são avaliadas para todas as seções que ainda não tenha sido identificada falha na mesma.

#### 5.6.4.3 Algoritmo de busca

O modelo mecânico deste trabalho permite assim obter as cargas últimas de pórticos de concreto armado considerando-se os efeitos não lineares dos materiais e não lineares geométricos, por meio de um procedimento incremental-iterativo. A cada iteração verifica-se se o estado limite, escrito em termos de deformações, foi atingido. Caso não seja verificada a condição de violação, as variáveis do modelo, com exceção das variáveis relacionadas ao processo de corrosão, são atualizadas sempre após a convergência do processo iterativo.

Quando se atinge o estado limite, o processo é interrompido e reiniciado com um incremento de carga menor. Uma das maneiras de realizar esse processo consiste em dividir o passo de carga atual por um escalar pré-definido, por exemplo, dois. Dessa forma, o incremento de carga aplicado sempre é dado pela metade do incremento anterior convergido. Todas as variáveis da última iteração do passo anterior convergido são armazenadas e reutilizadas no início do novo passo de carga, repetindo a análise via elementos finitos para o novo incremento de carga. Todo esse processo é repetido até que o novo incremento aplicado seja desprezível quando

comparado com o passo de carga inicial da estrutura. Esta condição de parada do algoritmo ocorre quando a norma dos novos incrementos for menor que uma tolerância pré-estabelecida.

A Figura 5.26 mostra o fluxograma que relaciona o modelo mecânico com os efeitos corrosivos considerados neste trabalho. Após a convergência na busca pela carga última de todos os modos de falha procurados, é dado um incremento no tempo de análise corrosiva. No início deste novo tempo de análise, tanto a área das armaduras, como as tensões de escoamento do aço são reduzidas, conforme a formulação anteriormente apresentada. A cada incremento no tempo de análise corrosiva o programa é reiniciado, assim os parâmetros iniciais do modelo mecânico puro são restabelecidos. A análise continua até que não seja atingido um valor limite pré-estabelecido de tempo de análise corrosiva.

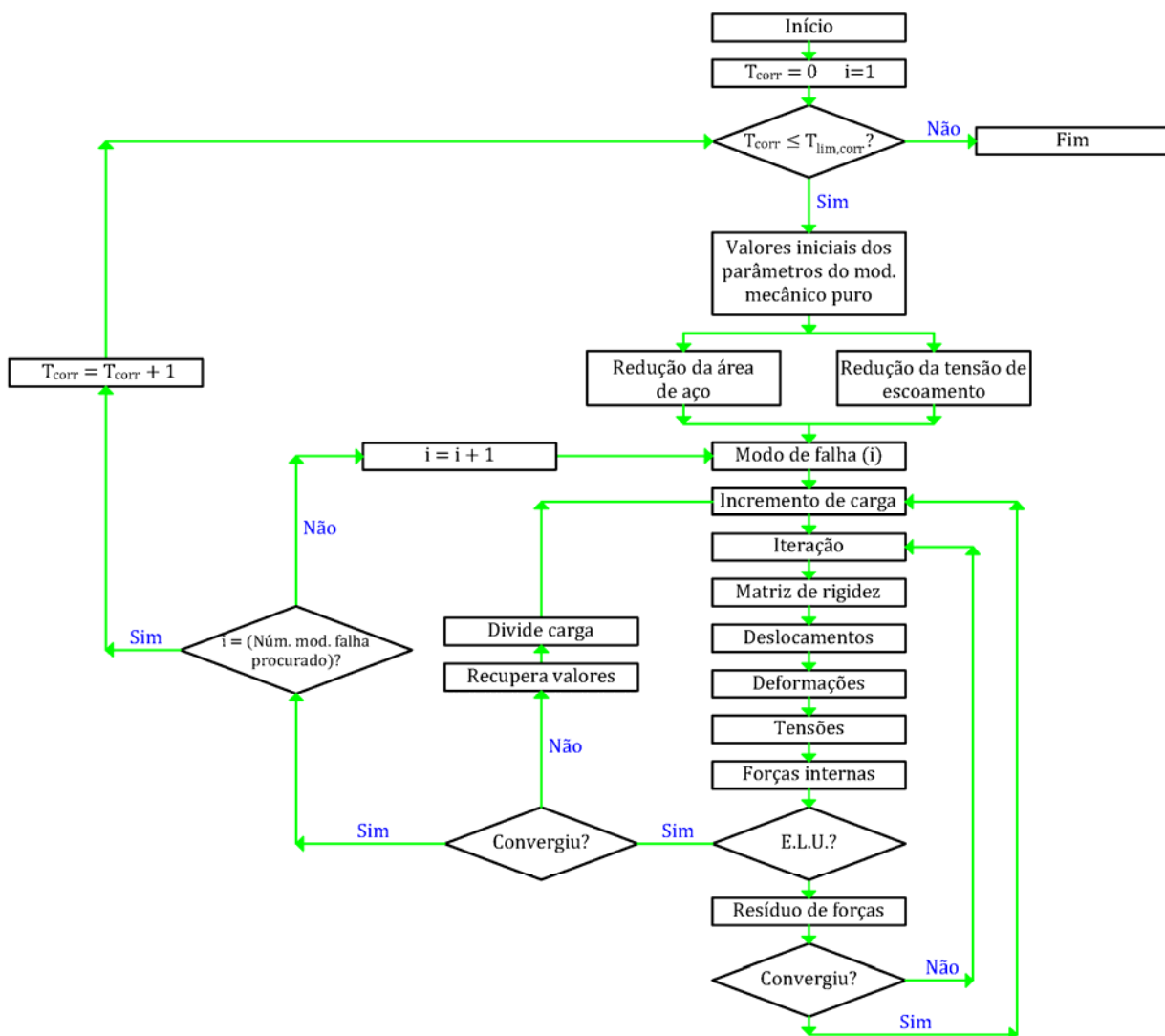


Figura 5.26 - Fluxograma do modelo mecânico relacionado aos efeitos corrosivos considerados

Fonte: O autor

# 6 CONFIABILIDADE ESTRUTURAL

## 6.1 GENERALIDADES

Muitas fontes de incertezas são inerentes à concepção estrutural. Apesar do que se pensa frequentemente, os parâmetros de carga e de capacidade de carga dos membros estruturais não são valores determinísticos (i.e., valores que são perfeitamente conhecidos). Eles são variáveis aleatórias e assim uma segurança absoluta (ou uma probabilidade de falha igual a zero) não pode ser alcançada. Conseqüentemente, as estruturas devem ser projetadas para desempenhar sua função com uma probabilidade de falha finita (NOWAK e COLLINS, 2000).

A análise de confiabilidade tem como premissa considerar as incertezas dos parâmetros ou variáveis de projeto a partir de suas informações estatísticas. Assim, as variáveis consideradas passam a ser definidas não mais por um único valor fixo, mas por um conjunto de informações, tais como uma medida central, uma medida de dispersão e uma distribuição de probabilidades. A vantagem de se trabalhar dessa forma é que as incertezas inerentes às variáveis de projeto na engenharia são consideradas de uma maneira consistente (NOGUEIRA, 2010).

O estudo de confiabilidade insere-se na tentativa de prever as incertezas e flutuações nas variáveis do sistema. Em uma análise de confiabilidade estrutural cada critério pode ser entendido como um evento estatístico e suas conseqüências como cenários de falha. A verificação de cada critério, portanto, se traduz na verificação de cada modo potencial de falha. (NOGUEIRA, 2005; LEONEL, 2009).

Atualmente a teoria de confiabilidade é empregada nas mais diversas áreas da ciência e em especial na engenharia, conforme pode ser visto na Figura 6.1.

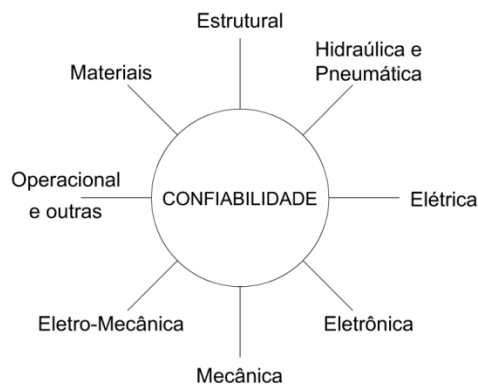


Figura 6.1 - Áreas funcionais da confiabilidade  
Fonte: Scapin, 1999

No projeto de qualquer tipo de estrutura, em especial as estruturas de grande importância ou mesmo em estruturas inovadoras (jamais antes executadas), uma análise probabilística é capaz de mensurar os riscos e incertezas envolvidas, levando assim a um maior controle e racionalização da estrutura a ser projetada.

## 6.2 DEFINIÇÕES E CONCEITOS

Conceitos fundamentais como probabilidade de falha, risco e confiabilidade são apresentados a seguir. Antes de fazê-lo, entretanto, é necessário introduzir conceitos como “probabilidade” e “propensão”.

O termo propensão pode ser entendido como uma medida da crença na ocorrência de um evento futuro. Evento pode ser interpretado como um resultado dentro do conjunto de todos os resultados possíveis de um experimento (espaço amostral). Já o termo probabilidade é um conceito, cuja definição pode ser dada segundo as formas frequentista, clássica ou axiomática. A definição matemática de probabilidade é dada de forma axiomática: “A probabilidade associada a um evento  $A$  é um número associado a este evento, que obedece aos três seguintes postulados”:

1.  $0 \leq P[A] \leq 1$ , i.e., a probabilidade é um número maior que zero e menor que um;
2.  $P[\Omega] = 1$ , i.e., a probabilidade de um evento certo é igual a um;
3.  $P[A + B] = P[A] + P[B]$  se  $A$  e  $B$  forem mutuamente exclusivos.

Se os eventos  $A$  e  $B$  não forem mutuamente exclusivos, a partir dos axiomas básicos tem-se que:  $P[A \cup B] = P[A] + P[B] - P[A \cap B]$ .

Em geral o termo propensão à falha deve ser utilizado em um contexto geral, porém quando a teoria de probabilidades é utilizada na estimativa da confiabilidade, que é o caso na grande maioria dos problemas em engenharia estrutural, o termo probabilidade de falha deve ser usado na quantificação da propensão à falha.

A probabilidade de falha pode ser definida como a propensão de que ocorra um evento de falha, ou seja, que um estado limite seja alcançado. O termo confiabilidade estrutural deve ser empregado em dois sentidos: primeiro, com sentido mais geral, a confiabilidade de uma estrutura é sua capacidade de atendimento aos propósitos de projeto, durante um determinado período de tempo. Já no segundo, num sentido matemático, a confiabilidade é a probabilidade de que a estrutura não alcance nenhum dos estados limites ou modos de falha especificados durante um determinado período de referência (NOWAK e COLLINS, 2000; THOFT-CHRISTENSEN e BAKER, 1982).



Portanto, em termos estatísticos, a confiabilidade  $C$  é definida como o complemento da probabilidade de falha  $P_f$ , dado por:

$$C = 1 - P_f \quad (6.1)$$

Geralmente, os valores de confiabilidade são próximos de 1 e contém um número muito grande de algarismos significativos. Devido a isso, costuma-se trabalhar com a probabilidade de falha que, no caso de estruturas civis, é da ordem de  $10^{-3}$  a  $10^{-6}$ .

O risco associado a um determinado evento ou atividade pode ser definido como o produto da probabilidade de ocorrência do evento (ou frequência) pelas consequências da ocorrência do mesmo:  $\text{risco} = P[\text{ocorrência}] \times \text{consequências}$

Quando as consequências de um evento  $E$  são quantificadas na forma de uma função custo  $C[.]$ , o risco associado ao evento  $E$  fica:

$$\text{risco}[E] = P[E] \times C[E] \quad (6.2)$$

sendo  $P[E]$  a probabilidade de ocorrência do evento  $E$ . Assim, a análise de risco em sistemas de engenharia envolve a avaliação das probabilidades de ocorrência  $P[E]$  e dos respectivos custos de ocorrência  $C[E]$  relacionados com todos os eventos  $E$ . Entretanto, muitas vezes é difícil determinar-se o custo  $C[E]$  de forma quantitativa (BECK, 2014).

### 6.3 CLASSIFICAÇÃO DAS INCERTEZAS

Nowak e Collins (2000) classificam os tipos de incertezas no processo construtivo em duas categorias generalizadas: causas naturais de incerteza e causas humanas de incerteza. Segundo os autores, é conveniente considerar um parâmetro aleatório como carga ou resistência, por exemplo, como função de três outros fatores:

1. Fator de variação física: representa a variação da carga e da resistência que é inerente à quantidade a ser considerada. Exemplos: variação da pressão do vento, terremotos, cargas moveis e propriedades do material.
2. Fator de variação estatística: representa a incerteza que surge da estimativa de parâmetros baseados em uma amostra de dimensão limitada. Quanto maior o número de amostras, menor será a incerteza relacionada ao fator de variação estatística.
3. Fator de variação de modelo: representa a incerteza devido a simplificações adotadas, desconhecimento das condições de contorno e desconhecimento dos efeitos de

outras variáveis. Pode ser considerada como a relação entre a resistência real (resultados de testes) e a resistência prevista usando o modelo.

Existem diversas formas nas quais as incertezas podem ser classificadas. Uma delas é a distinção entre incerteza intrínseca e incerteza epistêmica. A primeira é aquela que faz parte da natureza dos processos envolvidos e a segunda se refere a incertezas que podem ser reduzidas com informações adicionais, melhores modelos e melhores estimativas de parâmetros (MELCHERS, 1999).

A variabilidade está presente nos problemas de confiabilidade sob a forma de incertezas, as quais são divididas em (MELCHERS, 1999):

- Incerteza física: corresponde à aleatoriedade natural dos fenômenos físicos, químicos, biológicos, atmosféricos que nos rodeiam e que afetam o comportamento de sistemas de engenharia. Geralmente presentes nas avaliações de dimensões, valores de ações, valores de propriedades de materiais etc;
- Incerteza de previsão: refere-se à previsão de condições futuras de um processo ou sistema. Muitas vezes, a informação disponível sobre determinado processo é limitada a um curto período, mas deve ser extrapolada para o período de vida útil da estrutura. Extremos de fenômenos ambientais são exemplos típicos deste tipo de incerteza;
- Incerteza estatística: a determinação da curva de distribuição de probabilidades de uma variável aleatória ou de seus parâmetros e momentos, baseada em amostras, estão sujeitas a esse tipo de incerteza;
- Incerteza de decisão: está relacionada com a definição sobre se determinado evento ocorreu ou não;
- Incerteza de modelo: proveniente das simplificações e das hipóteses adotadas para a modelagem do comportamento estrutural, do emprego de novos materiais, técnicas construtivas, etc.;
- Incerteza fenomenológica: refere-se a fenômenos inimagináveis para o projetista, mas que vem a afetar a segurança da estrutura. São incertezas que não podem ser incorporadas na análise e que se manifestam quando já é muito tarde;
- Incerteza devida ao fator humano: tem como natureza a ação do homem, quer seja intencional ou não, que afeta de maneira indesejável o comportamento do sistema estrutural.

## 6.4 REQUISITOS DE SISTEMAS ESTRUTURAIS

As estruturas e os elementos estruturais são projetados, construídos e mantidos de modo a cumprir uma determinada função estrutural (BECK, 2014). Esta função deve ser cumprida:

- a) durante um determinado período, chamado de vida útil ou vida de projeto;
- b) com um nível adequado de segurança e;
- c) de maneira economicamente viável.

Em particular, estruturas e elementos estruturais devem cumprir os seguintes requisitos básicos:

- requisito de serviço: uma estrutura deve se manter em condições apropriadas para a execução da função a qual se destina durante todo o período de vida útil;
- requisito de segurança: uma estrutura necessita suportar carregamentos extremos esporádicos e carregamentos repetitivos aos quais a mesma esteja sujeita dentro do período de vida previsto, sem entrar em colapso ou apresentar severos danos permanentes;
- requisito de robustez: uma estrutura não deve ser danificada por eventos acidentais, como incêndios, explosões, impacto ou erros humanos de maneira desproporcional à severidade do evento causador do dano.

Aliado aos três requisitos básicos apresentados anteriormente, as estruturas e elementos estruturais devem satisfazer ainda os seguintes requisitos:

- requisito econômico: uma estrutura deve atender aos três requisitos básicos sem comprometer sua capacidade de gerar lucro, sob pena de se tornar economicamente inviável;
- requisito social: uma estrutura deve atender aos quatro requisitos anteriores com níveis de risco aceitáveis por parte do público ou usuário.

## 6.5 ESTADOS LIMITES

Um “estado limite” é uma fronteira entre um desempenho desejado e um desempenho indesejado para uma estrutura. Essa fronteira é frequentemente representada matematicamente por uma “equação de estado limite” ou “função de desempenho” (NOWAK e COLLINS, 2000).

Cada distinta maneira que possa levar a um estado indesejável da estrutura é chamada, genericamente, de um modo de falha. Cada modo de falha dá origem a um estado limite. Os

modos de falha e os estados limites correspondentes representam modelos idealizados da falha em estruturas (BECK, 2014).

Em uma análise de confiabilidade estrutural três tipos de estados limites são considerados (NOWAK e COLLINS, 2000):

1. Estado limite último (ELU): estão principalmente relacionados com a perda da capacidade de suporte de carga. Exemplos de modos de falha nesta categoria incluem: ultrapassagem da capacidade de momento resistente, formação de rótula plástica, esmagamento do concreto na compressão, perda da estabilidade global, flambagem de flanges, etc.
2. Estado limite de serviço (ELS): estão relacionados a deteriorações graduais, conforto dos usuários ou a custos de manutenção. Eles podem ou não estar diretamente relacionados com a integridade estrutural. Exemplos deste modo de falha incluem: deflexões excessivas, excesso de vibrações, deformações permanentes e abertura de fissuras.
3. Estado limite de fadiga (ELF): estão relacionados com a acumulação de dano e eventual falha sob cargas repetidas. Observa-se que componentes estruturais podem falhar sob carregamentos repetidos com uma intensidade menor que a da carga última. O mecanismo de falha envolve a formação e propagação de fissuras até a sua ruptura. Esse tipo de estado limite ocorre em componentes de aço e nas barras de armaduras no concreto, especialmente naquelas tensionadas.

A NBR 6118:2014 define dois tipos de estado limite: o estado limite último e o estado limite de serviço. O estado limite de serviço é ainda subdividido em: estado limite de formação de fissuras, estado limite de abertura das fissuras, estado limite de deformações excessivas, estado limite de descompressão, estado limite de descompressão parcial, estado limite de compressão excessiva e estado limite de vibrações excessivas.

Os estados limites e, portanto, os modelos de falha de estruturas e de elementos estruturais, podem ser quantificados através de equações chamadas de “equações de estado limite”. Para cada estado limite da estrutura, uma equação de estado limite é escrita em função das variáveis de projeto  $\mathbf{X}$  como:

$$G(\mathbf{X}) = G(X_1, X_2, \dots, X_n) = 0 \quad (6.3)$$

Estas equações são definidas de tal forma que valores negativos representam falha e valores positivos representam não falha da estrutura. Assim, as equações de estado limite estabelecem, para cada modo de falha, a fronteira entre os domínios de falha e não falha, ou a fronteira entre os estados desejável e indesejável da estrutura:

$$\begin{aligned} D_f &= \{\mathbf{x} | G(\mathbf{x}) \leq 0\} \\ D_s &= \{\mathbf{x} | G(\mathbf{x}) > 0\} \end{aligned} \quad (6.4)$$

O domínio de falha  $D_f$  é formado por todos os pontos do espaço amostral de  $\mathbf{X}$  ( $\mathbb{R}^n$ ) que levam a falha da estrutura, conforme representado na Figura 6.2.

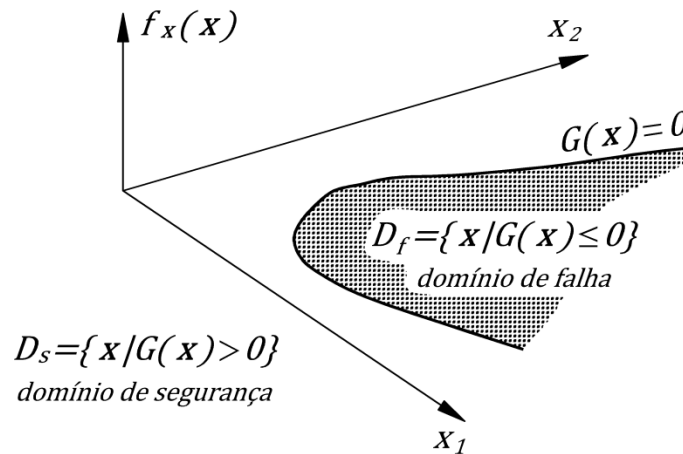


Figura 6.2 - Equação de estado limite para duas variáveis aleatórias e domínios de falha e segurança  
Fonte: Beck, 2014; Adaptado

O domínio de sobrevivência  $D_s$  é o conjunto complementar ao domínio de falha.

## 6.6 PROBLEMA FUNDAMENTAL DA CONFIABILIDADE ESTRUTURAL

A probabilidade de falha é uma medida de propensão à violação de estados limites. De maneira geral, escrevemos:

$$P_f = P[\{\mathbf{X} \in D_f\}] = P[\{G(\mathbf{X}) \leq 0\}] \quad (6.5)$$

A Equação (6.5) representa um problema genérico de confiabilidade, com seus parâmetros de projeto não explicitados na equação e representados simplesmente por  $\mathbf{X}$ . A fim de tornar essa ideia mais clara, consideremos o problema fundamental de confiabilidade estrutural.

O problema fundamental da confiabilidade estrutural considera somente duas variáveis aleatórias: o efeito da solicitação  $S$  e a resistência  $R$ . Cada uma dessas variáveis aleatórias é descrita por sua função marginal de densidade de probabilidades conhecida  $f_S()$  e  $f_R()$ , respectivamente. É importante notar que  $S$  pode ser obtida por meio da aplicação de uma carga

$Q$  através de uma análise estrutural (ou determinista ou com componentes aleatórios). Outro fato a ser observado é que  $R$  e  $S$  devem ser expressos nas mesmas unidades.

Por conveniência, mas sem perder o caráter geral do processo, somente a segurança de um elemento estrutural isolado será considerada aqui. A falha do elemento estrutural em questão é então definida quando verifica-se que a resistência  $R$  é menor do que a solicitação  $S$  agindo sobre o mesmo. Assim, a equação de estado limite para o problema fundamental de confiabilidade estrutural é:

$$G(R, S) = R - S \quad (6.6)$$

A probabilidade de falha  $P_f$  do elemento estrutural pode ser indicada por qualquer uma das seguintes formas (MELCHERS 1999):

$$P_f = P[R \leq S] = P[R - S \leq 0] = P\left[\frac{R}{S} \leq 1\right] = P[\ln R - \ln S \leq 0] \quad (6.7)$$

ou, de maneira geral:

$$P_f = P[G(R, S) \leq 0] \quad (6.8)$$

As funções marginais de densidade de probabilidades  $f_R(r)$  e  $f_S(s)$  estão representadas na Figura 6.3 juntamente com a função conjunta de densidade de probabilidades de  $R$  e  $S$ ,  $f_{RS}(r, s)$ .

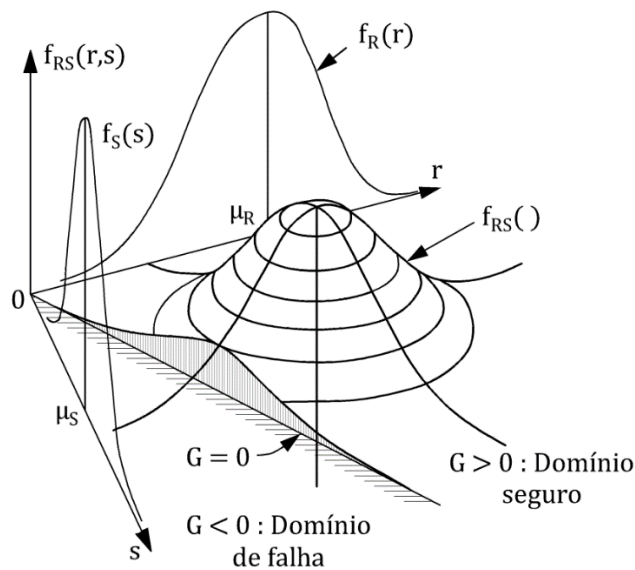


Figura 6.3 - Função conjunta de densidade de probabilidades  $f_{RS}(r, s)$ , funções marginais de densidade de probabilidades  $f_R(r)$  e  $f_S(s)$  e domínio de falha

Fonte: Melchers, 1999: Adaptado

Para qualquer elemento infinitesimal  $(\Delta r \Delta s)$ , a função  $f_{RS}(r, s)$  representa a probabilidade que  $R$  assuma um valor entre  $r$  e  $r + \Delta r$  e que  $S$  assuma um valor entre  $s$  e  $s + \Delta s$  quando  $\Delta r$  e  $\Delta s$  tendem a zero. Portanto, a probabilidade de falha é igual a:

$$P_f = P[R - S \leq 0] = P[(r, s) \in D_f] = \iint_{D_f} f_{RS}(r, s) dr ds \quad (6.9)$$

Quando  $R$  e  $S$  forem estatisticamente independentes,  $f_{RS}(r, s) = f_R(r)f_S(s)$ , sendo o domínio de falha  $D_f$  limitado pela equação  $s = r$ , modificando a Equação (6.9) conforme segue:

$$P_f = P[R - S \leq 0] = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{s=r} f_R(r)f_S(s) dr ds \quad (6.10)$$

Observando que para qualquer variável aleatória  $X$ , a função de distribuição acumulada de probabilidades é dada por:

$$F_x(x) = P[X \leq x] = \int_{-\infty}^{+\infty} f_x(y) dy \quad (6.11)$$

com  $x \geq y$ , segue que para o caso em que  $R$  e  $S$  são independentes, a Equação (6.10) pode ser escrita na forma de uma integral simples:

$$P_f = P[R - S \leq 0] = \int_{-\infty}^{+\infty} F_R(x)f_S(x) dx \quad (6.12)$$

Através da integração de  $f_R(\cdot)$  na Equação (6.10), a ordem de integração foi reduzida em um. Isso só foi possível porque assumiu-se que  $R$  é independente de  $S$ . Em geral, a dependência entre variáveis deve ser considerada.

Uma expressão alternativa para a Equação (6.12) é:

$$P_f = \int_{-\infty}^{+\infty} [1 - F_S(x)] f_R(x) dx \quad (6.13)$$

que é simplesmente a “soma” das probabilidades de falha de todos os casos em que a solicitação excede a resistência.

Portanto, a probabilidade de falha vem a ser a área sob a curva  $f_S(s)F_R(s)$ . Esta área é proporcional (mas não idêntica) à área de interferência entre as distribuições de  $R$  e  $S$ , conforme a Figura 6.4 (BECK, 2014).

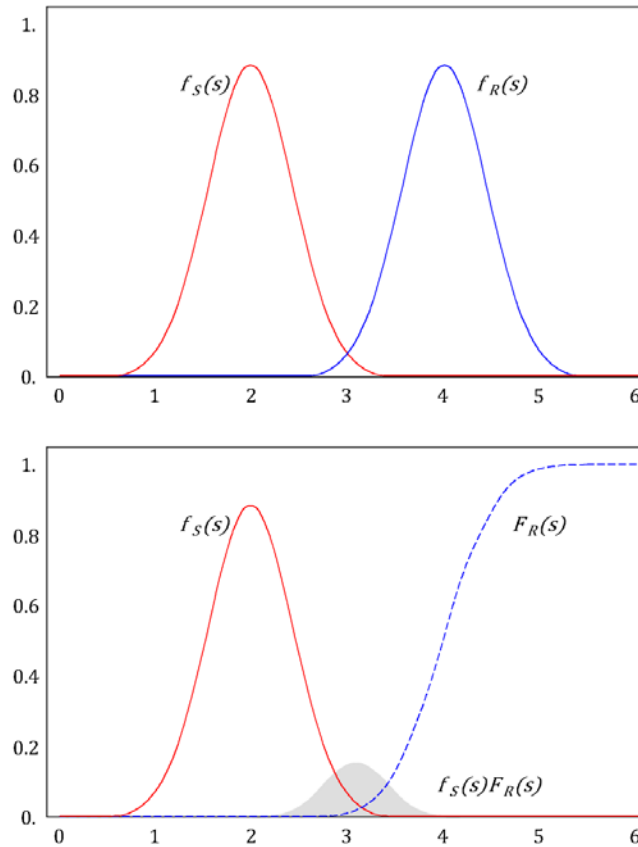


Figura 6.4 - Problema fundamental de confiabilidade (interferência entre populações)  
 Fonte: Beck, 2014: Adaptado

Por esta semelhança, este problema é também conhecido na literatura como o problema de “interferência entre populações”.

As normas prescrevem coeficientes parciais de segurança, com o intuito de afastar as curvas mostradas na Figura 6.4 e, conseqüentemente, diminuir a interferência entre populações. Um aumento do controle da qualidade na produção dos materiais construtivos, por exemplo, diminui a incerteza associada à resposta mecânica esperada quando estes materiais forem submetidos a esforços solicitantes. Portanto, quanto mais eficiente o controle da qualidade na produção, menor a variabilidade associada e conseqüentemente maior a confiabilidade do componente.

## 6.7 ÍNDICE DE CONFIABILIDADE E PONTO DE PROJETO

De forma simplificada, apresenta-se o índice de confiabilidade  $\beta$  considerando-se a equação de estado limite do problema fundamental de confiabilidade estrutural. Essa equação foi apresentada anteriormente:  $G = R - S$ .



Para avaliar a probabilidade de falha tomando essa equação de estado limite, as Equações (6.12) e (6.13) fornecem a resposta, conforme já apresentado. Sendo  $R$  e  $S$  variáveis aleatórias,  $G$  também será uma variável aleatória. Além disso, se  $R$  e  $S$  forem variáveis gaussianas o problema poderá ser resolvido analiticamente, visto que nessa situação  $G$  também será uma variável gaussiana. Sendo  $R$  e  $S$  variáveis independentes, os parâmetros da variável  $G$  podem ser calculados:

$$\mu_G = \mu_R - \mu_S \quad (6.14)$$

$$\sigma_G = \sqrt{\sigma_R^2 + \sigma_S^2} \quad (6.15)$$

sendo  $\mu$  a média da variável aleatória e  $\sigma$  seu desvio padrão. A variável aleatória  $G$  pode ser transformada em uma variável aleatória normal padrão, ou seja, com média igual a zero (nula) e desvio padrão unitário, por meio da transformação de Hasofer e Lind, conforme segue:

$$Y_G = \frac{G - \mu_G}{\sigma_G} \quad (6.16)$$

Esta transformação permite avaliar probabilidades associadas à  $G$  através da função de distribuição normal acumulada padronizada. A probabilidade de falha resulta:

$$P_f = P[G \leq 0] \rightarrow P_f = \Phi \left[ -\frac{\mu_G}{\sigma_G} \right] \quad (6.17)$$

onde  $\Phi$  representa a função de distribuição normal acumulada padronizada, dada por:

$$\Phi(\beta) = \int_{-\infty}^{\beta} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp \left[ -\frac{x^2}{2} \right] dx \quad (6.18)$$

O termo entre colchetes na Equação (6.17), dado pela razão entre a média e o desvio padrão de  $G$ , é denominado índice de confiabilidade, sendo representado usualmente pela letra  $\beta$ . Cabe ressaltar aqui que a equação de estado limite que estamos tratando é linear e assim o método utilizado para a determinação do índice de confiabilidade, chamado de FOMV (*First Order Mean Value*), fornece a resposta exata. O FOMV não é considerado uma forma correta de resolver problemas de confiabilidade estrutural devido a sua limitação quanto à forma da equação de estado limite e quanto à distribuição estatística das variáveis do problema. No caso de equações de estado limite não lineares e variáveis não gaussianas, o FOMV não fornece respostas exatas.

A probabilidade de falha e o índice de confiabilidade estão relacionados pela expressão:

$$P_f = \Phi(-\beta) \text{ ou } \beta = -\Phi^{-1}(P_f) \quad (6.19)$$

Como a integral presente na Equação (6.18) não possui solução analítica, diversos autores elaboraram tabelas que reportam a relação entre a probabilidade de falha  $P_f$  e o índice de confiabilidade  $\beta$ .

No entanto, foram desenvolvidas expressões analíticas aproximadas para a Equação (6.18) e também para a sua inversa, não envolvendo nenhum tipo de integral. Tal informação é extremamente útil quando há interesse na implementação computacional de tais expressões.

Apesar do índice de confiabilidade ter sido aqui apresentado apenas para variáveis gaussianas, é possível abordar problemas em que as variáveis aleatórias apresentem uma distribuição estatística qualquer. Nesse caso, deve ser considerada uma transformação intermediária para a obtenção de variáveis normais equivalentes e só depois calcular as variáveis no espaço normal padrão, como será apresentado adiante.

Uma interessante interpretação geométrica pode ser feita para o índice de confiabilidade. A mínima distância entre um ponto pertencente à equação de estado limite e a origem do espaço normal padrão, corresponde ao índice de confiabilidade  $\beta$ . Esta interpretação pode ser feita através da Figura 6.5.

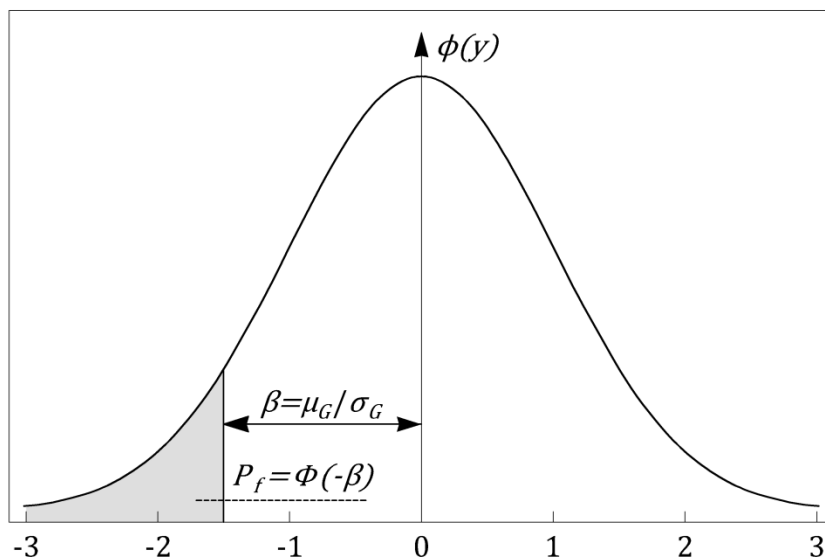


Figura 6.5 - Aproximação de primeira ordem: integração unidimensional  
Fonte: Beck, 2014: Adaptado

Outro conceito importante em confiabilidade é o de “ponto de projeto”. O ponto de projeto  $\mathbf{y}^*$  é o ponto sobre a equação de estado limite que corresponde à mínima distância à origem e é habitualmente indicado por um asterisco (\*). O ponto de projeto é também o ponto sobre o domínio de falha com maior probabilidade de ocorrência, ou seja, é o ponto que indica

quais são os valores das variáveis envolvidas na equação de estado limite que têm maior probabilidade de levar à falha.

A transformação para o espaço normal padrão dá origem a uma distribuição multi-normal padrão, a qual possui simetria radial e cujas curvas de equiprobabilidade são círculos concêntricos centrados na origem, conforme mostrado na Figura 6.6. Pode-se identificar na figura o fato de que o ponto sobre o domínio de falha com maior probabilidade de ocorrência (ponto de projeto) é aquele que intercepta a linha de equiprobabilidade de maior conteúdo de probabilidade. Devido à forma circular das linhas de equiprobabilidades, este é também o ponto sobre a equação de estado limite mais próximo da origem. Isto acontece porque a função de densidade multi-normal padrão decai exponencialmente com a distância radial da origem, enquanto que a distância à origem aumenta de forma quadrática (BECK, 2014).

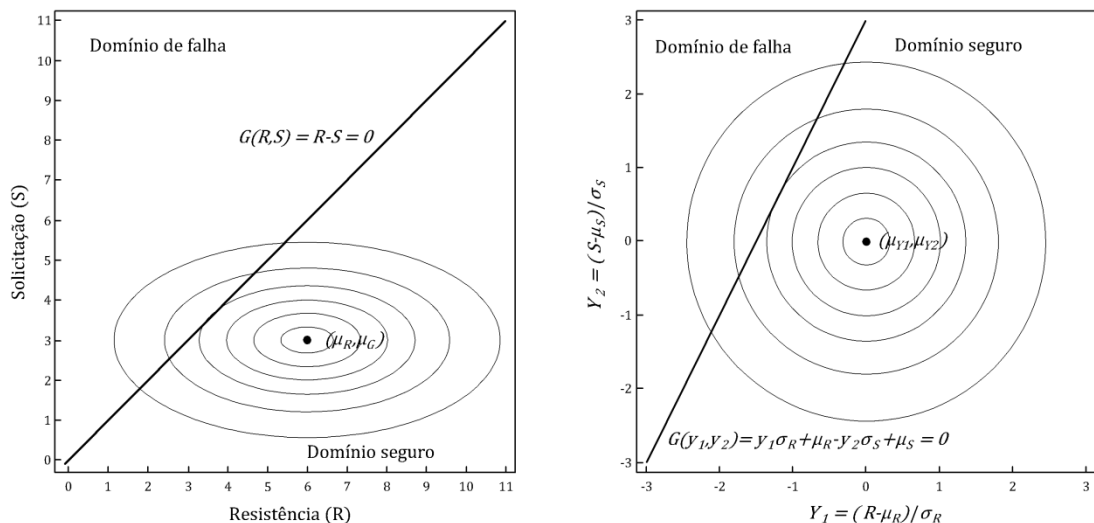


Figura 6.6 - Transformação das variáveis  $R$  e  $S$  em variáveis normais padrão e ponto de projeto  
Fonte: Beck, 2014: Adaptado

Por último, vale destacar que o ponto de projeto  $\mathbf{y}^*$  é também o ponto ideal para se realizar a linearização da equação de estado limite, quando esta for não linear, como será visto no algoritmo FORM, descrito em seção posterior neste trabalho.

## 6.8 MÉTODOS PARA CALCULAR A PROBABILIDADE DE FALHA

Diversos métodos foram desenvolvidos para o cálculo da probabilidade de falha, envolvendo diversas aproximações. Cada método possui suas particularidades e limitações. Os métodos de obtenção da probabilidade de falha são descritos resumidamente como (CHEUNG, 2007):

- Analíticos: somente em poucos casos é possível encontrar a solução analítica e esta depende do vetor de variáveis aleatórias que devem ser independentes e com distribuição de probabilidades do tipo normal.
- FOSM (*First Order Second Moment*): neste método a equação de estado limite é aproximada por um hiperplano (linearização de uma equação não-linear multidimensional) no ponto mais representativo (ponto de projeto), e a informação estatística para construção da função conjunta de distribuição  $f_{\mathbf{X}}(\mathbf{x})$  se limita aos dois primeiros momentos (média  $\mu$  e variância  $\sigma^2$ ).
- FORM (*First Order Reliability Method*): similarmente ao FOSM, este método aproxima a equação de estado limite por um hiperplano, porém utiliza todas as informações estatísticas das variáveis envolvidas, como o tipo das distribuições marginais não-gaussianas e os coeficientes de correlação entre pares de variáveis.
- SORM (*Second Order Reliability Method*): este método utiliza todas as informações do método anterior, diferenciando-se pela aproximação de uma função de segunda ordem (quadrática) no ponto de projeto, isto é, por uma hiperesfera (transformação das equações de estado limite em funções de segunda ordem).
- Simulação: todas as informações estatísticas são consideradas e a confiabilidade é obtida por experimentos aleatórios simulando  $n$  realizações das variáveis aleatórias.

Vários autores dividem os modelos para o cálculo da confiabilidade estrutural conforme apresentado na Tabela 6.1.

Tabela 6.1 - Hierarquia dos métodos de medidas de confiabilidade estrutural

Nível	Métodos de cálculo	Distribuição de probabilidades	Equações de estado limite	Incerteza nos dados	Resultado
1 Normas técnicas	Calibração com regras normativas utilizando nível 2 ou 3	Não são utilizadas	Geralmente funções lineares	Fatores arbitrários	Fatores de segurança parciais $\gamma_g$ , $\gamma_q$ e $\gamma_m$
2 Métodos de segundo momento	Álgebra em segundo momento	Somente distribuição normal	Linear ou linearmente aproximada por um hiperplano	Podem ser incluídas apenas as estatísticas de segundo momento	Probabilidade de falha nominal $P_{fn}$
3 "Métodos exatos"	Transformação	Distribuição normal equivalente	Linear ou aproximada por hiperplano, parabolóide ou outros	Podem ser incluídas como variáveis aleatórias	Probabilidade de falha $P_f$
	Integração numérica	Utilização plena	Qualquer forma		
4 Métodos de decisão	Qualquer um dos métodos acima mais informações sobre o custo caso exista falha				Custo mínimo ou máximo benefício

Fonte: Melchers, 1999

Nos últimos anos, diversos pesquisadores vêm desenvolvendo métodos de confiabilidade mais sofisticados e avançados, para tratar de problemas complexos ou para reduzir o número de simulações necessárias para calcular-se a probabilidade de falha. Simulações computacionais de modelos mecânicos complexos frequentemente demandam um alto custo computacional. Portanto, a resposta do problema de confiabilidade, que é dependente do modelo mecânico adotado, pode demandar um alto tempo de processamento ou um grande número de chamadas do modelo mecânico. Dentre estes métodos mais avançados citam-se alguns:

- Simulação de Monte Carlo com amostragem por importância utilizando pontos de projeto ou por importância adaptativa;
- Simulação de Monte Carlo utilizando amostragem por hiper-cubo latino (LHS), amostragem assintótica ou amostragem por subconjunto;
- Meta modelos como superfícies de resposta polinomiais;
- Técnicas modernas de meta-modelagem como redes neurais, expansão em polinômios de caos e krigagem (ou processo Gaussiano).

Neste trabalho, dentre estes métodos mais avançados, será usado somente o método da superfície de resposta polinomial. Além dele será utilizado também o método FORM e o método da simulação de Monte Carlo.

## 6.9 FORM/SORM

Tanto o método de confiabilidade FORM como o SORM envolvem a construção de uma função conjunta de distribuição de probabilidades  $f_{\mathbf{X}}(\mathbf{x})$ , bem como uma transformação desta para o espaço normal padrão, tornando-a uma distribuição gaussiana padrão multivariada (com média zero e desvio padrão unitário). A função conjunta de distribuição de probabilidades  $f_{\mathbf{X}}(\mathbf{x})$  é construída com base na informação existente, que na maior parte dos casos se limita às funções de distribuição marginais e a coeficientes de correlação entre pares de variáveis aleatórias. A construção da função conjunta de probabilidades é feita levando em consideração a facilidade de transformação da mesma para o espaço normal padrão. Esta transformação envolve a eliminação da correlação entre variáveis aleatórias e o cálculo de variáveis normais equivalentes (BECK, 2014).

Após a realização da transformação da função conjunta de distribuição de probabilidades  $f_{\mathbf{X}}(\mathbf{x})$  para o espaço normal padrão, os métodos FORM ou SORM podem ser empregados.

### 6.9.1 Métodos de transformação

Primeiramente é de interesse diferenciar os diversos “espaços” dos quais aqui iremos tratar. O contexto com o qual a palavra “espaço”, aqui utilizada, não condiz com a interpretação matemática para o mesmo termo.

O conjunto  $\mathbb{X}$  é denominado de “espaço de projeto” ou “espaço físico”. Neste espaço, as variáveis de projeto assumem valores com dimensão (MPa, kN, mm, etc). O conjunto  $\mathbb{Z}$ , por sua vez, é denominado espaço normal padrão correlacionado. Por fim, o conjunto  $\mathbb{Y}$  é denominado espaço normal padrão não correlacionado. Tanto no espaço  $\mathbb{Z}$  quanto no espaço  $\mathbb{Y}$  as variáveis aleatórias são adimensionais.

Os métodos de transformação consistem em um mapeamento um a um, que leva os pontos do espaço original de projeto  $\mathbb{X}$  para o espaço normal padrão não correlacionado  $\mathbb{Y}$ . Teoricamente, este mapeamento pode realizado de três formas:

- Por meio da transformação de Rosenblatt;
- Por meio da transformação direta reversível;

- Por meio de uma transformação composta utilizando o modelo de Nataf.

A transformação de Rosenblatt envolve distribuições de probabilidade condicionais que dificilmente são conhecidas e, portanto, sua importância é mais teórica do que prática.

A transformação direta reversível tem a capacidade de transformar variáveis aleatórias limitadas entre o espaço físico e o espaço normal padrão não correlacionado e vice-versa. Entretanto, neste trabalho, quando utilizada tal tipo de variável, não será necessário realizar transformações nos dois sentidos entre os espaços, mas somente em um sentido.

Já a transformação composta utilizando o modelo de Nataf se adequa melhor à informação disponível nos problemas reais. Este tipo de transformação é utilizada neste trabalho e é descrita a seguir.

#### 6.9.1.1 Transformação composta utilizando o modelo de Nataf

Esta transformação recebe o nome de composta, pois envolve as seguintes etapas:

1. Uma transformação das distribuições marginais originais em distribuições normais equivalentes (princípio da aproximação normal);
2. Determinação de coeficientes de correlação equivalentes para as distribuições marginais normais (modelo de Nataf);
3. Eliminação da correlação através de decomposição ortogonal ou de fatoração de Cholesky da matriz de correlação.

##### 6.9.1.1.1 O princípio da aproximação normal

O princípio da aproximação normal (DITTLEVSEN, 1981) consiste em determinar, para um ponto  $x_i^*$  uma distribuição normal equivalente que preserve o conteúdo de probabilidades da distribuição original  $F_{X_i}(x_i^*)$  neste ponto. Como a distribuição normal equivalente está definida no espaço  $\mathbb{X}$ , escreve-se:

$$F_{X_i}^{Neq}(x_i^*) = F_{X_i}(x_i^*) \quad (6.20)$$

A distribuição normal equivalente possui dois parâmetros que são a média  $\mu_{X_i}^{Neq}$  e o desvio padrão  $\sigma_{X_i}^{Neq}$ . Portanto, para determinar os dois parâmetros da distribuição normal equivalente é necessária uma segunda equação. O critério para estabelecer esta segunda equação é arbitrário, mas uma condição natural é:

$$f_{X_i}^{Neq}(x_i^*) = f_{X_i}(x_i^*) \quad (6.21)$$

Utilizando a transformação de Hasofer e Lind, obtemos um conjunto de variáveis  $Z = \{Z_1, Z_2, \dots, Z_n\}$  com distribuições marginais normais padrão, mas com uma possível correlação entre elas:

$$z_i^* = \frac{x_i^* - \mu_{X_i}^{Neq}}{\sigma_{X_i}^{Neq}} \quad (6.22)$$

Escrevendo as equações (6.20) e (6.21) em termos de  $z_i^*$  obtém-se:

$$F_{X_i}(x_i^*) = \Phi\left(\frac{x_i^* - \mu_{X_i}^{Neq}}{\sigma_{X_i}^{Neq}}\right) = \Phi(z_i^*) \quad (6.23)$$

e:

$$f_{X_i}(x_i^*) = \frac{1}{\sigma_{X_i}^{Neq} \sqrt{2\pi}} \exp\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{x_i^* - \mu_{X_i}^{Neq}}{\sigma_{X_i}^{Neq}}\right)^2\right] = \frac{\phi(z_i^*)}{\sigma_{X_i}^{Neq}} \quad (6.24)$$

Utilizando a Equação (6.23) pode-se calcular  $z_i^*$ :

$$z_i^* = \Phi^{-1}\left(F_{X_i}(x_i^*)\right) \quad (6.25)$$

Da Equação (6.24) obtém-se uma expressão para o desvio padrão da distribuição normal equivalente:

$$\sigma_{X_i}^{Neq} = \frac{\phi(z_i^*)}{f_{X_i}(x_i^*)} \quad (6.26)$$

e, finalmente, da Equação (6.22) obtém-se uma expressão para a média da distribuição normal equivalente:

$$\mu_{X_i}^{Neq} = x_i^* - z_i^* \sigma_{X_i}^{Neq} \quad (6.27)$$

O procedimento de aproximar a cauda da distribuição original pela cauda de uma distribuição normal equivalente é conhecido na literatura como princípio da aproximação normal – *Principle of normal tail approximation* (DITLEVSEN, 1981). A transformação deve ser refeita à medida que o algoritmo pela busca do ponto de projeto avança e o ponto  $x^*$  muda.



A transformação de  $\mathbb{X} \rightarrow \mathbb{Z}$  também pode ser escrita na forma matricial, a partir de um vetor de médias  $\mathbf{M}^{Neq}$  e de uma matriz diagonal de desvios padrão  $\mathbf{D}^{Neq}$ , contendo os parâmetros das distribuições normais equivalentes:

$$\mathbf{M}^{Neq} = \{\mu_{X_1}^{Neq}, \mu_{X_2}^{Neq}, \dots, \mu_{X_n}^{Neq}\}^T \quad (6.28)$$

$$\mathbf{D}^{Neq} = \begin{bmatrix} \sigma_{X_1}^{Neq} & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \sigma_{X_2}^{Neq} & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & \dots & \sigma_{X_n}^{Neq} \end{bmatrix} \quad (6.29)$$

A inversa da matriz de desvios padrão pode ser escrita facilmente como:

$$(\mathbf{D}^{Neq})^{-1} = \begin{bmatrix} \frac{1}{\sigma_{X_1}^{Neq}} & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \frac{1}{\sigma_{X_2}^{Neq}} & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & \dots & \frac{1}{\sigma_{X_n}^{Neq}} \end{bmatrix} \quad (6.30)$$

Introduzindo ainda as matrizes Jacobianas:

$$\begin{aligned} \mathbf{J}_{zx} &= (\mathbf{D}^{Neq})^{-1} \\ \mathbf{J}_{xz} &= \mathbf{D}^{Neq} \end{aligned} \quad (6.31)$$

As transformações de  $\mathbb{X} \rightarrow \mathbb{Z}$  e de  $\mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{X}$  resultam:

$$\begin{aligned} \mathbf{z} &= \mathbf{J}_{zx} \cdot \{\mathbf{x} - \mathbf{M}^{Neq}\} \\ \mathbf{x} &= \mathbf{J}_{xz} \cdot \mathbf{z} + \mathbf{M}^{Neq} \end{aligned} \quad (6.32)$$

#### 6.9.1.1.2 Modelo de Nataf

O princípio da aproximação normal permite obter um conjunto de variáveis aleatórias  $\mathbf{Z}$  com distribuição marginal normal padrão, através da Equação (6.25). A correlação entre pares de variáveis aleatórias, quando existir, deve ser imposta na distribuição conjunta  $f_{\mathbf{Z}}(\mathbf{z})$ . Seja  $\mathbf{R}_{\mathbf{Z}}$  uma matriz de correlação equivalente a ser determinada. A distribuição  $\mathbf{Z}$  é uma distribuição normal padrão multi-variada:

$$f_{\mathbf{Z}}(\mathbf{z}) = \phi_n(\mathbf{z}, \mathbf{R}_{\mathbf{Z}}) \quad (6.33)$$

O modelo de Nataf (NATAF, 1962 apud BECK, 2014) consiste em construir uma aproximação para a função conjunta de densidade de probabilidades  $f_X(\mathbf{x})$  a partir da distribuição normal padrão multi-variada com matriz de correlação  $\mathbf{R}_Z$ :

$$f_X(\mathbf{x}) = \Phi_n(\mathbf{z}, \mathbf{R}_Z) \frac{f_{X_1}(x_1) f_{X_2}(x_2) \dots f_{X_n}(x_n)}{\phi(z_1) \phi(z_2) \dots \phi(z_n)} \quad (6.34)$$

Para duas variáveis o modelo de Nataf reduz-se a:

$$f_{X_i X_j}(x_i, x_j) = \Phi_2(z_i, z_j, \rho_{Z_{ij}}) \frac{f_{X_i}(x_i) f_{X_j}(x_j)}{\phi(z_i) \phi(z_j)} \quad (6.35)$$

Assim, a Equação (6.35) pode ser utilizada para “construir” a função conjunta de densidade de probabilidades  $f_X(\mathbf{x})$  a partir das distribuições marginais  $f_{X_i}(x_i)$  e do coeficiente de correlação  $\rho_{Z_{ij}}$ . O coeficiente de correlação impõe uma tendência de comportamento conjunto através da distribuição normal bivariada.

O problema de confiabilidade a ser resolvido envolve a construção de um modelo de distribuição conjunta das variáveis aleatórias, mas também envolve encontrar uma transformação desta para o espaço normal padrão. Para encontrar esta transformação, considere duas variáveis  $X_i$  e  $X_j$  não-normais com coeficiente de correlação  $\rho_{X_{ij}}$ . Se o coeficiente de correlação entre  $X_i$  e  $X_j$  impõe uma certa tendência na distribuição conjunta  $f_{X_i X_j}(x_i, x_j)$ , trata-se de encontrar um coeficiente de correlação equivalente  $\rho_{Z_{ij}}$  que imponha a mesma tendência na distribuição conjunta  $f_{Z_i Z_j}(z_i, z_j)$ . Utilizando a definição da covariância, o coeficiente de correlação  $\rho_{X_{ij}}$  é dado por:

$$\rho_{X_{ij}} = \frac{Cov[X_i X_j]}{\sigma_{X_i} \sigma_{X_j}} = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{(x_i - \mu_{X_i})}{\sigma_{X_i}} \frac{(x_j - \mu_{X_j})}{\sigma_{X_j}} f_{X_i X_j}(x_i, x_j) dx_i dx_j \quad (6.36)$$

Utilizando o modelo de Nataf (Equação (6.35)), esta expressão se reduz a:

$$\begin{aligned} \rho_{X_{ij}} &= \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{(x_i - \mu_{X_i})}{\sigma_{X_i}} \frac{(x_j - \mu_{X_j})}{\sigma_{X_j}} \Phi_2(z_i, z_j, \rho_{Z_{ij}}) \frac{f_{X_i}(x_i) f_{X_j}(x_j)}{\phi(z_i) \phi(z_j)} dx_i dx_j \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} z_i z_j \Phi_2(z_i, z_j, \rho_{Z_{ij}}) dz_i dz_j \end{aligned} \quad (6.37)$$

A Equação (6.37) permite calcular  $\rho_{Z_{ij}}$  em função do  $\rho_{X_{ij}}$  conhecido, de forma a construir-se a matriz de correlação equivalente. O modelo de Nataf e a Equação (6.37) são válidos quando:

1. O mapeamento na Equação (6.25) é unívoco (um-para-um), o que é verdade se  $F_{X_i}(x_i)$  é contínua e estritamente crescente;
2. O valor de  $\rho_{Z_{ij}}$  estiver compreendido entre -1 e +1.

Como a diferença entre  $\rho_Z$  e  $\rho_X$  é pequena, a segunda condição é satisfeita em quase todas as situações de interesse prático.

A avaliação do coeficiente  $\rho_Z$  através da Equação (6.37) é feita de maneira iterativa, arbitrando-se valores tentativa para  $\rho_Z$  e avaliando  $\rho_X$ , até atingir o valor de  $\rho_X$  especificado. Este procedimento iterativo pode ser evitado através do uso de fórmulas analíticas aproximadas que fornecem uma relação entre os coeficientes de correlação para várias combinações de distribuições de probabilidades. Entretanto, pode-se aproximar  $\rho_Z$  por  $\rho_X$ , visto que muitas vezes o coeficiente  $\rho_X$  entre duas variáveis de projeto é determinado de forma subjetiva.

#### 6.9.1.1.3 Eliminação da correlação entre pares de variáveis aleatórias

Após a transformação das distribuições marginais originais em distribuições normais equivalentes (com correlação) e determinação de coeficientes de correlação equivalentes para estas distribuições normais equivalentes, é necessário eliminar a correlação entre as variáveis. O intuito de se eliminar tal correlação é o de aproveitar as propriedades de simetria da distribuição normal multi-variada sem correlação entre suas variáveis.

Essa eliminação pode, essencialmente, ser feita de duas formas: pela decomposição espectral ou pela decomposição de Cholesky da matriz de correlação. Esses dois tipos de eliminação são equivalentes e levam ao mesmo resultado, ainda que por caminhos ligeiramente diferentes. Neste trabalho utiliza-se a decomposição de Cholesky, que é explicada a seguir.

#### 6.9.1.1.4 Decomposição de Cholesky da matriz de correlação

A vantagem da decomposição de Cholesky com relação à decomposição espectral é que para matrizes de correlação não cheias (caso típico de confiabilidade estrutural) o custo computacional é menor.

Buscamos uma transformação linear  $y = B^T \cdot z$  que produza um conjunto de variáveis  $Y$  independentes e com variância unitária. A matriz de covariância em  $Y$  é dada por:

$$\mathbf{C}_Y = \text{Cov}[\mathbf{Y}, \mathbf{Y}^T] = [\mathbf{B}^T \cdot \mathbf{Z}, \mathbf{Z}^T \cdot \mathbf{B}] = \mathbf{B}^T \cdot \text{Cov}[\mathbf{Z}, \mathbf{Z}^T] \cdot \mathbf{B} = \mathbf{B}^T \cdot \mathbf{C}_Z \cdot \mathbf{B} \quad (6.38)$$

Buscamos, portanto, uma matriz de transformação  $\mathbf{B}$  agindo em  $\mathbf{C}_Z$  que gere uma matriz de correlação entre variáveis independentes e com variância unitária  $\mathbf{C}_Y$ . Em outras palavras, buscamos uma matriz de transformação  $\mathbf{B}$  agindo em  $\mathbf{C}_Z$  que gere uma matriz identidade. Assim:

$$\mathbf{C}_Y = \mathbf{B}^T \cdot \mathbf{C}_Z \cdot \mathbf{B} = \mathbf{I} \quad (6.39)$$

Pré-multiplicando a Equação (6.39) por  $(\mathbf{B}^T)^{-1}$  e pós-multiplicando por  $\mathbf{B}^{-1}$ , obtemos:

$$\begin{aligned} \mathbf{C}_Z \cdot \mathbf{B} &= (\mathbf{B}^T)^{-1} \cdot \mathbf{I} \\ \mathbf{C}_Z &= (\mathbf{B}^T)^{-1} \cdot \mathbf{I} \cdot \mathbf{B}^{-1} \\ \mathbf{C}_Z &= (\mathbf{B}^T)^{-1} \cdot \mathbf{B}^{-1} \end{aligned} \quad (6.40)$$

Usando a relação  $(\mathbf{B}^T)^{-1} = (\mathbf{B}^{-1})^T$  e denotando  $(\mathbf{B}^T)^{-1} = \mathbf{L}$ , temos:

$$\begin{aligned} \mathbf{L} &= (\mathbf{B}^T)^{-1} = (\mathbf{B}^{-1})^T \\ \mathbf{L}^T &= \mathbf{B}^{-1} \end{aligned} \quad (6.41)$$

Substituindo na Equação (6.40) chegamos a:

$$\mathbf{C}_Z = (\mathbf{B}^T)^{-1} \cdot \mathbf{B}^{-1} = \mathbf{L} \cdot \mathbf{L}^T \quad (6.42)$$

Esta é exatamente a forma da decomposição de Cholesky. Utilizando esta transformação, as matrizes jacobianas ficam:

$$\begin{aligned} \mathbf{J}_{yz} &= \mathbf{L}^{-1} \\ \mathbf{J}_{zy} &= \mathbf{L} \end{aligned} \quad (6.43)$$

e as transformações de  $\mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{Y}$  e inversa são:

$$\begin{aligned} \mathbf{y} &= \mathbf{J}_{yz} \cdot \mathbf{z} \\ \mathbf{z} &= \mathbf{J}_{zy} \cdot \mathbf{y} \end{aligned} \quad (6.44)$$

#### 6.9.1.1.5 Transformação resultante

Até agora, foram obtidas relações que permitem o mapeamento de um conjunto de variáveis aleatórias do espaço  $\mathbb{X}$  para o espaço  $\mathbb{Z}$  e do espaço  $\mathbb{Z}$  para o espaço  $\mathbb{Y}$ . O intuito agora

é obter uma transformação do espaço  $\mathbb{X}$  para o espaço  $\mathbb{Y}$  diretamente. Para obter essa transformação basta utilizar a regra da cadeia. Utilizando as matrizes jacobianas, temos:

$$\begin{aligned} J_{yx} &= \left[ \frac{\partial y_i}{\partial x_k} \right] = \left[ \frac{\partial y_i}{\partial z_j} \frac{\partial z_j}{\partial x_k} \right] = J_{yz} \cdot J_{zx} \\ J_{xy} &= \left[ \frac{\partial x_i}{\partial y_k} \right] = \left[ \frac{\partial x_i}{\partial z_j} \frac{\partial z_j}{\partial y_k} \right] = J_{xz} \cdot J_{zy} \end{aligned} \quad (6.45)$$

Utilizando a decomposição de Cholesky, temos:

$$\begin{aligned} J_{yx} &= J_{yz} \cdot J_{zx} = \mathbf{L}^{-1} \cdot (\mathbf{D}^{Neq})^{-1} \\ J_{xy} &= J_{xz} \cdot J_{zy} = \mathbf{D}^{Neq} \cdot \mathbf{L} \end{aligned} \quad (6.46)$$

A transformação resultante é:

$$\begin{aligned} \mathbf{y} &= J_{yx} \cdot \{\mathbf{x} - \mathbf{M}^{Neq}\} \\ \mathbf{x} &= J_{xy} \cdot \mathbf{y} + \mathbf{M}^{Neq} \end{aligned} \quad (6.47)$$

Uma observação importante é que a matriz de correlação entre os pares de variáveis aleatórias no espaço normal padrão correlacionado  $\mathbf{R}_z$  e as matrizes jacobianas  $J_{yz}$  e  $J_{zy}$  só precisam ser calculadas uma vez, no início do processo iterativo. Já as matrizes  $J_{zx}$ ,  $J_{xz}$ ,  $J_{yx}$ , e  $J_{xy}$  devem ser atualizadas de maneira iterativa.

## 6.9.2 FORM

O método de confiabilidade de primeira ordem ou FORM fornece uma estimativa da probabilidade de falha da estrutura através da linearização da função de estado limite no ponto de projeto no espaço normal padrão, conforme ilustra a Figura 6.7. A linearização se faz através de um hiperplano tangente à superfície de falha no ponto de projeto. A aproximação FORM é suficientemente precisa para os casos em que a curvatura da superfície de falha é pequena e a probabilidade de falha tem um valor pequeno (LEONEL, 2009).

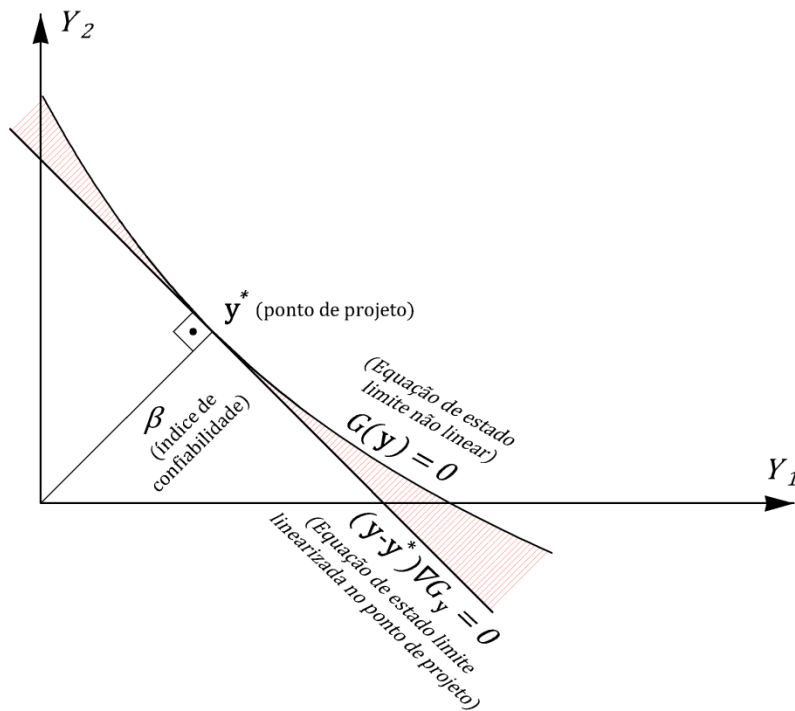


Figura 6.7 - Aproximação de primeira ordem (FORM)  
 Fonte: Beck, 2014: Adaptado

O método de primeira ordem não fornece estimativas para o erro cometido com a linearização da equação de estado limite. Entretanto sabe-se que o erro nesse tipo de aproximação depende do grau de não linearidade da equação de estado limite no ponto de projeto, bem como da concavidade da superfície de falha, ou seja, para superfícies côncavas, a aproximação é a favor da segurança, ao passo que para superfícies convexas, o FORM resulta contra a segurança. Isso pode ser visualizado na Figura 6.8.

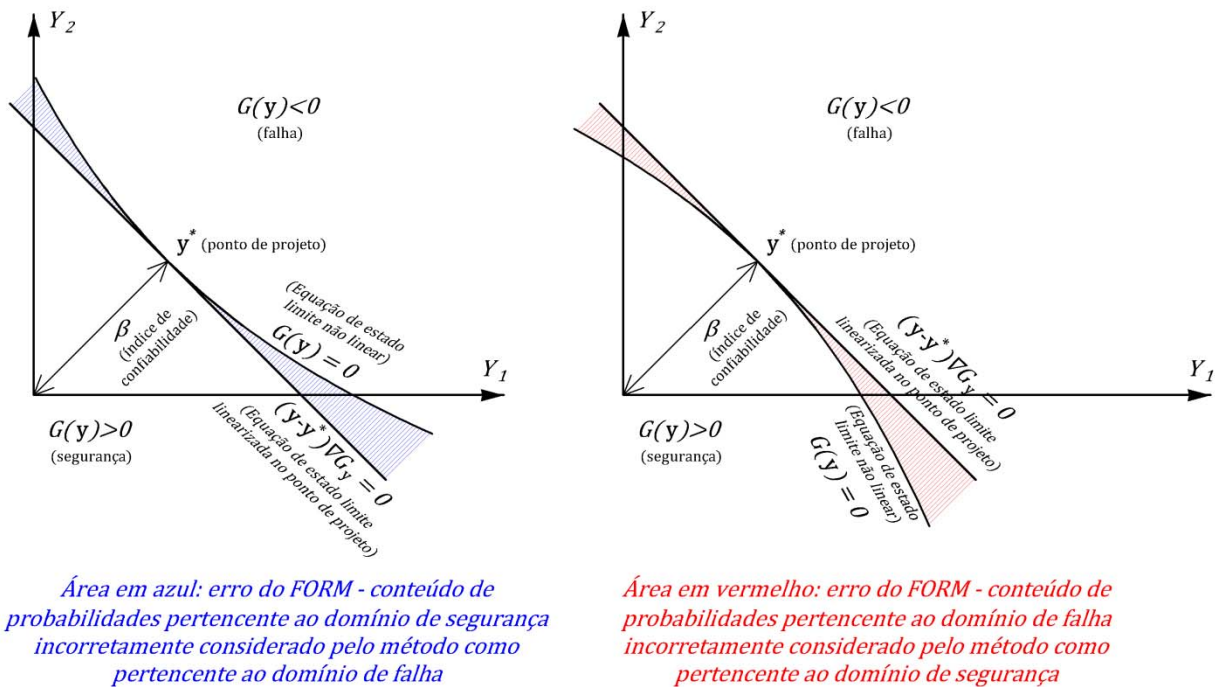


Figura 6.8 - Erros devidos a aproximação de primeira ordem (FORM) conforme o tipo de concavidade  
Fonte: O autor

A área hachurada na Figura 6.8 corresponde ao conteúdo de probabilidade incorretamente considerado ou desconsiderado (conforme for o caso) e, portanto, corresponde ao erro da aproximação. Ao se interpretar esta figura, deve-se lembrar de que o maior conteúdo de probabilidades no domínio de falha está nas proximidades do ponto de projeto. Ressalta-se ainda que a aproximação de primeira ordem é assintótica, isto é, ela melhora a medida que  $\beta$  aumenta (SCHUELLER e STIX, 1987 apud BECK, 2014).

#### 6.9.2.1 Algoritmo para o cálculo do índice de confiabilidade

Na maioria dos métodos utilizados para análise da confiabilidade, necessita-se de um algoritmo de otimização para encontrar o ponto de projeto ( $y^*$ ). Nesses métodos, a otimização é utilizada para encontrar a mínima distância entre um ponto sobre a superfície de falha e o centro do sistema de coordenadas no espaço normal padrão não correlacionado.

O algoritmo conhecido como algoritmo de Hasofer, Lind, Rackwitz e Fiessler, ou HLRF, foi desenvolvido especificamente para a solução do problema de otimização em confiabilidade estrutural. Esse algoritmo está baseado na aproximação de um ponto,  $y$ , à superfície de falha,  $G(y) = 0$ , e na perpendicularização entre o vetor posição,  $y$ , e a superfície de falha,  $G(y) = 0$  (HASOFER e LIND, 1974 apud BECK, 2014).

Esse algoritmo pode ser descrito nos seguintes passos:

1. Escolha do ponto inicial, geralmente, a origem do espaço normal padrão  $\{y_i^0\} = 0$ ;
2. Cálculo da função de estado limite no ponto  $\{y_i^k\} = 0$ ,  $G^k = G(y_1^k, y_2^k, \dots, y_n^k)$ ;
3. Cálculo do vetor gradiente da função de estado limite,  $\{\nabla G_i^k\}$  e de sua respectiva norma,  $\|\nabla G\|^k$ ;
4. Cálculo do vetor de cossenos diretores,  $\{\alpha_i^k\}$  e do índice de confiabilidade  $\beta^k$ , por meio das seguintes relações:

$$\{\alpha_i^k\} = \frac{\nabla G_i^k}{\|\nabla G\|^k} \quad (6.48)$$

$$\{\beta^k\} = \frac{G^k - \{\nabla G_i^k\}^T \{y_i^k\}}{\|\nabla G\|^k} \quad (6.49)$$

5. Cálculo do próximo ponto  $\{y_i^{k+1}\}$ ,  $\{y_i^{k+1}\} = -\beta^k \cdot \{\alpha_i^k\}$ ;
6. Os passos 2 a 5 devem ser repetidos até a convergência, ou seja, até que a diferença do índice de confiabilidade entre duas iterações consecutivas seja menor que determinada tolerância.

A Figura 6.9 ilustra o processo iterativo da busca do ponto de projeto, segundo o algoritmo HLRF.

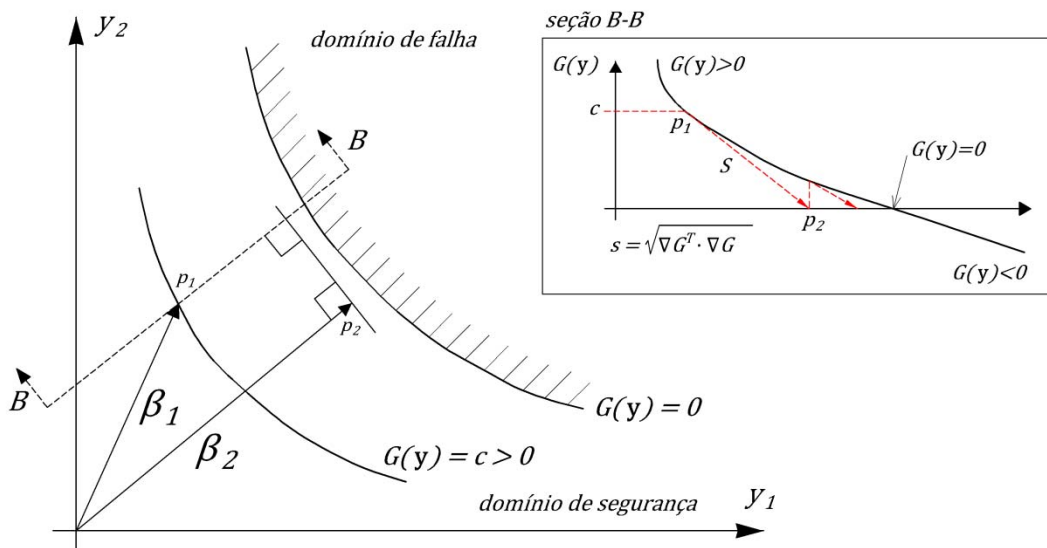


Figura 6.9 - Solução iterativa para busca do ponto de projeto  
Fonte: Beck, 2014: Adaptado

Por meio desse algoritmo, além do cálculo do índice de confiabilidade, é possível também a determinação dos fatores de sensibilidade das variáveis envolvidas na análise.



### 6.9.3 SORM

O SORM consiste em aproximar a equação de estado limite no ponto de projeto por superfícies quadráticas ou parabólicas e determinar o conteúdo de probabilidades correspondente a estas superfícies. A Figura 6.10 ilustra esse método.

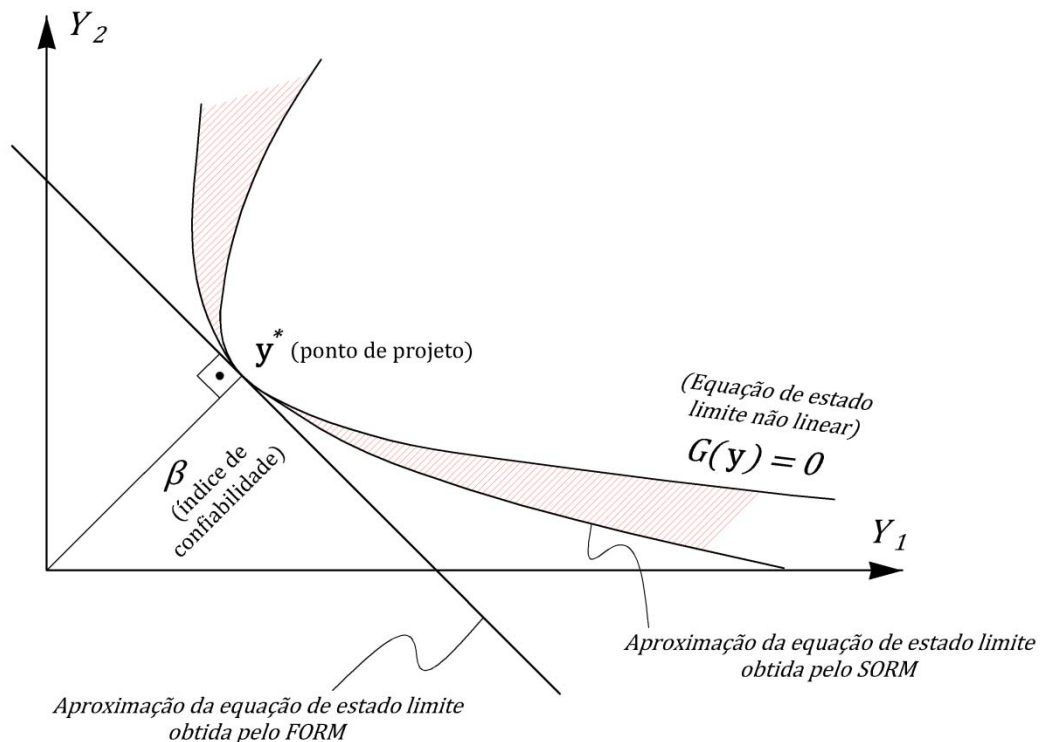


Figura 6.10 - Aproximação de segunda ordem (SORM)  
Fonte: Beck, 2014: Adaptado

Uma aproximação por superfícies quadráticas foi primeiramente apresentada por Fiessler et al. (1979). Os resultados, no entanto, não são apropriados para uso prático. Em estudos subsequentes (BREITUNG, 1984, TVEDT, 1984, TVEDT, 1985, KIUREGHIAN et al., 1987), aproximações parabólicas são consideradas. Aproximações parabólicas podem ser baseadas em curvaturas ou em pontos (BECK, 2014).

### 6.10 SIMULAÇÃO DE MONTE CARLO

Em termos de análise estrutural, a simulação pode ser entendida como uma forma de simular numericamente um experimento que na prática não é realizável. Este experimento consiste em submeter a estrutura à todas as combinações de resistências e de ações, sendo estas

variáveis aleatórias e/ou processos estocásticos (BECK, 2014). Tal experimento não é realizável na prática porque:

1. O custo de construção de estruturas é muito elevado para se construir múltiplos protótipos para teste;
2. As possibilidades de uso de modelos em escala são limitadas;
3. A probabilidade de falha de sistemas estruturais é muito pequena, o que torna a observação de falhas muito difícil.

O método de Monte Carlo requer o conhecimento das distribuições de probabilidades das variáveis aleatórias envolvidas no problema. O seu princípio consiste em realizar diversas repetições do modelo estrutural considerado, onde em cada uma delas é gerado um conjunto de valores aleatórios para as variáveis mediante suas distribuições de probabilidades. Esse conjunto de valores aleatórios é gerado de acordo com algumas regras especiais, de modo a resultar em valores confiáveis (NOGUEIRA, 2010).

A geração dessas amostras pode ser feita, por exemplo, utilizando-se algoritmos recursivos como um gerador linear congruencial (GLC). Para mais detalhes sobre geração de amostras de números aleatórios pode-se consultar Nowak e Collins (2000) e Beck (2014).

O núcleo do método reside na obtenção do conjunto de realizações aleatórias, obedecendo a uma lei definida, através da geração de números aleatórios. A obtenção de uma amostra aleatória de uma variável aleatória, com função de distribuição cumulativa de probabilidades  $F_X(x)$  conhecida, pode ser dividida em duas etapas (LEONEL, 2009):

1. Geração de um número aleatório  $u_i$  com distribuição uniforme entre 0 e 1;
2. Determinação da inversa da função de distribuição cumulativa de probabilidades:

$$x_i = F_X^{-1}(u_i) \quad (6.50)$$

A probabilidade de falha utilizando-se a simulação de Monte Carlo é calculada por meio da seguinte equação:

$$P_f = \int_{D_f} f_X(\mathbf{x}) \, d\mathbf{x} \quad (6.51)$$

Os domínios de falha compostos para sistemas em série, paralelo ou para associação mista são representados por:

$$\begin{aligned} D_f &= \bigcup_{i=1}^n G_i(\mathbf{x}) \leq 0 && \text{(série)} \\ D_f &= \bigcap_{i=1}^n G_i(\mathbf{x}) \leq 0 && \text{(paralelo)} \\ D_f &= \bigcap_{j=1}^m [\bigcup_{i=1}^n G_i(\mathbf{x}) \leq 0]_j && \text{(mista)} \end{aligned} \quad (6.52)$$

Usando uma função indicadora:

$$I[\mathbf{x}] = \begin{cases} 1 & \text{se } \mathbf{x} \in D_f & \text{(falha)} \\ 0 & \text{se } \mathbf{x} \notin D_f & \text{(sobrevivência)} \end{cases} \quad (6.53)$$

Pode-se integrar a Equação (6.51) sobre todo o domínio:

$$P_f = \int_{\Omega} I[\mathbf{x}] f_{\mathbf{x}}(\mathbf{x}) d\mathbf{x} = E[I[\mathbf{x}]] \quad (6.54)$$

Assim, simulando um número conveniente de amostras, o valor médio  $I[\mathbf{x}]$  será uma estimativa para a probabilidade de falha:

$$\hat{P}_f = E[I[\mathbf{x}]] = \frac{1}{n_{si}} \sum_{i=1}^{n_{si}} I[\mathbf{x}_i] = \frac{n_f}{n_{si}} \quad (6.55)$$

sendo  $n_f$  o número de amostras pertencentes ao domínio de falha e  $n_{si}$  o número de simulações realizadas.

A Equação (6.55) está baseada em uma amostra de tamanho finito e, portanto, está sujeita a um erro estatístico que corresponde à variância do estimador  $I[\mathbf{x}]$ . Uma estimativa para a variância é dada por:

$$Var[\hat{P}_f] = \sigma_{\hat{P}_f}^2 = \frac{1}{(n_{si} - 1)} \sum_{i=1}^{n_{si}} (I[\mathbf{x}_i] - \hat{P}_f)^2 \quad (6.56)$$

Graficamente, cada experimento, em uma análise utilizando-se a simulação de Monte Carlo, pode ser visualizado na Figura 6.11. Neste caso temos um problema que envolve apenas uma equação de estado limite e duas variáveis aleatórias. Cada experimento é representado por um ponto.

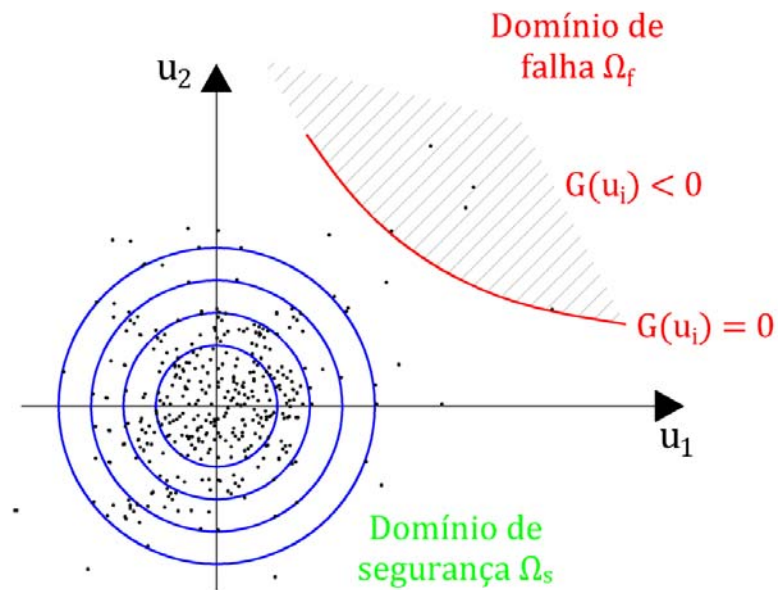


Figura 6.11 - Simulação de Monte Carlo envolvendo duas variáveis aleatórias e uma equação de estado limite  
Fonte: O autor

Utilizando-se a Simulação de Monte Carlo para múltiplos modos de falha, a função indicadora  $I[\mathbf{x}]$  terá um comportamento condicionado ao tipo de associação com o qual os componentes do sistema estão organizados, conforme Equação (6.52) e Equação (6.53).

Graficamente, as diversas simulações de Monte Carlo realizadas num problema envolvendo um sistema com dois componentes associados em série, com duas variáveis aleatórias, podem ser visualizadas na Figura 6.12. O domínio de falha do sistema é aquele onde: ou a primeira equação de estado limite assume um valor negativo, ou a segunda equação de estado limite assume um valor negativo, ou ambas as equações de estado limite assumem valores negativos.

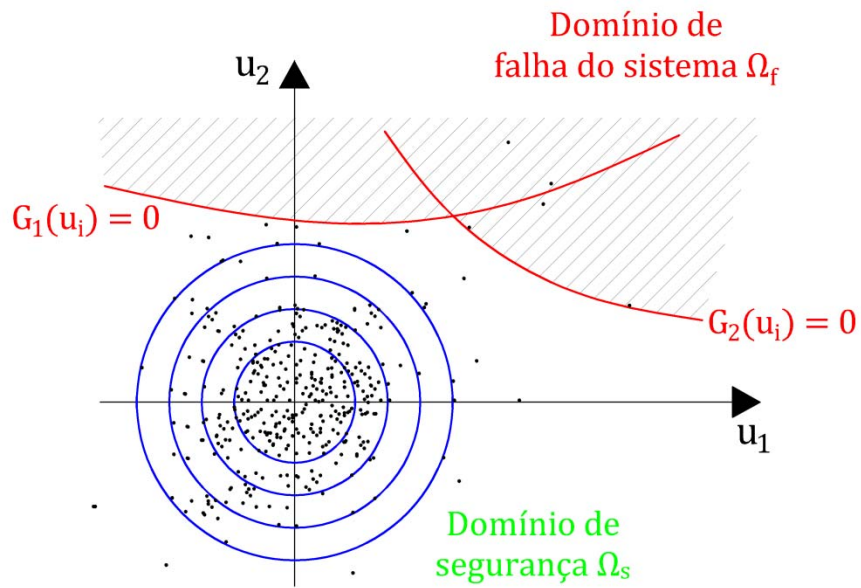


Figura 6.12 - Simulação de Monte Carlo de um problema envolvendo um sistema em série, envolvendo duas variáveis aleatórias e duas equações de estado limite

Fonte: O autor

Já para um sistema com dois componentes associados em paralelo, as diversas simulações de Monte Carlo realizadas, com duas variáveis aleatórias, podem ser visualizadas na Figura 6.13. O domínio de falha do sistema é aquele onde tanto a primeira quanto a segunda equação de estado limite assumem valores negativos.

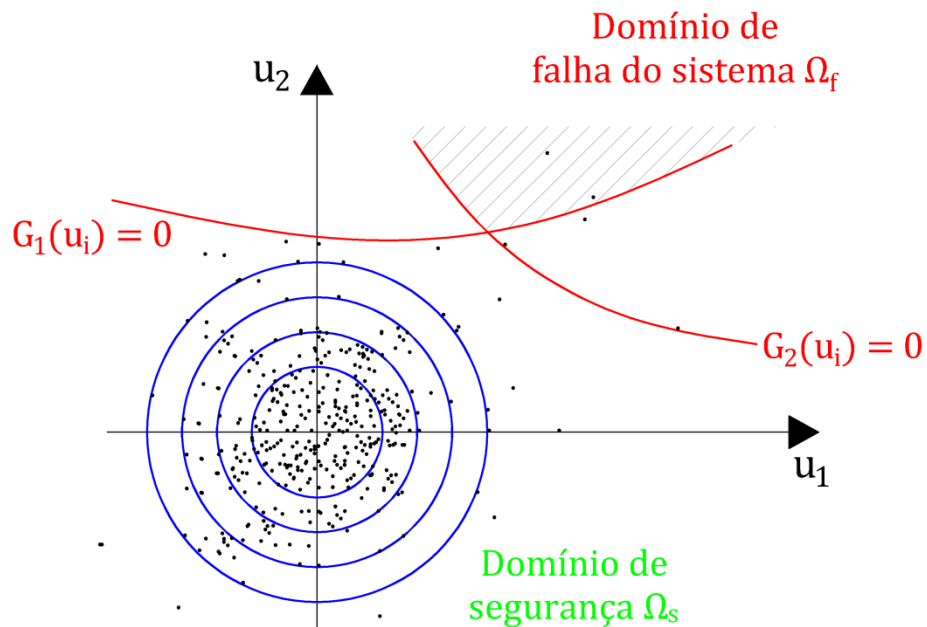


Figura 6.13 - Simulação de Monte Carlo de um problema envolvendo um sistema em paralelo, envolvendo duas variáveis aleatórias e duas equações de estado limite

Fonte: O autor

A grande desvantagem do método está relacionada ao número excessivo de simulações necessárias para que se possa estimar com precisão a probabilidade de falha. Em geral, para estimar uma probabilidade de falha da ordem de  $10^{-n}$ , o número de simulações não deve ser inferior a  $10^{n+2}$  ou  $10^{n+3}$ . Significa que, nas estruturas civis, com probabilidade de falha de  $10^{-3}$  a  $10^{-6}$ , são necessárias  $10^5$  a  $10^9$  amostras. Isso significa um número muito grande de simulações para que se atinja uma estimativa aceitável (baixa variância) da probabilidade de falha. Modelos mecânicos mais refinados em elementos finitos ou elementos de contorno conduzem a elevados tempos de processamento para a obtenção de uma resposta mecânica, o que torna o seu uso combinado à simulação de Monte Carlo praticamente inviável. Nesses casos, uma alternativa que pode ser viável é a redução do número de simulações através do uso de técnicas de amostragem por importância (redução da variância) (LEONEL, 2009; NOGUEIRA, 2010).

## 6.11 MÉTODO DE SUPERFÍCIE DE RESPOSTA

Existem diversas técnicas para a redução da variância no contexto da simulação de Monte Carlo, chamadas de técnicas de amostragem inteligente. Essas técnicas têm a capacidade de reduzir de forma expressiva o número de simulações necessárias para se estimar a probabilidade de falha com um nível de confiança razoável.

Contudo, mesmo utilizando tais técnicas, ainda é necessário avaliar a equação de estado limite centenas ou milhares de vezes. Assim, a solução via simulação de Monte Carlo ainda pode ser inviável para resolver, diretamente, problemas com equações de estado limite avaliadas por meio de modelos mecânicos refinados, que demandam um elevado tempo computacional de processamento. Uma solução alternativa para este tipo de problema são os meta-modelos.

Um meta-modelo é um modelo de um modelo. A criação de um meta-modelo envolve a análise, construção e desenvolvimento das estruturas, regras, restrições, modelos e teorias aplicáveis e úteis para a modelagem de uma determinada classe de problema. Dentre os diversos meta-modelos existentes, o método de superfície de resposta (MSR) fornece bons resultados dentro de problemas de confiabilidade estrutural, desde que corretamente aplicado.

O MSR consiste em construir uma representação analítica simples (polinômios) na vizinhança do ponto de projeto. Esta construção é feita por meio de um pequeno número de chamadas ao modelo mecânico se comparada ao método da simulação de Monte Carlo. Entretanto, uma dificuldade encontrada no MSR é a de se definir e justificar a aproximação adotada para a equação de estado limite do problema.

Neste método, a equação de estado limite é escrita na forma polinomial envolvendo as variáveis aleatórias da análise, sendo esta construída com base em um número conveniente de consultas ao modelo mecânico e efetuando-se em seguida uma análise de regressão ou interpolação. Assim, o objetivo é construir uma resposta aproximada explícita da função de estado limite real em torno do ponto mais provável de falha. O ponto de projeto é o ponto mais conveniente para se realizar a construção desta função explícita de estado limite, uma vez que o ponto de projeto é o ponto mais provável de falha. Procedendo desta forma o erro cometido na construção da resposta aproximada da estrutura é minimizado.

Uma das vantagens do MSR é que ele é aplicável a maioria dos problemas e não requer a implementação do cálculo dos gradientes no código que fornece a resposta mecânica (elementos finitos, por exemplo) (SUDRET e DER KIUREGHIAN, 2000).

Não é possível conhecer a priori qualquer informação sobre a superfície de resposta. De acordo com Lemaire (1998), o desenvolvimento construído por uma expansão polinomial é o mais eficiente no caso da falta de informações sobre a forma da superfície de resposta, sendo esta escolha feita pela maioria dos pesquisadores que usam o MSR. Soares et al. (2002) concluíram que polinômios de ordem baixa são melhores que polinômios de ordem alta. Polinômios de ordem elevada podem oscilar ou ter uma alta variação no domínio do problema. Assim, ao se trabalhar com superfícies de resposta, é aconselhável utilizar polinômios de baixa ordem como os de segunda ou terceira.

### 6.11.1 Planos de experiência

Para a construção da superfície de resposta é necessário um número conveniente de simulações da estrutura. Para cada uma das simulações feitas selecionam-se valores convenientes a serem assumidos pelas variáveis aleatórias do problema. Essa seleção de valores obedece a um critério predeterminado denominado plano de experiência (PE). Um plano de experiência é, portanto, uma maneira sistemática de se selecionar os pontos onde a resposta numérica é avaliada.

Classificam-se os planos de experiência em duas grandes categorias: planos de experiência sistemáticos e planos de experiência aleatórios. A diferença entre um PE sistemático e um PE aleatório, é que, para duas experiências com dados idênticos, ao utilizar um PE sistemático a igualdade entre os resultados é total, o que não acontece com planos de experiência aleatórios. Os planos de experiência aleatórios podem conduzir a singularidades no sistema, exigindo um

número maior de pontos para evitar essa singularidade. Neste trabalho foram utilizados PE sistemáticos somente.

Existem diversos planos de experiência disponíveis na literatura. A distância dos pontos pertencentes ao plano de experiência à origem do sistema depende do desvio padrão considerado. A origem refere-se a média, enquanto os demais pontos são obtidos considerando a média mais “n” desvios padrão. Alguns tipos de plano de experiência podem ser visualizados na Figura 6.14.

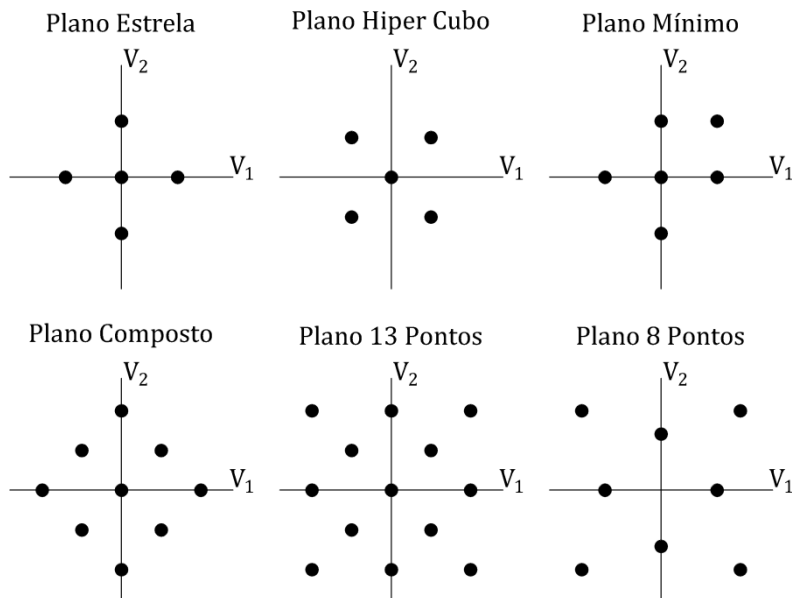


Figura 6.14 - Planos de experiência e sua distribuição considerando duas variáveis aleatórias  
Fonte: Leonel, 2009: Adaptado

A definição do melhor plano a ser utilizado deve ser feita de acordo com o problema estudado. Neste trabalho a superfície de resposta é construída somente após a convergência do algoritmo HLRFB descrito no item 6.10.2.1.

#### 6.11.2 Formulação para a determinação da equação de estado limite

As constantes do polinômio aproximador da hipersuperfície de estado limite são determinadas por meio de um método de regressão. A regressão é feita segundo o método dos mínimos quadrados, ou seja, minimizando o quadrado das distâncias entre as respostas reais e as aproximadas pelo polinômio. Representa-se o polinômio por  $Q(x)$  e as respostas ou pontos, que dão origem a regressão, por  $R_i$ , que no caso equivalem às respostas mecânicas da estrutura. Então,  $Q(x)$  pode ser escrito da seguinte forma:



$$Q(x) = a_0 + \sum_{i=1}^n a_i x_i + \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n b_{ij} x_i x_j \quad (6.57)$$

sendo  $n$  o número de variáveis aleatórias que definem a dimensão do polinômio.

A regressão tem como objetivo minimizar a distância entre os pontos e a superfície aproximada, que é a incógnita do problema. Então, o problema da regressão passa a ser um problema de minimização escrito da seguinte forma:

$$\min d = \min \sum_{i=1}^{n_p} (Q(x^i) - R^i)^2 \quad (6.58)$$

onde  $n_p$  é o número de respostas conhecidas.

$Q(x)$  pode ser escrito por meio da seguinte relação:

$$Q(x) = \{A\}^T \{X\} \quad (6.59)$$

em que  $\{A\}^T$  contém os escalares que multiplicam os termos do polinômio  $\{X\}$ . Para maior clareza  $\{A\}^T$  e  $\{X\}$  da Equação (6.59) podem também ser escritos da seguinte forma:

$$\begin{aligned} \{A\}^T &= \{a_0, a_1, \dots, a_n, b_{11}, \dots, b_{nn}, b_{12}, \dots, b_{(n-1)n}\} \\ \{X\}^T &= \{1, x_1, \dots, x_n, x_1^2, \dots, x_n^2, x_1 x_2, \dots, x_{(n-1)} x_n\} \end{aligned} \quad (6.60)$$

Assim a Equação (6.58) pode ser reescrita como:

$$d = \min \sum_{i=1}^{n_p} \left( (\{A\}^T \{X^k\} - R^k) (\{X^k\}^T \{A\} - R^k) \right) \quad (6.61)$$

Expandindo os termos da Equação (6.61), obtém-se:

$$d = \min \sum_{i=1}^{n_p} \left( \{A\}^T \{X^k\} \{X^k\}^T \{A\} - 2R^k \{A\}^T \{X^k\} + R^{k^2} \right) \quad (6.62)$$

Para a determinação do mínimo da Equação (6.62) uma das condições necessárias é que o gradiente de  $d$  seja nulo. Assim:

$$\nabla_A d = \sum_{k=1}^{n_p} (2\{X^k\} \{X^k\}^T \{A\} - 2R^k \{X^k\}) = 0 \quad (6.63)$$

Que pode ser ainda simplificada como:

$$\nabla_A d = \sum_{k=1}^{n_p} (\{X^k\}\{X^k\}^T\{A\} - R^k\{X^k\}) = 0 \quad (6.64)$$

A partir da Equação (6.64) pode-se definir que:

$$[P] = \sum_{k=1}^{n_p} (\{X^k\}\{X^k\}^T) \quad (6.65)$$

E que:

$$[V] = \sum_{k=1}^{n_p} (R^k\{X^k\}) \quad (6.66)$$

Assim, para que a Equação (6.64) seja verdadeira, o resultado das operações dos termos dentro do somatório deve ser nulo. Dessa forma:

$$\{X^k\}\{X^k\}^T\{A\} - R^k\{X^k\} = 0 \quad (6.67)$$

De posse das definições apresentadas na Equação (6.65) e Equação (6.66), pode-se escrever que:

$$[P]\{A\} = \{V\} \Leftrightarrow \{A\} = [P]^{-1}\{V\} \quad (6.68)$$

Assim determina-se a superfície de resposta em torno do ponto de projeto. Isso significa que a resistência  $R$  da estrutura foi determinada levando em conta todo o comportamento não linear e as incertezas das variáveis de projeto consideradas. Para obter a função de estado limite ou superfície de falha da estrutura, deve-se incorporar os efeitos da solicitação  $S$ , a qual pode ser um valor determinístico ou mesmo uma variável aleatória.

## 6.12 ACOPLAMENTO DIRETO ENTRE O MODELO MECÂNICO E HLRF/FORM

Outra forma de abordar o problema é por meio do acoplamento direto. O método de acoplamento direto consiste na busca pelo ponto de projeto utilizando diretamente a resposta numérica para avaliar a função de estado limite e os seus gradientes.

Entre o MSR e o método de acoplamento direto, um método pode ser mais eficiente que o outro, dependendo do número de variáveis aleatórias analisadas e da forma como os gradientes são calculados (SUDRET e DER KIUREGHIAN, 2000). Apesar dos bons resultados (convergência e estabilidade do método) comprovados em diversos trabalhos da literatura, o MSR muitas vezes necessita de muitas consultas ao modelo mecânico para a obtenção da convergência (LEONEL, 2009).

No MSR a equação de estado limite é implícita e escrita com base em chamadas do modelo mecânico por meio dos planos de experiência. A equação de estado limite (geralmente um polinômio) obtida pelo método é uma aproximação inerente, muitas vezes grosseira, ao método. Apesar desta metodologia fornecer bons resultados é possível melhorá-la eliminando tal aproximação. A aproximação pode ser eliminada por meio do acoplamento direto entre o modelo mecânico e o algoritmo pela busca do ponto de projeto.

Neste trabalho é utilizado o acoplamento direto entre o modelo mecânico de elementos finitos e o algoritmo pela busca do ponto de projeto HLRF descrito na seção 6.10.2.1. Os gradientes necessários no algoritmo HLRF são obtidos de forma numérica via diferenças finitas no espaço físico, a partir das respostas diretas do modelo mecânico, conforme Equação (6.69). Em seguida é realizada a transformação dos gradientes do espaço físico para o espaço normal padrão por meio das matrizes jacobianas descritas no item 6.10.1. Neste trabalho  $\xi$  é considerado igual a 0,5% do valor médio da variável aleatória.

$$\begin{aligned} \frac{\partial F(a, b, \dots, z)}{\partial a} &= \lim_{\xi_a \rightarrow 0} \frac{F(a + \xi_a, b, \dots, z) - F(a, b, \dots, z)}{\xi_a} \\ \frac{\partial F(a, b, \dots, z)}{\partial b} &= \lim_{\xi_b \rightarrow 0} \frac{F(a, b + \xi_b, \dots, z) - F(a, b, \dots, z)}{\xi_b} \\ &\vdots \\ \frac{\partial F(a, b, \dots, z)}{\partial z} &= \lim_{\xi_z \rightarrow 0} \frac{F(a, b, \dots, z + \xi_z) - F(a, b, \dots, z)}{\xi_z} \end{aligned} \quad (6.69)$$

Procedendo desta forma, não existem aproximações sobre a forma da equação de estado limite e também sobre os seus gradientes. Esses valores são calculados diretamente via consulta ao modelo mecânico.

Segundo Leonel (2009), o acoplamento direto entre o modelo mecânico e o HLRF fornece bons resultados. Além disso, esse acoplamento é capaz de obter a solução do problema de confiabilidade realizando um número menor de chamadas do modelo mecânico quando comparado ao MSR. Outro indicativo da qualidade deste método é que os resultados obtidos são estáveis.

Utilizando alguns problemas de mecânica da fratura, Leonel et al. (2011) mostram que o acoplamento direto é muito mais eficiente do que a solução empregando superfícies de resposta adaptativas. Uma vez encontrado o ponto de projeto, pode-se construir superfícies de resposta definitivas em torno destes, a um custo computacional que é uma fração do custo computacional via superfícies de resposta adaptativas.

Neste trabalho o MSR é utilizado, portanto, somente quando o ponto de projeto for encontrado por meio da metodologia aqui descrita. Após a construção da superfície de resposta é utilizada a simulação de Monte Carlo para o cálculo da probabilidade de falha da estrutura.

### 6.13 CONFIABILIDADE DE SISTEMAS

Num problema de confiabilidade, quando considera-se somente um modo de falha, se analisa somente o modo mais provável de falha. Por outro lado, a confiabilidade de sistemas trata de problemas onde há dois ou mais modos de falha.

Sistemas estruturais são estruturas compostas por muitos membros ou elementos estruturais. Os membros ou elementos estruturais que compõem o sistema estrutural apresentam geralmente múltiplos modos de falha, ou seja, existem diversos mecanismos que podem ocasionar a falha. As estruturas completas ou sistemas estruturais apresentam também múltiplos modos de falha.

De um ponto de vista matemático, a análise isolada do modo mais provável de falha envolve apenas uma equação de estado limite. Por outro lado, a confiabilidade de sistemas trata de problemas envolvendo duas ou mais equações de estado limite.

A confiabilidade de sistemas é dependente da confiabilidade individual de cada membro ou elemento estrutural, que por sua vez, é dependente da resistência, das cargas aplicadas e de diversos outros fatores geradores de incerteza, assim como é dependente da correlação entre as propriedades de elementos em diferentes partes da estrutura.

Para sistematizar e simplificar a análise dos sistemas estruturais, que podem ser extremamente complexos, uma estratégia utilizada é a decomposição do sistema original em subsistemas menores, compreendendo dois tipos de associações elementares: componentes associados em série e componentes associados em paralelo.

### 6.13.1 Componentes associados em série

Sistemas compostos por elementos associados em série falham quando individualmente um único elemento do sistema falha. Por essa razão, os sistemas compostos por elementos associados em série são também conhecidos como sistemas de corrente, que falha no elo mais fraco (*weakest link system*). Um esquema geral de um sistema em série é representado na Figura 6.15.

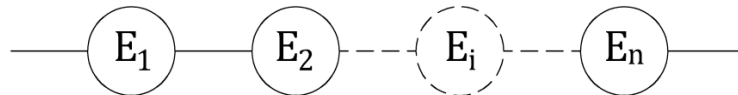


Figura 6.15 - Sistema formado por componentes (eventos) associados em série  
Fonte: O autor

Sendo  $F_{sist,sér}$  o evento que caracteriza a falha do sistema em série e sendo  $E_i$  o evento que caracteriza a falha do  $i$ -ésimo componente do sistema, a união dos eventos  $E_i$  representa o evento falha do sistema:

$$F_{sist,sér} = E_1 \cup E_2 \cup E_3 \cup \dots \cup E_n = \bigcup_{i=1}^n E_i \quad (6.70)$$

O evento que caracteriza a sobrevivência (ou não-falha) do sistema em série  $\bar{F}_{sist,sér}$ , é dado por:

$$\bar{F}_{sist,sér} = \bar{E}_1 \cap \bar{E}_2 \cap \bar{E}_3 \cap \dots \cap \bar{E}_n = \bigcap_{i=1}^n \bar{E}_i \quad (6.71)$$

ou colocando-se em palavras, para o sistema em série sobreviver não pode ocorrer a falha de nenhum dos componentes do sistema.

Portanto, a probabilidade de falha de sistemas em série é dada por:

$$P_{F_{sist,sér}} = P[F_{sist,sér}] = P[E_1 \cup E_2 \cup E_3 \cup \dots \cup E_n] = P[\bigcup_{i=1}^n E_i] \quad (6.72)$$

### 6.13.2 Componentes associados em paralelo

Sistemas compostos por elementos associados em paralelo falham quando todos os elementos do sistema falham. Um esquema geral de um sistema em paralelo é representado na Figura 6.16.

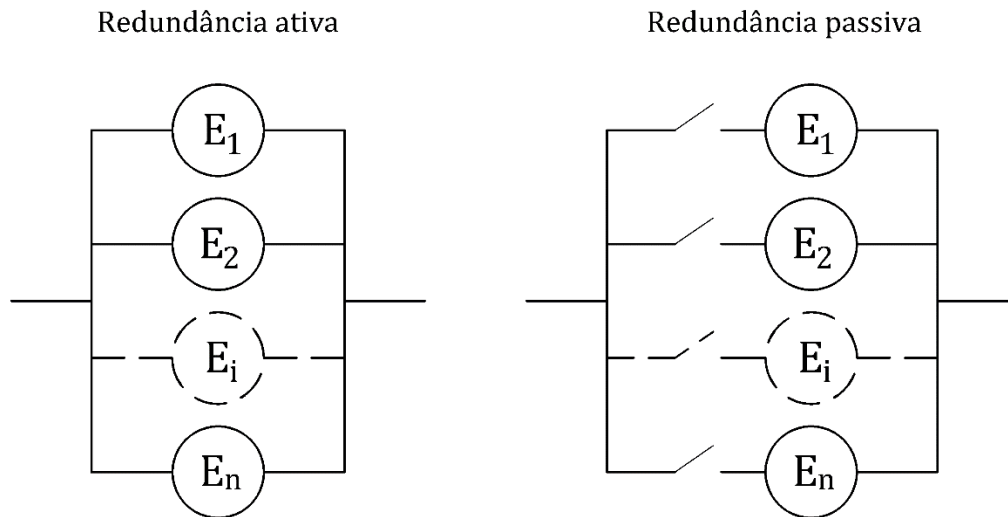


Figura 6.16 - Representação de sistema com componentes associados em paralelo  
Fonte: O autor

Seja  $F_{sist,par}$  o evento que caracteriza a falha do sistema em paralelo e sendo  $E_i$  o evento que caracteriza a falha do  $i$ -ésimo componente do sistema, a intersecção dos eventos  $E_i$  representa o evento falha do sistema:

$$F_{sist,par} = E_1 \cap E_2 \cap E_3 \cap \dots \cap E_n = \bigcap_{i=1}^n E_i \quad (6.73)$$

O evento que caracteriza a sobrevivência (ou não-falha) do sistema em paralelo  $\bar{F}_{sist,par}$  é dado por:

$$\bar{F}_{sist,par} = \bar{E}_1 \cup \bar{E}_2 \cup \bar{E}_3 \cup \dots \cup \bar{E}_n = \bigcup_{i=1}^n \bar{E}_i \quad (6.74)$$

ou colocando-se em palavras, para o sistema em paralelo sobreviver basta que pelo menos um de seus componentes não falhe.

Portanto, a probabilidade de falha de sistemas em série é dada por:

$$P_{F_{sist,par}} = P[F_{sist,par}] = P[E_1 \cap E_2 \cap E_3 \cap \dots \cap E_n] = P[\bigcap_{i=1}^n E_i] \quad (6.75)$$

Sistemas em paralelo são também chamados de redundantes. Essa redundância pode ser do tipo ativa ou passiva (Figura 6.16). Na redundância ativa todos os elementos contribuem simultaneamente para o desempenho da estrutura, mesmo em pequenas intensidades de carregamento. Na redundância passiva, um determinado elemento só passa a contribuir depois que outro falhe, ficando dessa forma em caráter de espera até que sua presença seja necessária para o funcionamento da estrutura. Esse tipo de redundância passiva é interessante, pois permite visualizar a ideia de reserva de resistência de uma estrutura. A influência da redundância ativa

depende do comportamento mecânico dos materiais que constituem os elementos estruturais. Em sistemas hiperestáticos de materiais dúcteis com comportamento elastoplástico perfeito, por exemplo, a falha ocorre quando todos os elementos falham, isto é, atingem o escoamento. Já em sistemas com materiais frágeis, por exemplo, a falha de um único membro pode conduzir rapidamente todo o sistema à falha, a menos que esse elemento contribua pouco para a redundância do sistema (NOGUEIRA, 2010).

Quando a redundância é do tipo ativa, a probabilidade de falha do sistema em paralelo é limitada por:

$$\prod_{i=1}^n P[E_i] \leq P_{F_{sist,par}} \leq \min_i P[E_i] \quad (6.76)$$

O limite inferior (parte da esquerda da expressão) corresponde ao caso de independência entre os eventos individuais (modos de falha). O limite superior (parte da direita da expressão) corresponde à dependência perfeita entre os eventos.

A avaliação da probabilidade de falha para sistemas em paralelo com redundância passiva requer a análise de probabilidades condicionais, através de árvores de falhas. Esta é construída estabelecendo-se a probabilidade de ocorrência de cada uma das possíveis sequências de falha, que são determinadas por eventos condicionais. Como exemplo, para um sistemas com 3 componentes em paralelo, a probabilidade de falha para a sequência de falha  $S_1$  corresponde a (BECK, 2014):

$$P[S_1] = P[E_1]P[E_2|E_1]P[E_3|E_{1,2}] \quad (6.77)$$

Se as sequências de falha são mutuamente exclusivas, então:

$$P_{F_{sist,par}} = P[S_1] + P[S_2] + \dots + P[S_n] \quad (6.78)$$

A redundância do tipo passiva sempre reduz a probabilidade de falha do sistema em relação à probabilidade de falha dos membros. A redundância ativa, por outro lado, nem sempre diminui a probabilidade de falha do sistema (caso de modos de falha dependentes).

### 6.13.3 Limites para probabilidade de falha de sistemas em série

Seja  $F_i$  o evento falha em relação ao  $i$ -ésimo modo de falha. O evento falha em relação a qualquer um dos  $n$  modos de falha (associados em série) é descrito por:

$$F = F_1 \cup F_2 \cup F_3 \cup \dots \cup F_n = \bigcup_{i=1}^n F_i \quad (6.79)$$

Por meio da observação do diagrama de Venn para  $n$  eventos, a probabilidade de falha é obtida por:

$$\begin{aligned}
 P_f = P[F] = & +P[F_1] \\
 & +P[F_2] - P[F_2 \cap F_1] \\
 & +P[F_3] - P[F_3 \cap F_1] - P[F_3 \cap F_2] - P[F_3 \cap F_2 \cap F_1] \\
 & + \dots
 \end{aligned} \tag{6.80}$$

Para  $n$  componentes, esta equação pode ser generalizada como:

$$P_f = \sum_{i=1}^n P[F_i] - \sum_{i=2}^n \sum_{\substack{j=1 \\ (j<i)}}^{i-1} P[F_i \cap F_j] + \sum_{i=3}^n \sum_{\substack{j=2 \\ (j<i)}}^{i-1} \sum_{\substack{k=1 \\ (k<j)}}^{i-2} P[F_i \cap F_j \cap F_k] - \dots \tag{6.81}$$

O primeiro somatório envolve probabilidades de falha individuais, o segundo envolve intersecções de dois eventos, o terceiro intersecções de três eventos e assim pro diante. Os sinais dos somatórios alternam-se entre positivo e negativo, o que significa que limites inferiores e superiores para a probabilidade de falha são obtidos à medida que estes termos vão sendo incorporados a soma.

A seguir discute-se o que são limites uni-modais e limites bi-modais.

### 6.13.3.1 Limites uni-modais

Limites uni-modais são obtidos desconsiderando-se todos os termos envolvendo intersecções na Equação (6.81), ou seja, consideram-se apenas os modos individuais de falha (BECK, 2014).

Os limites uni-modais ou de primeira ordem são dados por:

$$\max_i [P[F_i]] \leq P_f \leq 1 - \prod_{i=1}^n [1 - P[F_i]] \approx \sum_{i=1}^n P[F_i] \tag{6.82}$$

O limite inferior (parte da esquerda da expressão) apresenta a condição na qual os modos de falha são totalmente dependentes, de forma que a falha acontecerá sempre no modo mais fraco. Já o limite superior (parte da direita da expressão) corresponde à situação na qual todos os modos são independentes. Para probabilidades  $P[F_i]$  pequenas, o limite superior pode ser aproximado pela quase-igualdade a direita na Equação (6.82). Esses limites podem ser bastante amplos em casos onde não há um modo de falha dominante.



### 6.13.3.2 Limites bi-modais

Limites bi-modais são obtidos considerando-se os termos envolvendo modos de falha individual e também os termos que envolvem intersecções entre dois modos de falha ( $F_i \cap F_j$ ) na Equação (6.81). Os termos que envolvem a intersecção de três ou mais modos de falha são desprezados (BECK, 2014).

Os limites bi-modais ou de segunda ordem são dados por:

$$P[F_1] + \sum_{i=2}^n \max \left[ 0, P[F_i] - \sum_{j=1}^{i-1} P[F_i \cap F_j] \right] \leq P_f \leq \sum_{i=1}^n P[F_i] - \sum_{i=2}^n \max_{i>j} [P[F_i \cap F_j]] \quad (6.83)$$

O limite inferior (parte da esquerda da expressão) desconsidera os termos envolvendo intersecções múltiplas (três ou mais modos de falha) e utiliza o operador  $\max[.]$  para garantir que não haja contribuição negativa na probabilidade de falha devido à desconsideração dos termos de terceira ordem ( $P[F_i \cap F_j \cap F_k]$ ). O limite inferior depende da ordenação dos modos de falha (associados em série), sendo que a regra geral é ordená-los em escala de importância, ou seja, em escala decrescente de probabilidade de falha individual, de modo que:

$$P[F_1] > P[F_2] > P[F_3] > \dots > P[F_n] \quad (6.84)$$

O limite superior (parte da direita da expressão) é obtido a partir de uma simplificação das linhas da Equação (6.80). Cada linha faz uma contribuição não negativa na probabilidade de falha. O operador  $\max[.]$  é aqui também empregado para garantir que não haja contribuição negativa na probabilidade de falha.

Na Equação (6.83) os termos de probabilidade que envolvem intersecções entre dois modos de falha ( $P[F_i \cap F_j]$ ) não podem ser determinados diretamente, nem de forma exata. O que se faz então para calcular esses termos é linearizar as equações de estado limite de cada modo em seu respectivo ponto de projeto. Assim, torna-se possível estimar os termos de segunda ordem a partir dos coeficientes de correlação entre os modos de falha e por meio do cálculo da probabilidade de ocorrência dos eventos  $A$  e  $B$ , representados na Figura 6.17.

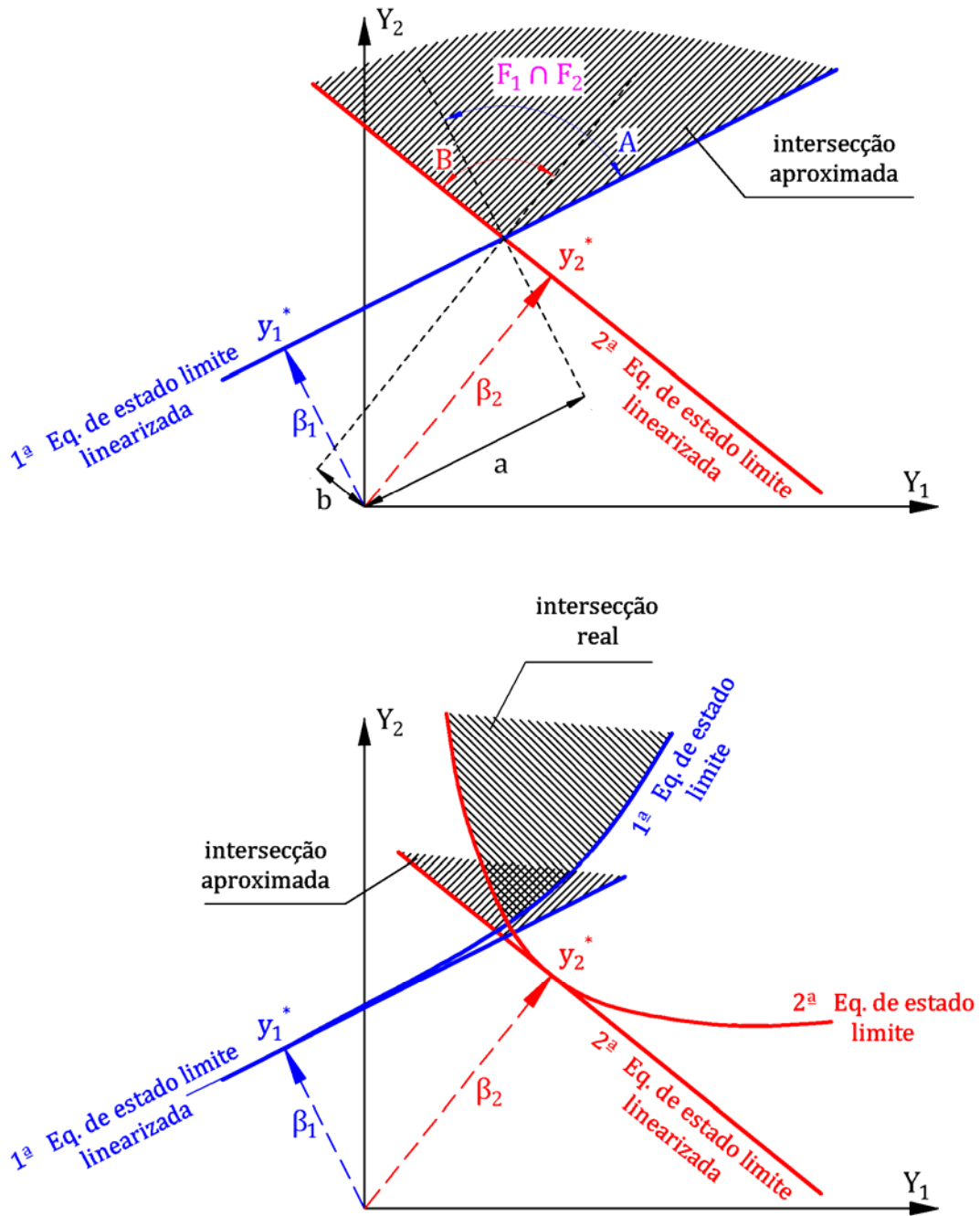


Figura 6.17 - Linearização das equações de estado limite nos pontos de projeto de dois modos de falha e representação da intersecção real a aproximada entre os dois modos de falha  
 Fonte: O autor

Os coeficientes de correção entre pares de modos de falha podem ser obtidos por:

$$\rho_{G_i, G_j} = \frac{\nabla G_i(\mathbf{y}_i^*)^T \cdot \nabla G_j(\mathbf{y}_j^*)}{\|\nabla G_i(\mathbf{y}_i^*)\| \cdot \|\nabla G_j(\mathbf{y}_j^*)\|} = \alpha_i^T \cdot \alpha_j \tag{6.85}$$

sendo que o numerador representa o produto escalar entre os gradientes dos modos de falha  $i$  e  $j$  avaliados nos seus respectivos pontos de projeto e o denominador corresponde ao produto

simples dos módulos desses gradientes avaliados também nos seus respectivos pontos de projeto. Pode-se mostrar ainda que  $\rho_{G_i, G_j}$  corresponde ao cosseno do ângulo entre as equações de estado limite linearizadas. As aproximações envolvidas no cálculo de  $\rho_{G_i, G_j}$  são compatíveis com as aproximações envolvidas no método FORM.

O cálculo da probabilidade de ocorrência dos eventos  $A$  e  $B$ , para cada combinação de pares de modos de falha  $ij$  é dado por:

$$P[A_{ij}] = \Phi(-\beta_i) \cdot \Phi\left(-\frac{\beta_j - \rho_{G_i, G_j} \beta_i}{\sqrt{1 - \rho_{G_i, G_j}^2}}\right)$$

$$P[B_{ij}] = \Phi(-\beta_j) \cdot \Phi\left(-\frac{\beta_i - \rho_{G_i, G_j} \beta_j}{\sqrt{1 - \rho_{G_i, G_j}^2}}\right)$$
(6.86)

Quando o coeficiente de correção  $\rho_{G_i, G_j}$  é positivo, os limites inferior e superior da probabilidade de intersecção entre dois modos de falha são:

$$P[F_i \cap F_j] = P[A_{ij}] + P[B_{ij}] \quad (\textit{inferior})$$

$$P[F_i \cap F_j] = \max[P[A_{ij}], P[B_{ij}]] \quad (\textit{superior})$$
(6.87)

Quando o coeficiente de correção  $\rho_{G_i, G_j}$  é negativo, os limites inferior e superior da probabilidade de intersecção entre dois modos de falha são:

$$P[F_i \cap F_j] = \min[P[A_{ij}], P[B_{ij}]] \quad (\textit{inferior})$$

$$P[F_i \cap F_j] = 0 \quad (\textit{superior})$$
(6.88)

Os limites dados pela Equação (6.83) são assintóticos, isto é, se estreitam à medida que as probabilidades de falha individuais diminuem. Vale comentar que esses limites podem ser bastante largos quando não houver um modo de falha dominante sobre os demais (NOGUEIRA, 2010).

#### 6.13.4 Árvore de falhas e árvore de eventos

A árvore de falhas e a árvore de eventos são esquematizações gráficas que auxiliam na simplificação e na sistematização do cálculo da probabilidade de falha de eventos que podem

possuir inúmeras causas e também consequências diversas após a falha. De forma simplificada, a árvore de falhas esta relacionada às causas do evento principal analisado, enquanto que a árvore de eventos esta relacionada aos efeitos após a ocorrência do evento principal analisado (Figura 6.18).

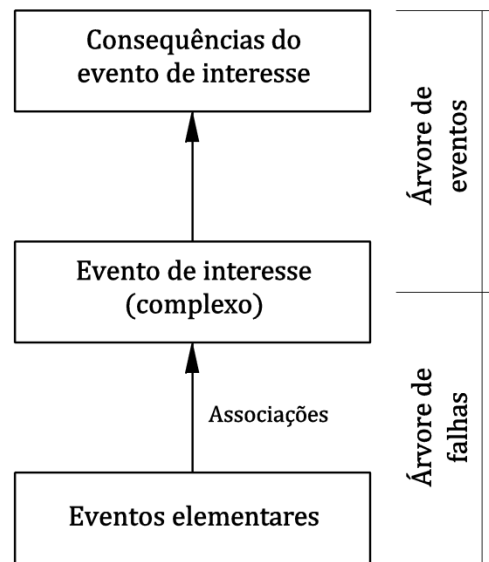


Figura 6.18 - Esquematização: árvore de falhas e árvore de eventos  
Fonte: O autor

Para se traçar uma árvore de falhas e uma árvore de eventos é necessário um alto grau de conhecimento do sistema tratado, além é claro de uma ampla e profunda reflexão sobre o evento principal analisado.

#### 6.13.4.1 Árvore de falhas

Sua utilização tem por objetivo decompor um evento principal em combinações de eventos elementares que levam à ocorrência do evento principal. O processo de decomposição do evento principal continua até que os eventos desmembrados possuam:

- probabilidade de falha conhecida; ou
- até que seja possível o cálculo de sua probabilidade de falha (por meio dos diversos métodos de confiabilidade).

Uma árvore de falhas permite identificar as sequências críticas de eventos que mais provavelmente levam à falha do sistema, chamadas de “caminhos críticos”. A probabilidade de falha do evento principal em análise pode assim então ser minimizada por meio da identificação dos caminhos críticos, reduzindo-se as probabilidades de falha dos eventos elementares que pertencem ao caminho crítico.

Os eventos pertencentes aos diversos caminhos que levam a falha são organizados em uma estrutura lógica que utiliza “portas lógicas” para identificar a relação causal entre os eventos. Tais portas podem ser do tipo “e” (*and*) e do tipo “ou” (*or*). A Figura 6.19 apresenta um exemplo de uma árvore de falhas para um evento caracterizado pela falha por sobre-pressão de um vaso de pressão.

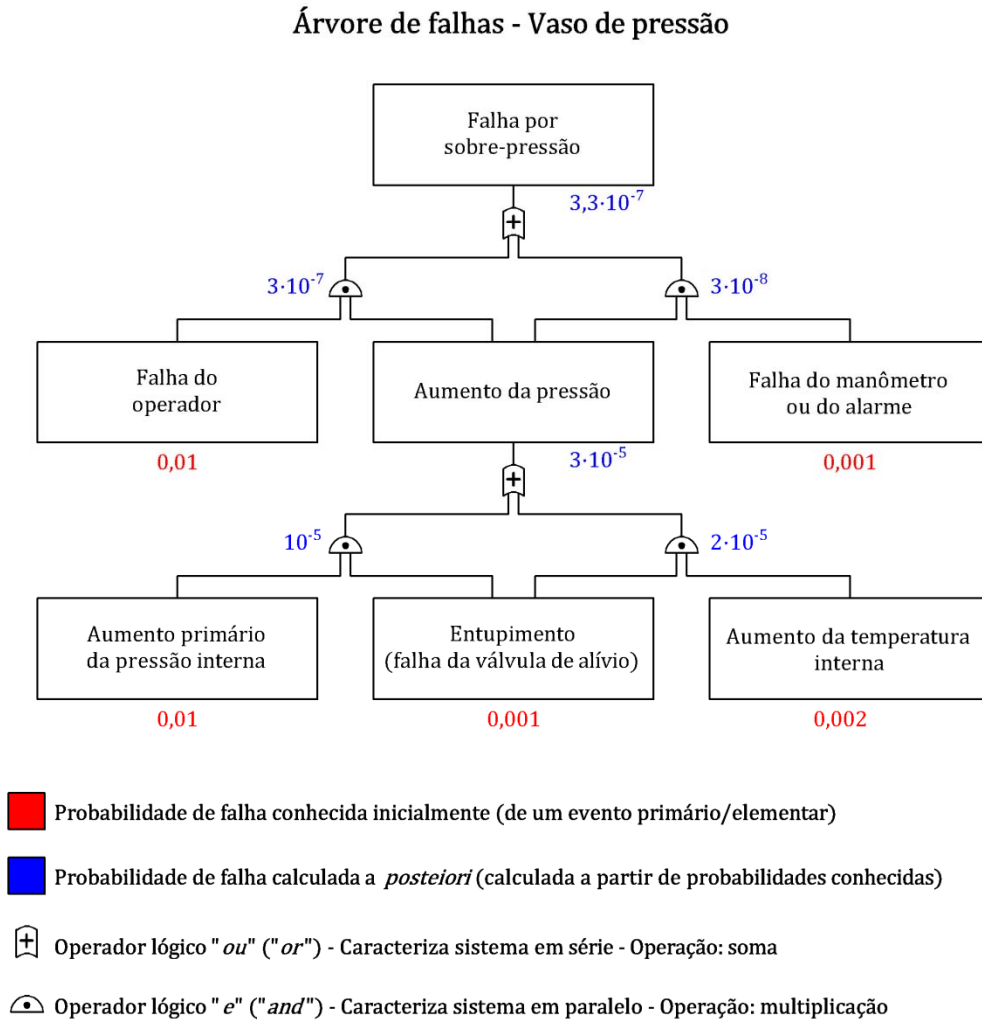


Figura 6.19 - Árvore de falhas do evento “falha por sobre-pressão” de um vaso de pressão  
 Fonte: O autor

Uma vantagem da árvore de falhas é que ela permite incluir numa mesma análise falhas de equipamentos e falhas humanas.

#### 6.13.4.2 Árvore de eventos

Sua utilização tem por objetivo identificar as consequências de um evento inicial, como a falha de um componente do sistema. O desenvolvimento de uma árvore de eventos se inicia no evento inicial e segue com a identificação das consequências deste evento através de uma série de

pontos de decisão. Este pontos de decisão referem-se à entrada de operação de um sistema de segurança, uma intervenção humana, condições ambientais no momento do incidente, etc. (BECK, 2014). A Figura 6.20 apresenta um exemplo de uma árvore de eventos.

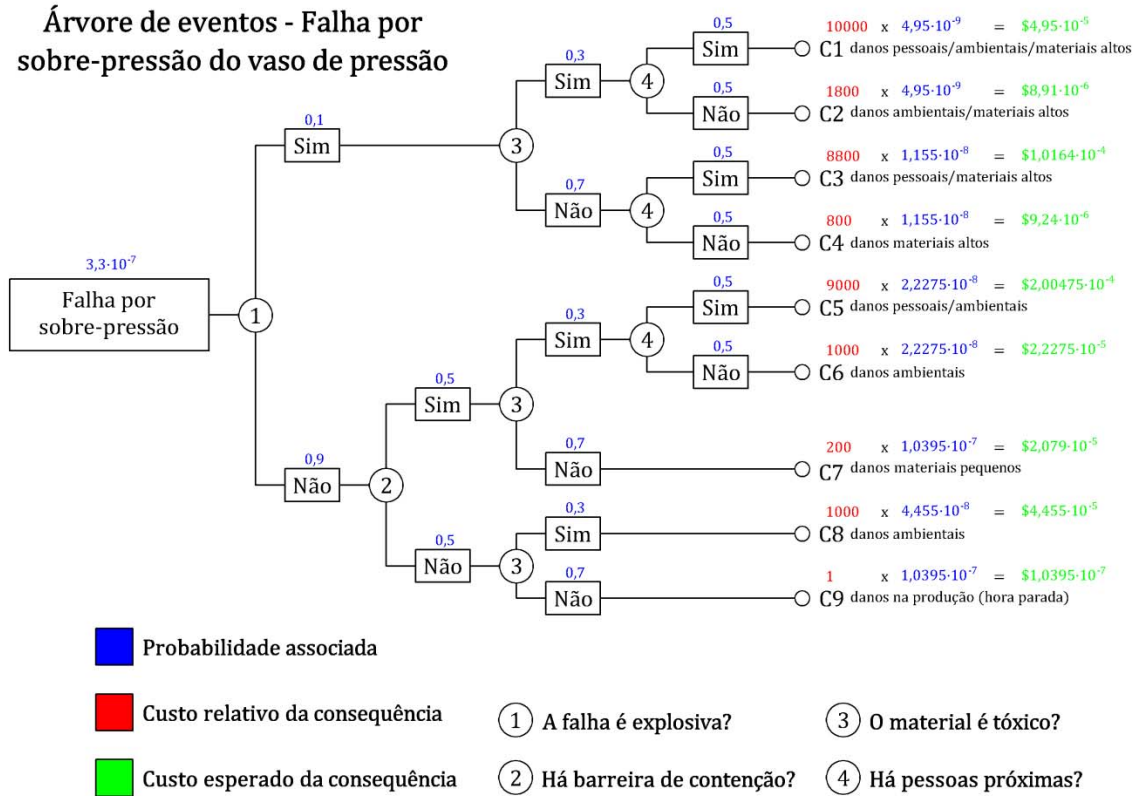


Figura 6.20 - Árvore de eventos do evento “falha por sobre-pressão” de um vaso de pressão  
Fonte: O autor

Cada ramificação dos “galhos” da árvore de eventos está associada a uma probabilidade de ocorrência. A soma das probabilidades de ocorrência de todos os galhos que ramificam de um nó deve ser um.

Algumas características de uma árvore de eventos:

1. fácil de construir e de avaliar;
2. há risco de aumentar muito, a medida que mais eventos secundários são considerados;
3. possibilita a avaliação de risco, incluindo o custo de falha;
4. ilustra o efeito de falhas;
5. mostra a sequência de uma acidente;
6. é própria para análise de segurança;
7. sequências de grande significado podem ser analisadas usando árvores de falha.

## 7 EXEMPLOS

Neste capítulo são ilustrados e discutidos alguns exemplos numéricos envolvendo a análise mecânica e probabilística de estruturas de concreto armado submetidas à corrosão das armaduras devido a penetração de cloretos.

No exemplo 1 é analisada uma estrutura de concreto armado, sendo dado enfoque na análise do tempo para que ocorra a despasse das armaduras. A partir da consideração dos parâmetros envolvidos e da equação de estado limite adotada, o método de simulação de Monte Carlo simples é empregado a fim de calcular a probabilidade de que o tempo para início da corrosão das armaduras seja inferior ao tempo de vida útil da estrutura definido em projeto.

O exemplo 2 trata de uma viga hiperestática de concreto armado, com o objetivo de analisar a relação entre os efeitos da corrosão das armaduras e a alteração dos possíveis cenários de falha individuais e a falha global da estrutura ao longo do tempo. As equações de estado limite consideradas descrevem analiticamente a resistência à flexão e ao esforço cortante nas seções transversais retangulares da viga. Foi também incorporada na análise uma equação que penaliza a resistência ao escoamento do aço em função da evolução da corrosão em conjunto com a lei de Fick e equações empíricas baseadas na lei de Faraday para determinar a nova área de armadura em cada instante de tempo na análise, considerando-se a corrosão do tipo uniforme. A teoria da confiabilidade foi utilizada adotando-se o método de simulação de Monte Carlo puro para a avaliação das probabilidades individuais dos modos de falha considerados. A determinação da probabilidade de ruína global da estrutura seguiu um procedimento baseado no conceito de árvore de falhas. Os resultados da análise mostraram que a corrosão das armaduras pode alterar os cenários de falha, de forma que, modos de falha não importantes na fase de projeto se tornam importantes e, às vezes até preponderantes, à medida que o processo corrosivo evolui.

O exemplo 3 aborda o caso de uma viga isostática de concreto armado submetida à penetração de cloretos, onde procura-se avaliar a relação entre a carga última da estrutura e as diversas considerações nas formulações, discretizações e efeitos corrosivos. As análises mecânicas da viga são realizadas segundo a formulação e hipóteses da norma ABNT NBR 6118:2014 e segundo o modelo de análise não linear por elementos finitos proposto neste trabalho. Algumas particularidades dos efeitos corrosivos são incorporadas ao longo das análises: variação da tensão de escoamento do aço e variação da taxa de corrosão, ambas em função do tempo. Além disso, são realizadas análises que consideram o fator água/cimento como sendo aleatório para cada

elemento finito, permitindo assim modelar um comportamento mais pontual da corrosão na estrutura. As análises revelaram que as taxas de redução da carga última da estrutura considerada ao longo do tempo são maiores para os primeiros anos após a despassivação das armaduras e que vão diminuindo até atingirem valores nulos, instante este em que a carga última torna-se constante.

O exemplo 4 apresenta a análise mecânica e probabilística de uma viga hiperestática de concreto armado sujeita a corrosão por cloretos, utilizando-se o modelo de análise não linear proposto neste trabalho. Os comportamentos não lineares do concreto e do aço são descritos, respectivamente, pelo modelo de dano de Mazars e pelo modelo elastoplástico com encruamento isotrópico linear positivo. A segunda lei de Fick é utilizada para modelar a difusão dos cloretos no interior da estrutura e leis empíricas para o cálculo da taxa de corrosão. Considera-se a variação da taxa de corrosão e a variação da tensão de escoamento do aço, de acordo com o tempo decorrido após a despassivação das armaduras. Para o cálculo da probabilidade de falha são utilizados os métodos FORM e uma combinação do método de superfície de resposta (MSR) e a simulação de Monte Carlo. As equações de estado limite são escritas em termos de deformações no aço e no concreto, ao longo de todas as seções dos nós dos elementos finitos da viga. Além de mostrar claramente a alteração das cargas últimas e do cenário de falha devido à corrosão, os resultados obtidos indicam que a evolução da probabilidade de falha da viga ocorre de maneira bastante rápida após a despassivação das armaduras.

## 7.1 EXEMPLO 1

Diversos autores consideram que o fim da vida útil de uma estrutura submetida à penetração de cloretos é caracterizado quando for constatada a despassivação das armaduras. Este exemplo toma como premissa essa consideração para a definição da equação de estado limite, dada por:

$$G(\mathbf{x}) = t_r - t_{proj} \quad (7.1)$$

sendo  $t_r$  o tempo para início da corrosão e  $t_{proj}$  o tempo de vida útil da estrutura definido em projeto, ambos dados em anos.

O tempo para início da corrosão  $t_r$ , ou seja, o tempo para que ocorra a despassivação das armaduras é calculado por meio da segunda lei de Fick (Equação (4.27)), que considera a difusão iônica como mecanismo de difusão dos cloretos no interior da estrutura de concreto armado.



O tipo de estrutura considerada na análise é um edifício comum, onde o tempo de projeto  $t_{proj}$ , ou seja, a vida útil estrutural, é considerada igual a 50 anos, conforme as recomendações da norma europeia EM 206-1:2007.

A partir destas considerações, a Equação (7.1) pode ser reescrita como:

$$G(x) = \frac{1}{D_0} \left\{ \frac{x}{2 \operatorname{erfc}^{-1}[C_{lim}/C_0]} \right\}^2 - 50 \quad (7.2)$$

No caso desta equação de estado limite, a probabilidade de constatação de um estado indesejado é caracterizada pela probabilidade de despassivação das armaduras. Em outras palavras, o problema resume-se em encontrar a probabilidade de que o tempo para início da corrosão das armaduras, isto é, o momento onde a concentração de cloretos atinge uma concentração tal que despassiva as armaduras, é menor do que o tempo de projeto.

As variáveis aleatórias consideradas nesta equação de estado limite e suas distribuições estatísticas, com sua média e desvio padrão, estão apresentadas na Tabela 7.1.

Tabela 7.1 - Dados estatísticos das variáveis aleatórias do exemplo 1

V.A.	Distribuição	Média	Coef. de Variação	Desvio Padrão	Unidade
$C_{lim}$	Uniforme	0,90	0,19	0,17	kg/m <sup>3</sup>
$C_0$	Log-Normal	2,95	0,70	2,07	kg/m <sup>3</sup>
$D_0$	Log-Normal	67,42	0,75	50,57	mm <sup>2</sup> /ano
$x$	Log-Normal	40,00	0,50	20,00	mm

A concentração limite de cloretos  $C_{lim}$  que caracteriza a despassivação foi obtida do estudo de Vu e Stewart (2000). A concentração superficial de íons cloreto  $C_0$  foi considerada para uma estrutura localizada próxima ao mar, a uma distancia inferior a 100 metros da costa, conforme estudo apresentado por McGee (1999). Por se tratar de um ambiente com alta agressividade, a norma NBR 6118:2014 classifica como sendo III o nível de agressividade ambiental, e, para uma estrutura de concreto armado usual, o cobrimento nominal  $x$  a ser adotado é de 40 milímetros, conforme prescreve a norma brasileira.

Foi adotada uma relação água/cimento igual a 0,5 e o coeficiente de difusão de cloretos  $D_0$  foi calculado por meio da equação dada por Bentz et al. (1996), apresentada no capítulo 4 e repetida a seguir por conveniência.

$$D_0 = 10^{-10+4,66 a/c} \text{ cm}^2/\text{seg} \quad (7.3)$$

A avaliação da probabilidade de falha da Equação (7.2) foi realizada por meio do método de simulação de Monte Carlo simples. O número total de simulações realizadas foi de 50 mil. O processo de convergência do método está ilustrado na Figura 7.1.

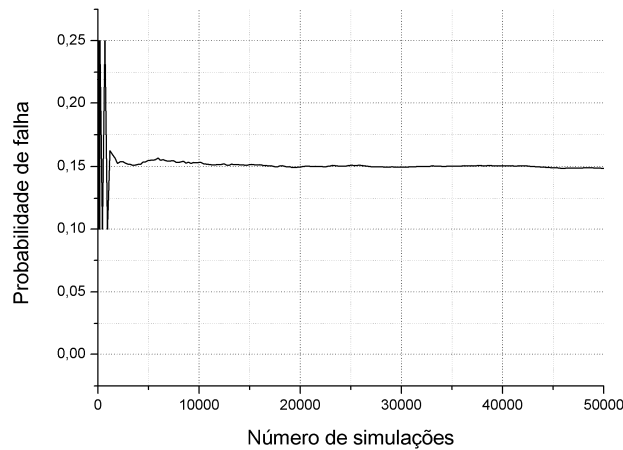


Figura 7.1 - Processo de convergência para o cálculo da probabilidade de falha do exemplo 1

Percebe-se que a probabilidade de falha tende a se estabilizar em torno de 0,15. Em outras palavras, a probabilidade de que a despassivação das armaduras devido à penetração de cloretos ocorra antes de 50 anos é de 15%, para a formulação e para os dados considerados.

Este tipo de análise é extremamente válido, uma vez que, conforme será apresentado nos demais exemplos do presente trabalho, após a despassivação das armaduras, a probabilidade de falha da estrutura, considerando-se na equação de estado limite esforços resistentes e solicitantes, aumenta de forma extremamente brusca e em um curto intervalo de tempo. Portanto, essa metodologia de análise auxilia a previsão da durabilidade de estruturas de concreto armado submetidas à penetração de cloretos, quantificando probabilisticamente os riscos associados a um estado indesejado.

## 7.2 EXEMPLO 2

Este exemplo trata de uma viga hiperestática de concreto armado. É realizada uma análise da relação entre os efeitos da corrosão das armaduras e a alteração dos possíveis cenários de falha individuais e a falha global da estrutura ao longo do tempo. A Figura 7.2 ilustra o esquema estático e os diagramas de momentos fletores e forças cortantes obtidos para a viga analisada.

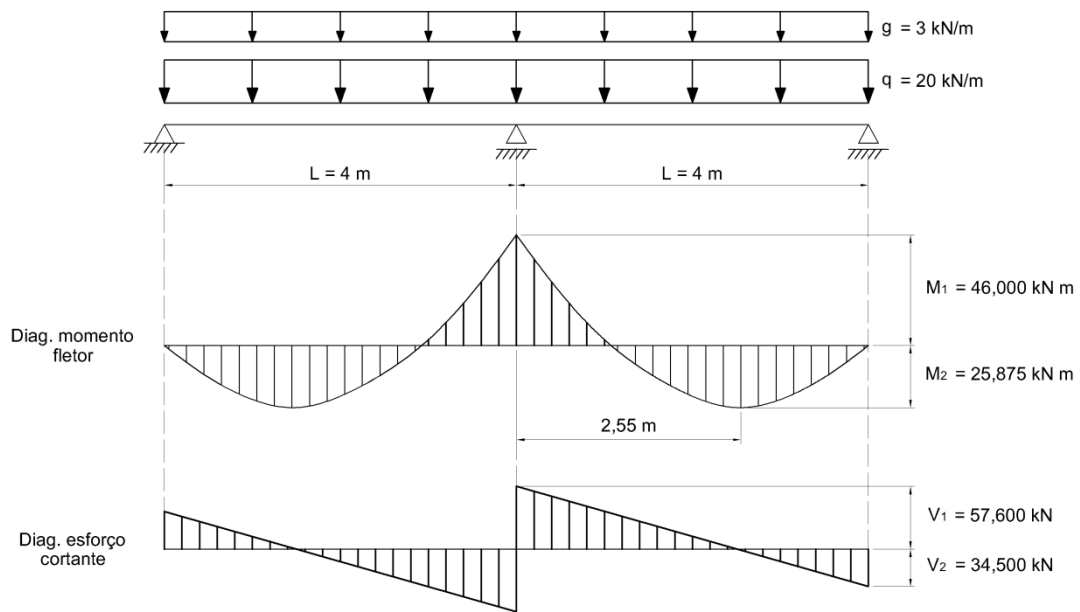


Figura 7.2 - Esquema estático da viga e diagramas de esforços internos solicitantes

Os esforços foram determinados admitindo-se seção transversal constante de  $20\text{ cm} \times 40\text{ cm}$ , carga permanente  $g = 3\text{ kN/m}$ , carga variável  $q = 20\text{ kN/m}$ ,  $f_{ck} = 30\text{ MPa}$ ,  $f_{yk} = 500\text{ MPa}$ , módulo de elasticidade do concreto  $E_c = 26071\text{ MPa}$ , coeficientes parciais de segurança de 1,4, 1,15, 1,4 e 1,4 para o concreto, aço, carga permanente e carga variável, respectivamente. Além disso, foram considerados os seguintes parâmetros: classe de agressividade ambiental III, segundo a NBR 6118:2014 (forte, do tipo industrial com grande risco de deterioração da estrutura) e cobrimento de concreto de  $4\text{ cm}$ .

Após essas considerações, a estrutura foi dimensionada e detalhada conforme mostra a Figura 7.3.

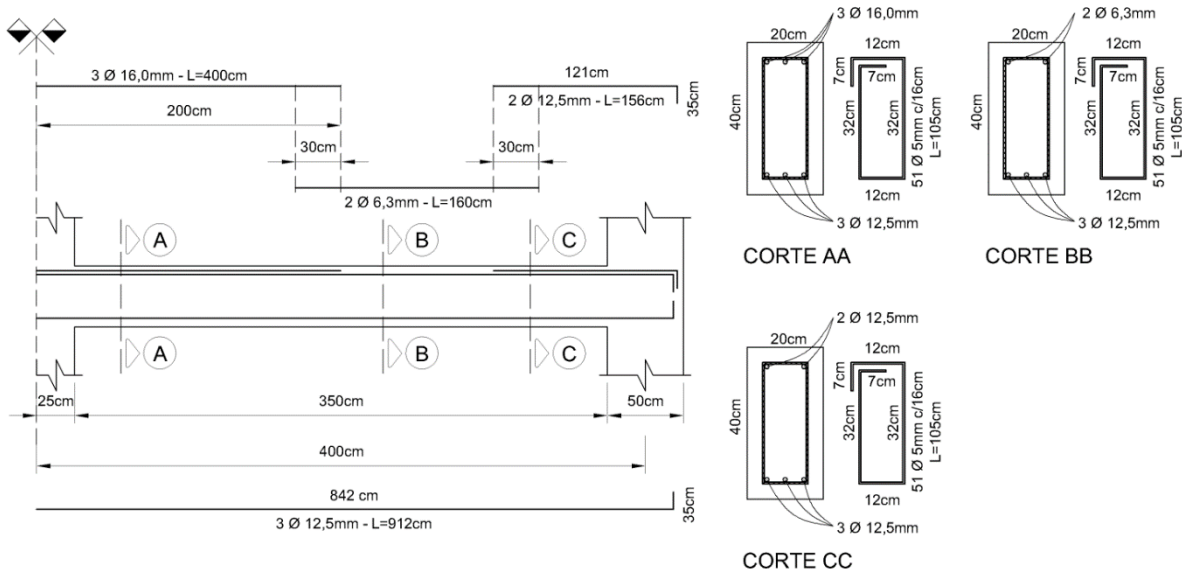


Figura 7.3 - Detalhamento final da viga analisada

Os principais esforços foram obtidos de forma genérica conforme as equações abaixo:

$$M_1 = \frac{(q + g) L^2}{8}; M_2 = \frac{9(q + g) L^2}{128}; V_1 = \frac{5 (q + g) L}{8}; V_2 = \frac{3 (q + g) L}{8} \quad (7.4)$$

O cálculo do momento fletor e esforço cortante resistentes da viga são feitos segundo as hipóteses e formulações adotadas pela norma NBR 6118:2014. Os equacionamentos foram apresentados nas seções 5.2.1.2 e 5.2.2.2 do presente trabalho e as expressões do momento fletor e esforço cortante resistente são repetidas a seguir por conveniência.

$$M_{resist} = 0,408 \cdot b \cdot x^2 \cdot f_{cd} \quad (7.5)$$

$$V_{resist} = \frac{4500}{7} \cdot b \cdot d \cdot \left( \frac{A_{sw}}{b \cdot s} \cdot f_{ywd} + 0,10 \cdot f_{ck}^{2/3} \right) \quad (7.6)$$

Estruturas hiperestáticas são consideradas sistemas redundantes do ponto de vista da teoria da confiabilidade, pois a falha do sistema ocorre somente após a falha conjunta de um determinado número de graus de redundância. Esse comportamento fornece para esses tipos de estruturas, reservas de resistência, garantindo maiores níveis de segurança. Para a viga em estudo, em função de seu único grau de hiperestaticidade, o colapso global, de forma geral, ocorrerá após a falha consecutiva de dois modos. A definição de falha aqui considerada é admitida quando o esforço solicitante (momento fletor ou cortante, dados pela Equação (7.4)) supera a capacidade resistente respectiva, dada pelas Equações (7.5) e (7.6), em uma dada seção transversal.

Além disso, em estruturas hiperestáticas, existe mais de uma possibilidade ou caminho de falha que conduz ao colapso. Nesses casos, a teoria da confiabilidade aplicada a sistemas busca determinar as probabilidades de ocorrência de cada um dos caminhos possíveis de falha e, com isso, prever qual é o caminho ou mecanismo mais provável que leva a estrutura à ruína. Assim, é conveniente construir o conjunto de caminhos possíveis de falha, chamado de árvore de falhas, através da sucessão de eventos indesejáveis até a ruína da estrutura. Vale ressaltar que neste exemplo não foram considerados estados limites de serviço.

Para escrever o problema em termos de uma árvore de falhas, a Figura 7.4 mostra as seções transversais que definem os modos de falha considerados na análise. Para que haja a falha por flexão, dois modos foram definidos, a partir da ocorrência dos momentos fletores máximos, negativo  $M_1$  no apoio e positivos  $M_2$  nos vãos. Além disso, também foi considerada a falha por cisalhamento na região de maior valor da força cortante  $V_1$ , dada pela seção transversal imediatamente à direita do apoio central.

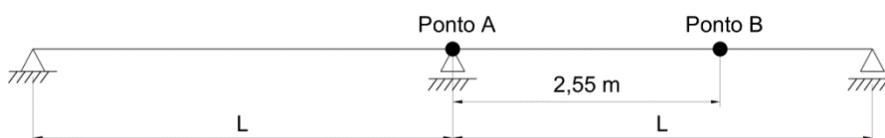


Figura 7.4 - Seções transversais que definem os modos de falha da estrutura.

A construção da árvore de eventos que contituem uma falha foi realizada da seguinte forma: evento [A] definido pela ocorrência de falha por flexão no ponto A, evento [B] definido pela ocorrência de falha por flexão no ponto B, evento [C] definido pela ocorrência de falha por cisalhamento no apoio central. Com isso, a árvore de falhas pode ser representada graficamente conforme a Figura 7.5.

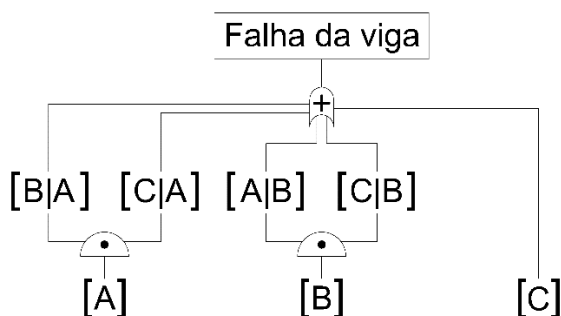


Figura 7.5 - Árvore de falha construída para a análise da viga do exemplo 2

O primeiro nível da árvore descreve apenas os eventos elementares de falha [A], [B] e [C]. No segundo nível estão os eventos condicionais de falha, ou seja, aqueles que serão observados somente após a ocorrência de um dos eventos elementares. Portanto, os eventos do segundo

nível são eventos de falha condicionais e podem ser escritos como:  $[B|A]$ ,  $[C|A]$ ,  $[A|B]$  e  $[C|B]$ . É importante comentar, conforme pode ser observado na Figura 7.5, que o evento de falha  $[C]$ , isto é, a falha por cisalhamento, caso ocorra, leva a viga ao colapso direto sem a possibilidade de redistribuição de esforços. A ruptura é brusca e representa diretamente a ruína da viga. Dessa forma, o modelo de associação adotado para representar o comportamento global da viga é do tipo misto, ou seja, trata-se de uma ação conjunta de sistema em paralelo (falhas por flexão) e sistema em série (falha por cisalhamento). Admitindo que cada caminho de falha seja um evento mutuamente exclusivo, a probabilidade de falha global do sistema  $P_{f,sist}$  é obtida fazendo-se a soma das probabilidades de ocorrência de cada sequência de falha, conforme:

$$P_{f,sist} = P[A] \cdot P[B|A] + P[A] \cdot P[C|A] + P[B] \cdot P[A|B] + P[B] \cdot P[C|B] + P[C] \quad (7.7)$$

Para formular o problema de confiabilidade, foram escritas as seguintes equações de estado limite:

$$\begin{aligned} G_1(\mathbf{x}) &= M_r^A - M_a^A \\ G_2(\mathbf{x}) &= M_r^B - M_a^B \\ G_3(\mathbf{x}) &= V_r^A - V_a^A \end{aligned} \quad (7.8)$$

onde:  $M_r$  e  $M_a$  são, respectivamente, os momentos fletores resistente e solicitante para os modos de falha A e B;  $V_r$  e  $V_a$  são as forças cortantes resistentes e solicitantes, respectivamente, para o modo de falha C. Os esforços resistentes são obtidos pelas Equações (7.5) e (7.6), enquanto que os esforços solicitantes são calculados pela Equação (7.4).

No caso dos caminhos de falha por flexão, a ocorrência de falha em A ou B altera o esquema estático da viga através da introdução de uma rótula na posição onde ocorreu a falha. Com isso, a estrutura é analisada novamente com o objetivo de se determinar a redistribuição dos esforços e os acréscimos em momentos fletores e forças cortantes nas demais seções transversais adjacentes. Após essa redistribuição, os eventos de falha são os eventos condicionais comentados anteriormente.

A análise de corrosão foi realizada na fase de propagação, isto é, iniciando-se a partir do tempo de início da corrosão em incrementos fixos de tempo. Para a determinação do tempo de início de corrosão foi utilizada a segunda lei de Fick. Para cada incremento de tempo, a área das armaduras e a tensão de escoamento foram penalizados, respectivamente pelas Equações (4.38) e (5.87), repetidas a seguir por conveniência.

$$A_{r,unif}(t_p) = \sum_{i=1}^n \left[ \frac{\pi d_{0i}^2}{4} - \frac{\pi (d_0 - 0,0232 \cdot i_{corr} \cdot t_p)^2}{4} \right] \quad (7.9)$$

$$f = (1,0 - 0,005Q_{corr})f_0 \quad (7.10)$$

A taxa de corrosão  $i_{corr}$  é considerada constante ao longo do tempo e é calculada por meio da equação empírica apresentada por Vu e Stewart (2000) apresentada a seguir.

$$i_{corr} = \frac{37,8(1 - a/c)^{-1,64}}{cob} \quad (7.11)$$

sendo  $i_{corr}$  a taxa de corrosão dada em  $\mu\text{A}/\text{cm}^2$  (microampère por centímetro quadrado),  $t_p$  o tempo decorrido após a despassivação das armaduras dado em anos,  $a/c$  a relação água/cimento e  $cob$  o cobrimento do concreto dado em centímetros.

Após a aplicação do efeito da corrosão, as equações de estado limite foram reavaliadas para a determinação das probabilidades de falha individuais e do sistema. É importante ressaltar que as tensões internas provenientes das reações expansivas da corrosão, a alteração da aderência aço-concreto e as perdas de rigidez do concreto não foram consideradas.

Os dados e parâmetros determinísticos e aleatórios (Tabela 7.2) adotados na análise da viga são fornecidos a seguir:

- Fator água-cimento: 0,50;
- Concentração de cloretos para despassivação da armadura  $C_{lim}$ : 0,90  $\text{kg}/\text{m}^3$  (segundo trabalho de Vu e Stewart (2000));
- Concentração de cloretos na superfície da viga,  $C_0$ : 2,95  $\text{kg}/\text{m}^3$  (foi considerada para uma estrutura localizada próxima ao mar, a uma distancia inferior a 100 metros da costa, conforme estudo apresentado por McGee (1999));
- Coeficiente de difusão do concreto:  $D_0 = 10^{-10+4,66 a/c}$   $\text{cm}^2/\text{seg}$  (equação dada por Bentz et al. (1996));
- Período de propagação de corrosão considerado: 20 anos;
- Incremento de tempo para avaliação da capacidade resistente em função da corrosão: 0,1 anos;
- Número total de simulações de Monte Carlo a cada incremento de tempo: 3 milhões;

Tabela 7.2 - Dados estatísticos das variáveis aleatórias do exemplo 2

V.A.	Distribuição	Média	Desvio Padrão	Unidade
$f_{ck}$	Normal	30000,0	8000,0	$\text{kN}/\text{m}^2$
$f_{yk}$ (arm. longitudinal)	Lognormal	500000,0	50000,0	$\text{kN}/\text{m}^2$
$f_{yk}$ (arm. transversal)	Lognormal	600000,0	60000,0	$\text{kN}/\text{m}^2$
$q$	Normal	3,0	0,345	$\text{kN}/\text{m}$
$g$	Gumbel	20,0	4,3	$\text{kN}/\text{m}$

A Figura 7.6 ilustra a evolução da perda de área das armaduras ao longo do tempo em função da corrosão. Conforme pode ser observado, a despassivação das armaduras acontece após 11 anos da vida útil da viga. A partir desse instante, o processo de propagação da corrosão tem início, penalizando uniformemente as áreas de aço. Interessante destacar que a lei de evolução da perda do diâmetro é linear, porém a perda da área de armadura é quadrática.

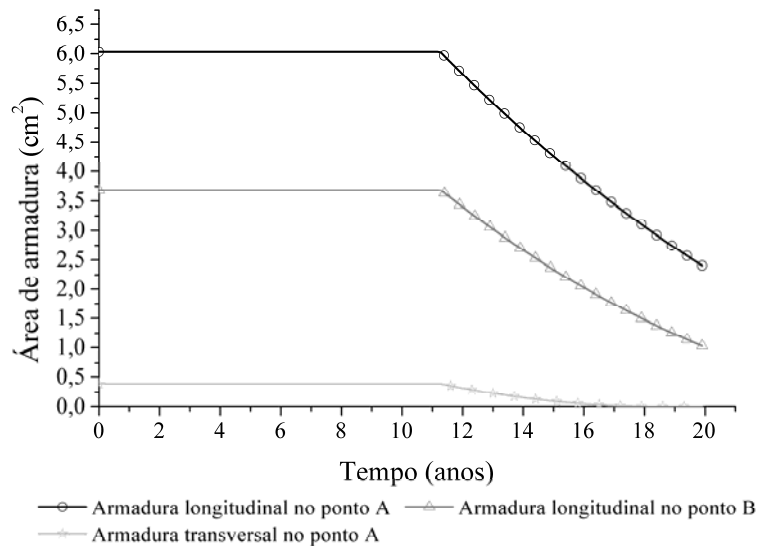


Figura 7.6 - Evolução das perdas de armadura em função do processo corrosivo

Na Figura 7.7 é mostrada a evolução das probabilidades de falha dos modos individuais ao longo do tempo e em função da evolução do processo corrosivo, considerando-se ambos os casos: sem e com a perda da tensão de escoamento do aço das armaduras. Observou-se que, a partir da evolução da corrosão e, conseqüente, perda de seção transversal das armaduras, ocorrem alterações significativas nos cenários de falha da viga. Inicialmente, o ponto mais provável de falha ou também conhecido como modo mais provável de falha é dado pelo estado limite  $G_1$ , que define a falha por flexão junto ao apoio central. Esse comportamento era previsível, pois o momento fletor solicitante é maior nesta seção do que em relação ao restante da viga. Conforme a corrosão aumenta ao longo do tempo, ocorre a mudança do cenário de falha, no qual o modo mais provável de falha passa a ser definido pelo estado limite  $G_3$ , que retrata a segurança da viga ao esforço cortante junto ao apoio central. A partir de 14 anos, a chance de ocorrência de falha estrutural na viga é maior ao cisalhamento do que na flexão, conforme pode ser observado pelo crescimento das curvas de  $G_3$  na Figura 7.7. Isto ocorre porque os estribos estão mais próximos da superfície externa do elemento e, portanto, são atingidos primeiro pelos íons cloreto. Além disso, como o diâmetro dessas barras é menor, a perda de área das seções



transversais é mais significativa a partir de um determinado nível de deterioração. Esse tipo de comportamento demonstra a relevância deste exemplo, pois mostra que o comportamento original da estrutura admitido em projeto pode ser alterado em função da corrosão das armaduras. Assim, rupturas bruscas por cisalhamento podem acontecer antes mesmo da falha dúctil por flexão. A partir de 16,5 anos o estado limite  $G_2$ , definido pela resistência ao momento fletor na região central dos vãos passa a ser o modo de falha mais importante, conforme pode ser visto no salto vertical das curvas na Figura 7.7. Da mesma forma, em função da menor quantidade de armadura longitudinal e a partir de um determinado nível de deterioração da armadura, a importância desse modo de falha aumenta significativamente, o que indica novamente a possibilidade de alteração do cenário de falha de estruturas em concreto armado ao longo do tempo.

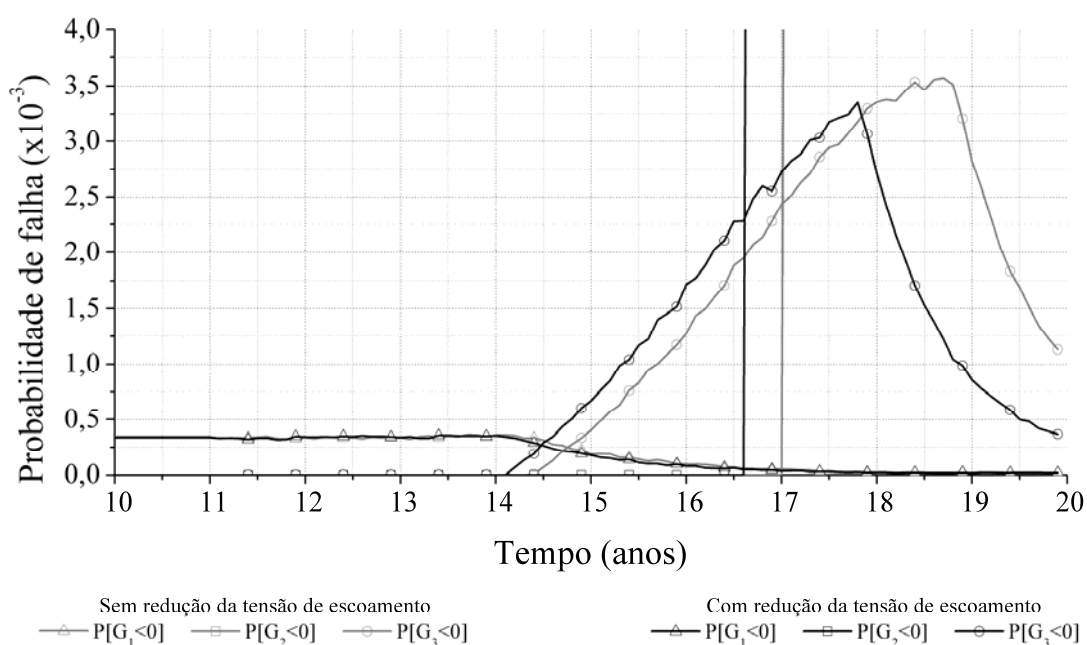


Figura 7.7 - Evolução da probabilidade de falha dos modos individuais

Com relação à diminuição da tensão de escoamento em função da corrosão, observou-se o mesmo comportamento geral comparado ao caso sem penalização da mesma, com mudança sutil apenas no tempo de início de ocorrência do fenômeno.

Finalmente, a Figura 7.8 traz a evolução da probabilidade de falha da viga como um sistema, isto é, o colapso global da estrutura ao longo do tempo, segundo a Equação (7.7).

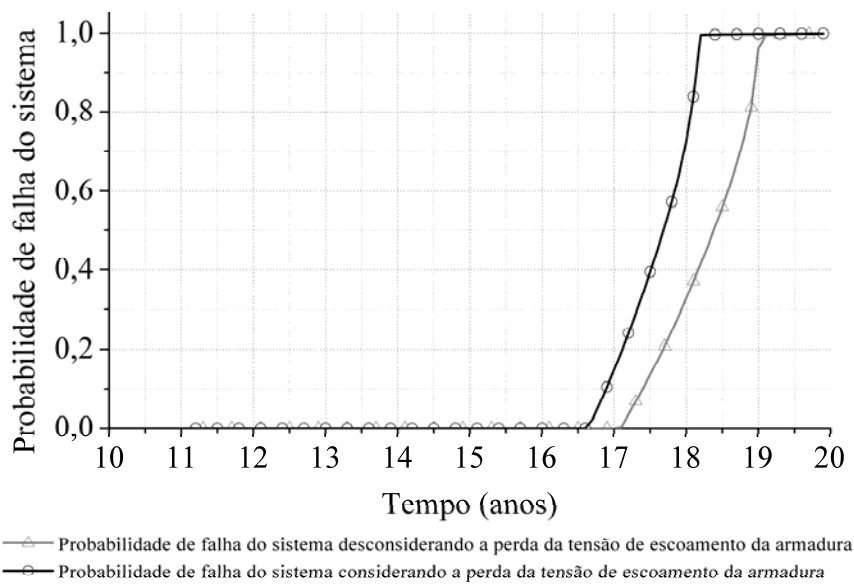


Figura 7.8 - Evolução da probabilidade de falha global da viga

Os resultados mostram aumento significativo da probabilidade global de falha a partir de aproximadamente 17 anos com valor de  $1,5 \times 10^{-7}$ , chegando próximo da unidade aos 18 anos. Esse comportamento indica que nessa idade, a combinação das falhas por flexão no ponto B e por cisalhamento junto ao apoio central é dominante na segurança da estrutura. Tal fato é no mínimo peculiar, pois mostra que os modos de falha menos prováveis no início da vida útil da viga tornam-se preponderantes, pela evolução da corrosão e pela menor área de aço original, à medida que a corrosão aumenta. Portanto, a corrosão influencia na mudança dos cenários de falha de estruturas em concreto armado submetidas ao ataque de cloretos ao longo do tempo.

### 7.3 EXEMPLO 3

As análises apresentadas neste exemplo têm por objetivo ilustrar a influência na resposta mecânica, para uma mesma estrutura isostática de concreto armado sendo corroída sob o efeito de cloretos, a partir da consideração ou não de determinados parâmetros e efeitos corrosivos. Para tanto, analisa-se uma viga de concreto armado bi-apoiada com um carregamento concentrado médio  $P=60$  kN aplicado no meio do vão. A viga foi dimensionada segundo a formulação e hipóteses da norma ABNT NBR 6118:2014. Na Figura 7.9 está ilustrada a viga bi-apoiada analisada, sendo apresentada uma configuração particular de discretização em 10 elementos finitos, conforme as análises número 2, 3 e 4, que serão especificadas nos próximos parágrafos.

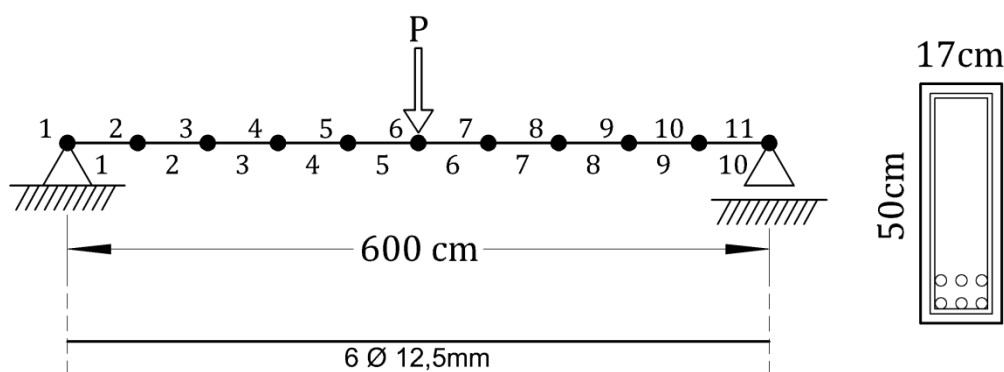


Figura 7.9 - Discretização em 10 elementos finitos da viga em análise do exemplo 3

As análises realizadas fundamentalmente visam determinar a variação da carga última da estrutura em função do avanço do processo corrosivo. Neste exemplo, são utilizadas duas formulações: primeiramente uma formulação para uma análise linear e em seguida uma formulação para diversas análises não lineares. A definição da carga última depende da formulação utilizada. Em todas as análises deste exemplo, a carga última se refere a carga P aplicada no meio do vão.

A chamada “análise linear”, neste exemplo, utiliza as hipóteses da ABNT NBR 6118:2014 para a determinação da carga última, também chamada de carga resistente. Tanto o aço quanto o concreto são assumidos em seus estados elásticos lineares em todo instante. As hipóteses e a formulação detalhada estão descritas neste trabalho na seção 5.2. A carga última neste tipo de análise é definida como sendo igual ao momento resistente da seção no meio do vão, onde esse tipo de esforço possui o valor máximo.

As análises não lineares, neste exemplo, utilizam o elemento finito de pórtico plano considerando a hipótese de Timoshenko e a não linearidade geométrica é modelada por meio da descrição lagrangeana atualizada. A não linearidade física do concreto e do aço, respectivamente, são representadas pelo modelo de dano de Mazars e pelo modelo elastoplástico com encruamento isotrópico linear positivo. A carga última neste tipo de análise corresponde à carga P aplicada que configura um estado em que os materiais, aço ou concreto, atingem valores de deformação pré-estabelecidos.

Os parâmetros mecânicos e as geometrias comuns às análises linear e não linear são os seguintes: vão da viga de 600 cm, seção transversal de 17 cm x 50 cm, altura útil de 44,12 cm,  $f_{ck} = 30$  MPa, módulo de elasticidade do concreto  $E_c = 28000$  MPa, coeficiente de Poisson do concreto igual a 0,2, tensão de escoamento do aço  $f_{yk} = 500$  MPa e cobrimento da armadura de 3,0 cm.

Tanto no caso da análise linear como no caso das análises não lineares, a penalização do aço é realizada considerando a corrosão uniforme das armaduras (Equação (7.9)) e a difusão dos cloretos é modelada por meio da segunda lei de Fick. Os parâmetros envolvidos na análise de corrosão, comuns às análises linear e não linear são os seguintes:  $C_{lim} = 0,9 \text{ kg/m}^3$  (conforme apresentado por Vu e Stewart (2000)),  $C_0 = 1,15 \text{ kg/m}^3$  (conforme apresentado por McGee (1999)),  $D_0 = 67,42 \text{ mm}^2/\text{ano}$  (conforme expressão dada por Bentz et al. (1996)), relação água/cimento igual a 0,5 e incrementos de tempo de corrosão de 2 anos.

Nas análises não lineares, os dados comuns são os seguintes: limite de deformação para o concreto comprimido igual a 0,35% (conforme ABNT NBR 6118:2014), limite de deformação para as armaduras igual a 1% (conforme ABNT NBR 6118:2014), módulo de elasticidade do aço  $E_s = 196000 \text{ MPa}$ , módulo plástico do aço igual a 19600 MPa, 100 passos de carga igualmente espaçados e tolerância em força igual a  $10^4$ . Os parâmetros de dano são os seguintes:  $A_T = 0,70$ ,  $B_T = 10000$ ,  $A_C = 1,50$ ,  $B_C = 2000$  e sendo a deformação inicial  $\varepsilon_{d0}$  para a qual o concreto começa a apresentar danificação igual a  $6,4124 \times 10^{-5}$ . A integração numérica é realizada utilizam-se 6 pontos de Gauss ao longo do comprimento do elemento e 20 pontos de Gauss ao longo da altura.

A análise linear não considera a variação da taxa de corrosão em função do tempo, sendo calculada conforme Equação (7.11). A análise linear não considera também o efeito de redução da tensão de escoamento do aço. Essas considerações são assumidas apenas nas análises do tipo não linear. A redução da tensão de escoamento, quando considerada, é calculada conforme a Equação (7.10). A variação da taxa de corrosão em função do tempo, quando considerada, é assumida conforme Equação (4.29) e repetida aqui por conveniência.

$$i_{corr}(t_p) = \left[ \frac{37,8(1 - a/c)^{-1,64}}{cob} \right] 0,85 \cdot t_p^{-0,29} \quad (7.12)$$

sendo  $i_{corr}(t_p)$  a taxa de corrosão dada em  $\mu\text{A}/\text{cm}^2$  (microampère por centímetro quadrado) em função do tempo decorrido após a despassivação das armaduras  $t_p$  dado em anos,  $a/c$  a relação água/cimento e  $cob$  o cobrimento do concreto dado em centímetros.

Outras duas considerações que variam entre as análises não lineares são o número de elementos finitos adotados para a discretização da viga e a consideração ou não da variabilidade do fator água cimento de elemento para elemento. A discretização da viga é feita em 10 ou em 100 elementos finitos de pórtico plano, de tamanho igual, ao longo do comprimento da viga.

Foram realizadas 6 análises diferentes, sendo que as considerações a respeito das mesmas estão resumidas na Tabela 7.3. Os resultados da análise são apresentados na Figura 7.10 em termos de carga última em função do tempo decorrido após a despassivação das armaduras.

Tabela 7.3 - Considerações das análises do exemplo 3

Nº da análise	Formulação utilizada	Taxa de corrosão em função do tempo?	Tensão de escoamento do aço em função do tempo?	Aleatoriedade no fator a/c dos elem. finitos?	Nº de elementos finitos
1	Análise linear	Não	Não	-	-
2	Análise não linear	Não	Não	Não	10
3	Análise não linear	Sim	Não	Não	10
4	Análise não linear	Sim	Não	Sim	10
5	Análise não linear	Sim	Não	Sim	100
6	Análise não linear	Sim	Sim	Sim	100

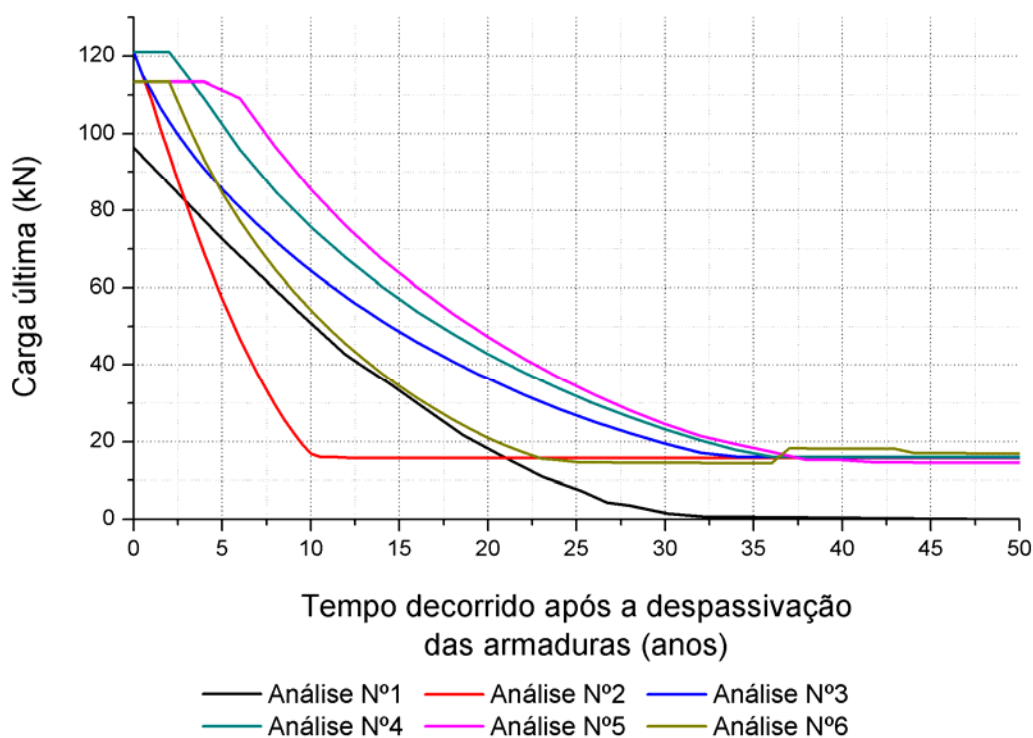


Figura 7.10 - Avaliação da carga última com o avanço do processo corrosivo para as diversas análises realizadas

A análise 1 é a análise que utiliza o modelo linear. Percebe-se que esta é a análise que resultou em uma menor carga última inicial, ou seja, resultou em uma menor carga última na configuração onde as armaduras não encontravam-se ainda corroídas. Este comportamento pode ser justificado pelo fato de que a formulação da análise linear não leva em consideração a resistência do concreto, enquanto que a formulação não linear proposta leva em consideração a

rigidez que o concreto proporciona a estrutura. Assim, nas análises não lineares 2, 3 e 4 as cargas últimas iniciais possuem valores iniciais 25% maiores do que na análise do tipo linear e 18% maiores, nas análises não lineares 5 e 6.

Outro resultado a ser destacado é que na análise linear a carga última da estrutura a partir de aproximadamente 35 anos é nula, ou seja, a estrutura não é mais capaz de absorver nenhum tipo de carga. Isso pode ser explicado pela formulação adotada na análise linear, sendo que quando a área das armaduras for igual a zero, o momento fletor resistente de qualquer seção torna-se também zero. Já no caso das análises não lineares, percebe-se que a partir de 35 anos, praticamente a estrutura tem sua carga última estabilizada em aproximadamente 17 kN. Isto ocorre também justamente pelo fato de que a formulação não linear proposta leva em consideração a rigidez que o concreto proporciona à estrutura, enquanto que a análise linear não leva este parâmetro em consideração.

Um gráfico comparativo ilustrando a evolução da diferença entre a carga última da análise 1 e as demais análises é apresentado na Figura 7.11.

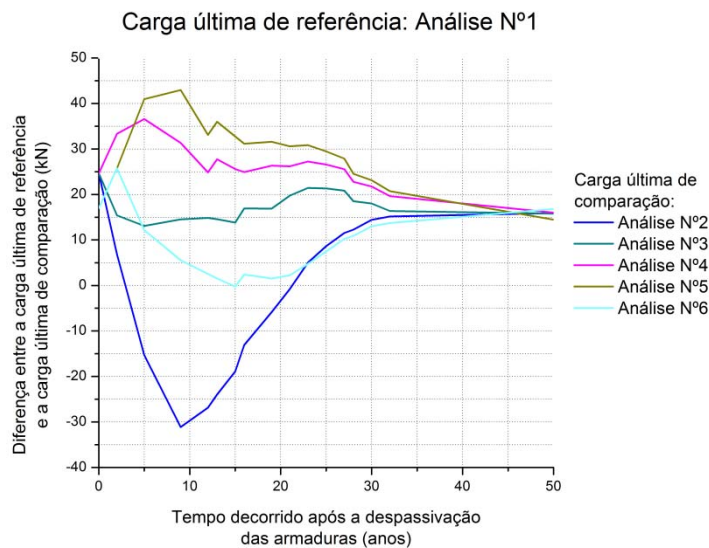


Figura 7.11 - Diferença entre a carga última da análise 1 com as demais análises

A única análise que resultou em algum momento cargas últimas menores do que a da análise 1 foi a análise 2. Isto pode ser explicado pelo fato de que na análise 2 considera-se a taxa de corrosão invariável com o tempo e, portanto, a taxa de corrosão permanece como sendo um valor constante e muito elevado ao longo da análise, sendo igual a  $39,27 \mu\text{A}/\text{cm}^2$ . Assim, as armaduras têm a sua área de aço reduzida muito mais rapidamente, produzindo um efeito mais agravante em termos de carga última no caso da análise não linear via elementos finitos.

Na análise 2 a taxa de corrosão e a tensão de escoamento do aço são consideradas invariáveis com o tempo. Utilizaram-se 10 elementos finitos para proceder com a análise não

linear. Essa é a análise que resultou na mais rápida redução de carga última da estrutura, tendo uma taxa média de redução da carga última de 10,4 kN/ano nos 10 primeiros anos após a despassivação das armaduras, período após o qual a carga última de mantém constante, pois o aço foi totalmente corroído.

Na análise 3 consideram-se as mesmas premissas da análise 2, com exceção da taxa de corrosão que, neste caso, é considerada como dependente do tempo e é calculada conforme a Equação (7.12). Esta consideração faz com que a velocidade de redução das áreas de aço das armaduras seja menor em comparação com as análises 1 e 2, resultando em uma diminuição da taxa de redução da carga última. Nesta análise a carga última permaneceu sempre maior do que a carga da análise linear ao longo do tempo. Outro ponto a ser observado refere-se as análises 2 e 3, que possuem cargas últimas no tempo zero iguais, porém possuem históricos de evolução bem distintos.

Gráficos comparativos ilustrando a evolução da diferença entre a carga última da análise 2 e da análise 3, com relação as demais análises são apresentados na Figura 7.12 e Figura 7.13.

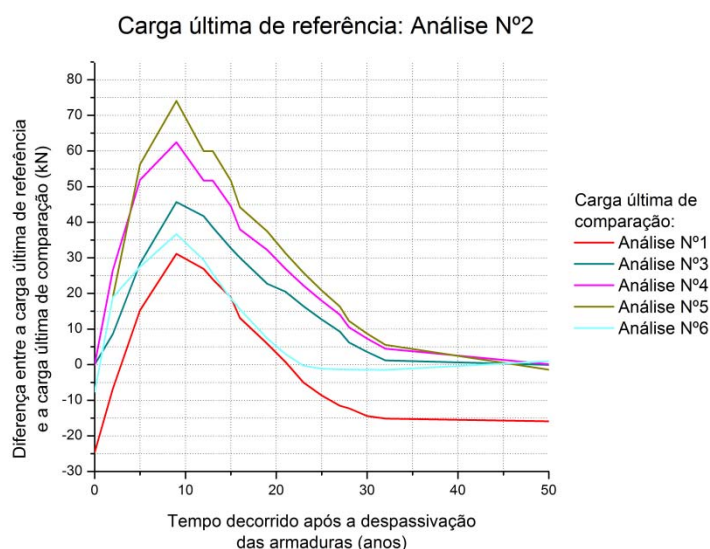


Figura 7.12 - Diferença entre a carga última da análise 2 com as demais análises

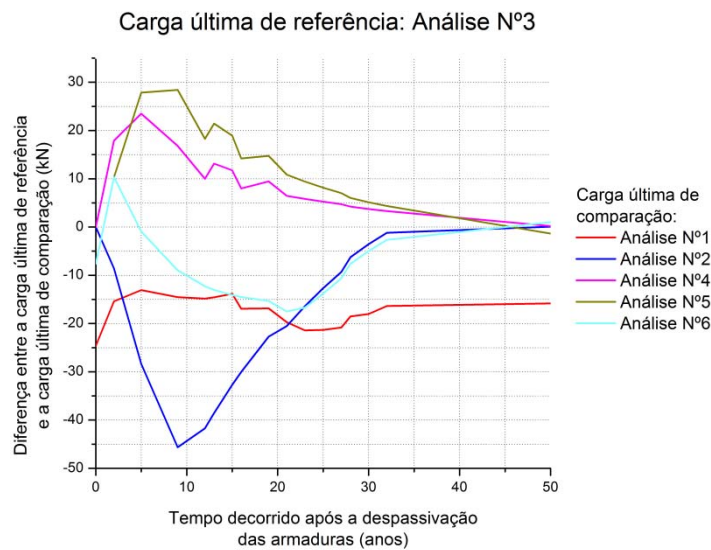


Figura 7.13 - Diferença entre a carga última da análise 3 com as demais análises

A variabilidade do fator água cimento, quando considerada, é o único parâmetro aleatório deste exemplo. Essa variabilidade foi assumida a fim de simular mais realisticamente os efeitos mecânicos do processo corrosivo dentro de uma peça de concreto armado. Adotando uma distribuição estatística, uma média e um desvio padrão para o fator água/cimento, é possível gerar valores pseudoaleatórios de fatores água/cimento para cada elemento finito. Procedendo desta forma, cada elemento finito terá um tempo individual e próprio para a despassivação de suas armaduras, conforme pode ser calculado pela segunda lei de Fick, dada pela Equação (4.27). Além disso, uma análise de uma estrutura com um maior número de elementos finitos faz com que o tamanho de cada elemento seja menor, permitindo representar a corrosão de forma mais próxima à realidade, onde existem pequenos trechos onde ocorre a corrosão e não ao longo do comprimento total de todas as armaduras. Assim, as áreas das armaduras são penalizadas diferentemente de elemento para elemento ao longo dos incrementos de tempo corrosivo de análise.

Para as análises 4, 5 e 6 inclui-se a variabilidade do fator água/cimento, adotando-se uma distribuição uniforme com média 0,5 e desvio padrão de 0,0577. Na Figura 7.10, para essas análises, são representadas as variações das cargas últimas da estrutura a partir do instante onde o primeiro elemento finito tem alguma de suas armaduras despassivadas, ou seja, a origem do eixo das abcissas representa um tempo no qual o primeiro elemento finito teve suas armaduras submetidas aos efeitos corrosivos. Portanto, nestas análises, o elemento finito que possuir um valor sorteado de fator água/cimento mais alto será o primeiro onde ocorrerá a despassivação das armaduras.



É possível notar nas análises 4, 5 e 6 que as curvas de respostas das mesmas (Figura 7.10) possuem um trecho reto nos primeiros anos após a ocorrência da primeira despassivação de armadura de algum elemento finito. Esse trecho reto, ou seja, o período em que a carga última permanece inalterada com o avanço do processo corrosivo, pode ser explicado pelo fato de que, nessas análises, a quantidade de elementos finitos que tiveram suas armaduras despassivadas não é suficientemente grande para alterar a resposta estrutural em termos de carga última. Portanto, a estrutura apresenta o mesmo comportamento até que uma quantidade suficiente de elementos finitos tenham suas armaduras despassivadas para que assim a resposta global da estrutura seja alterada.

O resultado da análise 4 apresentou uma carga última no tempo zero igual as das análises 2 e 3, porém seu histórico de evolução tem um comportamento um pouco diferente da análise 3 e bastante distinto com relação a análise 2. A carga última dessa análise permanece sempre superior às das análises 2 e 3 ao longo do tempo devido ao fato de que a corrosão age diferentemente em cada elemento finito, ou seja, a redução da área de aço das armaduras não se inicia ao mesmo tempo em todos os elementos finitos. Assim, por dispor de uma maior quantidade de área de aço, a estrutura apresentará maior rigidez para resistir aos esforços solicitantes.

Um gráfico comparativo ilustrando a evolução da diferença entre a carga última da análise 4 e as demais análises é apresentado na Figura 7.14.

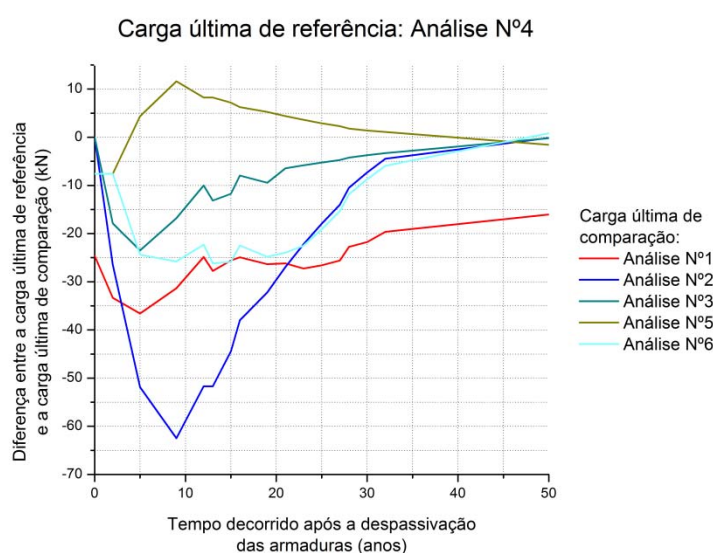


Figura 7.14 - Diferença entre a carga última da análise 4 com as demais análises

Nas análises 5 e 6 optou-se por considerar uma maior quantidade de elementos finitos, a fim de representar menores trechos de barra e assim simular de forma mais consistente e realista o comprimento de ação dos efeitos corrosão considerados. Em ambas as análises a carga última

no tempo zero resultou menor do que as das análises 2, 3 e 4, resultado este que pode ser atribuído à maior discretização da estrutura.

Comparando-se a análise 5 às demais análises até o ano 35 aproximadamente, nota-se que sua carga última permanece como sendo àquela maior, com exceção dos primeiros 3 anos para a análise 4 e dos primeiros meses para as análises 2 e 3. As análises 3, 4 e 5 são as que apresentam maior semelhança de resposta estrutural escrita em termos de carga última.

No caso da análise 6 a consideração do efeito de redução da tensão de escoamento das armaduras devido ao processo corrosivo alterou sensivelmente a resposta estrutural com relação a análise 5, aumentando assim sua taxa de redução de carga última. Além disso, na análise 6 pode-se notar que o período até o qual a carga última se estabiliza é menor do que nas análises 3, 4 e 5, ocorrendo 12 anos antes do que estas.

Gráficos comparativos ilustrando a evolução da diferença entre a carga última da análise 5 e da análise 6, com relação as demais análises são apresentados na Figura 7.15 e Figura 7.16 respectivamente.

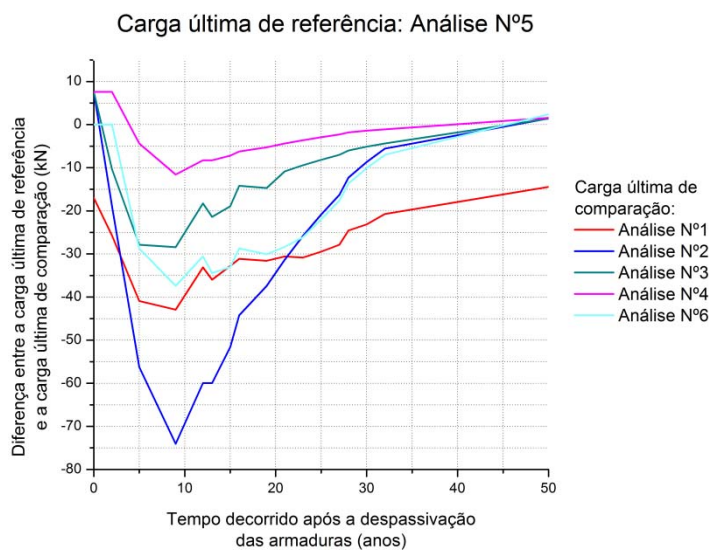


Figura 7.15 - Diferença entre a carga última da análise 5 com as demais análises

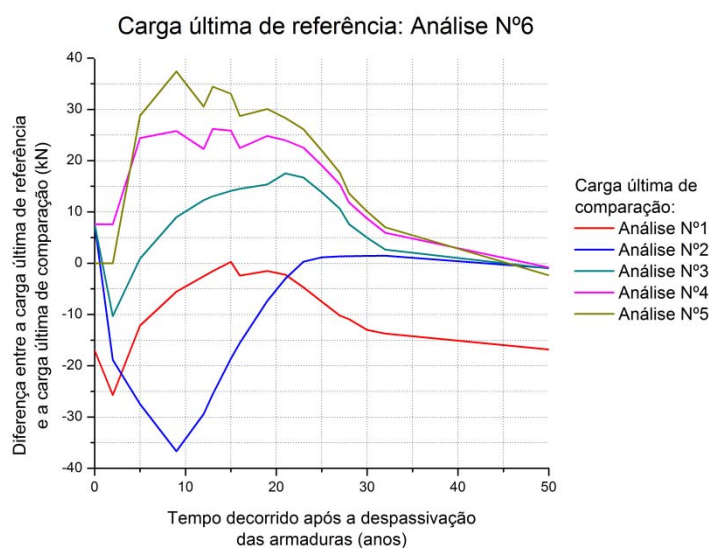


Figura 7.16 - Diferença entre a carga última da análise 6 com as demais análises

A Tabela 7.4 apresenta os valores médios das taxas de redução da carga última para as diversas análises realizadas neste exemplo. As taxas foram calculadas para faixas de tempo de 5 em 5 anos.

Tabela 7.4 - Taxa média de redução da carga última das análises do exemplo 3 por faixas de tempo

Faixa de tempo decorrido após a despassivação das armaduras (anos)	Taxa média de redução da carga última (kN/ano)					
	Número da análise					
	1	2	3	4	5	6
0-5	4,35	12,77	7,09	2,39	0,86	5,75
5-10	3,77	8,06	4,22	6,67	5,60	6,10
10-15	3,77	0,19	3,17	3,07	3,58	3,93
15-20	2,61	0,00	2,44	3,50	4,06	2,71
20-25	2,90	0,00	1,57	1,81	2,10	1,24
25-30	1,16	0,00	1,82	2,12	2,43	0,05
30-35	0,14	0,00	0,68	1,07	1,06	0,01

De forma geral, as maiores taxas de redução da carga última devido aos efeitos corrosivos considerados se dão nos primeiros anos após a despassivação das armaduras. Com o avanço do processo corrosivo, essa taxa tende a reduzir-se devido ao fato de que, em idades avançadas, a estrutura se estabiliza em torno de um valor constante de carga última.

Apesar de parecerem, em um primeiro momento, as análises mais refinadas, o grande problema encontrado nas análises 5 e 6 foi o tempo de processamento. Com incrementos de tempo de 1 ano, por um período total de 50 anos de análise, o tempo de processamento foi de aproximadamente 17 horas. Isto resulta em um tempo médio de 20,4 minutos para o processamento de uma chamada do modelo mecânico, enquanto que nas análises 2, 3 e 4, que

utilizam apenas 10 elementos finitos, o tempo médio de processamento de uma chamada do modelo mecânico foi de 2,5 minutos.

Este exemplo tratou apenas com os aspectos envolvidos no modelo mecânico, com o objetivo de ilustrar as influências que diversas considerações nas formulações, discretizações e efeitos corrosivos causam no processo de modelagem da degradação estrutural. Contudo, pensando-se em termos do cálculo da probabilidade de falha estrutural, onde diversas chamadas do modelo mecânico são necessárias, o tempo de processamento da análise 5 e 6 pode ser considerado relativamente alto. Assim, uma análise probabilística considerando-se essa formulação e discretização demandaria um elevado tempo de processamento.

#### 7.4 EXEMPLO 4

O esquema da viga hiperestática de concreto armado analisada neste exemplo é apresentado na Figura 7.17.

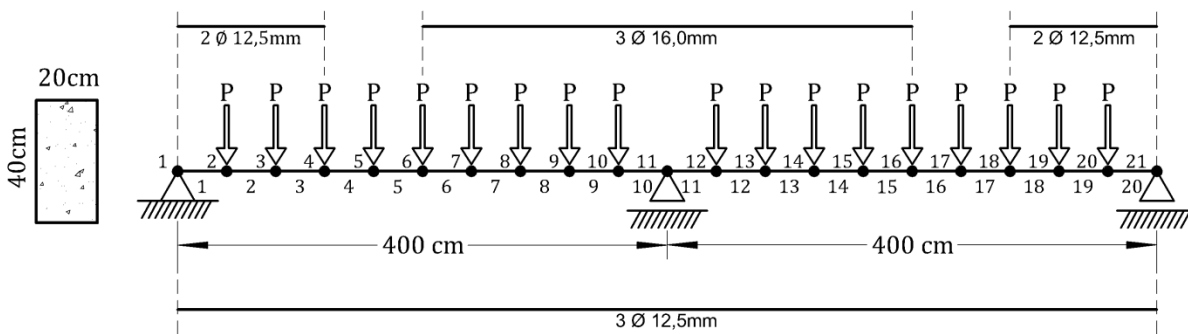


Figura 7.17 - Configuração da viga hiperestática analisada no exemplo 4

O modelo mecânico de análise segue as formulações não lineares apresentadas neste trabalho. O elemento finito utilizado é o de pórtico plano, utilizando-se a hipótese de Timoshenko. O modelo de dano de Mazars é utilizado para representar o comportamento do concreto, o modelo elastoplástico com encruamento isótropo linear positivo é utilizado para representar o comportamento do aço e a não linearidade geométrica é descrita pela formulação lagrangeana atualizada. O mecanismo de transporte dos íons cloreto no interior dos elementos de concreto armado é representado pelo processo de difusão, expresso pela segunda lei de Fick. Considera-se que a taxa de corrosão é variável com o tempo, dada pela Equação (7.12). A redução da tensão de escoamento com o avanço do processo corrosivo é dada pela Equação (7.10). A penalização das áreas de aço é considerada uniforme e dada pela Equação (7.9). É importante ressaltar que as tensões internas provenientes dos produtos expansivos da corrosão não foram consideradas como contribuintes na perda da rigidez do concreto, por meio de

fissuras e lascamento por exemplo. A alteração da configuração de aderência entre aço e concreto também não foi considerada, admitindo-se, portanto, aderência perfeita a todo instante.

Para a análise de confiabilidade da estrutura, utiliza-se o acoplamento direto entre o modelo mecânico de elementos finitos e o algoritmo HLRF, conforme descrito na seção 6.12 do presente trabalho. O cálculo da probabilidade de falha da estrutura a cada instante de tempo da análise é realizada com base em duas metodologias: método FORM e a combinação entre o método de simulação de Monte Carlo com o método de superfície de resposta. O estado limite é definido pelo esgotamento da capacidade resistente da seção transversal, onde os materiais alcançam valores limites pré-determinados de deformação ( $\varepsilon_{c\lim}$  para o concreto e  $\varepsilon_{s\lim}$  para o aço). As equações de estado limite para o concreto ( $G_{C_{ijk}}$ ) e para o aço ( $G_{S_{ijk}}$ ) são escritas em termos de deformações, conforme a Equação (5.129) e Equação (5.130), respectivamente, repetidas aqui por conveniência:

$$G_{C_{ijk}} = \varepsilon_{c\lim} - \varepsilon_{C_{ijk}}; G_{S_{ijl}} = \varepsilon_{s\lim} - \varepsilon_{S_{ijl}} \quad (7.13)$$

sendo  $i$ ,  $j$ ,  $k$  e  $l$  os índices, relacionados respectivamente, ao número de elementos finitos presentes na análise, ao número de pontos de Gauss ao longo do comprimento, ao número de pontos de Gauss na altura da seção transversal e ao número de camadas de armadura longitudinal.

A carga última é identificada quando, em qualquer nó da estrutura, um estado limite é violado. Matematicamente, a carga última da estrutura de um determinado modo de falha ( $P_{ult_{mod.n}}$ ) da viga analisada, é expressa como:

$$P_{ult_{mod.n}} = P \left\{ \min \left[ \left( G_{C_{ijk_{mod.n}}} \leq 0 \right) \cup \left( G_{S_{ijk_{mod.n}}} \leq 0 \right) \right] \right\} \quad (7.14)$$

sendo  $mod.n$  o índice relacionado ao número do modo de falha em questão.

Os parâmetros mecânicos e as geometrias são os seguintes: dois vãos de 400 cm cada, seção transversal da viga constante ao longo do comprimento medindo 20 cm x 40 cm,  $f_{ck} = 30$  MPa, módulo de elasticidade do concreto  $E_c = 30672,5$  MPa, coeficiente de Poisson do concreto igual a 0,2, tensão de escoamento do aço  $f_{yk} = 500$  MPa, módulo de elasticidade do aço  $E_s = 196000$  MPa, módulo plástico do aço igual a 19600 MPa e cobrimento da armadura de 4,0 cm (alta agressividade ambiental, classe III, conforme a norma ABNT NBR 6118:2014). O diâmetro adotado para os estribos é de 5,0 mm espaçados a cada 16 cm ao longo de todo o comprimento da viga.

Os parâmetros de dano são os seguintes:  $A_T = 0,70$ ,  $B_T = 10000$ ,  $A_C = 1,50$ ,  $B_C = 2000$  e sendo a deformação inicial  $\varepsilon_{d0}$  para a qual o concreto começa a apresentar danificação igual a  $6,6102 \times 10^{-5}$ . A integração numérica é realizada utilizando-se 6 pontos de Gauss ao longo do comprimento do elemento e 20 pontos de Gauss ao longo da altura. Foram adotados 100 passos de carga igualmente espaçados e um valor de  $10^{-4}$  para a tolerância de convergência em termos da norma do vetor de resíduos em força. O limite de deformação adotado para o concreto comprimido é igual a 0,35% (conforme ABNT NBR 6118:2014) e o limite de deformação adotado para as armaduras é igual a 1% (conforme ABNT NBR 6118:2014).

Os parâmetros envolvidos na modelagem do processo corrosivo são os seguintes:  $C_{lim} = 0,9 \text{ kg/m}^3$  (conforme apresentado por Vu e Stewart (2000)),  $C_0 = 1,15 \text{ kg/m}^3$  (conforme apresentado por McGee (1999)),  $D_0 = 67,42 \text{ mm}^2/\text{ano}$  (conforme expressão dada por Bentz et al. (1996)), relação água/cimento igual a 0,5 e incrementos de tempo de corrosão de 2 anos.

Para a análise de confiabilidade foram adotadas duas variáveis aleatórias:  $f_{ck}$  e  $f_{yk}$ . Os seguintes parâmetros foram adotados para as variáveis aleatórias: distribuição normal para o  $f_{ck}$  com média de 30 MPa e desvio padrão de 3 MPa; distribuição log normal para o  $f_{yk}$  com média de 500 MPa e desvio padrão de 50 MPa. Para o método de superfície de resposta (MSR) foi adotado um polinômio completo do segundo grau. A cada incremento de tempo na análise do fenômeno corrosivo, após a construção da superfície de resposta, foram realizadas 10 milhões de simulações de Monte Carlo.

Este exemplo trata de múltiplos modos de falha, sendo que a viga possui grau hiperestático um. Assim, no mínimo, deve ocorrer duas vezes a violação dos estados limites considerados para que seja caracterizada a falha da viga como um todo. Após ser atingido o primeiro modo de falha, o segundo modo é caracterizado quando em outra seção, diferente da primeira onde foi identificada a primeira falha, a deformação do aço ou do concreto atinge a deformação limite. As cargas que ocasionam esta ultrapassagem de estado limite são chamadas aqui de cargas últimas, ainda que possam não configurar uma situação de colapso da viga. A diferença encontrada entre o valor da primeira e da segunda carga última não resultou maior que 1% em nenhum incremento de tempo. Portanto, em termos práticos, ao ser atingida a primeira carga de violação de estado limite é muito provável que a segunda carga também seja atingida. A sequência de falha na viga foi sempre a mesma para cada incremento de tempo de propagação de corrosão. Primeiramente ocorreu a falha no nó 11, que é o nó do apoio central e em seguida ocorreu a falha no nó 17, ou no nó 5 de maneira equivalente, pois a viga é simétrica. A falha, de fato, era esperada nestes pontos, pois no apoio central é onde ocorre o maior momento fletor

negativo solicitante e num certo ponto do vão, próximo ao nó 5 ou 17, é onde temos o maior momento fletor positivo solicitante.

A Figura 7.18 ilustra o processo de busca pelo equilíbrio da estrutura no nó 5 para diversos instantes ao longo do período de propagação da corrosão. O carregamento P é aplicado igualmente a todos os nós da estrutura na busca pelo equilíbrio, conforme ilustra a Figura 7.17.

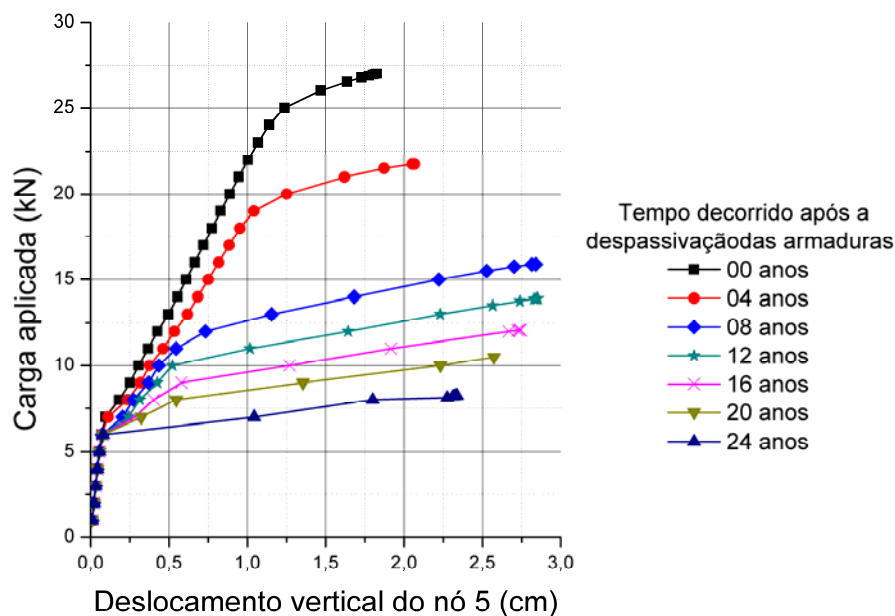


Figura 7.18 - Carga aplicada versus deslocamento vertical do nó 5 para diferentes tempos de análise

É possível notar que no início do processo de carregamento todas as curvas praticamente coincidem. Isso pode ser explicado pela rigidez fornecida pelo concreto a estrutura, enquanto que as armaduras não possuem grande influência, pois ainda não começaram a ser solicitadas por tensões elevadas. Em outras palavras, nesta fase do processo de carregamento, o concreto consegue absorver quase que integralmente os esforços de compressão e tração, fazendo com que as armaduras passivas não sejam ainda acionadas.

As curvas apresentam comportamentos cada vez mais distintos conforme o deslocamento nodal aumenta. Com o avanço do processo corrosivo, a rigidez da estrutura é comprometida. Assim, para um mesmo acréscimo de carga, a estrutura começa a apresentar maiores deslocamentos e conseqüentemente maiores deformações. Outro ponto interessante é a sensibilidade da estrutura frente aos efeitos corrosivos considerados com relação às primeiras idades, conforme já comentado no exemplo 3. Em apenas quatro anos de propagação da corrosão a estrutura apresenta uma queda da capacidade resistente de 20% e em oito anos a redução é de 41%. Entretanto, a partir de certa idade essa redução é menos acentuada. Tal fato é ilustrado mais claramente na Figura 7.19, onde é possível notar que a partir de 8 anos o nível de decaimento da carga última é amenizado.

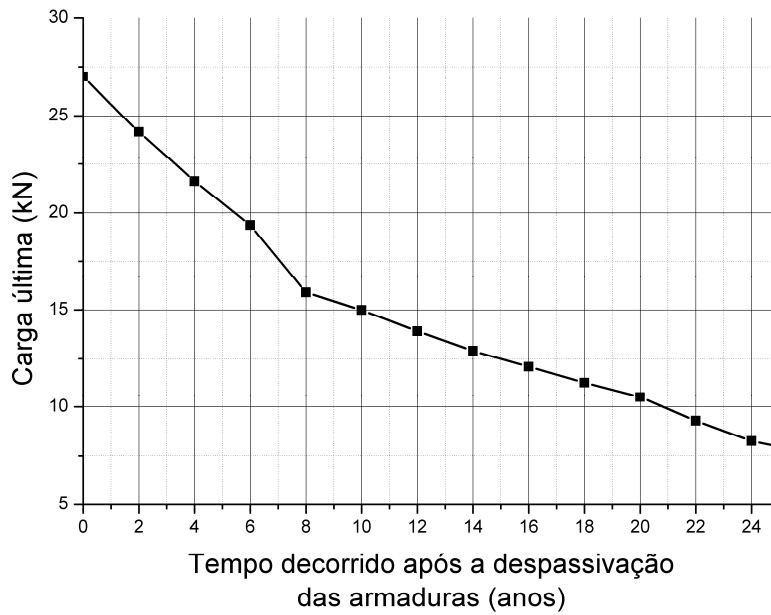


Figura 7.19 - Evolução da carga última com relação ao tempo decorrido após a despassivação das armaduras

Na Figura 7.20 está ilustrada a evolução da probabilidade de falha com o avanço do processo corrosivo.

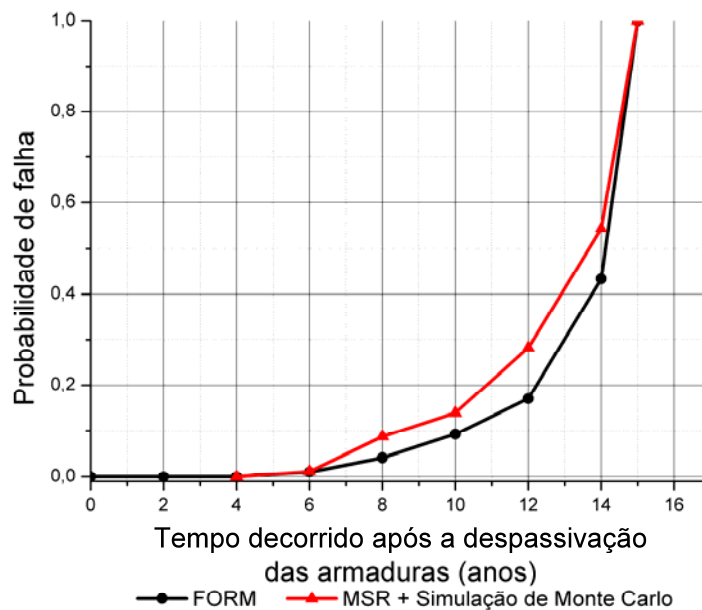


Figura 7.20 - Evolução da probabilidade de falha ao longo do tempo

A probabilidade de falha calculada para as primeiras idades de propagação da corrosão (até 4 anos) não foi possível de obter por meio da simulação de Monte Carlo combinada com o método da superfície de resposta. Isso não foi possível, pois o FORM resultou em uma probabilidade em torno de  $10^{-10}$ , ou seja, uma probabilidade de falha extremamente baixa. Para utilizar a simulação de Monte Carlo seria necessário um grandíssimo número de simulações, inviabilizando o cálculo por meio desta metodologia. A partir dos 4 anos, as probabilidades de



falha começam a aumentar consideravelmente. Aos 6 anos elas estão por volta de  $10^{-2}$ . Isto pode ser explicado pela grande redução da carga resistente da estrutura, uma vez que as barras encontram-se com área de aço bastante prejudicada, assim como com menores tensões de escoamento. O método FORM se mostrou mais conservador com relação aos valores calculados para a probabilidade de falha ao longo do período considerado.

# 8

## CONSIDERAÇÕES FINAIS

### 8.1 CONCLUSÕES

Este trabalho apresentou um estudo a respeito da durabilidade de estruturas sujeitas a um dos principais problemas patológicos de estruturas de concreto armado: a corrosão das armaduras ocasionada pela penetração de cloretos. As análises mecânicas foram realizadas a partir do modelo apresentado na norma ABNT NBR 6118:2014 e também a partir do modelo de análise não linear desenvolvido neste trabalho. A abordagem probabilística baseia-se em algoritmos e métodos amplamente utilizados pelos pesquisadores da área, tendo sido possível assim realizar o acoplamento entre o modelo de confiabilidade e os modelos mecânicos adotados.

Os modelos apresentados foram implementados computacionalmente a fim de realizar algumas análises que demonstrassem o seu funcionamento e aplicabilidade. A partir dos resultados obtidos, das discussões realizadas e fundamentado nas hipóteses e formulações adotadas, são dispostas algumas conclusões a respeito do presente trabalho nos seguintes parágrafos.

Análises que buscam determinar o tempo para a despassivação das armaduras estão diretamente relacionadas com a análise de durabilidade estrutural. Conforme já comentado, o fim da vida útil de uma estrutura de concreto armado é caracterizado por diversos autores como sendo o tempo no qual ocorre a despassivação das armaduras. Esse tipo de consideração é válido uma vez que reparos realizados numa estrutura onde suas armaduras recentemente começaram a ser corroídas serão mais econômicos do que reparos realizados numa estrutura onde suas armaduras apresentam estágios avançados de corrosão. A metodologia de análise apresentada no exemplo 1, ainda que apresente algumas simplificações com relação aos mecanismos de transporte dos cloretos no interior do concreto, é capaz de estimar a probabilidade de que o tempo para a despassivação das armaduras seja inferior ao tempo previsto de vida útil da estrutura.

Com relação à influência ocasionada devido a perda de resistência do aço em função da corrosão, este fenômeno, quando considerado na análise, mostrou ter certa relevância quando comparado ao caso com tensão de escoamento constante ao longo do tempo, em termos de crescimento expressivo e rápido da probabilidade de falha da viga analisada, conforme ilustrado no exemplo 2. Para todos os estados limites considerados neste exemplo, a redução de resistência

do aço antecipou os crescimentos expressivos das probabilidades de falha dos modos de falhas individuais e da estrutura como um todo. Além disso, a inclinação da curva com perda de resistência do aço ao longo do tempo é maior quando comparada ao caso de resistência constante. Isso indica que a perda da resistência do aço em função da corrosão da armadura diminui o intervalo de tempo efetivo de crescimento expressivo das probabilidades de falha, partindo de probabilidades muito pequenas para valores próximos à unidade em um intervalo de tempo menor do que no outro caso, acelerando o processo de ruína da estrutura.

Outra conclusão obtida a partir do exemplo 2 diz respeito à mudança do cenário de falha observado ao longo do tempo quando se considera a corrosão das armaduras. Os resultados mostraram que há alteração na importância entre os modos de falha ao longo do tempo. Isto ocorre porque, inicialmente na fase de projeto da estrutura, as seções transversais menos carregadas recebem menores taxas de armaduras. Entretanto, ao longo do tempo e da atuação da corrosão, essas seções com menor taxa de armadura, ao perderem área de aço resistente, tendem a ter sua importância elevada no comportamento global da estrutura. Assim, além de serem solicitadas pelos esforços iniciais, também passam a receber parcelas de esforços de outras seções já atingidas pela corrosão ou pelo processo de redistribuição de esforços natural, que ocorre em virtude da fissuração do concreto. Dessa forma, atenção especial deve ser dada para estruturas projetadas em regiões com forte agressividade ambiental, onde os cenários de falha mais relevantes podem mudar ao longo do tempo. Assim, cenários eventualmente considerados não tão relevantes na fase de projeto podem tornar-se preponderantes com o passar dos anos.

Utilizando-se o modelo não linear proposto, observou-se um rápido decaimento da capacidade resistente da estrutura analisada nas primeiras idades de corrosão, sendo que em idades posteriores esse decaimento se tornou mais ameno, conforme ilustrado nos exemplos 3 e 4. No caso do exemplo 3, os efeitos produzidos por determinadas considerações e/ou descon siderações, como a formulação, discretização e efeitos corrosivos adotados, foram analisados com o objetivo de ilustrar sua influência no processo de modelagem da degradação estrutural.

Os exemplos 2 e 4 apresentaram estruturas semelhantes com relação aos carregamentos aplicados, a sua geometria e a suas armaduras. Contudo, comparando-se a evolução das probabilidades de falha dos dois exemplos percebe-se uma grande discrepância entre eles. Isso pode ser explicado pela diferença entre a definição das equações de estado limite entre os dois exemplos. No exemplo 2 a equação de estado limite é definida em termos de carga resistente e carga solicitante, enquanto que no exemplo 4 a equação de estado limite é definida em termos da deformação limite prescrita e da deformação calculada. Além disso, outra causa para a

discrepância entre os resultados pode estar associada ao tipo de modelo mecânico adotado na análise. No exemplo 2 foi utilizada uma expressão analítica para o cálculo dos esforços solicitantes e resistentes, enquanto que no exemplo 4 foi utilizado o modelo não linear proposto neste trabalho. Conseqüentemente, a redistribuição de esforços determinada no exemplo 4 é mais precisa que aquela considerada no exemplo 2, sendo as respostas destes dois modelos bastantes distintas ao longo do processo corrosivo.

Os algoritmos e métodos de confiabilidade adotados mostraram-se adequados para o cálculo do índice de confiabilidade e conseqüente cálculo da probabilidade de falha em termos gerais. O método de simulação de Monte Carlo puro adotado não apresentou instabilidades numéricas para os estados limites considerados nos exemplos 1 e 3, com tamanho das amostras e precisão das respostas também adequadas. Contudo, no exemplo 4 um problema encontrado foi com relação à simulação de Monte Carlo pura, que se mostrou inviável para o cálculo da probabilidade de falha nas primeiras idades para as equações de estados limite consideradas no problema. Uma solução possível para o problema seria adotar a técnica de simulação de Monte Carlo utilizando-se amostragens inteligentes ou algum outro meta-modelo.

O modelo não linear proposto para análise de estruturas de concreto armado submetidas à penetração de cloretos tem a vantagem de tornar natural a busca pelos caminhos de falha. A falha não é imposta em qualquer seção da estrutura, permitindo que ela ocorra em qualquer ponto, conforme apresentado no exemplo 4. Caso ocorra a falha, ela é identificada e contabilizada. Assim, no cálculo da probabilidade de falha considera-se o caminho natural que a estrutura percorre até atingir uma configuração definida como “falha do sistema”.

De forma geral, a durabilidade de uma estrutura de concreto armado, que tem suas armaduras corroídas devido à penetração de cloretos, está relacionada a fatores ambientais e a fatores de projeto. Os fatores de projeto que influenciam diretamente a vida útil estrutural incluem a escolha da espessura de cobertura da peça, o tipo de cimento, o fator água/cimento (relacionado diretamente a porosidade e conseqüente difusibilidade do concreto), entre outros. Os fatores ambientais relacionados diretamente à modelagem do fenômeno incluem a concentração de cloretos do meio, a temperatura, a umidade relativa, a disponibilidade de oxigênio, entre outros. Tanto aos fatores de projeto quanto aos fatores ambientais estão associadas incertezas intrínsecas. Portanto, uma análise consistente do problema, que incorpore as incertezas associadas a essas variáveis, deve ser feita em termos probabilísticos. Assim, a escolha e determinação apropriada desses parâmetros são essenciais para um adequado projeto, viabilizando uma previsão de comportamento da estrutura ao longo de sua vida útil, associada a certo grau de confiança.

## 8.2 SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS

Atualmente, pesquisas a respeito da mecânica de estruturas, da análise da durabilidade estrutural e da análise de confiabilidade são extensivamente desenvolvidas em diversos centros acadêmicos mundiais. O presente trabalho possui diversos pontos de continuação a serem explorados. A seguir, são elencados alguns desses pontos de extensão e de ramificação.

- Análise de pórticos 2D em concreto armado submetidos a efeitos corrosivos;
- Extensão do modelo mecânico apresentado para aplicação em pórticos 3D;
- Aprimoramento da modelagem do comportamento do concreto, incorporando modelos de dano que incluam a anisotropia do concreto;
- Modelagem mais refinada do processo de difusão dos cloretos, incluindo outros mecanismos de transporte não contemplados nas análises realizadas neste trabalho;
- Análise do processo de corrosão a partir da despassivação das armaduras ocasionada por efeitos de carbonatação do concreto;
- Consideração dos efeitos mecânicos produzidos pelos produtos expansivos da corrosão, bem como estudos a respeito dos efeitos ocasionados pelo fenômeno na aderência entre aço e concreto;
- Consideração da variabilidade no tempo dos fatores relacionados aos mecanismos de transporte, ao fenômeno corrosivo e ao modelo mecânico, incluindo novos parâmetros na análise como a inconstância da carga aplicada à estrutura, umidade relativa, temperatura, disponibilidade de oxigênio, tipo de cimento, características dos agregados, entre outros;
- Otimização de custo a partir de modelos RBDO (*Reliability-Based Design Optimization*), investigando uma solução que forneça um mínimo custo global ao longo da vida útil da estrutura, incluindo custos iniciais e de execução, bem como custos de manutenção e reparo;
- Realização de estudos experimentais que investiguem o comportamento de estruturas ou elementos estruturais submetidos a efeitos corrosivos, uma vez que existe uma enorme carência na literatura de trabalhos tendo como base estudos de laboratório dessa natureza. Portanto, destaca-se a necessidade de uma maior interação entre as áreas experimental e a de desenvolvimento de modelos teóricos e modelagem computacional.

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

---

ALONSO, C.; ANDRADE, C.; CASTELLOTE, M.; CASTRO P. Chloride threshold values to despassivate reinforcing bars embedded in a standardized OPC mortar. **Cement and Concrete Research**, v.30, n.7, p.1047-1055, 2000.

ÁLVARES, M. S. **Estudo de um modelo de dano para o concreto: Formulação, identificação paramétrica e aplicação com o emprego do método dos elementos finitos**. Dissertação (Mestrado em Engenharia de Estruturas), 150f, Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, 1993.

ANDRADE, C. **Manual para diagnóstico de obras deterioradas por corrosão de armaduras**. Tradução de Antonio Carmona Filho e Paulo Roberto do Lago Helene. São Paulo: Pini, 1992.

ANG, A.H.-S.; TANG, W.H. **Probability concepts in engineering planning and design**, v.2, New York: John Wiley, 1984.

APOSTOLOPOULOS, C.A.; PAPADAKIS, V.G. Consequences of steel corrosion on the ductility properties of reinforcement bar. **Construction and Building Materials**, v.22, n.12, p.2316-2324, 2008.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **ABNT NBR 6118**: Projeto de estruturas de concreto - Procedimento. Rio de Janeiro, 2007.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **ABNT NBR 6118**: Projeto de estruturas de concreto - Procedimento. Rio de Janeiro, 2014.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **ABNT NBR 6120**: Cargas para o cálculo de estruturas de edificações. Rio de Janeiro, 1980.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **ABNT NBR 8681**: Ações e segurança nas estruturas - Procedimento. Rio de Janeiro, 2004.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **ABNT NBR 8953**: Concreto para fins estruturais – Classificação pela massa específica, por grupos de resistência e consistência. Rio de Janeiro, 2011.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **ABNT NBR 12655**: Controle de cimento Portland – Preparo, controle e recebimento - Procedimento. Rio de Janeiro, 2006.

AUGUSTI, G.; BARATTA, A.; CASCIATI, F. **Probabilistic Methods in Structural Engineering**, 1 ed., Chapman and Hall, New York, 1984.

BAMFORTH, P.B.; PRICE, W.F. **An international review of chloride ingress into structural concrete**. Report N. 1303/96/9092. Taywood Engineering Ltd Technology Division, 1997.

BASTIDAS-ARTEAGA, E.; CHATEAUNEUF, A.; SÁNCHEZ-SILVA, M.; BRESSOLETTE, P.; SCHOEFS, F. **A comprehensive probabilistic model for chloride ingress in unsaturated concrete**. *Engineering Structures*, v.51, p.259-266, 2011.

BASTIDAS-ARTEAGA, E.; STEWART, M.G. Damage risks and economic assessment of climate adaptation strategies for design of new concrete structures subject to chloride-induced corrosion. **Structural Safety**, v.52, p.40-53, 2015.

BECK, A.T. **Curso de confiabilidade estrutural**. Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, 2014.

BENTZ, D.P.; CLIFTON, J.R.; SNYDER, K.A. Predicting service life of chloride-exposed reinforced concrete. **Concrete International**, v.18(12), p.42-47, 1996.

BICZÓK, I. **Corrosión y protección del hormigón**. Espanã: Urmo S.A. De Ediciones, 1972.

BOTTA, A. S. **Cálculo de esforços e deslocamentos em estrutura reticuladas considerando-se a mecânica do dano para a modelagem do concreto armado**. Dissertação (Mestrado em Engenharia de Estruturas), 98f, Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, 1998.

BRANCO, A.L.L.V. **Análise não-linear de pórticos planos, considerando os efeitos do cisalhamento no cálculo de esforços e deslocamentos**. Dissertação (Mestrado em Engenharia de Estruturas), 107f, Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, 2002.

BRANSON, D.E. Deflections of reinforced concrete flexural members. **ACI Journal**, June, 1966.

BREITUNG, K. Asymptotic approximations for multinormal integrals, **Journal of Engineering Mechanics**, ASCE, vol. 110 (3), 357-366, 1984.

BREYSSE, D.; YOTTE, S.; SALTA, M.; SCHOEFS, F.; RICARDO, J.; PEREIRA, E. Uncertainties in NDT condition assessment of corroding structures in marine environment, **MEDACHS 08: Construction heritage in coastal and marine environments. Damage, diagnostics, maintenance and rehabilitation**. LNEC, Lisboa, Portugal, 2008.

BUYUKOZTURK, O.; NILSON, A.H.; SLATE, F.O. Deformation and fracture of particulate composite. **Journal of the Engineering Mechanics Division**, ASCE, v.98, n.3, p.581-593, 1972.

CÁNOVAS, M.F. **Patologia e terapia do concreto armado**. São Paulo: Pini, 1988.

CARMONA FILHO, A.; MAREGA, A. Retrospectiva da Patologia no Brasil: Estudo Estatístico. In: **Jornadas em Espanol y Portugues sobre Estructuras y Materiales. COLLOQUIA 88**. Madrid. p. 100-123. 1988.

CARVALHO, R.C.; FIGUEIREDO FILHO, J.R. **Cálculo e detalhamento de estruturas usuais de concreto armado: segundo a NBR 6118:2014**, 4 ed., São Carlos: EdUFSCar, 2014.

CASCUDO, O. **O controle da corrosão de armaduras em concreto: inspeção e técnicas eletroquímicas**. São Paulo: Pini; Goiania: Editora UFMG, 1997.

CHEUNG, A. B. **Modelo estocástico de pressões de produtos armazenados para a estimativa da confiabilidade estrutural de silos esbeltos**. Tese (Doutorado em Engenharia de Estruturas), 305f, Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, 2007.

CLIMENT, M.A.; DE VERA, G.; VIQUEIRA, E.; ANTÓN, C.; ANDRADE, C. A test method for measuring chloride diffusion coefficients through partially saturated concrete. Part II: The instantaneous plane source diffusion case with chloride binding consideration, **Cement and Concrete Research**, v.37, n.5, p.714–724, 2007.

CORNELISSEN, H.A.W.; HORDIJK, D.A.; REINHARDT, H.W. Experimental determination of crack softening characteristic of normal weight and lightweight concrete. **Heron**, v.31, n.2, p.45-56, 1986.

CORNELL C.A. A Probability-Based Structural Code, **Journal of the American Concrete Institute**, 66, 974-985, 1969.

DEBERNARDI, P.G. La deformazione differita delle strutture in C.A. soggette a fessurazione: considerazione sui metodi approssimati di calcolo. **Industria Italiana del Cemento**, v.7/8, p.499-510, 1983.

DEBY, F.; CARCASSES, M.; SELIER, A. Toward a probabilistic design of reinforced concrete durability: application to a marine environment. **Materials and Structures**, v.42, p.1379-1391, 2009.

DIAZ, S.; HILSDORF, H.K. Fracture mechanisms of concrete under compressive loads. **Cement and Concrete Research**, v.9, p.245-261, 1979.

DITLEVSEN, D. Principle of normal tail approximation, **Journal of the Engineering Mechanics Division**, ASCE, v.107, no EM6, p.1191-1208, 1981.

DRIEMEIER, L. **Considerações sobre a fadiga em metais e o comportamento do concreto sob solicitação cíclica**. Dissertação (Mestrado em Engenharia de Estruturas), 166f, Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, 1995.

DU, Y.G.; CLARK, L.A.; CHAN A.H.C. Residual capacity of corroded reinforcing bars. **Magazine of Concrete Research**, v.57, n.3, p.135-147, 2005.

DUPRAT, F. Analyse probabiliste de la fiabilité des poutres en béton armé corrodées. **Revue Française de Génie Civil**, v.8, n.2-3, p.261-288, 2004.

DUPRAT, F. Reliability of RC beams under chloride-ingress. **Construction and Buildings Materials**, v.21, n.8, p.1605-1616, 2007.

EL HASSAN, J.; BRESSOLETTE, P.; CHATEAUNEUF, A.; EL TAWIL, K. **Reliability-based assessment of the effect of climatic conditions on the corrosion of RC structures subject to chloride ingress**. *Engineering Structures*, v.32, p.3279-3287, 2010.

ENRIGHT, M.P.; FRANGOPOL, D.M. Probabilistic analysis of resistance degradation of reinforced concrete bridge beams under corrosion. **Engineering Structures**, v.20, n.11, p.960-971, 1998.



FIESSLER, B.; NEUMANN, H.-J.; AND RACKWITZ, R. Quadratic Limit States in Structural Reliability, **Journal of the Engineering Mechanics Division**, 105, p. 661-675, 1979.

FIGUEIRAS, J.A. **Ultimate load analysis of anisotropic and reinforced concrete plates and shells**. PhD Thesis, University of Wales, 1983.

FREUDENTHAL, A.M. The safety of structures. **Transactions of ASCE**, v.112, p.125-180.

GENTIL, V. **Corrosão**. 4 ed. Rio de Janeiro: LTC, 2006.

GERE, J.M.; WEAVER, W.J. **Analysis of framed structures**. Ed. Guanabara S.A., Rio de Janeiro, 1981.

GLASS, G.K.; BUENFELD, N.R. The presentation of the chloride threshold level for corrosion of steel in concrete. **Corrosion Science**, v.39, n.5, p.1001-1013, 1997.

GONZALEZ, J.A.; ANDRADE, C.; ALONSO, C.; FELIU, S. Comparison of rates of general corrosion and maximum pitting penetration on concrete embedded steel reinforcement, **Cement and Concrete Research**, v.25, n.2, p.257-264, 1995.

HASOFER, A.M.; LIND, N.C. Exact and Invariant Second Moment Code Format, **Journal of Engineering Mechanics**, v.100(1), p.111-121, 1974.

HAUSMANN, D.A. Steel corrosion in concrete: how does it occur? **Materials protection**, v.4, n.11, p.19-23, 1967.

HEILMANN, H.G.; HILSDORF, H.H.; FINSTERWALDER, K. **Festigkeit und verformung von beton unter zugspannungen**. Deutschen Ausschuss für Stahlbeton, Heft 203, Berlin, 1969.

HELENE, P.R.L. **Corrosão em armaduras para concreto armado**. São Paulo, SP: Pini/IPT 1986.

HELENE, P.R.L. **Manual para reparo, reforço e proteção de estruturas de concreto**. 2 ed. São Paulo: Pini, 1992.

HELENE, P.R.L. **Contribuição ao estudo da corrosão em armaduras de concreto armado**. Tese (Livre docência), 231f, Escola Politécnica da Universidade de São Paulo, São Paulo, 1993.

HELENE, P.R.L.; MEDEIROS, M. H. F.; ANDRADE, J. J. O. **Durabilidade e vida útil das estruturas de concreto**. IBRACON, cap. 22, Concreto: ciência e tecnologia, 2011.

HILLEBORG, A.; PETERSSON, P.E. Fracture mechanical calculations, test methods and results and similar materials. **Advances in Fracture Research (ICF 5 – Cannes)**, v.4, p.1515-1522, 1981.

HOBBS, D.W.; MATTHEWS, J.D. Minimum requirements for concrete to resist deterioration due to chloride induced corrosion, in: **Minimum Requirements for Durable Concrete**, D.W. Hobbs (Ed.), British Cement Association, Crowthorne, UK, p.43–89, 1998.

KACHANOV, L.M. **Time of the rupture process under creep conditions**. T.V.Z. Akad. Nauk. S.S.R. Otd. Tech. Nauk., v.8, p.26-31, 1958.

KADLECEK, V.; SPETLA, Z. Effect of size and shape on test specimens on the direct tensile strength of concrete. **Bulletin RILEM**, n.36, p.175-184, 1967.

KENT, D.C.; PARK, R. Flexural members with confined concrete. **Journal of Structural Division (ASCE)**, v.97, n.ST7, p.1969-1990, 1971.

KIUREGHIAN, A.D.; LIN, H.-Z.; HWANG, S.-J. Second Order Reliability Approximations, **Journal of Engineering Mechanics**, v.113, no 8, p.1208-1225, 1987.

LEMAIRE, M. Finite element and reliability: combined methods by response surface. G.N. Frantziskonis (ed.), **PROBAMAT – 21<sup>st</sup> century: Probability and Materials**, p.317-331, 1998.

LEMAITRE, J. How to use damage mechanics. **Nuclear Engineering and Design**, v.80, p.233-245, 1984.

LEMAITRE, J. **A course on damage mechanics**. Springer: Verlag, 1992.

LEMAITRE, J.; CHABOCHE, J.C. **Mechanique des materiaux solides**. Paris, Dunod-Bordas, 1985.

LEONEL, E.D. **Modelos não lineares do método dos elementos de contorno para análise de problemas de fratura e aplicação de modelos de confiabilidade e otimização em estruturas submetidas à fadiga**. Tese (Doutorado em Engenharia de Estruturas), 421f, Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, 2009.

LEONEL, E.D; BECK, A.T.; VENTURINI, W.S. On the performance of response surface and direct coupling approaches in solution of random crack propagation problems. **Structural Safety**, 33, p.261-274, 2011.

L'HERMITE, R. Influence de la dimension absolue sur la résistance à la flexion. **Annales de l'ITBTP**, n.309-310, p.39-41, 1973.

MADSEN, H.O. Omission sensitivity factors. **Structural Safety**, v.5, issue 1, p.34-45, 1988.

MADSEN, H.O.; KRENK, S.; LIND, N.C. **Methods of Structural Safety**, Prentice-Hall, 1985.

MAHESWARAN, T.; SANJAYAN, J.G. A semi-closed-form solution for chloride diffusion in concrete with time-varying parameters. **Magazine of Concrete Research**, v.56, n.6, p.359-366, 2004.

MARTIN-PEREZ, B.; PANTAZOPOULOU, S.J.; THOMAS, M.D.A. Numerical solution of mass transport equations in concrete structures, **Computers & Structures**, v.79, n.13, p.1251-1264, 2001.

MATSUMURA, T.; SHIRAI, K.; SAEGUSA, T. Verification method for durability of reinforced concrete structures subjected to salt attack under high temperature conditions, **Nuclear Engineering and Design**, v.238, n. 5, p.1181-1188, 2008.

MAYER, M. **Die Sicherheit der Bauwerke und ihre Berechnung nach Grenzkraften statt nach zulässigen Spannungen.** Berlin, Springer-Verlag, 1926.

MAZARS, J. **Application de la mécanique de l'endommagement au comportement non linéaire et à la rupture du béton de structure.** Thèse de Doctorat d'État, Université Paris 6, Paris, 1984.

MAZARS, J.; BERTHAUD, Y.; RAMTANI, S. The unilateral behavior of damage concrete. **Engineering Fracture Mechanics**, v.35, n.4/5, p.629-635, 1990.

MCGEE, R. Modelling of durability performance of tasmanian bridges. In: Melchers RE, Stewart MG, editors. **ICASP8 applications of statistics and probability in civil engineering**, v.1, p.297-306, 1999.

MEDEIROS, M.H.F.; ANDRADE, J.J.O.; HELENE, P. Durabilidade e Vida Útil das Estruturas de Concreto. In: ISAIA, G.C. (Ed.). **Concreto: Ciência e Tecnologia.** São Paulo: IBRACON, 2011, 1ed. 1v. p. 773-808.

MEHTA, P.K.; MONTEIRO, P.J.M. **Concreto: microestrutura, propriedades e materiais.** Tradução da 3. ed. em inglês. São Paulo: Ibracon, 2008.

MELCHERS, R.E. **Structural reliability analysis and prediction.** 2 ed., John Wiley and Sons, NY, 1999.

NEVES, R.A. **Cálculo de esforços e deslocamentos em estruturas de pisos de edifícios considerando-se a influência das tensões cisalhantes.** Dissertação (Mestrado em Engenharia de Estruturas), 132f, Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, 2000.

NEVILLE, A. Chloride attack of reinforced concrete: an overview. **Materials and Structures**, v.28, p.63-70, 1995.

NOGUEIRA, C.G. **Um modelo de confiabilidade e otimização aplicado às estruturas de barras de concreto armado.** Dissertação (Mestrado em Engenharia de Estruturas), 166f, Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, 2005.

NOGUEIRA, C.G. **Desenvolvimento de modelos mecânicos, de confiabilidade e de otimização para aplicação em estruturas de concreto armado.** Tese (Doutorado em Engenharia de Estruturas), 345f, Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, 2010.

NOGUEIRA, C.G.; LEONEL, E.D.; CODA, H.B. Corrosion time initiation modelling considering uncertainties. In: International symposium on uncertainty quantification and stochastic modeling, 1., 2012, Maresias, São Sebastião. **Proceedings...** Maresias, São Sebastião, 2012.

NOWAK, A.S.; COLLINS, K.R. **Reliability of structures**, Boston: McGraw-Hill, 2000.

OHTA, T. Corrosion of reinforcing steel in concrete exposed to sea air. In: Malhotra VM, editor. **Durability of concrete** (ACI SP-126). Detroit: American Concrete Institute, p.459-478, 1988.

OTIENO, M.B.; BEUSHAUSEN, H.D.; ALEXANDER, M.G. Modelling corrosion propagation in reinforced concrete structures - A critical review. **Cement & Concrete Composites**, v.33, n.2, p.240-245, 2010.

OWEN, D.R.J.; HINTON, H. **Finite elements in plasticity**, Swansea, UK, Pineridge Press, 1980.

PAPADAKIS V.G.; ROUMELIOTIS, A.P.; FARDIS M.N.; VAGENAS, C.G. Mathematical modelling of chloride effect on concrete durability and protection measures. In: Dhir RK, Jones MR, editors. **Concrete repair, rehabilitation and protection**. London (UK): E&FN Spon, p.165-174, 1996.

PARADIS, F.; LAPOINTE, V.; FELLAH, S.; JOLIN, M.; MARCHAND, J. Avancement des travaux sur l'étude de la corrosion des armatures à l'université Laval. **Septième édition des Journées scientifiques du Regroupement francophone pour la recherche et la formation sur le béton**, Toulouse-France, 2006.

PAULA, C.F. **Contribuição ao estudo das respostas numéricas não-lineares estática e dinâmica de estruturas reticuladas planas**. Tese (Doutorado em Engenharia de Estruturas), 157f, Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, 2001.

PEREGO, M.A. **Danneggiamento dei materiali lapidei: leggi costitutive, analisi per elementi finiti ed applicazioni**. Tesi di Laurea, Politecnico di Milano, Milano, 1990.

PEREIRA, V.G.A. **Avaliação do coeficiente de difusão de cloretos em concretos: influência do tipo de cimento, da relação a/c, da temperatura e do tempo de cura**. Dissertação (Mestrado em Engenharia), 154f, Escola de Engenharia, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2001.

PITUBA, J.J.C. **Estudo e aplicação de modelos constitutivos para o concreto fundamentados na Mecânica do Dano Contínuo**. Dissertação (Mestrado em Engenharia de Estruturas), 151f, Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, 1998.

PITUBA, J.J.C. **Sobre a formulação de um modelo de dano para o concreto**. Tese (Doutorado em Engenharia de Estruturas), 189f, Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, 2003.

POPOVICS, S. A numerical approach to the complete stress strain curve for concrete. **Cement and concrete research**, v.3, n.5, p.583-599, 1973.

PROENÇA, S.P.B. **Sobre modelos matemáticos do comportamento não-linear do concreto: análise crítica e contribuições**. Tese (Doutorado em Engenharia de Estruturas), 330f, Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, 1988.

RABOTNOV, Y.N. **Creep problems in structural members**. Amsterdam, North-Holland, 1969.

RACKWITZ, R.; FIESSLER, B. Structural Reliability Under Combined Load Sequences, **Computers and Structures**, v.9, p.489-494, 1978.

REINHARDT, H.W. Fracture mechanics of an elastic softening material like concrete. **Heron**, v.29, n.2, p.1-42, 1984.

SAASSOUH, B.; LOUNIS, Z. Probabilistic modeling of chloride-induced corrosion in concrete structures using first- and second-order reliability methods. **Cement & Concrete Composites**, v.34, n.9, p.1082-1093, 2012.

SAETTA, A.V.; SCOTTA, R.V.; VITALIANI, R.V. Analysis of chloride diffusion into partially saturated concrete, **ACI Materials Journal**, v.90, n.5, p.441-451, 1993.

SAMSON, E.; MARCHAND, J. Modeling the effect of temperature on ionic transport in cementitious materials, **Cement and Concrete Research**, v.37, n.3, p.455-468, 2007.

SCAPIN, C. A. **Análise sistêmica de falhas**. Belo Horizonte: Editora de Desenvolvimento Gerencial, 1999.

SHI, X.; XIE, N.; FORTUNE, K.; GONG, J. Durability of steel reinforced concrete in chloride environments: An overview. **Construction and Building Materials**, v.30, p.125-138, 2012.

SIAMPHUDKEE, K.; COLLINS, F., ZOU, R. Sensitivity analysis of corrosion rate prediction models utilized for reinforced concrete affected by chloride. **Journal of Materials Engineering and Performance**, v.22(6), p.1530-1540, 2013.

SILVA, R.M. **Análise não-linear de pórticos planos de concreto armado: modelagem numérica e avaliação dos métodos aproximados**. Tese (Doutorado em Engenharia de Estruturas), 290f, Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, 1996.

SILVA, S.J.H. **Análise de estruturas de concreto armado sujeitas à corrosão de armadura por cloretos através do método dos elementos finitos**. Dissertação (Mestrado em Engenharia), 171f, Escola de Engenharia, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2003.

SOARES, R.C. Um estudo sobre modelos mecânico-probabilísticos para pórticos de concreto armado. Tese (Doutorado em Engenharia de Estruturas), 282f, Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, 2001.

SOARES, R.C.; MOHAMED, A.; VENTURINI, W.S.; LEMAIRE, M. Reliability analysis of non-linear reinforced concrete frames using response surface method. **Reliability Engineering and System Safety**, v.75, p.1-16, 2002.

SOUZA, G.; LEONEL, E.D. Análise da redução da área de aço em seções transversais de estruturas em concreto armado submetidas à penetração de íons cloro. In: Simpósio de Mecânica Computacional, 10., 2012, Belo Horizonte. **Anais...** Belo Horizonte: UFMS, 2012.

SOUZA, V.C.M.; RIPPER, T. **Patologia, recuperação e reforço de estruturas de concreto**. São Paulo: Pini, 2009.

SPOONER, D.C.; DOUGILL, J.W. A quantitative assessment of damage sustained in concrete during compressive loading. **Magazine of Concrete Research**, v.27, n.92, p.151-160, 1975.

STEWART, M.G. Spatial variability of pitting corrosion and its influence on structural fragility and reliability of RC beams in flexure. **Structural Safety**, v.26, n.4, p.453-470, 2004.

STEWART, M.G.; ROSOWSKY, D.V. Structural safety and serviceability of concrete bridges subject to corrosion. **Journal Infrastructures System**, v.4, p.146-155, 1998.

STRELETZKII, N.S. **Statistical basis of evaluation of the structural safety factor**. Stroizdat, Moscow: State Publishing House for Buildings (in Russian), 1947.

STROEVEN, P. Geometric probability approach to the examination of microcracking in plain concrete. **Journal of Materials Science**, v.14, p.1141-1151, 1979.

SUDRET, B.; DER KIUREGHIAN, A. **Stochastic Finite Element Methods and Reliability: A State-of-the-Art Report**, Report No. UCB/SEMM-2000/08, Department of Civil and Environmental Engineering, University of California, Berkeley, 2000.

SUO, Q.; STEWART, M.G. Corrosion cracking prediction updating of deteriorating RC structures using inspection information. **Reliability Engineering and System Safety**, v.94, p.1340-1348, 2009.

TAKEWAKA, K.; MASTUMOTO, S. Quality and cover thickness of concrete based on the estimation of chloride penetration in the marine environments. In: Malhotra VM, editor. **Concrete in marine environment** (ACI SP-109). Detroit: American Concrete Institute, p.381-400, 1988.

TAPAN, M.; ABOUTAHA, R.S. Effect of steel corrosion and loss of concrete cover on strength of deteriorated RC columns. **Construction and Building Materials**, 25, p.2596-2603, 2011.

TERRIEN, M. Emission acoustique et comportement mécanique post-critique d'un béton sollicité en traction. **Bulletin de Liaison Ponts et Chaussées**, n.105, p.65-72, 1980.

THOFT-CHRISTENSEN, P.; Assessment of the reliability profiles for concrete bridges. **Engineering Structures**, v.20, n.11, p.1004-1009, 1998.

THOFT-CHRISTENSEN, P.; BAKER, M.J. **Structural reliability theory and its application**. New York: Springer-Verlag, 1982.

THOFT-CHRISTENSEN, P; MUROTSU. Y. **Application of Structural Systems Reliability Theory**, Springer-Verlag, 1986.

TOMACHEVSKY, E.G.; DROUET, A.; DESPERLES, P.J. Recherche de la diminution de résistance en traction du béton par détection d'émission d'ondes de contrainte. **Rapport Interne C.E.A.**, 1975.

TUUTTI, K. **Corrosion of steel in concrete Swedish**. Cement and concrete research institute Stockholm, 1982.

UJI, K.; MATSUOKA, Y.; MARUYA, T.; Formulation of an equation for surface chloride content of concrete due to permeation of chloride. In Page CL, Treadway KWJ, Bamforth PB, editors. **Corrosion of reinforcement in concrete**. Barking (UK): Elsevier Science, P.258-267, 1990.

VAL, D.V.; MELCHERS, R.E. Reliability of deteriorating RC slab bridges, **Journal of Structural Engineering (ASCE)**, v.123, n.12, p.1638-1644, 1997.

VAL, D.V.; STEWART, M.G. Life-cycle cost analysis of reinforced concrete structures in marine environments. **Structural Safety**, v.25, n.4, p.343-362, 2003.

VAN MIER, G. M. **Strain-softening of concrete under multiaxial loading conditions**. PhD Thesis, Eindhoven Tech. Univ., 1984.

VU, K.A.T.; STEWART, M.G. Structural reliability of concrete bridges including improved chloride-induced corrosion models. **Structural Safety**, v.22, n.4, p.313-333, 2000.

WEYERS, R.E.; PROWELL, B.D.; SPRINKEL, M.M.; VORSTER, M. **Concrete bridge protection, repair and rehabilitation relative to reinforcement corrosion: A methods application manual**; Strategic Highway Research Program, National Research Council Washington DC, SHRP-S-360, 1993.

WIERZBICKI, W. **Safety of structures as a probabilistic problem**. (Technical review). Przegląd Techniczny, Warsaw, 1936.

YANKELEVSKY, D.Z.; REINHARDT, H.W. Uniaxial behavior of concrete in cyclic tension. **Journal of Structural Engineering**, v.115, n.1, p.166-182, 1989.