

# **ANÁLISE DA CONTINUIDADE EM LAJES ALVEOLARES: ESTUDO TEÓRICO E EXPERIMENTAL**

**ANDREILTON DE PAULA SANTOS**

Tese apresentada à Escola de Engenharia de São Carlos, da Universidade de São Paulo, como parte dos requisitos para obtenção do título de Doutor em Engenharia de Estruturas.

Versão corrigida. A versão original encontra-se disponível na Escola de Engenharia de São Carlos.

Orientador: Prof. Dr. Libânio Miranda Pinheiro

Co-orientador: Prof. Dr. Roberto Chust Carvalho

São Carlos  
2014

AUTORIZO A REPRODUÇÃO TOTAL OU PARCIAL DESTE TRABALHO,  
POR QUALQUER MEIO CONVENCIONAL OU ELETRÔNICO, PARA FINS  
DE ESTUDO E PESQUISA, DESDE QUE CITADA A FONTE.

S194a Santos, Andreilton de Paula  
Análise da continuidade em lajes alveolares: estudo  
teórico e experimental / Andreilton de Paula Santos;  
orientador Libânio Miranda Pinheiro; coorientador  
Roberto Chust Carvalho. São Carlos, 2014.

Tese (Doutorado) - Programa de Pós-Graduação em  
Engenharia de Estruturas -- Escola de Engenharia de São  
Carlos da Universidade de São Paulo, 2014.

1. continuidade. 2. laje alveolar. 3. concreto  
protendido. 4. concreto pré-moldado. 5. edifícios. I.  
Titulo.



## FOLHA DE JULGAMENTO

Candidato: Engenheiro **ANDREILTON DE PAULA SANTOS**.

Título da tese: "Análise da continuidade em lajes alveolares: estudo teórico e experimental".

Data da defesa: 10/11/2014

### Comissão Julgadora:

### Resultado:

Prof. Dr. **Libânio Miranda Pinheiro (Orientador)**  
(Escola de Engenharia de São Carlos/EEESC)

APROVADO

Prof. Titular **Fernando Rebouças Stucchi**  
(Escola Politécnica/EP-USP)

Aprovado

Prof. Dr. **Roberto Chust Carvalho**  
(Universidade Federal de São Carlos/UFSCar)

APROVADO

Prof. Dr. **Armando Lopes Moreno Junior**  
(Universidade Estadual de Campinas/UNICAMP)

APROVADO

Prof. Dr. **Daniel Domingues Loriggio**  
(Universidade Federal de Santa Catarina/UFSC)

APROVADO

Coordenadora do Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil  
(Engenharia de Estruturas):

Profa. Associada **Ana Lucia Homce de Cresce El Debs**

Presidente da Comissão de Pós-Graduação:

Prof. Associado **Paulo César Lima Segantine**



*À Aline, minha esposa, com todo amor,  
respeito e admiração. Sem você, não teria  
conseguido.*



# AGRADECIMENTOS

---

Agradeço a Deus pela sua bondade comigo, ao permitir concluir mais uma etapa na minha carreira profissional, e também por colocar em meu caminho pessoas que me ajudaram durante meu doutorado.

Ao grande amigo que fiz em São Carlos, o professor Libânio Miranda Pinheiro, pela orientação de mais um trabalho. Sempre me lembrarei do senhor, pois, em nossas reuniões, aprendi muito. O senhor teve grande influência na minha formação acadêmica, profissional e pessoal.

Ao professor e amigo Roberto Chust Carvalho, por ter aceitado a co-orientação deste trabalho. Sempre vou tê-lo como referência de um grande professor e um grande engenheiro. Sentirei falta das nossas conversas descontraídas.

À minha esposa Aline Huebra Póvoa Santos por estar sempre ao meu lado. Seu apoio incondicional e sua presença em cada momento foram fundamentais para que eu nunca desistisse.

Ao amigo Tomaz Vaz, por ter me ajudado durante todos os trabalhos de laboratório. É impossível mensurar sua colaboração, meu grande amigo.

Aos amigos que auxiliaram na preparação dos modelos de laboratório: Ernesto Silva, Gabriel Eller Gusmão, Luís Augusto Bachega, Altibano Ortenzi, Matheus Lorena Gonçalves Marquesi, Fernando Madia, Gregory Pinheiro, Amaury Ignacio da Silva e Mauri Sergio Dias Guillen.

Aos amigos e chefes de laboratório, que auxiliaram na instrumentação e realização dos ensaios de caracterização e de continuidade: Bruna Catoia (NETPRE/DECiv/UFSCar), Ricardo Luiz Canato (LSE/DECiv/UFSCar) e Luiz Vicente Vareda (LE/SET/EESC/USP).

Ao professor e amigo Fernando Menezes de Almeida Filho, pelos valiosos conselhos voltados à aplicabilidade do meu trabalho, e também pelo auxílio com o material para pesquisa sobre laje alveolar.

Aos professores Marcelo de Araujo Ferreira e Mounir Khalil El Debs, pelas sugestões e contribuições no Exame de Qualificação.

Aos funcionários do Departamento de Engenharia de Estruturas, em especial a Rosi Jordão Rodrigues e Maria Nadir Minatel.

Aos amigos do SET que me deram força durante todo este período: Ellen Kellen Bellucio, Wagner Queiroz Silva, Wanderson Fernando Maia, Rodrigo Barros, Alyne Kalyane Câmara de Oliveira, Hidelbrando José Farkat Diógenes, Wellison José de Santana Gomes, Higor Sérgio Dantas de Argôlo, Marcela Filizola de Oliveira, Manuel Dênis Costa Ferreira, Enio Carlos Mesacasa Júnior, Dorival Piedade Neto, Rodrigo Ribeiro Paccola e Edson Denner Leonel.

Aos meus pais, Maria Aparecida de Paula e Ailton dos Santos, e irmãos, Anderson de Paula Santos e Alisson Guimarães dos Santos, pelo apoio incondicional.

À ABCIC, às empresas LAJE TRELIÇADA IND. COM. LTDA., CASSOL PRÉ-FABRICADOS e TATU PRÉ-MOLDADOS, e ao amigo Rogério Durante, pela doação das lajes alveolares.

À CAPES – Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior – pela bolsa de doutorado concedida.

A todos vocês, muito obrigado.

*“... AND JUSTICE FOR ALL”*





# RESUMO

---

SANTOS, A. P. **Análise da continuidade em lajes alveolares: estudo teórico e experimental.** 2014. 370p. Tese (Doutorado em Engenharia de Estruturas) – Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, 2014.

A maioria dos edifícios de concreto pré-moldado, construídos no Brasil e no exterior, é constituída por lajes alveolares. Este trabalho considera o estudo da continuidade dessas lajes. No cálculo desses elementos, a prática comum é considerá-los como simplesmente apoiados. Para melhorar o desempenho, é possível promover a continuidade nos apoios intermediários. Isso pode ser feito colocando armadura na região tracionada da ligação, no interior da capa, ou através de barras concretadas dentro dos alvéolos. O objetivo deste trabalho é investigar o comportamento de pavimentos formados por lajes alveolares com continuidade, com armadura na capa. Para isso, foi realizado um estudo envolvendo análise teórica e experimental em três modelos. Esses modelos, em escala real, foram submetidos a um carregamento transversal, distribuído de forma linear. Os estudos teóricos consideraram uma simulação numérica com elementos de viga e a fórmula de Branson para descrever o comportamento não linear físico do material. Além disso, foram avaliadas as expressões dos principais códigos nacionais e internacionais, no que diz respeito à ruptura por cisalhamento da seção transversal e da interface laje-capa. Os resultados da análise experimental indicaram que o modelo 1 rompeu por cisalhamento da seção transversal, com o mecanismo de tração diagonal do concreto. O modelo 2 apresentou ruptura por cisalhamento da interface. No modelo 3, a ruptura foi por flexão. O comportamento dos modelos ensaiados foi governado pela fissuração da capa na região de momento negativo. A análise teórica com elementos de barra representou de forma satisfatória o comportamento dos modelos ensaiados. As únicas formulações que apresentaram resultados coerentes com os três ensaios foram: EUROCODE 2:2004, para o cálculo da resistência ao cisalhamento da interface, e FIB MODEL CODE 2010, para o cálculo da resistência ao cisalhamento da seção transversal. Conclui-se que a continuidade melhora o desempenho das lajes alveolares, uma vez que reduz os deslocamentos no meio do vão e aumenta a capacidade de carga.

**Palavras-chave:** continuidade; laje alveolar; concreto protendido; concreto pré-moldado; edifícios.

# ABSTRACT

---

SANTOS, A. P. **Analysis of continuity in hollow core slabs: theoretical and experimental study.** 2014. 370p. Thesis (Doctoral degree in Structural Engineering) – Engineering School of Sao Carlos, University of Sao Paulo, 2014.

Most buildings of precast concrete built in Brazil and abroad consist of hollow core slabs. This paper considers the study of the continuity of these slabs. In design of these elements the common practice is to consider them as simply supported. To improve the performance it is possible to promote the continuity in the intermediate supports. This can be done by placing reinforcement in the tensioned region of the connection, inside the topping, or by bars concreted inside the voids. The aim of this work is to investigate the behavior of hollow core floors with continuity, with reinforcement in the topping. For this, a study involving theoretical and experimental analysis was conducted in three models. The full-scale models were subjected to a transverse loading distributed linearly. The theoretical studies have considered a numerical simulation with beam elements and the Branson formula to describe the physical nonlinear behavior of the material. Furthermore, the specifications of the major Brazilian and international codes were evaluated, with respect to failure by shear of the cross section and the slab-topping interface. The results of the experimental analysis indicated that the model 1 failed by shear of the cross section with the mechanism of diagonal tension of the concrete. Model 2 presented shear failure of the interface. In model 3, the failure was by flexure. The behavior of the tested models was ruled by cracking of the topping in region of negative bending moment. Theoretical analysis with beam elements represented satisfactorily the behavior of the tested models. The only formulations that presented consistent results with the three tests were: EUROCODE 2:2004, to calculate the shear strength of the interface, and FIB MODEL CODE 2010, for calculating of the shear strength of the cross section. It is concluded that the continuity improves the performance of the hollow core slabs, as it reduces the displacements at mid-span and increases the bearing capacity.

**Keywords:** continuity; hollow core slab; prestressed concrete; precast concrete; buildings.

# SUMÁRIO

---

1 – INTRODUÇÃO	21
1.1 – Laje alveolar	22
1.2 – Continuidade	25
1.3 – Objetivos	26
1.4 – Justificativas	27
1.5 – Método	27
1.6 – Apresentação dos capítulos	28
1.7 – Nomenclatura	30
2 – REVISÃO BIBLIOGRÁFICA	31
2.1 – Continuidade em pavimentos de lajes alveolares	33
2.1.1 – Mecanismo resistente	36
2.1.2 – Redistribuição de momento fletor devida à ductilidade na ligação	38
2.2 – Estudos feitos sobre continuidade em lajes alveolares	39
2.3 – Análise experimental de lajes alveolares	45
2.4 – Pesquisas realizadas no NETPRE/UFSCar	49
3 – CÁLCULO DA ARMADURA PASSIVA	51
3.1 – Informações iniciais sobre as lajes ensaiadas	51
3.2 – Dimensionamento na condição biapoiada	57
3.3 – Alteração no sistema estrutural	59
3.4 – Benefícios de se promover a continuidade	60
3.5 – Perdas de protensão	61
3.5.1 – Perdas de protensão na data do ensaio de continuidade EM1	63
3.5.1.1 – Perdas Iniciais – Etapa 1	64
3.5.1.2 – Perdas Diferidas – Etapa 2	65
3.5.2 – Perdas de protensão para os ensaios de caracterização do EM1	73
3.5.3 – Perdas de protensão para os demais ensaios	74
3.6 – Momento resistente ( $M_R$ )	76
3.6.1 – Equacionamento para momento positivo	78
3.6.2 – Equacionamento para momento negativo	81
3.6.3 – Discretização em faixas	82
3.6.4 – Momento resistente ( $M_R$ ) do ensaio de continuidade EM1	83
3.6.5 – Momento resistente ( $M_R$ ) para as demais situações	84
3.7 – Determinação da armadura de continuidade	86

3.7.1 – Máximo momento resistente pela armadura de protensão	86
3.7.2 – Momento $M_4$ e a condição de apoio	88
3.7.3 – Resumo das equações	89
3.7.4 – Verificação do cisalhamento conforme a NBR 6118:2014	91
3.7.5 – Diferentes comprimentos usados no concreto protendido	95
3.7.6 – Momento de fissuração	95
3.8 – Cálculo da armadura de continuidade	96
3.8.1 – Armadura de continuidade para o EM1	97
3.8.2 – Cálculo da armadura de continuidade para os demais ensaios	104
3.8.3 – Previsão do que acontecerá nos ensaios	106
3.9 – Diagramas de iteração das lajes alveolares ensaiadas	108
3.9.1 – EM1	108
3.9.2 – EM2	110
3.9.3 – EM3	113
3.9.4 – Conclusões sobre os diagramas de iteração	115
4 – ENSAIOS DE CARACTERIZAÇÃO	117
4.1 – Ensaios padronizados em lajes alveolares biapoiadas	117
4.1.1 – Ensaio de cisalhamento	118
4.1.2 – Ensaio de flexão	119
4.1.3 – Ensaio com interação de cisalhamento e flexão	121
4.2 – Avaliação das características do concreto da laje	121
4.2.1 – Cálculo de $f_{ctm}$ a partir de $M_r$ experimental	121
4.2.2 – Cálculo de $f_{ctd}$ a partir da resistência ao cisalhamento experimental	123
4.2.3 – Cálculo de $E_{c,ef}$ a partir da flecha obtida no ensaio de flexão	124
4.2.4 – Evolução da resistência à compressão com o tempo	124
4.3 – Mecanismos de ruptura	125
4.4 – Mudança de rigidez nas peças de concreto sob flexão	128
4.5 – Ensaios de caracterização das lajes alveolares	130
4.5.1 – EM1	130
4.5.1.1 – Descrição dos ensaios	131
4.5.1.2 – Resultados	132
4.5.1.3 – Cálculo de $f_{c_j, caracterização}$	133
4.5.1.4 – Cálculo de $f_{c_j, continuidade}$	136
4.5.1.5 – Comparação com ensaios nos corpos de prova	136
4.5.1.6 – Comparação $M_r$ teórico e experimental	137

4.5.2 – EM2	137
4.5.2.1 – Descrição dos ensaios	138
4.5.2.2 – Resultados	139
4.5.2.3 – Cálculo de $f_{c_j,caracterização}$ a partir da flecha obtida no ensaio de flexão	140
4.5.2.4 – Cálculo de $f_{c_j,caracterização}$ a partir do momento de fissuração	140
4.5.2.5 – Cálculo de $f_{c_j,continuidade}$	141
4.5.2.6 – Comparação com ensaios nos corpos de prova	142
4.5.2.7 – Comparação $M_r$ teórico e experimental	142
4.5.2.8 – Outros comentários	143
4.5.3 – EM3	143
4.5.3.1 – Descrição dos ensaios	143
4.5.3.2 – Resultados	146
4.5.3.3 – Cálculo de $f_{c_j,caracterização}$ a partir da flecha medida no ensaio de flexão	149
4.5.3.4 – Cálculo de $f_{c_j,caracterização}$ a partir do momento de fissuração	150
4.5.3.5 – Cálculo de $f_{c_j,caracterização}$ utilizando o ensaio de cisalhamento	151
4.5.3.6 – Cálculo de $f_{c_j,continuidade}$	151
4.5.3.7 – Comparação com resultados dos corpos de prova	151
4.5.3.8 – Comparação $M_r$ teórico e experimental	152
4.5.4 – Conclusões e resumo dos resultados	152
4.6 – Ensaio de caracterização da capa	153
4.6.1 – Determinação da resistência à compressão	154
4.6.2 – Determinação do módulo de elasticidade	155
4.6.3 – Resistência à tração por compressão diametral	156
4.7 – Ensaio de caracterização da armadura passiva	157
4.8 – Caracterização da armadura ativa	158
4.9 – Propriedades dos materiais após a caracterização	160
5 – ENSAIOS DE CONTINUIDADE	161
5.1 – Visão geral dos ensaios	161
5.2 – Concretagem das capas e montagem dos ensaios	165
5.3 – Instrumentação e equipamentos utilizados	171
5.4 – Mapa da instrumentação	176
5.5 – Resultados	178
5.5.1 – Modelo 1 (EM1)	179
5.5.2 – Modelo 2 (EM2)	189
5.5.3 – Modelo 3 (EM3)	199

5.6 – Resumo dos resultados	210
6 – NLF COM ELEMENTOS DE VIGA	211
6.1 – Expressão de Branson	211
6.1.1 – Momento de fissuração	211
6.1.2 – Seção composta equivalente	212
6.1.3 – Características geométricas da seção	213
6.1.4 – Seção composta equivalente fictícia	215
6.1.5 – Expressões para seção homogeneizada nos Estádios I e II	216
6.1.6 – Modelo analítico para a análise da não linearidade física	220
6.2 – Resultados	221
6.2.1 – EM1	224
6.2.2 – EM2	229
6.2.3 – EM3	234
6.2.4 – Comparações com capítulos anteriores	239
6.3 – Conclusão	241
7 – CISALHAMENTO NA INTERFACE	243
7.1 – Princípios gerais	243
7.1.1 – Transferência de cisalhamento na interface	243
7.1.2 – Fatores que influenciam na resistência ao cisalhamento	244
7.1.3 – Classificação quanto à rugosidade	245
7.1.4 – Cuidados durante a execução da capa	246
7.2 – Tensões de cisalhamento solicitantes	248
7.2.1 – Tensão de referência	248
7.2.2 – Tensão média	250
7.3 – Tensões de cisalhamento resistentes segundo códigos	252
7.3.1 – PRECAST/PRESTRESSED CONCRETE INSTITUTE (PCI)	252
7.3.2 – CANADIAN PRECAST/PRESTRESSED CONCRETE INSTITUTE (CPCI)	253
7.3.3 – FÉDÉRATION INTERNATIONALE DE LA PRÉCONTRAÎNTE (FIP)	253
7.3.4 – EUROPEAN STANDARD (EUROCODE)	255
7.3.5 – FÉDÉRATION INTERNATIONALE DU BÉTON (FIB)	256
7.3.6 – BRITISH STANDARD (BS)	256
7.3.7 – ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS (ABNT)	257
7.4 – Tensões resistentes de acordo com IBRAHIM (2008)	258
7.4.1 – Área de contato ( $s_c$ )	261
7.4.2 – Umidade da interface ( $w_{a,wet}$ )	261

7.4.3 – Rugosidade da superfície ( $\tau_r$ )	261
7.4.4 – Coeficientes de coesão (c) – EUROCODE 2:2004	263
7.4.5 – Observações quanto à formulação utilizada	263
7.5 – Resultados	264
7.5.1 – Tensões de cisalhamento solicitantes na interface	264
7.5.1.1 – Cálculo da tensão de referência	264
7.5.1.2 – Cálculo da tensão média	269
7.5.2 – Tensões de cisalhamento resistentes na interface	270
7.5.2.1 – Cálculo de acordo com PCI:2010	270
7.5.2.2 – Cálculo de acordo com o CPCI:2007	271
7.5.2.3 – Cálculo de acordo com a FIP:1982	271
7.5.2.4 – Cálculo de acordo com o EUROCODE 2:2004	272
7.5.2.5 – Cálculo de acordo com a BS 8110-1:1997	272
7.5.2.6 – Cálculo de acordo com NBR 9062:2006	273
7.5.2.7 – Cálculo de acordo com IBRAHIM (2008)	273
7.6 – Conclusão	274
8 – CISALHAMENTO NA SEÇÃO TRANSVERSAL	277
8.1 – Conceitos básicos	277
8.2 – Comportamento de vigas submetidas ao cisalhamento	281
8.2.1 – Comportamento de viga e de treliça	281
8.2.2 – A formação do leque de fissuração	282
8.2.3 – Modos de ruptura	283
8.2.4 – Mecanismo resistente em peças sem armadura de cisalhamento	285
8.2.5 – Cisalhamento na flexo-tração e na flexo-compressão	287
8.3 – Comportamento de lajes alveolares ao cisalhamento	287
8.3.1 – Ruptura por flexo-cortante	287
8.3.2 – Ruptura por tração diagonal	289
8.4 – Resistência ao cisalhamento sem armadura transversal	291
8.4.1 – Flexo-cortante - Europa	292
8.4.2 – Flexo-cortante – Brasil	293
8.4.3 – Flexo-cortante e tração diagonal – Estados Unidos	294
8.4.4 – Tração diagonal – Europa	295
8.5 – Comprimento de transferência	296
8.5.1 – NBR 6118:2014 ( $l_{bpt}$ )	296
8.5.2 – NBR 14861:2011 ( $l_{pt2}$ )	296

8.5.3 – FIB MODEL CODE 2010 ( $I_{bpt,95\%}$ )	296
8.5.4 – EUROCODE 2:2004 ( $I_{pt2}$ )	297
8.6 – Resultados	297
8.6.1 – Tensões de cisalhamento solicitantes nos ensaios de continuidade	297
8.6.2 – Caracterização do concreto da laje alveolar	298
8.6.3 – Comprimento de transferência	300
8.6.4 – Resistência ao cisalhamento – Flexo-cortante – Europa	302
8.6.5 – Resistência ao cisalhamento – Flexo-cortante – Brasil	304
8.6.6 – Resistência ao cisalhamento – Flexo-cortante e tração diagonal – E.U.A.	306
8.6.7 – Resistência ao cisalhamento – Tração diagonal – Europa	307
8.7 – Conclusão	310
9 – CONCLUSÃO	311
9.1 – Objetivos específicos	311
9.2 – Cálculo da armadura passiva para ensaio experimental	312
9.3 – Ensaio para a caracterização de laje alveolar	314
9.4 – Análise experimental utilizando continuidade	314
9.5 – Análise teórica com elementos de barra	315
9.6 – Resistência ao cisalhamento na interface	316
9.7 – Resistência da seção transversal ao cisalhamento	317
9.8 – Sugestões para trabalhos futuros	320
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	321
APÊNDICE A	329
APA1 – Tabelas de discretização da laje EM1	329
APA2 – Tabelas de discretização da laje EM2	331
APA3 – Tabelas de discretização da laje EM3	333
APÊNDICE B	335
APB1 – Caracterização do concreto das lajes alveolares	335
APB2 – Ensaio de resistência à compressão	336
APB3 – Determinação do módulo de elasticidade	339
APB4 – Resistência à tração por compressão diametral	340
APB5 – Resistência à tração por compressão diametral	341
APB6 – Relatórios de ensaios da armadura ativa – EM1	343
APB7 – Relatórios de ensaios da armadura ativa – EM2	347
APB8 – Relatórios de ensaios da armadura ativa – EM3	357
APÊNDICE C	363



APC1 – Instrumentação das armaduras passivas	363
ANEXO A	365
A1 – Cálculo de armadura longitudinal (flexão simples)	365
A2 – Cálculo do momento resistente e da armadura	367



Os edifícios de concreto pré-moldado com mais de um pavimento, comumente denominados edifícios de múltiplos pavimentos, podem ser divididos em dois subsistemas estruturais básicos: o sistema de pavimentos e o sistema de pórticos.

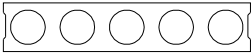

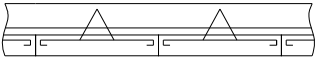

O sistema de pavimentos, ou simplesmente pavimentos, são constituídos por lajes e vigas, ou somente lajes. Tal sistema é responsável por coletar as ações verticais e transmiti-las aos pilares. Além disso, desempenham importante papel na estabilização da estrutura, através do efeito diafragma.

De forma simplificada, o sistema de pórticos (também conhecido como sistema em esqueleto) é formado por pilares e vigas e possui, como principal função, receber o carregamento vertical, advindo dos pavimentos, e transmiti-lo à fundação. Além disso, o sistema de pórticos é responsável por garantir a estabilidade da estrutura, mediante a atuação das ações horizontais (vento e desaprumo, por exemplo).

Normalmente, os pavimentos representam a maior parte do custo da estrutura. No entanto, os que utilizam concreto pré-moldado oferecem economia e versatilidade para qualquer tipo de edificação, principalmente porque eliminam o escoramento, diminuem o consumo de formas e aumentam muito a velocidade de execução. Segundo ELLIOT (2002) metade dos pavimentos usados em edifícios comerciais e residenciais em todo o mundo é feita de concreto pré-moldado. Essa forma oferece vantagens em termos de custo, quando comparada a tradicionais métodos de pavimentos, tais como concreto moldado no local, estruturas mistas de concreto e aço, e pisos com estruturas de madeiras.

Existem várias formas de se conceber o sistema de pavimentos utilizando concreto pré-moldado. No Brasil as formas mais utilizadas são: lajes com nervuras pré-moldadas, lajes com elementos de “pré-lajes”, painéis II e painéis alveolares. Cada sistema apresenta um campo de aplicação diferenciado, variando o tipo de edificação, os vãos máximos alcançados e as alturas necessárias. A Tabela 1.1, adaptada da FIP (1994), apresenta as características dos elementos mais empregados para pavimentos de concreto pré-moldado na Europa. Embora seja confeccionada baseando-se na utilização europeia, aplica-se muito bem à realidade brasileira.

**Tabela 1.1 – Características das principais lajes empregadas no Brasil – Adaptada da FIP (1994).**

Tipo de elemento	Tipo de edifício	Vão máximo (m)	Altura (cm)	Larguras mais comuns (cm)	Peso por unidade de área (kN/m <sup>2</sup> )
 Painel alveolar protendido	Habitacional / Comercial / Industrial / Estacionamento	≤ 20	15 - 50	120	2,0 – 4,8
 Painel II protendido	Comercial / Industrial / Estacionamento	≤ 30	20 - 80	120 - 240	2,1 – 5,0
 Pré-laje	Habitacional / Comercial	≤ 7,2	10 - 20	60 - 240	2,4 – 4,8
 Nervura pré-moldada	Habitacional	≤ 5 concr. armado ≤ 10 treliça armada ≤ 10 concr. protendido	20 - 30	-	1,8 – 2,4

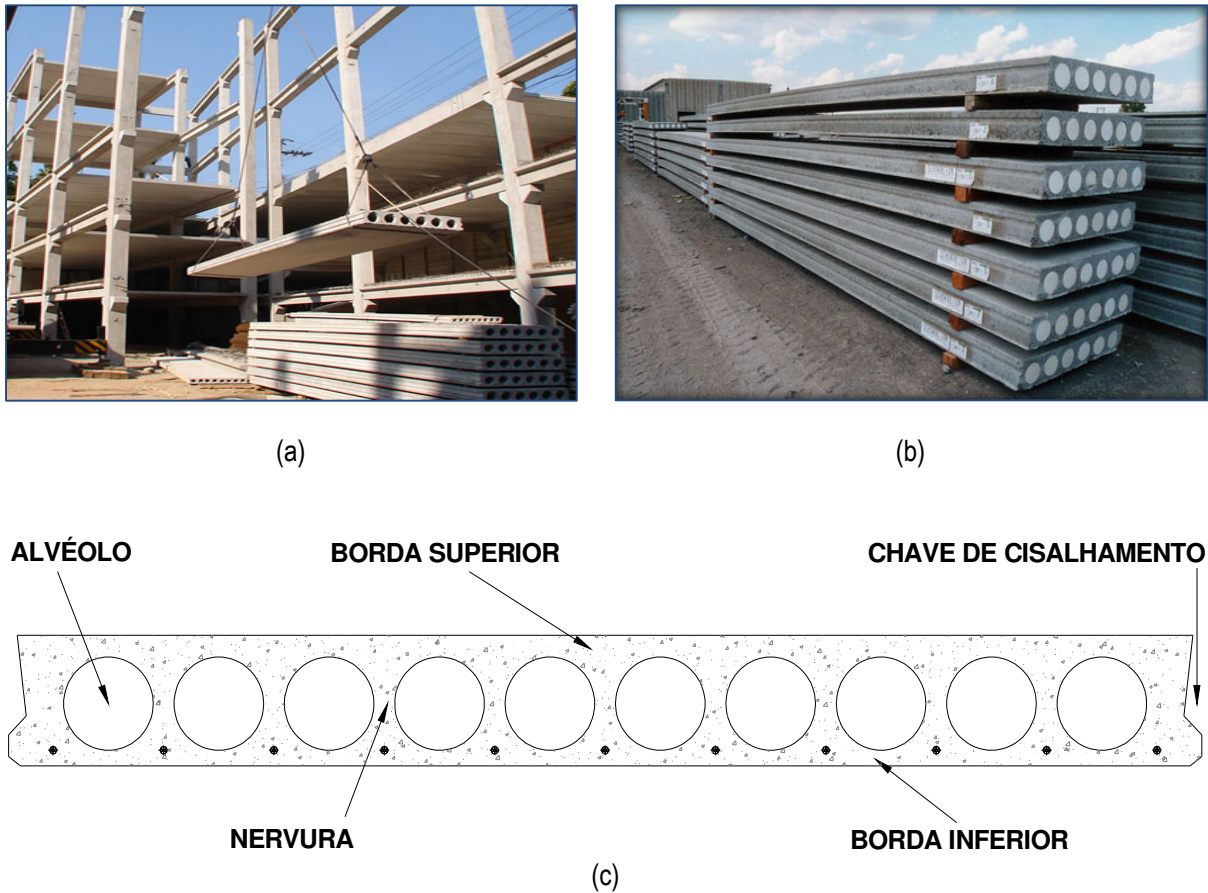
## 1.1 – Laje alveolar

As lajes alveolares foram desenvolvidas nos anos 1950 nos Estados Unidos e na Europa, através do avanço nas tecnologias da produção do concreto e também da pista de protensão. Este tipo de elemento é conhecido por permitir sistemas econômicos de pavimento e também de cobertura, com alta velocidade de montagem, número pequeno de elementos e baixo peso próprio. O peso próprio de um elemento de laje alveolar pode chegar até menos que a metade do relativo a uma laje maciça de mesma altura. Exemplo disso é a laje de 20 cm (MELO 2007), cuja área da seção transversal possui 0,1197 m<sup>2</sup>, ao invés de 0,24 m<sup>2</sup> se fosse maciça. A Figura 1.1a mostra um exemplo de pavimento formado por laje alveolar, a Figura 1.1b apresenta elementos de laje alveolar em estoque, e a Figura 1.1c exibe uma seção transversal típica.

A superfície superior do elemento permite a composição com uma camada de concreto moldado no local, conhecida como capa. O acabamento da superfície inferior possibilita o uso de concreto aparente para o teto.

Estruturalmente as lajes alveolares oferecem a eficiência de um elemento protendido, atingindo vãos consideráveis, com elevada capacidade de carregamento e

pequenos deslocamentos. Além disso, quando corretamente dimensionada e detalhada, auxilia na distribuição do carregamento horizontal, através do efeito de diafragma rígido.



**Figura 1.1 – (a) Vista uma estrutura em esqueleto com pavimentos formados por laje alveolar; (b) Elementos de laje alveolar em estoque; (c) Seção transversal.**  
**(Fontes: (a) <http://blogdopetcivil.com/2011/08/18/lajes-alveolares/>; (b) <http://www.schokbeton.com/eng/dalles.html>).**

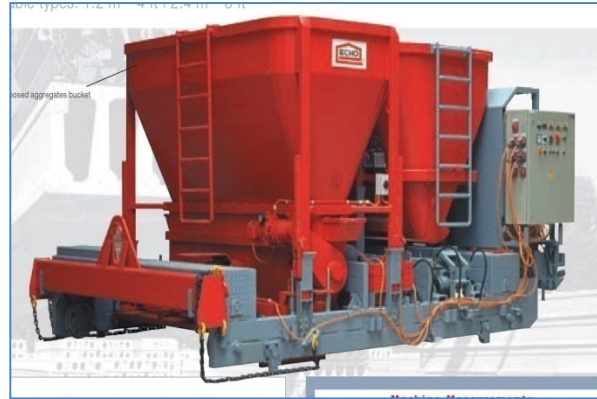
Outra importante vantagem atribuída à laje alveolar é a resistência ao fogo. De acordo com o PCI (1998), um painel alveolar pode alcançar até quatro horas de resistência, quando submetido a elevadas temperaturas. Essa resistência depende da altura do painel e também do cobrimento da armadura.

Os processos de fabricação mais utilizados na produção das lajes alveolares são: através de máquinas extrusoras (Figura 1.2a) ou moldadoras com formas deslizantes (Figura 1.2b). Nesses processos não é possível a introdução de armadura de cisalhamento. Logo, em função disso, as lajes alveolares são compostas exclusivamente de armadura ativa.

Outra possível forma de fabricação é através de concreto vibrado em formas contendo tubos de aço (Figura 1.2c), tubos de plástico preenchidos por ar (Figura 1.2d) ou isopor (Figura 1.2e).



(a)



(b)



(c)



(d)



(e)

**Figura 1.2 – Exemplos de equipamentos e utensílios usados nos processos de fabricação de laje alveolar: (a) Extrusora; (b) Moldadora; (c) Formas contendo tubos de aço; (d) Formas contendo tubos de plásticos preenchidos por ar; (e) Uso de isopor para preenchimento dos alvéolos.**

**(Fontes: (a) <http://weiler.com.br>; (b) ECHO ENGINEERING (catálogo); (c) LAJE TRELIÇADA IND. E COM. LTDA.; (d) FÔRMA & FÔRMA EQUIPAMENTOS LTDA; (e) NETPRE.**



Nestes processos é possível a introdução de armadura de cisalhamento. No entanto, quando se adota estes métodos de fabricação, é comum utilizar somente armadura ativa, tal como nos demais processos apresentados anteriormente.

Independente do processo de fabricação, as lajes alveolares tratadas neste trabalho são aquelas protendidas por pré-tração, e que não possuem armadura de cisalhamento.

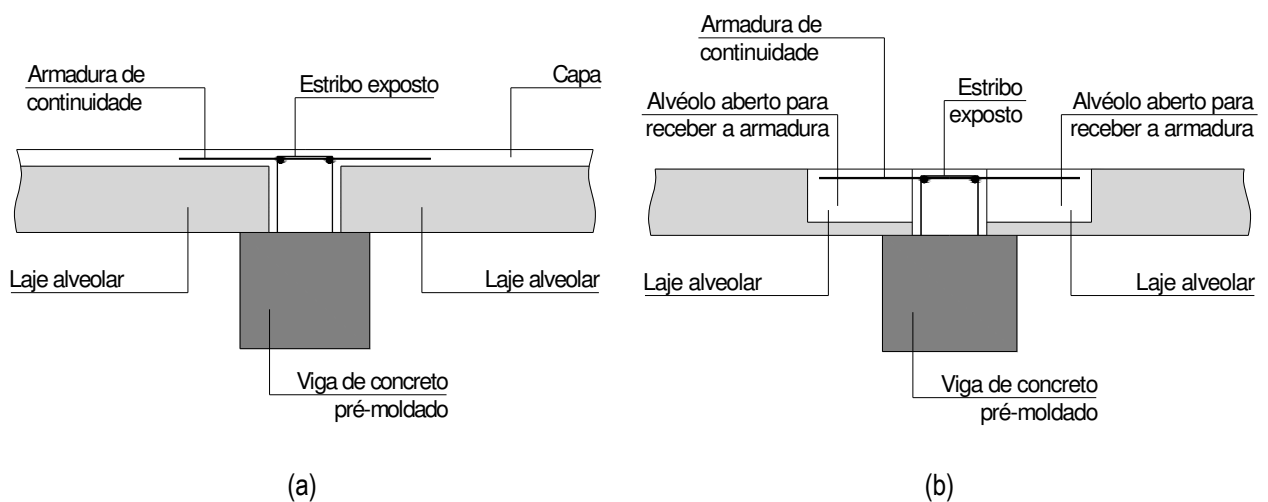
O processo de fabricação das lajes alveolares pode ser encontrado em vários trabalhos já publicados. Para um estudo mais detalhado sobre esse assunto recomenda-se a leitura dos seguintes trabalhos: ARAUJO (2007), FERNANDES (2007), COSTA (2009) e PETRUCELLI (2009).

## 1.2 – Continuidade

Normalmente as lajes alveolares são projetadas como elementos simplesmente apoiados. Isso acontece devido ao fato de ser um elemento protendido, logo com capacidade de suportar elevadas cargas para vãos consideráveis, sofrendo pouca deformação.

Entretanto, é possível executar a ligação entre os tramos das lajes com capacidade para resistir momento fletor. A isto se dá o nome de continuidade.

Essa continuidade pode ser estabelecida colocando-se armadura na região tracionada da ligação, no interior da capa (Figura 1.3a), ou pode ser feita através de barras concretadas dentro de aberturas feitas no topo dos alvéolos (Figura 1.3b). Dessas duas formas, a continuidade é feita nas regiões de momento negativo, nos apoios intermediários.



**Figura 1.3 – Formas de estabelecer a continuidade nas lajes alveolares: (a) Armadura na capa; (b) Armadura em abertura feita no topo do alvéolo.**

De uma forma geral, a continuidade nos elementos de concreto pré-moldado (seja entre lajes ou entre vigas, ou ainda entre vigas e pilares) é usada principalmente para:

- Estabilizar e aumentar a rigidez do pórtico (caso das vigas);
- Reduzir a altura (vigas e lajes);
- Distribuir efeitos de segunda ordem nas vigas, e com isso reduzir os momentos fletores nos pilares;
- Promover resistência ao colapso progressivo (vigas e lajes).

Nos pavimentos formados por lajes alveolares, o objetivo principal é aumentar a capacidade portante da laje, uma vez que, com a continuidade, não só ocorre redução do momento fletor positivo, como também dos deslocamentos na região central do vão.

Nos grandes centros de pesquisa sobre concreto pré-moldado, a laje alveolar tem sido objeto de estudo dos mais variados. Entre os assuntos mais estudados estão: o comprimento de transferência no apoio (refere-se à capacidade de aderência na região do apoio), a capacidade portante à flexão e a resistência ao cisalhamento.

Os estudos sobre continuidade, embora existam, ainda são escassos quando comparados com os citados no parágrafo anterior.

### 1.3 – Objetivos

O objetivo principal deste trabalho é estudar a continuidade em pavimentos formados por lajes alveolares. Ele se concentrará na continuidade estabelecida pela colocação da armadura na capa, região tracionada da ligação (Figura 1.3a).

Como objetivos específicos, pretende-se:

- Estudar as possíveis formas de ruína e o comportamento da ligação, de forma conjunta;
- Comparar com as situações de laje simplesmente apoiada;
- Averiguar se ocorre plastificação na ligação;
- Sugerir um critério para cálculo de armadura de continuidade utilizada nas análises experimentais;
- Comparar os resultados do cálculo analítico com os obtidos nos ensaios;
- Avaliar os benefícios de se utilizar a continuidade nas edificações em que se emprega concreto pré-moldado, de acordo com a prática feita no Brasil.



## 1.4 – Justificativas

No Brasil, grande parte das estruturas multipisos de concreto pré-moldado tem seus pavimentos construídos com laje alveolar, sendo usual o emprego da capa para solidarizar as lajes. Além disso, é comum o uso de armadura na capa na região da ligação laje-viga-laje. Entretanto, a utilização desse tipo de armadura nem sempre é levada em conta na consideração da continuidade, ou ainda, considera-se a continuidade sem saber ao certo o real aumento de eficiência.

Portanto, torna-se necessário estudar a continuidade nos pavimentos de laje alveolar em que se utilizam materiais e elementos estruturais mais compatíveis com a realidade Brasileira. Esse estudo poderá auxiliar a prática de projetos na área de concreto pré-moldado, tornando os projetos de pavimentos mais econômicos ou mesmo mais seguros.

Além disso, tal trabalho poderá levar a um avanço nos conhecimentos que se têm sobre laje alveolar, sobretudo com relação ao seu comportamento no pavimento, possibilitando inclusive melhorias na norma brasileira de lajes alveolares (ABNT NBR 14861:2011), em futuras revisões.

A execução deste trabalho possibilitou maior interação da universidade com o setor privado, através de uma parceria com a Associação Brasileira da Construção Industrializada de Concreto (ABCIC). Essa parceria foi estabelecida entre a ABCIC, o Núcleo de Estudo e Tecnologia em Pré-Moldados de Concreto (NETPRE) da Universidade Federal de São Carlos (UFSCar) onde os ensaios de continuidade foram realizados, e o Departamento de Engenharia de Estruturas (SET) da Escola de Engenharia de São Carlos (EESC) da Universidade de São Paulo (USP).

## 1.5 – Método

Conforme SANTOS (2004) o método aqui utilizado é o hipotético-dedutivo, que se inicia com a formulação de hipóteses, e pelo processo de inferência dedutiva, que testa a ocorrência de fenômenos abrangidos pelas hipóteses.

De acordo com FERREIRA (1998), esse método desencadeia-se a partir da percepção de uma lacuna nos conhecimentos científicos produzidos em uma determinada área até aquele momento.

Segundo SILVA e MENEZES (2005) o método hipotético-dedutivo foi proposto por Popper. Os problemas que surgem em decorrência da insuficiência de conhecimentos disponíveis devem ser testados ou falseados. Falsear significa tornar falsas as consequências deduzidas das hipóteses.

A técnica ou o processo aplicado para que se possa chegar aos objetivos propostos para esta pesquisa é fundamentado em um estudo teórico-experimental. O trabalho é dividido em quatro fases: revisão bibliográfica, estudos analíticos, análise experimental e comparação entre as formulações analíticas e os resultados experimentais.

A primeira fase da pesquisa foi composta por uma revisão da literatura, abrangendo, principalmente, os seguintes temas: teoria do concreto protendido, cálculo de laje alveolar, consideração da continuidade nos pavimentos de laje alveolar, padronização dos ensaios de lajes alveolares. Examinou-se a bibliografia existente nos estudos de continuidade em laje alveolar, não só através dos artigos publicados, mas também dos principais códigos nacionais e internacionais.

A segunda fase compreendeu os cálculos analíticos. Esses estudos incluem: cálculo da laje alveolar, com e sem continuidade, estudo da interface em elementos de concreto pré-moldado compostos, tensões cisalhantes em lajes alveolares e análise não linear, utilizando elementos de viga e a expressão de Branson.

A terceira fase da pesquisa foi composta pela análise experimental. Os ensaios foram realizados no laboratório NETPRE/UFSCar, que conta com equipamentos e experiência em estudos de lajes alveolares, além do convênio com a ABCIC. Nesta fase, foram feitos três ensaios de continuidade, avaliando o comportamento da ligação e dos mecanismos de ruína, o momento de fissuração do conjunto, a distribuição da fissuração no elemento e a ocorrência ou não da plastificação na ligação.

A quarta fase consistiu na comparação entre os resultados obtidos pelas formulações teóricas (cálculos analíticos) e os resultados encontrados nos ensaios experimentais. Com isso foi possível descrever as formas de ruínas e estabelecer quais expressões teóricas representam melhor os fenômenos estudados.

## 1.6 – Apresentação dos capítulos

Apresenta-se no *capítulo 2 (REVISÃO BIBLIOGRÁFICA)* os conceitos básicos acerca da continuidade em lajes alveolares, sobretudo o que dizem as principais normas internacionais. E para posicionar o trabalho em questão no contexto das pesquisas experimentais, são apresentadas as investigações científicas já realizadas sobre continuidade e um resumo dos principais estudos experimentais realizados nas lajes alveolares.

As armaduras passivas utilizadas nos ensaios experimentais foram dimensionadas de acordo com as lajes alveolares doadas pelas fábricas de concreto pré-moldado, em conjunto com a ABCIC. Para o dimensionamento dessas armaduras o presente trabalho propõe um método baseado no máximo momento resistente positivo e na máxima força

cortante resistente de uma laje alveolar. O *capítulo 3 (CÁLCULO DA ARMADURA PASSIVA)* apresenta esse dimensionamento, incluindo o cálculo das perdas de protensão. De posse de todos esses cálculos, foi possível ainda plotar os diagramas de iteração das lajes alveolares ensaiadas e também fazer uma previsão do que aconteceria nos ensaios experimentais.

O *capítulo 4 (ENSAIOS DE CARACTERIZAÇÃO)* mostra os resultados dos ensaios realizados para caracterização dos elementos utilizados nos ensaios de continuidade. Os ensaios de caracterização das lajes alveolares foram feitos no NETPRE/UFSCar. A caracterização do concreto da capa foi feita no Laboratório de Sistemas Estruturais (LSE) do Departamento de Engenharia Civil (DECiv) da UFSCar. E os ensaios da caracterização da armadura passiva foram realizados no Laboratório de Estruturas (LE) do Departamento de Engenharia Estruturas (SET) da EESC/USP. Além disso, são apresentados os resultados da caracterização da armadura ativa, fornecidos pelo fabricante das cordoalhas.

O *capítulo 5 (ENSAIOS DE CONTINUIDADE)* apresenta os ensaios e os resultados dos modelos com continuidade. São mostrados os procedimentos para a montagem dos ensaios: o posicionamento das lajes alveolares, a confecção das formas e a concretagem da capa, a instrumentação e os equipamentos utilizados.

A partir do *capítulo 6 (NLF COM ELEMENTOS DE VIGA)* os aspectos teóricos são discutidos. Primeiramente apresenta-se a análise não-linear física utilizando a expressão de Branson e elementos de vigas para a discretização dos modelos.

O *capítulo 7 (CISALHAMENTO NA INTERFACE)* discute o comportamento de elementos composto e a ruptura na interface entre a capa e a laje. São apresentadas as principais expressões normativas empregadas para o cálculo das tensões de cisalhamento na interface. Além disso, faz-se comparações entre os resultados dessas formulações e os encontrados nos ensaios de continuidade.

O *capítulo 8 (CISALHAMENTO NA SEÇÃO TRANSVERSAL)* aborda a ruptura por força cortante da seção transversal. São estudados os mecanismos de ruptura por flexo-cortante e por tração diagonal. Apresenta-se nesse capítulo as principais expressões normativas utilizadas no cálculo das tensões de cisalhamento na seção transversal e as comparações destas com os resultados obtidos nos ensaios de continuidade.

No *capítulo 9 (CONCLUSÃO)* são apresentadas as conclusões e sugestões para trabalhos futuros. Por fim, as referências bibliográficas, os apêndices e os anexos, são mostrados como apoio ao entendimento dos assuntos abordados ou apresentando informações complementares.

## 1.7 – Nomenclatura

A fim de facilitar a descrição dos modelos ensaiados com continuidade foi adotada a seguinte nomenclatura:

- EM1, EM2 e EM3 – ensaios experimentais realizados, respectivamente, nos modelos 1, 2 e 3.

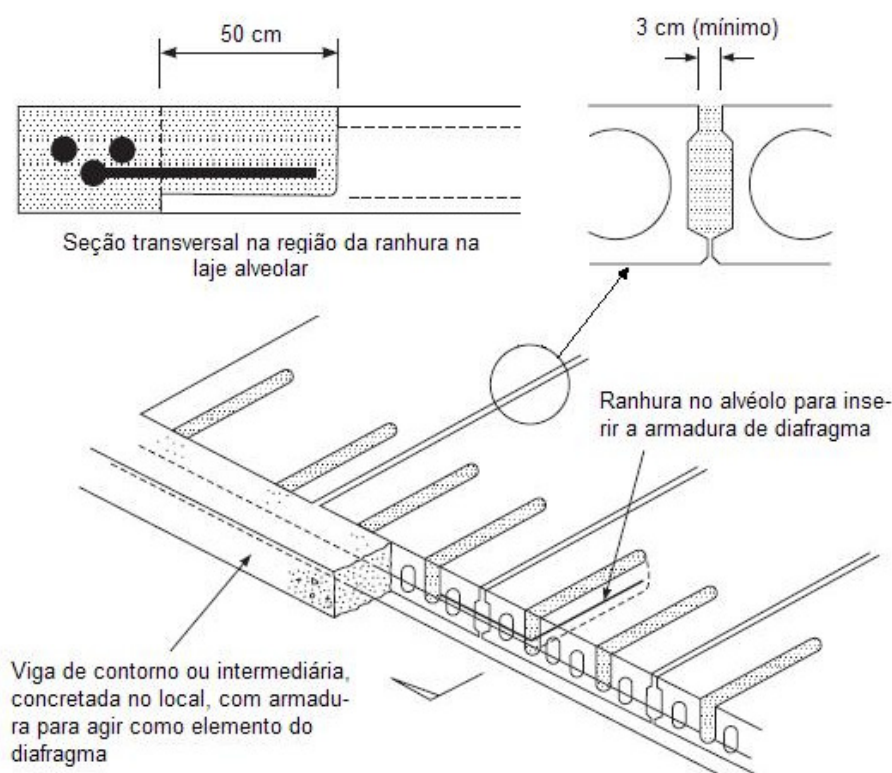
Foi ensaiado um exemplar de cada modelo.

# 2

## REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

Normalmente, um pavimento de lajes alveolares possui um elevado número de unidades, projetadas de tal forma a atender determinados vãos e carregamentos. Por outro lado, o mesmo pavimento pode formar uma única laje, em que as cargas são compartilhadas pelos elementos pré-moldados, de acordo com o comportamento estrutural de cada elemento.

A maioria dos pavimentos com laje alveolar é projetada como biapoiada. Além disso, existem pavimentos concebidos sem a utilização da capa. Isto é possível uma vez que o painel de laje alveolar possui chaves de cisalhamento que, preenchidas por argamassa fluida, formam uma única laje. Desse modo, as ações verticais e horizontais são transferidas em toda a extensão do pavimento. Entretanto, é comum realizar o cálculo e o detalhamento dos pavimentos como diafragma rígido, com base nas providências indicadas na Figura 2.1.

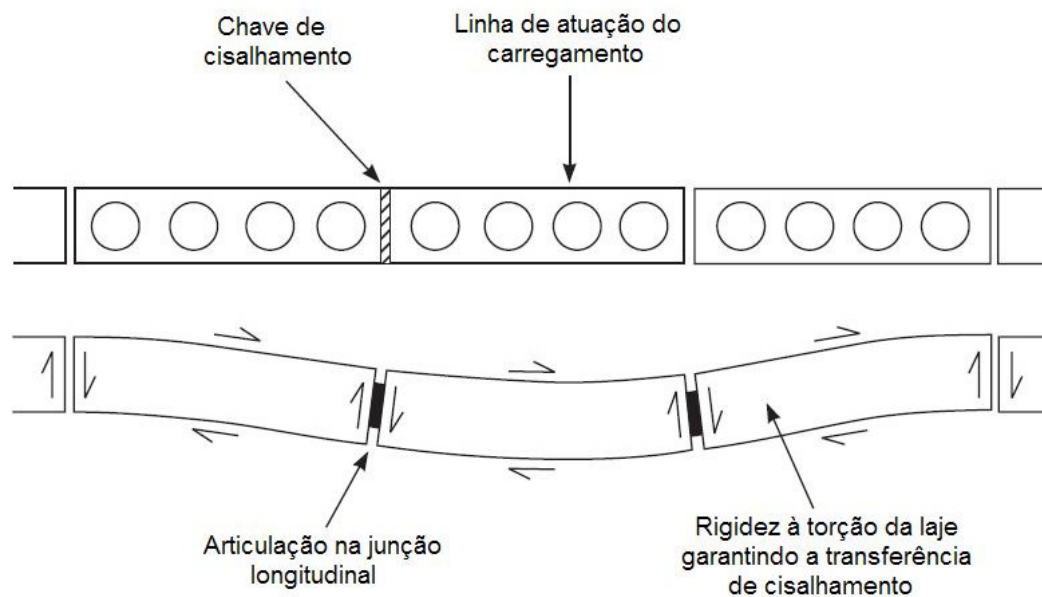


**Figura 2.1 – Pavimento de laje alveolar sem capa e com função de diafragma rígido. Detalhe da chave de cisalhamento. Detalhe da seção transversal na região da ranhura no alvéolo. (Adaptada de ELLIOT (2002)).**

No Brasil, o mais comum é utilizar capa, para distribuir as tensões no pavimento e garantir o comportamento de diafragma. Estudos devem ser feitos a fim de comprovar a influência dessa capa no comportamento da laje como diafragma rígido e de corroborar os cálculos usados no exterior, na verificação do pavimento como diafragma, considerando materiais e técnicas nacionais.

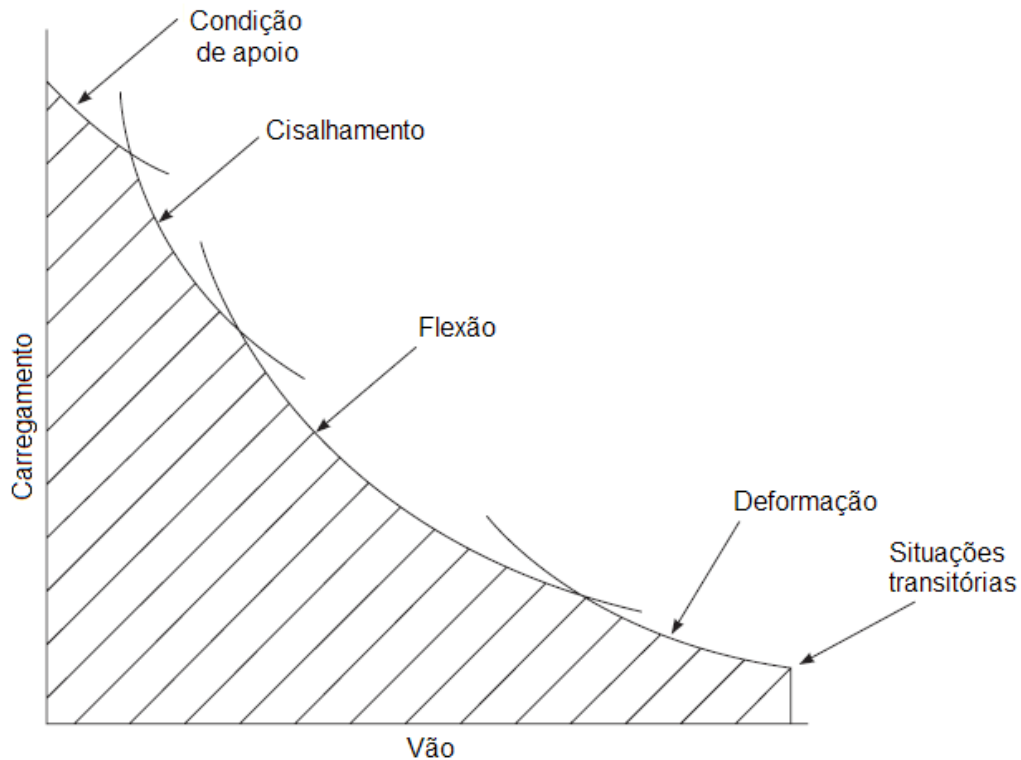
Com relação ao carregamento vertical, a situação mais usual é considerar o carregamento uniformemente distribuído nos elementos simplesmente apoiados. Cada elemento é admitido igualmente carregado, e dessa forma não é realizada a análise do pavimento como um todo.

No entanto, quando uma carga concentrada ou uma linha de carregamento atua sobre a unidade de laje alveolar, cada elemento se desloca de forma diferenciada, e com isso surgem tensões cisalhantes na interface longitudinal das unidades, e a ação passa a ser absorvida pelo conjunto de elementos. A Figura 2.2 mostra o mecanismo de distribuição nos pavimentos de lajes alveolares.



**Figura 2.2–Mecanismo de distribuição lateral do carregamento vertical nas lajes alveolares. (Adaptada de ELLIOT (2002)).**

Em se tratando do projeto estrutural de um elemento isolado de laje, é necessário considerar as formas de ruína relacionadas com os seguintes aspectos: condição de apoio, resistência ao cisalhamento, resistência à flexão, deformação excessiva e situações transitórias. ELLIOT (2002) apresenta um gráfico que relaciona essas formas de ruptura com o carregamento e com o vão (Figura 2.3).



**Figura 2.3 – Formas típicas de ruína relacionadas com o carregamento e o com vão.**  
(Adaptada de ELLIOT (2002)).

## 2.1 – Continuidade em pavimentos de lajes alveolares

De acordo com a FIB (2000), no continente Europeu, os pavimentos de lajes alveolares foram projetados como simplesmente apoiados até os anos 1970. Após essa década houve um aumento no uso de pavimentos com continuidade, impulsionado principalmente por projetos que consideravam ações sísmicas, sobretudo na Itália, Espanha e Turquia. Mesmo assim a ligação sem continuidade mantém-se predominante.

Ainda segundo a FIB (2000), a continuidade é recomendada, e o fato de ser estabelecida no local da obra não deve ser considerado um problema adicional, uma vez que parte da estrutura pode ser feita com concreto moldado no local (como acontece, por exemplo, com escadas e fundações).

Quando se empregam lajes alveolares, alguns casos em que a continuidade é recomendada são listados a seguir:

- Estruturas usuais de concreto moldado no local, com pórticos ou com pilares-parede;
- Casos em que é necessário maior controle de fissuração na região dos apoios intermediários e, também, dos deslocamentos no meio do vão;

- Situações em que há necessidade de aumentar a rigidez de uma viga, permitindo que se possa considerar uma largura colaborante.

Já o PCI (1998) apresenta uma posição, de certa forma contrária, a ponto de mencionar que “é difícil encontrar uma justificativa econômica para os projetos com continuidade”. Isso se deve ao fato da alta eficiência na protensão que “combate” o momento positivo e da baixa eficácia da armadura passiva para combater o momento negativo, uma vez que pode ocorrer plastificação da ligação, na presença do momento negativo.

Segundo o PCI (1998), quando os apoios das lajes alveolares precisam de armadura passiva para, por exemplo, promover comportamento de diafragma ao pavimento, a quantidade de aço necessário é muito baixa e, portanto, desenvolve pouca capacidade para transferir momento fletor. Embora esse reforço possa ser considerado na verificação do estado limite de deformação excessiva, é recomendado que a laje seja projetada como biapoiada, a menos que seja conhecido o diagrama momento-curvatura para combinações de estado limite último.

Ainda segundo o PCI (1998), uma situação em que parece razoável considerar a redução de momentos positivos é quando a laje requer verificações de situações de incêndio. A região de momento negativo é bem menos afetada pelo calor, e com isso promove uma rótula plástica no apoio. Como resultado, o momento positivo no meio do vão pode ser reduzido.

Como todo processo construtivo, a continuidade possui vantagens e desvantagens, e cabe ao responsável avaliar a viabilidade da continuidade em comparação com o sistema estrutural biapoiado, levando em conta aspectos técnicos e econômicos. A ASSAP (2002) relaciona vantagens e desvantagens do uso da continuidade, indicadas na Tabela 2.1.

É necessário dizer que a tabela citada foi concebida para a realidade europeia e, em se tratando do que ocorre no Brasil, a desvantagem do alto custo da armadura adicional não ocorre, como é demonstrado no trabalho de CAMILLO (2012), além do fato de que o concreto da capa é executado independentemente da utilização da continuidade.

Em se tratando da desvantagem da verificação da protensão máxima na face inferior da laje, essa desvantagem praticamente não ocorre, como também é demonstrado no trabalho de CAMILLO (2012).

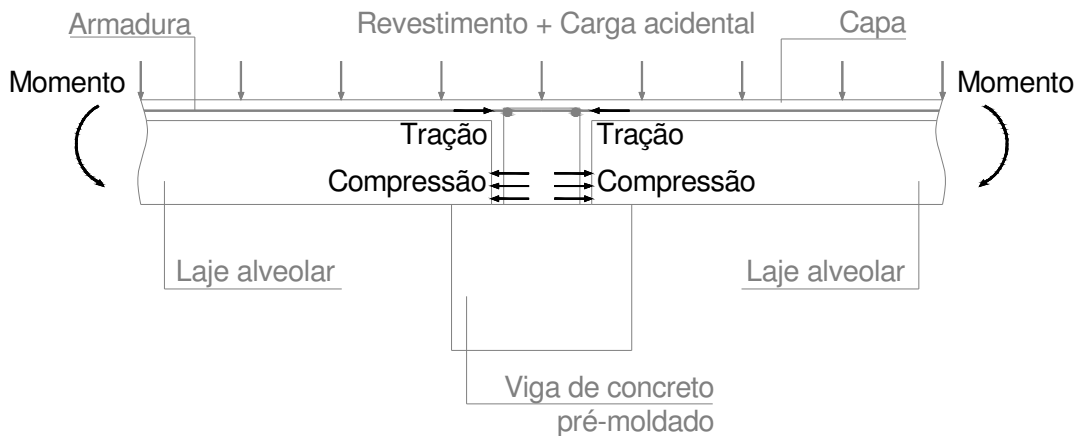


**Tabela 2.1 – Vantagens e desvantagens de se estabelecer a continuidade nos pavimentos de laje alveolar. (Adaptada da ASSAP (2002)).**

Necessidades de projeto	Vantagens da continuidade	Desvantagens da continuidade
1 - Controle dos deslocamentos e resistência ao momento fletor e ao cortante.	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Com a mesma altura da laje alveolar e a mesma armadura ativa, é possível obter momentos resistentes até 30% maiores;</li> <li>- A resistência ao cisalhamento depende do número de alvéolos preenchidos.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Alto custo de armadura adicional (até 3 kg/m<sup>2</sup>) e de concreto moldado no local (até 20 l/m<sup>2</sup>);</li> <li>- É necessário usar armadura ativa até mesmo no topo das lajes e alguns alvéolos podem ser abertos;</li> <li>- É necessário verificar a protensão máxima nas lajes na face inferior para evitar compressão excessiva devida ao momento negativo.</li> </ul>
2 - Resistência ao fogo.	- Com a mesma altura da laje alveolar e a mesma armadura ativa é possível aumentar cerca de 30%.	- Ver item 1.
3 - Ação sísmica.	- Aumento no valor de “q” devido ao aumento na ductilidade da estrutura e também na energia de dissipação.	- Ver item 1.
4 - Consideração da fluência devida às cargas de longa duração.	- Para a mesma altura da laje alveolar, os deslocamentos diminuem de duas a cinco vezes.	- Ver item 1.
5 - Eliminação de fissuras visíveis.	- É atendida em todos os casos, exigindo-se cuidado com relação ao número, diâmetro e distância entre as armaduras para resistir ao momento fletor.	- Ver item 1.
6 - Aumento da rigidez da viga de apoio.	- É obtido pela consideração da largura colaborante.	- Ver item 1.
7 - Lajes alveolares apoiadas em vigas moldadas no local, com mesma altura das lajes.	- Aplicação possível.	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Ver item 1;</li> <li>- A seção transversal da laje requer uma largura da nervura (cerca de 40 cm) para diminuir as tensões de fendilhamento.</li> </ul>

### 2.1.1 – Mecanismo resistente

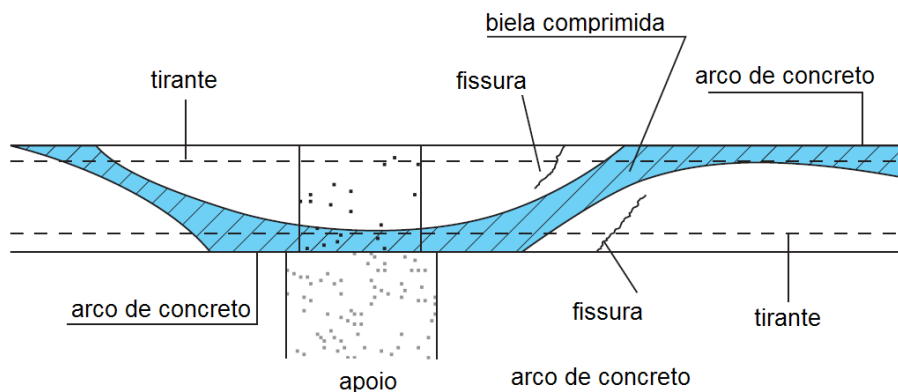
O conceito básico de uma ligação com continuidade nas lajes alveolares é mostrado na Figura 2.4. A continuidade ocorre em função do surgimento de um binário com compressão na parte inferior da laje e tração na armadura superior. O binário apresentado na Figura 2.4 é específico à continuidade com armadura inserida na capa.



**Figura 2.4 – Conceito básico de uma ligação com continuidade. (Adaptada de ELLIOT (2002)).**

Conforme a ASSAP (2002), nos casos em que a continuidade é estabelecida no local, a situação das tensões internas é substancialmente melhorada, em todos os sentidos, pela presença da tensão de compressão na região inferior da ligação (como mostrada na Figura 2.4).

Na realidade, a possibilidade de formação de fissuras na região de momento negativo não evita o aparecimento de tensões de mecanismos de biela e tirante na extremidade da laje alveolar, como mostra a Figura 2.5, adaptada da ASSAP (2002). A presença da biela comprimida impede a união das fissuras induzidas pelos momentos fletores de sinais contrários.



**Figura 2.5 – Mecanismo de biela e tirante. (Adaptada da ASSAP (2002)).**

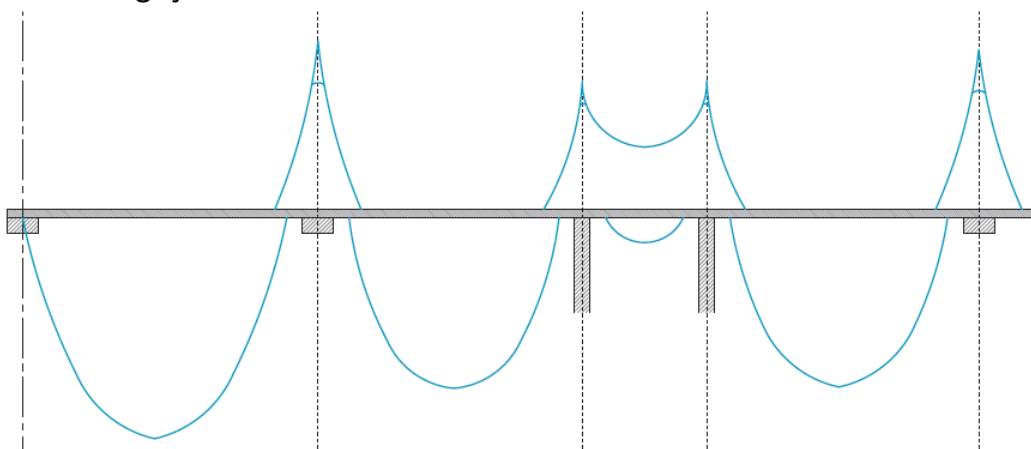
Ainda de acordo com a ASSAP (2002), pavimentos com lajes alveolares podem ser considerados contínuos se as seguintes condições forem atendidas:

- A altura da laje não pode ser menor que 12 cm;
- O espaçamento entre as barras de aço colocadas para promover a continuidade não pode ser maior que 60 cm;
- Deve ser garantida a aderência entre o concreto da laje e o concreto da capa, assim como entre o concreto da capa e a armadura de continuidade;
- A armadura de continuidade deve considerar o comprimento de ancoragem para garantir a transmissão das tensões entre o aço e o concreto.

Até o instante em que a capa passa a atuar como um componente resistente na ligação, a laje alveolar atua como um elemento biapoiado, e por isso a continuidade só absorve momentos provenientes do revestimento e da carga accidental. Por isso, no projeto considerando a continuidade, duas fases devem ser analisadas:

- A primeira corresponde à situação de laje simplesmente apoiada, em que atua o peso próprio e também o peso do concreto moldado no local, seja pela concretagem da capa ou pela concretagem das aberturas dos alvéolos. Nesta situação, a laje deve resistir ao momento positivo no meio do vão;
- A segunda fase corresponde à ligação com continuidade. Neste caso, deve-se considerar como momento positivo a soma entre o momento obtido na primeira fase e o relativo à segunda, em que atuam as cargas permanentes e as accidentais. Conseqüentemente, o máximo momento negativo é aquele calculado para a segunda fase, com o carregamento permanente e o accidental, nas situações mais desfavoráveis.

A Figura 2.6, adaptada de ASSAP (2002), mostra um exemplo de envoltória de momento fletor considerando as duas fases anteriormente mencionadas. Além disso, mostra também o arredondamento do momento negativo em correspondência com o comprimento da ligação.



**Figura 2.6 – Envoltória de momento fletor para projeto com continuidade.  
(Adaptada da ASSAP (2002)).**

### 2.1.2 – Redistribuição de momento fletor devida à ductilidade na ligação

Depois de calcular o máximo momento negativo no apoio e de fazer o arredondamento do diagrama conforme mencionado no item anterior, é necessário considerar a redistribuição dos momentos fletores que ocorre em função da ductilidade da ligação. Na prática há uma redução do momento negativo no apoio e um aumento do momento positivo no meio do vão.

A redistribuição de momentos deve ser feita levando em conta a soma de diferentes fatores de ductilidade na ligação, quais sejam:

- Em regime puramente linear, o concreto da ligação possui um módulo de elasticidade ( $E'_{cm}$ ) menor que o módulo do concreto pré-moldado ( $E_{cm}$ ). A redistribuição depende da relação  $E'_{cm} / E_{cm}$ ;
- Em regime plástico é necessário considerar a deformação causada por ações externas e também pela protensão. O efeito pode até mesmo ser de sinais contrários, e por isso pode ser considerado aproximadamente nulo.

Chamando de  $\delta$  a relação entre o momento negativo depois da redistribuição ( $M'_i$ ) e o momento negativo teórico ( $M_i$ ), tem-se a expressão 2.1. O valor de  $\delta$  também pode ser dado em função da raiz quadrada da relação entre as resistências características dos dois concretos (expressão 2.2), onde  $f'_{ck}$  é relativo ao concreto da ligação (moldado no local) e  $f_{ck}$  refere-se ao concreto pré-moldado. Além disso, o valor de  $\delta$  deve atender também os requisitos do Código Europeu EN 1992-1:2004.

$$\delta = M'_i / M_i \quad (2.1)$$

$$\delta = \sqrt{f'_{ck} / f_{ck}} \quad (2.2)$$

De qualquer forma, a ASSAP (2002) recomenda utilizar valores que respeitem a condição:

$$0,7 \leq \delta \leq 1,0 \quad (2.3)$$

Uma vez encontrado o valor  $\delta$  relativo à redistribuição de esforços, é necessário calcular o número correto de barras que devem resistir o momento negativo. Além disso, deve-se detalhar corretamente o comprimento da barra, de forma a atender o necessário comprimento de ancoragem.

É importante também verificar a adição de compressão na região inferior da laje, proveniente da continuidade, com a protensão. A compressão não deve ultrapassar os limites máximos admissíveis para os elementos protendidos.

## 2.2 – Estudos feitos sobre continuidade em lajes alveolares

Os estudos sobre continuidade em pavimentos formados por lajes alveolares são poucos quando comparados com os demais trabalhos sobre essas lajes. Além disso, as poucas pesquisas divulgadas sobre continuidade possuem menos de duas décadas. A seguir são descritos alguns estudos encontrados na literatura técnica.

TAN et al. (1996) realizaram um trabalho no qual apresentam duas tabelas para o projeto de lajes alveolares, uma para lajes com continuidade nos dois apoios e outra para continuidade em apenas um dos apoios. Essas tabelas indicam o acréscimo possível de vão para uma laje simplesmente apoiada, quando for realizada a continuidade nos apoios intermediários.

Entretanto, os autores não levaram em consideração a mudança de sistema estrutural, situação biapoiada para ligação com continuidade, que ocorre quando a capa passa a atuar como um componente resistente na ligação. Eles consideram que o sistema estrutural com continuidade é igual para todas as cargas (peso próprio, peso da capa, revestimento e carga acidental).

Outros fatores desconsiderados pelos autores na elaboração das tabelas são: o cálculo das perdas, a verificação dos estados limites de serviço e a verificação do esforço cortante. Isso sinaliza que essas tabelas devem ser utilizadas com cautela nos projetos de pavimentos com continuidade, talvez servindo melhor com propósito de pré-dimensionamento.

Além disso, esses autores realizaram ensaios em lajes alveolares com continuidade nos apoios (Figura 2.7) para mostrar o aparecimento do momento devido à continuidade e, também, para estudar o efeito da força cortante.



**Figura 2.7 – Ensaio de lajes alveolares com continuidade realizados por TAN et al. (1996).**

Os autores citados concluíram que o projeto realizado com continuidade leva ao aumento do vão vencido por um elemento de laje alveolar, quando comparado com a

situação biapoiada. Constataram também a diminuição nos deslocamentos, e que é possível estabelecer a continuidade através da armadura inserida na capa, na região dos apoios. Sobre a resistência ao cisalhamento, eles concluíram que ela aumenta com o preenchimento dos alvéolos.

RESENDE e GASTAL (1999) realizaram uma análise numérico-experimental de lajes alveolares com continuidade sobre os apoios intermediários, sendo essa continuidade proporcionada pela adição de armadura na capa.

A análise numérica foi feita utilizando um modelo computacional, desenvolvido por GASTAL (1986), para a avaliação de vigas de pontes, sem juntas no tabuleiro, utilizando elementos finitos isoparamétricos de viga.

Nessa análise numérica foram implementadas as propriedades dependentes do tempo, permitindo assim considerar os efeitos relativos à deformação lenta, retração e relaxação. Além disso, foi considerada também a não-linearidade física do concreto.

A análise experimental foi feita na fábrica onde as lajes alveolares foram produzidas. O comprimento total dos protótipos foi de 10 m. Cada elemento de laje alveolar tinha 5 m de comprimento, 12 cm de altura e 60 cm de largura. As idades médias eram da ordem de 60 dias. Esses ensaios são ilustrados pela Figura 2.8.



**Figura 2.8 – Ensaios de lajes alveolares realizados por REZENDE e GASTAL (1999).**

Foram executados três ensaios. O primeiro com dois elementos simplesmente apoiados, ou seja, sem continuidade. O segundo foi realizado considerando 40% do momento elástico, para a obtenção da armadura de continuidade. No terceiro ensaio a armadura foi obtida para 100% do momento elástico.



Vale destacar que a aplicação da carga foi a uma distância de aproximadamente 1,50 m do apoio central, caracterizando um ensaio de interação de flexão com cisalhamento (flexo-cortante).

Os autores concluíram que o modelo numérico gerou resultados satisfatórios quando comparados com os experimentais. Entretanto alertam para o fato de serem necessários mais estudos sobre a ligação entre os concretos da capa e da laje alveolar.

Sobre os resultados experimentais, concluíram que a continuidade leva a um aumento da capacidade portante da laje e reduções nos deslocamentos verticais nos vãos.

Observando os gráficos que relacionam a força aplicada e as deformações nas barras de aço inseridas na capa, é possível concluir que a armadura não sofreu escoamento. A deformação máxima atingida não ultrapassou a deformação de escoamento teórico para barras de aço CA-50,  $\epsilon_{yd}=2,07\%$ . Com isso, é possível concluir que os modelos ensaiados atingiram a ruína por força cortante.

Utilizando o mesmo processo de análise, porém considerando a continuidade através da introdução de armaduras nos vazios longitudinais na região do apoio intermediário (Figura 2.9), BARBIERI e GASTAL (1999) chegaram a conclusões semelhantes.

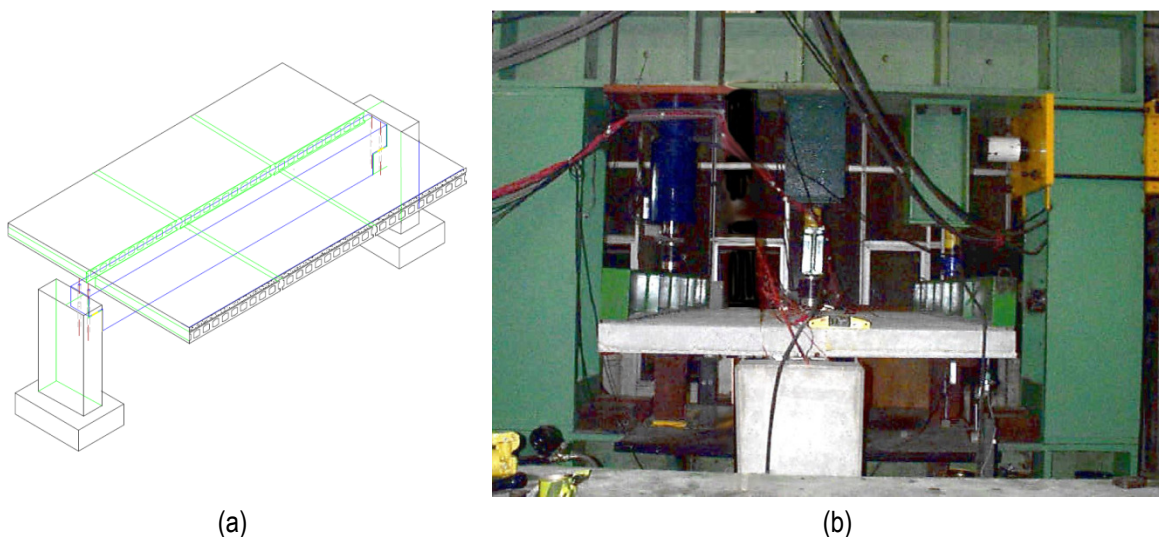


**Figura 2.9 – Ensaio de lajes alveolares com continuidade por preenchimento dos alvéolos, realizados por BARBIERI e GASTAL (1999).**

As lajes com continuidade por preenchimento dos alvéolos apresentaram acréscimos de rigidez quando comparadas com a situação de simplesmente apoiadas. Além disso, apresentaram diminuição dos deslocamentos e acréscimos da capacidade resistente.

Vale ressaltar que os ensaios realizados por BARBIERI e GASTAL (1999) utilizaram lajes alveolares de 16 cm de altura.

MARCELLINO (2001) realizou estudo experimental de uma ligação laje-viga em que foram usadas seis partes de lajes alveolares, com dimensões 100 cm x 100 cm, (Figura 2.10). As lajes, que possuíam 10 cm de altura, foram apoiadas em uma viga com seção transversal de 20 cm x 40 cm. A viga, por sua vez, foi apoiada em consolos moldados em pilares com seção transversal de 20 cm x 50 cm. O vão entre eixos de apoio da viga foi de 314 cm.



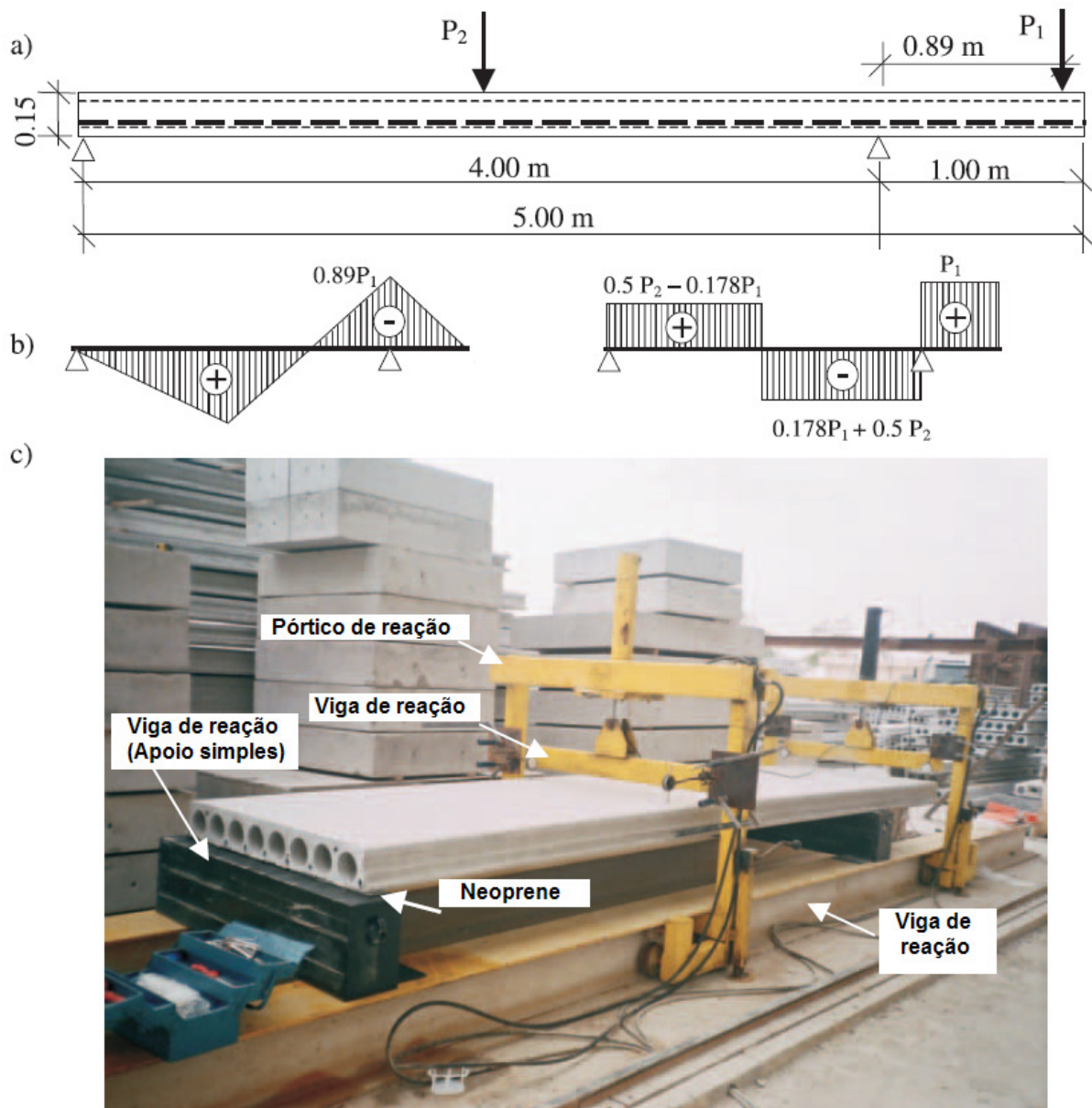
**Figura 2.10 – Ensaio de ligação laje-viga realizado por MARCELLINO (2011).  
(a) Plano de ensaio; (b) Foto do ensaio.**

Entre os objetivos desse estudo, destaca-se a verificação da eficiência da continuidade. Conforme o autor, esta verificação foi comprovada nos três ensaios realizados, confirmando que o comportamento da parte solidarizada foi equivalente ao de uma estrutura maciça.

HOSNY et al. (2006) propuseram uma técnica para aumentar a resistência às solicitações de momento fletor negativo em lajes alveolares com balanços, como mostrado na Figura 2.11. A técnica consiste em usar tiras de fibras de carbono poliméricas (CFRP, carbon fibre reinforced polymer) coladas com adesivo à base de epoxy (Figura 2.12).

Foram feitos nove ensaios em lajes alveolares de 15 cm de altura, 1,20 m de largura e 5 m de comprimento. As lajes foram reunidas em três grupos e cada um deles possuía três lajes. O primeiro grupo de ensaios consistiu em lajes sem tiras de CFRP, denominadas de grupo de controle. O segundo possuía o reforço de três tiras de CFRP com 2 m de comprimento, posicionadas a partir da extremidade do balanço. Já no terceiro grupo, além das três tiras longitudinais, havia tiras coladas transversalmente.

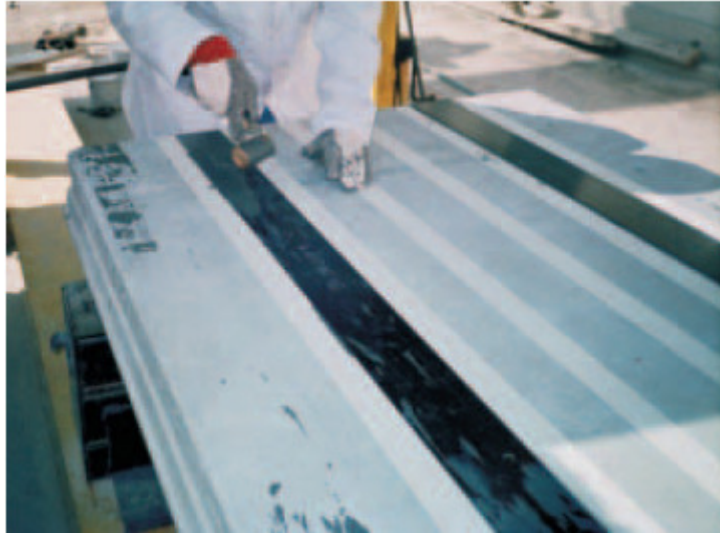




**Figura 2.11 – Ensaio de laje alveolar com balanço realizado por HOSNY et al. (2006). (a) Sistema estrutural adotado; (b) Solicitações de momento fletor e força cortante; (c) Esquema estrutural do ensaio.**

As lajes alveolares apresentavam elevada resistência característica à compressão, com  $f_{ck} = 89,5$  MPa. A armadura ativa das fibras inferiores era composta por sete cordoalhas de 9,3 mm de baixa relaxação, com 1770 MPa de resistência à tração. As fibras superiores tinham duas cordoalhas de 9,3 mm. As tiras de CFRP possuíam 2400 MPa de resistência à tração, enquanto que o adesivo epoxy, 32 MPa.

Através da comparação dos ensaios realizados com os três grupos, os autores concluíram que as tiras de CFRP promoveram aumento da capacidade da laje alveolar de resistir aos momentos negativos. O momento de fissuração foi acrescido de 183% a 225%, enquanto que o momento negativo resistente teve um aumento de 277% a 574%.



**Figura 2.12 – Tiras de fibras de carbono poliméricas coladas com adesivo à base de epoxy.**

De acordo com HOSNY et al. (2006), os possíveis modos de ruptura que podem ocorrer nesse tipo de ensaio são: (i) descolamento do CFRP posicionado longitudinalmente, que começa na região de máximo momento negativo e se estende até a extremidade do balanço; (ii) ruptura por flexão, seja pela ruptura à tração do CFRP ou por esmagamento do concreto; (iii) ruptura por força cortante; (iv) descolamento do CFRP posicionado transversalmente nas lajes do grupo 3.

Entretanto os modos de ruptura (ii) e (iv) não foram observados em nenhum dos ensaios, sendo precedidos pela ruptura por força cortante (iii) ou pelo descolamento das tiras de CFRP posicionadas longitudinalmente (i).

PETRUCELLI e CARVALHO (2010) estudaram a continuidade de forma analítica, considerando a plastificação do concreto nos apoios e também a perda de protensão. Para tal, apresentaram dois exemplos.

No primeiro utilizaram os mesmos dados de PETRUCELLI (2009), que abordou o dimensionamento de laje alveolar como simplesmente apoiada. Os resultados encontrados nesse exemplo mostraram que quando se considerou a continuidade houve uma redução do número de cordoalhas nas fibras inferiores, passando de dez cordoalhas de 12,7 mm para sete. Já nas fibras superiores o cálculo considerando a continuidade resultou na eliminação das duas cordoalhas de 9,5 mm, obtidas no cálculo da laje biapoiada.

O segundo exemplo mostra que, com um aumento da sobrecarga, houve um acréscimo do número das cordoalhas, passando a laje a necessitar de oito cordoalhas de 12,7 mm nas fibras inferiores e dois feixes de 3 x 3,35 mm nas fibras superiores. Ainda no segundo exemplo é mostrado o cálculo da armadura passiva que garante a continuidade da ligação.

Como conclusão os citados autores recomendam que o projetista avalie as situações possíveis, considerando que, com a continuidade, ocorre uma diminuição da armadura de


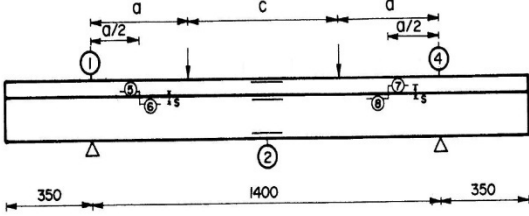
protensão. Entretanto, há um aumento do custo, devido à armadura passiva responsável pela continuidade.

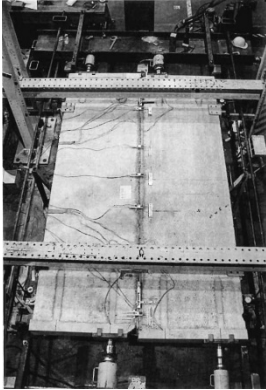
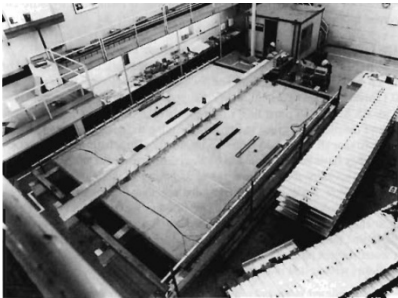
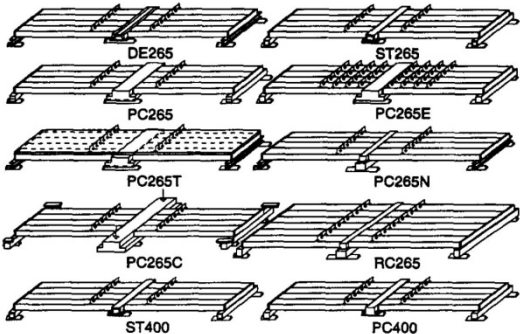

## 2.3 – Análise experimental de lajes alveolares

A análise experimental de lajes alveolares tem sido feita nos grandes centros de pesquisa do mundo, com o objetivo de investigar seu comportamento, isoladamente ou em conjunto. Entre os principais assuntos investigados estão: a flexão, o cisalhamento e a condição de apoio, com grande destaque ao cisalhamento.




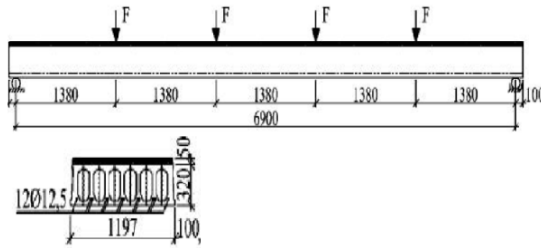
A Tabela 2.2 apresenta um resumo dos principais ensaios encontrados na literatura técnica, em ordem cronológica.

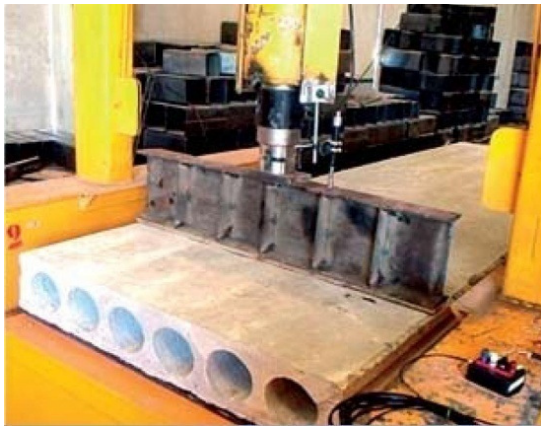
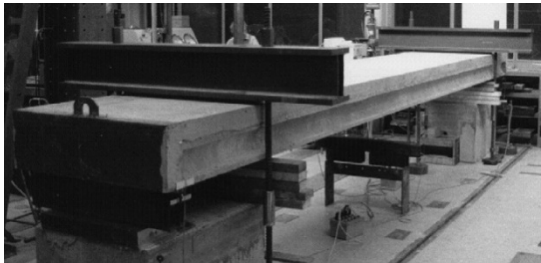


**Tabela 2.2 – Ensaios de lajes alveolares encontrados na literatura técnica.**

Pesquisador (es)	Tipo de ensaio	Comentários
DAVIES et al. (1990)	 <p>Vista superior de ligação de laje-viga-laje, com aberturas nos alvéolos para colocação de armadura.</p>	<p>Testes com lajes alveolares de 20 cm de altura, a fim de verificar a contribuição do pavimento como <b>diafragma rígido</b>. Mostraram que o mecanismo de transferência do cisalhamento horizontal depende do desenvolvimento do atrito no concreto moldado no local, existente entre as unidades de lajes alveolares.</p>
UEDA e STITMANNATHUM (1991)		<p>Ensaio em lajes alveolares para investigar a <b>resistência ao cisalhamento</b> com capa. Foram testados dez elementos simplesmente apoiados, com duas forças concentradas, observando os aspectos: força de protensão, espessura da capa, razão entre cortante e vão e quantidade de armadura passiva. Concluiu-se que a força de protensão afeta no aparecimento de fissuras de cisalhamento, entretanto influi pouco no modo de ruína.</p>

<p>ELLIOT et al. (1992)</p>		<p>Análise de lajes alveolares atuando como <b>diafragma rígido</b>, através de ensaios com dois elementos posicionados lado a lado e com forças atuantes no plano das lajes. Concluiu-se que o plano crítico é aquele formado pela junta longitudinal.</p>
<p>MOSS (1995)</p>		<p>Recomendações para <b>provas de carga</b> em pavimentos formados por lajes alveolares.</p>
<p>PAJARI e KOUKKARI (1998)</p>		<p>Dez testes em pavimentos de lajes apoiadas em vigas. Todos eles resultaram em ruptura por cisalhamento próxima aos apoios. Em um ensaio a <b>resistência ao cisalhamento</b> não diminuiu, mas nos demais houve redução de 40% a 77%, considerando como referência valores medidos junto a apoios indisolúveis.</p>
<p>MICALLEF (2005)</p>		<p>Estudo de caso no qual foram utilizadas lajes alveolares de cinco fabricantes. Foram comparados os seguintes itens: <b>resistência ao cisalhamento</b>, recomendações de códigos internacionais e tabelas de dimensionamento dos fabricantes.</p>



<p>TAPE et al. (2005)</p>		<p>Ensaio de condições de apoio em lajes alveolares com as <b>extremidades recortadas</b>, nas condições grauteadas ou não. Recortes preenchidos tendem a aumentar a capacidade última do elemento. Enquanto recortes tendem a reduzir as fissuras de flexão, recortes preenchidos têm efeito contrário, evitando fissuras prematuras.</p>
<p>MENEGOTTO e MONTI (2005)</p>		<p>Pesquisas em pavimentos em escala real, formados por lajes alveolares sem capa, para investigar a atuação como <b>diafragma rígido</b>. O pavimento foi carregado no seu plano (horizontalmente) com forças reversíveis. O objetivo era investigar a junta longitudinal entre as unidades que possuíam geometria específica para formar chave de cisalhamento.</p>
<p>TKALCIC et al. (2007)</p>		<p>Ensaio com diversos tipos de laje, variando espessura e comprimento, para aferir a <b>resistência ao cisalhamento</b> em relação aos vãos teóricos de norma.</p>
<p>AJDUKIEWICZ et al. (2007)</p>		<p>Estudos para comparar o comportamento de lajes alveolares com e sem <b>capa</b>, submetidas a carregamentos quase distribuídos. Elementos com idades de 240 dias e 550 dias. As lajes tiveram comportamento similar na ruptura, diferindo no efeito da perda de aderência entre a capa e a laje, para os elementos com capa. Todas as lajes apresentaram falha de adesão na interface do concreto com os cabos de protensão, nas regiões próximas ao apoio.</p>

<p>FERREIRA et al. (2007)</p>		<p>Ensaio em lajes sem capa, com capa e com preenchimento de alvéolos, para estudar a <b>resistência ao cisalhamento</b>. Nos casos sem capa, os resultados foram superiores à resistência estimada pelo código europeu EN-1168:2005. Nos casos com capa, os resultados foram muito superiores aos estimados teoricamente. Para os casos com preenchimento de alvéolos, os resultados experimentais ficaram abaixo dos valores estimados.</p>
<p>GIRHAMMAR e PAJARI (2008)</p>		<p>Estudo experimental sobre o efeito da capa na <b>resistência ao cisalhamento</b> das lajes e a adequação do atrito considerando interface não tratada. Concluiu-se que o concreto da capa pode ser usado para melhorar a resistência das lajes alveolares ao cisalhamento. Para os testes realizados houve um acréscimo da ordem de 35%.</p>
<p>IBRAHIM et al. (2008)</p>		<p>Testes considerando a rugosidade da superfície (lisa e rugosa) e a condição dela (saturada ou na umidade ótima) na <b>capacidade à flexão</b> de lajes com capa. Além disso, foi investigado o deslizamento entre a capa e a laje. Os resultados mostraram que as resistências últimas à flexão, para lajes com superfícies saturadas lisas e rugosas, foram de 3% a 5% menores que para superfícies com umidade ótima. Para superfície lisa e saturada foi observado um escorregamento de 0,08 mm.</p>
<p>BAILEY e LENNON (2008)</p>		<p>Ensaio de dois modelos de pavimentos de lajes alveolares, em escala real, sob <b>altas temperaturas</b>. Os resultados permitiram reforçar que lajes alveolares possuem boa resistência ao fogo, de uma forma geral.</p>

BERTAGNOLI e MANCINI (2009)		Ensaio de cisalhamento em unidades de lajes alveolares, que permitiram concluir que o fenômeno investigado depende de vários fatores, tais como: perda de protensão, falha na ancoragem, fissuras de flexão, além da <b>resistência ao cisalhamento</b> .
HEGGER et al. (2009)		Comportamento das lajes alveolares quando apoiadas em vigas de aço de pequena altura. Através de ensaios em quatro modelos em verdadeira grandeza, e de comparações com modelos de falha de códigos internacionais, concluiu-se que a <b>resistência ao cisalhamento</b> diminui consideravelmente quando os apoios são flexíveis.
CATOIA et al. (2009)		Ensaio a fim de avaliar a <b>resistência ao cisalhamento</b> em lajes alveolares com capa. Para a aplicação da capa de concreto, foi analisada a influência das condições da superfície da laje. Concluiu-se que a falta de rugosidade e a presença de sujeira diminui a aderência entre os concretos, piorando o desempenho do conjunto.

## 2.4 – Pesquisas realizadas no NETPRE/UFSCar

No Brasil, grande parte da contribuição nos estudos e aplicações das lajes alveolares vem sendo feita pelo NETPRE/UFSCar. A Tabela 2.3 apresenta de forma resumida as pesquisas realizadas em lajes alveolares, até a época em que este trabalho foi realizado. Acompanhando a tendência mundial, de certa forma ilustrada na Tabela 2.2, nota-se grande interesse nos estudos sobre a resistência ao cisalhamento.

**Tabela 2.3 – Pesquisas sobre lajes alveolares realizadas no NETPRE/UFSCar.**

Pesquisador	Título	Comentários
FERNANDES (2007)	ME Cisalhamento em lajes alveolares pré-fabricadas de concreto protendido: ensaio padrão para controle de qualidade	Descreve os procedimentos do ensaio padrão para avaliar a <b>resistência ao cisalhamento</b> de lajes alveolares, seguindo recomendações da FIB (2000). Mostra como esses ensaios podem ser empregados no ambiente fabril, a fim de garantir a qualidade do produto.

COSTA (2009)	ME	Avaliação de desempenho de elementos de lajes alveolares protendidas pré-fabricadas	Teve como objetivo investigar os procedimentos de ensaio para avaliação do desempenho de lajes alveolares, com base em referências internacionais: norma europeia EN-1168:2005 e boletins técnicos da FIB. Verificou-se que o procedimento de ensaio para <b>resistência ao cisalhamento</b> é adequado para avaliar lajes produzidas no Brasil. Entretanto, o procedimento recomendado para ensaios de flexão, com o uso de elementos de laje curtos, mostrou-se inadequado, devido à grande interação dos mecanismos de flexão e de cisalhamento.
PETRUCELLI (2009)	ME	Considerações sobre projeto e fabricação de lajes alveolares protendidas	Descreve os procedimentos para fabricação e montagem dos sistemas de lajes alveolares de concreto protendido. Para isso, mostra-se sucintamente a teoria aplicada para o <b>desenvolvimento dos cálculos e verificações, nos estados limites último e de serviço</b> , levando-se em conta o comportamento dos painéis à flexão e ao cisalhamento, assim como as deformações excessivas, além de tratar das perdas de protensão, que mostram grande importância para o resultado final.
CATOIA (2011) *	DO	Lajes alveolares protendidas: cisalhamento em região fissurada por flexão	Realiza análise experimental em lajes alveolares, tendo como objetivo a investigação da <b>resistência ao cisalhamento</b> em regiões onde ocorre fissuração devida a flexão.
RAYMUNDO (2012)	ME	Análise de pavimentos de edifícios em concreto pré-fabricado considerando o efeito diafragma	Estudo analítico a respeito de pavimentos formados por lajes alveolares, com o objetivo de determinar os esforços em pavimentos de estruturas pré-fabricadas, de modo a promover o seu dimensionamento para que funcione corretamente, com o efeito de <b>diafragma rígido</b> na estrutura.
CAMILLO (2012)	ME	Continuidade de painéis de laje alveolar em edifícios	Descreve os procedimentos de cálculos e verificações para considerar a <b>continuidade</b> em projetos de pavimentos formados por lajes alveolares. Aborda as ações acidentais alternadas e ações acidentais concentradas.
MARQUESI (2014)	ME	Contribuição ao estudo dos mecanismos resistentes à força cortante em lajes alveolares protendidas	Analisa os dois mecanismos que descrevem a <b>resistência ao cisalhamento</b> : flexo-cortante e tração diagonal. Realiza ensaios experimentais e utiliza os principais códigos normativos.

\* Doutorado defendido no Departamento de Engenharia de Estruturas da Escola de Engenharia de São Carlos (USP), com pesquisa experimental feita no NETPRE/UFSCar.

Legenda: ME = dissertação de mestrado; DO = tese de doutorado.



# 3

## CÁLCULO DA ARMADURA PASSIVA

---

O dimensionamento de uma laje alveolar considerando a continuidade não difere muito da situação biapoiada. A principal mudança está na nova configuração do sistema estrutural e, portanto, nos novos diagramas de esforços solicitantes. Isto ocorre porque há uma alteração do esquema estrutural no histórico do elemento, que inicialmente funciona como simplesmente apoiado e passa a trabalhar como contínuo, após a confecção da capa com a presença da armadura de continuidade.

A armadura de continuidade pode ser dimensionada considerando a atuação integral do momento fletor negativo teórico (comumente chamado de momento elástico), ou levando em conta uma parcela desse momento.

Entretanto, dependendo do vão e dos carregamentos atuantes, a ruína pode acontecer por cisalhamento e não pelo momento negativo máximo previsto (atuante na ligação). Logo, a armadura de continuidade poderá ser condicionada pela verificação da força cortante.

Este capítulo aborda o dimensionamento do cálculo da armadura passiva dos modelos a serem ensaiados. Além disso, discute as vantagens de se promover a continuidade.

Para um estudo mais detalhado sobre o dimensionamento da laje alveolar na condição simplesmente apoiada, recomenda-se a leitura dos seguintes trabalhos: ARAUJO (2007) e PETRUCELLI (2009).

Para um estudo analítico mais aprofundado sobre os procedimentos de cálculos e verificações para considerar a continuidade em projetos de pavimentos formados por lajes alveolares, tem-se o trabalho desenvolvido por CAMILLO (2012).

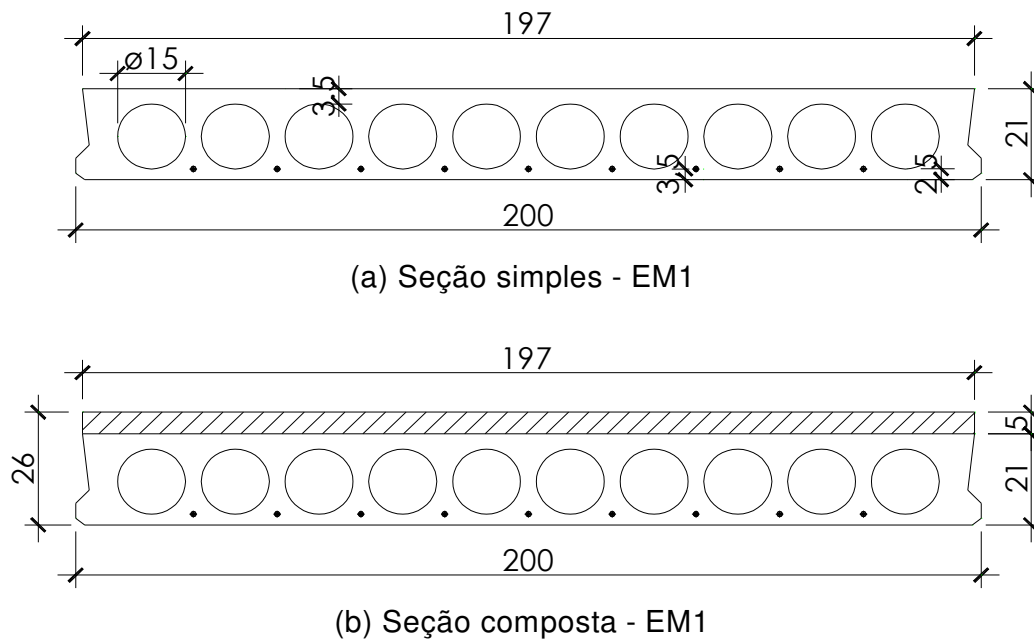
Com relação aos estudos dos efeitos dependentes do tempo, sugere-se a leitura dos trabalhos de SOARES (2011) e ARAUJO (2011), por serem os mais recentes com aplicações em lajes alveolares.

### 3.1 – Informações iniciais sobre as lajes ensaiadas

A seguir serão mostradas as informações iniciais das lajes alveolares utilizadas neste trabalho. Neste capítulo, esses dados são usados para a obtenção da armadura de continuidade empregada em cada ensaio.

As lajes alveolares foram doadas por empresas do setor de concreto pré-moldado, em conjunto com a ABCIC.

As lajes do ensaio do modelo 1 (EM1) com seções transversais mostradas nas Figuras 3.1 e 3.2, foram doadas pela empresa LAJES TRELIÇADAS IND. E COM. LTDA., situada em Cuiabá, MT. Essas lajes foram utilizadas no estádio de futebol “Novo Verdão” (Cuiabá, MT). Elas têm 6m de comprimento.

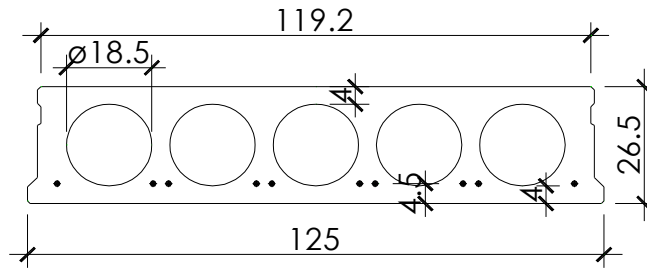


**Figura 3.1 – Seções transversais utilizadas no EM1:**  
**(a) Laje alveolar simples; (b) Laje alveolar com capa de 5 cm**  
**(Desenho fornecido por LAJES TRELIÇADAS IND. E COM. LTDA.).**

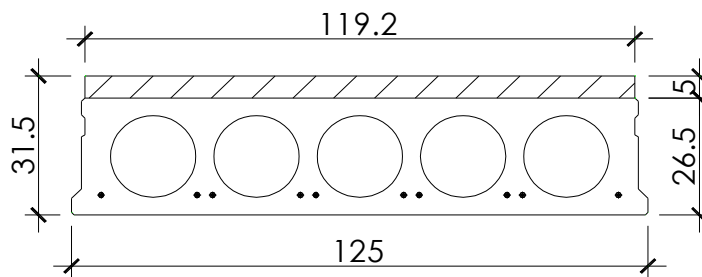


**Figura 3.2 – Lajes alveolares do EM1, fornecidas por LAJES TRELIÇADAS IND. E COM. LTDA.**

Para o ensaio do modelo 2 (EM2), Figuras 3.3 e 3.4, foram utilizadas lajes alveolares da empresa CASSOL PRÉ-FABRICADOS, unidade de Monte Mor, SP. Essas lajes também têm 6 m de comprimento.



(a) Seção simples - EM2



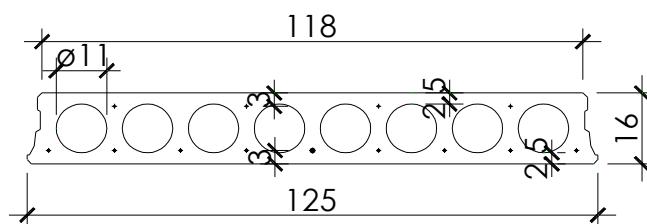
(b) Seção composta - EM2

**Figura 3.3 – Seções transversais utilizadas no EM2:**  
(a) Laje alveolar simples; (b) Laje alveolar com capa de 5 cm  
(Desenho fornecido por CASSOL PRÉ-FABRICADOS).

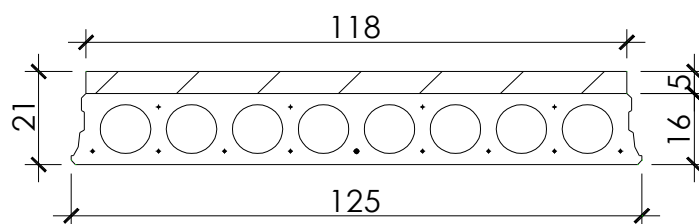


**Figura 3.4 – Lajes alveolares do EM2, fornecidas pela CASSOL PRÉ-FABRICADOS.**

No EM3 (Figuras 3.5 e 3.6), foram ensaiadas lajes alveolares da empresa TATU PRÉ-MOLDADOS, situada em Limeira, SP. Essas lajes possuem comprimento de 5,5 m.



(a) Seção simples - EM3



(b) Seção composta - EM3

**Figura 3.5 – Seções transversais utilizadas no ensaio do modelo 3 (EM3):  
(a) Laje alveolar simples; (b) Laje alveolar com capa de 5 cm  
(Desenho fornecido por TATU PRÉ-MOLDADOS).**



**Figura 3.6 – Lajes alveolares do EM3, fornecidas por TATU PRÉ-MOLDADOS.**

As lajes do ensaio EM1 foram produzidas com concreto pré-moldado de canteiro, como mostrado na Figura 1.2, letra c. Por isso, apresentam rugosidade mais acentuada, como pode ser visto na Figura 3.2. As demais lajes (EM2 e EM3) foram produzidas nas respectivas fábricas, através de extrusora (Figura 1.2 letra a).

As Tabelas 3.1 e 3.2 apresentam respectivamente as propriedades geométricas e as propriedades do material, consideradas no cálculo da armadura de continuidade. Na Tabela 3.1, “Seção composta” significa seção com capa.

**Tabela 3.1 – Propriedades geométricas.**

Significado	Variável	EM1		EM2		EM3	
		Seção simples	Seção composta	Seção simples	Seção composta	Seção simples	Seção composta
Área da armadura de protensão	$A_p$ ( $cm^2$ )	8,91	8,91	9,90	9,90	2,63	2,63
Distância da armadura de protensão à fibra inferior	$d'$ ( $m$ )	0,035	0,035	0,045	0,045	0,030	0,030
Área da seção de concreto	$A_c$ ( $m^2$ )	0,2357	0,3342	0,1866	0,2462	0,1166	0,1752
Momento de inércia	$I$ ( $m^4$ )	0,0013	0,0024	0,0016	0,0027	0,0004	0,0008
Distância da fibra superior ao CG da seção	$y_s$ ( $m$ )	0,1016	0,1143	0,1337	0,1453	0,0807	0,0952
Distância da fibra inferior ao CG da seção	$y_i$ ( $m$ )	0,1084	0,1457	0,1313	0,1697	0,0793	0,1148
Trabalho resistente da seção superior	$W_s$ ( $m^3$ )	0,01280	0,02100	0,01197	0,01860	0,00496	0,00840
Trabalho resistente da seção inferior	$W_i$ ( $m^3$ )	0,01199	0,01647	0,01219	0,0159	0,00504	0,00700
Excentricidade de protensão (inferior)	$e_p$ ( $m$ )	0,0734	0,1107	0,0863	0,1247	0,0493	0,0848



Além da armadura de protensão posicionada na parte inferior, os elementos de EM3 possuem também:

- Armadura de protensão na parte superior:  $A_{p,sup} = 0,50 \text{ cm}^2$ ;
- Distância de  $A_{p,sup}$  à face superior:  $d'' = 0,03 \text{ m}$ .

**Tabela 3.2 – Propriedades dos materiais.**

Material	Variável	EM1	EM2	EM3
Concreto da capa (CML)	$f_{ck}$ (MPa)	30	30	30
	$E_{ci,cml}$ (MPa)	30672	30672	30672
Concreto da laje (CPM)	$f_{ck}$ (MPa)	40	40*	40
	$E_{ci,cpm}$ (MPa)	35418	35418	35418
Armadura passiva (AÇO CA-50)	$f_{yk}$ (MPa)	500	500	500
	$E_s$ (MPa)	210000	210000	210000
	$\epsilon_{yd}$ (‰)	2,07	2,07	2,07
Armadura ativa	$f_{ptk}$ (MPa)	1900	1900	1900
	$f_{pyk}$ (MPa)	1710	1710	1710
	$E_p$ (MPa)	205000	205000	205000
	$\epsilon_{yk}$ (‰)	8,34	8,34	8,34
TIPO DE AÇO PROTENDIDO	Armadura superior	-	-	CP 150 RN
	Armadura inferior	CP 190 RB	CP 190 RB	CP 190 RB

(\*) Na realidade o  $f_{ck}$  dos elementos de EM2 é de 30 MPa. O valor de 40 MPa foi adotado para os cálculos neste capítulo.

Com relação à força inicial de protensão ( $N_{p,i}$ ), foram utilizados os dados fornecidos pelos fabricantes, apresentados na Tabela 3.3.

**Tabela 3.3 – Força inicial de protensão ( $N_{p,i}$ ).**

Variável	EM1		EM2		EM3	
	Fibras superiores	Fibras inferiores	Fibras superiores	Fibras inferiores	Fibras superiores	Fibras inferiores
Armadura ativa (mm)	-	9 $\phi$ 12,7	-	10 $\phi$ 12,7	4 $\phi$ 4,0	8 $\phi$ 6,4 e 1 $\phi$ 9,5
$N_{p,i}$ (kN)	-	140,6	-	124,5	13,75	30,52 e 65,10

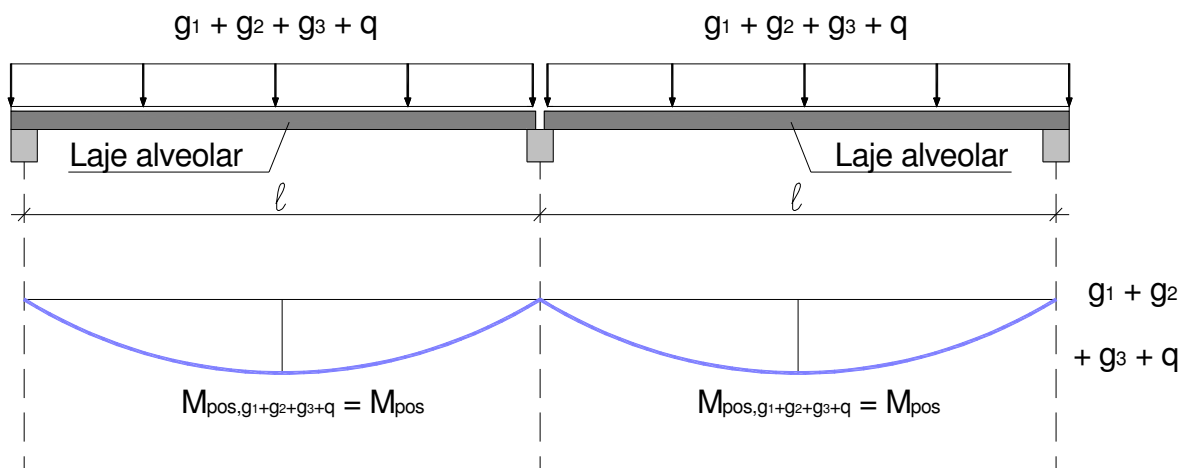
### 3.2 – Dimensionamento na condição biapoiada

O dimensionamento de uma laje alveolar biapoiada considera, usualmente, duas simplificações básicas. A primeira delas consiste em representar o pavimento por um elemento de laje alveolar, ou seja, considerar que o carregamento é igualmente distribuído por cada elemento.

A segunda simplificação é considerar o elemento de laje como sendo uma viga apoiada com apoios indeslocáveis na vertical. Logo, para fins de estado limite último (ELU) e tempo infinito, a armadura de protensão ( $A_p$ ) pode ser obtida considerando o momento fletor positivo representado pela soma de todos os carregamentos.

A Figura 3.7 apresenta o diagrama de momento fletor para o dimensionamento da laje alveolar na condição biapoiada, Nessa figura têm-se:

- $g_1$  é o carregamento de peso próprio da laje alveolar;
- $g_2$  corresponde ao peso próprio da capa;
- $g_3$  equivale às demais cargas permanentes (revestimento, por exemplo);
- $q$  é a carga acidental.



**Figura 3.7 – Diagrama de momento fletor para dimensionamento na condição biapoiada.**

Uma sugestão para roteiro de dimensionamento de laje alveolar simplesmente apoiada é apresentada por PETRUCELLI (2009), e reproduzida na Tabela 3.4, de forma adaptada.

**Tabela 3.4 – Sugestão para roteiro de dimensionamento de laje alveolar biapoiada.**  
*Adaptada de PETRUCELLI (2009).*

<b>Etapa</b>	<b>Título</b>	<b>Comentários</b>
1	Obtenção dos dados iniciais.	Propriedades geométricas e dos materiais, carregamentos e etc.
2	Pré-dimensionamento de $A_p$ no ELU no tempo infinito.	Fase de pré-dimensionamento, em que é necessário estimar as perdas totais.
3	Verificação do ELU no tempo zero.	Utilizar apenas o peso próprio, ou seja, situação em vazio. É necessário calcular o comprimento de transferência. A força de protensão é dada através de $A_p$ definida no item 2. Consideram-se os limites de compressão excessiva na data da liberação da protensão e na data de descompressão. Se forem atendidas as duas condições (tração na borda superior e compressão excessiva na borda inferior), ir para a etapa 5
4	Cálculo da armadura superior.	Ocorrendo tração nas fibras superiores, calcular a armadura de protensão para a região superior. Não sendo possível eliminar a tração ou a compressão excessiva, adotar outro elemento com maior altura.
5	Determinação das perdas de protensão.	Cálculo das perdas iniciais e diferidas. No caso das diferidas, consideram-se as etapas construtivas para a determinação dos coeficientes adequados. Em geral estipulam-se quatro etapas distintas de carregamentos nas seções simples e composta.
6	Cálculo de $A_p$ no ELU no tempo infinito.	Repete-se a etapa 2, utilizando, no entanto, o valor final das perdas calculadas na etapa 5.
7	Verificação do ELU no tempo zero.	Repete-se a etapa 3, utilizando, no entanto, o valor final das perdas calculadas na etapa 5.
8	Cálculo da armadura superior ( $A_p'$ ).	Ocorrendo tração nas fibras superiores, calcular a armadura de protensão para a região superior, ou seja, repete-se a etapa 4.
9	Verificação de ELS para fissuração no tempo infinito.	Deve-se considerar a combinação frequente e a quase permanente para as cargas acidentais. A força de protensão é obtida com o valor de $A_p$ calculado da maneira indicada na etapa 6. Os limites de tensão são dados pela NBR 6118:2014, dependendo da condição de agressividade ambiental. Caso as tensões não sejam atendidas, deve-se aumentar a quantidade da armadura superior $A_p'$ ou aumentar a altura da peça.
10	Verificação de ELS para deformações.	Deve-se determinar os valores das flechas para cada etapa de carregamento e compará-los com os valores normativos limites.
11	Verificação do cisalhamento.	Situações simples e composta. Se necessário, preencher os alvéolos para diminuir as tensões.
12	Detalhamento.	Detalhamento da peça para fabricação.

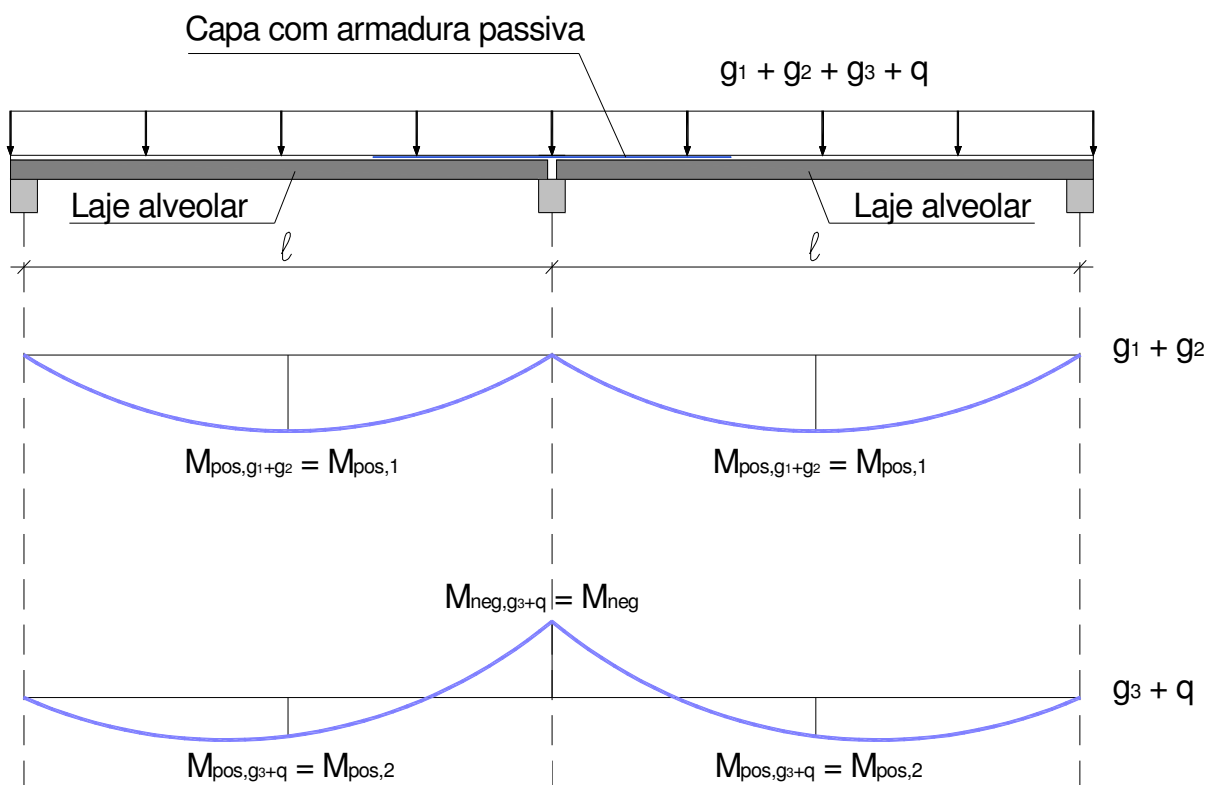


### 3.3 – Alteração no sistema estrutural

A alteração no sistema estrutural das lajes alveolares com continuidade é um fenômeno semelhante ao que ocorre nas pontes com balanços sucessivos, e, portanto, estão submetidas ao efeito de adaptação por fluência, que considera o comportamento dos materiais ao longo do tempo, principalmente para o controle das flechas. No entanto, os efeitos dependentes do tempo não foram considerados neste trabalho, uma vez que os ensaios de continuidade foram realizados em datas próximas às da moldagem da capa.

O dimensionamento de uma laje alveolar considerando a continuidade deve obedecer as duas fases descritas a seguir. Para ilustrar esse fato, tem-se a Figura 3.8.

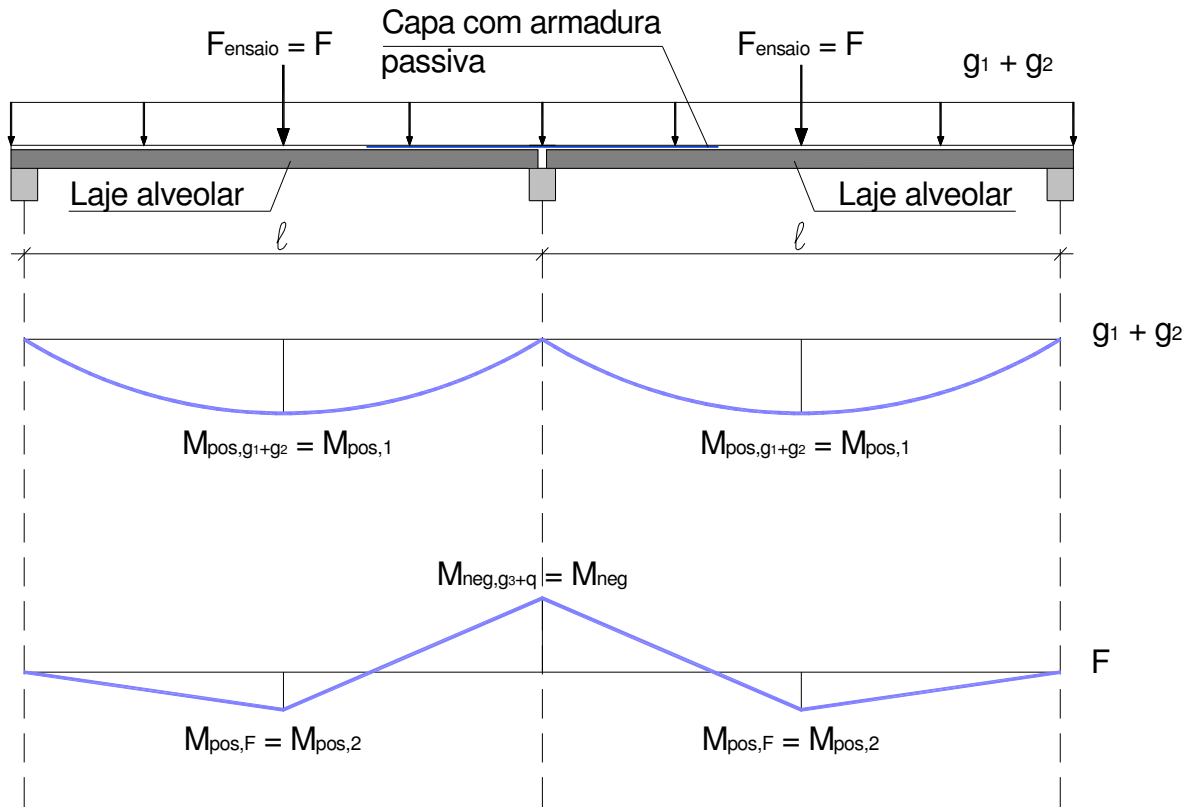
- A primeira corresponde à situação de laje simplesmente apoiada, em que atua o peso próprio ( $g_1$ ) e também o peso do concreto moldado no local ( $g_2$ ), seja pela concretagem da capa ou pela concretagem das aberturas dos alvéolos. Nesta situação, a laje deve resistir ao momento positivo no meio do vão;
- A segunda fase corresponde à ligação com continuidade. Neste caso, deve-se considerar como momento positivo a soma entre o momento obtido na primeira fase e o relativo à segunda, em que atuam as demais cargas permanentes ( $g_3$ ) e as acidentais ( $q$ ). Consequentemente, o máximo momento negativo é aquele calculado para a segunda fase, com o carregamento permanente e o acidental, nas situações mais desfavoráveis.



**Figura 3.8 – Esquemas estruturais com os diagramas de momento fletor das duas fases para dimensionamento de uma laje alveolar com continuidade.**

Considerando o carregamento utilizado na análise experimental (ensaio de laboratório), pode ocorrer uma modificação no diagrama de momento fletor, na segunda fase.

Como pode ser visto na Tabela 2.2 do capítulo anterior, a forma mais comum de se aplicar um carregamento nos ensaios feitos em laje alveolar é através de uma viga simulando uma força concentrada. Dessa forma, o diagrama de momento fletor da segunda fase é similar ao apresentado na Figura 3.9.



**Figura 3.9 – Esquemas estruturais com os diagramas de momento fletor das duas fases para dimensionamento de uma laje alveolar com continuidade, considerando o carregamento utilizado em ensaios.**

### 3.4 – Benefícios de se promover a continuidade

Consultando os trabalhos técnicos sobre continuidade já citados no Capítulo 2 (item 2.2), é possível distinguir algumas formas de se obter benefícios quando se efetua a continuidade. Para descrever essas vantagens tem-se a Tabela 3.5.

Nos projetos estruturais desses elementos, cada benefício deve ser considerado em função dos aspectos do projeto.

**Tabela 3.5 – Vantagens de se efetuar a continuidade. Comparação com a situação simplesmente apoiada.**

Vantagem	Autores	Comentários
Aumento da capacidade portante.	RESENDE e GASTAL (1999); BARBIERI e GASTAL (1999).	É a primeira vantagem a ser percebida e a principal vantagem comentada nos códigos internacionais. Foi comprovada nos ensaios realizados pelos autores citados na coluna anterior.  Ex.: dado um elemento de laje alveolar com as propriedades geométricas e de material definidas, e também para um determinado vão e quantidade de armadura de protensão $A_p$ . Esse elemento consegue suportar um carregamento maior com continuidade, quando comparada à situação biapoiada.
Aumento do vão.	TAN et al. (1996).	Ex.: dado um elemento de laje alveolar com as propriedades geométricas e de material definidas, e também para um determinado carregamento e quantidade de armadura de protensão $A_p$ . Esse elemento consegue atender as condições normativas para um vão maior com continuidade, quando comparado à situação biapoiada.
Diminuição da quantidade de armadura de protensão ( $A_p$ ).	PETRUCELLI e CARVALHO (2010).	Ex.: dado um elemento de laje alveolar com as propriedades geométricas e de material definidas, e também para um determinado carregamento e vão. Esse elemento requer uma quantidade menor de armadura de protensão $A_p$ no caso de continuidade, quando comparado à situação biapoiada.

No entanto, levando em consideração a situação da análise experimental (ensaio de laboratório), das três vantagens citadas na Tabela 3.5, a mais plausível de ser analisada e controlada em laboratório é a primeira, na qual ensaios comparativos entre as situações biapoiada e com continuidade podem ser feitos para um mesmo elemento de laje alveolar, ou seja, com as mesmas propriedades do material, a mesma seção transversal, a mesma quantidade de armadura de protensão ( $A_p$ ) e o mesmo vão.

### 3.5 – Perdas de protensão

Antes de calcular a área de aço da armadura passiva ( $A_s$ ) a ser utilizada nos ensaios, é necessário determinar as perdas de protensão, considerando as datas de fabricação e dos ensaios.

O procedimento adotado para este trabalho foi o seguinte:

- Considerar 10% como estimativa das perdas na data do ensaio de continuidade;
- Calcular  $A_s$ ;
- Realizar os ensaios;

- De posse da data do ensaio de continuidade, calcular as perdas de protensão;
- Refazer os cálculos de  $A_s$ .

No entanto, para os exemplos deste trabalho, não houve diferença significativa no valor de  $A_s$ , com as perdas estimadas em 10% ou com as obtidas no cálculo. Portanto, seria muito extenso apresentar os cálculos de forma iterativa.

Logo, a forma adotada para apresentar os cálculos será aquela supondo que já se sabia de antemão todas as datas dos ensaios. Em outras palavras, considerando o seguinte:

- De posse da data do ensaio de continuidade, calcular as perdas de protensão;
- Calcular  $A_s$ .

A Tabela 3.6 apresenta as datas consideradas para o cálculo da perda de protensão. Essa tabela mostra também as datas dos ensaios de caracterização dos corpos de prova (CP's) da laje e da capa. Como já foi comentado, os ensaios experimentais realizados nas lajes alveolares, foram feitos no NETPRE/UFSCar. Entretanto, os ensaios de caracterização dos corpos de prova foram feitos no LSE/UFSCar, como será detalhado posteriormente.

**Tabela 3.6 – Datas dos ensaios.**

Variável	EM1	EM2	EM3
Moldagem da laje na fábrica	28/11/2011	15/02/2012	18/06/2012
Ensaio dos CP's da laje na fábrica	05/12/2011	14/03/2012	25/06/2012
Ensaio de caracterização da laje no NETPRE	20/01/2012	20/05/2012	27/07/2012
Moldagem da capa	17/02/2012	23/05/2012	11/07/2012
Ensaio do modelo de continuidade	07/03/2012	06/06/2012	25/07/2012
Ensaio de caracterização nos CP's da capa no LSE	16/03/2012	20/06/2012	26/07/2012

O cálculo das perdas de protensão é baseado nos seguintes trabalhos: PETRUCELLI (2009) e CARVALHO (2012). O roteiro de cálculo é o mesmo encontrado em PETRUCELLI (2009).

### 3.5.1 – Perdas de protensão na data do ensaio de continuidade EM1

A seguir é mostrado o cálculo das perdas de protensão para o ensaio de continuidade EM1. Para tal é necessário considerar os dados iniciais apresentados na: Figura 3.1 (medidas da seção transversal), Tabela 3.1 (propriedades geométricas), Tabela 3.2 (propriedades dos materiais), Tabela 3.3 (força inicial de protensão) e Tabela 3.6 (datas dos ensaios).

Como dados complementares, têm-se o seguinte:

- Cimento ARI;
- Umidade relativa do ar (U) igual a 70%;
- Temperatura (T) igual a 20°;

Considerando as medidas da capa (Figura 3.1) e a área da seção transversal da laje ( $A_c$  da Tabela 3.1), os carregamentos considerados são:

- Peso próprio da laje –  $g_1 = 0,2357 \text{ (m}^2\text{)} * 25 \text{ (kN/m}^3\text{)} = 5,89 \text{ kN/m}$ ;
- Peso próprio da capa –  $g_2 = 0,05 \text{ (m)} * 2,00 \text{ (m)} * 25 \text{ (kN/m}^3\text{)} = 2,5 \text{ kN/m}$ .

Considerando a Tabela 3.3, têm-se:

- Força inicial de protensão –  $N_p = N_{pi} * n^\circ \text{ de cordoalhas} = 140,6 * 9 = 1265,4 \text{ kN}$ ;
- Tensão inicial de protensão –  $\sigma_{pi} = N_p / A_p = 1465,4 / 8,91 = 142 \text{ kN/cm}^2 \text{ (1420 MPa)}$ .

A Tabela 3.7 mostra as etapas de carregamento consideradas, o tempo decorrido da concretagem, as ações, o tipo de seção e as causas das perdas correspondentes a cada etapa.

**Tabela 3.7 – Sequência considerada para determinação das perdas conforme as etapas de carregamento.**

Etapa	Tempo decorrido da concretagem	Ações	Tipo de seção	Perdas
1	t = 21 horas (aplicação da protensão. Será arredondado para 1 dia.	p+g <sub>1</sub>	Simplex	Deformação imediata Deformação por ancoragem Relaxação da armadura
2	t = 81 dias (moldagem da capa)	p+g <sub>1</sub> +g <sub>2</sub>	Simplex	Retração do concreto Fluência do concreto Relaxação da armadura

p –força de protensão; g<sub>1</sub> –peso próprio da laje; g<sub>2</sub> –peso próprio da capa.

Como os cálculos das perdas de protensão serão feitos para as datas dos ensaios (ensaio de continuidade e de caracterização), não será considerado o tempo infinito, e sim o tempo t decorrido até a data do ensaio. No caso do ensaio de continuidade de EM1, t é igual a 100 dias.

### 3.5.1.1 – Perdas Iniciais – Etapa 1

As perdas iniciais correspondem a etapa 1 da Tabela 3.7, sendo apresentadas na Tabela 3.8, na seguinte sequência: a) Deformação por ancoragem da armadura; b) Relaxação da armadura; c) Deformação imediata do concreto.

**Tabela 3.8 – Cálculos das Perdas Iniciais de Protensão – Ensaio do modelo 1 (EM1).**

<b>Deformação por ancoragem (<math>\Delta\sigma_{anc}</math>)</b>	
<p>– Comprimento da pista (L) = 84 m;            – Encurtamento total do cabo (<math>\Delta l</math>) = 6 mm;</p> $\varepsilon l = \frac{\Delta l}{L} = \frac{0,006}{84} = 0,0000714$ $\Delta\sigma_{anc} = E_p \cdot \varepsilon l = 200500 \cdot 0,0000714 = 14,32 \text{ MPa}$	
<b>Relaxação da armadura (<math>\Delta\sigma_r</math>)</b>	
<p>Obtida por:</p> $\Delta\sigma_r = \psi(t, t_0) \cdot \sigma_{pi}$ <p>Onde:</p> <p>– <math>\psi(t, t_0)</math> é o coeficiente de relaxação da armadura: <math>\psi(t, t_0) = \psi_{1000} \left[ \frac{t-t_0}{41,67} \right]^{0,15}</math>            – <math>\sigma_{pi}</math> é a tensão da armadura de protensão no instante do seu estiramento igual a 1420 MPa.            – <math>\psi_{1000}</math> pode ser obtido em tabela indicada por CARVALHO (2012) ou na fórmula indicada a seguir, que foi obtida por regressão linear, a partir da tabela de CARVALHO (2012).</p> $\psi_{1000} = -7,5 \cdot R^2 + 21,45 \cdot R - 8,855$ $\psi_{1000} = -7,5 \cdot 0,7398^2 + 21,45 \cdot 0,7398 - 8,855$ $\psi_{1000} = -4,10478 + 15,86871 - 8,855$ $\psi_{1000} = 2,91\%$ <p>– R é obtido pela seguinte relação:</p> $R = \frac{(\sigma_{pi} - \Delta\sigma_{anc})}{f_{pytk}} = \frac{(1420 - 14,32)}{1900} = 0,7398$ <p>Portanto:</p> $\psi(t, t_0) = \psi_{1000} \left[ \frac{t - t_0}{41,67} \right]^{0,15} = 2,91 \left[ \frac{1 - 0}{41,67} \right]^{0,15} = 1,663\%$ $\Delta\sigma_r = \psi(t, t_0) \cdot \sigma_{pi} = \frac{1,663}{100} 1420 = 23,61 \text{ MPa}$	
<b>Deformação imediata do concreto (<math>\Delta\sigma_{p,i}</math>)</b>	
<p>Considerando o cabo representante e a seção do meio do vão, tem-se:</p> $\Delta\sigma_{p,i} = \alpha_p \cdot \sigma_{cg,cabo}$ <p>Onde:</p> <p>– <math>\alpha</math> é a relação entre os módulos de elasticidade do aço e do concreto, considerando <math>f_{cj}=20</math> MPa, para 1 dia: <math>\alpha_p = \frac{E_p}{E_{cs}} = \frac{200500}{21287} = 9,42</math></p>	

–  $\sigma_{cg,cabo}$  é a tensão no concreto no nível do baricentro da armadura de protensão, dada pela seguinte fórmula:

$$\sigma_{cg,cabo} = \frac{N_p}{A_c} + \frac{M_p \cdot e_p}{I} - \frac{M_{g1} \cdot e_p}{I}$$

Sendo:

–  $N_p$  é a força total de protensão, considerando as perdas calculadas anteriormente em kN/m<sup>2</sup>:

$$- N_p = \sigma_i \cdot A_p = (142,0 - 1,432 - 2,361) \cdot 8,91 = 138,207 \cdot 8,91 = 1231,42 \text{ kN}$$

–  $A_c$  é a área da seção transversal considerada igual a 0,2357 m<sup>2</sup>.

–  $e_i$  é a excentricidade do cabo representante (distância da força de protensão ( $N_p$ ) ao centro de gravidade da seção transversal: 0,0734 m

–  $M_p$  é o momento devido à força de protensão:  $M_p = N_p \cdot e_p = 1231,42 \cdot 0,0734 = 90,39 \text{ kN} \cdot \text{m}$

–  $M_{g1}$  é o momento devido à atuação do peso próprio:  $M_{g1} = \frac{g_1 \cdot l^2}{8} = \frac{5,89 \cdot 6^2}{8} = 26,51 \text{ kN} \cdot \text{m}$

–  $I$  é o momento de inércia igual a 0,0013 m<sup>4</sup>.

Portanto:

$$\sigma_{cg,cabo} = \frac{1231,42}{0,2357} + \frac{90,39 \cdot 0,0734}{0,0013} - \frac{26,51 \cdot 0,0734}{0,0013}$$

$$\sigma_{cg,cabo} = 8824,48 \text{ kN/m}^2$$

$$\sigma_{cg,cabo} = 8,82 \text{ MPa}$$

Por fim:

$$\Delta\sigma_{p,i} = 9,42 \cdot 8,82$$

$$\Delta\sigma_{p,i} = 83,08 \text{ MPa}$$

### Perdas iniciais totais

$$\Delta\sigma_{ini} = \Delta\sigma_{anc} \cdot \Delta\sigma_r \cdot \Delta\sigma_{p,i}$$

$$\Delta\sigma_{ini} = 14,32 \cdot 23,61 \cdot 83,08$$

$$\Delta\sigma_{ini} = 121,01 \text{ MPa}$$

A tensão final após as perdas da etapa 1 ( $\sigma_{pt}$ ), resulta:

$$\sigma_{pt,1dia} = 1420 - 121,01 = 1298,99 \text{ MPa}$$

Perdas:

$$PERDAS \text{ INICIAIS} = \frac{(\sigma_{pi} - \Delta\sigma_{ini})}{\sigma_{pi}} = \frac{(1420 - 1298,99)}{1420} = 0,0852$$

$$PERDAS \text{ INICIAIS} = 8,52 \%$$

### 3.5.1.2 – Perdas Diferidas – Etapa 2

As perdas ao longo do tempo (perdas diferidas) correspondem a etapa 2 (Tabela 3.7), sendo apresentadas, pelas Tabelas 3.10, 3.11, 3.12 e 3.13, na seguinte sequência: a) Perda por fluência do concreto; b) Perda por retração do concreto; c) Perda por relaxação da armadura; d) Somatório das perdas de forma Isolada e Progressiva.

Antes, é necessário distinguir duas fases na etapa 2:

- Etapa 2, fase 1. Período logo após a aplicação da protensão, até o momento em que é realizado o ensaio experimental, sendo: tempo inicial  $t_0 = 1$  dia e tempo  $t = 100$  dias;
- Etapa 2, fase 2. Período em que é feita a concretagem da capa, até o ensaio experimental, sendo: tempo inicial  $t_0 = 81$  dias e tempo  $t = 100$  dias.

Em ambas as fases da etapa 2, a laje permanece na condição de simplesmente apoiada, sendo os apoios próximos às extremidades.

É necessário definir a área da seção e o perímetro da seção de concreto em contato com o ar. Em se tratando de uma seção transversal com alteração de simples para composta, foi adotado um critério para considerar essas modificações, baseado no trabalho de PETRUCELLI (2009).

Na fase 1, a área (A) da seção transversal considerada é a média entre as duas seções simples e composta. Portanto,  $A = 0,28495 \text{ m}^2$ . O perímetro da seção de concreto em contato com o ar ( $u_{ar}$ ) é grande, sendo composto por todo o perímetro externo da seção transversal (4,3966 m) mais o perímetro dos alvéolos (4,7120 m). Logo  $u_{ar} = 9,1086 \text{ m}$ .

A fase 2 é aquela em que já se pode considerar a capa. Portanto,  $A = 0,3342 \text{ m}^2$ . Para o perímetro, como critério prático, considera-se o perímetro externo mais a metade do perímetro dos alvéolos. Logo  $u_{ar} = 6,75 \text{ m}$ .

Para representar de forma satisfatória a transformação da seção em contato com o ar ao longo do tempo, foi considerado para o peso próprio ( $g_1$ ) a média dos valores para a área (A), como apresentado anteriormente. Entretanto, para o perímetro ( $u_{ar}$ ) foi calculada a média entre a fase atual (fase 1) e a posterior (fase 2).

Para a ação da capa ( $g_2$ ), foi considerada a média dos valores para a área (A), como apresentado anteriormente. A mesma coisa foi feita para o perímetro ( $u_{ar}$ ), pois, neste caso, não existe fase posterior à da introdução da capa.

Para resumir o que foi apresentado, tem-se a Tabela 3.9, que mostra os valores de área e perímetro considerados no cálculo das perdas para cada ação.

**Tabela 3.9 – Valores de área e perímetro a considerar no cálculo das perdas para cada ação.**

Ação	Descrição	Área da seção (m <sup>2</sup> )	Perímetro em contato com o ar (m)
$g_1$	Peso próprio	0,28495	$\frac{9,1086 + 6,75}{2} = 7,93$
$g_2$	Capa	0,3342	6,75



**Tabela 3.10 – Perdas por fluência do concreto – Exemplo numérico 1.**

<b>Fluência do concreto (<math>\Delta\sigma_{p,c}(t,t_0)</math>)</b>																															
A perda de protensão devida à fluência é obtida por:																															
$\Delta\sigma_{p,c}(t, t_0) = \alpha_p \cdot (\sigma_{cg,cabo} \cdot \varphi(t, t_0))$																															
Onde:																															
– $\alpha_p$ é a relação entre os módulos de elasticidade do aço e do concreto, considerando $f_{ck} = 40$ MPa, ou seja, considerando a data do ensaio (100 dias): $\alpha_p = \frac{E_p}{E_{cs}} = \frac{200500}{30105} = 6,67$ ;																															
– $\sigma_{cg,cabo}$ é a tensão no concreto no nível do baricentro da armadura de protensão, dada pela seguinte fórmula:																															
$\sigma_{cg,cabo} = \frac{N_p}{A_c} + \frac{M_p \cdot e_p}{I} - \frac{M_{g1} \cdot e_p}{I}$																															
– $\varphi(t, t_0)$ é o coeficiente de fluência, dado pela soma dos coeficientes de fluência rápida irreversível ( $\varphi_\alpha$ ), deformação lenta reversível ( $\varphi_r$ ) e deformação lenta reversível ( $\varphi_d$ ):																															
$\varphi(t, t_0) = \varphi_\alpha + \varphi_f + \varphi_d$																															
A parcela entre parênteses ( $\sigma_{cg,cabo} \cdot \varphi(t, t_0)$ ) deve ser considerada de acordo com as fases de carregamento explicadas anteriormente.																															
<b>Cálculo do coeficiente de fluência – <math>\varphi(t, t_0)</math></b>																															
Para o cálculo do coeficiente de fluência é necessário considerar a expressão e a tabela mostradas a seguir:																															
$\varphi(t, t_0) = \varphi_\alpha + \varphi_{f\infty} [\beta_f(t) - \beta_f(t_0)] + \varphi_{d\infty} \beta_d$																															
<table border="1"> <thead> <tr> <th rowspan="2">Fase</th> <th colspan="2">Período (dias)</th> <th rowspan="2"><math>T_i</math> (°)</th> <th rowspan="2"><math>\alpha</math></th> <th colspan="2">Idade fictícia (dias)</th> </tr> <tr> <th><math>t_0</math></th> <th><math>t</math></th> <th><math>t_0</math></th> <th><math>t_\infty</math></th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>1</td> <td>1</td> <td>100</td> <td>20</td> <td>3</td> <td>3</td> <td>300</td> </tr> <tr> <td>2</td> <td>81</td> <td>100</td> <td>20</td> <td>3</td> <td>243</td> <td>300</td> </tr> </tbody> </table>							Fase	Período (dias)		$T_i$ (°)	$\alpha$	Idade fictícia (dias)		$t_0$	$t$	$t_0$	$t_\infty$	1	1	100	20	3	3	300	2	81	100	20	3	243	300
Fase	Período (dias)		$T_i$ (°)	$\alpha$	Idade fictícia (dias)																										
	$t_0$	$t$			$t_0$	$t_\infty$																									
1	1	100	20	3	3	300																									
2	81	100	20	3	243	300																									
– $T_i$ = temperatura média diária do ambiente, considerada como 20°;																															
– $\alpha$ = coeficiente que considera o tipo de cimento. Para cimento ARI, $\alpha=3,0$ .																															
– Para a idade fictícia ( $t_0$ ou $t_\infty$ ), deve-se considerar a seguinte expressão:																															
$t = \alpha \cdot \sum \frac{T_i + 10}{30} \cdot \Delta t_{ef}$																															
– $\Delta t_{ef}$ é o período em dias, durante o qual a temperatura média diária do ambiente ( $T_i$ ) pode ser considerada constante.																															
<b>Cálculo da fluência rápida – <math>\varphi_\alpha</math></b>																															
$\varphi_\alpha = 0,8 \left[ 1 - \frac{f_c(t_0)}{f_c(t_\infty)} \right]$																															
– $\frac{f_c(t_0)}{f_c(t_\infty)}$ é função do aumento da resistência do concreto com o tempo, podendo ser obtido usando																															

a expressão de  $\beta_1$ , que por sua vez correlaciona a resistência do concreto em função do tempo (t) com o valor da resistência característica do concreto ( $f_{ck}$ );

$$- \beta_1 = \frac{f_{cj}}{f_{ck}} \Rightarrow f_{cj} = \beta_1 \cdot f_{ck};$$

$$- \beta_1 = \exp \left\{ s \cdot \left[ 1 - \left( \frac{28}{t} \right)^{1/2} \right] \right\}, \text{ devendo-se fazer, } t = t_0 \text{ e } t = t_\infty;$$

–  $s = 0,20$  para cimento ARI.

Fase	Idade fictícia (dias)		s	$f_c(t_0)$	$f_c(t_\infty)$	$\varphi_\alpha$
	$t_0$	t				
1	3	300	0,20	0,6936	1,14901	0,317
2	243	300	0,20	1,14123	1,14901	0,005

### Cálculo da deformação lenta reversível – $\varphi_{f\infty} [\beta_f(t) - \beta_f(t_0)]$

O valor de  $\varphi_{f\infty}$  pode ser obtido por:

$$\varphi_{f\infty} = \varphi_{1c} \cdot \varphi_{2c}$$

–  $\varphi_{1c} = 4,45 - 0,035 U$  é o coeficiente que depende da umidade relativa do ambiente (U) e da consistência do concreto, sendo válido para  $U \leq 90\%$  e abatimentos entre 5 e 9 cm. Para abatimentos entre 0 e 4 cm,  $\varphi_{1c}$  é 25 % menor, enquanto que para abatimentos entre 10 e 15 cm  $\varphi_{1c}$  é 25% maior. Para a laje do ensaio 1 o concreto foi vibrado com abatimento entre 5 e 9 cm;

–  $\varphi_{2c} = \frac{42+h_{fic}}{20+h_{fic}}$ , é o coeficiente que depende da espessura fictícia da peça, com  $h_{fic}$  em centímetros;

–  $h_{fic} = \gamma \frac{2A_c}{u_{ar}}$ , que por sua vez depende de:

–  $\gamma = 1 + \exp(-7,8 + 0,1 \cdot U)$ , coeficiente que depende da umidade relativa do ambiente (U);

–  $A_c$  área da seção transversal da peça;

–  $u_{ar}$ , que corresponde à parte do perímetro externo da seção transversal da peça em contato com o ar.

Fase	U (%)	$\gamma$	$h_{fic}(cm)$	$\varphi_1$	$\varphi_1$	$\varphi_\infty$
1	70	1,449	10,415	2,00	1,723	3,447
2	70	1,449	14,346	2,00	1,641	3,281

–  $\beta_f(t)$  e  $\beta_f(t_0)$  são coeficientes relativos à deformação lenta irreversível, sendo obtidos em função da idade do concreto. Esses coeficientes podem ser obtidos por gráficos, como mostra CARVALHO (2012). Entretanto, podem ser obtidos pela expressão indicada na sequência, na qual, os coeficientes A, B, C e D são dados em função da altura fictícia ( $h_{fic}$ ) e pelo tempo (t ou  $t_0$ ). Para valores de  $h_{fic}$  fora do intervalo de 0,05 e 1,6 m, usam-se os extremos:

$\beta_f(t) = \frac{t^2 + A \cdot t + b}{t^2 + C \cdot t + D}$	$A = 42h_{fic}^3 - 350h_{fic}^2 + 588h_{fic} + 113$
	$B = 768h_{fic}^3 - 3060h_{fic}^2 + 3234h_{fic} - 23$
	$C = -200h_{fic}^3 + 13h_{fic}^2 + 1090h_{fic} + 183$
	$D = 7579h_{fic}^3 - 31916h_{fic}^2 + 35343h_{fic} + 1931$

Fase	A	B	C	D	$\beta_f(t)$	$\beta_f(t_0)$	$\varphi_{f\infty} [\beta_f(t) - \beta_f(t_0)]$
1	170	281	296	5274	0,768	0,141	2,1611
2	190	380	339	6367	0,744	0,715	0,0970

#### **Cálculo da deformação lenta irreversível** – $\varphi_{d\infty} \beta_d$

–  $\varphi_{d\infty}$  é o valor final do coeficiente de deformação lenta reversível, que é considerado igual a 0,4;

–  $\beta_d$  é o coeficiente relativo à deformação lenta reversível, função do tempo (t e  $t_0$ ) decorrido após o carregamento:

$$\beta_d = \frac{t - t_0 + 20}{t - t_0 + 70}$$

Fase	$\varphi_{d\infty}$	$\beta_d$	$\varphi_{d\infty} \beta_d$
1	0,4	0,86358	0,345
2	0,4	0,60630	0,243

#### **Valor total do coeficiente de fluência** – $\varphi(t, t_0)$

É a soma das parcelas calculadas anteriormente, como indicado na tabela a seguir:

Fase	$\varphi_\alpha$	$\varphi_{f\infty} [\beta_f(t) - \beta_f(t_0)]$	$\varphi_{d\infty} \beta_d$	$\varphi(t, t_0)$
1	0,317	2,1611	0,345	2,824
2	0,005	0,0970	0,243	0,345

#### **Cálculo das perdas por fluência**

As perdas por fluência do concreto são calculadas pela expressão:

$$\sigma_{cg,cabo} \cdot \varphi(t, t_0) = \left[ \frac{N_p}{A_c} + \frac{M_p \cdot e_p}{I_s} - \frac{M_{g1} \cdot e_p}{I_s} \right] \cdot \varphi(t, t_0) - \left[ \frac{M_{g2} \cdot e_p}{I_s} \right] \cdot \varphi(t, t_0)$$

Sendo:

–  $N_p$  é a força total de protensão, considerando as perdas calculadas anteriormente em kN/m<sup>2</sup>:

–  $N_p = \sigma_{pt,1dia} \cdot A_p = 129,899 \cdot 8,91 = 1157,3 \text{ kN}$ ;

–  $A_c$  é a área da seção transversal considerada, igual a 0,2357 m<sup>2</sup>;

–  $e_p$  é a excentricidade do cabo representante (distância da força de protensão ( $N_p$ ) ao centro de

gravidade da seção transversal, igual a 0,0734 m;

–  $M_p$  é o momento devido à força de protensão:  $M_p = N_p \cdot e_p = 1157,4 \cdot 0,0734 = 84,95 \text{ kN.m}$ ;

–  $M_{g1}$  é o momento devido ao peso próprio:  $M_{g1} = \frac{g_1 \cdot l^2}{8} = \frac{5,89 \cdot 6^2}{8} = 26,51 \text{ kN.m}$ ;

–  $M_{g2}$  é o momento devido ao peso da capa:  $M_{g2} = \frac{g_2 \cdot l^2}{8} = \frac{2,50 \cdot 6^2}{8} = 11,25 \text{ kN.m}$ ;

–  $I_s$  é o momento de inércia da seção composta, igual a 0,0013 m<sup>4</sup>.

Com esses valores, obtêm-se:

$$\sigma_{cg,cabo} \cdot \varphi(t, t_0) = \left[ \frac{1157,3}{0,2357} + \frac{84,95 \cdot 0,0734}{0,0013} - \frac{26,51 \cdot 0,0734}{0,0013} \right] \cdot 2,824 - \left[ \frac{11,25 \cdot 0,0734}{0,0013} \right] \cdot 0,345$$

$$\sigma_{cg,cabo} \cdot \varphi(t, t_0) = 22848,69 \frac{\text{kN}}{\text{m}^2} = 22,85 \text{ MPa}$$

$$\Delta\sigma_{p,c}(t, t_0) = \alpha_p \cdot (\sigma_{cg,cabo} \cdot \varphi(t, t_0)) = 6,67 \cdot 22,85 = 152,41 \text{ MPa}$$

**Tabela 3.11 – Perdas por retração do concreto – Exemplo numérico 1.**

### Retração do concreto ( $\Delta\sigma_{p,s}(t, t_0)$ )

A perda de protensão devida à retração é obtida por:

$$\Delta\sigma_{p,s}(t, t_0) = \varepsilon_{cs}(t, t_0) \cdot E_p$$

–  $\varepsilon_{cs}(t, t_0) = \varepsilon_{cs\infty} [\beta_s(t) - \beta_s(t_0)]$  é o coeficiente da deformação específica de retração do concreto;

–  $E_p = 200500 \text{ MPa}$  é o módulo de elasticidade da armadura de protensão, apresentado na Tabela 3.2.

#### **Cálculo de $\varepsilon_{cs}(t, t_0)$**

O valor de  $\varepsilon_{cs\infty}$  é obtido por:

$$\varepsilon_{cs\infty} = \varepsilon_{1s} + \varepsilon_{2s}$$

–  $10^4 \varepsilon_{1s} = -6,16 - \frac{U}{484} + \frac{U^2}{484}$  é o coeficiente que depende da umidade relativa do ambiente (U) e da consistência do concreto, sendo válido para  $U \leq 90\%$  e abatimentos entre 5 e 9 cm. Para abatimentos entre 0 e 4 cm,  $\varepsilon_{1s}$  é 25% menor, enquanto que para abatimentos entre 10 e 15 cm  $\varepsilon_{1s}$  é 25% maior. Para a laje do ensaio 1, o concreto foi vibrado com abatimento entre 5 e 9 cm;

–  $\varepsilon_{2s} = \frac{33+2 \cdot h_{fic}}{20,8+3 \cdot h_{fic}}$ , é o coeficiente que depende da espessura fictícia da peça, com  $h_{fic}$  em centímetros;

–  $h_{fic} = \gamma \frac{2A_c}{u_{ar}}$ , que por sua vez depende de:

–  $\gamma = 1 + \exp(-7,8 + 0,1 \cdot U)$ , é o coeficiente que depende da umidade relativa do ambiente (U);

–  $A_c$  é a área da seção transversal da peça;

–  $u_{ar}$ , corresponde à parte do perímetro externo da seção transversal da peça em contato com o ar.

Fase	Período (dias)		$T_i$ (°)	$\alpha$	Idade fictícia (dias)	
	$t_0$	$t$			$t_0$	$t$
1	1	81	20	1	1	81
2	81	100	20	1	81	100

- $T_i$  é a temperatura média diária do ambiente, considerada como 20°;
- $\alpha$  é o coeficiente que considera o tipo de cimento. Para cimento ARI,  $\alpha = 1,0$ .
- Para a idade fictícia ( $t_0$  ou  $t_\infty$ ) deve-se considerar a seguinte expressão:

$$t = \alpha \cdot \sum \frac{T_i + 10}{30} \cdot \Delta t_{ef}$$

- $\Delta t_{ef}$  é o período em dias, durante o qual a temperatura média diária do ambiente ( $T_i$ ) pode ser considerada constante.

Fase	U (%)	$\gamma$	$h_{fic}(cm)$	$\epsilon_{1s}$	$\epsilon_{2s}$	$\epsilon_{cs\infty}$
1	70	1,449	10,415	-0,00032	1,034	-0,000333
2	70	1,449	14,346	-0,00032	0,966	-0,000311

- $\beta_s(t)$  e  $\beta_s(t_0)$  são coeficientes relativos à retração, que podem ser obtidos por gráficos, como mostra CARVALHO (2012). Entretanto, podem ser obtidos pela expressão indicada a seguir, na qual os coeficientes A, B, C e D são dados em função da altura fictícia ( $h_{fic}$ ) e pelo tempo ( $t$  ou  $t_0$ ). Para valores de  $h_{fic}$  fora do intervalo entre 0,05 e 1,6 m, usam-se os extremos:

$$\beta_s(t) = \frac{\left(\frac{t}{100}\right)^3 + A \cdot \left(\frac{t}{100}\right)^2 + B \cdot \left(\frac{t}{100}\right)}{\left(\frac{t}{100}\right)^3 + C \cdot \left(\frac{t}{100}\right)^2 + D \cdot \left(\frac{t}{100}\right) + E}$$

$A = 40$
$B = 116h_{fic}^3 - 282h_{fic}^2 + 220h_{fic} - 4,8$
$C = 2,5h_{fic}^3 - 8,8h_{fic} + 40,7$
$D = -75h_{fic}^3 + 585h_{fic}^2 + 496h_{fic} - 6,8$
$E = -196h_{fic}^4 - 88h_{fic}^3 + 584h_{fic}^2 - 39h_{fic} + 0,8$

Fase	A	B	C	D	E	$\beta_s(t)$	$\beta_s(t_0)$	$\Delta\beta_s$
1	40	15,185	39,786	51,119	2,950	0,550	0,051	0,49904
2	40	21,300	39,445	76,175	6,881	0,504	0,463	0,04096

Fase	$\epsilon_{cs\infty}$	$\Delta\beta_s$	$E_p$ (MPa)	$\Delta\sigma_{p,s}(t, t_0)$
1	-0,000333	0,49904	200500	33,353
2	-0,000311	0,04096	200500	2,558

$$\Delta\sigma_{p,s}(t, t_0) = 35,91 \text{ MPa}$$

**Tabela 3.12 – Perdas por relaxação da armadura – Exemplo numérico 1.**

<b>Relaxação da armadura (<math>\Delta\sigma_{p,r}</math>)</b>
<p>A exemplo da Etapa 1, a relaxação do aço é dada por:</p> $\Delta\sigma_{p,r} = \psi(t, t_0) \cdot \sigma_{pi}$ <p>– <math>\psi(t, t_0)</math> é o coeficiente de relaxação da armadura: <math>\psi(t, t_0) = \psi_{1000} \left[ \frac{t-t_0}{41,67} \right]^{0,15}</math></p> <p>– <math>\sigma_{pt,1dia}</math> é a tensão na armadura de protensão após as perdas iniciais igual a 1298,99 MPa.</p> <p>– <math>\psi_{1000}</math> pode ser obtido por tabela em CARVALHO (2012) ou na fórmula indicada a seguir, que foi obtida por regressão linear, a partir da tabela indicada por CARVALHO (2012).</p> $\psi_{1000} = -7,5 \cdot R^2 + 21,45 \cdot R - 8,855$ $\psi_{1000} = -7,5 \cdot 0,6836 + 21,45 \cdot 0,6836 - 8,855$ $\psi_{1000} = -3,505 + 14,66 - 8,855$ $\psi_{1000} = 2,30\%$ <p>– R é obtido pela seguinte relação:</p> $R = \frac{(\sigma_{pt,1dia})}{f_{pytk}} = \frac{(1298,99)}{1900} = 0,6836$ <p>Portanto:</p> $\psi(t, t_0) = \psi_{1000} \left[ \frac{t - t_0}{41,67} \right]^{0,15} = 2,30 \left[ \frac{100 - 1}{41,67} \right]^{0,15} = 2,62\%$ $\Delta\sigma_{p,r} = \psi(t, t_0) \cdot \sigma_{pt} = \frac{2,62}{100} 1298,99 = 34,03 \text{ MPa}$

**Tabela 3.13 – Perdas totais aos 100 dias – Exemplo numérico 1.**

<b>Perdas totais (t=100)</b>
<p><b><u>Perdas totais considerando cada uma das perdas diferidas de forma isolada</u></b></p> <p>Soma das perdas diferidas:</p> $\Delta\sigma_{p,DIF} = \Delta\sigma_{p,c} + \Delta\sigma_{p,s} + \Delta\sigma_{p,r}$ $\Delta\sigma_{p,DIF} = 152,41 + 35,91 + 34,03$ $\Delta\sigma_{p,DIF} = 222,34 \text{ MPa}$ <p>Tensão final:</p> $\sigma_{pt,\infty} = \sigma_{pt,1dia} - \Delta\sigma_{p,DIF}$ $\sigma_{pt,\infty} = 1298,99 - 222,34$ $\sigma_{pt,\infty} = 1076,65 \text{ MPa}$ <p>Perdas totais:</p> $PERDAS \ TOTAIS = \frac{(\sigma_{pi} - \sigma_{pt,\infty})}{\sigma_{pi}} = \frac{(1420 - 1076,65)}{1420} = 0,2418$ $PERDAS \ TOTAIS = 24,18 \%$

**Perdas totais considerando a interação das perdas diferidas (perdas progressivas)**

Obtida pela seguinte expressão:

$$\Delta\sigma_{p,DIF} = \frac{\varepsilon_{cs}(t, t_0) \cdot E_p + \alpha_p \cdot \sigma_{c,pog} \cdot \varphi(t, t_0) + \sigma_{pt,1dia} \cdot \chi(t, t_0)}{\chi_p + \chi_c \cdot \alpha_p \cdot \eta \cdot \rho_p}$$

–  $\varepsilon_{cs}(t, t_0) \cdot E_p = \Delta\sigma_{p,s}(t, t_0) = 35,91 \text{ MPa}$ , valor calculado pela Tabela 3.11;

–  $\alpha_p \cdot \sigma_{c,pog} \cdot \varphi(t, t_0) = \Delta\sigma_{p,c}(t, t_0) = 152,41 \text{ MPa}$ , valor calculado pela Tabela 3.10;

–  $\sigma_{pt,1dia}$  é a tensão na armadura de protensão após as perdas iniciais: 1298,99 MPa (Tabela 3.8);

–  $\chi(t, t_0) = -\ln[1 - \psi(t, t_0)] = -\ln\left[1 - \frac{2,62}{100}\right] = 0,02655$ , com  $\psi(t, t_0)$  obtido na Tabela 3.12;

–  $\chi_p = 1 + \chi(t, t_0) = 1,02655$ ;

–  $\chi_c = 1 + 0,5 \cdot \varphi(t, t_0) = 1 + 0,5 \cdot 2,824 = 2,412$ ; neste caso utilizou-se o valor de  $\varphi(t, t_0)$  da fase 1;

–  $\alpha_p = 6,67$ , (ver início da Tabela 3.10);

–  $\eta = 1 + e_i^2 \cdot \frac{A_c}{I_c} = 1 + 0,0734^2 \cdot \frac{0,2357}{0,0013} = 1,9768$ , coeficiente calculado em função das propriedades geométricas da seção simples: área da seção transversal, momento de inércia e excentricidade de protensão da armadura inferior;

–  $\rho_p = \frac{A_p}{A_c} = \frac{8,91}{2357} = 0,00378$  (taxa de armadura ativa).

Resulta:

$$\Delta\sigma_{p,DIF} = \frac{35,91 + 152,41 + 1298,99 \cdot 0,02655}{1,02655 + 2,412 \cdot 6,67 \cdot 1,9768 \cdot 0,00378} = 194,29 \text{ MPa}$$

Tensão final:

$$\sigma_{pt,\infty} = \sigma_{pt,1dia} - \Delta\sigma_{p,DIF}$$

$$\sigma_{pt,\infty} = 1298,99 - 194,29$$

$$\sigma_{pt,\infty} = 1104,7 \text{ MPa}$$

Perdas totais:

$$PERDAS \ TOTAIS = \frac{(\sigma_{pi} - \sigma_{pt,\infty})}{\sigma_{pi}} = \frac{(1420 - 1107,7)}{1420} = 0,2199$$

$$PERDAS \ TOTAIS = 21,99 \%$$

### 3.5.2 – Perdas de protensão para os ensaios de caracterização do EM1

Além de determinar a perda de protensão na data de ensaio, foi necessário obter as perdas na data dos ensaios de caracterização das lajes alveolares. O procedimento foi o mesmo adotado no item 3.5.1 deste trabalho.

A Tabela 3.14 mostra as etapas de carregamento consideradas, o tempo decorrido da concretagem, as ações, o tipo de seção e as causas das perdas correspondente a cada etapa. Será considerado como tempo t, o tempo decorrido até a data dos ensaios de caracterização das lajes alveolares do EM1, ou seja, 53 dias.

**Tabela 3.14 – Sequência considerada para determinação das perdas na data dos ensaios de caracterização das lajes alveolares do EM1.**

Etapa	Tempo decorrido da concretagem	Ações	Tipo de seção	Perdas
1	t = 21 horas (aplicação da protensão. Será arredondado para 1 dia.	p+g <sub>1</sub>	Simples	Deformação imediata; Deformação por ancoragem; Relaxação da armadura.
2	Não houve moldagem da capa	p+g <sub>1</sub>	Simples	Retração do concreto; Fluência do concreto; Relaxação da armadura.

p – força de protensão; g<sub>1</sub> – peso próprio da laje.

A Etapa 2 é composta apenas de uma única fase de carregamento, (fase 1):

- Etapa 2, fase 1. Corresponde ao período logo após a aplicação da protensão, até o momento em que é realizado o ensaio experimental, sendo o tempo inicial  $t_0 = 1$  dia e tempo  $t = 53$  dias. Além disso, como não existe fase posterior, não há a necessidade de calcular o perímetro em contato com o ar ( $u_{ar}$ ), através de média. Portanto  $u_{ar} = 9,1086$  m e a área (A) da seção transversal considerada corresponde à área da seção simples ( $0,28495$  m<sup>2</sup>).

Até que fossem ensaiadas para caracterização, as lajes permaneceram na condição de simplesmente apoiada, sendo os apoios próximos às extremidades.

Após realizar os cálculos, foram encontrados os seguintes resultados:

- Perdas Isoladas iguais a 23,18%;
- Perdas Progressivas iguais a 21,41%.

### 3.5.3 – Perdas de protensão para os demais ensaios

Seguindo o modelo de cálculo apresentado no item 3.5.1, foram calculadas as perdas para os ensaios EM2 e EM3. A Tabela 3.15 mostra os resultados obtidos.

**Tabela 3.15 – Perdas de protensão calculadas para os ensaios EM1, EM2 e EM3.**

Variável	EM1		EM2		EM3	
	Continuidade	Caracterização	Continuidade	Caracterização	Continuidade	Caracterização
g <sub>1</sub> (kN/m)	5,89	5,89	4,67	4,67	2,92	2,92



$g_2$ (kN/m)	2,50	-	1,5	-	1,5	-
l (m) (vão)	6,00	6,00	6,00	6,00	5,50	5,50
Etapa 1 t (dias)	t = 0 t <sub>0</sub> = 1	t = 0 t <sub>0</sub> = 1	t = 0 t <sub>0</sub> = 1	t = 0 t <sub>0</sub> = 1	t = 0 t <sub>0</sub> = 1	t = 0 t <sub>0</sub> = 1
Etapa 2 Fase 1 t (dias)	t = 1 t <sub>0</sub> = 100	t = 1 t <sub>0</sub> = 53	t = 1 t <sub>0</sub> = 98	t = 1 t <sub>0</sub> = 95	t = 1 t <sub>0</sub> = 37	t = 1 t <sub>0</sub> = 39
Etapa 2 Fase 2 t (dias)	t = 81 t <sub>0</sub> = 100	-	t = 98 t <sub>0</sub> = 112	-	t = 23 t <sub>0</sub> = 37	-
Armadura ativa	9 $\varnothing$ 12,7	9 $\varnothing$ 12,7	10 $\varnothing$ 12,7	10 $\varnothing$ 12,7	8 $\varnothing$ 6,4 e 1 $\varnothing$ 9,5	8 $\varnothing$ 6,4 e 1 $\varnothing$ 9,5
$N_{pi}$ (kN)	140,6	140,6	124,5	124,5	30,52 e 65,10	30,52 e 65,10
$A_p$ (cm <sup>2</sup> )	8,91	8,91	9,90	9,90	2,08+0,55= 2,63	2,08+0,55= 2,63
$N_p$ (kN)	140,6 . 9 = 1265,4	140,6 . 9 = 1265,4	124,5 . 10 = 1245,0	124,5 . 10 = 1245,0	30,52(8)+ 65,10(1)= 325,26	30,52(8)+ 65,10(1)= 325,26
$\sigma_{pi}$ (kN/cm <sup>2</sup> )	1265,4/8,91 = 142,0 (1420 MPa)	1265,4/8,91 = 142,0 (1420 MPa)	1245/9,90= 125,76 (1257,6 MPa)	1245/9,90= 125,76 (1257,6 MPa)	30,52/2,08+ 65,10/0,55= 133,03 (1330,3 MPa)	30,52/2,08+ 65,10/0,55= 133,03 (1330,3 MPa)
L pista (m)	84	84	150	150	150	150
Perímetro externo da laje (m)	4,3966	4,3966	3,0054	3,0054	2,7758	2,7758
Perímetro dos alvéolos (m)	4,712	4,712	2,906	2,906	2,7648	2,7648
Slump (cm)	5 - 9	5 - 9	0 - 4	0 - 4	0 - 4	0 - 4
$\Delta\sigma_{anc}$ (MPa) Ancoragem	14,32	14,32	8,02	8,02	8,02	8,02
$\Delta\sigma_r$ (MPa) Relaxação	23,61	23,61	14,43	14,43	18,55	18,55

$\Delta\sigma_{p,i}$ (MPa) Def. Imed.	83,08	83,08	102,14	102,14	20,11	20,11
$\sigma_{pt,1dia}$ (MPa)	1298,99	1298,99	1133,0	1133,0	1283,6	1283,6
PERDAS INICIAIS (%)	8,52	8,52	9,91	9,91	3,51	3,51
$\Delta\sigma_{p,c}$ (MPa) Fluência	152,41	143,4	212,75	219,87	60,65	68,87
$\Delta\sigma_{p,s}$ (MPa) Retração	35,91	35,72	37,0	41,93	27,77	36,73
$\Delta\sigma_{p,r}$ (MPa) Relaxação	34,03	30,9	16,65	16,24	27,79	28,02
$\sigma_{pt,\infty}$ (MPa), Isoladas	1076,65	1090,88	866,63	854,96	1167,40	1150,00
PERDAS TOTAIS (%) Isoladas	<b>24,18</b>	<b>23,18</b>	<b>31,09</b>	<b>32,02</b>	<b>12,25</b>	<b>13,55</b>
PERDAS TOTAIS (%) Progressivas	<b>21,99</b>	<b>21,41</b>	<b>26,85</b>	<b>27,54</b>	<b>11,54</b>	<b>12,71</b>

Para todas as lajes foram considerados os seguintes dados complementares:

- Cimento ARI;
- Umidade relativa do ar (U) igual a 70%;
- Temperatura (T) igual a 20°;
- Classe de agressividade ambiental (CAA) igual a II.

### 3.6 – Momento resistente ( $M_R$ )

A determinação do momento resistente segue a teoria exposta no Anexo A, item A2, que é tirada de CARVALHO (2010). De posse das lajes alveolares cedidas para ensaio (item 3.1), é necessário calcular o momento resistente ( $M_R$ ) da seção transversal, para posteriormente determinar a armadura de continuidade para o ensaio.

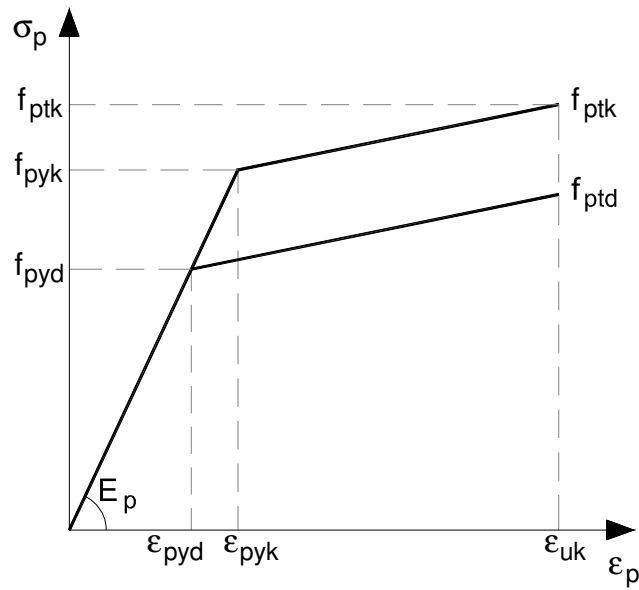
Portanto, o procedimento adotado consiste em um cálculo inverso, no qual são conhecidas as seguintes variáveis: armadura ativa ( $A_p$ ), propriedades geométricas da seção transversal e propriedades dos materiais constituintes.

Para isso foram adotadas as hipóteses clássicas para o cálculo no estado limite último para solicitações normais, quais sejam:

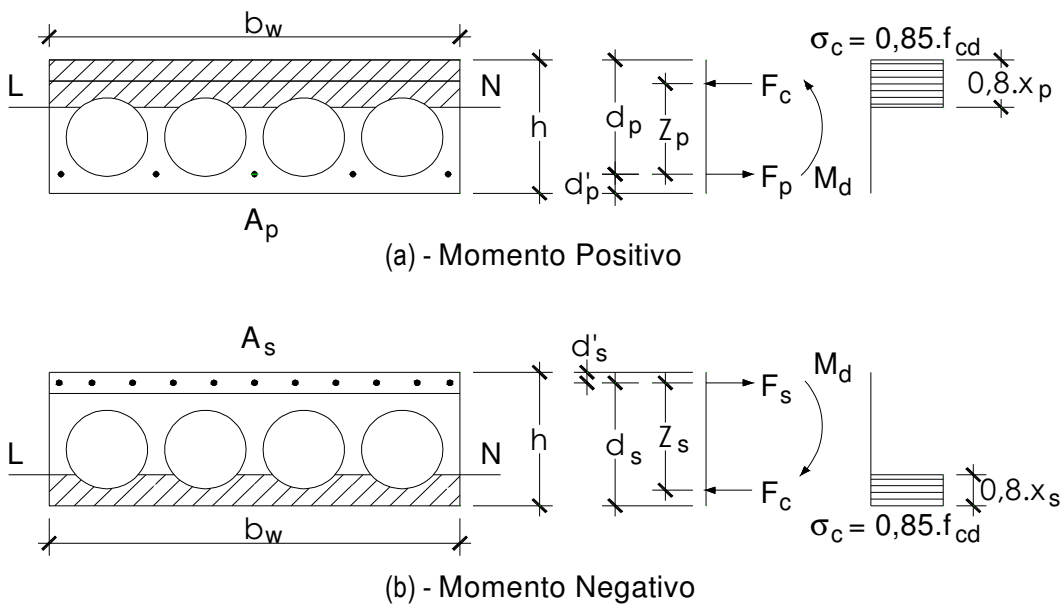
- Hipótese de Bernoulli, na qual as seções transversais permanecem planas;
- Solidariedade entre os materiais (aço e concreto);
- Tensões de tração no concreto, normais à seção transversal, podem ser desprezadas;
- Distribuição de tensões no concreto ( $\sigma_c$ ) de acordo com o diagrama parábola-retângulo, e sua simplificação através do diagrama retangular;
- Tensões nas armaduras obtidas a partir do diagrama tensão-deformação simplificado, de acordo com a NBR 6118:2014 (Figura 3.10);
- O estado limite último é caracterizado pelas deformações específicas do concreto ( $\epsilon_c$ ) e do aço ( $\epsilon_s$ ) seguindo os domínios de deformação, impostos pela NBR 6118:2014.

A Figura 3.11 apresenta o equilíbrio de uma seção transversal genérica composta por laje alveolar e capa, na qual se considera que a linha neutra (LN) pode estar posicionada tanto na região dos alvéolos quanto fora deles. Nessa figura, o índice  $p$  refere-se à armadura protendida, junto à borda inferior (armadura ativa), e o índice  $s$  corresponde à armadura passiva na capa, junto à borda superior. Além disso:

- $A_p$  é a área da seção transversal da armadura protendida;
- $A_s$  é a área da seção transversal da armadura superior;
- LN significa linha neutra;
- $h$  é a altura da seção composta;
- $F_c$  é a resultante da força de compressão no concreto;
- $F_p$  é a resultante da força de tração na armadura protendida;
- $F_s$  é a resultante da força de tração na armadura passiva;
- $z$  é o braço de alavanca;
- $d$  é a altura útil;
- $d'$  é a distância entre a armadura considerada e a face da seção composta.



**Figura 3.10 – Diagrama tensão-deformação de aços de protensão (Adaptada da figura 8.5 da NBR 6118:2014).**



**Figura 3.11 – Equilíbrio de uma seção composta: (a) Momento positivo; (b) Momento negativo.**

### 3.6.1 – Equacionamento para momento positivo

A Tabela 3.16 apresenta o equacionamento para a determinação do momento resistente positivo ( $M_R$ ). Para considerar o equilíbrio da seção, a laje alveolar foi discretizada em faixas com altura de 1 mm. Dessa forma é possível saber, para cada faixa  $i$ , os seguintes valores:

- $b_{w,i}$  é a largura efetiva de cada faixa de concreto;
- $h_i$  é a altura de cada faixa (igual a 1 mm);
- $f_{ck,i}$  é a resistência característica do concreto à compressão;
- $F_{c,i}$  é a força resultante de compressão em cada faixa.

Para ilustrar a discretização em faixas, a Figura 3.12 mostra uma seção genérica discretizada, e apresenta também as seguintes variáveis:

- $y_i$  é a distância entre o centro de gravidade da faixa e a face considerada;
- $y_{cg}$  é a distância entre o centro de gravidade da região comprimida e a face considerada;
- $y_p$  é a altura da região comprimida;
- $x_p$  é a posição da linha neutra;
- $z_p$  é o braço de alavanca.

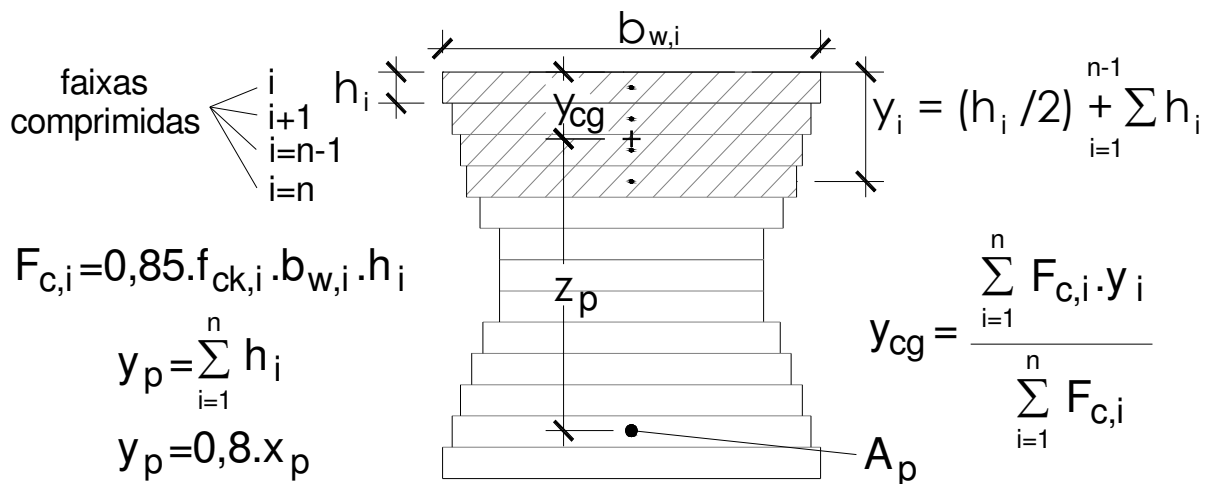


Figura 3.12 – Discretização em faixas para determinação da área comprimida de uma seção genérica.

Tabela 3.16 – Equacionamento para cálculo do momento resistente positivo ( $M_R$ ).

<b>Equilíbrio das forças (<math>\Sigma F</math>)</b>	
$\sum F = 0 \Rightarrow F_p = F_c$	
<b>Equilíbrio dos momentos (<math>\Sigma M</math>)</b>	
$\sum M = M_d$	
$M_d = F_c \cdot z_p$ $F_c = 0,85 \cdot f_{cd} \cdot b_w \cdot 0,8 \cdot x_p$ $F_c = 0,85 \cdot f_{ck} \cdot b_w \cdot 0,8 \cdot x_p$	$M_d = F_p \cdot z_p$ $F_p = A_p \cdot \sigma_{pd}$ $F_p = A_p \cdot \sigma_{pk}$

Para o concreto é necessário discretizar a seção em faixas;

Cada faixa possui: largura  $b_{w,i}$ , altura  $h_i$ , posição da linha neutra  $x_{p,i}$ , um braço de alavanca  $z_{p,i}$  e distância  $y_i$  do cg da faixa à face considerada.

$$F_{c,i} = 0,85 \cdot f_{ck,i} \cdot b_{w,i} \cdot h_i$$

$$F_c = \sum_{i=1}^n F_{c,i} = \sum_{i=1}^n 0,85 \cdot \sigma_{c,i} \cdot b_{w,i} \cdot h_i$$

Onde  $\sigma_{c,i}$  é a tensão no nível da faixa  $i$  considerada, obtida no diagrama  $\sigma \times \varepsilon$  de cálculo do concreto

Para o aço:

$$\sigma_{pd}(\varepsilon_s) \Rightarrow \sigma_{pk}(\varepsilon_s)$$

⇒ Deve-se arbitrar  $\varepsilon_s = 10\text{‰}$ ;

⇒ Calcular  $\sigma_{pk}$ ;

⇒ Calcular  $F_p$ ;

- ⇒ Comparar  $F_{c,i}$  com  $F_p$  até encontrar a faixa correspondente;
- ⇒ Obter o momento resistente, fazendo  $M_d = M_R$ ;
- ⇒ Além disso, obter  $x_{p,i}$  e  $z_{p,i}$ .
- ⇒ De posse da linha neutra, calcula-se  $KX$ ;
- ⇒ Se  $KX < KX_{2,3}$ , então  $\varepsilon_s = 10\text{‰}$  e é possível calcular  $\varepsilon_c$ ;
- ⇒ Se  $KX_{2,3} < KX < KX_{3,4}$ , então  $\varepsilon_c = 3,5\text{‰}$  e é possível calcular  $\varepsilon_s$ ;
- ⇒ Repetem-se os cálculos com o valor de  $\varepsilon_s$  calculado.

Após encontrar as faixas que juntas representam o equilíbrio da seção, para as quais  $F_c = F_p$ , é necessário calcular o centroide ( $y_{cg}$ ) da área correspondente (Figura 3.12)

$$y_{cg} = \frac{\sum_{i=1}^n F_{c,i} \cdot y_i}{\sum_{i=1}^n F_{c,i}}$$

### Cálculo da tensão de protensão ( $\sigma_{pk}$ )

A tensão na armadura ativa (**valor característico,  $\gamma_s = 1,0$** ) é obtida com auxílio da Figura 3.10. Essa tensão é calculada como indicado a seguir:

$$\text{Se } \varepsilon_t \begin{cases} < \varepsilon_{pyk} \Rightarrow \sigma_{pk} = E_p \cdot \varepsilon_p \\ \geq \varepsilon_{pyk} \Rightarrow \sigma_{pk} = f_{pyk} + (f_{ptk} - f_{pyk}) \frac{\varepsilon_t - \varepsilon_{pyk}}{\varepsilon_{uk} - \varepsilon_{pyk}} \end{cases}$$

- $\varepsilon_t$  é a deformação total na armadura de protensão;
- $\varepsilon_{uk} = 35,0\text{‰}$ , segundo a NBR 7483:2004;
- $\varepsilon_{pyk} = \frac{f_{pyk}}{E_p}$ , Figura 3.10;
- $\varepsilon_p = \frac{\sigma_{pt,\infty}}{E_p}$ , sendo  $\sigma_{pt,\infty}$  a tensão atuante na armadura de protensão, considerando as perdas;
- $f_{pyk} = 0,9 \cdot f_{ptk}$ , quando a tensão de escoamento ( $f_{pyk}$ ) não for fornecida;
- $f_{ptk} = 1900 \text{ MPa}$ , para o aço CP 190 RB, sendo a tensão de resistência à tração.

### Cálculo da deformação total ( $\varepsilon_t$ )

$$\varepsilon_t = \varepsilon_p + \varepsilon_7 + \varepsilon_s$$

- $\varepsilon_p$  é a parcela da deformação na armadura correspondente à protensão (considerando as perdas);
- $\varepsilon_7 = \left[ \frac{N_p}{A_c} + \frac{M_p \cdot e_p}{I} \right] \cdot \frac{1}{E_c}$ , parcela da deformação na armadura para que se tenha o estado de descompressão. O primeiro termo entre colchetes representa o encurtamento da seção, enquanto que o segundo, a rotação da seção;
- $\varepsilon_s$  é a parcela da deformação na armadura após o estado de descompressão, que deve ser no máximo 10‰. Esse valor é obtido pelo equacionamento clássico de dimensionamento de seções de concreto armado no estado limite último. O presente trabalho adotou as tabelas e as equações de KMD presentes em CARVALHO (2012) e reproduzidas no ANEXO A., item A1.

Indica-se a seguir o significado das variáveis envolvidas no cálculo das deformações:

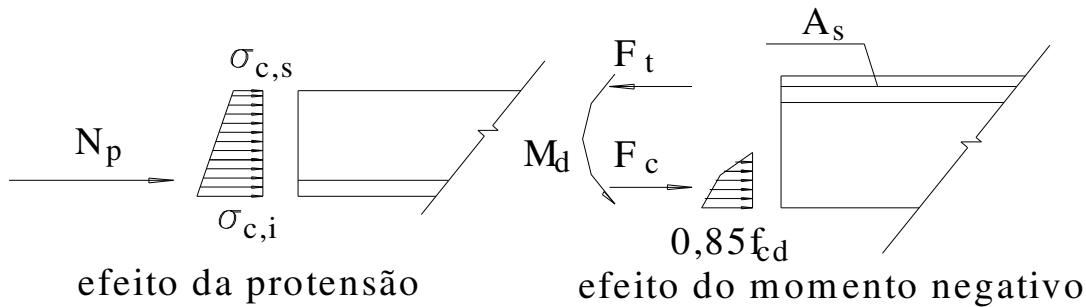
- $N_p$  é a força total de protensão, considerando as perdas calculadas anteriormente;
- $A_c$  é a área da seção transversal da laje alveolar;
- $e_p$  é a excentricidade da armadura ativa, com relação ao centro de gravidade da seção transversal;
- $M_p$  é o momento devido à força de protensão;
- $M_{g1}$  é o momento devido ao peso próprio;
- $I$  é o momento de inércia da seção transversal;
- $E_c$  é o módulo de elasticidade secante do concreto.

### 3.6.2 – Equacionamento para momento negativo

O procedimento adotado para o cálculo do momento resistente negativo é o mesmo apresentado para o momento positivo (item 3.6.1). No entanto, o equilíbrio é feito com a armadura passiva (armadura de continuidade). Logo, a força resultante na armadura passiva ( $F_s$ ) deve ser determinada pela tensão na barra de aço ( $f_{yk}$ ) e pela correspondente deformação ( $\varepsilon_s$ ), arbitrando o valor de 10‰ como mostrado na Tabela 3.16.

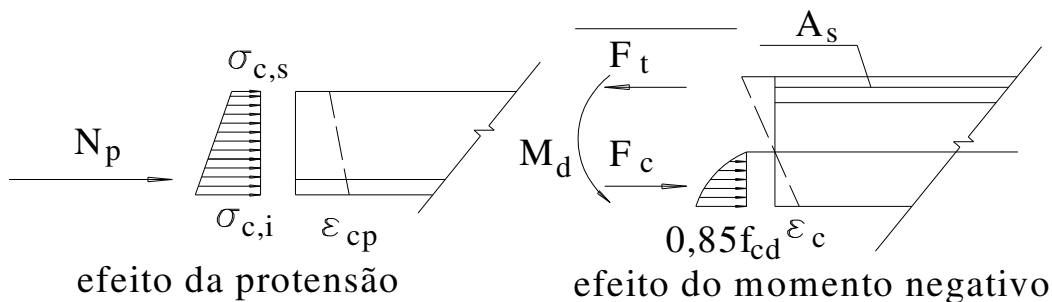
É necessário fazer, também, a consideração do efeito da protensão no cálculo da armadura negativa. Isto é feito com base em CARVALHO (2010).

Ao se considerar o momento  $M_d$  atuando no apoio de um pavimento com lajes alveolares contínuas, pode-se calcular a armadura  $A_s$ , colocada na capa, de maneira usual e depois verificar se a protensão atuando concomitante não causa uma compressão excessiva. Na figura 3.13 podem ser vistas as tensões de compressão na borda inferior provocadas pelo efeito da protensão e do momento negativo  $M_d$ . A Figura 3.14 mostra o encurtamento devido à atuação da protensão e do momento.



**Figura 3.13 – Tensões de compressão na borda inferior considerando o efeito da protensão e do momento negativo no apoio da ligação com continuidade.**

(Fonte: CARVALHO (2010)).



**Figura 3.14 – Deformações na borda inferior considerando o efeito da protensão e do momento negativo no apoio da ligação com continuidade.**

(Fonte: CARVALHO (2010)).

Ao fazer o cálculo da armadura  $A_s$ , é possível determinar o valor da deformação do concreto  $\epsilon_c$  na borda mais comprimida e somá-lo ao valor da deformação  $\epsilon_{cp}$  causada pela protensão, sendo este valor dado pela expressão 3.1.

$$\epsilon_{cp} = \epsilon_7 = \frac{1}{E_c} \left( \frac{N_p}{A} + \frac{M_p \cdot e_p}{I} \right) \quad (3.1)$$

Desta forma, se a soma de  $\epsilon_c$  e  $\epsilon_{cp}$  for inferior a 3,5‰, a condição está satisfeita.

### 3.6.3 – Discretização em faixas

As seções transversais apresentadas nas Figuras 3.1, 3.3 e 3.5, respectivamente dos ensaios EM1, EM2 e EM3, foram discretizadas em faixas com alturas de 1 mm. A discretização é apresentada no APÊNDICE A, em forma de tabelas, sendo feitas para momento positivo e seção composta.

Por mostrarem apenas discretização para momento positivo, as tabelas do APÊNDICE A incluem apenas as faixas correspondentes à capa, mesa superior e metade superior da altura dos alvéolos. As demais regiões (metade inferior dos alvéolos e mesa inferior) foram omitidas por estarem em região abaixo da linha neutra.



As demais situações, momento positivo para seção simples e momento negativo para seção composta, seguem o mesmo procedimento de discretização.

### 3.6.4 – Momento resistente ( $M_R$ ) do ensaio de continuidade EM1

A seguir (Tabela 3.17) será mostrado o cálculo do momento resistente ( $M_R$ ) para o ensaio de continuidade EM1. É necessário considerar os dados iniciais apresentados em: Figura 3.1 (medidas da seção transversal), Tabela 3.1 (propriedades geométricas), Tabela 3.2 (propriedades dos materiais), Tabela 3.3 (força inicial de protensão) e Tabela 3.15 (resultados das perdas de protensão).

**Tabela 3.17 – Cálculo do momento resistente positivo ( $M_R$ ) – Ensaio do modelo 1 (EM1).**

<b>Cálculo da deformação total (<math>\epsilon_t</math>)</b>
$\epsilon_t = \epsilon_p + \epsilon_7 + \epsilon_s$
$\epsilon_p = \frac{\sigma_{pt,\infty}}{E_p} = \frac{1076,65}{200500} = 0,00537 = 5,37\%$
– $N_p = \sigma_{pt,\infty} \cdot A_p = 107,665 \cdot 8,91 = 959,29 \text{ kN}$
– $M_p = N_p \cdot e_p = 959,29 \cdot 0,0734 = 70,41 \text{ kN.m}$
– $E_{cs} = 0,85 \cdot E_{ci} = 0,85 \cdot 35418 = 30105 \text{ MPa} = 30105000 \text{ kN.m}^2$
$\epsilon_7 = \left[ \frac{N_p}{A_c} + \frac{M_p \cdot e_p}{I} \right] \cdot \frac{1}{E_{cs}} = \left[ \frac{959,29}{0,2357} + \frac{70,41 \cdot 0,0734}{0,0013} \right] \cdot \frac{1}{30105000} = 0,000267 = 0,27\%$
$\epsilon_s = 10,0\%$
$\epsilon_t = \epsilon_p + \epsilon_7 + \epsilon_s = 5,37 + 0,27 + 10,00 = 15,64\%$
<b>Cálculo da tensão de protensão (<math>\sigma_{pk}</math>)</b>
Aço CP 190 RB:
– $f_{ptk} = 1900 \text{ MPa}$
– $f_{pyk} = 0,9 \cdot 1900 = 1710 \text{ MPa}$
– $\epsilon_{pyk} = \frac{f_{pyk}}{E_p} = \frac{1710}{200500} = 0,008529 = 8,53\%$
Como: $\epsilon_t > \epsilon_{pyk}$
$\sigma_{pk} = f_{pyk} + (f_{ptk} - f_{pyk}) \frac{\epsilon_t - \epsilon_{pyk}}{\epsilon_{uk} - \epsilon_{pyk}}$
$\sigma_{pk} = 171,0 + (190,0 - 171,0) \frac{15,64 - 8,53}{35,00 - 8,53} = 176,10 \text{ kN/cm}^2$

### Força atuante na armadura no equilíbrio ( $F_p$ )

$$F_p = A_p \cdot \sigma_{pk} = 8,91 \cdot 176,10 = 1569,05 \text{ kN}$$

### Força atuante no concreto no equilíbrio ( $F_c$ )

Consultando o Apêndice A, Tabela APA1.1, tem-se:

$$F_{c,tot,i} = 1566,72 \text{ kN}$$

$$M_R = 327,44 \text{ kN.m}$$

$$z_p = 0,209 \text{ m}$$

$$y_p = 0,032 \text{ m}$$

$$x_p = 0,040 \text{ m}$$

Os resultados correspondem à Faixa 32, ou seja, 32 mm da face superior da seção composta. Logo a posição da linha neutra encontra-se na região da capa.

### Verificação de ( $\epsilon_s$ )

Conforme o Anexo A:

$$KX = \frac{x_p}{d} = \frac{0,040}{0,225} = 0,177$$

Onde:

$$-d = (h_{laje} + h_{capa}) - d' = (0,21 + 0,05) - 0,035 = 0,225 \text{ m}$$

$$KX_{2,3} = \frac{3,5}{3,5 + 10,0} = 0,2593$$

Como  $KX < KX_{2,3} \rightarrow \epsilon_s = 10,00 \text{ ‰}$

Ver tabela de KMD de CARVALHO (2012), no ANEXO A.

Portanto, resulta DOMÍNIO 2. Não é necessário realizar outra iteração.

Logo:

$$KX = \frac{\epsilon_c}{\epsilon_c + \epsilon_s} \Rightarrow \epsilon_c = \frac{KX \cdot \epsilon_s}{(1 - KX)} = \frac{0,177 \cdot 10,0}{(1 - 0,177)} = 2,1622 \text{ ‰}$$

Esse valor de  $\epsilon_c$  confere com o da tabela de KMD, anteriormente citada.

### 3.6.5 – Momento resistente ( $M_R$ ) para as demais situações

Seguindo o modelo de cálculo apresentado no item 3.6.4, foi calculado o  $M_R$  para os demais ensaios (EM2 e EM3). A Tabela 3.18 apresenta os resultados obtidos.

**Tabela 3.18 – Cálculo do momento resistente positivo ( $M_R$ ) para os ensaios EM1, EM2 e EM3.**

Variável	EM1		EM2		EM3	
	Continuidade	Caracterização	Continuidade	Caracterização	Continuidade	Caracterização
$\sigma_{pt,\infty}$ (MPa)	1076,65	1090,88	866,63	854,96	1167,40	1150,00
$e_p$ (m)	0,0734	0,0734	0,0863	0,0863	0,0493	0,0493
$A_p$ (cm <sup>2</sup> )	8,91	8,91	9,90	9,90	2,08+0,55= 2,63	2,08+0,55= 2,63
$E_p$ (MPa)	200500	200500	200500	200500	200500	200500
$E_{cs,taje}$ (MPa)	30105	30105	30105	30105	30105	30105
$\varepsilon_p$ (‰)	5,37	5,44	4,19	4,11	5,82	5,74
$N_p$ (kN)	959,29	971,94	857,95	846,37	285,42	281,19
$M_p$ (kN.m)	70,41	71,34	74,04	73,04	14,07	13,86
$\varepsilon_7$ (‰)	0,27	0,27	0,285	0,282	0,14	0,14
$\varepsilon_s$ (‰)	10,00	10,00	10,00	10,00	10,00	10,00
$\varepsilon_t$ (‰)	15,64	15,71	14,61	14,55	15,96	15,87
$f_{ptk}$ (MPa)	1900	1900	1900	1900	1900	1900
$f_{pyk}$ (MPa)	1710	1710	1710	1710	1710	1710
$\varepsilon_{yk}$ (‰)	8,53	8,53	8,53	8,53	8,53	8,53
$\sigma_{pk}$ (kN/cm <sup>2</sup> )	176,10	176,15	175,36	175,32	176,33	176,27
$F_p$ (kN)	1569,05	1569,55	1736,10	1735,65	463,76	463,59
$F_{c,tot,i}$ (kN)	1566,72	1538,41	1747,26	1745,38	461,04	486,20
<b><math>M_R</math> (kN.m)</b>	<b>327,44</b>	<b>251,54</b>	<b>445,55</b>	<b>346,72</b>	<b>79,30</b>	<b>60,28</b>
$z_p$ (m)	0,2090	0,1635	0,2550	0,1987	0,1720	0,1240
$y_p$ (m)	0,0320	0,0230	0,0300	0,0427	0,0160	0,0120
$x_p$ (m)	0,0400	0,0287	0,0375	0,0534	0,0200	0,0150

Região	Capa	Mesa superior	Capa	Alvéolo	Capa	Mesa superior
<i>KX</i>	0,177	0,164	0,139	0,243	0,111	0,115
<i>d</i> (m)	0,225	0,175	0,270	0,220	0,180	0,130
$\varepsilon_c$ (‰)	2,1622	1,9617	1,6129	3,2029	1,2500	1,3043
DOMÍNIO	2	2	2	2	2	2
Iterações	1	1	1	1	1	1

### 3.7 – Determinação da armadura de continuidade

O dimensionamento de uma laje alveolar levando em conta a continuidade segue as mesmas etapas descritas na Tabela 3.4, acrescentando um item que consiste no cálculo da armadura de continuidade ( $A_s$ ). Além do mais, deve-se considerar a alteração de esforços discutida no item 3.3 e ilustrada pelas Figuras 3.8 e 3.9.

Como citado anteriormente, essa armadura pode ser obtida considerando a atuação integral do momento fletor negativo teórico, que é comumente chamado de momento elástico e está representado por  $M_{neg}$  nas Figuras 3.8 e 3.9. Além disso,  $A_s$  pode ser calculada levando em conta uma parcela desse momento.

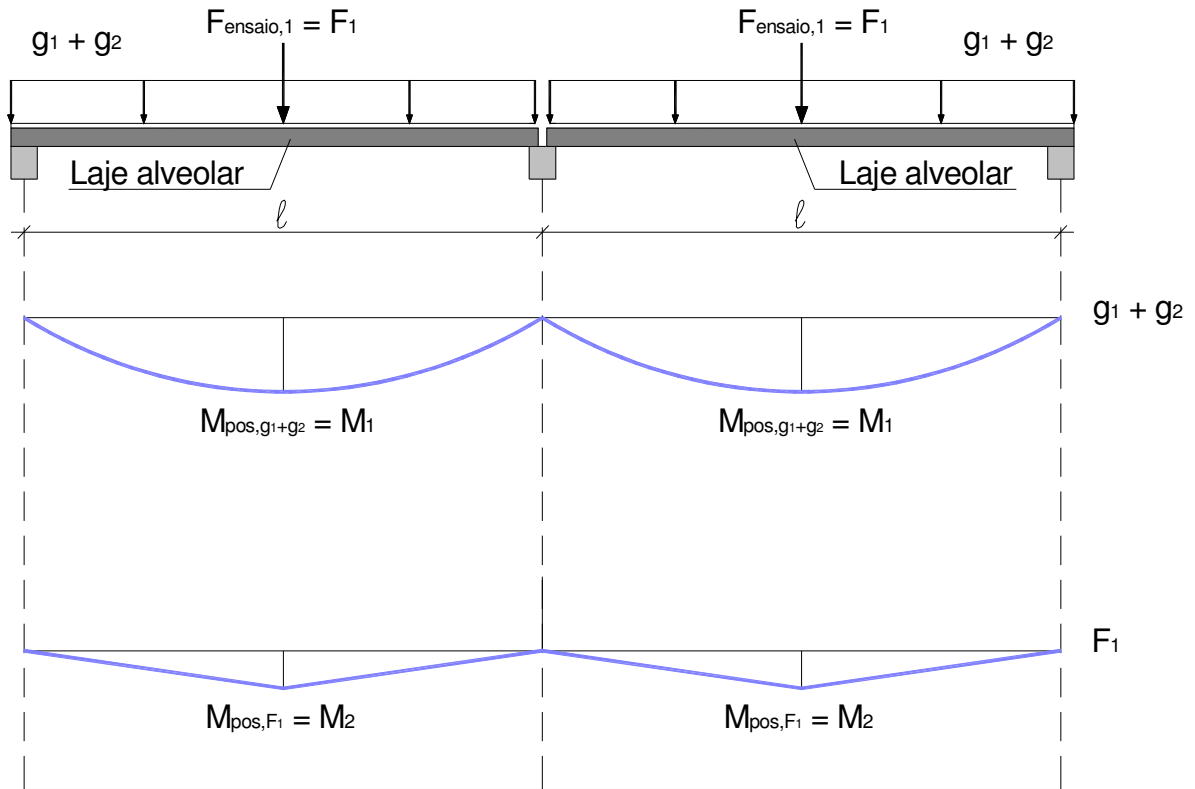
Entretanto, o momento fletor negativo teórico depende do valor do carregamento aplicado. Considerando que esta é uma variável na análise experimental, fica a dúvida de como estabelecer qual é a quantidade de armadura ( $A_s$ ) correspondente a 100% de continuidade, para as análises em ensaios.

Para resolver essa questão é preciso estabelecer um critério e através deste obter o que seria a armadura  $A_s$ , referente a 100% de continuidade.

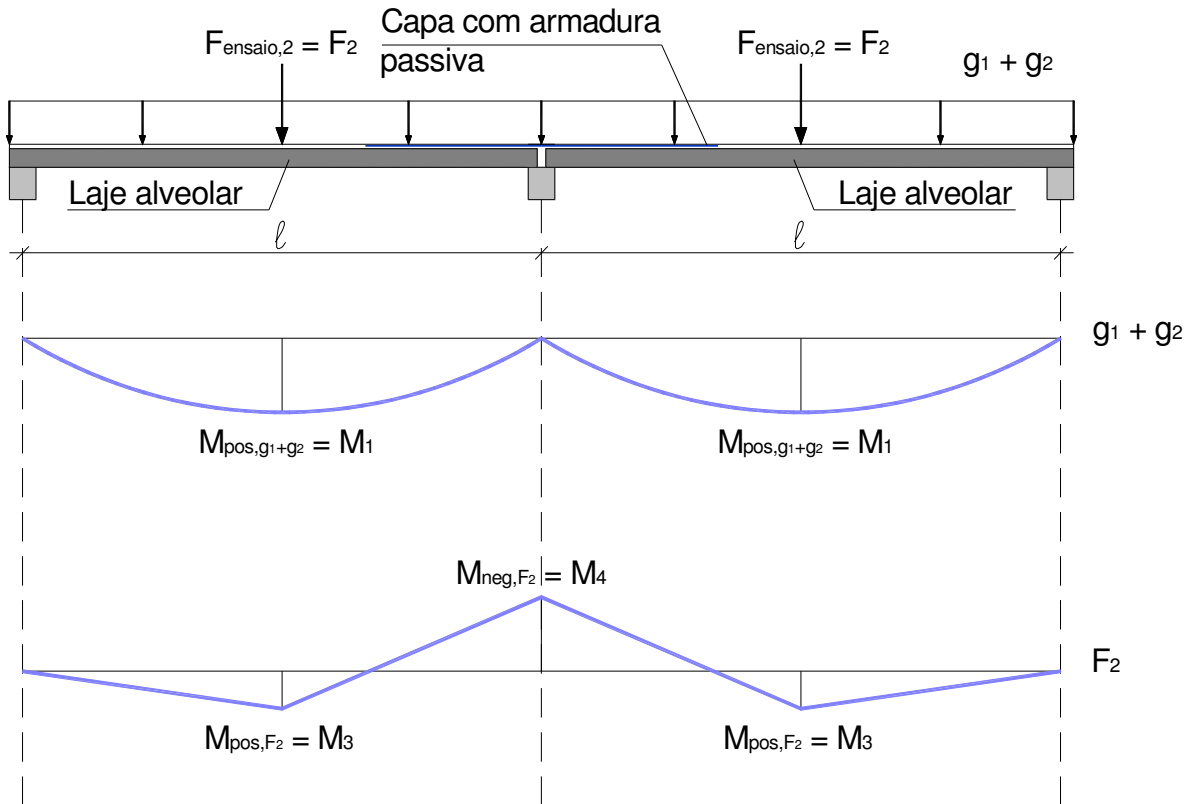
#### 3.7.1 – Máximo momento resistente pela armadura de protensão

Um possível critério é o de considerar o máximo momento resistente pela armadura de protensão ( $A_p$ ) da laje alveolar a ser ensaiada. O momento resistente foi obtido no item 3.6.

As Figuras 3.15 e 3.16 reproduzem as Figuras 3.8 e 3.9 com modificações no carregamento atuante, sendo atualizadas para as situações de ensaio experimental: biapoias e com continuidade, respectivamente.



**Figura 3.15 – Diagramas de momento fletor para ensaio de laje alveolar biapoiada.**



**Figura 3.16 – Diagramas de momento para ensaio de laje alveolar com continuidade.**

Portanto, considerando um elemento de laje alveolar para condições definidas de propriedades da seção geométrica e de material, armadura de protensão ( $A_p$ ) e vão ( $\ell$ ), o máximo momento positivo resistente pela armadura  $A_p$ , **na condição biapoiada** ( $M_{\text{pos,tot},1}$ ), é dado pela soma dos momentos positivos correspondentes às cargas  $g_1+g_2+F_1$ , como indicado na expressão 3.2.

$$M_{\text{pos,tot},1} = M_1 + M_2 \quad (3.2)$$

Dessa forma, o momento positivo total para o ensaio com continuidade ( $M_{\text{pos,tot},2}$ ) é dado pela expressão 3.3.

$$M_{\text{pos,tot},2} = M_1 + M_3 \quad (3.3)$$

De posse do valor de  $A_p$ , é possível calcular  $M_{\text{pos,tot},1}$ , como foi mostrado no item 3.6. Igualando  $M_{\text{pos,tot},1}$  com  $M_{\text{pos,tot},2}$  obtém-se o valor de  $M_3$ , que corresponde ao momento positivo devido à força  $F_2$  aplicada no meio do vão, para ensaio com continuidade.

Uma vez conhecido  $M_3$ , é possível calcular o valor da carga  $F_2$ , e através de  $F_2$ , obter o momento  $M_4$ . Por fim, utilizando  $M_4$ , calcula-se a armadura passiva  $A_s$ , referente a 100% de continuidade.

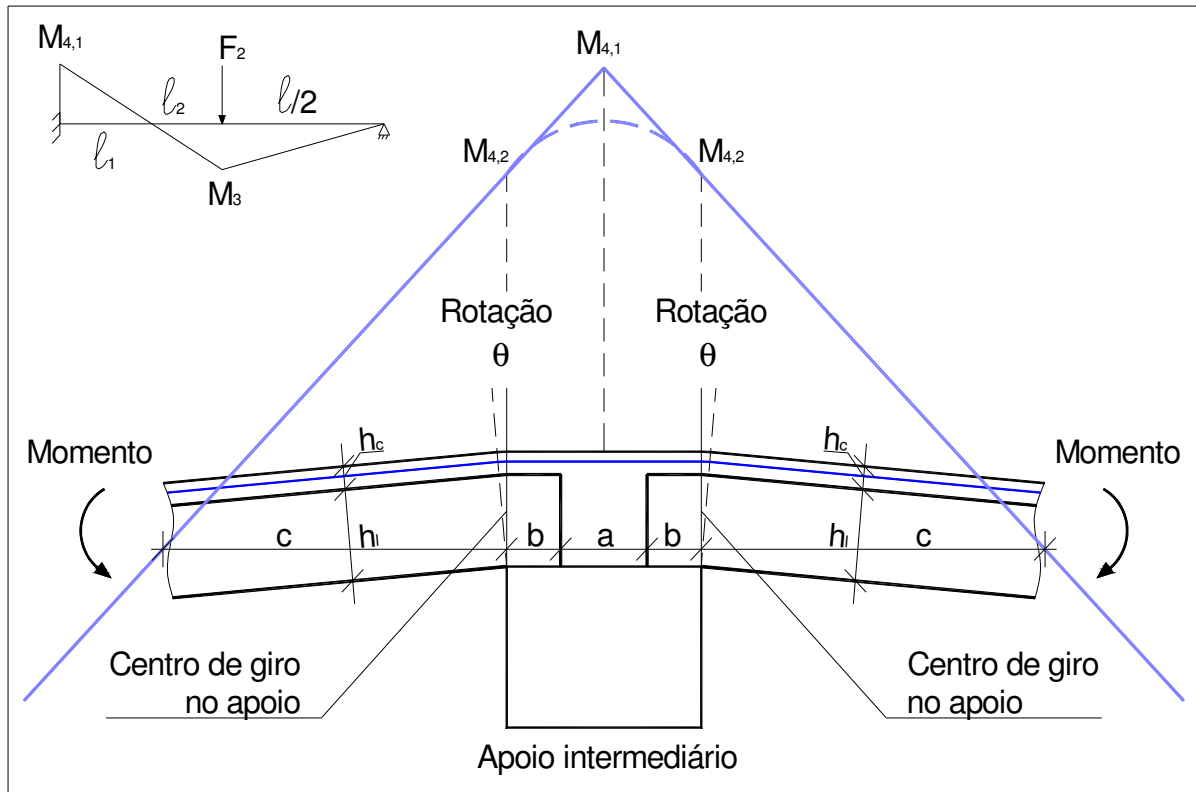
Após isso é possível estabelecer a razão entre  $F_1$  e  $F_2$ . Se  $F_2$  for maior que  $F_1$ , comprova-se o aumento da capacidade portante.

### 3.7.2 – Momento $M_4$ e a condição de apoio

Como o apoio intermediário é composto por uma ligação em concreto pré-moldado, é necessário considerar a influência do apoio na ligação. Para isso será adotada uma simplificação em que o centro de giro ocorre na seção onde se inicia o apoio da laje, como mostra a Figura 3.17. Logo, para calcular o valor de  $A_s$ , é necessário utilizar o momento fletor negativo ( $M_4$ ) na seção em que ocorre a rotação. Na Figura 3.17 tem-se:

- $F_2$  é a carga de ruptura aplicada no meio do vão, para o ensaio com continuidade;
- $\theta$  é a rotação no apoio, considerada na seção onde a laje começa a se apoiar na viga;
- $M_{4,1}$  é o momento negativo no centro do apoio;
- $M_{4,2}$  é o momento negativo na seção onde ocorre a rotação  $\theta$ ;
- $M_3$  é o momento positivo devido à carga  $F_2$ ;
- $a$  é a distância entre as extremidades das lajes alveolares;
- $b$  é o comprimento de apoio da laje alveolar;
- $c$  é a distância entre o ponto de momento nulo e a seção onde ocorre a rotação;

- $h_c$  é a altura da capa;
- $h_l$  é a altura da laje alveolar;
- $l_1$  é a distância entre o engaste e o ponto de momento nulo;
- $l_2$  é a distância entre o ponto de aplicação da carga  $F_2$  e o de momento nulo;
- $l/2$  é a metade do vão.



**Figura 3.17 – Diagrama de momento fletor no apoio intermediário com continuidade.**

Considerando a Figura 3.17 é fácil demonstrar as relações estabelecidas nas expressões 3.4 e 3.5. Além disso, como regra prática, é adotada para o comprimento de apoio ( $b$ ) metade da altura da laje, considerando seção composta, expressão 3.6.

$$M_{4,2} = M_{4,1} \left( \frac{l_1 - \left( b + \left( \frac{a}{2} \right) \right)}{l_1} \right) \quad (3.4)$$

$$l_1 = 0,273 \cdot l \quad (3.5)$$

$$b = \frac{h_c + h_l}{2} \quad (3.6)$$

### 3.7.3 – Resumo das equações

As Tabelas 3.19 e 3.20 mostram o resumo das equações utilizadas na metodologia sugerida nos itens 3.7.1 e 3.7.2. A Tabela 3.19 se refere ao ensaio com a laje simplesmente apoiada, enquanto que a Tabela 3.20, ao ensaio com continuidade. Além das variáveis já definidas, essas tabelas apresentam também:

- $\sigma_{pk}$  é a tensão atuante nas cordoalhas no equilíbrio da seção, considerando estado limite último (ELU). Ver item 3.6 e Tabela 3.16;
- $z$  é o braço de alavanca relativo ao equilíbrio de uma seção com flexão simples. Ver Figuras 3.11 e 3.12;
- $f_{yk}$  é o valor característico da tensão de escoamento da armadura passiva.

**Tabela 3.19 – Equações para dimensionamento de  $A_s$ , referentes à laje biapoiada.**

Variável	Equação	Comentários
$M_{pos,tot,1}$	$M_{pos,tot,1} = M_R$	Ver item 3.6.
$M_1$	$M_1 = \frac{(g_1 + g_2) \cdot l^2}{8}$	Ver Figura 3.15.
$M_2$	$M_2 = M_{pos,tot,1} - M_1$	Ver Figura 3.15.
$F_1$	$M_2 = \frac{F_1 \cdot l}{4} \Rightarrow F_1 = \frac{4 \cdot M_2}{l}$	Ver Figura 3.15.

**Tabela 3.20 – Equações para dimensionamento de  $A_s$ , referentes à laje com continuidade.**

Variável	Equação	Comentários
$M_{pos,tot,2}$	$M_{pos,tot,2} = M_{pos,tot,1} = M_R$	Ver Equações 3.2 e 3.3.
$M_3$	$M_3 = M_{pos,tot,2} - M_1$	Ver Figura 3.16.
$F_2$	$M_3 = \frac{5 \cdot F_2 \cdot l}{32} \Rightarrow F_2 = \frac{32 \cdot M_3}{5 \cdot l}$	Ver Figura 3.16.
$M_{4,1}$	$M_{4,1} = \frac{3 \cdot F_2 \cdot l}{16}$	Ver Figuras 3.16 e 3.17.
$M_{4,2}$	$M_{4,2} = M_{4,1} \left( \frac{l_1}{\left( V_1 - \left( b + \left( \frac{a}{2} \right) \right) \right)} \right)$	Ver Equações 3.4, 3.5 e 3.6. Ver Figura 3.17.
$A_s$	$A_s = \frac{M_{4,2}}{z \cdot f_{yk}}$	Ver Figura 3.17.



### 3.7.4 – Verificação do cisalhamento conforme a NBR 6118:2014

O critério sugerido para estabelecer 100% da armadura de continuidade, através do máximo momento resistente pela armadura de protensão, deve ser complementado pela verificação da tensão de cisalhamento.

Realizando um ensaio de continuidade (Figura 3.16) é possível que a laje alveolar atinja a ruína por cisalhamento antes que a armadura longitudinal alcance a ruptura ou mesmo entre em escoamento. Em outras palavras, a força de ruptura atingida no ensaio de continuidade pode ser menor do que a prevista para ruptura por flexão ( $F_2$ ).

Para a verificação da tensão de cisalhamento foi escolhida a formulação da NBR 6118:2014, que é baseada nas antigas versões europeias, à exemplo do manual da FIB (2000), a qual influenciou na formulação adotada pela NBR 14861:2011. Entretanto, os resultados são semelhantes principalmente quando não há preenchimento de alvéolos, caso deste trabalho.

Esta verificação de cisalhamento será feita com a formulação da NBR 6118:2014, para fins de cálculos preliminares. O capítulo 8 deste trabalho tratará da verificação da força cortante considerando também outras formulações.

Conforme a NBR 6118:2014, uma laje pode prescindir de armadura transversal para resistir aos esforços de tração oriundos da força cortante, quando:

$$V_{Sd} \leq V_{Rd1} = [\tau_{Rd} \cdot k(1,2 + 40 \cdot \rho_1) + 0,15\sigma_{cp}] \cdot b_w \cdot d \quad (3.7)$$

- $V_{Sd}$  é a força cortante solicitante de cálculo;
- $V_{Rd1}$  é a força cortante resistente de cálculo;
- $\tau_{Rd}$  é a tensão cisalhante resistente de cálculo –  $\tau_{Rd} = 0,25 f_{ctd}$ ;
- $f_{ctd}$  é a resistência à tração –  $f_{ctd} = f_{ctk,inf} / \gamma_c$ ;
- $k = |1,6 - d| \geq 1$ , com  $d$  em metros;
- $\rho_1 = A_{s1} / (b_w \cdot d) \leq 0,02$ ;
- $\sigma_{cp}$  é a tensão de compressão no concreto devida à força de protensão,  $\sigma_{cp} = N_{sd} / A_c$ ;
- $d$  é a altura útil da seção;
- $b_w$  é a largura da laje, descontados os vazios correspondentes aos alvéolos;
- $N_{sd}$  é a força longitudinal devida à protensão;
- $A_{s1}$  é a área de armadura da seção correspondente.

FIB (2000) apresenta uma formulação parecida com expressão 3.7. No entanto, apresenta quatro expressões, para considerar as variações de laje alveolar com e sem capa ou com e sem o preenchimento de alvéolo.

Tomando como base a expressão da norma brasileira, as expressões da FIB (2000) podem ser apresentadas da seguinte forma:

- Laje alveolar sem capa e sem preenchimento de alvéolo – A equação NBR 6118:2014 é igual à da FIB (2000);

$$V_{Rd1} = [\tau_{Rd} \cdot k(1,2 + 40 \cdot \rho_1) + 0,15\sigma_{cp}] \cdot b_w \cdot d \quad (3.8)$$

- Laje alveolar com capa e sem preenchimento de alvéolo – A equação da NBR 6118:2014 é igual à da FIB (2000). Entretanto, utiliza-se a altura útil ( $d_{comp}$ ) da seção composta;

$$V_{Rd1} = [\tau_{Rd} \cdot k_{comp} (1,2 + 40 \cdot \rho_1) + 0,15\sigma_{cp}] \cdot b_w \cdot d_{comp} \quad (3.9)$$

- Laje alveolar sem capa e com preenchimento de alvéolo – A equação da FIB (2000) é ajustada no valor de  $b_w$ . Somente a primeira parcela entre colchetes, correspondente à tensão resistente de cálculo ( $\tau_{Rd}$ ), é multiplicada por  $b_{w,alv}$ , relativo ao preenchimento de alvéolo;

$$V_{Rd1} = [\tau_{Rd} \cdot k \cdot b_{w,alv} (1,2 + 40 \cdot \rho_{1,alv}) + 0,15\sigma_{cp} \cdot b_w] \cdot d \quad (3.10)$$

- Laje alveolar com capa e com preenchimento de alvéolo – A equação da FIB (2000) é ajustada tanto para altura útil ( $d_{comp}$ ) da seção composta quanto para  $b_{w,alv}$ , relativo ao preenchimento de alvéolo;

$$V_{Rd1} = [\tau_{Rd} \cdot k_{comp} \cdot b_{w,alv} (1,2 + 40 \cdot \rho_{1,alv}) + 0,15\sigma_{cp} \cdot b_w] \cdot d_{comp} \quad (3.11)$$

- Com  $k_{comp} = \left| 1,6 - \frac{d_{comp}}{b_w} \right| \geq 1$ ;
- E  $b_{w,alv} = b_w + n \cdot b_c \cdot (E_c / E_p)$ ;
- $n$  é o número de alvéolos preenchidos;
- $b_c$  é a largura da capa de concreto;
- $E_c / E_p$  é a relação entre os módulos de elasticidade da capa e da laje alveolar.

Portanto as expressões da FIB (2000) para laje sem o preenchimento de alvéolo são similares às da NBR 6118:2014, desde que corrigidas com a altura útil da seção composta.

Além do exposto, o manual FIB (2000) prescreve que  $V_{Rd1}$  deve ser limitado a um valor de  $V_{Rd2}$  como mostra a expressão 3.12.

$$V_{Rd1} \leq V_{Rd2} = 0,5 \cdot v \cdot f_{cd} \cdot b_w \cdot 0,9 \cdot d \quad (3.12)$$

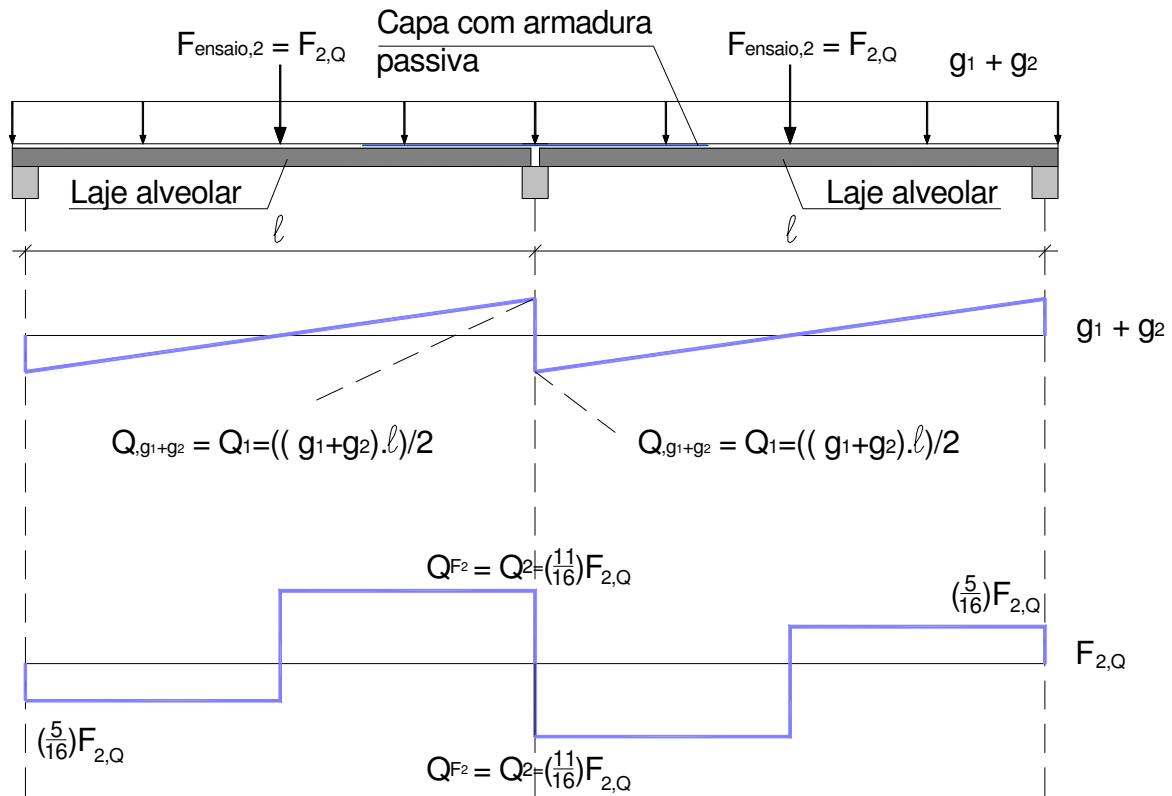
- $v = 0,7 - (f_{ck} / 200) \geq 0,5$ ;
- $f_{cd} = f_{ck} / \gamma_c$ ;
- $b_w$  e  $d$  modificados para  $b_{w,alv}$  e  $d_{comp}$  nos casos de preenchimento de alvéolo e seção composta.

Com base na Figura 3.18, a expressão 3.13 mostra o valor de  $V_{Sd}$  em função da força de ensaio com continuidade, que leva à ruptura por força cortante ( $F_{2,Q}$ ).

$$V_{Sd} = \frac{(g_1 + g_2) \cdot V}{2} + \frac{11}{16} \cdot F_{2,Q} \quad (3.13)$$

Supondo que  $V_{Rd1}$  (expressão 3.7) seja menor que  $V_{Rd2}$  (expressão 3.12), igualando as expressões 3.7 e 3.13, tem-se:

$$\frac{(g_1 + g_2) \cdot V}{2} + \frac{11}{16} \cdot F_{2,Q} = [\tau_{Rd} \cdot k(1,2 + 40 \cdot \rho_1) + 0,15\sigma_{cp}] \cdot b_w \cdot d \quad (3.14)$$



**Figura 3.18 – Diagramas de força cortante para ensaio de laje alveolar com continuidade.**

Portanto, a força que se deseja saber ( $F_{2,Q}$ ) é função da taxa de armadura  $\rho_1$ , ou seja, da armadura passiva  $A_s$ .

Logo, para efetuar a verificação da força cortante, considera-se, na expressão 3.14, o valor de  $A_s$  obtido em função das Tabelas 3.19 e 3.20, e com isso calcula-se  $F_{2,Q}$ .

Se  $F_2$  for menor que  $F_{2,Q}$ , a laje não irá romper por força cortante. Caso contrário, a armadura de continuidade deverá ser calculada novamente, limitada pela força  $F_{2,Q}$ . Isto pode ser feito substituindo na Tabela 3.20  $F_2$  por  $F_{2,Q}$ , calculando novamente  $M_{4,1}$  e  $M_{4,2}$ , e por fim  $A_s$ .

Para resumir o equacionamento da verificação da força cortante tem-se a Tabela 3.21.

**Tabela 3.21 – Equações para dimensionamento de  $A_s$  referente à laje com continuidade – Verificação da força cortante.**

Variável	Equação	Comen-tários
$A_s$	$A_s = \frac{M_{4,2}}{z \cdot f_{yk}}$	Ver Tabela 3.20.

$F_{2,Q}$	$\frac{(g_1 + g_2) \cdot l}{2} + \frac{11}{16} \cdot F_{2,Q} = [\tau_{Rd} \cdot k(1,2 + 40 \cdot \rho_1) + 0,15\sigma_{cp}] \cdot b_w \cdot d$	Ver Figura 3.16.
Se $F_2 \geq F_{2,Q}$	OK. $A_s$ é igual ao valor obtido na Tabela 3.20. A laje não irá romper por força cortante.	Ver Tabela 3.20.
Se $F_2 < F_{2,Q}$	Calcula-se novamente $M_{4,1}$ , $M_{4,2}$ e $A_s$ , substituindo-se $F_2$ por $F_{2,Q}$ na Tabela 3.20.	Ver Tabela 3.20.

A Figura 3.19 apresenta um fluxograma com a sequencia de cálculos para obtenção de  $A_s$  considerando o critério sugerido.

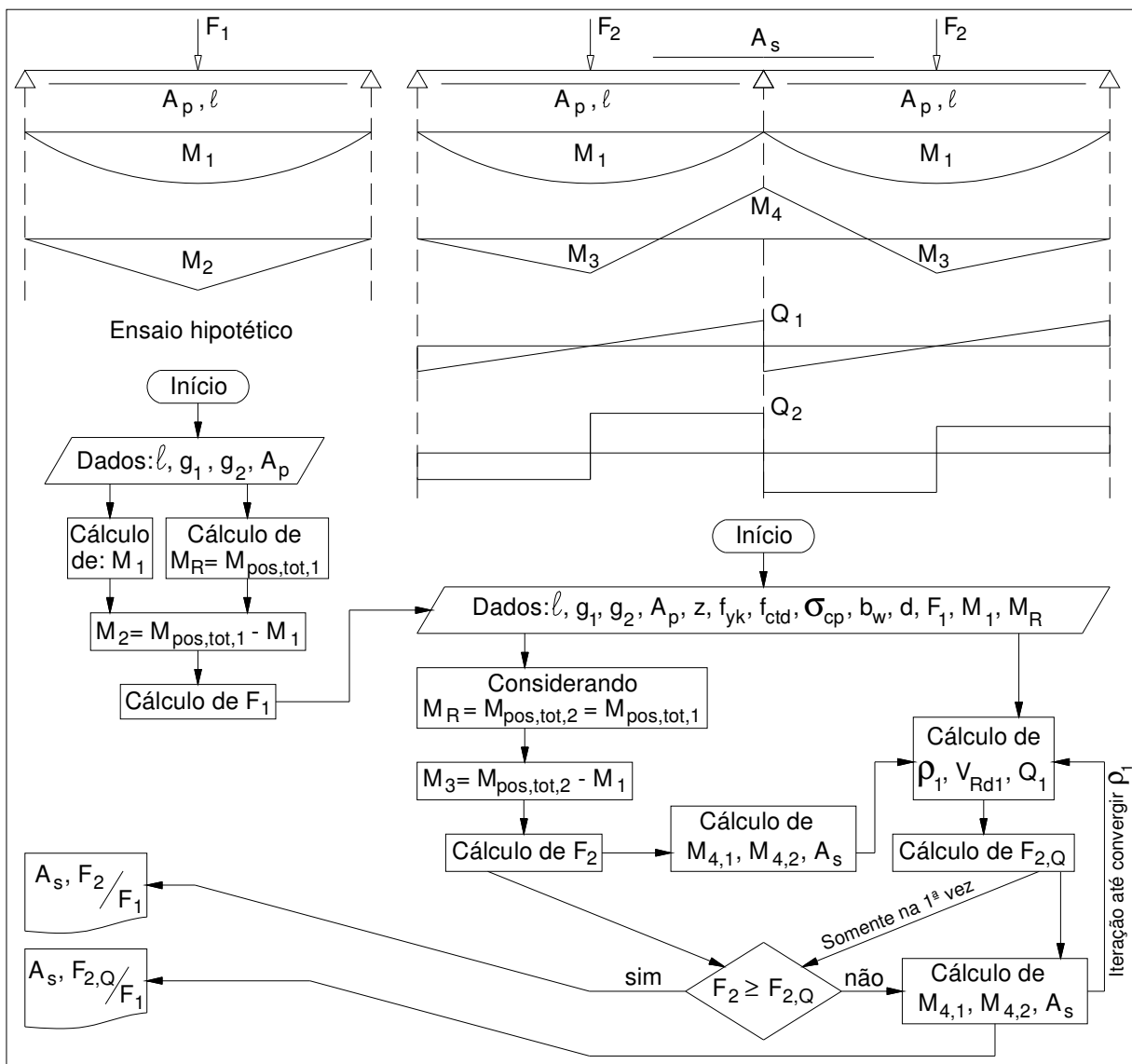


Figura 3.19 – Fluxograma com os cálculos de  $A_s$  através do método do máximo momento resistente pela laje alveolar.

### 3.7.5 – Diferentes comprimentos usados no concreto protendido

No concreto protendido com pré-tração, não existem dispositivos de ancoragem ou de distribuição de tensão como ocorre no caso da pós-tração. A transferência de ação ocorre por aderência aço-concreto. Além disso, existem quatro situações distintas, com relação aos comprimentos que devem ser utilizados. A seguir são apresentados esses comprimentos com definições extraídas de CARVALHO (2012) e fórmulas, da NBR 6118:2014, para as cordoalhas:

- Comprimento de ancoragem básico ( $l_{bp}$ ). Menor comprimento necessário para que no estado limite último a ruptura ocorra na armadura. Considera-se a armadura com o maior esforço possível, e o concreto em torno dela, com a menor resistência e com fissuras;

$$l_{bp} = \frac{7 \cdot \phi \cdot f_{pyd}}{436 f_{bpd}} \quad (3.15)$$

- Comprimento de transferência ( $l_{bpt}$ ). Comprimento necessário, em geral em serviço, para que o esforço de protensão se transfira por aderência, da armadura para o concreto;

$$l_{bpt} = 0,5 \cdot l_{bp} \frac{\sigma_{pi}}{f_{pyd}} \quad (3.16)$$

- Comprimento de ancoragem necessário ( $l_{bpd}$ ). Utilizado para fazer o detalhamento de uma peça, considerando as tensões atuantes e os comprimentos definidos anteriormente;

$$l_{bpd} = l_{bpt} + l_{bp} \frac{f_{pyd} - \sigma_{p\infty}}{f_{pyd}} \quad (3.17)$$

- Distância de regularização ( $l_p$ ). Distância da extremidade da peça à seção em que se considera todo o esforço de protensão;

$$l_p = \sqrt{h^2 + (0,6 \cdot l_{bpt})^2} \geq l_{bpt} \quad (3.18)$$

- $h$  é a altura do elemento estrutural;
- $f_{pyd}$  é o valor característico da resistência ao escoamento da armadura ativa;
- $f_{bpd}$  é a resistência de aderência de cálculo da armadura ativa;
- $\sigma_{pi}$  é a tensão na armadura ativa, logo após a aplicação da protensão;
- $\sigma_{pt,\infty}$  é a tensão na armadura ativa, após todas as perdas ao longo do tempo.

### 3.7.6 – Momento de fissuração

O momento de fissuração  $M_r$  deve ser calculado para duas situações distintas, uma levando em conta a fissuração da capa e outra a fissuração da laje.

Por se tratar de uma seção de concreto armado, o momento de fissuração da capa pode ser calculado através da expressão 3.19, indicada na NBR 6118:2014.

$$M_r = \frac{\alpha \cdot f_{ct} \cdot I_c}{y_t} \quad (3.19)$$

- $\alpha = \begin{cases} 1,2 & \text{para seções T ou duplo T} \\ 1,5 & \text{para seções retangulares} \end{cases}$
- $\alpha$  é o fator que correlaciona aproximadamente a resistência à tração na flexão com a resistência à tração direta;
- $f_{ct} = f_{ctk,inf} = 0,7 \cdot f_{ct,m} = 0,7 \cdot 0,3 \cdot f_{ck}^{2/3}$ , com  $f_{ck}$  em MPa;
- $f_{ct} = f_{ctk,inf}$ , para formação de fissura;
- $f_{ct} = f_{ct,m}$ , para deformação excessiva;
- $I_c$  é o momento de inércia no Estádio I (da seção bruta ou homogeneizada);
- $y_t$  é a distância do centro de gravidade da seção à fibra mais tracionada.

Para a seção de laje alveolar, CARVALHO (2012) apresenta a expressão 3.20 para o cálculo do momento de fissuração. Além da parcela contida na expressão 3.19, a fórmula abaixo leva em consideração à parcela do efeito da protensão ( $N_p/A$ ) e da sua excentricidade ( $N_p \cdot e$ )/ $I_c$

$$M_r = \frac{\alpha \cdot f_{ct} \cdot I_c}{y_t} + \frac{N_p \cdot I_c}{A \cdot y_t} + N_p \cdot e \quad (3.20)$$

- $N_p$  é a força normal de protensão;
- $A$  é a área da seção transversal de concreto, em geral da seção bruta;
- $e$  equivale à distância do centro de gravidade da seção à fibra mais tracionada.

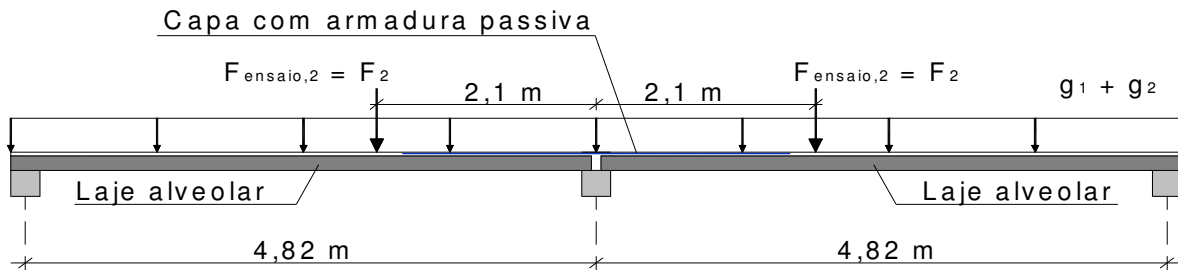
### 3.8 – Cálculo da armadura de continuidade

A seguir será mostrado o cálculo da armadura de continuidade para o EM1, considerando: as informações iniciais apresentadas no item 3.1, as perdas de protensão (item 3.5), os momentos resistentes (item 3.6), a formulação apresentada anteriormente (item 3.7) e a análise estrutural considerando comportamento elástico linear.

O critério escolhido para estabelecer o valor de 100% da armadura de continuidade é do máximo momento resistente pela armadura de protensão, considerando a verificação da força cortante.

A Figura 3.20 apresenta a geometria utilizada nas análises experimentais realizadas neste trabalho (EM1, EM2, EM3). Observa-se que a carga aplicada não está situada no meio do vão, diferentemente do que é indicado nas Figuras 3.15, 3.16 e 3.18.

A análise linear foi feita com o programa FTOOL, como mostra a Figura 3.21. Com esse programa foi possível obter relações para valores dos esforços solicitantes em função do carregamento. Esses valores são mostrados na Tabela 3.22.



**Figura 3.20 – Geometria do ensaio EM1.**



**Figura 3.21 – Geometria do ensaio EM1 lançada no programa FTOOL.**

**Tabela 3.22 – Relações entre os esforços solicitantes e o carregamento aplicado.**

$M_{4,1}$	$K1 \cdot F_2 \cdot V$	$K1 = 0,192324$
$M_3$	$K2 \cdot F_2 \cdot V$	$K2 = 0,137344$
$Q$	$K3 \cdot F_2$	$K3 = 0,7565$

Vale ressaltar que o cálculo da armadura de continuidade apresentado neste trabalho não tem foco na situação de projeto estrutural, e sim em análises hipotéticas de ensaio, visando estudar principalmente a força de ruptura e uma forma de se calcular a que represente 100% de armadura de continuidade.

Nos casos práticos de projetos estruturais, devem-se levar em consideração as verificações dos estados limites de serviço (ELS), os valores e a forma dos carregamentos atuantes.

É importante destacar também que este trabalho utiliza carregamento concentrado nos ensaios, e que se houver mudança na forma de aplicar o carregamento, os cálculos deverão levar em conta essa modificação. Mesmo assim, acredita-se que a laje tenha comportamento semelhante ao caso com carga concentrada no meio do vão, em se tratando do estudo da continuidade.

### 3.8.1 – Armadura de continuidade para o EM1

A Tabela 3.23 apresenta os cálculos para obtenção do valor de  $F_2$  considerando o máximo momento positivo resistente pela armadura de protensão, em um ensaio



(hipotético) considerando laje simplesmente apoiada. De posse de  $F_2$ , obtém-se a armadura de continuidade para a flexão, como indicado na Tabela 3.24.

Em seguida, apresentam-se os cálculos para a verificação da força cortante (Tabela 3.25). Para tal, é necessário considerar o valor de  $b_w = 0,44$  m.

**Tabela 3.23 – Cálculos para obter a força de ruptura ( $F_2$ ) para o ensaio de continuidade – EM1.**

<b><math>M_{pos,tot,1}</math></b>
De acordo com o item 3.6 e a Tabela 3.18: $M_R = M_{pos,tot,1} = 327,44 \text{ kN.m}$
<b><math>M_1</math></b>
$M_1 = \frac{(g_1 + g_2) \cdot \ell^2}{8} = \frac{(5,89 + 2,5) \cdot 4,82^2}{8} = 24,36 \text{ kN.m}$
<b><math>M_2</math></b>
$M_2 = M_{pos,tot,1} - M_1 = 327,44 - 24,32 = 303,12 \text{ kN.m}$
<b><math>F_1</math></b>
$F_1 = \frac{4 \cdot M_2}{\ell} = \frac{4 \cdot 303,12}{4,82} = 251,55 \text{ kN} = 25,16 \text{ tf}$
<b><math>M_3</math></b>
$M_{pos,tot,2} = M_{pos,tot,1}$ $M_3 = M_{pos,tot,2} - M_1 = 327,44 - 24,32 = 303,12 \text{ kN.m}$
<b><math>F_2</math></b>
$F_2 = \frac{M_3}{K_2 \cdot \ell} = \frac{303,12}{0,137344 \cdot 4,82} = 457,89 \text{ kN} = 45,79 \text{ tf}$ $\frac{F_2}{F_1} = \frac{457,89}{251,55} = 1,82$

**Tabela 3.24 – Cálculo da armadura de continuidade ( $A_s$ ) para flexão – EM1.**

<b><math>M_{4,1}</math></b>
$M_{4,1} = K_1 \cdot F_2 \cdot \ell = 0,192324 \cdot 457,89 \cdot 4,82 = 424,46 \text{ kN.m}$
<b><math>M_{4,2}</math></b>
$b = \frac{h_c + h_l}{2} = \frac{0,21 + 0,05}{2} = 0,13 \text{ m}$ $\ell_1 = 1,225 \text{ m}$ , obtido no programa FTOOL $a = \text{largura da viga} - 2 \cdot b = 0,4 - 2 \cdot 0,13 = 0,14 \text{ m}$ $M_{4,2} = M_{4,1} \left( \frac{\ell_1 - \left( b + \left( \frac{a}{2} \right) \right)}{\ell_1} \right) = 424,46 \left( \frac{1,225 - (0,13 + 0,07)}{1,225} \right) = 355,16 \text{ kN.m}$ (Valor conferido no programa FTOOL).

$Z_s$
<p>O cálculo do braço de alavanca é feito com base no item 3.6.2, equacionamento para momento resistente negativo que segue o mesmo padrão que o cálculo do momento resistente positivo.</p> $M_{4,2} = F_c \cdot z$ $F_{c,i} = 0,85 \cdot f_{ck,i} \cdot b_{w,i} \cdot h_i$ $M_R = M_{4,2} = (0,85 \cdot f_{ck,i} \cdot b_{w,i} \cdot h_i) \cdot z = 355,16 \text{ kN.m}$ <p>De acordo com a Tabela APA1.2, do Apêndice A, essa situação corresponde à Faixa 25 (de baixo para cima), ou seja, 25 mm da face inferior da seção composta. Logo a linha neutra encontra-se na mesa inferior (bem próximo ao alvéolo), com os seguintes resultados.</p> $F_{c,tot,i} = 1690,23 \text{ kN}$ $M_R = 359,11 \text{ kN.m}$ $z_s = 0,212 \text{ m}$ $y_s = 0,025 \text{ m}$ $x_s = 0,031 \text{ m}$ <p>Lembra-se que o índice s equivale ao equilíbrio da seção composta, considerando tração na armadura passiva.</p>
$A_s$
$A_s = \frac{M_{4,2}}{z_s \cdot f_{yk}} = \frac{355,16}{0,212 \cdot 500000} = 0,003351 \text{ m}^2 = 33,51 \text{ cm}^2$

**Tabela 3.25 – Verificação da força cortante e obtenção da força  $F_{2,Q}$  – EM1.**

$V_{Rd2}$
$d = h_{tot} - d' = 0,26 - 0,035 = 0,225 \text{ m}$ (armadura negativa) $v = 0,7 - \frac{f_{ck}}{200} = 0,7 - \frac{40}{200} = 0,5 \geq 0,5$ $V_{Rd2} = 0,5 \cdot v \cdot f_{ck} \cdot b_w \cdot 0,9 \cdot d = 0,5 \cdot 0,5 \cdot 40000 \cdot 0,44 \cdot 0,9 \cdot 0,225 = 891,0 \text{ kN}$
$V_{Rd1}$
$\tau_{Rd} = 0,25 \cdot f_{ctd}$ ou $0,25 \cdot f_{ctk} = 0,25 \cdot f_{ctk,inf} = 0,25 \cdot 2456 \left( \frac{kN}{m^2} \right) = 614,00 \text{ kN/m}^2$ $k =  1,6 - d  = 1,6 - 0,225 = 1,375$ $\rho_1 = \frac{A_s}{b_w \cdot d} = \frac{33,51}{44 \cdot 23,0} = 0,0331 \leq 0,02 \Rightarrow \rho_1 = 0,02$ $N_{sk,pt,\infty} = \sigma_{pt,\infty} \cdot A_p = 107,665 \cdot 8,91 = 959,30 \text{ kN}$ $\sigma_{cp} = \frac{N_{sk,pt,\infty}}{A_c} = \frac{959,30}{0,2357} = 4070,00 \text{ kN/m}^2$ (considerando seção simples) $V_{Rd1} = [\tau_{Rd} \cdot k(1,2 + 40 \cdot \rho_1) + 0,15 \cdot \sigma_{cp}] \cdot b_w \cdot d$ $V_{Rd1} = [614 \cdot 1,375(1,2 + 40 \cdot 0,02) + 0,15 \cdot 4070,00] \cdot 0,44 \cdot 0,225$ $V_{Rd1} = [1688,5 + 610,50] \cdot 0,44 \cdot 0,225 = 227,60 \text{ kN}$ $V_{Rd1} \leq V_{Rd2}$
$F_{2,Q}$

$\frac{(g_1 + g_2) \cdot \ell}{2} + K3 \cdot F_{2,Q} = V_{Rd1}$ $\frac{(5,89 + 2,5) \cdot 4,82}{2} + 0,7565 \cdot F_{2,Q} = 227,60$ $F_{2,Q} = (227,60 - 20,22) \frac{1}{0,7565} = 274,13 \text{ kN} = 27,41 \text{ tf}$
<b>Aumento da capacidade portante</b>
$\frac{F_{2,Q}}{F_1} = \frac{274,13}{251,55} = 1,09$

Verifica-se que o valor de  $V_{Rd2}$  é maior que  $V_{Rd1}$ . Além disso, é necessário citar que foi utilizado o valor de  $f_{ck}$  ao invés de  $f_{cd}$ , uma vez que se trata de análise experimental. O mesmo vale para o valor de  $f_{ctd}$ , que foi substituído por  $f_{ctk,inf}$ .

Uma vez que o valor de  $F_{2,Q}$  é menor que  $F_2$ , deve-se repetir os cálculos da Tabela 3.25, utilizando  $F_{2,Q}$  ao invés de  $F_2$ , é o que é feito na Tabela 3.26.

Vale destacar que o aumento da capacidade portante para a laje (considerando a carga concentrada próxima ao meio do vão) foi de 1,09 (Tabela 3.25), e não 1,82 (Tabela 3.23).

**Tabela 3.26 – Cálculo da armadura de continuidade ( $A_s$ ) para flexão, limitado pela verificação de cisalhamento – EM1.**

<b><math>M_{4,1}</math></b>
$M_{4,1} = K1 \cdot F_2 \cdot \ell = 0,192324 \cdot 274,13 \cdot 4,82 = 254,12 \text{ kN} \cdot \text{m}$
<b><math>M_{4,2}</math></b>
$b = \frac{h_c + h_1}{2} = \frac{0,21 + 0,05}{2} = 0,13 \text{ m}$ $\ell_1 = 1,225 \text{ m, obtido no programa FTOOL}$ $a = \text{largura da viga} - 2 \cdot b = 0,4 - 2 \cdot 0,13 = 0,14 \text{ m}$ $M_{4,2} = M_{4,1} \left( \frac{\ell_1 - \left( b + \left( \frac{a}{2} \right) \right)}{\ell_1} \right) = 254,12 \left( \frac{1,225 - (0,13 + 0,07)}{1,225} \right) = 212,63 \text{ kN} \cdot \text{m}$ <p>(Valor conferido no programa FTOOL)</p>
<b><math>Z_s</math></b>
<p>O cálculo do braço de alavanca é feito com base no item 3.6.2, equacionamento para momento resistente negativo, que segue o mesmo padrão que o cálculo do momento resistente positivo.</p> $M_{4,2} = F_c \cdot z$ $F_{c,i} = 0,85 \cdot f_{ck,i} \cdot b_{w,i} \cdot h_i$ $M_R = M_{4,2} = (0,85 \cdot f_{ck,i} \cdot b_{w,i} \cdot h_i) \cdot z = 212,63 \text{ kN} \cdot \text{m}$ <p>De acordo com a Tabela APA1.2, do Apêndice A, essa situação corresponde à Faixa 15 (de baixo para cima), portanto 15 mm ou 1,5 cm da face inferior da seção composta. Logo a linha neutra</p>

encontra-se na mesa inferior (distante do alvéolo), com os seguintes resultados.

$$F_{c.tot,i} = 1010,23 \text{ kN}$$

$$\mathbf{M_R = 219,71 \text{ kN.m}}$$

$$z_s = 0,217 \text{ m}$$

$$y_s = 0,015 \text{ m}$$

$$x_s = 0,019 \text{ m}$$

Lembrando que o índice  $s$  equivale ao equilíbrio da seção composta, considerando tração na armadura passiva.

### **A<sub>s</sub> e ρ<sub>1</sub>**

$$A_s = \frac{M_{4,2}}{z \cdot f_{yk}} = \frac{212,63}{0,217 \cdot 500000} = 0,001956 \text{ m}^2 = 19,56 \text{ cm}^2$$

$$\rho_1 = \frac{A_s}{b_w \cdot d} = \frac{19,56}{44 \cdot 23} \cong 0,02 \Rightarrow \rho_1 = 0,02$$

Portanto, o cálculo iterativo para a taxa de armadura, além de ter funcionado, ficou limitado ao valor de 0,02.

### **Verificação de compressão da borda inferior**

Tensão de compressão em função da atuação do momento fletor negativo.

$$KMD = \frac{M_d}{b_{w,i} \cdot d^2 \cdot f_{cd}} = \frac{M_{4,2}}{b_w \cdot d^2 \cdot f_{ck}} = \frac{212,63}{1,981 \cdot 0,23^2 \cdot \frac{40000}{1,0}} = 0,0507$$

$$KX = \frac{x}{d} = \frac{0,019}{0,23} = 0,0826$$

$$KX_{2,3} = \frac{3,5}{3,5 + 10,0} = 0,2593$$

Como  $KX < KX_{2,3} \rightarrow \varepsilon_s = 10,00 \text{ ‰}$

Ver tabela de KMD de CARVALHO (2012) no ANEXO A.

Portanto: DOMÍNIO 2.

Logo:

$$KX = \frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_c + \varepsilon_s} \Rightarrow \varepsilon_c = \frac{KX \cdot \varepsilon_s}{(1 - KX)} = \frac{0,0826 \cdot 10,0}{(1 - 0,0826)} = 0,90 \text{ ‰}$$

Valor de  $\varepsilon_c$  confere com a da tabela de KMD, anteriormente citada.

Tensão de compressão em função da protensão.

$$\varepsilon_{cp} = \varepsilon_7 = \frac{1}{E_c} \left( \frac{N_p}{A_c} + \frac{M_p \cdot e_p}{I} \right)$$

Sendo:

- $N_p$  é a força total de protensão, considerando as perdas calculadas anteriormente;
- $A_c$  é a área da seção transversal da laje alveolar;
- $e_p$  é a excentricidade da armadura ativa, com relação ao centro de gravidade da seção transversal;
- $M_p$  é o momento devido à força de protensão;

–  $I$  é o momento de inércia da seção transversal;  
 –  $E_c$  é o módulo de elasticidade secante do concreto.  
 –  $N_p = \sigma_{pt,\infty} * A_p = 107,665 * 8,91 = 959,29 \text{ kN}$   
 –  $M_p = N_p * e_p = 959,29 * 0,0734 = 70,41 \text{ kN.m}$   
 –  $E_{cs} = 0,85 * E_{ci} = 0,85 * 35418 = 30105 \text{ MPa} = 30105000 \text{ kN.m}^2$   

$$\varepsilon_7 = \left[ \frac{N_p}{A_c} + \frac{M_p * e_p}{I} \right] \cdot \frac{1}{E_{cs}} = \left[ \frac{959,29}{0,2357} + \frac{70,41 * 0,0734}{0,0013} \right] \cdot \frac{1}{30105000} = 0,000267 = 0,27\%$$

Tensão total de compressão.

$$\varepsilon_t = \varepsilon_{cp} + \varepsilon_c = 0,90 + 0,27 = 1,17 \text{ ‰}$$

Como  $\varepsilon_t < 3,5\%$ , está feita a condição quanto à compressão excessiva na borda inferior do concreto.

Logo, a armadura considerada é  $A_s = 19,56 \text{ cm}^2$ , limitada pela verificação da tensão de cisalhamento. Portanto, serão utilizadas 17  $\varnothing$  12,5 mm, totalizando  $A_s = 20,86 \text{ cm}^2$ .

O momento de fissuração ( $M_r$ ) deve ser calculado como o exposto no item 3.7.6. Devem ser calculados os momentos de fissuração da capa e da laje alveolar. Esses cálculos são apresentados na Tabela 3.27 e foram feitos considerando que o efeito da protensão atua somente na seção simples.

**Tabela 3.27 – Cálculo do momento de fissuração – EM1.**

Seção	Equação	Comentários
Capa	$M_r = \frac{\alpha \cdot f_{ct} \cdot I_c}{y_t}$ $M_r = \frac{1,5 \cdot 2027 \cdot 0,0024}{0,1143}$ $M_r = 63,84 \text{ kN.m}$	Formação de fissura.
	$M_r = \frac{\alpha \cdot f_{ct} \cdot I_c}{y_t}$ $M_r = \frac{1,5 \cdot 2896 \cdot 0,0024}{0,1143}$ $M_r = 91,21 \text{ kN.m}$	Deformação excessiva.
Laje	$M_r = \frac{\alpha \cdot f_{ct} \cdot I_c}{y_t} + \frac{N_{sk,pt,\infty} \cdot I_c}{A \cdot y_t} + N_{sk,pt,\infty} \cdot e$ $M_r = \frac{1,5 \cdot 2456 \cdot 0,0024}{0,1457} + \frac{959,30 \cdot 0,0013}{0,2357 \cdot 0,1084} + 959,30 \cdot 0,0734$ $M_r = 60,68 + 48,81 + 70,41$ $M_r = 179,90 \text{ kN.m}$	Formação de fissura.
	$M_r = \frac{\alpha \cdot f_{ct} \cdot I_c}{y_t} + \frac{N_{sk,pt,\infty} \cdot I_c}{A \cdot y_t} + N_{sk,pt,\infty} \cdot e$ $M_r = \frac{1,5 \cdot 3509 \cdot 0,0024}{0,1457} + \frac{959,30 \cdot 0,0013}{0,2357 \cdot 0,1084} + 959,30 \cdot 0,0734$ $M_r = 86,70 + 48,81 + 70,41$ $M_r = 205,92$	Deformação excessiva.

De posse do momento de fissuração, é possível determinar qual é o valor da carga  $F_2$  correspondente. Para isso, tem-se a Tabela 3.28.

Para calcular o valor do carregamento  $F_2$  correspondente ao momento de fissuração ( $M_r$ ) na capa é necessário igualar este momento ao momento negativo para o qual provavelmente ocorrerá a fissuração, ou seja, na seção de centro de giro do apoio, conforme a Figura 3.15. Logo:  $M_r = M_{4,2}$ .

Com relação à fissuração na laje alveolar, o valor de  $M_r$  deve ser igualado ao momento positivo total de ensaio  $M_{pos,tot,2}$ . Entretanto, o valor obtido para  $F_2$  será calculado de forma simplificada, uma vez que, quando há fissuração na capa, o comportamento do modelo passa a ser regido pela não linearidade física, ou seja, ocorre diminuição do momento negativo e, conseqüentemente, aumento do momento positivo. Portanto, o valor real de  $F_2$ , para este caso, deverá ser menor do que o calculado.

**Tabela 3.28 – Valores de  $F_2$  correspondentes a  $M_r$  – EM1.**

Seção	Equação	Comentários
Capa	$M_r = M_{4,2} \Rightarrow M_{4,1} = M_{4,2} \cdot \frac{1,225}{1,025} = 63,84 \cdot \frac{1,225}{1,025}$ $M_{4,1} = 76,30 \text{ kN.m}$ $M_{4,1} = K1 \cdot F_2 \cdot l = 0,192324 \cdot F_2 \cdot 4,82$ $76,30 = 0,192324 \cdot F_2 \cdot 4,82$ $F_2 = 82,31 \text{ kN} = 8,23 \text{ tf}$	Formação de fissuração. Momento negativo na ligação.
	$M_r = M_{4,2} \Rightarrow M_{4,1} = M_{4,2} \cdot \frac{1,225}{1,025} = 91,21 \cdot \frac{1,225}{1,025}$ $M_{4,1} = 109,01 \text{ kN.m}$ $M_{4,1} = K1 \cdot F_2 \cdot l = 0,192324 \cdot F_2 \cdot 4,82$ $109,01 = 0,192324 \cdot F_2 \cdot 4,82$ $F_2 = 117,59 \text{ kN} = 11,76 \text{ tf}$	Deformação excessiva. Momento negativo na ligação.
Laje	$M_r = M_{pos,tot,2} = M_1 + M_3$ $179,90 = K2 \cdot F_2 \cdot l + \frac{(g_1 + g_2) \cdot l^2}{8}$ $179,90 = 0,137344 \cdot F_2 \cdot 4,82 + \frac{(5,89 + 2,5) \cdot 4,82^2}{8}$ $179,90 = 0,137344 \cdot F_2 \cdot 4,82 + 24,36$ $F_2 = 234,96 \text{ kN} = 23,50 \text{ tf}$	Formação de fissuração. Momento positivo no meio da laje.
	$M_r = M_{pos,tot,2} = M_1 + M_3$ $205,92 = K2 \cdot F_2 \cdot l + \frac{(g_1 + g_2) \cdot l^2}{8}$ $205,92 = 0,137344 \cdot F_2 \cdot 4,82 + \frac{(5,89 + 2,5) \cdot 4,82^2}{8}$ $205,92 = 0,137344 \cdot F_2 \cdot 4,82 + 24,36$ $F_2 = 274,26 \text{ kN} = 27,43 \text{ tf}$	Deformação excessiva. Momento positivo no meio da laje.

### 3.8.2 – Cálculo da armadura de continuidade para os demais ensaios

Seguindo o modelo de cálculo apresentado no item 3.8.1, foram calculadas as armaduras de continuidade ( $A_s$ ) para os ensaios EM2 e EM3. A Tabela 3.29 mostra os resultados alcançados, rerepresentando os resultados do ensaio EM1.

**Tabela 3.29 – Armadura de continuidade calculadas para os ensaios EM1, EM2 e EM3.**

Variável	EM1	EM2	EM3
$g_1$ (kN/m)	5,89	4,67	2,92
$g_2$ (kN/m)	2,50	1,5	1,5
$l$ (m) (vão)	4,82	4,82	4,82
$\sigma_{pt,\infty}$ (MPa) Isoladas	<b>1076,65</b>	<b>866,63</b>	<b>1167,40</b>
Armadura ativa	9 $\varnothing$ 12,7	10 $\varnothing$ 12,7	8 $\varnothing$ 6,4 e 1 $\varnothing$ 9,5
$M_R$ (kN.m) (Positivo)	<b>327,44</b>	<b>445,55</b>	<b>79,30</b>
$M_1$ (kN.m)	24,36	18,06	12,84
$M_2$ (kN.m)	303,12	427,49	66,46
$F_1$ (kN)	251,55 (25,16 tf)	354,76 (35,48 tf)	55,15 (5,52 tf)
$M_3$ (kN.m)	303,12	427,49	66,46
$F_2$ (kN)	457,89 (45,79 tf)	645,76 (64,58 tf)	100,39 (10,04 tf)
$F_2/F_1$	1,82	1,82	1,82
$M_{4,1}$ (kN.m)	424,46	598,62	93,06
$a$ (m)	0,14	0,085	0,19
$b$ (m)	0,13	0,1575	0,105
$l_1$ (m)	1,225	1,225	1,225
$M_{4,2}$ (kN.m)	355,16	500,87	77,87
$M_R$ (kN.m) (Negativo)	<b>359,11</b>	<b>500,33</b>	<b>80,72</b>
$z_s$ (m)	0,212	0,246	0,1745

FAIXA	25 (de baixo para cima)	50 (de baixo para cima)	15 (de baixo para cima)
REGIÃO	Mesa inferior	Alvéolo	Mesa inferior
$f_{yk}$ (kN/m <sup>2</sup> )	500000	500000	500000
$A_s$ (cm <sup>2</sup> )	33,51	40,72	8,92
$d$ (m)	0,225	0,285	0,180
$b_w$ (m)	0,440	0,285	0,308
$\nu$	0,50	0,50	0,50
$V_{Rd2}$ (kN)	891,00	859,61	498,96
$\tau_{Rd}$ (kN/m <sup>2</sup> )	614,00	614,00	614,00
$k$	1,375	1,315	1,420
$\rho_1$	0,0331	0,05049	0,01609
$N_{sk,pt,\infty}$ (kN)	959,30	857,93	356,53(*)
$\sigma_{cp}$ (kN/m <sup>2</sup> )	4070,00	3484,7	3057,72
$V_{Rd1}$ (kN)	227,60	172,33	114,54
$F_{2,Q}$ (kN) (27,41 tf)	274,13 (27,41 tf)	207,98 (20,80 tf)	137,33 (13,73 tf)
$F_2 / F_1$	1,09	0,59	2,49
Menor valor	$F_{2,Q}$	$F_{2,Q}$	$F_2$ (flexão)
$M_{4,1}$ (kN.m)	254,12	192,80	idem
$M_{4,2}$ (kN.m)	212,63	161,32	idem
<b><math>M_R</math> (kN.m) (Negativo)</b>	<b>219,71</b>	<b>156,20</b>	idem
$z_s$ (m)	0,217	0,263	idem
FAIXA	15 (de baixo para cima)	14 (de baixo para cima)	idem
REGIÃO	Mesa inferior	Mesa inferior	idem
$f_{yk}$ (kN/m <sup>2</sup> )	500000	500000	595000 (**)
<b><math>A_s</math> (cm<sup>2</sup>)</b>	<b>19,56</b>	<b>12,26</b>	<b>6,50 (***)</b>



$\rho_1$	0,02	0,01509	0,01127
<b>N° DE BARRAS</b>	<b>17 <math>\emptyset</math> 12,5 mm</b>	<b>11 <math>\emptyset</math> 12,5 mm (****)</b>	<b>5 <math>\emptyset</math> 12,5 mm (***)</b>
$\varepsilon_{cp} + \varepsilon_c$ (‰)	1,17	0,96	0,88
Dimensionamento	Limitado pelo cisalhamento	Limitado pelo cisalhamento	Limitado pela flexão
$M_{r,capa}$ (kN.m), Formação de Fissuras	63,84	56,50	25,55
$M_{r,capa}$ (kN.m), Deformação Excessiva	91,21	80,72	36,50
$M_{r,laje}$ (kN.m), Formação de Fissuras	179,90	194,12	58,67
$M_{r,laje}$ (kN.m), Deformação Excessiva	205,92	223,28	69,68
$F_{2,capa}$ (kN), Formação de Fissuras	82,31 (8,23 tf)	72,84 (7,28 tf)	32,94 (3,29 tf)
$F_{2,capa}$ (kN), Deformação Excessiva	117,59 (11,76 tf)	104,07 (10,41 tf)	47,05 (4,71 tf)
$F_{2,laje}$ (kN), Formação de Fissuras.	234,96 (23,50 tf)	256,44 (25,64 tf)	69,23 (6,92 tf)
$F_{2,laje}$ (kN), Deformação Excessiva	274,26 (27,43 tf)	300,48 (30,05 tf)	85,86 (8,59 tf)

(\*) Considerou-se:

Perdas da armadura inferior como calculado no item 3.5 e Tabela 3.15;

Perdas da armadura superior, adotando 10%.

$$N_{sk,pt,\infty} = 49,5 + 307,03 = 356,53 \text{ kN}$$

(\*\*) Na época do ensaio do modelo 3 (EM3), já se conhecia os resultados da caracterização das barras da armadura passiva. Portanto, optou-se por adotar para o cálculo da armadura de continuidade ( $A_s$ ) o valor da tensão de escoamento  $f_{yk}$  = igual à 595 MPa. Com isso obteve-se  $A_s = 7,50 \text{ cm}^2$ .

(\*\*\*) Por questão de simetria, preferiu-se utilizar 5  $\emptyset$  12,5 mm, totalizando  $A_s = 6,25 \text{ cm}^2$ .

(\*\*\*\*) Por questão de simetria, preferiu-se utilizar 11  $\emptyset$  12,5 mm, totalizando  $A_s = 13,75 \text{ cm}^2$ .

### 3.8.3 – Previsão do que acontecerá nos ensaios

A Tabela 3.30 apresenta um resumo da Tabela 3.29, enfatizando os possíveis valores de carregamento ( $F_2$ ) e de momentos fletores que poderão ocorrer nos ensaios. Todos os cálculos foram feitos considerando a linearidade física do material. Não foi considerada a fissuração do modelo. Isso será feito posteriormente no capítulo 6.

**Tabela 3.30 – Previsão de carregamentos para os ensaios EM1, EM2 e EM3.**

Variável	Comentários	EM1	EM2	EM3
$F_{2,capa}$ (kN), Formação de Fissuras	Fissuração da capa. Atuação do momento negativo	117,59 (11,76 tf)	72,84 (7,28 tf)	32,94 (3,29 tf)
$M_{r,capa}$ (kN.m), Formação de Fissuras		63,84	56,50	25,55
$F_{2,laje}$ (kN), Formação de Fissuras	Fissuração da laje. Atuação do momento positivo.	234,96 (23,50 tf)	256,44 (25,64 tf)	69,23 (6,92 tf)
$M_{r,laje}$ (kN.m), Formação de Fissuras		179,90	194,12	58,67
$F_{2,Q}$ (kN)	Ruptura no ensaio de continuidade	274,13 (27,41 tf)	207,98 (20,80 tf)	-
$F_2$ (kN)		-	-	100,39 (10,04 tf)
Ensaio		Limitado pelo cisalhamento	Limitado pelo cisalhamento	Limitado pela flexão
$M_1$ (kN.m)		24,36	18,06	12,84
$M_3$ (kN.m)		303,12	427,49	66,46
$M_{4,1}$ (kN.m)		254,12	192,80	93,06
$M_{4,2}$ (kN.m)		212,63	161,32	77,87
$M_1$ (kN.m)		Ruptura no ensaio biapoiado, para o mesmo vão. Valor hipotético para comparação.	24,36	18,06
$M_2$ (kN.m)	303,12		427,49	66,46
$F_1$ (kN)	251,55 (25,16 tf)		354,76 (35,48 tf)	55,15 (5,52 tf)
$F_2/F_1$	Aumento real da capacidade portante.	1,09 cisalhamento	0,66 cisalhamento	1,82 flexão

### 3.9 – Diagramas de iteração das lajes alveolares ensaiadas

Determinados os valores das armaduras para os ensaios de continuidade, e, além disso, obtida a forma como se dará a ruptura do ensaio (cisalhamento ou flexão), é possível, através do equacionamento do item 3.7, obter resultados de esforços solicitantes para ensaios hipotéticos com diversos vãos.

#### 3.9.1 – EM1

A Tabela 3.31 apresenta os resultados dos ensaios hipotéticos para o EM1, enquanto que a Tabela 3.32 indica o resumo das forças de ruptura. A Figura 3.22 mostra os resultados em forma de gráfico, para o mesmo ensaio.

**Tabela 3.31 – Resultados de ensaios hipotéticos para a laje alveolar do EM1.**

$l$ (m)	3,75	5,00	6,25	7,50	8,75	10,00
$M_1$ (kN.m)	14,75	26,22	40,97	58,99	80,29	104,88
$M_2$ (kN.m)	312,69	301,22	286,47	268,45	247,15	222,57
$F_1$ (kN)	333,54	240,98	183,34	143,17	112,98	89,03
$M_3$ (kN.m)	312,69	301,22	286,47	268,45	247,15	222,57
$F_2$ (kN)	533,66	385,56	293,35	229,08	180,77	142,44
$F_2/F_1$	1,60	1,60	1,60	1,60	1,60	1,60
$M_{4,1}$ (kN.m)	375,23	361,47	343,77	322,14	296,57	267,08
$l_l$ (m)	1,024	1,365	1,706	2,048	2,389	2,730
$M_{4,2}$ (kN.m)	301,93	308,50	303,47	290,67	271,74	247,51
Região de compressão	Mesa inferior	Mesa inferior	Mesa inferior	Mesa inferior	Mesa inferior	Mesa inferior
$A_s$ (cm <sup>2</sup> )	28,16	28,77	28,30	27,04	25,22	22,87
$\rho_1$ (calculado)	0,02537	0,02576	0,02511	0,02375	0,02182	0,01939
$\rho_1$ (adotado)	0,01433*	0,02	0,02	0,02	0,02	0,02
$V_{Rd1}$ (kN)	208,64	227,60	227,60	227,60	227,60	227,60
$F_{2,Q}$ (kN)	280,60	300,55	292,92	285,29	277,67	270,04

$F_{2,Q}/F_1$	0,84	1,25	1,59	1,99	2,46	3,03
$F_2$ (adotado)	280,60	300,55	292,93	229,08	180,08	142,44
$F_2/F_1$ (real)	0,84	1,25	1,59	1,60	1,60	1,60
$M_{4,1}$ (kN.m)	197,30	281,76	343,27	322,14	296,57	267,08
$M_{4,2}$ (kN.m)	158,75	240,48	303,03	290,67	271,74	247,51
$A_s$ (cm <sup>2</sup> )	14,50	22,17	28,26	27,04	25,22	22,81
$\rho_1$ (calculado2)	0,01433*	0,02190	0,02792	0,02672	0,02492	0,02254
$A_p$ (cm <sup>2</sup> )	8,91	8,91	8,91	8,91	8,91	8,91
$\rho_1$ (calculado)	0,008804	0,008804	0,008804	0,008804	0,008804	0,008804
$V_{Rd1,F1Q}$ (kN)	190,17	190,17	190,17	190,17	190,17	190,17
$F_{1,Q}$ (kN)	348,878	338,39	327,42	317,42	306,93	296,44

\* Obtido por iteração até o valor final  $\rho_1$  (calculado2) ser igual ao adotado  $\rho_1$ (adotado).

**Tabela 3.32 – Forças de ruptura para a laje alveolar do EM1.**

$l$ (m)	$F_1$ (kN)	$F_{1,Q}$ (kN)	$F_2$ (kN)	$F_{2,Q}$ (kN)	$F_{2,E}$ (kN)	$F_2/F_1$
3,75	333,54	348,88	533,66	280,60	280,60	0,84
5,00	240,98	338,39	385,56	300,55	300,55	1,25
6,25	183,34	327,90	293,35	292,92	292,92	1,59
7,50	143,17	317,42	229,08	285,29	229,08	1,60
8,75	112,98	306,93	180,77	277,67	180,77	1,60
10,00	89,03	296,44	142,44	270,04	142,44	1,60

$F_1$  é a força aplicada no meio do vão, em ensaio de laje simplesmente apoiada em que a ruptura ocorre por flexão;

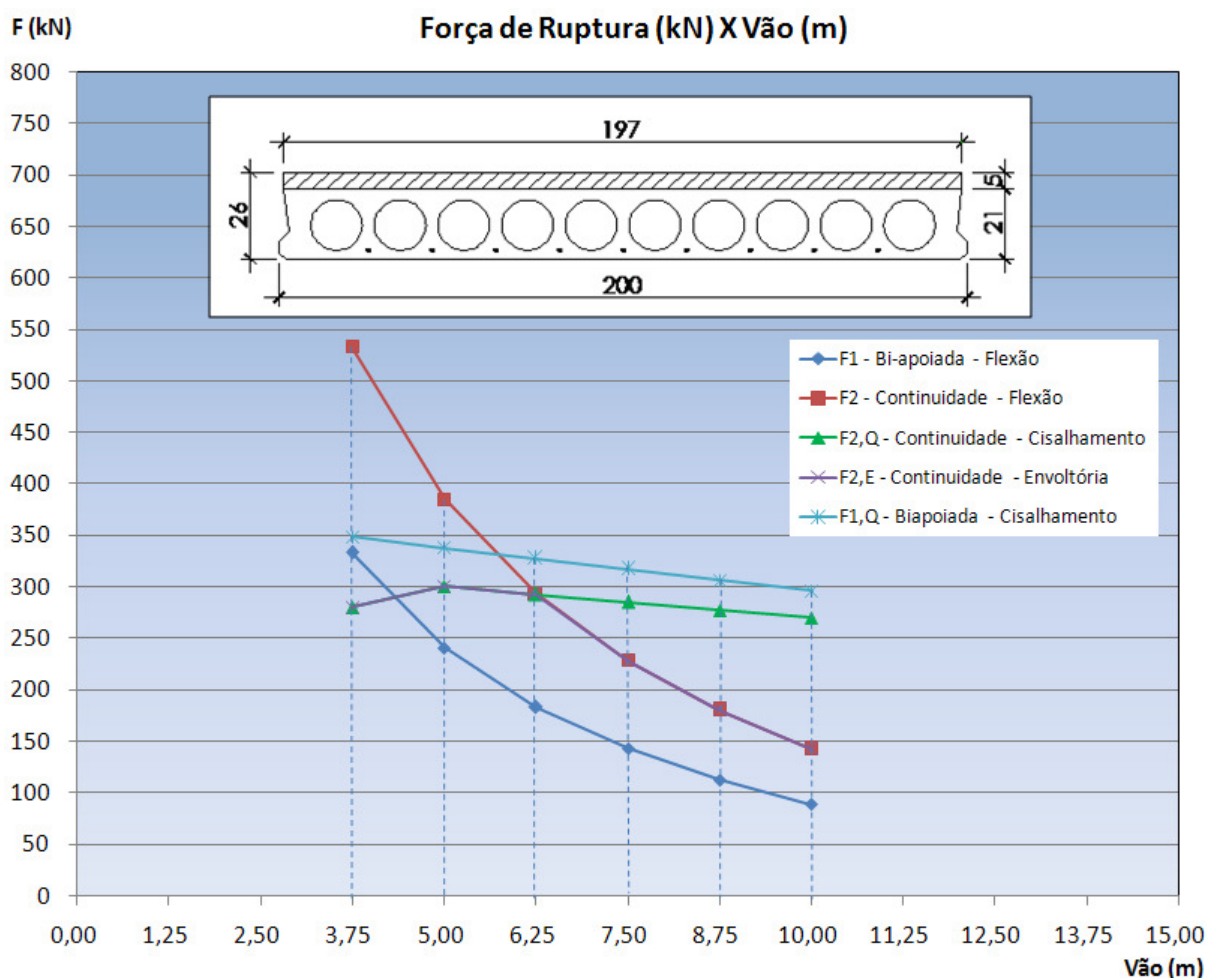
$F_{1,Q}$  é a força aplicada no meio do vão, em ensaio de laje simplesmente apoiada em que a ruptura ocorre (hipoteticamente) por cisalhamento;

$F_2$  é a força aplicada no meio do vão, em ensaio de continuidade em que a ruptura ocorre por flexão;

$F_{2,Q}$  é a força aplicada no meio do vão, em ensaio de continuidade em que a ruptura ocorre por cisalhamento;

$F_{2,E}$  é a envoltória da força  $F_2$ , considerando a ruptura ora por flexão, ora por cisalhamento;

$V_{Rd1,F1Q}$  é a força cortante resistente relativa à força aplicada no meio do vão, em ensaio de laje simplesmente apoiada em que a ruptura ocorre (hipoteticamente) por cisalhamento.



**Figura 3.22 – Diagramas de iteração da laje alveolar utilizada no EM1.**

### 3.9.2 – EM2

A Tabela 3.33 apresenta os resultados dos ensaios hipotéticos para a laje alveolar utilizado no EM2, enquanto que a Tabela 3.34 indica o resumo das forças de ruptura. A Figura 3.23 mostra os resultados em forma de gráfico, para o mesmo ensaio.

**Tabela 3.33 – Resultados de ensaios hipotéticos para a laje alveolar do EM2.**

$l$ (m)	3,75	5,00	6,25	7,50	8,75	10,00
$M_1$ (kN.m)	10,95	19,47	30,42	43,80	59,62	77,88
$M_2$ (kN.m)	434,60	426,08	415,13	401,75	385,93	367,68
$F_1$ (kN)	463,57	340,87	265,68	214,26	176,42	147,07
$M_3$ (kN.m)	434,60	426,08	415,13	401,75	385,93	367,68
$F_2$ (kN)	741,72	545,38	425,09	342,82	282,28	235,31

$F_2/F_1$	1,60	1,60	1,60	1,60	1,60	1,60
$M_{4,1}$ (kN.m)	521,52	511,30	498,16	482,09	463,11	441,21
$l_l$ (m)	1,024	1,365	1,706	2,048	2,389	2,730
$M_{4,2}$ (kN.m)	419,63	436,38	439,76	435,00	424,34	408,89
Região de compressão	Mesa inferior	Mesa inferior	Mesa inferior	Mesa inferior	Mesa inferior	Mesa inferior
$A_s$ (cm <sup>2</sup> )	33,50	34,98	35,32	34,87	33,95	32,59
$\rho_1$ (calculado)	0,041248	0,043066	0,043487	0,04293	0,041794	0,040128
$\rho_1$ (adotado)	0,0104*	0,0167*	0,02	0,02	0,02	0,02
$V_{Rd1}$ (kN)	174,17	163,67	172,33	172,33	172,33	172,33
$F_{2,Q}$ (kN)	197,04	215,41	222,34	216,68	211,01	205,35
$F_{2,Q}/F_1$	0,43	0,63	0,84	1,01	1,20	1,40
$F_2$ (adotado)	197,04	215,41	222,34	216,68	211,01	205,35
$F_2/F_1$ (real)	0,43	0,63	0,84	1,01	1,20	1,40
$M_{4,1}$ (kN.m)	138,54	201,95	260,55	304,70	346,19	385,03
$M_{4,2}$ (kN.m)	111,48	172,36	230,01	274,94	317,21	356,82
$A_s$ (cm <sup>2</sup> )	8,41	13,16	17,73	21,35	24,83	28,15
$\rho_1$ (calculado2)	0,0104*	0,0167*	0,02182	0,02629	0,03057	0,03466
$A_p$ (cm <sup>2</sup> )	9,90	9,90	9,90	9,90	9,90	9,90
$\rho_1$ (calculado)	0,012188	0,012188	0,012188	0,012188	0,012188	0,012188
$V_{Rd1,F1Q}$ (kN)	151,84	151,84	151,84	151,84	151,84	151,84
$F_{1,Q}$ (kN)	280,31	272,51	264,73	256,94	249,15	241,37

\* Obtido por iteração até o valor final  $\rho_1$  (calculado2) ser igual ao  $\rho_1$ (adotado).

**Tabela 3.34 – Forças de ruptura para a laje alveolar do EM2.**

$l$ (m)	$F_1$ (kN)	$F_{1,Q}$ (kN)	$F_2$ (kN)	$F_{2,Q}$ (kN)	$F_{2,E}$ (kN)	$F_2/F_1$
3,75	463,57	280,30	741,72	197,04	197,04	0,43
5,00	340,87	272,52	545,38	215,41	215,41	0,63

6,25	265,68	264,73	425,09	222,34	222,34	0,84
7,50	214,26	256,94	342,82	216,68	216,68	1,01
8,75	176,42	249,15	282,28	211,01	211,01	1,20
10,00	147,07	241,37	235,31	205,35	205,35	1,40

$F_1$  é a força aplicada no meio do vão, em ensaio de laje simplesmente apoiada em que a ruptura ocorre por flexão;

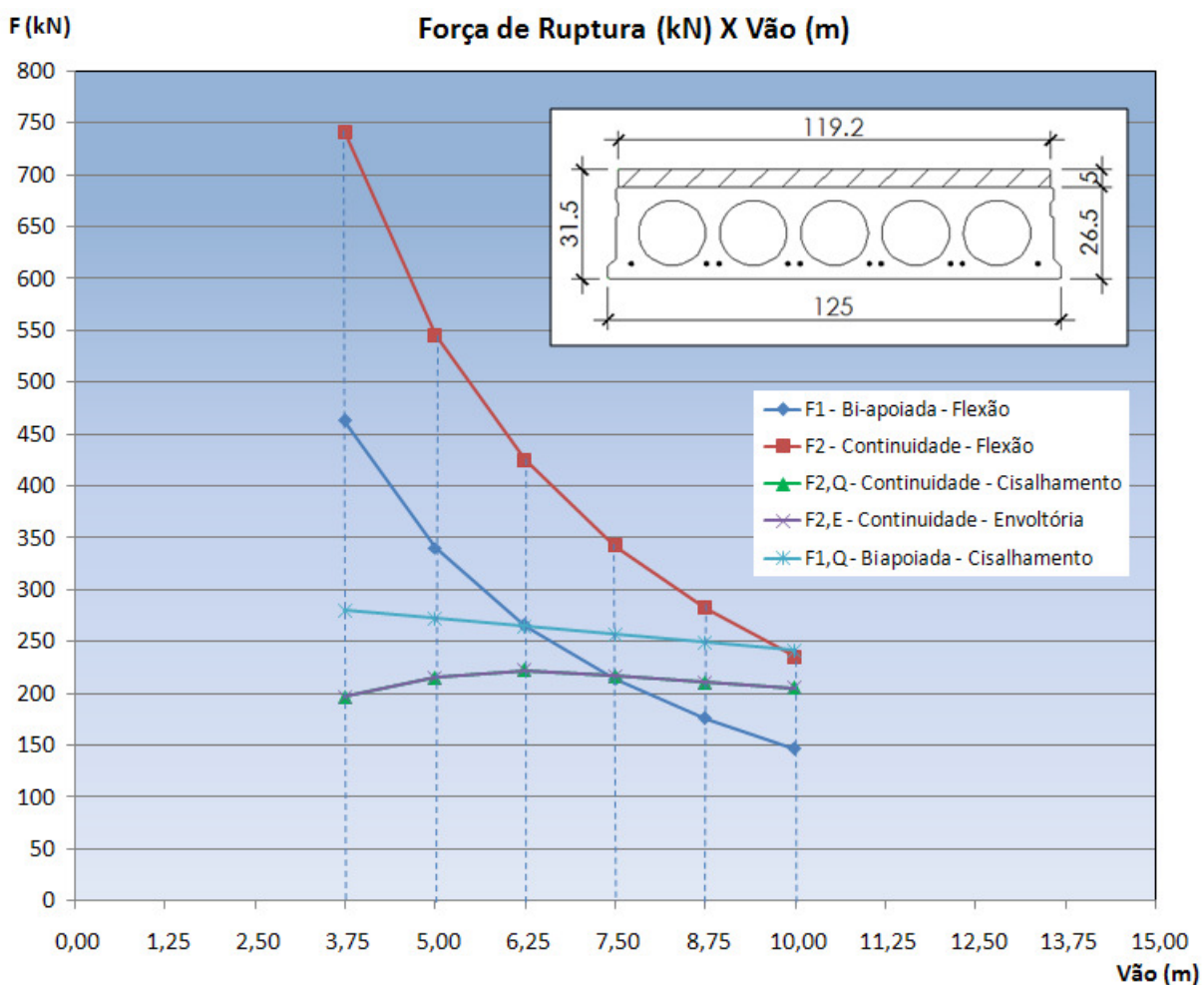
$F_{1,Q}$  é a força aplicada no meio do vão, em ensaio de laje simplesmente apoiada em que a ruptura ocorre (hipoteticamente) por cisalhamento;

$F_2$  é a força aplicada no meio do vão, em ensaio de continuidade em que a ruptura ocorre por flexão;

$F_{2,Q}$  é a força aplicada no meio do vão, em ensaio de continuidade em que a ruptura ocorre por cisalhamento;

$F_{2,E}$  é a envoltória da força  $F_2$ , considerando a ruptura ora por flexão, ora por cisalhamento;

$V_{Rd1,F1Q}$  é a força cortante resistente relativa à força aplicada no meio do vão, em ensaio de laje simplesmente apoiada em que a ruptura ocorre (hipoteticamente) por cisalhamento.



**Figura 3.23 – Diagramas de iteração da laje alveolar utilizado no EM2.**

### 3.9.3 – EM3

A Tabela 3.35 apresenta os resultados dos ensaios hipotéticos para a laje alveolar utilizado no EM3, enquanto que a Tabela 3.36 indica o resumo das forças de ruptura. A Figura 3.24 mostra os resultados em forma de gráfico, para o mesmo ensaio.

**Tabela 3.35 – Resultados de ensaios hipotéticos para a laje alveolar do EM3.**

$l$ (m)	3,75	5,00	6,25	7,50	8,75	10,00
$M_1$ (kN.m)	7,77	13,81	21,58	31,08	42,30	55,25
$M_2$ (kN.m)	71,53	65,49	57,72	48,22	37,00	24,05
$F_1$ (kN)	76,30	52,39	36,94	25,72	16,91	9,62
$M_3$ (kN.m)	71,53	65,49	57,72	48,22	37,00	24,05
$F_2$ (kN)	122,08	83,82	59,10	41,15	27,06	15,39
$F_2/F_1$	1,60	1,60	1,60	1,60	1,60	1,60
$M_{4,1}$ (kN.m)	85,84	78,59	69,26	57,87	44,40	28,86
$l_i$ (m)	1,024	1,365	1,706	2,048	2,389	2,730
$M_{4,2}$ (kN.m)	69,07	67,07	61,14	52,21	40,68	26,75
Região de compressão	Mesa inferior	Mesa inferior	Mesa inferior	Mesa inferior	Mesa inferior	Mesa inferior
$A_s$ (cm <sup>2</sup> )	7,87	7,64	6,96	5,92	4,60	3,01
$\rho_1$ (calculado)	0,014197	0,013787	0,012561	0,010672	0,008291	0,005421
$\rho_1$ (adotado)	0,014197	0,013787	0,012561	0,010672	0,008291	0,005421
$V_{Rd1}$ (kN)	110,88	110,09	107,72	104,07	99,46	93,91
$F_{2,Q}$ (kN)	149,23	144,06	136,59	127,26	116,55	104,46
$F_{2,Q}/F_1$	1,96	2,75	3,70	4,95	6,89	10,86
$F_2$ (adotado)	122,08	83,82	59,10	41,15	27,06	15,39
$F_2/F_1$ (real)	1,60	1,60	1,60	1,60	1,60	1,60
$M_{4,1}$ (kN.m)	85,84	78,59	69,26	57,87	44,40	28,86
$M_{4,2}$ (kN.m)	69,07	67,07	61,14	52,21	40,68	26,75
$A_s$ (cm <sup>2</sup> )	14,50	22,17	28,26	27,04	25,22	22,81



$\rho_1$ (calculado2)	- *	- *	- *	- *	- *	- *
$A_p$ (cm <sup>2</sup> )	2,63	2,63	2,63	2,63	2,63	2,63
$\rho_1$ (calculado)	0,004744	0,004744	0,004744	0,004744	0,004744	0,004744
$V_{Rd1,F1Q}$ (kN)	92,60	92,60	92,60	92,60	92,60	92,60
$F_{1,Q}$ (kN)	168,63	163,11	157,58	152,06	146,53	141,01

\* Não houve necessidade de calcular  $\rho_1$  (calculado2), pelo fato do dimensionamento ser governado pela flexão.

**Tabela 3.36 – Forças de ruptura para a laje alveolar do EM3.**

$l$ (m)	$F_1$ (kN)	$F_{1,Q}$ (kN)	$F_2$ (kN)	$F_{2,Q}$ (kN)	$F_{2,E}$ (kN)	$F_2/F_1$
3,75	76,30	168,63	122,08	149,23	122,08	1,60
5,00	52,39	163,11	83,82	144,06	83,82	1,60
6,25	36,94	157,58	59,10	136,59	59,10	1,60
7,50	25,72	152,06	41,15	127,26	41,15	1,60
8,75	16,91	146,53	27,26	116,55	27,26	1,60
10,00	9,62	141,01	15,39	104,46	15,39	1,60

$F_1$  é a força aplicada no meio do vão, em ensaio de laje simplesmente apoiada em que a ruptura ocorre por flexão;

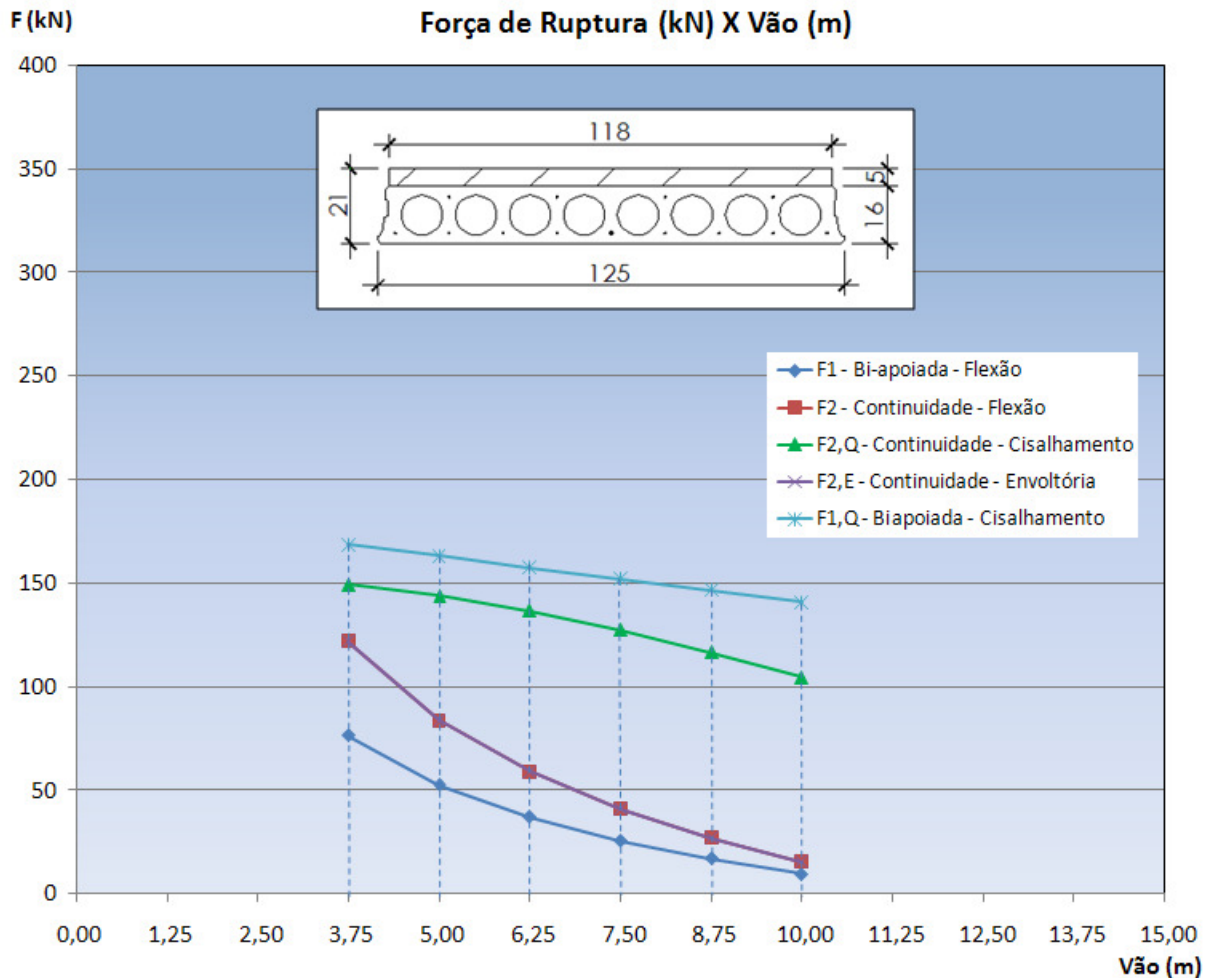
$F_{1,Q}$  é a força aplicada no meio do vão, em ensaio de laje simplesmente apoiada em que a ruptura ocorre (hipoteticamente) por cisalhamento;

$F_2$  é a força aplicada no meio do vão, em ensaio de continuidade em que a ruptura ocorre por flexão;

$F_{2,Q}$  é a força aplicada no meio do vão, em ensaio de continuidade em que a ruptura ocorre por cisalhamento;

$F_{2,E}$  é a envoltória da força  $F_2$ , considerando a ruptura ora por flexão, ora por cisalhamento;

$V_{Rd1,F1Q}$  é a força cortante resistente relativa à força aplicada no meio do vão, em ensaio de laje simplesmente apoiada em que a ruptura ocorre (hipoteticamente) por cisalhamento.



**Figura 3.24 – Diagramas de iteração da laje alveolar utilizado no EM3.**

### 3.9.4 – Conclusões sobre os diagramas de iteração

Através dos resultados e dos diagramas apresentados no item 3.9 para as lajes ensaiadas, é possível tirar algumas conclusões sobre o comportamento em ensaios (hipotéticos) biapoiados e de continuidade.

#### **Ruptura no ensaio de continuidade:**

- EM1. Será governada pelo cisalhamento para os vãos: 3,75 m, 5,00 m e 6,25 m. Será governada pela flexão se os vãos forem: 7,50 m, 8,75 m ou 10 m;
- EM2. Em todos os vãos a ruptura se dará por cisalhamento;
- EM3. Em todos os casos a ruptura se dará por flexão.

**Aumento real da capacidade portante.** *Considera-se aumento (ou diminuição) da capacidade portante a relação entre a força de ruptura do ensaio de continuidade, seja por flexão ( $F_2$ ) ou por cisalhamento ( $F_{2,Q}$ ), e a força de ruptura em um ensaio de flexão na condição biapoiada ( $F_1$ ), admitindo-se os mesmos parâmetros para os dois ensaios:*

- EM1. Governado pela envoltória, ou seja, ora pelo cisalhamento, ora pela flexão. Nesse caso há diminuição da capacidade portante para o vão de 3,75 m;
- EM2. Governado pelo cisalhamento, sendo diminuição da capacidade portante para os vãos entre 3,75 e 6,25 m;
- EM3. Governado pela flexão. Nesse caso o valor é constante para todos os vãos e equivale a um aumento de 60 %.

**Aumento (hipotético) da capacidade portante, considerando somente a flexão.** *Comparação entre as forças de ruptura por flexão para os ensaios de continuidade ( $F_2$ ) e biapoiados ( $F_1$ ):*

- EM1. Aumento de 60%;
- EM2. Aumento de 60%;
- EM3. Aumento de 60%.

**Diminuição (hipotética) da capacidade portante, considerando somente o cisalhamento.** *Comparação entre as forças de ruptura por cisalhamento para os ensaios de continuidade ( $F_{2,Q}$ ) e biapoiados ( $F_{1,Q}$ ):*

- EM1, EM2 e EM3. Diminuição da capacidade portante dependendo da taxa de armadura adotada no cálculo.

Este fato já era esperado, uma vez que, na situação biapoiada a força cortante equivale à metade da força  $F_{1,Q}$ , enquanto que na condição com continuidade o apoio considerado “absorve mais carga”, sendo esta relação de  $(11/16) F_{2,Q}$ . Para os casos em a continuidade ocorre nos dois apoios, a curva de  $F_{1,Q}$  é igual à de  $F_{2,Q}$ . Isto ocorre porque, neste caso, mesmo com continuidade, a força cortante equivale à metade da força aplicada.

# 4

## ENSAIOS DE CARACTERIZAÇÃO

---

Além de servir para verificar a capacidade portante da laje alveolar e certificar o produto, os ensaios com elementos simplesmente apoiados também são utilizados para determinar, de forma indireta, a resistência à compressão e o módulo de elasticidade da laje.

Descrevem-se neste capítulo os procedimentos para a realização de tais ensaios e também os demais ensaios de caracterização dos materiais: concreto moldado no local para a capa, armadura passiva e armadura ativa.

Todos os ensaios para caracterização das lajes alveolares foram realizados no laboratório do NETPRE/DECiv/UFSCar. Com relação ao modelo EM1 (Figuras 3.1 e 3.2), os resultados foram retirados de um trabalho de extensão realizado pelo NETPRE/UFSCar, entre Dezembro de 2011 e Janeiro de 2012.

Para o modelo EM2 (Figuras 3.3 e 3.4), os resultados foram obtidos em ensaios realizados por MARQUESI (2014), realizados no mês de Maio de 2012.

Já para o modelo EM3 (Figuras 3.5 e 3.6), os ensaios de caracterização das lajes foram realizados pelo autor deste trabalho e, assim como os demais, serão mostrados a seguir.

### 4.1 – Ensaios padronizados em lajes alveolares biapoiadas

Os ensaios em lajes simplesmente apoiadas devem ser realizados de acordo com normas específicas. Com base no trabalho de COSTA (2009), são descritos os seguintes ensaios:

- Ensaio de cisalhamento;
- Ensaio de flexão;
- Ensaio com interação de cisalhamento e flexão.

COSTA (2009) descreve também procedimentos e medidas que devem ser tomados antes dos ensaios. São eles:

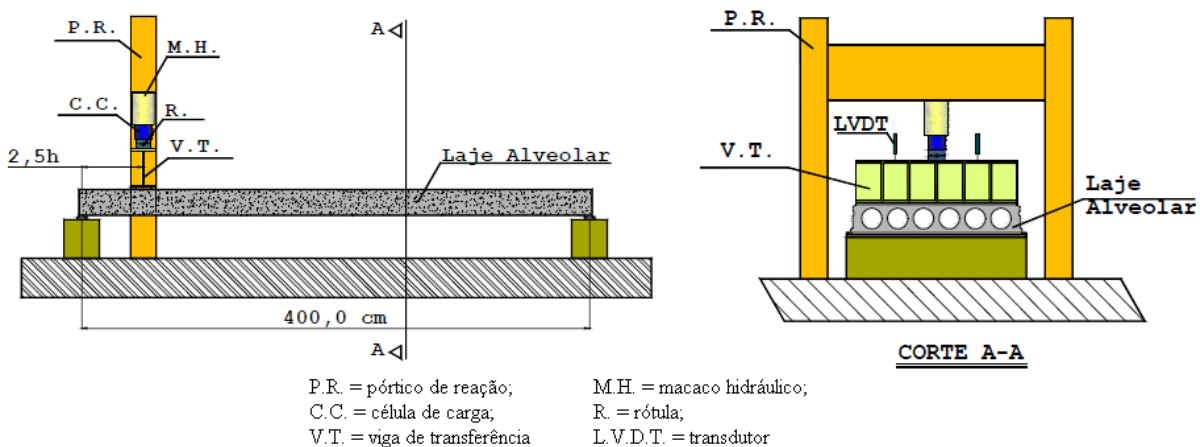
- Medidas preliminares. Efetuar medidas da geometria da seção transversal do elemento a ser ensaiado, tais como afundamento junto à face externa da cordoalha, dimensões dos alvéolos e etc. Além disso, anotar também alguma eventual imperfeição existente na peça, através de uma inspeção visual;

- Registro dos ensaios. Identificação da laje alveolar e marcação da instrumentação utilizada;
- Velocidade de aplicação do carregamento. De acordo com a FIP (1992) o carregamento deverá ser aplicado a uma taxa de 50 kN por minuto. Já a EN 1168:2005 recomenda aplicação de 10% da carga última por minuto;
- Condições de apoio. O apoio não poderá ter nenhuma obstrução ao deslocamento horizontal, para não introduzir esforços adicionais no elemento ensaiado.

#### 4.1.1 – Ensaio de cisalhamento

Para avaliar a resistência das lajes ao cisalhamento, pode-se utilizar o ensaio padrão presente no manual da FIP (1992) e na norma europeia EN 1168:2005.

A peça a ser ensaiada deve ser um elemento de largura real, com vão de  $4m$  ou  $15h$  ( $h$  = altura da laje), prevalecendo o maior. A Figura 4.1 mostra um desenho esquemático do ensaio de cisalhamento. A Figura 4.2, uma foto de um ensaio realizado.



**Figura 4.1 – Desenho esquemático do ensaio de cisalhamento. Vista lateral e corte. (Adaptado de COSTA (2009)).**

A transferência de força para a laje deve ser realizada através de uma viga rígida, aconselhando-se a utilização de uma viga metálica. A viga rígida tem o propósito de garantir uma distribuição uniforme do carregamento, ao longo de toda a largura do elemento ensaiado. Essa viga deve possuir altura de no mínimo 15 cm, sendo indicada a altura de 25 cm para ensaios com utilização de macaco hidráulico.

O apoio mais próximo do ponto de aplicação da força deve ser móvel, de tal forma que nenhuma força axial seja gerada pela rotação do elemento no apoio.



**Figura 4.2 – Foto do ensaio de cisalhamento. (Fonte: TKALCIC (2007)).**

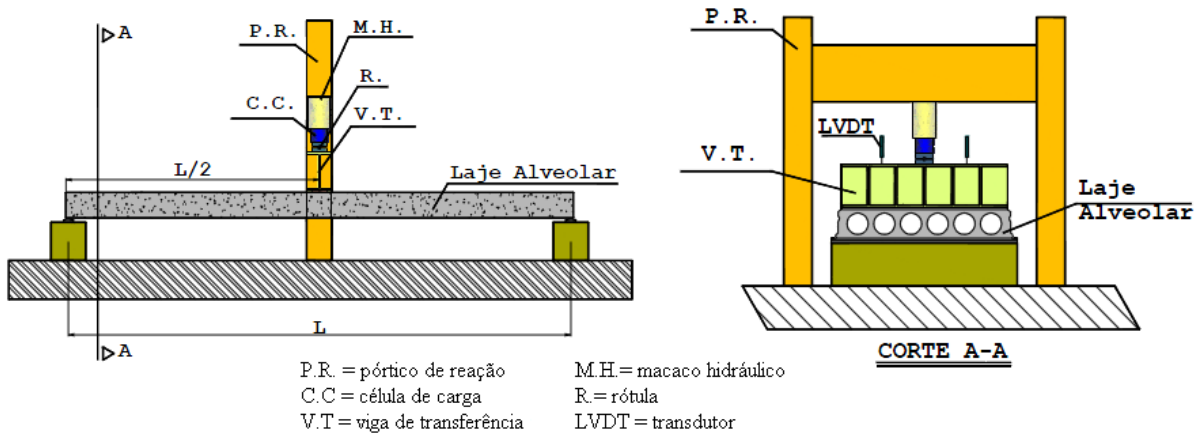
Deve-se utilizar, entre a laje e a viga metálica, um material para distribuição das forças e também para compensar as irregularidades da superfície da laje e alguma eventual curvatura do elemento. Para esse material pode ser utilizado um dos seguintes exemplos: madeira compensada com 1 cm de altura, neoprene, faixa de argamassa ou gesso.

#### **4.1.2 – Ensaio de flexão**

O ensaio de flexão pode ser feito conforme o manual da FIP (1992). Segundo esse documento, é possível utilizar a parte remanescente da peça utilizada no ensaio de cisalhamento, desde que seja descartada do ensaio de flexão a região já ensaiada ao cisalhamento. Nesse caso, deve-se levar em consideração o vão utilizado para o ensaio de flexão, pois pode haver influência significativa da força cortante nos resultados, caso a parte remanescente for curta, como comenta FERNANDES (2007).

A força concentrada é aplicada no meio do vão, como mostra o desenho esquemático da Figura 4.3 e a foto do ensaio, Figura 4.4.





**Figura 4.3 – Desenho esquemático do ensaio de flexão. Vista lateral e corte. (Adaptado de COSTA (2009)).**



**Figura 4.4 – Foto de um ensaio de flexão em laje alveolar. (Fonte: COSTA (2009)).**

Durante o ensaio, a intensidade do carregamento é aumentada até que ocorram fissuras por flexão. A partir desse ponto, a laje é descarregada e carregada novamente. Quando o momento de descompressão for atingido, as fissuras abrirão novamente. Por meio do momento de fissuração e do momento de descompressão, é possível obter a resistência à tração do concreto na flexão ( $f_{ct,f}$ ) e a tensão de protensão no aço ( $\sigma_p$ ).

### 4.1.3 – Ensaio com interação de cisalhamento e flexão

A fim de estudar a interação de cisalhamento e flexão, é possível realizar um ensaio no qual o carregamento deve ficar disposto a uma distância específica do apoio. Conforme o documento da FIP (1982), essa distância deve ser de 1 m para uma laje de 3 m de comprimento. Entretanto, conforme recomendações indicadas em COSTA (2009), esse valor pode ser também de 5h (h = altura da laje alveolar). A Figura 4.5 ilustra esse tipo de ensaio.

É preciso considerar também os comentários de MARQUESI (2014), indicando que a distância de aplicação da força no ensaio é função de se atingir a tensão de tração do concreto na região próxima ao apoio. Assim, além da geometria, a intensidade da protensão também é um fator importante nos ensaios de interação do cisalhamento com a flexão.

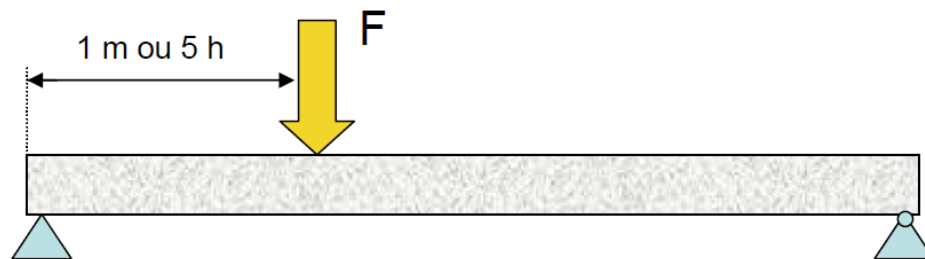


Figura 4.5 – Ensaio de interação de cisalhamento e flexão. (Fonte: FIP (1982)).

## 4.2 – Avaliação das características do concreto da laje

A partir dos resultados obtidos nos ensaios de cisalhamento e flexão (descritos anteriormente), é possível obter valores de resistência à tração e do módulo de elasticidade da peça. Esses procedimentos são descritos a seguir.

### 4.2.1 – Cálculo de $f_{ctm}$ a partir de $M_r$ experimental

Através de um ensaio de flexão, como o apresentado no item 4.1.2, pode-se calcular a resistência do concreto à tração. Isso pode ser feito através da expressão do momento de fissuração para peças em concreto protendido, apresentada no capítulo 3 (expressão 3.19):

$$M_r = \frac{\alpha \cdot f_{ct} \cdot I_c}{y_t} + \frac{N_p \cdot I_c}{A \cdot y_t} + N_p \cdot e \quad (3.19)$$



Isolando o valor da resistência à tração e utilizando o valor do momento de fissuração relativo à força aplicada no ensaio correspondente à primeira fissura, tem-se a expressão 4.1.

$$f_{ctm} = \left[ \frac{N_p}{A} + \frac{N_p \cdot e \cdot y_t}{I_c} - \frac{M_{r,exp} \cdot y_t}{I_c} \right] / \alpha \quad (4.1)$$

- $f_{ct} = f_{ctk,inf}$  para formação de fissura;
- $f_{ct} = f_{ctm}$  para deformação excessiva;
- $N_p$  = força normal de protensão na data do ensaio;
- $A$  = área da seção transversal de concreto, em geral da seção bruta;
- $e$  = excentricidade da força de protensão;
- $y_t$  = distância do centro de gravidade da seção à fibra mais tracionada;
- $I_c$  = momento de inércia no Estádio I (da seção bruta ou homogeneizada);
- $M_{r,exp}$  = momento de fissuração relativo à força aplicada no ensaio de flexão da laje alveolar sem capa;
- $\alpha$  = fator que relaciona a resistência à tração na flexão com a resistência à tração direta;
- $\alpha = \begin{cases} 1,2 & \text{para seções T ou duplo T;} \\ 1,5 & \text{para seções retangulares.} \end{cases}$

O valor da força aplicada no ensaio que representa a primeira fissura corresponde à mudança de inclinação nos diagramas dos ensaios (Força versus Deslocamento). Essa mudança pode ocorrer em um ponto ou em um trecho do diagrama.

Considerando a nomenclatura do capítulo 3 (especialmente a apresentada na Figura 3.13), a expressão 4.2 mostra como é feito o cálculo do momento de fissuração relativo ao ensaio.

$$M_{r,exp} = M_1 + M_2 = \frac{g_1 \cdot l^2}{8} + \frac{F_1 \cdot l}{4} \quad (4.2)$$

- $g_1$  = peso próprio da laje alveolar;
- $l$  = vão utilizado no ensaio;
- $F_1$  = força aplicada no ensaio de flexão.

Foi considerado  $f_{ct} = f_{ctm}$ , que corresponde à deformação excessiva na formulação do momento de fissuração. O resultado para  $f_{ctm}$  obtido por este procedimento é o mais representativo, em função da menor variabilidade dos resultados para a formação do mecanismo de fissuração de flexão.

#### 4.2.2 – Cálculo de $f_{ctd}$ a partir da resistência ao cisalhamento experimental

Considerando o ensaio de cisalhamento descrito no item 4.1.1 e, além disso, a força concentrada a uma distância de 2,5 h do apoio (h = altura da laje), é possível obter o valor da resistência à tração a partir da expressão que calcula o valor da força cortante resistente da seção (expressão 3.6).

$$V_{Rd1} = [\tau_{Rd} \cdot k(1,2 + 40 \cdot \rho_1) + 0,15\sigma_{cp}] \cdot b_w \cdot d \quad (3.7)$$

Isolando-se a resistência do concreto à tração e utilizando o valor da força cortante resistente correspondente à força de ruptura obtida no ensaio de cisalhamento, chega-se à expressão 4.3.

$$f_{ctm} = \left[ \frac{V_{Rd1,exp} - 0,15 \cdot \sigma_{cp} \cdot b_w \cdot d}{0,25 \cdot k(1,2 + 40 \cdot \rho_1) \cdot b_w \cdot d} \right] / 0,70. \quad (4.3)$$

Na expressão 4.3, considera-se que  $f_{ctd} = f_{ctk}$  por se tratar de ensaio experimental. Em outras palavras,  $f_{ctd} = f_{ctk,inf} / \gamma_c$ , com  $\gamma_c$  igual a 1,0. Logo,  $f_{ctd} = 0,7 f_{ctm}$ .

A expressão 4.4 mostra o valor da força cortante resistente correspondente ao ensaio.

$$V_{Rd1,exp} = F_{1,Q} \cdot \left( \frac{l - 2,5 \cdot h}{l} \right) + \frac{g_1 \cdot l}{2} \quad (4.4)$$

- $V_{Rd1}$  = força cortante resistente de cálculo;
- $\tau_{Rd}$  = tensão cisalhante resistente de cálculo –  $\tau_{Rd} = 0,25 \cdot f_{ctd}$ ;
- $f_{ctd}$  = resistência à tração –  $f_{ctd} = f_{ctk,inf} / \gamma_c$ ;
- $k = \left| 1,6 - d \right| \geq 1$  (d em metros);
- $\rho_1 = A_{s1} / (b_w \cdot d) \leq 0,02$ ;
- $\sigma_{cp}$  = tensão de compressão no concreto devida à força de protensão  
 $\sigma_{cp} = N_{sd} / A_c$ ;
- d = altura útil da seção;
- $b_w$  = largura da laje descontados os vazios correspondentes aos alvéolos;
- $N_{sd}$  = força longitudinal devida à protensão;
- $A_{s1}$  = área de armadura da seção correspondente;
- $l$  = vão utilizado no ensaio;
- $g_1$  = peso próprio da laje alveolar;
- $F_{1,Q}$  = força concentrada aplicada no ensaio de cisalhamento.

COSTA (2009) alerta que o valor obtido pela expressão 4.3 deve ser considerado como uma estimativa para controle do desempenho da peça ao cisalhamento, uma vez que pode haver uma interação ou combinação dos mecanismos de fissuração nos ensaios de cisalhamento, podendo gerar uma interpretação errônea nos resultados.

### 4.2.3 – Cálculo de $E_{c,ef}$ a partir da flecha obtida no ensaio de flexão

Por meio do ensaio de flexão (item 4.1.2), também é possível determinar o valor do módulo de elasticidade do concreto. Isso pode ser feito através da leitura do deslocamento da laje alveolar ( $\delta_{exp}$ ). O módulo de elasticidade efetivo ( $E_{c,ef}$ ) da peça pode ser calculado pela seguinte expressão:

$$E_{c,ef} = \frac{F_1}{\delta_{exp}} \cdot \left( \frac{l^3}{48.I_c} \right) \quad (4.5)$$

### 4.2.4 – Evolução da resistência à compressão com o tempo

Como existe uma defasagem das datas dos ensaios de caracterização das lajes com as dos ensaios de continuidade, será necessário estimar a resistência à compressão do concreto da laje alveolar através dos ensaios de caracterização. Isto é feito através das expressões 4.6 e 4.7. Além disso, é necessário utilizar a expressão 4.8, que calcula o valor da resistência à compressão na idade  $j$  ( $f_{cj}$ ) de acordo com um valor de resistência médio ( $f_{cm}$ ) e um desvio padrão ( $S$ ).

$$f_{cj,continuidade} = f_{cj,caracterização} \cdot \beta_1 \quad (4.6)$$

$$\beta_1 = \exp \left\{ s \cdot \left[ 1 - \left( t_{caracterização} / t_{continuidade} \right)^{1/2} \right] \right\} \quad (4.7)$$

$$f_{cj} = f_{cm} - (1,645 \cdot S) \quad (4.8)$$

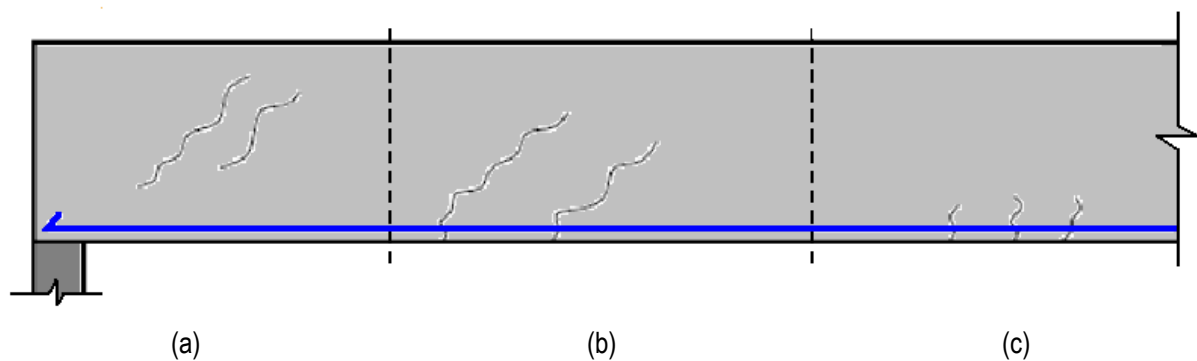
- $f_{cj,continuidade}$  = resistência à compressão do concreto na data do ensaio de continuidade;
- $f_{cj,caracterização}$  = resistência à compressão do concreto na data do ensaio de caracterização;
- $\beta_1$  = coeficiente que relaciona a resistência à compressão do concreto de acordo com a idade;
- $s = 0,20$  para cimento ARI;
- $t_{caracterização}$  = idade do concreto na data do ensaio de caracterização;
- $t_{continuidade}$  = idade do concreto na data do ensaio de continuidade;
- $f_{cm}$  = resistência média do concreto à compressão;
- $S$  = desvio padrão.

### 4.3 – Mecanismos de ruptura

Os modos de ruptura descrevem as diferentes formas de como pode ocorrer a ruptura física da peça estrutural (FUSCO, 2008). Nos ensaios de laje alveolar é necessário identificar quais são esses mecanismos, para auxiliar na interpretação dos resultados.

Os trabalhos de PAJARI (1989), GIRHAMMAR (1992) e RETTNE e EDEKLING (2006) reúnem os mecanismos de ruptura em dois principais grupos: ruptura por flexão e ruptura por cisalhamento. RETTNE e EDEKLING (2006) ilustram que as fissuras podem ocorrer também pela interação de esforços de flexão com cisalhamento (Figura 4.6).

Nessa figura, as fissuras de cisalhamento (letra a) ocorrem quando as tensões de cisalhamento são elevadas e as tensões de flexão, baixas. As fissuras de flexão (letra c) ocorrem na situação inversa. Já as fissuras de cisalhamento e flexão (letra b) ocorrem quando ambas as tensões estão em nível intermediário.



**Figura 4.6 – Tipos de fissuras em elementos de concreto protendido. (a) Fissuras devidas ao cisalhamento; (b) Fissuras de cisalhamento e flexão; (c) Fissuras de flexão. (Adaptado de RETTNE e EDEKLING (2006)).**

Uma vez que as técnicas mais empregadas para fabricação de lajes alveolares (Figura 1.2, letras a e b) não permitem a utilização de armadura de cisalhamento, as rupturas por cisalhamento são caracterizadas por pequenas flechas e também pela falta de ductilidade. Isto faz com que a ruptura por cisalhamento ocorra, possivelmente, sem aviso. Logo é desejável que as resistências últimas sejam governadas pela flexão.

Conforme PAJARI (1989) e RETTNE e EDEKLING (2006), os mecanismos de ruptura na flexão estão associados aos seguintes mecanismos:

- Deformação excessiva da laje.
- Ruptura por tração nas fibras superiores da laje. Ocorre quando a resistência do concreto à tração é ultrapassada em função da flexão que acontece após a liberação da protensão na fábrica. Portanto não é uma situação de ensaio. No entanto essa situação deve ser verificada em situações de projeto;
- Ruptura do concreto à compressão devida à solicitação por flexão;

- Ruptura das cordoalhas por tração em função da flexão;
- Fissuração por tração nas fibras inferiores. Ocorre quando os momentos fletores positivos ultrapassam o momento de fissuração (Figura 4.7);

CATOIA (2011) observa que,

... Em ensaios de flexão com aplicação de força concentrada, dependendo do comprimento da laje, fissuras de flexão podem se propagar na forma de uma fissura diagonal, caso o cisalhamento na seção seja significativo. Nesse caso, haverá uma interação dos mecanismos de flexão e cisalhamento. Se essa região estiver longe do apoio, deve-se ter uma condição de ancoragem ainda razoável e a maior probabilidade é que essa fissura diagonal avance em direção à face superior da laje, devendo ocorrer ruptura por compressão do concreto. Por outro lado, para o caso de uma laje de pequeno comprimento, seria mais provável que se desenvolvesse uma fissura de fendilhamento, a partir do encontro da fissura de flexão com a fissura diagonal.



(a)



(b)

**Figura 4.7 – Fissura por tração nas fibras inferiores. (a) Aplicação de carregamento concentrado em ensaio de flexão; (b) Vista lateral ampliada. (Fonte: COSTA (2009)).**

A Figura 4.8 mostra um exemplo que caracteriza a interação de fissuras de flexão com fissuras de cisalhamento.



**Figura 4.8 – Fissuras caracterizando interação de flexão com cisalhamento. (Fonte: COSTA (2009)).**

Basicamente, os mecanismos de ruptura por cisalhamento podem ser classificados em:

- Ruptura da nervura por tração gerada pelo cisalhamento;
  - Ocorre em função da tração diagonal do concreto na região da nervura, nos casos em que há cisalhamento sem a presença de fissuras de flexão;
  - Para peças submetidas a cisalhamento com a presença de fissuras de flexão, a distribuição das tensões tangenciais ao longo da seção apresenta um aumento nas fibras inferiores da laje, na região da cordoalha, aparecendo uma interação das fissuras de flexão com as fissuras diagonais de cisalhamento;
- Fissuração do concreto devida à interação de cisalhamento e flexão (Figura 4.9). Conforme KONG e EVANS (2001), essa fissuração ocorre quando o carregamento linear está aplicado a uma distância do apoio de acordo com a relação:  $6 > (a_v/d) > 2,5$ , na qual  $a_v$  é a distância entre o carregamento e o apoio; e  $d$  é a altura útil do elemento;
- Ruptura da nervura por compressão devida ao cisalhamento. Acontece quando a tensão principal de compressão na nervura alcança a resistência do concreto à compressão. Mas, segundo YANG (1994), é praticamente impossível ocorrer este tipo de ruptura nas lajes alveolares protendidas sem armadura de cisalhamento, uma vez que a ruptura da nervura por tração ocorre antes;
- Ruptura por escorregamento devido ao cisalhamento ao longo de uma fissura inclinada. Ocorre quando há falha na transferência de cisalhamento, podendo ser ocasionada pela falta de atrito ou falha no intertravamento na microestrutura do concreto, ou ainda falha no efeito pino da armadura ativa;
- Falha na ancoragem dos cabos:
  - Em regiões fissuradas por flexão;
  - Em regiões onde há interação entre fissuras inclinadas de cisalhamento e fissuras de flexão.

Além dos mecanismos de rupturas por flexão ou por cisalhamento, existem ainda os mecanismos de ruptura em lajes alveolares com capa, que, de acordo com GIRHAMMAR e PAJARI (2008), podem acontecer de três diferentes maneiras, ilustradas na Figura 4.10: ruptura por cisalhamento na interface da capa de concreto com a laje alveolar (letra a); ruptura da nervura por tração em função da força cortante (letra b); ruptura da armadura ativa por flexão (letra c).



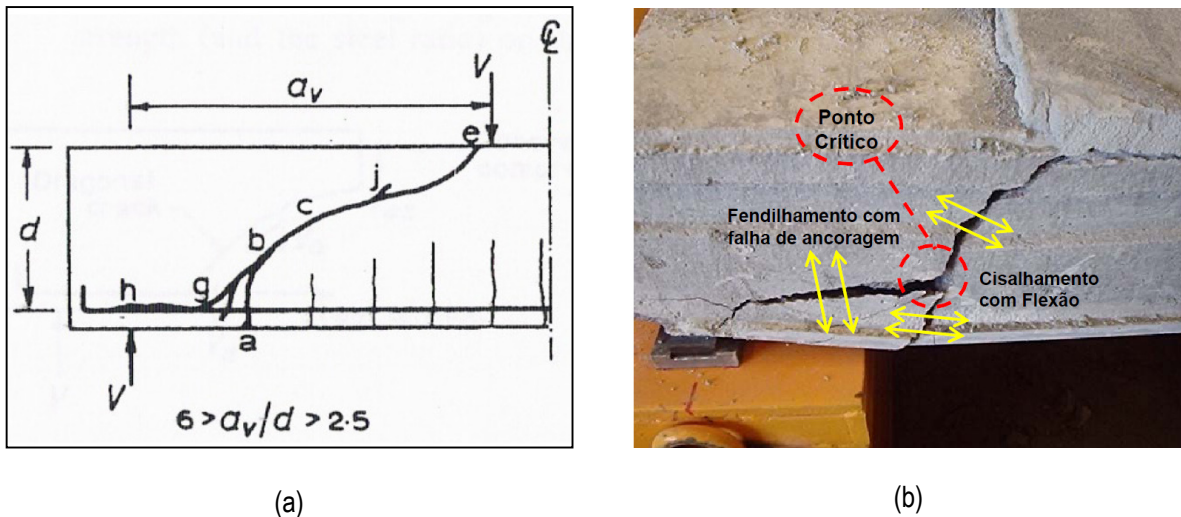


Figura 4.9 – Fissuras de cisalhamento e flexão. (a) Adaptado de KONG e EVANS (2001); (b) Fonte: COSTA (2009).

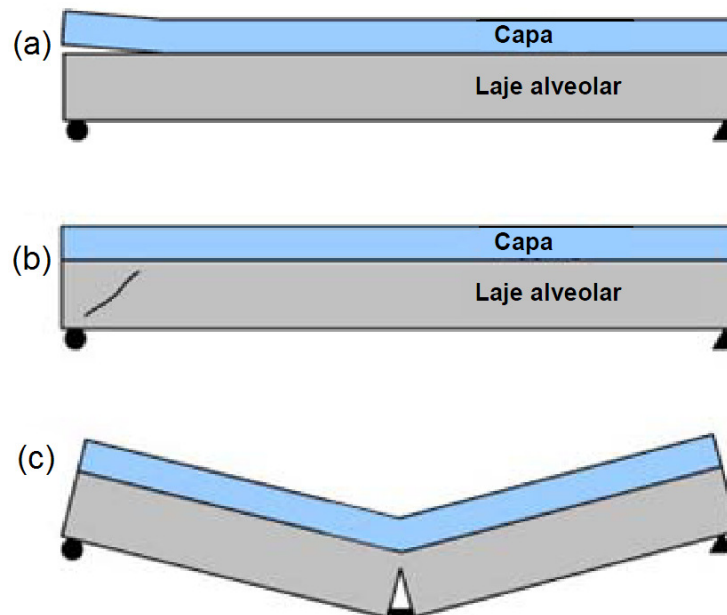
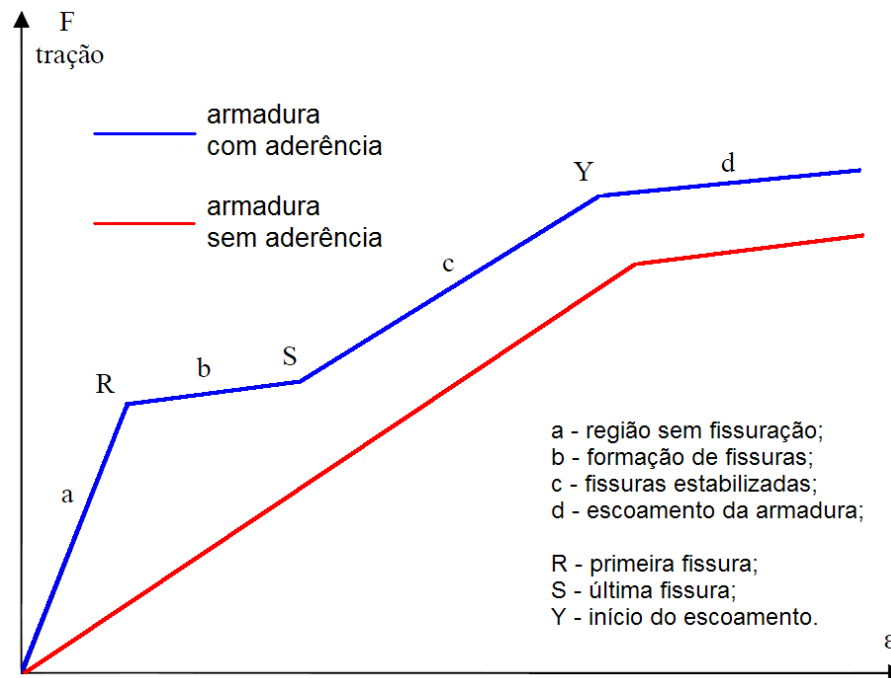


Figura 4.10 – Mecanismos de ruptura de laje alveolar com capa. (a) Falha por cisalhamento na interface; (b) Ruptura da nervura por tração devida ao cisalhamento; (c) Ruptura da armadura ativa. (Adaptado de GIRHAMMAR e PAJARI (2008)).

#### 4.4 – Mudança de rigidez nas peças de concreto sob flexão

MARCELLINO (2001) discorre sobre a mudança de rigidez nas peças de concreto quando submetidas à flexão. Sob efeito de uma força crescente em elementos de concreto armado submetidos à flexão, é possível distinguir quatro fases distintas nas deformações dos elementos estruturais, como mostra a Figura 4.11.



**Figura 4.11 – Fases da evolução das deformações. (Adaptado de MARCELLINO (2001)).**

Para a curva com armadura aderente ao concreto, o primeiro trecho da curva (trecho a) corresponde ao estágio I, ou seja, região sem fissuras. Nessa fase a parte tracionada da seção pode contar com a resistência do concreto à tração. Portanto a colaboração do aço se restringe ao valor dessa resistência do concreto. Além disso, a seção homogeneizada representa perfeitamente o comportamento linear do elemento.

Aumentando a sollicitação, ocorre a primeira fissura (ponto R) quando a tensão de tração atuante for maior que a resistente, em outras palavras, quando o momento de fissuração ( $M_r$ ) é alcançado. Neste caso a seção passa do estágio I para o II.

Uma vez no estágio II, na seção fissurada, ocorre transferência das tensões de tração resistida pelo concreto para a armadura, e a seção passa então para a segunda fase (trecho b da curva: armadura com aderência). Neste caso novas fissuras aparecerão com o aumento da força aplicada. Sob certas condições, tal como a aderência entre o aço e o concreto, pode-se definir a distância, ou o espaçamento, entre as fissuras.

A aderência entre o aço e o concreto faz com que uma parte da tensão de tração existente no aço seja transmitida ao concreto vizinho, que até este momento não está fissurado. Esse efeito é chamado de contribuição do concreto entre as fissuras para o aumento da rigidez da seção (*tension stiffening effect*).

Com o aparecimento de novas fissuras, fica restrita a capacidade de transferência de tensões da armadura para o concreto. Logo, o espaçamento entre as fissuras ficará restrito por um valor mínimo, estabilizando este efeito (ponto S).

Isto caracteriza a terceira fase da curva (trecho c), em que novas fissuras não podem surgir e, desse modo, somente as existentes sofrem aumento de abertura em função do



carregamento crescente Essa fase também é conhecida como fissuração estabilizada e termina com início do escoamento do aço (ponto Y).

Na fase seguinte (trecho d), o fenômeno do alongamento ocorre justamente onde o aço não tem aderência, ocorrendo também abertura de fissuras, mas de modo distinto da fase anterior. Nesse ponto a tensão de tração na armadura é igual à tensão de escoamento do aço.

## 4.5 – Ensaios de caracterização das lajes alveolares

Este tópico apresenta os resultados dos ensaios de caracterização realizados nas lajes alveolares. Tais ensaios foram feitos em elementos do mesmo lote dos utilizados nos ensaios de continuidade. Para facilitar a leitura, optou-se por reproduzir a Tabela 3.6, que apresenta as datas das principais etapas da análise experimental deste trabalho. Os resultados dos ensaios nos corpos de prova correspondentes ao concreto das lajes são mostrados no APÊNDICE B.

**Tabela 3.6 – Datas dos ensaios.**

Variáveis	EM1	EM2	EM3
Moldagem da laje na fábrica	28/11/2011	15/02/2012	18/06/2012
Ensaio dos CP's da laje na fábrica	05/12/2011	14/03/2012	25/06/2012
Ensaio de caracterização da laje no NETPRE	20/01/2012	20/05/2012	27/07/2012
Moldagem da capa	17/02/2012	23/05/2012	11/07/2012
Ensaio do modelo de continuidade	07/03/2012	06/06/2012	25/07/2012
Ensaio de caracterização nos CP's da capa no LSE	16/03/2012	20/06/2012	26/07/2012

### 4.5.1 – EM1

As lajes correspondentes ao modelo EM1 foram ensaiadas no dia 20/01/2012 no NETPRE/UFSCar. De acordo com a Tabela 3.6 (capítulo 3), essas lajes foram ensaiadas com 53 dias para caracterização e estavam com 100 dias no ensaio de continuidade.

#### 4.5.1.1 – Descrição dos ensaios

Foram ensaiadas três unidades à flexão e três ao cisalhamento. As Figuras 4.12 e 4.13 mostram desenhos esquemáticos dos ensaios de flexão e de cisalhamento, enquanto que as Figuras 4.14 e 4.15 mostram fotos desses ensaios. No ensaio de cisalhamento, a força foi aplicada a uma distância de  $2,5h$  do apoio (sendo  $h$  a altura da laje).

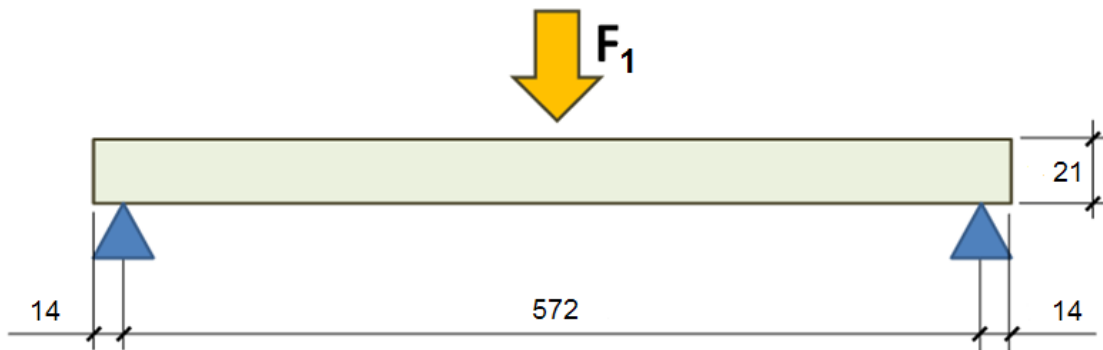


Figura 4.12 – Desenho esquemático do ensaio de flexão utilizado para caracterização da laje alveolar do EM1. Medidas em cm. (Fonte: NETPRE/UFSCar).

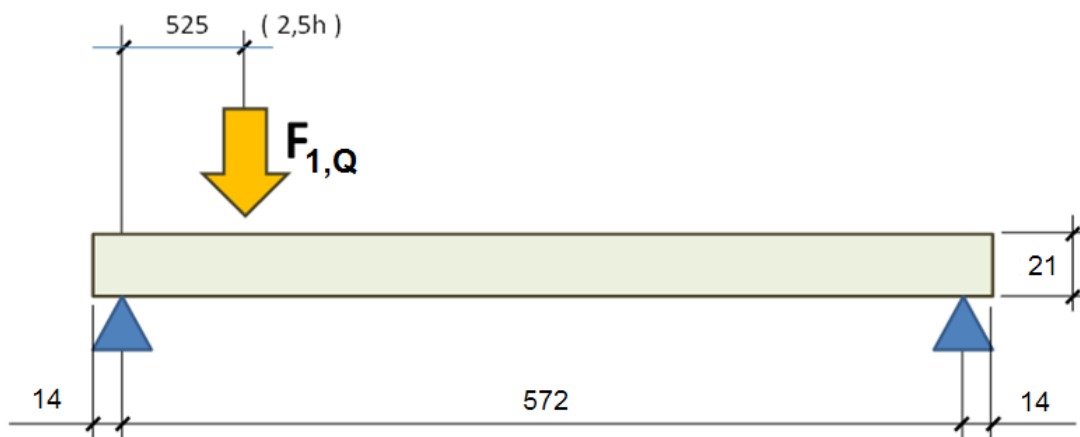


Figura 4.13 – Desenho esquemático do ensaio de cisalhamento utilizado para caracterização da laje alveolar do EM1. Medidas em cm. (Fonte: NETPRE/UFSCar).



**Figura 4.14 – Foto do ensaio de flexão utilizado para caracterização da laje alveolar do EM1.**  
(Fonte: NETPRE/UFSCar).



**Figura 4.15 – Foto do ensaio de cisalhamento utilizado para caracterização da laje alveolar do EM1.**  
(Fonte: NETPRE/UFSCar).

#### **4.5.1.2 – Resultados**

A Tabela 4.1 apresenta os resultados obtidos nos ensaios de flexão, enquanto que a Tabela 4.2 mostra os resultados experimentais relativos aos ensaios de cisalhamento. Nas Tabelas 4.1 e 4.2,  $F_{1,r}$  e  $F_{1,u}$  representam, respectivamente, os valores dos carregamentos nos instantes de fissuração e de ruína da peça. Vale lembrar que o valor da força aplicada

no ensaio que representa a primeira fissura corresponde à mudança de inclinação nos diagramas dos ensaios (Força x Deslocamento). Essa mudança pode ser representada por um ponto ou por um patamar.

**Tabela 4.1 – Resultados dos ensaios de flexão. (Fonte: NETPRE/UFSCar).**

<b>ENSAIOS DE FLEXÃO</b>		
<b>LAJES</b>	<b>F<sub>1,r</sub> (kN)</b>	<b>F<sub>1,u</sub> (kN)</b>
EM1-L1	123,0	183,6
EM2-L2	117,5	204,5
EM3-L3	125,0	185,8
<b>MÉDIA</b>	<b>121,8</b>	<b>191,3</b>

**Tabela 4.2 – Resultados dos ensaios de cisalhamento. (Fonte: NETPRE/UFSCar).**

<b>ENSAIOS DE CISALHAMENTO</b>		
<b>LAJES</b>	<b>F<sub>1,r</sub> (kN)</b>	<b>F<sub>1,u</sub> (kN)</b>
EM1-L4	117,5	174,5
EM1-L5	92,5	100,6
EM1-L6	127,0	180,8
<b>MÉDIA</b>	<b>112,3</b>	<b>152,0</b>

#### 4.5.1.3 – Cálculo de $f_{cj,caracterização}$

De posse dos resultados obtidos nos ensaios de cisalhamento e de flexão, foram calculados os valores de resistência média do concreto à tração ( $f_{ctm}$ ) e também de seu respectivo valor característico da resistência à compressão na data do ensaio ( $f_{cj,caracterização}$ ). Como não foram registrados os valores de deslocamentos, não foi possível calcular o valor do módulo de elasticidade das lajes alveolares (por esse processo).

O cálculo de  $f_{cj,caracterização}$  a partir do ensaio de flexão é feito com base no item 4.2.1 (deste capítulo) e apresentado na Tabela 4.3, para a laje EM1-L1.

**Tabela 4.3 – Cálculo de  $f_{cj,caracterização}$  através do ensaio de flexão, para laje EM1-L1.**

<b>M<sub>r,exp</sub></b>
$M_{r,exp} = M_1 + M_2 = \frac{g_1 \cdot l^2}{8} + \frac{F_{1,r} \cdot l}{4}$ $M_{r,exp} = \frac{5,89 \cdot 5,72^2}{8} + \frac{123,0 \cdot 5,72}{4} = 24,09 + 175,89 = 199,98 \text{ kN.m}$

$f_{cj,caracterização}$
$f_{ctm} = \left[ \frac{N_{sk,pt,\infty}}{A} + \frac{N_{sk,pt,\infty} \cdot e \cdot y_t}{I_c} - \frac{M_{r,exp} \cdot y_t}{I_c} \right] / \alpha$ $f_{ctm} = \left[ \frac{971,97}{0,2357} + \frac{971,97 \cdot 0,0734 \cdot 0,1084}{0,0013} - \frac{199,98 \cdot 0,1084}{0,0013} \right] / 1,5$ $f_{ctm} = \frac{[4123,76 + 5948,88 - 16675,26]}{1,5} = -4401,75 \frac{kN}{m^2} = -4,40 MPa$ $f_{ctm} = 0,3 \cdot f_{ck}^{2/3} \Rightarrow f_{ck} = \sqrt[2]{\left(\frac{f_{ctm}}{0,3}\right)^3} = \sqrt[2]{\left(\frac{4,40}{0,3}\right)^3} = 56,17 MPa$ $\Rightarrow f_{cj,caracterização} = 56,17 MPa$

O cálculo de  $f_{cj,caracterização}$  utilizando o ensaio de cisalhamento é feito com base no item 4.2.2 (deste capítulo) e apresentado na Tabela 4.4, para a laje EM1-L4.

**Tabela 4.4 – Cálculo de  $f_{ctm}$  através do ensaio de cisalhamento.**

$V_{Rd1,exp}$
$V_{Rd1,exp} = F_{1,u} \cdot \left( \frac{l - 2,5 \cdot h}{l} \right) + \frac{g_1 \cdot l}{2}$ $V_{Rd1,exp} = 174,5 \cdot \left( \frac{5,72 - 2,5 \cdot 0,21}{5,72} \right) + \frac{5,89 \cdot 5,72}{2}$ $V_{Rd1,exp} = 174,5 \cdot 0,908 + 16,845 = 175,29 kN$
$f_{cj,caracterização}$
$k =  1,6 - d  = 1,6 - 0,175 = 1,425$ $\rho_1 = \frac{A_p}{b_w \cdot d} = \frac{8,91}{44 \cdot 17,5} = 0,01157 \leq 0,02 \Rightarrow \rho_1 = 0,01157$ $N_{sk,pt,\infty} = \sigma_{pt,\infty} A_p = 109,088 \cdot 8,91 = 971,97 kN$ $\sigma_{cp} = \frac{N_{sk,pt,\infty}}{A_c} = \frac{971,97}{0,2357} = 4123,76 kN/m^2$ $f_{ctm} = \left[ \frac{V_{Rd1,exp} - 0,15 \cdot \sigma_{cp} \cdot b_w \cdot d}{0,25 \cdot k(1,2 + 40 \cdot \rho_1) \cdot b_w \cdot d} \right] / 0,70$ $f_{ctm} = \left[ \frac{175,29 - 0,15 \cdot 4123,76 \cdot 0,44 \cdot 0,175}{0,25 \cdot 1,425(1,2 + 40 \cdot 0,01157) \cdot 0,44 \cdot 0,175} \right] / 0,70$ $f_{ctm} = \left[ \frac{175,29 - 47,63}{0,0456} \right] / 0,70 = 3999,37 \frac{kN}{m^2} = 4,00 MPa$ $f_{ctm} = 0,3 \cdot f_{ck}^{2/3} \Rightarrow f_{ck} = \sqrt[2]{\left(\frac{f_{ctm}}{0,3}\right)^3} = \sqrt[2]{\left(\frac{4,00}{0,3}\right)^3} = 48,69 MPa$ $\Rightarrow f_{cj,caracterização} = 48,69 MPa$

A Tabela 4.5 apresenta os resultados de  $f_{ctm}$  para todas as lajes e também para os dois tipos de ensaio, indicando também o valor de  $f_{cj,caracterização}$  para cada situação.

**Tabela 4.5 – Resultados de  $f_{ctm}$  e  $f_{cj,caracterização}$  para os ensaios de flexão e cisalhamento.**

DADOS INICIAIS				
$g_1$ (kN/m)	5,89		$A_p$ (cm <sup>2</sup> )	8,91
$l$ (m)	5,72		$2,5 \cdot h$ (m)	0,525
$h$ (m)	0,21		$d$ (m)	0,175
$N_{sk,pt,\infty}$ (kN)	971,94		$k$	1,425
$e_p$ (m)	0,0734		$b_w$ (m)	0,44
$y_t$ (m)	0,1084		$\rho_1$ (m)	0,01157
$A_c$ (m <sup>2</sup> )	0,2357		$\sigma_{cp}$ (m)	4123,76
$I_c$ (m <sup>4</sup> )	0,0013		-	-
$\alpha$	1,5		-	-
ENSAIO DE FLEXÃO				
Variável	EM1-L1	EM1-L2	EM1-L3	EM1- (MÉDIO)
$M_{r,exp}$ (kN.m)	199,98	192,11	202,83	198,31
$f_{ctm}$ (MPa)	4,40	3,96	4,56	4,31
$f_{cj,caracterização}$ (MPa)	56,17	48,04	59,27	54,50
ENSAIO DE CISALHAMENTO				
Variável	EM1-L4	EM1-L5	EM1-L6	EM1- (MÉDIO)*
$V_{Rd1,exp}$ (kN)	175,33	108,21	181,05	-
$f_{ctm}$ (MPa)	4,00	1,90	4,18	3,36 ou 4,09
$f_{cj,caracterização}$ (MPa)	48,67	15,91	51,98	38,85 ou 50,33

(\*) Considerando a média entre as três lajes e também descartando a laje EM1-L5.

O valor médio encontrado para  $f_{cj,caracterização}$  relativo ao ensaio de flexão foi de 54,50 MPa. Para o ensaio de cisalhamento, o resultado foi de 38,85 MPa. Entretanto, descartando a laje EM1-L5, tem-se um valor de 50,33 MPa, sendo este último um valor mais coerente, uma vez que o valor da resistência característica de projeto à compressão ( $f_{ck}$ ) para essa laje é de 40 MPa.

Com relação à utilização do valor da tensão na armadura ativa após as perdas, ( $\sigma_{pt,\infty} = 1090,88$  MPa;  $N_{sk,pt,\infty} = 971,94$  kN; Perdas Isoladas = 23,18%), é possível refazer as contas apresentadas na Tabela 4.5 utilizando o valor de 21,41% para as perdas totais, considerando o cálculo como Perdas Progressivas. Isso resulta em  $\sigma_{pt,\infty} = 1115,98$  MPa e  $N_{sk,pt,\infty} = 994,34$  kN. Dessa forma, constata-se que as médias dos valores para  $f_{cj,caracterização}$  dos ensaios de flexão e de cisalhamento e se aproximam, como mostrado na Tabela 4.6.

**Tabela 4.6 – Resultados de  $f_{ctm}$  e  $f_{cj,caracterização}$  para os ensaios de flexão e cisalhamento.**

ENSAIO DE FLEXÃO				
Variável	EM1-L1	EM1-L2	EM1-L3	EM1- (MÉDIO)
$M_{r,exp}$ (kN.m)	199,98	192,11	202,83	198,31
$f_{ctm}$ (MPa)	4,24	3,81	4,41	4,15
$f_{cj,caracterização}$ (MPa)	53,27	45,26	56,29	<b>51,60</b>
ENSAIO DE CISALHAMENTO				
Variável	EM1-L4	EM1-L5	EM1-L6	EM1- (MÉDIO)*
$V_{Rd1,exp}$ (kN)	175,33	108,21	181,05	-
$f_{ctm}$ (MPa)	3,97	1,86	4,14	3,32 ou 4,05
$f_{cj,caracterização}$ (MPa)	48,05	15,48	51,34	38,29 ou <b>49,70</b>

(\*) Considerando a média entre as três lajes e também descartando a laje EM1-L5.

#### 4.5.1.4 – Cálculo de $f_{cj,continuidade}$

Considerando os resultados mostrados na Tabela 4.6 para  $f_{cj,caracterização}$  (51,60 MPa e 49,70 MPa) e fazendo o cálculo de um valor médio, é possível estabelecer que, na data do ensaio de caracterização, as lajes alveolares do EM1 estavam com  $f_{cj,caracterização}$  de 51 MPa.

Utilizando as expressões 4.6 e 4.7, conclui-se que o valor da resistência do concreto à compressão na data do ensaio de continuidade ( $f_{cj,continuidade}$ ) é de 54 MPa (Tabela 4.7).

**Tabela 4.7 – Cálculo de  $f_{cj,continuidade}$  através da expressão da NBR 6118:2014.**

$f_{cj,continuidade}$	
$\beta_1 = \exp \left\{ s \cdot \left[ 1 - \left( t_{caracterização} / t_{continuidade} \right)^{1/2} \right] \right\}$	
$\beta_1 = \exp \{ 0,20 \cdot [1 - (53/100)^{1/2}] \}$	
$\beta_1 = 1,0559$	
$f_{cj,continuidade} = f_{cj,caracterização} \cdot \beta_1$	$f_{ctm,continuidade} = f_{ctm,caracterização} \cdot \beta_1$
$f_{cj,continuidade} = 51 \cdot 1,0559$	$f_{ctm,continuidade} = \frac{4,15 + 4,05}{2} \cdot (1,0559)$
$f_{cj,continuidade} = 54 \text{ MPa}$	$f_{ctm,continuidade} = 4,32 \text{ MPa}$

#### 4.5.1.5 – Comparação com ensaios nos corpos de prova

O valor de  $f_{cj,continuidade} = 54$  MPa confere com os dados de ensaios de corpos de prova, ensaiados aos 7 dias, fornecidos pelo fabricante (APÊNDICE B, Tabela APB1.1).

Utilizando as expressões 4.6 e 4.7 e o valor médio de  $f_{cj,caracterização}$  (51 MPa), e, além disso, retroagindo de 100 dias (data da caracterização) para 7 dias (data dos ensaios dos

corpos de prova), estima-se que o valor da resistência à compressão relativos aos corpos de prova ( $f_{cj,CP's,estimado}$ ) é de 36 MPa. É o que mostra a Tabela 4.8.

**Tabela 4.8 – Estimativa de  $f_{cj,CP's,estimado}$  através da expressão da NBR 6118:2014.**

$f_{cj,CP's,estimado}$
$\beta_1 = \exp \left\{ s \cdot \left[ 1 - (t_{caracterização}/t_{CP's})^{1/2} \right] \right\}$ $\beta_1 = \exp \{ 0,20 \cdot [1 - (53/7)^{1/2}] \}$ $\beta_1 = 0,7045$ $f_{cj,CP's,estimado} = f_{cj,caracterização} \cdot \beta_1$ $f_{cj,CP's,estimado} = 51 \cdot 0,7045$ $f_{cj,CP's,estimado} = \mathbf{36 MPa}$

Valor próximo (34 MPa) é encontrado para  $f_{cj,CP's}$  quando se empregam os dados fornecidos pelo fabricante:  $f_{cm} = 37,4$  MPa e desvio padrão  $S = 2,0$  MPa, para os corpos de prova (APÊNDICE B). De acordo com a expressão 4.8, tem-se a Tabela 4.9.

**Tabela 4.9 – Cálculo de  $f_{cj,CP's}$  através da expressão da NBR 6118:2014.**

$f_{cj,CP's}$
$f_{cj,CP's} = f_{cm} - (1,65 \cdot S)$ $f_{cj,CP's} = 37,4 - (1,65 \cdot 2)$ $f_{cj,CP's} = \mathbf{34 MPa}$

#### 4.5.1.6 – Comparação $M_r$ teórico e experimental

Na Tabela 3.29 do capítulo 3, os valores teóricos para  $M_r$  são: de 179,9 kN.m para Formação de Fissuras e de 205,92 kN.m para Deformação excessiva. Já a Tabela 4.6 apresenta os valores de  $M_r$  encontrados nos ensaios de flexão. O valor médio é de 198,31 kN.m. Esses valores indicam que há coerência entre os valores teóricos e os experimentais.

#### 4.5.2 – EM2

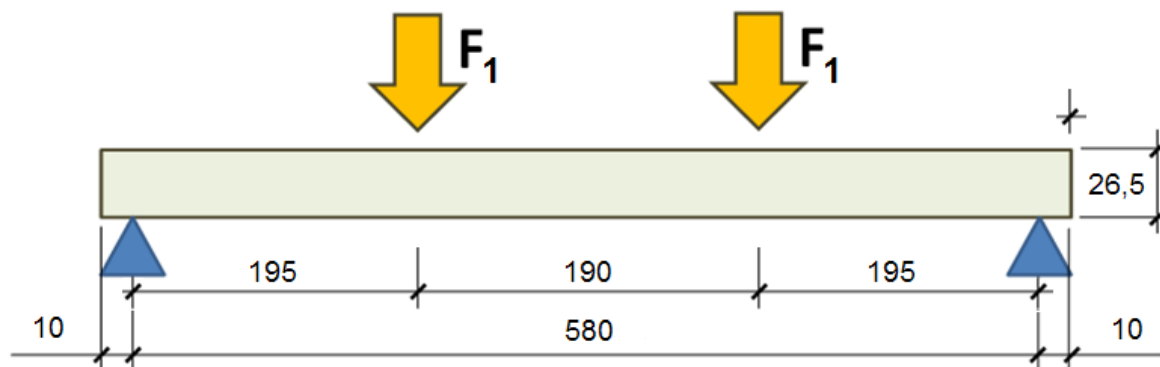
No dia 20/05/2012, foi realizado um ensaio de flexão na laje alveolar do modelo EM2. Na data desse ensaio, a laje ensaiada estava com 95 dias, e na data do ensaio de continuidade, 112 dias.



#### 4.5.2.1 – Descrição dos ensaios

O ensaio foi feito com aplicação da carga concentrada em duas linhas, formando um ensaio de quatro pontos. A instrumentação utilizada permitia, além da leitura da força aplicada, leitura de deslocamentos, rotações no apoio e deformações no concreto.

Na Figura 4.16, apresenta-se um desenho esquemático do ensaio, e na Figura 4.17, uma foto panorâmica.



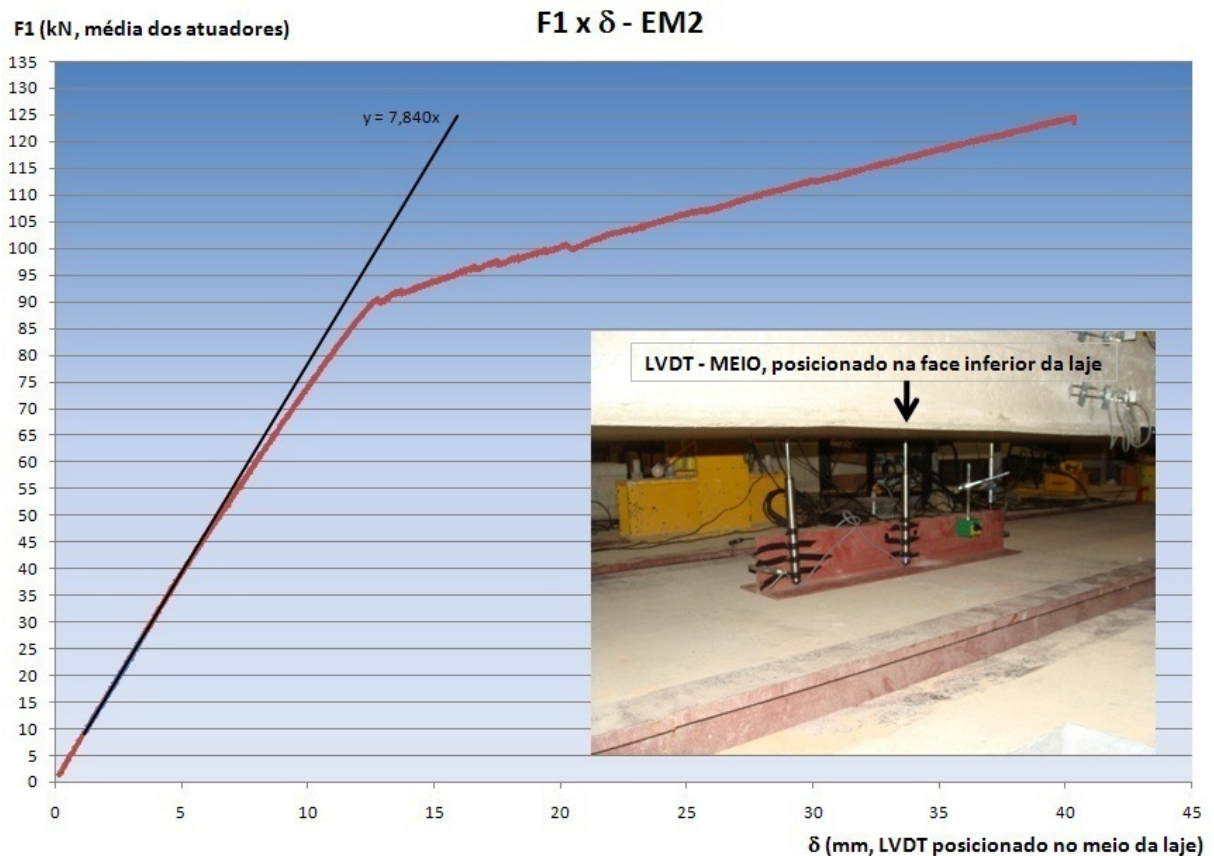
**Figura 4.16 – Desenho esquemático do ensaio de flexão utilizado para caracterização da laje alveolar do EM2. Medidas em cm. (Dados: MARQUESI (2014)).**



**Figura 4.17 – Foto do ensaio de flexão utilizado para caracterização da laje alveolar do EM2. (Fonte: MARQUESI (2014)).**

A Figura 4.18 apresenta um gráfico força versus deslocamento, sendo que  $F_1$  corresponde à força média dos dois atuadores (mostrados na Figura 4.17), enquanto que  $\delta$ , ao deslocamento do LVDT posicionado no meio da laje na face inferior.

O gráfico da Figura 4.18 mostra, também, a linha de tendência traçada a partir do trecho inicial do diagrama de  $F_1 \times \delta$ . O trecho inicial foi estabelecido a partir da força correspondente ao início da fissuração, ou seja  $F_{1,r} = 90,5$  kN. Foi considerado como o ponto inicial 10% de  $F_{1,r}$ , e como ponto final, 30 % de  $F_{1,r}$ .



**Figura 4.18 – Gráfico  $F_1 \times \delta$  do ensaio de caracterização da laje EM2.  $F_1$  corresponde à média dos valores indicados pelos dois atuadores, e  $\delta$ , ao do LVDT posicionado no meio da laje. (Dados: MARQUESI (2014)).**

#### 4.5.2.2 – Resultados

A Tabela 4.10 apresenta resultados de força e deslocamento de três pontos pertencentes ao trecho inicial da curva da Figura 4.18.

**Tabela 4.10 – Resultados experimentais do trecho inicial considerado no gráfico  $F_1 \times \delta$  do EM2. (Fonte: MARQUESI (2014)).**

Pontos da curva	$F_1$ (kN)	$\delta$ (mm)
$F_{1,r}$	90,5	13,22
10% de $F_{1,r}$	9,05	1,16
20% de $F_{1,r}$	18,10	2,30
30% de $F_{1,r}$	27,15	3,51

#### 4.5.2.3 – Cálculo de $f_{c_j,caracterização}$ a partir da flecha obtida no ensaio de flexão

Para realizar o cálculo do módulo de elasticidade efetivo,  $E_{c,ef}$ , a partir da flecha obtida no ensaio de flexão, item 4.2.3 e expressão 4.5, é necessário considerar que o ensaio foi feito com duas linhas de aplicação de força, caracterizando um ensaio de quatro pontos. Logo, é necessário utilizar a expressão 4.9, que introduz a variável  $a$ , distância entre a aplicação da força e o apoio, considerando ensaio simétrico. Na Figura 4.16,  $a$  é igual a 1,95 m.

A Tabela 4.11 apresenta o cálculo do valor de  $f_{c_j,caracterização}$  (data do ensaio de caracterização) para a laje EM2, através dos deslocamentos medidos no ensaio de flexão.

$$E_{c,ef} = \frac{F_1 \cdot a}{24 \cdot \delta_{exp} \cdot I_c} \cdot (3 \cdot l^2 - 4 \cdot a^2) \quad (4.9)$$

**Tabela 4.11 – Cálculo de  $f_{c_j,caracterização}$  através da relação  $F_1 \times \delta$ , medida no ensaio de flexão –EM2.**

Pontos da curva	$F_1$ (kN)	$\delta$ (mm)	$E_{ci}$ (MPa)	$f_{c_j,caracterização}$ (MPa)
10% de $F_{1,r}$	9,05	1,16	34510	38,0
20% de $F_{1,r}$	18,10	2,30	34288	37,5
30% de $F_{1,r}$	27,15	3,51	34118	37,1
Média			34305	<b>37,5</b>

#### 4.5.2.4 – Cálculo de $f_{c_j,caracterização}$ a partir do momento de fissuração

Para calcular  $f_{ctm}$  e  $f_{c_j,caracterização}$  através do momento de fissuração, é necessário adaptar a expressão 4.2 do item 4.2.1 para o ensaio de quatro pontos. Para isso, tem-se a expressão 4.10, na qual  $a$  corresponde à distância entre a posição de aplicação da força e o apoio, considerando ensaio simétrico. Na Figura 4.16,  $a$  é igual a 1,95 m.

$$M_{r,exp} = M_1 + M_2 = \frac{g_1 \cdot l^2}{8} + F_1 \cdot a \quad (4.10)$$

A Tabela 4.12 apresenta o cálculo do valor de  $f_{c_j,caracterização}$  para a laje EM2, através do momento de fissuração.

**Tabela 4.12 – Cálculo de  $f_{cj,caracterização}$  através do ensaio de flexão, para a laje EM2.**

$M_{r,exp}$
$M_{r,exp} = M_1 + M_2 = \frac{g_1 \cdot l^2}{8} + F_{1,r} \cdot a$ $F_{1,r} = 90,5 + 0,94 = 91,44 \text{ kN, média dos atuadores + peso dos equipamentos (0,94 kN).}$ $M_{r,exp} = \frac{4,67 \cdot 5,80^2}{8} + 91,44 \cdot 1,95 = 19,64 + 178,31 = 197,95 \text{ kN.m}$
$f_{ctm}$
$f_{ctm} = \left[ \frac{N_{sk,pt,\infty}}{A} + \frac{N_{sk,pt,\infty} \cdot e \cdot y_t}{I_c} - \frac{M_{r,exp} \cdot y_t}{I_c} \right] / \alpha$ $f_{ctm} = \left[ \frac{902,14}{0,1866} + \frac{902,14 \cdot 0,0863 \cdot 0,1313}{0,0016} - \frac{197,95 \cdot 0,1313}{0,0016} \right] / 1,5$ $f_{ctm} = \frac{[4834,62 + 6388,95 - 16244,27]}{1,5} = -3346,88 \frac{\text{kN}}{\text{m}^2} = -3,35 \text{ MPa}$ $f_{ctm} = 0,3 \cdot f_{ck}^{2/3} \Rightarrow f_{ck} = \sqrt[2]{\left(\frac{f_{ctm}}{0,3}\right)^3} = \sqrt[2]{\left(\frac{3,35}{0,3}\right)^3} = 37,3 \text{ MPa}$ $\Rightarrow f_{cj,caracterização} = \mathbf{37,3 \text{ MPa}}$

**4.5.2.5 – Cálculo de  $f_{cj,continuidade}$** 

Considerando os resultados mostrados nas Tabela 4.11 e 4.12 para  $f_{cj,caracterização}$  (37,5 MPa e 37,3 MPa) e fazendo o cálculo de um valor médio, é possível estabelecer que, na data do ensaio de caracterização, as lajes alveolares do EM1 estavam com  $f_{cj,caracterização}$  de 37,4 MPa.

Utilizando as expressões 4.6 e 4.7, conclui-se que o valor da resistência do concreto à compressão na data do ensaio de continuidade ( $f_{cj,continuidade}$ ) é de 38 MPa (Tabela 4.13)

**Tabela 4.13 – Cálculo de  $f_{cj,continuidade}$  através da expressão da NBR 6118:2014.**

$f_{cj,continuidade}$						
$\beta_1 = \exp\left\{s \cdot \left[1 - \left(\frac{t_{caracterização}}{t_{continuidade}}\right)^{1/2}\right]\right\}$ $\beta_1 = \exp\{0,20 \cdot [1 - (95/112)^{1/2}]\}$ $\beta_1 = 1,0159$						
<table border="1" style="width: 100%;"> <tbody> <tr> <td style="padding: 5px;"><math>f_{cj,continuidade} = f_{cj,caracterização} \cdot \beta_1</math></td> <td style="padding: 5px;"><math>f_{ctm,continuidade} = f_{ctm,caracterização} \cdot \beta_1</math></td> </tr> <tr> <td style="padding: 5px;"><math>f_{cj,continuidade} = 37,4 \cdot 1,0159</math></td> <td style="padding: 5px;"><math>f_{ctm,continuidade} = 3,35 \cdot 1,0159</math></td> </tr> <tr> <td style="padding: 5px;"><math>f_{cj,continuidade} = \mathbf{38 \text{ MPa}}</math></td> <td style="padding: 5px;"><math>f_{ctm,continuidade} = 3,40 \text{ MPa}</math></td> </tr> </tbody> </table>	$f_{cj,continuidade} = f_{cj,caracterização} \cdot \beta_1$	$f_{ctm,continuidade} = f_{ctm,caracterização} \cdot \beta_1$	$f_{cj,continuidade} = 37,4 \cdot 1,0159$	$f_{ctm,continuidade} = 3,35 \cdot 1,0159$	$f_{cj,continuidade} = \mathbf{38 \text{ MPa}}$	$f_{ctm,continuidade} = 3,40 \text{ MPa}$
$f_{cj,continuidade} = f_{cj,caracterização} \cdot \beta_1$	$f_{ctm,continuidade} = f_{ctm,caracterização} \cdot \beta_1$					
$f_{cj,continuidade} = 37,4 \cdot 1,0159$	$f_{ctm,continuidade} = 3,35 \cdot 1,0159$					
$f_{cj,continuidade} = \mathbf{38 \text{ MPa}}$	$f_{ctm,continuidade} = 3,40 \text{ MPa}$					

#### 4.5.2.6 – Comparação com ensaios nos corpos de prova

O valor de  $f_{c_j, \text{continuidade}}$  igual a 38 MPa confere com os resultados de corpos de prova, ensaiados aos 28 dias, fornecidos pelo fabricante (APÊNDICE B, Tabela APB1.2).

Utilizando as expressões 4.6 e 4.7 e o valor médio de  $f_{c_j, \text{caracterização}}$  (37,4 MPa), e, além disso, retroagindo de 95 dias (data da caracterização) para 28 dias (data dos ensaios dos corpos de prova), estima-se que o valor da resistência à compressão encontrado nos corpos de prova ( $f_{c_j, CP's, \text{estimado}}$ ) é de 31,6 MPa, como mostra a Tabela 4.14.

**Tabela 4.14 – Cálculo de  $f_{c_j, CP's, \text{estimado}}$  através da expressão da NBR 6118:2014.**

$f_{c_j, CP's, \text{estimado}}$
$\beta_1 = \exp\left\{s \cdot \left[1 - \left(t_{\text{caracterização}}/t_{CP's}\right)^{1/2}\right]\right\}$ $\beta_1 = \exp\{0,20 \cdot [1 - (95/28)^{1/2}]\}$ $\beta_1 = 0,845$ $f_{c_j, CP's, \text{estimado}} = f_{c_j, \text{caracterização}} \cdot \beta_1$ $f_{c_j, CP's, \text{estimado}} = 37,38 \cdot 0,845$ $f_{c_j, CP's, \text{estimado}} = \mathbf{31,6 \text{ MPa}}$

O valor de 32,9 MPa é encontrado para  $f_{ck}$  ( $f_{c_j, 28}$ ) quando se empregam os dados fornecidos pelo fabricante:  $f_{cm} = 41,65$  MPa e desvio padrão  $S = 5,3$  MPa (Tabela 4.15).

**Tabela 4.15 – Cálculo de  $f_{c_j, CP's}$  através da expressão da NBR 6118:2014.**

$f_{c_j, CP's}$
$f_{c_j, CP's} = f_{cm} - (1,65 \cdot S)$ $f_{c_j, CP's} = 41,65 - (1,65 \cdot 5,3)$ $f_{c_j, CP's} = \mathbf{32,9 \text{ MPa}}$

#### 4.5.2.7 – Comparação $M_r$ teórico e experimental

Na Tabela 3.29 do capítulo 3, os valores teóricos para  $M_r$  são: 194,1 kN.m para Formação de Fissuras e de 223,3 kN.m para Deformação excessiva. Já a Tabela 4.12 apresenta  $M_r = 197,95$  kN.m, obtido no ensaio de flexão. Esses resultados indicam que há coerência entre os valores teóricos e os experimentais, sendo que o valor de  $M_r$  experimental se aproxima muito do valor de  $M_r$  teórico para Formação de Fissuras.

#### 4.5.2.8 – Outros comentários

Para concluir a caracterização da laje alveolar utilizada no EM2, é necessário fazer mais dois comentários. O primeiro é quanto à utilização das perdas. Igualmente ao que aconteceu na caracterização da laje do EM1, as perdas progressivas apresentaram resultados satisfatórios, enquanto que as perdas isoladas elevaram em aproximadamente 21,4 % o valor de  $f_{cj,caracterização}$  no ensaio de flexão.

O segundo ponto a comentar é quanto à utilização do ensaio de cisalhamento. Nesse caso, esses valores não foram utilizados por apresentarem resultados sem coerência quando se utiliza a expressão 3.6 para o cálculo de  $V_{Rd1}$ . Os valores encontrados para  $f_{cj,caracterização}$  estavam em torno de 120 MPa. Esse fato permite supor que a expressão da NBR 6118:2014, utilizada no cálculo de  $V_{Rd1}$ , não retratou satisfatoriamente os resultados de cisalhamento desse ensaio.

#### 4.5.3 – EM3

Os ensaios de caracterização referentes às lajes do modelo EM3 foram feitos pelo autor desse trabalho, entre os dias 27 de Julho e 01 de Agosto de 2012, no NETPRE/UFSCar. Para facilitar os cálculos das perdas de protensão e também a apresentação dessas informações, adotou-se como data de referência o dia 27 de Julho de 2012 (ver Tabela 3.6). Logo, o tempo considerado para os ensaios de caracterização é de 39 dias. Na data do ensaio de continuidade, as lajes estavam com 37 dias de idade.

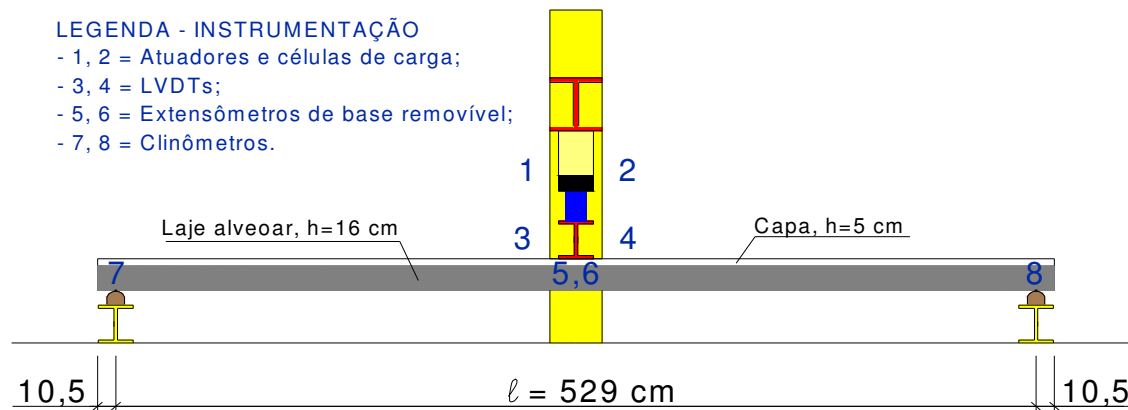
##### 4.5.3.1 – Descrição dos ensaios

Foram realizados cinco ensaios, como mostra a Tabela 4.16. Para se obter a distância entre a face da laje alveolar e o centro do apoio foi utilizado um critério prático. Esse critério é de  $h/2$ . No caso da laje com seção composta, o critério foi utilizado considerando a altura total do elemento ensaiado. As Figuras 4.19 e 4.20 apresentam, respectivamente, um desenho esquemático e uma foto panorâmica do ensaio EM3-L1.

**Tabela 4.16 – Ensaio de caracterização para as lajes alveolares do EM3.**

LAJES	Tipo de ensaio	Seção
EM3-L1	Flexão	Composta
EM3-L2	Flexão	Simples
EM3-L3	Flexão	Simples
EM3-L4-A	Cisalhamento	Simples
EM3-L4-B	Cisalhamento	Simples





**Figura 4.19 – Desenho esquemático do ensaio de flexão da laje EM3-L1.**



**Figura 4.20 – Foto do ensaio de flexão da laje EM3-L1.**

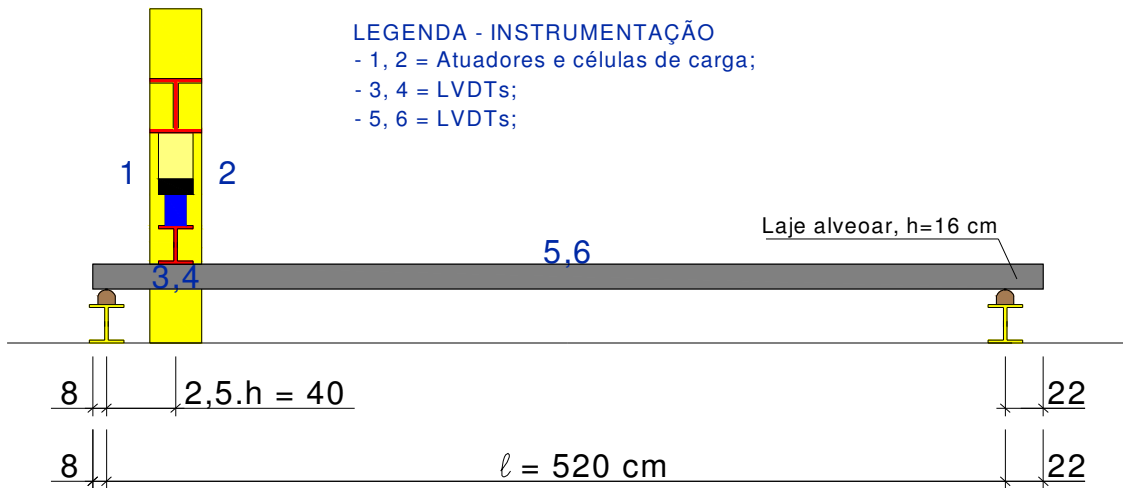
A Figura 4.21 mostra fotos dos ensaios de flexão de lajes sem capa (EM3-L2 e EM3-L3). O desenho esquemático do ensaio é o mesmo apresentado na Figura 4.19, porém com as lajes sem a capa. A distância entre a extremidade da laje e o centro do apoio era de  $8 \text{ cm}$ , sendo altura da laje de  $16 \text{ cm}$ . Por consequência, o vão era de  $5,34 \text{ m}$ .

Os ensaios de cisalhamento foram feitos em uma única laje, ambos considerando  $2,5 \text{ h}$  como a medida entre o centro do apoio e o centro da linha de aplicação da carga. Primeiro, o ensaio foi feito em um lado (laje EM3-L4-A), com a laje intacta. Depois a laje foi girada para que o ensaio pudesse ser refeito (EM3-L4-B). Portanto, no segundo ensaio, a laje estava com o lado oposto rompida por cisalhamento.

As Figuras 4.22 e 4.23 apresentam o desenho esquemático e uma foto com visão panorâmica do ensaio EM3-L4-A, enquanto que as Figuras 4.24 e 4.25 são relativas ao ensaio EM3-L4-B.



**Figura 4.21 – Fotos dos ensaios de caracterização de lajes sem capa.**  
(a) EM3-L2; (b) EM3-L3.

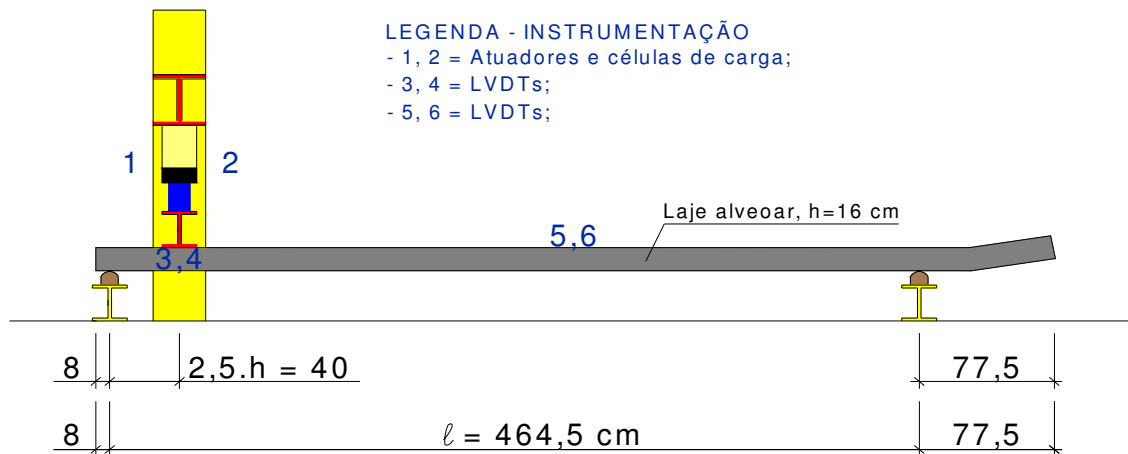


**Figura 4.22 – Desenho esquemático do ensaio de cisalhamento da laje EM3-L4-A.**

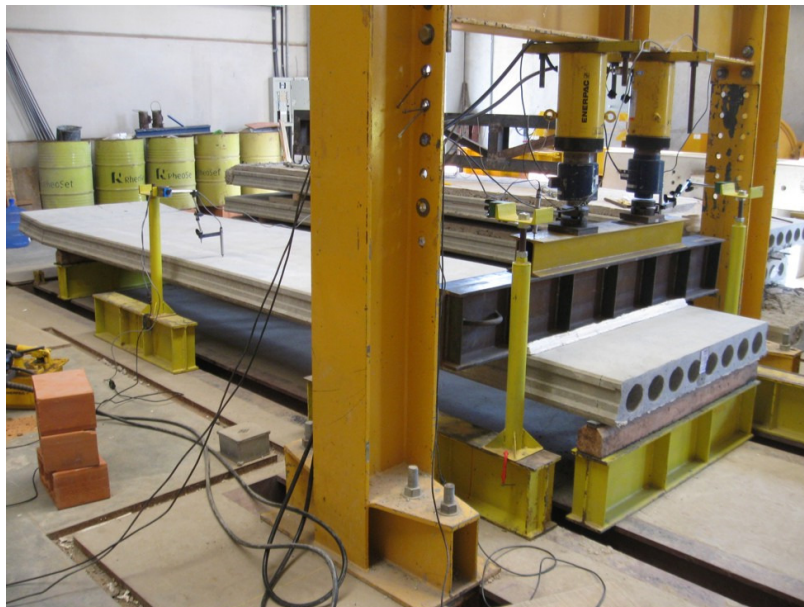


**Figura 4.23 – Foto do ensaio de cisalhamento da laje EM3-L4-A.**





**Figura 4.24 – Desenho esquemático do ensaio de cisalhamento da laje EM3-L4-B.**

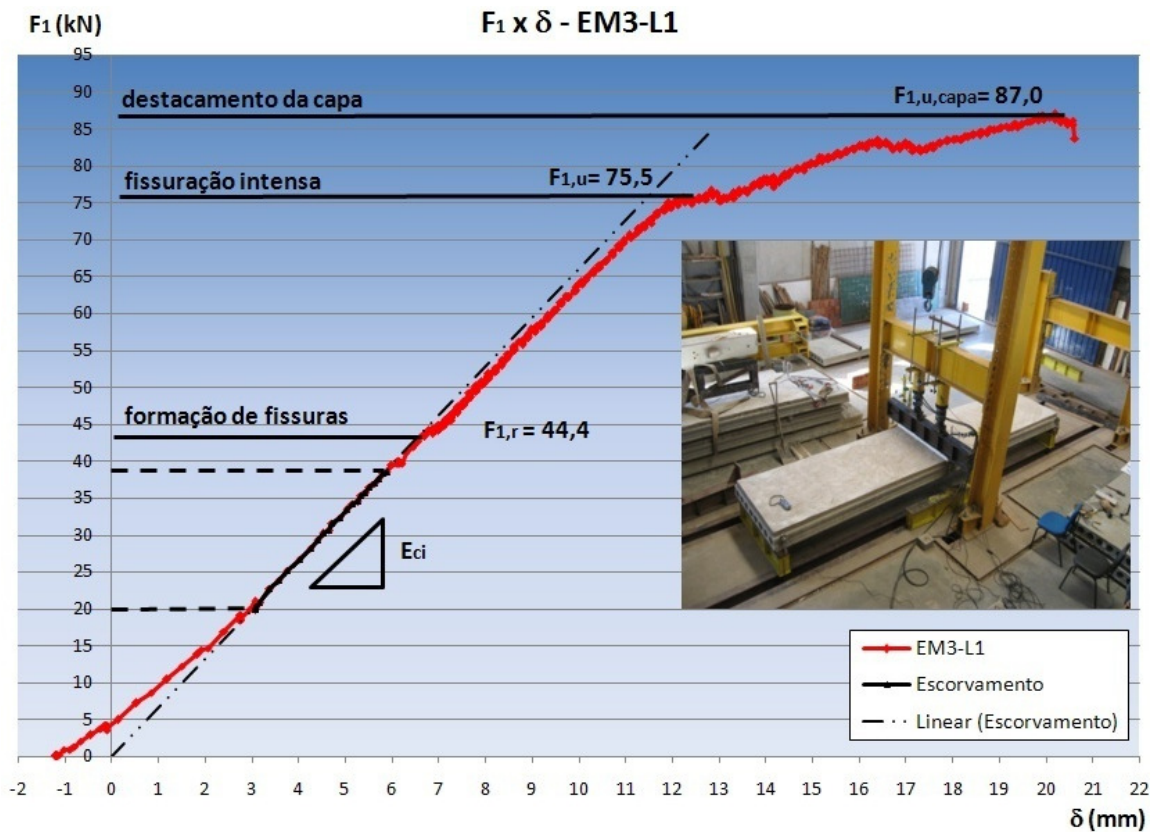


**Figura 4.25 – Foto do ensaio de cisalhamento da laje EM3-L4-B.**

#### 4.5.3.2 – Resultados

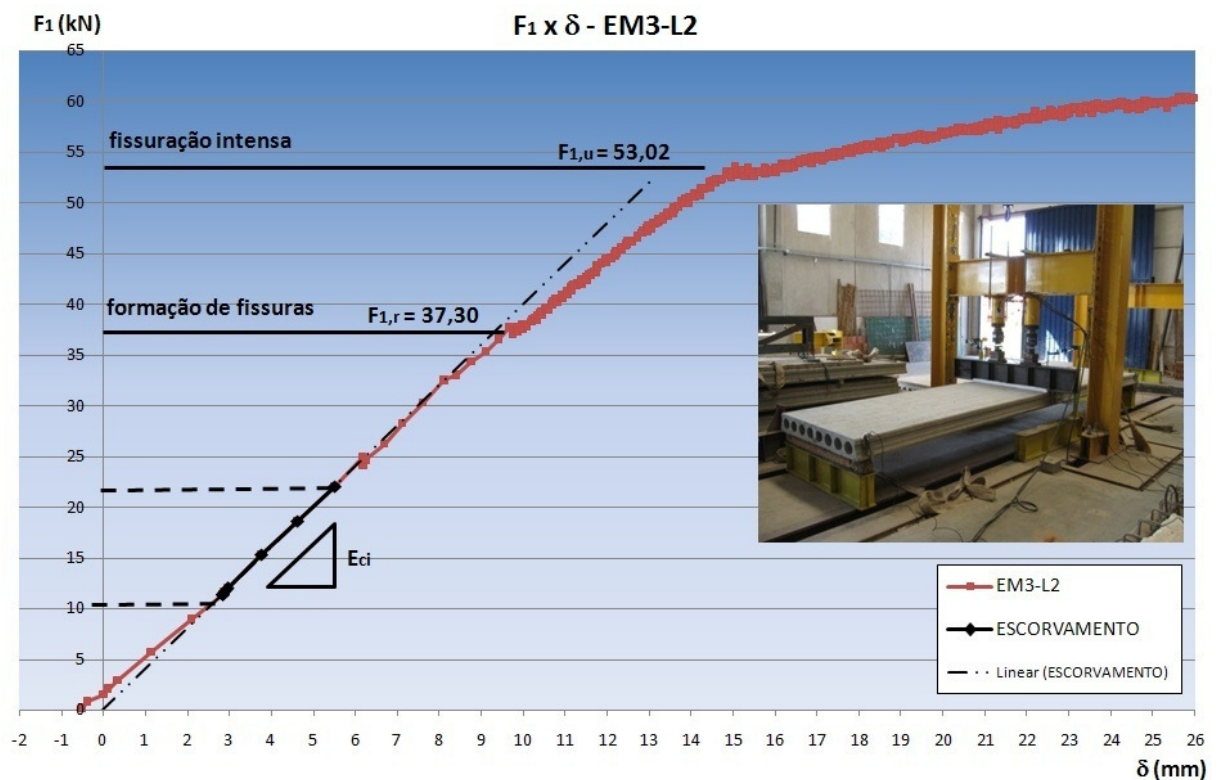
A seguir são apresentados os gráficos força versus deslocamento dos cinco ensaios realizados para o modelo EM3. Lembra-se que a nomenclatura adotada para força aplicada no ensaio de flexão é  $F_1$ , e no ensaio de cisalhamento é  $F_{1,Q}$ . Neste tópico, serão mostrados apenas os resultados de deslocamentos no meio do vão, ou seja, nos pontos de instrumentação 3 e 4 para flexão, mostrados na Figura 4.19, e os pontos 5 e 6, indicados nas Figuras 4.22 e 4.24.

A Figura 4.26 apresenta o gráfico que correlaciona a força  $F_1$ , aplicada no meio do modelo, o deslocamento  $\delta$ , também no meio do modelo, para a laje EM3-L1 (modelo com capa).



**Figura 4.26 – Gráfico  $F_1 \times \delta$  do ensaio de flexão da laje EM3-L1 (com capa).**

As Figuras 4.27 e 4.28 mostram o diagrama  $F_1 \times \delta$ , para os ensaios EM3-L2 e EM3-L3, respectivamente.



**Figura 4.27 – Gráfico  $F_1 \times \delta$  do ensaio de flexão da laje EM3-L2 (sem capa).**

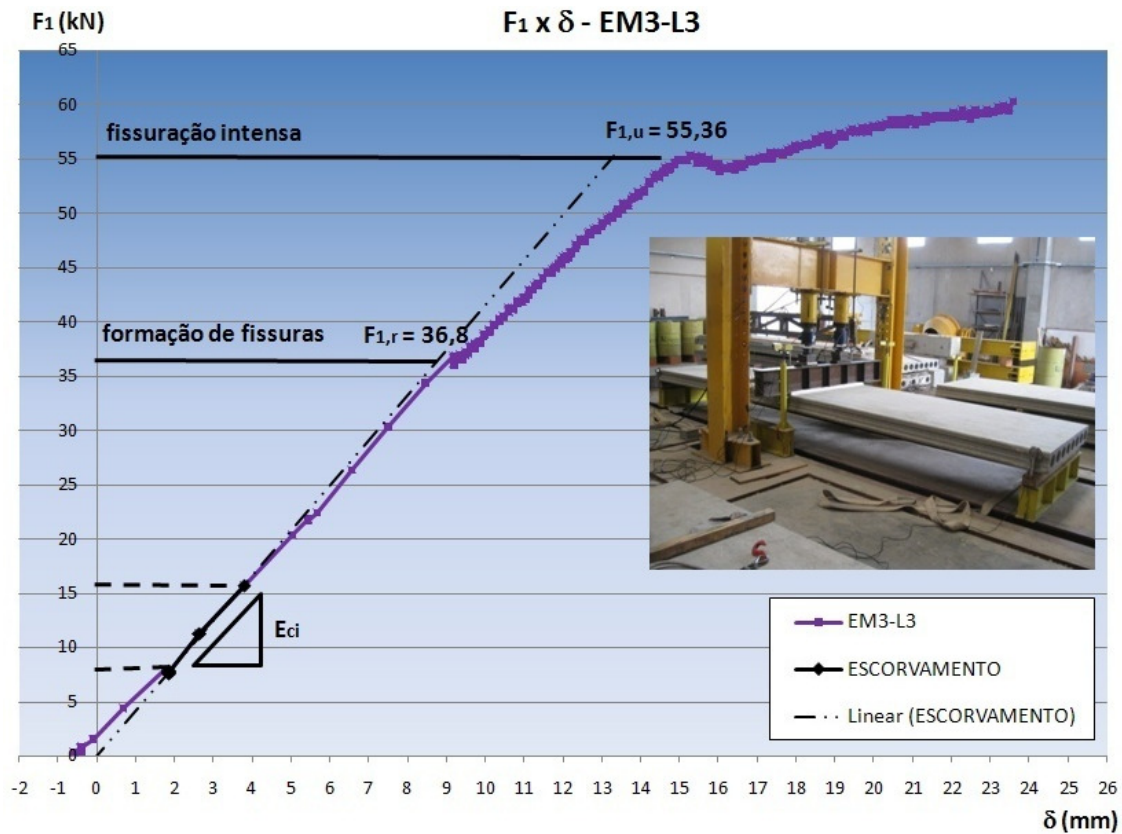


Figura 4.28 – Gráfico  $F_1 \times \delta$  do ensaio de flexão da laje EM3-L3 (sem capa).

A Figura 4.29 mostra o gráfico que relaciona  $F_{1,Q}$  aplicada à 2,5 h do apoio (Figura 4.22) e  $\delta$  lido no meio do modelo, para a laje EM3-L4-A e EM3-L4-B.

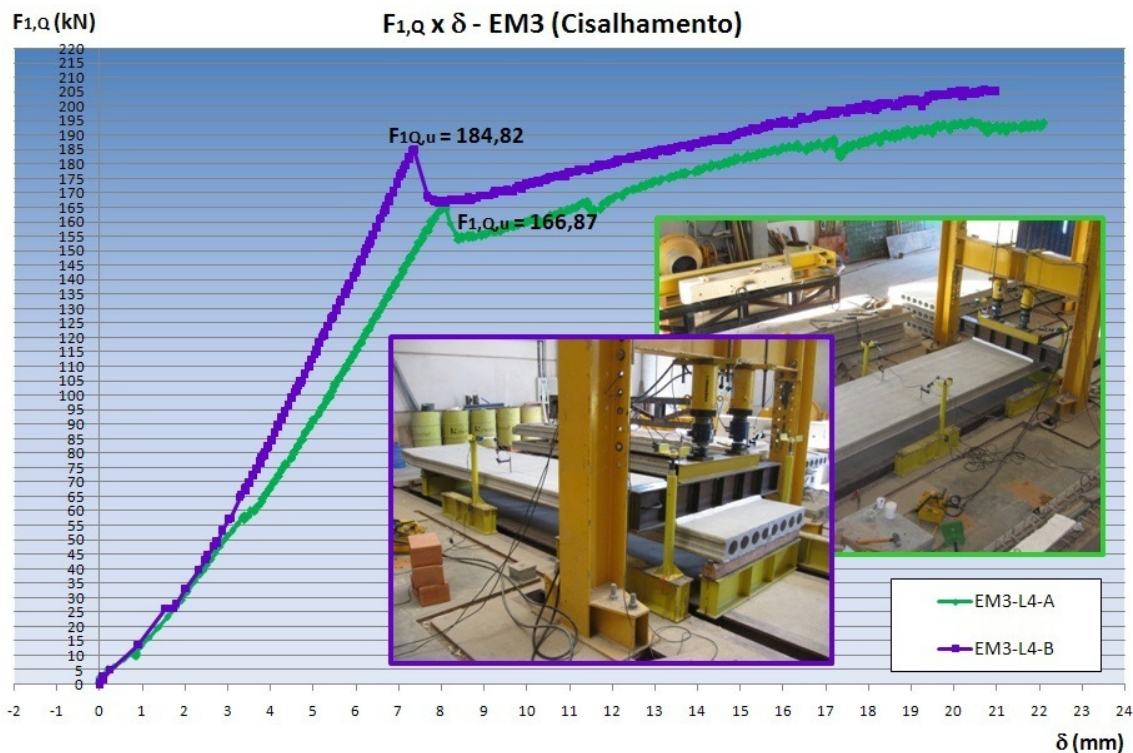


Figura 4.29 – Gráfico  $F_{1,Q} \times \delta$  do ensaio de cisalhamento (EM3-L4-A e EM3-L4-B).

Pela forma como foram feitos os ensaios do modelo EM3, é possível obter o valor de  $f_{c_j, \text{continuidade}}$  de acordo com os três modos apresentados no item 4.2. Esses cálculos são mostrados a seguir.

#### 4.5.3.3 – Cálculo de $f_{c_j, \text{caracterização}}$ a partir da flecha medida no ensaio de flexão

Primeiramente,  $f_{c_j, \text{caracterização}}$  será avaliado, de forma indireta, com base no módulo de elasticidade efetivo do concreto da laje alveolar ( $E_{c, \text{ef}}$ ), obtido a partir da flecha obtida no ensaio de flexão (ver item 4.2.3).

Após correção dos gráficos, em função da acomodação do modelo carregado, definiu-se o trecho correspondente ao valor do módulo de elasticidade tangente inicial ( $E_{ci}$ ). Tal trecho é destacado nas Figuras 4.26, 4.27 e 4.28. A Tabela 4.17 apresenta pares de força e deslocamento em três pontos das figuras anteriormente citadas. Ela mostra também os pares correspondentes aos pontos de fissuração e de ruptura, relativos aos ensaios.

**Tabela 4.17 – Valores de  $F_1 \times \delta$  para os trechos iniciais dos ensaios de flexão.**

LAJES	$F_1$ (kN)		$\delta$ (mm)
EM3-L1 (laje com capa)	$F_{1,u, \text{capa}}$	87,0	20,19
	$F_{1,u}$	75,5	12,73
	$F_{1,r}$	44,4	6,87
	<b>51,0% <math>F_{1,u}</math></b>	<b>38,5</b>	<b>5,89</b>
	<b>40,0% <math>F_{1,u}</math></b>	<b>30,2</b>	<b>4,53</b>
	<b>27,7% <math>F_{1,u}</math></b>	<b>20,9</b>	<b>3,06</b>
EM3-L2 (laje sem capa)	$F_{1,u}$	53,0	14,84
	$F_{1,r}$	37,3	10,09
	<b>41,5% <math>F_{1,u}</math></b>	<b>22,0</b>	<b>5,52</b>
	<b>28,9% <math>F_{1,u}</math></b>	<b>15,3</b>	<b>3,78</b>
	<b>22,6% <math>F_{1,u}</math></b>	<b>11,3</b>	<b>2,86</b>
EM3-L3 (laje sem capa)	$F_{1,u}$	55,4	15,27
	$F_{1,r}$	36,8	9,18
	<b>28,3% <math>F_{1,u}</math></b>	<b>15,7</b>	<b>3,80</b>
	<b>20,2% <math>F_{1,u}</math></b>	<b>11,2</b>	<b>2,64</b>
	<b>14,1% <math>F_{1,u}</math></b>	<b>7,8</b>	<b>1,74</b>

Utilizando os pares  $F_1 \times \delta$  da Tabela 4.17, nos trechos correspondentes ao módulo de elasticidade ( $E_{ci}$ ), e a expressão 4.5 (item 4.2.3), têm-se os valores de  $f_{c_j, \text{caracterização}}$  (data do ensaio de caracterização) para a laje EM3, apresentados na Tabela 4.18. Essa tabela não considera os dados da laje EM3-L1, uma vez que este é composto por capa estrutural.



**Tabela 4.18 – Valores de  $F_1$  x  $\delta$  para as etapas iniciais dos ensaios de flexão.**

LAJES	$F_1$ (kN)		$\delta$ (mm)	$E_{ci}$ (MPa)	$f_{cj,caracterização}$ (MPa)
EM3-L2 (laje sem capa)	41,5% $F_{1,u}$	22,0	5,52	31462	32
	28,9% $F_{1,u}$	15,3	3,78	32059	33
	22,6% $F_{1,u}$	11,3	2,86	31666	33
	<b>Média</b>				<b>33</b>
EM3-L3 (laje sem capa)	28,3% $F_{1,u}$	15,7	3,80	35461	40
	20,2% $F_{1,u}$	11,2	2,64	33706	36
	14,1% $F_{1,u}$	7,8	1,74	32663	34
	<b>Média</b>				<b>37</b>
<b>Média entre EM3-L2 e EM3-L3 *</b>					<b>35</b>

(\*) Descartando os resultados da EM3-L1, pois trata-se de um ensaio com capa.

#### 4.5.3.4 – Cálculo de $f_{cj,caracterização}$ a partir do momento de fissuração

O cálculo de  $f_{cj,caracterização}$  a partir do ensaio de flexão é feito com base no item 4.2.1 (deste capítulo), e é apresentado na Tabela 4.19, para as lajes EM3-L2 e EM3-L3.

**Tabela 4.19 – Resultados de  $f_{ctm}$  e  $f_{cj,caracterização}$  para os ensaios de flexão.**

<b>DADOS INICIAIS</b>				
$l$ (m)	5,34	$g_1$ (kN/m)		1,50
$h$ (m)	0,16	Peso próprio da viga de ensaio (kN)		0,94
$N_{sk,pt,\infty,inf}$ (kN)	305,40	$N_{sk,pt,\infty,sup}$ (kN)		12,37
$e_{p,inf}$ (m)	0,0493	$e_{p,sup}$ (m)		0,0507
$y_{t,inf}$ (m)	0,0793	$y_{t,sup}$ (m)		0,0807
$A_c$ (m <sup>2</sup> )	0,1166	-	-	-
$I_c$ (m <sup>4</sup> )	0,0004	$\alpha$		1,5
<b>ENSAIO DE FLEXÃO</b>				
Variável	EM3-L1*	EM3-L2	EM3-L3	EM3-(MÉDIO)
$M_{r,exp}$ (kN.m)	-	61,46	60,79	61,12
$f_{ctm}$ (MPa)	-	4,39	4,30	4,34
$f_{cj,caracterização}$ (MPa)	-	56	54	<b>55</b>

(\*) Descartando os resultados da EM3-L1, pois trata-se de um ensaio com capa.

#### 4.5.3.5 – Cálculo de $f_{cj,caracterização}$ utilizando o ensaio de cisalhamento

Assim como ocorreu com o modelo EM2, o ensaio de cisalhamento não foi satisfatório. Portanto, não foi utilizado.

A Figura 4.29 mostra os valores da força de ruptura ( $F_{1,Q}$ ) relativos aos ensaios de cisalhamento:  $F_{1,Q} = 166,87$  kN (EM3-L4-A) e  $F_{1,Q} = 184,82$  kN (EM3-L4-B). Quando esses valores são usados no cálculo de  $f_{cj,caracterização}$  pela expressão de  $V_{Rd1}$  (ver item 4.2.2), obtêm-se resultados para  $f_{cj,caracterização}$  incoerentes: 174,3 MPa para EM3-L4-A e 200,1 MPa para EM3-L4-B.

Esse fato permite supor que a expressão da NBR 6118:2014, utilizada no cálculo de  $V_{Rd1}$ , não retratou satisfatoriamente os resultados de cisalhamento desse ensaio.

#### 4.5.3.6 – Cálculo de $f_{cj,continuidade}$

De acordo com a Tabela 3.6, as lajes do modelo EM3 foram ensaiadas com 39 dias após a fabricação. Além disso, o  $f_{ck}$  dessa laje é de 40 MPa. Com base nesses dados, preferiu-se ignorar o resultado de  $f_{cj,caracterização} = 35$  MPa, obtido a partir da flecha medida no ensaio de flexão (item 4.5.3.3). Portanto, o valor de  $f_{cj,caracterização}$  das lajes do EM3 é de 55 MPa, obtido a partir do momento de fissuração (item 4.5.3.4).

Utilizando as expressões 4.6 e 4.7, conclui-se que o valor da resistência do concreto à compressão na data do ensaio de continuidade ( $f_{cj,continuidade}$ ) é de 55 MPa (Tabela 4.20).

**Tabela 4.20 – Cálculo de  $f_{cj,continuidade}$  através da expressão da NBR 6118:2014.**

$f_{cj,continuidade}$	
$\beta_1 = \exp\left\{s \cdot \left[1 - (t_{caracterização}/t_{continuidade})^{1/2}\right]\right\}$ $\beta_1 = \exp\{0,20 \cdot [1 - (39/37)^{1/2}]\}$ $\beta_1 = 0,9947$	
$f_{cj,continuidade} = f_{cj,caracterização} \cdot \beta_1$ $f_{cj,continuidade} = 55 \cdot 0,9947$ $f_{cj,continuidade} = 55 \text{ MPa}$	$f_{ctm,continuidade} = f_{ctm,caracterização} \cdot \beta_1$ $f_{ctm,continuidade} = 4,34 \cdot 0,9947$ $f_{ctm,continuidade} = 4,32 \text{ MPa}$

#### 4.5.3.7 – Comparação com resultados dos corpos de prova

O valor de  $f_{cj,continuidade} = 55$  MPa fica coerente com os resultados de corpos de prova, ensaiados aos 7 dias, fornecidos pelo fabricante ( $f_{cm} = 41,6$  MPa e desvio padrão  $S = 2,0$  MPa).

Utilizando as expressões 4.6 e 4.7 e o valor médio de  $f_{cj,caracterização}$  (55 MPa), e, além disso, retroagindo de 39 dias (data da caracterização) para 7 dias (data dos ensaios dos corpos de prova), estima-se que o valor da resistência à compressão encontrado nos corpos de prova ( $f_{cj,CP's,estimado}$ ) é de 42 MPa, como mostra a Tabela 4.21.

O valor de 38,3 MPa é encontrado para  $f_{cj,CP's}$  quando se empregam os dados fornecidos pelo fabricante:  $f_{cm} = 41,6$  MPa e desvio padrão  $S = 2,0$  MPa (Tabela 4.22).

**Tabela 4.21 – Cálculo de  $f_{cj,CP's,estimado}$  através da expressão da NBR 6118:2014.**

$f_{cj,CP's,estimado}$
$\beta_1 = \exp\left\{s \cdot \left[1 - (t_{caracterização}/t_{CP's})^{1/2}\right]\right\}$ $\beta_1 = \exp\{0,20 \cdot [1 - (39/7)^{1/2}]\}$ $\beta_1 = 0,7618$ $f_{cj,CP's,estimado} = f_{cj,caracterização} \cdot \beta_1$ $f_{cj,CP's,estimado} = 55 \cdot 0,7618$ $f_{cj,CP's,estimado} = \mathbf{42\ MPa}$

**Tabela 4.22 – Cálculo de  $f_{cj,CP's}$  através da expressão da NBR 6118:2014.**

$f_{cj,CP's}$
$f_{cj,CP's} = f_{cm} - (1,65 \cdot S)$ $f_{cj,CP's} = 41,6 - (1,65 \cdot 2,0)$ $f_{cj,CP's} = \mathbf{38,3\ MPa}$

#### 4.5.3.8 – Comparação $M_r$ teórico e experimental

Na Tabela 3.29 do capítulo 3, os valores teóricos para  $M_r$  são de 58,67 kN.m para Formação de Fissuras e de 69,68 kN.m para Deformação Excessiva. Já a Tabela 4.19 apresenta  $M_r = 61,12$  kN.m, obtido no ensaio de flexão. Esses valores indicam que há coerência entre os valores teóricos e os experimentais, sendo que o valor de  $M_r$  experimental se aproxima muito do valor de  $M_r$  teórico, para Formação de Fissuras.

#### 4.5.4 – Conclusões e resumo dos resultados

Após os cálculos apresentados para a resistência à compressão do concreto na data do ensaio de continuidade ( $f_{cj,continuidade}$ ), apresenta-se neste item um resumo com dos resultados (Tabela 4.23).

**Tabela 4.23 – Resumos dos resultados dos ensaios de caracterização das lajes**

Variável	EM1	EM2	EM3
$f_{ck}$ (MPa)	40	30	40
Idade da laje na data dos ensaios de caracterização (dias)	53	95	39
$f_{cj,caracterização}$ (MPa)	51	37,4	55,0
Idade da laje na data dos ensaios de continuidade (dias)	100	112	37
$f_{cj,continuidade}$ (MPa)	<b>54</b>	<b>38</b>	<b>55</b>
$E_{ce}$ (MPa)	-	<b>34305</b>	-
<b>MÉTODOS UTILIZADOS (ITEM 4.2)</b>			
Momento de fissuração (ensaio de flexão)	SIM	SIM	SIM
Módulo de elasticidade obtido pela leitura dos deslocamentos (ensaio de flexão)	NÃO existe a possibilidade	SIM	IGNORADO
Cisalhamento	SIM	IGNORADO	IGNORADO

Os cálculos apresentados no item 4.5 permitem concluir as seguintes informações para as lajes ensaiadas:

- A utilização das Perdas Progressivas gerou resultados mais próximos, entre os métodos de momento de fissuração e cisalhamento;
- A fórmula para estimar o  $V_{Rd1}$  da NBR 6118:2014 (expressão 3.6) não foi satisfatória para representar os ensaios dos modelos EM2 e EM3;
- O método do módulo de elasticidade não foi satisfatório para o modelo EM3. Já para o modelo EM2, os resultados ficaram próximos aos do método do momento de fissuração;
- O método do momento de fissuração foi o único utilizado nos três modelos e apresentou, para todos, resultados coerentes com os estimados no capítulo 3.

## 4.6 – Ensaio de caracterização da capa

Os ensaios de caracterização do concreto da capa foram feitos no Laboratório de Sistemas Estruturais do Departamento de Engenharia Civil da Universidade Federal de São Carlos (LSE/DECiv/UFSCar). Foram utilizados corpos de prova cilíndricos, com diâmetro de 100 mm e altura de 200 mm.

Novamente, optou-se por reproduzir a Tabela 3.6, que mostra as datas das principais etapas: de concretagem do concreto, dos ensaios de caracterização e dos ensaios de continuidade.



Os resultados dos ensaios dos corpos de prova correspondentes ao concreto das capas são mostrados no APÊNDICE B.

**Tabela 3.6 – Datas dos ensaios.**

Variáveis	EM1	EM2	EM3
Moldagem da laje na fábrica	28/11/2011	15/02/2012	18/06/2012
Ensaio dos CP's da laje na fábrica	05/12/2011	14/03/2012	25/06/2012
Ensaio de caracterização da laje no NETPRE	20/01/2012	20/05/2012	27/07/2012
Moldagem da capa	17/02/2012	23/05/2012	11/07/2012
Ensaio do modelo de continuidade	07/03/2012	06/06/2012	25/07/2012
Ensaio de caracterização dos CP's da capa no LSE	16/03/2012	20/06/2012	26/07/2012

#### 4.6.1 – Determinação da resistência à compressão

Os resultados dos ensaios dos corpos de prova para a determinação da resistência à compressão, realizados de acordo com a NBR 5739:2007, são apresentados nas Tabelas APB2.1, APB2.2 e APB2.3 do APÊNDICE B.

Foram moldados três corpos de prova para cada ensaio de resistência à compressão (Figura 4.30a), sendo ensaiados até a ruptura em prensa servo-hidráulica, com velocidade de carregamento de 0,3 MPa/s (Figura 4.30b). Todos os corpos de prova foram submetidos à cura por imersão.

A Tabela APB2.1 (APÊNDICE B) apresenta os resultados dos corpos de prova correspondentes à capa do modelo EM1. Esse concreto foi moldado no dia 17/02/2012. De acordo com a Tabela 3.6, estava com 19 dias na data do ensaio de continuidade e com 28 dias na data dos ensaios dos corpos de prova.

Já Tabela APB2.2 (APÊNDICE B) apresenta os resultados dos corpos de prova correspondentes à capa do modelo EM2. Esse concreto foi moldado no dia 23/05/2012 e, de acordo com a Tabela 3.6, estava com 14 dias na data do ensaio de continuidade e com 28 dias na data dos ensaios dos corpos de prova.

Por fim, a Tabela APB2.3 (APÊNDICE B) apresenta os resultados dos corpos de prova correspondentes à capa do modelo EM3. Esse concreto foi moldado no dia 11/07/2012 e, de acordo com a Tabela 3.6, estava com 14 dias na data do ensaio de continuidade e com 15 dias na data dos ensaios nos corpos de prova.



**Figura 4.30 – Ensaio de resistência à compressão do concreto da capa. (a) Três corpos de prova ensaiados para cada modelo; (b) Prensa servo-hidráulica utilizada (LSE/UFSCar).**

De posse desses resultados, é possível obter os valores de  $f_{c_j, \text{continuidade}}$  (Tabela 4.24). Isso foi feito considerando as expressões e as variáveis contidas nas expressões 4.6, 4.7 e 4.8, com desvio padrão de 4 MPa e cimento CP III 40 RS.

**Tabela 4.24 – Resistência à compressão do concreto da capa do modelo EM1 na data do ensaio de continuidade.**

Variável	EM1	EM2	EM3
Idade do concreto na data na data dos ensaios dos CP's (dias)	28	28	15
$f_{cm}$ (MPa)	36,8	70,4	51,1
Desvio Padrão (S)	4	4	4
$f_{ck}$ (MPa)	30	64	48
Idade do concreto na data dos ensaios de continuidade (dias)	19	14	14
$\beta_1$	0,9219	0,8544	0,9868
$f_{c_j, \text{continuidade}}$ (MPa)	<b>28</b>	<b>55</b>	<b>44</b>

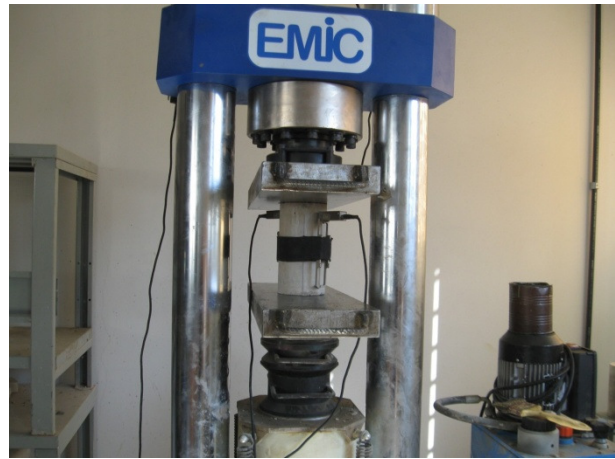
#### 4.6.2 – Determinação do módulo de elasticidade

Os ensaios para determinação do módulo de elasticidade foram feitos apenas para os corpos de prova da capa do modelo 3, e de acordo com a NBR 8522:2008. Os resultados são mostrados na Tabela APB3.1, APÊNDICE B.

Três corpos de prova foram moldados para esse ensaio (Figura 4.31a). A velocidade de carregamento foi de 0,3 MPa/s, e o comprimento da haste para a medição da deformação, de 150 mm (Figura 4.31b).



(a)



(b)

**Figura 4.31 – Ensaio para determinação do módulo de elasticidade do concreto da capa – EM3. (a) Três corpos de prova ensaiados; (b) Prensa servo-hidráulica utilizada (LSE/UFSCar).**

De acordo com os resultados, para esse ensaio, o valor médio do módulo de deformação tangente inicial ( $E_{ci}$ ) foi de 42610 MPa.

#### 4.6.3 – Resistência à tração por compressão diametral

O ensaio que determina a resistência à tração por compressão diametral foi realizado apenas para os corpos de prova EM3. Esses ensaios foram feitos conforme a NBR 7222:2011, e os resultados são apresentados na Tabela APB4.1, APÊNDICE B.

Para esse ensaio, três corpos de prova foram moldados (Figura 4.32a). Os ensaios foram feitos com velocidade de carregamento de 0,05 MPa/s, e a largura da tira de madeira, utilizada no ensaio, era de 1,5 cm (Figura 4.32b).



(a)



(b)

**Figura 4.32 – Determinação da resistência à tração do concreto da capa por compressão diametral – EM3. (a) Três corpos de prova ensaiados; (b) Prensa servo-hidráulica utilizada (LSE/UFSCar).**

De acordo com os resultados, para esse ensaio, o valor médio da resistência do concreto à tração ( $f_{ctm}$ ) é de 4,5 MPa. Entretanto, conforme a NBR 6118:2014, a resistência à tração direta ( $f_{ct}$ ) é igual à 90% da tração medida no ensaio de compressão diametral. Logo, o valor da resistência do concreto à tração direta ( $f_{ct}$ ) é de 4,0 MPa.

## 4.7 – Ensaio de caracterização da armadura passiva

Os ensaios de caracterização da armadura passiva (fornecida pela GERDAU) foram realizados no Laboratório de Estruturas do Departamento de Engenharia de Estruturas da Escola de Engenharia de São Carlos (LE/SET/EESC), no dia 21 de Maio de 2012. Os corpos de prova, com comprimento de aproximadamente 1 m, foram obtidos a partir do lote de barras adquiridas para os ensaios de continuidade.

Foram ensaiados três corpos de prova à tração direta, de acordo com a NBR 6892:2013. Antes de realizar os ensaios determinou-se a medida e o peso de cada corpo de prova. Foram utilizados dois extensômetros de base removível, com haste de comprimento igual a 100 mm, sendo registrados os deslocamentos do pistão e do corpo de prova. O ensaio foi feito com controle de deslocamentos, sendo utilizada velocidade de 0,05 mm/s até o escoamento da barra e de 0,5 mm/s após o escoamento, até a ruptura.

Para encontrar os valores da resistência característica de escoamento ( $f_{yk}$ ), foi necessário traçar os diagramas tensão versus deformação, de cada corpo de prova, e uma reta paralela ao trecho inicial da curva. Em seguida, foi traçada uma nova reta paralela, relativa à a deformação característica de escoamento ( $\epsilon_{yk}$ ) igual a 2,07‰. O ponto de interseção entre esta reta e a curva  $\sigma$  versus  $\epsilon$  define o valor de  $f_{yk}$ . Os diagramas tensão-deformação das barras são apresentados no APÊNDICE B, Figuras APB5.1, APB5.2 e APB5.3.

A Tabela 4.25 mostra os resultados de módulo de elasticidade tangente inicial ( $E_s$ ), resistência de escoamento ( $f_{yk}$ ) e resistência última ( $f_{uk}$ ), relativa à ruptura das barras da armadura passiva. Sendo:

- $F_u$  = força de ruptura do corpo de prova;
- $\sigma_a$  = tensão correspondente a 10% da força de ruptura;
- $\sigma_b$  = tensão correspondente a 30% da força de ruptura;
- $\epsilon_a$  = deformação correspondente a 10% da força de ruptura;
- $\epsilon_b$  = deformação correspondente a 30% da força de ruptura;
- $E_s$  = módulo de elasticidade do aço;
- $f_{uk}$  = resistência característica de ruptura;
- $f_{yk}$  = resistência característica de escoamento.

**Tabela 4.25 – Resultados dos ensaios de tração na armadura passiva.**

Variável	CP1	CP2	CP3
Peso (N)	9,154	9,442	9,433
Comprimento (m)	0,999	1,002	1,001
Peso / Comprimento (N/m)	9,2	9,4	9,4
Peso específico (kN/m <sup>3</sup> )	785	785	785
Área (cm <sup>2</sup> )	1,167	1,200	1,200
F <sub>u</sub> (kN)	104,43	102,52	102,92
$\sigma_a$ (kN/cm <sup>2</sup> )	9,73	8,66	8,66
$\sigma_b$ (kN/cm <sup>2</sup> )	26,79	25,78	26,47
$\epsilon_a$ (mm/mm)	0,00049	0,00048	0,00050
$\epsilon_b$ (mm/mm)	0,00132	0,00134	0,00141
E <sub>s</sub> (MPa)	205554	199116	195703
E <sub>s</sub> (MPa) (médio)	<b>200125</b>		
f <sub>uk</sub> (MPa)	895	854	857
f <sub>uk</sub> (MPa) (médio)	<b>869</b>		
f <sub>yk</sub> (MPa)	590	595	600
f <sub>yk</sub> (MPa) (médio)	<b>595</b>		

## 4.8 – Caracterização da armadura ativa

Os resultados de caracterização da armadura ativa foram fornecidos pelo fabricante das cordoalhas (ArcelorMittal) às empresas fornecedoras das lajes alveolares usadas neste trabalho.

Todos os relatórios fornecidos estão presentes no APÊNDICE B, itens APB6 (EM1), APB7 (EM2) e APB8 (EM3), em formato de figuras. De acordo com as figuras apresentadas nesses itens, existem informações sobre alguns diâmetros dos aços de protensão. A Tabela 4.26 mostra quais são esses diâmetros e os relaciona com as figuras do APÊNDICE B. A ordem dessa tabela segue a sequência de aparecimento no APÊNDICE B.

O relatório técnico apresentado pela empresa do modelo EM3 contém informações sobre a cordoalha de diâmetro igual a 9,6 mm (cordoalha com 3 fios de diâmetro igual a 4,5 mm), que não foi utilizada na respectiva laje. Curiosamente, o diâmetro usado, uma cordoalha de 9,5 mm com 7 fios, consta do relatório fornecido pela empresa do modelo EM2, e, portanto, será utilizado.



**Tabela 4.26 – Diâmetros incluídos nos relatórios técnicos sobre os aços de protensão.**

Diâmetro (mm)	Produto	Figuras	Tipo	Modelo
12,7	CP 190 RB 7	APB6.1 APB6.2 APB6.3 APB6.4 APB7.6 APB7.7 APB7.8 APB7.9 APB7.10	CORDOALHA 7 $\phi$	EM1 e EM2
9,5	CP 190 RB 7	APB7.1 APB7.2 APB7.3 APB7.4 APB7.5	CORDOALHA 7 $\phi$	EM3
4,0	CP 150 RN	APB8.1 APB8.2	FIO	EM3
6,5	CP 190 RB 3x3,0	APB8.3 APB8.4	CORDOALHA 3 $\phi$	EM3
9,6	CP 190 RB 3x4,5	APB8.5 APB8.6	CORDOALHA 3 $\phi$	Nenhum

A seguir, a Tabela 4.27 apresenta os resultados do aço de protensão com base nas informações dos relatórios técnicos fornecidos pelos fabricantes das lajes alveolares. Uma vez que o fornecedor da armadura ativa é o mesmo para todas as lajes utilizadas neste trabalho, os itens da Tabela 4.27 representam os valores médios de cada cordoalha ou fio, independentemente do relatório ou dos fabricantes das lajes.

**Tabela 4.27 – Resultados dos ensaios nos aços de protensão.**

Variável	12,7	9,5	6,5	4,0
$E_p$ (MPa)	200387	204750	201000	196231
$f_{ptk}$ (MPa)	1987	2008	1963	1780
$f_{pyk}$ (MPa)	1824	1843	1817	1480
$\epsilon_{yk}$ (‰)	9,10	9,04	9,04	7,50

- $E_p$  = módulo de elasticidade do aço (armadura ativa);
- $f_{ptk}$  = resistência de ruptura da armadura ativa;
- $f_{pyk}$  = resistência característica de escoamento da armadura ativa;
- $\epsilon_{yk}$  = deformação característica de escoamento;

## 4.9 – Propriedades dos materiais após a caracterização

Após a caracterização dos materiais, apresenta-se na Tabela 4.28 um resumo com as principais propriedades dos materiais empregados nos ensaios de continuidade. Essa tabela é semelhante à apresentada no capítulo 3 (Tabela 3.2) e será utilizada no decorrer deste trabalho, em todas as formulações teóricas para simulação dos modelos ensaiados.

Quando for necessário determinar outros valores, serão utilizadas expressões consagradas na literatura, que dependam diretamente das variáveis apresentadas na Tabela 4.28. Um exemplo disso é o valor do módulo de elasticidade tangente inicial ( $E_{ci}$ ), que de acordo com a NBR 6118:2014, está diretamente relacionado com a resistência à compressão.

**Tabela 4.28 – Propriedades dos materiais após os ensaios de caracterização.**

Material	Variáveis / Modelos	EM1	EM2	EM3	
Concreto da capa (CML)	$f_{cj,continuidade}$ (MPa)	28	55	44	
	$E_{ci,cml}$ (MPa)	-	-	42610	
Concreto da laje (CPM)	$f_{cj,continuidade}$ (MPa)	54	38	55	
	$E_{ci,cpm}$ (MPa)	-	34305	-	
Armadura passiva (AÇO CA-50)	$f_{yk}$ (MPa)	595			
	$E_s$ (MPa)	200125			
	$\epsilon_{yd}$ (‰)	-			
<b>Material</b>	<b>Variáveis / Bitola (mm)</b>	<b>12,7</b>	<b>9,5</b>	<b>6,5</b>	<b>4,0</b>
Armadura ativa	$f_{ptk}$ (MPa)	1987	2008	1963	1780
	$f_{pyk}$ (MPa)	1824	1843	1817	1480
	$E_p$ (MPa)	200387	204750	201000	196231
	$\epsilon_{yk}$ (‰)	9,10	9,04	9,04	7,50
	Tipo	Cordoalhas (7 $\phi$ )	Cordoalhas (7 $\phi$ )	Cordoalhas (3 $\phi$ de 3,3 mm)	Fios
	Aço	CP 190 RB	CP 190 RB	CP 190 RB	CP 150 RN

# 5

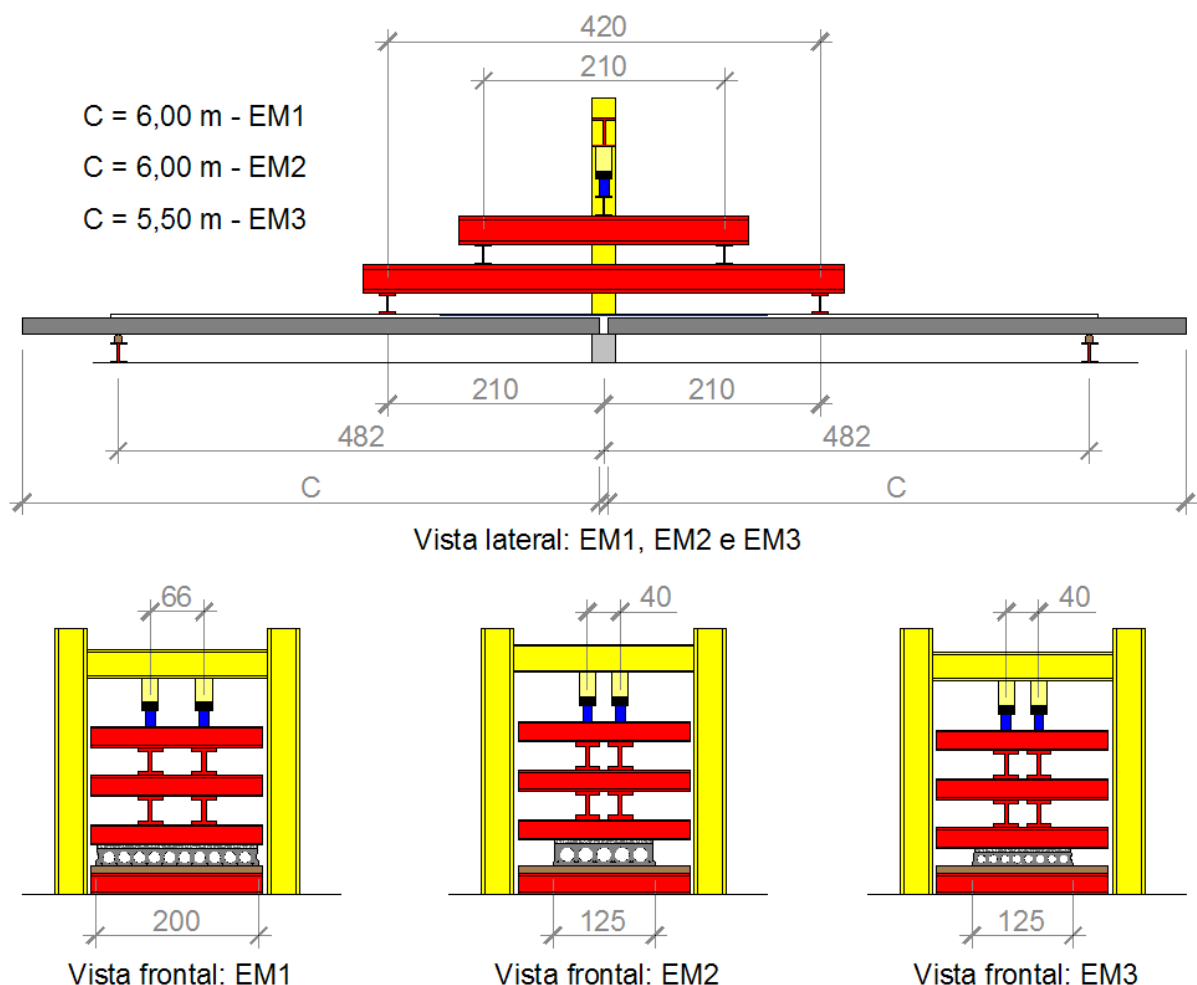
## ENSAIOS DE CONTINUIDADE

Os ensaios dos modelos com continuidade foram realizados no laboratório NETPRE/DECiv/UFSCar nas seguintes datas: 07/03/2012, modelo 1; 06/06/2012, modelo 2 e 25/07/2012, modelo 3.

Apresenta-se neste capítulo a descrição dos três ensaios, tendo em vista os seguintes aspectos: montagem, instrumentação e resultados.

### 5.1 – Visão geral dos ensaios

A Figura 5.1 mostra esquemas dos ensaios de continuidade.



**Figura 5.1 – Esquemas dos ensaios de continuidade: vistas lateral e frontais.**



Na Figura 5.1 apresenta-se uma vista lateral, que representa os três modelos ensaiados (EM1, EM2 e EM3) e três vistas frontais, uma para cada modelo. O destaque são as principais medidas utilizadas. Na sequência, as Figuras 5.2, 5.3 e 5.4 mostram uma visão geral, respectivamente dos modelos 1, 2 e 3.



**Figura 5.2 – Visão geral do modelo 1 (EM1).**



**Figura 5.3 – Visão geral do modelo 2 (EM2).**



**Figura 5.4 – Visão geral do modelo 3 (EM3).**

A Figura 5.5 apresenta quatro aspectos gerais desses ensaios. O primeiro deles é o conjunto para aplicação da força. Foi utilizado um pórtico de reação e vigas de transmissão, ambos metálicos. Foram usados também dois atuadores hidráulicos com capacidade de 500 kN cada, duas células de carga e duas rótulas (Figura 5.5a). Além disso, os ensaios foram feitos sobre uma laje de reação com comprimento de 10 m.

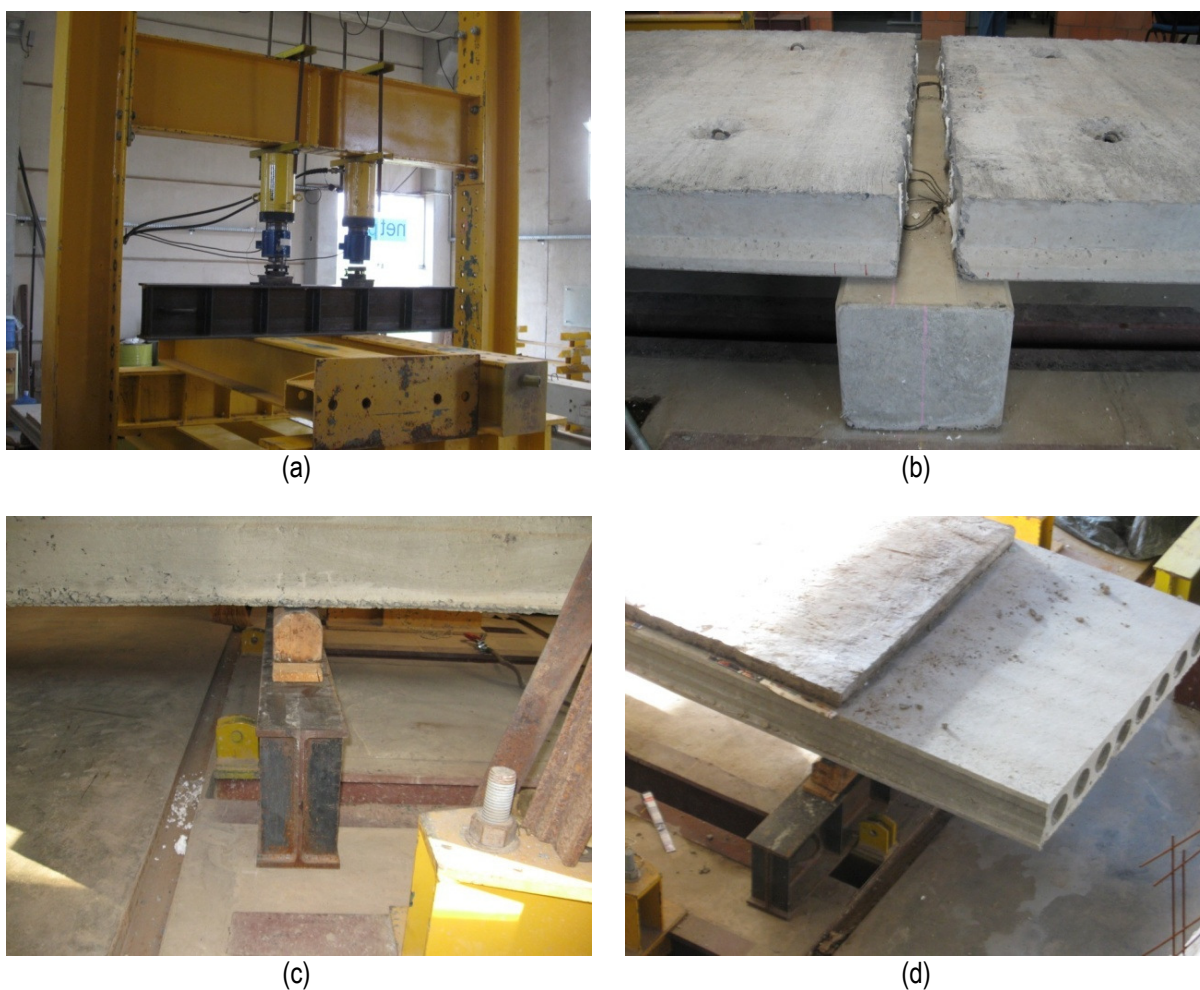
Cada modelo era composto basicamente por duas lajes alveolares protendidas com pré-tração, capa estrutural de concreto e armadura passiva. No apoio intermediário (Figura 5.5b), foi utilizada uma viga de concreto armado, e nos apoios extremos do modelo (Figura 5.5c), foram usadas vigas metálicas. Todos os apoios possuíam rigidez suficiente para caracterizar os ensaios como sendo sobre apoios rígidos, ou seja, os apoios não sofreram deformações e deslocamentos verticais.

Os apoios das extremidades eram compostos por: vigas metálicas apoiadas na laje de reação; duas chapas metálicas bem finas contendo graxa, apoiadas sobre a viga metálica; madeira para manter o nível do apoio intermediário, apoiada sobre as chapas; e uma tira de neoprene com 1 cm de espessura, apoiada sobre a madeira. Portanto, os apoios da extremidade permitiam rotação e deslocamento horizontal do modelo.

O tamanho da laje de reação era de 10 m, portanto, o vão máximo que poderia ser utilizado era de 4,82 m. Isso fez com que parte da laje ficasse em balanço na região dos apoios extremos, sendo: 1,11 m para o modelo 1, 1,13 m para o modelo 2 e 0,59 m para o modelo 3. A capa estrutural foi concretada com 5 cm de espessura até a região dos apoios



da extremidade, nos três modelos. Em outras palavras, a parte da laje que ficou em balanço não continha capa (Figura 5.5d).



**Figura 5.5 – Aspectos gerais do ensaio de continuidade: (a) Pórtico de reação, vigas de transmissão, atuadores hidráulicos, células de carga e rótulas; (b) Apoio intermediário com viga de concreto armado; (c) Apoio da extremidade; (d) Parte da laje em balanço.**

Também por limitação geométrica, a força no ensaio ( $F_2$ ) não pôde ser aplicada exatamente no meio do vão. A distância entre a força aplicada e o eixo do apoio intermediário foi de 2,10 m.

As medidas preliminares foram feitas conforme COSTA (2009). Foram feitas leituras das medidas da seção geométrica, principalmente das nervuras, bem como o aprofundamento das cordoalhas e fios.

## 5.2 – Concretagem das capas e montagem dos ensaios

Antes da montagem das lajes, os alvéolos foram vedados com isopor, na região do apoio intermediário, para evitar a entrada de concreto durante a concretagem da capa (Figura 5.6a). Após isso, procedeu-se a colocação das lajes sobre os apoios (Figura 5.6b).



**Figura 5.6 – Aspectos gerais de montagem: (a) Alvéolos vedados por isopor na região do apoio interno; (b) Montagem das lajes nos apoios.**

Como mencionado no capítulo 3, as lajes do modelo 1 (EM1) foram feitas utilizando concreto pré-moldado de canteiro, logo apresentavam rugosidade mais acentuada na superfície superior. As demais lajes (EM2 e EM3) foram produzidas nas fábricas através de extrusora.

Foi possível observar que as lajes do modelo 1 apresentaram formatos aleatórios para a rugosidade da superfície superior (Figura 5.7a).

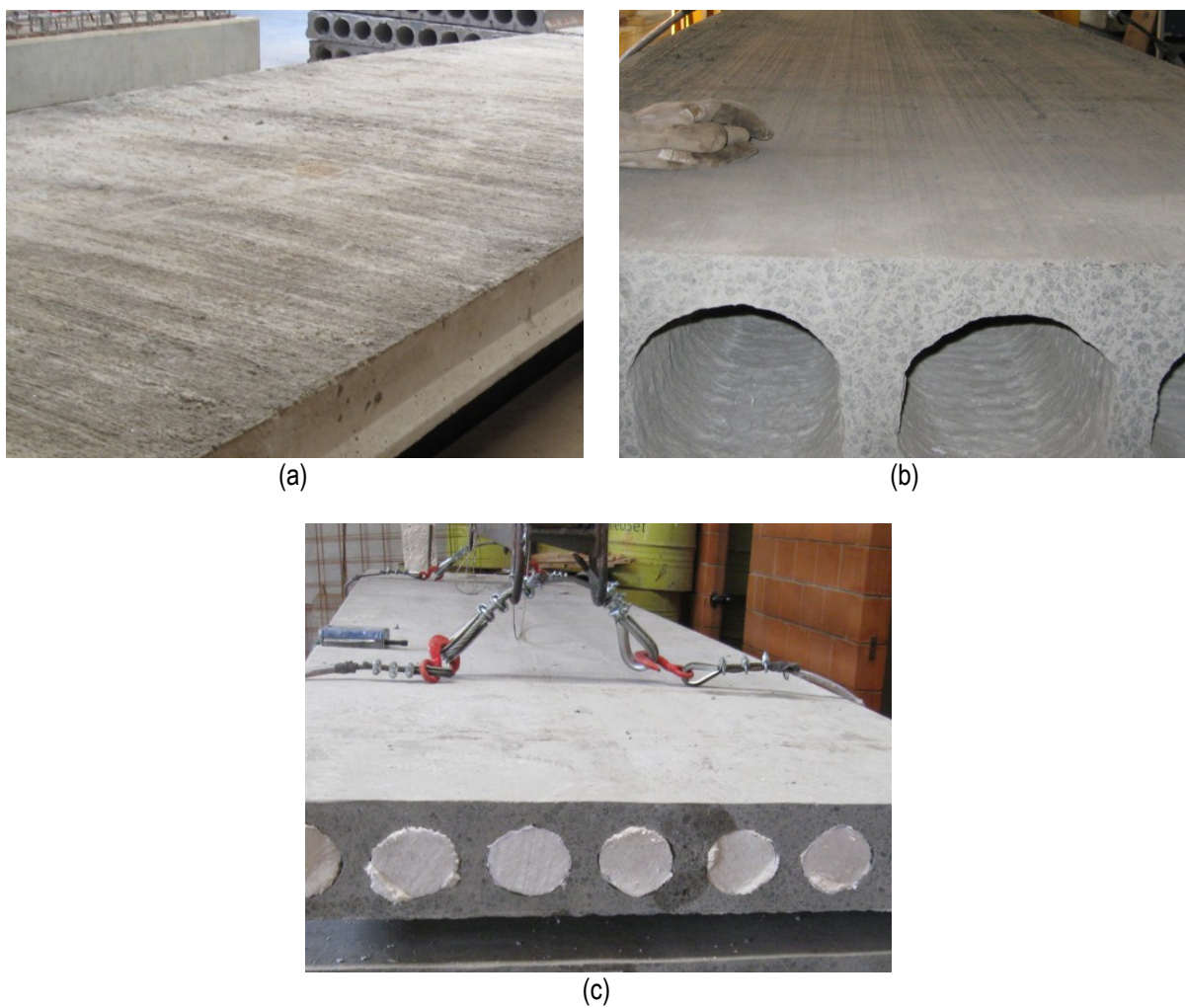
As lajes do modelo 2 apresentaram uma direção preferencial para a rugosidade, paralela à maior dimensão da laje, ou seja, a rugosidade era longitudinal em relação à laje (Figura 5.7b).

As lajes do modelo 3 apresentaram pouca rugosidade, sendo que à distância elas podiam ser caracterizadas como lisas. Além disso, a superfície superior apresentava uma película de cimento (Figura 5.7c).

Com as lajes posicionadas, foi feita a limpeza de suas faces superiores, utilizando vassoura. Em seguida iniciou-se a confecção de uma forma de madeira com 5 cm de espessura (Figura 5.8a).

Posteriormente à montagem das formas, as superfícies das lajes foram novamente limpas utilizando vassoura. Especificamente no caso das lajes alveolares do modelo 3, foi necessário remover a película de cimento que havia sobre sua superfície. Para tal foi utilizado um pano úmido, sendo necessário aplicá-lo três vezes (Figura 5.8b).





**Figura 5.7 – Superfície superior das lajes: (a) EM1; (b) EM2; (c) EM3.**



**Figura 5.8 – Preparo das formas e limpeza da superfície da laje: (a) Formas de madeira para concretagem da capa (EM1); (b) Limpeza da superfície com pano úmido (EM3).**

Com as formas prontas e com a superfície limpa, as armaduras passivas e as telas foram colocadas sobre as lajes, utilizando espaçadores. Para o modelo 1 foram utilizadas 17 barras de aço CA50, com bitola de 12,7 mm, com 4 m de comprimento (Figura 5.9a). Estando as armaduras posicionadas, fez-se uma molhagem da superfície superior por aspersão com água (Figura 5.9b).

O mesmo procedimento foi adotado para os outros modelos. No modelo 2 (Figura 5.9c), foram usadas 11 barras, e no modelo 3 (Figura 5.9d), cinco barras.



(a)



(b)



(c)



(d)

**Figura 5.9 – Colocação da armadura passiva e das telas: (a) EM1 antes da aspersão com água; (b) EM1 após a aspersão com água; (c) EM2 após a aspersão com água; (d) EM3 após a aspersão com água.**

Sendo o comprimento da armadura passiva igual a 4 m, foi possível cobrir todo o trecho negativo do diagrama de momento fletor (1,365 m, cada lado). Com isso, o comprimento de ancoragem foi de 0,635 m em cada lado.

As telas foram posicionadas nas extremidades das lajes com o objetivo de evitar a retração do concreto da capa. Foram utilizados fios com diâmetro de 3,4 mm espaçados a cada 15 cm. O comprimento era de 2,82 m e se estendia da extremidade do modelo até o



encontro com as barras da armadura passiva. Já a largura da tela dependia da largura da laje. Em todas as direções foram atendidos cobrimentos de 2,5 cm.

Entretanto, as armaduras passivas foram posicionadas com cobrimento de aproximadamente 1,88 cm, ficando exatamente no meio da altura capa.

Após o preparo da armadura passou-se um desmoldante na forma e logo em seguida procedeu-se a concretagem da capa. Essa concretagem foi feita com concreto usinado. A proximidade do caminhão betoneira com o modelo permitiu um lançamento direto em todo o modelo, sendo necessários poucos lançamentos manuais. A Figura 5.10 ilustra a concretagem dos três modelos: (a) correspondente ao modelo 1, (b) ao modelo 2 e (c) e (d), ao modelo 3.

As datas das concretagem dos modelos 1, 2 e 3 foram, respectivamente: 17/02/2012; 20/06/2012 e 26/07/2012.



**Figura 5.10 – Concretagem dos modelos: (a) EM1 – 17/02/2012; (b) EM2 – 20/06/2012; (c) EM3 – 26/07/2012; (d) EM3 – 26/07/2012.**



Após a concretagem da capa, os modelos foram cobertos com plástico preto, como mostram as Figura 5.11a, 5.11b e 5.11c. No primeiro dia após a concretagem, todos os modelos apresentavam superfície úmida (Figura 5.11d). Os modelos foram descobertos e molhados novamente.



**Figura 5.11 – Cura dos modelos: (a) EM1; (b) EM2; (c) EM3; (d) Superfície se manteve úmida com o passar de um dia após a molhagem.**

Esse procedimento (descobrir, molhar e cobrir novamente) foi repetido no segundo e no terceiro dia após a concretagem. Também nesses dois dias os modelos apresentavam superfície úmida.

No sétimo dia os modelos foram descobertos em definitivo e as formas de madeira foram removidas. A seguir, as Figuras 5.12a, 5.12c e 5.12e apresentam, respectivamente, os modelos EM1, EM2 e EM3 após a concretagem da capa. As demais figuras (Figuras 5.12b, 5.12d e 5.12f) mostram a regularidade da capa, com relação à sua altura (5 cm).



**Figura 5.12 – Modelos após a concretagem da capa: (a) EM1; (b) Regularidade da capa de EM1; (c) EM2; (d) Regularidade da capa de EM2; (e) EM3; (f) Regularidade da capa de EM3.**

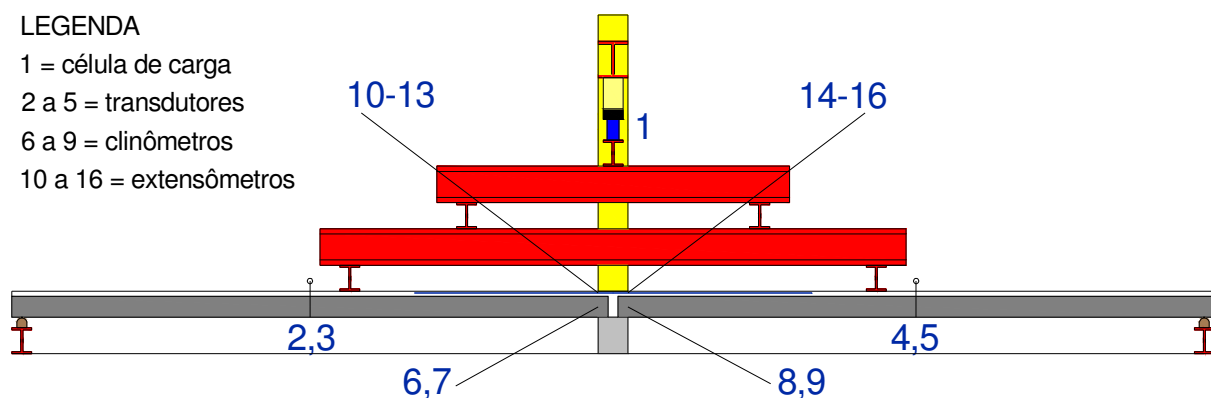
Logo após a retirada das formas de madeira, iniciou-se a montagem do pórtico de reação com os conjuntos de aplicação das forças (atuadores hidráulicos, células de carga, rótulas) e das vigas de transmissão da força do pórtico de reação para os modelos. As Figuras 5.2, 5.3 e 5.4 apresentadas anteriormente mostram, respectivamente, os modelos 1, 2 e 3 após a montagem desses itens.



### 5.3 – Instrumentação e equipamentos utilizados

A instrumentação utilizada foi igual para os três modelos. Os pontos de instrumentação são mostrados na Figura 5.13, e as Figura 5.14, 5.15 e 5.16 apresentam fotos com essa instrumentação, sendo que:

- O número 1 corresponde a duas células de carga, utilizadas para a medição da força aplicada por cada atuador hidráulico (Figura 5.14a);
- Os números 2 a 5 correspondem a quatro transdutores de deslocamentos, sendo dois em cada laje, posicionados no meio do vão de ensaio (Figuras 5.14b a 5.14d);
- Os números 6 a 8 correspondem a quatro clinômetros, sendo dois em cada laje (Figura 5.15a até 5.15d);
- Os números 10 a 16 correspondem a sete extensômetros elétricos de resistência, colados em barras da armadura da capa.

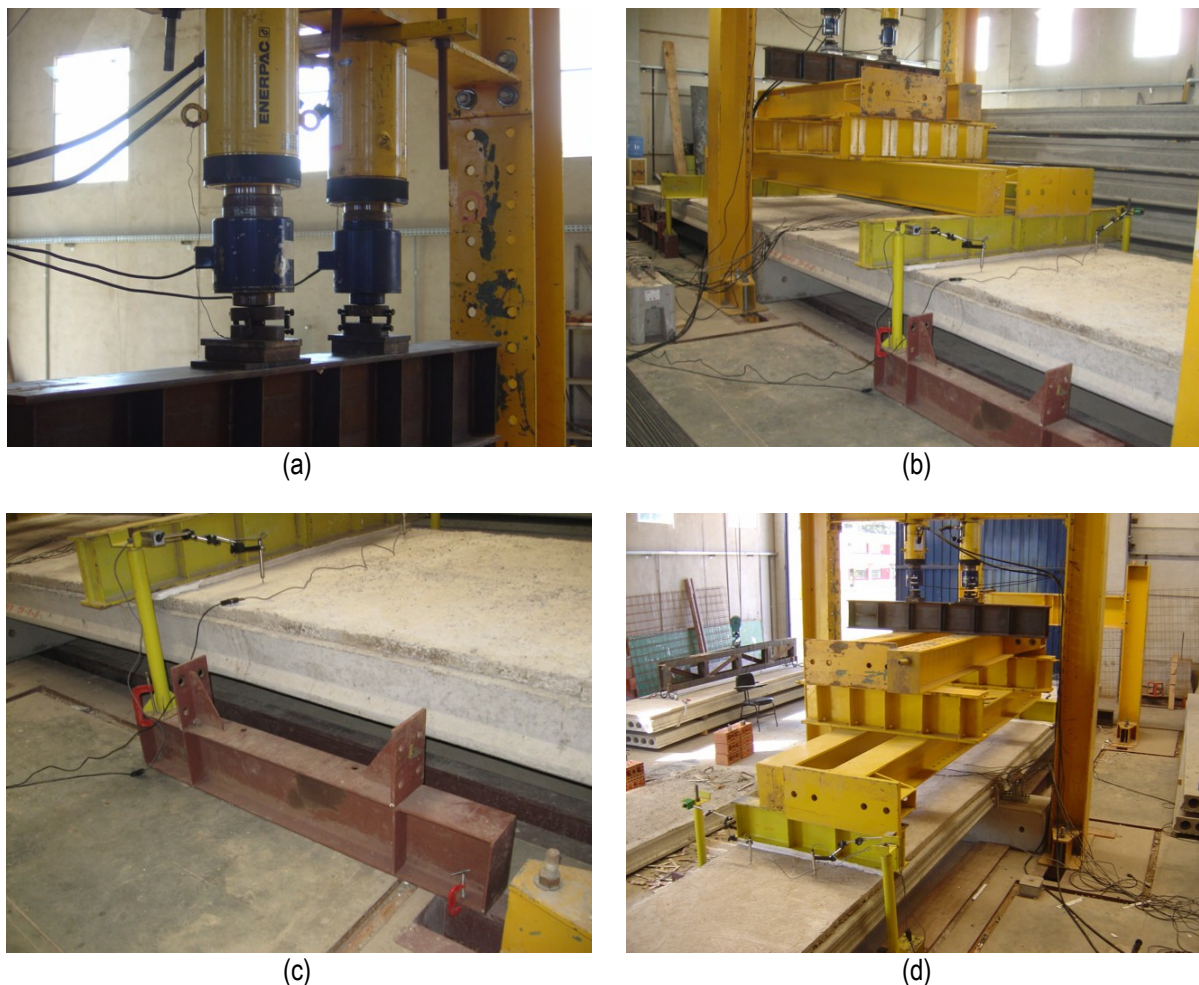


**Figura 5.13 – Pontos de instrumentação.**

A Figura 5.14a mostra o posicionamento das células de carga que juntamente com os atuadores foram presos à viga do pórtico de reação.

Os transdutores de deslocamentos foram posicionados no meio do vão, sendo dois em cada laje, como mostra a Figura 5.14b (específica do modelo 1). Esses aparelhos foram fixados em suportes verticais presos a vigas metálicas, com o emprego de “sargentos”. Além disso, as vigas estavam presas à laje de reação também com “sargentos” (Figura 5.14c). A Figura 5.14d mostra dois transdutores montados sobre uma das lajes do modelo 3. Geometricamente, essa figura corresponde também ao modelo 2. Já a Figura 5.14b ilustra o modelo 1.

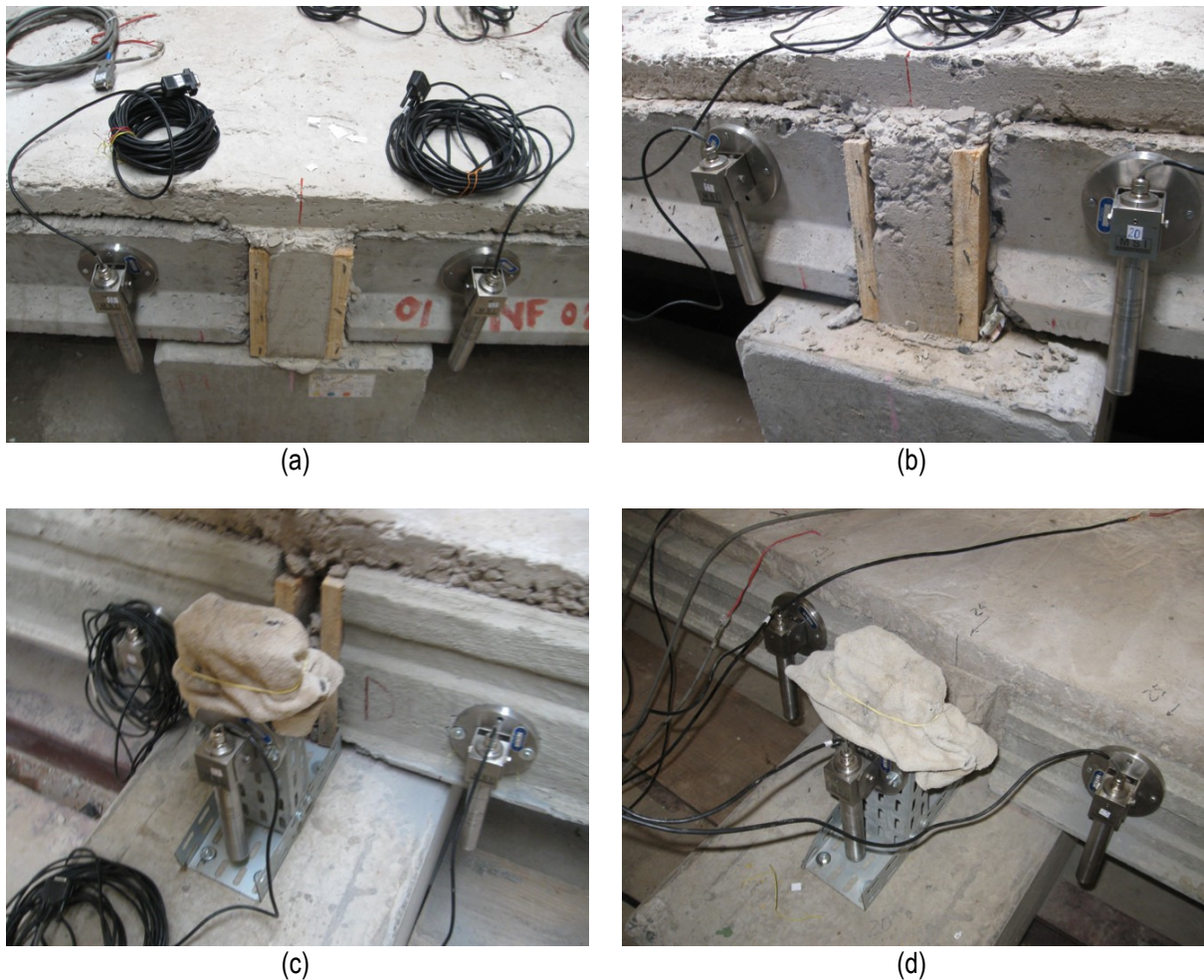
No modelo 1, os clinômetros foram colocados na região do apoio intermediário, como mostram as Figuras 5.15a e 5.15b, somando quatro pontos de instrumentação.



**Figura 5.14 – Pontos de instrumentação (células de carga e transdutores): (a) Células de carga, atuadores hidráulicos e rótulas; (b) Transdutores de deslocamentos em um dos lados do modelo 1; (c) Fixação dos transdutores nos suportes; (d) Posicionamento dos transdutores em um dos lados do modelo 3 (igual ao modelo 2).**

Entretanto, durante o ensaio do primeiro modelo, um dos clinômetros deixou de funcionar. Desse modo, as rotações do modelo 1 foram medidas com dois clinômetros em um lado e apenas um no outro lado.

Para os modelos 2 e 3, os três clinômetros foram colocados de forma diferente. Os três aparelhos foram instalados no mesmo lado das lajes, sendo dois posicionados da mesma forma que no modelo 1, ou seja, na seção da laje que dista 5 cm do ponto onde a laje começa a se apoiar na viga, e o outro disposto no meio do modelo, entretanto, posicionado de maneira a medir a rotação da viga (Figuras 5.15c e 5.15d). Essa configuração se mostrou vantajosa com relação à do modelo 1. Foi possível medir as rotações no apoio para as duas lajes e compará-las com a rotação da viga, tendo assim a rotação das lajes com relação ao apoio.



**Figura 5.15 – Pontos de instrumentação (clinômetros): (a) Clinômetros posicionados no EM1; (b) Clinômetros posicionados no EM1 (o da esquerda não funcionou); (c) Clinômetros posicionados no EM2; (d) Clinômetros posicionados no EM3.**

As barras de aço da armadura da capa, (aço CA-50, 12,5 mm) foram instrumentadas de acordo com o projeto básico e as especificações técnicas dos extensômetros, mostrados no APÊNDICE C. A colagem dos extensômetros foi feita no Laboratório de Estruturas do Departamento de Engenharia de Estruturas da Escola de Engenharia de São Carlos.

Foram instrumentadas três barras com três extensômetros e seis barras com dois, totalizando 21 extensômetros. A Figura 5.16a mostra as nove barras e sua instrumentação, enquanto que a Figura 5.16b apresenta uma vista mais próxima de um extensômetro colado em uma barra de aço. As Figuras 5.16c, 5.16d e 5.16e mostram os posicionamentos das barras e dos extensômetros antes da concretagem da capa, respectivamente nos modelos 1, 2 e 3.

Durante a concretagem da capa os cabos que conectavam os extensômetros foram protegidos e amarrados na fôrma para que as suas pontas não ficassem no interior do concreto da capa (Figura 5.16f). Entretanto no modelo 3 um desses cabos se soltou do extensômetro durante a concretagem da capa, deixando este modelo com seis extensômetros.





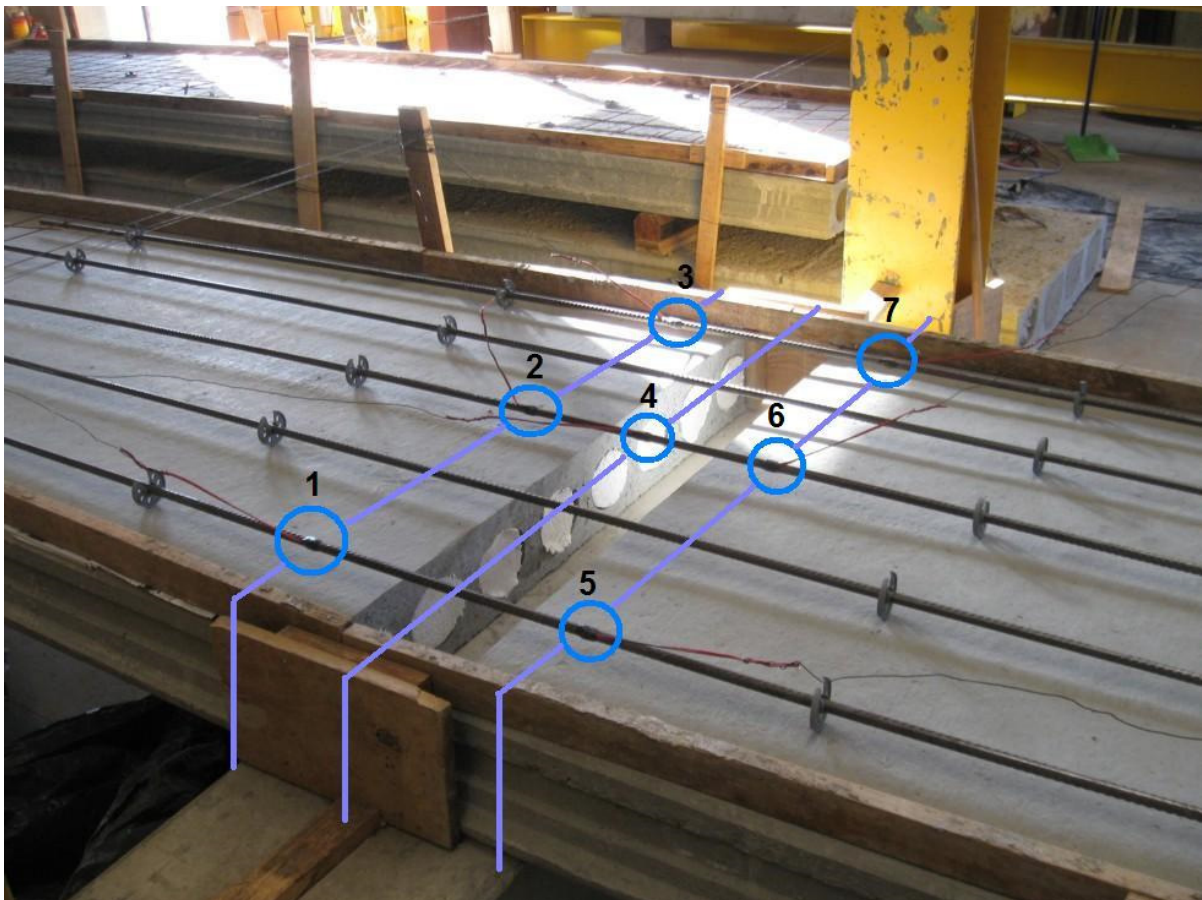
**Figura 5.16 – Pontos de instrumentação (extensômetros): (a) Nove barras após a colagem dos extensômetros; (b) Visão aproximada de um extensômetro colado em uma barra; (c) Posicionamento das barras e dos extensômetros no EM1; (d) Posicionamento das barras e dos extensômetros no EM2; (e) Posicionamento das barras e dos extensômetros no EM3; (f) Concretagem da capa na região do apoio intermediário.**

A Figura 5.17 mostra o posicionamento dos extensômetros com relação ao apoio intermediário do modelo 3. Nessa figura os pontos 1, 2 e 3 estão posicionados no plano

correspondente ao início do apoio da laje esquerda. Os pontos 5, 6 e 7 possuem o mesmo posicionamento, entretanto correspondem à laje da direita da figura. Já o ponto 4 está posicionado no plano correspondente ao meio do modelo. Durante a concretagem, perdeu-se o ponto 5.

O mesmo princípio para a colocação das barras e posicionamento dos extensômetros foi aplicado nos modelos 2 e 3.

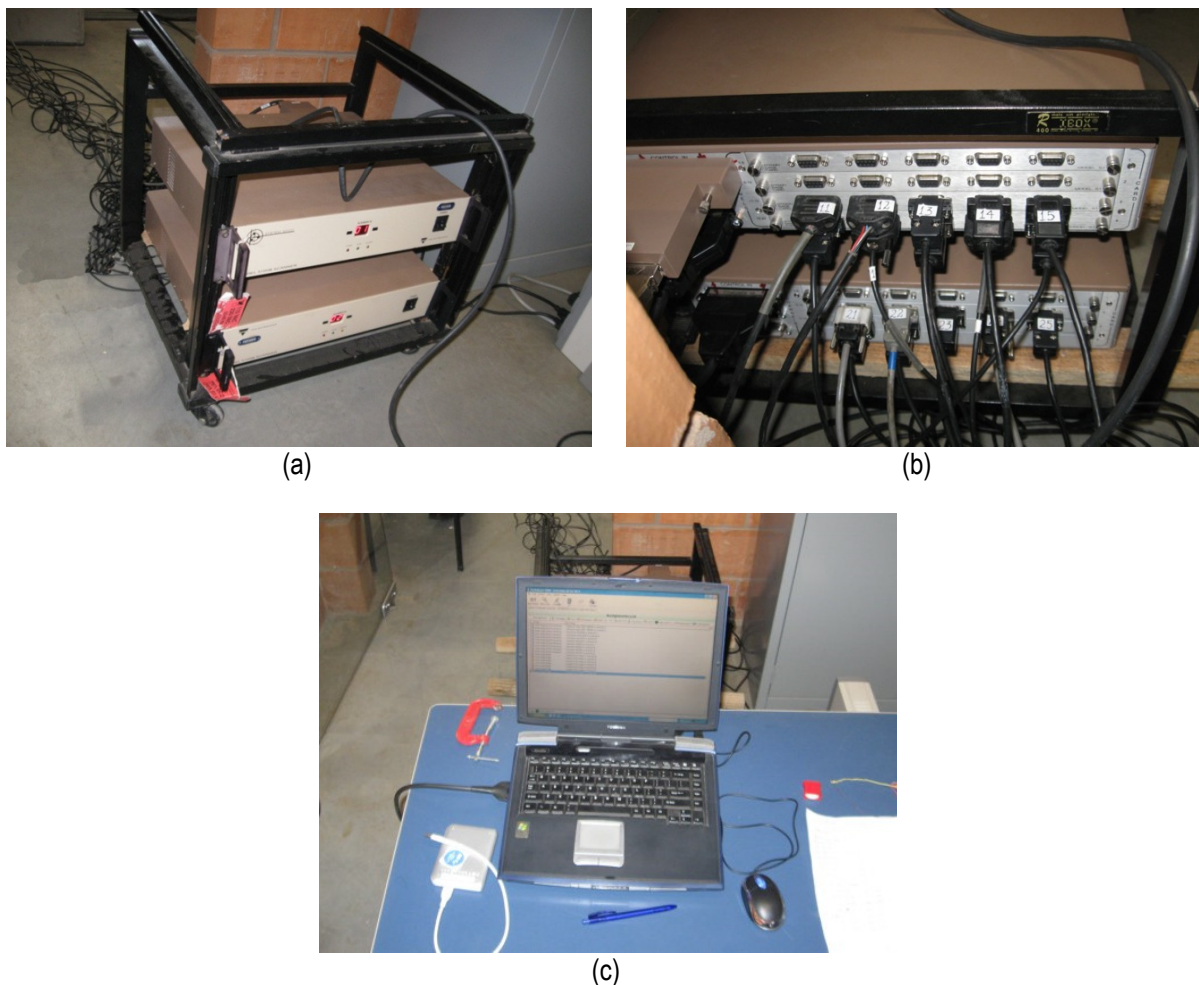
Como foi visto no capítulo 3 deste trabalho, o modelo 1 tem 17 barras de armadura passiva (Figura 5.16c), o modelo 2, 11 barras (Figura 5.16d), enquanto que o modelo 3 foi concretado com cinco barras (Figura 5.17).



**Figura 5.17 – Posição dos extensômetros no modelo EM3 (a mesma dos modelos 2 e 3).**

Para a aquisição dos dados, foram utilizados dois aparelhos SYSTEM 5000 (Figura 5.18a), aos quais os dezessete pontos de instrumentação (instrumentos de medição e aplicação do carregamento) foram ligados (Figura 5.18b). A leitura e o registro das informações eram realizados por computador (Figura 5.18c), através do software que acompanha o SYSTEM 5000.





**Figura 5.18 – Equipamentos para aquisição, leitura e registro dos dados: (a) Parte frontal dos aparelhos SYSTEM 5000; (b) Parte traseira dos aparelhos SYSTEM 5000, sendo utilizados 17 canais; (c) Computador com o software que acompanha o sistema.**

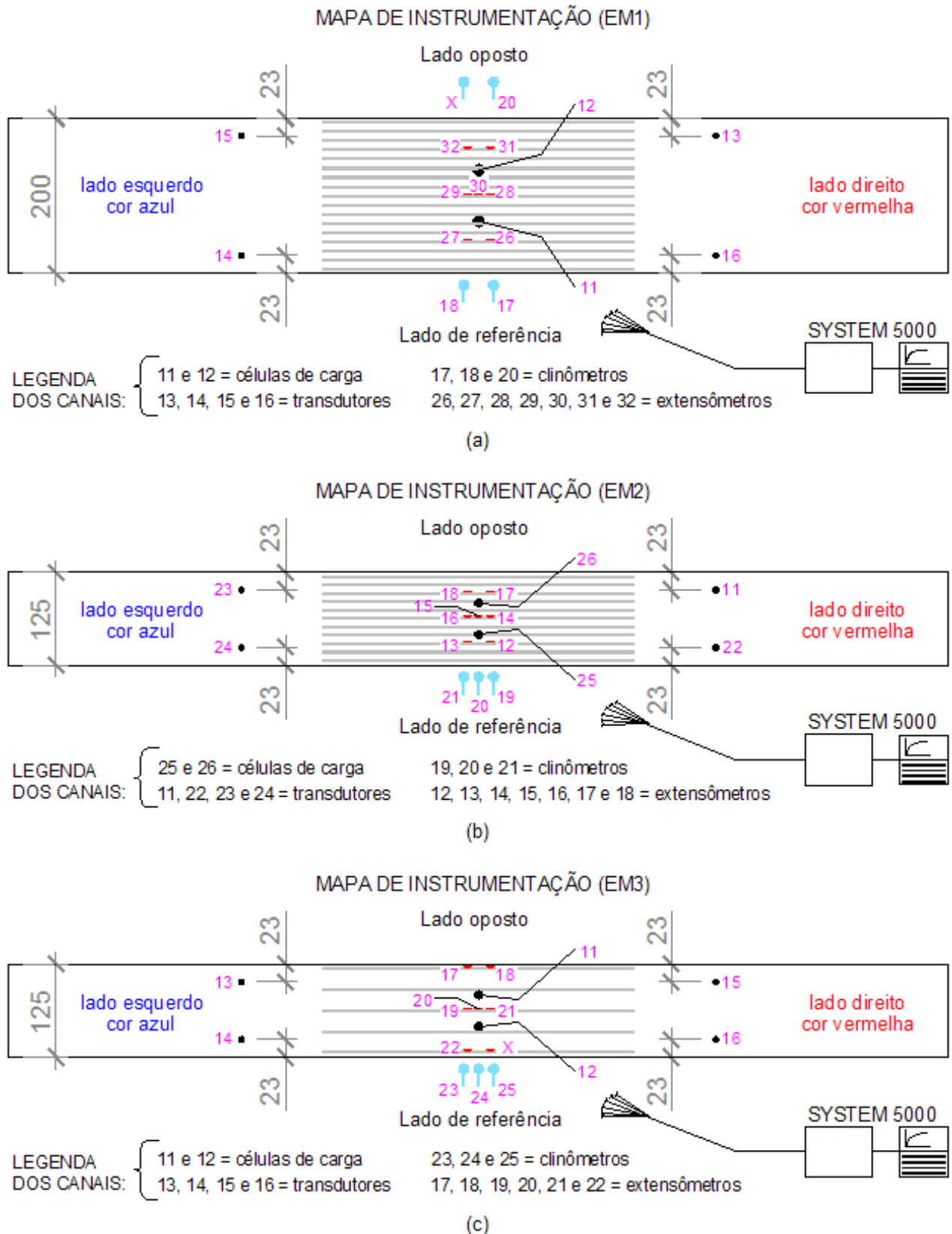
## 5.4 – Mapa da instrumentação

Com o objetivo de auxiliar o entendimento dos pontos de instrumentação de cada ensaio, a Figura 5.19 apresenta um mapa de instrumentação para cada modelo ensaiado. Nessa figura os números representam o canal do sistema SYSTEM 5000 aos quais os aparelhos de instrumentação foram ligados. Longitudinalmente, os modelos foram divididos em:

- Lado de referência, correspondente àquele onde o sistema de aquisição de dados foi montado;
- Lado oposto (ao lado de referência).

Transversalmente, os modelos foram divididos em:

- Lado direito, representado pela cor vermelha;
- Lado esquerdo, representado pela cor azul.



**Figura 5.19 – Mapa de instrumentação: (a) EM1; (b) EM2; (c) EM3.**

## 5.5 – Resultados

A seguir serão apresentados os resultados dos ensaios de continuidades. Os gráficos, mostrados na sequência, foram obtidos a partir dos resultados obtidos pelo sistema de aquisição de dados, e de acordo com os pontos de instrumentação utilizados.

No item 3.7 do capítulo 3, as forças aplicadas nos ensaios de lajes simplesmente apoiadas foram convencionadas como  $F_1$ , nomenclatura que foi seguida no capítulo 4, que trata dos ensaios de caracterização. De modo semelhante, as forças aplicadas nos ensaios de continuidade foram chamadas de  $F_2$ . Portanto, tal terminologia será mantida neste capítulo.

Como mostrado anteriormente, foram utilizadas vigas metálicas para a aplicação da força no ensaio de continuidade ( $F_2$ ). No ensaio do modelo 1 (EM1), o peso total das vigas metálicas era de 21,4 kN. Isso fez com que cada laje do EM1 fosse carregada com 10,7 kN, antes de se iniciar a aplicação da força pelo atuador. Nos modelos 2 e 3 (EM2 e EM3), o peso total das vigas metálicas era de 20 kN. Essa diferença se deu pelo fato de que as lajes do modelo 1 possuem 2,0 m de largura, sendo necessária a utilização, nesse modelo, de duas vigas metálicas.

Uma vez que a montagem das vigas metálicas sobre as lajes alveolares não foi feita de forma instantânea, e também a instrumentação foi colocada posteriormente, não foi possível fazer a leitura dos deslocamentos, rotações e deformações correspondente ao peso próprio das vigas metálicas.

Vale destacar que, em todos os ensaios realizados, foi feito o escorvamento, considerando aproximadamente 30% da força de ruptura. Além desse fato, os gráficos que serão apresentados a seguir consideram a força absorvida pelo isopor colocado entre a viga metálica e a face superior da laje alveolar, para distribuir de forma homogênea a força aplicada pela viga. Foram descontados aproximadamente 10 kN, de acordo com análise prévia dos gráficos.

As unidades usadas nos gráficos deste capítulo são:

- Força aplicada no ensaio ( $F_2$ ): kN;
- Deslocamentos ( $\delta$ ): mm;
- Rotação ( $\phi$ ): graus ( $^\circ$ );
- Deformação ( $\epsilon$ ): ‰.

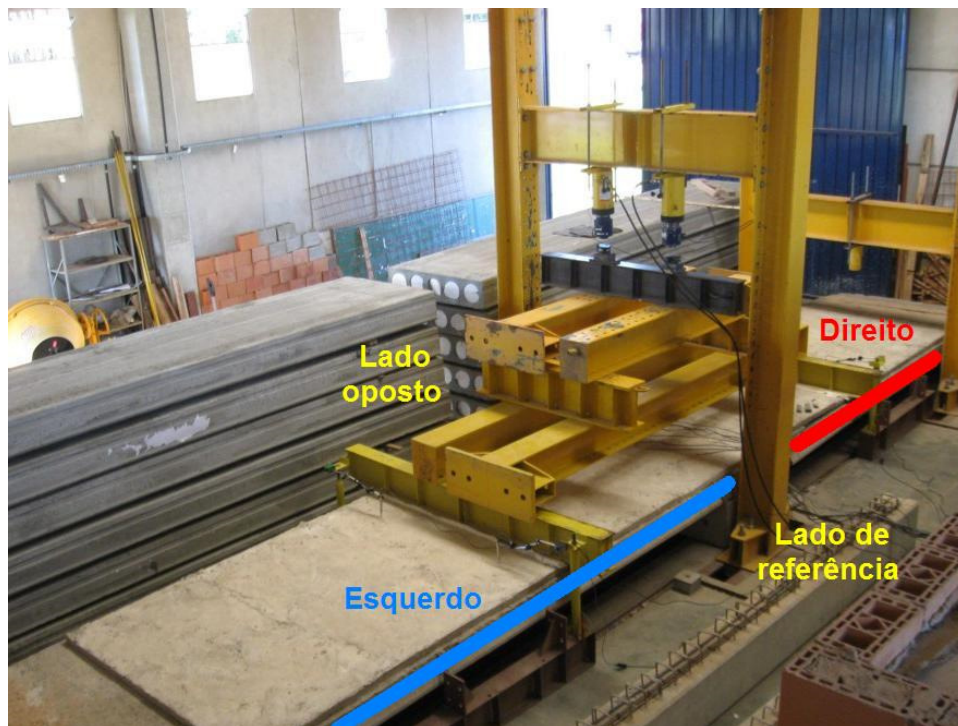
Os ensaios de continuidade tiveram as seguintes durações (aproximadamente):

- Modelo 1: 8 minutos;
- Modelo 2: 5 minutos;
- Modelo 3: 10 minutos.

### 5.5.1 – Modelo 1 (EM1)

A Figura 5.20 mostra uma visão geral do modelo 1, com o objetivo de indicar o lado de referência e o lado oposto convencionado no mapa de instrumentação da Figura 5.19.

Com a aplicação da força, a primeira fissura ocorreu na capa, na seção do apoio, com  $F_2 = 107,9$  kN, aproximadamente. Com  $F_2 = 210$  kN, ouviram-se ruídos, caracterizados por pequenos estalos. Para  $F_2 = 219,1$  kN, verificou-se o início de uma fissura vertical na face inferior de cada laje. Essas fissuras estavam localizadas próximas à seção de aplicação da força  $F_2$  (em cada lado), caracterizando fissuração devida ao momento positivo.



*Figura 5.20 – Visão geral do modelo 1 (EM1). Convenção do lado de referência.*

Quando  $F_2$  atingiu 260 kN, ouviram-se ruídos mais altos, que continuaram até que, por volta de  $F_2 = 272$  kN, uma das lajes atingiu a **ruptura por cisalhamento**, (ruptura por tração diagonal do concreto). A laje que sofreu ruptura foi a indicada em vermelho, posicionada no lado direito com relação ao lado de referência. A ruptura ocorreu entre a linha de aplicação da força  $F_2$  e o apoio intermediário, próximo a este.

Logo após a ruptura da laje por cisalhamento, a laje se deslocou para baixo de forma abrupta, e isso fez com que ela se desprendesse da capa. Esta por sua vez permaneceu na sua posição, antes da ruptura da laje.

A Figura 5.21 apresenta uma vista panorâmica do modelo 1 após a ruptura, correspondente ao lado referência. A Figura 5.22, apresenta uma vista lateral, enfatizando



o trecho com ruptura do lado de referência. Já a Figura 5.23, mostra uma vista lateral da ruptura, porém no lado oposto.



**Figura 5.21 – Vista panorâmica do modelo EM1 após a ruptura. Foto tirada no lado de referência.**



**Figura 5.22 – Vista lateral da laje que sofreu ruptura no EM1. Laje da direita com relação ao lado de referência. Foto tirada no lado de referência.**



**Figura 5.23 – Vista lateral da laje que sofreu ruptura no EM1. Laje da direita com relação ao lado de referência. Foto tirada no lado oposto.**

No lado de referência houve um maior desprendimento de concreto, e isso possibilitou visualizar a formação e a inclinação das fissuras. A Figura 5.24 mostra essa região onde houve a ruptura e permite ver a ruptura por solicitação tangencial, com inclinação das fissuras em torno de  $30^\circ$ . No lado oposto também foi possível verificar que a inclinação da fissura diagonal foi de aproximadamente  $28^\circ$  (Figura 5.25).



**Figura 5.24 – Inclinação das fissuras diagonais decorrentes das solicitações tangenciais para a ruptura de EM1. Foto tirada no lado de referência.**





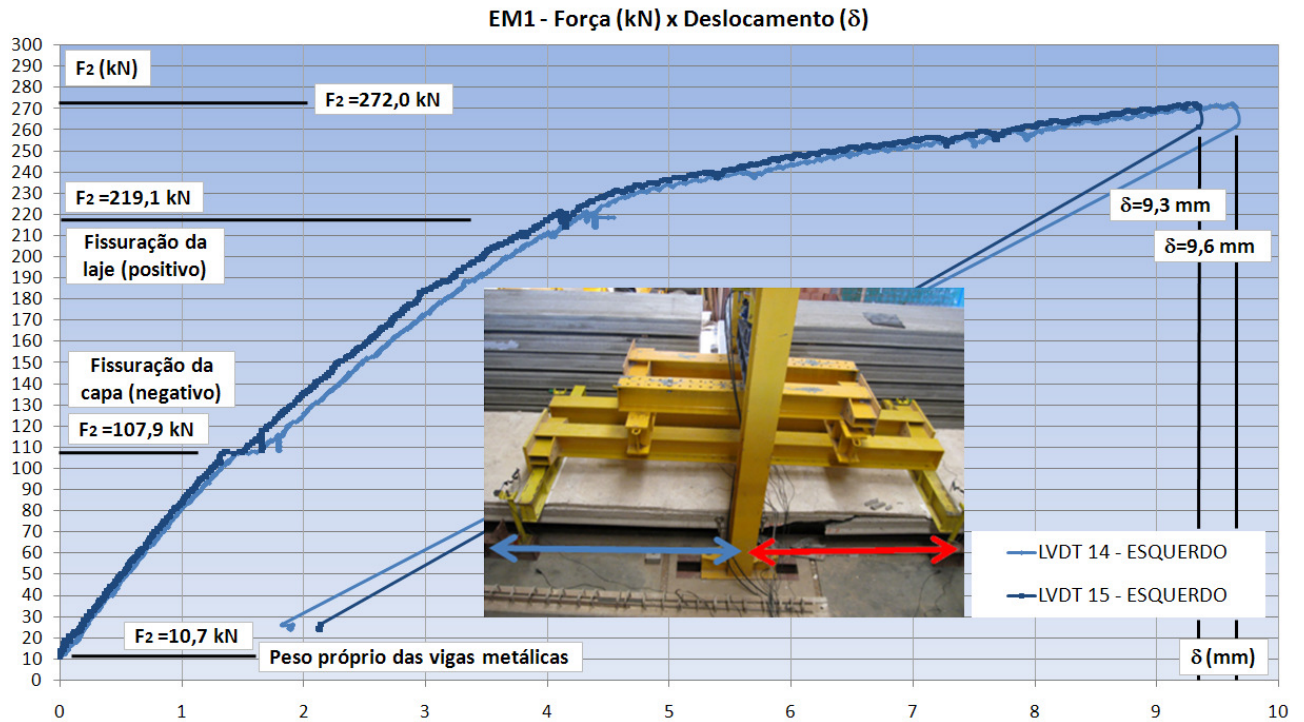
**Figura 5.25 – Inclinação das fissuras diagonais decorrentes das solicitações tangenciais para a ruptura de EM1. Foto tirada no lado oposto.**

Para a laje que sofreu ruptura, a fissura devida ao momento positivo pode ser vista na Figura 5.26.

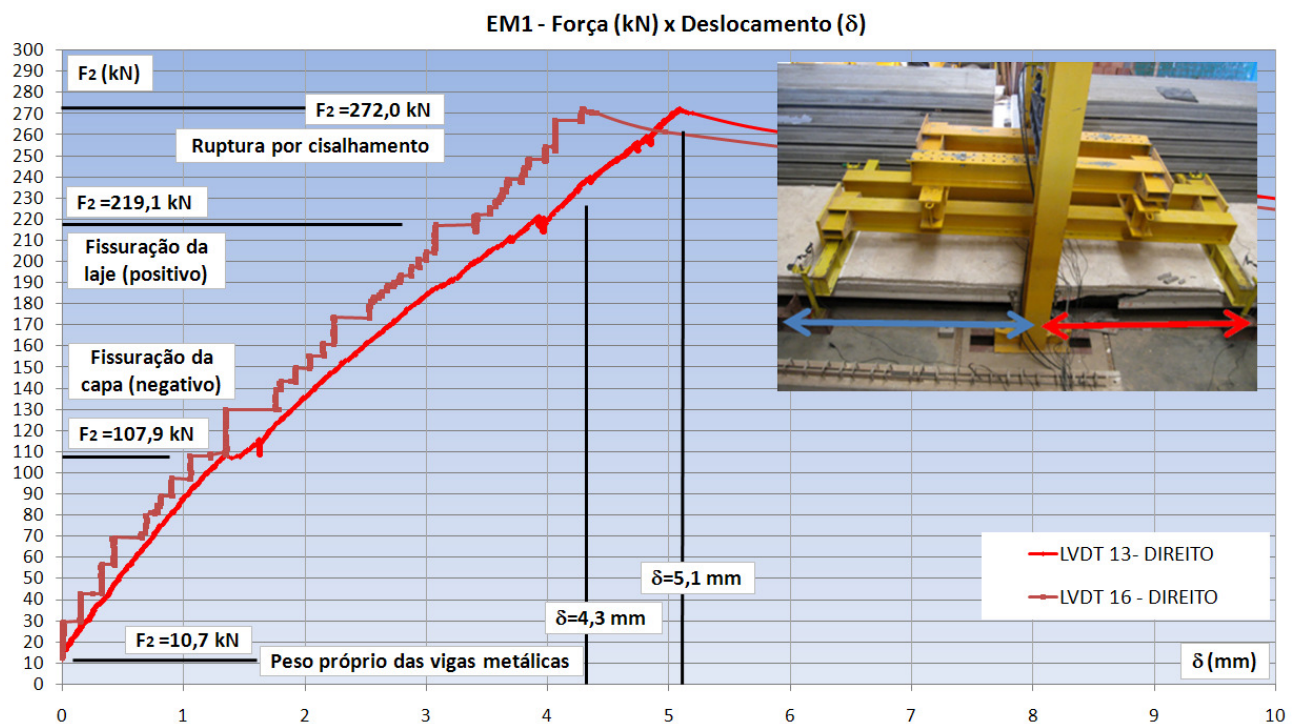


**Figura 5.26 – Fissura ocasionada pelo momento positivo (EM1). Foto tirada no lado de referência, na laje que sofreu ruptura.**

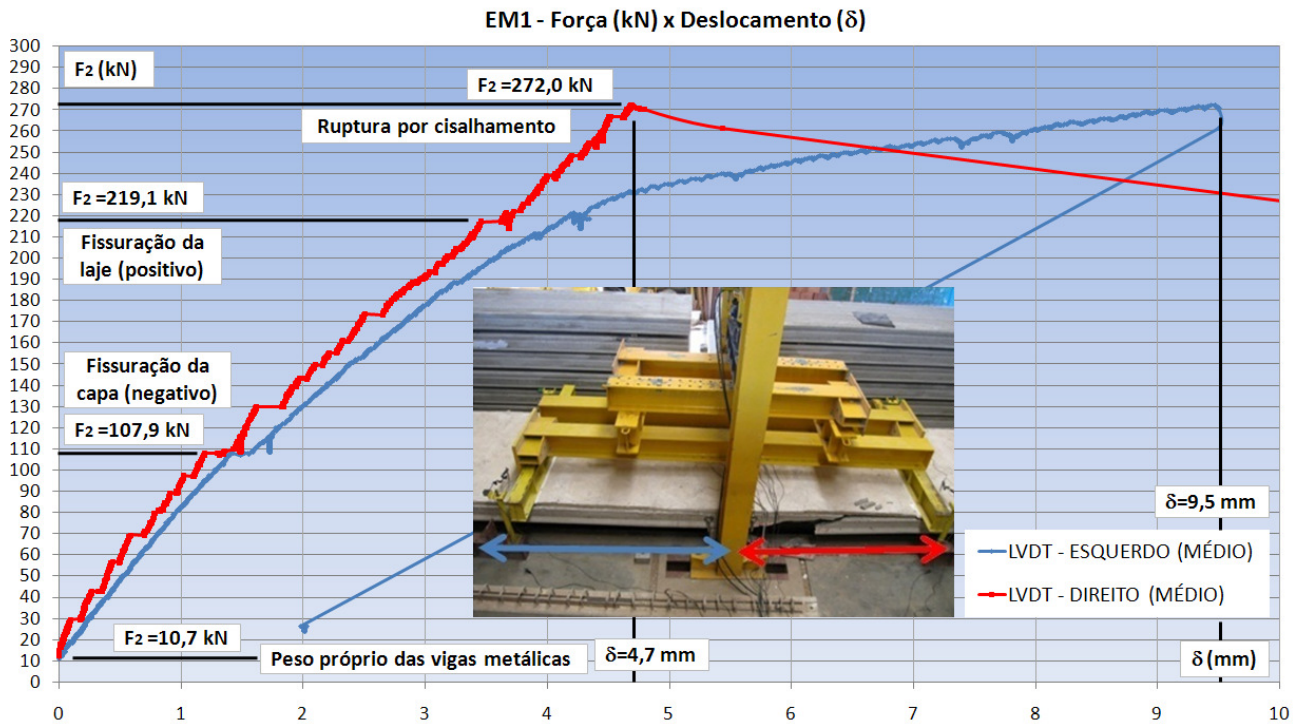
A seguir serão apresentados os gráficos obtidos através do sistema de aquisição de dados. Os da Figura 5.27 relacionam a força aplicada no ensaio ( $F_2$ ) com os deslocamentos medidos ( $\delta$ ), para LVDT's do lado esquerdo (em azul) do EM1. A Figura 5.28 mostra o mesmo tipo de gráfico, porém, para LVDT's do lado direito (em vermelho). Já a Figura 5.29 apresenta uma comparação entre os lados direito e esquerdo, feita com valores médios dos LVDT's.



**Figura 5.27 – Diagramas Força x Deslocamento do lado esquerdo (azul) de EM1.**



**Figura 5.28 – Diagramas Força x Deslocamento do lado direito (vermelho) de EM1.**



**Figura 5.29 – Diagramas Força x Deslocamento dos valores médios de EM1 (ruptura na laje da direita, com indicação em vermelho).**

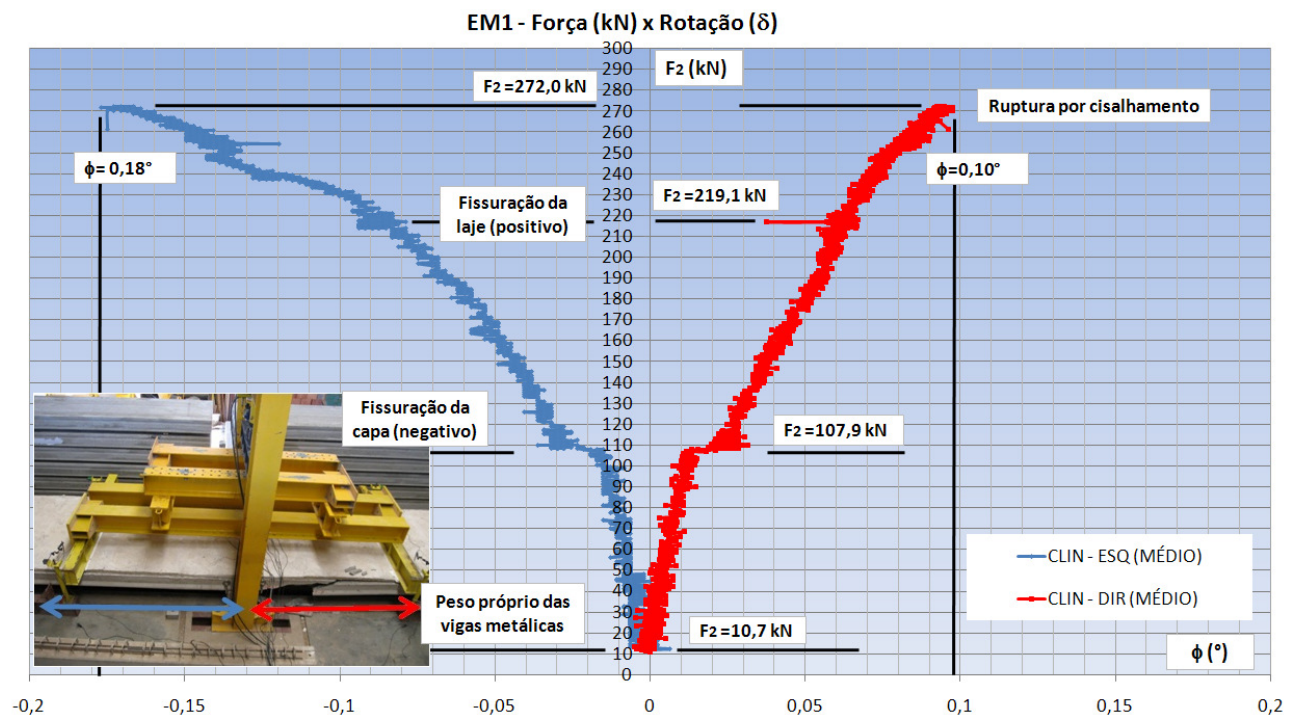
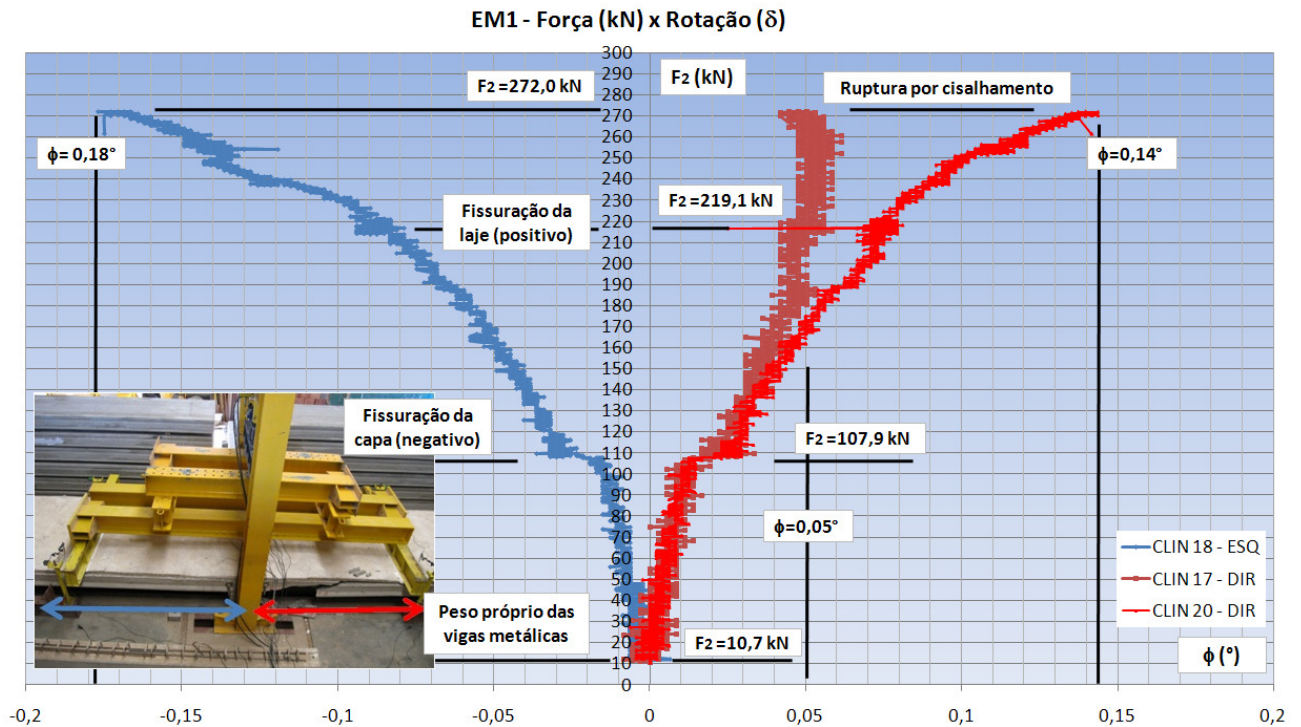
De acordo com a Figura 5.29, a laje da esquerda (em relação ao lado de referência) se deslocou mais que a da direita. A laje da esquerda sofreu um deslocamento de 9,5 mm, enquanto a da direita alcançou a ruptura com 4,7 mm. Isso indica que a laje que atingiu a ruptura por cisalhamento teve um comportamento mais rígido, com deslocamento de, aproximadamente, metade do valor da outra laje. Esse comportamento mais rígido é acentuado após a fissuração da laje pelo momento positivo ( $F_2 = 219,1$  kN). A laje da esquerda apresentou uma maior fissuração devida a momento positivo que a laje da direita.

Observando a Figura 5.27, percebe-se que a laje da esquerda se deslocou de forma uniforme, uma vez que os resultados dos dois LVDT's ficaram muito próximos entre si. Por outro lado, os LVDT's da laje da direita apontaram comportamentos diferentes entre si. O LVDT número 16 (posicionado no lado de referência) apresentou um gráfico com comportamento "serrilhado", e em relação aos deslocamentos, teve um comportamento mais rígido que o LVDT 13, situado no lado oposto

De uma forma geral, todos os gráficos  $F_2$  x  $\delta$  apresentaram comportamentos que podem ser aproximados por três retas: a primeira começa com o início do carregamento ( $F_2 = 10,7$  kN) e vai até a fissuração da capa pelo momento negativo ( $F_2 = 107,9$  kN); a segunda vai da fissuração da capa até a fissuração das lajes pelo momento positivo ( $F_2 = 219,1$  kN); e a terceira que tem início na fissuração da laje e termina na ruptura por cisalhamento ( $F_2 = 272,0$  kN).



A Figura 5.30 mostra os gráficos que relacionam  $F_2$  com a rotação no apoio ( $\phi$ ). Essa figura apresenta os resultados do clinômetro posicionado na laje esquerda (clinômetro 18, resultados em azul), e os da direita (clinômetros 17 e 20, em vermelho). A Figura 5.31 apresenta a comparação do resultado da esquerda com os valores médios da direita.

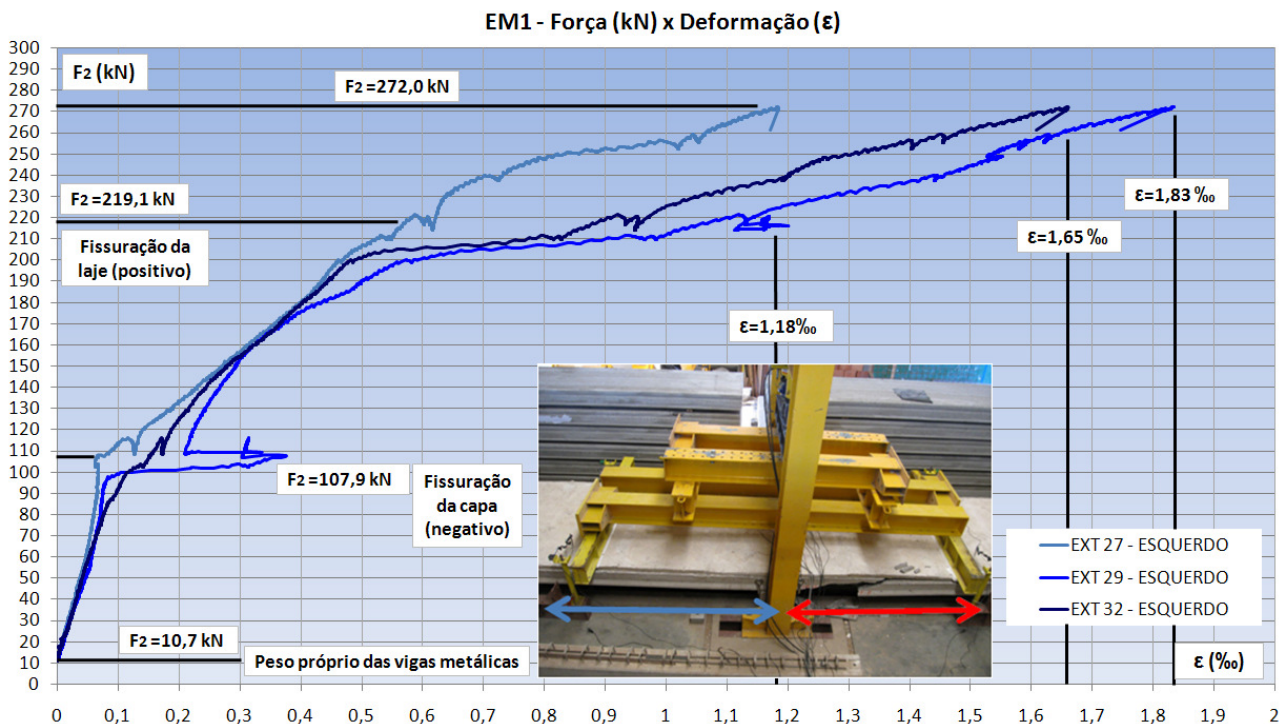


De uma forma geral, os resultados da rotação no apoio estão em consonância com os de deslocamentos no meio do vão. Da mesma forma que os gráficos de deslocamentos, os de rotação mostraram que a laje que sofreu ruptura (em vermelho) ficou mais rígida que a da esquerda (em azul), principalmente após a fissuração das lajes pelo momento positivo. Além disso, a comparação entre os dois resultados da laje da direita (em vermelho), mostra que o lado de referência (clinômetro 17) ficou mais rígido que o lado oposto (clinômetro 20).

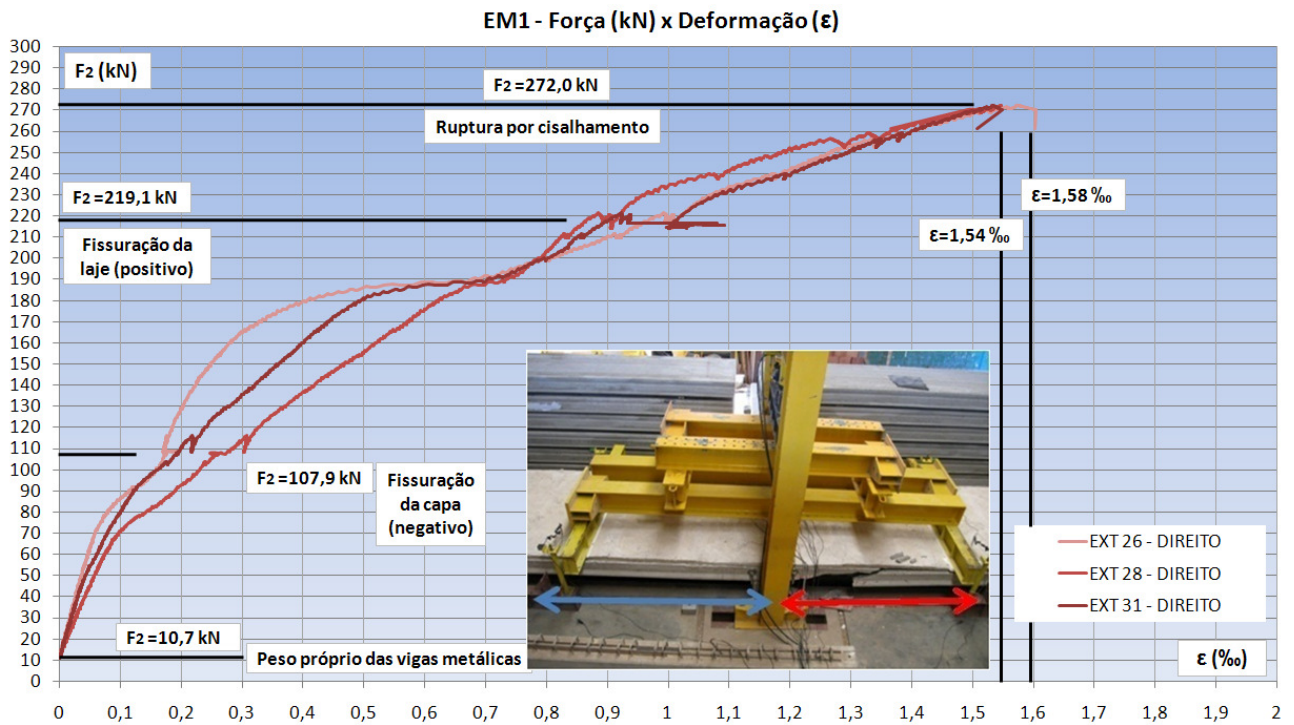
Os gráficos de rotação no apoio também podem ser descritos por três retas, da mesma forma que os deslocamentos, tendo os mesmos intervalos com relação à força  $F_2$ .

Esses gráficos indicam também que a ligação no apoio intermediário, com a presença de armadura passiva na capa, se mostrou com comportamento rígido, no que diz respeito à transmissão de esforços solicitantes, pois os valores de rotação à esquerda e à direita ficaram muito próximos. Em outras palavras, a rotação nas lajes do modelo 1 foi simétrica, principalmente no primeiro trecho das curvas (início da aplicação da força  $F_2$  até a fissuração da capa).

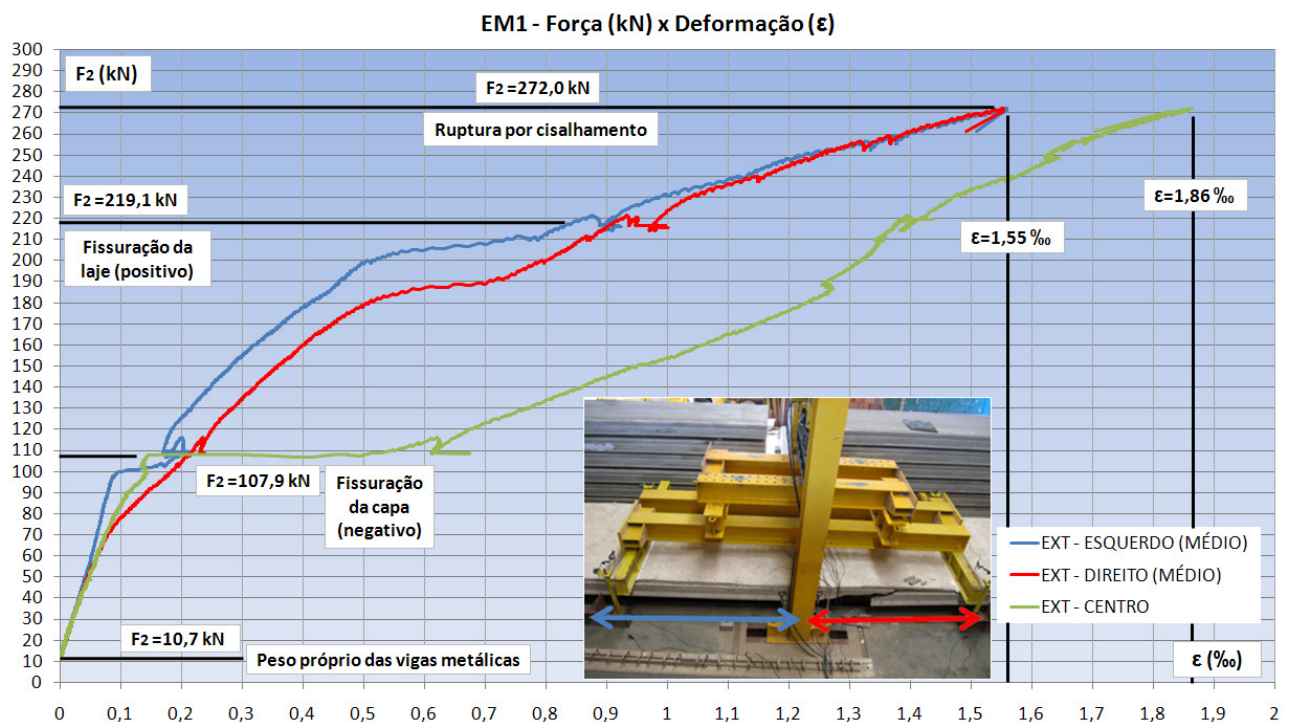
Com relação às deformações nas armaduras passivas, a Figura 5.32 mostra as curvas que relacionam a força ( $F_2$ ) com as deformações medidas ( $\epsilon$ ) pelos extensômetros posicionados no lado esquerdo (azul) de EM1. A Figura 5.33 apresenta as mesmas curvas, porém para os extensômetros colocados no lado direito (vermelho). Por fim, a Figura 5.34 exhibe, além da comparação entre os valores médios dos lados esquerdo e direito, a curva que representa o extensômetro posicionado no centro do modelo (verde).



**Figura 5.32 – Diagramas Força x Deformação do lado esquerdo (azul) de EM1.**



**Figura 5.33 – Diagramas Força x Deformação do lado direito (vermelho) de EM1.**



**Figura 5.34 – Diagramas Força x Deformação do extensômetro do centro (EXT 30), e valores médios dos extensômetros posicionados nos lados esquerdo e direito de EM1.**

Analisando os diagramas da Figura 5.34, nota-se que a deformação no centro do modelo foi maior após a fissuração da capa, enquanto que o comportamento médio dos extensômetros da esquerda ficou bem próximo ao comportamento médio dos da direita.



A curva do extensômetro relativo ao centro do modelo (destacado em verde) apresentou, basicamente, três trechos distintos:

- O primeiro corresponde ao estágio I, ou seja, região sem fissuras. Inicia-se com a aplicação do carregamento ( $F_2 = 10,7$  kN) e termina com a fissuração da capa ( $F_2 = 107,9$  kN). Nessa fase a seção do centro do modelo pôde contar com a resistência do concreto à tração;
- O segundo representado por um patamar corresponde ao estágio II. Nesse caso a seção está fissurada e ocorre transferência das tensões de tração do concreto para a armadura. Nessa fase ocorre o efeito de contribuição do concreto entre as fissuras para o aumento da rigidez da seção, conhecido como *tension stiffening effect*. A aderência entre o concreto e o aço faz com que parte da tensão de tração existente no aço seja transmitida ao concreto vizinho, ocasionando a formação de mais fissuras;
- O terceiro trecho corresponde à fissuração estabilizada, onde novas fissuras não podem surgir e somente as existentes sofrem aumento de abertura em função do aumento do carregamento.

A máxima deformação sofrida pelas barras na seção central do modelo 1 foi de 1,86‰. Isso indica que as barras não sofreram escoamento, comprovando que a ruína por flexão estaria longe de acontecer.

Considerando as curvas que representam o comportamento médio dos lados esquerdo (que não sofreu ruptura, representado pelo azul) e direito (lado que sofreu ruptura por cisalhamento, representado pelo vermelho), também é possível observar, basicamente, os mesmos três trechos distintos (estádio I, estágio II com patamar e fissuração estabilizada). Entretanto, esses trechos referem-se a fases diferentes em relação às da seção central.

A primeira fase (estádio I) pode ser dividida em duas partes. Uma em que o comportamento dessas curvas é idêntico ao da curva central, terminando com  $F_2 = 60$  kN, aproximadamente. E uma segunda parte em que o comportamento dessas curvas se distinguem da curva da seção central. Nessa parte já é possível notar que o lado direito (em vermelho) sofre maior deformação que o lado esquerdo. Essa parte termina com  $F_2 = 180$  kN, aproximadamente, para a curva da direita, e com  $F_2 = 200$  kN, aproximadamente, para a curva a esquerda.

A segunda fase (estádio II), representada por um patamar, começa com  $F_2 = 180$  kN e vai até  $F_2 = 190$  kN, para a laje da direita. Para a laje da esquerda, esse intervalo é de 200 kN até 210 kN.

Na terceira fase, os comportamentos médios das duas curvas são próximos, até atingirem na ruptura o mesmo valor de deformação ( $\epsilon = 1,55$ ‰, aproximadamente).

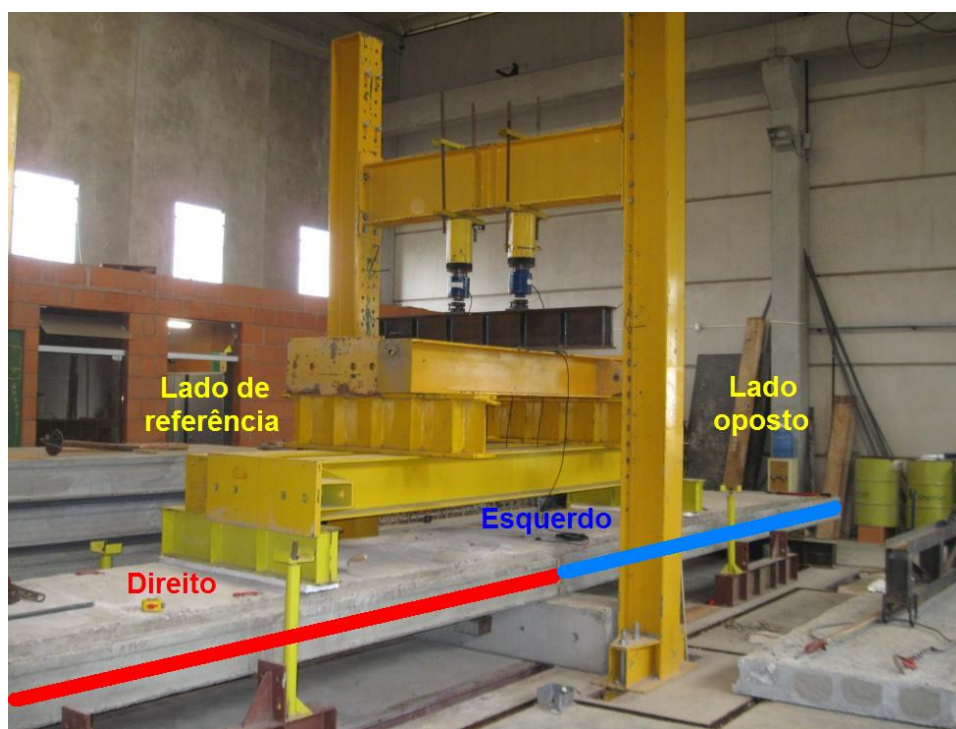
De acordo com as Figuras 5.32 e 5.33, a deformação foi menor no lado de referência, tanto no lado esquerdo quanto no direito.

### 5.5.2 – Modelo 2 (EM2)

A Figura 5.35 mostra uma visão geral do modelo 2, indicando o lado de referência e o lado oposto convencionado no mapa de instrumentação da Figura 5.19.

Nesse ensaio a primeira fissura na capa aconteceu logo que começou a aplicação da força ( $F_2 = 26$  kN, aproximadamente).

Próximo a  $F_2 = 254,7$  kN, ouviu-se um forte barulho acompanhado por um **descolamento da capa**, que ocorreu próximo à seção do apoio, em toda a região de momento negativo na laje, que atingiu a ruína (laje do lado esquerdo, em relação ao lado de referência, indicada em azul na Figura 5.35). Isso foi constatado visualmente, pois a capa aparentou ter “subido”. Depois se percebeu que, na verdade, a laje havia se deslocado para baixo em relação à capa.



*Figura 5.35 – Visão geral do modelo 2 (EM2). Convenção do lado de referência.*

O descolamento da capa, em parte da laje esquerda, fez com que a seção da laje, nesse trecho, funcionasse como seção simples, não contando mais com a solidarização da capa com a laje.

Com parte da laje da esquerda trabalhando com seção simples, quando se atingiu  $F_2 = 282,3$  kN, aproximadamente, observou a primeira fissura de cisalhamento na laje, na região do apoio, caracterizando cisalhamento por tração diagonal do concreto. A fissura apresentava inclinação de aproximadamente  $30^\circ$  no trecho inferior e  $60^\circ$  no trecho superior, porém era interrompida na interface laje-capas. A ruptura da laje, no trecho de

seção simples, ocorreu com aproximadamente  $F_2 = 297,3$  kN, não havendo fissuras relativas a momento positivo em nenhuma das duas lajes.

A Figura 5.36 apresenta uma vista panorâmica do modelo 2 após a ruptura, a partir do lado de referência. A Figura 5.37 apresenta uma vista lateral, enfatizando o trecho com ruptura do lado de referência. Já a Figura 5.38 mostra uma vista lateral da ruptura, porém no lado oposto.



**Figura 5.36 – Vista panorâmica de EM2 após a ruptura.**



**Figura 5.37 – Vista lateral da laje que sofreu ruptura no EM2. Laje da esquerda com relação ao lado de referência. Foto tirada no lado de referência.**





**Figura 5.38 – Vista lateral da laje que sofreu ruptura no EM2. Laje da esquerda com relação ao lado de referência. Foto tirada no lado oposto.**

As Figuras 5.39 e 5.40 mostram as vistas laterais dos lados de referência e oposto, no instante da ruptura. Essas imagens foram captadas das câmeras utilizadas para a filmagem de ambos os lados. Quando essas filmagens são sincronizadas com relação ao tempo, verifica-se que a ruptura atingiu primeiramente o lado oposto (Figura 5.40) e, instantes depois, alcançou o lado de referência (Figura 5.39).



**Figura 5.39 – Vista lateral de EM2 no instante da ruptura. Laje da esquerda com relação ao lado de referência. Foto tirada do lado de referência.**



**Figura 5.40 – Vista lateral de EM2 no instante da ruptura. Laje da esquerda com relação ao lado de referência. Foto tirada do lado oposto.**

Após a ruptura, mediu-se a inclinação das fissuras. O resultado obtido foi que, tanto no lado de referência quanto no lado oposto, as fissuras começaram com um ângulo de  $30^\circ$  com relação à face inferior da laje alveolar. No lado de referência (Figura 5.41), a inclinação mudou para  $45^\circ$  e permaneceu até alcançar a capa. Já no lado oposto, a inclinação passou de  $30^\circ$  para  $60^\circ$  e posteriormente para  $45^\circ$ , (Figura 5.42), apresentando uma inclinação média de  $50^\circ$ , aproximadamente.

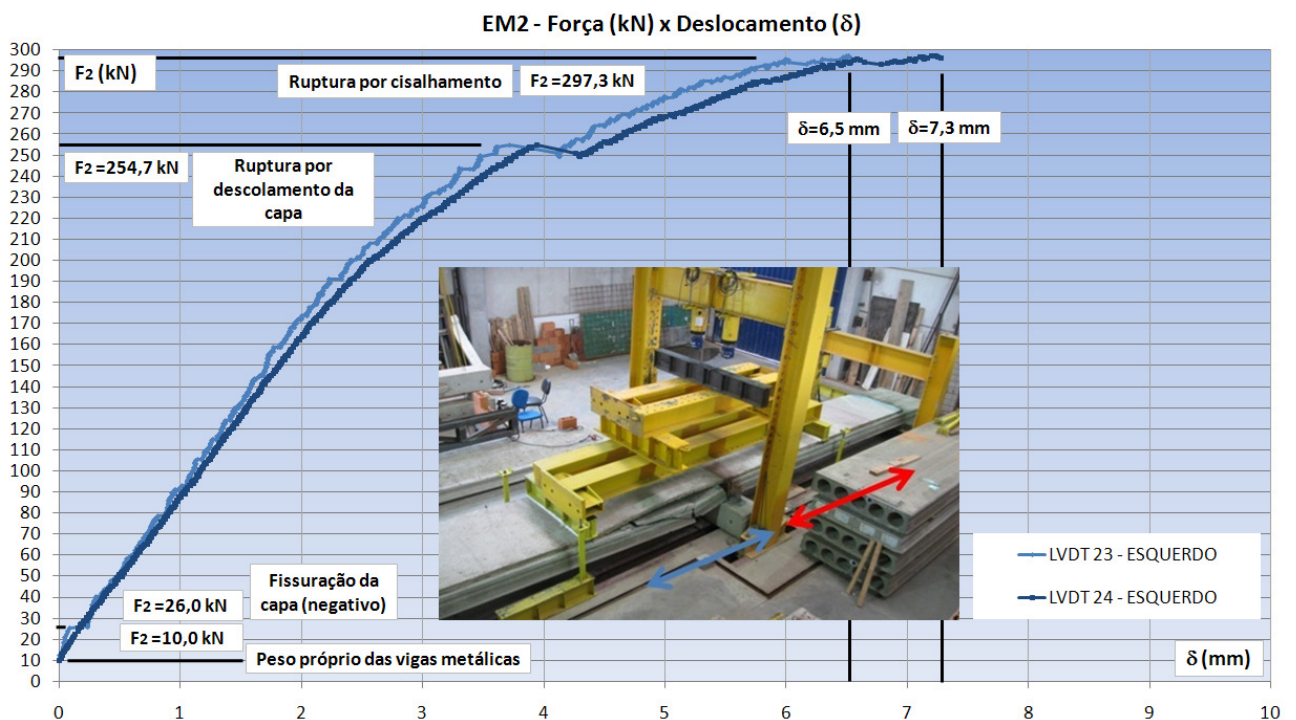


**Figura 5.41 – Vista lateral de EM2 após a ruptura, mostrando a inclinação das fissuras. Com relação à face inferior da laje, a fissura começa com  $30^\circ$  e depois altera para  $45^\circ$  até atingir a interface laje-capas. Foto tirada do lado de referência.**



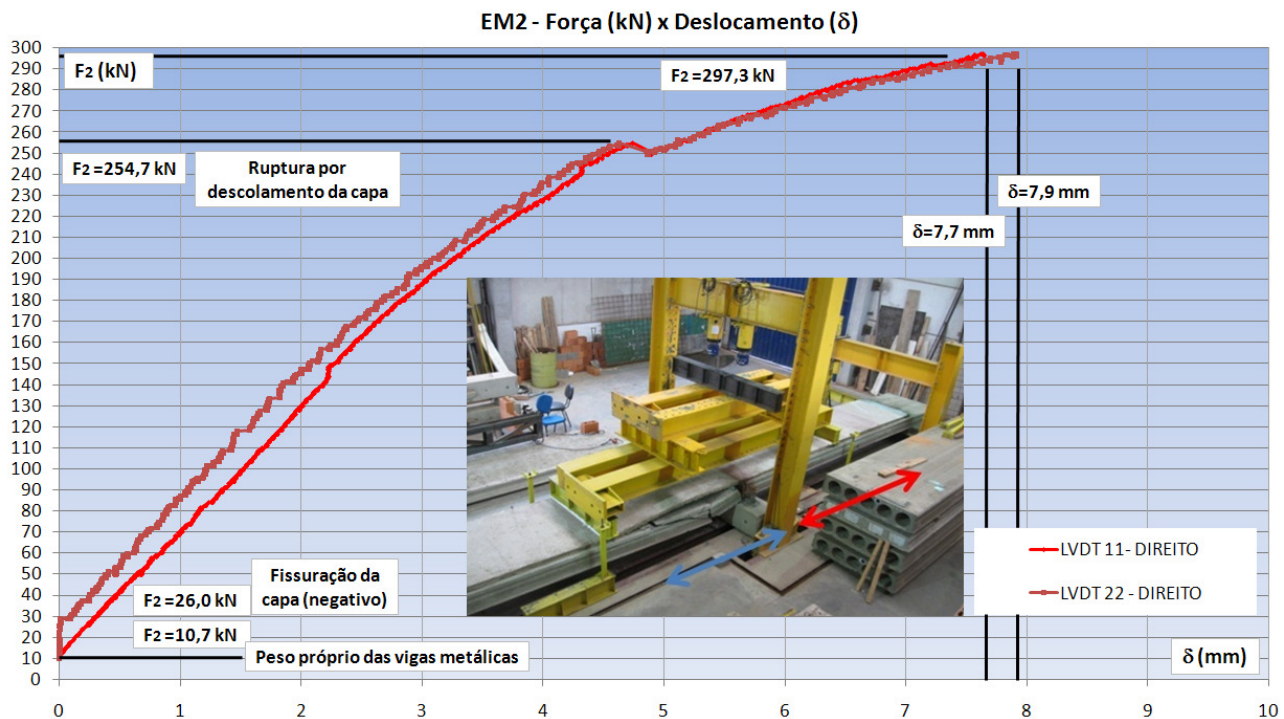
**Figura 5.42 – Vista lateral de EM2 após a ruptura, mostrando a inclinação das fissuras. Com relação à face inferior da laje, a fissura começa com 30° e depois altera para 60° e, por fim, para 45° até atingir a interface laje-capa. Foto tirada do lado oposto.**

A Figura 5.43 apresenta os gráficos que relacionam a força aplicada ( $F_2$ ) com os deslocamentos medidos ( $\delta$ ), para LVDT's do lado esquerdo (em azul) de EM2. A Figura 5.44 mostra o mesmo tipo de gráfico, porém para LVDT's do lado direito (em vermelho). Já a Figura 5.45 apresenta uma comparação com os valores médios de cada lado.

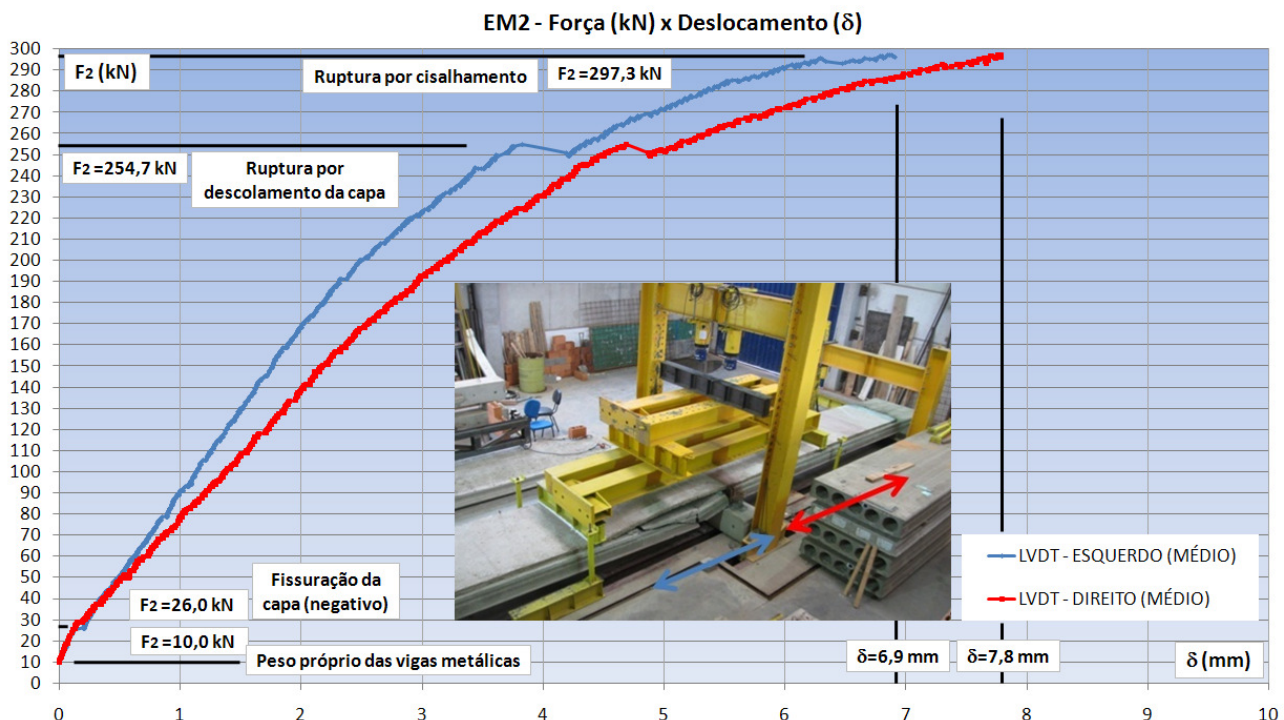


**Figura 5.43 – Diagramas Força x Deslocamento do lado esquerdo (azul) de EM2.**





**Figura 5.44 – Diagramas Força x Deslocamento do lado direito (vermelho) de EM2.**



**Figura 5.45 – Diagramas Força x Deslocamento dos valores médios de EM2 (ruptura na laje da esquerda, com indicação em azul).**

De acordo com a Figura 5.45, a laje da direita (em relação ao lado de referência) se deslocou mais que a laje da esquerda. A laje da direita sofreu um deslocamento de 7,8 mm, enquanto que a laje que alcançou a ruptura, 6,9 mm.

Assim como aconteceu no modelo 1, a laje que atingiu a ruptura (primeiramente com o descolamento da capa e depois com a ruptura por cisalhamento) teve um comportamento mais rígido, com deslocamento menor que a da outra laje. Esse comportamento mais rígido é acentuado após a fissuração da capa pelo momento negativo ( $F_2 = 26,0$  kN).

Observando as Figuras 5.43 e 5.44, percebe-se que as duas lajes se deslocaram de forma uniforme, uma vez que os resultados dos dois LVDT's (para cada laje) ficaram muito próximos entre si. Entretanto, como curiosidade, destaca-se o fato que os gráficos dos LVDT's do lado oposto, LVDT 23 posicionado na esquerda e LVDT 11 posicionado na direita, apresentaram comportamento do tipo "serrilhado".

De forma geral, todos os gráficos  $F_2 \times \delta$  apresentaram comportamento que pode ser aproximado por três retas: a primeira tem início com a aplicação do carregamento ( $F_2 = 10,0$  kN) e vai até a fissuração da capa pelo momento negativo ( $F_2 = 26,0$  kN); a segunda começa com a fissuração da capa e termina na ruptura pelo desprendimento da capa ( $F_2 = 254,7$  kN); e a terceira vai do descolamento da capa até a ruptura por cisalhamento da laje da esquerda, que nessa etapa resiste aos esforços com seção simples ( $F_2 = 297,3$  kN).

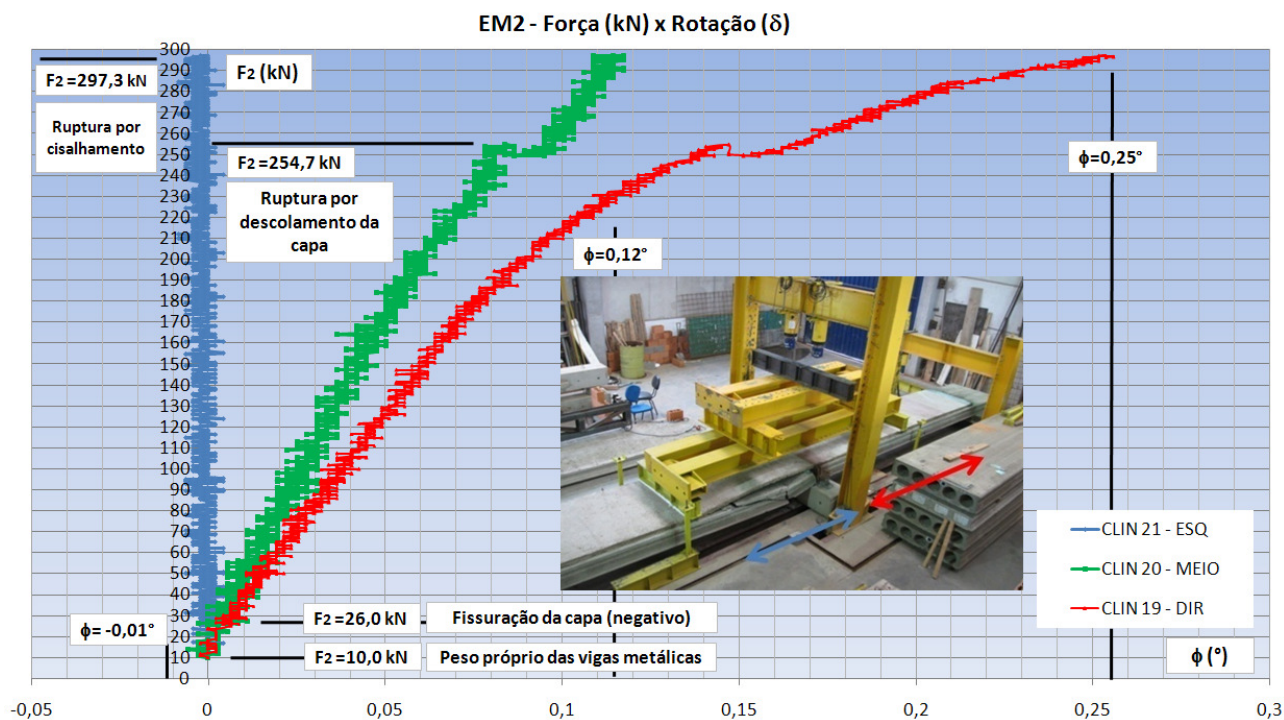
Entretanto, no modelo 2, a diferença entre a inclinação da primeira reta (que termina com a fissuração da capa) e a segunda (que começa neste ponto) é pequena. Isso indica que a fissuração da capa foi proporcionalmente menor no modelo 2, quando comparada com o modelo 1.

Vale destacar também que, embora apenas a laje da esquerda (indicada em azul) tenha sofrido colapso por cisalhamento, as duas lajes sofreram ruptura pelo descolamento da capa. Isso aconteceu para um mesmo valor da força aplicada ( $F_2 = 254,7$  kN).

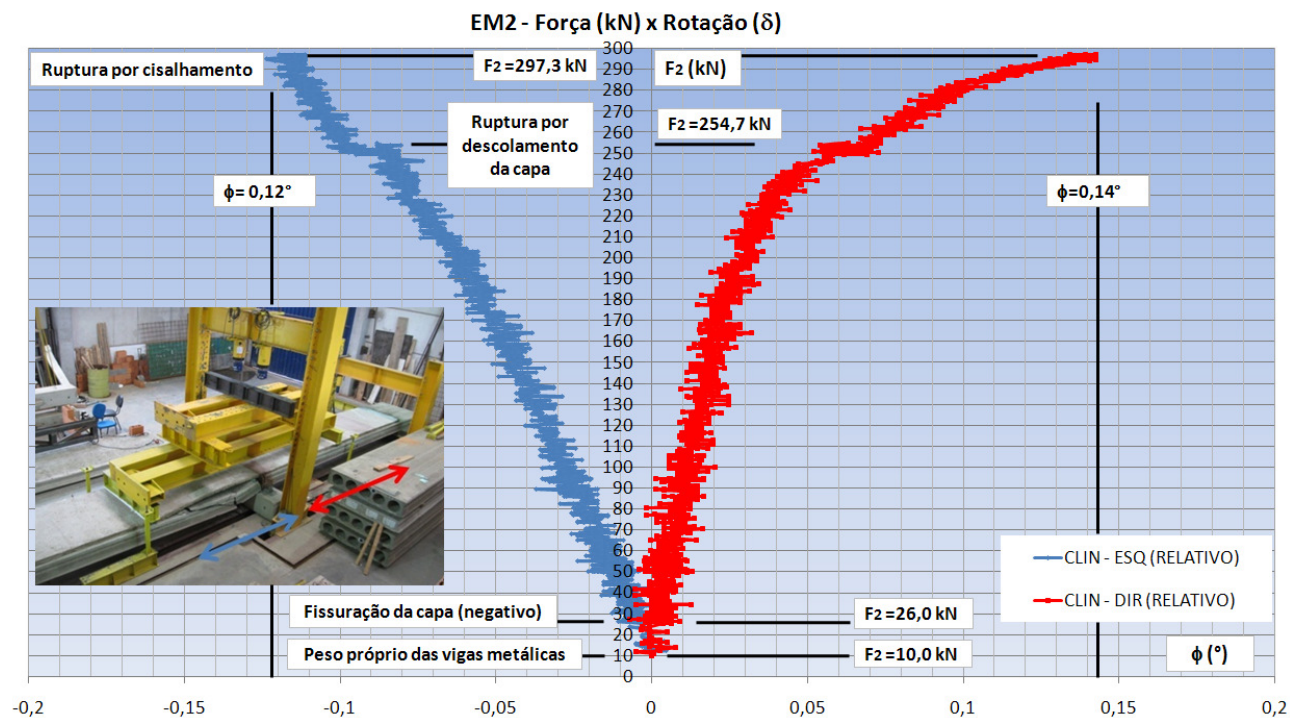
A partir do ensaio do modelo 2, os clinômetros foram posicionados conforme as Figuras 5.15c e 5.15d, para medir as rotações das lajes com relação à viga (apoio intermediário). Dessa forma, a Figura 5.46 apresenta os resultados das rotações absolutas dos três clinômetros: laje da direita, ponto 19; centro da viga intermediária, 20; e laje da esquerda, 21. A Figura 5.47 mostra as rotações das lajes com relação à viga.

Analisando os resultados da Figura 5.47, nota-se que a laje da direita girou menos em relação à laje da esquerda, até o instante do descolamento da capa, ou seja, a inclinação da curva até esse ponto é maior para a laje da direita. Após esse descolamento, inverteu-se o comportamento das lajes, uma vez que as rotações foram maiores na laje da direita.

Os gráficos de rotação indicam, também, que a ligação no apoio intermediário, com a presença de armadura passiva na capa, se mostrou com comportamento rígido, no que diz respeito à transmissão de esforços solicitantes. Isto porque os valores de rotação dos lados esquerdo e direito ficaram próximos. Entretanto, os gráficos não ficaram simétricos, tal como ocorreu com os do modelo 1.



**Figura 5.46 – Diagramas Força x Rotação. Valores absolutos dos clinômetros 19 (direito), 20 (apoio) e 21 (esquerdo) de EM2.**



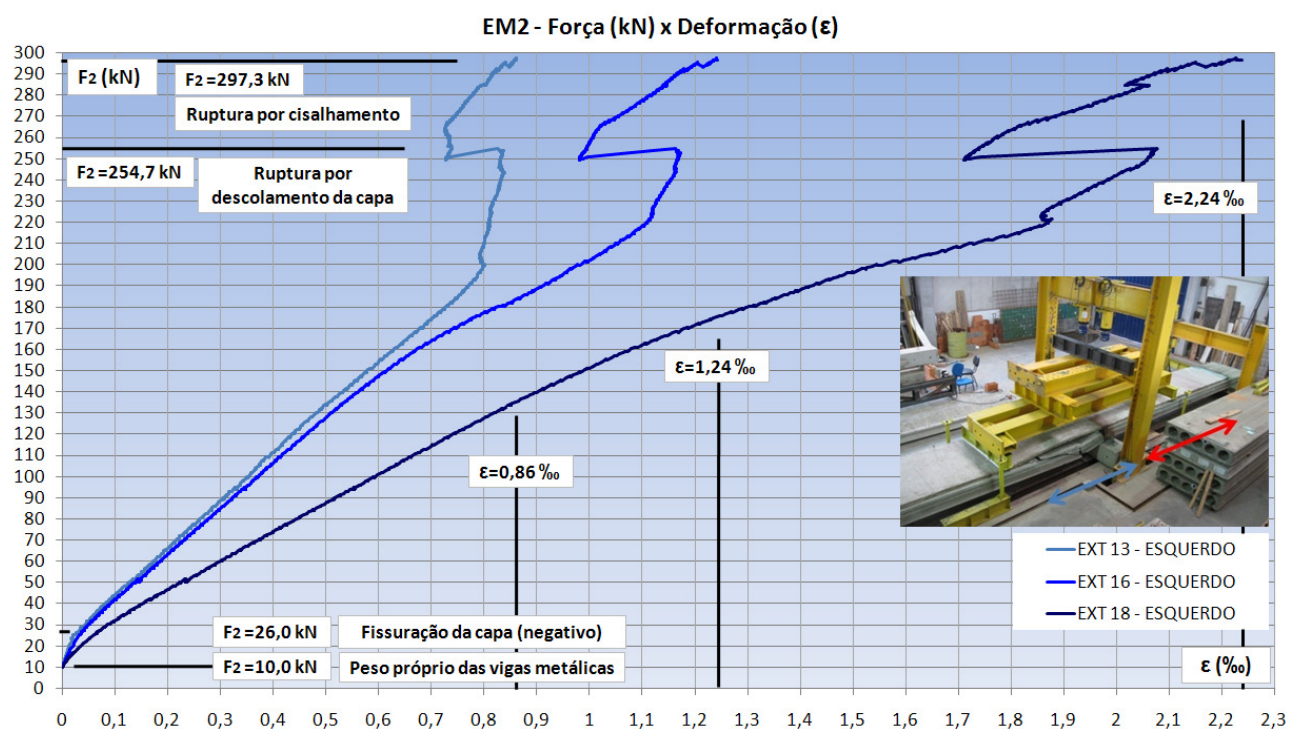
**Figura 5.47 – Diagramas Força x Rotação. Valores relativos (descontando a rotação do apoio intermediário) de EM2.**

Observando as curvas dos valores absolutos (Figura 5.46), nota-se que houve uma rotação do conjunto no sentido horário de um observador posicionado no lado de referência. Em outras palavras, o conjunto todo girou no sentido da laje da direita. Isso



afetou os diagramas da Figura 5.45, aumentando os deslocamentos da laje da direita e diminuindo os da esquerda.

Com relação à leitura das deformações nas armaduras passivas, a Figura 5.48 mostra as curvas que relacionam a força aplicada no ensaio ( $F_2$ ) com as deformações medidas ( $\epsilon$ ) pelos extensômetros posicionados no lado esquerdo (azul) do EM2. A figura 5.49 apresenta as mesmas curvas, porém para os extensômetros colocados no lado direito.



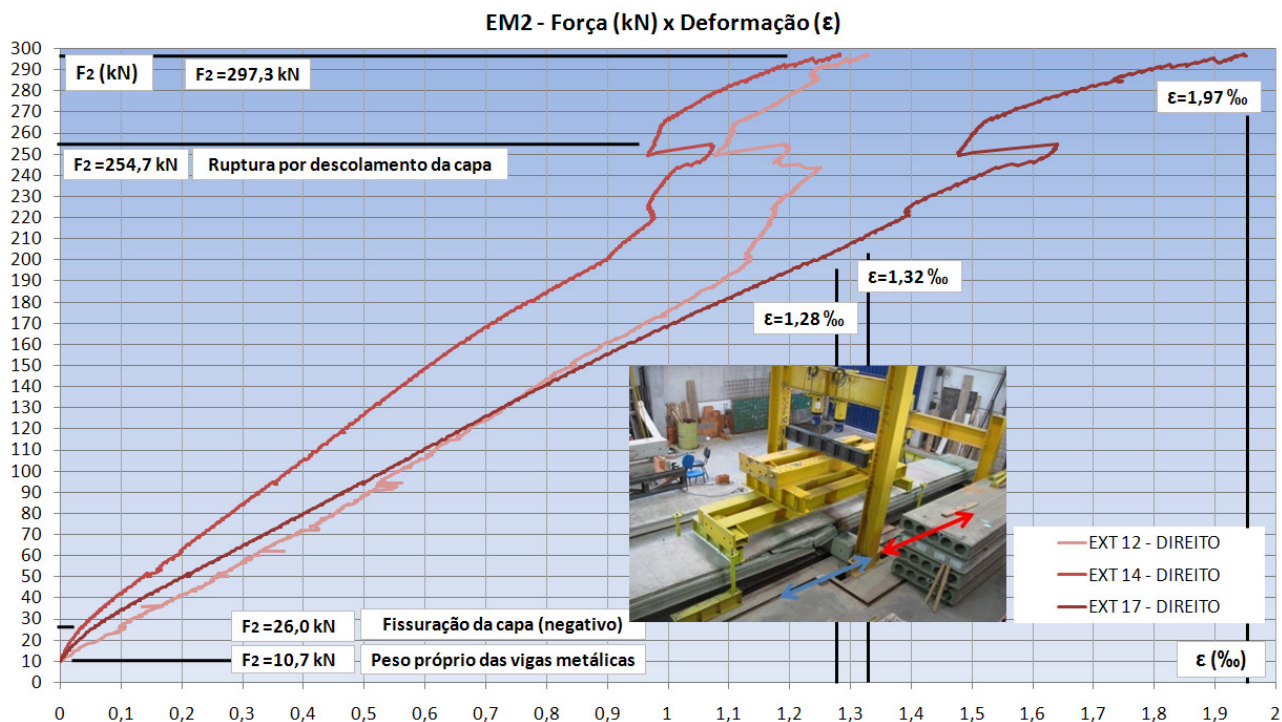
**Figura 5.48 – Diagramas Força x Deformação do lado esquerdo (azul) de EM2.**

A Figura 5.50 exibe, além da comparação entre os valores médios dos lados esquerdo e direito, a curva que representa o extensômetro posicionado no centro do modelo (verde).

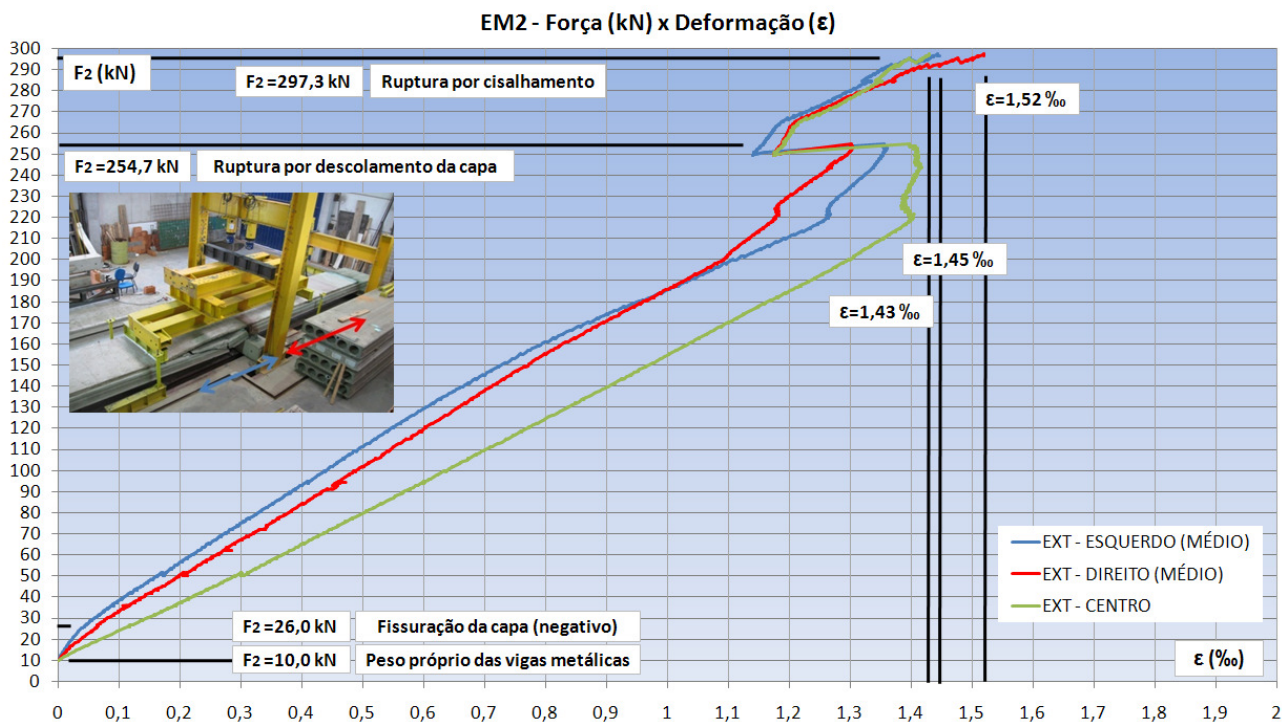
De acordo com a Figura 5.50, as deformações nas barras, tanto a do centro como as dos lados esquerdo e direito, tiveram um comportamento semelhante.

Diferentemente do que ocorreu no modelo 1, no modelo 2 não houve um comportamento que mostrasse explicitamente as transições do estágio I para o estágio II, principalmente na seção do centro. Isso é mostrado pelas curvas da Figura 5.50, nas quais, que desde o início do carregamento ( $F_2 = 10,0$  kN) até instantes antes da ruptura do modelo pelo descolamento da capa ( $F_2 = 220,0$  kN, aproximadamente), o acréscimo de deformação foi (praticamente) constante, sendo inclusive confundidas com retas.

Além disso, a influência da fissuração no comportamento das deformações das armaduras passivas foi pequena, quase não apresentando mudanças de trajetória nas curvas dessa figura.



**Figura 5.49 – Diagramas Força x Deformação do lado direito (vermelho) de EM2.**



**Figura 5.50 – Diagramas Força x Deformação do extensômetro do centro (EXT 15), e valores médios dos extensômetros posicionados nos lados esquerdo e direito de EM2.**

Na Figura 5.50, também se observa o fato que o acréscimo de deformação permanece constante até cerca de 30 kN antes da ruptura por descolamento da capa. Ou seja, por volta de  $F_2 = 220,0$  kN, há uma diminuição brusca nas deformações das barras,

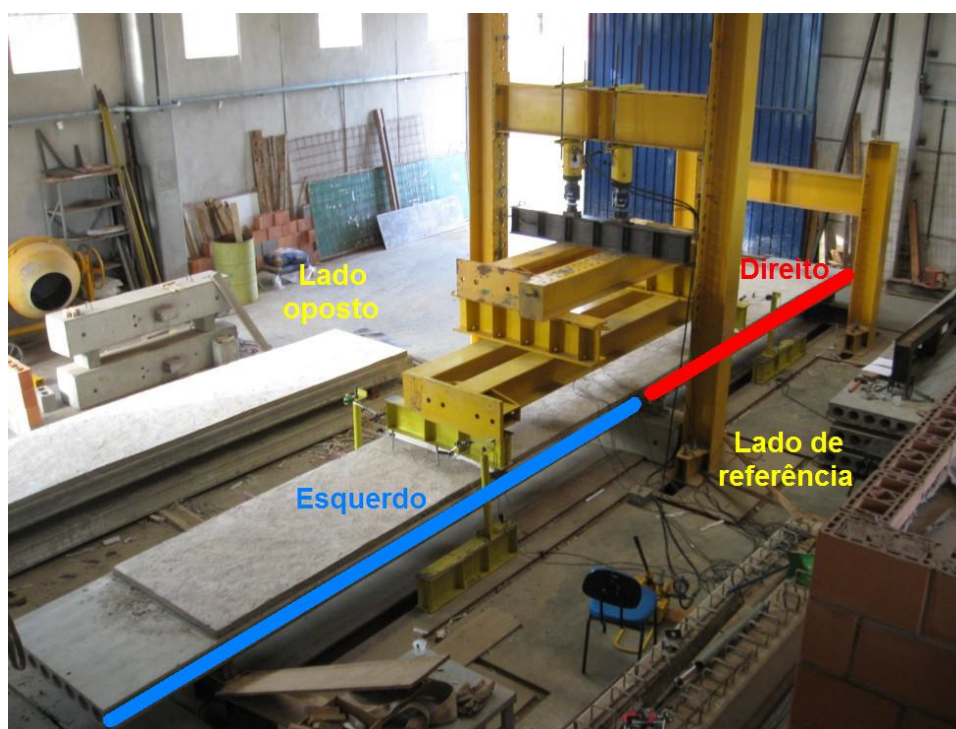
até que por volta de  $F_2 = 254,7$  kN, ocorre a ruptura do modelo com o descolamento da capa. Após isso, o modelo retoma a trajetória inicial da relação  $F_2 / \epsilon$ , com seção simples entre o apoio intermediário e ponto de aplicação de  $F_2$  para cada laje.

Analisando as deformações nos gráficos das Figuras 5.48 e 5.49, nota-se que as barras posicionadas no lado oposto, extensômetro 18 na laje da esquerda e extensômetro 17 na laje da direita, sofreram deformações maiores. Esse lado é o mesmo que gerou curvas de  $F_2 \times \delta$  com comportamento “serrilhado”.

Vale ressaltar que as deformações nas barras não ultrapassaram o valor correspondente ao escoamento ( $\epsilon = 2,07\%$ ), indicando que a ruptura por flexão estava longe de acontecer, com exceção apenas no extensômetro 18, colado no lado esquerdo oposto, onde a armadura sofreu escoamento.

### 5.5.3 – Modelo 3 (EM3)

A Figura 5.51 mostra uma visão geral do modelo 3, indicando o lado de referência e o lado oposto convencionado no mapa de instrumentação da Figura 5.19.



**Figura 5.51 – Visão geral do modelo 3 (EM3). Convenção do lado de referência.**

O modelo 3 (EM3) apresentou a primeira fissura na capa com  $F_2 = 25,1$  kN.



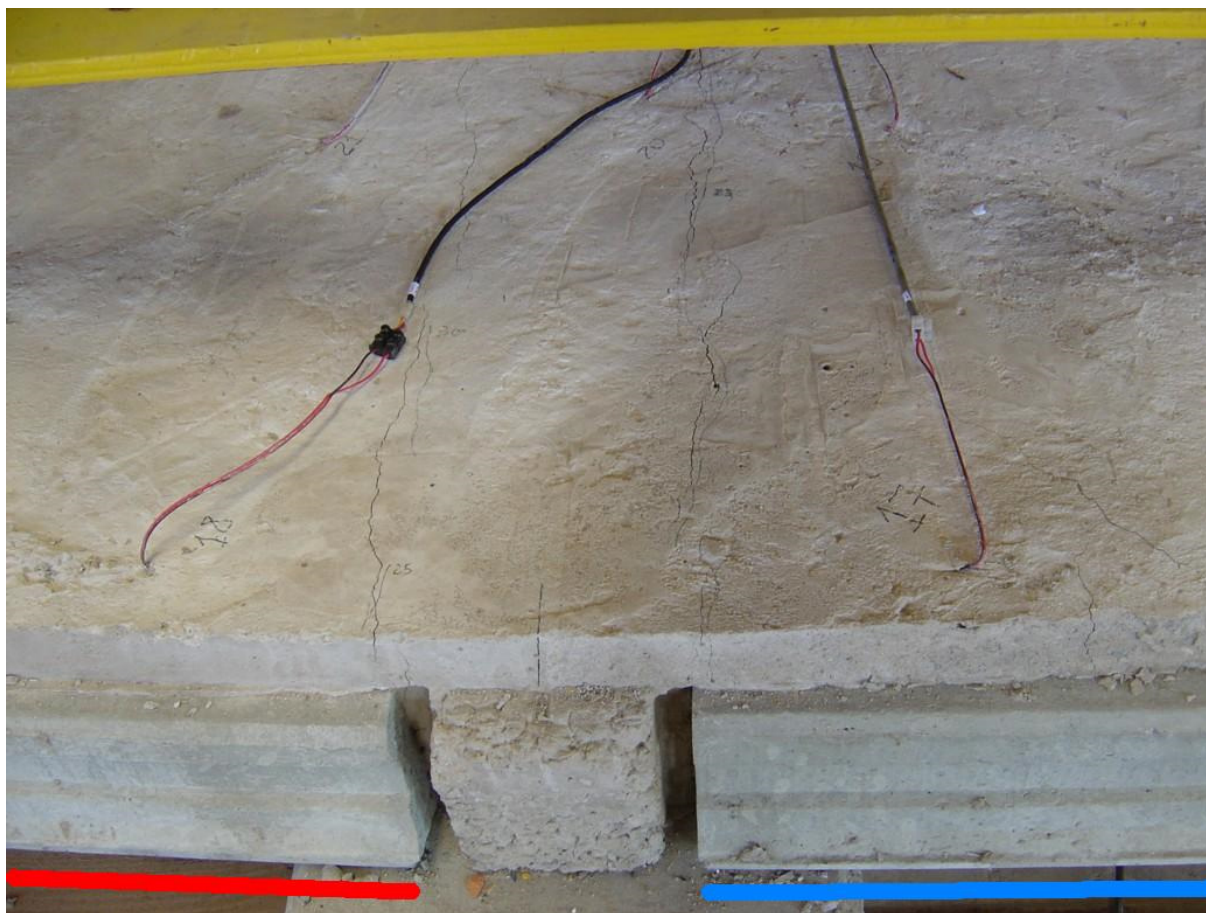
A partir de 55 kN, as fissuras se intensificaram até que, com  $F_2 = 105$  kN, houve o escoamento da armadura passiva da seção do centro do modelo, em função do momento negativo.

A partir desse valor da força, percebeu-se que os deslocamentos aumentaram mais, até que a laje fissurou (nas fibras inferiores) por conta do momento positivo, para  $F_2 = 137,7$  kN. As duas lajes do modelo fissuraram em decorrência do momento positivo quase que ao mesmo tempo, sendo que as fissuras verticais foram identificadas logo abaixo do ponto de aplicação da força  $F_2$  (em cada lado).

As fissuras verticais foram avançando na seção até atingirem a mesa superior da laje (mesa de compressão), quando ocorreu a **ruptura por flexão** com  $F_2 = 146,8$  kN, acompanhada por um estalo forte e repentino.

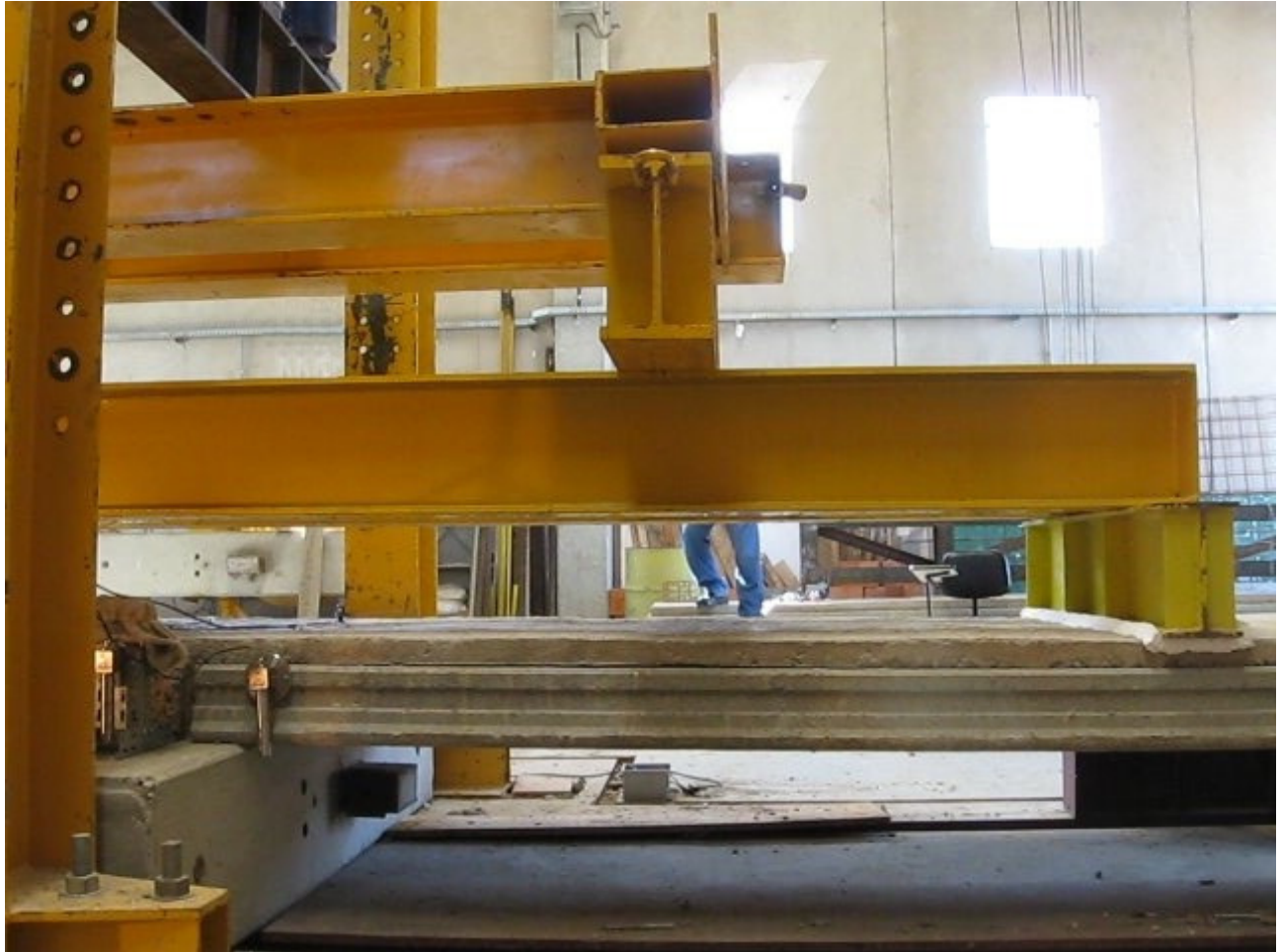
A laje que sofreu ruptura por flexão foi a posicionada no lado direito (indicada em vermelho), com relação ao lado de referência. Logo após a ruptura a laje se destacou da capa.

A seguir, a Figura 5.52 mostra o modelo 3 na região do apoio intermediário, onde é possível ver as fissuras que se formaram em função do momento negativo. Essa figura se refere ao lado oposto.



**Figura 5.52 – Vista lateral do modelo 3 (EM3) na região do apoio intermediário, mostrando as fissuras na capa. Foto tirada no lado oposto.**

As Figuras 5.53 e 5.54 apresentam as vistas laterais da laje da direita (que sofreu ruptura por flexão). Por essas figuras é possível ver o destacamento entre a laje e a capa, causado no instante da ruptura. A Figura 5.53 se refere ao lado de referência, enquanto que a Figura 5.54, ao lado oposto.



**Figura 5.53 – Vista lateral da laje da direita modelo 3 (EM3) no instante da ruptura por flexão.  
Foto tirada do lado de referência.**

Após atingir a ruptura por flexão do modelo 3, descarregou-se o atuador hidráulico até zerar força aplicada ( $F_2$ ), e por questão de curiosidade, iniciou-se novamente a aplicação da força sem a presença dos clinômetros e dos LVDT's, mas com os extensômetros.

Essa etapa durou cerca de 10 minutos, e a máxima carga atingida foi de, aproximadamente, 100 kN. Os deslocamentos alcançados foram visivelmente superiores aos do ensaio propriamente dito, e pelos valores das deformações obtidas pelos extensômetros, verificou-se que em nenhum dos pontos instrumentados o valor da deformação de escoamento (2,07%) foi alcançado. Provavelmente isso ocorreu porque a capa já não estava mais aderida à laje.



**Figura 5.54 – Vista lateral da laje da direita modelo 3 (EM3) no instante da ruptura por flexão. Foto tirada do lado oposto.**

Nessa segunda etapa de aplicação da força, as fissuras na capa (devidos ao momento negativo) e na laje (em função do momento positivo) aumentaram significativamente. A Figura 5.55 mostra uma vista lateral do ensaio, na qual é possível ver a laje da direita nessa etapa de aplicação da força. Foi constatado também que nessa segunda etapa as cordoalhas da laje da direita se deslocaram em relação à laje.

A Figura 5.56 apresenta os gráficos que relacionam a força aplicada no ensaio ( $F_2$ ) com deslocamentos medidos ( $\delta$ ), para LVDT's do lado esquerdo (em azul) do EM3. A Figura 5.57 mostra o mesmo tipo de gráfico, porém para LVDT's do lado direito (em vermelho). Já a Figura 5.58 apresenta uma comparação com os valores médios de cada lado.

De acordo com a Figura 5.58, a laje da direita (em relação ao lado de referência) se deslocou mais que da esquerda. A laje da direita sofreu um deslocamento de 18,5 mm, enquanto que a laje da esquerda alcançou a ruptura, com 15,3 mm.

Ao contrário do que aconteceu nos modelos 1 e 2, a laje que atingiu a ruptura teve um comportamento menos rígido, com deslocamento maior que o da outra laje.



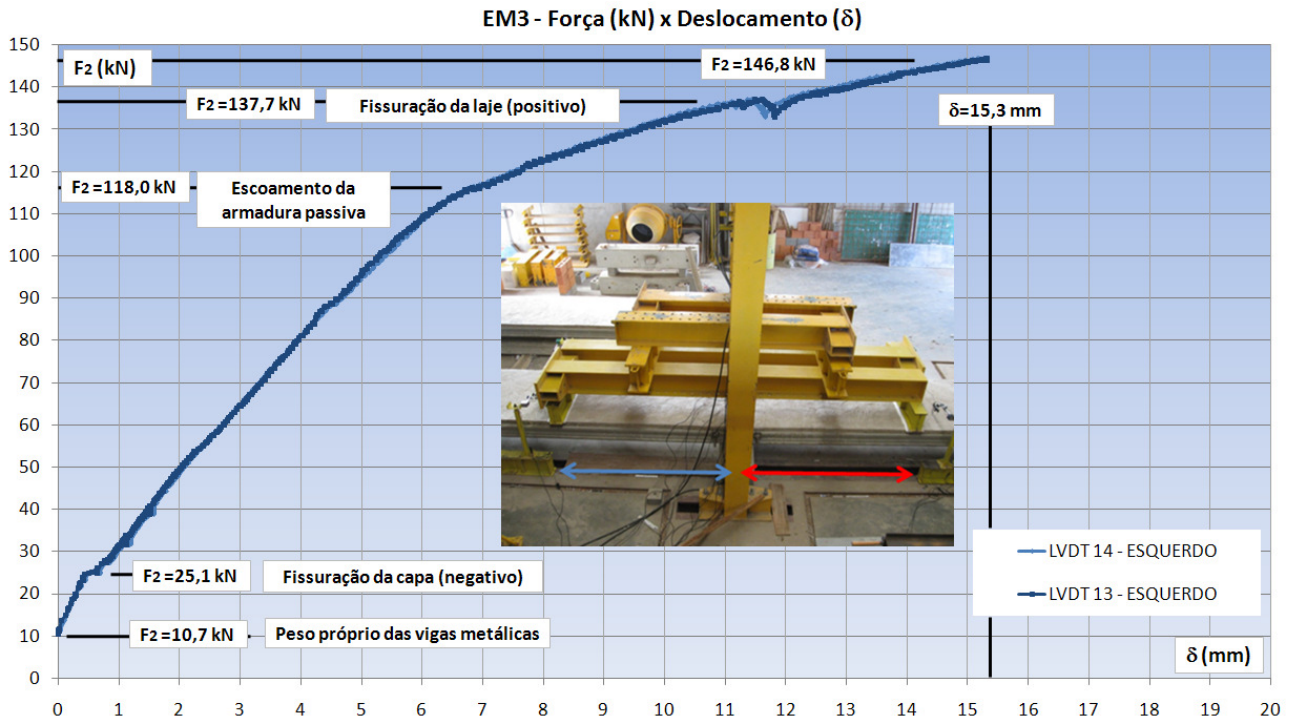


**Figura 5.55 – Vista lateral da laje da direita modelo 3 (EM3) quando a força foi aplicada pela segunda vez. Foto tirada do lado de referência.**

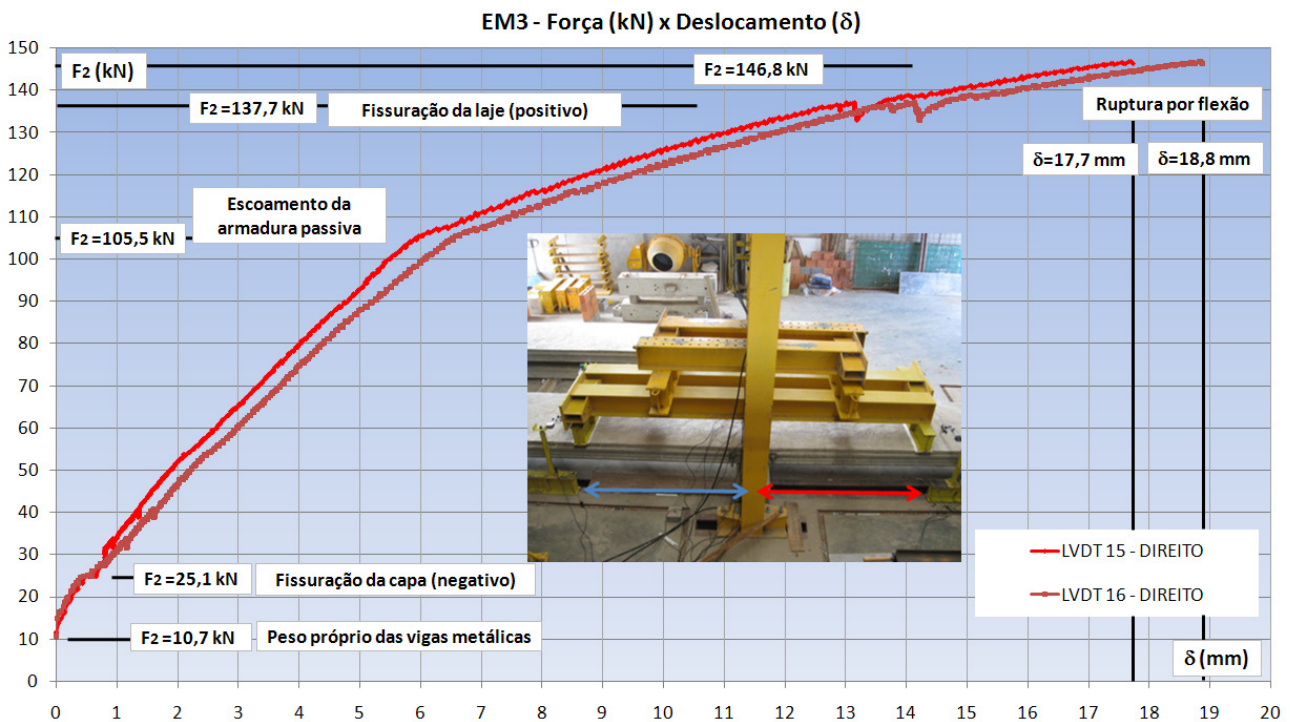
Observando as Figuras 5.56 e 5.57, percebe-se que as duas lajes se deslocaram de forma uniforme. Em outras palavras, os resultados dos LDT's ficaram muito próximos entre si, sobretudo aos da laje da esquerda.

De uma forma geral, todos os gráficos  $F_2 \times \delta$  apresentaram comportamento que pode ser aproximado por quatro retas:

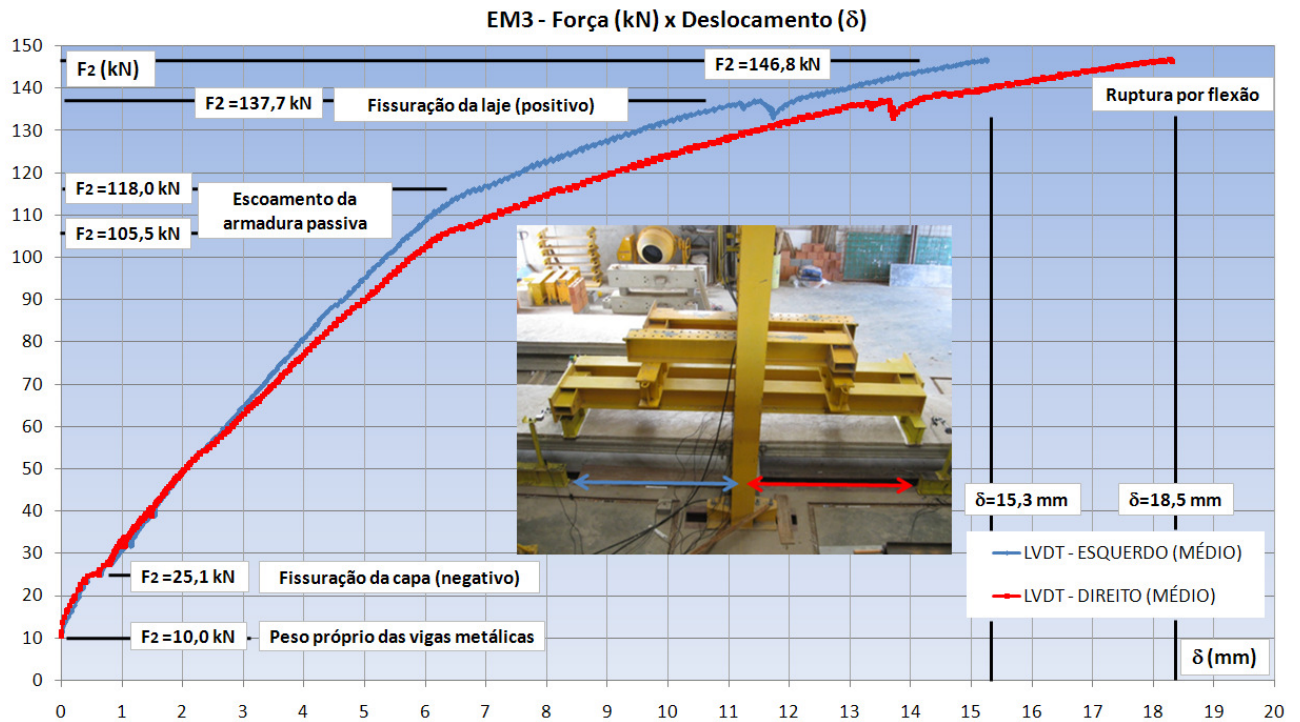
- A primeira começa com a aplicação do carregamento ( $F_2 = 10,0$  kN) e vai até a fissuração da capa pelo momento negativo ( $F_2 = 25,1$  kN);
- A segunda começa na fissuração da capa e termina no escoamento da armadura passiva posicionada na capa ( $F_2 = 105,5$  kN para o escoamento da armadura do centro, cujo extensômetro é o de número 20, e  $F_2 = 118,0$  kN, para o escoamento de uma das armaduras posicionadas no lado esquerdo, cujo extensômetro é o de número 19);
- A terceira etapa começa no escoamento da armadura passiva e termina com a fissuração da laje nas fibras inferiores, pelo momento positivo ( $F_2 = 137,7$  kN);
- A quarta e última etapa começa na fissuração da laje e termina com a ruptura por flexão da laje da direita ( $F_2 = 146,8$  kN).



**Figura 5.56 – Diagramas Força x Deslocamento do lado esquerdo (azul) de EM3.**



**Figura 5.57 – Diagramas Força x Deslocamento do lado direito (vermelho) de EM3.**



**Figura 5.58 – Diagramas Força x Deslocamento dos valores médios de EM3 (ruptura na laje da direita, com indicação em vermelho).**

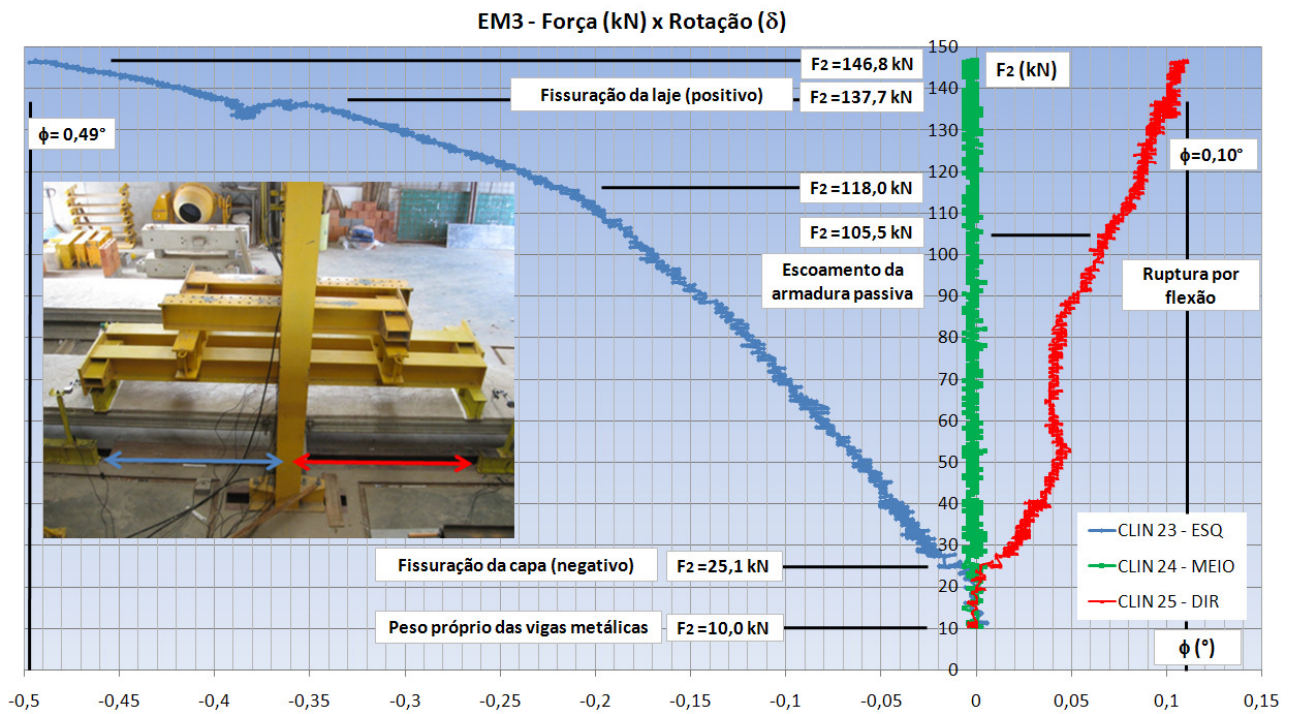
Como foi já dito, a partir do modelo 2 os clinômetros foram posicionados conforme as Figuras 5.15c e 5.15d, para medir as rotações relativas entre as lajes e a viga (apoio intermediário). Dessa forma, a Figura 5.59 apresenta os resultados das rotações absolutas dos três clinômetros para o modelo 3: laje da esquerda, clinômetro 23; centro da viga intermediária, 24; e laje da direita, 25. A Figura 5.60 mostra as rotações relativas entre as lajes e a viga.

Analisando a Figura 5.59, percebe-se que quase não houve rotação do apoio, sendo que a curva que o representa se confunde com o eixo das ordenadas. Nesse ensaio, a análise das rotações poderia ser feita sem a consideração da rotação relativa.

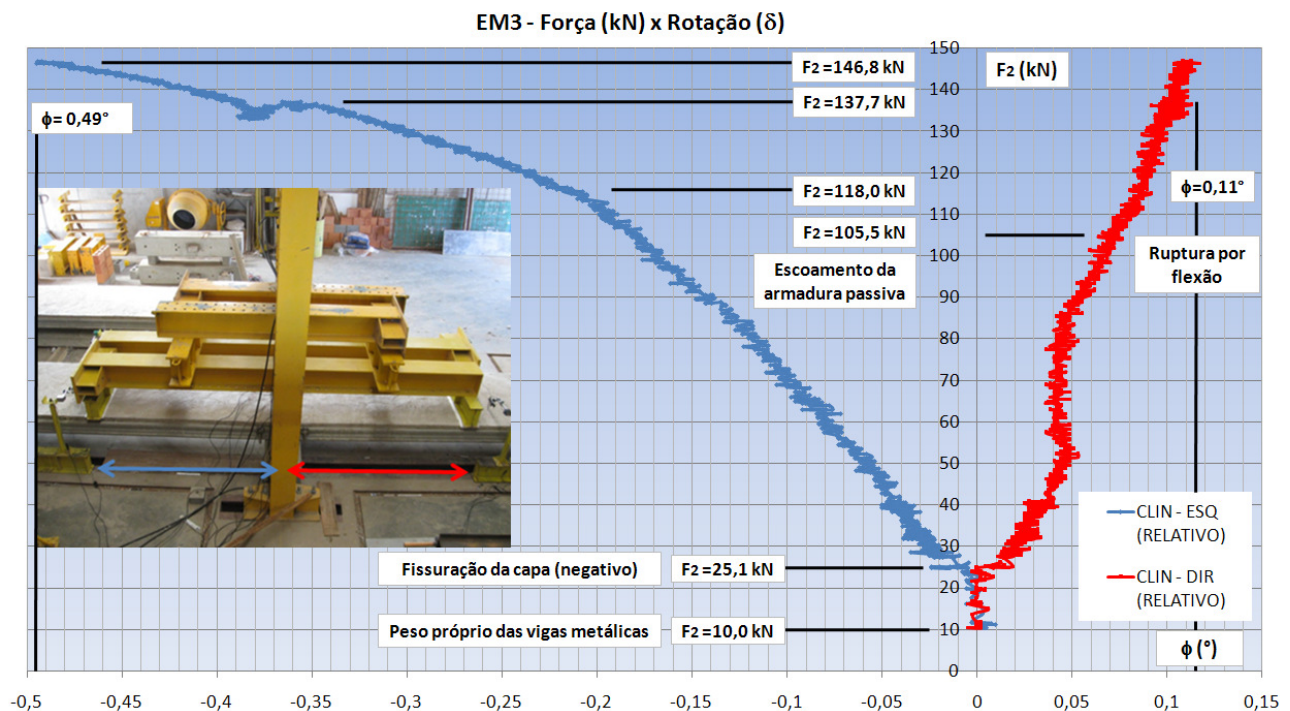
Avaliando os resultados da Figura 5.60, que representa as rotações relativas, nota-se que a laje da direita girou menos em relação à laje da esquerda, a partir de  $F_2 = 53,0$  kN. Esse fato mostra que a ligação no apoio intermediário da laje da direita apresentou um comportamento mais rígido que o da esquerda. Com isso o valor do momento negativo no apoio foi maior para o lado direito, fazendo com que esse lado atingisse a ruptura por flexão.

Como já foi dito, até  $F_2 = 53,0$  kN, os valores da rotação dos lados esquerdo e direito ficaram próximos, sendo que as curvas apresentaram resultados simétricos até esse valor de força. Entre 53,0 kN e 87,0 kN, a laje da direita apresentou comportamento de rotação nula.





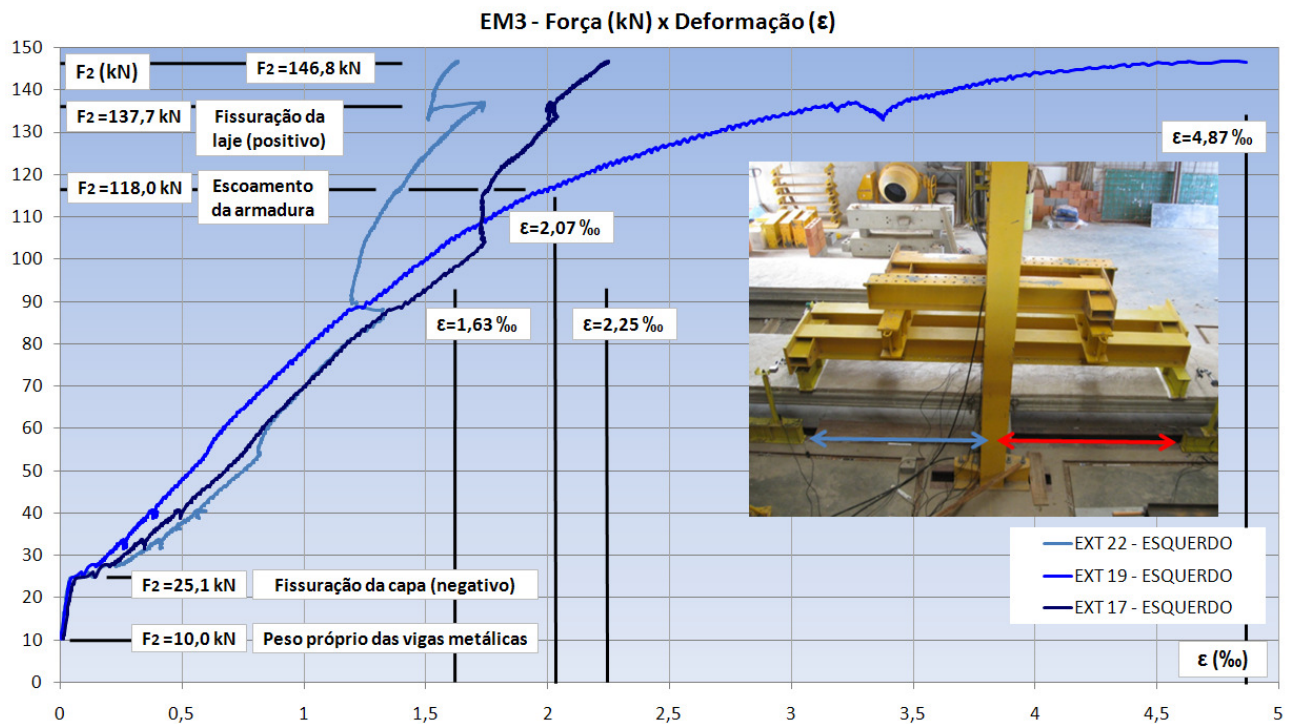
**Figura 5.59 – Diagramas Força x Rotação. Valores absolutos dos clinômetros 23 (esquerdo), 24 (apoio) e 25 (direito) de EM3.**



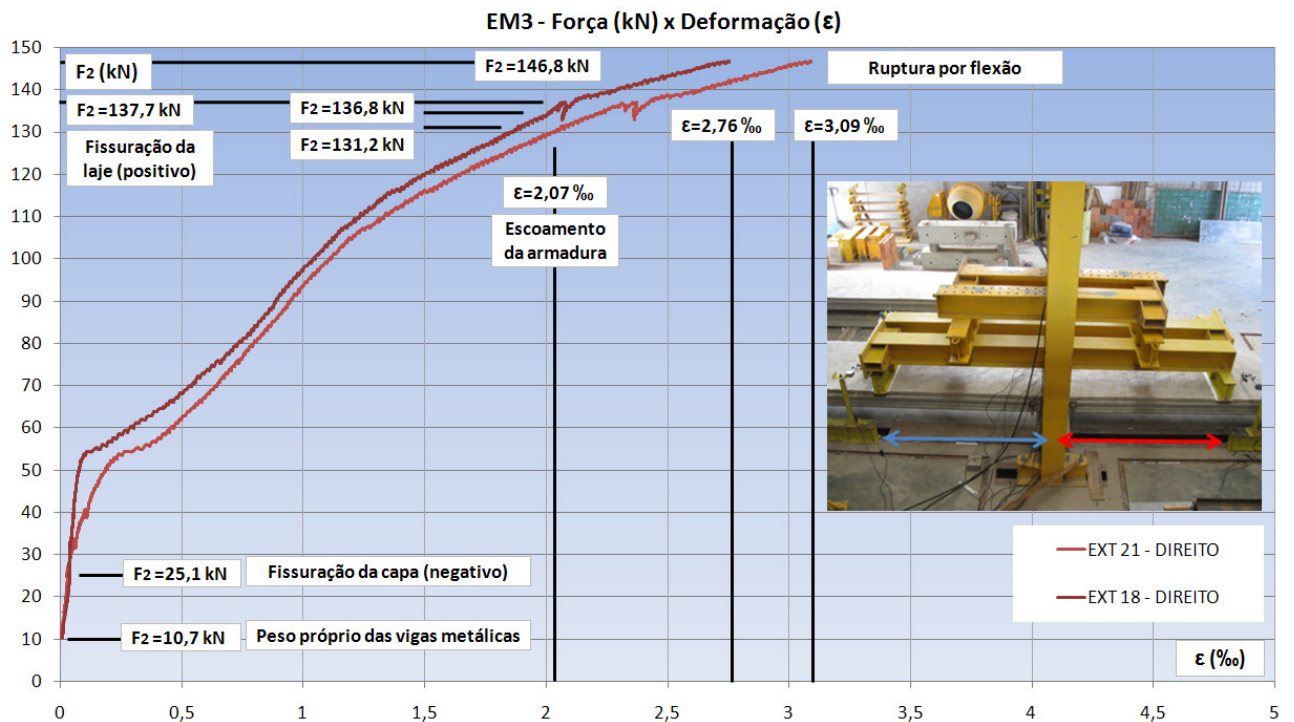
**Figura 5.60 – Diagramas Força x Rotação. Valores relativos (descontando a rotação do apoio intermediário) de EM3.**

Com relação à leitura das deformações nas armaduras passivas, a Figura 5.61 mostra as curvas que relacionam a força aplicada no ensaio ( $F_2$ ) com as deformações medidas ( $\epsilon$ ) pelos extensômetros posicionados no lado esquerdo (azul) de EM3. A Figura

5.62 apresenta as mesmas curvas, porém para os extensômetros colocados no lado direito (vermelho).

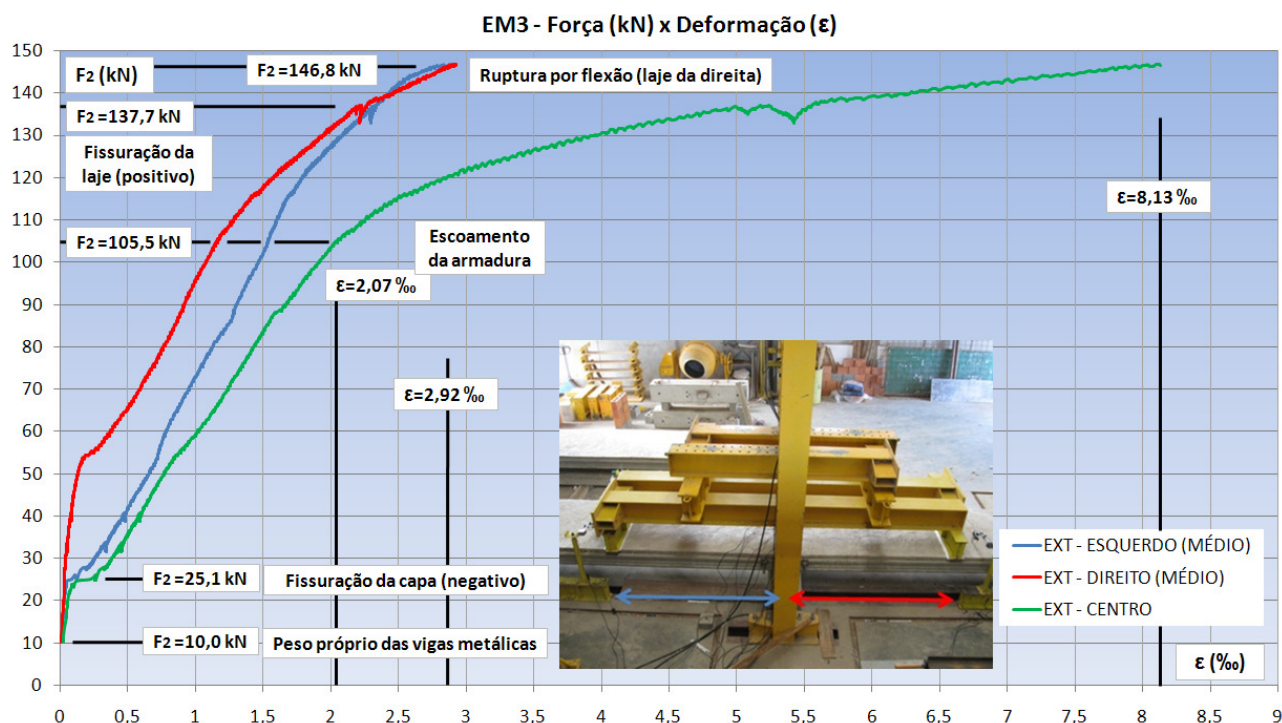


**Figura 5.61 – Diagramas Força x Deformação do lado esquerdo (azul) de EM3.**



**Figura 5.62 – Diagramas Força x Deformação do lado direito (vermelho) de EM3.**

A Figura 5.63, além da comparação entre os valores médios dos lados esquerdo e direito, exibe a curva que representa o extensômetro posicionado no centro do modelo (verde).



**Figura 5.63 – Diagramas Força x Deformação do extensômetro do centro (EXT 20), e valores médios dos extensômetros posicionados nos lados esquerdo e direito de EM3.**

Analisando os diagramas da Figura 5.63, nota-se que a deformação no centro do modelo foi maior após a fissuração da capa.

As deformações no lado esquerdo foram maiores que as do lado direito. Tanto é que o lado esquerdo do modelo (em azul) apresentou um patamar no gráfico  $F_2 \times \epsilon$  para o mesmo nível de força que a curva do centro do modelo, ou seja,  $F_2 = 25,1$  kN. Já o lado direito apresentou esse patamar de forma tardia, para  $F_2 = 53,0$  kN, aproximadamente. Esse indica que o lado direito fissurou com aproximadamente o dobro da força que o lado esquerdo e o centro.

A curva do extensômetro relativo ao centro do modelo (destacado em verde) apresentou, basicamente, quatro trechos distintos:

- O primeiro corresponde ao estágio I, ou seja, região sem fissuras. Inicia-se com a aplicação do carregamento ( $F_2 = 10,0$  kN) e termina com a fissuração da capa ( $F_2 = 25,1$  kN). Nessa fase a seção do centro do modelo pôde contar com a resistência do concreto à tração;
- O segundo, representado por um patamar, corresponde ao estágio II. Nesse caso a seção está fissurada e ocorre transferência das tensões de tração do concreto para a armadura. Nessa fase ocorre o efeito de contribuição do concreto entre



as fissuras para o aumento da rigidez da seção, conhecido como *tension stiffening effect*. A aderência entre o concreto e o aço faz com que parte da tensão de tração existente no aço seja transmitida ao concreto vizinho, ocasionando a formação de mais fissuras;

- O terceiro trecho corresponde à fissuração estabilizada, em que novas fissuras não podem surgir e somente as existentes sofrem aumento de abertura em função do aumento do carregamento. Esse trecho inicia-se no ponto que representa o final do patamar, também com  $F_2 = 25,1$  kN, e termina com o escoamento da armadura nessa seção, com  $F_2 = 105,5$  kN;
- No quarto trecho, o fenômeno do alongamento ocorre onde o aço não tem aderência, ocorrendo também abertura de fissuras, mas de modo distinto da fase anterior. Nesse ponto a tensão de tração na armadura é igual à tensão de escoamento do aço. Esse último trecho é afetado pela fissuração da laje pelo momento positivo com uma perturbação no gráfico, e encerra-se com a ruptura da laje da direita por flexão na seção onde a força  $F_2$  é aplicada.

Considerando as curvas que representam o comportamento médio dos lados esquerdo (lado que não sofreu ruptura, representado pelo azul) e direito (lado que sofreu ruptura por cisalhamento, representado pelo vermelho), também é possível observar, basicamente, os mesmos quatro trechos distintos (estádio I, estágio II com patamar, fissuração estabilizada e escoamento da armadura). Entretanto, essas fases ocorrem em fases diferentes das relativas à seção central.

## 5.6 – Resumo dos resultados

A Tabela 5.1 apresenta o resumo dos resultados relativos aos modelos dos ensaios de continuidade.

**Tabela 5.1 – Resumo dos resultados dos modelos de continuidade.**

Ocorrência	EM1 – F <sub>2</sub> (kN)	EM2 – F <sub>2</sub> (kN)	EM3 – F <sub>2</sub> (kN)
Início do ensaio	10,7	10,0	10,0
Fissuração da capa (negativo)	107,9	26,0	25,1
Escoamento da armadura passiva	-	-	105,5
Fissuração da laje (positivo)	219,1	-	137,7
Ruptura por flexão	-	-	<b>146,8</b>
Ruptura por descolamento da capa	-	<b>254,7</b>	-
Ruptura por cisalhamento	<b>272,0</b>	297,3 (*)	

(\*) No modelo 2 a ruptura considerada foi o descolamento da capa.



# 6

## NLF COM ELEMENTOS DE VIGA

---

Para proceder a análise não linear física de forma analítica, optou-se por utilizar a expressão de Branson, uma vez que ela representa trechos fissurados e não fissurados de um elemento, ou de uma seção de concreto, na obtenção de uma única inércia. Baseia-se em modelo semiprobabilístico, no qual toma a variação da tensão ao longo da seção transversal e ao longo do comprimento de maneira simplificada, utilizando expressões empíricas que fornecem valores médios de inércia. Procura traduzir aproximadamente o efeito da fissuração do concreto, quando submetido à flexão, no cálculo das deformações imediatas.

Foram utilizados elementos de viga para a discretização dos elementos que compõem os modelos ensaiados.

### 6.1 – Expressão de Branson

A expressão de Branson é dada por:

$$I_m = \left(\frac{M_r}{M_{at}}\right)^n \cdot I_I + \left[1 - \left(\frac{M_r}{M_{at}}\right)^n\right] \cdot I_{II} \quad (6.1)$$

- $I_m$  = momento de inércia efetivo para uma seção ou para toda a peça;
- $I_I$  = momento de inércia no estágio I (da seção bruta ou homogeneizada);
- $I_{II}$  = momento de inércia no estágio II puro;
- $M_r$  = momento de fissuração do concreto;
- $M_{at}$  = momento atuante de serviço na seção mais solicitada;
- $n$  = índice de valor igual a 4, para situações em que a análise é feita em apenas uma seção da peça, ou igual a 3, quando se faz a análise da peça ao longo de todo seu comprimento.

#### 6.1.1 – Momento de fissuração

O momento de fissuração  $M_r$  deve ser calculado para duas situações distintas. Uma levando em conta a fissuração da capa e outra, da laje.

Por se tratar de uma seção em concreto armado, o momento de fissuração da capa pode ser calculado através da expressão 6.2, retirada da NBR 6118:2014.

$$M_r = \frac{\alpha \cdot f_{ct} \cdot I_c}{y_t} \quad (6.2)$$

- $\alpha = \begin{cases} 1,2 & \text{para seções T ou duplo T} \\ 1,5 & \text{para seções retangulares} \end{cases}$
- $f_{ct} = f_{ctk,inf} = 0,7 \cdot f_{ct,m} = 0,7 \cdot 0,3 \cdot f_{ck}^{2/3}$ , com  $f_{ck}$  em MPa;
- $f_{ct} = f_{ctk,inf}$  – para formação de fissura;
- $f_{ct} = f_{ct,m}$  – para deformação excessiva;
- $I_c$  = momento de inércia no Estádio I (da seção bruta ou homogeneizada);
- $y_t$  = distância do centro de gravidade da seção à fibra mais tracionada.

Para a seção em laje alveolar, CARVALHO (2010b) apresenta a expressão 6.3 para o cálculo do momento de fissuração. Além da parcela contida na expressão 6.2, a fórmula abaixo leva em consideração a parcela do efeito da protensão ( $N_p/A$ ) e da sua excentricidade  $[(N_p \cdot e_p)/I_c]$ .

$$M_r = \frac{\alpha \cdot f_{ct} \cdot I_c}{y_t} + \frac{N_p \cdot I_c}{A \cdot y_t} + N_p \cdot e_p \quad (6.3)$$

- $N_p$  = força normal de protensão;
- $A$  = área da seção transversal de concreto, em geral da seção bruta;
- $e_p$  = distância do centro de gravidade da seção à fibra mais tracionada.

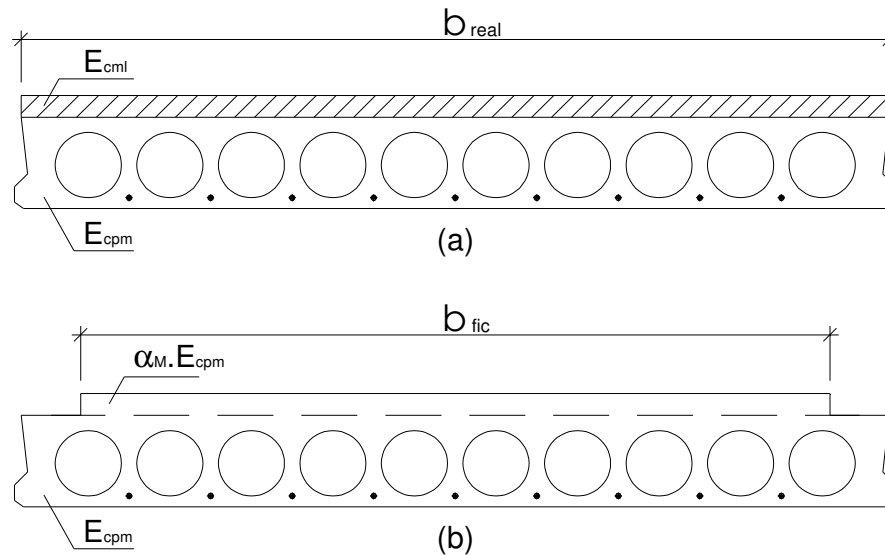
### 6.1.2 – Seção composta equivalente

No Capítulo 2, item 2.1.2, a redistribuição de momento fletor é feita em função da diferença entre o módulo de elasticidade da capa moldada no local ( $E_{cmI}$ ) e o módulo do concreto pré-moldado ( $E_{cpm}$ ), sendo que essa redistribuição depende da relação  $E_{cmI} / E_{cpm}$ . Essa recomendação pode ser encontrada nos manuais: ASSAP (2002) e FIB (2000).

No entanto, para considerar a diferença de material entre os concretos da capa e da laje, foi estabelecida uma seção equivalente na qual uma largura fictícia da capa de concreto foi obtida em função da relação entre os módulos de elasticidade, de acordo com as expressões 6.4 e 6.5 e a Figura 6.1.

$$\alpha_M = \frac{E_{cmI}}{E_{cpm}} \quad (6.4)$$

$$b_{fic} = \alpha_M \cdot b_{real} \quad (6.5)$$



**Figura 6.1 – Largura fictícia da capa – Seção composta equivalente.**

### 6.1.3 – Características geométricas da seção

Para realizar a análise não linear utilizando a expressão de Branson, é necessário conhecer as características geométricas da seção, tanto no Estádio I como no Estádio II.

O Estádio I corresponde ao início do carregamento, em que as tensões normais são de baixa intensidade e o concreto consegue resistir às tensões de tração. Nesse caso é válida a lei de Hooke, e o diagrama de tensões é linear ao longo da peça.

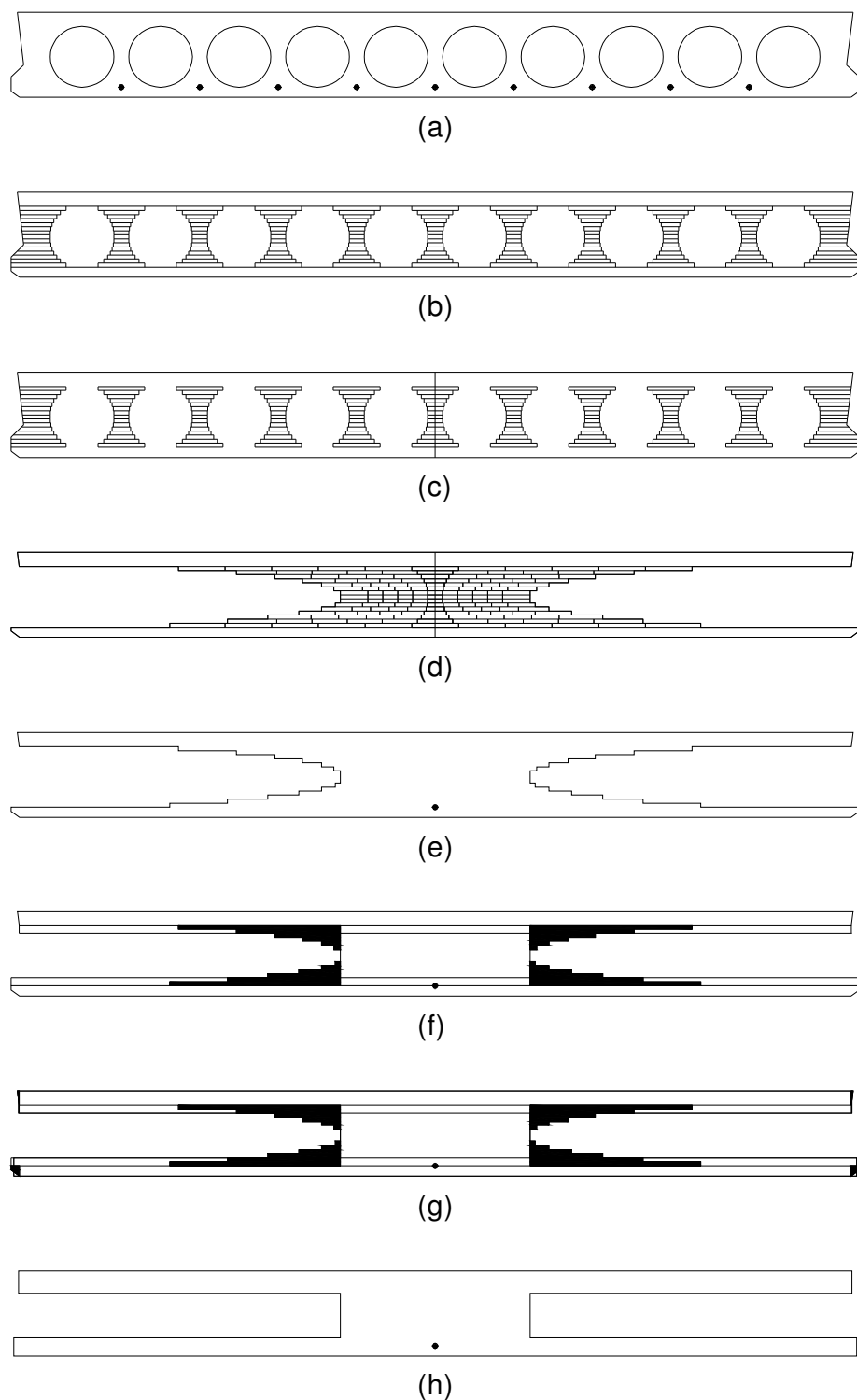
No Estádio II, o concreto já não mais resiste à tração, que é resistida somente pela armadura, disposta na região tracionada da seção transversal. Nesse caso existe uma relação linear entre a tensão e a deformação do concreto. Uma vez que se despreza todo o concreto da região fissurada, também é usual chamar de Estádio II puro.

CARVALHO e FIGUEIREDO FILHO (2007) comentam que o Estádio II puro compreende a situação em que um momento maior que o momento de fissuração atua na seção até a situação em que começa a ocorrer o escoamento da armadura e/ou a plastificação do concreto comprimido.

Nesses termos, o Estádio II apresenta as seguintes características:

- Distribuição triangular de tensões de compressão no concreto;
- Esforços de tração resistidos pela armadura situada na região de tração em relação à linha neutra.

Para facilitar os cálculos das propriedades geométricas da seção transversal de uma laje alveolar, pode-se transformá-la em uma seção duplo T fictícia, equivalente à seção original. Para isso sugere-se o método mostrado a seguir e ilustrado na Figura 6.2.



**Figura 6.2 – Seção transversal fictícia de uma laje alveolar.**

Dada uma seção de uma laje alveolar como a apresentada na Figura 6.2a, pode-se proceder da seguinte forma:

- Discretizar a seção em faixas, principalmente na região dos alvéolos (Figura 6.2b);
- Somar (geometricamente) as larguras das diferentes faixas de tal forma a obter uma seção duplo T (Figura 6.2c, Figura 6.2d e Figura 6.2e);

- Transformar as áreas dos triângulos em retângulos equivalentes. Para isso considera-se que a altura do retângulo é igual a um terço da altura do triângulo (Figura 6.2f e Figura 6.2g);
- Por fim, tem-se a seção fictícia em forma de duplo T, em que as armaduras de protensão encontram-se representadas por um único cabo, chamado de cabo representante.

A discretização por faixas representa as propriedades geométricas por somatório ao invés da sua definição por integral. Como exemplo pode-se citar o momento de inércia, dado pela expressão 6.6.

$$I_x = \int_A y^2 \cdot dA = \sum_i^n y^2 \cdot A_i \quad (6.6)$$

#### 6.1.4 – Seção composta equivalente fictícia

Para calcular as características geométricas da seção no Estádio I e no Estádio II, é necessário converter a seção transversal em uma fictícia com as mesmas propriedades da seção composta real. A Figura 6.3 mostra a seção composta equivalente fictícia.

Para isso utilizaram-se os dois artifícios anteriormente apresentados: a seção equivalente, ou seja, obter uma largura equivalente da capa com módulo de elasticidade igual ao da laje alveolar (Figura 6.1); e a transformação da seção da laje em uma seção fictícia (Figura 6.2). Além disso, para compatibilizar as diferentes alturas da mesa superior da seção fictícia da laje e a altura da capa, utilizou-se um critério de tentativa e erro, até que o momento de inércia ( $I_x$ ) fosse o mesmo (Figura 6.3b).



**Figura 6.3 – Seção transversal – Seção composta equivalente fictícia final.**



### 6.1.5 – Expressões para seção homogeneizada nos Estádios I e II

As expressões mostradas a seguir são adaptadas de CARVALHO e FIGUEIREDO FILHO (2007). A homogeneização da seção é feita substituindo-se a área de aço por uma área correspondente de concreto, obtida pela área de aço  $A_s$  multiplicada por  $\alpha_e$ , sendo:

$$\alpha_e = \frac{E_s}{E_c} \quad (6.7)$$

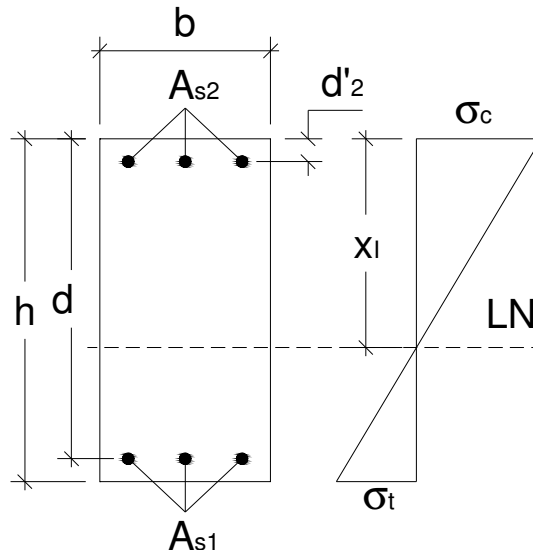
- $E_s$  = módulo de elasticidade do aço (armadura ativa ou passiva);
- $E_c$  = módulo de elasticidade do concreto.

Na Figura 6.4, é mostrada uma seção retangular no Estádio I. As expressões 6.8, 6.9 e 6.10 são relativas à área da seção, posição da linha neutra e momento de inércia da seção retangular homogeneizada no Estádio I.

$$A_h = b \cdot h + A_{s1} \cdot (\alpha_e - 1) + A_{s2} \cdot (\alpha_e - 1) \quad (6.8)$$

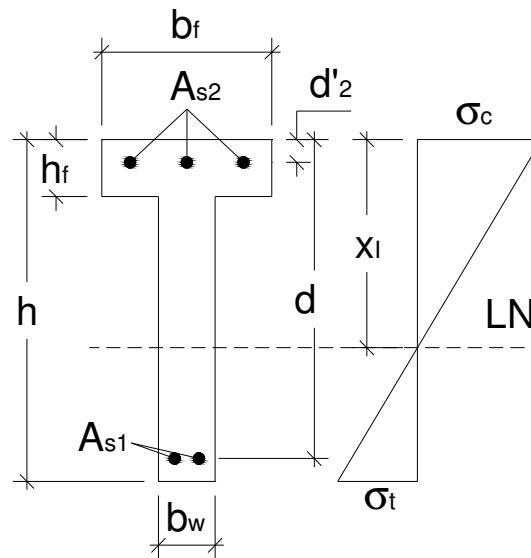
$$x_I = \frac{b \cdot \frac{h^2}{2} + A_{s1} \cdot (\alpha_e - 1) \cdot d + A_{s2} \cdot (\alpha_e - 1) \cdot d'_2}{A_h} \quad (6.9)$$

$$I_h = \left[ \left( \frac{b \cdot h^3}{12} \right) + b \cdot h \cdot \left( x_I - \frac{h}{2} \right)^2 \right] + [A_{s1} \cdot (\alpha_e - 1) \cdot (x_I - d)^2] + [A_{s2} \cdot (\alpha_e - 1) \cdot (x_I - d'_2)^2] \quad (6.10)$$



**FIGURA 6.4 – Seção retangular no Estádio I.**

Da mesma forma, a Figura 6.5 mostra uma seção T no Estádio I. As expressões 6.11, 6.12 e 6.13 são relativas à área da seção, posição da linha neutra e momento de inércia da seção T homogeneizada no Estádio I.



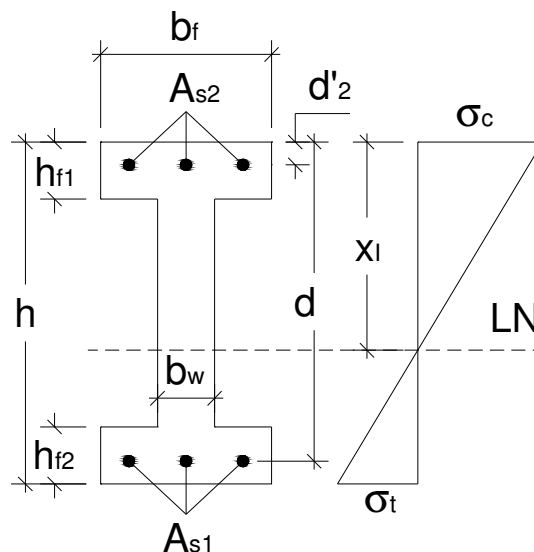
**FIGURA 6.5 – Seção T no Estádio I.**

$$A_h = (b_f - b_w) \cdot h_f + b_w \cdot h + A_{s1} \cdot (\alpha_e - 1) + A_{s2} \cdot (\alpha_e - 1) \quad (6.11)$$

$$x_I = \frac{(b_f - b_w) \cdot \frac{h_f^2}{2} + b_w \cdot \frac{h^2}{2} + A_{s1} \cdot (\alpha_e - 1) \cdot d + A_{s2} \cdot (\alpha_e - 1) \cdot d'_2}{A_h} \quad (6.12)$$

$$I_h = \left[ \left( \frac{(b_f - b_w) \cdot h_f^3}{12} \right) + (b_f - b_w) \cdot h_f \cdot \left( x_I - \frac{h_f}{2} \right)^2 \right] + \left[ \left( \frac{b_w \cdot h^3}{12} \right) + b_w \cdot h \cdot \left( x_I - \frac{h}{2} \right)^2 \right] + [A_{s1} \cdot (\alpha_e - 1) \cdot (x_I - d)^2] + [A_{s2} \cdot (\alpha_e - 1) \cdot (x_I - d'_2)^2] \quad (6.13)$$

A Figura 6.6, que mostra uma seção duplo T no Estádio I. As expressões 6.14, 6.15 e 6.16 são relativas à área da seção, posição da linha neutra e momento de inércia da seção duplo T homogeneizada no Estádio I.



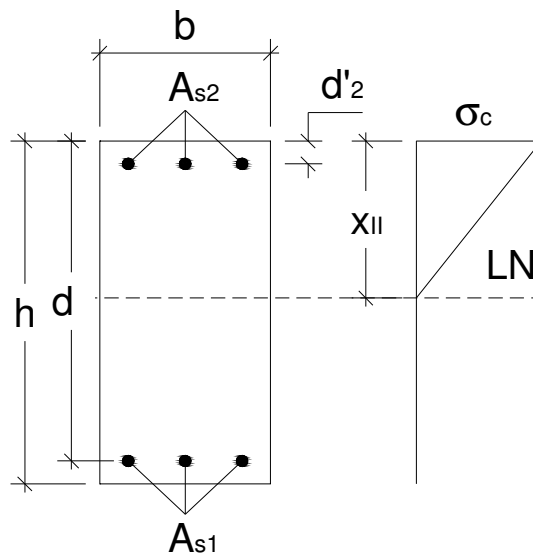
**FIGURA 6.6 – Seção duplo T no Estádio I.**

$$A_h = (b_f - b_w) \cdot h_{f1} + (b_f - b_w) \cdot h_{f2} + b_w \cdot h + A_{s1} \cdot (\alpha_e - 1) + A_{s2} \cdot (\alpha_e - 1) \quad (6.14)$$

$$x_I = \frac{(b_f - b_w) \cdot \frac{h_{f1}^2}{2} + (b_f - b_w) \cdot h_{f2} \cdot \left(h - \frac{h_{f2}}{2}\right) + b_w \cdot \frac{h^2}{2}}{A_h} + \frac{A_{s1} \cdot (\alpha_e - 1) \cdot d + A_{s2} \cdot (\alpha_e - 1) \cdot d'_2}{A_h} \quad (6.15)$$

$$I_h = \left[ \left( \frac{(b_f - b_w) \cdot h_{f1}^3}{12} \right) + (b_f - b_w) \cdot h_{f1} \cdot \left( x_I - \frac{h_{f1}}{2} \right)^2 \right] + \left[ \left( \frac{b_w \cdot h^3}{12} \right) + b_w \cdot h \cdot \left( x_I - \frac{h}{2} \right)^2 \right] + \left[ \left( \frac{(b_f - b_w) \cdot h_{f2}^3}{12} \right) + (b_f - b_w) \cdot h_{f2} \cdot \left( x_I - \frac{h_{f2}}{2} \right)^2 \right] + [A_{s1} \cdot (\alpha_e - 1) \cdot (x_I - d)^2] + [A_{s2} \cdot (\alpha_e - 1) \cdot (x_I - d'_2)^2] \quad (6.16)$$

As Figuras 6.7, 6.8 e 6.9 apresentam seções retangular, T e duplo T, respectivamente, no Estádio II.



**FIGURA 6.7 – Seção retangular no Estádio II.**

Para o cálculo da inércia no Estádio II, primeiramente é necessário obter a posição da linha neutra ( $x_{II}$ ). CARVALHO e FIGUEIREDO FILHO (2007) apresentam, para seção T, a seguinte equação do segundo grau:

$$a_1 \cdot x_{II}^2 + a_2 \cdot x_{II} + a_3 = 0 \quad (6.17)$$

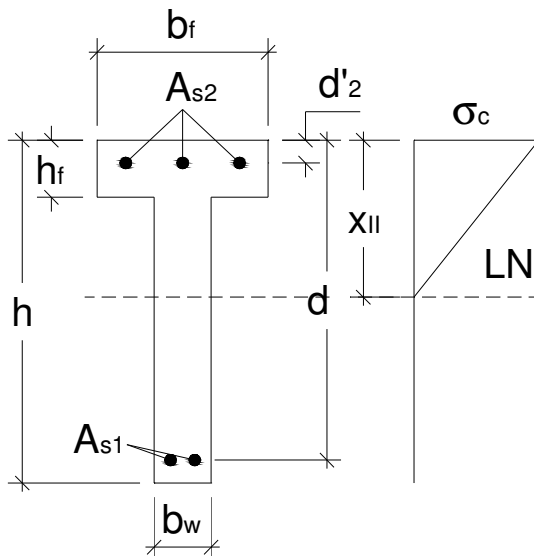


FIGURA 6.8 – Seção T no Estádio II.

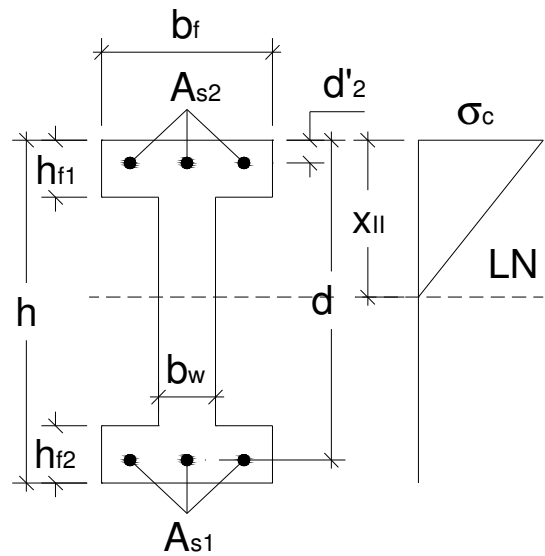


FIGURA 6.9 – Seção duplo T no Estádio II.

A solução para a equação 6.17 é mostrada nas expressões 6.18, 6.19, 6.20 e 6.21:

$$x_{II} = \frac{-a_2 \pm \sqrt{a_2^2 - 4 \cdot a_1 \cdot a_3}}{2 \cdot a_1} \quad (6.18)$$

$$a_1 = \frac{b_w}{2} \quad (6.19)$$

$$a_2 = h_f \cdot (b_f - b_w) + (\alpha_e - 1) \cdot A_{s2} + b_w \cdot h + \alpha_e \cdot A_{s1} \quad (6.20)$$

$$a_3 = -d'_2 \cdot (\alpha_e - 1) \cdot A_{s2} - d'_1 \cdot \alpha_e \cdot A_{s1} - \frac{h_f^2}{2} (b_f - b_w) \quad (6.21)$$

Para o cálculo do momento de inércia da seção T no Estádio II, tem-se a expressão 6.22, que é válida quando a profundidade da linha neutra é inferior à espessura da mesa ( $x_{II} < h_f$ ). Já a expressão 6.23 é válida para os casos em que a profundidade da linha neutra é maior que a espessura da mesa ( $x_{II} > h_f$ ).

$$I_{II} = \frac{b_f \cdot x_{II}^3}{3} + \alpha_e \cdot A_{s1} \cdot (x_{II} - d)^2 + (\alpha_e - 1) \cdot A_{s2} \cdot (x_{II} - d'_2)^2 \quad (6.22)$$

$$I_{II} = \frac{(b_f - b_w) \cdot h_f^3}{12} + (b_f - b_w) \cdot h_f \cdot \left(x_{II} - \frac{h_f}{2}\right)^2 + \frac{b_w \cdot x_{II}^3}{3} + b_w \cdot x_{II} \cdot \left(\frac{x_{II}}{2}\right)^2 + \alpha_e \cdot A_{s1} \cdot (x_{II} - d)^2 + (\alpha_e - 1) \cdot A_{s2} \cdot (x_{II} - d'_2)^2 \quad (6.23)$$

Quando a seção transversal da peça for retangular, as equações de 6.18 a 6.21 são válidas, fazendo  $b_w = b_f$  e  $h_f = 0$ .

Nos casos em que a seção transversal for duplo T, as mesmas equações, de 6.18 até 6.21, também são válidas. Para isso basta considerar seção T, uma vez que o concreto da mesa tracionada é desprezado.

### 6.1.6 – Modelo analítico para a análise da não linearidade física

Para avaliar a influência e o progresso da fissuração com o carregamento na laje alveolar, foi adotado o procedimento descrito a seguir.

**Primeiramente** divide-se a estrutura em elementos de barra. Para a modelagem pode-se, por exemplo, utilizar o software FTOOL (Two-dimensional Frame Analysis Tool), disponível para download gratuito em <https://web.tecgraf.puc-rio.br/ftool/>.

**Em segundo lugar** a força de ensaio  $F_2$  é dividida em etapas, para que possa ser aplicado de forma incremental. Neste trabalho essas etapas corresponderam a 10 kN.

**O terceiro passo** consiste em obter as características geométricas de todas as seções no Estádio I, considerando seção bruta. Determinam-se, portanto, para todas as seções, a área e o momento de inércia no Estádio I. Em seguida, calculam-se também as características geométricas de todas as seções no Estádio II, ou seja, área e o momento de inércia no Estádio II.

Feito isso, **na quarta fase**, aplicam-se as etapas de carregamento.

A Etapa 1 é feita com as propriedades geométricas da seção bruta no Estádio I, obtidas anteriormente.

De posse dos esforços solicitantes (momento fletor e força normal), verifica-se se o momento de fissuração foi atingido. Isso é feito para todas as seções do elemento. A força normal corresponde à força de protensão, considerando as perdas na data do ensaio de continuidade.

Nas seções em que o momento de fissuração foi ultrapassado, calcula-se o momento de inércia efetivo,  $I_m$ , pela expressão de Branson, utilizando-se as inércias previamente calculadas para os Estádios I e II.

Repete-se a Etapa 1 até que haja conversão dos resultados, de forma iterativa.

A Etapa 2 de carregamento é processada considerando para as seções fissuradas o momento de inércia efetivo, calculado na Etapa 1. Para a Etapa 2 repete-se o mesmo procedimento da Etapa 1. Nas seções nas quais o momento atuante é maior que o de fissuração, calcula-se o momento de inércia efetivo.

Esse procedimento é repetido até a última Etapa, que corresponde aplicação do carregamento total.

É importante comentar que para as propriedades geométricas foram considerados os valores obtidos nos ensaios de caracterização dos materiais, indicados no Capítulo 4



deste trabalho. A Tabela 4.28 mostra os principais valores encontrados na fase de caracterização.

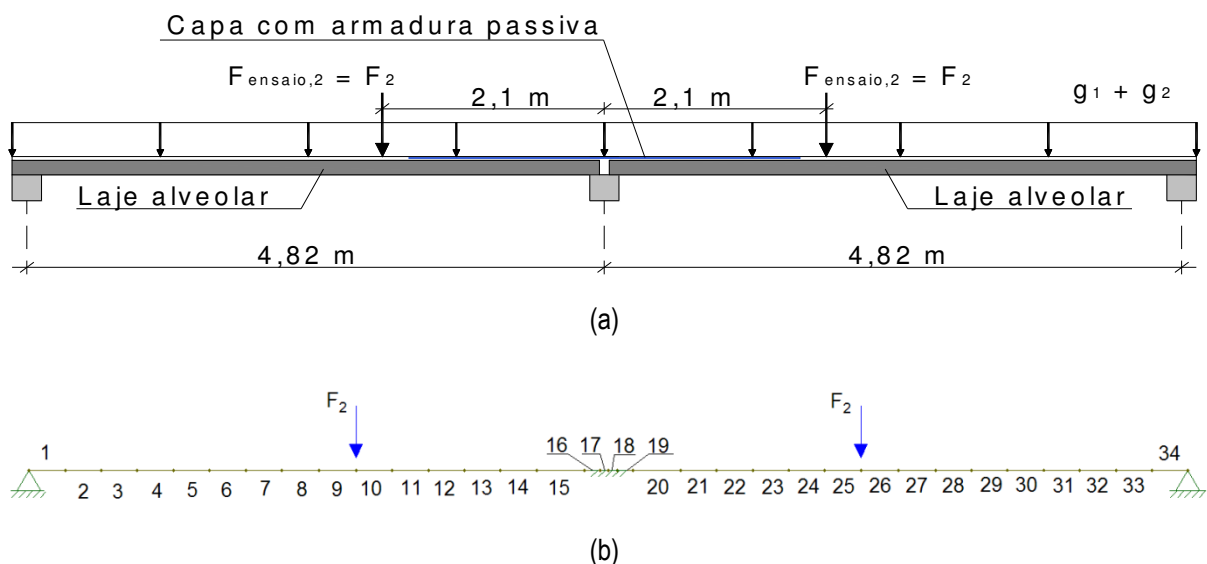
Também é importante ressaltar que os esforços solicitantes (momento fletor e força cortante) da análise da força aplicada ( $F_2$ ) foram combinados com os relativos ao peso próprio da laje e da capa ( $g_1 + g_2$ ), em cada etapa de aplicação de  $F_2$ .

## 6.2 – Resultados

A seguir serão apresentados os resultados obtidos com a modelagem através de elementos de barra associados ao modelo de fissuração pela expressão de Branson.

Para a modelagem a estrutura foi dividida em 34 elementos de barra. A Figura 6.7 ilustra essa divisão. A posição dos nós foi escolhida com base nas seguintes considerações:

- Aplicação da força  $F_2$ ;
- Meio de cada laje, ou seja, a 2,72 m de cada extremidade;
- Meio do modelo;
- Centro de giro do apoio;
- Extremidade da laje alveolar, na região do apoio intermediário;
- Divisão das demais barras em tamanhos de 30 cm.



**Figura 6.7 – Modelagem com elementos de barra: (a) Geometria do ensaio; (b) Divisão da estrutura em 34 elementos.**

Considera-se a seguinte divisão dos elementos e as seções que eles representam:

- Elementos 17 e 18 – seção tipo 1. Correspondem a uma seção retangular constituída pelo concreto da capa e a armadura passiva. As medidas dessas

seções são: altura 26,0 cm para EM1, 31,5 cm para EM2 e 21,0 cm para EM3 e largura 2,0 m para EM1 e 1,25m para os modelos EM2 e EM3.

- Elementos 13 a 16 e 19 a 22 – seção tipo 2. Correspondem a seção composta equivalente fictícia, contendo armadura passiva e ativa;
- Elementos 1 a 12 e 23 a 33 – seção tipo 3. Correspondem a seção composta equivalente fictícia, contendo apenas armadura ativa.

Lembra-se que a seção composta equivalente fictícia tem o seguinte significado: - **composta** pela laje mais a capa; - **equivalente**, fazendo com que o concreto da capa fique igual ao da laje, de acordo com o item 6.1.2; - **fictícia**, uma vez que representa a seção real por uma seção tipo duplo T (itens 6.1.3 e 6.1.4).

A Tabela 6.1 mostra as propriedades geométricas das seções compostas equivalentes fictícias, tomando como base as seções transversais dos modelos EM1, EM2 e EM3, apresentadas respectivamente nas Figuras 3.1, 3.3 e 3.5 (Capítulo 3), e de acordo com os itens 6.1.2, 6.1.3 e 6.1.4.

Os valores apresentados na Tabela 6.1 consideram às propriedades dos materiais encontrados nos ensaios de caracterização (Capítulo 4, Tabela 4.28).

Utilizando o item 6.1.5, obtêm-se as propriedades geométricas das seções (tipo 1, tipo 2 e tipo 3) nos Estádios I e II (Tabela 6.2), cuja nomenclatura segue as expressões 6.7 a 6.23.

De acordo com o item 6.1.1, o momento de fissuração é calculado com a expressão 6.3. A Tabela 6.3 apresenta esses resultados, mantendo a nomenclatura dessa expressão.

**Tabela 6.1 – Propriedades geométricas.**

Significado	Variáveis	EM1		EM2		EM3	
		Seção composta real	Seção composta equivalente fictícia	Seção composta real	Seção composta equivalente fictícia	Seção composta real	Seção composta equivalente fictícia
Área da armadura de protensão	$A_p (cm^2)$	8,91	8,91	9,90	9,90	2,63	2,63
Distância da armadura de protensão à fibra inferior	$d' (m)$	0,035	0,035	0,045	0,045	0,030	0,030
Área da seção de concreto	$A_c (m^2)$	0,3342	0,3065	0,2462	0,2734	0,1752	0,1790
Momento de inércia	$I (m^4)$	0,0024	0,0023	0,0027	0,0030	0,0008	0,0008

**Tabela 6.2 – Propriedades geométricas das seções nos Estádios I e II.**

Variáveis	EM1			EM2			EM3		
	Seção tipo 1	Seção tipo 2	Seção tipo 3	Seção tipo 1	Seção tipo 2	Seção tipo 3	Seção tipo 1	Seção tipo 2	Seção tipo 3
$A_h$ (cm <sup>2</sup> )	5189	3163	3205	3970	2851	2805	2549	2002	1790
$x_I$ (cm)	13,27	14,55	11,84	15,82	16,81	15,00	10,58	11,38	9,77
$I_h$ (cm <sup>4</sup> )	296856	262918	209987	327177	320484	314388	94024	89452	75992
$x_{II}$ (cm)	5,44	4,59	5,43	5,29	4,99	6,40	2,88	3,12	4,58
$I_{II}$ (cm <sup>4</sup> )	52577	38056	20797	38554	50742	37964	7193	7291	5187

**Tabela 6.3– Cálculo do momento de fissuração.**

Variáveis	EM1			EM2			EM3		
	Seção tipo 1	Seção tipo 2	Seção tipo 3	Seção tipo 1	Seção tipo 2	Seção tipo 3	Seção tipo 1	Seção tipo 2	Seção tipo 3
$\alpha$	1,5	1,5	1,5	1,5	1,5	1,5	1,5	1,5	1,5
$f_{ck}$ (MPa)	28	54	54	55	38	38	44	55	55
$E_{cs}$ (MPa)	25188	34979	34979	35301	29343	29343	31574	35301	35301
$f_{ct}^*$ (kN/cm <sup>2</sup> )	-	0,440	0,440	-	0,335	0,335	-	0,432	0,432
$f_{ct}^{**}$ (kN/cm <sup>2</sup> )	-	-	-	-	-	-	0,304	-	-
$f_{ct}^{***}$ (kN/cm <sup>2</sup> )	0,277	-	-	0,434	-	-	-	-	-
$\sigma_{pi}$ (kN/cm <sup>2</sup> )	0	0	142,0	0	0	125,8	0	0	133,0 / 13,75
<b>Perdas Progressivas (%)</b>	0	0	21,91	0	0	21,41	0	0	11,54
$\sigma_{pt}$ (kN/cm <sup>2</sup> )	0	0	110,9	0	0	98,8	0	0	117,7 / 96,8
$N$ (kN)	0	0	988,0	0	0	969,6	0	0	309,4 + 48,7 = 358,1 ****
$M_r$ (kN.m)	93,0	93,0 *****	172,0	135,0	135,0 *****	180,0	35,0	35,0 *****	75,0

(\*)  $f_{ct} = f_{ctm}$  retirado diretamente dos ensaios de caracterização das lajes alveolares (Cap. 4);

(\*\*)  $f_{ct} = f_{ctk,inf}$ , calculado com base no  $f_{ck}$  do concreto da capa, sendo o  $f_{ck}$  retirado dos ensaios de caracterização do concreto da capa. Além disso,  $f_{ctk,inf}$  foi mais representativo que  $f_{ctm}$  para este caso;

(\*\*\*)  $f_{ct} = f_{ctm}$ , calculado com base no  $f_{ck}$  do concreto da capa, sendo o  $f_{ck}$  retirado dos ensaios de caracterização do concreto da capa. Além disso,  $f_{ctm}$  foi mais representativo que  $f_{ctk,inf}$  para estes casos;

(\*\*\*\*) Soma das parcelas da protensão das fibras superiores e das inferiores (ver Figura 3.5 e Tabela 3.3);

(\*\*\*\*\*) Os valores de  $M_r$  das seções tipo 2 foram mais representativos quando estes foram iguais aos da seção tipo 1, o que é coerente, uma vez que o momento negativo solicita a capa tanto nas seções tipo 1 quanto nas tipo 2.

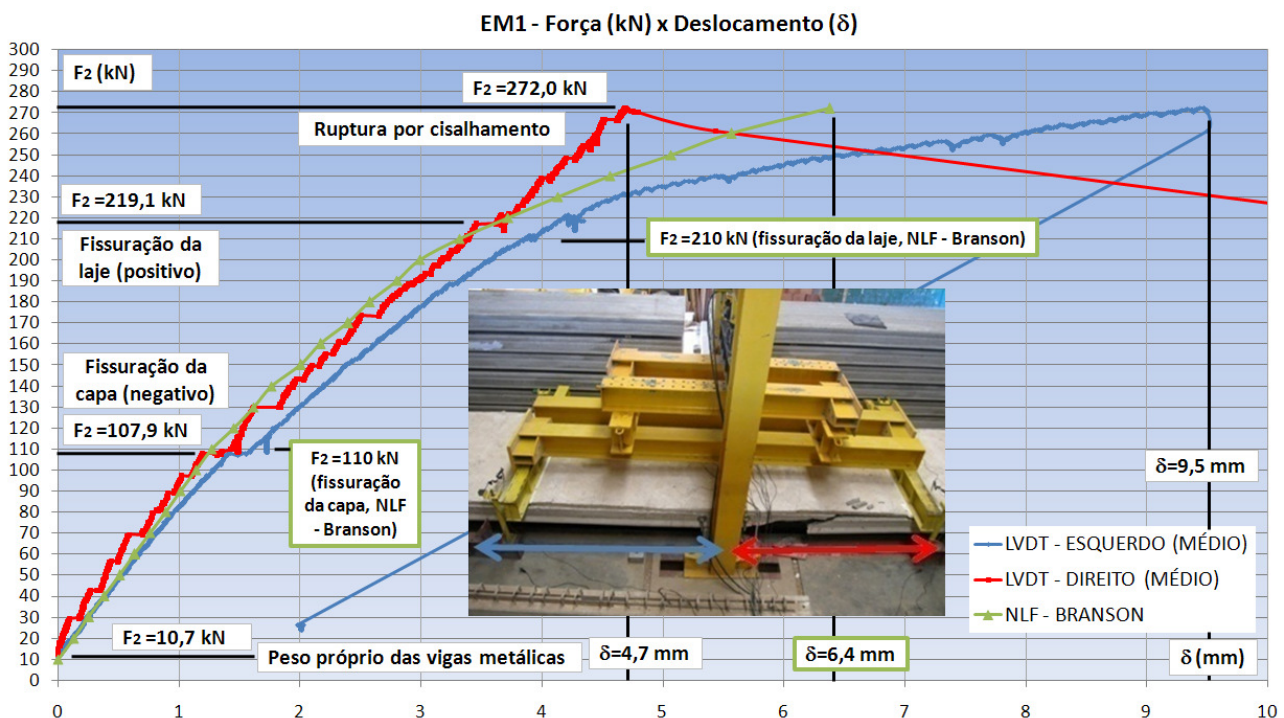
### 6.2.1 – EM1

A análise do modelo 1 com elementos de barra combinados com a expressão de Branson (NLF – BRANSON) foi iniciada com  $F_2 = 10,0$  kN e finalizada com  $F_2 = 272,0$  kN, que corresponde à força de ruptura encontrada no ensaio experimental de EM1.

Como o incremento do carregamento foi de 10,0 kN, a fissuração da capa pelo momento negativo ocorreu com  $F_2 = 110,0$  kN, enquanto que a fissuração da laje pelo momento positivo aconteceu com  $F_2 = 210,0$  kN.

Foram feitas leituras de: força aplicada ( $F_2$  [kN]), deslocamento no meio do vão ( $\delta$  [mm]), ou seja, no mesmo local onde os transdutores foram posicionados durante os ensaios de continuidade, e rotação no apoio ( $\phi$  [°]), onde foram posicionados os clinômetros. Através dessas leituras foi possível obter os gráficos  $F_2 \times \delta$  e também  $F_2 \times \phi$ , que por sua vez foram sobrepostos aos gráficos com os resultados dos ensaios de continuidade (mostrados no Capítulo 5).

A Figura 6.8 apresenta os gráficos que relacionam a força aplicada no ensaio ( $F_2$ ) com deslocamentos medidos ( $\delta$ ). Tal figura está relacionada com a Figura 5.29 (Cap. 5).



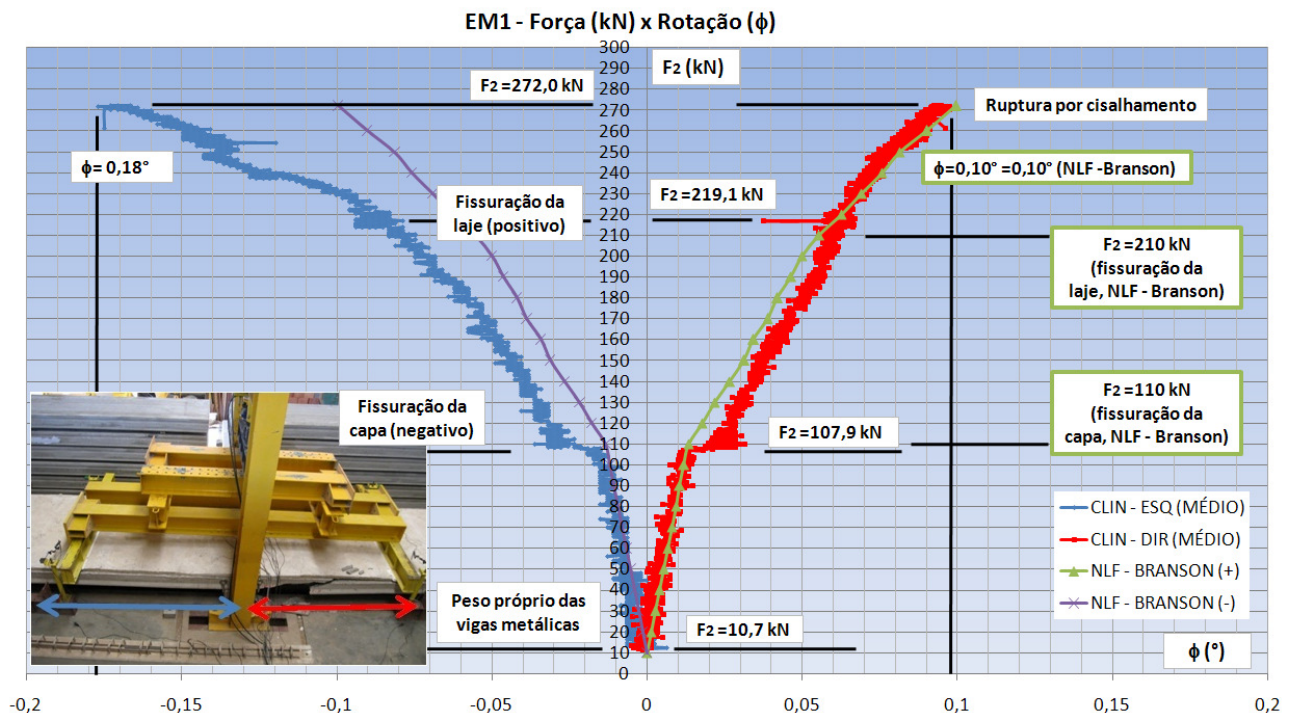
**Figura 6.8 – Diagramas Força x Deslocamento dos valores encontrados na análise com elementos de barras combinados com a expressão de Branson para o modelo 1.**

De acordo com a Figura 6.8, é possível observar que a curva NLF – BRANSON (traçada a partir dos resultados dos elementos de barra) representou de forma satisfatória o comportamento encontrado no ensaio de EM1. Os resultados da fissuração da capa e da

laje, respectivamente  $F_2 = 110,0$  kN e  $F_2 = 210,0$  kN, foram próximos dos encontrados no ensaio ( $F_2 = 107,9$  kN e  $F_2 = 219,1$  kN). Além disso, o deslocamento para  $F_2 = 272,0$  kN, ou seja,  $\delta = 6,4$  mm, é um valor intermediário entre os valores da laje da direita ( $\delta = 4,7$  mm) e da esquerda ( $\delta = 9,5$  mm).

Assim como os gráficos da laje da esquerda e da direita, a curva NLF – BRANSON apresentou um comportamento que pode ser aproximado por três retas. Nos dois primeiros trechos de retas o comportamento da curva NLF – BRANSON se assemelha aos das lajes. Entretanto, no último trecho de reta, a curva NLF – BRANSON apresenta um comportamento intermediário com relação às duas lajes (da esquerda e da direita). Isso ressalta o fato de que a laje que apresentou a ruptura por cisalhamento ficou mais rígida a partir da fissuração das lajes pelo momento positivo.

A Figura 6.9 mostra os gráficos que relacionam a força  $F_2$  com a rotação no apoio ( $\phi$ ). Essa figura está relacionada com a Figura 5.31 do Capítulo. 5.

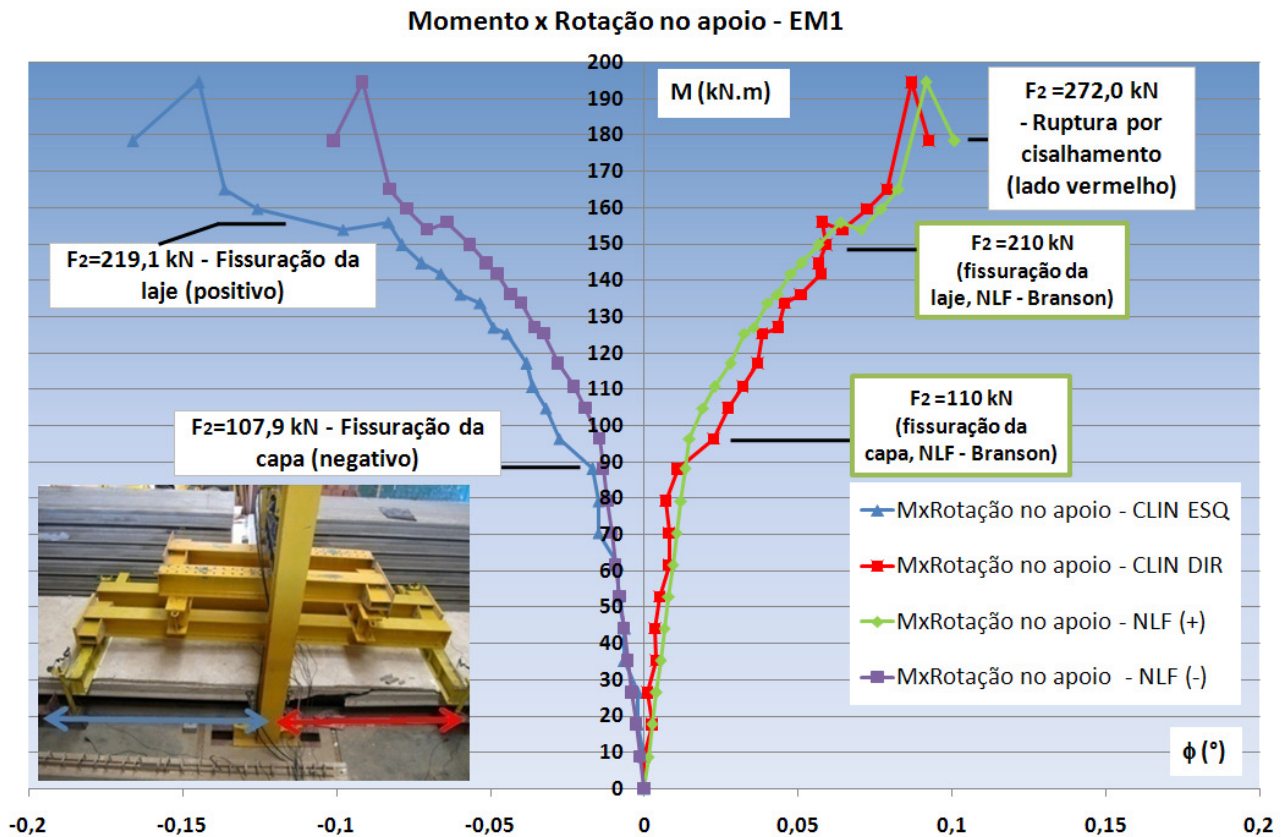


**Figura 6.9 – Diagramas Força x Rotação dos valores encontrados na análise com elementos de barras combinados com a expressão de Branson para o modelo 1.**

Observando a Figura 6.9 é possível notar que a curva NLF – BRANSON representou de forma satisfatória o comportamento da laje da direita, tendo uma rotação final igual ( $\phi = 0,1^\circ$ ), e teve um comportamento mais rígido que a laje da esquerda, principalmente a partir da fissuração da capa pelo momento negativo.



A Figura 6.10 apresenta as curvas que relacionam o Momento ( $M$ ) da análise com elementos de barra e as rotações no apoio ( $\phi$ ), encontradas nos ensaios e também na análise com elementos de barra (NLF – BRANSON).



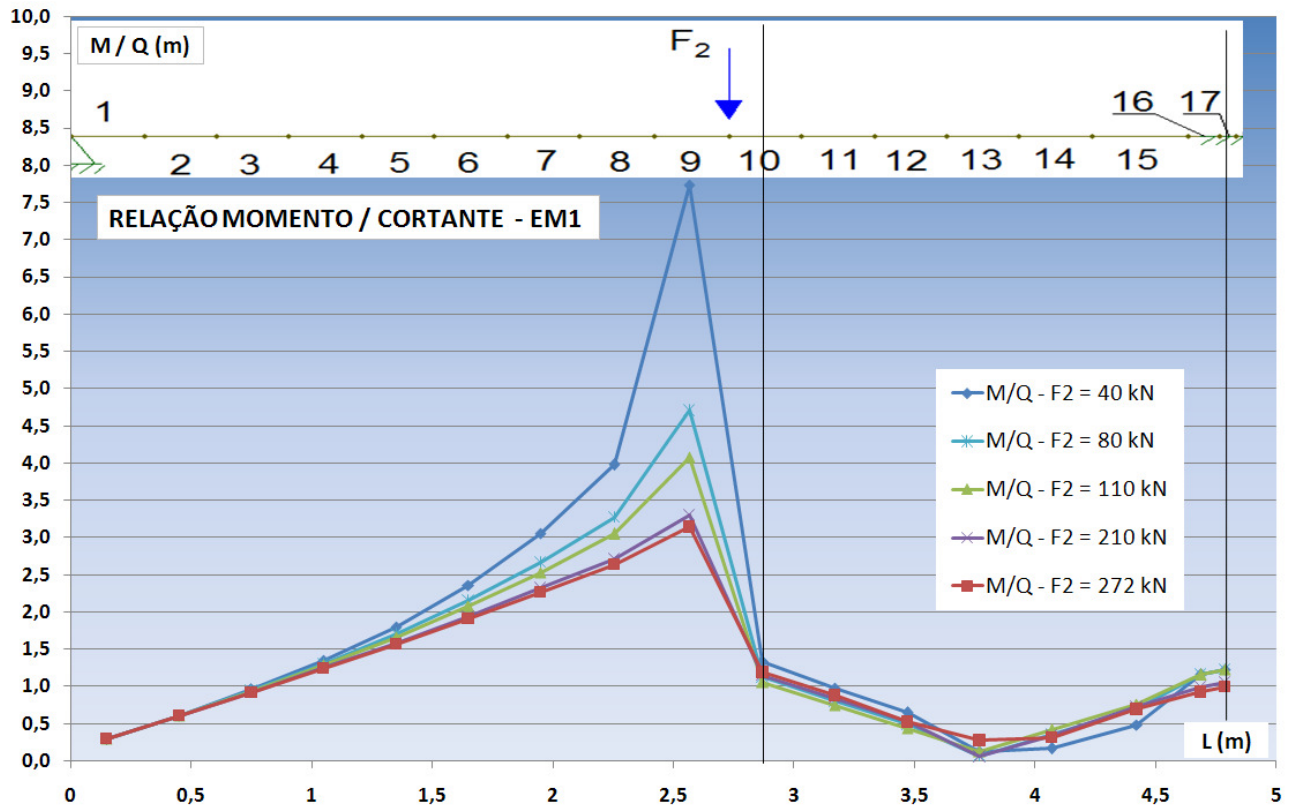
**Figura 6.10 – Diagramas Momento x Rotação dos valores encontrados na análise com elementos de barras combinados com a expressão de Branson para o modelo 1.**

A Figura 6.10 mostra novamente que a curva NLF – BRANSON representou de forma satisfatória o comportamento do modelo 1. Além disso, essa figura ressalta o fato de que a ligação laje-viga-laje teve um comportamento rígido, principalmente no primeiro trecho, ou seja, até a fissuração da capa pelo momento negativo.

De acordo com os valores dos esforços solicitantes (momento fletor e força cortante) encontrados na análise pelos elementos de barra e a expressão de Branson, foi possível obter a relação Momento Fletor pela Força Cortante em cada seção do modelo. A Figura 6.11 apresenta essa relação para valores de  $F_2 = 40$  kN, 80,0 kN, 110,0 kN, 210,0 kN e 272,0 kN. Foram escolhidos apenas alguns valores de  $F_2$  para não poluir muito o gráfico, e ao mesmo tempo representar de forma satisfatória o comportamento do modelo.

Analisando a Figura 6.11 é possível notar que, na região de momento positivo próximo à aplicação da força  $F_2$ , a relação Momento/Cortante é alta e diminui de acordo com a fissuração do modelo, se estabilizando em um valor de 3,0. Além disso, essa relação é baixa nas seções onde ocorreu a ruptura por cisalhamento (elementos 14 e 15 da Figura 6.7 (b)), ficando próxima de 0,5.





**Figura 6.11 – Relação Momento Fletor / Força Cortante dos valores encontrados na análise com elementos de barras combinados com a expressão de Branson para o modelo 1.**

Para a força aplicada  $F_2 = 272,0$  kN, a máxima força cortante encontrada foi de 212,7 kN. Esse valor corresponde à força cortante de ruptura do modelo teórico, ocorrendo no elemento 15 (ver Figura 6.7 letra b). A seguir a Figura 6.12 relaciona os valores das forças cortantes solicitantes com o valor de 212,7 kN.

Analisando essa figura notam-se dois trechos distintos. O primeiro entre o apoio extremo e o local de aplicação de  $F_2$ , e o segundo entre  $F_2$  e o apoio intermediário. No primeiro trecho a relação se estabiliza próximo de 0,5, enquanto que o segundo trecho se estabiliza com o valor de 1,0 no elemento 15.

No Capítulo 3, Tabela 3.29, foram apresentados os momentos fletores resistentes das lajes alveolares (positivos e negativos). Para o modelo 1 tem-se os seguintes valores: momento resistente positivo 327,44 kN e momento resistente negativo 219,71 kN.

A Figura 6.13 relaciona os valores dos momentos fletores encontrados na análise com elementos de barra e os momentos resistentes. O máximo valor encontrado para essa relação foi de 0,8 para o momento positivo (elementos 9 e 10) e também 0,8 para momento negativo (elemento 15).

As curvas das Figuras 6.12 e 6.13 estão coerentes com o que ocorreu no ensaio de continuidade do modelo 1, uma vez que a ruptura se deu por cisalhamento. O máximo valor encontrado para a relação de força cortante foi de 1,0, no elemento que sofreu ruptura.

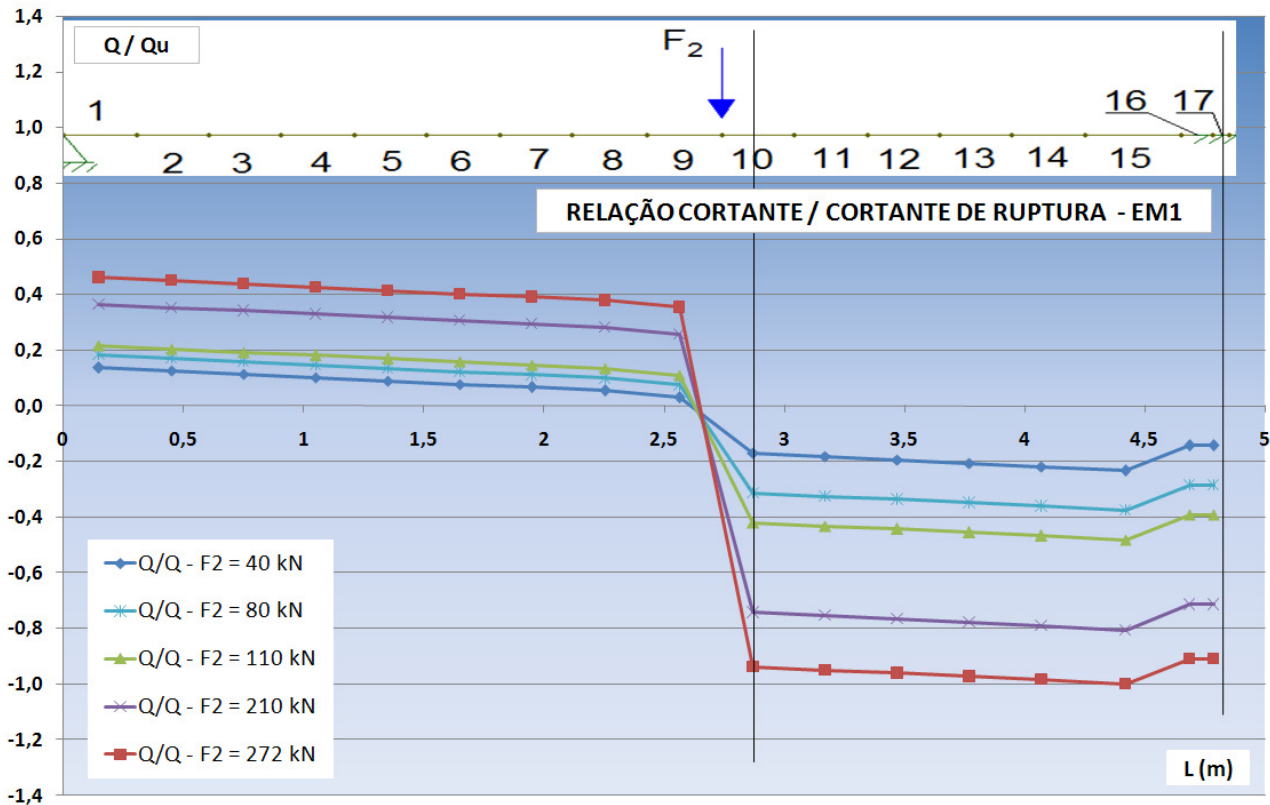


Figura 6.12 – Relação Força Cortante x Força Cortante de Ruptura dos valores encontrados na análise com elementos de barras combinados com a expressão de Branson para o modelo 1.

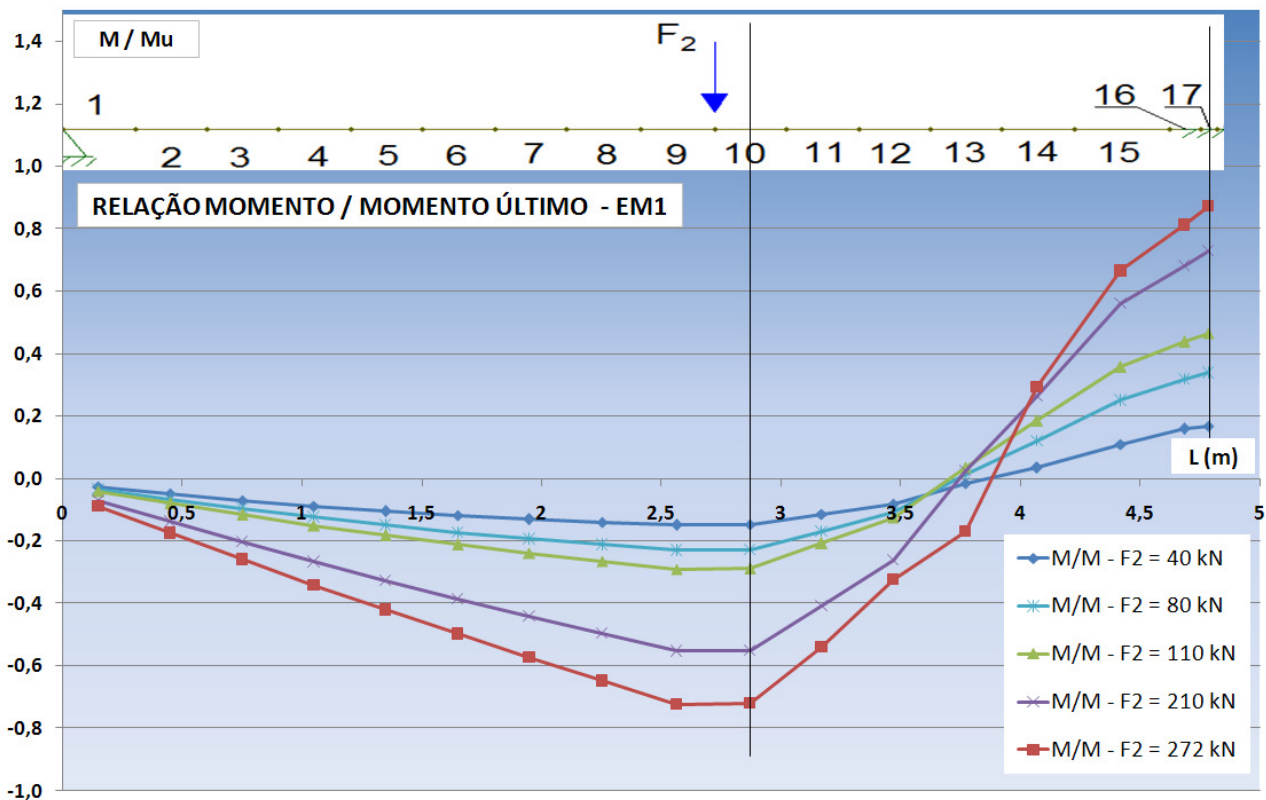


Figura 6.13 – Relação Momento Fletor x Momento Fletor de Ruptura dos valores encontrados na análise com elementos de barras combinados com a expressão de Branson para o modelo 1.

Já a máxima relação de momento fletor (0,8) é menor que 1,0, indicando que o modelo ensaiado estava com solicitações de flexão abaixo da resistência, no momento da ruptura por cisalhamento.

## 6.2.2 – EM2

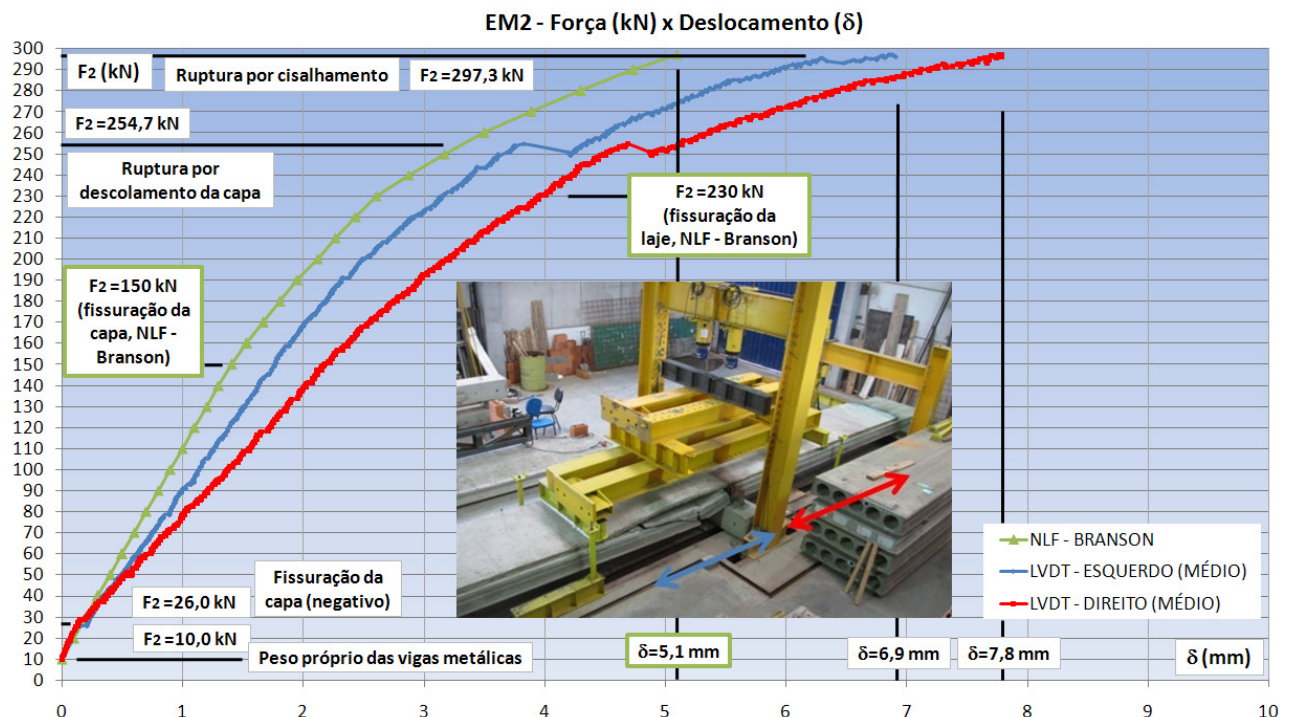
A análise do modelo 2 com elementos de barra combinados com a expressão de Branson (NLF – BRANSON) foi iniciada com  $F_2 = 10,0$  kN e finalizada com  $F_2 = 297,3$  kN, que corresponde à máxima força aplicada no ensaio experimental de EM2.

Como o incremento do carregamento foi de 10,0 kN, a fissuração da capa pelo momento negativo ocorreu com  $F_2 = 150,0$  kN, enquanto que a fissuração da laje pelo momento positivo aconteceu com  $F_2 = 230,0$  kN.

Da mesma forma que para EM1, foram feitas leituras de força aplicada ( $F_2$  [kN]), deslocamento no meio do vão ( $\delta$  [mm]) e rotação no apoio ( $\phi$  [°]).

Através dessas leituras foi possível obter os gráficos  $F_2 \times \delta$  e também  $F_2 \times \phi$ , que por sua vez foram sobrepostos aos gráficos com os resultados dos ensaios de continuidade (mostrados no Capítulo 5).

A Figura 6.14 apresenta os gráficos que relacionam a força aplicada no ensaio ( $F_2$ ) com deslocamentos medidos ( $\delta$ ). Tal figura está relacionada com a Figura 5.45 (Cap. 5).

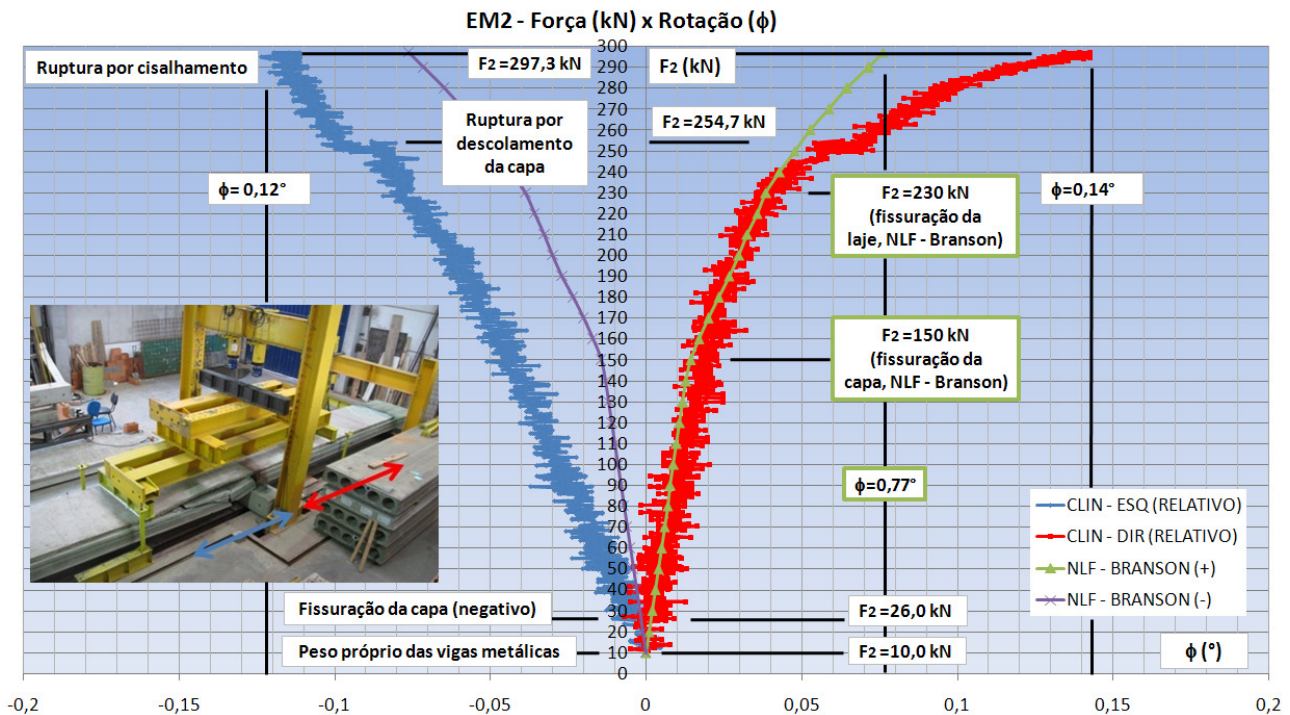


**Figura 6.14 – Diagramas Força x Deslocamento dos valores encontrados na análise com elementos de barras combinados com a expressão de Branson para o modelo 2.**

De acordo com a Figura 6.14 é possível observar que a curva NLF – BRANSON representou de forma satisfatória o comportamento encontrado no ensaio de EM2. Entretanto essa curva apresentou um comportamento mais rígido do que as curvas das lajes alveolares (esquerda e direita). No início do último trecho das curvas que representam o ensaio experimental, ou seja, acima da fissuração da laje, ocorreu a ruptura do modelo pelo descolamento da capa com a laje. Isso fez com que a curva teórica com modelo de barras ficasse ainda mais rígida, pois esse modelo teórico não considera o descolamento da capa com a laje.

O resultado da fissuração da capa,  $F_2 = 150,0$  kN, ficou distante do encontrado no ensaio ( $F_2 = 26,0$  kN). Além disso, o modelo teórico de barras apresentou fissuração da laje com  $F_2 = 230,0$  kN, enquanto que no ensaio a laje não apresentou fissuração.

A Figura 6.15 mostra os gráficos que relacionam a força  $F_2$  com a rotação no apoio ( $\phi$ ). Essa figura está relacionada com a Figura 5.47 do Capítulo 5.



**Figura 6.15 – Diagramas Força x Rotação dos valores encontrados na análise com elementos de barras combinados com a expressão de Branson para o modelo 2.**

Observando a Figura 6.15 é possível notar que a curva NLF – BRANSON representou de forma satisfatória o comportamento da laje da direita, e teve um comportamento mais rígido que a laje da esquerda. Esse último fato indica que a laje da esquerda pode ter sofrido uma fissuração prematura, e com isso se deslocado mais que a laje da direita.

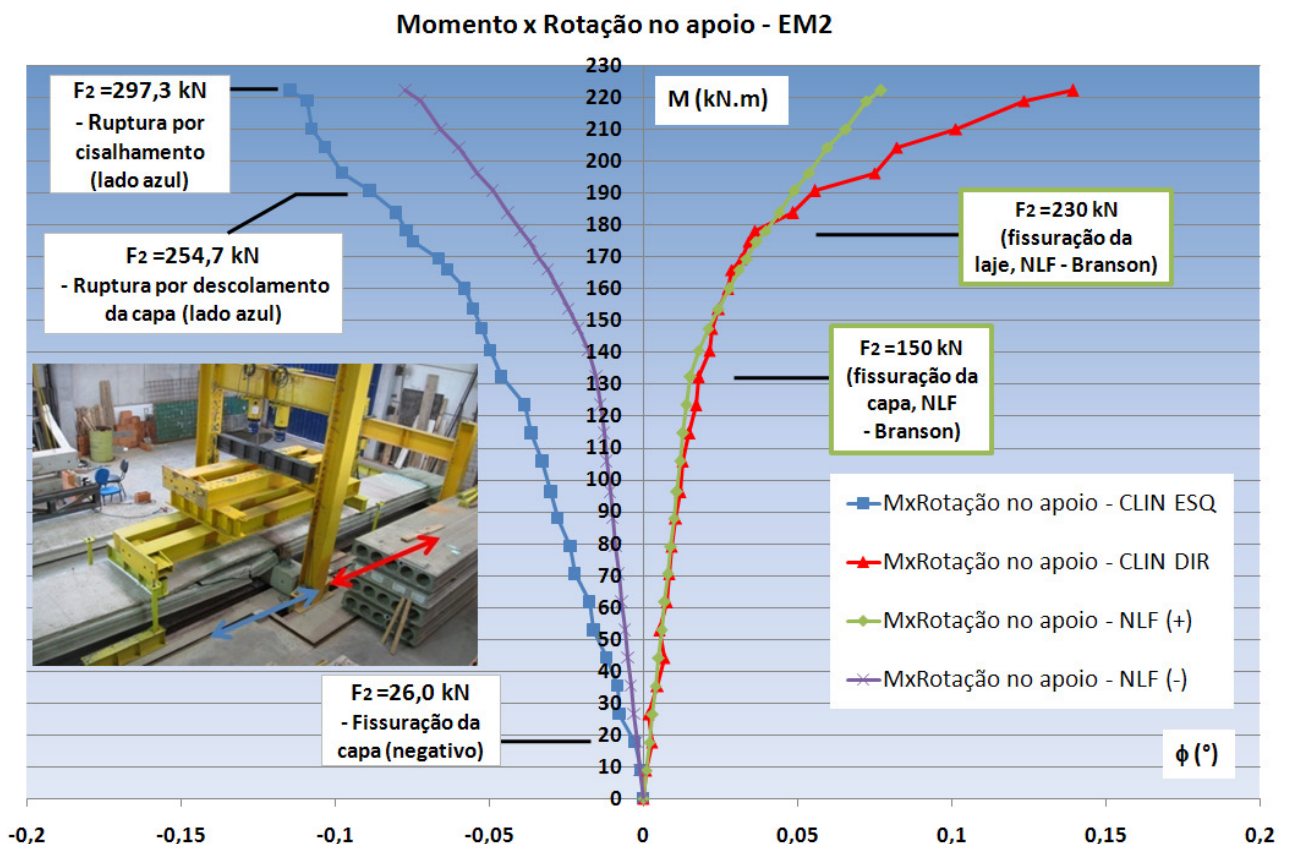


Esse fato parece ser contraditório, uma vez que na Figura 5.45 (e 6.14) os deslocamentos da direita são maiores que os da esquerda. No entanto o que ocorreu foi que, como mostra a Figura 5.46, o apoio girou no sentido horário, com relação ao lado de referência, aumentando os deslocamentos da laje da direita e diminuindo os deslocamentos da laje da esquerda.

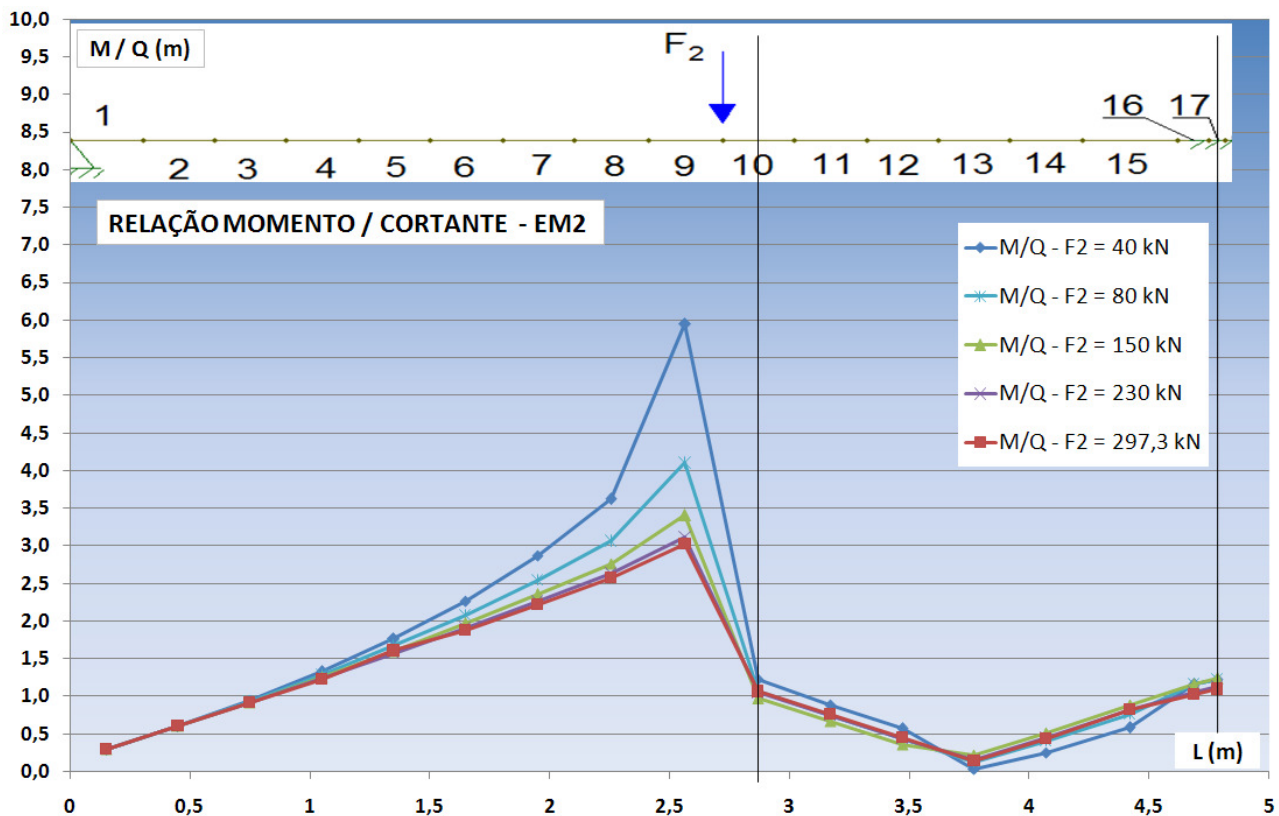
A Figura 6.16 apresenta as curvas que relacionam o Momento ( $M$ ) da análise com elementos de barra e as rotações no apoio ( $\phi$ ), encontradas nos ensaios e também na análise com elementos de barra (NLF – BRANSON).

Novamente existe a indicação de que a curva NLF – BRANSON representou de forma satisfatória o comportamento do modelo 2, sobretudo no lado direito do modelo. Além disso, essa figura ressalta o fato que a ligação laje-viga-laje teve um comportamento rígido, principalmente porque as diferenças entre as curvas da laje da esquerda e da curva teórica (NLF – BRANSON) ficaram distantes, uma vez que ocorreu uma fissuração prematura da laje esquerda na região de momento negativo.

De acordo com os valores dos esforços solicitantes (momento fletor e força cortante) encontrados na análise teórica, foi possível obter a relação Momento Fletor pela Força Cortante em cada seção do modelo. A Figura 6.17 apresenta essa relação para valores de  $F_2 = 40 \text{ kN}$ ,  $80,0 \text{ kN}$ ,  $150,0 \text{ kN}$ ,  $230,0 \text{ kN}$  e  $297,3 \text{ kN}$ .



**Figura 6.16 – Diagramas Momento x Rotação dos valores encontrados na análise com elementos de barras combinados com a expressão de Branson para o modelo 2.**



**Figura 6.17 – Relação Momento Fletor / Força Cortante dos valores encontrados na análise com elementos de barras combinados com a expressão de Branson para o modelo 2.**

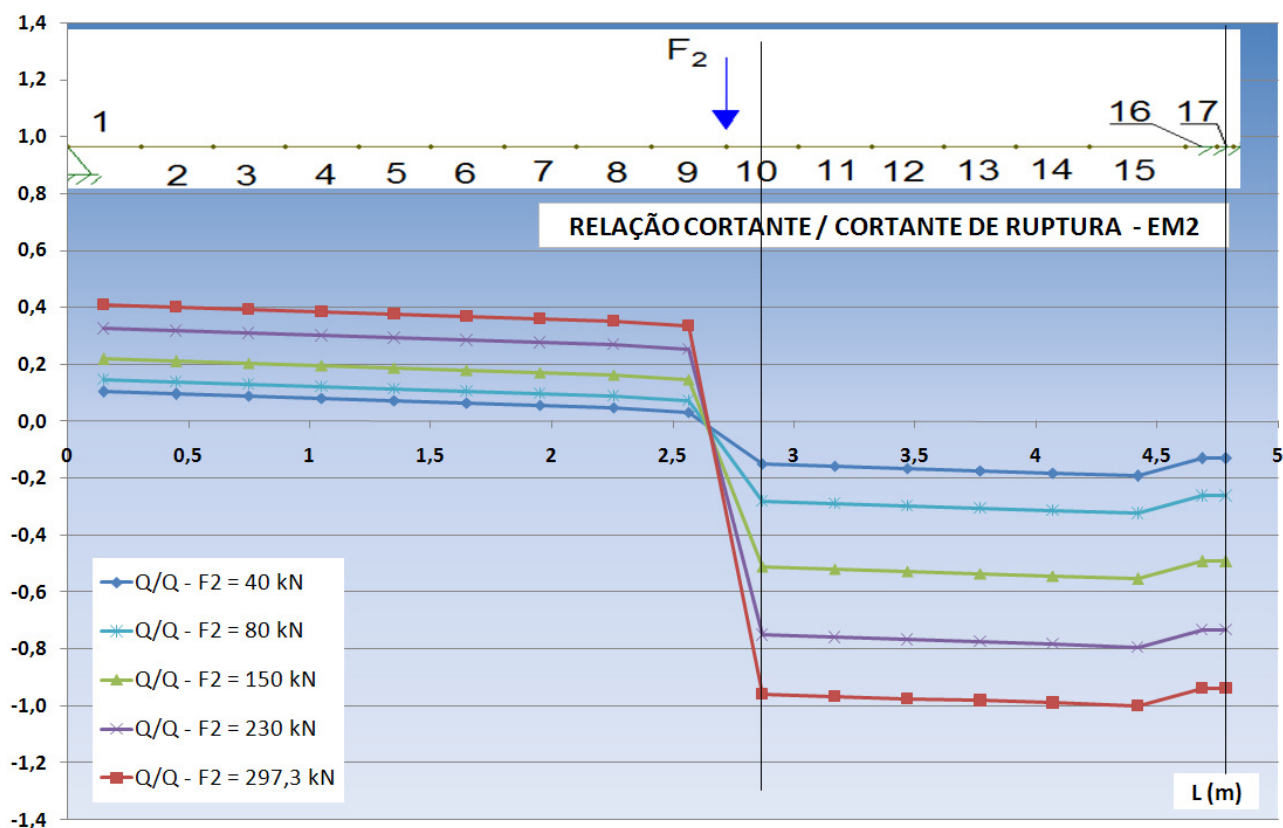
Analisando a Figura 6.17 é possível notar que, na região de momento positivo próxima à aplicação da força  $F_2$ , a relação Momento/Cortante é alta e diminui de acordo com a fissuração do modelo, se estabilizando em um valor de 3,0. Além disso, a relação Momento/Cortante é baixa nas seções onde ocorreu a ruptura por cisalhamento (elementos 14 e 15 da Figura 6.7 (b)), ficando próxima de 1,0.

Para a força aplicada  $F_2 = 297,3$  kN, a máxima força cortante encontrada foi de 231,3 kN, valor corresponde à máxima força cortante teórica encontrada no modelo 2, no elemento 15 (ver Figura 6.7, letra b).

A Figura 6.18 relaciona os valores das forças cortantes solicitantes com o valor de 231,3 kN. No entanto, vale ressaltar que para  $F_2 = 254,7$  o modelo 2 sofreu ruptura pelo desprendimento da capa, passando a trabalhar como seção simples nos locais onde ocorreu essa ruptura (equivalente aos elementos 10, 11, 12, 13, 14 e 15 da Figura 6.7, letra b).

Analisando essa figura notam-se dois trechos distintos. O primeiro entre o apoio extremo e o local de aplicação de  $F_2$ , e o segundo entre  $F_2$  e o apoio intermediário. No primeiro trecho a relação se estabiliza próximo de 0,4, enquanto que o segundo trecho se estabiliza com o valor de 1,0 no elemento 15.





**Figura 6.18 – Relação Força Cortante x Força Cortante de Ruptura dos valores encontrados na análise com elementos de barras combinados com a expressão de Branson para o modelo 2.**

No Capítulo 3, Tabela 3.29, foram apresentados os momentos fletores resistentes das lajes alveolares (positivo e negativo). Para o modelo 2 tem-se os seguintes valores: momento resistente positivo 445,55 kN e momento resistente negativo 156,20 kN.

A Figura 6.19 relaciona os valores dos momentos fletores encontrados na análise com elementos de barra e os momentos resistentes. O máximo valor encontrado para essa relação foi de 0,6 para o momento positivo (elementos 9 e 10) e 1,5 para momento negativo (elemento 15).

As curvas das Figuras 6.17 e 6.18 estão coerentes com o que ocorreu no ensaio de continuidade do modelo 2, uma vez que a ruptura não ocorreu por flexão e sim por destacamento da capa, acompanhada pela ruptura por cisalhamento.

Novamente é preciso lembrar que para  $F_2 = 254,7$  o modelo 2 sofreu ruptura pelo desprendimento da capa, passando a trabalhar como seção simples nos locais onde ocorreu essa ruptura (equivalente aos elementos 10, 11, 12, 13, 14 e 15 da Figura 6.7, letra b).

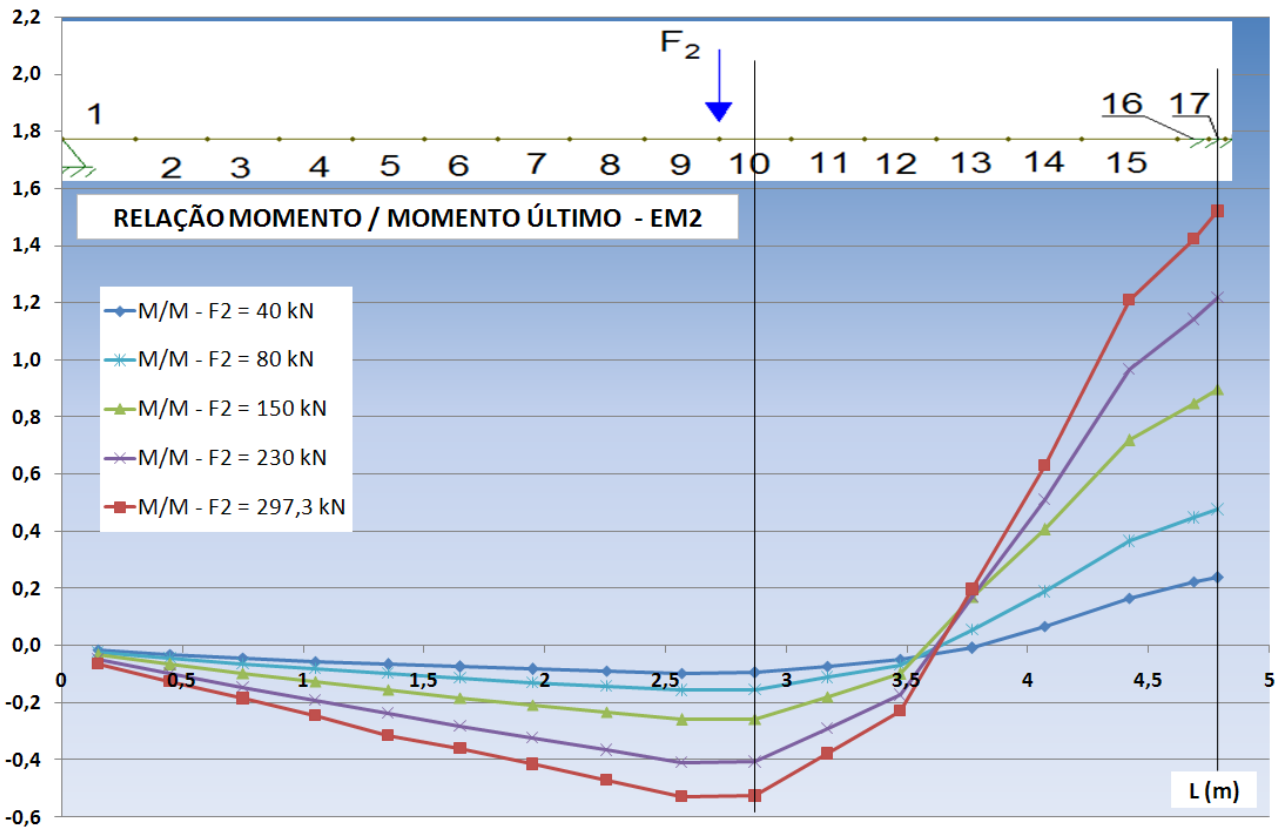


Figura 6.19 – Relação Momento Fletor x Momento Fletor de Ruptura dos valores encontrados na análise com elementos de barras combinados com a expressão de Branson para o modelo 2.

### 6.2.3 – EM3

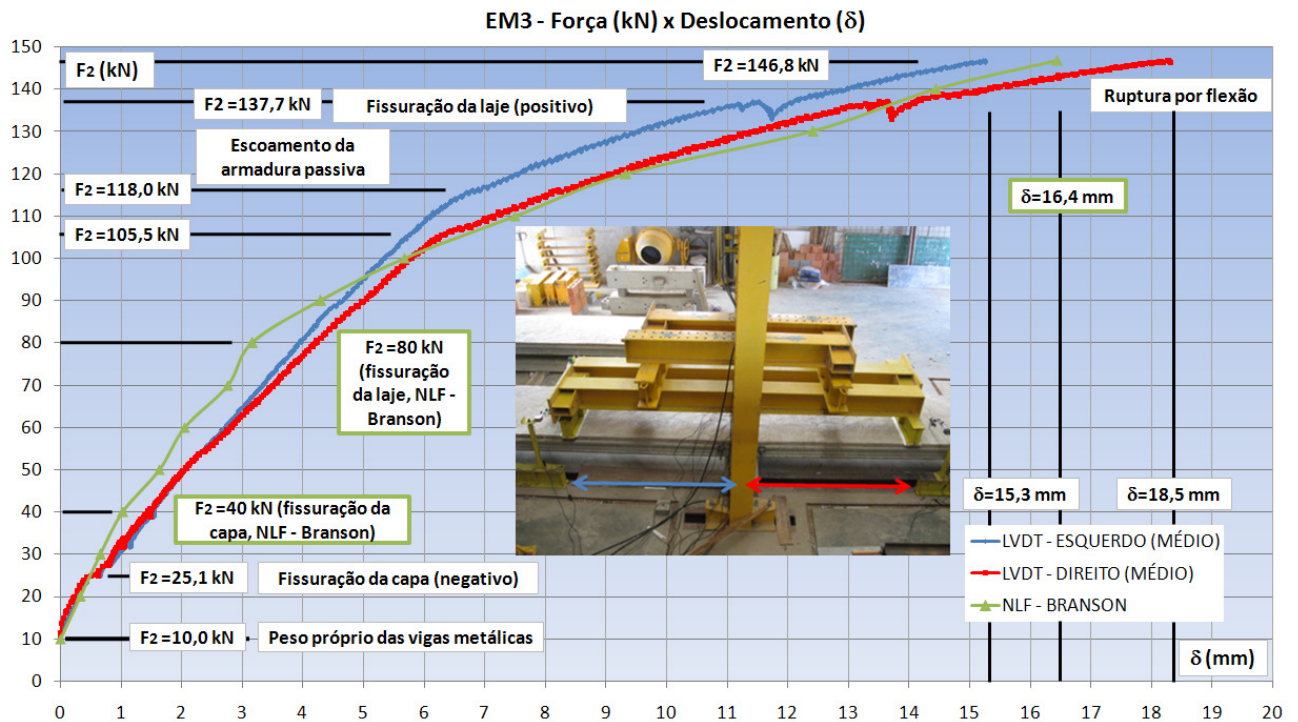
A análise do modelo 3 com elementos de barra combinados com a expressão de Branson (NLF – BRANSON) foi iniciada com  $F_2 = 10,0$  kN e finalizada com  $F_2 = 146,8$  kN, que corresponde à força de ruptura encontrada no ensaio experimental de EM3.

Como o incremento do carregamento foi de 10,0 kN, a fissuração da capa pelo momento negativo ocorreu com  $F_2 = 40,0$  kN, enquanto que a fissuração da laje pelo momento positivo aconteceu com  $F_2 = 80,0$  kN.

Da mesma forma que para EM1 e EM2, foram feitas leituras de força aplicada ( $F_2$  [kN]), deslocamento no meio do vão ( $\delta$  [mm]) e rotação no apoio ( $\phi$  [°]).

Através dessas leituras foi possível obter os gráficos  $F_2 \times \delta$  e também  $F_2 \times \phi$ , que por sua vez foram sobrepostos aos gráficos com os resultados dos ensaios de continuidade (mostrados no Capítulo 5).

A Figura 6.20 apresenta os gráficos que relacionam a força aplicada no ensaio ( $F_2$ ) com deslocamentos medidos ( $\delta$ ). Tal figura está relacionada com a Figura 5.58 (Cap. 5).



**Figura 6.20 – Diagramas Força x Deslocamento dos valores encontrados na análise com elementos de barras combinados com a expressão de Branson para o modelo 3.**

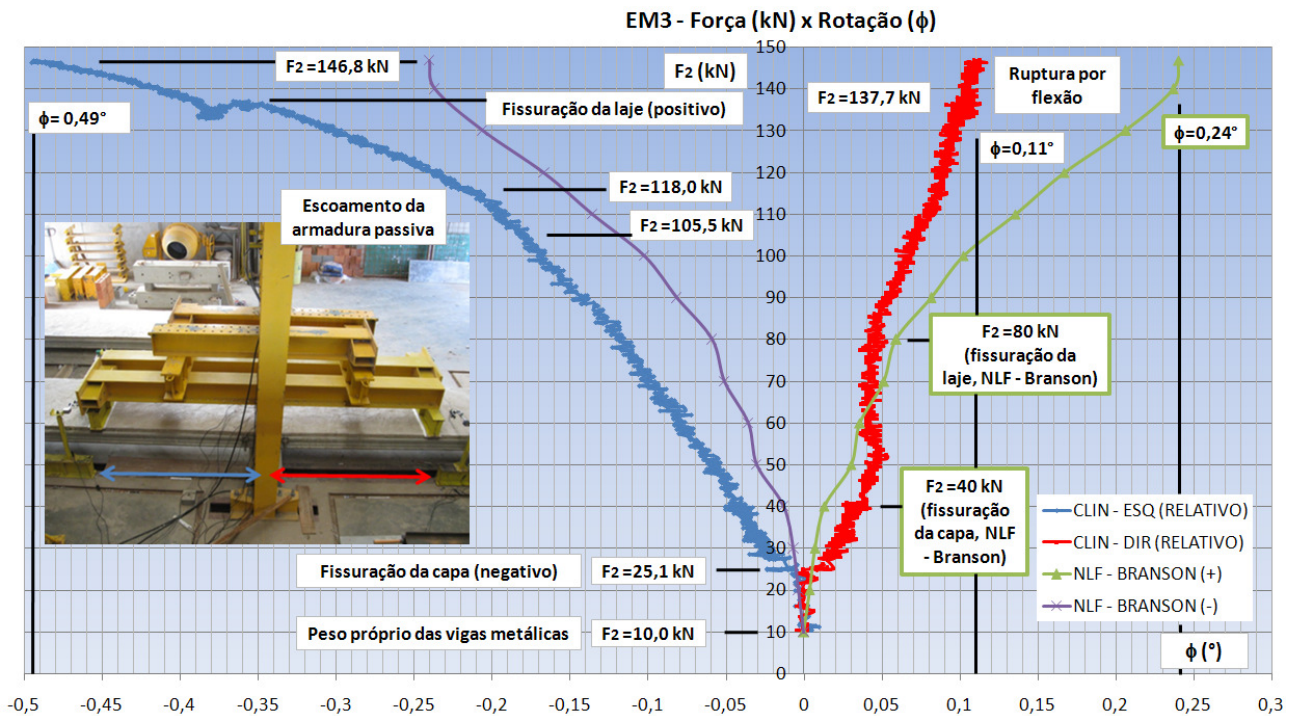
De acordo com a Figura 6.20 é possível observar que a curva NLF – BRANSON (traçada a partir dos resultados dos elementos de barra) representou de forma satisfatória o comportamento encontrado no ensaio de EM3.

O resultado da fissuração da capa  $F_2 = 40,0$  kN ficou próximo do encontrado no ensaio ( $F_2 = 25,1$  kN). Já para a fissuração da laje, o valor teórico de  $F_2 = 80,0$  kN, ficou distante do relativo ao ensaio,  $F_2 = 137,7$  kN. Essa diferença pode ter sido causada pelo escoamento da armadura de continuidade ocorrido após a fissuração da capa e antes da fissuração da laje, no ensaio do modelo 3.

Com relação ao deslocamento, o resultado da curva teórica foi de  $\delta = 16,4$  mm, valor próximo e intermediário aos encontrados no ensaio ( $\delta = 15,3$  mm para a laje da esquerda e  $\delta = 18,5$  mm para a laje da direita).

A Figura 6.21 mostra os gráficos que relacionam a força  $F_2$  com a rotação no apoio ( $\phi$ ). Essa figura está relacionada com a Figura 5.60 do Capítulo 5.

Observando a Figura 6.21 é possível notar que a curva NLF – BRANSON representou de forma satisfatória o comportamento do modelo 3, tendo resultado melhor quando se considera a laje da esquerda, entretanto com comportamento mais rígido que o dessa laje. De uma forma geral, a laje da direita teve um comportamento mais rígido que a curva teórica. Destaca-se na curva da laje da direita um trecho de recuperação de rigidez para valores de  $F_2$  entre 50,0 kN e 80,0 kN.



**Figura 6.21 – Diagramas Força x Rotação dos valores encontrados na análise com elementos de barras combinados com a expressão de Branson para o modelo 3.**

A Figura 6.22 apresenta as curvas que relacionam o Momento ( $M$ ) da análise com elementos de barra e as rotações no apoio ( $\phi$ ), encontradas nos ensaios e também na análise com elementos de barra (NLF – BRANSON).

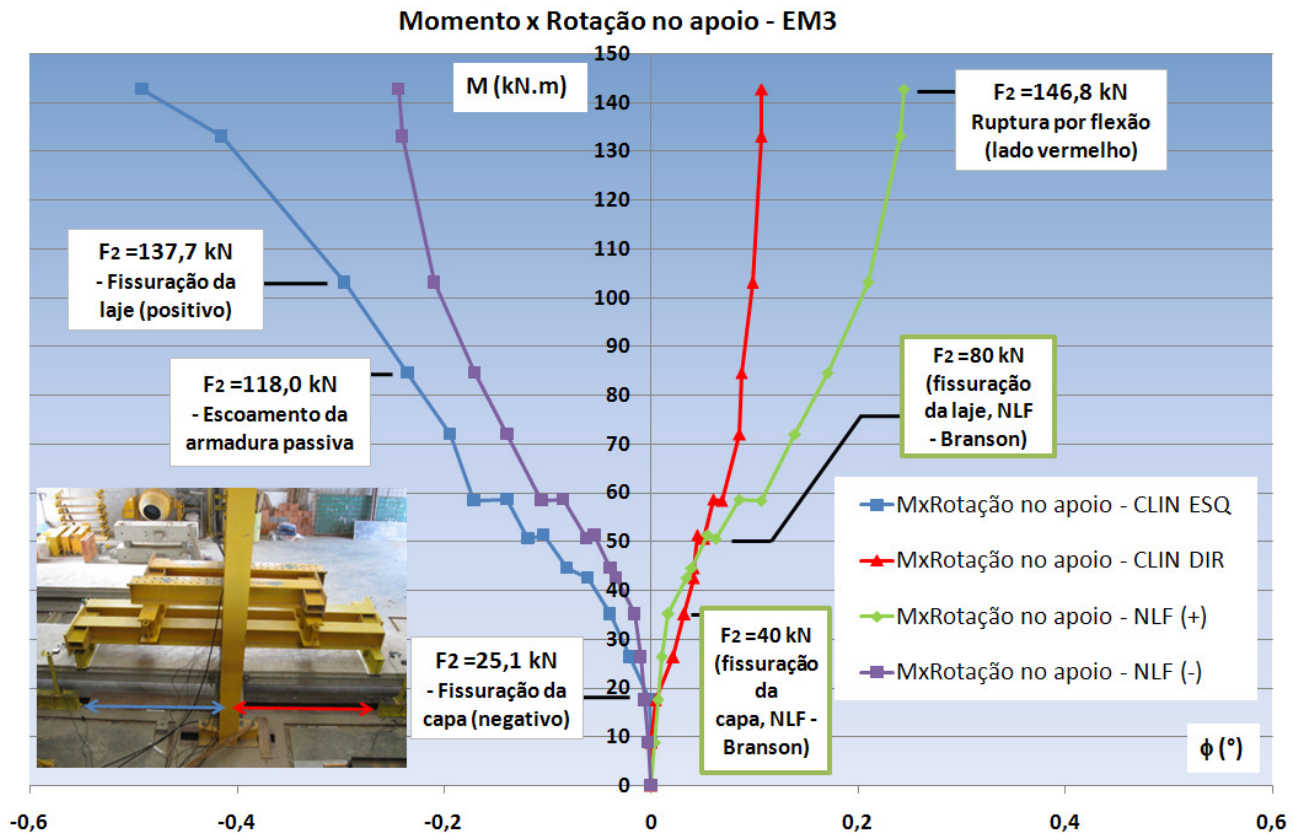
Novamente existe a indicação de que a curva NLF – BRANSON representou de forma satisfatória o comportamento do modelo 3. Além disso, essa figura ressalta o fato de que a ligação laje-viga-laje teve um comportamento rígido.

De acordo com os valores dos esforços solicitantes (momento fletor e força cortante) encontrados na análise pelos elementos de barra e a expressão de Branson, foi possível obter a relação Momento Fletor pela Força Cortante em cada seção do modelo. A Figura 6.23 apresenta essa relação para valores de  $F_2 = 30$  kN, 40,0 kN, 50,0 kN, 80,0 kN e 146,8 kN.

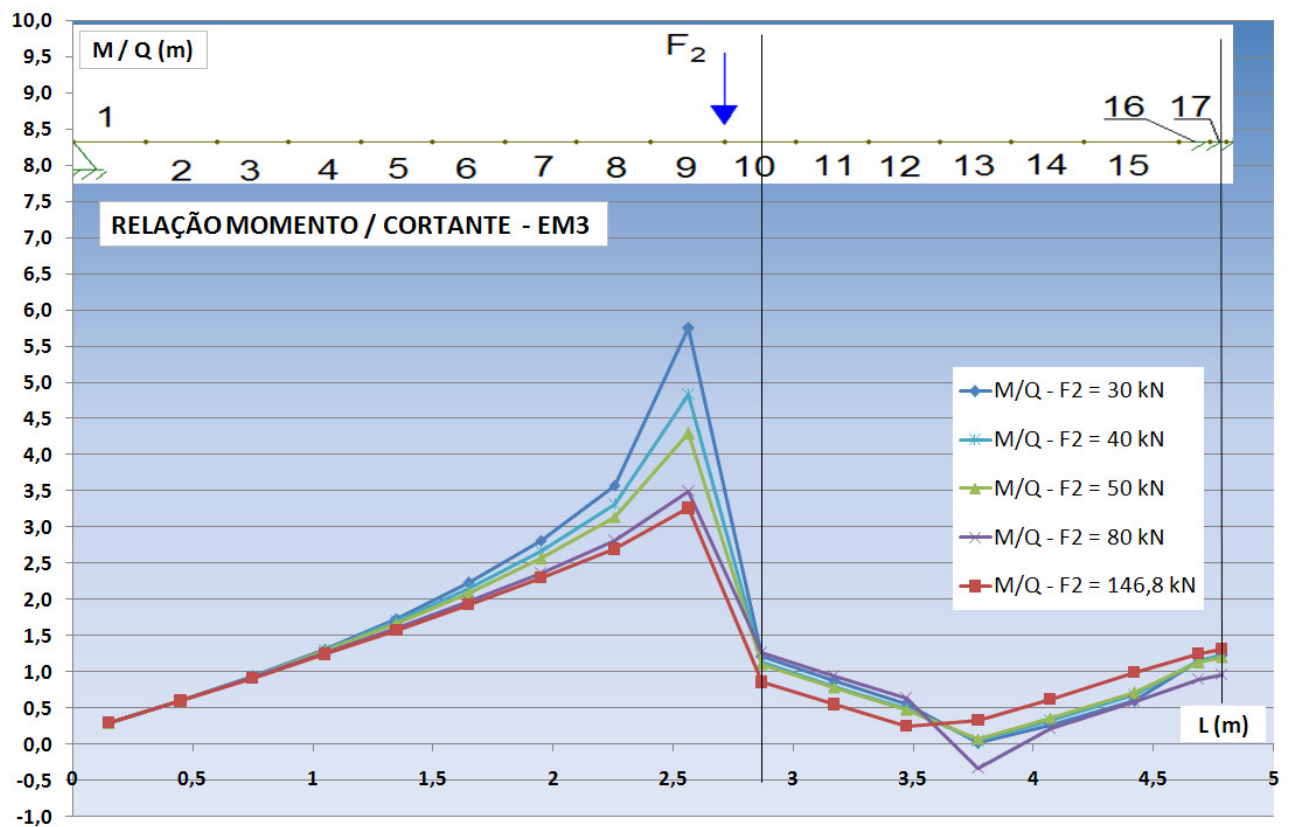
Analisando a Figura 6.23 é possível notar que, próximo à aplicação da força  $F_2$ , a relação Momento/Cortante é alta e diminui de acordo com a fissuração do modelo, se estabilizando em um valor de 3,0. Além disso, a relação Momento / Cortante é baixa nas seções onde ocorreu a ruptura por cisalhamento (elementos 14 e 15 da Figura 6.7, letra b), ficando próxima de 1,0.

Para a força aplicada  $F_2 = 146,8$  kN, a máxima força cortante encontrada foi de 124,3 kN. Esse valor corresponde à máxima força cortante teórica encontrada no modelo 3, no elemento 15 (ver Figura 6.7, letra b). Entretanto a ruptura do modelo não aconteceu por cisalhamento e, portanto, o valor de 124,3 kN não equivale à força cortante de ruptura das lajes do modelo 3.





**Figura 6.22 – Diagramas Momento x Rotação dos valores encontrados na análise com elementos de barras combinados com a expressão de Branson para o modelo 3.**

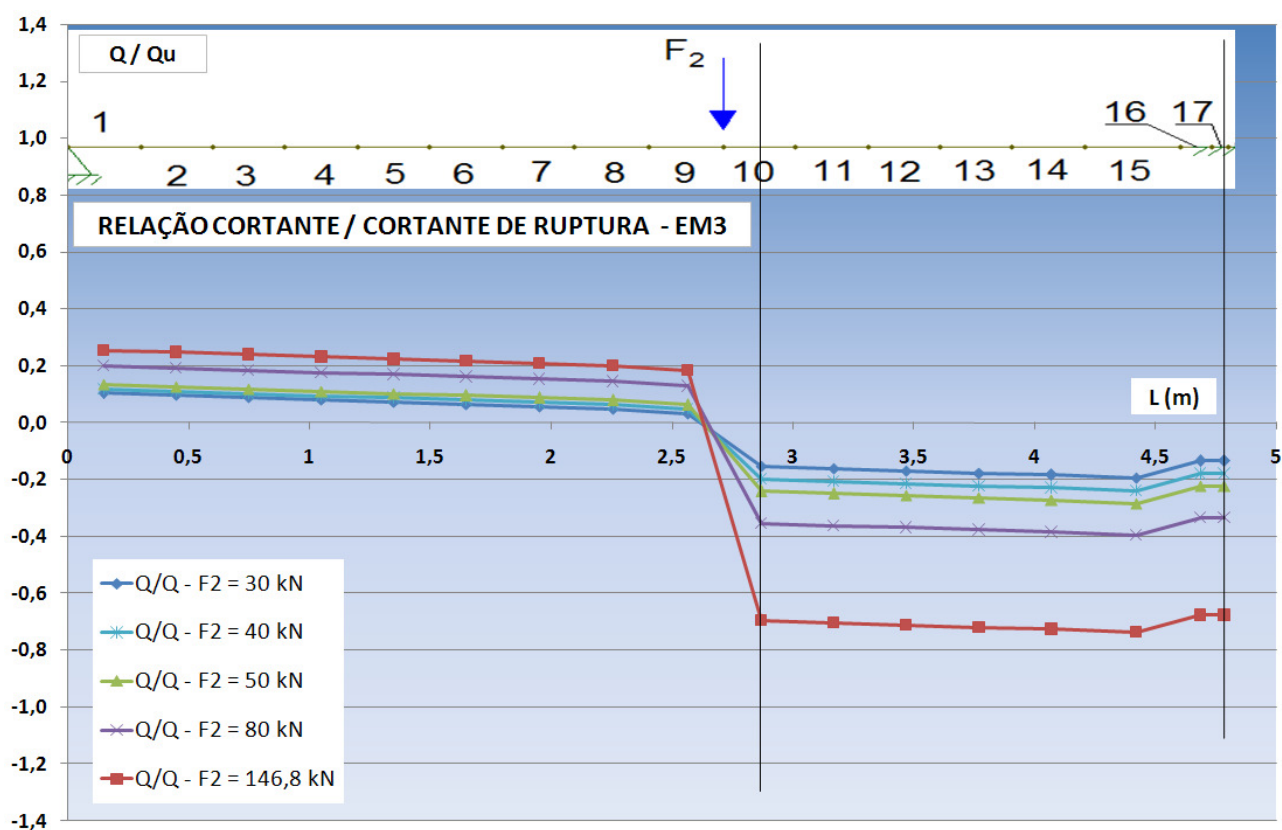


**Figura 6.23 – Relação Momento Fleter / Força Cortante dos valores encontrados na análise com elementos de barras combinados com a expressão de Branson para o modelo 3.**

Para relacionar os valores forças cortantes solicitantes com o valor da força cortante resistente é necessário recorrer ao Capítulo 3 e à Tabela 3.29. Observa-se que o valor da força cortante resistente ( $V_{Rd1}$ ) estimado foi de 114,54 kN. Entretanto esse valor é menor do que o encontrado na análise teórica (124,3 kN).

É possível, ainda, recorrer ao Capítulo 4, e aos ensaios de caracterização do modelo 3, item 4.5.3. A Figura 4.29 mostra os valores de ruptura das forças aplicadas nos ensaios de cisalhamento, realizados conforme as Figuras 4.22 e 4.24. Por esses dados o valor de  $V_{Rd1}$  é de 161,63 kN e 175,69 kN, respectivamente, para a laje EM3-L4-A e para a laje EM3-L4-B. O valor médio é 168,66 kN.

A Figura 6.24 relaciona os valores das forças cortantes solicitantes com o valor de 168,66 kN.



**Figura 6.24 – Relação Força Cortante x Força Cortante de Ruptura dos valores encontrados na análise com elementos de barras combinados com a expressão de Branson para o modelo 3.**

Analisando essa figura notam-se dois trechos distintos. O primeiro entre o apoio extremo e o local de aplicação de  $F_2$ , e o segundo entre  $F_2$  e o apoio intermediário. No primeiro trecho a relação se estabiliza próximo de 0,3, enquanto que o segundo trecho se estabiliza com o valor de 0,8 no elemento 15.

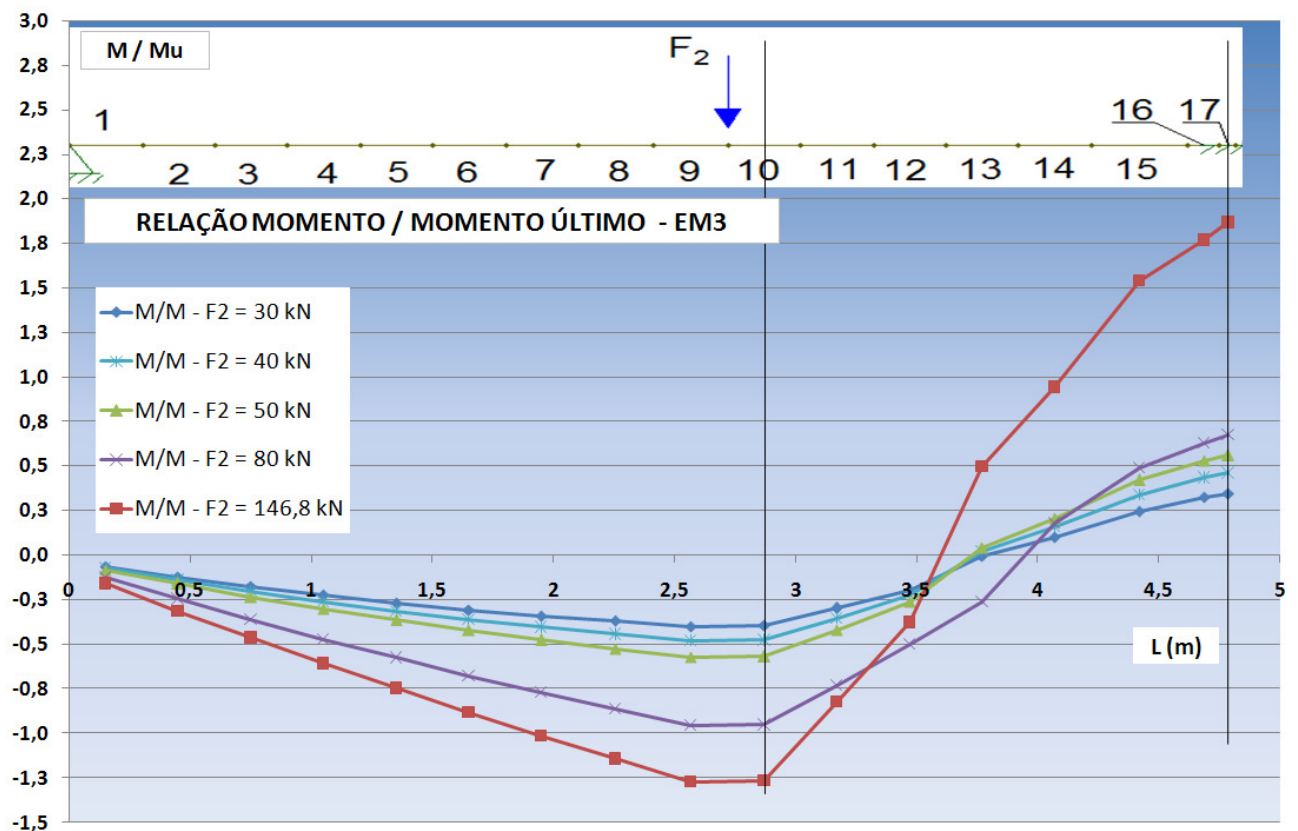
No Capítulo 3, Tabela 3.29, foram apresentados os momentos fletores resistentes das lajes alveolares (positivo e negativo). Para o modelo 3 tem-se os seguintes valores: momento resistente positivo 79,30 kN e momento resistente negativo 80,72 kN.



A Figura 6.25 relaciona os valores dos momentos fletores encontrados na análise com elementos de barra e os momentos resistentes. O máximo valor encontrado para essa relação foi de 1,3 para o momento positivo (elementos 9 e 10) e 1,8 para momento negativo (elemento 15).

As curvas das Figuras 6.24 e 6.25 estão coerentes com o que ocorreu no ensaio de continuidade do modelo 3, uma vez que a ruptura se deu por flexão, e o máximo valor encontrado para a relação de força cortante foi de 0,8.

Já a máxima relação de momento fletor positivo (1,3) ultrapassou o valor de 1,0 e aconteceu nos elementos que sofreram a ruptura do modelo. Para o momento fletor negativo, a máxima relação encontrada é de 1,8 e ocorreu escoamento da armadura passiva, com deformação do aço  $\epsilon = 8,13 \%$  (Figura 5.63).



**Figura 6.25 – Relação Momento Fletor x Momento Fletor de Ruptura dos valores encontrados na análise com elementos de barras combinados com a expressão de Branson para o modelo 3.**

#### 6.2.4 – Comparações com capítulos anteriores

De posse das análises teóricas feitas no Capítulo 6, é possível fazer algumas comparações com capítulos anteriores. Para os capítulos 3, 4, 5 e 6, a Tabela 6.4 apresenta os momentos de fissuração ( $M_f$ ) e as forças aplicadas nos ensaios ( $F_2$ ) relativas aos momentos de fissuração e de ruptura.

**Tabela 6.4 – Valores de Momento de Fissuração ( $M_f$ ) e de Força aplicada no ensaio de continuidade relativa à fissuração ( $F_2$ ) para os capítulos 3, 4, 5 e 6.**

Modelo	Local	CAP. 3		CAP. 4	CAP. 5	CAP. 6	
		$M_f$ (kN.m)	$F_2$ (kN)	$M_f$ (kN.m)	$F_2$ (kN)	$M_f$ (kN.m)	$F_2$ (kN)
<b>EM1</b>	<b>CAPA</b>	68,84*	82,31*	-	107,9	93,0	110,0
		91,21**	117,59**				
	<b>LAJE</b>	179,9*	234,96*	-	219,1	172,0	210,0
		205,9**	274,26**				
	<b>RUPTURA</b>		274,13	-	272,0	-	-
<b>EM2</b>	<b>CAPA</b>	56,50*	72,84*	-	26,0	135,0	150,0
		80,72**	104,07**				
	<b>LAJE</b>	194,12*	255,44*	-	Não ocorreu	180,0	230,0
		223,28**	300,48**				
	<b>RUPTURA</b>		207,98	-	297,3	-	-
<b>EM3</b>	<b>CAPA</b>	25,55*	32,94*	-	25,1	35,0	40,0
		36,50**	47,05**				
	<b>LAJE</b>	58,67*	69,23*	75,42	137,7	78,0	80,0
		69,68**	85,88**				
	<b>RUPTURA</b>		100,39	-	146,8	-	-

(\*) Considera  $f_{ct} = f_{ctk,inf}$ , ou seja, formação de fissuras;

(\*\*) Considera  $f_{ct} = f_{ctkm}$ , ou seja, deformação excessiva.

Vale lembrar que no Capítulo 3 foram realizados cálculos preliminares a fim de antever o que aconteceria no ensaio. Nesse capítulo foi utilizada análise linear física e valores nominais para as propriedades dos materiais.

O Capítulo 4 apresentou os valores de ensaios em lajes alveolares para caracterização dos materiais. Apenas no modelo 3 foi realizado um ensaio com a laje biapojada e composta com a capa.

No Capítulo 5 foram apresentados os resultados dos ensaios de continuidade. Os resultados do Capítulo 6 consideraram a não-linearidade física pela expressão de Branson e as propriedades dos materiais retiradas do Capítulo 4.

### 6.3 – Conclusão

Os resultados da análise teórica feita com elementos de barra e a expressão de Branson foram satisfatórios na previsão do comportamento global dos ensaios de continuidade.

Essas análises foram feitas antes dos ensaios de continuidade, com o objetivo de saber previamente o comportamento do modelo. Entretanto optou-se por apresentá-las com as propriedades dos materiais retiradas dos ensaios de caracterização (Cap. 4).

O modelo 1 foi o melhor a ser representado, uma vez que seus resultados ficaram mais próximos aos da análise experimental. Nesse ensaio experimental foram utilizados apenas dois clinômetros para a leitura das rotações das lajes alveolares na região dos apoios. Não foi possível ler a rotação do apoio e com isso obter as rotações relativas. No entanto os resultados da análise teórica mostrados nas Figuras 6.8, 6.9 e 6.10 permitem concluir que a rotação relativa no modelo 1 não ocorreu ou não foi significativa. Isso porque nas Figuras 6.9 e 6.10 os resultados das rotações da laje da direita praticamente coincidem com os resultados da análise teórica.

As análises teóricas relativas ao modelo 2 permitiram concluir que houve uma fissuração prematura tanto com relação ao previsto no Capítulo 3 quanto ao calculado nas análises do Capítulo 6. Além disso, foi observado que a rotação relativa que ocorreu no modelo afetou os resultados de deslocamentos, uma vez que os deslocamentos da laje esquerda diminuíram, ficando menores que os da laje da direita.

Para o modelo 3 é possível concluir que as lajes tiveram comportamentos bem distintos entre si, e também distantes do relativo ao modelo teórico. E mesmo ocorrendo o escoamento da armadura nos ensaios, o modelo teórico apresentou resultados satisfatórios.

As análises teóricas apresentadas neste capítulo permitem concluir que os modelos ensaiados não são constituídos de ligação semirrígida. O comportamento dessas estruturas é governado principalmente pela fissuração, ora da capa em função do momento negativo, ora da laje em função do momento positivo. Os resultados das lajes da direita e da esquerda, embora semelhantes, nem sempre são iguais, sendo que nos três modelos uma laje se apresentou mais rígida que a outra.

Embora apresentem resultados satisfatórios, que permitem descrever o comportamento dos ensaios realizados, a análise teórica com elementos de barra composta pela expressão de Branson não é capaz de representar outros fenômenos que ocorreram nos ensaios, tais como: destacamento da capa e escoamento da armadura.

Por fim, é importante ressaltar que na análise teórica foram adotadas algumas simplificações. A primeira delas é quanto à influência da protensão no cálculo do momento de inércia no estágio II ( $I_{II}$ ), que não foi considerada. A segunda é quanto à modelagem do apoio intermediário, que pode ser melhorada com a influência do apoio na ligação.

# 7

## CISALHAMENTO NA INTERFACE

---

Quando se utiliza a capa para solidarizar os pavimentos formados por elementos pré-moldados, tal como em lajes alveolares, tem-se o comportamento de elementos compostos.

A transferência de tensões de cisalhamento na interface entre o concreto pré-moldado (laje alveolar) e concreto moldado no local (capa) é o item fundamental para garantir o comportamento de seção composta.

Usualmente os concretos do elemento pré-moldado e da capa possuem características mecânicas diferentes. Por essa razão, se faz necessário o emprego de módulos de elasticidades diferentes na análise da seção composta. Além disso, esses concretos normalmente possuem idades distintas e, portanto, estão submetidos a efeitos dependentes do tempo, em função da retração e da fluência. No entanto os efeitos dependentes do tempo serão desprezados, uma vez que a diferença de tempo entre a data da moldagem da capa e a dos ensaios de continuidade foi entre 14 e 19 dias, conforme mostra a Tabela 3.6 do capítulo 3.

Este capítulo trata das tensões de cisalhamento na interface da laje com a capa, mostrando o cálculo das tensões de cisalhamento solicitantes e resistentes. Para o cálculo das tensões resistentes, são utilizadas fórmulas propostas pelos principais códigos nacionais e internacionais e também por IBRAHIM (2008).

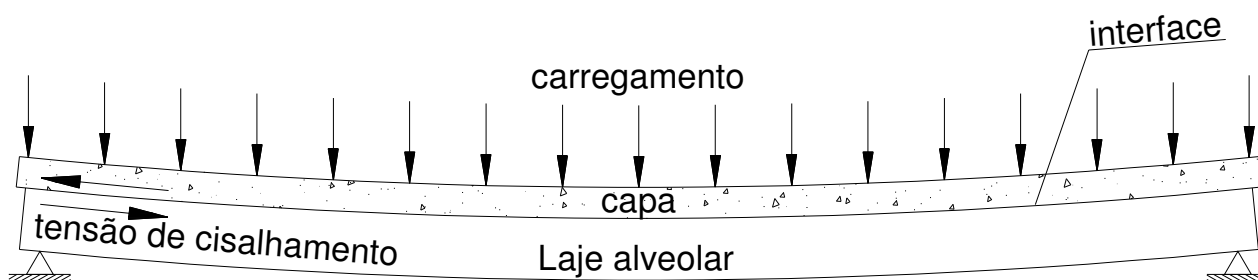
### 7.1 – Princípios gerais

A seguir serão comentados os principais assuntos relacionados com a resistência da interface ao cisalhamento.

#### 7.1.1 – Transferência de cisalhamento na interface

Quando um elemento composto sofre flexão, existe uma tendência de escorregamento entre a capa e o elemento pré-moldado, como mostra a Figura 7.1, adaptada de IBRAHIM (2008). A tensão de cisalhamento que surge ao longo da interface é responsável por evitar esse escorregamento e garantir o comportamento de seção composta.





**Figura 7.1 – Tensão de cisalhamento ao longo da interface de um elemento composto fletido (IBRAHIM (2008)).**

A transferência de cisalhamento pela interface pode ser dividida em dois efeitos (EL DEBS, 2000). O primeiro deles é a transferência por meio de superfície de contato, efeito ao qual estão associadas as seguintes parcelas:

- **Adesão.** É a primeira parcela a ser mobilizada e se limita a baixas tensões, uma vez que é “vencida” se houver deslizamento;
- **Atrito.** Manifesta-se após a adesão e depende da tensão normal que atua na interface. Pelos códigos internacionais, é chamada de “*friction*”;
- **Mecânica.** Parcela associada às saliências na superfície, tratada nos códigos internacionais como: “*surface cohesion at the interface*”.

O segundo efeito é o da armadura cruzando a interface, que possui duas parcelas:

- **Efeito de pino.** Corresponde à resistência da armadura ao corte direto;
- **Tensão normal à interface.** Ocorre indiretamente e é mobilizado pela tendência de deslocamento relativo entre os dois concretos.

### 7.1.2 – Fatores que influenciam na resistência ao cisalhamento

A resistência ao cisalhamento na interface entre dois concretos é influenciada, principalmente, por:

- **Resistência do concreto.** A resistência da interface está diretamente ligada com a resistência do concreto à tração, devido principalmente aos efeitos de transferência mecânica e por efeito de pino. Quanto maior for a resistência do concreto, maior será a resistência da interface, e como na maioria dos casos os concretos da capa e do elemento pré-moldado são diferentes, esse fator é controlado pelo concreto menos resistente;
- **Rugosidade da superfície de contato.** A rugosidade afeta diretamente a resistência da interface. Quanto maior for a rugosidade do elemento pré-moldado, maior será a resistência da interface;

- **Armadura que cruza a interface.** Quanto maior a taxa de armadura que cruza a interface, maior será a resistência da interface. No entanto, estudos comprovam que quando a taxa de armadura é muito baixa, a resistência ao cisalhamento é pouco afetada por esse efeito;
- **Tensão normal à interface.** A tensão normal de compressão, quando existe, aumenta a resistência ao cisalhamento, uma vez que mobiliza a transferência por atrito;
- **Ações cíclicas.** Quando existem, diminuem a resistência ao cisalhamento, principalmente a parcela correspondente à adesão.

Vale ressaltar que os modelos ensaiados neste trabalho não continham armadura cruzando a interface, tensão normal (a menos da seção onde foi aplicado o carregamento de ensaio) e também ações cíclicas. Portanto, dos fatores acima citados, apenas a resistência do concreto e a rugosidade da superfície serão considerados.

### 7.1.3 – Classificação quanto à rugosidade

A rugosidade da superfície de contato é um fator importante para se determinar a resistência da interface ao cisalhamento. EL DEBS (2000) cita que a rugosidade superficial pode afetar a aderência a ser alcançada entre os dois concretos das seguintes formas:

- Quanto maior a rugosidade, maior a área superficial de contato entre os dois concretos;
- Quanto maior a rugosidade, menos susceptível ela fica à qualidade dos serviços de limpeza e preparo;
- O formato dos picos e vales da rugosidade promove um melhor embricamento entre os dois concretos.

Entre os principais códigos internacionais, não existe, ainda, um consenso quanto à classificação das superfícies dos elementos de concreto pré-moldado, que posteriormente receberão a capa para juntos formarem elementos compostos.

A principal classificação utilizada atualmente, e talvez a mais completa, é a apresentada no documento FIP:1982, que estabelece 10 níveis para a rugosidade:

- **Nível 1** – superfície bastante lisa, obtida com o uso de fôrmas metálicas ou de madeira;
- **Nível 2** – superfície que foi alisada, atingindo níveis próximos ao Nível 1;
- **Nível 3** – superfície que foi alisada (trazendo os finos do agregado à superfície), mas que ainda apresenta pequenas ondulações;

- **Nível 4** – superfície que foi executada com fôrmas deslizantes ou régua vibratória;
- **Nível 5** – superfície que foi produzida por alguma forma de extrusão;
- **Nível 6** – superfície que foi deliberadamente texturizada pelo escovamento do concreto ainda fresco;
- **Nível 7** – como em 6, com maior pronunciamento da texturização;
- **Nível 8** – superfície em que o concreto foi perfeitamente vibrado, sem a intenção de fazer superfície lisa, ou fazendo com que os agregados graúdos fiquem expostos;
- **Nível 9** – superfície em que o concreto ainda fresco foi jateado com água ou areia, para expor os agregados graúdos;
- **Nível 10** – superfície propositadamente rugosa.

Além disso, para facilitar a utilização desses níveis, nos casos de projeto, as superfícies foram divididas no documento FIP:1982, em três casos básicos:

- **Superfície lisa** – correspondente aos Níveis 1 e 2;
- **Superfície naturalmente rugosa** – correspondendo aos Níveis 3 a 6;
- **Superfície intencionalmente rugosa** – correspondendo aos Níveis 7 a 10.

#### 7.1.4 – Cuidados durante a execução da capa

Para se ter uma transferência de tensões eficaz na interface é necessário tomar alguns cuidados práticos na execução das capas. Segundo a FIP:1982, esses cuidados práticos podem ser agrupados em três categorias: tratamento da interface, adensamento do concreto e cura do concreto da capa.

A cura do concreto da capa tem grande importância, sobretudo quando a capa for de pequena espessura. El DEBS (2000) recomenda que em climas secos, quentes ou com presença acumulada de ventos, a capa deve ser protegida com lona, pequena camada de água ou de areia ou membranas de cura. A cura cuidadosa é extremamente necessária, uma vez que auxilia na redução das tensões de cisalhamento e de tração na interface, que ocorrem em função dos efeitos dependentes do tempo (retração e fluência) e da temperatura.

O adensamento da capa é outro fator de grande importância e deve ser feito com cuidado, sempre recorrendo ao equipamento adequado a cada situação e de acordo com a espessura da capa.

O tratamento da interface deve levar em conta os seguintes itens:

- **Limpeza** – A superfície que irá receber a capa deverá estar limpa, considerando-se a presença de pó, areia, terra, óleo ou outras substâncias que possam prejudicar a transferência de cisalhamento. Além disso, é comum a presença de nata de cimento nas extremidades da laje alveolar, após o corte das unidades (Figura 7.2);
- **Umedecimento da interface** – O umedecimento da superfície do elemento pré-moldado deve ser feito antes da concretagem da capa. Isso evita que o concreto do elemento pré-moldado absorva água do concreto da capa, evitando, portanto, a diminuição da relação água/cimento do concreto da capa, e com isso, seu enfraquecimento. Além disso, é necessário que a superfície do elemento pré-moldado não esteja com água livre no momento da concretagem da capa, pelo mesmo motivo de se evitar uma diminuição da relação água/cimento do concreto da capa e, com isso, seu enfraquecimento;
- **Pré-tratamento da interface com graute** – É um tratamento pouco recomendado devido à dificuldade de execução, principalmente com a presença de armadura que cruza a interface.



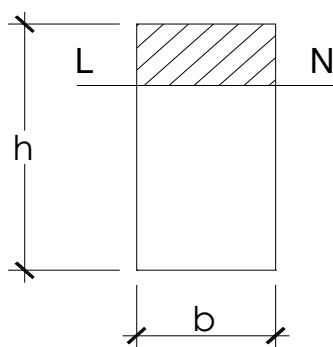
**Figura 7.2 – Nata de concreto presente nas extremidades das lajes alveolares devida ao processo de corte das unidades (IBRAHIM (2008)).**

## 7.2 – Tensões de cisalhamento solicitantes

Existem na literatura técnica ao menos duas formas de se calcular as tensões de cisalhamento que atuam na interface: cálculo da tensão de referência e cálculo da tensão média.

### 7.2.1 – Tensão de referência

O cálculo da tensão de referência corresponde ao cisalhamento atuante na interface de uma seção transversal e é derivado da expressão 7.1, que corresponde ao cálculo das tensões médias de cisalhamento para vigas de seções transversais usuais, exemplificada pela Figura 7.3, adaptada de BEER e JOHNSTON (1989). A dedução da expressão 7.1 pode ser encontrada na referência citada anteriormente.



$$\tau_s = \frac{Q \cdot M_e}{I \cdot b} \quad (7.1)$$

**Figura 7.3 – Seção transversal de uma viga retangular. BEER e JOHNSTON (1989).**

- $\tau_s$  = tensão solicitante de cisalhamento na fibra da linha neutra;
- $Q$  = força cortante atuante na seção transversal;
- $M_e$  = momento estático em relação à linha neutra da área sombreada indicada na Figura 7.3;
- $I$  = momento de inércia da seção transversal ;
- $b$  = largura da seção transversal.

Analisando um elemento composto, formado por um elemento pré-moldado (concreto armado e/ou protendido) e a capa (concreto armado), é necessário considerar o estado não fissurado, correspondente ao estágio I, e o estado fissurado, correspondente aos estágios II e III.

Para o estado não fissurado, tem-se a expressão 7.2 e a Figura 7.4, adaptada de EL DEBS (2000).

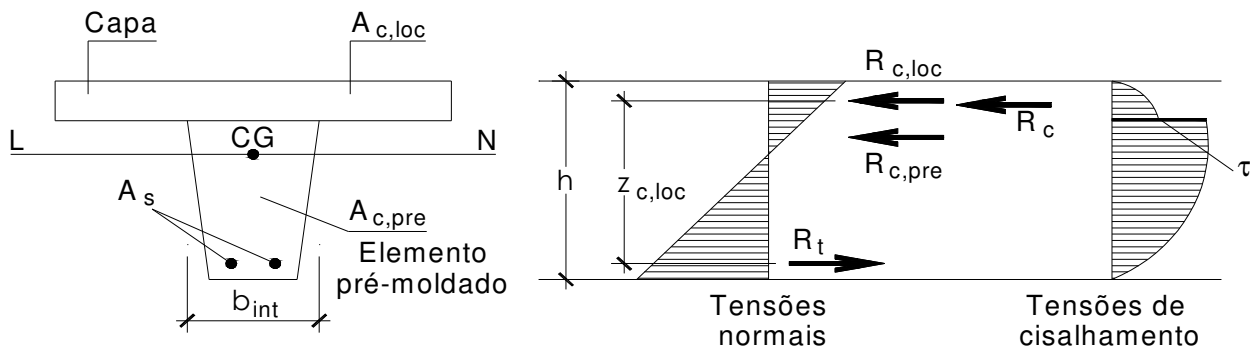


Figura 7.4 – Distribuição de tensões no estado não fissurado (EL DEBS (2000)).

$$\tau_{\text{ref}} = \frac{Q \cdot M_{e,c,loc}}{I_{\text{comp}} \cdot b_{\text{int}}} \quad (7.2)$$

- $\tau_{\text{ref}}$  = tensão de referência relativa ao cisalhamento na interface;
- $Q$  = força cortante atuante na seção transversal;
- $M_{e,c,loc}$  = momento estático de  $A_{c,loc}$  em relação ao CG da seção;
- $I_{\text{comp}}$  = momento de inércia da seção transversal do elemento composto ;
- $b_{\text{int}}$  = largura da interface.

O estado fissurado pode ser considerado quando a linha neutra se encontra na capa. Essa situação está ilustrada na Figura 7.5. Além disso, o cálculo das tensões de cisalhamento pode ser feito com a expressão 7.3.

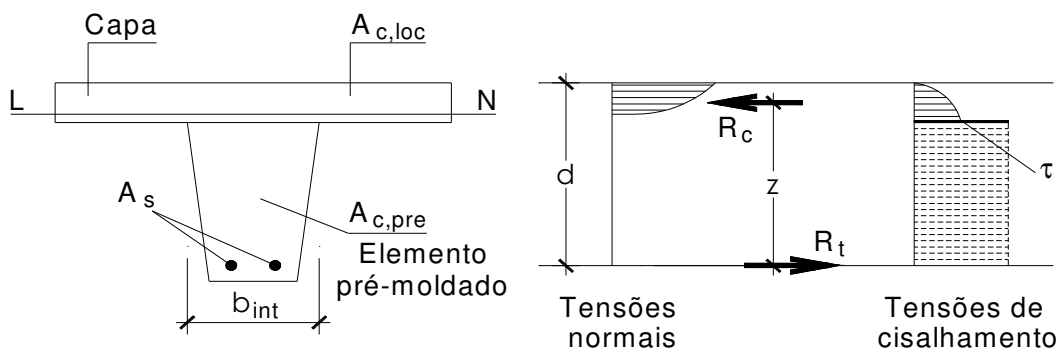


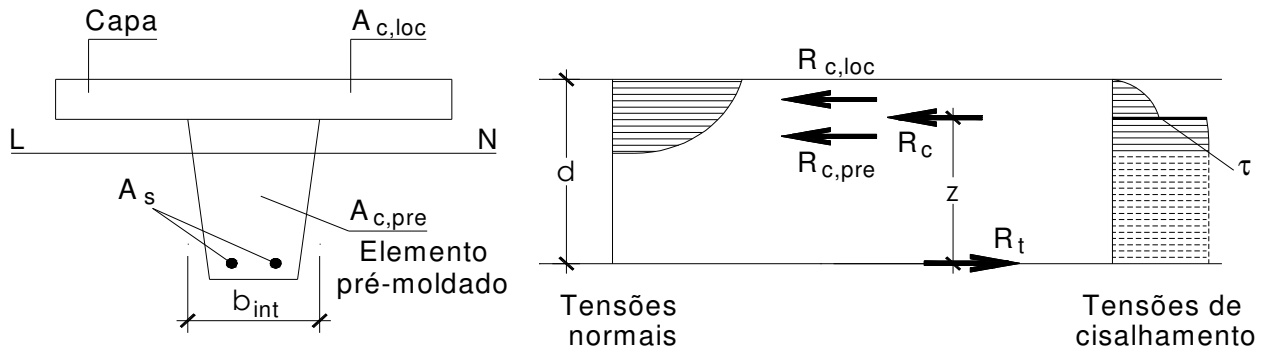
Figura 7.5 – Distribuição de tensões no estado fissurado com linha neutra acima da interface (EL DEBS (2000)).

$$\tau_{\text{ref}} = \frac{Q}{z \cdot b_{\text{int}}} \quad (7.3)$$

- $z$  = distância entre as resultantes de compressão e de tração;



O estado fissurado também pode ser considerado quando a linha neutra se encontra abaixo da interface (Figura 7.6). A expressão 7.4, adaptada da expressão 7.3, é utilizada para calcular as tensões de cisalhamento na interface.



**Figura 7.6 – Distribuição de tensões no estado fissurado com linha neutra abaixo da interface (EL DEBS (2000)).**

$$\tau_{\text{ref}} = \frac{Q}{z \cdot b_{\text{int}}} \left( \frac{R_{c,\text{loc}}}{R_c} \right) \quad (7.4)$$

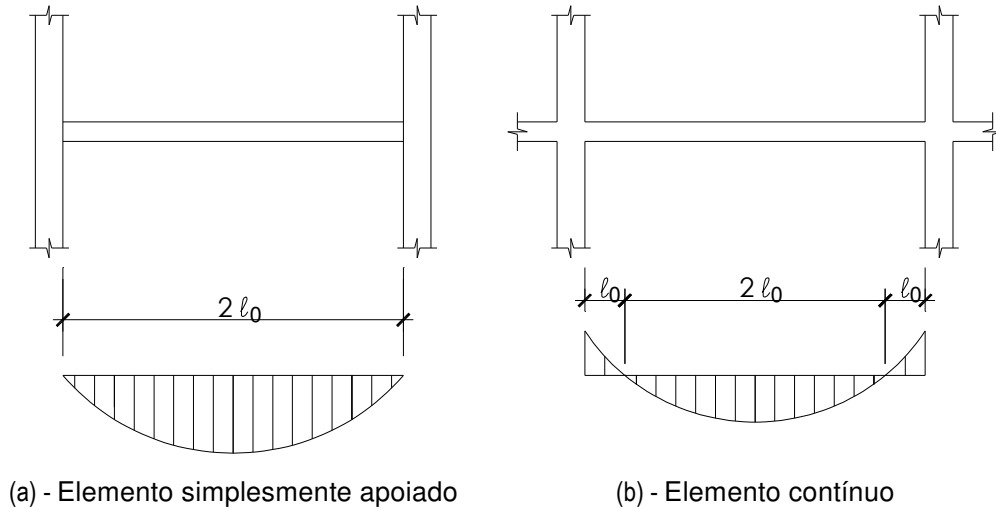
- $R_{c,\text{loc}}$  = resultante de compressão no concreto da capa;
- $R_c$  = resultante de compressão no concreto acima da linha neutra;

## 7.2.2 – Tensão média

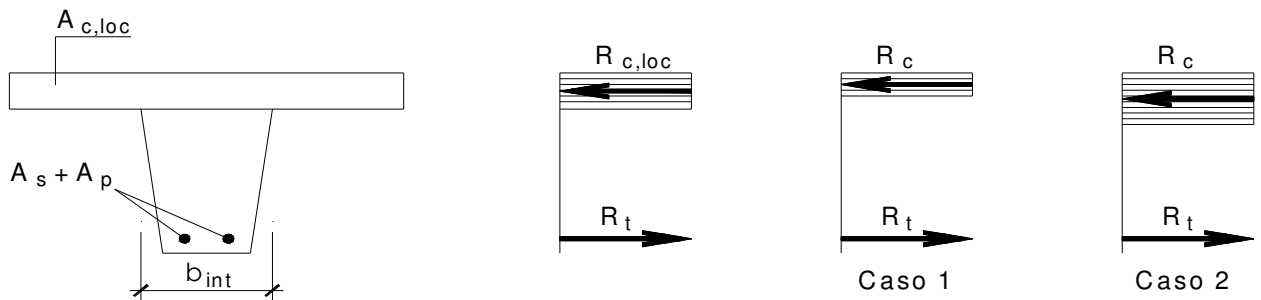
O cálculo da tensão média ( $\tau_{\text{med}}$  na expressão 7.5) é derivado do manual do PCI:2010. A tensão média é calculada a partir da força horizontal solicitante de cálculo ( $F_{\text{hd}}$ ) atuante na interface, de acordo com a largura da interface ( $b_{\text{int}}$ ) e o comprimento dos trechos relativos ao cisalhamento na interface ( $l_0$ ). A Figura 7.7, adaptada do PCI:2010, ilustra o comprimento  $l_0$  para casos em que o elemento é simplesmente apoiado ou contínuo. Na Figura 7.7, o comprimento  $l_0$  corresponde às distâncias entre o momento nulo e o momento máximo (ou mínimo).

A Figura 7.8 apresenta o cálculo de  $F_{\text{hd}}$  para as seções com momento fletor positivo ou negativo. Para momento fletor positivo, é necessário considerar o Caso 1, que ocorre quando a linha neutra se encontra acima da interface, e o Caso 2, quando a linha neutra está localizada abaixo da interface.

$$\tau_{\text{med}} = \frac{F_{\text{hd}}}{b_{\text{int}} \cdot l_0} \quad (7.5)$$



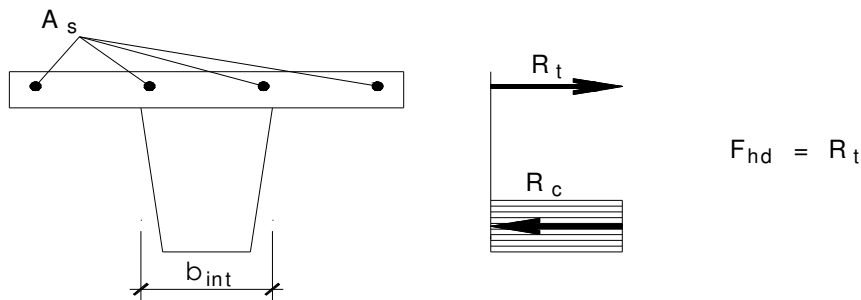
**Figura 7.7 – Exemplo de comprimento dos trechos relativos ao cisalhamento ( $l_0$ ):**  
**(a) Elemento simplesmente apoiado; (b) Elemento com continuidade.**  
 (Adaptado do PCI:2010).



$A_{c,loc}$  = área da seção transversal correspondente ao concreto moldado no local;  
 $R_{c,loc}$  = valor de referência da resultante de compressão na parte do concreto moldado no local, ou seja,  $0,85 \cdot f_{cd} \cdot A_{c,loc}$  ;  
 $R_c$  = resultante de compressão;  
 $R_t$  = resultante de tração (devido a  $A_s + A_p$ );  
 $F_{hd}$  = força horizontal de cisalhamento.

Caso 1	Caso 2
$R_t = R_c < R_{c,loc}$	$R_t = R_c > R_{c,loc}$
$F_{hd} = R_c$	$F_{hd} = R_{c,loc}$

(a) - Seção com momento fletor positivo



(b) - Seção com momento fletor negativo

**Figura 7.8 – Cálculo da força horizontal de cisalhamento ( $F_{hd}$ ): (a) Seção com momento positivo; (b) Seção com momento negativo.** (Adaptado do PCI:2010).

## 7.3 – Tensões de cisalhamento resistentes segundo códigos

A seguir será mostrado o cálculo das tensões de cisalhamento resistentes de acordo com os principais códigos internacionais e a NBR 9062:2006.

### 7.3.1 – PRECAST/PRESTRESSED CONCRETE INSTITUTE (PCI)

A metodologia apresentada no manual do PCI:2010 para a verificação do cisalhamento na interface de elementos compostos é a mesma presente no ACI 318-08:2008. Esse procedimento é válido tanto para situações em que a interface é comprimida (seção transversal com momento fletor positivo) quanto para situações em que a interface é tracionada (seção com momento negativo).

A resistência ao cisalhamento na interface ocorre quando a força horizontal solicitante de cálculo ( $F_{hd}$ ) é menor que a força horizontal resistente última ( $F_{hu}$ ) (expressão 7.6).

$$F_{hd} \leq F_{hu} \quad (7.6)$$

A força horizontal solicitante de cálculo ( $F_{hd}$ ) é obtida de acordo o exposto na Figura 7.8, adotando o mesmo princípio do cálculo da tensão média.

O cálculo da força horizontal última resistente ( $F_{hu}$ ) considera os seguintes casos:

**Caso 1**       $F_{hd} \leq 0,56 \cdot b_{int} \cdot \ell_0$       (tensão limite de 0,56 MPa)

**Caso 2**       $0,56 \cdot b_{int} \cdot \ell_0 < F_{hd} \leq 2,45 \cdot b_{int} \cdot \ell_0$       (entre 0,56 e 2,45 MPa)

**Caso 3**       $F_{hd} \geq 2,45 \cdot b_{int} \cdot \ell_0$       (tensão limite de 2,45 MPa)

No caso 2 é necessária a utilização de armadura mínima. Já no caso 3 deve ser utilizada armadura calculada pela teoria do atrito-cisalhamento.

O caso 1 desobriga a utilização de armadura desde que a superfície seja “intencionalmente rugosa”, embora o PCI não estabeleça de forma explícita as considerações para superfície “normal” ou “intencionalmente rugosa”. Há apenas uma nota onde se diz que a experiência prática e ensaios experimentais indicam que os métodos utilizados no acabamento das superfícies dos elementos de concreto pré-moldado qualificam essas superfícies como “intencionalmente rugosa”. Além disso, o PCI recomenda que nos casos de superfícies pouco rugosas, como é o caso das lajes alveolares fabricadas por extrusora ou moldadora (ver Figura 1.2, letras a e b), a tensão limite de 0,56 MPa seja reduzida pela metade.

### 7.3.2 – CANADIAN PRECAST/PRESTRESSED CONCRETE INSTITUTE (CPCI)

O manual do CPCI:2007 apresenta metodologia muito semelhante à do PCI. Contempla situações de compressão e de tração, e a verificação ao cisalhamento é feita comparando a força horizontal solicitante de cálculo ( $V_{f1}$ ) com a força horizontal última resistente ( $V_{rd}$ ) (expressão 7.7).

$$V_{f1} \leq V_{r1} \quad (7.7)$$

A força solicitante é calculada da mesma forma que no item anterior, através da Figura 7.8.

Para a força resistente, semelhante ao PCI, o caso 1 considera superfície “intencionalmente rugosa” e sem armadura de cisalhamento. Além disso, é necessário que a superfície de contato esteja limpa e livre de nata superficial.

$$\text{Caso 1} \quad V_{f1} \leq 0,70 \phi_c \cdot b_{int} \cdot \ell_0 \quad (\phi_c = 0,65)$$

Não há indicações para limites da tensão média quando a superfície for pouco rugosa, tal como nas lajes dos modelos EM2 e EM3. Por isso, para esses casos, será utilizada metade do produto  $0,70 \cdot \phi_c$ , assim como no método do PCI.

### 7.3.3 – FÉDÉRATION INTERNATIONALE DE LA PRÉCONTRAÎNTE (FIP)

O documento da FIP:1982 vale somente para os elementos simplesmente apoiados. No entanto será utilizado neste trabalho, para os trechos de momento positivo.

A expressão 7.8 apresenta a verificação ao cisalhamento na interface, na qual a tensão de referência correspondente ao cisalhamento ( $\tau_{ref}$ ) deve ser menor que a tensão última ( $\tau_u$ ).

$$\tau_{ref} \leq \tau_u \quad (7.8)$$

A tensão de referência é obtida conforme o item 7.2.1. Já a tensão última é dada pela expressão 7.9, apresentada a seguir, para situações de alta sollicitação de cisalhamento.

$$\tau_u = \beta_s \cdot \rho \cdot f_{yd} + \beta_c \cdot f_{td} < 0,31 f_{ck} \quad (7.9)$$

- $\rho$  = taxa de armadura de cisalhamento,  $\rho = \frac{A_{st}}{s \cdot b_{int}} \geq 0,001$ ;
- $A_{st}$  = área de armadura transversal que atravessa a interface e se encontra efetivamente ancorada;
- $s$  = espaçamento da armadura transversal;
- $f_{yd}$  = resistência de cálculo do aço;
- $f_{td}$  = resistência de cálculo do concreto à tração;
- $\beta_s$  e  $\beta_c$  = coeficientes multiplicativos para as parcelas do aço e do concreto (ver Tabela 7.1).

**Tabela 7.1 – Coeficientes de rugosidade de acordo com FIP:1982.**

Coeficiente	Categoria da superfície	
	1	2
$\beta_s$	0,60	0,90
$\beta_c$	0,20	0,40

As categorias presentes na Tabela 7.1, correspondem à seguinte descrição:

- **Superfície naturalmente rugosa = categoria 1** – correspondendo aos Níveis 3 a 6;
- **Superfície intencionalmente rugosa = categoria 2** – correspondendo aos Níveis 7 a 10.

Para as superfícies lisas (correspondentes aos Níveis 1 e 2), é sugerido adotar  $\beta_c = 0,10$ . De acordo com a Tabela 7.1, as lajes dos ensaios EM2 e EM3 são classificadas como de superfície lisa, enquanto que a do ensaio EM1, superfície naturalmente rugosa (categoria 1).

Segundo a FIP:1982, a resistência de cálculo do concreto à tração pode ser estimada com a expressão 7.10.

$$f_{td} = 0,28 \sqrt{f_{ck}} \quad (\text{em MPa}) \quad (7.10)$$

Vale ressaltar que, para a aplicação dos modelos ensaiados neste trabalho, a parcela correspondente à armadura de cisalhamento na expressão 7.9 será considerada igual a zero.

### 7.3.4 – EUROPEAN STANDARD (EUROCODE)

De acordo como o código europeu EUROCODE 2:2004, a tensão de referência correspondente ao cisalhamento na interface ( $V_{Edi}$ ) deve ser menor que a tensão última ( $V_{Rdi}$ ), o que é indicado na expressão 7.11. Tal verificação é válida para solicitação de momento fletor positivo e negativo.

$$V_{Edi} \leq V_{Rdi} \quad (7.11)$$

Da mesma forma que na FIP:1982, a tensão de referência ( $V_{Edi}$ ) é obtida conforme o item 7.2.1. Já a tensão última é dada pela expressão 7.12.

$$V_{Rdi} = c \cdot f_{ctd} + \mu \cdot \sigma_n + \rho \cdot f_{yd} (\mu \cdot \text{sen} \alpha + \text{cos} \alpha) \leq 0,5 \cdot v \cdot f_{ctd} \quad (7.12)$$

- $c$  = coeficiente correspondente ao fator de coesão;
- $\mu$  = coeficiente correspondente ao fator de fricção;
- $\rho$  = taxa de armadura de cisalhamento,  $\rho = \frac{A_{st}}{s \cdot b_{int}} \geq 0,001$ ;
- $A_{st}$  = área de armadura transversal que atravessa a interface e se encontra efetivamente ancorada;
- $s$  = espaçamento da armadura transversal;
- $f_{ctd}$  = resistência de cálculo do concreto à tração,  $f_{ctd} = \frac{f_{ctk,0,05}}{\gamma_c}$ ;
- $\sigma_n$  = corresponde à uma eventual tensão de compressão agindo na interface;
- $\alpha$  = inclinação da armadura de cisalhamento que cruza a interface.
- $v = 0,6 \left[ 1 - \frac{f_{ck}}{250} \right]$ ,  $f_{ck}$  em MPa;

Os coeficientes  $c$  e  $\mu$  dependem da rugosidade da interface e encontram-se na Tabela 7.2. De acordo com a Tabela 7.2, as lajes dos ensaios EM2 e EM3 são classificadas como muito lisas, enquanto que a laje do ensaio EM1, lisa.

Vale ressaltar que para a aplicação dos modelos ensaiados neste trabalho, as parcelas da força normal e da armadura de cisalhamento na expressão 7.12 serão consideradas iguais a zero.

Consultando a Tabela 3.1 do EUROCODE 2:2004, percebe-se que  $f_{ctk,0,05}$  equivale ao valor de  $f_{ctk,inf}$  presente na norma NBR 6118:2014. Vale ressaltar que a expressão 7.12 será aplicada em modelos ensaiados experimentalmente, e por isso, será considerado que  $f_{ctd} = f_{ctk,inf}$ .



**Tabela 7.2 – Coeficientes de rugosidade de acordo com o EUROCODE 2:2004.**

Característica da interface	Coeficiente	
	c	$\mu$
Muito lisa (formas de aço, plástico ou madeira tratada)	0,25	0,50
Lisa (superfícies que não receberam tratamentos após a vibração)	0,35	0,60
Rugosa (superfície em que os agregados ficam expostos)	0,45	0,70
Muito rugosa (superfícies intencionalmente rugosas)	0,50	0,90

### 7.3.5 – FÉDÉRATION INTERNATIONALE DU BÉTON (FIB)

O boletim 56 da FIB (FIB MODEL CODE 2010) possui a mesma metodologia do EUROCODE 2:2004.

### 7.3.6 – BRITISH STANDARD (BS)

Para a verificação da tensão cisalhante na interface (expressão 7.13) pela norma britânica BS 8110-1:1997, a tensão solicitante de projeto ( $\tau_{s,med}$ ) deve ser menor que a tensão limite ( $\tau_{lim}$ ) apresentada pela Tabela 7.3.

$$\tau_{s,med} \leq \tau_{lim} \quad (7.13)$$

A tensão solicitante ( $\tau_{s,med}$ ) é calculada da mesma forma que para o PCI. Entretanto, enquanto no PCI se utiliza uma força horizontal de cisalhamento ( $F_{hd}$ ), na norma britânica se emprega o conceito de tensão média, calculada de acordo com a expressão 7.5.

**Tabela 7.3– Valores para tensão limite de acordo com a BS 8110-1:1997.**

Característica da interface	Concreto da capa ( $f_{ck}$ em MPa)		
	25	30	> 40
Concreto moldado e vibrado deixando uma superfície rugosa	0,40	0,55	0,65
Superfície em que os agregados são expostos utilizando alguma ferramenta, tal como escovação	0,60	0,65	0,75
Tratamento especial de limpeza e rugosidade	0,70	0,75	0,80

A laje do modelo 1 foi moldada e vibrada, ficando com uma superfície rugosa. Além disso, o concreto da capa apresentou 28 MPa de resistência à compressão. Isso implica que a tensão limite do EM1 é igual a 0,63 MPa.

A laje do modelo 2 foi produzida em uma extrusora e, portanto, resultou uma superfície muito lisa. O concreto da capa apresentou 55 MPa de resistência à compressão. Como a Tabela 7.2 não contempla essa característica de superfície de interface, será utilizado o limite de 0,55 MPa.

A laje do modelo 3 possui as mesmas características de EM2, sendo que o resultado da resistência à compressão do concreto da capa foi de 44 MPa. Portanto, também será utilizado o valor de 0,55 MPa para a tensão limite.

### 7.3.7 – ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS (ABNT)

A norma brasileira NBR 9062:2006 apresenta metodologia semelhante à dos códigos internacionais, nos quais a tensão de solicitação ( $\tau_{sd}$ ) deve ser menor que a tensão resistente última ( $\tau_{ud}$ ), expressão 7.14

$$\tau_{sd} \leq \tau_{ud} \quad (7.14)$$

A tensão de solicitação é calculada da mesma forma que na norma britânica, utilizando os conceitos de tensão média (expressão 7.3) derivados do PCI (Figura 7.8).

A tensão última de resistência apresentada pela expressão 7.15 é derivada da expressão 7.9 da FIP:1982. As únicas diferenças estão nos valores dos coeficientes de rugosidade  $\beta_s$  e  $\beta_c$ , que dependem da taxa de armadura de cisalhamento. Esses coeficientes são mostrados na Tabela 7.4.

$$\tau_{ud} = \beta_s \cdot \rho \cdot f_{yd} + \beta_c \cdot f_{ctd} < 0,25 f_{cd} \quad (7.15)$$

**Tabela 7.4– Valores dos coeficientes rugosidade de acordo com a NBR 9062:2006.**

Coeficiente	Taxa de armadura	
	$\rho \leq 0,20$	$\rho \geq 0,50$
$\beta_s$	0	0,90
$\beta_c$	0,30	0,60

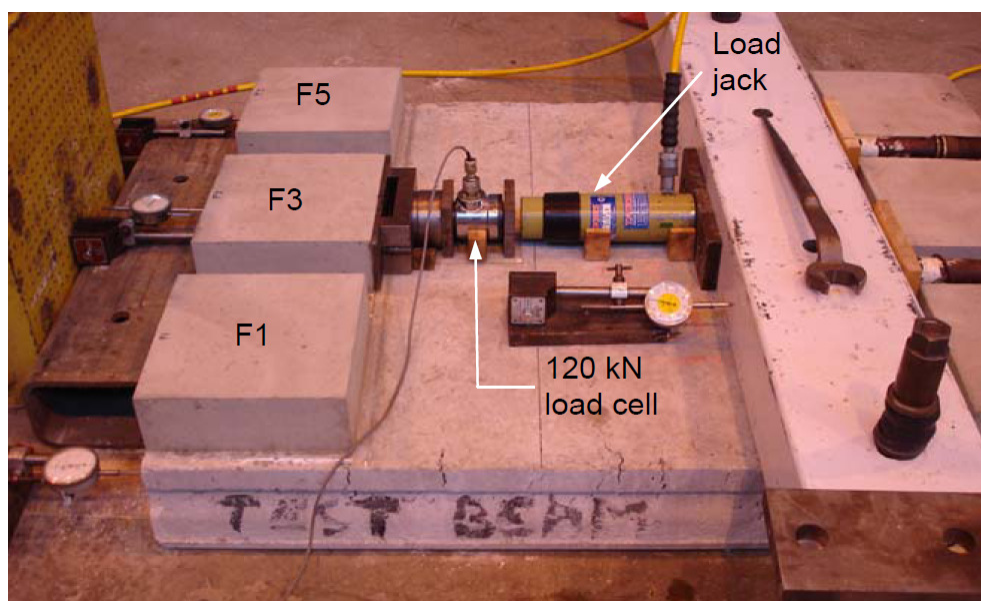
Vale ressaltar que, para a aplicação dos modelos ensaiados neste trabalho, a parcela correspondente à armadura de cisalhamento na expressão 7.15 será considerada igual a zero.

Os coeficientes da Tabela 7.4 são válidos apenas para superfície de ligação intencionalmente áspera, com rugosidade de 0,50 cm em 3,0 cm. Para superfícies lisas ou naturalmente rugosas, os valores dos coeficientes de rugosidades devem ser obtidos através de ensaios específicos.

Para as lajes dos ensaios EM2 e EM3, cujas superfícies são lisas, foi considerado  $\beta_c$  igual a 0,1. Para a laje do modelo 1, cuja superfície é naturalmente rugosa, foi considerado  $\beta_c$  igual 0,2. Dessa forma os valores dos coeficientes ficam iguais aos da FIP:1982. A única diferença em relação a este código é que para  $f_{ctd}$  será utilizado o valor  $f_{ctk,inf}$ , assim como foi explicado no item 7.3.4, correspondente ao EUROCODE 2:2004.

## 7.4 – Tensões resistentes de acordo com IBRAHIM (2008)

IBRAHIM (2008) realizou ensaios chamados “push-off” para medir a resistência ao cisalhamento de interfaces entre a capa e a laje alveolar. Nesse ensaio uma força é aplicada paralela à interface, como mostra a Figura 7.9. A tensão última resistida pela interface equivale à força medida pela célula de carga dividida pela área de contato entre a capa e a laje.



**Figura 7.9 – Ensaio de “push-off” realizado por IBRAHIM (2008).**

Foram estudados três parâmetros principais: rugosidade da superfície da laje, condições de preparo da superfície e percentual de área da capa naturalmente ligada à laje.

Entre os tipos de rugosidade da superfície estudados estão: superfície lisa (da forma como a laje alveolar é produzida por moldadoras e extrusoras) e superfície naturalmente rugosa (obtida pelo escovamento do concreto ainda fresco). As condições de preparo consideram a superfície da laje alveolar seca, molhada em condições ótimas ou com água em excesso (água empoçada).

Com relação ao percentual da área da capa naturalmente ligada à laje, foram escolhidos os seguintes valores: 0%, 50% e 100%. Essas taxas correspondem aos percentuais de nata de cimento (Figura 7.2), poeira, óleo etc. deixados na laje antes da concretagem da capa. Para isso foram utilizadas fibras de polietileno com 0,01 m de espessura.

O carregamento foi aplicado a uma taxa de 10 kN/min, até ocorrer a ruína. A ruptura ocorreu de forma súbita, e foi considerada quando houve separação entre a capa e a laje. Durante as etapas iniciais da aplicação do carregamento, não houve deslocamento entre a capa e a laje, ou esse deslocamento ficou compreendido entre 0,01 e 0,02 mm.

Seguem algumas conclusões a respeito dos ensaios realizados:

- Foi encontrado um deslocamento maior para as superfícies lisas. Isso mostra que o comportamento é melhor quando a superfície é rugosa;
- **Os maiores resultados de resistência da interface foram observados quando a superfície estava molhada na condição ótima, era rugosa e estavam em contato 100% de área entre os concretos;**
- A ligação entre a capa e a laje será fraca se a superfície estiver molhada em excesso. Esse excesso de água atua como uma segunda camada de isolamento entre os concretos. Independente da percentagem da área em contato, e também do tipo de superfície (rugosa e lisa), a situação saturada gerou os piores resultados;
- A resistência ao cisalhamento da interface é maior quando a superfície está seca, quando comparada com a superfície com água em excesso. Isso ocorre porque, mesmo seca, a superfície apresenta umidade estimada entre 12% e 13%;
- Quando as superfícies rugosas são comparadas com as lisas, existe um aumento da resistência da interface ao cisalhamento. Isso ocorre quando a superfície está na condição seca ou molhada na condição ótima. Entretanto, não ocorre quando a superfície está com água em excesso. Além disso, esse aumento ocorre para os casos de 50% e 100% da área em contato;
- O estudo mostrou que as superfícies com 50% da área em contato registraram menores deslocamentos durante a ruptura, quando comparados com as situações de 100% da área em contato;

- A utilização das fibras de polietileno foi eficiente para simular sujeira ou nata de cimento em excesso;
- Diferentes tipos de superfície não contribuem para aumento da resistência ao cisalhamento, quando se têm 50% da área da interface em contato;
- Para as situações de 100% da área em contato e superfície molhada em condição ótima, as resistências ao cisalhamento na interface alcançam valores acima do limite estabelecido pela norma britânica BS 8110-1:1997;
- Quando a área de contato é de 50%, os valores de resistência ao cisalhamento sempre ficam abaixo dos limites de tensão da BS 8110-1:1997;
- Para situações de 100% da área em contato, foi observada uma relação linear entre a resistência do concreto à compressão e a resistência da interface. Esse aumento foi influenciado pelo tipo de preparo da superfície, sendo que para superfície molhada na condição ótima e  $f_{ck}$  acima de 35 MPa a média da resistência da interface é 20% maior que nas situações seca e água em excesso;
- Os resultados indicaram que, isoladamente, a resistência do concreto à compressão tem pouco efeito na resistência da interface;
- Se área de contato entre os concretos for de 50%, a amplitude da rugosidade terá pouco efeito na resistência da interface ao cisalhamento;
- Se o coeficiente que determina a média da rugosidade ( $R_a$ ) for o mesmo para lajes lisas e rugosas, a amplitude da rugosidade terá pouco efeito na resistência ao cisalhamento.

A equação sugerida por IBRAHIM (2008) para o cálculo da resistência da interface ao cisalhamento é derivada da formulação do EUROCODE 2:2004, dada pela expressão 7.12.

Considerando que não exista atuação de tensão normal à interface e que o elemento composto não possua armadura atravessando essa interface, a formulação sugerida por IBRAHIM (2008) é apresentada pelas expressões 7.16a e 7.16b, cujas variáveis são explicadas nos próximos itens.

$$\tau = w_{a,wet}(c \cdot s_c \cdot f_t + \tau_r) \quad (R_z \leq 1,40 \text{ mm e } 1^\circ \leq \alpha < 5^\circ) \quad (7.16a)$$

$$\tau = w_{a,wet}(c \cdot s_c \cdot f_t - \tau_r) \quad (R_z > 1,40 \text{ mm e } 18^\circ \leq \alpha < 30^\circ) \quad (7.16b)$$

- $f_t$  = resistência do concreto à tração (para aplicação nos modelos ensaiados será considerado  $f_t = f_{ctk,inf}$ ;

### 7.4.1 – Área de contato ( $s_c$ )

O coeficiente  $s_c$  considera simultaneamente a percentagem da área de contato entre os dois concretos da interface e, também, o tipo de superfície (lisa ou rugosa).

De acordo com os resultados obtidos pelos testes de IBRAHIM (2008), o coeficiente  $s_c$  é obtido conforme a Tabela 7.5.

**Tabela 7.5 – Valores do coeficiente  $s_c$  de acordo com IBRAHIM (2008).**

Umidade da superfície	100% da área em contato		50% da área em contato	
	Rugosa	Lisa	Rugosa	Lisa
Ótima	1	1	0,55	0,44
Seca	0,72	0,72	0,55	0,44
Saturada	0,44	0,42	0,55	0,44

### 7.4.2 – Umidade da interface ( $w_{a,wet}$ )

O coeficiente  $w_{a,wet}$  considera o efeito da porcentagem de água absorvida pela superfície superior da laje alveolar de forma isolada, e assume como referência a condição em que a laje é molhada na condição ótima. Os valores desse coeficiente são apresentados na Tabela 7.6.

**Tabela 7.6 – Valores do coeficiente  $w_{a,wet}$  de acordo com IBRAHIM (2008).**

Umidade da superfície	Coefficiente $w_{a,wet}$
Ótima	1
Seca	0,85
Saturada	0,85

### 7.4.3 – Rugosidade da superfície ( $\tau_r$ )

A Figura 7.9 ilustra a idealização de uma superfície de contato feita por IBRAHIM (2008). Nessa figura, a rugosidade de uma laje alveolar é influenciada por alguns fatores que incluem: o ângulo de inclinação das ranhuras ( $\alpha$ ), o comprimento entre dois vales ou dois picos ( $a_p$ ) e o coeficiente de rugosidade ( $R_z$ ).



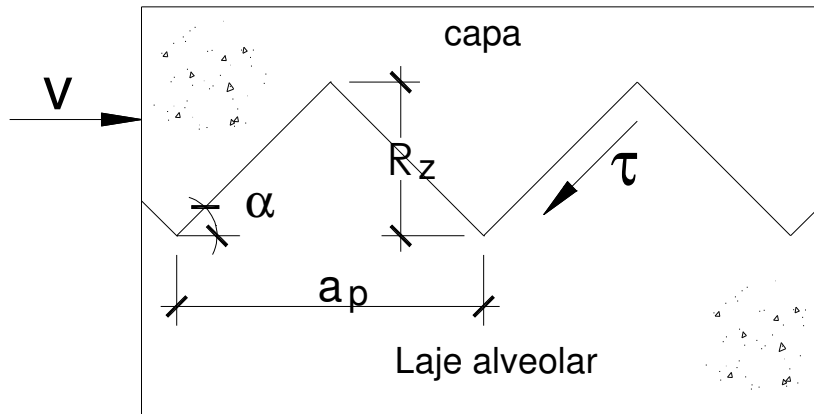


Figura 7.9 – Idealização da superfície de contato de uma interface. (Adaptado de IBRAHIM (2008)).

O coeficiente de rugosidade representa a maior distância entre um pico e um vale ( $R_z$ ) e foi definida por SANTOS et al (2007) como sendo a média entre cinco valores de máximas distâncias ( $z$ ) entre picos e vales, ao longo de um comprimento  $l$  (ver expressão 7.17 e Figura 7.10).

$$R_z = \frac{1}{5} \sum_{i=1}^5 z_i \quad (7.17)$$

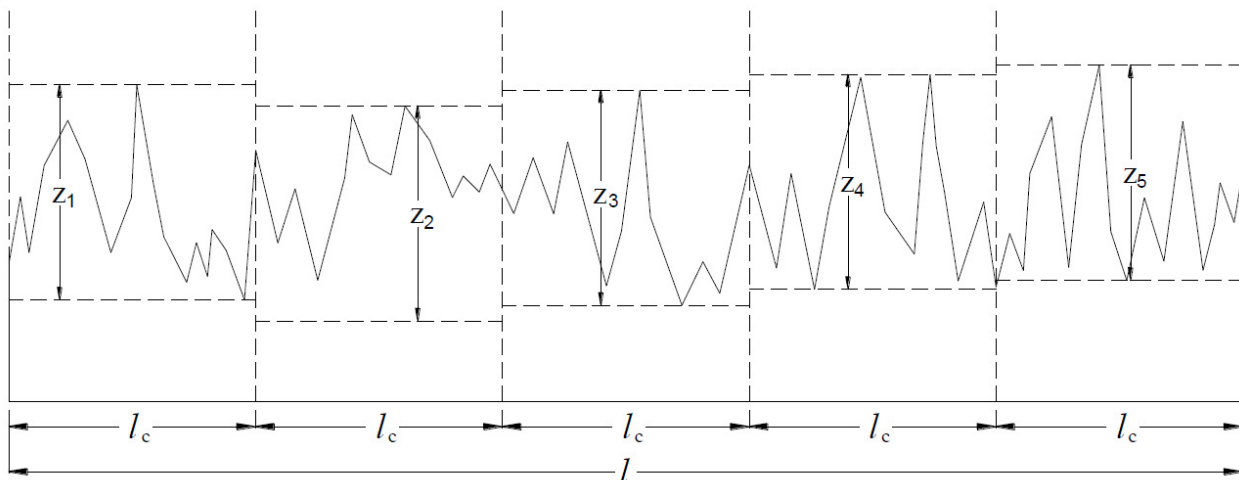


Figura 7.10 – Definição do coeficiente de rugosidade ( $R_z$ ). (Adaptado de IBRAHIM (2008)).

IBRAHIM (2008) concluiu, de acordo com os resultados obtidos, que, para superfícies lisas,  $1^\circ < \alpha \leq 5^\circ$ , e que  $R_z \leq 1,40$  mm. Para superfícies rugosas,  $18^\circ \leq \alpha < 30^\circ$  e  $R_z > 1,40$  mm. Outra conclusão obtida foi que, nas situações em que o valor de  $\alpha$  é menor que  $5^\circ$ , ou seja, para superfícies lisas, existe mais contato entre o concreto da laje e da capa.

Por outro lado, para superfícies rugosas, ou seja, quando o valor de  $\alpha$  é maior que  $18^\circ$ , a resistência na interface é reduzida em função da menor área de contato entre os concretos.

A parcela da resistência ao cisalhamento correspondente à rugosidade ( $\tau_r$ ) é definida pelas expressões 7.18a e 7.18b.

$$\tau_r = \frac{(R_{z,limit} - R_z) \cdot \tau_{inc}}{R_{z,inc}} \quad (R_z \leq 1,40 \text{ mm e } 1^\circ \leq \alpha < 5^\circ) \quad (7.18a)$$

$$\tau_r = \frac{(R_z - R_{z,limit}) \cdot \tau_{dec}}{R_{z,dec}} \quad (R_z > 1,40 \text{ mm e } 18^\circ \leq \alpha < 30^\circ) \quad (7.18b)$$

- $R_{z,limit} = 1,40 \text{ mm};$
- $R_{z,inc} = R_{z,dec} = 0,10 \text{ mm};$
- $\tau_{inc} = \tau_{dec} = 0,04 \text{ N/mm}^2.$

#### 7.4.4 – Coeficientes de coesão (c) – EUROCODE 2:2004

Os coeficientes de coesão (c) são os mesmos encontrados no EUROCODE 2:2004, Tabela 7.2.

#### 7.4.5 – Observações quanto à formulação utilizada

IBRAHIM (2008) apresenta duas formulações para o problema tratado. A primeira é relacionada com ensaio “push-off” e considera o coeficiente de fricção ( $\mu$ ) na parcela da coesão. Além disso, a formulação para o “push-off” desconsidera a parcela de tensão normal à interface.

A segunda formulação é relativa ao ensaio de cisalhamento. Nesse caso o autor considera uma tensão normal à interface e emprega o coeficiente de fricção ( $\mu$ ), nessa parcela, assim como no EUROCODE 2:2004. Portanto existe uma contradição nas formulações propostas.

É importante ressaltar que, para o emprego da formulação de IBRAHIM (2008), algumas considerações foram feitas:

- Foi adotado que o coeficiente  $\mu$  atua somente na parcela da tensão normal, assim como no EUROCODE 2:2004. Entretanto, essa parcela foi zerada, uma vez que não existiu tensão de compressão atuando na interface durante o ensaio de continuidade;
- Para os coeficientes  $s_c$  e  $w_{a,wet}$  foram adotados os valores relativos ao ensaio “push-off”, uma vez que esse ensaio analisa a interface de forma isolada.

## 7.5 – Resultados

A seguir serão apresentados os resultados dos cálculos das tensões solicitantes e resistentes para os ensaios de continuidade dos modelos EM1, EM2 e EM3.

### 7.5.1 – Tensões de cisalhamento solicitantes na interface

Para o cálculo das tensões de cisalhamento solicitantes serão empregados os cálculos das tensões de referência e da tensão média.

#### 7.5.1.1 – Cálculo da tensão de referência

Considerando o conceito de seção composta homogeneizada, apresentado no item 6.1.2 do capítulo 6 (ver Figura 6.1 e expressões 6.4 e 6.5), é possível obter a largura fictícia ( $b_{fic}$ ) e, em seguida, a largura da interface ( $b_{int}$ ). Para isso tem-se a Tabela 7.7.

**Tabela 7.7 – Cálculo da largura da interface ( $b_{int}$ ).**

Modelo	CAPA		LAJE ALVEOLAR		$\alpha_m$	$b_{real}$ (m)	$b_{fic}$ (m)	$b_{int}$ (m)
	$f_{cj,continuidade}$ (MPa)	$E_{cs}$ (MPa)	$f_{cj,continuidade}$ (MPa)	$E_{cs}$ (MPa)				
EM1	28	29632	54	41151	0,72	1,97	1,42	1,42
EM2	55	41531	38	34521	1,20	1,19	1,43	1,19
EM3	44	37146	55	41531	0,89	1,18	1,06	1,06

A largura da interface ( $b_{int}$ ) será utilizada para o cálculo das tensões solicitantes nas seções onde atuam o momento fletor positivo. No entanto, para equilíbrio da seção transversal considerando o momento negativo, é necessário utilizar a largura real da laje alveolar na região de compressão. Considerando a mesa inferior comprimida, os valores utilizados são:

- EM1 →  $b_{real,mesa\_inferior} = 2,00$  m;
- EM2 →  $b_{real,mesa\_inferior} = 1,25$  m;
- EM3 →  $b_{real,mesa\_inferior} = 1,25$  m.

Para o cálculo da tensão de referência será considerada a força cortante correspondente à aplicação da força de ruptura  $F_2$ . Além disso, os valores da força cortante (Tabela 7.8) foram obtidos da análise não linear física, apresentada no capítulo 6. A Tabela 7.8 mostra, também, em qual elemento ocorreu a máxima força cortante, de acordo com a (Figura 6.7, letra b).

**Tabela 7.8 – Valores das forças cortantes máximas obtidas de acordo com o capítulo 6.**

Modelo	Momento Positivo		Momento Negativo		F <sub>2</sub> (kN)	Tipo de ruptura
	Q <sub>max</sub> (kN)	Elemento	Q <sub>max</sub> (kN)	Elemento		
EM1	206,8	13	212,7	15	272,0	cisalhamento
EM2	191,4	12	197,6	15	254,7	interface
EM3	119,9	12	124,3	15	146,8	flexão

O braço de alavanca ( $z$ ) corresponde à distância entre as resultantes de compressão ( $R_c$ ) e de tração ( $R_t$ ) no equilíbrio da seção transversal. O cálculo de  $z$  será feito considerando o equilíbrio da seção composta e a discretização de faixas apresentados no capítulo 3, item 3.6, e APÊNDICE A.

Nos trechos correspondentes ao momento fletor positivo, o procedimento consistirá nos seguintes passos:

- Determinar a resultante de tração  $R_t$ , correspondente à armadura de protensão

$$R_t = A_p \cdot \sigma_{pk}$$

- $A_p$  é a área da seção da armadura de protensão;
- $\sigma_{pk}$ , a tensão na armadura de protensão considerando as perdas isoladas, calculadas no capítulo 3 (ver procedimento no item 3.6.1, Tabela 3.17). Foi adotada uma aproximação, considerando  $\epsilon_s$  igual a 10%. É fato que, quando a deformação total ( $\epsilon_t$ ) é maior que a deformação correspondente ao escoamento ( $\epsilon_{yk}$ ), a tensão de cisalhamento na interface pouco se altera, quando se varia o valor de  $\epsilon_s$ . Essa variação é menor que 0,5 MPa;
- Calcular a resultante de compressão correspondente à capa ( $R_{c,loc}$ )
 
$$R_{c,loc} = 0,85 \cdot f_{cd} \cdot A_{c,loc}$$
  - $A_{c,loc}$  é a área de concreto da capa, ou seja:  $A_{c,loc} = h_{capa} \cdot b_{fic}$ , sendo  $h_{capa}$  a altura da capa e  $b_{fic}$  a largura da interface, considerando a seção equivalente;
  - $f_{cd}$  é o valor da resistência do concreto à compressão, na data do ensaio de continuidade ( $f_{cj,continuidade}$ );
- Comparar  $R_t$  com  $R_{c,loc}$ 
  - Se  $R_t$  for menor que  $R_{c,loc}$  implica que a linha neutra se encontra acima da interface, ou seja, na capa, como mostra a Figura 7.5. Nesse caso deve-se utilizar a expressão 7.3;
  - Caso contrário a linha neutra se encontrará abaixo da interface, ou seja, na laje como ilustra a Figura 7.6. Nesse caso deve-se utilizar a expressão 7.4;

- De posse de  $R_t$ , consultar qual faixa corresponde ao equilíbrio, ou seja,  $R_t = R_c$ . Automaticamente se obtém a posição da linha neutra ( $x$ ) e o valor de  $y = 0,8 \cdot x$ ;
- Vale destacar que se  $R_t$  é menor que  $R_{c,loc}$  e a linha neutra encontra-se acima da interface, pode-se obter  $z$  diretamente, considerando  $y = \frac{R_t}{0,85 \cdot f_{cd} \cdot b_{fic}}$ ;
- Por fim,  $z = (h_{tot} - d') - 0,4 \cdot x = d - 0,5 \cdot y$ .

O procedimento correspondente ao momento fletor negativo é semelhante e segue os seguintes passos:

- Determinar a resultante de tração  $R_t$ , correspondente à armadura passiva
 
$$R_t = A_s \cdot f_{yk}$$
  - $A_s$  é a área da seção da armadura passiva;
  - $f_{yk}$ , a tensão na armadura passiva correspondente à deformação encontrada durante a ruptura, se a deformação na armadura for menor que 2,07‰. Caso contrário é a tensão de escoamento obtida no ensaio de caracterização da barra;
- De posse de  $R_t$ , consultar qual faixa corresponde ao equilíbrio, ou seja,  $R_t = R_c$ . Automaticamente se obtém a posição da linha neutra ( $x$ ) e o valor de  $y = 0,8 \cdot x$ ;
- Por fim,  $z = (h_{tot} - d') - 0,4 \cdot x = d - 0,5 \cdot y$ .

A Tabela 7.9 mostra o cálculo do valor de  $R_t$  para as seções com momento positivo.

A Tabela 7.10 apresenta os cálculos para a obtenção do braço de alavanca ( $z$ ) correspondente às seções submetidas ao momento fletor positivo. Vale ressaltar que o resultado final foi o mesmo quando se considerou os valores das perdas progressivas ao invés das perdas isoladas.

A Tabela 7.11 indica os cálculos de  $z$  referentes ao momento fletor negativo.

Por fim, a Tabela 7.12 ilustra os cálculos correspondentes à tensão de referência atuante nos elementos mais solicitados.

**Tabela 7.9 – Cálculo da resultante de tração ( $R_t$ ) na armadura ativa - seções com momento positivo.**

<b>Var.</b>	<b>EM1</b>	<b>EM2</b>	<b>EM3</b>	<b>Referência</b>
$\sigma_{pi}$ (MPa)	1420	1257,6	1330,3	Tabela 3.15
PERDAS ISOLADAS (%)	24,18	31,09	12,25	Tabela 3.15
$\sigma_{pt,\infty}$ (MPa)	1076,65	866,63	1167,40	Tabela 3.18
$E_p$ (MPa)	200387	200387	201000	Tabela 4.28
$\varepsilon_p$ (‰)	5,37	4,32	5,81	Tabela 3.16
$A_p$ (cm <sup>2</sup> )	8,91	9,90	2,63	Tabela 3.15
$A_c$ (cm <sup>2</sup> )	0,2357	0,1866	0,1166	Tabela 3.1
$N_p$ (kN)	959	858	285	Tabela 3.18
$e_p$ (m)	0,0734	0,0863	0,0493	Tabela 3.1
$M_p$ (kN)	70,41	74,04	14,07	Tabela 3.18
$I$ (m <sup>4</sup> )	0,0013	0,0016	0,0004	Item 3.1
$f_{ck, capa}$ (cm)	28	55	44	Tabela 4.28
$\varepsilon_7$ (‰)	0,32	0,24	0,13	Tabela 3.16
$\varepsilon_s$ (‰)	10,00	10,00	10,00	Tabela 3.16
$\varepsilon_t$ (‰)	15,69	14,57	15,94	Tabela 3.16
$f_{pyk}$ (MPa)	1824	1824	1817	Tabela 4.28
$f_{ptk}$ (MPa)	1987	1987	1963	Tabela 4.28
$\varepsilon_{pyk}$ (‰)	9,10	9,10	9,04	Tabela 3.16
$\sigma_{pk}$ (kN/cm <sup>2</sup> )	186,55	185,84	185,58	Tabela 3.16
$R_t = F_p$ (kN)	1662	1840	386	-



**Tabela 7.10 – Cálculo do braço de alavanca (z) para momento positivo.**

<b>Var.</b>	<b>EM1</b>	<b>EM2</b>	<b>EM3</b>	<b>Referência</b>
$b_{int}$ (m)	1,42	1,19	1,06	Tabela 7.7
$b_{fic}$ (m)	1,42	1,43	1,06	Tabela 7.7
$N_p$ (kN)	959	858	285	Tabela 3.18
$h_{capa}$ (cm)	5,0	5,0	5,0	Item 3.1
$A_{c,loc}$ (cm <sup>2</sup> )	710,0	715,0	530,0	-
$f_{c,j,continuidade}$	54	38	55	Item 4.5
$R_t = F_p$ (kN)	1662	1840	386	-
$R_{c,loc}$ (kN)	3259	2309	2478	-
$0,5.y$ (cm)	1,28	2,39	0,49	-
$h_{tot}$ (cm)	26,0	31,5	21,0	Item 3.1
$d'$ (cm)	2,5	4,5	3,0	Item 3.1
$z$ (cm)	22,22	24,61	17,51	-

**Tabela 7.11 – Cálculo do braço de alavanca (z) para momento negativo.**

<b>Var.</b>	<b>EM1</b>	<b>EM2</b>	<b>EM3</b>	<b>Referência</b>
$A_s$ (cm <sup>2</sup> )	20,86	13,75	6,25	Item 3.8
$\epsilon_s$ (‰)	1,86	2,09	8,13	Figuras: 5.34, 5.48, 5.63
$E_s$ (MPa)	200125	200125	200125	Tabela 4.28
$f_{yk}$ (MPa)	372	595	595	Item 4.7
$R_t$ (kN)	776	818	372	-
$A_{c,loc}$ (cm <sup>2</sup> )	169,2	253,3	795,6	Item 3.6
Faixa	8	20	6	Item 3.6
Localização	Mesa inferior	Mesa inferior	Mesa inferior	Item 3.6
$0,5.y$ (cm)	4	10	3	-
$h_{tot}$ (cm)	26,0	31,5	21,0	Item 3.1
$d'$ (cm)	2,5	2,5	2,5	Item 3.1
$z$ (cm)	19,5	19,0	15,5	-

**Tabela 7.12 – Cálculo da tensão de referência ( $\tau_{ref}$ ).**

Modelo	Momento Positivo					Momento Negativo				
	Elemento	$b_{int}$ (m)	$Q_{max}$ (kN)	$z$ (cm)	$\tau_{ref}$ (MPa)	Elemento	$b_{real}$ (m)	$Q_{max}$ (kN)	$z$ (cm)	$\tau_{ref}$ (MPa)
EM1	13	1,42	206,8	22,2 2	<b>0,66</b>	15	2,00	212,7	16,5	<b>0,55</b>
EM2	12	1,19	191,4	24,6 1	<b>0,65</b>	15	1,25	197,6	19,0	<b>0,83</b>
EM3	12	1,06	119,9	17,5 1	<b>0,65</b>	15	1,25	124,3	15,5	<b>0,64</b>

### 7.5.1.2 – Cálculo da tensão média

O comprimento dos trechos relativos ao cisalhamento ( $\ell_0$ ), dados de acordo com Figura 7.7, foi obtido com base na análise não linear física do capítulo 6. Foi considerado o gráfico da força cortante relacionado com a força de ruptura de cada modelo.

A Tabela 7.13 apresenta  $\ell_0$  e também indica os elementos que estão compreendidos entre os momentos máximos e nulos no diagrama de momento fletor. Vale lembrar que a análise não linear física do capítulo 6 considerou duas etapas de carregamento: a primeira considerou a atuação do peso próprio do elemento composto antes da continuidade, ou seja, com o elemento simplesmente apoiado. A segunda etapa considerou a atuação da força  $F_2$  após a continuidade.

**Tabela 7.13– Valores das forças cortantes máximas obtidas de acordo com o capítulo 6.**

Modelo	Momento Positivo		Momento Negativo		$F_2$ (kN)	Tipo de ruptura
	$\ell_0$ (m)	Elementos	$\ell_0$ (m)	Elemento		
EM1	1,0	10 até 13	1,10	13 até 17	272,0	cisalhamento
EM2	1,0	10 até 13	1,10	13 até 17	254,7	interface
EM3	0,8	10 até 12	1,30	12 até 17	146,8	flexão

O cálculo da força horizontal de cisalhamento ( $F_{hd}$ ) foi feito de acordo com a Figura 7.8. Entretanto, o cálculo da resultante de tração ( $R_t$ ) pode ser aproveitado do item anterior (item 7.5.1.1).

As Tabelas 7.9 e 7.10 mostram o cálculo de  $N_p = R_t$  e  $R_{c,loc}$  para as situações com momento positivo. Para todos os modelos,  $R_t = N_p < R_{c,loc}$ . Isso significa que, no equilíbrio da seção, a linha neutra se encontra acima da interface e, portanto, para todos os modelos,  $F_{hd} = R_c = R_t$ .

A Tabela 7.11 apresenta o cálculo de  $N_p = R_t$  para as situações com momento negativo. E de acordo com a Figura 7.8, para esses casos,  $F_{hd} = R_c = R_t$ .

O cálculo da tensão média ( $\tau_{med}$ ) para os modelos ensaiados é apresentado na Tabela 7.14.

**Tabela 7.14 – Cálculo da força horizontal de cisalhamento ( $F_{hd}$ ) e da tensão média ( $\tau_{med}$ ).**

Modelo	Momento Positivo					Momento Negativo				
	Elementos	$b_{int}$ (m)	$l_0$ (m)	$F_{hd}$ (kN)	$\tau_{med}$ (MPa)	Elementos	$b_{real}$ (m)	$l_0$ (m)	$F_{hd}$ (kN)	$\tau_{med}$ (MPa)
EM1	10 - 13	1,42	1,0	<b>1662</b>	<b>1,17</b>	13 - 17	2,00	1,10	<b>776</b>	<b>0,35</b>
EM2	10 - 13	1,19	1,0	<b>1840</b>	<b>1,55</b>	13 - 17	1,25	1,10	<b>818</b>	<b>0,60</b>
EM3	10 - 12	1,06	0,8	<b>488</b>	<b>0,58</b>	12 - 17	1,25	1,30	<b>372</b>	<b>0,23</b>

## 7.5.2 – Tensões de cisalhamento resistentes na interface

A seguir serão apresentados os resultados do cálculo das tensões de cisalhamento resistente conforme os códigos nacionais e internacionais e, ainda, segundo a formulação proposta por IBRAHIM (2008).

### 7.5.2.1 – Cálculo de acordo com PCI:2010

A Tabela 7.15 apresenta o cálculo da força horizontal última ( $F_{hu}$ ), conforme o PCI:2010. Adotou-se como tensão limite o valor de 0,56 MPa para a laje do modelo 1, uma vez que a superfície da laje pode ser considerada como naturalmente rugosa (caso 1).

Para as lajes dos modelos 2 e 3, adotou-se a metade da tensão limite do caso 1 (0,56 MPa), como recomendado pelo PCI:2010.

**Tabela 7.15 – Cálculo da força horizontal última ( $F_{hu}$ ) conforme o PCI:2010.**

Modelo	Momento Positivo					Momento Negativo				
	Elementos	$b_{int}$ (m)	$l_0$ (m)	$\tau_{lim}$ (MPa)	$F_{hu}$ (kN)	Elementos	$b_{real}$ (m)	$l_0$ (m)	$\tau_{lim}$ (MPa)	$F_{hu}$ (kN)
EM1	10 - 13	1,42	1,0	<b>0,56</b>	<b>795</b>	13 - 17	2,00	1,10	<b>0,56</b>	<b>1232</b>
EM2	10 - 13	1,19	1,0	<b>0,28</b>	<b>333</b>	13 - 17	1,25	1,10	<b>0,28</b>	<b>385</b>
EM3	10 - 12	1,06	0,8	<b>0,28</b>	<b>237</b>	12 - 17	1,25	1,30	<b>0,28</b>	<b>455</b>

### 7.5.2.2 – Cálculo de acordo com o CPCI:2007

A Tabela 7.16 apresenta o cálculo da força horizontal última ( $F_{hu}$ ), conforme o CPCI:2007. A diferença entre o método do CPCI:2007 e o do PCI:2010 está na tensão limite. No CPCI:2007 esse valor é de 0,455 MPa, que equivale ao produto de 0,7 pelo coeficiente  $\phi_c=0,65$ . Esse valor foi adotado para o modelo EM1.

Da mesma forma que no PCI:2010, para as lajes dos modelos 2 e 3, adotou-se a metade da tensão limite.

**Tabela 7.16 – Cálculo da força horizontal última ( $F_{hu}$ ) conforme o CPCI:2007.**

Modelo	Momento Positivo					Momento Negativo				
	Elementos	$b_{int}$ (m)	$l_0$ (m)	$\tau_{lim}$ (MPa)	$F_{hu}$ (kN)	Elementos	$b_{real}$ (m)	$l_0$ (m)	$\tau_{lim}$ (MPa)	$F_{hu}$ (kN)
EM1	10 - 13	1,42	1,0	<b>0,455</b>	<b>646</b>	13 - 17	2,00	1,10	<b>0,455</b>	<b>1001</b>
EM2	10 - 13	1,19	1,0	<b>0,228</b>	<b>270</b>	13 - 17	1,25	1,10	<b>0,228</b>	<b>313</b>
EM3	10 - 12	1,06	0,8	<b>0,228</b>	<b>192</b>	12 - 17	1,25	1,30	<b>0,228</b>	<b>370</b>

### 7.5.2.3 – Cálculo de acordo com a FIP:1982

O cálculo da tensão de resistência última, de acordo com FIP:1982, válido para as seções com momento positivo, é mostrado na Tabela 7.17. Como foi comentado anteriormente, na laje do modelo 1 foi considerada superfície naturalmente rugosa e, portanto, o valor de  $\beta_c$  foi admitido como 0,20.

Para as lajes dos modelos 2 e 3, cujas superfícies eram lisas, foi considerada metade do valor de  $\beta_c$  adotado para laje naturalmente rugosa, seguindo o critério do PCI.

O cálculo da resistência do concreto à tração foi feito de acordo com a expressão 7.10.

**Tabela 7.17 – Cálculo da tensão resistente conforme a FIP:1982.**

Modelo	Momento Positivo				
	$f_{cj,continuidade,capa}$ (MPa)	$f_{td}$ (MPa)	$\beta_c$	$\tau_{u,max}$ (MPa)	$\tau_u$ (MPa)
EM1	28	1,48	0,20	<b>0,46</b>	<b>0,30</b>
EM2	55	2,08	0,10	<b>0,64</b>	<b>0,21</b>
EM3	44	1,86	0,10	<b>0,58</b>	<b>0,19</b>

### 7.5.2.4 – Cálculo de acordo com o EUROCODE 2:2004

De acordo com o EUROCODE 2:2004, o cálculo da tensão de resistência última ( $V_{Rdi}$ ) é mostrado na Tabela 7.18. Foi considerada a seguinte classificação para as lajes:

- EM1, superfície rugosa,  $c = 0,45$ ;
- EM2 e EM3, superfície muito lisa,  $c = 0,25$ .

**Tabela 7.18 – Cálculo da tensão última ( $V_{Rdi}$ ) conforme o EUROCODE 2:2004.**

Modelo	Momento Positivo					Momento Negativo				
	Elemento	$f_{ctk,inf}$ (MPa)	$c$	$V_{Rdi,max}$ (MPa)	$V_{Rdi}$ (MPa)	Elemento	$f_{ctk,inf}$ (MPa)	$c$	$V_{Rdi,max}$ (MPa)	$V_{Rdi}$ (MPa)
EM1	13	1,94	0,45	<b>0,52</b>	<b>0,87</b>	15	1,94	0,45	<b>0,52</b>	<b>0,87</b>
EM2	12	3,04	0,25	<b>0,71</b>	<b>0,76</b>	15	3,04	0,25	<b>0,71</b>	<b>0,76</b>
EM3	12	2,62	0,25	<b>0,65</b>	<b>0,66</b>	15	2,62	0,25	<b>0,65</b>	<b>0,66</b>

Foi considerado que  $f_{ctd}$  é igual a  $f_{ctk,0,05}$ , ou seja, igual a  $f_{ctk,inf}$ .

### 7.5.2.5 – Cálculo de acordo com a BS 8110-1:1997

Os resultados da tensão última conforme a BS 8110-1:1997 são apresentados na Tabela 7.19.

A BS 8110-1:1997 não considera tensão limite para superfícies lisas, portanto os valores para a tensão limite das lajes EM2 e EM3 foram adotados como sendo 0,55 MPa, considerando uma suposta categoria anterior, que a Tabela 7.3 não contempla.

**Tabela 7.19 – Cálculo da tensão última ( $\tau_{lim}$ ) conforme a BS 8110-1:1997.**

Modelo	Momento Positivo				Momento Negativo			
	Elemento	$f_{cj,continuidade,capa}$ (MPa)	Categoria	$\tau_{lim}$ (MPa)	Elemento	$f_{cj,continuidade,capa}$ (MPa)	Categoria	$\tau_{lim}$ (MPa)
EM1	13	28	Superfície com agregados expostos	<b>0,63</b>	15	28	Superfície com agregados expostos	<b>0,63</b>
EM2	12	55	Superfície lisa	<b>0,55</b>	15	55	Superfície lisa	<b>0,55</b>
EM3	12	44	Superfície lisa	<b>0,55</b>	15	44	Superfície lisa	<b>0,55</b>

### 7.5.2.6 – Cálculo de acordo com NBR 9062:2006

A Tabela 7.20 apresenta os cálculos para a obtenção da resistência última da interface, de acordo com a NBR 9062:2006. Vale lembrar que, de acordo com essa norma, os coeficientes  $\beta_c$  são válidos apenas para superfície de ligação intencionalmente áspera, com rugosidade de 0,50 cm em 3,0 cm. Para superfícies lisas ou naturalmente rugosas, os valores dos coeficientes de rugosidades devem ser obtidos através de ensaios específicos.

**Tabela 7.20 – Cálculo tensão última ( $\tau_{ud}$ ) conforme a NBR 9062:2006.**

Modelo	Momento Positivo					Momento Negativo				
	Elemento	$f_{ctk,inf}$ (MPa)	$\beta_c$	$\tau_{u,max}$ (MPa)	$\tau_{ud}$ (MPa)	Elemento	$f_{ctk,inf}$ (MPa)	$\beta_c$	$\tau_{u,max}$ (MPa)	$\tau_{ud}$ (MPa)
EM1	13	1,94	0,20	<b>0,48</b>	<b>0,39</b>	15	1,94	0,20	<b>0,48</b>	<b>0,39</b>
EM2	12	3,04	0,10	<b>0,76</b>	<b>0,30</b>	15	3,04	0,10	<b>0,76</b>	<b>0,30</b>
EM3	12	2,62	0,10	<b>0,65</b>	<b>0,26</b>	15	2,62	0,10	<b>0,65</b>	<b>0,26</b>

Para as lajes dos ensaios EM2 e EM3, cujas superfícies são lisas, foi considerado  $\beta_c = 0,1$ . Para a laje do modelo 1, cuja superfície é naturalmente rugosa, foi admitido  $\beta_c = 0,2$ . Dessa forma, os valores dos coeficientes ficam iguais aos da FIP:1982. A única diferença em relação a esse código é que, para  $f_{ctd}$ , será utilizado o valor  $f_{ctk,inf}$ .

### 7.5.2.7 – Cálculo de acordo com IBRAHIM (2008)

A formulação de IBRAHIM (2008) é derivada do EUROCODE 2:2004 e considera fatores como preparo e limpeza da superfície, quando introduz os coeficientes de área de contato ( $s_c$ ) e da umidade da interface ( $w_{a,wet}$ ). Além disso, introduz um coeficiente que considera a rugosidade da superfície ( $\tau_r$ ).

Com relação aos modelos ensaiados neste trabalho, todos foram preparados da mesma forma. A umidade aplicada foi a do tipo ótima. Portanto, considerou-se  $w_{a,wet} = 1,0$ . Foi feita uma limpeza da laje alveolar para remover a nata de cimento e demais sujeiras, fazendo com que  $s_c = 1,0$ .

Entretanto, a leitura do coeficiente de rugosidade ( $R_z$ ) não foi feita. Por conta disso, esses valores foram adotados de acordo com a média dos valores de rugosidade encontrados por IBRAHIM (2008) nas lajes ensaiadas.

- EM1, superfície rugosa:  $R = 0,80$ . Valor médio entre 0,50 e 1,10;
- EM2 e EM3, superfície muito lisa:  $R = 1,70$ . Valor médio entre 2,00 e 1,40.



Para o coeficiente de coesão ( $c$ ) foram considerados os mesmos valores utilizados no item 7.5.2.4, ou seja:

- EM1, superfície rugosa:  $c = 0,45$ ;
- EM2 e EM3, superfície muito lisa:  $c = 0,25$ .

Assim como no item 7.5.2.4, foi considerado  $f_{ctk,inf}$  como o valor da resistência do concreto à tração. A Tabela 7.21 mostra o cálculo da tensão resistente de cisalhamento da interface para os modelos ensaiados com continuidade, a partir dos valores dos coeficientes acima mencionados.

**Tabela 7.21 – Cálculo tensão última ( $\tau_u$ ) conforme IBRAHIM (2008).**

Modelo	Momento Positivo e Momento Negativo								
	Superfície	$f_{cj,continuidade,capa}$ (MPa)	$f_{ctk,inf}$ (MPa)	$S_c$	$W_{a,wet}$	$c$	$R_z$	$\tau_r$ (MPa)	$\tau_u$ (MPa)
EM1	Rugosa	28	1,94	1	1	0,45	<b>1,70</b>	<b>-0,12</b>	<b>0,75</b>
EM2	Muito lisa	55	3,04	1	1	0,25	<b>0,80</b>	<b>+0,24</b>	<b>1,00</b>
EM3	Muito lisa	44	2,62	1	1	0,25	<b>0,80</b>	<b>+0,24</b>	<b>0,90</b>

## 7.6 – Conclusão

A Tabela 7.22 mostra os resultados dos cálculos das tensões de cisalhamento solicitantes e resistentes, anteriormente apresentados no item 7.5. Nessa tabela, os valores das tensões de solicitação e de resistência foram comparados conforme o procedimento de cada código.

É preciso lembrar que, nos ensaios dos modelos 1 e 3, não ocorreu ruptura por cisalhamento na interface. Portanto, para que a formulação apresente resultados coerentes com os ensaios, espera-se que os valores das tensões solicitantes ( $S$ ) sejam menores que os resistentes ( $R$ ), ou seja,  $S/R$  menor que 1. No ensaio do modelo 2 ocorreu ruptura por cisalhamento na região de momento negativo. Logo, espera-se que os valores das tensões solicitantes sejam maiores que os resistentes, ou seja,  $S/R$  maior que 1, para momento negativo, e o contrário para momento positivo.

Analisando a Tabela 7.22, conclui-se que a única formulação que apresentou resultados coerentes com os ensaios foi a do EUROCODE 2:2004. Outra vantagem com relação aos demais códigos é que o EUROCODE 2:2004 apresenta mais opções quanto à rugosidade da superfície. Entretanto, os valores das tensões resistentes ficaram maiores que as tensões máximas permitidas, e os valores das tensões máximas não foram coerentes com os ensaios.

Tabela 7.22 – Comparação entre as tensões de cisalhamento solicitantes e resistentes.

Código	Modelo	Momento Positivo			Momento Negativo		
		S	R	Situação / (S/R)	S	R	Situação / (S/R)
PCI: 2010		$F_{hd}$ (kN)	$F_{hu}$ (kN)		$F_{hd}$ (kN)	$F_{hu}$ (kN)	
	EM1	1662	795	REP. / 2,09	776	1232	APR. / 0,63
	EM2	1840	333	REP. / 5,53	818	385	APR. / 2,12
	EM3	488	237	REP. / 2,06	372	455	APR. / 0,82
CPCI: 2007		$F_{hd}$ (kN)	$F_{hu}$ (kN)	Situação	$F_{hd}$ (kN)	$F_{hu}$ (kN)	Situação
	EM1	1662	646	REP. / 2,57	776	1001	APR. / 0,78
	EM2	1840	270	REP. / 6,81	818	313	APR. / 2,61
	EM3	488	192	REP. / 2,54	372	370	REP. / 1,01
FIP: 1982		$\tau_{ref}$ (MPa)	$\tau_u$ (MPa)	Situação	-	-	-
	EM1	0,66	0,30	REP. / 2,20	-	-	-
	EM2	0,65	0,21	REP. / 3,10	-	-	-
	EM3	0,65	0,19	REP. / 3,42	-	-	-
EURO-CODE 2: 2004		$\tau_{ref}$ (MPa)	$V_{Rdi}$ (MPa)	Situação	$\tau_{ref}$ (MPa)	$V_{Rdi}$ (MPa)	Situação
	EM1	0,66	0,87	APR. / 0,76	0,55	0,87	APR. / 0,63
	EM2	0,65	0,76	APR. / 0,86	0,83	0,76	APR. / 1,09
	EM3	0,65	0,66	APR. / 0,98	0,64	0,66	APR. / 0,97
BS 8110-1: 1997		$\tau_{med}$ (MPa)	$\tau_{lim}$ (MPa)	Situação	$\tau_{med}$ (MPa)	$\tau_{lim}$ (MPa)	Situação
	EM1	1,17	0,63	REP. / 1,86	0,35	0,63	APR. / 0,56
	EM2	1,55	0,55	REP. / 2,82	0,60	0,55	APR. / 1,09
	EM3	0,58	0,55	REP. / 1,05	0,23	0,55	APR. / 0,42
NBR 9062: 2006		$\tau_{med}$ (MPa)	$\tau_{ud}$ (MPa)	Situação	$\tau_{med}$ (MPa)	$\tau_{ud}$ (MPa)	Situação
	EM1	1,17	0,39	REP. / 3,00	0,35	0,39	APR. / 0,90
	EM2	1,55	0,30	REP. / 5,17	0,60	0,30	APR. / 2,00
	EM3	0,58	0,26	REP. / 2,23	0,23	0,26	APR. / 0,88
IBRA-HIM (2008)		$\tau_{ref}$ (MPa)	$\tau_u$ (MPa)	Situação	$\tau_{ref}$ (MPa)	$\tau_u$ (MPa)	Situação
	EM1	0,66	0,75	APR. / 0,88	0,55	0,75	APR. / 0,73
	EM2	0,65	1,00	APR. / 0,65	0,83	1,00	REP. / 0,83
	EM3	0,65	0,90	APR. / 0,72	0,64	0,90	APR. / 0,71

LEGENDA: REP. = reprovado; APR. = aprovado; S = solicitação; R = resistência.

A formulação presente no PCI:2010 possui valores limites para o cálculo da tensão resistente de cisalhamento. No entanto, os valores limites desse código contemplam apenas a situação de superfície intencionalmente rugosa. Para que essa formulação produzisse resultados coerentes com os encontrados nos ensaios, os valores limites da tensão resistente de cisalhamento deveriam ser maiores. No entanto, mesmo que esses valores fossem aumentados, ainda seria difícil de atender o modelo 2, uma vez que ele apresentou ruptura somente na região de momento negativo.

A análise feita para o PCI:2010 também é válida para o CPCI:2007, pois suas formulações são semelhantes. A única diferença está nos valores limites para a tensão resistente de cisalhamento, sendo que os do CPCI:2007 são menores que os do PCI:2010.

O código da FIP:1982, que considera o cálculo da tensão resistente de cisalhamento apenas para situações de momento positivo, apresentou resultados de tensão resistente bem abaixo das tensões solicitantes. Para que essa formulação apresentasse resultados coerentes com os ensaios, os valores limites da tensão resistente de cisalhamento deveriam ser maiores. Além disso, vale ressaltar que os coeficientes não contemplam todas as categorias de superfícies encontradas nas lajes alveolares.

A norma britânica BS 8110-1:1997 utiliza o mesmo princípio que o modelo americano, comparando as tensões médias com as tensões limites. Os valores limites para as tensões resistentes são maiores que nos códigos PCI, CPCI e FIP, entretanto os resultados não foram compatíveis com os dos ensaios. Embora apresente mais categorias quanto aos tipos de superfícies que as normas PCI, CPCI e FIP, ainda falta definir coeficientes para as superfícies lisas e muito lisas.

A norma brasileira NBR 9062:2006 apresenta as mesmas limitações que os códigos PCI, CPCI e FIP, ou seja, possui coeficientes para a determinação das tensões cisalhantes resistentes com valores baixos e não contemplam as várias situações possíveis para as superfícies das lajes alveolares.

A formulação de IBRAHIM (2008) não apresentou resultados coerentes com o ensaio do modelo 2. Dentre as melhorias propostas, a única que afetou os resultados foi o coeficiente de rugosidade ( $R_z$ ), uma vez que os outros dois,  $s_z$  e  $w_{a,wet}$ , foram considerados iguais a 1,0. É necessário analisar o coeficiente de rugosidade com maior cautela, uma vez que ele vai de encontro ao princípio básico de que quanto maior a rugosidade da superfície da laje, maior será a resistência da interface ao cisalhamento.

Comparando os valores das tensões solicitantes, tensão de referência e tensão média com os resultados dos ensaios, conclui-se que o método que apresentou resultados mais coerentes foi o da tensão de referência. Vale ressaltar que, para EM2, o método da tensão média apresentou tensão de solicitação maior na região de momento positivo ( $\tau_{med} = 1,55$  MPa) do que na região de momento negativo ( $\tau_{med} = 0,60$  MPa). Esperava-se que esses resultados fossem invertidos, uma vez que a ruptura aconteceu na região de momento negativo.

# 8

## CISALHAMENTO NA SEÇÃO TRANSVERSAL

---

O comportamento das lajes alveolares sob ação das forças cortantes é mais complexo do que quando elas são submetidas a momentos fletores. Diferentemente da ruptura por flexão, que ocorre de forma dúctil, a ruptura das lajes alveolares por cisalhamento é abrupta (sem aviso). Por isso, o cisalhamento tem sido objeto de estudo nos grandes centros de pesquisas, conforme destacado no capítulo 2.

Diversos ensaios experimentais com o objetivo de estudar o cisalhamento têm sido realizados desde a segunda metade do século XX. Além disso, as formulações para se determinar o valor da resistência ao cisalhamento têm apresentado diferenças consideráveis quando são feitas comparações entre si, e também com análises experimentais.

Essas diferenças ocorrem principalmente pelo fato de que a resistência ao cisalhamento é influenciada por diversos fatores. LEONHARDT (1977) relata 21 fatores, dos quais alguns têm importância primária, e outros, secundária. Além do mais, há na literatura técnica atual dois mecanismos principais para descrever a ruptura de lajes alveolares por cisalhamento: tração diagonal, que ocorre em regiões não fissuradas por flexão, e flexo-cortante, que se verifica em regiões fissuradas por flexão.

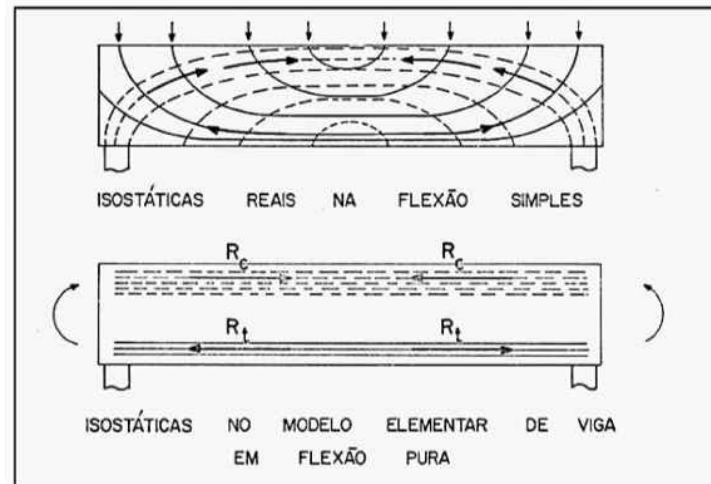
Neste capítulo estuda-se o cisalhamento nas lajes alveolares, considerando os resultados obtidos nos ensaios com continuidade, e as principais formulações para a determinação da resistência ao cisalhamento, propostas pelos principais códigos nacionais e internacionais.

### 8.1 – Conceitos básicos

Diferentemente da flexão pura, quando só atuam as tensões normais ( $\sigma$ ), na flexão não pura atuam simultaneamente as tensões normais e as tensões tangenciais ( $\tau$ ). Isso faz com que se tenha um estado biaxial de tensões, com tensões principais de tração e compressão, em geral, inclinadas em relação ao eixo do elemento estrutural.

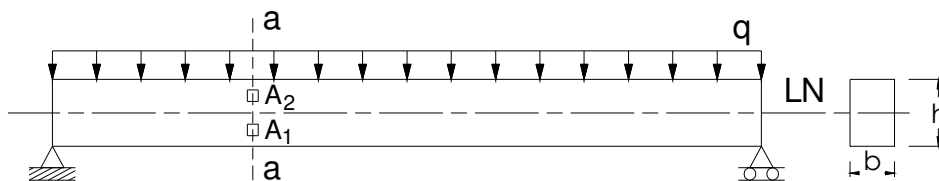
Dada a complexidade da solução envolvendo as solicitações de flexão e de cisalhamento de forma simultânea, é preferível tratá-las de forma independente. No entanto, é desejável que as peças fletidas alcancem a ruína por meio do momento fletor, uma vez que, dessa forma, ocorrem grandes deformações antes da ruptura.

A respeito da separação entre a determinação das tensões normais e das tangenciais, FUSCO (2008) comenta que é dessa simplificação que surge a ideia de que, nas vigas de seção constante, possam ser imaginados dois banzos paralelos ao eixo longitudinal da peça. A Figura 8.1 mostra trajetórias de tensões, em regime elástico, determinadas por métodos precisos e pela teoria usual de flexão. Considerando o método preciso, nota-se que existe uma certa inclinação da trajetória das tensões nos apoios, havendo portanto um banzo comprimido inclinado.

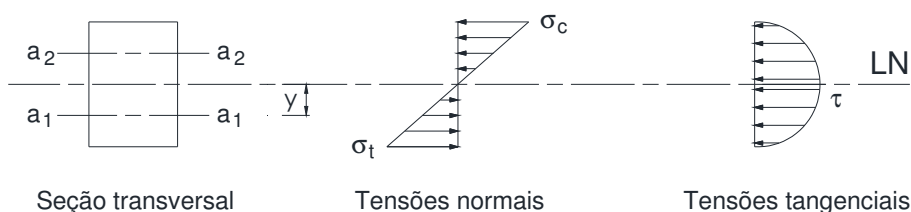


**Figura 8.1 – Trajetórias de tensões (FUSCO (2008)).**

Considerando uma viga retangular (Figura 8.2) constituída por material homogêneo, isotrópico e em regime elástico-linear, submetida a um carregamento externo de forma distribuída ( $q$ ), a distribuição das tensões normais e das tangenciais pode ser descrita de acordo com a Figura 8.3.



**Figura 8.2 – Elementos infinitesimais  $A_1$  e  $A_2$  em uma viga retangular de material em regime elástico-linear (adaptada de NAWY (1996)).**



**Figura 8.3 – Distribuição das tensões normais e das tangenciais (adaptada de NAWY (1996)).**

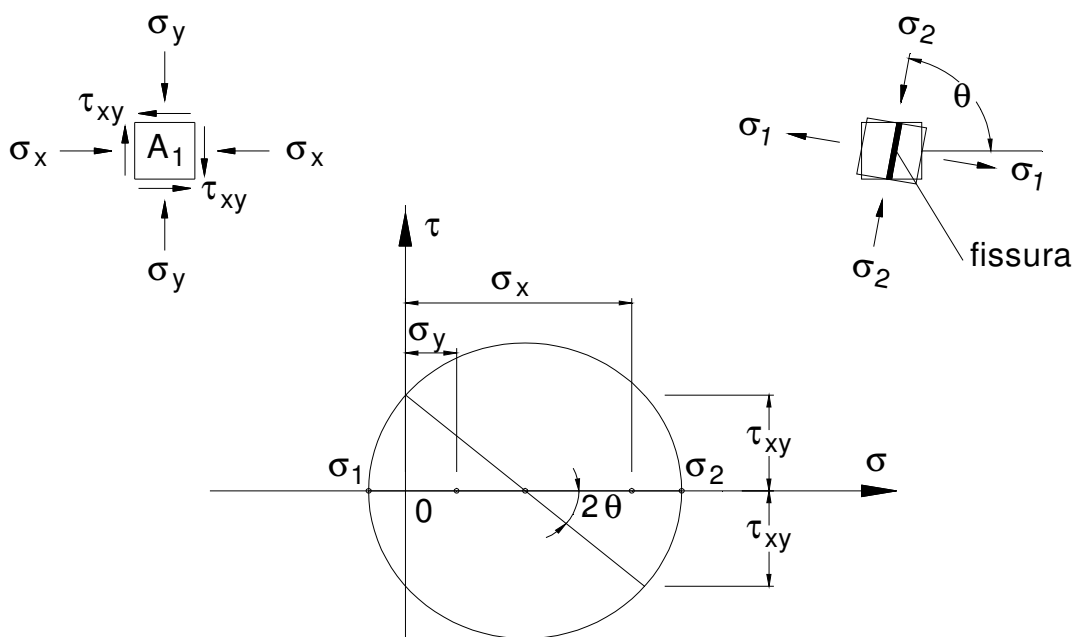
Na viga da Figura 8.2 são destacados dois elementos infinitesimais  $A_1$  e  $A_2$ , de forma que o elemento  $A_2$  está situado na região de compressão, enquanto que o elemento  $A_1$ , na região de tração. A tensão normal de tração e a tensão tangencial no elemento  $A_1$  são consideradas de acordo com o plano  $a_1$ - $a_1$  posicionado a uma distância  $y$  da linha neutra (Figura 8.3). Dessa forma, a tensão solicitante normal ( $\sigma_s$ ) e a tangencial ( $\tau_s$ ) para o elemento  $A_1$  pode ser escrita de acordo com as expressões 8.1 e 8.2.

$$\sigma_s = \frac{M}{I} y \quad (8.1)$$

$$\tau_s = \frac{V.M_e}{I.b} \quad (8.2)$$

- $M, V$  = momento fletor e força cortante atuante na seção  $a_1$ - $a_1$ ;
- $M_e$  = momento estático em relação à linha neutra, da parte situada de um dos lados da fibra na qual é calculada a tensão  $\tau_s$ ;
- $I$  = momento de inércia da seção transversal em relação à linha neutra ;
- $b$  = largura da seção transversal na fibra considerada;
- $y$  = distância do elemento  $A_1$  à linha neutra.

Considerando o estado plano de tensões, mostrado na Figura 8.4, e de acordo com o círculo de Mohr, as tensões principais podem ser calculadas com as expressões 8.3 a 8.5.



**Figura 8.4 – Estado plano de tensões (adaptada de CARVALHO e FIGUEIREDO FILHO (2007)).**

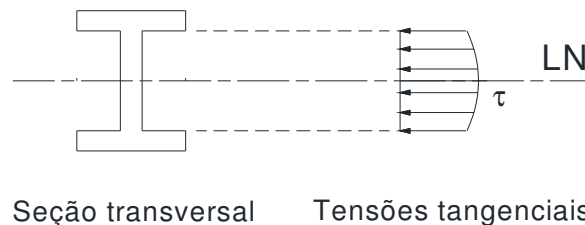


$$\sigma_1 = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} - \sqrt{\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right)^2 + \tau_{xy}^2} \quad (8.3)$$

$$\sigma_2 = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} + \sqrt{\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right)^2 + \tau_{xy}^2} \quad (8.4)$$

$$\operatorname{tg}2\theta = \frac{2 \cdot \tau_{xy}}{\sigma_x - \sigma_y} \quad (8.5)$$

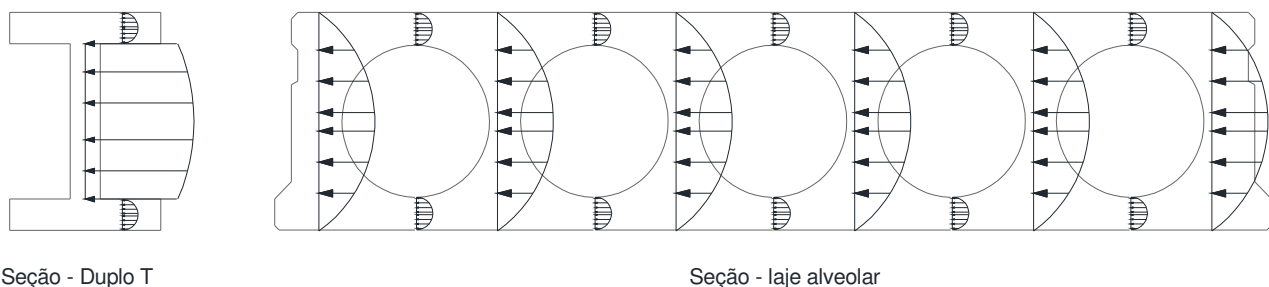
A distribuição das tensões de cisalhamento em uma seção delgada como, por exemplo, a da seção duplo T pode auxiliar no entendimento do que ocorre em uma seção típica de laje alveolar. Ao longo da alma da seção duplo T, a distribuição das tensões de cisalhamento ocorre como mostra a Figura 8.5.



**Figura 8.5 – Distribuição das tensões de cisalhamento em seções delgadas tipo duplo T (adaptada de FUSCO (2008)).**

De acordo com FUSCO (2008), nesses elementos as tensões perpendiculares à linha média das abas (mesas) são sempre de pequena intensidade, pois elas partem do zero em uma borda e chegam a zero na outra, como consequência de serem nulas as tensões na superfície externa do elemento. Por esse motivo, essas tensões são sempre desprezadas, considerando-se apenas as componentes paralelas à linha média do perfil.

Com isso é possível concluir que nas lajes alveolares os máximos valores de tensões cisalhantes ocorrem nas nervuras, e que nas mesas a tensão cisalhante é de pequena intensidade (Figura 8.6).



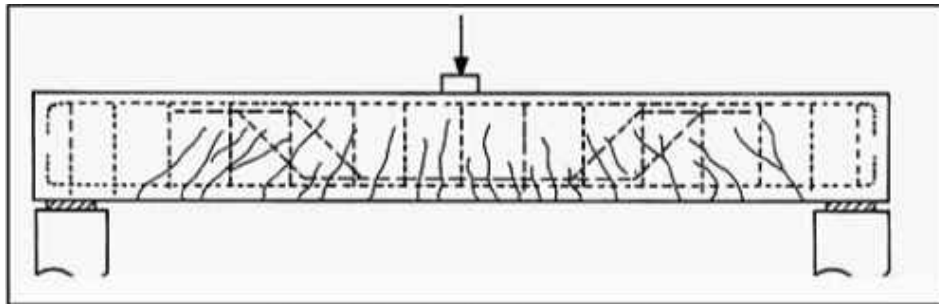
**Figura 8.6 – Distribuição das tensões de cisalhamento em seções típicas de laje alveolar.**

## 8.2 – Comportamento de vigas submetidas ao cisalhamento

Para descrever o comportamento de vigas fletidas submetidas a cisalhamento utilizou-se a referência teórica do livro do professor Fusco (FUSCO (2008)), uma vez que é abordado o cisalhamento, de forma completa.

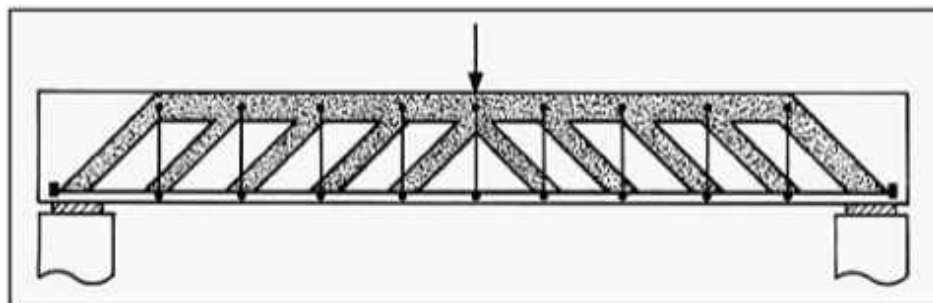
### 8.2.1 – Comportamento de viga e de treliça

Considerando uma viga de concreto armado, existem dois modelos simultâneos que caracterizam o comportamento da peça: o comportamento de viga e o comportamento de treliça. Admitindo uma viga submetida a uma força suficientemente elevada, alcançando as proximidades do estado limite último, ocorrerá uma intensa fissuração (Figura 8.7).



**Figura 8.7 – Fissuração intensa de uma viga nas proximidades do ELU (FUSCO (2008)).**

No estado fissurado, o comportamento da viga é comparado ao de uma treliça, no qual as bielas diagonais delimitadas pelas fissuras formam as diagonais comprimidas, e as armaduras transversais, os tirantes que ligam os banzos da treliça (Figura 8.8).



**Figura 8.8 – Analogia de treliça (FUSCO (2008)).**

No entanto o comportamento de treliça não ocorre desde o início do carregamento. Nessa fase o comportamento das vigas de concreto armado se aproxima muito ao das vigas feitas de material homogêneo resistente à tração.

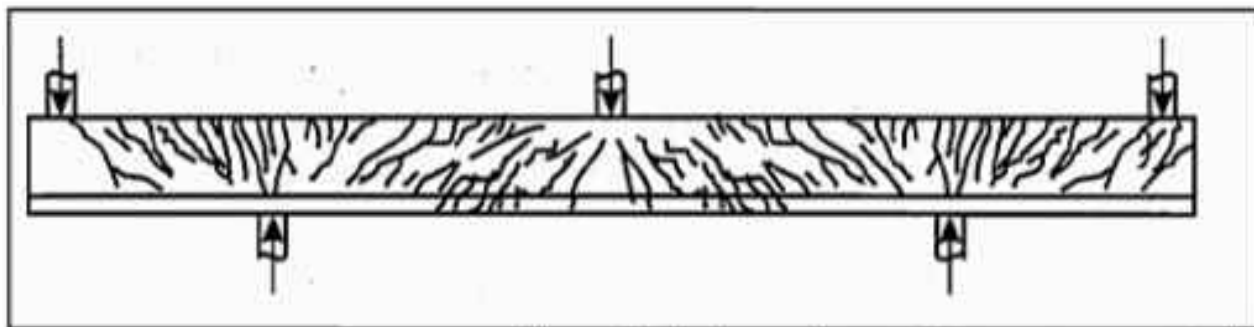
À medida que o carregamento aumenta, o mecanismo se altera, passando do comportamento de viga para o de treliça.

Nas vigas de concreto armado não há grande interesse no estudo dos mecanismos resistentes ao cisalhamento, antes que ocorra a fissuração por flexão, uma vez que a armadura transversal é obrigatória. Portanto, os comportamentos resistentes alternativos ao de treliça têm interesse apenas para esclarecer a influência da presença de forças normais de compressão, uma vez que elas têm a capacidade de adiar o início do progresso de fissuração da viga.

Entretanto, nas vigas com protensão, sobretudo nas peças sem estribos, esses mecanismos são importantes, uma vez que a ruptura por cisalhamento é frágil, e na grande maioria dos casos, ocorre com cargas elevadas. Nessas vigas o processo de transição do comportamento de viga para o de treliça é semelhante ao encontrado nas vigas armadas, sendo que a principal diferença é que nas vigas protendidas o comportamento de treliça, que começa somente após a formação de fissuras, é retardado pela protensão.

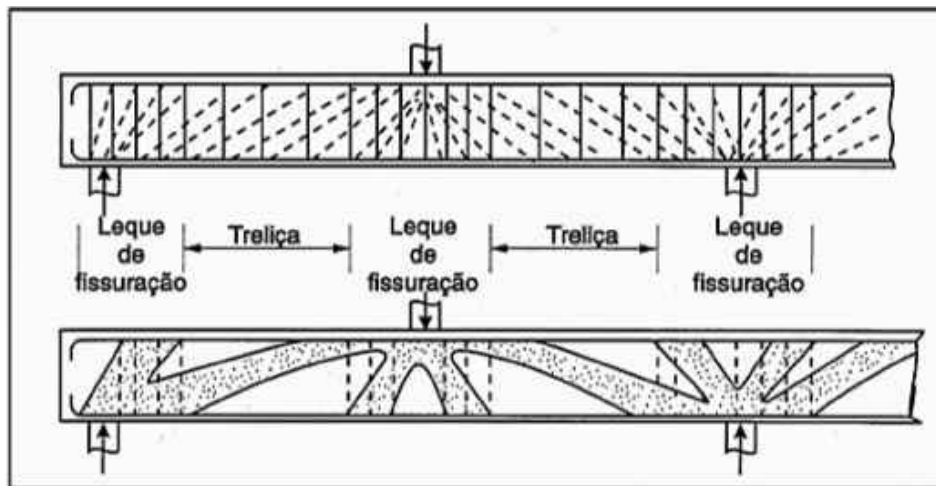
### 8.2.2 – A formação do leque de fissuração

A Figura 8.9 mostra a fissuração real de vigas contínuas submetidas a cargas concentradas, em situações próximas ao ELU para as solicitações normais. É possível distinguir, junto às cargas concentradas, uma distribuição das fissuras em forma de leque.



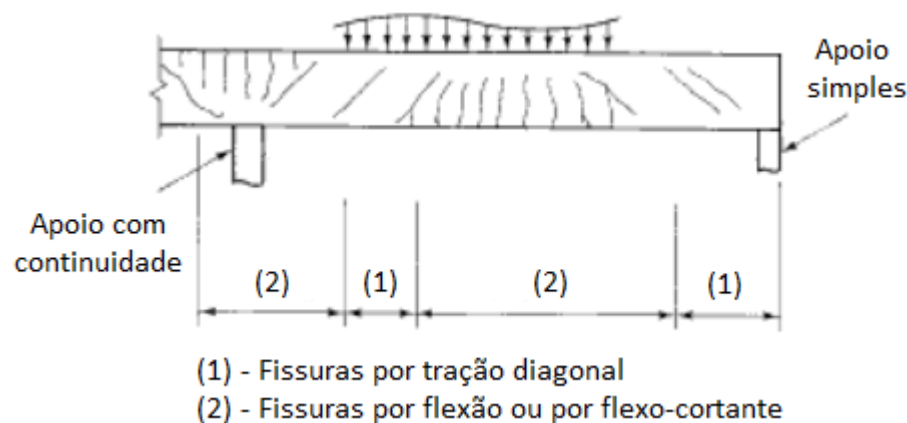
**Figura 8.9 – Fissuração de vigas contínuas sujeitas a cargas concentradas (FUSCO (2008)).**

A Figura 8.10 mostra o modelo geral de comportamento admitido para vigas de concreto armado. Nesse modelo distinguem-se as regiões de introdução de forças concentradas, caracterizadas pela distribuição das fissuras em forma de leque, das regiões cujo comportamento se aproxima do de treliça.



**Figura 8.10 – Modelo geral de comportamento admitido para as vigas armadas (FUSCO (2008)).**

NAWY (1996) apresenta conceitos semelhantes em relação aos tipos de fissuração de uma viga de concreto armado, sem armadura de cisalhamento. Em regiões com alta solicitação por momento fletor, as fissuras se desenvolvem perpendiculares ao eixo da viga. Essas fissuras são chamadas de fissuras por flexão. Porém, em regiões com elevadas solicitações por cortante, as fissuras são inclinadas e podem ocorrer próximas às fissuras por flexão, chamadas de fissuras por flexo-cortante, ou distantes dessas, chamadas de fissuras por tração diagonal. A Figura 8.11 apresenta os tipos de fissuras e suas distribuições, conforme o autor mencionado.



**Figura 8.11 – Tipos de fissura (NAWY (1996)).**

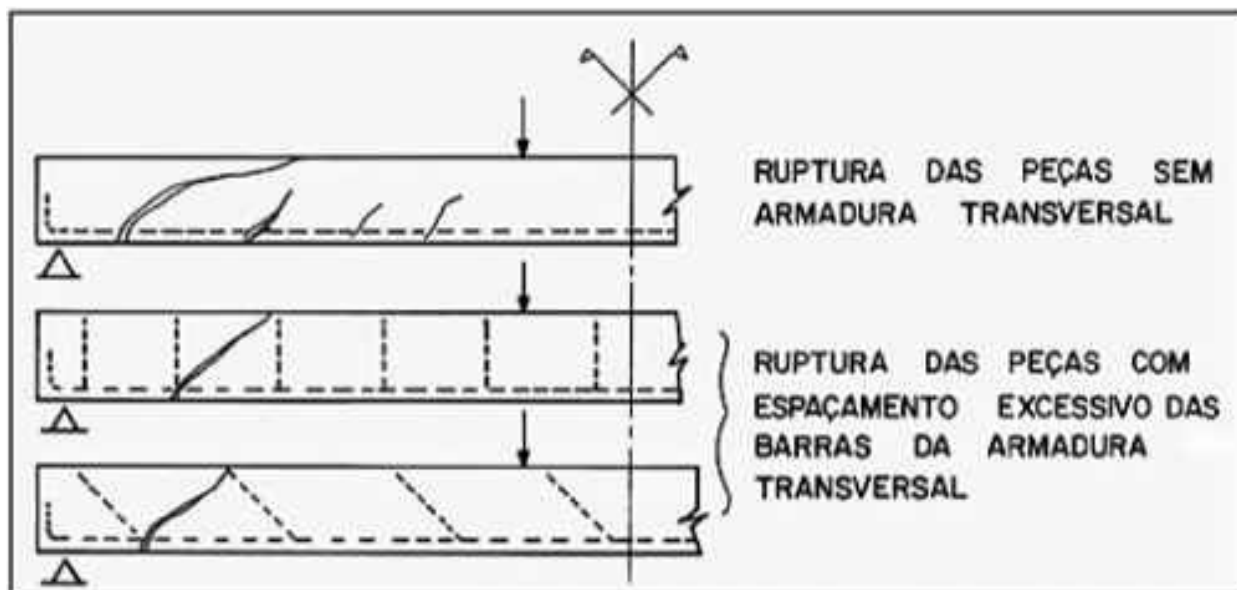
### 8.2.3 – Modos de ruptura

FUSCO (2008) descreve os modos de ruptura divididos de três formas:

- Ruptura na ausência de armaduras transversais eficazes;
- Ruptura na presença de armaduras transversais eficazes;
- Ruptura por deficiência das ancoragens.

Como as lajes alveolares estudadas neste trabalho não apresentam armaduras transversais, são descritos apenas os modos de ruptura relacionados ao primeiro item ora indicado. Os demais modos encontram-se na referência citada.

Nos três modos de ruptura mostrados na Figura 8.12, a ausência de uma armadura transversal eficiente, que intercepte a possível superfície de fratura, faz que a resistência da peça dependa da resistência do concreto à tração e de outros fenômenos resistentes associados à estrutura interna da peça.



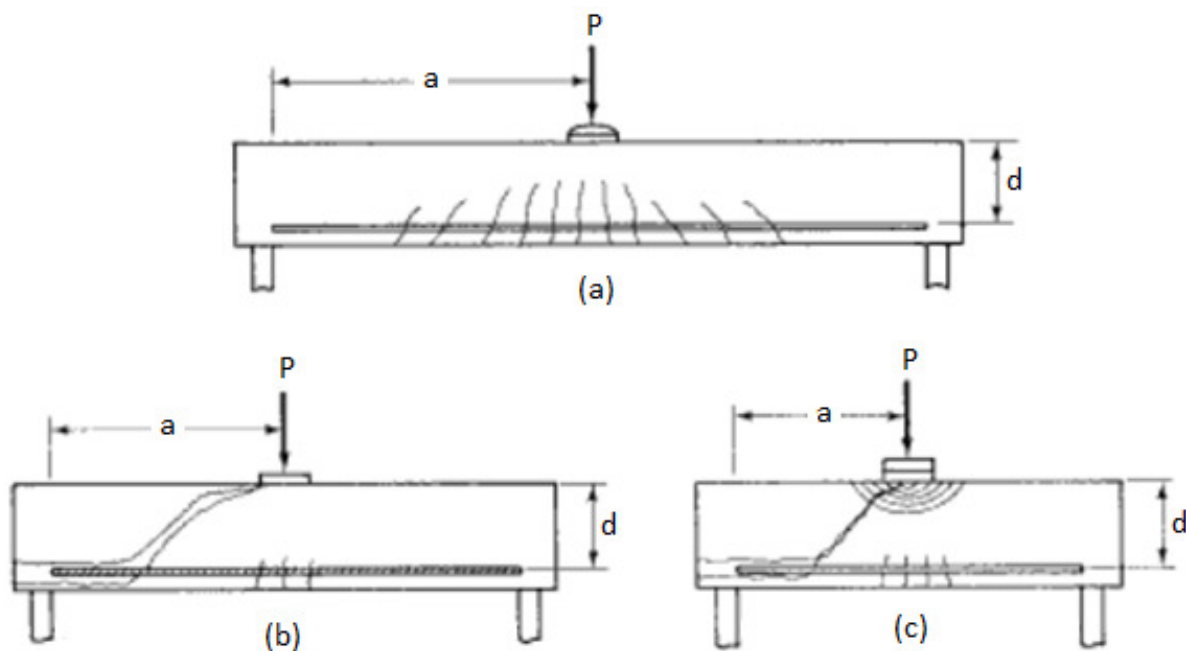
**Figura 8.12 – Modos de ruptura na ausência de armadura transversal eficiente (FUSCO (2008)).**

Conforme FUSCO (2008), a ausência de uma armadura transversal é permitida apenas em vigas de dimensões muito pequenas e nas peças estruturais de superfície, como as lajes e as cascas. Nesses casos, a segurança depende apenas da manutenção dos outros comportamentos resistentes, que não sejam o de treliça. Com relação aos elementos de concreto protendidos, os que dispõem de armadura transversal são: as lajes alveolares e as terças utilizadas em galpões.

De acordo com NAWY (1996), os modos de ruptura de uma viga sem armadura de cisalhamento (Figura 8.13) podem ocorrer segundo três formas (ou pela combinação delas):

- **Ruptura por flexão (Figura 8.13, letra a).** Ocorre quando as tensões de flexão alcançam a tensão principal de tração e são dominantes com relação às tensões de cisalhamento. À medida que o carregamento aumenta, as fissuras avançam em direção à linha neutra, ocorrendo um aumento na flecha da viga. Essa forma de ruptura, geralmente, acontece de forma dúctil, com aviso, antes que o ocorra o colapso. Para as cargas concentradas, a relação  $a/d$  é maior que 5,5;

- **Ruptura por tração diagonal do concreto (Figura 8.13, letra b).** Acontece quando as tensões resistentes de cisalhamento são de baixas magnitudes, quando comparadas com as tensões resistentes de flexão. A relação  $a/d$ , para as cargas concentradas, varia entre 2,5 e 5,5. No início do carregamento, as fissuras de flexão se desenvolvem no meio do vão, seguidas pela ruptura da aderência entre a armadura de flexão e o concreto na região do apoio. Após isso, duas ou três fissuras diagonais se desenvolvem a uma distância do apoio de cerca de  $1,5d$  a  $2d$ . Quando elas se estabilizam, uma se torna a fissura principal e se estende até a região de compressão (acima da linha neutra). A ruptura ocorre sem aviso prévio e com baixos valores de deslocamentos;
- **Ruptura por compressão do concreto (Figura 8.13, letra c).** Essa forma de ruptura ocorre para relação  $a/d$  menor que 2,5 (para cargas concentradas). A ruptura por compressão do concreto ocorre nas fibras acima da linha neutra.



**Figura 8.13– Modos de ruptura de uma viga sem armadura de cisalhamento: (a) ruptura por flexão; (b) ruptura por tração diagonal; (c) ruptura por compressão (NAWY (1996)).**

#### 8.2.4 – Mecanismo resistente em peças sem armadura de cisalhamento

Diferentes mecanismos resistentes garantem a resistência ao cisalhamento em peças de concreto armado sem armadura transversal. Nos trechos em que as forças cortantes não são muito elevadas, tem-se comportamento semelhante ao de flexão pura, com banzos praticamente paralelos ao eixo da peça. As possíveis fissuras nesses trechos são perpendiculares ao eixo longitudinal e se iniciam na face tracionada.



FUSCO (2008) explica que a resistência ao cisalhamento pode ser justificada por meio de dois modelos, que dependem do funcionamento da região de concreto situada entre duas fissuras adjacentes. A Figura 8.14 ilustra esses dois modelos em que se admite, no primeiro, a cooperação máxima, e, no segundo, a cooperação mínima do concreto entre fissuras.



Figura 8.14– Modelos de mecanismos resistentes (FUSCO (2008)).

O modelo de cooperação mínima do concreto entre as fissuras admite que a força cortante seja transmitida inteiramente pelo banzo comprimido, e que os trechos da alma entre duas fissuras adjacentes tenham o comportamento de consolos engastados no banzo comprimido. Esse modelo admite que o mecanismo de viga subsista até a ruptura da peça, após a formação da fissura crítica.

No modelo de cooperação máxima do concreto entre as fissuras, admite-se que o mecanismo de funcionamento da peça fletida se altere, a partir do mecanismo de viga, até se organizar um comportamento global **análogo ao mecanismo de treliça**, no qual as tensões diagonais de tração permitem a resistência da peça.

Nesse modelo, admite-se que a transmissão da força cortante ao longo do elemento possa ser feita por meio de três parcelas:

- V1 corresponde à parcela transmitida pelo banzo comprimido;
- V2 é igual à parcela transmitida através da fissura de flexão, em função do engrenamento existente entre os grãos do agregado graúdo, e retransmitida por tensões de tração na alma da peça;
- V3 é a parcela transmitida através da fissura de flexão por meio da armadura de flexão, que se comporta como um pino de ligação entre as duas faces da fissura, sendo retransmitida adiante por tração, no trecho da alma entre duas fissuras adjacentes.

### 8.2.5 – Cisalhamento na flexo-tração e na flexo-compressão

Nas peças sem armadura de cisalhamento, a presença de uma força normal de tração não altera significativamente sua resistência à força cortante, de forma que os modos de ruptura são os mesmos das peças submetidas a flexão simples. Quando as armaduras longitudinais estão corretamente ancoradas, a ruptura ocorre depois do aparecimento da fissura crítica inclinada.

Porém, com a presença de uma força normal de compressão, a resistência ao cisalhamento é aumentada, uma vez que a compressão retarda o aparecimento das fissuras de flexão na região de maiores forças cortantes. Enquanto essas fissuras não existem, os mecanismos resistentes alternativos garantem a segurança da peça. Somente após a fissuração do banzo tracionado é que começa a se manifestar o mecanismo resistente de treliça, com a mobilização de esforços significativos.

## 8.3 – Comportamento de lajes alveolares ao cisalhamento

A literatura atual sobre cisalhamento em lajes alveolares descreve quatro formas típicas de ruptura, decorrentes de:

- Flexo-cortante;
- Tração diagonal;
- Falha na ancoragem da armadura de protensão;
- Compressão.

PALMER e SCHULTZ (2009) citam que as rupturas mais comuns são por flexo-cortante e por tração diagonal. Diversos são os fatores que influenciam o tipo de ruptura. De acordo com esses autores, a tração diagonal ocorre frequentemente em elementos com nervuras relativamente finas, com consideráveis níveis de protensão, e situações onde o carregamento é concentrado próximo ao apoio. Já a ruptura por flexo-cortante ocorre em situações contrárias.

### 8.3.1 – Ruptura por flexo-cortante

O mecanismo de flexo-cortante (Figura 8.15) acontece quando as tensões de cisalhamento e de flexão são elevadas ao ponto de fazer com que a ruptura por cisalhamento sofra influência da flexão. Nesse caso as tensões de flexão ocasionam muitas fissuras ao longo do vão, e isso faz com que alguns autores denominem esse mecanismo como ruptura por cisalhamento em elementos fissurados.



**Figura 8.15 – Ruptura por flexo-cortante (ensaios de caracterização da laje EM3-L4-A).**

Como não há estribos, não existe resistência à propagação das fissuras, e estas podem ultrapassar a linha neutra, atingindo o banzo comprimido.

Esse mecanismo considera que as tensões internas são transmitidas entre as fissuras, que é semelhante ao mecanismo descrito por FUSCO (2008) como cooperação máxima da zona fissurada para vigas de concreto armado.

Entretanto essa transmissão interna depende de diversos fatores. WIGHT e MACGREGOR (2012) elencaram cinco principais fatores que afetam diretamente a resistência de elementos sem armadura de cisalhamento:

- Tensão de tração do concreto;
- Taxa de armadura longitudinal (efeito pino);
- Relação entre a distância de aplicação da força concentrada e a altura útil da seção;
- Tipo e tamanho dos agregados;
- Fator escala;
- Força axial (por exemplo, protensão).

Tentando descrever esse mecanismo, diversos autores formularam equações empíricas, com base em ensaios, para a calibração dos fatores que julgaram ser mais importantes.

Nas formulações mais utilizadas para lajes alveolares, destacam-se as seguintes: tensão de tração do concreto; taxa de armadura longitudinal; efeito escala e efeito da protensão. A Figura 8.16 exemplifica a presença desses fatores em algumas fórmulas. É interessante notar que, no exemplo da fórmula do EUROCODE 2:2004, o efeito da tensão de tração do concreto está computado de forma indireta, através da raiz cúbica da resistência à compressão.

EUROCODE 2: 2004

$$V_{Rd1} = \left\{ 0,18 \left[ \underbrace{(1 + \sqrt{200/d})}_{\text{Fator escala}} \cdot \sqrt[3]{\underbrace{100 \cdot \rho_1 \cdot f_{ck}}_{\text{tensão de tração}}} \right] \cdot b_w \cdot d + \underbrace{0,15 \sigma_{cp}}_{\text{efeito da protensão}} \cdot b_w \cdot d \right.$$

NBR 6118:2014

$$V_{Rd1} = \left[ \underbrace{0,25 \cdot f_{ctd}}_{\text{tensão de tração}} \cdot \underbrace{(1,6 - d)}_{\text{Fator escala}} (1,2 + 40 \cdot \rho_1) + \underbrace{0,15 \sigma_{cp}}_{\text{efeito da protensão}} \right] \cdot b_w \cdot d$$

**Figura 8.16 – Exemplo de fatores que influenciam no mecanismo de flexo-cortante.**

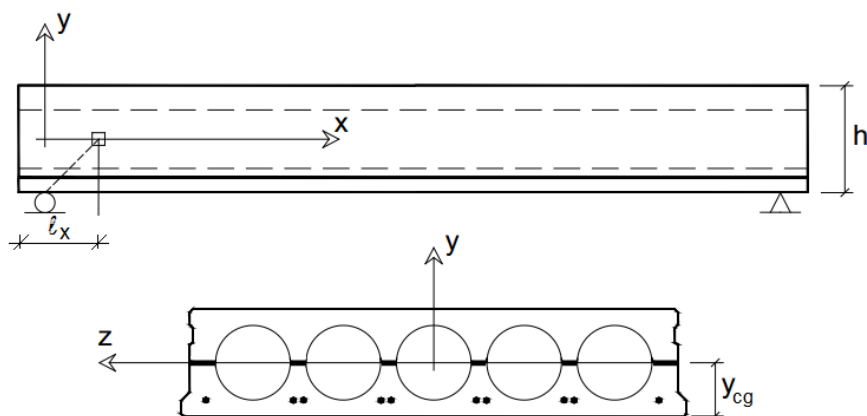
### 8.3.2 – Ruptura por tração diagonal

O mecanismo de ruptura por tração diagonal do concreto (Figura 8.17) é o mais frequente nos ensaios de laje alveolar. Ocorre quando a tensão principal de tração atinge o valor da resistência à tração. É caracterizada pela fissura inclinada que ocorre repentinamente e próxima ao apoio. Esse mecanismo é chamado por alguns autores de ruptura por cisalhamento em elementos não fissurados, uma vez que, próximo ao colapso, não existe fissura na região do apoio.

Os modelos tradicionais do mecanismo de tração diagonal consideram as coordenadas do ponto crítico como sendo: distância  $l_x$  entre a extremidade da laje alveolar e a seção onde ocorre a ruptura, e  $y_{cg}$  coincidente com o centro de gravidade da seção (Figura 8.18). No entanto, neste trabalho,  $y_{cg}$  será considerado como a altura que corresponde à menor largura da seção transversal, ou seja, no centro dos alvéolos. Isto porque as lajes estudadas neste trabalho possuem alvéolos circulares, e que com a menor largura tem-se a menor resistência ao cisalhamento.



**Figura 8.17 – Ruptura por tração diagonal (ensaio de continuidade de EM1).**



**Figura 8.18 – Posição do ponto crítico utilizado no modelo de tração diagonal (adaptada de: MARQUESI, 2014).**

Levando em conta as expressões 8.1 e 8.2, a tensão principal de tração pode ser calculada utilizando o círculo de Mohr. Considerando a tensão perpendicular à linha neutra igual a zero ( $\sigma_y=0$ ) e a tensão  $\sigma_x$  de tração, ou seja, negativa, a expressão 8.3 pode ser reescrita conforme mostra a expressão 8.6.

$$\sigma_1 = -\frac{\sigma_x}{2} + \sqrt{\left(-\frac{\sigma_x}{2}\right)^2 + \tau_{xy}^2} \quad (8.6)$$

Considerando:

$$\sigma_1 = f_{ct} \quad (8.7)$$

$$\sigma_x = \alpha_f \cdot \sigma_{cp} = \frac{l_x}{l_{pt2}} \cdot \sigma_{cp} \quad (8.8)$$

$$\tau_{xy} = \tau_{Rd} = \frac{V_{Rd,c} \cdot M_e}{I \cdot b_w} \quad (8.9)$$



Tem-se:

$$f_{ctd} = -\frac{1}{2} \cdot \alpha_f \cdot \sigma_{cp} + \sqrt{\left(-\frac{\alpha_f \cdot \sigma_{cp}}{2}\right)^2 + \left(\frac{V_{Rd,c} \cdot M_e}{I \cdot b_w}\right)^2} \quad (8.10)$$

Elevando-se os dois lados da expressão ao quadrado, encontra-se a expressão utilizada pelos códigos normativos europeus para o cálculo da força cortante resistente ao cisalhamento (expressão 8.11).

$$V_{Rd,c} = \frac{I \cdot b_w}{M_e} \sqrt{(f_{ct})^2 + \alpha_f \cdot \sigma_{cp} \cdot f_{ct}} \quad (8.11)$$

Como mencionado anteriormente, a expressão 8.11 é utilizada por códigos normativos europeus, principalmente na adoção das igualdades presentes nas expressões 8.7 e 8.8. A diferença com relação ao código americano (ACI 318-08:2008) está exatamente nestas expressões.

Para o ACI 318-08:2008, a resistência do concreto à de tração é dada pela raiz quadrada da resistência à compressão (expressão 8.12). Além disso, são adotadas as simplificações mostradas na expressões 8.13 e 8.14, resultando a expressão 8.15.

$$\sigma_1 = f_{ct} = 0,29 \sqrt{f'_c} \quad (8.12)$$

$$d = \frac{I}{M_e} \quad (8.13)$$

$$\sigma_x = 0,3 \cdot \sigma_{cp} = 0,3 \cdot f_{pc} \quad (8.14)$$

$$V_{cw} = (0,29 \sqrt{f'_c} + 0,3 \cdot f_{pc}) b_w \cdot d \quad (8.15)$$

## 8.4 – Resistência ao cisalhamento sem armadura transversal

O cálculo da resistência ao cisalhamento para elementos sem armadura transversal pode ser feito de acordo com alguns autores e com os principais códigos internacionais e nacionais.

A seguir apresenta-se uma relação de alguns autores e dos códigos considerados para o cálculo da força cortante resistente, indicando o respectivo mecanismo resistente e o local onde esse cálculo foi apresentado e empregado:

- HEDMAN e LOSBERG – flexo-cortante – Europa;
- REAGAN – flexo-cortante – Europa;
- MODEL CODE 90 – flexo-cortante – Europa;
- EUROCODE 2:2004 – flexo-cortante – Europa;



- NBR 6118:2014 – flexo-cortante – Brasil;
- NBR 14861:2011 – flexo-cortante – Brasil;
- ACI 318-08:2008 – flexo-cortante – E.U.A.;
- ACI 318-08:2008 – tração diagonal – E.U.A.;
- FIB MODEL CODE 2010 – tração diagonal – Europa;
- EUROCODE 2:2004 – tração diagonal – Europa;
- EN 1168:2005 – tração diagonal – Europa.

#### 8.4.1 – Flexo-cortante - Europa

Apresentam-se a seguir os cálculos da força cortante resistente, considerando o mecanismo de flexo-cortante. Nesse item são consideradas as formulações europeias, que utilizam o conceito do mecanismo resistente da cooperação máxima da zona fissurada (item 8.2.4), considerando também a resistência do concreto à tração.

A força cortante resistente segundo o mecanismo de flexo-cortante é derivada da expressão 8.16. No entanto, essa formulação não contempla a contribuição da protensão (efeito da compressão), e, por isso, nas formulações apresentadas neste item, será incluída a parcela da protensão, através da expressão 8.17.

$$V_{Rd1} = V_c = \tau_{rd1} \cdot b_w \cdot d \quad (8.16)$$

$$V_p = 0,15 \cdot \sigma_{cp} \cdot b_w \cdot d \quad (8.17)$$

FUSCO (2008) descreve duas formulações apresentadas por pesquisadores europeus ao longo da segunda metade do século XX.

A primeira é a de HEDMAN e LOSBERG<sup>1</sup> apud FUSCO (2008), que considera forças concentradas em linha, suficientemente afastadas do apoio (expressão 8.18).

$$V_{Rd1} = \{0,070 \cdot (1 + 50 \cdot \rho_1) \cdot (1,6 - d) \cdot \sqrt{f_{ck}}\} \cdot b_w \cdot d + 0,15 \cdot \sigma_{cp} \cdot b_w \cdot d \quad (8.18)$$

A segunda formulação é a de REAGAN<sup>2</sup> apud FUSCO (2008), indicada na expressão 8.19.

$$V_{Rd1} = \{0,16 \cdot [(1 + \sqrt{200/d}) \cdot \sqrt[3]{100 \cdot \rho_1 \cdot f_{ck}}]\} \cdot b_w \cdot d + 0,15 \cdot \sigma_{cp} \cdot b_w \cdot d \quad (8.19)$$

<sup>1</sup> HEDMAN, O.; LOSBERG, A. Design of concrete structures with regard to shear forces. In Shear and Torsion. CEB Bulletin d'Information nº 126. Paris, 1978.

<sup>2</sup> REAGAN, P. Ultimate limit states principles. In Structural Concrete vol. 2. FIB CEB-FIP Bulletin nº 2. Stuttgart, 1999.

A terceira formulação é a do MODEL CODE 90, expressão 8.20, que apenas modifica o primeiro coeficiente da formulação de REAGAN para 0,12.

$$V_{Rd1} = \{0,12 \cdot [(1 + \sqrt{200/d}) \cdot \sqrt[3]{100 \cdot \rho_1 \cdot f_{ck}}]\} \cdot b_w \cdot d + 0,15 \cdot \sigma_{cp} \cdot b_w \cdot d \quad (8.20)$$

A quarta formulação é a do EUROCODE 2:2004, expressão 8.21.

$$V_{Rd1} = \{0,18 \cdot [(1 + \sqrt{200/d}) \cdot \sqrt[3]{100 \cdot \rho_1 \cdot f_{ck}}]\} \cdot b_w \cdot d + 0,15 \cdot \sigma_{cp} \cdot b_w \cdot d \quad (8.21)$$

- $V_{Rd1}$  = força cortante resistente;
- $V_c$  = parcela da resistência correspondente ao concreto armado;
- $V_p$  = parcela da resistência correspondente à protensão;
- $\tau_{Rd1}$  = tensão resistente de cálculo;
- $b_w$  = largura mínima da seção ao longo da altura útil  $d$ ;
- $d$  = altura útil da seção;
- $\sigma_{cp}$  = tensão de compressão no concreto devida à força de protensão, levando em conta as perdas na data do ensaio de continuidade:  $\sigma_{cp} = N_{sd}/A_c$ ;
- $\rho_1$  = taxa de aço, considerando a armadura que contribui para o efeito pino:  
 $\rho_1 = A_{s1} / (b_w \cdot d) \leq 0,02$ ;
- $f_{ck}$  = resistência do concreto à compressão .

#### 8.4.2 – Flexo-cortante – Brasil

A formulação brasileira para o cálculo da força cortante resistente representa o mecanismo de flexo-cortante de forma semelhante à formulação europeia. Inclusive, foi adotada na Europa, e o EUROCODE 2 COMMENTARY:2008 cita dois argumentos para a utilização dessa formulação com cautela.

O primeiro deles é com relação à resistência do concreto. Se ela for alta, os desvios com relação aos resultados são consideráveis. O segundo argumento é que essa formulação foi derivada de vigas que alcançam a ruptura por flexo-cortante, e não são válidas para estruturas com ruptura por tração diagonal, tal como as lajes alveolares, “que quase sempre sofrem ruptura por tração diagonal, em regiões que não ocorrem fissuras por flexão”.

De acordo com a NBR 6118:2014, a força cortante resistente para lajes sem armadura transversal pode ser calculada de acordo com a expressão 8.22. Essa formulação é a mesma utilizada no capítulo 3 (item 3.7.4) para a obtenção das armaduras de continuidade utilizadas nos ensaios.

$$V_{Rd1} = [\tau_{Rd1} \cdot k(1,2 + 40 \cdot \rho_1) + 0,15 \sigma_{cp}] \cdot b_w \cdot d \quad (8.22)$$

- $\tau_{Rd1}$  = tensão cisalhante resistente de cálculo:  $\tau_{Rd1} = 0,25 \cdot f_{ctd}$ ;

- $f_{ctd}$  = resistência de cálculo do concreto à tração,  $f_{ctd} = \frac{f_{ctk,inf}}{\gamma_c}$ ;
- $k = |1,6 - d| \geq 1$  (d em metros).

A NBR 14861:2011 apresenta a mesma formulação que a NBR 6118:2014. Entretanto, faz uma modificação na forma de considerar a contribuição da protensão, introduzindo um coeficiente  $\alpha$  na expressão 8.17 (ver expressão 8.23).

$$V_p = 0,15 \cdot (\sigma_{cp} \cdot \alpha) \cdot b_w \cdot d \quad (8.23)$$

O coeficiente  $\alpha$  é calculado de acordo com a expressão 8.24.

$$\alpha = \frac{l_x}{l_{pt2}} \leq 1 \quad (8.24)$$

- $l_x$  = distância da seção x a partir do final da laje;
- $l_{pt2}$  = valor superior de projeto para o comprimento de transmissão (fixado em  $85\phi$ ).

### 8.4.3 – Flexo-cortante e tração diagonal – Estados Unidos

O ACI 318-08:2008 apresenta duas expressões para o cálculo da resistência ao cisalhamento para elementos protendidos. Uma expressão considera a o mecanismo de flexo-cortante e a outra o de tração diagonal. O menor valor encontrado é considerado como sendo a força cortante resistente.

A unidade utilizada pelo ACI é o psi. Já COLLINS e MITCHEL (1997) apresentam essas formulações também em MPa, como mostrado a seguir.

A expressão 8.25 apresenta o cálculo da força cortante resistente considerando o mecanismo de flexo-cortante ( $V_{ci}$ ). Essa formulação não contempla a contribuição da protensão (efeito da compressão), e, por isso, é necessário incluir a parcela da protensão, através da expressão 8.17.

$$V_{ci} = (0,05 \sqrt{f'_c} \cdot b_w \cdot d) + \frac{V}{M} \cdot M_{cr} \quad 0,15 \cdot \sigma_{cp} \cdot b_w \cdot d \quad (8.25)$$

A expressão 8.26 mostra a formulação da força cortante resistente para o mecanismo de tração diagonal ( $V_{cw}$ ). A parcela da protensão está contemplada pela parcela  $0,3 \cdot f_{pc}$ .

$$V_{cw} = (0,29 \sqrt{f'_c} + 0,3 \cdot f_{pc}) b_w \cdot d \quad (8.26)$$

- $V/M$  = relação entre a força cortante e o momento fletor atuantes na seção;
- $f'_c$  = resistência do concreto à compressão ( $f_{cj}$ );
- $M_{cr}$  = momento de fissuração;
- $f_{pc}$  = tensão de compressão no centro de gravidade da seção,  $f_{pc} = \sigma_{cp}$ ;

#### 8.4.4 – Tração diagonal – Europa

A formulação europeia para calcular a força cortante resistente de acordo com o mecanismo de tração diagonal (expressão 8.27) é equivalente à expressão 8.11 deduzida anteriormente.

$$V_{Rd,ct} = \frac{l \cdot b_w}{M_e} \sqrt{(f_{ctd})^2 + \alpha_f \cdot \sigma_{cp} \cdot f_{ctd}} \quad (8.27)$$

Essa formulação está presente nos seguintes códigos: FIB MODEL CODE 2010, EUROCODE 2:2004 e EN1168:2005. A diferença entre os dois primeiros códigos está no coeficiente  $\alpha_f$ , e na forma como calculam o comprimento de transferência  $l_{bpt}$  (ver expressões 8.28 e 8.29).

$$\alpha_f = l_x / (1,2 \cdot l_{bd,0}) = l_x / (1,2 \cdot l_{bpt}), \quad \text{FIB MODEL CODE 2010} \quad (8.28)$$

$$\alpha_f = l_x / (l_{pt2}) = l_x / (l_{bpt}), \quad \text{EUROCODE 2: 2004} \quad (8.29)$$

O comprimento de transferência é discutido no próximo item deste trabalho.

A EN1168:2005, que tem como base a formulação do EUROCODE 2:2004, acrescenta coeficientes redutores, globais e na parcela da protensão, em função da altura da laje ( $h$ ), tal como mostram as expressões 8.30 e 8.31.

$$V_{Rd,ct} = 0,80 \cdot \frac{l \cdot b_w}{M_e} \sqrt{(f_{ctd})^2 + 0,9 \cdot \alpha_f \cdot \sigma_{cp} \cdot f_{ctd}}, \quad h \leq 45 \text{ cm} \quad (8.30)$$

$$V_{Rd,ct} = 0,72 \cdot \frac{l \cdot b_w}{M_e} \sqrt{(f_{ctd})^2 + 0,9 \cdot \alpha_f \cdot \sigma_{cp} \cdot f_{ctd}}, \quad h \geq 45 \text{ cm} \quad (8.31)$$

## 8.5 – Comprimento de transferência

Além das diferentes formulações para o cálculo da força cortante resistente, cada código normativo possui uma forma para calcular o comprimento de transferência.

O comprimento de transferência é aquele necessário para transferir, por aderência, a totalidade da força de protensão ao fio, no interior da massa de concreto.

### 8.5.1 –NBR 6118:2014 ( $l_{bpt}$ )

De acordo com a NBR 6118:2014, o comprimento de transferência  $l_{bpt}$  é calculado com a expressão 8.32, desde que a liberação da protensão seja gradual. Caso contrário, os valores obtidos pela expressão 8.32 devem ser multiplicados por 1,25.

$$l_{bpt} = 0,7 \cdot l_{bp} \cdot \frac{\sigma_{pi}}{f_{pyd}}, \quad (\text{cordoalhas de três ou sete fios}) \quad (8.32)$$

- $l_{bp} = \frac{7 \cdot \phi}{36} \cdot \frac{f_{pyd}}{f_{bpd}}$ , (cordoalhas de três ou sete fios);
- $f_{bpd} = \eta_{p1} \cdot \eta_{p2} \cdot f_{ctd}$ ;
- $\eta_{p1} = 1,2$  para cordoalhas de três ou sete fios;
- $\eta_{p2} = 1,0$  para situações de boa aderência;
- $f_{ctd}$  = resistência de cálculo do concreto à tração,  $f_{ctd} = \frac{f_{ctk,inf}}{\gamma_c}$ ;
- $\sigma_{pi}$  = tensão inicial de protensão;
- $\phi$  = diâmetro da armadura de protensão.

### 8.5.2 –NBR 14861:2011 ( $l_{pt2}$ )

A NBR 14861:2011 considera o comprimento de transferência igual a  $85\phi$ . No entanto, considera-se que esse valor equivale à situação com coeficiente de segurança. Portanto, adota-se  $85\phi/1,4$  para se ter a situação sem coeficiente de segurança.

### 8.5.3 – FIB MODEL CODE 2010 ( $l_{bpt,95\%}$ )

O FIB MODEL CODE 2010 apresenta a seguinte formulação para o cálculo do comprimento de transferência ( $l_{bpt,95\%}$ ):

$$l_{bpt,95\%} = 0,10 \cdot \phi \cdot \frac{\sigma_{pi}}{f_{ctd}}, \quad (\text{cordoalhas de três ou sete fios}) \quad (8.33)$$

### 8.5.4 – EUROCODE 2:2004 ( $l_{pt2}$ )

Conforme o EUROCODE 2:2004, o comprimento de transferência é considerado como o mais desfavorável entre  $l_{pt1}$  e  $l_{pt2}$ . Entretanto, para o cálculo da força cortante resistente, deve-se considerar apenas o valor de  $l_{pt2}$ , de acordo com a expressão 8.34.

$$l_{pt2} = 1,2 \cdot l_{pt} \quad (8.34)$$

- $l_{bt} = \alpha_1 \cdot \alpha_2 \cdot \phi \cdot \frac{\sigma_{pm0}}{f_{bpt}}$ ;
- $\alpha_1 = 1,0$  (liberação gradual) ou  $1,25$  (liberação não gradual);
- $\alpha_2 = 0,19$  para cordoalhas de três ou sete fios;
- $\sigma_{pm} = \sigma_{pi}$ ;
- $f_{bpt} = \eta_{p1} \cdot \eta_1 \cdot f_{ctd}$ ;
- $\eta_{p1} = 3,2$  para cordoalhas de três ou sete fios;
- $\eta_1 = 1,0$  para situações de boa aderência.

## 8.6 – Resultados

A seguir são apresentados os resultados dos cálculos da força cortante para os ensaios de continuidade dos modelos EM1, EM2 e EM3.

### 8.6.1 – Tensões de cisalhamento solicitantes nos ensaios de continuidade

Após a análise estrutural feita no capítulo 6, utilizando a expressão de Branson, e a discretização mostrada na figura 6.7, aqui reproduzida, os valores de sollicitação relativos à força cortante máxima são os mostrados na Tabela 8.1.

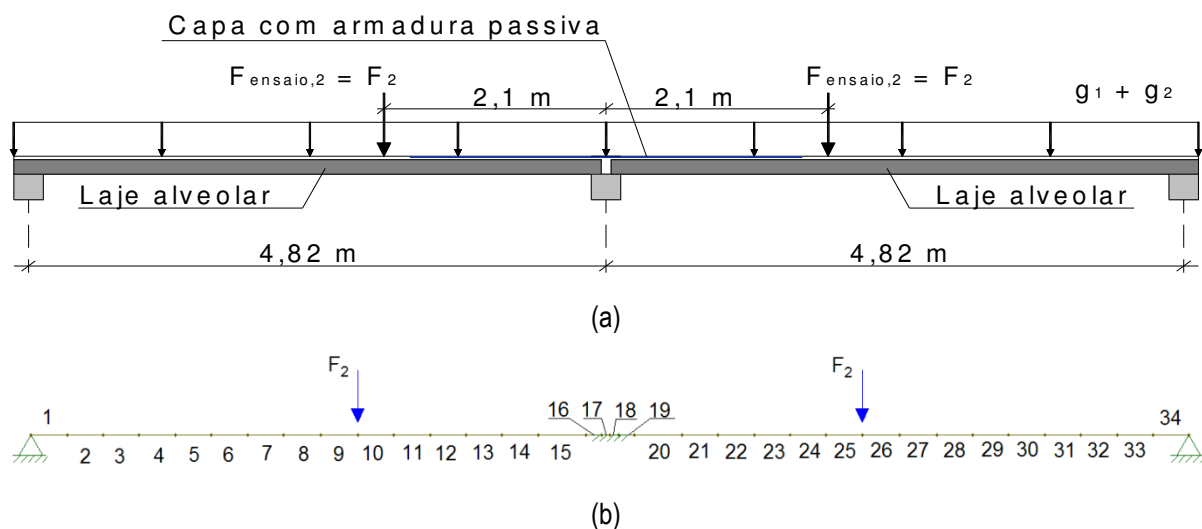
A laje do EM1 sofreu ruína por cisalhamento com a seção composta. A laje fissurou junto à face superior (na capa), e depois na face inferior (na laje), e em seguida houve a ruptura.

A laje do EM2 sofreu ruína na interface da capa com a laje, na região de momento negativo, e em seguida houve a ruptura por cisalhamento como seção simples. Antes disso, ocorreu a fissuração da capa na região de momento negativo.

A laje do EM3 rompeu por flexão nos elementos 9 e 10. Antes disso, ocorreu fissuração na capa, por conta do momento negativo, escoamento da armadura passiva, também pelo momento negativo e a fissuração da laje, pelo momento positivo.

Em todos os casos, a máxima força cortante ocorreu no elemento 15.





**Figura 6.7 – Modelagem com elementos de barra: (a) Geometria do ensaio; (b) Divisão da estrutura em 34 elementos.**

**Tabela 8.1 – Valores das máximas forças cortantes solicitantes.**

Modelo	Momento Positivo		Momento Negativo		$F_2$ (kN)	Tipo de ruptura	Tipo de seção
	$Q_{\max}$ (kN)	Elemento	$Q_{\max}$ (kN)	Elemento			
EM1	206,8	13	212,7	15	272	Cisalhamento	Composta
EM2-a	191,4	12	197,6	15	254,7	Interface	Composta
EM2-a	225,1	12	231,3	15	297,3	Cisalhamento	Simplex
EM3	119,9	12	124,3	15	146,8	Flexão	Composta

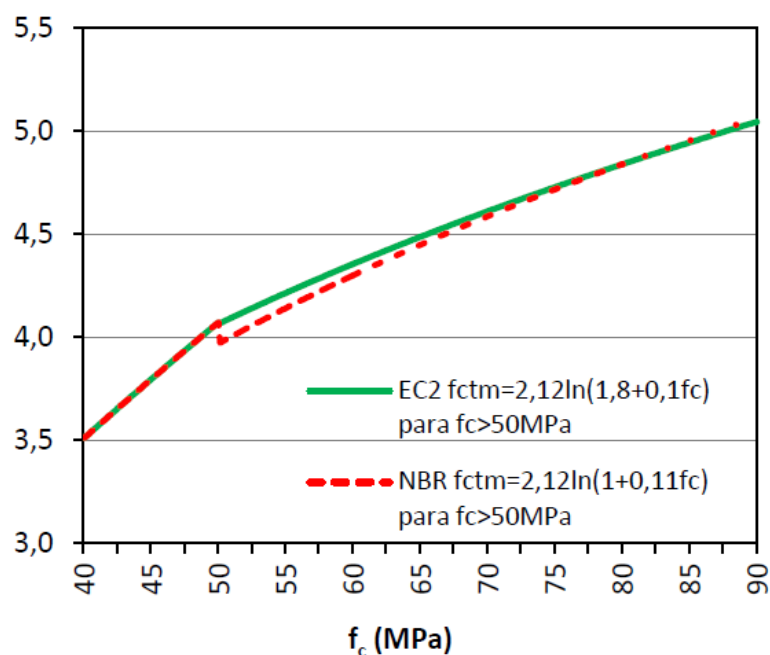
### 8.6.2 – Caracterização do concreto da laje alveolar

Os valores utilizados para as resistências do concreto das lajes são mostrados na Tabela 8.2. Os valores de  $f_{cj}$  e de  $f_{ctm}$  foram tirados do capítulo 4, que trata da caracterização dos modelos.

A NBR 6118:2014 apresenta uma equação relacionando a resistência à tração com a de compressão, para concretos com resistência entre 50 MPa e 90 MPa. O EUROCODE 2:2004 também apresenta uma equação com o mesmo propósito. MARQUESI (2014) analisou tais equações e notou que existe uma descontinuidade na equação da norma brasileira, para concretos com resistência próximas a 50 MPa, tal como mostra a Figura 8.19.

**Tabela 8.2– Valores utilizados para as resistências do concreto das lajes (capítulo 4).**

MODELO	$f_{c_j, \text{continuidade}}$ (MPa)	$f_{ctm}$ (MPa)	$f_{tck, inf}$ (MPa)	$\gamma_c$	$f_{tcd}$ (MPa)
EM1	54	4,32	3,024	1,00	3,024
EM2	38	3,40	2,38	1,00	2,38
EM3	55	4,32	3,024	1,00	3,024

**Figura 8.19 – Comparação entre os valores de  $f_{ctm}$  da NBR 6118:2014 e do EUROCODE 2:2004 para concretos com resistências entre 50 MPa e 90 MPa (MARQUESI, 2014).**

A Tabela 8.3 apresenta uma comparação entre os resultados das fórmulas que relacionam o valor de  $f_{ctm}$  com  $f_{c_j}$ , para a NBR 6118:2014 com  $f_c < 50$  MPa, NBR 6118:2014 com  $f_c > 50$  MPa e também para o EUROCODE 2:2004 com  $f_c > 50$  MPa.

Nessa tabela foi utilizado o valor de  $f_{ctm}$  obtido no capítulo 4 (caracterização) e calculado o valor de  $f_{c_j}$  usando as expressões de 8.35 a 8.37:

$$f_{ctm} = 0,3 \cdot f_{ck}^{2/3} - \text{ABNT NBR 6118: 2014} - f_{ck} \leq 50 \text{ MPa} \quad (8.35)$$

$$f_{ctm} = 2,12 \cdot \ln(1,8 + 0,1 \cdot f_c) - \text{EUROCODE 2: 2004} - f_{ck} > 50 \text{ MPa} \quad (8.36)$$

$$f_{ctm} = 2,12 \cdot \ln(1,0 + 0,11 \cdot f_c) - \text{ABNT NBR 6118: 2014} - f_{ck} > 50 \text{ MPa} \quad (8.37)$$

**Tabela 8.3 – Comparação entre as formulações para cálculo de  $f_{ctm}$  para concretos com resistência entre 50 MPa e 90 MPa.**

MODELO	$f_{cj}$ (MPa)	$f_{ctm}$ (MPa)	$f_{cj}$ usando $f_{ctm}$ e NBR (< 50 MPa)	$f_{cj}$ usando $f_{ctm}$ e EC2 (> 50 MPa)	$f_{cj}$ usando $f_{ctm}$ e NBR (> 50 MPa)
EM1	54	4,32	55	59	61
EM2	38	3,40	38	-	-
EM3	55	4,32	55	59	61

Analisando os valores da Tabela 8.3, percebe-se que os valores de  $f_{cj}$  que mais se aproximam dos encontrados dos ensaios de caracterização são os da expressão da NBR 6118:2014 para  $f_{ck} \leq 50$  MPa, ou seja, os valores da coluna 2 são praticamente iguais aos da coluna 4.

Além disso, no ensaio de caracterização de EM1, consideraram-se valores médios entre as três lajes, e uma delas possuía  $f_c < 50$  MPa.

Outro fator é que, para EM1, os valores obtidos na caracterização ficaram coerentes utilizando duas metodologias distintas: a expressão da fissuração e a que considera a força cortante.

Portanto, os valores utilizados para o cálculo da força cortante resistente foram os encontrados nos ensaios de caracterização (coluna 2 da Tabela 8.3). Além disso, esses valores se aproximaram mais da formulação para  $f_c < 50$  MPa, da NBR 6118:2014.

### 8.6.3 – Comprimento de transferência

A seguir são apresentados os cálculos dos comprimentos de transferência, de acordo com o item 8.5.

As Tabelas 8.4 e 8.5 apresentam os cálculos do comprimento de transferência ( $l_{bpt}$ ) de acordo com a ANBT NBR 6118:2014. A diferença entre elas é que a primeira considera liberação gradual da protensão, e a segunda supõe liberação não gradual.

**Tabela 8.4 – Cálculo do comprimento de transferência ( $l_{bpt}$ ) de acordo com a NBR 6118:2014 (liberação gradual da protensão).**

MODELOS	$\eta_{p1}$	$\eta_{p2}$	$f_{bpd}$ (MPa)	$\phi$ (cm)	$f_{pyk}$ (MPa)	$\gamma_s$	$f_{pyd}$ (MPa)	$l_{pb}$ (cm)	LIBE-RAÇÃO	$\sigma_{pi}$ (MPa)	$l_{bpt}$ (cm)
EM1	1,2	1	3,63	1,27	1824	1,00	1824	124	1	1420	48
EM2	1,2	1	2,86	1,27	1824	1,00	1824	158	1	1258	55
EM3	1,2	1	3,63	0,65	1817	1,00	1817	65	1	1330	24

**Tabela 8.5 – Cálculo do comprimento de transferência ( $l_{bpt}$ ) de acordo com a NBR 6118:2014 (liberação não gradual da protensão).**

MODELOS	LIBERAÇÃO	$l_{bpt}$ (cm)
EM1	1,25	<b>60</b>
EM2	1,25	<b>68</b>
EM3	1,25	<b>30</b>

Os resultados de acordo com a NBR 14861:2011 são apresentados na Tabela 8.6.

**Tabela 8.6 – Cálculo do comprimento de transferência ( $l_{pt2}$ ) de acordo com a NBR 14861:2011.**

MODELOS	$\phi$ (cm)	$l_{pt2,d}$ (cm)	$l_{pt2,k}$ (cm)
EM1	1,27	107,95	<b>77</b>
EM2	1,27	107,95	<b>77</b>
EM3	0,65	55,25	<b>39</b>

Os resultados de acordo com o FIB MODEL CODE 2010 são apresentados na Tabela 8.7. É possível notar que os valores obtidos com essa formulação são próximos aos valores encontrados com a NBR 6118:2014, considerando liberação não gradual da protensão, Tabela 8.5.

**Tabela 8.7 – Cálculo do comprimento de transferência ( $l_{bpt,95\%}$ ) segundo o FIB MODEL CODE 2010.**

MODELOS	$\phi$ (cm)	$\sigma_{pi}$ (MPa)	$f_{tcd}$ (MPa)	$l_{bpt,95\%}$ (cm)
EM1	1,27	1420	3,024	<b>60</b>
EM2	1,27	1258	2,38	<b>67</b>
EM3	0,65	1330	3,024	<b>29</b>

Os resultados de acordo com o EUROCODE 2:2004 são apresentados nas Tabelas 8.8 e 8.9. A Tabela 8.8 considera a liberação gradual da protensão, enquanto que a Tabela 8.9, liberação não gradual.

**Tabela 8.8 – Cálculo do comprimento de transferência ( $l_{pt2}$ ) de acordo com o EUROCODE 2:2004 (liberação gradual da protensão).**

MODELOS	$\phi$ (cm)	$\alpha_1$	$\alpha_2$	$\sigma_{pi}$ (MPa)	$\eta_{p1}$	$\eta_1$	$f_{tcd}$ (MPa)	$l_{pt}$ (cm)	COEF	$l_{pt2}$ (cm)
EM1	1,27	1	0,19	1420	3,2	1	3,024	35,41	1,2	42
EM2	1,27	1	0,19	1258	3,2	1	2,38	39,84	1,2	48
EM3	0,65	1	0,19	1330	3,2	1	3,024	16,98	1,2	20

**Tabela 8.9 – Cálculo do comprimento de transferência ( $l_{pt2}$ ) de acordo com o EUROCODE 2:2004 (liberação não gradual da protensão).**

MODELOS	$\alpha_1$	$l_{pt}$ (cm)	COEF	$l_{pt2}$ (cm)
EM1	1,25	44,26	1,2	53
EM2	1,25	49,81	1,2	60
EM3	1,25	21,22	1,2	25

A Tabela 8.10 apresenta o resumo dos valores dos comprimentos de transferência.

**Tabela 8.10 – Resumo dos comprimentos de transferência.**

MODELOS	NBR 6118, liberação gradual	NBR 6118, liberação não gradual	NBR 14861:2011	FIB MODEL CODE 2010	EC2 2004, liberação gradual	EC2 2004, liberação não gradual
EM1	48	60	77	60	42	53
EM2	55	68	77	67	48	60
EM3	24	30	39	29	20	25

#### 8.6.4 – Resistência ao cisalhamento – Flexo-cortante – Europa

As tabelas a seguir apresentam os resultados das formulações europeias de flexo-cortante. Nessas tabelas, a parcela da protensão  $V_p$  foi calculada separadamente de  $V_c$ , relativa ao concreto.

No modelo 1, a laje sofreu ruptura por cisalhamento com  $V_s=212,7$  kN. Portanto, espera-se que o valor encontrado para resistência ( $V_R$ ) esteja próximo e abaixo do valor de 212,7 kN. Em outras palavras,  $S/R$  um pouco maior que 1, onde  $S$  equivale ao valor de solicitação e  $R$  de resistência. Se o valor estiver abaixo, porém muito menor que 212,7 kN, reprova-se a expressão.

A laje do modelo 2 sofreu ruptura na interface, com  $V_s=197,6$  kN. A partir disso, a laje passou a ter comportamento de seção simples e sofreu ruptura por cisalhamento com  $V_s=231,3$  kN. Portanto, espera-se que os valores encontrados sejam, no primeiro momento, um valor acima de 197,6 kN, pois a seção composta não sofre ruptura por cisalhamento, em outras palavras,  $S/R$  menor que 1. No segundo momento, espera-se que a força cortante resistente ( $V_R$ ) esteja próxima e abaixo de 231,3 kN, ou seja,  $S/R$  um pouco maior que 1.

No ensaio 3, a ruptura se deu por flexão, com  $V_s=124,3$  kN. Portanto, espera-se valores de  $V_R$  maiores que 124,3 kN, independentemente se estiverem próximos ou não desse valor, portanto,  $S/R$  menor que 1.

A Tabela 8.11 mostra os dados comuns às expressões 8.18, 8.19, 8.20 e 8.21.

As tabelas seguintes (8.12, 8.13, 8.14 e 8.15) mostram os resultados relativos aos autores e normas: HEADMAN e LOSBERG, REAGAN, MODEL CODE 90 e EUROCODE 2:2004, respectivamente.

**Tabela 8.11 – Dados gerais – Flexo-cortante – Europa.**

MODELOS	$d_{comp}$ (cm)	$b_w$ (cm)	$A_p$ (cm <sup>2</sup> )	$\rho_{1,p}$	$\sigma_{pt,\infty}$ (kN/cm <sup>2</sup> )	$N_{sd}$ (kN)	$A_c$ (m <sup>2</sup> )	$\sigma_{cp}$ (kN/m <sup>2</sup> )	$f_{cj}$ (kN/m <sup>2</sup> )	$f_{tcm}$ (kN/m <sup>2</sup> )	$f_{tcd}$ (kN/m <sup>2</sup> )
EM1	22,5	44,00	8,91	0,009	110,77	987,00	0,2357	4187,52	54000	4320	3024
EM2-a	28,5	28,30	9,9	0,012	91,99	910,74	0,1866	4880,68	38000	3400	2380
EM2-b	23,5	28,30	9,9	0,015	91,99	910,74	0,1866	4880,68	38000	3400	2380
EM3	18,0	30,80	2,63	0,005	117,68	309,49	0,1166	2654,32	55000	4320	3024

**Tabela 8.12 – HEADMAN e LOSBERG – Flexo-cortante – Europa.**

MODELOS	$V_c$ (kN)	C	$V_p$ (kN)	$V_{Rd1}$ (kN)	$V_s$ (kN)	SIT / (S/R)
EM1	3,21	0,15	62,18	<b>65,40</b>	<b>212,70</b>	<b>REP. / 3,25</b>
EM2-a	2,34	0,15	59,05	<b>61,38</b>	<b>197,60</b>	<b>REP. / 3,22</b>
EM2-b	2,16	0,15	48,69	<b>50,85</b>	<b>231,30</b>	<b>REP. / 4,55</b>
EM3	1,60	0,15	22,07	<b>23,67</b>	<b>124,30</b>	<b>REP. / 5,25</b>

LEGENDA: REP. = reprovado; APR. = aprovado; S = solicitação; R = resistência.

**Tabela 8.13 – REAGAN – Flexo-cortante – Europa.**

MODELOS	$V_c$ (kN)	C	$V_p$ (kN)	$V_{Rd1}$ (kN)	$V_s$ (kN)	SIT / (S/R)
EM1	17,81	0,15	62,18	<b>80,00</b>	<b>212,70</b>	<b>REP. / 2,66</b>
EM2-a	12,77	0,15	59,05	<b>71,82</b>	<b>197,60</b>	<b>REP. / 2,75</b>
EM2-b	12,32	0,15	48,69	<b>61,01</b>	<b>231,30</b>	<b>REP. / 3,79</b>
EM3	9,03	0,15	22,07	<b>31,11</b>	<b>124,30</b>	<b>REP. / 4,00</b>

LEGENDA: REP. = reprovado; APR. = aprovado; S = solicitação; R = resistência.

**Tabela 8.14 – MODEL CODE 90 – Flexo-cortante – Europa.**

MODELOS	$V_c$ (kN)	$V_{Rd1}$ (kN)	$V_s$ (kN)	SIT / (S/R)
EM1	13,36	<b>75,54</b>	<b>212,70</b>	<b>REP. / 2,82</b>
EM2-a	9,58	<b>68,63</b>	<b>197,60</b>	<b>REP. / 2,88</b>
EM2-b	9,24	<b>57,93</b>	<b>231,30</b>	<b>REP. / 3,99</b>
EM3	6,77	<b>28,85</b>	<b>124,30</b>	<b>REP. / 4,31</b>

LEGENDA: REP. = reprovado; APR. = aprovado; S = solicitação; R = resistência.

**Tabela 8.15 – EUROCODE 2:2004 – Flexo-cortante – Europa.**

MODELOS	$V_c$ (kN)	$V_{Rd1}$ (kN)	$V_s$ (kN)	SIT / (S/R)
EM1	20,04	<b>82,22</b>	<b>212,70</b>	<b>REP. / 2,59</b>
EM2-a	14,37	<b>73,41</b>	<b>197,60</b>	<b>REP. / 2,69</b>
EM2-b	13,87	<b>62,55</b>	<b>231,30</b>	<b>REP. / 3,70</b>
EM3	10,16	<b>32,24</b>	<b>124,30</b>	<b>REP. / 3,86</b>

LEGENDA: REP. = reprovado; APR. = aprovado; S = solicitação; R = resistência.



### 8.6.5 – Resistência ao cisalhamento – Flexo-cortante – Brasil

As tabelas 8.16 a 8.22 apresentam os cálculos considerando a formulação da NBR 6118:2014 e da NBR 14861:2011.

Além disso, foram consideradas as seguintes variações:  $f_{ctd}$  para todas as lajes,  $f_{ctm}$  para as lajes feitas em extrusoras, coeficiente  $\alpha$  para a NBR 6118:2014, considerando  $l_{bpt}$ , e por fim coeficiente  $\alpha$  da NBR 14861:2011, considerando  $l_{pt2}$ .

A Tabela 8.16 mostra os dados comuns às formulações brasileiras, e os dados das demais são indicados a seguir:

- Tabela 8.17 = NBR 6118:2014, considerando  $f_{ctd}$  para todas as lajes, sem utilizar o coeficiente  $\alpha$ ;
- Tabela 8.18 = NBR 6118:2014, considerando  $f_{ctm}$  para as lajes feitas em extrusoras,  $f_{ctd}$  para EM1, sem utilizar o coeficiente  $\alpha$ ;
- Tabela 8.19 = NBR 6118:2014, considerando  $f_{ctd}$  para todas as lajes, utilizando o coeficiente  $\alpha$ ;
- Tabela 8.20 = NBR 6118:2014, considerando  $f_{ctm}$  para as lajes feitas em extrusoras,  $f_{ctd}$  para EM1, utilizando o coeficiente  $\alpha$ ;
- Tabela 8.21 = NBR 14861:2011, considerando  $f_{ctd}$  para todas as lajes, utilizando o coeficiente  $\alpha$ ;
- Tabela 8.22 = NBR 14861:2011, considerando  $f_{ctm}$  para as lajes feitas em extrusoras,  $f_{ctd}$  para EM1, utilizando o coeficiente  $\alpha$ .

**Tabela 8.16 – Dados gerais – Flexo-cortante – Brasil.**

MODELOS	$d_{comp}$ (cm)	$b_w$ (cm)	k	$A_p$ (cm <sup>2</sup> )	$\rho_{1,p}$	$A_s$ (cm <sup>2</sup> )	$\rho_{1,s}$	$\sigma_{pt,\infty}$ (kN/cm <sup>2</sup> )
EM1	22,5	44,00	1,375	8,91	0,009	19,56	0,020	110,77
EM2-a	28,5	28,30	1,315	9,9	0,012	12,26	0,015	91,99
EM2-b	23,5	28,30	1,365	9,9	0,015	9,90	0,015	91,99
EM3	18,0	30,80	1,420	2,63	0,005	6,50	0,012	117,68

**Tabela 8.16-continuação – Dados gerais – Flexo-cortante – Brasil.**

MODELOS	$N_{sd}$ (kN)	$A_c$ (m <sup>2</sup> )	$\sigma_{cp}$ (kN/m <sup>2</sup> )	C	$f_{cj}$ (kN/m <sup>2</sup> )	$f_{ctm}$ (kN/m <sup>2</sup> )	$f_{ctd}$ (kN/m <sup>2</sup> )
EM1	987,00	0,2357	4187,52	0,15	54000	4320	3024
EM2-a	910,74	0,1866	4880,68	0,15	38000	3400	2380
EM2-b	910,74	0,1866	4880,68	0,15	38000	3400	2380
EM3	309,49	0,1166	2654,32	0,15	55000	4320	3024

**Tabela 8.17 – NBR 6118:2014, considerando  $f_{ctd}$  para todas as lajes, sem  $\alpha$ .**

MODELOS	$\tau_{Rd}$ (kN/m <sup>2</sup> )	V <sub>c</sub> (kN)	V <sub>p</sub> (kN)	V <sub>Rd1</sub> (kN)	V <sub>s</sub> (kN)	SIT / (S/R)
EM1	756	160,54	62,18	<b>222,73</b>	<b>212,70</b>	<b>REP. / 0,95</b>
EM2-a	595	106,71	59,05	<b>165,76</b>	<b>197,60</b>	<b>REP. / 1,20</b>
EM2-b	595	96,98	48,69	<b>145,67</b>	<b>231,30</b>	<b>REP. / 1,59</b>
EM3	756	82,71	22,07	<b>104,79</b>	<b>124,30</b>	<b>REP. / 1,19</b>

LEGENDA: REP. = reprovado; APR. = aprovado; S = solicitação; R = resistência.

**Tabela 8.18 – NBR 6118:2014, considerando  $f_{ctm}$  para as lajes feitas em extrusoras,  $f_{ctd}$  para EM1, sem  $\alpha$ .**

MODELOS	$\tau_{Rd}$ (kN/m <sup>2</sup> )	V <sub>c</sub> (kN)	V <sub>p</sub> (kN)	V <sub>Rd1</sub> (kN)	V <sub>s</sub> (kN)	SIT / (S/R)
EM1	756	160,54	62,18	<b>222,73</b>	<b>212,70</b>	<b>REP. / 0,95</b>
EM2-a	850	152,45	59,05	<b>211,49</b>	<b>197,60</b>	<b>REP. / 0,93</b>
EM2-b	850	138,54	48,69	<b>187,23</b>	<b>231,30</b>	<b>REP. / 1,24</b>
EM3	1080	118,16	22,07	<b>140,23</b>	<b>124,30</b>	<b>APR. / 0,89</b>

LEGENDA: REP. = reprovado; APR. = aprovado; S = solicitação; R = resistência.

**Tabela 8.19 – NBR 6118:2014, considerando  $f_{ctd}$  para todas as lajes, com  $\alpha$ .**

MODELOS	$\tau_{Rd}$ (kN/m <sup>2</sup> )	V <sub>c</sub> (kN)	l <sub>x</sub> (cm)	l <sub>bpt</sub> (cm)	$\alpha$	V <sub>p</sub> (kN)	V <sub>Rd1</sub> (kN)	V <sub>s</sub> (kN)	SIT / (S/R)
EM1	756	160,54	26	60	0,430	26,77	<b>187,31</b>	<b>212,70</b>	<b>REP. / 1,14</b>
EM2-a	595	106,71	28	68	0,411	24,26	<b>130,97</b>	<b>197,60</b>	<b>REP. / 1,51</b>
EM2-b	595	96,98	28	68	0,411	20,01	<b>116,98</b>	<b>231,30</b>	<b>REP. / 1,98</b>
EM3	756	82,71	21	30	0,707	15,62	<b>98,33</b>	<b>124,30</b>	<b>REP. / 1,26</b>

LEGENDA: REP. = reprovado; APR. = aprovado; S = solicitação; R = resistência.

**Tabela 8.20 – NBR 6118:2014, considerando  $f_{ctm}$  para as lajes feitas em extrusoras,  $f_{ctd}$  para EM1, com  $\alpha$ .**

MODELOS	$\tau_{Rd}$ (kN/m <sup>2</sup> )	V <sub>c</sub> (kN)	V <sub>p</sub> (kN)	V <sub>Rd1</sub> (kN)	V <sub>s</sub> (kN)	SIT / (S/R)
EM1	756	160,54	26,77	<b>187,31</b>	<b>212,70</b>	<b>REP. / 1,14</b>
EM2-a	850	152,45	24,26	<b>176,71</b>	<b>197,60</b>	<b>REP. / 1,12</b>
EM2-b	850	138,54	20,01	<b>158,55</b>	<b>231,30</b>	<b>REP. / 1,46</b>
EM3	1080	118,16	15,62	<b>133,78</b>	<b>124,30</b>	<b>APR. / 0,93</b>

LEGENDA: REP. = reprovado; APR. = aprovado; S = solicitação; R = resistência.

**Tabela 8.21 – NBR 14861:2011, considerando  $f_{ctd}$  para todas as lajes, com  $\alpha$ .**

MODELOS	$\tau_{Rd}$ (kN/m <sup>2</sup> )	V <sub>c</sub> (kN)	l <sub>x</sub> (cm)	l <sub>pt2,k</sub> (cm)	$\alpha$	V <sub>p</sub> (kN)	V <sub>Rd1</sub> (kN)	V <sub>s</sub> (kN)	SIT / (S/R)
EM1	756	160,54	26	77	0,337	20,97	<b>181,51</b>	<b>212,70</b>	<b>REP. / 1,17</b>
EM2-a	595	106,71	28	77	0,363	21,44	<b>128,15</b>	<b>197,60</b>	<b>REP. / 1,54</b>
EM2-b	595	96,98	28	77	0,363	17,68	<b>114,66</b>	<b>231,30</b>	<b>REP. / 2,02</b>
EM3	756	82,71	21	39	0,532	11,75	<b>94,46</b>	<b>124,30</b>	<b>REP. / 1,32</b>

LEGENDA: REP. = reprovado; APR. = aprovado; S = solicitação; R = resistência.

**Tabela 8.22 – NBR 14861:2011, considerando  $f_{ctm}$  para as lajes feitas em extrusoras,  $f_{ctd}$  para EM1, com  $\alpha$ .**

MODELOS	$\tau_{Rd}$ (kN/m <sup>2</sup> )	$V_c$ (kN)	$V_p$ (kN)	$V_{Rd1}$ (kN)	$V_s$ (kN)	SIT / (S/R)
EM1	756	160,54	20,97	<b>181,51</b>	<b>212,70</b>	<b>REP. / 1,17</b>
EM2-a	850	152,45	21,44	<b>173,89</b>	<b>197,60</b>	<b>REP. / 1,14</b>
EM2-b	850	138,54	17,68	<b>156,22</b>	<b>231,30</b>	<b>REP. / 1,48</b>
EM3	1080	118,16	11,75	<b>129,91</b>	<b>124,30</b>	<b>APR. / 0,96</b>

LEGENDA: REP. = reprovado; APR. = aprovado; S = solicitação; R = resistência.

### 8.6.6 – Resistência ao cisalhamento – Flexo-cortante e tração diagonal – E.U.A.

As tabelas 8.23 e 8.23-continuação apresentam os valores para tração diagonal.

**Tabela 8.23 – ACI 318-08:2008, tração diagonal.**

MODELOS	$f'_c$ (MPa)	$\sigma_{pt,\infty}$ (kN/cm <sup>2</sup> )	$A_p$ (cm <sup>2</sup> )	$N_{sd}$ (kN)	$A_c$ (m <sup>2</sup> )	$\sigma_{cp}$ (MPa)	$b_w$ (cm)	$d_{comp}$ (cm)
EM1	54	110,8	8,91	987,0	0,2357	4,19	44,0	22,5
EM2-a	38	92,0	9,9	910,7	0,1866	4,88	28,3	28,5
EM2-b	38	92,0	9,9	910,7	0,1866	4,88	28,3	23,5
EM3	55	117,7	2,63	309,5	0,1166	2,65	30,8	18

**Tabela 8.23-continuação – ACI 318-08:2008, tração diagonal.**

MODELOS	$V_{cw,conc}$ (kN)	$V_{cw,prot}$ (kN)	$V_{cw}$ (kN)	$V_s$ (kN)	SIT / (S/R)
EM1	<b>210,97</b>	<b>124,37</b>	<b>335,34</b>	<b>212,70</b>	<b>REP. , 0,63</b>
EM2-a	<b>144,19</b>	<b>118,10</b>	<b>262,28</b>	<b>197,60</b>	<b>APR. / 0,75</b>
EM2-b	<b>118,89</b>	<b>97,38</b>	<b>216,27</b>	<b>231,30</b>	<b>APR. / 1,07</b>
EM3	<b>119,23</b>	<b>44,15</b>	<b>163,38</b>	<b>124,30</b>	<b>APR. / 0,76</b>

LEGENDA: REP. = reprovado; APR. = aprovado; S = solicitação; R = resistência.

As tabelas 8.24 e 8.24-continuação apresentam os valores da força cortante resistente para flexo-cortante. Foram considerados os momentos de fissuração da laje e da capa.

**Tabela 8.24 – ACI 318-08:2008, flexo-cortante.**

MODELOS	$f'_c$ (MPa)	$V_u$ (kN)	$M_u$ (kN.m)	$M_{r,LAJE}$ (kN.m)	$M_{r,CAPA}$ (kN.m)	$b_w$ (cm)	$d_{comp}$ (cm)
EM1	54	212,7	146	172	93	44	22,5
EM2-a	38	197,6	161,7	180	135	28,3	28,5
EM2-b	38	231,3	188,7	180	135	28,3	23,5
EM3	55	124,3	124,1	78	35	30,8	18

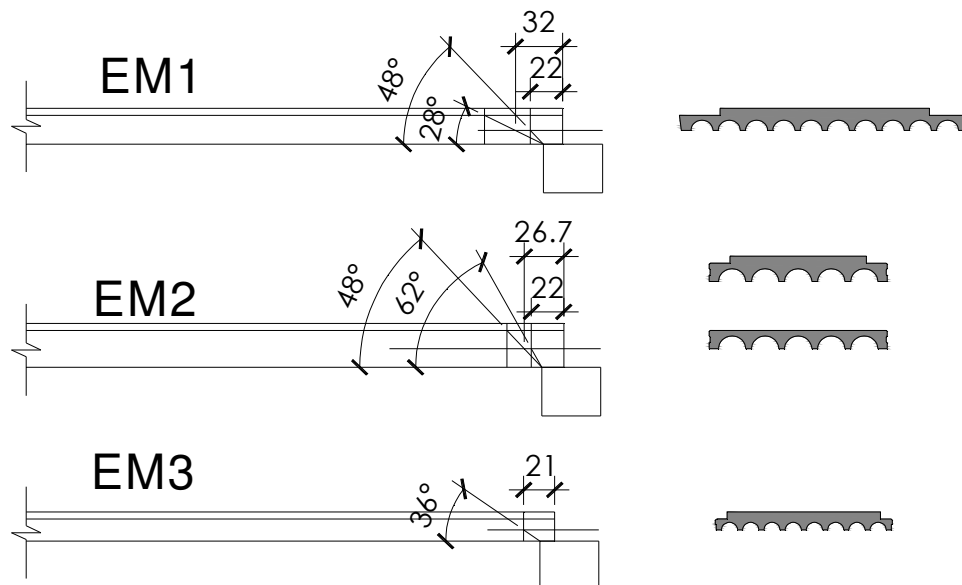
**Tabela 8.24-continuação – ACI 318-08:2008, flexo-cortante.**

MODELOS	$V_{ci}$ (kN) - $M_r$ LAJE	$V_s$ (kN)	SIT / (S/R)	$V_{ci}$ (kN) - $M_r$ CAPA	$V_s$ (kN)	SIT / (S/R)
EM1	286,95	212,70	REP. / 0,74	171,86	212,70	REP. / 1,24
EM2-a	244,82	197,60	APR. / 0,81	189,83	197,60	REP. / 1,04
EM2-b	241,13	231,30	REP. / 0,96	241,13	231,30	REP. / 0,96
EM3	98,68	124,30	REP. / 1,26	55,61	124,30	REP. / 2,24

LEGENDA: REP. = reprovado; APR. = aprovado; S = sollicitação; R = resistência.

### 8.6.7 – Resistência ao cisalhamento – Tração diagonal – Europa

Para o cálculo da tração diagonal, é preciso considerar a seção transversal do elemento 15. Para o cálculo do  $b_w$  será considerada a metade da altura do alvéolo, como mostrado na Figura 8.20.



**Figura 8.20 – Posição do ponto crítico, considerando metade do alvéolo.**

A seguir, a Tabela 8.25 apresenta os dados comuns utilizados nas formulações para o cálculo da força cortante resistente com tração diagonal, seguindo a linha europeia. Os dados das demais tabelas são indicados a seguir:

- Tabela 8.26 = FIB MODEL CODE 2010, considerando  $f_{ctd}$  para todas as lajes;
- Tabela 8.27 = FIB MODEL CODE 2010, considerando  $f_{ctm}$  para as lajes feitas em extrusoras,  $f_{ctd}$  para EM1;
- Tabela 8.28 = EUROCODE 2:2004, considerando  $f_{ctd}$  para todas as lajes e liberação gradual da protensão;
- Tabela 8.29 = EUROCODE 2:2004, considerando  $f_{ctd}$  para todas as lajes e liberação não gradual da protensão;

- Tabela 8.30 = EUROCODE 2:2004, considerando  $f_{ctm}$  para as lajes feitas em extrusoras,  $f_{ctd}$  para EM1 e liberação gradual da protensão;
- Tabela 8.31 = EUROCODE 2:2004, considerando  $f_{ctm}$  para as lajes feitas em extrusoras,  $f_{ctd}$  para EM1 e liberação não gradual da protensão;
- Tabela 8.32 = EN 1168:2005, considerando  $f_{ctd}$  para todas as lajes e liberação gradual da protensão;
- Tabela 8.33 = EN 1168:2005 considerando  $f_{ctd}$  para todas as lajes e liberação não gradual da protensão;
- Tabela 8.34 = EN 1168: 2005, considerando  $f_{ctm}$  para as lajes feitas em extrusoras,  $f_{ctd}$  para EM1 e liberação gradual da protensão;
- Tabela 8.35 = EN 1168: 2005, considerando  $f_{ctm}$  para as lajes feitas em extrusoras,  $f_{ctd}$  para EM1 e liberação não gradual da protensão.

**Tabela 8.25 – Dados gerais – Tração diagonal – Europa.**

MODELOS	$f_{cj}$ (kN/m <sup>2</sup> )	$I$ (m <sup>4</sup> )	$b_{cg}$ (m)	Área (m <sup>2</sup> ) / $M_e$	$y_{cg}$ (m) / $M_e$	$M_e$ (m <sup>3</sup> )	CONST (m <sup>2</sup> )
EM1	54000	0,0024	0,4533	0,1979	0,0942	0,0186	0,0584
EM2-a	38000	0,0027	0,283	0,1382	0,1098	0,0152	0,0504
EM2-b	38000	0,0016	0,283	0,0921	0,0859	0,0079	0,0572
EM3	55000	0,0008	0,308	0,1094	0,0767	0,0084	0,0294

**Tabela 8.25-continuação – Dados gerais – Tração diagonal – Europa.**

MODELOS	$A_p$ (cm <sup>2</sup> )	$\sigma_{pt,\infty}$ (kN/cm <sup>2</sup> )	$N_{sd}$ (kN)	$A_c$ (m <sup>2</sup> )	$\sigma_{cp}$ (kN/m <sup>2</sup> )
EM1	8,91	110,774	987,00	0,2357	4187,52
EM2-a	9,9	91,993	910,74	0,1866	4880,68
EM2-b	9,9	91,993	910,74	0,1866	4880,68
EM3	2,63	117,678	309,49	0,1166	2654,32

Foi considerada a diferença entre  $f_{ctd}$  e  $f_{ctm}$  (para EM2 e EM3), uma vez que as lajes EM2 e EM3 foram feitas em extrusoras. Será considerada também a formulação do comprimento de transferência, com liberação gradual e não gradual da protensão.

**Tabela 8.26 – FIB MODEL CODE 2010, considerando  $f_{ctd}$  para todas as lajes.**

MODELOS	$f_{ctd}$ (kN/m <sup>2</sup> )	$l_x$ (cm)	$l_{bpt}$ (cm)	$\alpha_l$	Ângulo	$V_{Rd1}$ (kN)	$V_s$ (kN)	SIT / (S/R)
EM1	3024	22	60	0,307	48	<b>210,72</b>	<b>212,70</b>	<b>APR. / 1,01</b>
EM2-a	2380	22	67	0,273	62	<b>149,70</b>	<b>197,60</b>	<b>REP. / 1,32</b>
EM2-b	2380	22	67	0,273	62	<b>170,15</b>	<b>231,30</b>	<b>REP. / 1,36</b>
EM3	3024	21	29	0,612	36	<b>110,10</b>	<b>124,30</b>	<b>REP. / 1,13</b>

**Tabela 8.27 – FIB MODEL CODE 2010,  $f_{ctm}$  para as lajes feitas em extrusoras,  $f_{ctd}$  para EM1.**

MODELOS	$f_{ctd}$ (kN/m <sup>2</sup> )	$f_{ctm}$ (kN/m <sup>2</sup> )	$V_{Rd1}$ (kN)	$V_s$ (kN)	SIT / (S/R)
EM1	3024	-	210,72	212,70	APR. / 1,01
EM2-a	-	3400	202,01	197,60	APR. / 0,98
EM2-b	-	3400	229,60	231,30	APR. / 1,01
EM3	-	4320	148,81	124,30	APR. / 0,84

**Tabela 8.28 – EUROCODE 2:2004,  $f_{ctd}$  para todas as lajes e liberação gradual da protensão.**

MODELOS	$f_{ctd}$ (kN/m <sup>2</sup> )	$l_x$ (cm)	$l_{pt2}$ (cm)	$\alpha_i$	Ângulo	$V_{Rd1}$ (kN)	$V_s$ (kN)	SIT / (S/R)
EM1	3024	22	42	0,518	48	231,24	212,70	REP. / 0,92
EM2-a	2380	22	48	0,460	62	167,08	197,60	REP. / 1,18
EM2-b	2380	22	48	0,460	62	189,90	231,30	REP. / 1,22
EM3	3024	21	20	1,000	36	121,68	124,30	REP. / 1,02

**Tabela 8.29 – EUROCODE 2:2004,  $f_{ctd}$  para todas as lajes e liberação não gradual da protensão.**

MODELOS	$l_{pt2}$ (cm)	$\alpha_i$	$V_{Rd1}$ (kN)	$V_s$ (kN)	SIT / (S/R)
EM1	53	0,414	217,68	212,70	REP. / 0,98
EM2-a	60	0,368	158,76	197,60	REP. / 1,24
EM2-b	60	0,368	180,45	231,30	REP. / 1,28
EM3	25	0,825	116,59	124,30	REP. / 1,07

**Tabela 8.30 – EUROCODE 2:2004, considerando  $f_{ctm}$  para as lajes feitas em extrusoras,  $f_{ctd}$  para EM1 e liberação gradual da protensão.**

MODELOS	$f_{ctd}$ (kN/m <sup>2</sup> )	$f_{ctm}$ (kN/m <sup>2</sup> )	$V_{Rd1}$ (kN)	$V_s$ (kN)	SIT / (S/R)
EM1	3024	-	231,24	212,70	REP. / 0,92
EM2-a	-	3400	220,62	197,60	APR. / 0,90
EM2-b	-	3400	250,76	231,30	REP. / 0,89
EM3	-	4320	161,18	124,30	APR. / 0,77

**Tabela 8.31 – EUROCODE 2:2004, considerando  $f_{ctm}$  para as lajes feitas em extrusoras,  $f_{ctd}$  para EM1 e liberação não gradual da protensão.**

MODELOS	$V_{Rd1}$ (kN)	$V_s$ (kN)	SIT / (S/R)
EM1	217,68	212,70	REP. / 0,98
EM2-a	211,66	197,60	APR. / 0,93
EM2-b	240,58	231,30	REP. / 0,96
EM3	155,71	124,30	APR. / 0,80

**Tabela 8.32 – EN 1168:2005, considerando  $f_{ctd}$  para todas as lajes e liberação gradual da protensão.**

MODELOS	GLOBAL	PROT.	$V_{Rd1}$ (kN)	$V_s$ (kN)	SIT / (S/R)
EM1	0,8	0,9	181,08	212,70	REP. / 1,17
EM2-a	0,8	0,9	130,38	197,60	REP. / 1,52
EM2-b	0,8	0,9	148,19	231,30	REP. / 1,56
EM3	0,8	0,9	95,04	124,30	REP. / 1,31



**Tabela 8.33 – EN 1168:2005, considerando  $f_{ctd}$  para todas as lajes e liberação não gradual da protensão.**

MODELOS	$V_{Rd1}$ (kN)	$V_s$ (kN)	SIT / (S/R)
EM1	173,84	212,70	REP. / 1,22
EM2-a	124,25	197,60	REP. / 1,59
EM2-b	141,22	231,30	REP. / 1,64
EM3	91,29	124,30	REP. / 1,36

**Tabela 8.34 – EN 1168:2005, considerando  $f_{ctm}$  para as lajes feitas em extrusoras,  $f_{ctd}$  para EM1 e liberação gradual da protensão.**

MODELOS	$V_{Rd1}$ (kN)	$V_s$ (kN)	SIT / (S/R)
EM1	181,09	212,70	REP. / 1,17
EM2-a	172,95	197,60	REP. / 1,14
EM2-b	196,57	231,30	REP. / 1,18
EM3	126,47	124,30	REP. / 0,98

**Tabela 8.35 – EN 1168:2005, considerando  $f_{ctm}$  para as lajes feitas em extrusoras,  $f_{ctd}$  para EM1 e liberação não gradual da protensão.**

MODELOS	$V_{Rd1}$ (kN)	$V_s$ (kN)	SIT / (S/R)
EM1	173,84	212,70	REP. / 1,22
EM2-a	166,37	197,60	REP. / 1,19
EM2-b	189,10	231,30	REP. / 1,22
EM3	122,46	124,30	REP. / 1,02

## 8.7 – Conclusão

Analisando os resultados apresentados, conclui-se que as lajes dos modelos 1 e 2 sofreram ruptura por tração diagonal do concreto.

A única metodologia que apresentou resultados compatíveis com os ensaios foi a do FIB MODEL CODE 2010, que considera o comprimento de transferência de acordo com o item 8.5.3 e a expressão 8.33. Além disso, os resultados só foram considerados aprovados com a utilização de  $f_{ctm}$  como resistência do concreto à tração para as lajes fabricadas com extrusoras.

O mecanismo de tração diagonal também levou a resultado positivo quando foi utilizado o ACI 318-08:2008, nas lajes dos modelos 2 e 3.

Além disso, a formulação brasileira que considera o mecanismo de flexo-cortante apresentou resultados próximos ao esperado, para a laje do modelo 1.

A continuidade em pavimentos formados por laje alveolar é um tema vasto e complexo, e ainda precisa ser amplamente investigado. Acredita-se que este trabalho tenha cumprido seu objetivo principal, que foi estudar o comportamento das lajes alveolares com continuidade, e com isso, tenha contribuído para o desenvolvimento do conhecimento neste assunto.

Tendo em vista que algumas conclusões foram apresentadas anteriormente, este capítulo procura abordá-las por tópicos, a fim de fornecer uma visão global do trabalho.

## 9.1 – Objetivos específicos

A princípio, interessava o comportamento da ligação laje-viga-laje, sobretudo no que diz respeito à semirrigidez. Em nenhum dos três ensaios realizados constatou-se, de forma significativa, um giro relativo entre as lajes e a viga. Acredita-se, portanto, que a ligação tem um comportamento rígido, ou muito próximo de rígido.

Já o fenômeno da formação de uma rótula plástica não foi observado. As fissuras que surgiram na capa se estabilizavam, conforme explicação da Figura 4.11, e, além disso, não alcançavam a interface capa-laje.

Outra meta proposta foi a de sugerir um critério para o cálculo da armadura de continuidade para se utilizar nos ensaios experimentais. Esse critério foi proposto no capítulo 3 e utilizado neste trabalho. Os valores foram coerentes com os resultados da análise experimental.

Também foi proposto, nos objetivos específicos, comparar o efeito da continuidade com as situações de lajes simplesmente apoiadas. Através deste trabalho, essa comparação foi feita, principalmente, nos capítulos 2 e 3. Observou-se que a continuidade proporciona um melhor desempenho às lajes alveolares, pois diminui os deslocamentos no meio do vão, e aumenta a capacidade portante. Entretanto, a continuidade altera o diagrama de força cortante, aumentando a força cortante no apoio onde existe continuidade, em comparação com apoio simples.

Conclui-se que a continuidade, se corretamente dimensionada, gera benefícios ao pavimento constituído por lajes alveolares, sobretudo em países como o Brasil, que já utiliza a capa para solidarização do pavimento.

## 9.2 – Cálculo da armadura passiva para ensaio experimental

A metodologia para o cálculo da armadura passiva para se utilizar nos ensaios experimentais mostrou-se eficiente, pois foi possível saber de antemão o aumento real da capacidade portante da laje alveolar e, além disso, prever o modo de ruptura. Com o uso desse método foi possível aproveitar melhor a capacidade portante das lajes alveolares ensaiadas e aproximar mais os esforços solicitantes dos resistentes.

Se essa metodologia não fosse aplicada, seria considerado apenas o momento negativo resistente pela seção próxima ao apoio, comumente chamado de momento elástico.

Isso resultaria em se utilizar, de acordo com a Tabela 3.29, os seguintes valores para armadura passiva: 33,51 cm<sup>2</sup> para EM1, 40,72 cm<sup>2</sup> para EM2 e 8,92 cm<sup>2</sup> para EM3. Em outras palavras, seriam utilizados valores muito altos para essas armaduras nos ensaios de EM1 e EM2, em comparação com o que foi realmente usado (19,56 cm<sup>2</sup> e 12,26 cm<sup>2</sup>). O resultado seria um custo excessivo em armadura que não iria interferir nos resultados, uma vez que, de qualquer forma, essas lajes iriam romper por cisalhamento na seção transversal (casos de EM1 e EM2) e na interface (caso de EM2). Vale ressaltar que, para os casos de 33,51 cm<sup>2</sup> para EM1 e 40,72 cm<sup>2</sup> para EM2, seria fisicamente impossível alojar as barras na capa.

Para o modelo 1, a metodologia empregada no capítulo 3 permitiu fazer as seguintes previsões: a fissuração da capa aconteceria entre 82,31 kN e 117,59 kN de força aplicada; a fissuração da laje ocorreria entre 234,96 kN e 274,26 kN e, por fim, que a ruptura por cisalhamento da seção transversal seria com 274,13 kN. Os resultados obtidos no ensaio experimental foram 107,9 kN, 219,1 kN e 272,0 kN, respectivamente para fissuração da capa, fissuração da laje e ruptura. Esse fato permite concluir que a metodologia aplicada representou com precisão o comportamento do modelo 1.

No modelo 2, os resultados de previsão eram: fissuração da capa entre 72,84 kN e 104,07 kN; fissuração da laje entre 255,44 kN e 300,48 kN e, por fim, ruptura por cisalhamento na seção transversal com 207,98 kN. Portanto a previsão era de que não ocorreria fissuração da laje pelo momento positivo. Os resultados da análise experimental foram de: 26,0 kN para a fissuração da capa, 254,7 kN para a ruptura na interface e 297,3 kN para a ruptura por cisalhamento na seção transversal. Portanto a previsão pode ser considerada como satisfatória, uma vez que não ocorreu a fissuração da laje, e se a interface fosse mais resistente, a ruptura do modelo seria igual à prevista, ou seja, por cisalhamento da seção transversal.

No entanto, os resultados obtidos para o modelo 2 indicam que são necessários dois ajustes na metodologia do capítulo 3. O primeiro diz respeito à expressão para o cálculo da resistência ao cisalhamento da seção transversal, e o segundo se refere à resistência da interface ao cisalhamento.

O capítulo 8 mostrou que a expressão da NBR 6118:2014 para o cálculo resistência da seção transversal ao cisalhamento não foi satisfatória para o modelo 2, como foi para o modelo 1. Além disso, o capítulo 4 mostrou também que a expressão brasileira gerou um resultado incoerente na caracterização da laje do modelo 2, na obtenção do  $f_{ck}$ . Portanto, conclui-se que a metodologia do capítulo 3 deve ser ajustada, no que diz respeito à resistência da seção transversal ao cisalhamento. Sugere-se a substituição da expressão da NBR 6118:2014, adotada no capítulo 3, pela expressão que melhor representou a ruptura da seção ao cisalhamento, ou seja, a do FIB MODEL CODE 2010.

Com relação à interface, existem duas opções de ajuste. A primeira é utilizar um material aderente, por exemplo, uma resina epóxi, com o objetivo de garantir que a ruptura não ocorra na interface. A segunda opção é considerar no método a ruptura na interface como uma possível forma de ruína. Para isso, é necessário introduzir nos cálculos uma expressão que determine a resistência na interface. Como visto no capítulo 7, é indicada a expressão do EUROCODE 2:2004.

Considerando o modelo 3, os resultados de previsão eram: fissuração da capa entre 32,94 kN e 47,05 kN; fissuração da laje entre 69,23 kN e 85,88 kN e, por fim, ruptura por flexão com 100,39 kN. Os resultados da análise experimental foram: 25,1 kN para a fissuração da capa, 137,7 kN para a fissuração da laje; e 146,8 kN para a ruptura por flexão. Mais uma vez, a previsão pode ser considerada como satisfatória, uma vez que descreveu de forma correta o comportamento e previu a forma de ruptura do modelo.

Vale ressaltar que a metodologia do capítulo 3 não considera a influência da fissuração no modelo, ou seja, faz uma análise linear física. Esse motivo reforça a ideia de que esse modelo prevê de forma satisfatória a comportamento das lajes com continuidade.

Considerando que a metodologia sugerida no capítulo 3 para o cálculo da armadura passiva é satisfatória, e, além disso, tendo em mãos uma ferramenta capaz de processar os cálculos de forma rápida, é intuitivo gerar diagramas de iteração, tal como foi feito no capítulo 3. Esses diagramas de iteração são úteis para pré-dimensionamento, e podem ser melhorados com a consideração de outras variáveis, como, por exemplo, a resistência às ações dinâmicas, a resistência às altas temperaturas e a outros tipos de carregamento.

### 9.3 – Ensaios para a caracterização de laje alveolar

De acordo com o exposto no capítulo 4, conclui-se que a caracterização feita em ensaios nas próprias lajes gera resultados satisfatórios e atendem o seu propósito.

Na grande maioria dos ensaios de laboratório realizados em lajes alveolares, as lajes são produzidas em fábricas e não no laboratório especializado. Portanto, é recomendável realizar a caracterização desses elementos de forma indireta, como foi mostrado no capítulo 4. Sugere-se que esses ensaios de caracterização, feitos nos próprios elementos, sejam realizados pelo menos para fins de comparação com resultados dos corpos de prova fornecidos pelos fabricantes.

Dos três métodos utilizados para a caracterização das lajes alveolares, o que apresentou resultados coerentes, nos três modelos, foi o método do momento de fissuração. O método do módulo de elasticidade foi aplicado nos modelos 2 e 3, e só gerou resultados coerentes para o modelo 2.

Com relação ao procedimento de utilizar a força cortante, este só foi satisfatório no modelo 1. Nos modelos 2 e 3, os resultados obtidos com esse método foram incoerentes. Sugere-se, novamente, substituir a expressão da ABNT NBR 6118:2014 pela expressão do FIB MODEL CODE 2010, que considera ruptura por tração diagonal do concreto.

Como era de se esperar, as formulações para a teoria de flexão geram resultados melhores que as de cisalhamento, dada a variabilidade de expressões e resultados que existem na teoria de cisalhamento. Isso explica o fato do método do momento de fissuração ter apresentado resultados melhores que os demais. Sugere-se, portanto, utilizar as expressões da teoria da flexão, ou seja, o método do momento de fissuração e também o do momento resistente, para a caracterização das lajes alveolares. O primeiro já está difundido no meio técnico, como mostrado no capítulo 4. O segundo ainda não é utilizado, porém mostrou-se adequado, conforme os resultados do capítulo 3.

No entanto, é importante considerar o tamanho da laje alveolar nos ensaios de flexão, uma vez que, dependendo do comprimento, os resultados podem sofrer interferência do mecanismo de flexo-cortante, como mostrado no capítulo 4.

### 9.4 – Análise experimental utilizando continuidade

Como previsto, os ensaios experimentais com continuidade são mais complexos que os de lajes simplesmente apoiadas, pois demandam mais espaço no laboratório e mais tempo para montagem. Sugere-se, por exemplo, o uso de pelo menos quatro câmeras filmadoras e uma fotográfica para o registro completo dos ensaios, pois o registro visual é muito importante para auxiliar na interpretação dos resultados indicados pela instrumentação.

Durante a moldagem da capa, é muito importante evitar que o concreto caia nos alvéolos, pois isso pode alterar o comportamento do modelo sem que se tenha controle sobre essa mudança. Em outras palavras, pode acontecer o fato de se ter alvéolos preenchidos, ou semipreenchidos, e isso não ser levado em conta.

Também durante a concretagem da capa, é necessário tomar os cuidados necessários para não se ter uma interface com resistência baixa.

O que foi observado nos ensaios experimentais é que a capa sofreu fissuração em função do momento fletor negativo, e isso fez com que o comportamento dos modelos fosse governado pela não linearidade do material. Em outras palavras, à medida que a capa fissurava, os esforços solicitantes eram redistribuídos no modelo ensaiado. Esse fato foi observado também na fissuração da laje pelo momento fletor positivo.

Foram identificadas três formas de ruína nos modelos ensaiados. O primeiro sofreu ruptura por cisalhamento da seção transversal. O segundo, por cisalhamento da interface capa-laje, e o terceiro, por flexão. Esse fato comprova o que foi divulgado por GIRHAMMAR e PAJARI (2008) (ver Figura 4.10), e reafirma a necessidade de se considerar, no projeto estrutural, essas formas de ruptura.

De forma geral, o comportamento das lajes alveolares com continuidade, submetidas a cargas concentradas próximas ao meio do vão, acontece de forma variada e depende muito da forma de ruptura associada.

Tão logo se inicia a aplicação da força, a capa irá fissurar em serviço. A partir desse ponto, os fenômenos que antecedem a ruptura, como por exemplo o escoamento da armadura passiva e a fissuração da laje na região de momento positivo, irão ocorrer dependendo da taxa de armadura passiva, ou ativa, que o modelo apresenta. Da mesma forma, o tipo de ruptura irá ocorrer dependendo de fatores como: taxa de armadura (passiva e ativa), resistência da interface e largura total das nervuras.

## 9.5 – Análise teórica com elementos de barra

A análise teórica com elementos de barra e a expressão de Branson para considerar o comportamento não linear físico do material descreveram de forma satisfatória o desempenho dos modelos ensaiados, sendo que os resultados ficaram próximos dos obtidos nos ensaios.

Por isso, é possível concluir que a seção composta equivalente fictícia, representada por um duplo T, representou bem o comportamento da seção real da laje alveolar. Além disso, o procedimento utilizado para aplicar a força de forma incremental e iterativa foi satisfatório, sendo que na maioria das etapas foi necessária apenas uma iteração.



De posse dos resultados da análise teórica com elementos de barra, foi possível traçar as curvas que relacionam momento fletor negativo com as rotações no apoio. A observação dessas curvas e a comparação entre os resultados teóricos com os dos ensaios reforçaram o fato de que a ligação com continuidade tem um comportamento rígido, principalmente antes da fissuração da capa.

Foi possível, também, relacionar a força cortante solicitante com o valor de ruptura para cada elemento discretizado. Da mesma forma, relacionou-se o momento fletor com o de ruptura. Observou-se que, para os modelos 1 e 2, houve predominância das solicitações tangenciais sobre as normais. Em outras palavras, os modelos 1 e 2 estavam sujeitos à ruptura por cisalhamento e dificilmente iria ocorrer a ruptura pela interação da força cortante com o momento fletor. Esse fato foi coerente com os resultados relativos ao capítulo 8.

No modelo 3, observou-se que as solicitações normais eram predominantes em relação às tangenciais, resultados que são coerentes com os encontrados no capítulo 8.

## 9.6 – Resistência ao cisalhamento na interface

Para o cálculo da resistência da interface ao cisalhamento, existem muitas formulações propostas, como foi mostrado no capítulo 7. Todos os seus resultados foram comparados com os dos ensaios experimentais, e a formulação que apresentou resultados coerentes para todos os três modelos foi a do EUROCODE 2: 2004.

No entanto, outras formulações também apresentaram resultados satisfatórios, como é o caso da indicada por IBRAHIM (2008), que apresentou apenas um resultado negativo, além daquelas que apresentaram resultados coerentes para todos os três modelos para situação de momento negativo, como é o caso das relativas aos códigos: PCI:2010, BS 8110-1:1997 e ABNT NBR 9062:2006.

Para o cálculo da tensão solicitante de cisalhamento, foram apresentados dois métodos: da tensão de referência e da tensão média. O que apresentou resultados mais coerentes foi o da tensão de referência.

De acordo com o cálculo da tensão de referência (Tabela 7.12), em todos os modelos, a tensão solicitante de cisalhamento, na região de momento positivo, foi de aproximadamente 0,65 MPa. Já para a região de momento negativo essa tensão foi de 0,55 MPa para EM1, 0,83 MPa para EM2 e de 0,64 MPa para EM3. Conclui-se que em todos os casos a tensão de cisalhamento foi de magnitude considerável, sendo que o valor de 0,83 MPa ocasionou a ruptura da interface para o modelo 2.

Considerando a formulação do EUROCODE 2:2004, a tensão resistente de cisalhamento foi de 0,87 MPa para EM1, 0,76 MPa para EM2 e 0,66 MPa para EM3. Esses

valores foram coerentes com as características das lajes alveolares de cada modelo. As lajes do modelo 1 tinham superfícies muito rugosas, uma vez que foram concretadas em formas e posteriormente vibradas. As lajes dos modelos 2 e 3 foram fabricadas com extrusoras, e por isso apresentavam superfícies mais lisas que as lajes do EM1. E além disso, como foi mencionado no capítulo 5, as lajes do modelo 3 continham uma camada muito fina de nata, que provavelmente a limpeza não foi capaz de remover 100%.

Recomenda-se que o estudo da resistência da interface seja aprofundado, de preferência sob a forma estatística, com a realização de um número bem maior de ensaios, a fim de se obter a melhor formulação capaz de representar a resistência da interface.

É necessário melhorar os valores dos coeficientes para se considerar os mais variados tipos de superfícies. Além disso, faz-se necessário determinar um limite de tensão capa-laje que garanta a seção composta. Para isso, é necessário um exaustivo estudo experimental com continuidade. Posteriormente, esse limite deverá incluir os coeficientes de segurança.

## 9.7 – Resistência da seção transversal ao cisalhamento

A formulação que apresentou resultados mais coerentes com os ensaios foi a do FIB MODEL CODE 2010, sendo que a diferença entre essa formulação e a do EUROCODE 2:2004 é a forma de se calcular o comprimento de transferência. Além disso, os melhores resultados foram aqueles que utilizaram o valor de  $f_{ctm}$  como resistência à tração para o concreto das lajes produzidas com extrusoras.

Uma das dúvidas que se tinha com relação ao comportamento das lajes ensaiadas com continuidade era se as fissuras devidas ao momento negativo avançavam pela capa, alcançando a seção da laje alveolar e configurando um mecanismo de flexo-cortante invertido. A conclusão é que isso não ocorreu, uma vez que as fissuras não alcançaram as lajes alveolares, nos três ensaios realizados.

Outra dúvida que se tinha era se a fissuração na ligação mudaria a configuração do ensaio (com continuidade) para uma situação biapoiada. A conclusão é que ocorreu ruptura por tração diagonal do concreto, com seção composta (EM1) e com seção simples (EM2). Entretanto, quando o modelo EM1 sofreu ruptura por cisalhamento, a laje não passou a se comportar como biapoiada.

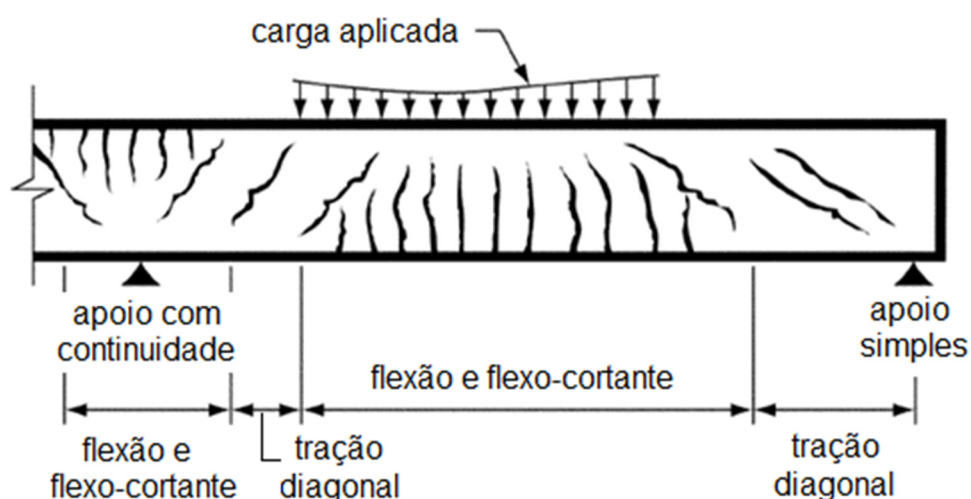
No modelo EM2, isso pode ter acontecido, uma vez que, houve ruptura da ligação capa-laje. Conclui-se que, se houver garantia de que a capa não se descolará, o mecanismo se mantém com continuidade, e a laje nunca se torna biapoiada. Entretanto, devido à fissuração da capa, e depois, da laje, o modelo que melhor retrata esse comportamento é o que considera a não linearidade do material.

Através dos ensaios realizados é possível concluir que não ocorreu um mecanismo invertido de cisalhamento, quando se considera a laje biapoiada e, depois, com continuidade.

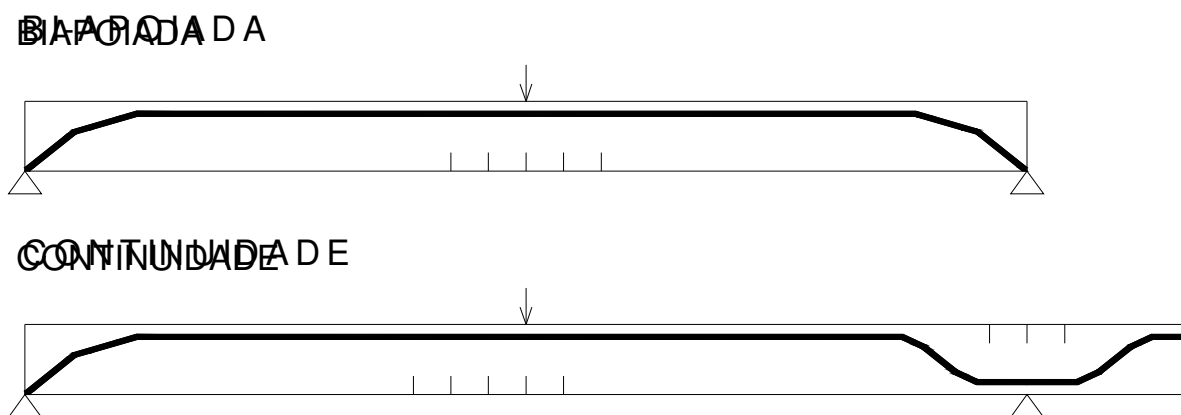
O que ocorreu, na verdade, foi que a continuidade fez com que o arco de compressão mudasse de lugar (não ocorrendo inversão). Com isso, as fissuras também mudaram de posição (considerando as situações biapoiadas e com continuidade).

Para explicar isso, têm-se as figuras mostradas na sequência. A Figura 9.1, adaptada do ACI 318-08:2008, mostra o mecanismo de cisalhamento com continuidade. Nessa figura existem fissuras de flexão, de flexo-cortante e de tração diagonal.

A Figura 9.2 mostra a comparação entre o arco de compressão existente na situação biapoiada e naquela em que há continuidade. A diferença entre essas duas situações é a posição da biela inclinada, que na situação biapoiada está apoiada diretamente sobre a região do apoio. Já na situação com continuidade, essa biela é deslocada para o interior da laje, e no apoio onde há continuidade surge um arco invertido, em função do momento fletor negativo.



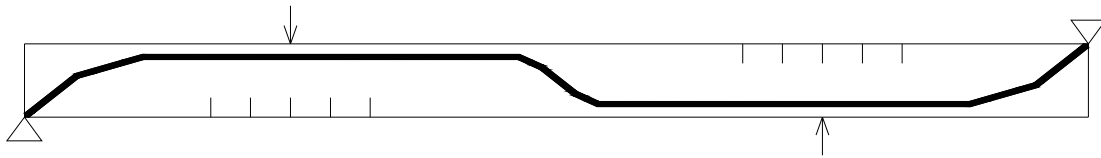
**Figura 9.1 – Tipos de fissuras em vigas de concreto (adaptada do ACI 318-08:2008).**



**Figura 9.2 – Comparação entre o arco de compressão na situação biapoiada e na que existe continuidade.**

Além disso, para que existisse uma inversão da biela, seria necessário que o apoio mudasse de lugar, como mostra a figura 9.3 (MECANISMO INVERTIDO – HIPOTÉTICO). Portanto essa inversão não ocorreu no ensaio com continuidade.

### MECANISMO INVERTIDO (HIPOTÉTICO)



**Figura 9.3 – Mecanismo invertido (hipotético) que mostra a inversão da biela.**

A teoria de que a biela se movimenta para o interior da laje pode ser comprovada com a comparação entre a posição da ruptura por cisalhamento entre os modelos EM1 e EM2. No modelo EM1, a ruptura se deu por cisalhamento com seção composta, ou seja, com continuidade. No modelo EM2, a ruptura por cisalhamento ocorreu com a seção simples, ou seja, com a situação de biapoçada (ver figuras 5.25 e 5.40, reproduzidas a seguir).

Além disso, é possível notar que a inclinação da biela é maior na situação biapoçada, por volta de  $45^\circ$ . Já com continuidade, essa inclinação diminuiu para algo em torno de  $30^\circ$ .



**Figura 5.25 – Ruptura por tração diagonal do EM1. Seção composta.**



*Figura 5.40 – Ruptura por tração diagonal do EM2. Seção simples.*

## 9.8 – Sugestões para trabalhos futuros

Apresentam-se a seguir algumas sugestões para futuras pesquisas. Para as análises experimentais com continuidade, sugerem-se as seguintes variações dos ensaios realizados neste trabalho, considerando:

- carregamentos distribuídos;
- alvéolos preenchidos.

Outras variações de ensaios podem ser feitas com continuidade, como, por exemplo, utilizando quatro elementos de lajes alveolares e carregamentos transversais. Além disso, pode-se, também, repetir todos os ensaios já citados, considerando a continuidade com aberturas nos alvéolos.

Todas as formas de continuidade sugeridas para os ensaios também podem ser estudadas de forma teórica, com simulações numéricas considerando elementos de casca, de placa ou, até mesmo, elementos de barra.

# REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

---

AMERICAN CONCRETE INSTITUTE. **ACI 318-08: Building code requirements for structural concrete and commentary**. Farmington Hill, MI, U.S.A, 2008.

ARAÚJO, C. A. M. **Estudo de lajes alveolares pré-tracionadas com auxílio de programa computacional**. 2007. 128p. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil) – Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, 2007.

ARAÚJO, C. A. M. **Contribuições para projeto de lajes alveolares protendidas**. 2011. 222p. Tese (Doutorado em Engenharia Civil) – Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, 2011.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 6118: Projeto de estruturas de concreto**. Rio de Janeiro, 2014.

\_\_\_\_\_. **NBR 7483: Cordoalhas de aço para o concreto protendido - requisitos**. Rio de Janeiro, 2004.

\_\_\_\_\_. **NBR 9062: Projeto e execução de estruturas de concreto pré-moldado**. Rio de Janeiro, 2006.

\_\_\_\_\_. **NBR 5739: Concreto – Ensaio de compressão de corpos de prova cilíndricos**. Rio de Janeiro, 2007.

\_\_\_\_\_. **NBR 8522: Concreto – Determinação do módulo estático de elasticidade à compressão**. Rio de Janeiro, 2008.

\_\_\_\_\_. **NBR 7222: Concreto e argamassa – Determinação da resistência à tração por compressão diametral de corpos de prova cilíndricos**. Rio de Janeiro, 2011.

\_\_\_\_\_. **NBR 6892: Materiais metálicos – Ensaio de tração. Parte 1: Método de ensaio à temperatura ambiente**. Rio de Janeiro, 2013.

\_\_\_\_\_. **NBR 14861: Laje pré-fabricada – painel alveolar de concreto protendido – Requisitos e procedimentos**. Rio de Janeiro, 2011.

AJDUKIEWICZ, A. B.; KLISZCZEWICZ, A. T.; WEGLORZ, M. **Behaviour of pre-tensioned hollow-core slabs with in-situ concrete topping**. In: FIB Symposium Dubrovnik 2007, Dubrovnik, Croatia, 20-23 May 2007.



ASSOCIATION OF MANUFACTURERS OF PRESTRESSED HOLLOW CORE FLOORS (ASSAP). **The hollow core floor design and applications**. 1.ed. Belfiore, Verona, Italy, 2002.

BAILEY, C. G.; LENNON, T. **Full-scale fire tests on hollow core floors**. The Structural Engineer. The Institution of Structural Engineers. London, United Kingdom, v.86, n.6, p.33-39, Mar. 2008. Disponível em: <<http://www.istructe.org/thestructuralengineer/>>. Acesso em maio 2011.

BARBIRI, R. A.; GASTAL F. P. S. L. **Análise numérico-experimental de elementos pré-moldados protendidos com continuidade posterior por adição de armadura**. In: Congresso Brasileiro do Concreto, 41 – IBRACON. Salvador. Set.-out. 1999.

BEER, F. P. **Resistência dos materiais**. 2.ed. São Paulo: McGraw-Hill, 1989.

BERTAGNOLI, G.; MANCINI, G. **Failure analysis of hollow core slabs tested in shear**. Structural Concrete, Journal of the FIB. International Federation for Structural Concrete (FIB) - Lausanne, Switzerland. v.10, n.3, p.139-152, Sep. 2009.

BRITISH STANDARD. **BS 8110-1. Structural use of concrete – Part 1: Code of practice for design and construction**. London, United Kingdom, 1997.

CAMILLO, C. A. **Continuidade de painéis de laje alveolar em edifícios**. 2012. 162p. Dissertação (Mestrado em Estruturas e Construção Civil) – Departamento de Engenharia Civil, Universidade Federal de São Carlos, São Carlos, 2012.

CANADIAN PRECAST/PRESTRESSED CONCRETE INSTITUTE. **CPCI. Design Manual 4**. 4.ed. Ottawa, ON, Canada, 2007.

CARVALHO, R. C. (a). **Estruturas de concreto pré-moldado**. Notas de aula. Departamento de Engenharia Civil, Universidade Federal de São Carlos, São Carlos, 2010.

CARVALHO, R. C. (b). **Estruturas em concreto protendido – pós-tração – pré-tração – cálculo e detalhamento**. 1.ed. São Paulo: PINI, 2012.

CARVALHO, R. C.; FIGUEIREDO FILHO, J. R. **Cálculo e detalhamento de estruturas usuais de concreto armado segundo a NBR 6118:2003**. 3.ed. São Carlos: EdUFSCar, 2007.

CATOIA, B. **Lajes alveolares protendidas: cisalhamento em região fissurada por flexão**. 2011. Tese (Doutorado em Engenharia de Estruturas) – Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, 2011.

CATOIA, B.; CARVALHO, R. C.; PINHEIRO, L. M.; FERREIRA, M. A. **Análise da resistência ao cisalhamento de lajes alveolares protendidas com capa de concreto.** In: Congresso Brasileiro do Concreto, 51 – IBRACON. Curitiba. Out. 2009.

COLLINS, M. P; MITCHELL, D. **Prestressed concrete structures.** 1.ed. Ontario, Canada. Response Publications, 1997.

COMITÉ EURO-INTERNATIONAL DU BÉTON. **CEB-FIP Model Code 1990.** CEB Bulletin d'Information nº213/214. 1993.

COMITÉ EUROPÉEN DE NORMALISATION. **EN 1168: Precast concrete products – hollow core slabs.** May 2005.

COMITÉ EUROPÉEN DE NORMALISATION. **EN 1992-1: Eurocode 2: design of concrete structures.** Dez. 2004.

COSTA, O. O. **Avaliação de desempenho de elementos de lajes alveolares protendidas pré-fabricadas.** 2009. 132p. Dissertação (Mestrado em Construção Civil) – Departamento de Engenharia Civil, Universidade Federal de São Carlos, São Carlos, 2009.

DAVIES, G.; ELLIOT, K. S.; OMAR, W. **Horizontal diaphragm action in precast concrete floors.** The Structural Engineer. The Institution of Structural Engineers. London, United Kingdom, v.68, n.2, p.25-33, Jan. 1990.

ECHO PRECAST ENGINEERING. Houthalen, Bélgica. Publicação eletrônica. Disponível em: <<http://www.echoprecast.com/en/the-company.html>>. Acesso em maio 2011.

EL DEBS, M. K. **Concreto pré-moldado: fundamentos e aplicações.** 1.ed. São Carlos: Edusp, 2000.

ELLIOT, K. S. **Precast concrete structures.** 1.ed. Woburn, MA, United Kingdom: Butterworth-Heinemann, 2002.

ELLIOT, K. S.; DAVIES, G.; OMAR, W. **Experimental and theoretical investigation of precast concrete hollow core slabs used as horizontal floor diaphragms.** The Structural Engineer. The Institution of Structural Engineers. London, United Kingdom, v.70, n.10, p.175-187, May 1992.

EUROPEAN CONCRETE PLATAFORM. **Eurocode 2 Commentary.** Brussels, Belgium. June 2008. Disponível em: <<http://www.europeanconcrete.eu/publications/eurocodes/114-commentarytoeurocode2>>. Acesso em: 30 jun. 2014.

F TOOL Two-dimensional frame analysis tool. Disponível em: <<https://web.tecgraf.puc-rio.br/ftool/>>. Acesso em: 13 jan. 2012.

FERNANDES, N. S. **Cisalhamento em lajes alveolares pré-fabricadas em concreto protendido: ensaio padrão de apoio para controle de qualidade**. 2007. 127p. Dissertação (Mestrado em Construção Civil) – Departamento de Engenharia Civil, Universidade Federal de São Carlos, São Carlos, 2007.

FERREIRA, M. A.; FERNANDES, N. S.; CARVALHO, R. C.; ORTENZI, A.; DONIAK, I. L. O.; LIVI, L. O. B. **Avaliação de desempenho da resistência ao cisalhamento em lajes alveolares pré-fabricadas em concreto protendido**. *Concreto & Construções*, IBRACON, São Paulo. n.48, p.46-51, out.-nov.-dez. 2007.

FERREIRA, R. A. **A pesquisa científica nas ciências sociais: caracterização e procedimentos**. Universidade Federal de Pernambuco, Recife, 1998.

FÉDÉRATION INTERNATIONALE DE LA PRÉCONTRAÎNTE (FIP). **Guide to good practice – shear at the interface of precast and in-situ concrete**. Wrexham Springs, England, 1982.

FÉDÉRATION INTERNATIONALE DE LA PRÉCONTRAÎNTE (FIP). **Guide to good practice: quality assurance of hollow core slab**. London, England, 1992.

FÉDÉRATION INTERNATIONALE DE LA PRÉCONTRAÎNTE (FIP). **Planning and design handbook on precast building structures**. London, England, 1994.

FÉDÉRATION INTERNATIONALE DU BÉTON (FIB). **Model code 2010 – First complete draft**. Lausanne, Switzerland, 2010.

FUSCO, P. B. **Estruturas de concreto: solicitações tangenciais**. 1.ed. São Paulo: Pini, 2008.

GASTAL F. P. S. L. **Instantaneous and time-dependent response and strength of jointless bridge beams**. 1986. 289p. These. North Carolina State University, Raleigh, North Carolina, U.S.A, 1986.

GIRHAMMAR, U. A. **Design principles for simply supported prestressed hollow core slabs**. *Structure Engineering*. Oxford, England, 4 (4), p. 301-316, 1992.

GIRHAMMAR, U. A.; PAJARI, M. **Tests and analysis on shear strength of composite slabs of hollow core units and concrete topping**. *Construction and Building Materials*. v.22, n.8, p.1708-1722, Aug. 2008.

GYLLTOFT, K. **Bond properties of strands in fatigue loading**. Research report TULEA. Division of Structural Engineering, Luleå University of Tecnology. Luleå, Sweden. v.22. 1979.

HEDMAN, O.; LOSBERG, A. **Design of concrete structures with regard to shear forces**. In Shear and Torsion. CEB Bulletin d'Information nº 126. Paris, 1978.

HEGGER, J.; ROGGENDORF, T.; KERKENI, N. **Shear capacity of prestressed hollow core slabs in slim floor constructions**. Engineering Structures. v.31, n.6, p.551-559, 2009.

HOSNY, A.; SAYED-AHMED, E. Y.; ABDELRAHMAN, A. A.; ALHABY, N. A. **Strengthening precast-prestressed hollow core slabs to resist negative moments using carbon fibre reinforced polymer strips: an experimental investigation and a critical review of Canadian Standards Association S806-02**. Canadian Journal of Civil Engineering. v.33, n.8, p.955-967, ago. 2006.

IBRAHIM, I. S. **Interface shear strength of hollow core slabs with concrete toppings**. 2008. These. University of Nottingham, Nottingham, United Kingdom, 2008.

IBRAHIM, I. S.; ELLIOTT, K. S.; COPELAND, S. **Bending capacity of precast prestressed hollow core slabs with concrete toppings**. Malaysian Journal of Civil Engineering. University of Technology Malaysia. Malaysia. v.20, n.2, p.260-283. 2008.

INTERNATIONAL FEDERATION FOR STRUCTURAL CONCRETE (FIB). **Special design considerations for precast prestressed hollow core floors**. Lausanne, Switzerland, 2000.

KONG, F. K.; EVANS, R. H. **Reinforced and prestressed concrete**. Spon Press, United Kingdom, 2001.

LEONHARDT, F. **Construções de concreto: princípios básicos do dimensionamento de estruturas de concreto armado**. 1.ed. v.1. Rio de Janeiro: Interciência, 1977.

MARCELLINO, N. A. **Ligação laje-viga de estruturas pré-fabricadas de concreto**. 2001. 182p. Tese (Doutorado em Engenharia Civil) – Escola Politécnica, Universidade de São Paulo, São Paulo, 2001.

MARQUESI, M. L. G. **Contribuição ao estudo dos mecanismos resistentes à força cortante em lajes alveolares protendidas**. 2014. 144p. Dissertação (Mestrado em Construção Civil) – Departamento de Engenharia Civil, Universidade Federal de São Carlos, São Carlos, 2014.

MELO, C. E. E. **Manual Munte de projetos em pré-fabricados de concreto**. 2.ed. São Paulo: Pini, 2007.

MENEGOTTO, M.; MONTI G. **Waved joint for seismic-resistant precast floor diaphragms**. Journal of Structural Engineering. American Society of Civil Engineers (ASCE). Reston, VA, U.S.A. p.1515-1525, Oct. 2005.

MICALLEF, P. **Assessment of shear capacity of prestressed hollow core floor units in the local construction industry**. Buildingindustryconsultativecouncil (BICC). Malta, 2005. Disponível em: <[http://www.bicc.gov.mt/bicc/files\\_folder/P%20Micallef.pdf](http://www.bicc.gov.mt/bicc/files_folder/P%20Micallef.pdf)>. Acesso em 15 maio 2011.

MOSS, R. M. **Load testing of hollow plank concrete floors**. The Structural Engineer. The Institution of Structural Engineers. London, United Kingdom, v.73, n.10, p.161-168, May 1995.

NAWY, E. G. **Reinforced concrete: a fundamental approach**. 3.ed. New Jersey, U.S.A. Prentice Hall, 1996.

PAJARI, M. **Design of prestressed hollow core slabs**. Technical research center of Finland. Espoo, Finland. Rep 567, 1989.

PAJARI, M.; KOUKKARI, H. **Shear resistance of PHC slabs supported on beans. I: tests**. Journal of Structural Engineering. American Society of Civil Engineers (ASCE). Reston, VA, U.S.A. p.1050-1061, Sep. 1998.

PALMER, K. D.; SCHULTZ, A. E. **Web shear strength of precast, prestressed concrete hollow core slab units: a final report**. Department of Civil Engineering. University of Minnesota. Minneapolis, MN, U.S.A. July 2009.

PET CIVIL – UFJF. Publicação eletrônica. Disponível em: <<http://blogdopetcivil.com/2011/08/18/lajes-alveolares/>>. Acesso em mai. 2011.

PETRUCELLI, N. S. **Considerações sobre projeto e fabricação de lajes alveolares protendidas**. 2009. 103p. Dissertação (Mestrado em Construção Civil) – Departamento de Engenharia Civil, Universidade Federal de São Carlos, São Carlos, 2009.

PETRUCELLI, N. S.; CARVALHO, R. C. **O uso de continuidade em pavimentos com lajes alveolares protendidas**. In: Congresso Brasileiro do Concreto, 52 – IBRACON. Fortaleza. out. 2010.

PRECAST/PRESTRESSED CONCRETE INSTITUTE. **PCI. Manual for the design of hollow core slabs**. 7.ed. Chicago, IL, U.S.A., 2010.

RAYMUNDO, R. **Análise de pavimentos de edifícios em concreto pré-fabricado considerando o efeito diafragma**. 2012. 245p. Dissertação (Mestrado em Construção Civil) – Departamento de Engenharia Civil, Universidade Federal de São Carlos, São Carlos, 2012.

REAGAN, P. **Ultimate limit states principles**. In Structural Concrete, vol. 2. FIB CEB-FIP Bulletin nº2. Stuttgart, 1999.

RETTNE, L.; EDEKLING, K. **Improved design method for webs shear tension failure in hollow core units**. Master's Thesis – Department of Civil and Environmental Engineering, Division of Structural Engineering, Chalmers University of Technology, Göterborg, Sweden, 2006.

RESENDE, R. S.; GASTAL, F. P. S. L. **Análise numérico-experimental de lajes pré-moldadas protendidas com continuidade posterior por adição de sobrecamada de concreto armado**. In: Congresso Brasileiro do Concreto, 41 – IBRACON. Salvador. Set.-out. 1999.

SANTOS, L. C. **A questão do método na investigação científica**. Tecbaia Revista Baiana de Tecnologia, v.19, Maio/dez., 2004, p.5-12.

SANTOS, P. M. D.; JULIO, E. N. B. S.; SILVA, V. D. **Correlation between concrete-to-concrete bond strength and the roughness of the substrate surface**. Constructionandbuildingmaterials. Endereço. v.21, n.28, p.1688-1695, ago. 2007.

SOARES L. F. S. **Efeitos dependentes do tempo em vigas pré-moldadas compostas com lajes alveolares e vinculações semi-rígidas**. 2011. 179p. Dissertação (Mestrado em Engenharia de Estruturas) – Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, 2011

SCHOKBETON INC. Québec, Canada. Publicação eletrônica. Disponível em: <<http://www.schokbeton.com/eng/dalles.html>>. Acesso em maio 2011.

SILVA, E. L; MENEZES, E. M. **Metodologia da pesquisa e elaboração de dissertação**. 4 ed. Florianópolis: UFSC, 2005. Cap 2-4, p. 19-36.

TAPE, W.; KENNEDY, J.; MADUGULA, M.; COLLAVINO, L. **Bearing Capacity of grouted and ungrouted recessed ends in hollow core slabs**. PCI Journal. Precast/Prestressed Concrete Institute, Chicago, IL, U.S.A. p.88-95, Nov.-Dec. 2005.

TAN, K.; ZHENG, L.; PARAMASIVAM, P. **Designing hollow core slabs for continuity**. PCI Journal. Precast/Prestressed Concrete Institute, Chicago, IL, U.S.A. v.41, n.1, p.82-91, Jan.-Feb. 1996.



TASSI, G. **Bond properties of prestressing strands**. Proceedings of the FIP symposium. Jerusalem, Israel. 1988.

TKALČIĆ, D.; BANIĆ, D.; ZUPČIĆ, M.; PERIĆ, Z. **Prestressed hollow core slabs – shear resistance test according to HRN EN 1168:2005**. In: FIB Symposium Dubrovnik 2007, Dubrovnik, Croatia, 20-23 May 2007.

UEDA, T.; STITMANNATHUM, B. **Shear strength of precast prestressed hollow slabs with concrete topping**. ACI Structural Journal. American Concrete Institute (ACI), Farmington Hills, MI, U.S.A. v.88, n.4, p.402-410, July-Aug. 1991.

WEILER C. HOLZBERGER. Rio Claro, Brasil. Publicação eletrônica. Disponível em: <<http://weiler.com.br>>. Acesso em maio 2011.

WIGHT, J. K; MACGREGOR, J. G. **Reinforced concrete: mechanics & design**. 6.ed. New Jersey, U.S.A. Pearson, 2012.

YANG, L. **Design of prestressed hollow core slabs with reference to web shear failure**. Journal of Structural Engineering. American Society of Civil Engineers (ASCE). Reston, VA, U.S.A. v.120, n.9, p.2675-2696, Sep. 1994.

# APÊNDICE A

## APA1 – Tabelas de discretização da laje EM1

Tabela APA1.1 – Valores da discretização em faixas: EM1 – MOMENTO POSITIVO – SEÇÃO COMPOSTA

FAIXA (i)	$b_{w,i}$ (m)	$h_i$ (m)	$y_i$ (m)	$f_{ck,i}$ ( $\text{kN}/\text{m}^2$ )	$F_{c,i}$ (kN)	$F_{c, tot,i}$ (kN)	$h_{tot,i}$ (m)	$F_{c,i} \cdot y_i$	$y_{cg, F_{c,tot,i}}$ (m)	$z_p$ (m)	MR (kN.m)	$y_p$ (m)	$x_p$ (m)	CAPA		MESA SUPERIOR	
														$y_p$ (m)	$x_p$ (m)	$y_p$ (m)	$x_p$ (m)
1	1,92	0,001	0,0005	30000	48,96	48,96	0,001	0,02448	0,000500	0,22450	10,99152	0,0010	0,00125	...	...	...	...
2	1,92	0,001	0,0015	30000	48,96	97,92	0,002	0,09792	0,001000	0,22400	21,93408	0,0020	0,0025	...	...	...	...
3	1,92	0,001	0,0025	30000	48,96	146,88	0,003	0,22032	0,001500	0,22350	32,82768	0,0030	0,00375	...	...	...	...
4	1,92	0,001	0,0035	30000	48,96	195,84	0,004	0,39168	0,002000	0,22300	43,67232	0,0040	0,005	...	...	...	...
5	1,92	0,001	0,0045	30000	48,96	244,8	0,005	0,612	0,002500	0,22250	54,46800	0,0050	0,00625	...	...	...	...
...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...
30	1,92	0,001	0,0295	30000	48,96	1468,8	0,03	22,032	0,015000	0,21000	308,44800	0,0300	0,0375	...	...	...	...
31	1,92	0,001	0,0305	30000	48,96	1517,76	0,031	23,52528	0,015500	0,20950	317,97072	0,0310	0,03875	...	...	...	...
32	1,92	0,001	0,0315	30000	48,96	1566,72	0,032	25,06752	0,016000	0,20900	327,44448	0,0320	0,04	...	...	...	...
33	1,92	0,001	0,0325	30000	48,96	1615,68	0,033	26,65872	0,016500	0,20850	336,86928	0,0330	0,04125	...	...	...	...
34	1,92	0,001	0,0335	30000	48,96	1664,64	0,034	28,29888	0,017000	0,20800	346,24512	0,0340	0,0425	...	...	...	...
35	1,92	0,001	0,0345	30000	48,96	1713,6	0,035	29,988	0,017500	0,20750	355,57200	0,0350	0,04375	...	...	...	...
...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...
51	1,9694	0,001	0,0505	40000	66,96	2514,96	0,051	64,5814598	0,025679	0,19932	501,28445	0,0514	0,0642	...	...	...	...
52	1,9694	0,001	0,0515	40000	66,96	2581,919	0,052	68,0298792	0,026349	0,19865	512,90194	0,0527	0,06587	...	...	...	...
53	1,9694	0,001	0,0525	40000	66,96	2648,879	0,053	71,5452582	0,027010	0,19799	524,45247	0,0540	0,06752	...	...	...	...
54	1,9694	0,001	0,0535	40000	66,96	2715,838	0,054	75,1275968	0,027663	0,19734	535,93604	0,0553	0,06916	...	...	...	...
55	1,9694	0,001	0,0545	40000	66,96	2782,798	0,055	78,776895	0,028309	0,19669	547,35266	0,0566	0,07077	...	...	...	...
56	1,9677	0,001	0,0555	40000	66,9	2849,7	0,056	82,4899449	0,028947	0,19605	558,69251	0,0579	0,07237	...	...	...	...

**Tabela APA1.2 – Valores da discretização em faixas: EM1 – MOMENTO NEGATIVO – SEÇÃO COMPOSTA**

FAIXA (i)	$b_{\text{web}}$ (m)	$h_i$ (m)	$A_{\text{acc},i}$ (m <sup>2</sup> )	$y_i$ (m)	$f_{\text{cd},i}$ (kN/m <sup>2</sup> )	$F_{c,i}$ (kN)	$F_{c,\text{tot},i}$ (kN)	$h_{\text{tot},i}$ (m)	$F_{c,i} \cdot y_i$	$y_{\text{cg}, F_{c,\text{tot},i}}$ (m)	$z_p$ (m)	MR (kN.m)	$y_p$ (m)	$x_p$ (m)	ALVÉOLOS		MESA INFERIOR		
															$F_{c,i}$ (kN)	$F_{c,\text{tot},i}$ (kN)	$h_{\text{tot},i}$ (m)	$F_{c,i} \cdot y_i$	$y_{\text{cg}, F_{c,\text{tot},i}}$ (m)
175	1,2113	0,001		0,1745	40000	41,1842	5279,741	0,175	377,5302115	0,071505	0,15349	810,41151	0,1430	0,178764					
174	1,2113	0,001		0,1735	40000	41,1842	5238,5568	0,174	370,3435686	0,070696	0,15430	808,33171	0,1414	0,176739					
173	1,2113	0,001		0,1725	40000	41,1842	5197,3726	0,173	363,1981099	0,069881	0,15512	806,21073	0,1398	0,174703					
172	1,2113	0,001		0,1715	40000	41,1842	5156,1884	0,172	356,0938354	0,069061	0,15594	804,04855	0,1381	0,172654					
171	1,2113	0,001		0,1705	40000	41,1842	5115,0042	0,171	349,0307451	0,068237	0,15676	801,84520	0,1365	0,170592					
...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...				
25	2,0	0,001		0,0245	40000	68	1690,225	0,025	21,1918515	0,012538	0,21246	359,10877	0,0251	0,031345					
24	2,0	0,001		0,0235	40000	68	1622,225	0,024	19,5258515	0,012036	0,21296	345,47477	0,0241	0,030091					
23	2,0	0,001		0,0225	40000	68	1554,225	0,023	17,9278515	0,011535	0,21347	331,77277	0,0231	0,028837					
22	2,0	0,001		0,0215	40000	68	1486,225	0,022	16,3978515	0,011033	0,21397	318,00277	0,0221	0,027583					
...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...				
5	1,9697	0,001		0,0045	40000	66,9698	334,747	0,005	0,8370715	0,002501	0,22250	74,48100	0,0050	0,006252					
4	1,9697	0,001		0,0035	40000	66,9698	267,7772	0,004	0,5357074	0,002001	0,22300	59,71416	0,0040	0,005001					
3	1,9697	0,001		0,0025	40000	66,9698	200,8074	0,003	0,3013131	0,001501	0,22350	44,88035	0,0030	0,003751					
2	1,9697	0,001		0,0015	40000	66,9698	133,8376	0,002	0,1338886	0,001000	0,22400	29,97957	0,0020	0,002501					
1	1,9667	0,001		0,0005	40000	66,8678	66,8678	0,001	0,0334339	0,000500	0,22450	15,01182	0,0010	0,00125					

## APA2 – Tabelas de discretização da laje EM2

Tabela APA2.1 – Valores da discretização em faixas: EM2 – MOMENTO POSITIVO – SEÇÃO COMPOSTA

FAIXA (i)	b <sub>w,j</sub> (m)	h <sub>i</sub> (m)	y <sub>i</sub> (m)	f <sub>ok,j</sub> (kN/m <sup>2</sup> )	F <sub>c,i</sub> (kN)	F <sub>c,ten,j</sub> (kN)	h <sub>ten,i,j</sub> (m)	F <sub>c,j</sub> · y <sub>i</sub>	y <sub>eq, Fc,ten,i,j</sub> (m)	z <sub>p</sub> (m)	MR (kN.m)	y <sub>p</sub> (m)	x <sub>p</sub> (m)	CAPA		MESA SUPERIOR	
														...	...	...	...
1	1,142	0,001	0,0005	60000	58,242	58,242	0,001	0,029121	0,0005000	0,2695	15,696219	0,001	0,00125	...	...	...	...
2	1,142	0,001	0,0015	60000	58,242	116,484	0,002	0,116484	0,0010000	0,269	31,334196	0,002	0,0025	...	...	...	...
3	1,142	0,001	0,0025	60000	58,242	174,726	0,003	0,262089	0,0015000	0,2685	46,913931	0,003	0,00375	...	...	...	...
4	1,142	0,001	0,0035	60000	58,242	232,968	0,004	0,465936	0,0020000	0,268	62,435424	0,004	0,005	...	...	...	...
5	1,142	0,001	0,0045	60000	58,242	291,21	0,005	0,728025	0,0025000	0,2675	77,898675	0,005	0,00625	...	...	...	...
...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...
28	1,142	0,001	0,0275	60000	58,242	1630,776	0,028	22,830864	0,0140000	0,256	417,47866	0,028	0,035	...	...	...	...
29	1,142	0,001	0,0285	60000	58,242	1689,018	0,029	24,490761	0,0145000	0,2555	431,5441	0,029	0,03625	...	...	...	...
30	1,142	0,001	0,0295	60000	58,242	1747,26	0,03	26,2089	0,0150000	0,255	445,5513	0,03	0,0375	...	...	...	...
31	1,142	0,001	0,0305	60000	58,242	1805,502	0,031	27,985281	0,0155000	0,2545	459,50026	0,031	0,03875	...	...	...	...
32	1,142	0,001	0,0315	60000	58,242	1863,744	0,032	29,819904	0,0160000	0,254	473,39098	0,032	0,04	...	...	...	...
33	1,142	0,001	0,0325	60000	58,242	1921,986	0,033	31,712769	0,0165000	0,2535	487,22345	0,033	0,04125	...	...	...	...
34	1,142	0,001	0,0335	60000	58,242	1980,228	0,034	33,663876	0,0170000	0,253	500,99768	0,034	0,0425	...	...	...	...
...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...
51	1,20	0,001	0,0505	40000	40,8	2952,9	0,051	74,8629	0,0253523	0,244648	722,4201	0,050705	0,063381	...	...	...	...
52	1,20	0,001	0,0515	40000	40,8	2993,7	0,052	76,9641	0,0257087	0,244291	731,3349	0,051417	0,064272	...	...	...	...
53	1,20	0,001	0,0525	40000	40,8	3034,5	0,053	79,1061	0,0260689	0,243931	740,2089	0,052138	0,065172	...	...	...	...
54	1,20	0,001	0,0535	40000	40,8	3075,3	0,054	81,2889	0,0264328	0,243567	749,0421	0,052866	0,066082	...	...	...	...
55	1,20	0,001	0,0545	40000	40,8	3116,1	0,055	83,5125	0,0268003	0,2432	757,8345	0,053601	0,067001	...	...	...	...
56	1,20	0,001	0,0555	40000	40,8	3156,9	0,056	85,7769	0,0271712	0,242829	766,5861	0,054342	0,067928	...	...	...	...
57	1,20	0,001	0,0565	40000	40,8	3197,7	0,057	88,0821	0,0275455	0,242455	775,2969	0,055091	0,068864	...	...	...	...
58	1,20	0,001	0,0575	40000	40,8	3238,5	0,058	90,4281	0,0279228	0,242077	783,9669	0,055846	0,069807	...	...	...	...



**Tabela AP2.2 – Valores da discretização em faixas: EM2 – MOMENTO NEGATIVO – SEÇÃO COMPOSTA**

FAIXA (i)	$b_{wi}$ (m)	$h_i$ (m)	$A_{bc,i}$ (m <sup>2</sup> )	$y_i$ (m)	$f_{ck,i}$ (kN/m <sup>2</sup> )	$F_{c,i}$ (kN)	$F_{c,tot,i}$ (kN)	$h_{tot,i}$ (m)	$F_{c,i} \cdot y_i$	$V_{eq, F_{c,tot,i}}$ (m)	$z_p$ (m)	MR (kN.m)	$y_p$ (m)	$x_p$ (m)	ALVÉOLOS		MESA INFERIOR	
55	0,7211	0,001		0,0545	40000	24,517	2156,603	0,055	55,2872725	0,025636277	0,244364	526,99554	0,051273	0,064091				
54	0,7211	0,001		0,0535	40000	24,517	2132,0856	0,054	53,9510742	0,025304366	0,244696	521,71204	0,050609	0,063261				
53	0,7211	0,001		0,0525	40000	24,517	2107,5682	0,053	52,6393933	0,024976365	0,245024	516,40402	0,049953	0,062441				
52	0,7211	0,001		0,0515	40000	24,517	2083,0508	0,052	51,3522298	0,024652414	0,245348	511,07149	0,049305	0,061631				
51	0,7211	0,001		0,0505	40000	24,517	2058,5334	0,051	50,0895837	0,024332655	0,245667	505,71443	0,048665	0,060832				
50	0,7211	0,001		0,0495	40000	24,517	2034,016	0,05	48,851455	0,024017242	0,245983	500,33287	0,048034	0,060043				
49	0,7211	0,001		0,0485	40000	24,517	2009,4986	0,049	47,6378437	0,023706333	0,246294	494,92678	0,047413	0,059266				
48	0,7211	0,001		0,0475	40000	24,517	1984,9812	0,048	46,4487498	0,023400096	0,2466	489,49617	0,0468	0,0585				
47	0,7211	0,001		0,0465	40000	24,517	1960,4638	0,047	45,2841733	0,023098704	0,246901	484,04105	0,046197	0,057747				
46	0,7211	0,001		0,0455	40000	24,517	1935,9464	0,046	44,1441142	0,022802343	0,247198	478,56141	0,045605	0,057006				
45	1,25	0,001		0,0445	40000	42,5	1911,429	0,045	43,0285725	0,022511206	0,247489	473,05726	0,045022	0,056278				
44	1,25	0,001		0,0435	40000	42,5	1868,929	0,044	41,1373225	0,022011175	0,247989	463,47351	0,044022	0,055028				
43	1,25	0,001		0,0425	40000	42,5	1826,429	0,043	39,2885725	0,021511141	0,248489	453,84726	0,043022	0,053778				
42	1,25	0,001		0,0415	40000	42,5	1783,929	0,042	37,4823225	0,021011107	0,248989	444,17851	0,042022	0,052528				
41	1,25	0,001		0,0405	40000	42,5	1741,429	0,041	35,7185725	0,020511070	0,249489	434,46726	0,041022	0,051278				
40	1,25	0,001		0,0395	40000	42,5	1698,929	0,04	33,9973225	0,020011032	0,249989	424,71351	0,040022	0,050028				
...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...			
5	1,2437	0,001		0,0045	40000	42,286	211,429	0,005	0,5285725	0,002500000	0,2675	56,557258	0,005	0,00625				
4	1,2437	0,001		0,0035	40000	42,286	169,1432	0,004	0,3382864	0,002000000	0,268	45,330378	0,004	0,005				
3	1,2437	0,001		0,0025	40000	42,286	126,8574	0,003	0,1902861	0,001500000	0,2685	34,061212	0,003	0,00375				
2	1,2437	0,001		0,0015	40000	42,286	84,5716	0,002	0,0845716	0,001000000	0,269	22,74976	0,002	0,0025				
1	1,2437	0,001		0,0005	40000	42,286	42,2858	0,001	0,0211429	0,000500000	0,2695	11,396023	0,001	0,00125				

## APA3 – Tabelas de discretização da laje EM3

Tabela APA3.1 – Valores da discretização em faixas: EM3 – MOMENTO POSITIVO – SEÇÃO COMPOSTA

FAIXA (i)	b <sub>w,j</sub> (m)	h <sub>i</sub> (m)	y <sub>i</sub> (m)	f <sub>cd,i</sub> (kN/m <sup>2</sup> )	F <sub>c,i</sub> (kN)	F <sub>c,inst,i</sub> (kN)	h <sub>inst,i</sub> (m)	F <sub>c,i</sub> · y <sub>i</sub>	Y <sub>eq,Fc,inst,i</sub> (m)	z <sub>p</sub> (m)	MR (kN.m)	y <sub>p</sub> (m)	x <sub>p</sub> (m)	CAPA		MESA SUPERIOR	
														...	...	...	...
1	1,13	0,001	0,0005	30000	28,815	28,815	0,001	0,0144075	0,0005000	0,1795	5,1722925	0,0010	0,00125	...	...		
2	1,13	0,001	0,0015	30000	28,815	57,63	0,002	0,05763	0,0010000	0,179	10,31577	0,0020	0,0025	...	...		
3	1,13	0,001	0,0025	30000	28,815	86,445	0,003	0,1296675	0,0015000	0,1785	15,4304325	0,0030	0,00375	...	...		
4	1,13	0,001	0,0035	30000	28,815	115,26	0,004	0,23052	0,0020000	0,178	20,51628	0,0040	0,005	...	...		
5	1,13	0,001	0,0045	30000	28,815	144,075	0,005	0,3601875	0,0025000	0,1775	25,5733125	0,0050	0,00625	...	...		
...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...		
15	1,13	0,001	0,0145	30000	28,815	432,225	0,015	3,2416875	0,0075000	0,1725	74,5588125	0,0150	0,01875	...	...		
16	1,13	0,001	0,0155	30000	28,815	461,04	0,016	3,68832	0,0080000	0,172	79,29888	0,0160	0,02	...	...		
17	1,13	0,001	0,0165	30000	28,815	489,855	0,017	4,1637675	0,0085000	0,1715	84,0101325	0,0170	0,02125	...	...		
18	1,13	0,001	0,0175	30000	28,815	518,67	0,018	4,66803	0,0090000	0,171	88,69257	0,0180	0,0225	...	...		
19	1,13	0,001	0,0185	30000	28,815	547,485	0,019	5,2011075	0,0095000	0,1705	93,3461925	0,0190	0,02375	...	...		
...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...		
51	1,19	0,001	0,0505	40000	40,46	1481,21	0,051	38,06198	0,0256965	0,1543	228,55582	0,0514	0,0642414	...	...		
52	1,19	0,001	0,0515	40000	40,46	1521,67	0,052	40,14567	0,0263826	0,15362	233,75493	0,0528	0,0659566	...	...		
53	1,19	0,001	0,0525	40000	40,46	1562,13	0,053	42,26982	0,0270591	0,15294	238,91358	0,0541	0,0676477	...	...		
54	1,19	0,001	0,0535	40000	40,46	1602,59	0,054	44,43443	0,0277266	0,15227	244,03177	0,0555	0,0693166	...	...		
55	1,19	0,001	0,0545	40000	40,46	1643,05	0,055	46,6395	0,0283859	0,15161	249,1095	0,0568	0,0709648	...	...		
56	1,19	0,001	0,0555	40000	40,46	1683,51	0,056	48,88503	0,0290376	0,15096	254,14677	0,0581	0,0725939	...	...		
57	1,19	0,001	0,0565	40000	40,46	1723,97	0,057	51,17102	0,0296821	0,15032	259,14358	0,0594	0,0742052	...	...		
58	1,19	0,001	0,0575	40000	40,46	1764,43	0,058	53,49747	0,0303200	0,14968	264,09993	0,0606	0,0757999	...	...		
59	1,19	0,001	0,0585	40000	40,46	1804,89	0,059	55,86438	0,0309517	0,14905	269,01582	0,0619	0,0773792	...	...		
60	1,19	0,001	0,0595	40000	40,46	1845,35	0,06	58,27175	0,0315776	0,14842	273,89125	0,0632	0,078944	...	...		



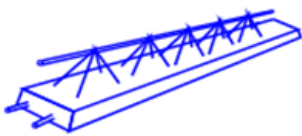
**Tabela APA3.2 – Valores da discretização em faixas: EM3 – MOMENTO NEGATIVO – SEÇÃO COMPOSTA**

FAIXA (i)	b <sub>mi</sub> (m)	h <sub>i</sub> (m)	A <sub>rec,j</sub> (m <sup>2</sup> )	y <sub>i</sub> (m)	f <sub>ok,j</sub> (KN/m <sup>2</sup> )	F <sub>c,j</sub> (KN)	F <sub>c,tot,i</sub> (kN)	h <sub>net,i</sub> (m)	F <sub>c,i</sub> · y <sub>i</sub>	y <sub>eq, Fc,tot,i</sub> (m)	z <sub>p</sub> (m)	MR (kN.m)	y <sub>p</sub> (m)	x <sub>p</sub> (m)
39	0,616	0,001		0,0385	40000	20,944	1450,236	0,039	25,408812	0,01752047	0,162480	235,633668	0,0350	0,043801
38	0,616	0,001		0,0375	40000	20,944	1429,292	0,038	24,602468	0,01721305	0,162787	232,670092	0,0344	0,043033
37	0,616	0,001		0,0365	40000	20,944	1408,348	0,037	23,817068	0,01691135	0,163089	229,685572	0,0338	0,042278
36	0,616	0,001		0,0355	40000	20,944	1387,404	0,036	23,052612	0,01661564	0,163384	226,680108	0,0332	0,041539
35	0,616	0,001		0,0345	40000	20,944	1366,46	0,035	22,3091	0,01632620	0,163674	223,6537	0,0327	0,040816
34	0,616	0,001		0,0335	40000	20,944	1345,516	0,034	21,586532	0,01604331	0,163957	220,606348	0,0321	0,040108
33	0,616	0,001		0,0325	40000	20,944	1324,572	0,033	20,884908	0,01576729	0,164233	217,538052	0,0315	0,039418
32	0,616	0,001		0,0315	40000	20,944	1303,628	0,032	20,204228	0,01549846	0,164502	214,448812	0,0310	0,038746
31	0,616	0,001		0,0305	40000	20,944	1282,684	0,031	19,544492	0,01523718	0,164763	211,338628	0,0305	0,038093
30	1,23	0,001		0,0295	40000	41,82	1261,74	0,03	18,9057	0,01498383	0,165016	208,2075	0,0300	0,037460
17	1,245	0,001		0,0165	40000	42,33	716,55	0,017	6,101385	0,00851495	0,171485	122,877615	0,0170	0,021287
16	1,245	0,001		0,0155	40000	42,33	674,22	0,016	5,40294	0,00801362	0,171986	115,95666	0,0160	0,020034
15	1,245	0,001		0,0145	40000	42,33	631,89	0,015	4,746825	0,00751211	0,172488	108,993375	0,0150	0,018780
14	1,245	0,001		0,0135	40000	42,33	589,56	0,014	4,13304	0,00701038	0,172990	101,98776	0,0140	0,017526
13	1,245	0,001		0,0125	40000	42,33	547,23	0,013	3,561585	0,00650839	0,173492	94,939815	0,0130	0,016271
...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...
5	1,236	0,001		0,0045	40000	42,024	210,12	0,005	0,5253	0,00250000	0,177500	37,2963	0,0050	0,006250
4	1,236	0,001		0,0035	40000	42,024	168,096	0,004	0,336192	0,00200000	0,178000	29,921088	0,0040	0,005000
3	1,236	0,001		0,0025	40000	42,024	126,072	0,003	0,189108	0,00150000	0,178500	22,503852	0,0030	0,003750
2	1,236	0,001		0,0015	40000	42,024	84,048	0,002	0,084048	0,00100000	0,179000	15,044592	0,0020	0,002500
1	1,236	0,001		0,0005	40000	42,024	42,024	0,001	0,021012	0,00050000	0,179500	7,543308	0,0010	0,001250

# APÊNDICE B

## APB1 – Caracterização do concreto das lajes alveolares

**Tabela APB1.1 – Resultados dos ensaios à compressão dos corpos de prova correspondentes ao concreto das lajes alveolares do ensaio EM1.**

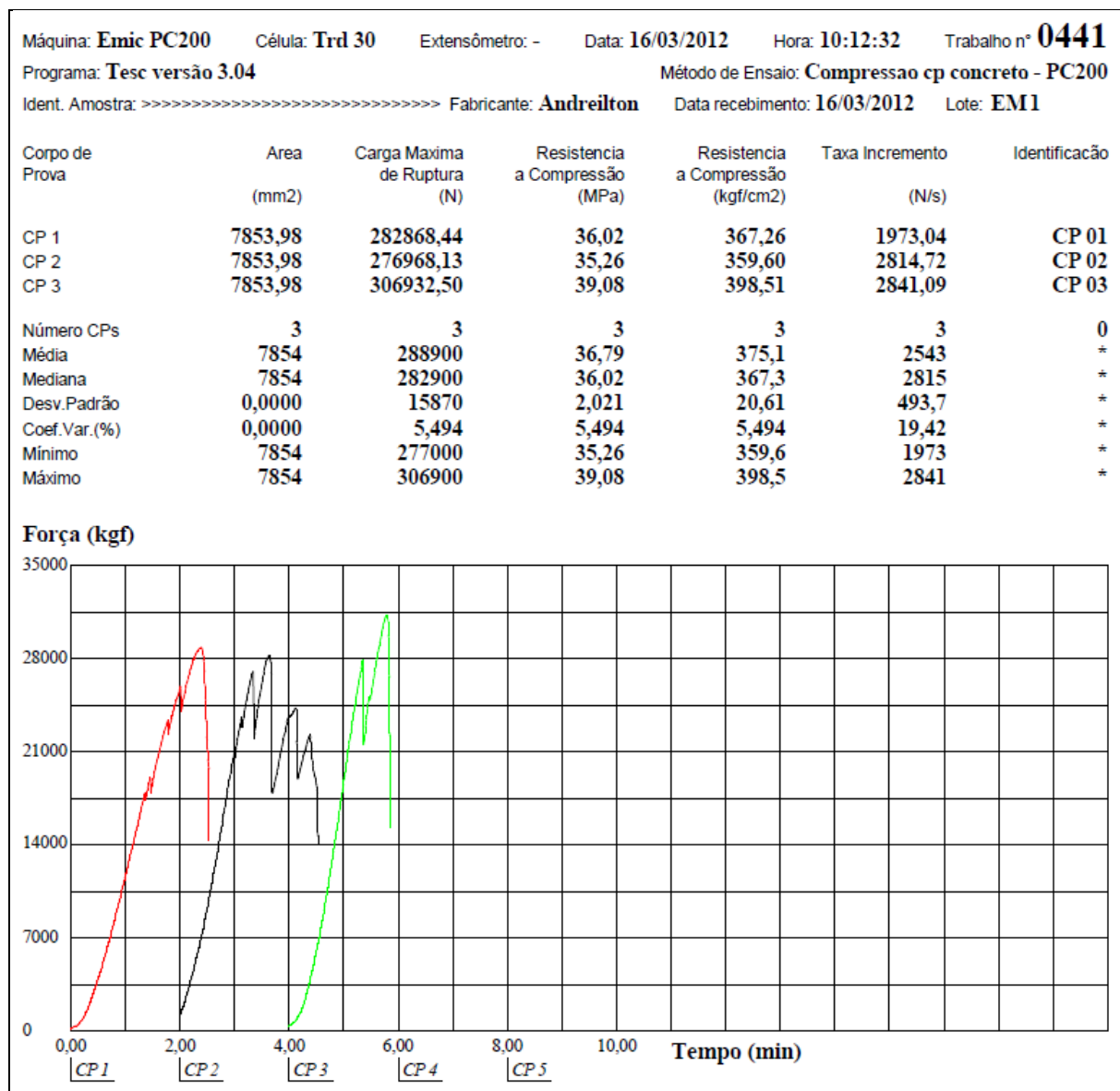
		<b>LAJE TRELIÇADA IND. E COM LTDA</b>						Av. Miguel Sutil, 14219 Cuiabá - MT	
<b>EMPRESA:</b> Laje treliçada ind. e com Ltda.							<b>FCK: 40 MPa</b>		
<b>OBRA:</b> Estádio									
Fornecedor	Nota Fiscal	Data De Moldagem	PEÇA CONCRETADA	CORDOALHAS	CP,s	7			
						DATA RUPT.	MPa		
CONCREMAX	93	28/11/2011	ENSAIO	916,641,911,245,9 10,641,915,133	1	5/12/2011	37,4		

**Tabela APB1.2 – Resultados dos ensaios à compressão dos corpos de prova correspondentes ao concreto das lajes alveolares do ensaio EM2.**

LABORATÓRIO DE CONTROLE TECNOLÓGICO - CASSOL								Pág.: 1	
ENSAIO : CONCRETO - ENSAIO DE COMPRESSÃO DE CORPOS DE PROVA CILÍNDRICOS									
NORMA APLICÁVEL :					PROCEDIMENTO:				
OBRA : UNIVERSIDADE FEDERAL DE SAO CARLOS					Período: 15 à 15 de Fevereiro de 2012				
PRODUTO : BLOCO P/PISO CONCR.L26.5					( fck 30 MPa )				
DATA DA PRODUÇÃO	PEÇA	ORDEM DE PRODUÇÃO	QTDE. O.P.	RESISTÊNCIA (MPa)					
				LIBERAÇÃO			28 DIAS		
				Ruptura	CP-1	CP-2	Ruptura	CP-1	CP-2
15/02/2012	UFCA-LA-000001	479.748	12	25 Horas	17,1	21,0	14/03/2012	42,4	40,9
OBSERVAÇÃO : As peças foram produzidas na Unidade Fabril de CASSOL MONTE MOR - SP									
Data da Última Aferição da Prensa : 00/00/0000					Realizada por				
Periodicidade de Aferição: Anual									

## APB2 – Ensaios de resistência à compressão

**Tabela APB2.1 – Resultados dos ensaios à compressão dos corpos de prova correspondentes ao concreto da capa do ensaio EM1.**





**Tabela APB2.3 – Resultados dos ensaios à compressão dos corpos de prova correspondentes ao concreto da capa do ensaio EM3.**

Corpo de Prova	Diâmetro (mm)	Área (mm <sup>2</sup> )	Força Máxima (kgf)	Resistência à Compressão (MPa)	Código	Modelagem	Idade
CP 1	99,98	7850,84	44876,32	56,06	R1	11/06/2012	15 Dias
CP 2	101,43	8080,21	37185,25	45,13	R2	11/06/2012	15 Dias
CP 3	99,78	7819,93	41536,47	52,09	R3	11/06/2012	15 Dias
Número CPs	3	3	3	3	0	0	0
Média	100,4	7917	41200	51,09	*	*	*
Mediana	99,98	7851	41540	52,09	*	*	*
Desv. Padrão	0,8994	142,2	3857	5,531	*	*	*
Coef. Var. (%)	0,8959	1,796	9,361	10,82	*	*	*
Mínimo	99,78	7820	37190	45,13	*	*	*
Máximo	101,4	8080	44880	56,06	*	*	*

**Força (kN)**

Tempo (s)







## APB5 – Resistência à tração por compressão diametral

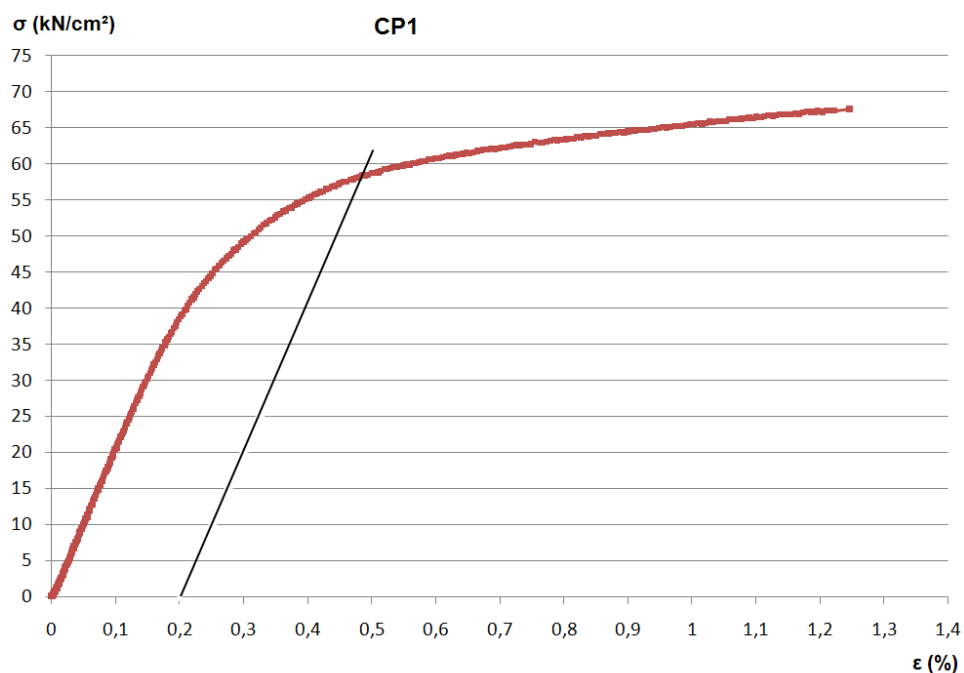


Figura APB5.1 – Ensaio de resistência à tração direta em barras de aço de armadura passiva (CP1).

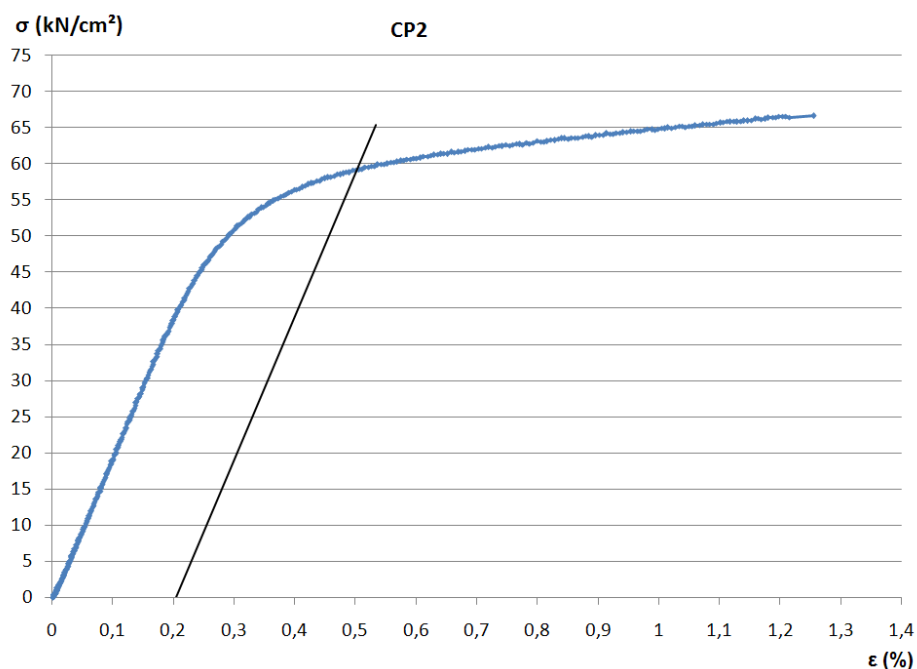
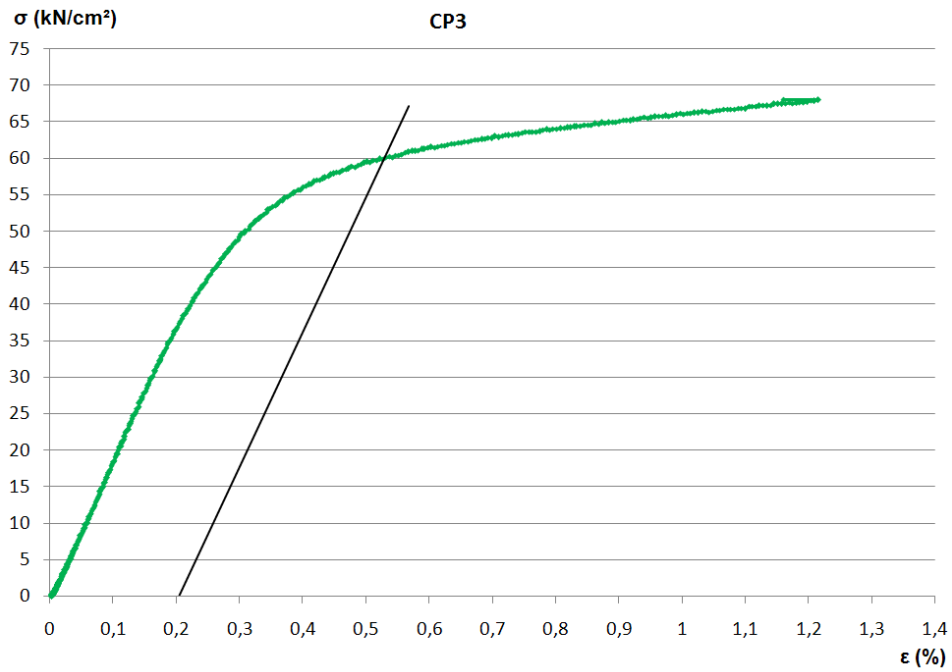




Figura APB5.2 – Ensaio de resistência à tração direta em barras de aço de armadura passiva (CP2).



**Figura APB5.3 – Ensaio de resistência à tração direta em barras de aço de armadura passiva (CP3).**

# APB6 – Relatórios de ensaios da armadura ativa – EM1

**Belgo Bekaert Arames**  
  
**AccelorMittal**  
  
Belgo Bekaert Arames - planta de processamento e colagem  
 Avenida General David Seimoff 405-A  
 Bairro: Industrial - Cuiabá - MG  
 Cep: 32210-110

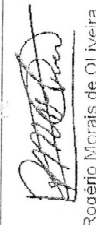
**CERTIFICADO DA QUALIDADE**

CERTIFICADO Nº **0000000084959** Pag. 1/ 1





Cliente: 41040892 CONSORCIO SANTA BARBARA - MENDES JÚ Ordem: 3946379 - 10 Data de impressão: 06/02/2011  
 Fornecimento: 0300392748 Pedido do Cliente: email Wárey 17/01  
 Material: 4040090 CORD NUA CP 190 RB 12,7  
 Produto do Cliente:  
 Norma: 7483/2008

Volume		Arma esquadra		Carga 0,1 %	Carga de ruptura	Diâmetro nominal	Massa	Ved. elástica
		Min	Max					
1024516175 1024516195 1024516196 1024516197 1024544705	mm2	100,52	102,90	kN	202	12,50	kg/1000m	kN/mm <sup>2</sup>
	%	7,1	7,3		201	13,10		
		89,75	96,79	181	201	12,87	785	197,307
		96,59	99,59	181	200	12,87	786	197,474

Diâmetro: 12.700 mm


  
 Rosário Mirais de Oliveira

**Figura APB6.1 – Relatório da armadura ativa fornecido pelo fabricante do modelo EM1. FOLHA 1/4.**

Belgo Bekaert Arames		CERTIFICADO DA QUALIDADE		CERTIFICADO N° 0000000121003		Pag. 1/ 1				
 ArcelorMittal		Cliente: 41040892 CONSORCIO SANTA BARBARA - MENDES JUI		Ordem: 4284075 - 10		Data de Impressão: 16/09/2011				
 Avenida General David Sarmento, 906-A Caixa Postal 16100-000 - Belo Horizonte - MG Cep: 31210-110		Fornecimento: 0300544858		Pedido do Cliente: Warley 05/09						
		Material: 40400090 CORD NUA CP 190 RB 12.7		Produto do Cliente:						
		Norma: 7489/2008								
Propriedades Mecânicas / Metalúrgicas										
Especif./ Volume	Min	Max	Um	Área construída	Alongam 600mm	Carga 1%	Carga de ruptura	Diâmetro construído	Massa	Módulo elástico
1026227133	98,60	102,90		3,5	165	184	12,50			
1026237242	99,99	99,92		6,1	183	205	12,86	791	196,719	
1026237243	99,92	99,92		7,1	181	206	12,90	791	199,092	
1026237245	100,06	100,06		6,6	188	207	12,90	792	200,867	
1026237249	99,78	99,72		6,3	177	199	12,89	790	192,533	
1026237252	100,86	100,72		7,8	181	201	12,91	793	197,258	
1026275312	100,72	100,72		6,8	182	202	12,88	794	194,855	
1026275313	100,39	100,39		6,8	180	202	12,88	796	195,601	
<div style="display: flex; justify-content: space-between;"> <div> <p>Diâmetro: 12.700 mm</p> <p>Quantidade: 26.631,000</p> <p>Peso Líquido NF: 26.631,000</p> </div> <div> <p>Nota Fiscal: 000353602</p> <p>Data de Criação: 16/09/2011</p> </div> <div> <p>Emitida em: 16/09/2011</p> <p>Data de Criação: 16/09/2011</p> </div> </div>										
								Luciano dos Santos Magela Responsável pelo Laboratório Físico		

**Figura APB6.2 – Relatório da armadura ativa fornecido pelo fabricante do modelo EM1. FOLHA 2/4.**

**Belgo Bekaert Arames**



AtcelorM Itol

Belgo Bekaert Arames - Arames de Aço e Bekaert  
Avenida General David Sarnoff, 903-A  
Cidade Industrial - Contagem - MG  
Cep.: 3210-110

**CERTIFICADO DA QUALIDADE**

CERTIFICADO Nº 000000092303 Pag. 1/ 1

Cliente: 41040882 CONSORCIO SANTA BARBARA - MENDES JUI Ordem: 3689325 - 10 Data de Impressão: 24/03/2011

Fornecimento: 0300428331 Pedido do Cliente: Warley 21/03

Material: 40400090 CORD NUA CP 190 RB 12,7

Produto do Cliente: 7483/2008

Norma:

Propriedades Mecânicas / Metalúrgicas		Área cordoalha	Alongam 600mm	Carga 0,1 %	Carga de ruptura	Diâmetro cordoalha	Massa	Modulo elasticidade
Volume	Min	93,60	3,5	165	194	12,50		
	Max	102,90	%	kN	kN	13,10		
Um		99,59	5,5	181	200	mm	kg/1000m	kN/mm²
1024984766		99,85	7,3	180	203	12,83	786	197,346
1024984174		99,92	7,4	181	198	12,85	788	197,042
1024984176		99,92	7,4	181	198	12,85	788	197,807
1024984177		100,39	7,3	180	201	12,90	789	196,591
1024984178		100,39	7,3	180	201	12,90	789	195,591
1024984179		99,52	7,1	182	202	12,91	786	199,720
1024984180		99,52	7,1	182	202	12,91	786	199,720
1024984181		100,32	6,9	181	203	12,91	791	198,425
1024984182								
1024984183								
1024984184								
1024984185								
1024984186								
1024984187								
1024984188								
1024984189								
1024984190								
1024984191								
1024984192								
1024984193								
1024984194								
1024984195								
1024984196								
1024984197								
1024984198								
1024984199								
1024984200								

Diâmetro: 12,700 mm


Quantidade: 26.838,000

Peso Líquido NF: 25.838,000

**CERTIFICADO ISO 9001**

Nota Fiscal: 0002945693 Emitida em: 24/03/2011



Data de Criação: 24/03/2011



Rogério Morais de Oliveira  
Responsável pelo Laboratório Físico

**Figura APB6.3 – Relatório da armadura ativa fornecido pelo fabricante do modelo EM1. FOLHA 3/4.**



Acindar Grupo ArcelorMittal		CERTIFICADO DE QUALIDADE							
Acindar Tablada   Dr. Ignacio Arieta 4936 B1766DQP Tablada Buenos Aires Argentina T (54 11) 5077 5000   F (54 11) 5077 5000 int. 5050		Cliente:	ARCELOR MITTAL BRASIL					O.V. N°:	3895501
Informação Geral		O.D. N°:	805094344						
		Produto:	Cordoalha 7 Fios - Bitola 12,7 mm						
		Norma:	ABNT NBR 7483						
		Designação:	CP 190 RB 12,7						
		Data:	02/02/2011						
QUANTIDADE DE BOBINAS (Un)	11								
PESO LIQUIDO (Kg)	25401								
COMPRIMENTO (m)	32645								
<b>Resultados dos ensaios</b>									
N° Bobina	Diametro da cordoalha	Área da seção de aço da cordoalha	Carga de ruptura	Carga a 1% da elongamento	Módulo de elasticidade	Alongamento total após ruptura	Peso líquido	Comprimento aproximado	
n°	mm	mm <sup>2</sup>	kN	kN	GPa	%	Kg	m	
1411007124	12,7	99	193	184	210,0	5,38	2303	2960	
1411007157	12,7	99	193	184	210,0	5,38	2310	2969	
1411007218	12,7	99	195	186	209,8	5,47	2315	2975	
1411007555	12,7	99	194	183	200,0	4,23	2326	2989	
1411007597	12,7	99	193	188	210,0	4,00	2321	2983	
1411007614	12,7	99	193	188	208,7	4,00	2242	2881	
1411007641	12,7	99	193	177	209,6	4,78	2310	2969	
1411007669	12,7	99	193	187	209,1	4,20	2315	2975	
1411007770	12,7	99	194	182	199,1	5,25	2346	3015	
1411007815	12,7	99	196	186	210,0	6,19	2303	2960	
1411007821	12,7	99	196	186	209,9	7,74	2310	2969	
 Controle de Qualidade Sr. Rubén Medina									

**Figura APB6.4 – Relatório da armadura ativa fornecido pelo fabricante do modelo EM1.  
FOLHA 4/4.**



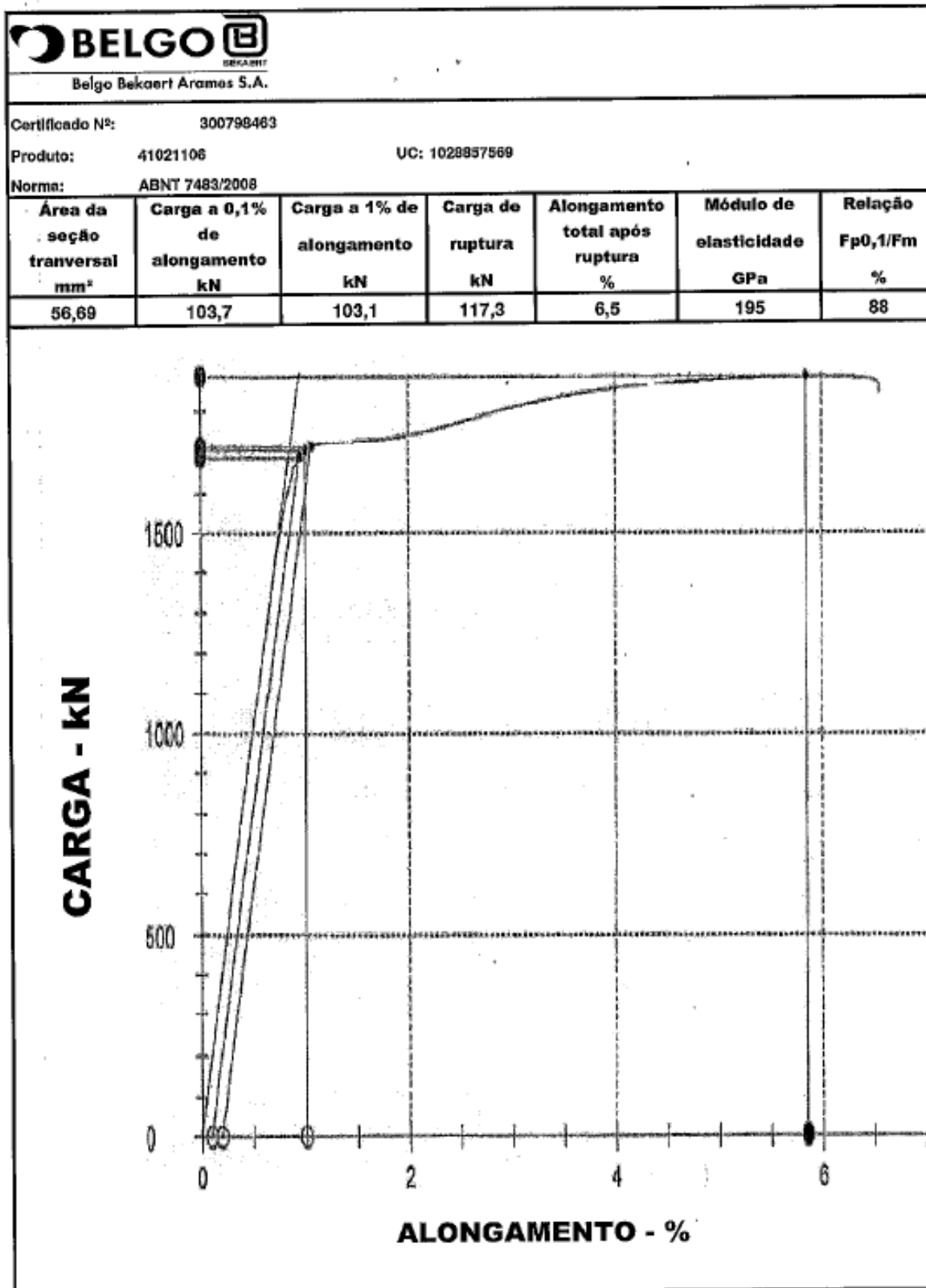


Figura APB7.2 – Relatório da armadura ativa fornecido pelo fabricante do modelo EM2.  
FOLHA 2/10.

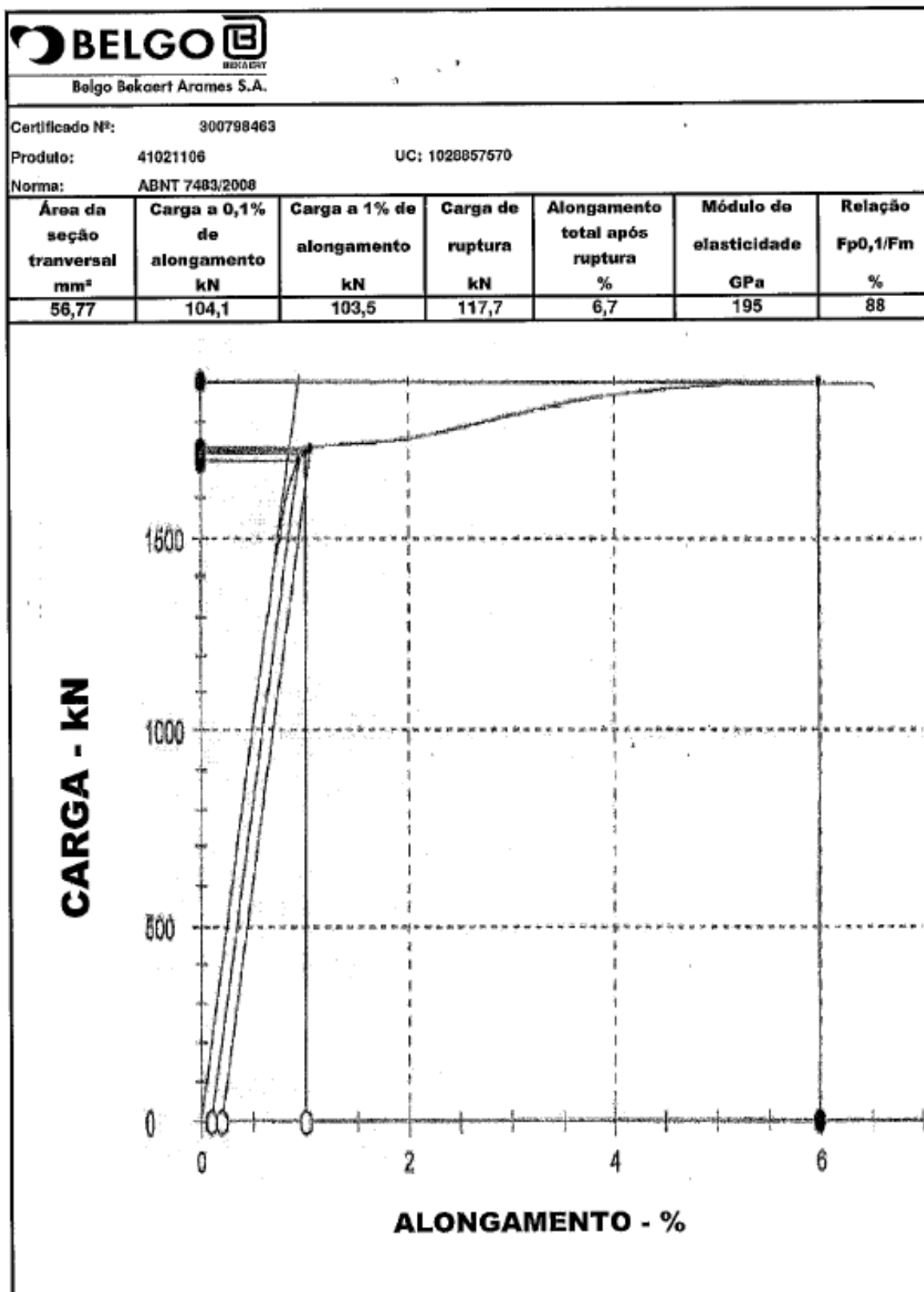


Figura APB7.3 – Relatório da armadura ativa fornecido pelo fabricante do modelo EM2. FOLHA 3/10.

**TIANJIN SHENGTE PRESTRESSED CONCRETE STEEL STRAND CO., LTD**  
**TEST REPORT OF MECHANICAL PROPERTIES**

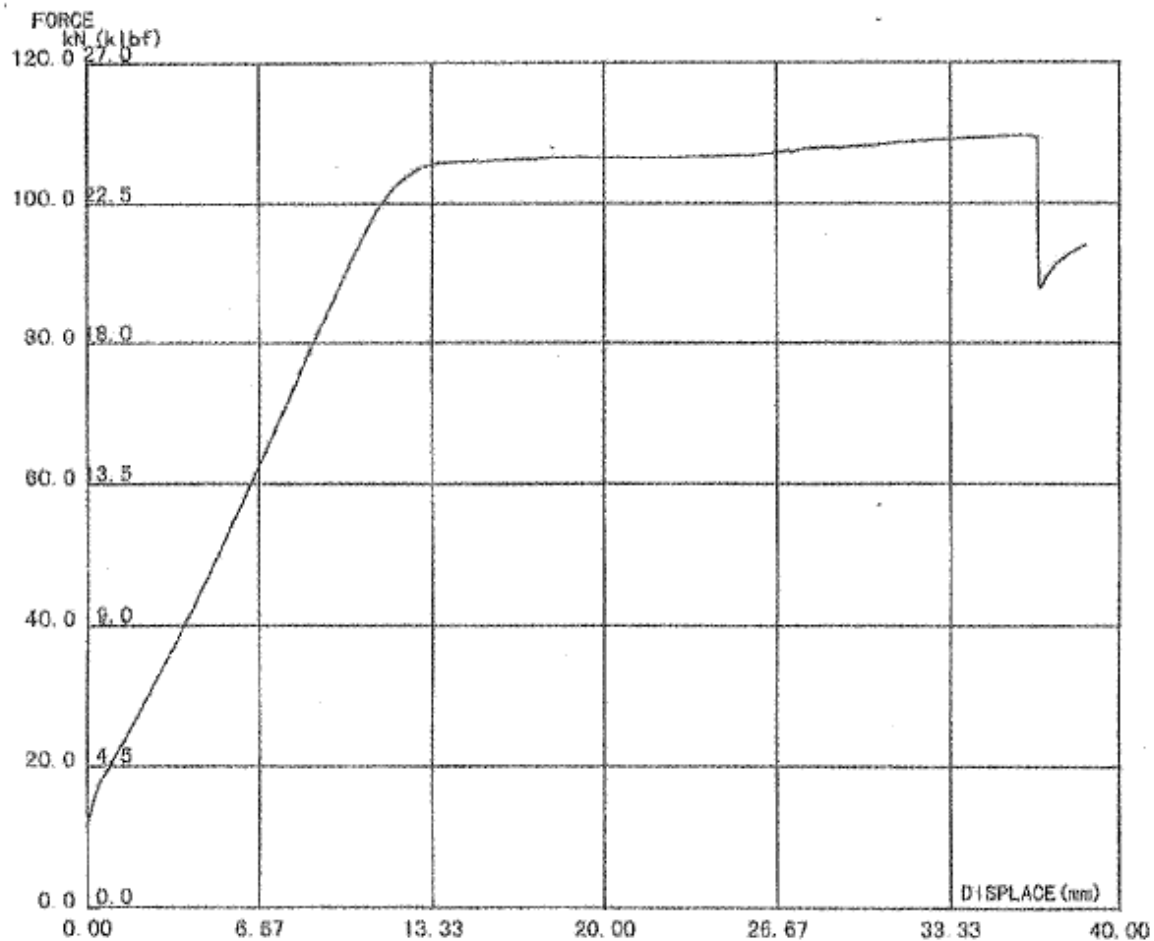
NO. 29

ROLL NO. A0726-306-4  
 TEST DATE: 2011.7.26

SAMPLE NAME: PC STRAND  
 STANDARD: NBR 7483: 2008

SPEC:9.5MM  
 GRADE:1900Mpa

Dia	Area	Tensile Strength	Breaking Load	Elongation	Yeild Strength	Net Weight	Approximate Length	Modulus of Elasticity
mm	mm <sup>2</sup>	Mpa	KN	%	KN	KG	M	Gpa
9.65	56.7	1950	110	4.5	105	2310	5190	194

**STRESS-STRAIN CURVES**

**Figura APB7.4 – Relatório da armadura ativa fornecido pelo fabricante do modelo EM2.**  
**FOLHA 4/10.**

TIANJIN SHENGTE PRESTRESSED CONCRETE STEEL STRAND CO., LTD

TEST REPORT OF MECHANICAL PROPERTIES

NO. 32

ROLL NO. A0727-308-1

SAMPLE NAME: PC STRAND

SPEC:9.5MM

TEST DATE: 2011.7.27

STANDARD: NBR 7483: 2008

GRADE:1900Mpa

Dia	Area	Tensile Strength	Breaking Load	Elongation	Yeild Strength	Net Weight	Approximate Length	Modulus of Elasticity
mm	mm <sup>2</sup>	Mpa	KN	%	KN	KG	M	Gpa
9.71	57.1	1970	111	4.5	107	2873	6411	198

STRESS-STRAIN CURVES

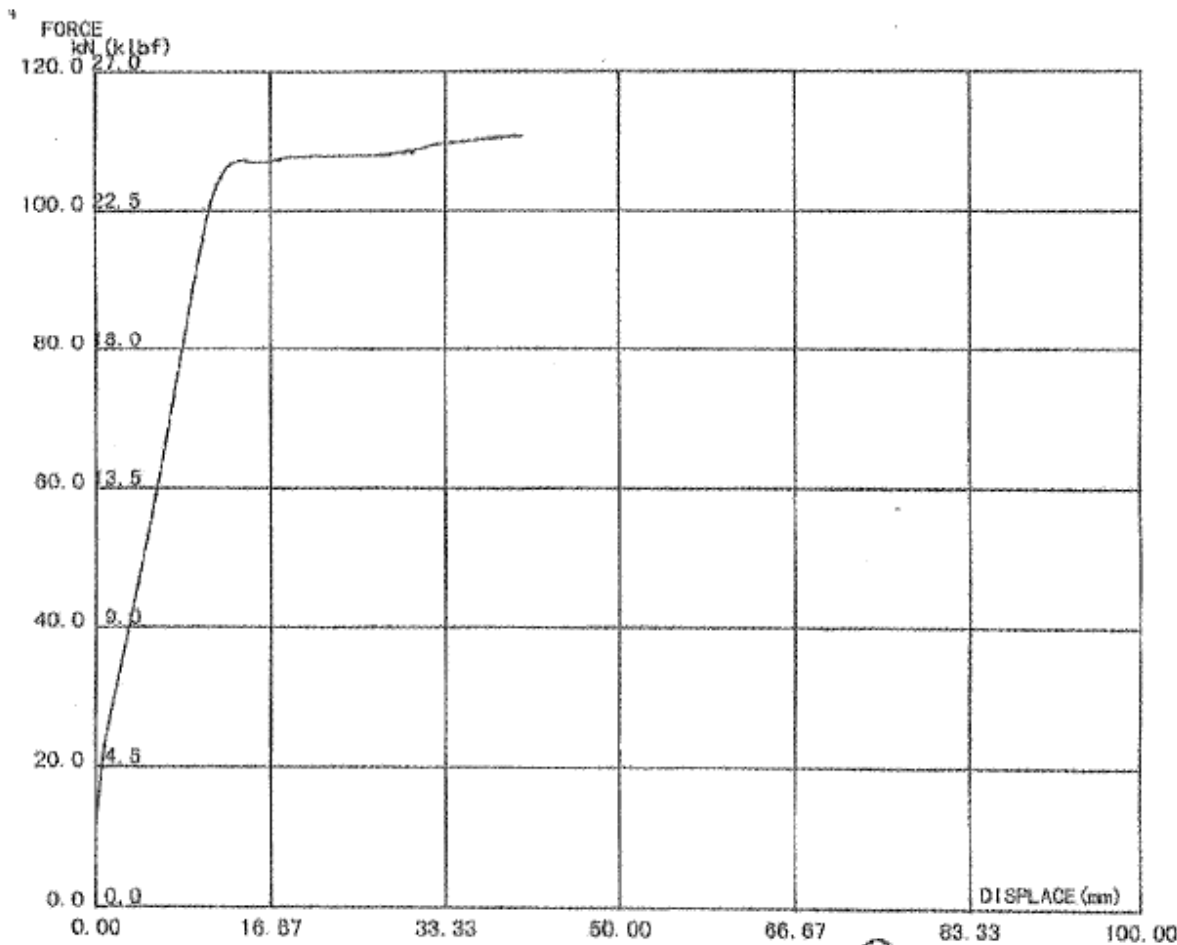


Figura APB7.5 – Relatório da armadura ativa fornecido pelo fabricante do modelo EM2. FOLHA 5/10.



## TIANJIN SHENGTE PRESTRESSED CONCRETE STEEL STRAND CO., LTD

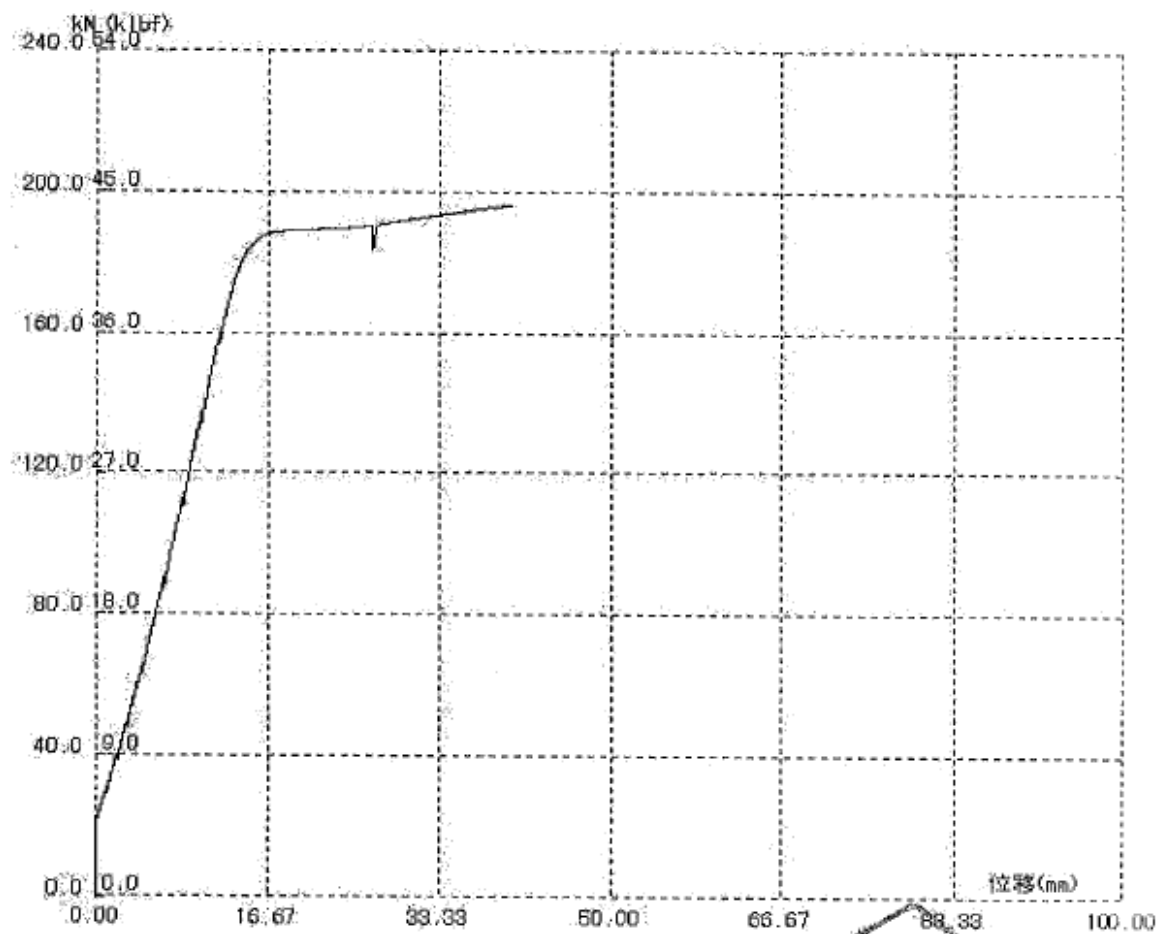
## TEST REPORT OF MECHANICAL PROPERTIES

NO. 71

ROLL NO. 1A0216-132-2  
TEST DATE: 2012.02.16SAMPLE NAME: PC STRAND  
STANDARD: NBR 7483: 2008SPEC:12.7MM  
GRADE:1900Mpa

Dia	Area	Tensile Strength	Breaking Load	Elongation	Yield Strength	Net Weight	Approximate Length	Modulus of Elasticity
mm	mm <sup>2</sup>	Mpa	KN	%	KN	KG	M	Gpa
12.96	101.88	1950	196	4.5	182	2225	2782	199

## STRESS-STRAIN CURVES



Sign

TIANJIN SHENGTE PRESTRESSED CONCRETE STEEL STRAND CO., LTD

Figura APB7.6 – Relatório da armadura ativa fornecido pelo fabricante do modelo EM2.  
FOLHA 6/10.

### TEST REPORT OF MECHANICAL PROPERTIES

NO. 72

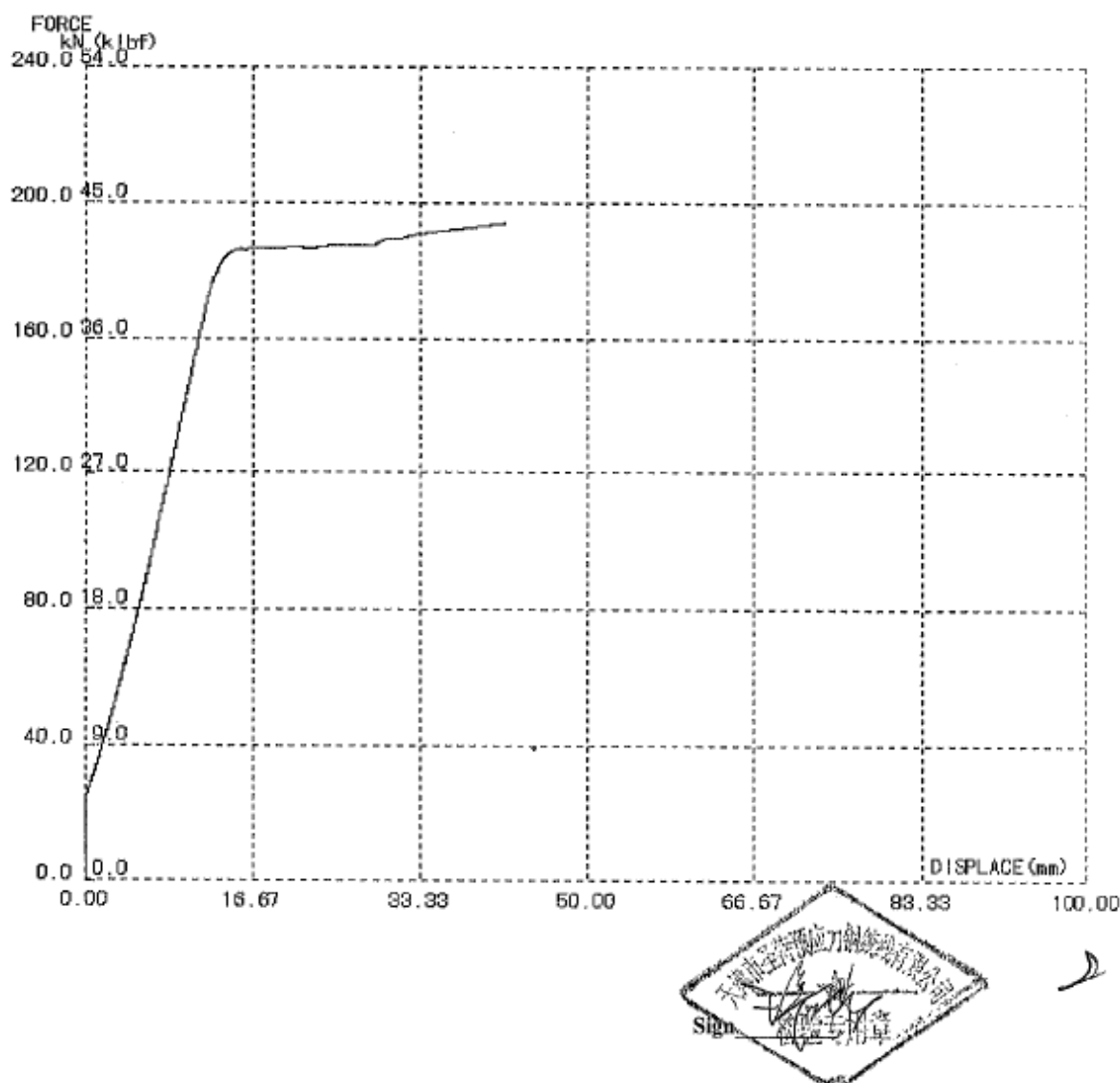
ROLL NO.1A0211-121-8  
TEST DATE: 2012.02.11

SAMPLE NAME: PC STRAND  
STANDARD: NBR 7483: 2008

SPEC:12.7MM  
GRADE:1900Mpa

Dia	Area	Tensile Strength	Breaking Load	Elongation	Yeild Strength	Net Weight	Approximate Length	Modulus of Elasticity
mm	mm <sup>2</sup>	Mpa	KN	%	KN	KG	M	Gpa
12.92	101.37	1940	194	4.5	184	2143	2693	196

#### STRESS-STRAIN CURVES



**Figura APB7.7 – Relatório da armadura ativa fornecido pelo fabricante do modelo EM2. FOLHA 7/10.**

## TIANJIN SHENGTE PRESTRESSED CONCRETE STEEL STRAND CO., LTD

## TEST REPORT OF MECHANICAL PROPERTIES

NO. 73

ROLL NO. 1A0211-120-3

SAMPLE NAME: PC STRAND

SPEC:12.7MM

TEST DATE: 2012.02.11

STANDARD: NBR 7483: 2008

GRADE:1900Mpa

Dia	Area	Tensile Strength	Breaking Load	Elongation	Yield Strength	Net Weight	Approximate Length	Modulus of Elasticity
mm	mm <sup>2</sup>	Mpa	KN	%	KN	KG	M	Gpa
12.92	101.89	1940	195	4.5	184	2369	2962	194

## STRESS-STRAIN CURVES

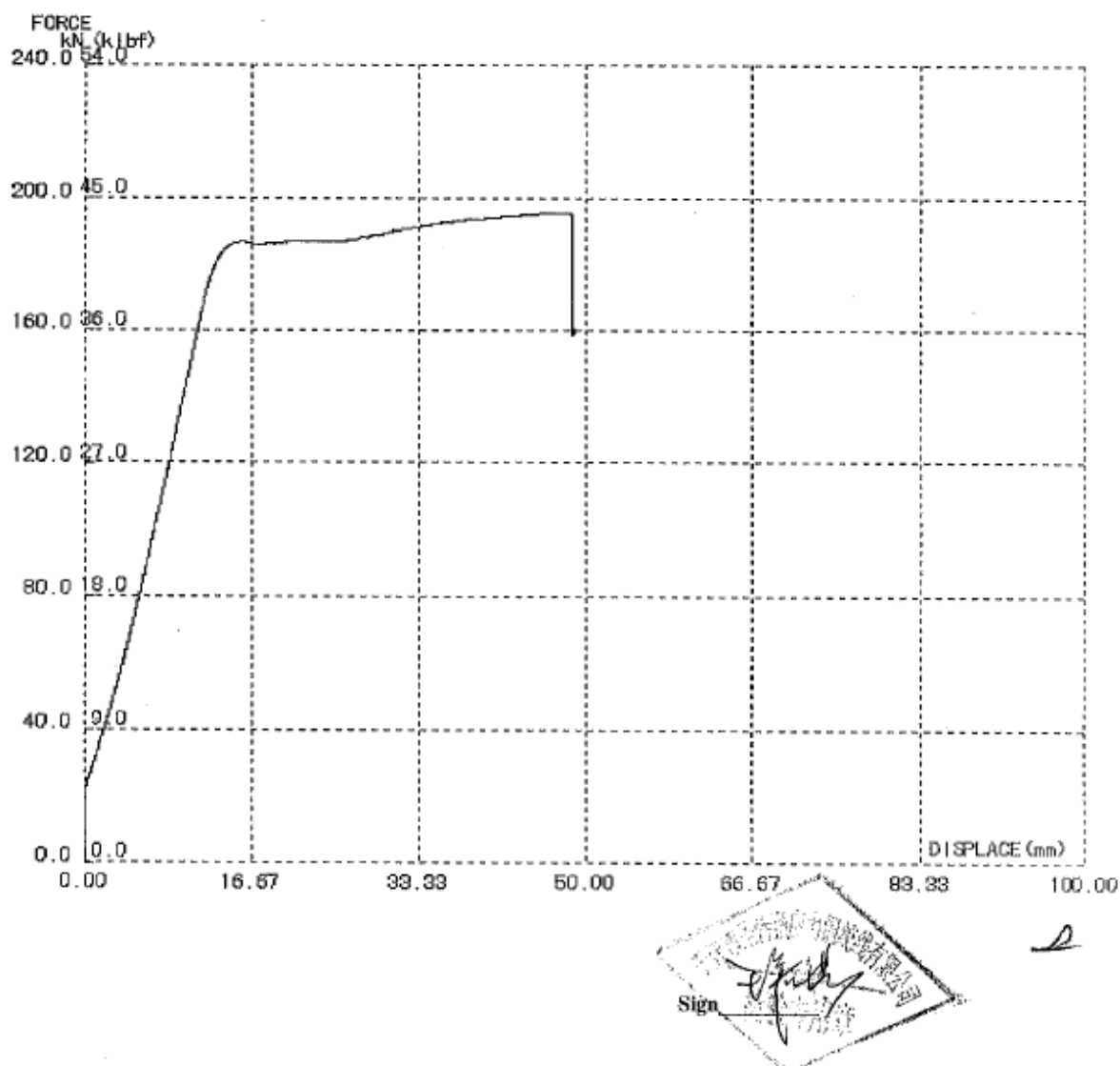


Figura APB7.8 – Relatório da armadura ativa fornecido pelo fabricante do modelo EM2.  
FOLHA 8/10.

**TIANJIN SHENGTE PRESTRESSED CONCRETE STEEL STRAND CO., LTD**  
**TEST REPORT OF MECHANICAL PROPERTIES**

NO. 74

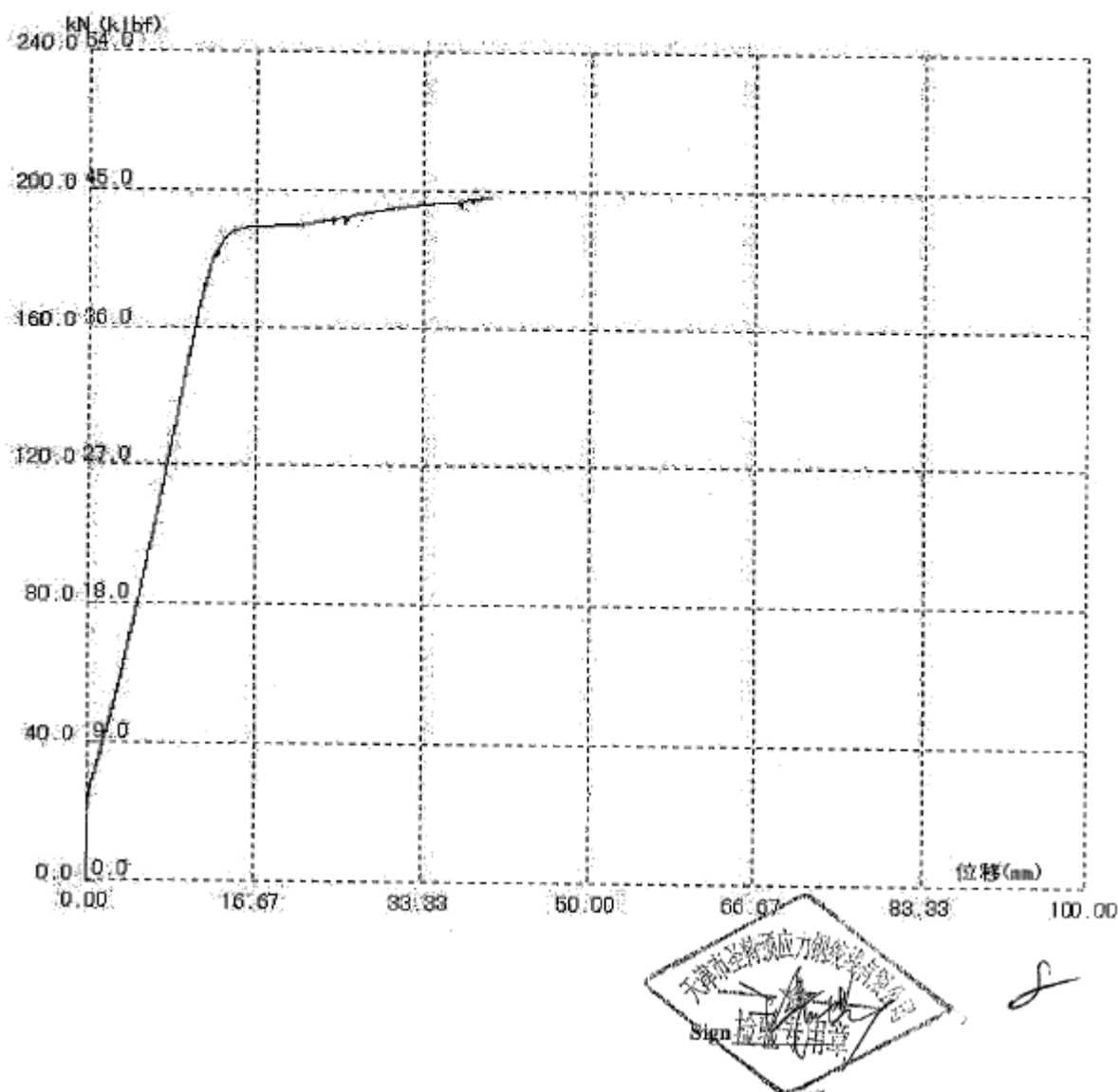
ROLL NO. 1A0213-126-5  
 TEST DATE: 2012.02.13

SAMPLE NAME: PC STRAND  
 STANDARD: NBR 7483: 2008

SPEC: 12.7MM  
 GRADE: 1900Mpa

Dia	Area	Tensile Strength	Breaking Load	Elongation	Yield Strength	Net Weight	Approximate Length	Modulus of Elasticity
mm	mm <sup>2</sup>	Mpa	KN	%	KN	KG	M	Gpa
12.97	101.62	1940	195	4.5	182	2863	3589	203

**STRESS-STRAIN CURVES**



**Figura APB7.9 – Relatório da armadura ativa fornecido pelo fabricante do modelo EM2.**  
**FOLHA 9/10.**

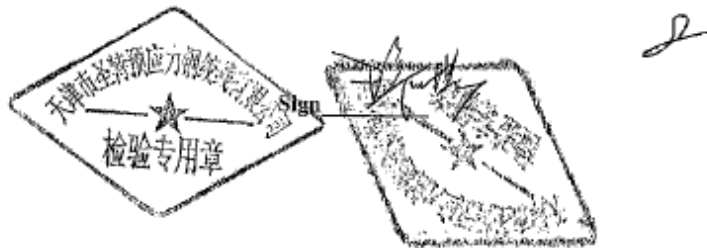
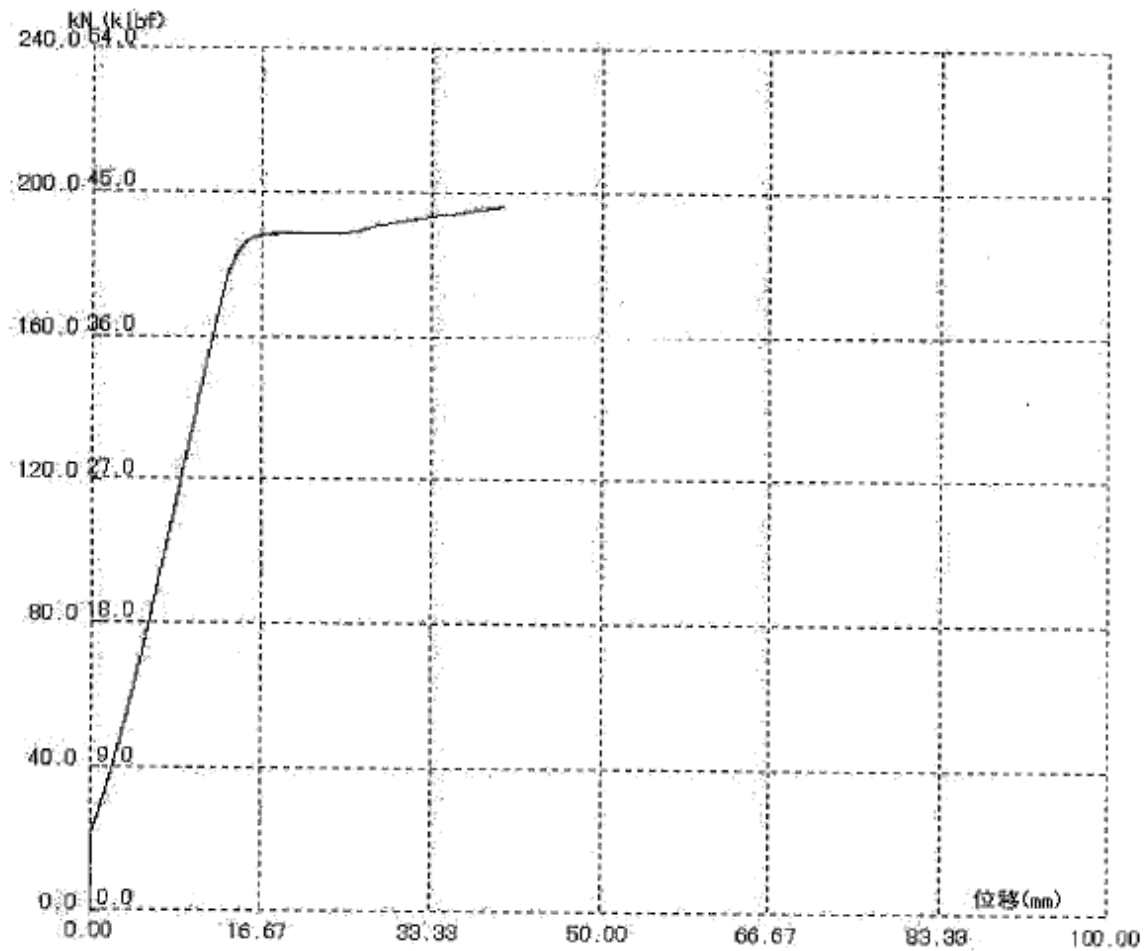
**TIANJIN SHENGTE PRESTRESSED CONCRETE STEEL STRAND CO., LTD**  
**TEST REPORT OF MECHANICAL PROPERTIES**

NO. 76

ROLL NO. 1A0213-125-5      SAMPLE NAME: PC STRAND      SPEC: 12.7MM  
 TEST DATE: 2012.02.13      STANDARD: NBR 7483: 2008      GRADE: 1900Mpa

Dia	Area	Tensile Strength	Breaking Load	Elongation	Yield Strength	Net Weight	Approximate Length	Modulus of Elasticity
mm	mm <sup>2</sup>	Mpa	KN	%	KN	KG	M	Gpa
12.95	101.92	1950	195	4.5	181	2609	3261	195

**STRESS-STRAIN CURVES**



**Figura APB7.10 – Relatório da armadura ativa fornecido pelo fabricante do modelo EM2. FOLHA 10/10.**

### APB8 – Relatórios de ensaios da armadura ativa – EM3

**Belgo Bekaert Arames**  
Belgo Bekaert Arames - representante das fabricas belgas de Arames e acessórios de reforço de betão e fibra.

**Accelormidji**  
Rua do Saramo - 162, 4475-113

**CERTIFICADO DA QUALIDADE** Nº 0000000017624 Pag. 1/ 1  
41025506 T I CONSTR PRE FABRICADAS LTDA - 4608214 - 40 Data de Impressão: 29/05/2012

Ordem: 4608214 - 40 Data de Impressão: 29/05/2012

Pedido do Cliente: 6CR

Análises Químicas																
Corrida Nº	Um															
Propriedades Mecânicas / Metalúrgicas																
Específic/	Alongamento em %		Diâmet. Padrão de teste		Fluido 2x25.00mm		Resist. tração		Modulo elastico		Tensao a 1%		Carga de ruptura		Carga 1%	
	Min	6,0	3,9	0,02	2	150	191.237	128	18	15						
Max	9,0	4,0	0,06	20		215.754										
Um	%	mm	mm	kgf/mm²	MPa	kgf/mm²	MPa	kgf/mm²	KN	KN						
Mínimo	6,2	4,0	0,03	11	173	191.521	140	22	18							
Médio	7,4	4,0	0,04	11	178	196.231	148	22	19							
Máximo	8,1	4,0	0,06	11	182	203.329	156	23	20							

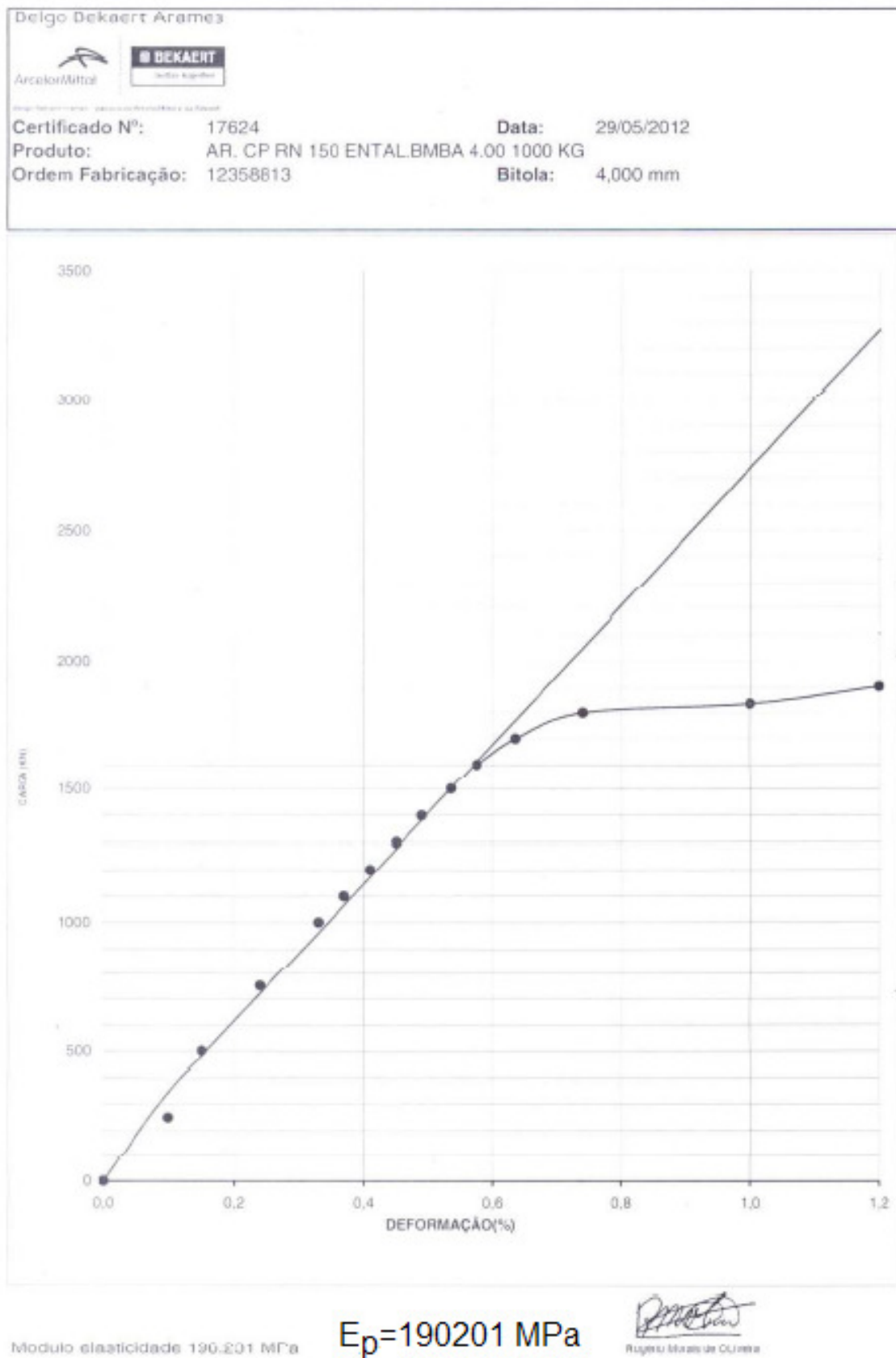
*APPROVADO*  
05/06/12

Diâmetro:	4000 mm	
Quantidade:	15.146.000	Nota Fiscal: 000005197
Peso Líquido NF:	30.014,000	Emida em: 29/05/2012
		Data de Criação: 29/05/2012

Figura APB8.1 – Relatório da armadura ativa fornecido pelo fabricante do modelo EM3. FOLHA 1/6.





**Figura APB8.2 – Relatório da armadura ativa fornecido pelo fabricante do modelo EM3.  
 FOLHA 2/6.**



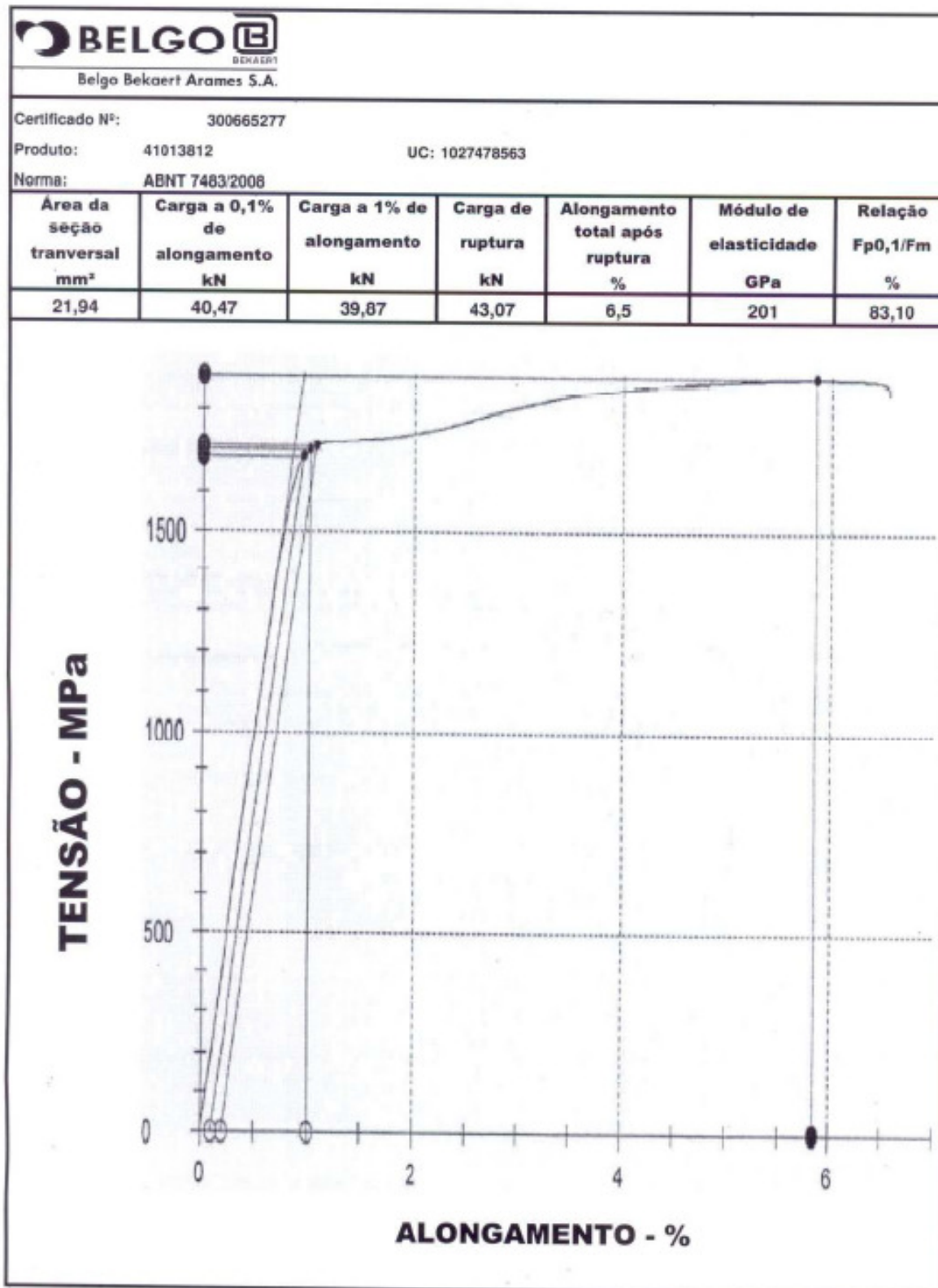


Figura APB8.4 – Relatório da armadura ativa fornecido pelo fabricante do modelo EM3.  
FOLHA 4/6.

CERTIFICADO DE QUALIDADE      CERTIFICADO      Pag. 1/1

TI COMSTR PRE FABRICADAS LTDA      Ordem: 4413584-10      Data de Impressão: 28/02/12


Cliente:      Fornecedor: 300665271      Pedido do Cliente:      Programação março

Material: 41013819      CORD NUA CP 190 RB 3X4,5

Produto do Cliente:      Norma: 7463/2004

---

**Belgo Bekaert Arames**



ArçoborMidi

Belgo Bekaert Arames - Rua Manoel de Araújo, 100 - Bairro: S. João - Aracaju - SE - CEP: 55.010-110

Ativada: Ouedi David Seneff 8034 - Cidade Industrial - Caraguatatuba - SP - CEP: 13213-100

---

**Propriedades Mecânicas / Metalúrgicas**

Específico/ Volume	Alarg. 500mm		Área cordão		Carga 1%		Carga Ruptura		Massa	Módulo elastidade
	Mín	Máx	Mín	Máx	Mín	Máx	Mín	Máx		
	3,5	46,20	77	86					356	191
		48,90							376	
		mm <sup>2</sup>							Kg/1000m	GPa
		%								
1027372001	6,0	47,38	82,3	92,4	KN	KN	KN	KN		
1027372002	6,5	47,55	85,4	88,8					371,9	206
1027372003	6,1	47,50	82,3	92,7					371,1	199
									371,8	198

---

**Diâmetro** 4,50 mm

**Quantidade:** 9.062 kg

**Peso Líquido NF:** 9.062 kg

**Nota Fiscal:** 00095189

**Data da Criação:** 28/02/12

**CERTIFICADO ISO 9001**

*ATENDIDO 02/03/12*

*Assinado*

*Assinado*

Registado no Laboratório F. Neco

Figura APB8.5 – Relatório da armadura ativa fornecido pelo fabricante do modelo EM3. FOLHA 5/6.



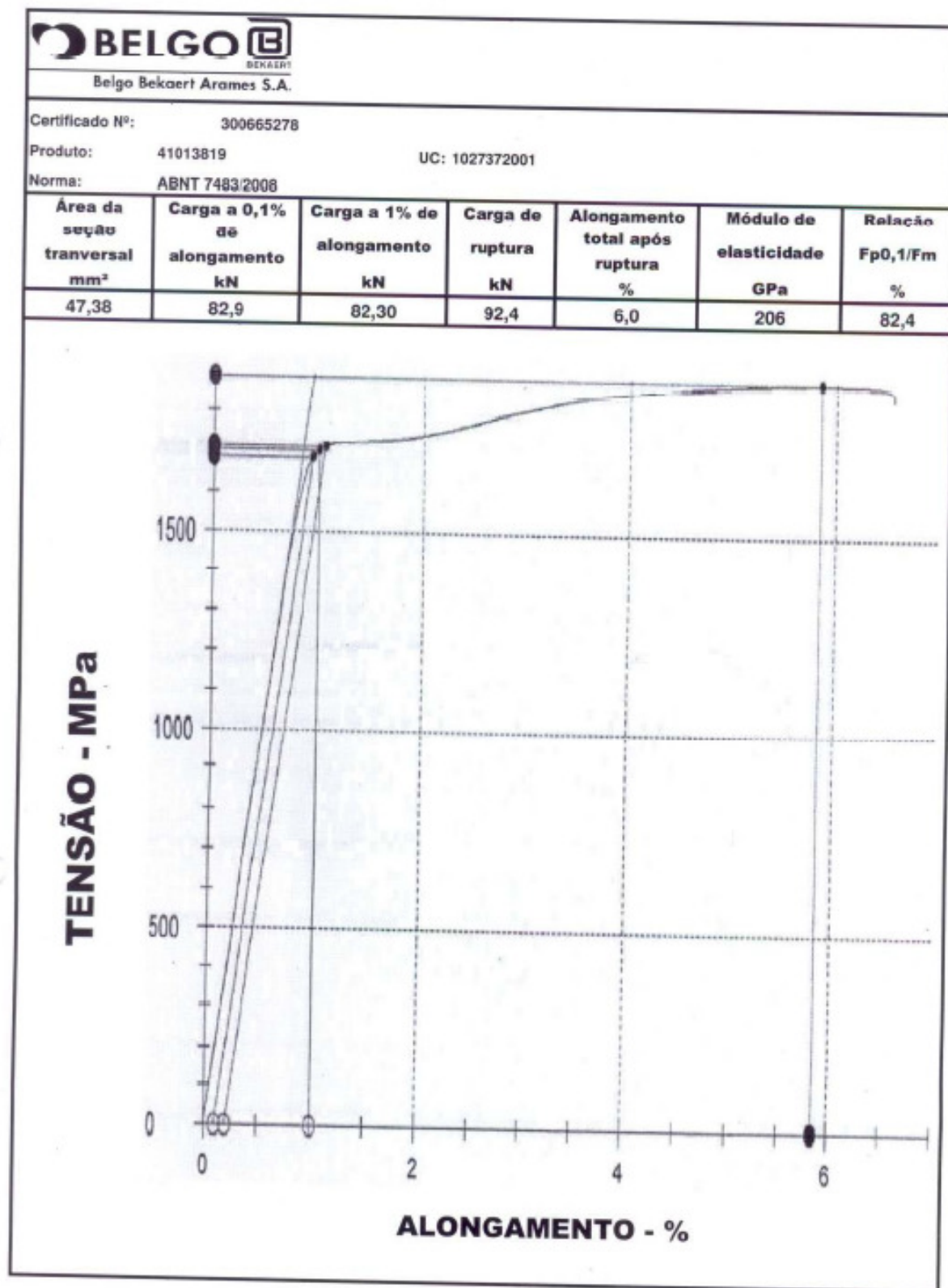
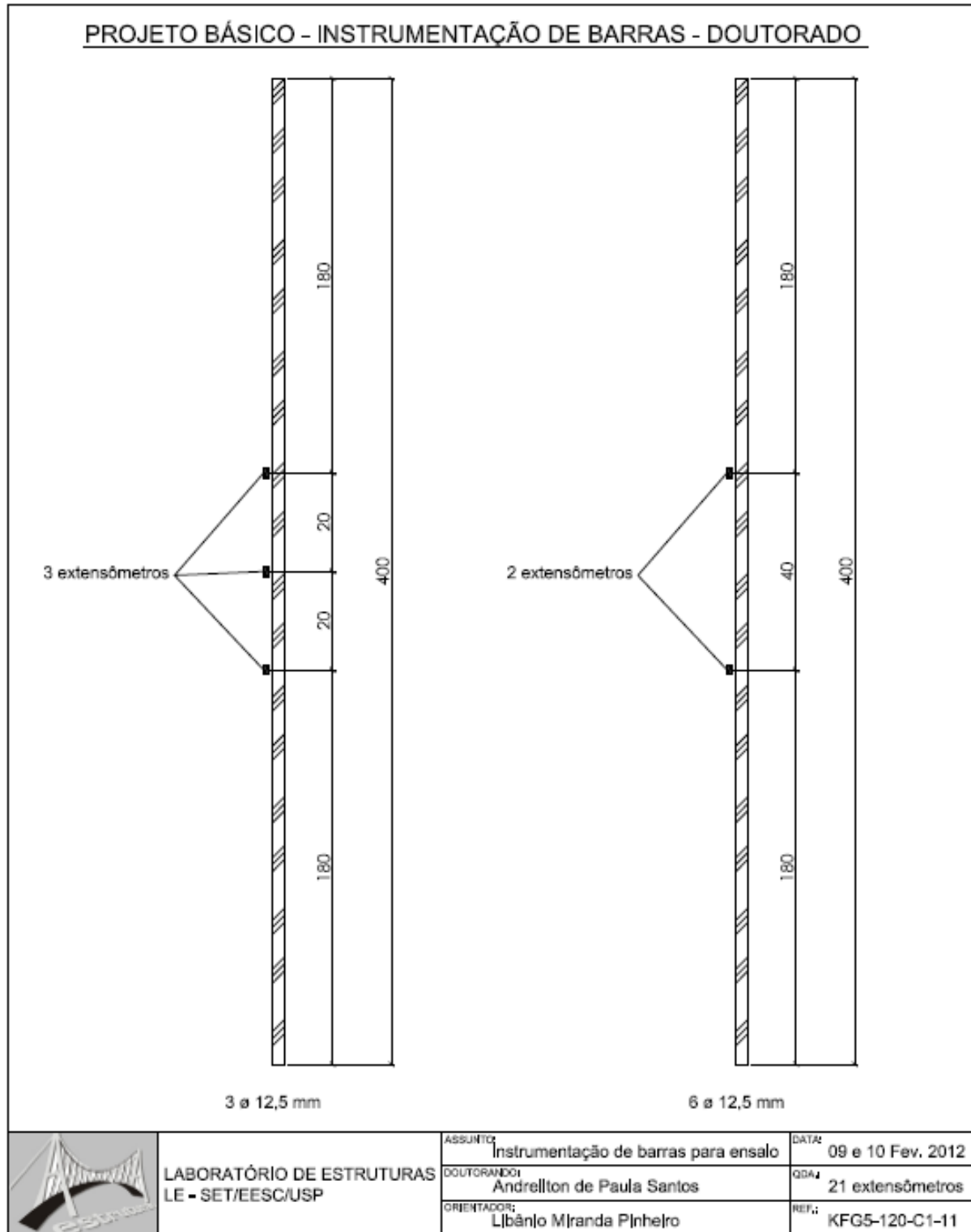


Figura APB8.6 – Relatório da armadura ativa fornecido pelo fabricante do modelo EM3.  
FOLHA 6/6.

# APÊNDICE C

## APC1 – Instrumentação das armaduras passivas




**Figura APC1.1 – Projeto para colocação dos extensômetros elétricos de resistência nas armaduras passivas.**



KYOWA		MADE IN JAPAN		
<b>TYPE</b> KFG-5-120-C1-11				
<b>GAGE FACTOR</b> (24°C,50%RH)	2.09 ± 1.0%	<b>LOT No.</b> Y3522S	<b>BATCH</b> 813A	R04
<b>GAGE LENGTH</b>	5 mm	<b>TEMPERATURE COEFFICIENT OF GAGE FACTOR</b> +0.008 %/°C		
<b>GAGE RESISTANCE</b> (24°C,50%RH)	119.8 ± 0.2 Ω	<b>APPLICABLE GAGE CEMENT</b> CC-33A , PC-6		
<b>ADOPTABLE THERMAL EXPANSION</b>	11.7 PPM/°C	<b>QUANTITY</b> 10		

## KYOWA STRAIN GAGES



共和ひずみゲージのお取扱いは裏面をご覧ください。  
See the back of package for installation of Kyowa strain gages.



### KYOWA STRAIN GAGES

**株式会社 共和電業**  
〒182-8520 東京都調布市調布ヶ丘3-5-1  
TEL : 042-488-1111(大代) FAX : 042-481-3258  
URL : <http://www.kyowa-ei.co.jp>

**KYOWA**  
KYOWA ELECTRONIC INSTRUMENTS CO., LTD.  
3-5-1, Chofugaoka, Chofu, Tokyo. 182-8520, Japan  
Phone : +81-42-488-1111 Fax : +81-42-481-3258  
URL : <http://www.kyowa-ei.com>

  
表紙,台紙  
  
  
外袋 : PP  
ゲージ保護シート : PET  
接着用フィルム : PE

**Figura APC1.2 – Especificações técnicas dos extensômetros usados neste trabalho.**

# ANEXO A

## A1 – Cálculo de armadura longitudinal (flexão simples)

*Tabela A1.1 – Valores para cálculo de armadura longitudinal de seções retangulares. CARVALHO (2012).*

KMD	KX	KZ	$\epsilon_c$	$\epsilon_s$	KMD	KX	KZ	$\epsilon_c$	$\epsilon_s$
0,0100	0,0148	0,9941	0,1502	10,000	0,2050	0,3506	0,8597	3,5000	6,4814
0,0200	0,0298	0,9881	0,3068	10,000	0,2100	0,3609	0,8556	3,5000	6,1971
0,0300	0,0449	0,9820	0,4704	10,000	0,2150	0,3714	0,8515	3,5000	5,9255
0,0400	0,0603	0,9759	0,6414	10,000	0,2200	0,3819	0,8473	3,5000	5,6658
0,0500	0,0758	0,9697	0,8205	10,000	0,2250	0,3925	0,8430	3,5000	5,4170
0,0550	0,0836	0,9665	0,9133	10,000	0,2300	0,4033	0,8387	3,5000	5,1785
0,0600	0,0916	0,9634	1,0083	10,000	0,2350	0,4143	0,8343	3,5000	4,9496
0,0650	0,0995	0,9602	1,1056	10,000	0,2400	0,4253	0,8299	3,5000	4,7297
0,0700	0,1076	0,9570	1,2054	10,000	0,2450	0,4365	0,8254	3,5000	4,5181
0,0750	0,1156	0,9537	1,3077	10,000	0,2500	0,4479	0,8208	3,5000	4,3144
0,0800	0,1238	0,9505	1,4126	10,000	0,2550	0,4594	0,8162	3,5000	4,1181
0,0850	0,1320	0,9472	1,5203	10,000	0,2600	0,4711	0,8115	3,5000	3,9287
0,0900	0,1403	0,9439	1,6308	10,000	0,2650	0,4830	0,8068	3,5000	3,7459
0,0950	0,1485	0,9406	1,7444	10,000	0,2700	0,4951	0,8020	3,5000	3,5691
0,1000	0,1569	0,9372	1,8611	10,000	0,2750	0,5074	0,7970	3,5000	3,3981
0,1050	0,1654	0,9339	1,9810	10,000	0,2800	0,5199	0,7921	3,5000	3,2324
0,1100	0,1739	0,9305	2,1044	10,000	0,2850	0,5326	0,7870	3,5000	3,0719
0,1150	0,1824	0,9270	2,2314	10,000	0,2900	0,5455	0,7818	3,5000	2,9162
0,1200	0,1911	0,9236	2,3621	10,000	0,2950	0,5586	0,7765	3,5000	2,7649
0,1250	0,1998	0,9201	2,4967	10,000	0,3000	0,5721	0,7712	3,5000	2,6179
0,1300	0,2086	0,9166	2,6355	10,000	0,3050	0,5858	0,7657	3,5000	2,4748
0,1350	0,2175	0,9130	2,7786	10,000	0,3100	0,5998	0,7601	3,5000	2,3355
0,1400	0,2264	0,9094	2,9263	10,000	0,3150	0,6141	0,7544	3,5000	2,1997
0,1450	0,2354	0,9058	3,0787	10,000	0,3200	0,6287	0,7485	3,5000	2,0672
0,1500	0,2445	0,9022	3,2363	10,000	0,3300	0,6590	0,7364	3,5000	1,8100
0,1550	0,2536	0,8985	3,3391	10,000	0,3400	0,6910	0,7236	3,5000	1,5652
0,1600	0,2630	0,8948	3,5000	9,8104	0,3500	0,7249	0,7100	3,5000	1,3283
0,1650	0,2723	0,8911	3,5000	9,3531	0,3600	0,7612	0,6955	3,5000	1,0983
0,1700	0,2818	0,8873	3,5000	8,9222	0,3700	0,8003	0,6799	3,5000	0,8732
0,1750	0,2913	0,8835	3,5000	8,5154	0,3800	0,8433	0,6627	3,5000	0,6506
0,1800	0,3009	0,8796	3,5000	8,3106					
0,1850	0,3106	0,8757	3,5000	7,7662					
0,1900	0,3205	0,8718	3,5000	7,4204					
0,1950	0,3305	0,8678	3,5000	7,0919					
0,2000	0,3405	0,8638	3,5000	6,7793					

**Tabela A1.2 – Equacionamento para cálculo de armadura longitudinal de seções retangulares. CARVALHO (2012).**

Variável	Equação	Comentários
KMD	$KMD = \frac{M_d}{b \cdot d^2 \cdot f_{cd}}$	Equação de KMD
KX	$KX = \frac{x}{d}$	Equação de KX
KMD e KX	$KMD = 0,68 \cdot KX - 0,272KX^2$	Equação que relaciona KMD e KX
KZ	$KZ = \frac{z}{d}$	Equação de KZ
KZ e KX	$KZ = 1 - 0,4 \cdot KX$	Equação que relaciona KX e KZ
A <sub>p</sub>	$A_p = \frac{M_d}{KZ \cdot d \cdot \sigma_{pd}}$	Equação para o cálculo da armadura ativa
KX, ε <sub>c</sub> e ε <sub>s</sub>	$KX = \frac{\epsilon_c}{\epsilon_c + \epsilon_s}$	Equação que relaciona KX, ε <sub>c</sub> e ε <sub>s</sub>

Legenda:

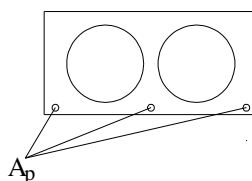
- M<sub>d</sub> = momento de cálculo atuante na seção;
- b = largura da seção transversal;
- d = altura útil da seção;
- f<sub>cd</sub> = valor de cálculo da resistência do concreto à compressão;
- x = posição da linha neutra;
- z = braço de alavanca entre as forças que atuam na seção;
- A<sub>p</sub> = área da armadura de protensão;
- σ<sub>pd</sub> = valor da tensão de protensão;
- ε<sub>c</sub> = deformação no concreto;
- ε<sub>s</sub> = deformação no aço.

## A2 – Cálculo do momento resistente e da armadura

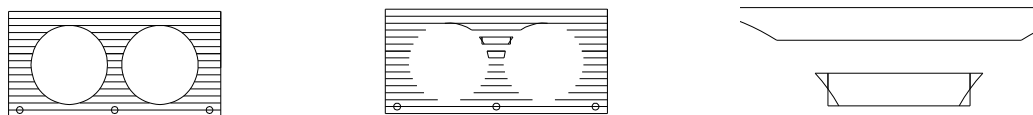
O dimensionamento da armadura longitudinal de uma seção qualquer consiste em um processo iterativo, no qual, variando a posição da linha neutra ao longo da seção, determina-se o momento resistente ( $M_R$ ), e caso este seja maior ou igual ao momento de cálculo ( $M_d$ ), tem-se a solução da posição da linha neutra. Conhecida a posição da linha neutra e a força resultante de compressão, determina-se a área de aço da armadura de protensão ( $A_p$ ).

O cálculo de armadura  $A_p$  de uma seção qualquer pode ser feito por iterações. O procedimento é feito fazendo a divisão da seção transversal em elementos com pequenos valores de altura, que serão chamadas de tiras. Um exemplo de seção desse tipo é dado na Figura A2.1, e sua discretização é indicada na Figura A2.2.

No passo posterior os trechos são transformados em retângulos.



**Figura A2.1 – Seção com geometria qualquer e armadura  $A_p$ .**

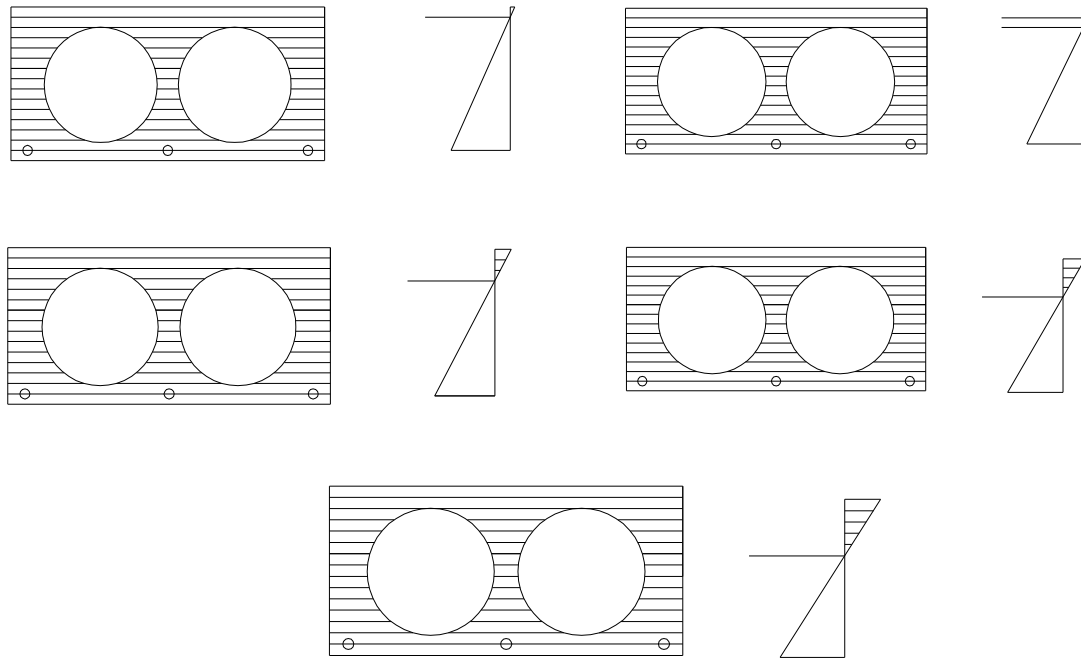


**Figura A2.2 – Seção dividida em tiras e pedaço da tira transformado em retângulo. (Fonte: CARVALHO, 2010).**

Depois disso é possível considerar diversas posições de linha neutra, como as indicadas na Figura A2.3.

Para cada posição da linha neutra  $x$ , calculada para cada tira comprimida (retângulo), determina-se o valor de deformação do concreto  $\varepsilon_{ci}$  na altura média, e através deste calculam-se a correspondente tensão  $\sigma_{ci}$  e a força  $F_{ci}$  relativa a essa tira (expressão A2.1).

$$F_{ci} = b_{w,i} \cdot h_i \cdot \sigma_{ci} \quad (\text{A2.1})$$



**Figura A2.3 – Posições da linha neutra para a seção adotada.**  
(Fonte: CARVALHO, 2010).

O valor de  $\sigma_{ci}$  é obtido de forma condicional. Para isso, inicialmente fixa-se o valor de  $\varepsilon_{si} = 0,01$  e calcula-se  $\varepsilon_{ci}$  (expressão A2.2). Se  $\varepsilon_{ci} \leq 0,002$ , calcula-se  $\sigma_{ci}$  (expressão A2.4); se  $\varepsilon_{ci} > 0,002$ , a tensão  $\sigma_{ci}$  é calculada conforme a expressão A2.7. Até essa situação a seção trabalha em um dos domínios 2a ou 2b. Se  $\varepsilon_{ci} > 0,0035$  tem-se a seção no domínio 3 e, neste caso, fixa-se  $\varepsilon_{ci} = 0,0035$  e calcula-se  $\sigma_{ci}$  (expressão A2.10), ou seja, a tensão no concreto se mantém constante. Por último pode-se ter  $\varepsilon_{si} < \varepsilon_{s,lim}$ , sendo  $\varepsilon_{s,lim}$  calculado com a expressão A2.14. Essa situação corresponde ao domínio 4. Em seguida são indicadas as deformações e as tensões no concreto para cada domínio (Expressões A2.2 a A2.14).

- Domínio 2a:

$$\varepsilon_{ci} = -\frac{\varepsilon_s \times x}{(x-d)} \rightarrow 0 \leq \varepsilon_c \leq 0,002 \quad (\text{A2.2})$$

$$\varepsilon_s = 0,01 \quad (\text{A2.3})$$

$$\sigma_{ci} = 0,85 \cdot f_{cd} \cdot \left[ 1 - \left( 1 - \frac{\varepsilon_{ci}}{0,002} \right)^2 \right] \quad (\text{A2.4})$$

- Domino 2b:

$$\varepsilon_{ci} = -\frac{\varepsilon_s \times x}{(x-d)} \rightarrow 0,002 < \varepsilon_c < 0,0035 \quad (\text{A2.5})$$

$$\varepsilon_s = 0,01 \quad (\text{A2.6})$$

$$\sigma_{ci} = 0,85 \cdot f_{cd} \quad (\text{A2.7})$$

- Domino 3:

$$\varepsilon_c = 0,0035 \quad (\text{A2.8})$$

$$\varepsilon_{si} = \frac{\varepsilon_c \times (d-x)}{x} \rightarrow 0,01 > \varepsilon_s \geq \varepsilon_{s,\text{lim}} \quad (\text{A2.9})$$

$$\sigma_{ci} = 0,85 \cdot f_{cd} \quad (\text{A2.10})$$

- Domínio 4:

$$\varepsilon_c = 0,0035 \quad (\text{A2.11})$$

$$\varepsilon_{si} = \frac{\varepsilon_c \times (d-x)}{x} \rightarrow \varepsilon_s < \varepsilon_{s,\text{lim}} \quad (\text{A2.12})$$

$$\sigma_{ci} = 0,85 \cdot f_{cd} \quad (\text{A2.13})$$

A deformação  $\varepsilon_{s,\text{lim}}$  é dada por:

$$\varepsilon_{s,\text{lim}} = \frac{\varepsilon_c \times (1 - \frac{x}{d} \text{lim})}{\frac{x}{d} \text{lim}} \quad (\text{A2.14})$$

A distância do centro da tira até o cg da armadura é conhecida e chamada de  $z_i$ . Assim, já é possível calcular a parcela de momento resistente devida a essa tira.

$$M_R = F_{ci} \cdot z_i \quad (\text{A2.15})$$



Depois disso, basta repetir a operação para todos os retângulos comprimidos que se obterá as resultantes da força de compressão e do momento resistente, dados pelas expressões A2.16 e A2.17, respectivamente.

$$F_c = \sum_{i=1..n} F_{ci} \quad (\text{A2.16})$$

$$M_R = \sum_{i=1..n} M_{Ri} \quad (\text{A2.17})$$

Esses valores correspondem a uma posição de linha  $x$ . Para cada posição de linha neutra existirá um valor de  $F_c$  e um do momento resistente  $M_R$ . Se  $M_R = M_d$ , a linha neutra em questão é a solução do problema e o valor da armadura é dado pela equação:

$$A_p = \frac{F_c}{\sigma_{pd}} \quad (\text{A2.18})$$