

UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO
ESCOLA DE ENGENHARIA DE SÃO CARLOS
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA DE ESTRUTURAS

MATHEUS FERNANDES DE ARAÚJO SILVA

**Desenvolvimento de modelo analítico para determinação da
resistência ao cisalhamento de nós de pórtico externos de
concreto armado**

São Carlos

2013

MATHEUS FERNANDES DE ARAÚJO SILVA

**Desenvolvimento de modelo analítico para determinação da resistência
ao cisalhamento de nós de pórtico externos de concreto armado**

Dissertação apresentada à Escola de Engenharia de São Carlos, da Universidade de São Paulo, como parte dos requisitos necessários à obtenção do título de Mestre em Engenharia de Estruturas.

Orientador: Prof. Dr. Vladimir
Guilherme Haach

Versão Corrigida

A versão original encontra-se na Escola de Engenharia de São Carlos

São Carlos

2013

AUTORIZO A REPRODUÇÃO TOTAL OU PARCIAL DESTE TRABALHO, POR QUALQUER MEIO CONVENCIONAL OU ELETRÔNICO, PARA FINS DE ESTUDO E PESQUISA, DESDE QUE CITADA A FONTE.

S586d Silva, Matheus Fernandes de Araújo
Desenvolvimento de modelo analítico para
determinação da resistência ao cisalhamento de nós de
pórtico externos de concreto armado / Matheus Fernandes
de Araújo Silva; orientador Vladimir Guilherme Haach.
São Carlos, 2013.

Dissertação (Mestrado) - Programa de Pós-Graduação
em Engenharia de Estruturas -- Escola de Engenharia de
São Carlos da Universidade de São Paulo, 2013.

1. Nós de pórtico. 2. Cisalhamento. 3. Método dos
elementos finitos. 4. Concreto armado. I. Título.

FOLHA DE JULGAMENTO

Candidato: Engenheiro **MATHEUS FERNANDES DE ARAÚJO SILVA**.

Título da dissertação: "Desenvolvimento de modelo analítico para determinação da resistência ao cisalhamento de nós de pórtico externos de concreto armado".

Data da defesa: 15/03/2013

Comissão Julgadora:

Resultado:

Prof. Dr. **Vladimir Guilherme Haach (Orientador)**
(Escola de Engenharia de São Carlos/EESC)

APROVADO

Prof^a. Associada **Ana Lúcia Homce de Cresce El Debs**
(Escola de Engenharia de São Carlos/EESC)

Aprovado

Prof. Dr. **Leandro Mouta Trautwein**
(Universidade Estadual de Campinas/UNICAMP)

Aprovado

Coordenador do Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil (Engenharia de Estruturas):

Profa. Associada **Ana Lucia Homce de Cresce El Debs**

Presidente da Comissão de Pós-Graduação:

Prof. Titular **Denis Vinicius Coury**

RESOLUÇÃO
Serviço de Pós-Graduação
Protocolo nº 011/2013
15/03/2013

A Deus.

Aos meus pais Milton Araújo,
Silvaneide Fernandes e ao meu
irmão, Moises Fernandes.

AGRADECIMENTOS

A Deus em primeiro lugar, que se mostrou presente nos momentos mais difíceis nestes últimos dois anos, sempre me dando força e saúde para superar todos os desafios.

A minha família, em especial aos meus pais, Silvaneide Fernandes de Araújo Silva e Milton Araújo Silva e meu irmão, Moisés Fernandes de Araújo Silva, pelo incentivo, amor e compreensão. A minha companheira, Clarissa Maria Araújo Dantas pelas palavras e conselhos fortes nos momentos de tristeza.

Ao professor Vladimir Guilherme Haach, por seus ensinamentos valiosos, paciência, orientação e encorajamento excepcional ao longo do trabalho de pesquisa.

Aos professores da UFRN, Selma Hissae Shimura de Nóbrega, Petrus Gorgônio Bulhões de Nóbrega, Roberto José de Medeiros e Maria das Vitórias Vieira Almeida de Sá, pelo incentivo a fazer o mestrado quando ainda fazia a graduação.

Aos colegas e companheiros do departamento, em especial a Hugo Oliveira (Monstro), Carlos Moreira (Carlinhos), Margot Pereira, Elias Testoni (Salsicha), João Marinho (Miserável), Daniel Bonfim (Baiano), Ketson Roberto, Daniel Pereira, Carolina Quintero e Rafael Niño por seus conselhos, conversas, ajudas na pesquisa e momentos de descontração após ou durante o árduo trabalho.

Ao amigo e companheiro de apartamento, Fernando Vecchio, pelo aprendizado na convivência, companheirismo e por sua ajuda e comentários durante vários estágios da pesquisa.

Aos professores e funcionários do Departamento de Engenharia de Estruturas pelo apoio dado direta ou indiretamente para a realização deste trabalho.

Aos conterrâneos do meu querido Rio Grande do Norte, Hidelbrando Diógenes, que me recebeu aqui em São Carlos quando cheguei em 2011 e me ofereceu suporte de coração, e Arthur Álax pelo companheirismo e amizade de longa data.

A CAPES, Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior, pelo suporte financeiro.

“Nem tudo que se enfrenta pode ser
modificado, mas nada pode ser
modificado até que seja enfrentado.”

Albert Einstein

RESUMO

SILVA, M. F. A. **Desenvolvimento de modelo analítico para determinação da resistência ao cisalhamento de nós de pórtico externos de concreto armado**. 2013. 166f. Dissertação (Mestrado) – Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, 2013.

Propõe-se um modelo analítico para determinação da resistência ao cisalhamento de nós de pórtico externos em estruturas de concreto armado. Faz-se um estudo de modelos analíticos propostos por pesquisadores e sua aplicação em uma extensa base de dados com resultados experimentais de diferentes ligações, a fim de verificar a eficiência de cada modelo analítico. Em paralelo realiza-se uma análise paramétrica por meio de simulação numérica utilizando o software **DIANA**[®] de maneira a compreender o comportamento do nó externo analisando a influência da geometria, nível de tensões no pilar, taxa de armadura da viga e taxa de estribos, e assim propõe-se um modelo de cálculo para a resistência ao cisalhamento com base nos resultados desta análise paramétrica. Por fim o modelo analítico proposto é aplicado na base de dados apresentando bons resultados e comprovando sua eficácia tanto para nós de pórtico externos sem estribo como com estribos.

Palavras-chave: Nós de pórtico. Cisalhamento. Método dos elementos finitos. Concreto armado.

ABSTRACT

SILVA, M. F. A. **Development of analytical model for predicting the shear strength of exterior reinforced concrete beam-column joints.** 2013. 166f. Dissertação (Mestrado) – Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, 2013.

A proposal of an analytical model for determining the shear strength of exterior reinforced concrete beam-column joints is made in this work. A study of analytical models proposed by researchers and their application in a wide database with experimental results is done in order to verify the effectiveness of each analytical model. In parallel a parametric analysis by numerical simulation using the software DIANA® is performed in order to understand the behavior of the joint by analyzing the influence of the geometry, stress level in the column, longitudinal reinforcement ratio of beam and stirrup ratio and thus, it is proposed a model for predicting the shear strength based on the results of this parametric analysis. Finally the analytical design model proposed is applied to the database and presents good results proving its effectiveness for both external joint with and without stirrups.

Keywords: Beam-column joint. Shear. Finite element method. Reinforced Concrete.

SUMÁRIO

SUMÁRIO	15
1 INTRODUÇÃO	19
1.1 GENERALIDADES	19
1.2 OBJETIVO.....	21
1.3 JUSTIFICATIVA	22
1.4 METODOLOGIA.....	22
1.5 RESUMO DOS CAPÍTULOS.....	23
2 ESTUDO DOS NÓS DE PÓRTICO	25
2.1 COMPORTAMENTO DOS NÓS DE PÓRTICO	25
2.2 MODELOS TEÓRICOS.....	42
2.2.1 Ortiz (1993).....	42
2.2.2 Parker e Bullman (1997)	44
2.2.3 Hwang e Lee (1999).....	46
2.2.4 Vollum e Newman (1999).....	51
2.2.5 Kim, LaFave e Song (2009)	52
2.2.6 Bakir e Boduroglu (2002)	53
2.2.7 Tsonos (2002).....	54
2.2.8 Hegger, Sherif e Roeser(2003)	56
2.2.9 Russo e Somma (2004)	58
2.3 RESUMO.....	59
3 SIMULAÇÃO NUMÉRICA	61
3.1 INTRODUÇÃO	61
3.2 PROPRIEDADES GERAIS DOS MODELOS NUMÉRICOS	62
3.2.1 Propriedades dos materiais	62
3.2.2 Malha e elementos finitos	68
3.2.3 Carregamento e condições de contorno	69

3.3	VALIDAÇÃO DO MODELO NUMÉRICO.....	71
3.3.1	BS-L-450.....	71
3.3.2	C2.....	80
3.3.3	N400.....	86
3.4	RESUMO.....	91
4	ANÁLISE PARAMÉTRICA.....	93
4.1	ESBELTEZ DA LIGAÇÃO (h_v/h_p).....	93
4.2	NÍVEL DE TENSÕES NORMAIS NO PILAR (v).....	98
4.3	TAXA DE ARMADURA DA VIGA ($\rho_{s,viga}$).....	105
4.4	TAXA DE ESTRIBOS.....	108
4.5	RESUMO.....	118
5	MODELO PROPOSTO.....	121
5.1	FLUXOGRAMA E VERIFICAÇÕES.....	121
5.2	BASE DE DADOS.....	123
5.3	APLICAÇÃO DE MODELOS TEÓRICOS DA LITERATURA.....	126
5.4	APLICAÇÃO DO MODELO PROPOSTO SEM ESTRIBOS.....	131
5.5	APLICAÇÃO DO MODELO PROPOSTO COM ESTRIBOS.....	135
5.6	RESUMO.....	136
6	CONSIDERAÇÕES FINAIS.....	139
6.1	CONCLUSÃO.....	139
6.2	PROPOSTAS PARA TRABALHOS FUTUROS.....	141
	REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS.....	143
	APÊNDICE A – SIMULAÇÕES NUMÉRICAS PRELIMINARES.....	151
A.1	GENERALIDADES.....	151
A.2	DEFINIÇÃO.....	151
A.2.1	Propriedades geométricas.....	151
A.2.2	Comportamento dos materiais.....	152
A.2.3	Malha e elementos finitos.....	153

A.2.4 Carregamento e condições de contorno	153
A.3 ANÁLISES	154
APÊNDICE B – ANÁLISE PARAMÉTRICA DOS MODELOS TEÓRICOS DA LITERATURA.....	159
B.1 INTRODUÇÃO	159
B.2 ESBELTEZ DA LIGAÇÃO	159
B.3 TAXA DE ESTRIBOS	161
B.4 RESISTÊNCIA DO CONCRETO.....	162
B.5 TAXA DE ARMADURA DA VIGA	164
B.6 NÍVEL DE TENSÕES NORMAIS NO PILAR.....	164

1 INTRODUÇÃO

1.1 GENERALIDADES

Nos últimos anos percebe-se o crescente aumento da resistência dos concretos e também uma otimização dos processos de cálculo por computadores. Desta forma, tem sido prática reduzir as dimensões dos elementos estruturais e, conseqüentemente, as dimensões dos nós também são reduzidas. Isto contribui para a ocorrência de elevados valores de tensões cisalhantes nestes elementos e congestionamento de armaduras, conforme apresentado na Figura 1.1, e quando não são corretamente dimensionados e detalhados acabam tornando-se pontos fracos da estrutura de concreto armado.



Figura 1.1¹ – Congestionamento de armaduras na ligação viga pilar

A princípio, a maioria dos engenheiros estruturais assume que a capacidade portante da estrutura está atrelada somente aos principais elementos estruturais

¹ [disponível em <http://www.istorya.net/forums/general-discussions/283994-house-construction-and-renovation-44.html>. Acesso em 24 abr. 2012]

(pilares, vigas, lajes, paredes). Sem uma correta verificação das ligações, pode-se afirmar que as vigas e pilares dos edifícios usuais de concreto armado não conseguem atingir seus ELU e suas resistências ficam limitadas pela resistência da ligação. Isto ocorre porque o nó de pórtico é uma região frágil e sua ruína geralmente se acontece antes da ruína dos pilares e vigas.

Na Figura 1.2, apresentam-se os diferentes tipos de nós presentes nas estruturas de concreto armado e, na Figura 1.3, mostram-se alguns casos de arranjo de nós de pórtico externos em estruturas de concreto armado, com a presença de vigas na direção perpendicular ao plano do pórtico com continuidade e sem continuidade destas.

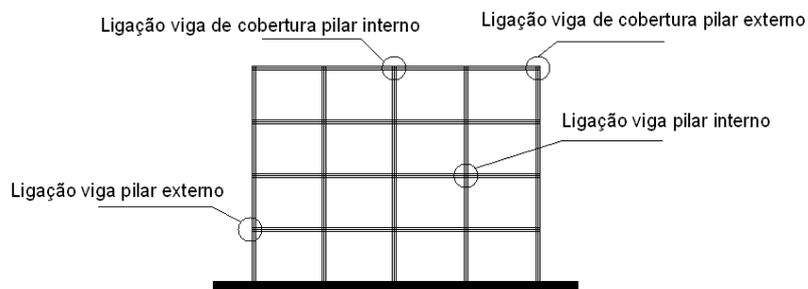


Figura 1.2 - Tipos de nó de pórtico

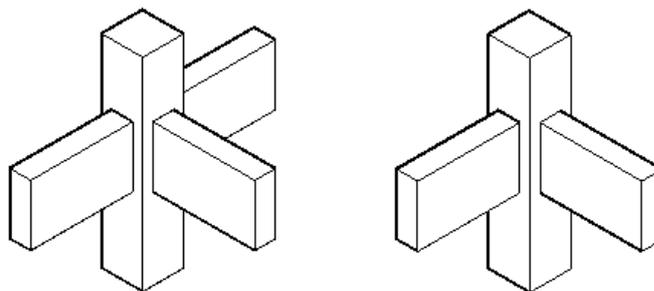


Figura 1.3 - Nó de pórtico externo de concreto armado

Os nós quando carregados monotonicamente podem entrar em colapso basicamente, através do escoamento dos estribos ou por esmagamento do concreto comprimido na diagonal. Seus elementos adjacentes (vigas e pilares) podem sofrer ruína por escorregamento das armaduras longitudinais ancoradas no nó ou por escoamento destas. Do ponto de vista da segurança estrutural, é preferível que a viga que converge ao nó sofra o colapso através do escoamento da armadura

tracionada, permitindo assim que essa atinja sua capacidade última e tenha uma ruptura dúctil, ao contrário da ruptura por cisalhamento do nó que é frágil e que forma rótulas nos pilares tornando assim a estrutura instável (ver Figura 1.4). Logo, o dimensionamento das ligações viga-pilar de pórticos de concreto armado deve verificar que a resistência ao cisalhamento da ligação seja tal que permita que a viga adjacente alcance seu Estado Limite Último.



Figura 1.4 – Comportamento de estruturas de concreto armado quando sujeitas a ações cíclicas : a) Xuankou Middle School na cidade de Yingxiu, China; b) Colapso de ligação viga-pilar externo; c) colapso de pilar curto. Fonte: Zhao, Taucer e Rossetto (2009)

A resistência ao cisalhamento das ligações externas depende de diversos fatores: geometria da ligação, taxa de armadura do pilar, resistência do concreto, tipo de ancoragem da armadura da viga, taxa de armadura da viga, taxa de armadura transversal (estribos), carga axial no pilar, grau de confinamento, presença de vigas transversais, efeito da laje, etc. Ainda discute-se sobre quais variáveis são preponderantes, e daí surgem vários métodos e fórmulas para cálculo de resistência ao cisalhamento das ligações diferenciando entre si somente que variáveis são levadas em conta.

1.2 OBJETIVO

O objetivo principal desta pesquisa é desenvolver um modelo analítico para estimativa da resistência ao cisalhamento dos nós, bem como prever o modo de ruína, extremamente importante para garantir uma ruína dúctil do nó de pórtico externo com escoamento dos estribos.

Tem-se como objetivos específicos:

- a) Estudar o comportamento estrutural dos nós de pórtico externos e seus mecanismo de ruína;
- b) Criar uma base de dados de resultados experimentais de nós externos;
- c) Avaliar vários modelos teóricos presentes na literatura;
- d) Fazer simulação numérica de ensaios realizados presentes na literatura e validar os modelos numéricos;
- e) Fazer análise paramétrica das principais variáveis que influenciam o comportamento do nó pelo modelo numérico calibrado.

1.3 JUSTIFICATIVA

Os nós ou ligações entre vigas e pilares constituem pontos importantes da estrutura de concreto armado visto que esses são os responsáveis pela união solidária entre vigas e pilares e assim pela formação dos pórticos tão importantes para o contraventamento da estrutura. São regiões de elevados valores de força cortante e concentração de armaduras o que dificulta sua concretagem. Como visto anteriormente, devido ao grande número de variáveis envolvidas que afetam seu comportamento, o assunto ainda não está completamente elucidado e constitui tema para muita discussão.

De maneira a ampliar os conhecimentos sobre o comportamento dos nós de pórtico externos de concreto armado, surge a necessidade de se desenvolver um modelo analítico que preveja a resistência ao cisalhamento com base na consideração dos resultados das simulações numéricas e dos modelos experimentais da base de dados.

1.4 METODOLOGIA

Foi realizada uma extensa revisão bibliográfica para o melhor entendimento do comportamento do nó e identificar as variáveis que o influenciam. Dentro desta revisão foi feita uma busca por modelos teóricos existentes. Depois de estudados, foi implementada a rotina computacional de alguns destes modelos teóricos.

Realizada esta etapa da pesquisa, foi feita a coleta de resultados experimentais na literatura por meio dos trabalhos de diversos pesquisadores, montando assim a base dados. Em paralelo, foram simulados e calibrados três modelos numéricos, utilizando o software DIANA®, e que representam os modelos experimentais de três autores distintos presentes na base de dados.

Após a validação do método numérico foram feitas as análises paramétricas envolvendo a relação entre a altura da seção transversal da viga com a do pilar no plano do pórtico (h_v/h_p), nível de carga axial no pilar (v), taxa de armadura da viga ($\rho_{s,viga}$) e taxa de estribos na ligação (ρ_{sh}). Os resultados desta análise paramétrica mais a consideração de alguns dados da revisão bibliográfica deram base para o desenvolvimento do modelo analítico de cálculo de resistência ao cisalhamento.

Além disso, o modelo proposto foi aplicado nos modelos experimentais da base de dados coletada. Para comparação e análise dos modelos teóricos presentes na literatura, estes também foram aplicados na base de dados.

1.5 RESUMO DOS CAPÍTULOS

No capítulo 1, introduz-se sucintamente informações básicas sobre o comportamento dos nós de pórtico externos de concreto armado apresentando os objetivos, a justificativa e a metodologia empregada no desenvolvimento dos estudos aqui realizados.

No capítulo 2, apresenta-se uma revisão bibliográfica descrevendo as principais variáveis e como influenciam no comportamento ao cisalhamento dos nós. Também se descrevem resumidamente alguns modelos teóricos presentes na literatura para cálculo de resistência ao cisalhamento das ligações.

No capítulo 3, descrevem-se as considerações feitas para as simulações numéricas realizadas, modelos constitutivos dos materiais, malha de elementos finitos, condições de contorno, ensaios simulados numericamente e validação dos modelos numéricos.

No capítulo 4, abordam-se as análises paramétricas realizadas considerando a esbeltez da ligação, nível de solicitação no pilar, taxa de armadura da viga e taxa de estribos. Apresentam-se pontualmente as principais equações do modelo proposto.

No capítulo 5, o modelo proposto é apresentado e aplicado em uma base de dados de resultados experimentais encontrados na literatura. Alguns modelos teóricos também sofrem o mesmo procedimento a fim de investigar e comparar resultados. Medidas estatísticas são apresentadas no fim do capítulo comprovando o bom funcionamento do modelo proposto.

No capítulo 6, fazem-se as considerações finais do trabalho com a apresentação das conclusões do trabalho e proposta para estudos futuros.

2 ESTUDO DOS NÓS DE PÓRTICO

2.1 COMPORTAMENTO DOS NÓS DE PÓRTICO

Nos nós de pórtico ocorrem mudanças de direção do eixo da estrutura, o que provoca alteração na direção dos esforços internos e, conseqüentemente, modificação na distribuição de tensões em seu interior. Sendo assim, os nós são classificados como regiões tipo D, onde as hipóteses de Bernoulli (distribuição linear de deformações ao longo da seção transversal) não são válidas, como apresentado na Figura 2.1. Nestas regiões a distribuição de deformações é significativamente não-linear.

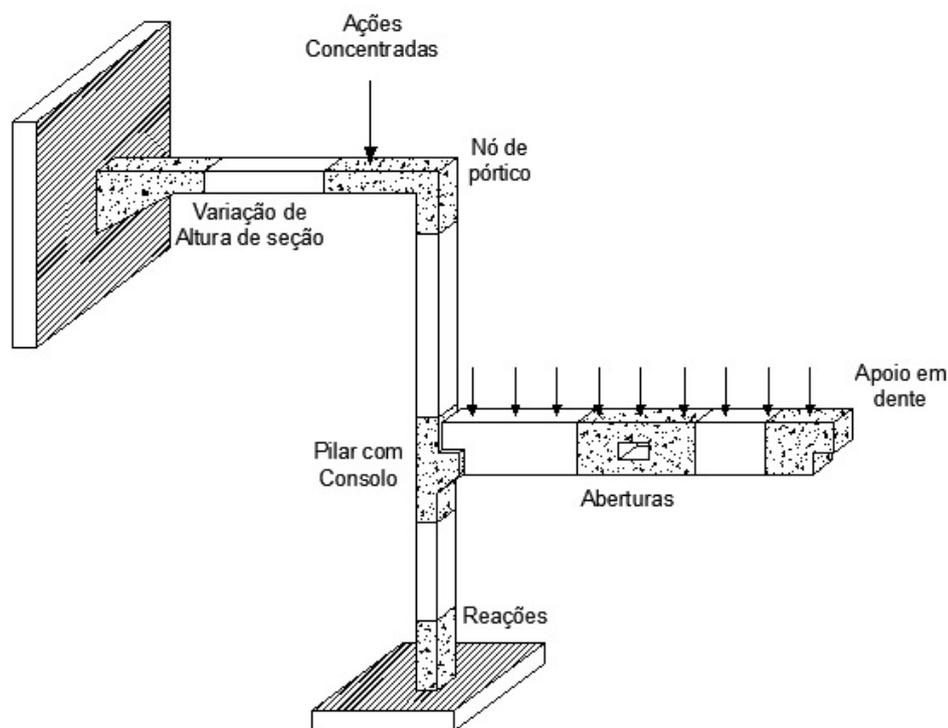


Figura 2.1 – Regiões do Tipo D

Em função da distribuição interna de tensões, têm-se os possíveis modos de ruína:

- a) ruína frágil por tensão de tração diagonal; essas tensões surgem em função da mudança de direção dos esforços internos longitudinais da viga e pilar;
- b) ruína frágil por tensões de tração normais às armaduras principais da viga e pilar;
- c) ruína por escoamento das armaduras principais, que conduz a grandes deformações;
- d) ruína por ancoragem inadequada das armaduras;
- e) ruína por esmagamento do concreto nas bielas ou regiões nodais.

Na ligação, como pode ser visto na Figura 2.2, surgem tensões de tração muito desfavoráveis na direção da diagonal, transversais à biela comprimida de concreto. Observa-se também que a armadura comprimida do tramo superior passa a ser tracionada no tramo inferior do pilar. Leonhardt e Mönning (1977) afirmam que a transferência de tensões provoca tensões de aderência perigosamente elevadas na armadura do pilar e que em conjunto com a tração diagonal têm uma influência decisiva na capacidade resistente do nó.

A resistência ao cisalhamento dos nós decresce na seguinte sequencia: nó interno, externo, de cobertura com momento fletor tracionando as fibras internas e de cobertura com momento tracionando as fibras externas mantendo as variáveis principais constantes. Daí pode-se perceber a posição desvantajosa das ligações externas, principalmente pela sollicitação unilateral no seu plano de carregamento e também por possuir pelo menos um lado sem confinamento.

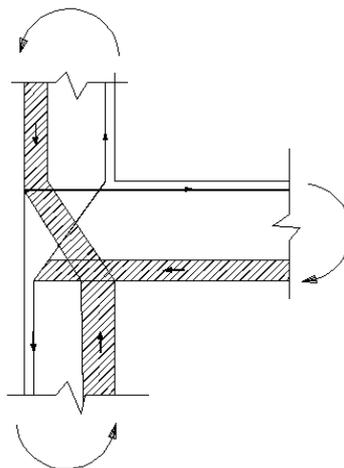


Figura 2.2- Caso típico de ações solicitantes no nó com idealização da biela comprimida de concreto. Adaptado de Silva e Giongo (2000)

Park e Paulay (1975) comentam que as ligações externas viga-pilar em pórticos de concreto armado passam por uma situação crítica quando sujeitas a ações sísmicas. As resultantes de esforços nos nós induzem tensões de tração diagonais (Figura 2.3a), podendo estas ter grandes valores quando os elementos adjacentes atingem sua capacidade última. A severidade destas tensões é influenciada pela quantidade de armadura longitudinal dos membros adjacentes e pela magnitude da carga axial do pilar. No entanto sabe-se que a mesma situação ocorre para carregamentos monotônicos, produzidos por ações laterais na estrutura de um edifício. Park e Paulay (1975) ainda comentam que um mecanismo de biela diagonal primária comprimida de concreto é responsável pela transferência de forças cortantes e de compressão na ligação (Figura 2.3b). Os mesmos autores também idealizam um mecanismo de treliça formado por bielas secundárias separadas por fissuras diagonais em conjunto com as armaduras horizontais e verticais existentes no nó (Figura 2.3c).

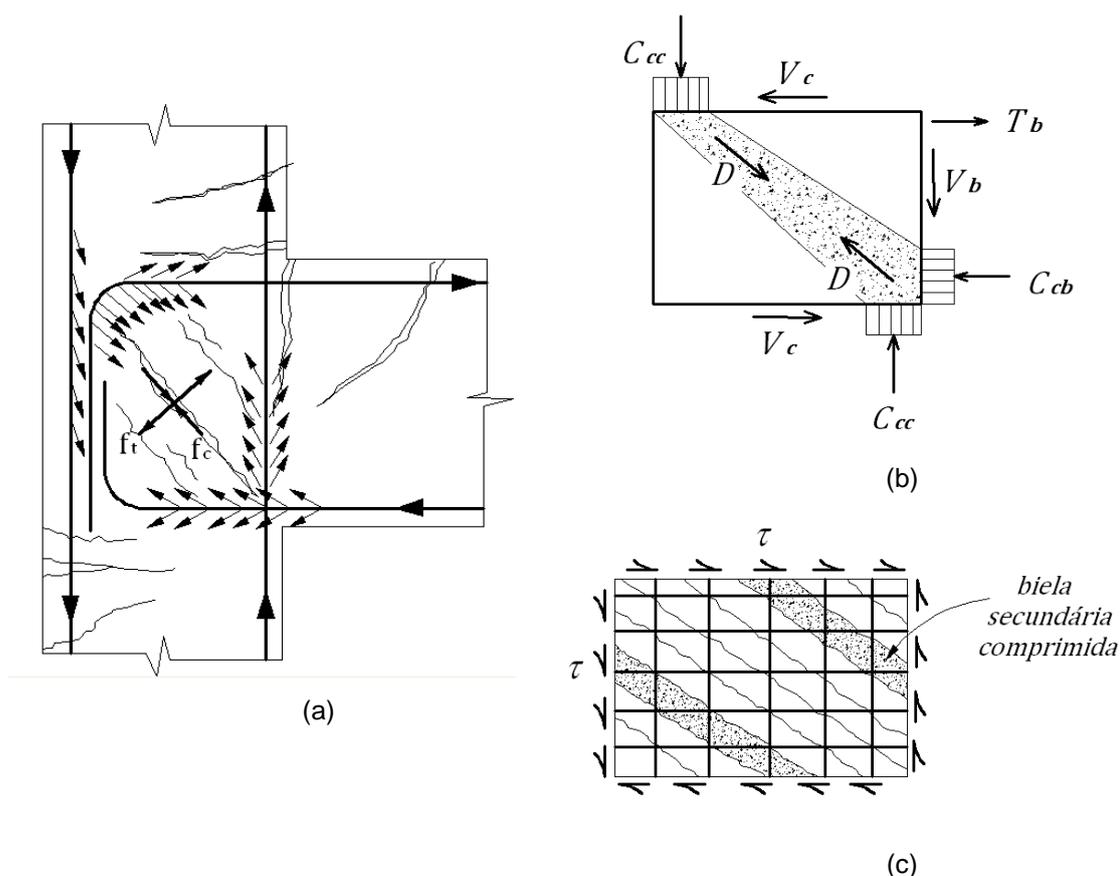


Figura 2.3 – Considerações de Park e Paulay (1975). (a) Padrão de fissuração, tensões de aderência e tensões principais no núcleo do nó. (b) Mecanismo de transferência de tensões cisalhantes por biela comprimida diagonal de concreto (c) Mecanismo de treliça para transferência de tensões cisalhantes.

Sabe-se também que seria muito otimista dizer que estas bielas poderiam alcançar a resistência à compressão do concreto. Devido a um estado biaxial de tensões, se produz uma apreciável redução da resistência à compressão da biela.

Alguns autores denominam esta redução da resistência do concreto por causa do estado biaxial de tensões como efeito de amolecimento (“softening”). Este efeito foi mais bem estudado por Vecchio e Collins (1986), que obtiveram a resposta de elementos retangulares planos de concreto armado sujeitos a um estado plano de tensões. Segundo os mesmos autores, os elementos de concreto, quando submetidos a determinados carregamentos, sofrem a formação de fissuras que conectam-se, propagam-se ou fecham-se e que as tensões de compressão principais do concreto não são dependentes somente das deformações principais de compressão, mas também da coexistente deformação principal de tração. Assim, o concreto fissurado quando submetido a elevadas deformações de tração na direção normal à direção comprimida é mais “amolecido” e mais fraco do que o concreto ensaiado segundo os corpos-de-prova cilíndricos (ver Figura 2.4). Este efeito de “amolecimento” do concreto no comportamento do nó é um dos pontos chave para qualquer modelo analítico para cálculo de resistência ao cisalhamento. Hwang e Lee (1999) levam em conta este efeito em seu modelo analítico reduzindo a resistência do concreto por meio de um fator que é função das deformações de tração transversais a biela comprimida.

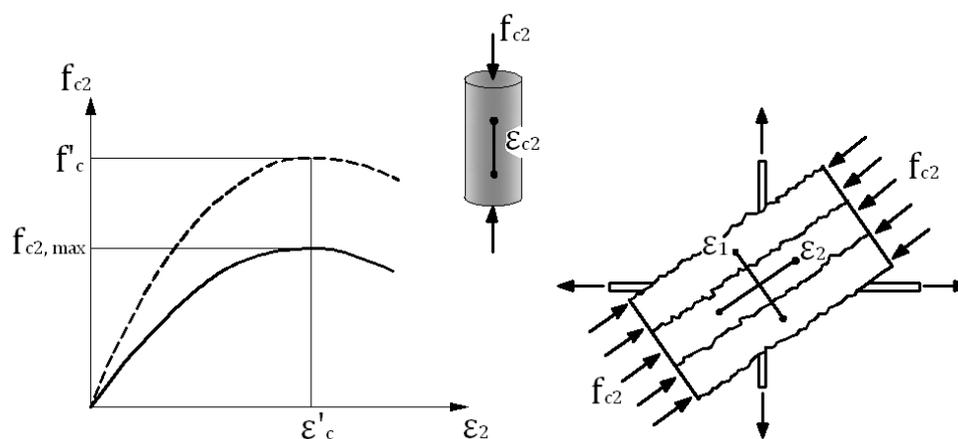


Figura 2.4 – Comportamento do concreto fissurado submetido a compressão

Alva (2004) comenta que o modelo proposto por Hwang & Lee (1999), embora tenha sido originalmente proposto para situação de solicitações cíclicas, pode ser adaptado ao caso de ações monotônicas. Acredita que para tal correção o modelo deve considerar um novo coeficiente redutor de resistência ζ do concreto na biela, em substituição ao original proposto por Hwang & Lee (1999) estabelecido para ações cíclicas, e comenta que a utilização da expressão da norma canadense CSA-A23.3 (2004) para a determinação de ζ fornece uma boa correlação para alguns resultados experimentais. Segundo esta norma, a expressão para este coeficiente redutor é dada por:

$$\zeta = \frac{1}{0,8 + 170 \varepsilon_r} \leq 0,85 \quad (2.1)$$

onde ε_r é a deformação principal de tração transversal à biela diagonal comprimida de concreto no nó de pórtico.

Em regiões do tipo D, como os nós de pórtico externos, o fluxo interno de tensões pode ser razoavelmente representado por modelos de bielas e tirantes. Nesses tipos de modelos os esforços atuantes nas bielas comprimidas, que representam o fluxo de tensões de compressão, são resistidos pelo concreto. As bielas tem sua resistência limitada em função da resistência à compressão do concreto e da seção adotada para a biela. Os campos de tensões de tração são representados por tirantes, usualmente resistidos pelas armaduras. Nos anos 80, Schlaich, Schafer e Jennewein (1987) aplicaram diversos modelos de bielas e tirantes em elementos estruturais especiais, como vigas-parede, consolos, sapatas, blocos de fundação, ligações viga-pilar de cobertura e aberturas em vigas.

Na Figura 2.5, são apresentados dois modelos de bielas e tirantes que podem ser adotados para nós de pórtico, segundo Silva e Giongo (2000). Para o caso em que as dimensões do pilar e da viga são aproximadamente iguais, recomenda-se o modelo da Figura 2.5a. O modelo da Figura 2.5b se aplica quando a altura da viga (h_v) é maior do que a dimensão do pilar (h_p) na direção da viga.

Outros pesquisadores, como Tsonos (1999), idealizam o mecanismo resistente de tirantes verticais (armaduras dos pilares) e horizontais (estribos) no nó agindo em conjunto com bielas secundárias e o mecanismo de uma biela comprimida de concreto diagonal. Tanto o mecanismo de biela diagonal como bielas

e tirantes dependem da resistência do concreto à compressão e à tração, segundo Tsonos (1999).

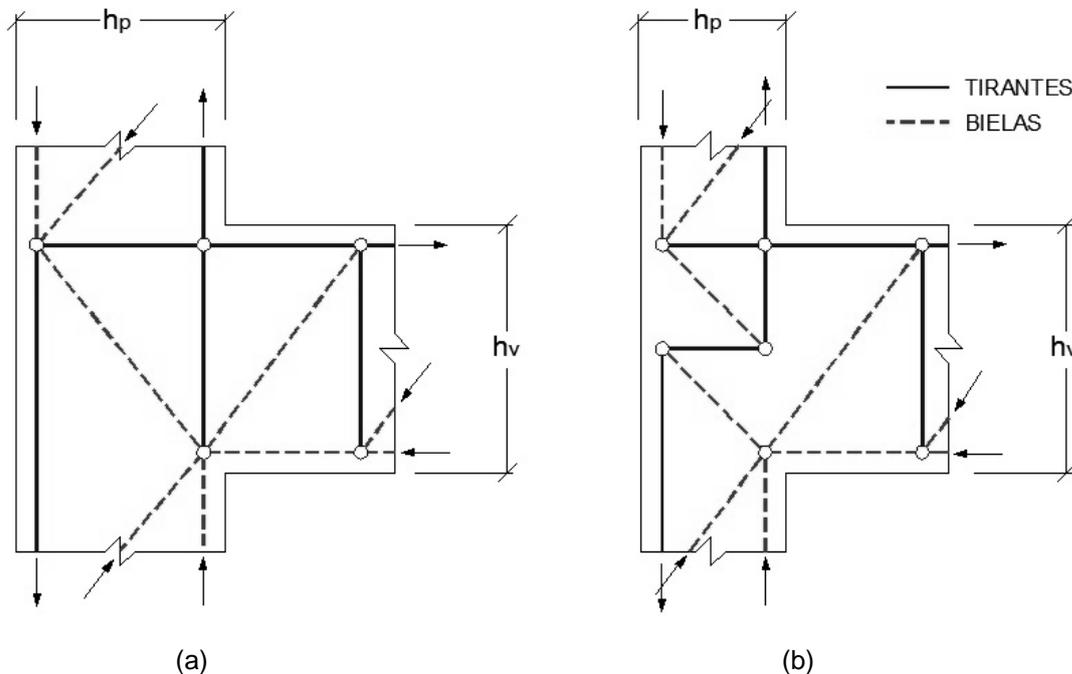


Figura 2.5 – Modelos de bielas e tirantes para nós de pórtico externos:

Existem na bibliografia muitas recomendações sobre o bom dimensionamento dos nós (Park e Paulay, 1975; Marques e Jirsa, 1975; Ortiz, 1993; Vollum e Newman, 1999; Bakir e Boduroglu, 2002; Gençoğlu e Eren, 2002; Kaung e Wong, 2006). No entanto, na maioria dos casos, os trabalhos feitos diferenciam-se entre si pelas variáveis que consideram ser significativas no comportamento dos nós. A única coisa em comum em todos eles são as investigações sobre detalhamento da ligação que possa assegurar o comportamento dúctil. As principais variáveis consideradas na bibliografia são: resistência do concreto, relação geométrica do nó (relação entre altura da viga e altura do pilar), detalhamento e taxa de armadura longitudinal tracionada da viga, taxa de armadura transversal do nó, carga axial no pilar, presença de vigas transversais ou laje, taxa de armadura do pilar, tipo de carregamento aplicado, excentricidade, etc. A principal dificuldade é conseguir avaliar a verdadeira influência de cada variável separadamente tendo em vista a ampla variedade de ensaios já realizados e que todas aquelas variáveis existem interdependentemente.

As recomendações normativas trazem pouco sobre o assunto, sem um consenso entre mecanismos resistentes e variáveis influentes. Segundo Ehsani e Wight (1990), o ACI-ASCE Committee 352, Recommendations for Design of Beam-Column Connections in Monolithic Reinforced Concrete Structures, foi publicado pela primeira vez em 1976 com recomendações de projeto para nós em estruturas de concreto armado. Naquela época acreditava-se que o comportamento do nó era similar ao comportamento de vigas ao esforço cortante. A capacidade da ligação era tomada como a soma da capacidade ao cisalhamento da armadura transversal e do concreto. A contribuição do concreto era função do tipo de carregamento e do confinamento provocado pelas vigas transversais. De acordo com aquelas recomendações, a capacidade ao cisalhamento do nó só poderia ser aumentada por armaduras transversais adicionais (estribos). As ligações seguindo estas recomendações ficavam bastante congestionadas e bastante difíceis de construir. O ACI-ASCE 352 (2002) traz recomendações de modo a satisfazer a resistência e requisitos de ductilidade nas ligações. As principais recomendações são a respeito da geometria do nó, confinamento do núcleo da ligação por meio de estribos, ancoragem das armaduras da viga, controle das tensões cisalhantes e relação entre a resistência a flexão do pilar e da viga que se conectam. Segundo a definição da norma, o nó é a porção do pilar com altura igual a da viga com maior altura de seção transversal que a ele se conecta.

Embora haja discussão sobre as variáveis significativas, existe consenso sobre a influência de algumas na resistência do nó, por exemplo, a resistência do concreto. Mesmo assim alguns pesquisadores diferem-se por considerar que a resistência ao cisalhamento é proporcional a $f_c^{1/2}$ ou a $f_c^{2/3}$.

O efeito benéfico dos estribos no comportamento do nó já foi verificado por diversos pesquisadores (Ortiz, 1993; Hegger, Sherif e Roeser, 2003; Bakir e Boduroglu, 2002). Quando o nó começa a fissurar, os estribos começam a se deformar, podendo atingir seu escoamento se as deformações forem excessivas e se não existir uma quantidade adequada, implicando nas más condições de ancoragem das armaduras da viga e pilar como pode ser visto na Figura 2.6a. Em uma situação ideal de colapso e sob a ação de carregamentos monotônicos, a fissuração do nó tende a aumentar à medida que as solicitações aumentam, porém controladamente, até que se chega ao ponto em que as barras longitudinais da viga começam a escoar anunciando seu ELU. Por causa do controle de fissuração, os

estribos também acabam melhorando as condições de ancoragem do trecho vertical das barras tracionadas da viga após a dobra e das barras do pilar externas, assegurando que haja transferência de tensões das barras para o concreto.

A Figura 2.6b mostra os danos provocados pelas forças das bielas comprimidas e tensões de aderência no cobrimento das armaduras do pilar. Segundo Ortiz (1993), o núcleo do nó é mais rígido do que o cobrimento e isto acentua as tensões de aderência no lado interno das barras do pilar caso haja uma quantidade suficiente de estribos, aliviando as solicitações no recobrimento. Além do mais, os estribos horizontais equilibram as componentes horizontais das forças resultantes da ação das bielas que atuam nos trechos de barras do pilar compreendidos entre dois estribos (ver Figura 2.7).

Na análise de alguns ensaios, Park e Paulay (1975) comentam que o confinamento do nó é imperativo para o seu perfeito comportamento. Em todos os ensaios analisados pelos mesmos autores, os estribos apresentaram deformações segundo o plano horizontal nas faces livres do nó. Isto significa um aumento volumétrico do núcleo da ligação, com conseqüente perda da capacidade de compressão diagonal.

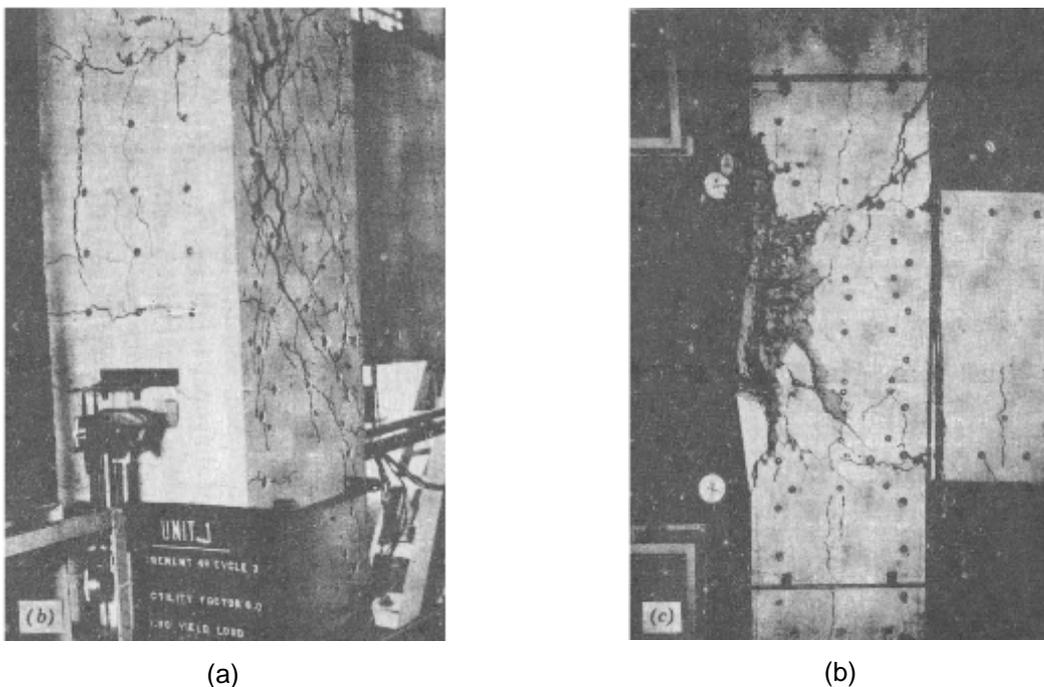


Figura 2.6 – Ligações externas viga-pilar. (a) Fissuração excessiva de um nó após ensaio, afetando a ancoragem das barras do pilar e viga. (b) Arrancamento do cobrimento da armadura externa do pilar.
Fonte: Park e Paulay (1975)

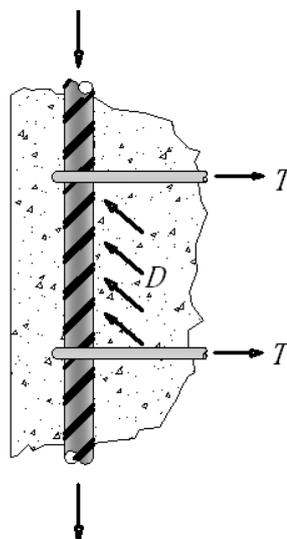


Figura 2.7 – Transferência de tensões das bielas comprimidas de concreto para as armaduras longitudinais do pilar externas ao nó

Ehsani e Wight (1985) apresentam em seu trabalho a definição “clássica” da taxa de estribo, calculada como:

$$\rho_{sh} = \frac{A_{sh}}{b_p (d_v - d_v')} \quad (2.2)$$

onde A_{sh} é a área total de estribos horizontais; b_p é a largura da seção do pilar; e $d_v - d_v'$ é a distância entre os centroides da armadura tracionada e comprimida da viga.

Muitos autores usam em seus modelos a taxa de estribos como parâmetro de entrada. O ACI 352(2002), no entanto recomenda uma área de aço por camada e o espaçamento entre elas. Segundo Ehsani e Wight (1990) o escoamento dos estribos pode ocorrer de forma prematura quando esta taxa é insuficiente. Isto resulta na expansão volumétrica da ligação e por sua vez, na ruptura do cobrimento de concreto abaixo e acima da ligação, reduzindo a capacidade à flexão do pilar.

Em outro trabalho, Ehsani e Wight (1985) comentam que as armaduras transversais podem contribuir de duas maneiras no comportamento do nó. Primeiro, elas podem fornecer um acréscimo de resistência ao cisalhamento com um limite superior igual à área total de estribos vezes a tensão de escoamento. Ainda segundo eles, os estribos proporcionam confinamento ao nó o qual é proporcional ao número de estribos colocados na ligação.

Marques e Jirsa (1975) ensaiaram 22 modelos experimentais simulando típicas ligações externas viga-pilar para avaliar a capacidade e o comportamento das barras ancoradas da viga. Uma de suas conclusões foi que estribos detalhados na ligação aparentam ser benéficos ao comportamento da ancoragem das barras longitudinais da viga quando o espaçamento entre eles é igual ou menor do que o raio de dobra da armadura da viga, pois assim confina-se uma região de intensas tensões laterais. Os autores comentam que a carga axial do pilar produz deformações laterais que causam deslocamento e que o uso de estribos reduz este efeito. Em todos os modelos experimentais em que foram colocados estribos, as tensões nas armaduras longitudinais da viga atingiram o patamar de escoamento.

Ortiz (1993) apresenta os resultados de sete nós de pórtico externos de concreto armado, em tamanho natural, testados experimentalmente sujeitos a carregamento monotônico com ou sem presença de carga axial no pilar. A autora conclui que a contribuição dos estribos transversais do nó apenas permite um alargamento da biela diagonal e que, portanto o excesso de estribos não pode alargar a biela além da área de concreto existente, isto é, excesso de estribos não produz nenhum efeito benéfico, e que somente estribos localizados acima do banzo comprimido da viga (Figura 2.8) são realmente solicitados e, portanto, efetivos. Park e Paulay (1975) afirma que somente os estribos situados nos dois terços superiores na altura útil da viga são considerados efetivos.

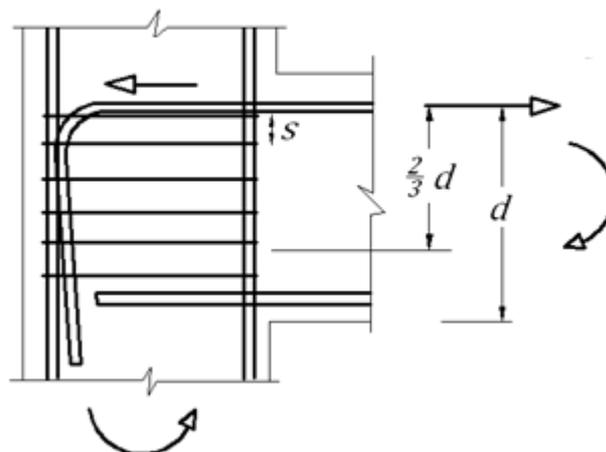


Figura 2.8- Estribos efetivos em um nó externo localizados a $2/3d$. Fonte: Park e Paulay (1975)

Vollum (1998) em seu trabalho desenvolveu um estudo paramétrico que mostra que os estribos correspondentes aos mínimos valores requeridos pela BS 8110 são incapazes de aumentar a resistência ao cisalhamento significativamente. Vollum e Newman (1999) também afirmam que uma contribuição linear dos estribos na resistência do nó dada pela Equação (2.3) é contra a segurança, visto que para altas taxas de armadura ocorrerá ruptura do nó devido ao esmagamento do concreto antes do escoamento dos estribos.

$$V_{jh} = V_{cc} + A_{sh} f_{yh} \quad (2.3)$$

onde V_{jh} é a resistência ao cisalhamento do nó; V_{cc} é a parcela de contribuição do concreto na resistência e $A_{sh} f_{yh}$ é a força resultante nos estribos efetivos no seu escoamento.

Kaung e Wong (2011) ensaiaram seis modelos experimentais tomando como variável principal a taxa de estribo de nós sujeitos a carregamentos cíclicos. Os mesmos autores comentam que um significativo aumento na resistência ao cisalhamento das ligações pode ser alcançado se forem detalhadas armaduras transversais no núcleo do nó, e que de fato há uma substancial melhora no comportamento dúctil da ligação. Em suas análises os autores apresentam uma comparação bastante interessante: as vigas de dois modelos experimentais, que não possuíam estribos no nó, alcançaram somente 70% das suas resistências à flexão; no entanto, as vigas de outros dois modelos experimentais, que tiveram as mesmas dimensões dos modelos iniciais e taxas de armadura transversal de 0,14% e 0,27%, respectivamente, alcançaram cerca de 90% e 85% das suas resistências a flexão. Kaung e Wong (2011) afirmam que a resistência ao cisalhamento cresce não linearmente e atinge um patamar quando a taxa de estribos é de 0,4% e que por isso estribos adicionais a este valor de taxa não terão nenhum efeito benéfico na resistência da ligação.

Vecchio e Collins (1986) analisando seus resultados sobre a influência das taxas de armadura na resistência ao cisalhamento dos elementos planos, concluíram que o escoamento da armadura, que costura as fissuras, limita as tensões de tração no concreto e que, portanto controla a resistência da ligação para baixas taxas de armadura transversal, enquanto que a ruptura por esmagamento do concreto controla a resistência para maiores valores de taxa de armadura. Aí está

um ponto interessante, pois no caso da ligação viga-pilar fica evidente que existe um limite de taxa de armadura transversal que a partir do qual não adianta detalhar mais estribos no nó, pois a ruptura ocorrerá por falha do concreto e não pelo escoamento da armadura.

Em relação à influência das armaduras da viga no comportamento do nó, Scott (1996) ensaiou 15 modelos experimentais carregados monotonicamente (Figura 2.9) variando a altura das vigas, detalhamento e taxa de armadura longitudinal tracionada da viga e carga axial no pilar. Em suas conclusões, o mesmo autor percebeu que modelos com taxa de armadura tracionada da viga igual a 1,0% e com barras dobradas segundo o tipo A ou C (Figura 2.10) sofreram colapso com formação de rótula plástica na viga quando os pilares foram carregados.

Ainda nas conclusões de Scott (1996), modelos similares aos anteriores, mas com forças axiais menores nos pilares tiveram colapso por cisalhamento do nó e suas vigas não atingiram mais do que 50% de sua resistência à flexão teórica. Scott (1996) considera que, do ponto de vista da ductilidade, o uso do detalhamento do Tipo A é mais desejável quando comparado com o Tipo C, considerando o carregamento monotônico. Os modelos com detalhamento do Tipo B obtiveram péssima ancoragem das armaduras longitudinais das vigas após a fissuração do nó, resultando em rupturas frágeis, pois seu detalhamento para cima evita o desenvolvimento de tensões na perna vertical devido a flexão do pilar, logo a transferência de cargas adicionais aumentam as tensões de aderência ao redor da curva. Como a capacidade de resistir a estas tensões por parte do concreto é limitada, ocorre então a ruptura repentina com rápida propagação de tensões ao longo da perna vertical. De um modo geral o detalhe Tipo B é muito mais frágil do que o Tipo A e C.

Bakir e Boduroglu (2002a) avaliaram que há um aumento exponencial da resistência do nó com o aumento da taxa de armadura da viga. Aqui no presente trabalho, a armadura da viga refere-se somente a armadura superior tracionada. De maneira a entender a possível influência desta variável, Bakir e Boduroglu (2002a) investigaram dois modelos experimentais ensaiados por Scott (1997), que são semelhantes com exceção da taxa de armadura da viga. A resistência ao cisalhamento de um deles que teve uma armadura da viga de 2,26 cm² foi de 122,78 kN, aproximadamente 30% menor do que o outro que teve uma área de armadura de 4,0 cm². Os mesmos autores chegam à mesma conclusão de Scott (1996) e

afirmam que a resistência dos nós ao cisalhamento é aumentada cerca de 15% se detalhados com barras a 90° (L) em relação a 180° (U).

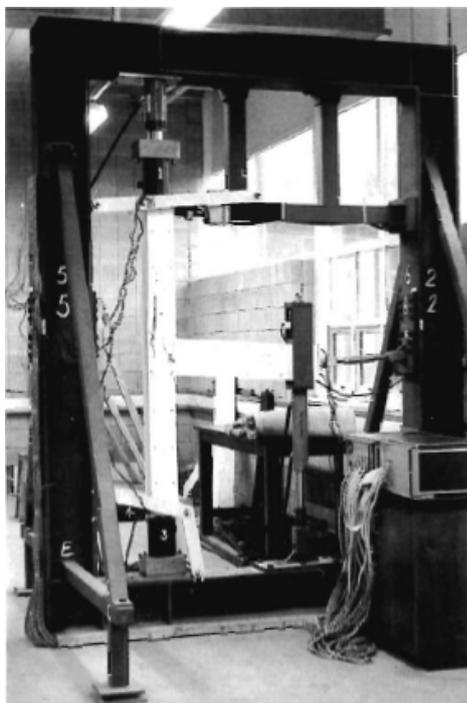


Figura 2.9 – Equipamento e modelo experimental utilizados por Scott (1992)

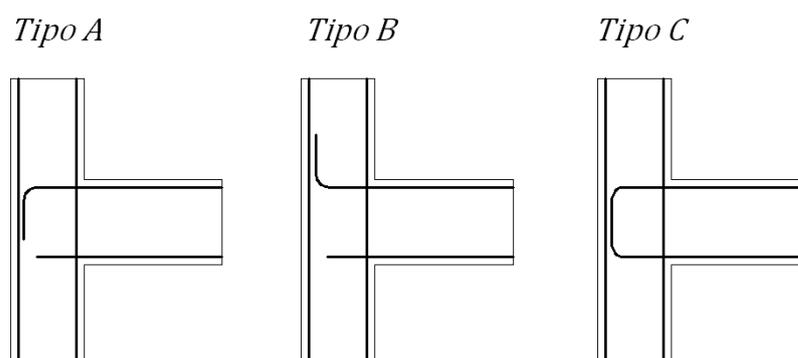


Figura 2.10 – Tipos de detalhamento ensaiados por Scott (1996)

Kuang e Wong (2006) ensaiaram cinco modelos experimentais para estudar os efeitos do tipo de detalhamento das barras longitudinais das vigas e submetendo-os a carregamentos cíclicos sem armaduras transversais na ligação. O modelo com detalhamento do tipo U obteve um comportamento cíclico melhor do que o detalhamento do tipo L, mas sabe-se que para carregamentos monotônicos esse

tipo de ancoragem é menos efetivo. Os autores também não recomendam o uso do detalhamento cujas barras tracionadas e comprimidas da viga ou somente tracionadas estejam dobradas para fora do nó, pois os dois modelos com este tipo de detalhamento obtiveram somente dois terços da resistência do modelo com barra dobrada em L.

Para nós não armados transversalmente, segundo Park e Mosalam (2012), há uma relação benéfica entre taxa de armadura da viga e resistência ao cisalhamento que pode ser explicada como se segue: (a) aumentando a taxa de armadura longitudinal da viga, leva-se ao aumento das forças cisalhantes horizontais no nó sem escoamento dessas armaduras, isto é, valores grandes de forças cisalhantes são impostos sem deterioração da ancoragem destas barras; (b) esta estabilidade na ancoragem produz uma biela maior que pode suportar maiores forças cortantes. Porém, da análise paramétrica de Park e Mosalam (2012), a resistência ao cisalhamento é proporcional a taxa de armadura da viga até certo limite e além deste limite a resistência ao cisalhamento não aumenta com o aumento taxa de armadura da viga.

A consideração da relação geométrica da ligação tem sido tomada por muitos autores em seus modelos teóricos para estimativa da resistência ao cisalhamento, de forma implícita ou explícita. Alguns autores, como Kim e LaFave (2007) afirmam que a resistência ao cisalhamento é levemente reduzida à medida que se aumenta a relação altura da viga/altura do pilar. Esta análise foi feita com base em uma base de dados montada pelos mesmos autores, considerando somente os modelos experimentais nos quais a armadura da viga não chegou a atingir seu patamar de escoamento e com relação geométrica variando de 1,0 a 1,6 para nós externos. Esta análise é completamente contraditória a maioria dos outros autores.

Vollum e Newman (1999) afirmam que a resistência do nó sem significativas quantidades de estribos diminui com o aumento da relação geométrica. No entanto os autores acham que existem poucos dados na literatura que possam conclusivamente estabelecer a influência da relação geométrica na resistência do nó, devido a dificuldade de isolar sua influência frente as demais variáveis.

Ainda segundo Park e Mosalam (2012), o efeito da relação altura da viga/altura do pilar no cisalhamento pode ser entendido se pensarmos em uma aproximação por bielas e tirantes (Figura 2.11) onde uma biela mais íngreme se

forma quando essa relação é grande e o nó não apresenta armadura transversal. A biela mais íngreme não consegue equilibrar com eficiência a força cisalhante horizontal e portanto a resistência do nó diminui.

Em relação à carga axial do pilar, Vollum e Newman (1999) comentam que não existem evidências de que a resistência ao cisalhamento aumente com o incremento da carga axial do pilar. Bakir e Boduroglu (2002b) citam que aumentando a carga axial e a taxa de armadura do pilar as deformações principais de tração aumentam, diminuindo a resistência ao cisalhamento da ligação.

Deste modo, o incremento na resistência ao cisalhamento devido a carga axial e armadura do pilar, como outros pesquisadores concluíram, é compensado pela diminuição da resistência ao cisalhamento devido ao incremento das deformações por tração do nó. Assim, Bakir e Boduroglu (2002b) afirmam que a carga axial e a taxa de armadura não influenciam na resistência ao cisalhamento do nó de maneira global. Os mesmos autores, ao tentarem chegar numa aproximação para a inclinação da biela diagonal, comentam que segundo Park e Paulay (1975), quando a carga axial aplicada no pilar é muito pequena a inclinação da biela diagonal comprimida de concreto pode ser aceita como $\theta = \arctg(h_v/h_p)$, onde h_v e h_p são as alturas da viga e pilar respectivamente. Como dito anteriormente, os autores não acreditam na influência da força normal na resistência ao cisalhamento do nó, concluindo então que o ângulo da biela comprimida de concreto independe no nível de tensões normais aplicado no pilar.

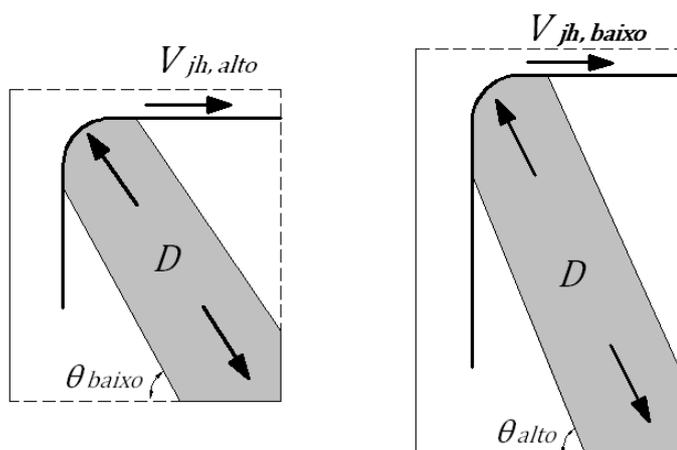


Figura 2.11- Efeito da relação altura da viga/pilar

Ainda segundo os mesmos autores, o nível de tensões normais no pilar tem um efeito significativo no modo de colapso das ligações. Há uma redução do escorregamento da armadura com o aumento da carga axial que é por causa do efeito de confinamento do concreto em volta da zona de comprimento de ancoragem das armaduras da viga. Assim, o mecanismo de treliça apresentado por Park e Paulay (1975), ver Figura 2.3c, é garantido e a possibilidade de colapso por falha de ancoragem da armadura da viga é reduzida. Um segundo efeito também é comentado pelos autores, relacionado com a prevenção de formação de rótulas e colapso do pilar no trecho superior ao nó. De forma a evitar este tipo de colapso, a carga axial no pilar pode ser aumentada.

Alva (2004) ensaiou cinco modelos experimentais com níveis de solicitação axial no pilar $v = 0,15$ com aplicação de carregamento cíclico na extremidade da viga. Segundo análises do mesmo autor, a força cisalhante atuante no início da fissuração diagonal nos nós externos pode ser dada pela Equação (2.4) que mostrou boa correlação com os dados experimentais.

$$V_{jh, fis.} = 0,744 f_t \sqrt{1 + \frac{N_p}{A_g f_t} \cdot b_{eff} h_p} \quad (2.4)$$

onde f_t é a resistência à tração do concreto; N_p é a força axial aplicada no pilar; A_g é a área da seção bruta do pilar; b_{eff} é a largura da ligação e h_p é a altura da seção transversal do pilar medida na direção da viga. A largura efetiva do nó é dada pela média aritmética entre a largura da seção transversal da viga e do pilar.

Na Equação (2.4) para a força cisalhante ajustada por Alva (2004) fica evidente que a força axial aplicada no pilar é uma variável importante para o início da fissuração do nó, retardando este processo para pilares com cargas axiais maiores. No entanto os pilares dos modelos experimentais do autor apresentavam baixos níveis de solicitação normal.

Haach (2005) estudou a influência da força normal no comportamento dos nós de pórtico externos por meio de análise experimental de três ligações sujeitas a diferentes níveis de força normal, por meio de modelos analíticos encontrados na literatura e da simulação numérica do nó de pórtico com aplicativo ABAQUS®. Em seu trabalho três níveis de força normal foram aplicados: 400 kN, 300 kN e 250 kN. Observou que com maiores níveis de esforço normal as fissuras só ocorrem na

iminência da ruína do modelo experimental e que a ativação da armadura transversal tende a ser mais retardada. Afirmou que a carga no pilar tem influência no modo de ruína do modelo, proporcionando uma ruína dúctil para baixos níveis de força normal.

Park e Mosalam (2012) chegaram a conclusão de que a resistência ao cisalhamento do nó não é claramente afetada pela carga axial do pilar até $0,2 f_c A_g$, ou $\nu = 0,2$, onde A_g é a área da seção transversal do pilar. Segundo Park e Paulay (1975), quando a carga axial no pilar é pequena ($\nu = 0,12$) seu efeito benéfico na resistência ao cisalhamento deve ser ignorado, se é que pode-se dizer que a carga axial no pilar possui efeito benéfico.

Park e Mosalam (2012) fazem outra análise interessante e duvidosa sobre o efeito desta variável no comportamento do nó (Figura 2.12), considerando que as deformações horizontais no nó sejam pequenas (negligenciam a carga axial da viga). Pela Equação (2.5), quando se impõe um incremento de deformação vertical ε_y devido ao aumento da carga axial no pilar e sabendo que resultados experimentais realizados por outros autores indicam que a variação de γ_{xy} é pequena e que a direção das deformações principais muda, o valor das deformações principais de tração ε_I pouco varia e, ao contrário, as deformações principais de compressão ε_{II} aumentam significativamente. Idealizando a biela diagonal comprimida de concreto do nó, isso significa dizer que o concreto da biela não sofre progressivos amolecimentos, pois as deformações transversais a biela permanecem praticamente constantes mesmo aumentando-se as deformações verticais provocadas pelo acréscimo de carga axial do pilar.

$$\varepsilon_{I,II} = \frac{\varepsilon_y}{2} \pm \frac{1}{2} \sqrt{\varepsilon_y^2 + \gamma_{xy}^2} \quad (2.5)$$

De maneira geral, entende-se que:

- a) a resistência à compressão do concreto, sem dúvida, proporciona um acréscimo de resistência ao cisalhamento;
- b) o nível de tensões no pilar provoca mudança no comportamento da ligação, sendo mostrado em alguns ensaios que muda o modo de colapso, mantendo as demais variáveis constantes;

- c) a taxa de armadura da viga incrementa as tensões cisalhantes no nó, mas em contrapartida melhora as condições de ancoragem e a formação de uma biela mais larga;
- d) a taxa de estribos na ligação é uma variável importante, aumentando a resistência e ductilidade da ligação pelo confinamento do concreto e pelo controle de fissuração;
- e) armaduras superiores da viga ancoradas no nó e detalhadas em L apresentam melhor comportamento em relação às detalhadas em U quando sujeitas a carregamento monotônico;
- f) a relação entre altura da viga e altura do pilar penaliza a resistência ao cisalhamento.

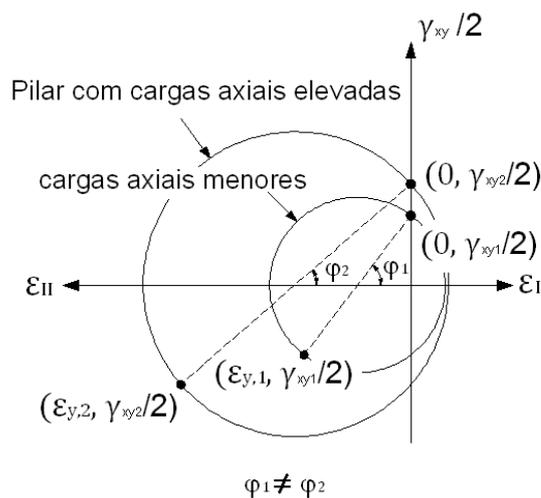


Figura 2.12- Mudança das deformações de compressão principais devido a carga axial do pilar

2.2 MODELOS TEÓRICOS

Neste capítulo serão apresentados os modelos teóricos propostos por vários pesquisadores para cálculo da resistência ao cisalhamento e em alguns casos a o modo de ruína dos nós externos de pórtico.

2.2.1 Ortiz (1993)

Com base em ensaios realizados em sete modelos variando o detalhamento da armadura, taxa de armadura transversal, diâmetro das barras de aço da viga e

carga axial do pilar, Ortiz (1993) propôs uma rotina de cálculo para o dimensionamento dos nós externos. Seu procedimento de cálculo é baseado em modelo de bielas e tirantes.

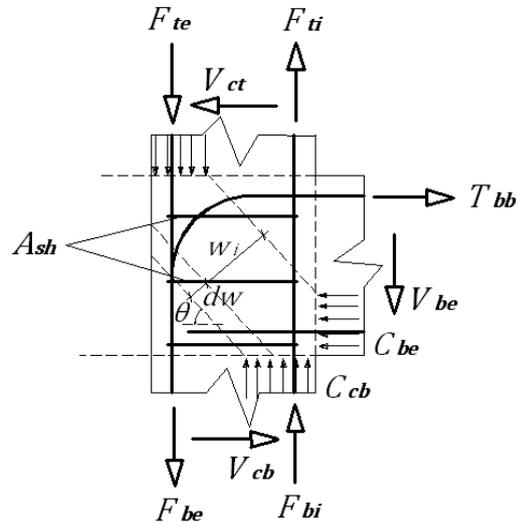


Figura 2.13- Biela diagonal e forças atuantes no nó. Fonte: Ortiz (1993)

A biela comprimida de concreto e as forças no contorno do nó são consideradas por Ortiz (1993) de acordo com a Figura 2.13.

O ângulo da biela comprimida de concreto com a direção horizontal é dado por:

$$\theta = \arctan\left(\frac{F_v}{V_j}\right) \quad (2.6)$$

onde F_v é a resultante das forças verticais provenientes da viga e do pilar em um dos lados do nó e V_j é a força cortante atuante na ligação quando os elementos adjacentes ao nó atingem seu ELU.

$$F_v = F_{ti} + F_{bi} + C_{cb} - V_{be} = F_{te} + F_{be} + C_{ct} \quad (2.7)$$

$$V_j = T_{bb} - V_{ct} \quad (2.8)$$

A capacidade do nó é dada por:

$$V_{jd} = \alpha_2 f_{cd} b_p (w_i + \delta w) \cos\theta \quad (2.9)$$

onde $w_i + \delta w$ é a largura total da biela diagonal e limitada a:

$$w_i + \delta w \leq W \quad (2.10)$$

onde W pode ser calculado por:

$$W = h_p \operatorname{sen}\theta + x_v \operatorname{cos}\theta \quad (2.11)$$

onde x_v é a altura da linha neutra da seção da viga adjacente ao pilar; w_i é a largura da biela quando não existe armadura transversal (estribo) e definida como:

$$w_i = 0,45 W \quad (2.12)$$

δw corresponde a contribuição dos estribos, mas depende da resistência do concreto e é dado por:

$$\delta w = \frac{A_{sh} f_{yh}}{\alpha_2 f_c b_p \operatorname{cos}\theta} \leq W - w_i \quad (2.13)$$

onde A_{sh} é a área de estribos efetivos na ligação e f_{yh} é a tensão de escoamento dos estribos. Ortiz (1993) considera somente os estribos efetivos como aqueles posicionados acima da linha neutra da viga.

Portanto a resistência ao cisalhamento pode ser também escrita como:

$$V_{jd} = \alpha_2 f_c b_p w_i \operatorname{cos}\theta + A_{sh} f_{yh} \quad (2.14)$$

Pela filosofia de projeto $V_{jd} \geq V_j$.

2.2.2 Parker e Bullman (1997)

Parker e Bullman (1997) propuseram um modelo de resistência dos nós baseado em que as forças cisalhantes atuantes são resistidas por campos de compressão ou bielas comprimidas. De forma geral, outros pesquisadores adotam a inclinação destas bielas considerando a geometria ou esforços solicitantes no nó. No entanto Parker e Bullman (1997) definem uma inclinação crítica a qual oferece a máxima rigidez ao cisalhamento para nós sem estribos. Esta inclinação pode ser dada por:

$$\text{Para } \gamma < 0,5, \theta_{crit} = \operatorname{arctg}(1 - \gamma/2) \quad (2.15)$$

Para $\gamma > 0,5$, $\theta_{crit} = \arctg(1/\gamma + (\gamma^2 - 0,75)/(6\gamma^3 + 2,5))$

$$\gamma = a_v/d_p \quad (2.16)$$

$$a_v = 0,8 d_v - 0,8R \quad (2.17)$$

onde d_v é a altura efetiva da viga, d_p é a altura útil do pilar e R é o raio de dobra das armaduras tracionadas da viga tomado como positivo para barras dobradas a 90° para baixo e negativo para barras dobradas para cima.

A resistência do nó ao cisalhamento é dada pela Equação (2.18) em função da armadura e da força axial do pilar.

$$V_1 = (A_{sv}f_{yv} + N) \operatorname{tg}\theta_{crit} \quad (2.18)$$

A resistência do nó é limitada pela resistência do concreto, dando:

$$V_2 = 0,8 \alpha v f_c b_p d_p \quad (2.19)$$

Onde:

$$\alpha = (1 - \operatorname{tg}\theta_{crit})/(\operatorname{tg}\theta_{crit} + 1/\operatorname{tg}\theta_{crit}) \quad (2.20)$$

$$v = 0,7 - \frac{f'_c}{200} \leq 0,5 \quad (2.21)$$

A resistência do nó pode então ser incrementada com a presença de estribos. Assim sua resistência com estribos pode ser dada por:

$$V_3 = V_2 + A_{sh}f_{yh}(a_v/s_v - 1) \quad (2.22)$$

onde s_v é o espaçamento dos estribos.

No caso da presença de estribos, a resistência ao cisalhamento não pode exceder um valor máximo baseado na resistência das bielas de concreto entre estribos, dada pela seguinte equação:

$$V_4 = \beta V_2 \quad (2.23)$$

onde β é um fator de eficiência que é tomado como:

$$\beta = (0,9d_p - s_v \operatorname{tg}\theta_{crit})/(d_p - a_v \operatorname{tg}\theta_{crit}) \quad (2.24)$$

De modo geral, o modelo proposto por Parker e Bullman (1997) pode ser resumido da seguinte forma:

- Calcula-se a resistência ao cisalhamento dada por V_1 [Equação (2.18)], mas não maior que V_2 [Equação (2.19)] quando estribos não são detalhados ou quando ignorados;
- Calcula-se a resistência ao cisalhamento dada por V_1 [Equação (2.18)], mas não maior que V_3 [Equação (2.22)] e não maior que V_4 segundo Equação (2.23) quando estribos são detalhados.

2.2.3 Hwang e Lee (1999)

Hwang e Lee (1999) propuseram um modelo interessante baseado na teoria de bielas e tirantes, satisfazendo as equações de equilíbrio, compatibilidade e leis constitutivas do concreto fissurado. Em suas pesquisas consideraram o comportamento resistente do nó baseado em três mecanismos (Figura 2.14): biela diagonal, treliça com mecanismo horizontal e treliça com mecanismo vertical.

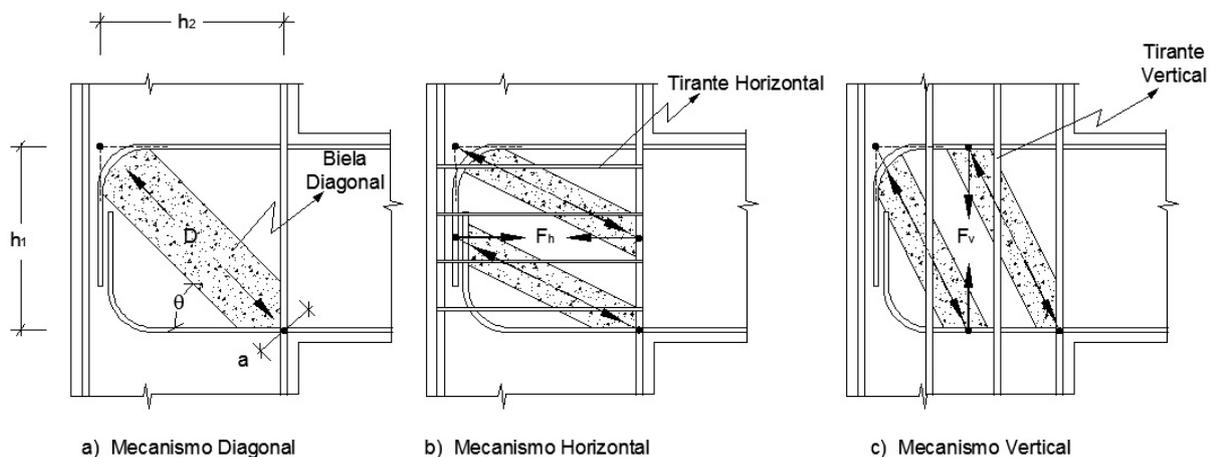


Figura 2.14 - Mecanismos resistentes do nó.

O mecanismo de biela diagonal se constitui de uma única biela cuja inclinação θ é aproximada como:

$$\theta \approx \arctg\left(\frac{h_1}{h_2}\right) \quad (2.25)$$

onde h_1 e h_2 são as distâncias entre os centros geométricos das armaduras da viga e do pilar respectivamente na região do nó.

A área efetiva da biela comprimida de concreto A_{str} é definida como:

$$A_{str} = a \times b_{eff} \quad (2.26)$$

onde w é a largura da biela e aproximada pela seguinte expressão:

$$a = (0,25 + 0,85 \frac{N}{A_g f_c}) h_p \quad (2.27)$$

onde N é a força normal atuando no pilar; f_c é a resistência a compressão do concreto, A_g é a área bruta da seção do pilar; h_p é a altura do pilar na direção do carregamento e b_{eff} é a largura da biela tomada como a largura efetiva do nó como define o ACI 352(2002).

Com referência ao mecanismo de treliça horizontal, este consiste de um tirante horizontal e duas bielas comprimidas de concreto com uma menor inclinação do que a biela diagonal. Os estribos horizontais constituem os tirantes, e segundo Hwang e Lee (1999) somente os estribos posicionados acima da meia altura do nó são realmente efetivos no computo da área de aço horizontal da ligação, e os outros estribos são incluídos com uma minoração da área em 50%.

O mecanismo de treliça vertical possui um tirante vertical e duas bielas comprimidas mais íngremes do que a biela diagonal principal. Os tirantes verticais são formados pela armadura longitudinal do pilar.

Do equilíbrio de forças, a parcela horizontal do esforço cortante no nó é dada da seguinte forma:

$$V_{jh} = D \cos(\theta) + F_h + F_v \cotg(\theta) \quad (2.28)$$

$$V_{jv} = D \sen(\theta) + F_h \tg(\theta) + F_v \quad (2.29)$$

Os valores F_h e F_v são assumidos como sendo:

$$F_h = \gamma_h \times V_{jh} \rightarrow \gamma_h = \frac{2 \times \tg(\theta) - 1}{3} \rightarrow 0 \leq \gamma_h \leq 1 \quad (2.30)$$

$$F_v = \gamma_v \times V_{jv} \rightarrow \gamma_v = \frac{2 \times \cotg(\theta) - 1}{3} \rightarrow 0 \leq \gamma_v \leq 1 \quad (2.31)$$

onde γ_h é a fração da força cisalhante horizontal resistida pelo mecanismo horizontal na ausência de armaduras verticais (armaduras intermediárias nas faces dos pilares) e γ_v é a fração da força cisalhante vertical resistida pelo mecanismo vertical na ausência do mecanismo horizontal (estribos).

Baseados nas equações anteriormente expostas, os autores definiram taxas da força cortante horizontal R_d , R_h e R_v definidas pelas seguintes expressões:

$$R_d = \frac{(1 - \gamma_h) \times (1 - \gamma_v)}{1 - \gamma_h \times \gamma_v} \quad (2.32)$$

$$R_h = \frac{\gamma_h \times (1 - \gamma_v)}{1 - \gamma_h \times \gamma_v} \quad (2.33)$$

$$R_v = \frac{\gamma_v \times (1 - \gamma_h)}{1 - \gamma_h \times \gamma_v} \quad (2.34)$$

A Figura 2.15 ilustra as relações entre as forças cortantes resistentes de cada mecanismo em função do ângulo da biela θ . Quando $\theta = 45^\circ$, o mecanismo diagonal suporta a maior fração da força cisalhante, isto é $R_d = 0,5$.

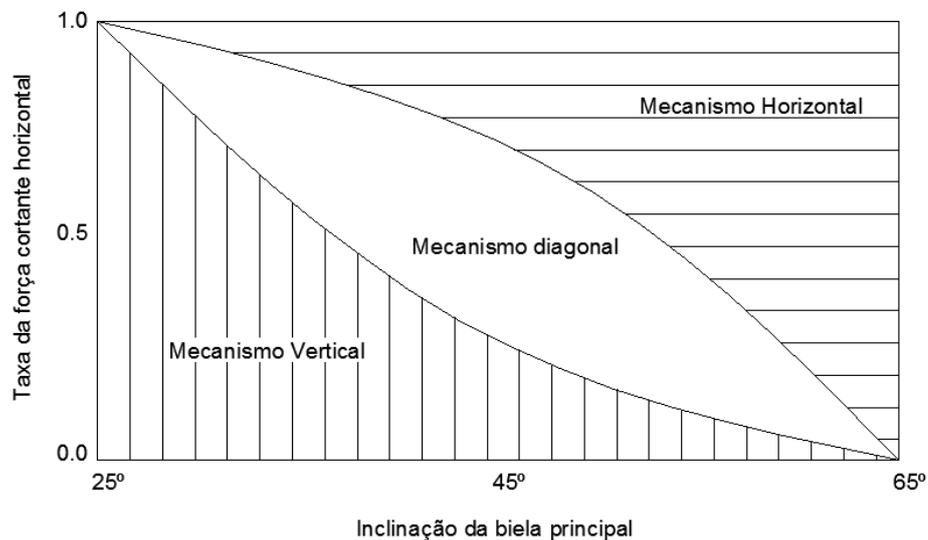


Figura 2.15-Relação entre forças de cada mecanismo.

Para avaliar se a resistência do nó ao esmagamento é atingida a tensão máxima na região nodal é dada por:

$$\sigma_{d,max} = \frac{1}{A_{str}} \left\{ D + \frac{\cos\left(\theta - \arctg\left(\frac{h_1}{2h_2}\right)\right)}{\cos\left(\arctg\left(\frac{h_1}{2h_2}\right)\right)} F_h + \frac{\cos\left(\arctg\left(\frac{h_1}{2h_2}\right) - \theta\right)}{\sin\left(\arctg\left(\frac{h_1}{2h_2}\right)\right)} F_v \right\} \quad (2.35)$$

Sabe-se que o concreto em zonas fissuradas apresenta resistência e rigidez menores que o concreto submetido apenas à compressão uniaxial, em virtude dos efeitos de tração da armadura que o atravessa. Este fenômeno nomeado aqui como “amolecimento” do concreto é um dos responsáveis pelo comportamento ao cisalhamento do nó segundo Hwang e Lee (1999). O ramo ascendente da curva tensão versus deformação do concreto amolecido (Figura 2.16) é dado pela seguinte equação:

$$\sigma_d = \zeta f_c \left[2 \left(\frac{\varepsilon_d}{\zeta \varepsilon_o} \right) - \left(\frac{\varepsilon_d}{\zeta \varepsilon_o} \right)^2 \right] \quad \text{para} \quad \frac{\varepsilon_d}{\zeta \varepsilon_o} \leq 1 \quad (2.36)$$

$$\zeta = \frac{5,8}{\sqrt{f_c}} \frac{1}{\sqrt{1 + 400\varepsilon_r}} \leq \frac{0,9}{\sqrt{1 + 400\varepsilon_r}} \quad (2.37)$$

onde σ_d é tensão média de compressão no concreto na direção diagonal (d); ζ é o coeficiente de amolecimento; ε_d e ε_r são as deformações médias nas direções d e r respectivamente; ε_o é a deformação correspondente a tensão máxima de compressão do cilindro de concreto, a qual pode ser estimada por:

$$\varepsilon_o = -0,002 - 0,001 \left(\frac{f_c - 20}{80} \right) \quad \text{para} \quad 20 \leq f_c \leq 100 \text{ MPa} \quad (2.38)$$

A resistência ao cisalhamento é atingida sempre que a tensão e a deformação na biela diagonal comprimida de concreto estão em conformidade com as seguintes equações:

$$\sigma_d = \zeta \cdot f_c \quad (2.39)$$

$$\varepsilon_d = \zeta \cdot \varepsilon_o \quad (2.40)$$

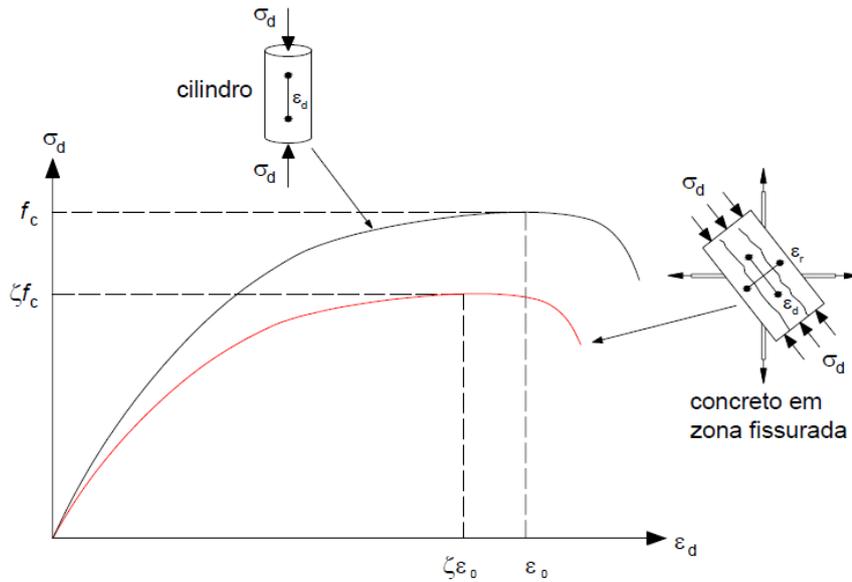


Figura 2.16-"Amolecimento" do concreto devido a trações diagonais na ligação. Fonte: Alva, G. S. (2004)

Desprezando o efeito da rigidez a tração do concreto, o comportamento do aço pode ser aproximado como sendo elasto-plástico perfeito, e as relações entre as forças resultantes nas armaduras transversais e as deformações de tração podem ser dadas por:

$$F_h = A_{sh} E_s \varepsilon_h \leq F_{yh} \quad (2.41)$$

$$F_v = A_{sv} E_s \varepsilon_v \leq F_{yv} \quad (2.42)$$

onde ε_h e ε_v são as deformações na armadura horizontal (estribos) e vertical (armadura do pilar) respectivamente; E_s é o módulo de elasticidade do aço; F_{yh} e F_{yv} são as forças de escoamento dos tirantes horizontal e vertical respectivamente; A_{sh} e A_{sv} são as áreas dos tirantes horizontal e vertical respectivamente.

São duas as equações de compatibilidade que relacionam as deformações médias nos diferentes sistemas de coordenadas ($r-d$ versus $h-v$). Conhecendo a direção das tensões principais de compressão θ , a deformação principal de tração pode ser correlacionada com a deformação horizontal ε_h , a deformação vertical ε_v e com a deformação principal de compressão ε_d da seguinte forma:

$$\varepsilon_r = \varepsilon_h + (\varepsilon_h - \varepsilon_d) \cotg^2 \theta \quad (2.43)$$

$$\varepsilon_r = \varepsilon_v + (\varepsilon_v - \varepsilon_d) \tg^2 \theta \quad (2.44)$$

O procedimento proposto por Hwang e Lee (1999) inicia-se com a adoção de um valor inicial para a força cisalhante horizontal V_{jh} seguido de três etapas:

- a) Resolve-se as equações de equilíbrio para encontrar a tensão de compressão $\sigma_{d,max}$ atuando na direção d . Assumindo que a resistência do concreto tenha sido atingida, um valor para o coeficiente de amolecimento ζ é obtido através de $\zeta = \sigma_{d,max}/f_c$;
- b) As leis constitutivas são aplicadas para calcular as deformações das bielas e tirantes;
- c) Aplicam-se as condições de compatibilidade para se calcular um novo valor de ζ . Se o valor calculado inicialmente pelas equações de equilíbrio for próximo deste último valor calculado para ζ , então V_{jh} é a resistência ao cisalhamento do nó, caso contrário volta-se a iteração e propõe-se um novo valor para V_{jh} .

Em função do número de variáveis, cinco situações de cálculo são possíveis para a determinação de V_{jh} e que levam a cinco tipos de comportamento a ruptura para as ligações:

Tipo E: A biela comprimida de concreto atinge sua resistência e os tirantes horizontal e vertical permanecem no seu regime elástico;

Tipo YH: Ocorre escoamento da armadura horizontal e a resistência ao cisalhamento passa a ser proveniente dos mecanismos diagonal e vertical;

Tipo YV: Ocorre escoamento da armadura vertical e a resistência ao cisalhamento passa a ser proveniente dos mecanismos diagonal e horizontal;

Tipo YHV: O tirante horizontal atinge o escoamento seguido do tirante vertical, antes que a biela atinja sua capacidade última;

Tipo YVH: O tirante vertical atinge o escoamento seguido do tirante horizontal, antes que a biela atinja sua capacidade última.

2.2.4 Vollum e Newman (1999)

Os autores propõem um método simples baseado na sua análise de dados experimentais. Assim, segundo os autores um valor mais realístico é proposto para V_c pela equação (2.45), e a resistência do nó V_{jh} é dada pela equação (2.46).

$$V_c = 0,642 \beta \left(1 + 0,555 \left(2 - \frac{h_v}{h_p} \right) \right) b_{eff} h_p \sqrt{f_c} \quad (2.45)$$

$$V_{jh} = V_c + (A_{sh} f_{yh} - \alpha b_p h_p \sqrt{f_c}) \quad (2.46)$$

onde β é igual a 1,0 para detalhamentos das barras longitudinais da viga em L, e 0,9 para detalhamento em U; α é um coeficiente que depende de fatores que incluem carga axial do pilar, resistência do concreto, taxa de estribos e relação geométrica do nó, tomado como igual a $0,2 MPa^{0,5}$.

A resistência ao cisalhamento deve ser limitada por:

$$V_{jh} < 0,97 b_{eff} h_p \sqrt{f_c} \left(1 + 0,555 \left(2 - \frac{h_v}{h_p} \right) \right) < 1,33 b_{eff} h_p \sqrt{f_c} \quad (2.47)$$

Segundo os autores, o valor calculado para V_c pode ser amplificado em 33% se vigas transversais existem na face do nó. Um incremento deste tipo também poderia teoricamente ser aplicado no limite superior de resistência do nó, no entanto Vollum e Newman (1999) afirmam que seriam necessários mais estudos sobre este ponto.

2.2.5 Kim, LaFave e Song (2009)

Kim, LaFave e Song (2009) desenvolveram um modelo para cálculo de resistência ao cisalhamento de nós usando Método estimativo do parâmetro Bayesian em sua base de dados. Chegaram então a seguinte expressão para a resistência ao cisalhamento v_j (MPa):

$$v_j = 1,07 \alpha_t \beta_t \eta_t (JI)^{0,15} (BI)^{0,30} (f_c)^{0,75} \quad (2.48)$$

na qual α_t é um parâmetro que representa a geometria no plano da ligação: 1,0 para nós internos, 0,7 para externos e 0,4 para nós de cobertura; β_t é um parâmetro que descreve a geometria da ligação na direção perpendicular ao plano: 1,0 para ligações com 0 ou 1 viga transversal e 1,18 para ligações com duas vigas transversais; ($\eta_t = (1 - e/b_p)^{0,67}$) considera a excentricidade da ligação (igual a 1,0 em nós com nenhuma excentricidade) onde e é a distância entre o eixo da viga e do

pilar e b_p a largura do pilar; JI é um índice da armadura transversal da ligação, definido como $(\rho_j \times f_{yh})/f_c$ na qual ρ_j é a taxa volumétrica de armadura transversal e f_{yh} é a tensão de escoamento da armadura transversal; BI é um índice da armadura da viga definido como $(\rho_{s,viga} \times f_{y,viga})/f_c$ na qual $\rho_{s,viga}$ é a taxa de armadura da viga e $f_{y,viga}$ é a tensão de escoamento da armadura da viga; f_c é a resistência a compressão do concreto.

2.2.6 Bakir e Boduroglu (2002)

Bakir e Boduroglu (2002a) basearam-se na idéia largamente aceita de que as ligações externas resistem ao cisalhamento através de dois mecanismos como sugerido por Paulay (1975). O primeiro dos mecanismos é o de biela o qual leva em conta a contribuição do concreto na resistência ao cisalhamento. O segundo é o mecanismo de treliça, o qual leva em conta a contribuição dos estribos. Em seu trabalho uma nova equação para cálculo da resistência ao cisalhamento e uma rotina para previsão do modo de falha foram feitos. Para este propósito, foi feito um estudo paramétrico para observar a influencia das variáveis chaves no comportamento do nó (resistência do concreto, taxa de armadura do pilar, taxa de armadura da viga, tipo de detalhamento da armadura a viga, geometria do nó, taxa de estribos na ligação, carga axial no pilar).

Para cálculo da resistência ao cisalhamento, Bakir e Boduroglu (2002a) chegaram à seguinte equação:

$$V_j = \frac{0,71 \beta \gamma \left(100 \frac{A_{s,viga}}{b_v d_v}\right)^{0,4289} \left(\frac{b_p + b_v}{2}\right) h_p \sqrt{f_c}}{\left(\frac{h_v}{h_p}\right)^{0,61}} + \alpha A_{sh} f_{yh} \quad (2.49)$$

onde f_c é a resistência à compressão do concreto (MPa), β é um parâmetro que reflete o tipo de detalhamento da armadura da viga ($\beta = 0,85$ para barras ancoradas em U e $\beta = 1$ para detalhadas em L), $\gamma = 1$ para barras inclinadas no nó e $\gamma = 1,37$ para outros tipo, $A_{s,viga}$ é a área de aço (mm²) tracionada na viga que passa pelo nó, b_v é a largura da viga (mm), d_v é a altura útil da viga (mm), b_p é a largura do pilar (mm), h_p é a altura do pilar (mm), h_v é a altura da viga (mm), A_{sh} é a área total de

estribos (mm^2) situados acima do banzo comprimido da viga, f_{yh} é a tensão de escoamento dos estribos (MPa), $\alpha = 0,664$ para baixa taxa de estribos, $\alpha = 0,6$ para taxa de estribos média e $\alpha = 0,37$ para alta taxa de estribos. Os autores diferenciam a taxa de estribos em baixa, média e alta através do seguinte parâmetro:

$$\rho_{sh} = \frac{1000 A_{sh}}{b_{eff} h_p} \quad (2.50)$$

onde:

$$b_{eff} = \frac{b_p + b_v}{2};$$

$\rho_{sh} < 3$: baixa taxa de estribos;

$3 < \rho_{sh} < 5,5$: média taxa de estribos;

$\rho_{sh} > 5,5$: alta taxa de estribos.

É extremamente importante, particularmente no caso de ligações viga-pilar em estruturas de concreto armado, estimar o modo de ruína. Tendo isso em vista, Bakir e Boduroglu (2002b) desenvolveram uma rotina de cálculo para verificar o modo de ruína das ligações viga pilar, sendo distinguidos 4 modos: escorregamento da armadura da viga (P), ruína do pilar (C), ruína da viga(B) e ruína por cisalhamento do nó (JS). O fluxograma do método de previsão do modo de ruína pode ser visto em Bakir e Boduroglu (2002b). Estes aplicaram tais procedimentos para prever os modos de ruína de uma base de dados de resultados experimentais de 58 ensaios realizados em modelos de ligações viga-pilar externos.

2.2.7 Tsonos (2002)

Tsonos considera que as forças cortantes atuantes no nó são resistidas primeiramente pela biela comprimida de concreto (Figura 2.17a), e segundo parcialmente pelo mecanismo de treliça formado pelas armaduras horizontais e verticais e as bielas de concreto (Figura 2.17b). Ambos os mecanismos dependem da resistência do núcleo de concreto.

Em seu modelo, Tsonos (2002) considera o comportamento biaxial do núcleo de concreto do nó e sugere que o trecho AB da curva apresentada na Figura 2.18 pode ser aproximado por um polinômio do 5º grau incompleto. A partir da resistência dos materiais e da consideração desta aproximação para o trecho AB, o

autor chega a Equação (2.51). A solução fisicamente válida da equação para valores de γ (Equação (2.56)) dá a resistência ao cisalhamento da ligação.

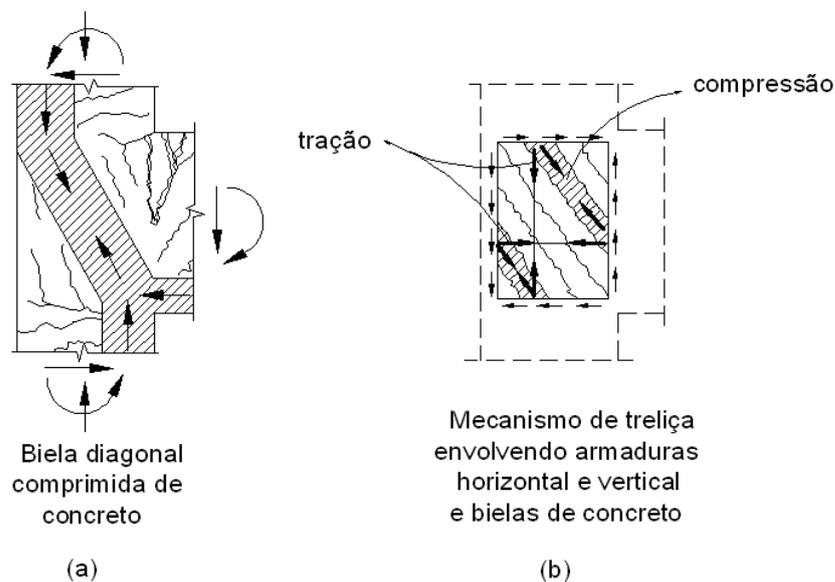
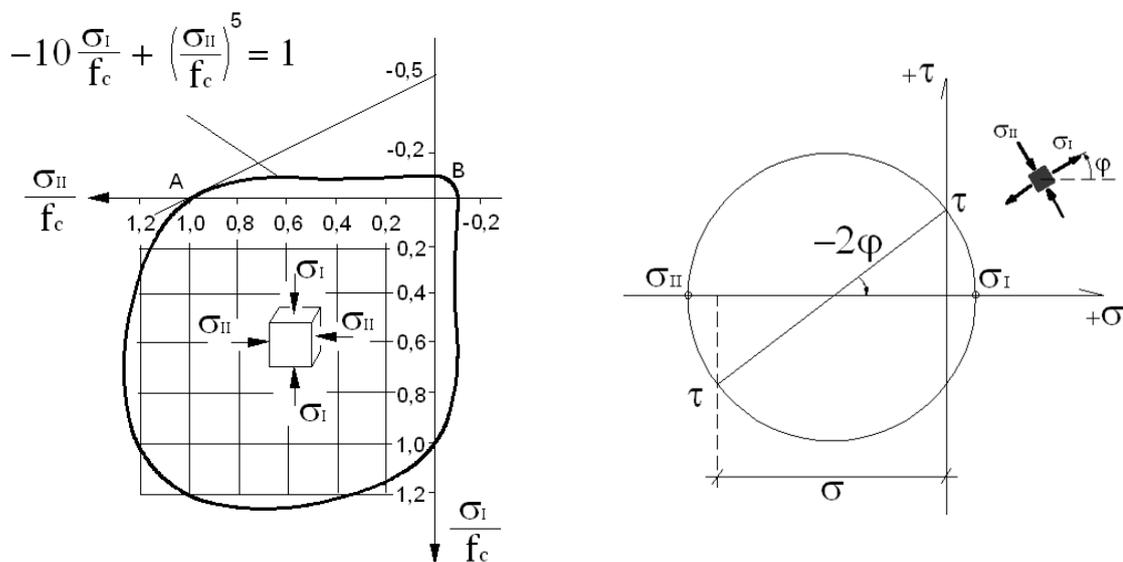


Figura 2.17- Mecanismos resistentes do nó. Adaptado de Tsonos, A. G. (2002)



$$(x + \psi)^5 + 10\psi - 10x = 1 \quad (2.51)$$

onde:

$$x = \frac{\alpha \cdot \gamma}{2\sqrt{f_c}} \quad (2.52)$$

$$\psi = \frac{\alpha \cdot \gamma}{2\sqrt{f_c}} \sqrt{1 + \frac{4}{\alpha^2}} \quad (2.53)$$

$$f_c = K \cdot f'_c \quad (2.54)$$

$$K = 1 + \frac{\rho_{sh} \cdot f_{yh}}{f_c} \quad (2.55)$$

$$\gamma = \frac{\tau}{\sqrt{f_c}} \quad (2.56)$$

$$\alpha = \frac{h_v}{h_p} \quad (2.57)$$

$$\tau = \frac{V_{jh}}{h_p \cdot b_p} \quad (2.58)$$

γ : tensão de cisalhamento expressa como múltipla de $\sqrt{f_c}$;

2.2.8 Hegger, Sherif e Roeser(2003)

Hegger, Sherif e Roeser (2003) desenvolveram um modelo para cálculo da resistência ao cisalhamento das ligações viga-pilar como também o modo de colapso, usando parâmetros que influenciam na resistência ao cisalhamento da ligação. Os autores decidiram desenvolver um modelo semi-empírico, com o qual levam em conta diferentes fatores, mas ao mesmo tempo adequado para aplicações em projeto. A força resistente V_{jh} do nó externo pode ser atribuída à resistência do concreto V_{cc} e a resistência proveniente da armadura transversal V_{sh} . Assim sendo:

$$V_{jh} = V_{cc} + V_{sh} \quad (2.59)$$

Para examinar os efeitos dos diferentes parâmetros individualmente, V_c pode ser expresso da seguinte forma:

$$V_{cc} = \alpha_1 \cdot A \cdot B \cdot C \cdot b_{eff} \cdot h_p \quad (2.60)$$

onde α_1 é um fator que reflete a eficiência da ancoragem da armadura longitudinal da viga ($\alpha_1 = 0,85$ para gancho à 180° e $\alpha_1 = 0,95$ para gancho à 90°), A é um fator que leva em conta a geometria da ligação, B reflete a taxa de armadura do pilar (ρ_{pil}) e C depende da resistência à compressão do concreto. A taxa de armadura do

pilar é calculada como sendo a área total de aço nas faces interna e externa do pilar dividida pela área da seção transversal do pilar.

A resistência ao cisalhamento proveniente dos estribos V_{sh} pode ser expressa por:

$$V_{sh} = \alpha_2 \cdot A_{sh} \cdot f_{yh} \quad (2.61)$$

onde α_2 é um fator de eficiência para as armaduras transversais (Tabela 2.1), A_{sh} é a área de aço transversal efetiva na ligação considerada como sendo a área acima do banzo comprimido da viga.

Tabela 2.1-Valores sugeridos para α_2

Detalhe	Estribos fechados	Estribos abertos
Gancho à 90°	0,6	0,7
Gancho à 180°	0,5	0,6

Fonte: Hegger, Sherif e Roeser (2003)

Hegger, Sherif e Roeser (2003) propõem as seguintes equações para cálculo dos fatores A , B , C :

$$A = 1,2 - 0,3 \frac{h_v}{h_p} \quad \text{para} \quad 0,75 \leq \frac{h_v}{h_p} \leq 2,0 \quad (2.62)$$

$$B = 1,0 + \frac{\rho_{pil} - 0,5}{7,5} \quad \text{para} \quad 0,5 \leq \rho_{pil} \leq 2,0\% \quad (2.63)$$

$$C = 2 \sqrt[3]{f_c} \quad \text{para} \quad 20 \leq f_c \leq 100 \text{ MPa} \quad (2.64)$$

A resistência ao cisalhamento definida pela Equação (2.59) é limitada a um valor máximo que depende principalmente do tipo de ancoragem, da carga axial no pilar e da esbeltez da ligação:

$$V_{max} = \gamma_1 \cdot \gamma_2 \cdot \gamma_3 \cdot 0,25 \cdot f_c \cdot b_{eff} \cdot h_p \leq 2 V_{cc} \quad (2.65)$$

onde $\gamma_1 = 1,0$ para ancoragem com gancho e $\gamma_1 = 1,2$ para ancoragem com placa, γ_2 está relacionado com a carga axial no pilar e γ_3 leva em conta a esbeltez do nó.

$$\gamma_2 = 1,5 - 1,2 \frac{\sigma_{pil}}{f_c} \leq 1,0 \quad (2.66)$$

$$\gamma_3 = 1,9 - 0,6 \frac{h_v}{h_p} \leq 1,0 \quad (2.67)$$

onde σ_{pil} é a tensão axial média na seção transversal do pilar dada por:

$$\sigma_{pil} = \frac{N}{A_g} \quad (2.68)$$

e A_g é a área da seção transversal do pilar.

2.2.9 Russo e Somma (2004)

Russo e Somma (2004) examinaram o comportamento na ruptura de 50 nós externos ensaiados por diversos autores, desde 1967 a 2000, e propuseram um modelo para cálculo de resistência ao cisalhamento de nós externos sujeitos a ações sísmicas. Todos estes ensaios foram feitos com a aplicação de uma carga concentrada alternada na extremidade do elemento de viga e sempre com o pilar carregado.

Em seu trabalho uma expressão analítica é proposta, com base nos mecanismos resistentes que se contrapõem a expansão volumétrica do nó sempre observada em ensaios. Os autores consideram que existe uma ação confinante vertical, ao longo do eixo do pilar, que é garantida pela carga axial do pilar, σ_{pil} , e pelas armaduras verticais (passivas) deste consideradas distribuídas ao longo de toda a seção, σ_v . A expansão horizontal é combatida por um confinamento passivo proveniente da armadura da viga ancorada na região do nó e pelos estribos, $v_{jh,l}$ e $v_{jh,h}$ respectivamente. A expressão proposta pelos autores para resistência ao cisalhamento de nós externos é:

$$v_{jh} = v_{jh,c} + v_{jh,l} + v_{jh,h} \quad (2.69)$$

onde $v_{jh,c}$ é a contribuição ao cisalhamento proveniente do concreto (σ_{pil}) e pelas armaduras passivas verticais (σ_v), $v_{jh,l}$ é a contribuição da armadura longitudinal da viga, e $v_{jh,h}$ é a contribuição proveniente dos estribos transversais no nó. A expressão final proposta pelos autores é:

$$V_{jh} = \frac{b_{eff} h_p}{3} \left[f_{ct} \sqrt{1 + \frac{\sigma_{pil} + f_v}{f_{ct}}} + \frac{1}{2A_g} (3f_{y,viga} A_{s,viga} + f_{yh} A_{sh}) \right] \quad (2.70)$$

$$f_v = \frac{A_{sv} f_{yv}}{2 A_g} \quad (2.71)$$

$$f_{ct} = 0,214 f_c^{0,69} \quad (2.72)$$

onde: f_v é a ação vertical máxima obtida quando as armaduras do pilar estão escoando; f_{ct} é a resistência à tração do concreto; $A_{s,viga}$ é a área de aço tracionado da viga; $f_{y,viga}$ é a tensão de escoamento das armaduras longitudinais da viga; f_{yh} é a tensão de escoamento dos estribos; A_{sh} é a área total de estribos; A_{sv} é a área total de armadura do pilar; f_{yv} é a tensão de escoamento das armaduras do pilar.

A expressão analítica proposta por Russo e Somma (2004) leva em conta a redução da resistência à tração do concreto devido ao estado biaxial de tensões existente no interior do nó. Em contrapartida, o efeito de confinamento provocado pela carga axial do pilar e suas armaduras aumentam a resistência do nó.

2.3 RESUMO

Apresentaram-se algumas das principais variáveis influentes no comportamento do nó externo. É de se esperar que por causa do tamanho e da complexidade do assunto que não exista concordância no entendimento desse comportamento entre os pesquisadores. Muitas são as variáveis e dados experimentais disponíveis na literatura abrindo espaço para muitas interpretações. O mais difícil no entendimento do nó como também do cisalhamento é isolar a influência das variáveis e de certa forma desconsiderar que elas coexistam e sejam interdependentes.

Os modelos propostos presentes na literatura apresentados trazem conceitos e considerações importantes de seus autores, sendo cada um deles desenvolvido diferentemente: ora de maneira analítica, empírica ou semi-empírica. Independente disto, eles possuem restrições e campos de aplicação. Estes modelos teóricos serão investigados a fim de detectar as deficiências e pontos fortes de cada um.

3 SIMULAÇÃO NUMÉRICA

3.1 INTRODUÇÃO

Simulações numéricas são úteis quando se dispõe de pouco ou nenhum resultado experimental e pretende-se fazer extrapolação de resultados para o entendimento do comportamento do elemento estrutural. No caso da ligação viga-pilar, é extremamente importante entender o seu comportamento frente às variáveis apresentadas em itens anteriores para só então se propor um modelo teórico para cálculo de resistência ao cisalhamento. Este entendimento, neste trabalho, parte da análise dos resultados de modelos numéricos.

Para dar validade as considerações tomadas nos modelos numéricos, propõe-se neste item a simulação numérica de modelos experimentais de ligação viga-pilar. A preocupação desta validação parte do princípio de tornar os modelos numéricos os mais confiáveis possíveis e daí poder julgar com confiança os resultados dos demais casos de ligação viga-pilar que serão vistos (variação na geometria da ligação, nível de força normal do pilar, taxa de estribos e taxa de armadura da viga).

Os modelos experimentais de ligações viga-pilar externos ensaiados por Haach (2005), Wong (2005) e Antonopoulos e Triantafillou (2003) foram simulados utilizando o software comercial DIANA® que dispõe de ferramentas baseadas no método dos elementos finitos e que oferece um modelo de comportamento físico do concreto não linear considerando a fissuração do material. Este software vem sendo desenvolvido desde 1972, pela Delf University of Technology na Holanda

Os modelos experimentais foram escolhidos tendo como critério principal o modo de ruptura do nó. Outra característica comum a todos os modelos experimentais adotados é que eles não apresentaram falha de ancoragem antes da ruína do nó. Alguns modelos experimentais apresentam estribos na ligação (Haach, 2005), menor resistência do concreto (Antonopoulos e Triantafillou, 2003) e grande taxa de armadura da viga e pilar (Wong e Kuang, 2008).

Para todas as simulações numéricas, foi adotada a aproximação de fissuração distribuída para o material concreto. Os modelos de fissuração distribuída podem ser resumidamente descritos como um método no qual o material em um elemento passa a ter novas propriedades mecânicas, com menor rigidez, quando um critério de fissuração é atingido. Portanto, nenhuma fissura física é introduzida no modelo, como no caso da aproximação de fissuras discretas. No modelo de fissuração distribuída, o material é considerado como contínuo enquanto o carregamento gradualmente se processa, mas localmente a rigidez é reduzida. Descrições dos modelos aplicados para os materiais serão mais detalhadas nos próximos itens.

3.2 PROPRIEDADES GERAIS DOS MODELOS NUMÉRICOS

Neste item, falar-se-ão dos modelos de material para o aço e concreto, condições de contorno e malha de elementos finitos. Pretende-se assim apresentar um quadro geral das considerações feitas na modelagem para a simulação dos três modelos experimentais.

3.2.1 Propriedades dos materiais

3.2.1.1 Concreto

Para esta simulação, foi adotado para o concreto o modelo de fissuração fixa baseado na deformação total (Total Strain Fixed Crack Model) disponível no programa DIANA®. No modelo com fissuração fixa, a direção de formação de fissuras fica fixa na direção da primeira fissura formada (direção das tensões principais). Desta maneira, uma vez que o critério de ruptura seja atingido, a direção da fissura e posição são guardadas e usadas nos próximos incrementos de carga. Daí se diz que o conceito de fissura fixa preserva na memória do material a orientação dos danos. O modelo constitutivo baseado na deformação total foi desenvolvido considerando a Teoria de Campo Modificado de Compressão, originalmente proposta por Vecchio e Collins (1986). Os dados de entrada para este modelo compreendem dois pacotes: as propriedades básicas do material elástico linear (módulo de elasticidade e coeficiente de poisson) e a definição do comportamento a tração, cisalhamento e compressão. Para todos os modelos

numéricos o módulo de elasticidade foi calculado segundo formulação do CEB 90, excetuando-se aqueles em que o autor disponibilizou dados experimentais.

No concreto armado, devido ao enrijecimento à tração proporcionado pela aderência, a redução da tensão de tração normal ao plano de fissura não se dá de maneira total, mas de modo progressivo com o aumento das deformações. A curva de enrijecimento a tração do concreto em um estado uniaxial foi adotada como sendo linear e o módulo de elasticidade igual ao módulo de elasticidade a compressão. Esta curva é baseada na energia de fratura a tração do concreto (Figura 3.1). Outros parâmetros para definição do comportamento a tração são a própria resistência à tração do concreto e largura de banda de fissuração.

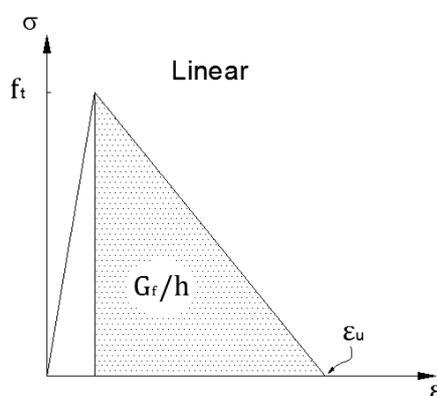


Figura 3.1 - Modelo de enrijecimento à tração do concreto

A energia de fratura a tração é a energia necessária para a propagação de uma fissura de área unitária. Segundo o CEB 90 pode ser estimada por:

$$G_f = G_{f0} (f_c/10)^{0,7} \quad [\text{N.mm/mm}^2] \quad (3.1)$$

onde:

$$G_{f0} = \begin{cases} 0,025 \\ 0,030 \\ 0,038 \end{cases} [\text{N.mm/mm}^2] \text{ para diâmetros máximos de agregado } (d_a) = \begin{cases} 8 \text{ mm} \\ 16 \text{ mm} \\ 32 \text{ mm} \end{cases}$$

Esta equação foi proposta por Hilsdorf e Brameshuber (1991) e é baseada em um estudo empírico de resultados experimentais.

Pela área da curva tensão-deformação apresentada pelo DIANA®, podemos fazer a largura de banda de fissuração igual a:

$$\frac{G_f}{h} = \frac{\varepsilon_u \cdot f_t}{2} \quad \therefore h = \frac{2 \cdot G_f}{\varepsilon_u \cdot f_t}$$

onde f_t é a resistência à tração do concreto e ε_u é a deformação última do concreto a tração.

Uma vez conhecida a resistência à compressão do concreto (pode-se calcular a resistência a tração segundo o CEB-FIP Código Modelo 1990) e adotando $\varepsilon_u = 0,238 \%$ (deformação a nível de escoamento de uma barra de CA50), pode-se então estimar um valor para a largura de banda de fissuração. Um valor único e igual a 18,68 mm (valor exato equivalente a um concreto de 30 MPa) foi adotado para a largura de banda de fissuração para todos os modelos numéricos, tentando assim isolar esta variável da calibração dos modelos numéricos. Foi verificado que este valor não variaria significativamente para diferentes valores de resistência a compressão entre 20 e 30 MPa.

Nos casos em que a resistência à compressão do cubo de concreto foi dada pelo autor, a resistência equivalente em cilindro foi estimada por:

$$f_c = 0,8 f_{c,cubo} \text{ [MPa]} \quad (3.2)$$

O CEB-FIP Código Modelo 1990 estabelece que quando a resistência real do concreto aos 28 dias (f_c) é conhecida pode-se estimar o módulo de elasticidade (E_{ci}) como sendo:

$$E_{ci} = 21,5 (f_c/10)^{1/3} \text{ [GPa]} \quad (3.3)$$

O valor médio da resistência a tração é dado como função do valor do valor característico da resistência a compressão. Aqui, a resistência a tração é estimada por troca do valor característico a compressão pelo valor medido (f_{ct}), o que dá:

$$f_{ct} = 1,4 (f_c/10)^{2/3} \text{ [MPa]} \quad (3.4)$$

O comportamento do concreto ao cisalhamento foi simulado pelo DIANA® levando em conta um modelo de retenção ao cisalhamento. O surgimento de fissuras reduz a rigidez ao cisalhamento das estruturas de concreto, no entanto o concreto armado após a fissuração ainda consegue transferir forças cisalhantes por

meio do engrenamento de agregados ou atrito e efeito pino das armaduras. No DIANA®, o módulo de rigidez ao cisalhamento é, assim, reduzido a $\beta \cdot G$, onde β é o fator de retenção ao cisalhamento (com $0,01 \leq \beta \leq 0,99$), admitido constante para todas as simulações numéricas feitas neste trabalho (ver Figura 3.2).

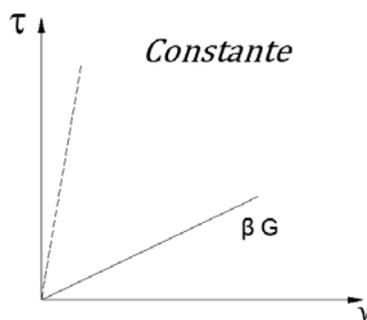


Figura 3.2 - Fator de retenção ao cisalhamento

Foi feita uma análise da influência deste parâmetro em simulações numéricas com modo de ruína segundo fissuração diagonal do nó. Variou-se o β de 0,01 e 0,99 (domínio de valores para o fator de retenção de cisalhamento) segundo seis simulações numéricas. Os resultados desta análise serão discutidos nos próximos itens. De maneira geral, foi adotado um β igual a 0,2 para todas as simulações numéricas.

O comportamento da curva tensão-deformação do concreto a compressão uniaxial foi tomado como sendo parabólico segundo função pré-definida pelo DIANA® (ver Figura 3.3a). A curva parabólica é baseada na energia de fratura a compressão do concreto e pela largura de banda de fissuração (como definida anteriormente). Para cálculo da energia de fratura considerou-se a área da região pós-pico sob a curva tensão-deformação apresentada pelo EUROCODE 2 (ver Figura 3.3b).

Para todos os modelos numéricos traçavam-se as curvas tensão-deformação do EUROCODE 2, definida pela seguinte função:

$$\sigma_c = f_c \left[\frac{k \cdot \left(\frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_{c1}}\right) - \left(\frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_{c1}}\right)^2}{1 + (k - 2) \cdot \left(\frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_{c1}}\right)} \right] \quad (3.5)$$

onde:

$$k = 1,1 \cdot E_{cm} \cdot \frac{\varepsilon_{c1}}{f_{cm}};$$

ε_{c1} - deformação correspondente ao pico de tensão.

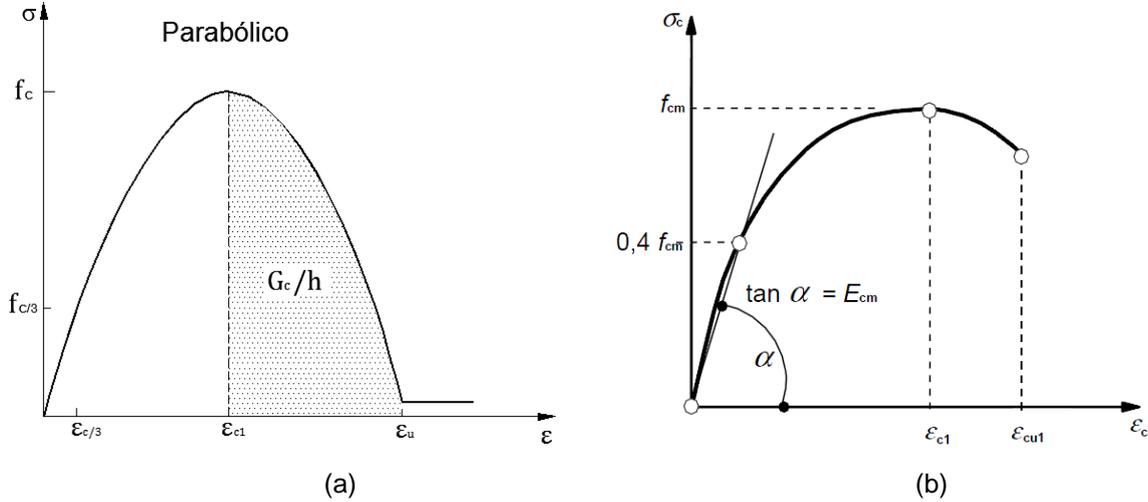


Figura 3.3 - Curva tensão-deformação do concreto a compressão uniaxial: (a) Curva adotada no DIANA®; (b) Curva adotada do EUROCODE 2

A área sob a curva tensão-deformação do EUROCODE 2 no intervalo $[\varepsilon_{c1}, \varepsilon_{cu1}]$ era tomada como sendo igual a G_c/h , e por sua vez este valor era inserido na curva do modelo parabólico do DIANA®. Esta curva parabólica é definida pela seguinte função:

$$\sigma_c = \begin{cases} f_c \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_{c/3}} & \text{se } \varepsilon_{c/3} > \varepsilon_c \geq 0 \\ f_c \cdot \frac{1}{3} \cdot \left(1 + 4 \cdot \left(\frac{\varepsilon_c - \varepsilon_{c/3}}{\varepsilon_{c1} - \varepsilon_{c/3}} \right) - 2 \cdot \left(\frac{\varepsilon_c - \varepsilon_{c/3}}{\varepsilon_{c1} - \varepsilon_{c/3}} \right)^2 \right) & \text{se } \varepsilon_{c1} > \varepsilon_c \geq \varepsilon_{c/3} \\ f_c \cdot \left(1 - \left(\frac{\varepsilon_c - \varepsilon_{c1}}{\varepsilon_{cu1} - \varepsilon_{c1}} \right)^2 \right) & \text{se } \varepsilon_{cu1} > \varepsilon_c \geq \varepsilon_{c1} \\ 0 & \text{se } \varepsilon_c \geq \varepsilon_{cu1} \end{cases} \quad (3.6)$$

Outro fenômeno importante para a simulação da ligação viga-pilar foi a consideração do comportamento biaxial do concreto. Após a fissuração do concreto, o concreto paralelo à direção da fissura ainda é capaz de resistir a compressão ou a tração. No caso da compressão, resultados experimentais mostram que as fissuras causam dano ao concreto e que estas degradam não somente a resistência, mas também a rigidez a compressão. Portanto, nesta situação o concreto sofre um

“amolecimento”, com valores de resistência e rigidez menores do que ensaio de um cilindro padrão. Para consideração desse fenômeno, foi adotado um modelo da biblioteca do DIANA® baseado no trabalho de Vecchio e Collins (1993).

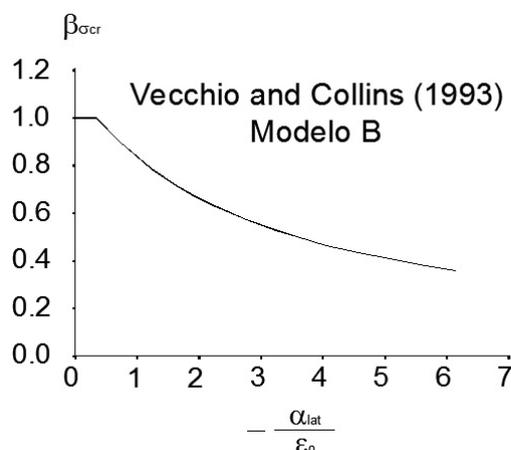


Figura 3.4 – Modelo de amolecimento proposto por Vecchio e Collins (1993)

Foi adotado um modelo de confinamento do concreto no DIANA® que descreve o aumento da resistência à compressão do concreto por causa do confinamento lateral proposto por Selby e Vecchio (1993).

3.2.1.2 Aço

O material aço foi adotado como tendo comportamento elasto-plástico perfeito (Figura 3.5), com comportamento igual na tração e compressão, e critério de plastificação de Von Mises.

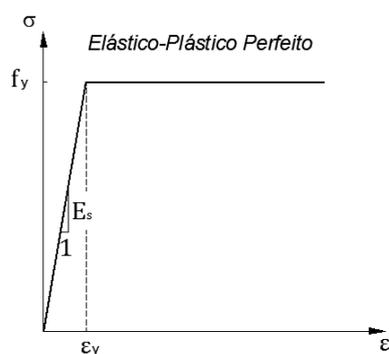


Figura 3.5 - Comportamento elasto-plástico

3.2.2 Malha e elementos finitos

Embora a ligação viga-pilar seja concebida fisicamente como tridimensional, uma modelagem bidimensional traz bons resultados, menos esforço computacional e menos dificuldade no pré-processamento e pós-processamento.

Nas primeiras simulações foi adotado um elemento finito de aproximação linear para os deslocamentos e campo de deformações constante. No entanto, por motivos de calibração, decidiu-se adotar permanentemente um elemento finito com aproximação quadrática para os deslocamentos e campo de deformação linear. O DIANA® possui o elemento em estado plano de tensões com oito nós chamado CQ16M, representado na Figura 3.6.

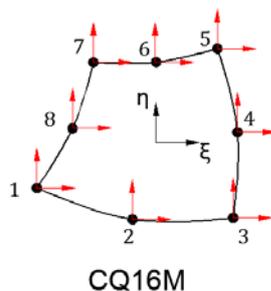


Figura 3.6 - CQ16M. Adaptado de Diana User's Manual, Element Library (2005b)

As armaduras longitudinais e transversais foram representadas por armaduras embutidas nos elementos finitos. Segundo Assan (2003), neste caso, supõe-se que haja perfeita aderência entre a armadura e o concreto. Desse modo em cada ponto, o concreto e a armadura tem o mesmo tensor de deformações. Este tipo de armadura embutida acaba não considerando os modos de ruína por falha de ancoragem das armaduras longitudinais, e que não é foco deste trabalho.

Foram tomados cuidados na elaboração da malha de elementos finitos, mantendo os elementos sempre retangulares com relações entre largura e altura não superiores a dois e tamanho máximo dos elementos variando entre 30 e 50 mm (ver Figura 3.7).

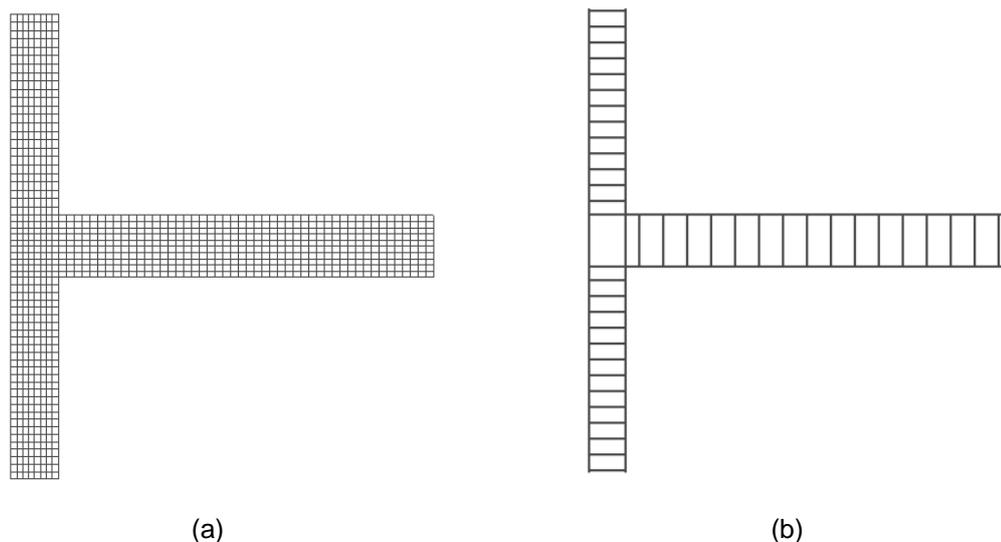


Figura 3.7 – (a) Exemplo de malha de elementos típica da simulação numérica; (b) Armaduras embutidas no modelo numérico.

3.2.3 Carregamento e condições de contorno

Com algumas aproximações, os modelos numéricos são utilizados para simularem as mesmas condições de apoio e carregamento dos modelos experimentais ensaiados. Para tanto, várias considerações para as condições de contorno foram feitas na simulação numérica aqui apresentada.

Assim sendo, considere o pórtico apresentado na Figura 3.8a, onde a sua situação deformada por efeito das ações gravitacionais também é apresentada. Os pilares externos possuem pontos de inflexão posicionados na metade da altura do pavimento. Desta maneira, em um modelo de nó de pórtico, as extremidades dos pilares devem estar rotuladas enquanto se aplica o carregamento na extremidade em balanço da viga (ver Figura 3.8b).

A aplicação do carregamento monotônico em um ensaio usual de nó de pórtico divide-se em dois passos: (a) Primeiramente uma carga axial é aplicada ao pilar até atingir o nível de solicitações desejadas neste; (b) Num segundo instante é aplicado um deslocamento na extremidade em balanço da viga até a ruína do modelo a fim de caracterizar em alguns casos o comportamento pós-pico.

Nos modelos numéricos que serão apresentados nos próximos itens, é aplicado inicialmente uma força distribuída no topo do pilar, seguindo o nível de força citado pelo respectivo autor do ensaio.

Para o pilar, foram adotadas restrições de translação horizontal e vertical para o apoio inferior e restrição de translação horizontal para o apoio superior. Para a viga foi adotada restrição de translação vertical no nó (referente ao elemento finito) onde é aplicado o deslocamento. Estes comentários são representados de forma esquemática na Figura 3.8c.

Depois de aplicado o carregamento no pilar, é inserido uma condição de contorno na extremidade da viga para que assim sejam impostos deslocamentos nesta. Para gerar uma melhor distribuição de tensões nesta região, foi feita uma interpolação linear dos deslocamentos verticais dos nós compreendidos entre os extremos da região de aplicação da carga com os deslocamentos verticais dos nós das extremidades da região. Desta maneira, os nós intermediários nessa região ficam escravos dos dois nós mestres extremos. Essa consideração de interpolação linear dos deslocamentos é colocada para simular uma chapa rígida nessa região (ver Figura 3.8c) para se impor deslocamentos na extremidade da viga por meio de um atuador hidráulico e evitar o esmagamento do concreto nos ensaios experimentais.

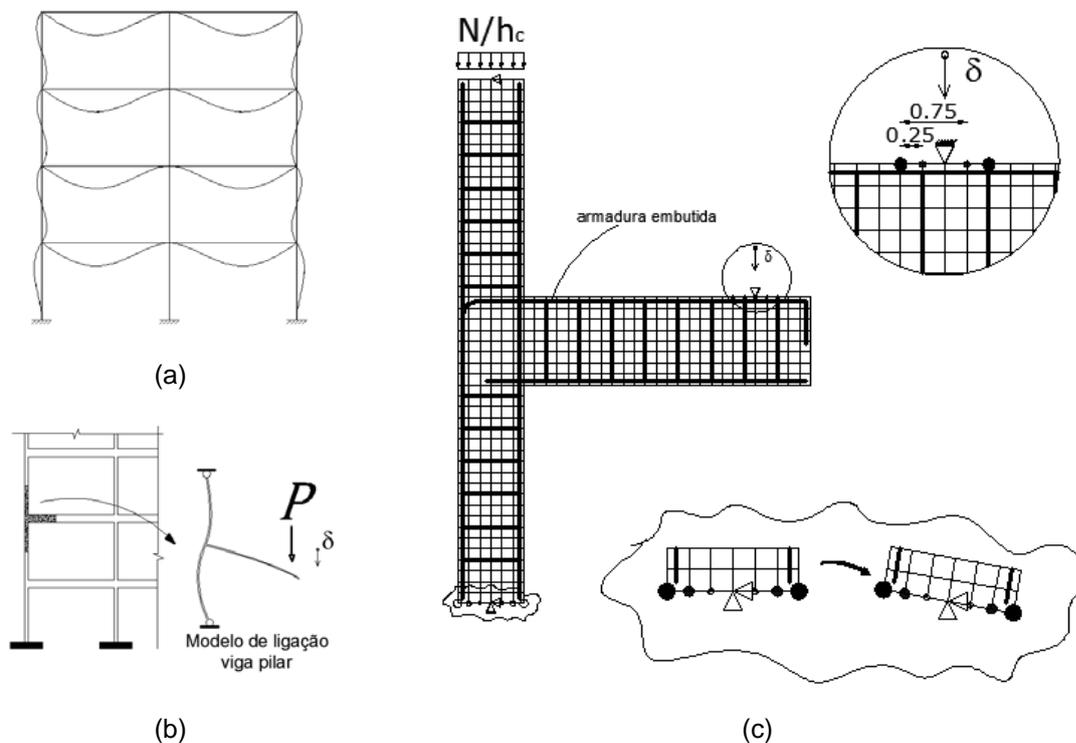


Figura 3.8– Exemplo de condições de contorno: (a) Condições de contorno em modelo de barras; (b) Condições de contorno no modelo numérico.

Em torno do ponto de apoio inferior do pilar foi feita uma consideração diferente, para levar em conta que esta seção permanece plana e sofre um giro (ver Figura 3.8c). O elemento finito CQ16M não possui grau de liberdade à rotação e, assim, a única maneira de garantir que todos os lados dos elementos da face inferior do pilar girem pelo mesmo ângulo é impor que o par de nós simétrico ao eixo longitudinal do pilar possua o mesmo deslocamento vertical absoluto com sentidos opostos.

Os carregamentos foram aplicados de maneira incremental com técnica de solução iterativa, como característica básica de um processo não linear. O algoritmo de solução iterativa de Newton-Raphson oferecido pelo DIANA® foi então utilizado. Para o carregamento do pilar foi usado controle de forças e para o carregamento da viga foi utilizado controle de deslocamentos. Um critério de convergência em energia foi adotado com uma tolerância de 0,001 N.mm. Para melhorar o processo de convergência, o DIANA® oferece uma técnica de solução avançada chamada “Line Search”. Este algoritmo foi acrescentado no processo de solução iterativo da simulação numérica.

3.3 VALIDAÇÃO DO MODELO NUMÉRICO

Neste item serão apresentadas ligações viga-pilar experimentais que foram simulados no DIANA® a fim de validar o modelo numérico.

3.3.1 BS-L-450

Este modelo experimental, que também está presente na base de dados, faz parte de um pacote de ensaios realizados por Wong (2005). Os autores em seus ensaios tentaram enfatizar os efeitos da relação altura da viga/altura do pilar, taxa de armadura longitudinal do pilar e taxa de estribos na ligação. Para tanto, o modelo BS-L-450 foi adotado para a simulação numérica (ver Figura 3.9 e Figura 3.10).

As propriedades dos materiais encontram-se resumidas na Tabela 3.1 e na Tabela 3.2. As considerações para cálculo de alguns parâmetros são aquelas apresentadas nos itens anteriores, excetuando-se os valores fornecidos pelo autor para a resistência a compressão do cubo ($f_{cu} = 38,6 \text{ N/mm}^2$) e módulo de elasticidade do concreto. A tensão de escoamento e o módulo de elasticidade das armaduras também foram fornecidos pelo autor.

Tabela 3.1 – Propriedades mecânicas do concreto

f_c (N/mm^2)	f_{ct} (N/mm^2)	G_c ($N \cdot mm/mm^2$)	G_f ($N \cdot mm/mm^2$)	E_c (N/mm^2)	β	h (mm)
30,90*	2,97	0,733	0,0661	24300,00*	0,2	18,68

Nota: h = largura de banda de fissuração; β = fator de retenção ao cisalhamento.

*valores medidos experimentalmente

Tabela 3.2 – Propriedades mecânicas do aço

Barras	$f_s(N/mm^2)$	$E_s(N/mm^2)$
Arm. Longitudinais	520,00*	201000,00*
Arm. Transversais	500,00*	202000,00*

*valores medidos experimentalmente

O autor cita a aplicação de uma carga axial no pilar antes do carregamento da viga da ordem de 417,15 kN. O braço de alavanca do ponto de aplicação da carga na viga até a face do pilar é de 1,3m.

Na Figura 3.11 é apresentada a curva Força versus Deslocamento do carregamento cíclico aplicado no modelo experimental BS-L-450. Para efeito posterior de comparação foi traçada a envoltória das curvas presentes no primeiro quadrante. O modelo experimental sofre a ruína da ligação viga-pilar a um nível de força de 100,9 kN, equivalente a um momento fletor máximo de 131 kN.m na viga. O momento fletor resistente da seção da viga é de 186,67 kN.m, que foi calculado sem coeficientes de segurança e por meio de processo iterativo. A viga então atingiu 70,18 % da sua capacidade ultima. A seção do pilar resiste a um momento fletor de 129,73 kN.m para o nível de força normal de 417,15 kN citado pelo autor.

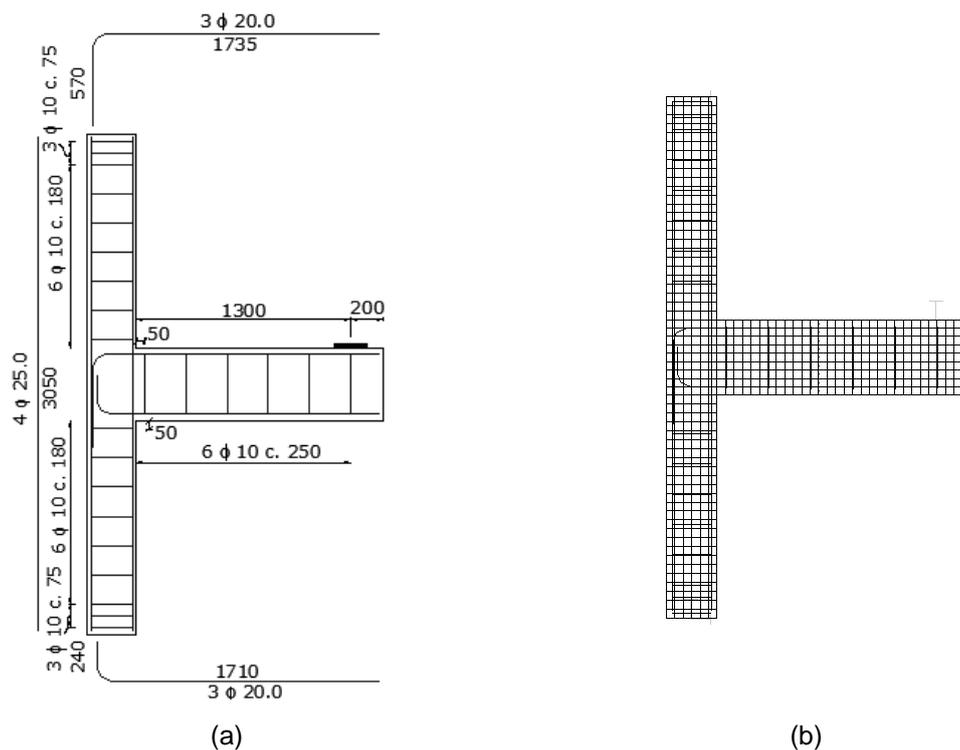


Figura 3.9 – Modelo experimental BS-L-450: (a) Geometria e detalhamento; (b) Malha de elementos finitos

Estribos : $\phi 10 \text{ mm}$

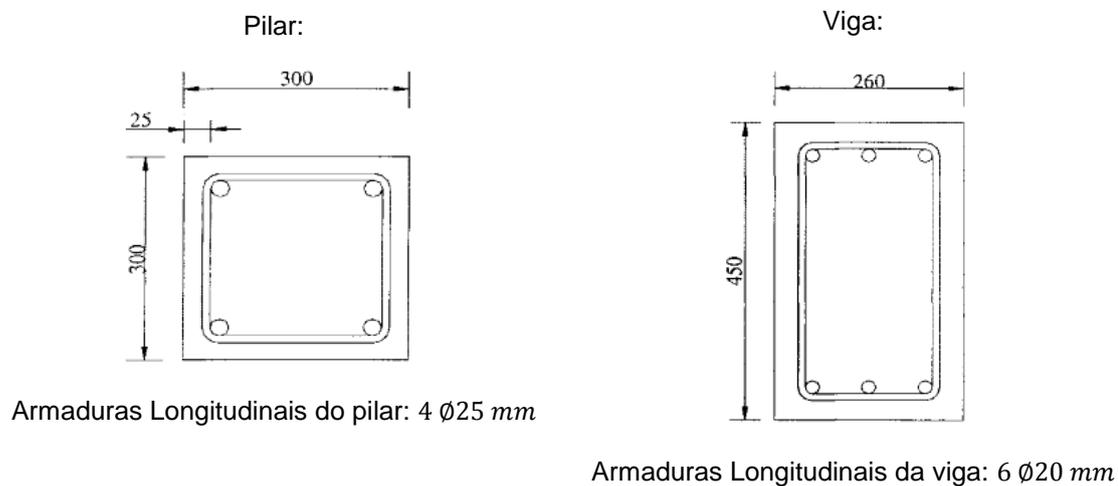


Figura 3.10 – Dimensão das vigas e pilares e armaduras. Fonte: Wong (2005)

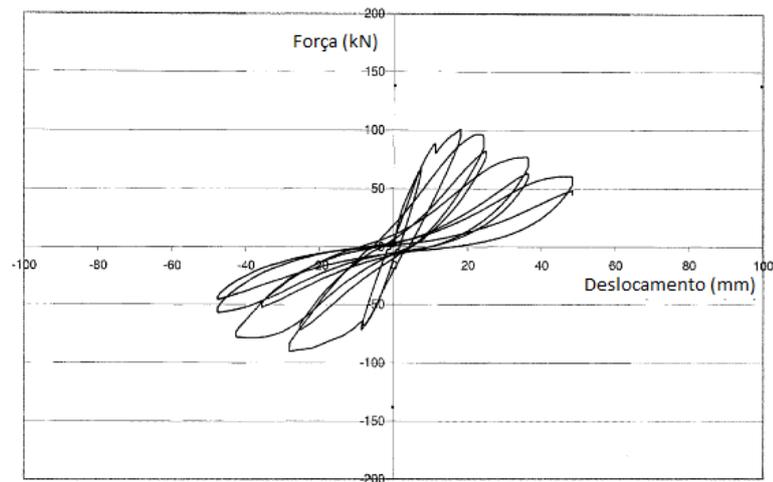


Figura 3.11 - Curva Força versus Deslocamento experimental do BS-L-450. Fonte: Wong (2005)

Na Figura 3.12 a curva da força versus o deslocamento do ponto de aplicação da carga na viga na simulação numérica é comparada com a envoltória experimental, obtida como descrita anteriormente. A força última atingida pelo modelo numérico foi de 117,8 kN. Embora a força última da simulação tenha pouca diferença, aproximadamente 16,7% do modelo experimental, observa-se uma rigidez mais elevada no numérico. A princípio, possíveis diferenças entre as propriedades do concreto adotadas no modelo numérico e o experimento podem levar a essa diferença. As condições de apoio do modelo numérico também são idealizações dos apoios colocados pelo autor do experimento, logo susceptíveis a diferenças. A suposição de aderência perfeita entre concreto e aço também acaba enrijecendo a resposta do modelo numérico em comparação com o experimental, onde provavelmente algum escorregamento da armadura deve ter acontecido.

O próprio tipo de carregamento induz a resultados de rigidez diferentes dos resultados de um carregamento monotônico. Sabe-se que a perda de rigidez das ligações sob carregamento cíclico é intensa e preocupante do ponto de vista estrutural.

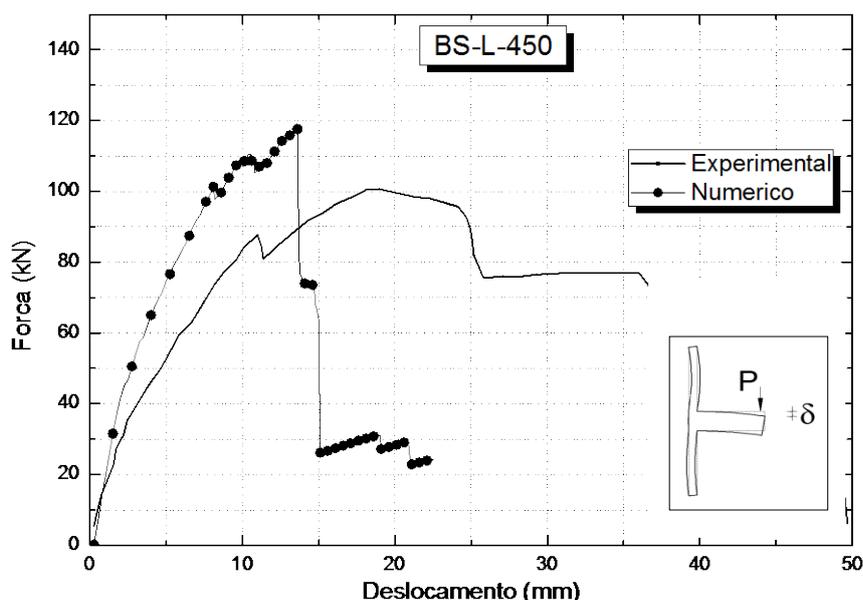


Figura 3.12 - Gráfico Força x Deslocamento obtido da análise por elementos finitos comparado com a envoltória da histerese obtida no ensaio.

Outra contribuição no aumento da rigidez é a ocorrência de um fenômeno chamado Travamento de Tensões (stress-locking) descrito por Rots e Blaauwendraad (1989). Por causa da suposição de continuidade de deslocamentos nos modelos de fissuração distribuída, pontos de integração que tenham fissurado irão induzir deformações de tração em suas áreas vizinhas. O ponto de integração perde rigidez, mas suas áreas vizinhas ainda permanecem na fase elástica com grandes tensões de tração. Desta maneira, as tensões são “travadas” em regiões onde realmente deviam cair a zero (ver Figura 3.13). Isto enrijece a resposta global do modelo numérico. O “stress-locking effect” é especialmente forte nos modelos de fissuração distribuída. Os mesmos autores afirmam que este efeito resulta somente em padrões de tensões curiosos, mas que não resultam em imprecisões numéricas.

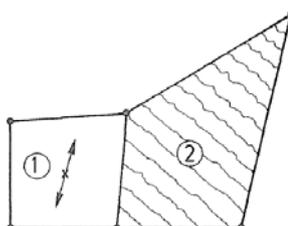


Figura 3.13 – Consequência da compatibilidade de deslocamentos nos modelos de fissuração distribuída. Deformações de fissuras inclinadas no elemento 2 provocam travamento de tensões no elemento 1. Fonte: Rots e Blaauwendraad (1989).

Na Figura 3.14 é apresentado o padrão de fissuração do modelo numérico onde se pode notar uma fissuração intensa na região nodal com direções coincidentes com a diagonal comprimida e outras fissuras acompanhando a direção das armaduras tracionadas. Tais características estão em concordância razoável com o padrão de fissuração observado experimentalmente.

Em termos de modo de ruína, o modelo numérico também apresentou concordância com o observado experimentalmente. A ruína se deu pelo nó com fissuração diagonal intensa levando o modelo numérico a uma perda considerável da sua capacidade suporte.

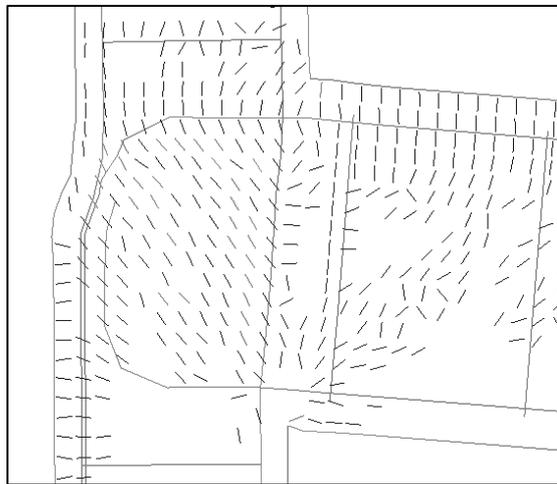


Figura 3.14 – Modelo numérico no passo de carga de ruptura do nó: padrão de fissuras.

Na Figura 3.15a são apresentados os fluxos das tensões principais de compressão e tração respectivamente. Note que as tensões de compressão no canto inferior da biela da ligação excede em muito a resistência do concreto, evidenciando o comportamento biaxial do concreto nesta região. O trecho ancorado horizontal da armadura tracionada da viga está em uma região desfavorável no qual existem tensões de tração transversais ao eixo longitudinal da barra, como pode ser visto na Figura 3.15b.

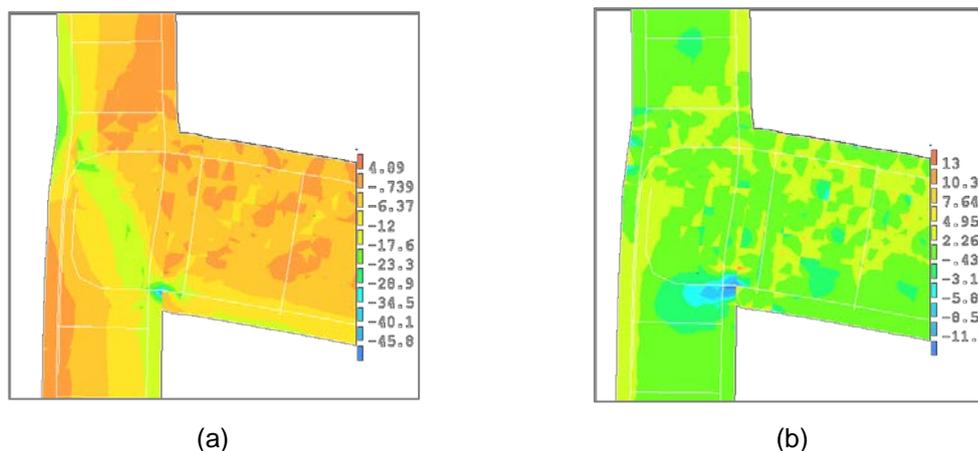


Figura 3.15 – Tensões principais no modelo numérico no passo de carga de ruptura em MPa: (a) Compressão; (b) Tração.

A armadura tracionada da viga apresenta um máximo de tensão da ordem de 483 MPa, enquanto que sua tensão de escoamento é de 520 MPa. Essa peça deveria trabalhar em seu ELU no domínio 2 com deformação do aço tracionado de 10,0‰ e o concreto no bordo mais comprimido com 2,03 ‰. No entanto isto não aconteceu, confirmando a concordância com o ensaio experimental.

A simulação numérica somente faz sentido se seus resultados conseguem reproduzir fielmente os resultados do modelo experimental. Para tanto, o primeiro passo para a análise numérica é a validação do modelo numérico, que é alcançada por meio da comparação dos resultados experimentais com os numéricos. Por causa da diferença de rigidez comentada anteriormente, foram feitas várias simulações do BS-L-450 com redução do módulo de elasticidade do concreto e sua resistência à tração. Conforme apresentado na Figura 3.16, encontrou-se uma boa aproximação para uma redução 30% do módulo de elasticidade e da resistência à tração. O comportamento pós-pico é difícil de ser tratado, visto que não existem dados experimentais suficientes para levar os resultados numéricos de forma confiável além deste limite.

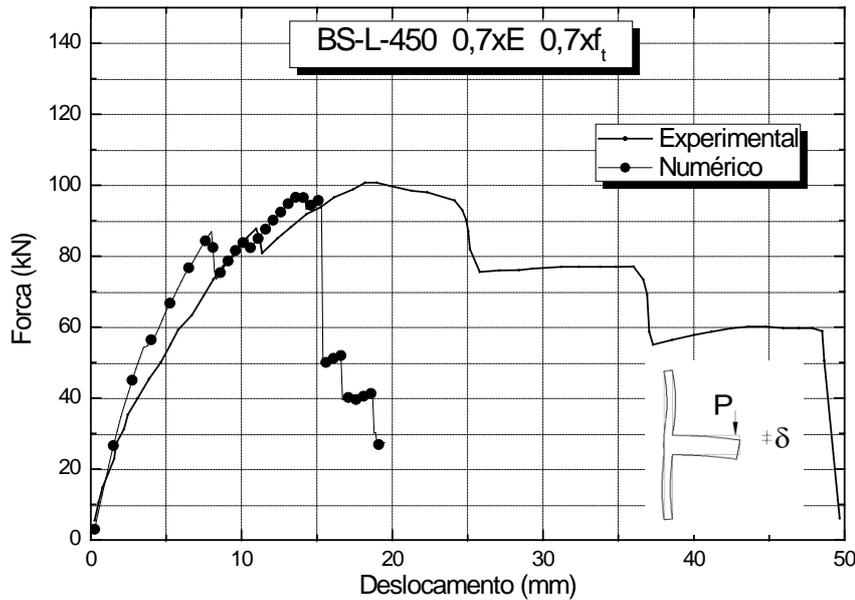


Figura 3.16 - Gráfico Força x Deslocamento obtido do modelo numérico calibrado comparado com a envoltória da histerese obtida no ensaio

De maneira a estudar a influência do fator de retenção ao cisalhamento e a energia de fratura à compressão do concreto, a análise numérica do BS-L-450 foi repetida cinco vezes para cada parâmetro. Para o fator de retenção ao cisalhamento foram testados os valores de 0,01, 0,4, 0,6, 0,8 e 0,99 além do valor adotado para o modelo original igual a 0,2. Todas as outras propriedades de material foram mantidas constantes e iguais ao modelo original.

Conforme apresentado na Figura 3.17, há uma variação de aproximadamente 25 % quando da variação do valor de retenção ao cisalhamento (β) de 0,01 para 0,99. Esta diferença é bem significativa, porém comparando a resistência obtida para $\beta = 0,99$ e $\beta = 0,2$, esta diferença cai para aproximadamente 5 %. Observe também que não há mudança na rigidez global do modelo para diferentes valores de β . De maneira conclusiva, o aumento de β aumenta a capacidade do modelo numérico e pequenas variações para $\beta = 0,2$ neste modelo numérico tem efeito pouco significativo.

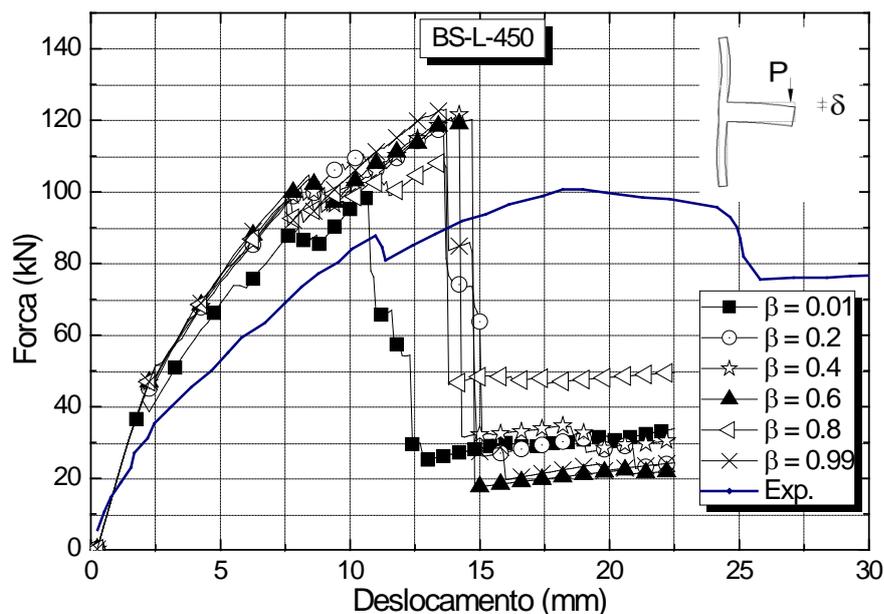


Figura 3.17 - Influência do coeficiente de retenção ao cisalhamento na resposta Força versus Deslocamento do modelo numérico

A influência da energia de fratura a compressão do concreto foi checada segundo cinco diferentes valores de G_c : 0,733, 1,322, 2,644, 3,966, 5,288 e 6,61 N.mm/mm², onde 0,733 N.mm/mm² corresponde ao valor adotado na análise original. Esses últimos cinco valores estão compreendidos entre vinte e cem vezes a energia de fratura a tração, valores estes comumente adotados em simulações numéricas vistas na literatura.

O aumento da energia de fratura aumenta em aproximadamente 14 % a força última quando passa de 0,733 para 6,61 N.mm/mm². Conforme visto na Figura 3.18, outra influência da energia de fratura a compressão no modelo numérico é a capacidade de deformação. O acréscimo da energia de fratura aumenta significativamente a capacidade do concreto no pós-pico do diagrama tensão-deformação uniaxial. Acredita-se que o valor adotado para esta análise seja coerente.

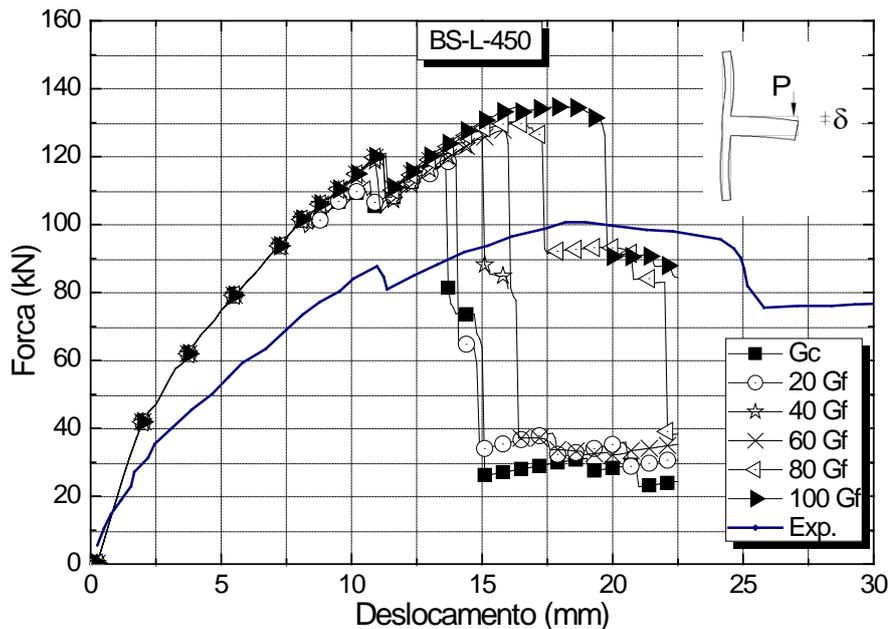


Figura 3.18 – Influência da energia de fratura a compressão na resposta Força versus Deslocamento do modelo numérico

3.3.2 C2

Antonopoulos e Triantafyllou (2003) realizaram uma série de ensaios a fim de investigar a contribuição de mantas de PRF coladas nas faces dos nós de pórtico na sua resistência ao cisalhamento. Para isso construíram dois modelos experimentais de controle. O modelo experimental aqui adotado para simulação foi o C2 que possui um pobre detalhamento de ligação (sem estribos) e baixa resistência a compressão do concreto ($f_c \cong 18,96 \text{ MPa}$). Segundo os autores, o mecanismo de ruptura do modelo desenvolveu-se em forma de fissuração diagonal do nó. Na Figura 3.19 é apresentada a geometria e a malha de elementos finitos adotada. O comprimento original da viga em balanço é de 1,0 m, porém fez-se uma alteração no comprimento desta, visto que os autores mediram o deslocamento no atuador e que está a uma distancia de 1,3m da face do pilar (ver Figura 3.20).

As propriedades dos materiais encontram-se resumidas na Tabela 3.3 e Tabela 3.4. As considerações de cálculo para as demais variáveis são aquelas apresentadas nos itens anteriores, excetuando-se o valor fornecido pelo autor para a resistência a compressão do concreto segundo o cubo ($f_{cu} = 23,7 \text{ N/mm}^2$). As tensões de escoamento e módulo de elasticidade das armaduras longitudinais e transversais são dados comerciais fornecidos pelos autores.

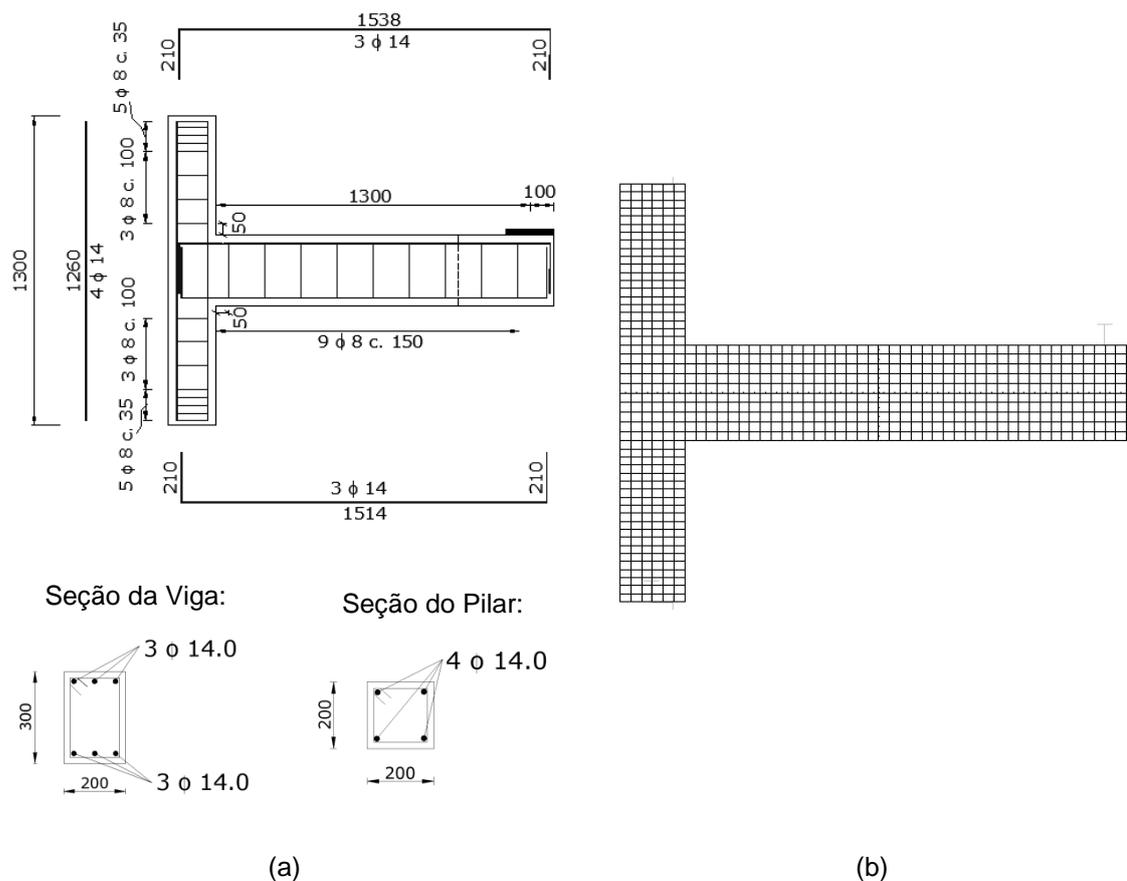


Figura 3.19 – Modelo Experimental C2: (a) Geometria do modelo; (b) Malha de elementos finitos.

Tabela 3.3 – Propriedades mecânicas do concreto

f_c (N/mm^2)	f_t (N/mm^2)	G_c ($N \cdot mm/mm^2$)	G_f ($N \cdot mm/mm^2$)	E_c (N/mm^2)	β	h (mm)
18,96	2,14	0,528	0,0469	26610,33	0,2	18,68

Nota: h = largura de banda de fissuração; β = fator de retenção ao cisalhamento.

Tabela 3.4 – Propriedades mecânicas do aço

Barras	f_s (N/mm^2)	E_s (N/mm^2)
Arm. Longitudinais	585,00	210000,00
Arm. Transversais	260,00	210000,00

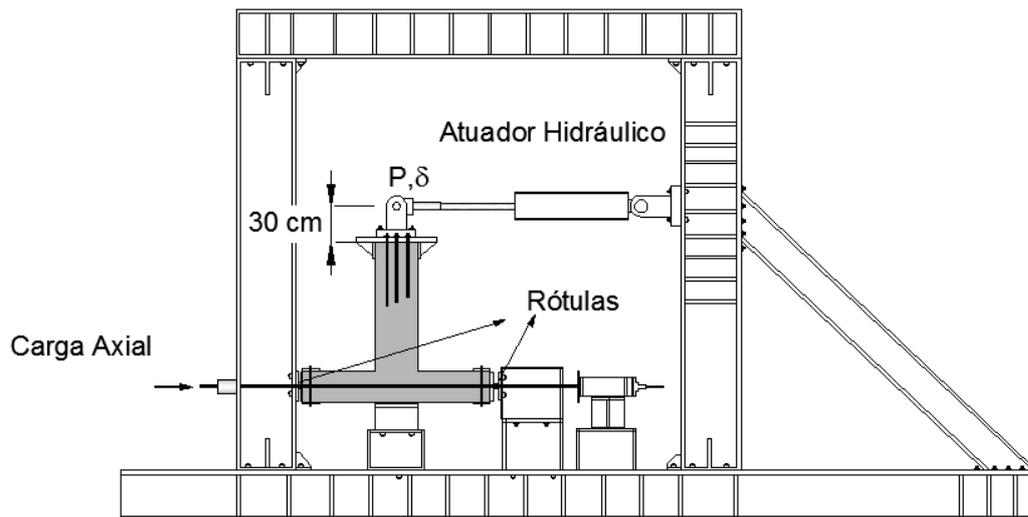


Figura 3.20 – Visão esquemática do dos dispositivos de ensaio. Fonte: Antonopoulos e Triantafillou (2003)

Antonopoulos e Triantafillou (2003) submeteram seus modelos experimentais a um carregamento cíclico com controle de deslocamentos na extremidade da viga. Inicialmente aplicaram uma carga no topo do pilar de 46 kN ($\nu \cong 0,05$) e mantiveram esta constante até a ruína do modelo experimental.

Na Figura 3.21 é apresentada a curva força versus deslocamento do modelo experimental C2. Para efeito comparativo com o numérico, foi traçada a envoltória da curva no primeiro quadrante. O modelo experimental alcançou uma força última de 31,08 kN na viga no instante da ruína. Segundo análises prévias, esta viga possui um momento fletor resistente de 64,8 kN.m, equivalente a uma carga ultima de 54 kN na sua extremidade em balanço. Logo, a viga no ensaio atingiu somente 42,4% da força última resistente, enquanto que o pilar não alcançou mais do que 35 % da sua capacidade ultima a flexão. Fica evidente então o modo de ruptura da ligação.

Na Figura 3.22 é apresentada a curva força-deslocamento do modelo numérico que atingiu uma força ultima de 17,73 kN contra 31,08 kN do experimental. Esta previsão é extremamente a favor da segurança, com um erro de 43 % em relação a este último. Há uma concordância razoável entre a rigidez do modelo numérico e o experimental. Porém, a força ultima apresenta ainda grande diferença.

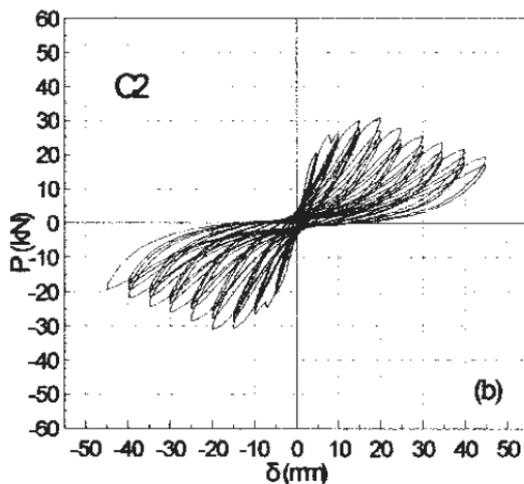


Figura 3.21 - Gráfico Força versus Deslocamento do modelo experimental C2. Fonte: Antonopoulos e Triantafillou (2003).

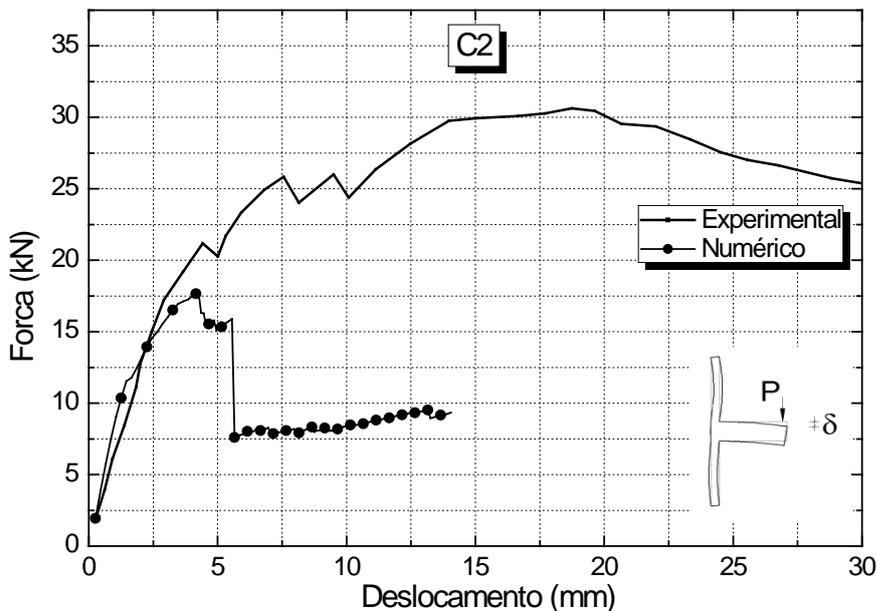


Figura 3.22 - Gráfico Força x Deslocamento obtido da análise por elementos finitos comparado com a envoltória da histerese obtida no ensaio

O modelo numérico apresenta intensa fissuração diagonal na ligação com deformações transversais à fissura atingindo valores máximos da ordem de 6,0‰ conforme pode ser visto na Figura 3.23. Considerando um espaçamento uniforme de fissuras na ligação igual a 20 mm, tem-se então aberturas de fissura iguais a 0,012 e 0,06mm, respectivamente, sendo este último valor visível ao olho nu.

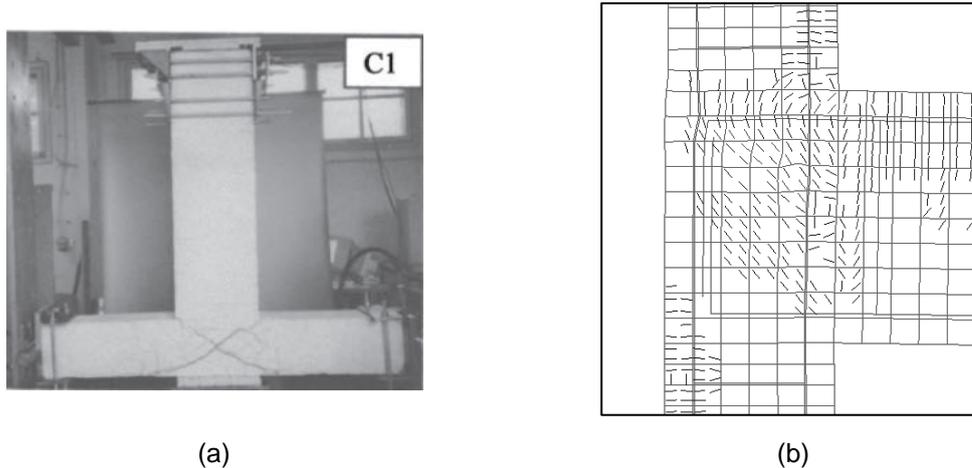


Figura 3.23 - Comparação entre padrão de fissuração: (a) Modelo experimental C1 após ensaio. Fonte: Antonopoulos e Triantafyllou (2003); (b) Modelo numérico no passo de carga de ruína do nó.

São apresentados na Figura 3.24 os fluxos de tensões principais de compressão e tração. Nota-se a concentração de tensões na parte inferior direita da ligação viga-pilar, estando esta região em um estado biaxial compressão-compressão. O núcleo do nó apresenta, contudo um estado biaxial compressão-tração. Como o concreto no núcleo apresenta fissuras diagonais, evidencia-se nesta região o pós-pico à tração do concreto.

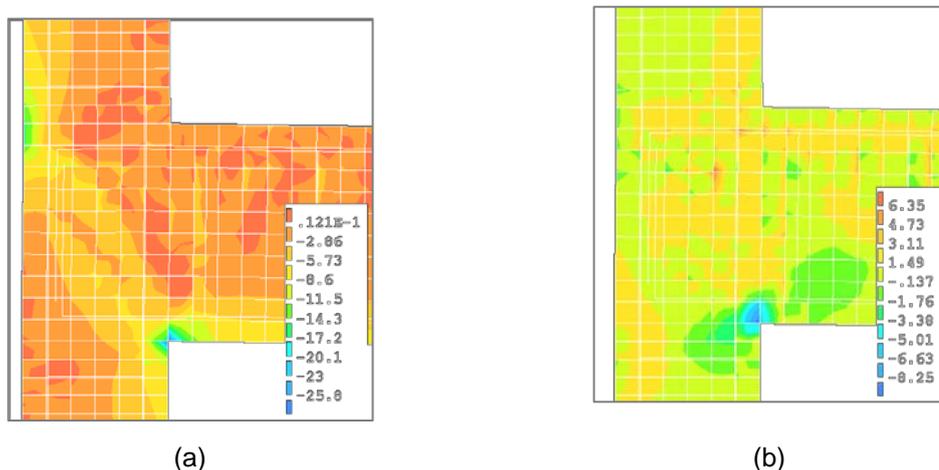


Figura 3.24 - Tensões Principais no modelo numérico em MPa: (a) Compressão; (b) Tração.

As tensões nas armaduras da viga e do pilar não atingiram seu patamar de escoamento pela análise dos resultados. No ELU da viga, as armaduras tracionadas deveriam atingir uma deformação de 10,0 ‰, porém estas atingiram uma deformação máxima da ordem de 0,9 ‰.

Para validação deste modelo numérico, foram mudados os valores da energia de fratura à tração e a resistência à tração, considerando estes duas vezes maiores. Vale lembrar que estes parâmetros foram calculados com base em formulações do CEB-FIP Código Modelo 1990, portanto estão passíveis de variações. Para citar, a energia de fratura a tração depende de vários fatores, como composição do concreto, idade, condições de cura etc. Porém o CEB-FIP Código Modelo 1990 considera que a energia de fratura depende apenas do diâmetro máximo do agregado. Pode-se notar então que a energia de fratura a tração para o modelo numérico é um valor simplesmente estimado.

Na Figura 3.25 é apresentada a curva força-deslocamento do modelo numérico calibrado em comparação com o resultado experimental. O modelo numérico calibrado atingiu uma força última de 25,71 kN, com uma diferença de 17,28 % em relação ao experimental, porém a favor da segurança. A rigidez continua em acordo com o resultado experimental.

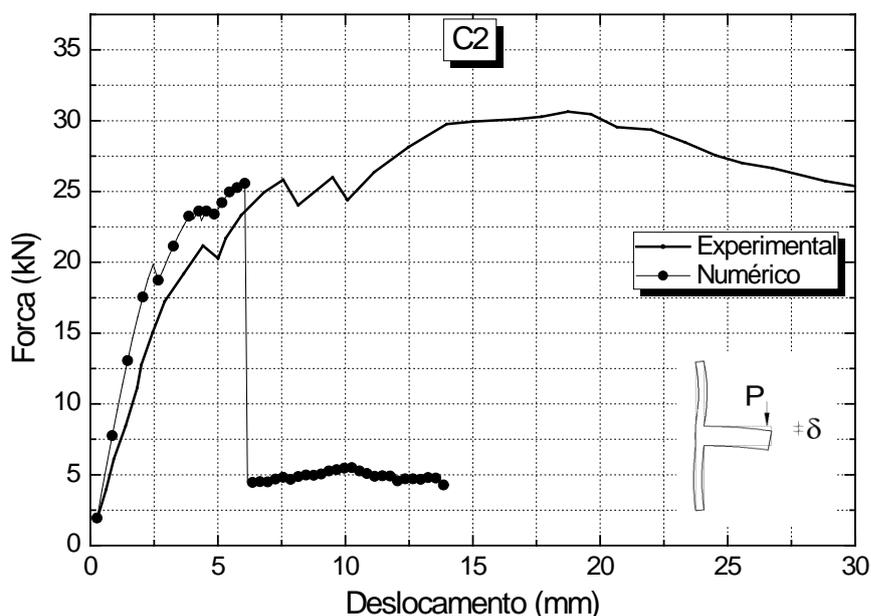


Figura 3.25 - Gráfico Força versus Deslocamento obtido do modelo numérico calibrado comparado com a envoltória da histerese obtida no ensaio

3.3.3 N400

Este modelo experimental pertence a um conjunto de três ensaios realizados por Haach (2005), no sentido de analisar a influência da força normal nos nós de pórtico externos. A geometria do modelo experimental e malha de elementos finitos bem como as propriedades dos materiais são apresentadas na Figura 3.26 e nas Tabela 3.5 Tabela 3.6 respectivamente. O mesmo autor realizou ensaios de compressão, módulo de elasticidade e tração diametral e seus resultados são apresentados em seu trabalho.

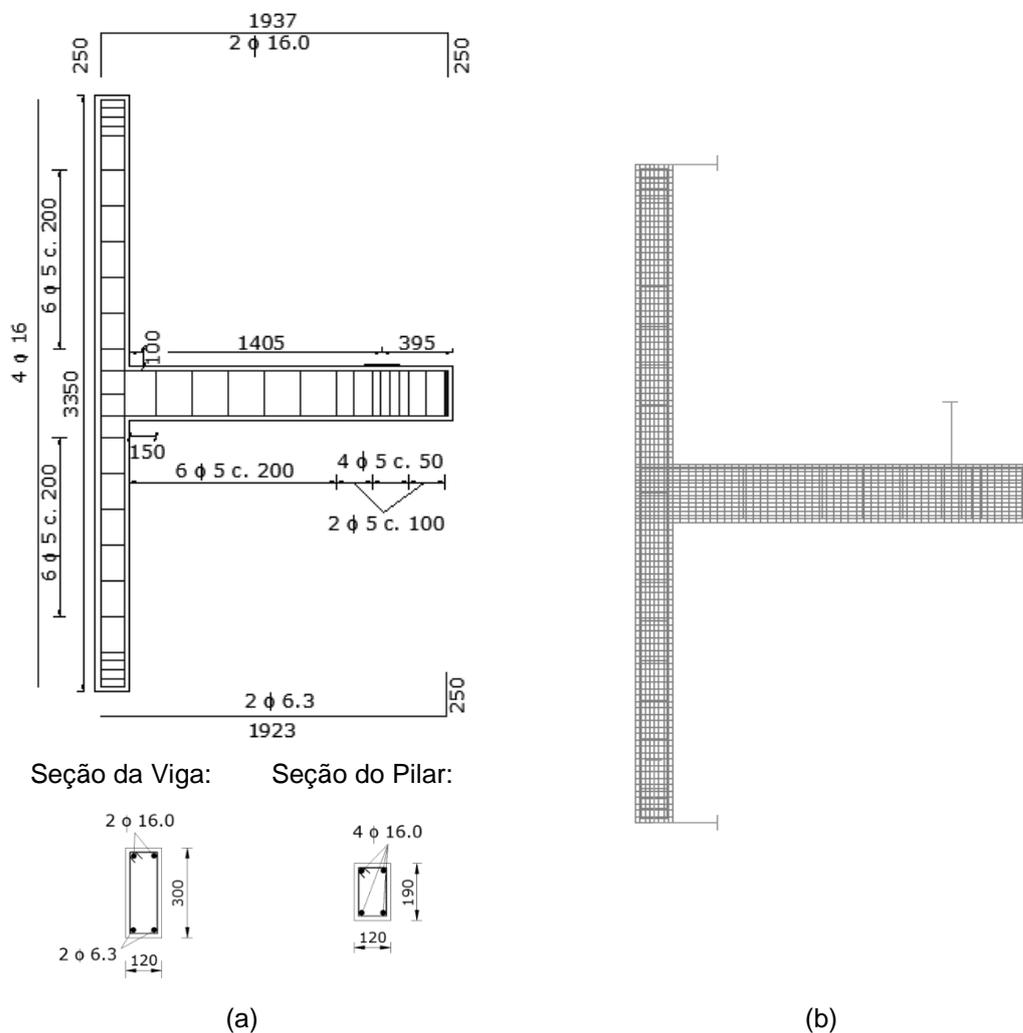


Figura 3.26 – Geometria do modelo e malha de elementos finitos

Tabela 3.5 - Propriedades mecânicas do concreto

f_c (N/mm^2)	f_t (N/mm^2)	G_c ($N \cdot mm/mm^2$)	G_f ($N \cdot mm/mm^2$)	E_c (N/mm^2)	β	h (mm)
22,36	1,587	0,561	0,0527	25464,70	0,2	18,68

Nota: h = largura de banda de fissuração; β = fator de retenção ao cisalhamento.

Tabela 3.6 – Propriedades mecânicas do aço

Barras	$f_s(N/mm^2)$	$E_s(N/mm^2)$
\emptyset 16	515,00	205000,00
\emptyset 6.3	563,00	205000,00
\emptyset 5.0	685,00	205000,00

Haach (2005) aplicou uma carga axial de 400 kN no pilar e em seguida aplicou um carregamento monotônico com controle de deslocamentos na extremidade em balanço da viga. Segundo o autor, as primeiras fissuras localizadas na viga surgiram com a aplicação de uma carga de 7 kN no balanço. A fissuração do nó começou somente a partir de 11 kN e a estrutura atingiu sua capacidade suporte na carga de 15,2 kN. A armadura tracionada da viga apresentou uma deformação de cerca de 1,25 ‰ e o estribo situado no nó de 2,5‰ no instante da ruína. A viga e o pilar não atingiram seus ELU, pois os momentos fletores resistentes são de 49,22 kN.m e 39,94 kN.m, respectivamente. O momento fletor aplicado no instante da ruína era de 21,35 kN.m para a viga e de 10,67 kN.m para o pilar.

O modelo numérico apresentou problemas de instabilidade numérica, não convergindo a partir do nível de força de aproximadamente 7 kN. Para que o comportamento força versus deslocamento fosse capturado após este ponto, achou-se conveniente aumentar a tolerância do critério de convergência em energia para $5 \times 10^{-3} N \cdot mm$. O modelo numérico a partir daí apresentou convergência e atingiu um máximo de força de 13,5 kN.

Para fins de comparação, a curva força versus deslocamento obtida em ensaio é comparada com o resultado numérico (ver Figura 3.27). Este apresenta uma ruptura localizada no concreto comprimido da biela diagonal da ligação e uma intensa fissuração da viga e quase nenhuma fissuração no nó a um nível de força de 7,5 kN, como pode ser visto na Figura 3.28. Somente a um nível de força de 10,77 kN o nó apresentou as primeiras fissuras diagonais.

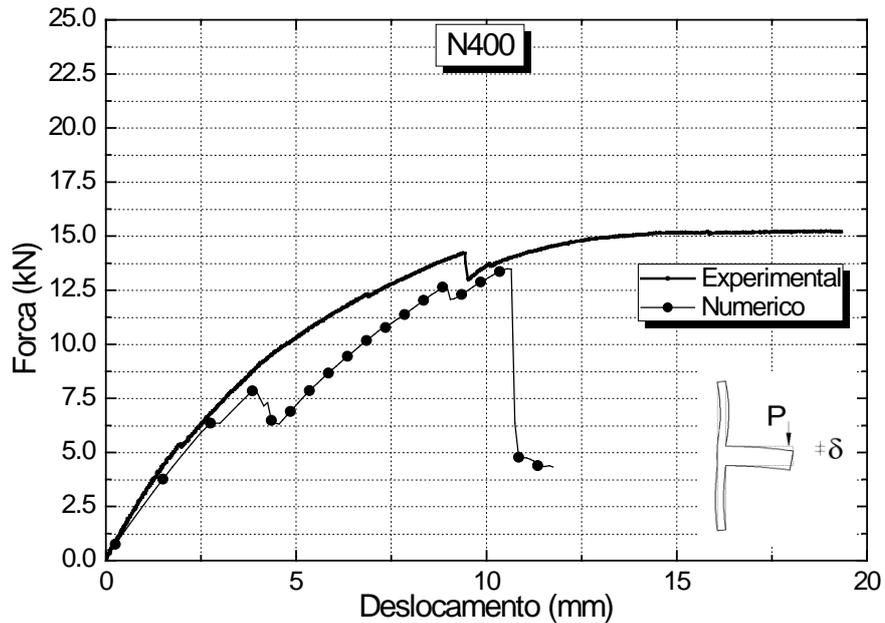


Figura 3.27 – Curva força-deslocamento obtida da análise por elementos finitos comparada com a curva experimental.

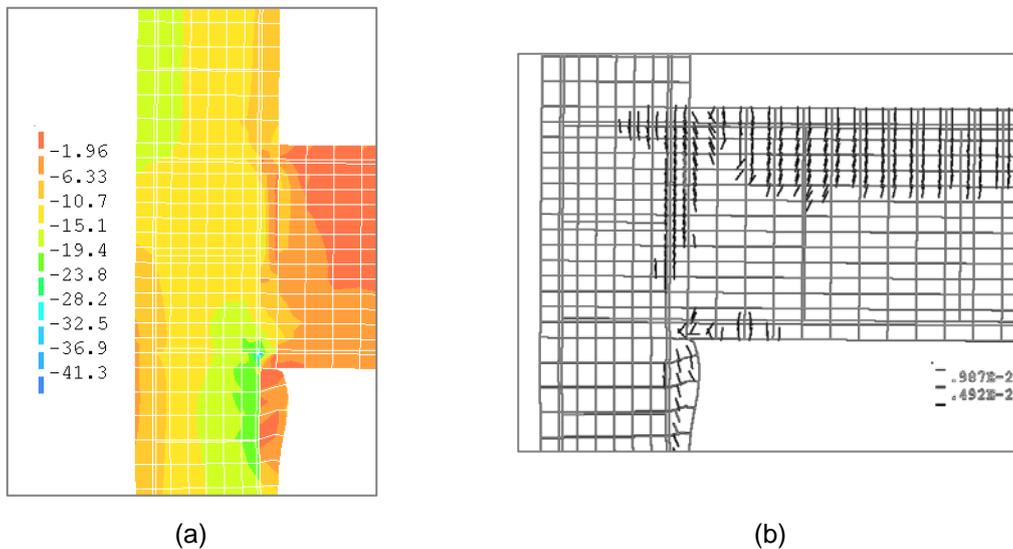


Figura 3.28 – (a) Tensões principais de compressão; (b) Estado de fissuração no nível de carga de 7,5 kN.

A um nível de carga de 13,5 kN, o modelo numérico sofre uma ruptura brusca na parte superior da biela diagonal, perdendo a capacidade de transferir forças. O padrão de fissuração final do modelo experimental e do numérico são apresentados na Figura 3.29 para fins de comparação. Observa-se uma boa concordância entre estes. No entanto, no modelo numérico houve intensa fissuração

do banzo comprimido do pilar inferior ao nó. Este comportamento não foi observado experimentalmente.

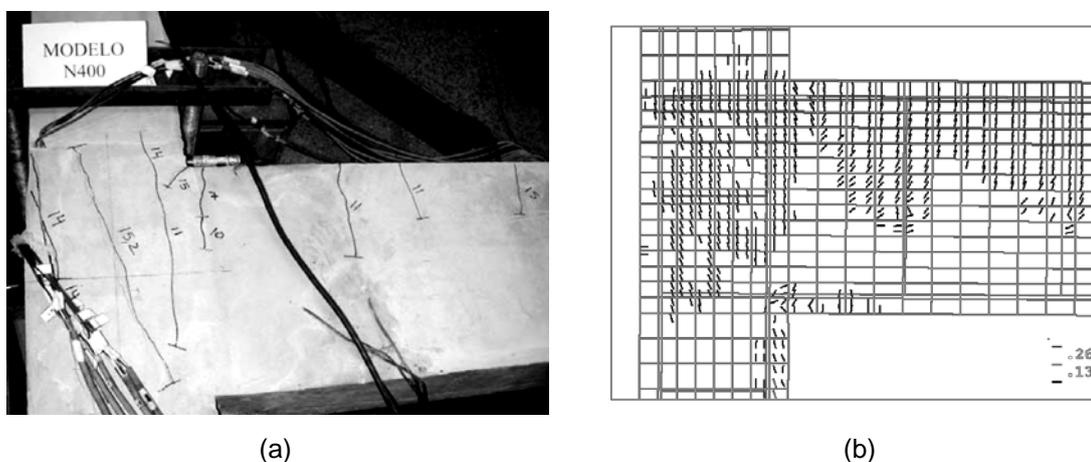


Figura 3.29 - Comparação do padrão de fissuração final dos modelos experimental e numérico

Os resultados de tensões principais no instante da ruína do modelo numérico indicam que uma biela mais inclinada formou-se na ligação, com tensões máximas de compressão atuando na parte inferior da diagonal chegando a 42,1 MPa, conforme apresentado na Figura 3.30.

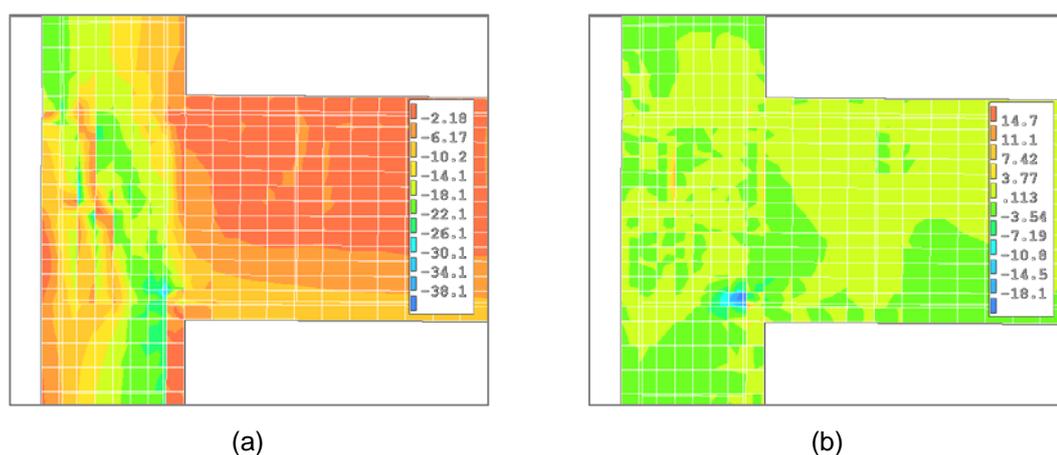


Figura 3.30 – Tensões Principais de Compressão e Tração (MPa) no passo de carga da ruína.

O estribo localizado na ligação apresentou uma tensão máxima de tração de 570 MPa, ainda no regime elástico linear, correspondente a uma deformação de 2,78‰ (o valor experimental foi de 2,5‰). A armadura tracionada da viga apresentou uma deformação máxima na face do pilar da ordem de 1,04 ‰ (o valor

experimental foi de 1,25‰). Esses valores são próximos aos resultados experimentais. É interessante perceber que o estribo não escoou no experimental e também no modelo numérico. Pode-se dizer que neste modelo a presença do estribo não foi tão importante para a resistência ao cisalhamento da ligação. Tais motivos para esse comportamento serão investigados nos próximos itens.

Como foi citado anteriormente, uma das maiores dificuldades da modelagem numérica do N400 foi a sua não convergência a certo nível de carga utilizando um elemento finito retangular com aproximação quadrática para os deslocamentos. Assim sendo, também foi feita uma simulação numérica do N400 utilizando um elemento finito retangular com aproximação linear para o campo de deslocamentos fornecido pelo DIANA® (Q8MEM). O gráfico força versus deslocamento desta modelagem adicional é apresentado na Figura 3.31.

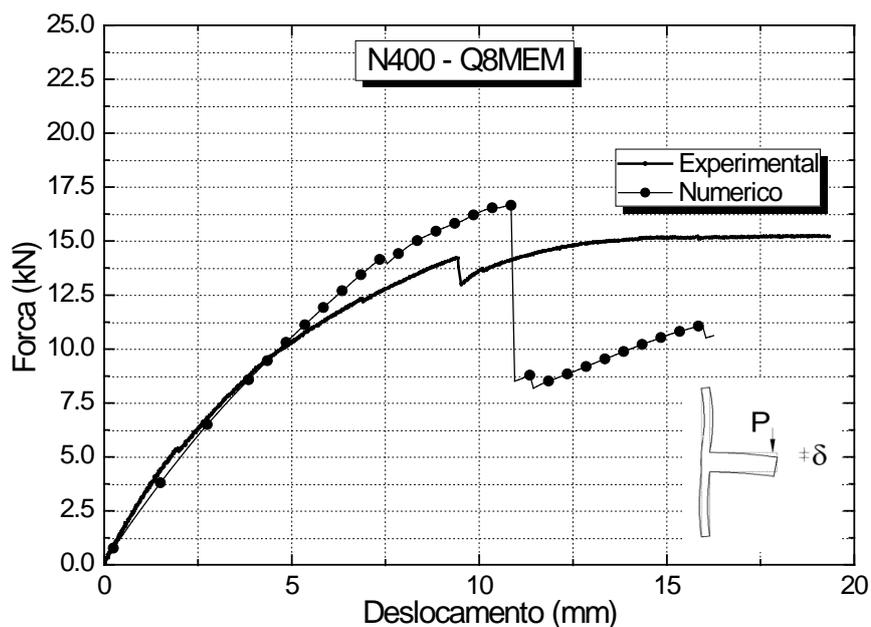


Figura 3.31 – Curva força-deslocamento obtida da análise por elementos finitos utilizando o elemento finito Q8MEM comparada com a curva experimental.

Ao contrário do modelo numérico original, esta simulação não apresentou problemas de instabilidade numérica e teve uma carga última de 16,66 kN. Os resultados de deformação no estribo da ligação (2,69‰) e armadura da viga (0,98‰) para esta simulação também estão com boa aproximação em relação aos resultados experimentais que foram 2,5‰ e 1,25‰ para o estribo e armadura longitudinal da viga respectivamente. O modo de ruína também ficou de acordo com o experimental, diferenciando apenas por algumas características no padrão de

fissuração final que pode ser visto na Figura 3.32, onde se percebe uma fissura principal vertical na região do núcleo da ligação a qual provocou a ruína do modelo.

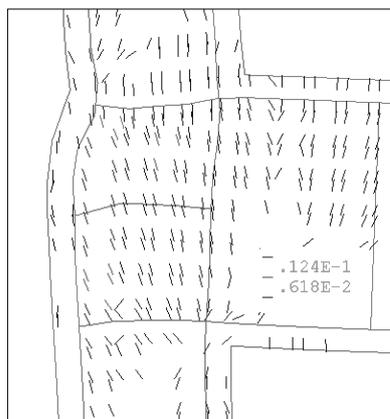


Figura 3.32- Padrão de fissuração para o modelo numérico com aproximação linear para os deslocamentos dos elementos finitos

3.4 RESUMO

Com os modelos apresentados neste capítulo, mostra-se que é válida a realização de uma análise paramétrica a fim de entender o comportamento estrutural da ligação viga-pilar externa utilizando a simulação numérica com os parâmetros de material definidos pelo CEB-FIP Código Modelo 1990.

De maneira geral, os modelos apresentam rigidezes mais elevadas do que observado experimentalmente. Isto é provavelmente por causa das considerações para as condições de contorno do modelo numérico, suposição de aderência perfeita, além de um problema de travamento de tensões inerente a consideração dos modelos de fissuração distribuída investigado por Rots e Blaauwendraad (1989).

No entanto, as resistências últimas, deformações e os modos de ruína estão de acordo com o observado experimentalmente. Ainda mais, os estudos indicam a importância do fator de retenção ao cisalhamento quando a ruptura do nó por cisalhamento é analisada numericamente, tendo que se avaliar sua relevância numérica em cada caso.

4 ANÁLISE PARAMÉTRICA

As conclusões das simulações do capítulo 3 indicam bons resultados para a representação dos comportamentos dos modelos experimentais simulados. Logo, a partir das mesmas considerações adotadas no capítulo anterior, pode-se fazer novos modelos numéricos. De maneira a estudar a influência de vários parâmetros no comportamento da ligação viga-pilar algumas análises numéricas foram realizadas. Assim alguns parâmetros como a relação altura da viga pela altura do pilar (h_v/h_p), nível de tensões normais no pilar (v), taxa de armadura da viga ($\rho_{s,viga}$), posicionamento e taxa de armaduras transversais na ligação são investigados neste capítulo. Os resultados deste capítulo darão base para o modelo a ser proposto de cálculo de resistência ao cisalhamento dos nós de pórtico externos.

4.1 ESBELTEZ DA LIGAÇÃO (h_v/h_p)

É conhecido que à medida que a relação (h_v/h_p) aumenta há um decréscimo na resistência ao cisalhamento da ligação viga-pilar (Vollum e Newman, 1999; Hegger, Sherif e Roeser, 2003; Bakir e Boduroglu, 2002a). Muitas são as formulações empíricas considerando esta variável, porém muitas vezes realizadas com base em poucos dados experimentais e, portanto menos abrangentes ou confiáveis. De maneira a acrescentar informações sobre esta variável e assim dar base para a formulação a ser proposta, neste presente item, essa relação foi tomada em consideração por meio da realização de vinte e cinco simulações numéricas, variando a altura da seção transversal do pilar e da viga e dessa maneira variando a relação h_v/h_p . Na Figura 4.1 é apresentada a geometria básica dos modelos numéricos de ligação viga-pilar para esta análise paramétrica. As propriedades mecânicas do concreto são apresentadas na Tabela 4.1.

Todas as armaduras possuem tensão de escoamento de 500 MPa e módulo de elasticidade de 210 GPa. Em todos os modelos desta análise foi mantida uma

força axial constante nos pilares com $\nu = 0,1$, um valor relativamente pequeno mas que será melhor explorado no próximo item.

Na Tabela 4.2 podem ser vistas, de maneira resumida, as alturas de seção transversal de viga e pilar, os momentos fletores resistentes de cada seção e os resultados desta simulação. Foi adotada aqui uma nomenclatura para os modelos numéricos em que os dois primeiros dígitos referem-se à altura da seção transversal da viga e os dois últimos a altura da seção transversal do pilar em centímetros.

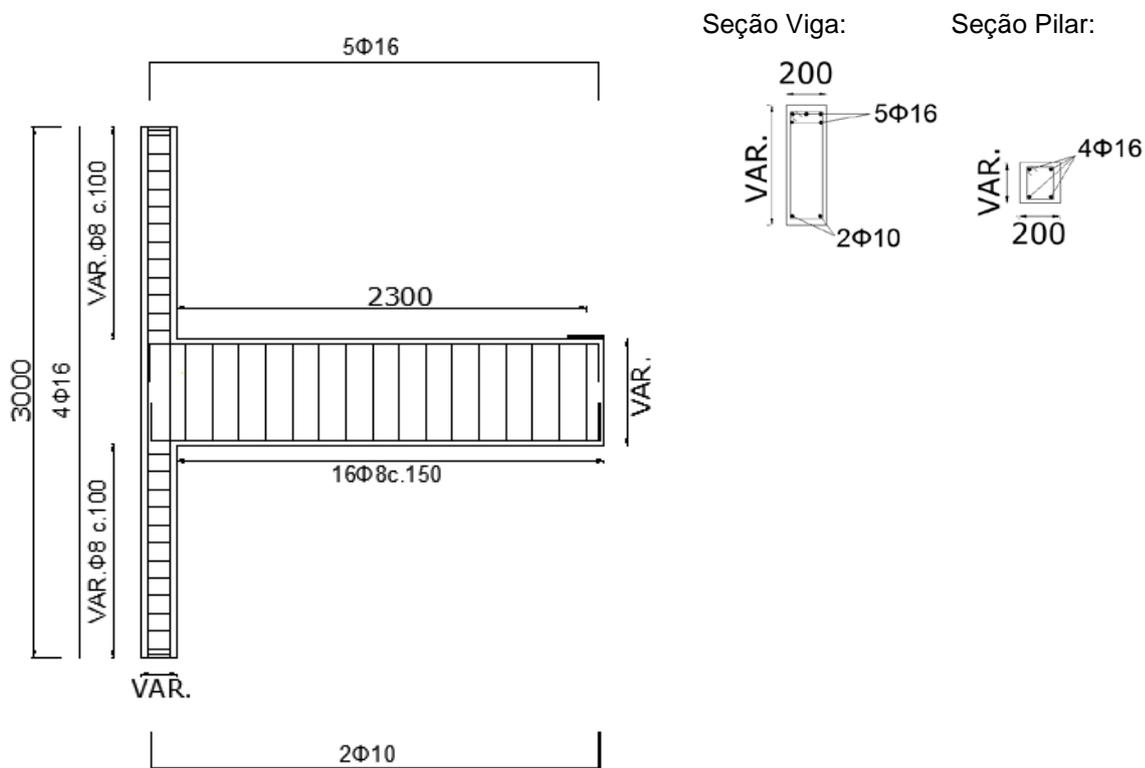


Figura 4.1 - Geometria básica

Tabela 4.1 – Propriedades mecânicas do concreto

f_c (MPa)	E (GPa)	f_{ct} (MPa)	G_f (N/mm)	G_c (N/mm)	β	h (mm)
30,0	31,00	2,93	0,0661	0,640	0,2	18,68

Tabela 4.2 – Análise paramétrica h_v/h_p para $v = 0,1$

h_v/h_p Força máxima aplicada.		$v = 0,1$				
		h_p (cm)				
Características da ruína		20	30	40	50	60
		$M_{ELU} = 36,7$ kN.m	$M_{ELU} = 69,77$ kN.m	$M_{ELU} = 108,24$ kN.m	$M_{ELU} = 151,98$ kN.m	$M_{ELU} = 201,12$ kN.m
h_v (cm)	30 $M_{ELU} = 112,06$ kN.m	1.50 $P_{max} = 15,37$ kN Fissuração Diagonal	1.00 $P_{max} = 25,82$ kN Fissuração Diagonal	0.75 $P_{max} = 28,87$ kN V	0.60 $P_{max} = 29,36$ kN V	0.50 $P_{max} = 30,51$ kN V
	40 $M_{ELU} = 162,29$ kN.m	2.00 $P_{max} = 19,19$ kN Fissuração Diagonal	1.33 $P_{max} = 34,38$ kN Fissuração Diagonal	1.00 $P_{max} = 43,48$ kN V	0.80 $P_{max} = 47,42$ kN V	0.67 $P_{max} = 48,6$ kN V
	50 $M_{ELU} = 214,42$ kN.m	2.50 $P_{max} = 25,09$ kN Fissuração Diagonal	1.67 $P_{max} = 39,29$ kN Fissuração Diagonal	1.25 $P_{max} = 58,36$ kN Fissuração Diagonal	1.00 $P_{max} = 65,08$ kN V	0.83 $P_{max} = 67,87$ kN V
	60 $M_{ELU} = 264,79$ kN.m	3.00 $P_{max} = 28,87$ kN P	2.00 $P_{max} = 50,31$ kN Fissuração Diagonal	1.50 $P_{max} = 73,67$ kN Fissuração Diagonal	1.20 $P_{max} = 87,39$ kN V	1.00 $P_{max} = 87,28$ kN V
	70 $M_{ELU} = 316,86$ kN.m	3.50 $P_{max} = 29,9$ kN P	2.33 $P_{max} = 57,56$ kN P	1.75 $P_{max} = 85,69$ kN Fissuração Diagonal	1.40 $P_{max} = 103,30$ kN V	1.17 $P_{max} = 110,0$ kN V

Observe que se tentou manter geometrias clássicas de nós de pórtico que são aqueles casos em que a relação h_v/h_p é maior do que 1,0 e menor do que 2,5. Os demais casos são poucos e são mantidos por questão de análise de resistência em situações extremas.

Também são inseridas na Tabela 4.2 de maneira resumida as características principais que levaram a ruína do nó. Como pode ser percebido, foram observadas três características principais: a ruína da ligação por fissuração diagonal (ver Figura 4.2) e ruptura do canto entre a viga e o pilar no sentido horizontal (direção da viga - V) ou vertical (direção do pilar - P).

Estas duas últimas características ainda não são bem compreendidas, visto que não existem dados suficientes para se afirmar com veracidade que se trata de esmagamento da biela ou de simplesmente um problema numérico relacionado com o modelo constitutivo adotado para o concreto, visto que modelagens adicionais foram realizadas com melhor discretização da malha de elementos finitos tentando contornar este resultado.

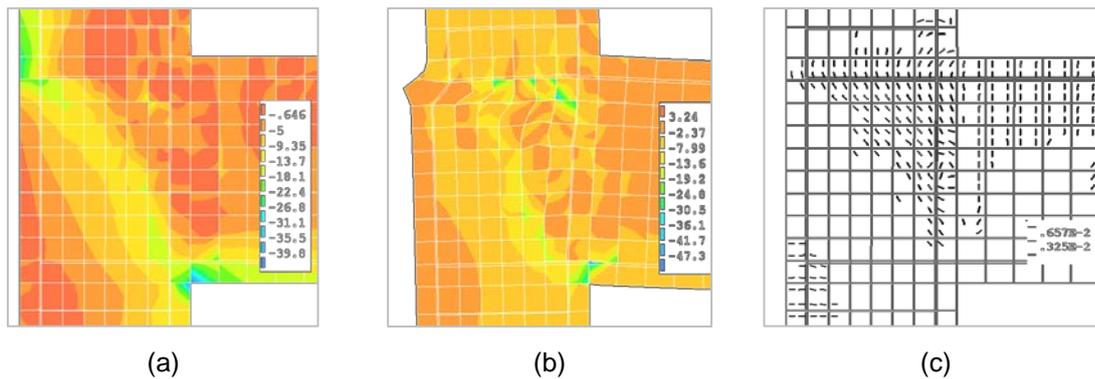


Figura 4.2 – Características observadas no modelo 4030: (a) Tensões principais de compressão no passo de carga imediatamente antes da ruptura; (b) Tensões principais de compressão no passo de carga pós-ruptura; (c) Padrão de fissuração imediatamente antes da ruptura.

Na Figura 4.3 são apresentadas algumas imagens referentes ao modelo 6050 ($h_v = 60$ cm; $h_p = 50$ cm) no passo de carga no qual este obteve força máxima e no passo de carga seguinte. Este modelo apresentou ruptura do canto entre a viga e o pilar na direção horizontal. Observe que a parte inferior da biela diagonal alcança níveis elevados de tensões de compressão, o que leva a ruptura do concreto no banzo comprimido da viga e consequente perda da capacidade suporte desta. Existe fissuração diagonal na ligação, porém esta não é significativa. Vale citar que este modo de ruptura não corresponde ao ELU da viga, pois deste modo, a armadura tracionada da viga escoaria, o que não aconteceu nesse modelo numérico.

O modelo 6020, por sua vez, apresentou ruptura do canto entre a viga e o pilar segundo a direção vertical, como pode ser notado na Figura 4.4, onde novamente há ruptura do concreto a compressão segundo o banzo comprimido do tramo do pilar abaixo da ligação.

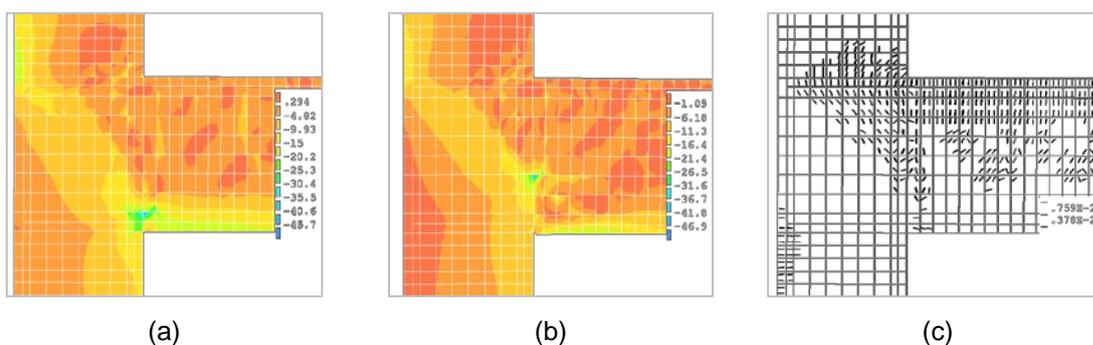


Figura 4.3 – Características observadas no modelo 6050: (a) Tensões principais de compressão antes da ruína; (b) Tensões principais de compressão pós-ruína; (c) Padrão de fissuração do modelo antes da ruína.

Na Tabela 4.3 são apresentadas as forças máximas aplicadas na viga ($P_{máx}$), as forças resultantes nas armaduras tracionadas das vigas (T_b), o esforço cortante

no pilar (V_p) e na ligação (V_{jh}) e por fim a força cisalhante reduzida somente para os modelos que apresentaram ruína do nó por fissuração diagonal, já que estes modelos possuem comportamento bem entendido.

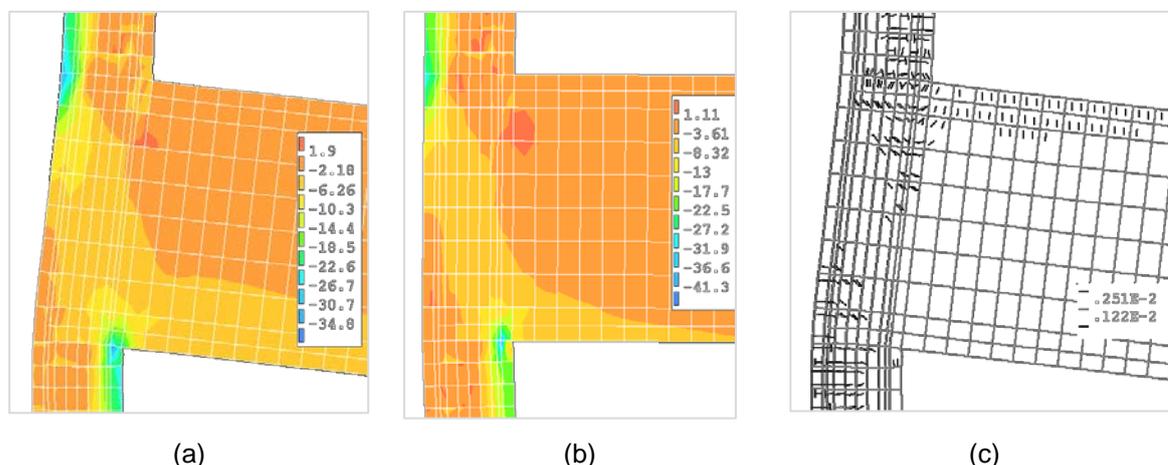


Figura 4.4 – Características observadas no modelo 6020: (a) Tensões principais de compressão no passo de carga imediatamente antes da ruína; (b) Tensões principais de compressão após a ruína; (c) Padrão de fissuração antes da ruína

Tabela 4.3 - Resultados para modelos com ruptura do nó

MODELO	$P_{\text{máx}}$ kN	T_b kN	V_p kN	V_{jh} kN	h_v/h_p	$V_{jh} / (b_{\text{eff}} \cdot h_p \cdot f_c^{0,5})$
3020	15,37	112,59472	11,78	100,81	1,5	0,460
3030	25,82	233,23192	19,80	213,44	1	0,649
4020	19,19	95,906574	14,71	81,19	2	0,371
4030	34,38	205,08324	26,36	178,73	1,33	0,544
5020	25,09	61,32391	19,24	42,09	2,5	0,192
5030	39,29	147,78057	30,12	117,66	1,67	0,358
5040	58,36	260,37529	44,74	215,63	1,25	0,492
6030	50,31	180,9558	38,57	142,38	2	0,433
6040	73,67	271,4337	56,48	214,95	1,5	0,491
7040	85,69	231,2213	65,70	165,53	1,75	0,378

Os resultados finais da Tabela 4.3 são apresentados na Figura 4.5, onde a variável força cisalhante reduzida é colocada em função da relação h_v/h_p . Assim como confirmado por Vollum e Newman (1999) e Bakir e Boduroglu (2002) estes resultados mostram que a resistência ao cisalhamento do nó é inversamente proporcional a relação h_v/h_p . A Equação (4.1) refere-se à reta de regressão

estimada para os pontos obtidos numericamente com ruína do nó. Esta reta apresenta um coeficiente de determinação (R^2) de 0,82.

$$\frac{V_{jh}}{b_{eff} \cdot h_p \cdot f_c^{0,5}} = 0,86 - 0,2 \left(\frac{h_v}{h_p} \right) \quad (4.1)$$

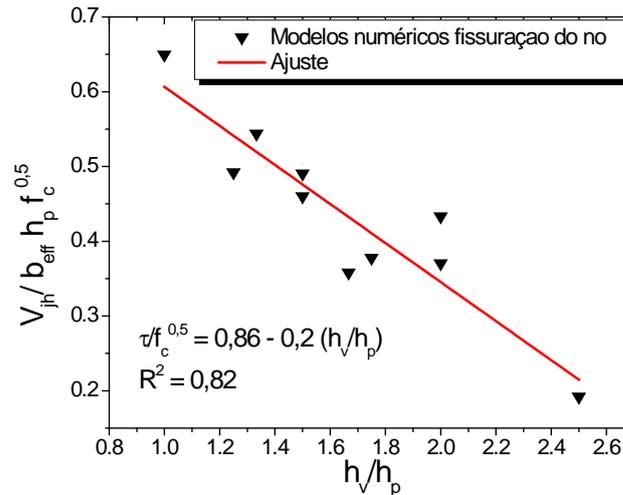


Figura 4.5 – Efeito da relação h_v/h_p no comportamento do nó

4.2 NÍVEL DE TENSÕES NORMAIS NO PILAR (ν)

Sabe-se da literatura que estudos realizados em nós de pórtico externo, envolvendo aplicação de força normal no pilar, utilizam valores de ν entre 0,1 e 0,4; sendo este último valor uma raridade de ser encontrado experimentalmente. Logo a influência desta variável no comportamento do nó fica pouco definida por esta curta faixa de valores estudados sendo necessários mais estudos.

Hegger e Roeser (2001, apud Hegger, Sherif e Roeser, 2003) afirmam que existe uma redução da resistência ao cisalhamento para valores de ν maior do que 0,4 (ver Figura 4.6). No entanto poucos dados ainda existem para afirmar um comportamento para uma faixa de ν superiores a 0,4 com ligações com configurações geométricas diferentes.

Dessa maneira, aumentou-se o número de modelos numéricos apresentados na Tabela 4.2 do subitem anterior para valores de ν iguais a 0,3 e 0,5, como apresentado na Tabela 4.4 e na Tabela 4.5, respectivamente.

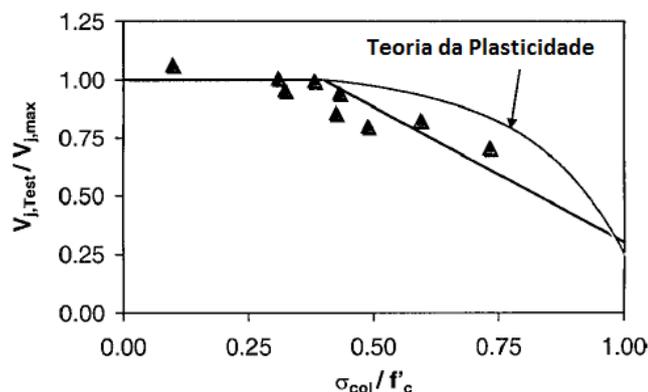


Figura 4.6 - Efeito do nível de tensões normais na resistência ao cisalhamento em ligações externas.
Fonte: Hegger, Sherif e Roeser (2003)

Todos os modelos numéricos apresentados na Tabela 4.4 e na Tabela 4.5 apresentaram ruína da ligação sem alcance dos respectivos ELU's dos elementos estruturais adjacentes a essa. De maneira a detalhar esta análise, oito modelos numéricos desta tabela foram simulados com v variando de 0 a 0,7 com incrementos de $\delta v = 0,1$.

Os resultados dessa análise detalhada podem ser observados na Figura 4.7a. Para os oito modelos simulados com diferentes relações de h_v/h_p , existe um incremento na resistência ao cisalhamento da ligação até valores de v aproximadamente iguais a 0,3. Acima deste valor há uma tendência de queda na resistência ao cisalhamento.

Tabela 4.4 - Análise paramétrica h_v/h_p para $v = 0,3$

$\frac{h_v}{h_p}$ Força máxima aplicada.		h_p (cm)				
		20	30	40	50	60
Características da ruína		$M_{ELU} = 48,2$ kN.m	$M_{ELU} = 97,77$ kN.m	$M_{ELU} = 157,96$ kN.m	$M_{ELU} = 229,59$ kN.m	$M_{ELU} = 312,69$ kN.m
h_p (cm)	30 $M_{ELU} = 112,06$ kN.m	$1,50 \downarrow P_{max} = 20,32$ kN Fissuração Diagonal	$1,00 \downarrow P_{max} = 28,88$ kN V	$0,75 \downarrow P_{max} = 30,12$ kN V	$0,60 \downarrow P_{max} = 30,54$ kN V	$0,50 \downarrow P_{max} = 31,22$ kN V
	40 $M_{ELU} = 162,29$ kN.m	$2,00 \downarrow P_{max} = 25,03$ kN Fissuração Diagonal	$1,33 \downarrow P_{max} = 43,42$ kN Fissuração Diagonal	$1,00 \downarrow P_{max} = 50,04$ kN V	$0,80 \downarrow P_{max} = 51,02$ kN V	$0,67 \downarrow P_{max} = 53,74$ kN V
	50 $M_{ELU} = 214,42$ kN.m	$2,50 \downarrow P_{max} = 30,19$ kN P	$1,67 \downarrow P_{max} = 49,32$ kN Fissuração Diagonal	$1,25 \downarrow P_{max} = 68,07$ kN V	$1,00 \downarrow P_{max} = 72,24$ kN V	$0,83 \downarrow P_{max} = 73,13$ kN V
	60 $M_{ELU} = 264,79$ kN.m	$3,00 \downarrow P_{max} = 34,06$ kN P	$2,00 \downarrow P_{max} = 60,44$ kN Fissuração Diagonal	$1,50 \downarrow P_{max} = 86,46$ kN Fissuração Diagonal	$1,20 \downarrow P_{max} = 98,91$ kN Fissuração Diagonal	$1,00 \downarrow P_{max} = 102,4$ kN V
	70 $M_{ELU} = 316,86$ kN.m	$3,50 \downarrow P_{max} = 35,77$ kN P	$2,33 \downarrow P_{max} = 74,15$ kN Fissuração Diagonal	$1,75 \downarrow P_{max} = 109,8$ kN Fissuração Diagonal	$1,40 \downarrow P_{max} = 129,2$ kN Fissuração Diagonal	$1,17 \downarrow P_{max} = 121,1$ kN V

Tabela 4.5 - Análise paramétrica h_v/h_p para $\nu = 0,5$

$\frac{h_v}{h_p}$ Força máxima aplicada.		$\nu = 0,5$				
		h_p (cm)				
Características de ruína		20	30	40	50	60
		$M_{ELU} = 36,7$ kN.m	$M_{ELU} = 69,77$ kN.m	$M_{ELU} = 108,24$ kN.m	$M_{ELU} = 151,98$ kN.m	$M_{ELU} = 201,12$ kN.m
h_v (cm)	30 $M_{ELU} = 112,06$ kN.m	1.50 $P_{max} = 20,23$ kN Fissuração Diagonal	1.00 $P_{max} = 31,01$ kN V	0.75 $P_{max} = 37,34$ kN V	0.60 $P_{max} = 38,93$ kN V	0.50 $P_{max} = 32,62$ kN V
	40 $M_{ELU} = 162,29$ kN.m	2.00 $P_{max} = 21,76$ kN P	1.33 $P_{max} = 35,63$ kN P	1.00 $P_{max} = 48,53$ kN V	0.80 $P_{max} = 53,00$ kN V	0.67 $P_{max} = 51,4$ kN V
	50 $M_{ELU} = 214,42$ kN.m	2.50 $P_{max} = 25,88$ kN P	1.67 $P_{max} = 52,39$ kN Fissuração Diagonal	1.25 $P_{max} = 70,30$ kN V	1.00 $P_{max} = 76,99$ kN V	0.83 $P_{max} = 73,50$ kN V
	60 $M_{ELU} = 264,79$ kN.m	3.00 $P_{max} = 25,00$ kN P	2.00 $P_{max} = 53,33$ kN Fissuração Diagonal	1.50 $P_{max} = 80,78$ kN V	1.20 $P_{max} = 99,82$ kN V	1.00 $P_{max} = 105,1$ kN V
	70 $M_{ELU} = 316,86$ kN.m	3.50 $P_{max} = 27,71$ kN P	2.33 $P_{max} = 54,40$ kN P	1.75 $P_{max} = 93,35$ kN P	1.40 $P_{max} = 105,3$ kN P	1.17 $P_{max} = 119,9$ kN P

Há também uma tendência de queda de resistência ao cisalhamento a medida que a relação h_v/h_p aumenta; no entanto alguns modelos com h_v/h_p aproximadamente igual a 2,0 e $\nu = 0,3-0,4$ tem resistência ao cisalhamento maior do que modelos com h_v/h_p aproximadamente igual a 1,0 e $\nu = 0,5-0,7$.

Há um efeito benéfico maior para os modelos em que a relação h_v/h_p é maior do que 1,67, de tal modo que a resistência chegar a aumentar em até 3,9 vezes para o modelo com $h_v/h_p = 2,0$ (ver Figura 4.7b). Este comportamento explica como é difícil de avaliar a influencia da variável ν no comportamento ao cisalhamento, visto que a influencia dessa variável dependerá da relação geométrica do nó.

Pode-se adotar uma expressão analítica de $\tau/\sqrt{f_c}$ em função da relação h_v/h_p e do nível de tensão axial ν . Sabe-se que $\tau/\sqrt{f_c}$ pode ser bem aproximado por uma função quadrática de ν ; e pela análise do subitem anterior $\tau/\sqrt{f_c}$ é uma função linear de h_v/h_p . Faz-se então uma regressão múltipla de $\tau/\sqrt{f_c}$ com as variáveis independentes h_v/h_p e ν com a seguinte equação:

$$\frac{\tau}{\sqrt{f_c}} = \left(A \cdot \frac{h_v}{h_p} + B \right) \nu^2 + \left(C \cdot \frac{h_v}{h_p} + D \right) \nu + \left(E \cdot \frac{h_v}{h_p} + F \right) \quad (4.2)$$

onde as constantes A, B, C, D, E e F são determinadas em função dos dados usados para ajuste. Nesta expressão fica nítida a interação entre as variáveis ν e h_v/h_p .

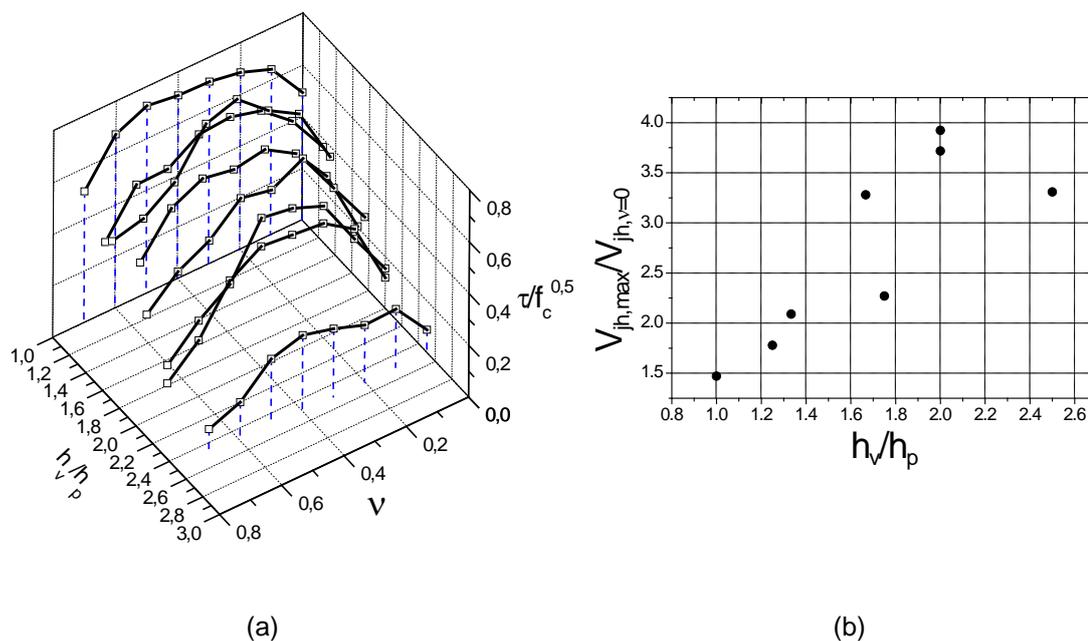


Figura 4.7 - Comportamento observado nos modelos numéricos que foram detalhados: (a) Curvas 3d de $\frac{\tau}{\sqrt{f_c}} \times \frac{h_v}{h_p} \times \nu$ para os modelos 3030, 4020, 4030, 5020, 5030, 5040, 6030 e 7040; (b) Relação entre a força cisalhante máxima obtida em cada modelo e a correspondente para $\nu = 0$.

Se os 75 modelos para os três diferentes valores de ν (Tabela 4.2; Tabela 4.4 e Tabela 4.5) forem tomados, tem-se da análise de regressão múltipla:

$$\frac{\tau}{\sqrt{f_c}} = \left(-1,513 \cdot \frac{h_v}{h_p} + 0,655 \right) \nu^2 + \left(0,87 \cdot \frac{h_v}{h_p} - 0,11 \right) \nu + \left(-0,244 \cdot \frac{h_v}{h_p} + 0,678 \right) \quad (4.3)$$

$$R^2 = 0,584$$

Na Figura 4.8, os resultados da Equação (4.3) apresentada é comparada com os resultados dos 75 modelos numéricos. Da análise estatística dos dados obtém-se uma média de valores 0,983, um desvio padrão de 0,245 e um coeficiente de variação de 24,89 %. Ainda na Figura 4.8 são diferenciados os modelos que apresentaram as três características principais para a ruína da ligação: fissuração diagonal, ruptura do canto da viga com o pilar segundo a direção horizontal (Viga – modo V) e vertical (Pilar – modo P), como discutido anteriormente.

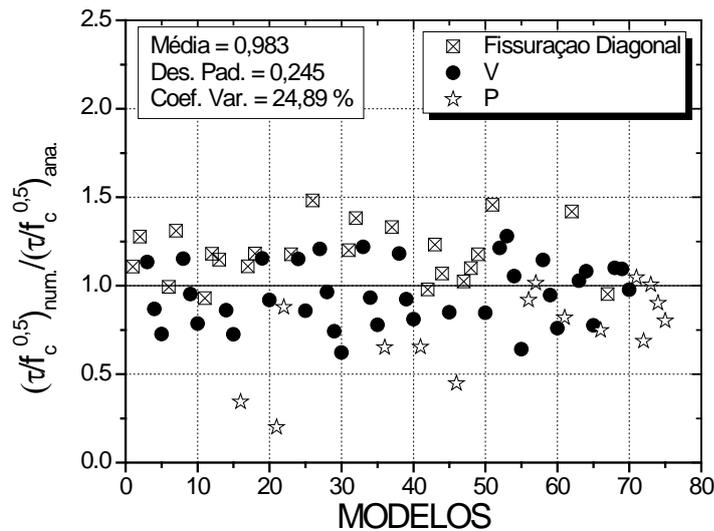


Figura 4.8 – Comparação entre os resultados obtidos numericamente e pela formula analítica proposta (Eq. 4.3)

Da análise destes resultados percebe-se que há uma péssima previsão do modelo analítico para 2 modelos numéricos com ruína segundo o modo P: 6020 ($\nu=0,1$) e 7020 ($\nu=0,1$). No entanto, os valores observados para a variável $\tau/f_c^{0,5}$ nestes modelos numéricos foram 0,054 e 0,014 respectivamente; e os valores calculados pela expressão analítica foram 0,1572 e 0,0711. Se o modelo analítico proposto pela Equação 4.3 for aplicado nos demais modelos numéricos sem os modelos 6020 ($\nu=0,1$) e 7020 ($\nu=0,1$) e comparado com os valores observados chega-se a uma média de 1,00, desvio padrão de 0,2169 e coeficiente de variação de 21,62 %.

Mesmo assim, outra regressão múltipla foi realizada desconsiderando os modelos numéricos com modo P. A nova expressão analítica ajustada para os 60 modelos numéricos é:

$$\frac{\tau}{\sqrt{f_c}} = \left(-1,847 \cdot \frac{h_v}{h_p} + 1,298 \right) \nu^2 + \left(1,271 \cdot \frac{h_v}{h_p} - 0,637 \right) + \left(-0,205 \cdot \frac{h_v}{h_p} + 0,639 \right) \quad (4.4)$$

Com $R^2 = 0,33$.

Na Figura 4.9, a Equação (4.4) é comparada com os resultados dos 60 modelos numéricos, diferenciando os modelos com ruína por fissuração diagonal e os de modo V. Da análise estatística dos dados observa-se uma média de 1,04, desvio padrão de 0,20 e coeficiente de variação de 18,86%. Esta expressão ajustada apresenta uma melhor concordância com os valores observados numericamente. Porém deve-se citar que ela foi ajustada para valores de ν entre 0 e 0,5, e foi analisado que essa retorna valores de resistência ao cisalhamento grandes quando esta variável é maior do que 0,5 e portanto contra a segurança.

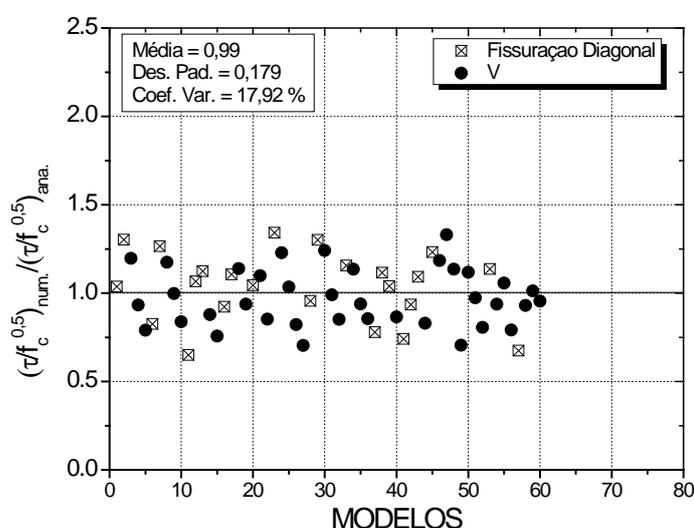


Figura 4.9 - Comparação entre os resultados obtidos numericamente e pela formula analítica proposta pela Eq. 4.4

Acredita-se que a Equação (4.3) seja mais representativa, visto que não apresenta os problemas de estimativa para modelos com ν maiores do que 0,25 como na Equação (4.4). Na Figura 4.10 são apresentadas as curvas de isovalores para $\tau/f_c^{0,5}$ segundo as Equações (4.3) e (4.4). Note que a Equação (4.3) (ver Figura 4.10a) apresenta melhor comportamento quando comparada com a Equação (4.4) (ver Figura 4.10.b), pois apresenta comportamento semelhante ao encontrado na análise detalhada dos modelos (ver Figura 4.7a).

Para efeito didático, agruparam-se os modelos numéricos simulados nesta análise paramétrica até este ponto. O grupo A compreende os 75 modelos numéricos que englobam tanto variação do ν como da relação h_v/h_p (Tabela 4.2; Tabela 4.4 e Tabela 4.5); e o grupo B compreende os 64 modelos numéricos com ν variando de 0,1 baseados nos modelos numéricos 3030, 4020, 4030, 5020, 5030, 5040, 6030 e 7040.

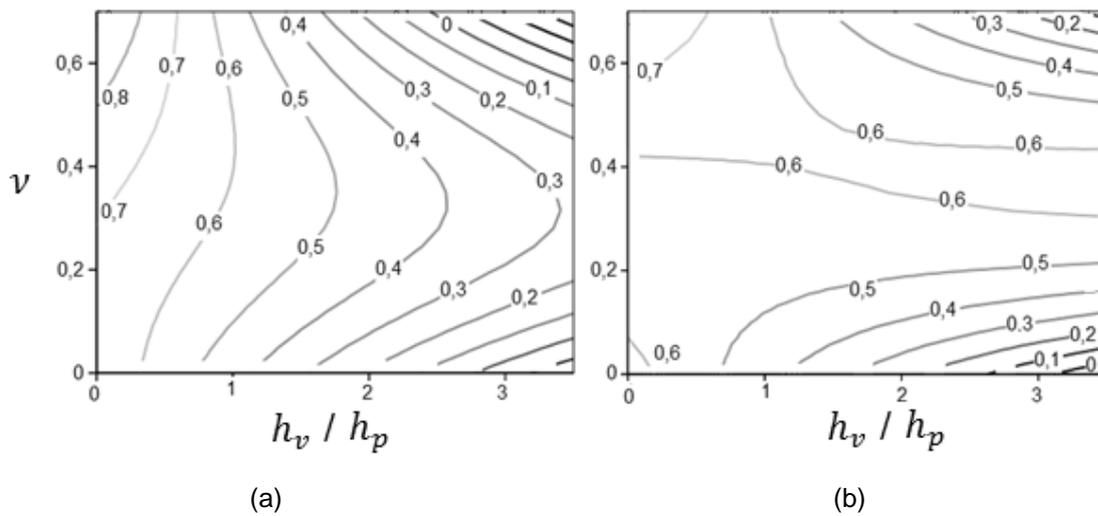


Figura 4.10 – Curvas de isovalores para $\tau/f_c^{0.5}$: (a) Modelo proposto pela Eq. 3; (b) Modelo proposto pela Eq. 4.

Os dois grupos A e B possuem 24 modelos em comum (ver Figura 4.11). Dessa forma, foram feitos outros dois ajustes levando em consideração os dados contidos nos conjuntos resultantes seguintes:

- a) união dos dois Grupos (A U B), totalizando 115 modelos numéricos (ver Figura 4.12);
- b) Grupo B, totalizando 64 modelos numéricos (ver Figura 4.13).

Porém, observou-se a partir da análise dos resultados que tais ajustes não eram adequados, pois previam valores sem sentido físico para a resistência ao cisalhamento de modelos sem carga axial no pilar (valores negativos para resistência quando $v = 0$ e $h_v/h_p > 1,0$).

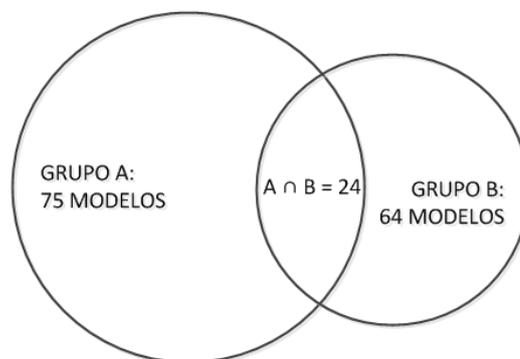


Figura 4.11 - Diagrama de Venn para os dois conjuntos de modelos numéricos

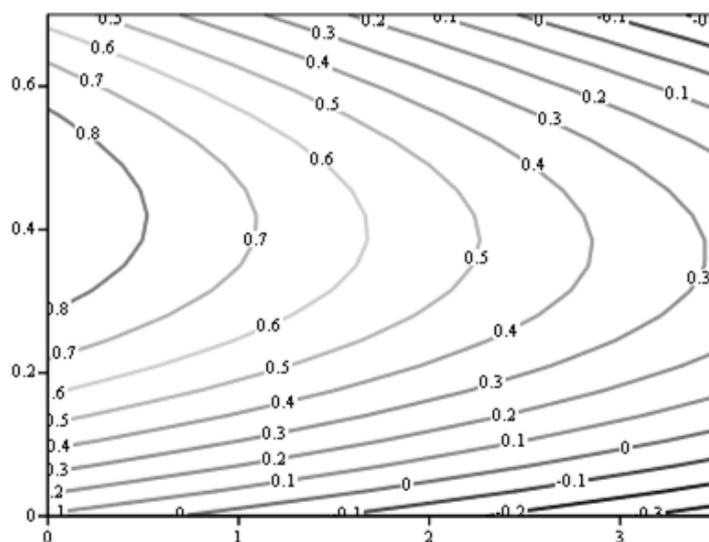


Figura 4.12 - Curvas de isovalores para a curva ajustada com dados de A U B

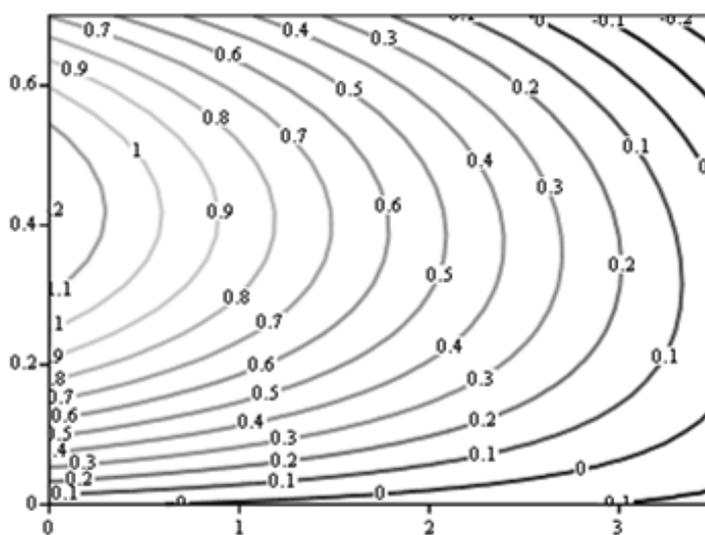


Figura 4.13 - Curvas de isovalores para grupo B

4.3 TAXA DE ARMADURA DA VIGA ($\rho_{s,viga}$)

A taxa de armadura da viga reflete de forma diretamente proporcional a capacidade de força cisalhante que a viga é capaz de oferecer ao nó. Embora pareça contraditório, muitos autores consideram que a taxa de armadura aumenta a resistência ao cisalhamento do nó de pórtico externo (Bakir e Boduroglu, 2002a; Park e Mosalam, 2012; Kim, LaFave e Song, 2009).

Assume-se que a contribuição da taxa de armadura da viga seja inerente a ligação viga-pilar independentemente da presença de estribos ou não. O objetivo

neste item é então encontrar uma regressão que ajuste a Equação (4.3) apresentada no item anterior que tomava somente a geometria da ligação e o nível de carga axial no pilar como variáveis influentes para resistência ao cisalhamento de ligações sem estribo.

Realizou-se a simulação de 59 modelos numéricos com diferentes geometrias variando a taxa de armadura da viga. Os modelos numéricos adotados foram selecionados daqueles apresentados na análise de h_v/h_p (Tabela 4.2). Foram selecionados de acordo com suas características da ruína (Fissuração Diagonal, V e P) sendo tomados três modelos numéricos de cada padrão observado. Por fim cada modelo numérico sofreu variação da área de armadura longitudinal da viga. A Tabela 4.6 resume as características dos modelos numéricos com as áreas de armadura longitudinal ($A_{s,viga}$) simuladas para cada modelo.

Tabela 4.6 – Tabela resumo da análise paramétrica da taxa de armadura da viga

Grupo	Modelo Numérico	$A_{s,viga}$ (mm ²)
Fissuração Diagonal	5030	450; 550; 650; 750; 850; 950; 1050
	4030	750; 850; 950; 1050; 1150; 1250
	4020	750; 850; 950; 1050; 1150; 1250
V	3040	750; 850; 950; 1050; 1150; 1250
	4040	750; 850; 950; 1050; 1150; 1250
	6050	450; 550; 650; 750; 850; 950; 1050
P	6020	450; 550; 650; 750; 850; 950; 1050
	7020	450; 550; 650; 750; 850; 950; 1050
	7030	450; 550; 650; 750; 850; 950; 1050

As áreas das armaduras longitudinais da viga foram verificadas para cada modelo numérico para que não viesse ocorrer ruína da viga com seu ELU. Logo todos os modelos numéricos aqui simulados sofreram ruína do nó.

Os resultados desta análise são apresentados na Figura 4.14 com a variável $V_{n,numérico}/V_{teórico}$ (EM - Erro de modelo) em função da taxa de armadura da viga (ver Equação (4.5)). Observe que a resistência ao cisalhamento observada para cada modelo numérico foi dividida pela resistência prevista pela Equação (4.3), fornecendo assim um valor de segurança para cada modelo numérico (EM).

$$\rho_{s,viga} = \frac{100 A_{s,viga}}{h_v b_v} \quad (4.5)$$

Da análise dos resultados apresentados na Figura 4.14 observa-se uma forte influência da taxa de armadura da viga nos modelos com modo de ruína P (ruptura do canto da viga e pilar segundo direção vertical), no entanto com grande dispersão de valores.

Os modelos com ruína por fissuração diagonal não mostraram uma tendência, indo completamente ao contrário do que era esperado em relação à influência desta variável.

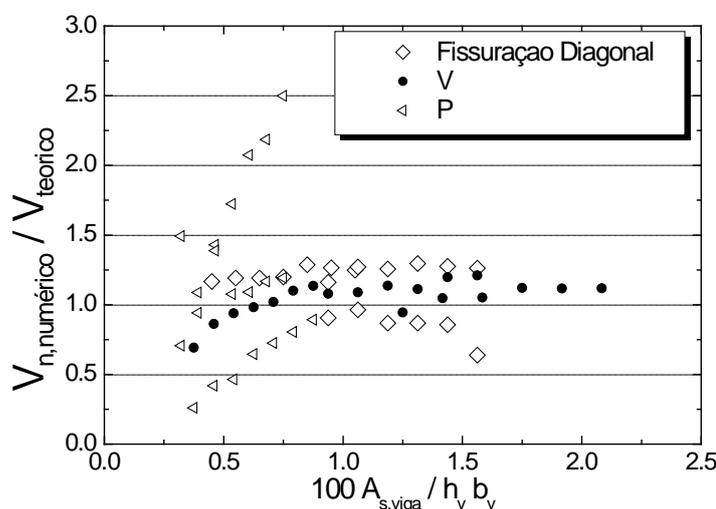


Figura 4.14 – Resultados dos 59 modelos

Observe também que os modelos numéricos com modo de ruína V (ruptura do canto da viga e pilar segundo direção horizontal) apresentam uma tendência clara. Na Figura 4.15 apresenta-se um ajuste para os pontos dos modelos numéricos com modo V. Percebe-se que a influência da taxa de armadura da viga é pequena ou pouco relevante e que ainda é arriscado afirmar a existência deste modo de ruína V e conseqüentemente não se podem levar os resultados desta análise em diante pelo menos a nível deste trabalho.

Nos próximos itens esta variável será novamente investigada, porém levando em consideração os resultados experimentais da base de dados.

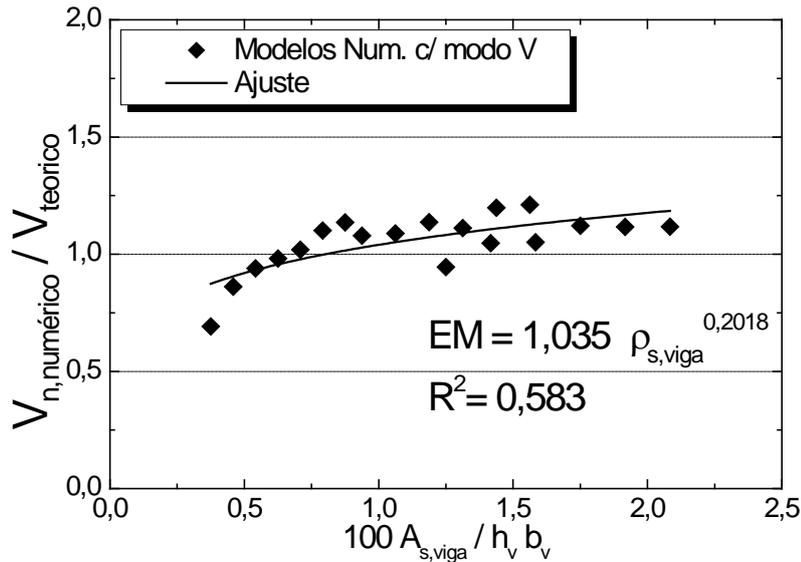


Figura 4.15 – Resultados dos modelos com modo V e regressão do erro de modelo

4.4 TAXA DE ESTRIBOS

Muitos trabalhos desenvolvidos apresentam que a resistência ao cisalhamento da ligação viga-pilar aumenta com o crescimento da taxa de estribo (Vollum e Newman, 1999; Tsonos, 2002; Russo e Somma, 2004). Admite-se que existe um limite superior para a taxa de armadura transversal a partir da qual não há mais aumento na resistência. Ainda mais, fica acrescentado a esta afirmação que somente alguns estribos realmente trabalham na ligação e que sua distribuição é fundamental no comportamento ao cisalhamento do nó.

Sendo assim, uma análise paramétrica envolvendo a distribuição e taxa de armadura transversal na ligação foi realizada para entender melhor a contribuição desta variável na resistência ao cisalhamento. O objetivo é encontrar a parcela contribuinte dos estribos na resistência ao cisalhamento.

Aqui neste item a taxa de estribo é calculada pela seguinte expressão:

$$\rho_{sh} = \frac{A_{sh}}{h_v \cdot b_p} \quad (4.6)$$

onde A_{sh} é a área de armadura transversal existente na ligação; h_v é a altura da seção transversal da viga e h_p é a altura da seção transversal do pilar.

Como primeira análise, foi investigado o comportamento do modelo numérico 5030 ($v=0,1$) presente na análise paramétrica dos itens anteriores para dois esquemas básicos de distribuição de armadura. Este modelo apresentou em

sua análise sem estribos uma ruína movida pela fissuração diagonal (ver Figura 4.16). Foram dois detalhamentos básicos adotados para esta primeira análise: três camadas de estribos situados da metade da ligação até o topo e cinco camadas distribuídas uniformemente ao longo de toda altura da ligação (ver Figura 4.17a).

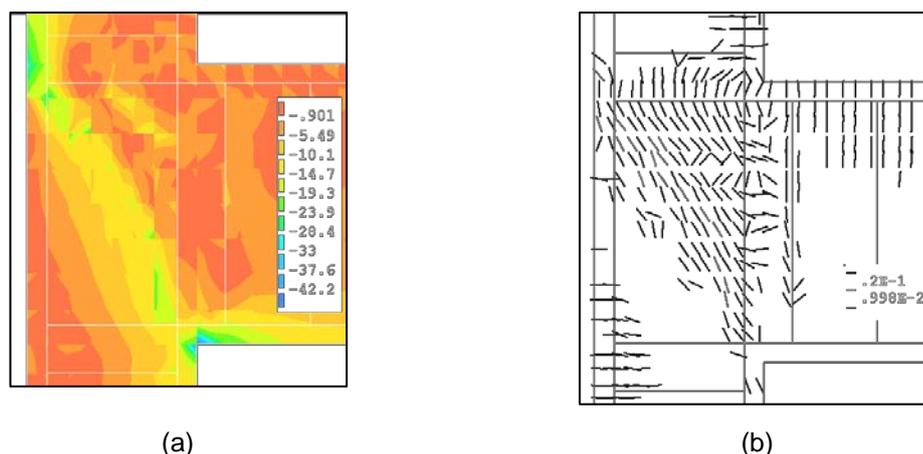


Figura 4.16 – Comportamento do modelo 5030 sem estribos: (a) Fluxo de tensões principais de compressão antes da ruína; (b) Padrão de fissuração pós-ruína.

Na Figura 4.17b são apresentados os resultados de $\tau/f_c^{0.5}$ dos dois tipos de detalhamento para dez diferentes taxas de estribo. Os modelos detalhados com três camadas acima da meia altura da ligação apresentam melhor comportamento para menores taxas de estribos em comparação com os modelos com cinco camadas, em acordo com conclusões feitas por Ortiz (1993) de que somente estribos colocados acima do banzo comprimido da viga são efetivos.

Da análise dos dados percebe-se que o acréscimo de resistência para modelos detalhados com três camadas e taxa de estribos de 0,225% (aproximadamente equivalente a três estribos fechados de 6,3 mm de diâmetro) foi de 14,46%, um aumento pouco significativo na resistência última ao cisalhamento do modelo numérico sem estribo.

Na Figura 4.18 são apresentadas as curvas força deslocamento do modelo 5030 para três diferentes taxas de estribo detalhados segundo três camadas acima da metade. O modelo com taxa de estribo de 0,450 % possui uma maior capacidade de deformação se comparado aos demais.

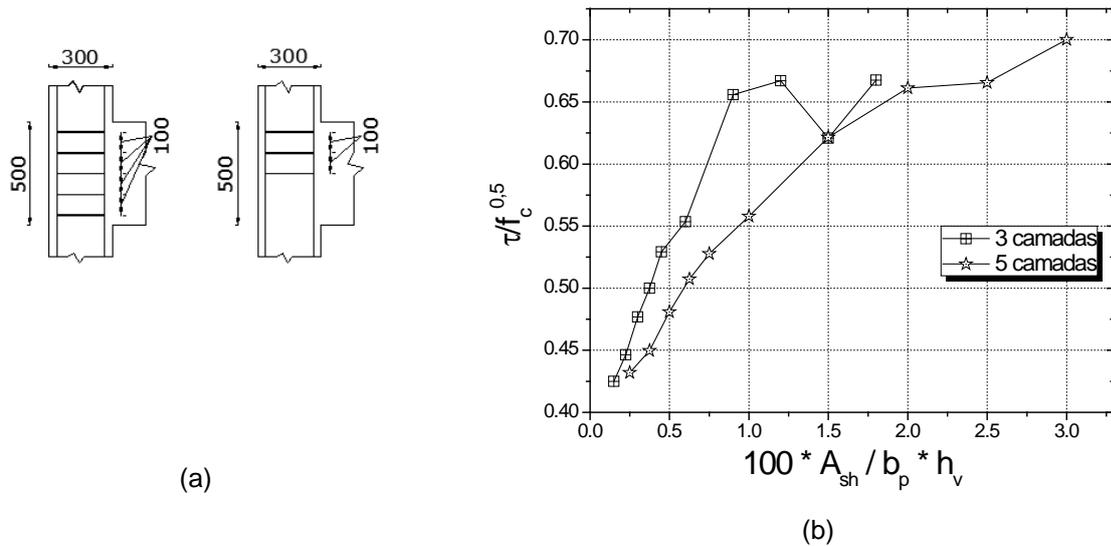


Figura 4.17 - Análise paramétrica envolvendo taxa de estribo no modelo numérico 5030

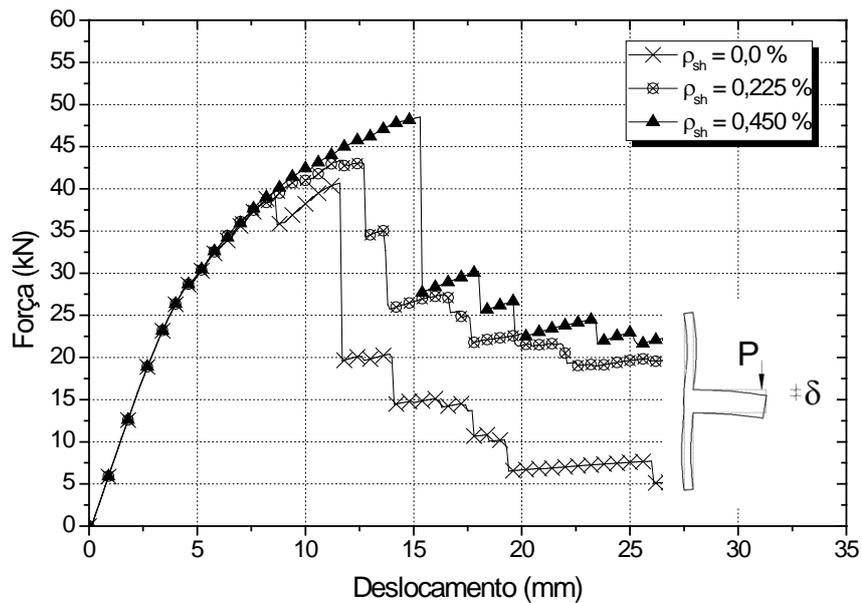


Figura 4.18 - Resposta força versus deslocamento do modelo numérico 5030 com diferentes taxas de armadura transversal

Outro comportamento observado nos modelos detalhados com três camadas acima da metade foi que a partir da taxa de estribo de 0,45% não houve mais escoamento das armaduras transversais, e a partir de 0,9% a característica principal da ruína foi a do tipo P (ver Figura 4.19).

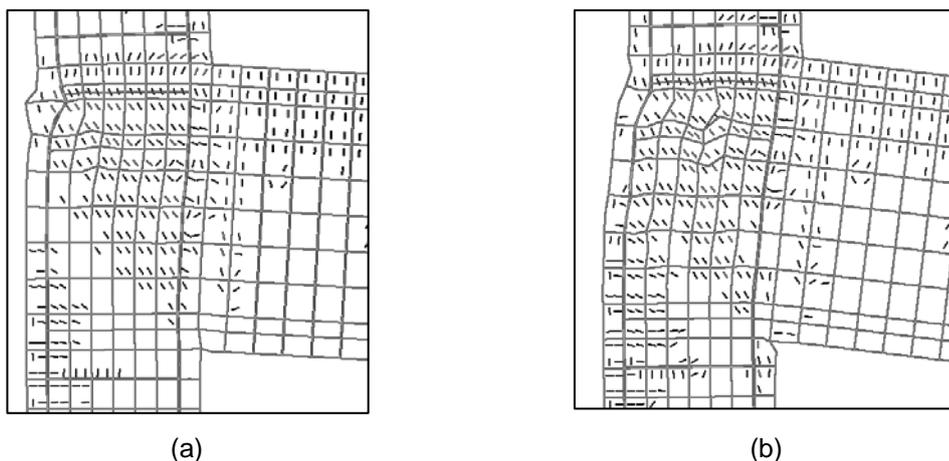


Figura 4.19 - Características de ruína do modelo 5030 para diferentes detalhamentos de estribo: (a) $\rho_{sh} = 0,6\%$; (b) $\rho_{sh} = 0,9\%$.

Para abranger mais tipos de detalhamento, fizeram-se outras análises paramétricas ainda no modelo 5030 ($\nu = 0,1$). Manteve-se uma taxa de estribos de 0,25% e mudou-se apenas a maneira de distribuir os estribos segundo uma única, duas ou três camadas. Para cada modelo a parcela de força cisalhante resistente do concreto é calculada para cada passo de carga como:

$$V_{cc} = V_{jh} - V_{sh} \quad (4.7)$$

onde V_{sh} é parcela resistente dos estribos calculada pelas tensões observadas numericamente nos estribos em cada passo de carga.

Como pode ser visto na Figura 4.20, o cisalhamento na ligação (V_{jh}), a parcela do concreto (V_{cc}) e do estribo para cada camada (V_{sh}) são apresentadas em função do deslocamento imposto na extremidade da viga. As camadas de estribos são referenciadas segundo sua coordenada vertical com origem do eixo vertical no centro da ligação. Como era de se esperar, a armadura transversal só é “acionada” a partir de certo nível de dano no concreto do núcleo da ligação. Em todos os seis tipos de detalhamento isso ocorreu com um deslocamento em torno de 9 mm na extremidade da viga.

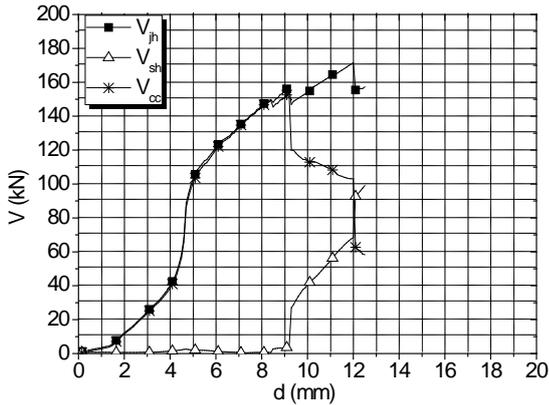
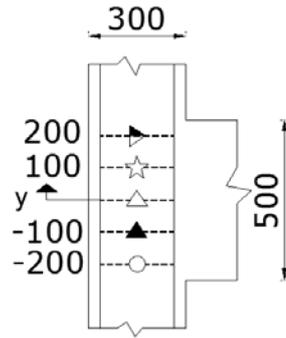
Note que as camadas de estribo situadas próximas à armadura tracionada da viga ($y = 200$ mm) ou do banzo comprimido desta ($y = -200$ mm) são sempre as menos efetivas e não apresentam escoamento nos dois modelos numéricos em que tais foram detalhadas.

Legenda:

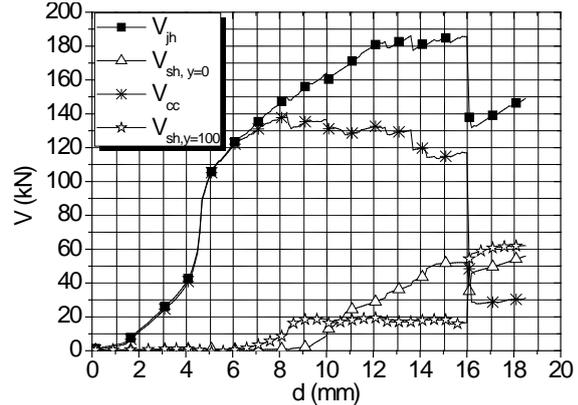
V_{jh} : Força Cisalhante total na ligação;

V_{cc} : Parcela contribuinte do concreto no cisalhamento;

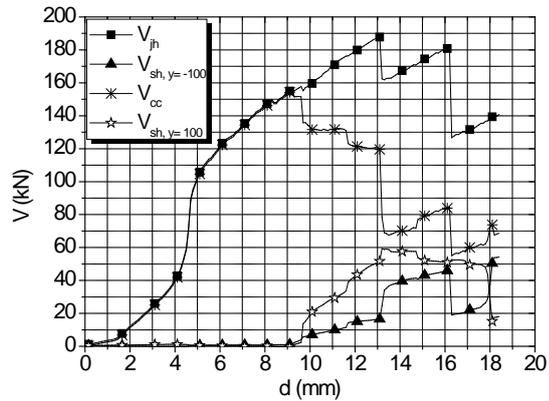
$V_{sh, y=var}$: Parcela contribuinte da camada de aço situada em y (mm).



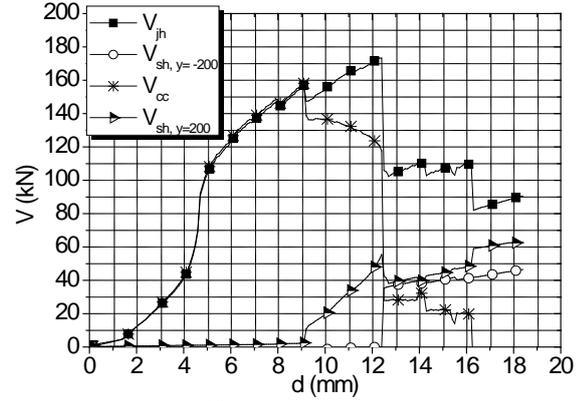
(a) Y = 0



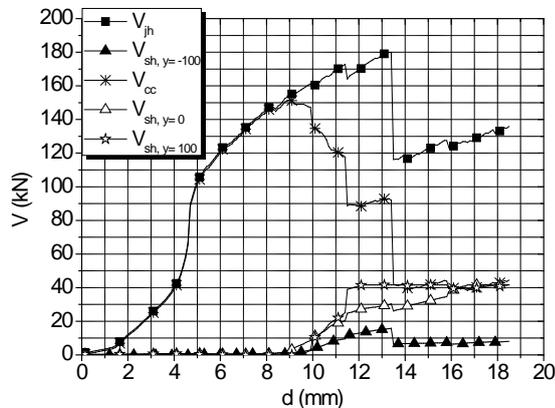
(b) Y = 0; 100



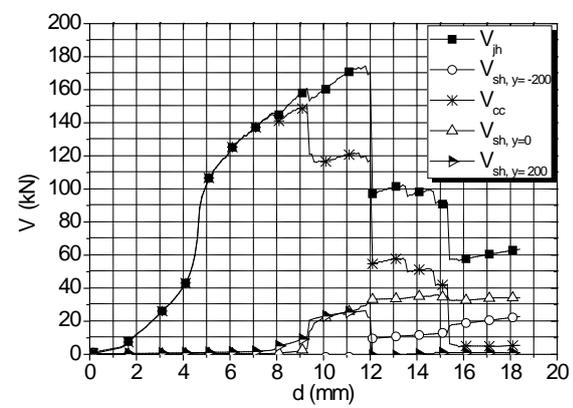
(c) Y = 100; -100



(d) Y = 200; -200



(e) Y = 0; 100; -100



(f) Y = 0; 200; -200

Figura 4.20 – Comportamento ao cisalhamento do modelo numérico 5030

Da análise destes resultados, percebe-se que somente os estribos situados na região central da ligação ($-100 \leq y \leq 100 \text{ mm}$) escoaram. Também, que o concreto teve uma participação na resistência ao cisalhamento no instante da ruína do modelo numérico variando de 50 a 74% da resistência total cisalhante do modelo numérico. As menores parcelas referem-se aos modelos com detalhamento de estribos ao longo do núcleo da ligação; as maiores referem-se aos modelos com estribos detalhados próximos do banzo comprimido da viga ou da armadura longitudinal tracionada desta.

Também foi realizada uma análise paramétrica variando o nível de força normal no pilar para o modelo numérico 5030 com três camadas centrais de estribo na ligação ($y = -100; 0; 100 \text{ mm}$) e taxa de estribo de 0,25%, variando o v de 0 a 0,5 segundo passos de 0,1.

Na Figura 4.21 são apresentadas as curvas força versus deslocamento para os seis níveis de força normal no pilar. Como se pode observar, a cada incremento de força normal (v) o modelo numérico ganha rigidez e capacidade suporte e perde ductilidade.

Uma observação que pode ser feita é em relação à diferença de resistência comparando os pares de modelos com diferentes níveis de carga axial aplicada (v). O modelo com armadura transversal ($\rho_{sh} = 0,25\%$) apresenta um acréscimo de resistência de 175 % se comparado com o modelo sem estribos ($\rho_{sh} = 0,0\%$). Para os demais níveis de força normal esta diferença é pequena (ver Figura 4.21).

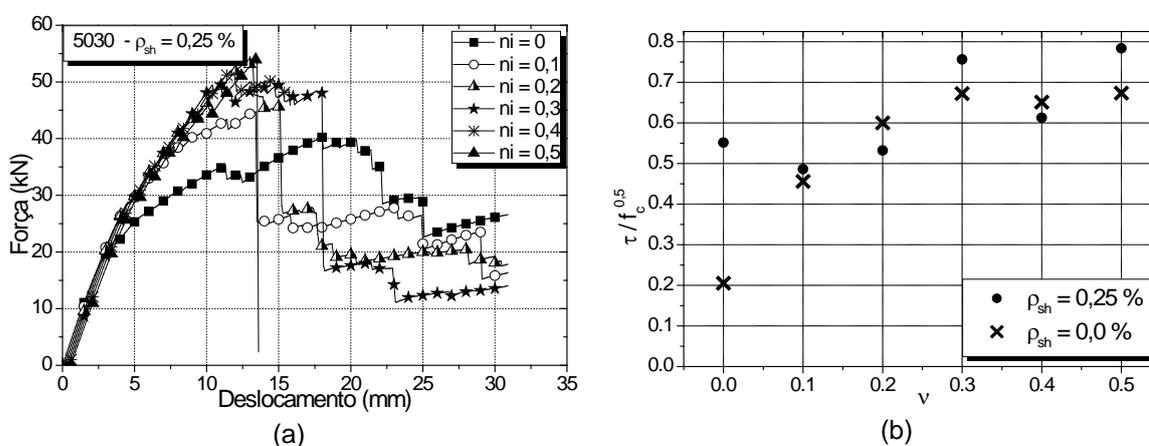


Figura 4.21 – Comparação com o modelo numérico 5030 com diversos v e taxa de estribo de 0,25 %: (a) Curvas Força versus deslocamento para $\rho_{sh} = 0,25\%$; (b) Resistência ao cisalhamento normalizada versus v para taxa de estribo de 0,0 e 0,25 %.

Em termos de resistência ao cisalhamento para os modelos com estribo (ver Figura 4.21) há uma tendência não muito clara de aumento em função do v . Mais resultados seriam necessários para confirmar este comportamento, visto que nos itens anteriores foi apresentado que a partir de certo nível de força axial no pilar há um efeito danoso na resistência e isso não observado para este modelo com estribos com bastante clareza.

Na Figura 4.22, são comparados os comportamentos do modelo 5030 com taxa de estribo de 0,25% (estribos detalhados somente no núcleo do nó) variando o nível de força normal no pilar de 0 a 0,5.

Nota-se que para v elevados, que os estribos na ligação não são mobilizados, ao passo que no modelo com v igual à zero os estribos escoam participando efetivamente na resistência ao cisalhamento da ligação.

Resultados experimentais semelhantes a este resultado numérico foram encontrados por Haach (2004). Os três modelos experimentais do autor tinham um taxa de estribo de 0,11 % e um deles possuía um nível de força axial no pilar de 0,5.

Analisando os resultados experimentais fornecidos pelo autor, o único estribo de 5.0 mm de diâmetro presente na ligação não escoou e atingiu uma deformação máxima de 2,5‰. Vale citar que a deformação de escoamento deste estribo seria de 3,34‰.

Dos resultados da análise paramétrica feita neste subitem pode-se chegar a uma expressão que será mostrada mais a frente que representa a parcela contribuinte dos estribos na resistência ao cisalhamento do nó externo.

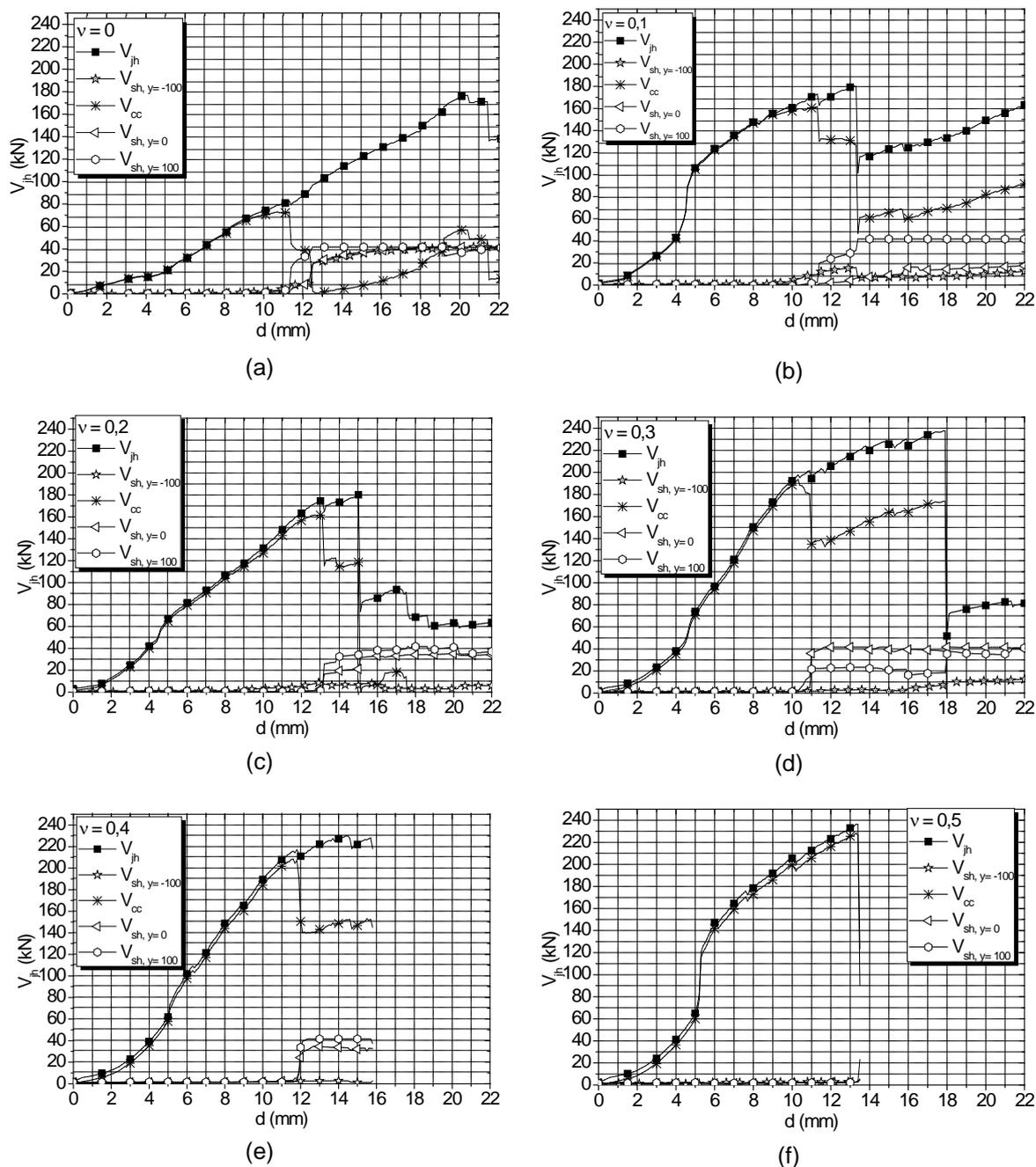


Figura 4.22 - Comportamento ao cisalhamento do modelo numérico 5030 com taxa de estribo de 0,25% e nível de força normal variando de 0 a 0,5.

Considere o gráfico genérico apresentado na Figura 4.23 frequentemente observado nas análises paramétricas realizadas anteriormente neste subitem para o comportamento ao cisalhamento das ligações simuladas numericamente variando taxa de estribos, onde: (V_{sh} = Tensão atuante nos estribos * área total) e ($V_{concreto} = V_{jh} - V_{sh}$).

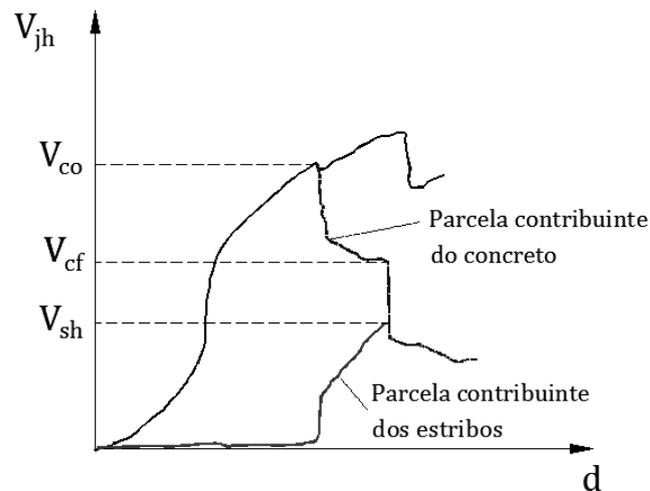


Figura 4.23 - Comportamento genérico observado nos modelos numéricos para as parcelas contribuintes do concreto e estribo

Com base nas curvas de comportamento ao cisalhamento do modelo numérico 5030 com 4 diferentes tipos de detalhamento (exclui-se daqui os modelos numéricos com estribos detalhados no banzo comprimido da viga ou na altura da armadura longitudinal da viga) e mesma taxa de armadura (ver Figura 4.20) chegou-se a diferentes proporções entre a parcela última do concreto (V_{cf}) e a parcela máxima (V_{co}) com valores de relação iguais a 67%; 84 %; 60 % e 80 %. Adota-se um valor único igual a 75% para aplicação no modelo teórico proposto, fazendo:

$$V_{cf} = 0,75 V_{co} \quad (4.8)$$

Este coeficiente possui uma dispersão muito grande se for analisado ainda a influencia do esforço normal no pilar e do fator de retenção ao cisalhamento adotado no modelo constitutivo do concreto no DIANA®. A proposta é tomar um valor único como estimativa.

A parcela contribuinte máxima do concreto (V_{co}) foi tomada como sendo igual à resistência ao cisalhamento deste modelo numérico sem detalhamento de estribos observado numericamente, e que para este caso é de 132,69 kN.

Para achar a contribuição do estribo toma-se os resultados da análise paramétrica para o nó 5030 com três camadas de estribo acima do meio da altura do nó variando a taxa de armadura (ver Figura 4.17b apresentada anteriormente). Gerando o gráfico $(V_{jh} - V_{cf})$ versus $(A_{sh} f_{yh})$ para esta análise anterior em questão

obtém-se o gráfico apresentado na Figura 4.24a. Caso considere-se um crescimento linear de $(V_{jh} - V_{cf})$ em função de $(A_{sh} f_{yh})$ somente até certo limite deste ($25 \text{ kN} < A_{sh} f_{yh} < 150 \text{ kN}$), pode-se então fazer um ajuste linear achando $\alpha = 0,5963$ e $b = 26,289$ (ajuste realizado com $R^2 = 0,99$ para $y = \alpha x + b$). O termo independente é desprezado visto que não há sentido físico em aumentar a resistência ao cisalhamento das ligações caso não haja estribos na ligação. Sendo assim, a expressão final fica:

$$V_{jh} - V_{cf} = 0,5963 (A_{sh} \times f_{yh}) \quad (4.9)$$

O coeficiente 0,5963 pode muito bem para fins de projeto ser aproximado para 0,6, ficando bem próximo do coeficiente adotado por Bakir e Boduroglu (2002) para a parcela contribuinte dos estribos. Este coeficiente, no entanto, segundo a formulação do mesmo autor só é válido para ligações com taxa de estribo dentro de uma faixa com limite superior dado por:

$$(A_{sh} f_{yh})_{lim.} = 0,0055 b_{eff} h_p f_{yh} \quad (4.10)$$

onde o termo 0,0055 é a taxa de estribo limite derivada de uma formulação própria de Bakir e Boduroglu (2002a), na qual as dimensões no plano horizontal do nó são levadas em conta no cálculo (Equação (4.11)).

$$\rho_{sh,BAKIR E BODUROGLU (2002)} = \frac{A_{sh}}{b_{eff} h_p} \quad (4.11)$$

Verificando a taxa de estribo segundo a Equação (4.11) para o modelo numérico 5030 com $A_{sh} f_{yh} = 150 \text{ kN}$ (modelo numérico a partir do qual o acréscimo de estribo não aumentou a resistência ao cisalhamento) obtém-se uma taxa de 0,005. Esta taxa é bem próxima da admitida por Bakir e Boduroglu (2002a) que a partir da qual a contribuição dos estribos é substancialmente reduzida. Para efeito de proposta de cálculo, será adotado o mesmo limite superior adotado por Bakir e Boduroglu (2002a), com a única diferença que a partir deste limite a resistência ao cisalhamento não sofrerá mais acréscimos com o aumento da taxa de estribos (Figura 4.24b).

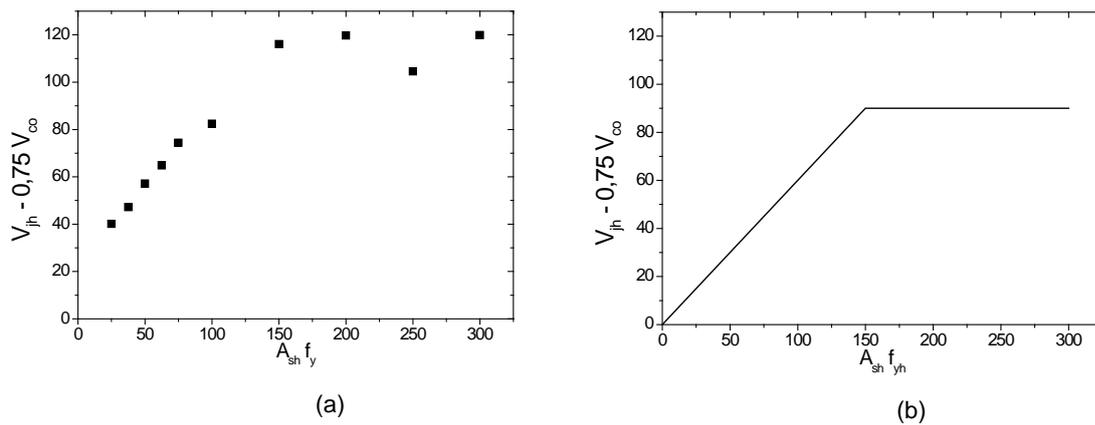


Figura 4.24 – Influência dos estribos no modelo 5030: (a) Valores observados numericamente; (b) Equação (4.9).

4.5 RESUMO

Este capítulo apresentou as análises paramétricas feitas levando em consideração a relação (h_v/h_p) , nível de força normal do pilar (v), taxa de estribos (ρ_{sh}) e taxa de armadura da viga ($\rho_{s,viga}$). Dos resultados das análises paramétricas resume-se que:

- Existe uma interdependência entre a relação (h_v/h_p) e o nível de carga axial no pilar (v). Há uma tendência de aumento da resistência ao cisalhamento dos nós dos modelos numéricos para incrementos de v até 0,3. Dependendo da relação (h_v/h_p) existem acréscimos maiores, principalmente para $h_v/h_p > 1,5$. A equação proposta da regressão será posteriormente aplicada na base de dados para modelos experimentais sem estribo;
- Os valores de resistência ao cisalhamento foram bastante influenciados pelo tipo de distribuição dos estribos, mostrando que somente aqueles estribos entre o banzo comprimido e a armadura principal da viga são efetivos. Ortiz (1993) cita que os demais estribos não são efetivos na resistência ao cisalhamento, mas são importantes para impedir o lascamento do cobrimento das armaduras longitudinais do pilar. Também se chegou a uma expressão que representa um relação linear entre a resistência ao cisalhamento e a parcela $A_{sh} f_{yh}$ expressa pelo fator redutor 0,6. No entanto, observou-se que para parcelas de $A_{sh} f_{yh} > 0,0055 b_{eff} h_p f_{yh}$ não existem incrementos significativos de resistência ao cisalhamento. A parcela contribuinte do

concreto na resistência para nós externos com presença de estribos é reduzida em torno de 0,75, por causa da fissuração intensa que se desenvolve no núcleo do nó. Logo no equacionamento a ser proposto, tanto a parcela dos estribos quanto do concreto são calculadas com fatores redutores;

- c) Da análise paramétrica da taxa de armadura da viga não se chegou a resultados satisfatórios, visto que esta não mostra correlação com a resistência da ligação. Essa variável será retomada no próximo capítulo por meio dos resultados experimentais coletados.

5 MODELO PROPOSTO

5.1 FLUXOGRAMA E VERIFICAÇÕES

Dos resultados da análise paramétrica pode-se apresentar o fluxograma na Figura 5.1 que representa o conjunto de procedimentos para cálculo da resistência ao cisalhamento das ligações viga-pilar proposto até este ponto. Estes procedimentos são uma compilação de todas as conclusões do capítulo anterior.

As Equações (5.1) e (5.2) referenciadas no fluxograma e apresentadas a seguir são as parcelas do concreto e dos estribos na resistência ao cisalhamento.

$$V_{cf} = b_{eff} h_p \sqrt{f_c} \left[\left(-1,513 \cdot \frac{h_v}{h_p} + 0,655 \right) v^2 + \left(0,87 \cdot \frac{h_v}{h_p} - 0,11 \right) v + \left(-0,244 \cdot \frac{h_v}{h_p} + 0,678 \right) \right] \quad (5.1)$$

$$V_{sh} = A_{sh} \times f_{yh} \quad (5.2)$$

O processo se inicia com a decisão do nó com estribo e sem estribo. Após isso, os coeficientes redutores são adotados e as parcelas V_{cf} e V_{sh} são calculadas. Verifica-se o valor da taxa de estribo limite e impõe-se a V_{sh} o valor limite caso este seja violado.

Outra verificação feita no processo proposto é o limite de força cisalhante para que não haja esmagamento do concreto. Prefere-se adotar formulações deste tipo em modelos teóricos presentes na literatura. Hegger, Sherif e Roeser (2003) em seu modelo teórico tomam a força cisalhante máxima ($V_{máx}$) como sendo:

$$V_{máx} = \gamma_1 \gamma_2 \gamma_3 0,25 \times f_c \times b_{eff} \times h_p \leq 2 V_c$$

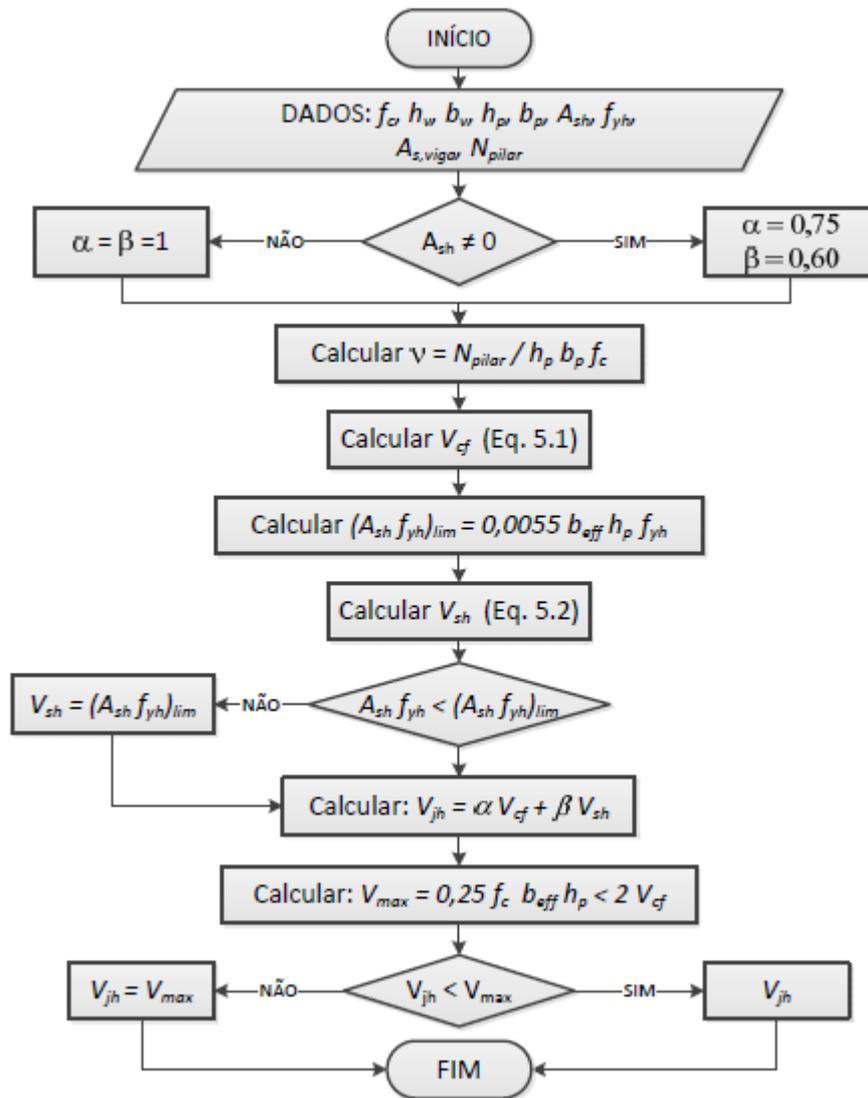


Figura 5.1 – Fluxograma do modelo proposto

Essa formulação já foi apresentada em capítulos anteriores. Como se sabe, γ_1 , γ_2 e γ_3 refletem respectivamente a esbelteza do nó (h_v/h_p), o nível de força axial no pilar e o tipo de ancoragem da armadura da viga. Como os dois primeiros já foram levadas em conta no modelo analítico na parcela do concreto, visto que muitos modelos numéricos da análise paramétrica tiveram ruína por esmagamento do concreto, podem ser tomadas iguais a 1 nas aplicações deste trabalho. O terceiro coeficiente também é igual a 1 visto que as armaduras da viga ancoradas com dobras a 90° para baixo fazem o tipo de detalhamento mais comum no país e portanto neste trabalho. A expressão final para $V_{m\acute{a}x}$ modificada do modelo teórico de Hegger, Sherif e Roeser (2003) fica sendo:

$$V_{m\acute{a}x} = 0,25 \times f_c \times b_{eff} \times h_p \leq \varphi V_{cf} \quad (5.3)$$

onde φ é um fator amplificador da parcela do concreto que segundo Hegger, Sherif e Roeser (2003) é igual a 2,0. Neste trabalho, adota-se o mesmo valor sugerido por esses mesmos autores os quais observaram este fator amplificador experimentalmente.

Vale citar que existem muitas formulações para $V_{m\acute{a}x}$ na literatura, sendo que muitas conduzem a resultados semelhantes e apresentam praticamente o mesma ideia de Hegger, Sherif e Roeser (2003).

5.2 BASE DE DADOS

Resultados experimentais são importantes para se ter uma visão real do comportamento frente ao cisalhamento das peças de concreto armado. De maneira a comparar os resultados dos modelos analíticos presentes na literatura e avaliar a eficácia do modelo proposto, uma base de dados com resultados experimentais foi montada formando um conjunto de 60 modelos de nós de pórtico externos.

Apenas modelos experimentais que tiveram ruína da ligação foram coletados e para tanto todos eles passaram por verificação dos esforços resistentes da viga e do pilar. Além disso, apenas modelos com barras longitudinais tracionadas da viga ancoradas a 90° para baixo foram considerados uma vez que este tipo de detalhamento é o mais utilizado e comprovadamente o que tem melhor comportamento (Scott, 1996; Murty, 1998 e Scott et al., 1999) sob ações gravitacionais.

Os modelos experimentais aqui coletados possuem diferentes geometrias, taxas de armadura de viga e pilar, taxa de estribos, nível de força normal no pilar e diferentes propriedades dos materiais. A principal dificuldade de se montar essa base de dados é conseguir extrair da literatura alguns dados experimentais que nem sempre estão disponíveis ou não foram citados nos trabalhos publicados por seus autores. Na maioria das vezes, recorria-se a outras bases de dados de outros autores para ter-se maiores detalhes do modelo experimental com ausência de dados.

A geometria, taxas de armaduras e propriedades mecânicas dos materiais dos modelos experimentais bem como seus respectivos autores são apresentados na Tabela 5.1. Na Figura 5.2 é apresentada de forma esquemática a geometria

básica dos modelos experimentais, facilitando assim o entendimento das variáveis listadas na Tabela 5.1.

Tabela 5.1 – Base de dados usada para comparação dos modelos analíticos

MODELO	L (cm)	H (cm)	h_v (cm)	b_v (cm)	h_c (cm)	b_c (cm)	f_c (MPa)	$f_{y,pilar}$ (MPa)	f_{yh} (MPa)	$f_{y,viga}$ (MPa)	N (kN)	$A_{s2,pilar}$ (cm ²)	$A_{s1,pilar}$ (cm ²)	A_{sh} (cm ²)	$A_{s,viga}$ (cm ²)	P_{max} (kN)
ORTIZ (1993)																
BCJ1	105	220	40.0	20.0	30.0	20.0	34.0	720.0	571.0	720.0	0.0	0.0	12.06	0.0	8.04	118
BCJ2	110	220	40.0	20.0	30.0	20.0	38.0	720.0	571.0	720.0	0.0	0.0	12.06	1.0	8.04	125
BCJ3	110	220	40.0	20.0	30.0	20.0	33.0	720.0	571.0	720.0	0.0	0.0	16.08	0.0	8.04	118
BCJ4	110	220	40.0	20.0	30.0	20.0	34.0	720.0	571.0	720.0	0.0	0.0	20.10	2.0	8.04	130
BCJ5	110	220	40.0	20.0	30.0	20.0	38.0	720.0	571.0	720.0	300.0	0.0	20.10	0.0	8.04	115
BCJ6	110	220	40.0	20.0	30.0	20.0	35.0	720.0	571.0	720.0	300.0	0.0	20.10	0.0	8.04	115
PARKER E BULLMAN (1997)																
4b	85	200	50.0	25.0	30.0	30.0	39.2	550.0	560.0	570.0	300.0	0.0	8.04	0.0	9.82	138
4c	85	200	50.0	25.0	30.0	30.0	36.8	550.0	560.0	570.0	570.0	0.0	8.04	0.0	9.82	170
4d	85	200	50.0	25.0	30.0	30.0	39.2	580.0	560.0	570.0	0	0.0	32.17	0.0	9.82	150
4e	85	200	50.0	25.0	30.0	30.0	40.0	580.0	560.0	570.0	300.0	0.0	32.17	0.0	9.82	160
4f	85	200	50.0	25.0	30.0	30.0	37.6	580.0	560.0	570.0	600.0	0.0	32.17	0.0	9.82	183
5b	85	200	50.0	25.0	30.0	30.0	43.2	485.0	480.0	485.0	300.0	0.0	19.64	4.52	9.82	236
5c	85	200	50.0	25.0	30.0	30.0	43.2	485.0	480.0	485.0	600.0	0.0	19.64	4.52	9.82	242
5f	85	200	50.0	25.0	30.0	30.0	43.2	485.0	480.0	515.0	600.0	0.0	19.64	9.04	16.08	322
SCOTT (1997)																
C1AL	85	170	21.0	11.0	15.0	15.0	33.4	525.0	540.0	575.0	50.0	0.0	8.04	0.57	2.26	22
C4	85	170	21.0	11.0	15.0	15.0	41.4	525.0	540.0	575.0	275.0	0.0	8.04	0.57	4.02	30
C4A	85	170	21.0	11.0	15.0	15.0	44.3	525.0	540.0	575.0	275.0	0.0	8.04	0.57	4.02	32
C4AL	85	170	21.0	11.0	15.0	15.0	35.8	525.0	540.0	575.0	50.0	0.0	8.04	0.57	4.02	28
C7	85	170	30.0	11.0	15.0	15.0	35.2	525.0	540.0	525.0	275.0	0.0	8.04	1.14	4.02	32
AMOURY E GHOBARAH (2002)																
T0	167	285	40.0	25.0	40.0	25.0	30.6	420.7	450.0	425.0	600.0	3.53	18.85	0.0	12.57	86
SARSAM E PHIPPS (1985)																
EX2	142	154	30.5	15.2	20.4	15.7	53.9	520.0	520.0	520.0	304.91	0.0	8.04	0.0	4.0	37.3
SCOTT E HAMILL (1998)																
C4ALN0	75	170	21.0	11.0	15.0	15.0	42	522	522	522	50	0.0	8.04	0.0	4.0	27
C4ALN1	75	170	21.0	11.0	15.0	15.0	46	522	522	522	50	0.0	8.04	0.62	4.0	34
C4ALN5	75	170	21.0	11.0	15.0	15.0	50	522	522	522	50	0.0	8.04	1.86	4.0	40
SARAVANAN E KUMARAN (2011)																
BCJS-M2A	100	200	15.0	12.5	15.0	15.0	29.32	498	498	498	100	0.0	4.52	0.0	2.26	10.4
BCJS-M3B	105	200	23.0	23.0	23.0	23.0	36.98	498	498	498	250	0.0	4.52	0.0	2.27	17.3
BCJS-M1C	100	200	20.0	15.0	20.0	15.0	25.80	498	498	498	110	0.0	4.52	0.0	2.28	16.1
BCJS-M1D	100	200	20.0	15.0	20.0	15.0	25.80	498	498	498	110	0.0	4.52	1.0	2.29	17.2
BCJS-M3C	100	200	20.0	15.0	20.0	15.0	35.32	498	498	498	110	0.0	4.52	0.0	2.30	16.3
BCJS-M3D	100	200	20.0	15.0	20.0	15.0	35.32	498	498	498	110	0.0	4.52	1.0	2.31	18
CHALIORIS ET AL. (2008)																
JA-0	100	150	30.0	20.0	30.0	20.0	34.0	580	580	580	102	1.571	6.158	0.0	4.524	64
JB-0	100	150	30.0	20.0	30.0	20.0	31.6	580	580	580	93	0.0	3.14	0.0	4.712	58
JCa-0	100	150	20.0	10.0	20.0	10.0	20.6	470	470	470	41	0.0	3.14	0.0	1.571	12
JCb-0	100	150	20.0	10.0	20.0	10.0	23.0	470	470	470	46	0.0	3.14	0.0	2.356	15
JB-s1	100	150	30.0	20.0	30.0	20.0	31.6	580	580	580	93	0.0	3.14	1.00	4.712	65
JCb-s1	100	150	20.0	10.0	20.0	10.0	23.0	470	470	470	46	0.0	3.14	1.00	2.356	17
MURTY ET AL. (2003)																
Q1	115	150	40.0	20.0	25.0	20.0	25.6	550	550	550	0	4.02	8.041	0.0	6.28	67.9
GHOBARAH E SAID (2002)																
T1	175	300	40.0	25.0	40.0	25.0	30.8	450	408	425	600	4.02	17.91	0.0	11.94	109
T2	175	300	40.0	25.0	40.0	25.0	30.8	450	408	425	300	4.02	17.91	0.0	11.94	109
HASABALLA ET AL. (2009)																
SC	210	365	45.0	35.0	35.0	35.0	31.10	400	400	400	670.0	3.53	10.60	4.712	15.71	130
KARAYANNIS ET AL. (2007)																
A0	100	150	30.0	20.0	20.0	20.0	31.6	580.0	580.0	580.0	63.2	0.0	3.14	0.0	1.57	24
B0	100	150	30.0	20.0	30.0	20.0	31.6	580.0	580.0	580.0	94.8	0.0	3.14	0.0	4.71	58
B1	100	150	30.0	20.0	30.0	20.0	31.6	580.0	580.0	580.0	94.8	0.0	3.14	1.0	4.71	65
C0	100	150	30.0	20.0	30.0	20.0	31.6	580.0	580.0	580.0	94.8	1.57	6.16	0.0	4.52	65

Tabela 5.1(Cont.) – Base de dados usada para comparação dos modelos analíticos

MODELO	L (cm)	H (cm)	h_v (cm)	b_v (cm)	h_c (cm)	b_c (cm)	f_c (MPa)	$f_{y,pilar}$ (MPa)	f_{yh} (MPa)	$f_{y,viga}$ (MPa)	N (kN)	$A_{s2,pilar}$ (cm ²)	$A_{s1,pilar}$ (cm ²)	A_{sh} (cm ²)	$A_{s,viga}$ (cm ²)	P_{max} (kN)
HANSON E CONNER (1967)																
V	300	275	50.8	30.4	38.1	38.1	20.68	413.69	372.0	351.6	2829	20.12	60.36	0.0	25.80	97.9
CLYDE ET AL. (2000)																
No.2	127	257	40.6	30.5	45.7	30.5	46.2	469.5	427.5	454.4	643	7.74	23.22	0.0	25.80	267
No.4	127	257	40.6	30.5	45.7	30.5	41.0	469.5	427.5	454.4	1429	7.74	23.22	0.0	25.80	276
No.5	127	257	40.6	30.5	45.7	30.5	37.0	469.5	427.5	454.4	1289	7.74	23.22	0.0	25.80	267
No.6	127	257	40.6	30.5	45.7	30.5	40.1	469.5	427.5	454.4	559	7.74	23.22	0.0	25.80	262
HAACH (2005)																
N400	141	315	30.0	12.0	19.0	12.0	22.23	515.0	684.5	515.0	400	0.0	8.04	0.4	4.02	15.2
N300	141	315	30.0	12.0	19.0	12.0	20.04	515.0	684.5	515.0	300	0.0	8.04	0.4	4.02	16
N200	141	315	30.0	12.0	19.0	12.0	22.29	515.0	684.5	515.0	200	0.0	8.04	0.4	4.02	16.9
WONG E KUANG (2008)																
BS-L-450	150	310	45.0	26.0	30.0	30.0	30.9	520.0	500.0	520.0	417.2	0.0	19.635	0.0	9.425	101
BS-L-600	150	310	60.0	26.0	30.0	30.0	36.4	520.0	500.0	520.0	491.4	0.0	19.635	0.0	9.425	133
BS-L-V2	150	310	45.0	26.0	30.0	30.0	32.6	520.0	500.0	520.0	440.1	3.142	19.635	0.0	9.425	127
BS-L-V4	150	310	45.0	26.0	30.0	30.0	28.3	520.0	500.0	520.0	382.1	6.284	19.635	0.0	9.425	129
BS-L-H1	150	310	45.0	26.0	30.0	30.0	33.3	520.0	500.0	520.0	449.6	0.0	19.635	1.571	9.425	125
ANTONOPOULOS E TRIANTAFILLOU (2003)																
C1	130	130	30.0	20.0	20.0	20.0	15.6	585	260	585	46.0	0.0	6.16	0.0	4.62	31.3
C2	130	130	30.0	20.0	20.0	20.0	18.96	585	260	585	46.0	0.0	6.16	0.0	4.62	30.8
BEDIRHANOGLU ET AL. (2010)																
JO5	136	320	50.0	25.0	50.0	25.0	8.3	345	333	345	130.0	0.0	8.04	0.0	8.04	51.5

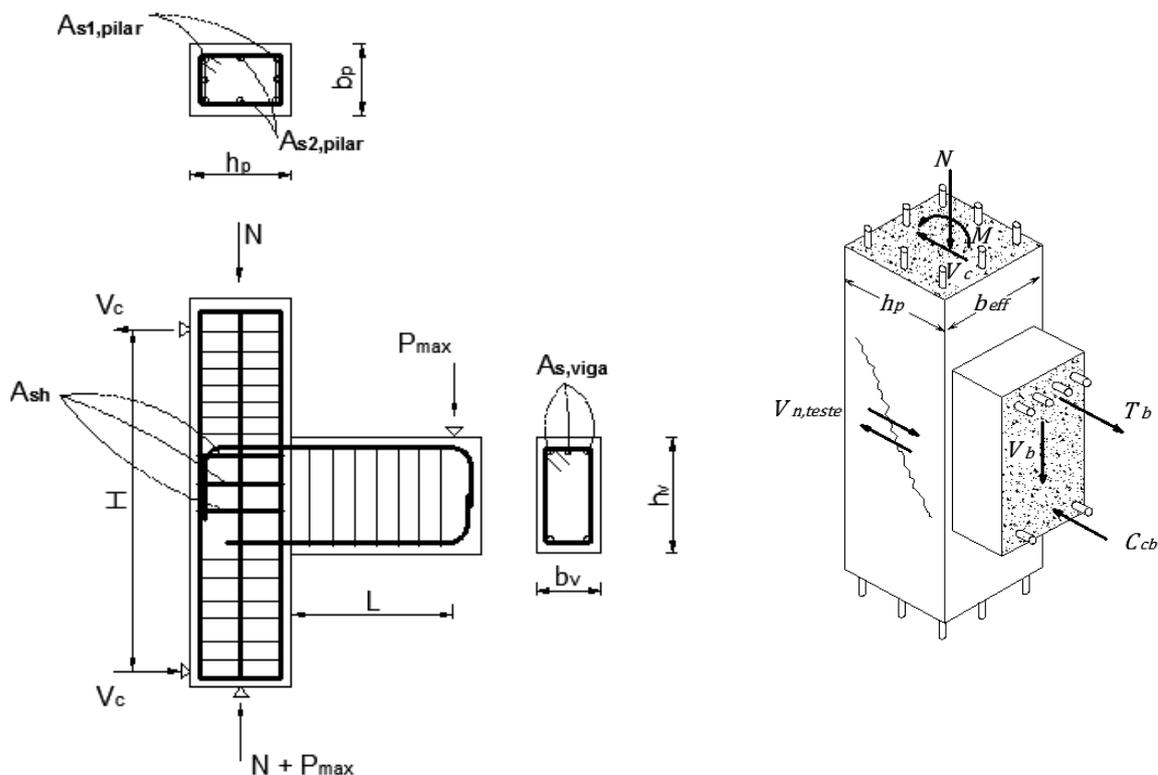


Figura 5.2 – Características básicas dos modelos experimentais coletados na literatura

Sabendo o valor da força aplicada pelo atuador na viga no instante da ruína da ligação (P_{max}), calcula-se a força cisalhante de ensaio ($V_{n,teste}$) a partir das Equações (5.4), (5.5), (5.6).

$$M_f = P_{max} \cdot L \quad (5.4)$$

$$V_p = \frac{M_f}{H} \quad (5.5)$$

$$V_{n,teste} = T_b - V_p \quad (5.6)$$

onde T_b é a força resultante atuante nas armaduras tracionadas da viga; V_p é a força cortante atuante no pilar; M_f é o máximo momento fletor atuante na viga no instante da ruína da ligação.

O cálculo de T_b é feito por meio de processo iterativo considerando o equilíbrio da seção, a compatibilidade de deformações e que essa permanece plana. Não foram aplicados coeficientes redutores de resistência para os materiais nestes cálculos e admitiu-se um diagrama parabólico de tensões para o concreto a compressão com resistência igual àquela descrita nos resultados experimentais dos autores. Sendo assim, após o cálculo do momento fletor resistente da viga e verificando que a peça não atingiu seu ELU, calcula-se a curvatura da seção para o momento fletor atuante. Da curvatura calculam-se as deformações ao longo da altura da seção transversal.

5.3 APLICAÇÃO DE MODELOS TEÓRICOS DA LITERATURA

O cálculo das resistências ao cisalhamento dos 60 modelos experimentais presentes na base de dados foi feito por meio de seis modelos analíticos presentes na literatura: Hwang e Lee (1999), Tsonos (2002), Bakir e Boduroglu (2002), Hegger, Sherif e Roeser (2003), Kim, Lafave e Song (2009) e Russo e Somma (2004).

Utilizando do mesmo conceito de Beck et al. (2009), entende-se por erro de modelo a variável aleatória que permite comparar os resultados reais com os resultados obtidos segundo a previsão do modelo analítico que se pretende avaliar. Assim sendo, fica definido aqui a variável erro de modelo como:

$$EM = \frac{V_{n,teste}}{V_{teorico}} \quad (5.7)$$

Sendo $V_{teorico}$ a força cisalhante resistente obtida segundo o modelo proposto e $V_{n,teste}$ a força cisalhante experimental obtida segundo descrição do item anterior.

Esta variável aleatória pode indicar se o modelo analítico é conservador, apresentando valores teóricos de resistência inferiores aos reais (experimentais), ou apresenta-se contra a segurança, prevendo resistências maiores do que na prática. Desta maneira, a variável erro de modelo representa o caráter de tendenciosidade do modelo analítico, sendo a média da variável aleatória conhecida como fator de tendenciosidade do modelo. O modelo ideal seria aquele com variável erro de modelo de média 1 (um) e desvio padrão 0 (zero). Neste trabalho, $EM > 1,0$ reflete estimativas conservadoras para o modelo analítico analisado e $EM < 1,0$ reflete estimativas contra a segurança.

Na Figura 5.3 são apresentados os resultados da variável aleatória EM obtidos para o modelo analítico de Hwang e Lee (1999) e Tsonos (2002). O modelo analítico proposto por Hwang e Lee (1999), com dispersão apresentada na Figura 5.3a, apresenta uma média de 1,04 e coeficiente de variação de 37,47 %, revelando uma tendenciosidade a favor da segurança para esta base de dados. Observa-se da análise dos dados que todos os modelos com $EM > 1,5$, e, portanto muito conservadores, possuem cargas axiais nulas ou bastante pequenas aplicadas no pilar. Uma característica da maioria dos modelos experimentais com $EM < 0,65$ é que eles possuem relações $h_v/h_p > 1,5$.

Para os dois modelos experimentais A0 (Karayannis et al., 2007) e BCJS-M3B (Saravanam e Kumaran, 2011) o modelo analítico de Hwang e Lee (1999) teve EM igual a 0,566 e 0,353, respectivamente. Estes modelos apresentam a particularidade de possuírem pequena taxa de armadura longitudinal da viga. Este modelo analítico não leva em consideração esta variável.

Analisando agora o modelo analítico proposto por Tsonos (2002), conforme resultados apresentados na Figura 5.3b, percebe-se uma grande dispersão de resultados em média contra a segurança (média de 0,85 e coeficiente de variação de 35,62%). Todos os modelos experimentais com $EM < 0,5$ para esse modelo analítico possuem taxa de estribo nula. No equacionamento proposto por Tsonos (2002), a taxa de estribo favorece na resistência a compressão do concreto do núcleo da ligação conforme visto no item 6.6 da revisão bibliográfica.

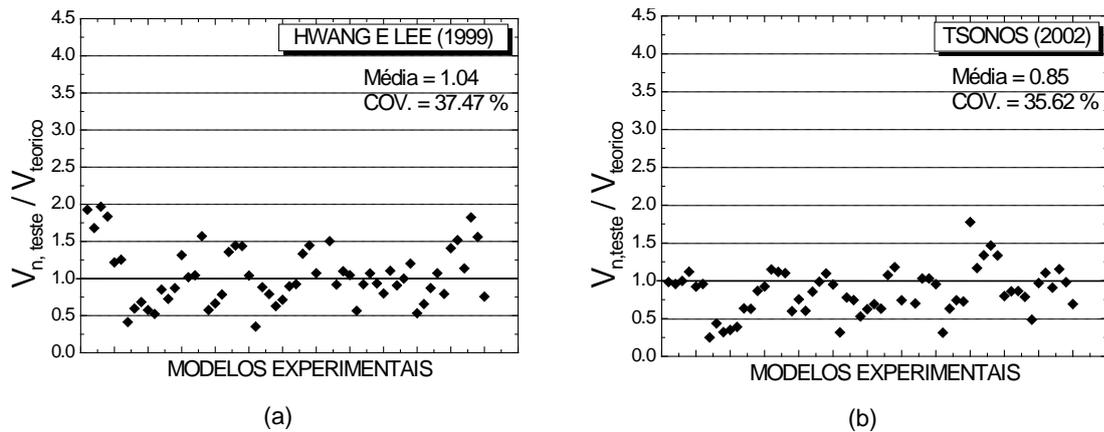


Figura 5.3 - Comparação entre resultados experimentais e teóricos: a) Hwang e Lee(1999); (b) Tsonos (2002)

Resultados do modelo analítico de Bakir e Boduroglu (2002a) são apresentados na Figura 5.4a. Uma das grandes diferenças deste modelo analítico em relação aos dois apresentados anteriormente é que ele foi desenvolvido para carregamentos monotônicos. No entanto apresentou bons resultados para esta base de dados com média de 1,01 e coeficiente de variação de 35,47 %. Os piores resultados foram para modelos experimentais com taxa de armadura da viga de 0,75% e para 2,1 %, justamente os valores extremos para esta variável na base de dados montada por Bakir e Boduroglu (2002a).

O modelo analítico de Hegger, Sherif e Roeser (2003) apresentou uma tendenciosidade contra a segurança para esta base de dados, com média de 0,75 e coeficiente de variação de 52,78%, conforme apresentado na Figura 5.4b.

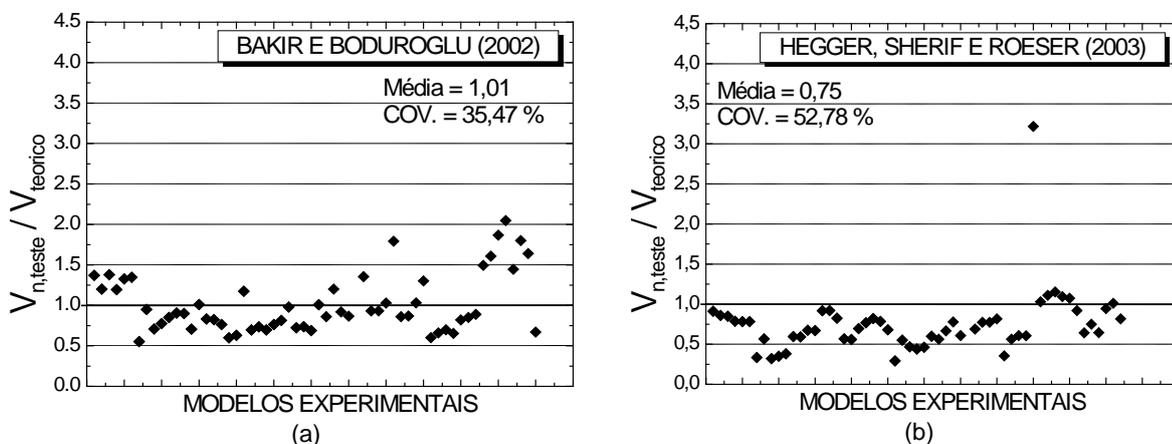


Figura 5.4 – Comparação entre resultados experimentais e teóricos: (a) Bakir e Boduroglu (2002); (b) Hegger, Sherif e Roeser (2003)

Existem duas hipóteses para esta tendenciosidade contra a segurança. A primeira diz respeito à consideração da taxa de armadura longitudinal do pilar como benéfica na resistência ao cisalhamento do nó de pórtico. Esta taxa de armadura é calculada segundo a Equação (5.8), considerando a área de aço total existente na seção do pilar.

$$\rho_{s,pilar} = \frac{100 A_{s,pil,tot}}{b_p \cdot h_p} \quad (5.8)$$

Este modelo teórico apresenta uma limitação para cálculo da resistência ao cisalhamento, pois a taxa de armadura do pilar é restrita a valores compreendidos em $0,5 \leq \rho_{s,pilar} \leq 2,0\%$, devido a características de sua base de dados que acabam limitando seu estudo paramétrico para desenvolvimento do modelo semi-empírico. Na base de dados montada aqui neste trabalho $\rho_{s,pilar}$ varia de 0,52% a 5,54%, extrapolando assim a faixa de valores permissíveis. No entanto a maioria dos modelos experimentais com taxas de armadura compreendidas na faixa permissível ainda apresentam resultados contra a segurança. Como pode ser visto na Figura 5.5, as piores previsões estão justamente para grandes taxas de armadura ($\rho_{s,pilar} > 3,5\%$) e pequenas taxas de armadura do pilar ($\rho_{s,pilar} < 1,5\%$).

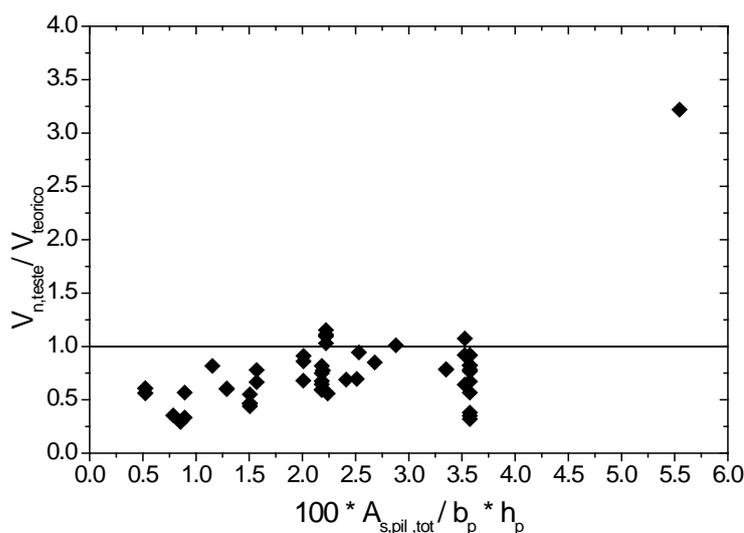


Figura 5.5 – Variável E_{modelo} em função da taxa de armadura total do pilar

Acredita-se que a contribuição das armaduras longitudinais do pilar não tenha um efeito benéfico bem claro na resistência do nó conforme a análise dos resultados experimentais apresentados em Hegger, Sherif e Roeser (2003). Sabe-se que uma correção estatística na variável em questão seria possível, todavia deve-se lembrar que toda correção está atrelada a base de dados adotada, e que quanto maior o número de dados com uma grande variedade de valores para todas as variáveis maior será a confiança no modelo analítico.

A segunda hipótese das péssimas previsões para o modelo de Hegger, Sherif e Roeser (2003) baseia-se nos resultados experimentais que os mesmos autores possuem com uma pequena quantidade de valores para a relação h_v/h_p . A maioria dos valores desta variável está compreendida entre 1,25 e 1,5 enquanto que a base de dados possui uma variação mais ampla e compreendida entre 0,88 e 2,00.

O modelo teórico de Kim, Lafave e Song (2009) teve bons resultados para os 21 modelos experimentais (ver Figura 5.6a) da base de dados que possuem estribos na ligação, já que o modelo só fornece resultados para este caso. Este modelo teórico apresentou uma média de 1,12 e coeficiente de variação de 16,83 %, resultados razoavelmente bons lembrando que se trata de um conjunto menor de modelos experimentais.

Na Figura 5.6b são apresentados os resultados para o modelo teórico de Russo e Somma (2004), com média de 0,79 e coeficiente de variação de 28,32%. Os modelos experimentais 4b, 4c, 4d, 4e e 4f (Parker e Bullman, 1997) que possuem relação $h_v/h_p = 1,667$ e não apresentam estribos tiveram previsões contra a segurança com $EM < 0,47$. Também foi detectado da análise dos dados que a maioria dos modelos com relação $h_v/h_p > 1,5$ tiveram $EM < 0,65$.

Sabe-se que a base de dados apresenta certa variabilidade das principais variáveis estudadas no comportamento do nó (valores adotados para algumas propriedades, modelos experimentais cíclicos e monotônicos, etc.) e que talvez os resultados experimentais calculados não representem fielmente o que aconteceu em laboratório. Os comentários feitos neste item são apenas indícios para se ter uma visão de comportamento dos modelos teóricos analisados. Além do mais, todos estes estão atrelados a sua própria base de dados e casos de estudo. Tentou-se

aqui apresentar uma ideia unificada do campo de validação de cada modelo teórico e certas vezes violando os limites impostos nestes para então tecer comentários.

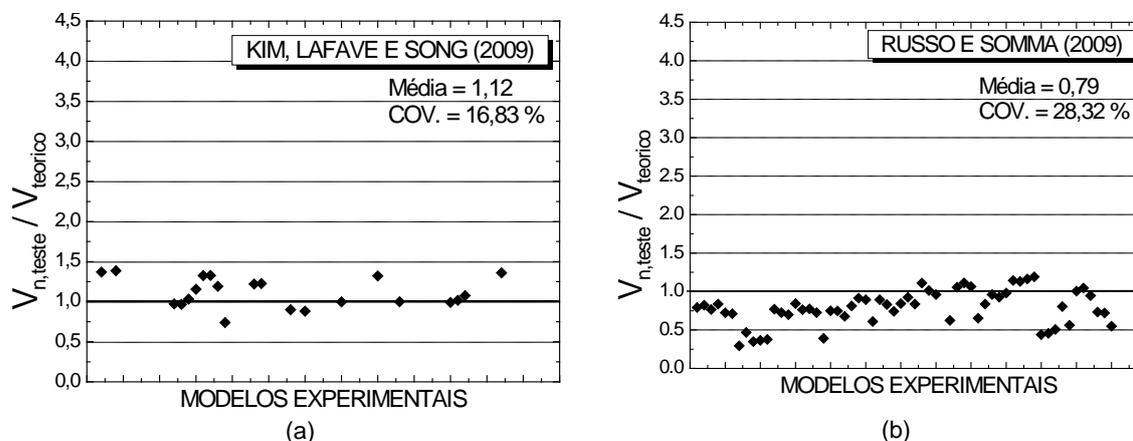


Figura 5.6 - Comparação entre resultados experimentais e teóricos: (a) Kim, Lafave e Song (2009); (b) Russo e Somma (2004)

5.4 APLICAÇÃO DO MODELO PROPOSTO SEM ESTRIBOS

O fluxograma apresentado na Figura 5.1 do modelo proposto foi utilizado para cálculo da resistência ao cisalhamento dos 35 modelos experimentais da base de dados que não possuem estribos. Faz-se isso para analisar separadamente os resultados dos modelos experimentais sem estribo e com estribo, e assim confirmar a eficiência do modelo proposto nos dois casos.

Na Figura 5.7, o Erro de modelo (E_m) é apresentado em função dos modelos experimentais sem estribo. Os resultados apresentam uma tendenciosidade de 1,74 com coeficiente de variação de 89,66 %, sendo estes valores ainda muito grandes. Os modelos experimentais que apresentam resultados contra a segurança possuem uma característica comum de terem uma pequena taxa de armadura da viga (calculada conforme Equação (5.9)) com valores abaixo de 0,5%.

$$\rho_{s,viga} = \frac{100 A_{s,viga}}{b_v h_v} \quad (5.9)$$

O modelo V (Hanson e Conner, 1967) apresentou um resultado bastante conservador já que a resistência ao cisalhamento analítica foi penalizada pelo alto valor da variável v igual a 0,942. Vale lembrar que o modelo proposto foi baseado

em dados numéricos com v variando de 0 a 0,5. Portanto, é válido descartar o modelo experimental V (Hanson e Conner, 1967) da análise estatística daqui por diante. Fazendo isso, o modelo teórico proposto passa a ter uma tendenciosidade de 1,49 e coeficiente de variação de 34,81 %.

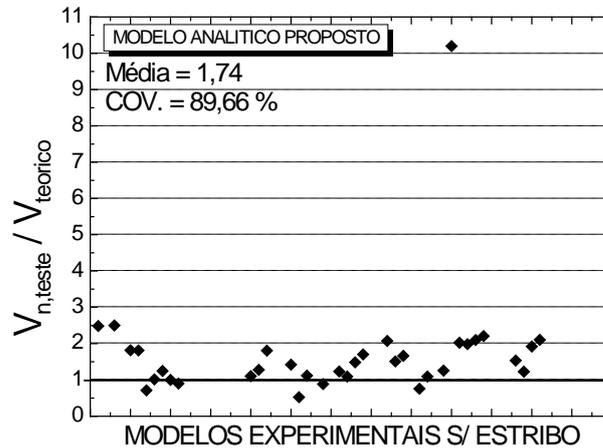


Figura 5.7 – Comparação dos resultados do modelo analítico proposto

O efeito da taxa de armadura longitudinal da viga no erro de modelo é apresentado na Figura 5.8. Foram tomados todos os modelos experimentais sem estribo da base de dados com exceção do modelo experimental V (Hanson e Conner, 1967). O modelo proposto apresenta um acréscimo de segurança à medida que a taxa de armadura da viga aumenta como pode ser expresso matematicamente pelo ajuste dos pontos na equação a seguir:

$$E_{modelo} = 1,51 \left(\frac{100 A_{s,viga}}{b_v h_v} \right)^{0,47} \quad (5.10)$$

Dessa maneira pode-se corrigir a parcela do concreto da Equação (5.1) com a Equação (5.10), dando:

$$V_{cf}^{cor.} = 1,51 \left(\frac{100 A_{s,viga}}{b_v h_v} \right)^{0,47} b_{eff} h_p \sqrt{f_c} \left[\left(-1,513 \cdot \frac{h_v}{h_p} + 0,655 \right) v^2 + \left(0,87 \cdot \frac{h_v}{h_p} - 0,11 \right) v + \left(-0,244 \cdot \frac{h_v}{h_p} + 0,678 \right) \right] \quad (5.11)$$

Este ajuste para a taxa de armadura da viga só é válido porque nenhum dos 35 modelos experimentais sem estribo sofreu limitação pelo V_{max} . A resposta do modelo teórico com a parcela do concreto (V_{cf}) corrigida pela Equação (5.11) na base de dados experimental pode ser observada na Figura 5.9a. Esse modelo corrigido apresentou uma média de 1,12 com coeficiente de variação de 28,48%. Para comparação, nos mesmos modelos experimentais o modelo proposto originalmente apresentou uma média de 1,49 e coeficiente de variação de 34,81 %.

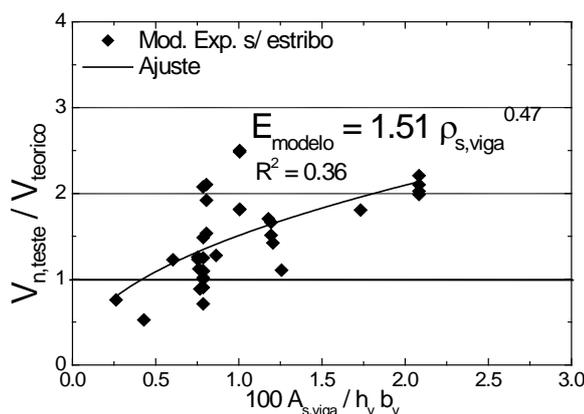


Figura 5.8 – Correção do erro de modelo em função da taxa de armadura da viga

Comparando agora este resultado com os resultados dos outros autores para os mesmos modelos experimentais (ver Figura 5.9), observa-se que o modelo teórico proposto apresenta bons resultados com uma boa dispersão.

Uma variável que ainda poderia ser investigada seria a taxa de armadura longitudinal do pilar. Conforme os gráficos apresentados na Figura 5.10, não se pode afirmar com certeza a dependência da resistência ao cisalhamento da ligação com a taxa de armadura total ou interna no pilar (ver Figura 5.2 para identificar a armadura interna) a partir da análise da base de dados. Não se toma esta variável como influente, pois a base de dados não possui resultados que confirmem uma tendência clara.

A taxa de armadura interna do pilar não foi tomada no capítulo de análise paramétrica por causa da formulação matemática dos *Embedded Reinforcements* que representavam as armaduras nos modelos numéricos que não possuem rigidez transversal, logo não são apropriados para simular o efeito pino. Acredita-se que o efeito pino seja o fenômeno principal para que as armaduras longitudinais do pilar

realmente influenciem na resistência da ligação ao cisalhamento, caso realmente influenciem.

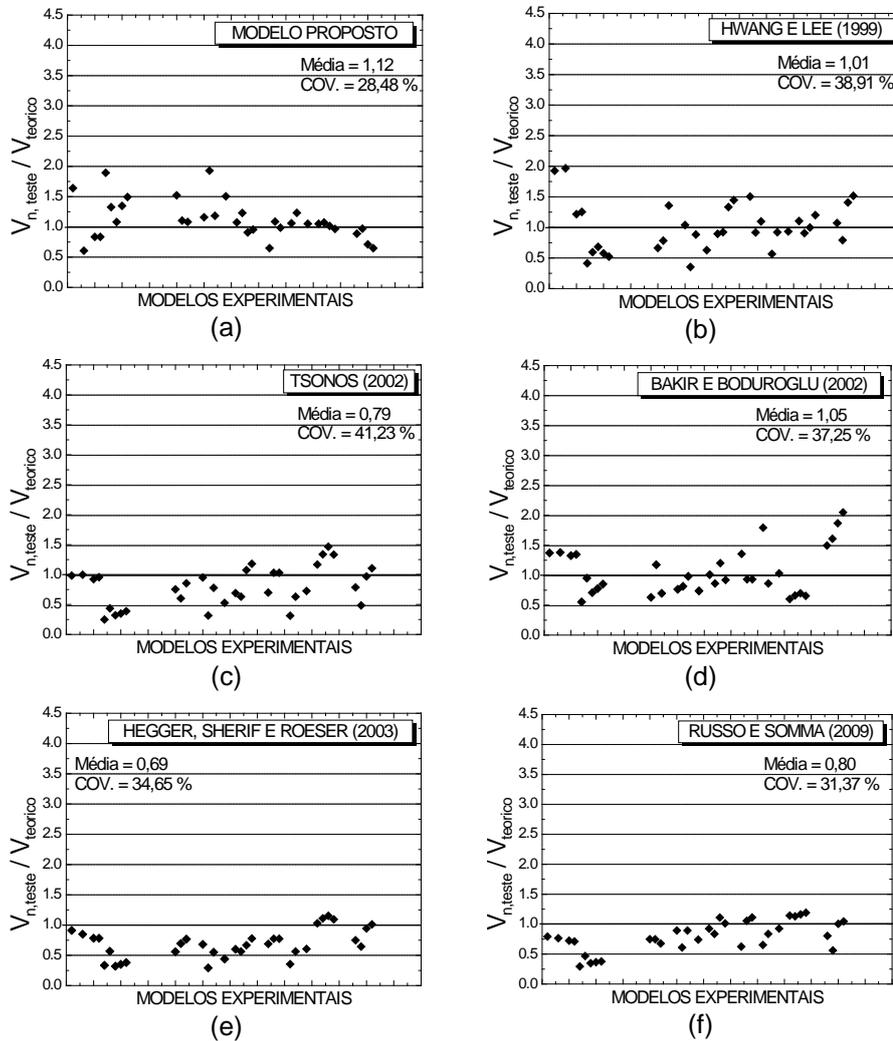


Figura 5.9 - Comparação entre resultados experimentais e teóricos para modelos experimentais sem estribos na ligação: (a) Modelo analítico proposto; (b) Hwang e Lee, 1999; (c) Tsonos, 2002; (d) Bakir e Boduroglu, 2002; (e) Hegger, Sherif e Roeser, 2003; (f) Russo e Somma, 2009.

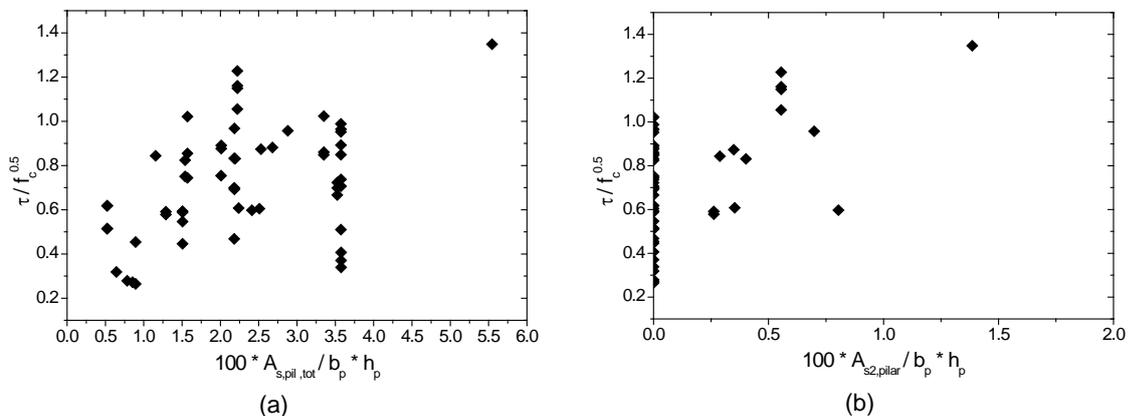


Figura 5.10 – Análise da taxa de armadura longitudinal total do pilar: (a) armadura total; (b) armadura interna do pilar ($A_{s2,pilar}$)

5.5 APLICAÇÃO DO MODELO PROPOSTO COM ESTRIBOS

O modelo teórico proposto foi aplicado nos modelos experimentais da base de dados que apresentam estribos. Na Figura 5.11 são apresentados os erros de modelo em função dos modelos experimentais com estribo (média de 1,09 e coeficiente de variação de 30,32 %).

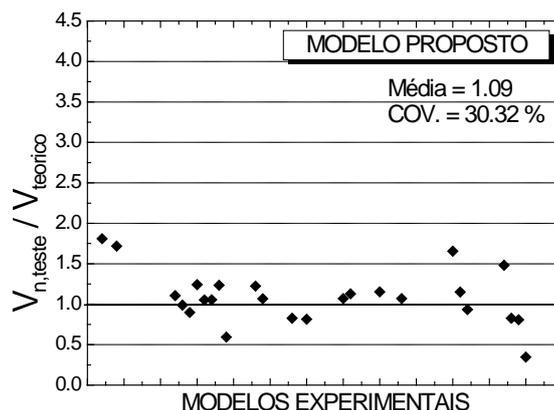


Figura 5.11 – Comparação entre resultados experimentais e teóricos com o modelo analítico proposto

Os modelos experimentais C1, C2 (Antonopoulos e Triantafillou, 2003) e JO5 (Bedirhanoglu et al., 2010) apresentam resultados muito desfavoráveis com variável erro de modelo igual a 0,827, 0,809 e 0,347. As resistências à compressão do concreto para estes modelos em questão são inferiores à 20 MPa, com ênfase para o último que possui uma resistência de 8,3 MPa.

Na base de dados, os únicos modelos experimentais que sofrem limitação na resistência ao cisalhamento pelo modelo proposto são o C1 (Antonopoulos e Triantafillou, 2003) e o JO5 (Bedirhanoglu et al., 2010).

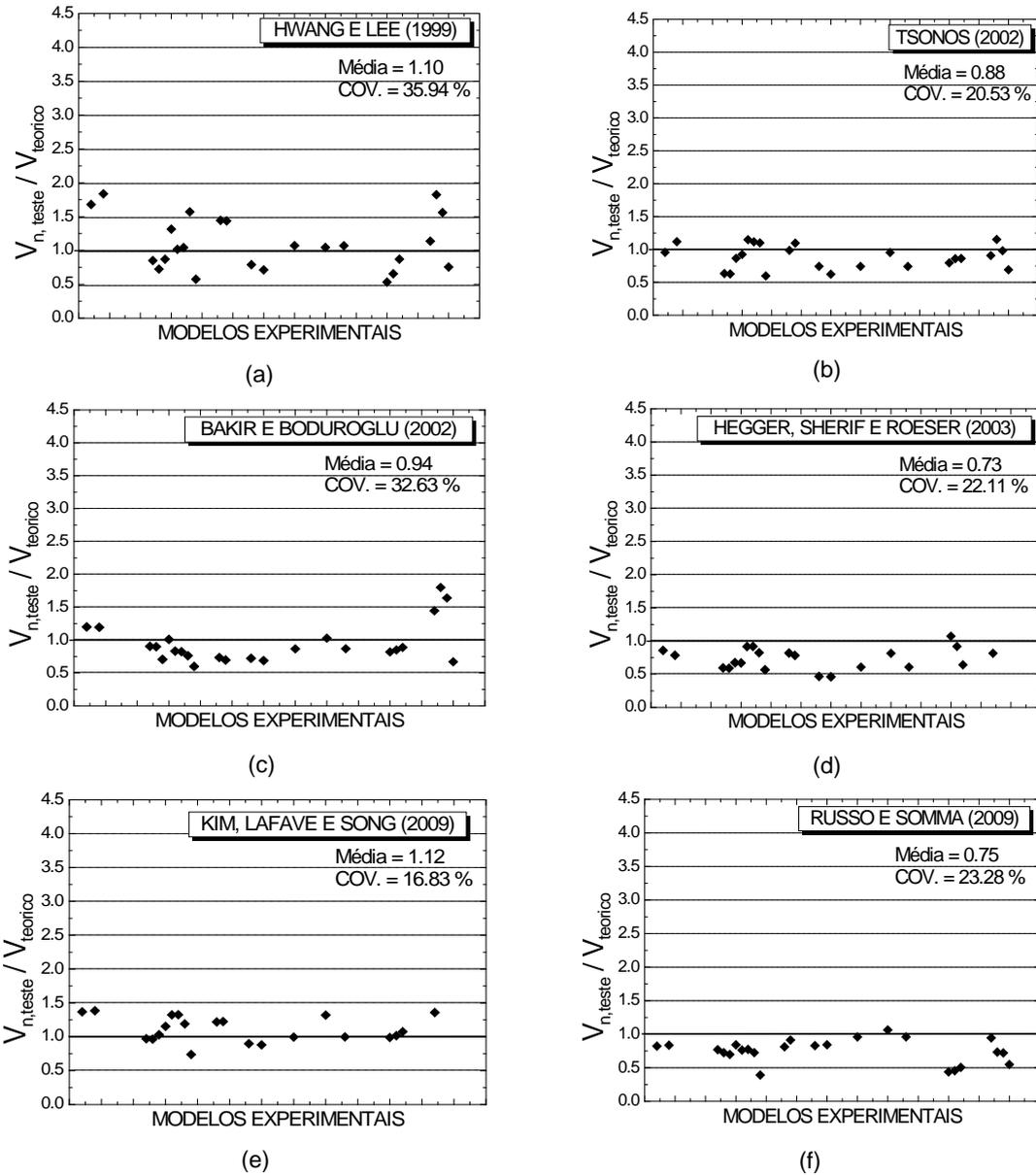


Figura 5.12 – Comparação entre resultados experimentais e teóricos para modelos experimentais com estribos na ligação: (a) Hwang e Lee, 1999; (b) Tsonos, 2002; (c) Bakir e Boduroglu, 2002; (d) Hegger, Sherif e Roeser, 2003; (e) Kim, Lafave e Song, 2009; (f) Russo e Somma, 2009.

5.6 RESUMO

Este capítulo apresentou a investigação dos resultados de vários modelos teóricos para cálculo de resistência ao cisalhamento de nós de pórtico externos presentes na literatura em uma base de dados. O estudo incluiu resultados experimentais de 60 ligações coletadas na literatura, sendo estes resultados comparados com os resultados dos modelos teóricos e resultando em estatísticas para a variável erro de modelo.

Em resumo, para a análise comparativa de modelos teóricos aplicados em modelos experimentais sem estribos na ligação obtiveram-se as médias e os coeficientes de variação listados na Tabela 5.2.

Tabela 5.2 – Análise Estatística dos modelos teóricos avaliados em modelos experimentais sem estribos

Modelo Teórico	Média de $V_{n, teste}/V_{teorico}$	Coefficiente de Variação (%)
Proposto	1,12	28,48
Hwang e Lee (1999)	1,01	38,91
Bakir e Boduroglu (2002)	1,05	37,25
Hegger, Sherif e Roeser (2003)	0,69	34,65
Tsonos (2002)	0,79	41,23
Russo e Somma (2009)	0,80	31,37

Para a análise comparativa dos modelos teóricos aplicados em modelos experimentais com estribos na ligação obtiveram-se as médias e coeficientes de variação listados na Tabela 5.3.

Tabela 5.3 – Análise Estatística dos modelos teóricos avaliados em modelos experimentais com estribo

Modelo Teórico	Média de $V_{n, teste}/V_{teorico}$	Coefficiente de Variação (%)
Proposto	1,09	30,32
Hwang e Lee (1999)	1,10	35,94
Bakir e Boduroglu (2002)	0,94	32,63
Hegger, Sherif e Roeser (2003)	0,73	22,11
Tsonos (2002)	0,88	20,53
Russo e Somma (2009)	0,75	23,28

Vale ressaltar que os modelos teóricos da literatura possuem abrangências limitadas e que por vezes estas foram violadas para efeito de estudo. Pode-se perceber nos comentários feitos ao longo do capítulo que cada modelo teórico possui uma particularidade, às vezes apresentando resultados contra a segurança ou muito conservadores em função das variáveis que tais modelos levam em consideração ou das que não levam.

O modelo proposto com a parcela do concreto corrigida apresentou bons resultados, tanto para os modelos experimentais sem estribos ou com estribos, provando sua eficácia.

6 CONSIDERAÇÕES FINAIS

6.1 CONCLUSÃO

Este trabalho destinou-se ao estudo do comportamento ao cisalhamento dos nós de pórtico externos de concreto armado, fornecendo assim suporte para o desenvolvimento do modelo analítico proposto para cálculo de resistência ao cisalhamento desses elementos estruturais.

O trabalho foi desenvolvido basicamente em duas frentes: uma numérica onde foram realizadas simulações utilizando o software DIANA® investigando por meio de análise paramétrica a influência da esbeltez da ligação (h_v/h_p), nível de tensões normais no pilar (v), taxa de armadura da viga e taxa de estribos. A outra frente consistiu da coleta de dados de modelos experimentais presentes na literatura. Estes resultados serviram para as análises estatísticas dos modelos analíticos presentes na literatura e comprovaram a eficácia do modelo proposto neste trabalho.

Durante a análise paramétrica foram encontrados três modos de ruína nos modelos numéricos: fissuração diagonal do nó, ruptura do concreto no canto entre a viga e pilar segundo a direção da viga (V) e segundo a direção do pilar (P). Estes dois últimos modos de ruína são caracterizados por pouca fissuração da região nodal e com grandes valores de tensões de compressão no concreto no canto da viga com o pilar. Há uma tendência que modelos numéricos com relação h_v/h_p maiores do que 2,0 e com v maiores do que 0,3 tenham o modo de ruína P. O modo V ocorreu em modelos numéricos com relação h_v/h_p geralmente menores do que 1,2 e para valores de v acima de 0,3. Novamente o nível de sollicitação axial interferiu no modo de ruína.

Ainda em relação aos resultados da análise paramétrica, há uma interdependência entre a esbeltez da ligação e o nível de sollicitação normal do pilar. Observou-se um crescimento da resistência ao cisalhamento com o aumento da intensidade da força normal do pilar até um limite de $v = 0,3$ aproximadamente.

Acima deste valor, a intensidade da força normal passa a ser danosa na resistência. A interdependência das duas variáveis citadas é mais significativa para modelos com relação $h_v/h_p > 1,5$. Uma regressão múltipla foi realizada tomando os resultados desta análise, chegando-se a uma expressão para a parcela do concreto resistente no caso de nós sem estribos.

A taxa de armadura da viga também foi analisada, contudo os resultados desta análise paramétrica não foram satisfatórios, embora os modelos numéricos com ruptura do canto da viga com o pilar segundo a direção da viga (V) tenham mostrado uma leve tendência de aumento da resistência com o aumento da taxa de armadura. Com a análise estatística da base de dados observou-se que a expressão ajustada para a parcela do concreto sem estribos na ligação pode ser corrigida levando em conta a taxa de armadura da viga. O emprego da expressão corrigida mostrou melhores resultados na base de dados, como era de se esperar.

A taxa de armadura longitudinal interna e total do pilar não apresentou resultados satisfatórios na análise da base de dados. Hwang e Lee (1999) tomam esta variável como importante em seu modelo segundo o mecanismo resistente vertical. No entanto esta variável não é levada em consideração no modelo aqui proposto.

Com relação aos estribos, deve-se frisar que a distribuição destes é bastante importante na resistência e que estribos colocados no núcleo do nó contribuem de maneira mais eficiente na resistência ao cisalhamento. Notou-se também que existe um acréscimo de resistência com o aumento da taxa de estribos, porém com limitações máximas para a parcela contribuinte. Bakir e Boduroglu (2002a) citam um coeficiente de eficiência para a parcela dos estribos igual a 0,6, sendo este valor próximo do encontrado por meio das análises paramétricas e da análise estatística dos resultados.

Todos os modelos experimentais da base de dados têm como característica principal o modo de ruína do nó, verificado de acordo com as capacidades resistentes teóricas das vigas e pilares. A quantidade de dados experimentais foi razoavelmente boa, levando a análises importantes dos modelos teóricos presentes na literatura. Observou-se que alguns destes têm grande dispersão de resultados embora tenham resultados em média a favor da segurança. Isso acontece porque algumas variáveis em alguns modelos teóricos não são levadas em consideração e o campo de aplicação de cada um deles é baseado nas próprias considerações de

cada autor. A princípio a aplicação dos modelos teóricos em uma base de dados pode conduzir a resultados insatisfatórios em alguns casos. Vale lembrar que não existe um modelo fidedigno que avalie a resistência do nó de pórtico. No entanto os resultados vêm a ampliar o conhecimento das respostas dos modelos propostos.

O modelo analítico proposto apresentou uma tendenciosidade de 1,12 e coeficiente de variação de 28,48% na aplicação na base de dados em casos de ligação sem estribos. Para o caso com estribos esses valores foram de 1,09 e 30,32% respectivamente. Estes números revelam um bom comportamento para o modelo proposto para os dois casos separadamente. A parcela do concreto no modelo proposto deve levar em conta a influencia da taxa de armadura da viga tal como apresentado na Equação (5.11). Foram adotadas algumas considerações feitas por Bakir e Boduroglu (2002a) e Hegger, Sherif e Roeser (2003), no entanto estas adaptações ainda devem ser estudadas.

6.2 PROPOSTAS PARA TRABALHOS FUTUROS

Com relação às conclusões obtidas neste trabalho e o modelo proposto, há ainda uma grande quantidade de pontos a serem examinados:

- a) Verificar a influência do modelo constitutivo do concreto adotado no DIANA®, com isso confirmando alguns resultados numéricos obtidos nas análises paramétricas;
- b) Obter resultados mais conclusivos sobre o mecanismo contribuinte dos estribos e do concreto na resistência, visto que estes mostraram comportamentos diversos a depender do nível de força normal no pilar;
- c) Estudar a real contribuição da taxa de armadura da viga e da armadura vertical do pilar na resistência ao cisalhamento.
- d) O modelo proposto neste trabalho ainda possui limitações, que por enquanto foram sanadas por meio de formulações e conclusões de outros autores como a taxa máxima de estribos que ainda contribui na resistência (Bakir e Boduroglu, 2002a) e a capacidade máxima resistida pelo nó (Hegger; Sherif e Roeser, 2003). No entanto o modelo proposto está aberto para desenvolvimento.

Portanto, mais estudos são necessários com relação ao comportamento ao cisalhamento do nó de pórtico externo de concreto armado, visto a grande dimensão do assunto.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ACI-ASCE Committee 352. (2002). Recommendations for design of beam-column joints in monolithic reinforced concrete structures. **American Concrete Institute**, Detroit.

ALVA, G. M. S. (2004). **Estudo teórico-experimental do comportamento de nós de pórtico de concreto armado submetidos a ações cíclicas**. São Carlos. 218p. Tese (Doutorado) – Escola de Engenharia de São Carlos. Universidade de São Paulo.

AMOURY, T. EL.; GHOBARAH, A. (2002). Seismic rehabilitation of beam-column joint using GFRP sheets. **Engineering Structures**, v. 24, May, p.1397-1407.

ANTONOPOULOS, C. P.; TRIANTAFILLOU, T. C. (2003). Experimental investigation of FRP-Strengthened RC beam-column joints. **Journal of Composites for Construction**, v.7, n.1, February, p.39-49.

ASSAN, A. E. (2003). **Método dos elementos finitos: primeiros passos**. 2^a Ed. – Campinas, SP: Editora da Unicamp.

BAKIR, P. G.; BODUROGLU, H. M. (2002a). A new design equation for predicting the joint shear strength of monotonically loaded exterior beam-column joints. **Engineering Structures**, V.24, September-October, p.1105-1117.

BAKIR, P. G.; BODUROGLU, H. M. (2002b). Predicting the failure modes of monotonically loaded reinforced concrete exterior beam-column joints. **Structural Engineering and Mechanics**, V.14, July, p.307-330.

BECK, A. T.; OLIVEIRA, W. L. A.; NARDIM, S.; ELDEBS, A. L. H. C. (2009). Reliability-based evaluation of design code provisions for circular concrete-filled steel columns. **Engineering Structures**, v.31, May, p. 2299-2308.

BEDIRHANOGLU, I.; IIKI, A.; PUJOL, S.; KUMBASAR, N. (2010). Behavior of deficient joints with plain bars and low strength concrete. **ACI Structural Journal**, v. 107, n. 3, May, p. 300-310.

BRITISH STANDARDS INSTITUTION (1997). **BS 8110: Structural use of concrete**. Part 1. Code of practice for design and construction. London.

CANADIAN STANDARD ASSOCIATION (2004). **CSA-A23.3-04 – Design of concrete structures**. Toronto.

CEB-FIP MODEL CODE 1990 – final draft. Bulletin D'Information, n. 203-205; 1991.

CHALIORES, C. E.; FAVVATA, M. J.; KARAYANNIS, C. G. (2008). Reinforced concrete beam-column joints with crossed inclined bars under cyclic deformations. **Earthquake Engineering and Structural Dynamics**, v.37, p. 881-897.

CLYDE, C.; PANTELIDES, C. P.; REAVELEY, L. D. (2000). Performance- Based evaluation of exterior reinforced concrete building joints for seismic excitation. **PEER Report** 2000/05, July, 50 pp.

DIANA (2005a). DIANA Finite Element Analysis. User's manual release 9. **Material Library**. TNO DIANA, Delft, Netherland.

DIANA (2005b). DIANA Finite Element Analysis. User's manual release 9. **Element Library**. TNO DIANA, Delft, Netherland.

EHSANI, M. R.; WIGHT, J. K. (1985). Exterior reinforced concrete beam-to-column connections subjected to earthquake-type loading. **ACI Journal**, v.82, Jul./Aug., p.492-499.

EC2 (1991). Eurocode 2: **Design of concrete structures – Part 1: General rules and rules for buildings**. European Prestandard ENV 1992-1-1:1991, Comité Européen de Normalisation, Brussels, 253 pp.

EHSANI, M., R.; WIGHT, J. K. (1990). Confinement steel requirements for connections in ductile frames. **Journal of Structural Engineering**, v. 116, n.3, march, p. 751-767.

GHOBARAH, A.; SAID, A. (2002). Shear strengthening of beam-column joints. **Engineering Structures**, v.24, November, p. 881-888.

HAACH, V. G. (2005). **Análise teórico-experimental da influência da força normal em nós de pórtico externos de concreto armado**. São Carlos. Dissertação (Mestrado) – Escola de Engenharia de São Carlos. Universidade de São Paulo.

HAACH, V. G.; EL DEBS, A. L. H.; EL DEBS, M. K. (2008). Evaluation of the influence of the column axial load on the behavior of monotonically loaded R/C exterior beam-column joints through numerical simulations. **Engineering Structures**, v.30, p. 965-975.

HANSON, N. W., CONNER, H. W. (1967). Seismic resistance of reinforced concrete beam-column joints. **Journal of the Structural Division**, ASCE, v. 93, n. 5, October, p. 533-560.

HASABALLA, M.; MADY, M.; RAGABY, A. EL.; SALAKAWY, E. F. EL. (2009). GFRP-Reinforced concrete beam-column joint. In. **Second Official international Conference of International Institute for FRP in Construction for Asian-Pacific Region**. Seoul, 2009, p. 337-342.

HEGGER, J.; ROESER, W. (2001). **Gutachen zur endverankerung mit halften HDB-Ankern in Rahmenendknoten**. "Report for the anchoring of the beam reinforcement in exterior beam-column joints using halfen HDB-Anchors". Office Hegger an Partner, Aachen, Germany, 2001, 77 pp.

HEGGER, S. J.; SHERIF, A.; ROESER, W. (2003). Non seismic design of beam-column joints. **ACI Structural Journal**, v.100, n.5, Sep. /Oct., p.654-664.

HILSDORF, H. K.; BRAMESHUBER, W. (1991). Code-type formulation of fracture mechanics concepts for concrete. **International Journal of Fracture**, vol. 51, n.1, Kluwer Academic Publishers, Dordrecht, p. 61-72.0

HWANG, S. J.; LEE, H. J. (1999). Analytical model for predicting shear strengths of exterior reinforced concrete beam-column joints for seismic resistance. **ACI Structural Journal**, v.96, n.5, Sep. /Oct., p.846-857.

KARAYANNIS, C. G.; CHALIORES, C. E.; SIRKELIS, G. M. (2007). Local retrofit of exterior RC beam-column joints using thin RC jackets – An experimental study. **Earthquake Engineering and Structural Dynamics**, v. 37, December, p. 727-746.

KAUNG, J. S.; WONG, H. F. (2011). Effectiveness of horizontal stirrups in joint core for exterior beam-column joints with nonseismic design. **Procedia Engineering**, v.14, p.3301-3307.

KIM, J.; LAFAVE, J. M.; SONG, J. (2009). Joint shear behavior of reinforced concrete beam-column connections. **Magazine of Concrete Research**, v. 61, n. 2, Mar/Apr, p. 119-132.

LEONHARDT, F.; MÖNNIG, E. (1977). **Construções de concreto: Princípios básicos sobre a armação de estruturas de concreto armado**. 1 ed. Rio de Janeiro, Interciência. v.3.

MARQUES, J. L. G.; JIRSA, J. O. (1975). A study of hooked bar anchorages in beam-column joints. **ACI Journal**, v. 72, No.5, May, p. 198-209.

MURTY, D. S. R.; SASTRY, S. G.; LAKSHMI, P. N. V. A. P. P.; RAO, D. L. N. (1998). **Adequacy of development lengths of beam bars in end column – Beam junctions**. In: International Symposium On Innovative World Of Concrete, Calcutta, 199B. Proceedings. Indian Concrete Institute, V.1, p.4.99-4.111.

MURTY, C. V. R.; RAI, D. C., BAJPAI, K. K., JAIN, S. (2003). Effectiveness of reinforcement details in exterior reinforced concrete beam-column joints for earthquake resistance. *ACI Structural Journal*, v. 100, n. 2, March, p. 149-156.

ORTIZ, I. R. (1993). **Strut-and-Tie modeling of reinforced concrete. Short beams and beam-column joints**. 208p. A thesis submitted for the Doctor of Philosophy – University of Westminster, London, United Kingdom. 1993.

PARK, R.; PAULAY, T. (1975). **Beam-Column joints**. In: Reinforced Concrete Structures, p. 716-736.

PARK, S.; MOSALAM, K. M. (2012). Analytical model for predicting shear strength of unreinforced exterior beam-column joints. **ACI Structural Journal**, v. 109, No.2, March-April, p. 149-160.

PARK, S.; MOSALAM, K. M. (2012). Parameters for shear strength prediction of exterior beam-column joints without transverse reinforcement. **Engineering Structures**, v. 36, November, p. 198-209.

PARKER, D. E.; BULLMAN, P. J. M. (1997). Shear strength within reinforced concrete beam-column joints. **The Structural Engineer**, v.75, n. 4, February, p. 53-57.

ROTS, J. G.; BLAAUWENDRAAD, J. (1989). Crack models for concrete: Discrete or Smeared? Fixed, multi-directional or rotating? **Heron**, Vol. 34, n.1, Stevin Laboratory and TNO Inst. for Building Materials and Structures, Delft, p. 1-59.

RUSSO, G.; SOMMA, G.(2004). A design formula for predicting the shear strength of exterior beam column joints under seismic loading. In: WORLD CONFERENCE ON EARTHQUAKE ENGINEERING, 13., 2004, Vancouver. **Proceedings...** . Vancouver: Pergamon, Oxford, paper 1282.

RUSSO, G.; SOMMA, G.(2006). Shear strength of exterior beam-column joints under seismic loading. In: INTERNACIONAL CONGRESS, 2., 2004. **Proceedings...** . Naples: Pergamon, Italy.

SARAVANAN, J.; KUMARAN, G. (2011). Joint shear strength of FRP reinforced concrete beam-column joints. **Central European Journal of Engineering**, v.1, n.1, February, p. 89-102.

SARSAM, K. F.; PHIPPS, M. E. (1985). The shear design of in situ reinforced concrete beam-column joints subjected to monotonic loading. **Magazine of Concrete Research**, v.37, n.130, March, p.16-28.

SCHLAICH, J.; SCHAFER, K.; JENNEWEIN, M. (1987). Toward a consistent design of Structural Concrete. **PCI Journal**, May-June, p. 74-150.

SCOTT, R. H. (1992). The effects of detailing on RC beam/column connection behavior. **The Structural Engineer**, v. 70, n. 18, Sep., p. 318-324.

SCOTT, R. H. (1997). Intrinsic mechanisms in reinforced concrete beam-column connection behavior. **ACI Structural Journal**, v. 93, n. 3, May./Jun, p. 336-346.

SCOTT, R. H.; HAMIL, S. J.; BAGLIN, P. S. (1999). Behaviour of high strength concrete beam-column connections. In. SECOND INTERNACIONAL CONFERENCE ON HIGH-PERFORMANCE CONCRETE, PERFORMANCE AND QUALITY OF CONCRETE STRUCTURES. Gramado, 1999, p. 669-713.

SHIOHARA, H. (2004). Quadruple flexural resistance in R/C beam-column joints. In: WORLD CONFERENCE ON EARTHQUAKE ENGINEERING, 13., 2004, Vancouver. **Proceedings...** . Vancouver: Pergamon, Oxford, paper 1282.

SILVA, R. C.; GIONGO, J. S. (2000). **Modelos de bielas e tirantes aplicados a estrutura de concreto**. São Carlos: EESC-USP.

TSONOS, A. G. (1999). Lateral load response of strengthened reinforced concrete beam to column joints. **ACI Structural Journal**, v. 96, n. 1, Jan. /Feb., p. 46-56.

TSONOS, A. G. (2002). Seismic repair of reinforced concrete beam-column subassemblages of modern structures by epoxy injection technique. **Structural Engineering and Mechanics**, v. 14, n. 5, July, p. 543-563.

VECCHIO, F. J.; COLLINS, M. P. (1986). The modified compression-field theory for reinforced concrete elements subjected to shear. **ACI Journal**, v. 83, n. 22, March-April, p. 219-231.

VOLLUM, R. L. (1998). **Design and analysis of beam-column joints**. PHD thesis, University of London, April.

VOLLUM, R. L.; NEWMAN, J. B. (1999). The design of external, reinforced concrete beam-to-column joints. **The Structural Engineer**, v. 77, n. 23/24, December, p. 21-27.

WONG, H. F.; KUANG, J. S. (2008). Effects of beam-column depth ratio on joint seismic behavior. **Structures e Buildings**, v. 161, n.2, April, p. 91-101.

ZHAO, B.; TAUCER, F.; ROSSETTO, T. (2009). Field investigation on the performance of buildings structures during the 12 May 2008 Wenchuan earthquake in China. **Engineering Structures**, v. 31, n.8, p. 1707-1723.

APÊNDICE A – SIMULAÇÕES NUMÉRICAS PRELIMINARES

A.1 GENERALIDADES

As simulações numéricas desenvolvidas neste trabalho tiveram considerações que tentam aproximar o comportamento do modelo experimental.

O ideal em uma simulação numérica deste tipo é considerar inicialmente uma análise estática linear, e assim facilitar o entendimento do comportamento do modelo, como fluxo de tensões; e também a correção prévia de algumas considerações a respeito das condições de contorno e carregamento que possam estar interferindo nos resultados do modelo numérico e que não representam de maneira fiel as condições de contorno desejadas.

A.2 DEFINIÇÃO

A.2.1 Propriedades geométricas

Para análise inicial, o modelo numérico de estudo teve a mesma geometria e propriedades físicas dos materiais de um modelo experimental ensaiado por Ortiz (1993), como pode ser visto na Figura A.1.

Ortiz (1993) realizou sete ensaios de ligações de maneira a obter informações qualitativas a respeito do comportamento dos nós com diferentes detalhamentos. Entre as variáveis adotadas pela autora, uma delas foi a taxa de estribos presente na ligação. No modelo simulado numericamente a seguir, não foram detalhados estribos, tratando do modelo experimental BCJ1.

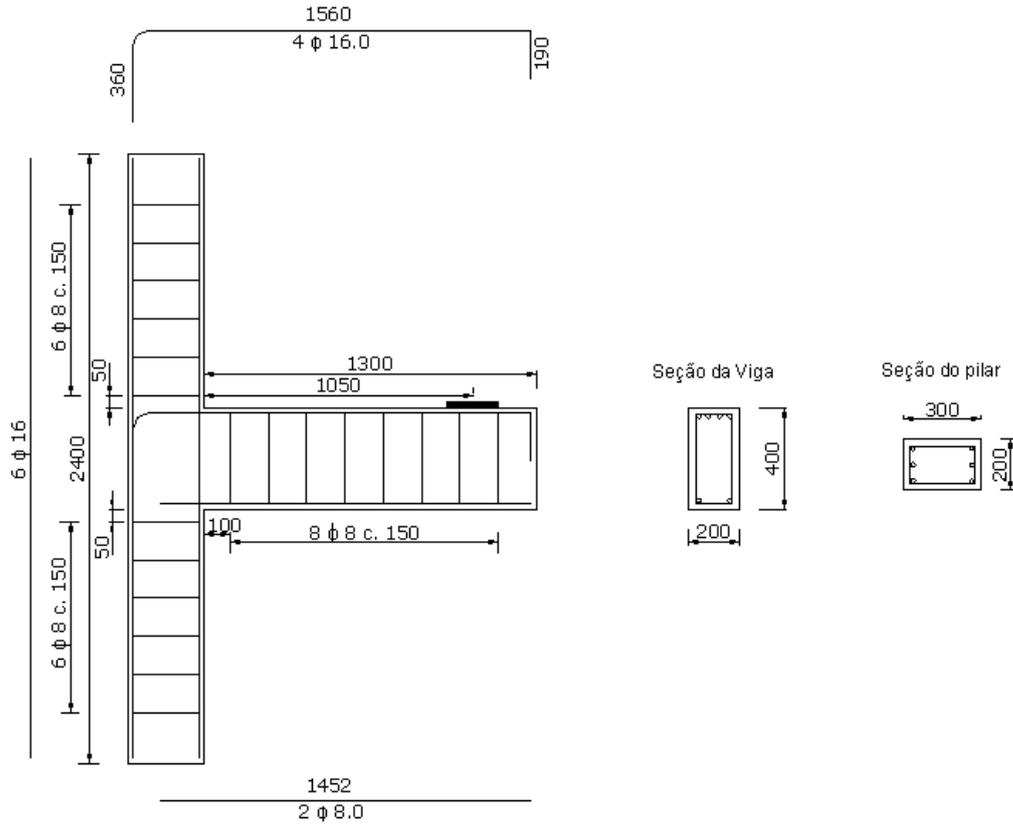


Figura A.1 – Geometria do modelo experimental adotado

A.2.2 Comportamento dos materiais

Como dito anteriormente, para uma primeira análise os materiais tiveram comportamento elástico linear. Os materiais constituintes dos modelos numéricos têm as propriedades apresentadas na Tabela A.1.

O aço em algumas análises foi considerado tendo comportamento elástico plástico perfeito, segundo critério de plastificação de Von Mises.

Tabela A.1 – Dados dos materiais constituintes dos modelos numéricos preliminares

Material	f_c (MPa)	E (GPa)	ν
Concreto	34	32,65	0,2
Armadura Longitudinal	500	210	0,3
Armadura Transversal	500	210	0,3

A.2.3 Malha e elementos finitos

Foi adotado o elemento finito Q8MEM para a malha, por ser um problema bidimensional com carregamento aplicado no plano do modelo (Estado plano de Tensões). Este elemento apresenta dois graus de liberdade de translação por nó e quatro nós como pode ser visto na Figura A.2.

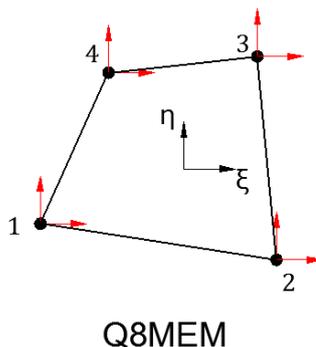


Figura A.2 – Q8MEM

A.2.4 Carregamento e condições de contorno

O modelo numérico sofreu ação de carregamentos estáticos gradativos por meio de passos de carga e de deslocamento. Primeiramente, foi aplicada uma força distribuída no topo do pilar (1000 N/mm) segundo dois passos de carregamento, equivalente a uma carga total de 300 kN ou $v = 0,147$.

Para o pilar foram adotadas restrições de translação horizontal e vertical para o apoio inferior e restrição de translação horizontal para o apoio superior. Para a viga foi adotada restrição de translação vertical no nó onde foi aplicado o deslocamento.

Para gerar uma melhor distribuição de tensões na região de aplicação dos deslocamentos da viga, nos quatro nós vizinhos a este ponto foi feita a igualdade de deslocamentos verticais de maneira a simular uma chapa rígida nesta região.

Em torno do apoio inferior do pilar foi feita uma consideração similar, para levar em conta que esta seção permanece plana e sofre um giro, idêntica a consideração feita no capítulo 3.

Na primeira fase de carregamento do modelo numérico foi aplicado um deslocamento vertical na extremidade da viga igual a 0,1587 mm para baixo. Este

deslocamento foi imposto com a finalidade de permitir o deslocamento de corpo rígido que a viga sofre enquanto o pilar ainda está sendo carregado sem a presença do atuador da viga. Seu valor foi obtido previamente analisando os resultados de deslocamento da extremidade da viga no modelo numérico quando do término do carregamento do pilar sem aplicar a restrição vertical ao correspondente ao atuador da viga.

A.3 ANÁLISES

Primeiramente foi feita uma análise considerando somente os elementos de chapa sem armaduras embutidas. Nessa fase foi verificado o comportamento global do modelo (fluxo de tensões e rigidez). Depois partiu-se para a consideração das armaduras embutidas ainda com comportamento elástico linear. A plastificação do aço segundo o critério de Von Mises foi feita em seguida, totalizando assim três simulações numéricas.

Para os modelos numéricos em armadura, com armadura elástico linear e com plastificação observou-se um comportamento interessante nos primeiros passos de deslocamento impostos na viga. Na Figura A.3, são apresentadas curvas força versus deslocamento dos três modelos numéricos em questão. Observa-se que o modelo com armadura é mais rígido do que o modelo sem armadura. Já o modelo numérico com armadura e com plastificação apresenta um ponto a partir do qual a sua rigidez cai, diferenciando-se do modelo com armadura elástico linear.

Nos três modelos numéricos, nota-se um ganho de rigidez nos primeiros passos de deslocamento impostos na viga, até que nos modelos numéricos sem armadura e com armadura com comportamento elástico linear atinge-se um patamar de rigidez.

Isso deve-se a aplicação dos deslocamentos na viga enquanto se mantém a carga axial no pilar. De certo modo, analisando o problema da ligação por um esquema de estrutura em barras, pode-se encontrar uma formulação para o deslocamento vertical da extremidade da viga em função da carga axial do pilar, da geometria, das propriedades dos materiais e da reação de apoio da viga. Isso trará uma solução analítica para a rigidez em que fica evidente que na faixa de deslocamentos impostos na viga da mesma ordem de grandeza da deformação axial do pilar a rigidez é crescente.

À medida que os deslocamentos tornam-se maiores, a influência da deformação axial no pilar na rigidez torna-se pequena e a rigidez passa a ter um valor constante. Na Figura A.4, são apresentados os resultados de uma simulação simples de um modelo de ligação discretizado em barras, apenas para efeito didático. Observe que a rigidez (K) é descrita analiticamente segundo uma hipérbole com assíntota horizontal. A constante C_1 é proporcional a carga aplicada no pilar e inversamente proporcional a rigidez axial do pilar; C_2 é uma constante que depende das propriedades da ligação.

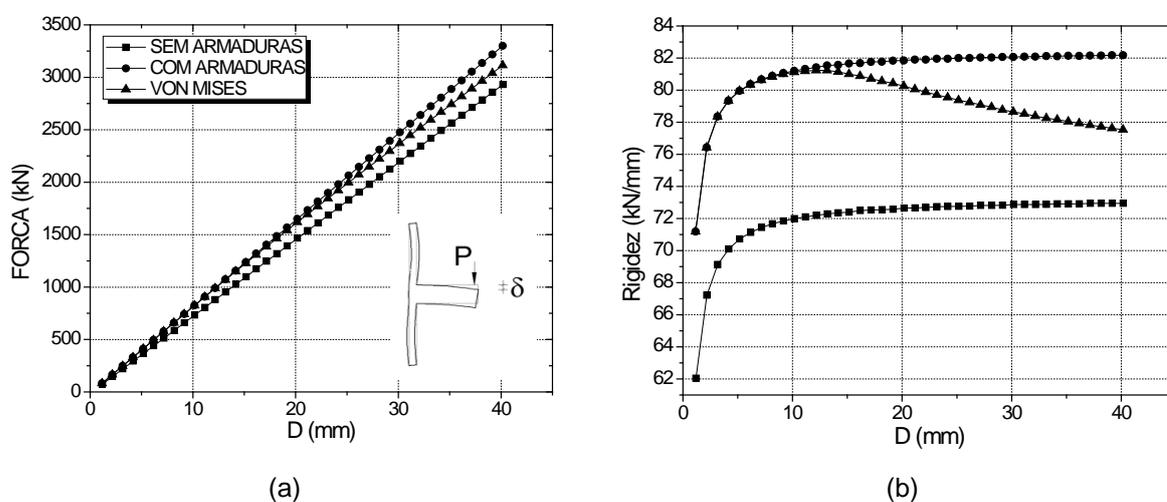


Figura A.3 – Comparação entre modelos numéricos: (a) Força versus deslocamento; (b) Rigidez versus deslocamento

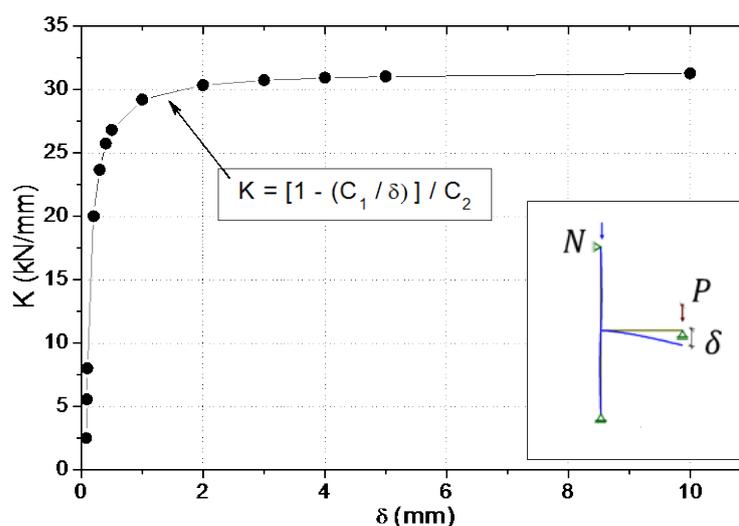


Figura A.4 – Variação da rigidez de um modelo de ligação em barras

O modelo numérico com armaduras embutidas e comportamento elasto-plástico perfeito apresenta fluxo de tensões principais de compressão e de tração ao término da aplicação da carga axial do pilar conforme Figura A.5. Observe que o pilar impõe um encurtamento na face esquerda da viga. Haach, El Debs e El Debs (2008) afirmam que existe uma porcentagem das tensões de tração da viga que procede da aplicação da carga axial no pilar, como pode ser visto na Figura A.5b.

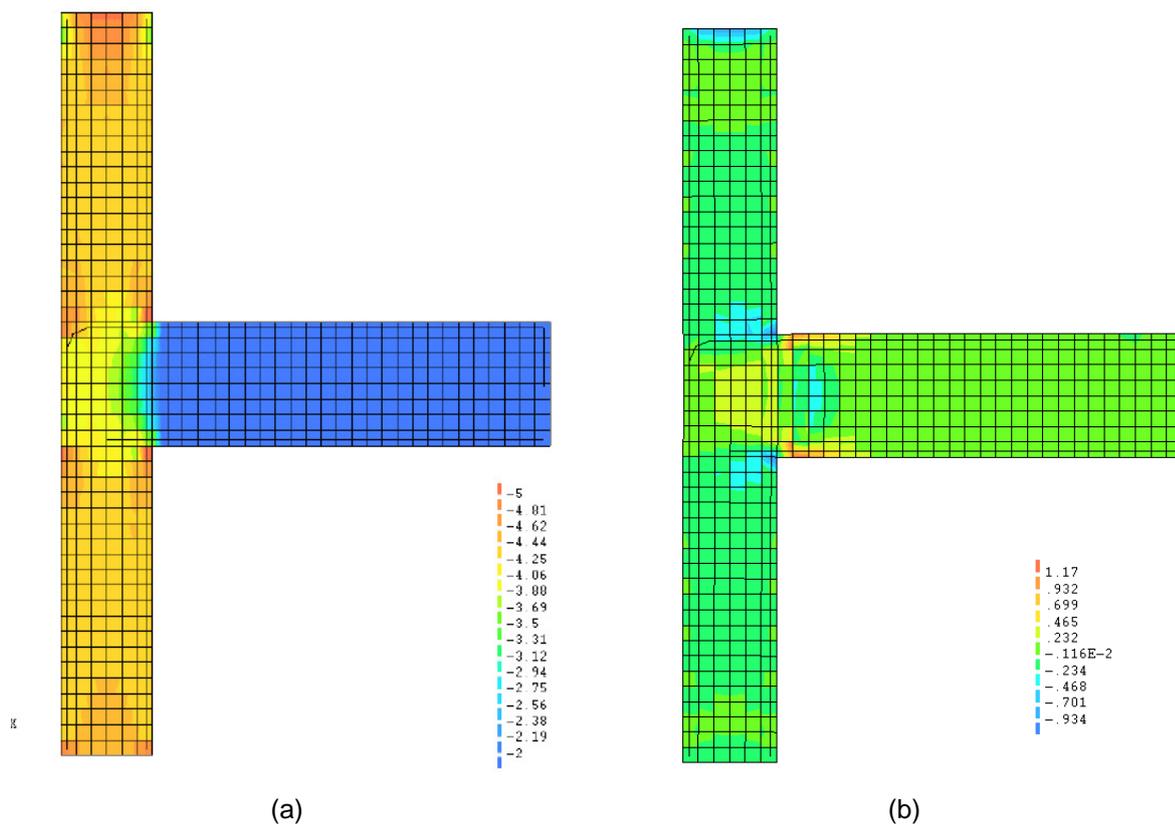


Figura A.5 – Fluxo de tensões principais: (a) Compressão; (b) Tração

Ao término da aplicação dos deslocamentos na viga tem-se a deformada apresentada na Figura A.6. Distingue-se perfeitamente o ponto de aplicação dos deslocamentos na viga e também a condição de contorno imposta nesta região. Todos os pontos pertencentes a esta região sofrem o mesmo deslocamento vertical, o que gera uma perturbação local, pois desse modo não se permite a rotação da chapa. Na extremidade direita dessa região acabam surgindo tensões de tração muito elevadas.

Na Figura A.7 são apresentados os fluxos de tensões principais de compressão e tração correspondente ao término de aplicação dos deslocamentos na

viga. Nota-se na Figura A.7a, a formação da biela diagonal do nó. Em contrapartida, é apresentado o fluxo de tensões principais de tração na Figura A.7b notadamente na direção transversal a biela principal de compressão.

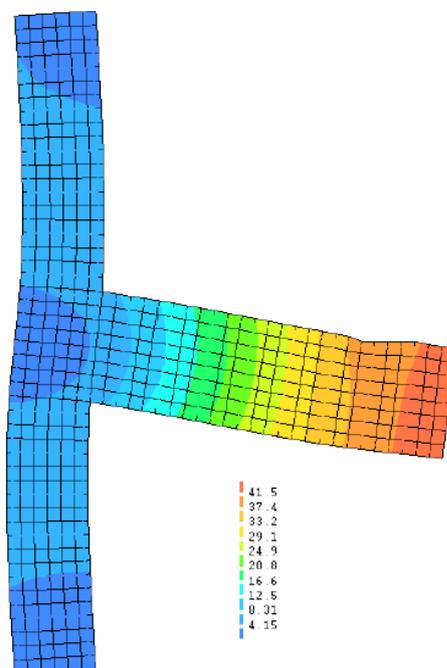


Figura A.6 – Deformada final do modelo

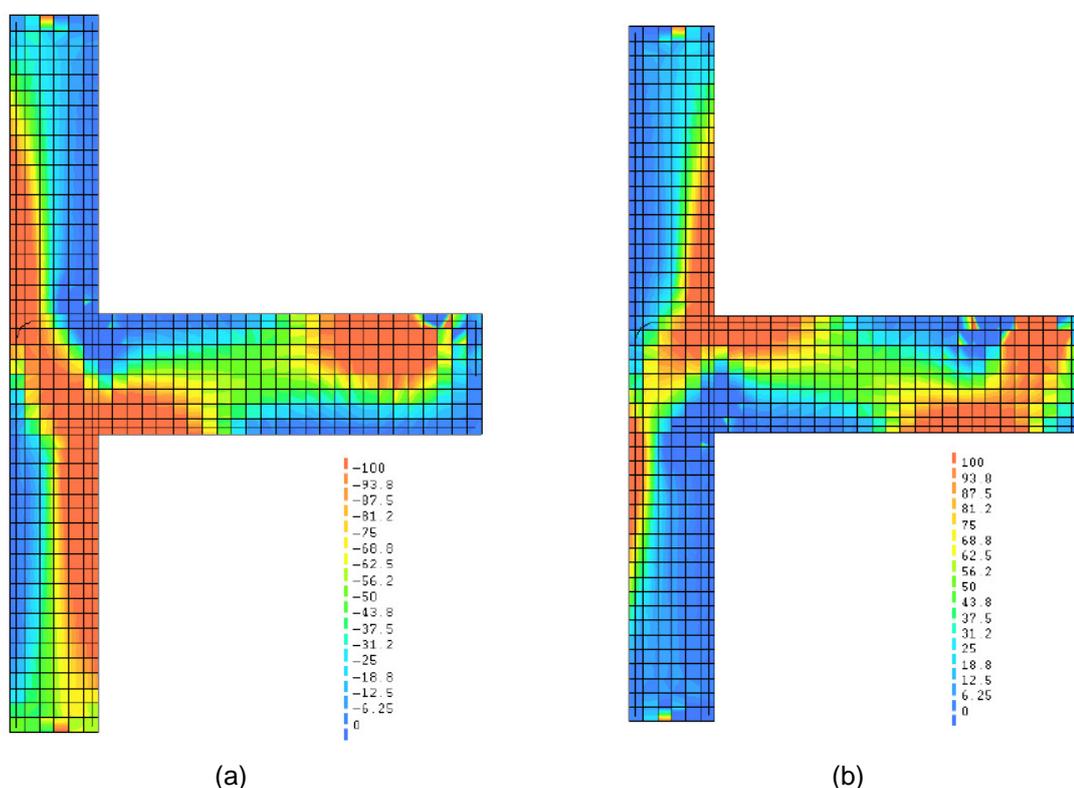


Figura A.7 – Fluxo de tensões principais: (a) Compressão; (b) Tração

APÊNDICE B – ANÁLISE PARAMÉTRICA DOS MODELOS TEÓRICOS DA LITERATURA

B.1 INTRODUÇÃO

Foram realizadas algumas análises paramétricas com respeito a alguns modelos teóricos presentes na literatura com a finalidade de entender melhor o comportamento destes modelos frente às variáveis que consideram. Esta análise paramétrica foi realizada tomando por base alguns dados de entrada para cada variável em questão e que são apresentados em cada subitem a seguir.

B.2 ESBELTEZ DA LIGAÇÃO

Foram adotadas as propriedades listadas na Tabela B.1 para os quatro modelos base que serviram para a análise paramétrica da relação h_v/h_p . Para variar esta relação, foi mantido um valor fixo para h_v para cada modelo base e variou-se apenas h_p com valores a partir de 20 cm à 45 cm com incrementos de 5 cm.

Tabela B.1 – Dados dos modelos base para h_v/h_p

MODELO	b_v (mm)	h_v (mm)	b_p (mm)	h_p (mm)	f_c (MPa)	$A_{s,pilar}$ (cm ²)	A_{sh} (cm ²)	$A_{s,viga}$ (cm ²)	N (kN)
MB1	200	400	200	-	30	12,06	1,0	8,04	0
MB2	200	500	200	-	30	12,06	1,0	8,04	0
MB3	200	600	200	-	30	12,06	1,0	8,04	0
MB4	200	400	200	-	30	12,06	1,0	8,04	600

Na Figura B.1, são apresentados quatro gráficos para os resultados destes quatro modelos base segundo seis modelos teóricos (Hwang e Lee, 1999; Bakir e Boduroglu, 2002; Tsonos, 2002; Hegger, Sherif e Roeser, 2003; Russo e Somma, 2004; Kim, Lafave e Song, 2009). Para facilitar a visualização dos resultados

preferiu-se apresentar no eixo das ordenadas de cada gráfico a relação entre a resistência dos modelos bases pela resistência do modelo base com altura da seção do pilar de 20 cm, fazendo isso para os resultados de cada modelo teórico.

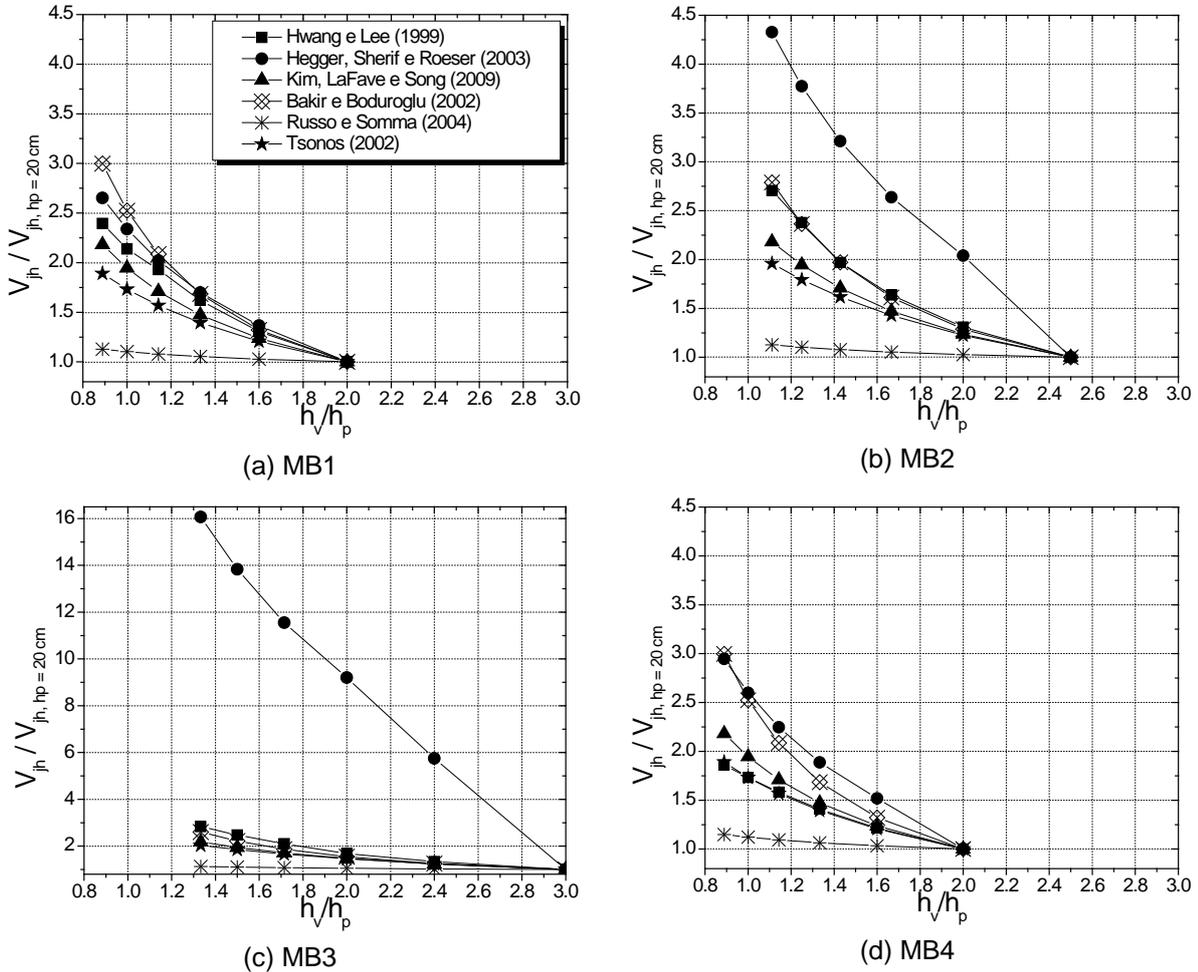


Figura B.1 – Análise paramétrica: relação h_v/h_p

Observa-se que há concordância entre os modelos teóricos de que a medida que se aumenta a relação h_v/h_p diminui-se a resistência ao cisalhamento, com alguns tendo um decréscimo mais acentuado do que outros. O modelo teórico de Russo e Somma (2004) pouco sente esta variação chegando a ter decréscimos máximos de resistência de 10 % e de certa maneira esta variável não é bem representada neste modelo teórico.

O modelo proposto por Hegger, Sheriff e Roeser (2003) chega a apresentar decréscimos de resistência de 16 vezes quando a relação h_v/h_p passa de 1,33 para 3,00 no modelo base MB3, como pode ser visto na Figura B.1c. Deve-se lembrar de

que o modelo teórico de Hegger, Sheriff e Roeser (2003) foi concebido para valores de h_v/h_p compreendidos entre 0,75 e 2,00, por causa das características de sua base de dados utilizada em sua análise paramétrica.

B.3 TAXA DE ESTRIBOS

Foram adotados os dados contidos na Tabela B.2 para os três modelos base que serviram para a análise paramétrica da taxa de estribos. A taxa de estribos é definida como a Equação (4.6) e variou de 0,06% a 1,13%.

Tabela B.2 – Dados dos modelos base para taxa de estribos

MODELO	b_v (mm)	h_v (mm)	b_p (mm)	h_p (mm)	f_c (MPa)	$A_{s,pilar}$ (cm ²)	A_{sh} (cm ²)	$A_{s,viga}$ (cm ²)	N (kN)
MB5	200	400	200	300	34	12,06	-	8,04	0
MB6	200	400	200	200	34	12,06	-	8,04	600
MB7	200	400	200	200	34	12,06	-	8,04	0

Em todos os modelos teóricos, o aumento da taxa de estribos é acompanhado pelo aumento da resistência, conforme apresentado na Figura B.2. O modelo de Bakir e Boduroglu (2002) possui maior sensibilidade para a variação da taxa de estribos em relação aos outros cinco modelos. Observa-se também que o modelo de Hegger, Sheriff e Roeser (2003) possui um patamar a partir do qual a resistência ao cisalhamento da ligação não varia com o aumento da taxa de estribos (ver Figura B.2d).

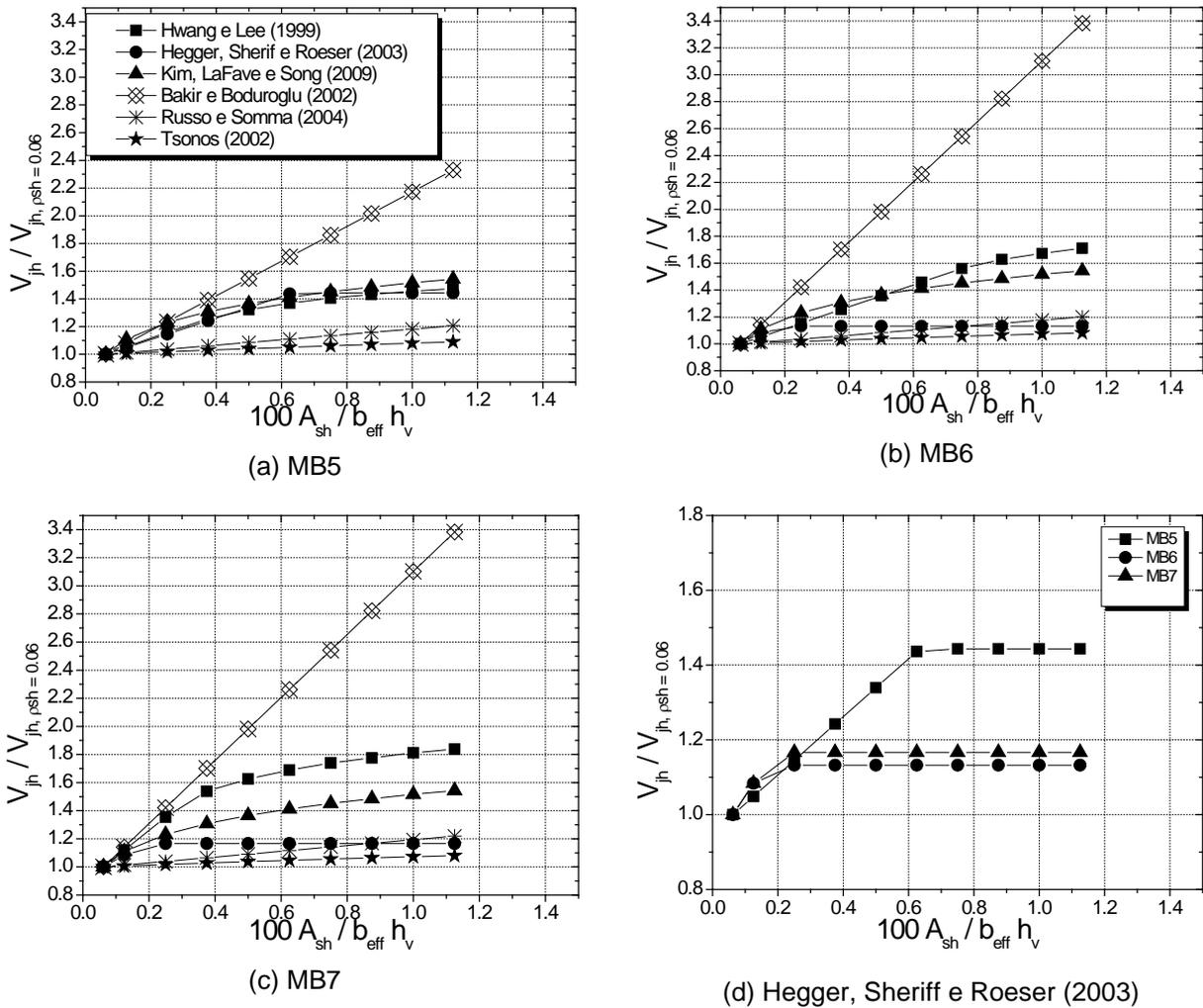


Figura B.2 – Análise paramétrica: taxa de estribos

B.4 RESISTÊNCIA DO CONCRETO

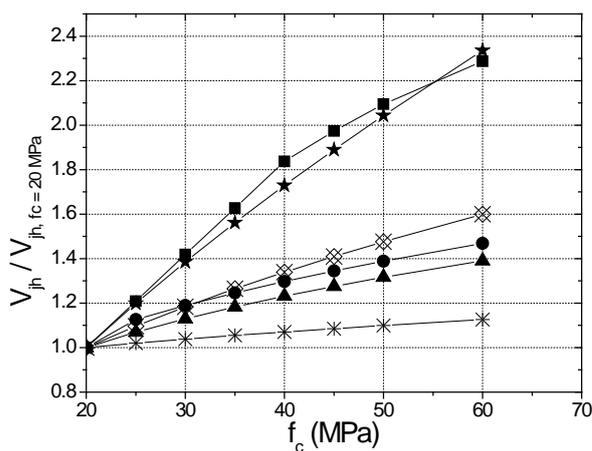
Foram adotadas as propriedades listadas na Tabela B.3 para os quatro modelos base que serviram como dados para a análise paramétrica da resistência do concreto, variando a resistência do concreto de 20 MPa a 60 MPa.

Tabela B.3 – Dados dos modelos base para resistência do concreto

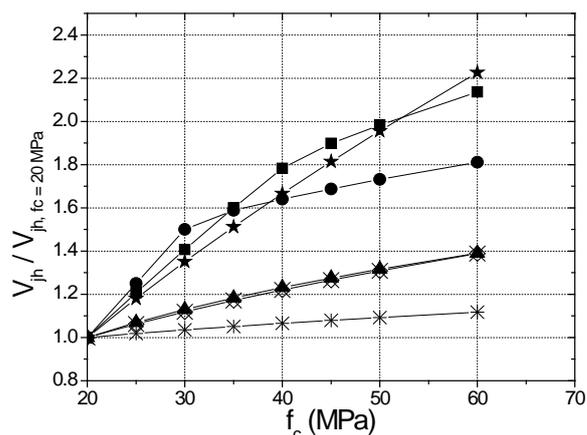
MODELO	b_v (mm)	h_v (mm)	b_p (mm)	h_p (mm)	f_c (MPa)	$A_{s,pilar}$ (cm ²)	A_{sh} (cm ²)	$A_{s,viga}$ (cm ²)	N (kN)
MB8	200	400	200	300	-	12,06	1,0	8,04	0
MB9	200	400	200	300	-	12,06	4,0	8,04	0
MB10	200	400	200	300	-	12,06	1,0	8,04	600

Tal como esperado, todos os modelos teóricos apresentam acréscimo de resistência ao cisalhamento com o aumento da resistência à compressão do concreto. O modelo teórico de Russo e Somma (2004) tem um incremento médio de resistência ao cisalhamento da ordem de 13% quando a resistência do concreto passa de 20 para 60 MPa. Seu modelo teórico acaba sendo pouco influenciado por esta variável se comparado aos demais. No entanto, o modelo de Tsonos (2002) é bastante influenciado em todos os modelos base adotados para esta análise (ver Figura B.3).

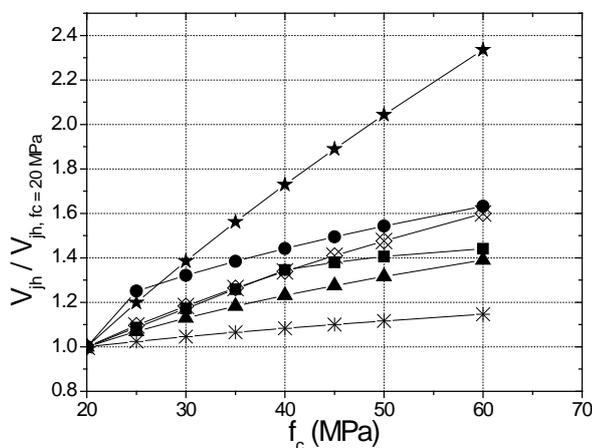
O modelo de Hwang e Lee (1999) apresenta um comportamento semelhante ao modelo teórico de Tsonos (2002). Somente para o modelo base em que foi adotada uma carga axial no pilar de 600 kN é que seu modelo apresentou resultados semelhantes aos demais modelos teóricos, conforme apresentado na Figura B.3c.



(a) MB8



(b) MB9



(c) MB10

Figura B.3 – Análise paramétrica: resistência do concreto

B.5 TAXA DE ARMADURA DA VIGA

A análise paramétrica da taxa de armadura da viga foi elaborada por meio de um modelo base, conforme apresentado na Tabela B.4.

Tabela B.4 – Dados dos modelos base para taxa de armadura da viga

MODELO	b_v (mm)	h_v (mm)	b_p (mm)	h_p (mm)	f_c (MPa)	$A_{s,pilar}$ (cm ²)	A_{sh} (cm ²)	$A_{s,viga}$ (cm ²)	N (kN)
MB11	200	400	200	300	34	12,06	1,0	-	0

Na Figura B.4 são apresentados os resultados das análises paramétricas do modelo base MB11.

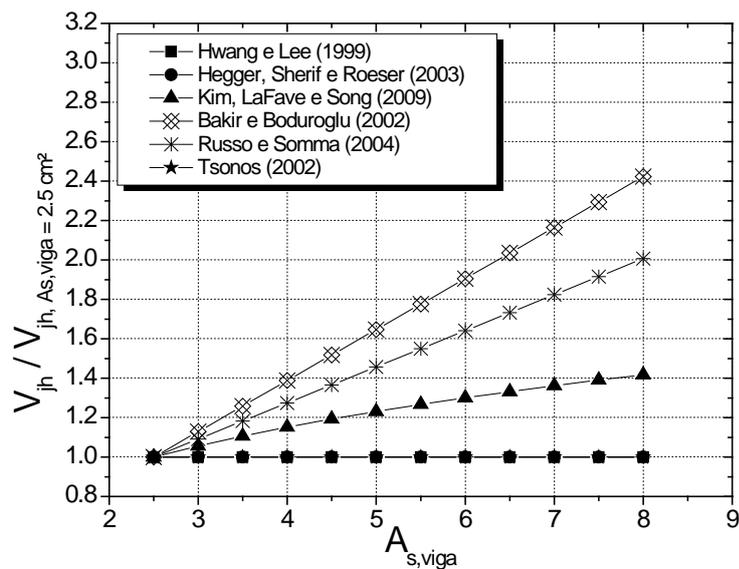


Figura B.4 - Análise paramétrica: área da armadura da viga (MB11)

Somente os modelos teóricos de Bakir e Boduroglu (2002), Russo e Somma (2004) e Kim et al (2009) levam esta variável em consideração, sendo o primeiro citado o mais sensível a variação da armadura da viga.

B.6 NÍVEL DE TENSÕES NORMAIS NO PILAR

A análise paramétrica do nível de tensões normais no pilar foi desenvolvida por meio de dois modelos base, conforme características apresentadas na Tabela B.5.

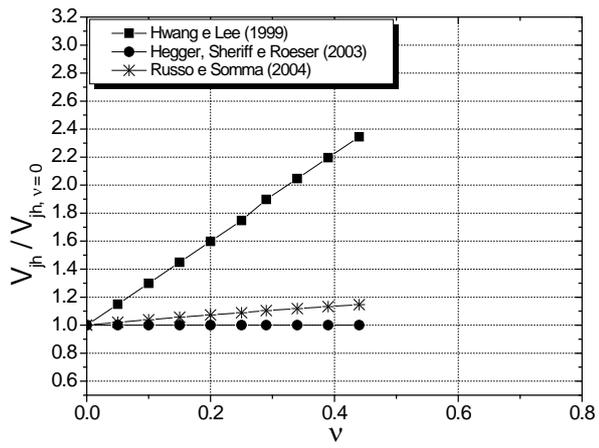
Tabela B.5 – Dados dos modelos base para nível de tensões no pilar

MODELO	b_v (mm)	h_v (mm)	b_p (mm)	h_p (mm)	f_c (MPa)	$A_{s,pilar}$ (cm ²)	A_{sh} (cm ²)	$A_{s,viga}$ (cm ²)	N (kN)
MB12	200	400	200	300	34	12,06	1,0	8,04	-
MB13	200	400	200	200	34	12,06	5,0	4	-

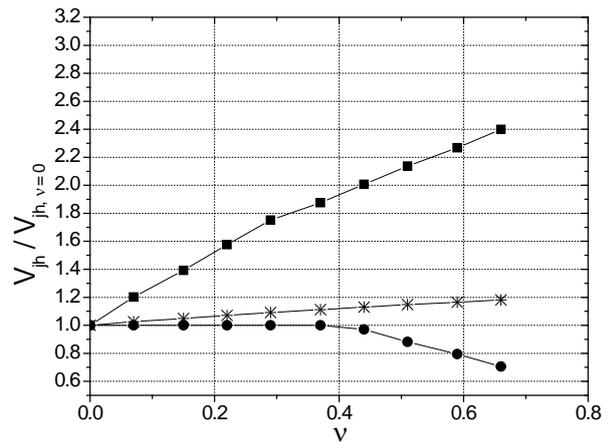
Na Figura B.5 são apresentados os gráficos referentes às análises paramétricas dos modelos de Hwang e Lee (1999), Russo e Somma (2004) e Hegger, Sheriff e Roeser (2003). Os modelos teóricos de Kim, LaFave e Song.(2009), Tsonos (2002) e Bakir e Boduroglu (2002) não são apresentados neste item por não terem nenhuma resposta com a variação do nível de tensões normais no pilar.

Analisando os gráficos da Figura B.5, nota-se que o modelo teórico de Hwang e Lee (1999) possui um aumento considerável de resistência ao cisalhamento à medida que se aumenta o nível de tensões no pilar. Esse comportamento se repete nos dois modelos base adotados para esta análise.

O modelo proposto por Hegger, Sheriff e Roeser (2003) apresentou um comportamento interessante para o MB13. A resistência desse nó foi diminuindo para o modelo teórico de Hegger, Sheriff e Roeser (2003) a partir do ponto no qual σ_{pilar}/f_c foi igual a 0,4, conforme apresentado na Figura B.5b. Pelas considerações desse autor, quando as tensões normais no pilar são superiores a $0,4 f_c$, a resistência ao cisalhamento é reduzida, conforme coeficiente γ_2 apresentado na Equação (2.65).



(a) MB12



(b) MB13

Figura B.5 - Análise paramétrica: nível de tensões no pilar