

Bruno Eizo Higaki

**CONTRIBUIÇÃO À ANÁLISE ESTRUTURAL DE
EDIFÍCIOS DE AÇO COM ÊNFASE NAS LIGAÇÕES
SEMI-RÍGIDAS**

Tese apresentada à Escola de Engenharia de São Carlos da Universidade de São Paulo, como parte dos requisitos para a obtenção do título de Doutor em Ciências, Programa de Engenharia Civil (Estruturas).

Orientador: Professor Associado Roberto Martins Gonçalves

Versão Corrigida

A versão original encontra-se na Escola de Engenharia de São Carlos

São Carlos
2014

AUTORIZO A REPRODUÇÃO TOTAL OU PARCIAL DESTE TRABALHO,
POR QUALQUER MEIO CONVENCIONAL OU ELETRÔNICO, PARA FINS
DE ESTUDO E PESQUISA, DESDE QUE CITADA A FONTE.

H634c Higaki, Bruno Eizo
CONTRIBUIÇÃO À ANÁLISE ESTRUTURAL DE EDIFÍCIOS DE
AÇO COM ÊNFASE NAS LIGAÇÕES SEMI-RÍGIDAS / Bruno Eizo
Higaki; orientador Roberto Martins Gonçalves. São
Carlos, 2014.

Tese (Doutorado) - Programa de Pós-Graduação em
Engenharia de Estruturas -- Escola de Engenharia de São
Carlos da Universidade de São Paulo, 2014.

1. Estrutura de aço. 2. Análise Estrutural. 3.
Edifícios de aço. 4. Ligações semi-rígidas. I. Título.

FOLHA DE JULGAMENTO

Candidato: Engenheiro **BRUNO EIZO HIGAKI**.

Título da tese: "Contribuição à análise estrutural de edifícios de aço com ênfase nas ligações semi-rígidas".

Data da defesa: 10/10/2014

Comissão Julgadora:

Resultado:

Prof. Associado **Roberto Martins Gonçalves (Orientador)**
(Escola de Engenharia de São Carlos/EESC)

APROVADO

Prof. Dr. **Julio Fruchtengarten**
(Escola Politécnica/EP-USP)

APROVADO

Prof. Dr. **Alex Sander Clemente de Souza**
(Universidade Federal de São Carlos/UFSCar)

APROVADO

Prof. Dr. **Cilmar Donizeti Baságlio**
(Universidade Estadual de Campinas/UNICAMP)

APROVADO

Prof. Dr. **José Jairo de Sales**
(Escola de Engenharia de São Carlos/EESC)

APROVADO

Coordenadora do Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil
(Engenharia de Estruturas):

Profa. Associada **Ana Lucia Homce de Cresce El Debs**

Presidente da Comissão de Pós-Graduação:
Prof. Associado **Paulo César Lima Segantine**

Protocolo nº 11.10.14
10/10/2014

À minha família

Agradecimentos

Em primeiro lugar a Deus.

À minha família por apoiarem desde o início nessa jornada.

À minha esposa Priscila pela revisão do texto, amizade, paciência, carinho, apoio e incentivo em todas as horas.

Aos Prof. Roberto Martins Gonçalves e Prof. Alex Sander Clemente de Souza de pela orientação, compreensão, incentivo, amizade e dedicação ao longo do desenvolvimento deste trabalho possibilitando o meu amadurecimento pessoal e profissional.

A todos os funcionários e amigos do Departamento de Estruturas.

A todos os amigos do Departamento de Estruturas.

Aos meus amigos de São Bernardo e da Grande São Paulo.

Ao Alexandre Tattinho pela grande amizade, conhecimento e técnicas transmitidas nos treinos ao meio dia.

À CAPES pelo auxílio financeiro para o desenvolvimento deste trabalho.

“The world ain't all sunshine and rainbows. It's a very mean and nasty place and I don't care how tough you are it will beat you to your knees and keep you there permanently if you let it. You, me, or nobody is gonna hit as hard as life. But it ain't about how hard you hit. It's about how hard you can get hit and keep moving forward. How much you can take and keep moving forward. That's how winning is done!”

Rocky Balboa

Resumo

Higaki, B. E. (2014) **Contribuição à análise estrutural de edifícios de aço com ênfase nas ligações semi-rígidas**. 284 p. Tese (Doutorado) – Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos.

Observa-se no cenário mundial uma crescente tendência da construção de edifícios de aço. Assim, procurando encontrar a forma mais econômica para a construção, os edifícios projetados estão cada vez mais altos e seus elementos, vigas e pilares, formados por perfis cada vez mais leves. Com isso, são necessários estudos mais avançados para buscar um modelo estrutural que represente o comportamento real dessas estruturas. Este trabalho tem como objetivo discutir e propiciar uma melhor compreensão dos modelos e técnicas de análise estrutural aplicado aos edifícios de aço dando ênfase à influência das ligações. Foi realizado um aprimoramento dos modelos numéricos tridimensionais de ligações de aço e mistas. Foram analisadas três diferentes geometrias de edifícios considerando as não linearidades geométrica e do material, diferentes formas de representação das ligações, consideração das imperfeições geométricas iniciais e imperfeições iniciais de material. Estas análises foram feitas em modelos bidimensionais e tridimensionais. Observou-se grande diferença nos valores de esforços solicitantes e deslocamentos laterais quando a forma de consideração do comportamento semi-rígido das ligações foi variada.

Palavras chaves: Estrutura de aço. Análise estrutural. Edifícios de aço. Ligações semi-rígidas.

Abstact

Higaki, B. E. (2014) **Contribution to structural analysis of steel building emphasis on semi-rigid connections**. 284 p. Thesis (Doctorate) – São Carlos School of Engineering, University of São Paulo, São Carlos.

It's possible to see that constructions of steel buildings in the world are increasing. Engineers have been trying to build economical constructions. So they have been designing tall buildings using light members. It is necessary new studies to develop structural models that represent structure's real behavior. The objective of this work is to discuss and to provide a better understanding of some models and technics used for design steel buildings. It was improved numerical three-dimensional models of steel connections and composite connections. It was analyzed three different geometry of building considering geometrical non-linearity, material non-linearity, different representation of connections, initial geometric imperfections, initial imperfections of material. These analyses were done on bidimensional and threedimensional models. It was noted big difference on internal forces and lateral displacement when was changed the way of representation of connections semi rigid behavior.

Keyword: Steel structures. Structural analysis. Steel buildings. Semi-rigid connections.

SUMÁRIO

1. INTRODUÇÃO	21
1.1 Apresentação	21
1.2 Justificativas	23
1.3 Objetivos	24
1.4 Descrição dos capítulos	26
2. Concepção Estrutural	27
2.1 Introdução	27
2.2 Sistema estrutural	28
2.2.1 Subsistema horizontais	29
2.2.2 Subsistema vertical	31
2.2.2.1 Sistemas aporticados	31
2.2.2.2 Sistemas treliçados	33
2.2.2.3 Sistemas tubulares	35
2.2.2.4 Sistemas com núcleos resistentes	37
2.3 Representação matemática dos sistemas estruturais	39
2.4 Seção transversal	39
2.5 Carregamentos	40
2.6 Ligação entre os elementos estruturais	41
2.7 Comportamento dos Materiais	41
2.8 Considerações finais	43
3. CONSIDERAÇÕES SOBRE A ANÁLISE ESTRUTURAL	45
3.1 Considerações Iniciais	45
3.2 Linha de referência dos elementos	46
3.3 Excentricidades das ligações	47
3.4 Modelos de distribuição dos carregamentos horizontais	48
3.4.1 Pórticos planos independentes com área de influência	49
3.4.2 Pórticos planos independentes compatibilizados no topo	49
3.4.3 Pórticos planos alinhados	51
3.4.4 Pórticos tridimensionais	51

3.5	Tipos de análise estrutural	54
3.5.1	Análise de primeira ordem	57
3.5.1.1	Coeficiente de Flambagem K	58
3.5.2	Análise de segunda ordem	60
3.5.2.1	Matriz de rigidez geométrica	62
3.5.2.2	Método das forças horizontais fictícias	63
3.5.2.3	Método da amplificação dos esforços B1-B2	65
3.5.3	Análise elástica	68
3.5.4	Análise inelástica	69
3.5.5	Análise inelástica de segunda ordem	75
3.5.5.1	Método das zonas plásticas	76
3.5.5.2	Método das rótulas plásticas refinado	79
3.5.5.3	Método elástico com rótulas plásticas com cargas nocionais	81
3.6	<i>Advanced Analysis</i>	82
3.7	Considerações Finais	83
4.	AS LIGAÇÕES SEMI-RÍGIDAS	85
4.1	Conceitos gerais	85
4.2	Comportamento momento-rotação	86
4.3	Modelos de curvas momento-rotação	88
4.3.1	Modelos experimentais	89
4.3.2	Modelos analíticos	93
4.3.2.1	Trechos Lineares	93
4.3.2.2	Polinomial	94
4.3.2.3	B-Spline cúbico	97
4.3.2.4	Modelo de quatro parâmetros	97
4.3.2.5	Modelo de três parâmetros	98
4.3.2.6	Modelo de Colson	99
4.3.3	Modelos Mecânicos	100
4.3.3.1	Método das Componentes	100
4.3.4	Modelos numéricos	102
4.4	Classificação das ligações	104

4.4.1	Classificação de Bjorhovde <i>et al.</i> (1990)	105
4.4.2	Classificação de Nethercot <i>et al.</i> (1998)	106
4.4.3	Classificação segundo NBR 8800:2008	109
4.4.4	Classificação segundo Eurocode 3:2009	110
4.4.5	Classificação segundo ANSI/AISC 360-10:2010	113
4.5	Inclusão na análise estrutural	114
4.5.1	Linha de viga	115
4.5.2	Trecho fictício	119
4.5.3	Elementos híbridos	121
4.5.4	Elementos de mola	122
4.6	Considerações finais	124
5.	Recomendações normativas	125
5.1	Considerações iniciais	125
5.2	NBR 8800:2008	125
5.2.1	Classificação das estruturas	125
5.2.2	Análise quanto à estabilidade global	126
5.2.3	Análise estrutural quanto às considerações do material	126
5.2.4	Imperfeições geométricas iniciais	127
5.2.5	Imperfeições iniciais de material	128
5.2.6	Ligações semi-rígidas	128
5.3	Eurocode 3:2010	128
5.3.1	Análise quanto à estabilidade global	128
5.3.2	Análise estrutural quanto às considerações do material	131
5.3.3	Imperfeições geométricas iniciais	132
5.3.4	Ligações semi-rígidas	134
5.4	ANSI/AISC 360-10:2010	140
5.4.1	Análise quanto à estabilidade global	140
5.4.1.1	<i>Direct analysis method</i>	140
5.4.1.2	Método do comprimento efetivo de flambagem	141
5.4.1.3	Método da análise de primeira ordem	142
5.4.2	Análise estrutural quanto às considerações do material	143
5.4.3	Imperfeições geométricas iniciais	144

5.4.4	Imperfeições iniciais de material	145
5.4.5	Ligações semi-rígidas	146
5.5	Considerações Finais	147
6.	ANÁLISE NUMÉRICA DE LIGAÇÕES	149
6.1	Apresentação	149
6.2	Elementos finitos adotados	150
6.2.1	SOLID65	150
6.2.2	TARGE 170 E CONTA 173	151
6.2.3	SOLID65	152
6.2.4	BEAM23	153
6.2.5	BEAM189	153
6.2.6	PRETS179	153
6.3	Definição da geometria e malha de elementos finitos	153
6.4	Não-linearidade do material	158
6.5	Condição de contorno e aplicação do carregamento	161
6.6	Solução incremental-iterativa	162
6.7	Validação dos modelos numéricos	162
6.7.1	Ligações de aço	162
6.7.2	Ligações mistas	164
6.8	Considerações finais	165
7.	ANÁLISE ESTRUTURAL VIA MEF	167
7.1	Apresentação	167
7.2	Elementos finitos adotados	167
7.2.1	BEAM188	167
7.2.2	COMBIN39	168
7.3	Definição da geometria e malha de elementos finitos	168
7.4	Não-linearidade do material	169
7.5	Imperfeições iniciais	169
7.6	Condição de contorno e aplicação dos carregamentos	171
7.7	Solução incremental-iterativa	171
7.8	Validação dos modelos numéricos	171

7.8.1	Ligações	171
7.8.2	Pórticos planos	172
7.9	Calibração para análise estrutural rigorosa	174
7.9.1	Resistência à tração	175
7.9.2	Resistência à compressão	175
7.9.3	Resistência à flexão simples	178
7.9.4	Resistência à flexão composta	181
7.9.5	Ligações	183
7.10	Considerações Finais	185
8.	ANÁLISE ESTRUTURAL DE EDIFÍCIOS	187
8.1	Apresentação	187
8.2	Pórtico de um vão e dois pavimentos	191
8.3	Pórtico de três vãos e oito pavimentos	206
8.4	Pórtico de três vãos e vinte pavimentos	225
8.5	Pórtico de três vãos e vinte pavimentos – Análise Tridimensional	246
8.6	Pórtico de um vão e dois pavimentos com ligações tridimensionais	257
8.7	Considerações finais	262
9.	Conclusões	271
9.1	Considerações sobre o trabalho	271
9.2	Conclusões	271
9.3	Sugestões para trabalhos futuros	275
	Referências Bibliográficas	277

Capítulo 1

Introdução

1.1 Apresentação

Cada vez mais, observa-se uma tendência mundial da construção de edifícios em estruturas de aço. No cenário nacional, apesar da preferência dos projetistas pelas estruturas em concreto ser uma questão cultural, a utilização do aço nas estruturas de edifícios tem crescido de forma significativa. Assim, buscando sempre a forma mais econômica para a construção, os edifícios estão cada vez mais altos e seus elementos, vigas e pilares, formados por perfis cada vez mais leves. Com isso, são necessários estudos mais avançados para desenvolver modelos de análises estruturais cujos resultados se aproximem do comportamento real dessas estruturas.

Atualmente, o método mais usual de dimensionamento de estruturas, ainda, é dividido em três etapas:

- Pré-dimensionamento;
- Análise estrutural;
- Verificação dos elementos estruturais.

A análise estrutural tem como função analisar os efeitos das ações na estrutura para determinar os esforços internos e deslocamentos dos elementos estruturais.

Com os esforços e deslocamentos obtidos na análise estrutural, os elementos estruturais são dimensionados de forma a garantir a segurança da estrutura quando esta é submetida aos estados limites últimos aplicáveis e, também, o desempenho dos mesmos em situações de serviço. Assim, a análise estrutural busca determinar os esforços solicitantes e deslocamentos da estrutura por meio de modelos matemáticos nos quais são consideradas algumas simplificações e idealizações do comportamento real da estrutura.

As idealizações e simplificações dos modelos são necessárias para tornar o equacionamento matemático menos complexo e de solução mais viável. Podem-se exemplificar algumas dessas idealizações como o comportamento das ações, subdivisão da estrutura em sub-sistemas mais simples, tipos de ligações entre os elementos estruturais, comportamento do material, entre outros.

Com a rápida evolução da tecnologia nos últimos anos, a área acadêmica tem conseguido avanços na formulação da análise estrutural aprimorando e desenvolvendo novos procedimentos de análises que buscam atingir o comportamento real da estrutura deixando de usar muitas simplificações desenvolvidas no século passado.

Um importante fato para o aprimoramento das técnicas de análise estrutural é a popularização dos computadores e seu constante aperfeiçoamento como, por exemplo, a melhoria na capacidade de armazenamento de dados, aumento na velocidade de processamento, multi-processadores, melhoria nos recursos gráficos, etc.

A realização de análise de segunda ordem, que leva em conta o equilíbrio da estrutura em sua posição deformada e a consequente modificação dos esforços internos e deslocamentos na estrutura, só se tornou viável com os computadores, pois, esta análise consiste na resolução de uma série de sistemas não-lineares.

Assim como a análise de segunda ordem (não-linear geométrica), hoje é possível considerar na análise estrutural o comportamento não linear do material, das ligações, tensões residuais, imperfeições geométricas iniciais, entre outros.

Na área das estruturas metálicas uma importante idealização admitida nas análises estruturais é quanto às ligações entre os elementos. Inicialmente, as ligações entre elementos de aço de uma estrutura eram consideradas como sendo de nós completamente engastados (rígidos) ou rotulados em relação à transmissão de momento fletor e rotações relativas.

Nas estruturas metálicas, podem-se obter diversas configurações e dispositivos de ligações entre os elementos. Com os diversos estudos realizados nesta área, constatou-se que não é possível obter um engastamento perfeito ou uma rótula perfeita entre os componentes. Surgiu, então, a necessidade de considerar um comportamento, intermediário aos idealizados, de semi-rigidez das ligações.

Verificando-se que as ligações introduzem efeitos locais e imperfeições que levam a um comportamento não linear das estruturas, surgiu a necessidade do estudo dos efeitos globais nas estruturas com ligações semi-rígidas, pois, com a maior flexibilidade dos nós aumentam os deslocamentos aumentando também os efeitos de segunda ordem.

1.2 Justificativas

Como citado no item anterior, a área acadêmica tem conseguido avanços nas formulações utilizadas na análise estrutural buscando aproximar o comportamento do modelo estrutural com o modelo real.

Algumas dessas formulações desenvolvidas no meio acadêmico são implementadas em software comerciais e utilizadas no mercado. Porém, na maioria das vezes, muitos destes avanços são julgados como inviáveis para aplicação na prática pelos engenheiros calculistas ou faltam-lhes conhecimentos para a aplicação de maneira correta.

As empresas desenvolvedoras de software comerciais tentam disponibilizar esses avanços, conseguidos no meio acadêmico, de uma forma mais viável aos engenheiros calculistas. Um exemplo disso é a implementação da análise não-linear geométrica nestes softwares de análise estrutural. Hoje, as resoluções dos vários cálculos complexos da análise não-linear geométrica são feitas nos escritórios ativando-se apenas uma opção de processamento nos softwares.

Apesar dos avanços implementados nos softwares comerciais, observa-se ainda uma grande distância entre os resultados conseguidos pela área acadêmica e os modelos usuais adotados pelos projetistas quanto às idealizações e simplificações adotadas na análise estrutural.

Com todas essas ferramentas disponíveis que possibilitam resultados da análise estrutural mais próximos do comportamento real da estrutura surge, também, a necessidade de um conhecimento maior por parte dos engenheiros. Para que se possa utilizar corretamente cada opção disponível é preciso entender as variáveis envolvidas no comportamento das estruturas e conseqüentemente como considerá-las, por meio das idealizações e simplificações adotadas, em cada tipo de análise estrutural.

Muitas vezes, a falta deste conhecimento necessário dos engenheiros leva a um dimensionamento contra a segurança da estrutura. Se por um lado os avanços dos softwares de análise estrutural possibilitam uma aproximação dos modelos adotados ao comportamento real da estrutura permitindo um melhor dimensionamento dos elementos estruturais, por outro lado, a falta dos conceitos necessários para a correta utilização destes softwares que realizam todos os cálculos e verificações de maneira “automática” pode levar a dimensionamentos catastróficos.

Outro ponto a ser considerado é a dificuldade dos calculistas no tipo de análise para uma determinada estrutura.

1.3 Objetivos

Este trabalho tem como objetivo discutir e propiciar uma melhor compreensão dos modelos e técnicas de análise estrutural aplicado aos edifícios de aço dando ênfase à influência das ligações. Desta maneira, procura-se apresentar os avanços obtidos pela área acadêmica tentando aproximá-los às técnicas já conhecidas e utilizadas diariamente pelos engenheiros nos escritórios de cálculos.

Para isso, propõe-se ao longo deste trabalho:

- Discutir as concepções dos modelos de análise estrutural, bidimensional ou tridimensional, adotado para a determinação dos esforços solicitantes e deslocamentos da estrutura;
- Apresentar os tipos e recomendações normativas de análise estrutural, quanto à consideração da estabilidade da estrutura e à plasticidade;
- Discutir os métodos e condições para a consideração das imperfeições geométricas iniciais como o desaprumo, a falta de alinhamento dos elementos estruturais e encurvatura das barras;
- Determinar o comportamento de ligações de aço viga-pilar por meio de análises numéricas via método dos elementos finitos em modelos isolados;
- Aprimorar o estudo numérico via método dos elementos finitos de ligações mistas viga-pilar;

- Estudar as ligações quanto à classificação, comportamento não linear, propriedades, formas de considerá-las na análise estrutural e a sua influência nos resultados obtidos;
- Investigar a análise estrutural em modelos tridimensionais confrontando os resultados obtidos com os de modelos planos, incluindo diferentes formas de consideração das ligações;
- Comparar modelos de análise dando subsídios para a escolha da melhor estratégia de análise para uma determinada estrutura.

Assim, de maneira geral, este trabalho aborda, discute e aperfeiçoa os diferentes tipos de análise estrutural para edifícios em estruturas de aço possibilitando a aplicação de análises mais modernas no cotidiano dos engenheiros calculistas.

1.4 Metodologia

Para o desenvolvimento dos objetivos apresentados será desenvolvido uma fundamentação teórica e revisão bibliográfica sobre a concepção estrutural, análise estrutural e as ligações semi-rígidas.

O desenvolvimento de modelos numéricos tridimensionais e bidimensionais será feito utilizando o software de elementos finitos ANSYS e um software de pré-processamento, TRUEGRID, para a geração das malhas tridimensionais.

Para o estudo do comportamento das ligações será desenvolvido um estudo numérico via método dos elementos finitos de ligações isoladas. Nestes modelos é discretizado a região da ligação composto por viga, pilar, chapas e parafusos com o objetivo de caracterizar o comportamento momento-rotação e a rigidez de ligações com chapa de topo. Os resultados obtidos são comparados com os resultados analíticos obtidos pelo método das componentes.

O comportamento das ligações obtido nos resultados do estudo dos modelos isolados será inserido nas ligações de pórticos de edifícios em análises bidimensionais e tridimensionais. Estes modelos serão compostos por elementos de barras e elementos de mola. Serão desenvolvidos diferentes exemplos de análise de edifícios em estruturas de aço apresentando as vantagens, desvantagens e

diferenças de cada tipo de análise procurando discutir meios de aprimorar estas análises visando o uso diário em escritórios.

1.5 Descrição dos capítulos

A concepção estrutural de edifícios de aço é discutida no capítulo 2. Inicialmente, é feita uma breve abordagem sobre alguns tipos de sistemas estruturais utilizados em edifícios de estruturas de aço. É feita, também, uma breve discussão sobre as idealizações, quanto a carregamentos, ligações entre os elementos estruturais e o comportamento dos materiais, utilizadas na concepção do modelo estrutural.

O Capítulo 3 apresenta uma fundamentação teórica sobre a análise estrutural. Nele são apresentados os conceitos de modelos de distribuição de carregamentos horizontais utilizados, tipos e métodos de análise estrutural existente, formas de consideração da não linearidade geométrica (NLG) e da não linearidade do material, além de algumas considerações na modelagem estrutural.

No Capítulo 4 são apresentados os fundamentos sobre as ligações semi-rígidas assim como suas classificações, modelos utilizados para a obtenção da curva de caracterização das ligações e formas de considerações na análise estrutural.

As recomendações normativas segundo a norma brasileira NBR 8800:2008, as normas europeias Eurocode 3 – Part 1.1:2010 e Eurocode 3 – Part 1.8:2010 além da norma americana ANSI/AISC 360-10:2010 quanto à análise estrutural e consideração das ligações são mostradas no Capítulo 5.

No Capítulo 6 é realizada um estudo da análise numérica de ligações feitas com o software de elementos finitos ANSYS.

Já no Capítulo 7, são apresentadas as considerações e calibrações para a realização da análise estrutural via método dos elementos finitos (MEF).

A análise de diferentes edifícios de aço considerando a influência do comportamento das ligações é feita no Capítulo 8.

Finalmente no Capítulo 9 são apresentadas as conclusões e sugestões para trabalhos futuros.

Concepção Estrutural

2.1 Introdução

O cálculo estrutural de uma edificação não é realizado analisando a estrutura real e sim um modelo mecânico, matemático, no qual são consideradas uma série de idealizações.

Para se definir um modelo mecânico que representará o comportamento da estrutura real devem-se conhecer as implicações de cada uma dessas idealizações adotadas. Podem-se citar algumas dessas idealizações consideradas na elaboração de um projeto estrutural como:

- Arranjo estrutural e sistemas estruturais;
- Idealização dos carregamentos;
- Idealização das ligações;
- Idealização do comportamento dos materiais.

A concepção de um modelo estrutural inicia-se com a escolha do arranjo dos elementos estruturais que serão empregados e suas compatibilizações com o projeto arquitetônico (geometria da edificação), finalidade do uso da edificação, método de fabricação, de montagem, transporte e custo final da estrutura.

Além do arranjo estrutural, na concepção estrutural deve se levar em consideração o sistema estrutural que resistirá aos carregamentos que o edifício será submetido, tipo e comportamento dos materiais empregados, formas de ligações entre os elementos estruturais e formas de ligações entre a estrutura e o solo.

A Figura 2.1 ilustra um edifício e a representação da geometria de um modelo mecânico.

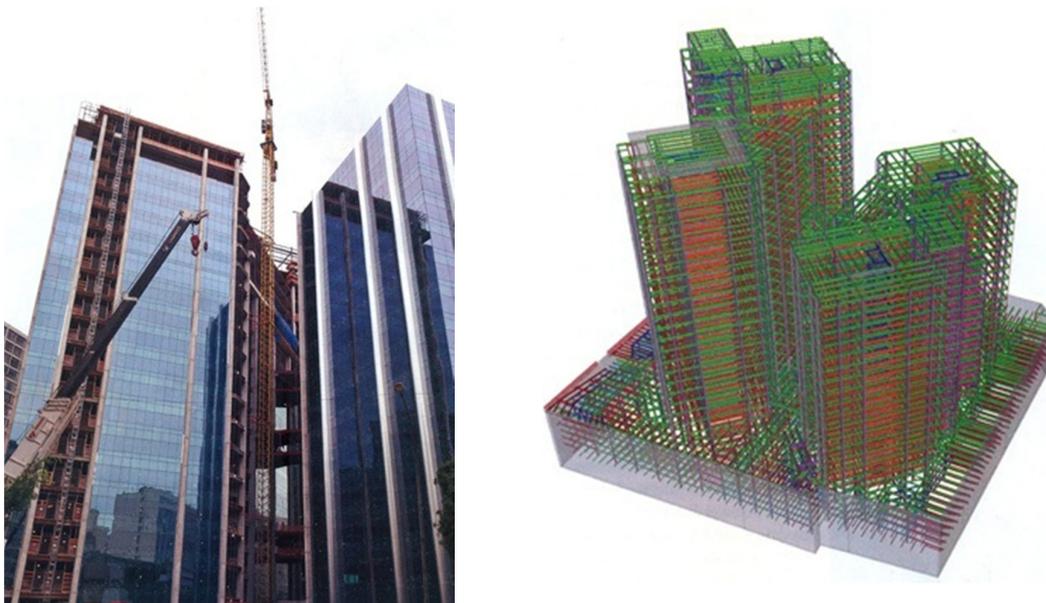


Figura 2.1 – Edifício Centro Empresarial Senado – RJ e seu projeto estrutural (fonte: www.cbca-acobrasil.org.br).

Após ser definido o sistema estrutural que será utilizado, a próxima determinação que deve ser feita pelo engenheiro calculista é a análise estrutural onde é feita a escolha das variáveis e simplificações que serão adotadas definindo, assim, o modelo de cálculo estrutural a ser empregado. Nesta etapa é muito importante o conhecimento das implicações destas simplificações adotadas no resultado final da estrutura.

Neste capítulo serão discutidas algumas considerações sobre a concepção de um modelo estrutural de um edifício de aço. Assim, serão descritos brevemente alguns tipos de sistemas estruturais e algumas considerações comumente utilizadas sobre simplificações quanto a carregamentos, ligações entre os elementos e o comportamento do material.

2.2 Sistema Estrutural

O tipo de sistema estrutural a ser empregado no edifício influencia diretamente no resultado final do edifício, pois, é a partir dele que será determinada a maneira como as forças horizontais e verticais serão resistidas, como será a ligação entre vigas e pilares, e outros aspectos físicos e econômicos da estrutura.

Nas estruturas, os sistemas estruturais são divididos em:

- Subsistemas horizontais;
- Subsistemas verticais.

Segundo Correa (1991), os subsistemas horizontais tem como função coletar os carregamentos verticais e transmiti-los aos subsistemas verticais e, também, distribuir as cargas horizontais atuantes na estrutura aos subsistemas verticais.

Os subsistemas verticais tem como funções suportar os subsistemas horizontais, transmitir os carregamentos verticais às fundações e resistir junto com os subsistemas horizontais aos carregamentos horizontais aplicadas nas estruturas.

A seguir serão descritos cada tipo de subsistema com foco em estruturas de aço.

2.2.1 Subsistemas horizontais

Os subsistemas horizontais são formados por vigas secundárias e sistemas de lajes. As lajes são elementos bidimensionais com predominância de carregamentos perpendiculares ao seu plano. Estes subsistemas têm como função transmitir os carregamentos verticais e horizontais aos subsistemas verticais (Figura 2.2).

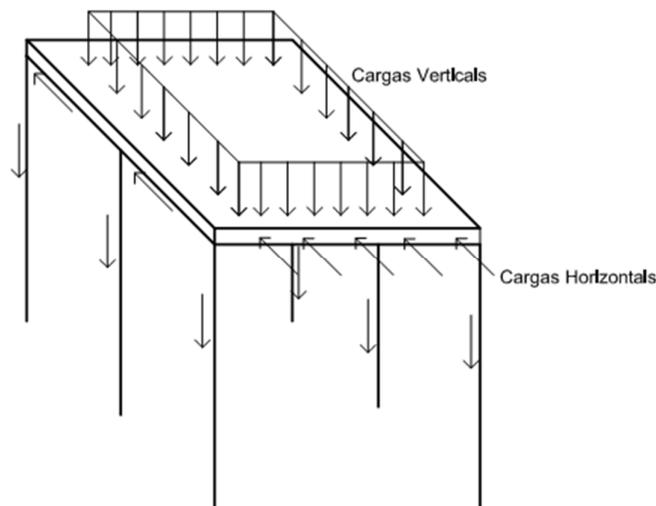


Figura 2.2 – Transferência das cargas horizontais e verticais pela laje.

Para transmitir os carregamentos horizontais aos subsistemas verticais, as lajes devem se comportar como um diafragma rígido, ou seja, não se deformam

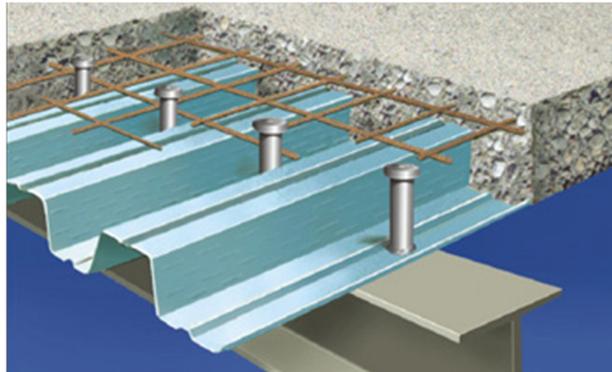
axialmente. Segundo a norma brasileira de concreto armado NBR 6118:2004, a laje de um pavimento pode ser considerada como uma chapa totalmente rígida no seu plano desde que não apresente grandes aberturas e cujo lado maior do retângulo circunscrito ao pavimento em planta não supere em três vezes o menor lado.

A Figura 2.3 ilustra alguns tipos de lajes usadas com estruturas de aço. As lajes podem ser classificadas quanto a sua natureza como:

- Maciças (Figura 2.3a);
- Mistas (Figura 2.3b);
- Pré-fabricadas (Figura 2.3c);
- Nervurada.



a – Laje maciça – Figueiredo (2004).



b – Laje mista. (Fonte: http://www.cimm.com.br/portal/noticia/exibir_noticia/5134-soldagem-para-estruturas-mistas-aco-concreto)



c – Laje pré-fabricada.

Figura 2.3 – Alguns tipos de lajes utilizadas em estruturas de aço.

2.2.2 Subsistemas verticais

Os subsistemas verticais são formados principalmente por vigas, pilares, pórticos, sistemas de contraventamentos, lajes e as ligações entre os elementos. Os tipos mais aplicados em edifícios podem ser divididos em:

- Sistemas aportricados;
- Sistemas treliçados;
- Sistemas tubulares;
- Sistemas com núcleos resistentes.

Nos próximos itens é feita uma breve descrição dos subsistemas estruturais verticais utilizados na concepção de edifícios de aço. Este assunto é abordado com mais detalhes em Sales (1995), Franca (2003) e Bellei (2008).

2.2.2.1 Sistema aportricados

Conforme Sales (1995), este sistema é formado por pórticos rígidos dispostos em planos ortogonais entre si e foi o primeiro sistema estrutural empregado. É uma solução viável para edifícios de pequena altura.

Nos sistemas aportricados, são projetados pórticos nos quais as vigas e os pilares são ligados rigidamente entre si. Assim, os pilares são solicitados, além dos esforços normais, a flexão resultando em um dimensionamento de elementos mais robustos.

Os subsistemas horizontais distribuem os carregamentos horizontais aos subsistemas verticais pelo comportamento da laje como um diafragma rígido. Dessa maneira, quadros rígidos (pórticos) juntamente com os subsistemas horizontais são responsáveis por absorver todos os carregamentos horizontais. As demais vigas e pilares que não fazem parte do sistema têm suas ligações articuladas (Figura 2.4).

Este sistema estrutural é comumente aplicado em estruturas de concreto devido a facilidade de se conseguir ligações monolíticas entre vigas e pilares. Segundo Bellei (2008), em estruturas de aço este sistema é econômico apenas para pequenos espaçamentos entre pilares.

Como vantagem deste sistema nas estruturas de aço, pode-se destacar a possibilidade da decomposição do sistema tridimensional em pórticos planos de

análise mais simplificada (Figura 2.5) e vãos entre os pilares que não sofrem a interferência dos contraventamentos do sistema.

As principais desvantagens estão ligadas ao dimensionamento de vigas e pilares mais pesados, à consideração de ligações rígidas entre os elementos que podem resultar em elevados custos de fabricação, pois, necessitam de detalhes de ligações mais complexos.

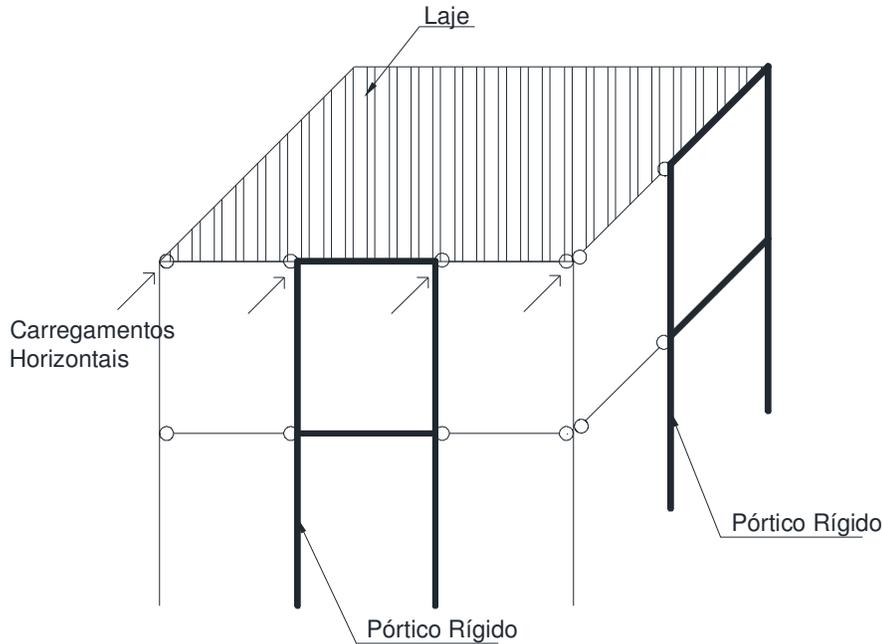


Figura 2.4 – Sistema estrutural com pórticos rígidos.

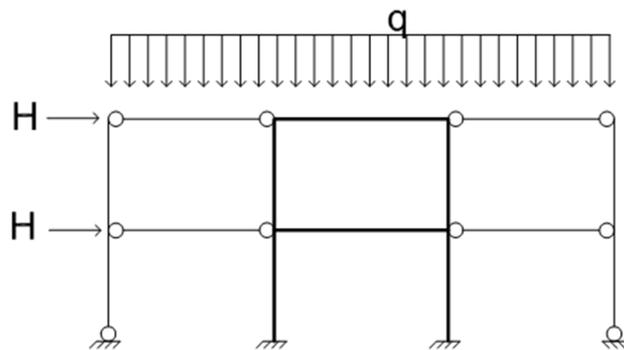


Figura 2.5 – Decomposição da estrutura em sistemas planos.

A figura 2.6 ilustra uma edificação de pequeno porte com pórticos rígidos.



Figura 2.6 – Sistema estrutural com pórticos rígidos.
(Fonte: www.mulher.uol.com.br)

2.2.2.2 Sistema treliçados

No sistema treliçado, os pilares e vigas são conectados de modo que formem uma treliça vertical. Este método é altamente eficiente para que o edifício resista aos carregamentos horizontais. Assim, os esforços verticais na estrutura são resistidos pelo conjunto de vigas e pilares e os esforços horizontais resistidos por treliças verticais. Esta solução resulta em estruturas mais leves e econômicas, pois, os elementos são ligados de maneira rotulada e, assim, solicitados predominantemente à tração e à compressão (figura 2.7).

Neste tipo de sistema, assim como no sistema de pórticos rígidos, os carregamentos horizontais são transmitidos ao subsistema vertical pela rigidez das lajes.

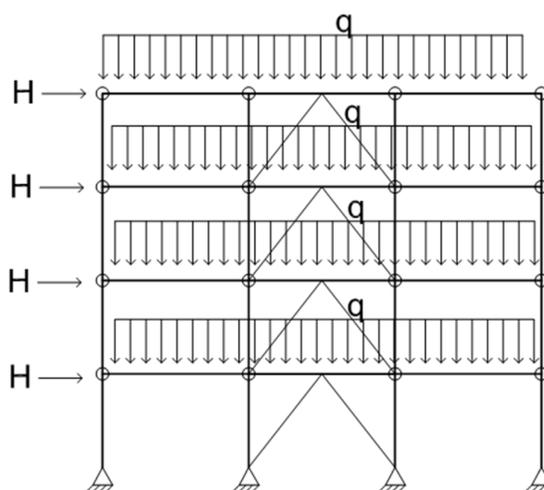


Figura 2.7 – Esquema estático de um pórtico contraventado.

Segundo Franca (2003), os contraventamentos mais comuns e eficientes são os tipo X, V e do tipo V invertido, mas, podem obstruir a circulação interna do edifício. Assim os sistemas de contraventamento devem ser posicionados em locais em que não há a circulação interna de pessoas, como nas caixas de escadas, caixas de elevadores e fachadas.

Pode-se, ainda, combinar os sistemas treliçados com o sistema de pórticos rígidos. Dessa maneira, os esforços horizontais em uma direção são resistidos pelo conjunto de pórticos rígidos e na direção perpendicular, pelo sistema de contraventamento.

A Figuras 2.8 e a Figura 2.9 ilustram edifícios onde a estabilização horizontal foi feita pelo sistema de contraventamento treliçado.



Figura 2.8 – Sistema de contraventamento treliçado. Edifício Jornal da Comunidade – Brasília – DF. (Fonte: <http://www.cpcestruturas.com.br>)



Figura 2.9 – Sistema de contraventamento treliçado. Conjunto Habitacional Programa Minha Casa Minha Vida – Volta Redonda – RJ. (Fonte: <http://extra.globo.com/casa/construcao/obras-com-aco-sao-mais-ecologicas-velozes-367741.html>)

2.2.2.3 Sistema tubulares

Neste sistema, os pilares e as vigas são dispostos com pequeno espaçamento e posicionados em volta da edificação com o eixo de maior inércia dos pilares voltado no sentido do pórtico. Os pórticos, que podem ser rígidos ou contraventados, são posicionados nas faces da edificação formando um grande tubo.

Este sistema não permite, para a análise estrutural, a decomposição em subsistemas planos mais simples. Segundo Sales (1995), este sistema estrutural possui um comportamento muito semelhante ao de um tubo de paredes finas o que garante uma elevada rigidez aos esforços de flexão e torção (Figura 2.10).

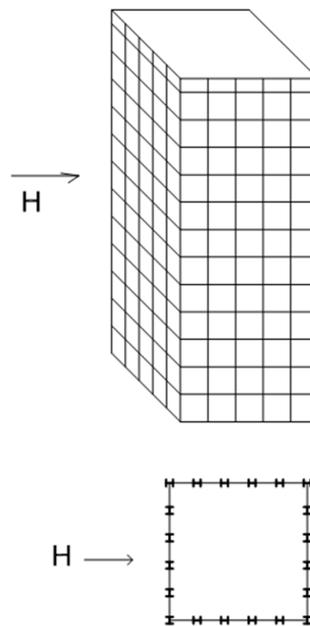


Figura 2.10 – Esquema estático de um pórtico contraventado.

De acordo com Marques (1983), o momento fletor proveniente do carregamento horizontal é resistido pela forma tubular do edifício causando tração e compressão nos pilares. Os esforços cortantes provenientes também do carregamento horizontal são absorvidos por flexão nos pilares e nas vigas que compõem os painéis paralelos à direção do carregamento.

Segundo Franca (2003), este arranjo foi utilizado pela primeira vez no John Hancock Building em Chicago em 1969 (Figura 2.11) em que foi utilizado um sistema tubular treliçado.

Outro exemplo de aplicação do sistema tubular é o Sears Tower construído em Chicago (Figura 2.12).



Figura 2.11 – Sistema tubular treliçado. John Hancock Building em Chicago – EUA. (fonte: <http://www.lmc.ep.usp.br/people/valdir/wp-content/uploads/2008/02/hancock1.jpg>)



Figura 2.12 – Sistema tubular. Sears Tower em Chicago – EUA. (fonte: http://pt.wikipedia.org/wiki/Willis_Tower)

2.2.2.4 Sistemas com núcleos resistentes

Segundo Sales (1995), nos edifícios de alturas mais elevadas são necessários, pelo menos, duas torres de escadas, dois conjuntos de elevadores, local para subida e descida de água, esgoto, ar condicionado, fios e cabos de comandos, etc. Estes núcleos de serviços podem ser formados por paredes de materiais que podem ou não contribuir para o enrijecimento da estrutura.

No sistema estrutural com núcleos resistentes, busca-se aproveitar a rigidez de núcleos centrais presentes na edificação para resistir aos carregamentos horizontais atuantes na estrutura. Assim, os núcleos de rigidez ficam responsáveis por resistir aos carregamentos horizontais e os outros elementos (vigas e pilares) responsáveis por resistir apenas às cargas verticais. A Figura 2.13 ilustra o esquema estático de uma estrutura com núcleo rígido.

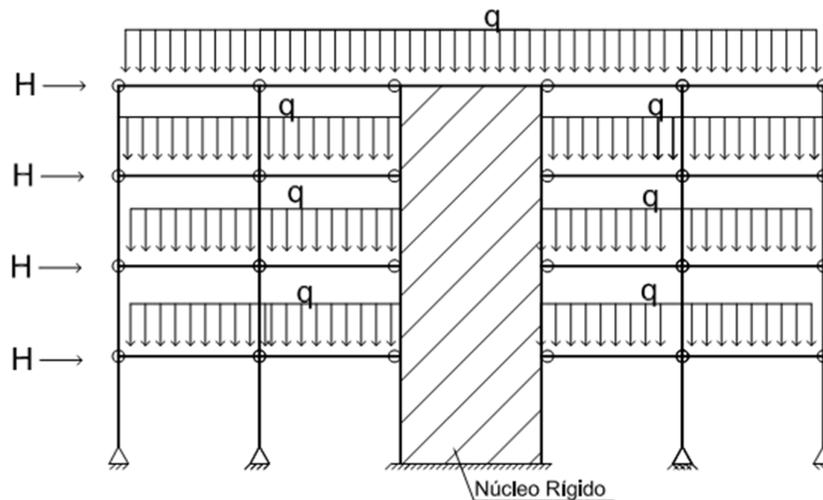


Figura 2.13 – Esquema estático de uma edificação com núcleo de rigidez.

Segundo Fabrizzi (2007), estes núcleos podem ser formados por:

- Pórticos com ligações rígidas ou semi-rígidas em duas direções;
- Pórticos contraventados em duas direções;
- Pórtico rígido em uma direção e contraventado na outra direção;
- Paredes de cisalhamento;
- Paredes mistas de aço e concreto.

Uma desvantagem deste sistema está ligada a incompatibilidade de velocidade de execução e tolerância de execução entre os elementos de concreto e aço, no caso de núcleos formados por material diferente dos outros elementos.

A Figura 2.14, Figura 2.15 e a Figura 2.16 ilustram exemplos de edifícios que utilizam o sistema de núcleo rígido para resistir aos esforços horizontais.



Figura 2.14 – Sistema de núcleos rígidos - Torre Puerta de Europa (construção) – Madri – Espanha. (Fonte: <http://renatoarrudafragaarg.blogspot.com.br/2011/02/analise-de-estruturas.html>)



Figura 2.15 – Sistema de núcleos rígidos - Torre Puerta de Europa – Madri – Espanha. (Fonte: <http://renatoarrudafragaarg.blogspot.com.br/2011/02/analise-de-estruturas.html>)



Figura 2.16 – Sistema de núcleos rígidos - Edifício Centro Empresarial Senado – Rio de Janeiro – RJ. (Fonte: www.cbca-acobrasil.org.br)

2.3 Representação matemática dos sistemas estruturais

Após definido o sistema estrutural a ser utilizado, a concepção do modelo estrutural deve definir os modelos matemáticos que representam adequadamente a edificação real.

Porém, muitas vezes a adequada representação matemática da geometria, carregamentos, condições de contorno, comportamento dos materiais resultam em soluções muito trabalhosas e complexas.

Por este motivo, recorre-se a simplificações para representar matematicamente algumas dessas variáveis que serão discutidas ao longo deste trabalho.

2.4 Seção transversal

Um exemplo importante de simplificação a ser realizada na análise estrutural é quanto à modelagem da seção transversal dos elementos. Pode-se considerar a modelagem da seção transversal com todas as características geométricas, porém, tornará a resolução da análise bastante trabalhosa. Como alternativa considera-se apenas a linha de centro dos elementos e suas ligações como pontos nodais.

Essa consideração bastante usual está representada na Figura 2.17. Algumas implicações dessa consideração serão discutidas no próximo capítulo.



Figura 2.17 – Consideração da linha de centro dos elementos

2.5 Carregamentos

Como dito no início do capítulo, a concepção do modelo estrutural inicia-se com o arranjo dos elementos estruturais para que resistam aos carregamentos impostos à estrutura. Estes carregamentos são oriundos de ações como os da gravidade, do vento, sismo, etc.

Os carregamentos devido à ação da gravidade estão relacionados com o peso próprio dos elementos estruturais e as sobrecargas com a utilização da estrutura. Estes carregamentos são distribuídos uniformemente sobre toda a estrutura. Os carregamentos devido ao peso próprio de paredes sobre as lajes podem ser idealizados como sendo distribuídos uniformemente nos casos em que a laje é armada em duas direções ou linearmente distribuídos para os casos em que a laje é armada em uma direção.

Os efeitos das ações dinâmicas do vento podem ser aproximados de forma satisfatória para a maioria dos casos por um carregamento estático. Este carregamento referente à ação dos ventos é determinado segundo recomendações normativas.

Como pode ser visto, as ações dos carregamentos são idealizadas na forma de forças concentradas ou distribuídas visando maneiras mais fáceis de serem aplicadas.

Vale lembrar que a distribuição dos carregamentos no modelo adotado está ligado ao sistema estrutural escolhido.

2.6 Ligações entre os elementos estruturais

Foi comentado nos itens anteriores que as ligações entre os elementos estruturais têm um papel fundamental na concepção do modelo estrutural. A concepção estrutural envolve a idealização do tipo de ligação entre os elementos estruturais de forma que influenciará diretamente na forma de solicitação desses elementos.

As ligações são idealizadas como perfeitamente rígidas ou perfeitamente flexíveis (rotuladas). Nos sistemas de contraventamentos, adota-se que as ligações são rotuladas e conseqüentemente não haverá a transmissão de momento fletores. Por outro lado, nos sistemas de pórticos rígidos considera-se que as ligações são perfeitamente rígidas havendo a transmissão completa do momento fletor entre os elementos ligados e não há rotação relativa entre os mesmos.

O comportamento das ligações é de extrema importância na análise estrutural e será abordado mais a fundo no Capítulo 4.

2.7 Comportamento dos materiais

A idealização do comportamento dos materiais é um ponto de grande importância na concepção e principalmente na análise do modelo estrutural. O aço possui um comportamento elástico até certo valor de tensão no diagrama tensão-deformação. Dentro deste intervalo a lei de Hooke é válida. Após este limite o material entra em regime plástico.

Um conceito importante para definir o comportamento plástico do material é a ductilidade. A ductilidade é a propriedade mecânica estrutural mais importante do aço quando comparado ao concreto armado. Ela é a capacidade de um corpo se deformar até atingir a sua ruptura. A Figura 2.18 ilustra o ensaio a tração de um corpo de prova de aço onde se pode verificar esta propriedade.

A Figura 2.19 ilustra uma idealização da curva tensão-deformação do aço por meio de um modelo bilinear elasto-plástico. Pode-se observar na Figura 2.18 e na Figura 2.19 que até atingir a tensão de escoamento o comportamento do material é elástico e sua deformação proporcional ao esforço aplicado. Após este ponto, há um

aumento da deformação sem o acréscimo de tensão que caracteriza o comportamento perfeitamente plástico do material.

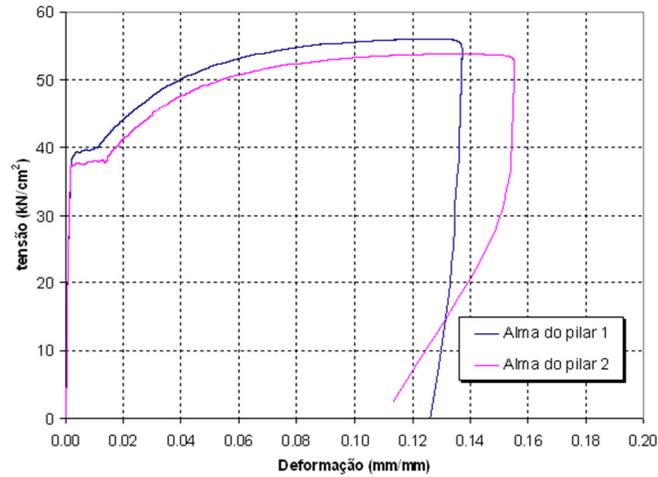


Figura 2.18 – Curva tensão X deformação - Bessa (2009).

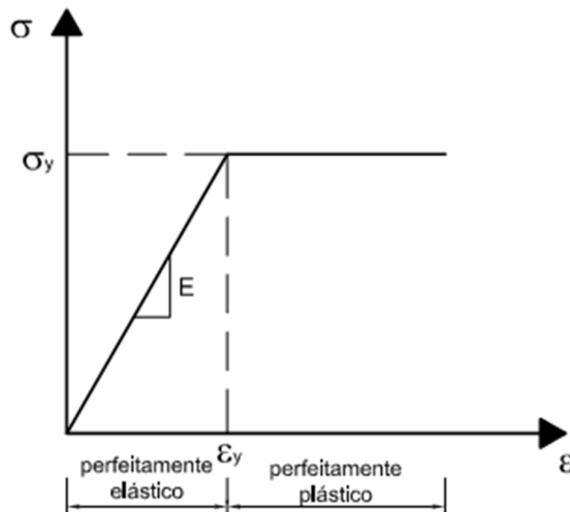


Figura 2.19 – Idealização do diagrama tensão X deformação para o aço estrutural

O comportamento e o tipo de idealização adotada para se caracterizar o material influenciam diretamente na escolha do tipo de análise estrutural que será realizada. Este assunto voltará a ser abordado no próximo capítulo sobre os tipos de análises estruturais.

2.8 Considerações Finais

Este capítulo abordou algumas considerações para concepção do modelo estrutural. Foram descritos brevemente alguns subsistemas verticais e horizontais usualmente empregados em edifícios de aço e, também, algumas idealizações adotadas no modelo estrutural.

O próximo capítulo abordará sobre métodos de análise do modelo estrutural.

Capítulo 3

Considerações sobre a Análise Estrutural

3.1 Considerações Iniciais

A análise estrutural está ligada à definição das variáveis e as hipóteses simplificadoras para representar matematicamente o comportamento do modelo real que pretende-se analisar.

Depois de realizada a concepção do modelo estrutural, é feita a análise estrutural. O objetivo da análise estrutural é definir os esforços atuantes, as tensões, deslocamentos, deformações de uma estrutura quando submetida a determinados carregamentos e condições de contorno. O projeto estrutural busca, com os resultados obtidos na análise estrutural, definir a geometria dos elementos do sistema estrutural que melhor se adapte quanto à estabilidade e capacidade resistente. Pode-se, então, perceber a importância da análise estrutural na concepção do projeto de um edifício.

No capítulo 2 foram apresentados os sistemas estruturais e suas subdivisões. Foi dito que os subsistemas horizontais são responsáveis por transmitir os carregamentos verticais e horizontais para os subsistemas verticais. Foi mostrado, também, algumas considerações a serem realizadas para a concepção do modelo estrutural.

Neste capítulo serão discutidos alguns modelos de análise estrutural quanto à algumas considerações quanto a modelagem estrutural, distribuição dos carregamentos horizontais, modelos de análise para a determinação dos esforços internos e tensões.

3.2 Linha de referência dos elementos

A modelagem estrutural de edifícios em estruturas de aço depende do tipo de sistema estrutural escolhido para resistir aos carregamentos verticais e horizontais as quais a construção será submetida.

Ao se definir o tipo de sistema estrutural utilizado deve-se, também, definir o tipo de modelagem que será realizada, bidimensional ou tridimensional. Normalmente os elementos estruturais como vigas e pilares são modelados como elementos de barras lineares tanto na modelagem bidimensional quanto na modelagem tridimensional da estrutura.

Caso o engenheiro opte pela modelagem bidimensional, deve ser feita algumas considerações importantes como a posição linha de eixo dos elementos, ponto de aplicação das forças e excentricidades das ligações.

Na modelagem de elementos lineares, normalmente o eixo do perfil está localizado no centroide da seção (Silva *et al.* (2010)). Porém, nem sempre esta posição coincide com o ponto de aplicação dos carregamento podendo gerar momentos fletores adicionais devido à excentricidade do ponto de aplicação do carregamento (Figura 3.1) ou mesmo momento torsor, para os casos do centro de cisalhamento não coincidir com a posição do eixo escolhido. Em alguns pacotes comerciais é possível escolher a posição da linha de referência do elemento, se ela estará coincidindo com o centroide da seção transversal ou em outra posição.

Outro ponto a se considerar sobre a linha de referência dos elementos é quando se procura modelar sistemas estruturais mistos com a viga de aço trabalhando em conjunto com a laje de concreto. Geralmente a linha referência dos dois elementos é modelado na posição do centroide ocorrendo a superposição das linhas, o que não acontece na realidade (Figura 3.2).

Segundo Silva (2010 b.), a não consideração da excentricidade das linhas de centro da laje e da viga conduz a resultados superestimados quanto a tensões e deslocamentos.

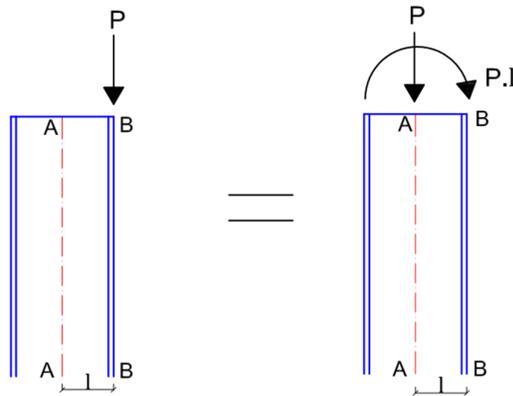


Figura 3.1 – Momento fletor devido a excentricidade da carga.

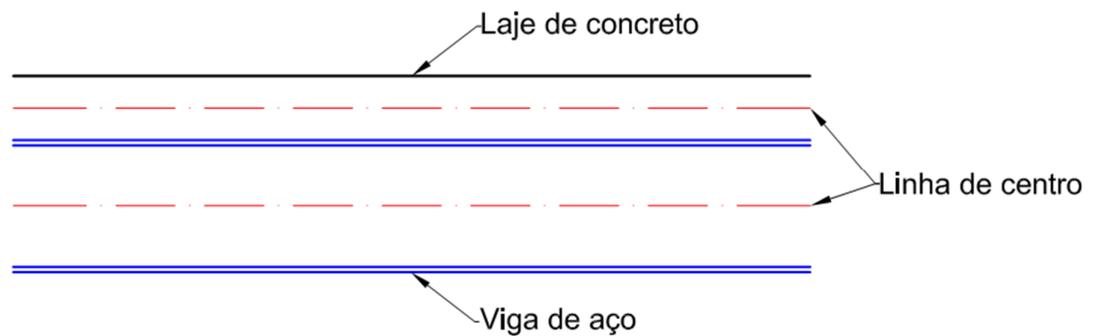


Figura 3.2 – Linhas de referência de elementos trabalhando em conjunto.

3.3 Excentricidades das ligações

Em geral, as ligações entre vigas e pilares modeladas de forma pontuais localizadas na interseção das linhas de referência dos elementos que, como dito no item anterior, é posicionada passando pelo centroide do elemento.

Quando feita a consideração dessa maneira, é ignorado uma excentricidade igual a metade da altura da seção transversal do pilar (Figura 3.3). De acordo com Silva *et al.* (2010), esta consideração pode superestimar os valores de momento fletor e deslocamentos que ocorrem.

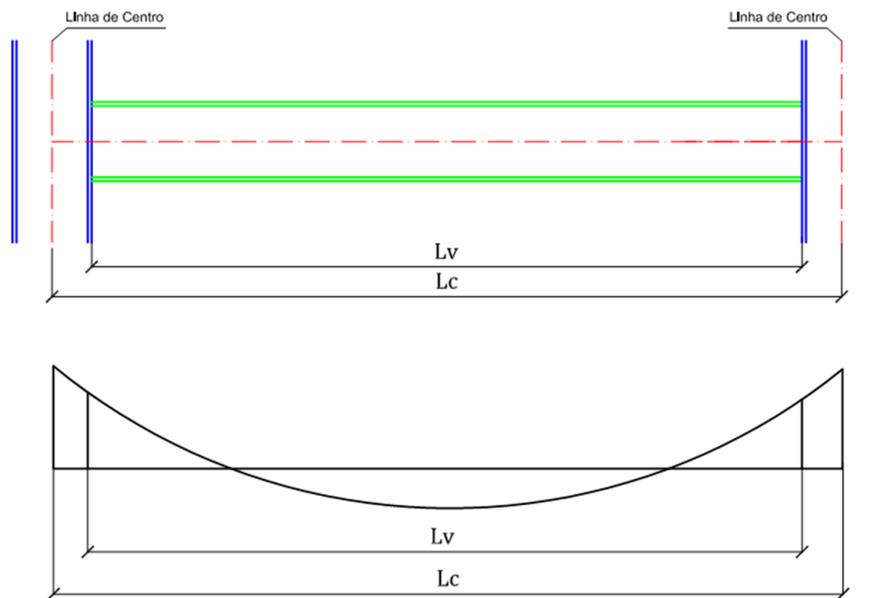


Figura 3.3 – Excentricidade das ligações – Baseado em *Silva et al.* (2010).

O tema sobre ligações e as considerações sobre sua inclusão na análise estrutural será discutida mais a fundo no Capítulo 4.

3.4 Modelos de distribuição dos carregamentos horizontais

Como mencionado no Capítulo 2, para transmitir as forças horizontais aos subsistemas verticais as lajes devem comportar como um diafragma rígido.

Assumindo a hipótese de que a laje de concreto se comportará como um diafragma rígido, a distribuição dos carregamentos horizontais que solicitarão a estrutura poderá ser feita considerando modelos bidimensionais ou tridimensionais.

Alguns modelos amplamente utilizados na análise estrutural quanto a distribuição de carregamentos horizontais são:

- Pórticos planos independentes com área de influência;
- Pórticos planos independentes compatibilizados no topo;
- Pórticos planos alinhados;
- Pórticos tridimensionais.

A seguir será feita uma breve descrição de cada um dos modelos citados.

3.4.1 Pórticos planos independentes com área de influência

No modelo de pórticos planos independentes com área de influência considera-se que cada pórtico que compõe a estrutura resista às forças horizontais de maneira independente e a distribuição das forças horizontais entre os pórticos depende apenas da área de influência de cada pórtico (Figura 3.4). Este modelo leva em consideração apenas critérios geométricos para a distribuição das forças horizontais. Barros (2003) cita que este modelo deve ser limitado a avaliações expeditas apenas em estruturas simétricas, simples e que os pórticos possuam rigidez lateral proporcional ao quinhão de carga horizontal ao qual estará submetido, pois, pode levar a resultados poucos confiáveis em outros casos.

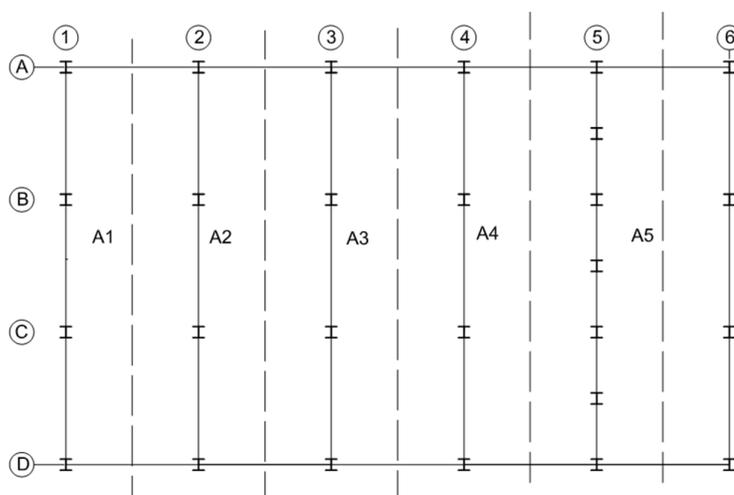


Figura 3.4 – Área de influência de cada pórtico.

3.4.2 Pórticos planos independentes compatibilizados no topo

Como alternativa ao método dos pórticos planos independentes com área de influência, o método dos pórticos planos independentes compatibilizados no topo procura levar em consideração a rigidez lateral diferente entre os pórticos da estrutura. Para isto, calcula-se a rigidez total da estrutura aplicando-se o carregamento horizontal total em cada pórtico e calculando a sua contribuição. A rigidez da estrutura será dada pelo somatório da rigidez dos pórticos.

Por meio da associação de molas de rigidez diferente é possível calcular a parcela de carregamento que cada pórtico resistirá. A Figura 3.5 ilustra o esquema de molas de rigidez diferente.

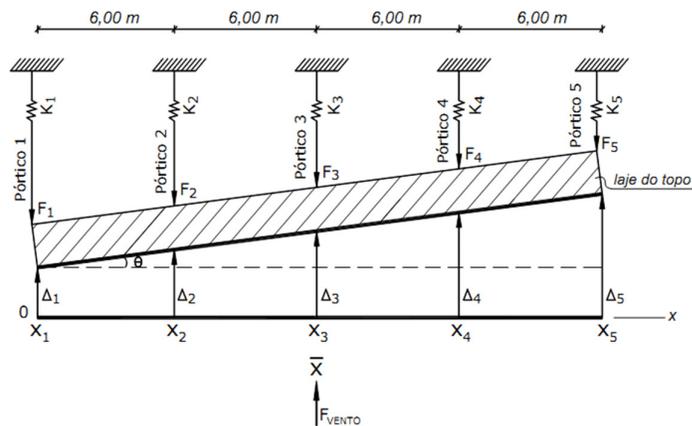


Figura 3.5 – Esquema de força atuante na laje no topo do edifício – Barros (2003).

Desta forma, os valores para o deslocamento Δ_1 e a rotação da laje θ serão dados por:

$$\Delta_1 = \frac{F_{vento}(I - M \cdot \bar{x})}{(K \cdot I - M^2)} \quad (3.1)$$

$$\theta = \frac{F_{vento}(M - K \cdot \bar{x})}{(M^2 - IK)} \quad (3.2)$$

Onde:

$$I = K_2 x_2^2 + K_3 x_3^2 + K_4 x_4^2 + \dots + K_n x_n^2$$

$$M = K_2 x_2 + K_3 x_3 + K_4 x_4 + \dots + K_n x_n$$

K_i é a rigidez lateral dos pórticos;

\bar{x} é a abscissa do ponto de aplicação do vento.

Assim, o carregamento horizontal resistido por cada pórtico será dado por:

$$F_1 = \Delta_1 \cdot K_1 \quad (3.3)$$

$$F_2 = \Delta_2 \cdot K_2 = K_2(\Delta_1 + \theta \cdot x_2) \quad (3.4)$$

$$F_n = \Delta_n \cdot K_n = K_n(\Delta_1 + \theta \cdot x_n) \quad (3.5)$$

O carregamento obtido para cada pórtico é então dividido para cada andar respeitando a distribuição de acordo com a altura dos pavimentos.

3.4.3 Pórticos planos alinhados

Nos modelos de pórticos planos alinhados, é assumida a hipótese de que os pórticos trabalham em conjunto e os deslocamentos laterais dos pórticos são compatibilizados por meio de elementos de barras birrotuladas de elevada rigidez axial.

Estas barras representam o efeito da laje de concreto comportando-se como diafragma rígido. Assim, garante-se a compatibilidade de deslocamentos horizontais fazendo com que todos os pórticos da estrutura trabalhem em conjunto.

A grande vantagem deste método é a possibilidade da distribuição dos carregamentos horizontais de forma mais direta, sem a necessidade de se calcular a rigidez de cada pórtico separadamente.

A Figura 3.6 ilustra o modelo de cálculo de pórticos planos alinhados.

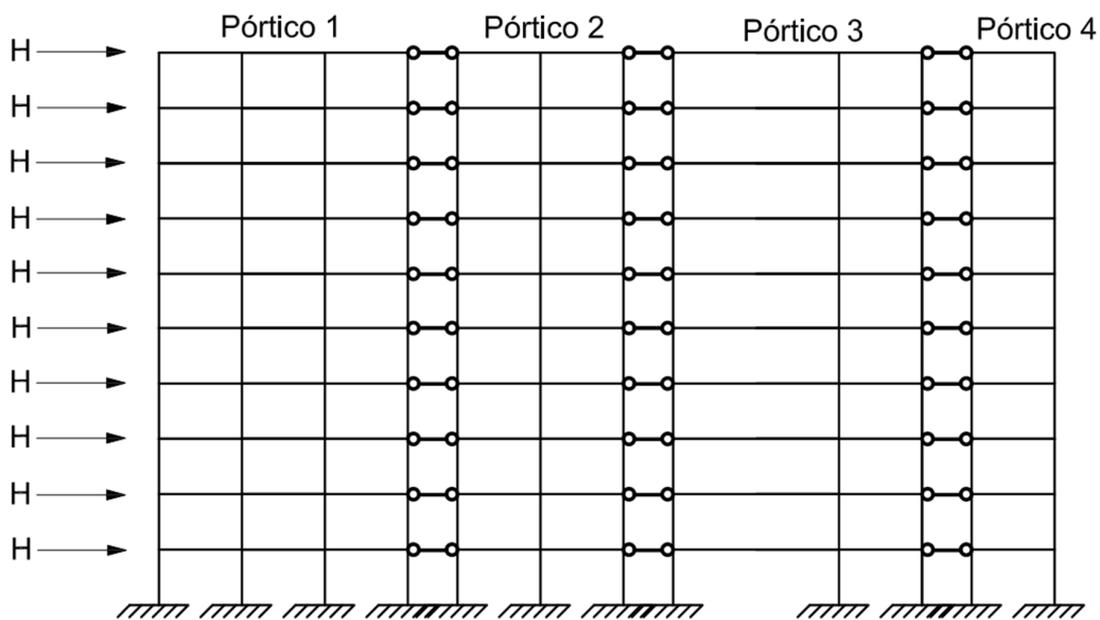


Figura 3.6 – Esquema do modelo de pórticos planos alinhados.

3.4.4 Pórticos tridimensionais

Neste modelo, são modelados todos os pórticos, vigas de ligação entre os pórticos (vigas secundárias) e a influência da laje de concreto. As lajes podem ser modeladas de diversas formas como, por exemplo, o modelo de nó mestre (diafragma rígido), elementos de casca ou sistemas de contraventamento horizontal.

O método de nó mestre considera que todos os pontos pertencentes a um mesmo plano não apresentam deslocamentos entre si. Em cada plano define-se um nó mestre com o qual são compatibilizados três graus de deslocamento, duas translações horizontais e uma rotação em torno do eixo normal ao plano, de todos os nós pertencentes ao plano. A Figura 3.7 ilustra o esquema da consideração de diafragmas rígidos por meio do método do nó mestre.

Na modelagem de diafragmas rígidos, os carregamentos verticais e horizontais são aplicados diretamente nos nós mestres.

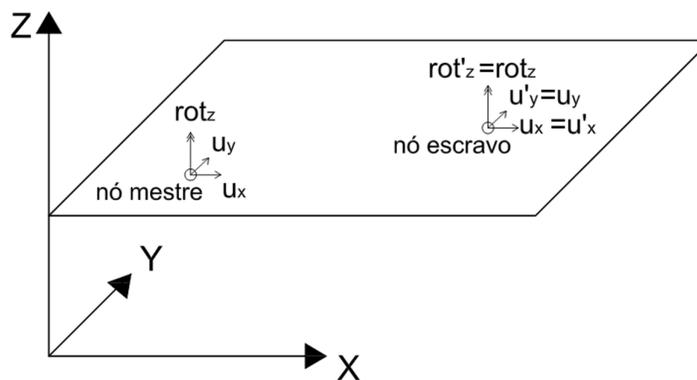


Figura 3.7 – Consideração de diafragma rígido pelo método do nó mestre.

Outra forma de se considerar a laje de concreto é por meio de elementos do tipo casca. Neste tipo de modelagem, as forças verticais podem ser aplicadas diretamente no elemento de casca. Neste caso, é possível considerar a interação entre laje de concreto e viga de aço formando vigas mistas.

Segundo Silva *et al.* (2010) este tipo de modelo apesar de ser aparentemente mais sofisticado, pode conduzir a resultados pouco realistas devido a não consideração da fissuração da laje quando solicitada. Ainda segundo os mesmos autores, uma maneira aproximada de se realizar esta consideração é reduzindo a espessura da laje.

A Figura 3.8 ilustra um exemplo de modelagem da estrutura de aço considerando a laje como elementos de casca.

Para as estruturas de aço em que não há a interação no comportamento entre viga e laje (viga mista), as lajes podem ser modeladas como contraventamentos horizontais (Figura 3.9).

Quando comparado este modelo com um outro que não leva em consideração o efeito da laje, este modelo apresenta valores menores para deslocamento. Os valores de momento fletor nas seções críticas quando comparados com este modelo contraventado apresentam valores menores com diferenças da ordem de 10%.

Pode-se observar que existem diferentes modelos para considerar a distribuição dos carregamentos horizontais para os subsistemas verticais. Nos próximos itens serão mostrados diferentes tipos de análise estrutural para a determinação dos esforços nos elementos.

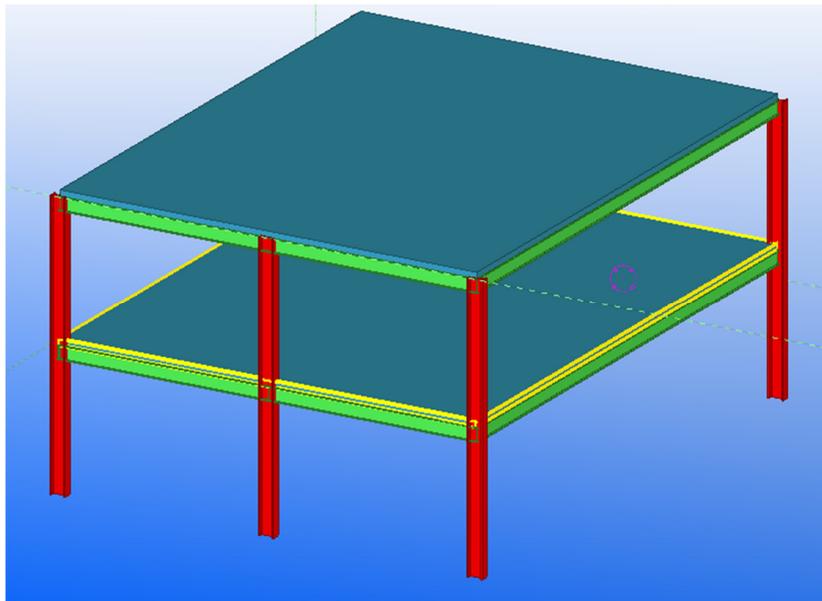


Figura 3.8 – Consideração da laje como elemento de casca.

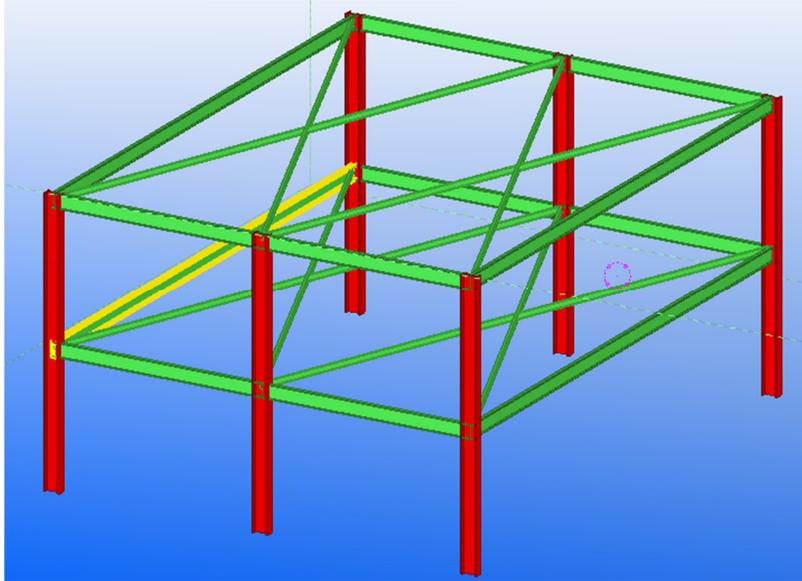


Figura 3.9 – Consideração do efeito da laje como contraventamento horizontal.

3.5 Tipos de Análise Estrutural

Entende-se como tipos de análise estrutural as possibilidades de escolhas das variáveis e a determinação das hipóteses simplificadoras para se analisar o modelo matemático que representa a estrutura que será avaliada.

Definido o modelo estrutural e o modelo para considerar a transferência dos carregamentos horizontais, os esforços internos dos elementos estruturais são determinados pela análise estrutural.

Para poder visualizar a diferença entre os vários tipos de análise estrutural existentes é ilustrado na Figura 3.10 o comportamento de uma estrutura, submetida a carregamentos horizontais e verticais, e a sua resposta para cada tipo de análise adotada.

Como apresentado na Figura 3.10 pode-se analisar uma estrutura por diferentes tipos de análises. Estas análises podem ser primeiramente divididas em dois grupos:

- Análise estrutural quanto à estabilidade da estrutura;
- Análise estrutural quanto ao comportamento do material.

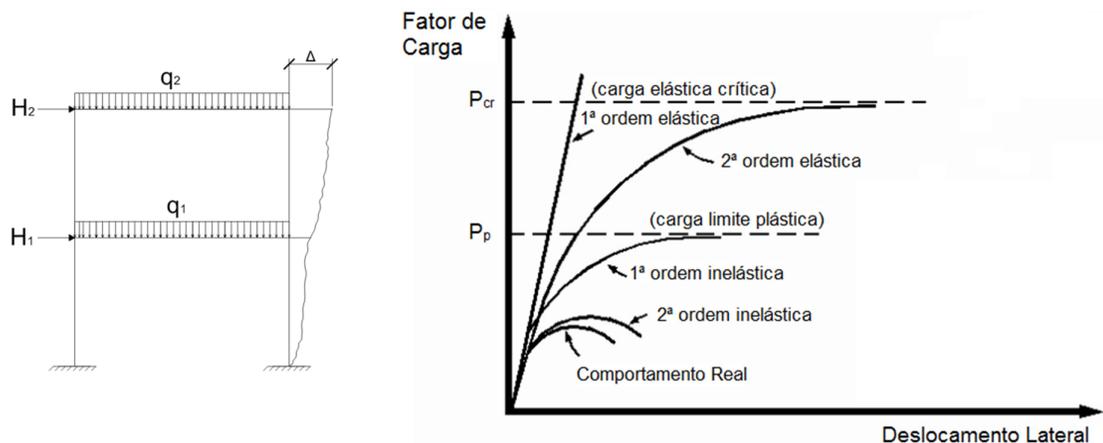


Figura 3.10 – Métodos de análise estrutural

A análise estrutural quanto à estabilidade da estrutura pode ser considerada a partir da posição indeslocada ou deslocada da estrutura.

Formulando o equilíbrio da estrutura a partir de sua posição indeslocada (posição inicial) considera-se a hipótese de pequenos deslocamentos, ou seja, os deslocamentos ocorridos na estrutura não afetam o seu equilíbrio. Assim, a superposição de efeitos é válida.

Já a análise de segunda ordem, considera os efeitos adicionais devido ao deslocamento horizontal da estrutura. Este deslocamento horizontal produz um acréscimo de esforços chamados de efeitos de segunda ordem. Os efeitos de segunda ordem ou efeitos P-Delta podem ser identificados como:

- P- Δ que está relacionado com a instabilidade global da estrutura;
- P- δ que ocorre nos elementos da estrutura levando em conta a instabilidade local. A Figura 3.11 ilustra esses dois efeitos.

Portanto, a análise estrutural quanto a estabilidade da estrutura pode ser dividida em:

- Análise de primeira ordem;
- Análise de segunda ordem.

Cada uma destas análises e os métodos aplicados a elas serão descritos no decorrer do capítulo.

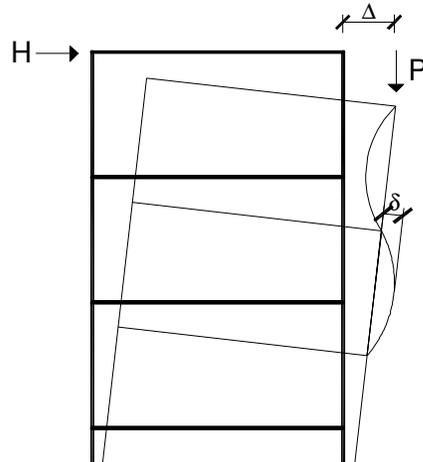


Figura 3.11 – Efeitos de segunda ordem: P- Δ e P- δ .

Como dito no capítulo anterior uma, das considerações a serem realizadas na concepção do modelo estrutural é quanto ao comportamento do material. Caso se considere que o material irá trabalhar em regime elástico com a Lei de Hooke sendo válida para todos os pontos do diagrama tensão-deformação tem-se a análise elástica. Nesta análise procura-se garantir que a tensão atuante nos elementos seja menor do que a tensão de escoamento do material. Assim, se em um elemento estrutural for atingida a tensão de escoamento do material admite-se que este elemento entrou em colapso e conseqüentemente não é mais garantida a segurança da estrutura, ou seja, não há a redistribuição de esforços dentro da estrutura.

Por outro lado, pode-se considerar que caso seja atingida a tensão de escoamento do material o elemento continue se deformando sem o acréscimo de tensões. Assim, se um elemento atingir este valor, os esforços internos na estrutura serão redistribuídos para outros pontos da estrutura até que esta se torne hipostática e assim seja caracterizado seu colapso.

Desta forma, a análise estrutural quanto ao comportamento do material pode ser dividida em:

- Análise elástica;
- Análise inelástica.

Nos próximos itens serão descritos os métodos de cada uma das análises estruturais apresentadas.

3.5.1 Análise de primeira ordem

Na análise de primeira ordem considera-se que a estrutura sofre pequenos deslocamentos e o equilíbrio da estrutura é obtido a partir de sua geometria original sendo válida a superposição de efeitos.

As equações de equilíbrio para este caso podem ser resolvidas segundo o método das forças ou dos deslocamentos e então formuladas matricialmente para a implementação computacional. Posteriormente esta formulação matricial deu origem ao método dos elementos finitos.

No método dos elementos finitos, o vetor de forças nodais em um elemento $F^e = \{F_{x1} F_{y1} F_{z1} \dots F_{xn} F_{yn} F_{zn}\}^T$ pode ser relacionado com seu vetor de deslocamentos nodais $\delta^e = \{u_1 v_1 w_1 \dots u_n v_n w_n\}^T$ por meio da matriz de rigidez elástica K^e .

$$K_e^e \cdot \delta^e = F^e \quad (3.6)$$

A matriz de rigidez elástica do elemento pode ser obtida a partir do princípio dos trabalhos virtuais. Para um elemento de barra plano a matriz de rigidez é dada por:

$$K_e^e = \begin{bmatrix} \frac{E.A}{L} & 0 & 0 & -\frac{E.A}{L} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{12.E.I}{L^3} & \frac{6.E.I}{L^2} & 0 & -\frac{12.E.I}{L^3} & \frac{6.E.I}{L^2} \\ 0 & \frac{6.E.I}{L^2} & \frac{4.E.I}{L} & 0 & -\frac{6.E.I}{L^2} & \frac{2.E.I}{L} \\ -\frac{E.A}{L} & 0 & 0 & \frac{E.A}{L} & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{12.E.I}{L^3} & \frac{6.E.I}{L^2} & 0 & \frac{12.E.I}{L^3} & \frac{6.E.I}{L^2} \\ 0 & -\frac{6.E.I}{L^2} & \frac{2.E.I}{L} & \frac{6.E.I}{L^2} & \frac{6.E.I}{L^2} & \frac{4.E.I}{L} \end{bmatrix} \quad (3.7)$$

Após definir os vetores de forças nodais, de deslocamentos e as matrizes de rigidez de todos os elementos que formam a malha da estrutura, a relação entre eles pode ser escrita como:

$$K_e \cdot \delta = F \quad (3.8)$$

Onde: K_e é a matriz de rigidez elástica global dado pelo somatório de todas as matrizes de rigidez dos elementos:

$$K_e = \sum_{i=1}^n K_e^e \quad (3.9)$$

Pode-se observar que a expressão 3.8 constitui um sistema linear de equações e possui uma solução direta.

Esta análise costumava a ser a mais utilizada nas rotinas de cálculo, porém, não leva em consideração os efeitos de segunda ordem. Ela permite obter, de forma simples, uma estimativa dos esforços internos da estrutura. Porém, quanto maior a carga aplicada no modelo, menor será a precisão da análise de primeira ordem, principalmente em estruturas com poucas restrições ao deslocamento lateral.

Portanto, esta análise não deve ser feita de maneira isolada para o cálculo de estruturas no estado limite último.

3.5.1.1 Coeficiente de Flambagem K

A utilização deste parâmetro surge com os estudos das cargas críticas de barras submetidas à compressão feito por Euler (1759).

O coeficiente de flambagem K altera o comprimento real da barra para o cálculo da força normal resistente. O estudo deste coeficiente surge com a análise da estabilidade de barras isoladas tendo como pioneiro Euler. A partir deste estudo, Euler determina a equação para o cálculo da carga crítica para uma coluna ideal (bi-rotulada) dado por:

$$P_{cr} = \frac{\pi^2 \cdot E \cdot I}{K \cdot L} \quad (3.10)$$

Onde:

E é o módulo de elasticidade;

I é o momento de inércia;

L é o comprimento da barra.

O coeficiente K relaciona o comprimento de flambagem de barras isoladas com diversos tipos de apoios com o comprimento de flambagem de uma barra isolada bi-apoiada (Tabela 3.1).

Um dos métodos mais usados para o cálculo do coeficiente de flambagem K em pórticos foi proposto por Julian e Lawrence e apresentado por Kavanagh (1962) *apud* Alvarenga (2005). Este método é utilizado para estruturas deslocáveis e indeslocáveis e consiste em fórmulas resultantes da solução da equação diferencial

para uma subestrutura capaz de considerar a rigidez dos nós superior e inferior de uma coluna e suas ligações com as vigas.

Tabela 3.1 – Coeficiente K de flambagem (NBR 8800:2008)

	(a)	(b)	(c)	(d)	(e)	(f)
A linha tracejada indica a linha elástica de flambagem						
Valores teóricos de K_x ou K_y	0,5	0,7	1,0	1,0	2,0	2,0
Valores recomendados	0,65	0,80	1,2	1,0	2,1	2,0
Código para condição de apoio	Rotação e translação impedidas Rotação livre, translação impedida Rotação impedida, translação livre Rotação e translação livres					

Segundo Hellesland e Bjorhovde (1996) as colunas dos pórticos não interagem apenas com as vigas conectadas e sim com outras colunas de andares adjacentes e com outras colunas posicionadas em eixos adjacentes por meio das vigas conectadas.

Muitas vezes o uso do ábaco leva a valores de K pouco conservadores. Girgin et al. (2006) cita como desvantagem do uso do ábaco a falta de sensibilidade à configuração de forças que a estrutura está submetida. Hellesland e Bjorhovde (1996) e Girgin e Ozmen (2008) apontam que em alguns casos o erro na determinação do fator de flambagem K pode chegar a 40% de diferença entre o fator adotado e o fator exato.

Alvarenga (2005) cita alguns casos onde o uso do ábaco produz resultados inadequados:

- quando não são atendidas as circunstâncias previstas para o uso do ábaco: se as cargas críticas das colunas não ocorrerem ao mesmo tempo, se a rigidez das colunas é muito diferente, e as colunas não são prismáticas, etc;

- quando não se pode simplesmente estabelecer se a estrutura é ou não deslocável ou indeslocável;
- a coluna está em flambagem no regime inelástico;
- ligações não tão rígidas quanto previstas ou ligações flexíveis que possuem alguma rigidez, não se comportando como rótula real;
- incapacidade de participar no conjunto (caso das colunas-escoras);
- efeito da coluna robusta ou mais esbelta ou mais descarregada, travar a coluna mais flexível ou mais esbelta ou mais carregada;
- efeito das cargas e sua distribuição entre várias colunas de um andar;
- orientação variável dos eixos das colunas ligadas entre si num mesmo andar;
- estruturas mistas.

Assim, diversos trabalhos surgiram contribuindo e criticando o uso deste método como, por exemplo, Cheong-Siat-Moy (1986) que demonstrou contradições no valor adotado para o coeficiente K na estabilidade global da estrutura, dimensionamento do pilar e a consideração das ligações em pórticos deslocáveis.

Com o avanço dos outros métodos para a realização da análise de segunda ordem e a implementação delas em pacotes comerciais este método está entrando em desuso.

3.5.2 Análise de segunda ordem

Nos últimos anos, com o avanço da tecnologia e a popularização dos computadores, a análise estrutural via análise matricial e via método dos elementos finitos tornou-se usual pelos engenheiros calculistas devido a uma vasta opção de programas comerciais disponíveis no mercado.

Como dito anteriormente, na análise de segunda ordem, ou não linear geométrica, o equilíbrio da estrutura é formulado a partir da configuração deformada da estrutura, assim, são computados os efeitos adicionais devido aos deslocamentos ocorridos.

Segundo Corrêa (1991), a análise não linear geométrica em uma formulação via método dos elementos finitos envolve quatro etapas:

- Definição do modelo elementar, escolhas das funções de interpolação e as relações de deformação-deslocamento;
- Fixação do sistema de coordenadas segundo o método lagrangeano no qual os deslocamentos generalizados do elemento são medidos em relação a configuração indeformada, ou segundo o método eulleriano no qual os deslocamentos são medidos tomando-se como referência o elemento deformado;
- Decomposição da matriz de rigidez segundo matrizes incrementais ou matriz geométrica;
- Escolha do algoritmo para a resolução dos sistemas de equações não lineares (interação direta, incremento direto, Newton-Raphson, etc).

Para se realizar uma análise não linear geométrica formulado pelo método dos elementos finitos é usada uma nova matriz de rigidez. Essa matriz inclui o estado de tensão do elemento relativo ao momento em que este foi calculado, com a correspondente diminuição ou aumento de rigidez. Essa matriz é denominada matriz de rigidez tangente.

A matriz de rigidez tangente pode ser baseada em funções matemáticas que multiplicam os elementos da matriz de rigidez elástica (funções de estabilidade) ou pode ser formada pela soma de outra matriz (matriz de rigidez geométrica) à matriz de rigidez elástica.

A relação entre as forças aplicadas e os deslocamentos pode ser escrita como:

$$K_t \cdot \delta = F \quad (3.11)$$

Onde: K_t é a matriz de rigidez tangente da estrutura;

δ é um vetor de deslocamentos nodais;

F é um vetor de forças nodais.

Existem, também, outras maneiras para se fazer a análise elástica de segunda ordem como, por exemplo, método simplificado como o método das forças horizontais fictícias, e métodos aproximados como o método de amplificação dos esforços $B_1 - B_2$.

A seguir serão descritos os métodos de determinação da matriz de rigidez tangente pela soma das matrizes de rigidez geométrica e também os métodos $P - \Delta$ iterativo, o método de amplificação dos esforços $B_1 - B_2$.

3.5.2.1 Matriz de rigidez geométrica

Um dos métodos para se realizar a análise não linear geométrica é pela adição da matriz de rigidez geométrica à matriz de rigidez elástica da estrutura. A matriz de rigidez tangente será dada pela soma das duas matrizes e pode ser expressa pela expressão 3.12.

$$K_t \cdot \delta = (K_e + K_g) \cdot \delta = F \quad (3.12)$$

Onde:

$$K_g = N \cdot \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1,2L & 0,1 & 0 & -1,2L & 0,1 \\ 0 & 0,1 & \frac{0,4}{3} \cdot L & 0 & -0,1 & -\frac{1}{30} \cdot L \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1,2L & 0,1 & 0 & 1,2L & -0,1 \\ 0 & 0 & -\frac{1}{30} \cdot L & 0 & -0,1 & \frac{0,4}{3} \cdot L \end{bmatrix} \quad (3.13)$$

De acordo com Martins (1997), a matriz geométrica mais utilizada é a descrita por Cook *et al.* (1989), apresentada na expressão 3.13, mas é de origem bem mais remota e de autor não identificado.

A expressão 3.12 é um sistema de equação não-linear. Para a solução deste sistema pode ser empregadas diversas técnicas como, por exemplo, o tipo incremental, iterativa ou mista (incremental e iterativa). Maiores detalhes sobre cada tipo de técnica podem ser encontradas em Martins (1997).

Neste método a superposição de efeitos não é válida. Algumas das vantagens do uso da matriz de rigidez geométrica é a consideração dos efeitos de segunda ordem de maneira direta, adicionando-a a matriz de rigidez elástica da estrutura e os esforços obtidos serão os esforços críticos.

Diversos autores contribuíram com o estudo da matriz de rigidez geométrica como Portel & Powell (1971), Tebedge e Tall (1973), Nedergaard e Pederson (1985), Chajes e Churchill (1987), Petr e Crysl (1993) indicados e descritos em Martins (1997).

Este método é considerado como sendo um dos mais rigorosos para a consideração dos efeitos de segunda ordem, e, com o avanço dos computadores vem sendo implementados em softwares comerciais. Por se tratar de um método iterativo pode-se exigir um elevado custo computacional dependendo do grau de complexidade da estrutura modelada.

Visando diminuir o esforço computacional, foram desenvolvidas técnicas aproximadas para a consideração da não linearidade geométrica das estruturas, como será visto nos próximos itens.

3.5.2.2 Método das forças horizontais fictícias

O método forças horizontais fictícias, também encontrado na literatura como método P- Δ iterativo, é um método aproximado para a análise elástica de segunda ordem que considera apenas o efeito global P- Δ .

Analisando o pilar engastado representado na Figura 3.12, os carregamentos horizontais atuantes farão com que o pilar sofra deslocamentos horizontais (Δ) denominados de deslocamentos de primeira ordem. Esses deslocamentos combinados com as forças verticais atuantes causarão novos esforços e novos deslocamentos. Esses esforços adicionais são obtidos por meio de um processo iterativo no qual se busca o equilíbrio da estrutura.

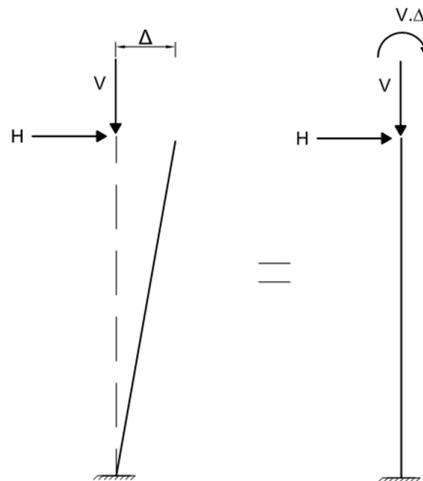


Figura 3.12 – Esforços de segunda ordem.

Sendo o deslocamento do topo de um pilar igual a Δ_0 , o momento adicional causado por uma força vertical (P) no topo do pilar é igual a $P \cdot \Delta_0$. Se a altura total do pilar é igual a L , o binário V necessário para causar o mesmo momento adicional é dado por:

$$V = \frac{P \cdot \Delta_0}{L} \quad (3.14)$$

Considerando o deslocamento Δ_i em uma andar qualquer (i) de um pórtico, o momento de instabilidade em relação ao andar inferior é dado por:

$$P \cdot \Delta = \sum P_i \cdot (\Delta_i - \Delta_{i-1}) \quad (3.15)$$

Onde:

$\sum P_i$ é a soma de todas as forças verticais atuantes no andar i;

Δ_i e Δ_{i-1} são os deslocamentos no topo do pilar do andar i e i-1, respectivamente.

Esse momento causará o surgimento de um binário de esforços cortantes nas extremidades do pilar de comprimento L_i dado por:

$$V_i = \frac{\sum P_i \cdot (\Delta_i - \Delta_{i-1})}{L_i} \quad (3.16)$$

A figura 3.13a. mostra a representação dos efeitos dos binários de esforços cortante V_i em um andar (i) de um edifício. Pode-se observar que quando são considerados os binários nos outros andares (Figura 3.13 b.), surgirá uma resultante denominada força horizontal fictícia (Figura 3.13 c.) dada por:

$$H_i = V_{i-1} - V_i \quad (3.17)$$

Somando estas forças horizontais fictícias aos carregamentos horizontais atuantes na estrutura e fazendo uma nova análise surgirão novos deslocamentos e novas forças horizontais fictícias, provavelmente menores, dando continuidade ao processo. Este processo iterativo será interrompido quando a diferença entre os valores obtidos entre duas interações seja pequena.

Se os resultados não convergirem, a estrutura é considerada muito flexível e deverá ser redimensionada.

Segundo Chen e Lui (1991) este método fornece com poucas iterações bons resultados para estruturas com poucas linhas de pilares de elementos não muito esbeltos.

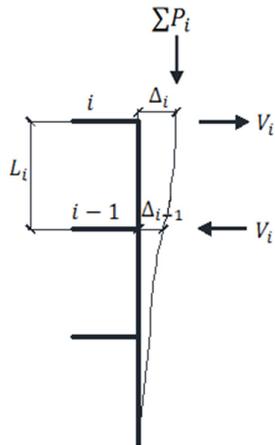


Figura 3.13a – Binários considerados em um andar i.

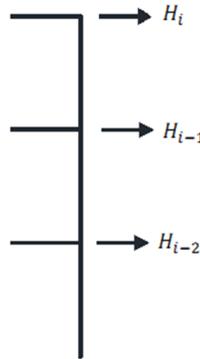


Figura 3.13b – Binários considerados em um andar i-1.

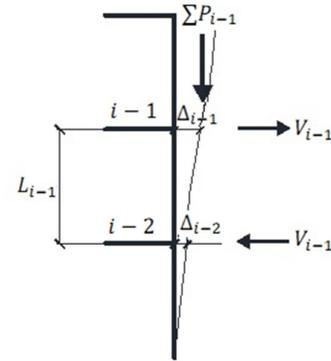


Figura 3.13c – Resultante dos binários.

Figura 3.13 – Consideração das forças horizontais fictícias.

3.5.2.3 Método de amplificação dos esforço B1-B2

O método de amplificação dos esforços $B_1 - B_2$ avalia os efeitos de segunda ordem modificando os esforços obtidos na análise de primeira ordem por meio de fatores de amplificação.

De acordo com Chen (1991), assume-se que cada andar do pórtico tenha um comportamento independente dos outros e que os momentos adicionais devido ao efeito $P - \Delta$ sejam equivalente ao causado por uma força $\Sigma P \Delta / h$, onde Δ é o deslocamento lateral total do andar, ΣP é a somatória de todas as forças verticais atuantes no andar, h é a altura do andar. A rigidez ao deslocamento lateral pode ser obtida dividindo a somatória das forças horizontais pelo deslocamento lateral:

$$S_f = \text{Forças horizontais} / \text{deslocamento lateral}$$

Para uma estrutura sujeita a forças laterais ΣH (forças cortantes no pilar) e forças verticais ΣP (força normal no pilar) a rigidez lateral analisando os efeitos de primeira ordem e de segunda ordem, obtemos:

$$S_f = \frac{\sum H}{\Delta_{1^a \text{ ordem}}} = \frac{\sum H + \sum P \cdot \Delta_{total}/h}{\Delta_{total}} \quad (3.18)$$

Isolando Δ obtemos:

$$\Delta_{total} = \left(\frac{1}{1 - \frac{\sum N \cdot \Delta_{1^a \text{ ordem}}}{\sum H \cdot h}} \right) \Delta_{1^a \text{ ordem}} = B_2 \cdot \Delta_{1^a \text{ ordem}} \quad (3.19)$$

Pode-se observar que os deslocamentos finais podem ser estimados multiplicando-se os deslocamentos de primeira ordem pelo fator B_2 . Os esforços finais podem ser obtidos, com os efeitos de segunda ordem, multiplicando-se os esforços obtidos em análise de primeira ordem pelo fator B_2 .

Os efeitos de segunda ordem locais $P - \delta$ podem ser considerados pelo fator B_1 dado por:

$$B_1 = \frac{C_m}{1 - \frac{N_{sd1}}{N_e}} \geq 1 \quad (3.20)$$

Onde: N_{sd1} é a força axial de compressão solicitante de cálculo na barra considerada obtida em análise de primeira ordem;

N_e é a carga crítica dada pela hipérbole de Euler, para condição de contorno da barra verificada;

C_m é o coeficiente de uniformização de momentos fletores dado:

$C_m = 1$, quando houver forças transversais entre as extremidades da barra no plano de flexão;

$C_m = 0,6 - 0,4 \cdot \frac{M_1}{M_2}$, quando não houver forças transversais entre as extremidades da barra no plano de flexão;

$\frac{M_1}{M_2}$ é a relação entre o menor e o maior momento fletor nas extremidades da barra que deve ser tomado como positivo quando os momentos provocarem curvatura reversa e negativa quando provocarem curvatura simples;

Assim, neste método, os esforços (esforço normal e momentos fletores) solicitantes são calculados a partir de duas análises de primeira ordem como nas expressões 3.21 e 3.22:

$$M_{sd} = B_1 \cdot M_{nt} + B_2 \cdot M_{lt} \quad (3.21)$$

$$N_{Sd} = N_{nt} + B_2 \cdot N_{lt} \quad (3.22)$$

onde:

M_{Sd} é o momento solicitante de cálculo;

M_{nt} é o momento fletor solicitante de cálculo, assumindo não existir deslocamento horizontal na estrutura;

M_{lt} é o momento fletor solicitante de cálculo devido ao deslocamento lateral do pórtico obtido por uma análise elástica de primeira ordem;

N_{Sd} é o esforço normal solicitante de cálculo;

N_{nt} é o esforço normal solicitante de cálculo, assumindo não existir deslocamento horizontal na estrutura;

N_{lt} é o esforço normal solicitante de cálculo devido ao deslocamento lateral do pórtico obtido por uma análise elástica de primeira ordem;

Desta maneira, nesta análise, primeiramente avalia-se o comportamento da estrutura por meio de uma análise de primeira ordem com o deslocamento horizontal dos nós do pórtico impedidos por apoios fictícios, determinando assim M_{nt} (Figura 3.14b). Esta parcela inclui os momentos de 1ª ordem devido ao carregamento total da estrutura.

A determinação de M_{lt} é feita pela análise de primeira ordem, porém, com os nós da estrutura livres ao deslocamento e submetida à ação dos deslocamentos horizontais da estrutura, ou seja, submetida às reações dos apoios fictícios (figura 3.14c). Esta parcela inclui os momentos de 1ª ordem devido aos deslocamentos horizontais dos nós da estrutura.

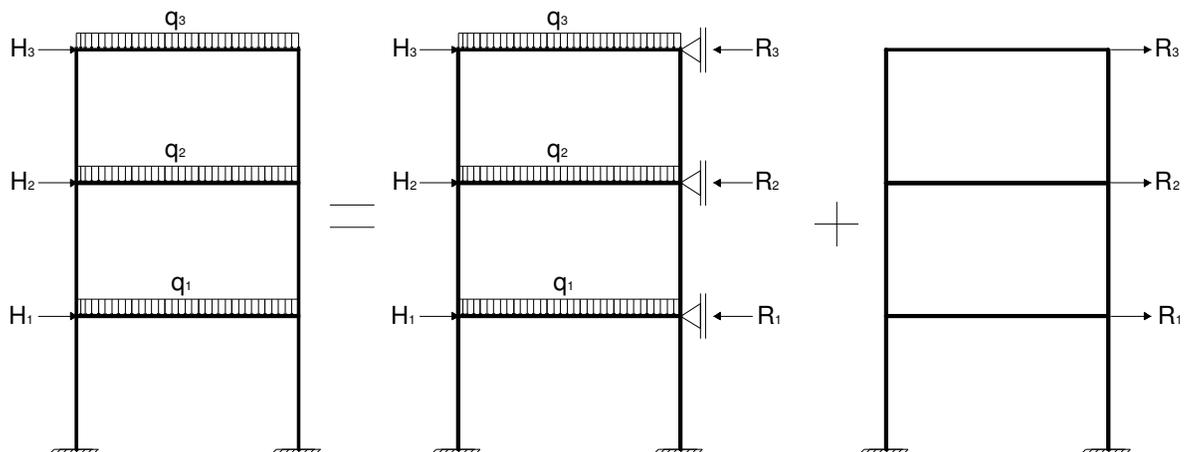


Figura 3.14a –
Estrutura Original.

Figura 3.14b –
Estrutura para cálculo de M_{nt} .

Figura 3.14c –
Estrutura para cálculo de M_{nt} .

Figura 3.14 – Modelo para análise aproximada de segunda ordem.

Al-Mashray e Chen (1990) citam como vantagem deste método usar apenas a análise de primeira ordem para o dimensionamento da estrutura e considerar os efeitos de segunda ordem por meio dos fatores de amplificação. Porém, criticam o uso deste método apresentando como justificativa as várias desvantagens citadas a seguir:

- é um método restrito a pórticos retangulares;
- faz uma correção local para o elementos e não envolve o comportamento global da estrutura;
- são necessárias duas análises com diferentes carregamentos e condições de contorno.

3.5.3 Análise elástica

A análise elástica, que é usualmente adotada nos projetos de estruturais, considera o comportamento elástico linear dos materiais, no qual é válida a Lei de Hooke, onde as tensões são proporcionais às deformações para todos os pontos da estrutura (Figura 3.15). Assim, pode-se escrever:

$$\sigma = E \cdot \varepsilon \quad (3.23)$$

Onde: σ é a tensão;

ε é a deformação ;

E é o módulo de elasticidade.

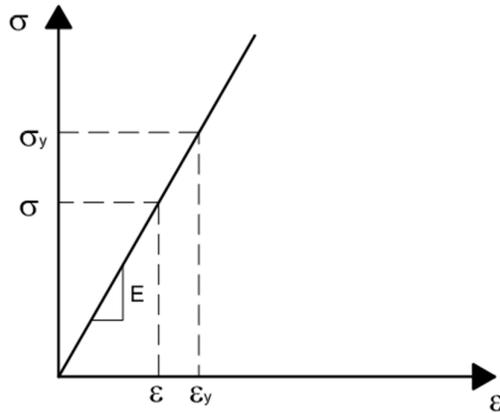


Figura 3.15 – Diagrama tensão-deformação elástico linear.

Nesta análise, considera-se que as tensões atuantes (σ) devem ser sempre menores que a tensão de escoamento do aço (σ_y). Caso um elemento estrutural atinja o valor de tensão de escoamento do material, considera-se que a estrutura atingiu seu estado limite último caracterizando a sua ruptura. Assim, o comportamento elástico do material poderá ser sempre considerado pois conduz a resultados na análise estrutural sempre a favor da segurança.

Este tipo de análise pode ser utilizado com qualquer uma das duas análises quanto à estabilidade da estrutura apresentada anteriormente. Podem-se agrupar as análises quanto à estabilidade com a análise elástica como:

- Análise elástica de primeira ordem;
- Análise elástica de segunda ordem.

Considerando a análise elástica, os métodos apresentados anteriormente nos itens 3.3.1 e 3.3.2 continuam sendo válidos.

3.5.4 Análise inelástica

Os métodos descritos até o momento consideram o comportamento elástico-linear do material durante toda a análise e que as tensões na estrutura provocada pelos carregamentos não ultrapassam a tensão limite elástica do material (região A da Figura 3.16). Assim, a capacidade de deformação plástica do aço antes da ruptura, conhecida como ductilidade, não é considerada.

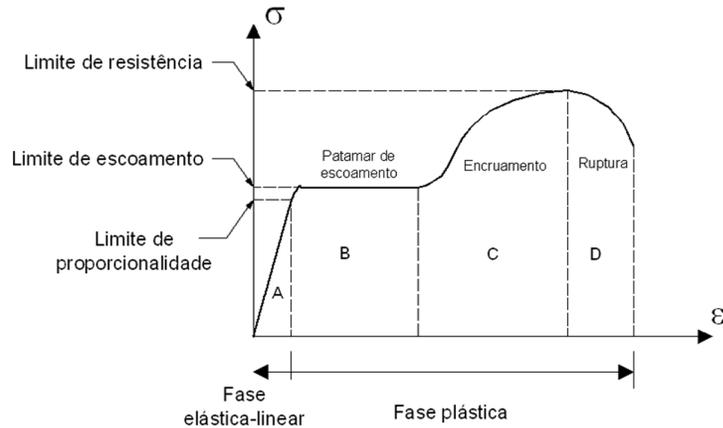


Figura 3.16 – Comportamento não-linear do material.

Devido à ductilidade do aço a ruptura do material não ocorre imediatamente ao se atingir a tensão de escoamento do material, ou seja, existe uma reserva plástica onde é possível desenvolver grandes deformações. O comportamento plástico de um material é caracterizado pelo surgimento de deformações irreversíveis do material.

Na análise inelástica, o comportamento plástico não linear da relação entre tensão e deformação do material é levada em consideração.

Segundo Ribeiro (2009), para modelar o comportamento plástico do material é necessário considerar as seguintes hipóteses:

- Critério de escoamento: que determina o nível de tensões em que o comportamento plástico do material se inicia;
- Regra de encruamento: utilizada para descrever as mudanças na superfície de escoamento devido às deformações plásticas;
- Regra de fluxo que define as deformações plásticas (intensidade e direção) em função do nível de tensão instalado.

Os critérios de escoamento mais adequados para a análise de estruturas de aço são os critérios independentes da tensão média como, por exemplo, os critérios de Tresca e de von Mises.

As regras de encruamento definem como a superfície de escoamento se comportará a medida que as deformações plásticas ocorrem. As regras mais

utilizadas são as regras de encruamento isotrópico, encruamento cinemático e encruamento misto.

Assim, para realizar uma análise inelástica de uma estrutura formada por um material que apresenta uma curva característica tensão-deformação não linear utiliza-se um método incremental iterativo e deve-se realizar alguns passos:

- Definir as três regras a serem utilizadas (escoamento, de encruamento e de fluxo);
- Realizar uma análise elástica para um incremento de cargas ou deformação;
- Verificar se o critério de escoamento foi violado ou não;
- Caso o critério de escoamento não tenha sido violado, o material permanece no regime elástico e realiza-se uma nova análise para com o próximo passo de carga;
- Caso o critério de escoamento tenha sido violado, corrigem-se os valores das deformações plásticas de acordo com a regra de fluxo definida;
- Ao corrigir os valores das deformações plásticas, haverá uma diferença entre o valor de força total aplicado e o valor obtido após a correção das deformações plásticas. Para que se tenha a resposta relativa ao valor de força efetivamente aplicada deve-se realizar uma etapa iterativa até que se encontre um valor nulo, ou próximo dele, para este resíduo. Aplicando este resíduo pode-se considerar que o sistema responde com a rigidez inicial ou com uma rigidez modificada em decorrência da plastificação.

A Figura 3.17 ilustra o procedimento incremental-iterativo para uma análise inelástica de uma barra tracionada.

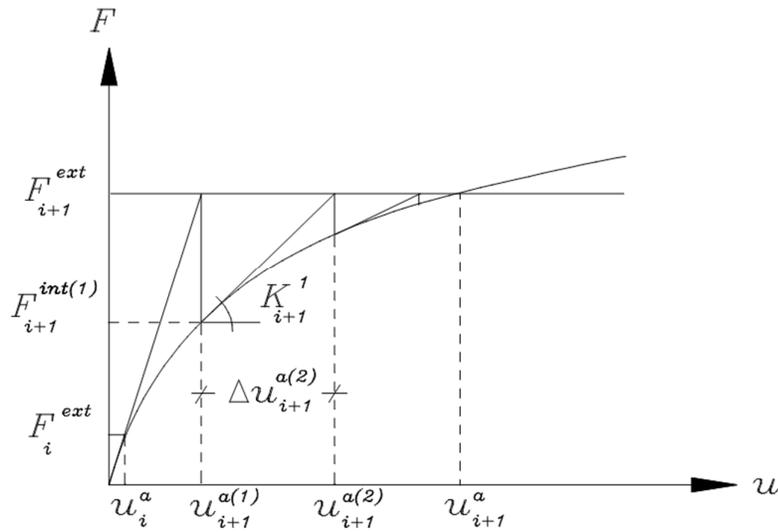


Figura 3.17 – Procedimento incremental iterativo.

Assim, para a consideração do comportamento não linear do material pode-se fazer uma simplificação do diagrama tensão-deformação por meio de diversos tipos de curvas, por exemplo:

- Modelo rígido plástico: este modelo não considera a deformação do material até que seja atingida a tensão de escoamento (σ_y). A partir deste ponto o material possui deformações ilimitadas para uma tensão constante (Figura 3.18.a);
- Modelo elasto-plástico perfeito: neste modelo o material apresenta um comportamento elástico linear até atingir a tensão de escoamento e a partir deste ponto possui deformações ilimitadas para uma tensão constante (Figura 3.18 b);
- Modelo elasto-plástico com encruamento isotrópico: neste modelo o material apresenta um comportamento elástico linear até atingir a tensão de escoamento e a partir deste ponto passa a considerar as mudanças na superfície de escoamento com o avanço das deformações de plastificação (Figura 3.18 c).

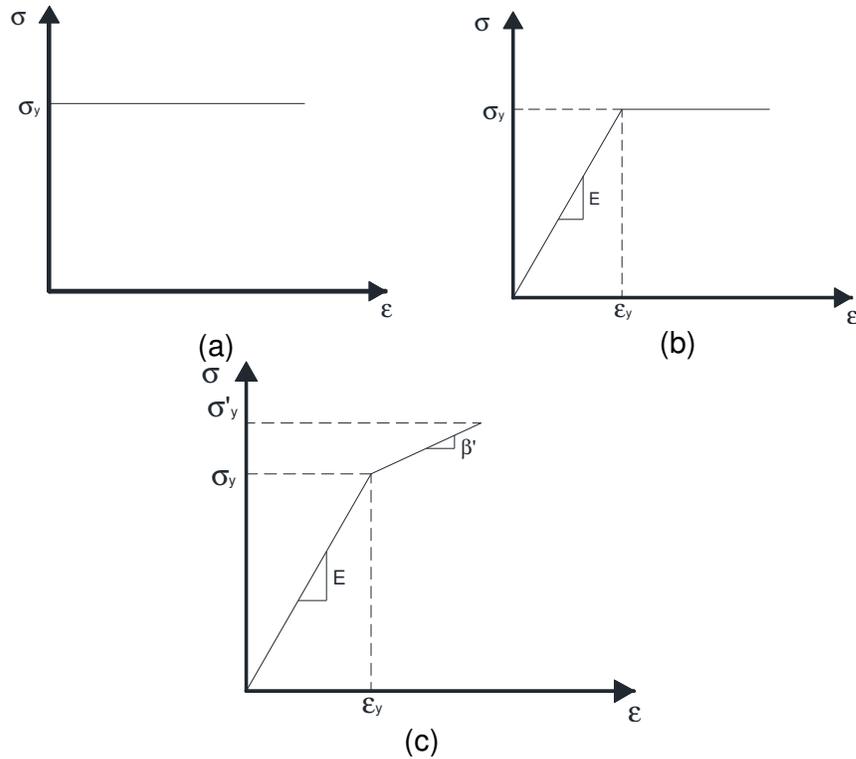


Figura 3.18 – Idealização do diagrama tensão X deformação para o aço estrutural.

Considerando uma barra solicitada a um momento fletor, esta desenvolverá tensões elásticas, ao longo de sua seção, até atingir a tensão de escoamento nas partes mais externas (Figura 3.19 b.). Após este ponto, as deformações passam a aumentar e as tensões permanecem constantes ao longo da seção (Figura 3.19c) até o ponto em que toda a seção da viga atinge a tensão de escoamento e um mecanismo, rótula plástica, é formado (Figura 3.19d).

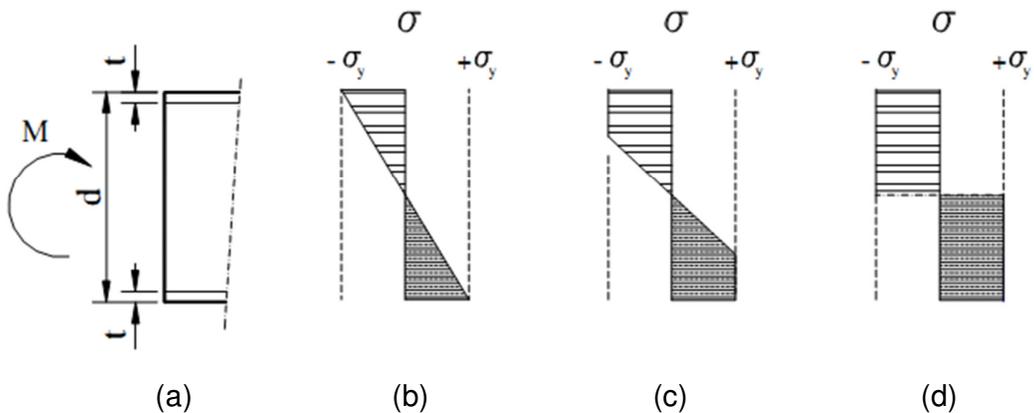


Figura 3.19 – Modelo de estágios sucessivos de distribuição de tensão - Alvarenga (2005)

Em uma estrutura hiperestática na análise inelástica, com o aparecimento de uma rótula plástica há a redistribuição de esforços internos na estrutura até o aparecimento de uma nova rótula plástica e assim sucessivamente, até seja atingido um número de rótulas plásticas que torne a estrutura hipostática caracterizando seu colapso.

Segundo Souza (1999) para a realização de uma análise inelástica três condições devem ser satisfeitas:

- Mecanismo – um número suficiente de rótulas plásticas deve ser atingido para que se forme um mecanismo na estrutura;
- Equilíbrio – o somatório de carregamentos externos e de gravidade e as reações atuantes nos vínculos de uma estrutura carregada é igual a zero;
- Momento limite – o momento fletor atuantes são limitados aos valores do momento plástico das seções.

Se essas três condições são satisfeitas os teoremas básicos da análise inelástica são atendidos podendo considerar, então, que a carga limite plástica foi corretamente adotada. Megson (2005) cita esses teoremas como:

Teorema 1 – Teorema Cinemático ou Princípio do Máximo: Em uma determinada estrutura sujeita a um conjunto de carregamentos, se os carregamentos corresponderem a um mecanismo possível da estrutura, então, esses carregamentos são iguais ou superiores a carga de colapso.

Teorema 2 – Teorema Estático ou Princípio do Mínimo: Para uma estrutura sujeita a um conjunto de carregamentos que resulte em uma distribuição de momentos que seja segura e estaticamente admissível, o valor deste conjunto de carregamentos deve ser menor ou igual ao valor da carga de colapso.

Teorema 3 – Teorema da Unicidade: O valor de carga plástica limite que satisfaz as três condições, de equilíbrio, de mecanismo e de momento limite, é única.

Baseado nestes teoremas é possível realizar a análise inelástica de primeira ordem pelo Método dos Mecanismos no qual deve se levar em consideração a formação de todos os possíveis mecanismos e assim obter o menor valor do fator de carga que causa o colapso da estrutura (Teorema 1).

Outro método possível para a realização da análise inelástica é o Método dos Momentos. Este método utiliza a composição de diagramas de momentos fletores para a estrutura isostática e das reações da estrutura hiperestática (Teorema 2).

Estes dois métodos manuais são chamados de métodos rígido-plásticos onde busca-se encontrar o mecanismo de colapso da estrutura determinando, assim, a carga de colapso. Estes métodos são descritos e exemplificados em Souza (1999) e Carneiro (2000).

Souza (1999) realizou uma comparação entre o modelo de cálculo do método rótula a rótula e um cálculo incremental não linear e para a análise inelástica de pórticos planos. O autor conclui que para pórticos com poucos graus hiperestáticos o método rótula a rótula apresenta um resultado satisfatório.

Carneiro (2000) implementou, em um programa computacional, o método rótula a rótula para realizar uma análise inelástica de primeira ordem. Como conclusão o autor cita que respeitando a condição de deslocabilidade do pórtico segundo o Eurocode 3 é possível substituir o método incremental não linear com formação de rótulas plásticas pela análise inelástica de primeira ordem pelo método rótula a rótula com resultados satisfatórios.

Segundo Alvarenga (2005), o fato deste método não considerar o problema de estabilidade da estrutura, que só é possível por meio da consideração da posição deformada da estrutura, fez surgir os métodos de análise inelástica de segunda ordem que serão descritos nos próximos itens.

3.5.5 Análise inelástica de segunda ordem

A principal vantagem da análise inelástica é a consideração da redistribuição de esforços após a plastificação de algumas barras da estrutura. Em algumas estruturas é necessário levar em consideração os efeitos de segunda ordem. Surge então a análise inelástica de segunda ordem.

Segundo Davies (2002), a consideração da não linearidade geométrica e da não linearidade do material na análise estrutural data do início da década de 60 e da origem dos computadores.

A análise inelástica baseada no método das rótulas plásticas quando considerando os efeitos de segunda ordem pode conduzir a valores de carga limite

superiores se comparados com métodos mais precisos, conforme Liew e White (1993)

Chen *et al.* (1996) ressalta que para a maioria das estruturas, a realização da análise pelo método das rótulas plásticas em teoria de segunda ordem conduz a resultados conservadores, porém, em casos extremos onde os elementos estão submetidos a esforços axiais elevados e em estruturas muito esbeltas esta análise poderá conduzir a resultados contra a segurança da estrutura. A razão desta diferença nos resultados deve-se principalmente devido aos elementos serem modelados com comportamento elástico entre as rótulas plásticas e a não consideração das tensões residuais e das imperfeições geométricas.

O fato do método das rótulas plásticas segundo uma análise de segunda ordem poder levar a resultados contra a segurança da estrutura levou ao desenvolvimento de métodos que consideram a correção destes resultados de maneira adequada.

A seguir será descrito o método das zonas plásticas que é considerado como o método mais preciso e também os métodos aproximados que foram desenvolvidos para a consideração dos efeitos de segunda ordem de maneira apropriada, como o método das rótulas plásticas com carga nocional e o método das rótulas plásticas refinado.

3.5.5.1 Método das zonas plásticas

O método das zonas plásticas ou da plasticidade distribuída pode ser considerado como o método mais preciso de análise inelástica, no qual pode ser considerado segundo uma análise de primeira ordem ou de segunda ordem.

A distribuição de tensões em um elemento estrutural de aço quando solicitado não ocorre de maneira pontual como considerado no método das rótulas plásticas. Na Figura 3.20 é ilustrado o processo de plastificação de uma seção.

O método das zonas plásticas considera a distribuição de tensões ao longo da barra utilizando assim modelos mais refinados com um número maior de elementos finitos.

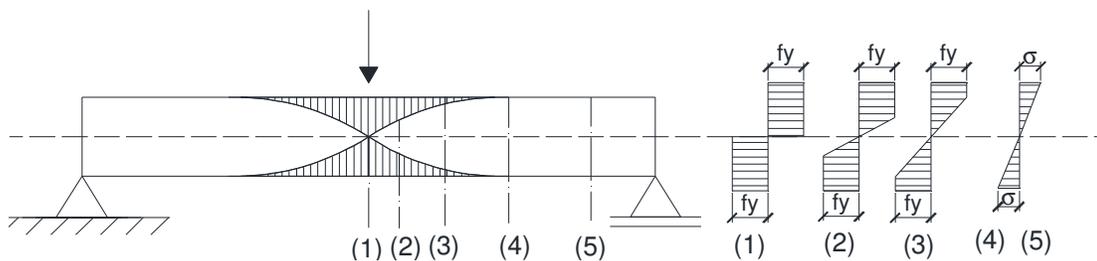


Figura 3.20 – Processo de plastificação de uma barra

Esta análise pode ser feita com elementos tridimensionais de casca, porém, necessita de um número elevado de elementos finitos exigindo um esforço computacional elevado. Desse modo, esta metodologia é viável apenas para estruturas de pequeno porte ou para a avaliação de determinados pontos na estrutura. Esta metodologia permite captar os modos de instabilidade locais nos perfis o que torna a análise mais refinada e precisa.

Outro método de análise das zonas plásticas é por meio de elementos de pórticos tridimensionais. Os elementos estruturais são divididos em vários elementos finitos e a seção transversal de cada elemento é dividida em vários elementos planos (Figura 3.21).

A obtenção da rigidez do elemento é feita pela integração numérica de todos os pontos que formam a seção transversal do elemento. Os estados de tensão e deformação podem ser acompanhados ao longo dos elementos finitos e dos elementos planos que compõem a seção transversal durante todo o processo incremental. Neste método é possível considerar diretamente na análise os efeitos da tensão residual dos perfis e imperfeições geométricas.

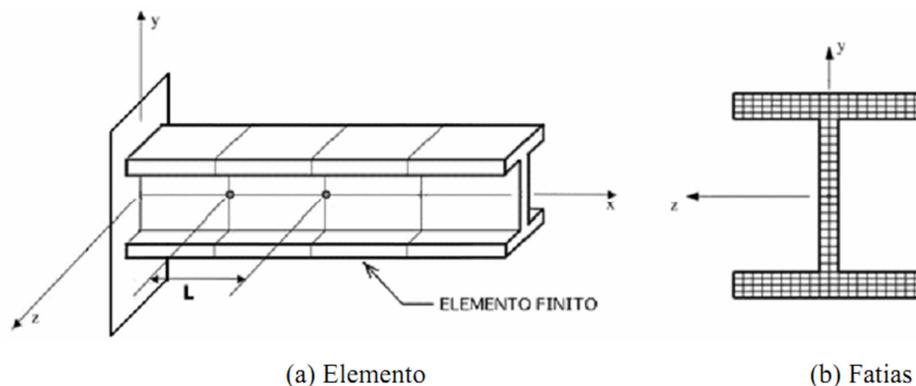


Figura 3.21 – Método das zonas plásticas com elemento de pórtico – Silva (2010)

Segundo Alvarenga (2005), o método das zonas plásticas apareceu pela primeira vez em Ojalvo e Lu em 1961 e posteriormente em Bernstiel e Michalos em 1963.

Segundo Folley e Vinnakota (1999), devido ao elevado custo computacional este método não era apropriado para o uso no dia a dia e não foi muito explorado durante vários anos. Com o rápido avanço computacional, novos estudos e programas computacionais utilizando este método passaram a ser desenvolvidos.

Meek e Lin (1989) estudaram a não-linearidade geométrica e do material de elementos de pórtico de seção fechada de paredes finas. Teh e Clarke (1999) utilizaram a formulação co-rotacional para elemento de vigas tridimensionais com plasticidade distribuída sem a deformação por empenamento. Foley e Vinnakota (1999) desenvolveram um elemento finito para a análise inelástica de segunda ordem de pórticos planos do tipo PR (Partially Restrained) e FR (Fully Restrained) segundo a teoria de Rayleigh-Ritz e o princípio da mínima energia potencial.

Jiang e Liew (2002) desenvolveram um programa computacional para a análise de pórticos de aço tridimensionais segundo uma análise inelástica de segunda ordem baseada no método das zonas plásticas.

Mais recentemente, em Alvarenga (2005) foi implementado um elemento de pórtico tridimensional segundo um sistema Lagrangeano co-rotacional atualizado utilizando a teoria de Bernoulli-Euler. Almeida (2007) implementou a matriz de rigidez tangente de elementos de pórtico com plasticidade distribuída com uma extremidade rotulada e a outra rígida. Silva (2010) implementou um elemento de pórtico tridimensional baseado na teoria de Timoshenko com elementos de molas não-lineares na extremidade. Rigobello *et al.* (2010) implementou um elemento finito de pórtico tridimensional laminado com a formulação não-linear geometricamente exata com a posição dos nós do elemento finito. Alvarenga (2010) desenvolveu uma formulação numérica para realizar a análise inelástica de segunda ordem empregando o conceito da zonas plásticas e ligação semi-rígida.

Apesar de ser um método considerado mais exato, o elevado custo computacional para a realização deste método de análise fez com que outros métodos aproximados fossem pesquisados e desenvolvidos.

3.5.5.2 Método refinado das rótulas plásticas

No método das rótulas plásticas o equilíbrio da estrutura é feito segundo uma teoria de primeira ordem na qual se considera a posição indesejada da estrutura. Segundo Liew e White (1993), aplicação do método das rótulas plásticas considerando uma teoria de segunda ordem conduz a resultados próximos aos obtidos pela análise das zonas plásticas para estruturas em que instabilidade elástica é predominante. Já em estruturas nas quais ocorre o escoamento dos elementos, os resultados do método das rótulas plásticas é mais conservador do que os obtidos pelo método da zonas plásticas.

O método refinado das rótulas plásticas é uma modificação do método das rótulas plásticas com o objetivo de considerar, por meio de uma aproximação, os efeitos da degradação dos elementos devido a plasticidade .

O refinamento do método das rótulas plásticas proposto por Liew e Chen (1993) adota dois conceitos. O primeiro conceito é que a distribuição da plasticidade no elemento é influenciada pelas imperfeições iniciais, tensão residual e deformações devido à carga axial. O segundo conceito busca uma aproximação representativa da perda de rigidez gradual devido ao escoamento da seção transversal de elementos submetidos a momento fletor.

Para o primeiro caso, em Liew e White (1993) sugere-se a utilização do módulo de elasticidade tangente para a consideração do comportamento inelástico do pilar. Já para o segundo caso, o método refinado das rótulas plásticas utiliza um fator que indica quando as forças internas estão se aproximando da superfície de escoamento da seção.

Segundo Galambos (1988), o módulo de tangente é obtido pela redução do módulo de elasticidade pelo coeficiente τ_b dado por:

$$\tau_b = 1,0 \text{ para } \frac{N_d}{N_y} < 0,5 \quad (3.24)$$

e

$$\tau_b = 4,0 \cdot \frac{N_d}{N_y} \left(1 - \frac{N_d}{N_y} \right) \text{ para } \frac{N_d}{N_y} > 0,5 \quad (3.25)$$

Onde: N_d é o esforço normal atuante;

N_y é o esforço normal de escoamento da seção.

Na Figura 3.22 as equações 3.27 e 3.28 são plotadas no gráfico e a variação de τ_b pode ser observada de acordo com a relação $\left(\frac{N_d}{N_y}\right)$.

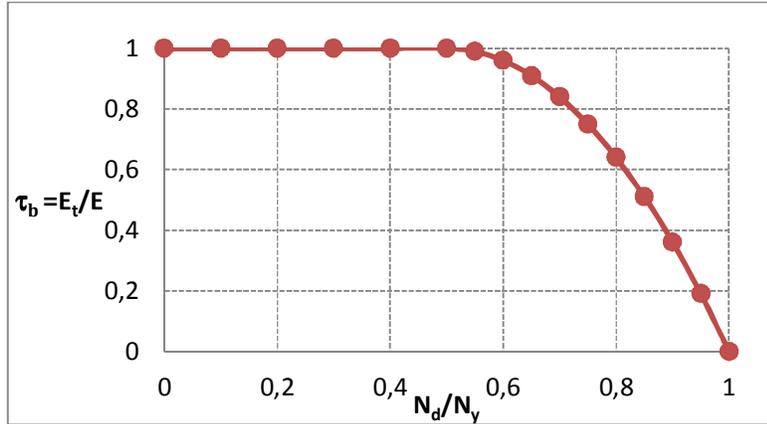


Figura 3.22 – Fator τ_b para o cálculo do módulo tangente.

Para a representação da perda gradual da rigidez devido ao momento fletor, utiliza-se a interação entre esforço normal e momento fletor para identificar se as forças estão se aproximando da superfície de plastificação do material (Figura 3.23). Essa interação é dada por:

$$\alpha = \frac{N_d}{N_y} + \frac{8M_d}{9M_p} \quad \text{para} \quad \frac{N_d}{N_y} \geq 0,2 \quad (3.26)$$

$$\alpha = \frac{N_d}{2N_y} + \frac{M_d}{M_p} \quad \text{para} \quad \frac{N_d}{N_y} < 0,2 \quad (3.27)$$

Se $\alpha = 0,5$ então, elemento apresentará um comportamento elástico. Para $\alpha = 1,0$ será formada a rótula plástica no elemento. Para $0,5 < \alpha < 1,0$ o elemento sofrerá uma degradação da rigidez representado por ϕ :

$$\phi = 4\alpha(1 - \alpha) \quad \text{para} \quad \alpha > 0,5 \quad (3.28)$$

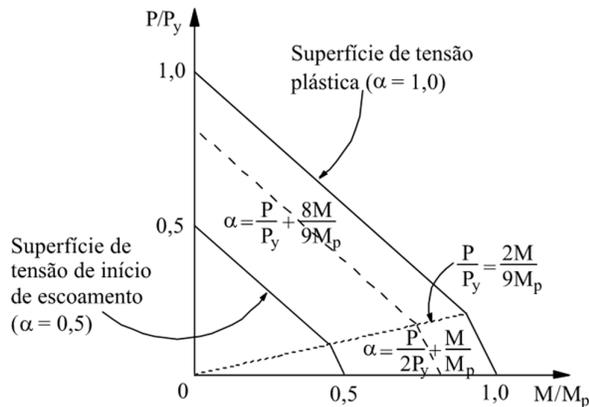


Figura 3.23 – Superfícies de degradação da rigidez – Alvarenga (2005).

Segundo Chen et al. (1996) o procedimento de refinamento do método das rótulas plásticas conduz a uma boa representação do comportamento inelástico dos elementos e da estabilidade da estrutura sem exigir um esforço computacional elevado.

Este método é amplamente descrito e discutido em Liew e White (1993) e em Machado (2005).

3.5.5.3 Método das rótulas plásticas com forças nocionais

Neste método de análise são combinados a consideração da plasticidade da estrutura pelo método das rótulas plásticas e os efeitos de segunda ordem, imperfeições geométricas iniciais e as tensões residuais são inseridas por meio das forças nocionais.

Os efeitos das imperfeições iniciais e globais podem ser substituídos por sistemas de forças horizontais equivalentes aplicados em cada coluna (Figura 3.24).

Liew e White (1994) apresentaram um estudo de uma série de pórticos analisados pelo método das rótulas plásticas com forças nocionais e compararam com o método das rótulas plásticas e o método das zonas plásticas. Os resultados mostraram-se a favor da segurança e com uma boa aproximação quanto a resistência para os pórticos analisados.

Dentre outros trabalhos que contribuíram para este método pode-se citar: Ziemian *et al.* (1992), Clarke *et al.* (1995), Whitte e Hajjar (2000).

Segundo Alvarenga (2005), este método apresenta como vantagens a simplicidade do método, rapidez de automação do modelo e obtenção dos resultados.

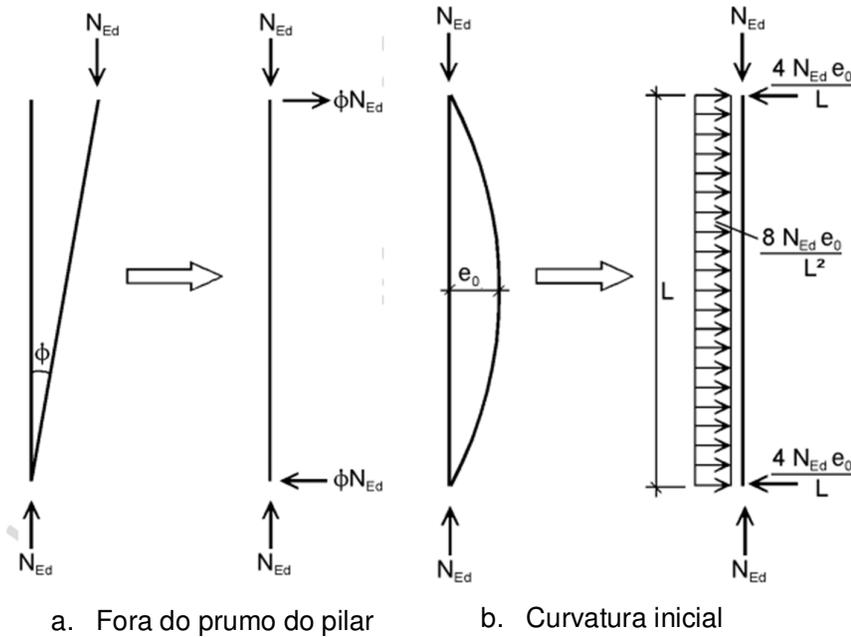


Figura 3.24 – Substituição das imperfeições iniciais pelas forças nocionais – Eurocode 3 - Part 1.1 (2010).

3.6 Advanced Analysis

O método *Advanced Analysis* consiste em qualquer método que avalie simultaneamente a resistência e estabilidade de uma estrutura não sendo necessárias outras verificações para as barras.

Segundo Chen *et al.* (1996) para a realização da *Advanced Analysis* algumas exigências devem ser cumpridas:

- Formulação matemática rigorosa fundamentada em teorias bem conhecida da mecânica dos sólidos;
- Resistência, deformações, distribuição de esforços internos, tensões devem ser confrontadas previamente com banco de provas (ensaios

em escala real ou pórticos de calibragem) contidos na literatura especializada;

- Deverão ser incluídos os efeitos $P - \Delta$ e $P - \delta$;
- Os esforços solicitantes não podem violar a resistência máxima definida pela plastificação completa da seção;
- A plastificação distribuída deve ser avaliada na seção;
- As imperfeições iniciais geométricas e de material deverão ser incluídas de forma implícita (superfícies de plastificação baseadas em curvas de interação) ou explícita.

3.7 Considerações finais

Neste capítulo foram apresentados os tipos de análise estrutural quanto a estabilidade da estrutura e quanto a plasticidade do material. Os tipos de análise estrutural possíveis de serem utilizados no projeto de edifícios de aço foram brevemente apresentados e comentados.

No próximo capítulo serão apresentados os principais conceitos sobre as ligações semi-rígidas nas estruturas de aço e as considerações necessárias para sua inclusão na análise estrutural.

No capítulo 5, o assunto sobre análise estrutural voltará a ser discutido apresentando as recomendações para a realização da análise estrutural segundo as normas brasileira, europeia e americana.

As Ligações semi-rígidas

4.1 Conceitos Gerais

O comportamento global de estruturas metálicas tem grande relação com o comportamento das ligações entre vigas e pilares. Inicialmente, as ligações entre os elementos estruturais metálicos eram feitas utilizando-se rebites e a maior preocupação era em relação à resistência e a execução.

Como mencionado por Prelorenzou (1991), nas estruturas metálicas não há o monolitismo como nas estruturas de concreto e, portanto, as ligações metálicas são a origem de descontinuidades mecânicas e geométricas. Por isso, deve se ter um cuidado especial com elas na análise estrutural.

Durante muitos anos, admitiu-se nas análises estruturais a idealização das ligações considerando-as como rígidas e flexíveis (rotuladas). Essas ligações idealizadas eram aplicadas nos projetos da seguinte maneira:

- a- Ligações rígidas – o ângulo formado entre os elementos estruturais conectados não se altera após o carregamento da estrutura, ocorrendo assim, uma perfeita continuidade rotacional e a transmissão do momento fletor em sua totalidade;
- b- Ligações rotuladas – considera-se que não há continuidade rotacional, ou seja, pode haver rotação relativa entre a viga e o pilar de qualquer ordem e não há qualquer transmissão de momento fletor.

Os estudos realizados mostraram que o comportamento real das ligações era bem diferente do comportamento idealizado, pois, as ligações apresentam um comportamento intermediário aos ideais, com capacidade de transferir momentos, mesmo que pequenos, e também capacidade de giro.

Com base nesses estudos, as normas que buscavam apenas garantir condições de dimensionamentos que pudessem cumprir tais idealizações passaram

a incorporar em seus textos algumas considerações sobre ligações semi-rígidas a partir da década de 70.

A adoção da idealização de uma ligação como perfeitamente rígida leva o projetista a subestimar os deslocamentos e superestimar os esforços na região das ligações. Por outro lado, adotando-se as ligações como perfeitamente flexíveis leva-se ao dimensionamento de vigas mais robustas devido aos momentos fletores no meio do vão serem superestimados.

Sabendo-se que o comportamento das ligações encontra-se entre esses dois casos ideais, ou seja, há uma rotação relativa entre os elementos conectados mesmo nas ligações consideradas rígidas e há a transmissão de algum momento fletor nas ligações consideradas flexíveis, a correta consideração do comportamento semi-rígido das ligações pode levar a análises mais próximas do comportamento real da estrutura resultando em um dimensionamento de estruturas mais econômicas e seguras.

4.2 Comportamento momento-rotação

Como dito no item anterior, para que se possa fazer com que a análise estrutural se aproxime mais de um comportamento real da estrutura é muito importante conhecer o comportamento de uma ligação. Esse comportamento pode ser representado por meio da relação entre momento fletor e rotação relativa dos elementos conectados. A Figura 4.1 ilustra a rotação relativa (θ_r) entre a viga e o pilar devido à aplicação de um momento fletor (M_r).

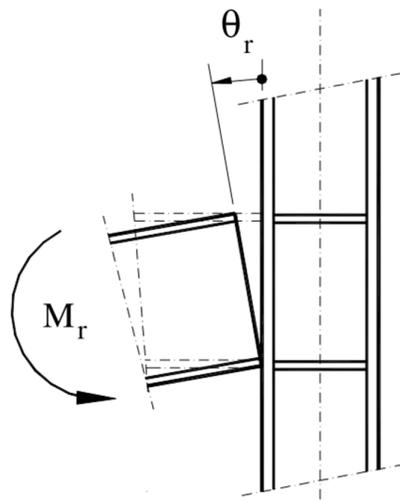


Figura 4.1 – Rotação relativa da ligação viga-pilar

A Figura 4.2 ilustra algumas curvas momento-rotação para os tipos de ligações mais usadas em edifícios. No gráfico apresentado nesta figura, a curva apresentada é função da rotação da ligação, momento total aplicado e momento de plastificação da viga. O comportamento de uma ligação perfeitamente rígida é representado pelo eixo das ordenadas e o comportamento das ligações perfeitamente rotuladas é representado pelo eixo das abscissas. Pode-se observar que todas as curvas das ligações apresentadas estão entre estes dois extremos.

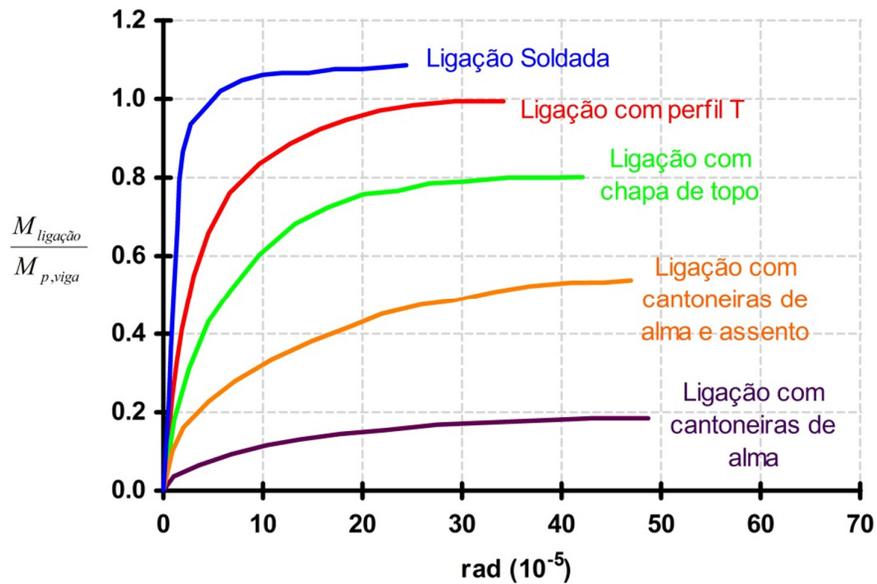


Figura 4.2 – Curvas momento-rotação – Swanson (1999)

Normalmente, as ligações soldadas são classificadas como rígidas, pois são as que possuem maior resistência e pouca capacidade rotacional. Por outro lado, as ligações utilizando cantoneiras de alma são geralmente classificadas como rotuladas, pois possuem elevada capacidade rotacional e pequena capacidade resistente à flexão.

Assim, devido a esse comportamento diferente entre os vários tipos de ligações foram propostas algumas classificações quanto à rigidez e à resistência das ligações. Algumas dessas classificações serão apresentadas em itens mais adiante.

A consideração das ligações na análise estrutural pode ser feita adicionando uma representação matemática do comportamento momento-rotação, como por exemplo, as curvas ilustradas na Figura 4.2, para representar o seu comportamento semi-rígido.

O comportamento das ligações é caracterizado pelas curvas momento-rotação. A partir destas curvas podem-se definir alguns parâmetros descritos a seguir e ilustrados na Figura 4.3.

- M_u - Momento último da ligação;
- ϕ_u - Rotação referente ao momento último da ligação;
- M_{ser} – Momento de serviço da ligação é o momento ao qual a ligação será submetida na estrutura;
- S_{ini} – Rigidez inicial da ligação, inclinação inicial da curva momento-rotação referente a $2/3M_u$;
- S_{sec} – Rigidez secante da ligação, inclinação da curva momento-rotação baseado no momento de serviço da ligação.

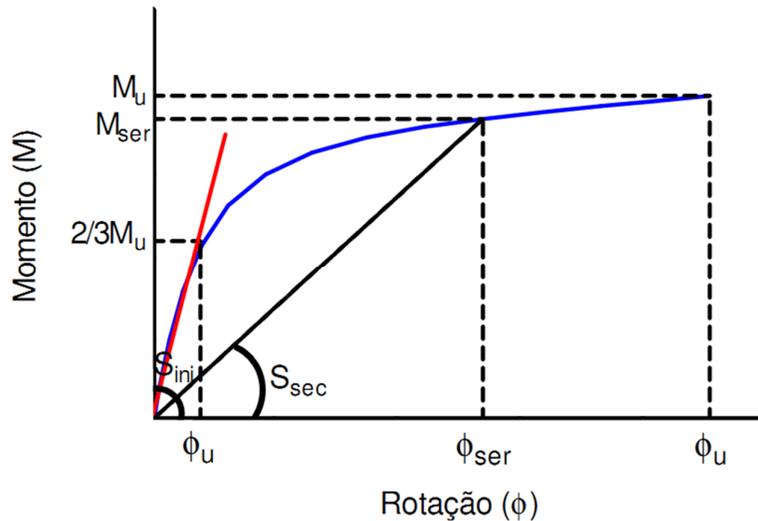


Figura 4.3 – Parâmetros para definição do comportamento momento-rotação

Nos próximos itens serão descritos alguns métodos utilizados para a obtenção da curva de caracterização das ligações.

4.3 Modelos de curvas momento-rotação

As curvas momento-rotação que descrevem o comportamento das ligações e são usadas nas análises estruturais podem ser obtidas por meio de modelos experimentais, analíticos, numéricos ou mecânicos.

Nos próximos itens serão descritos alguns modelos utilizados para a obtenção da curva momento-rotação.

4.3.1 Modelos experimentais

O comportamento das ligações pode ser determinado por meio de ensaios experimentais. Relata-se que o primeiro estudo experimental com o objetivo de avaliar a comportamento de uma ligação foi feito na Universidade de Illinois, por Wilson e Moore (1917), no qual avaliou-se a rigidez de ligações rebitadas e a sua influência no comportamento global da estrutura.

Jones *et al.* (1983) cita que durante a década de 30, diversos pesquisadores estudaram a relação entre o momento e o ângulo relativo nas ligações entre viga-pilar com o objetivo de fornecer dados para o projeto de ligações semi-rígidas. Estes estudos foram realizados analisando o comportamento local da ligação sendo ensaiadas apenas a região da ligação viga e pilar. A Figura 4.4 ilustra alguns estudos experimentais sobre ligações.

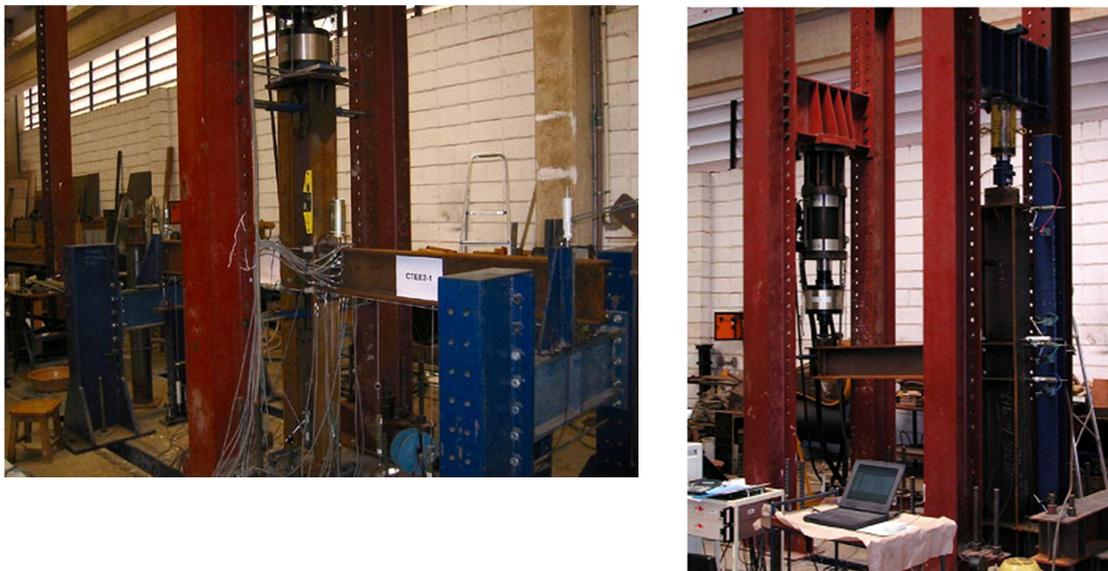


Figura 4.4 – Estudos experimentais de ligações – Maggi (2004) e Figueiredo (2004)

Com o avanço nos estudos do comportamento da ligação surgiu também a necessidade do estudo do comportamento global dos pórticos com as ligações semi-rígidas e formas de modelagem da ligação na análise estrutural.

Os ensaios de ligações no Brasil começaram em Prelorentzou (1991) onde foi feito um estudo sobre o comportamento de ligações com chapa de topo e ligações com cantoneiras de alma discutindo sua classificação quanto à rigidez.

Seguindo os estudos experimentais no Brasil, em Queiroz (1992 e 1995) foi analisado os estados limites aplicáveis a ligações completamente soldadas. Em Ribeiro (1998) foi realizado uma série de ensaios em 28 modelos de ligações sendo 24 modelos com ligações com chapa de topo. Seus resultados foram inseridos no “Steel Connection Data Bank” criado em Kishi (1994) que inclui diversos resultados experimentais com diversos tipos de ligações.

A Tabela 4.1 apresenta um resumo dos principais trabalhos experimentais desenvolvidos ao longo dos anos.

Tabela 4.1 – Resumo dos principais estudos experimentais envolvendo ligações

Trabalho	Objetivo
Wilson & Moore (1917)	Primeiro trabalho desenvolvido com o objetivo de avaliar a rigidez de ligações com rebites e a influência no comportamento global.
1929	Criação de um amplo programa teórico experimental pelo <i>Steel Structures Research Committee of Great Britain</i> , para análise de vários aspectos do comportamento das ligações e das estruturas metálicas.
Batho & Rowan (1934)	Realizou uma série de ensaios de ligações com rebites variando o tipo de ligação. Foram feitos ensaios em ligações usando T-stub, dupla cantoneira, cantoneiras de topo e assento e cantoneiras com T-stub.
Batho & Batheman (1934)	Sugeriu a substituição dos rebites por parafusos de alta resistência.
Young & Jackson (1934)	Realizou ensaios de ligações soldadas com cantoneiras de alma, topo e assento, T-stub e cantoneiras de alma.
Wilson & Thomas (1938)	Realizou um estudo de fadiga em ligações rebitadas e constataram a possibilidade de utilização de parafusos de alta resistência.
1947	Criação do Research Council on Rivets and Bolted Structural Joint (RCRBSJ), entidade destinada ao estudo de ligações parafusadas e rebitadas que contou com o apoio de órgãos governamentais, universidades, instituto de pesquisa e do setor industrial.

Tabela 4.1 (Continuação) – Resumo dos principais estudos experimentais envolvendo ligações

RCRBSJ (1949)	Publicou, com base em outros estudos, a primeira especificação para ligações utilizando parafusos de alta resistência na qual permitia-se a substituição de rebites por parafusos na proporção de um para um.
Ball & Higgins (1959)	Discutiu os procedimentos de instalação e aperto dos parafusos para obter a protensão mínima especificada pelas normas.
Sherbourne (1961)	Foi um dos pioneiros no estudo de ligações com chapa de topo. Realizou ensaios em ligação com chapas soldadas na extremidade da viga e parafusadas na mesa do pilar.
RCRBSJ (1962)	Publicou uma revisão da especificação para ligações estruturais utilizando parafusos ASTM-A325.
Zoetemeijer e deBack (1972)	Foi o primeiro trabalho a apresentar um modelo de dimensionamento para as ligações com perfis T. Os modelos analíticos apresentados foram adotados pelo Eurocode (1993) para o dimensionamento de ligações com chapa de topo.
Nair <i>et al.</i> (1974)	Determinou a influência do efeito alavanca comparando o comportamento de ligações com perfis T em um estudo analítico e experimental.
Jones <i>et al.</i> (1980)	Realizou o levantamento de uma série de resultados experimentais feitos e estudou a influência das ligações semi-rígidas na resistência de colunas.
Goverdhan (1984)	Apresentou a primeira base de dados com resultados experimentais de 230 ensaios realizados nos Estados Unidos entre os anos de 1950 e 1983.
Nethercot (1985a.; 1985b.)	Apresentou a primeira base de dados europeia onde reuniu mais de 700 resultados experimentais feitos em mais de 70 estudos realizados por outros pesquisadores.
Kishi & Chen (1986)	Preparou uma base de dados dando continuidade ao trabalho de Goverdhan (1984) reunindo resultados experimentais feitos entre os anos de 1936 e 1986 por todo o mundo.
Davison (1987)	Realizou uma série de ensaios variando o tipo de ligação viga-pilar. Foram utilizadas ligações com cantoneiras de alma, cantoneira de topo, assento e alma, chapa de topo e chapa de topo estendida. Com os resultados foi criada uma base de dados das curvas momento-rotação das ligações.
Chen & Lui (1988)	Analisou uma série de resultados experimentais realizados na década de 70 de diversos tipos de ligações. Concluiu que as prescrições feitas pelo AISC são recomendadas e adequadas para uso geral.

Tabela 4.1 (Continuação) – Resumo dos principais estudos experimentais envolvendo ligações

Prelorentzou (1991)	Estudou o comportamento de ligações com chapa de topo e ligações com cantoneiras de alma discutindo sua classificação quanto à rigidez.
Queiroz (1992)	Analisou os estados limites últimos aplicáveis às ligações entre perfis I com ligações completamente soldadas e parafusadas com chapa de topo.
Kishi (1994)	Desenvolveu o programa computacional chamado Steel Connection Data Bank (SCDB) onde armazenou diversos resultados de ensaios experimentais reunidos em Kishi & Chen (1986) e formulações matemáticas da curva momento rotação baseada no comportamento das ligações.
Abdalla & Chen (1995)	Adicionou ao SCDB mais 46 resultados experimentais de ligações viga-pilar.
Queiroz (1995)	Desenvolveu um estudo experimental de ligações soldadas e comparou os resultados obtidos com resultados de uma análise elasto-plástica utilizando o método dos elementos finitos.
Ribeiro (1998)	Realizou ensaios em 28 modelos de ligações viga-pilar sendo 24 com chapa de topo. Analisou alguns parâmetros que influenciam no comportamento momento-rotação das ligações.
Popov & Takhirov (2002)	Estudou o comportamento de ligações parafusadas com T-Stub submetidos a carregamentos cíclicos.
Maggi (2004)	Analisou experimentalmente o comportamento de ligações T-Stub utilizada na obtenção da resistência à flexão da chapa de topo. Também, avaliou experimentalmente ligações viga-pilar com chapa de topo discutindo o comportamento localizado dos parafusos e da chapa de topo e a interdependência da resposta estrutural destes componentes.
Figueiredo (2004)	Realizou ensaios experimentais de ligações viga-pilar com chapa de topo estendida em modelos em aço e modelos misto de aço e concreto.
Cabrero & Bayo (2007)	Estudou o comportamento das ligações viga-pilar semi-rígidas com chapa de topo nas direções dos eixos de maior e menor inércia do pilar submetidos a carregamentos proporcionais.
Shi <i>et al.</i> (2007)	Realizou o estudo experimental de 5 protótipos de ligações viga-pilar com chapa de topo para desenvolver um modelo analítico da curva momento-rotação.

Como pode ser visto, a análise experimental vem sendo amplamente utilizada no estudo do comportamento das ligações semi-rígidas pois permite obter de forma precisa e confiável o comportamento real da ligação. Porém o estudo experimental requer alguns recursos para que possa ser realizado, como por exemplo: laboratório com recursos e materiais (equipamentos, mão de obra especializada, etc), materiais com características iguais os utilizados nas construções, tempo e recurso financeiro.

No Brasil, devido a todos estes recursos necessários para a realização da análise experimental este método fica restrito, na maioria das vezes, aos estudos de pesquisas da área acadêmica.

4.3.2 Modelos analíticos

A curva do comportamento momento-rotação de uma ligação obtida nos processos analíticos é definida com base nas expressões matemáticas adotadas e pode ser dividida em alguns grupos dependendo do refinamento desejado. Estes grupos de comportamento podem ser formados por trechos lineares, polinomiais, potenciais e exponenciais.

A seguir serão descritos alguns dos modelos mais utilizados.

4.3.2.1 Trechos lineares

Os modelos lineares são os modelos mais simples e antigos de se representar o comportamento de uma ligação. Este modelo utiliza apenas a rigidez inicial da ligação (S_{ini}) e a expressão que descreve o comportamento momento-rotação é dado por:

$$M_r = S_{ini} \cdot \theta_R \quad (4.1)$$

Onde: M_r é o momento na ligação;

θ_R é a rotação da ligação.

O modelo linear (Batho (1931); Arbabi (1982); Kawashima e Fujimoto (1984)) é de fácil utilização, pois, a rigidez inicial da ligação é fácil de ser obtida nas análises experimentais. Porém, este modelo não é tão preciso no campo de grandes deslocamentos e por esse motivo deve apenas ser usado em análises elásticas linear onde os deslocamentos não são grandes.

Os modelos bilineares apareceram visando aproximar o modelo linear à curva momento-rotação das ligações. Estes modelos possuem um segundo trecho de inclinação menos acentuada a partir de certo valor de momento de transição (M_t), afim de acompanhar a curva experimental. Porém, este modelo não é capaz de considerar mudanças contínuas de rigidez na curva.

A curva momento-rotação pode, ainda, ser aproximada por segmentos de retas como nos modelos trilineares utilizados em Moncarz e Gerstle (1981), Vinnakota (1982), Gerstle (1988).

A Figura 4.5 ilustra a aproximação de uma curva momento-rotação por meio de segmentos de reta.

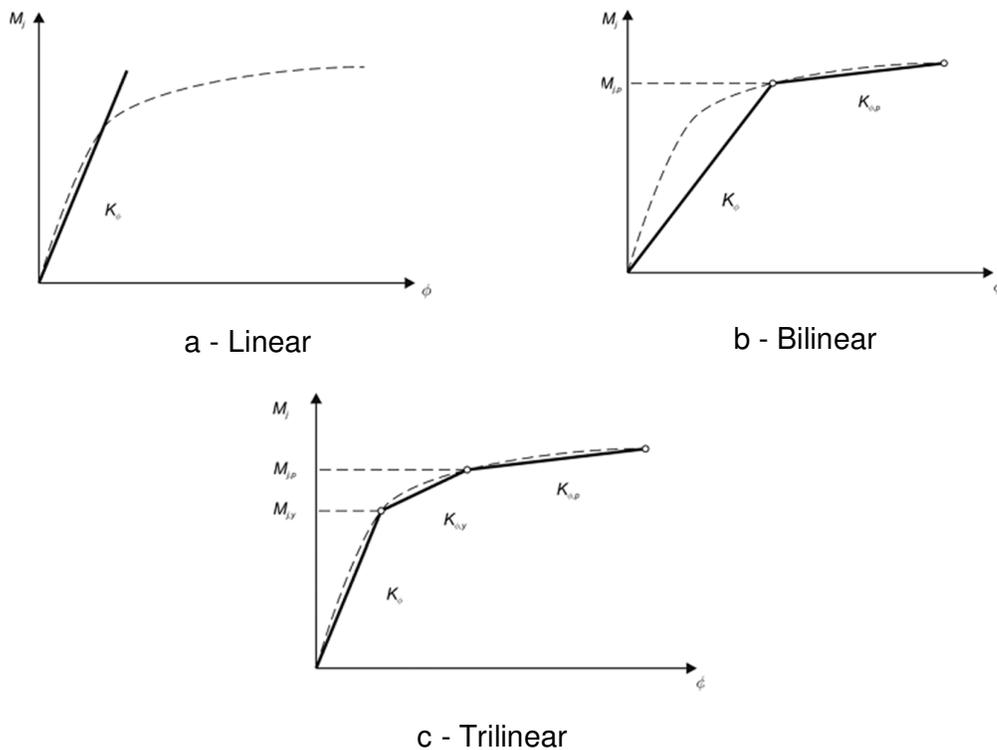


Figura 4.5 – Diagrama momento-rotação aproximado por segmentos de retas

4.3.2.2 Polinomial

Segundo Jones *et al.* (1983), o método polinomial foi desenvolvido por Sommer em 1967 para padronizar as curvas momento-rotação em função de uma série polinomial adimensional para ligações com chapa de topo. A forma da função polinomial é:

$$\phi = f(KM) \quad (4.2)$$

Onde:

K é um parâmetro onde se leva em consideração as dimensões da ligação podendo assim ser aplicado para qualquer ligação do mesmo tipo.

Esta expressão foi, posteriormente, expandida para outros tipos de ligações por Frye e Morris (1975). A curva é aproximada pela expressão:

$$\phi = C_1(KM) + C_2(KM)^3 + C_3(KM)^5 \quad (4.3)$$

Onde: C_1 , C_2 e C_3 são constantes obtidas por técnicas de ajuste de curva;

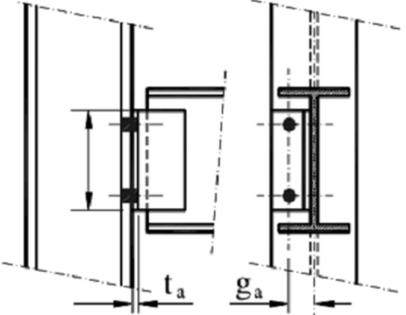
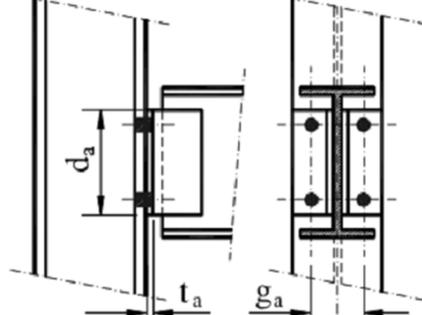
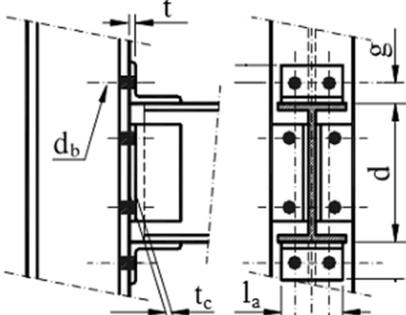
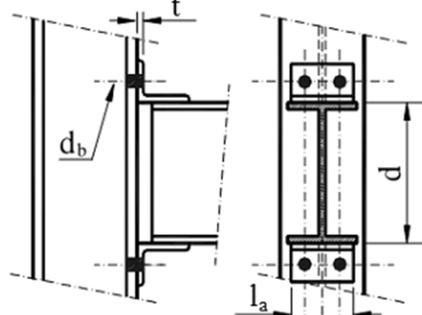
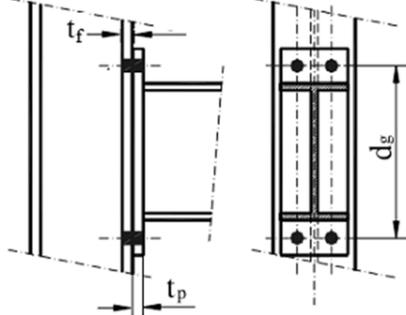
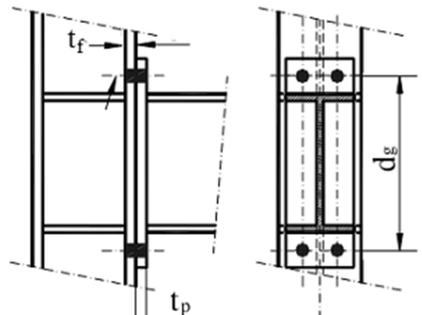
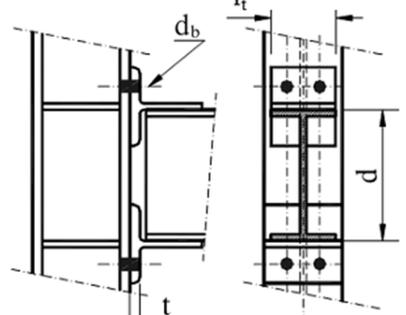
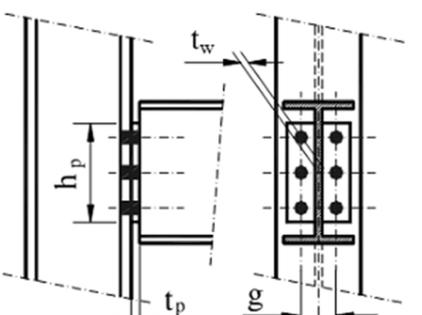
Os valores de K foram definidos na unidade inglesa (dimensões em polegadas [in] e momento em kilo-libra polegada [kip.in]).

A Tabela 4.2 fornece os coeficientes da função polinomial de Frye e Morris para diferentes tipos de ligações. Os termos do parâmetro de padronização K são definidos na Tabela 4.3.

Tabela 4.2 – Coeficientes da função polinomial de Frye e Morris

Nº	Tipo	C_1	C_2	C_3	Parâmetros de Padronização
1	1L na alma	$4,28 \cdot 10^{-3}$	$4,45 \cdot 10^{-9}$	$1,51 \cdot 10^{-16}$	$k = d_a^{-2,4} \cdot t_a^{-1,84} \cdot g^{0,15}$
2	2 Ls na alma	$3,66 \cdot 10^{-4}$	$1,15 \cdot 10^{-6}$	$4,57 \cdot 10^{-8}$	$k = d_a^{-2,4} \cdot t_a^{-1,84} \cdot g^{0,15}$
3	Ls de topo e assento e 2 Ls na alma	$2,23 \cdot 10^{-5}$	$1,85 \cdot 10^{-8}$	$3,19 \cdot 10^{-12}$	$k = d_a^{-1,287} \cdot t^{-1,128} \cdot t_c^{-0,415} \cdot l_a^{-0,694} \cdot g^{1,35}$
4	Ls de topo e assento	$8,46 \cdot 10^{-4}$	$1,01 \cdot 10^{-4}$	$1,24 \cdot 10^{-8}$	$k = d^{-1,5} \cdot t^{-0,5} \cdot l_a^{-0,78} \cdot d_b^{-1,1}$
5	Chapa de topo estendida sem enrij.	$1,83 \cdot 10^{-3}$	$-1,04 \cdot 10^{-4}$	$6,38 \cdot 10^{-6}$	$k = d_g^{-2,4} \cdot t_p^{-0,4} \cdot t_f^{-1,5}$
6	Chapa de topo estendida com enrij.	$1,79 \cdot 10^{-3}$	$-1,76 \cdot 10^{-4}$	$2,04 \cdot 10^{-4}$	$k = d_g^{-2,4} \cdot t_p^{-0,4}$
7	T-stub	$1,79 \cdot 10^{-4}$	$-6,2 \cdot 10^{-6}$	$7,6 \cdot 10^{-9}$	$k = d^{-1,5} \cdot t^{-0,5} \cdot l_t^{0,7} \cdot d_b^{-1,1}$
8	Chapa de topo soldada a alma da viga	$5,1 \cdot 10^{-5}$	$-6,2 \cdot 10^{-10}$	$2,1 \cdot 10^{-13}$	$k = t_p^{-1,6} \cdot g^{-1,6} \cdot d_p^{-2,3} \cdot t_w^{-0,5}$

Tabela 4.3 – Parâmetros utilizados para o cálculo dos coeficientes do polinômio de Frye e Morris

 <p>Uma cantoneira de alma</p>	 <p>Duas cantoneiras de alma</p>
 <p>Cantoneira de topo e assento e 2 cantoneiras de alma</p>	 <p>Cantoneira de topo e assento</p>
 <p>Chapa de topo estendida sem enrijecedor</p>	 <p>Chapa de topo estendida com enrijecedor</p>
 <p>T-Stub</p>	 <p>Chapa de topo soldada a alma da viga</p>

Este modelo representa a curva M- θ razoavelmente bem até certo limite de carregamento. Vários autores citam como principal problema deste método a obtenção da primeira derivada da função menor do que zero para certos valores de momento. Isso significa uma rigidez tangente de conexão negativa o que é fisicamente impossível.

4.3.2.3 B-Spline cúbico

Este modelo proposto por Jones *et al.* (1980) requer a subdivisão da curva experimental em pequenos intervalos, onde a curva é ajustada por uma função do terceiro grau para que a primeira e a segunda derivada mantenham a continuidade. Assim, evita-se o problema da rigidez negativa e melhora-se a reprodução da curva.

Apesar deste método garantir resultados próximos aos experimentais, é necessário um grande número de dados particulares de cada ensaio experimental tornando o seu uso muito específico.

4.3.2.4 Modelo de quatro parâmetros

O modelo potencial de quatro parâmetros proposto por Richard-Abbot (1975) descreve a curva momento-rotação a partir da função:

$$M = \frac{(S_i - S_p) \cdot |\theta_R|}{\left[1 + \left| \frac{(S_i - S_p) \theta_R}{M_0} \right|^n \right]^{\frac{1}{n}}} + S_p \cdot \theta_R \quad (4.4)$$

Onde: S_i é a rigidez inicial da ligação;

S_p é a rigidez devido ao encruamento da ligação da ligação quando a rotação relativa θ_R tende ao infinito;

M_0 é o momento de referencia;

n é o parâmetro que define a forma da curva.

Este modelo apresenta uma boa representação do comportamento das ligações semi-rígidas e pode ser aplicado para qualquer tipo de ligação bastando apenas definir experimentalmente ou numericamente os parâmetros necessários.

Kishi *et al.* (2004) realizou um estudo com este modelo em ligações com chapas de topo. O estudo feito a partir de resultados experimentais levantados em 168 modelos mostrou uma boa representatividade do modelo exponencial para ligações deste tipo.

4.3.2.5 Modelo de três parâmetros

O modelo de três parâmetros foi proposto por Chen e Kishi (1989) para representar o comportamento das ligações e teve como base o modelo de quatro parâmetros de Richard-Abbot (1975). Os três parâmetros utilizados são:

- Rigidez inicial (S_i);
- Momento último na ligação (M_u);
- Fator de forma (n).

Neste processo, a rigidez inicial e o momento último na ligação são determinados por um modelo analítico simples. O modelo de Richard e Abbott (1975) é utilizado com estes parâmetros e obtém-se a função que determina o comportamento da curva dado por:

$$M = \frac{S_i \cdot \theta_R}{\left[1 + \left(\frac{\theta_R}{\theta_0}\right)^n\right]} \quad (4.5)$$

Onde: θ_R é a rotação relativa;

S_i é a rigidez inicial da ligação;

θ_0 é a rotação plástica de referência e igual a M_u/S_i ;

M_u é o momento último da ligação;

n é o fator de forma.

O parâmetro n pode ser determinado pelo método dos mínimos quadrados para as diferenças provenientes dos momentos calculados e dos dados de ensaios experimentais.

Neste modelo, despreza-se a rigidez devido ao encruamento da ligação considerando-se o termo S_p , da equação de Richar e Abbott (1975), igual a zero.

Segundo Chen e Toma (1994), este método é recomendado para a realização de análises não linear de forma rápida e precisa, pois a rigidez tangente e a rotação da ligação podem ser obtidas derivando-se a equação 4.5, sem a necessidade de processos interativos adicionais.

A rigidez tangente (S_k) é dada por:

$$S_k = \frac{S_i}{\left[1 + \left(\frac{\theta_R}{\theta_0}\right)^n\right]^{\frac{n+1}{n}}} \quad (4.6)$$

A rotação θ_R é dada por:

$$\theta_R = \frac{M}{S_i \left[1 - \left(\frac{M}{M_u}\right)^{\frac{1}{n}}\right]} \quad (4.7)$$

A Figura 4.6 ilustra as curvas momento rotação variando-se os valores de n .

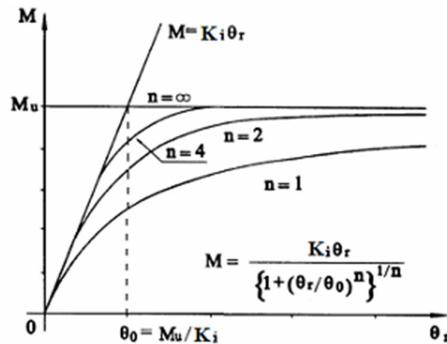


Figura 4.6 – Comportamento momento-rotação para o modelo dos três parâmetros de Chen e Kishi (1989)

4.3.2.6 Modelo de Colson (1991)

O modelo desenvolvido em Colson (1991) define o comportamento momento rotação a partir da seguinte expressão:

$$\theta_R = \frac{M}{S_i \left[1 - \left(\frac{M}{M_u}\right)^a\right]} \quad (4.8)$$

Onde: S_i é a rigidez inicial da ligação;

M_u o momento último da ligação;

a é o parâmetro de ajustamento da curvatura momento-rotação. O autor definiu o parâmetro a por meio de estudos experimentais. Este parâmetro pode assumir os seguintes valores:

- $a = 1,5$ para ligações completamente soldadas onde as imperfeições são produzidas pelas tensões residuais de soldagem;

- $a = 2,5$ ou $3,0$ para ligações parafusadas sem o controle de fabricação;
- $a = 4,0$ ou $5,0$ para ligações parafusadas com o controle de fabricação.

4.3.3 Modelos mecânicos

4.3.3.1 Método das componentes

O método das componentes representa as ligações usando uma combinação de componentes rígidos e deformáveis axialmente. Neste método, divide-se a ligação em componentes distribuídos em regiões sujeitas aos esforços de tração, compressão e cisalhamento.

Este método pode ser classificado como um modelo mecânico e analítico, pois, determina valores de rigidez e momento resistente de uma ligação do comportamento mecânico e propriedades geométricas de cada componente que forma uma ligação.

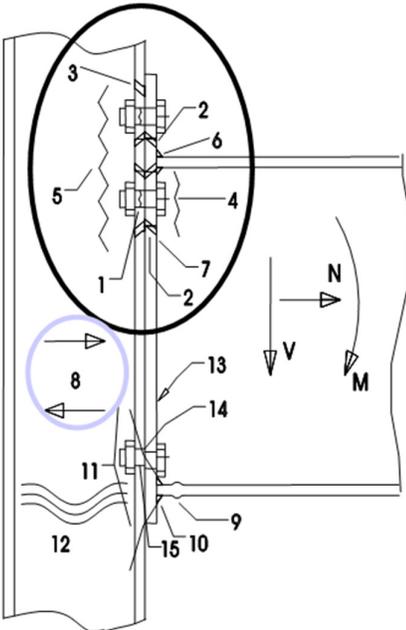
O comportamento dos componentes deformáveis é representado por meio de molas, lineares ou não lineares, cujos valores de resistência e rigidez são obtidos por relações empíricas. Cada uma dessas molas representa uma parte específica da ligação associada a um tipo de carregamento.

Para a obtenção da curva momento-rotação da ligação deve-se realizar os seguintes passos:

- Determinação das componentes relevantes da ligação analisada;
- Obtenção da curva força-deslocamento para cada uma das componentes;
- Associação das componentes em série e em paralelo para a obtenção da curva momento-rotação da ligação.

A Tabela 4.4 descreve para as regiões de tração, compressão e cisalhamento as componentes ativas de uma ligação com chapa de topo estendida exemplificando o primeiro item descrito anteriormente.

Tabela 4.4 – Resumo de alguns estudos numéricos de ligações utilizando o método dos elementos finitos

	Zona	Nº	Componente
	Tração	1	Parafuso tracionado
		2	Flexão da chapa de topo
		3	Flexão da mesa do pilar
		4	Tração na alma da viga
		5	Tração na alma do pilar
		6	Solda da mesa na chapa de topo
		7	Solda da alma na chapa de topo
	Cisalhamento horizontal	8	Cisalhamento na alma do pilar
	Compressão	9	Compressão da mesa da viga
		10	Solda da mesa da viga
		11	Esmagamento do pilar
		12	Compressão da alma do pilar
	Cisalhamento vertical	13	Solda da alma na chapa de topo
		14	Corte do parafuso
		15	Esmagamento (parafuso, chapa ou mesa)

Estas componentes são avaliadas por linha de parafusos individualmente sem a contribuição das demais linhas de parafusos. Algumas componentes são avaliadas, também, considerando a interação com as outras linhas de parafusos como, por exemplo, flexão da mesa do pilar, flexão da chapa de topo e tração da mesa da viga.

O momento resistente de uma ligação é obtido com base nos seguintes critérios:

- Equilíbrio dos esforços internos com as forças aplicadas na ligação;
- A resistência de cada componente não é excedida;
- A capacidade de deformação de cada componente não é excedida;

Já a rigidez inicial de uma ligação resulta da combinação da rigidez axial das diversas componentes.

Este método e os procedimentos de cálculos foram bastante discutidos e explicados em Maggi (2000), Romano (2001), Silva (2002), Avakian (2007), entre outros.

A Figura 4.7 ilustra o esquema do modelo mecânico formado por molas que representam as componentes ativas na resistência a flexão e na rigidez de uma ligação com chapa de topo.

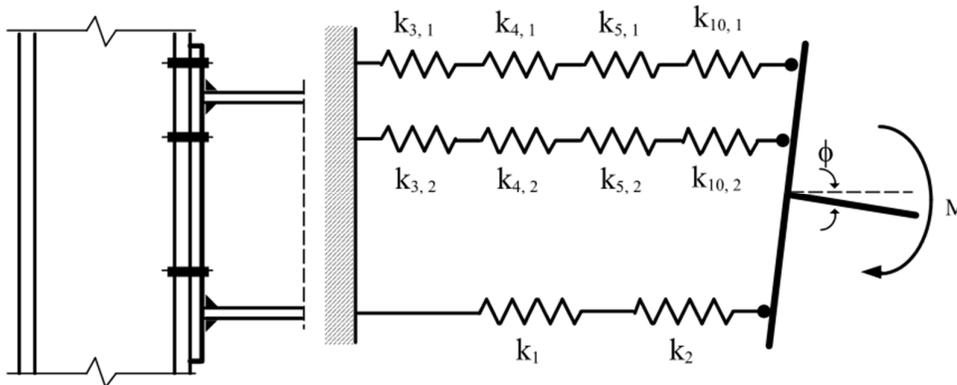


Figura 4.7 – Modelo mecânico de ligação viga-pilar com chapa de topo.

4.3.4 Modelos numéricos

A modelagem numérica via Método dos Elementos Finitos (MEF) mostrou-se, ao longo dos anos, uma ferramenta bastante apropriada para determinar o comportamento de uma ligação.

Alguns dos motivos que contribuíram para o início do estudo de ligações via modelagem numérica foram: a tentativa de se superar a falta de resultados experimentais, aprimorar o estudo de efeitos locais que são difíceis de serem medidos nos ensaios experimentais, realizar uma análise paramétrica extensiva, entre outros.

Segundo Diaz *et al.* (2011), o primeiro estudo de ligações via MEF foi feito em Bose *et al.* (1972) no qual foi estudado ligações soldadas viga-pilar. Os resultados obtidos foram favoráveis quando comparados aos resultados experimentais. Desde então, inúmeros estudos numéricos de ligações vem sendo desenvolvidos.

Com o avanço dos computadores, os estudos feitos via MEF foram sendo aprimorados e os modelos desenvolvidos buscaram, cada vez mais, um comportamento próximo do real. Deste modo, pesquisadores começaram a realizar

estudos envolvendo modelos tridimensionais com elementos do tipo sólido e de casca, incluíram a não linearidade geométrica e do material, elementos de contato, protensão de parafusos, grandes deformações, entre outras sofisticações.

A Figura 4.8 ilustra a malha de um modelo de ligação isolada com chapa de topo para a análise via método dos elementos finitos.

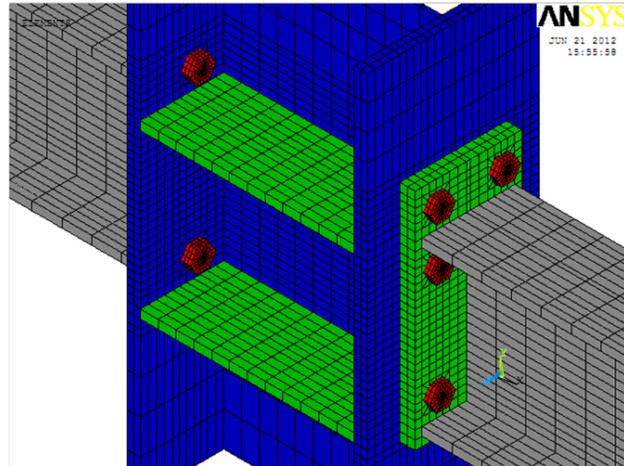


Figura 4.8 – Exemplo da discretização de uma malha de um modelo de ligação com chapa de topo.

A Tabela 4.5 apresenta um pequeno resumo de alguns trabalhos desenvolvidos ao longo dos anos utilizando a modelagem numérica.

Tabela 4.5 – Resumo de alguns estudos numéricos de ligações utilizando o método dos elementos finitos

Trabalho	Objetivo
Bose <i>et al.</i> (1972)	Realizou o primeiro trabalho numérico via MEF onde estudou ligações soldadas.
Krishnamurth & Graddy (1976)	Fez o primeiro estudo de ligação utilizando modelo tridimensional. Devido às limitações computacionais da época, o modelo foi usado apenas para desenvolver um fator de correlação entre os modelos bidimensionais e tridimensionais.
Kukreti <i>et al.</i> (1989)	Desenvolveu um modelo híbrido utilizando elementos 2D e 3D para o estudo de ligação com perfil T.
Chasten <i>et al.</i> (1992)	Estudou modelos de chapa de topo sem enrijecedores no pilar usando elementos planos e do tipo shell.
Bahaari & Sherbourne (1994 e 1996)	Apresentou o estudo de uma ligação considerando o contato entre chapas utilizando elementos de interface 3D.

Tabela 4.5 – Resumo de alguns estudos numéricos de ligações utilizando o método dos elementos finitos

Bursi e Jaspart (1997 e 1998)	Modelou ligações do tipo T-stub e com chapa de topo analisando a discretização, tipo de elementos, aspectos relativos a formulação utilizada para o encruamento do material e simplificações que podem ser adotadas.
Ribeiro (1998)	Realizou análise numérica para a comparação com os resultados experimentais de modelos de ligação com chapa de topo. Seu estudo numérico utilizando modelos tridimensionais com este tipo de ligação foi pioneiro no Brasil.
Maggi (2000)	Com base no trabalho de Ribeiro (1998) desenvolveu modelos tridimensionais em elementos finitos com resultados mais representativos.
Maggi (2004)	Realizou um estudo paramétrico do comportamento de ligações com chapa de topo utilizando modelos tridimensionais. Utilizou diagrama multi-linear para a consideração da relação tensão-deformação do aço podendo assim simular os limites de tensão ou deformação para caracterizar o colapso.
Pirmoz <i>et al.</i> (2008)	Estudou o comportamento de ligações com cantoneiras de topo e assento submetidos a esforço cortante e momentos fletores combinadamente.
Freitas (2009)	Apresentou um estudo sobre ligações entre perfis do tipo I e colunas de seção circular.

Pode-se observar um grande avanço na análise de ligações via MEF com modelos cada vez mais sofisticados e comportamento próximo do real confirmando assim a grande importância do estudo numérico.

4.4 Classificação das ligações

Ao realizar a análise estrutural deve-se inicialmente definir o tipo de modelo de ligação. Para estados limites de serviço, os principais parâmetros da ligação a serem considerados são quanto às deformações e à rigidez inicial. Já para o estado limite último os principais parâmetros estão relacionados à resistência da ligação, capacidade rotacional e ductilidade.

Existem diversos tipos de classificação das ligações que foram desenvolvidos com o objetivo dividir as ligações em categorias que possam representa-las de maneira realística e prática.

A seguir serão descritos algumas classificações propostas por Bjorhovde *et al.* (1990), Nethercot *et al.* (1998), NBR 8800:2008, Eurocode 3 Part 1.8: 2010 e ANSI/AISC 360-10:2010.

4.4.1 Classificação de Bjorhovde *et al.* (1990)

O sistema de classificação proposto em Bjorhovde *et al.* (1990) divide as ligações em três grupos: rígidas, semi-rígidas e flexíveis. Este sistema proposto é baseado nos diagramas de momento-rotação bilineares, porém, é apresentado adimensionalmente.

Os termos utilizados para a classificação da ligação comparam a rigidez da ligação com a rigidez da viga utilizando um comprimento de referência igual a cinco vezes a altura da viga. Os termos adimensionais usados são:

$$\bar{m} = \frac{M}{M_p} \qquad \bar{\theta} = \frac{\theta}{\theta_p} \qquad (4.9)$$

Onde: M_p é o momento plástico da viga;

$$\theta_p = \frac{M_p}{EI/5d};$$

E é o módulo de elasticidade da viga;

I o momento de inércia;

d a altura da viga.

A Figura 4.9 ilustra os limites de classificação usados por Bjorhovd *et al.* (1990) no diagrama momento-rotação. Observando esta figura pode-se resumir, na Tabela 4.6, as regiões de classificação das ligações segundo Bjorhovde *et al.* (1990).

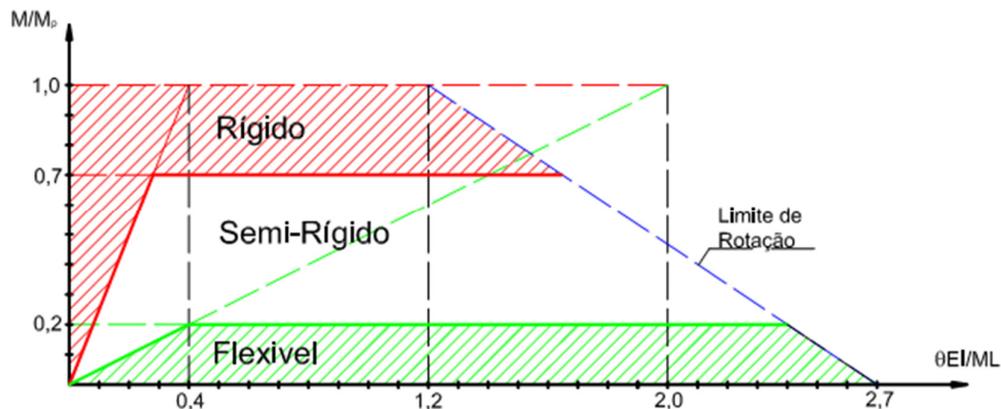


Figura 4.9 – Limites de classificação de Bjorhovde *et al.* (1990).

Tabela 4.6 – Limites de classificação das ligações segundo Bjorhovde *et al.* (1990)

Tipo de Ligação	Em termos de resistência	Em termos de rigidez
Flexível	$\bar{m} \leq 0,2$	$\bar{m} \leq 0,5\bar{\theta}$
Semi-rígida	$0,2 < \bar{m} < 0,7$	$0,5 < \bar{m} < 2,5\bar{\theta}$
Rígida	$\bar{m} \geq 0,7$	$\bar{m} \geq 2,5\bar{\theta}$

Ainda na Figura 4.9, pode-se observar uma reta, obtida a partir de resultados experimentais, que define a capacidade rotacional das ligações dado pela equação:

$$\bar{m} = \frac{2,5 - 2.\bar{\theta}}{3} \quad (4.10)$$

4.4.2 Classificação de Nethercot *et al.* (1998)

O sistema de classificação apresentado por Nethercot *et al.* (1998) leva em consideração a resistência e a rigidez das ligações simultaneamente. Assim novos termos foram propostos para definir a classificação das ligações. São eles:

- Ligações completamente conectadas: São as ligações com elevada rigidez e resistência que transmitem momento fletor um pouco menor do que o obtido quando considerado um pórtico rígido.
- Ligações rotuladas: São as ligações que possuem baixa rigidez ou resistência e não transmitem momento significativo.
- Ligações parcialmente conectadas: São as ligações que não satisfazem a exigência para serem consideradas como completamente conectadas e nem como rotuladas, mas possuem uma capacidade rotacional adequada;
- Ligações não estruturais: São as ligações que não satisfazem as exigências nos quesitos resistência e rigidez de nenhuma das três classificações anteriores. Seu dimensionamento deve ser evitado, pois pode ocorrer a falha prematura da ligação antes de atingir as condições de projeto.

Para a classificação no estado limite último foi admitido uma variação de 5% entre os momentos na ligação completamente conectada e uma ligação perfeitamente rígida.

Já na classificação das ligações no estado limite de serviço, foi admitida uma variação de 10% entre as flechas da viga considerada completamente conectadas e perfeitamente rígidas, assim como entre as flechas das vigas com ligação classificadas como rotuladas e as ligações perfeitamente rotuladas.

As ligações são classificadas segundo os seguintes critérios:

No estado limite último, as ligações são classificadas como completamente conectadas se:

- o momento resistente da ligação for maior ou igual ao momento resistente da viga conectada;
- a rigidez da ligação não deve ser menor que:

$$S_j = \frac{38 \cdot \alpha \cdot E \cdot I_b}{(2 + \alpha) \cdot L_b} \quad (4.11)$$

As ligações rotuladas devem atender as seguintes exigências:

- o momento resistente é menor que 25% do momento obtido considerando um pórtico rígido;
- a rigidez da ligação é menor que:

$$S_j = \frac{0,67 \cdot \alpha \cdot E \cdot I_b}{(2 + \alpha) \cdot L_b} \quad (4.12)$$

- devem possuir uma capacidade rotacional mínima igual a:

$$\theta_r = \left[0,344 + 0,561 \cdot \left(\frac{M_d - M_y}{M_p - M_y} \right)^2 \right] \cdot \frac{M_d \cdot L}{E \cdot I} \quad (4.13)$$

As ligações parcialmente conectadas são todas as ligações que não satisfazem os critérios necessários para serem classificadas como completamente conectadas ou rotuladas. Além disso, deve satisfazer a seguinte condição:

- deve possuir uma capacidade rotacional mínima igual a:

$$\theta_r = \left[0,344 - 0,212 \cdot \left(\frac{M_c}{M_d} \right) + 0,561 \cdot \left(\frac{M_d - M_y}{M_p - M_y} \right)^2 \cdot \frac{1}{\sqrt{1 + M_c/M_d}} \right] \cdot \frac{M_d \cdot L}{E \cdot I} \quad (4.14)$$

Onde:

S_j é a rigidez da ligação;

E é o módulo de elasticidade;

I_b é o momento de inércia da viga;

L é o vão da viga;

α é a relação rotacional entre o pilar e a viga expresso por $\left(\frac{K_c}{E.I/L}\right)$;

K_c é a soma da rigidez rotacional de todos elementos conectados a ligação exceto a viga considerada;

M_d é o momento de cálculo;

M_p é o momento de plastificação da viga;

M_y é o momento de início de escoamento viga;

M_c é o momento resistente de cálculo da ligação.

A Figura 4.10 ilustra os limites de classificação proposto por Nethercot *et al.* (1998) para o estado limite último.

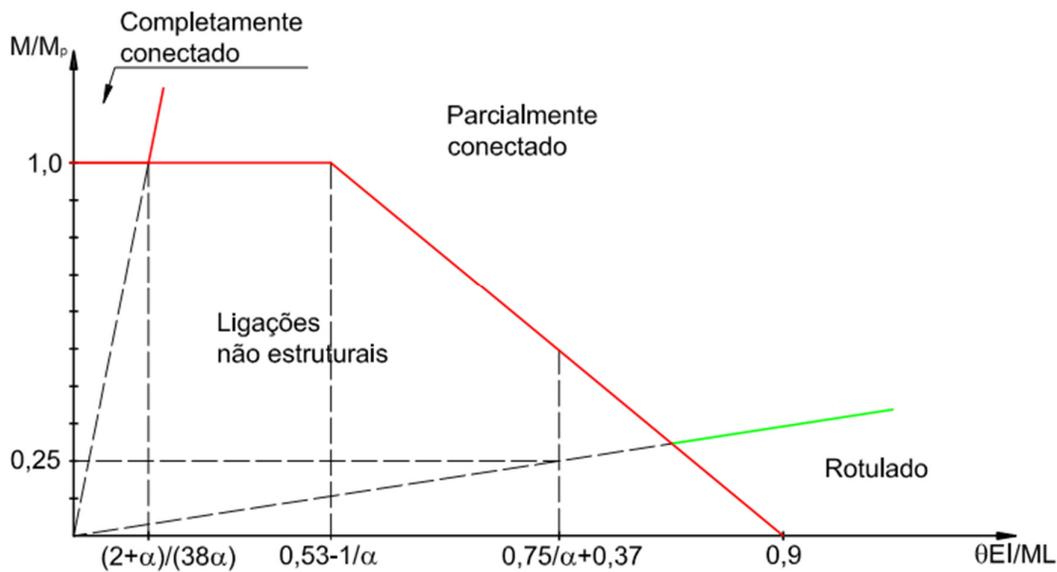


Figura 4.10 – Limites de classificação de Nethercot *et al.* (1998) para ao estado limite último.

No estado limite de serviço as ligações completamente conectadas devem apresentar deflexão similar às obtidas nas análises com ligações perfeitamente rígidas. Devem ainda, apresentar rigidez maior ou igual a:

$$S_j = \frac{70 \cdot \alpha^2 - 20 \cdot \alpha}{20 + 12 \cdot \alpha + \alpha^2} \cdot \frac{EI}{L} \quad (4.15)$$

As ligações rotuladas no estado limite de serviço apresentam uma rigidez tão pequena que a deflexão da viga é quase tão grande quanto a de vigas simplesmente apoiadas. Para ser classificada como rotulada a ligação deve apresentar rigidez menor do que:

$$S_j = \frac{2 \cdot \alpha}{7 \cdot \alpha - 2} \cdot \frac{EI}{L} \quad (4.16)$$

Caso a ligação não apresente as condições necessárias para ser classificada como completamente conectada ou rotulada ela deve ser classificada como parcialmente conectada.

A figura 4.11 ilustra os limites de classificação de Nethercot et al. (1998) para o estado limite de serviço.

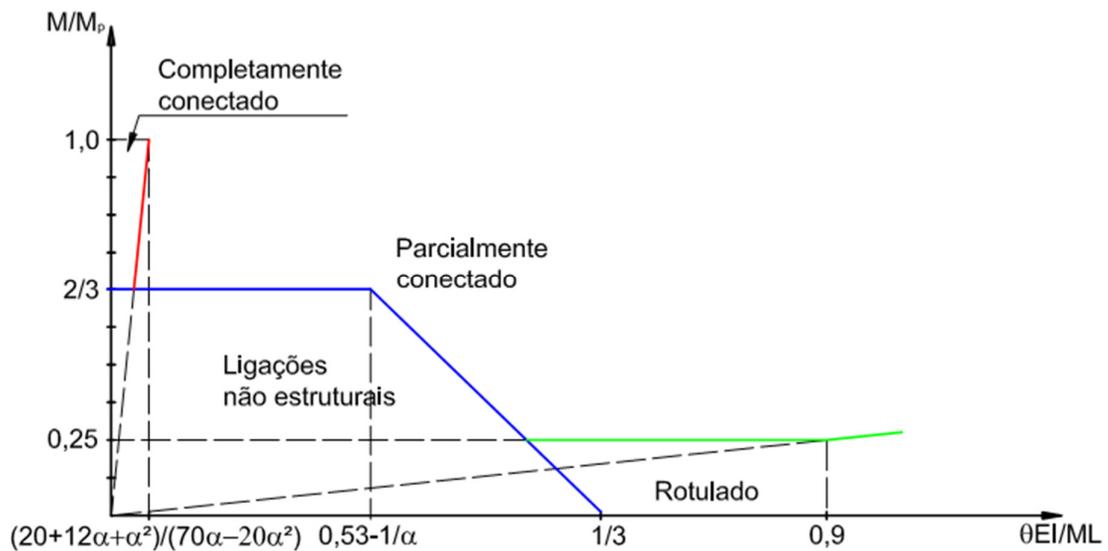


Figura 4.11 – Limites de classificação de Nethercot *et al.* (1998) para ao estado limite de serviço

4.4.3 Classificação da NBR 8800:2008

A NBR 8800:2008 classifica as ligações segundo a rigidez, em uma análise elástica, como:

Rotulada: Se

$$S_{j,ini} \leq \frac{0,5 \cdot E \cdot I_b}{L_b} \quad (4.17)$$

Rígida: Se

$$S_{j,ini} \geq \frac{25 \cdot E \cdot I_b}{L_b} \quad (4.18)$$

Adicionalmente deve ser satisfeita a seguinte condição:

$K_b/K_c \geq 0,1$ em todos os andares, se $K_b/K_c < 0,1$ a ligação é considerada semi-rígida.

Onde: $S_{j,ini}$ é a rigidez da ligação correspondente a 2/3 do momento resistente de cálculo da ligação, denominada rigidez inicial. $S_{j,ini}$ pode ser determinada segundo Eurocode 3 Part1-8: 2010 ou a partir de resultados experimentais.

K_b é o valor médio de I_b/L_b para todas as vigas do andar;

K_c é o valor médio I_c/L_c para todos os pilares do andar;

I_b é o momento de inércia da viga;

I_c é o momento de inércia do pilar;

L_b é o vão da viga, valor entre os centros dos pilares;

L_c é a altura do pilar do andar.

Para uma análise elástica, a norma brasileira permite a consideração da ligação como semi-rígida com a rigidez inicial, $S_{j,ini}$, constante durante todo o carregamento.

4.4.4 Classificação do Eurocode 3 - Parte 1.8: 2010

O Eurocode 3:2010 classifica as ligações segundo um critério de rigidez e resistência que serão apresentados a seguir.

As ligações podem ser classificadas comparando sua capacidade de rigidez rotacional como:

Rígidas: São ligações que apresentam rigidez rotacional suficiente para justificar a análise baseada na completa continuidade geométrica entre os elementos, ou seja, perfeitamente engastada.

Flexíveis: São ligações capazes de transferir esforços internos sem desenvolver momentos significativos nos membros das ligações. Também deve ser capaz de absorver rotações provenientes de carregamentos definidas no projeto.

Semi-rígidas: São ligações que não se enquadram como rígidas ou flexíveis. Apresentam um grau de interação entre os elementos conectados baseado na curva característica momento-rotação das ligações e são capazes de transmitir esforços internos e momentos fletores.

A Figura 4.12 ilustra os limites de classificação de rigidez das ligações dada pela norma europeia.

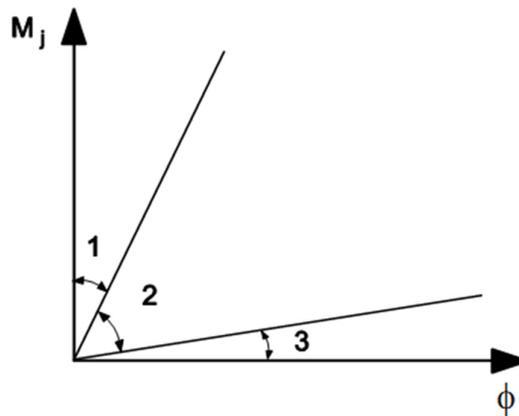


Figura 4.12 – Limites de classificação segundo o Eurocode 3:2005.

- Zona 1: Ligações rígidas se:

$$S_{j,ini} \geq \frac{k_b \cdot E \cdot I_b}{L_b} \quad (4.19)$$

onde:

$k_b = 8$ para pórticos em que o sistema de contraventamento reduz o deslocamento horizontal em até 80%;

$k_b = 25$ nos demais casos, em que $K_b/K_c \geq 0,1$ em todos os andares se $K_b/K_c < 0,1$ a ligação é considerada semi-rígida.

- Zona 2: Todas as ligações que se encontram na zona 2 devem ser classificadas como semi-rígidas.

$$\frac{0,5 \cdot E \cdot I_b}{L_b} < S_{j,ini} < \frac{k_b \cdot E \cdot I_b}{L_b} \quad (4.20)$$

- Zona 3: Ligações flexíveis se:

$$S_{j,ini} \leq \frac{0,5 \cdot E \cdot I_b}{L_b} \quad (4.21)$$

Onde: K_b é o valor médio de I_b/L_b para todas as vigas do andar;

K_c é o valor médio I_c/L_c para todas os pilares do andar;

I_b é o momento de inércia da viga;

I_c é o momento de inércia do pilar;

L_b é o vão da viga, valor entre os centros dos pilares;

L_c é a altura do pilar do andar.

A classificação das ligações quanto à resistência divide-se em: completamente resistente, parcialmente resistente e flexíveis. Para fazer esta classificação, compara-se o momento resistente de cálculo da ligação com o momento resistente de cálculo dos elementos conectados.

Resistência total: O momento resistente de cálculo para estas ligações deve ser maior ou igual ao momento resistente plástico de cálculo dos elementos conectados. Devem-se respeitar, também, os seguintes critérios:

- Para ligações viga pilar onde não há continuidade do pilar, o momento resistente de cálculo da ligação deve ser maior que o momento de plastificação de cálculo da viga e do pilar;



$$M_{j,Rd} \geq M_{v,pl,Rd}$$

e

$$M_{j,Rd} \geq M_{p,pl,Rd}$$

- Para ligações viga-pilar onde há continuidade do pilar, o momento resistente de cálculo da ligação deve ser maior que o momento plástico resistente de cálculo da viga e maior que duas vezes o momento plastificação de cálculo do pilar;



$$M_{j,Rd} \geq M_{v,pl,Rd}$$

e

$$M_{j,Rd} \geq 2 \cdot M_{p,pl,Rd}$$

Flexíveis: Nas ligações flexíveis, o momento resistente de cálculo não deve ultrapassar 25% do momento resistente de cálculo necessário para a ligação ser classificada como completamente resistente.

Resistência Parcial: São as ligações que não se enquadram nas classificações das ligações completamente resistentes e nem nas ligações flexíveis.

4.4.5 Classificação de ANSI/AISC 360-10:2010

O ANSI/AISC 360-10:2010 classifica as ligações segundo dois grandes grupos:

- Ligações simples (simple connections): Ligações capazes de acomodar toda a rotação relativa requerida e que não introduzem esforços e rigidez significativos.
- Ligações de momentos (moment connections): São ligações que transmitem momentos que não são desprezíveis. Dentro desta classificação de ligação outras duas classificações são possíveis:
 - FR (Fully-Restrained): Essas ligações devem ter resistência e rigidez suficiente para transferir o momento e manter o ângulo relativo entre os elementos conectados;
 - PR (Partially Restrained): Essas ligações transferem momentos fletores, porém, a rotação relativa entre os elementos conectados não pode ser desprezada. Na análise estrutural o comportamento momento-rotação das ligações deve ser considerado.

Para realizar a classificação das ligações, a norma americana faz uso da rigidez secante das ligações que é a rigidez referente ao momento a que a ligação está submetida na análise.

Os limites da classificação são dados como:

- Ligações FR:

$$\frac{S_{sec} \cdot L}{EI} \geq 20 \quad (4.22)$$

- Ligações PR

$$20 \geq \frac{S_{sec} \cdot L}{EI} \geq 2 \quad (4.23)$$

- Ligações simples

$$\frac{S_{sec} \cdot L}{EI} \leq 2 \quad (4.24)$$

Onde: S_{sec} é a rigidez secante da ligação;

L é o vão da viga;

EI é a rigidez a flexão da viga.

4.5 Inclusão na análise estrutural

Como mencionado anteriormente, durante muito tempo as ligações eram consideradas com o comportamento perfeitamente rígido ou perfeitamente rotulado. Sua consideração na análise estrutural era feita considerando o nó na interseção da linha de centro das vigas e das colunas. O avanço no estudo das ligações e a constatação de seu comportamento semi-rígido fez com que surgisse a necessidade de novas considerações para a análise estrutural.

Alguns métodos utilizam a rigidez da ligação como um valor constante para todos os valores de carregamentos como, por exemplo, o método da linha de viga, e do trecho fictício.

A evolução do métodos pode ser observada com a formulação de elementos de viga modificados para considerar a semi-rigidez das ligações por meio de constantes ou curvas não lineares e a modelagem tridimensional da ligação.

Nos próximos itens serão discutidas algumas dessas formas de consideração das ligações na análise estrutural.

4.5.1 Linha de Viga

O método da linha de viga (beam-line) foi desenvolvido por Batho & Rowan (1934) com o objetivo de compatibilizar o comportamento da ligação considerando com um comportamento elástico da viga.

Para uma viga biengastada (ligações perfeitamente rígidas), com carregamento uniformemente distribuído (q) ao longo de seu comprimento (L), ilustrada na Figura 4.13, o momento fletor (M) nos apoios (momento de engastamento perfeito) é dado por:

$$M = \frac{q \cdot L^2}{12} \quad (4.25)$$

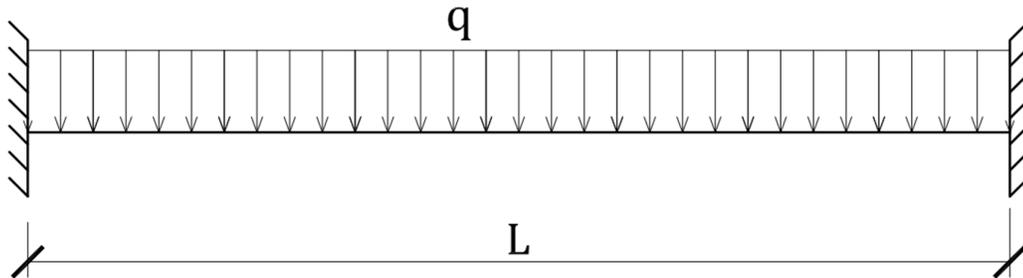


Figura 4.13 – Viga bi-engastada com carregamento linearmente distribuído

Agora, considerando uma viga bi-apoiada (perfeitamente rotulada) a rotação na extremidade será dada por:

$$\theta = \frac{q \cdot L^3}{24E \cdot I} \quad (4.26)$$

Sabendo-se que a rotação relativa na extremidade em uma viga bi-engastada é igual a zero ($\theta = 0$) e o momento na extremidade em uma viga bi-apoiada é igual a zero ($M = 0$), pode-se definir uma reta dada pela equação:

$$M = \frac{q \cdot L^2}{12} - \frac{2 \cdot E \cdot I}{L} \theta \quad (4.27)$$

Essa equação definida pela equação anterior é chamada de linha de viga (beam-line). A Figura 4.14 ilustra a curva momento rotação de uma ligação semi-rígida e a linha de viga.

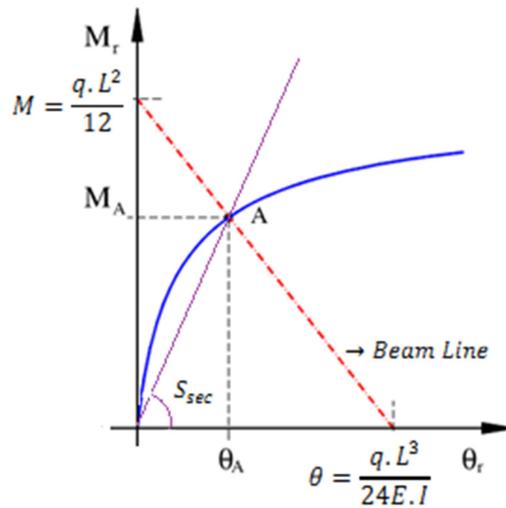


Figura 4.14 – Linha de viga

O ponto A, interseção entre a curva momento-rotação característica da ligação e a linha de viga, define a condição em que a ligação semi-rígida está trabalhando (M_A e θ_A) quando submetido ao carregamento distribuído q . A reta passando pelo ponto A define a rigidez secante da ligação (S_{sec}).

Este método da linha de viga é um método analítico simplificado de considerar a semi-rigidez das ligações na análise estrutural determinando o momento nas extremidades e a rotação da viga.

Cunnighan (1990) propôs a utilização de um fator chamado fator de rigidez que relaciona a rigidez da ligação (r_j) com a rigidez do elemento conectado. Esse fator pode ser interpretado como a razão entre a rotação do elemento conectado (α_j) com a rotação do elemento combinado com a ligação (ϕ_j) quando submetido a um momento unitário. O fator de rigidez é ilustrado na Figura 4.15 e expresso pela equação 4.28.

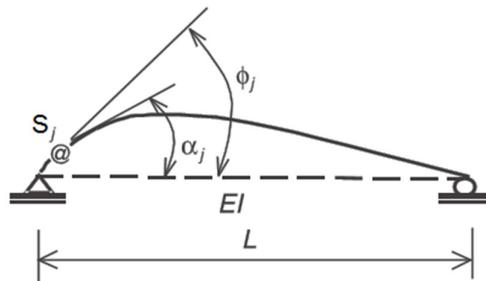


Figura 4.15 – Fator de semi-rigidez

$$r_j = \frac{\alpha_j}{\phi_j} = \frac{1}{1 + \frac{3 \cdot E \cdot I}{S_j \cdot L}} \quad (4.28)$$

Onde: S_j é a rigidez da ligação;

$\frac{E \cdot I}{L}$ é a rigidez a flexão da viga em questão.

O fator de rigidez da ligação varia entre os valores zero ($r_j = 0$), para ligações perfeitamente rotuladas, e um para ligações perfeitamente rígidas ($r_j = 1$). As ligações semi-rígidas apresentarão valores para o índice de rigidez entre zero e um ($0 < r_j < 1$). Neste método utiliza-se a rigidez inicial ou rigidez secante da ligação constante para todos os valores de carregamento.

Segundo Xu (2001), a grande vantagem do fator de rigidez é fornecer ao engenheiro calculista um meio de comparação do comportamento estrutural de elementos conectados utilizando ligações semi-rígidas com elementos conectados considerando o comportamento idealizado das ligações. Gerstle (1988), ressalta que normalmente para as ligações rígidas utilizadas em edificações o valor para $\frac{S \cdot L}{EI}$ varia entre 10 e 50 o que leva a valores de fatores de semi-rigidez variando entre 0,77 a 0,94.

Para exemplificar o efeito da semi-rigidez de uma ligação com a variação do índice de rigidez entre 0 (perfeitamente rotulado) e 1 (perfeitamente rígida), será analisada uma viga com ligações semi-rígidas sujeita a um carregamento distribuído uniformemente. A viga analisada, perfil W 250X32,7, possui 6 m de vão e está submetida a um carregamento uniformemente distribuído de 0,15 kN/cm. O módulo de elasticidade do aço é igual a 20500 kN/cm². A Figura 4.16 ilustra o esquema estático da viga analisada.

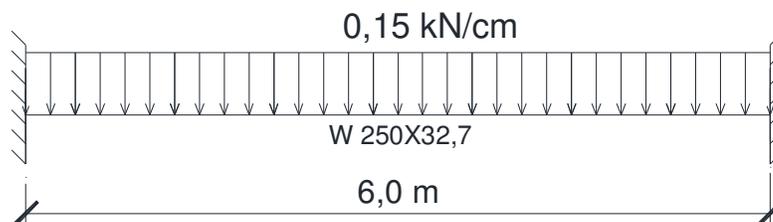


Figura 4.16 – Viga com ligações semi-rígidas submetida a um carregamento uniformemente distribuído.

Na Tabela 4.7 são apresentados os valores do fator de rigidez, rigidez inicial da ligação, momento nas extremidades, momento no centro do vão e a rotação das ligações calculados pelo método da linha de viga.

Tabela 4.7 – Valores de momento fletor e rotações nas extremidades

Fator de Rigidez	Rigidez inicial da ligação (kNcm/rad)	M_{ext} (kNcm)	M_{vao} (kNcm)	Rot (10^5 rad)
0	0	0	6750	1334
0,1	56226	643	6107	1143
0,2	126511	1227	5523	970
0,3	216875	1761	4989	812
0,4	337362	2250	4500	667
0,5	506043	2700	4050	534
0,6	759064	3115	3635	410
0,7	1180766	3500	3250	296
0,8	2024170	3857	2893	191
0,9	4554383	4190	2560	92
1	infinito	4500	2250	0

O gráfico da Figura 4.17 ilustra a relação dos momentos na ligação e no meio do vão em função da rigidez da ligação para o caso ilustrado no exemplo anterior. Pode-se observar que as curvas apresentam um comportamento não linear.

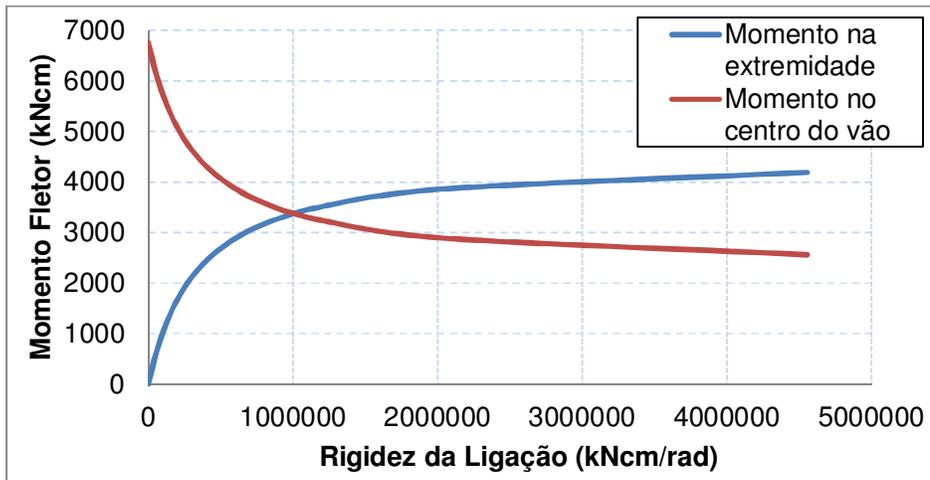


Figura 4.17 – Momento fletor em função do rigidez da ligação.

Já na Figura 4.18, os momentos de extremidades e do meio no vão estão representados em função do fator de rigidez da ligação. Como pode ser observado neste gráfico as curvas apresentam um comportamento quase linear.

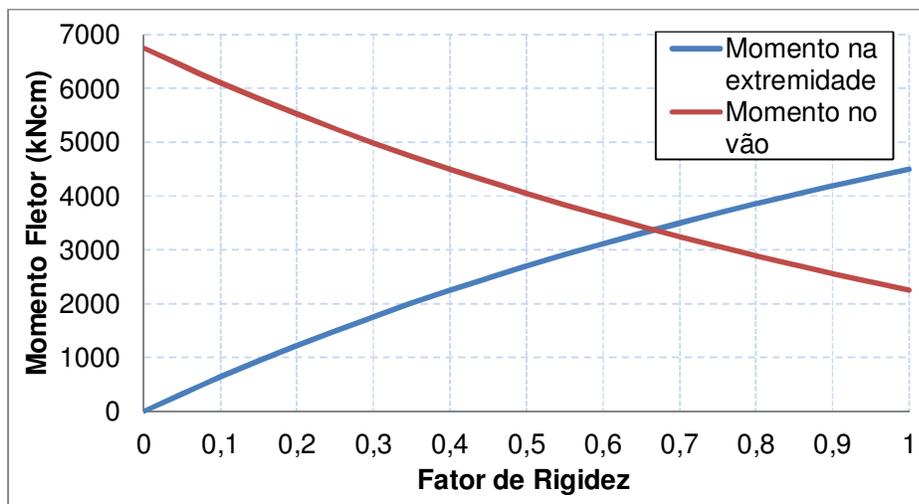


Figura 4.18 – Momento fletor em função do fator de rigidez da ligação.

O ponto de cruzamento entre as duas curvas indica o ponto de dimensionamento “ideal” da ligação na qual os momentos de extremidade e momento no centro do vão estão balanceados.

Alguns pacotes comerciais de análise estrutural comercial utilizam este fator de semi-rigidez para considerar as ligações semi-rígidas em suas análises.

4.5.2 Trecho Fictício

Geralmente, na análise estrutural, os elementos estruturais são representados como barras posicionadas em sua linha de centro e as ligações entre esses elementos são feitas de formas pontual, como ilustrados na Figura 4.19 b. Porém, como pode ser visto na Figura 4.19a ao realizar esta consideração ignora-se um trecho de maior rigidez devido à excentricidade l do ponto conexão da viga com o pilar.

Ao ignorar este trecho de maior rigidez, os resultados quanto aos esforços e deslocamentos são superestimados conduzindo a diferenças significativas dependendo da relação entre a altura do perfil do pilar e o vão da viga. Segundo Silva (2010), para uma relação entre altura da seção do pilar e vão da viga igual a 0,1 ($h/L_c = 0,1$) a diferença entre o momento máximo negativo considerando o vão como sendo a linha de centro dos pilares e o vão entre as faces dos pilares pode chegar a 19%.

Para considerar esta excentricidade existente o ponto de conexão das linhas de centro da viga e do pilar e o ponto real de da ligação pode-se utilizar um trecho fictício. Este trecho fictício é discretizado por um elemento de dimensões " l " (Figura 4.19c).

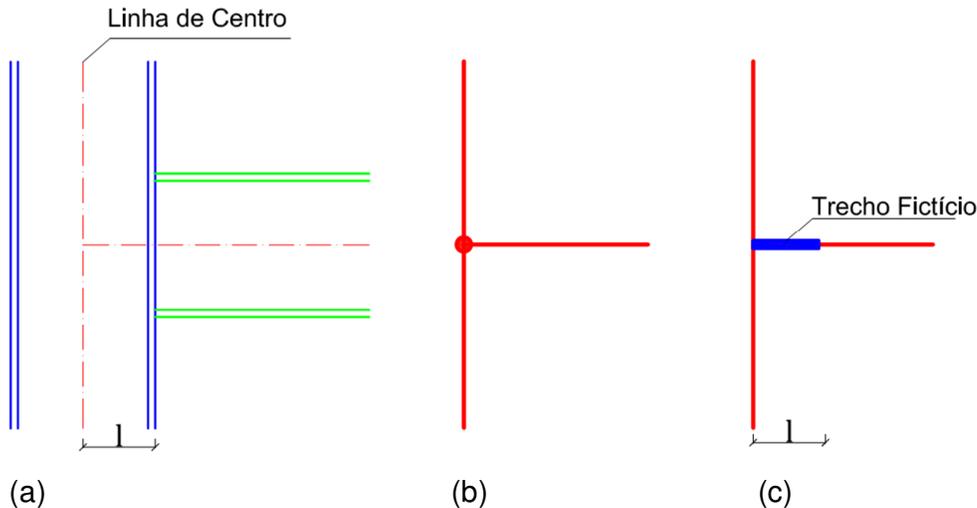


Figura 4.19 – Consideração usual da ligação rígida

De acordo com Correa (1991), a consideração destes trechos rígidos reduz o comprimento flexível das vigas e introduz maior rigidez ao modelo reduzindo os deslocamentos globais. Para estruturas de concreto, o mesmo autor sugere a utilização de trechos de viga com largura igual a do pilar e altura igual ao pé direito para a determinação da rigidez da viga evitando assim perturbação na estabilidade numérica da solução.

Nas estruturas de aço, esta consideração pode ser utilizada quando as ligações são tratadas com o comportamento idealizado, perfeitamente engastado ou perfeitamente rotulado. Pode-se combinar este trecho fictício de elevada rigidez, para considerar a excentricidade da conexão da viga com o pilar, com um elemento de mola para a consideração do comportamento semi-rígido da ligação.

De uma maneira simplificada para a consideração das ligações semi-rígidas em software em que a utilização de elementos de mola não é possível, a rigidez deste trecho poderá ser dada em função da rigidez da ligação. Conhecendo-se o comprimento l (metade da altura do pilar no caso da Figura 4.19a), o módulo de elasticidade E e a rigidez da ligação S , o momento de inércia I_f deste trecho fictício será dado por:

$$I_f = \frac{S \cdot l}{E} \quad (4.25)$$

Assim como no método fator de rigidez, neste método também se utiliza um valor de rigidez de ligação constante para qualquer valor de carregamento, podendo ser o valor da rigidez inicial ou da rigidez secante da ligação.

4.5.3 Elementos híbridos

Elementos híbridos são elementos de pórtico que tem sua a formulação modificada para incorporar os efeitos de flexibilidade da ligação. Para isso é inserido um elemento de mola de tamanho desprezível e com rigidez a rotação nas extremidades do elemento de pórtico (Figura 4.20).

A matriz de rigidez do elemento de mola é combinada com a matriz de rigidez do elemento de pórtico criando um elemento de pórtico híbrido, ou seja, um elemento de pórtico que leva em consideração a semi-rigidez da ligação em sua extremidade.

Diferentemente dos modelos de linha de viga e trecho fictício que utilizam um valor de rigidez constante, neste método é possível considerar o comportamento não linear das ligações.

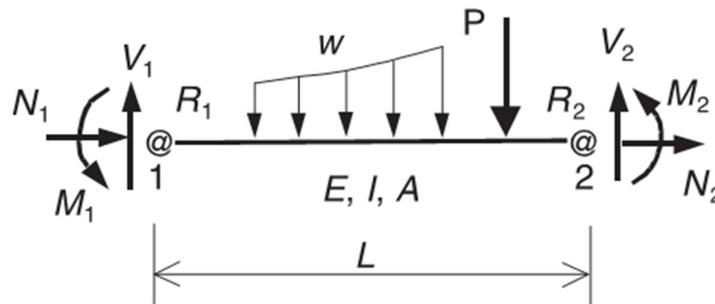


Figura 4.20 – Elemento de pórtico híbrido.

Diversos autores desenvolveram elementos híbridos para a análise de ligações semi-rígidas. Dentre eles podem ser citados Chen e Lui (1991) que modificam a matriz de rigidez do elemento com o fator de rigidez apresentado no item 4.5.1, Dhillon e Abdel-Majid (1990) também utilizam o fator de rigidez para alterar a matriz de rigidez de um elemento para considerar as ligações para realizar

uma análise não linear geométrica, McGuire (1999) apresenta a matriz de rigidez modificada em função da rigidez da ligação, Souza (1999) implementou um elemento finito com ligações semi-rígidas para análise elástica em teoria de primeira e segunda ordem. Todos estes trabalhos citados utilizaram um valor de rigidez constante.

Em Landesmann (2003) desenvolveu-se um elemento híbrido para análise térmica, em Pinheiro (2003) desenvolveu-se um elemento híbrido para análise de segunda ordem, em Rocha (2006) foi implementada a plasticidade no elemento desenvolvido por Pinheiro (2003), em Alvarenga (2010) foi desenvolvido um elemento finito com ligação numa das extremidades com o conceito de plasticidade distribuída, entre outros trabalhos. Já nestes casos, foram desenvolvidos elementos híbridos com a capacidade de modelar o comportamento não linear das ligações.

4.5.4 Elementos de mola

Outra maneira de se representar uma ligação semi-rígida é pelo uso de molas rotacionais associadas às extremidades das barras.

O uso de elementos de mola é mais prático do que o uso dos elementos híbridos para se modelar a ligação, pois não requer a modificação da matriz de rigidez dos elementos de pórtico. Dessa maneira pode ser utilizado em pacotes comerciais de análise segundo o método dos elementos finitos.

Segundo Silva (2010), uma ligação pode ser modelada por um elemento de mola não linear com seis graus de liberdade, desde que a ligação transmita seis esforços internos, (dois momentos fletores, um momento torsor, um esforço axial e dois esforços cortantes). Porém, para fazer esta consideração são necessárias fórmulas de interação e curvas de caracterização da ligação ao momento na direção da menor inércia da viga o que é de difícil obtenção.

Segundo *Li et al.* (1995), o comprimento do elemento de mola pode ser tomado como zero ou qualquer outro valor, desde que compatível com a geometria da ligação analisada como, por exemplo, a distância entre a linha de centro do pilar até o ponto de rotação da ligação.

Li *et al.* (1995) apresenta a matriz de rigidez de um elemento de mola assumindo que as deformações axiais e cisalhantes são muito pequenas e não há efeitos em conjunto entre as deformações rotacionais, cisalhantes e axiais:

$$[K]_c = \begin{bmatrix} K_f & 0 & 0 & -K_f & 0 & 0 \\ 0 & K_v & 0 & 0 & -K_v & aK_v \\ 0 & 0 & K_c & 0 & 0 & 0 \\ -K_f & 0 & 0 & K_f & 0 & 0 \\ 0 & -K_v & 0 & 0 & 0 & aK_v \\ 0 & aK_v & -K_c & 0 & -aK_v & K_c + a^2K_v \end{bmatrix}$$

Onde: a é o comprimento da ligação;

K_f e K_v são as deformações axiais e cisalhantes. Para simular deformações pequenas os valores devem ser da ordem de 10^5 vezes a razão de K_c por a ;

K_c é a rigidez a rotação da ligação, que é função da rotação ϕ para análise não linear.

Como visto no item 4.2, as curvas de caracterização das ligações apresentam um trecho inicial que se aproxima de um comportamento elástico e após um certo ponto de carregamento passa a apresentar um comportamento não linear devido à plastificação de alguns elementos de ligação.

Utilizando elementos de mola não linear, o termo K_c será obtido a partir de uma curva de caracterização da ligação. Deve-se destacar que ao se utilizar este tipo de elemento não linear é necessário avaliar a estrutura segundo uma análise não-linear.

A curva de caracterização da ligação utilizada na caracterização do elemento de mola pode ser formado por trechos de retas ou modelos matemáticos como descritos no item 4.3.

De maneira simplificada pode-se utilizar elementos de mola linear para considerar o comportamento semi-rígido das ligações. Neste caso, deve-se definir qual a rigidez da ligação que será considerada, por exemplo, rigidez inicial ou a rigidez secante. No próximo capítulo serão discutidas as recomendações normativas para a consideração da rigidez da ligação para cada tipo de análise.

4.6 Considerações Finais

O comportamento das ligações na análise estrutural é uma das maiores e mais importante simplificação adotada na análise estrutural de sistemas metálicos.

Neste capítulo foram apresentados os principais conceitos que envolvem as ligações semi-rígidas. Assim, foi apresentado o comportamento semi-rígido, as principais classificações existentes, modelos de aproximação das curvas características da ligações e formas de inclusão na análise estrutural.

Este capítulo forneceu a fundamentação teórica para a análise estrutural que será feita nos próximos capítulos.

No próximo capítulo serão apresentadas as recomendações normativas quanto à análise estrutural e consideração das ligações segundo as normas brasileira, europeia e americana.

Recomendações Normativas

5.1 Considerações Iniciais

Neste capítulo serão apresentadas as recomendações normativas segundo a norma brasileira NBR 8800:2008, a norma europeia Eurocode 3:2010 e a norma americana ANSI/AISC 360-10:2010 quanto a classificação das estruturas, tipos de análise estrutural, considerações das não-linearidades física e do material e, também, quanto a consideração das ligações na análise estrutural.

5.2 NBR 8800:2008

Segundo a NBR 8800:2008 a análise estrutural pode ser classificada quanto às considerações do material (análise elástica ou inelástica) e quanto a deslocabilidade da estrutura (análise linear ou não linear geométrica).

5.2.1 Classificação das estruturas

A norma brasileira classifica as estruturas, segundo a sensibilidade ao deslocamento lateral em estruturas de pequena, média, e grande deslocabilidade. Essa classificação é feita segundo a relação dos deslocamentos laterais, em todos os andares, obtidos por meio de uma análise de segunda ordem e obtidos por uma análise de primeira ordem.

A estrutura é classificada como:

- Pequena deslocabilidade: quando a relação entre os deslocamentos laterais for igual ou menor que 1,1;
- Média deslocabilidade: quando a relação entre os deslocamentos laterais for superior a 1,1 e inferior a 1,4;
- Grande deslocabilidade: se a relação entre os deslocamentos laterais for maior do 1,4 em pelo menos um dos andares.

A relação entre os deslocamentos laterais obtidos pelas análises de segunda ordem e de primeira ordem para a classificação das estruturas pode ser aproximado pelo valor do coeficiente B_2 descrito no item 3.5.2.3.

5.2.2 Análise estrutural quanto à estabilidade global

A determinação dos esforços internos quanto a estabilidade da estrutura deve ser feita segundo uma análise não-linear sempre que os deslocamentos afetarem de forma significativa os esforços internos. Estas análises podem ter como base teorias geometricamente exatas, teorias aproximadas ou adaptações a resultados da teoria de primeira ordem. A norma brasileira apresenta o método de amplificação dos esforços B1-B2, descrito no item 3.5.2.3, e aceita sua utilização como uma análise não linear.

Para estruturas de pequena deslocabilidade, os efeitos globais de segunda ordem ($P - \Delta$) podem ser desconsiderados desde que sejam respeitadas as seguintes exigências:

- As forças axiais solicitantes de cálculo de todas as barras cuja rigidez à flexão contribua para a estabilidade lateral da estrutura não seja superior a 50% da força axial correspondente ao escoamento da seção transversal dessa barra;
- Os efeitos das imperfeições geométricas iniciais (será descrito em 5.2.4) sejam adicionados às respectivas combinações, inclusive àquelas em que atuem a ação variável do vento;
- Os efeitos locais de segunda ordem ($P - \delta$) devem ser considerados amplificando-se os momentos fletores pelo coeficiente B_1 em todas as barras da estrutura.

Para as estruturas classificadas como de média e grande deslocabilidade os efeitos de segunda ordem devem ser levados em conta por meio de uma análise não linear geométrica.

5.2.3 Análise estrutural quanto às considerações do material

A consideração quanto ao comportamento dos materiais pode ser levada em conta na análise estrutural segundo dois tipos de análises:

- Análise elástica: considera-se um diagrama da tensão-deformação do material elástico linear;
- Análise plástica: considera-se um diagrama de tensão-deformação do material como rígido-plástico, elasto-plástico perfeito ou elasto-plástico não linear.

A norma brasileira permite realizar uma análise elástica para todos os casos, mesmo que os esforços resistentes da seção transversal sejam avaliados considerando-se a plasticidade.

A análise inelástica pode ser utilizada para seções compactas, desde que as seções e as ligações possuam capacidade de rotação suficiente para a formação de rótulas plásticas e redistribuição de esforços solicitantes. A estabilidade da estrutura deve ser verificada para esta condição. Não há qualquer outra recomendação sobre a análise plástica (inelástica) na norma brasileira.

5.2.4 Imperfeições geométricas iniciais

Os efeitos das imperfeições iniciais devem ser levados em conta diretamente na análise estrutural. Nas estruturas de pequena e média deslocabilidade considera-se, em cada andar, um deslocamento relativo entre os pavimentos igual a $h/333$, sendo h a altura do andar (distância entre o eixo das vigas).

Ainda para as estruturas de pequena e média deslocabilidade, pode-se considerar esses efeitos aplicando-se uma força horizontal equivalente em cada andar, denominada força nocional. Esta força nocional é igual a 0,3% do valor das cargas gravitacionais de cálculo aplicadas em todos os pilares e elementos resistentes a cargas verticais, no andar considerado. Não é necessário somá-las às reações horizontais de apoio e devem ser consideradas independentemente em duas direções ortogonais em planta da estrutura. Os efeitos das imperfeições geométricas iniciais são entendidas como um carregamento lateral mínimo não sendo necessário considerá-las nas combinações em que atuem a ação do vento.

Para as estruturas classificadas como de grande deslocabilidade deve-se realizar uma análise rigorosa. A norma deixa como opção, a critério do projetista, utilizar o mesmo procedimento de análise para estruturas de média deslocabilidade desde que os efeitos das imperfeições geométricas iniciais sejam adicionados às combinações últimas de ações em que atuem a ações variáveis devido ao vento.

5.2.5 Imperfeições iniciais de material

As imperfeições iniciais do material não precisam ser consideradas nas estruturas de pequena deslocabilidade.

Nas estruturas de média deslocabilidade, a consideração das imperfeições iniciais do material deve ser feita reduzindo-se a rigidez à flexão e a rigidez axial das barras para 80% dos valores originais.

Para estruturas de grande deslocabilidade deve-se realizar uma análise rigorosa ou a critério do projetista adotar as mesmas considerações para a análise das estruturas de média deslocabilidade.

Com a consideração das imperfeições iniciais de material e imperfeições iniciais geométricas apresentadas neste item e no item 5.2.4 permite-se o uso do comprimento de flambagem de barras prismáticas igual ao comprimento destravado, ou seja, adoção do coeficiente de flambagem K igual a 1,0.

5.2.6 Ligações semi-rígidas

A classificação das ligações segundo a NBR 8800:2008 foi descrita no item 4.4.3. Para a consideração das ligações na análise estrutural a norma brasileira permite em qualquer caso para a análise elástica, a consideração da ligação com o valor da rigidez igual à rigidez inicial (S_i) e constante para todo o carregamento. A rigidez inicial pode ser determinada segundo o Eurocode 3 - Parte 1-8:2010 ou com base em resultados experimentais.

A norma brasileira permite, ainda, de forma simplificada, que as ligações sejam simuladas como rotuladas ou rígidas, a critério do projetista.

5.3 Eurocode 3:2010

5.3.1 Análise estrutural quanto à estabilidade global

Segundo a norma europeia a análise de primeira ordem pode ser feita quando os aumentos dos esforços ou do comportamento da estrutura causados devido ao efeito da configuração deformada da estrutura forem desprezíveis.

Assim, para determinar a influencia do efeito da configuração deformada da estrutura utiliza-se um fator α_{cr} . Portanto, a análise de primeira ordem poderá ser efetuada caso a seguinte condição seja cumprida:

$$\alpha_{cr} = \frac{F_{CR}}{F_{ED}} \geq 10 \text{ para análise elástica} \quad (5.1)$$

$$\alpha_{cr} = \frac{F_{CR}}{F_{ED}} \geq 15 \text{ para análise plástica} \quad (5.2)$$

Onde: α_{cr} é o fator pelo qual o carregamento de projeto deveria ser aumentado para causar instabilidade global elástica na estrutura;

F_{CR} é a carregamento crítico de flambagem elástica para o modo de instabilidade;

F_{ED} é o valor de cálculo de carregamento.

Os pórticos de vigas inclinadas com declives pouco acentuados e os pórticos planos com vigas e colunas em edifícios poderão ser verificados por meio de uma análise de primeira ordem desde que o critério mostrado anteriormente para o fator α_{cr} seja atendido. Neste caso, o α_{cr} poderá ser calculado de forma aproximada pela expressão 5.3 desde que o esforço de compressão axial nas vigas não seja significativo.

$$\alpha_{cr} = \frac{H_{Ed}}{V_{Ed}} \cdot \frac{h}{\delta_{H,Ed}} \quad (5.3)$$

Onde: $\delta_{H,Ed}$ é o deslocamento relativo entre o topo e a base de um dado andar, devido às carregamentos verticais e horizontais de cálculo acrescidas das forças horizontais equivalentes;

h é a altura do andar;

H_{Ed} é o valor de cálculo da força horizontal total, incluindo as forças equivalentes transmitidas pelo piso;

V_{Ed} é o valor de cálculo da força vertical total transmitido pelo piso.

Caso seja necessário levar em consideração os efeitos de segunda ordem, a norma europeia recomenda que a verificação da estabilidade dos pórticos ou de uma de suas partes seja feita considerando as imperfeições e os efeitos de segunda ordem.

Para isso, a norma recomenda a utilização de um dos seguintes métodos:

- Ambos os efeitos, imperfeição e efeitos de segunda ordem, são incluídos diretamente na análise estrutural. E, neste caso não é necessário efetuar considerações adicionais, relativa à estabilidade, na verificação dos elementos;
- Parte dos efeitos são incluídos na análise global e os restantes considerados na verificação de segurança dos elementos em relação aos fenômenos de instabilidade. Neste caso deverá ser efetuada a verificação relativa à estabilidade desses elementos considerando o comprimento de flambagem da peça como seu comprimento real;
- Através das verificações de segurança individuais de elementos equivalentes, em relação aos fenômenos de instabilidade e utilizando os comprimentos de flambagem correspondente ao modo de instabilidade global da estrutura. Os valores do comprimento de flambagem deverão ser baseados no modo de instabilidade global do pórtico levando em consideração a rigidez dos elementos e ligações, presença de rótulas plásticas e a distribuição dos esforços de compressão. Neste caso os esforços são obtidos por meio de uma análise de primeira ordem sem a inclusão dos efeitos devido às imperfeições. Neste tipo de verificação faz-se uso do coeficiente de flambagem K, apesar da norma não fornecer estes valores. Vale ressaltar que este é um procedimento alternativo e que a norma europeia deixa como opção para a comissão do país decidir o modo de aplicação.

A consideração dos efeitos de segunda ordem pode ser feita por meio de processos iterativos (análise rigorosa) ou por método aproximado no qual a análise elástica é complementada ampliando-se os esforços relevantes por fatores apropriados.

Em pórticos de um piso ou de vários pisos com distribuição de carregamentos e rigidez semelhante em todos os pisos, analisados por meio de uma análise elástica que apresentarem $\alpha_{cr} \geq 3,0$, os efeitos de segunda ordem poderão ser calculados pela amplificação dos carregamentos horizontais, das forças equivalentes às

imperfeições e de todos os possíveis efeitos de primeira ordem associados aos deslocamentos laterais por meio do fator dado por:

$$C_a = \frac{1}{1 - \frac{1}{\alpha_{cr}}} \quad (3.29)$$

5.3.2 Análise estrutural quanto às considerações do material

Quanto à consideração do material a norma europeia permite determinar os esforços solicitantes segundo uma análise elástica ou uma análise inelástica.

A utilização da análise elástica é permitida em todos os casos, mesmo em casos nos quais a resistência da seção transversal é calculada com base na sua resistência plástica ou limitada pela flambagem local do elemento.

A análise inelástica leva em conta a redistribuição das tensões resultando na formação de rótulas plásticas até a ocorrência do mecanismo de colapso. A utilização da análise plástica só poderá ser feita se os elementos que formam a estrutura possuírem capacidade de rotação suficiente para permitir as redistribuições de momentos necessárias e quando for possível assegurar a estabilidade dos elementos onde se formam as rótulas plásticas.

Para um elemento de seção constante, admite-se que este possua a capacidade de rotação suficiente para formar uma rótula plástica se forem satisfeitas as seguintes condições:

- Elementos de seção transversal da Classe 1 onde se formam as rótulas plásticas;
- No caso em que seja aplicada na alma da seção transversal, onde forma-se uma rótula plástica, uma força transversal superior a 10% do valor da resistência ao cisalhamento deverão ser colocados reforços na alma a uma distância menor do que $h/2$ da rótula plástica, sendo h a altura da seção transversal.

Quanto à modelagem do comportamento do material, a norma recomenda que esta seja feita segundo um dos seguintes métodos:

- Análise elasto-plástica em que as seções e/ou ligações plastificadas são modeladas como rótulas plásticas;

- Análise plástica não-linear em que é considerada a plastificação parcial dos elementos ao longo das zonas plásticas;
- Análise rígido-plástica em que se despreza o comportamento elástico dos elementos entre as rótulas plásticas.

Para uma análise elasto-plástica o diagrama tensão-deformação poderá ser idealizado como uma curva bilinear e os efeitos de segunda ordem e imperfeições deverão ser considerados na análise.

A análise rígido-plástica só poderá ser aplicada quando não for necessário considerar os efeitos de segunda ordem.

5.3.3 Imperfeições geométricas iniciais

Para a consideração das imperfeições locais e globais em pórticos sujeitos à flambagem e deslocamentos laterais, a norma europeia recomenda a incorporação destes efeitos na análise estrutural por meio de uma inclinação inicial dos pilares do pórtico, para a imperfeição global, e uma cruvatura inicial dos elementos do pórtico, para imperfeição local.

A inclinação inicial dos pilares do pórtico será dada segundo um ângulo ϕ ilustrado na Figura 5.1 e dado por:

$$\phi = \phi_0 \cdot \alpha_h \cdot \alpha_m \quad (5.5)$$

Onde: ϕ_0 é o valor de base: $\phi_0 = 1/200$

α_h é o coeficiente de redução, calculado em função de h

$$\alpha_h = \frac{2}{\sqrt{h}} \quad \text{com} \quad \frac{2}{3} \leq \alpha_h \leq 1,0$$

h é a altura da estrutura em m

α_m é o coeficiente de redução associado ao número de pilares em um piso

$$\alpha_m = \sqrt{0,5 \left(1 + \frac{1}{m} \right)}$$

m é número de pilares em um piso com $N_{Ed} \geq 50\%$ do valor médio do esforço axial.

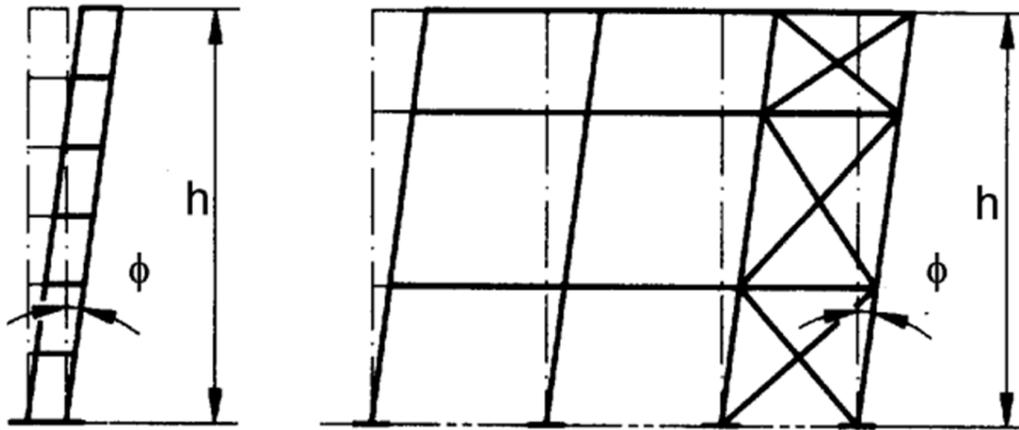


Figura 5.1 – Inclinação inicial dos pilares (imperfeições globais) – Eurocode 3 – Parte 1.1 (2010).

A imperfeição local dos elementos é considerada como sendo uma curvatura inicial do elemento cuja amplitude é dada pela relação entre a amplitude máxima do deslocamento inicial da barra e o comprimento total da barra e_0/L . A norma apresenta em sua Tabela 5.1 os valores de cálculo das amplitudes das imperfeições locais para uma análise elástica e análise plástica segundo a característica do perfil utilizado.

A imperfeição global de pórticos de edifícios poderá ser ignorada quando:

$$H_{Ed} \geq 0,15V_{Ed} \quad (5.6)$$

Onde: H_{Ed} é o valor de cálculo da força horizontal total, incluindo as forças equivalentes transmitidas pelo piso;

V_{Ed} é o valor de cálculo da força vertical total transmitido pelo piso.

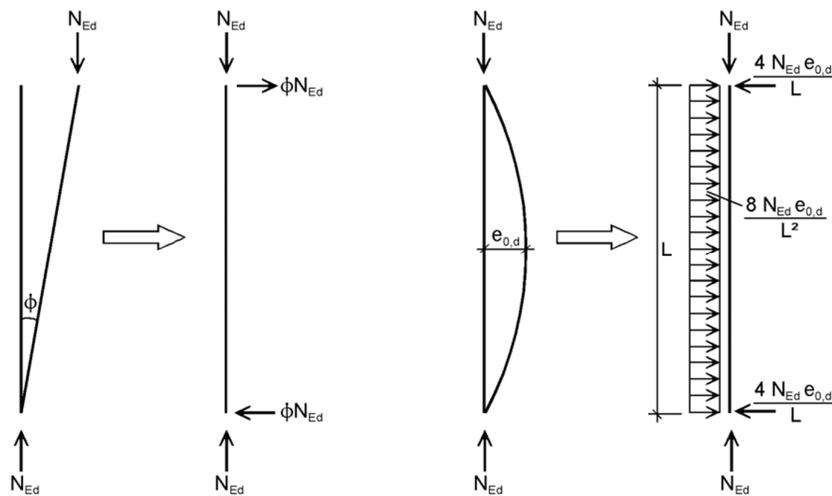
As imperfeições locais dos elementos poderão ser desprezadas quando a análise global do pórtico é feita para determinar os esforços nos elementos que terão sua segurança verificada segundo o item 6.3 (resistência a flambagem) da norma. Porém, as imperfeições locais devem ser consideradas na análise estrutural juntamente com as imperfeições globais em elementos comprimidos que:

- Apresentem pelo menos uma das ligações resistentes aos momentos fletores;

- $\bar{\lambda} > 0,5 \sqrt{\frac{A \cdot f_y}{N_{Ed}}}$

Onde: $\bar{\lambda}$ é a esbeltez normalizada do elemento no plano do pórtico, calculado como articulado em ambas as extremidades.

Os efeitos das imperfeições iniciais globais e locais podem ser considerados por meio de um sistema de forças horizontais equivalentes aplicados em cada pilar. Este efeito é ilustrado na Figura 5.2.



a - Imperfeições globais b - Imperfeições locais dos elementos

Figura 5.2 – Substituição das imperfeições iniciais por forças horizontais equivalentes – Eurocode 3 – Parte 1.1 (2010).

5.3.4 Ligações Semi-rígidas

A norma europeia Eurocode 3 – Parte 1.8:2010 é dedicada às ligações. Esta norma estabelece métodos de cálculo para determinar o momento resistente, rigidez de rotação e capacidade de rotação de uma ligação baseado no método das componentes.

Segundo o Eurocode 3 – Parte 1.8:2010 os efeitos das ligações na distribuição dos esforços devem ser considerados na análise estrutural quando estes forem significativos. Para isto, ela propõe uma classificação dos modelos de ligações em:

- Articulada: quando se considera que a ligação não transmite momento;

- Contínua: quando a ligação transmite momento e pode ser considerada como engastada;
- Semi-contínua: ligações nas quais o comportamento deve ser levado em conta na análise estrutural.

Assim, o modelo de ligação apropriado para cada caso de análise global deve ser determinado com base na Tabela 5.1 em função da classificação da ligação, apresentada no item 4.4.4, e do método de análise escolhido.

Tabela 5.1 – Tipos de modelos de ligações (Eurocode 3:2010)

Método de análise global	Classificação da Ligação		
	Nominalmente articulada	Rígida	Semi-rígida
Elástica	Nominalmente articulada	Rígida	Semi-rígida
Rígido-plástica	Nominalmente articulada	Resistência total	Resistência parcial
Elasto-plástica	Nominalmente articulada	Rígida e resistência total	Semi-rígida e resistência parcial Semi-rígida e resistência total Rígida e resistência parcial
Tipo de modelo de ligação	Articulada	Contínua	Semicontínua

O Eurocode 3:2010 permite, para uma análise elástica, utilizar a rigidez inicial desde que o momento solicitante de cálculo na ligação ($M_{j,Ed}$) não exceda 2/3 do momento resistente de cálculo da ligação ($M_{j,Rd}$) (Figura 5.3a.). Como simplificação poderá ser adotado a rigidez secante das ligações, que é uma rigidez elástica equivalente calculada a partir da rigidez inicial, para qualquer valor de $M_{j,Ed}$ (figura 5.3b.). A rigidez secante utilizada na análise estrutural é dada por:

$$S_{sec} = \frac{S_{ini}}{\eta} \quad (4.26)$$

Onde: η assume os valores indicados na Tabela 5.2 para cada tipo de ligação

Tabela 5.2 – Valores de η para cada tipo de ligação (Eurocode 3 - Parte 1.8:2010)

Tipo de Ligação	Ligação viga-pilar	Outros tipos de ligação (viga-viga, continuidade de vigas, base de pilar)
Soldada	2	3
Parafusada com chapa de topo	2	3
Parafusada com cantoneira de mesa	2	3,5
Chapa de base	-	3

Para uma análise elasto-plástica, o Eurocode 3:2010 permite adotar uma relação bi-linear (Figura 5.4) para a curva de caracterização da ligação utilizando também a rigidez tangente até o momento resistente de cálculo da ligação.

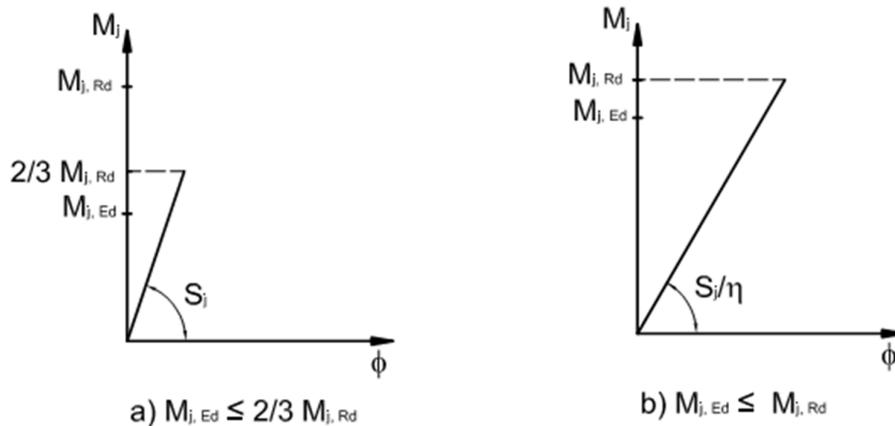


Figura 5.3 – Rigidez inicial e secante das ligações (Eurocode 3:2010).

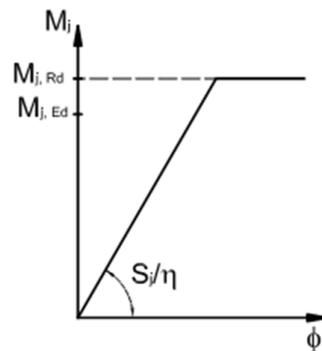


Figura 5.4 – Curva bi-linear das ligações para análise elasto-plástica (Eurocode 3:2010).

A modelagem de nós internos de pórticos, aquele em que há vigas conectadas dos dois lados dos pilares, é um pouco mais complexa, pois, deve-se

levar em consideração a deformação da alma do pilar e a distribuição dos efeitos para as duas vigas. O método das componentes considera essa região do painel da alma do pilar como uma componente a ser analisada.

O Eurocode 3:2010 ressalta que para modelar um nó de maneira a reproduzir o mais fielmente possível o comportamento previsto, a alma do pilar solicitada ao cisalhamento e cada uma das ligações deverão ser modelados separadamente levando em conta os esforços nos elementos que estão conectados na periferia do painel da alma (Figura 5.5).

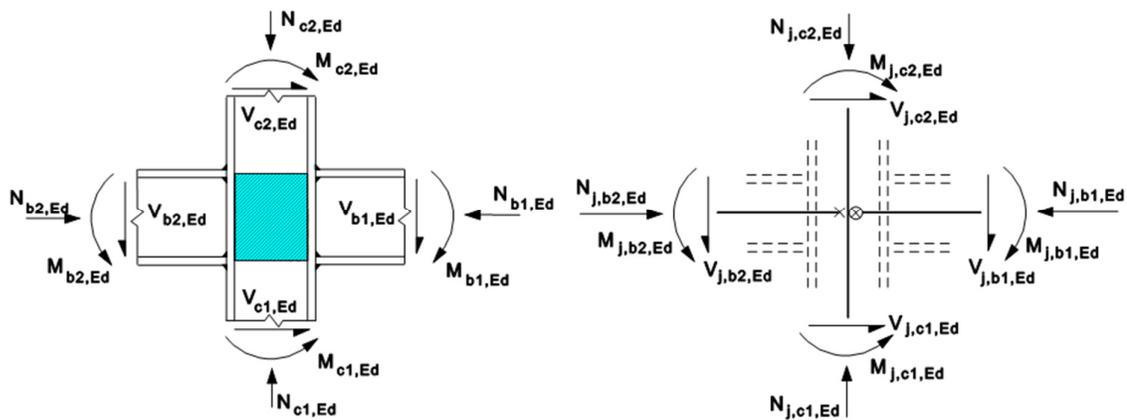


Figura 5.5 – Modelagem de nós internos da estrutura – Eurocode 3:2010.

Na análise estrutural em que a viga é conectada em apenas um lado do pilar a ligação poderá ser modelada como uma ligação única. Já no caso de ligações com vigas conectadas dos dois lados do pilar a ligação deverá ser modelada como duas ligações separadas (Figura 5.6), mas, com interação entre elas. Neste caso, as ligações serão modeladas com duas molas rotacionais separadas, cada uma com sua relação momento-rotação considerando o comportamento do painel da alma solicitada ao cisalhamento e sua influencia nas ligações.

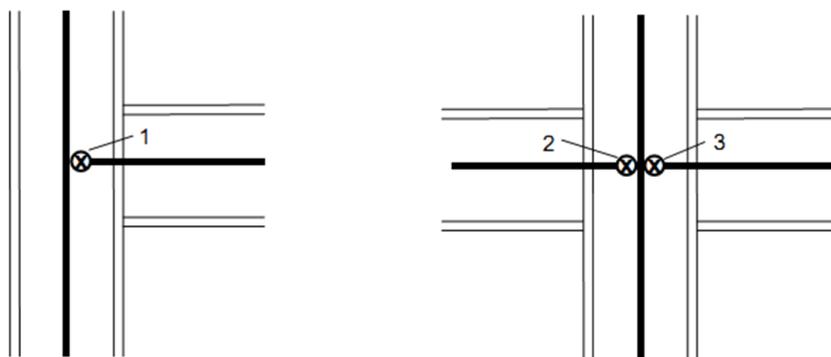


Figura 5.6 – Modelagem de nós internos da estrutura – Eurocode 3:2010.

Quando os elementos de molas, que representam as ligações, são posicionados na interseção da linha de centro dos elementos essa influência da deformação da alma não é levada em conta. Para que a influência do comportamento do painel da alma seja considerada, a norma europeia utiliza um coeficiente de transformação β que modifica a rigidez e a resistência do elemento de mola utilizado para modelar a ligação. Esse coeficiente é dado por:

$$\beta_1 = \left| 1 - \frac{M_{j,b2,Ed}}{M_{j,b1,Ed}} \right| \leq 2 \quad (4.27)$$

$$\beta_2 = \left| 1 - \frac{M_{j,b1,Ed}}{M_{j,b2,Ed}} \right| \leq 2 \quad (4.28)$$

Onde: β_1 é o valor do coeficiente de transformação da ligação à direita do pilar;

β_2 é o valor do coeficiente de transformação da ligação à esquerda do pilar;

$M_{j,b1,Ed}$ é o momento fletor solicitante na viga conectada à direita do pilar, na interseção da linha de centro dos elementos;

$M_{j,b2,Ed}$ é o momento fletor solicitante na viga conectada a esquerda do pilar, na interseção da linha de centro dos elementos.

Segundo Silva *et al.* (2010), para a utilização do fator β da norma europeia deve-se seguir os seguintes passos:

- Análise inicial da estrutura assumindo para a caracterização das molas rotacionais, para todas as combinações de carregamentos, β igual a 1 para

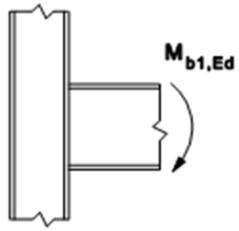
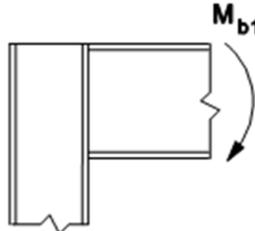
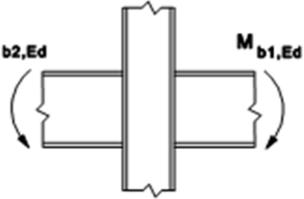
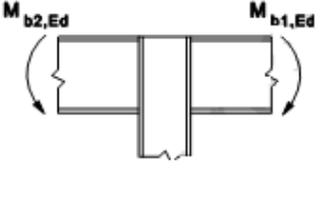
ligações externas (com viga apenas de um lado do pilar) e zero para ligações internas (com vigas para os dois lados do pilar);

- Para cada combinação de carregamento, verificar e corrigir os valores de β e as propriedades da ligação;
- Realizar a análise estrutural com os valores corrigidos;
- Repetição do segundo e terceiro passo até que haja a convergência dos valores.

Como pode ser observado nos passos descritos, o uso do modelo proposto pela norma europeia é um processo iterativo necessitando realizar a análise estrutural várias vezes.

A Tabela 5.3 fornece os valores aproximados para o coeficiente de transformação β de acordo com o tipo de ligação e a relação entre os momentos solicitantes nas vigas.

Tabela 5.3 – Valores aproximados para o coeficiente β – Eurocode 3:2010

Tipo de configuração da ligação		Momento solicitante	Valor de β
		$M_{j,b1,Ed}$	$\beta \approx 1$
		$M_{j,b1,Ed} = M_{j,b2,Ed}$	$\beta = 0$
		$\frac{M_{j,b1,Ed}}{M_{j,b2,Ed}} > 0$	$\beta \approx 1$
		$\frac{M_{j,b1,Ed}}{M_{j,b2,Ed}} < 0$	$\beta \approx 2$
		$M_{j,b1,Ed} + M_{j,b2,Ed} = 0$	$\beta \approx 2$

Segundo Tschemmernegg e Queiroz (1996), este modelo pode representar as deformações locais da ligação e da região da alma do pilar de forma satisfatória exceto quanto à posição do centro de rotação dos eixos das vigas. Segundo os mesmos autores este método, também não permite representar a deformação do eixo do pilar na região da ligação.

Assim, alguns estudos que vem sendo desenvolvidos ao longo dos anos buscam uma maneira de representar a deformação do eixo do pilar, a excentricidade da ligação e a influência da deformação da alma do pilar de maneira mais direta sem que haja a necessidade de realizar a análise estrutural várias vezes.

Dentre esses estudos podemos citar modelos mecânicos constituídos por barras rígidas e elementos de molas como os apresentados por Tchemmerneg e Queiroz (1996) no qual se considera o comprimento da ligação. Em outros estudos como Lui e Chen (1986) e Bayo et al. (2006) são desenvolvidos elementos de ligação baseados na formulação do método dos elementos finitos em que o uso do coeficiente β não é necessário.

5.4 AISI/AISC 360-10:2010

5.4.1 Análise estrutural quanto à estabilidade global

Segundo a norma americana ANSI/AISC 360-10:2010, toda a estrutura e cada um de seus elementos devem ter a sua estabilidade garantida. Todos os efeitos de estabilidade como deformações de elementos que contribuem para o deslocamento da estrutura, efeitos de segunda ordem local e global, imperfeições geométricas, redução da rigidez devido à inelasticidade, incertezas na rigidez e resistência devem ser considerados.

Para a consideração destes efeitos citados anteriormente, a norma permite a utilização do “*Direct analysis method*” para todos os casos ou de métodos alternativos como o método do “comprimento efetivo de flambagem” e “método da análise de primeira ordem” desde que respeitadas as suas limitações.

5.4.1.1 *Direct analysis method*

Os esforços solicitantes podem ser determinados segundo o “*Direct analysis method*” desde que sejam obedecidos alguns requisitos:

- A análise deve considerar as deformações dos elementos devido aos esforços de flexão, cisalhamento e normal além das deformações dos

elementos de ligação que contribuem para o deslocamento da estrutura e efeitos de segunda ordem (P- Δ e P- δ);

- Deve-se realizar uma análise de segunda ordem que considere os efeitos globais e locais. Em alguns casos, os efeitos locais (P- δ) podem ser desconsiderados desde que a relação entre os deslocamentos calculados pela análise de segunda ordem e os calculados pela análise de primeira ordem, dado pelo coeficiente B_2 , seja menor que 1,5 em todos os andares.

A análise de segunda ordem deve ser considerada segundo um método rigoroso. Alternativamente, é permitido que seja utilizado o método simplificado da amplificação dos momentos de primeira ordem e o método de amplificação dos esforços $B_1 - B_2$ conforme descrito no item 3.5.2.3 deste trabalho.

A norma americana prescreve que, além de levar em consideração os efeitos de segunda ordem, a determinação dos esforços solicitantes deve ser feita considerando as imperfeições geométricas iniciais e a redução da rigidez dos elementos devido à inelasticidade. A forma de aplicar estas considerações serão descritas nos itens mais adiantes.

Assim, pelo *Direct Method Analysis* a verificação dos elementos é feita sem considerações adicionais quanto à estabilidade da estrutura. Portanto, o valor coeficiente de flambagem K que deve ser utilizado é igual a 1,0.

5.4.1.2 Método do comprimento efetivo de flambagem

O uso método do comprimento efetivo de flambagem é permitido pelo ANSI/AISC 360-10:2010 como uma alternativa ao “Direct Analysis Method”, desde que sejam respeitadas algumas limitações de uso descritas a seguir.

Seu uso é permitido em estruturas que suportam carregamentos verticais principalmente por meio de pilares verticais, paredes ou pórticos. A máxima relação entre os deslocamentos obtidos por meio de uma análise de primeira ordem e os obtidos por meio de uma análise de segunda ordem em todos os andares, dada pelo coeficiente B_2 , deve ser menor que 1,5.

A determinação dos esforços solicitantes deve ser feita considerando os efeitos de segunda ordem e as imperfeições iniciais. As imperfeições iniciais são

consideradas pelo método das forças nocionais e devem ser aplicadas nas combinações de ações. Neste método, deve-se considerar a rigidez nominal dos elementos.

Na verificação dos elementos, o valor do coeficiente K de flambagem é considerado igual a 1,0 para elementos comprimidos pertencentes a pórticos contraventados, sistemas com paredes de cisalhamento e outras estruturas nas quais a resistência aos carregamentos laterais não são garantidas pela rigidez dos pilares.

Já em pórticos não contraventados e em estruturas nas quais a rigidez dos pilares contribuem para a estabilidade lateral e para a resistência a carregamentos laterais, o fator de flambagem K deve ser determinado segundo uma avaliação da flambagem lateral.

5.4.1.3 Método da análise de primeira ordem

Assim com o método do comprimento efetivo de flambagem, o método simplificado da análise de primeira ordem é permitido pela norma americana como um método alternativo ao “*Direct Analysis Method*”.

Este método pode ser usado desde que sejam respeitadas as seguintes condições:

- A estrutura suporta carregamentos verticais por meio de pilares verticais, paredes ou pórticos;
- A máxima relação entre os deslocamentos obtidos por meio de uma análise de primeira ordem e os obtidos por meio de uma análise de segunda ordem em todos os andares, dada pelo coeficiente B_2 , deve ser menor que 1,5;
- O esforço de compressão solicitante para todos os membros cuja rigidez à flexão são consideradas para a estabilidade lateral da estrutura deve respeitar a seguinte limitação:

$$\alpha \cdot P_r < 0,5 \cdot P_y \quad (3.32)$$

Onde: $\alpha = 1,0$ (LRFD); $\alpha = 1,6$ (ASD);

P_r é o esforço solicitante de compressão no elemento;

P_y é o resistência à compressão do elemento.

A determinação dos esforços solicitantes é feita por meio de uma análise de primeira ordem adicionada de duas recomendações:

- Em todas as combinações de ações deve ser incluído o efeito de uma força lateral, N_i , juntamente com a consideração das outras ações em todos os andares da estrutura. Dado por:

$$N_i = 2,1 \cdot \alpha \cdot \frac{\Delta}{L} \cdot Y_i \geq 0,0042 \cdot Y_i \quad (3.33)$$

Onde: $\alpha = 1,0$ (LRF);

Y_i carregamento vertical no andar i ;

Δ deslocamento lateral do andar podendo ser o deslocamento médio do andar ou o deslocamento máximo (em mm);

L é a altura do andar (mm).

A força lateral, N_i , é aplicada na direção que provocar o maior efeito desestabilizante. Em combinações onde não há carregamento lateral deve-se considerar duas direções ortogonais e aplicar a força lateral nos sentidos positivos e negativos nas duas direções em todos os andares para cada combinação. Caso haja carregamento lateral nas combinações, a força lateral adicional é aplicada no mesmo sentido do carregamento existente.

- As amplificações dos momentos da estrutura indeslocável devem ser consideradas pelo coeficiente B_1 , em todos os elementos, para a consideração dos efeitos de segunda ordem.

Caso todas as condições descritas acima sejam respeitadas, a norma americana permite a determinação dos esforços por meio de uma análise de primeira ordem e o coeficiente de flambagem K por ser tomado como igual a 1,0.

5.4.2 Análise estrutural quanto às considerações do material

A norma americana permite realizar a análise estrutural elástica ou plástica (inelástica).

Os requisitos para a realização de uma análise inelástica são apresentados no Apêndice 1 do ANSI/AISC 360-10:2010.

Assim como na análise elástica, a análise inelástica deve levar em consideração da estabilidade global da estrutura e, portanto, os efeitos das

deformações dos elementos devido aos esforços de flexão, cisalhamento e normal além das deformações dos elementos de ligação que contribuem para o deslocamento da estrutura, efeitos de segunda ordem (P- Δ e P- δ), imperfeições geométricas iniciais, redução da rigidez devido a inelasticidade e incertezas na resistência e rigidez do sistema, elementos e ligações.

Deve-se, também, respeitar algumas limitações quanto à ductilidade dos elementos como, por exemplo, a tensão de escoamento mínima dos materiais onde possa ocorrer a rótula plástica deve ser menor do que 450 MPa, a esbeltez dos elementos comprimidos e o comprimento destravado devem ser limitados de acordo com a Tabela B 4.1b e o Anexo 1 da AISC

5.4.3 Imperfeições geométricas iniciais

A consideração das imperfeições iniciais como, por exemplo, a falta de prumo dos pilares pode ser feita de forma direta ou por meio das forças nocionais.

Na modelagem das imperfeições de forma direta a estrutura é analisada com os pontos de interseção dos elementos (nós) deslocado da sua posição nominal.

As forças nocionais, para a consideração das imperfeições, devem ser somadas aos carregamentos laterais, aplicadas em todos os andares e consideradas em todas as combinações de carregamentos. A magnitude da força nocional deve ser dada por:

$$N_i = 0,002 \cdot \alpha \cdot Y_i \quad (3.34)$$

Onde: N_i é a força nocional aplicada no andar i ;

α é igual a 1,0 (LRFD);

LRFD = Load and resistance fator design

Y_i é a força vertical aplicada no andar i .

0,002 é baseado na em uma consideração nominal de fora de prumo de 1/500.

As forças nocionais devem ser aplicadas na direção que provocar o maior efeito desestabilizante. Para casos em que não há carregamentos laterais considerados na combinação de ações, deve-se considerar o carregamento aplicado em duas direções ortogonais, nos sentido positivo e negativo em cada direção e na mesma direção em todos os andares. Casos o carregamento lateral seja

considerado, todas as forças nocionais devem aplicadas nas direções dos carregamentos laterais considerados para cada combinação.

Tanto na modelagem direta das imperfeições iniciais quanto no uso das forças nocionais a norma permite que nos casos em que a relação dos deslocamentos calculados por meio de uma análise de segunda ordem e dos deslocamentos calculados por meio de uma análise de primeira ordem for menor do que 1,5 em todos os pavimentos, os efeitos da imperfeição inicial sejam incluídos apenas nas combinações com carregamentos verticais não necessitando sua consideração quando há a aplicação de carregamentos laterais.

5.4.4 Imperfeições iniciais de material

Para levar em conta as imperfeições iniciais do material nas análises, a norma recomenda que o valor da rigidez à flexão e à compressão dos elementos que contribuem para a estabilidade da estrutura ou todos os elementos que compõem a estrutura sejam multiplicados por um fator igual a 0,8.

A norma alerta que aplicando a redução da rigidez à flexão de apenas alguns elementos pode gerar resultados distorcidos, pois, pode ocorrer a distribuição de esforços de maneira equivocada. Este fato pode ser evitado aplicando-se a redução em todos os elementos da estrutura, mesmo naqueles que não contribuem para a estabilidade da estrutura.

Juntamente com o fator de redução da rigidez 0,8 deve-se utilizar o fator τ_b para a redução da rigidez à flexão de todos os elementos que contribuem para a estabilidade da estrutura dado por:

- Para $\alpha \cdot P_r / P_y \leq 0,5$:

$$\tau_b = 1,0 \quad (3.35)$$

- Para $\alpha \cdot P_r / P_y > 0,5$:

$$\tau_b = 4 \cdot (\alpha \cdot P_r / P_y) \left[1,0 - \left(\frac{\alpha \cdot P_r}{P_y} \right) \right] \quad (3.36)$$

Onde: $\alpha = 1,0$ (LRFD);

LRFD = Load and resistance fator design

P_r é o esforço solicitante de compressão no elemento;

P_y é a resistência à compressão do elemento.

Em estruturas em que $\alpha.P_r/P_y > 0,5$ pode-se utilizar $\tau_b = 1,0$ para todos os elementos, desde que seja aplicada em todos os andares da estrutura uma força nocional dada por $N_i = 0,001.\alpha.Y_i$ para todas as combinações de carregamento.

5.4.5 Ligações Semi-rígidas

De acordo com o AISI/AISC 360-10:2010, as estruturas com ligações classificadas como PR (*Partially Restrained*) devem ser analisadas estimando a flexibilidade das ligações e incluindo-as na análise estrutural. Os resultados quanto a esforços, deslocamentos e estabilidade do pórtico considerando o comportamento das ligações obtidos na análise estrutural devem ser utilizados posteriormente para o dimensionamento das ligações, tornando assim o processo de análise estrutural um processo iterativo.

Para a determinação do comportamento da ligação, a norma sugere a utilização, com o devido cuidado, de bases dados, estudos experimentais ou estudos numéricos via método dos elementos finitos.

A norma americana ressalta que a rigidez inicial da ligação não é apropriada para caracterizar o comportamento das ligações sob carregamentos de serviço, devendo ser utilizado a rigidez secante da ligação que se refere ao momento ao qual a ligação está sendo solicitada, ilustrado na Figura 4.26.

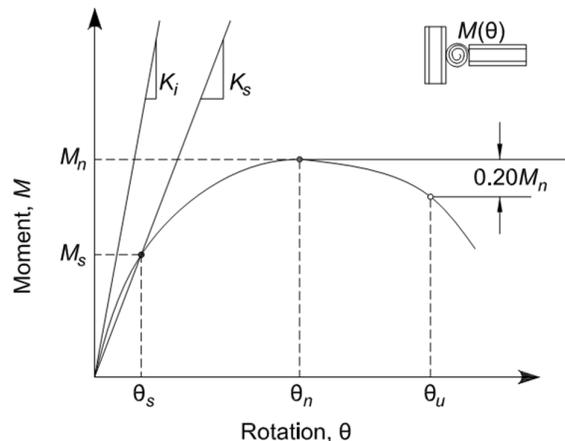


Figura 4.26 – Rigidez inicial e secante das ligações (AISC:2005)

5.5 Considerações finais

Neste capítulo foram apresentadas as recomendações normativas para a realização da análise estrutural quanto à estabilidade, ao material, consideração das imperfeições iniciais geométricas e de material e formas de considerações das ligações.

Pode-se observar em todas as normas, a recomendação da consideração dos efeitos de segunda ordem global e local, além das imperfeições iniciais. Também são apresentadas formas a consideração desses efeitos diretamente na análise estrutural, confirmando a tendência de desuso do coeficiente de flambagem K .

Quanto às ligações, as três normas consideram a semi-rigidez das ligações. A norma brasileira apresenta poucas recomendações quanto a consideração da semi-rigidez das ligações na análise estrutural. O Eurocode 3 possui uma parte de sua norma dedicada exclusivamente às ligações onde é utilizado o método das componentes para o cálculo da rigidez e resistência das ligações. A norma americana recomenda a consideração do comportamento semi-rígido porém indica o uso de base de dados e resultados numéricos e experimentais para a determinação da rigidez.

Capítulo 6

Análise Numérica de

Ligações

6.1 Apresentação

Neste capítulo serão apresentados os critérios utilizados para a realização e validação da análise numérica dos modelos tridimensionais de ligações isoladas. Serão estudadas ligações viga de aço-pilar com chapa de topo estendida e ligações viga mista-pilar com cantoneira de alma e assento.

Os resultados da modelagem numérica das ligações isoladas serão comparados com resultados experimentais disponíveis na literatura especializada. Estes modelos numéricos de ligações de aço com chapa de topo estendido, após feita a calibração, servirão como base para a modelagem de ligações que serão utilizadas na análise de edifícios nos próximos capítulos.

Adicionalmente, pretende-se aprimorar a modelagem de ligações viga mista-pilar. Os estudos realizados anteriormente sobre o assunto, no Departamento de Estruturas da Escola de Engenharia de São Carlos, apresentaram diversos problemas na modelagem do comportamento da laje de concreto como a falta de convergência na resolução dos sistemas não lineares.

A análise numérica foi feita via método dos elementos finitos utilizando o software ANSYS. Primeiramente, os elementos finitos utilizados são descritos e em seguida os critérios adotados na análise numérica são apresentados. No final do capítulo é feita a validação dos modelos comparando-se os resultados obtidos com os resultados experimentais disponíveis na literatura.

Neste estudo do comportamento das ligações isoladas foram discretizados modelos tridimensionais com elementos do tipo sólido, elementos de contato e elementos para a aplicação da protensão dos parafusos. A criação da malha de elementos finitos, para os modelos deste estudo, foi feita com o auxílio de um software pré-processador denominado *TRUEGRID* e posteriormente exportados

para a análise no software ANSYS. As não linearidades geométrica, do material e de contato são consideradas neste estudo.

Nos próximos itens serão detalhadas as considerações feitas neste estudo.

6.2 Elementos finitos adotados

A metodologia utilizada no estudo de ligação isolada tem como base os trabalhos desenvolvidos anteriormente por Maggi (2000), Maggi (2004), Tristão (2006) e Bessa (2009).

6.2.1 SOLID185

O elemento volumétrico SOLID185 (Figura 6.1) foi utilizado para modelar os elementos de aço (viga, pilar, chapas, chapa de topo, cantoneiras e parafusos). Este elemento possui oito nós e três graus de liberdade por nó: translações nas direções dos eixos X, Y e Z. Este elemento permite considerar a plasticidade por meio de um diagrama tensão-deformação multilinear.

Para minimizar o efeito numérico denominado “shear locking” ativou-se a opção do elemento que adiciona graus de liberdade fictícios para minimizar o aumento de rigidez deste elemento. Mais detalhes sobre este fenômeno são descritos em MAGGI (2004).

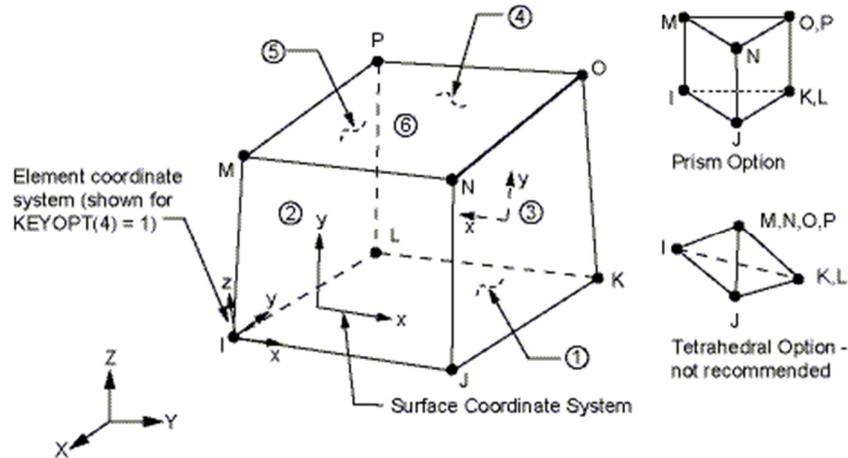


Figura 6.1 – Elemento sólido SOLID185 – Fonte: Documentação do ANSYS.

6.2.2 TARGE170 e CONTA173

A simulação do contato entre os elementos foi feita pelos elementos TARGE170 E CONTA173 (Figura 6.2). Estes elementos representam a formulação de contato do tipo superfície-superfície.

O elemento TARGE170 é definido como a superfície alvo, ou seja, superfície mais rígida e o elemento CONTA173 é definido como a superfície de contato, mais flexível. A Tabela 6.1 apresenta os pares de contato considerados no modelo e os elementos utilizados em cada superfície.

O algoritmo para a consideração do contato utilizado foi o Método Lagrangiano Aumentado por apresentar uma melhor convergência quando foram modeladas as ligações do tipo viga mista-pilar.

Além do tipo da formulação, a convergência e resultados dos modelos mistos apresentaram uma grande dependência do fator de rigidez normal do contato (FKN). A rigidez normal de contato pode variar de acordo com a discretização da malha de elementos finitos. Foram testados diversos valores para o fator de rigidez normal do contato. Variando-se o valor do fator de rigidez entre 0,1 e 1,0 não se observou grandes diferenças para a convergência da solução e nem nos resultados quanto à rigidez inicial e momento último das ligações de aço. Por outro lado, para ligações mistas, obteve-se uma melhor convergência quando utilizado valor igual a 0,1 para o fator de rigidez.

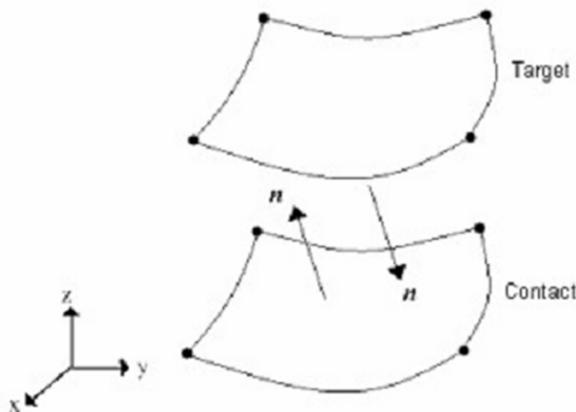


Figura 6.2 – Elementos TARGE170 e CONTA173 – Fonte: Documentação do ANSYS.

Tabela 6.1 – Pares de contato

Pares de Contato	
Superfície Alvo (TARGE170)	Superfície de contato (CONTA173)
Mesa do pilar	Chapa de topo/ Cantoneiras
Chapa de topo/Cantoneiras	Cabeça do parafuso
Furos	Fuste dos parafusos
Mesa do pilar	Porca do Parafuso
Laje de concreto	Pilar/ Viga

6.2.3 SOLID65

No estudo de ligações mistas de aço e concreto, a discretização da laje de concreto foi feita com elementos de concreto do tipo sólido denominado SOLID65 (Figura 6.3). Este elemento possui oito nós e três graus de liberdade por nós, sendo referentes às translações nas direções X,Y e Z. Ele permite a simulação das fissuras quando submetido à tração e o esmagamento do concreto quando comprimido.

As armaduras podem ser discretizadas por outros elementos ou incluídas sob a forma de taxa. Neste trabalho as armaduras longitudinais à viga foram discretizadas e as armaduras secundárias (transversais) foram incluídas sob a forma de taxa.

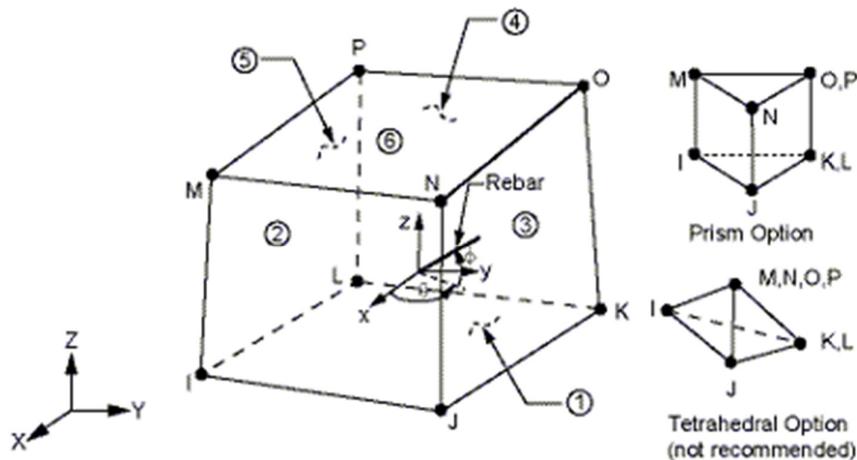


Figura 6.3 – Elemento SOLID65 – Fonte: Documentação do ANSYS.

6.2.4 BEAM23

O elemento BEAM23 foi utilizado para a discretização das armaduras longitudinais. Este elemento uniaxial é formado por dois nós com três graus de liberdade em cada nó (duas translações e uma rotação).

Todos os nós da malha da armadura foram discretizados para que coincidisse com os nós da laje. Estes nós coincidentes tiveram seus deslocamentos compatibilizados.

6.2.5 BEAM189

Para a modelagem dos conectores de cisalhamento foi utilizado o elemento de barra BEAM189. Este elemento possui três nós e seis graus de liberdade por nó (três translações e três rotações).

Este elemento permite a consideração da não-linearidade do material e também a forma da seção transversal.

6.2.6 PRETS179

O elemento PRETS179 foi utilizado para a aplicação da protensão dos parafusos. Este elemento possui três nós e um grau de liberdade de translação. Uma malha de protensão é criada na seção transversal do fuste do parafuso com estes elementos que são ligados por um nó em comum no qual é aplicado a força de protensão.

A utilização deste elemento permite a aplicação da força de protensão diretamente na malha do parafuso, ao contrário da estratégia de aplicação da variação negativa de temperatura que necessitava definir a temperatura a ser aplicada de acordo com o tamanho do fuste do parafuso. Além disso, a utilização deste tipo de elemento apresentou uma melhor convergência numérica nos modelos de ligação viga mistas-pilar.

6.3 Definição da geometria e malha de elementos finitos

A geometria dos modelos numéricos das ligações foi preparada com base nos seguintes protótipos experimentais:

- Modelo cruciforme CTEE1 ensaiado por Maggi (2004);
- Modelo cruciforme CTA-C1 ensaiado por Figueiredo (2004);
- Modelo em “T” CTA-T1 ensaiado por Figueiredo (2004);
- Modelo misto em “T” TNRSS e TRSS ensaiado por Bessa (2009).

A Tabela 6.2 apresenta os perfis utilizados nos modelos de aço e misto.

A Figura 6.4 apresenta a geometria dos modelos cruciformes CTEE1 e CTA-C1. Ambos diferem apenas na espessura da chapa de topo igual a 16 mm no modelo CTEE1 e 22,4 mm no modelo CTA-C1. A Figuras 6.5 ilustra a geometria do modelo “T” CTA-T1, que utilizou chapa de topo de 22,4 mm de espessura, e as dimensões das chapas de topo utilizado tanto nos modelos cruciformes quanto nos modelos T em aço.

Já a Figura 6.6, ilustra a geometria dos modelos “T” misto.

Tabela 6.2 – Perfis dos modelos

Elementos dos modelos					
Modelo	Viga	Pilar	Diâmetro Parafusos	Cantoneira de Alma	Cantoneira de Assento
Aço	VS 250X37	CVS 300 X 70	16 mm	-	-
Misto	W 200 X 26,6	HP 200X56	19 mm	2L 3" X 3" X 1/2"	L 4" X 4" X 5/16"

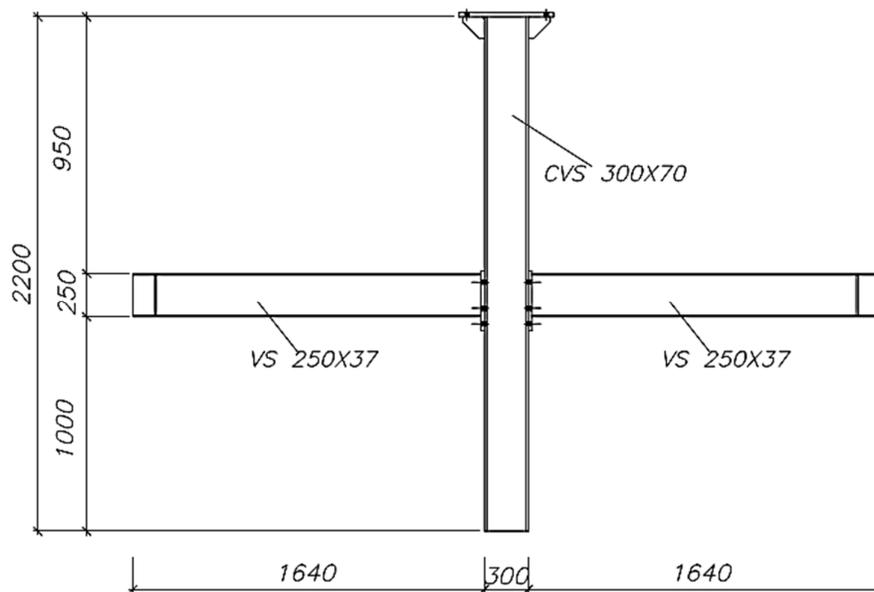


Figura 6.4 – Característica geométrica dos modelos.

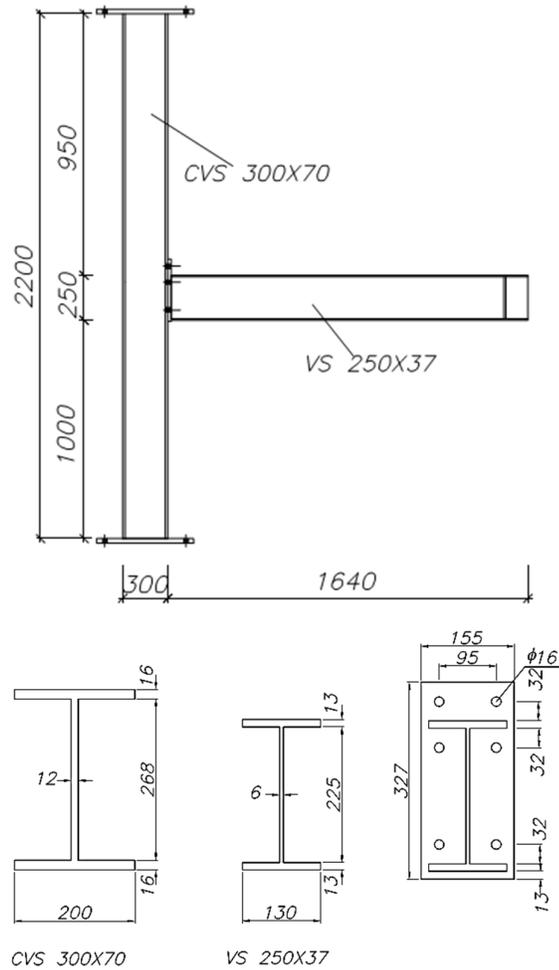


Figura 6.5 – Característica geométrica do modelo T.

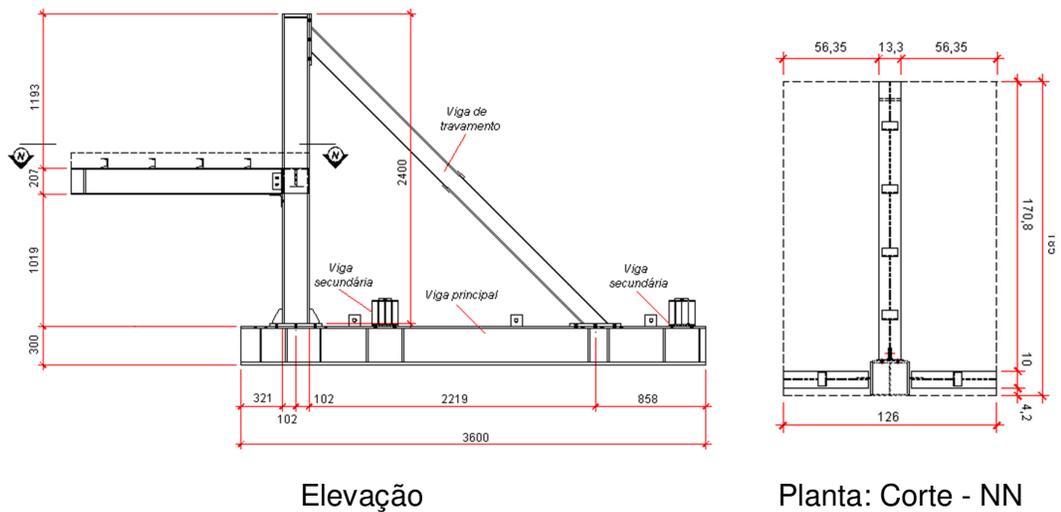


Figura 6.6 - Modelos de ligação viga mista-pilar de borda. Bessa (2009).

Os componentes foram discretizados de maneira isolada com o auxílio do software comercial pré-processador TRUEGRID, respeitando as dimensões reais dos modelos, e posteriormente exportados para o ANSYS.

Nos modelos com chapa de topo, não foi considerado a solda entre a viga e a chapa de topo. Os nós de interseção da viga e chapa de topo pertencem aos dois componentes formando um único bloco. A Figura 6.7 ilustra um detalhe da chapa de topo.

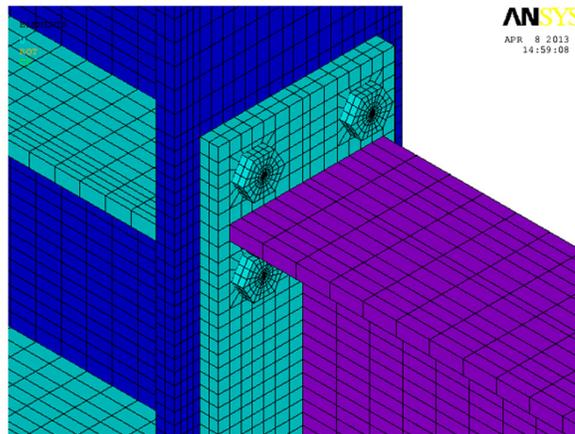


Figura 6.7 – Detalhe da região tracionada da chapa de topo.

Assim como em Maggi (2000), os parafusos foram discretizados como um único corpo, ou seja, os nós do fuste foram acoplados aos nós da porca e da cabeça (Figura 6.8). O diâmetro do fuste do parafuso foi modelado como sendo o diâmetro nominal do parafuso. Em todos os furos foram consideradas as folgas entre os parafusos e as chapas.

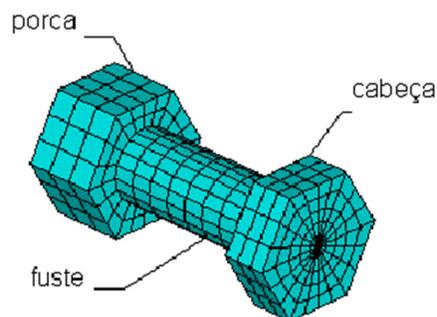


Figura 6.8 – Discretização dos parafusos – Maggi (2004).

A Figura 6.9 ilustra a discretização da malha de elementos finitos do modelo de ligação de aço cruciforme com chapa de topo estendida.

Nos modelos mistos, os nós da laje e conector de cisalhamento foram acoplados seguindo a metodologia adotada por Kotinda (2006) e Bessa (2009). Assim, os nós coincidentes da laje e conector foram acoplados nas direções X e Z. O nó correspondente a mesa do conector U foi acoplado também segundo a direção Y.

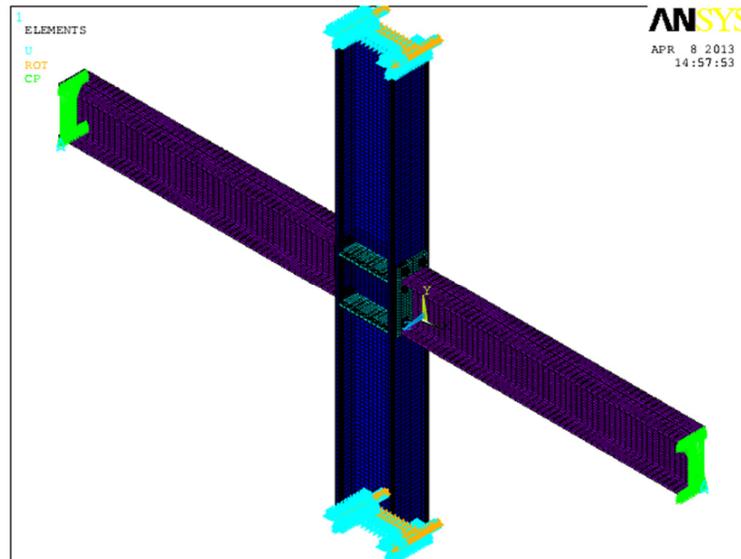


Figura 6.9 – Discretização da malha de elementos finitos das ligações de aço

O acoplamento de apenas um nó entre o conector de cisalhamento e a viga, como nos trabalhos anteriores, provocou uma concentração de tensões nestas regiões causando problemas de convergência na modelagem. Para resolver este problema, o nó do conector de cisalhamento foi acoplado a um conjunto de nós da viga. A Figura 6.10 ilustra o acoplamento dos nós da laje com o conector e do nó inferior do conector com um conjunto de nós da laje.

A Figura 6.11 ilustra a vista geral da malha de elementos finitos do modelo misto.

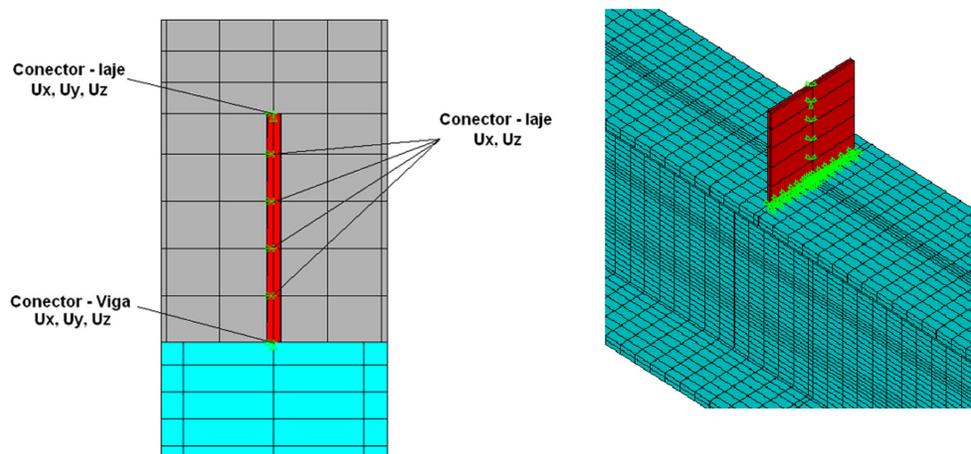


Figura 6.10 – Acoplamento dos nós do conector e laje/viga

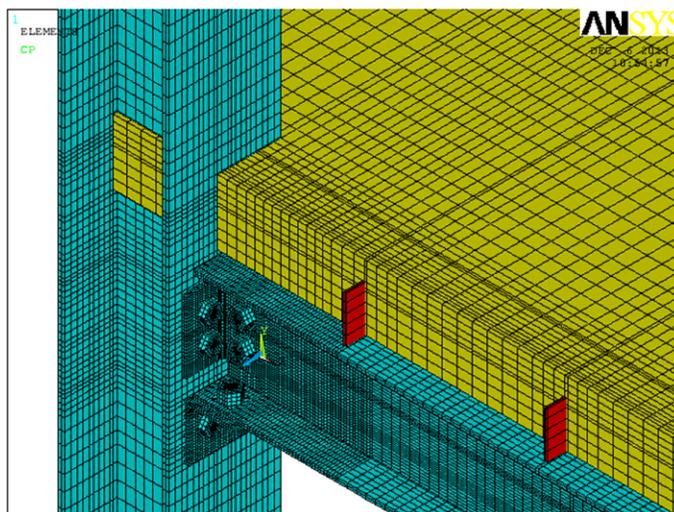


Figura 6.11 – Discretização da malha de elementos finitos das ligações mistas

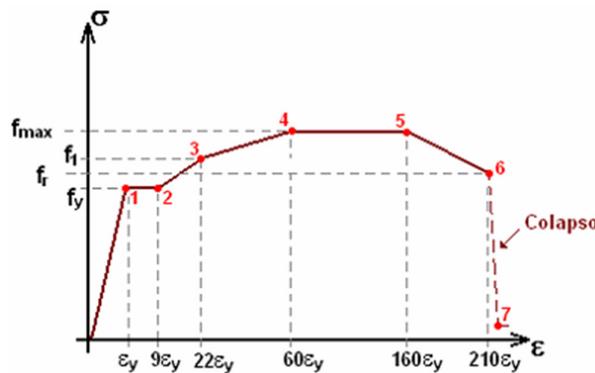
6.4 Não linearidade do material

No estudo numérico de ligações em modelos tridimensionais, o modelo constitutivo a ser utilizado tem um papel fundamental no comportamento da estrutura.

Segundo Bessa (2009), em um estudo da ligação com modelos numéricos tridimensionais, a rigidez inicial das ligações é influenciada pelas características elásticas do material, características geométricas, protensão dos parafusos e pelo tipo de carregamento. Já em estágios mais avançados de solicitações, o comportamento das ligações está intimamente ligado ao modelo constitutivo adotado para simular a plasticidade do material.

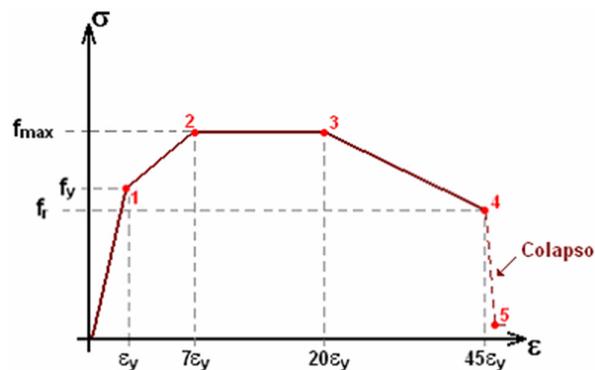
Assim, foi adotado um modelo constitutivo multi-linear com encruamento cinemático (KINH) com critério de plastificação segundo as tensões equivalentes de von-Mises.

As relações da curva tensão-deformação para o aço das chapas (vigas, pilares e chapa de topo) e dos parafusos foram adotadas de acordo com Maggi (2004) e são representados nas Figuras 6.12 e 6.13, respectivamente. Segundo o autor, o colapso nos modelos é obtido pela falta de convergência numérica, o que geralmente ocorre em estágios avançados de carregamento quando a solução não linear se torna instável. A adoção de trechos descendentes com inclinação acentuada facilita a caracterização da instabilidade global do modelo numérico e, assim, dos estados limites das ligações analisadas.



Ponto	σ	ϵ
1	f_y	ϵ_y
2	f_y	$9\epsilon_y$
3	$f_y + 0,5 \cdot (f_y + f_u)$	$22\epsilon_y$
4	f_u	$60\epsilon_y$
5	f_u	$160\epsilon_y$
6	$f_y + 0,2 \cdot (f_y + f_u)$	$210\epsilon_y$
7	0,1	$212\epsilon_y$

Figura 6.12 – Modelo constitutivo multi-linear para chapas – MAGGI (2004).



Ponto	σ	ϵ
1	f_y	ϵ_y
2	$f_y + 0,25 \cdot (f_y + f_u)$	$7\epsilon_y$
3	$f_y + 0,25 \cdot (f_y + f_u)$	$20\epsilon_y$
4	$f_y - 0,15 \cdot (f_y + f_u)$	$45\epsilon_y$
5	0,1	$45,5\epsilon_y$

Figura 6.13 – Modelo constitutivo multi-linear para parafusos – MAGGI (2004).

As características à tração do concreto foram representadas pelo modelo *concrete* disponibilizado pelo software ANSYS que tem como base o modelo de

Willan-Warnke e permite simular a fissuração do concreto quando submetidos à tração.

Seguindo a metodologia usada por Kotinda (2006) e Higaki (2009), os parâmetros necessários para a utilização do modelo assim como seus valores são apresentados na Tabela 6.3. A resistência à compressão foi desabilitada para evitar instabilidades numéricas, adotando-se o valor -1 para esse parâmetro. Neste caso, admitiu-se o critério de plastificação de von Mises para o concreto sob compressão.

Tabela 6.3 – Valores dos parâmetros do modelo *Concrete* adotados

Descrição dos Parâmetros	Valores Adotados
Coeficiente de cisalhamento para fissura aberta	0,2
Coeficiente de cisalhamento para fissura fechada	0,6
Resistência última uniaxial à tração (f_t)	0,26
Resistência última uniaxial à compressão (f_c)	-1
Resistência última biaxial à compressão (f_{cb})	Valores pré-definidos pelo ANSYS
Estado de tensão hidrostática ambiente (σ_{ha})	
Resistência última biaxial à compressão sob estado de tensão hidrostática ambiente (f_1)	
Resistência última uniaxial à compressão sob estado de tensão hidrostática ambiente (f_2)	
Coeficiente multiplicador de rigidez para condição fissurada na tração	

Segundo Chen e Han (1988), apesar dos critérios de von Mises e Tresca serem normalmente utilizados para materiais dúcteis, estes critérios são utilizados também para uma análise preliminar em elementos finitos do concreto sob tensões de compressão.

Assim, o modelo constitutivo adotado na compressão foi o do tipo multilinear com encruamento cinemático e a curva Tensão X Deformação, ilustrada na Figura 6.14, obtido do Eurocode 2:2003 seguindo a relação dada pela equação 6.1.

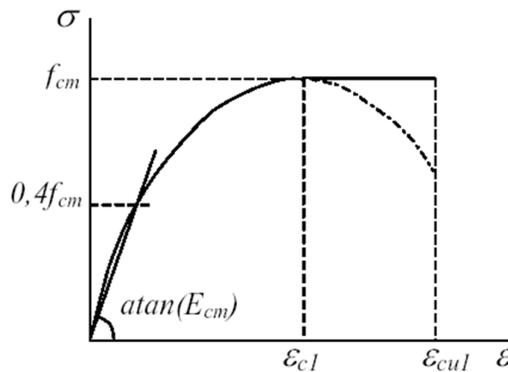


Figura 6.14 – Modelo constitutivo adotado para o concreto – Eurocode 2 (2002).

$$\sigma = f_{cm} \cdot \frac{k \cdot \eta - \eta^2}{1 + (k - 2) \cdot \eta}, \text{ para } 0 < \varepsilon < \varepsilon_{c1} \quad (6.1)$$

Onde:

$$\eta = \varepsilon / \varepsilon_{c1};$$

$$\varepsilon_{c1} (\%) = 0,7 \cdot f_{cm}^{0,31} < 2,5;$$

$$k = 1,1 \cdot E_{cm} \cdot |\varepsilon_{c1}| / f_{cm};$$

f_{cm} é o valor médio de resistência à compressão do concreto para o corpo de prova cilíndrico;

ε_{c1} é a deformação correspondente à tensão máxima de compressão;

ε_{cu1} é a deformação última à compressão;

E_{cm} é o módulo de elasticidade do concreto.

6.5 Condição de contorno e aplicação dos carregamentos

Tanto nos modelos de aço quanto nos modelos mistos, todos os nós das extremidades superior e inferior do pilar foram restringidos nas três direções ortogonais.

A aplicação do carregamento foi feita em duas etapas. A primeira etapa consiste na protensão dos parafusos pela aplicação de uma força nos elementos de

protensão. Esta força foi calculada de modo a provocar uma força de protensão igual a 70% da resistência característica do parafuso conforme a NBR 8800:2008.

A segunda parte consiste na aplicação de carregamento na extremidade da viga de modo a provocar um momento na ligação. Este carregamento é aplicado na forma de deslocamento negativo na direção do eixo y. A escolha desta opção visou conseguir uma maior rapidez e estabilidade para a convergência do modelo.

6.6 Solução incremental-iterativa

Os carregamentos aplicados foram divididos em incrementos para realizar-se um processo iterativo e, então, obter-se o equilíbrio do modelo. Esta técnica é necessária tendo em vista a consideração das não linearidades geométrica, do material e de contato aplicadas ao modelo.

Para os modelos de aço, os incrementos de carregamentos variaram entre 0,03% e 0,3% de acordo com o processo de convergência, utilizando a opção de incrementos automáticos do software. Já para os modelos mistos os incrementos variam entre $3 \cdot 10^{-8}$ % e 0,15%. O uso de incrementos extremamente pequenos, principalmente nos estágios iniciais, nos modelos mistos foi fundamental para conseguir uma boa convergência dos resultados devido ao comportamento altamente não-linear da laje de concreto

O método utilizado para a resolução do sistema não-linear foi o de *Newton-Raphson Full*. O valor tolerância imposta para a convergência da solução foi igual a 0,001 para força e 0,01 para os deslocamentos no modelos de aço e misto.

6.7 Validação dos modelos numéricos

6.7.1 Ligações de aço

Para a validação dos modelos de ligações de aço, os resultados obtidos numericamente são comparados com os resultados da análise experimental realizados por Maggi (2004) e Figueiredo (2004).

Na Figura 6.15 são apresentadas as curvas Momento X Rotação das ligações dos modelos CTEE1 e CTA-C1 experimentais e numéricos. A rotação da ligação foi medida obtendo-se o deslocamento horizontal da chapa de topo na altura da mesa

da viga e dividindo-o pela altura da viga. Pode-se observar uma boa aproximação dos resultados dos modelos numéricos.

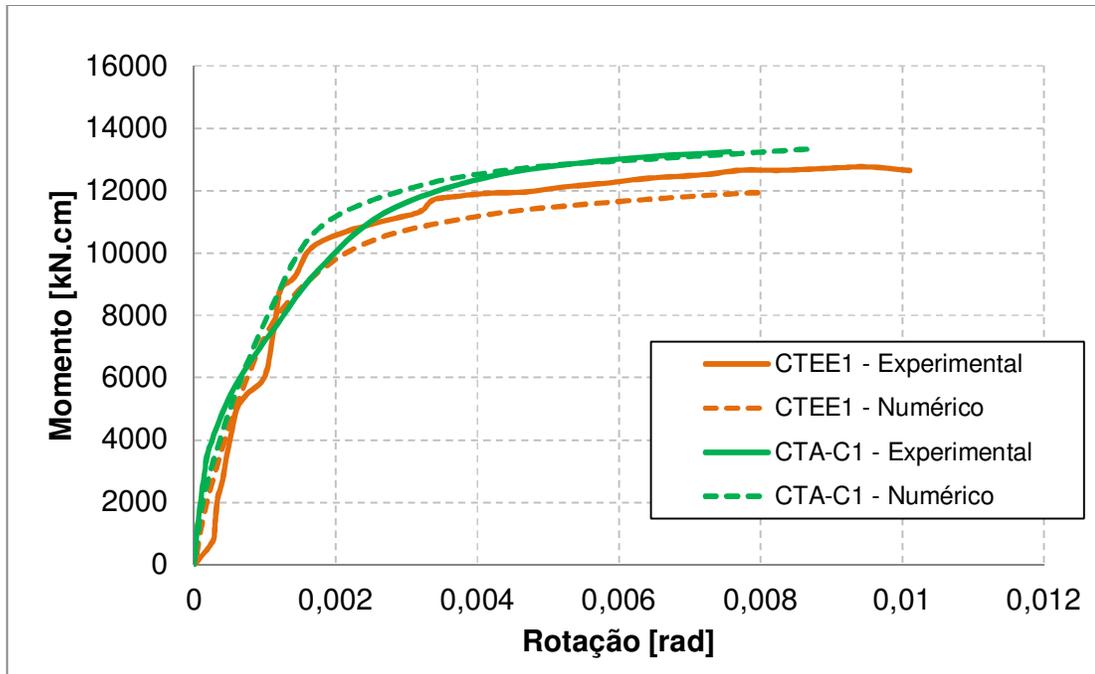


Figura 6.15 - Curvas Momento X Rotação dos modelos com ligação de aço cruciforme.

A curva Momento X Rotação do modelo de ligação de canto, CTA-T, é apresentada na Figura 6.16.

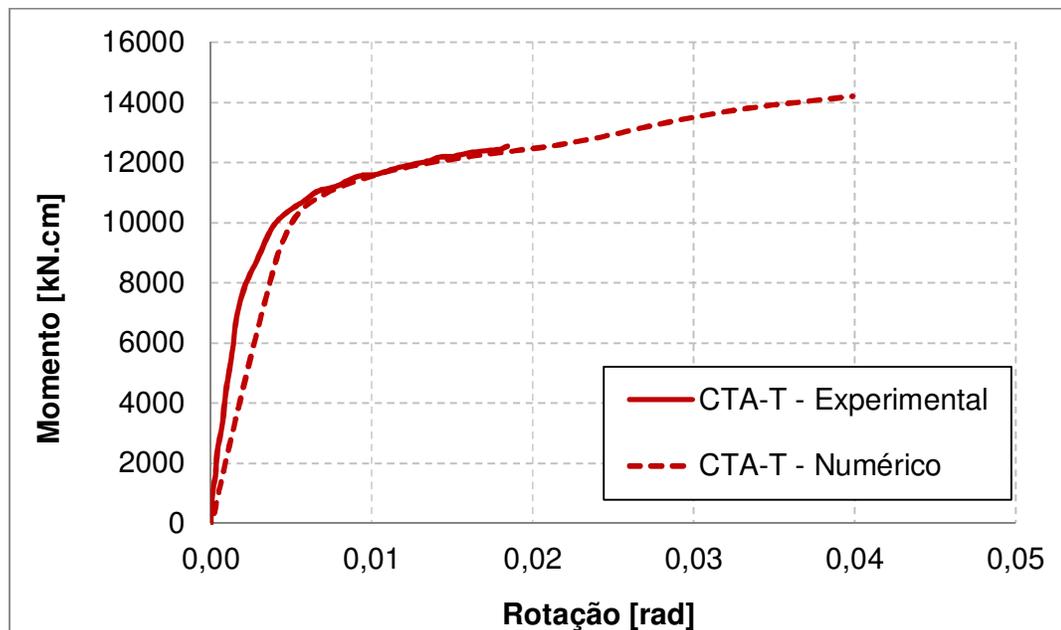


Figura 6.16 - Curvas Momento X Rotação dos modelos com ligação de aço de canto

6.7.2 Ligações Mistas

A Figura 6.12 ilustra os comportamentos das ligações mistas (TNRSS e TRSS) obtidos experimentalmente por Bessa (2009) e os respectivos resultados dos modelos numéricos.

Pode-se observar nessa figura que os modelos numéricos apresentaram uma boa aproximação quanto à rigidez inicial da ligação. Quando o modelo numérico TNRSS atingiu uma rotação igual a 0,03 rad, houve o contato do fuste do parafuso com a cantoneira de assento fazendo com que a ligação apresentasse um ganho de rigidez a partir desse ponto.

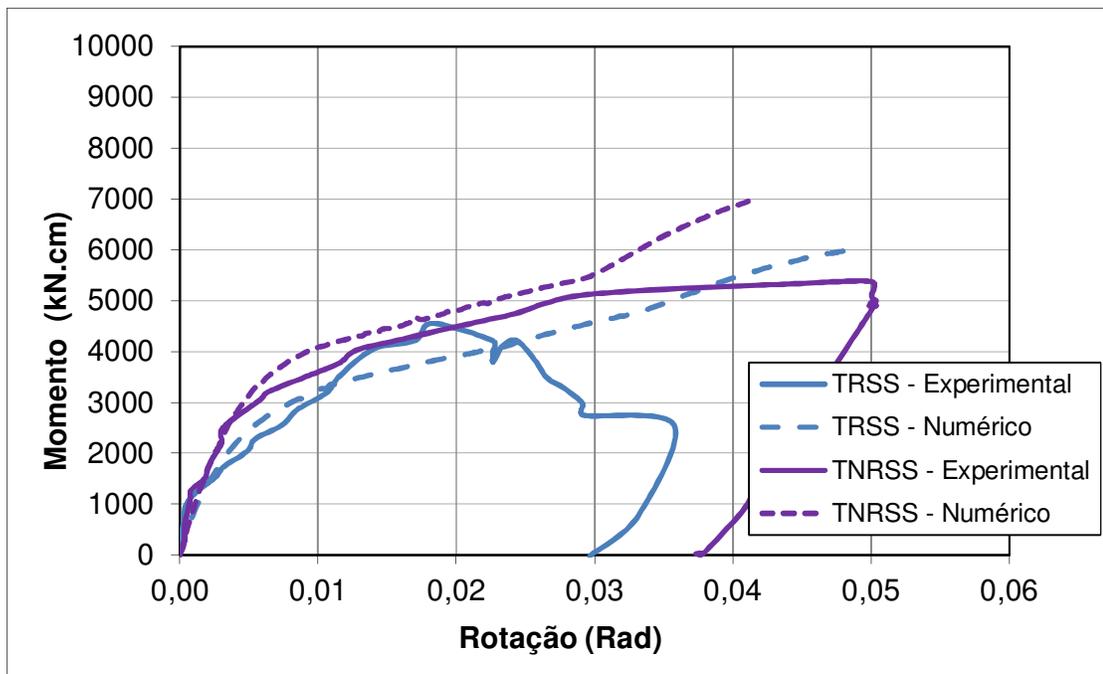


Figura 6.17 - Curvas Momento X Rotação dos modelos com ligação mista de canto

A utilização do elemento finito de concreto SOLID65 permitiu obter um modelo de fissuração da laje de concreto. A Figura 6.18 ilustra um esquema da fissuração da laje baseado nos resultados do modelo experimental TNRSS e o esquema de fissuração obtido pelo modelo numérico para uma rotação igual a 0,005 rad. Pode se observar que assim como no modelo experimental, as fissuras do modelo numérico aparecem primeiro nas regiões próximas ao pilar.

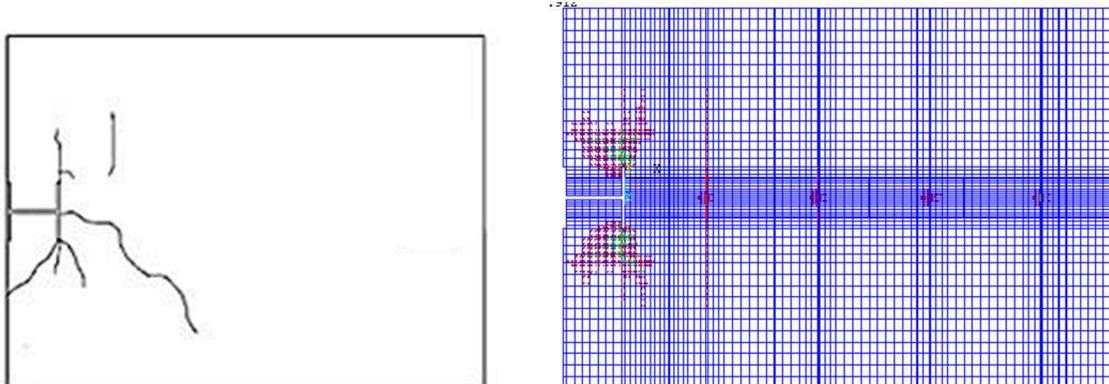


Figura 6.18 – Esquema de fissuração do modelo experimental e numérico

6.8 Considerações finais

Neste capítulo foram descritos os critérios adotados para a realização da modelagem tridimensional numérica das ligações de aço e mistas.

A estratégia da aplicação de uma variação negativa de temperatura no fuste dos parafusos inicialmente utilizada em Maggi (2000) foi utilizada em diversos trabalhos realizados anteriormente no Departamento de Estruturas da Escola de Engenharia de São Carlos sobre ligações parafusadas. A variação de temperatura a ser aplicada depende do comprimento do fuste do parafuso e muitas vezes apresentou problemas de convergência numérica nos modelos com viga mista. Assim, utilização do elemento específico para a aplicação de protensão nos parafusos resultou em uma modelagem de convergência mais fácil e menos trabalhosa, pois, a força de protensão pode ser aplicada diretamente nos parafusos.

Para as ligações de aço foram feitas análises de ligações parafusadas com chapa de topo estendida. Os modelos numéricos apresentaram uma boa aproximação quanto à rigidez inicial e momento último das ligações quando comparados com os modelos experimentais.

Nos modelos mistos, a utilização do elemento finito SOLID65 e seu modelo de fissuração tornou a convergência da solução não linear extremamente sensível a alguns fatores como, por exemplo, o fator de rigidez dos elementos de contato e principalmente ao tamanho do incremento do passo de carga na aplicação do carregamento.

Assim, com o sucesso da utilização do elemento de concreto e seu modelo de fissuração conseguiu-se um grande avanço na modelagem das ligações mistas.

No próximo capítulo serão descritos as considerações realizadas na análise avançada de estruturas com ligações semi-rígidas.

Análise Estrutural via MEF

7.1 Apresentação

Neste capítulo serão apresentadas as considerações feitas para a análise estrutural via método dos elementos finitos. Procurou-se calibrar os modelos estudados para a realização da *advanced analysis* (descrita no Capítulo 3) utilizando os critérios de segurança da NBR 8800:2008.

Primeiramente são descritos os tipos de elementos finitos utilizados e os critérios adotados na análise de pórticos. Em seguida, mostra-se a comparação dos resultados de um modelo numérico de pórtico analisado com o programa ANSYS com os resultados de um modelo bastante estudado na literatura especializada.

Posteriormente, seguindo-se as recomendações do Anexo A da AISC 360-10:2010, recomendações para análise inelástica, é realizada a calibração da verificação de elementos utilizando os coeficientes de ponderação de segurança da NBR 8800:2008.

Finalmente, aplica-se as mesmas recomendações para a análise elástica nos modelos tridimensionais de ligação e comparam-se seus resultados com os resultados analíticos do Método das Componentes do Eurocode 3 – Parte 1.8:2008.

7.2 Elemento finitos adotados

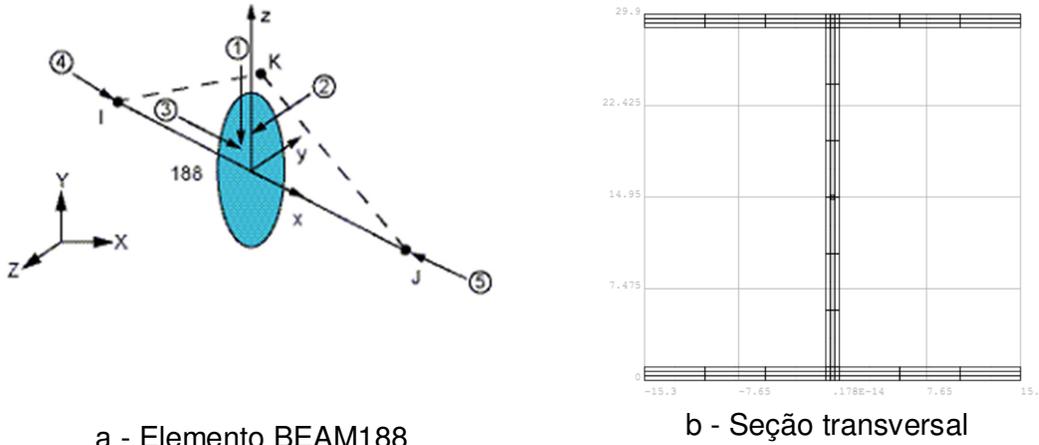
Para o estudo da análise estrutural de pórticos aço com ligações semi-rígidas, foram utilizados elementos finitos de barra que consideram a teoria das zonas plásticas e elementos de mola não lineares.

7.2.1 BEAM 188

A modelagem da estrutura dos pórticos foi feita utilizando o elemento finito de barra tridimensional BEAM188 (Figura 7.1a) que é um elemento cúbico de dois nós e seis graus de liberdade por nó: três translações e três rotações. Este elemento é

baseado na teoria de viga de Timoshenko e utiliza o conceito de plasticidade distribuída.

Neste elemento, pode-se definir a forma da seção transversal do elemento a partir de algumas geometrias pré-definidas como, por exemplo, seção quadrada, circular, tipo I, tipo U, entre outras (Figura 7.1b).



a - Elemento BEAM188

b - Seção transversal

Figura 7.1 – Elemento de viga tridimensional BEAM 188 – Fonte: Documentação do ANSYS.

7.2.2 COMBIN39

As ligações semi-rígidas foram modeladas com o elemento de mola não linear COMBIN39. Este elemento foi utilizado com apenas um grau de liberdade, rotação em torno do eixo Z da estrutura. Os outros graus de liberdade referente às translações e rotações em torno de outros eixos foram acoplados entre os nós da viga e do pilar. Assim, para simular as ligações, foi considerado que este elemento de mola possui comprimento nulo.

Os pontos da curva Momento X Rotação da ligação foram atribuídos às características do elemento.

7.3 Definição da geometria e malha de elementos finitos

Cada pilar e viga foram divididos em 15 elementos finitos. A Figura 7.2 ilustra um pórtico de um vão e um andar discretizado com o elemento de barra tridimensional.

O refinamento da seção transversal do elemento BEAM188 é definido por meio de uma constante no software que varia de 0 (pouco refinada) a 5 (muito

refinada). Para esta constante utilizou-se o valor 5, e a mesa e a alma do perfil I foram divididas em 72 fatias (12X6) cada.

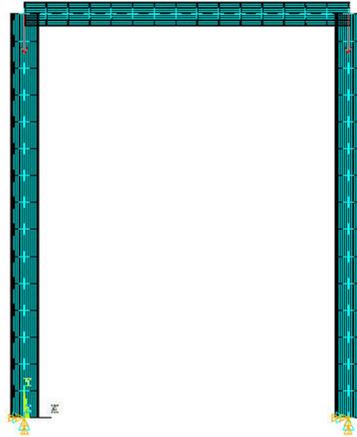


Figura 7.2 – Discretização da malha de elementos finitos do pórtico plano.

7.4 Não linearidade do material

O elemento finito escolhido para modelar as vigas e os pilares permite que a plasticidade do material seja simulada por uma curva multi-linear. Assim como nos modelos tridimensionais de ligação, foi adotado um modelo constitutivo multi-linear com encruamento cinemático (KINH) e critério de plastificação segundo as tensões equivalentes de von-Mises (Figura 7.3).

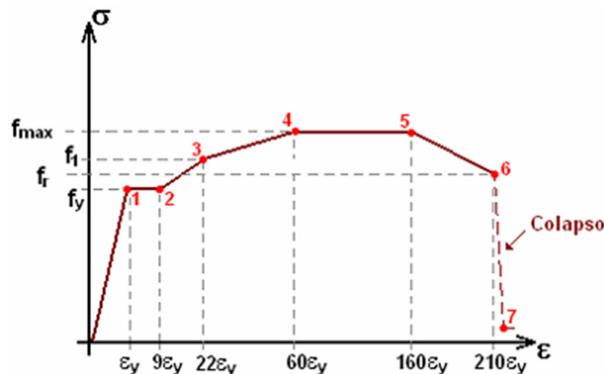


Figura 7.3 – Modelo constitutivo multi-linear para chapas.

7.5 Imperfeições iniciais

Nas análises, realizadas foram consideradas as imperfeições geométricas iniciais (curvatura inicial e posição fora de prumo dos pilares) e imperfeições iniciais de material (tensões residuais).

Para a consideração das imperfeições geométricas iniciais, foi feito uma análise elástica de autovalor e autovetor para a obtenção da geometria deformada da estrutura. Esta geometria foi utilizada para a modelagem dos nós deslocados da estrutura adotando os valores de imperfeições recomendados pela norma brasileira (Figura 7.4).

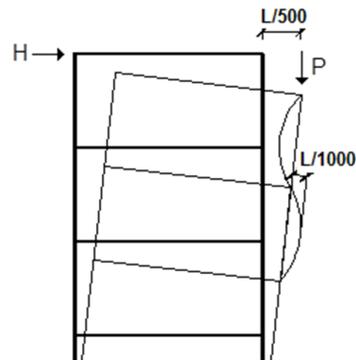


Figura 7.4 – Configuração das imperfeições geométricas iniciais.

As tensões residuais foram consideradas como um estado de tensões iniciais auto-equilibradas (resultante nulas) definidas para cada nó da seção transversal do elemento de pórtico tridimensional. A distribuição de tensões residuais adotada foi proposta por Galambos e Ketter (1957) que constitui um diagrama de tensões linear para as mesas e alma dos perfis com valores iguais a $\sigma_r = 0,3.f_y$ para perfis com relação $h/b > 1,2$ e $\sigma_r = 0,5.f_y$ para perfis com relação $h/b < 1,2$, onde h/b é a relação entre altura do perfil e largura da mesa. A Figura 7.5 ilustra a distribuição de tensões residuais adotada.

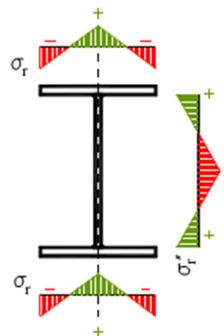


Figura 7.5 - Distribuição de tensões residuais adotadas.

7.6 Condição de contorno e aplicação dos carregamentos

Nos modelos de pórticos planos, todos os nós da malha tiveram o deslocamento fora do plano restringido. Os carregamentos concentrados foram aplicados sob a forma de força nos nós dos elementos. Já os carregamentos distribuídos, foram aplicados sob a forma de pressão nos elementos.

7.7 Solução incremental-iterativa

Os carregamentos aplicados foram divididos em incrementos para realizar um processo iterativo e, então, obter-se o equilíbrio do modelo. Esta técnica é necessária devido à consideração das não linearidades geométrica e de material aplicadas ao modelo.

O valor da tolerância imposta para a convergência da solução foi igual a 0,001 para força e momento. Os incrementos de carregamentos foram constantes e iguais a 1% do carregamento total. O método utilizado para a resolução do sistema não linear foi o de *Newton-Raphson Full*.

7.8 Validação dos modelos numéricos

7.8.1 Ligações

Para a verificação da estratégia de modelagem das ligações na análise estrutural comparou-se os resultados do modelo numérico com elementos pórtico e elementos de mola não linear com o comportamento do modelo experimental CTA-C1 de Figueiredo (2004).

A Figura 7.6 ilustra a comparação das curvas obtidas na análise experimental e os resultados do modelo numérico. Pode-se observar uma boa aproximação dos resultados, tornando válida a estratégia adotada.

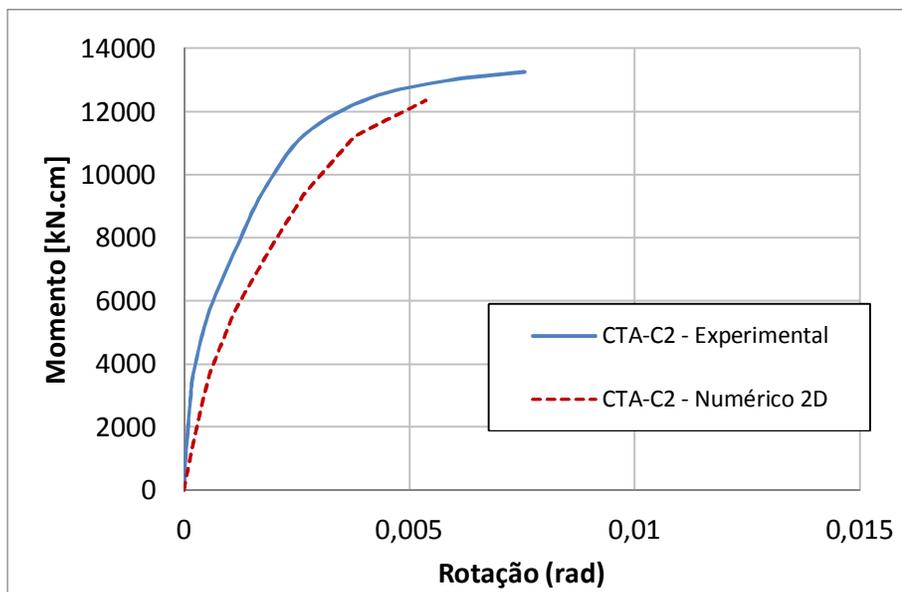


Figura 7.6 - Curvas Momento X Rotação dos modelos planos.

7.8.2 Pórticos planos

Para verificar os resultados obtidos pela análise de pórticos planos, foi analisado um pórtico amplamente estudado na literatura especializada denominado pórtico de Vogel (Figura 7.7). Segundo Toma e Chen (1992), este é um exemplo recomendado para a validação da resposta de análise inelástica.

Este pórtico possui suas bases engastadas e é submetido simultaneamente a duas cargas verticais F e uma carga horizontal H . A discretização da seção transversal, número de elementos, consideração das imperfeições iniciais e tensões residuais foram apresentadas nos itens anteriores. Neste modelo, as ligações entre vigas e pilares são rígidas. Assim, foi realizada uma modelagem com os nós idealmente rígidos no qual viga e pilar dividem o mesmo nó e utilizando elemento de mola e uma ligação com rigidez igual a $50000000 \text{ kN.cm/rad}$. Não foram observadas diferenças nas duas modelagens quanto à esforços, deslocamentos e rotações.

A tensão de escoamento aço dos perfis é igual a $f_y = 23,5 \text{ kN/cm}^2$ e o módulo de elasticidade $E = 20500 \text{ kN/cm}^2$. O modelo constitutivo considerado para a análise foi apresentado na Figura 7.3

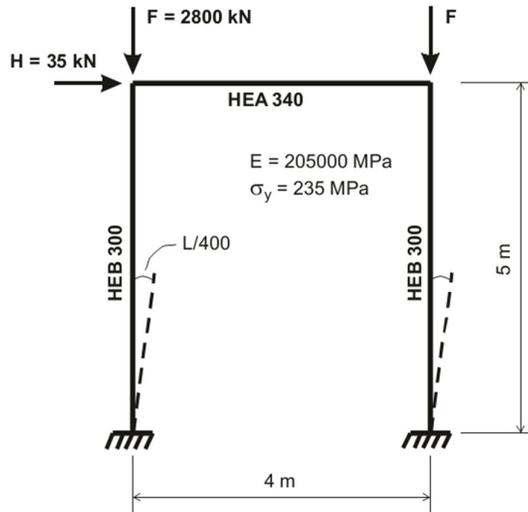


Figura 7.7 – Pórtico de VOGEL – Toma e Chen (1992).

A Figura 7.8 apresenta a curva Fator de carregamento (λ) X Deslocamento no topo do pilar esquerdo do pórtico. Nesta mesma figura são apresentados os resultados obtidos em Vogel (1985). Os resultados da modelagem proposta apresentaram uma boa aproximação quando comparados com os resultados obtidos por Vogel (1985).

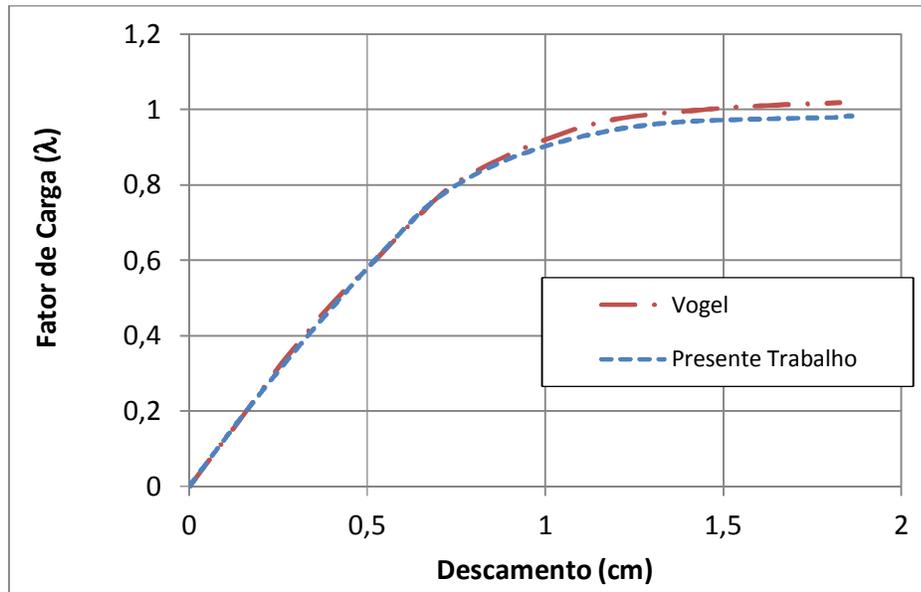


Figura 7.8 – Curva fator de carregamento X deslocamento para o portal de Vogel.

7.9 Calibração para análise estrutural inelástica

Com base nas recomendações para análise inelástica da AISC 360-10:2010, os modelos numéricos foram calibrados para realização da análise inelástica utilizando os coeficientes de segurança da NBR 8800:2008.

Nos modelos tridimensionais de ligações também foram adotadas as recomendações para a realização da análise inelástica. Os resultados obtidos, rigidez inicial e resistência, são comparados com os resultados calculados segundo o Método das Componentes do Eurocode 3 – Parte 1.8:2010.

Segundo a AISC 360-10:2010, para a realização da análise inelástica deve-se considerar alguns requisitos:

- Método dos Estados Limites;
- As deformações devido aos esforços normal, de flexão e cortante;
- Efeitos de segunda ordem local e global;
- Imperfeições geométricas;
- Modelagem do diagrama Tensão X Deformação;
- Redução da tensão de escoamento;
- Redução de rigidez devido à inelasticidade;
- Tensão residual e efeitos do escoamento parcial da seção;
- Consideração do comportamento das ligações.

Quanto ao primeiro item, este trabalho procurou atender as especificações da NBR 8800:2008 que tem como base o Método dos Estados Limites.

As deformações que devem ser consideradas foram verificadas na formulação do elemento adotado como consta no manual do programa utilizado. Os efeitos de segunda ordem, imperfeições geométricas, comportamento do material, tensões residuais e ligações foram considerados na análise conforme descritos anteriormente.

Nos próximos itens serão discutidas as considerações realizadas para as verificações dos elementos de aço segundo a análise inelástica considerando as recomendações da NBR 8800:2008 para a verificação dos elementos submetidos à tração, compressão, flexão simples e flexão composta.

7.9.1 Resistência à tração

Segundo a NBR 8800:2008, a verificação de um elemento submetido à força axial de tração deve atender à:

$$N_{t,Sd} \leq N_{t,Rd} \quad (7.1)$$

Onde: $N_{t,Sd}$ é a força axial de tração solicitante de cálculo;

$N_{t,Rd}$ é a força axial de tração resistente de cálculo.

A força axial resistente de cálculo, $N_{t,Rd}$, é igual ao menor dos valores obtidos considerando-se os estados-limites últimos de escoamento da seção bruta e ruptura da seção líquida dado por:

- Escoamento da seção bruta:

$$N_{t,Rd} = \frac{A_g \cdot f_y}{\gamma_{a1}} = \frac{A_g \cdot f_y}{1,1} \quad (7.2)$$

- Ruptura da seção líquida:

$$N_{t,Rd} = \frac{A_e \cdot f_u}{\gamma_{a2}} = \frac{A_e \cdot f_u}{1,35} \quad (7.3)$$

Onde: A_g é a área bruta da seção transversal da barra;

A_e é a área líquida da seção transversal da barra;

f_y é a resistência ao escoamento do aço;

f_u é a resistência à ruptura do aço;

Assim, para a verificação de barras submetidas à tração, utilizou-se o fator de ponderação da segurança ($\gamma_{a1} = 1,1$) diretamente no modelo constitutivo do material. A verificação da ruptura da seção líquida deve ser feita separadamente, caso necessária.

7.9.2 Resistência a Compressão

De acordo com as recomendações da NBR 8800:2008, as barras submetidas à força axial de compressão devem atender à condição:

$$N_{c,Sd} \leq N_{c,Rd} \quad (7.4)$$

Onde: $N_{c,Sd}$ é a força axial de compressão solicitante de cálculo;

$N_{c,Rd}$ é a força axial de compressão resistente de cálculo.

A força axial de compressão resistente de cálculo associada aos estados limites de instabilidade por flexão, flexo-torção e de flambagem local é determinada pela expressão:

$$N_{t,Rd} = \frac{\chi \cdot Q \cdot A_g \cdot f_y}{\gamma_{a1}} \quad (7.5)$$

Onde: χ é o fator de redução associado à resistência à compressão;

Q é fator de redução total associado à flambagem local;

A_g é a área bruta da seção transversal da barra ;

γ_{a1} é o fator de ponderação de resistência;

f_y é a tensão de escoamento do material.

O elemento finito utilizado não é capaz de simular as instabilidades locais dos perfis, portanto, o valor de Q deve ser analisado separadamente e caso o seu valor seja diferente de 1,0 o coeficiente pode ser inserido no diagrama Tensão X Deformação do material.

O fator de redução χ leva em consideração os efeitos de imperfeições geométricas, excentricidades de cargas e tensões residuais dos perfis. A NBR 8800:2008 assim como o AISC 360-10:2010 adotaram a curva 2P do SSRC (Structural Stability Research Council) como uma curva única de resistência. A relação entre o fator de redução χ e o índice de esbeltez reduzido λ_0 é dado por:

$$\chi = 0,658^{\lambda_0^2} \quad \text{para } \lambda_0 \leq 1,5 \quad (7.6)$$

$$\chi = \frac{0,877}{\lambda_0^2} \quad \text{para } \lambda_0 > 1,5 \quad (7.7)$$

Onde:

$$\lambda_0 = \frac{K \cdot l/i}{\sqrt{\pi^2 \cdot E/f_y}} \quad (7.8)$$

Para verificar a influência da tensão residual e da imperfeição geométrica em elementos comprimidos, analisou-se um pilar birotulado submetido à compressão. Foi adotado o perfil laminado W150X29,8 com imperfeição geométrica inicial (δ_0) igual a $L/1000$ e $L/1500$, combinados com uma tensão residual de intensidade igual

$\sigma_r = 0,3.f_y$ e $\sigma_r = 0,5.f_y$. A Figura 7.9 ilustra o esquema do pilar analisado e a distribuição da tensão residual considerada.

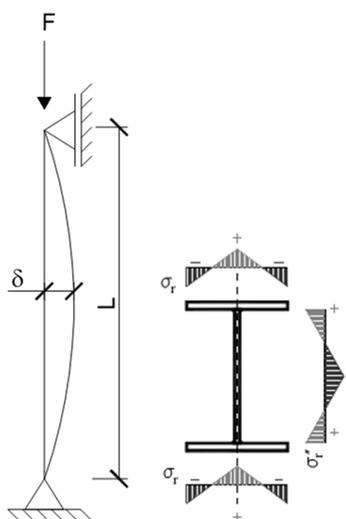


Figura 7.9 – Esquema do pilar analisado e distribuição de tensões residuais.

A Figura 7.10 ilustra a curva de resistência segundo a NBR 8800:2008 e as curvas obtidas combinando os efeitos da imperfeição inicial e tensão residual para instabilidade segundo o eixo de maior inércia. Pode-se observar que a combinação $\delta_0 = L/1000$ e $\sigma_r = 0,5.f_y$ apresentou uma melhor aproximação quando comparado com os valores da curva de resistência adotada pela norma.

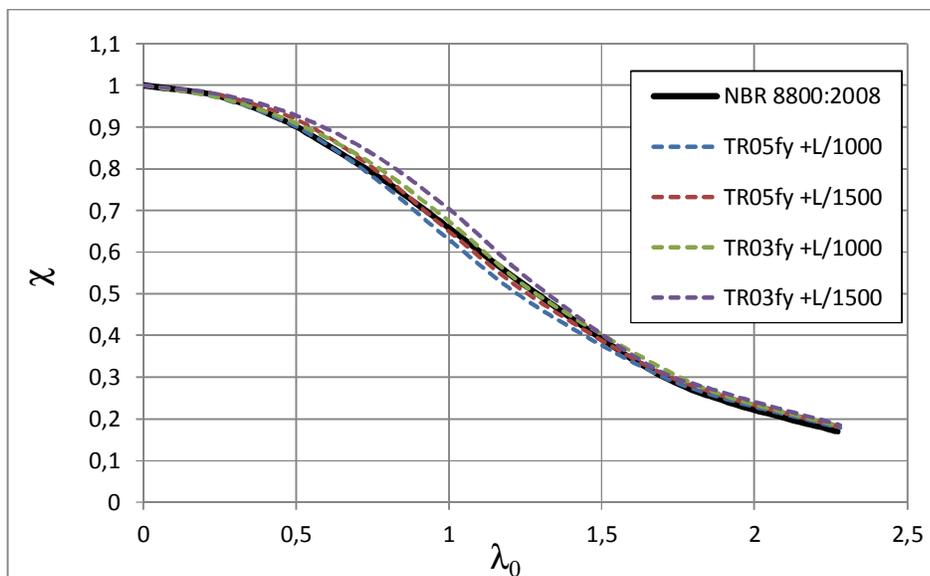


Figura 7.10 – Curva de resistência para instabilidade em torno do eixo de maior inércia.

A mesma verificação foi feita considerando a flambagem em torno do eixo de menor inércia do pilar. Observando as curvas da Figura 7.11, percebe-se que, quando considerado a instabilidade segundo o eixo de menor inércia, os resultados obtidos apresentam algumas diferenças para a curva fornecida pela NBR 8800:2008 devido ao fato da norma brasileira adotar apenas uma curva de resistência. Isto pode ser comprovado quando comparado os resultados com a “curva c” apresentado pelo Eurocode 3-1:2010. A norma europeia adota cinco curvas de resistência.

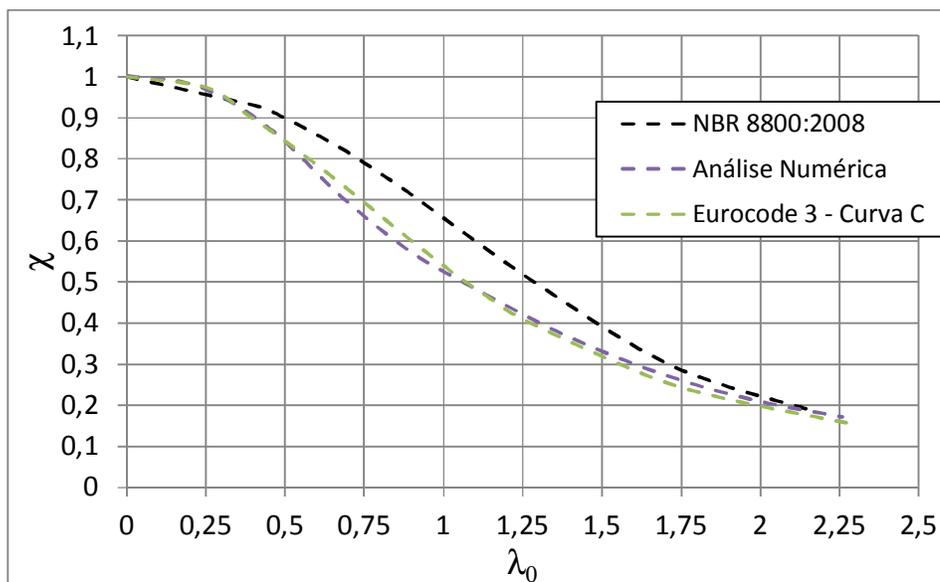


Figura 7.11 – Curva de resistência para instabilidade em torno do eixo de menor inércia.

7.9.3 Resistência à Flexão Simples

Para a verificação da resistência à flexão simples deve-se atender a seguinte condição:

$$M_{Sd} \leq M_{Rd} \quad (7.9)$$

Onde: M_{Sd} é o momento fletor solicitante de cálculo;

M_{Rd} é o momento fletor resistente de cálculo.

Como dito anteriormente, o elemento finito utilizado não é capaz de identificar as instabilidades locais nos perfis. Logo, a flambagem local da mesa (FLM) e a flambagem local da alma (FLA) devem ser verificadas manualmente.

Na análise de pórticos planos considera-se que os elementos são contraventados fora do plano de forma que o estado limite último da flambagem lateral com torção não é crítico. Assim, os elementos estão sujeitos apenas ao escoamento da seção transversal.

Assim, o momento fletor resistente de cálculo (M_{Rd}) é dado por:

$$M_{Rd} = \frac{M_{pl}}{\gamma_{a1}} = \frac{Z \cdot f_y}{\gamma_{a1}} \quad (7.10)$$

Onde: Z é o módulo de resistência plástico da seção.

Para ilustrar a influência da tensão residual na resistência ao momento fletor de uma seção, foi feita a análise de uma viga de aço constituída pelo perfil W 360X44 biapoiada submetida a momentos de intensidade igual e sentido contrário aplicado em suas extremidades, conforme mostrado na Figura 7.12.

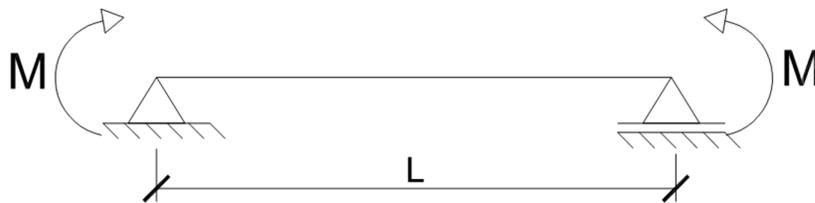


Figura 7.12 – Viga biapoiada submetida a flexão.

As curvas da Figura 7.13 ilustram o comportamento Momento X Rotação no apoio da viga estudada. Os resultados de momento e rotação são relacionados com os valores teóricos do momento elástico da viga ($M_y = W \cdot f_y$) e rotação da viga para o momento elástico (ϕ_y), calculados analiticamente. Nesta figura é possível observar que a tensão residual não influencia os valores da resistência da viga ($M_{pl} = 1,1 \cdot M_y$) submetida à flexão quando esta está devidamente travada fora do plano de flexão.

Quando considerado o comportamento das vigas tridimensionais, a resistência à flexão está ligada diretamente ao comprimento destravado na direção de menor inércia da viga devido ao fenômeno da flambagem lateral com torção. Para mostrar esta influência, a mesma viga da Figura 7.12 submetida ao momento fletor

constante foi analisada novamente. Porém, desta vez não foram aplicados travamentos fora do plano da viga e nos apoios foram considerados vínculos de garfo. Neste exemplo, a tensão residual, a curvatura inicial fora do plano ($L/1000$) e o giro inicial da seção transversal ($1/1000$) foram considerados.

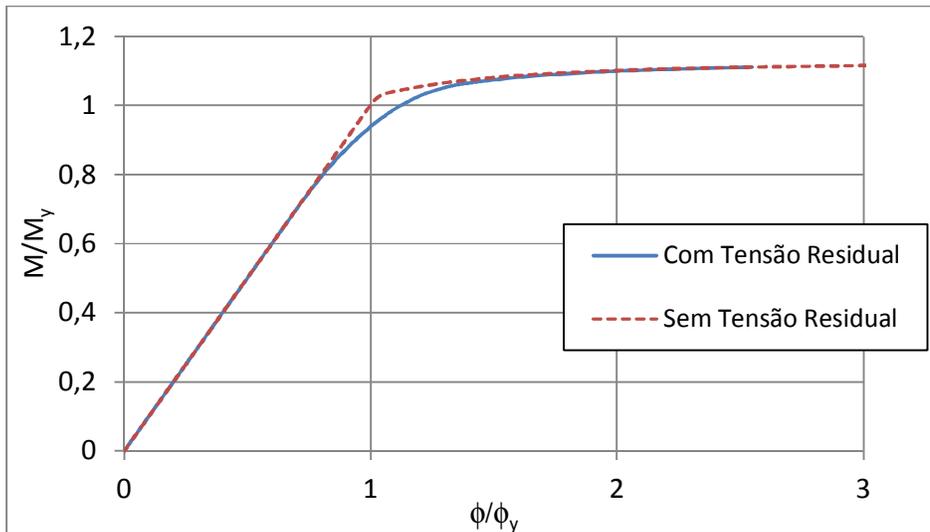


Figura 7.13 – Momento X Rotação da viga.

As curvas da Figura 7.14 representam a variação do momento fletor em função da esbeltez da viga (λ). Observa-se uma diferença considerável nos resultados da análise numérica quando comparados com os resultados obtidos segundo a NBR 8800:2008. Houve uma melhor aproximação quando os resultados foram comparados com os resultados da curva C do Eurocode 3 - Parte 1.1:2010.

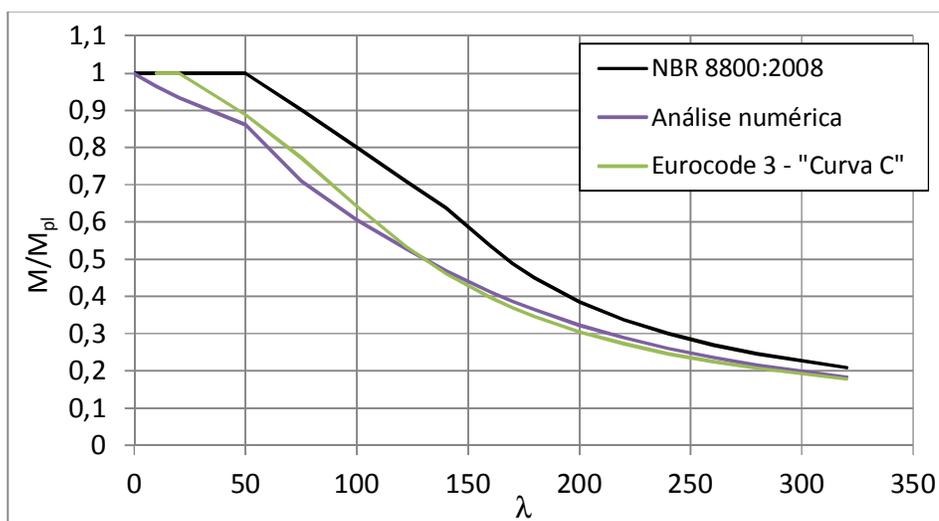


Figura 7.14 – Curvas de resistência à flambagem lateral com torção.

7.9.4 Resistência à Flexão Composta

Segundo a norma brasileira, a verificação de um elemento sujeito à flexão composta deve obedecer a limitação das expressões de interação:

Para $\frac{N_{Sd}}{N_{Rd}} \geq 0,2$

$$\frac{N_{Sd}}{N_{Rd}} + \frac{8}{9} \left(\frac{M_{x,Sd}}{M_{x,Rd}} + \frac{M_{y,Sd}}{M_{y,Rd}} \right) \leq 1 \quad (7.11)$$

Para $\frac{N_{Sd}}{N_{Rd}} < 0,2$

$$\frac{N_{Sd}}{2 \cdot N_{Rd}} + \left(\frac{M_{x,Sd}}{M_{x,Rd}} + \frac{M_{y,Sd}}{M_{y,Rd}} \right) \leq 1 \quad (7.12)$$

Onde:

N_{Sd} é a força axial solicitante de cálculo de tração ou compressão;

N_{Rd} é a força axial resistente de cálculo de tração ou compressão;

$M_{x,Sd}$ e $M_{y,Sd}$ são os momentos fletores solicitante de cálculo em relação aos eixos x e y da seção transversal;

$M_{x,Rd}$ e $M_{y,Rd}$ são os momentos fletores resistente de cálculo respectivamente em relação aos eixos x e y da seção transversal.

Para esta verificação, analisou-se um pilar, constituído pelo perfil W 200X46, apoiado em suas extremidades e sujeito a uma força axial de compressão e a um momento fletor aplicados simultaneamente. Aplicou-se a este pilar uma imperfeição geométrica inicial $\delta_0 = L/1000$ e distribuição de tensões residuais com $\sigma_r = 0,5 \cdot \sigma_y$.

A Figura 7.15 ilustra o esquema do pilar analisado e a distribuição das tensões residuais.

Para a calibração da resistência à flexão composta, um pilar foi modelado adotando-se valores do índice de esbelteza ($\lambda = l/r$) iguais a 40, 60 e 80.

A Figura 7.16 apresenta as curvas de interação da barra submetida à flexão composta, segundo a direção de maior inércia do pilar, calculado de acordo com a NBR 8800:2008 e dos resultados obtidos na análise numérica. A análise dos esforços solicitantes segundo a norma foi feita considerando uma análise elástica de segunda ordem e imperfeição geométrica inicial ($\delta_0 = L/1000$)

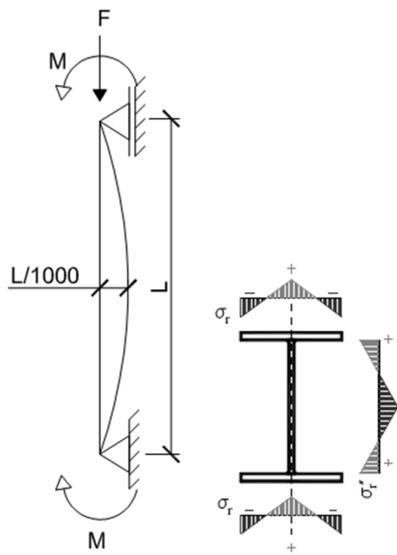


Figura 7.15 – Esquema de um pilar submetido à flexão composta e sua distribuição de tensões residuais.

Pode-se observar que nos três casos analisados a norma brasileira é mais conservadora que a análise numérica, mostrando uma melhor aproximação para as barras com índice de esbetez igual a 40.

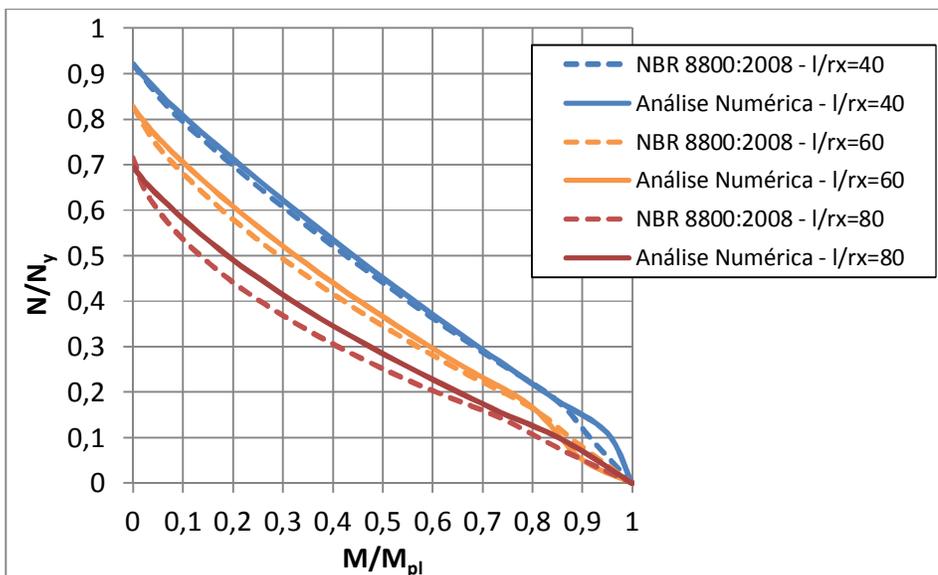


Figura 7.16 – Curvas de interação para eixo de maior inércia.

A mesma análise foi feita para barras submetidas à flexão composta conforme a direção de menor inércia do perfil. A comparação entre a curva obtida de acordo

com as recomendações da norma brasileira e a curva obtida pela análise numérica é apresentada na Figura 7.17. Pode-se observar que no início das curvas para os três índices de esbelteza analisado, os resultados da norma são menos conservadores devido a adoção da curva única de resistência como comentado no item 7.9.2 e a partir de uma relação M/M_{pl} igual 0,2 as curvas começam a apresentar resultados mais próximos.

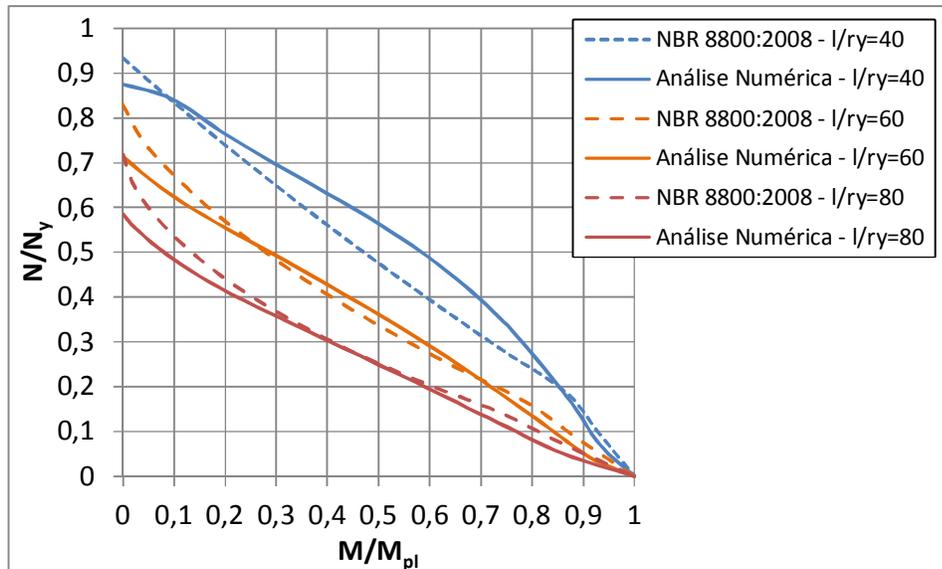


Figura 7.17 – Curvas de interação para eixo de menor inércia

7.9.5 Ligação

Os modelos tridimensionais de ligações foram analisados e os seus resultados comparados com os resultados dos modelos experimentais coletados e apresentados no capítulo anterior. Neste item, aplicou-se as recomendações do AISC 360-10:2010 para a realização da análise inelástica nos modelos tridimensionais de ligações.

Dessa forma, as seguintes considerações foram adotadas na modelagem tridimensional das ligações:

- No modelo constitutivo das chapas e vigas, a tensão de escoamento foi reduzida pelo fator de ponderação da resistência $\gamma_{a1} = 1,1$;
- Para os parafusos, a tensão última foi reduzida pelo fator de ponderação da resistência $\gamma_{a2} = 1,35$;

- O módulo de elasticidade foi reduzido para o valor igual a $0,8.E$ para a consideração das imperfeições iniciais de material.

O modelo de ligação cruciforme CTEE-1 foi analisado novamente com as considerações citadas e foi chamado de modelo numérico rigoroso. A Figura 7.18 ilustra o comportamento Momento X Rotação da ligação obtidos com as considerações citadas.

Os valores da rigidez e resistência da ligação foram calculados de acordo com o Eurocode 3 – Part 1-8:2010 e são apresentados, também na Figura 7.18, sob a forma de uma curva trilinear que considera o valor da rigidez inicial da ligação até o valor igual a $2/3$ do momento resistente e acima deste valor de resistência é considerado a rigidez reduzida até o momento resistente da ligação.

Segundo os limites de classificação da norma europeia, tanto o modelo numérico quanto o modelo analítico são classificados como ligações rígidas e de resistência parcial.

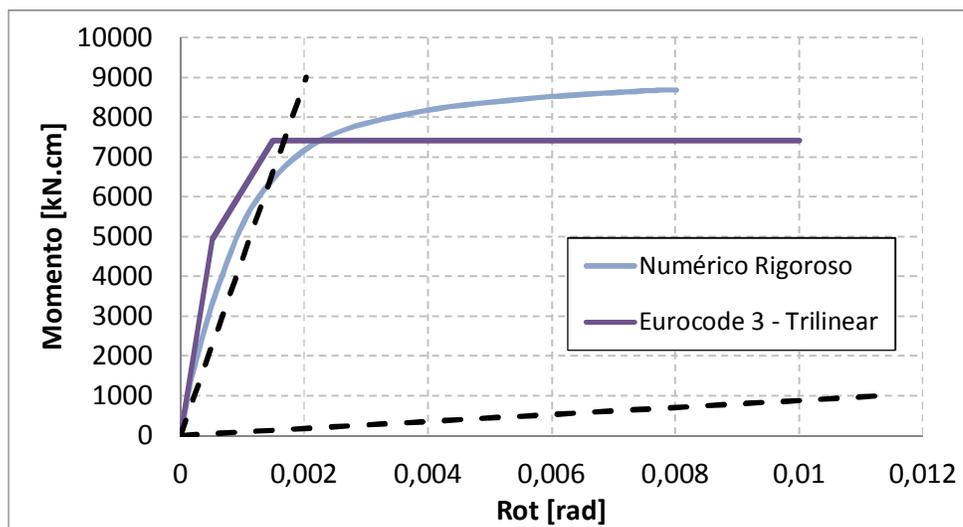


Figura 7.18 – Curva característica da ligação.

Pode-se observar que a curva do modelo numérico rigoroso apresenta uma boa aproximação com a curva trilinear obtida analiticamente segundo o Eurocode 3 – Parte 1.8:2010. Assim, considera-se válida a estratégia utilizada neste trabalho para a obtenção da característica do comportamento das ligações pela modelagem numérica seguindo-se as recomendações da norma brasileira tendo em vista esta referência a norma europeia para análise das ligações.

7.10 Considerações finais

Neste capítulo foram apresentados os critérios adotados para a realização da análise inelástica na qual se adaptou os coeficientes de segurança da NBR 8800:2008 nas recomendações normativas do Anexo A do AISC 360-10:2010.

As recomendações para a análise inelástica também foram aplicadas aos modelos tridimensionais de ligações e seus resultados foram comparados com os resultados obtidos analiticamente pelo Método das Componentes apresentado pelo Eurocode 3.

Todas as considerações apresentadas neste capítulo serão utilizadas na análise de edifícios em estruturas de aço que será feita no próximo capítulo.

Capítulo 8

Análise de Edifícios

8.1. Considerações iniciais

Neste capítulo serão apresentados e discutidos os resultados da análise estrutural realizada em diferentes modelos de edifícios. Estas análises foram feitas visando discutir algumas considerações quanto à estabilidade da estrutura, comportamento dos materiais e formas de representação do comportamento das ligações.

Serão analisadas três geometrias de edifícios:

- Um vão e dois pavimentos;
- Dois vãos e oito pavimentos;
- Dois vãos e vinte pavimentos.

Todas as três geometrias serão analisadas por um modelo bidimensional e serão realizadas as seguintes análises:

- Análise elástica de 1ª ordem
 - Ligações ideais
- Análise elástica de 2ª ordem
 - Imperfeições geométricas iniciais pela aplicação das forças nocionais (forças horizontais fictícias) e imperfeição inicial de material (perfis de aço) pela redução da rigidez dos elementos
 - Ligações ideais
 - Imperfeições geométricas iniciais pela modelagem dos nós deslocados e imperfeição inicial de material pela redução da rigidez dos elementos
 - Ligações ideais
 - Ligações semi-rígidas
 - Sem excentricidade
 - Rigidez determinada segundo o Eurocode 3:2010

- Rigidez determinada pela análise numérica
- Com excentricidade
 - Rigidez determinada segundo o Eurocode 3:2010
 - Rigidez determinada pela análise numérica
- Análise inelástica de 2ª ordem (Análise Rigorosa)
 - Imperfeições geométricas iniciais pela modelagem dos nós deslocados e imperfeição inicial de material pela aplicação das tensões residuais
 - Ligação semi-rígidas
 - Com excentricidade
 - Rigidez determinada pela análise numérica

Adicionalmente o edifício de dois vãos e oito pavimentos foi analisado por um modelo tridimensional no qual foram considerados os seguintes tipos de análises:

- Análise elástica de 2ª ordem
 - Imperfeições geométricas iniciais pela aplicação das forças nocionais (forças horizontais fictícias) e imperfeição inicial de material pela redução da rigidez dos elementos
 - Ligações ideais
 - Ligação semi-rígidas
 - Sem excentricidade
 - Rigidez determinada segundo o Eurocode 3

E finalmente o modelo de um vão e dois andares foi analisado considerando a modelagem tridimensional das ligações utilizando-se a associação de elementos sólidos com elementos de barra na qual foram consideradas as seguintes análises:

- Análise inelástica de 2ª ordem
 - Imperfeições geométricas iniciais pela aplicação das forças nocionais (forças horizontais fictícias) e imperfeição inicial de material pela redução da rigidez dos elementos
 - Ligação semi-rígidas tridimensionais

Para a realização das análises elásticas foram consideradas as recomendações normativas da NBR 8800:2008. Devido a falta de recomendações

da norma brasileira, adotaram-se as recomendações do AISC 360-10:2010 para a análise inelástica e do Eurocode 3:2010 para as ligações.

Em todos os exemplos foram utilizados aço com tensão de escoamento igual a $f_y = 34,5 \text{ kN/cm}^2$ e módulo de elasticidade igual a $E = 20500 \text{ kN/cm}^2$.

Para a verificação do estado limite último foram consideradas duas combinações de ações:

Combinação 1: $1,4CP + 1,4SC + 0,6.1.4V$

Combinação 2: $1,4CP + 1,4.0,7SC + 1.4V$

Para a verificação do Estado Limite de Serviço são consideradas as seguintes combinações:

Combinação 3: $1,0.CP + 0,6.SC + 1,0.V$ para a verificação do deslocamento horizontal;

Combinação 4: $1,0.CP + 0,6.SC$ para a verificação do deslocamento vertical das vigas.

Onde: CP – Carga permanente; SC – Sobrecarga; V – Vento

Para a consideração das imperfeições iniciais de material (perfis de aço) a rigidez à flexão e a rigidez axial dos elementos estruturais foram reduzidas para 80% dos valores originais ou, na análise rigorosa, foram consideradas por meio da aplicação das tensões residuais.

As ligações foram consideradas com seu comportamento idealizados (perfeitamente rígida ou rotulada) ou com seu comportamento semi-rígido (SR). As ligações semi-rígidas tiveram sua rigidez inicial determinada segundo as recomendações do Eurocode 3 – Parte 1.8:2010 e pelo modelo tridimensional rigoroso descrito no Capítulo 7. Foram utilizados modelos de curvas bilinear e trilinear com o valor de rigidez inicial determinado pelo modelo do Eurocode 3:2010. O primeiro considera a rigidez secante ligação e o segundo utiliza a rigidez inicial da ligação até esta atingir o valor de 2/3 de sua resistência última. Após isso, utiliza-se o valor da rigidez secante da ligação (Figura 8.1).

As ligações idealizadas (perfeitamente rígidas ou rotuladas) foram posicionadas na interseção das linhas de centro das vigas e pilares. Quando consideradas as ligações semi-rígidas, as estruturas foram analisadas com os

elementos de mola localizados em duas posições diferentes. Na primeira análise, os elementos de mola foram posicionados na interseção das linhas de centro das vigas e pilares e na segunda, foram posicionados na extremidade de um elemento fictício de elevada rigidez para considerar a excentricidade das ligações (*Offset*) como ilustrado na Figura 8.2.

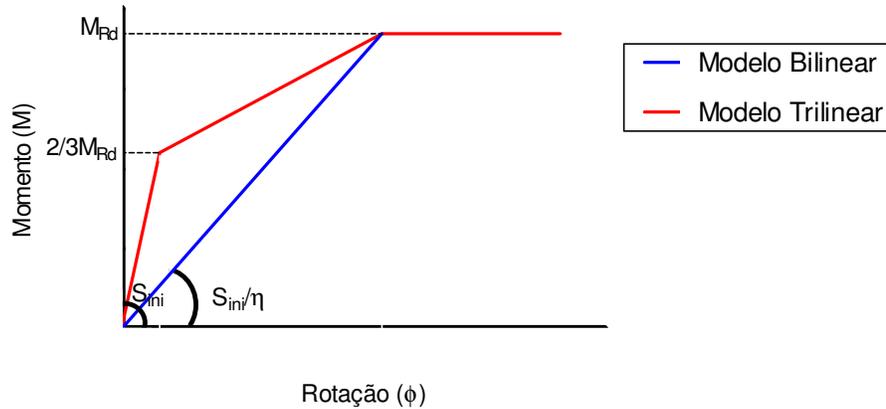


Figura 8.1 – Modelo de comportamento das ligações.

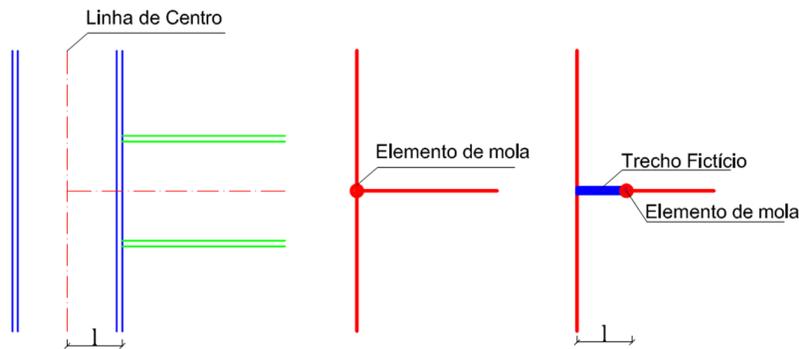


Figura 8.2 – Posicionamento do elemento de mola de ligação.

Os resultados, esforços internos e deslocamentos, obtidos em cada análise serão comparados e discutidos. Nas tabelas onde são apresentados os esforços internos da estrutura, a coluna denominada “expressão de interação” apresenta os resultados da expressão de interação para os pilares, ou no caso das vigas, os resultados da comparação entre os momentos solicitante e resistente segundo a NBR8800:2008. Ao lado do resultado de cada viga, entre parênteses, apresenta-se a verificação das ligações comparando-se os valores dos momentos solicitante e resistente.

A expressão de interação para verificação dos pilares é dada por:

$$\frac{N_{Sd}}{N_{Rd}} + \frac{8M_{Sd}}{9M_{Rd}} \quad \text{para} \quad \frac{N_{Sd}}{N_{Rd}} \geq 0,2 \quad (8.1)$$

$$\frac{N_d}{2N_{Rd}} + \frac{M_d}{M_{Rd}} \quad \text{para} \quad \frac{N_d}{N_{Rd}} < 0,2 \quad (8.2)$$

A verificação das vigas é feita pela expressão:

$$\frac{M_d}{M_{Rd}} \quad (8.3)$$

Já para as ligações, a verificação pela expressão:

$$\frac{M_d}{M_{Rd,j}} \quad (8.4)$$

Onde:

N_{Sd} é o esforço normal solicitante de cálculo;

N_{Rd} é o esforço normal resistente de cálculo;

M_{Sd} é o momento fletor solicitante de cálculo;

M_{Rd} é o momento fletor resistente de cálculo;

$M_{Rd,j}$ é o momento fletor resistente de cálculo das ligações.

8.2. Pórtico de um vão e dois pavimentos

A geometria, dimensões e carregamentos característicos de um edifício de um vão e dois pavimentos são apresentados na Figura 8.3.

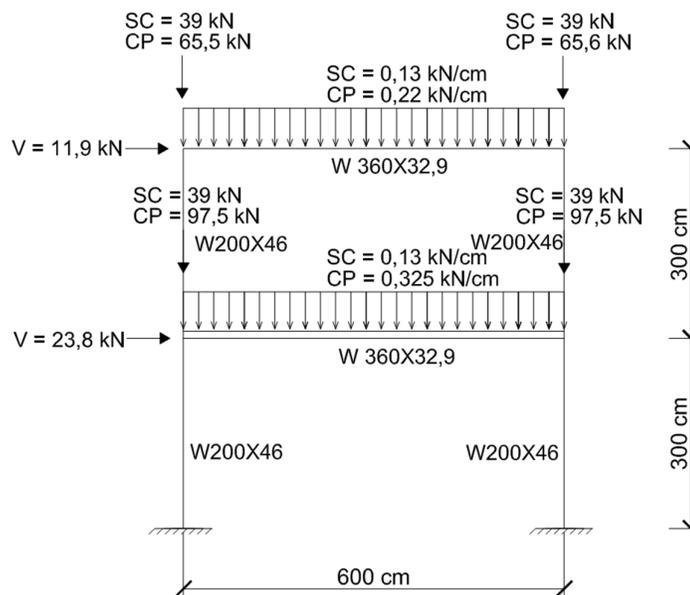


Figura 8.3 – Pórtico de dois andares e um vão.

A Tabela 8.1 apresenta os deslocamentos laterais dos andares obtidos por meio das análises elásticas de 1ª ordem e de 2ª ordem considerando as ligações idealmente rígidas. Comparando-se os deslocamentos obtidos, segundo a NBR 8800:2008, a estrutura é classificada como de média deslocabilidade.

Tabela 8.1 – Comparação dos deslocamentos

Análise	Elástica de 1ª ordem (mm)		Elástica de 2ª ordem (mm)		(3)/(1)	(4)/(2)
	1º andar (1)	2º andar (2)	1º andar (3)	2º andar (4)		
1	6,2	11	7,0	12	1,12	1,10
2	13,9	26,9	15,9	30,5	1,14	1,13

A Figura 8.4 ilustra as numerações dos nós e das barras utilizadas para a apresentação dos resultados da estrutura.

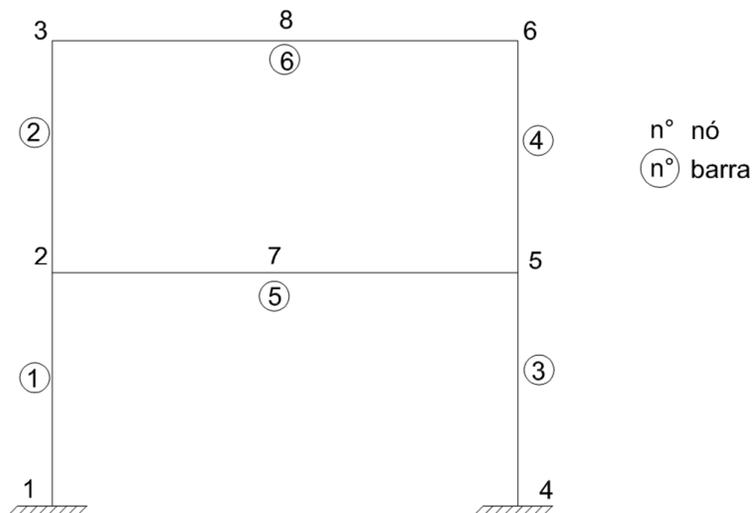


Figura 8.4 – Numeração dos nós e das barras.

A Tabela 8.2 apresenta os maiores esforços solicitantes da estrutura, referentes à Combinação 1, calculados segundo as análises elásticas de 1ª ordem e de 2ª ordem. Os esforços normais e momento fletor são apresentados para cada barra.

De acordo com os resultados apresentados na Tabela 8.2, apesar da estrutura ser classificada como de média deslocabilidade, a diferença entre os esforços solicitantes obtidos das análises elásticas de 1ª ordem e de 2ª ordem não foram significativos, com diferenças em torno de 2% para o momento fletor.

Tabela 8.2 – Esforços solicitantes na estrutura

	Análise		Elástica 1ª ordem			Elástica 2ª ordem		
	Barra	Nó	N [kN]	M [kNcm]	Expressão Interação	N [kN]	M [kNcm]	Expressão Interação
Pilares	1	1	-679	274	0,46	-678	36	0,44
	1	2	-679	-4634	0,74	-678	-4282	0,72
	2	2	-297	9454	0,82	-297	9475	0,82
	2	3	-297	-9975	0,85	-297	-9938	0,85
	3	4	-701	-5667	0,83	-703	-5959	0,85
	3	5	-701	8241	1,00	-703	8321	1,00
	4	5	-304	-10453	0,89	-304	-10576	0,89
	4	6	-304	11975	0,99	-304	12135	1,00
Vigas	5	2	-	-14035	0,82	-	-13699	0,80
	5	7	-	12935	0,75	-	12952	0,75
	5	5	-	-18642	1,09	-	-18835	1,10
	6	3	-	-9935	0,58	-	-9896	0,58
	6	8	-	11532	0,67	-	11647	0,68
	6	6	-	-11935	0,69	-	-12092	0,70

Seguindo-se as recomendações da NBR 8800:2008, as imperfeições geométricas iniciais e imperfeições iniciais de material foram incluídas na análise elástica de 2ª ordem.

As imperfeições geométricas iniciais foram consideradas por meio da modelagem dos nós na posição inicialmente deslocada e pela aplicação de forças nomenclais. Os resultados são apresentados na Tabela 8.3. Observa-se que foram obtidos, em média, momentos fletores solicitantes 5% maiores na análise em que foram modelados os nós deslocados quando comparados com os resultados da análise com forças nomenclais.

Tabela 8.3 – Esforços solicitantes na estrutura

	Análise		Elástica 2ª ordem + nós deslocados + 0,8E			Elástica 2ª ordem + Forças nomenclais + 0,8E		
	Barra	Nó	N [kN]	M [kNcm]	Expressão Interação	N [kN]	M [kNcm]	Expressão Interação
Pilares	1	1	-676	-467	0,47	-676	-321	0,46
	1	2	-676	-3898	0,69	-677	-3713	0,68
	2	2	-297	9369	0,81	-297	8958	0,78
	2	3	-297	-9738	0,83	-297	-9212	0,80
	3	4	-705	-6476	0,88	-704	-6143	0,86
	3	5	-705	8636	1,02	-704	8426	1,01
	4	5	-305	-10718	0,90	-305	-10249	0,87
	4	6	-305	12365	1,01	-305	11585	0,96

Tabela 8.3 (Continuação) – Esforços solicitantes na estrutura

Análise		Elástica 2ª ordem + nós deslocados + 0,8E			Elástica 2ª ordem + força nocionais + 0,8E			
Barra	Nó	N [kN]	M [kNcm]	Expressão Interação	N [kN]	M [kNcm]	Expressão Interação	
Vigas	5	2	-	-13207	0,77	-	-12612	0,73
	5	7	-	12982	0,76	-	13638	0,79
	5	5	-	-19288	1,12	-	-18610	1,08
	6	3	-	-9696	0,56	-	-9169,3	0,53
	6	8	-	11689	0,68	-	12299	0,72
	6	6	-	-12321	0,72	-	-11542	0,67

A Figura 8.5 e a Figura 8.6 ilustram a comparação dos resultados da expressão de interação das análises elástica de 1ª ordem, elástica de 2ª ordem, elástica de 2ª ordem com nós deslocados e elástica de 2ª ordem com forças nocionais.

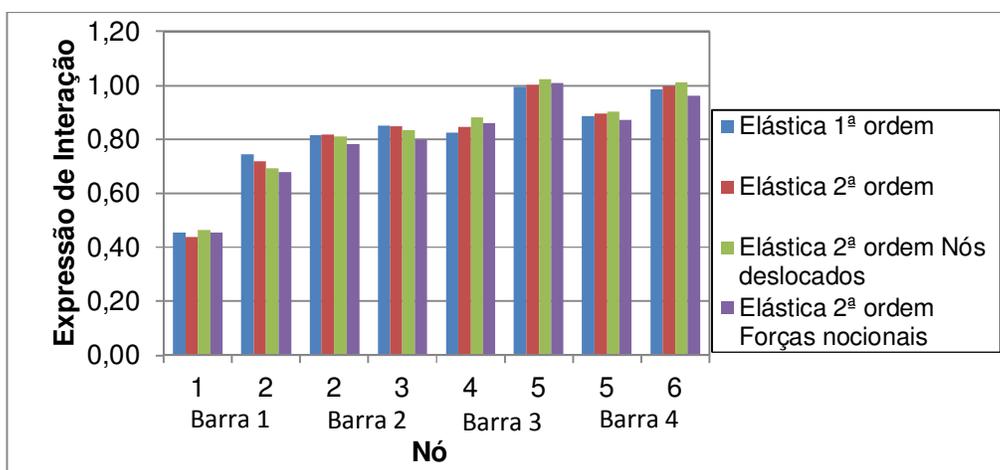


Figura 8.5 – Comparação dos resultados dos pilares.

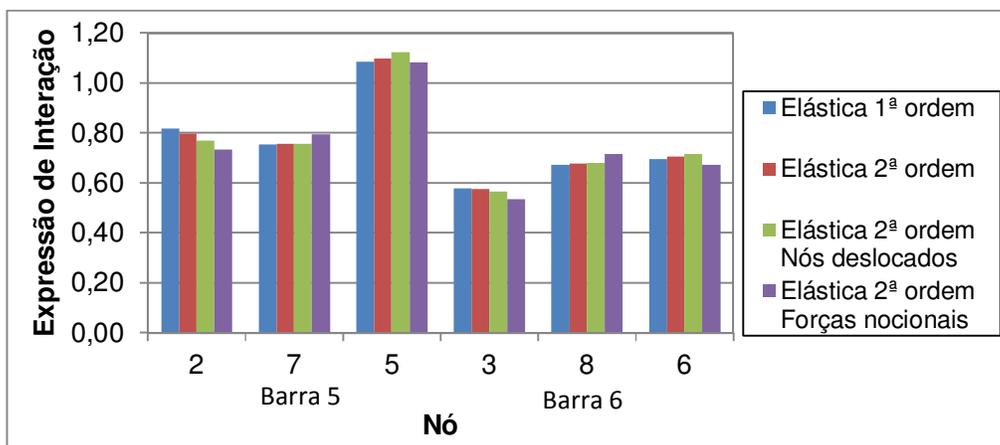


Figura 8.6 – Comparação dos resultados das vigas.

Quanto aos deslocamentos horizontais, a modelagem dos nós deslocados resultou em uma diferença de 12,5% quando comparado com os deslocamentos obtidos pelo modelo que considerou a aplicação das forças nocionais. A Figura 8.7 ilustra os deslocamentos horizontais obtidos para as análises realizadas.

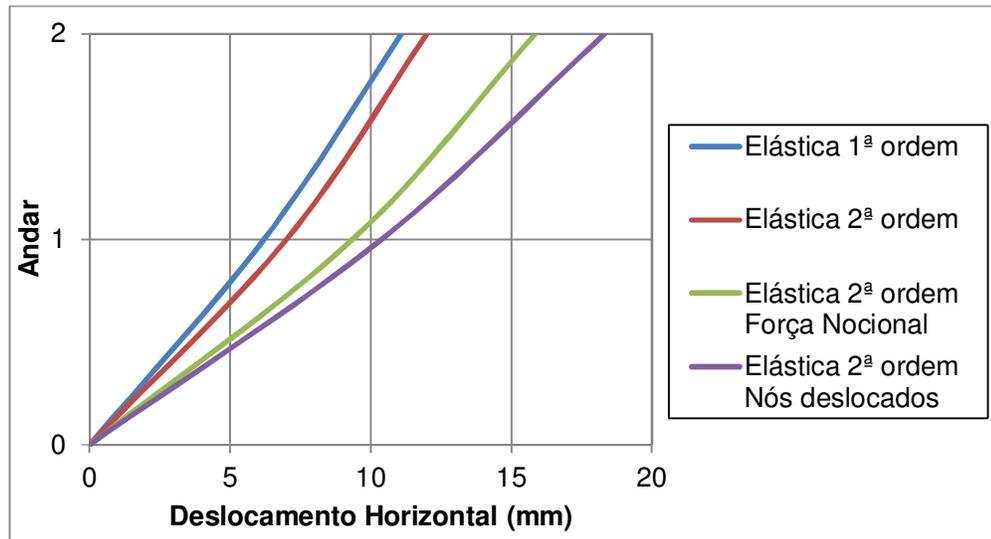


Figura 8.7 – Deslocamento horizontal dos pavimentos.

O maior esforço cortante nas vigas 5 e 6 foram iguais a 200 kN e 150 kN, respectivamente. Esses esforços são bem menores do que o valor da resistência de cálculo das vigas igual a 362 kN. O esforço cortante nos pilares também não é crítico.

Segundo os resultados obtidos e apresentados nas tabelas anteriores, as barras 3, 4 (pilar) e a barra 5 (viga) não apresentam resistência suficiente e estes elementos deveriam ser redimensionados. Porém, as próximas análises, nas quais será considerado o comportamento semi-rígido das ligações, serão efetuadas com os mesmos perfis para que se possa realizar a comparação de resultados.

As características das ligações foram calculadas com base no Eurocode 3 – Parte 1.8:2010 de acordo com os esforços obtidos na análise elástica de 2ª ordem.

O objetivo inicial era dimensionar a ligação com chapa de topo estendida de forma que esta possuísse resistência igual ao momento resistente de cálculo da viga ($M_{Rd} = 17174 \text{ kNcm}$). Porém, utilizando chapa de topo estendida de espessuras igual ou maior que 19 mm, parafusos de diâmetro igual ou maior que 22 mm e enrijecedores transversais à alma do pilar, a resistência da ligação é controlada pelo cisalhamento da alma do pilar. A Figura 8.8 ilustra a geometria da ligação

dimensionada. O momento resistente da ligação é igual a $M_{Rd,j} = 12000 \text{ kNcm}$, a rigidez inicial é igual a $S_{j,ini} = 5488620 \text{ kNcm/rad}$, o fator de rigidez é igual a $r_j = 0,87$ e a resistência ao esforço cortante igual a $V_{j,Rd} = 390 \text{ kN}$. De acordo com o Eurocode 3:2010, esta ligação é classificada como semi-rígida de resistência parcial e possui capacidade rotacional suficiente para uma análise global plástica.

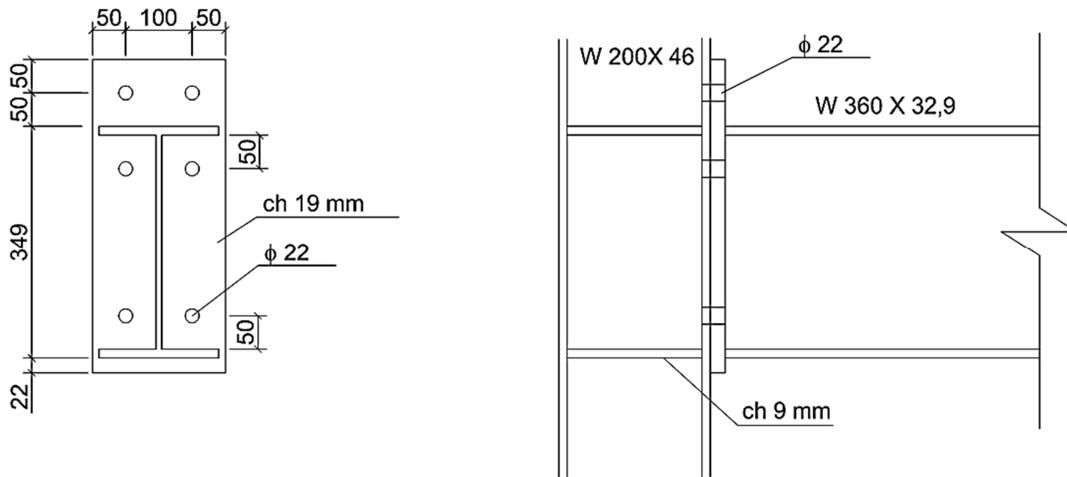


Figura 8.8 – Características das Ligações.

A Figura 8.9 ilustra as curvas características do comportamento ($M - \theta$) da ligação cuja rigidez foi calculada com base no método das componentes segundo o Eurocode 3:2010 e pelo modelo numérico tridimensional rigoroso.

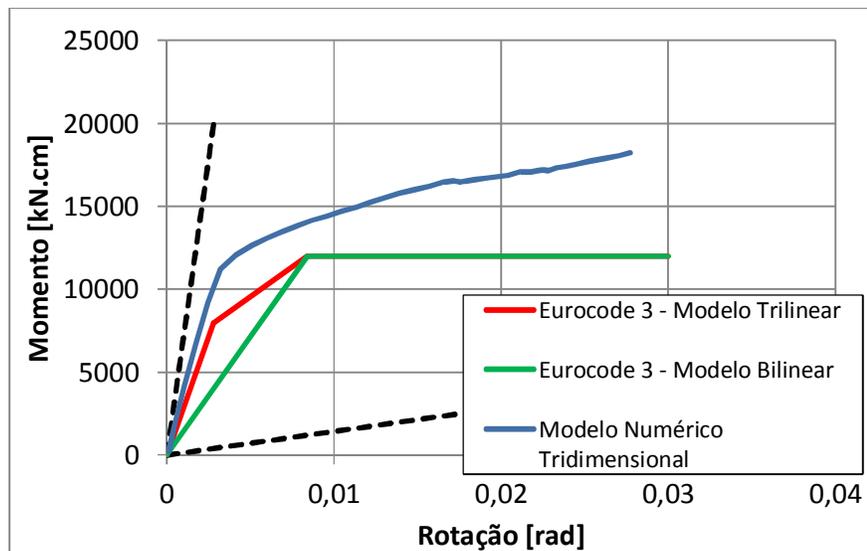


Figura 8.9 – Curvas características das Ligações.

A Figura 8.10 ilustra as tensões de Von Mises no pilar e vigas do modelo de ligação a uma rotação igual a 0,02 rad. Nesta figura é possível observar a plastificação da alma do pilar devido ao cisalhamento.

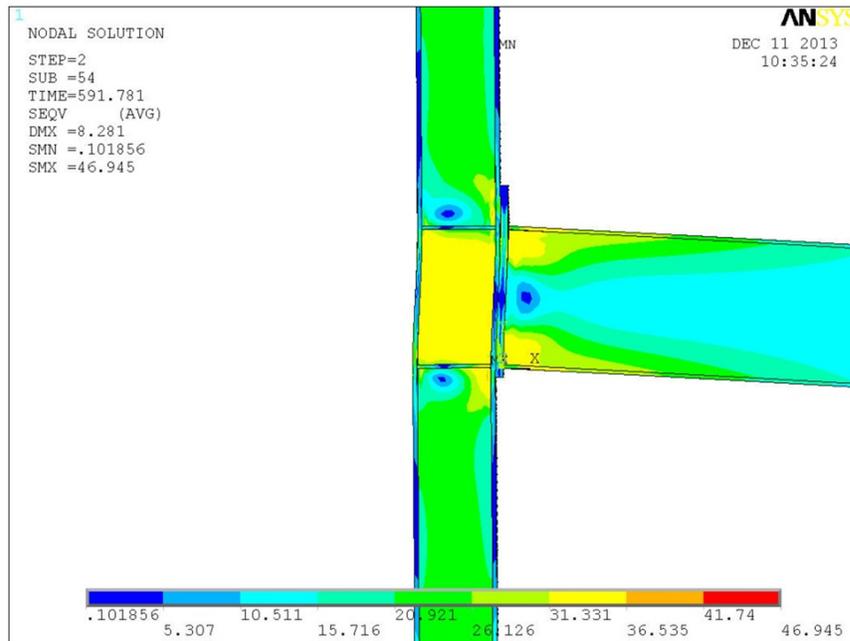


Figura 8.10 – Distribuição das tensões de Von Mises na viga e pilar.

A Tabela 8.4 e a Tabela 8.5 apresentam os esforços solicitantes e a verificação dos elementos ao considerar a análise elástica de 2ª ordem com a influência do comportamento semi-rígido das ligações (SR) representados pelos modelos bilinear e trilinear determinados pelo Eurocode 3 e pelo modelo não-linear obtido da análise tridimensional da ligação.

Comparando-se os resultados da Tabela 8.4 observa-se que a diferença nos esforços solicitantes quando adotado o modelo bilinear ou trilinear, é pequena, da ordem de 3%, pois, em ambos os casos a ligação do nó 5 (ligação à direita do primeiro andar) atingiu sua capacidade de resistência e redistribuiu os esforços para os outros elementos. Devido a este fato, observa-se também que o momento solicitante no meio do vão da viga do primeiro andar (Nó 7) ultrapassa o valor do momento resistente de cálculo da viga.

Tabela 8.4 – Esforços solicitantes na estrutura com ligações semi-rígidas

Análise		Elástica 2ª ordem SR Bilinear			Elástica 2ª ordem SR Trilinear			
Barra	Nó	N [kN]	M [kNcm]	Expressão Interação	N [kN]	M [kNcm]	Expressão Interação	
Pilares	1	1	-679	-3474	0,60	-679	-3762	0,62
	1	2	-679	-2570	0,55	-679	-2710	0,55
	2	2	-293	7301	0,59	-293	7348	0,59
	2	3	-293	-6496	0,54	-293	-6792	0,56
	3	4	-702	-6915	0,81	-702	-7182	0,82
	3	5	-702	4917	0,69	-701	4722	0,68
	4	5	-308	-7091	0,59	-308	-7286	0,60
	4	6	-308	11274	0,83	-308	11615	0,85
Vigas (Ligação)	5	2	-	-9813	0,57	-	-10000	0,58
	5	7	-	18180	1,06	-	18074	1,05
	5	5	-	-11947	0,70 (1,00)	-	-11947	0,70 (1,00)
	6	3	-	-6454	0,38	-	-6750	0,39
	6	8	-	13922	0,81	-	13604	0,79
	6	6	-	-11231	0,65	-	-11571	0,67

Quando considerado o comportamento não linear das ligações obtidos do modelo numérico tridimensional rigoroso (Tabela 8.5) observa-se que a rigidez inicial e a resistência última maior do modelo de ligação fez com que todas as barras apresentassem valores inferiores a 1,0 na expressão de interação, porém, com aumento de até 26% do momento fletor na região das ligações.

Tabela 8.5 – Esforços solicitantes na estrutura com ligações semi-rígidas não linear

Análise		Elástica 2ª ordem SR Não Linear			
Barra	Nó	N [kN]	M [kNcm]	Expressão Interação	
Pilares	1	1	-678	-2120	0,52
	1	2	-678	-3189	0,58
	2	2	-295	8245	0,65
	2	3	-295	-7982	0,63
	3	4	-703	-6684	0,80
	3	5	-703	6490	0,79
	4	5	-307	-8652	0,68
	4	6	-307	11780	0,86

Tabela 8.5 (Continuação) – Esforços solicitantes na estrutura com ligações semi-rígidas não linear

Análise		Elástica 2ª ordem SR Não Linear			
Barra	Nó	N [kN]	M [kNcm]	Expressão Interação	
Vigas	5	2	-	-11375	0,66
	5	7	-	15901	0,93
	5	5	-	-15080	0,88
	6	3	-	-7940	0,46
	6	8	-	12899	0,75
	6	6	-	-11737	0,68

A Figura 8.11 e a Figura 8.12 ilustram a comparação dos resultados da expressão de interação dos pilares e vigas das análises com ligações rígidas ideais e semi-rígidas cujo comportamento foi representado pelas curvas bilinear, trilinear e não linear.

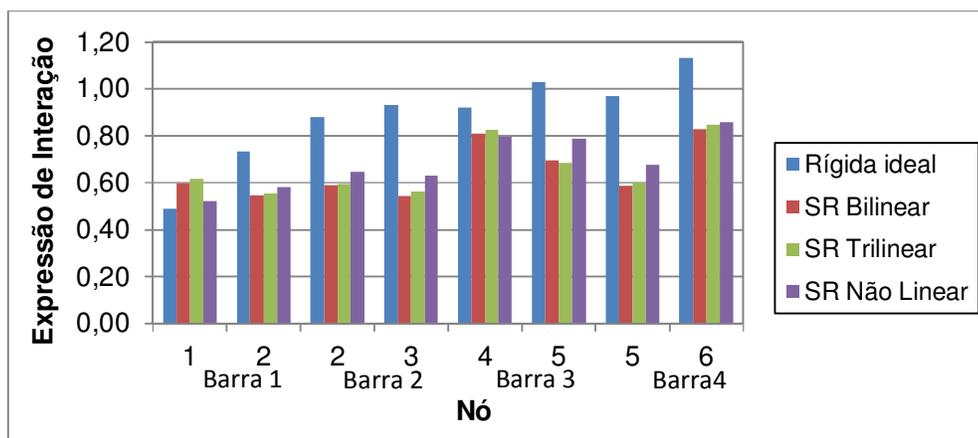


Figura 8.11 – Comparação dos resultados dos pilares.

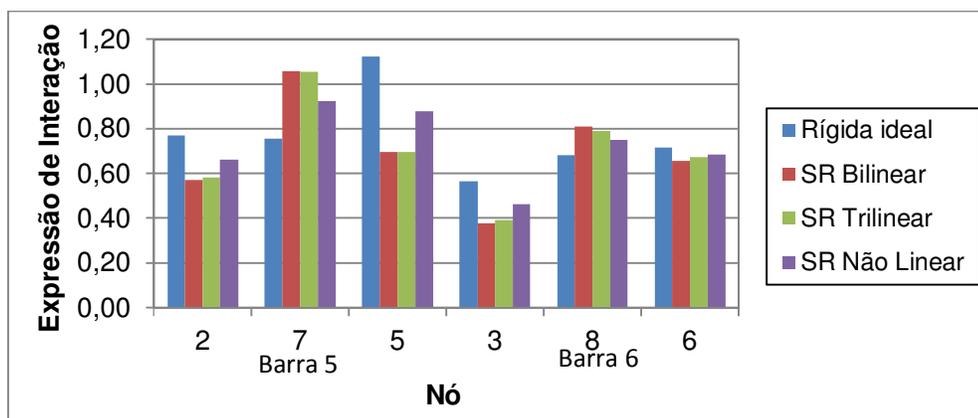


Figura 8.12 – Comparação dos resultados das vigas.

Os deslocamentos horizontais em cada pavimento são ilustrados na Figura 8.13. Observa-se que o modelo de comportamento não linear da ligação resultou em deslocamento horizontal 25% menor comparado aos outros dois modelos devido ao maior rigidez inicial e também maior momento resistente.

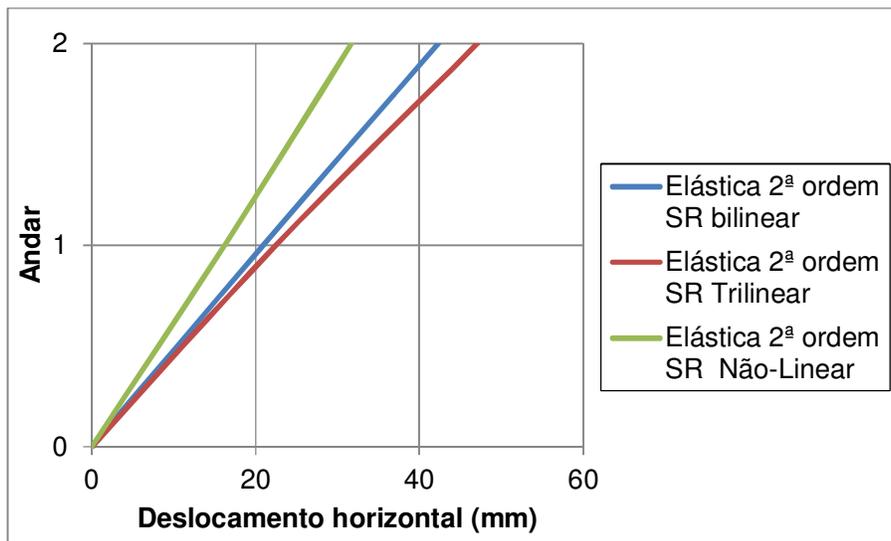


Figura 8.13 – Comparação dos deslocamentos horizontais.

Os resultados das análises em que foram consideradas as ligações semi-rígidas e sua excentricidade (Offset) são apresentados na Tabela 8.6. Verifica-se uma diminuição dos esforços solicitantes fazendo com que todas as barras apresentem resistência suficiente para resistir a estes esforços.

Tabela 8.6 – Esforços solicitantes na estrutura com ligações semi-rígidas com excentricidade

Análise		Elástica 2ª ordem SR Bilinear <i>Offset</i>			Elástica 2ª ordem SR Trilinear <i>Offset</i>			
Barra	Nó	N [kN]	M [kNcm]	Expressão Interação	N [kN]	M [kNcm]	Expressão Interação	
Pilares	1	1	-667	-2545	0,54	-667	-2821	0,55
	1	2	-667	-2880	0,56	-667	-3064	0,57
	2	2	-289	7756	0,61	-289	7991	0,63
	2	3	-289	-7335	0,59	-289	-7629	0,61
	3	4	-691	-6664	0,79	-691	-6960	0,81
	3	5	-691	5932	0,75	-691	5773	0,74
	4	5	-302	-8017	0,64	-302	-8169	0,65
	4	6	-302	11366	0,83	-303	11898	0,86

Tabela 8.6 (Continuação) – Esforços solicitantes na estrutura com ligações semi-rígidas com excentricidade

	Análise		Elástica 2ª ordem SR Bilinear <i>Offset</i>			Elástica 2ª ordem SR Trilinear <i>Offset</i>		
	Barra	Nó	N [kN]	M [kNcm]	Expressão Interação	N [kN]	M [kNcm]	Expressão Interação
Vigas (Ligação)	5	2	-	-8755	0,51	-	-9167	0,53
	5	7	-	16851	0,98	-	16625	0,97
	5	5	-	-11951	0,70	-	-11951	0,70
	6	3	-	-5906	0,34	-	-6203	0,36
	6	8	-	13406	0,78	-	13001	0,76
	6	6	-	-9805	0,57	-	-10332	0,60

As rotações de cada ligação são apresentadas na Tabela 8.7. Pode-se observar que a consideração da excentricidade da ligação diminuiu a rotação em todas as ligações.

Tabela 8.7 – Rotação das ligações

Análise		Elástica 2ª ordem SR Bilinear	Elástica 2ª ordem SR Trilinear	Elástica 2ª ordem SR Bilinear <i>Offset</i>	Elástica 2ª ordem SR Trilinear <i>Offset</i>
Barra	Nó	Rot [rad]	Rot [rad]	Rot [rad]	Rot [rad]
5	2	0,0066	0,0050	0,0057	0,0038
5	5	0,0250	0,0250	0,0150	0,0150
6	3	0,0044	0,0022	0,0040	0,0021
6	6	0,0080	0,0080	0,0066	0,0057

Na próxima análise aplicou-se as recomendações normativas do AISC 360-10:2008 quanto a análise inelástica levando em consideração o comportamento semi-rígido das ligações e sua excentricidade. Esta análise será denominada “análise rigorosa”. Para a realização da análise rigorosa, as imperfeições geométricas iniciais foram consideradas pela modelagem dos nós na posição inicialmente deslocada e as imperfeições iniciais de material pela aplicação das tensões residuais. A rigidez das ligações foi representada pelo modelo não linear e a sua excentricidade também foi considerada.

Os esforços solicitantes, apresentados na Tabela 8.8, foram obtidos pela análise rigorosa. Para todas as barras e ligações obteve-se valores abaixo do limite de resistência para a expressão de interação. Isso se deve principalmente ao

modelo de curva não linear e a excentricidade para a representação das ligações. A Tabela 8.9 apresenta as rotações nas ligações.

Tabela 8.8 – Esforços solicitantes na estrutura segundo a análise rigorosa

Análise		Rigorosa		
Barra	Nó	N [kN]	M [kNcm]	Verificação
1	1	-666	-2325	0,52
1	2	-666	-3551	0,60
2	2	-289	8660	0,67
2	3	-290	-8164	0,64
3	4	-692	-6839	0,80
3	5	-692	7003	0,81
4	5	-302	-9168	0,70
4	6	-302	12070	0,87
5	2	-	-9740	0,57
5	7	-	14763	0,86
5	5	-	-13630	0,79
6	3	-	-6294	0,37
6	8	-	12447	0,72
6	6	-	-10043	0,58

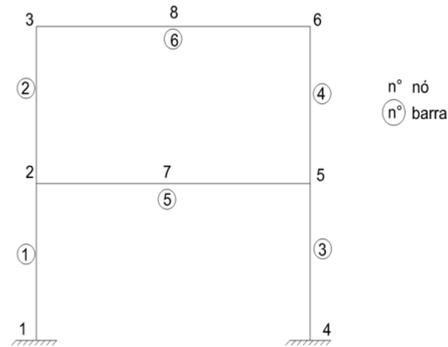


Tabela 8.9 – Rotação das ligações

Análise		Rigorosa
Barra	Nó	Rot [rad]
5	2	0,0032
5	5	0,0108
6	3	0,0020
6	6	0,0033

Na Figura 8.14 são apresentados os resultados da verificação dos pilares para as análises realizadas. Já a Figura 8.15 apresenta a comparação da verificação das vigas. Como já mencionado, pode-se observar uma grande diferença nos resultados das análises em que o comportamento das ligações é considerado. A rigidez inicial menor nos modelos bilinear e trilinear apresentam esforços solicitantes maiores nas vigas e pilares, porém, valores menores de momento solicitante na região das ligações quando comparado com os modelos de rigidez representado pela curva não-linear.

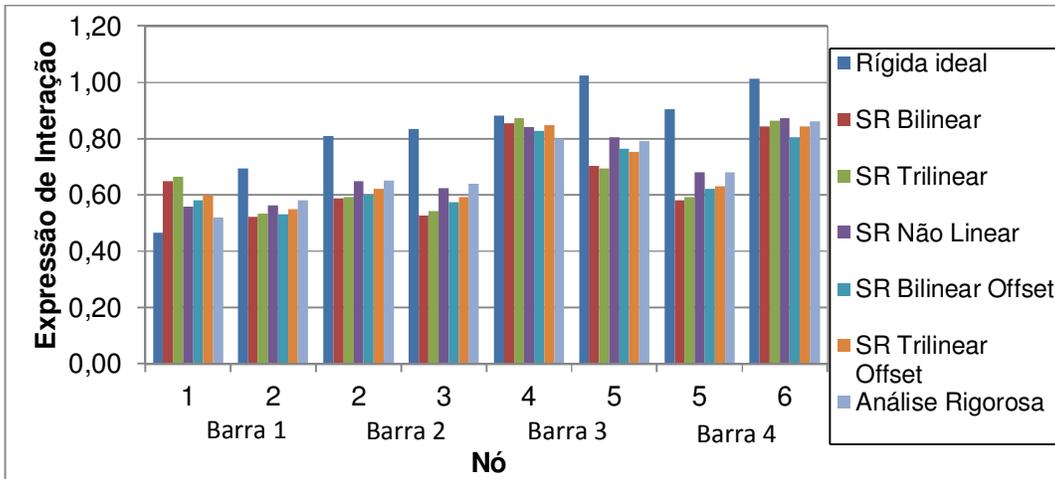


Figura 8.14 – Comparação dos resultados da verificação dos pilares.

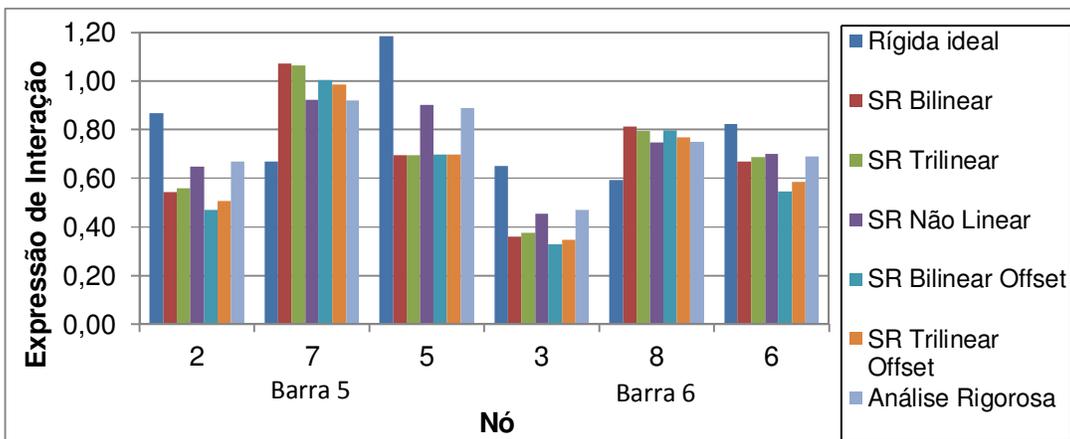


Figura 8.15 – Comparação dos resultados da expressão de verificação das vigas.

Os deslocamentos horizontais obtidos em cada análise são ilustrados na Figura 8.16. Observa-se uma redução do deslocamento da ordem de 15% quando considerado a excentricidade das ligações.

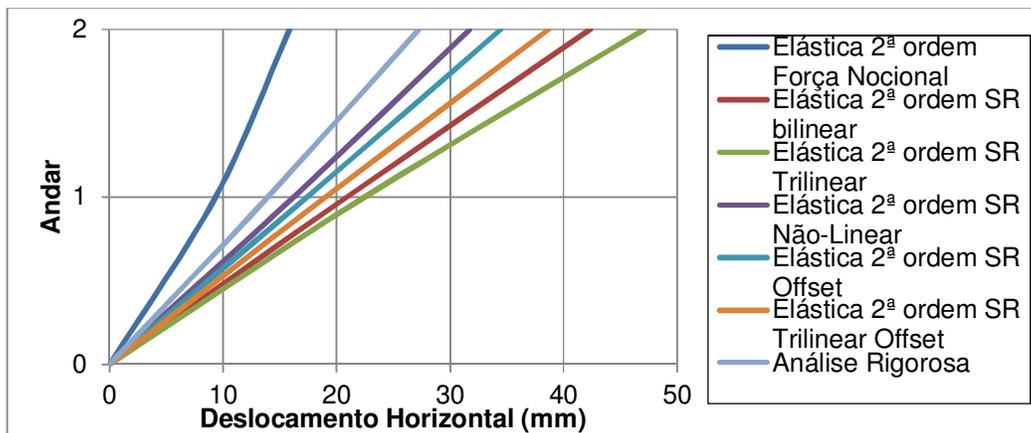


Figura 8.16 – Comparação dos deslocamentos horizontais da estrutura.

Segundo a NBR8800:2008, os limites de deslocamentos para a verificação dos estados limites de serviço são:

- Deslocamento horizontal do topo do pórtico e interpavimento $\frac{H}{400}$ e $\frac{h}{500}$, respectivamente.

- Deslocamento vertical de vigas de piso e coberturas $\frac{L}{250}$ e $\frac{L}{350}$, respectivamente;

Onde: H é a altura total do pórtico;

h é a altura do andar.

Para estruturas de pequena e média deslocabilidade, a NBR 8800:2008 permite que a verificação dos Estados Limites de Serviço seja feita por uma análise elástica de 1ª ordem não sendo necessário considerar as imperfeições iniciais geométricas e de material.

Assim, para a verificação dos Estados Limites de Serviço foram realizadas análises elásticas de 1ª ordem e as ligações foram consideradas como rígidas, semi-rígidas e semi-rígidas com excentricidade. Para a consideração das ligações semi-rígidas, foi utilizada a rigidez inicial da ligação desde que o momento atuante não ultrapassasse 2/3 do momento resistente de cálculo, caso contrário, foi utilizado a rigidez tangente da ligação.

A Tabela 8.10 mostra os resultados dos deslocamentos laterais da estrutura obtida pelas análises elástica de 1ª ordem, elástica de 1ª ordem com ligações semi-rígidas, elástica de 1ª ordem com ligações semi-rígidas e excentricidade.

Tabela 8.10 – Deslocamento lateral da estrutura

Análise	Deslocamento Horizontal (mm)		
	Nó 2	Nó 3	Deslocamento Interpavimento
Elástica 1ª ordem	3	5	2
Elástica 1ª ordem SR Rigidez inicial	3	6	3
Elástica 1ª ordem SR Rigidez tangente	3	6	3
Elástica 1ª ordem SR Rigidez Inicial Offset	3	5	2
Elástica 1ª ordem SR Rigidez Tangente Offset	3	5	2

O deslocamento limite imposto pela norma é igual a 15 mm para o deslocamento lateral total e 6,0 mm para o deslocamento interpavimento. Assim, a estrutura estudada atende o Estado Limite de Serviço para o Deslocamento Lateral em todas as análises realizadas. Não foram observadas diferenças nos resultados quando considerada a rigidez inicial ou rigidez tangente das ligações para este exemplo.

Os deslocamentos verticais das vigas obtidos em todas as análises satisfazem o limite estabelecido pela norma brasileira é igual a 24 mm para viga do primeiro andar e 17 mm para a viga da cobertura. Os valores de deslocamento obtidos para cada uma das análises são apresentados na Tabela 8.11. Nenhuma ligação foi solicitada por momento fletor maior que 2/3 do valor do momento último da ligação e por esse motivo foi utilizado apenas a rigidez inicial das ligações.

Tabela 8.11 – Deslocamento vertical das vigas

Análise	Vigas		Rotação das Vigas (rad)			
	Deslocamento Vertical (mm)		Barra 5		Barra 6	
	Nó 7	Nó 8	Nó 2	Nó 5	Nó 3	Nó 6
Elástica 1ª ordem	16	15	0	0	0	0
Elástica 1ª ordem SR Rigidez Inicial	17	16	0,0011	0,0011	0,0008	0,0008
Elástica 1ª ordem SR Rigidez Inicial Offset	16	15	0,0009	0,0009	0,0006	0,0006

Este primeiro exemplo analisado foi um edifício formado por um pórtico de um vão e dois pavimentos. Assim, foi possível constatar a diferença nos esforços solicitantes obtidos pelos diferentes tipos de análise estrutural.

Houve uma diferença significativa nos esforços solicitantes quando considerado o comportamento das ligações nas análises, pois esta foi dimensionada como uma ligação semi-rígida de resistência parcial com capacidade de rotação suficiente para a análise plástica, ou seja, permitia redistribuição de esforços.

A consideração do trecho rígido para a modelagem das ligações diminuiu tanto os deslocamentos laterais e verticais da estrutura quanto os esforços solicitantes nos elementos.

8.3. Pórtico de três vãos e oito pavimentos

O edifício do exemplo estudado neste item foi inicialmente dimensionado em Bellei (2008). Para a realização das análises estruturais será adotado o esquema estrutural e os perfis utilizados no modelo original.

Este edifício possui 8 pavimentos com pé direito único igual a 3,0 m e dimensões em plantas iguais a 30 m X 18 m. A Figura 8.17 ilustra a planta do pavimento tipo do exemplo.

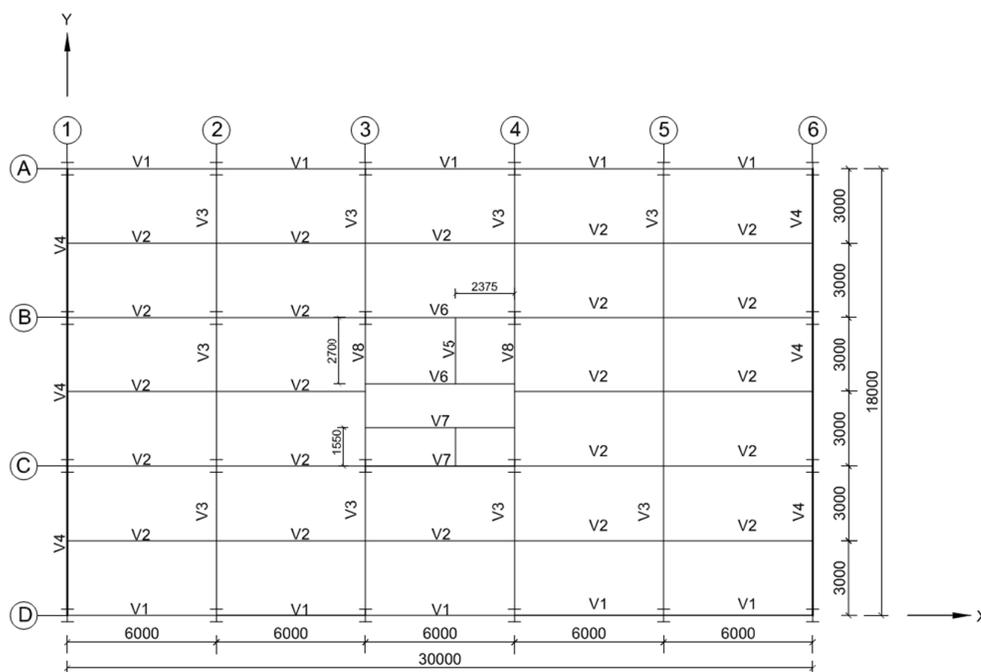


Figura 8.17 – Planta do pavimento tipo – Adaptado de Bellei (2008).

O sistema estrutural consiste em dois pórticos rígidos posicionados nos eixos 1 e 6 e sistema de contraventamento vertical entre os eixos 3 e 4 nas filas B e C. Os pilares dos pórticos rígidos são engastados na base e os demais pilares rotulados na base. As vigas dos pórticos rígidos são conectadas às mesas dos pilares. Todas as vigas que não pertencem aos pórticos rígidos apresentam ligações rotuladas.

Figura 8.18 ilustra a elevação do pórtico rígido dos eixos 1 e 6. Nesta figura, são ilustradas a geometria, as dimensões e a numeração dos nós e barras da estrutura a ser analisada. Esta numeração, de nós e barras, é utilizada apenas para a apresentação dos resultados. Cada barra foi dividida em 15 elementos finitos conforme a metodologia apresentada no Capítulo 7.

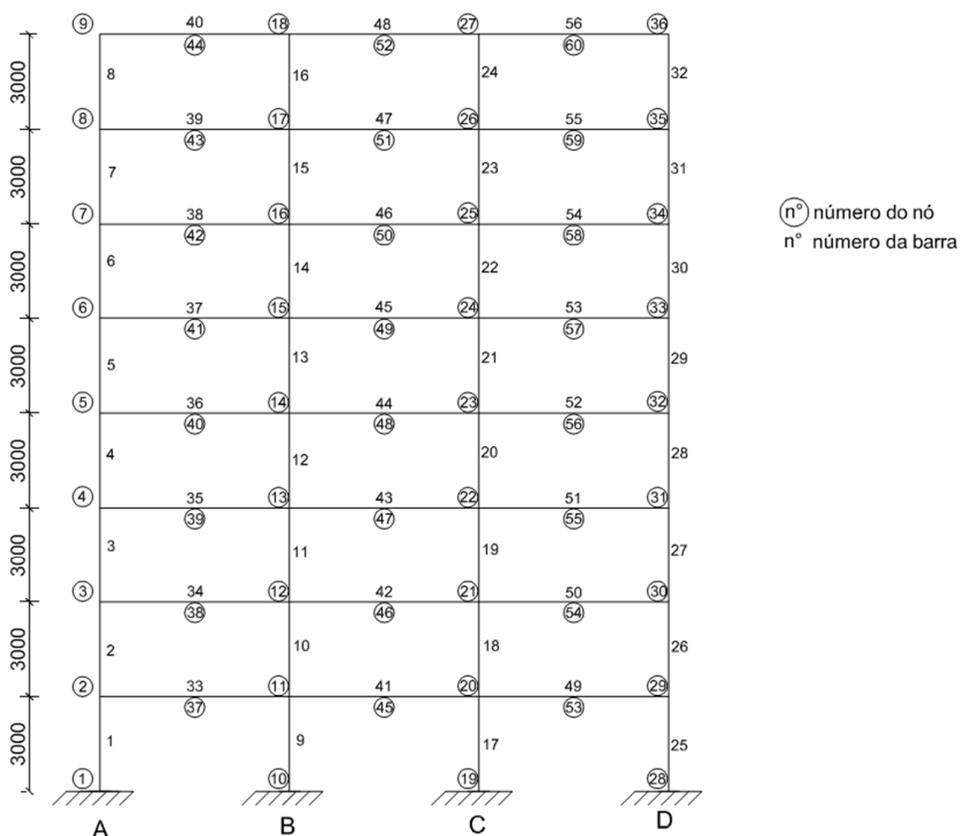


Figura 8.18 – Pórtico rígido dos eixos 1 e 6.

Na Tabela 8.12 são descritos os perfis utilizados na estrutura.

Tabela 8.12 – Perfis utilizados na estrutura

Elementos	Perfil
Pilares (Barras 1 a 8, 14 a 16, 22 a 24, 25 a 32)	HP 310X73
Pilares (Barras 9 a 13 e 17 a 21)	HP 310X93
Vigas 1º ao 7º andar	W 460X68
Vigas da Cobertura	W 360X39

Em todos os andares utilizou-se laje maciça de concreto de 9 cm de espessura, como em Bellei (2008). O fechamento lateral da edificação foi realizado com paredes de alvenaria. Nos pórticos rígidos foi considerado que as vigas de aço e a laje de concreto trabalharam de maneira isolada, assim como no modelo original.

Na Figura 8.19.a e na Figura 8.19.b são ilustrados, respectivamente, os carregamentos permanentes e sobrecargas aplicados na estrutura e na Figura 8.20 é ilustrado o carregamento devido à ação do vento.

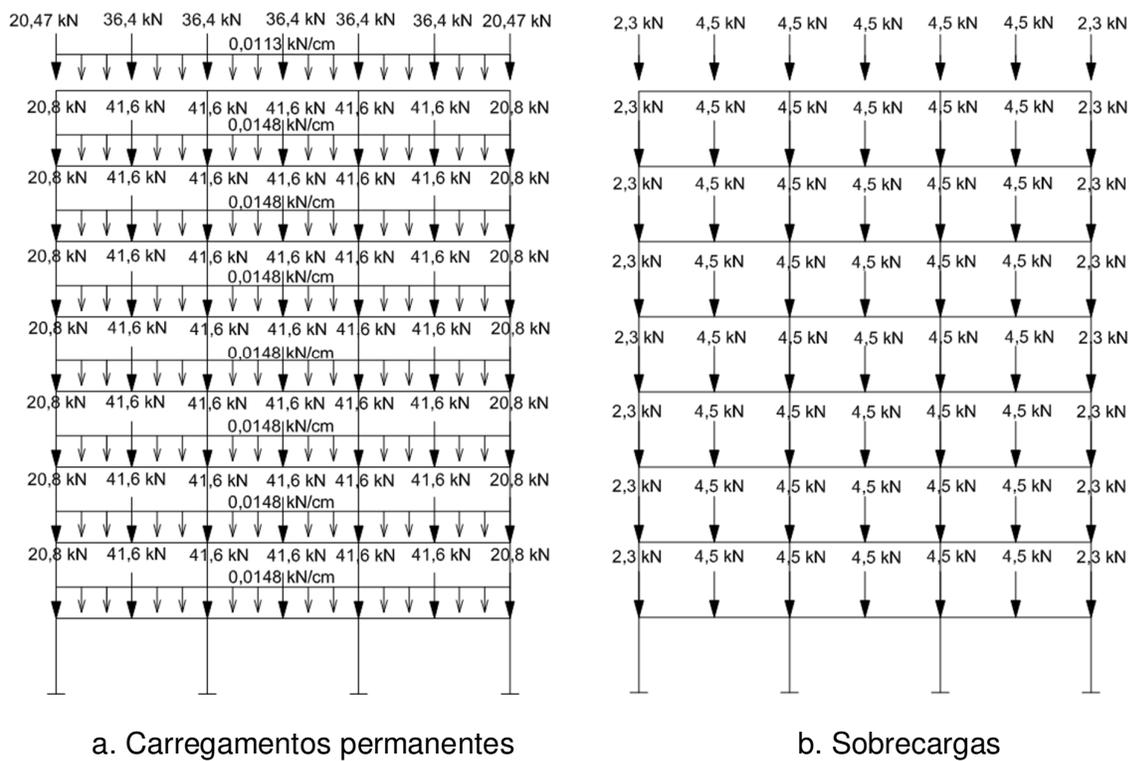


Figura 8.19 – Carregamentos básicos.

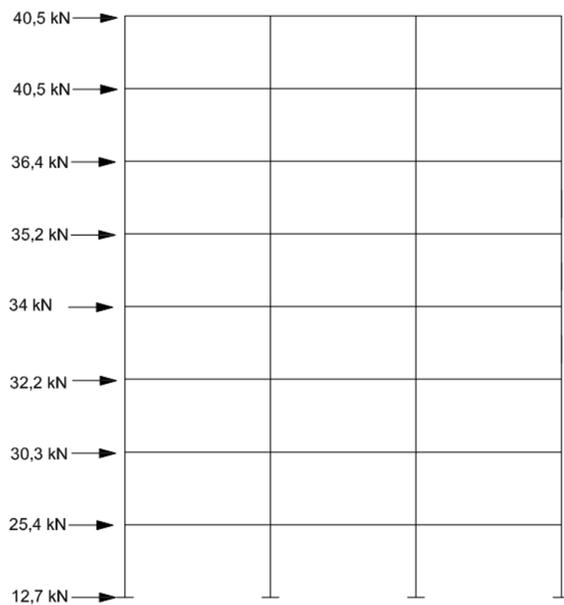


Figura 8.20 – Carregamentos devido à ação do vento.

Os deslocamentos laterais de cada andar para a análise elástica de 1ª e 2ª ordem, assim como a relação entre os deslocamentos são apresentados na Tabela 8.13.

Tabela 8.13 – Comparação dos deslocamentos

Andar	Elástica 1ª ordem [mm] (1)	Elástica 2ª ordem [mm] (2)	(2)/(1)
1	11,09	11,53	1,04
2	26,21	27,33	1,04
3	40,13	41,83	1,04
4	52,18	54,30	1,04
5	62,15	64,55	1,04
6	69,93	72,50	1,04
7	75,50	78,16	1,04
8	79,69	82,41	1,03

Assim, segundo a NBR 8800:2008 esta estrutura é classificada como de pequena deslocabilidade. Para este tipo de estrutura não é necessário considerar o efeito da imperfeição geométrica inicial nas combinações em que o vento é considerado e nem o efeito das imperfeições iniciais de material na análise estrutural.

Os maiores esforços solicitantes dos pilares e vigas de cada fila são apresentados na Tabela 8.14 segundo a análise elástica de 1ª ordem e a análise elástica de 2ª ordem, com ligações idealmente rígidas e sem considerar as imperfeições iniciais geométricas e de material.

Tabela 8.14 – Esforços solicitantes

Análise			Elástica 1ª ordem			Elástica 2ª ordem		
Elemento	Barra	Nó	N [kN]	M [kNcm]	Expressão Interação	N [kN]	M [kNcm]	Expressão Interação
Pilar Fila A	1	1	-375	16414	0,58	-321	17140	0,58
		2	-375	-5787	0,30	-321	-6282	0,29
Pilar Fila B	9	10	-1282	19502	0,82	-1196	20147	0,81
		11	-1282	-13031	0,69	-1196	-13543	0,67
Pilar Fila C	17	19	-1234	19401	0,81	-1146	20042	0,79
		20	-1234	-12872	0,67	-1146	-13386	0,65
Pilar Fila D	25	28	-925	18171	0,84	-891	18629	0,84
		29	-925	-10111	0,63	-891	-10202	0,62
Viga AB	34	3	-	12541	0,38	-	13082	0,40
		38	-	7994	0,24	-	7547	0,23
		12	-	-21956	0,67	-	-21764	0,66
Viga BC	42	12	-	8462	0,26	-	11066	0,34
		46	-	6310	0,19	-	5510	0,17
		21	-	-20903	0,63	-	-20976	0,64
Viga CD	50	21	-	9843	0,30	-	11066	0,34
		54	-	5818	0,18	-	5510	0,17
		30	-	-23536	0,71	-	-23805	0,72

Para efeito de comparação de resultados, duas novas análises foram feitas considerando os efeitos da imperfeição geométrica inicial e também das imperfeições iniciais de material. Os maiores esforços solicitantes obtidos por essas análises são apresentados na Tabela 8.15. Observou-se que a consideração das forças nocionais resultou um aumento do momento fletor solicitante em torno 8% para os pilares quando comparado com a estratégia da modelagem dos nós deslocados.

Tabela 8.15 – Esforços solicitantes considerando as imperfeições geométricas iniciais

Análise			Elástica 2ª ordem + Nós deslocados + 0,8E			Elástica 2ª ordem + Forças Nocionais + 0,8E		
Elemento	Barra	Nó	N [kN]	M [kNcm]	Expressão Interação	N [kN]	M [kNcm]	Expressão Interação
Pilar Fila A	1	1	-311	17854	0,59	-312	19230	0,63
		2	-311	-6618	0,30	-311	-5118	0,26
Pilar Fila B	9	10	-1196	20937	0,83	-1194	22373	0,85
		11	-1196	-14097	0,68	-1194	-12897	0,66
Pilar Fila C	17	19	-1145	20832	0,81	-1153	22238	0,84
		20	-1145	-13938	0,66	-1152	-12719	0,64
Pilar Fila D	25	28	-900	19320	0,86	-896	20674	0,90
		29	-900	-10540	0,63	-895	-9226	0,59
Viga AB	34	3	-	13292	0,40	-	13221	0,40
		38	-	7428	0,23	-	7263	0,22
		12	-	-22263	0,67	-	-22546	0,68
Viga BC	42	12	-	10309	0,31	-	10459	0,32
		46	-	6088	0,18	-	6106	0,19
		21	-	-21710	0,66	-	-21846	0,66
Viga CD	50	21	-	11077	0,34	-	11646	0,35
		54	-	5768	0,17	-	5661	0,17
		30	-	-23266	0,71	-	-24148	0,73

Quanto ao esforço cortante nas vigas o maior valor obtido foi igual a 100 kN, valor menor que o valor da resistência de cálculo das vigas igual a 786 kN. O esforço cortante nos pilares também não é crítico.

A Figura 8.21 e a Figura 8.22 ilustram a comparação dos resultados da expressão de interação das barras dos pilares e vigas, respectivamente. Pode-se observar que a consideração da imperfeição geométrica inicial e imperfeição inicial de material causou um aumento nos esforços solicitantes sendo que este aumento foi maior quando utilizado as forças nocionais.

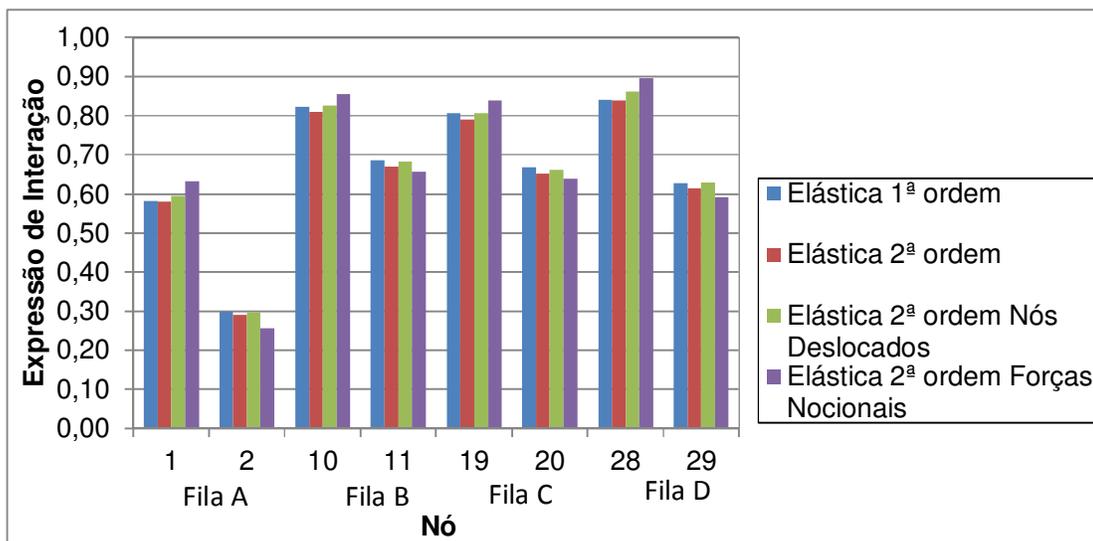


Figura 8.21 – Resultado da expressão de interação para os pilares.

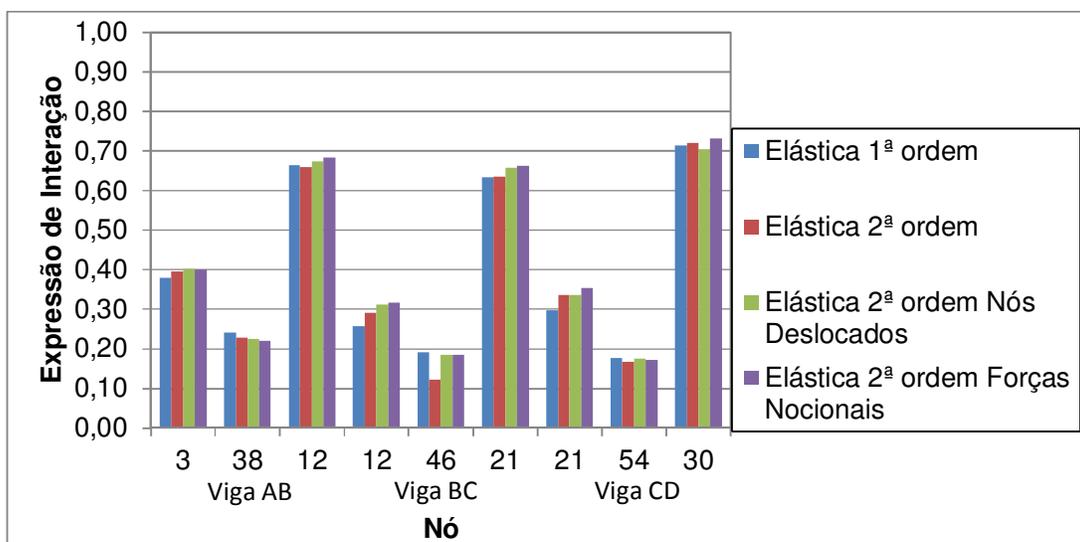


Figura 8.22 – Resultado da expressão de interação para as vigas.

A Figura 8.23 ilustra o deslocamento horizontal do edifício para as análises realizadas. Pode-se constatar a pequena diferença entre os deslocamentos obtidos segundo a análise elástica de 1ª ordem e a análise elástica de 2ª ordem. A consideração da imperfeição geométrica inicial e sua forma de aplicação teve grande influência nos deslocamento horizontal sendo que a aplicação das forças nocionais resultaram em deslocamentos 20% maiores do que a modelagem dos nós na posição deslocada.

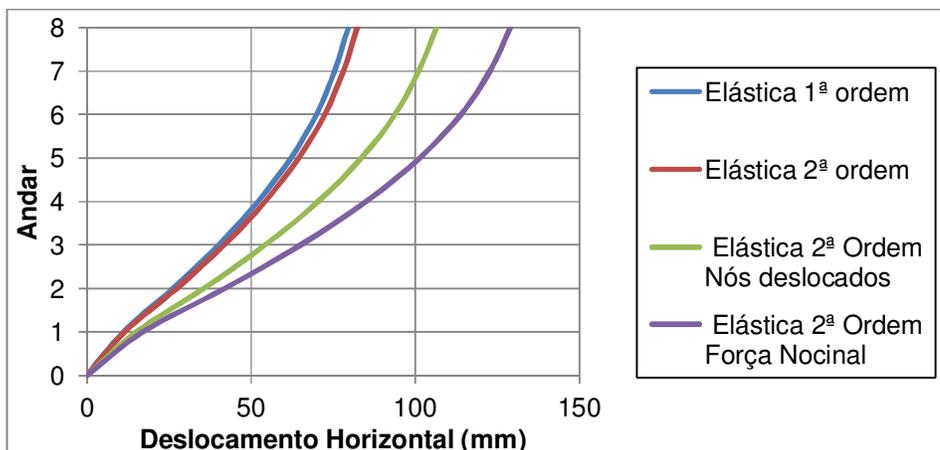


Figura 8.23 – Deslocamento horizontal da estrutura.

Para verificar o comportamento da ligação, assim como no exemplo anterior, a estrutura foi analisada considerando o comportamento Momento X Rotação das ligações, cuja rigidez inicial e resistência última foram determinadas com base no Método das Componentes.

As ligações foram dimensionadas tomando-se os esforços solicitantes obtidos na análise elástica de 2ª ordem considerando as imperfeições geométricas iniciais e imperfeições iniciais de material. Assim, para as ligações, utilizou-se chapa de topo de 19 mm e parafusos de 22,4 mm de diâmetro e enrijecedores transversais à alma do pilar. A Figura 8.24 ilustra a geometria da ligação utilizada. A mesma geometria foi utilizada tanto para as ligações em pilar de canto quanto para as ligações em pilar de centro. Devido à ocorrência de momentos fletores contrários nos dois lados dos pilares de centro, utilizou-se uma chapa de topo com dois eixos de simetria.

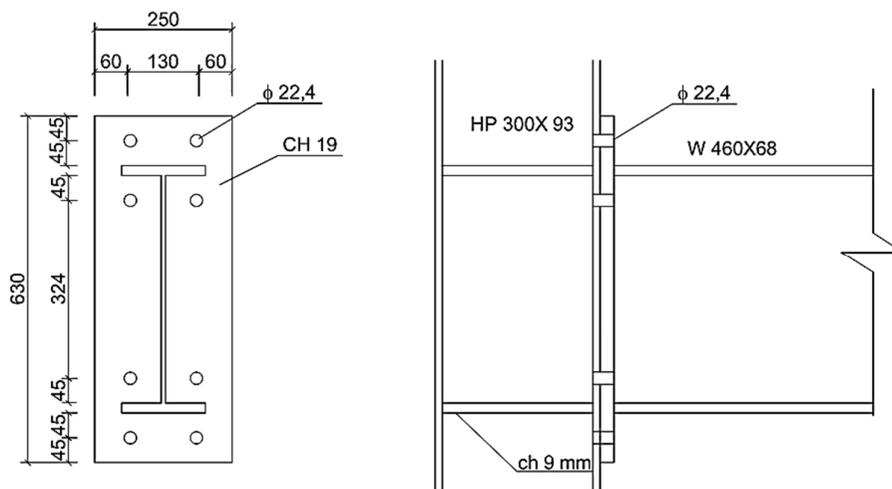


Figura 8.24 – Características das Ligações.

Com base no Método das Componentes, obteve-se rigidez inicial igual a $S_{j,ini} = 8865000 \text{ kN.cm/rad}$, fator de rigidez igual a $r_j = 0,75$, momento resistente igual a $M_{Rd,j} = 27000 \text{ kN.cm}$ e resistência ao esforço cortante $V_{Rd,j} = 310 \text{ kN}$ para ligações em pilar de canto. Para ligações em pilar de centro com momentos contrários, obteve-se rigidez inicial igual a $S_{j,ini} = 5435000 \text{ kN.cm/rad}$, fator de rigidez igual a $r_j = 0,63$, momento resistente igual a $M_{Rd,j} = 27000 \text{ kN.cm}$ e resistência ao esforço cortante $V_{Rd,j} = 310 \text{ kN}$.

De acordo com o Método das Componentes do Eurocode 3:2010, a resistência da ligação é condicionada pela ruptura do parafuso, modo 2, devido ao efeito alavanca. Este efeito foi comprovado pela análise do modelo numérico tridimensional rigoroso e ilustrado na Figura 8.25 onde os deslocamentos foram ampliados em 3 vezes.

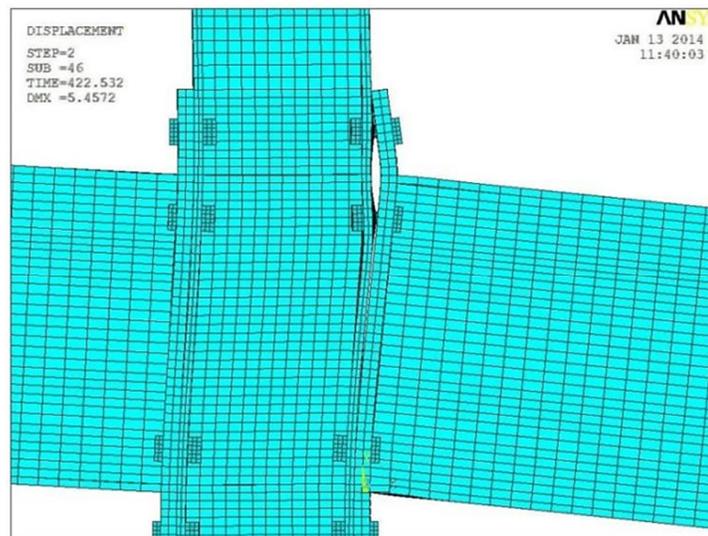


Figura 8.25 – Efeito alavanca da chapa de topo.

As curvas Momento x Rotação que foram determinadas de forma analítica, as que foram obtidas da análise do modelo numérico tridimensional rigoroso e os limites de classificação da ligação são ilustrados na Figura 8.26. Portanto, as duas ligações são classificadas como semi-rígida de resistência parcial.

Como já citado, as resistências das ligações são condicionadas pela ruptura dos parafusos, portanto, as ligações dimensionadas não apresentam capacidade de rotação para a realização de uma análise plástica. Devido a este fato, a rotação que cada ligação será submetida deverá ser verificada. As rotações referentes ao

momento último das ligações são iguais a 0,006 rad para ligação de canto e 0,01 rad para ligação central.

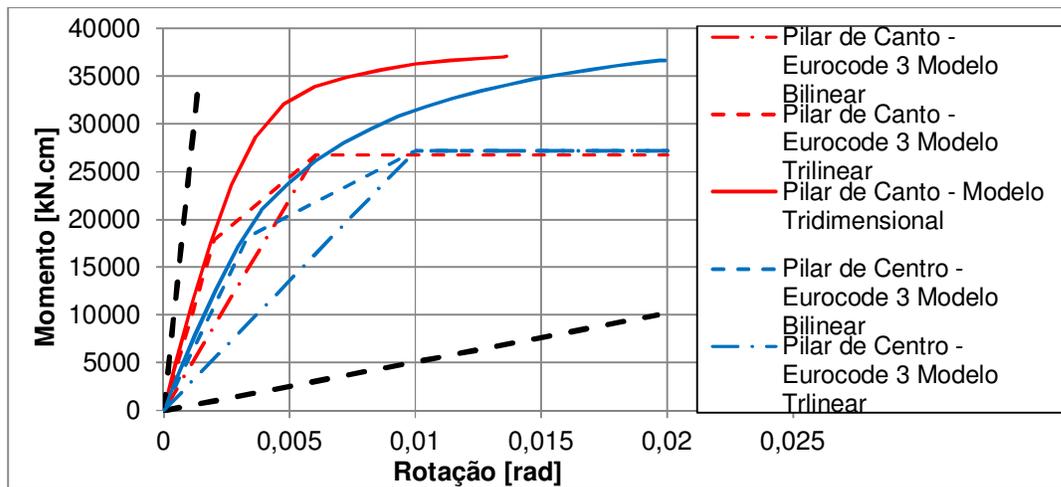


Figura 8.26 – Curvas Momento X Rotação das ligações.

A Tabela 8.16 apresenta os esforços solicitantes e os resultados da expressão de interação dos elementos para as análise elástica de 2ª ordem com ligações semi-rígidas cujo comportamento é representado pelos modelos de curvas bilinear e trilinear. Pode-se observar que os momentos fletores solicitantes variaram em torno de 10% nos pilares e menos do que 5% nas vigas.

Comparando os resultados obtidos com os resultados das análises quem as ligações foram consideradas com seu comportamento idealizado, foram observados aumento dos valores de momento fletor solicitante da ordem de 20% para as extremidades dos pilares e diminuição de 15% em média para momento fletor solicitante nas ligações.

Tabela 8.16 – Esforços solicitantes considerando o comportamento das ligações

Análise			Elástica 2ª ordem SR Bilinear			Elástica 2ª ordem SR Trilinear		
Elemento	Barra	Nó	N [kN]	M [kNcm]	Expressão Interação	N [kN]	M [kNcm]	Expressão Interação
Pilar Fila A	1	1	-315	23154	0,74	-313	21154	0,68
		2	-314	-3425	0,21	-312	-4830	0,25
Pilar Fila B	9	10	-1206	25294	0,92	-1199	23649	0,88
		11	-1205	-9104	0,58	-1198	-11190	0,62
Pilar Fila C	17	19	-1119	25315	0,89	-1138	23646	0,86
		20	-1118	-9214	0,55	-1137	-11280	0,60
Pilar Fila D	25	28	-914	24241	1,00	-903	22083	0,94
		29	-913	-6753	0,53	-903	-7741	0,55

Tabela 8.16 (Continuação) – Esforços solicitantes considerando o comportamento das ligações

Análise			Elástica 2ª ordem SR Bilinear			Elástica 2ª ordem SR Trilinear		
Elemento	Barra	Nó	N [kN]	M [kNcm]	Expressão Interação	N [kN]	M [kNcm]	Expressão Interação
Viga AB	34	3	-	15833	0,48 (0,59)	-	15517	0,47 (0,57)
		38	-	10160	0,31	-	9718	0,29
		12	-	-19329	0,59 (0,72)	-	-19911	0,60 (0,74)
Viga BC	42	12	-	11601	0,35 (0,43)	-	11830	0,36 (0,44)
		46	-	8174	0,25	-	7894	0,24
		21	-	-18726	0,57 (0,70)	-	-19585	0,59 (0,72)
Viga CD	50	21	-	13042	0,40 (0,48)	-	12931	0,39 (0,48)
		54	-	6245	0,19	-	6948	0,21
		30	-	-24492	0,74 (0,90)	-	-22860	0,69 (0,85)

Já a Tabela 8.17, apresenta os esforços solicitantes obtidos das análises em que o comportamento das ligações foi representado pela curva não linear resultante da análise do modelo numérico tridimensional rigoroso.

Comparando-se os resultados deste modelo com o modelo de ligação representado pela curva bilinear, observa-se uma diminuição do momento fletor em torno de 10% para as extremidades pilares e aumento de 7% para as ligações. Porém, não houve alteração de valores para a ligação mais solicitada.

Tabela 8.17 – Esforços solicitantes considerando o comportamento não linear das ligações

Análise			Elástica 2ª ordem SR Não linear		
Elemento	Barra	Nó	N [kN]	M [kNcm]	Expressão Interação
Pilar Fila A	1	1	-316	20571	0,60
		2	-315	-5011	0,24
Pilar Fila B	9	10	-1199	23128	0,84
		11	-1199	-11470	0,61
Pilar Fila C	17	19	-1128	23129	0,82
		20	-1127	-11547	0,59
Pilar Fila D	25	28	-910	21846	0,86
		29	-909	-8642	0,55

Tabela 8.17 (Continuação) – Esforços solicitantes considerando o comportamento não linear das ligações

Análise			Elástica 2ª ordem SR Não linear		
Elemento	Barra	Nó	N [kN]	M [kNcm]	Expressão Interação
Viga AB	34	3	-	14971	0,45 (0,55)
		38	-	9193	0,28
		12	-	-20410	0,62 (0,76)
Viga BC	42	12	-	11257	0,34 (0,43)
		46	-	7490	0,23
		21	-	-19794	0,60 (0,73)
Viga CD	50	21	-	12721	0,39 (0,47)
		54	-	6120	0,19
		30	-	-24392	0,74 (0,90)

A Figura 8.27 e a Figura 8.28 ilustram a comparação dos resultados da expressão de interação, dos pilares e vigas, para as análises nas quais as ligações foram consideradas como idealmente rígida e semi-rígida (bilinear, trilinear e não linear). Pode-se observar que os pilares e vigas são mais solicitados quando considerada a ligação semi-rígida em que o comportamento foi representado por uma curva bilinear.

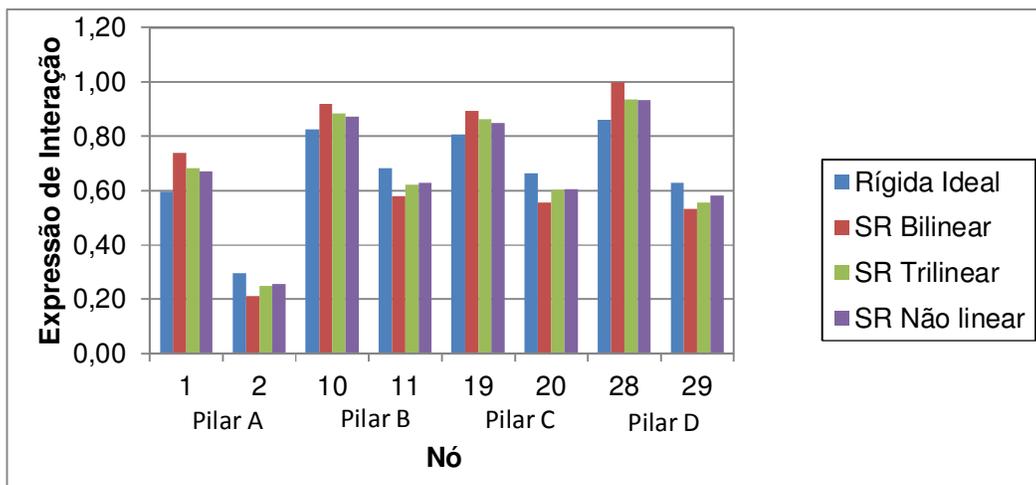


Figura 8.27 – Resultado da expressão de interação para os pilares.

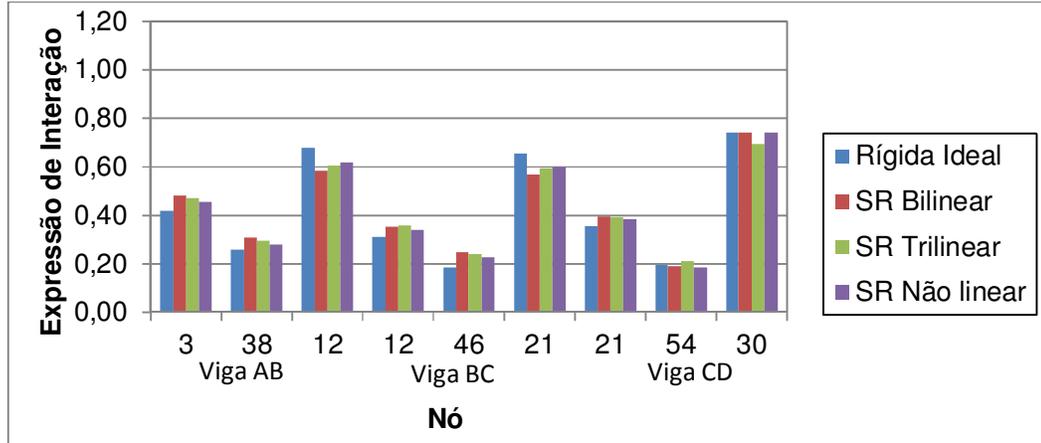


Figura 8.28 – Resultado da expressão de interação para as vigas.

A Figura 8.29 ilustra o deslocamento horizontal da estrutura obtido das análises elástica de 2ª ordem com ligações semi-rígidas (bilinear, trilinear e não linear). Pode-se observar que na análise em que a ligação cujo comportamento foi representado por uma curva bilinear a estrutura apresentou deslocamento final maior do que os modelos cujo comportamento das ligações foi representado pelas curvas trilinear e não linear. Os deslocamentos no modelo com ligação bilinear foram aproximadamente 20% maiores que os dos modelos com ligações trilinear e não linear e aproximadamente 70% maiores do que os deslocamentos do modelo com ligações rígidas ideais.

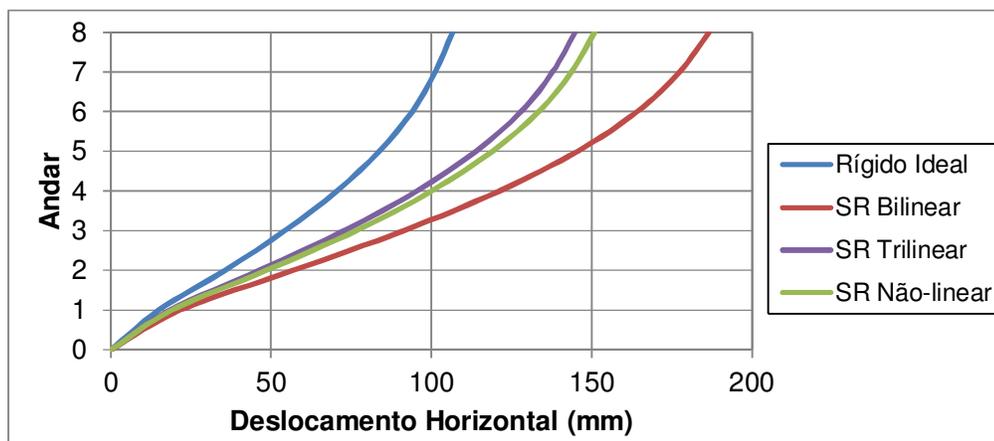


Figura 8.29 – Deslocamento horizontal da estrutura com ligações semi-rígidas.

Os esforços obtidos na análise em que foi considerada a influência da excentricidade das ligações considerada são apresentados na Tabela 8.18. Assim,

observou-se uma pequena redução dos esforços da ordem de 5% para os pilares e vigas quando comparados aos resultados das análises sem a excentricidade das ligações.

Tabela 8.18 – Esforços solicitantes considerando a excentricidade das ligações

Análise			Elástica 2ª ordem SR Bilinear <i>Offset</i>			Elástica 2ª ordem SR Trilinear <i>Offset</i>		
Elemento	Barra	Nó	N [kN]	M [kNcm]	Expressão Interação	N [kN]	M [kNcm]	Expressão Interação
Pilar Fila A	1	1	-308	18334	0,55	-308	17648	0,53
		2	-308	-5969	0,26	-307	-6841	0,28
Pilar Fila B	9	10	-1170	21964	0,81	-1184	21019	0,79
		11	-1170	-14745	0,67	-1184	-14983	0,68
Pilar Fila C	17	19	-1199	21789	0,81	-1173	20867	0,79
		20	-1198	-14464	0,67	-1173	-14724	0,67
Pilar Fila D	25	28	-876	19381	0,79	-888	18880	0,79
		29	-875	-9015	0,55	-888	-10242	0,58
Viga AB	34	3	-	12807	0,39	-	13327	0,40
		38	-	7074	0,21	-	7351	0,22
		12	-	-21283	0,64	-	-21284	0,64
Viga BC	42	12	-	12201	0,37	-	11044	0,33
		46	-	6482	0,20	-	6167	0,19
		21	-	-21847	0,66	-	-21199	0,64
Viga CD	50	21	-	11970	0,36	-	11593	0,35
		54	-	7176	0,22	-	6242	0,19
		30	-	-20074	0,61	-	-21643	0,66

A Tabela 8.19 apresenta os valores das rotações das ligações mais solicitadas sendo indicados os números do nó e os índices “e” para ligação à esquerda do pilar e “d” para ligação à direita do pilar. Pode-se verificar que todas as ligações apresentam rotações menores que a rotação referente ao momento último da ligação.

Tabela 8.19 – Rotação das ligações

Nó	Elástica 2ª ordem SR Trilinear	Elástica 2ª ordem SR Trilinear <i>Offset</i>
2	0,00175	0,00168
11e	0,00465	0,00407
11d	0,00218	0,00204
20e	0,00238	0,00382
20d	0,00441	0,00223
29	0,00428	0,00382

Para a realização da análise rigorosa foram considerados as não linearidades geométricas e de material, imperfeições iniciais geométricas e de material e comportamento das ligações representado pela curva não linear obtida pelo modelo numérico tridimensional rigoroso. As imperfeições geométricas iniciais foram consideradas pela modelagem dos nós na posição inicialmente deslocada e as imperfeições iniciais de material pela aplicação das tensões residuais.

A Tabela 8.20 apresenta os maiores esforços solicitantes nos pilares e vigas segundo a Análise Rigorosa. Todos os perfis adotados por Bellei (2008) apresentaram-se solicitados bem abaixo do limite de resistência. A barra 9, correspondente ao pilar interno da Fila B, foi a barra mais solicitada e apresentou resultado para expressão de interação igual a 0,82 segundo a Análise Rigorosa.

Observa-se pouca diferença nos resultados obtidos na análise rigorosa quando comparados com os resultados da análise elástica de 2ª ordem com ligações semi-rígidas e excentricidade.

Tabela 8.20 – Esforços solicitantes, segundo a Análise Rigorosa

Análise			Análise Rigorosa		
Elemento	Barra	Nó	N [kN]	M [kNcm]	Expressão Interação
Pilar Fila A	1	1	-319	19919	0,59
		2	-319	-4928	0,24
Pilar Fila B	9	10	-1201	22058	0,82
		11	-1200	-11053	0,60
Pilar Fila C	17	19	-1123	22343	0,80
		20	-1123	-11640	0,59
Pilar Fila D	25	28	-909	21731	0,86
		29	-909	-9158	0,57
Viga AB	34	3	-	14484	0,44
		38	-	9153,4	0,28
		12	-	-18748	0,57
Viga BC	42	12	-	10676	0,32
		46	-	7389	0,22
		21	-	-18161	0,55
Viga CD	50	21	-	12105	0,37
		54	-	5861,8	0,18
		30	-	-23044	0,70

A Figura 8.30 e a Figura 8.31 ilustram uma comparação entre o resultado da verificação (expressão de interação) das barras mais solicitadas. Pode-se observar que o trecho rígido reduziu consideravelmente os esforços nas barras principalmente na análise rigorosa.

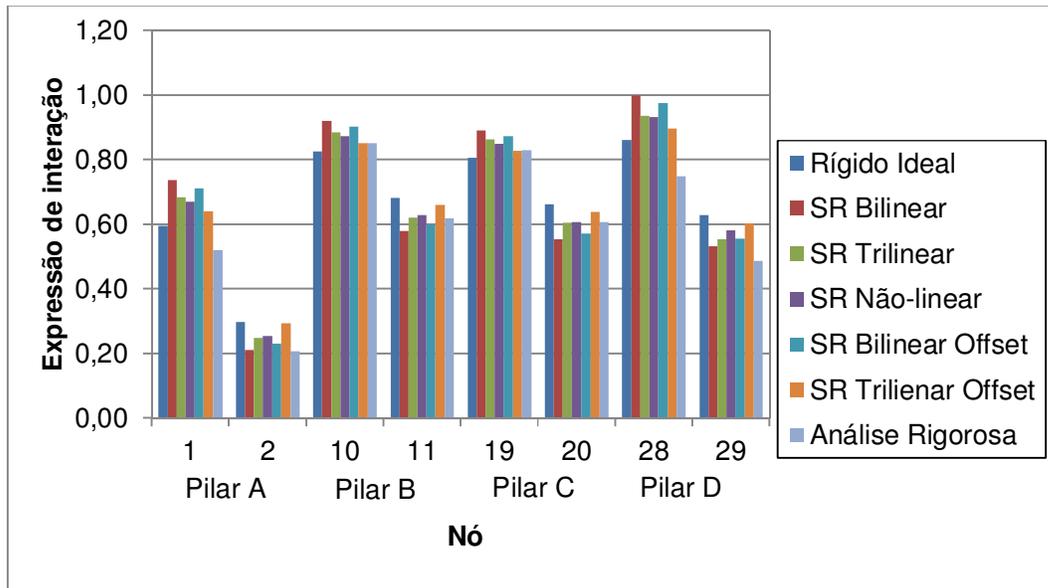


Figura 8.30 – Resultado da expressão de interação para os pilares

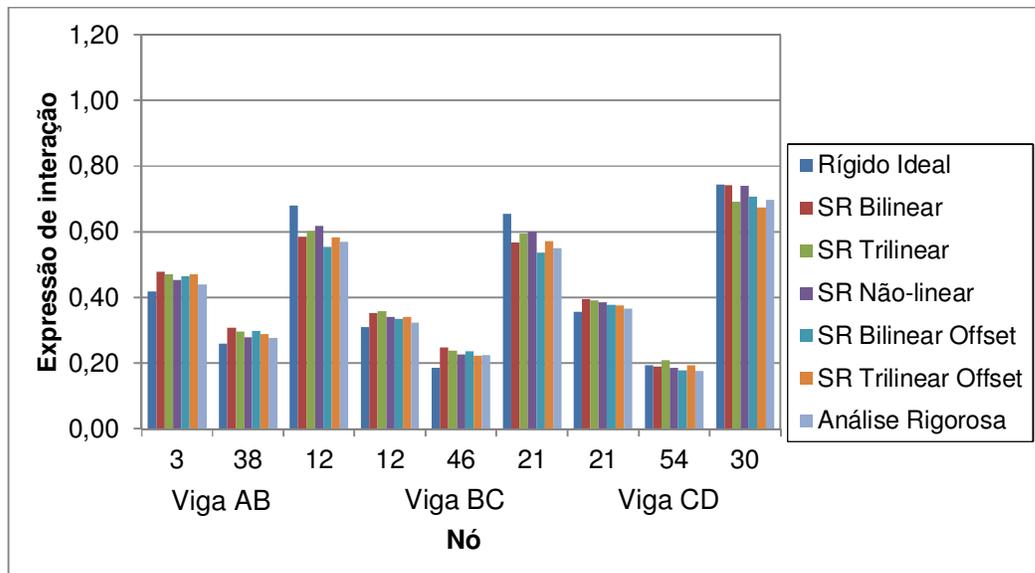


Figura 8.31 – Resultado da expressão de interação para as vigas

Já a Figura 8.32, ilustra os deslocamentos horizontais da estrutura para cada análise realizada. O comportamento das ligações representadas pela curva bilinear provocou o aumento dos esforços solicitantes e dos deslocamentos horizontais.

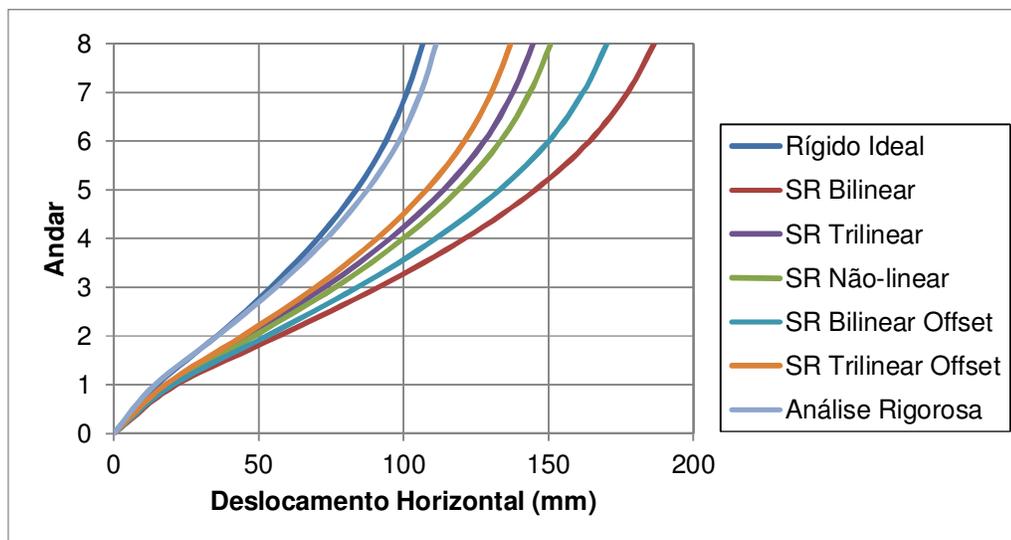


Figura 8.32 – Deslocamentos horizontais da estrutura

Segundo a NBR 8800:2008, os deslocamentos limites para a verificação dos Estados Limite de Serviço são:

- Deslocamento horizontal do topo do pórtico e interpavimento $\frac{H}{400}$ e $\frac{h}{500}$, respectivamente;
- Deslocamento vertical de vigas de piso e coberturas $\frac{L}{250}$ e $\frac{L}{350}$, respectivamente.

Onde: H é a altura total do pórtico;

h é a altura do andar;

L é o vão da viga.

Para a verificação do Estado Limite de Serviço em todas as análises foi realizada a análise elástica de 1ª ordem e não foram consideradas as imperfeições iniciais geométricas e de material. As ligações foram consideradas como rígidas ideais, semi-rígidas e semi-rígidas com excentricidade. Para as ligações semi-rígidas foi considerada a rigidez inicial das ligações e verificado se o limite de 2/3 do momento último não foi ultrapassado.

Em Bellei (2008), a verificação do estado limite de serviço para o deslocamento lateral foi feita utilizando a combinação rara de serviço $(1,0.CP + 0,6.SC + 1,0.V)$ e as ligações foram consideradas como idealmente rígidas. Segundo

o autor, o uso de vigas que estão solicitadas bem abaixo do limite de resistência foi para satisfazer o limite de deslocamento lateral. Neste trabalho utilizou-se a mesma combinação para que fosse possível a comparação de resultados.

A Tabela 8.21 apresenta os maiores deslocamentos horizontais da estrutura pelas diferentes análises estruturais. O limite de deslocamento horizontal imposto pela NBR 8800:2008 é igual a 60 mm. Pode-se observar que apenas o dimensionamento considerando as ligações como ideais cumprem este limite.

Tabela 8.21 – Deslocamento horizontal

Análise	Deslocamento Horizontal (mm)
	Nó 9
Elástica 1ª ordem	59
Elástica 1ª ordem SR	79
Elástica 1ª ordem SR Offset	73

Já a Tabela 8.22, apresenta os valores dos deslocamentos interpavimento da estrutura. O limite de deslocamento apresentado pela norma é de 6 mm. Neste caso nenhuma das análises cumpre o limite de deslocamento interpavimento.

Tabela 8.22 – Deslocamento interpavimento

Pavimento	Elástica 1ª ordem	Elástica 1ª ordem SR	Elástica 1ª ordem SR Offset
0 - 1	8	10	10
1 - 2	11	15	14
2 - 3	10	14	13
3 - 4	9	12	11
4 - 5	7	10	9
5 - 6	6	8	8
6 - 7	4	6	5
7 - 8	3	4	4

A norma deixa a critério do responsável técnico pelo projeto a escolha de qual combinação de serviço utilizar deixando como sugestão a consideração da combinação rara de serviços se o elemento estrutural suportar elementos sujeitos à fissuração.

Considerando que será executado um sistema de ligação deformável entre a estrutura metálica e alvenaria, realizou-se uma nova análise utilizando a combinação frequente de serviço dada por:

$$1,0.CP + 0,4.SC + 0,3.V$$

A Tabela 8.23 apresenta os valores dos deslocamentos horizontais do nó 9 para as análises elástica de 1ª ordem com ligações rígidas ideais e ligações semi-rígidas. Já os valores dos deslocamentos interpavimento para estas duas análises são apresentados na Tabela 8.24. Quando o estado limite de deslocamento horizontal é verificado pela combinação frequente de serviço, o deslocamento limite é respeitado mesmo quando considerado o comportamento semi-rígido das ligações obtendo-se uma relação igual a $\frac{h}{750}$.

Tabela 8.23 – Deslocamento horizontal – Combinação frequente de serviço

Análise	Deslocamento Horizontal (mm)
	Nó 9
Elástica 1ª ordem	17
Elástica 1ª ordem SR	23

Tabela 8.24 – Deslocamento interpavimento – Combinação frequente de serviço

Pavimento	Elástica 1ª ordem	Elástica 1ª ordem SR
0 - 1	2	3
1 - 2	3	4
2 - 3	3	4
3 - 4	3	4
4 - 5	2	3
5 - 6	2	2
6 - 7	1	2
7 - 8	1	1

Os maiores deslocamentos verticais obtidos para as vigas do pavimento e da cobertura são apresentados na Tabela 8.25. O deslocamento limite imposto pela norma é igual a 24 mm para vigas do pavimento e 17 mm para vigas da cobertura. Assim, o deslocamento vertical não é fator limitante para esta estrutura.

Tabela 8.25 – Deslocamento verticais das vigas

Pavimento	Elástica 1ª Ordem	Elástica 1ª ordem SR	Elástica 1ª ordem SR Offset
Pavimento	5,6	6,3	6,1
Cobertura	6,9	7,6	7,2

As maiores rotações apresentadas pelas ligações para o Estado Limite de Serviço de deslocamento vertical são apresentadas na Tabela 8.26. Pode-se observar que a ligação mais solicitada apresenta rotações muito pequenas indicando que estas se encontram com comportamento elástico.

Tabela 8.26 – Rotação das ligações mais solicitadas

Elástica 1ª ordem	Elástica 1ª Ordem SR	Elástica 1ª Ordem SR Offset
0	0,005	0,005

Este exemplo inicialmente dimensionado por Bellei (2008) utilizou como sistema estrutural dois pórticos rígidos posicionados nas extremidades da edificação e dois pórticos contraventados na outra direção. Os pórticos rígidos foram analisados por diferentes tipos de análise estrutural.

Essa concepção estrutural escolhida fez com que a força horizontal devido à ação do vento fosse resistida pelos dois pórticos rígidos. Em Bellei (2008), as ligações na análise estrutural foram consideradas como perfeitamente rígidas e foram detalhadas como ligações soldadas. Neste trabalho, as ligações foram dimensionadas como ligações parafusadas com chapa de topo e seu comportamento foi considerado nas análises estruturais.

Analisando os resultados obtidos pelas diferentes tipos de análise estrutural constatou-se que as maiores diferenças obtidas foram encontradas ao considerar o comportamento semi-rígido das ligações pois as vigas passaram a ser menos solicitadas. Além disso, obtiveram-se deslocamentos laterais maiores na verificação dos estados limites de serviço

Considerando a combinação rara de serviço, os perfis inicialmente escolhidos não satisfazem o Estado Limite de Serviço de Deslocamento Interpavimento mesmo quando consideradas as ligações idealmente rígidas. Para que este estado limite seja satisfeito, precisa-se alterar os perfis utilizando W360X101 para pilares,

W610X101 para vigas e ligações rígidas, superdimensionando ainda mais a estrutura quanto à resistência, além de aumentar o peso final da estrutura.

Quando os Estados Limites de Serviço para o deslocamento lateral foram verificados considerando a combinação frequente de serviço, todos os deslocamentos limites estabelecidos pela NBR 8800:2008 foram satisfeitos com os perfis escolhidos inicialmente mesmo quando considerado o comportamento semi-rígido da estrutura.

Uma sugestão para o melhor aproveitamento das vigas e pilares seria a utilização de pórticos rígidos nos eixos intermediários da edificação e a consideração da rigidez da viga mista.

8.4. Pórtico de três vãos e vinte andares

O edifício deste exemplo foi originalmente dimensionado em Sáles (1995) e estudado também em Camargo (2012). Este edifício possui 20 pavimentos com pé-direito único igual a 3,5 m e dimensões em plantas iguais a 45 m X 20m. A Figura 8.33 ilustra a planta do pavimento-tipo do exemplo.

O sistema estrutural escolhido consiste em pórticos rígidos em todas as filas e eixos. As bases de todos os pilares são engastadas. Não é feita distinção entre os perfis dos pilares de centrais e de extremidades do pórtico em um mesmo andar, porém, as seções transversais dos pilares variam a cada quatro andares.

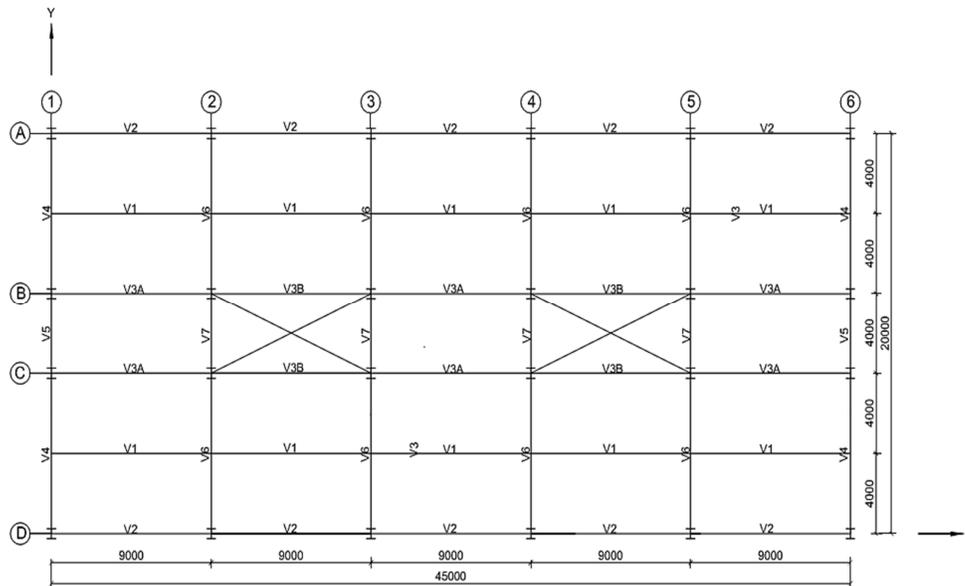


Figura 8.33 – Planta do pavimento-tipo.

Figura 8.34 ilustra a elevação do pórtico rígido dos eixos 1 a 6. Nesta figura, são ilustradas a geometria, dimensões, numeração dos nós e barras da estrutura a ser analisada. Assim como nos exemplos anteriores, esta numeração, de nós e barras, é utilizada apenas para a apresentação dos resultados. Cada barra foi dividida em 15 elementos finitos conforme a metodologia apresentada no Capítulo 7.

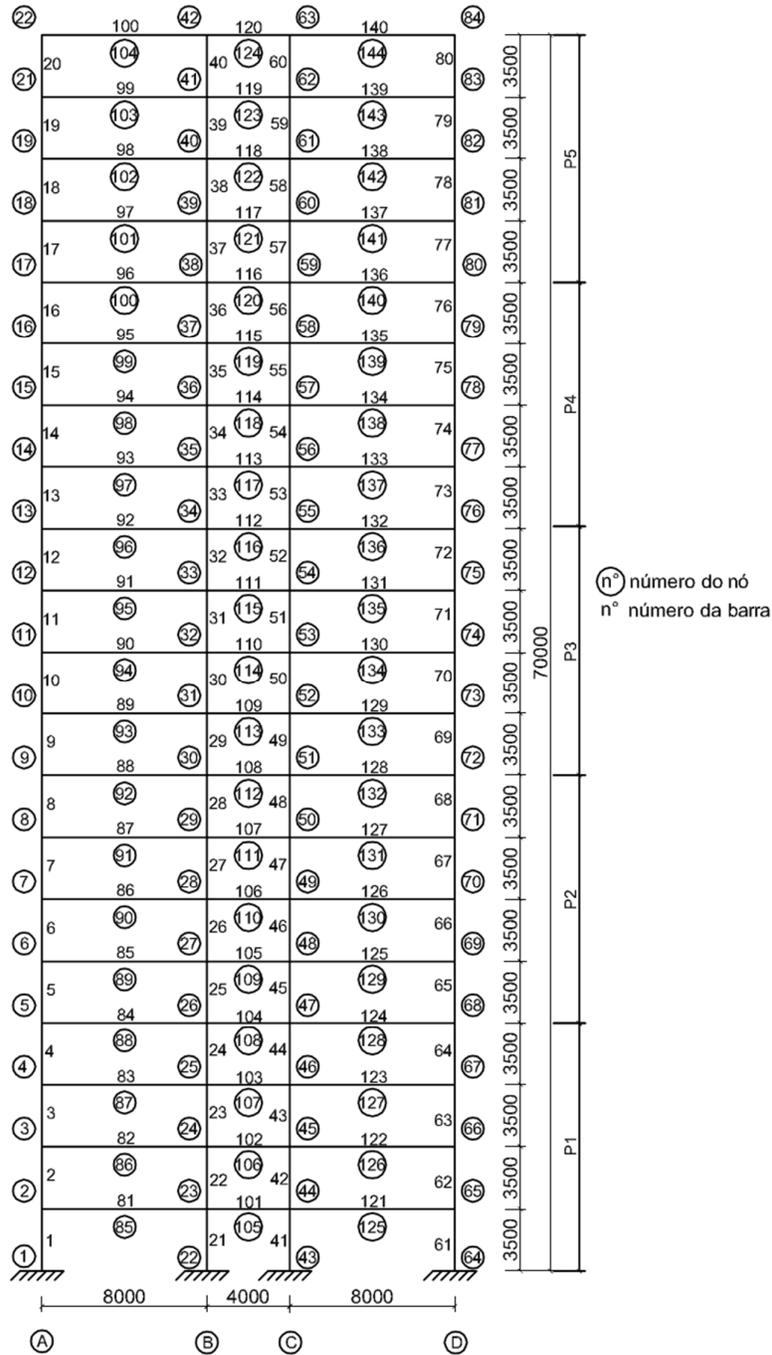
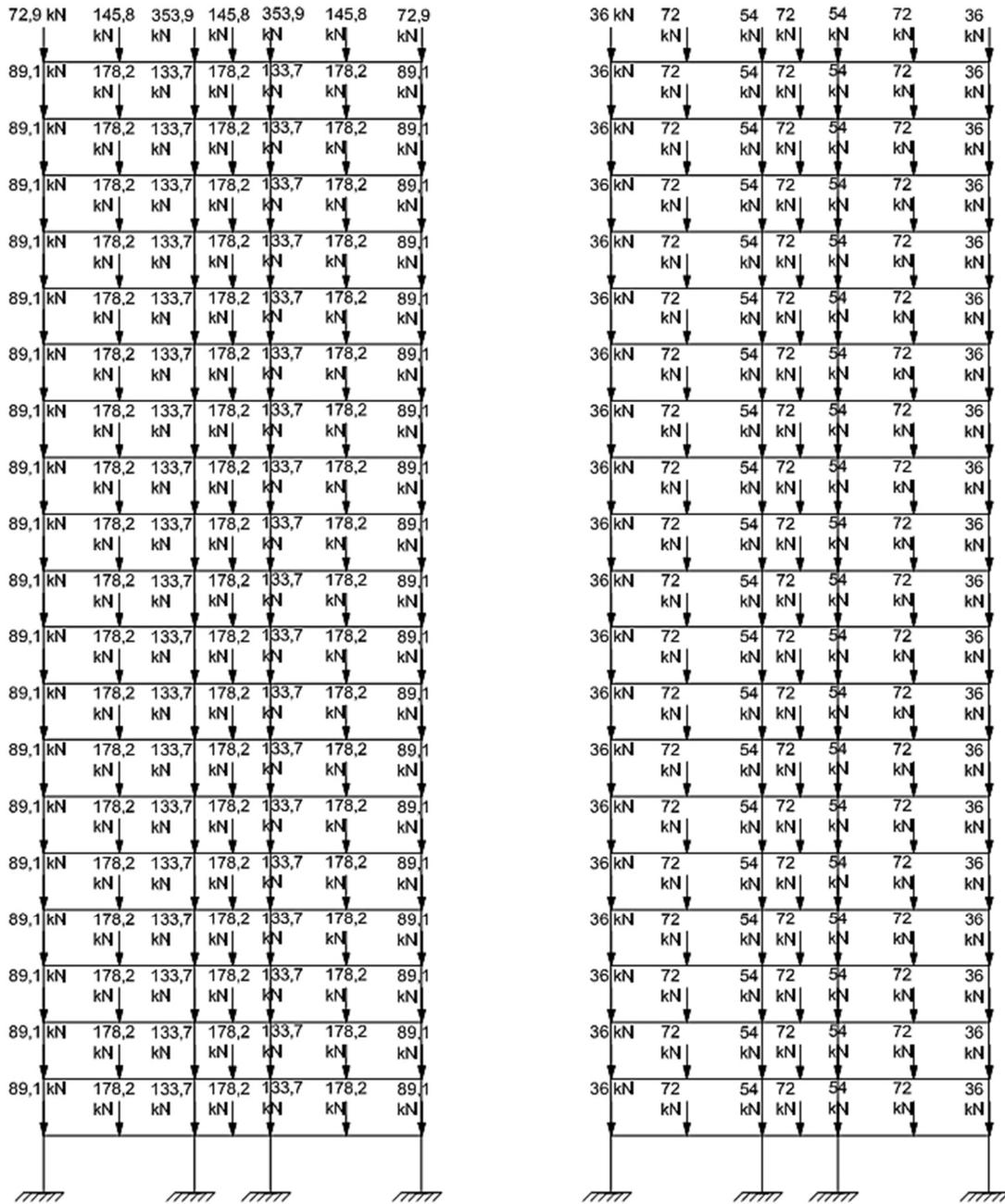


Figura 8.34 – Geometria e numeração de nós e barras.

Nas Figuras 8.35.a e 8.35.b são ilustrados os carregamentos permanentes e sobrecargas na estrutura, respectivamente, e na Figura 8.36 é ilustrado o carregamento devido à ação do vento.



a. Carregamentos permanentes

b. Sobrecargas

Figura 8.35 – Carregamentos básicos.

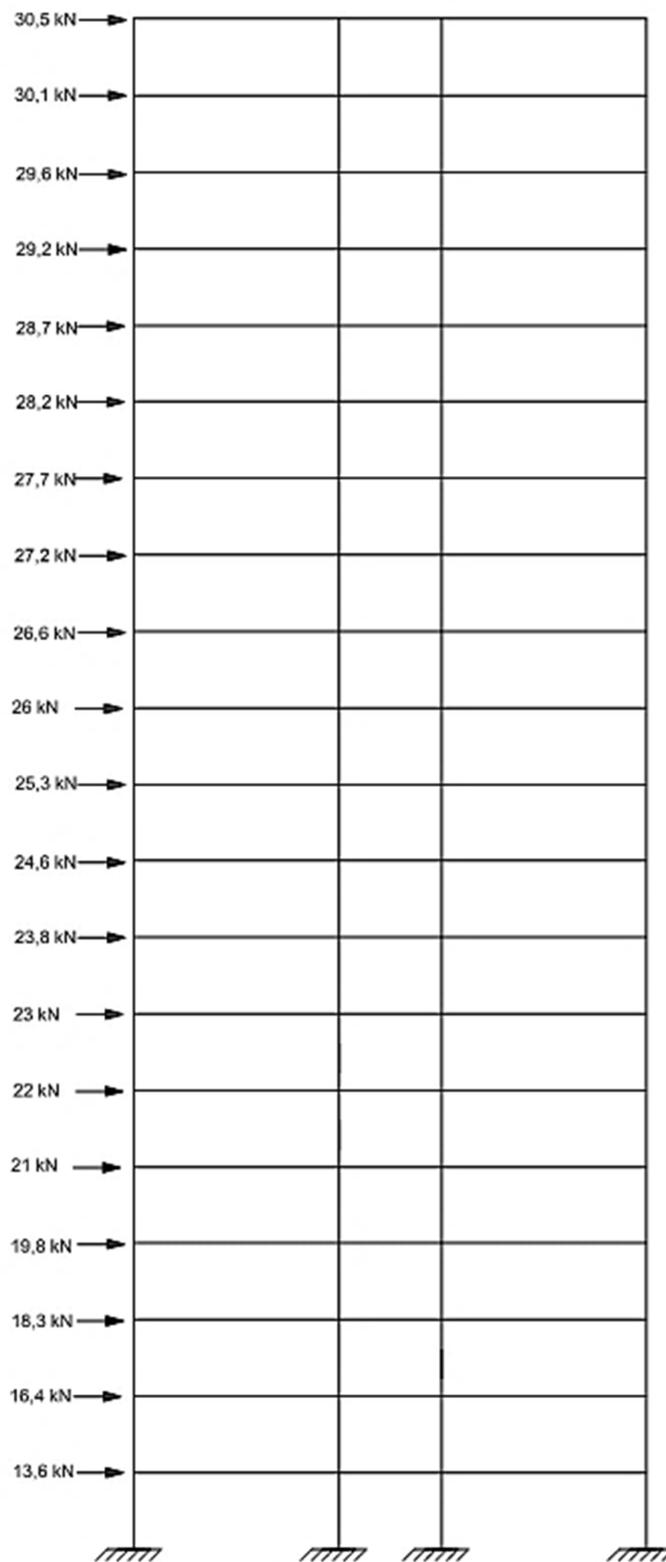


Figura 8.36 – Carregamento básico – vento.

Na Tabela 8.26 são descritos os perfis utilizados na estrutura dimensionados em Camargo (2012).

Tabela 8.26 – Perfis utilizados na estrutura

Elementos	Andar	Perfil
Vigas	1º - 20º	VS 650X98
Pilar – P1	1º - 4º	CVS 800 X 328
Pilar – P2	5º - 8º	CVS 700 X 278
Pilar – P3	9º - 12º	CVS 600 X 190
Pilar – P4	13º - 16º	CVS 500 X 162
Pilar – P5	17º - 20º	CVS 400 X 103

Em todos os andares utilizou-se laje maciça de concreto de 9 cm de espessura. O fechamento lateral da edificação foi feito com paredes de alvenaria. Nas análises deste exemplo foi considerado que a viga de aço e a laje de concreto trabalharam de maneira isolada.

Os maiores deslocamentos laterais foram encontrados para a Combinação 2 na qual o vento atua como ação variável principal. Os deslocamentos laterais de cada andar obtidos da análise elástica de 1ª ordem e da análise elástica de 2ª ordem são apresentados na Tabela 8.27, assim como a relação entre os deslocamentos.

Segundo a NBR 8800:2008, esta estrutura é classificada como de média deslocabilidade, sendo necessário considerar o efeito das imperfeições iniciais de material na análise estrutural.

Tabela 8.27 – Comparação dos deslocamentos

Andar	Elástica 1ª ordem [mm] (1)	Elástica 2ª ordem [mm] (2)	(2)/(1)
1	4	4	1,10
2	12	13	1,12
3	21	23	1,13
4	31	35	1,13
5	41	46	1,14
6	51	58	1,14
7	60	69	1,14
8	70	80	1,14
9	80	91	1,14
10	89	102	1,14
11	98	112	1,14

Tabela 8.27 (Continuação) – Comparação dos deslocamentos

Andar	Elástica 1ª ordem [mm] (1)	Elástica 2ª ordem [mm] (2)	(2)/(1)
12	107	122	1,14
13	115	131	1,14
14	123	140	1,14
15	130	148	1,13
16	137	155	1,13
17	143	162	1,13
18	149	168	1,13
19	153	173	1,13
20	157	177	1,13

Os maiores esforços solicitantes dos pilares e vigas de cada fila são apresentados na Tabela 8.28, obtidos da análise elástica de 1ª ordem e da análise elástica de 2ª ordem sem considerar as imperfeições iniciais geométricas e de material.

Tabela 8.28 – Esforços Solicitantes

Elemento Estrutural	Barra	Nó	Elástica 1ª Ordem			Elástica 2ª Ordem		
			N [kN]	M [kNcm]	Expressão Interação	N [kN]	M [kNcm]	Expressão Interação
P1	41	43	-8957	72424	0,89	-9060	78027	0,91
		44	-8957	20625	0,77	-9060	22374	0,78
P2	45	47	-6954	22320	0,73	-7009	26917	0,75
		48	-6954	-21603	0,73	-7009	-26127	0,75
P3	33	34	-3398	25141	0,68	-3404	26876	0,70
		35	-3398	-27479	0,70	-3404	-29392	0,71
P4	53	55	-3364	7987	0,57	-3359	9696	0,58
		56	-3364	-8698	0,58	-3359	-10607	0,59
P5	57	59	-1789	1775	0,46	-1782	2437	0,47
		60	-1789	-1509	0,46	-1782	-2241	0,47
Viga Fila AB	84	5	-	-725	0,01	-	3376	0,03
		88	-	31313	0,32	-	31665	0,32
		26	-	-60088	0,61	-	-64072	0,65
Viga Fila BC	103	25	-	37149	0,38	-	41862	0,43
		107	-	1143	0,01	-	1454,4	0,01
		46	-	-40007	0,41	-	-44725	0,46
Viga Fila CD	125	48	-	3681	0,04	-	7671	0,08
		129	-	30667	0,31	-	30861	0,31
		68	-	-66509	0,68	-	-70655	0,72

A Tabela 8.29 apresenta os maiores esforços solicitantes obtidos nas análises em que foram consideradas as imperfeições geométricas iniciais e imperfeições iniciais de material. Pode-se observar que a consideração das imperfeições iniciais e a redução da rigidez dos elementos aumentou o resultado da expressão de interação em 0,23 na região P5 dos pilares. A consideração da imperfeição geométrica inicial pela modelagem dos nós deslocados e pelas forças nocionais resultou um acréscimo de 10% em média para os pilares e 11% em média para as ligações quando comparados com os resultados da modelagem com nós deslocados.

Tabela 8.29 – Esforços solicitantes considerando as imperfeições geométricas iniciais

Elemento Estrutural	Barra	Nó	Elástica 2ª ordem + 08E + Nós Deslocados			Elástica 2ª ordem + 08E + Forças Nocionais		
			N [kN]	M [kNcm]	Expressão Interação	N [kN]	M [kNcm]	Expressão Interação
P1	41	43	-9152	80572	0,92	-9282	96278	0,97
		44	-9151	23460	0,79	-9282	24651	0,81
P2	45	47	-7079	30170	0,77	-7122	35825	0,79
		48	-7079	-28408	0,76	-7122	-35299	0,79
P3	29	30	-4732	40631	0,73	-4744	43259	0,74
		31	-4732	-44457	0,75	-4744	-47985	0,76
P4	53	55	-3390	30402	0,71	-3411	30682	0,72
		56	-3390	-33033	0,73	-3411	-33578	0,74
P5	77	80	-1716	21202	0,66	-1713	20855	0,66
		81	-1716	-24486	0,70	-1713	-24173	0,70
Viga Fila AB	84	5	-	5878	0,06	-	11888	0,12
		88	-	31870	0,32	-	32374	0,33
		26	-	-66505	0,68	-	-72306	0,74
Viga Fila BC	103	25	-	44178	0,45	-	51979	0,53
		107	-	1607	0,02	-	2127	0,02
		46	-	-47045	0,48	-	-54848	0,56
Viga Fila CD	125	48	-	10453	0,11	-	15778	0,16
		129	-	31001	0,32	-	31256	0,32
		68	-	-73534	0,75	-	-79074	0,81

A Figura 8.37 e a Figura 8.38 ilustram a comparação do resultado da expressão de interação dos pilares e vigas, respectivamente, para as análises elástica de 1ª ordem, elástica de 2ª ordem, elástica de 2ª ordem com a modelagem dos nós deslocados e com a aplicação das forças nocionais. Observa-se que a

consideração da imperfeição geométrica inicial pela aplicação das forças nocionais resultou em maiores esforços tanto nos pilares quanto nas vigas.

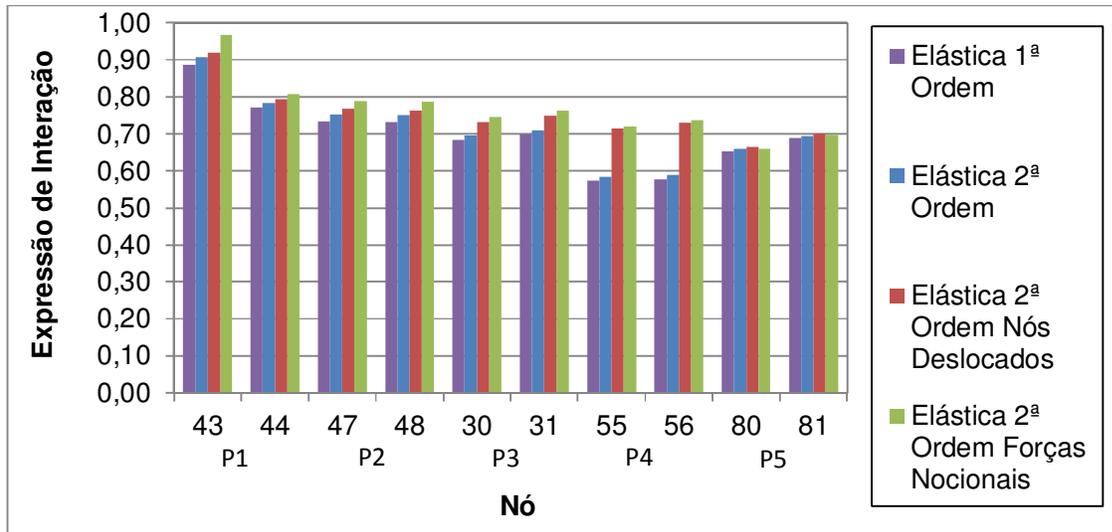


Figura 8.37 – Resultado da expressão de interação para os pilares

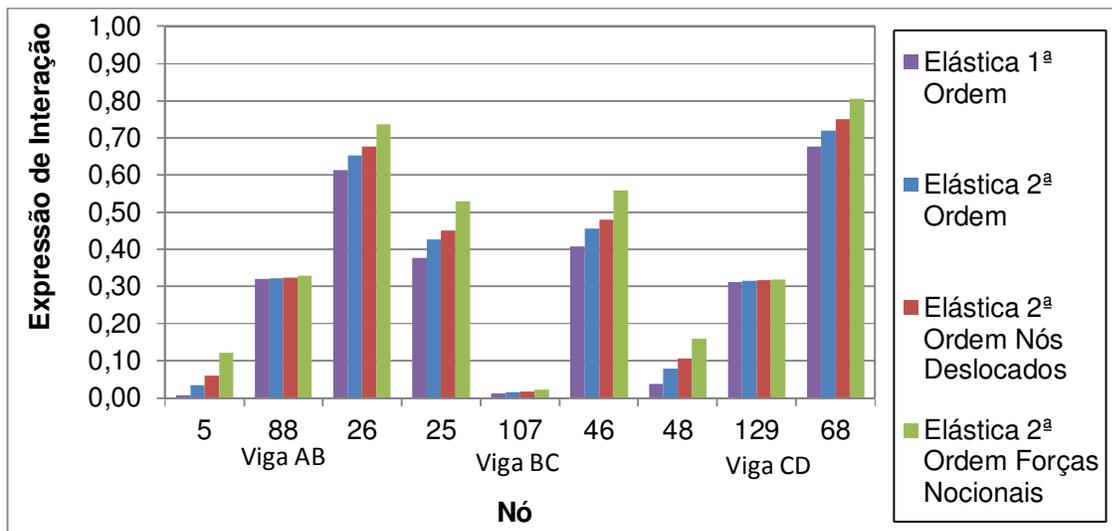


Figura 8.38 – Resultado da expressão de interação para as vigas

A Figura 8.39 ilustra o deslocamento lateral da estrutura. Pode-se observar que a aplicação das forças nocionais aumentou os deslocamentos horizontais da estrutura assim como os esforços solicitantes observados na Figura 8.37 e Figura 8.38. Os deslocamentos resultantes da análise com forças nocionais foram em média 14% maiores do que os obtidos pela modelagem dos nós na posição deslocada.

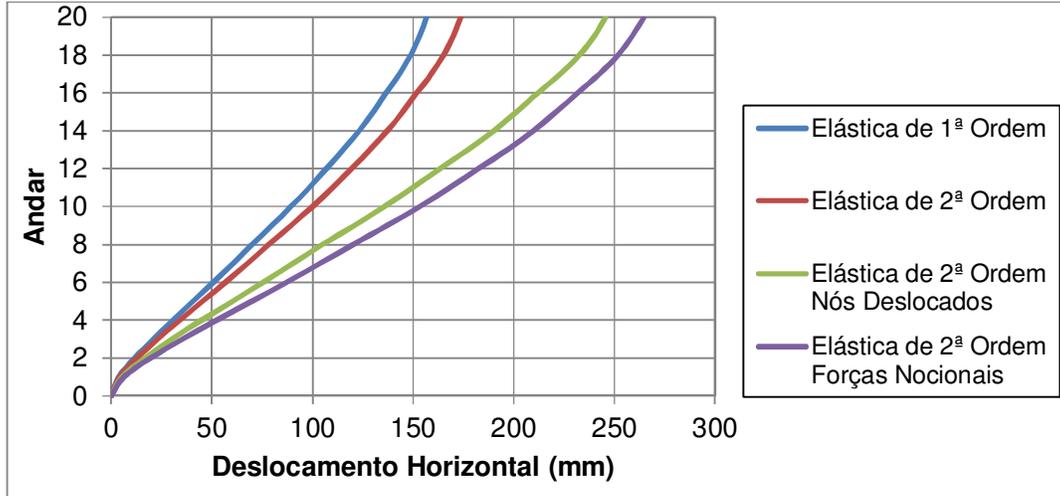


Figura 8.39 – Resultado da expressão de interação para as vigas

As características dos elementos que compõem as ligações foram dimensionadas e tiveram a sua rigidez determinada pelo Método das Componentes.

Os máximos momentos fletores que as ligações são submetidas para cada trecho, obtidos pela análise elástica de 2ª ordem considerando as imperfeições iniciais geométricas e de material, são apresentados na Tabela 8.30. Estes valores de momento solicitante foram utilizados para dimensionar as ligações.

Tabela 8.30 – Esforços solicitantes nas ligações

Ligação	Canto	Centro
P1	-70904	-65829
P2	-73278	-65930
P3	-69998	-58640
P4	-61792	-48130
P5	-46571	-35899

As ligações foram dimensionadas utilizando chapa de topo de 31,75 mm, parafusos de 31,75 mm de diâmetro e enrijecedores transversais à alma do pilar. Tais dimensões de chapas e parafusos foram necessárias para não se alterar a geometria de ligação adotada no trabalho. A Figura 8.40 ilustra a geometria das ligações utilizadas. Essa geometria foi detalhada de forma que o mesmo gabarito fosse utilizado em todas as ligações independente da seção do pilar e do tipo de ligação (em pilar de canto ou centro). Devido à ocorrência de momentos fletores

contrários nas ligações de pilar de centro, utilizou-se uma chapa de topo com dois eixos de simetria.

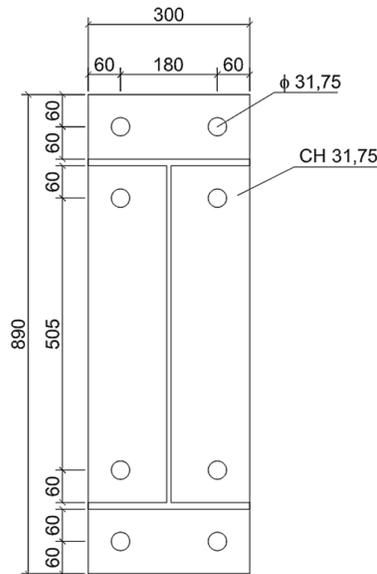


Figura 8.40 – Geometria das Ligações.

As características das ligações calculadas pelo Método das Componentes quanto à rigidez inicial, momento resistente e classificação quanto à rigidez e a resistência são apresentados na Tabela 8.31.

Tabela 8.31 – Características das ligações – Eurocode 3

Ligação	Tipo	Rigidez Inicial [kNcm/rad]	Momento Último [kNcm]	Fator de rigidez	Classificação	
P1	Canto	33005500	61211	0,89	Semi-rígida	Resistência Parcial
	Centro	19432300	61211	0,83	Semi-rígida	Resistência Parcial
P2	Canto	27983400	54224	0,87	Semi-rígida	Resistência Parcial
	Centro	16603900	54224	0,80	Semi-rígida	Resistência Parcial
P3	Canto	21349500	42260	0,84	Semi-rígida	Resistência Parcial
	Centro	13334400	42260	0,77	Semi-rígida	Resistência Parcial
P4	Canto	18891600	42260	0,82	Semi-rígida	Resistência Parcial
	Centro	11470300	42260	0,74	Semi-rígida	Resistência Parcial
P5	Canto	9779880	35010	0,70	Semi-rígida	Resistência Parcial
	Centro	5714130	35010	0,58	Semi-rígida	Resistência Parcial

As características das ligações obtidas pela análise do modelo tridimensional são apresentadas na Tabela 8.32.

Tabela 8.32 – Características das ligações – Análise Rigorosa

Ligação	Tipo	Rigidez Inicial [kNcm/rad]	Momento Último [kNcm]	Classificação	
P1	Canto	54879793	90000	Semi-rígida	Resistência Parcial
	Centro	44511629	90000	Semi-rígida	Resistência Parcial
P2	Canto	43986244	90000	Semi-rígida	Resistência Parcial
	Centro	39933643	90000	Semi-rígida	Resistência Parcial
P3	Canto	34359840	90000	Semi-rígida	Resistência Parcial
	Centro	34284622	90000	Semi-rígida	Resistência Parcial
P4	Canto	34750893	88000	Semi-rígida	Resistência Parcial
	Centro	32046043	88000	Semi-rígida	Resistência Parcial
P5	Canto	20042851	76000	Semi-rígida	Resistência Parcial
	Centro	20036693	76000	Semi-rígida	Resistência Parcial

Na Figura 8.41 são ilustradas as curvas obtidas de maneira analítica e pelo modelo numérico tridimensional rigoroso das ligações em que as vigas são conectadas nos pilares P1. Pode-se observar que para os dois tipos de ligações, em pilar de canto e pilar de centro, a rigidez inicial e momento resistente último calculado pelo Método das Componentes são menores do que os obtidos pelos modelos numéricos.

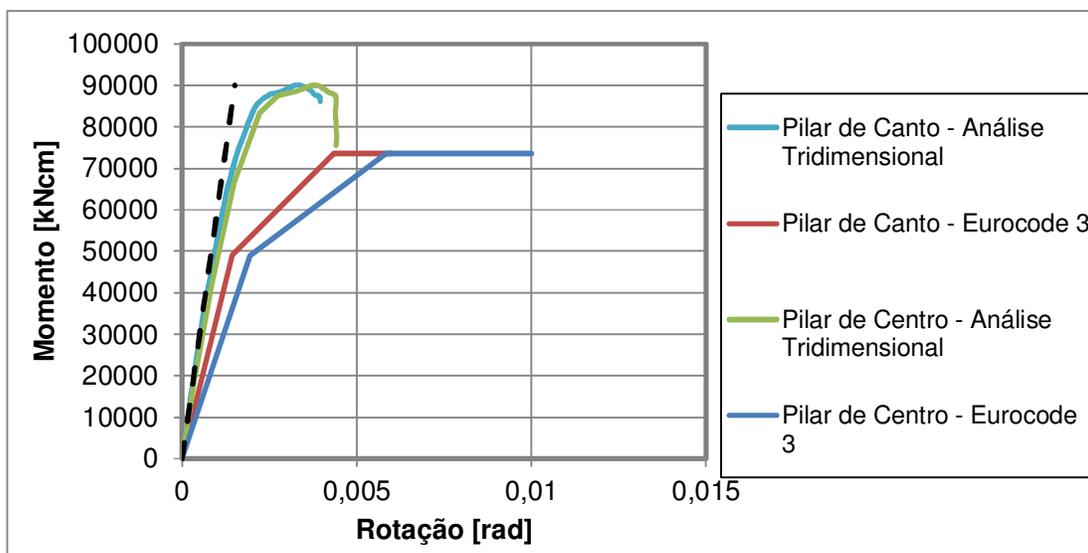


Figura 8.41 - Curvas Momento X Rotação ligação nos pilares P1.

Os esforços solicitantes obtidos considerando o comportamento semi-rígido das ligações, representados pelas curvas bilinear e trilinear, são apresentados na Tabela 8.33. Foram verificados aumentos de até 20% dos momentos fletores nos

pilares mais solicitados e redução de 5%, em média, nas ligações quando comparados com os resultados dos modelos com ligações rígidas ideais.

Tabela 8.33 – Esforços solicitantes considerando a semi-rigidez das ligações

Elemento Estrutural	Barra	Nó	Elástica 2ª ordem SR Bilinear			Elástica 2ª ordem SR Trilinear		
			N [kN]	M [kNcm]	Expressão Interação	N [kN]	M [kNcm]	Expressão Interação
P1	41	43	-9047	112070	0,98	-9279	100080	0,97
		44	-9046	52063	0,85	-9279	41218	0,84
P2	45	47	-7093	38919	0,79	-7225	37685	0,80
		48	-7093	-30248	0,77	-7225	-31416	0,79
P3	29	30	-4640	40453	0,72	-5228	26701	0,74
		31	-4640	-44197	0,74	-5228	-27245	0,74
P4	53	55	-3305	29285	0,69	-3357	30052	0,71
		56	-3305	-32326	0,71	-3357	-33360	0,73
P5	77	80	-1824	7604	0,54	-1717	19756	0,65
		81	-1824	-6743	0,53	-1716	-20788	0,66
Viga Fila AB	84	5	-	16587	0,17	-	13081	0,13
		88	-	39448	0,40	-	38325	0,39
		26	-	-62525	0,64	-	-60923	0,62
Viga Fila BC	103	25	-	40708	0,41	-	46328	0,47
		107	-	2061	0,02	-	2153,3	0,02
		46	-	-42107	0,43	-	-48332	0,49
Viga Fila CD	125	48	-	20595	0,21	-	16565	0,17
		129	-	35224	0,36	-	36059	0,37
		68	-	-76073	0,77	-	-69701	0,71

Já a Tabela 8.34, apresenta os esforços solicitantes nos elementos estruturais obtidos da análise em que o comportamento semi-rígido da ligação foi representado pelo modelo não linear.

Quando comparados os esforços da Tabela 8.33 e 8.34 percebe-se nos modelos com ligações de comportamento representados pela curva não linear uma diminuição dos momentos fletores solicitantes nos pilares, 20% em média, e um pequeno aumento dos momentos fletores solicitantes nas ligações, 5% em média. Porém, na ligação mais solicitada houve uma redução de 5% no valor do momento fletor.

Tabela 8.34 – Esforços solicitantes considerando a semi-rigidez das ligações pelo modelo não linear

Elemento Estrutural	Barra	Nó	Elástica 2ª ordem SR não linear		
			N [kN]	M [kNcm]	Expressão Interação
P1	41	43	-9223	76773	0,92
		44	-9222	19399	0,79
P2	45	47	-7111	31563	0,78
		48	-7111	-26644	0,76
P3	29	30	-4720	41714	0,74
		31	-4719	-42521	0,74
P4	53	55	-3382	30449	0,71
		56	-3382	-32227	0,72
P5	77	80	-1793	5593	0,51
		81	-1793	-5073	0,50
Viga Fila AB	84	5	-	9867,6	0,10
		88	-	34369	0,35
		26	-	-65716	0,67
Viga Fila BC	103	25	-	42809	0,44
		107	-	1787,6	0,02
		46	-	-45094	0,46
Viga Fila CD	125	48	-	13695	0,14
		129	-	33635	0,34
		68	-	-71597	0,73

A Figuras 8.42 e a Figura 8.43 ilustram a comparação dos resultados da expressão de interação dos pilares e vigas, respectivamente, das análises com ligações rígidas ideais e semi-rígidas (bilinear, trilinear e não linear).

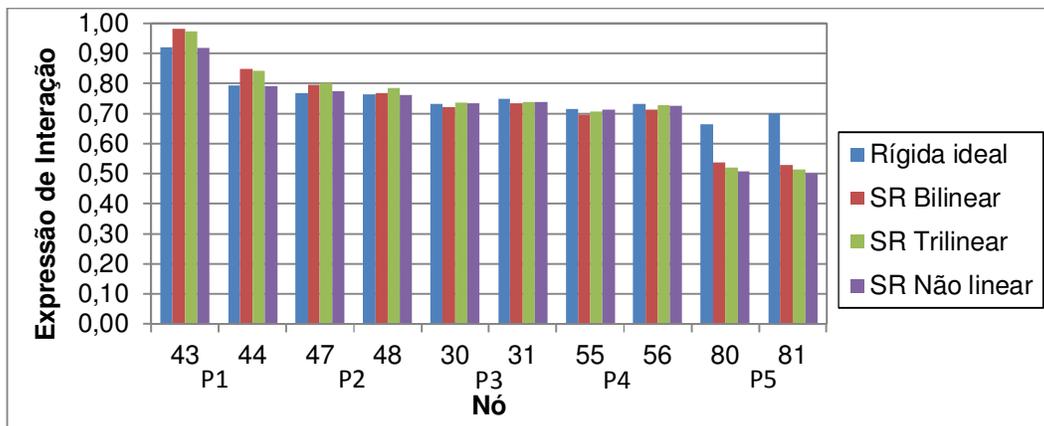


Figura 8.42 – Resultados da expressão de interação dos pilares.

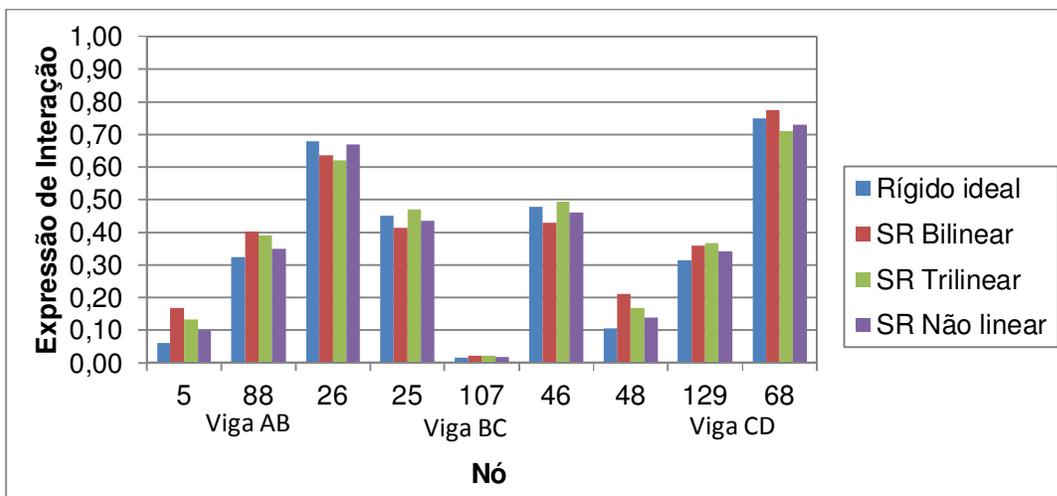


Figura 8.43 – Resultados da expressão de interação das vigas

A Figura 8.44 ilustra o deslocamento horizontal da estrutura. Foi constatado que o deslocamento horizontal da estrutura aumentou ao considerar o comportamento das ligações. Os maiores deslocamentos observados ocorreram quando considerado o comportamento das ligações representado pela curva bilinear.

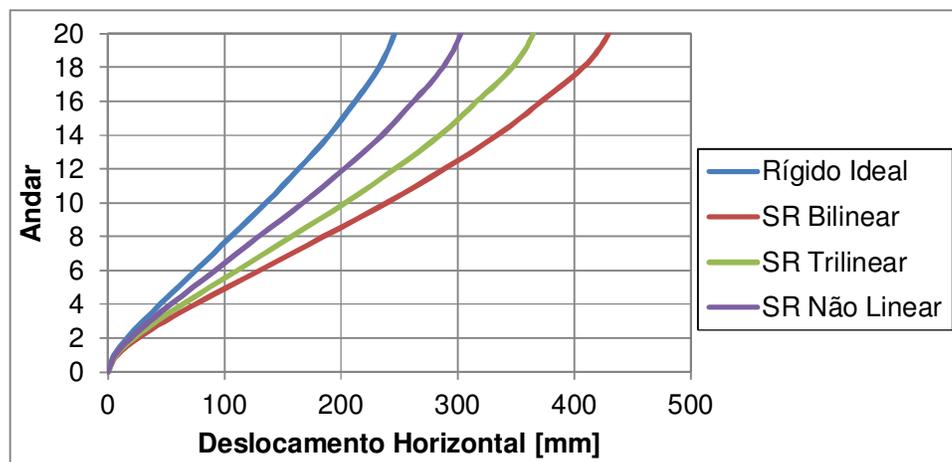


Figura 8.44 – Deslocamento horizontal da estrutura

A Tabela 8.35 apresenta os esforços solicitantes obtidos nas análises em que foi considerada a excentricidade das ligações. Comparando-se os resultados apresentados nesta tabela com os resultados apresentados na Tabela 8.33 observa-se que a consideração da excentricidade das ligações reduziu o momento fletor solicitante em 10% nos pilares e 15% na região das ligações.

Tabela 8.35 – Esforços solicitantes considerando a excentricidade das ligações

Elemento Estrutural	Barra	Nó	Elástica 2ª ordem SR Bilinear <i>offset</i>			Elástica 2ª ordem SR Trilinear <i>offset</i>		
			N [kN]	M [kNcm]	Expressão Interação	N [kN]	M [kNcm]	Expressão Interação
P1	41	43	-9148	94095	0,95	-9333	85444	0,95
		44	-9147	35231	0,82	-9332	26335	0,81
P2	45	47	-7097	36098	0,79	-7179	37617	0,80
		48	-7097	-27926	0,76	-7179	-30682	0,78
P3	29	30	-4649	41006	0,72	-5169	25646	0,73
		31	-4648	-41844	0,73	-5169	-24180	0,72
P4	53	55	-3318	29719	0,70	-3374	31972	0,72
		56	-3318	-31051	0,71	-3374	-33772	0,73
P5	77	80	-1817	7262	0,53	-1713	20080	0,65
		81	-1817	-5755	0,52	-1713	-21155	0,66
Viga Fila AB	84	5	-	13553	0,14	-	12485	0,13
		88	-	36231	0,37	-	34624	0,35
		26	-	-53142	0,54	-	-55362	0,56
Viga Fila BC	103	25	-	35756	0,36	-	40349	0,41
		107	-	1546	0,02	-	1414,6	0,01
		46	-	-37551	0,38	-	-43082	0,44
Viga Fila CD	125	48	-	16665	0,17	-	14900	0,15
		129	-	32513	0,33	-	32864	0,33
		68	-	-66186	0,67	-	-63437	0,65

Para a realização da análise rigorosa foi considerado as não linearidades geométricas e de material, as imperfeições iniciais geométricas e de material, o comportamento das ligações, obtido pelo modelo numérico tridimensional rigoroso, e suas excentricidades. As imperfeições geométricas iniciais foram consideradas pela modelagem dos nós na posição inicialmente deslocada e as imperfeições iniciais de material pela aplicação das tensões residuais.

Os resultados obtidos, segundo a análise rigorosa, são apresentados na Tabela 8.36. Pode-se observar que o comportamento mais rígido da ligação obtido do modelo numérico com que os pilares e as ligações fossem menos solicitados, momentos fletores em torno de 20% menores para os pilares e 5% menores para as ligações, quando comparado ao modelo bilinear com excentricidade.

Comparando-se com os resultados do modelo bilinear sem excentricidade obtém-se momentos fletores em torno de 30% menores para os pilares e 20% menores para as ligações.

Tabela 8.36 – Esforços solicitantes considerando as imperfeições geométricas iniciais

Elemento Estrutural	Barra	Nó	Análise Rigorosa		
			N [kN]	M [kNcm]	Expressão Interação
P1	41	43	-8944,8	70862	0,88
		44	-8944,3	15738	0,76
P2	45	47	-6904,1	32843	0,76
		48	-6904	-29388	0,75
P3	29	30	-4582,2	39425	0,71
		31	-4582,2	-41293	0,72
P4	53	55	-3287,4	14894	0,60
		56	-3287,5	-15632	0,61
P5	77	80	-1662,2	18558	0,62
		81	-1662,1	-20629	0,64
Viga Fila AB	84	5	-	12526	0,13
		88	-	32583	0,33
		26	-	-54780	0,56
Viga Fila BC	103	25	-	36814	0,37
		107	-	1392,7	0,01
		46	-	-38518	0,39
Viga Fila CD	125	48	-	15521	0,16
		129	-	31692	0,32
		68	-	-61525	0,63

A Figura 8.45 e a Figura 8.46 ilustram uma comparação entre o resultado da verificação (expressão de interação) das barras mais solicitadas.

A representação do comportamento semi-rígido das ligações pelos modelos bilinear ou trilinear aumentaram os esforços em algumas barras dos pilares. Quando foi utilizada a curva não linear para representar o comportamento das ligações, os esforços nos pilares se aproximaram dos esforços obtidos nas análises em que a ligação foi considerada como idealmente rígida, exceto para as barras do pilar P5, enquanto os esforços nas vigas foram reduzidos nas regiões próximas as ligações e

aumentados na região do meio do vão como era esperado. A consideração da excentricidade da ligação reduziu os esforços solicitantes tanto nos pilares quanto nas vigas.

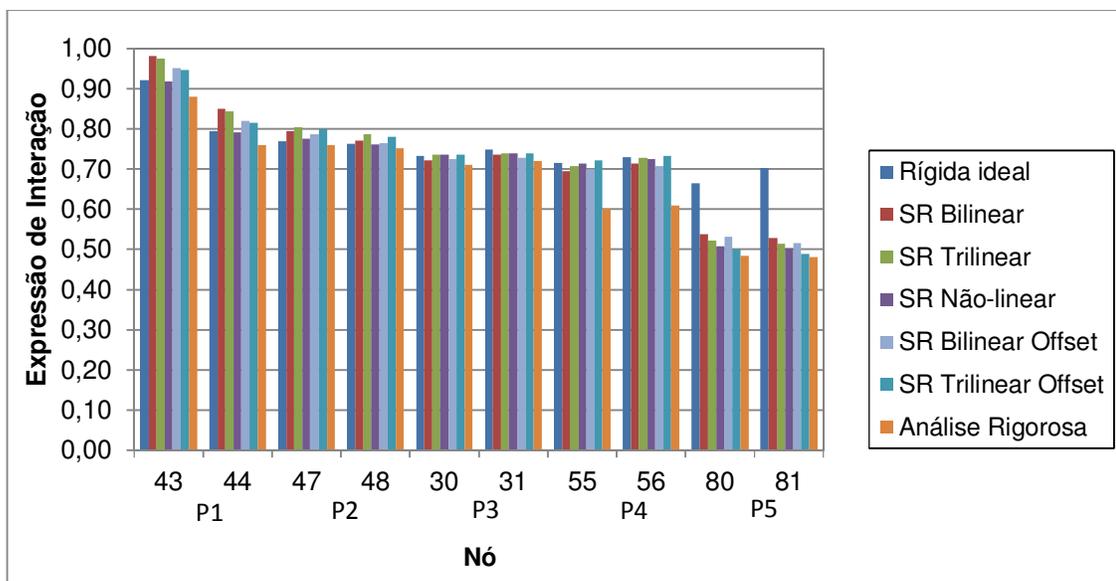


Figura 8.45 – Comparação dos resultados da verificação dos pilares.

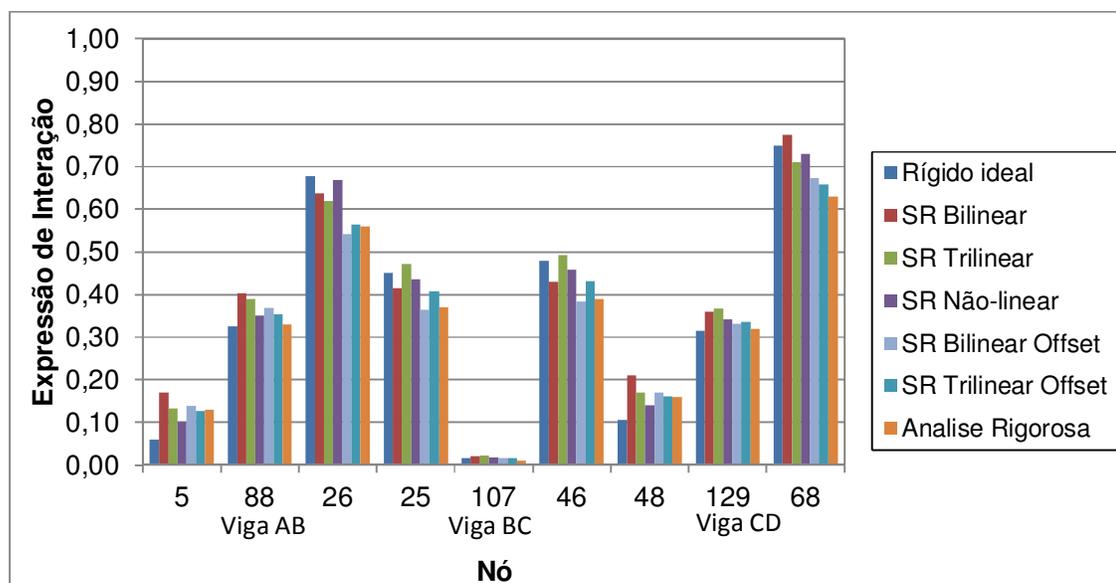


Figura 8.46 - Comparação dos resultados da verificação das vigas.

A Figura 8.47 ilustra os deslocamentos horizontais da estrutura obtidos pelas análises realizadas. Observa-se que o maior deslocamento horizontal foi obtido quando considerado o comportamento semi-rígido das ligações representado por uma curva bilinear, assim como os esforços críticos da estrutura. Já quando

considerado a excentricidade das ligações, os deslocamentos diminuem consideravelmente, com reduções em torno de 25%.

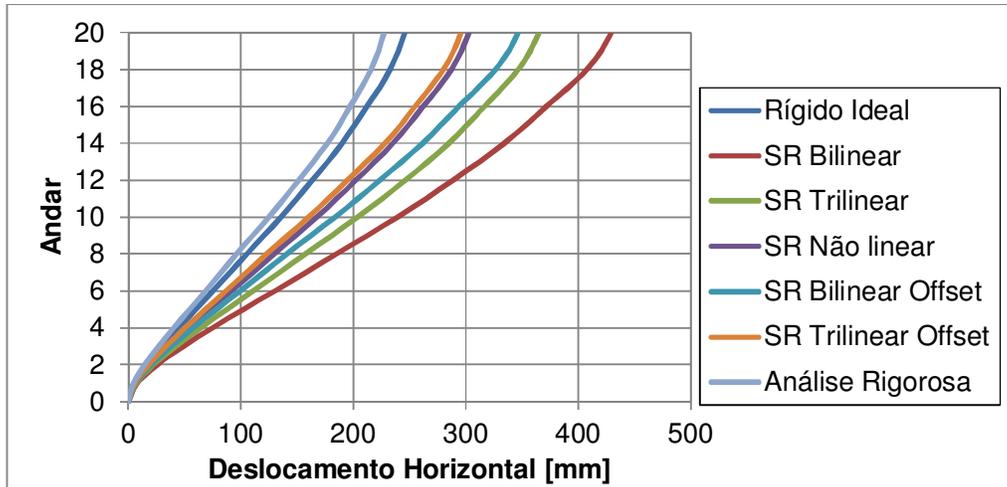


Figura 8.47 – Deslocamento horizontal da estrutura.

Os limites de deslocamento para a verificação do Estado Limite de Serviço, segundo a NBR 8800:2008, são:

- Deslocamento horizontal do topo do pórtico e interpavimento $\frac{H}{400}$ e $\frac{h}{500}$, respectivamente;
- Deslocamento vertical de vigas de piso e coberturas $\frac{L}{250}$ e $\frac{L}{350}$, respectivamente.

Onde: H é a altura total do pórtico;

h é a altura do andar;

L é o vão da viga.

Para a verificação do Estado Limite de Serviço foram realizadas análises elásticas de 1ª ordem desconsiderando as imperfeições iniciais geométricas e de material. As ligações foram consideradas como idealmente rígidas, semi-rígidas e semi-rígidas com excentricidade. Foi utilizada a rigidez inicial das ligações e verificado se o limite de 2/3 do momento último não foi ultrapassado.

A Tabela 8.37 apresenta os maiores deslocamentos horizontais da estrutura pelas diferentes análises estruturais. O limite de deslocamento horizontal imposto

pela norma é igual a 175 mm. Pode-se observar que este limite é satisfeito por todas as análises.

Tabela 8.37 – Deslocamento horizontal

Análise	Deslocamento Horizontal (mm)
	Nó 9
Elástica 1ª ordem	119
Elástica 1ª ordem SR	154
Elástica 1ª ordem SR Offset	131

Já a Tabela 8.38 apresenta os valores dos deslocamentos interpavimento da estrutura. O limite de deslocamento apresentado pela NBR 8800:2008 é de 7 mm. Neste caso, nenhuma das análises cumpre o limite de deslocamento interpavimento.

Tabela 8.38 – Deslocamento interpavimento (mm)

Pavimento	Elástica 1ª ordem	Elástica 1ª ordem SR	Elástica 1ª ordem SR Offset
0 - 1	3	3	3
1 - 2	6	7	6
2 - 3	7	9	7
3 - 4	8	10	8
4 - 5	8	10	8
5 - 6	8	10	8
6 - 7	8	10	8
7 - 8	7	10	8
8 - 9	8	10	8
9 - 10	7	10	8
10 - 11	7	9	8
11 - 12	6	8	7
12 - 13	6	8	7
13 - 14	6	8	7
14 - 15	5	7	6
15 - 16	5	6	6
16 - 17	5	7	6
17 - 18	4	6	5
18 - 19	3	4	4
19 - 20	3	3	3

Os resultados das verificações mostrados na Tabela 8.37 e Tabela 8.38, assim como em Camargo (2012), foram feitas utilizando a combinação rara de serviço (Combinação 4).

Considerando uma ligação da alvenaria de fechamento e a estrutura metálica como sendo do tipo semi-rígida, afim de desvincular o fechamento e a estrutura metálica, e para a comparação de resultados, foram feitas as verificações dos deslocamentos utilizando a combinação frequente de serviço dada por:

$$1,0.CP + 0,4.SC + 0,3.V$$

Os deslocamentos horizontais interpavimento verificados pela combinação frequente de serviço são apresentadas na Tabela 8.39. Para esta combinação as ligações foram modeladas como perfeitamente rígidas e semi-rígidas. Para estas duas análises o valor limite para os deslocamentos horizontais é satisfeito em todos os andares.

Tabela 8.39 – Deslocamento interpavimento (mm) – Combinação frequente de serviço

Pavimento	Elástica 1ª ordem	Elástica 1ª ordem SR
0 - 1	1	1
1 - 2	2	2
2 - 3	2	3
3 - 4	2	3
4 - 5	2	3
5 - 6	2	3
6 - 7	2	3
7 - 8	2	3
8 - 9	2	3
9 - 10	2	3
10 - 11	2	3
11 - 12	2	3
12 - 13	2	2
13 - 14	2	2
14 - 15	1	2
15 - 16	1	2
16 - 17	1	2
17 - 18	1	2
18 - 19	1	1
19 - 20	1	1

Quanto aos deslocamentos verticais das vigas, os maiores deslocamentos obtidos para as vigas do pavimento e da cobertura são apresentados na Tabela 8.40. Os limites impostos pela norma são 32 mm para vigas do pavimento e 22 mm para vigas da cobertura. Pode-se observar que estes limites são respeitados e o deslocamento vertical das vigas não é fator limitante no dimensionamento do edifício.

Tabela 8.40 – Deslocamento verticais das vigas (mm)

Pavimento	Elástica 1ª ordem	Elástica 1ª ordem SR	Elástica 1ª ordem SR Offset
Pavimento	10	12	10
Cobertura	10	12	10

As maiores rotações apresentadas pelas ligações para o Estado Limite de Serviço de deslocamento vertical são apresentadas na Tabela 8.41. Pode observar que a ligação mais solicitada apresenta rotações muito pequenas indicando que estas se encontram na fase linear.

Tabela 8.41 – Rotação das ligações mais solicitadas

Elástica 1ª ordem	Elástica 1ª Ordem SR	Elástica 1ª Ordem SR Offset
0	0,003	0,002

O edifício de três vãos e vinte andares foi inicialmente dimensionado em Sáles (1995) e estudado novamente em Camargo (2012).

Comparando-se os resultados das análises estruturais para o estado limite último, as maiores diferenças foram observadas quando comparados os resultados da análise na qual as ligações foram consideradas como idealmente rígidas e os resultados das análises na qual as ligações foram modeladas com seu comportamento semi-rígido. Ao considerar o comportamento semi-rígido, as vigas são menos solicitadas e, conseqüentemente, os pilares são mais solicitados.

As ligações analisadas pelos modelos tridimensionais apresentaram maior rigidez inicial e resistência última bem maior que as calculadas pelo Método das Componentes.

Assim, os resultados da análise rigorosa a qual considerou a excentricidade da ligação e seu comportamento não linear apresentou esforços solicitantes menores do que os resultados da análise elástica de 2ª ordem com ligações semi-rígidas.

Quanto ao estado limite de serviço, a estrutura satisfaz o limite de deslocamento lateral interpavimento quando analisado pela combinação frequente de serviço.

8.5. Pórtico de três vãos e oito pavimentos – Análise tridimensional

A estrutura analisada no item 8.3, um edifício formado por pórtico de três vãos e oito pavimentos dimensionado em Bellei (2008), será novamente analisada, desta vez por um modelo tridimensional.

A planta da estrutura, elevação e dimensões da estrutura mostradas no item 8.3 são novamente ilustradas nas Figuras 8.48 e 8.49, respectivamente, assim como a numeração dos eixos, filas, nós e barras.

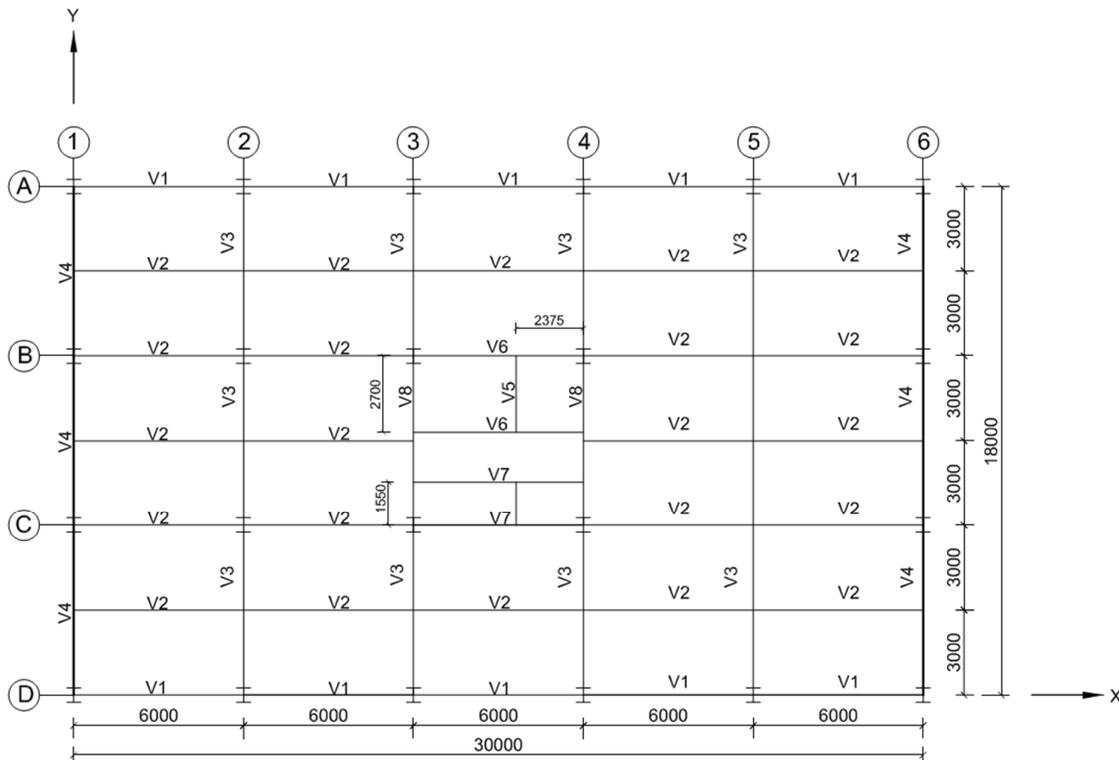


Figura 8.48 – Planta do pavimento tipo – Adaptado de Bellei (2008).

Os perfis utilizados na análise estrutural são apresentados na Tabela 8.42.

Tabela 8.42 – Perfis utilizados na estrutura

Elementos	Perfil
Pilares (Barras 1 a 8, 4 a 16, 22 a 24, 25 a 32)	HP 310X73
Pilares (Barras 9 a 13 e 17 a 21)	HP 310X93
Vigas V1, V2 (Viga mista)	W 310X21
Vigas V3 (Viga Mista)	W 360X39
Vigas V4 (1º ao 7º andar)	W 460X68,5
Vigas V4 (Cobertura)	W 360X39

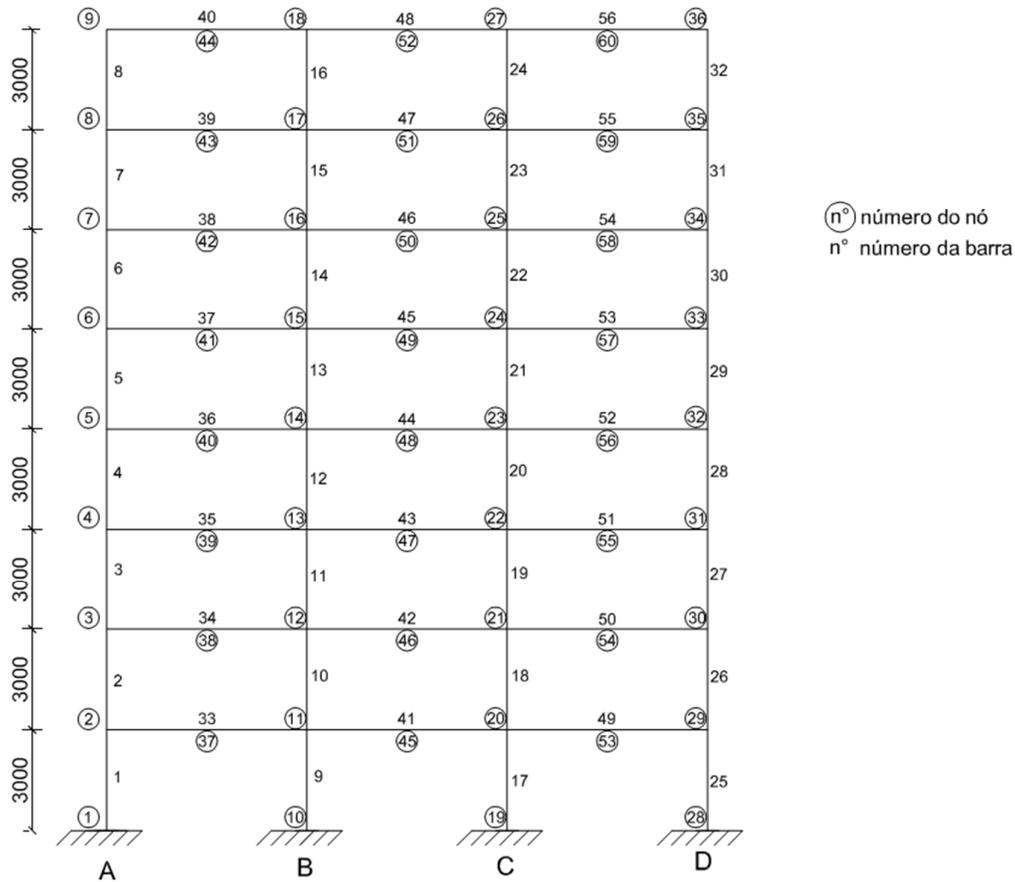


Figura 8.49 – Pórtico rígido dos eixos 1 e 6.

Os carregamentos foram aplicados sob a forma de carregamentos distribuídos nas vigas secundárias V1 e V2. Os pórticos rígidos foram posicionados nos eixos 1 e 6. Todas as ligações entre vigas e pilares e as extremidades dos pilares que não fazem parte dos pórticos rígidos foram consideradas como ligações rotuladas.

As lajes de concreto foram consideradas com diafragmas rígidos e simuladas utilizando a técnica do nó mestre que consiste no acoplamento de todos os nós de um andar nas direções horizontais (X e Y) e giro em torno do eixo Z da Figura 8.48.

Foi feita uma análise elástica de 2ª ordem na qual as ligações foram consideradas como idealmente rígidas, os efeitos das imperfeições geométricas iniciais por meio da aplicação das forças nocionais e os efeitos das imperfeições iniciais de material pela redução da rigidez das barras. Para esta análise considerou a seguinte combinação de ações:

Combinação 2: $1,4CP + 1,5 \cdot 0,7SC + 1,4V$

Onde: *CP* – Carga permanente; *SC* – Sobrecarga; *V* – Vento

Os deslocamentos laterais para cada andar são ilustrados na Figura 8.50. Nesta mesma figura ilustra-se os deslocamentos laterais obtidos da análise do modelo plano, item 8.3, com as mesmas considerações. Pode-se observar que para este sistema estrutural com apenas dois pórticos rígidos, o modelo tridimensional apresentou deslocamentos 10% maiores do que o modelo plano para o topo da estrutura.

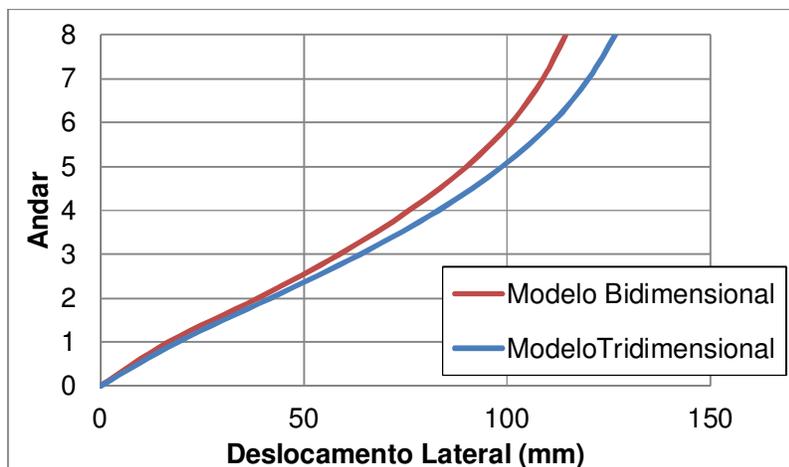


Figura 8.50 – Comparação dos deslocamentos laterais.

Quando considerado o comportamento semi-rígido das ligações, o modelo tridimensional apresentou deslocamentos 16% maiores no topo da estrutura quando comparado com o modelo bidimensional, como ilustrado na Figura 8.51.

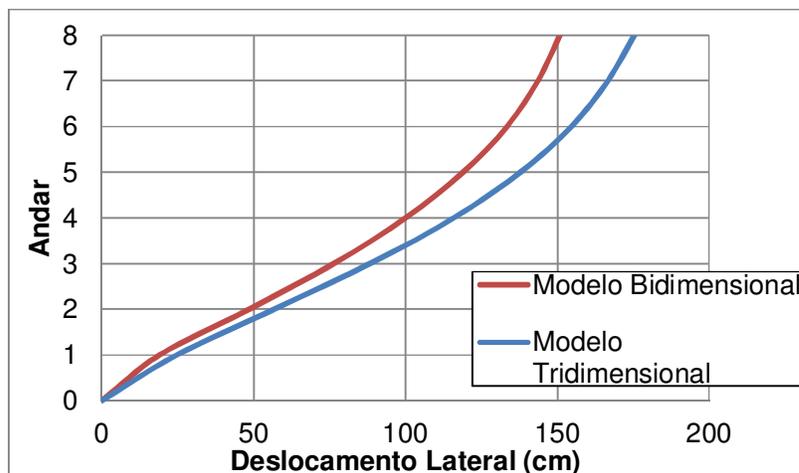


Figura 8.51 – Comparação dos deslocamentos laterais.

Isto ocorreu porque nos modelos bidimensionais o pórtico rígido foi analisado isoladamente e não foi considerada a influência dos deslocamentos das vigas e pilares dos outros eixos que possuem todas as ligações rotuladas.

Analisando a estrutura com ligações rígidas ideais pelo modelo dos pórticos planos alinhados, no qual a ligação entre os pilares de uma fila para outra é feita por barras rígidas rotuladas, obtém-se os deslocamentos ilustrados na Figura 8.52. Pode-se observar que a diferença entre os deslocamentos obtidos pelos dois modelos é de aproximadamente 2%.

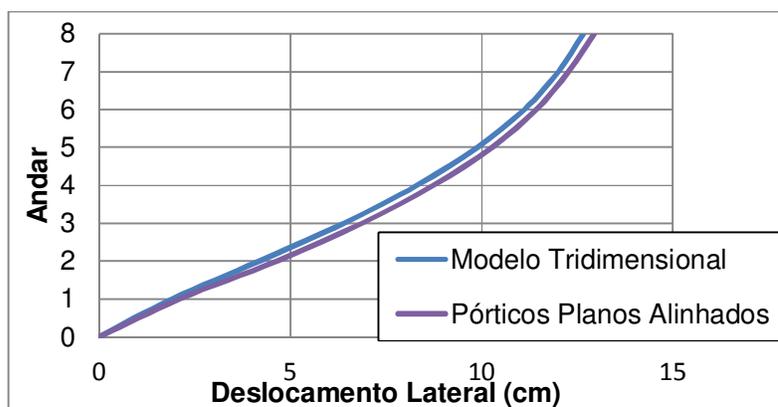


Figura 8.52 – Comparação dos deslocamentos laterais.

Os maiores esforços solicitantes obtidos na análise dos modelos bidimensional isolado e tridimensional com ligações rígidas ideais são apresentados na Tabela 8.43. Pode-se observar um aumento de 0,12 nos resultados da verificação para o pilar da fila B (barra 9). Apesar disto, todas as barras continuam respeitando o limite de segurança.

Tabela 8.43 – Esforços solicitantes dos modelos com ligações rígidas

Análise	Barra	Nó	Análise Bidimensional			Análise Tridimensional		
			N [kN]	M [kNcm]	Expressão Interação	N [kN]	M [kNcm]	Expressão Interação
Pilar Fila A	1	1	-311	17854	0,59	-259	19810	0,63
		2	-311	-6618	0,30	-258	-9558	0,35
Pilar Fila B	9	10	-1196	20937	0,83	-1192	26970	0,95
		11	-1196	-14097	0,68	-1191	-18802	0,78
Pilar Fila C	17	19	-1145	20832	0,81	-1154	26878	0,94
		20	-1145	-13938	0,66	-1153	-18579	0,76
Pilar Fila D	25	28	-900	19320	0,86	-927	21305	0,92
		29	-900	-10540	0,63	-926	-13299	0,71
Viga AB	34	3	-	13803	0,42	-	17635	0,53
		38	-	8527,6	0,26	-	5541,9	0,17
		12	-	-22408	-0,68	-	-24507	0,74
Viga BC	42	12	-	10235	0,31	-	12579	0,38
		46	-	6112,6	0,19	-	5718,4	0,17
		21	-	-21571	-0,65	-	-23941	0,73
Viga CD	50	21	-	11708	0,35	-	13392	0,41
		54	-	6410,7	0,19	-	6252	0,19
		30	-	-24528	-0,74	-	-25729	0,78

A Tabela 8.44 mostra os esforços solicitantes para os modelos bidimensional isolado e tridimensional considerando a semi-rigidez das ligações. Desta vez observa-se um aumento de 0,18 no resultado da expressão de interação da barra do pilar da fila B. Assim, os pilares das filas B e C alcançaram o valor de 1,06 para a verificação, necessitando ser redimensionados.

Tabela 8.44 – Esforços solicitantes dos modelos com ligações semi-rígidas

Análise	Barra	Nó	Análise Bidimensional			Análise Tridimensional		
			N [kN]	M [kNcm]	Expressão Interação	N [kN]	M [kNcm]	Expressão Interação
Pilar Fila A	1	1	-313	21154	0,68	-251	24526	0,75
		2	-313	-4830	0,25	-251	-9411	0,35
Pilar Fila B	9	10	-1199	23649	0,88	-1168	32647	1,06
		11	-1199	-11190	0,62	-1168	-18737	0,77
Pilar Fila C	17	19	-1137	23646	0,86	-1174	32444	1,06
		20	-1137	-11280	0,60	-1174	-18280	0,76
Pilar Fila D	25	28	-903	22083	0,94	-937	25405	1,04
		29	-903	-7741	0,55	-937	-11919	0,68

Tabela 8.44 (continuação) – Esforços solicitantes dos modelos com ligações semi-rígidas

Análise	Barra	Nó	Análise Bidimensional			Análise Tridimensional		
			N [kN]	M [kNcm]	Expressão Interação	N [kN]	M [kNcm]	Expressão Interação
Viga AB	34	3	-	15517	0,42	-	17293	0,52
		38	-	9718	0,26	-	983,46	0,03
		12	-	-19911	0,68	-	-22501	0,68
Viga BC	42	12	-	11830	0,31	-	15551	0,47
		46	-	7894	0,19	-	9362	0,28
		21	-	-19585	0,65	-	-23734	0,72
Viga CD	50	21	-	12931	0,35	-	16824	0,51
		54	-	6948	0,19	-	12572	0,38
		30	-	-22860	0,74	-	-22949	0,70

Os modelos analisados pela estratégia dos pórticos planos alinhados apresentaram esforços solicitantes bastante próximos aos obtidos pelo modelo tridimensional.

Para que todos os elementos da estrutura satisfaçam a o limite de resistência, os pilares do primeiro andar das filas B e C devem ser substituídos pelo perfil W 310X97.

Como sugerido na parte final do item 8.3, esta estrutura será analisada novamente posicionando pórticos rígidos nos seis eixos do edifício. Nesta análise considerou-se o ganho de rigidez das vigas devido ao trabalho em conjunto com a laje de concreto. Foram feitas as mesmas considerações da modelagem tridimensional do item 8.5.

As seções das vigas e pilares utilizadas nesta análise são apresentadas na Tabela 8.45.

Tabela 8.45 – Perfis utilizados na estrutura

Elementos	Perfil
Pilares (Barras 14 a 16, 22 a 24)	HP 310X73
Pilares (Barras 1 a 8, 9 a 13, 17 a 21, 25 a 32)	HP 310X93
Vigas V1, V2 (Viga mista)	W 310X21
Vigas V3 (Viga Mista)	W 360X32
Vigas V4 (1º ao 7º andar)	W 360X32
Vigas V4 (Cobertura)	W 360X32

Foi feita uma análise elástica de 2ª ordem na qual as ligações foram consideradas como idealmente rígidas, os efeitos das imperfeições geométricas iniciais foram considerados por meio da aplicação das forças nocionais e os efeitos das imperfeições iniciais de material por meio da redução da rigidez das barras. Para esta análise considerou a seguinte combinação de ações:

Combinação 2: $1,4CP + 1,5.0,7SC + 1.4V$

Onde: *CP* – Carga permanente; *SC* – Sobrecarga; *V* – Vento

Os deslocamentos laterais, obtidos pelas análises bidimensional e tridimensional, para cada andar são ilustrados na Figura 8.53. Pode-se observar que a consideração da divisão por igual do efeito do vento nos pórticos planos representa uma boa aproximação da modelagem tridimensional, pois neste caso todos os pórticos dos eixos são iguais.

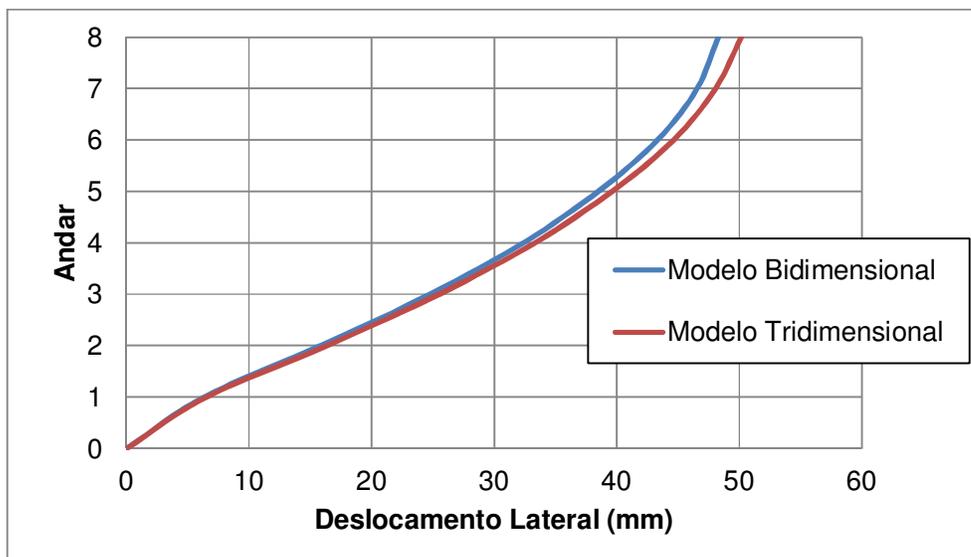


Figura 8.53 – Comparação dos deslocamentos laterais.

Para as ligações, utilizou-se chapa de topo de 16 mm e parafusos de 22,4 mm de diâmetro e enrijecedores transversais à alma do pilar. A Figura 8.54 ilustra a geometria da ligação utilizada. A mesma geometria foi utilizada tanto para as ligações em pilar de canto quanto para as ligações em pilar de centro.

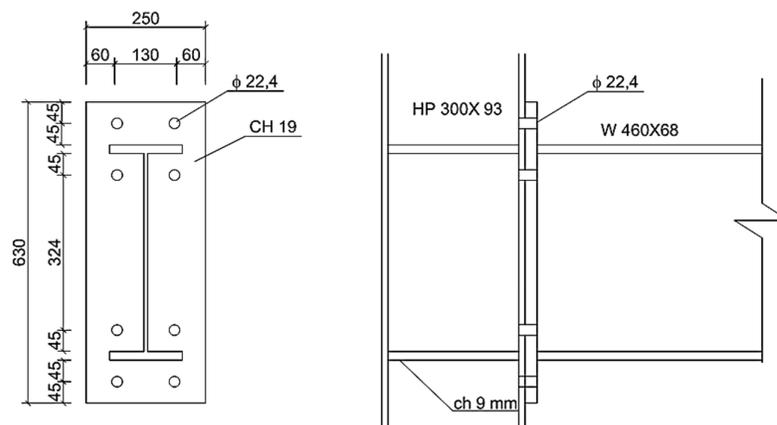


Figura 8.54 – Características das ligações.

Com base no Método das Componentes obteve-se rigidez inicial igual a $S_{j,ini} = 4764200 \text{ kN.cm/rad}$, fator de rigidez igual a $r_j = 0,84$, momento resistente igual a $M_{Rd,j} = 17500 \text{ kN.cm}$ e resistência ao esforço cortante $V_{Rd,j} = 310 \text{ kN}$ para ligações em pilar de canto. Para ligações em pilar de centro com momentos contrários obteve-se rigidez inicial igual a $S_{j,ini} = 3189770 \text{ kN.cm/rad}$, fator de rigidez é igual a $r_j = 0,79$, momento resistente igual a $M_{Rd,j} = 17500 \text{ kN.cm}$ e resistência ao esforço cortante $V_{Rd,j} = 310 \text{ kN}$. As duas ligações são classificadas como semi-rígidas de resistência parcial segundo o Eurocode 3:2010.

A Tabela 8.46 apresenta os esforços solicitantes obtidos das análises nas quais foram consideradas as ligações como idealmente rígidas e semi-rígidas cujo comportamento foi representado por uma curva bilinear.

Tabela 8.46 – Esforços solicitantes na estrutura

Análise			Elástica 2ª ordem Ligação Rígida Ideal			Elástica 2ª ordem SR Bilinear		
Elemento	Barra	Nó	N [kN]	M [kNcm]	Expressão Interação	N [kN]	M [kNcm]	Expressão Interação
Pilar Fila A	1	1	-1064	8052	0,60	-1074	10841	0,67
		2	-1064	3577	0,50	-1074	4337	0,52
Pilar Fila B	9	10	-2357	12879	1,01	-2346	15449	1,04
		11	-2357	-3215	0,83	-2346	-838	0,78
Pilar Fila C	17	19	-2352	12784	1,01	-2323	15453	1,04
		20	-2352	-3016	0,82	-2323	-1014	0,77
Pilar Fila D	25	28	-1307	11995	0,79	-1337	13951	0,84
		29	-1306	-5512	0,63	-1336	-3312	0,59

Tabela 8.46 (continuação) – Esforços solicitantes na estrutura

Análise			Elástica 2ª ordem Ligação Rígida Ideal			Elástica 2ª ordem SR Bilinear		
Elemento	Barra	Nó	N [kN]	M [kNcm]	Expressão Interação	N [kN]	M [kNcm]	Expressão Interação
Viga AB	34	3	-	-3253	0,19	-	-870	0,05
		38	-	10857	0,63	-	13618	0,79
		12	-	-18783	1,09	-	-15600	0,91
Viga BC	42	12	-	-4096	0,24	-	-1235	0,07
		46	-	10447	0,61	-	13367	0,78
		21	-	-18679	1,09	-	-15703	0,91
Viga CD	50	21	-	-3934	0,23	-	-450	0,03
		54	-	10587	0,62	-	12828	0,75
		30	-	-18559	1,08	-	-17744	1,03

Já a Tabela 8.47 apresenta os esforços resultantes da análise em que o comportamento das ligações foi representado pela curva não linear.

Pode-se observar que quando considerado as ligações como idealmente rígidas as vigas não apresentaram resistência suficiente para resistir aos esforços solicitantes. Ao se considerar o comportamento semi-rígido das ligações, os pilares apresentaram valores máximos de resultado da expressão de interação igual a 1,04, valor este que pode ser considerado como aceitável para o dimensionamento da estrutura.

Tabela 8.47 – Esforços solicitantes na estrutura com ligações semi-rígidas não-linear

Análise			Elástica 2ª ordem Ligação SR não-linear		
Elemento	Barra	Nó	N [kN]	M [kNcm]	Expressão Interação
Pilar Fila A	1	1	-1073	9580	0,64
		2	-1073	3856	0,51
Pilar Fila B	9	10	-2348	14195	1,04
		11	-2348	-1864	0,80
Pilar Fila C	17	19	-2330	14211	1,03
		20	-2330	-1990	0,79
Pilar Fila D	25	28	-1327	13003	0,82
		29	-1326	-4286	0,61

Tabela 8.47 (continuação) – Esforços solicitantes na estrutura com ligações semi-rígidas não-linear

Análise			Elástica 2ª ordem Ligação SR não-linear		
Elemento	Barra	Nó	N [kN]	M [kNcm]	Expressão Interação
Viga AB	34	3	-	-1694	0,10
		38	-	12821	0,75
		12	-	-16361	0,95
Viga BC	42	12	-	-2181	0,13
		46	-	12525	0,73
		21	-	-16422	0,96
Viga CD	50	21	-	-1428	0,08
		54	-	12192	0,71
		30	-	-17800	1,03

A Figura 8.55 e a Figura 8.56 ilustram os gráficos de comparação do resultado da verificação das barras dos pilares e vigas mais solicitados. As maiores diferenças foram observadas nas análises com ligações rígidas que apresentaram resultados bem superiores nas extremidades das vigas, diferença de até 0,18 nas barras que estavam sendo mais solicitadas e esforços ligeiramente inferiores nos pilares.

A forma de representação do comportamento das ligações, pelo modelo bilinear ou pelo modelo não linear, não apresentou diferenças significativas nos resultados, pois, em ambos os modelos a resistência da ligação era maior do que o da viga.

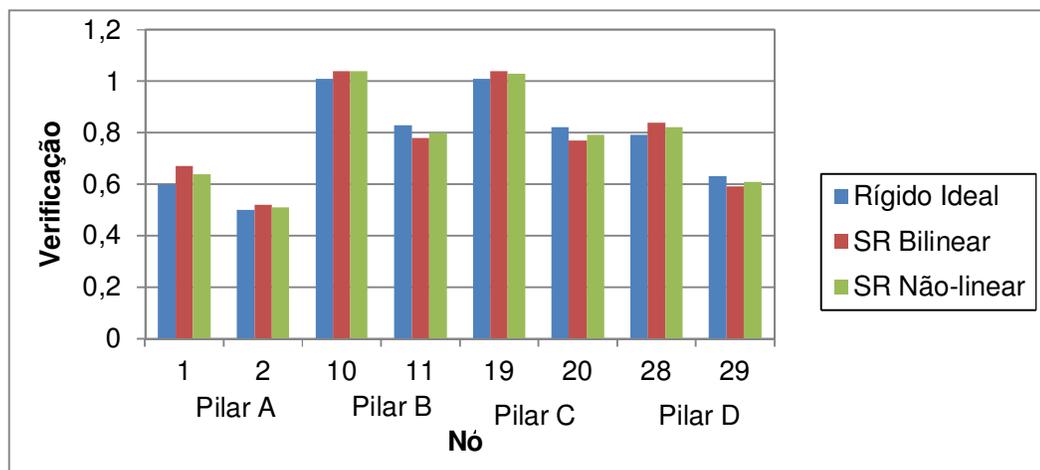


Figura 8.55 – Comparação dos resultados de verificação dos pilares

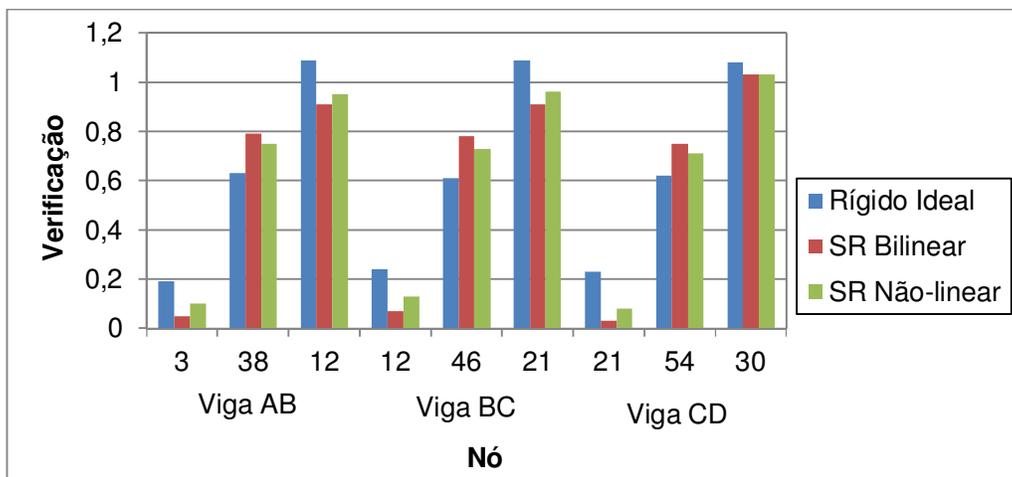


Figura 8.56 – Comparação dos resultados de verificação das vigas

Para a verificação dos Estados limites de serviço foi considerada uma ligação semi-rígida entre a alvenaria de fechamento e a estrutura metálica, dessa maneira os deslocamentos laterais são verificados pela combinação frequente de serviço.

A Tabela 8.48 apresenta os deslocamentos laterais no topo do edifício para as análises em que as ligações foram consideradas rígidas ideais e semi-rígidas. Sendo o deslocamento lateral limite igual a 60mm observa-se que a estrutura cumpre esse limite para as duas análises realizadas.

Tabela 8.48 – Deslocamento horizontal

Análise	Deslocamento Horizontal (mm)
	Nó 9
Elástica 1ª ordem	11
Elástica 1ª ordem SR	19

Já a Tabela 8.49 apresenta os valores dos deslocamentos interpavimento da estrutura. O limite de deslocamento apresentado pela norma é de 6 mm. Este limite também é satisfeito pelas duas análises.

Neste item o edifício de três vãos e oito pavimentos foi analisado segundo uma modelagem tridimensional. Nesta análise a laje foi modelada como um diafragma rígido utilizando a estratégia do nó mestre.

Tabela 8.49 – Deslocamento interpavimento

Pavimento	Elástica 1ª ordem (mm)	Elástica 1ª ordem SR (mm)
0 - 1	2	3
1 - 2	2	3
2 - 3	2	3
3 - 4	2	3
4 - 5	1	2
5 - 6	1	2
6 - 7	1	1
7 - 8	2	3

Para a estrutura originalmente dimensionada em Bellei (2008) observou-se que o deslocamento lateral no modelo tridimensional foi maior que no modelo plano. Isto ocorreu pelo fato do modelo estrutural adotado não levar em consideração o deslocamento dos pilares rotulados da estrutura. Foi comprovado ao comparar-se os deslocamentos obtidos na análise do modelo tridimensional com o modelo formado pela associação de pórticos planos.

A estrutura necessitou ser redimensionada devido ao aumento dos esforços solicitantes. Optou-se por alterar o modelo estrutural do edifício posicionando pórticos rígidos iguais nos seis eixos do edifício. A divisão do vento por igual entre os seis pórticos rígidos iguais apresentou uma boa aproximação com os resultados do modelo tridimensional. Este modelo com seis pórticos rígidos, considerando o comportamento da ligação, resultou em um peso final da estrutura 10% menor que o peso estimado por Bellei (2008).

O estudo deste edifício mostrou a importância da escolha do modelo estrutural e sua correta consideração na análise estrutural.

8.6. Pórtico de um vão e dois pavimentos com ligações tridimensionais

Neste item o edifício de um vão e dois pavimentos analisado no item 8.2 será novamente avaliado. Desta vez, o modelo será composto por elementos de barras para trechos das vigas e pilares e as quatro ligações viga pilar serão modeladas com elementos do tipo sólido seguindo a estratégia adotada na modelagem tridimensional de ligações isoladas. Destaca-se aqui a importância desta

metodologia para o estudo da influência das ligações na análise estrutural uma vez que não foram encontrados trabalhos que modelaram mais que dois nós.

A geometria do edifício e os carregamentos aplicados são novamente apresentados na Figura 8.57.

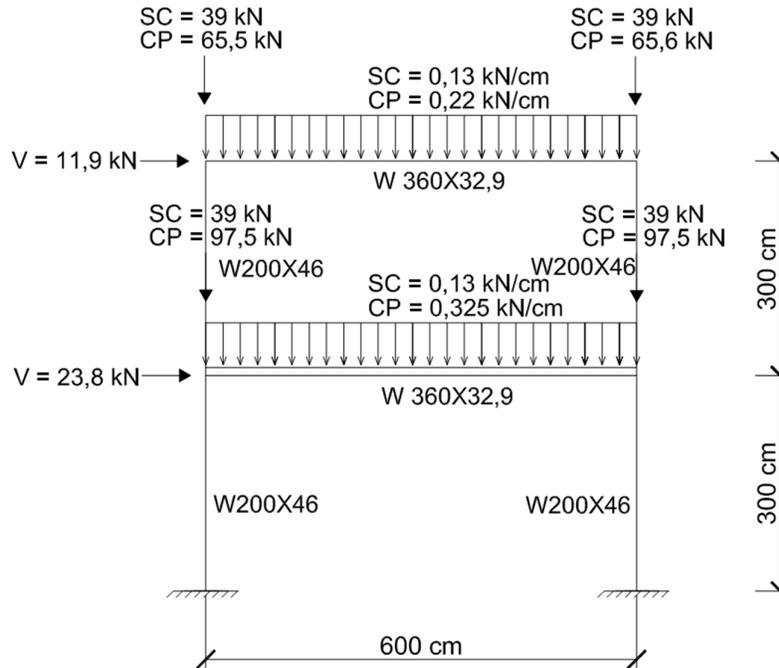


Figura 8.57 – Geometria e carregamentos básicos.

A Figura 8.58 ilustra as numerações dos nós e das barras utilizadas para a apresentação dos resultados da estrutura.

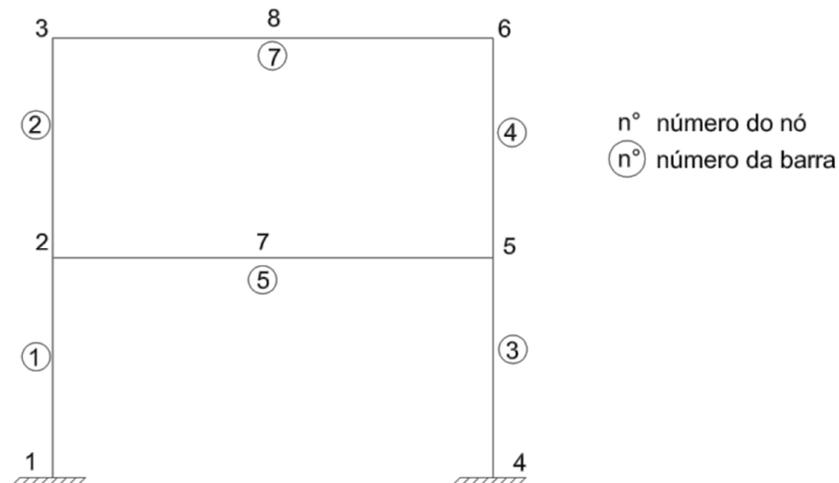


Figura 8.58 – Numeração dos nós e das barras.

As ligações viga-pilar foram discretizadas com elementos do tipo sólido e elementos de contato seguindo-se a mesma estratégia adotada no estudo das ligações isoladas. As vigas das ligações foram discretizadas com um comprimento igual a três vezes a sua altura medido a partir da chapa de topo. Já os pilares foram discretizados com um comprimento igual a duas vezes a altura a partir da linha de centro da ligação tanto para cima como para baixo. A Figura 8.59 ilustra a região da ligação.

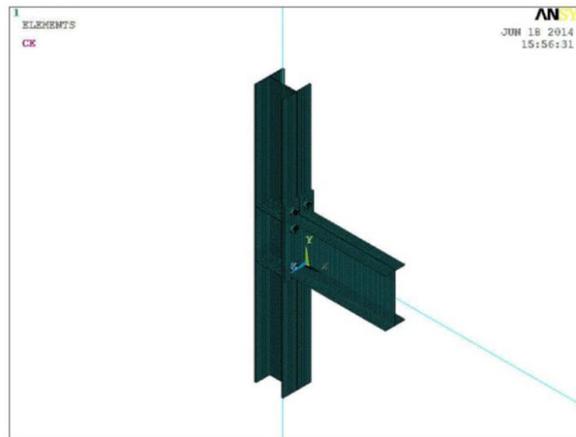


Figura 8.59 – Malha de elementos finitos na região da ligação.

A continuação do trechos de vigas e pilares mais distantes da região das ligações foram modelados com elementos de barra. As rotações e deslocamentos foram transmitidos adequadamente para a malha de elementos volumétricos por meio de equações de contorno. A Figura 8.60 ilustra um detalhe da região de transição.

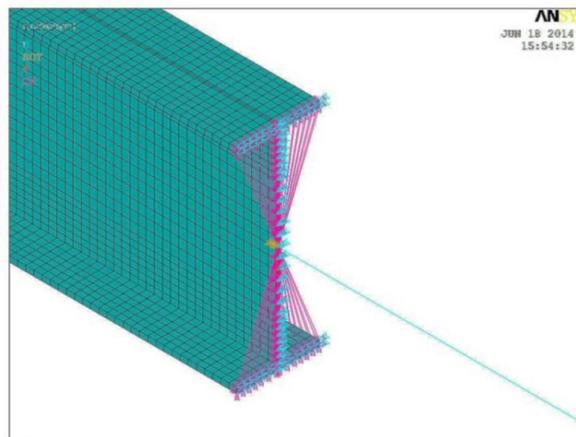


Figura 8.60 – Detalhe da região de transição da viga modelada com elementos sólidos e elemento de barra.

A Figura 8.61 ilustra a vista geral da malha de elementos finitos da estrutura. A base dos pilares tiveram os deslocamentos restringidos em todas as direções. Todos os outros nós da estrutura tiveram o deslocamento fora de seu plano restringido.

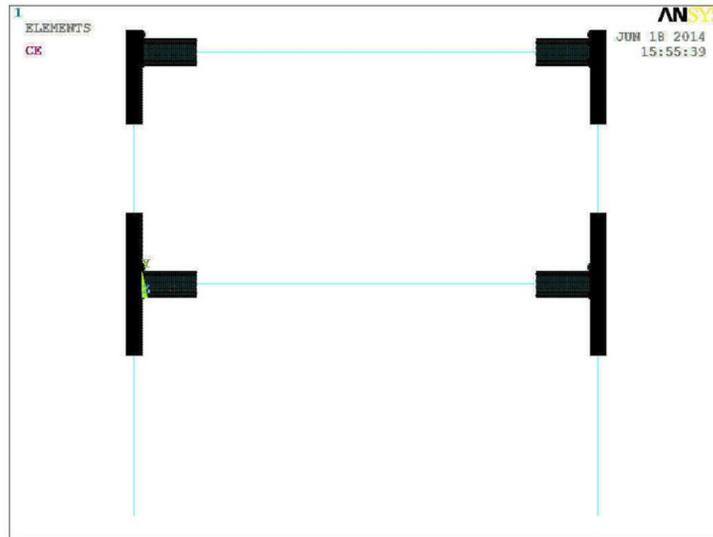


Figura 8.61 – Vista geral da malha de elementos finitos da estrutura.

Na região onde foram utilizados elementos do tipo sólido, os carregamentos concentrados foram divididos igualmente pelo número de nós da malha de elementos finitos na região onde foram aplicados. Já os carregamentos distribuídos, foram aplicados sob a forma de carregamentos concentrados equivalentes nos nós dos elementos sólidos.

Na região formada por elementos de barras, os carregamentos distribuídos foram aplicados sob a forma de pressão.

Para este modelo estrutural será analisado pela combinação de ações:

Combinação 1: $1,4CP + 1,4SC + 0,6.1.4V$

A Combinação 1 refere-se a combinação utilizada para a verificação do Estado Limite Último da estrutura bidimensional analisada no item 8.2.

Os deslocamentos horizontais e verticais encontrados serão comparados com aqueles obtidos na análise de estrutura bidimensional. O comportamento das ligações do modelo bidimensional foi representado pelas curvas não-linear determinados na modelagem numérica tridimensional das ligações isoladas. Estes modelos foram analisados posicionando o elemento de mola na interseção da linha de centro dos elementos e considerando a excentricidade das ligações. Nestas

análises, as imperfeições geométricas iniciais foram consideradas pela aplicação das forças nocionais e as imperfeições iniciais de material pela redução do módulo de elasticidade do material.

A Tabela 8.50 apresenta os resultados dos deslocamentos horizontais do modelo com ligações tridimensionais, modelo bidimensional e do modelo bidimensional com excentricidade das ligações para as combinações de ações 1.

Observa-se que o deslocamento lateral apresentado pelo modelo com ligação tridimensional é maior do que ambos os modelos bidimensionais analisados, com diferenças de 13% para o modelo bidimensional com ligações semi-rígidas e 50% para o modelo bidimensional com ligações semi-rígidas e excentricidade.

Tabela 8.50 – Deslocamento lateral da estrutura (mm)

Análise	Combinação 1	
	Nó 2	Nó 3
Bidimensional Elástica 2ª ordem SR	14	29
Bidimensional Elástica 2ª ordem SR Offset	11	22
Ligação 3D	14	33

A Tabela 8.51 apresenta os resultados dos deslocamentos verticais das vigas. Neste caso os resultados do modelo com ligações tridimensionais foi igual aos resultados do modelo plano semi-rígido com a excentricidade das ligações.

Tabela 8.51 – Deslocamento vertical das vigas (mm)

Análise	Combinação 1	
	Nó 7	Nó 8
Bidimensional Elástica 2ª ordem SR	41	32
Bidimensional Elástica 2ª ordem SR Offset	34	29
Ligação 3D	34	29

A Tabela 8.52 apresenta o momento fletor solicitante na extremidade inferior dos pilares e no meio do vão das vigas. Observa-se diferenças no momento fletor solicitante na extremidade inferior dos pilares de até 13% quando comparados com o modelo bidimensional com ligações semi-rígidas e de até 30% quando comparados

com o momento obtido no modelo bilinear com ligações semi-rígidas e excentricidade. Já para a região central das vigas, o momento fletor encontrado no modelo com ligações tridimensionais foi bastante próximo ao momento fletor encontrado no modelo que considerou a excentricidade das ligações.

Tabela 8.52 – Comparação do momento fletor solicitante

Análise		Bidimensional Elástica 2ª ordem SR	Bidimensional Elástica 2ª ordem SR Offset	Ligação 3D
Barra	Nó	M [kNcm]	M [kNcm]	M [kNcm]
1	1	-2120	-1787	-2064
3	4	-6684	-5745	-7559
5	7	15901	15836	15861
6	8	12899	12926	12620

Neste último exemplo deste estudo, o edifício de um vão e dois pavimentos foi novamente analisado. Desta vez, a região da ligação foi substituída por uma malha de elementos finitos tridimensional utilizando a mesma estratégia do estudo de ligações isoladas.

Nas extremidades dos pilares, foram observados valores de momento fletor maiores do que nos modelos bidimensional com ligações semi-rígidas e bidimensional com ligações semi-rígidas e excentricidade.

Os deslocamentos horizontais obtidos também foram maiores do que nos outros dois modelos. Já o deslocamento vertical da viga foi igual ao modelo com excentricidades das ligações.

Assim, para esta geometria de edifício, o modelo bidimensional com ligações semi-rígidas e excentricidades resultou em esforços solicitantes e deslocamentos laterais menos conservadores quando comparados ao modelo com ligações tridimensionais.

8.7. Considerações finais

Neste capítulo foi realizada a análise estrutural de três configurações de edifícios. Edifício de um vão e dois pavimentos, de dois vãos e oito pavimentos e de dois vãos e vinte pavimentos foram estudados.

Para cada modelo de edifício foram realizadas análises que consideraram a ligação idealmente rígida e ligações semi-rígidas cujo comportamento foi representado por diferentes modelos. Todas as ligações foram dimensionadas utilizando chapa de topo estendida que usualmente é considerada como uma ligação rígida.

Como o esperado, os resultados obtidos mostraram diferenças significativas nos valores dos esforços solicitantes quando considerado o comportamento semi-rígido das ligações. A NBR 8800:2008 permite, de forma simplificada, que as ligações usuais, tradicionalmente consideradas rotuladas ou rígidas, sejam simuladas com esse tipo de vinculação na análise da estrutura.

Quanto à forma de representação do comportamento das ligações pelos modelos analíticos bilinear ou trilinear calculados de acordo com o método das componentes, as diferenças nos resultados encontrados foram menores que 5%. Os deslocamentos horizontais observados na estrutura foram maiores quando considerado a curva bilinear para a representação da estrutura.

As ligações estudadas pelo modelo isolado tridimensional, via método dos elementos finitos, apresentaram rigidez inicial maior que nos modelos analíticos. Quando esse comportamento foi inserido na análise estrutural resultou em menores esforços na extremidade inferior dos pilares e maiores esforços nas extremidades das vigas.

A modelagem do pórtico plano com elementos de barras associadas a discretização tridimensionais da região das ligações resultou em maiores deslocamentos laterais que as estratégias de modelagem adotadas com elementos de barras e elementos de mola. Assim, a consideração da excentricidade da ligação modelada com trecho rígido e elemento de mola resulta em uma estrutura com esforços menores nas extremidades dos pilares e deslocamentos laterais menores.

No próximo capítulo serão apresentadas as conclusões finais do trabalho.

Capítulo 9

Conclusões

9.1 Considerações sobre o trabalho

Neste capítulo serão apresentadas as considerações finais, conclusões e sugestões para trabalhos futuros.

A proposta inicial deste trabalho teve como objetivo discutir e propiciar uma melhor compreensão dos modelos e técnicas de análise estrutural aplicadas aos edifícios de aço dando ênfase à influência das ligações.

Para o estudo das ligações, foi realizada a modelagem numérica via método dos elementos finitos da região da ligação viga-pilar de aço com chapa de topo estendida. Este estudo procurou, também, aprimorar a modelagem numérica de ligações mistas viga-pilar tendo em vista as dificuldades encontradas na simulação da laje de concreto nos estudos realizados anteriormente no Departamento de Estruturas da Escola de Engenharia de São Carlos.

Seguindo-se as recomendações da AISC 360-10:2010 para a realização da análise inelástica calibrou-se modelos numéricos utilizando o programa de elementos finitos ANSYS utilizando os critérios de segurança da NBR 8800:2008.

Finalmente, três geometrias de edifícios foram analisados por diferentes considerações de análise estrutural e seus resultados foram comparados e discutidos.

9.2 Conclusões

O estudo do comportamento de ligações isoladas pela modelagem numérica via método dos elementos finitos buscou aprimorar a metodologia adotada em trabalhos realizados anteriormente no Departamento de Estruturas da Escola de Engenharia de São Carlos. Assim, sobre o estudo de ligações isoladas via método dos elementos finitos pode-se concluir:

- As alterações realizadas nas estratégias para a modelagem dos modelos numéricos de ligação de aço, como uso de elementos de protensão, uso do elemento Solid185 cuja nova formulação introduz 13 nós internos para prevenir problemas com o shear locking e a não utilização da simetria, possibilitaram uma melhor aproximação dos resultados obtidos com os resultados experimentais disponíveis quanto à rigidez inicial, modo de ruptura e resistência das ligações quando comparados com os modelos desenvolvidos até o momento no Departamento de Estruturas;
- A modelagem numérica tridimensional de ligações de aço mostrou-se uma ferramenta bastante precisa e de grande utilidade principalmente para trabalhos científicos permitindo a realização futura de análises paramétricas;
- Até o presente trabalho, os modelos numéricos tridimensionais de ligações mistas não apresentavam muitos sucessos na simulação do comportamento da laje de concreto. A resolução do sistema não linear nos modelos de ligações mistas mostrou-se extremamente sensível a variações do fator de rigidez de contato entre as diferentes interfaces, sobretudo entre o aço e o concreto. O tamanho do incremento do passo de carga também mostrou um fator de grande influência na convergência da resolução do sistema não linear. Porém, com o ajuste do fator de rigidez de contato e a utilização de incrementos de passo de carga extremamente pequenos, foi possível simular adequadamente o comportamento da laje de concreto;
- Os valores de rigidez inicial e o padrão de fissuração da laje obtidos pela modelagem numérica apresentaram boa aproximação com os resultados dos modelos experimentais disponíveis. No entanto estes modelos ainda necessitam de algumas melhorias, tais como uma melhor determinação da resistência última dos modelos que apresentaram um ganho de rigidez após a o contato entre parafuso e cantoneira nos modelos numéricos, para o mesmo nível de confiabilidade dos resultados obtidos na modelagem de ligações de aço.

Da calibração dos modelos numéricos para as verificações dos elementos estruturais utilizando os coeficientes de ponderação da NBR 8800:2008 no programa de elementos finitos ANSYS para a realização da análise inelástica pode-se concluir:

- Para verificação à compressão de perfis do tipo I sujeitos a instabilidade em torno de eixo de maior inércia pela análise inelástica, a combinação imperfeição inicial $\delta_0 = L/1000$ e a utilização da clássica distribuição linear de tensões residuais com $\sigma_r = 0,5 \cdot f_y$ forneceu resultados que se aproximaram mais da curva de resistência à compressão da NBR 8800:2008;
- A combinação da imperfeição inicial $\delta_0 = L/1000$ e tensão residual $\sigma_r = 0,5 \cdot f_y$ para a verificação à compressão de perfis do tipo I sujeitos a instabilidade em torno do eixo de menor inércia do perfil resultou em uma curva mais conservadora em relação à curva apresentada pela NBR 8800:2008;
- A utilização da curva de resistência à compressão da NBR 8800:2008 pode resultar em verificações menos conservadoras para instabilidade de perfis I em torno do eixo de menor inércia por adotar uma única curva, diferentemente do Eurocode 3:2010 que adota múltiplas curvas em função do eixo de instabilidade, forma da seção transversal e das tensões residuais. Os resultados obtidos aproximaram-se da curva c fornecida pelo Eurocode 3:2010;
- Na verificação da resistência dos elementos submetidos à flexão de perfis do tipo I destravados lateralmente, obteve-se resultados menos conservadores do que os obtidos pela NBR 8800:2008 pelo fato desta não considerar os efeitos da imperfeição iniciais;
- Os resultados obtidos na verificação da flexo-compressão para perfis sujeitos a instabilidade em torno do eixo de maior inércia aproximaram-se dos resultados obtidos segundo a NBR 8800:2008 para barras com índice de esbeltez igual a 40. Para barras com índice de esbeltez igual a 60 e 80 os resultados foram menos conservadores do que os obtidos pela NBR 8800:2008;
- Para a verificação da flexo-compressão de perfis sujeitos a instabilidades em torno do eixo de menor inércia, obteve-se

resultados mais conservadores do que a norma para valores de M/M_{pl} em torno de 0 e 0,2 para os casos analisados.

Quanto à análise estrutural, limitando-se a validade dos resultados apenas à geometria dos três edifícios estudados foi possível concluir:

- Nos edifícios de oito e de vinte pavimentos, a consideração da imperfeição geométrica inicial pela aplicação das forças nocionais resultou em maiores esforços solicitantes e maiores deslocamentos horizontais quando comparados com a modelagem dos nós deslocados. Os acréscimos foram, em média, de 10% para momento fletor e de 15% para os deslocamentos horizontais;
- Apesar de terem sido utilizadas ligações parafusadas com chapa de topo e enrijecedores nos pilares que usualmente são consideradas como rígidas, a análise em que a consideração do comportamento das ligações, baseadas no modelo de curva bilinear, obteve-se aumento em torno de 25% do momento fletor nos pilares, aumento em torno de 15% do momento fletor no meio do vão das vigas e uma redução em torno de 15% no momento fletor nas ligações;
- A representação do comportamento das ligações pelo modelo de curva bilinear apresentou resultados mais conservadores quanto a esforços nos elementos do que nos modelos analisados com ligações ideais, com modelo trilinear e ligações com excentricidade. Quanto às ligações, nos edifícios de oito e vinte andares, o momento fletor máximo obtido os modelos com ligações de comportamento representado pela curva bilinear aproximou-se dos resultados dos modelos com ligações rígidas. Por outro lado, observou-se a redução desse esforço nas demais ligações dos edifícios quando foi utilizado o modelo de curva bilinear para representar o comportamento das ligações comparado às outras formas de representação do comportamento das ligações;
- Os modelos numéricos das ligações isoladas com chapa de topo e enrijecedores nos pilares apresentaram maiores valores de rigidez inicial e momento resistente do que os resultados obtidos com base no Método das Componentes;

- A consideração da excentricidade das ligações diminuiu os esforços solicitantes, média de 15% para os momentos fletores nos pilares e nas ligações, e os deslocamentos horizontais, média 20%, em todos os casos analisados;
- Para os edifícios de oito andares e de vinte andares os limites de deslocamento lateral e deslocamento interpavimento impostos pela NBR 8800:2008 para verificação dos Estados Limites de Serviços só foram satisfeitos quando realizada a verificação pela combinação frequente de serviço;
- A não consideração dos pilares e vigas rotulados juntamente com os pórticos rígidos na análise bidimensional resultou em esforços solicitantes menores do que os obtidos na análise tridimensional;
- A análise da estrutura utilizando a estratégia da associação de barras e modelagem tridimensional da região da ligação resultou em momentos fletores no centro do vão da vigas próximo aos valores obtidos nos modelos bidimensionais com ligações semi-rígidas e excentricidades (trecho rígido), porém, obteve-se momentos fletores 30% maiores nas extremidades inferiores dos pilares nos modelo com ligação tridimensional;
- A análise da estrutura utilizando a estratégia da associação de barras e modelagem tridimensional da região da ligação resultou em deslocamentos horizontais 13% maiores do que os modelos bidimensionais com ligações semi-rígidas (modeladas com barras e elementos de molas) e 50% maiores do que os modelos bidimensionais com ligações semi-rígidas e excentricidades (trecho rígido);
- A modelagem tridimensional das ligações na análise estrutural mostrou-se uma ferramenta útil para o desenvolvimento de pesquisas científicas, por outro lado, ainda é inviável para o uso em escritórios de cálculos estruturais.

Diante das conclusões apresentadas, ressalta-se que sobre as ligações semi-rígidas, a NBR 8800:2008 apresenta apenas uma forma de classificação das ligações e permite que, de forma simplificada, as ligações sejam modeladas com seu

comportamento idealizado o que pode em uma distribuição de esforços diferente do que considerando o comportamento semi-rígido.

Portanto, recomenda-se, para uma análise mais realista, que as ligações sejam dimensionadas com base nos esforços obtidos em uma análise realizada com a consideração das ligações com seu comportamento idealizado e, posteriormente, deve-se definir o comportamento das ligações e inseri-los em uma nova análise para a determinação dos esforços solicitantes nos elementos.

9.3 Sugestões para trabalhos futuros

Para a continuação desta linha de pesquisa sugerem-se os seguintes tópicos:

- Aprimoramento da modelagem de ligações mistas;
- Aplicação das ligações mistas na análise estrutural;
- Simulação das lajes de concreto utilizando elementos de casca na análise estrutural;
- Aplicação dos modelos tridimensionais de ligação em pórticos com maior número de vãos e de pavimentos;
- Aplicação dos modelos tridimensionais de ligação em pórticos com ligações mistas;
- Análise dinâmica de estruturas com ligações semi-rígidas;
- Programação de uma rotina de cálculo para o dimensionamento e determinação da rigidez inicial de alguns tipos de ligações usuais.

Desta forma, justificam-se pesquisas cujo objetivo seja a consideração do comportamento mais realístico das ligações na análise estrutural, pois, muitas vezes são estudadas separadamente.

Referências Bibliográficas

AL-MASHARY, F.; CHEN, W.F. Elastic Second Order Analysis for Frame Design. Journal of Constructional Steel Research, v. 15, no. 4, p. 302-322, 1990.

AMERICAN INSTITUTE OF STEEL CONSTRUCTIONS. ANSI/AISC 360-10 Specification for structural steel buildings. Chicago – Illinois. June, 2010.

ALVAREGA, A.R. Aspectos importantes na análise avançada com zonas plásticas de portais planos de aço. 303p. Dissertação (Mestrado). Escola de Minas – Universidade Federal de Ouro Preto. 2005.

ALVAREGA, A.R. As ligações semi-rígidas na análise avançada com zona plástica de portais de aço. 481 f. (2v). Tese (Doutorado). Escola de Minas – Universidade Federal de Ouro Preto. 2010.

ARBABI, F. Drift on flexibly connected frames. Computers & Structures. Vol.15. N 2. Pp 103-108. 1982.

ASSIS, V. M. Análise de edifícios de andares múltiplos com estrutura metálica. 133p. Dissertação (Mestrado). Universidade Federal de Minas Gerais. 2001.

Associação Brasileira de Normas Técnicas. NBR 6118: Projeto de estruturas de concreto - Procedimentos. Rio de Janeiro. 2004.

Associação Brasileira de Normas Técnicas. NBR 8800: Projeto de estruturas de aço e de estruturas mistas de aço e concreto de edifícios. Rio de Janeiro. 2008.

AVAKIAN, A. C. Estruturas aporricadas mistas aço-concreto: Avaliação de metodologias de análises. 157p. Dissertação (Mestrado). Universidade Federal do Rio de Janeiro. Rio de Janeiro. 2007.

BARROS, C. B. C. Consideração sobre alguns modelos clássicos para a análise estrutural de edifícios de andares múltiplos sujeito à ação de forças laterais. Dissertação (Mestrado). Universidade Federal de Minas Gerais. 2003.

BELLEI, I. H.; PINHO, F.O.; PINHO, M.O. Edifícios de múltiplos andares em aço. 2.ed. São Paulo: Pini, 2008.

BESSA, W.O. Análise experimental e numérica de ligações viga mista-pilar com cantoneiras de alma e assento- pavimento-tipo e ligações isoladas. Tese (Doutorado). Escola de Engenharia de São Carlos – Universidade de São Paulo, São Carlos, 2009.

BJORHOVDE, R.; COLSON, A.; BROZETTI, J. Classification system for beam to column connections. ASCE Journal of Structural Engineering. Vol. 116 (11). pp. 3059 - 3076. 1990.

BOSE, S. K.; McNEICE, G.M.; SHERBOURNE A.N. Column webs in steel beam to column connections. Part I: formulation and verification. Computers & Structures Vol. 2 pp. 253–272. 1972.

CABRERO, J.M.; BAYO E. The semi-rigid behavior of three-dimensional steel beam-to-column joints subjected to proportional loading. Part I: experimental evaluation. Journal of Constructional Steel Research; Vol. 63. Pp 1241–1253. 2007.

CARNEIRO, D. S. Análise plástica aplicada a estruturas apertadas em aço. 102 p. Dissertação (Mestrado). Universidade Federal do Rio de Janeiro. Rio de Janeiro. 2000.

CAMARGO, R.E.C. Contribuição ao estudo da estabilidade de edifícios de andares múltiplos de aço. 312 p. Dissertação (Mestrado). Escola de Engenharia de São Carlos – Universidade de São Paulo, São Carlos, 2012.

CHAN,S.L. Non-linear behavior and design of steel structures. Journal of Constructional Steel Research. v. 57. p. 1217-123. 2001.

CHEN W. F.; GOTO, Y. LIEW, J. Y. R. Stability design of semi-rigid frames. John Wiley and Sons, Inc. 1996.

CHEN, W. F.; KISHI, N. Semi-Rigid Steel Beam-to-Column Connections: Data Base and Modeling. Journal of Structural Engineering, ASCE, Vol. 115, No. 7, pp. 105-119. 1989

CHEN, W.F.; LUI, E. M. Stability design of steel frame. CRC Press, Boca Roton. Florida. 1991.

Chen, W.F. Design of Beam-Columns in Steel Frames in the United States. Thin Walled- Structures. n13. p.1–83. 1991.

CHASTEN, C. P.; LU, L. W.; DRISCOLL G. C. Prying and shear in end-plate connection design. Journal of Structural Engineering. Vol. 118(5). pp. 1295–311. 1992.

Cheong-Siat-Moy, F. K-Factors paradox. Journal of Structural Engineering. v. 112. N.8. p.1747-1760.1986.

CORRÊA, M.R.S. Aperfeiçoamento de modelos usualmente empregados no projeto de sistemas estruturais de edifícios. 331 f. Tese (Doutorado). Escola de Engenharia de São Carlos – Universidade de São Paulo. 1991.

COOK, R.D.; Concepts and Applications of Finite Element Analysis. 2ª edição. John Wiley & Sons, Inc., Madison, USA. 1989.

DAVIES, J.M.; Second-order elastic-plastic analysis of plane frame. *Journal of Constructional Steel Research*. Vol. 58, pp. 1315 - 1330. 2002.

DIAZ, C.; MARTI, P.; VICTORIA, M.; QUERIN, O. M. Review of on the modeling of joint behavior in steel frames. *Journal of Constructional Steel Research*, v.67, p.741-758. 2011.

DÓRIA, A.S. Análise da estabilidade de pórticos planos de aço com base no conceito das forças horizontais fictícias. 107 p. Dissertação (Mestrado). Escola de Engenharia de São Carlos – Universidade de São Paulo. 2007.

DUAN, L.; CHEN, W.F. Effective Length Factors of Compression Members. In: *Structural Engineering Handbook*. CRC Press LLC, 1999.

NP EN 1993-1-1:2005/AC:2009 Eurocode 3 Design of steel structures Part 1-1 General rules and rules for building. European Committee for Standardization. 2010.

NP EN 1993-1-8:2005/AC:2009 Eurocode 3 Design of steel structures Part 1-8 Design of joints. European Committee for Standardization. 2010.

FABRIZZI, M. A. Contribuição para o projeto e dimensionamento de edifícios de múltiplos andares com elementos estruturais mistos de aço-concreto. 233 p. Dissertação (Mestrado). Escola de Engenharia de São Carlos – Universidade de São Paulo, São Carlos, 2007.

FIGUEIREDO, L. M. B. Ligações mistas aço concreto – Análise teórica e experimental. 215 p. Tese (Doutorado). Escola de Engenharia de São Carlos - Universidade de São Paulo, São Carlos, 2007.

FOLEY, C. M.; VINNAKOTA, S. Inelastic behavior of multistory partially restrained steel frames Part II. *ASCE Journal of Structural Engineering*. Vol. 125 (8). pp. 862 - 869. 1999.

FRANCA, M. P. A. Estudo da eficiência dos contraventamentos treliçados em edifícios com estruturas de aço. 332 p. Dissertação (Mestrado). Universidade Federal de Pernambuco. 2003.

FRYE, M.J.; MORRIS G.A. Analysis of flexibly connected steel frames. *Canadian Journal of Civil Engineering*. Vol 2. Pp.280–291. 1975.

GERSTLE, K. H.; Effect of connections on frame. *Journal of Constructional Steel Research*, v. 10, pp. 241-267. 1988.

GIRGIN, K.; ORAKDOGEN, E.; OZMEN, G. Buckling Lengths of Irregular Frame Columns. *Journal of Constructional Steel Research*, v. 62, no. 6, p. 605-613, 2006.

GIRGIN, K.; ÖZMEN, G. Effective lengths of columns in braced multi-storey frame. *TEKNIK DERGI*, Vol. 19:1, Pages: 4333-4346. JAN 2008.

GOVERDHAM, A. V. A collection of experimental moment rotation curves and evaluation of predict equations for semi-rigid connections. Nashville. Master's Thesis – Vanderbilt University. 1984. By MAGGI, Y. I. Análise do Comportamento Estrutural de Ligações Parafusadas Viga-Pilar com Chapa de Topo Estendida.

GOMES, H.C. Verificação de pilares de aço à flexão composta considerando comprimento de flambagem, forças horizontais fictícias e análise avançada. 159 p. Dissertação (Mestrado). Escola Politécnica – Universidade de São Paulo. São Paulo. 2005.

HELLESLAND, J.; BJORHOVDE, R.; Improved frame stability analysis with effective length. ASCE Journal of Structural Engineering. Vol. 122 (11). pp. 1275 - 1283. 1996.

HIGAKI, B. E. Análise teórica e experimental de vigas mistas de aço e concreto e laje com vigotas pré-moldadas e lajotas cerâmicas em um pavimento tipo. 196 p. Dissertação (Mestrado em Engenharia de Estruturas). Escola de Engenharia de São Carlos – Universidade de São Paulo, São Carlos, 2009.

JIANG, X.; CHEN, H.; LIEW, J. Y. R. Spread of plasticity analysis of three dimensional steel frames. Journal of Constructional Steel Research, v.58, n.2, p.193-212. 2002.

JONES, S. W.; KIRBY, P. A.; NETHERCOT, D. A. (1980). Effect of semi-rigid connections on steel column strength. Journal of Constructional Steel Research, v.1, n.1, p.38-46.1980.

JONES, S.W.; KIRBY P.A.; NETHERCOT D.A. The analysis of frames with semi-rigid connections-A state-of-the-art report. Journal of Constructional Steel Research. Vol 3. pp. 2–13. 1983.

KAWASHIMA S.; FUJIMOTO, T. Vibration analysis of frame with semi-rigid connections. Computers & Structures. Vol 19. pp 85 – 92. 1984.

KAVANAUGH, T. C. Effective length of framed columns. Trans. of ASCE Vol. 127 pp. 81 a 10. 1962.

KISHI, N. Semi-rigid connections. In: CHEN, W. F.; TOMA, S., ed. Advanced analysis of steel frames. Boca Raton, CRC Press. Cap.3, p.91-137. 1994.

KISHI, N.; Chen, W.F. Steel connection data bank program. In: Structural Engineering. 2nd ed. School of Civil Engineering, Purdue University, West Lafayette, Report no. CE-STR86-18. 1986.

KISHI N.; KOMURO, M.; CHEN, W. F. Four-parameter Power Model for M- θ Curves of End-plate Connections. ECCS/AISC workshop connections in steel structures V: Innovative steel connections. 2004.

KOTINDA, T. I. Modelagem numérica de vigas mistas aço-concreto simplesmente apoiadas: ênfase ao estudo da interface laje-viga. 116 p. Dissertação (Mestrado em

Engenharia de Estruturas). Escola de Engenharia de São Carlos – Universidade de São Paulo, São Carlos, 2006.

KRISHNAMURTHY, N. Analytical investigation of bolted stiffened tee-stubs. Department of Civil Engineering, Vanderbilt University, Nashville (TN), Report no.CE-MBMA-1902;1978.

KUKRETI, A.R.;MURRAY, T.M.; ABOLMAALI, A. End-plate connection moment-rotation relationship. Journal of Constructional Steel Research.Vol. 8 pp.137–157. 1989

LAVALL, A.C.C. Análise elástica em segunda ordem de pórticos planos metálicos. 198p. Dissertação (Mestrado). Escola de Engenharia de São Carlos – Universidade de São Paulo. 1989.

LENDESMANN, A. Análise e implementação de modelo plástico para estruturas metálicas aporticadas. 161p. Dissertação (Mestrado). COPPE - Universidade Federal do Rio de Janeiro. Rio de Janeiro , 1999.

LANDESMANN, A. Modelo não linear inelástico para análise de estruturas metálicas aporticadas em condições de incêndio. Tese (Doutorado). Universidade Federal do Rio de Janeiro. Rio de Janeiro. 2003.

LIEW, J. Y. R.; WHITE, D. W. Second order refined plastic hinge analysis for frame design. Part I. ASCE Journal of Structural Engineering. Vol. 119 (11). pp. 3196 - 3216. 1993.

LIEW, J. Y. R.; WHITE, D. W. Second order refined plastic hinge analysis for frame design. Part II. ASCE Journal of Structural Engineering. Vol. 119 (11). pp. 3217 - 3237. 1993.

LOPES, A. P.; SANTOS, G. O.; SOUZA A. L. A. C. Estudo sobre diferentes tipos de análise p-delta. Teoria e Prática na Engenharia Civil. n. 7. pp. 9 -19. 2005.

MAGGI, Y. I. Análise do Comportamento Estrutural de Ligações Parafusadas Viga-Pilar com Chapa de Topo Estendida. Tese (Doutorado). Escola de Engenharia de São Carlos, USP, 264p. 2004.

MACHADO, F.C.S. Análise inelástica de segunda ordem de sistemas estruturais metálicos. 179 p. Dissertação (Mestrado). Escola de Minas – Universidade Federal de Ouro Preto. 2005.

MARQUES, J.C.M. Estruturas tubulares de edifícios altos submetidos à torção. Dissertação (Mestrado). Escola de Engenharia de São Carlos, USP, 248p. 1983.

MARTINS, J.J.G. Análise não linear geométrica de estruturas reticuladas espaciais. 225p. Dissertação (Mestrado). Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto – Universidade do Porto. Porto, Portugal. 1997.

MATA, L. A. C. Método de análise de sistemas deslocáveis com ligações mistas de aço e concreto, fundamentado teórica e experimentalmente. 243p. Tese (Doutorado). Universidade Federal de Minas Gerais. Belo Horizonte. 2005.

MEGSON, T.H.G. Structural and Stress Analysis. 2ª Edição. Elsevier Science. 2005.

MEEK, J.L.; LIN, W. J. Geometric and material nonlinear analysis of thin-walled beam-columns. ASCE Journal of Structural Engineering. Vol. 116 (6). pp. 1473 - 11490. 1990.

MONTEIRO, R.C. Análise de estruturas de aço com ligações semi-rígidas. 198 p. Dissertação (Mestrado). Escola de Engenharia – Universidade Federal de Minas Gerais. Belo Horizonte, 1997.

MONCARZ, P.D.; GERSTLE, K.H. Steel Frames with non-linear connections. ASCE Journal of Structural Engineering. Vol 107. pp 1427-1440. 1981.

MOUÇO, D.L. Modelo inelástico para análise avançada de estruturas mistas aço-concreto em situação de incêndio. 129 p. Dissertação (Mestrado). Universidade Federal do Rio de Janeiro. Rio de Janeiro, 2008.

NAIR, R.S.; BIRKEMOE, P.C.; MUNSE, W.H. High-strength bolts subject to tension and prying. Journal of Structural Division, v.100, n.ST2, p.351-372. 1974.

NETHERCOT D. A. Steel beam-to-column connections: a review of test data and its applicability to the evaluation of joint behaviour in the performance of steel frames. CIRIA report, RP 338; 1985 a.

NETHERCOT D. A. Utilization of experimentally obtained connection data in assessing the performance of steel frames. In: Chen WF, editor. Connection flexibility and steel frames. Detroit: Proc. Of a Session Sponsored by the ASCE Structural Division. 1985 b.

NETHERCOT, D. A.; LI, T.Q.; AHMED, B. Unified classification system for beam to column connections. Journal of Constructional Steel Research, v. 45, no. 1, p. 39 - 65, 1998.

LI, T. Q.; CHOO, B. S.; NETHERCOT, D. A. Connection Element Method for the Analysis of Semi-rigid Frames. Journal Constructional Steel Research. v. 32, pp. 143-171. 1995.

LOPES, A.P.; SANTOS G.O.; SOUZA A.L.A; Estudo sobre diferentes métodos de análise p-delta. Teoria e Prática na Engenharia Civil, n.7, p. 9-19, 2005.

PRELORENTZOU, P.A. Um estudo sobre ligações viga-coluna em estruturas de aço. 226 p. Dissertação (Mestrado). Escola de Engenharia de São Carlos – Universidade de São Paulo. São Carlos, 1991.

PINHEIRO, L. Análise não linear de sistemas estruturais metálicos rotulados e semi-rígidos. Dissertação (Mestrado). Universidade Federal de Ouro Preto. Ouro Preto. 2003.

PIRMOZ, A.; SEYED KHOEI, A.; MOHAMMADREZAPOUR E., SAEDI DARYAN A. Moment-rotation behaviour of bolted top-seat angle connections. Journal of Constructional Steel Research. Vol 65(4). Pp.973-984. 2008

QUEIROZ, G. Estudo do comportamento e sistematização do projeto de ligações rígidas entre perfis I com almas coplanares. Belo Horizonte. 159p. Dissertação (Mestrado) – Escola de Engenharia, Universidade Federal de Minas Gerais. 1992.

QUEIROZ, G. Análise experimental de ligações soldadas. Belo Horizonte. 285p. Tese (Doutorado) – Escola de Engenharia, Universidade Federal de Minas Gerais. 1995.

RIBEIRO, J. C. L. Desenvolvimento e aplicação de um sistema computacional para simulação via método dos elementos finitos do comportamento de estruturas de aço e mista em situação de incêndio. 260 p. Tese (Doutorado). Universidade Federal de Minas Gerais. Belo Horizonte, 2009.

RICHARD, R.M.; ABBOTT B.J. Versatile elastic-plastic stress-strain formula. Journal of Engineering Mechanics Division. Vol. 101(4). Pp. 511-515. 1975.

RIGOBELLO, R.; MUNAIAR NETO, J.; CODA, H.B. Análises inelásticas estruturas de aço com elemento finito de pórtico laminado não-linear. Mecânica computacional. Vol XXIX. Pag. 7503-7527. 2010.

ROCHA, P. A. S. Análise inelástica de segunda ordem de estruturas metálicas com ligações semi-rígidas. Dissertação (Mestrado). Universidade Federal de Ouro Preto. Ouro Preto. 2006.

SALES, J.J. Estudo do projeto e da construção de edifícios de andares múltiplos com estruturas de aço. 257 p. Tese (Doutorado). Escola de Engenharia de São Carlos – Universidade de São Paulo. São Carlos, 1995.

SANTOS, L.B. Influência da rigidez das ligações em estruturas de aço. 159 p. Dissertação (Mestrado). Escola de Engenharia de São Carlos – Universidade de São Paulo. São Carlos, 1998.

SILVA, R.G.L. Avaliação dos efeitos de 2ª ordem em edifícios de aço utilizando métodos aproximados e análise rigorosa. 140 p. Dissertação (Mestrado). Universidade Federal de Minas Gerais. Belo Horizonte, 2004.

SILVA, R. G. L. Análise Inelástica Avançada de Pórticos Planos de Aço Considerando as Influências do Cisalhamento e de Ligações Semirrígidas. Tese (Doutorado). 292p. Universidade Federal de Minas Gerais, Belo Horizonte, 2010.

SILVA, L. S., Ligações Metálicas – métodos avançados de análise e dimensionamento, 2002.

SILVA, L. S.; SIMÕES, R.; GERVÁSIO, H. Design of steel structures. ECCS – European Convention for Constructional Steel Work. 2010.

SILVA, H. B. S. Análise numérica da influência da excentricidade na ligação placa-viga em pavimentos usuais de edifícios. 195 p. Dissertação (Mestrado). Escola de Engenharia de São Carlos. Universidade de São Paulo. 2010 b.

SOUZA, A.S.C. Análise da estabilidade de edifícios de andares múltiplos de aço. Relatório FAPESP. Universidade Federal de São Carlos. 2009.

SOUZA, L. F. U. Aplicação do método plástico na verificação de dimensionamento de estruturas metálicas apertadas. 99 p. Dissertação (Mestrado). Universidade Federal do Rio de Janeiro. Rio de Janeiro. 1999.

TABARELLI, A. Análise comparativa de sistemas verticais de estabilização e a influência do efeito $P-\Delta$ no dimensionamento de edifícios de andares múltiplos em aço. 191 p. Dissertação (Mestrado). Escola de Minas – Universidade Federal de Ouro Preto. 2002.

TEH, L. H.; CLARKE, M. J. Plastic-zone of 3D steel frames using beam elements. ASCE Journal of Structural Engineering. Vol. 125 (11). pp. 1328 - 1337. 1999.

TONG, G.; Xing, G.; A comparative study of alternative approaches for stability design of steel frames. Advances in Structural Engineering. V.10. n.4. p.455-466. 2007.

VELLASCO, P.C.G.S.; ANDRADE S.A.L.; SILVA J.G.S.; LIMA, L.R.O.; BRITO JR., O. A parametrical analysis of steel and composite portal frames with semi-rigid connections. Engineering Structures. V. 28. p. 543-556. 2006.

VINNAKOTA, S. Planar strength of restrained beam columns. Journal of the Structural Division. Vol 108. N. 11. pp 2496-2516. 1982. Em Alvarenga (2010).

YOUNG, C.R.; JACKSON, K.B. The relative rigidity of welded and riveted connections. Canadian Journal of Research; 11(1-2):p.62-100, 101-134. 1934.

XU, L. Second-order Analysis for Semi-rigid Steel Frame Design. Canadian Journal of Civil Engineering, v. 28, pp. 59-76. 2001

ZOETEMEIJER, P.; de BACK, J. High strength bolted beam to column connections. The computation of bolts, t-stub flanges and column flanges. Report 6-72-13, Delft University of Technology, Stevin Laboratory. 1972.