

UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO
ESCOLA DE ENGENHARIA DE SÃO CARLOS
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA DE ESTRUTURAS

TIAGO MARRARA JULIANI

**Detecção de danos em pontes em escala reduzida pela
identificação modal estocástica**

SÃO CARLOS

2014

TIAGO MARRARA JULIANI

**Detecção de danos em pontes em escala reduzida pela
identificação modal estocástica**

Dissertação apresentada à Escola de Engenharia de São Carlos, da Universidade de São Paulo, como parte dos requisitos para obtenção do título de Mestre em Engenharia de Estruturas.

Orientador: Prof. Dr. Ricardo Carrazedo

Versão Corrigida

A versão original encontra-se na Escola de Engenharia de São Carlos

SÃO CARLOS
2014

AUTORIZO A REPRODUÇÃO TOTAL OU PARCIAL DESTE TRABALHO, POR QUALQUER MEIO CONVENCIONAL OU ELETRÔNICO, PARA FINS DE ESTUDO E PESQUISA, DESDE QUE CITADA A FONTE.

J94d Juliani, Tiago Marrara
 Detecção de danos em pontes em escala reduzida pela
 identificação modal estocástica / Tiago Marrara
 Juliani; orientador Ricardo Carrazedo. São Carlos,
 2014.

 Dissertação (Mestrado) - Programa de Pós-Graduação
 em Engenharia de Estruturas -- Escola de Engenharia de
 São Carlos da Universidade de São Paulo, 2014.

 1. Análise dinâmica experimental. 2. Identificação
 modal estocástica. 3. Pontes. 4. Identificação de
 danos. 5. Diferença de Curvatura Modal. 6. Índice de
 Dano. I. Título.

FOLHA DE JULGAMENTO

Candidato: Engenheiro **TIAGO MARRARA JULIANI**.

Título da dissertação: "Detecção de danos em pontes em escala reduzida pela identificação modal estocástica".

Data da defesa: 13/11/2014

Comissão Julgadora:

Resultado:

Prof. Dr. **Ricardo Carrazedo (Orientador)**
(Escola de Engenharia de São Carlos/EESC)

APROVADO

Prof. Dr. **Vladimir Guilherme Haach**
(Escola de Engenharia de São Carlos/EESC)

APROVADO

Prof. Associado **Reyolando Manoel Lopes Rebello da Fonseca Brasil**
(Escola Politécnica/EP-USP)

APROVADO

Coordenadora do Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil
(Engenharia de Estruturas):
Profa. Associada **Ana Lucia Homce de Cresce El Debs**

Presidente da Comissão de Pós-Graduação:
Prof. Associado **Paulo César Lima Segantine**

AGRADECIMENTOS

Ao meu pai, Marco Juliani, pelo incentivo, força, sugestões e suporte técnico em todos os obstáculos enfrentados nesta pesquisa, fornecendo algumas bibliografias indispensáveis a este trabalho.

A minha mãe, Shirley Juliani, por todo o conforto dado que me possibilitou ter toda a calma e paciência para conclusão deste trabalho. A minha irmã, Lívia Juliani, pelo apoio e incentivo.

Ao meu irmão, Lucas Juliani, que foi meu parceiro de Mestrado ao longo desses anos, sendo meu companheiro de quase todas minhas viagens a São Carlos.

A minha namorada, Aline Bei, também me dando muito apoio, incentivo e amor, tornando um pouco mais leve esta longa trajetória.

Ao Professor Ricardo Carrazedo, indispensável a este trabalho, que forneceu diversas bibliografias, ensinamentos, ideias, sugestões e ótimas orientações.

Aos colegas e amigos da turma de 2011, pela ajuda em todas as disciplinas por mim realizadas.

Aos funcionários e professores do Departamento de Estruturas pelo indispensável aprendizado. Ao Laboratório de Estruturas pela ajuda na confecção dos modelos experimentais e execução de parte dos ensaios.

A empresa IEME Brasil Engenharia Consultiva Ltda. pela disponibilização de espaço físico e equipamentos para a execução de ensaios, além de programas computacionais utilizados neste trabalho. Aos colegas da IEME Brasil pela ajuda nas minhas ausências do trabalho e pelas sugestões na execução dos ensaios.

A FAPESP (Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado de São Paulo) pelo auxílio financeiro que possibilitou esta pesquisa.

RESUMO

JULIANI, T.M. **Detecção de danos em modelos de pontes em escala reduzida pela identificação modal estocástica.** 2014. 189 p. Dissertação (Mestrado) – Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, 2014.

As pontes de concreto armado são obras de arte de extrema importância para a infraestrutura de transportes do Brasil. Portanto sua inspeção e manutenção são atividades estratégicas. A inspeção visual, ensaios destrutivos e não destrutivos fornecem informações sobre a sua integridade estrutural e auxiliam na tomada de decisões relativas à necessidade de reparos e reforços. Entre os ensaios não destrutivos, avalia-se neste trabalho a aplicação da identificação modal estocástica na detecção de danos em pontes. A técnica baseia-se na medição das vibrações ambientais da estrutura, aquelas que ocorrem durante seu uso, identificação de suas propriedades modais, comparação com as propriedades modais da estrutura íntegra e consequente detecção de danos. Diferentemente da análise dinâmica experimental clássica, na identificação modal estocástica as ações dinâmicas não são medidas e nem controladas durante o ensaio. Por este motivo foram adotadas técnicas de identificação modal baseadas apenas nas vibrações medidas em alguns pontos da estrutura, funções de densidade espectral de potência e transmissibilidades de vibrações entre os pontos. Desta forma as frequências naturais e modos de vibração experimentais puderam ser precisamente identificados em modelos íntegros e danificados de pontes em escala reduzida. Em cada modelo, uma danificação foi imposta em uma de suas longarinas no meio do vão ou no segundo quarto de vão. Após a realização dos ensaios dinâmicos nas condições íntegra e danificada, duas técnicas de identificação de danos foram utilizadas: Diferença de Curvatura Modal (DCM) e Índice de Dano (ID). Ambas as técnicas tiveram sucesso na detecção de danos nos modelos de pontes avaliados.

Palavras-chave: Análise dinâmica experimental. Identificação modal estocástica. Pontes. Identificação de danos. Diferença de Curvatura Modal. Índice de Dano.

ABSTRACT

JULIANI, T.M. **Damage detection in small scale models of bridges based on stochastic modal identification.** 2014. 189 p. MSc. Thesis – Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, 2014.

Reinforced concrete bridges are extremely important elements of Brazilian transportation infrastructure. Consequently their inspection and maintenance are strategic activities. Visual inspection, destructive or nondestructive tests offer relevant information on their structural integrity and support the decision on the need of retrofitting or strengthening. Among existing types of nondestructive tests, this work focuses on the application of stochastic modal identification in damage detection of bridges. This technique is based on the measurement of environmental vibrations that occur during normal operation of the structure, modal identification, comparison of modal properties between damaged and undamaged bridge and finally damage detection. Opposed to classical dynamic experimental analysis, in stochastic modal identification the loads are not measured or known during the test. For this reason modal identification was only based in vibrations measured in selected points of the structure, power spectral density functions and vibration transmissibilities between these points. With this method natural frequencies and experimental modal shapes could be precisely identified in damaged and undamaged small scale models of bridges. The damage was induced in the middle of the span or in the second quarter of the span in one of the girders. After dynamic testing in undamaged and damaged conditions two damage identification techniques were used: Modal Curvature Difference (MCD) and Damage Index (ID). Both techniques detected successfully the damages imposed to the bridge models.

Keywords: Experimental dynamic analysis. Stochastic modal identification. Monitoring. Bridges. Damage identification. Modal Curvature Difference. Damage index.

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	15
1.1	OBJETIVOS	25
1.2	JUSTIFICATIVA	25
1.3	METODOLOGIA	27
2	FREQUÊNCIAS NATURAIS E MODOS DE VIBRAÇÃO	29
2.1	SISTEMA DE UM GRAU DE LIBERDADE	29
2.1.1	Equação do movimento	29
2.1.2	Vibração livre	30
2.1.3	Vibração livre não amortecida	32
2.1.4	Vibração livre amortecida	34
2.2	SISTEMA DE MÚLTIPLOS GRAUS DE LIBERDADE	36
2.3	DETERMINAÇÃO COM O MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS	39
3	ANÁLISE DINÂMICA EXPERIMENTAL	51
3.1	EQUIPAMENTOS	52
3.1.1	Acelerômetros Piezoelétricos	53
3.1.2	Acelerômetros Piezoresistivos	55
3.1.3	Parâmetros dos acelerômetros	57
3.1.4	Cabos	64
3.1.5	Sistema de aquisição de dados - Condicionador de sinais	65
3.1.6	Sistema de aquisição de dados - Conversor Analógico/Digital (CAD)	67
3.2	PROCEDIMENTOS DE MONITORAÇÃO DE VIBRAÇÕES	71
3.2.1	Ensaio com vibração livre	71
3.2.2	Ensaio com vibração forçada	72
3.2.3	Ensaio com vibração ambiental	75
3.2.4	Posições de medidas	75
3.3	IDENTIFICAÇÃO MODAL ESTOCÁSTICA	78
3.4	COEFICIENTES MAC	81
3.5	COEFICIENTES COMAC	84
3.6	DIFERENÇA DE CURVATURA MODAL (DCM)	85
3.7	ÍNDICE DE DANO (ID)	88

3.8	MODELOS DINÂMICOS EM ESCALA REDUZIDA.....	92
4	MODELO NUMÉRICO	97
4.1	PROPRIEDADES DOS MATERIAIS E MALHA	99
4.2	CONDIÇÕES DE APOIO	101
4.2.1	Rigidez do aparelho de apoio de uma ponte real	101
4.2.2	Rigidez dos apoios do modelo em escala reduzida.....	103
4.3	DANIFICAÇÕES NUMÉRICAS	104
4.4	FREQUÊNCIAS NATURAIS E MODOS DE VIBRAÇÃO	104
4.5	COEFICIENTE MAC	107
4.6	COEFICIENTE COMAC	108
4.7	COMPARAÇÃO DOS MODOS DE VIBRAÇÃO	109
4.8	DIFERENÇA DE CURVATURA MODAL (DCM)	110
4.9	ÍNDICE DE DANO.....	114
4.10	TÉCNICAS COM MAIOR SUCESSO NA IDENTIFICAÇÃO DE DANOS NOS MODELOS NUMÉRICOS.....	117
5	METODOLOGIA EXPERIMENTAL	119
5.1	CONFECÇÃO E MATERIAIS DOS MODELOS EM ESCALA REDUZIDA.....	119
5.2	CONDIÇÕES DE APOIO	123
5.3	EQUIPAMENTOS E CONFIGURAÇÕES DE ENSAIO	126
5.4	ROTINAS DE CÁLCULO.....	128
5.5	PROCEDIMENTO DE ENSAIO.....	129
5.6	DANIFICAÇÕES.....	132
6	RESULTADOS EXPERIMENTAIS.....	139
6.1	FREQUÊNCIAS NATURAIS E MODOS DE VIBRAÇÃO	140
6.2	COEFICIENTE MAC	145
6.3	COEFICIENTE COMAC	148
6.4	DIFERENÇA DE CURVATURA MODAL (DCM)	149
6.4.1	Modelo 1.....	149
6.4.1.1	Íntegro x Danificado	150
6.4.1.2	Íntegro x íntegro	153
6.4.2	Modelo 2.....	155
6.4.3	Modelo 3.....	157

6.4.4 Modelo 4	161
6.4.5 Modelo 5	162
6.5 ÍNDICE DE DANO (ID).....	164
6.5.1 Modelo 1	164
6.5.1.1 Íntegro x Danificado.....	164
6.5.1.2 Íntegro x íntegro	166
6.5.2 Modelo 2	168
6.5.3 Modelo 3	170
6.5.4 Modelo 4	173
6.5.5 Modelo 5	175
6.6 TÉCNICAS COM MAIOR SUCESSO NA IDENTIFICAÇÃO DE DANOS NOS MODELOS EXPERIMENTAIS	176
7 CONCLUSÕES	179
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	183

1 INTRODUÇÃO

As pontes rodoviárias de concreto armado são obras de arte de extrema importância para a infraestrutura de transportes do Brasil, já que boa parte da produção agrícola e industrial é transportada em rodovias. Para estender ao máximo a vida útil destas estruturas é fundamental um programa de monitoramento de suas condições ao longo do tempo que permita, assim que detectadas anomalias, que estas sejam prontamente corrigidas.

A inspeção programada destas estruturas, incluindo análise visual, mapeamento de patologias, realização ensaios destrutivos e não destrutivos, fornece informações sobre a sua integridade estrutural e auxilia na tomada de decisões relativas à necessidade de reparos e reforços. Os ensaios não destrutivos trazem algumas vantagens em comparação aos destrutivos: não causam danos à estrutura durante sua realização, podem ser repetidos a qualquer momento durante a vida útil da estrutura, permitindo um acompanhamento de certas propriedades de interesse ao longo do tempo, e em geral são de fácil e rápida implementação.

Entre os diversos tipos de ensaios não destrutivos existentes, optou-se neste trabalho por avaliar o potencial da análise dinâmica experimental na identificação de danos em pontes.

A monitoração de vibração de uma estrutura é uma boa maneira de efetuar um estudo detalhado da estrutura em questão, tendo algumas vantagens, entre elas: baixo custo, execução em curto tempo, facilidade, técnica de investigação não destrutiva e de alta confiabilidade dos resultados, permitindo uma comparação com resultados teóricos computacionais. Outro fator importante é a evolução ocorrida no campo experimental com a modernização de sensores, sistemas de aquisição de dados e outras tecnologias para caracterizar o comportamento da estrutura sob a ação de forças dinâmicas.

A monitoração ao longo do tempo possibilita avaliar as características dinâmicas da estrutura a partir dos dados obtidos experimentalmente. A identificação modal ou análise modal experimental, inicialmente desenvolvida na engenharia mecânica, descreve os modos naturais de vibração da estrutura, traduzidos em

termos das suas frequências naturais, coeficientes de amortecimento e modos de vibração (RODRIGUES, 2004).

Há três principais técnicas de ensaio para se caracterizar uma estrutura quanto ao seu comportamento dinâmico: vibração forçada, vibração livre e vibração causada pelas ações ambientais.

No ensaio de vibração forçada há o controle e medição da força de excitação aplicada na estrutura e é necessária a utilização de equipamentos que realizem a aplicação da força, como por exemplo, geradores mecânicos de massas excêntricas. Já no ensaio de vibração livre é aplicada uma força estática na estrutura, causando uma deformação inicial. A força é removida repentinamente e a estrutura começa a vibrar em regime livre. No ensaio de vibração causada pelas ações ambientais, conforme o próprio nome indica, as forças de excitação são as próprias ações em serviço da estrutura, como tráfego de veículos automotores e ferroviários em pontes, vento e abalos sísmicos. Esta última técnica é a de maior interesse neste trabalho, pois será a base para toda a fundamentação teórica e será simulada nos ensaios dinâmicos para a detecção dos danos.

As ações ambientais são caracterizadas de acordo com o tipo de estrutura e seu uso. Em pontes e viadutos, os principais carregamentos dinâmicos são o tráfego de veículos ou trens, enquanto que em uma passarela o movimento de pessoas e, em alguns casos, o vento é o predominante. Em edifícios altos, se dá uma maior importância ao carregamento de vento, o qual se caracteriza pela sua mudança de intensidade, direção e sentido. Nos ginásios e estádios a movimentação do público nas arquibancadas é a ação ambiental principal. Em certas regiões, têm-se ainda os abalos sísmicos como uma das principais ações ambientais em edifícios, pontes, viadutos etc. Ainda, as ações ambientais são conhecidas por sua aleatoriedade, ou seja, atuam em diferentes frequências, excitando a estrutura em diversos modos.

No domínio da engenharia mecânica a maioria das técnicas de identificação modal é elaborada com a realização de ensaios com forças controladas aplicadas. Como tais técnicas já se encontram bem desenvolvidas atualmente, a análise modal experimental com controle e medição das forças de excitação é denominada também de identificação modal clássica (RODRIGUES, 2004).

As estruturas da engenharia mecânica têm em geral dimensões pequenas em relação às estruturas da engenharia civil. Nas primeiras, podem ser facilmente realizados ensaios em laboratório com condições e forças de excitação controladas, por exemplo, por um martelo de impacto. Nas estruturas de engenharia civil, também é possível aplicar as técnicas de ensaio e análises de identificação modal clássica utilizando-se equipamentos de aplicação de forças controladas. Porém, dadas as grandes dimensões das estruturas de engenharia civil e seus baixos valores de frequências naturais de vibração, estes equipamentos são de grandes dimensões, o que acarreta em um grande custo de execução nos ensaios de forças controladas. Outra desvantagem, é que nos casos de estruturas já em serviço, a utilização desses equipamentos provoca uma interrupção de seu funcionamento normal, causando muitos transtornos aos usuários, e, além disso, em muitos casos, não é possível que haja esta interrupção (RODRIGUES, 2004).

Com a finalidade de se evitar as desvantagens relatadas no parágrafo anterior, é possível utilizar o ensaio de vibrações ambientais, no qual as forças de excitação não são controladas nem medidas e apenas a resposta da estrutura é medida.

Alguns autores (Trifunac, 1972; Felber e Cantieni, 1996; Kramer, De Smet e Peeters, 1999; Lamarche et al., 2004; Rodrigues, 2004) realizaram pesquisas mostrando que os resultados obtidos experimentalmente a partir de ensaios de vibração forçada e de ações ambientais têm uma boa correlação.

Portanto, nos ensaios de vibrações ambientais, a identificação modal tem de ser diferente dos métodos utilizados na identificação modal clássica.

Partindo-se dessa ideia, surge a identificação modal estocástica, a qual se baseia no fato de que as forças de excitação não são conhecidas e é assumida a hipótese de que as forças de excitação são idealizáveis por um processo estocástico gaussiano de tipo ruído branco (com densidade espectral constante) com média nula (RODRIGUES, 2004).

Outros trabalhos desenvolvidos por Felber (1993), Felber e Cantieni (1996), Asmussen (1997), Andersen (1997), Brincker, Zhang e Andersen (2000) e Brincker, Ventura e Andersen (2001) tiveram como foco as ações ambientais na análise

dinâmica experimental, tendo grande importância na aplicação e desenvolvimento da identificação modal estocástica.

Rodrigues (2004) divide em dois grupos os diversos métodos de identificação modal estocástica, como a seguir:

- métodos não paramétricos ou no domínio da frequência – o algoritmo FFT (Fast Fourier Transform) transforma as séries de respostas medidas para o domínio da frequência;
- métodos paramétricos ou no domínio do tempo – são determinados parâmetros para modelos adequados aos sistemas dinâmicos estruturais sob a forma de representação de estado de sistemas estocásticos discretos no tempo; estes parâmetros são ajustados a partir das características dinâmicas.

No primeiro método, são referências nessa área de atuação autores como Caetano (1992), Felber (1993), Clough e Penzien (1993) e Bendat e Piersol (2010). Já no segundo método, destacam-se autores como Brincker et al.(1992), Van Overschee e De Moor (1996) e Asmussen (1997).

Apesar da identificação modal estocástica ter grandes vantagens em relação à identificação modal clássica, algumas desvantagens são citadas por Rodrigues (2004):

- como a força de excitação não é controlada, a resposta oriunda das medições de vibrações pode ser muito baixa, acarretando em uma relação sinal/ruído inferior à identificação modal clássica;
- levando-se em conta que a resposta medida pode ser muito baixa, alguns modos de vibração de interesse podem não ser excitados a um nível em que o equipamento utilizado na medição possa detectar;
- não é possível identificar as componentes modais normalizadas relativamente à massa dos sistemas, uma vez que a força de excitação não é medida.

Todavia, existem maneiras de superar essas desvantagens. Com relação às duas primeiras, há no mercado transdutores de alta sensibilidade e sistemas de aquisição de dados fabricados para esse fim capazes de detectar níveis de vibração

muito baixos. Alguns desses equipamentos são: acelerômetros piezoelétricos, acelerômetros piezoresistivos e capacitivos, transdutores de velocidade, transdutores laser de velocidade, transdutores de deslocamento (LVDT – linear variable-differential transformers), transdutores laser de deslocamento, extensômetros de diversos tipos e outros. Estes transdutores têm como respostas sinais elétricos proporcionais à grandeza de resposta das estruturas medidas. Um sistema de aquisição de dados é outro fator importante na avaliação dinâmica experimental, pois é dele a responsabilidade de efetuar os registros dos sinais elétricos, realizando seus tratamentos e gravando-os em um formato de fácil manipulação. A transformação destes sinais para a unidade física da grandeza correspondente pode ser realizada já no registro ou na posterior análise dos resultados.

Em algumas ocasiões, a intensidade das ações ambientais pode ser aumentada. Em uma ponte, por exemplo, induzir um maior tráfego de veículos sobre o tabuleiro corrobora para um aumento no nível de vibração. Nesse caso, é importante que as ações sejam as mais aleatórias possíveis, excitando a estrutura em diversos pontos (RODRIGUES, 2004).

Em relação à terceira desvantagem, em algumas situações, assume-se que a massa do sistema é conhecida. Tal hipótese é plausível, uma vez que as massas específicas de todos os materiais constituintes do sistema e as dimensões dos elementos estruturais podem ser conhecidas com bastante precisão.

Em contrapartida, caso a massa do sistema não possa ser estimada de forma confiável, trabalhos como o de Parloo *et al.* (2002), Brincker e Andersen (2003) e Aenlle, Brincker e Canteli (2005) apresentam algoritmos de normalização das massas por meio de alterações conhecidas na massa do sistema.

No campo da análise experimental, o desenvolvimento de pacotes computacionais possibilita que as análises das séries de respostas sejam efetuadas de modo rápido e eficaz, uma vez que os dados de saída em uma monitoração de vibração são de elevada quantidade. Todavia, nesse trabalho serão desenvolvidas rotinas de cálculo no programa computacional Scilab para a obtenção das frequências naturais e modos de vibração da estrutura, baseadas na análise modal

estocástica. O método de identificação modal estocástica das rotinas se baseia no domínio da frequência.

Além disso, existem na literatura algoritmos que identificam e eliminam harmônicos, oriundos das forças de excitação que atuam em frequências claramente dominantes, apesar de sua idealização como um ruído branco. A influência dos harmônicos é uma das desvantagens da identificação modal estocástica, pois como as ações dinâmicas não são conhecidas torna-se, em muitos casos, um problema identificá-los. Trabalhos como de Jacobsen, Andersen e Brincker (2007), Andersen *et al.* (2007), Andersen *et al.* (2008) e Dion, Tawfiq e Chevallier (2012) apresentam algoritmos de identificação e eliminação de harmônicos.

Paralelamente aos ensaios dinâmicos, um modelo numérico da estrutura em estudo pode ser desenvolvido pelo método dos elementos finitos. É possível realizar a comparação das características dinâmicas obtidas pelos ensaios com as características calculadas com modelos numéricos, calibrando-se o modelo com ajustes no valor do módulo de elasticidade dos materiais constituintes, no valor de rigidez de molas utilizadas no modelo para simular condições de apoio etc. Há técnicas para se estabelecer a relação entre resultados experimentais e numéricos, entre elas, fazendo-se uso dos coeficientes MAC (*modal assurance criterion* proposto por Allemang e Brown, 1982) e COMAC (*coordinate modal assurance criterion* proposto por Lieven e Ewins, 1988). Além da comparação de resultados numéricos com experimentais, há autores que relatam que estes coeficientes podem ser utilizados na detecção de danos localizados na estrutura, tais como Farrar e Worden (2013).

Os parâmetros modais, baseados nas frequências naturais, modos de vibração e amortecimentos modais, podem ser entendidos como funções das propriedades físicas (massa, amortecimento e rigidez) de uma estrutura. Portanto, qualquer mudança nas propriedades físicas acarretam alterações nos parâmetros modais. Assim, o dano pode ser definido como qualquer mudança introduzida em um sistema que afete seu desempenho atual ou futuro. Ainda, a concepção do dano não é significativa sem que uma comparação entre dois estágios seja realizada, em que um deles é representada a condição inicial (DOEBLING; FARRAR; PRIME, 1998).

Rytter (1993) apresenta um processo para identificação de um dano em quatro níveis:

- nível 1 – detecção de um dano existente na estrutura;
- nível 2 – localização desse dano;
- nível 3 – determinação da gravidade de tal dano;
- nível 4 – previsão do tempo de vida restante da estrutura.

A previsão do Nível 4 é geralmente relacionada à área da mecânica da fratura ou da avaliação de projeto estrutural. Todavia, os outros níveis podem ser avaliados pela análise dinâmica (DOEBLING; FARRAR; PRIME, 1998).

Há algumas técnicas para a detecção do dano em uma estrutura. Uma delas é pela mudança nas frequências naturais. Doebling, Farrar e Prime (1998) destacam duas desvantagens desse método. A primeira é que em muitos casos há uma baixa sensibilidade da mudança de frequência em uma estrutura danificada, sendo necessários equipamentos muito precisos ou altos níveis de danificações. A segunda desvantagem é que, como as frequências naturais são uma propriedade global da estrutura, nem sempre a identificação do dano pode ultrapassar o Nível 1 da análise, não tendo grandes possibilidades de ser localizado. A exceção disso pode ser encontrada para os modos de vibração mais altos, que muitas vezes estão associados às respostas locais da estrutura.

Existem outras técnicas já utilizadas para a identificação de danos. Wang (2012) cita o método pela mudança da taxa de amortecimento, porém tal técnica só é utilizada em estruturas simples e em ambientes controlados. Tal técnica ainda necessita ser aprimorada para detecção de danos.

Ainda, há outras técnicas de detecção de danos que utilizam as alterações na flexibilidade modal (Pandey e Biswas, 1994), diferenças nas curvaturas derivadas dos modos de vibração (Pandey, Biswas e Samman, 1991), a energia de deformação modal (Stubbs, Kim e Topole, 1992), flexibilidade das curvaturas (Zhang e Aktan, 1995) entre outros.

As técnicas para identificação do dano abordadas nesse trabalho levam em conta os vetores de componentes modais, sendo efetuada uma correlação entre

eles, em que uma das situações a estrutura se encontra em estado íntegro, servindo como referência para identificação do dano. Essa correlação pode ser realizada por alguns coeficientes, entre eles, o MAC e o COMAC. Tais coeficientes são abordados com maior profundidade nesse trabalho, assim como a Diferença de Curvatura Modal (DCM) e o Índice de Dano (ID), duas outras técnicas que utilizam os modos de vibração para localização do dano em uma estrutura. O ID se origina do conceito da energia de deformação modal, apresentado por Stubbs, Kim e Farrar (1995).

Conforme descrito anteriormente, o coeficiente MAC correlaciona os vetores de componentes modais calculadas analiticamente com as identificadas experimentalmente e seus valores variam entre 0 e 1, em que valores próximos de 1 indicam que há uma boa correlação entre os vetores, enquanto que valores próximos de 0 mostram uma baixa correlação. Este coeficiente pode ser apresentado ainda em forma de matriz, representando a correlação entre diversos modos de vibração.

O coeficiente COMAC correlaciona os vetores de componentes modais calculadas analiticamente com as identificadas experimentalmente para cada grau de liberdade. Seus valores também variam de 0 a 1 e, como o coeficiente MAC, valores próximos de 1 indicam boa correlação no grau de liberdade em questão e valores próximos de 0, baixa correlação.

A Diferença de Curvatura Modal, como a própria denominação indica, se baseia nas curvaturas derivadas dos modos de vibração. Segundo Farrar e Worden (2013), descontinuidades no modo de vibração causadas por danificações localizadas são ampliadas pela curvatura. A diferença das curvaturas entre as situações íntegra e danificada localizam uma possível região de danificação na estrutura. Tal técnica é abordada posteriormente.

O Índice de Dano também utiliza as curvaturas derivadas dos modos de vibração, baseando-se no conceito da energia de deformação modal. Ao comparar as energias de deformação modal entre as situações íntegra e danificada, os índices de dano de todos os pontos da estrutura considerados são calculados, sendo então normalizados de acordo com dados estatísticos. Assim, um critério deve ser obedecido para considerar se tal posição é íntegra ou danificada. Tal técnica é abordada posteriormente com maior profundidade.

A análise dinâmica experimental para a caracterização de uma estrutura e detecção de danos já é estudada há algum tempo. Rodrigues (2004) destaca alguns trabalhos nesse assunto, tal como Carder (1937), que utilizou um sismógrafo para estudar as vibrações induzidas por ações ambientais em estruturas de depósitos metálicos elevados e estruturas de edifícios, onde as acelerações eram adquiridas para verificar eventuais danos durante a ocorrência de sismos. Ainda, Mason e Carder (1967) realizaram medições de vibrações no meio do vão da ponte Bay Bridge para avaliar o efeito do vento. Outro estudo em ponte, foi um trabalho de Mc Lamore, Hart e Stubbs (1971), onde os autores realizaram medições de vibrações em duas pontes para caracterizá-la quanto às suas propriedades dinâmicas.

Doebbling *et al.* (1996) destacam alguns trabalhos relacionados à detecção de danos com a análise dinâmica. Vandiver (1977) estudou mudanças nas frequências naturais nos dois primeiros modos de flexão e no primeiro de torção de uma torre de estação de luz para identificar danos. Todo o estudo foi baseado em um modelo numérico, em que foram simulados alguns tipos de danos retirando porções de massa da estrutura. Outros autores são destacados utilizando essa metodologia para a detecção de danos, tais como Loland e Dodds (1976), Wojnarowski, Stiansen e Reddy (1977), Coppolino e Rubin (1980). Begg *et al.* (1976) estudaram mudanças nas frequências naturais em modelos em escala reduzida, rompendo partes da estrutura.

Já utilizando a análise dinâmica experimental, Doebbling *et al.* (1996) também destacam o trabalho de Nataraja (1983), que realizou monitoração de vibrações ao longo do tempo em uma barragem, concluindo que as acelerações medidas podem mostrar alguma alteração na massa oriunda de danificações, detectando de forma global que há um dano, mas não sua localização. Outros autores, tal como Pape (1993), utilizaram as frequências naturais experimentais para detecção de danos.

Doebbling *et al.* (1996) ainda destacam autores que utilizaram os coeficientes MAC e COMAC para detecção de danos, tais como Slater e Shelley (1993) e Lam Ko e Wong (1995).

Ventura *et al.* (2005) utilizou o coeficiente MAC para efetuar a calibração do modelo numérico de um edifício de concreto armado. Para isso, foram realizadas

medições de vibrações utilizando ações ambientais. Stewering, Stangenberg e Petryna (2007) simularam danificações em modelos numéricos de um edifício de alvenaria, efetuando a calibração do modelo com os coeficientes MFAC (Modal Flexibility Assurance Criterion) e COMFAC (Coordinate Modal Flexibility Assurance Criterion), onde a correlação buscada era entre as matrizes de flexibilidade, utilizadas para a detecção de danos por meio da mudança da flexibilidade (matriz inversa da rigidez).

Benedettini e Morassi (2011) realizaram um estudo de identificação de danos em uma ponte, na qual foram efetuados ensaios dinâmicos de vibração forçada. O dano induzido se deu por uma série de entalhes em uma viga lateral, simulando o efeito de danos concentrados. Para a localização do dano, os autores utilizaram as mudanças nas curvaturas dos dois primeiros modos de vibração da viga.

Wahab e Roeck (1999), Sampaio e Silva (1999), Rucevskis e Wesolowski (2010) realizaram trabalhos de identificação e localização de danos utilizando as diferenças de curvaturas entre as situações íntegra e danificada.

Já para o Índice de Dano, além de Stubbs, Kim e Farrar (1995), Jauregui e Farrar (1996) realizaram uma pesquisa experimental utilizando tal técnica para localizar danos em uma ponte de concreto armado.

Com o objetivo de se identificar diferentes tipos de danos em uma estrutura e aplicar os coeficientes MAC e COMAC, Diferença de Curvatura Modal e Índice de Dano, esse trabalho apresenta resultados de diversos ensaios dinâmicos em modelos em escala reduzida. Tal escolha permite o aumento de situações de ensaio, alterando os tipos e posições de danificação induzidas na estrutura, além da facilidade em executar os ensaios dinâmicos diversas vezes.

Segundo Harris e Sabnis (1999), os modelos em escala reduzida são comumente utilizados em pesquisas com resultados muito satisfatórios.

Modelos estruturais podem ser classificados de diversas maneiras, as quais levam em conta a função pretendida com o modelo. Dessa forma, nesse trabalho, os modelos estruturais confeccionados são classificados como modelos dinâmicos, uma vez que eles são destinados a estudos de vibração, simulando as ações dinâmicas em condições de laboratório. (HARRIS; SABNIS, 1999)

Ramos *et al.* (2006) realizaram um estudo para detecção de danos em modelos em escala reduzida de estruturas de alvenaria e obtiveram resultados satisfatórios. O dano aplicado era composto de fissuras crescentes induzidas na estrutura, em que a cada estágio de danificação, uma identificação modal era efetuada. Acelerações e deformações dinâmicas foram gravadas em diversos pontos do modelo, comparando diferentes métodos de medição de vibrações para avaliar alguns métodos de detecção de danos.

1.1 OBJETIVOS

O objetivo geral deste trabalho é identificar e localizar danos em pontes de concreto armado a partir da identificação modal estocástica.

Para o alcance de tal objetivo, alguns desafios devem ser superados, os quais são parte dos objetivos específicos relatados a seguir:

- a) obter as frequências naturais e modos de vibração do modelo numérico;
- b) obter as frequências naturais e modos de vibração experimentais dos modelos em escala reduzida a partir da identificação modal estocástica;
- c) detectar e localizar danificações no modelo numérico pelos coeficientes MAC e COMAC, Diferença de Curvatura Modal e Índice de Dano;
- d) detectar e localizar danificações nos modelos reduzidos experimentais pelas mesmas técnicas propostas;
- e) avaliar o sucesso dos métodos para identificação de danos em pontes de concreto armado propostos nesse trabalho nas situações numéricas e experimentais.

1.2 JUSTIFICATIVA

As pontes rodoviárias têm um papel estratégico para o crescimento econômico do Brasil, pois grande parte dos produtos brasileiros é escoada pelas

rodovias e a necessidade de obras de infraestrutura se torna cada vez maior. Além disso, as pontes ferroviárias, apesar de sua menor participação no escoamento da produção brasileira, são importantes pelo potencial crescimento ferroviário previsto nos próximos anos.

Boa parte dessas pontes existe há muitos anos e pode estar em estado de significativa deterioração. A falta de inspeção periódica e manutenção é um dos fatores que agravam a situação. Outro fator importante a considerar é a mudança de trens tipos, os quais possuíam cargas móveis menores nos projetos das pontes mais antigas. Além dos trens tipos mais severos atualmente, a passagem de cargas especiais é outro motivo de preocupação. Alguns equipamentos transportados podem chegar a 600 toneladas e, mesmo com cuidados na distribuição das forças por eixo e precauções durante a passagem sobre a estrutura, podem eventualmente causar danos estruturais severos.

Dessa forma, uma técnica de ensaio que possibilite a avaliação da segurança estrutural ou a detecção de danos localizados é de grande interesse, pois pode evitar a realização de reforços desnecessários e interrupção do uso da estrutura em questão, acarretando grandes transtornos aos usuários que a utilizam para se locomoverem em uma determinada região. Ainda, vale ressaltar que reforços estruturais têm um alto custo, e, portanto, devem ser efetuados em situações que realmente precisem dessa intervenção.

Ensaio não destrutivo como a análise dinâmica experimental, permitem realizar um estudo completo do comportamento da estrutura frente às ações ambientais, obtendo-se as propriedades dinâmicas da estrutura que possibilitam a detecção e localização de eventuais danos existentes. Dentro de um programa de inspeções periódicas programadas, este tipo de ensaio pode ser realizado com rapidez e facilidade de execução, complementando as informações disponíveis para a tomada de decisão quanto à necessidade de reparos ou reforços.

Finalmente, vale lembrar que atualmente há poucas pesquisas no Brasil direcionadas para a detecção e localização de danos com base na análise dinâmica experimental. Dessa forma, acredita-se que esse trabalho possa auxiliar futuras pesquisas relacionadas a esse tema.

1.3 METODOLOGIA

Para possibilitar o alcance dos objetivos relatados no item 1.1, foi aplicada a metodologia descrita a seguir:

- a) levantamento de referências bibliográficas dos temas relevantes a este trabalho: análise dinâmica experimental de estruturas, identificação modal estocástica, confecção de modelos em escala reduzida e métodos de identificação de danos em estruturas;
- b) estudo, seleção e aquisição dos acelerômetros e sistema de aquisição de dados mais adequados para a realização dos ensaios nos modelos em escala reduzida, bem como o estudo dos procedimentos de ensaios mais adequados para a obtenção das propriedades dinâmicas da estrutura pela identificação modal estocástica;
- c) elaboração de um modelo numérico da ponte na mesma escala dos modelos reduzidos para obtenção das frequências naturais e modos de vibração numéricos. Além disso, serviu como um estudo prévio da estrutura para o posicionamento ideal dos acelerômetros nos ensaios dinâmicos, evitando-se os nós modais da posição de referência;
- d) identificação e localização dos danos pelos coeficientes MAC e COMAC, Diferença de Curvatura Modal e Índice de Dano no modelo numérico para avaliar tais técnicas em situação teórica. Os danos simulados foram posicionados ora no meio do vão, ora no segundo quarto de vão. As frequências naturais e modos de vibração numéricos são obtidos para ambas as situações, íntegra e danificada;
- e) confeccionar os modelos em escala reduzida, reproduzindo uma ponte rodoviária de concreto armado da forma mais fiel possível;
- f) execução dos ensaios dinâmicos nos modelos reduzidos na condição íntegra, aplicando-se impactos em diferentes pontos da estrutura, simulando veículos trafegando pelo tabuleiro. Os acelerômetros devem ser posicionados de forma a identificar as principais frequências naturais e modos de vibração;

- g) obtenção das frequências naturais e modos de vibração experimentais por meio de rotinas computacionais, aplicando a identificação modal estocástica;
- h) aplicação das danificações em uma das longarinas nos modelos em escala reduzida da ponte em estudo. Para diferentes modelos, os danos foram localizados no meio do vão e no segundo quarto de vão;
- i) execução dos ensaios nos modelos reduzidos na condição danificada, de acordo com a metodologia apresentada na etapa f) e g);
- j) identificação e localização dos danos pelos coeficientes MAC e COMAC, Diferença de Curvatura Modal e Índice de Dano; essa etapa também foi desenvolvida por meio de rotinas computacionais;
- k) análise dos resultados obtidos, conclusões e sugestões para futuras pesquisas relacionadas a esse tema.

2 FREQUÊNCIAS NATURAIS E MODOS DE VIBRAÇÃO

No início deste capítulo será apresentado o sistema de um grau de liberdade com vibração livre amortecida e não amortecida. Em seguida, será abordado o sistema de múltiplos graus de liberdade e o problema de autovetores e autovalores para o cálculo das frequências naturais e modos de vibração de uma estrutura. Na sequência do texto, uma viga bi-apoiada será discretizada aplicando-se o método dos elementos finitos para obtenção das frequências naturais e modos de vibração.

2.1 SISTEMA DE UM GRAU DE LIBERDADE

Para o sistema de um grau de liberdade, serão apresentados a equação do movimento e o cálculo das frequências naturais nos regimes de vibração livre amortecida e não amortecida. Dessa forma, o entendimento para o sistema de múltiplos graus de liberdade será facilitado. A demonstração apresentada neste item do trabalho está baseada no texto de Clough e Penzien (2003) e Paultre (2010), maiores detalhes podem ser encontrados nestas referências.

2.1.1 Equação do movimento

A Figura 1 ilustra uma massa m acoplada a uma mola k e um amortecedor c . Nota-se que o único movimento permitido dessa massa é na direção horizontal, caracterizando um sistema de um grau de liberdade.

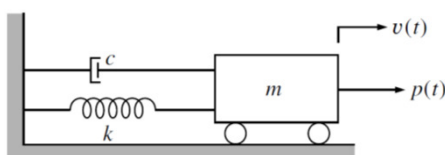


Figura 1 – Oscilador - Sistema de um grau de liberdade (CLOUGH; PENZIEN, 2003)

Partindo do Princípio de D'Alembert é possível expressar o equilíbrio dinâmico do sistema:

$$f_I(t) + f_D(t) + f_S(t) = p(t) \quad (1)$$

Na Figura 1, a força externa $p(t)$ é aplicada na direção do deslocamento $v(t)$ indicado e tem como reação outras três forças em função de $v(t)$ ou suas derivadas, em sentido oposto. Essas forças internas resistentes ao movimento são a força inercial (f_I), a força de amortecimento (f_D) e a força elástica (f_S). Tais forças são representadas pelas seguintes expressões (CLOUGH; PENZIEN, 2003):

$$f_I(t) = m\ddot{v}(t) \quad (2)$$

$$f_D(t) = c\dot{v}(t) \quad (3)$$

$$f_S(t) = kv(t) \quad (4)$$

onde:

- m – massa da partícula (não variando com o tempo);
- $\ddot{v}(t)$ – aceleração da partícula no tempo (segunda derivada do vetor posição da massa);
- c – coeficiente de amortecimento do sistema;
- $\dot{v}(t)$ – velocidade;
- k – rigidez do sistema;
- $v(t)$ – deslocamento;
- t – tempo.

Substituindo as equações (2), (3) e (4) na equação (1), tem-se a equação do movimento:

$$m\ddot{v}(t) + c\dot{v}(t) + kv(t) = p(t) \quad (5)$$

2.1.2 Vibração livre

Com a ausência da força dinâmica $p(t)$, a equação (5) resulta:

$$m\ddot{v}(t) + c\dot{v}(t) + kv(t) = 0 \quad (6)$$

A solução homogênea da equação (6) é a resposta da vibração livre. Segundo Paultre (2010), \ddot{v} e \dot{v} são múltiplos de v , o que acarreta que tal solução pode ser:

$$v(t) = Ge^{st} \quad (7)$$

onde G é uma constante complexa que pode também ser descrita da seguinte forma:

$$G = \bar{G} \cos \theta + i\bar{G} \sin \theta \quad (8)$$

Tal constante pode ter uma representação geométrica conforme figura a seguir:

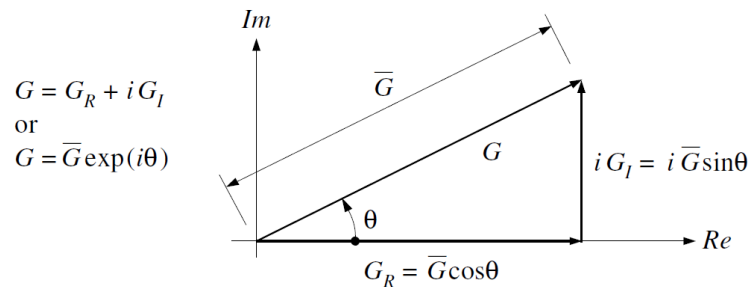


Figura 2 – Representação da constante complexa no plano complexo (CLOUGH; PENZIEN, 2003)

Ao efetuar a primeira e segunda derivada da equação (7) e substituí-las na equação (6), tem-se:

$$(ms^2 + cs + k)Ge^{st} = 0 \quad (9)$$

Como $Ge^{st} \neq 0$, tem-se:

$$ms^2 + cs + k = 0 \quad (10)$$

Aplicando a fórmula de Báskara para o cálculo das raízes da equação, obtém-se:

$$s = \frac{1}{2m}(-c \pm \sqrt{c^2 - 4mk}) \quad (11)$$

Pela equação (11), nota-se que existem três pares de raízes possíveis, pois o termo dentro da raiz $c^2 - 4mk$ pode ser tal que:

- $c^2 > 4mk$ – raízes s_1 e s_2 são reais;

- $c^2 = 4mk$ – raiz dupla real;
- $c^2 < 4mk$ – raízes s_1 e s_2 são complexas conjugadas.

Nota-se ainda que a comparação do amortecimento com o produto de massa e rigidez leva à existência de três tipos de sistemas, sendo o primeiro superamortecido, o segundo criticamente amortecido e o terceiro subamortecido.

Nos sistemas amortecidos, o amortecimento é convenientemente expresso pela taxa de amortecimento:

$$\xi = \frac{c}{c_c} \quad (12)$$

onde $c_c = 2m\omega$ é o amortecimento crítico.

Desta forma, o amortecimento pode ser considerado supercrítico se $\xi > 1$, crítico se $\xi = 1$ e subcrítico se $\xi < 1$.

2.1.3 Vibração livre não amortecida

É de especial interesse nesse trabalho o caso do sistema com vibração livre não amortecida, pois nesse caso é possível a determinação das frequências naturais e modos de vibração. No caso da vibração livre não amortecida, onde $c = 0$, a equação (9) é reduzida para:

$$ms^2 + k = 0 \quad (13)$$

Consequentemente:

$$s = \pm \sqrt{-\frac{k}{m}} = \pm i\omega \quad (14)$$

Da equação (14) surge a expressão da frequência natural circular:

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} \quad (15)$$

onde ω tem como unidade rad/s .

Partindo da equação (7), a solução então possui dois termos como segue:

$$v(t) = G_1 e^{i\omega t} + G_2 e^{-i\omega t} \quad (16)$$

É possível demonstrar que G_1 e G_2 são um par de números complexos conjugados:

$$\begin{aligned} G_1 &= G_R + iG_I \\ G_2 &= G_R - iG_I \end{aligned} \quad (17)$$

Desta forma resulta:

$$v(t) = (G_R + iG_I)e^{i\omega t} + (G_R - iG_I)e^{-i\omega t} \quad (18)$$

Baseando-se nas seguintes transformações entre funções trigonométricas e exponenciais:

$$\begin{aligned} e^{i\theta} &= \cos \theta + i \sin \theta \\ e^{-i\theta} &= \cos \theta - i \sin \theta \end{aligned} \quad (19)$$

Finalmente, chega-se à seguinte expressão:

$$v(t) = A \cdot \text{sen} \omega t + B \cdot \text{cos} \omega t \quad (20)$$

onde $A = 2G_R$ e $B = -2G_I$.

As constantes A e B decorrem das condições iniciais, as quais são o deslocamento inicial $v(0)$ e velocidade inicial $\dot{v}(0)$. Aplicando as condições iniciais do problema, tem-se:

$$v(t) = \frac{\dot{v}(0)}{\omega} \cdot \text{sen} \omega t + v(0) \cdot \text{cos} \omega t \quad (21)$$

Ao desenvolver a equação (21) pelas propriedades matemáticas adequadas, chega-se em:

$$v(t) = \rho \cdot \text{cos} (\omega t - \theta) \quad (22)$$

onde:

- $\rho = \sqrt{\left(\frac{\dot{v}(0)}{\omega}\right)^2 + v(0)^2}$ – amplitude do movimento;

- $\theta = \tan^{-1} \left(\frac{-v'(0)}{\omega v(0)} \right)$ – ângulo de fase.

A Figura 3 representa uma resposta dinâmica ao longo do tempo para uma vibração livre não amortecida.

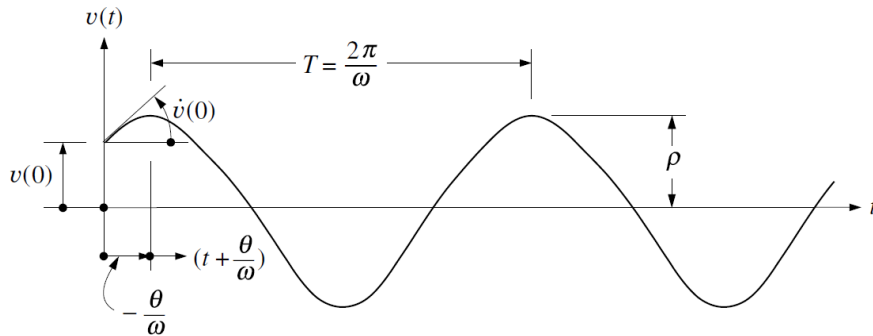


Figura 3 – Resposta dinâmica ao longo do tempo da vibração livre não amortecida (CLOUGH; PENZIEN, 2003)

Pela Figura 3, percebe-se que a amplitude máxima do movimento é constante durante todo o tempo, pois não existe uma energia dissipativa no sistema, no caso, o amortecimento. Ainda pelo gráfico, o período do movimento é descrito por:

$$T = \frac{2\pi}{\omega} \quad (23)$$

Consequentemente, a frequência natural cíclica é:

$$f = \frac{\omega}{2\pi} \quad (24)$$

2.1.4 Vibração livre amortecida

É de especial interesse na engenharia civil o estudo de sistemas de vibração livre com amortecimento subcrítico, nos quais $\xi < 1$. Partindo da solução de s (equação 11), da definição de ξ e considerando o sinal negativo do radical chega-se a:

$$s_{1,2} = -\xi\omega \pm i\omega_D \quad (25)$$

onde:

$$\omega_D \equiv \omega \sqrt{1 - \xi^2} \quad (26)$$

Considerando a forma de solução apresentada na equação (7) chega-se a:

$$v(t) = e^{-\xi\omega t} (A \cdot \cos\omega_D t + B \cdot \sin\omega_D t) \quad (27)$$

Analogamente à equação (20) (resposta da vibração livre não amortecida), a equação (27) também é desenvolvida pelas suas condições iniciais e propriedades matemáticas, resultando em:

$$v(t) = \rho \cdot \cos(\omega_D t - \theta) e^{-\xi\omega t} \quad (28)$$

onde:

- $\rho = \sqrt{\left(\frac{\dot{v}(0) + v(0)\xi\omega}{\omega_D}\right)^2 + v(0)^2}$ – amplitude do movimento;
- $\theta = -\tan^{-1}\left(\frac{\dot{v}(0) + v(0)\xi\omega}{\omega_D v(0)}\right)$ – ângulo de fase.

A Figura 4 representa uma resposta dinâmica para uma vibração livre amortecida.

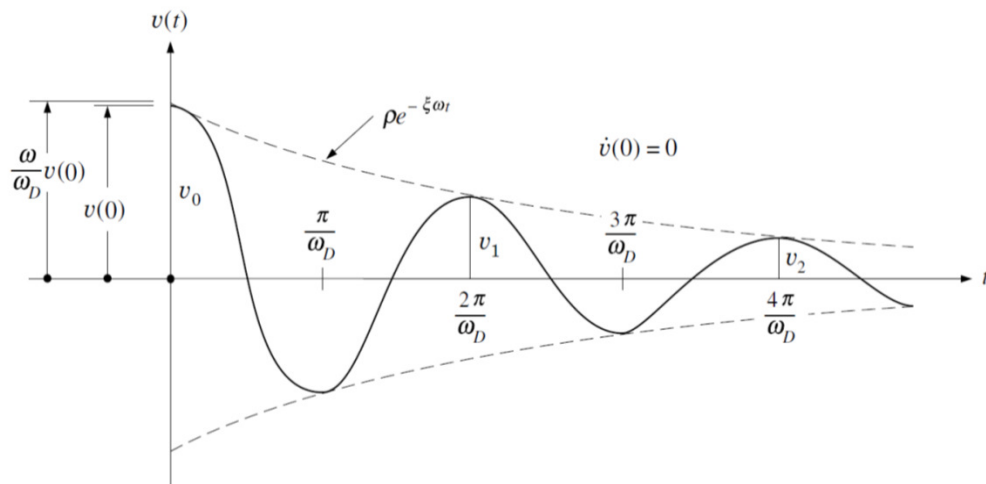


Figura 4 – Resposta dinâmica ao longo do tempo da vibração livre amortecida (CLOUGH; PENZIEN, 2003)

Pela Figura 4 percebe-se que a resposta dinâmica tem um decaimento ao longo do tempo, expresso pelo termo $e^{-\xi\omega t}$, ou seja, a amplitude máxima do movimento vai tendendo a zero, pois o amortecimento dissipa a energia no sistema.

Conforme relatado anteriormente, o amortecimento em estruturas civis de concreto armado tem baixos valores, sendo geralmente inferior a 4% (BACHMANN *et al.*, 1995). Dessa forma, conclui-se que o amortecimento tem influência desprezível no cálculo das frequências naturais e modos de vibração, sendo possível assumir que:

$$\omega_D \equiv \omega \quad (29)$$

E, conseqüentemente:

$$f_D \equiv f \quad (30)$$

2.2 SISTEMA DE MÚLTIPLOS GRAUS DE LIBERDADE

Conforme explanado no item anterior, o amortecimento em estruturas civis tem influência desprezível no cálculo das frequências naturais e modos de vibração. Dessa forma, a partir da equação do movimento para a vibração livre não amortecida – equação (13) – tem-se:

$$[M]\{\ddot{V}\} + [K]\{V\} = \{0\} \quad (31)$$

onde:

- $[M]$ – matriz de massa do sistema;
- $\{\ddot{V}\}$ – vetor aceleração;
- $[K]$ – matriz de rigidez do sistema;
- $\{V\}$ – vetor de deslocamentos.

Diferente do sistema de um grau de liberdade, a equação do movimento é representada por matrizes e vetores. A ordem das matrizes de massa e rigidez depende do número de graus de liberdade adotados no sistema. Assim, para um sistema de N graus de liberdade, as matrizes terão ordem $N \times N$ e os vetores ordem $N \times 1$:

$$\begin{bmatrix} m_{11} & m_{12} & m_{13} & \cdots & m_{1N} \\ m_{11} & m_{11} & m_{11} & \cdots & m_{2N} \\ m_{11} & m_{11} & m_{11} & \cdots & m_{3N} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ m_{N1} & m_{N2} & m_{N3} & \cdots & m_{NN} \end{bmatrix} \times \begin{Bmatrix} \ddot{v}_1 \\ \ddot{v}_2 \\ \ddot{v}_3 \\ \vdots \\ \ddot{v}_N \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} k_{11} & k_{12} & k_{13} & \cdots & k_{1N} \\ k_{11} & k_{11} & k_{11} & \cdots & k_{2N} \\ k_{11} & k_{11} & k_{11} & \cdots & k_{3N} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ k_{N1} & k_{N2} & k_{N3} & \cdots & k_{NN} \end{bmatrix} \times \begin{Bmatrix} v_1 \\ v_2 \\ v_3 \\ \vdots \\ v_N \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (32)$$

Considerando o movimento da vibração livre, analogamente ao sistema de um grau de liberdade – equação (22) – a resposta dinâmica pode ser expressa por:

$$\{V(t)\} = \{\hat{V}\} \cos(\omega t - \theta) \quad (33)$$

Ao efetuar a segunda derivada da equação (33) e substituí-la na equação (31), gera-se o problema de autovalores e autovetores:

$$[[K] - \omega^2[M]]\{\hat{V}\} = \{0\} \quad (34)$$

onde:

- ω^2 – autovalores que representam o quadrado das frequências circulares;
- $\{\hat{V}\}$ – autovetores que representam os correspondentes deslocamentos dos seus respectivos modos (CLOUGH; PENZIEN, 2003).

A equação (34) é um conjunto de equações de equilíbrio homogêneas e a solução não trivial da equação só é possível se: (ANDERSON; NAEIM, 2012)

$$|[K] - \omega^2[M]| = 0 \quad (35)$$

O determinante na equação (35) resulta em uma equação algébrica de grau N (número de graus de liberdade do sistema), tendo como incógnita o parâmetro ω^2 . As N raízes representam as frequências naturais dos N modos de vibração adotados no sistema (CLOUGH; PENZIEN, 2003).

Assim, a menor frequência calculada corresponde ao primeiro modo de vibração, a segunda menor frequência corresponde ao segundo modo e assim sucessivamente.

A obtenção dos modos de vibração é expressa por:

$$[E^n]\{\hat{V}_n\} = \{0\} \quad (36)$$

onde:

$$[E^n] = [K] - \omega_n^2[M] \quad (37)$$

A matriz $[E^n]$ varia de acordo com a frequência calculada e, portanto, é diferente para cada modo. Assim, para cada ω_n , um modo de vibração pode ser calculado:

$$\begin{bmatrix} e_{11}^n & e_{12}^n & e_{13}^n & \cdots & e_{1N}^n \\ e_{21}^n & e_{22}^n & e_{23}^n & \cdots & e_{2N}^n \\ e_{31}^n & e_{32}^n & e_{33}^n & \cdots & e_{3N}^n \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ e_{N1}^n & e_{N2}^n & e_{N3}^n & \cdots & e_{NN}^n \end{bmatrix} \times \begin{Bmatrix} \hat{V}_{1n} \\ \hat{V}_{2n} \\ \hat{V}_{3n} \\ \vdots \\ \hat{V}_{Nn} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (38)$$

No entanto, nesse sistema uma das equações é redundante. Portanto, os modos de vibração são encontrados arbitrando-se um valor unitário para um dos deslocamentos.

Como um exemplo algébrico, para um sistema com três graus de liberdade ($N=3$) onde foi arbitrado o valor unitário para o termo \hat{V}_{1n} , tem-se:

$$\begin{bmatrix} e_{11}^n & e_{12}^n & e_{13}^n \\ e_{21}^n & e_{22}^n & e_{23}^n \\ e_{31}^n & e_{32}^n & e_{33}^n \end{bmatrix} \times \begin{Bmatrix} 1 \\ \hat{V}_{2n} \\ \hat{V}_{3n} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (39)$$

Com o valor de um dos deslocamentos arbitrados como unitário, o número de incógnitas (\hat{V}_{2n} e \hat{V}_{3n}) iguala o número de equações e a matriz $[E^n]$ é particionada retirando-se, nesse caso, a primeira linha. Dessa forma, o sistema de equações lineares é:

$$\begin{cases} e_{21}^n \cdot 1 + e_{22}^n \cdot \hat{V}_{2n} + e_{23}^n \cdot \hat{V}_{3n} = 0 \\ e_{31}^n \cdot 1 + e_{32}^n \cdot \hat{V}_{2n} + e_{33}^n \cdot \hat{V}_{3n} = 0 \end{cases} \quad (40)$$

Com as duas equações, os deslocamentos \hat{V}_{2n} e \hat{V}_{3n} são calculados em relação ao primeiro grau de liberdade adotado, tornando possível o traçado do modo de vibração relativo à frequência natural n . Como representação dos resultados, o vetor dos deslocamentos calculados em relação ao grau de liberdade arbitrado para certa frequência n é:

$$\Phi_n = \begin{Bmatrix} 1 \\ \hat{V}_{2n} \\ \hat{V}_{3n} \end{Bmatrix} \quad (41)$$

Para todos os graus de liberdade, os modos de vibração são representados pela matriz:

$$\Phi = \begin{bmatrix} \Phi_{11} & \Phi_{12} & \Phi_{13} \\ \Phi_{21} & \Phi_{22} & \Phi_{23} \\ \Phi_{31} & \Phi_{32} & \Phi_{33} \end{bmatrix} \quad (42)$$

Cada coluna da matriz representa um modo de vibração e cada linha é referente ao deslocamento relativo de um grau de liberdade. Assim, se para todos os modos de vibração calculados o primeiro grau de liberdade foi arbitrado como 1, conforme equação (41), toda a primeira linha da matriz será de termos unitários. No restante das linhas, os termos serão os deslocamentos relativos calculados para os outros graus de liberdade para cada modo.

2.3 DETERMINAÇÃO COM O MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS

Com o avanço da computação e o advento de programas computacionais que utilizam o método dos elementos finitos, toda a formulação apresentada nesse item tornou-se de rápida resolução. De forma sucinta, uma viga bi-apoiada com diversos graus de liberdade será calculada pelo método dos elementos finitos como um exemplo da aplicação desse método.

Atualmente, o método dos elementos finitos já é utilizado no mundo todo como uma ótima ferramenta em projetos estruturais e é baseado na construção de um sistema discreto de equações de matrizes para representar os efeitos da rigidez e da massa de uma estrutura contínua. Além disso, o método permite o uso de geometrias complexas da estrutura porque as matrizes de rigidez e massa são montadas a partir das contribuições de cada um dos elementos finitos, que são as divisões na geometria em diversas áreas ou volumes discretos. (FRISWELL; MOTTERSHEAD, 2010)

Essa discretização da geometria da estrutura em diversos elementos origina a malha de elementos finitos.

Os limites dos elementos são definidos pelos nós, os quais estão conectados por uma função de interpolação. Dessa forma, os deslocamentos, esforços, tensões e deformações internos do elemento podem ser calculados. Ainda, como a maioria dos nós é compartilhada por elementos vizinhos, os campos requeridos se tornam contínuos ao longo dos elementos.

Um elemento pode ser representado como um sólido 3D (três dimensões), um elemento bidimensional (chapas, placas e cascas) e um elemento uniaxial (treliça, viga etc). As funções interpoladoras são comumente polinomiais, podendo ter aproximação linear, quadrática etc.

Em um ponto do espaço, podem ser considerados seis graus de liberdade: as translações e as rotações nas três dimensões. Na modelagem, o número de nós da malha, tipos de elementos, condição de contorno e a consideração dos graus de liberdade a serem utilizados definem o número de graus de liberdade da análise.

A viga bi-apoiada utilizada como exemplo para aplicação do método dos elementos finitos é apresentada na Figura 5.

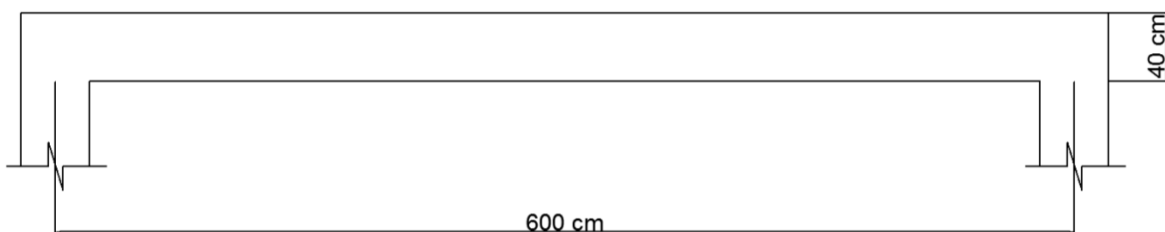


Figura 5 – Viga bi-apoiada

A viga tem um vão de 6 m e seção transversal retangular de dimensões 20 x 40 cm ($A = 0,08 \text{ m}^2$). O elemento finito escolhido é o de viga, o qual permite a flexão no plano e a discretização foi efetuada em seis elementos, resultando em sete nós no sistema global e comprimento de 1 m para cada elemento ($L = 1 \text{ m}$), conforme ilustrado na Figura 6.

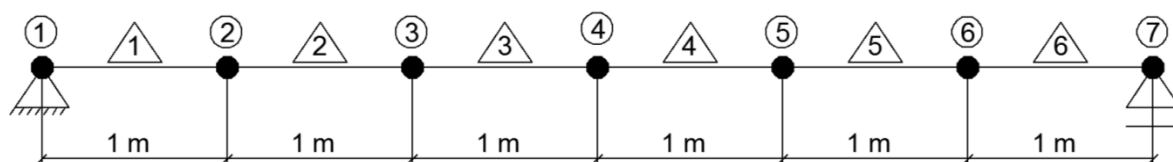


Figura 6 – Viga bi-apoiada discretizada

O material é o concreto armado com as seguintes propriedades:

- Módulo de elasticidade – $E = 20 \text{ GPa}$;
- Massa específica – $\rho = 2.500 \text{ kg/m}^3$.

Como o objetivo é a obtenção das frequências naturais e modos de vibração (análise modal), o módulo de elasticidade e massa específica já são suficientes como propriedades dos materiais necessárias. A inércia é calculada pelas propriedades geométricas da viga:

$$I = \frac{20 \times 20^3}{12} = 1,0667 \times 10^{-3} \text{ m}^4 \quad (43)$$

A formulação e dedução do método dos elementos finitos não é objetivo desse trabalho. Por isso, as matrizes de rigidezes e massas de cada elemento já serão apresentadas diretamente. Recomendam-se os livros de Paultre (2010), Bathe (2006) e Craig Jr. e Kurdila (2006) para o estudo do desenvolvimento de tal método.

A Figura 7 mostra os graus de liberdade locais considerados dos elementos finitos para esse exemplo.

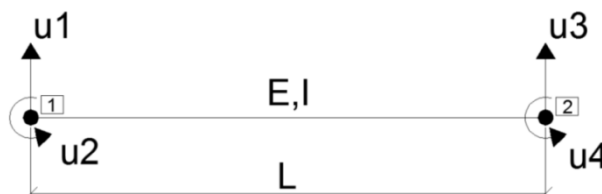


Figura 7 – Graus de liberdade adotados para cada elemento finito

O único grau de liberdade de translação considerado é o vertical, adotados como u_1 e u_3 , para os nós locais 1 e 2, respectivamente. Já na rotação, há apenas o giro em torno do eixo perpendicular ao plano, adotados como u_2 e u_4 , para os nós locais 1 e 2, respectivamente.

A restrição ocorre apenas nos nós globais 1 e 7 na direção vertical, nos graus de liberdade u_1 e u_3 dos elementos 1 e 6, respectivamente. Obviamente, não existem carregamentos aplicados nessa simulação.

Paultre (2010) apresenta a matriz de rigidez de um elemento de viga para os quatro graus de liberdade apresentados na Figura 7:

$$[k]^e = \frac{EI}{L^3} \begin{bmatrix} 12 & 6L & -12 & 6L \\ 6L & 4L^2 & -6L & 2L^2 \\ -12 & -6L & 12 & -6L \\ 6L & 2L^2 & -6L & 4L^2 \end{bmatrix} \quad (44)$$

onde e é o número do elemento.

Portanto, com os dados fornecidos, a matriz de rigidez de cada elemento é:

$$[k]^e = \begin{bmatrix} 2,56 & 1,28 & -2,56 & 1,28 \\ 1,28 & 0,85 & -1,28 & 0,43 \\ -2,56 & -1,28 & 2,56 & -1,28 \\ 1,28 & 0,43 & -1,28 & 0,85 \end{bmatrix} 10^8 \text{ N/m} \quad (45)$$

A matriz de rigidez deduzida para esse elemento leva em conta a teoria de viga Bernoulli-Euler, onde a seção transversal continua perpendicular ao eixo horizontal após sua flexão. A rigidez ao cisalhamento foi desprezada nessa formulação.

Da mesma forma, Paultre (2010) apresenta a matriz de massa consistente:

$$[m]^e = \frac{\rho AL}{420} \begin{bmatrix} 156 & 22L & 54 & -13L \\ 22L & 4L^2 & 13L & -3L^2 \\ 54 & 13L & 156 & -22L \\ -13L & -3L^2 & -22L & 4L^2 \end{bmatrix} \quad (46)$$

Todavia, a matriz de massa pode ser representada de outra forma, a qual desconsidera os momentos de inércia de massa produzidos nos graus de liberdade rotacionais. Com isso, são geradas massas concentradas nos dois nós (desacopladas do elemento), com metade do valor total da massa para cada um, no caso de elementos com dois nós. Além disso, a massa é considerada igual para todos os graus de liberdade de translação de um nó. (CSI, 2005)

Assim, adaptando-se de Paultre (2010) a matriz de massa concentrada (*lumped mass matrix*) de um elemento de viga, onde cada elemento da diagonal principal corresponde a um grau de liberdade, tem-se:

$$[m]^e = \frac{\rho AL}{24} \begin{bmatrix} 12 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 12 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (47)$$

A matriz de massa concentrada com os momentos de inércia de massa desprezados é largamente utilizada em softwares de elementos finitos e, segundo a CSI (2005), tal aproximação é adequada para a maioria das análises.

$$[m]^e = \begin{bmatrix} 100 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 100 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} kg \quad (48)$$

Com as matrizes de rigidez e massa de cada elemento definidas, é possível determinar tais matrizes no sistema global, onde uma matriz de rigidez e uma matriz de massa são utilizadas para toda a estrutura. Para isso, os graus de liberdade locais de cada elemento devem estar relacionados com os graus de liberdade globais da estrutura. A Figura 8 ilustra essa correspondência:

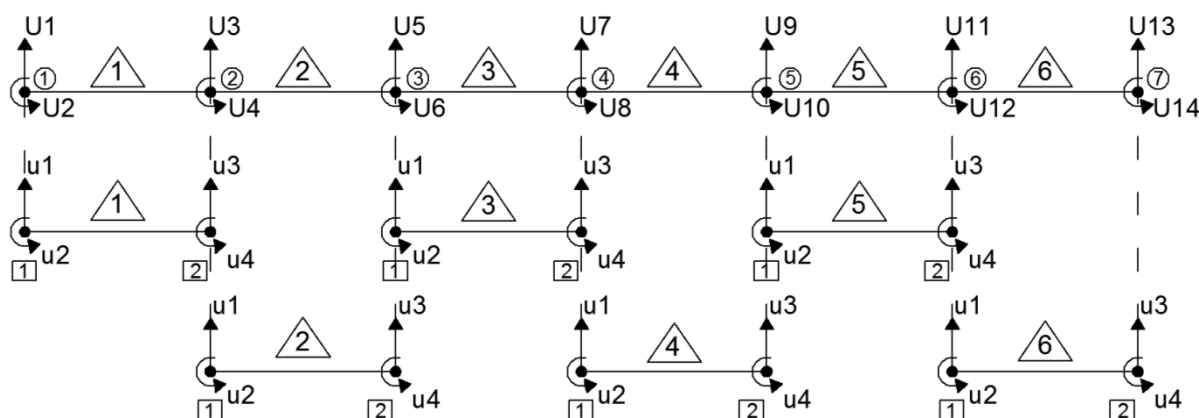


Figura 8 – Correspondência entre os graus de liberdade globais com os locais

Como existem 14 graus de liberdade nessa estrutura, as matrizes globais de rigidez e massa terão ordem $N = 14$.

As matrizes de incidência cinemática realizam a relação entre os nós, onde os graus de liberdade locais correspondentes aos globais têm como termo na matriz o valor 1 e o restante dos termos é preenchido com 0.

Para esse exemplo, as matrizes de incidência cinemática de cada elemento têm ordem 4×14 e são dadas por:

$$[\beta_1] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (49)$$

$$[\beta_2] = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (50)$$

$$[\beta_3] = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (51)$$

$$[\beta_4] = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (52)$$

$$[\beta_5] = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (53)$$

$$[\beta_6] = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (54)$$

Com a relação entre os graus de liberdade estabelecida, cada elemento tem sua contribuição na matriz global de rigidez da estrutura pela seguinte expressão:

$$[K]^e = [\beta_e]^T [k]^e [\beta_e] \quad (55)$$

Dessa forma, cada elemento tem sua matriz de rigidez de ordem $N \times N$, onde os termos de rigidez são preenchidos nas posições estabelecidas pela matriz de incidência cinemática. O restante é preenchido com 0.

Ao efetuar a soma das contribuições de cada elemento ($[K] = [K]^1 + [K]^2 + [K]^3 + [K]^4 + [K]^5 + [K]^6$), a matriz global de rigidez da estrutura é obtida. Como os graus de liberdade de translação na direção vertical dos nós globais 1 e 7 estão restringidos, excluem-se as linhas e colunas de número 1 e 13 da matriz global.

Assim, a matriz global de rigidez da estrutura de ordem 12×12 é:

$$[K] = \begin{bmatrix} 0,85 & -1,28 & 0,43 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -1,28 & 5,12 & 0 & -2,56 & 1,28 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0,43 & 0 & 1,71 & -1,28 & 0,43 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -2,56 & -1,28 & 5,12 & 0 & -2,56 & 1,28 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1,28 & 0,43 & 0 & 1,71 & -1,28 & 0,43 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -2,56 & -1,28 & 5,12 & 0 & -2,56 & 1,28 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1,28 & 0,43 & 0 & 1,71 & -1,28 & 0,43 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -2,56 & -1,28 & 5,12 & 0 & -2,56 & 1,28 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1,28 & 0,43 & 0 & 1,71 & -1,28 & 0,43 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -2,56 & -1,28 & 5,12 & 0 & 1,28 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1,28 & 0,43 & 0 & 1,71 & 0,43 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1,28 & 0,43 & 0,85 \end{bmatrix} 10^8 N/m \quad (56)$$

Analogamente à matriz de rigidez, a contribuição de cada elemento na matriz global de massa concentrada é dada por:

$$[M]^e = [\beta_e]^T [m]^e [\beta_e] \quad (57)$$

Ao efetuar a soma das matrizes de massa de todos os elementos ($[M] = [m]^1 + [m]^2 + [m]^3 + [m]^4 + [m]^5 + [m]^6$) e excluir as linhas e colunas dos graus de liberdade restringidos, a matriz global de massa será:

$$[M] = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 200 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 200 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 200 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 200 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 200 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \text{ kg} \quad (58)$$

Após a determinação das matrizes globais de rigidez e massa, utilizou-se o pacote computacional matemático Scilab, desenvolvido pela Scilab Enterprises, para o cálculo dos autovalores e autovetores pela função *spec*.

Apesar de ser um sistema com 12 graus de liberdade ativos, existem 5 modos de vibração com suas respectivas frequências naturais nesse exemplo. Isso acontece porque os momentos de inércia de massa foram desprezados, o que acarretou valores nulos nos graus de liberdade de rotação na matriz de massa dos elementos.

Com a extração das raízes quadradas dos autovalores, as frequências naturais circulares (ω) são calculadas. Conseqüentemente, a frequência natural circular (f) é obtida pela equação (24).

A Tabela 1 apresenta tais resultados:

Tabela 1 – Resultados dos autovalores, ω e f

Autovalores	Freq. naturais circulares (ω) [rad/s]	Freq. naturais cíclicas (f) [Hz]
8.016,32	89,53	14,25
128.000	357,77	56,94
640.000	800	127,32
1.920.000	1.385,64	220,53
3.930.445,20	1.982,54	315,53

A matriz dos modos de vibração é apresentada a seguir.

$$\Phi = \begin{bmatrix} 0,500 & 0,867 & 1,000 & 0,867 & 0,500 \\ 0,867 & 0,867 & 0,000 & -0,867 & -0,867 \\ 1,000 & 0,000 & -1,000 & 0,000 & 1,000 \\ 0,867 & -0,867 & 0,000 & 0,867 & -0,867 \\ 0,500 & -0,867 & 1,000 & -0,867 & 0,500 \end{bmatrix} \quad (59)$$

As coordenadas dos autovetores obtidos foram coincidentes com a solução matemática para vigas biapoias representada por de Silva (2005).

$$\sin\left(n \cdot \frac{\Pi}{L} \cdot x\right) = 0 \quad (60)$$

onde:

- n – modo 1 a 5;
- L – vão da viga;
- x – posição do nó na viga.

As figuras a seguir representam os modos de vibração calculados pela equação (60).

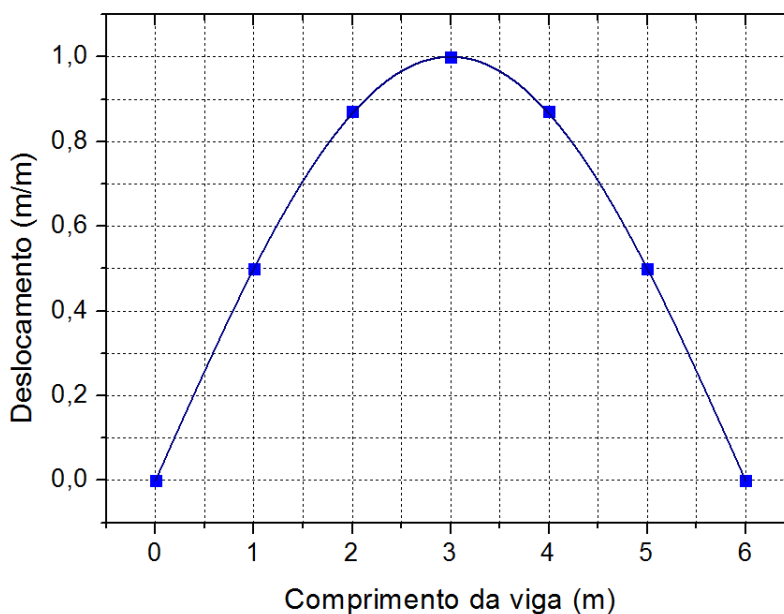


Figura 9 – Modo de vibração 1 da viga ($f = 14,25$ Hz)

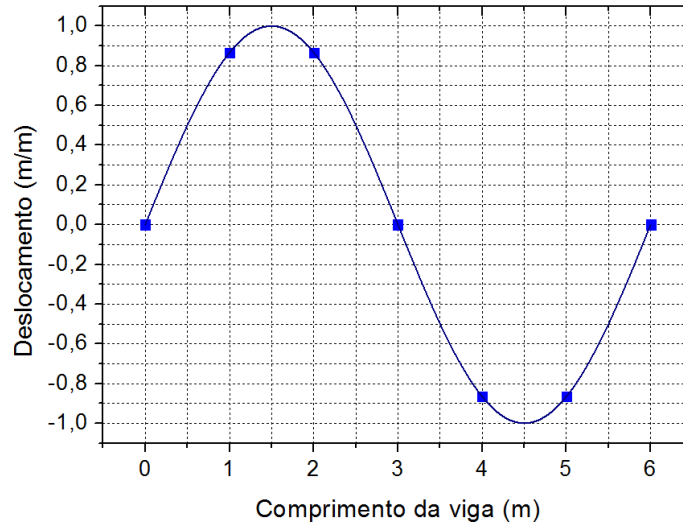


Figura 10 – Modo de vibração 2 da viga ($f = 56,94$ Hz)

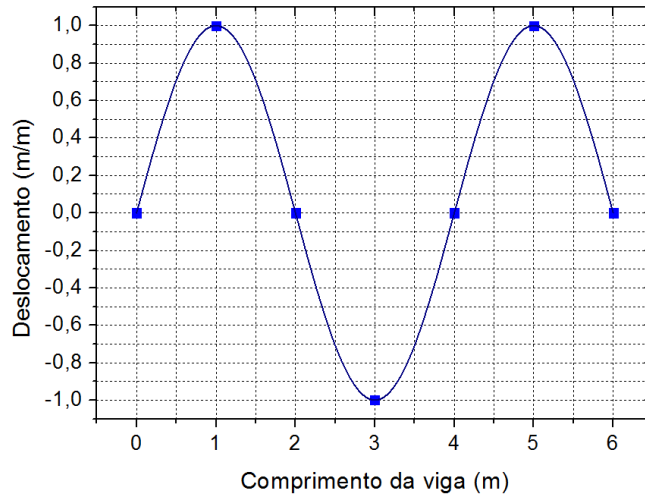


Figura 11 – Modo de vibração 3 da viga ($f = 127,32$ Hz)

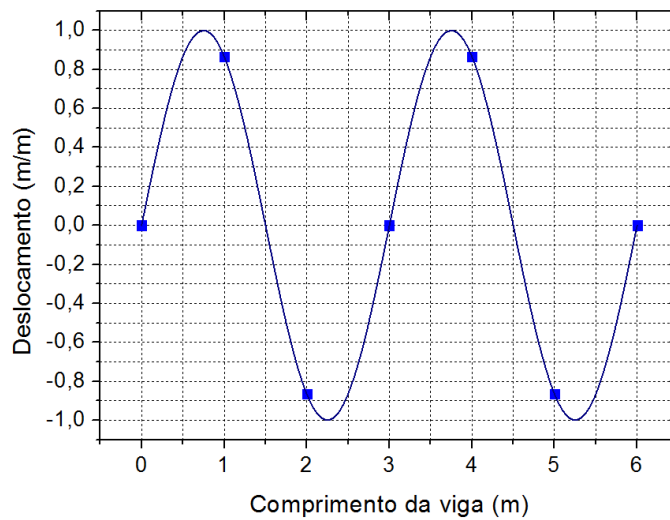


Figura 12 – Modo de vibração 4 da viga ($f = 220,53$ Hz)

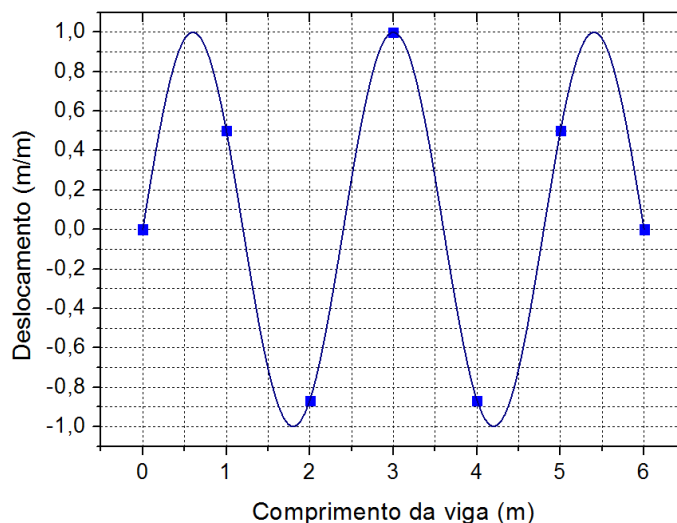


Figura 13 – Modo de vibração 5 da viga ($f = 315,53$ Hz)

Assim, foi possível caracterizar a estrutura quanto às suas frequências naturais e modos de vibração de forma relativamente simples, apresentando-se as matrizes globais de rigidez e massa. Porém, para uma análise de estruturas maiores, a discretização é feita em milhares de elementos, gerando uma quantidade de nós e graus de liberdade muito grande.

Para isso, os pacotes computacionais de elementos finitos são ferramentas muito úteis, executando internamente as rotinas matemáticas que agilizam a obtenção dos resultados requeridos e apresentam-nos graficamente.

3 ANÁLISE DINÂMICA EXPERIMENTAL

Além da determinação teórica das frequências naturais e modos de vibração, a caracterização experimental da estrutura por monitorações de vibrações e outros ensaios é de grande importância para avaliar sua real condição estrutural. Assim, serão discutidos os equipamentos necessários, procedimentos de monitoração e a identificação modal estocástica.

A identificação modal estocástica possibilita análises oriundas dos resultados de monitorações de vibração e é baseada no princípio de que a força aplicada não é conhecida e nem controlada. Em uma ponte já em operação, o tráfego de veículos é a ação ambiental que excita a estrutura e sua forma de aplicação é aleatória. Mesmo assim, é possível caracterizar a estrutura quanto às suas frequências naturais e modos de vibração.

Para a identificação e localização de danos, as quatro técnicas empregadas nesse trabalho são abordadas, as quais são: coeficientes: MAC (modal assurance criterion) e COMAC (coordinate modal assurance criterion), Diferença de Curvatura Modal (DCM) e Índice de Dano (ID).

A análise experimental é uma maneira de se conhecer o comportamento real de uma estrutura e é por ela que informações que não podem ser obtidas por modelos numéricos são descobertas. Ao mesmo tempo, a análise teórica não deve ser ignorada, pois tem um papel fundamental no estudo em questão, explicando fenômenos e resultados e extrapolando-os para uma previsão de comportamento da estrutura para depois de alguns anos em serviço.

Além disso, sem um entendimento teórico da estrutura, não é possível realizar um ensaio ou monitoração em campo da forma mais precisa possível. As informações a serem adquiridas, os equipamentos a serem utilizados, posicionamento de sensores e procedimentos de ensaio são fatores que advêm de um estudo teórico preliminar.

Portanto, serão apresentados os equipamentos necessários, procedimentos de monitoração de uma estrutura, análise de sinais e análise dos resultados, tudo no campo da análise dinâmica experimental.

3.1 EQUIPAMENTOS

Usualmente, a informação a ser obtida de uma estrutura em uma análise dinâmica experimental é a aceleração, a velocidade ou o deslocamento, pois tais grandezas físicas conseguem representar seu movimento ao longo do tempo.

Na análise experimental de estruturas, existem alguns equipamentos que servem para medir grandezas de acordo com a finalidade requerida. Por exemplo, os extensômetros são utilizados para medir deformações, enquanto os transdutores podem medir deslocamentos, velocidades e acelerações. Ainda, há outros equipamentos, como os relógios comparadores e os clinômetros, os quais medem deslocamentos e deslocamentos angulares, respectivamente.

Um transdutor (ou sensor) é um dispositivo que converte uma energia em uma forma para outra. No contexto da engenharia, isso muitas vezes significa a leitura de um fenômeno físico sendo medido em um sinal elétrico proporcional (BENDAT; PIERSOL, 2010).

O transdutor capaz de captar uma aceleração é o acelerômetro, onde o sinal de saída é proporcional à aceleração de entrada (CHU, 2010).

Em um ensaio ou monitoração, o primeiro elemento é o transdutor que fará a leitura do parâmetro requerido, geralmente representado por um sinal em Volts (V). A transmissão desses dados a um condicionador de sinais pode ser por cabos ou até mesmo sem cabos – telemetria de rádio frequência (BENDAT; PIERSOL, 2010).

Após o devido tratamento desse sinal no condicionador de sinais, o sistema de aquisição de dados faz a leitura e gravação dos resultados da monitoração ou ensaio.

Cada uma dessas etapas descritas será abordada com maior profundidade a seguir.

Os dois tipos de acelerômetro mais comuns em monitorações e ensaios de estruturas civis são o piezoresistivo e piezoelétrico.

3.1.1 Acelerômetros Piezoelétricos

O acelerômetro piezoelétrico é constituído por uma massa sísmica apoiada sobre um material piezoelétrico flexível. Quando uma aceleração é aplicada em sua base, ocorre um deslocamento relativo da massa, o que, por sua vez, acarreta uma deformação no material piezoelétrico.

Com a deformação do material piezoelétrico, este gera uma carga elétrica que é proporcional à sua deformação. Finalmente, a transformação da carga elétrica para um sinal em voltagem é efetuada por um amplificador de carga. Na maioria dos acelerômetros, tal amplificador já é incorporado à sua estrutura (BENDAT; PIERSOL, 2010).

A Figura 14(a) ilustra um esquema do acelerômetro piezoelétrico, enquanto que a Figura 14(b) apresenta uma idealização do transdutor. O amortecimento viscoso entre a massa e a base é representado por um amortecedor c . Na Figura 14(c), uma aceleração causa um deslocamento v na base, o que produz uma movimentação x da massa e uma compressão do material piezoelétrico representado pela mola k (CHU, 2010).

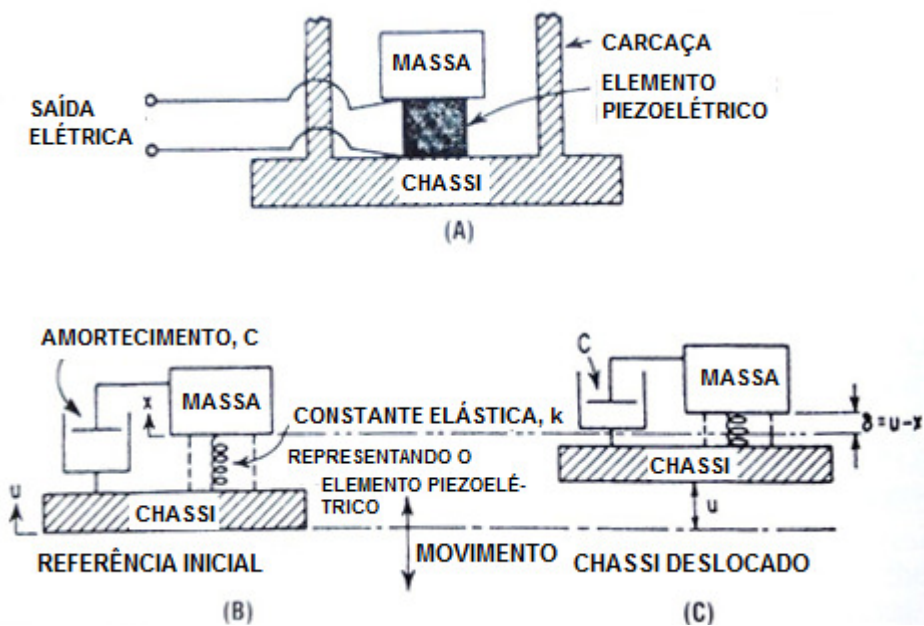


Figura 14 – Acelerômetro piezoelétrico (CHU, 2010)

Os materiais piezoelétricos mais utilizados para esse fim são o quartzo, algumas cerâmicas polarizadas e o fluoreto de polivinilideno. Todos eles têm alta sensibilidade, propriedades estáveis com o tempo e temperatura e uma faixa operacional de temperatura que possibilite seu uso em diversas situações em campo, sendo aproximadamente entre -200°C e 760°C (CHU, 2010).

Ainda, esses acelerômetros podem ser classificados em dois modos de operação: compressão e cisalhamento. O que os diferencia é a montagem de toda a estrutura do transdutor, o que causa no primeiro uma compressão no elemento piezoelétrico e uma força de cisalhamento no cristal no segundo. Chu (2010) apresenta mais detalhes sobre esse assunto.

Uma importante propriedade do acelerômetro piezoelétrico é sua massa, a qual varia entre 0,14 a 120 g. Geralmente, quanto maior sua massa, maior é a sensibilidade e menor sua frequência natural. Portanto, quanto maior a frequência natural do acelerômetro, menor sua sensibilidade (CHU, 2010).

3.1.2 Acelerômetros Piezoresistivos

O acelerômetro piezoresistivo é constituído por uma massa fixada a uma viga em balanço, que sofre flexão resultante de uma aceleração. Nessa viga, geralmente existem quatro elementos piezoresistivos: dois na parte superior e dois na parte inferior. Ainda, esse tipo de acelerômetro tem que ser eletricamente alimentado, diferentemente dos acelerômetros piezoelétricos.

Um material piezoresistivo tem como propriedade a alteração de sua resistência elétrica quando deformado ou tensionado. Tal efeito pode ser quantificado pelo *gage factor*, que é a taxa entre a mudança de resistência elétrica pela deformação do material. Quanto maior o *gage factor*, maior a sensibilidade do material (CHU, 2010).

O material mais utilizado em acelerômetros piezoresistivos é a sílica. Segundo Chu (2010), o *gage factor* da sílica é aproximadamente 100, enquanto que extensômetros típicos é 2,5.

A Figura 15 ilustra um esquema de um acelerômetro piezoresistivo.

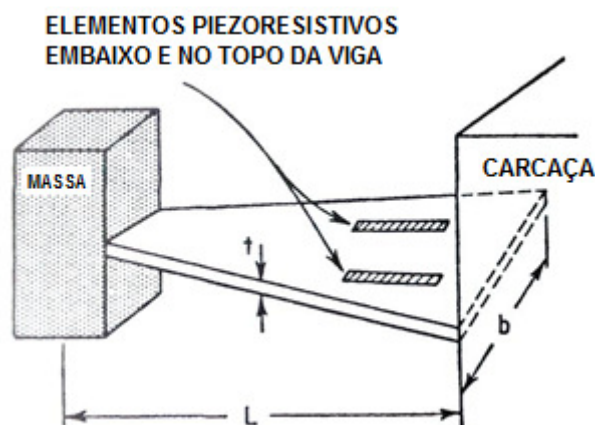


Figura 15 – Acelerômetro piezoresistivo (CHU, 2010)

Os quatro elementos piezoresistivos estão ligados eletricamente por uma ponte de Wheatstone. Quando apenas dois desses elementos estão ativos, configura-se a meia ponte de Wheatstone, e não mais uma ponte completa. Porém, a ponte completa é mais apropriada no caso dos acelerômetros pelo aumento da sensibilidade. A Figura 16 apresenta um esquema da ponte de Wheatstone.

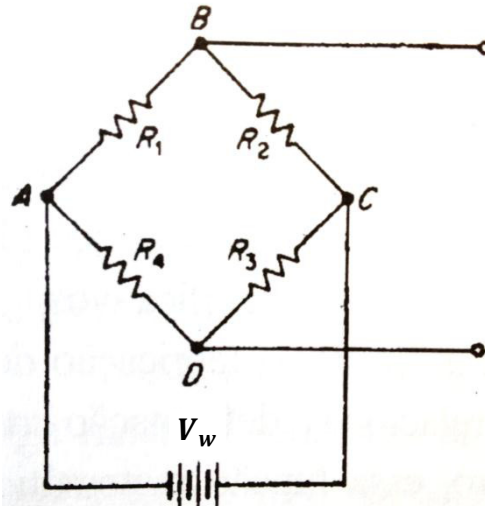


Figura 16 – Ponte de Wheatstone (TAKEYA, 2010)

Conforme a Figura 16 ilustra, uma tensão elétrica é aplicada entre os pontos A e C da ponte de Wheatstone – entre 2 e 10 V. Os quatro elementos piezoresistivos têm resistências R_1 , R_2 , R_3 e R_4 e a variação de tensão elétrica é a saída entre os pontos B e D.

A variação da resistência elétrica (ΔR) é dada por:

$$\frac{\Delta R}{R} = k_{gf} \times \varepsilon \quad (61)$$

onde:

- k_{gf} : gage factor,
- ε : deformação do material piezoresistivo.

A variação da tensão elétrica na ponte de Wheatstone segue a expressão:

$$\Delta E = \frac{V_w}{4} \times \left(\frac{\Delta R_1}{R_1} + \frac{\Delta R_3}{R_3} - \frac{\Delta R_2}{R_2} - \frac{\Delta R_4}{R_4} \right) \quad (62)$$

Quando o produto $R_1 \times R_2 = R_3 \times R_4$, diz-se que a ponte está zerada. Logicamente, para isso ocorrer, as resistências R_1 e R_2 têm de ser iguais, assim como R_3 e R_4 . Nesse caso, os quatro resistores são iguais.

No acelerômetro piezoresistivo, a ponte de Wheatstone configurada em seu interior está teoricamente zerada. Porém, por causa das tolerâncias na fabricação desses transdutores, que causam diferenças entre as resistências, existe um

pequeno afastamento do valor $\Delta E = 0$. Isso é corrigido pelo condicionador de sinais que está ligado ao sistema de aquisição de dados.

Substituindo-se a equação (61) na (62), resulta:

$$\Delta E = \frac{V_w \times k_{gf}}{4} \times (\varepsilon_1 - \varepsilon_2 + \varepsilon_3 - \varepsilon_4) \quad (63)$$

Assim, quando ocorre uma deformação na viga do interior do instrumento, a ponte é desequilibrada, resultando em uma saída de tensão elétrica proporcional à aceleração transmitida para o condicionador de sinais.

A distribuição dos quatro elementos piezoresistivos na viga em balanço levam em conta os sinais negativos e positivos da equação (63). Para somar o efeito de compressão, o par que é fixado na parte superior é conectado em braços opostos na ponte (ε_2 e ε_4 , por exemplo), assim como o par que fica na parte inferior para somar o efeito de tração (ε_1 e ε_3). Por esse motivo, a configuração em ponte completa aumenta a sensibilidade do transdutor.

Ao fazer a comparação entres os acelerômetros piezoelétricos e piezoresistivos, observa-se que os primeiros têm uma sensibilidade maior. No entanto, os segundos conseguem responder à frequências de vibrações desde 0 Hz.

Os principais parâmetros a se conhecer em acelerômetros serão discutidos a seguir.

3.1.3 Parâmetros dos acelerômetros

Como todo transdutor, o acelerômetro deve ter características que possibilitem uma precisa e correta medição de acelerações em um ensaio. Serão discutidas algumas dessas características que são mais comumente apresentadas pelos fabricantes em especificações técnicas.

a) Sensibilidade

Pela definição de Balbinot e Brusamarello (2010), a sensibilidade de um instrumento é a taxa de variação da saída pela variação da entrada, podendo ser constante ou variável segundo uma função.

Para os acelerômetros, a sensibilidade é definida como a relação entre a saída elétrica por unidade de aceleração aplicada. Assim, em especificações técnicas de acelerômetros, a sensibilidade é dada pela voltagem, nas unidades mV/g (mili Volts por g), ou pela carga elétrica, em pC/g (pico Coulomb por g), onde g é a aceleração da gravidade. A sensibilidade em carga elétrica é fornecida comumente em acelerômetros do tipo piezoelétrico que não possuem amplificadores internos (CHU, 2010).

É importante ressaltar que a sensibilidade varia de acordo com o parâmetro fornecido. Para uma vibração de forma senoidal, tal parâmetro pode ser o valor médio, o valor RMS, pico, ou pico a pico, em uma dada frequência de referência (CHU, 2010).

b) Resolução

Outra importante especificação de um acelerômetro é a resolução, a qual pode ser definida como a menor variação na entrada que acarreta uma variação perceptível na saída do sinal e tem como unidade mV/V (mili Volts por Volts). A resolução é dependente de todo o sistema utilizado para o ensaio, isto é, o sistema de aquisição tem influência na menor medida possível de aceleração (CHU, 2010).

c) Sensibilidade transversal

O acelerômetro uniaxial tem sensibilidade máxima (e_{max}) ao longo de uma direção, chamada de eixo sensível. Sendo assim, uma vibração atuando em tal direção causa a máxima amplitude em voltagem de saída. Conforme esse eixo é inclinado a um ângulo θ , surge uma sensibilidade e_{θ} ao longo do eixo X, expressa por $e_{\theta} = e_{max} \times \cos \theta$. A Figura 17 apresenta um esquema dos eixos de sensibilidade (CHU, 2010).

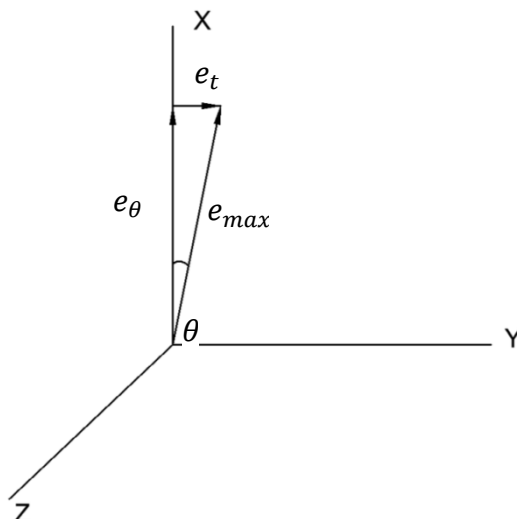


Figura 17 – Sensibilidade transversal do acelerômetro (CHU, 2010)

Analogamente, a sensibilidade ao longo do eixo Y é dada por $e_t = e_{max} \times \sin \theta$. Assim, a relação entre e_t e e_θ resulta em (CHU, 2010):

$$\frac{e_t}{e_\theta} = \tan \theta \quad (64)$$

Teoricamente, o eixo sensível de um transdutor poderia ser o eixo X, com o ângulo θ sendo nulo. Porém, na prática isso não acontece devido a variações imprevisíveis nas características do elemento transdutor ou pelas tolerâncias na fabricação do sensor (CHU, 2010).

Em muitas especificações é comum ver um acelerômetro com sensibilidade transversal com valores entre 1% e 5% (CHU, 2010).

Como um exemplo, quando um acelerômetro é posicionado para captar uma aceleração na direção vertical, 5% da vibração na direção horizontal é detectada pelo sensor. Como a amplitude na direção horizontal acaba sendo muito pequena, esta interferência na resposta da leitura para as vibrações na direção vertical é desprezada em muitos casos.

d) Zero-offset

A aceleração de referência de um acelerômetro varia de acordo com a sua tipologia. Para os do tipo piezoelétrico, os quais não detectam acelerações estáticas, a saída elétrica indicará como referência 0 mV (CHU, 2010).

Porém, nos acelerômetros do tipo piezoresistivo, os quais têm acoplamento DC e são capazes de responder à aceleração estática (gravidade), existe um deslocamento do valor de saída elétrica. Isso ocorre devido à tolerância dos componentes na fabricação, onde a ponte de Wheatstone não fica propriamente zerada (CHU, 2010).

Segundo Chu (2010), nas especificações técnicas de acelerômetros encontra-se uma faixa de valores de ± 50 mV.

Esse deslocamento do valor da saída elétrica é corrigido pelo condicionador de sinais, zerando-se a ponte antes de efetuar a monitoração ou ensaio.

e) Limites da faixa linear da resposta

A linearidade da resposta de um acelerômetro é a taxa constante entre a saída elétrica e a aceleração de entrada, sendo dependente de sua sensibilidade (CHU, 2010).

Tal linearidade é limitada pelos valores da amplitude de entrada, onde o menor limite é determinado pelo ruído elétrico do sistema de medição, o qual já produz pequenas amplitudes (CHU, 2010).

Já o maior limite pode ser devido às características elétricas dos componentes e pelo tamanho ou fragilidade do sensor. Geralmente, quanto maior a sensibilidade do instrumento, maior será sua não linearidade. Da mesma forma, uma aceleração muito grande pode causar forças no interior do acelerômetro que ultrapassam as resistências ao escoamento de alguma parte do transdutor, causando um comportamento não linear ou sua falha total (CHU, 2010).

Chu (2010) apresenta um gráfico típico da sensibilidade pela amplitude de entrada, onde a faixa linear é estabelecida pelo encontro entre a curva da sensibilidade e os limites especificados.

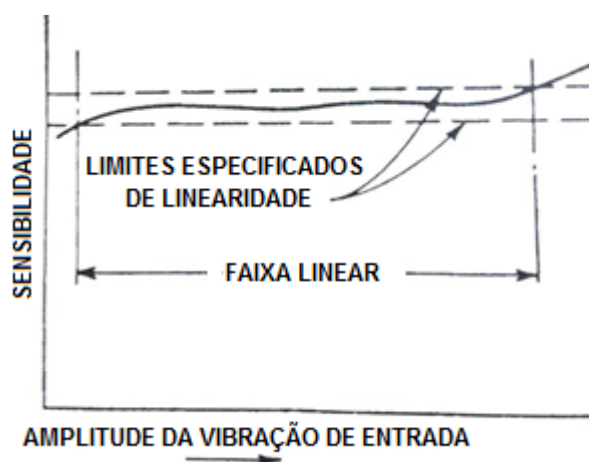


Figura 18 – Limites da faixa linear da resposta (CHU, 2010)

f) Faixa de frequência

O menor limite para uma faixa de frequência operacional em um acelerômetro depende do seu tipo.

Conforme explanado no item d, os tipos piezoelétricos não respondem a uma aceleração estática. Nos acelerômetros piezoelétricos mais atuais, é possível detectar vibrações com frequências já bem abaixo de 1 Hz. Essas baixas frequências são muito encontradas em algumas estruturas civis, como em pontes estaiadas.

Já nos piezoresistivos, não existe um limite para baixas frequências, sendo chamados de acelerômetros DC, pois são capazes de captar a aceleração estática. Assim, eles conseguem detectar vibrações desde 0 Hz, conforme explanado anteriormente (CHU, 2010).

O maior limite para uma faixa de frequência operacional de um acelerômetro é dependente de sua frequência natural. Bendat e Piersol (2010) apresentam uma curva relacionando a taxa de frequência (razão entre a frequência de uma aceleração de entrada e a frequência natural não amortecida de um acelerômetro) com o fator de ganho.

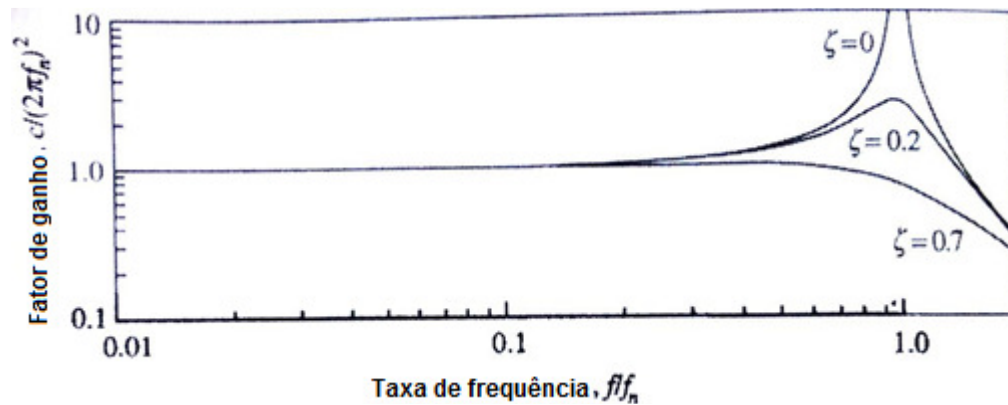


Figura 19 – Relação taxa de frequência pelo fator de ganho (BENDAT; PIERSOL, 2010)

Pela Figura 19 é possível perceber que quando se alcança a frequência natural do transdutor, o fator de ganho tende a aumentar a amplitude de vibração medida.

Ainda, com uma taxa de amortecimento de $\xi = 0,7$, tem-se uma maior faixa de frequência próxima a um comportamento uniforme, ou seja, é a maior faixa onde o fator de ganho é próximo de 1 (BENDAT; PIERSOL, 2010).

Vale ressaltar que um acelerômetro de qualquer tipo válido para monitorações e ensaios de estruturas civis tem como frequência natural valores acima de 1 kHz, muito acima daqueles de interesse ao efetuar um estudo dinâmico estrutural.

Ainda assim, pela Figura 19, independentemente da taxa de amortecimento, o fator de ganho é mais uniforme para frequências até 20% da primeira frequência natural do acelerômetro, valor esse recomendado por todos os fabricantes (BENDAT; PIERSOL, 2010).

Todavia, o amortecimento tem importante influência quando relacionado ao fator de fase, que é o tempo de atraso entre resposta elétrica e a aceleração de entrada (CHU, 2010).

Bendat e Piersol (2010) apresentam outro diagrama relacionando a taxa de frequência com o fator de fase.

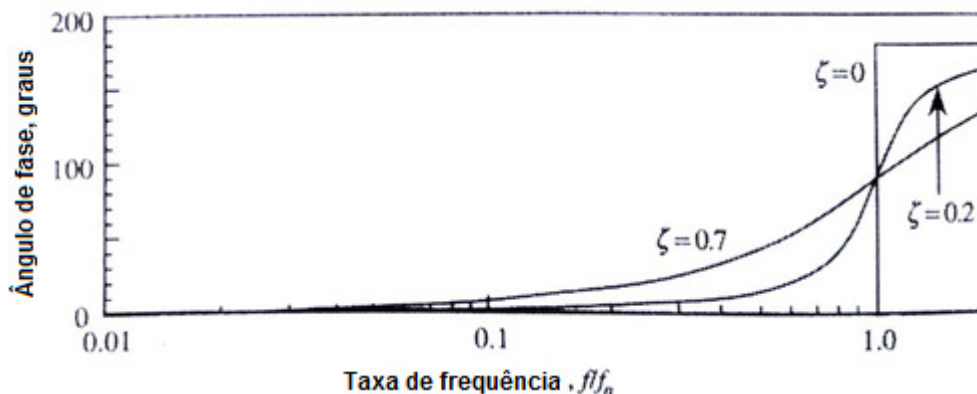


Figura 20 – Relação taxa de frequência pelo fator de fase (BENDAT; PIERSOL, 2010)

Pela Figura 20, observa-se que a taxa de amortecimento de $\xi = 0,7$ é próxima a uma função linear, quando visto em uma escala de frequência linear, na mesma faixa de frequência em que o fator de ganho é próximo de uma uniformidade (BENDAT; PIERSOL, 2010).

Isso quer dizer que, dentro dessa faixa, não existe uma distorção significativa no histórico do tempo da aceleração medida (BENDAT; PIERSOL, 2010).

Porém, Bendat e Piersol (2010) alertam que acima da taxa de amortecimento de $\xi = 0,7$, a aceleração medida vai ter uma distorção na fase, ou seja, vai haver um atraso significativo na resposta. Por outro lado, se o sensor tiver uma baixa taxa de amortecimento com uma alta frequência natural e a aceleração medida não ultrapassar 20% da primeira frequência natural do acelerômetro, o fator de fase é praticamente zero.

g) Efeitos ambientais

Nas especificações de acelerômetros, é comum ver alguns parâmetros ambientais que afetam o funcionamento do sensor, tais como temperatura, umidade, ruído sonoro, campo magnético, deformação de sua base e máxima aceleração estática (para acelerômetros piezoresistivos), de impacto e senoidal.

A temperatura pode afetar a sensibilidade, frequência natural e amortecimento do transdutor. Os acelerômetros mais recentes têm incorporados sensores de temperatura e circuitos de microprocessadores integrados que ativam a compensação de temperatura (CHU, 2010).

Geralmente, a faixa operacional de temperatura em um acelerômetro é de -50°C a 100°C , com uma pequena variação nesses valores dependendo de seu tipo.

Contra a umidade, os acelerômetros devem ser hermeticamente selados, impedindo a entrada do ar e da água em seu interior.

Em relação ao campo magnético e ruído sonoro, os acelerômetros devem ter baixa sensibilidade a esses parâmetros para não causar erros de sinal na leitura. No ruído sonoro, o que pode acarretar alguma interferência são as vibrações causadas por excitação acústica (CHU, 2010).

Chu (2010) ainda atenta para a saída elétrica distorcida de um acelerômetro causada pela deformação de sua base. Isso pode ocorrer quando a base não está fixada de forma plana na superfície em que se quer medir acelerações ou quando existe uma grande deformação à flexão ocorrendo nessa superfície simultaneamente à monitoração de vibração. Esse parâmetro é especificado pelos fabricantes em $\text{g}/\mu\epsilon$ (gravidade por microstrain) e é determinado para $250\ \mu\epsilon$.

As máximas acelerações também são apresentadas nas especificações de acelerômetros como função de g , limitando-as a valores em que não danifiquem o equipamento. Tais valores devem ser muito acima dos usualmente medidos em estruturas civis.

3.1.4 Cabos

Os cabos que fazem a transmissão dos dados obtidos pelos sensores para o condicionador de sinais devem ter algumas características que possibilitem uma leitura de dados com a menor quantidade de interferências possível.

Cabos blindados são os mais recomendados para esse tipo de aplicação, pois eliminam interferências oriundas de campos elétricos e magnéticos que possam haver em uma monitoração em campo. Com a blindagem, a medição de vibrações tem um ruído de fundo menor, deixando a leitura mais “limpa”.

Cabo coaxial e de fibra ótica são, atualmente, os mais utilizados. Os cabos de fibra ótica têm uma tecnologia mais recente, tendo um grande aumento de seu uso em campo nos últimos anos, devido ao menor ruído de fundo gerado e melhor transmissão dos dados (BENDAT; PIERSOL, 2010).

Deve-se atentar que a quantidade de fios do cabo é relevante para qual tipo de acelerômetro utilizado. Para os piezoelétricos, usualmente, os cabos têm apenas dois fios que ao mesmo tempo fornecem a alimentação elétrica e possibilitam a leitura dos sinais elétricos gerados pela vibração. Já para os piezoresistivos, em muitos casos encontram-se quatro fios para ligação à ponte de Wheatstone: dois para alimentação (positivo e negativo) e dois para a resposta do sinal (positivo e negativo). Ainda, em alguns condicionares de sinais existe a opção de conectar mais dois fios separados na ponte, onde o sinal de resposta é oriundo diretamente dela, forçando sua voltagem a ser a mesma das configurações escolhidas. Conseqüentemente, sinais indesejados são removidos e a compensação da variação de temperatura nos cabos é realizada, além de evitar perdas de sinal causadas pelos cabos, que agem como resistências no sistema. Para isso ser possível, o condicionador de sinais deve ter um dispositivo chamado “remote sense”

3.1.5 Sistema de aquisição de dados - Condicionador de sinais

O sinal proveniente do sensor deve ter um tratamento antes de ser digitalizado no conversor analógico/digital. Tal função é executada pelo condicionador de sinais.

O condicionador de sinais é dividido em canais, onde cada sensor é conectado. Em cada um desses canais, usualmente, são encontrados os seguintes dispositivos:

- fonte de excitação – é a excitação dada aos transdutores, uma vez que em muitos deles, tais como os acelerômetros, necessitam de uma excitação em tensão ou corrente;

- configuração da ponte de Wheatstone – alguns condicionadores de sinais voltados a extensometria têm tal dispositivo. Para aqueles transdutores em que não se utiliza uma ponte completa, o módulo faz o complemento da ponte ativando os resistores em seu interior. Os acelerômetros piezoresistivos fazem uso de condicionadores de sinais desse tipo;
- *offset* – é utilizado para zerar pontes completas de Wheatstone de transdutores, conforme explicado anteriormente;
- auto-zero – remove a parte estática do sinal;
- amplificadores de sinais – responsáveis pela amplificação do sinal oriundo do transdutor, determinando o ganho. Segundo Bishop (2010), isso acarreta em uma maior precisão na digitalização do sinal. Em alguns condicionadores de sinais, dois amplificadores agem em conjunto. O sinal amplificado fica compatível com o fundo de escala do dispositivo;
- filtros – servem para eliminar ou diminuir a presença de sinais indesejados. Um dos principais sinais filtrados provém da energia elétrica fornecida para ligar o sistema de aquisição de dados, geralmente de frequência 60 Hz. Os filtros mais utilizados são: passa-baixa, onde o sinal é filtrado acima de certa frequência, passa-alta, onde o sinal é filtrado abaixo de uma frequência requerida e *band-pass*, que mantém apenas o sinal dentro de uma faixa de frequência estipulada. Com os filtros, a taxa sinal/ruído é aumentada, deixando o sinal com o menor número de interferências possível (BISHOP, 2010);
- linearização – alguns transdutores geram um sinal não-linear em relação à grandeza medida. O condicionador de sinais realiza uma linearização desse sinal (BISHOP, 2010);
- isolamento – isola um sinal elétrico oriundo do transdutor que possa causar algum dano ao computador ou a alguma pessoa, como por exemplo, grandes picos de voltagem;
- remote sense – conforme explicado anteriormente, o sinal de resposta advém diretamente da ponte de Wheatstone, evitando perdas de sinais de interesse, eliminando sinais de interferências externas e

compensando a variação de temperatura do cabo. Tal dispositivo acarreta um menor ruído de fundo e um sinal mais “limpo”;

- acoplamento – alguns condicionadores de sinais fornecem a opção de acoplamento AC ou DC.

Tais dispositivos citados acima são os principais encontrados em condicionadores de sinais. Porém, dependendo do fabricante, modelo e o tipo de transdutor utilizado, a configuração e dispositivos variam, sendo necessário consultar manuais e especificações técnicas.

3.1.6 Sistema de aquisição de dados - Conversor Analógico/Digital (CAD)

Os sinais de todos os canais são transmitidos, alternadamente, ao conversor analógico/digital pelo multiplexador.

Os principais parâmetros de um conversor são a resolução, fundo de escala do dispositivo, fundo de escala do sinal de entrada e taxa de amostragem, esse último também chamado de velocidade de amostragem.

A resolução de um CAD é explicada por Bishop (2010) comparando com o número de divisões em uma régua. Quanto mais divisões, mais precisa fica a leitura em uma régua. Analogamente, quanto maior a resolução de um CAD, maior o número de divisões do seu fundo de escala, acarretando uma maior precisão na digitalização do sinal analógico.

Ainda, Bishop (2010) apresenta um exemplo em que um conversor de 3 bits divide o fundo de escala do sinal em 2^3 (8) divisões, onde cada uma delas é representada por um binário (ou código digital) entre 000 e 111. Assim, cada medida do sinal analógico é convertida para uma das divisões digitais, onde é aproximada para a divisão mais próxima.

Portanto, se a resolução for aumentada para 16 bits, o fundo de escala do sinal analógico será dividido em 2^{16} (65.536) divisões, acarretando uma maior precisão na digitalização do sinal, conforme apresentado na Figura 21.

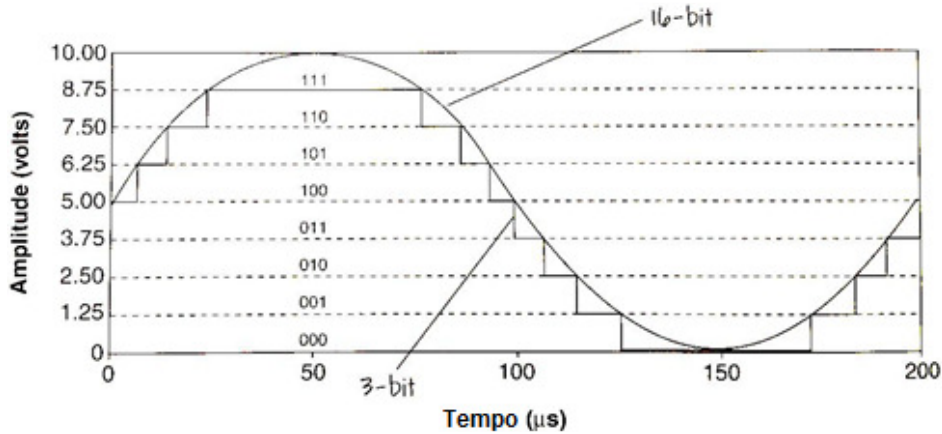
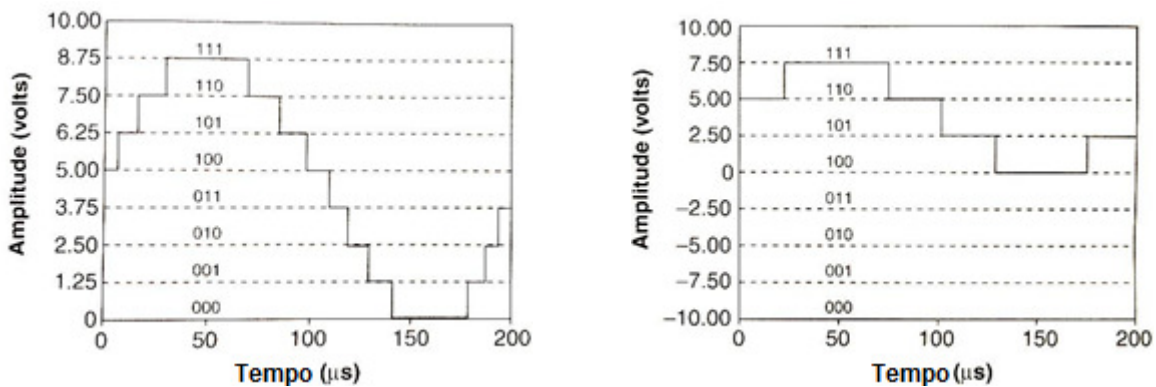


Figura 21 – Digitalização do sinal analógico em 3 e 16 bits (BISHOP, 2010)

Os fundos de escala do dispositivo e do sinal de entrada determinam a menor mudança detectável na voltagem de entrada. Tal mudança é a resolução em tensão do conversor analógico/digital e é calculada pela seguinte expressão:

$$V_{CAD} = \frac{\text{fundo de escala}}{2^{\text{resolução}}} \quad (65)$$

Em relação ao fundo de escala do dispositivo (sistema de aquisição), o conversor analógico/digital (CAD) tem uma faixa de tensão de entrada que pode ser aceita para a alimentação do transdutor a ser utilizado. Como os conversores atuais dão opções de seus fundos de escala, tal escolha pode aumentar a precisão na digitalização do sinal. No exemplo de Bishop (2010), para um conversor de 3 bits e um fundo de escala unipolar de 10 V (0 a 10 V), a menor voltagem detectável do sinal analógico é 1,25 V, onde o CAD vai dividir 10 V em 8 divisões. Se for utilizado um fundo de escala bipolar de, por exemplo, 20 V (-10 a +10 V), a menor voltagem detectável do sinal é 2,50 V, com o mesmo número de divisões. A Figura 22 apresenta dois gráficos referentes ao exemplo citado nesse parágrafo.



a) Fundo de escala unipolar: 0 V a 10 V

b) Fundo de escala bipolar: -10 V a +10 V

Figura 22 – Fundo de escala do dispositivo (BISHOP, 2010)

Outro parâmetro do CAD que pode aumentar a precisão na digitalização dos dados é o fundo de escala do sinal de entrada, o qual se refere ao valor mínimo e máximo do sinal que está se medindo. Quanto mais próximo for o fundo de escala do sinal de entrada dos reais valores mínimo e máximo do sinal medido, mais divisões digitais o CAD irá efetuar. Seguindo outro exemplo de Bishop (2010), utilizando um conversor de 3 bits e um fundo de escala unipolar do dispositivo de 10 V, dois fundos de escala do sinal de entrada são escolhidos: 0 a 5 V e 0 a 10 V. Em um dado sinal de amplitude de 5 V, para o fundo de escala do sinal de 0 a 10 V, o CAD irá utilizar somente quatro das oito divisões na conversão. Já para o fundo de escala do sinal de 0 a 5 V, o CAD irá utilizar todas as oito divisões, aumentando a precisão da representação do sinal analógico. A Figura 23 apresenta os dois gráficos do exemplo dado.

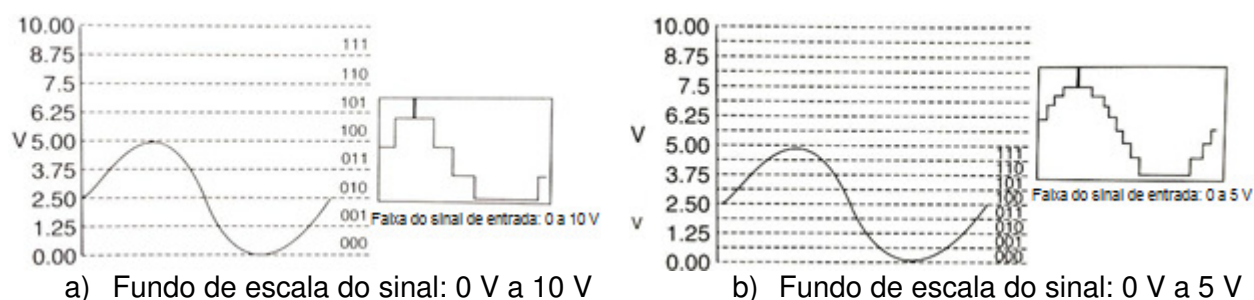


Figura 23 – Fundo de escala do sinal de entrada (BISHOP, 2010)

Para o fundo de escala do sinal de entrada, os sistemas de aquisição de dados também fornecem opções a serem escolhidas, variando de acordo com o fundo de escala do dispositivo escolhido. Como um exemplo, Bishop (2010) apresenta uma tabela com tais opções.

Tabela 2 – Fundos de escala do dispositivo e do sinal de entrada (BISHOP, 2010)

Fundo de escala do dispositivo	Fundo de escala do sinal de entrada
0 a 10 V	0 a 10 V
	0 a 5 V
	0 a 2,5 V
	0 a 1,25 V
	0 a 1 V
	0 a 0,1 V
	0 a 20 mV
-5 a 5 V	-5 a 5 V
	-2,5 a 2,5 V
	-1,25 a 1,25 V
	-0,625 a 0,625 V
	-0,5 a 0,5 V
	-50 a 50 mV
	-10 a 10 mV
-10 a 10 V	-10 a 10 V
	-5 a 5 V
	-2,5 a 2,5 V
	-1,25 a 1,25 V
	-1 a 1 V
	-0,1 a 0,1 V
	-20 a 20 mV

Finalmente, a taxa de amostragem pode ser entendida como uma frequência de aquisição, em que cada amostra gravada tem um intervalo de tempo oriunda dessa frequência. Assim, se a frequência de aquisição for 500 Hz, serão gravados 500 pontos ou amostras por segundo, a um intervalo de 0,002 s.

Em termos de frequência, apenas a taxa de amostragem tem influência na precisão da digitalização do sinal analógico. Como um exemplo, ao se utilizar uma frequência de aquisição de 100 Hz, a máxima frequência obtida em uma FFT é de 50 Hz. Quanto maior a frequência de aquisição, melhor será representação do sinal. Para isso, o teorema de Shannon ou teorema de Nyquist estabelece que a frequência de aquisição deve ser no mínimo o dobro da máxima frequência de interesse no estudo da estrutura em questão, garantindo uma precisão mínima na digitalização do sinal. A equação (66) apresenta tal relação:

$$f_a \geq 2 \times f_{m\acute{a}x} \quad (66)$$

onde $f_{m\acute{a}x}$ é também conhecida como a frequência de Nyquist (f_{nyq}).

Se tal relação não for respeitada, ocorrerá um erro de representação do sinal, conhecido como efeito aliasing, em que a frequência de um sinal analógico superior a f_{nyq} é digitalizado como uma frequência mais baixa. Tal efeito é visto no domínio do tempo, conforme a Figura 24 apresenta.

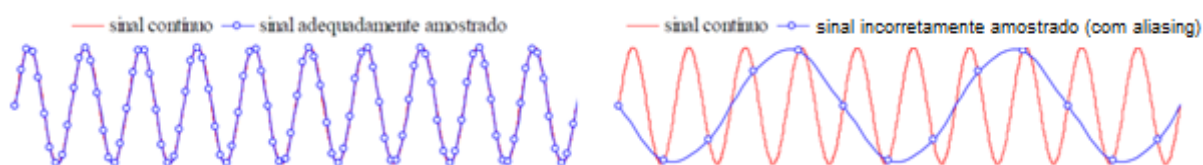


Figura 24 – Efeito aliasing de um sinal analógico (RODRIGUES, 2004)

Outro problema que pode existir é se algum sinal de amplitude importante ocorrer acima da faixa de interesse, o aliasing desse sinal pode interferir nos resultados dentro de tal faixa. Uma forma de se evitar frequências indesejadas, ou seja, aquelas maiores que f_{nyq} , é lançar mão de filtros analógicos passa-baixa, configurados no condicionador de sinais. Dessa forma, as frequências maiores que um limite especificado são cortadas na aquisição dos dados.

3.2 PROCEDIMENTOS DE MONITORAÇÃO DE VIBRAÇÕES

Os principais procedimentos de monitoração de estruturas civis são: vibração em regime livre, forçada e ambientais.

3.2.1 Ensaios com vibração livre

O ensaio de vibrações em regime livre consiste na liberação da estrutura para vibrar após a aplicação de um carregamento, retirando-o em seguida.

O maior objetivo desse tipo de ensaio é caracterizar a estrutura quanto ao amortecimento, porém as frequências naturais e modos de vibração também podem ser obtidos.

Rodrigues (2004) descreve dois procedimentos de ensaio com vibração livre em estruturas. Em um deles, um cabo de aço preso a estrutura é ancorado em sua outra extremidade a uma estrutura vizinha com rigidez suficiente ou a algum outro dispositivo, como um caminhão ou grua. Tal cabo é tensionado causando uma deformação inicial à estrutura e, então, é liberado para deixar a estrutura vibrando livremente.

O outro procedimento é parecido com o primeiro, porém, na extremidade do cabo que não é presa a estrutura, uma massa é colocada para acarretar uma deformação na estrutura. Dessa forma, após o corte desse cabo, a estrutura oscila livremente.

Esse tipo de ensaio tem algumas desvantagens. Uma delas é a interrupção de uma estrutura em serviço para a realização do ensaio, a qual muitas vezes é impossibilitada devido aos transtornos causados aos usuários. Outra desvantagem é em relação à excitação da estrutura, pois apenas com a vibração livre fica relativamente difícil identificar frequências naturais mais altas. Isso se deve a alta rigidez que esses modos de vibração têm, dificultando suas excitações com esse método de ensaio.

3.2.2 Ensaios com vibração forçada

O ensaio de vibração forçada consiste na aplicação de um carregamento controlado e medido em diversos pontos da estrutura.

O objetivo desse ensaio é caracterizar a estrutura quanto às suas frequências naturais e modos de vibração. Como a força é controlada e medida, isso é possível pelas funções de resposta em frequência (FRF), onde as respostas medidas em cada um dos pontos da estrutura são relacionadas com a força aplicada (RODRIGUES, 2004).

Em estruturas civis de grande porte, tais como barragens, edifícios e pontes de grandes vãos, a aplicação da força é efetuada por equipamentos que geram vibrações, podendo ser servo-hidráulicos ou mecânicos de massa excêntrica.

Tais equipamentos são programados para aplicar forças varrendo o campo de frequências até um valor máximo estipulado. Dessa forma, os picos de amplitude na função da resposta em frequência identificam as frequências naturais.

Rodrigues (2004) atenta que os equipamentos servo-hidráulicos e mecânicos de massa excêntrica têm uma limitação quanto à aplicação da força em frequências abaixo de 1 Hz, um inconveniente em casos em que uma estrutura tem frequências naturais abaixo desse valor, impossibilitando a aquisição dessa informação.

Como desvantagem para a utilização desses equipamentos, pode-se citar, como nos ensaios de vibração em regime livre, o transtorno causado pela interrupção do uso da estrutura. Além disso, tais equipamentos são de grande porte e necessitam de fornecimento de energia elétrica em grande intensidade, o que muitas vezes não se tem disponível. Para isso, o uso de um gerador de energia elétrica é fundamental para ensaios em campo. Conseqüentemente, o transporte de um provável gerador e do equipamento para o local do ensaio torna o procedimento muito oneroso.

Existem equipamentos que executam impulsos de vibrações, onde uma massa por ser alçada e liberada para impactar sobre a estrutura. Segundo Rodrigues (2004), esse procedimento pode ser executado em estruturas que não têm frequências naturais muito baixas, por exemplo, em pontes com vãos entre 20 e 50 m.

O impulso é um fenômeno transiente no qual a energia é transmitida em um curto período de tempo. O espectro da força de impulso depende parcialmente de sua forma e, principalmente, de sua duração. Assim, um impulso de curta duração dilui sua energia em uma ampla faixa de frequência, ao contrário de um impulso de duração mais longa, o qual concentra sua energia a baixas frequências, conforme apresenta a Figura 25. A faixa de excitação usual do espectro de impulso é considerada a partir de 0 Hz até a frequência na qual a densidade da energia decai aproximadamente 20 dB (BRÜEL & KJAER, 1986).

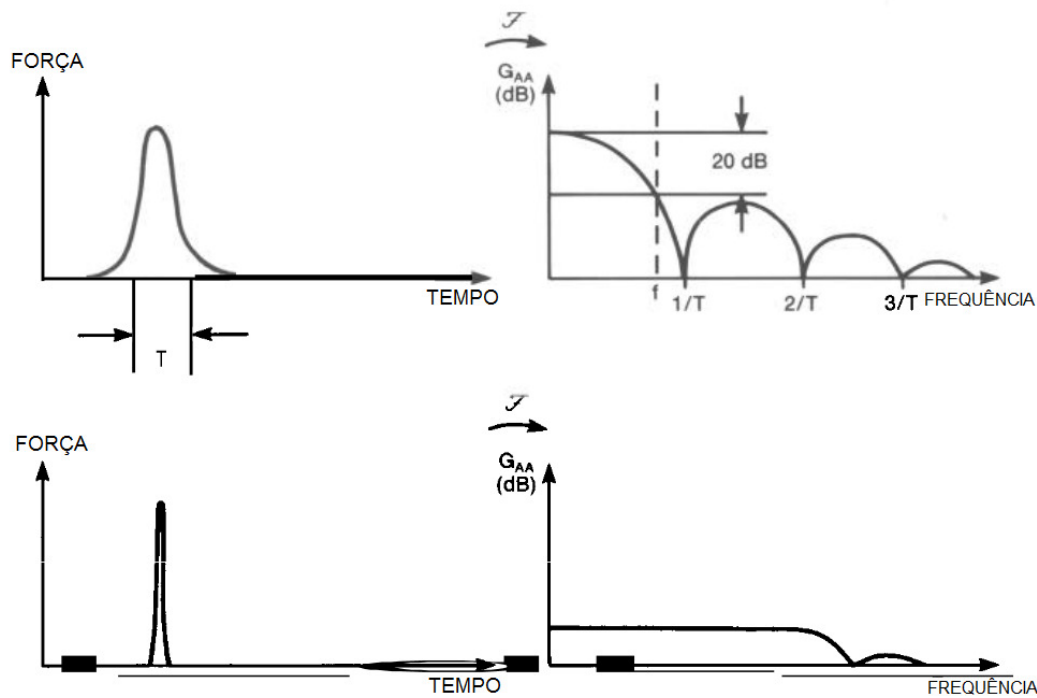


Figura 25 – Distribuição da energia de excitação de um impulso (BRUEL & KJAER, 1986)

A duração do impulso dada por um equipamento específico destinado a esse fim é determinada pela elasticidade dos materiais da estrutura em estudo e do material do equipamento que aplica o impacto. Isso quer dizer que a interface estrutura/equipamento é o principal elemento para o controle da distribuição da energia no espectro. Adicionalmente, em uma interface estabelecida, a massa e a velocidade do equipamento de aplicação do impacto determina a energia liberada para o sistema. Além disso, a energia dissipada no sistema é dependente do amortecimento e tamanho da estrutura (BRUEL & KJAER, 1986).

Com a aplicação de impactos, uma grande vantagem é que a entrada no sistema tem uma ampla faixa de frequência, o que possibilita a excitação de diferentes modos de vibração da estrutura. Todavia, uma desvantagem desse método é a relativa baixa resolução de frequência do espectro estimado, o que impede estimar o fator de amortecimento modal e obter modos de frequências muito próximas. Outra desvantagem é a possível falta de energia para excitar relevantes modos de vibração (CUNHA *et al.*, 2006).

3.2.3 Ensaios com vibração ambiental

No ensaio de vibração ambiental, o carregamento dinâmico em uma estrutura é dado pelas ações ambientais, ou seja, a estrutura é excitada já em operação normal e as ações ambientais dependem de seu uso. Por exemplo, o tráfego de veículos em uma ponte rodoviária ou uma composição em uma ponte ferroviária, o efeito do vento em pontes e edifícios altos, o público em arquibancadas de ginásios e estádios etc. A resposta medida nesse procedimento é, na maioria das vezes, a aceleração.

Em muitas situações, esse procedimento de ensaio é o mais adequado, pois não é preciso interromper a operação de uma estrutura, já que o próprio uso dela irá acarretar excitações suficientes para se executar uma monitoração de vibrações.

Além disso, é geralmente possível identificar modos de vibração em frequências abaixo de 1 Hz, superando uma limitação existente no ensaio de vibração forçada, conforme discutido anteriormente. Ainda, com as ações ambientais, a estrutura é excitada em diversas frequências de forma aleatória, sendo possível identificar seus principais modos de vibração.

3.2.4 Posições de medidas

O posicionamento dos acelerômetros é um dos principais fatores na identificação dos principais modos de vibração em uma monitoração de vibrações. Para isso, o conhecimento prévio da estrutura é importante nesse ponto, pois é importante saber de antemão quais são as frequências e modos de vibração esperados na monitoração. A instalação de um acelerômetro em um nó modal pode causar a não identificação de um ou mais modos.

Uma forma de se estimar os modos de vibração e suas respectivas frequências é por meio de um modelo em elementos finitos da estrutura em estudo, em que é possível obter de forma numérica tais parâmetros.

Para uma total caracterização da estrutura quando às frequências naturais e modos de vibração, são necessários diversos pontos de medição ao longo da estrutura. Na maioria das vezes, a disponibilidade de acelerômetros é insuficiente para o número de pontos necessários na monitoração. Assim, Rodrigues (2004) apresenta duas técnicas de ensaio.

Ambas as técnicas se baseiam em posicionar sensores de referência, dividindo-se a monitoração em diversas provas de alguns minutos de duração. Os sensores de referência servem de referência para as provas seguintes, já que a posição dos outros acelerômetros varia nos diversos pontos escolhidos da estrutura. Ainda, a duração de cada prova deve ser suficiente para garantir a aquisição de todos os modos de vibração de interesse.

Na primeira técnica apresentada por Rodrigues (2004), os sensores de referência são fixos em todas as provas, ou seja, a cada prova os outros sensores vão variando suas posições até completar todos os pontos da estrutura requeridos na monitoração. O número de sensores de referência pode ser mais de um, indo de acordo com a disponibilidade de acelerômetros.

Na segunda técnica apresentada por Rodrigues (2004), os sensores de referência também variam suas posições, porém, na prova seguinte é colocado mais um sensor de referência para referenciar a outra prova. Da mesma forma que a primeira técnica, essa segunda técnica pode ter mais de um ponto de referência.

O aumento no número de pontos de referência leva a uma menor probabilidade de erros de ensaio, já que aumenta a chance de pelo um dos acelerômetros de referência não estar em um nó modal.

Rodrigues (2004) apresenta um esquema das duas técnicas de ensaio, onde há apenas quatro acelerômetros disponíveis para dez pontos de medição selecionados. Tais pontos estão espalhados em dois tramos de uma viga contínua, resultando em cinco pontos para cada tramo. Além disso, para cada técnica, utiliza-se um e dois pontos de referência.

As figuras 26 e 27 ilustram a primeira e segunda técnica, respectivamente.

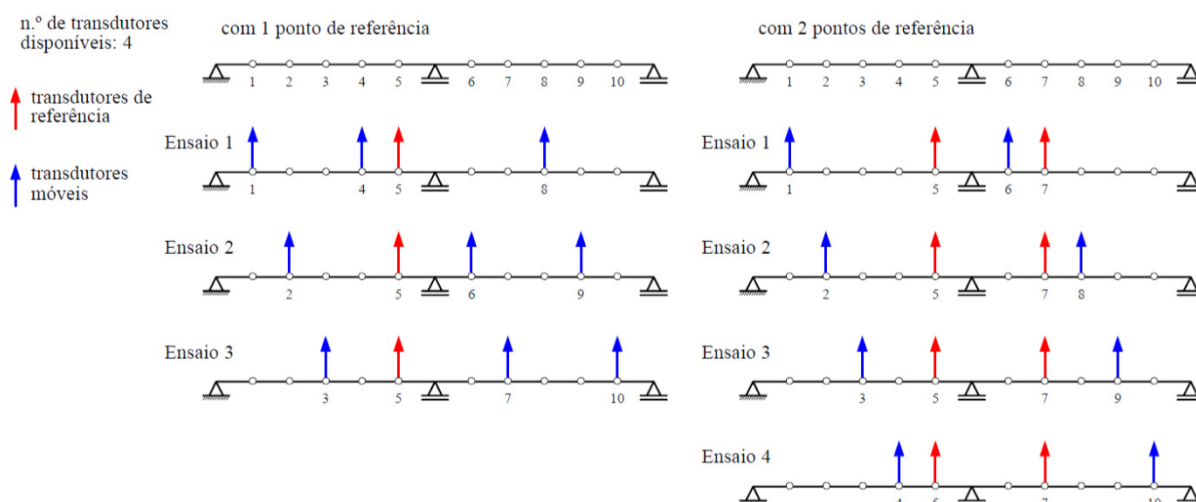


Figura 26 – Técnica de ensaio com pontos de referência fixos (RODRIGUES, 2004)

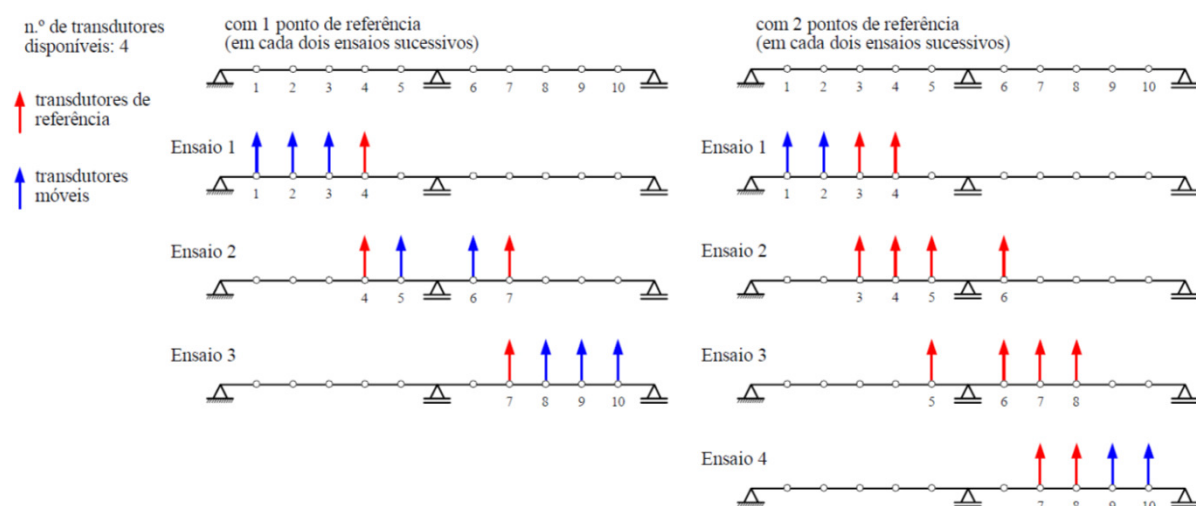


Figura 27 – Técnica de ensaio com pontos de referência variáveis (RODRIGUES, 2004)

Pelas figuras 26 e 27, observa-se que quanto maior o número de pontos de referência, maior o número de provas, pois são necessários mais sensores para todos os pontos da estrutura ser medidos.

Todavia, para se obter sucesso em uma monitoração desse tipo, algumas precauções devem ser tomadas. Primeiramente, muitas dessas ações ambientais têm baixa amplitude, o que acarreta uma necessidade de se utilizar acelerômetros que detectem baixas vibrações e sistemas de aquisição de resolução adequada para o registro dos dados, também já discutidos anteriormente (RODRIGUES, 2004).

Outra precaução é em relação ao método de análise modal, o qual é diferente de vibrações em regime livre e forçado, uma vez que as forças aplicadas não são

conhecidas. Isso resulta em um processo estocástico que será apresentado a seguir.

3.3 IDENTIFICAÇÃO MODAL ESTOCÁSTICA

Basicamente, existem duas abordagens para avaliar a resposta estrutural sob ações dinâmicas: determinística e não-determinística. A escolha da abordagem é dependente da definição da ação dinâmica (CLOUGH; PENZIEN, 2003).

A análise determinística é aquela em que a ação dinâmica é conhecida durante toda a variação do tempo e que, geralmente, pode ser descrita por uma relação matemática explícita. Como um exemplo, sem considerar o amortecimento do sistema apresentado na Figura 1, a variação do deslocamento da massa pode ser estabelecida pela seguinte expressão (BENDAT; PIERSOL, 2010):

$$v(t) = V \cos \sqrt{\frac{k}{m}} t \quad (67)$$

Por outro lado, na análise não-determinística a ação dinâmica não é conhecida durante a variação do tempo, mas pode ser determinada estatisticamente. Nesse caso, a ação dinâmica é definida como uma força dinâmica randômica (aleatória) (CLOUGH; PENZIEN, 2003).

As ações dinâmicas que produzem dados determinísticos são classificadas em periódicas e não-periódicas. As forças dinâmicas periódicas ainda são classificadas em senoidais e periódica complexa. Já as forças dinâmicas não-periódicas são classificadas em quase-periódica e transiente. Bendat e Piersol (2010) descrevem e explicam tais cargas dinâmicas com maior profundidade.

Como nesse trabalho a análise dinâmica dos ensaios propostos é realizada pela identificação modal estocástica, as ações dinâmicas aleatórias que produzem dados não-determinísticos serão mais detalhadas.

Expandindo o conceito de dados não-determinísticos para qualquer fenômeno físico, Bendat e Piersol (2010) citam como exemplo a saída em voltagem ao longo

do tempo de um gerador de ruído térmico. Ao se medir a voltagem ao longo do tempo desse gerador, um gráfico da voltagem pelo tempo é obtido. Para um segundo gerador de construção e montagem idênticas, ligado simultaneamente ao primeiro, um gráfico diferente será obtido. Assim, qualquer gerador desse tipo irá fornecer diferentes voltagens ao longo do tempo. Dessa forma, a voltagem ao longo do tempo para um gerador é simplesmente um exemplo de infinitos resultados que podem ocorrer.

Uma simples medição de qualquer fenômeno físico randômico ao longo do tempo é chamada de função amostra. A coleta de todas as possíveis funções amostra que tal fenômeno físico pode produzir é chamado de processo randômico ou processo estocástico. Assim, uma função amostra desse fenômeno pode ser considerada como uma realização física de um processo randômico (BENDAT; PIERSOL, 2010).

Um processo randômico pode ser classificado em estacionário e não-estacionário. Adicionalmente, os processos randômicos estacionários são classificados em ergódicos e não-ergódicos e os não-estacionários têm classificação dependente de tipos específicos de propriedades não-estacionárias. Esse último não é de interesse nesse trabalho (BENDAT; PIERSOL, 2010).

Um fenômeno estacionário é aquele em que suas propriedades podem, hipoteticamente, ser descritas a qualquer instante do tempo pelos valores médios obtidos em toda a coleta das funções amostra. Ou seja, uma grandeza física para um determinado tempo t de um processo randômico é determinada pelos valores instantâneos de cada função amostra no tempo t , somando-os e dividindo-os pelo número de funções amostra (BENDAT; PIERSOL, 2010).

O processo randômico estacionário é ergódico quando todas suas propriedades podem ser determinadas por médias no tempo em apenas uma função amostra. Caso contrário, o processo randômico estacionário é não-ergódico (BENDAT; PIERSOL, 2010).

No campo da dinâmica, as ações ambientais aleatórias medidas que solicitam uma determinada estrutura em serviço são considerados não-determinísticos estacionários e ergódicos. Por essa razão, uma monitoração de vibrações já é

suficiente para determinação das características dinâmicas da estrutura (MAIA *et al.* 1998).

Portanto, sob um ponto de vista determinístico, as ações ambientais não são conhecidas. Conseqüentemente, a entrada no sistema não é medida e deve ser considerada uma hipótese para as forças de excitação. Conforme explicado anteriormente, tal hipótese assume que tais forças são idealizáveis por um processo estocástico gaussiano de tipo ruído branco, de densidade espectral constante, com média nula (RODRIGUES, 2004).

Nesse contexto, as funções de auto densidade espectral são uma maneira de se obter as frequências naturais da estrutura. As acelerações medidas no tempo são transformadas para o campo da frequência pelas transformadas discretas de Fourier (DFT), que por sua vez são determinadas pelo algoritmo da transformada rápida de Fourier (FFT) (RODRIGUES, 2004).

Para o cálculo da DFT, são aplicadas janelas de processamento de sinais, que consiste na divisão de segmentos das medidas no tempo, onde em cada um deles é realizada a média. Por isso, as estimativas das funções de auto densidade espectral utilizando séries temporais são designadas de periodograma de Welch, uma vez que foi esse autor que introduziu tal método (VALENTIM, 2012).

Segundo Rodrigues (2004), uma desvantagem das estimativas das funções de auto densidade espectral pela FFT é que como tais funções são determinadas em valores discretos de frequência, as frequências naturais são avaliadas apenas em uma resolução finita em frequência. Tal fator acarreta em erros nas estimativas da auto densidade espectral, pois existe o efeito de escorregamento (*leakage*).

Segundo Valentim (2012), quanto mais curto for o segmento, maior é o erro por escorregamento. Assim, um comprimento razoável dos segmentos é baseado na adoção de sobreposições (*overlapping*) entre eles.

Para reduzir os efeitos de escorregamento, a aplicação de janelas de Hanning é normalmente utilizada para sinais aleatórios (RODRIGUES, 2004).

Com a realização da FFT, os gráficos da auto densidade espectral ao longo da frequência são efetuados e, conseqüentemente, as frequências naturais da

estrutura são obtidas pelos picos de aceleração de auto densidade espectral, diferente das acelerações ao longo do tempo.

Diversos trabalhos, tal como Bendat e Piersol (2010), apresentam a dedução de forma detalhada da equação da auto densidade espectral. Felber (1993) apresenta a fórmula da auto densidade espectral como a equação (68). Essa equação já considera apenas as frequências positivas, conhecidas como funções de auto densidade espectral de um lado (*one-sided*). Os resultados são números reais.

$$G_{ii}(\omega) = \ddot{X}_i(\omega)\ddot{X}_i^*(\omega) \quad (68)$$

onde $G_{ii}(\omega)$ é o quadrado da magnitude dos valores complexos de aceleração $\ddot{X}_i(\omega)$ e $\ddot{X}_i^*(\omega)$ é seu complexo conjugado.

Felber (1993) calcula a auto densidade espectral cruzada conforme a equação (69), a qual resulta em valores complexos.

$$G_{il}(\omega) = \ddot{X}_i^*(\omega)\ddot{X}_l(\omega) \quad (69)$$

onde i e j são graus de liberdade.

Para estimar os modos de vibração, uma maneira é pela transmissibilidade. Pela equação (70), a relação entre a parte real da auto densidade espectral cruzada pela auto densidade espectral da posição de referência fornece a transmissibilidade entre dois pontos de medição (FELBER, 1993).

$$TR = \frac{real(G_{il}(\omega))}{G_{ii}^1(\omega)} \quad (70)$$

Um cuidado a ser tomado é com a posição de referência, pois tal ponto não pode ser um nó modal, onde seu deslocamento em um determinado modo de vibração é nulo.

3.4 COEFICIENTES MAC

O coeficiente MAC (*modal assurance criterion*) fornece uma medida de consistência (grau de linearidade) entre estimativas de vetores modais (ALLEMANG, 2003).

Tais estimativas são referentes aos vetores modais obtidos, por exemplo, por uma modelagem pelo método dos elementos finitos ou aos obtidos experimentalmente. Ainda, os vetores modais podem ser comparados entre resultados experimentais, contanto que um deles seja o referencial (por exemplo, na situação íntegra). Assim, metodologias diferentes entre diversos ensaios podem ser comparados, nos quais a forma de excitação da estrutura poder ser modificada, um dano pode ser induzido ou a técnica de análise pode ser alterada.

Nesse trabalho, os vetores modais experimentais das situações íntegra e danificada são comparados entre si, sendo o de referência o modelo em escala reduzida íntegro. Analogamente, os vetores modais obtidos pelo modelo numérico também são comparados entre si, em que o de referência é o modelo numérico íntegro.

O coeficiente MAC é calculado pela seguinte expressão:

$$MAC_{(i,j)} = \frac{|\{\Phi_i^a\}^T \{\Phi_j^e\}|^2}{(\{\Phi_i^a\}^T \{\Phi_i^a\}) (\{\Phi_j^e\}^T \{\Phi_j^e\})} \quad (71)$$

onde:

- $\{\Phi_i^a\}$ – vetor modal íntegro referente ao modo i ;
- $\{\Phi_j^e\}$ – vetor modal danificado referente ao modo j .

O coeficiente MAC correlaciona os pares de vetores modais assumindo valores entre 0 e 1. De acordo com Farrar e Worden (2013), o valor de 1 indica que os vetores modais são idênticos, havendo ótima correlação entre eles, e o valor de 0 indica que os vetores modais comparados são ortogonais entre si, não havendo nenhuma correlação. Ainda segundo os autores, essencialmente, o coeficiente MAC fornece a medida do cosseno do ângulo entre os vetores modais.

Farrar e Worden (2013) ainda alertam que, como o MAC reduz a comparação entre os vetores modais para um único valor escalar, isso acarreta em uma perda de sensibilidade para relativas pequenas mudanças nos vetores dos modos de vibração.

A representação do coeficiente MAC é realizada de algumas formas diferentes. Em uma delas, toda a correlação do coeficiente MAC é representada por uma tabela, onde cada modo da situação de referência é comparado com todos os modos da situação danificada. Allemang (2003) apresenta um exemplo dessa forma de representação dos valores do MAC.

Outra maneira é a representação dos coeficientes MAC por uma matriz, onde, assim como na tabela, os valores da diagonal principal devem ter valores próximos de 1, já que são nessas posições que os vetores modais de mesmo modo são comparados. No restante das posições, os valores devem ser próximos de 0, já que, teoricamente, não existe boa correlação entre os pares de vetores modais de modos diferentes. Um exemplo dessa representação é apresentado abaixo.

$$MAC = \begin{bmatrix} 0,99 & 0,01 & 0,1 & 0,09 \\ 0,002 & 0,98 & 0 & 0,07 \\ 0 & 0,05 & 1 & 0 \\ 0,06 & 0,03 & 0,01 & 0,95 \end{bmatrix} \quad (72)$$

Uma forma comum de visualização dos valores do MAC é a gráfica. Nela, um gráfico de barras em 3D apresenta a correlação entre os diferentes modos para os pares de vetores modais íntegros e danificados. Outro exemplo de representação gráfica em 2D. As figuras 28 e 29 apresentam exemplos de representações gráficas.

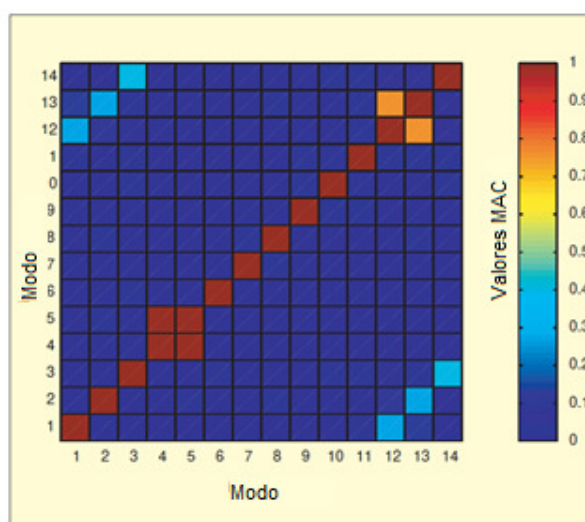


Figura 28 – Representação dos valores do coeficiente MAC por cores (ALLEMANG, 2003)

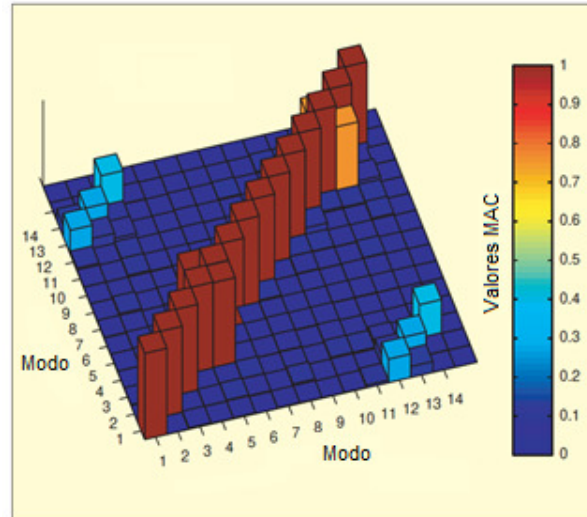


Figura 29 – Representação dos valores do coeficiente MAC por um gráfico de barras em 3D (ALLEMANG, 2003)

3.5 COEFICIENTES COMAC

O coeficiente COMAC (*coordinate modal assurance criterion*) correlaciona dois vetores modais para cada grau de liberdade, em que um deles é a condição de referência. Allemang (2003) define o COMAC como uma extensão do coeficiente MAC, tentando identificar quais graus de liberdade medidos contribuem negativamente para um baixo valor do MAC.

Em cada grau de liberdade j , o COMAC é calculado para cada modo considerado no estudo pela seguinte expressão:

$$COMAC_{(j)} = \frac{(\sum_{i=1}^n \{\phi_i^a\}_j \{\phi_i^e\}_j)^2}{(\sum_{i=1}^n \{\phi_i^a\}_j \{\phi_i^a\}_j) (\sum_{i=1}^n \{\phi_i^e\}_j \{\phi_i^e\}_j)} \quad (73)$$

onde:

- $\{\phi_i^a\}$ – vetor modal de referência referente ao modo i ;
- $\{\phi_i^e\}$ – vetor modal experimental referente ao modo i ;
- n – número de modos de vibração.

Da mesma maneira do MAC, o COMAC assume valores entre 0 e 1, onde 1 indica uma boa correlação entre os vetores modais em um determinado grau de liberdade e 0 indica baixa correlação.

O coeficiente COMAC pode ser entendido como uma maior investigação em um determinado grau de liberdade. Se existe uma baixa correlação do MAC entre dois pares de vetores modais, cada grau de liberdade é investigado pelo COMAC para encontrar qual deles está tendo uma baixa correlação. Dessa forma, em uma identificação de danos, essa baixa correlação pode indicar um dano localizado.

Rodrigues (2004) faz a representação do COMAC por um gráfico de barras horizontais, conforme apresentado na Figura 30. Nesse exemplo, existem 4 graus de liberdade analisados.

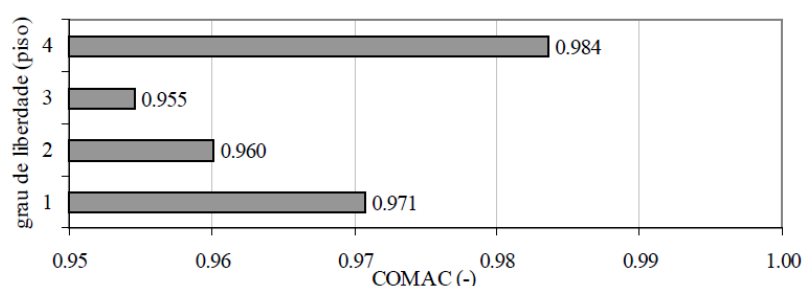


Figura 30 – Representação dos valores do coeficiente COMAC (RODRIGUES, 2004)

3.6 DIFERENÇA DE CURVATURA MODAL (DCM)

A técnica da Diferença de Curvatura Modal (DCM) se baseia no fato de que uma danificação na estrutura altera suas características dinâmicas, como as frequências naturais e modos de vibração. Além disso, uma fissuração ou um dano localizado também reduz a rigidez e aumenta o amortecimento da estrutura. Tal redução na rigidez se reflete na diminuição da frequência natural e modificações nos modos de vibrações da estrutura.

Para estruturas que apresentam comportamento de flexão, um parâmetro utilizado para identificar e localizar o dano é a curvatura do modo de vibração, método proposto por Pandey, Biswas e Samman (1991). A diferença da curvatura entre as situações íntegra e danificada localizam uma possível região de danificação na estrutura.

Para obtenção das curvaturas, realiza-se a segunda derivada do modo de vibração. De acordo com Farrar e Worden (2013), a vantagem da curvatura é que o processo derivativo tem o efeito de amplificar uma eventual descontinuidade no modo causada por um dano localizado.

Segundo Pandey, Biswas e Samman (1991), as curvaturas dos modos de vibração estão relacionadas à rigidez de flexão de seções transversais de vigas. Analiticamente, pode ser calculada em um ponto x pela seguinte equação:

$$\Phi''(x) = \frac{M(x)}{EI} \quad (74)$$

onde:

- $M(x)$ – momento fletor no ponto x ;
- E – módulo de elasticidade da viga;
- I – momento de inércia da seção transversal da viga.

Caso uma fissura ou outro dano seja aplicado na estrutura, o termo EI da equação (74) diminui e a curvatura no ponto x aumenta, localizando uma descontinuidade da curvatura em tal posição. Quanto maior a mudança na curvatura, maior a danificação na estrutura.

Ao se realizar a diferença das curvaturas entre as situações íntegra e danificada, no ponto x haverá um pico indicando a danificação.

Para uma viga em que os modos de vibração são obtidos por pontos discretos (pontos de medição nos ensaios dinâmicos), espaçados a distâncias h ao longo de seu comprimento, a curvatura pode ser calculada utilizando-se a aproximação das diferenças centrais pela equação (75) (PANDEY; BISWAS; SAMMAN, 1991).

$$\Phi_i'' = \frac{(\Phi_{i+1} - 2\Phi_i + \Phi_{i-1}))}{h^2} \quad (75)$$

onde:

- i – ponto de medição;
- Φ – modo de vibração;
- h – distância entre os pontos de medição $i + 1$ e $i - 1$.

O primeiro e último ponto (extremos) podem ser calculados pelas equações (76) e (77), respectivamente.

$$\Phi_1'' = \frac{(\Phi_1 - 2\Phi_2 + \Phi_3)}{h^2} \quad (76)$$

$$\Phi_{i_u}'' = \frac{(\Phi_{i_u-2} - 2\Phi_{i_u-1} + \Phi_{i_u})}{h^2} \quad (77)$$

Assim, a localização do dano é obtida computando a maior diferença absoluta entre as curvaturas íntegra e danificada, conforme equação (78).

$$\Delta\Phi_i'' = |\Phi_{d_i}'' - \Phi_i''| \quad (78)$$

onde:

- Φ_{d_i}'' – curvatura danificada no ponto i ;
- Φ_i'' – curvatura íntegra no ponto i .

Este método de identificação de dano pode ser utilizado em modos de vibração que foram normalizados arbitrariamente, ou seja, os modos obtidos a partir de vibrações ambientais podem ser analisados por esta técnica (FARRAR; WORDEN, 2013).

Para mais de um modo de vibração em análise, outra maneira de apresentar a Diferença de Curvatura Modal é pela média das diferenças de curvatura entre todos os modos em estudo. Wahab e De Roeck (1999) denominam tal média como um fator de dano da curvatura (FDC) e é calculada conforme equação (79).

$$FDC = \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N |\Phi_{d_i}'' - \Phi_i''| \quad (79)$$

Essa média serve para indicar a posição que mais sofre influência do dano considerando todos os modos de análise.

A forma mais comum de apresentação dos resultados é por um gráfico, onde o eixo das abscissas é o comprimento da viga ou posições dos pontos de medida e

o eixo das ordenadas são os valores absolutos das diferenças de curvatura. Como exemplo, a Figura 31 apresenta um gráfico da Diferença de Curvatura Modal.

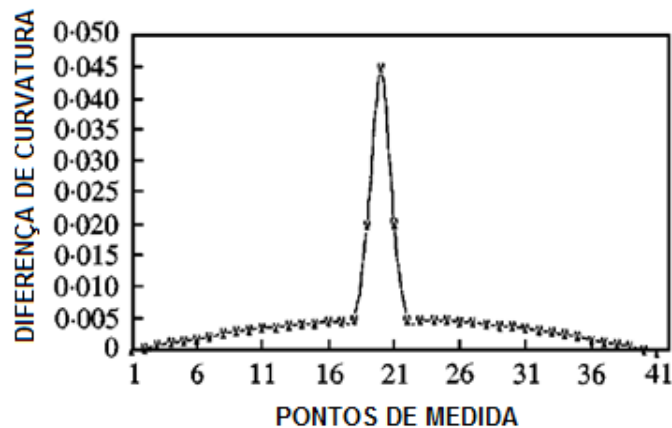


Figura 31 – Representação gráfica da Diferença de Curvatura Modal (WAHAB; DE ROECK, 1999)

3.7 ÍNDICE DE DANO (ID)

O método de localização de dano pelo Índice de Dano (ID) foi desenvolvido por Stubbs, Kim e Farrar (1995), e é baseado nas curvaturas dos modos de vibração, já abordadas anteriormente, e na energia de deformação modal, a qual consiste em uma energia de deformação armazenada em uma estrutura quando se deforma em um determinado modo de vibração (STUBBS; KIM; TOPOLE, 1992).

Quando um dano ocorre, a distribuição de energia de deformação originalmente armazenada em uma estrutura será alterada de uma maneira mais pronunciada nas regiões danificadas. Uma vez que um elemento estrutural tenha uma redução em sua rigidez causada por uma danificação, tal elemento não mais conseguirá absorver a mesma quantidade de energia de quando estava na condição íntegra. Dessa forma, as alterações nas distribuições das energias de deformação entre as situações íntegra e danificada da estrutura podem ser utilizadas para detectar e localizar o dano (FARRAR; WORDEN, 2013).

Farrar e Worden (2013) apresentam um exemplo em que a energia de deformação armazenada em uma mola quando a estrutura se deforma em um de seus modos de vibração é definida como:

$$U = \frac{1}{2}k(\Delta x)^2 \quad (80)$$

onde Δx é a mudança do comprimento da mola a partir de seu estado indeformado, e tal valor pode ser obtido pelos vetores dos modos de vibração.

Um exemplo dado pelos autores consiste em um sistema de oito graus de liberdade, em que oito massas são unidas por oito molas k . Para simular uma danificação, foi aplicada uma diminuição de 10% da rigidez da primeira mola. No primeiro modo, aquele associado à primeira mola, há a maior mudança da energia de deformação armazenada nas molas entre as situações íntegra e danificada (FARRAR; WORDEN, 2013).

Ainda segundo Farrar e Worden (2013), a energia de deformação modal pode ser estendida para estruturas em que os modos de vibração se assemelhem a uma viga caracterizada por uma curvatura unidimensional. A energia de deformação de uma viga de Bernoulli-Euler é dada por:

$$U = \frac{1}{2} \int_0^l EI \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right)^2 dx \quad (81)$$

onde:

- EI – rigidez à flexão;
- w – deslocamento da viga;
- x – coordenada ao longo do comprimento da viga.

Para um modo de vibração específico $\{\Phi\}_i$, a energia de deformação associada a este modo é:

$$U_i = \frac{1}{2} \int_0^l EI \left(\frac{\partial^2 \{\Phi\}_i}{\partial x^2} \right)^2 dx \quad (82)$$

Se a viga for dividida em n elementos, a energia associada a cada ponto j devido ao modo i é:

$$U_{ij} = \frac{1}{2} \int_j^{j+1} (EI)_j \left(\frac{\partial^2 \{\Phi\}_{ij}}{\partial x^2} \right)^2 dx \quad (83)$$

Consequentemente, a energia fracionada é:

$$F_{ij} = \frac{U_{ij}}{U_i} \quad (84)$$

E:

$$\sum_{j=1}^n F_{ij} = 1 \quad (85)$$

Analogamente, na situação danificada tem-se:

$$U_{i_d} = \frac{1}{2} \int_0^l EI_d \left(\frac{\partial^2 \{\Phi\}_{i_d}}{\partial x^2} \right)^2 dx \quad (86)$$

$$U_{ij_d} = \frac{1}{2} \int_j^{j+1} (EI_d)_j \left(\frac{\partial^2 \{\Phi\}_{ij_d}}{\partial x^2} \right)^2 dx \quad (87)$$

$$F_{ij_d} = \frac{U_{ij_d}}{U_{i_d}} \quad (88)$$

$$\sum_{j=1}^n F_{ij} = \sum_{j=1}^n F_{ij_d} = 1 \quad (89)$$

Baseado nessas formulações apresentadas e no fato de que a curvatura é a segunda derivada dos modos de vibração, Stubbs, Kim e Farrar (1995) apresentam a equação do Índice de Dano:

$$\beta_{ij} = \frac{\left(\int_j^{j+1} [\Phi_j^{d'''}(x)]^2 dx + \int_0^l [\Phi_j^{d'''}(x)]^2 dx \right) \cdot \int_0^l [\Phi_j''(x)]^2 dx}{\left(\int_j^{j+1} [\Phi_j''(x)]^2 dx + \int_0^l [\Phi_j''(x)]^2 dx \right) \cdot \int_0^l [\Phi_j^{d'''}(x)]^2 dx} \quad (90)$$

onde:

- $\Phi_j''(x)$ – segunda derivada do modo de vibração j na situação íntegra;
- $\Phi_j^{d'''}(x)$ – segunda derivada do modo de vibração j na situação danificada;

Se mais de um modo é utilizado na detecção de dano, a soma dos índices de dano de cada modo individual pode ser realizada para computar um ID global, conforme apresenta a equação (91).

$$\beta_j = \sum_j \beta_{ij} \quad (91)$$

A equação (90) pode ser numericamente desenvolvida, resultando na equação (92) (SAMPAIO; MAIA; SILVA, 1999):

$$\beta_{ij} = \frac{\left(\{\Phi''\}_{ij}^2 + \sum_1^{i_{max}} \{\Phi''\}_{ij}^2 \right) \cdot \sum_1^{i_{max}} \{\Phi''\}_{ij}^2}{\left(\{\Phi''\}_{ij}^2 + \sum_1^{i_{max}} \{\Phi''\}_{ij}^2 \right) \cdot \sum_1^{i_{max}} \{\Phi''\}_{ij}^2} \quad (92)$$

onde i_{max} é a última posição de medida.

Os valores de β_{ij} são assumidos como uma amostra de população de variáveis aleatórias normalmente distribuídas. Stubbs, Kim e Farrar (1995) normalizam os valores de β_{ij} de acordo com a equação (93).

$$Z_j = \frac{\beta_j - \bar{\beta}_j}{\sigma_j} \quad (93)$$

onde:

- $\bar{\beta}_j$ – média dos valores de índice de dano entre todos os pontos em um mesmo modo;
- σ_j – desvio padrão dos valores de índice de dano entre todos os pontos em um mesmo modo.

Stubbs, Kim e Farrar (1995) utilizam algoritmos para classificar Z_j como uma posição de dano ou uma posição íntegra, estabelecendo um critério. Tal critério estipula que, se $Z_j \geq 2$, o ponto j indica uma provável danificação na estrutura.

Este critério será o utilizado para a indicação da existência de dano nos resultados desse trabalho.

A forma mais comum de apresentação dos resultados é por um gráfico, onde o eixo das abscissas é o comprimento da viga ou posições dos pontos de medida e

o eixo das ordenadas são os valores do Índice de Dano. A Figura 32 apresenta um gráfico do resultado do ID como exemplo.

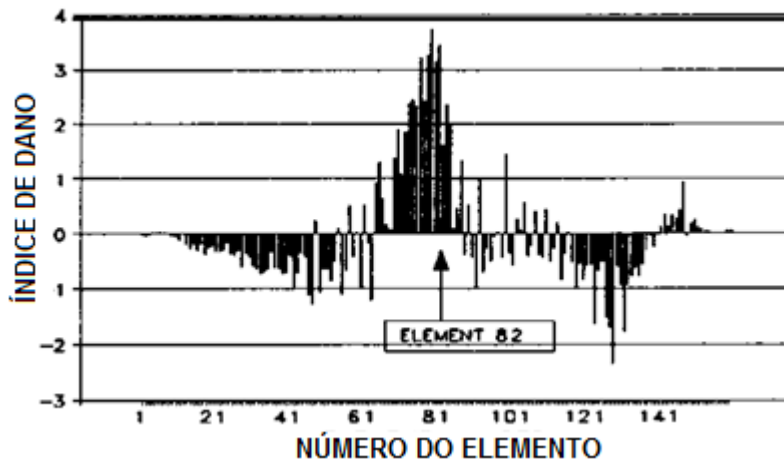


Figura 32 – Representação gráfica do Índice de Dano (STUBBS; KIM; FARRAR, 1995)

3.8 MODELOS DINÂMICOS EM ESCALA REDUZIDA

A modelagem física tem um importante papel nas pesquisas na área da dinâmica, em que diversos estudos experimentais ainda são realizados. Nos estudos das estruturas, os modelos em escala reduzida provaram ser uma poderosa ferramenta para estender o conhecimento e entender o comportamento estrutural de muitas situações dinâmicas complexas, em que as técnicas analíticas são inadequadas (HARRIS; SABNIS, 1999).

A escala do modelo reduzido pode ser escolhida muitas vezes de acordo com a limitação em simular o material utilizado nas estruturas reais, chamadas de protótipo. No caso de peças de concreto armado, o espaçamento das armaduras, cobrimento e largura mínima possível do elemento estrutural devem ser considerados para uma fiel representação.

Caso o objetivo seja o estudo de esforços, a escala também fica limitada aos equipamentos de laboratório que serão utilizados para aplicação das cargas em questão. Para um modelo maior, o equipamento deve ter uma maior capacidade de carga, o que em algumas situações pode não haver disponibilidade para tal. Já um modelo de menor escala requer uma carga menor, mas pode apresentar dificuldades em sua confecção e na instrumentação.

A relação modelo-protótipo deve obedecer a um conjunto de similitudes, o qual inclui a geometria, o carregamento e as propriedades dos materiais. A teoria da modelagem é toda baseada nos requisitos de similitude, os quais derivam de uma análise dimensional dos fenômenos físicos envolvidos no comportamento das estruturas (HARRIS; SABNIS, 1999).

Os requisitos de similaridade dos modelos dinâmicos dependem da geometria, das propriedades dos materiais e do carregamento aplicado na estrutura. Da mesma forma, as relações de similaridade podem ser estabelecidas pelo Teorema de Buckingham, calculando-se os termos adimensionais.

Em estruturas de pontes, a vibração causada pelo tráfego de veículos pode ser estudada utilizando-se modelos em escala reduzida. Na dinâmica, utilizando-se o Sistema Inglês, as medidas fundamentais são o comprimento (L), força (F) e o tempo (T).

Harris e Sabnis (1999), utilizando o Sistema Inglês, apresentam um exemplo de uma estrutura elástica de material isotrópico homogêneo em que as condições de vibração devem ser determinadas. As quantidades físicas da estrutura são:

- comprimento – l ;
- carregamento – Q ;
- módulo de elasticidade – E ;
- coeficiente de Poisson – ν ;
- massa específica – ρ ;
- aceleração da gravidade – g .

Os parâmetros a serem determinados são:

- deslocamentos – δ ;
- frequência natural – f ;
- tensões dinâmicas – σ .

Pelo Teorema de Buckingham, os parâmetros adimensionais encontrados para um modelo autêntico são:

$$\phi\left(\frac{\delta}{l}, \frac{\sigma}{E}, \frac{f^2 l}{g}, \frac{\rho g l}{E}, \frac{Q}{E l^2}, \nu\right) = 0 \quad (94)$$

Caso os deslocamentos sejam o principal interesse no problema, a relação funcional torna-se:

$$\frac{\delta}{l} = \phi'\left(\frac{\sigma}{E}, \frac{f^2 l}{g}, \frac{\rho g l}{E}, \frac{Q}{E l^2}, \nu\right) \quad (95)$$

E, analogamente, se as tensões forem de interesse:

$$\frac{\sigma}{E} = \phi''\left(\frac{\delta}{l}, \frac{f^2 l}{g}, \frac{\rho g l}{E}, \frac{Q}{E l^2}, \nu\right) \quad (96)$$

Igualando os termos adimensionais do modelo e protótipo, tem-se:

$$\left(\frac{\delta}{l}\right)_m = \left(\frac{\delta}{l}\right)_p \text{ ou } \delta_p = \delta_m S_l \quad (97)$$

E:

$$\left(\frac{\sigma}{E}\right)_m = \left(\frac{\sigma}{E}\right)_p \text{ ou } \sigma_p = \sigma_m S_E \quad (98)$$

Analogamente, os outros termos também podem ter seus fatores de escala estabelecidos. A Tabela 3 apresenta uma tabela com os requisitos de similitude para vibrações elásticas. Ainda, caso as forças gravitacionais sejam desprezadas, a quantidade de peso específico e aceleração da gravidade não entram na formação dos termos adimensionais, resultando nos fatores de escala mostrados na última coluna da tabela.

Tabela 3 – Requisitos de similitude para vibrações elásticas (HARRIS; SABNIS, 1999)

Grupo	Quantidade física	Unidades	Fatores de escala	
			Escala exata	Forças grav. desprezadas
Carregamento	Força, Q	F	$S_E S_l^2$	$S_E S_l^2$
	Aceleração da gravidade, g	LT^{-2}	1	Desprezada
	Tempo, T	T	$S_l^{1/2}$	S_l
Geometria	Dimensão linear, l	L	S_l	S_l
	Deslocamento, δ	L	S_l	S_l
	Frequência, f	T^{-1}	$S_l^{-1/2}$	S_l^{-1}
Propriedades dos materiais	Módulo de Elasticidade, E	FL^{-2}	S_E	S_E
	Tensão, σ	FL^{-2}	S_E	S_E
	Coefficiente de Poisson, ν	-	1	1
	Peso específico, γ	FL^{-3}	S_E/S_l	Desprezado

Supondo que a escala do modelo reduzido seja 1/25 ($S_l = 25$) e os materiais utilizados no protótipo e modelo tenham a mesma massa específica e o módulo de elasticidade dinâmico, a frequência de vibração do modelo será 5 vezes maior que a do protótipo.

4 MODELO NUMÉRICO

Nesse capítulo será abordada a metodologia utilizada para a identificação e localização de danos em uma estrutura por um modelo numérico. O objetivo é apresentar um estudo numérico das técnicas utilizadas para detecção de dano.

A estrutura escolhida para o estudo é uma ponte real de concreto armado típica de rodovias brasileiras. O estudo teve como foco sua superestrutura, excluindo-se das análises os pilares. A Figura 33 apresenta as dimensões em cm da ponte em planta e em cortes longitudinal e transversal. As posições dos apoios da ponte são destacadas em vermelho.

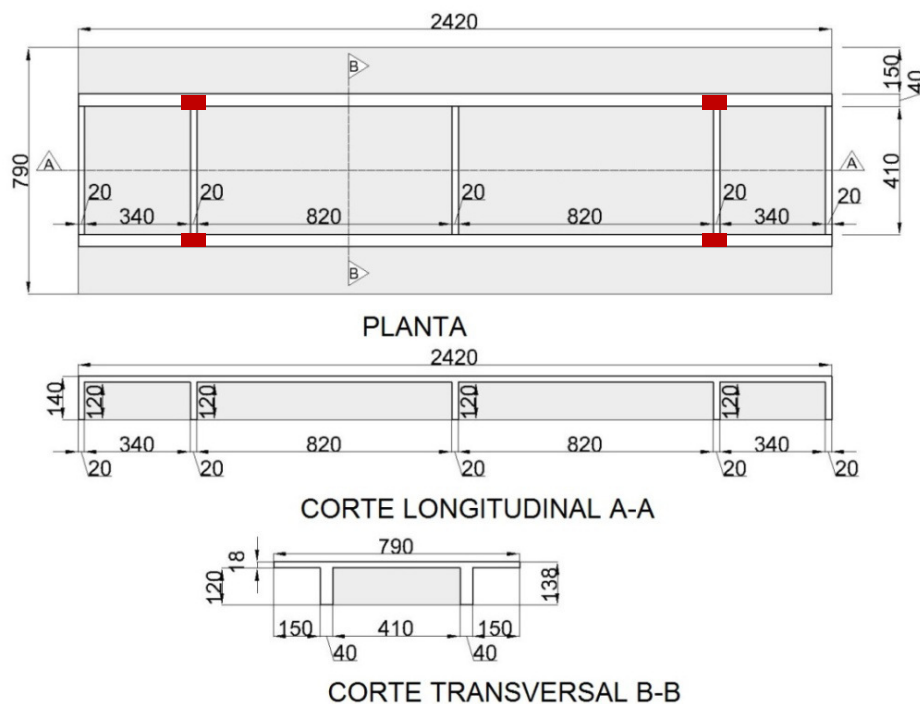


Figura 33 – Dimensões em cm da superestrutura da ponte de estudo

Em uma monitoração de vibrações induzidas pelo tráfego em tal ponte, as frequências naturais e modos de vibração podem ser adquiridos. Todavia, escolheu-se como uma metodologia para detecção de danos a utilização de modelos em escala reduzida.

Tal escolha permite o aumento de situações de ensaio, alterando os tipos de danificação impostas na estrutura e suas posições, além da facilidade em se executar os ensaios dinâmicos diversas vezes.

Dessa forma, o modelo em elementos finitos também foi elaborado em escala reduzida.

Harris e Sabnis (1999) apresentam as escalas típicas para alguns tipos de estruturas. Para modelos de pontes rodoviárias, as escalas 1/25 a 1/4 são indicadas pelos autores.

Para os modelos reduzidos desta pesquisa, a escala adotada dos modelos reduzidos foi 1/20. Com tal escala, foi possível confeccionar os modelos de forma precisa, pois a geometria e os materiais dos elementos estruturais conseguiram ser reproduzidos satisfatoriamente. Além disso, tal escolha se deu pela facilidade de manuseio do modelo nos ensaios, nos quais suas massas resultaram em, aproximadamente, 22 kg. As dimensões do modelo em escala reduzida são apresentadas na Figura 34, onde as posições dos apoios são destacadas em vermelho.

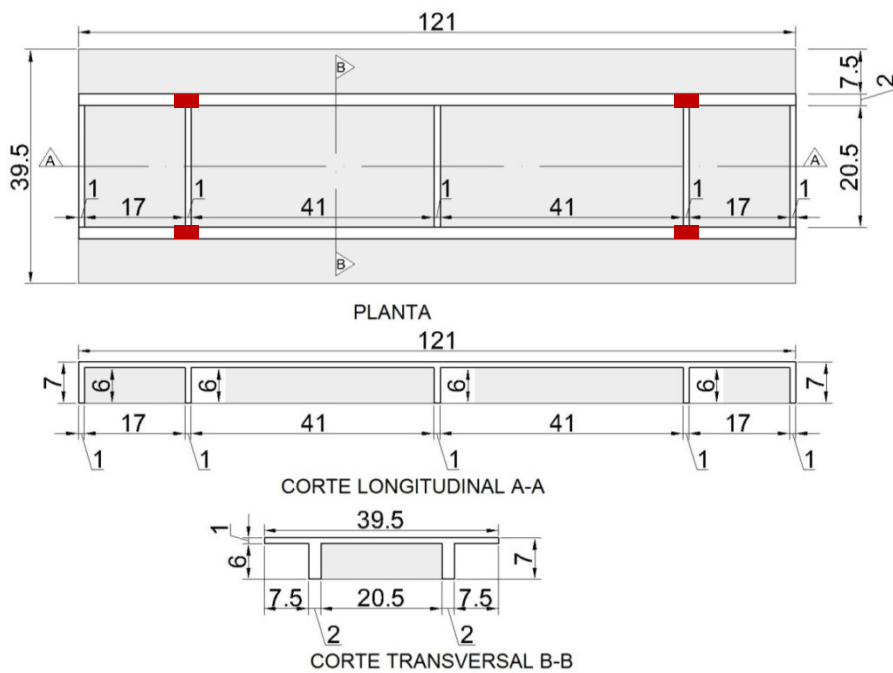


Figura 34 – Dimensões em cm da superestrutura dos modelos em escala 1/20

Antes da elaboração do modelo numérico, os modelos físicos foram confeccionados. O material utilizado para confeccionar os modelos reduzidos foi uma argamassa armada e, para permitir o melhor espalhamento desta na forma, a menor dimensão dos elementos estruturais foi de 1 cm, tal como o tabuleiro e as transversinas. Assim, as propriedades da Tabela 4 foram obtidas e utilizadas no modelo numérico.

Tabela 4 – Propriedades dos materiais dos modelos em elementos finitos

Módulo de Elasticidade Dinâmico E_d (MPa)	Densidade (kg/m³)
44.000,00	2.173,42

O modelo numérico serviu como um estudo da estrutura, tendo-se um prévio conhecimento dos modos de vibração para o melhor posicionamento dos acelerômetros nos ensaios dinâmicos.

4.1 PROPRIEDADES DOS MATERIAIS E MALHA

O modelo numérico foi elaborado pelo método dos elementos finitos utilizando o programa SAP 2000 versão 14, desenvolvido pela COMPUTERS and STRUCTURES, INC (CSI). Tal programa foi disponibilizado pela empresa IEME Brasil Engenharia Consultiva LTDA.

Para a escala reduzida (1/20), o objetivo da modelagem é obter as frequências naturais e modos de vibração numéricos nas situações íntegra e danificada e aplicar as técnicas de identificação de danos em uma condição numérica.

Os modelos foram elaborados utilizando elementos de casca de concreto, aplicando as espessuras correspondentes para cada elemento estrutural. As figuras a seguir apresentam a malha utilizada no modelo.

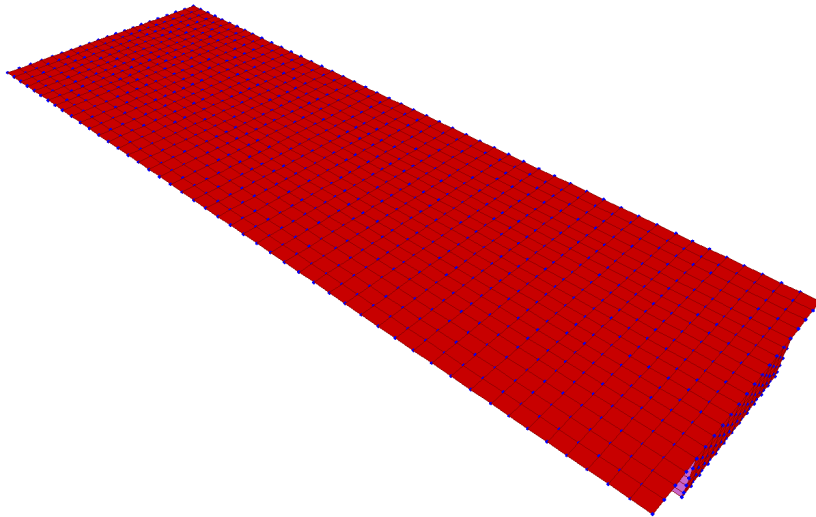


Figura 35 – Malha desenvolvida no modelo numérico – Vista superior

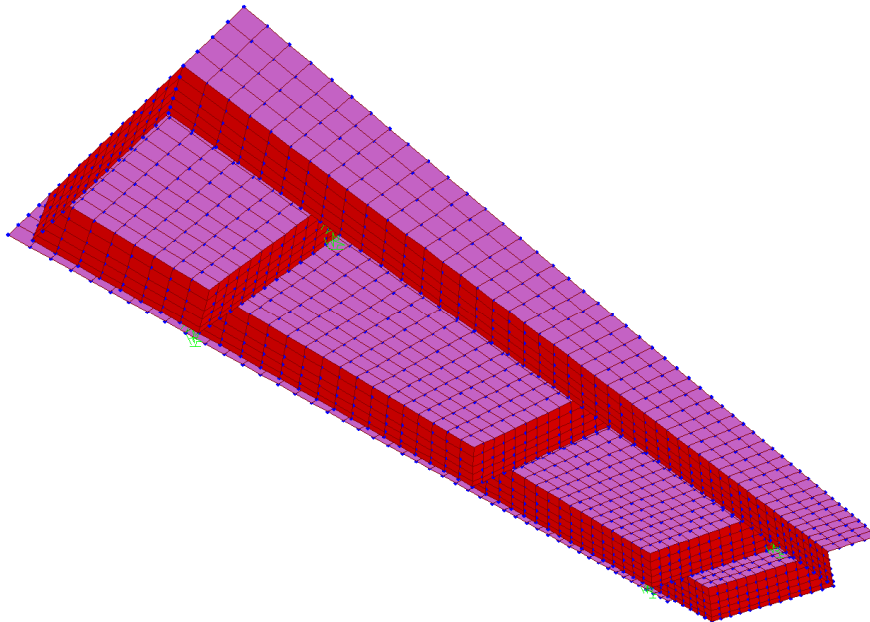


Figura 36 – Malha desenvolvida no modelo numérico – Vista inferior

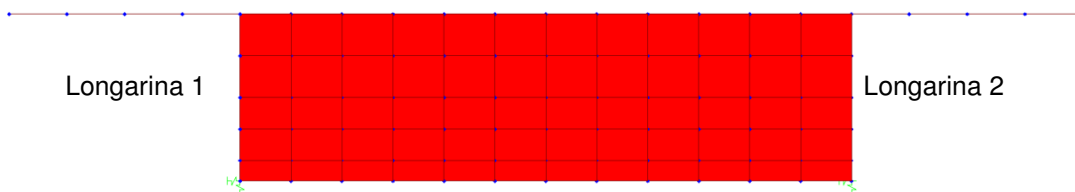


Figura 37 – Vista frontal do modelo numérico

Os eixos do modelo numérico são:

- eixo X – direção longitudinal;
- eixo Y – direção transversal;
- eixo Z – direção vertical.

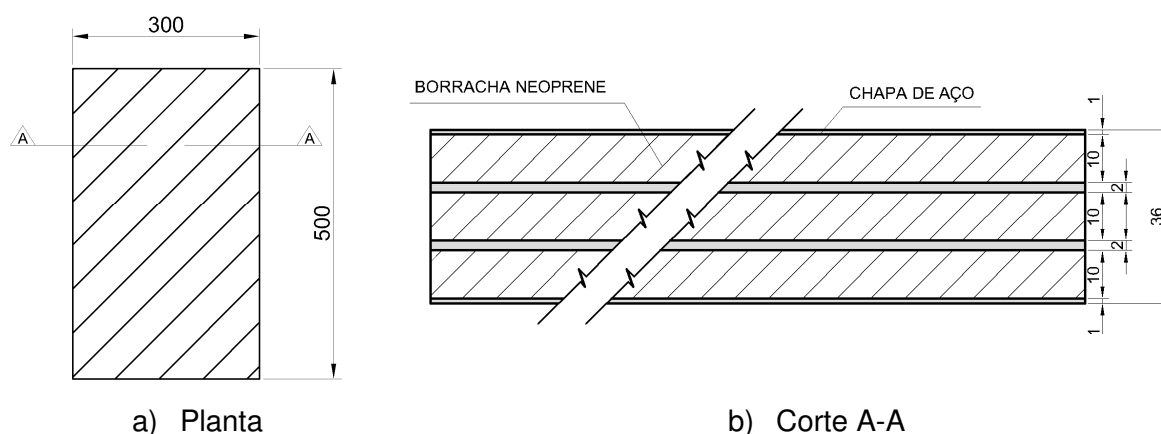
4.2 CONDIÇÕES DE APOIO

Para os apoios do modelo reduzido, buscou-se uma rigidez que caracterizasse um aparelho de apoio típico de pontes rodoviárias de concreto armado.

O procedimento a seguir determina a rigidez de um aparelho de apoio fretado de uma ponte real para, posteriormente, a rigidez dos apoios do modelo reduzido ser obtida.

4.2.1 Rigidez do aparelho de apoio de uma ponte real

Para o cálculo da rigidez do apoio de uma ponte real, foi selecionado um aparelho de neoprene fretado de 3 camadas, com dimensões apresentadas na Figura 38.



a) Planta b) Corte A-A
Figura 38 – Aparelho de apoio de neoprene fretado (unidades em mm)

Primeiramente, o fator de forma do aparelho de apoio é calculado pela expressão abaixo:

$$S = \frac{A}{\text{perímetro} \times h} = \frac{50 \times 30}{2 \times (50 + 30) \times 1} = 9,375 \quad (99)$$

onde:

- A – área em planta do apoio;
- *perímetro* – soma dos lados do apoio em planta;
- h – altura de uma camada de neoprene.

A tensão sobre o aparelho de apoio é calculada pela expressão $\sigma = \frac{F}{A}$, onde F é a força resultante em cada apoio da ponte. Tal força foi obtida pelo modelo numérico do modelo em escala real, com as dimensões apresentadas na Figura 33. Pelo projeto estrutural da ponte, o módulo de elasticidade dinâmico de 45 GPa e a densidade do concreto de 2.500 kg/m³ foram obtidos.

Logo:

$$\sigma = \frac{F}{A} = \frac{0,367}{0,5 \times 0,3} \cong 2,45 \text{ MPa} = 0,355 \text{ ksi} \quad (100)$$

Com a tensão e o fator de forma calculados, a deformação ε é obtida pelos gráficos da curva tensão-deformação para aparelhos de apoio da AASHTO LRFD (2010). Para tal, adotou-se a dureza do apoio fretado de 50 shore, utilizando a curva apresentada na Figura 39.

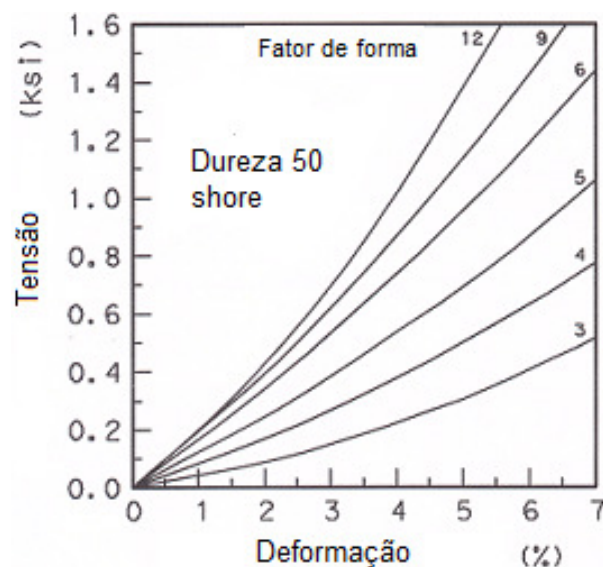


Figura 39 – Curva Tensão-Deformação de aparelho de apoio (AASHTO LRFD: 2010)

Assim, a deformação do aparelho de apoio para uma tensão de 0,355 ksi, fator de forma de 9,375 e dureza 50 shore é, aproximadamente, 1,77 %.

Portanto, o módulo de elasticidade do apoio é:

$$E = \frac{\sigma}{\varepsilon} = \frac{0,355}{1,77} = 0,20 \text{ ksi} = 1.378,95 \text{ kPa} \quad (101)$$

Com a equação (102), a rigidez vertical do aparelho de apoio fretado em questão é calculada.

$$k_v = \frac{EA}{h} = \frac{1.378,95 \times 0,5 \times 0,3}{10} = 20,68 \frac{\text{kN}}{\text{mm}} \quad (102)$$

A partir da rigidez do aparelho de apoio de uma ponte real, a rigidez dos apoios para o modelo em escala reduzida é determinada.

4.2.2 Rigidez dos apoios do modelo em escala reduzida

A rigidez dos apoios pode ser obtida pelos fatores de escala, conforme apresenta a equação (103).

$$S_k = \frac{S_F}{S_l} \quad (103)$$

Pela Tabela 3, tem-se que $S_F = S_E S_l^2$ e:

$$S_k = \frac{S_E S_l^2}{S_l} = S_E S_l \quad (104)$$

Os módulos de elasticidade dinâmicos dos materiais do protótipo e do modelo reduzido já foram apresentados. Logo:

$$S_E = \frac{E_p}{E_m} = \frac{45}{44} = 1,022 \quad (105)$$

Sabe-se que $S_l = 20$ e, portanto:

$$S_k = 1,025 \times 20 \cong 20,5 \quad (106)$$

Pelo fator de escala da rigidez, tem-se que $S_k = k_p / k_m$, resultando:

$$k_m = \frac{20,68}{20,5} = 1,01 \frac{kN}{mm} \quad (107)$$

A rigidez dos apoios utilizada no modelo numérico na escala reduzida é 1,01 kN/mm. Como aproximação, tal rigidez é adotada também para as direções horizontais.

4.3 DANIFICAÇÕES NUMÉRICAS

Dois elementos na porção inferior da seção da viga longarina 1 tiveram o módulo de elasticidade reduzido em 100 vezes. Primeiramente, tais danos foram aplicados nos elementos do meio do vão e, posteriormente, no segundo quarto de vão, simulando o dano em duas posições.

A Figura 40 apresenta uma vista longitudinal do modelo numérico, ilustrando as posições dos danos na Longarina 1 destacados em vermelho, os quais têm dimensões de 2,6 x 1,1 cm. Vale ressaltar que os danos no meio do vão e no segundo quarto de vão não foram aplicados no mesmo modelo numérico.

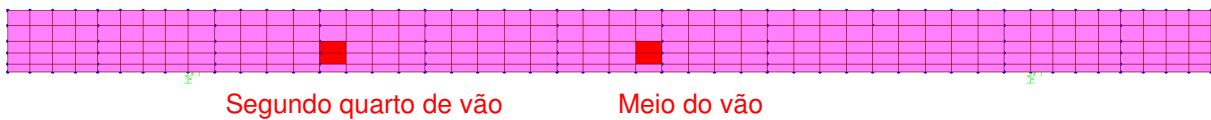


Figura 40 – Vista longitudinal do modelo – Longarina 1

O elemento danificado no meio do vão se encontra entre as coordenadas $X = 54,75$ cm e $X = 57,35$ cm. Já o elemento danificado no segundo quarto de vão, está localizado entre as coordenadas $X = 86,25$ cm e $X = 88,85$ cm.

4.4 FREQUÊNCIAS NATURAIS E MODOS DE VIBRAÇÃO

As frequências naturais do modelo numérico nas situações íntegra e nas duas danificadas (dano no meio e no segundo quarto de vão) são apresentadas na Tabela 5. Vale observar que os danos criados geraram pequenas reduções nas frequências naturais dos modos considerados (em torno de 1%). O dano no meio do vão influenciou de forma mais significativa a frequência do 1º modo de flexão, como

esperado. Já o dano no quarto do vão alterou mais significativamente a frequência do 2º modo de flexão, algo também esperado. No entanto, tais as reduções das frequências dificilmente serão detectadas no programa experimental.

Tabela 5 – Frequências naturais teóricas do Modelo

Modo	Frequência natural (Hz)				
	Íntegro	Dano - meio do vão	Variação (%)	Dano - quarto do vão	Variação (%)
1º de flexão	191,1	188,2	-1,5	189,9	-0,6
1º de torção	271,4	269,4	-0,7	270,6	-0,3
2º de flexão	477,8	477,0	-0,2	471,7	-1,3
2º de torção	553,7	552,7	-0,2	549,2	-0,8

Para representação dos modos de vibração pelos gráficos de superfície 2D e para os cálculos do MAC, COMAC, DCM e ID, os nós utilizados estão localizados ao longo dos eixos das duas vigas longarinas, as quais têm as seguintes coordenadas no eixo Y:

- longarina 1 – $Y = 8,5$ cm;
- longarina 2 – $Y = 31,0$ cm.

Foram utilizados 13 pontos ao longo do eixo de cada longarina, os quais têm as coordenadas X apresentadas na Tabela 6.

Tabela 6 – Coordenadas dos pontos ao longo do eixo X – Longitudinal

Eixo X – Longitudinal (cm)
9,0
18,0
28,5
39,0
49,5
60,0
70,5
81,0
91,5
102,0
111,0
122,0

Apesar de não ser objetivo deste trabalho a comparação do estudo numérico e experimental, preferiu-se adotar esta malha de pontos para avaliar o sucesso das técnicas de identificação de dano em uma situação mais desfavorável, ou seja, com pontos mais afastados entre si, que é o caso de ensaios dinâmicos em pontes.

As figuras a seguir ilustram os modos de vibração obtidos pelo modelo numérico (malha completa) e suas representações em gráficos de superfície 2D. Nos gráficos de superfície, o eixo X é relacionado à dimensão longitudinal do modelo, enquanto que o eixo Y se refere à dimensão transversal entre as duas longarinas ($Y = 8,5 \text{ cm}$ e $Y = 31,0 \text{ cm}$).

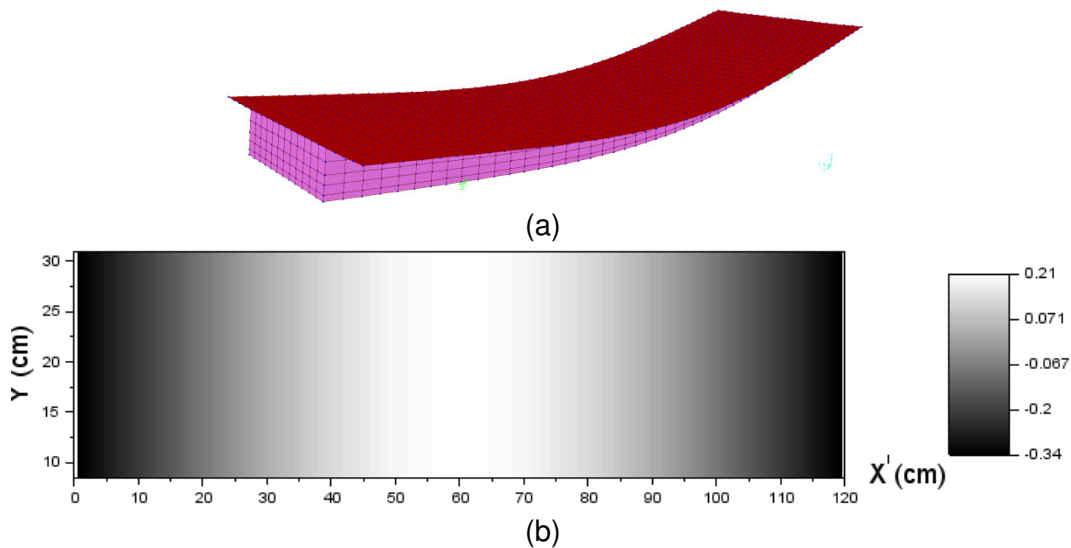


Figura 41 – 1º Modo de Flexão – (a) Malha completa; (b) Gráfico de superfície 2D

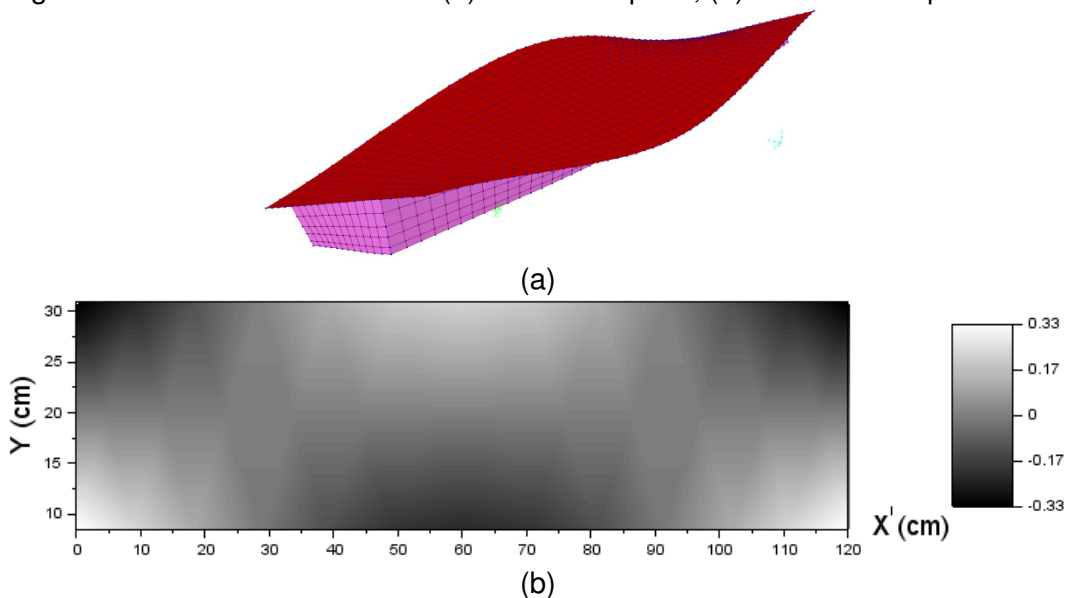


Figura 42 – 1º Modo de Torção – (a) Malha completa; (b) Gráfico de superfície 2D

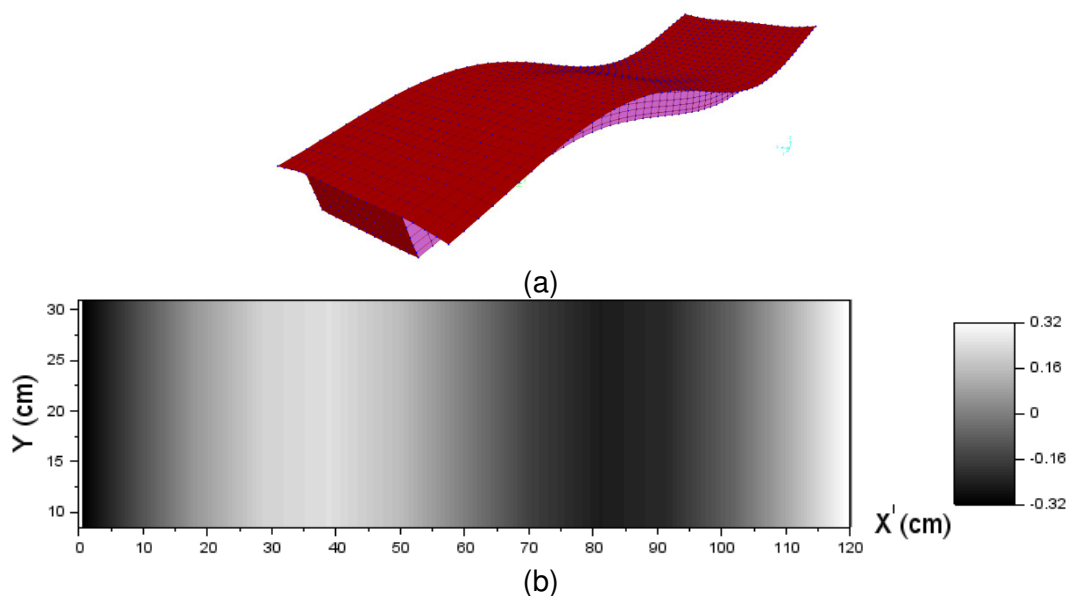


Figura 43 – 2º Modo de Flexão – (a) Malha completa; (b) Gráfico de superfície 2D

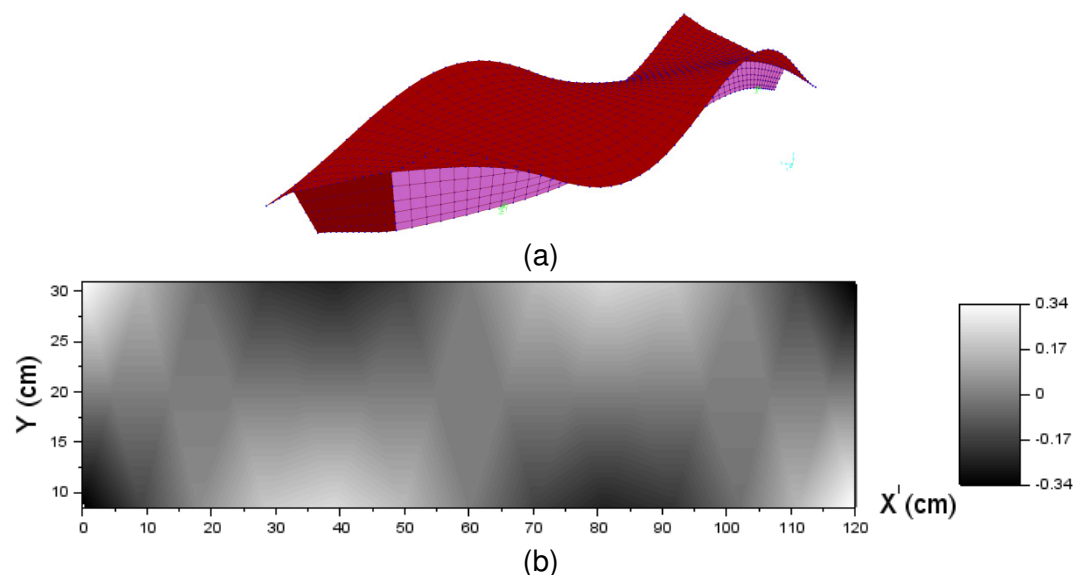


Figura 44 – 2º Modo de Torção – (a) Malha completa; (b) Gráfico de superfície 2D

4.5 COEFICIENTE MAC

Inicialmente, avaliou-se a possibilidade de identificação de algum dano por meio do coeficiente MAC. Adotando como referência os modelos íntegros e comparando-os com os modelos com dano no meio do vão ou quarto do vão, foram obtidos os resultados das tabelas 7 e 8.

Tabela 7 – Coeficientes MAC – Dano no meio do vão – Modelo de Elementos Finitos

Modo	1	2	3	4
1	0,999	0,001	0,000	0,000
2	0,001	0,999	0,000	0,000
3	0,000	0,000	1,000	0,000
4	0,000	0,000	0,000	1,000

Tabela 8 – Coeficientes MAC – Dano no segundo quarto de vão – Modelo de Elementos Finitos

Modo	1	2	3	4
1	1,000	0,000	0,000	0,000
2	0,000	1,000	0,000	0,000
3	0,000	0,000	0,995	0,004
4	0,000	0,000	0,005	0,995

Pelas tabelas apresentadas, verifica-se que os coeficientes MAC não conseguem apontar qualquer alteração no comportamento dinâmico global da estrutura quando aplicadas as danificações. Em ambas as condições de dano, os resultados para todos os modos são iguais ou próximos a 1, mostrando uma ótima correlação entre os vetores modais íntegros e danificados sem identificar qualquer condição de dano. Assim conclui-se que o MAC não poderá ser utilizado como ferramenta de detecção de dano, sendo utilizado apenas para confirmar a semelhança entre os modos comparados no modelo danificado e não danificado.

4.6 COEFICIENTE COMAC

Da mesma forma, os coeficientes COMAC para cada modelo foram calculados para todos os nós dos modelos de elementos finitos, comparando a condição de referência com as danificadas. A Figura 45 ilustra alguma variação nas cores, mas pode-se observar que basicamente todos os valores estão em torno de 1, indicando que há uma boa correlação dos modos entre a condição íntegra e danificada para todos os nós. Assim, conclui-se que o COMAC também não será útil na identificação de danos, sendo apenas mais um parâmetro para avaliação da correlação entre os modos comparados.

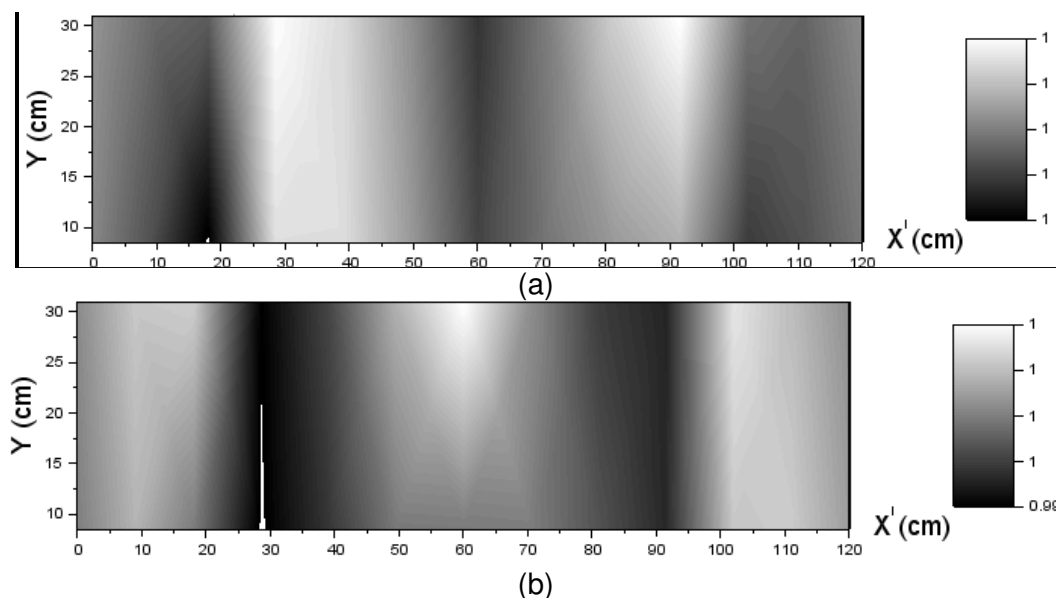
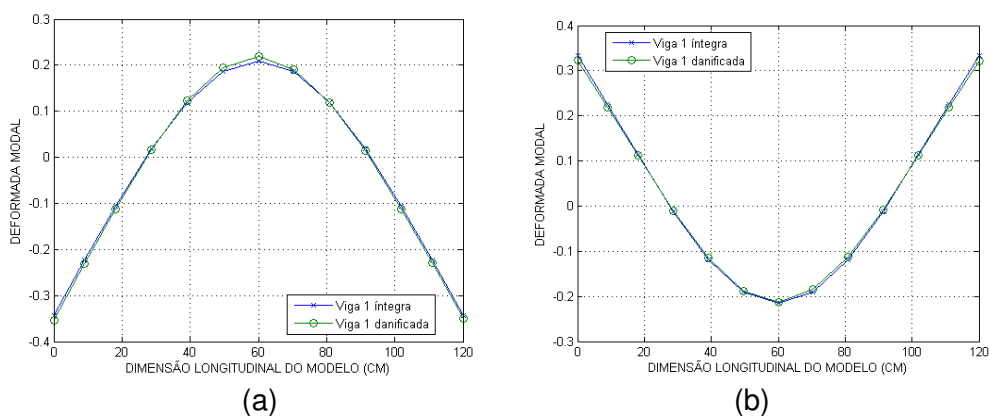


Figura 45 – Coeficientes COMAC – (a) danos no meio do vão (b) danos no quarto do vão

4.7 COMPARAÇÃO DOS MODOS DE VIBRAÇÃO

Foram feitas comparações dos modos de vibração entre os modelos de referência e o modelo com danos no meio do vão. Esta comparação teve como foco a longitudinal afetada pelo dano, local onde apareceriam as maiores diferenças. A figura a seguir apresenta os modos do modelo íntegro em comparação com o danificado próximo ao meio do vão. Pode-se observar que existe uma pequena mudança nos modos de vibração, principalmente em regiões mais próximas ao dano. No entanto, a diferença dos modos é muito pequena para permitir alguma identificação de danos.



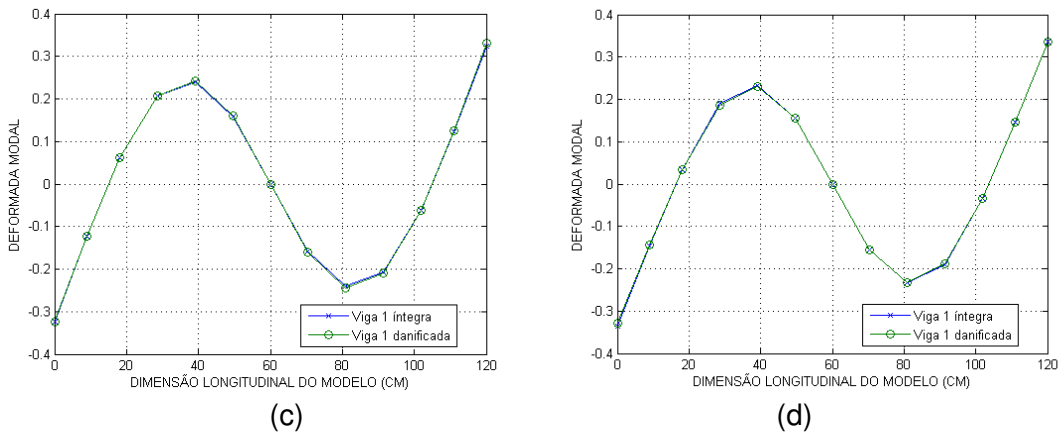


Figura 46 – Modos de vibração das longarinas na situação íntegra x dano no meio do vão (a) 1º Modo de Flexão; (b) 1º Modo de Torção (c) 2º Modo de Flexão (d) 2º Modo de Torção

4.8 DIFERENÇA DE CURVATURA MODAL (DCM)

Na figura a seguir, são apresentadas as curvaturas ao longo do eixo da longarina 1 do modelo íntegro e do modelo com dano no meio do vão para os quatro modos em análise.

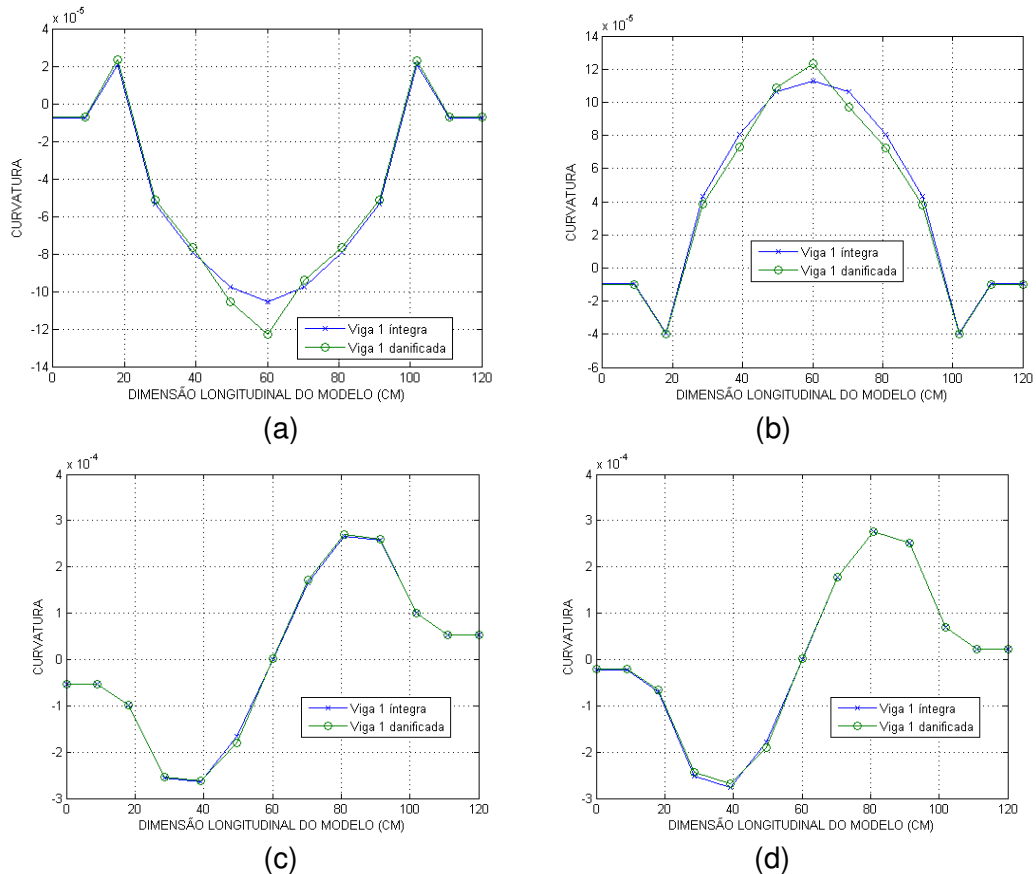
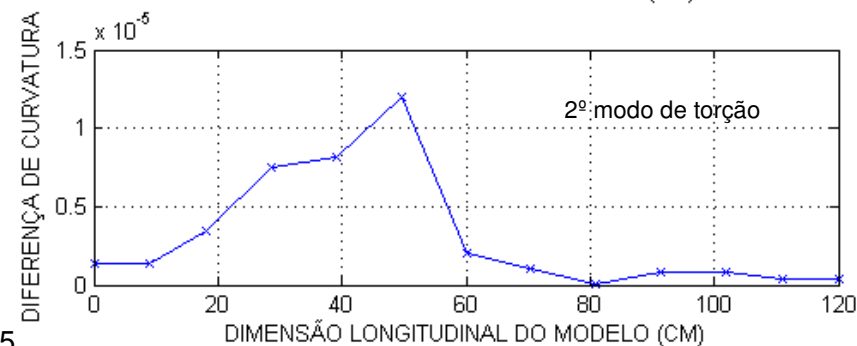
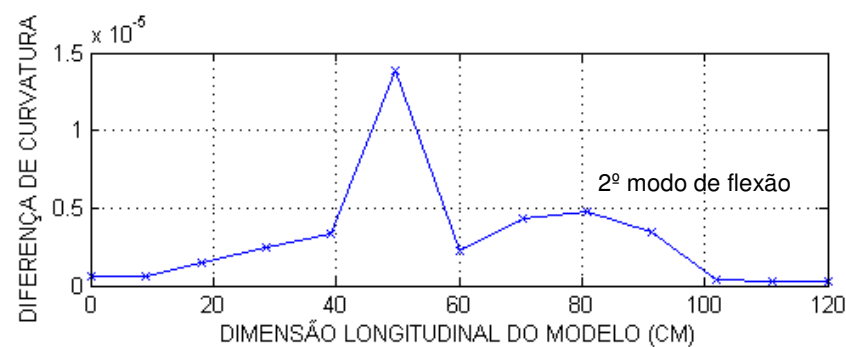
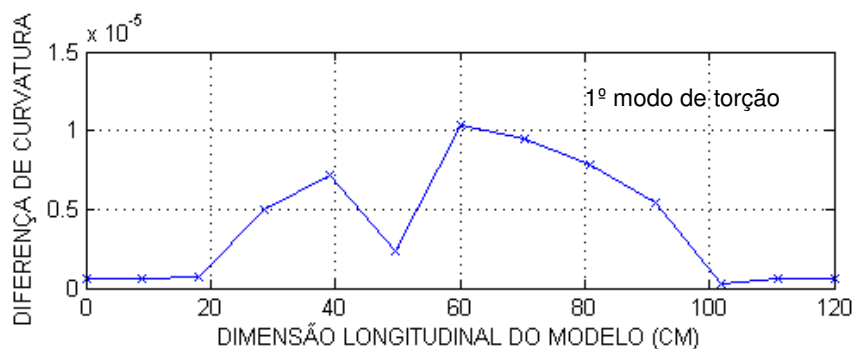
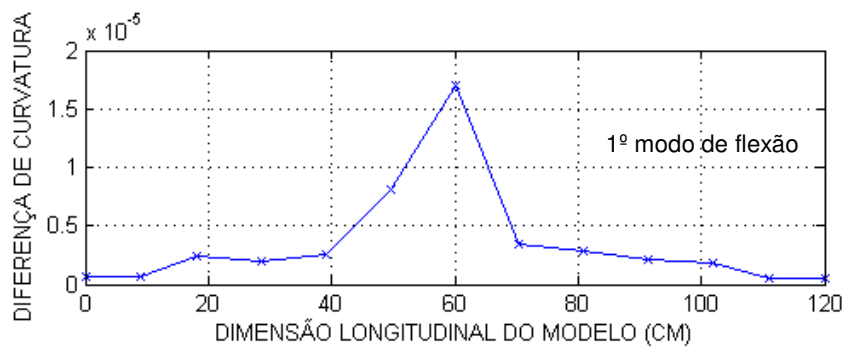


Figura 47 – Curvaturas das longarinas na situação íntegra x dano no meio do vão (a) 1º Modo de Flexão; (b) 1º Modo de Torção (c) 2º Modo de Flexão (d) 2º Modo de Torção

Calculando as diferenças entre as curvaturas do modelo íntegro e com dano no meio do vão, obteve-se um indício significativo da existência de dano e sua posição, como indica a Figura 48.



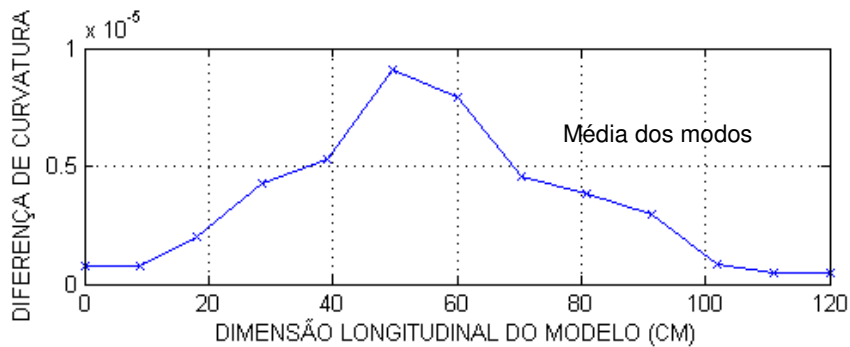


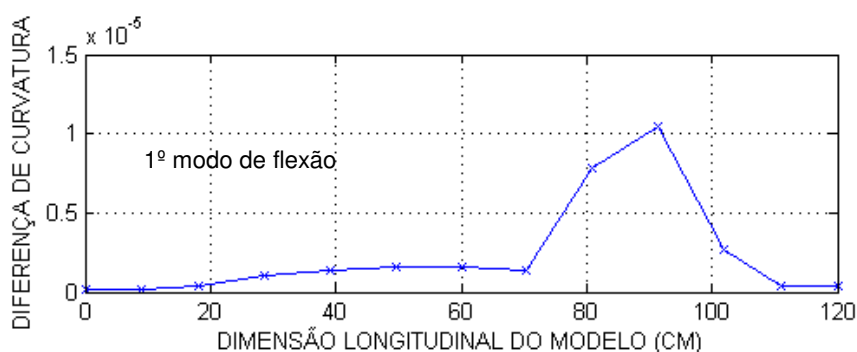
Figura 48 – Diferenças de curvaturas – modelo íntegro x dano no meio do vão

No 1º modo de flexão observa-se que o dano é localizado no meio do vão. No 1º modo de torção, o pico no meio do vão não fica bem caracterizado. Isso ocorre porque o dano aplicado é mais perceptível nos modos de flexão, refletindo a perda de rigidez do elemento estrutural.

Já para os segundos modos de flexão e torção, o pico de dano apareceu no ponto mais próximo ao meio do vão. Isso ocorre porque o ponto no meio do vão é um nó modal para ambos os modos e o dano foi aplicado entre tais pontos. Assim, o método detectou uma maior Diferença de Curvatura Modal em tal posição.

Na média da DCM, o maior pico se localiza na posição no meio do vão, onde o dano foi aplicado. Porém, o pico não fica bem caracterizado devido aos modos de torção, conforme explanado anteriormente. Nesse caso, a melhor forma de identificar e localizar o dano é analisar a Diferença de Curvatura Modal individualmente para cada modo. Pelos modos de flexão, os picos ficam melhores representados e chega-se a conclusão que o dano está localizado entre os pontos 49,5 e 60 cm (meio do vão).

O mesmo procedimento foi aplicado na situação de dano no segundo quarto de vão. Foi possível também neste caso identificar a região danificada, apesar de picos adicionais de menor intensidade terem aparecido.



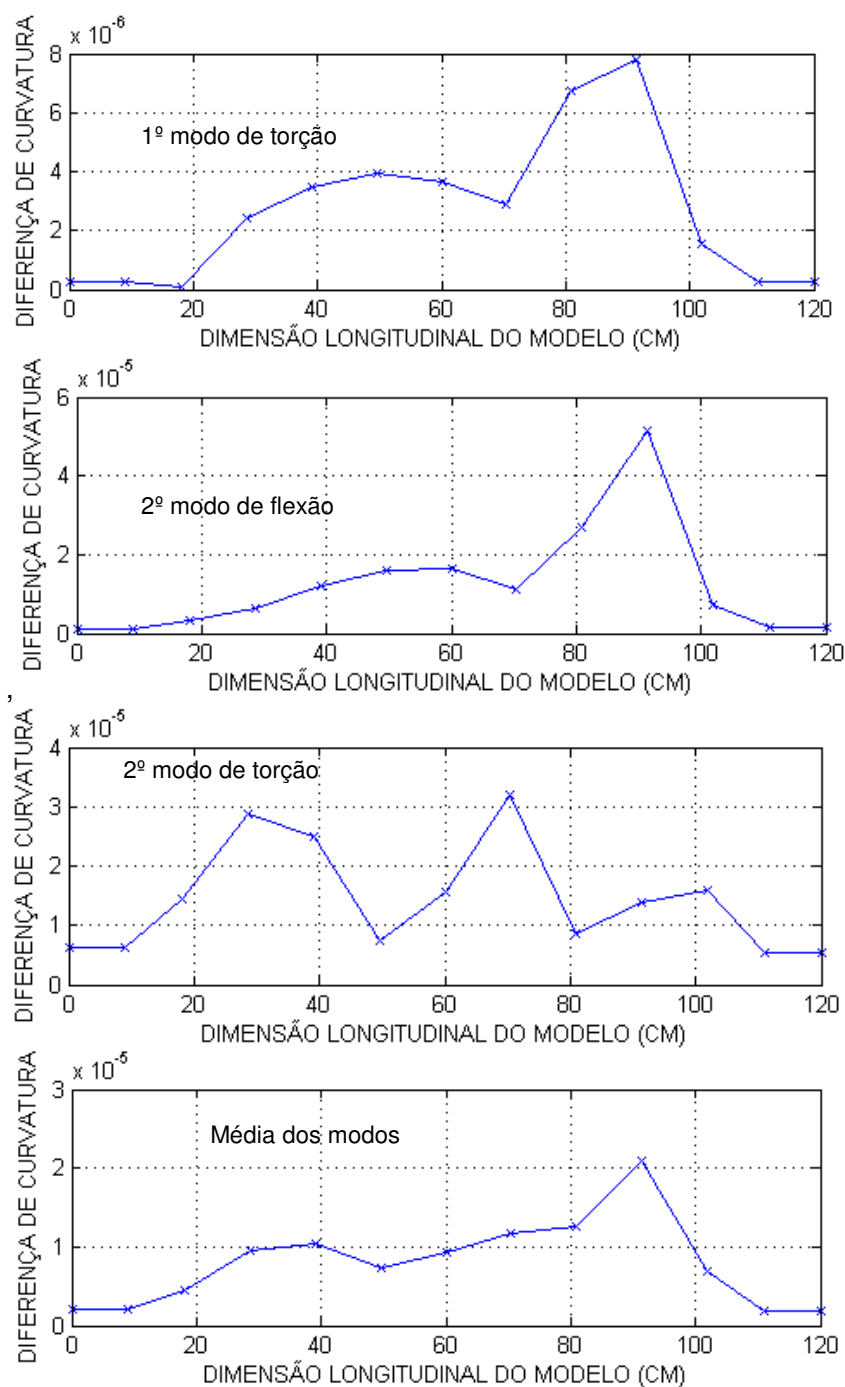


Figura 49 – Diferenças de curvaturas – modelo íntegro x dano no segundo quarto do vão

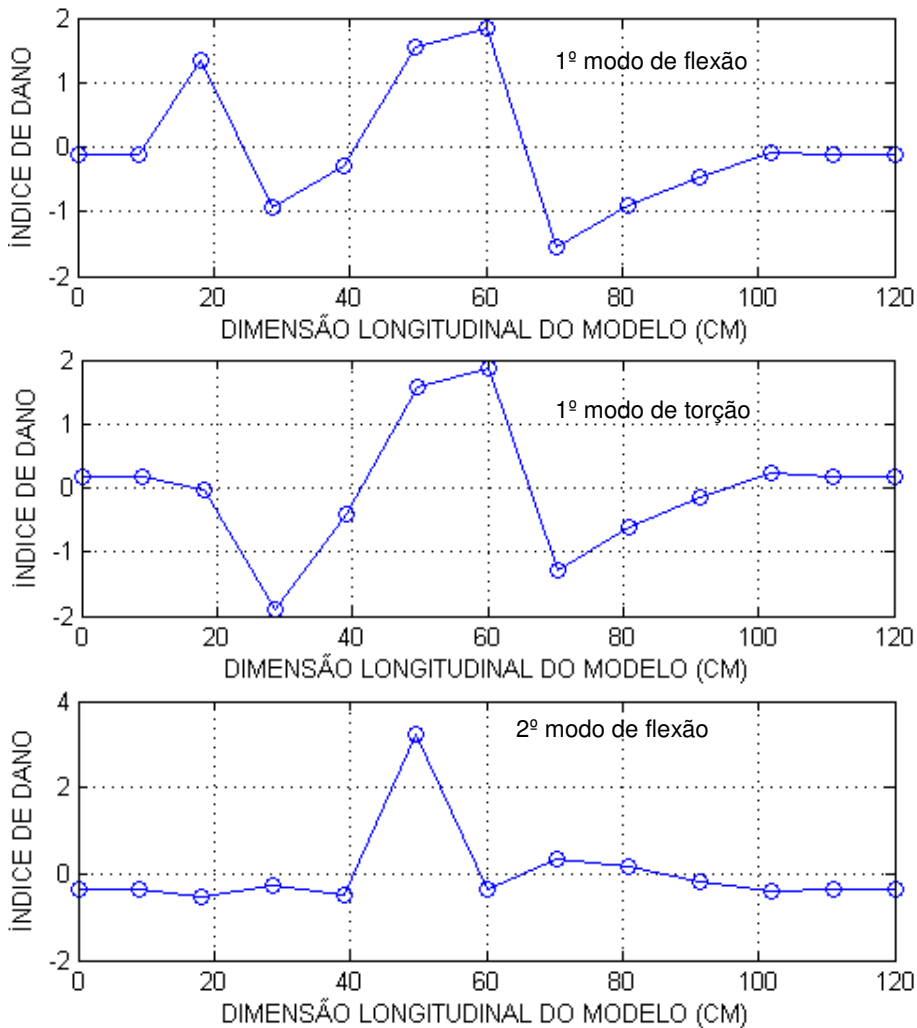
Pelos gráficos da DCM, verifica-se que o dano é localizado em ambos os modos de flexão e no 1º de torção.

Já para o 2º modo de torção, o dano não conseguiu ser localizado, apresentado falsos picos em diversas outras posições. Isso ocorre porque o dano aplicado é mais perceptível nos modos de flexão, refletindo a perda de rigidez do elemento estrutural.

Na média da DCM, o maior pico se localiza na posição em que o dano foi aplicado. Porém, tal pico não ficou mais destacado porque a DCM no 2º modo de torção mostrou falsos picos em diversas outras posições, elevando a média em tais pontos. Nesse caso, o 2º modo de torção tem que ser desconsiderado para a análise do dano ou a danificação ser avaliada em cada modo individualmente.

4.9 ÍNDICE DE DANO

Calculando os índices de dano segundo Stubbs, Kim e Farrar (1995), obtiveram-se os seguintes resultados. Nota-se que o índice de dano conseguiu detectar e localizar o dano no meio do vão.



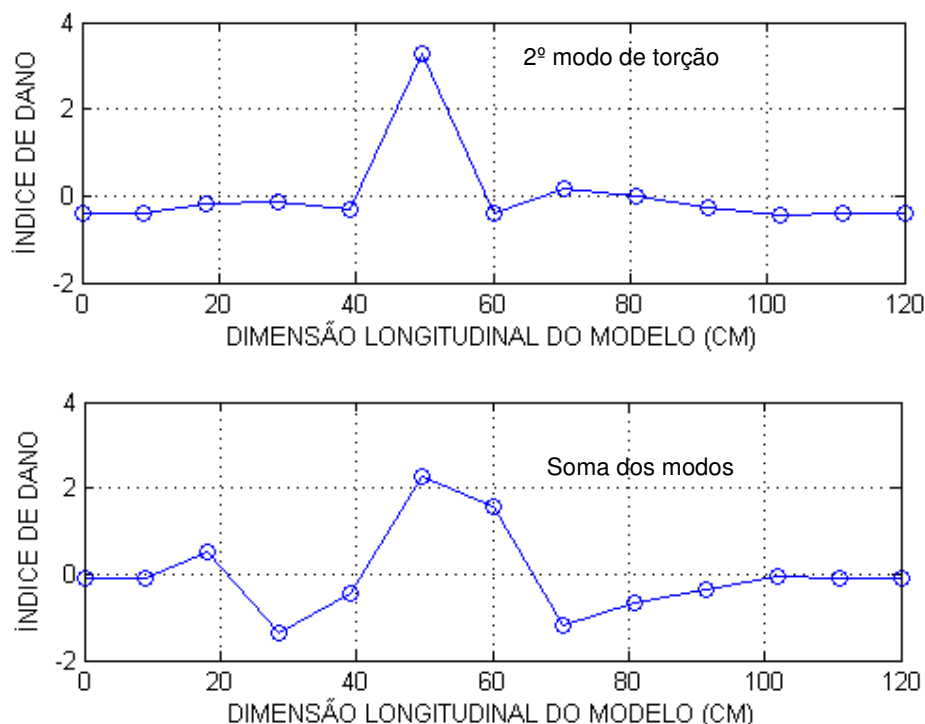


Figura 50 – Índice de dano – modelo íntegro x dano no meio do vão

No 1º modo de flexão, além de haver um pico na região do apoio, os picos no meio do vão não ultrapassaram o valor de 2. Em relação pico no apoio, é possível concluir que é uma falsa indicação de dano porque não aparece em nenhum outro modo ou na soma do ID. Para o 1º modo de torção, apesar do valor estar um pouco abaixo de 2, é possível afirmar que o Índice de Dano identificou o dano no meio do vão.

Já para os segundos modos de flexão e torção, o pico de dano apareceu no ponto mais próximo ao meio do vão. Isso ocorre porque o ponto no meio do vão é um nó modal para ambos os modos e o dano foi aplicado entre tais pontos. Assim, o método detectou um maior ID em tal posição.

Na soma do ID, os maiores picos estão localizados no meio do vão, sendo que um deles ultrapassa o valor de 2. Assim é possível concluir que há uma alta indicação de dano no meio do vão.

O mesmo procedimento foi aplicado na situação de dano no segundo quarto de vão. Foi possível também neste caso identificar a região danificada, apesar de picos adicionais de menor intensidade terem aparecido.

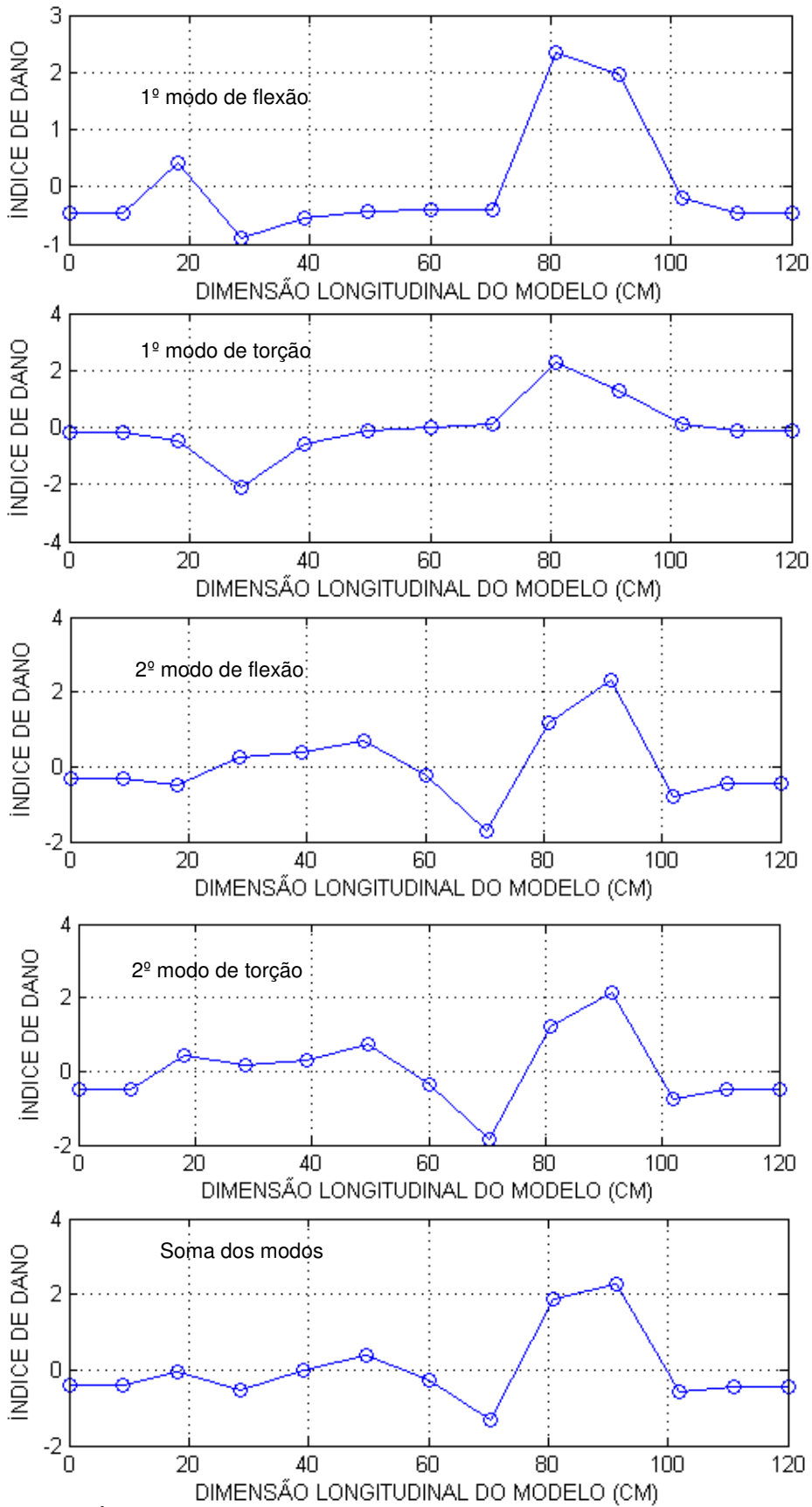


Figura 51 – Índice de dano – modelo íntegro x dano no segundo quarto do vão

Nos quatro modos em análise, o dano conseguiu ser identificado no segundo quarto do vão, assim como na soma do ID.

4.10 TÉCNICAS COM MAIOR SUCESSO NA IDENTIFICAÇÃO DE DANOS NOS MODELOS NUMÉRICOS

As análises feitas com o modelo em elementos finitos permitiram avaliar entre diferentes técnicas quais foram as mais promissoras na identificação de danos.

A variação das frequências naturais permitiu inferir a existência de dano nos modelos danificados. No entanto, não forneceu nenhuma informação com respeito à sua localização. Além disso, não se espera grande sucesso ao aplicar este índice nos modelos experimentais, pois as diferenças inferiores a 1% provavelmente não serão detectadas. Ainda, variações desta ordem de grandeza podem ocorrer em estruturas reais apenas com a variação de temperatura.

Como já esperado, os índices MAC e COMAC não deram qualquer informação a respeito da existência de dano e sua localização.

A comparação dos modos de vibração mostrou diferenças muito sutis entre os modelos de referência e danificados, não permitindo avaliar com precisão a existência e localização de um dano.

A Diferença de Curvatura Modal e o índice de dano (técnica também baseada em curvatura modal) foram as mais eficientes na detecção e localização de danos. Logo, estas técnicas foram aplicadas na análise dos modelos experimentais.

5 METODOLOGIA EXPERIMENTAL

A análise experimental tem como objetivo comprovar os resultados obtidos no modelo numérico, apresentando as dificuldades inerentes a uma aplicação prática e as limitações e imprecisões que afetam os resultados.

Para aplicação da análise experimental, foram confeccionados modelos em escala reduzida 1/20, conforme ilustrado na Figura 34.

5.1 CONFECÇÃO E MATERIAIS DOS MODELOS EM ESCALA REDUZIDA

O material utilizado para confeccionar os modelos reduzidos foi uma argamassa armada e, para permitir o melhor espalhamento desta na forma, a menor dimensão dos elementos estruturais foi de 1 cm, tal como o tabuleiro e as transversinas.

No total, foram fabricados 5 modelos no Laboratório de Estruturas da Escola de Engenharia de São Carlos. A Tabela 9 apresenta os traços da argamassa dos modelos, o módulo de elasticidade dinâmico e densidade. Para melhor fluidez da argamassa, foi utilizado superplastificante nas misturas na ordem de 1% da massa de cimento.

Tabela 9 – Informações dos modelos em escala reduzida - argamassa

Modelo	Traço	Módulo de Elasticidade Dinâmico E_d (MPa)	Densidade (kg/m ³)
1			
2			
3	1 : 3,0 : 0,45	44.000	2.173,42
4			
5			

O módulo de elasticidade dinâmico foi obtido por ensaios acústicos de ressonância com o equipamento Sonelastic, desenvolvido pela ATCP, em

conformidade com a norma ASTM C215-08. Para o ensaio, foram confeccionadas dez amostras cilíndricas de dimensões 5x10 mm, nos quais era aplicado um impacto em uma das faces do cilindro e o som medido por um microfone na face oposta. Os dados da leitura eram lidos e analisados pelo programa do Sonelastic, em que o espectro do som permitia a identificação das frequências associadas ao primeiro modo longitudinal e ao primeiro modo de flexão. A média entre as dez amostras resultou no módulo de elasticidade dinâmico adotado. A Tabela 10 apresenta os módulos de elasticidade dinâmicos (E_d) das dez amostras. O desvio padrão calculado foi de 1,01 e o Coeficiente de Variação foi de 2%.

Tabela 10 – Módulo de Elasticidade Dinâmico experimental dos corpos de prova

Amostra	Módulo de Elasticidade Dinâmico E_d (MPa)
1	43,57
2	45,62
3	43,53
4	43,02
5	43,55
6	45,46
7	43,86
8	44,39
9	44,39
10	42,40

Para evitar a quebra do modelo reduzido na desforma ou em seu manuseio e representar uma ponte de concreto armado, armaram-se as duas vigas longarinas e o tabuleiro. Para todos os modelos a armadura do tabuleiro é a mesma, a qual consiste em uma tela de malha 25 x 25 mm de fio de diâmetro 1,24 mm. Nas longarinas, utilizou-se uma tela de aço de malha de 15 x 15 mm de fio de diâmetro 1,20 mm. Tal escolha de armadura das longarinas se deu por conta de uma melhor representatividade da seção de aço em uma viga.

A Figura 52 apresenta um esquema da geometria da armadura na seção das longarinas.

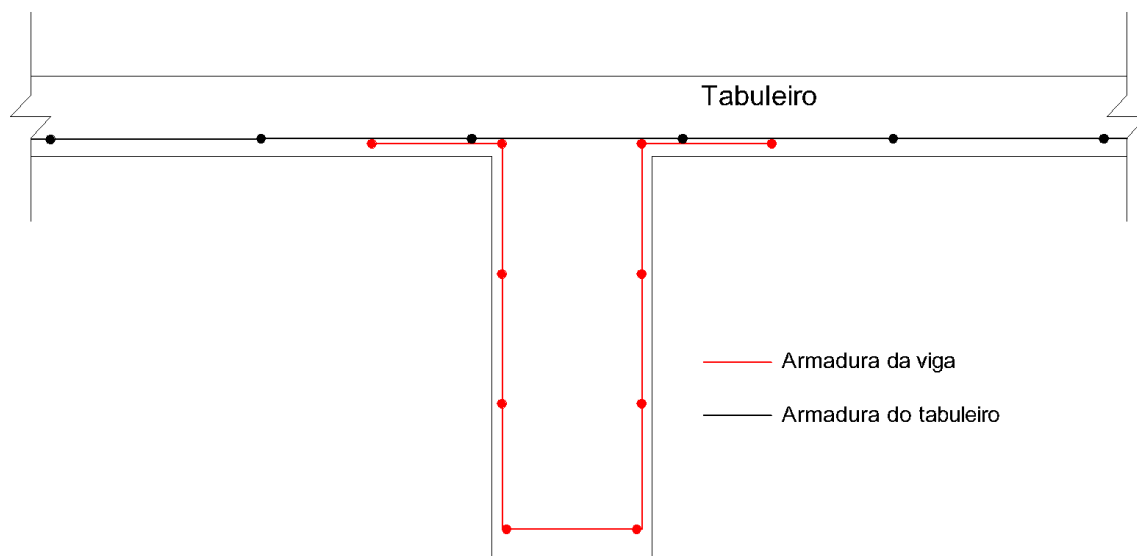


Figura 52 – Croqui das armaduras – Seção transversal da longarina

A Figura 53 apresenta a forma e armadura somente das longarinas dos modelos.

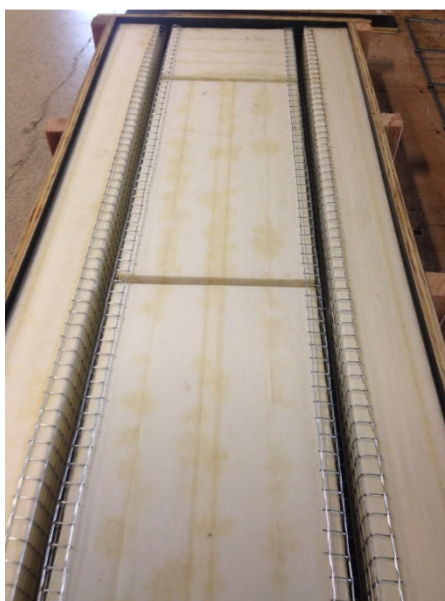


Figura 53 – Fotografia da forma e armadura das longarinas dos modelos (ainda sem a armadura do tabuleiro)

A Tabela 11 apresenta um resumo das armaduras utilizadas em todos os modelos.

Tabela 11 – Resumo das armaduras utilizadas nos modelos

Modelo	Armadura – Telas de aço	
	Tabuleiro	Longarinas
1		
2		
3	Malha 25 x 25 mm - ϕ 1,24 mm	Malha 15 x 15 mm - ϕ 1,20 mm
4		
5		

A Figura 54 apresenta como exemplo o modelo em escala reduzida já concretado.



a) Vista superior



b) Vista inferior

Figura 54 – Fotografias da forma dos modelos

Os modelos e suas reproduções de condições de apoio, suas danificações, procedimentos de ensaio e seus resultados são apresentados nos itens a seguir. Buscou-se representar da forma mais fiel possível as condições de campo encontradas em uma monitoração de vibrações da estrutura real.

5.2 CONDIÇÕES DE APOIO

Com a rigidez teórica do modelo reduzido 1/20 calculada de 1,01 kN/mm, conforme apresentado no capítulo do modelo numérico, buscou-se selecionar um material elastomérico que conseguisse simular o apoio de uma ponte.

O procedimento para obtenção da rigidez experimental do apoio foi baseado em um ensaio dinâmico de um grau de liberdade, utilizando uma placa metálica de 29 kg.

Primeiramente, tal placa foi apoiada sobre seis borrachas brancas, com dimensões iniciais apresentadas na Figura 55.

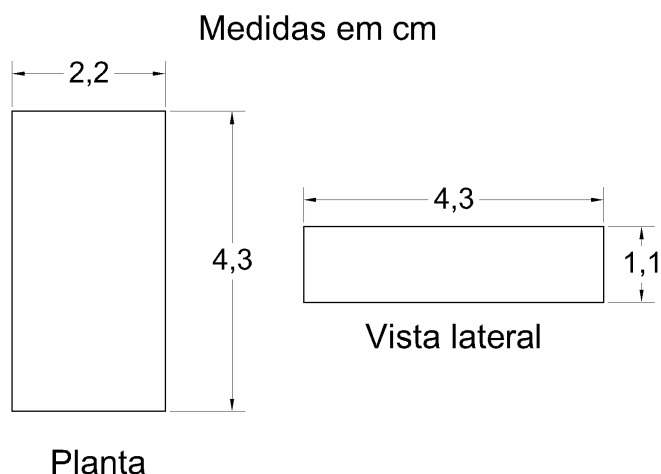


Figura 55 – Dimensões iniciais das borrachas

O ensaio dinâmico consistiu na obtenção da frequência natural deste sistema de um grau de liberdade, em que um acelerômetro foi instalado no centro da placa metálica. A excitação foi realizada por impactos na face superior da placa utilizando um martelo de impacto de borracha. A Figura 56 apresenta fotografia do ensaio.



a) Vista inferior da placa metálica



b) Configuração do ensaio

Figura 56 – Fotografias do ensaio dinâmico dos apoios

Com uma rotina de cálculo desenvolvida no Scilab, baseada na auto densidade espectral e abordada posteriormente no item 5.4, a frequência natural foi obtida e aplicada na equação (108) a seguir.

$$f = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k}{m}} \quad (108)$$

onde $m = 29 \text{ kg}$.

Com a frequência obtida, a rigidez de uma borracha foi calculada pela equação (109).

$$k_b = \frac{(f \times 2\pi \times \sqrt{29})^2}{6} \quad (109)$$

Após a análise desses resultados, verificou-se que as rigidezes das borrachas estavam um pouco acima da rigidez teórica dos apoios. Assim, como um segundo resultado, as borrachas foram cortadas ao meio e todo o procedimento foi executado novamente. A Figura 57 apresenta as novas dimensões das borrachas.

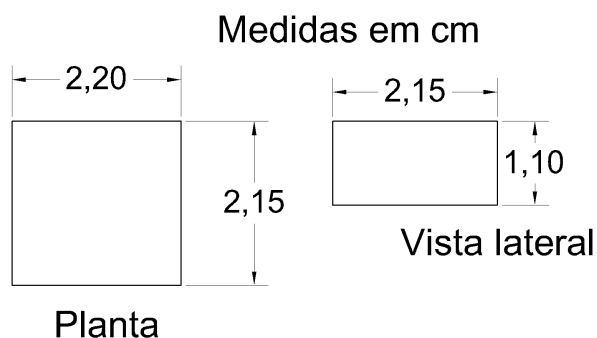


Figura 57 – Novas dimensões – borrachas cortadas

A Tabela 12 apresenta um resumo dos resultados obtidos para os dois ensaios.

Tabela 12 – Rigidezes das borrachas

Ensaio	f (Hz)	k_b (kN/mm)
Borrachas inteiras	86	1,41
Borrachas cortadas	58	0,64

Como a rigidez teórica calculada para o modelo reduzido na escala 1/20 é 1,01 kN/mm, adotaram-se as borrachas cortadas como apoio dos modelos reduzidos, pois suas rigidezes têm valores mais próximos ao teórico.

A Figura 58 apresenta uma vista do modelo com as posições dos apoios.

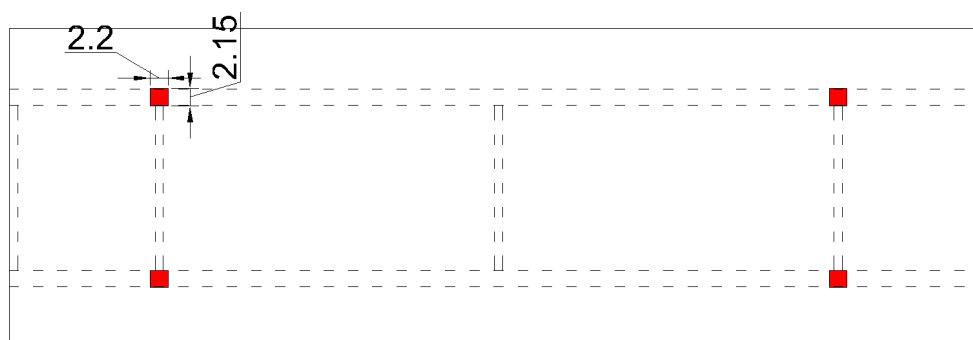


Figura 58 – Vista inferior do modelo com os apoios posicionados

A Figura 59 mostra uma fotografia das borrachas cortadas simulando os apoios.



Figura 59 – Apoios nos modelos

5.3 EQUIPAMENTOS E CONFIGURAÇÕES DE ENSAIO

Foram utilizados nesta pesquisa equipamentos do Laboratório de Estruturas do Departamento de Estruturas da EESC / USP e também equipamentos emprestados pela empresa IEME Brasil Engenharia Consultiva LTDA., sediada na cidade de São Paulo.

Dependendo da necessidade foram utilizados acelerômetros piezoelétricos do fabricante Brüel & Kjær modelos 8344, 4533-B-002 e 4507-B-006, cujas características técnicas relevantes são apresentadas na tabela a seguir.

Tabela 13 – Características técnicas dos acelerômetros empregados

Modelo	Fabricante	Sensibilidade mV/g	Faixa de frequência (Hz)	Faixa de medição (g)	Ruído inerente (μ g)
8344	Brüel & Kjaer	2500	0,2 a 3000	$\pm 2,6$	45
4533 B002	Brüel & Kjaer	490	0,3 a 12800	± 14	100
4507 B006	Brüel & Kjaer	500	0,2 a 6000	± 14	160

Para registro das leituras, foi utilizado o sistema de aquisição de dados Wavebook 516E com o condicionador de sinais WBK 18 de resolução de 16 bits, ambos do fabricante IOtech.

Como configuração de ensaio, os seguintes parâmetros foram utilizados:

- taxa de amostragem (frequência de aquisição) – 4.000 Hz;
- filtro analógico passa-baixa – 2.000 Hz;
- fundo de escala – $\pm 2,5$ V.

Respeitando o teorema de Nyquist para evitar o efeito aliasing, já abordado anteriormente, a taxa de amostragem é maior que o dobro da máxima frequência de interesse, ou seja, a frequência próxima a 600 Hz, conforme resultados do modelo numérico.

O fundo de escala foi baseado na sensibilidade do acelerômetro e no valor de pico da aceleração esperada para os ensaios. Antes dos ensaios, verificou-se a ordem de grandeza das vibrações no modelo reduzido. Com isso, optou-se por garantir a leitura de acelerações de até 25.000 m/s², ou 2,5 g. Como a sensibilidade do acelerômetro é 0,5 V/g, temos:

$$\text{Fundo de escala} \geq 0,5 \times 2,5 = 1,25 \text{ V} \quad (110)$$

Como no sistema de aquisição de dados utilizado o fundo de escala acima de 1,25 V é 2,5 V, preferiu-se utilizar o segundo para garantir a leitura total dos sinais. Em consequência disto, há uma perda de resolução do sinal. Todavia, como a resolução do condicionador de sinais é de 16 bits, ainda sim a digitalização do sinal analógico se dá de forma muito precisa.

Com esta configuração de ensaio, buscou-se uma leitura dos sinais da forma mais precisa possível de forma a registrar as frequências e modos de vibração da ponte em escala reduzida.

5.4 ROTINAS DE CÁLCULO

As rotinas para a identificação modal estocástica e identificação e localização do dano foram desenvolvidas no programa Scilab. Como dados de ensaio, as acelerações ao longo do tempo são obtidas para o posterior tratamento dos resultados.

Para obtenção das frequências naturais, utilizou-se a função *pspect*, a qual estima a auto densidade espectral de potência para cada acelerômetro. Tal função gera um espectro de dois lados baseado na média do periodograma modificado de Welch, utilizando a janela de Hanning. O comprimento das janelas foi de 2.000 pontos de aquisição, com *offset* de 1.000 pontos de aquisição. Isso quer dizer que a cada janela subsequente, 50% dos últimos pontos da janela anterior são novamente repetidos para a realização das médias, efetuando a sobreposição entre as janelas.

Na mesma rotina, foi utilizada a função coerência entre as medições do ponto de referência e dos pontos de medidas com o objetivo de avaliar a qualidade dos dados experimentais. Para o cálculo da função coerência, baseada no procedimento de Felber (1993), foi calculada a auto densidade espectral de potência cruzada, a qual também foi calculada na rotina com a função *pspect*.

Para estimar os modos de vibração, foi utilizada a transmissibilidade entre as posições de medida e a posição de referência, conforme equação (70). Dessa forma, para cada posição de medida uma transmissibilidade é calculada em relação à posição de referência, sendo possível determinar o modo de vibração para cada frequência natural.

Os modos de vibração foram normalizados conforme a equação (111).

$$\frac{\{\Phi\}}{\sqrt{\{\Phi\}^T \times \{\Phi\}}} \quad (111)$$

Os modos de vibração são apresentados na forma de um gráfico de superfície 2D, sendo possível a comparação com os modos do modelo numérico.

Com as transmissibilidades calculadas, os vetores modais são adquiridos e utilizados para as outras rotinas desenvolvidas para identificação dos danos.

Para os cálculos dos coeficientes MAC e COMAC, foram utilizadas as equações (71) e (73), respectivamente. Para o MAC, os dados são apresentados na forma tabular e o COMAC por gráficos de superfície 2D.

Para o método da Diferença de Curvatura Modal e Índice de Dano, os modos para as situações íntegra e danificada são rerepresentados como um gráfico ao longo de cada uma das longarinas para cada um dos modos de vibração. Da mesma forma, os gráficos das curvaturas de cada viga, para cada modo e para ambas as situações são obtidos pelas equações (75) a (77).

Com todas as curvaturas calculadas, a diferença entre as curvaturas íntegras e danificadas em cada modo de vibração é realizada. Assim, os maiores picos nesses gráficos podem indicar uma possível danificação da estrutura.

Além da Diferença de Curvatura Modal, o Índice de Dano também é calculado baseado nas curvaturas pela equação (92) e depois, seus valores são normalizados pela equação (93). Da mesma forma, os picos nesses gráficos podem indicar uma posição do dano.

5.5 PROCEDIMENTO DE ENSAIO

Com o procedimento de ensaio adotado, buscou-se simular uma situação real de uma ponte rodoviária sob os efeitos do tráfego de veículos.

A excitação nos modelos foi efetuada por impactos de um martelo com extremidade de borracha. Tais impactos foram aplicados em diversas posições ao longo de dois eixos longitudinais da ponte, simulando duas faixas de tráfego. A força de excitação não foi medida nem controlada e os impactos foram executados manualmente.

O posicionamento dos acelerômetros foi baseado nos modos de vibração esperados, os quais foram obtidos pelo modelo de elementos finitos, já apresentado anteriormente.

Simulando uma situação de ensaio em uma ponte real para que não haja sua interdição total ou parcial, uma malha de acelerômetros foi escolhida de forma a tornar o ensaio menos custoso, relativamente rápido e de possível execução. Além disso, esta malha buscou uma proximidade maior entre os pontos, para que a localização do dano fosse possível. A Figura 60 ilustra a malha de acelerômetros.

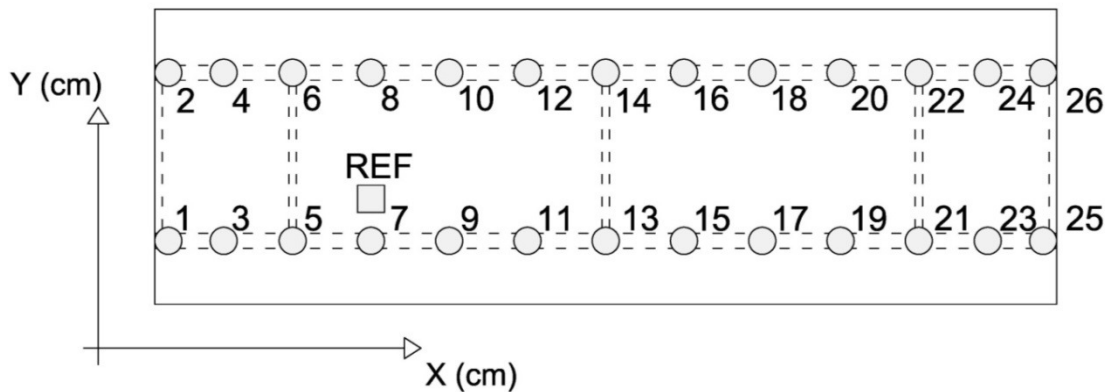


Figura 60 – Malha de acelerômetros

Conforme observado na figura acima, são utilizadas 26 posições de medida para determinação dos modos de vibração. Pelo modelo de elementos finitos, escolheu-se uma posição em que o ponto de referência não é um nó modal para os modos de vibração de interesse. A Tabela 14 apresenta as coordenadas dos pontos.

Tabela 14 – Coordenadas dos pontos

X (cm)	Y (cm)	
	8,5	31
0	1	2
9,25	3	4
18,5	5	6
29	7	8
39,5	9	10
50	11	12
60,5	13	14
71	15	16
81,5	17	18
92	19	20
102,5	21	22
111,75	23	24
121	25	26

As coordenadas do ponto de referência (REF) são $X = 29$ cm e $Y = 25,375$ cm.

O ensaio foi dividido em 7 provas. Em cada prova, foram utilizados 5 acelerômetros: 4 nas posições de medida e 1 para a posição de referência. A cada prova, os 4 acelerômetros eram fixados nas próximas 4 posições de medida, mantendo o acelerômetro da posição de referência e repetindo todo o procedimento de ensaio.

As figuras 61 a 63 apresentam fotografias dos ensaios dinâmicos nos modelos 1 a 4.



a) Modelo 1



b) Modelo 2

Figura 61 – Fotografias dos modelos 1 e 2

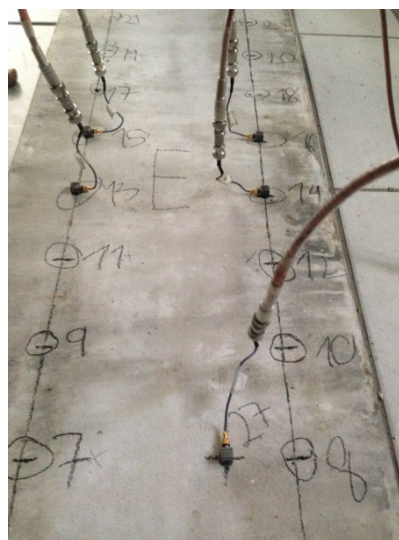


Figura 62 – Fotografias do ensaio dinâmico do Modelo 3



Figura 63 – Fotografia do Modelo 4

Após a aplicação da danificação, todo o procedimento de ensaio é refeito. Assim, a comparação dos modelos na situação íntegra com a situação danificada é realizada, sendo possível localizar a posição do dano pelas técnicas já abordadas anteriormente.

Nos modelos 1 e 5, foram realizados dois ensaios na situação íntegra. O primeiro deles foi executado na parte da manhã e o segundo no final da tarde. Entre esse período, os modelos ficaram expostos ao sol. O objetivo foi avaliar se as técnicas de identificação de dano utilizadas identificariam falsas danificações. Posteriormente, o Modelo 1 foi danificado. Já o Modelo 5 serviu apenas para este estudo e não foi danificado.

Além disso, para cada situação (íntegra e danificada) o procedimento é realizado duas vezes, obtendo-se uma média dos resultados, diminuindo o efeito da variabilidade dos resultados.

5.6 DANIFICAÇÕES

Para simular as danificações, foram realizados furos em uma das vigas longarinas da ponte.

A escolha da danificação na longarina se deu pela importância deste elemento estrutural em uma ponte, uma vez que todo tabuleiro é apoiado sobre tais

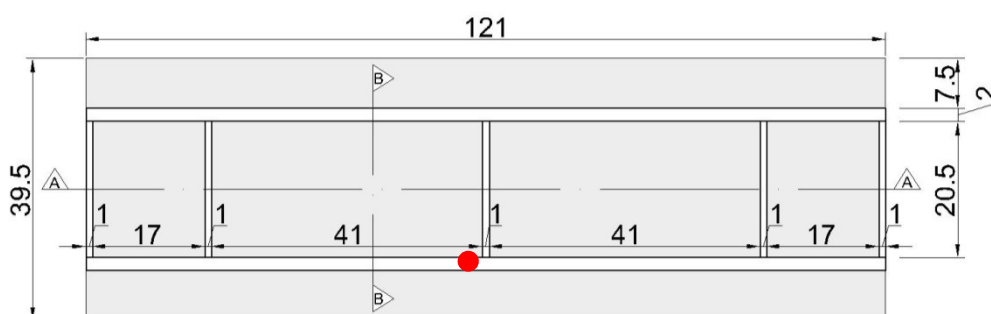
vigas. Qualquer alteração nas condições normais destas longarinas, como uma diminuição na rigidez da seção, acarreta mudanças nas propriedades dinâmicas globais da ponte, como a frequência natural e o modo de vibração.

Os furos foram executados com furadeira, utilizando broca para concreto nº 12. As posições dos furos para cada modelo são apresentadas na Tabela 15.

Tabela 15 – Posições dos danos nos modelos

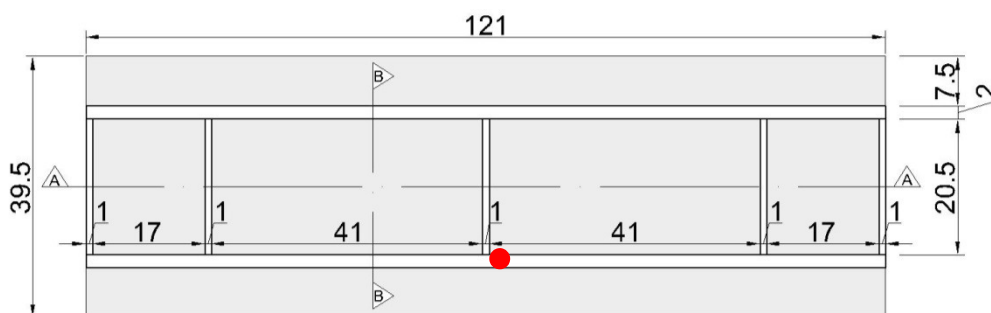
Modelo	Posição do dano	Longarina
1	Meio do vão	2
2		
3	Quarto de vão	
4		

Nos modelos 1 e 2, o furo foi aplicado no meio do vão da Longarina 2, porém como há uma transversina em tal posição, o dano foi aplicado antes e depois desta, respectivamente. Nos modelos 3 e 4, o furo foi realizado no segundo quarto de vão da Longarina 2. As figuras 65 e 66 apresentam a posição dos danos.



PLANTA

Figura 64 – Vista inferior – Posição do dano ($X = 58,5$ cm) – Modelo 1



PLANTA

Figura 65 – Vista inferior – Posição do dano ($X = 62,5$ cm) – Modelo 2

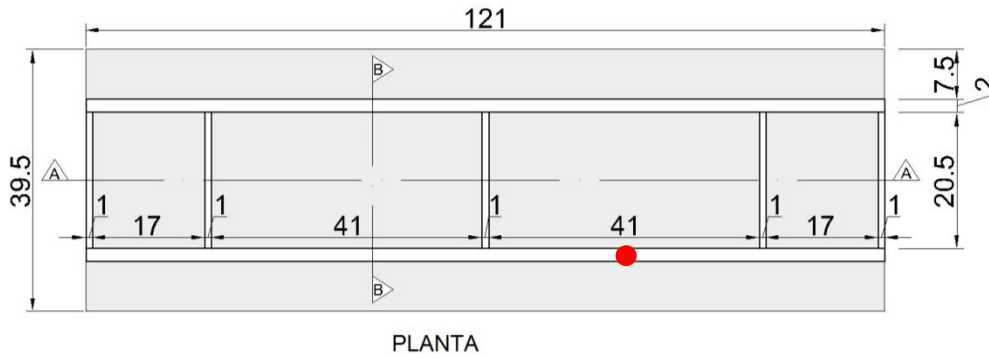


Figura 66 – Posição do dano ($X = 81,5$ cm) – Modelos 3 e 4

Para cada posição do dano, há dois modelos em escala reduzida para estudo. A posição do dano do Modelo 1 é próxima a do Modelo 2 e a do Modelo 3 é a mesma do Modelo 4.

Esta metodologia foi utilizada para que se verificassem as variações dos resultados utilizando as técnicas aplicadas de análise modal estocástica e identificação de danos.

Conforme já abordado anteriormente, nos modelos 1 e 2 os furos foram executados no meio do vão, enquanto que os modelos 3 e 4 no segundo quarto de vão. Todavia, para verificar a sensibilidade do método quanto à intensidade do dano, foram realizadas duas danificações para o Modelo 3.

A Tabela 16 apresenta a nomenclatura adotada para os modelos íntegros e a Tabela 17 apresenta um resumo de todos os danos aplicados nos modelos e a nomenclatura dada aos modelos quanto à posição e intensidade do dano.

Tabela 16 – Nomenclatura dos modelos íntegros

Modelo	Nomenclatura
1	1REF1 1REF2
2	2REF
3	3REF
4	4REF
5	5REF

Tabela 17 – Resumo dos danos aplicados

Modelo	Nomenclatura	Posição do dano	Dano na seção da viga
1	1D2MV	Meio do vão (MV)	Quebra da face inferior
2	2D2MV	Meio do vão (MV)	Quebra da face inferior
3	3D1QV	Quarto de vão (QV)	Porção superior
	3D2QV	Quarto de vão (QV)	Porção superior + quebra da face inferior
4	4D2QV	Quarto de vão (QV)	Quebra da face inferior

As figuras 67 a 68 mostram os danos aplicados nos modelos 1 e 2.



Figura 67 – Fotografias do furo do Modelo 1D2MV



Figura 68 – Fotografias do furo do Modelo 2D2MV

Já no Modelo 3, a primeira danificação de detecção de dano consistiu na aplicação do furo na porção superior da seção da viga, acima da linha neutra próximo ao tabuleiro. Na segunda danificação, o dano aplicado foi o mesmo do Modelo 1 e do Modelo 2, ou seja, quebrou-se a face inferior da seção da viga, porém

no segundo quarto de vão da viga. No Modelo 4, o dano foi o mesmo da segunda danificação do Modelo 3. As figuras 69 a 71 mostram os danos aplicados.



Figura 69 – Fotografias do furo do Modelo 3D1QV



Figura 70 – Fotografias do furo do Modelo 3D2QV



Figura 71 – Fotografias do furo do Modelo 4D2QV

As dimensões dos furos são apresentadas na Tabela 18. A extensão do dano se refere ao comprimento em planta, enquanto que a largura do dano é referente à

dimensão horizontal do furo propriamente dito. A profundidade está relacionada à medida vertical da face inferior da viga à extremidade do furo. Como exemplo, a Figura 72 ilustra essas medidas.

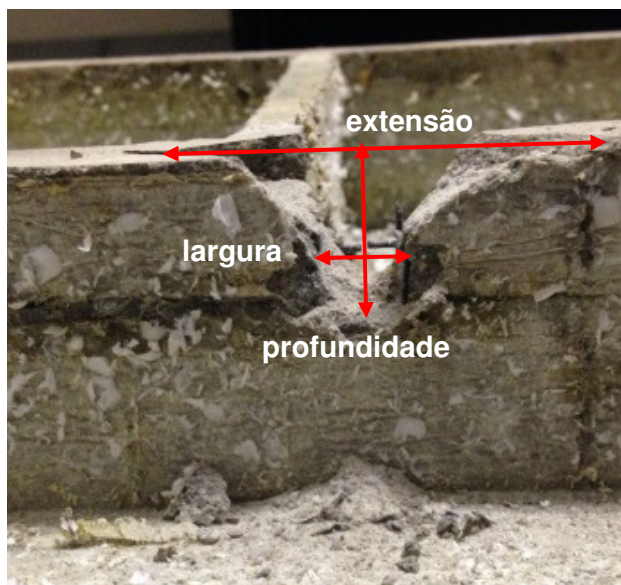


Figura 72 – Dimensões dos danos

Tabela 18 – Dimensões dos danos

Modelo	Extensão (cm)	Largura (cm)	Profundidade (cm)
1D2MV	6,5	2,0	2,5
2D2MV	6,5	4,5	2,5
3D1QV	-	3,0	2,0 (altura do furo)
3D2QV	2,0	2,0	3,0
4D2QV	2,1	2,0	2,2

6 RESULTADOS EXPERIMENTAIS

As leituras obtidas diretamente dos ensaios dinâmicos nas situações íntegra e danificada são as acelerações em mm/s^2 ao longo do tempo. A partir disto, as acelerações são transformadas para o domínio da frequência pela FFT (*Fast Fourier Transform*) e tratadas de forma a gerar os resultados de interesse, os quais consistem na frequência natural e nos modos de vibração.

A partir dos modos de vibração, a localização do dano é determinada pelos métodos já apresentados anteriormente.

Como exemplo, as figuras 73 e 74 apresentam um gráfico típico de aceleração ao longo do tempo e um gráfico do impacto típico destes ensaios dinâmicos, respectivamente. O número total de impactos foi de 66. O objetivo foi aumentar o tempo de amostragem, obtendo-se mais dados da prova.

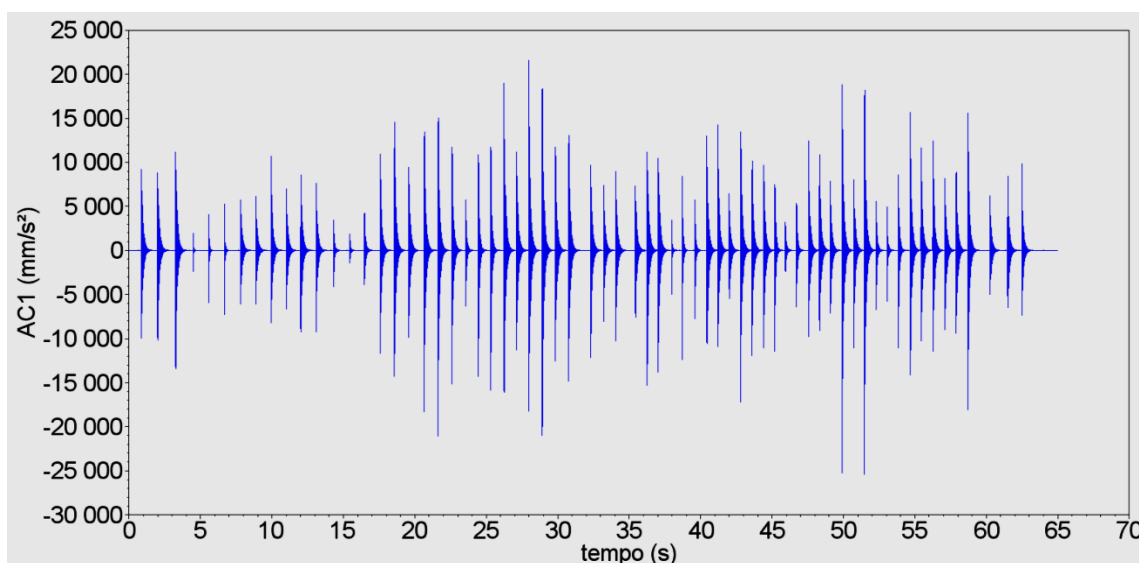


Figura 73 – Exemplo de gráfico da aceleração (mm/s^2) ao longo do tempo (s) – Modelo 1 – Posição de medida

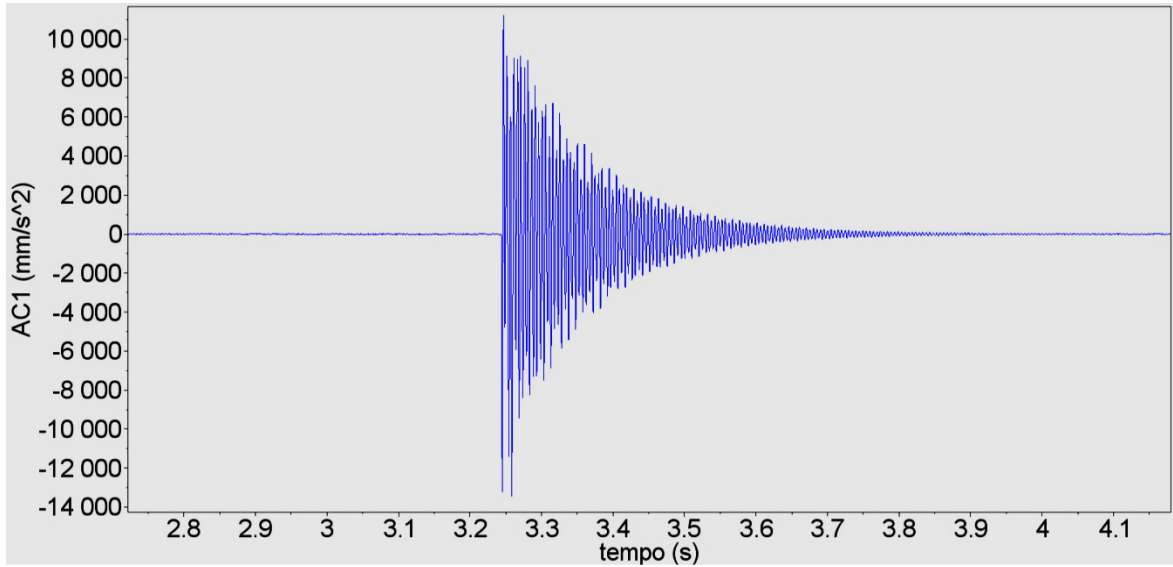


Figura 74 – Impacto típico – Aceleração (mm/s²) ao longo do tempo (s)

6.1 FREQUÊNCIAS NATURAIS E MODOS DE VIBRAÇÃO

Conforme abordado anteriormente, as frequências naturais foram obtidas pela auto densidade espectral de potência. Para cada acelerômetro de cada prova, um gráfico como o da Figura 75 é obtido, onde os picos representam frequências naturais da estrutura.

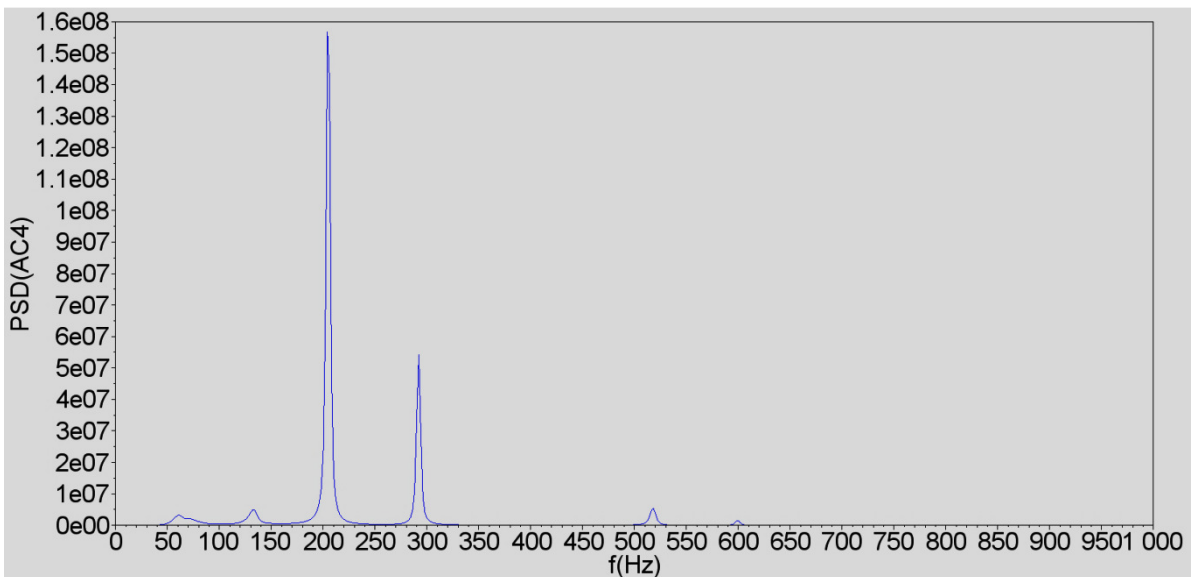


Figura 75 – Exemplo de gráfico típico de auto densidade espectral de potência

A Tabela 19 apresenta as frequências naturais nas situações íntegras e danificada do Modelo 1. Adicionalmente, a variação da frequência em relação ao 1REF1 é apresentada para cada modo de vibração.

Tabela 19 – Frequências naturais experimentais do Modelo 1

Modelo	Frequência natural (Hz) e variação em relação à frequência			
	1º de flexão	1º de torção	2º de flexão	2º de torção
1REF1	200	288	512	596
1REF2	200	288	508	592
	0,0	0,0	-0,8%	-0,7%
1D2MV	180	274	506	584
	-10,0%	-4,9%	-1,2%	-2,0%

Pela Tabela 19, observa-se que nos modelos 1REF1 e 1REF2 houve pequenas mudanças nas frequências naturais, o que poderia até ser causado por imprecisões e incertezas experimentais.

Já no modelo 1D2MV, em que houve a quebra da face inferior da seção da viga, há uma diminuição significativa das frequências naturais nos primeiros modos de flexão e torção. Conforme esperado para uma danificação no meio do vão, os segundos modos de flexão e torção tiveram uma menor alteração na frequência.

Pelo cálculo da transmissibilidade pela equação (70), o modo de vibração é obtido para cada frequência natural selecionada e é apresentado como um gráfico de superfície 2D, utilizando todas as posições de medidas. O eixo X é relacionado à dimensão longitudinal do modelo, enquanto que o eixo Y se refere à dimensão transversal entre as duas longarinas ($Y = 8,5$ cm e $Y = 31,0$ cm).

Para a identificação dos danos, foram escolhidos os quatro primeiros modos de vibração, desprezando-se os modos de corpo rígido.

As figuras a seguir comparam os modos de vibração numéricos e experimentais do modelo de referência 1REF1, ilustrando a proximidade entre eles. Tais modos são muito semelhantes, o que indica que a rotina de determinação experimental está bastante precisa.

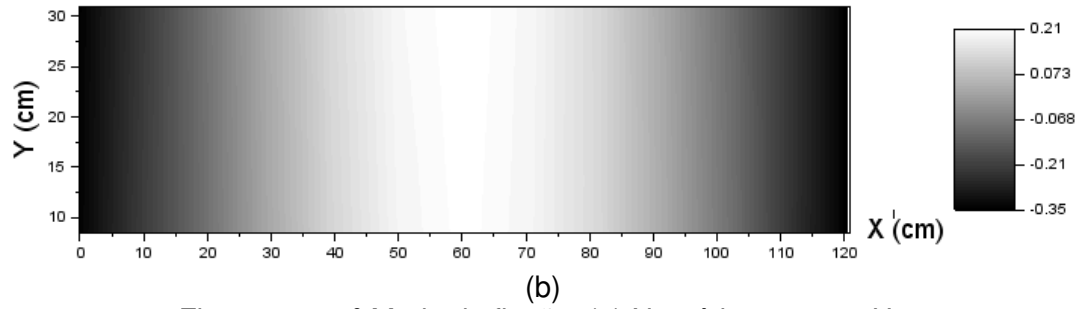
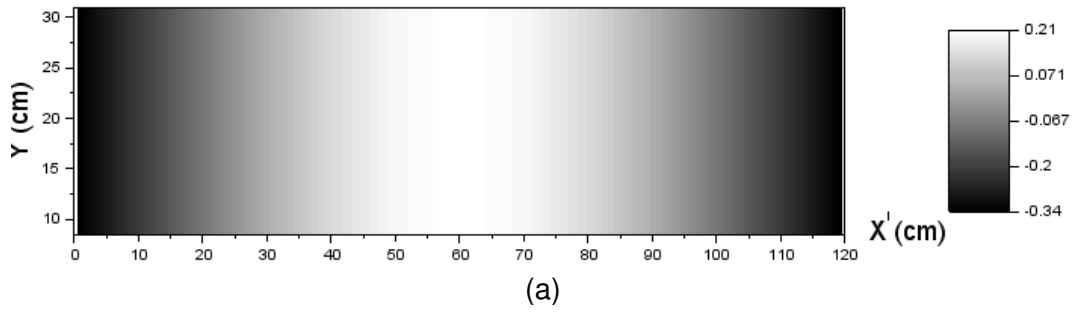


Figura 76 – 1º Modo de flexão: (a) Numérico – 192,1 Hz
(b) experimental (Modelo 1REF1) – 200 Hz

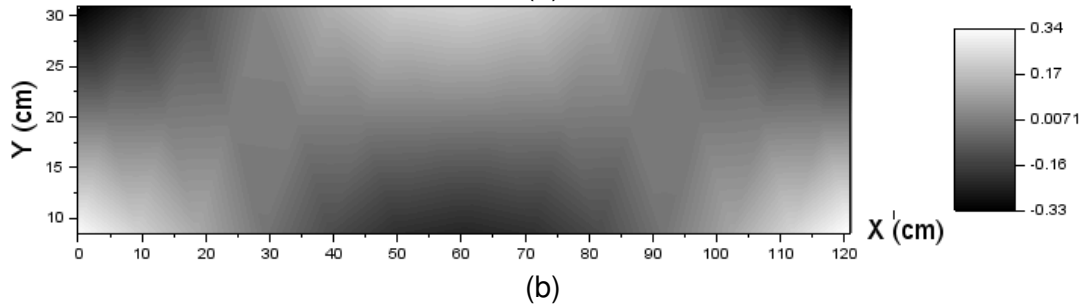
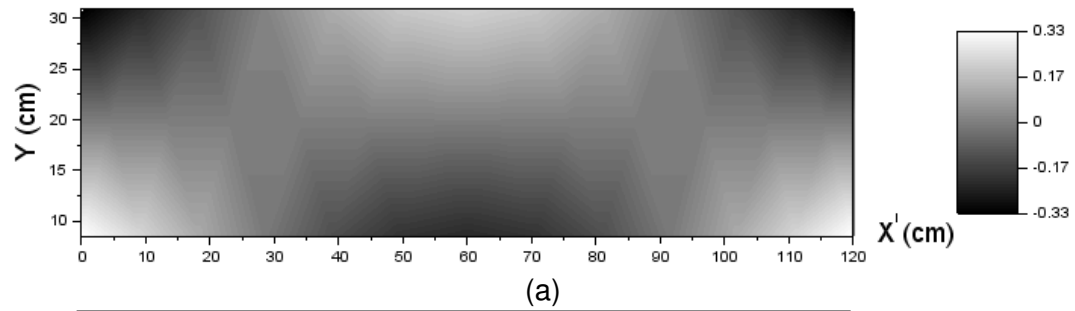
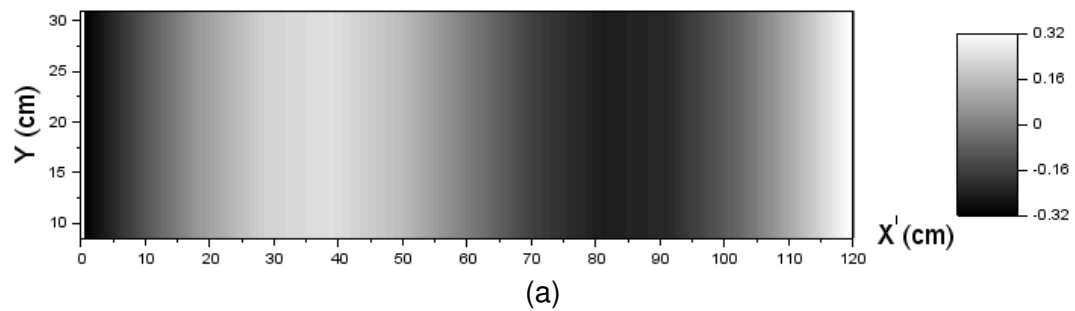


Figura 77 – 1º Modo de torção: (a) Numérico – 268,1 Hz
(b) experimental (Modelo 1REF1) – 288 Hz



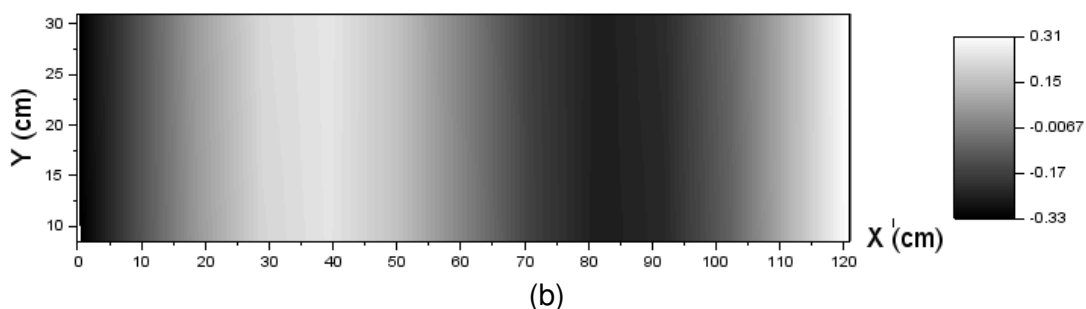


Figura 78 – 2º Modo de flexão: (a) Numérico – 480,1 Hz
(b) experimental (Modelo 1REF1) – 512 Hz

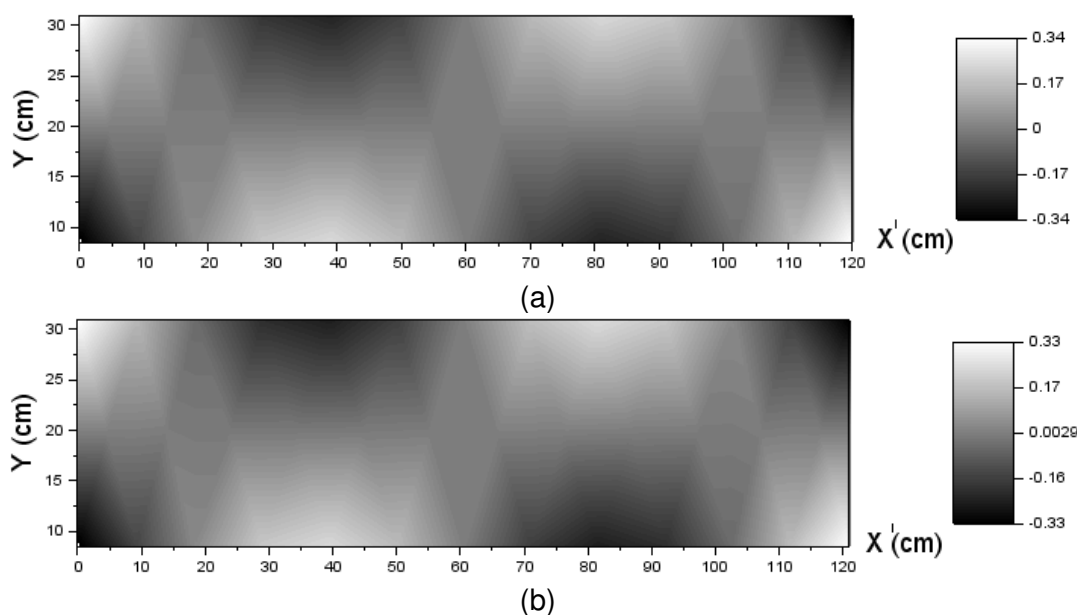


Figura 79 – 2º Modo de flexão: (a) Numérico – 545,2 Hz
(b) experimental (Modelo 1REF1) – 596 Hz

A Tabela 20 apresenta as frequências naturais nas situações íntegra e danificadas do Modelo 2. Adicionalmente, a variação da frequência em relação à situação íntegra é apresentada para cada modo de vibração.

Tabela 20 – Frequências naturais experimentais do Modelo 2

Modelo	Frequência natural (Hz) e variação em relação à frequência			
	1º de flexão	1º de torção	2º de flexão	2º de torção
2REF	202	288	514	594
2D2MV	188	280	512	592
	-6,9%	-2,8%	-0,4%	-0,3%

Com o dano já aplicado diretamente na intensidade D2, observa-se pela Tabela 20 que há uma diminuição significativa das frequências dos primeiros modos de flexão e torção. Da mesma forma, os segundos modos de flexão e torção são

menos afetados pelo dano, uma vez que no meio do vão há uma inflexão no modo de vibração.

Conforme esperado, as tabelas anteriores mostram que as frequências naturais são menores na situação danificada. Com estes danos aplicados, conseguiu-se diminuir a rigidez da seção da viga de forma significativa.

A Tabela 21 apresenta as frequências naturais na situação íntegra e nas duas situações danificadas do Modelo 3. Adicionalmente, a variação da frequência em relação à situação íntegra é apresentada para cada modo de vibração.

Tabela 21 – Frequências naturais experimentais do Modelo 3

Modelo	Frequência natural (Hz) e variação em relação à frequência			
	1º de flexão	1º de torção	2º de flexão	2º de torção
3REF	200	288	514	598
3D1QV	198	288	514	596
	-1,0%	0%	0%	-0,3%
3D2QV	186	280	472	582
	-7,0%	-2,8%	-8,2%	-2,7%

Para o Modelo 3, foram realizadas duas danificações no segundo quarto de vão. Na primeira danificação, em que foi aplicado um furo na porção superior da seção da viga, percebe-se pela Tabela 21 que houve pouca diminuição das frequências. Porém, na danificação D2, as frequências naturais já têm seus valores bem diferentes em relação ao íntegro, demonstrando que esta danificação alterou o comportamento dinâmico da estrutura nos modos em questão.

A Tabela 22 apresenta as frequências naturais nas situações íntegra e danificadas do Modelo 4. Adicionalmente, a variação da frequência em relação à situação íntegra é apresentada para cada modo de vibração.

Tabela 22 – Frequências naturais experimentais do Modelo 4

Modelo	Frequência natural (Hz) e variação em relação à frequência			
	1º de flexão	1º de torção	2º de flexão	2º de torção
4REF	202	288	514	592
4D2QV	194	284	492	576
	-4,0%	-1,4%	-4,3%	-2,7%

Com o dano já aplicado diretamente na intensidade D2, observa-se pela Tabela 22 que há uma diminuição significativa das frequências em todos os quatro modos.

A Tabela 23 apresenta as frequências naturais do Modelo 5. Adicionalmente, a variação da frequência em relação ao 5REF1 é apresentada para cada modo de vibração. As variações foram pequenas porque neste modelo não foram introduzidos danos.

Tabela 23 – Frequências naturais experimentais do Modelo 5

Modelo	Frequência natural (Hz) e variação em relação à frequência			
	1º de flexão	1º de torção	2º de flexão	2º de torção
5REF1	204	286	520	594
5REF2	202	284	516	588
	-1,0%	-0,7%	-0,8%	-1,0%

Pela Tabela 23, observa-se que houve pequenas mudanças nas frequências naturais, o que poderia até ser causado por imprecisões e incertezas experimentais.

6.2 COEFICIENTE MAC

O coeficiente MAC não consegue localizar o dano, porém, auxilia na confirmação de que o modo identificado na situação de referência e danificado é o mesmo.

Aplicando-se a equação (71) do coeficiente MAC, na qual é feita a comparação entre os vetores modais da situação íntegra (referência) com a danificada para cada modo de cada modelo, as tabelas a seguir apresentam os resultados.

Tabela 24 – Coeficientes MAC – Modelo 1

Modelo	Modo	1º de flexão	1º de torção	2º de flexão	2º de torção
1D2MV	1º de flexão	0,933	0,015	0,000	0,000
	1º de torção	0,022	0,954	0,000	0,000
	2º de flexão	0,020	0,001	0,999	0,000
	2º de torção	0,000	0,011	0,000	0,999

Tabela 25 – Coeficientes MAC – Modelo 2

Modelo	Modo	1º de flexão	1º de torção	2º de flexão	2º de torção
2D2MV	1º de flexão	0,974	0,000	0,000	0,000
	1º de torção	0,023	0,482	0,000	0,000
	2º de flexão	0,002	0,003	0,999	0,001
	2º de torção	0,000	0,186	0,002	0,999

Tabela 26 – Coeficientes MAC – Modelo 3

Modelo	Modo	1º de flexão	1º de torção	2º de flexão	2º de torção
3D1QV	1º de flexão	0,999	0,001	0,002	0,000
	1º de torção	0,000	0,998	0,000	0,000
	2º de flexão	0,000	0,000	1,000	0,001
	2º de torção	0,000	0,000	0,000	0,999
3D2QV	1º de flexão	0,982	0,018	0,000	0,017
	1º de torção	0,008	0,970	0,003	0,202
	2º de flexão	0,001	0,007	0,893	0,002
	2º de torção	0,002	0,000	0,087	0,227

Tabela 27 – Coeficientes MAC – Modelo 4

Modelo	Modo	1º de flexão	1º de torção	2º de flexão	2º de torção
4D2QV	1º de flexão	0,995	0,004	0,000	0,000
	1º de torção	0,001	0,964	0,001	0,000
	2º de flexão	0,004	0,001	0,958	0,033
	2º de torção	0,001	0,010	0,032	0,971

Portanto, entende-se que o MAC não é uma ferramenta confiável para se identificar uma possível danificação na estrutura. Tal afirmação já havia sido feita por Pandey, Biswas e Samman (1991) e Wahab e De Roeck (1999).

Observa-se na

Tabela 25 (MAC do Modelo 2) que houve um baixo valor de correlação entre os vetores modais do 1º modo de torção (0,482). Conforme apresenta a Figura 80, tal modo na situação danificada não conseguiu ser obtido de forma precisa. Logo, tal modo não será utilizado para o COMAC e a identificação de danos.

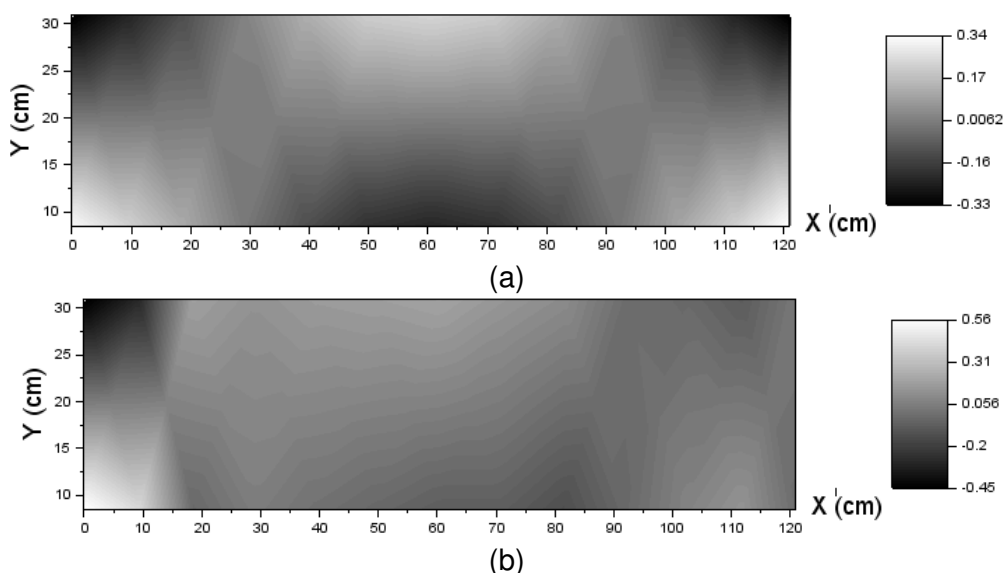


Figura 80 – 1º Modo de torção: (a) 2REF – 288 Hz
(b) 2D2MV – 280 Hz

Da mesma forma, o 2º modo de flexão do Modelo 3D2QV também não conseguiu ser corretamente obtido, conforme apresenta a Figura 81. Isso é confirmado pelo baixo valor do MAC (0,227) apresentado na Tabela 26. Logo, tal modo não será utilizado para o COMAC e a identificação de danos.

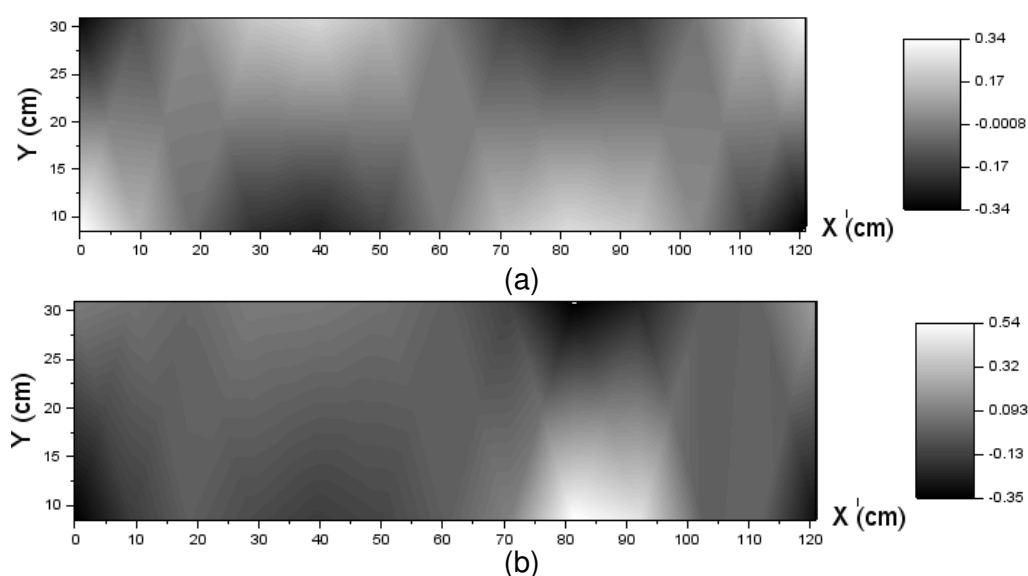


Figura 81 – 1º Modo de torção: (a) 3REF – 598 Hz
(b) Modelo 3D2QV – 582 Hz

6.3 COEFICIENTE COMAC

Os coeficientes COMAC para cada modelo são apresentados na forma de um gráfico de superfície 2D, análogo ao gráfico dos modos de vibração. Para tentar identificar o dano, foram utilizados os quatro modos de vibração em estudo na equação (73), onde a referência são os vetores modais na situação íntegra.

As figuras apresentam os gráficos dos coeficientes COMAC em cada grau de liberdade de cada modelo.

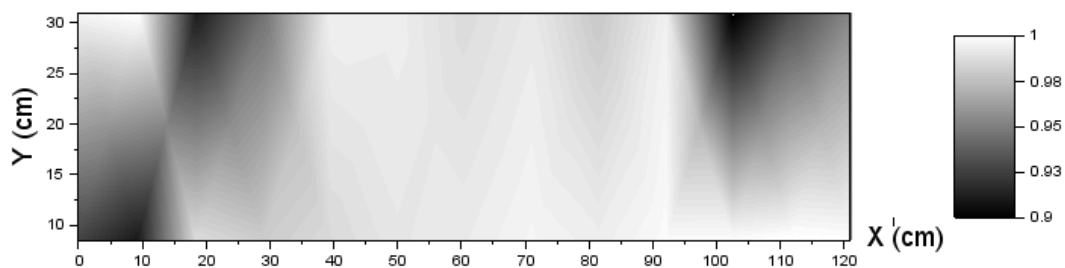


Figura 82 – Coeficientes COMAC do Modelo 1D2MV

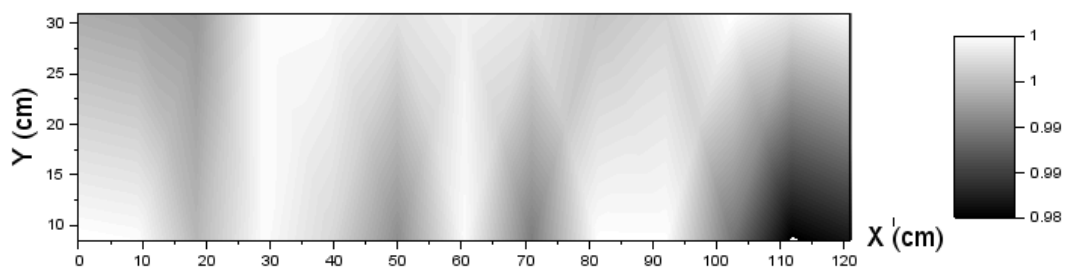


Figura 83 – Coeficientes COMAC do Modelo 2D2MV

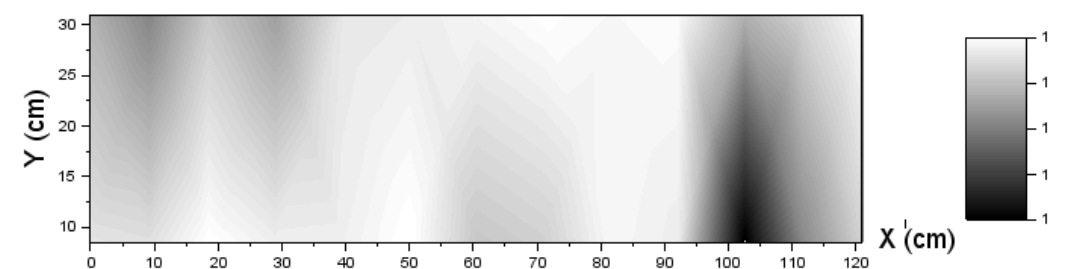


Figura 84 – Coeficientes COMAC do Modelo 3D1QV

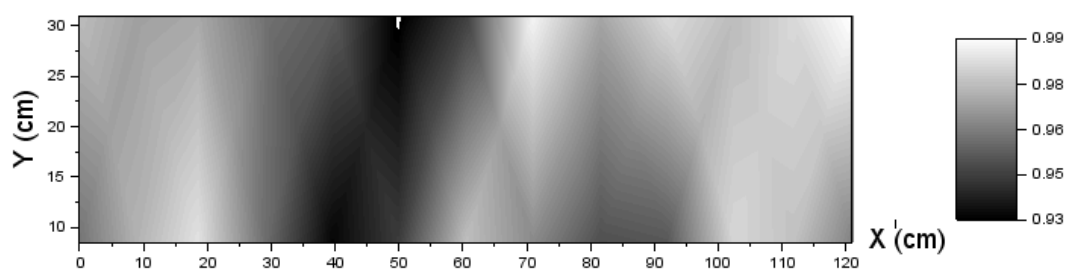


Figura 85 – Coeficientes COMAC do Modelo 3D2QV

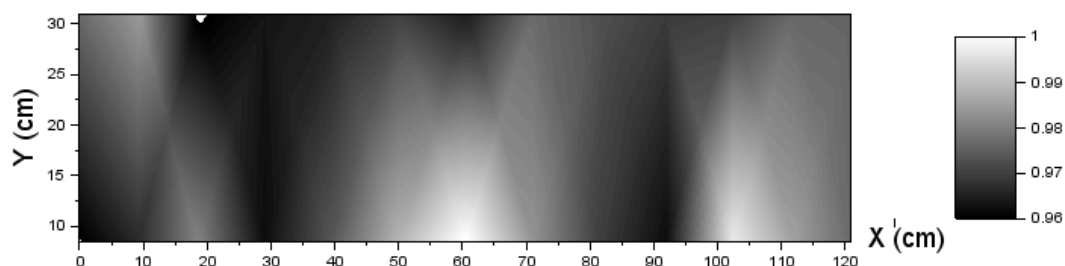


Figura 86 – Coeficientes COMAC do Modelo 4D2QV

Pelos gráficos acima, é possível perceber que, da mesma forma dos coeficientes MAC, os coeficientes COMAC não conseguem identificar e localizar os danos, mostrando uma boa correlação entre os vetores modais da situação íntegra com a situação danificada, pois os valores estão próximos de 1. Ressalta-se que para o cálculo do COMAC dos modelos 2D2MV e 3D2QV (figuras 83 e 85), o 1º modo de torção e 2º modo de torção, respectivamente, foram excluídos por causa dos baixos valores de MAC. Isso ocorreu devido à falha na obtenção de tais modos experimentais.

6.4 DIFERENÇA DE CURVATURA MODAL (DCM)

Os modos de vibração e suas curvaturas são apresentados ao longo do eixo das longarinas na forma de um gráfico, assim como a Diferença de Curvatura Modal entre a situação íntegra e a situação danificada.

6.4.1 Modelo 1

Conforme já explanado, para o Modelo 1 foram realizados dois ensaios na situação íntegra para avaliar se a DCM identifica falsas danificações. Assim, primeiramente são apresentados os resultados após a danificação aplicada e, posteriormente, os resultados comparando as situações íntegras.

6.4.1.1 Íntegro x Danificado

As figuras a seguir apresentam as curvaturas derivadas dos modos de vibração do Modelo 1D2MV, comparando para a viga longarinas danificada as situações íntegra x danificada. Além disso, é apresentada também a mesma comparação realizada no modelo numérico.

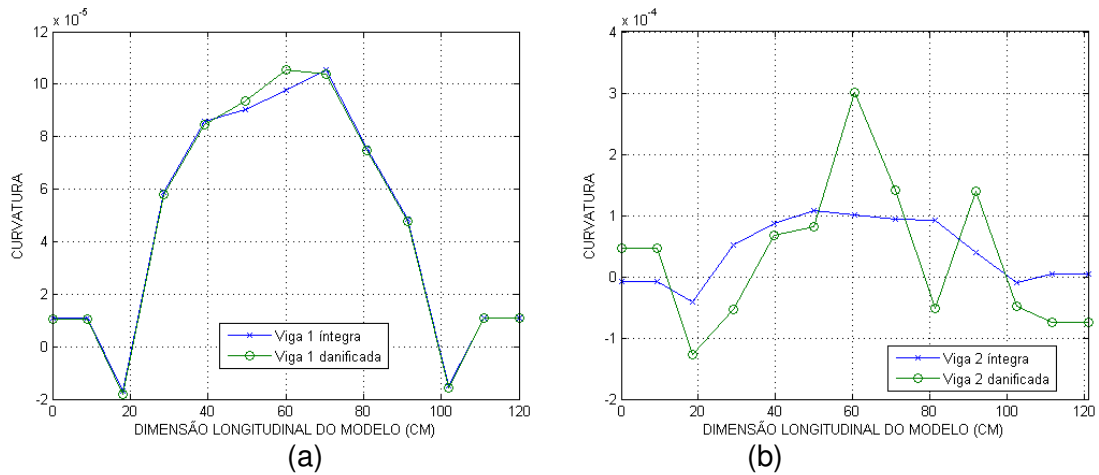


Figura 87 – Curvaturas do 1º Modo de flexão: (a) Modelo numérico
(b) experimental (1REF1 e 1D2MV)

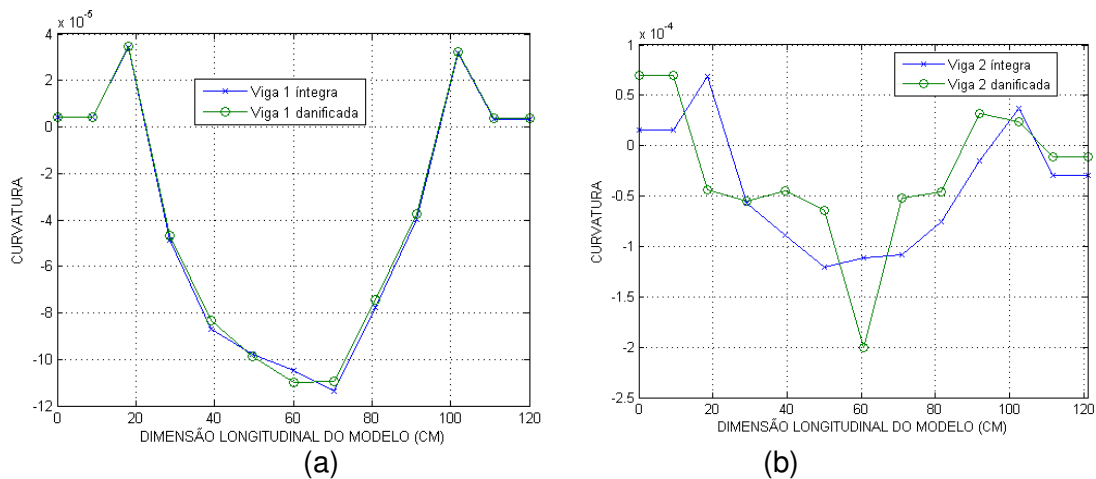


Figura 88 – Curvaturas do 1º Modo de torção: (a) Modelo numérico
(b) experimental (1REF1 e 1D2MV)

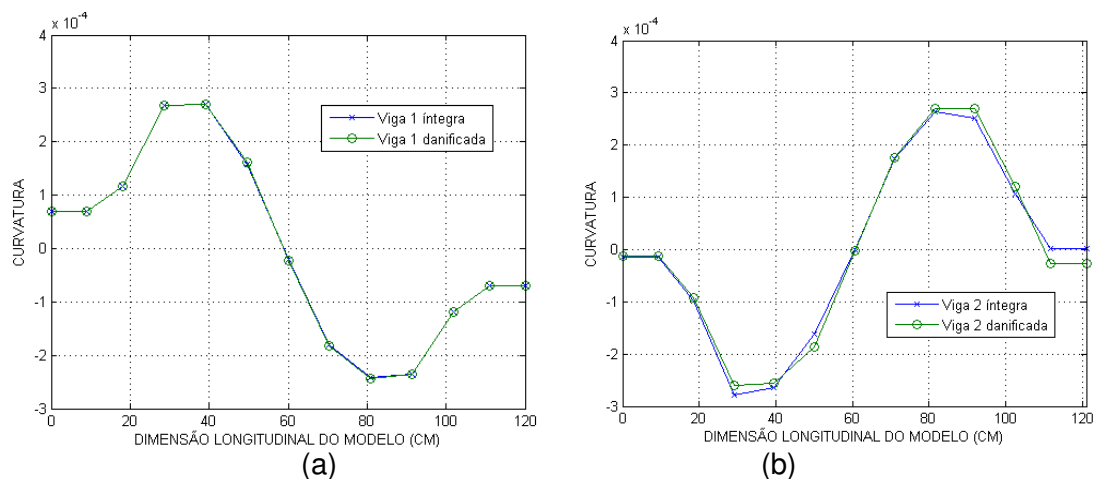


Figura 89 – Curvaturas do 2º Modo de flexão: (a) Modelo numérico (b) experimental (1REF1 e 1D2MV)

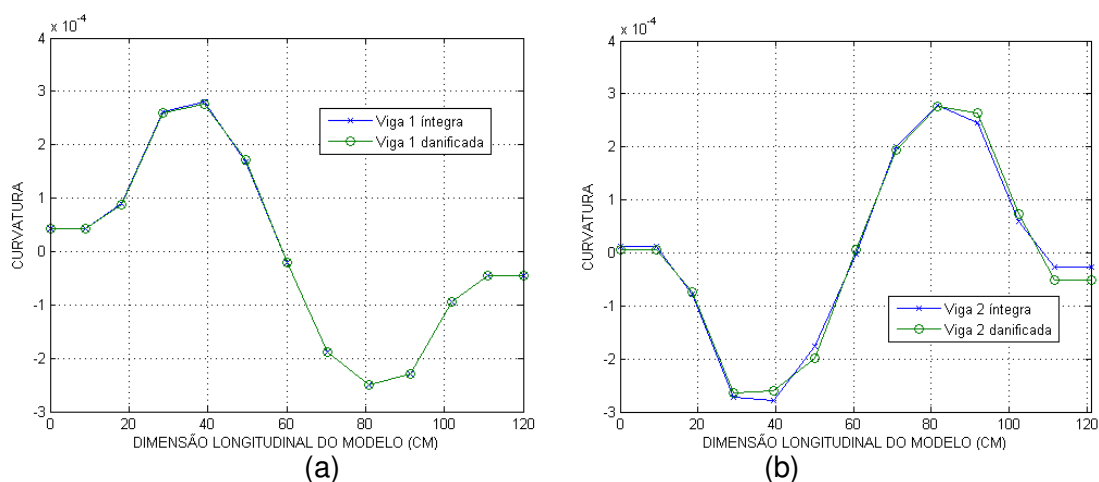


Figura 90 – Curvaturas do 2º Modo de torção: (a) Modelo numérico (b) experimental (1REF1 e 1D2MV)

As figuras 91 a 94 apresentam a DCM para cada modo e a Figura 95 ilustra a média da DCM para o modelo 1D2MV.

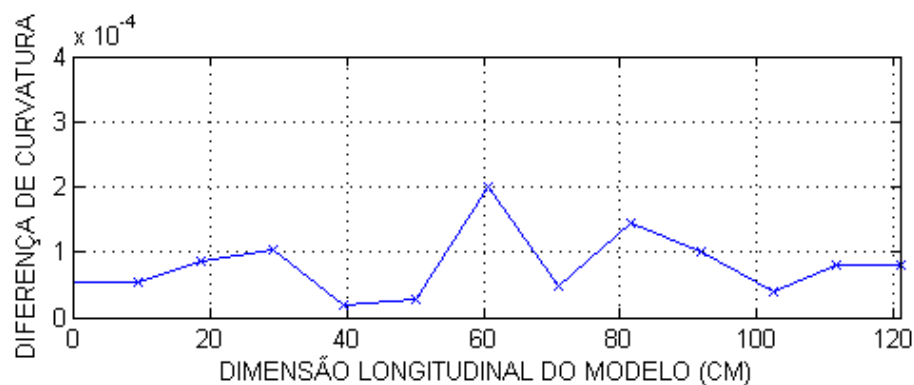


Figura 91 – DCM do 1º Modo de Flexão – Modelo 1D2MV

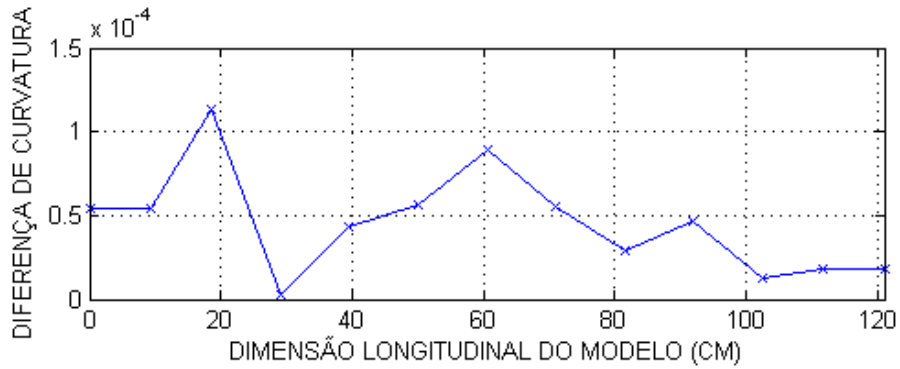


Figura 92 – DCM do 1º Modo de Torção – Modelo 1D2MV

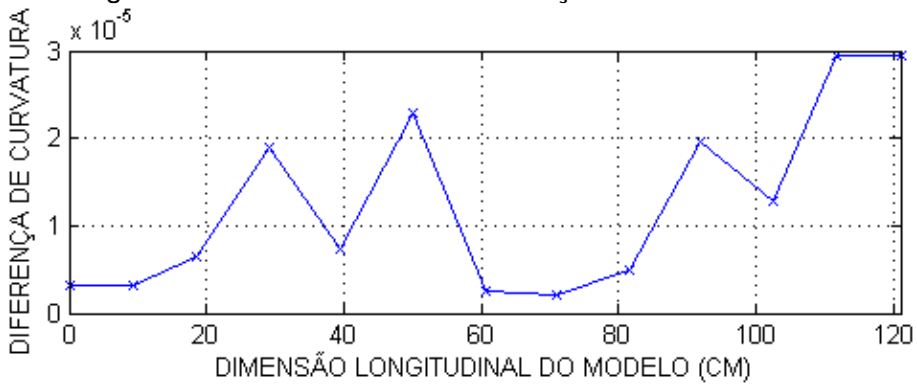


Figura 93 – DCM do 2º Modo de Flexão – Modelo 1D2MV

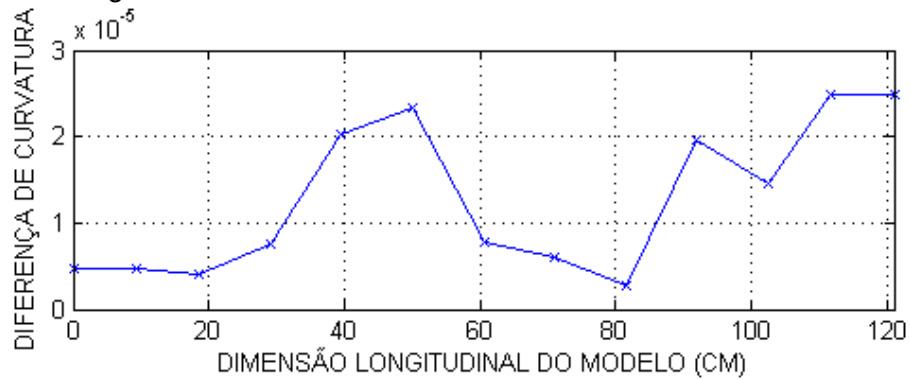


Figura 94 – DCM do 2º Modo de Torção – Modelo 1D2MV

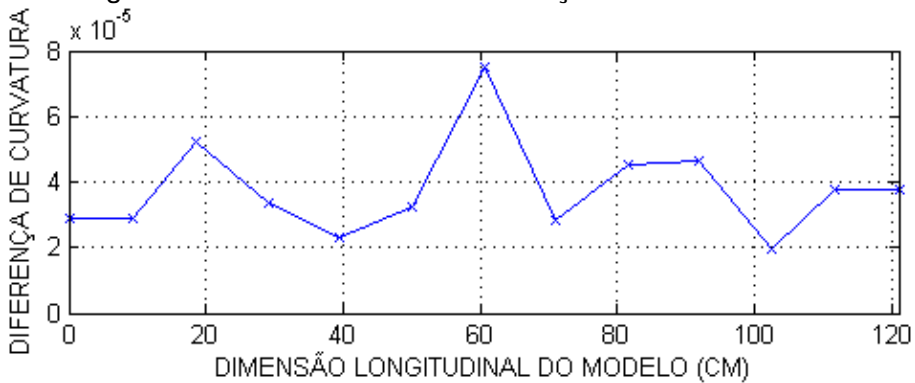


Figura 95 – DCM média do Modelo 1D2MV

No 1º modo de flexão, o maior pico está localizado no meio do vão. No 1º modo de torção, dois picos se destacam, um na região do apoio e outro no meio do

vão. Conforme observado nos demais modos e na média da DCM, este pico na região do apoio não aparece, indicando que é uma falsa indicação de dano. Logo, o 1º modo de torção indica uma possível danificação no meio do vão, embora não de forma clara.

Nos segundos modos de flexão e torção, nos quais há a inflexão do modo de vibração no meio do vão, o dano não conseguiu ser localizado.

Pela média da DCM, o pico no meio do vão indica que há uma danificação em tal posição.

Portanto, a Diferença de Curvatura Modal conseguiu identificar e localizar experimentalmente uma danificação no meio do vão da estrutura.

6.4.1.2 Íntegro x íntegro

As figuras a seguir apresentam a DCM para cada modo e a Figura 100 ilustra a média da DCM para o Modelo 1. Conforme já explanado, esta comparação serve para avaliar se a DCM identifica falsas danificações.

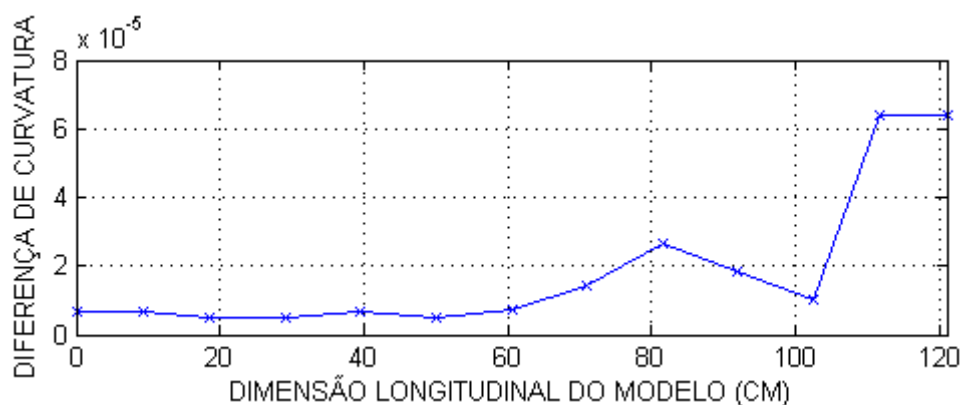


Figura 96 – DCM do 1º Modo de Flexão – 1REF1 x 1REF2

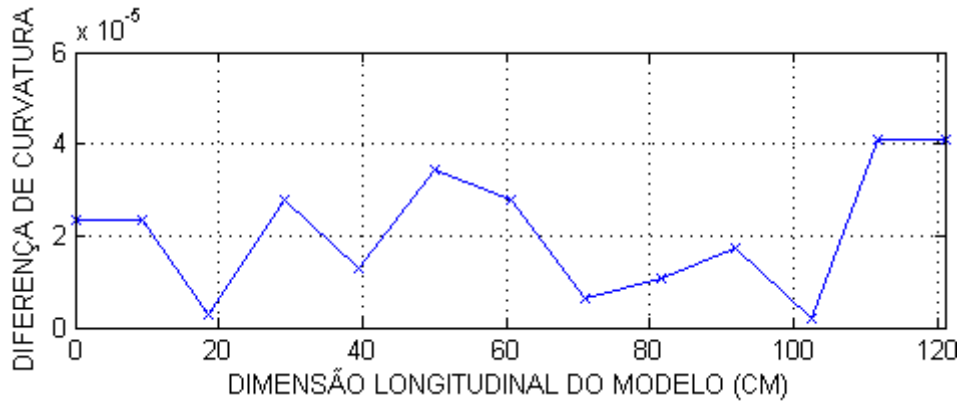


Figura 97 – DCM do 1º Modo de Torção – 1REF1 x 1REF2

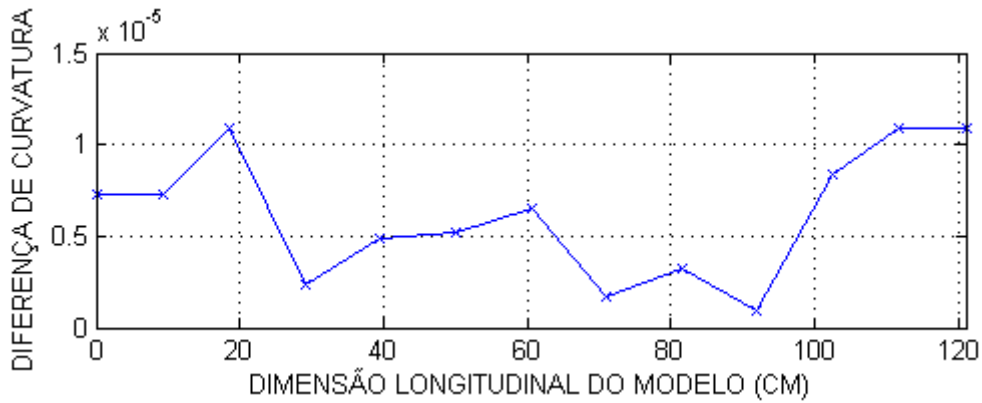


Figura 98 – DCM do 2º Modo de Flexão – 1REF1 x 1REF2

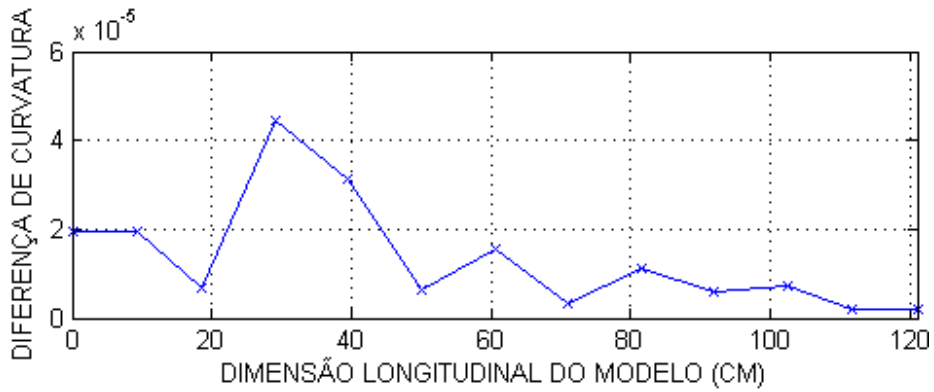


Figura 99 – DCM do 2º Modo de Torção – 1REF1 x 1REF2

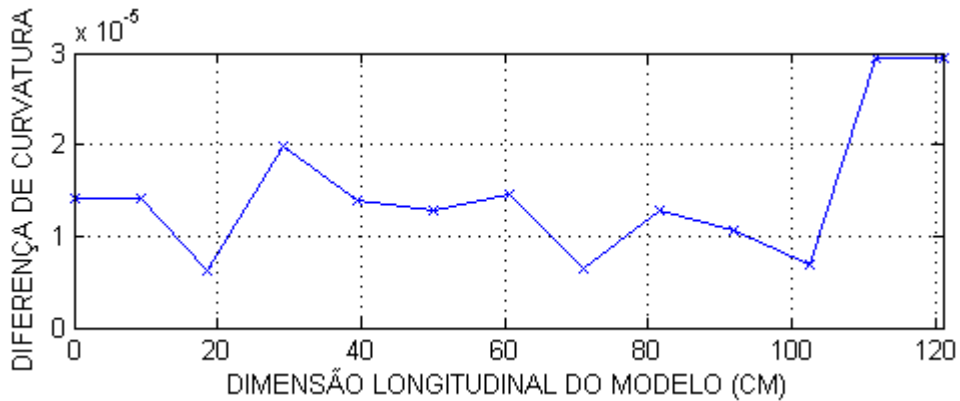


Figura 100 – DCM média – 1REF1 x 1REF2

Observando-se as figuras acima, apenas no 2º modo de torção (Figura 99) houve um pico destacado dos demais pontos do gráfico. Como tal pico se destacou em apenas um dos quatro modos e não aparece na DCM média, é possível concluir que tal pico é falso e se deu por imprecisões experimentais.

6.4.2 Modelo 2

O mesmo procedimento do Modelo 1 foi aplicado no Modelo 2. Todavia, o 1º modo de torção na situação danificada não conseguiu ser obtido, conforme explanado anteriormente. Em consequência disso, o 1º modo de torção foi retirado da análise.

Assim, as figuras 101 a 103 apresentam a Diferença de Curvatura Modal e o Índice de Dano para cada modo de vibração e a Figura 104 ilustra a média do DCM para o Modelo 2.

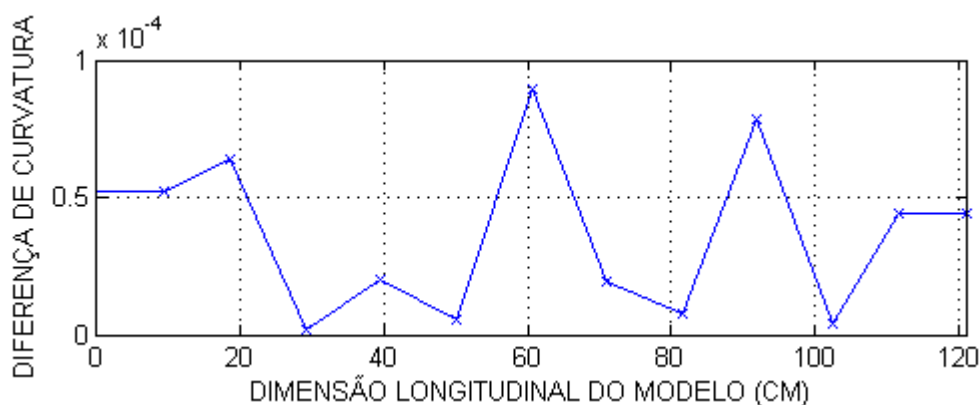


Figura 101 – DCM do 1º Modo de Flexão – Modelo 2D2MV

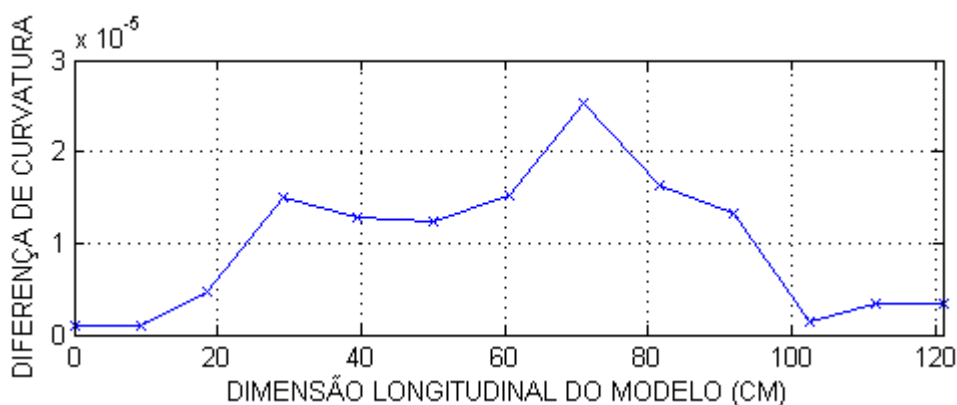


Figura 102 – DCM do 2º Modo de Flexão – Modelo 2D2MV

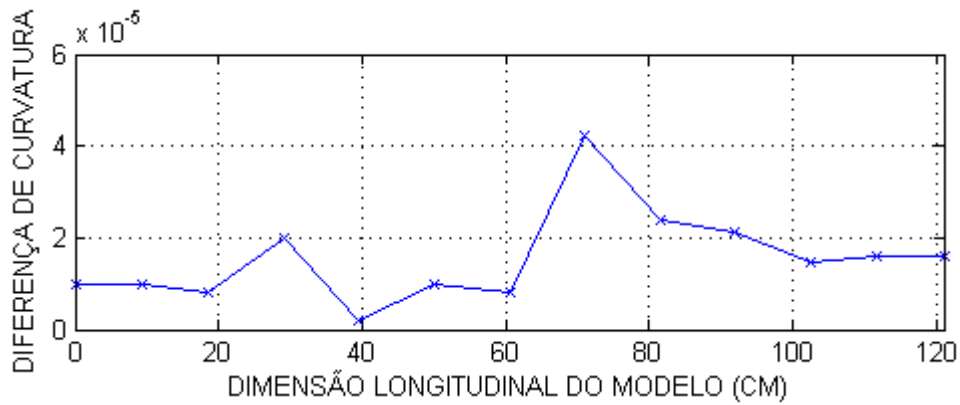


Figura 103 – DCM do 2º Modo de Torção – Modelo 2D2MV

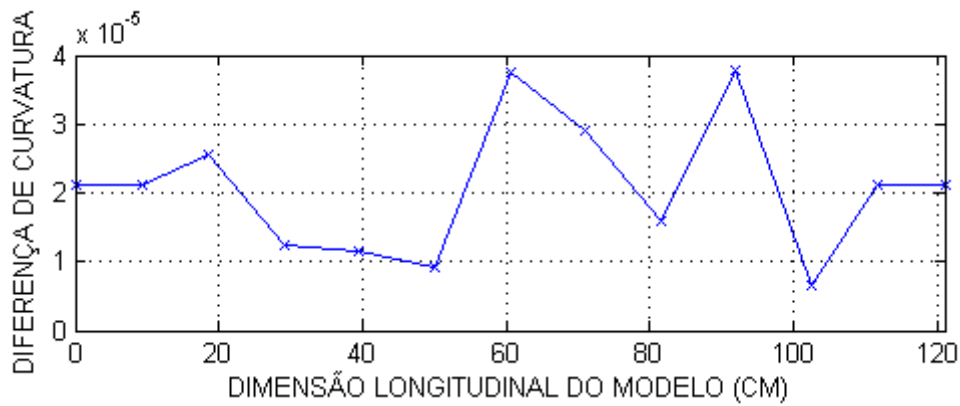


Figura 104 – DCM média do Modelo 2D2MV

No 1º modo de flexão dois picos se destacam nas posições em 60 cm (meio do vão) e 92 cm. Analisando as curvaturas modais íntegra e danificada deste modo, percebe-se em 92 cm um grande aumento de curvatura em relação ao primeiro na posição em 60 cm. Por imprecisões experimentais e ruídos elétricos na monitoração, o ponto em 92 cm na situação danificada ficou deslocado para cima, o que acarretou em um falso pico quando se efetuou a diferença entre ambas as curvaturas. A Figura 105 apresenta tais curvaturas. Assim, entende-se que para este modo, a DCM localizou corretamente o dano no meio do vão.

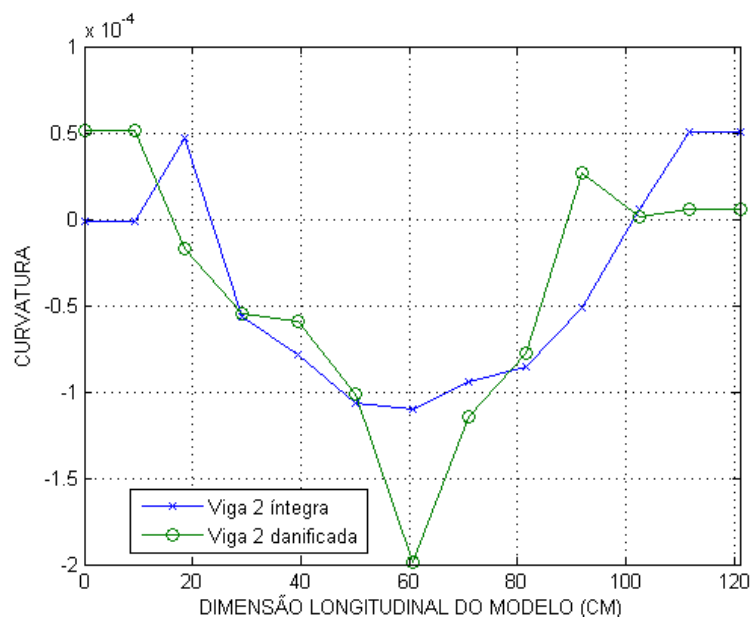


Figura 105 – Curvaturas do 1º modo de flexão – Modelo 2D2MV

O 2º modo de flexão e 2º modo de torção apresentaram o maior pico no ponto posterior mais próximo do meio do vão. Isso ocorre porque o ponto no meio do vão é um nó modal para ambos os modos e o dano foi aplicado entre tais pontos. Assim, o método detectou uma maior Diferença de Curvatura Modal em tal posição.

Na média da DCM, os picos no meio do vão e em 92 cm se destacam. Conforme explanado nos parágrafos acima, é possível afirmar que o pico em 92 cm indica falsa posição de dano. Assim, entende-se que a média da DCM indica corretamente a posição do dano.

Portanto, a DCM conseguiu identificar e localizar experimentalmente uma danificação no meio do vão da viga.

6.4.3 Modelo 3

Conforme já apresentado anteriormente, o dano neste modelo está aplicado no segundo quarto de vão e foram realizadas duas danificações. As figuras 106 a 109 apresentam a Diferença de Curvatura Modal para cada modo de vibração e a Figura 110 ilustra a média do DCM para a danificação D1.

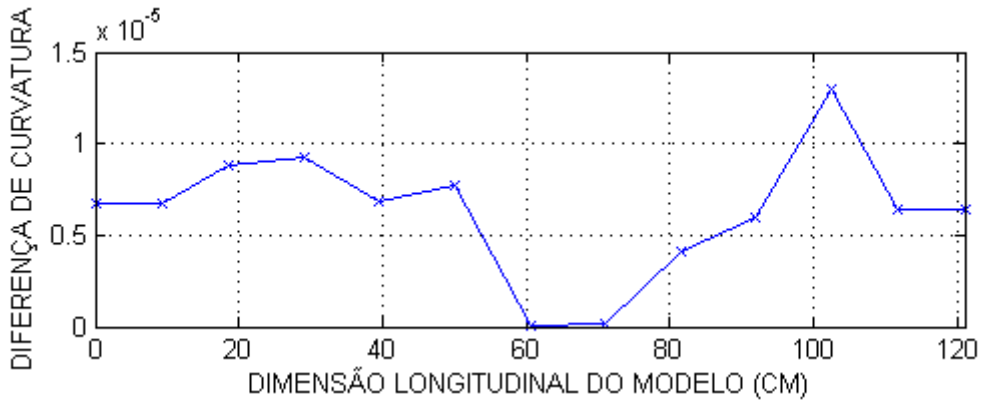


Figura 106 – DCM do 1º Modo de Flexão – Modelo 3D1QV

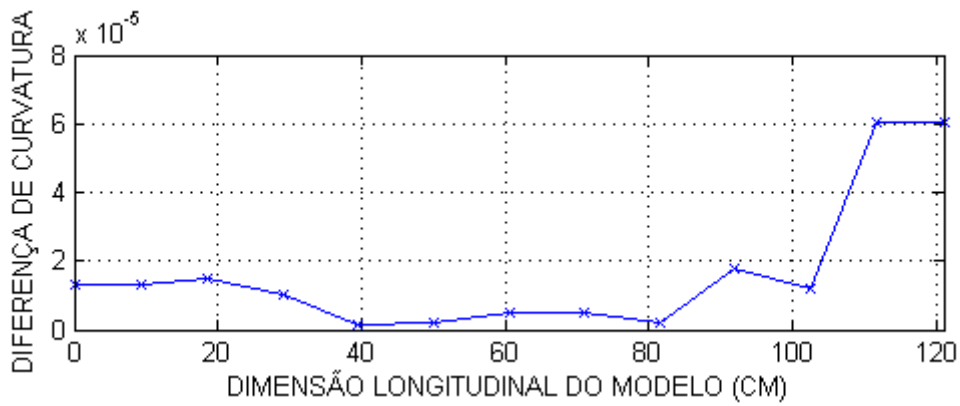


Figura 107 – DCM do 1º Modo de Torção – Modelo 3D1QV

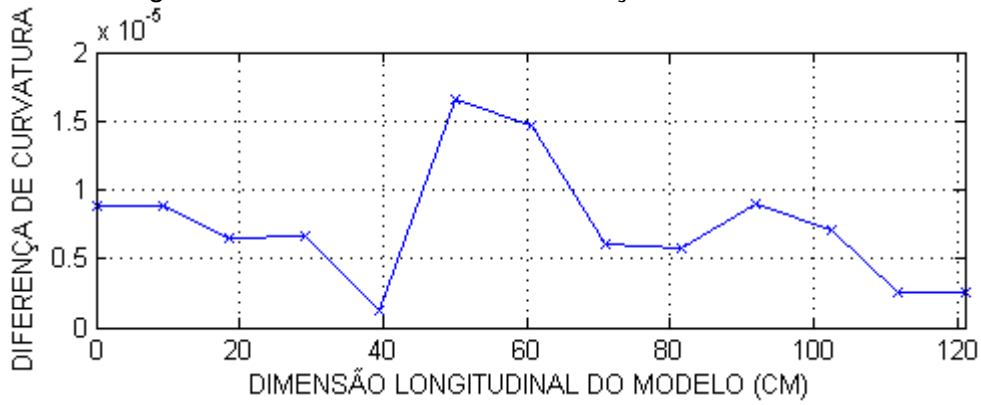


Figura 108 – DCM do 2º Modo de Flexão – Modelo 3D1QV

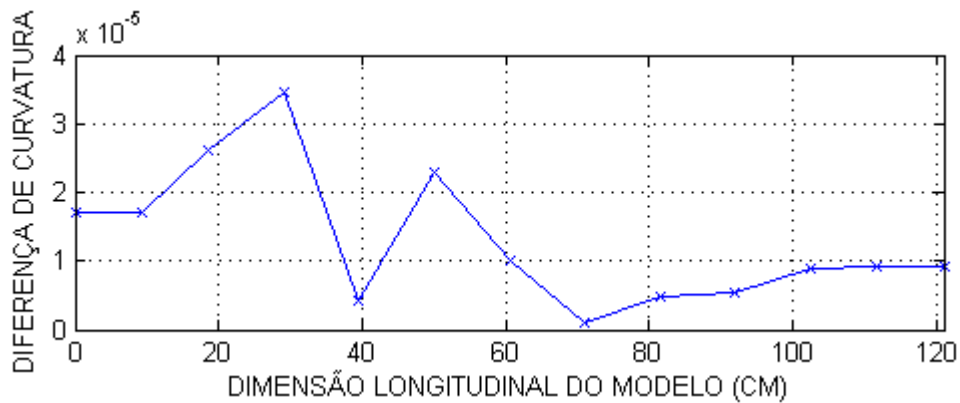


Figura 109 – DCM do 2º Modo de Torção – Modelo 3D1QV

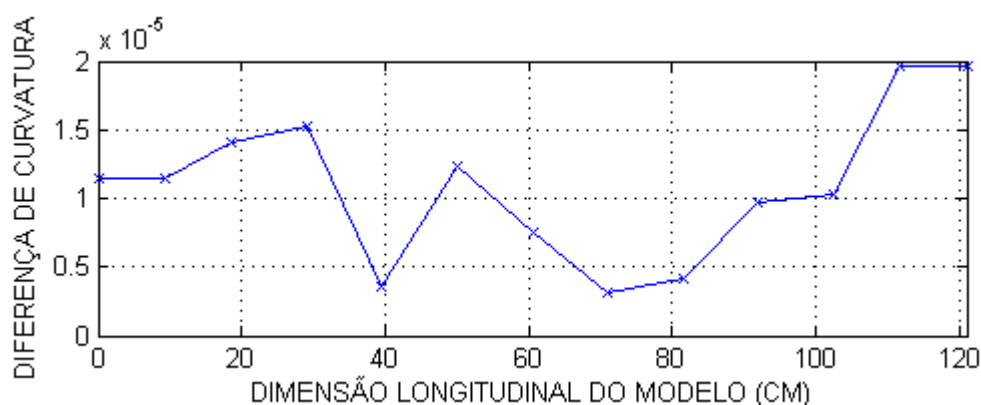


Figura 110 – DCM média do Modelo 3D1QV

Pelos gráficos acima, nota-se que há picos que poderiam ser confundidos como posições de dano. Porém, entre os quatro modos em análise, em nenhum deles os picos se repetem na mesma posição. Quando se observa a média da DCM, nenhum pico se destaca.

Assim, o nível de danificação D1 não é suficiente para ser detectado pela Diferença de Curvatura Modal. Assim, conforme já explanado anteriormente, uma segunda danificação foi realizada aumentando-se a extensão do dano.

As figuras 111 a 114 apresentam a Diferença de Curvatura Modal para cada modo de vibração e a Figura 114 ilustra a média do DCM para a danificação D2. Conforme já explanado anteriormente, devido à falha na obtenção do 2º modo de torção, tal modo não será utilizado na identificação do dano.

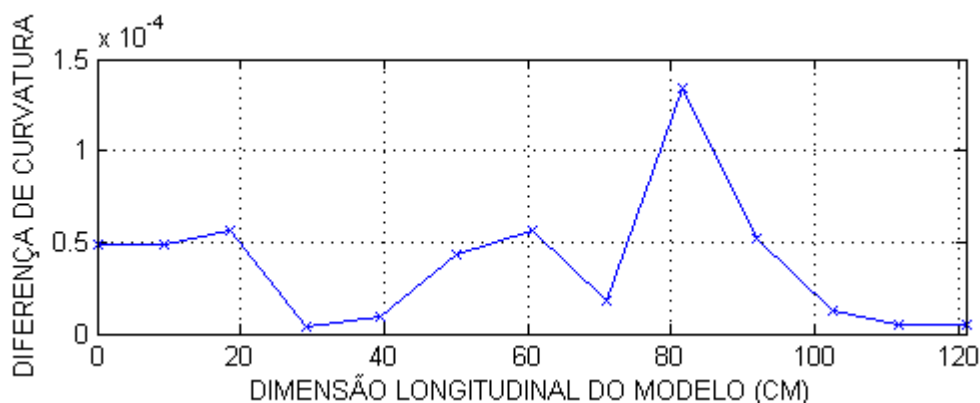


Figura 111 – DCM do 1º Modo de Flexão – Modelo 3D2QV

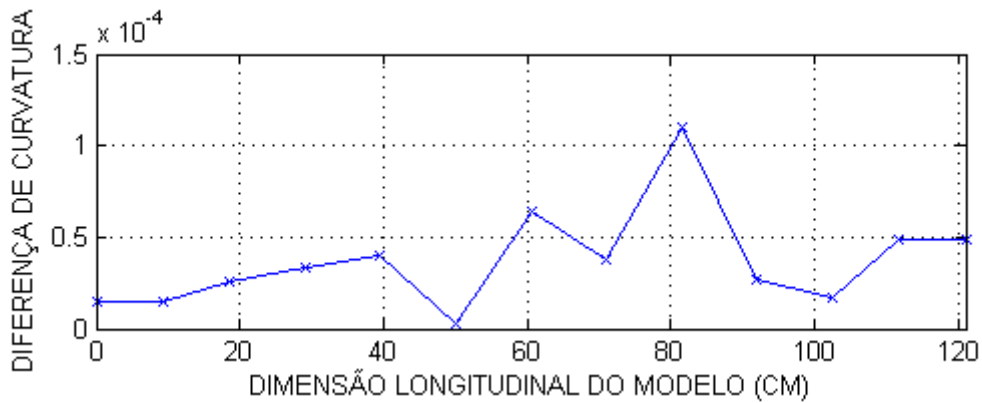


Figura 112 – DCM do 1º Modo de Torção – Modelo 3D2QV

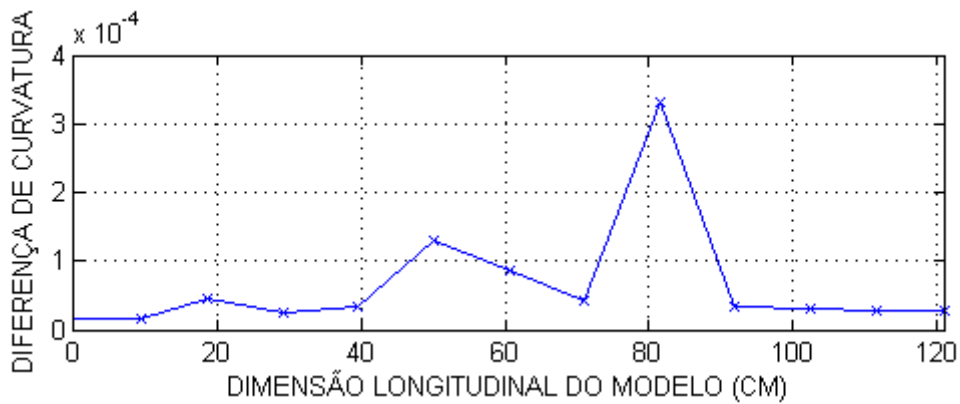


Figura 113 – DCM do 2º Modo de Flexão – Modelo 3D2QV

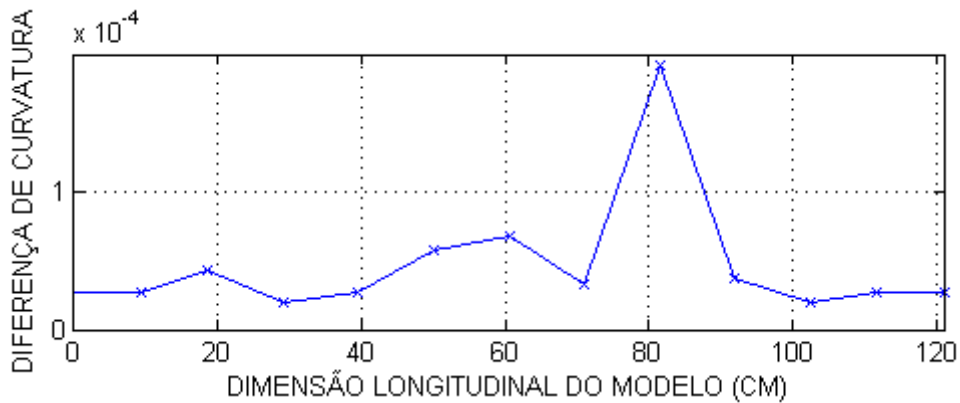


Figura 114 – DCM média do Modelo 3D2QV

Pelos gráficos da DCM, percebe-se o pico bem destacado no segundo quarto de vão, identificando corretamente o dano nos quatro modos e na média da DCM.

Portanto, a DCM conseguiu identificar e localizar experimentalmente uma danificação no segundo quarto de vão da viga.

6.4.4 Modelo 4

As figuras 115 a 118 apresentam a Diferença de Curvatura Modal para cada modo de vibração e a Figura 119 ilustra a média do DCM para o Modelo 4.

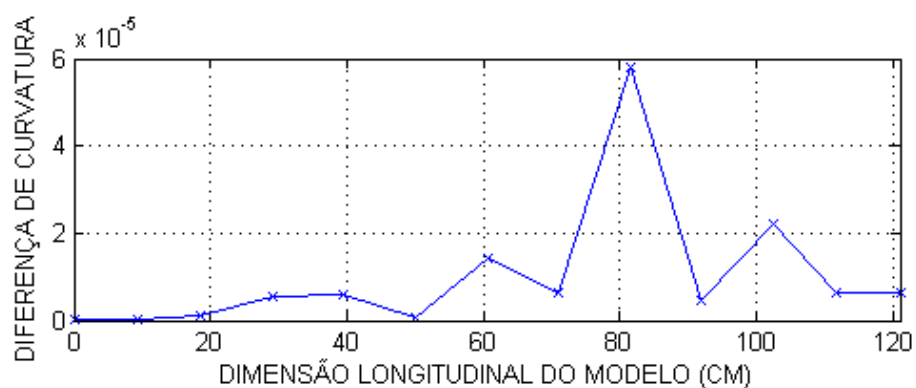


Figura 115 – DCM do 1º Modo de Flexão – Modelo 4D2QV

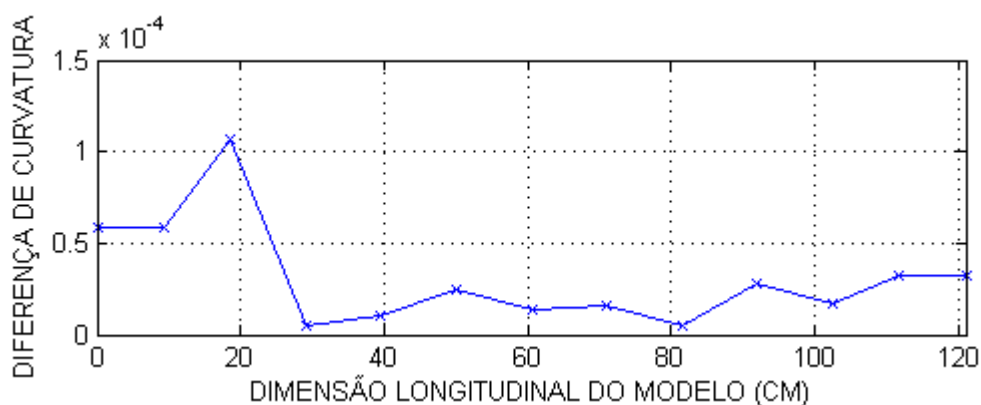


Figura 116 – DCM do 1º Modo de Torção – Modelo 4D2QV

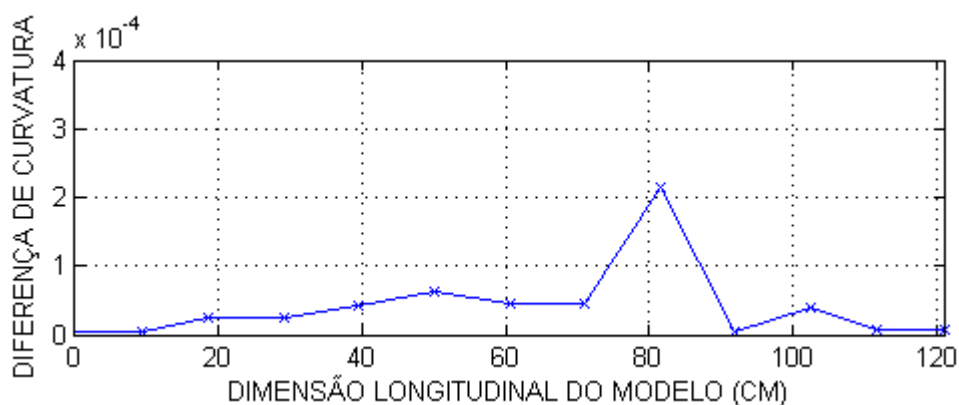


Figura 117 – DCM do 2º Modo de Flexão – Modelo 4D2QV

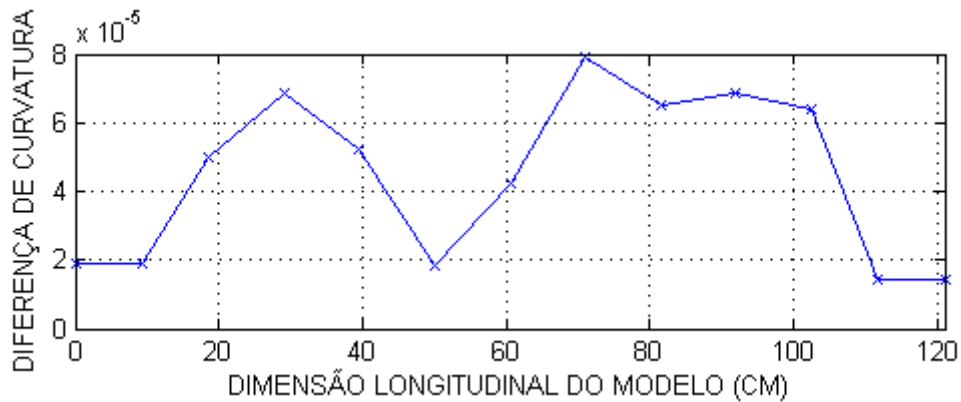


Figura 118 – DCM do 2º Modo de Torção – Modelo 4D2QV

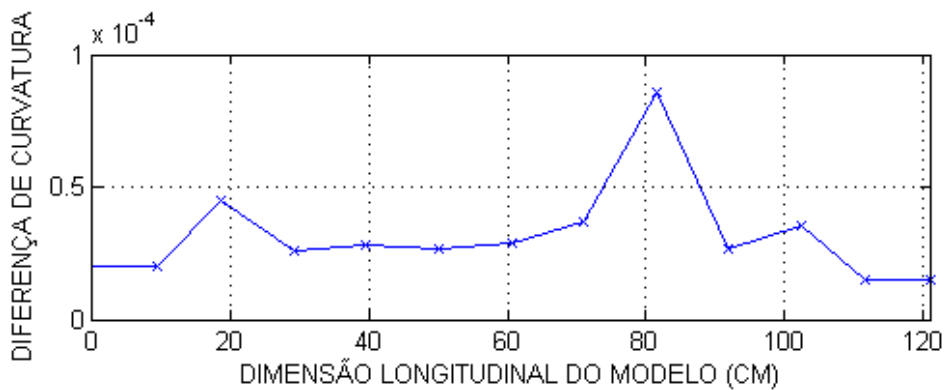


Figura 119 – DCM média do Modelo 4D2QV

Nos 1º e 2º modos de flexão é possível perceber o pico no segundo quarto de vão. Já para os 1º e 2º modos de torção, não foi possível identificar o dano. Isso ocorreu porque o dano aplicado é mais perceptível nos modos de flexão, refletindo a perda de rigidez do elemento estrutural.

Na média da DCM, o maior pico também está localizado no segundo quarto de vão.

Portanto, a DCM conseguiu identificar e localizar experimentalmente uma danificação no segundo quarto de vão da viga também para o Modelo 4.

6.4.5 Modelo 5

As figuras 120 a 123 apresentam a Diferença de Curvatura Modal para cada modo de vibração e a Figura 124 ilustra a média do DCM para o Modelo 5. Conforme já explanado, o Modelo 5 serviu para comparar duas situações íntegras, avaliando se a DCM identifica falsas danificações.

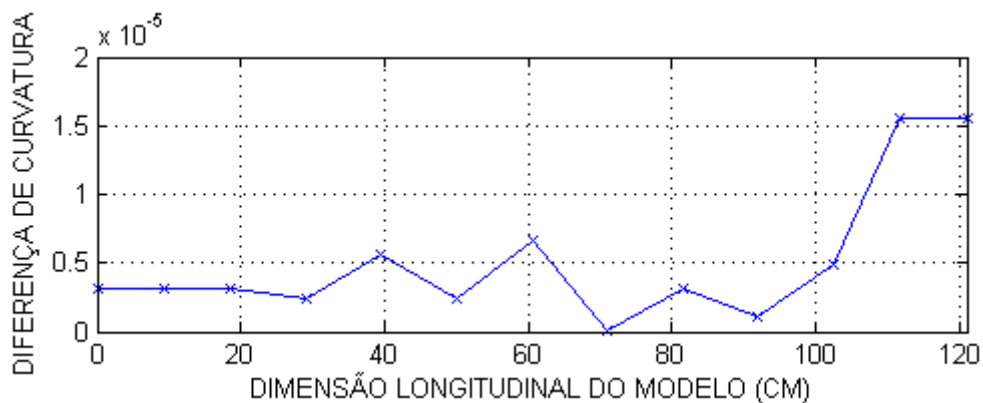


Figura 120 – DCM do 1º Modo de Flexão – 5REF1 x 5REF2

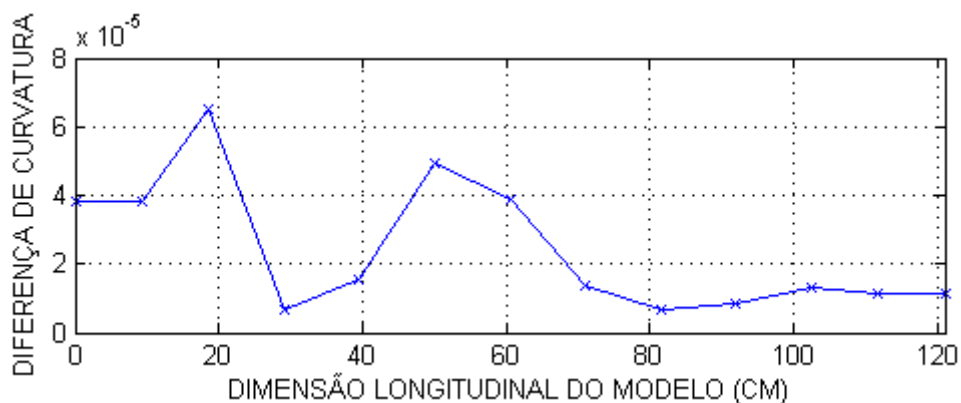


Figura 121 – DCM do 1º Modo de Torção – 5REF1 x 5REF2

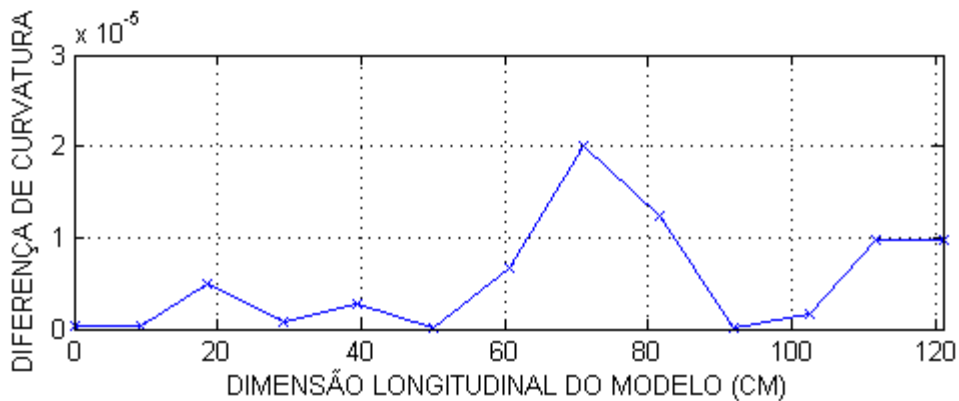


Figura 122 – DCM do 2º Modo de Flexão – 5REF1 x 5REF2

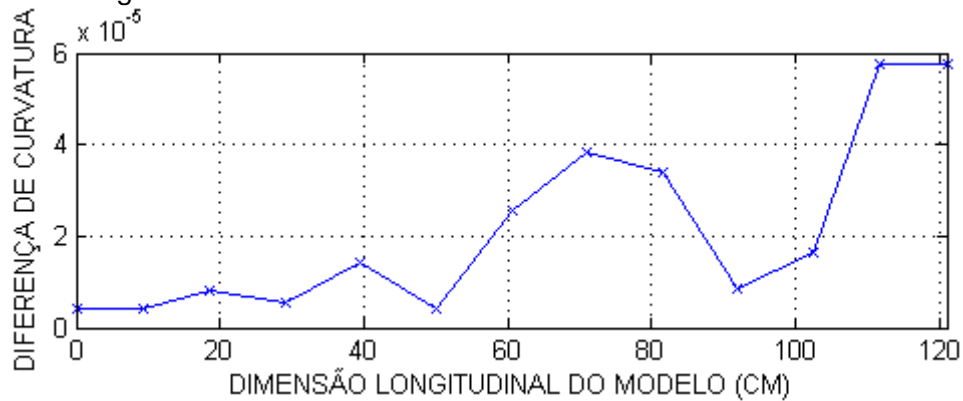


Figura 123 – DCM do 2º Modo de Torção – 5REF1 x 5REF2

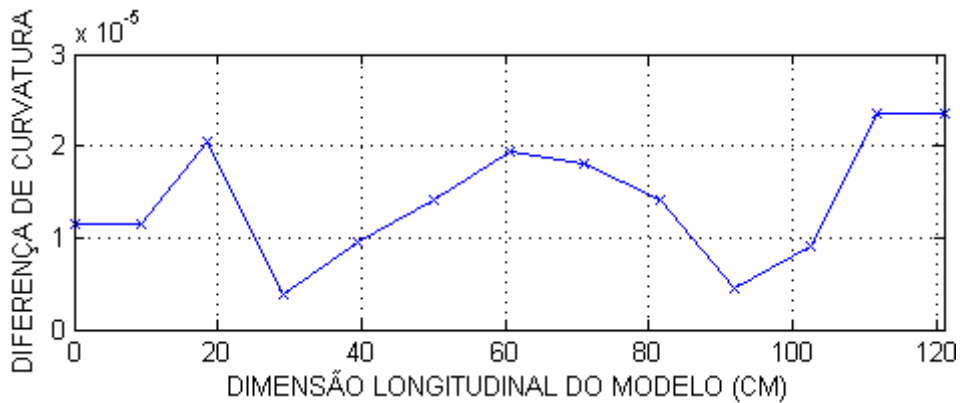


Figura 124 – DCM média – 5REF1 x 5REF2

Observando-se as figuras acima, apenas no 2º modo de flexão (Figura 122) houve um pico destacado dos demais pontos do gráfico. Como tal pico se destacou em apenas um dos quatro modos e não aparece na DCM média, é possível concluir que tal pico é falso e se deu por imprecisões experimentais.

6.5 ÍNDICE DE DANO (ID)

Os índices de dano calculados para os 5 modelos são apresentados a seguir.

6.5.1 Modelo 1

Conforme já explanado, para o Modelo 1 foram realizados dois ensaios na situação íntegra para avaliar se o ID identifica falsas danificações. Assim, primeiramente são apresentados os resultados após a danificação aplicada e, posteriormente, os resultados comparando as situações íntegras.

6.5.1.1 Íntegro x Danificado

Aplicando-se as equações (92) e (93) do Índice de Dano, os gráficos a seguir são gerados.

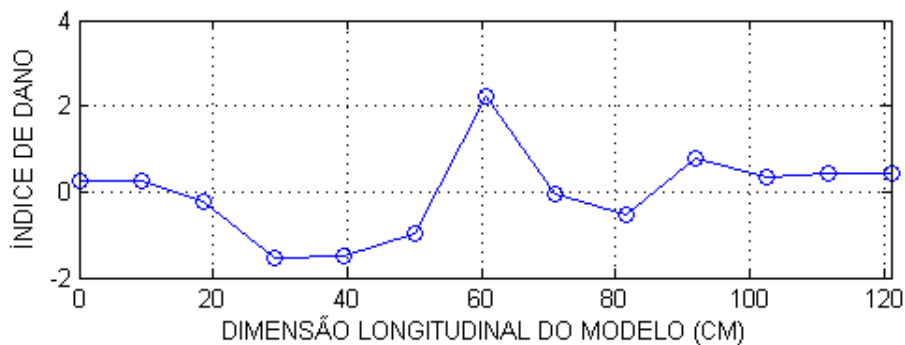


Figura 125 – ID do 1º Modo de Flexão – Modelo 1D2MV

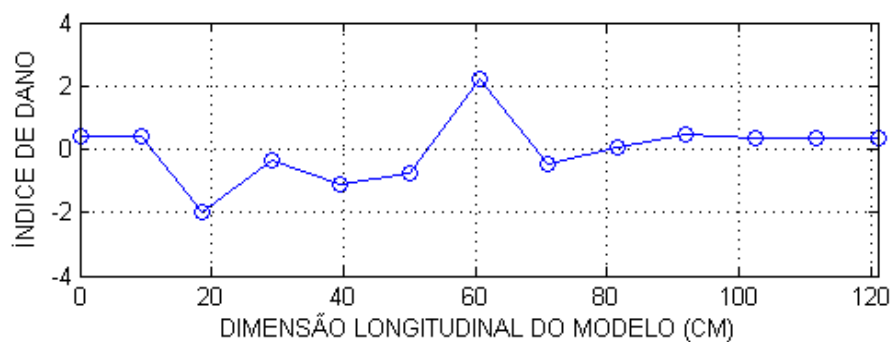


Figura 126 – ID do 1º Modo de Torção – Modelo 1D2MV

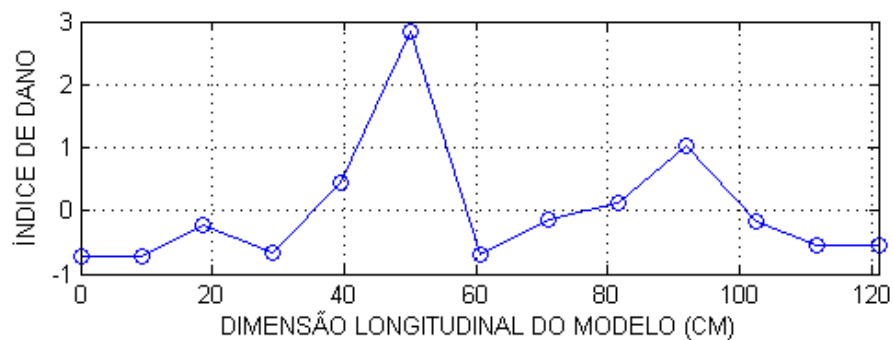


Figura 127 – ID do 2º Modo de Flexão – Modelo 1D2MV

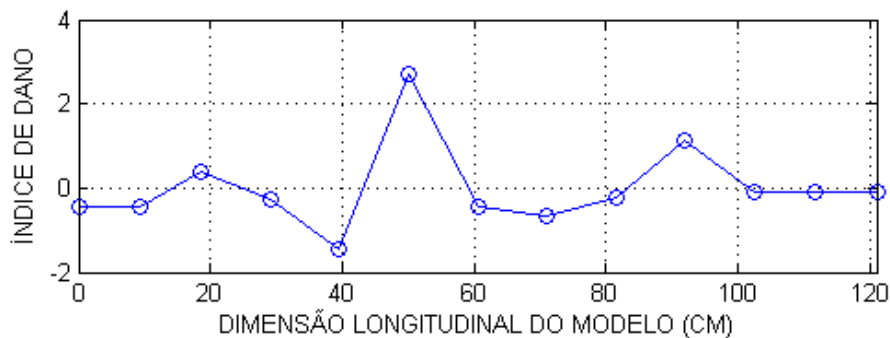


Figura 128 – ID do 2º Modo de Torção – Modelo 1D2MV

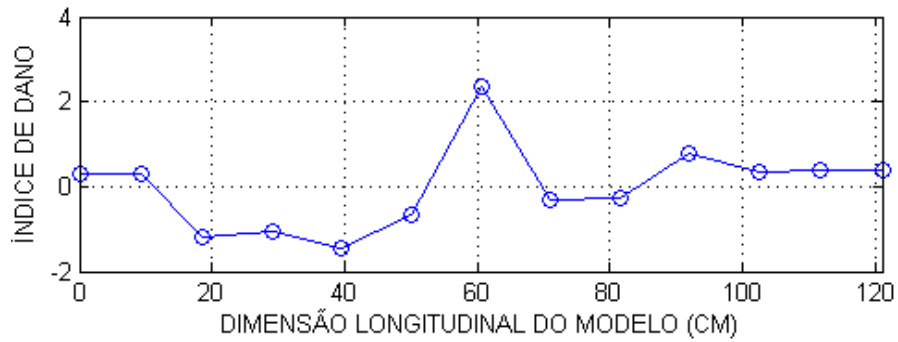


Figura 129 – ID somado do Modelo 1D2MV

Pelos gráficos acima, nota-se que nos primeiros modos de flexão e torção o dano foi corretamente localizado, pois há um pico superior a 2 no meio do vão. Nos segundos modos de flexão e torção, nos quais há uma inflexão no meio do vão, o pico superior a 2 está localizado posição anterior mais próxima do meio do vão. Isso ocorreu porque a danificação foi aplicada entre a posição 50 e 60,5 cm e, como há a inflexão no meio do vão, o ID localizou o dano na posição anterior.

Pela soma do ID, o pico no meio do vão é superior a 2, indicando também a danificação em tal posição.

Portanto, o Índice de Dano conseguiu identificar e localizar experimentalmente uma danificação no meio do de vão da estrutura.

6.5.1.2 Íntegro x íntegro

As figuras a seguir apresentam o ID para cada modo e a Figura 134 ilustra a soma do ID para o Modelo 1. Conforme já explanado, esta comparação serve para avaliar se o ID identifica falsas danificações.

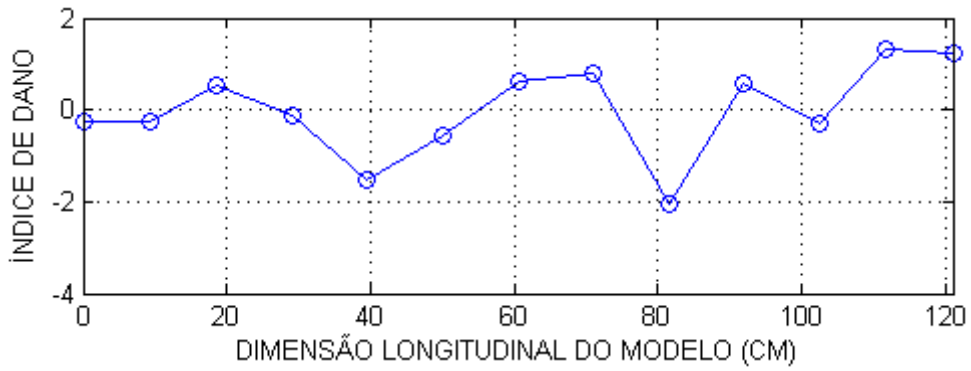


Figura 130 – ID do 1º Modo de Flexão – 1REF1 x 1REF2

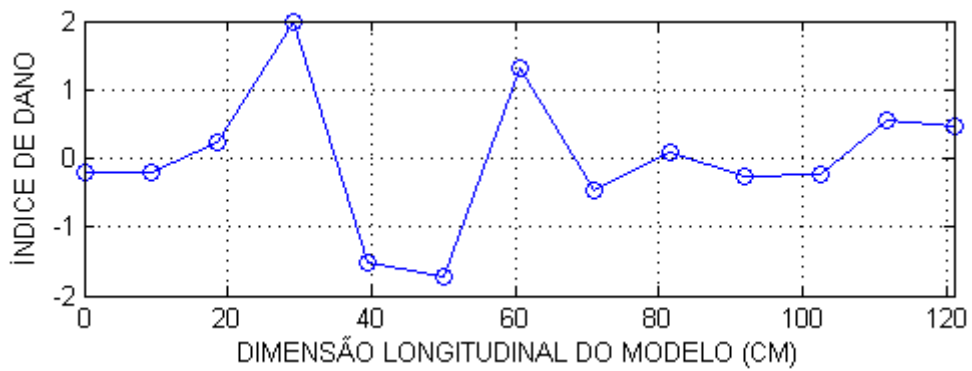


Figura 131 – ID do 1º Modo de Torção – 1REF1 x 1REF2

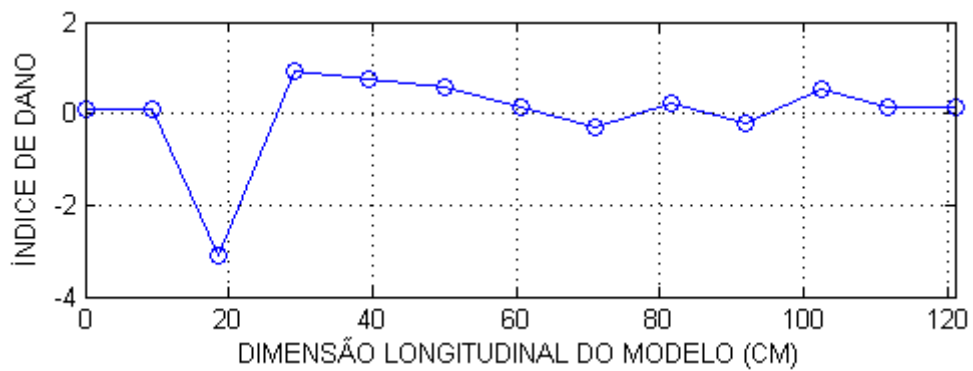


Figura 132 – ID do 2º Modo de Flexão – 1REF1 x 1REF2

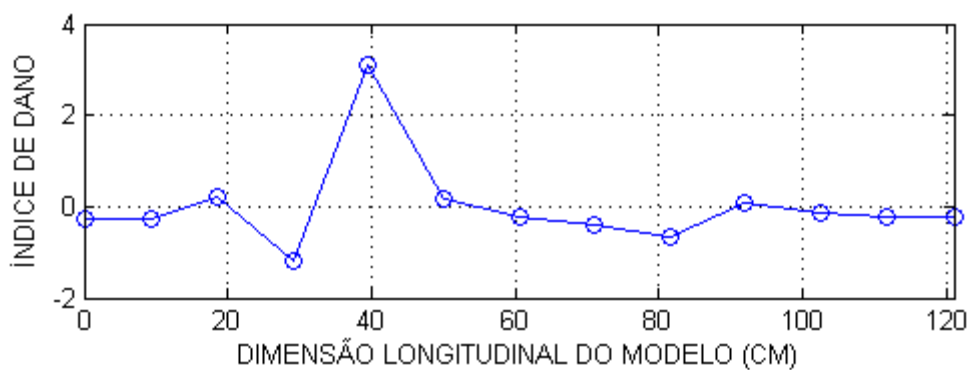


Figura 133 – ID do 2º Modo de Torção – 1REF1 x 1REF2

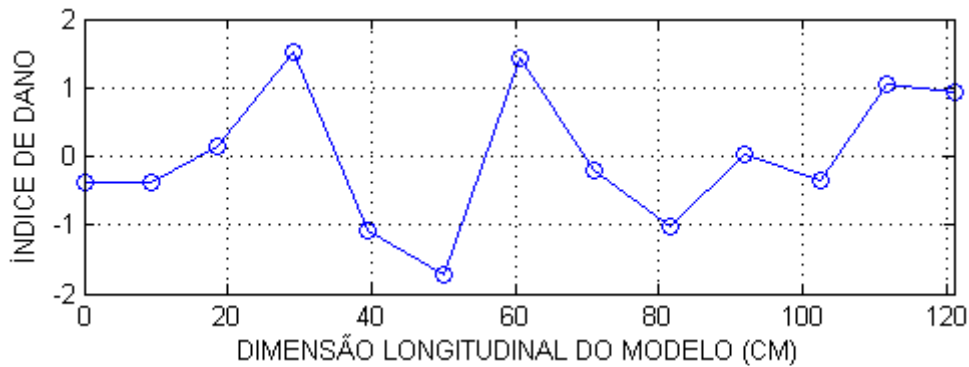


Figura 134 – ID somado – 1REF1 x 1REF2

Observando-se as figuras acima, apenas no 2º modo de torção (Figura 133) houve um pico maior que 2. Como tal pico ocorreu em apenas um dos quatro modos e não aparece na soma do ID, é possível concluir que tal pico é falso e se deu por imprecisões experimentais.

6.5.2 Modelo 2

O mesmo procedimento do Modelo 1 foi aplicado no Modelo 2. Todavia, o 1º modo de torção na situação danificada não conseguiu ser obtido, conforme explanado anteriormente. Em consequência disso, o 1º modo de torção foi retirado da análise.

Assim, as figuras a seguir apresentam o Índice de Dano para cada modo de vibração e a Figura 138 ilustra a soma do ID para o Modelo 2.

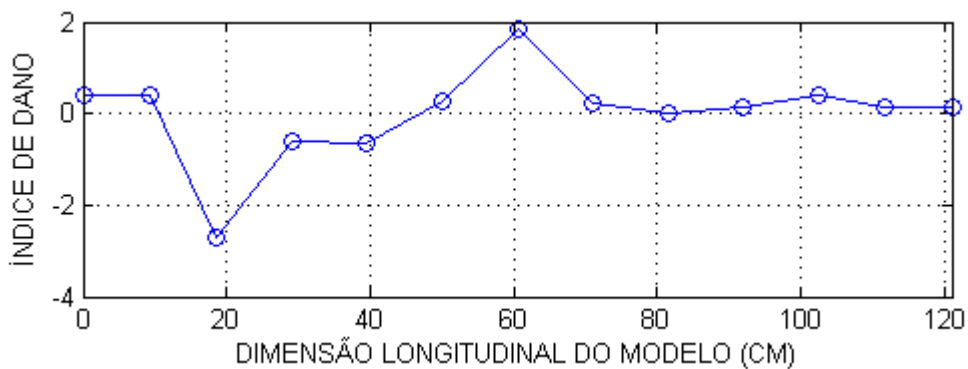


Figura 135 – ID do 1º Modo de Flexão – Modelo 2D2MV

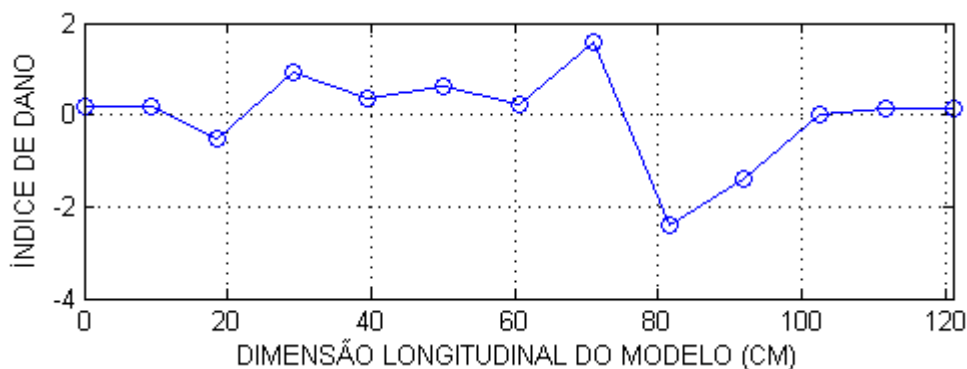


Figura 136 – ID do 2º Modo de Flexão – Modelo 2D2MV

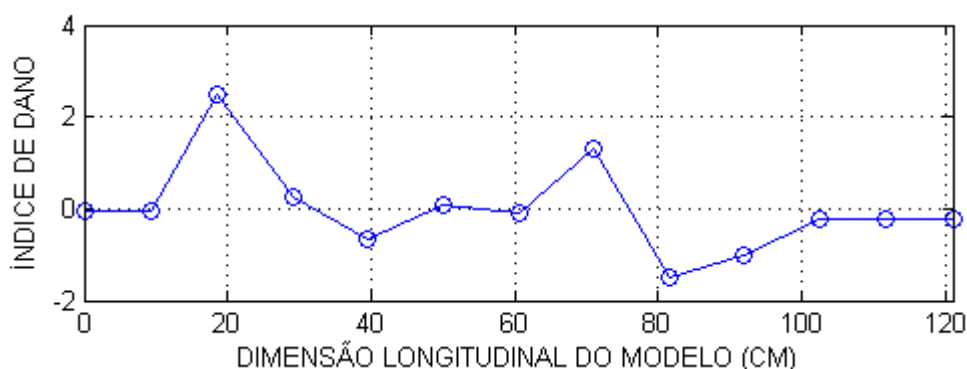


Figura 137 – ID do 2º Modo de Torção – Modelo 2D2MV

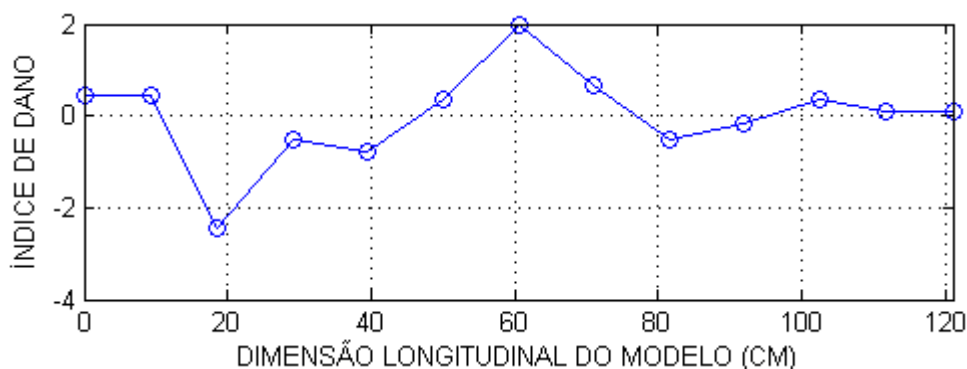


Figura 138 – ID somado do Modelo 2D2MV

No 1º modo de flexão, se observa o maior pico na posição no meio do vão, muito próximo do valor de 2, o qual indica uma alta probabilidade da existência de dano. Isso confirma que o pico em 92 cm da DCM é um falso pico, não existindo danificação ali. Já no 2º modo de flexão, o pico no ponto posterior ao meio do vão pode indicar uma danificação, pois seu valor é próximo de 2.

No 2º modo de torção, também houve um pico inferior a 2 na posição posterior ao meio do vão e outro superior a 2 na posição do apoio. Obviamente, este segundo pico pode ser considerado como uma falsa indicação de dano, pois além

de não aparecer em nenhum gráfico da DCM, também não se apresenta em nenhum outro do ID.

Na soma do ID, o maior pico está localizado no meio do vão, de valor igual a 2, identificando corretamente o dano. Vale ressaltar que nenhum dos falsos picos aparecem em tal gráfico.

Portanto, o ID conseguiu identificar e localizar experimentalmente uma danificação no meio do vão da viga.

6.5.3 Modelo 3

Conforme já apresentado anteriormente, o dano neste modelo está aplicado no segundo quarto de vão e foram realizadas duas danificações. As figuras a seguir apresentam o Índice de Dano para cada modo de vibração e a Figura 143 ilustra a soma do ID para a danificação D1.

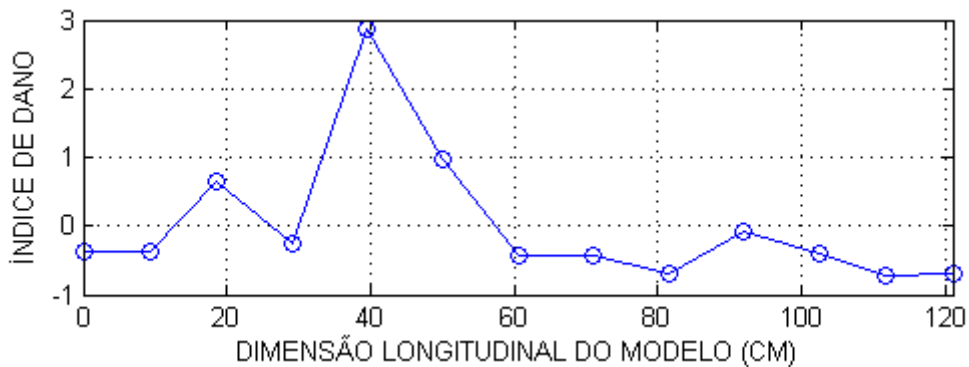


Figura 139 – ID do 1º Modo de Flexão – Modelo 3D1QV

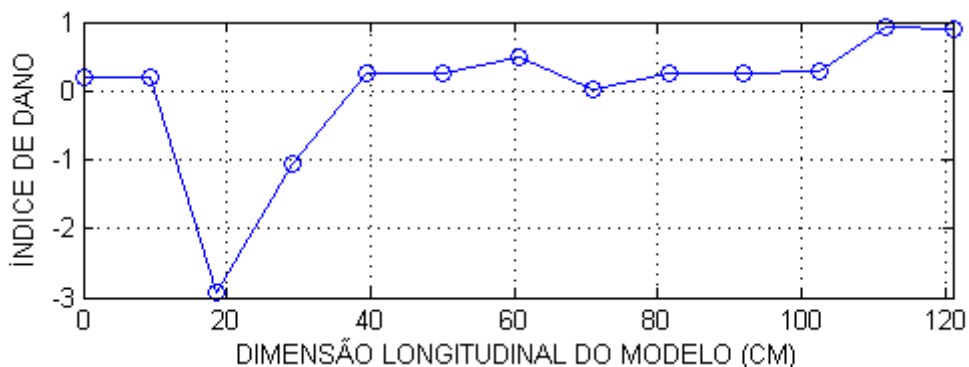


Figura 140 – ID do 1º Modo de Torção – Modelo 3D1QV

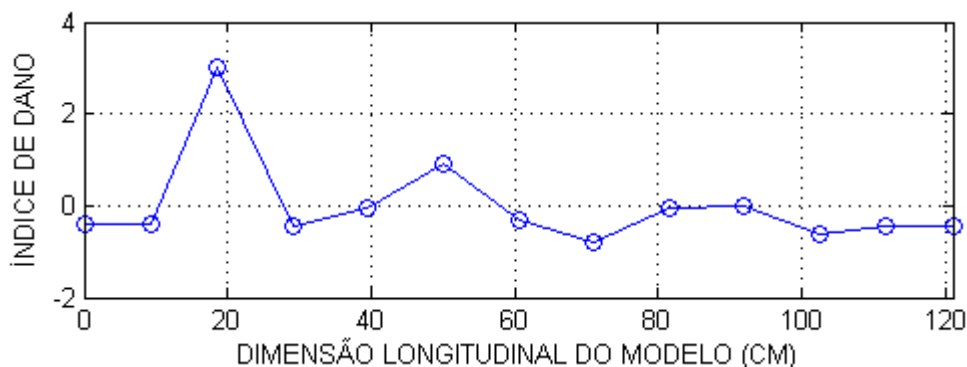


Figura 141 – ID do 2º Modo de Flexão – Modelo 3D1QV

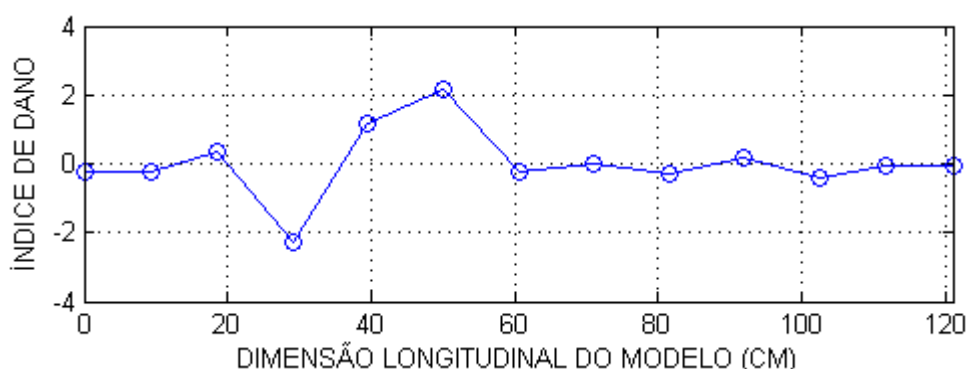


Figura 142 – ID do 2º Modo de Torção – Modelo 3D1QV

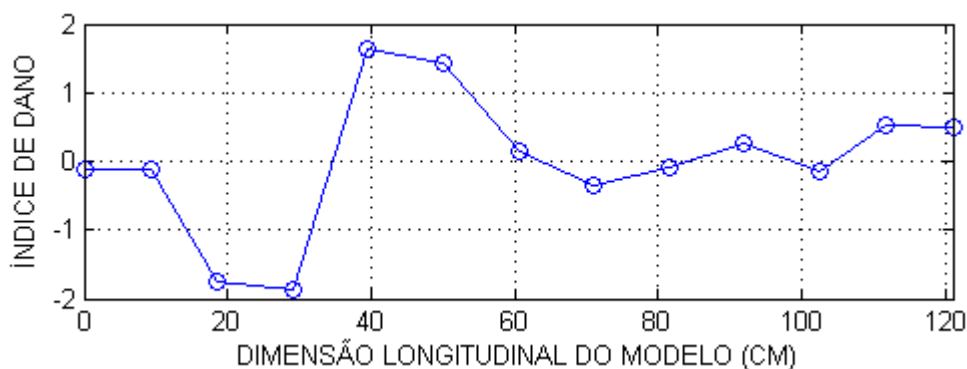


Figura 143 – ID somado do Modelo 3D1QV

Pelos gráficos acima, nota-se há picos que poderiam ser confundidos como posições de dano. Porém, entre os quatro modos em análise, em nenhum deles os picos se repetem na mesma posição. Quando se observa a soma do ID, nenhum valor é superior a 2, indicando que não há dano em nenhum ponto da estrutura.

Assim, o nível de danificação D1 não é suficiente para ser detectado pelo Índice de Dano. Assim, conforme já explanado anteriormente, uma segunda danificação foi realizada aumentando-se a extensão do dano.

As figuras a seguir apresentam o Índice de Dano para cada modo de vibração e a Figura 147 ilustra a soma do ID para a danificação D2. Conforme já explanado

anteriormente, devido à falha na obtenção do 2º modo de torção, tal modo não será utilizado na identificação do dano.

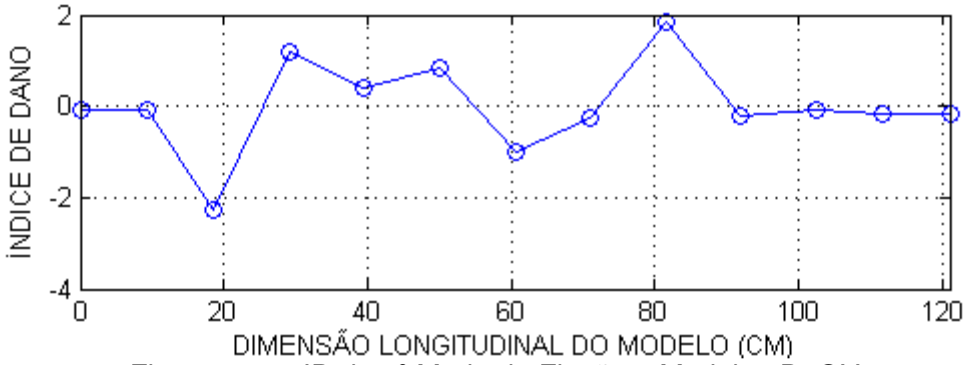


Figura 144 – ID do 1º Modo de Flexão – Modelo 3D2QV

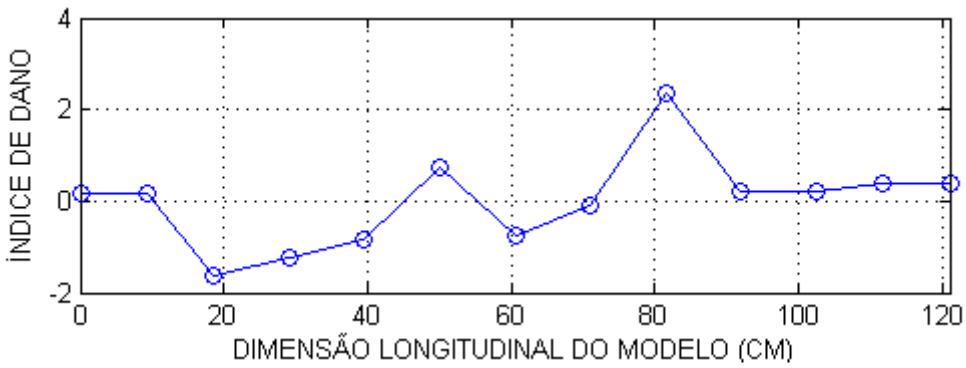


Figura 145 – ID do 1º Modo de Torção – Modelo 3D2QV

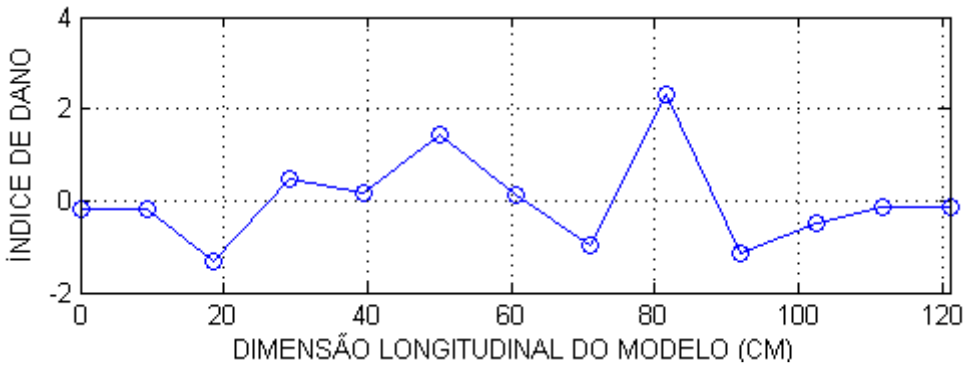


Figura 146 – ID do 2º Modo de Flexão – Modelo 3D2QV

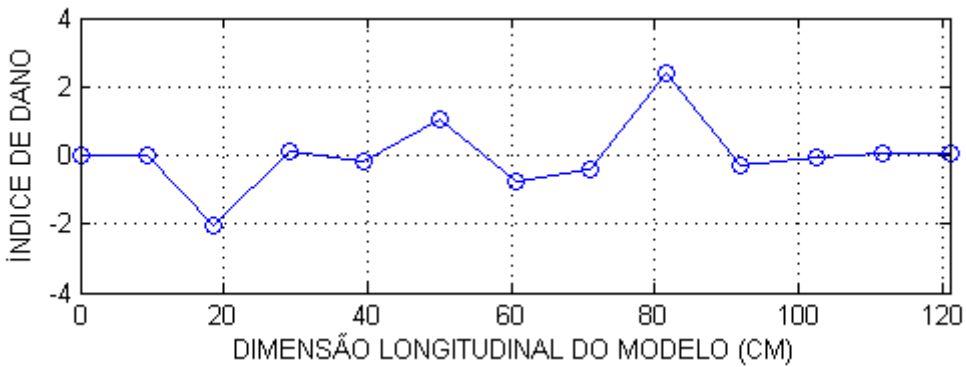


Figura 147 – ID somado do Modelo 3D2QV

No 1º modo de flexão, o maior pico está localizado no segundo quarto de vão e tem valor muito próximo de 2, indicando alta probabilidade de dano. A danificação em tal posição é confirmada quando se analisa os outros modos e a soma do ID, os quais mostram picos de valores superiores a 2.

Portanto, o ID conseguiu identificar e localizar experimentalmente uma danificação no segundo quarto de vão da viga.

6.5.4 Modelo 4

As figuras a seguir apresentam o Índice de Dano para cada modo de vibração e a Figura 152 ilustra a soma do ID para o Modelo 4.

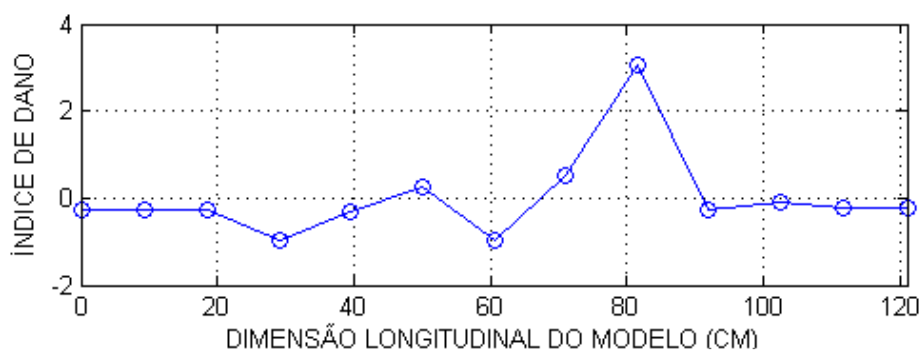


Figura 148 – ID do 1º Modo de Flexão – Modelo 4D2QV

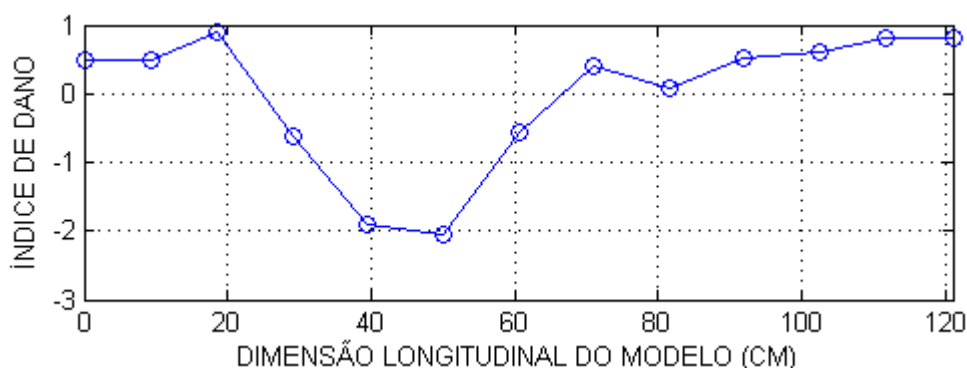


Figura 149 – ID do 1º Modo de Torção – Modelo 4D2QV

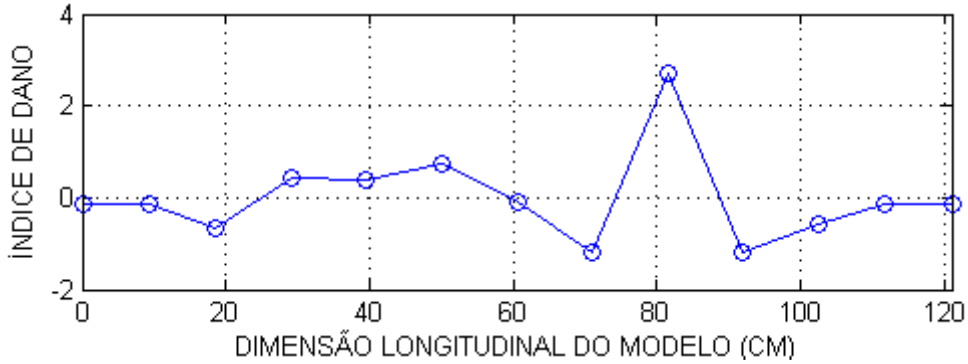


Figura 150 – ID do 2º Modo de Flexão – Modelo 4D2QV

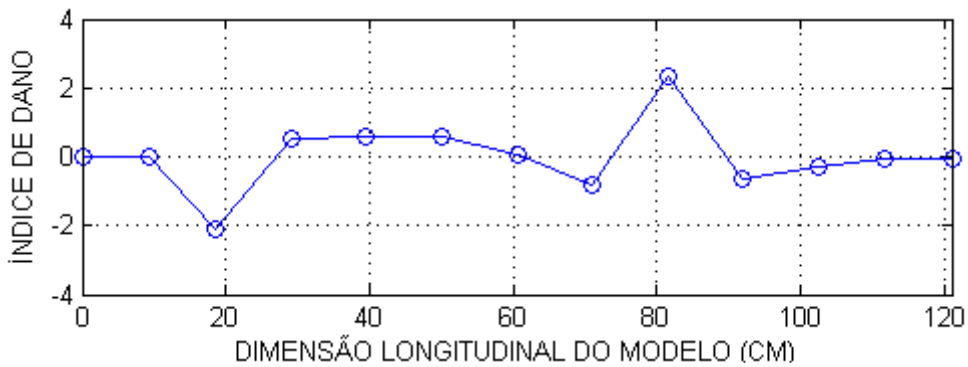


Figura 151 – ID do 2º Modo de Torção – Modelo 4D2QV

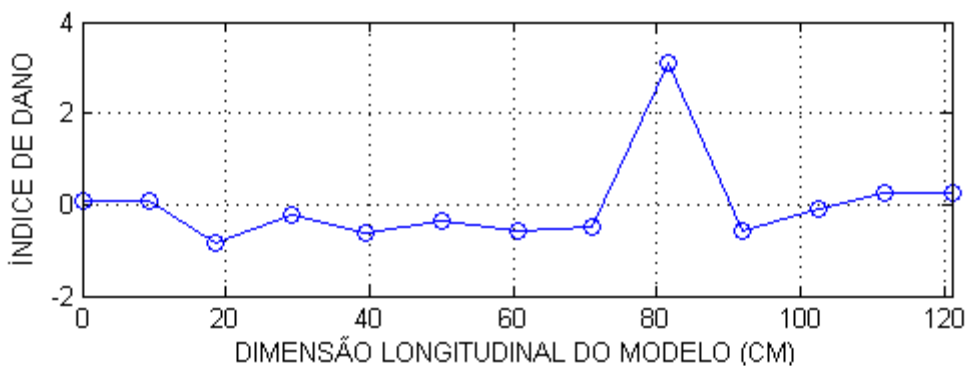


Figura 152 – ID somado do Modelo 4D2QV

Pelos gráficos acima, apenas o 1º modo de torção não forneceu qualquer identificação de dano. Já os outros modos e a soma do ID, conseguiram localizar corretamente o dano no segundo quarto de vão.

Portanto, o ID conseguiu identificar e localizar experimentalmente uma danificação no segundo quarto de vão da viga também para o Modelo 4.

6.5.5 Modelo 5

Conforme explanado anteriormente, o Modelo 5 foi utilizado apenas para a comparação íntegro x íntegro. As figuras a seguir apresentam o Índice de Dano para cada modo de vibração e a Figura 157 ilustra a soma do ID para o Modelo 5.

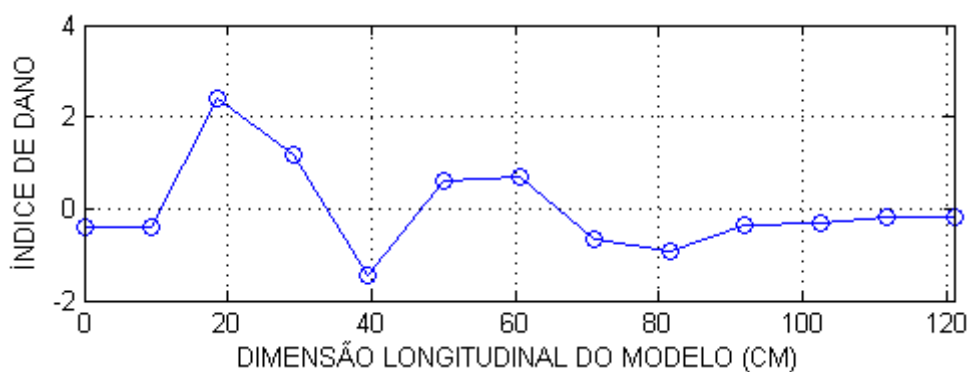


Figura 153 – ID do 1º Modo de Flexão – 5REF1 x 5REF2

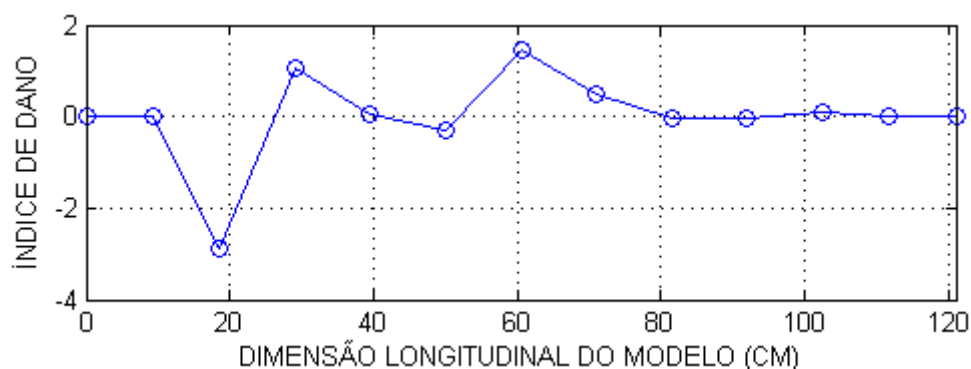


Figura 154 – ID do 1º Modo de Torção – 5REF1 x 5REF2

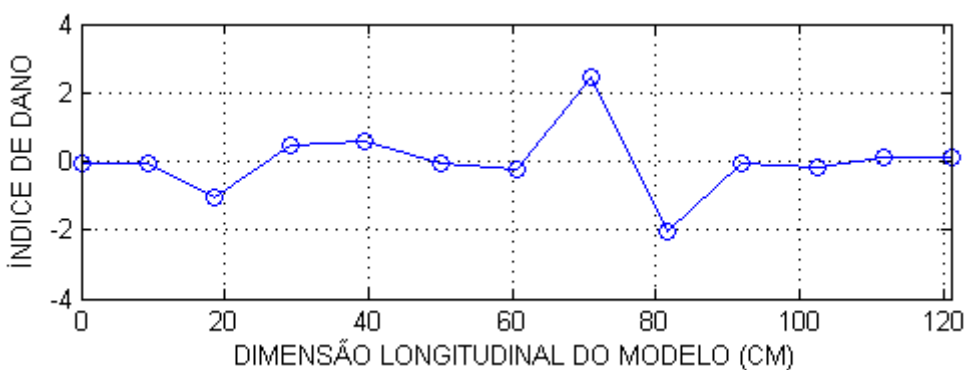


Figura 155 – ID do 2º Modo de Flexão – 5REF1 x 5REF2

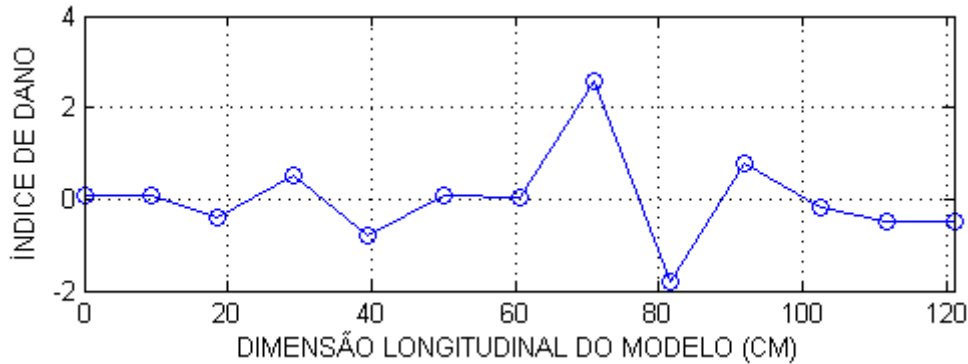


Figura 156 – ID do 2º Modo de Torção – 5REF1 x 5REF2

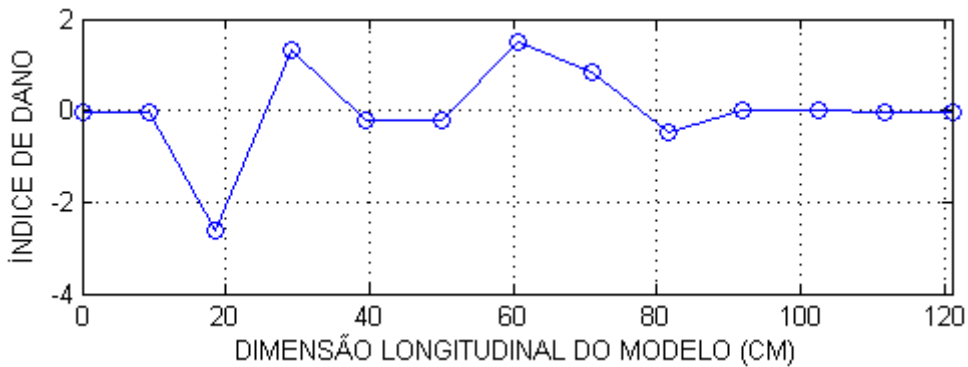


Figura 157 – ID somado – 5REF1 x 5REF2

Observando-se as figuras acima, no 1º modo de flexão houve um pico superior a 2 na região do apoio. Todavia, além de tal pico não aparecer em nenhum outro modo, também não aparece na soma dos modos, indicando que o ID mostrou uma falsa danificação para o 1º modo de flexão.

Além disso, nos segundos modos de flexão e torção houve picos maiores que 2, ambos na posição $X = 71$ cm. Nos primeiros modos de flexão e torção e na soma do ID, tal pico nessa posição ficou bem inferior a 2. Logo, é possível perceber que o ID pode apresentar falsas danificações, sendo importante analisar diversos modos de vibração e a soma do ID para concluir sobre um determinado pico.

6.6 TÉCNICAS COM MAIOR SUCESSO NA IDENTIFICAÇÃO DE DANOS NOS MODELOS EXPERIMENTAIS

As análises feitas com os modelos em escala reduzida permitiram avaliar entre diferentes técnicas quais foram as mais promissoras na identificação de danos.

Assim como nos modelos numéricos, a variação das frequências naturais permitiu inferir a existência de dano nos modelos danificados. Porém, conforme esperado e explanado na análise dos resultados do modelo numérico, não forneceu nenhuma informação com respeito à sua localização.

Como já esperado, os índices MAC e COMAC não deram qualquer informação a respeito da existência de dano e sua localização, porém foram importantes para a obtenção das correlações entre os vetores modais das situações íntegras e danificadas. Com baixos valores do MAC, o 1º modo de torção e 2º modo de torção dos modelos 2D2MV e 3D2QV, respectivamente, foram retirados das análises de identificação de danos, pois seus modos experimentais não foram obtidos corretamente.

Nos modelos experimentais, a comparação entre os modos de vibração não foi realizada, pois os resultados dos modelos numéricos mostraram que tal técnica não é capaz de localizar danificações.

Finalmente, assim como nos modelos numéricos, a Diferença de Curvatura Modal e o índice de dano (técnica também baseada em curvatura modal) foram as mais eficientes na detecção e localização de danos.

7 CONCLUSÕES

Este trabalho buscou avaliar algumas técnicas de identificação e localização de danos em pontes rodoviárias de concreto armado. Tais técnicas foram baseadas nos parâmetros modais, como as frequências naturais e modos de vibração, obtidos de ensaios dinâmicos em modelos em escala reduzida. Tais modelos foram confeccionados em argamassa armada no Laboratório de Estruturas da Escola de Engenharia de São Carlos.

A escala reduzida adotada foi 1/20 e duas técnicas de detecção de danos foram utilizadas: Diferença de Curvatura Modal (DCM) e Índice de Dano (ID). Além disso, foram calculados os coeficientes MAC e COMAC para obter a correlação entre os vetores modais das situações íntegra e danificada.

Com tal escala, um modelo numérico em elementos finitos foi elaborado com o objetivo de se conhecer previamente o comportamento dinâmico da estrutura e, assim, executar o ensaio dinâmico de forma precisa e confiável, posicionando os acelerômetros de maneira que as principais frequências naturais e modos de vibração pudessem ser obtidos. Outra função do modelo numérico foi aplicar as técnicas de identificação de dano e avaliar seus resultados em uma situação teórica.

Na análise dinâmica experimental, para a obtenção das frequências naturais e modos de vibração experimentais dos modelos reduzidos, foram elaboradas rotinas no programa SciLab. Na obtenção das frequências, foi aplicada a auto densidade espectral e para os modos de vibração utilizaram-se as transmissibilidades a cada ponto de medida em relação ao ponto de referência. Para excitação do modelo em escala reduzida, foram aplicados diversos impactos ao longo do eixo longitudinal da ponte, simulando o tráfego de veículos sobre o tabuleiro (vibrações ambientais). Como a força aplicada não era medida e nem controlada, o processo foi todo estocástico.

As danificações teóricas e experimentais foram aplicadas ora no meio do vão e ora no segundo quarto de vão. No modelo em elementos finitos, dois elementos da

viga longarina tiveram seus módulos de elasticidade reduzidos em 100 vezes, simulando um dano.

Já nos modelos reduzidos experimentais, foram realizados furos na porção inferior da seção da longarina, rompendo a fibra inferior e armação da viga. Para cada situação, íntegra e danificada, o mesmo procedimento de ensaio foi realizado.

Com os resultados do modelo numérico e experimentais nas situações íntegra e danificada, as técnicas de identificação de dano foram aplicadas.

Ao final da pesquisa deste trabalho, são destacadas as seguintes considerações:

- o estudo pelos modelos em escala reduzida se mostrou válido e de relativa fácil execução. Com tal metodologia, foi possível realizar várias condições de danificações, repetidos ensaios e conseguir simular a ponte nas situações íntegra e danificada, o que seria de difícil execução caso o estudo experimental deste trabalho fosse realizado em uma ponte real em operação;
- a escolha dos equipamentos e suas configurações são importantes para uma correta e precisa aquisição dos dados experimentais. Tal escolha se dá pela interpretação das informações técnicas dos acelerômetros e sistema de aquisição de dados fornecidos pelos fabricantes;
- a elaboração de um modelo numérico antes da execução dos ensaios dinâmicos mostrou-se válida. Com o prévio conhecimento do comportamento dinâmico da estrutura, o posicionamento dos acelerômetros e da posição de referência garantem a obtenção das principais frequências naturais e modos de vibração;
- a malha de acelerômetros utilizada mostrou-se adequada para obtenção das principais frequências naturais e modos de vibração e para a identificação de danos. A distância entre os acelerômetros permitiu a localização das danificações aplicadas à estrutura, tanto no estudo numérico quanto no experimental;
- as monitorações de vibrações ambientais podem ser utilizadas em pontes reais para detecção de danos. A grande vantagem é a não

interrupção da operação normal dessas estruturas, tornando possível a realização de diversas monitorações caso seja necessário;

- o procedimento de ensaio utilizado conseguiu obter as frequências naturais e modos de vibração de forma satisfatória. Como os modos de vibração geralmente são bem espaçados nas estruturas de pontes, a aplicação de impactos sem medir e controlar a força mostrou-se um bom método estocástico para excitação da estrutura;
- igualmente, como os modos de vibração são claros neste tipo de estrutura, a aplicação da auto densidade espectral se mostra uma ferramenta adequada para obtenção das frequências naturais e modos de vibração;
- o MAC e COMAC foram úteis na obtenção das correlações entre os vetores modais íntegros e danificados. Com baixos valores do MAC, dois modos de vibração de diferentes modelos em escala reduzida foram retirados das análises de identificação de danos, pois seus modos de vibração experimentais não foram obtidos corretamente;
- conforme esperado, os coeficientes MAC e COMAC não conseguiram identificar os danos na viga longarina da ponte, tanto teoricamente quanto experimentalmente;
- a comparação direta entre os modos nas situações íntegra e danificada não forneceu nenhuma informação sobre as danificações aplicadas;
- a Diferença de Curvatura Modal (DCM) e o Índice de Dano (ID) conseguiram localizar as danificações em todas as situações – no meio do vão e no segundo quarto de vão, pelo modelo numérico e pela análise dinâmica experimental;
- a análise modo a modo da DCM e ID se mostraram muito úteis para a detecção de falsas indicações de danos, assim como para a confirmação de uma posição de danificação. Da mesma forma, a média da DCM e a soma do ID de todos os modos em análise se mostraram capazes de localizar os danos;
- para o ID, o valor maior ou igual a 2 em algum ponto da estrutura mostrou-se uma boa indicação para considerar tal posição como danificada;

- conforme relatado em diversas bibliografias e comprovado nos resultados deste trabalho, a intensidade e posição da danificação são importantes para sua detecção. A DCM e o ID mostraram que conseguem detectar danificações que alteram de forma mais acentuada a rigidez de vigas;
- em consequência das danificações aplicadas, os modos de vibração de flexão conseguiram, na maior parte das vezes, identificar melhor os danos que nos modos de torção. Isso ocorreu porque a perda de rigidez da viga se mostra mais na sua flexão;
- na análise dinâmica experimental, as imprecisões experimentais em geral, como um acelerômetro ligeiramente mal fixado ou uma falha no sinal, também podem alterar os resultados. Na condição teórica, abordada como um modelo numérico, tais fatores não influenciam nos resultados e perceberam-se curvaturas melhores representadas.

Após a análise dos resultados, entende-se que a metodologia utilizada nesse trabalho para a detecção de danos a partir da identificação modal estocástica pode ser estendida para pontes rodoviárias reais em operação normal.

Para trabalhos futuros, sugere-se um estudo de caso em uma ponte rodoviária real, tendo como situação íntegra um modelo numérico em elementos finitos. A partir da análise dinâmica experimental, podem-se aplicar algumas técnicas para detecção de danos. Tais técnicas podem ser as apresentadas neste trabalho e outras, como a flexibilidade, a curvatura da flexibilidade, etc.

Adicionalmente, sugere-se realizar a identificação modal estocástica em outros tipos de estruturas, como barragens, arquibancadas, coberturas etc, utilizando outras técnicas para obtenção dos parâmetros modais, como o FFD e o SSI. Além disso, espera-se que outras técnicas de localização de danos sejam pesquisadas e aprimoradas.

Assim, espera-se também que este trabalho tenha contribuído para a continuação de futuras pesquisas no campo da Análise Dinâmica Experimental.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

AMERICAN ASSOCIATION OF STATE HIGHWAY AND TRANSPORTATION OFFICIALS. **AASHTO LRFD: Bridge Design Specification**. Washington, Estados Unidos, 2010.

AENLLE; M.L.; BRINCKER, R.; CANTELI, A.F. Some methods to determine scaled mode shapes in natural input modal analysis. In: INTERNATIONAL MODAL ANALYSIS CONFERENCE (IMAC), 23., 2005, Orlando. **Proceedings...** Orlando: Society for Experimental Mechanics, 2005.

ALLEMANG, R.J. The modal assurance criterion – Twenty years of use and abuse. **Journal of Sound and Vibration**. p.14-21, ago. 2003.

ALLEMANG, R.J.; BROWN, D.L. A correlation coefficient for modal vector analysis. In: INTERNATIONAL MODAL ANALYSIS CONFERENCE (IMAC), 1., 1982, Orlando. **Proceedings...** Orlando, 1982.

ANDERSEN, P. **Identification of civil engineering structures using vector ARMA models**. 1997. 244p. Tese (Doutorado em Engenharia de Estruturas) – Department of Building and Structural Engineering, University of Aalborg, Dinamarca, 1997.

ANDERSEN, P. et al. Automated modal parameter estimation for operational modal analysis of large systems. In: INTERNATIONAL OPERATIONAL MODAL ANALYSIS CONFERENCE (IOMAC), 2., 2007, Copenhagen. **Proceedings...** Copenhagen: Rune Brincker, Nis Møller, 2007. p.299-308.

ANDERSEN, P. et al. Modal estimation of civil structures subject to ambient and harmonic excitation. In: INTERNATIONAL MODAL ANALYSIS CONFERENCE (IMAC), 26., 2008, Orlando. **Proceedings...** Orlando: Society for Experimental Mechanics, 2008.

ANDERSON, J.C.; NAEIM, F. **Basic structural dynamics**. Hoboken, Estados Unidos: John Wiley & Sons, Inc., 2012.

ARAUJO, I.D.G. **Caracterización dinámica experimental de puentes de hormigón simplemente apoyados a partir de mediciones de vibración ambiental**. 2010. 214p. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil) – Facultad de Ciencias Fisicomecánicas, Universidad Industrial de Santander, Bucaramanga, 2010.

ASMUSSEN, J.C. **Modal analysis based on the random decrement technique: Application to civil engineering structures**. 1997. 215p. Tese (Doutorado em Engenharia de Estruturas) – Department of Building and Structural Engineering, University of Aalborg, Dinamarca, 1997.

BALBINOT, A.; BRUSAMARELLO, V.J. **Instrumentação e fundamentos de medidas**. 2.ed. Rio de Janeiro: LTC – Livros Técnicos e Científicos Editora Ltda, 2010. v.1.

BATHE, K.J. **Finite element procedures**. Estados Unidos: Pearson Education, Inc., 2006.

BEGG, R.D. et al. Structural integrity monitoring using digital processing of vibration signals. In: OFFSHORE TECHNOLOGY CONFERENCE (OTC), 8., 1976, Houston. **Proceedings...** Houston: Offshore Technology Conference, 1976. p.305–311.

BENDAT, J.S.; PIERSOL, A.G. **Random data: Analysis and measurement procedures**. 4.ed. New York, Estados Unidos: John Wiley & Sons, Inc., 2010.

BENEDETTINI, F.; MORASSI, A. Dynamic testing, structural identification and damage detection on Dogna's bridge. In: The International Conference on Structural Dynamics (EURODYN), 8., 2011, Leuven. **Proceedings...** Leuven: G. De Roeck, G. Degrande, G. Lombaert, G. Müller, 2011.

BISHOP, R.H. **LabView 2009 student edition**. Upper Saddle River, Estados Unidos: Pearson Education, Inc., 2010.

BRINCKER, R.; ANDERSEN, P. A way of getting scaled mode shapes in output only modal testing. In: INTERNATIONAL MODAL ANALYSIS CONFERENCE (IMAC), 21., 2003, Kissimmee. **Proceedings...** Kissimmee: Society for Experimental Mechanics, 2003. p.141-145.

BRINCKER, R.; VENTURA, C.E.; ANDERSEN, P. Damping estimation by frequency domain decomposition. In: INTERNATIONAL MODAL ANALYSIS CONFERENCE (IMAC), 19., 2001, Kissimmee. **Proceedings...** Kissimmee: Society for Experimental Mechanics, 2001.

BRINCKER, R.; ZHANG, L.; ANDERSEN, P. Modal identification ambient responses using frequency domain decomposition. In: INTERNATIONAL MODAL ANALYSIS CONFERENCE (IMAC), 18., 2000, San Antonio. **Proceedings...** San Antonio: Society for Experimental Mechanics, 2000. p.625-630.

BRINCKER, R. et al. Identification of dynamical properties from correlation function estimates. **Structural Science and Engineering**, v.63, n.1, p.1-38, 1992.

BRUEL & KJAER. Application notes: The design of large impactors for structural testing, 1986. Disponível em: < <http://www.bksv.com/doc/bo0162.pdf>>. Acesso em: 06 abr. 2013.

CAETANO, E.S. **Identificação experimental de parâmetros dinâmicos em sistemas estruturais**. 1992. 373p. Dissertação (Mestrado em Engenharia de Estruturas) – Faculdade de Engenharia, Universidade do Porto, Porto, 1992.

CARDER, D. S. Observed vibrations of bridges. **Bulletin of the Seismological Society of America**, v.27, n. 4, 1937, p.267-303.

CHU, A.S. Shock and vibration transducers. In: PIERSOL, A.G.; PAEZ, T.L. **Harris' shock and vibration handbook**. 6.ed. Estados Unidos: The McGraw-Hill Companies, Inc., 2010. Cap.10, p.10.1-10.38.

CLOUGH, R.W.; PENZIEN, J. **Dynamics of structures**. 3.ed. Berkeley, Estados Unidos: Computers & Structures, 2003.

CSI. **Analysis reference manual**. Berkeley, Estados Unidos: Computers and Structures, Inc., out. 2005.

COPPOLINO, R.N.; RUBIN, S. Detectability of structural failures in offshore platforms by ambient vibration monitoring. In: OFFSHORE TECHNOLOGY CONFERENCE (OTC), 12., 1980, Houston. **Proceedings...** Houston: Offshore Technology Conference, 1980. p.101–110.

CRAIG JR., R.R.; KURDILA, A.J. **Fundamentals of structural dynamics**. 2.ed. Hoboken, Estados Unidos: John Wiley & Sons, Inc., 2006.

CUNHA, A. et al. From input-output to output-only modal identification of civil engineering structures. **SAMCO Final report**. Vienna, Áustria, 2006.

DE SILVA, C.W. Distributed-Parameter Systems. In: DE SILVA, C.W. **Vibration and Shock Handbook**. Estados Unidos: Taylor & Francis Group, LLC, 2005. Cap.4, p.4.1-4.57.

DION, J.L.; TAWFIQ, I.; CHEVALLIER, G. Harmonic component detection: Optimized spectral kurtosis for operational modal analysis. **Mechanical Systems and Signal Processing**, v.26, p.24-33, 2012.

DOEBLING, S.W.; FARRAR, C.R.; PRIME, M.B. A summary review of vibration-based damage identification methods. **The Shock and Vibration Digest**, v.30, p.91-105, mar. 1998.

DOEBLING, S.W. et al. **Damage identification and health monitoring of structural and mechanical systems from changes in their vibration characteristics: A literature review**. New Mexico, Estados Unidos: Los Alamos National Laboratory, 1996.

FARRAR, C.R.; WORDEN, K. **Structural health monitoring – A machine learning perspective**. Chichester, Reino Unido: John Wiley & Sons, Ltd, 2013.

FELBER, A.J. **Development of a hybrid bridge evaluation system**. 1993. 277p. Tese (Doutorado em Engenharia Civil) – Department of Civil Engineering, The University of British Columbia, Vancouver, Canadá, 1993.

FELBER, A.; CANTIENI, R. Advances in ambient vibration testing: Ganter Bridge, Switzerland. **Structural Engineering International**, p.187-190, 1996.

FRISWELL, M.I.; MOTTERSHEAD, J.E. **Finite element model updating in structural dynamics**. Dordrecht, Holanda: Kluwer Academic Publishers, 2010. (Solid mechanics and its applications, 38).

HARRIS, H.G.; SABNIS, G.M. **Structural modeling and experimental techniques**. 2.ed. Boca Raton, Estados Unidos: CRC Press LLC, 1999.

JACOBSEN, N.J.; ANDERSEN, P.; BRINCKER, R. Eliminating the influence of harmonic components in operational modal analysis. In: INTERNATIONAL MODAL ANALYSIS CONFERENCE (IMAC), 25., 2007, Orlando. **Proceedings...** Orlando: Society for Experimental Mechanics, 2007.

JAUREGUI, D.V.; FARRAR, C.R. Comparison of damage identification algorithms on experimental modal data from a bridge. In: INTERNATIONAL MODAL ANALYSIS CONFERENCE (IMAC), 14., 1996, Dearborn, Estados Unidos. **Proceedings...** Dearborn, Estados Unidos: Society for Experimental Mechanics, 1996. p. 1423-1429.

KRAMER, C.; DE SMET, C.A.M.; PEETERS, B. Comparison of ambient and forced vibration testing of civil engineering structures. In: INTERNATIONAL MODAL ANALYSIS CONFERENCE (IMAC), 17., 1999, Kissimmee. **Proceedings...** Kissimmee: Society for Experimental Mechanics, 1999. p.1030-1034.

LAM, H.F.; KO, J.M.; WONG, C.W. 1995, Detection of damage location based on sensitivity analysis. In: INTERNATIONAL MODAL ANALYSIS CONFERENCE (IMAC), 13., 1995, Nashville, Estados Unidos. **Proceedings...** Nashville, Estados Unidos: Society for Experimental Mechanics, 1995. p.1499-1505.

LAMARCHE, C.P. et al. A comparison of ambient and forced-vibration testing of a full scale concrete structure. In: INTERNATIONAL MODAL ANALYSIS CONFERENCE (IMAC), 22., 2004, Dearborn. **Proceedings...** Dearborn: Society for Experimental Mechanics, 2004.

LIEVEN, N.A.J.; EWINS, D.J. Spatial correlation of mode shapes, the Coordinate Modal Assurance Criterion (COMAC). In: INTERNATIONAL MODAL ANALYSIS CONFERENCE (IMAC), 6., 1988, Kissimmee. **Proceedings...** Kissimmee: Society for Experimental Mechanics, 1988.

LOLAND, O.; DODDS, J.C. Experience in developing and operating integrity monitoring system in north sea. In: OFFSHORE TECHNOLOGY CONFERENCE (OTC), 8., 1976, Houston. **Proceedings...** Houston: Offshore Technology Conference, 1976. p.313–319.

MAIA, N.M.M. et al. **Theoretical and experimental modal analysis**. Baldock, Hertfordshire, Inglaterra: Research Studies Press LTD. 1998.

MASON, A. H.; CARDER, D. S. Vibration frequencies of the Chesapeake Bay Bridge. **Journal of the Structural Division**, v.93, n.2, 1967, p.237-246.

McLamore, V. R.; Hart, G. C.; Stubbs, I. R. Ambient vibration of two suspension bridges. **Journal of the Structural Division**, v.97, N. 10, 1971, p.2567-2582.

NÓBREGA, P.G.B. **Análise dinâmica de estruturas de concreto**. 2004. 265p. Tese (Doutorado em Engenharia de Estruturas) – Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, 2004.

NATARAJA, R. Structural integrity monitoring in real seas. In: OFFSHORE TECHNOLOGY CONFERENCE (OTC), 15., 1983, Houston. **Proceedings...** Houston: Offshore Technology Conference, 1983. p.221–228.

PANDEY, A.K.; BISWAS, M.; SAMMAN, M. M. Damage detection from changes in curvature mode shapes. **Journal of Sound and Vibration**. v.145, p.321-332, mar. 1991.

PANDEY, A.K.; BISWAS, M. Damage detection in structures using changes in flexibility. **Journal of Sound and Vibration**. v.169, p.3-17, jan. 1994.

PAPE, D.A. A modal analysis approach to flaw detection in ceramic insulators. In: INTERNATIONAL MODAL ANALYSIS CONFERENCE (IMAC), 11., 1993, Orlando. **Proceedings...** Orlando: Society for Experimental Mechanics, 1993. p.35-40.

PARLOO, E. et al. Sensitivity-based operational mode shape normalisation. **Mechanical Systems and Signal Processing**, v.16, p.757-767, set. 2002.

PAULTRE, P. **Dynamics of structures**. Hoboken, Estados Unidos: John Wiley & Sons, Inc., 2010.

RAMOS, L.F. et al. Vibration based damage identification of masonry structures. In: STRUCTURAL ANALYSIS OF HISTORICAL CONSTRUCTIONS, 5., 2006, New Delhi. **Proceedings...** New Delhi: Paulo B. Lourenço, Pere Roca, Claudio Modena, Shailesh Agrawal, 2006.

RODRIGUES, J. **Identificação modal estocástica: métodos de análise e aplicações em estruturas de engenharia civil**. 2004. 484p. Tese (Doutorado em Engenharia Civil) – Faculdade de Engenharia, Universidade do Porto, Porto, 2004.

RUCEVSKIS, S.; WESOLOWSKI, M. Identification of damage in a beam structure by using mode shape curvature squares. **Shock and Vibration**. v.17, p.601-610, jun. 2010.

RYTTER, A. **Vibrational Based Inspection of Civil Engineering Structures**. 1993. 196p. Tese (Doutorado em Engenharia de Estruturas) – Department of Building and Structural Engineering, University of Aalborg, Dinamarca, 1993.

SAMPAIO, R.P.C.; MAIA, N.M.M.; SILVA J.M.M. Damage detection using the frequency-response-function curvature method. **Journal of Sound and Vibration**. v.226, p.1029-1042, out. 1999.

SLATER, G.L.; SHELLEY S., 1993, Health monitoring of flexible structures using modal filter concepts. In: SMART STRUCTURES AND INTELLIGENT SYSTEMS, 1917, 1993, Albuquerque, Estados Unidos. **Proceedings...** Albuquerque, Estados Unidos: SPIE, 1993. p.997–1007.

STEWERING, U.; STANGENBERG, F.; PETRYNA, Y. Comparative study of vibration-based damage detection methods on a bridge. In: INTERNATIONAL

MODAL ANALYSIS CONFERENCE (IMAC), 25., 2007, Orlando. **Proceedings...** Orlando: Society for Experimental Mechanics, 2007.

STUBBS, N.; KIM, J.-T.; FARRAR, C.R. Field verification of a nondestructive damage localization and severity estimation algorithm. In: INTERNATIONAL MODAL ANALYSIS CONFERENCE (IMAC), 13., 1995, Nashville, Estados Unidos. **Proceedings...** Nashville, Estados Unidos: Society for Experimental Mechanics, 1995. p. 1520-1529

STUBBS, N.; Z.; KIM, J.-T.; TOPOLE, K. An efficient and robust algorithm for damage localization in offshore structures. In: AMERICAN SOCIETY OF CIVIL ENGINEERS (ASCE) STRUCTURES CONFERENCE, 10., 1992, New York, Estados Unidos. **Proceedings...** New York, Estados Unidos: American Society of Civil Engineers, 1992. p. 543-546

TRIFUNAC, M.D. Comparisons between ambient and forced vibration experiments. **Earthquake Engineering and Structural Dynamics**, v.1, p.133-150, 1972.

VALENTIM, N.L. **Análise do comportamento dinâmico em pontes pedonais.** 2012. 99p. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil) – Faculdade de Ciências e Tecnologia, Univerdade Nova de Lisboa, Lisboa, 2012.

VAN OVERSCHEE, P.; DE MOOR, B. **Subspace identification for linear systems: Theory – Implementation – Applications.** Dordrecht, Holanda: Kluwer Academic Publishers, 1996.

VANDIVER, J.K., Detection of structural failure on fixed platforms by measurement of dynamic response. **Journal of Petroleum Technology**, v.29, n.3, p.305-310, mar. 1977.

VENTURA, C.E. et al. FEM updating of tal buildings using ambiente vibration data. In: The International Conference on Structural Dynamics (EURODYN), 6., 2005, Paris. **Proceedings...** Paris: C. Soize, G.I. Schuëller, 2005.

WAHAB, A.M.M.; DE ROECK, G. Damage detection in bridges using modal curvatures: application to a real damage scenario. **Journal of Sound and Vibration.** v.226, p.217-235, set. 1999.

WANG, L. **Innovative damage assessment of steel truss bridge using modal strain energy correlation.** 2012. 208p. Tese (Doutorado em Engenharia Civil) – Science and Engineering Faculty, Queensland University of Technology, Brisbane, Austrália, 2012.

WOJNAROWSKI, M.E.; STIANSEN, S.G.; REDDY N.E. Structural integrity evaluation of a fixed platform using vibration criteria. In: OFFSHORE TECHNOLOGY CONFERENCE (OTC), 9., 1977, Houston. **Proceedings...** Houston: Offshore Technology Conference, 1977. p.247–256.

ZHANG, Z.; AKTAN, A.E. The damage indices for the constructed facilities. In: INTERNATIONAL MODAL ANALYSIS CONFERENCE (IMAC), 13., 1995, Nashville, Estados Unidos. **Proceedings...** Nashville, Estados Unidos: Society for Experimental Mechanics, 1995. p. 1520-1529.