

EUNICE SILVA SANTOS

**AVALIAÇÃO ESTATÍSTICA DO ERRO DE MODELOS  
DE RESISTÊNCIA PARA ELEMENTOS LINEARES DE  
CONCRETO ARMADO DA ABNT NBR 6118:2007**

Dissertação apresentada à Escola de Engenharia de São Carlos da Universidade de São Paulo, como parte dos requisitos para obtenção do título de Mestre em Engenharia de Estruturas.

Orientador: André Teófilo Beck

SÃO CARLOS

2012



## FOLHA DE JULGAMENTO

Candidata: Engenheira **EUNICE SILVA SANTOS**.

Título da dissertação: "Avaliação estatística do erro de modelos de resistência para elementos lineares de concreto armado da ABNT NBR 6118:2007".

Data da defesa: 03/08/2012

### Comissão Julgadora:

### Resultado:

Prof. Dr. **André Teófilo Beck (Orientador)**  
(Escola de Engenharia de São Carlos/EESC)

APROVADO

Prof. Dr. **Edson Denner Leonel**  
(Escola de Engenharia de São Carlos/EESC)

APROVADO

Prof<sup>a</sup>. Dr<sup>a</sup>. **Sofia Maria Carrato Diniz**  
(Universidade Federal de Minas Gerais/UFMG)

APROVADO

Coordenador do Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil (Engenharia de Estruturas):

Prof<sup>a</sup>. Associada **Ana Lucia Homce de Cresce El Debs**

Presidente da Comissão de Pós-Graduação:

Prof. Titular **Denis Vinicius Coury**

## AGRADECIMENTOS

---

Ao meu orientador professor André T. Beck, pela paciência e dedicação sem medidas e pelos conhecimentos transmitidos, indispensáveis para o desenvolvimento da pesquisa.

Àqueles sem os quais nada seria possível, meus pais e minhas irmãs, de quem a saudade tornou-se estímulo, obrigada por todo amor e apoio sempre presentes mesmo à distância.

Aos amigos e colegas do SET, em especial Juliana, minha amiga-irmã, cujo o companheirismo de todas as horas tanto me faz falta, e Marcelo, Emerson e Luiz Henrique pela ajuda com as disciplinas do mestrado.

A todos amigos e colegas que fiz em São Carlos, principalmente à Raquel, minha querida roommate pelas boas conversas, amizade e pelo inglês, a Raphael, Mariane, Sr. Mariano e D. Elza por amenizarem a saudade de minha família.

A Chris, Pamela, meu conterrâneo Gramoza, minha sobrinha amada Silvinha, as primas Laís e Lilianny e demais amigos e familiares, a quem não dei a devida atenção, mas que continuam a torcer por mim.

Aos que muito me ajudaram no ingresso ao mestrado, Ciro, Prof. Pedro, D. Nancy e Sr. Teixeira.

A todos os professores e funcionários do Departamento de Engenharia de Estruturas da Escola de Engenharia de São Carlos – USP, por contribuem com minha formação e estarem sempre dispostos a ajudar.

À CAPES pelo auxílio financeiro durante o mestrado.



## RESUMO

---

SANTOS, E. S. **Avaliação estatística do erro de modelos de resistência para elementos lineares de concreto armado da ABNT NBR 6118:2007**. 2012. 126 p. Dissertação (Mestrado) – Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, 2012.

Um projeto de estruturas deve considerar incertezas intrínsecas às variáveis presentes na estrutura e na concepção estrutural, como intensidade e distribuição das ações, propriedades mecânicas dos materiais, parâmetros geométricos da estrutura e modelos de cálculo e de análise estrutural. Desta forma, a segurança estrutural só pode ser medida em termos probabilísticos. O presente estudo aborda uma análise estatística da variável aleatória Erro de Modelo para a previsão da capacidade resistente de elementos lineares (vigas e pilares) segundo requisitos das normas de estruturas de concreto ABNT NBR 6118:2003 e ACI 318-2002. A variável Erro de Modelo é obtida pela razão entre observações dos valores “reais” e os valores obtidos segundo os requisitos normativos. Os valores “reais” de resistência dos pilares de concreto armado foram obtidos a partir de uma base de dados experimentais levantada de pesquisas sobre este elementos. O principal objetivo deste trabalho é avaliar a influência de cada parâmetro considerado, como resistência média a compressão do concreto, taxa de armadura, esbeltez dos pilares, altura útil e domínios de ruína das vigas, deformação dos elementos concreto e aço, sobre a resistência última dos elementos. Os resultados obtidos demonstram que os modelos da norma brasileira são conservadores e tendenciosos em relação os parâmetros estudados.

**Palavras-Chave:** estruturas de concreto, erro de modelo, segurança das estruturas, pilares, vigas



## ABSTRACT

---

SANTOS, E. S. **Statistical evaluation of resistance modelling error for para elementos lineares de concreto armado da ABNT NBR 6118:2007**. 2012. 126 p. Master's thesis. Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, 2012.

In a design of structures, it should be considered the intrinsic uncertainties to the present variables in the structure and in the structural concept, such as intensity and action distribution, mechanic properties of the material, geometric parameters of the structure and structural analysis and calculus models. Thus, the structural safety can only be measured in probabilistic terms. The present study approaches a statistical analysis of Model Error random variable for the prediction of resistant capacity of linear elements (columns and beams) according to the ABNT NBR 6118:2003 e ACI 318-2002 concrete structures building code requirements. The Model Error variable is obtained by the ratio between observation of “real” values and the values obtained according to the building code requirements. The “real” values of resistance in the concrete structure columns were obtained from an experimental data base acquired from researches on the same elements. The main objective of this work é to evaluate the influence of each considered parameter, such the concrete average resistance to compression, reinforcement rate, columns slenderness, serviceable height and ruin domains in beams, deformation of concrete and steel elements, about the last resistance of the elements. The obtained results show that Brazilian building code are conservative and tendentious in relation to the studied parameters

**Keywords:** concrete structures, model error, structural safety, columns, beams





# LISTA DE FIGURAS

---

FIGURA 3.1 – DOMÍNIOS DE DEFORMAÇÃO PARA SOLICITAÇÕES NORMAIS (ABNT NBR 6118:2007).....	14
FIGURA 3.2 – DIAGRAMA TENSÃO-DEFORMAÇÃO IDEALIZADO (ABNT NBR 6118:2007) .....	16
FIGURA 3.3 – SEÇÃO TRANSVERSAL GENÉRICA .....	17
FIGURA 3.4 – DIAGRAMAS DE TENSÃO E DEFORMAÇÃO, SEGUNDO ABNT NBR 6118:2007 .....	18
FIGURA 3.5 – DIAGRAMA DE DEFORMAÇÕES E BLOCO DE TENSÕES RETANGULAR, SEGUNDO ACI 318-2002.....	19
FIGURA 3.6 – DOMÍNIOS DE DEFORMAÇÃO NA FLEXÃO, SEGUNDO REQUISITOS DO ACI 318-2002 .....	20
FIGURA 3.7 – COMPORTAMENTO DO CONCRETO NA FLEXÃO PURA .....	22
FIGURA 3.8 – CONFIGURAÇÃO LATERAL NO DOMÍNIO 2 DE DEFORMAÇÃO.....	26
FIGURA 3.9 – CONFIGURAÇÃO LATERAL NO DOMÍNIO 3 DE DEFORMAÇÃO.....	26
FIGURA 3.10 – CONFIGURAÇÃO LATERAL NO DOMÍNIO <i>TENSION-CONTROLLED</i> .....	30
FIGURA 3.11 – CONFIGURAÇÃO LATERAL NO DOMÍNIO <i>TRANSITION</i> .....	30
FIGURA 3.12 – COMPORTAMENTO DE PILARES SOB COMPRESSÃO CENTRADA .....	31
FIGURA 3.13 – COMPORTAMENTO DE PILARES SOB COMPRESSÃO EXCÊNTRICA .....	33
FIGURA 4.1 – ESQUEMA ESTÁTICO DE CARREGAMENTO, (AGOSTINI, 1992) .....	50
FIGURA 4.2 – CARACTERÍSTICAS DOS ENSAIOS DE PAIVA (1994).....	51
FIGURA 4.3 – ESQUEMA DE MONTAGEM DO PÓRTICO E DE CARREGAMENTO (LIMA, 1997).....	54
FIGURA 4.4 – DISPOSITIVO EXPERIMENTAL E MODELO DE VALLADARES (1997).....	56
FIGURA 4.5 – SISTEMA ESTÁTICO DE ENSAIO DE VANDERLEI (1999).....	57
FIGURA 4.6 – SISTEMA DE ENSAIO NA INSTRON, ADAPTADO DE QUEIROGA (1999) .....	59
FIGURA 4.7 – ESQUEMA DE APLICAÇÃO DE FORÇAS NO MODELO DE ADORNO (2004) .....	64
FIGURA 4.8 – SISTEMA GERAL DE ENSAIO, (DANTAS, 2006) .....	66
FIGURA 4.9 – DETALHE DA ARTICULAÇÃO SUPERIOR (A) E ESQUEMA DE CARREGAMENTO (B), (DANTAS, 2006).....	67
FIGURA 5.1 – VARIÁVEL ERRO DO MODELO ABNT NBR 6118:2007 PARA VIGAS – (A) HISTOGRAMA E DISTRIBUIÇÃO DE DENSIDADE DE PROBABILIDADE, (B) DISTRIBUIÇÃO ACUMULADA DE PROBABILIDADE.....	82
FIGURA 5.2 – VARIÁVEL ERRO DO MODELO ABNT NBR 6118:2007 PARA PILARES COM RIGIDEZ APROXIMADA – (A) HISTOGRAMA E DISTRIBUIÇÃO DE DENSIDADE DE PROBABILIDADE, (B) DISTRIBUIÇÃO ACUMULADA DE PROBABILIDADE ...	82
FIGURA 5.3 – VARIÁVEL ERRO DO MODELO ABNT NBR 6118:2007 PARA PILARES COM CURVATURA APROXIMADA – (A) HISTOGRAMA E DISTRIBUIÇÃO DE DENSIDADE DE PROBABILIDADE, (B) DISTRIBUIÇÃO ACUMULADA DE PROBABILIDADE ...	83
FIGURA 5.4 – VARIÁVEL ERRO DO MODELO ACI 318-2002 PARA PILARES – (A) HISTOGRAMA E DISTRIBUIÇÃO DE DENSIDADE DE PROBABILIDADE, (B) DISTRIBUIÇÃO ACUMULADA DE PROBABILIDADE.....	83
FIGURA 5.5 – VARIÁVEL ERRO DO MODELO NBR 6118:2007 PARA PILARES SOB COMPRESSÃO EXCÊNTRICA PELO MÉTODO DA RIGIDEZ APROXIMADA – (A) HISTOGRAMA E DISTRIBUIÇÃO DE DENSIDADE DE PROBABILIDADE, (B) DISTRIBUIÇÃO ACUMULADA DE PROBABILIDADE .....	84
FIGURA 5.6 – VARIÁVEL ERRO DO MODELO NBR 6118:2007 PARA PILARES SOB COMPRESSÃO EXCÊNTRICA PELO MÉTODO DA CURVATURA APROXIMADA – (A) HISTOGRAMA E DISTRIBUIÇÃO DE DENSIDADE DE PROBABILIDADE, (B) DISTRIBUIÇÃO ACUMULADA DE PROBABILIDADE .....	84

FIGURA 5.7 – VARIÁVEL ERRO DO MODELO ACI 318-2002 PARA PILARES SOB COMPRESSÃO EXCÊNTRICA PELO MÉTODO DA CURVATURA APROXIMADA – (A) HISTOGRAMA E DISTRIBUIÇÃO DE DENSIDADE DE PROBABILIDADE, (B) DISTRIBUIÇÃO ACUMULADA DE PROBABILIDADE .....	84
FIGURA 5.8 – VARIÁVEL ERRO DO MODELO NBR 6118:2007 PARA PILARES SOB COMPRESSÃO CENTRADA PELO MÉTODO DA RIGIDEZ APROXIMADA – (A) HISTOGRAMA E DISTRIBUIÇÃO DE DENSIDADE DE PROBABILIDADE, (B) DISTRIBUIÇÃO ACUMULADA DE PROBABILIDADE .....	85
FIGURA 5.9 – VARIÁVEL ERRO DO MODELO NBR 6118:2007 PARA PILARES SOB COMPRESSÃO CENTRADA PELO MÉTODO DA CURVATURA APROXIMADA – (A) HISTOGRAMA E DISTRIBUIÇÃO DE DENSIDADE DE PROBABILIDADE, (B) DISTRIBUIÇÃO ACUMULADA DE PROBABILIDADE .....	85
FIGURA 5.10 – VARIÁVEL ERRO DO MODELO ACI 318-2002 PARA PILARES SOB COMPRESSÃO CENTRADA – (A) HISTOGRAMA E DISTRIBUIÇÃO DE DENSIDADE DE PROBABILIDADE, (B) DISTRIBUIÇÃO ACUMULADA DE PROBABILIDADE .....	85
FIGURA 6.1 – RELAÇÃO ENTRE O ERRO DE MODELO E A VARIÁVEL RESISTÊNCIA MÉDIA À COMPRESSÃO DO CONCRETO PARA PILARES SOB CARGA CENTRADA. (A) ABNT NBR 6118:2007, MODELO DA RIGIDEZ APROXIMADA, (B) ABNT NBR 6118:2007, MODELO DA CURVATURA APROXIMADA, (C) ACI 318-2002 .....	89
FIGURA 6.2 – RELAÇÃO ENTRE O ERRO DE MODELO E A VARIÁVEL RESISTÊNCIA MÉDIA À COMPRESSÃO DO CONCRETO. (A) ABNT NBR 6118:2007, MODELO DA RIGIDEZ APROXIMADA, (B) ABNT NBR 6118:2007, MODELO DA CURVATURA APROXIMADA, (C) ACI 318-2002 .....	90
FIGURA 6.3 – RELAÇÃO ENTRE O ERRO DE MODELO DE VIGAS DA ABNT NBR 6118:2007 E A VARIÁVEL RESISTÊNCIA MÉDIA À COMPRESSÃO DO CONCRETO. ....	91
FIGURA 6.4 – RELAÇÃO ENTRE O ERRO DE MODELO E A VARIÁVEL ESBELTEZ DOS PILARES. (A) ABNT NBR 6118:2007, MODELO DA RIGIDEZ APROXIMADA, (B) ABNT NBR 6118:2007, MODELO DA CURVATURA APROXIMADA, (C) ACI 318-2002 .....	92
FIGURA 6.5 – RELAÇÃO ENTRE O ERRO DE MODELO DE VIGAS DA ABNT NBR 6118:2007 E A VARIÁVEL ALTURA ÚTIL DA SEÇÃO DAS VIGAS .....	93
FIGURA 6.6 – RELAÇÃO ENTRE O ERRO DE MODELO DE VIGAS DA ABNT NBR 6118:2007 E A VARIÁVEL DE RAZÃO POSIÇÃO DA LINHA NEUTRA E ALTURA ÚTIL DAS VIGAS .....	94
FIGURA 6.7 – RELAÇÃO ENTRE O ERRO DE MODELO E A VARIÁVEL TAXA DE ARMADURA LONGITUDINAL DOS PILARES. (A) ABNT NBR 6118:2007, MODELO DA RIGIDEZ APROXIMADA, (B) ABNT NBR 6118:2007, MODELO DA CURVATURA APROXIMADA, (C) ACI 318-2002 .....	95
FIGURA 6.8 – RELAÇÃO ENTRE O ERRO DE MODELO DE VIGAS DA ABNT NBR 6118:2007 E A VARIÁVEL TAXA DE ARMADURA LONGITUDINAL DAS VIGAS .....	96
FIGURA 6.9 – RELAÇÃO ENTRE O ERRO DE MODELO E A VARIÁVEL TAXA DE ARMADURA TRANSVERSAL DOS PILARES. (A) ABNT NBR 6118:2007, MODELO DA RIGIDEZ APROXIMADA, (B) ABNT NBR 6118:2007, MODELO DA CURVATURA APROXIMADA, (C) ACI 318-2002 .....	97
FIGURA 6.10 – RELAÇÃO ENTRE O ERRO DE MODELO E A VARIÁVEL EXCENTRICIDADE TOTAL DE APLICAÇÃO DE CARGA NOS PILARES. ABNT NBR 6118:2007, MODELO DA RIGIDEZ APROXIMADA. ....	98
FIGURA 6.11 – RELAÇÃO ENTRE O ERRO DE MODELO E A VARIÁVEL EXCENTRICIDADE INICIAL DE APLICAÇÃO DE CARGA NOS PILARES. (A) ABNT NBR 6118:2007, MODELO DA RIGIDEZ APROXIMADA, (B) ABNT NBR 6118:2007, MODELO DA CURVATURA APROXIMADA, (C) ACI 318-2002. ....	99

# LISTA DE QUADROS E TABELAS

---

## QUADROS

QUADRO 2.1 – CARACTERÍSTICAS DAS VIGAS ANALISADAS.....	11
QUADRO 2.2 – CARACTERÍSTICAS GERAIS DAS PESQUISA DA BASE DE DADOS DE PILARES .....	12
QUADRO 3.1 – DOMÍNIOS DE DEFORMAÇÃO E INTERVALOS DA LINHA NEUTRA – ABNT NBR 6118:2007 .....	18
QUADRO 3.2 – DOMÍNIOS DE DEFORMAÇÃO E INTERVALOS DA LINHA NEUTRA – ACI 318-2002 .....	21

## TABELAS

TABELA 5.1 – CARACTERÍSTICAS FÍSICAS E GEOMÉTRICAS DOS MODELOS DE VIGA.....	47
TABELA 5.2 – CARACTERÍSTICAS FÍSICAS E GEOMÉTRICAS DOS MODELOS DE AGOSTINI (1992) .....	49
TABELA 5.3 – CARACTERÍSTICAS FÍSICAS E GEOMÉTRICAS DOS MODELOS DE PAIVA (1994) .....	52
TABELA 5.4 – CARACTERÍSTICAS FÍSICAS E GEOMÉTRICAS DOS MODELOS DE LIMA (1997).....	53
TABELA 5.5 – CARACTERÍSTICAS FÍSICAS E GEOMÉTRICAS DOS MODELOS DE VALLADARES (1997) .....	55
TABELA 5.6 – CARACTERÍSTICAS FÍSICAS E GEOMÉTRICAS DOS MODELOS DE VANDERLEI (1999).....	57
TABELA 5.7 – CARACTERÍSTICAS FÍSICAS E GEOMÉTRICAS DOS MODELOS DE QUEIROGA (1999) .....	58
TABELA 5.8 – CARACTERÍSTICAS FÍSICAS E GEOMÉTRICAS DOS MODELOS DE RAMOS (2001).....	60
TABELA 5.9 – CARACTERÍSTICAS FÍSICAS E GEOMÉTRICAS DOS MODELOS DE LIMA JUNIOR (2003).....	61
TABELA 5.10 – CARACTERÍSTICAS FÍSICAS E GEOMÉTRICAS DOS MODELOS DE OLIVEIRA (2004) .....	63
TABELA 5.11 – CARACTERÍSTICAS FÍSICAS E GEOMÉTRICAS DOS MODELOS DE ADORNO (2004) .....	64
TABELA 5.12 – CARACTERÍSTICAS FÍSICAS E GEOMÉTRICAS DOS MODELOS DE ARAÚJO (2004).....	65
TABELA 5.13 – CARACTERÍSTICAS FÍSICAS E GEOMÉTRICAS DOS MODELOS DE DANTAS (2006).....	66
TABELA 5.14 – CARACTERÍSTICAS FÍSICAS E GEOMÉTRICAS DOS MODELOS DE SANTOS (2009) .....	68
TABELA 6.1 – ERRO DO MODELO DE VIGAS E PARÂMETROS VARIÁVEIS.....	71
TABELA 6.2 – ERRO DOS MODELOS DE PILARES E PARÂMETROS VARIÁVEIS .....	77

## LISTA DE SIGLAS

---

<b>ABNT</b>	ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS
<b>ACI</b>	AMERICAN CONCRETE INSTITUTE
<b>ANSI</b>	AMERICAN NATIONAL STANDARD INSTITUTE
<b>EESC</b>	ESCOLA DE ENGENHARIA DE SÃO CARLOS
<b>JCSS</b>	JOINT COMMITTEE ON STRUCTURAL SAFETY
<b>NBR</b>	NORMA BRASILEIRA REGISTRADA
<b>SET</b>	DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA DE ESTRUTURAS DA EESC
<b>UFG</b>	UNIVERSIDADE FEDERAL DE GOIÁS
<b>UFMG</b>	UNIVERSIDADE FEDERAL DE MINAS GERAIS
<b>UFRGS</b>	UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL
<b>UNB</b>	UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA
<b>UNICAMP</b>	UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS
<b>USP</b>	UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO

# LISTA DE SÍMBOLOS

---

$A$	ÁREA DA SEÇÃO TRANSVERSAL DO ELEMENTO
$A_c$	ÁREA DA SEÇÃO TRANSVERSAL DE CONCRETO DO PILAR; OU ÁREA DO NÚCLEO DE CONCRETO LIMITADA PELA ARMADURA TRANSVERSAL
$A_{cc}$	ÁREA DE CONCRETO COMPRIMIDO
$A_s$	ÁREA TOTAL DE AÇO NA SEÇÃO TRANSVERSAL DE CONCRETO
$A_{s,i}$	ÁREA DE AÇO NA CAMADA $i$ DA ARMADURA LONGITUDINAL
$A_{s,t}$	ÁREA DA SEÇÃO TRANSVERSAL DAS ARMADURAS TRACIONADAS
$\alpha_1$	PARÂMETRO PARA OBTENÇÃO DA RESISTÊNCIA DO CONCRETO NA ESTRUTURA A PARTIR DA RESISTÊNCIA DE CORPOS-DE-PROVA (ACI 318-2002)
$b$	MENOR DIMENSÃO DA SEÇÃO TRANSVERSAL DO PILAR OU DIMENSÃO DA BASE DA SEÇÃO TRANSVERSAL DA VIGA
$c$	COBRIMENTO DA ARMADURA
$\beta_1$	ÍNDICE DE REDUÇÃO DA PROFUNDIDADE DA LINHA NEUTRA – ACI 318-2002
$d_i$	DISTÂNCIA DA FACE MAIS COMPRIMIDA DA SEÇÃO AO CENTRO DE GRAVIDADE DA ARMADURA DA CAMADA $i$
$e$	EXCENTRICIDADE DO CARREGAMENTO
$e_i$	EXCENTRICIDADE INICIAL DE APLICAÇÃO DO CARREGAMENTO
$e_1$	EXCENTRICIDADE DE PRIMEIRA ORDEM
$e_2$	EXCENTRICIDADE DECORRENTE DOS EFEITOS DE SEGUNDA ORDEM
$E_{ci}$	MÓDULO DE ELASTICIDADE INICIAL DO CONCRETO
$E_{cs}$	MÓDULO DE ELASTICIDADE SECANTE DO CONCRETO
$E'_{ct}$	MÓDULO DE ELASTICIDADE SECANTE NA TENSÃO $f'_c$
$E_s$	MÓDULO DE ELASTICIDADE DO AÇO
$\epsilon_c$	DEFORMAÇÃO DO CONCRETO
$\epsilon_{cc,max}$	DEFORMAÇÃO DO CONCRETO NA FIBRA MAIS COMPRIMIDA
$\epsilon_{ccu}$	DEFORMAÇÃO ÚLTIMA DO CONCRETO COMPRIMIDO

$\epsilon_s$	DEFORMAÇÃO NO AÇO
$\epsilon_{s,i}$	DEFORMAÇÃO NA CAMADA $i$ DA ARMADURA
$\epsilon_{s,max}$	DEFORMAÇÃO NA ARMADURA MAIS TRACIONADA
$\epsilon_{st}$	DEFORMAÇÃO NA ARMADURA MAIS TRACIONADA, SEGUNDO ACI 318-2002
$\epsilon_{s,u}$	DEFORMAÇÃO ÚLTIMA DO AÇO
$f_c$	RESISTÊNCIA DO CONCRETO À COMPRESSÃO OBTIDA EM CORPOS-DE-PROVA PADRONIZADOS
$f'_c$	TENSÃO DE PICO DA CURVA TENSÃO-DEFORMAÇÃO OBTIDA NO TESTE DO CILINDRO PADRÃO OU RESISTÊNCIA DO CONCRETO ESPECIFICADA EM PROJETO (NOTAÇÃO DO ACI 318-2002)
$f_{cd}$	RESISTÊNCIA DE CÁLCULO À COMPRESSÃO DO CONCRETO (ABNT NBR 6118:2007)
$f_{ci}$	RESISTÊNCIA MÉDIA DO CONCRETO À COMPRESSÃO OBTIDA EM CORPOS-DE-PROVA PADRONIZADOS, AOS $i$ DIAS (NOTAÇÃO DA ABNT NBR 6118:2007)
$f_{ck}$	RESISTÊNCIA CARACTERÍSTICA À COMPRESSÃO DO CONCRETO (ABNT NBR 6118:2007)
$f_{cm}$	RESISTÊNCIA MÉDIA DO CONCRETO À COMPRESSÃO OBTIDA EM CORPOS-DE-PROVA PADRONIZADOS (ABNT NBR 6118:2007)
$F_d$	VALORES DE CÁLCULO DAS AÇÕES
$F_G$	AÇÕES PERMANENTES
$F_k$	VALORES CARACTERÍSTICOS DAS AÇÕES
$F_Q$	AÇÕES VARIÁVEIS
$F_{Q1}$	AÇÃO VARIÁVEL TIDA COMO PRINCIPAL
$f_{yd}$	RESISTÊNCIA DE CÁLCULO AO ESCOAMENTO DO AÇO
$f_{yk}$	RESISTÊNCIA CARACTERÍSTICA AO ESCOAMENTO DO AÇO
$\gamma_c$	COEFICIENTE DE PONDERAÇÃO DA RESISTÊNCIA DO CONCRETO
$\gamma_f$	COEFICIENTE DE PONDERAÇÃO DOS VALORES DAS AÇÕES
$\gamma_D$	COEFICIENTE DE PONDERAÇÃO DOS VALORES DAS AÇÕES PERMANENTES (ABNT NBR 8681:2003)
$\gamma_L$	COEFICIENTE DE PONDERAÇÃO DOS VALORES DAS AÇÕES VARIÁVEIS (ABNT NBR 8681:2003)
$h$	ALTURA DA SEÇÃO TRANSVERSAL DA VIGA OU DO PILAR NA DIREÇÃO CONSIDERADA NO CÁLCULO
$H$	ALTURA DO PILAR
$i$	NUMERAÇÃO DAS CAMADAS DA ARMADURA LONGITUDINAL, VARIA DE 1 A N OU IDADE DO CONCRETO NA DATA DE ENSAIO

$k_{mod}$	COEFICIENTE DE MODIFICAÇÃO PARA OBTENÇÃO DA RESISTÊNCIA DO CONCRETO NA ESTRUTURA A PARTIR DA RESISTÊNCIA DE CORPOS-DE-PROVA (FUSCO 1995)
$k_{mod,1}$	COEFICIENTE QUE CONSIDERA O ACRÉSCIMO DE RESISTÊNCIA DO CONCRETO APÓS 28 DIAS, UM DOS COEFICIENTES DO $k_{mod}$ (FUSCO 1995)
$k_{mod,2}$	COEFICIENTE QUE CONSIDERA A ESTIMATIVA DA RESISTÊNCIA DO CONCRETO NA ESTRUTURA, QUANDO AVALIADA A PARTIR DE CORPOS-DE-PROVA CILÍNDRICOS, UM DOS COEFICIENTES $k_{mod}$ DO (FUSCO 1995)
$k_{mod,3}$	COEFICIENTE QUE CONSIDERA A DIMINUIÇÃO DA RESISTÊNCIA DO CONCRETO PARA AÇÕES DE LONGA DURAÇÃO, CONHECIDO COMO “EFEITO RÜSCH”, UM DOS COEFICIENTES DO $k_{mod}$ (FUSCO 1985)
$\lambda$	ÍNDICE DE ESBELTEZ
$\lambda_1$	VALOR LIMITE DO ÍNDICE DE ESBELTEZ (ABNT NBR 6118:2007)
$M$	MOMENTO FLETOR
$M_{1d,min}$	MOMENTO MÍNIMO DE PRIMEIRA ORDEM
$M_u$	MOMENTO FLETOR RESISTENTE ÚLTIMO
$n$	QUANTIDADE DE CAMADAS DA ARMADURA
$n_i$	QUANTIDADE DE BARRAS DE AÇO NA CAMADA $i$
$N_u$	ESFORÇO NORMAL RESISTENTE ÚLTIMO
$N_c$	ESFORÇO AXIAL RESISTENTE ÚLTIMO
$N_e$	ESFORÇO NORMAL RESISTENTE ÚLTIMO EXCÊNTRICO
$R_{cc}$	FORÇA NORMAL RESISTENTE DO CONCRETO COMPRIMIDO
$R_{s,i}$	FORÇA NORMAL RESISTENTE NA CAMADA $i$ DA ARMADURA LONGITUDINAL
$\rho_s$	TAXA DE ARMADURA
$\rho_\ell$	TAXA DE ARMADURA LONGITUDINAL
$\rho_w$	TAXA DE ARMADURA TRANSVERSAL
$\sigma_c$	TENSÃO NO CONCRETO QUANDO SUBMETIDO A UMA DEFORMAÇÃO $\epsilon_c$
$\sigma_s$	TENSÃO NO AÇO QUANDO SUBMETIDO A UMA DEFORMAÇÃO $\epsilon_s$
$\sigma_{s,i}$	TENSÃO NA CAMADA $i$ DA ARMADURA LONGITUDINAL
$x$	PROFUNDIDADE DA LINHA NEUTRA





# SUMÁRIO

---

<b>LISTA DE FIGURAS .....</b>	<b>I</b>
<b>LISTA DE QUADROS E TABELAS .....</b>	<b>III</b>
<b>LISTA DE SIGLAS .....</b>	<b>IV</b>
<b>LISTA DE SÍMBOLOS .....</b>	<b>V</b>
<b>CAPÍTULO 1: INTRODUÇÃO .....</b>	<b>1</b>
1.1. Considerações gerais .....	1
1.2. Objetivos .....	2
1.3. Justificativa .....	3
1.4. Metodologia .....	3
1.5. Organização da dissertação .....	4
<b>CAPÍTULO 2: REVISÃO BIBLIOGRÁFICA .....</b>	<b>5</b>
2.1. Metodologias de dimensionamento de estruturas .....	5
2.1.1. Análise da segurança estrutural.....	5
2.2. Cálculo e normalização de estruturas concreto.....	6
2.2.1. Pesquisas sobre uso da variável Erro de Modelo na calibração modelos de previsão de capacidade resistente de elementos estruturais .....	9
2.3. Pesquisa bibliográfica .....	11
<b>CAPÍTULO 3: MODELOS DE PREVISÃO DA CAPACIDADE RESISTENTE ÚLTIMA</b>	<b>13</b>
3.1. Introdução.....	13
3.2. Requisitos da ABNT NBR 6118:2007.....	14
3.2.1. Deformações limite e Domínios de deformação .....	14
3.2.2. Relação tensão X deformação.....	15
3.2.3. Cálculo de deformações na seção transversal .....	17
3.3. Requisitos do ACI 318-2002 .....	18
3.3.1. Deformações limites e Domínios de deformação.....	19
3.3.2. Relação Tensão X Deformação.....	20

3.3.3.	Cálculo de deformações na seção transversal .....	21
<b>3.4.</b>	<b>Verificação da capacidade resistente de vigas sujeitas à flexão pura .....</b>	<b>21</b>
3.4.1.	Modelo da ABNT NBR 6118:2007 .....	21
3.4.2.	Modelo do ACI 318-2002 .....	26
<b>3.5.</b>	<b>Verificação da capacidade resistente de pilares solicitados à compressão centrada.....</b>	<b>30</b>
3.5.1.	Modelo da ABNT NBR 6118:2007 .....	32
3.5.2.	Modelo da ANSI ACI-318/2003 .....	32
<b>3.6.</b>	<b>Verificação da capacidade resistente de pilares solicitados à compressão excêntrica normal .....</b>	<b>33</b>
3.6.1.	Modelo da ABNT NBR 6118:2007 .....	33
3.6.2.	Modelo da ACI 318-2002.....	40
<b>CAPÍTULO 4: DADOS EXPERIMENTAIS SOBRE A RESISTÊNCIA DE ELEMENTOS LINEARES DE CONCRETO ARMADO .....</b>		<b>47</b>
4.1.	AGOSTINI (1992).....	48
4.2.	PAIVA (1994) .....	51
4.3.	LIMA (1997) .....	53
4.4.	VALLADARES (1997).....	55
4.5.	VANDERLEI (1999) .....	56
4.6.	QUEIROGA (1999) .....	58
4.7.	RAMOS (2001) .....	60
4.8.	LIMA JUNIOR (2003) .....	61
4.9.	OLIVEIRA (2004).....	62
4.10.	ADORNO (2004) .....	63
4.11.	ARAÚJO (2004) .....	65
4.12.	DANTAS (2006) .....	65
4.13.	SANTOS (2009) .....	67
<b>CAPÍTULO 5: ERRO DE MODELO .....</b>		<b>69</b>
5.1.	Considerações sobre Erro de Modelo .....	69
5.2.	Erro do Modelo Para Vigas .....	71
5.3.	Erro dos Modelos para Pilares .....	77
5.4.	Distribuições de probabilidade para as variáveis aleatórias erro de modelo .....	81
<b>CAPÍTULO 6: ANÁLISE DE RESULTADOS .....</b>		<b>87</b>

<b>6.1. Análise estatística da correlação entre a variável Erro de Modelo e os parâmetros variáveis dos elementos .....</b>	<b>87</b>
6.1.1. Resistência à compressão do concreto .....	88
6.1.2. Esbeltez dos pilares.....	91
6.1.3. Altura útil das vigas.....	93
6.1.4. Razão posição da linha neutra e altura útil das vigas .....	93
6.1.5. Taxa de armadura longitudinal .....	94
6.1.6. Taxa de armadura transversal dos pilares .....	96
6.1.7. Excentricidade inicial de aplicação de carga nos pilares.....	98
 <b>CAPÍTULO 7: CONCLUSÕES.....</b>	<b>101</b>
 <b>REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS .....</b>	<b>103</b>



# Capítulo 1: INTRODUÇÃO

---

## 1.1. CONSIDERAÇÕES GERAIS

Dentre os materiais estruturais, o concreto é, sem dúvidas, o mais utilizado. A maioria das atividades dentro da construção civil está direta ou indiretamente relacionada com obras de concreto armado, pois mesmo que a estrutura não seja de concreto armado, alguns elementos serão.

Estudos frequentes sobre comportamento não-linear físico e geométrico, análises computacionais, otimização de projeto e, conseqüentemente, construção e aprimoramento de softwares e modelos teóricos visam representem de maneira satisfatória o comportamento estrutural do concreto armado.

Assim sendo, a evolução da tecnologia na engenharia e o maior conhecimento sobre comportamentos mecânicos do concreto e do aço têm conferido ao concreto um desempenho estrutural cada vez maior, tornando comum o uso de concretos com resistência e durabilidade superiores. Todo esse cenário torna necessária a adequação dos códigos de elaboração de projetos às estruturas atuais, para que estas sejam, simultaneamente, seguras e econômicas.

Um projeto de estruturas deve considerar incertezas intrínsecas às variáveis presentes na estrutura e na concepção estrutural, como intensidade e distribuição das ações, propriedades mecânicas dos materiais, parâmetros geométricos da estrutura, e modelos de cálculo e de análise estrutural.

Desta forma, a segurança estrutural só pode ser medida em termos probabilísticos. Determinar a probabilidade de ocorrência de uma situação de falha de um sistema estrutural, como um todo ou de seus elementos isoladamente, é processo complexo e sua utilização cotidiana é inviável. Portanto, as normas utilizam, como forma de avaliar os estados limites de segurança das estruturas, métodos semi-probabilísticos, nos quais os coeficientes parciais de segurança “controlam”, de maneira simplificada, o risco de falha e garantem uma margem de segurança estrutural.

Entretanto, os coeficientes parciais de segurança das normas brasileiras têm origem em normas estrangeiras equivalentes, e não foi realizada uma análise sistemática das incertezas sobre materiais e ações para a realidade brasileira. Para que seja possível mensurar a probabilidade de falha das estruturas nacionais e calibrar os coeficientes da norma brasileira, é preciso, inicialmente, realizar uma melhor investigação sobre as características estatísticas das variáveis que influenciam a capacidade e a solicitação das estruturas e, portanto, a ruína das mesmas.

A investigação sobre os parâmetros de resistência do presente trabalho foi orientada segundo NOWAK E SZERSZEN (2003), no qual foi desenvolvido um modelo estatístico de resistência, que considera que a resistência influenciada por três fatores (variáveis aleatórias): propriedades dos materiais, fabricação e análise profissional. O parâmetro de propriedades dos materiais foi derivado de uma base de dados de ensaios realizados pela indústria norte-americana de concreto. Os dados foram analisados e determinados a função de distribuição probabilidade acumulada e outros parâmetros estatísticos. Este artigo, juntamente com SZERSZEN (2003), documenta a calibração do código americano ACI 318-1999.

## 1.2. OBJETIVOS

A pesquisa desenvolvida teve como intuito dar subsídios a uma futura calibração de coeficientes de segurança das normas brasileiras de projetos de estruturas de concreto. Para tanto os objetivos foram:

- Quantificação do erro de modelos da norma brasileira de Projeto de Estruturas de Concreto – ABNT NBR 6118:2007 – referentes ao cálculo da resistência de elementos lineares, vigas e pilares, sujeitos, respectivamente, à flexão pura e à compressão axial e excêntrica;
- Avaliar a influência de cada parâmetro considerado, como resistência média a compressão do concreto, taxa de armadura, esbeltez dos pilares, altura útil e domínios de ruína das vigas, deformação dos elementos concreto e aço, sobre a resistência última dos elementos;
- Analisar a adequação de modelos da ABNT NBR 6118:2007, segundo a qual refere-se apenas a concretos de resistência usual (até 50MPa), para elementos confeccionados com concreto de resistência superior;

É de fundamental importância ressaltar que, em maio de 2007, em virtude da necessidade de compatibilização da ABNT NBR 6118:20033 com o texto enviado para ISO com o intuito de reconhecer da norma brasileira como um código de padrão internacional (cuja aprovação foi efetivada em abril 2008), foi aprovada uma emenda na qual foram adicionadas referências para as normas NBR 15200:2004 (Projeto de estruturas de concreto em situação de incêndio - Procedimento) e NBR 15421:2006 (Projeto de estruturas resistentes a sismos - Procedimento), assim como pequenas correções nas tabelas 11.3 e 17.2. Ou seja, a NBR 6118:2007 não apresenta alteração no que se refere ao dimensionamento de elemento lineares de concreto armado, e não abrange estruturas de concreto com resistência superior a 50MPa.

### **1.3. JUSTIFICATIVA**

Atualmente, o grande desafio da tecnologia de concreto parece ser aumentar a durabilidade das estruturas, recuperar estruturas danificadas e entender o complexo mecanismo químico e mecânico dos cimentos e concretos. Para isto, uma nova geração de concretos está sendo desenvolvida, métodos tradicionais de execução e cálculo de concreto estão sendo revistos, teorias não-lineares e da mecânica da fratura estão sendo desenvolvidas.

Portanto, é grande a importância da adequação das normas vigentes ao desenvolvimento atual da tecnologia e das teorias sobre concreto. Têm sido realizadas diversas pesquisas com uso da ferramenta da confiabilidade estrutural com o intuito de calibrar normas atuais e desenvolver códigos que orientem projetos ótimos, nos quais a probabilidade de falha pode ser escolhida de acordo com o custo total da estrutura.

Com isso para que a probabilidade de falha das estruturas não seja superior à aceitável, os modelos normativos de previsão de capacidade resistente das estruturas e de atuação das ações devem apresentar o menor erro possível quando comparado com resistências e solicitações reais. Para tanto, inicialmente deve-se quantificar o erro dos modelos, intuito principal da presente pesquisa.

### **1.4. METODOLOGIA**

A metodologia deste trabalho foi dividida nas seguintes etapas:

- pesquisa bibliográfica para levantamento de uma base de dados com resultados experimentais da resistência última de elementos lineares, vigas e pilares, solicitados, respectivamente, à flexão pura e à compressão centrada e excêntrica;



- cálculo das forças resistentes teóricas para tais elementos segundo os requisitos estabelecidos pelas normas ABNT NBR 6118:2007 e ACI 318-2002;
- cálculo da variável aleatória erro de modelo para cada modelo abordado e ajuste das respectivas distribuições estatísticas.

## **1.5. ORGANIZAÇÃO DA DISSERTAÇÃO**

No capítulo 2 são apresentados, de maneira concisa, as metodologias de dimensionamento das estruturas, níveis de seguranças em projetos estruturais, breve histórico da normalização destes e uma visão geral sobre a base de dados que foi analisada na pesquisa.

No capítulo 3, define-se os modelos para dimensionamento e verificação dos elementos estudados segundo ABNT NBR 6118:2007 e ACI 318-2002.

A seguir, são expostas no capítulo 4 a descrição das características dos elementos que compõem a base de dados e respectivos ensaios.

O capítulo 5 traz as tabelas com os erros de cada modelo estudado e uma apresentação inicial das curvas de distribuição de probabilidade das variáveis erro de modelo.

No sexto capítulo é feita a análise dos resultados obtidos de acordo com cada parâmetro variável e que influencia a resistência última dos elementos.

O último capítulo apresenta as conclusões da pesquisa e sugestões para futuros estudos relacionados à presente pesquisa.

## Capítulo 2: REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

---

### 2.1. METODOLOGIAS DE DIMENSIONAMENTO DE ESTRUTURAS

A primeira metodologia a ser utilizada para o dimensionamento de estruturas foi o Método das Tensões Admissíveis. Consiste em calcular, no regime elástico-linear, o valor da tensão para o carregamento máximo esperado e compará-lo à tensão admissível dos materiais empregados. A tensão admissível é uma fração de alguma tensão limite, definida pelo limite do comportamento elástico-linear ou pela instabilidade do elemento. A razão entre a tensão limitante e a admissível é nomeada de fator de segurança. O fator de segurança, que era baseado em bom senso e experiência, tendo o papel de ajustar a possibilidade de ocorrência de valores desfavoráveis das ações e das propriedades dos materiais e, ainda, as incertezas do modelo teórico.

A partir da necessidade de utilização de coeficientes de resistência distintos para os diferentes materiais componentes da estrutura e para a ponderação de cada tipo de ação, além da possibilidade quantificar incertezas através de estatística e probabilidade, surgiu o Método dos Estados Limites. Os chamados coeficientes parciais são aplicados aos valores característicos das variáveis (resistências e solicitações) transformando-os em valores de cálculo. Os estados limites representam os cenários de falha e são adotados como critério de segurança pelas normas de projeto de estruturas.

#### 2.1.1. ANÁLISE DA SEGURANÇA ESTRUTURAL

Em geral, os métodos de análise da segurança estrutural são divididos em níveis de confiabilidade.

A análise determinística realizada conforme o Método das Tensões Admissíveis não permite que seja uma quantificação da segurança estrutural, representando o menor nível de nível de análise. O Método dos Estados Limites englobam os demais níveis de análise.

Os chamados métodos semi-probabilístico, nos quais as ações e resistências são caracterizadas por valores médios ou característicos afetados pelos coeficientes parciais e as grandezas são todas consideradas independentes ou perfeitamente dependentes entre si, configuram o nível básico de avaliação de segurança.

Uma análise probabilística simplificada das variáveis, que são descritas por sua média e desvio padrão e considera-se a correlação entre estas, representa um nível de quantificação da segurança mais elaborado. Neste nível, assume-se que todas as variáveis possuem distribuição de probabilidade Normal. Para avaliar o estado da estrutura é utilizada uma equação de estado limite, na qual o “zero” da função indica a superfície limite, os valores positivos configuram situações de segurança, e valores negativos, domínio de falha.

A melhor análise de segurança estrutural é representada por uma análise de probabilidade completa. As incertezas são consideradas segundo funções de distribuição probabilística que aproximam as diversas variáveis aleatórias, estas são definidas por um valor esperado (média), uma medida de dispersão (desvio padrão ou coeficiente de variação), e uma distribuição conjunta de probabilidade destas variáveis.

Como a probabilidade de falha assume valores extremamente baixos, define-se a probabilidade de ruína através do índice de confiabilidade, que é a representação geométrica da menor distância entre a superfície de falha e a origem (no espaço normal padrão).

Segue abaixo a evolução histórica do cálculo estrutural.

## **2.2. CÁLCULO E NORMALIZAÇÃO DE ESTRUTURAS CONCRETO**

Baseado em VASCONCELOS (1985), KAEFER (1998), é apresentado um histórico de desenvolvimento e normalização de estruturas de concreto armado.

No início do século XX os avanços em teoria e prática da construção de estruturas de concreto armado eram muito restritos, pois havia poucas publicações que disponibilizassem informações técnicas. Até então, os fatos significativos no desenvolvimento do concreto armado foram:

- Execução de vigotas e pequenas lajes com emprego de concreto armado por Coignet François (industrial francês) em 1852;
- Joseph Monier (jardineiro francês) registrou entre 1867 e 1878 patentes para construção, primeiramente de vasos, tubos e depósitos e, depois, de elementos de construção.
- Em 1886, o engenheiro alemão Gustav Adolf Wayss comprou as patentes de Monier, desenvolvendo pesquisas experimentais (publicadas entre 1902 e 1908 pela

empresa Wayss e Freytag) para o uso do concreto armado como material de construção.

- François Hennebique (construtor francês e construtor autodidata) construiu em 1880 a primeira laje armada com barras de aço de seção circular, em 1892, integrou elementos de pilares e vigas e executou o primeiro pórtico monolítico e patenteou a primeira viga com estribos.
- Na Ecole des Ponts et Chaussées, França, em 1897, teve início o primeiro curso formal do dimensionamento de estruturas de concreto armado, por Charles Rabut.

Entre 1890 e 1900 começou a haver uma rápida proliferação de revistas tratando de temas relacionados com cimento e concreto. E na virada do século, a publicação de livros sobre a engenharia de concreto tornou-se mais frequente, ao mesmo tempo em que os países começam a regulamentar o uso do concreto armado. Muitos livros tornaram-se clássicos, traduzidos para diversas línguas, como o livro de concreto armado de Emil Mörsch, engenheiro alemão, publicado em 1902. Resultado de diversos ensaios experimentais, suas teorias deram origem às primeiras normas para o cálculo e construção em concreto armado.

Em 1904, a Associação Germânica de Arquitetos e Engenheiros e a Associação Alemã do Concreto iniciaram o projeto preliminar de normalização para dimensionamento, execução e ensaio de estruturas de concreto armado que se tornaram base para a regulamentação que logo depois foi promulgada pelo governo da Prússia. Os regulamentos determinaram exame de projetos pelas autoridades da construção, sendo que seus relatórios seriam utilizados dois anos depois para uma revisão destes regulamentos.

Em 1906, a França promulgou sua normalização, bastante liberal, expressando o desejo de encorajar as experiências e o avanço da tecnologia. No entanto, tensões máximas admissíveis para aço, ferro e diferentes tipos de concreto foram estabelecidas em valores conservadores para a época, gerando várias críticas.

A Inglaterra, em 1907, publicou o primeiro relatório do *Joint Committee*, uma junta criada em 1906 com membros do *Concrete Institute*, que reunia o *Reinforced Concrete Committee*, *British Fire Prevention Committee* e empresas atuantes na área. Nos quatro anos seguintes foram publicadas revisões deste primeiro código de 1907, muito similar ao código de concreto armado francês. Em 1915 quando o *London County Council* promulgou a regulamentação para a área metropolitana, este diferia muito pouco da versão do *Joint Committee*.

Normas para a utilização do concreto armado foram desenvolvidas nos Estados Unidos por uma junta, que incluía representantes do *American Society for Testing and Materials* e organizações dos engenheiros civis, engenheiros ferroviários e fabricantes de cimento. Tendo achado que os resultados e interpretações dos testes realizados até o momento eram inconclusivos, a junta americana decidiu instituir um programa de pesquisa, distribuindo recursos a 11 Universidades. Em 1903, começam sete anos de testes de laboratório, seguidos de cinco anos de testes em edifícios reais. Apesar de todo este trabalho, quando as normas foram publicadas em 1917, sofreram duras críticas.

No Brasil, a partir de 1924 quase todos os cálculos estruturais passaram a serem feitos aqui, com destaque para o engenheiro estrutural Emílio Baumgart. O país publicou seu primeiro regulamento em 1931, na revista *Cimento Armado*. O coeficiente de segurança era introduzido de maneira determinística e se aplicava à resistência de cada material, concreto e aço. A resistência era interpretada como média de um certo número, não especificado, de corpos-de-prova.

No final dos anos 60 e início de 70, questionou a eficiência das normas de segurança baseadas no método das tensões admissíveis. Iniciando assim estudos para o Método dos Estados Limites. Mas os critérios de projeto normativos continuaram baseados no princípio das tensões admissíveis até meados da década de 80 e o único coeficiente segurança foi ajustado, ao longo dos anos, com base na experiência passada, num processo de tentativa e erro.

Foi criado, em 1971, o *Joint Committee on Structural Safety* (JCSS), comitê formado por vários profissionais de países da Europa, com objetivo de coordenar e harmonizar as atividades pré-normativas, desenvolvendo pesquisas na área de confiabilidade, segurança estrutural e análise de risco (VROUWENVELDER, 1997). A idéia básica é que os princípios de confiabilidade e segurança devem ser os mesmos para todos os tipos de materiais e elementos encontrados nas estruturas de engenharia civil e construção. Este comitê teve larga influência no conteúdo de confiabilidade presentes em normas como o CEB e o Eurocode.

Em 1978, Bruce Ellingwood liderou o desenvolvimento de um novo formato para as normas americanas, baseado no método dos estados limites, no qual considerou-se que a falha estrutural ocorreria quando ultrapassada uma condição limite, escrita em termos das variáveis resistência  $R$  e solicitação  $S$ . Os coeficientes parciais de segurança foram introduzidos, sendo um coeficiente para cada uma das ações e um coeficiente para a

resistência do elemento estrutural. A solicitação foi entendida um somatório de efeitos ponderados dos carregamentos. Desta forma, criou-se de uma margem de segurança em relação a cada uma das principais variáveis aleatórias do problema. O novo formato adotado nas normas americanas passou a ser conhecido como LRFD, *Load and Resistance Factor Design*.

Somente na década 90, as normas européias começaram a evoluir para um formato baseado em estados limites. Estas normas adotam um coeficiente parcial de segurança para cada um dos materiais constituintes do elemento estrutural, ao invés de um único coeficiente para a solicitação e, independente da combinação, utilizam coeficientes parciais de segurança fixos correspondente a cada ação. No entanto, nota-se uma clara intenção de fundamentar o Eurocode em medidas probabilísticas de segurança, a julgar pelo conteúdo do anexo C: “Base para o projeto em coeficientes parciais e análise de confiabilidade” (EUROCODE, 2001).

As normas brasileiras de “Ações e Segurança nas Estruturas” (ABNT NBR 8681:2003) e de “Projeto e execução de estruturas de aço e de estruturas mistas aço-concreto de edifícios” (ABNT NBR 8800:2008) realizam combinações de ações semelhantes às normas européias.

### **2.2.1. PESQUISAS SOBRE USO DA VARIÁVEL ERRO DE MODELO NA CALIBRAÇÃO MODELOS DE PREVISÃO DE CAPACIDADE RESISTENTE DE ELEMENTOS ESTRUTURAIIS**

Como citado anteriormente, na década de 70 foram publicados dados estatísticos a respeito das cargas variáveis de edifícios e em seguida dados estatísticos a respeito das cargas de neve nas estruturas (ELLINGWOOD, 1977). Ainda foi publicado um estudo de combinações de cargas para estruturas de concreto armado com coeficientes de ponderação determinados com base em análises de confiabilidade (ELLINGWOOD, 1980). Informações a respeito da velocidade de ventos em aeroportos americanos foram levantadas, possibilitando o desenvolvimento de parâmetros estatísticos a respeito das cargas de vento.

Um artigo baseado nas pesquisas anteriores e em dados levantados por um grupo de pesquisadores indicava um conjunto de coeficientes ponderadores e combinações de cargas para qualquer tipo de estrutura e forneciam critérios para a determinação de resistências compatíveis com os carregamentos gerados (ELLINGWOOD et. al., 1980). Após a criação

deste trabalho, inúmeras outras normas de projeto americanas basearam-se nele para desenvolver seus métodos de análise e coeficientes ponderadores.

Os artigos NOWAK e SZERSZEN (2003) e SZERSZEN e NOWAK (2003), como citado anteriormente, documentam a calibração do código americano para estruturas de concreto, considerando a probabilidade de falha medida em termos de confiabilidade estrutural. O processo de calibração pode ser dividido em passo:

- estudo dos parâmetros estatísticos de resistência por meio de modelos de resistências para os elementos estruturais estudados;
- escolha das combinações das ações aplicando-se a regra de Turkstra;
- seleção de um índice de confiabilidade alvo para todos os casos de projeto, dependendo do tipo de estrutura, de material e das consequências de falha;
- cálculo e seleção fatores de redução da resistência para os estados limites considerados e combinações de carregamentos de projeto estabelecidos com os coeficientes de ação da ASCE 7-98.

No Brasil, o trabalho de NOGUEIRA (2006), sobre pilares curtos de concreto armado, apresenta a importância variável erro de modelo nas análises de confiabilidade e de calibração de normas. Os valores “experimentais” da resistência foram gerados a partir de simulação de Monte Carlos. Além deste outros trabalhos tem sido feitos na UFMG nesta área, dentre estes uma pesquisa desenvolvida por Adriana B. Ribeiro sobre aplicação de confiabilidade estrutural na análise de vigas de concreto sujeitas ao esforço cortante. A base de dados desta pesquisa é constituída por valores experimentais de resistência de vigas com e sem armadura transversal.

Uma análise de confiabilidade para verificar a segurança de pilares mistos preenchidos de seção circular, dimensionados por quatro normas diferentes, apresentou informações importantes (OLIVEIRA et. al, 2008). O trabalho chegou a resultados que mostram a real influência da utilização da variável erro de modelo no índice de confiabilidade, comprovando a necessidade de seu uso no processo de calibração de normas.

Um estudo sobre o modelo de calibração de coeficientes com base em confiabilidade para as normas brasileiras de estruturas metálicas foi exposto em SOUZA JUNIOR (2009), no entanto por falta de dados nacionais para descrever a variável erro de modelo foram adotados valores retirados de pesquisas internacionais. Ainda foram apresentados no mesmo trabalho dados estatísticos de vento baseados na realidade brasileira e uma

comparação entre os coeficientes parciais adotados na NBR 8800:2008 com os mesmos coeficientes obtidos através do processo de calibração proposto.

Dando continuidade aos estudos de calibração de modelos de previsão de resistência, foram desenvolvidas no SET, Departamento de Estruturas da EESC/USP, três pesquisas em que se fez amplos estudos sobre: ligações parafusadas e perfis metálicos formados a frio, em BOLADIM (2011); peças fletidas de madeira, em ADOLFS (2011); e pilares curtos solicitados à compressão centrada, em SANTIAGO (2011).

### 2.3. PESQUISA BIBLIOGRÁFICA

Foi realizada uma vasta pesquisa bibliográfica em teses e dissertações nacionais à procura de dados sobre ensaios de vigas e pilares sob solicitações normais.

No entanto, devido à escassez de dados sobre na análise de vigas, a avaliação foi realizada através da comparação com os parâmetros da variável erro de modelo fornecidos por NOWAK E SZERSZEN (2003). No Quadro 2.1 são apresentadas as características das vigas analisadas. Com o objetivo de estudar os parâmetros que influenciam a capacidade resistente última das vigas, variou-se os seguintes parâmetros: altura da seção transversal, taxa de armadura longitudinal e resistência à compressão do concreto. Para cada uma destas combinações de características analisou-se vigas com concretos nas classes C20, C25, C30, C35, C40, C45, C50, C60, C70, C80, C90 E C100, totalizando assim 144 vigas analisadas.

h (cm)	$\rho_{st}$ (%)			$A_{sc}$
<b>30</b>	0,55	0,80	1,04	2 $\phi$ 6.3mm
<b>40</b>	1,27	1,51	1,74	2 $\phi$ 8.0mm
<b>50</b>	2,00	2,26	2,51	2 $\phi$ 10.0mm
<b>60</b>	2,76	3,03	3,16	3 $\phi$ 10.0mm

QUADRO 2.1 – CARACTERÍSTICAS DAS VIGAS ANALISADAS

No Quadro 2.2 são apresentadas as características gerais, solicitação e resistência do concreto, das pesquisas das quais foram retirados os dados experimentais que compõe a base de dados para estudos dos pilares. A descrição das pesquisas da base de dados encontra-se no Capítulo 4.



<b>PESQUISA</b>	<b>Solicitação</b>	<b>Intervalo de <math>f_c</math> (MPa)</b>
<b>AGOSTINI (1992)</b>	compressão centrada	]19,84]
<b>PAIVA (1994)</b>	compressão centrada	]19,75]
<b>LIMA (1997)</b>	compressão centrada e flexo-compressão normal	]79,95]
<b>VALLADARES (1997)</b>	flexo-compressão normal	]29,82]
<b>VANDERLEI (1999)</b>	flexo-compressão normal	]82,90]
<b>QUEIROGA (1999)</b>	compressão centrada	]53,67]
<b>RAMOS (2001)</b>	compressão centrada	]23,29]
<b>LIMA JUNIOR (2003)</b>	compressão centrada e flexo-compressão normal	]43,98] ]39,67]
<b>OLIVEIRA (2004)</b>	compressão centrada	]42,47]
<b>ADORNO (2004)</b>	flexo-compressão normal	]40,56]
<b>ARAÚJO (2004)</b>	flexo-compressão normal	]42,46]
<b>DANTAS (2006)</b>	flexo-compressão normal	]33,38]
<b>SANTOS (2009)</b>	flexo-compressão normal	]37,46]

QUADRO 2.2 – CARACTERÍSTICAS GERAIS DAS PESQUISA DA BASE DE DADOS DE PILARES

# Capítulo 3: MODELOS DE PREVISÃO DA CAPACIDADE RESISTENTE ÚLTIMA

---

## 3.1. INTRODUÇÃO

A presente pesquisa limita-se ao estudo dos elementos de concreto armado mais usuais – vigas e pilares. Estes são elementos lineares, cujo comprimento é pelo menos três vezes maior que a maior dimensão da seção transversal, e que têm, respectivamente, como esforços solicitantes preponderantes, flexão e compressão. Analisaram-se vigas solicitadas à flexão pura e pilares solicitados à compressão centrada e excêntrica.

O objetivo deste capítulo é apresentar a previsão da capacidade resistente de vigas e pilares, usando modelos que seguem as recomendações da ABNT NBR 6118:2007 e do ACI 318-2002.

Os esforços de ruína – forças de compressão e momentos fletores últimos – encontrados em cada elemento da base de dados foram comparados com os respectivos esforços resistentes teóricos. A resistência teórica foi calculada segundo os princípios de equilíbrio estático da seção transversal, a compatibilidade de deformações e os requisitos estabelecidos pela ABNT NBR 6118:2007 e pelo ACI 318-2002.

A condição de equilíbrio estático da seção transversal é atendida pela igualdade entre as forças normais (tração e compressão) nela atuantes e pelo equilíbrio entre os momentos resistente e solicitante.

A compatibilidade entre as deformações é satisfeita através de duas considerações. A primeira refere-se à perfeita aderência entre o aço e o concreto, e a segunda diz respeito à Hipótese de Bernoulli, segundo a qual as seções transversais permanecem planas durante a deformação. Dessa forma, a deformação em qualquer posição da seção transversal, seja aço ou concreto, é proporcional à distância ao eixo neutro (onde a deformação é nula) e depende do modo de ruína.

As considerações e simplificações sugeridas pela ABNT NBR 6118:2007 e pelo ACI 318-2002 são apresentadas a seguir.



- a) **Reta a:** tração uniforme na seção transversal, ocorre em elementos solicitados a tração axial;
- b) **Domínio 1:** tração não uniforme na seção transversal, típica de elementos sob esforço normal de tração com pequena excentricidade;
- c) **Domínio 2:** a linha neutra corta a seção, ou seja, há também compressão na seção transversal. Inclui casos de flexão pura ou flexão composta com forças normais com grande excentricidade,  $\epsilon_{cc,max} < 0,35\%$ .

Nos domínios abaixo, a ruína advém do esmagamento do concreto comprimido:

- d) **Domínio 3:** inclui os mesmos casos do domínio 2, mas  $\epsilon_{cc,max} = \epsilon_{ccu} = 0,35\%$  e a armadura mais tracionada encontra-se em escoamento –  $\epsilon_y < \epsilon_{s,max} < \epsilon_{su} = 1,0\%$  ;
- e) **Domínio 4:** também inclui casos de flexão pura e flexão composta (compressão) com grande excentricidade,  $\epsilon_{cc,max} = \epsilon_{ccu} = 0,35\%$  , e a deformação na armadura mais tracionada é inferior à correspondente ao início do escoamento;
- f) **Domínio 4a:** a linha neutra encontra-se na região de cobrimento da armadura tracionada, portanto a seção útil encontra-se totalmente comprimida, com  $\epsilon_{cc,max} = \epsilon_{ccu} = 0,35\%$  ;
- g) **Domínio 5:** seção transversal apresenta compressão não uniforme, inclui casos de flexo-compressão com pequena excentricidade, o encurtamento último do concreto é variável –  $0,2\% < \epsilon_{cc,max} = \epsilon_{ccu} < 0,35\%$  – sendo que  $3/7 h$  (ponto C) a partir da face mais comprimida a deformação é  $0,2\%$ ;
- h) **Reta b:** compressão uniforme na seção transversal, apresentada em elementos solicitados a compressão axial, o encurtamento último do concreto é  $\epsilon_{ccu} = 0,2\%$  .

### 3.2.2. RELAÇÃO TENSÃO X DEFORMAÇÃO

O diagrama tensão-deformação idealizado para o concreto, mostrado na Figura 3.2 pode ser empregado em análises do estado limite último, permitindo o cálculo da tensão atuante no concreto de acordo com a deformação do mesmo.

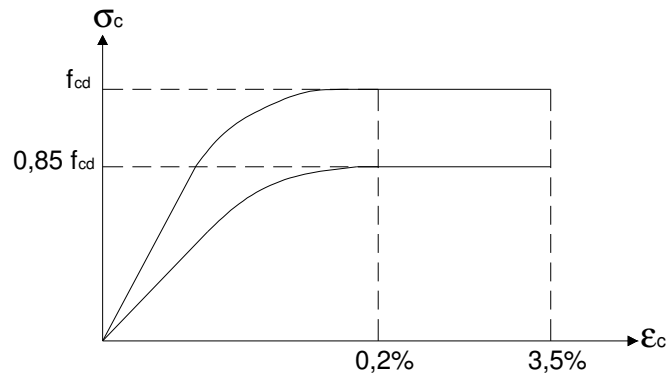


FIGURA 3.2 – DIAGRAMA TENSÃO-DEFORMAÇÃO IDEALIZADO (ABNT NBR 6118:2007)

Para tensões de compressão menores que  $0,5 f_c$ , admite-se uma relação linear entre tensões e deformações, adotando-se para módulo de elasticidade o valor secante dado pela expressão (3.1). Para tensões de compressão superiores  $0,5 f_c$  e deformações inferiores a  $0,2\%$  pode-se relacionar tensão e deformação através da expressão (3.2).

$$E_{cs} = 0,85 \cdot E_{ci} \therefore E_{ci} = 5600 \cdot f_{ck}^{1/2} \quad (3.1)$$

$$\sigma_c = 0,85 f_{cd} \left[ 1 - \left( 1 - \frac{\epsilon_c}{0,2\%} \right)^2 \right] \quad (3.2)$$

No entanto, a norma permite que seja utilizado um diagrama de tensões retangular simplificado, assim como o apresentado na Figura 3.4, no qual a tensão na fibra mais comprimida  $\sigma_c$  continua igual a  $0,85 f_{cd}$  e é aplicado um fator multiplicativo de 0,8 à posição da linha. As diferenças entre resultados obtidos usando os dois diagramas são pequenas e aceitáveis.

Segundo FUSCO (1995), o valor 0,85 corresponde a um coeficiente que representa a relação entre a resistência à compressão do concreto nas condições reais de carregamento da estrutura e nas condições de ensaio em laboratório. Este coeficiente único,  $k_{mod}$ , agrupa três influências:

- acréscimo de resistência do concreto obtido depois dos 28 dias até se atingir alguns anos de idade, da ordem de  $20\%$  –  $k_{mod,1} = 1,20$ ;
- efeito deletério de ações de longa duração sobre a resistência do concreto, reduzindo-a em  $75\%$  da resistência potencial que poderia ser atingida com longos períodos de maturação, “efeito Rüsçh” –  $k_{mod,2} = 0,75$ ;

- diferença entre a resistência do concreto da estrutura e a dos corpos de prova de controle, proveniente da influência das placas da prensa sobre os corpos de prova, utiliza-se um coeficiente de redução  $k_{\text{mod},3} = 0,95$ .

Portanto:

$$k_{\text{mod}} = k_{\text{mod},1} \cdot k_{\text{mod},2} \cdot k_{\text{mod},3}$$

$$f_{c,\text{estrutura}} = k_{\text{mod}} \cdot f_{c,28}$$

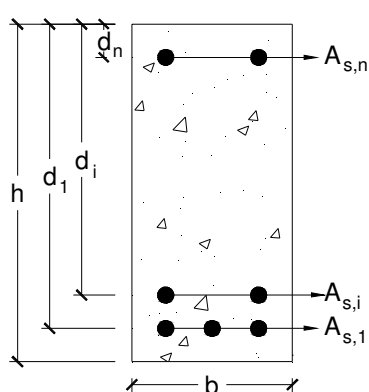
Para a pesquisa em questão, algumas particularidades tiveram de ser consideradas na determinação do  $k_{\text{mod}}$ . Ou seja, como os elementos estruturais (vigas e pilares) e os corpos-de-prova foram ensaiados no mesmo dia e sob ações de curta duração, os respectivos coeficientes receberam o valor igual a 1,00. Além disso, a data dos ensaios foi aos  $i$  dias e, portanto, teve-se  $f_{ci}$  ao invés de  $f_{c,28}$ . Deste modo, a relação passou a ser:

$$f_{c,\text{elemento}} = k_{\text{mod}} \cdot f_{ci}, \text{ onde } k_{\text{mod}} = k_{\text{mod},3} = 0,95.$$

Dessa forma, foi admitido que a ruptura do concreto ocorrera sob uma tensão de  $0,95 f_{ci}$ , resistência média à compressão obtida pelos corpos-de-prova no dia do ensaio.

### 3.2.3. CÁLCULO DE DEFORMAÇÕES NA SEÇÃO TRANSVERSAL

De posse das recomendações feitas pela ABNT NBR 6118:2007 e considerando uma seção genérica (Figura 3.3) de um elemento linear de concreto armado, é possível fazer algumas conclusões sobre deformações e tensões no concreto e no aço.



- $n$  - quantidade de camadas da armadura
- $i$  - numeração das camadas, varia de 1 a  $n$
- $n_i$  - quantidade de barras de aço na camada  $i$
- $b$  - espessura da seção transversal
- $h$  - altura da seção transversal
- $d_i$  - distância da face mais comprimida da seção ao centro de gravidade da armadura da camada  $i$

FIGURA 3.3 – SEÇÃO TRANSVERSAL GENÉRICA  $A_{s,i}$  - área de aço na camada  $i$

São apresentados, na Figura 3.4, os diagramas de deformação e de tensão (parábola-retângulo e retangular) sugeridos pela ABNT NBR 6118:2007 para casos de flexão pura ou composta com pequena excentricidade.

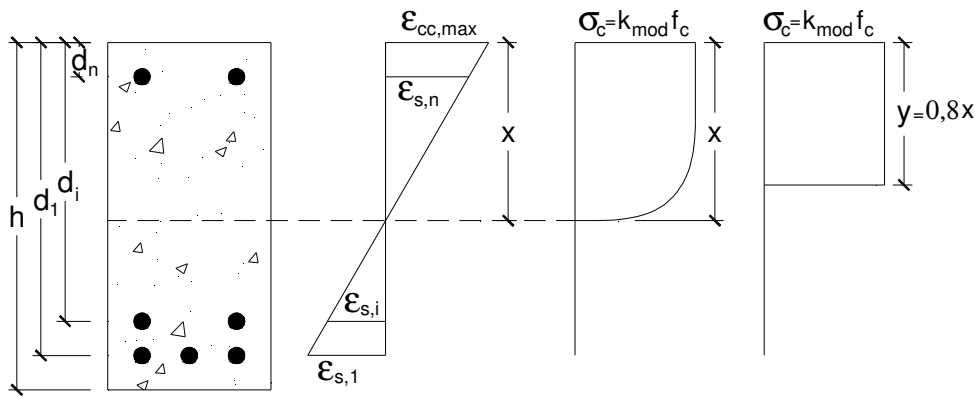


FIGURA 3.4 – DIAGRAMAS DE TENSÃO E DEFORMAÇÃO, SEGUNDO ABNT NBR 6118:2007

As fórmulas para o cálculo das deformações nas armaduras e o intervalo de variação da posição da linha neutra, conforme o domínio de deformação em que se encontra a seção, são apresentadas no **Erro! Fonte de referência não encontrada.**:

DOMÍNIO	Intervalo de x	Deformação na armadura
reta a	$x = -\infty$	$\varepsilon_{s,i} = -1\%$
domínio 1	$-\infty < x \leq 0$	$\varepsilon_{s,i} = 0,010 \cdot \frac{(x - d_i)}{d_1 - x}$
domínio 2	$0 < x \leq \frac{3,5}{13,5} \cdot d_1$	
domínio 3	$\frac{3,5}{13,5} \cdot d_1 < x \leq \frac{0,0035}{0,0035 + \frac{f_y}{E_s}} \cdot d_1$	$\varepsilon_{s,i} = 0,0035 \cdot \frac{(x - d_i)}{x}$
domínio 4	$\frac{0,0035}{0,0035 + \frac{f_y}{E_s}} \cdot d_1 < x \leq h$	
domínio 5	$h < x < +\infty$	$\varepsilon_{s,i} = 0,002 \cdot \frac{(x - d_i)}{x - \frac{3}{7} \cdot h}$
reta b	$x = +\infty$	$\varepsilon_{s,i} = 0,2\%$

QUADRO 3.1 – DOMÍNIOS DE DEFORMAÇÃO E INTERVALOS DA LINHA NEUTRA – ABNT NBR 6118:2007

### 3.3. REQUISITOS DO ACI 318-2002

O ACI 318-2002 estabelece requisitos mínimos para projeto e construção de elementos estruturais de concreto de qualquer estrutura erguida sob os requisitos do código geral de construção americano. Para o concreto estrutural, a resistência especificada à compressão não deve ser inferior a 2500psi (17MPa) e não há restrição à resistência à compressão máxima, nem à massa específica ou ao tipo de agregado. A norma abrange todo o espectro de aplicações estruturais de concreto.

### 3.3.1. DEFORMAÇÕES LIMITE E DOMÍNIOS DE DEFORMAÇÃO

Segundo ACI 318-2002, a resistência nominal à flexão de um membro é atingida quando o encurtamento na fibra mais comprimida do concreto alcança o limite de deformação de 0,3% ou quando o alongamento da camada de armadura mais tracionada é maior ou igual 0,5%. As deformações na armadura e no concreto são determinadas a partir de uma distribuição linear conforme o diagrama de deformações apresentado na Figura 3.5.

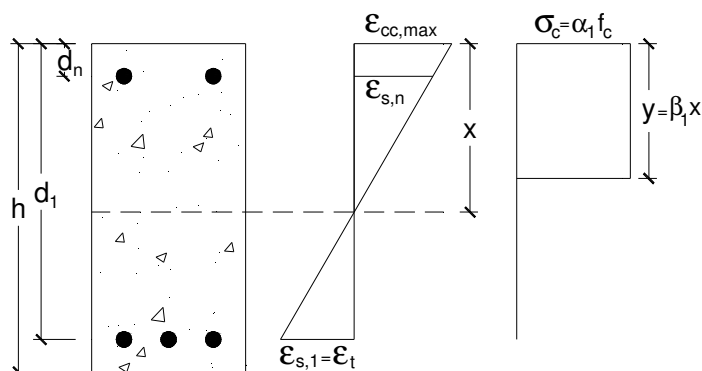


FIGURA 3.5 – DIAGRAMA DE DEFORMAÇÕES E BLOCO DE TENSÕES RETANGULAR, SEGUNDO ACI 318-2002

No estado limite para flexão, norma utiliza conceitos de *tension-controlled*, quando o alongamento na armadura mais tracionada,  $\epsilon_t$ , for igual ou maior a 0,5%, e *compression-controlled*, quando  $\epsilon_t$  for igual ou menor que deformação do aço no início do escoamento e a face (mais) comprimida do concreto tiver deformação igual ao valor limite. Para aço Classe 60 e para todos os aços de protensão, a deformação no início do escoamento pode ser assumida como igual a 0,2%. Algumas seções, como aquelas em que a carga axial é pequena e momentos fletores são grandes ou sujeitas a esforços normais de grande excentricidade, terão  $\epsilon_t$  entre os limites acima. Essas seções estão em uma região entre *tension-controlled* e *compression-controlled*, nomeada pela norma por *transition*.

Em seções configuradas pelos domínios *tension-controlled* e *transition*, é esperado um aviso de falha com deformação excessiva e fissuras, enquanto em seções *compression-controlled*, é esperada uma ruína frágil, com pouco aviso da falha iminente.

A partir das deformações limites estabelecidas pela norma americana, foi possível construir um diagrama das configurações de deformação da seção transversal de elementos flexionados no estado limite último. (Figura 3.6)



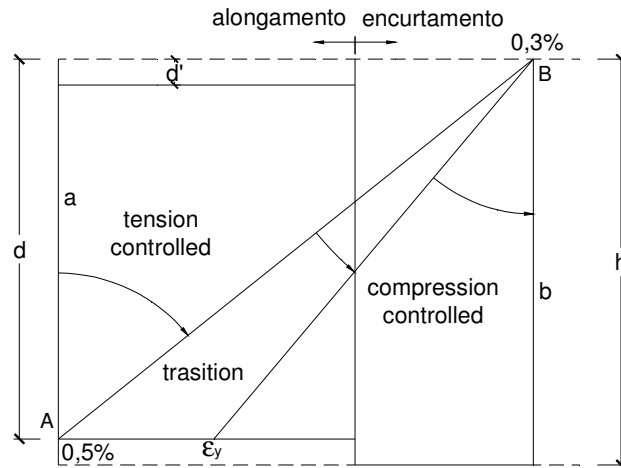


FIGURA 3.6 – DOMÍNIOS DE DEFORMAÇÃO NA FLEXÃO, SEGUNDO REQUISITOS DO ACI 318-2002

Os fatores de redução da resistência especificados pela norma são: 0,65 na região de *compression-controlled*, aumentando linearmente com a deformação até atingir 0,90 na região de *tension-controlled*, portanto em regiões *transitions* esse fator dado por:

$$\phi = 0,65 + \frac{250}{3}(\epsilon_t - 0,002) \quad (3.3)$$

### 3.3.2. RELAÇÃO TENSÃO X DEFORMAÇÃO

O ACI 318-2002 especifica a determinação da resistência à compressão do concreto usando corpos-de-prova cilíndricos de dimensões 15cm x 30cm. De acordo com os dados do ensaio, pode-se assumir diagramas retangulares, trapezoidais, parabólicos ou outros que fornecem a distribuição de tensão de compressão em função da deformação do concreto.

O diagrama retangular de tensões assumido pelo ACI é definido por dois parâmetros,  $\alpha_1$  e  $\beta_1$ , como mostra a Figura 3.5. O parâmetro  $\alpha_1$  é assumido como uma constante igual a 0,85. O parâmetro  $\beta_1$  é igual a 0,85 para concretos com resistência até 28MPa (4000psi), e deve ser reduzido linearmente a uma razão de 0,05 para cada 7MPa (1000psi) de resistência excedente a 28MPa, mas não deve ser menor que 0,65. Assim, quando a resistência do concreto estiver entre 28MPa e 62MPa, a fórmula para o cálculo de  $\beta_1$  é:

$$\beta_1 = 0,85 - 0,05 \cdot \frac{f'_c - 28}{7}, \text{ com } f'_c \text{ em MPa.} \quad (3.4)$$

Os coeficientes  $\alpha_1$  e  $\beta_1$  têm como equivalentes na norma brasileira, respectivamente,  $k_{mod}$  e 0,8 (fator de redução da profundidade da linha neutra no diagrama de tensão retangular simplificado).

### 3.3.3. CÁLCULO DE DEFORMAÇÕES NA SEÇÃO TRANSVERSAL

Usando como referência a seção genérica apresentada na Figura 3.3, as recomendações feitas pela ACI 318-2002 e os domínios criados a partir do código, são apresentadas no Quadro 3.2 as fórmulas para o cálculo das deformações nas armaduras e o intervalo de posição da linha neutra para cada domínio.

DOMÍNIO	Intervalo de x	Deformação na armadura
<i>tension-controlled</i>	$0 < x \leq \frac{3}{8} \cdot d_1$	$\epsilon_{s,i} = 0,005 \cdot \frac{(x - d_i)}{d_1 - x}$
<i>transition</i>	$\frac{3}{8} \cdot d_1 < x \leq \frac{0,003}{0,003 + \frac{f_y}{E_s}} \cdot d_1$	$\epsilon_{s,i} = 0,003 \cdot \frac{(x - d_i)}{x}$
<i>compression-controlled</i>	$\frac{0,003}{0,003 + \frac{f_y}{E_s}} \cdot d_1 < x < +\infty$	
<i>axial compression</i>	$x = +\infty$	$\epsilon_{s,i} = 0,3\%$

QUADRO 3.2 – DOMÍNIOS DE DEFORMAÇÃO E INTERVALOS DA LINHA NEUTRA – ACI 318-2002

É importante ressaltar que a ruína é determinada apenas pelo encurtamento excessivo do concreto, portanto todos os domínios possuem a mesma expressão para a deformação

## 3.4. VERIFICAÇÃO DA CAPACIDADE RESISTENTE DE VIGAS SUJEITAS À FLEXÃO PURA

O estado limite último de vigas depende do tipo de solicitação – normal ou transversal. Quando somente o momento fletor atua na seção, com forças cortantes e normais nulas, diz-se que as vigas estão sujeitas à flexão pura. Neste trabalho foram analisadas apenas vigas sob flexão pura.

### 3.4.1. MODELO DA ABNT NBR 6118:2007

O dimensionamento segundo a ABNT NBR 6118:2007 é feito considerando o estado limite último, portanto estágio III de carregamento. Neste nível de solicitação, a seção transversal das vigas encontra-se plastificada, desprezando a resistência à tração do concreto, e as deformações não são proporcionais às tensões de compressão. É utilizado o diagrama de tensões retangular simplificado.

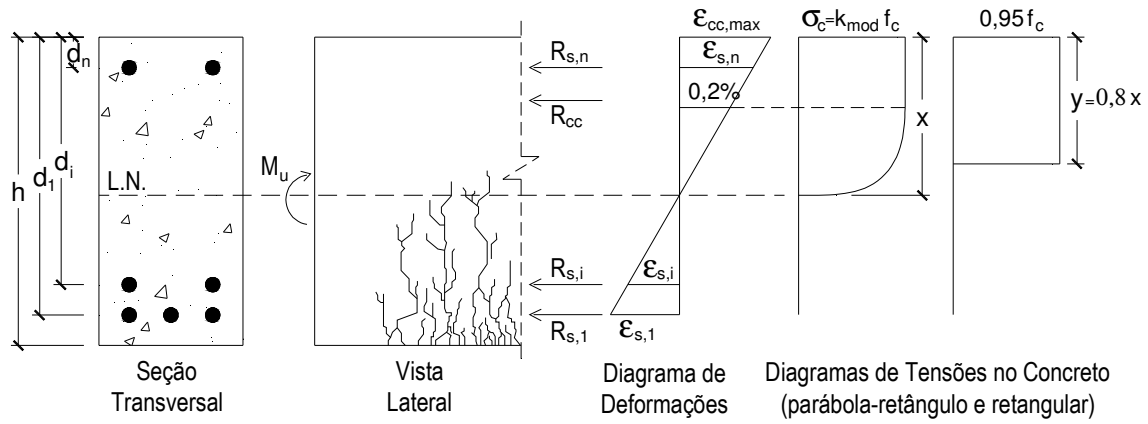


FIGURA 3.7 – COMPORTAMENTO DO CONCRETO NA FLEXÃO PURA

As equações que configuram o equilíbrio estático da seção, em caso de flexão pura, são:

$$R_{cc} + \sum_{i=1}^n R_{s,i} = 0 \quad (3.5)$$

$$M_u + R_{cc} \cdot \frac{y}{2} + \sum_{i=1}^n (R_{s,i} \cdot d_i) = 0 \quad (3.6)$$

utilizando a nomenclatura especificada na Figura 3.3 e sendo:  $M_u$  o momento de ruína da peça,  $R_{cc}$  a força normal resistente do concreto comprimido e  $R_{s,i}$  a força normal resistente da armadura da camada  $i$ .

As forças resistentes do concreto e da armadura são:

$$R_{cc} = A_{cc} \cdot \sigma_c = y \cdot b \cdot f_{c,viga} \quad (3.6)$$

$$R_{s,i} = A_{s,i} \cdot \sigma_{s,i} \quad (3.7)$$

onde  $\sigma_c$  é a tensão no concreto comprimido e  $\sigma_{s,i}$  é a tensão na armadura da camada  $i$ .

Substituindo as expressões de reações (3.6) e (3.7) na equação de equilíbrio das forças (3.5) e de momentos (3.6) e sabendo que  $y = 0,8 \cdot x$  e  $f_{c,viga} = k_{mod} \cdot f_c$ , tem-se:

$$0,8 \cdot b \cdot k_{mod} \cdot f_c \cdot x + \sum_{i=1}^n (A_{s,i} \cdot \sigma_{s,i}) = 0 \quad (3.8)$$

$$M_u + 0,32 \cdot b \cdot k_{mod} \cdot f_c \cdot x^2 + \sum_{i=1}^n (A_{s,i} \cdot \sigma_{s,i} \cdot d_i) = 0 \quad (3.9)$$

A equação (3.8) fornece a profundidade da linha neutra e a equação (3.9) fornece o momento de ruína. Entretanto, a incógnita  $x$ , que define a posição da linha neutra, não pode ser obtida diretamente. É necessário saber qual a configuração (domínio de deformação) na ruína da seção transversal.

Inicialmente, supõe-se que a ruína ocorre no domínio 2. Como mencionado anteriormente, esse domínio é caracterizado pelo alongamento excessivo na camada da armadura mais tracionada,  $\varepsilon_{s,1} = 1,0\%$  e encurtamento na face mais comprimida da seção inferior a  $\varepsilon_{ccu}$ . Portanto, é provável que todas as armaduras tracionadas estejam em escoamento e, conseqüentemente, sejam submetidas a uma tensão  $\sigma_s = -f_y$ , exceto quando a posição de uma armadura  $d_i$  for menor que  $d_{2,lim}$ , variável que mede a maior distância da face comprimida ao ponto em que uma armadura ali localizada ainda estaria em escoamento.

Essas considerações são apresentadas no algoritmo a seguir.

**ALGORITMO A – Cálculo de  $M_u$  em vigas submetidas à flexão pura, segundo ABNT NBR 6118:2007:**

**A.1 Verificação de escoamento nas camadas da armadura no domínio 2**

Por semelhanças dos triângulos ABC e ADE, na Figura 3.8, calcula-se  $d_{2,lim}$ .

O cálculo de  $d_{2,lim}$  é feito de maneira conservadora, supondo que a linha neutra esteja no limite entre os domínios 2 e 3, e assim, reduzindo a possibilidade dos níveis de armadura estarem em escoamento.

$$\frac{d_{2,lim}}{d_1} = \frac{0,0035 + \varepsilon_y}{0,0135} \rightarrow d_{2,lim} = \frac{0,0035 + \frac{f_y}{E_s}}{0,0135} \cdot d_1 \quad (3.10)$$

Nas camadas em que  $d_i \geq d_{2,lim}$ ,  $\sigma_{s,i} = -f_y$ . Caso contrário, calcula-se a tensão na armadura através da lei de Hooke  $\sigma_{s,i} = E_s \cdot \varepsilon_{s,i}$ , usando a deformação conforme a equação do Quadro 3.1 para o domínio 2.

**A.2 Cálculo da posição da linha neutra no domínio 2**

Substituindo a fórmula de  $\sigma_{s,i}$  na equação (3.8), sendo  $j$  o número de camadas de aço em escoamento e organizando a equação em termos de  $x$ , a equação de equilíbrio de forças apresenta-se da seguinte forma:

$$\begin{aligned} & (0,8 \cdot b \cdot k_{mod} \cdot f_c) \cdot x^2 + \\ & - \left( 0,8 \cdot b \cdot d_1 \cdot k_{mod} \cdot f_c + f_y \cdot \sum_{i=1}^j A_{s,i} + 0,01 \cdot E_s \cdot \sum_{i=j+1}^n A_{s,i} \right) \cdot x + \\ & + d_1 \cdot f_y \cdot \sum_{i=1}^j A_{s,i} + 0,01 \cdot E_s \cdot \sum_{i=j+1}^n (A_{s,i} \cdot d_i) = 0 \end{aligned} \quad (3.11)$$

### A.3 Cálculo do momento resistente último no domínio 2

Se o valor encontrado para  $x$  estiver no intervalo referente ao domínio 2, como apresentado no Quadro 3.1, o próximo passo é calcular o momento resistente último através da equação (3.12). Caso contrário, admite-se que a configuração de deformação na ruína está no domínio 3.

$$M_u = -0,32 \cdot b \cdot k_{\text{mod}} \cdot f_c \cdot x^2 + f_y \cdot \sum_{i=1}^j (A_{s,i} \cdot d_i) + \frac{0,01 \cdot E_s}{d_1 - x} \cdot \sum_{i=j+1}^n [A_{s,i} \cdot (x - d_i) \cdot d_i] \quad (3.12)$$

No domínio 3 a ruína ocorre por esmagamento do concreto com deformação na face comprimida de  $\varepsilon_{\text{cc,max}} = 0,35\%$ . A armadura mais tracionada está em escoamento, mas com deformação inferior a  $\varepsilon_{\text{su}}$ . O procedimento para o cálculo da posição da linha neutra  $x$  e do momento resistente último é semelhante ao realizado anteriormente:

### A.4 Verificação de escoamento nos níveis de armadura no domínio 3

Por semelhanças dos triângulos ABC e ADE, na Figura 3.9, pode-se calcular  $d_{3,\text{lim}}$ :

$$\frac{d_{3,\text{lim}}}{x} = \frac{0,0035 + \varepsilon_y}{0,0035} \rightarrow d_{3,\text{lim}} = \frac{0,0035 + \frac{f_y}{E_s}}{0,0035} \cdot x \quad (3.13)$$

Como  $d_{3,\text{lim}}$  é função de  $x$ , inicialmente, supõe-se que a profundidade da linha neutra seja igual ao valor encontrado no passo A.2 e calcula-se  $d_{3,\text{lim}}$ . Nas camadas de armadura em que  $d_i \geq d_{3,\text{lim}}$ ,  $\sigma_{s,i} = -f_y$ . Para as demais camadas, utiliza-se a lei de Hooke para o cálculo das tensões, usando a fórmula de deformação do Quadro 3.1 para o domínio 3.

### A.5 Cálculo da posição da linha neutra no domínio 3

Sendo  $j$  o número de camadas em escoamento e conhecendo a tensão nas armaduras, a equação para o cálculo da linha neutra:

$$\left( 0,8 \cdot b \cdot k_{\text{mod}} \cdot f_c \right) \cdot x^2 - \left( f_y \cdot \sum_{i=1}^j A_{s,i} - 0,0035 \cdot E_s \cdot \sum_{i=j+1}^n A_{s,i} \right) \cdot x + -0,0035 \cdot E_s \cdot \sum_{i=j+1}^n (A_{s,i} \cdot d_i) = 0 \quad (3.14)$$

Somente para verificação, pode-se ainda recalculer  $d_{3,lim}$  e confirmar se o número de camadas em escoamento é, realmente,  $j$ .

### A.6 Cálculo do momento resistente último no domínio 3

Se o valor encontrado para  $x$  no item anterior estiver no intervalo apresentado no Quadro 3.1 para o domínio 3, calcula-se o momento último resistente pela fórmula (3.15). Caso contrário, a configuração de deformação na ruína corresponde ao domínio 4.

$$M_u = -0,32 \cdot b \cdot k_{mod} \cdot f_c \cdot x^2 + f_y \cdot \sum_{i=1}^j (A_{s,i} \cdot d_i) + \frac{0,0035 \cdot E_s}{x} \cdot \sum_{i=j+1}^n [A_{s,i} \cdot (x - d_i) \cdot d_i] \quad (3.15)$$

O procedimento para o cálculo da posição da linha neutra  $x$  e do momento resistente último é semelhante ao realizado anteriormente:

### A.7 Cálculo da posição da linha neutra no domínio 4

No domínio 4, a ruína também ocorre por esmagamento do concreto com deformação  $\varepsilon_{cc,max} = 0,35\%$  e todas as armaduras estão sob tensões inferiores a  $f_y$ .

$$(0,8 \cdot b \cdot k_{mod} \cdot f_c) \cdot x + \sum_{i=1}^n (A_{s,i} \cdot E_s \cdot \varepsilon_{s,i}) = 0 \quad (3.16)$$

Substituindo a expressão para a deformação das armaduras no domínio 4 na equação (3.16) e organizando em função de  $x$ , tem-se:

$$(0,8 \cdot b \cdot k_{mod} \cdot f_c) \cdot x^2 + \left( 0,0035 \cdot E_s \cdot \sum_{i=1}^n A_{s,i} \right) \cdot x - 0,0035 \cdot E_s \cdot \sum_{i=1}^n (A_{s,i} \cdot d_i) = 0 \quad (3.17)$$

O último passo é o cálculo da capacidade da viga.

### A.8 Cálculo do momento resistente último no domínio 4

$$M_u = -0,32 \cdot b \cdot k_{mod} \cdot f_c \cdot x^2 - \frac{0,0035 \cdot E_s}{x} \cdot \sum_{i=1}^n [A_{s,i} \cdot (x - d_i) \cdot d_i] \quad (3.18)$$

**FIM DO ALGORITMO A**

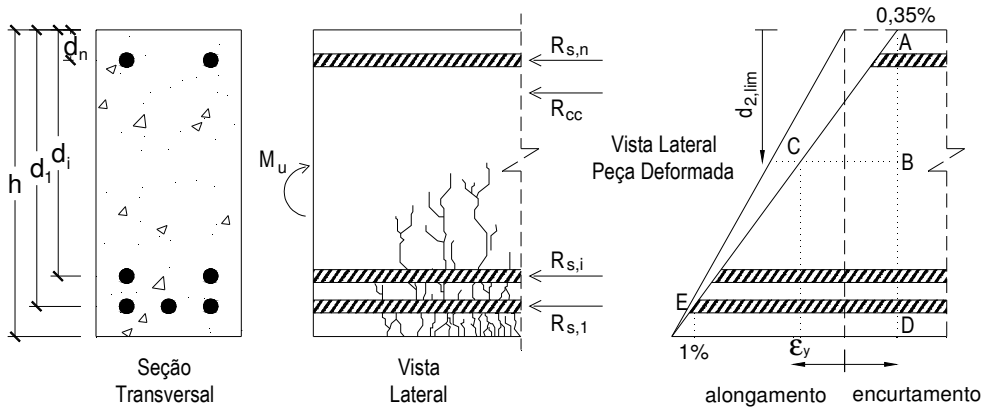


FIGURA 3.8 – CONFIGURAÇÃO LATERAL NO DOMÍNIO 2 DE DEFORMAÇÃO

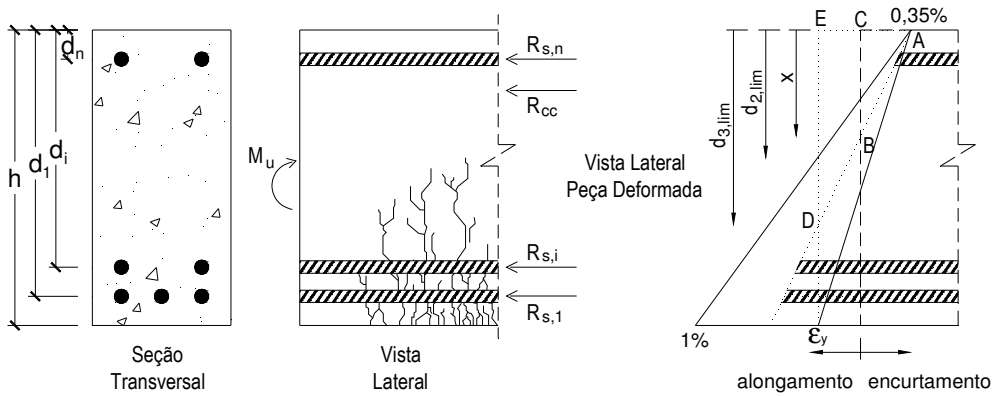


FIGURA 3.9 – CONFIGURAÇÃO LATERAL NO DOMÍNIO 3 DE DEFORMAÇÃO

### 3.4.2. MODELO DO ACI 318-2002

O modelo de dimensionamento proposto pelo ACI 318-2002 para elementos fletidos é semelhante ao da norma brasileira. A resistência à tração do concreto também é desprezada. Portanto, as equações de equilíbrio estático e as expressões das resultantes no concreto e nas armaduras são as mesmas já apresentadas, (3.5) a (3.7).

Substituindo as expressões de reações na equação de equilíbrio e sabendo que  $y = \beta_1 \cdot x$  e  $f_{c,viga} = \alpha_1 \cdot f_c$ , tem-se:

$$\beta_1 \cdot b \cdot \alpha_1 \cdot f_c \cdot x + \sum_{i=1}^n (A_{s,i} \cdot \sigma_{s,i}) = 0 \tag{3.19}$$

$$M_u + \frac{\beta^2}{2} \cdot b \cdot k_{mod} \cdot f_c \cdot x^2 + \sum_{i=1}^n (A_{s,i} \cdot \sigma_{s,i} \cdot d_i) = 0 \tag{3.20}$$

De posse das características físicas e geométricas do elemento, a equação (3.19) indica a profundidade da linha neutra e a equação (3.20), o momento de ruína. O procedimento é o mesmo utilizado no modelo brasileiro: para encontrar a posição da linha neutra  $x$ , é necessário presumir, inicialmente, em que domínio de deformação ocorre a ruína.

Existe uma correspondência entre os domínios de deformação criados a partir dos requisitos estabelecidos pelo ACI 318-2002 e com aqueles propostos pela norma brasileira. Respeitando as deformações limites apresentadas em cada código, o domínio *tension-controlled* equivale ao domínio 2, o domínio *transition* ao domínio 3 e o *compression-controlled* ao domínio 4.

Inicialmente, supõe-se que a ruína ocorre no domínio *tension-controlled*, caracterizado pelo alongamento excessivo na armadura mais tracionada,  $\epsilon_{s,max} = 0,5\%$ , e encurtamento na face mais comprimida da seção inferior a  $\epsilon_{ccu}$ . O cálculo é feito conforme o algoritmo B:

**ALGORITMO B – Cálculo de  $M_u$  em vigas submetidas à flexão pura, segundo ACI 318-2002:**

**B.1 Verificação de escoamento nos níveis de armadura no domínio *tension-controlled***

Para o cálculo da tensão nas armaduras, calcula-se  $d_{tc,lim}$ , por semelhanças dos triângulos ABC e ADE da Figura 3.10, e verifica-se quantas camadas estão em escoamento, com tensão  $\sigma_{s,j} = -f_y$ . O cálculo de  $d_{tc,lim}$  é feito de maneira conservadora, supondo que a linha neutra esteja no limite entre os domínios *tension-controlled* e *transition*, para que não haja previsão de escoamento em armaduras que não o estão.

$$\frac{d_{tc,lim}}{d_1} = \frac{0,003 + \epsilon_y}{0,008} \rightarrow d_{tc,lim} = \frac{0,003 + \frac{f_y}{E_s}}{0,008} \cdot d_1 \quad (3.21)$$

Nas armaduras em que  $d_i \geq d_{tc,lim}$ ,  $\sigma_{s,i} = -f_y$ . Caso contrário, calcula-se a tensão na armadura através da lei de Hooke  $\sigma_{s,i} = E_s \cdot \epsilon_{s,i}$ , usando a deformação conforme a equação do Quadro 3.2 para o domínio *tension-controlled*.

**B.2 Cálculo da posição da linha neutra no domínio *tension-controlled***

Substituindo o valor de  $\sigma_{s,i}$  na equação (3.19), sendo  $j$  o número de camadas de aço em escoamento e organizando a equação em termos de  $x$ , a equação de equilíbrio de forças apresenta-se na equação (3.22):



$$\begin{aligned}
 & (\beta_1 \cdot b \cdot \alpha_1 \cdot f_c) \cdot x^2 + \\
 & - \left( \beta_1 \cdot b \cdot d_1 \cdot \alpha_1 \cdot f_c + f_y \cdot \sum_{i=1}^j A_{s,i} + 0,005 \cdot E_s \cdot \sum_{i=j+1}^n A_{s,i} \right) \cdot x + \\
 & + d_1 \cdot f_y \cdot \sum_{i=1}^j A_{s,i} + 0,005 \cdot E_s \cdot \sum_{i=j+1}^n (A_{s,i} \cdot d_i) = 0
 \end{aligned} \tag{3.22}$$

### B.3 Cálculo do momento resistente último no domínio *tension-controlled*

Se o valor encontrado para  $x$  estiver no intervalo referente ao domínio *tension-controlled*, como apresentado no Quadro 3.2, o próximo passo é calcular o momento resistente último através da equação (3.23). Caso contrário, é suposto que a posição da linha neutra encontra-se no domínio *transition*.

$$\begin{aligned}
 M_u = & -\frac{\beta_1^2}{2} \cdot b \cdot \alpha_1 \cdot f_c \cdot x^2 + f_y \cdot \sum_{i=1}^j (A_{s,i} \cdot d_i) + \\
 & - \frac{0,005 \cdot E_s}{d_1 - x} \cdot \sum_{i=j+1}^n [A_{s,i} \cdot (x - d_i) \cdot d_i]
 \end{aligned} \tag{3.23}$$

No domínio *transition*, a ruína ocorre por esmagamento do concreto com deformação na face comprimida de  $\epsilon_{cc,max} = 0,3\%$ , a armadura mais tracionada está em escoamento, mas com deformação inferior a  $\epsilon_{su}$ .

### B.4 Verificação de escoamento nas camadas de armadura no domínio *transition*

Por semelhanças dos triângulos ABC e ADE, na Figura 3.11, pode-se calcular  $d_{t,lim}$ :

$$\frac{d_{t,lim}}{x} = \frac{0,003 + \epsilon_y}{0,003} \rightarrow d_{t,lim} = \frac{0,003 + \frac{f_y}{E_s}}{0,003} \cdot x \tag{3.24}$$

Como  $d_{t,lim}$  é função de  $x$ , antes de calculá-lo deve-se supor que a que profundidade da linha neutra seja igual ao valor encontrado no passo B.2. Nas camadas de armadura cuja posição  $d_i \geq d_{t,lim}$ ,  $\sigma_{s,i} = -f_y$ . Para as demais camadas, utiliza-se lei de Hooke e as fórmulas de deformação do Quadro 3.2 para o cálculo das tensões no domínio *transition*.

### B.5 Cálculo da posição da linha neutra para seções no domínio *transition*

Sendo  $j$  o número de camadas de aço em escoamento, a equação para o cálculo da posição da linha neutra é:

$$\begin{aligned}
& (\beta_1 \cdot b \cdot \alpha_1 \cdot f_c) \cdot x^2 + \\
& - \left( f_y \cdot \sum_{i=1}^j A_{s,i} - 0,003 \cdot E_s \cdot \sum_{i=j+1}^n A_{s,i} \right) \cdot x + \\
& - 0,003 \cdot E_s \cdot \sum_{i=j+1}^n (A_{s,i} \cdot d_i) = 0
\end{aligned} \tag{3.25}$$

Somente para verificação, pode-se ainda recalculer  $d_{t,lim}$  e confirmar se o número de camadas em escoamento é, realmente,  $j$ .

### B.6 Cálculo do momento resistente último no domínio *transition*

Se o valor encontrado para  $x$  no item anterior estiver no intervalo apresentado no Quadro 3.2 para o domínio *transition*, calcula-se o momento último resistente:

$$\begin{aligned}
M_u = & -\frac{\beta_1^2}{2} \cdot b \cdot \alpha_1 \cdot f_c \cdot x^2 + f_y \cdot \sum_{i=1}^j (A_{s,i} \cdot d_i) + \\
& - \frac{0,003 \cdot E_s}{x} \cdot \sum_{i=j+1}^n [A_{s,i} \cdot (x - d_i) \cdot d_i] = 0
\end{aligned} \tag{3.26}$$

Caso contrário, a configuração de deformação na ruína equivale ao domínio *compression-controlled*.

### B.7 Cálculo da posição da linha neutra no domínio *compression-controlled*

No domínio *compression-controlled*, a ruína também ocorre por esmagamento do concreto com deformação  $\epsilon_{cc,max} = 0,3\%$  e todas as armaduras têm deformações inferiores a  $\epsilon_y$ .

$$(\beta_1 \cdot b \cdot \alpha_1 \cdot f_c) \cdot x + \sum_{i=1}^n (A_{s,i} \cdot E_s \cdot \epsilon_{s,i}) = 0 \tag{3.27}$$

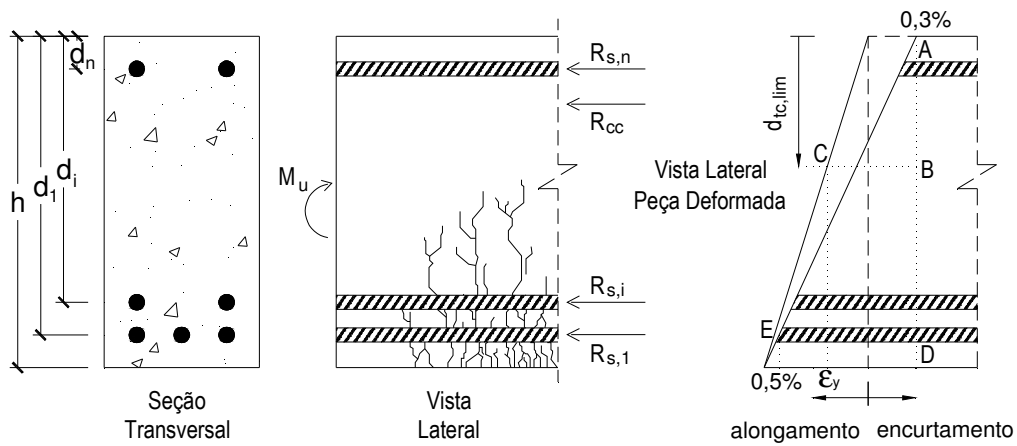
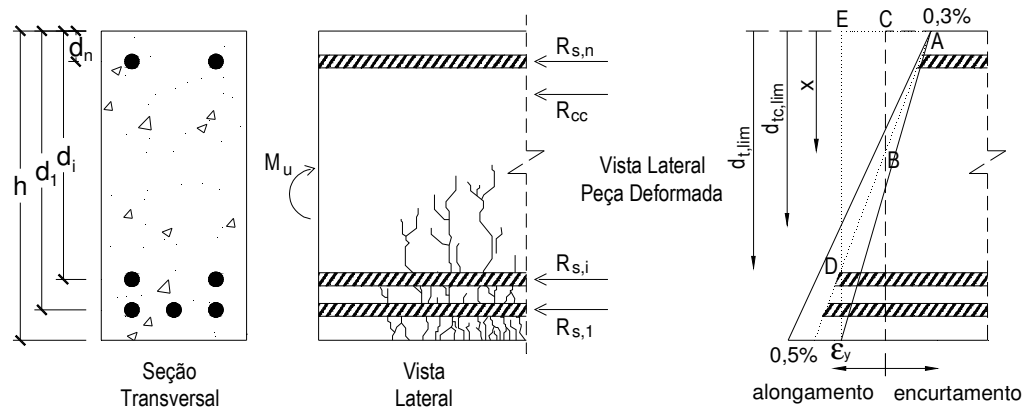
Substituindo a expressão para a deformação das armaduras no domínio *compression-controlled* na equação (3.27) e organizando em função de  $x$ , tem-se:

$$(\beta_1 \cdot b \cdot \alpha_1 \cdot f_c) \cdot x^2 + \left( 0,003 \cdot E_s \cdot \sum_{i=1}^n A_{s,i} \right) \cdot x - 0,003 \cdot E_s \cdot \sum_{i=1}^n (A_{s,i} \cdot d_i) = 0 \tag{3.28}$$

### B.8 Cálculo do momento resistente último no domínio *compression-controlled*

$$M_u = -\frac{\beta_1^2}{2} \cdot b \cdot \alpha_1 \cdot f_c \cdot x^2 - \frac{0,003 \cdot E_s}{x} \cdot \sum_{i=1}^n [A_{s,i} \cdot (x - d_i) \cdot d_i] \tag{3.29}$$

**FIM DO ALGORITMO B**

FIGURA 3.10 – CONFIGURAÇÃO LATERAL NO DOMÍNIO *TENSION-CONTROLLED*FIGURA 3.11 – CONFIGURAÇÃO LATERAL NO DOMÍNIO *TRANSITION*

### 3.5. VERIFICAÇÃO DA CAPACIDADE RESISTENTE DE PILARES SOLICITADOS À COMPRESSÃO CENTRADA

Pilares são elementos lineares submetidos, essencialmente, a esforços de compressão. A compressão pode ser:

- centrada, quando a força atua no centro de gravidade da seção transversal;
- normal, quando a força atua em um dos eixos de inércia da seção transversal;
- oblíqua, quando a força atua fora dos dois eixos de inércia da seção.

Os pilares podem atingir o estado limite último por solicitações normais ou por instabilidade devido à flambagem. No entanto, foram abordados neste trabalho apenas casos de compressão centrada e normal (flexo-compressão) e estado limite último devido a solicitações normais.

Teoricamente, em pilares com solicitação centrada, a capacidade resistente última pode ser medida somando as resistências do concreto e da armadura longitudinal, e levando em consideração ou não o ganho de resistência devido ao confinamento do núcleo de concreto pelas armaduras longitudinal e transversal. Como é observado na Figura 3.12, o equilíbrio de forças é  $N_u = R_{cc} + \sum_{i=1}^n R_{si}$ .

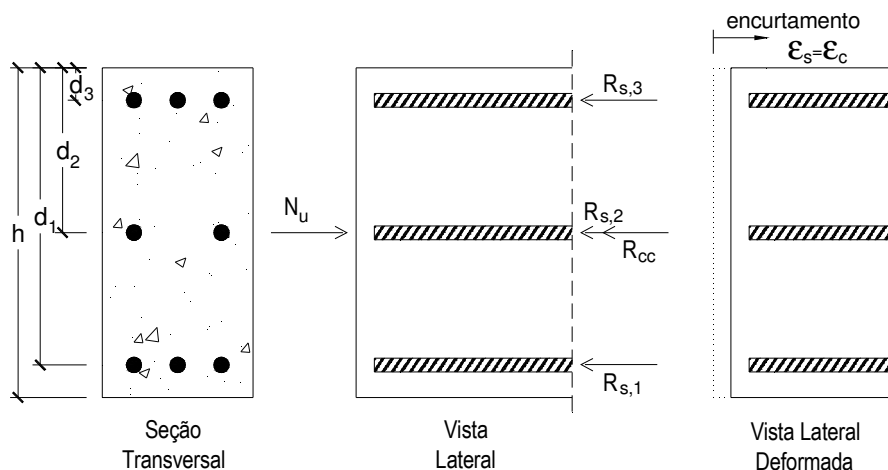


FIGURA 3.12 – COMPORTAMENTO DE PILARES SOB COMPRESSÃO CENTRADA

O que determina a ruína do elemento é o encurtamento excessivo do concreto, que é equivalente à deformação máxima em todas as camadas da armadura. Portanto, a tensão é igualmente distribuída entre as barras de aço e a deformação no concreto é constante.

No entanto, as forças axiais (tração ou compressão) constituem, na verdade, idealizações de cálculo. Mesmo com cargas aplicadas no eixo dos pilares, na prática sempre existem excentricidades nas solicitações, decorrentes de imprecisões construtivas, excentricidade das forças nos extremos e de momentos por causa das ligações.

Nas conclusões de LIMA (1997), o aparecimento de excentricidades acidentais ocorre em função de características dos ensaios tais como:

- Aplicação de força excêntrica uniformemente distribuída em uma placa, com resultante excêntrica em relação ao eixo do pilar, ao invés de uma ação concentrada;
- Variação da geometria do pilar próximo das extremidades;
- Consideração de articulação na base do pilar, o que não ocorre totalmente, pois a dimensão do pilar na direção do momento restringe esta rotação.

Contudo, são apresentados a seguir os modelos propostos pelos códigos brasileiro e americano, seguindo os requisitos estabelecidos e desconsiderando essas excentricidades acidentais.

### 3.5.1. MODELO DA ABNT NBR 6118:2007

Embora a norma recomende a consideração de um momento mínimo para quantificar o efeito de imperfeições locais e, conseqüentemente, de excentricidades acidentais, esta também estabelece a deformação última do concreto em casos de compressão centrada,  $\epsilon_{ccu} = 0,2\%$ . A partir das considerações feitas, o esforço normal resistente poderia ser calculado pelas seguintes expressões:

$$N_u = R_{cc} + \sum_{i=1}^n R_{s,i} \quad (3.30)$$

Sabendo que as tensões no concreto e no aço são, respectivamente,  $\sigma_c = k_{mod} \cdot f_c = 0,95 \cdot f_c$  e  $\sigma_s = E_s \cdot \epsilon_{ccu} = 0,002 \cdot E_s$ , as resultantes de compressão no concreto e na armadura são:

$$R_{cc} = A_c \cdot \sigma_c = 0,95 \left( b \cdot h - \sum_{i=1}^n A_{s,i} \right) \cdot f_c \quad (3.31)$$

$$R_s = \sum_{i=1}^n R_{s,i} = 0,002 E_s \cdot \sum_{i=1}^n A_{s,i} \quad (3.32)$$

Logo:

$$N_u = 0,95 \left( b \cdot h - \sum_{i=1}^n A_{s,i} \right) \cdot f_c + 0,002 E_s \cdot \sum_{i=1}^n A_{s,i} \quad (3.33)$$

Ressalta-se que a maioria dos autores considera que a tensão atuante no aço é igual a  $f_y$ . Sendo  $A_c$ , a área da seção transversal e  $A_s$ , a área total da armadura longitudinal, neste caso, a força última seria:

$$N_u = 0,95 (A_c - A_s) \cdot f_c + A_s \cdot f_y \quad (3.34)$$

Na presente pesquisa, foi utilizada a recomendação da norma, considerando uma excentricidade mínima de primeira ordem (3.35) quando o índice de esbeltez do elemento fora menor que o valor limite. Para esbeltezes maiores que o valor limite, também foram contabilizados os efeitos de segunda ordem. Desta forma, a solicitação é tida como excêntrica e o cálculo da capacidade do pilar é feito conforme apresentado no item 3.7.

$$e_{1,min} = 0,015 + 0,03 \cdot h \quad (3.35)$$

onde  $h$  é altura da seção transversal, em metros, na direção considerada.

### 3.5.2. MODELO DA ANSI ACI-318/2003

O código americano utiliza a expressão (3.36) para o cálculo da força máxima a ser aplicada axialmente em membros sujeitos somente à compressão.

$$N_u = 0,80(A_c - A_s) \cdot f_c + A_s \cdot f_y \quad (3.36)$$

onde  $A_c$  é a área da seção transversal e  $A_s$  a área total da armadura longitudinal e o fator 0,80 é utilizado quando armadura transversal é composta por estribos, e abrange a relação entre as resistências do concreto no elemento e no corpo-de-prova, e os efeitos da excentricidade accidental.

### 3.6. VERIFICAÇÃO DA CAPACIDADE RESISTENTE DE PILARES SOLICITADOS À COMPRESSÃO EXCÊNTRICA NORMAL

Devido às características dos ensaios analisados, optou-se pela configuração de forças atuantes conforme apresentado na Figura 3.13 para pilares solicitados à compressão excêntrica.

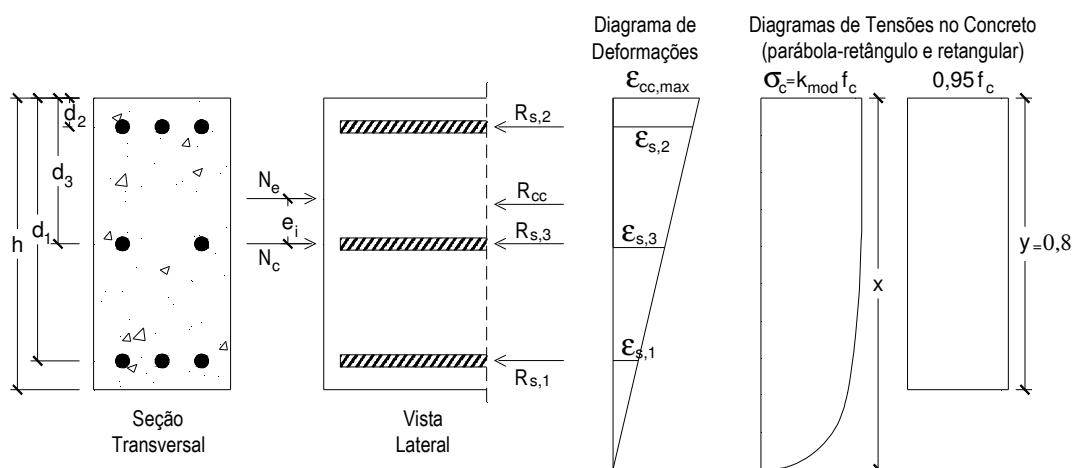


FIGURA 3.13 – COMPORTAMENTO DE PILARES SOB COMPRESSÃO EXCÊNTRICA

Dessa forma, foi possível avaliar os ensaios em que havia duas forças aplicadas, uma centrada  $N_c$  e outra excêntrica  $N_e$ , e ainda, analisar casos de compressão centrada com ocorrência de excentricidade accidental.

#### 3.6.1. MODELO DA ABNT NBR 6118:2007

Como já dito, a norma brasileira recomenda a consideração da existência de um momento mínimo devido a imperfeições locais nos pilares. Conseqüentemente, mesmo cargas aplicadas no eixo dos elementos são sujeitas a uma excentricidade mínima, que deve ser prevista na verificação de segurança. Portanto, as equações de equilíbrio de forças e de momento apresentam-se, respectivamente, da seguinte forma:

$$N_c + N_e = R_{cc} + \sum_{i=1}^n R_{s,i} \quad (3.37)$$

$$N_c \cdot (0,5 \cdot h - e_c) + N_e \cdot (0,5 \cdot h - e_e) = R_{cc} \cdot 0,5y + \sum_{i=1}^n (R_{s,i} \cdot d_i) \quad (3.38)$$

sendo:  $e_c$ , excentricidade de carga  $N_c$ , se não houver efeitos de segunda ordem, é equivalente a  $e_{1,min}$  (expressão (3.35)), e  $e_e$ , excentricidade total somando efeitos de primeira e segunda ordem, quando houver, da carga  $N_e$ .

Substituindo as reações (3.6) e (3.7) em (3.37) e (3.38) e sabendo que  $y = 0,8x$  e  $f_{c,elemento} = k_{mod} \cdot f_c$ , tem-se:

$$N_c + N_e = 0,8 \cdot b \cdot k_{mod} \cdot f_c \cdot x + \sum_{i=1}^n A_{s,i} \cdot \sigma_{s,i} \quad (3.39)$$

$$N_c \cdot (0,5 \cdot h - e_c) + N_e \cdot (0,5 \cdot h - e_e) = 0,32 \cdot b \cdot k_{mod} \cdot f_c \cdot x^2 + \sum_{i=1}^n (A_{s,i} \cdot \sigma_{s,i} \cdot d_i) \quad (3.40)$$

Diferente do procedimento de cálculo realizado para as vigas, existem três incógnitas –  $N_c$ ,  $N_e$  e  $x$  – e somente duas equações de equilíbrio, o que torna necessário uma terceira relação. No entanto, na única pesquisa analisada – VANDERLEI (1999) – em que a metodologia de ensaio consistia na aplicação de duas forças, foi estabelecida uma razão  $p$  entre a carga excêntrica e a centrada de 5%. A relação (3.41) foi usada para reduzir o número de incógnitas do processo de cálculo.

$$N_e = p \cdot N_c \quad (3.41)$$

Incluindo esta relação nas equações de equilíbrio, tem-se:

$$N_c = \frac{1}{1+p} \cdot \left( 0,8 \cdot b \cdot k_{mod} \cdot f_c \cdot x + \sum_{i=1}^n A_{s,i} \cdot \sigma_{s,i} \right) \quad (3.42)$$

$$N_c \cdot [(0,5 \cdot h - e_c) + p \cdot (0,5 \cdot h - e_e)] = 0,32 \cdot b \cdot k_{mod} \cdot f_c \cdot x^2 + \sum_{i=1}^n (A_{s,i} \cdot \sigma_{s,i} \cdot d_i) \quad (3.43)$$

E substituindo a expressão (3.42) na (3.43), tem-se uma única incógnita  $x$ :

$$\begin{aligned} & [(0,5 \cdot h - e_c) + p \cdot (0,5 \cdot h - e_e)] \cdot \left( 0,8 \cdot b \cdot k_{mod} \cdot f_c \cdot x + \sum_{i=1}^n A_{s,i} \cdot \sigma_{s,i} \right) \\ & - (1+p) \cdot \left[ 0,32 \cdot b \cdot k_{mod} \cdot f_c \cdot x^2 + \sum_{i=1}^n (A_{s,i} \cdot \sigma_{s,i} \cdot d_i) \right] = 0 \end{aligned} \quad (3.44)$$

Entretanto, os ensaios de pilares são realizados, em geral, com apenas uma carga de compressão, seja esta aplicada com ou sem excentricidade. Para avaliar estes ensaios e, ainda, considerando a existência de excentricidade mesmo em casos de compressão centrada, a equação (3.44) pode ser reescrita da seguinte forma:

$$(0,5 \cdot h - e) \left( 0,8 \cdot b \cdot k_{\text{mod}} \cdot f_c \cdot x + \sum_{i=1}^n A_{s,i} \cdot \sigma_{s,i} \right) - 0,32 \cdot b \cdot k_{\text{mod}} \cdot f_c \cdot x^2 + \sum_{i=1}^n (A_{s,i} \cdot \sigma_{s,i} \cdot d_i) = 0 \quad (3.45)$$

Antes de ser feito o cálculo da posição do eixo neutro  $x$  e, posteriormente, dos esforços resistentes últimos  $N_c$ ,  $N_e$  ou  $N_u$ , é necessário conhecer as excentricidades de atuação (final) cada uma dessas forças. O deslocamento final de uma carga em relação ao eixo do pilar é medido somando os efeitos de primeira e segunda ordem.

A excentricidade de primeira ordem,  $e_1$ , deve-se à excentricidade de aplicação da carga e/ou a imperfeições locais. Desta forma:

$$e_1 \geq \begin{cases} e_i \\ e_{1,\text{min}} \end{cases}$$

onde  $e_i$  é a distância do ponto de aplicação da carga ao eixo do pilar e  $e_{1,\text{min}}$ , excentricidade acidental ou surgidas devido imperfeições locais.

Quando os deslocamentos alteram de maneira significativa os esforços internos de primeira ordem, cuja análise fora realizada através das condições de equilíbrio na configuração geométrica inicial, a norma recomenda que seja feita uma avaliação de segunda ordem.

### *Efeitos de segunda ordem*

Segundo a ABNT NBR 6118:2007, os esforços locais de 2ª ordem em elementos isolados podem ser desprezados quando o índice de esbeltez  $\lambda$  for menor que o valor limite  $\lambda_1$ .

Calculados pelas expressões:

$$\lambda = \ell_e / i, \text{ onde } i = \frac{h}{\sqrt{12}} \quad (3.46)$$

$$\lambda_1 = \frac{25 + 12,5 \cdot e_1 / h}{\alpha_b}, \text{ onde } \frac{35}{\alpha_b} \leq \lambda_1 \leq 90 \quad (3.47)$$

Sendo:  $\ell_e$ , comprimento de flambagem do pilar;  $i$ , o raio de giração para seções retangulares;  $h$ , a dimensão da seção na direção considerada; e  $e_1$ , a excentricidade de 1ª ordem. O valor de  $\alpha_b$  deve ser obtido conforme estabelecido a seguir:

- Pilares biapoiados sem forças transversais:

$$\alpha_b = 0,6 + 0,4 \frac{M_B}{M_A}, \text{ onde } 1,0 \geq \alpha_b \geq 0,4$$



$M_A$  é o momento fletor de 1ª ordem no extremo do pilar com maior valor absoluto, e  $M_B$  é o momento fletor de 1ª ordem no outro extremo do pilar e toma-se para  $M_B$  o sinal positivo, se tracionar a mesma face que  $M_A$ , e negativo em caso contrário.

- Pilares biapoiados com forças transversais significativas ao longo da altura

$$\alpha_b = 1,0$$

- Pilares em balanço

$$\alpha_b = 0,8 + 0,2 \frac{M_C}{M_A}, \text{ onde } 1,0 \geq \alpha_b \geq 0,85$$

$M_A$  é o momento fletor de 1ª ordem no engaste, e  $M_C$  é o momento fletor de 1ª ordem no meio do pilar em balanço.

- Pilares biapoiados ou em balanço com momentos fletores menores que o mínimo

$$\alpha_b = 1,0$$

Caso  $\lambda > \lambda_1$ , a norma brasileira propõe quatro métodos para avaliação dos efeitos de segunda ordem em pilares sujeitos à flexo-compressão normal. O Método Geral consiste na análise de segunda ordem não-linear com adequadas discretização do elemento e consideração da relação momento-curvatura em cada seção. Os métodos aproximados são: Método do pilar-padrão com curvatura aproximada, Método do pilar-padrão com rigidez  $\kappa$  aproximada, Método do pilar-padrão acoplado a diagramas M, N e  $1/r$ . A presente pesquisa utilizou os dois primeiros métodos aproximados para avaliação de segunda ordem.

- **Método do pilar-padrão com curvatura aproximada**

O método do pilar-padrão com curvatura aproximada é permitido para pilares de seção constante e de armadura simétrica e constante ao longo de seu eixo e  $\lambda \leq 90$ . A não-linearidade geométrica é analisada de forma aproximada, supondo-se que a configuração deformada da barra seja senoidal. A não-linearidade física é avaliada através de uma expressão aproximada da curvatura na seção crítica. A excentricidade de segunda ordem  $e_2$  é dada pela seguinte fórmula:

$$e_2 = \frac{l_e^2}{10} \cdot \frac{1}{r} \quad (3.48)$$

$\frac{1}{r}$  é a curvatura na seção crítica, que pode ser avaliada pela expressão:

$$\frac{1}{r} = \frac{0,005}{h \cdot (v + 0,5)} \leq \frac{0,005}{h} \quad (3.49)$$

onde  $h$  é a dimensão da seção transversal na direção considerada,  $\nu = \frac{N_{sd}}{A_c \cdot f_{cd}}$  é a força normal adimensional. Para calcular  $\nu$ , o esforço  $N_{sd}$  utilizado foi a força última encontrada nos ensaios.

Assim, a excentricidade total no pilar é dada por:

$$e = \alpha_b \cdot e_1 + \frac{l_e^2}{10} \cdot \frac{1}{r} \quad (3.50)$$

E, segundo a norma, o momento total máximo:

$$M_{u,total} = N_u \left( \alpha_b \cdot e_1 + \frac{l_e^2}{10} \cdot \frac{1}{r} \right) \quad (3.51)$$

- **Método do pilar-padrão com rigidez  $\kappa$  aproximada**

O método do pilar-padrão com rigidez  $\kappa$  aproximada pode ser empregado apenas no cálculo de pilares com  $\lambda \leq 90$ , seção retangular constante, armadura simétrica e constante ao longo de seu eixo. A não-linearidade geométrica deve ser considerada de forma aproximada, supondo-se que a deformação da barra seja senoidal. A não-linearidade física deve ser levada em conta através de uma expressão aproximada da rigidez.

O momento total máximo no pilar deve ser calculado pela expressão, majorando o momento de 1ª ordem:

$$M_{u,total} = \frac{\alpha_b \cdot M_1}{1 - \frac{\lambda^2}{120 \cdot \kappa / \nu}} \quad (3.52)$$

$\kappa$  é valor da rigidez adimensional, dado aproximadamente pela expressão:

$$\kappa = 32\nu \cdot \left( 1 + 5 \cdot \frac{M_{u,total}}{h \cdot N_u} \right) \quad (3.53)$$

As variáveis  $M_1$ ,  $\alpha_b$ ,  $h$ ,  $\lambda$  e  $\nu$  têm as mesmas definições dadas anteriormente.

Observa-se que o valor da rigidez adimensional  $\kappa$  é necessário para o cálculo de  $M_{u,total}$ , e para o cálculo de  $\kappa$  utiliza-se o valor de  $M_{u,total}$ . Assim, a solução deveria ser obtida de forma iterativa. No entanto, substituindo a expressão (3.20) na (3.19) e admitindo  $M_{u,total} = N_u \cdot e = N_u (\alpha_b \cdot e_1 + e_2)$ , é possível calcular a excentricidade de segunda ordem em função de informações conhecidas:

$$N_u (\alpha_b \cdot e_1 + e_2) = \frac{N_u \cdot \alpha_b \cdot e_1}{1 - \frac{\lambda^2}{\frac{120}{v} \cdot 32v \cdot \left(1 + 5 \cdot \frac{N_u (\alpha_b \cdot e_1 + e_2)}{N_u \cdot h}\right)}} \quad (3.54)$$

Simplificando e isolando  $e_2$ :

$$e_2 = \frac{\sqrt{\left(1 - \frac{\lambda^2}{3840}\right)^2 \cdot h^2 + 10\alpha_b e_1 \cdot h \left(1 + \frac{\lambda^2}{3840}\right) + 25\alpha_b^2 \cdot e_1^2 - 5\alpha_b e_1 - \left(1 - \frac{\lambda^2}{3840}\right) h}}{10} \quad (3.55)$$

A excentricidade total será:

$$e = \alpha_b e_1 + \frac{\sqrt{\left(1 - \frac{\lambda^2}{3840}\right)^2 \cdot h^2 + 10\alpha_b e_1 \cdot h \left(1 + \frac{\lambda^2}{3840}\right) + 25\alpha_b^2 \cdot e_1^2 - 5\alpha_b e_1 - \left(1 - \frac{\lambda^2}{3840}\right) h}}{10} \quad (3.56)$$

Conhecendo a excentricidade final da força de ruína, para realizar o cálculo da capacidade dos pilares, é necessário conhecer as tensões,  $\sigma_{s,i}$ , às quais as armaduras estão solicitadas, para tanto, supõe-se, inicialmente, que a seção em ruína esteja no domínio 5 de deformação. Este domínio é típico de elementos com solicitados por compressão excêntrica, visto que a seção encontra-se sob compressão não-uniforme.

### ALGORITMO C – Cálculo dos esforços últimos para pilares solicitados à compressão excêntrica segundo ABNT NBR 6118:2007:

#### C.1 Cálculo da posição da linha neutra no domínio 5

Substituindo a tensão nas armaduras pela fórmula da lei de Hooke,  $\sigma_{s,i} = E_s \cdot \epsilon_{s,i}$ , as deformações conforme a equação do Quadro 3.1 para o domínio 5 e organizando em função de  $x$ , as equações (3.44) e (3.45) – para elementos com duas e uma carga normal, respectivamente – apresentam-se da seguinte forma:

$$\begin{aligned} & [-2,24(p+1) \cdot b \cdot k_{\text{mod}} \cdot f_c] \cdot x^3 + \\ & + 0,8b \cdot k_{\text{mod}} \cdot f_c \cdot \{7[(0,5h - e_c) + p(0,5h - e_e)] + 1,2(p+1) \cdot h\} \cdot x^2 + \\ & + \left\{ \begin{aligned} & [(0,5h - e_c) + p(0,5h - e_e)] \left[ -2,4b \cdot h \cdot k_{\text{mod}} \cdot f_c + 0,014E_s \sum_{i=1}^n A_{s,i} \right] \\ & - 0,014(p+1) \cdot E_s \sum_{i=1}^n (A_{s,i} \cdot d_i) \end{aligned} \right\} \cdot x + \quad (3.57) \\ & - 0,014E_s \left\{ [(0,5h - e_c) + p(0,5h - e_e)] \cdot \sum_{i=1}^n (A_{s,i} \cdot d_i) - (p+1) \sum_{i=1}^n (A_{s,i} \cdot d_i^2) \right\} = 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& (-2,24b \cdot k_{\text{mod}} \cdot f_c) \cdot x^3 + 0,8b \cdot k_{\text{mod}} \cdot f_c \cdot [7(0,5h - e) + 1,2h] \cdot x^2 + \\
& + \left[ (0,5h - e) \left( -2,4b \cdot h \cdot k_{\text{mod}} \cdot f_c + 0,014E_s \cdot \sum_{i=1}^n A_{s,i} \right) - 0,014E_s \cdot \sum_{i=1}^n (A_{s,i} \cdot d_i) \right] \cdot x + \\
& - 0,014E_s \cdot \left[ (0,5h - e) \cdot \sum_{i=1}^n (A_{s,i} \cdot d_i) - \sum_{i=1}^n (A_{s,i} \cdot d_i^2) \right] = 0
\end{aligned} \quad (3.58)$$

## C.2 Cálculo do esforço normal resistente último no domínio 5

Se o valor encontrado para  $x$  estiver no intervalo referente ao domínio 5, como apresentado no Quadro 3.1, o próximo passo é calcular os esforços resistentes último através das expressões (3.41) e (3.42). Havendo apenas uma força atuante  $N_u$ :

$$N_u = 0,8 \cdot b \cdot k_{\text{mod}} \cdot f_c \cdot x + \sum_{i=1}^n (A_{s,i} \cdot \sigma_{s,i}) \quad (3.59)$$

Ressalta-se que  $|\sigma_{s,i}| \leq f_y$ .

Se  $x < h$ , supõe-se que a configuração de ruína esteja nos domínios 3 ou 4.

## C.3 Cálculo da posição da linha neutra nos domínios 3 e 4

Os domínios 3 e 4 têm a mesma expressão para o cálculo das deformações, portanto a equação para o cálculo da posição da linha neutra também é igual para ambos.

Substituindo a fórmula de  $\varepsilon_{s,i}$  mostrada no Quadro 3.1 para os domínios 3 e 4 nas equações (3.44) e (3.45), quando houver, respectivamente, duas ou uma força de compressão aplicada no pilar, tem-se:

$$\begin{aligned}
& [-0,32(p+1) \cdot b \cdot k_{\text{mod}} \cdot f_c] \cdot x^3 + \{0,8b \cdot k_{\text{mod}} \cdot f_c \cdot [(0,5h - e_c) + p(0,5h - e_e)]\} \cdot x^2 \\
& + 0,0035E_s \left\{ [(0,5h - e_c) + p(0,5h - e_e)] \cdot \sum_{i=1}^n A_{s,i} - (p+1) \cdot \sum_{i=1}^n (A_{s,i} \cdot d_i) \right\} \cdot x - \\
& 0,0035E_s \left\{ [(0,5h - e_c) + p(0,5h - e_e)] \cdot \sum_{i=1}^n (A_{s,i} \cdot d_i) - (p+1) \cdot \sum_{i=1}^n (A_{s,i} \cdot d_i^2) \right\} = 0
\end{aligned} \quad (3.60)$$

$$\begin{aligned}
& (-0,32b \cdot k_{\text{mod}} \cdot f_c) \cdot x^3 + [0,8b \cdot k_{\text{mod}} \cdot f_c \cdot (0,5h - e)] \cdot x^2 + \\
& + 0,0035E_s \left[ (0,5h - e) \cdot \sum_{i=1}^n A_{s,i} - \sum_{i=1}^n (A_{s,i} \cdot d_i) \right] \cdot x + \\
& - 0,0035E_s \left[ (0,5h - e) \cdot \sum_{i=1}^n (A_{s,i} \cdot d_i) - \sum_{i=1}^n (A_{s,i} \cdot d_i^2) \right] = 0
\end{aligned} \quad (3.61)$$

## C.4 Cálculo do esforço normal resistente último nos domínios 3 e 4

O cálculo dos esforços últimos em seções com deformações correspondentes aos domínios 3 e 4 é realizado usando as expressões (3.41) e (3.42), quando houver atuação de duas forças normais, e (3.59) quando houver apenas uma.

### C.5 Cálculo da posição da linha neutra no domínio 2

Substituindo a expressão de deformação, apresentada no Quadro 3.1 correspondente ao domínio 2 nas equações (3.44) e (3.45), tem-se:

$$\begin{aligned}
 & [0,32(p+1) \cdot b \cdot k_{\text{mod}} \cdot f_c] \cdot x^3 + \\
 & -0,8b \cdot k_{\text{mod}} \cdot f_c \cdot \left\{ [(0,5h - e_c) + p(0,5h - e_e)] + 0,4(p+1) \cdot d_1 \right\} \cdot x^2 + \\
 & + \left\{ \left[ (0,5h - e_c) + p(0,5h - e_e) \right] \left[ 0,8b \cdot d_1 \cdot k_{\text{mod}} \cdot f_c + 0,01E_s \sum_{i=1}^n A_{s,i} \right] \right. \\
 & \left. - 0,01(p+1) \cdot E_s \sum_{i=1}^n (A_{s,i} \cdot d_i) \right\} \cdot x + \quad (3.62) \\
 & -0,01E_s \left\{ \left[ (0,5h - e_c) + p(0,5h - e_e) \right] \cdot \sum_{i=1}^n (A_{s,i} \cdot d_i) - (p+1) \sum_{i=1}^n (A_{s,i} \cdot d_i^2) \right\} = 0
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & (0,32b \cdot k_{\text{mod}} \cdot f_c) \cdot x^3 - 0,8b \cdot k_{\text{mod}} \cdot f_c \cdot [(0,5h - e) + 0,4d_1] \cdot x^2 + \\
 & + \left[ (0,5h - e) \left( 0,8b \cdot d_1 \cdot k_{\text{mod}} \cdot f_c + 0,01E_s \cdot \sum_{i=1}^n A_{s,i} \right) - 0,01E_s \cdot \sum_{i=1}^n (A_{s,i} \cdot d_i) \right] \cdot x + \quad (3.63) \\
 & - 0,01E_s \cdot \left[ (0,5h - e) \cdot \sum_{i=1}^n (A_{s,i} \cdot d_i) - \sum_{i=1}^n (A_{s,i} \cdot d_i^2) \right] = 0
 \end{aligned}$$

onde a primeira faz o cálculo de  $x$ , quando duas forças normais atuam na seção e a segundo, quando apenas uma atua.

### C.6 Cálculo do esforço normal resistente último no domínio 2

Para calcular os esforços últimos em seções com deformações correspondentes ao domínio 2 também utiliza-se as expressões (3.41) e (3.42), quando houver atuação de duas forças normais, e (3.59) quando houver apenas uma.

## FIM DO ALGORITMO C

### 3.6.2. MODELO DA ACI 318-2002

O código americano recomenda a consideração da existência de um momento mínimo devido a imperfeições locais quando os pilares forem esbeltos. Consequentemente, mesmo cargas aplicadas no eixo são sujeitas a uma excentricidade mínima, que deve ser prevista na verificação de segurança. Nos casos em que o pilar é robusto e for solicitado à compressão

simples, o procedimento de verificação da capacidade resistente corresponde ao estabelecido no item 3.5.2.

Substituindo as reações (3.6) e (3.7) em (3.37) e (3.38) e sabendo que  $y = \beta_1 \cdot x$  e  $f_{c, \text{elemento}} = \alpha_1 \cdot f_c$ , as equações de equilíbrio de forças e de momento apresentam-se, respectivamente, da seguinte forma:

$$N_c + N_e = \beta_1 \cdot b \cdot \alpha_1 \cdot f_c \cdot x + \sum_{i=1}^n A_{s,i} \cdot \sigma_{s,i} \quad (3.64)$$

$$N_c \cdot (0,5 \cdot h - e_c) + N_e \cdot (0,5 \cdot h - e_e) = 0,5 \beta_1^2 \cdot b \cdot \alpha_1 \cdot f_c \cdot x^2 + \sum_{i=1}^n (A_{s,i} \cdot \sigma_{s,i} \cdot d_i) \quad (3.65)$$

onde a nomenclatura utilizada é a mesma usada no modelo da norma brasileira.

Para reduzir o número de incógnitas, inclui-se relação (3.41) em (3.65) e (3.66) e resolvendo o sistema formado por estas equações tem-se uma expressão não qual encontra-se a posição da linha neutra  $x$ :

$$\begin{aligned} & \left[ (0,5 \cdot h - e_c) + p \cdot (0,5 \cdot h - e_e) \right] \cdot \left( \beta_1 \cdot b \cdot \alpha_1 \cdot f_c \cdot x + \sum_{i=1}^n A_{s,i} \cdot \sigma_{s,i} \right) \\ & - (1+p) \cdot \left[ 0,5 \cdot \beta_1^2 \cdot b \cdot \alpha_1 \cdot f_c \cdot x^2 + \sum_{i=1}^n (A_{s,i} \cdot \sigma_{s,i} \cdot d_i) \right] = 0 \end{aligned} \quad (3.66)$$

Para avaliar estes ensaios com apenas uma carga de compressão, seja esta aplicada centrada ou não, e, ainda, considerando a existência de excentricidade em casos de compressão centrada em pilares esbeltos, a expressão anterior apresenta-se assim:

$$(0,5 \cdot h - e) \left( \beta_1 \cdot b \cdot \alpha_1 \cdot f_c \cdot x + \sum_{i=1}^n A_{s,i} \cdot \sigma_{s,i} \right) - 0,5 \cdot \beta_1^2 \cdot b \cdot \alpha_1 \cdot f_c \cdot x^2 + \sum_{i=1}^n (A_{s,i} \cdot \sigma_{s,i} \cdot d_i) = 0 \quad (3.68)$$

É necessário conhecer as excentricidades finais dos esforços resistentes últimos  $N_c$ ,  $N_e$  ou  $N_u$ , antes de calculá-los. Pelo ACI 318-2002, o deslocamento final, em relação ao eixo do pilar esbelto, das cargas atuantes é medido através da ampliação dos efeitos de primeira ordem, que diz respeito somente à geometria inicial do carregamento.

Para que os efeitos de segunda ordem possam ser negligenciados, a esbeltez do pilar – equação (3.53) – deve ser menor que valor limite estabelecido como:

$$\lambda_{lim} \leq 22$$

Em casos contrários, a norma recomenda que seja feita uma avaliação de segunda ordem.

### *Efeitos de segunda ordem*

Caso  $\lambda > \lambda_1$ , o código recomenda três métodos para avaliação dos efeitos de segunda ordem em elementos comprimidos.

A primeira é uma análise não-linear de segunda ordem, que deve considerar a não-linearidade dos materiais, curvatura e flambagem do membro, duração das cargas, fissuração, fadiga e interação com o apoio. Pode ser feita uma análise elástica dos efeitos de segunda ordem, a qual considera as características da seção levando em conta a influência das cargas axiais, a presença de fissuras junto ao comprimento do pilar e efeitos da duração do carregamento.

Foi utilizado neste trabalho o procedimento de ampliação de momento.

- *Moment magnification procedure - Nonsway*

Esse método recomenda que membros comprimidos sejam projetados para uma carga axial  $P_u$  e um momento amplificado  $M_u$  pelos efeitos da curvatura do pilar.

$$M_u = \delta_{ns} \cdot M_1 \quad (3.69)$$

$$\delta_{ns} = \frac{C_m}{1 - \frac{P_u}{0,75 \cdot P_c}} \geq 1 \quad (3.70)$$

sendo:  $\delta_{ns}$ , coeficiente de ampliação do momento de primeira ordem  $M_1$ ;  $C_m$ , equivalente ao  $\alpha_b$  da norma brasileira e também igual 1;  $P_u$ , foi considerada igual a carga de ruína obtida nos ensaios da base de dados,  $P_c$ , carga crítica de flambagem.

$$P_c = \frac{\pi^2 \cdot EI}{\ell_e} \quad (3.71)$$

onde,  $\ell_e$  é o comprimento de flambagem do pilar e o produto de inércia  $EI$  é medido por

$$EI = \frac{0,4 \cdot E_c \cdot I_g}{1 + \beta_{dns}} \quad (3.72)$$

$E_c$  é o módulo elasticidade secante do concreto;  $I_g$ , a inércia da seção íntegra e  $\beta_{dns}$ , a razão entre o máximo fator de carga suportado e o máximo fator de carga associado a mesma combinação de cargas, e não deve ser maior que 1, neste trabalhado foi considerado igual 1. Considerando que o momento de primeira ordem  $M_1$  é igual o produto da carga axial pela excentricidade de primeira ordem e o momento amplificado  $M_u$  é o produto da mesma

carga pela excentricidade de segunda ordem, a expressão (3.70) pode ser escrita em função dessas excentricidades:

$$e_2 = \delta_{ns} \cdot e_1 \quad (3.73)$$

Portanto, a excentricidade total, segundo este método:

$$e = (1 + \delta_{ns}) \cdot e_1 \quad (3.74)$$

Para o cálculo da posição da linha neutra, é necessário conhecer as tensões,  $\sigma_{s,i}$ , às quais as armaduras estão solicitadas, para tanto, supõe-se, inicialmente, que a seção em ruína esteja no domínio 5 de deformação. Este domínio é típico de elementos com solicitados por compressão excêntrica, visto que a seção encontra-se sob compressão não-uniforme.

#### ALGORITMO D – Cálculo dos esforços últimos para pilares solicitados à compressão excêntrica segundo ACI 318-2002:

##### D.1 Cálculo da posição da linha neutra nos domínios *compression-controlled* e *transition*

Substituindo a fórmula de  $\varepsilon_{s,i}$  mostrada no Quadro 3.2 para os domínios *compression-controlled* e *transition* nas equações (3.65) e (3.66), quando houver, respectivamente, duas ou uma força de compressão aplicada no pilar, tem-se:

$$\begin{aligned} & [-0,5(p+1) \cdot \beta_1 \cdot b \cdot \alpha_1 \cdot f_c] \cdot x^3 + \{ \beta_1 \cdot b \cdot \alpha_1 \cdot f_c \cdot [(0,5h - e_c) + p(0,5h - e_e)] \} \cdot x^2 + \\ & + 0,003E_s \left\{ [(0,5h - e_c) + p(0,5h - e_e)] \cdot \sum_{i=1}^n A_{s,i} - (p+1) \cdot \sum_{i=1}^n (A_{s,i} \cdot d_i) \right\} \cdot x + \\ & - 0,003E_s \left\{ [(0,5h - e_c) + p(0,5h - e_e)] \cdot \sum_{i=1}^n (A_{s,i} \cdot d_i) - (p+1) \cdot \sum_{i=1}^n (A_{s,i} \cdot d_i^2) \right\} = 0 \end{aligned} \quad (3.75)$$

$$\begin{aligned} & (-0,5 \cdot \beta_1 \cdot b \cdot \alpha_1 \cdot f_c) \cdot x^3 + [ \beta_1 \cdot b \cdot \alpha_1 \cdot f_c \cdot (0,5h - e) ] \cdot x^2 + \\ & + 0,003E_s \left\{ (0,5h - e) \cdot \sum_{i=1}^n A_{s,i} - \sum_{i=1}^n (A_{s,i} \cdot d_i) \right\} \cdot x + \\ & - 0,003E_s \left\{ (0,5h - e) \cdot \sum_{i=1}^n (A_{s,i} \cdot d_i) - \sum_{i=1}^n (A_{s,i} \cdot d_i^2) \right\} = 0 \end{aligned} \quad (3.76)$$

##### D.2 Cálculo dos esforços últimos nos domínios *compression-controlled* e *transition*



Se  $x$  estiver no intervalo especificado no Quadro 3.2 para seções com deformações correspondentes aos domínios *compression-controlled* e *transition*, calcula-se os esforços últimos usando as expressões a seguir:

$$N_c = \frac{1}{1+p} \cdot \left( \beta_1 \cdot b \cdot \alpha_1 \cdot f_c \cdot x + \sum_{i=1}^n A_{s,i} \cdot \sigma_{s,i} \right) \quad (3.77)$$

$$N_e = p \cdot N_c \quad (3.78)$$

E quando houver apenas uma força  $N_u$  aplicada:

$$N_u = \beta_1 \cdot b \cdot \alpha_1 \cdot f_c \cdot x + \sum_{i=1}^n (A_{s,i} \cdot \sigma_{s,i}) \quad (3.79)$$

Caso contrário:

### D.3 Cálculo da posição da linha neutra no domínio *tension-controlled*

Substituindo a expressão de deformação, apresentada no Quadro 3.2, correspondente ao domínio *tension-controlled* nas equações (3.65) e (3.66), tem-se:

$$\begin{aligned} & \left[ 0,5(p+1) \cdot \beta_1^2 \cdot b \cdot \alpha_1 \cdot f_c \right] \cdot x^3 + \\ & - \beta_1 \cdot b \cdot \alpha_1 \cdot f_c \cdot \left\{ \left[ (0,5h - e_c) + p(0,5h - e_e) \right] + 0,4(p+1) \cdot d_1 \right\} \cdot x^2 + \\ & + \left\{ \left[ (0,5h - e_c) + p(0,5h - e_e) \right] \left[ \beta_1 \cdot b \cdot d_1 \cdot \alpha_1 \cdot f_c + 0,005E_s \sum_{i=1}^n A_{s,i} \right] \right. \\ & \quad \left. - 0,005(p+1) \cdot E_s \sum_{i=1}^n (A_{s,i} \cdot d_i) \right\} \cdot x + \quad (3.80) \\ & - 0,005E_s \left\{ \left[ (0,5h - e_c) + p(0,5h - e_e) \right] \cdot \sum_{i=1}^n (A_{s,i} \cdot d_i) - (p+1) \sum_{i=1}^n (A_{s,i} \cdot d_i^2) \right\} = 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & (0,5 \cdot \beta_1^2 \cdot b \cdot \alpha_1 \cdot f_c) \cdot x^3 - \beta_1 \cdot b \cdot \alpha_1 \cdot f_c \cdot \left[ (0,5h - e) + 0,4d_1 \right] \cdot x^2 + \\ & + \left[ (0,5h - e) \left( \beta_1 \cdot b \cdot d_1 \cdot \alpha_1 \cdot f_c + 0,005E_s \cdot \sum_{i=1}^n A_{s,i} \right) - 0,005E_s \cdot \sum_{i=1}^n (A_{s,i} \cdot d_i) \right] \cdot x + \quad (3.81) \\ & - 0,005E_s \cdot \left[ (0,5h - e) \cdot \sum_{i=1}^n (A_{s,i} \cdot d_i) - \sum_{i=1}^n (A_{s,i} \cdot d_i^2) \right] = 0 \end{aligned}$$

onde a primeira faz o cálculo de  $x$  quando duas forças normais atuam na seção e a segundo, quando apenas uma atua.

### D.4 Cálculo do esforço normal resistente último no domínio *tension-controlled*

Para calcular os esforços últimos em seções com deformações correspondentes ao domínio tension-controlled também usa-se as expressões (3.77) e (3.78), quando houver atuação de duas forças normais, e (3.79) quando houver apenas uma.

#### **FIM DO ALGORITMO D**

Nos capítulos seguintes, são apresentados os dados dos modelos experimentais, e seus respectivos esforços de ruína experimentais e previstos segundo os métodos explanados, e a razão entre estes (erro de modelo).



## Capítulo 4: DADOS EXPERIMENTAIS SOBRE A

### RESISTÊNCIA DE ELEMENTOS LINEARES DE CONCRETO ARMADO

São apresentadas neste capítulo as características geométricas e mecânicas de todos os modelos encontrados, os valores observados para a força última experimental. Limitando-se às informações disponíveis na bibliografia analisada, são detalhadas também as metodologias de ensaio e as conclusões dos respectivos pesquisadores, de forma que tais informações orientassem análises e conclusões do presente trabalho.

Devido à escassez de dados sobre ensaios de vigas de concreto armado, foram estabelecidas as características dos elementos a serem avaliados, nas quais variou-se altura da seção transversal, taxa de armadura longitudinal e resistência característica do concreto. São apresentadas na Tabela 4.1 as características das vigas analisadas:

TABELA 4.1 – CARACTERÍSTICAS FÍSICAS E GEOMÉTRICAS DOS MODELOS DE VIGA

VIGA	$f_{ck}$ MPa	$f_y$ MPa	$E_s$ MPa	$b_w$ cm	$h$ cm	$A_{s,inf}$				$A_{s,sup}$	
						$n$	$n_i$	$\phi$ (mm)	$\rho_s$	$n_i$	$\phi$ (mm)
V $f_{ck}$ -30-055	20-100	543,5	210000	15	30	1	2	12,5	0,55%	2	6,3
V $f_{ck}$ -30-080	20-100	543,5	210000	15	30	1 2	3 2	10 6,3	0,80%	2	6,3
V $f_{ck}$ -30-104	20-100	543,5	210000	15	30	1 1	3 2	12,5 8	1,04%	2	6,3
V $f_{ck}$ -40-127	20-100	543,5	210000	15	40	1 1	3 2	16 10	1,27%	2	8
V $f_{ck}$ -40-151	20-100	543,5	210000	15	40	2 1	2 2	16 8	1,51%	2	8
V $f_{ck}$ -40-174	20-100	543,5	210000	15	40	1 1	3 2	20 8	1,74%	2	8
V $f_{ck}$ -50-200	20-100	543,5	210000	15	50	2 1	2 2	20 12,5	2,00%	2	10
V $f_{ck}$ -50-226	20-100	543,5	210000	15	50	2 2	3 2	16 12,5	2,26%	2	10
V $f_{ck}$ -50-251	20-100	543,5	210000	15	50	2 1	2 2	20 20	2,51%	2	10
V $f_{ck}$ -60-276	20-100	543,5	210000	15	60	2 1	3 3	20 16	2,76%	3	10
V $f_{ck}$ -60-303	20-100	543,5	210000	15	60	1 2	3 2	25 20	3,03%	3	10
V $f_{ck}$ -60-327	20-100	543,5	210000	15	60	2	3	25	3,27%	3	10

A resistência característica do concreto variou em 5MPa para concretos de resistência usual, 20 a 50 MPa, e em 10 MPa para concretos de alta resistência, 60 a 100MPa.

Os dados referentes aos modelos de pilares são apresentados a seguir:

#### **4.1. AGOSTINI (1992)**

Pesquisa referente a uma tese de doutorado da Escola Politécnica da USP foi dirigida ao estudo de pilares de concreto de alta resistência com seção quadrada, solicitados à compressão centrada. Teve por objetivo iniciar, no Brasil, a investigação do comportamento de pilares em concreto de alta resistência, principalmente em relação à aplicação dos critérios clássicos de dimensionamento para as estruturas de concreto armado com resistência usual.

A primeira fase do estudo constituiu-se da investigação das propriedades dos materiais, obtendo, assim, um concreto com resistência à compressão em torno de 80MPa aos 28 dias e trabalhabilidade adequada. Estudou ainda os processos de cura e execução a serem utilizados. Em seguida, para analisar a ductilidade na ruptura, foram executados corpos-de-prova cilíndricos de concretos com resistências, aos 28 dias, em torno de 40MPa, 60MPa e 80MPa. Alguns destes corpos-de-prova possuíam armadura helicoidal.

A investigação dos pilares de concreto com alta resistência iniciou com doze pilares, P1-I(II) a P6-I(II), nos quais se variou a resistência do concreto e as taxas das armaduras longitudinal e transversal.

Devido à diferença entre as deformações nos pilares e nos corpos-de-prova de concreto de alta resistência, foram ensaiados seis pilares com as mesmas dimensões dos anteriores, P7-I(II), PCNSA-I(II) e PCNCA-I(II). Para avaliar a deformação, esses pilares foram executados com resistência do concreto usual e alta, com e sem armadura.

Na segunda etapa experimental da pesquisa, também analisaram-se pilares de alta resistência com armaduras usuais. Contudo, por imprevistos técnicos, as dimensões das peças foram reduzidas. Foram executados quatro pilares, P8, P9, P10 e P11, nos quais a variante foi a existência e taxas de armaduras com objetivo de verificar o confinamento conferido por estas. Com o mesmo propósito foram ensaiados mais quatorze pilares, PL4T150-I(II), PL4T175-I(II), PL4T200-I(II), PL4T225-I(II), PL4T250-I(II), PL4T275-I(II) e PL4T300-I(II), nos quais somente a taxa de armadura transversal foi alterada.

Resolvido o problema técnico que levou a alteração nas dimensões dos pilares, realizou-se novos ensaios de pilares com as dimensões iniciais, PL4T225-I(II), PL6T225-I(II),

PL4T300-I(II) e PL6T300-I(II). Desta vez, variou-se tanto taxa da armadura longitudinal quanto transversal.

TABELA 4.2 – CARACTERÍSTICAS FÍSICAS E GEOMÉTRICAS DOS MODELOS DE AGOSTINI (1992)

PILAR	$f_c$ MPa	$f_y$ MPa	$E_s$ MPa	b cm	h cm	$l_e$ cm	$A_{sl}$			$A_{sw}$			$e_i$ mm
							n	$\Phi$ mm	$\rho_l$	$\Phi$ mm	s	$\rho_w$	
P1-I	51,00	728	219200	12	12	72	4	6,3	0,87%	4,2	7,5	0,51%	0
P1-II	51,00	728	219200	12	12	72	4	6,3	0,87%	4,2	7,5	0,51%	0
P2-I	57,40	728	219200	12	12	72	8	6,3	1,73%	4,2	7,5	0,51%	0
P2-II	57,40	728	219200	12	12	72	8	6,3	1,73%	4,2	7,5	0,51%	0
P3-I	59,80	728	219200	12	12	72	8	6,3	1,73%	4,2	7,5	0,86%	0
P3-II	59,80	728	219200	12	12	72	8	6,3	1,73%	4,2	7,5	0,86%	0
P4-I	82,60	728	219200	12	12	72	4	6,3	0,87%	4,2	7,5	0,51%	0
P4-II	82,60	728	219200	12	12	72	4	6,3	0,87%	4,2	7,5	0,51%	0
P5-I	74,00	728	219200	12	12	72	8	6,3	1,73%	4,2	7,5	0,51%	0
P5-II	74,00	728	219200	12	12	72	8	6,3	1,73%	4,2	7,5	0,51%	0
P6-I	70,40	728	219200	12	12	72	8	6,3	1,73%	4,2	7,5	0,86%	0
P6-II	70,40	728	219200	12	12	72	8	6,3	1,73%	4,2	7,5	0,86%	0
P7-I	73,80	728	219200	12	12	72							0
P7-II	73,80	728	219200	12	12	72							0
P8	80,90	728	210000	8	8	48							0
P9	80,50	728	210000	8	8	48	4	6,3	1,95%				0
P10	80,70	728	210000	8	8	48	4	6,3	1,95%	4,2	5	1,04%	0
P11	80,70	728	210000	8	8	48	4	6,3	1,95%	4,2	7,5	0,69%	0
PCNCA-I	19,80	728	219200	12	12	72	4	6,3	0,87%	4,2	7,5	0,51%	0
PCNCA-II	19,80	728	219200	12	12	72	4	6,3	0,87%	4,2	7,5	0,51%	0
PCNSA-I	19,80	728	219200	12	12	72							0
PCNSA-II	19,80	728	219200	12	12	72							0
PL4T150-I	70,40	499	210000	8	8	48	4	10	4,91%	5	4,9	1,50%	0
PL4T150-II	70,40	499	210000	8	8	48	4	10	4,91%	5	4,9	1,50%	0
PL4T175-I	74,00	499	210000	8	8	48	4	10	4,91%	5	4,2	1,75%	0
PL4T175-II	74,00	499	210000	8	8	48	4	10	4,91%	5	4,2	1,75%	0
PL4T200-I	76,00	499	210000	8	8	48	4	10	4,91%	5	3,7	1,75%	0
PL4T200-II	76,00	499	210000	8	8	48	4	10	4,91%	5	3,7	1,75%	0
PL4T225-I	71,00	499	210000	8	8	48	4	10	4,91%	5	3,25	2,25%	0
PL4T225-II	71,00	499	210000	8	8	48	4	10	4,91%	5	3,25	2,25%	0
PL4T250-I	77,00	499	210000	8	8	48	4	10	4,91%	5	3	2,25%	0
PL4T250-II	77,00	499	210000	8	8	48	4	10	4,91%	5	3	2,25%	0
PL4T275-I	70,80	499	210000	8	8	48	4	10	4,91%	5	2,65	2,75%	0
PL4T275-II	70,80	499	210000	8	8	48	4	10	4,91%	5	2,65	2,75%	0
PL4T300-I	77,60	499	210000	8	8	48	4	10	4,91%	5	2,45	3,00%	0
PL4T300-II	77,60	499	210000	8	8	48	4	10	4,91%	5	2,45	3,00%	0
PL4T225-I	84,20	544	210000	12	12	72	4	12,5	3,41%	6,3	4	2,25%	0
PL4T225-II	84,20	544	210000	12	12	72	4	12,5	3,41%	6,3	4	2,25%	0
PL6T225-I	73,30	544	210000	12	12	72	6	12,5	5,11%	6,3	4	2,25%	0
PL6T225-II	73,30	544	210000	12	12	72	6	12,5	5,11%	6,3	4	2,25%	0
PL4T300-I	83,70	544	210000	12	12	72	4	12,5	3,41%	6,3	3	3,00%	0
PL4T300-II	83,70	544	210000	12	12	72	4	12,5	3,41%	6,3	3	3,00%	0
PL6T300-I	72,40	544	210000	12	12	72	6	12,5	5,11%	6,3	3	3,00%	0
PL6T300-II	72,40	544	210000	12	12	72	6	12,5	5,11%	6,3	3	3,00%	0
PL6T150-I	71,20	544	210000	12	12	72	6	12,5	5,11%	6,3	6	1,50%	30
PL6T150-II	71,20	544	210000	12	12	72	6	12,5	5,11%	6,3	6	1,50%	30

Por fim, para obter informações sobre o comportamento da armadura de confinamento quando a peça for solicitada à compressão excêntrica, os pilares PL6T150-I(II) foram ensaiados com carga excêntrica em 3cm.

Os ensaios dos pilares ocorreram nos laboratórios de estruturas da UNICAMP e da Escola Politécnica da USP, com aparelhos que possuíam atuador de carga com capacidade de 100tf e 300tf, respectivamente. A Figura 4.1 apresenta o esquema simplificado de ensaio (carregamento). Quando a ação era centrada as placas de apoio, assim como a rótula da prensa localizavam-se no eixo do pilar.

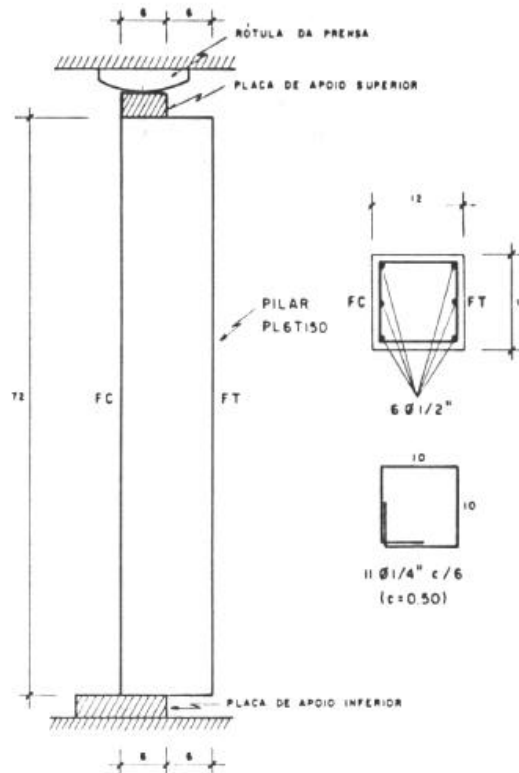


FIGURA 4.1 – ESQUEMA ESTÁTICO DE CARREGAMENTO, (AGOSTINI, 1992)

Do ponto de vista de análise estrutural, as conclusões mais relevantes do autor foram:

- Em corpos-de-prova e pilares de concretos com alta resistência, a armadura transversal contribuiu apenas evitando a ruptura brusca; enquanto em concretos com resistência usual, a armadura transversal permite um acréscimo de tensão, funcionando como cintamento do núcleo.
- Mesmo com cargas aplicadas em toda a superfície de concreto, sempre existia uma excentricidade acidental, embora esse efeito diminuísse com o aumento da taxa de armadura longitudinal. A explicação dada pelo autor é que a maior homogeneidade na distribuição das armaduras longitudinais compensa as excentricidades acidentais decorrentes da heterogeneidade do concreto, mas isso deveria ser verificado em pilares de dimensões maiores.
- O acréscimo de deformação e o decréscimo da tensão última dos pilares de concreto armado com alta resistência em relação a seus corpos-de-prova ou pilares não-armados sugeriram que as armaduras longitudinais e transversais definiriam um núcleo de concreto que passou a ser a seção transversal resistente. O mesmo não foi observado para pilares de concreto com resistência usual.

- d) Os estribos individuais e melhor executados foram mais solicitados e mais eficientes como armadura de confinamento. Esses fatos evidenciaram a importância do formato e taxa da armadura transversal na tensão última dos pilares.
- e) A partir dos ensaios com pilares solicitados à flexo-compressão, observou-se que a ductilidade foi obtida com armaduras que não impediriam a ruptura frágil caso estes pilares fossem solicitados à compressão centrada, embora a carga última tenha sofrido substancial redução sob solicitação excêntrica.

## 4.2. PAIVA (1994)

A motivação desta pesquisa foi realizar um estudo comparativo com AGOSTINI (1992). Foram estudados pilares em concreto armado de alta resistência com seção retangular, solicitados à compressão centrada. Possuía o objetivo de estabelecer, para tais pilares, as taxas mínimas de armaduras longitudinais e transversais que garantissem segurança nos estados limites últimos.

A primeira etapa experimental constituiu-se na análise da seção resistente, com o ensaio de oito pilares, P1CA-USUAL, P2CA-USUAL, P1CA-CAR, P2CA-CAR, P1SA-USUAL, P2SA-USUAL, P1SA-CAR e P2SA-CAR. Os parâmetros variáveis eram: presença ou não de armadura e a resistência usual ou alta (em torno de 70MPa).

Devido à fragilidade na ruptura de pilares em concreto de alta resistência com armaduras usuais, variou-se a taxa de armaduras transversais de confinamento, buscando a ductilização dos pilares. Foram ensaiados doze pilares, P8/10-150-1(2), P8/10-175-1(2), P8/10-200-1(2), P8/10-225-1(2), P8/10-250-1(2) e P8/10-275-1(2).

Alterando a relação entre os lados da seção transversal e a taxa de armadura longitudinal, foram executados mais seis pilares em concreto de alta resistência. Separados aos pares com taxas volumétricas de armadura transversal de 2,00%, 2,25% e 2,50%, os pilares possuíam de dimensões de 8cm x 12cm x 48cm e armadura longitudinal com seis barras de 10mm.

Os pilares foram ensaiados na Máquina Universal de Ensaio (máquina hidráulica) de 100tf, do Laboratório de Estruturas e Materiais de

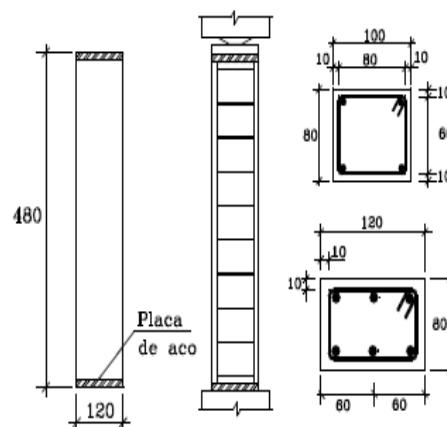


FIGURA 4.2 – CARACTERÍSTICAS DOS ENSAIOS DE PAIVA (1994)



Construção da UNICAMP, Figura 4.2.

TABELA 4.3 – CARACTERÍSTICAS FÍSICAS E GEOMÉTRICAS DOS MODELOS DE PAIVA (1994)

PILAR	$f_c$ MPa	$f_y$ MPa	$E_s$ MPa	b cm	h cm	$l_e$ cm	$A_{sl}$			$A_{sw}$			$e_i$ mm
							n	$\Phi$ mm	cm	$\Phi$ mm	s	$\rho_w$	
P1SA-USUAL	21,10	493	210000	10	8	48							0
P2SA-USUAL	21,10	493	210000	10	8	48							0
P1CA-USUAL	19,20	493	210000	10	8	48	4	6,3	1,56%	5	8	0,86%	0
P2CA-USUAL	19,20	493	210000	10	8	48	4	6,3	1,56%	5	8	0,86%	0
P1SA-CAR	55,70	493	210000	10	8	48							0
P2SA-CAR	55,70	493	210000	10	8	48							0
P1CA-CAR	61,90	493	210000	10	8	48	4	6,3	1,56%	5	4,6	1,50%	0
P2CA-CAR	61,90	493	210000	10	8	48	4	6,3	1,56%	5	4,6	1,50%	0
P8/10-150-1	74,48	493	210000	10	8	48	4	10,0	3,93%	5	3,9	1,75%	0
P8/10-150-2	74,48	493	210000	10	8	48	4	10,0	3,93%	5	3,9	1,75%	0
P8/10-175-1	65,83	493	210000	10	8	48	4	10,0	3,93%	5	3,4	2,00%	0
P8/10-175-2	65,83	493	210000	10	8	48	4	10,0	3,93%	5	3,4	2,00%	0
P8/10-200-1	66,27	493	210000	10	8	48	4	10,0	3,93%	5	3	2,25%	0
P8/10-200-2	66,27	493	210000	10	8	48	4	10,0	3,93%	5	3	2,25%	0
P8/10-225-1	63,60	493	210000	10	8	48	4	10,0	3,93%	5	2,7	2,50%	0
P8/10-225-2	63,60	493	210000	10	8	48	4	10,0	3,93%	5	2,7	2,50%	0
P8/10-250-1	63,85	493	210000	10	8	48	4	10,0	3,93%	5	2,5	2,75%	0
P8/10-250-2	63,85	493	210000	10	8	48	4	10,0	3,93%	5	2,5	2,75%	0
P8/10-275-1	54,11	493	210000	10	8	48	4	10,0	3,93%	5	2,3	3,00%	0
P8/10-275-2	54,11	493	210000	10	8	48	4	10,0	3,93%	5	2,3	3,00%	0
P8/12-200-1	66,72	493	210000	12	8	48	6	10,0	4,91%	5	3,3	2,00%	0
P8/12-200-2	66,72	493	210000	12	8	48	6	10,0	4,91%	5	3,3	2,00%	0
P8/12-225-1	64,87	493	210000	12	8	48	6	10,0	4,91%	5	2,9	2,25%	0
P8/12-225-2	64,87	493	210000	12	8	48	6	10,0	4,91%	5	2,9	2,25%	0
P8/12-250-1	63,80	493	210000	12	8	48	6	10,0	4,91%	5	2,6	2,50%	0
P8/12-250-2	63,80	493	210000	12	8	48	6	10,0	4,91%	5	2,6	2,50%	0

Através dos ensaios e análises realizadas, o pesquisador chegou às seguintes conclusões a respeito de pilares de concreto com alta resistência e seção transversal retangular, quando solicitados à compressão centrada:

- Somente nos pilares em concreto de resistência usual, seção resistente coincide com a seção transversal.
- O confinamento promovido pela armadura longitudinal mostrou-se eficiente a partir de uma taxa volumétrica de 2,00% e melhorando até taxa de 2,50%.
- Verificou-se surgimento de excentricidade acidental mesmo com confinamento adequado e maior taxa de armadura longitudinal, provando que, em pilares com seções retangulares, a homogeneidade da armadura não compensa a heterogeneidade do concreto.

- d) Em pilares de alta resistência, a seção resistente é definida pelas armaduras e, para evitar a ruptura frágil, são necessárias taxas de armaduras transversais em torno de 2,20% e de armaduras longitudinais superiores a 3,20%.

### 4.3. LIMA (1997)

Trata-se da primeira pesquisa experimental, desenvolvida no SET, envolvendo pilares de concreto de alto desempenho, com resistência aos 15 dias em torno de 80 MPa.

Foram ensaiados 23 pilares, dos quais dez eram solicitados à flexão normal composta, avaliando a distribuição de tensões ao longo da seção transversal, para níveis diferentes de excentricidades e taxas de armadura, e ainda, buscou-se utilizar dimensões que representassem os pilares de edifícios de concreto armado.

Os pilares solicitados à compressão centrada foram divididos em quatro séries, P1, P2, P3 e P4, diferindo pelas dimensões da seção ou pela taxa de armadura transversal.

Os pilares ensaiados sob carga excêntrica foram distribuídos em cinco séries, P5, P6, P7, P8 e P9. Variou-se todos os parâmetros: dimensões dos pilares, taxas de armaduras longitudinal e transversal e excentricidade.

TABELA 4.4 – CARACTERÍSTICAS FÍSICAS E GEOMÉTRICAS DOS MODELOS DE LIMA (1997)

PILAR	$f_c$ MPa	$f_y$ MPa	$E_s$ MPa	b cm	h cm	$l_e$ cm	$A_{sl}$			$A_{sw}$			$e_i$ mm
							n	$\Phi$ (mm)	$\rho_l$	$\Phi$ (mm)	s	$\rho_w$	
P1/1	83,80	543,3	205028	20	20	120	8	12,5	2,45%	6,3	5	1,03%	0
P1/2	83,80	543,3	205028	20	20	120	8	12,5	2,45%	6,3	5	1,03%	0
P1/3	83,80	543,3	205028	20	20	120	8	12,5	2,45%	6,3	5	1,03%	0
P1r/2	85,10	543,3	205028	20	20	120	8	12,5	2,45%	6,3	5	1,03%	0
P1r/3	85,10	543,3	205028	20	20	120	8	12,5	2,45%	6,3	5	1,03%	0
P2/2	87,40	543,3	205028	20	20	120	8	12,5	2,45%	6,3	10	0,51%	0
P2/3	92,00	543,3	205028	20	20	120	8	12,5	2,45%	6,3	10	0,51%	0
P3/1	94,90	543,3	205028	30	15	90	8	12,5	2,18%	6,3	5	1,03%	0
P3/2	94,90	543,3	205028	30	15	90	8	12,5	2,18%	6,3	5	1,03%	0
P3/3	94,90	543,3	205028	30	15	90	8	12,5	2,18%	6,3	5	1,03%	0
P4/1	80,50	543,3	205028	30	15	90	8	12,5	2,18%	6,3	2,5	2,05%	0
P4/2	80,50	543,3	205028	30	15	90	8	12,5	2,18%	6,3	2,5	2,05%	0
P4/3	80,50	543,3	205028	30	15	90	8	12,5	2,18%	6,3	2,5	2,05%	0
P5/1	81,10	543,3	205028	30	15	174	8	12,5	2,18%	6,3	5	1,58%	15
P5/2	79,50	543,3	205028	30	15	174	8	12,5	2,18%	6,3	5	1,58%	15
P6/1	85,70	710,5	201242	30	15	174	8	16	3,57%	6,3	5	1,58%	15
P6/2	83,70	710,5	201242	30	15	174	8	16	3,57%	6,3	5	1,58%	15
P7/1	87,30	681,2	200419	30	15	174	8	9,5	1,26%	6,3	7,5	1,05%	15
P7/2	93,50	681,2	200419	30	15	174	4	9,5	0,63%	6,3	7,5	1,05%	15
P8/1	87,10	681,7	200419	30	15	174	8	9,5	1,26%	6,3	7,5	1,05%	25
P8/2	92,80	681,2	200419	30	15	174	4	9,5	0,63%	6,3	7,5	1,05%	25
P9/1	101,30	676,4	203141	30	12	247	8	10	1,75%	6,3	6	1,56%	30
P9/2	83,30	676,5	203141	30	12	247	8	10	1,75%	6,3	12	0,78%	30

A estrutura de reação dos ensaios, Figura 4.3, era composta por um pórtico espacial metálico ancorado por meio de tirantes em uma laje de reação. O pórtico era constituído por quatro colunas e uma grelha horizontal composta por quatro vigas metálicas, duas centrais onde foi fixada a célula de carga e que apoiavam-se nas vigas duas laterais, todas fixadas por parafusos. O macaco hidráulico foi posto na parte inferior do pórtico.

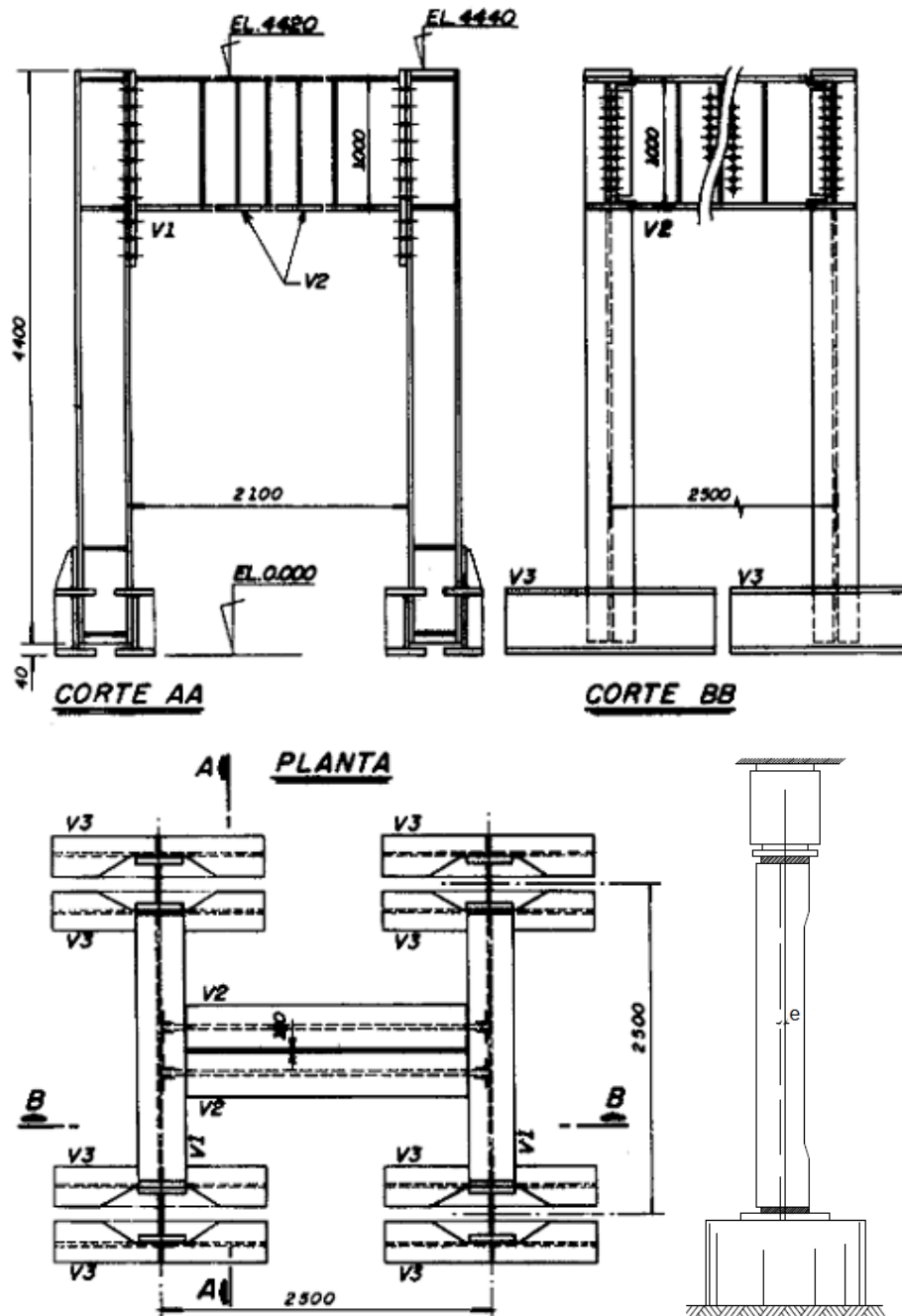


FIGURA 4.3 – ESQUEMA DE MONTAGEM DO PÓRTICO E DE CARREGAMENTO (LIMA, 1997)

Nos casos de compressão excêntrica, neste assim como nos demais trabalhos, a carga excêntrica foi aplicada na direção de menor inércia.

O trabalho tinha como um dos objetivos desenvolver uma metodologia de cálculo para pilares de concreto de alto desempenho, portanto a maioria das conclusões feitas pelo pesquisador dizem respeito principalmente a exatidão do método proposto, a que não interessa ao presente trabalho. As demais conclusões são:

- a) A seção resistente é formada pelo núcleo limitado pelo eixo da armadura mais externa, pois as relações entre a força última experimental e a força última teórica, considerando a seção do núcleo resultam em valores mais próximos de 1.
- b) A ductilidade aumenta com as taxas de armadura transversal e longitudinal.
- c) Em pilares solicitados à compressão centrada, a ductilidade pode ser alcançada com menores taxas de armaduras que propostas em AGOSTINI (1992) e PAIVA (1994).
- d) A deformação última no concreto na face mais comprimida resultou um valor médio de 2,5‰ confirmando a alteração proposta para o diagrama de domínios de deformação, quando se tratar de concreto de alto desempenho.

#### 4.4. VALLADARES (1997)

Estudo realizado na UFMG referente a uma dissertação de mestrado, que tinha por objetivo analisar a evolução de deformações e deslocamentos residuais ou permanentes no concreto e nas armações, a evolução do mecanismo de fissuração e as cargas máximas ou de ruína.

Os pilares ensaiados eram geometricamente idênticos sujeitos à ação excêntrica de 5cm em uma das direções principais. Possuíam seção transversal quadrada, armaduras longitudinal e transversal e excentricidade iguais em todos os modelos, a única variável era a resistência do concreto.

TABELA 4.5 – CARACTERÍSTICAS FÍSICAS E GEOMÉTRICAS DOS MODELOS DE VALLADARES (1997)

PILAR	$f_c$ MPa	$f_y$ MPa	$E_s$ MPa	b cm	h cm	$l_e$ cm	$A_{sl}$			$A_{sw}$			$e_i$ mm
							n	$\Phi$ (mm)	mm	$\Phi$ (mm)	s	$\rho_w$	
BR-PE01	29,50	500	210000	15	15	75	4	10	1,40%	5	12	0,58%	50
BR-PE02	30,00	500	210000	15	15	75	4	10	1,40%	5	12	0,58%	50
MR-PE01	58,70	500	210000	15	15	75	4	10	1,40%	5	12	0,58%	50
MR-PE01	60,60	500	210000	15	15	75	4	10	1,40%	5	12	0,58%	50
AR-PE01	66,00	500	210000	15	15	75	4	10	1,40%	5	12	0,58%	50
AR-PE02	76,10	500	210000	15	15	75	4	10	1,40%	5	12	0,58%	50
AR-PE03	81,40	500	210000	15	15	75	4	10	1,40%	5	12	0,58%	50
AR-PE04	79,20	500	210000	15	15	75	4	10	1,40%	5	12	0,58%	50

Os modelos eram bi-articulados com excentricidades idênticas em suas extremidades, Figura 4.4, e foram ensaiados aos 28 dias. Os exemplares não foram carregados

monotonicamente até a ruína, ou seja, com a intensificação da solitação, os exemplares eram totalmente descarregados, formando ciclos de caracterizados por deformações máximas e deformações residuais relacionadas.

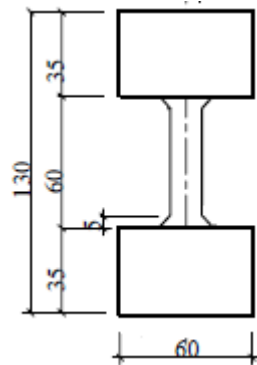


FIGURA 4.4 – DISPOSITIVO EXPERIMENTAL E MODELO DE VALLADARES (1997)

A partir dos resultados dos ensaios, o autor chegou às seguintes conclusões:

- a) Há uma queda de ductilidade estrutural associada à ruína com o aumento da resistência à compressão, o que evidencia o comportamento frágil de pilares em concreto de alta resistência em relação a pilares idênticos de concreto de resistência normal.
- b) O aumento da resistência do concreto acarreta em redução da deformabilidade estrutural.
- c) Concretos com alta resistência apresentam módulos de elasticidade elevados, início de fissuração em estágios mais avançados de solitação (maior resistência à tração) e melhor aderência às armaduras com o aumento da resistência do concreto em estágios pós-fissuração.
- d) Concretos com alta resistência apresentam ruínas bruscas acompanhadas por grandes perdas de cobrimentos de concreto e consequente flambagem das barras longitudinais de armação nas regiões expostas, enquanto em concretos de baixas resistências, as ruínas são tipicamente dúcteis.

#### 4.5. VANDERLEI (1999)

Esta pesquisa foi desenvolvida no SET EESC/USP com o objetivo de analisar o comportamento de pilares de concreto armado sujeitos à flexo-compressão normal, dando continuidade a LIMA (1997). No entanto, foi utilizada uma metodologia de ensaio julgada

como mais adequada, no que diz respeito à representação e controle das ações, e com a qual pudesse se aferir o modelo teórico.

Foram mantidas a seção transversal, a resistência do concreto e as taxas de armaduras longitudinais e transversais utilizadas em LIMA (1997). Ensaiou-se seis pilares executados com concreto de resistência à compressão, aos 28 dias, em torno de 80MPa e submetidos à carga excêntrica em 38cm na direção de menor inércia.

TABELA 4.6 – CARACTERÍSTICAS FÍSICAS E GEOMÉTRICAS DOS MODELOS DE VANDERLEI (1999)

PILAR	$f_c$ MPa	$f_y$ MPa	$E_s$ MPa	b cm	h cm	$l_e$ cm	$A_{sl}$			$A_{sw}$			$e_i$ mm
							n	$\Phi$ (mm)	$\rho_l$	$\Phi$ (mm)	s	$\rho_w$	
P1/1R	88,89	502,1	168841	30	15	105	8	12,5	2,18%	6,3	5	1,58%	380
P1/2	85,68	502,1	168841	30	15	105	8	12,5	2,18%	6,3	10	0,79%	380
P1/3	82,61	502,1	168841	30	15	105	8	12,5	2,18%	6,3	15	0,53%	380
P2/1	90,07	623,0	194060	30	15	105	8	10	1,40%	6,3	10	0,79%	380
P2/2	89,61	623,0	194060	30	15	105	8	10	1,40%	6,3	5	1,58%	380
P3/1	87,41	622,9	194388	30	15	105	8	16	3,57%	6,3	10	0,79%	380

Foram aplicadas duas forças independentes, uma centrada no eixo dos pilares e outra com excentricidade bem definida, facilitando assim a aplicação e o controle das forças para que a distribuição de tensões fosse de acordo com o esperado no modelo teórico adotado. O modelo que se pretendeu atingir era de uma pilar com força excêntrica aplicada na direção do eixo longitudinal, provocando uma situação de flexo-compressão normal. As aplicações das forças eram feitas por duas bombas, uma para atuador hidráulico da força centrada de 5000kN e a outra para os dois atuadores da força excêntrica de 300kN cada. As forças eram aplicadas em etapas onde a força excêntrica era 5% da força centrada.

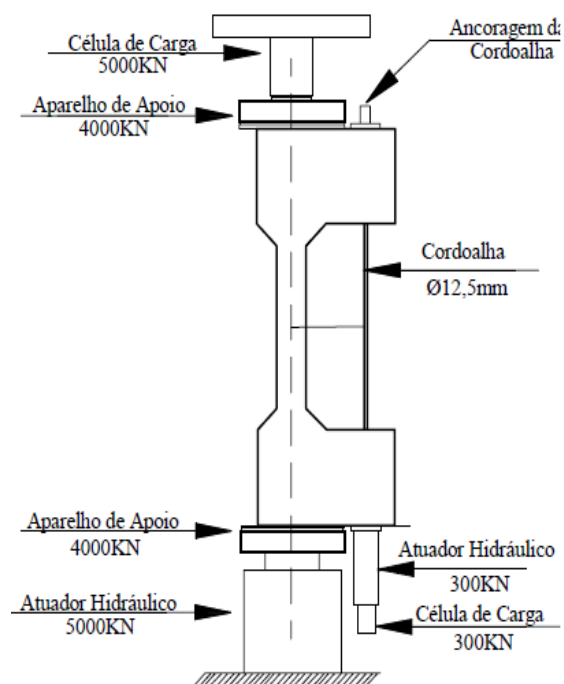


FIGURA 4.5 – SISTEMA ESTÁTICO DE ENSAIO DE VANDERLEI (1999)

As principais conclusões feitas a partir da análise dos resultados foram:

- O sistema de ensaio adotado não apresentou centralização, com precisão, da força aplicada no eixo dos modelos, o que ocasionou aparecimento de excentricidades

acidentais desconhecidas e, conseqüentemente, grandes diferenças entre momento experimental e teórico.

- b) Apesar do pequeno número de ensaios, percebeu-se que a ductilização da seção transversal é função das taxas de armadura longitudinal e transversal.
- c) Houve uma mudança na inclinação da curva força x deformação em torno de 55% da força de ruptura, provavelmente decorrente do destacamento do cobrimento da armadura.
- d) As deformações últimas do concreto, na face mais comprimida do pilar, variaram entre 0,23% e 0,3%, confirmando a alteração dos limites nos domínios de deformação, para casos de concreto com alta resistência.

#### 4.6. QUEIROGA (1999)

Estudo desenvolvido no SET EESC/USP com pretensão dar continuidade a LIMA (1997) sobre pilares de concreto de alto desempenho. Visava verificar a formação de um núcleo resistente e determinar as taxas de armaduras longitudinal e transversal capazes de promover esse confinamento em peças com tais configurações.

Os modelos possuíam resistência à compressão, aos 15 dias, em torno de 60MPa e eram solicitados à compressão centrada.

Foram confeccionados e ensaiados modelos separados em seis séries com dois exemplares idênticos. As peças a mesma área de armadura longitudinal e diferiam apenas pela a taxa de armadura transversal (espaçamento entre os estribos) e pelas dimensões e formato da seção transversal.

TABELA 4.7 – CARACTERÍSTICAS FÍSICAS E GEOMÉTRICAS DOS MODELOS DE QUEIROGA (1999)

PILAR	$f_c$ MPa	$f_y$ MPa	$E_s$ MPa	b cm	h cm	$l_e$ cm	$A_{sl}$			$A_{sw}$			$e_t$ mm
							n	$\Phi$ (mm)	$\rho_l$	$\Phi$ (mm)	s	$\rho_w$	
P1	59,60	502,1	168800	20	20	120	8	12,5	2,45%	6,3	15	0,34%	0
P2	64,35	502,1	168800	20	20	120	8	12,5	2,45%	6,3	15	0,34%	0
P3	53,40	502,1	168800	20	20	120	8	12,5	2,45%	6,3	10	0,51%	0
P4	53,40	502,1	168800	20	20	120	8	12,5	2,45%	6,3	10	0,51%	0
P5	55,90	502,1	168800	20	20	120	8	12,5	2,45%	6,3	5	1,03%	0
P6	55,90	502,1	168800	20	20	120	8	12,5	2,45%	6,3	5	1,03%	0
P7	66,90	502,1	168800	30	15	90	8	12,5	2,18%	6,3	15	0,34%	0
P8	66,90	502,1	168800	30	15	90	8	12,5	2,18%	6,3	15	0,34%	0
P9	63,88	502,1	168800	30	15	90	8	12,5	2,18%	6,3	10	0,79%	0
P10	63,88	502,1	168800	30	15	90	8	12,5	2,18%	6,3	10	0,79%	0
P11	65,47	502,1	168800	30	15	90	8	12,5	2,18%	6,3	5	1,58%	0
P12	65,47	502,1	168800	30	15	90	8	12,5	2,18%	6,3	5	1,58%	0



Os modelos foram ensaiados no Laboratório de Estruturas da EESC-USP na INSTRON, máquina hidráulica, servo-controlada e computadorizada, com capacidade para carga estática de 2500kN e altura útil de ensaio de 4m. A utilização da INSTRON, permitiu a aplicação de deslocamentos com velocidade controlada (mm/s), variando-se a mesma à medida que as forças últimas teóricas previstas pelo pesquisador se aproximavam.

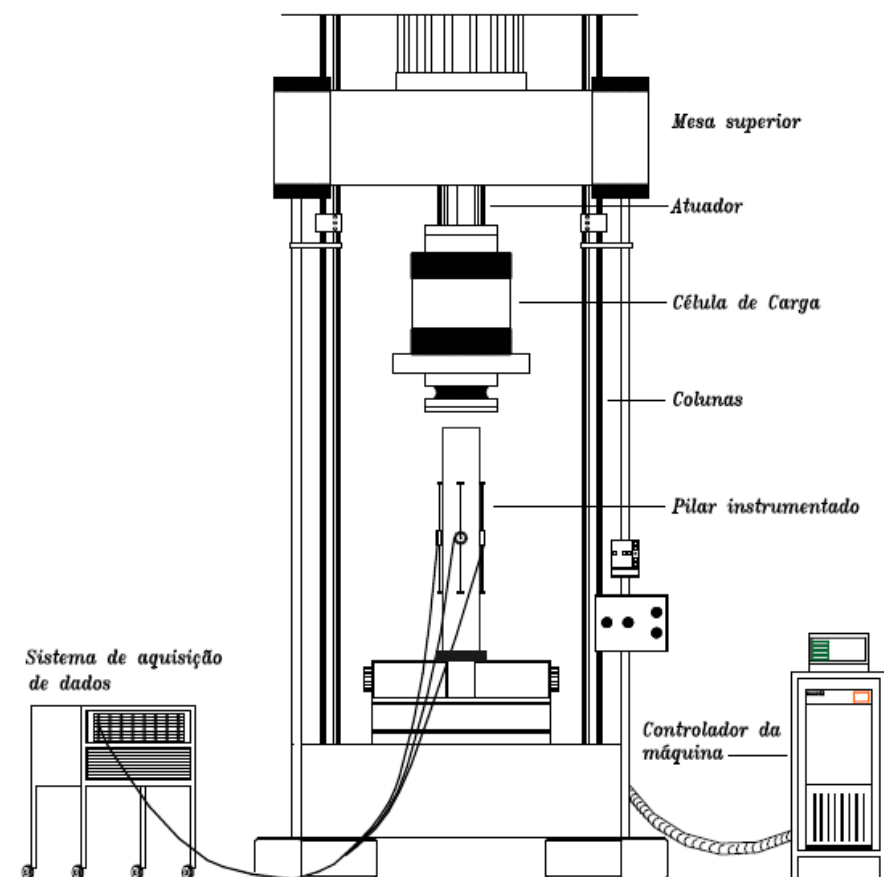


FIGURA 4.6 – SISTEMA DE ENSAIO NA INSTRON, ADAPTADO DE QUEIROGA (1999)

Como o objetivo do trabalho era avaliar a seção resistente de concreto e a eficiência do confinamento, as observações feitas pelo autor dizem respeito a estes aspectos. São elas:

- a) A taxa de armadura transversal necessária para promover ruptura dúctil em pilares de concreto com alta resistência não deve ser avaliada pelos mesmos critérios utilizados para concreto com resistência usual.
- b) A configuração dos estribos e o espaçamento entre eles são fatores importantes para a eficiência do confinamento promovido pela armadura transversal.
- c) Em todos os modelos a força última de ruptura ficou situada entre a força última teórica para a seção íntegra e a força última teórica para o núcleo definido pelo eixo dos estribos, sendo que esta última apresenta valores a favor da segurança.



## 4.7. RAMOS (2001)

Este trabalho deu continuidade aos estudos realizados no SET EESC/USP sobre pilares de concreto armado solicitados à compressão centrada, LIMA (1997) e QUEIROGA (1999), nos quais a resistência média à compressão era em torno, respectivamente, de 80MPa e 60MPa. Este foi o primeiro trabalho com concreto de baixa resistência, 25MPa.

Tinha por objetivos estudar, para os pilares ensaiados, a ductilidade, o cintamento, a possível formação de um núcleo resistente, e ainda, verificar as recomendações da NBR 6118/1978 sobre as taxas de armaduras longitudinais e transversais.

Foram ensaiados 16 modelos de pilares, divididos em quatro séries. Nos quais variou-se formato e dimensões da seção transversal e armaduras longitudinais e transversais.

TABELA 4.8 – CARACTERÍSTICAS FÍSICAS E GEOMÉTRICAS DOS MODELOS DE RAMOS (2001)

PILAR	$f_c$ MPa	$f_y$ MPa	$E_s$ MPa	b cm	h cm	$l_e$ cm	$A_{sl}$			$A_{sw}$			$e_i$ mm
							n	$\Phi$ (mm)	$\rho_l$	$\Phi$ (mm)	s	$\rho_w$	
P1-10,0-120	24,90	611	205000	20	20	120	4	10	0,79%	5	12	0,28%	0
P1-12,5-200	24,90	561	193000	20	20	120	4	12,5	1,23%	6,3	20	0,26%	0
P1-12,5-150	28,50	561	193000	20	20	120	4	12,5	1,23%	6,3	15	0,35%	0
P1-12,5-100	28,50	561	193000	20	20	120	4	12,5	1,23%	6,3	10	0,53%	0
P2-10,0-120	23,50	611	205000	30	15	90	6	10	1,05%	5	12	0,28%	0
P2-12,5-150	23,50	561	193000	30	15	90	6	12,5	1,64%	6,3	15	0,36%	0
P2-12,5-100	24,50	561	193000	30	15	90	6	12,5	1,64%	6,3	10	0,54%	0
P2-12,5-75	24,50	561	193000	30	15	90	6	12,5	1,64%	6,3	7,5	0,72%	0
P3-10,0-120	27,50	611	205000	30	15	90	6	10	1,05%	5	12	0,28%	0
P3-12,5-150	27,50	561	193000	30	15	90	6	12,5	1,64%	6,3	15	0,36%	0
P3-12,5-100	24,10	561	193000	30	15	90	6	12,5	1,64%	6,3	10	0,54%	0
P3-12,5-75	24,10	561	193000	30	15	90	6	12,5	1,64%	6,3	7,5	0,72%	0
P4-10,0-120	23,30	611	205000	30	15	90	6	10	1,05%	5	12	0,28%	0
P4-12,5-150	23,30	561	193000	30	15	90	6	12,5	1,64%	6,3	15	0,36%	0
P4-12,5-100	23,70	561	193000	30	15	90	6	12,5	1,64%	6,3	10	0,54%	0
P4-12,5-75	23,70	561	193000	30	15	90	6	12,5	1,64%	6,3	7,5	0,72%	0

Os ensaios foram realizados 14 dias após a moldagem dos pilares, na INSTRON, mesma máquina utilizada em QUEIROGA (1999).

As conclusões feitas pelo autor foram:

- É muito difícil obter um estado de solicitação de compressão centrada. Pois a heterogeneidade do concreto cria esforços de flexão no pilar. No entanto, presume-se que esta parcela de excentricidade pode ser reduzida com maiores cuidados no amassamento e vibração do concreto

- b) As maiores excentricidades da força aplicada ocorreram na direção do eixo de maior inércia.
- c) Como os efeitos do confinamento dado pela armadura transversal, no intervalo das taxas utilizadas, foi observado um pequeno cintamento do concreto e um expressivo aumento na ductilidade dos pilares.
- d) Não ocorre formação de núcleo resistente na fase de pré-pico e, portanto, a seção resistente é a seção transversal total.
- e) O ganho de ductilidade no pré-pico não depende da taxa de armadura transversal, mas sim da redução da resistência do concreto e o ganho de ductilidade no pós-pico depende de ambos.

#### 4.8. LIMA JUNIOR (2003)

Este trabalho é referente a uma tese de doutorado do SET EESC/USP, que teve como objetivo investigar o comportamento pós-pico de pilares com concretos de alta resistência confinados com e sem adição de fibras metálicas e submetidos à flexo-compressão normal. Neste trabalho, não se analisou os modelos confeccionados em concreto com adição fibras.

O programa experimental foi dividido em duas fases. Na primeira fase, analisaram-se dez pilares de concreto armado, sujeitos à compressão centrada. Dois fatores foram estudados: a taxa de armadura transversal e a resistência à compressão do concreto.

TABELA 4.9 – CARACTERÍSTICAS FÍSICAS E GEOMÉTRICAS DOS MODELOS DE LIMA JUNIOR (2003)

PILAR	$f_c$ MPa	$f_y$ MPa	$E_s$ MPa	b cm	h cm	$l_e$ cm	$A_{sl}$			$A_{sw}$			$e_i$ mm
							n	$\Phi$ (mm)	$\rho_l$	$\Phi$ (mm)	s	$\rho_w$	
P1-40-15	43,03	597,5	197750	15	15	50	4	12,5	2,18%	6,3	15	0,48%	0
P2-40-15	43,03	597,5	197750	15	15	50	4	12,5	2,18%	6,3	15	0,48%	0
P1-60-5	66,85	597,5	197750	15	15	50	4	12,5	2,18%	6,3	5	1,44%	0
P2-60-5	66,85	597,5	197750	15	15	50	4	12,5	2,18%	6,3	5	1,44%	0
P1-60-15	66,85	597,5	197750	15	15	50	4	12,5	2,18%	6,3	15	0,48%	0
P2-60-15	66,85	597,5	197750	15	15	50	4	12,5	2,18%	6,3	15	0,48%	0
P1-80-5	97,50	597,5	197750	15	15	50	4	12,5	2,18%	6,3	5	1,44%	0
P2-80-5	97,50	597,5	197750	15	15	50	4	12,5	2,18%	6,3	5	1,44%	0
P1-80-15	97,50	597,5	197750	15	15	50	4	12,5	2,18%	6,3	15	0,48%	0
P2-80-15	97,50	597,5	197750	15	15	50	4	12,5	2,18%	6,3	15	0,48%	0

Na segunda fase, analisaram-se nove pilares sujeitos à flexo-compressão normal e divididos em três séries de acordo com a resistência à compressão do concreto. Três fatores foram estudados: a excentricidade inicial, a taxa de armadura transversal e a resistência à compressão do concreto.

TABELA 4.9 – CARACTERÍSTICAS FÍSICAS E GEOMÉTRICAS DOS MODELOS DE LIMA JUNIOR (2003) CONTINUAÇÃO

PILAR	$f_c$	$f_y$	$E_s$	$b$	$h$	$l_e$	$A_{sl}$			$A_{sw}$			$e_i$ mm
	MPa	MPa	MPa	cm	cm	cm	n	$\Phi$ (mm)	$\rho_l$	$\Phi$ (mm)	s	$\rho_w$	
P1-40	39,21	597,5	197750	15	15	170	4	12,5	2,18%	6,3	15	0,48%	10
P2-40	39,21	597,5	197750	15	15	170	4	12,5	2,18%	6,3	15	0,48%	20
P3-40	39,21	597,5	197750	15	15	170	4	12,5	2,18%	6,3	15	0,48%	30
P1-60-15	66,38	597,5	197750	15	15	170	4	12,5	2,18%	6,3	15	0,48%	10
P2-60-15	66,38	597,5	197750	15	15	170	4	12,5	2,18%	6,3	15	0,48%	20
P3-60-15	66,38	597,5	197750	15	15	170	4	12,5	2,18%	6,3	15	0,48%	30
P1-60-5	62,48	597,5	197750	15	15	170	4	12,5	2,18%	6,3	5	1,44%	10
P2-60-5	62,48	597,5	197750	15	15	170	4	12,5	2,18%	6,3	5	1,44%	20
P3-60-5	62,48	597,5	197750	15	15	170	4	12,5	2,18%	6,3	5	1,44%	30

Os ensaios foram realizados 28 dias após a moldagem dos pilares, na INSTRON, mesma máquina utilizada em QUEIROGA (1999) e RAMOS (2001).

As principais conclusões do autor foram:

- Tanto a flambagem das barras da armadura longitudinal, quanto a perda de massa de concreto nos pilares sujeitos à flexo-compressão ocorrem de modo bem mais crítico que nos pilares submetidos à compressão centrada.
- Em pilares sujeitos a flexo-compressão normal, quando os valores dos três fatores analisados – resistência do concreto, taxa de armadura transversal e excentricidade inicial – são elevados, a ductilidade desses elementos estruturais é melhorada.
- O efeito da flexão faz com que as tensões de confinamento se distribuam de modo diferenciado dentro da seção transversal dos pilares; contudo, observou-se que a tensão de confinamento na região comprimida da seção transversal é pouco modificada.

#### 4.9. OLIVEIRA (2004)

Dando continuidade aos estudos realizados no SET EESC/USP sobre pilares de concreto armado solicitados à compressão centrada, LIMA (1997), QUEIROGA (1999) e RAMOS (2001), este estudo foi realizado com concreto de resistência média à compressão de 40MPa.

Os modelos, a metodologia e a idade dos ensaios foram exatamente iguais a RAMOS (2001), a única diferença foi a resistência do concreto.

TABELA 4.10 – CARACTERÍSTICAS FÍSICAS E GEOMÉTRICAS DOS MODELOS DE OLIVEIRA (2004)

PILAR	$f_c$	$f_y$	$E_s$	$b$	$h$	$l_e$	$A_{sl}$			$A_{sw}$			$e_i$
	MPa	MPa	MPa	cm	cm	cm	n	$\Phi$ (mm)	$\rho_l$	$\Phi$ (mm)	s	$\rho_w$	mm
P1-10,0-120	46,57	590	203400	20	20	120	4	10	0,79%	5	12	0,28%	0
P1-12,5-200	46,29	556,5	206900	20	20	120	4	12,5	1,23%	6,3	20	0,26%	0
P1-12,5-150	46,30	556,5	206900	20	20	120	4	12,5	1,23%	6,3	15	0,35%	0
P1-12,5-100	43,89	556,5	206900	20	20	120	4	12,5	1,23%	6,3	10	0,53%	0
P2-10,0-120	46,08	590	203400	30	15	90	6	10	1,05%	5	12	0,28%	0
P2-12,5-150	45,01	556,5	206900	30	15	90	6	12,5	1,64%	6,3	15	0,36%	0
P2-12,5-100	43,18	556,5	206900	30	15	90	6	12,5	1,64%	6,3	10	0,54%	0
P2-12,5-075	43,07	556,5	206900	30	15	90	6	12,5	1,64%	6,3	7,5	0,72%	0
P3-10,0-120	46,08	590	203400	30	15	90	6	10	1,05%	5	12	0,28%	0
P3-12,5-150	45,01	556,5	206900	30	15	90	6	12,5	1,64%	6,3	15	0,36%	0
P3-12,5-100	43,41	556,5	206900	30	15	90	6	12,5	1,64%	6,3	10	0,54%	0
P3-12,5-075	42,55	556,5	206900	30	15	90	6	12,5	1,64%	6,3	7,5	0,72%	0
P4-10,0-120	46,08	590	203400	30	15	90	6	10	1,05%	5	12	0,28%	0
P4-12,5-150	45,01	556,5	206900	30	15	90	6	12,5	1,64%	6,3	15	0,36%	0
P4-12,5-100	43,01	556,5	206900	30	15	90	6	12,5	1,64%	6,3	10	0,54%	0
P4-12,5-075	42,55	556,5	206900	30	15	90	6	12,5	1,64%	6,3	7,5	0,72%	0

As conclusões feitas por este autor foram:

- A variável  $k_{mod,2}$ , que representa redução da resistência à compressão em estruturas concreto quando comparadas com os corpos-de-prova, não pode ser considerada constante para diferentes resistências do concreto.
- Para a faixa de resistência do concreto nos pilares ensaiados, foi constatado o confinamento do núcleo, que se apresentou maior nos pilares com maiores taxas de armadura transversal.

#### 4.10. ADORNO (2004)

Desenvolvido na UnB, foi um estudo teórico-experimental de pilares de concreto armado de seção retangular submetidos à flexão normal composta, utilizando como base teórica o método desenvolvido por MELLO (2003). A pretensão era estabelecer parâmetros para a utilização prática do método em questão. Para tanto, foram analisados: cargas e modos de ruptura, deformações do concreto e das armaduras, deslocamentos vertical e horizontal das peças, evolução da fissuração e ductilidade dos modelos.

O programa experimental compôs-se de duas séries de ensaios. A primeira série, PSA, compreendeu quatro pilares em concreto simples, e a outra, PCA4, era composta por oito pilares com armadura longitudinal de quatro barras de 10mm de diâmetro e armadura transversal constituída de estribos de 5,0mm espaçados a cada 10cm. Todos os pilares tinham dimensões de 12cm x 25cm x 172cm.

TABELA 4.11 – CARACTERÍSTICAS FÍSICAS E GEOMÉTRICAS DOS MODELOS DE ADORNO (2004)

PILAR	$f_c$ MPa	$f_y$ MPa	$E_s$ MPa	$b$ cm	$h$ cm	$l_e$ cm	$A_{sl}$			$A_{sw}$			$e_i$ mm
							$n$	$\Phi$ (mm)	$\rho_l$	$\Phi$ (mm)	$s$	$\rho_w$	
PSA-15a	42,40			25	12	172							15
PSA-15b	55,20			25	12	172							15
PSA-20	51,70			25	12	172							20
PSA-30	50,50			25	12	172							30
PCA4-15a	38,80	582	212200	25	12	172	4	10	1,05%	5	10	0,35%	15
PCA4-15b	40,20	582	212200	25	12	172	4	10	1,05%	5	10	0,35%	15
PCA4-20	40,70	582	212200	25	12	172	4	10	1,05%	5	10	0,35%	20
PCA4-25	42,10	582	212200	25	12	172	4	10	1,05%	5	10	0,35%	25
PCA4-30a	40,50	582	212200	25	12	172	4	10	1,05%	5	10	0,35%	30
PCA4-30b	41,30	582	212200	25	12	172	4	10	1,05%	5	10	0,35%	30

Os modelos eram biarticulados com excentricidades idênticas em suas extremidades, que variavam de 15mm a 30mm. A estrutura de ensaio era composta de um pórtico metálico ancorado, por meio de tirantes, na laje de reação do Laboratório de Estruturas da Escola de Engenharia Civil da Universidade Federal de Goiás.



FIGURA 4.7 – ESQUEMA DE APLICAÇÃO DE FORÇAS NO MODELO DE ADORNO (2004)

As conclusões relevantes ao presente trabalho foram:

- Foi validado o princípio clássico de Bernoulli, de que as seções transversais permanecem planas em peças deformada.
- Por se tratar de pilares com baixa resistência, a variação da excentricidade inicial bem como a taxa de armadura longitudinal não influíram no comportamento da armadura transversal, confirmando o pequeno grau de confinamento do concreto interno aos estribos.
- Com o aumento da taxa de armadura longitudinal, as deformações da face tracionada ou menos comprimida diminuíram, enquanto que as armaduras mais comprimidas apresentaram um crescimento de suas deformações, o que mostra a mudança na distribuição de deformações na seção para maiores taxas, com o aço aumentando sua absorção de tensões em relação ao concreto.

- d) O aumento da excentricidade inicial da força solicitante provocou crescimento do encurtamento do concreto e redução do esforço normal e do momento fletor últimos.
- e) O aumento da taxa de armadura longitudinal proporcionou aumento nas deformações do concreto da face mais comprimida, maior ductilidade e, conseqüentemente, elevou o esforço normal e o momento fletor últimos.

#### 4.11. ARAÚJO (2004)

Esta pesquisa foi desenvolvida na UFG e que teve por intuito complementar os resultados obtidos em ADORNO (2004).

Foram ensaiados nove pilares com resistência à compressão em torno de 40MPa, aos 28 dias, e sujeitos à flexo-compressão normal, divididos em três séries: PSA, PCA4 e PCA6. Manteve-se as mesmas características geométricas das peças ensaiadas por ADORNO (2004), distinguindo desta apenas pela aplicação de cargas com maiores excentricidade. A primeira série era composta por exemplares em concreto simples. As série PCA4 e PCA6 continham modelos em concreto armado, com armaduras longitudinais compostas, respectivamente, por quatro e seis barras de 10mm de diâmetro.

Os modelos eram biarticulados com excentricidades idênticas em suas extremidades. Em cada série foram testados três exemplares, com excentricidades iniciais iguais a 40mm, 50mm e 60mm. A estrutura de reação também foi a mesma utilizada nos ensaios de ADORNO (2004). Por serem pesquisas conjuntas, as conclusões desta e de ADORNO (2004) também são semelhantes.

TABELA 4.12 – CARACTERÍSTICAS FÍSICAS E GEOMÉTRICAS DOS MODELOS DE ARAÚJO (2004)

PILAR	$f_c$ MPa	$f_y$ MPa	$E_s$ MPa	b cm	h cm	$l_e$ cm	$A_{sl}$			$A_{sw}$			$e_i$ mm
							n	$\Phi$ (mm)	$\rho_l$	$\Phi$ (mm)	s	$\rho_w$	
PCA4-40	45,80	582	212200	25	12	172	4	10	1,05%	5	10	0,35%	40
PCA4-50	45,80	582	212200	25	12	172	4	10	1,05%	5	10	0,35%	50
PCA4-60	45,80	582	212200	25	12	172	4	10	1,05%	5	10	0,35%	60
PCA6-40	42,70	582	212200	25	12	172	6	10	1,57%	5	10	0,35%	40
PCA6-50	42,70	582	212200	25	12	172	6	10	1,57%	5	10	0,35%	50
PCA6-60	42,70	582	212200	25	12	172	6	10	1,57%	5	10	0,35%	60

#### 4.12. DANTAS (2006)

Esta pesquisa também faz parte da linha de pesquisa desenvolvida na UnB sobre pilares em concreto armado submetidos a carregamento axial com diferentes excentricidades. Difere

dos demais trabalhos aqui apresentados por possuir um índice de esbeltez maior e fazer análise teórico-numérica dos efeitos de segunda ordem no programa CACODI.

O programa experimental foi composto por seis pilares, nos quais a variável analisada foi a excentricidade de aplicação da carga, que variou de 0 a 60cm. Os demais parâmetros foram mantidos constantes.

TABELA 4.13 – CARACTERÍSTICAS FÍSICAS E GEOMÉTRICAS DOS MODELOS DE DANTAS (2006)

PILAR	$f_c$ MPa	$f_y$ MPa	$E_s$ MPa	b cm	h cm	$l_e$ cm	$A_{sl}$			$A_{sw}$			$e_i$ mm
							n	$\Phi$ (mm)	$\rho_l$	$\Phi$ (mm)	s	$\rho_w$	
PFN 00-3	35,80	592	189000	25	12	262	6	10	1,57%	5	5	0,71%	0
PFN 15-3	35,80	592	189000	25	12	262	6	10	1,57%	5	5	0,71%	15
PFN 30-3	33,93	592	189000	25	12	262	6	10	1,57%	5	5	0,71%	30
PFN 40-3	33,93	592	189000	25	12	262	6	10	1,57%	5	5	0,71%	40
PFN 50-3	37,60	592	189000	25	12	262	6	10	1,57%	5	5	0,71%	50
PFN 60-3	37,60	592	189000	25	12	262	6	10	1,57%	5	5	0,71%	60

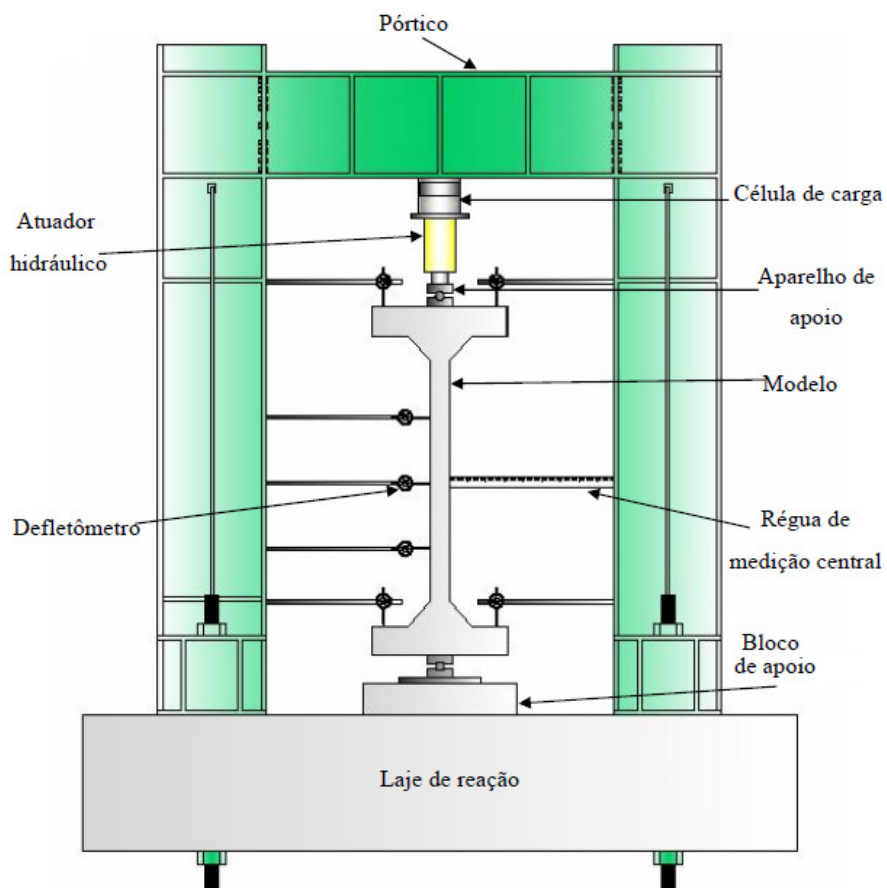


FIGURA 4.8 – SISTEMA GERAL DE ENSAIO, (DANTAS, 2006)





FIGURA 4.9 – DETALHE DA ARTICULAÇÃO SUPERIOR (A) E ESQUEMA DE CARREGAMENTO (B), (DANTAS, 2006)

As conclusões feitas pelo pesquisador foram:

- a) O acréscimo de excentricidade, além de diminuir a carga de ruptura, aumentou os deslocamentos horizontais, as rotações de extremidade e as deformações na armadura e no concreto.
- b) Comparando com os resultados de ARAÚJO (2004), onde foram ensaiados pilares com altura em torno de  $2/3$  da altura dos pilares desta pesquisa, houve uma redução de cerca de 35% na carga de ruptura, ou seja, pilares mais esbeltos são menos resistentes.
- c) A esbelteza também aumentou os deslocamentos horizontais.

#### 4.13. SANTOS (2009)

Este estudo buscou complementar os estudos desenvolvidos na UnB sobre pilares submetidos à flexo-compressão normal.

As variáveis do estudo foram: a excentricidade de aplicação da carga e o índice de esbelteza dos pilares. Foram mantidas constantes as seções transversais em 12cm x 25cm, a armadura longitudinal em seis barras de 10mm, a armadura transversal composta por estribos de 5,0mm espaçados em 10cm e a resistência do concreto à compressão em torno 40MPa.

De acordo com a altura do modelo, os pilares foram divididos em dois grupos, com 175cm e 225cm. Em cada grupo havia sete pilares, nos quais as excentricidades de aplicação da carga foram de: 0, 15mm, 24mm, 30mm, 40mm, 50mm e 60mm.



TABELA 4.14 – CARACTERÍSTICAS FÍSICAS E GEOMÉTRICAS DOS MODELOS DE SANTOS (2009)

PILAR	$f_c$	$f_y$	$E_s$	$b$	$h$	$l_e$	$A_{sl}$			$A_{sw}$			$e_i$
	MPa	MPa	MPa	cm	cm	cm	n	$\Phi$ (mm)	$\rho_l$	$\Phi$ (mm)	s	$\rho_w$	mm
PFN 00-2	45,80	592	189000	25	12	162	6	10	1,57%	5	10	0,35%	0
PFN 15-2	38,50	592	189000	25	12	162	6	10	1,57%	5	10	0,35%	15
PFN 24-2	45,80	592	189000	25	12	162	6	10	1,57%	5	10	0,35%	24
PFN 30-2	37,20	592	189000	25	12	162	6	10	1,57%	5	10	0,35%	30
PFN 40-2	37,20	592	189000	25	12	162	6	10	1,57%	5	10	0,35%	40
PFN 50-2	37,20	592	189000	25	12	162	6	10	1,57%	5	10	0,35%	50
PFN 60-2	38,50	592	189000	25	12	162	6	10	1,57%	5	10	0,35%	60
PFN 00-2,5	45,80	592	189000	25	12	212	6	10	1,57%	5	10	0,35%	0
PFN 15-2,5	43,10	592	189000	25	12	212	6	10	1,57%	5	10	0,35%	15
PFN 24-2,5	45,80	592	189000	25	12	212	6	10	1,57%	5	10	0,35%	24
PFN 30-2,5	41,60	592	189000	25	12	212	6	10	1,57%	5	10	0,35%	30
PFN 40-2,5	41,60	592	189000	25	12	212	6	10	1,57%	5	10	0,35%	40
PFN 50-2,5	41,60	592	189000	25	12	212	6	10	1,57%	5	10	0,35%	50
PFN 60-2,5	43,10	592	189000	25	12	212	6	10	1,57%	5	10	0,35%	60

A metodologia de ensaio foi a mesma utilizada por DANTAS (2006). No entanto, programa utilizado para fazer a análise teórico-numérica dos efeitos de segunda ordem foi o FLEXO 2.

Comparada com a pesquisa de DANTAS (2006), não foram acrescentadas conclusões relevantes, sobre os parâmetros avaliados.

## Capítulo 5: ERRO DE MODELO

---

### 5.1. CONSIDERAÇÕES SOBRE ERRO DE MODELO

Entende-se por erro de modelo a variável aleatória que permite comparar os resultados reais com os resultados obtidos segundo a previsão do modelo que pretende-se avaliar. Nesta pesquisa, os resultados tidos como reais correspondem aos valores obtidos experimentalmente, no caso dos pilares, e para as vigas, foram estipuladas seções e os resultados “reais” foram obtidos por comparação.

Depois de terem sido computados, segundo os algoritmos apresentados no capítulo 3, os valores teóricos para a força de compressão resistente dos pilares e para o momento último resistente das vigas, a variável aleatória erro de modelo,  $E_m$ , foi calculada.

$$E_m = \frac{F_{exp}}{F_{teo}} \quad (5.1)$$

sendo:  $F_{exp}$ , a força de compressão resistente ou momento resistente último obtidos experimentalmente e  $F_{teo}$ , a força de compressão resistente ou momento resistente último obtidos seguindo os requisitos de cada modelo estudado.

A variável aleatória pode indicar se o modelo analítico é conservador, apresentando valores teóricos de resistência inferiores aos reais (experimentais), ou apresenta-se contra a segurança, prevendo resistências maiores que obtidas na prática. Desta forma, a variável Erro de Modelo representa o caráter de tendenciosidade do modelo, sendo a média da variável aleatória  $E_m$  é conhecida como fator de tendenciosidade (*bias factor*) do modelo. O modelo ideal seria aquele com variável Erro de Modelo de média 1 (um) e desvio padrão 0 (zero).

Para que seja corrigida esta tendência dos modelos matemáticos, aplica-se o valor médio da variável erro de modelo,  $M_E$ , sobre o valor teórico obtido através do modelo, obtendo assim, em média, o valor correto para previsão da resistência,  $F_{teo}^{cor}$ .

$$F_{teo}^{cor} = M_E \cdot F_{teo} \quad (5.2)$$

A seguir são apresentados os resultados teóricos de todas as amostras da variável aleatória erro de modelo ( $E_m$ ), obtidas a partir dos resultados experimentais de 206 pilares dos quais 140 são solicitados à compressão centrada e 66 são solicitados à flexo-compressão normal.

Os resultados teóricos e “reais” para as vigas foram obtidos a partir de uma amostra de 144 elementos nos quais variou-se os parâmetros: resistência do concreto, altura da seção transversal e taxa de armadura. Como mencionado, as amostras de variável erro de modelo foram obtidas por comparação com o modelo do ACI 318-2002, cuja as estatísticas do erro de modelo de resistência é apresentado em NOWAK E SZERSZEN (2003).

Considerando o resultado experimental um valor constante para qualquer modelo analisado e dado por  $F_{exp} = E_m \cdot F_{teo}$ , tem-se:

$$F_{exp}^{NBR} = F_{exp}^{ACI} = E_m^{ACI} \cdot F_{teo}^{ACI}$$

$$E_m^{NBR} = E_m^{ACI} \cdot \frac{F_{teo}^{ACI}}{F_{teo}^{NBR}} \quad (5.3)$$

$$M_E^{NBR} = M_E^{ACI} \cdot \frac{F_{teo}^{ACI}}{F_{teo}^{NBR}} \quad (5.4)$$

onde  $F_{teo}^{norma}$  é o valor teórico do momento resistente último segundo os requisitos de norma (ACI 318 ou NBR 6118), e  $M_E^{norma}$  a média da variável erro do modelo de norma.

Nota-se pela equação (5.3) que a variável erro do modelo da ABNT NBR 6118:2007 para as vigas,  $E_m^{NBR}$ , apresenta-se aqui como produto entre duas variáveis aleatórias,  $E_m^{ACI}$  e  $\frac{F_{teo}^{ACI}}{F_{teo}^{NBR}}$ . E o desvio padrão da variável erro de modelo da ABNT NBR 6118:2007,  $\sigma_E^{NBR}$ , calculado conforme a equação (5.6).

$$(C_V^{NBR})^2 = (C_V^{ACI})^2 + (C_V^R)^2 \quad (5.5)$$

$$\sigma_E^{NBR} = C_V^{NBR} \cdot M_E^{NBR} \quad (5.6)$$

sendo:  $C_V^{NBR}$  o coeficiente de variação da variável erro de modelo da norma brasileira,  $C_V^{ACI}$  o coeficiente de variação da variável erro de modelo da norma americana,  $C_V^R$  o coeficiente de variação da variável razão  $\frac{F_{teo}^{ACI}}{F_{teo}^{NBR}}$ .

Segundo NOWAK E SZERSZEN (2003) os valores de  $M_E^{ACI}$  e  $C_V^{ACI}$  para vigas solicitadas à flexão, são, respectivamente, 1,0 e 0,06.

## 5.2. ERRO DO MODELO PARA VIGAS

TABELA 5.1 – ERRO DO MODELO DE VIGAS E PARÂMETROS VARIÁVEIS

VIGAS	PARÂMETROS			TEÓRICA			
	f <sub>ck</sub> MPa	h cm	A <sub>s,inf</sub>	M <sub>u,NBR</sub> kN.cm	M <sub>u,ACI</sub> kN.m	M <sub>u,ACI</sub> / M <sub>u,NBR</sub>	M <sub>E</sub> <sup>NBR</sup>
			ρ <sub>s</sub>				
V20-30-055	20	30	0,55%	3283,45	3258,84	0,9925	1,0124
V20-30-080	20	30	0,80%	4378,32	4325,29	0,9879	1,0076
V20-30-104	20	30	1,04%	5684,47	5594,73	0,9842	1,0039
V20-40-127	20	40	1,27%	12396,96	12160,83	0,9810	1,0006
V20-40-151	20	40	1,51%	13429,09	12984,60	0,9669	0,9862
V20-40-174	20	40	1,74%	15917,25	15321,21	0,9626	0,9818
V20-50-200	20	50	2,00%	25151,25	23533,34	0,9357	0,9544
V20-50-226	20	50	2,26%	25543,14	26849,74	1,0512	1,0722
V20-50-251	20	50	2,51%	29466,63	26905,33	0,9131	0,9313
V20-60-276	20	60	2,76%	47530,17	43341,13	0,9119	0,9301
V20-60-303	20	60	3,03%	48327,51	44066,60	0,9118	0,9301
V20-60-327	20	60	3,27%	49767,12	45415,53	0,9126	0,9308
V25-30-055	25	30	0,55%	3320,64	3308,59	0,9964	1,0163
V25-30-080	25	30	0,80%	4458,48	4432,51	0,9942	1,0141
V25-30-104	25	30	1,04%	5820,10	5776,16	0,9925	1,0123
V25-40-127	25	40	1,27%	12753,83	12638,22	0,9909	1,0108
V25-40-151	25	40	1,51%	13934,52	13770,78	0,9882	1,0080
V25-40-174	25	40	1,74%	16618,79	16401,20	0,9869	1,0066
V25-50-200	25	50	2,00%	27548,63	27559,07	1,0004	1,0204
V25-50-226	25	50	2,26%	29414,26	27555,84	0,9368	0,9556
V25-50-251	25	50	2,51%	29164,97	27997,58	0,9600	0,9792
V25-60-276	25	60	2,76%	46488,94	50170,15	1,0792	1,1008
V25-60-303	25	60	3,03%	54390,89	51060,03	0,9388	0,9575
V25-60-327	25	60	3,27%	56134,79	52762,96	0,9399	0,9587

TABELA 5.1 – ERRO DO MODELO DE VIGAS E PARÂMETROS VARIÁVEIS (CONTINUAÇÃO)

VIGAS	PARARÂMETROS			TEÓRICA			
	$f_{ck}$ MPa	h cm	$A_{s,inf}$	$M_{u,NBR}$ kN.cm	$M_{u,ACI}$ kN.m	$M_{u,ACI} / M_{u,NBR}$	$M_E^{NBR}$
			$\rho_s$				
V30-30-055	30	30	0,55%	3347,67	3336,00	0,9965	1,0164
V30-30-080	30	30	0,80%	4516,72	4491,58	0,9944	1,0143
V30-30-104	30	30	1,04%	5918,65	5876,10	0,9928	1,0127
V30-40-127	30	40	1,27%	13013,14	12901,20	0,9914	1,0112
V30-40-151	30	40	1,51%	14301,77	14143,23	0,9889	1,0087
V30-40-174	30	40	1,74%	17106,83	16896,15	0,9877	1,0074
V30-50-200	30	50	2,00%	28727,81	28290,86	0,9848	1,0045
V30-50-226	30	50	2,26%	30534,07	29537,56	0,9674	0,9867
V30-50-251	30	50	2,51%	33163,17	30550,12	0,9212	0,9396
V30-60-276	30	60	2,76%	51448,79	48757,61	0,9477	0,9666
V30-60-303	30	60	3,03%	52772,09	55775,82	1,0569	1,0781
V30-60-327	30	60	3,27%	62228,25	57730,08	0,9277	0,9463
V35-30-055	35	30	0,55%	3368,19	3357,28	0,9968	1,0167
V35-30-080	35	30	0,80%	4560,95	4537,43	0,9948	1,0147
V35-30-104	35	30	1,04%	5993,49	5953,69	0,9934	1,0132
V35-40-127	35	40	1,27%	13210,08	13105,36	0,9921	1,0119
V35-40-151	35	40	1,51%	14580,70	14432,39	0,9898	1,0096
V35-40-174	35	40	1,74%	17477,50	17280,40	0,9887	1,0085
V35-50-200	35	50	2,00%	29496,57	29087,79	0,9861	1,0059
V35-50-226	35	50	2,26%	31855,90	31181,22	0,9788	0,9984
V35-50-251	35	50	2,51%	34171,65	33143,90	0,9699	0,9893
V35-60-276	35	60	2,76%	55215,81	52081,34	0,9432	0,9621
V35-60-303	35	60	3,03%	57039,51	53613,16	0,9399	0,9587
V35-60-327	35	60	3,27%	60596,41	61768,95	1,0194	1,0397

TABELA 5.1 – ERRO DO MODELO DE VIGAS E PARÂMETROS VARIÁVEIS (CONTINUAÇÃO)

VIGAS	PARARÂMETROS			TEÓRICA			
	f <sub>ck</sub> MPa	h cm	A <sub>s,inf</sub>	M <sub>u,NBR</sub> kN.cm	M <sub>u,ACI</sub> kN.m	M <sub>u,ACI</sub> / M <sub>u,NBR</sub>	M <sub>E</sub> <sup>NBR</sup>
			ρ <sub>s</sub>				
V40-30-055	40	30	0,55%	3384,31	3375,42	0,9974	1,0173
V40-30-080	40	30	0,80%	4595,69	4576,54	0,9958	1,0157
V40-30-104	40	30	1,04%	6052,27	6019,86	0,9946	1,0145
V40-40-127	40	40	1,27%	13364,74	13279,47	0,9936	1,0135
V40-40-151	40	40	1,51%	14799,75	14678,98	0,9918	1,0117
V40-40-174	40	40	1,74%	17768,59	17608,10	0,9910	1,0108
V40-50-200	40	50	2,00%	30100,30	29767,43	0,9889	1,0087
V40-50-226	40	50	2,26%	32626,71	32087,32	0,9835	1,0031
V40-50-251	40	50	2,51%	35122,38	34051,87	0,9695	0,9889
V40-60-276	40	60	2,76%	57282,85	55800,93	0,9741	0,9936
V40-60-303	40	60	3,03%	60270,48	56643,17	0,9398	0,9586
V40-60-327	40	60	3,27%	65185,02	65740,05	1,0085	1,0287
V45-30-055	45	30	0,55%	3397,31	3389,90	0,9978	1,0178
V45-30-080	45	30	0,80%	4623,69	4607,73	0,9965	1,0165
V45-30-104	45	30	1,04%	6099,65	6072,63	0,9956	1,0155
V45-40-127	45	40	1,27%	13489,42	13418,32	0,9947	1,0146
V45-40-151	45	40	1,51%	14976,33	14875,64	0,9933	1,0131
V45-40-174	45	40	1,74%	18003,25	17869,44	0,9926	1,0124
V45-50-200	45	50	2,00%	30586,98	30309,45	0,9909	1,0107
V45-50-226	45	50	2,26%	33248,08	32893,74	0,9893	1,0091
V45-50-251	45	50	2,51%	35888,79	35435,91	0,9874	1,0071
V45-60-276	45	60	2,76%	58618,25	57257,65	0,9768	0,9963
V45-60-303	45	60	3,03%	62607,44	59253,02	0,9464	0,9653
V45-60-327	45	60	3,27%	67809,60	63126,02	0,9309	0,9495

TABELA 5.1 – ERRO DO MODELO DE VIGAS E PARÂMETROS VARIÁVEIS (CONTINUAÇÃO)

VIGAS	PARÂMETROS			TEÓRICA			
	$f_{ck}$ MPa	h cm	$A_{s,inf}$	$M_{u,NBR}$ kN.cm	$M_{u,ACI}$ kN.m	$M_{u,ACI} / M_{u,NBR}$	$M_E^{NBR}$
			$\rho_s$				
V50-30-055	50	30	0,55%	3408,00	3401,71	0,9982	1,0181
V50-30-080	50	30	0,80%	4646,75	4633,18	0,9971	1,0170
V50-30-104	50	30	1,04%	6138,66	6115,70	0,9963	1,0162
V50-40-127	50	40	1,27%	13592,06	13531,65	0,9956	1,0155
V50-40-151	50	40	1,51%	15121,70	15036,13	0,9943	1,0142
V50-40-174	50	40	1,74%	18196,44	18082,72	0,9938	1,0136
V50-50-200	50	50	2,00%	30987,64	30751,80	0,9924	1,0122
V50-50-226	50	50	2,26%	33759,62	33458,51	0,9911	1,0109
V50-50-251	50	50	2,51%	36519,74	36148,35	0,9898	1,0096
V50-60-276	50	60	2,76%	59717,62	59063,31	0,9890	1,0088
V50-60-303	50	60	3,03%	63930,21	61695,48	0,9650	0,9843
V50-60-327	50	60	3,27%	69350,01	65660,30	0,9468	0,9657
V60-30-055	60	30	0,55%	3424,58	3419,82	0,9986	1,0186
V60-30-080	60	30	0,80%	4682,47	4672,22	0,9978	1,0178
V60-30-104	60	30	1,04%	6199,10	6181,77	0,9972	1,0171
V60-40-127	60	40	1,27%	13751,10	13705,49	0,9967	1,0166
V60-40-151	60	40	1,51%	15346,95	15282,35	0,9958	1,0157
V60-40-174	60	40	1,74%	18495,76	18409,91	0,9954	1,0153
V60-50-200	60	50	2,00%	31608,43	31430,39	0,9944	1,0143
V60-50-226	60	50	2,26%	34552,22	34324,91	0,9934	1,0133
V60-50-251	60	50	2,51%	37497,35	37216,98	0,9925	1,0124
V60-60-276	60	60	2,76%	61421,01	60932,48	0,9920	1,0119
V60-60-303	60	60	3,03%	65979,73	64981,46	0,9849	1,0046
V60-60-327	60	60	3,27%	71736,76	71024,38	0,9901	1,0099

TABELA 5.1 – ERRO DO MODELO DE VIGAS E PARÂMETROS VARIÁVEIS (CONTINUAÇÃO)

VIGAS	PARARÂMETROS			TEÓRICA			
	f <sub>ck</sub> MPa	h cm	A <sub>s,inf</sub>	M <sub>u,NBR</sub> kN.cm	M <sub>u,ACI</sub> kN.m	M <sub>u,ACI</sub> / M <sub>u,NBR</sub>	M <sub>E</sub> <sup>NBR</sup>
			ρ <sub>s</sub>				
V70-30-055	70	30	0,55%	3436,82	3433,07	0,9989	1,0189
V70-30-080	70	30	0,80%	4708,86	4700,77	0,9983	1,0182
V70-30-104	70	30	1,04%	6243,76	6230,07	0,9978	1,0178
V70-40-127	70	40	1,27%	13868,60	13832,59	0,9974	1,0174
V70-40-151	70	40	1,51%	15513,36	15462,36	0,9967	1,0166
V70-40-174	70	40	1,74%	18716,91	18649,13	0,9964	1,0163
V70-50-200	70	50	2,00%	32067,10	31926,53	0,9956	1,0155
V70-50-226	70	50	2,26%	35137,82	34958,35	0,9949	1,0148
V70-50-251	70	50	2,51%	38219,65	37998,28	0,9942	1,0141
V70-60-276	70	60	2,76%	62679,53	62293,83	0,9938	1,0137
V70-60-303	70	60	3,03%	67493,99	67029,91	0,9931	1,0130
V70-60-327	70	60	3,27%	73500,17	72959,73	0,9926	1,0125
V80-30-055	80	30	0,55%	3446,24	3443,18	0,9991	1,0191
V80-30-080	80	30	0,80%	4729,16	4722,55	0,9986	1,0186
V80-30-104	80	30	1,04%	6278,10	6266,93	0,9982	1,0182
V80-40-127	80	40	1,27%	13958,96	13929,57	0,9979	1,0179
V80-40-151	80	40	1,51%	15641,34	15599,71	0,9973	1,0173
V80-40-174	80	40	1,74%	18886,97	18831,65	0,9971	1,0170
V80-50-200	80	50	2,00%	32419,81	32305,07	0,9965	1,0164
V80-50-226	80	50	2,26%	35588,15	35441,66	0,9959	1,0158
V80-50-251	80	50	2,51%	38775,09	38594,41	0,9953	1,0152
V80-60-276	80	60	2,76%	63647,34	63332,52	0,9951	1,0150
V80-60-303	80	60	3,03%	68658,46	68279,67	0,9945	1,0144
V80-60-327	80	60	3,27%	74856,23	74415,11	0,9941	1,0140



TABELA 5.1 – ERRO DO MODELO DE VIGAS E PARÂMETROS VARIÁVEIS (CONTINUAÇÃO)

VIGAS	PARARÂMETROS			TEÓRICA			
	$f_{ck}$ MPa	h cm	$A_{s,inf}$ $\rho_s$	$M_{u,NBR}$ kN.cm	$M_{u,ACI}$ kN.m	$M_{u,ACI} / M_{u,NBR}$	$M_E^{NBR}$
V90-30-055	90	30	0,55%	3453,71	3451,14	0,9993	1,0192
V90-30-080	90	30	0,80%	4745,25	4739,72	0,9988	1,0188
V90-30-104	90	30	1,04%	6305,33	6295,97	0,9985	1,0185
V90-40-127	90	40	1,27%	14030,60	14005,99	0,9982	1,0182
V90-40-151	90	40	1,51%	15742,81	15707,95	0,9978	1,0177
V90-40-174	90	40	1,74%	19021,82	18975,50	0,9976	1,0175
V90-50-200	90	50	2,00%	32699,48	32603,41	0,9971	1,0170
V90-50-226	90	50	2,26%	35945,22	35822,56	0,9966	1,0165
V90-50-251	90	50	2,51%	39215,51	39064,22	0,9961	1,0161
V90-60-276	90	60	2,76%	64414,73	64151,11	0,9959	1,0158
V90-60-303	90	60	3,03%	69581,79	69264,60	0,9954	1,0154
V90-60-327	90	60	3,27%	75931,48	75562,11	0,9951	1,0150
V100-30-055	100	30	0,55%	3459,77	3457,58	0,9994	1,0194
V100-30-080	100	30	0,80%	4758,32	4753,60	0,9990	1,0190
V100-30-104	100	30	1,04%	6327,45	6319,46	0,9987	1,0187
V100-40-127	100	40	1,27%	14088,81	14067,78	0,9985	1,0185
V100-40-151	100	40	1,51%	15825,24	15795,46	0,9981	1,0181
V100-40-174	100	40	1,74%	19131,36	19091,78	0,9979	1,0179
V100-50-200	100	50	2,00%	32926,67	32844,58	0,9975	1,0175
V100-50-226	100	50	2,26%	36235,28	36130,47	0,9971	1,0170
V100-50-251	100	50	2,51%	39573,29	39444,01	0,9967	1,0167
V100-60-276	100	60	2,76%	65038,11	64812,86	0,9965	1,0165
V100-60-303	100	60	3,03%	70331,85	70060,83	0,9961	1,0161
V100-60-327	100	60	3,27%	76804,95	76489,34	0,9959	1,0158

Média 0,987  
Desvio Padrão 0,024

### 5.3. ERRO DOS MODELOS PARA PILARES

TABELA 5.2 – ERRO DOS MODELOS DE PILARES E PARÂMETROS VARIÁVEIS

FONTE	PILAR	EXPERIMENTAL		TEÓRICO			ERRO DE MODELO		
		$e_i$	$N_{exp}$	$N_{NBR-K}$	$N_{NBR-C}$	$N_{ACI}$	ABNT NBR 6118		ACI 318
		mm	kN	kN	kN	kN	rigidez	curvatura	
AGOSTINI (1992)	P1-I	0	655	547.00	547.00	693.29	1.1974	1.1974	0.9448
	P1-II	0	664	547.00	547.00	693.29	1.2139	1.2139	0.9578
	P2-I	0	679	652.43	652.43	832.89	1.0407	1.0407	0.8152
	P2-II	0	758	652.43	652.43	832.89	1.1618	1.1618	0.9101
	P3-I	0	793	675.12	675.12	862.25	1.1746	1.1746	0.9197
	P3-II	0	841	675.12	675.12	862.25	1.2457	1.2457	0.9754
	P4-I	0	1279	845.83	845.83	1081.32	1.5121	1.5121	1.1828
	P4-II	0	1327	845.83	845.83	1081.32	1.5689	1.5689	1.2272
	P5-I	0	1318	809.36	809.36	1039.14	1.6285	1.6285	1.2684
	P5-II	0	1212	809.36	809.36	1039.14	1.4975	1.4975	1.1663
	P6-I	0	1203	775.33	775.33	995.09	1.5516	1.5516	1.2089
	P6-II	0	1143	775.33	775.33	995.09	1.4742	1.4742	1.1486
	P7-I	0	1040	696.61	696.61	903.31	1.4929	1.4929	1.1513
	P7-II	0	1069	696.61	696.61	903.31	1.5346	1.5346	1.1834
	P8	0	453	277.91	277.91	440.10	1.6300	1.6300	1.0293
	P9	0	376	339.28	339.28	505.22	1.1082	1.1082	0.7442
	P10	0	463	325.35	325.35	502.13	1.4231	1.4231	0.9221
	P11	0	387	325.35	325.35	502.13	1.1895	1.1895	0.7707
	PCNCA-I	0	345	251.01	251.01	308.90	1.3745	1.3745	1.1169
	PCNCA-II	0	315	251.01	251.01	308.90	1.2549	1.2549	1.0197
	PCNSA-I	0	268	186.90	186.90	242.35	1.4340	1.4340	1.1058
	PCNSA-II	0	245	186.90	186.90	242.35	1.3109	1.3109	1.0109
	PL4T150-I	0	353	327.64	327.64	528.78	1.0774	1.0774	0.6676
	PL4T150-II	0	378	327.64	327.64	528.78	1.1537	1.1537	0.7149
	PL4T175-I	0	417	340.05	340.05	548.34	1.2263	1.2263	0.7605
	PL4T175-II	0	417	340.05	340.05	548.34	1.2263	1.2263	0.7605
	PL4T200-I	0	427	346.95	346.95	559.20	1.2307	1.2307	0.7636
	PL4T200-II	0	466	346.95	346.95	559.20	1.3431	1.3431	0.8333
	PL4T225-I	0	400	329.71	329.71	532.04	1.2132	1.2132	0.7518
	PL4T225-II	0	408	329.71	329.71	532.04	1.2375	1.2375	0.7669
	PL4T250-I	0	490	350.39	350.39	564.64	1.3984	1.3984	0.8678
	PL4T250-II	0	532	350.39	350.39	564.64	1.5183	1.5183	0.9422
	PL4T275-I	0	388	329.02	329.02	530.95	1.1793	1.1793	0.7308
	PL4T275-II	0	450	329.02	329.02	530.95	1.3677	1.3677	0.8475
	PL4T300-I	0	472	352.46	352.46	567.90	1.3391	1.3391	0.8311
	PL4T300-II	0	464	352.46	352.46	567.90	1.3165	1.3165	0.8171
	PL4T225-I	0	1450	994.64	994.64	1279.52	1.4578	1.4578	1.1332
	PL4T225-II	0	1370	994.64	994.64	1279.52	1.3774	1.3774	1.0707
	PL6T225-I	0	1376	988.22	988.22	1270.52	1.3924	1.3924	1.0830
	PL6T225-II	0	1385	988.22	988.22	1270.52	1.4015	1.4015	1.0901
PL4T300-I	0	1200	989.90	989.90	1273.40	1.2122	1.2122	0.9424	
PL4T300-II	0	1325	989.90	989.90	1273.40	1.3385	1.3385	1.0405	
PL6T300-I	0	1300	979.64	979.64	1259.50	1.3270	1.3270	1.0322	
PL6T300-II	0	1361	979.64	979.64	1259.50	1.3893	1.3893	1.0806	

TABELA 5.2 – ERRO DOS MODELOS DE PILARES E PARÂMETROS VARIÁVEIS (CONTINUAÇÃO)

FONTE	PILAR	EXPERIMENTAL		TEÓRICO			ERRO DE MODELO		
		$e_i$	$N_{exp}$	$N_{NBR-K}$	$N_{NBR-C}$	$N_{ACI}$	ABNT NBR 6118		ACI 318
		mm	kN	kN	kN	kN	rigidez	curvatura	
PAIVA (1994)	P1SA-USUAL	0	138.4	90.60	90.60	143.48	1.5275	1.5275	0.9646
	P2SA-USUAL	0	144	90.60	90.60	143.48	1.5893	1.5893	1.0036
	P1CA-USUAL	0	180	123.92	123.92	186.65	1.4525	1.4525	0.9644
	P2CA-USUAL	0	190.4	123.92	123.92	186.65	1.5364	1.5364	1.0201
	P1SA-CAR	0	500	239.18	239.18	378.76	2.0905	2.0905	1.3201
	P2SA-CAR	0	510.4	239.18	239.18	378.76	2.1340	2.1340	1.3476
	P1CA-CAR	0	500	310.19	310.19	479.37	1.6119	1.6119	1.0430
	P2CA-CAR	0	524.8	310.19	310.19	479.37	1.6919	1.6919	1.0948
	P8/10-150-1	0	560	405.87	405.87	650.69	1.3797	1.3797	0.8606
	P8/10-150-2	0	575	405.87	405.87	650.69	1.4167	1.4167	0.8837
	P8/10-175-1	0	600	368.62	368.62	591.93	1.6277	1.6277	1.0136
	P8/10-175-2	0	575	368.62	368.62	591.93	1.5599	1.5599	0.9714
	P8/10-200-1	0	600	370.51	370.51	594.92	1.6194	1.6194	1.0085
	P8/10-200-2	0	600	370.51	370.51	594.92	1.6194	1.6194	1.0085
	P8/10-225-1	0	500	359.01	359.01	576.78	1.3927	1.3927	0.8669
	P8/10-225-2	0	525	359.01	359.01	576.78	1.4623	1.4623	0.9102
	P8/10-250-1	0	515	360.09	360.09	578.48	1.4302	1.4302	0.8903
	P8/10-250-2	0	510	360.09	360.09	578.48	1.4163	1.4163	0.8816
	P8/10-275-1	0	490	318.12	318.12	512.34	1.5403	1.5403	0.9564
	P8/10-275-2	0	550	318.12	318.12	512.34	1.7289	1.7289	1.0735
	P8/12-200-1	0	650	472.43	472.43	761.04	1.3759	1.3759	0.8541
	P8/12-200-2	0	700	472.43	472.43	761.04	1.4817	1.4817	0.9198
	P8/12-225-1	0	825	462.86	462.86	745.97	1.7824	1.7824	1.1059
	P8/12-225-2	0	850	462.86	462.86	745.97	1.8364	1.8364	1.1394
P8/12-250-1	0	750	457.32	457.32	737.26	1.6400	1.6400	1.0173	
P8/12-250-2	0	675	457.32	457.32	737.26	1.4760	1.4760	0.9156	
LIMA (1997)	P1/1	0	2630	2910.78	2910.78	3325.32	0.9035	0.9035	0.7909
	P1/2	0	2701	2910.78	2910.78	3325.32	0.9279	0.9279	0.8123
	P1/3	0	2834	2910.78	2910.78	3325.32	0.9736	0.9736	0.8522
	P1r/2	0	3063	2949.85	2949.85	3369.51	1.0384	1.0384	0.9090
	P1r/3	0	2820	2949.85	2949.85	3369.51	0.9560	0.9560	0.8369
	P2/2	0	2950	3018.98	3018.98	3447.69	0.9772	0.9772	0.8556
	P2/3	0	3210	3157.23	3157.23	3604.06	1.0167	1.0167	0.8907
	P3/1	0	3415	3386.34	3386.34	4109.22	1.0085	1.0085	0.8311
	P3/2	0	3750	3386.34	3386.34	4109.22	1.1074	1.1074	0.9126
	P3/3	0	3230	3386.34	3386.34	4109.22	0.9538	0.9538	0.7860
	P4/1	0	3000	2930.57	2930.57	3558.59	1.0237	1.0237	0.8430
	P4/2	0	2650	2930.57	2930.57	3558.59	0.9043	0.9043	0.7447
	P4/3	0	2610	2930.57	2930.57	3558.59	0.8906	0.8906	0.7334
	P5/1	15	2842	2424.25	2450.19	2258.11	1.1723	1.1599	1.2586
	P5/2	15	2806	2383.20	2408.66	2219.46	1.1774	1.1650	1.2643
	P6/1	15	3227	2750.08	2778.60	2973.69	1.1734	1.1614	1.0852
	P6/2	15	3218	2698.66	2726.59	2917.33	1.1924	1.1802	1.1031
	P7/1	15	3012	2432.54	2459.67	2277.69	1.2382	1.2246	1.3224
	P7/2	15	3118	2492.08	2520.83	2343.02	1.2512	1.2369	1.3308
	P8/1	25	3252	2126.21	2184.07	2398.16	1.5295	1.4890	1.3560
P8/2	25	3250	2152.34	2214.89	1971.18	1.5100	1.4673	1.6488	
P9/1	30	2388	894.02	961.22	1674.92	2.6711	2.4843	1.4257	
P9/2	30	2143	759.03	825.84	1399.62	2.8233	2.5949	1.5311	

TABELA 5.2 – ERRO DOS MODELOS DE PILARES E PARÂMETROS VARIÁVEIS (CONTINUAÇÃO)

FONTE	PILAR	EXPERIMENTAL		TEÓRICO			ERRO DE MODELO		
		e <sub>i</sub>	N <sub>exp</sub>	N <sub>NBR-K</sub>	N <sub>NBR-C</sub>	N <sub>ACI</sub>	ABNT NBR 6118		ACI 318
		mm	kN	kN	kN	kN	rigidez	curvatura	
VALLADARES (1997)	BR-PE01	50	338	340.16	340.16	303.95	0.9936	0.9936	1.1120
	BR-PE02	50	320	344.32	344.32	307.71	0.9294	0.9294	1.0399
	MR-PE01	50	527	577.02	577.02	498.18	0.9133	0.9133	1.0579
	MR-PE01	50	460	592.09	592.09	511.31	0.7769	0.7769	0.8997
	AR-PE01	50	604	634.76	634.76	541.17	0.9515	0.9515	1.1161
	AR-PE02	50	501	713.97	713.97	609.60	0.7017	0.7017	0.8218
	AR-PE03	50	527	755.26	755.26	645.34	0.6978	0.6978	0.8166
	AR-PE04	50	457	738.14	738.14	630.52	0.6191	0.6191	0.7248
VANDERLEI (1999)	P1/1R	380	3157	2237.57	2237.57	1626.06	1.4109	1.4109	1.9415
	P1/2	380	2825.8	2166.77	2166.77	1577.62	1.3042	1.3042	1.7912
	P1/3	380	2967.8	2099.03	2099.03	1529.56	1.4139	1.4139	1.9403
	P2/1	380	2788.9	2189.32	2189.32	1580.94	1.2739	1.2739	1.7641
	P2/2	380	2902.2	2179.21	2179.21	1576.73	1.3318	1.3318	1.8406
	P3/1	380	3307.6	2443.91	2443.91	1793.58	1.3534	1.3534	1.8441
QUEIROGA (1999)	P1	0	2278	2132.59	2132.59	2417.41	1.0682	1.0682	0.9423
	P2	0	2292	2275.59	2275.59	2578.81	1.0072	1.0072	0.8888
	P3	0	1835	1945.85	1945.85	2206.75	0.9430	0.9430	0.8315
	P4	0	1864	1945.85	1945.85	2206.75	0.9579	0.9579	0.8447
	P5	0	2158	2021.16	2021.16	2291.69	1.0677	1.0677	0.9417
	P6	0	2312	2057.08	2057.08	2311.36	1.1239	1.1239	1.0003
	P7	0	2373	2441.72	2441.72	2948.43	0.9719	0.9719	0.8048
	P8	0	2496	2441.72	2441.72	2948.43	1.0222	1.0222	0.8466
	P9	0	2446	2346.19	2346.19	2832.96	1.0425	1.0425	0.8634
	P10	0	2440	2346.19	2346.19	2832.96	1.0400	1.0400	0.8613
	P11	0	2288	2396.49	2396.49	2893.75	0.9547	0.9547	0.7907
	P12	0	2497	2396.49	2396.49	2893.75	1.0419	1.0419	0.8629
RAMOS (2001)	P1-10,0-120	0	1072	903.10	903.10	1003.50	1.1870	1.1870	1.0683
	P1-12,5-200	0	1085	970.50	970.50	1077.27	1.1180	1.1180	1.0072
	P1-12,5-150	0	1223	1079.45	1079.45	1199.72	1.1330	1.1330	1.0194
	P1-12,5-100	0	1292	1079.45	1079.45	1199.72	1.1969	1.1969	1.0769
	P2-10,0-120	0	1325	951.94	951.94	1121.12	1.3919	1.3919	1.1819
	P2-12,5-150	0	1400	1048.93	1048.93	1226.40	1.3347	1.3347	1.1416
	P2-12,5-100	0	1175	1080.73	1080.73	1264.57	1.0872	1.0872	0.9292
	P2-12,5-75	0	1215	1080.73	1080.73	1264.57	1.1242	1.1242	0.9608
	P3-10,0-120	0	1265	1078.65	1078.65	1273.99	1.1728	1.1728	0.9929
	P3-12,5-150	0	1322	1176.06	1176.06	1379.13	1.1241	1.1241	0.9586
	P3-12,5-100	0	1468	1068.01	1068.01	1249.30	1.3745	1.3745	1.1751
	P3-12,5-75	0	1485	1068.01	1068.01	1249.30	1.3904	1.3904	1.1887
	P4-10,0-120	0	1238	945.60	945.60	1113.47	1.3092	1.3092	1.1118
	P4-12,5-150	0	1340	1042.57	1042.57	1218.76	1.2853	1.2853	1.0995
	P4-12,5-100	0	1355	1055.29	1055.29	1234.03	1.2840	1.2840	1.0980
	P4-12,5-75	0	1365	1055.29	1055.29	1234.03	1.2935	1.2935	1.1061
LIMA JÚNIOR (2003)	P1-40-15	0	983.3	908.39	908.39	1059.88	1.0825	1.0825	0.9277
	P2-40-15	0	1015.7	908.39	908.39	1059.88	1.1181	1.1181	0.9583
	P1-60-5	0	1557.1	1287.36	1287.36	1525.78	1.2095	1.2095	1.0205
	P2-60-5	0	1525	1287.36	1287.36	1525.78	1.1846	1.1846	0.9995
	P1-60-15	0	1479.7	1287.36	1287.36	1525.78	1.1494	1.1494	0.9698
	P2-60-15	0	1438.3	1287.36	1287.36	1525.78	1.1172	1.1172	0.9427
	P1-80-5	0	1853.1	1773.38	1773.38	2112.00	1.0450	1.0450	0.8774
	P2-80-5	0	1890.8	1773.38	1773.38	2112.00	1.0662	1.0662	0.8953
	P1-80-15	0	1881.5	1773.38	1773.38	2112.00	1.0610	1.0610	0.8909
	P2-80-15	0	1923.8	1773.38	1773.38	2112.00	1.0848	1.0848	0.9109

TABELA 5.2 – ERRO DOS MODELOS DE PILARES E PARÂMETROS VARIÁVEIS (CONTINUAÇÃO)

FONTE	PILAR	EXPERIMENTAL		TEÓRICO			ERRO DE MODELO		
		$e_i$	$N_{exp}$	$N_{NBR-K}$	$N_{NBR-C}$	$N_{ACI}$	ABNT NBR 6118		ACI 318
		mm	kN	kN	kN	kN	rigidez	curvatura	
LIMA JUNIOR (2003)	P1-40	10	823	729.52	727.35	659.64	1.1281	1.1315	1.2476
	P2-40	20	653	710.81	721.43	655.77	0.9187	0.9051	0.9958
	P3-40	30	500	599.87	612.95	523.18	0.8335	0.8157	0.9557
	P1-60-15	10	1053	1091.46	1088.00	984.74	0.9648	0.9678	1.0693
	P2-60-15	20	875	1061.52	1078.53	978.14	0.8243	0.8113	0.8946
	P3-60-15	30	722	882.31	903.55	748.50	0.8183	0.7991	0.9646
	P1-60-5	10	1087	1039.67	1036.40	937.44	1.0455	1.0488	1.1595
	P2-60-5	20	859	1011.37	1027.45	931.20	0.8493	0.8361	0.9225
P3-60-5	30	685	842.18	862.21	714.25	0.8134	0.7945	0.9590	
OLIVEIRA (2004)	P1-10,0-120	0	1732.4	1551.96	1551.96	1741.68	1.1163	1.1163	0.9947
	P1-12,5-200	0	1810.6	1621.21	1621.21	1824.05	1.1168	1.1168	0.9926
	P1-12,5-150	0	1939.1	1621.51	1621.51	1824.39	1.1959	1.1959	1.0629
	P1-12,5-100	0	1880.1	1548.85	1548.85	1742.40	1.2139	1.2139	1.0790
	P2-10,0-120	0	2022.7	1665.35	1665.35	1987.26	1.2146	1.2146	1.0178
	P2-12,5-150	0	2335.1	1737.10	1737.10	2079.14	1.3442	1.3442	1.1231
	P2-12,5-100	0	1985.5	1679.06	1679.06	2009.18	1.1825	1.1825	0.9882
	P2-12,5-075	0	2099	1675.58	1675.58	2004.98	1.2527	1.2527	1.0469
	P3-10,0-120	0	2054.6	1665.35	1665.35	1987.26	1.2337	1.2337	1.0339
	P3-12,5-150	0	2266.5	1737.10	1737.10	2079.14	1.3048	1.3048	1.0901
	P3-12,5-100	0	2283.2	1686.36	1686.36	2017.98	1.3539	1.3539	1.1314
	P3-12,5-075	0	2159.3	1659.08	1659.08	1985.10	1.3015	1.3015	1.0878
	P4-10,0-120	0	1951.9	1665.35	1665.35	1987.26	1.1721	1.1721	0.9822
	P4-12,5-150	0	2295.7	1737.10	1737.10	2079.14	1.3216	1.3216	1.1042
	P4-12,5-100	0	2084.9	1673.67	1673.67	2002.69	1.2457	1.2457	1.0411
	P4-12,5-075	0	2042.4	1659.08	1659.08	1985.10	1.2310	1.2310	1.0289
ADORNO (2004)	PSA-15a	15	677	563.21	585.54	605.90	1.2020	1.1562	1.1173
	PSA-15b	15	653	733.23	762.30	788.82	0.8906	0.8566	0.8278
	PSA-20	20	389	642.09	679.59	703.12	0.6058	0.5724	0.5532
	PSA-30	30	303	376.24	423.94	386.33	0.8053	0.7147	0.7843
	PCA4-15a	15	553	579.76	599.23	611.26	0.9538	0.9228	0.9047
	PCA4-15b	15	566	598.46	618.63	631.27	0.9458	0.9149	0.8966
	PCA4-20	20	460	573.20	599.89	608.81	0.8025	0.7668	0.7556
	PCA4-25	25	360	506.61	533.38	509.89	0.7106	0.6749	0.7060
	PCA4-30a	30	291	425.86	448.67	404.30	0.6833	0.6486	0.7198
	PCA4-30b	30	298	432.93	456.21	411.13	0.6883	0.6532	0.7248
ARAÚJO (2004)	PCA4-40	40	277	369.57	388.32	323.03	0.7495	0.7133	0.8575
	PCA4-50	50	217	318.48	327.74	272.54	0.6814	0.6621	0.7962
	PCA4-60	60	210	287.46	294.13	239.23	0.7305	0.7140	0.8778
	PCA6-40	40	320	381.20	398.89	327.60	0.8395	0.8022	0.9768
	PCA6-50	50	280	316.98	330.13	257.07	0.8833	0.8482	1.0892
	PCA6-60	60	210	280.75	286.91	233.72	0.7480	0.7319	0.8985
DANTAS (2006)	PFN 00-3	0	1053	587.90	378.42	722.99	1.7911	2.7826	1.4565
	PFN 15-3	15	447	354.49	378.42	722.99	1.2610	1.1812	0.6183
	PFN 30-3	30	255	265.36	288.26	368.36	0.9610	0.8846	0.6923
	PFN 40-3	40	170	225.54	243.90	272.80	0.7537	0.6970	0.6232
	PFN 50-3	50	155	212.93	227.44	232.38	0.7279	0.6815	0.6670
	PFN 60-3	60	131	198.69	206.37	191.49	0.6593	0.6348	0.6841

TABELA 5.2– ERRO DOS MODELOS DE PILARES E PARÂMETROS VARIÁVEIS (CONTINUAÇÃO)

FONTE	PILAR	EXPERIMENTAL		TEÓRICO			ERRO DE MODELO		
		e <sub>i</sub>	N <sub>exp</sub>	N <sub>NBR-K</sub>	N <sub>NBR-C</sub>	N <sub>ACI</sub>	ABNT NBR 6118		ACI 318
		mm	kN	kN	kN	kN	rigidez	curvatura	
SANTOS (2009)	PFN 00-2	0	1255	1017.40	746.99	899.79	1.2335	1.6801	1.3948
	PFN 15-2	15	662	623.29	641.16	625.94	1.0621	1.0325	1.0576
	PFN 24-2	24	456	610.13	637.68	590.87	0.7474	0.7151	0.7717
	PFN 30-2	30	317	434.21	453.84	393.43	0.7301	0.6985	0.8057
	PFN 40-2	40	294.4	344.99	359.50	288.73	0.8534	0.8189	1.0196
	PFN 50-2	50	232	285.59	296.31	247.32	0.8124	0.7830	0.9380
	PFN 60-2	60	198.4	249.78	258.16	218.98	0.7943	0.7685	0.9060
	PFN 00-2,5	0	1078	1017.40	595.80	899.79	1.0596	1.8093	1.1981
	PFN 15-2,5	15	670.4	538.41	565.49	852.52	1.2451	1.1855	0.7864
	PFN 24-2,5	24	360.8	481.47	515.33	590.87	0.7494	0.7001	0.6106
	PFN 30-2,5	30	336	385.58	412.24	431.70	0.8714	0.8151	0.7783
	PFN 40-2,5	40	246	315.59	335.79	314.86	0.7795	0.7326	0.7813
	PFN 50-2,5	50	201.2	267.38	282.82	246.50	0.7525	0.7114	0.8162
	PFN 60-2,5	60	164.8	247.28	254.93	217.05	0.6665	0.6464	0.7593
	Média							1.193	1.195
Desvio Padrão							0.323	0.341	0.230

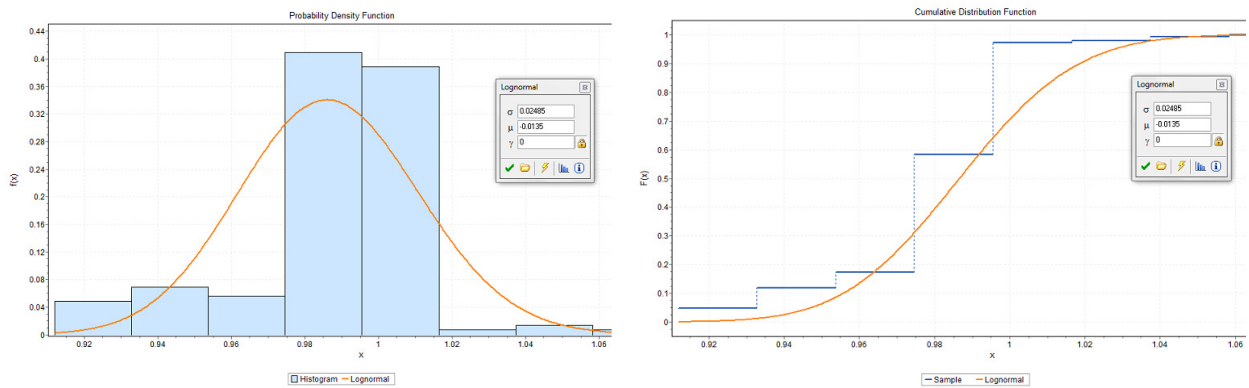
#### 5.4. DISTRIBUIÇÕES DE PROBABILIDADE PARA AS VARIÁVEIS ALEATÓRIAS ERRO DE MODELO

Obtidas as amostras da variável aleatória erro de modelo, foram construídos histogramas buscando aqueles que melhor ajustam-se às variáveis, de maneira que a informação estatística sobre o modelo possa ser processada através de curvas de distribuição estatística e, posteriormente, fazer um estudo de confiabilidade dos modelos.

Apresentam-se a seguir as figuras que ilustram os ajustes de distribuição estatística para o erro de modelo foram realizados pelo software EasyFit 5.2 Standard com base em testes de aderência consagrados pela teoria de probabilidades, Chi-Quadrado, Kolmogorov-Smirnov e Anderson-Darling.

Nenhuma curva padronizada de distribuição estatística se ajustou adequadamente ao modelo de vigas solicitadas à flexão pura. Sugere-se que, futuramente, análises adicionais sejam feitas para investigar o motivação de tal inadequação. No entanto, o motivo provável deve-se à extrapolação baseada no uso dados estatísticos de erro de modelo proveniente de NOWAK e SZERSZEN (2003), feita para que fosse computado o erro de modelo para o modelo da norma brasileira. E como os modelos das normas brasileira e americana e brasileira são muito parecidos, a variável dada pela razão  $\frac{F_{teo}^{ACI}}{F_{teo}^{NBR}}$ , aproxima-se em média da unidade com pequena dispersão. Na Figura 5.1, são apresentadas as curvas de

distribuição de probabilidade para a variável  $\frac{F_{teo}^{ACI}}{F_{teo}^{NBR}}$ , a variável erro de modelo para norma brasileira seria obtida através da equação (5.3)



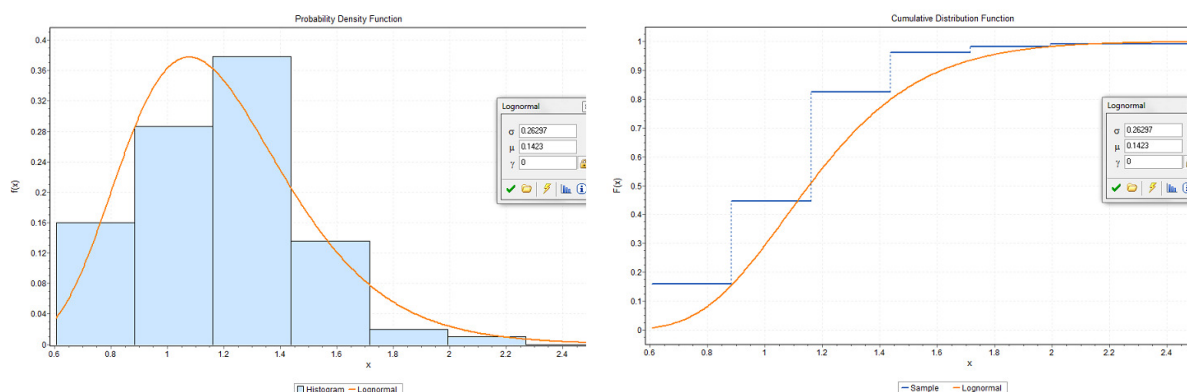
(A)

(B)

FIGURA 5.1 – VARIÁVEL ERRO DO MODELO ABNT NBR 6118:2007 PARA VIGAS – (A) HISTOGRAMA E DISTRIBUIÇÃO DE DENSIDADE DE PROBABILIDADE, (B) DISTRIBUIÇÃO ACUMULADA DE PROBABILIDADE

Os histogramas para as amostras da variável erro de modelo foram ajustados por curvas de distribuição lognormal, para um estudo de confiabilidade mais apurado deverá se estudar mais detalhadamente qual a melhor curva de ajuste para cada modelo.

Nas figuras 5.2, 5.3 e 5.4 são apresentadas os histogramas e as curvas de distribuição de densidade de probabilidade e de distribuição acumulada de probabilidade da variável erro de modelo  $E_m$  para pilares conforme, respectivamente, os métodos da rigidez aproximada e da curvatura aproximada propostos pela ABNT NBR 6118:2007 e o método proposto pelo ACI 318-2002.



(A)

(B)

FIGURA 5.2 – VARIÁVEL ERRO DO MODELO ABNT NBR 6118:2007 PARA PILARES COM RIGIDEZ APROXIMADA – (A) HISTOGRAMA E DISTRIBUIÇÃO DE DENSIDADE DE PROBABILIDADE, (B) DISTRIBUIÇÃO ACUMULADA DE PROBABILIDADE



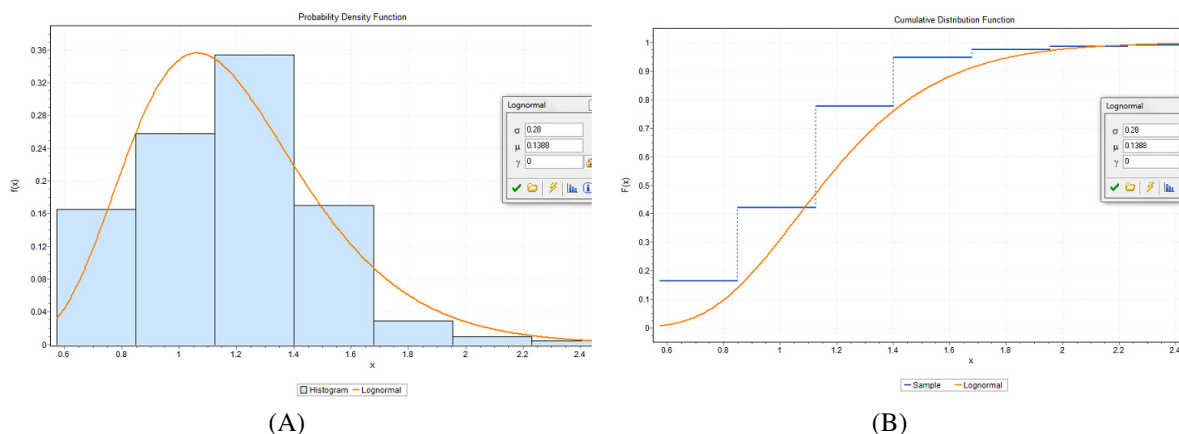


FIGURA 5.3 – VARIÁVEL ERRO DO MODELO ABNT NBR 6118:2007 PARA PILARES COM CURVATURA APROXIMADA – (A) HISTOGRAMA E DISTRIBUIÇÃO DE DENSIDADE DE PROBABILIDADE, (B) DISTRIBUIÇÃO ACUMULADA DE PROBABILIDADE

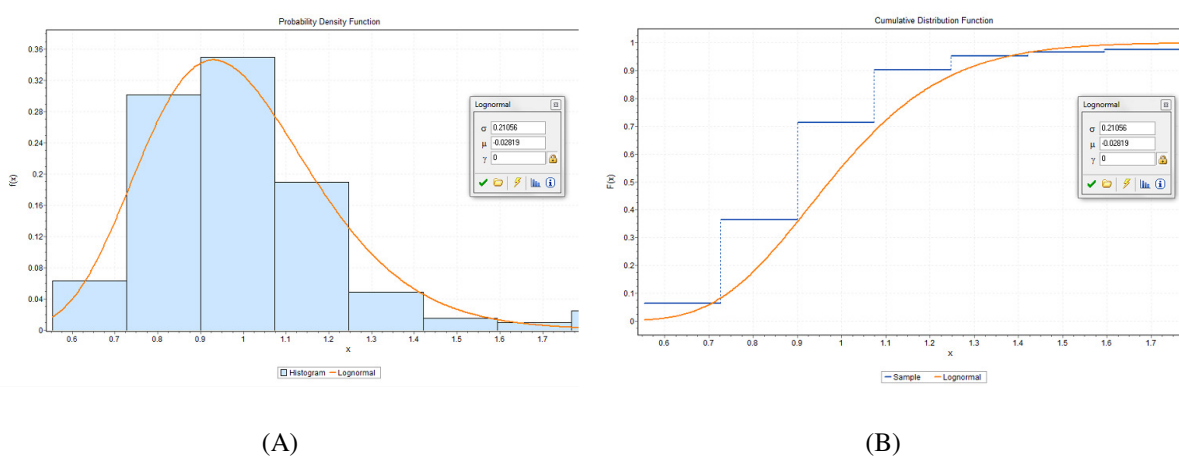


FIGURA 5.4 – VARIÁVEL ERRO DO MODELO ACI 318-2002 PARA PILARES – (A) HISTOGRAMA E DISTRIBUIÇÃO DE DENSIDADE DE PROBABILIDADE, (B) DISTRIBUIÇÃO ACUMULADA DE PROBABILIDADE

Para avaliar a necessidade do uso de um modelo distinto para pilares solicitados à compressão centrada, no qual não há consideração de excentricidade mínima devida à imperfeições, separou-se os dados de pilares que foram carregados sem excentricidade inicial dos demais pilares. Para o cálculo da capacidade resistente última foi utilizada equação (3.35).

A tabela abaixo mostra os parâmetros estatísticos, média e desvio padrão, para cada modelo e cada tipo de solicitação.

		NBR (rigidez)	NBR (curvatura)	ACI
compressão centrada	$\mu$	0.889	0.904	1.015
	$\sigma$	0.143	0.223	0.145
flexo-compressão normal	$\mu$	0.999	0.969	1.030
	$\sigma$	0.393	0.371	0.347
todos	$\mu$	1.193	1.195	0.995
	$\sigma$	0.323	0.341	0.230

As Figuras 5.5, 5.6 e 5.7 representam a amostra de erro modelo para pilares solicitados por compressão excêntrica, e as Figuras 5.8, 5.9 e 5.10, para pilares carregados, inicialmente,



de forma centrada. Devido a amostra ser pequena, as curvas de distribuição de estatística são pouco representativas. Portanto, outras análises devem ser feitas para que se possa optar ou não por um modelo com a consideração de excentricidade mínima para pilares solicitados, teoricamente, por compressão centrada.

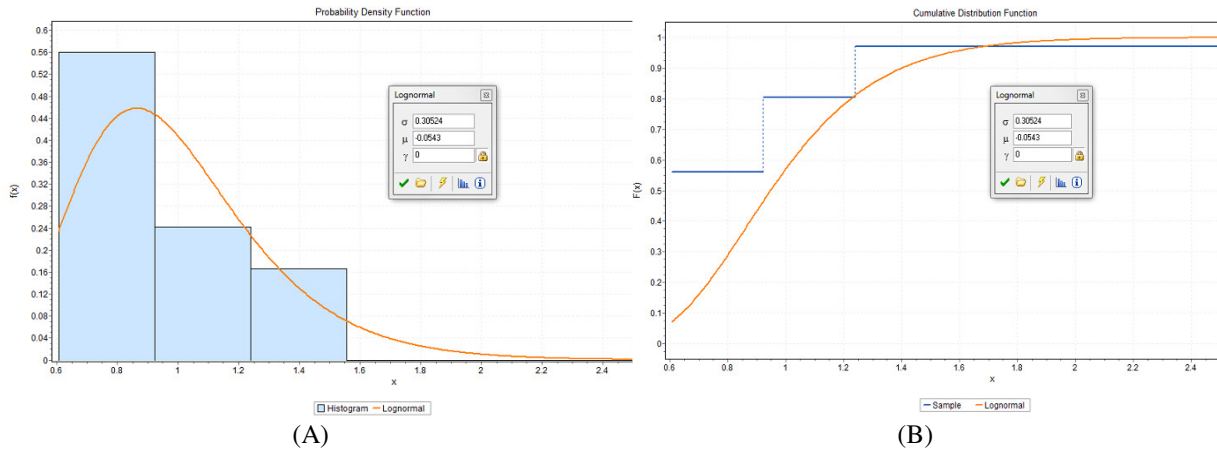


FIGURA 5.5 – VARIÁVEL ERRO DO MODELO NBR 6118:2007 PARA PILARES SOB COMPRESSÃO EXCÊNTRICA PELO MÉTODO DA RIGIDEZ APROXIMADA – (A) HISTOGRAMA E DISTRIBUIÇÃO DE DENSIDADE DE PROBABILIDADE, (B) DISTRIBUIÇÃO ACUMULADA DE PROBABILIDADE

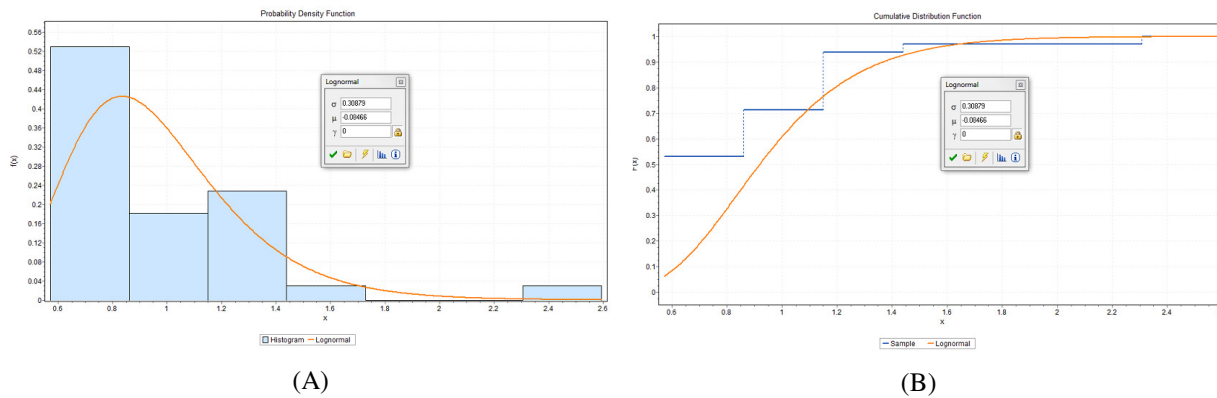


FIGURA 5.6 – VARIÁVEL ERRO DO MODELO NBR 6118:2007 PARA PILARES SOB COMPRESSÃO EXCÊNTRICA PELO MÉTODO DA CURVATURA APROXIMADA – (A) HISTOGRAMA E DISTRIBUIÇÃO DE DENSIDADE DE PROBABILIDADE, (B) DISTRIBUIÇÃO ACUMULADA DE PROBABILIDADE

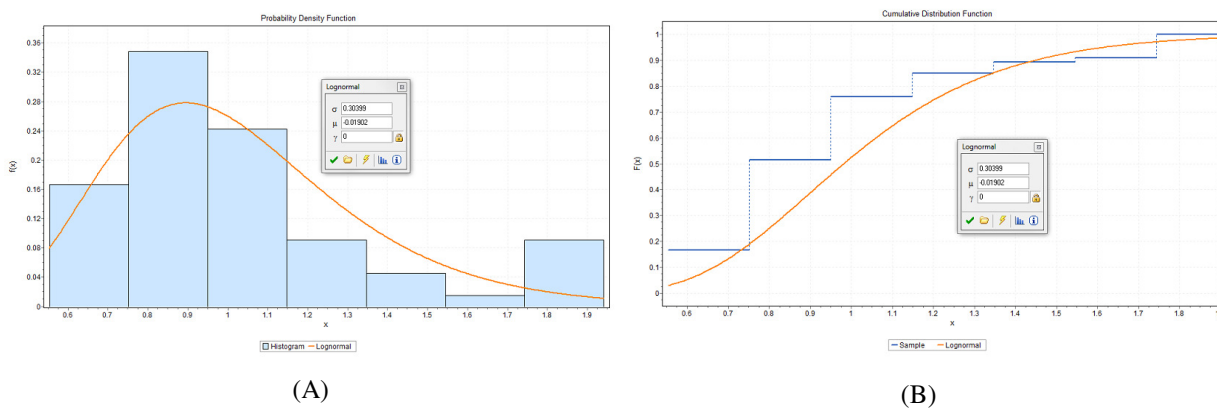


FIGURA 5.7 – VARIÁVEL ERRO DO MODELO ACI 318-2002 PARA PILARES SOB COMPRESSÃO EXCÊNTRICA PELO MÉTODO DA CURVATURA APROXIMADA – (A) HISTOGRAMA E DISTRIBUIÇÃO DE DENSIDADE DE PROBABILIDADE, (B) DISTRIBUIÇÃO ACUMULADA DE PROBABILIDADE

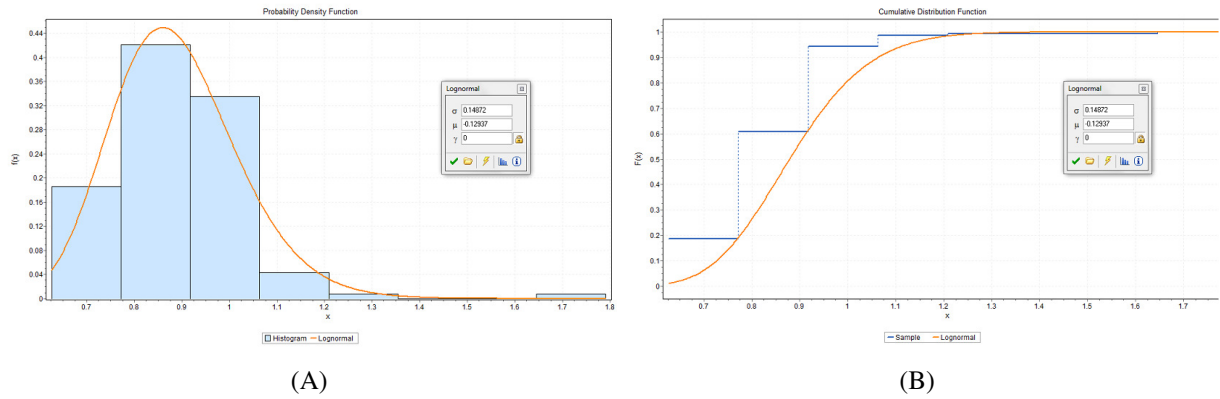


FIGURA 5.8 – VARIÁVEL ERRO DO MODELO NBR 6118:2007 PARA PILARES SOB COMPRESSÃO CENTRADA PELO MÉTODO DA RIGIDEZ APROXIMADA – (A) HISTOGRAMA E DISTRIBUIÇÃO DE DENSIDADE DE PROBABILIDADE, (B) DISTRIBUIÇÃO ACUMULADA DE PROBABILIDADE

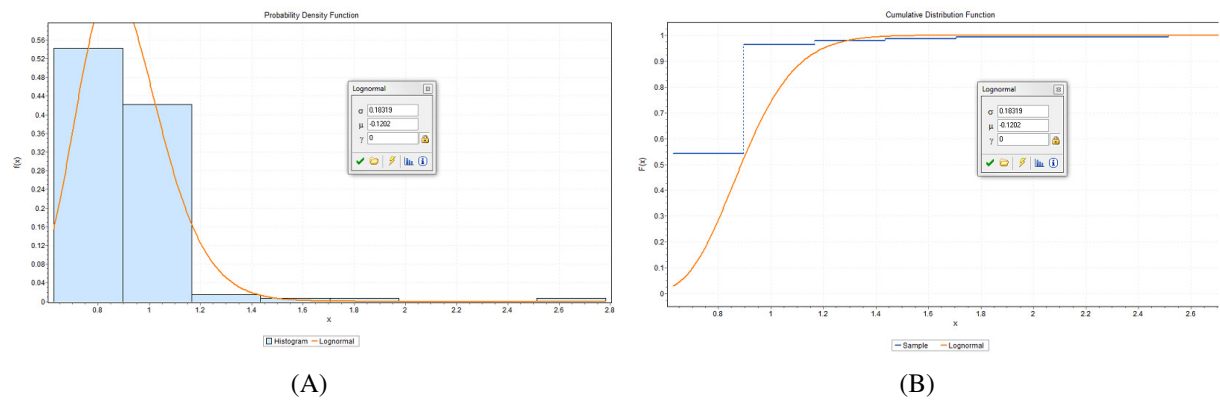


FIGURA 5.9 – VARIÁVEL ERRO DO MODELO NBR 6118:2007 PARA PILARES SOB COMPRESSÃO CENTRADA PELO MÉTODO DA CURVATURA APROXIMADA – (A) HISTOGRAMA E DISTRIBUIÇÃO DE DENSIDADE DE PROBABILIDADE, (B) DISTRIBUIÇÃO ACUMULADA DE PROBABILIDADE

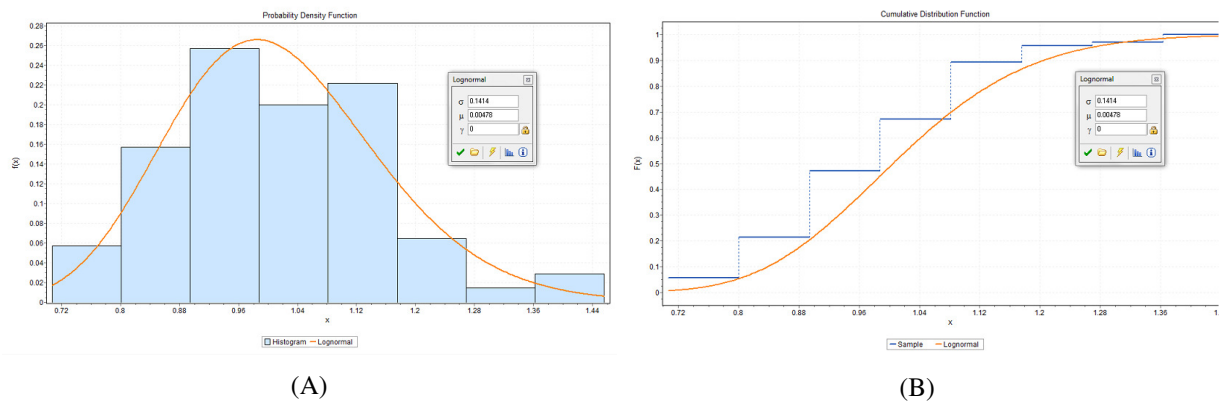


FIGURA 5.10 – VARIÁVEL ERRO DO MODELO ACI 318-2002 PARA PILARES SOB COMPRESSÃO CENTRADA – (A) HISTOGRAMA E DISTRIBUIÇÃO DE DENSIDADE DE PROBABILIDADE, (B) DISTRIBUIÇÃO ACUMULADA DE PROBABILIDADE



## Capítulo 6: ANÁLISE DE RESULTADOS

---

Neste capítulo é apresentada a análise do erro de modelo e da confiabilidade das normas ABNT NBR 6118:2007 e ACI 318-2002 para 206 pilares, 140 solicitados à compressão centrada e 66 à flexo-compressão normal, e 140 vigas dimensionadas à flexão pura.

O estado limite analisado é a resistência última. São avaliados os parâmetros de influência na resistência última para pilares (resistência do concreto, esbeltez, taxa de armadura longitudinal e transversal, e excentricidade de aplicação das cargas) e para vigas (resistência do concreto, altura útil da viga, posição da linha neutra e taxa de armadura longitudinal).

Para melhor avaliação da interferência das solicitações nos modelos de previsão da capacidade resistente dos pilares, fez-se três análises distintas:

- para solicitados à compressão centrada (cc);
- para pilares solicitados à compressão excêntrica (ce);
- modelo único para (todos) os pilares, havendo sempre uma excentricidade mínima na atuação das ações, assim como é sugerido na norma brasileira.

### **6.1. ANÁLISE ESTATÍSTICA DA CORRELAÇÃO ENTRE A VARIÁVEL ERRO DE MODELO E OS PARÂMETROS VARIÁVEIS**

Na maioria dos problemas de engenharia há algum tipo de relação entre duas ou mais variáveis. Para investigar a natureza dessa interação é feita uma análise de regressão, a técnica estatística muito indicada para modelar e investigar a relação entre essas variáveis, seja ela de caráter simples ou múltiplo (MONTGOMERY, D.C.; RUNGER, G.C.; 1999).

Uma regressão linear simples por estimadores de mínimos quadrados para a interseção e inclinação pode ser utilizada para que um modelo analítico simplificado seja construído na tentativa de representar a correlação existente entre as variáveis erro de modelo e os demais parâmetros variáveis.

Segue uma análise, através de regressão linear, da variável erro de modelo, relacionando-a com cada parâmetro variável.

### 6.1.1. RESISTÊNCIA À COMPRESSÃO DO CONCRETO

A resistência à compressão do concreto, assim como a resistência do aço, são parâmetros primordiais para o cálculo da resistência última de qualquer elemento de concreto armado.

Um fato importante a ser enfatizado sobre a resistência do concreto é que na pesquisa desenvolvida por SANTIAGO (2011) foi verificada a não-conformidade da resistência dos concretos produzidos em concreteiras brasileiras. Uma maneira de avaliar a questão da não-conformidade da resistência de um concreto é através da reconstrução da sua distribuição normal com base no valor estimado da sua resistência característica ( $f_{ck,est}$ ) e compará-lo com a resistência característica à compressão do concreto estabelecida pela ABNT NBR 12655:2006:

$$f_{ck} = f_{cm} - 1.65 \cdot \sigma_d \quad (6.1)$$

onde:  $f_{cm}$  é resistência média à compressão e  $\sigma_d$ , o desvio padrão para amostras de concreto com vinte ou mais corpos de prova.

Verificou-se no estudo citado que, para concreto de classes superiores a C30, as curvas de distribuição estatísticas  $f_{ck,est}$  e  $f_{ck}$  não são equivalentes, o que configuram os concretos em não-conformes, e diminui a segurança das estruturas de concreto projetadas segundo a equação (6.1).

No entanto, a não-conformidade dos concretos nacionais não invalidam a presente pesquisa, pois o objetivo desta é a avaliação da erro de modelos de norma para a previsão da capacidade dos elementos estruturais e não a quantificação da influência de cada parâmetro variável isoladamente. Além disso o cálculo da capacidade resistente dos elementos é feito utilizando o valor médio da resistência do concreto.

Na Figura 6.2, apesar das amostras apresentarem-se muito dispersas, pode ser observada uma tendência positiva entre a variáveis  $E_m$  dos modelos de previsão de carga de compressão última em pilares e a resistência média à compressão do concreto  $f_c$ , ou seja, quanto maior a resistência do concreto mais conservadores apresentam-se os modelos. Demonstrando assim, que os modelos não conseguem prever integralmente a capacidade última dos pilares, principalmente em pilares de alta resistência e solicitados à compressão excêntrica, caso em que a resistência dos elementos é mais subestimada.

No entanto, quando separadas as amostras que foram solicitadas por cargas centradas nota-se que, nos três modelos normativos, a relação entre as variáveis  $E_m$  e  $f_c$  torna-se negativa.

Para investigar melhor estes dados a capacidade última destes elementos foi calculada conforme as equações (3.35) e (3.37) seguindo os requisitos, respectivamente, da ABNT NBR 6118:2007 e do ACI 318-2002. Resultando na Figura 6.1, onde é confirmada a tendência negativa entre  $f_c$  e  $E_m$ . Pode-se perceber também de acordo com esta figura que os modelos da norma brasileira tornam-se inseguros ( $E_m < 1,0$ ), prevendo capacidade de carga dos pilares acima da experimental. Este fato ocorre, possivelmente, por ter-se desprezado a excentricidade acidental ou devido a imperfeições, o que não acontece no modelo americano. Portanto, apesar de serem apresentadas a regressão separada por tipo de solicitação, as análises que seguem serão focadas na consideração da existência de uma excentricidade mínima, mesmo que o pilar seja carregado axialmente.

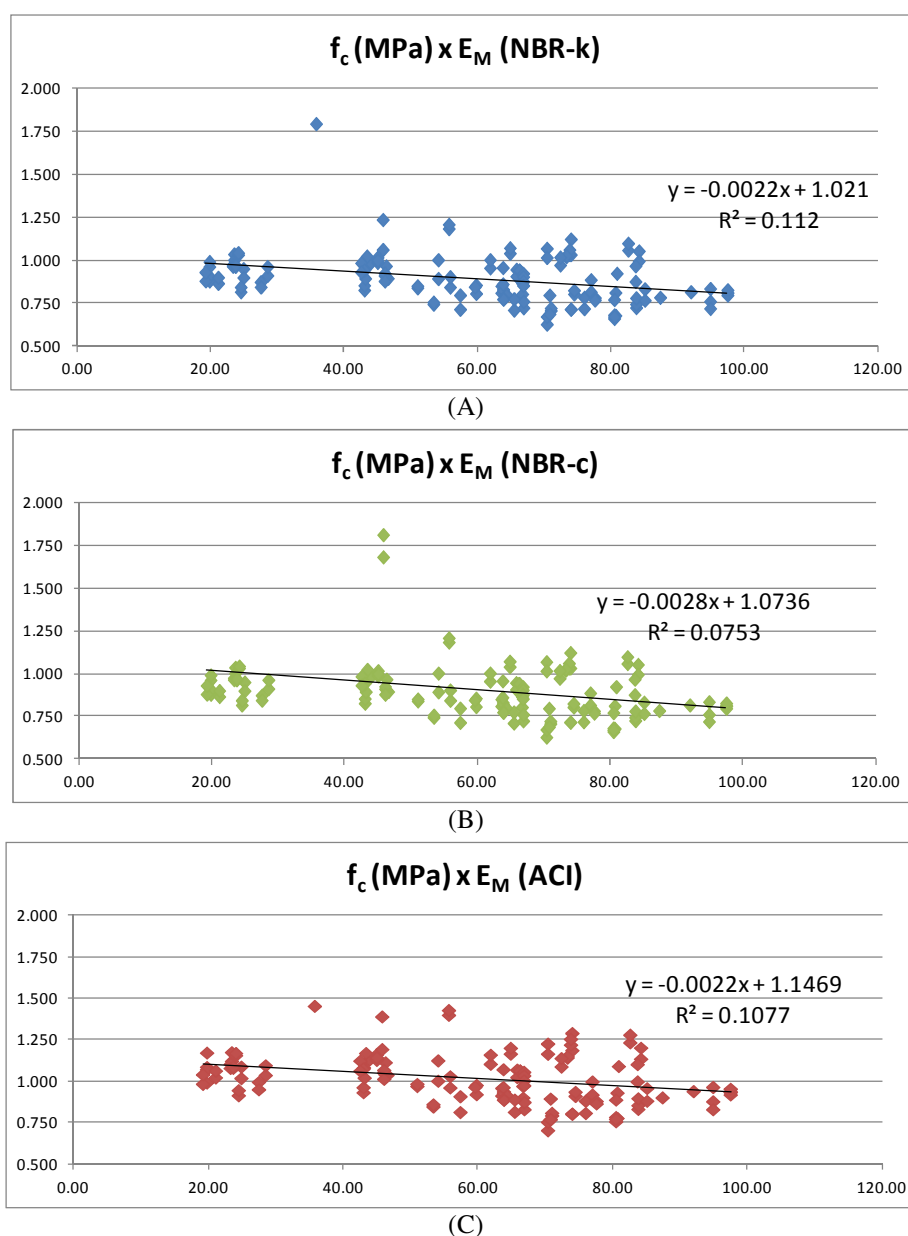


FIGURA 6.1 – RELAÇÃO ENTRE O ERRO DE MODELO E A VARIÁVEL RESISTÊNCIA MÉDIA À COMPRESSÃO DO CONCRETO PARA PILARES SOB CARGA CENTRADA. (A) ABNT NBR 6118:2007, MODELO DA RIGIDEZ APROXIMADA, (B) ABNT NBR 6118:2007, MODELO DA CURVATURA APROXIMADA, (C) ACI 318-2002.

É importante ressaltar também que, quando considerada a excentricidade mínima, os modelos brasileiros são mais conservadores e apresentam maior dispersão de resultados que o modelo da norma americana.

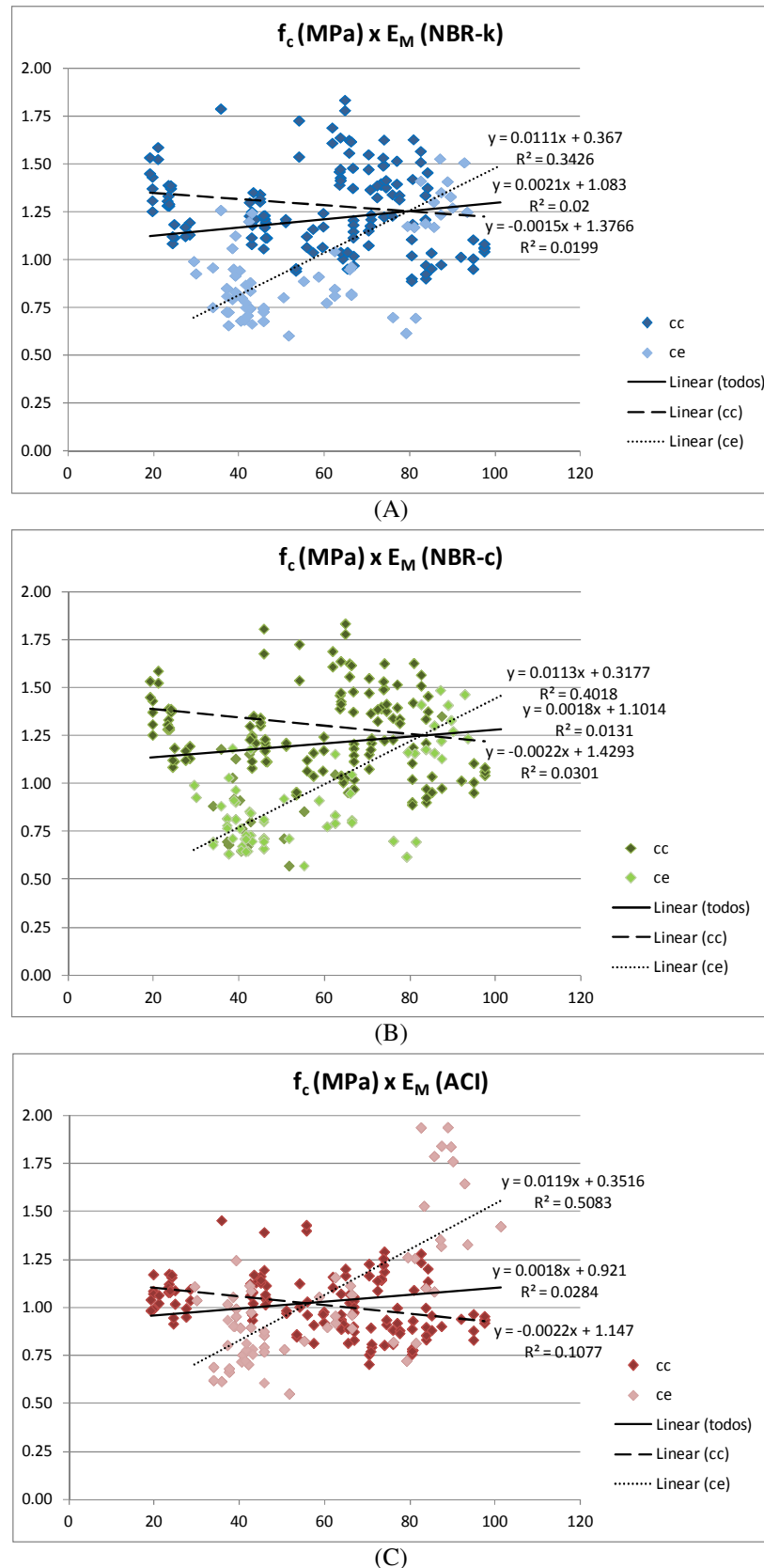


FIGURA 6.2 – RELAÇÃO ENTRE O ERRO DE MODELO E A VARIÁVEL RESISTÊNCIA MÉDIA À COMPRESSÃO DO CONCRETO. (A) ABNT NBR 6118:2007, MODELO DA RIGIDEZ APROXIMADA, (B) ABNT NBR 6118:2007, MODELO DA CURVATURA APROXIMADA, (C) ACI 318-2002.

Para o modelo de previsão de resistência de vigas solicitadas a flexão pura da ABNT NBR 6118:2007, a variável erro de modelo foi dividida em dois grupos, o primeiro correspondente à resistências do concreto até 50MPa (valor limite de abrangência da ABNT NBR 6118:2007), e outro com resistências superiores (60 a 100MPa).

Conforme a Figura 6.3, a variável erro de modelo também apresenta tendência positiva assim como nos pilares. Contudo, para concretos com resistências inferiores a 40MPa, a variável erro de modelo apresenta, pela regressão linear, valores menores que a unidade, indicando assim que, para estes valores de resistência, o modelo é não conservador.

Vale ressaltar também que, no caso das vigas, a correlação da variável erro de modelo com a resistência do concreto, representada por  $R^2$ , é maior nos concretos de alta resistência.

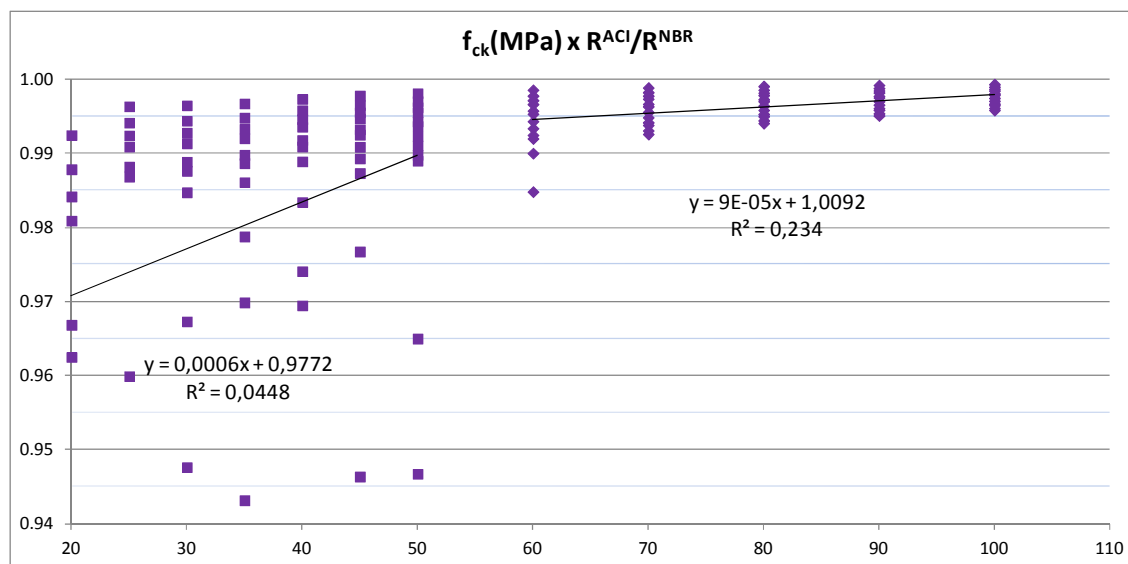
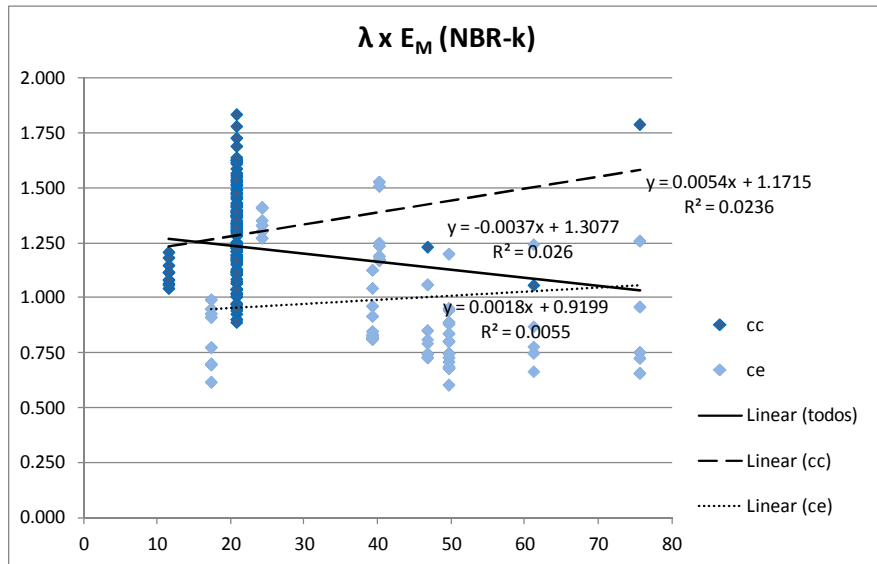


FIGURA 6.3 – RELAÇÃO ENTRE O ERRO DE MODELO DE VIGAS DA ABNT NBR 6118:2007 E A VARIÁVEL RESISTÊNCIA MÉDIA À COMPRESSÃO DO CONCRETO.

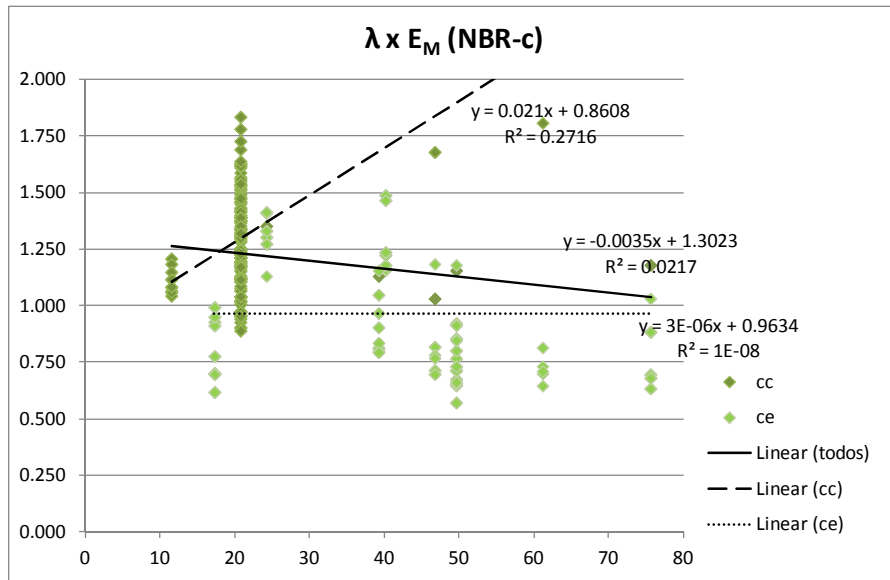
### 6.1.2. ESBELTEZ DOS PILARES

Devido à grande dispersão dos valores de erro de modelo e pequena quantidade de esbeltezes para pilares solicitados axialmente, também não é possível estabelecer uma correlação entre a variável aleatória erro de modelo e a esbelteza dos pilares. O que nota-se pela Figura 6.4 (A) e (B) é que para maiores esbeltezes o erro dos modelos da norma brasileira diminui, aproximando-se da unidade e ficando menos conservador. Na Figura 6.4 (C), caso do modelo americano, a variável erro de modelo permanece em torno de um, aproximando-se de um modelo ideal, quando o parâmetro analisado for a esbelteza dos pilares.

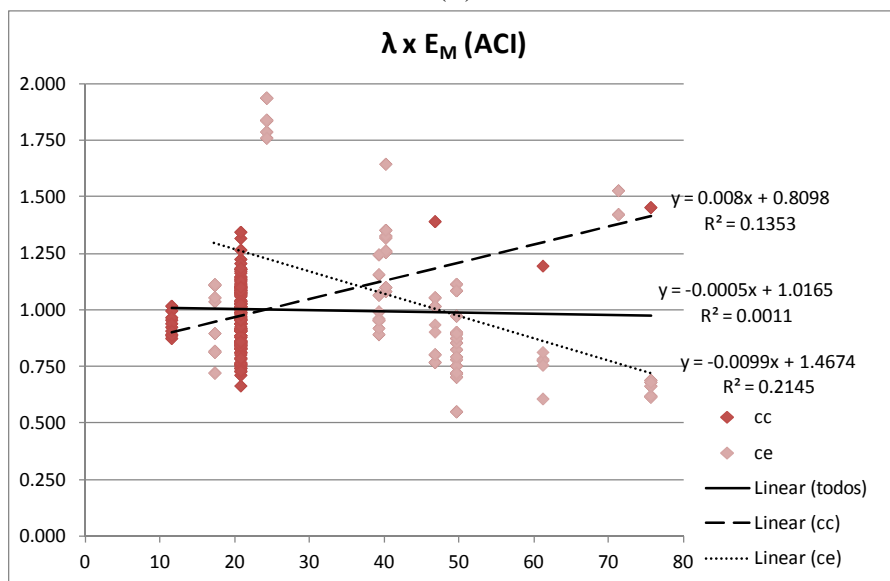




(A)



(B)



(C)

FIGURA 6.4 – RELAÇÃO ENTRE O ERRO DE MODELO E A VARIÁVEL ESBELTEZ DOS PILARES. (A) ABNT NBR 6118:2007, MODELO DA RIGIDEZ APROXIMADA, (B) ABNT NBR 6118:2007, MODELO DA CURVATURA APROXIMADA, (C) ACI 318-2002.

### 6.1.3. ALTURA ÚTIL DAS VIGAS

A altura útil das vigas apresenta certa correlação negativa (da ordem de 0,1063) com a variável erro de modelo. Esse fato indica que, para vigas com seção muito alta, o modelo da ABNT NBR 6118:2007 torna-se cada vez menos conservador, e até inseguro quando a viga possuir altura superior a 50cm.

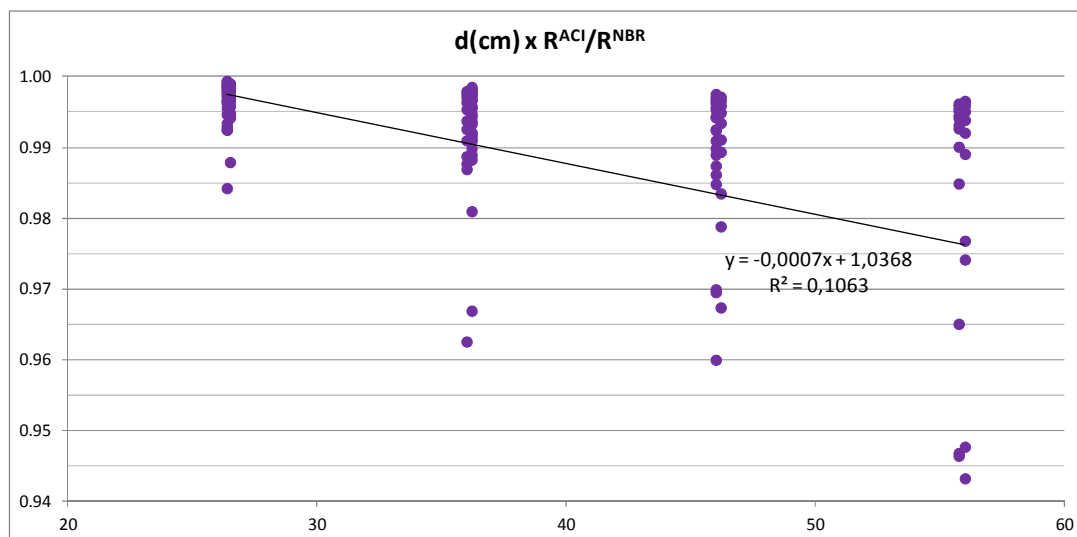


FIGURA 6.5 – RELAÇÃO ENTRE O ERRO DE MODELO DE VIGAS DA ABNT NBR 6118:2007 E A VARIÁVEL ALTURA ÚTIL DA SEÇÃO DAS VIGAS.

### 6.1.4. RAZÃO POSIÇÃO DA LINHA NEUTRA E ALTURA ÚTIL DAS VIGAS

Quando analisada a relação entre profundidade da linha neutra e a altura útil das vigas, obtém-se informações referentes ao domínio de deformação em que ocorre o ruína do elemento. Sabendo que no domínio 2, esta relação  $x/d$  varia de [0, 0.259], no domínio 3 [0.259, 0.628] e no domínio 4 [0.628, 1], percebe-se que a maioria dos elementos analisados tem ruína nos domínios 2 e 3, portanto por deformação excessiva do aço. É fácil perceber assim, que à medida que a relação  $x/d$  aumenta essa correlação diminui e as amostras ficam mais esparsas.

A Figura 6.6 mostra que a variável  $x/d$  tem uma correlação negativa (de ordem maior que 0,288) com a variável erro de modelo. É possível notar também que, apesar de ter sido feita uma regressão linear, a relação entre  $x/d$  e  $E_m$  é exponencial.

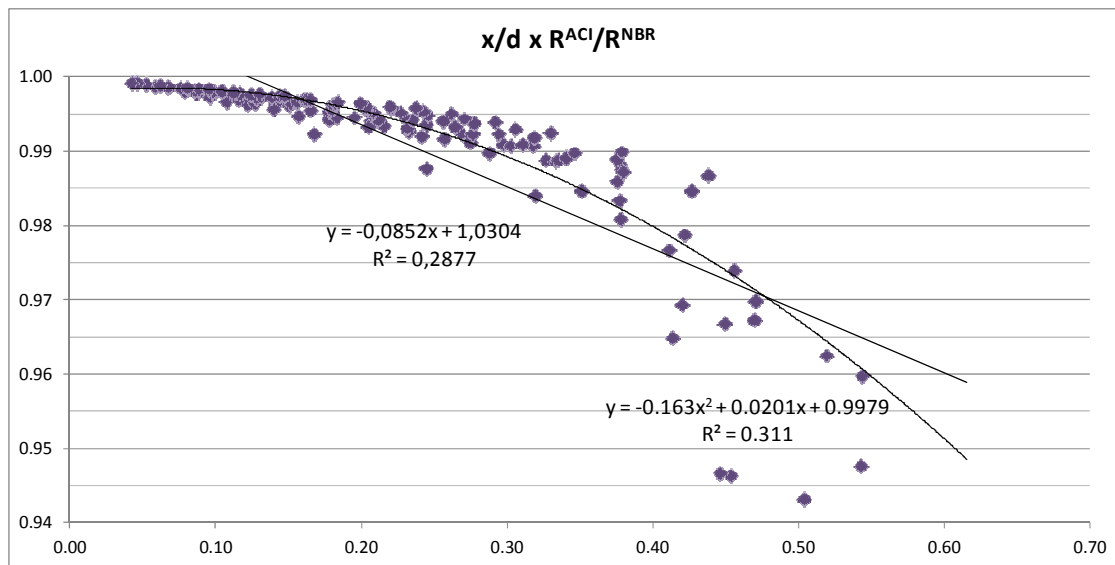


FIGURA 6.6 – RELAÇÃO ENTRE O ERRO DE MODELO DE VIGAS DA ABNT NBR 6118:2007 E A VARIÁVEL DE RAZÃO POSIÇÃO DA LINHA NEUTRA E ALTURA ÚTIL DAS VIGAS

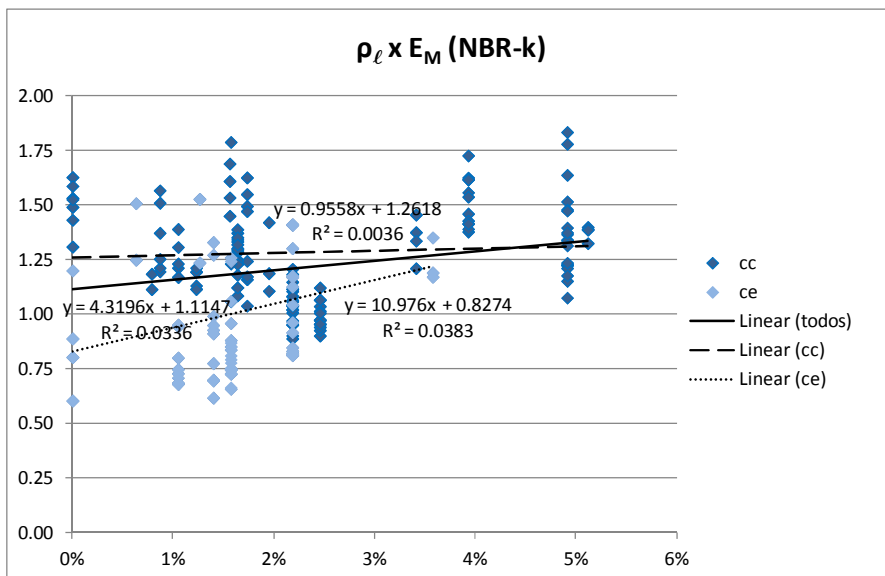
### 6.1.5. TAXA DE ARMADURA LONGITUDINAL

Nos pilares, a armadura longitudinal assim como a armadura transversal podem provocar confinamento da seção transversal, aumentando desta a capacidade resistente, ao mesmo tempo que diminui a área efetivamente resistente do concreto. Então, é importante avaliar o efeito da taxas de armadura sobre os modelos de previsão de carga.

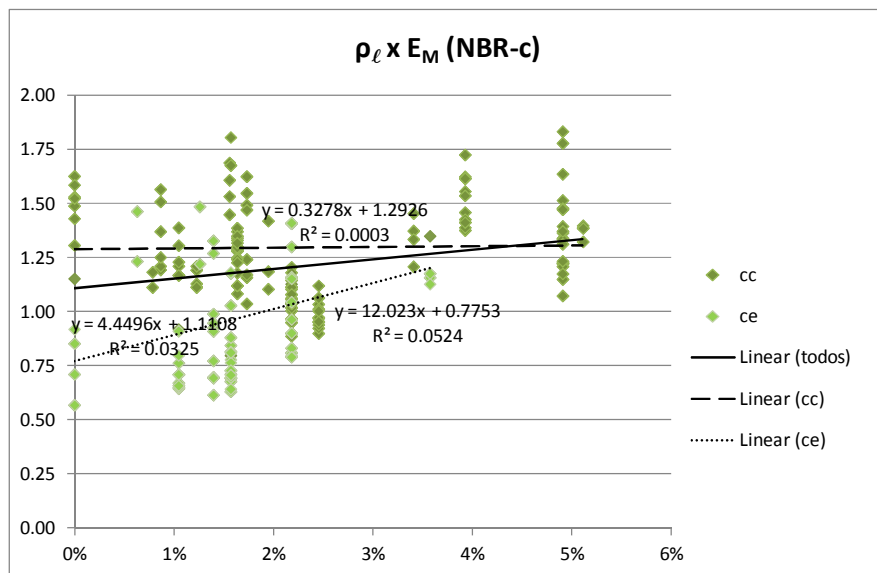
Para os modelos da ABNT NBR 6118:2007 analisados há uma tendência positiva entre a taxa de armadura e a variável erro de modelo e ambos são conservadores em média. Desta forma é possível concluir que os modelos nacionais não conseguem mensurar o acréscimo de resistência devido o confinamento da seção de concreto. Ver Figura 6.7 (A) e (B)

Já o modelo do ACI 318-2002 possui uma tendência negativa, conformando-se contra a segurança para taxas de armadura longitudinal superiores a 2,0%, contudo apresenta-se mais preciso que os outros dois modelos.

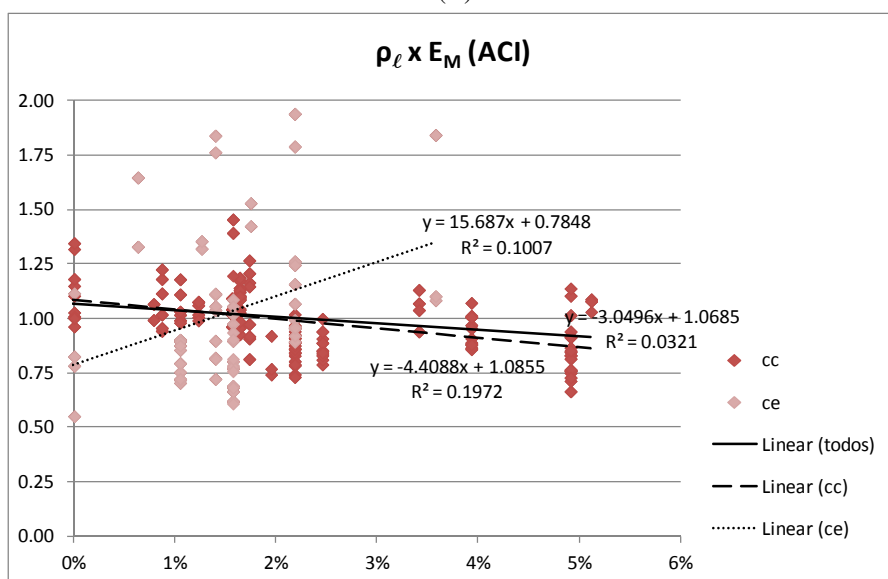
No entanto, todos modelos tendem a tornar-se conservadores quando solicitados excentricamente. Pode-se assim concluir que o acréscimo na capacidade resistente dos pilares devido ao confinamento da armadura é maior quando este são solicitados a flexo-compressão, comparando com pilares sob compressão centrada.



(A)



(B)



(C)

FIGURA 6.7 – RELAÇÃO ENTRE O ERRO DE MODELO E A VARIÁVEL TAXA DE ARMADURA LONGITUDINAL DOS PILARES. (A) ABNT NBR 6118:2007, MODELO DA RIGIDEZ APROXIMADA, (B) ABNT NBR 6118:2007, MODELO DA CURVATURA APROXIMADA, (C) ACI 318-2002.

O modelo de vigas da norma brasileira apresenta uma correlação negativa com a taxa de armadura longitudinal o que eleva a concluir que o modelo superestima o acréscimo de resistência conferido pelo aumento da taxa de armadura. Também foi feita uma regressão polinomial para a taxa de armadura longitudinal, apresentando correlação próxima àquela encontrada para a regressão linear, descartando assim esta última a regressão polinomial.

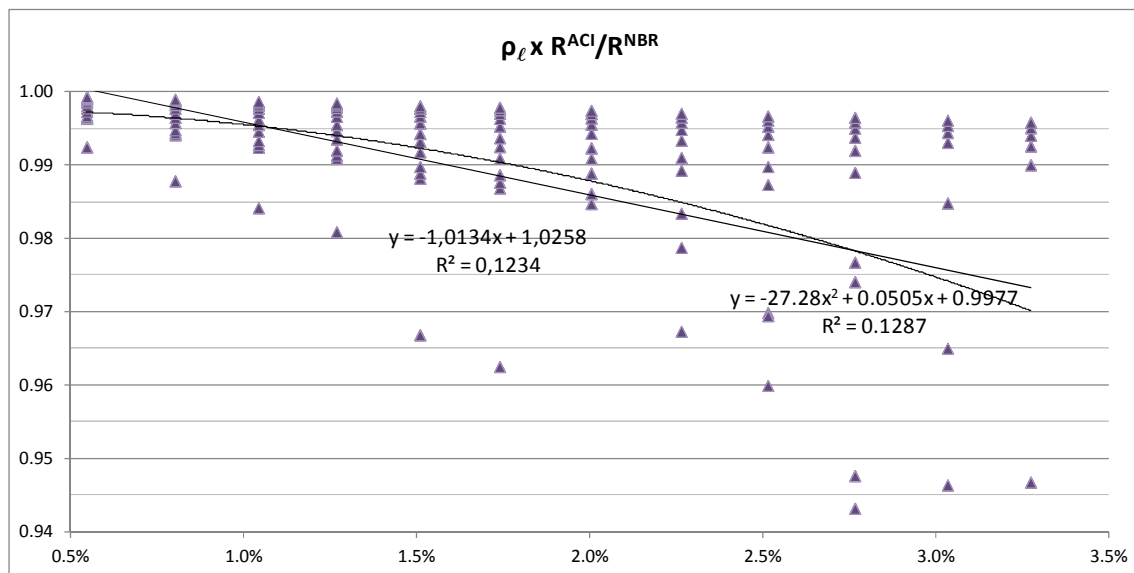
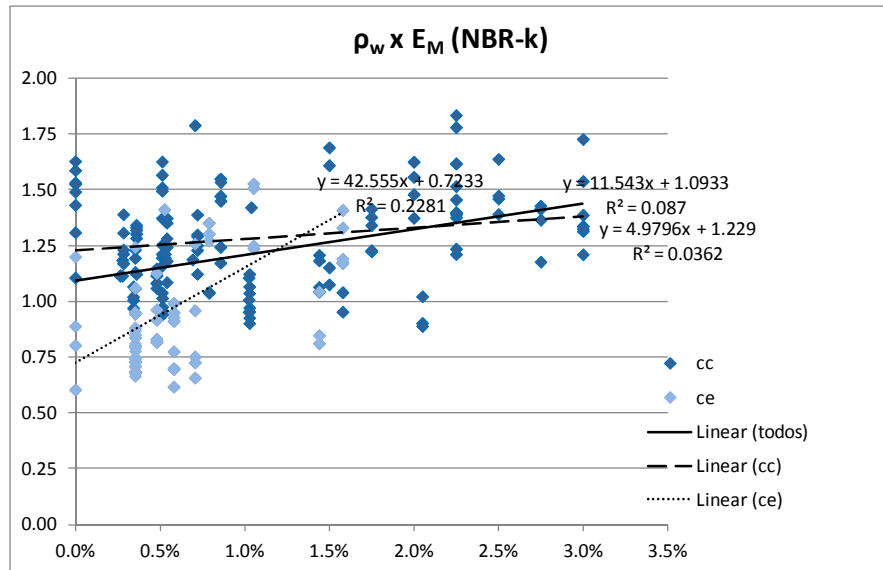


FIGURA 6.8 – RELAÇÃO ENTRE O ERRO DE MODELO DE VIGAS DA ABNT NBR 6118:2007 E A VARIÁVEL TAXA DE ARMADURA LONGITUDINAL DAS VIGAS.

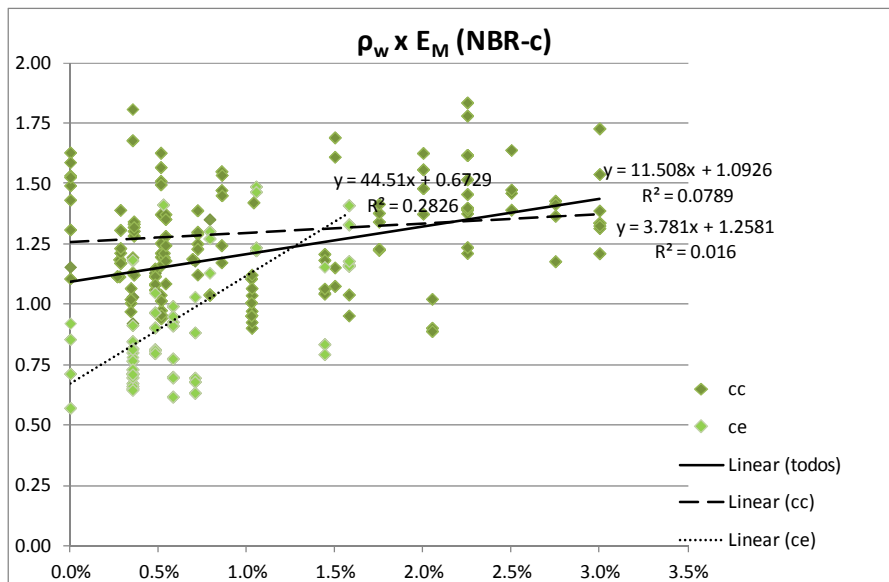
### 6.1.6. TAXA DE ARMADURA TRANSVERSAL DOS PILARES

As mesmas conclusões sobre a armadura longitudinal podem ser extrapoladas armadura transversal, contudo esta apresenta correlação maior com a variável erro de modelo. Novamente o modelo americano mostra-se mais preciso e menos conservador que os modelos da ABNT NBR 6118:2007, apresentando uma variável erro de modelo menos tendenciosa e com menor correlação com a taxa de armadura transversal, conforme pode ser visto na Figura 7.9 (C).

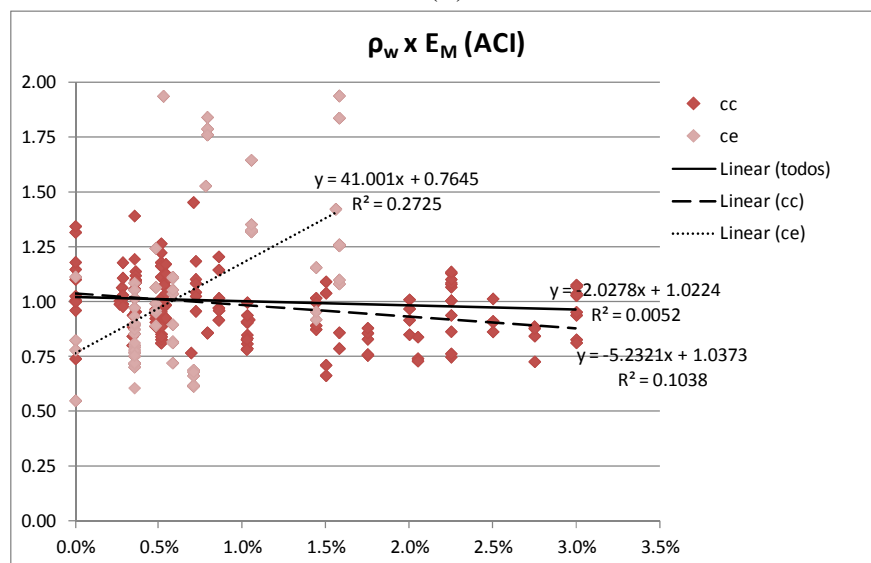
Assim como quando relacionados com a armadura longitudinal, os modelos da norma brasileira mostram-se com tendenciosidade positiva e conservadores em relação a armadura transversal.



(A)



(B)



(C)

FIGURA 6.9 – RELAÇÃO ENTRE O ERRO DE MODELO E A VARIÁVEL TAXA DE ARMADURA TRANSVERSAL DOS PILARES. (A) ABNT NBR 6118:2007, MODELO DA RIGIDEZ APROXIMADA, (B) ABNT NBR 6118:2007, MODELO DA CURVATURA APROXIMADA, (C) ACI 318-2002

### 6.1.7. EXCENRICIDADE INICIAL DE APLICAÇÃO DE CARGA NOS PILARES

Neste caso, todos modelos tem respostas semelhantes:

- tendência negativa entre as variáveis  $e_i$  e  $E_m$ , as observações da variável erro de modelo decrescem à medida que aumenta a excentricidade inicial,
- os modelos apresentam-se contra a segurança quando a excentricidade inicial está acima de 20mm
- assim como nas demais análise o modelo do ACI 318-2002 é menos tendencioso, apresentando menor correlação e também menos seguro.

Ressalta-se que, assim como a maioria dos estudos sobre pilares solicitados à flexo-compressão a excentricidade  $e$  foi considerada constante, ou seja, é assumido que exista correlação perfeita entre carga axial e momento fletor. Portanto, análise que segue diz respeito apenas à excentricidade inicial de aplicação da carga de compressão, visto que considerando todos os pilares sujeitos a uma excentricidade, mesmo que mínima, a resposta é semelhante à avaliação feita somente com pilares com excentricidade de carregamento inicial, vide figura abaixo.

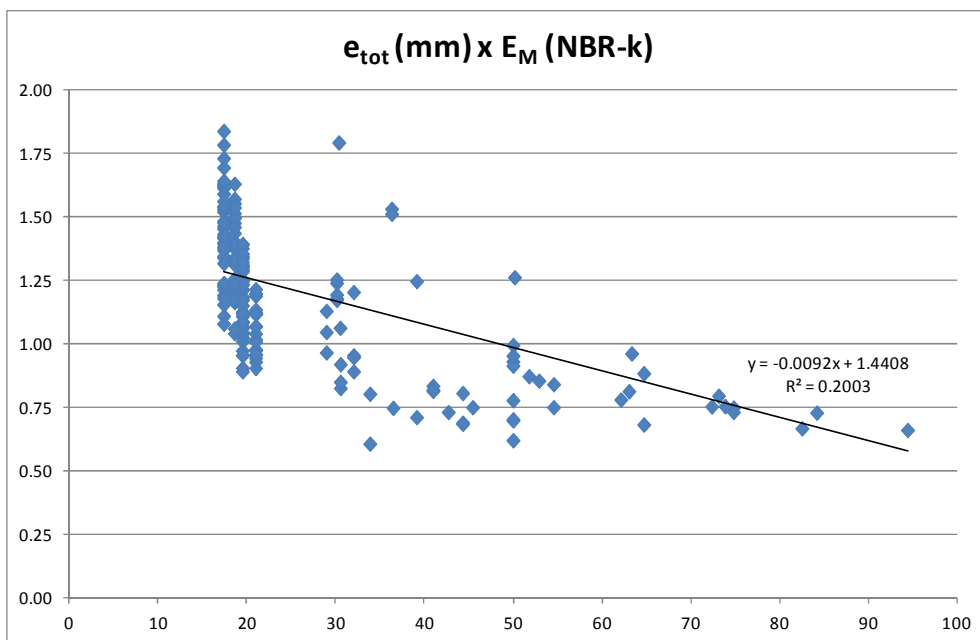
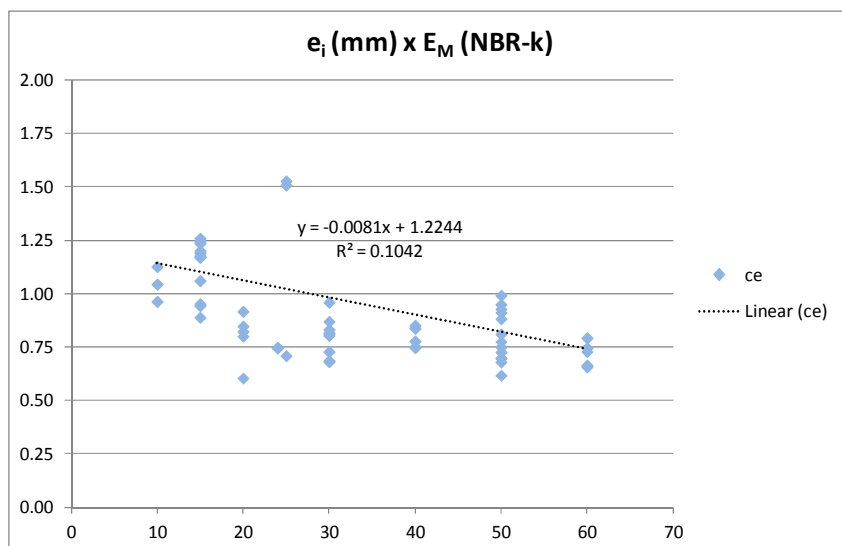
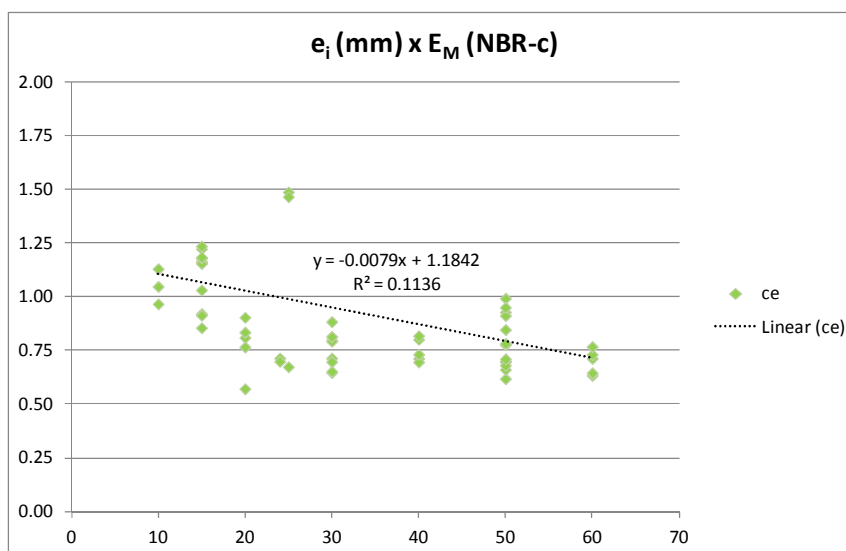


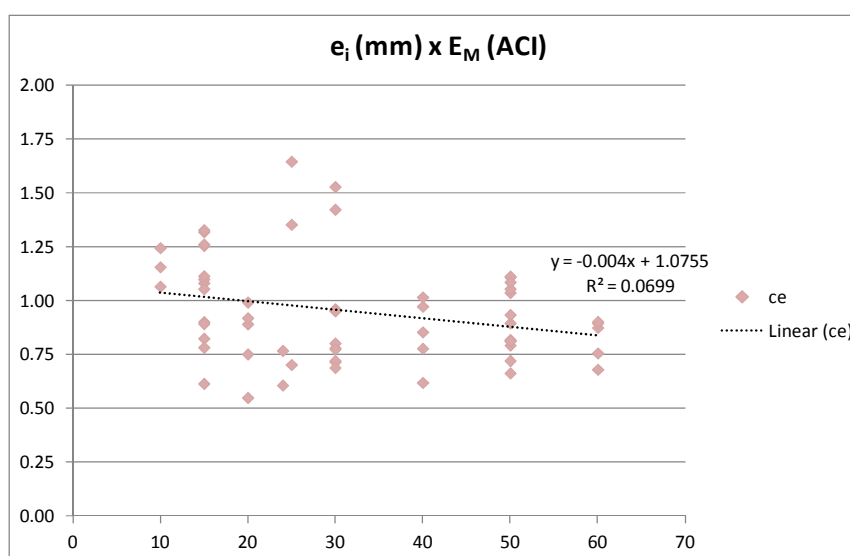
FIGURA 6.10 – RELAÇÃO ENTRE O ERRO DE MODELO E A VARIÁVEL EXCENRICIDADE TOTAL DE APLICAÇÃO DE CARGA NOS PILARES. ABNT NBR 6118:2007, MODELO DA RIGIDEZ APROXIMADA.



(A)



(B)



(C)

FIGURA 6.11 – RELAÇÃO ENTRE O ERRO DE MODELO E A VARIÁVEL EXCENTRICIDADE INICIAL DE APLICAÇÃO DE CARGA NOS PILARES. (A) ABNT NBR 6118:2007, MODELO DA RIGIDEZ APROXIMADA, (B) ABNT NBR 6118:2007, MODELO DA CURVATURA APROXIMADA, (C) ACI 318-2002.





## Capítulo 7: CONCLUSÕES

---

A análise do erro de modelo dos pilares em concreto armado, dimensionados segundo critérios da ABNT NBR 6118:2007, sujeitos ao carregamento centrado e sob flexo-compressão normal, indicou que:

No que se refere à resistência do concreto, a variável erro de modelo apresenta, para pilares solicitados à compressão excêntrica, tendência positiva tornando o modelo mais conservador para maiores resistências do concreto. No entanto, para pilares solicitados axialmente o modelo torna-se menos tendencioso e com o erro diminuindo com o ganho de resistência. Quando analisados sem a consideração da excentricidade acidental, os modelos para pilares solicitados à compressão centrada apresentam-se inseguros.

Portanto, os modelos da norma brasileira não podem ser extrapolados para concreto de alta resistência pois não conseguem mensurar a capacidade resistente total. Uma possível calibração da ABNT NBR 6118:2007 que permita a extensão de seus limites de aplicação para concretos de resistência mais elevada deve levar em consideração as especificidades relativas às propriedades mecânicas deste material e também ganho de resistência devido ao confinamento promovido pela armaduras longitudinal e transversal, pois a simples extrapolação do método para concreto usual não apresenta-se adequado.

Assim como os efeitos do aumento de ductilidade para concreto de alta resistência, devem ser considerado o confinamento do concreto usual pela armadura longitudinal e transversal pois os modelos mostram-se conservadores com o aumento das taxas de armadura.

Deve-se considerar a existência de excentricidade acidental em pilares solicitados (teoricamente) à compressão centrada.

Os pilares solicitados à compressão simples apresentaram-se mais dependentes e conservadores da do índice de esbeltez que aqueles solicitados à compressão excêntrica.

O erro do modelo da ABNT NBR 6118:2007 para previsão do momento resistente último de vigas não apresentou-se conclusivo, embora tenha demonstrado clara dependência da taxa de armadura longitudinal e da posição da linha neutra no estado limite último,

consequentemente, com o modo de ruína (deformação excessiva do aço ou concreto) da viga.

Avaliações futuras podem ser feitas uma vez que sejam coletados dados que incluam elementos não considerados neste trabalho, assim como dados experimentais para resistência de vigas.

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

---

ADORNO, A. L. C. (2004). *Análise teórico-experimental de pilares de concreto submetidos à flexo-compressão reta*. Tese de doutorado. Faculdade de Tecnologia, Departamento de Engenharia Civil e Ambiental, Universidade de Brasília. Brasília.

AGOSTINI, L. R. S. (1992). *Pilares de concreto de alta resistência*. Tese de doutorado. Escola Politécnica, Universidade de São Paulo. São Paulo.

ANG, A. H-S; TANG, W. H. (1984). *Probability Concepts in Engineering Planning and Design. Vol. 2 – Decision, Risk, and Reliability*. New York: John Wiley & Sons.

ARAÚJO, L. M. B. (2004). *Análise teórico-experimental de pilares de concreto submetidos à flexão normal composta*. Dissertação de Mestrado. Escola de Engenharia Civil, Universidade Federal de Goiás. Goiânia.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS (2003). *NBR 8681: 2003 – Ações e segurança nas estruturas – procedimento*. Rio de Janeiro.

\_\_\_\_\_ (2007). *NBR 6118: 2007 – Projeto de estruturas de concreto – procedimento*. Rio de Janeiro.

BECK, A. T. (2009). *Curso de Confiabilidade Estrutural: Notas de Aula*. São Carlos: EESC-USP.

BECK, A. T., DE OLIVEIRA, W. L. A., DE NARDIM, S., EL DEBS, A. L. H. C. (2009). Reliability-based Evaluation of Design Code Provisions for Circular Concrete-Filled Steel Columns. *Engineering Structures, Elsevier*, Vol.31, n.10, p. 2299-2308.

BOLADIM, E. A. (2011). *Análise de confiabilidade em ligações parafusadas em chapas finas e perfis de aço formados a frio*. Dissertação de Mestrado. Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo. São Carlos.

CASTRO, L. A. (1997). *Análise de segurança no projeto de estruturas: Método dos estados limites*. Dissertação de Mestrado. Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos.

DANTAS, A. B. (2006). *Estudo de pilares de concreto armado submetidos à flexão composta reta*. Dissertação de Mestrado. Faculdade de Tecnologia, Departamento de Engenharia Civil e Ambiental, Universidade de Brasília. Brasília.

ELLINGWOOD, B. R.; CULVER, C. (1977). Analysis of Live Loads in Office Buildings. *J.Struct. Div.*, ASCE 103, 1551-1560.

ELLINGWOOD, B.; GALAMBOS, T. V.; MACGREGOR, J. G.; CORNELL, C. A. (1980). *Development of a Probability Based Load Criterion for American National Standard A58*. US National Bureau of Standard Special Publication 577, Washington, D.C..

ELLINGWOOD, B.; GALAMBOS, T. V. (1982). Probability-based criteria for structural design, *Structural Safety*, v. 1, n. 1, p. 15-26.

FUSCO, P. B. (1995). *Técnicas de armar as estruturas de concreto*, São Paulo, Pini.

\_\_\_\_\_ (1976). *Estruturas de concreto: fundamentos do projeto estrutural*. São Paulo, McGraw-Hill do Brasil, EDUSP.

\_\_\_\_\_ (1977). *Estruturas de concreto: fundamentos estatísticos da segurança das estruturas*. São Paulo, McGraw-Hill do Brasil, EDUSP.

\_\_\_\_\_ (1986). *Estruturas de concreto: solicitações normais*. Rio de Janeiro, Guanabara Dois.

KAEFER, L.F. (1998). A evolução do concreto armado. São Paulo.

LEONHARDT, F.; MÖNNIG, E. (1977). *Construções de concreto: princípios básicos do dimensionamento de estruturas de concreto armado*. Rio de Janeiro, Interciência, v.1.

LIMA, F. B. (1997). *Pilares de concreto de alto desempenho: fundamentos e experimentação*, Tese de doutorado. Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo. São Carlos.

LIMA JUNIOR, H. C. (2003). *Avaliação da ductilidade de pilares de concreto armado, submetidos à flexo-compressão reta com e sem adição de fibras metálicas*. Tese de doutorado. Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo. São Carlos.

NOGUEIRA, H. A. T. (2006). Avaliação da confiabilidade de pilares curtos em concreto armado projetados segundo a ABNT NBR 6118:2007. Dissertação de Mestrado. Escola de Engenharia, Universidade Federal de Minas Gerais. Belo Horizonte.

NOWAK, A. S.; SZERSZEN, M. M. (2003). Calibration of Design Code for Buildings (ACI 318): Part 1 – Statistical Models Resistance, *ACI Structural Journal*, v. 100, n. 3, p. 377-382.

OLIVEIRA, W. L. A. (2004). *Análise teórica e experimental de pilares de concreto armado sob ação de força centrada com resistência média à compressão do concreto de 40MPa*. Dissertação de Mestrado. Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo. São Carlos.

OLIVEIRA, W. L. A.; EL DEBS, A. L. H. C.; BECK, A. T. (2008). Avaliação da segurança de pilares mistos preenchidos de seção circular projetados segundo a norma NBR 8800:2008. *Revista IBRACON de estruturas e materiais*. Vol1, No 3, pp 212-235.

PAIVA, N. M. B. (1994). *Pilares de concreto de alta resistência com seção transversal retangular solicitados à compressão simples*. Dissertação de mestrado - Faculdade de Engenharia Civil, Universidade Estadual de Campinas. Campinas.

QUEIROGA, M. V. M. (1999). *Análise experimental de pilares de concreto de alto desempenho submetidos à compressão simples*. Dissertação de Mestrado – Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo. São Carlos.

RAMOS, R. F. (2001). *Análise experimental de pilares de concreto armado sob ação centrada com resistência do concreto de 25MPa*. Dissertação de Mestrado. Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo. São Carlos.

SANTIAGO, W. C. (2011). *Estudo da (não-) conformidade de concretos produzidos no Brasil e sua influência na confiabilidade estrutural*. Dissertação de Mestrado. Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo. São Carlos.

SANTOS, G. S. (2009). *Análise experimental e numérica de pilares de concreto armado submetidos à flexão composta reta*. Dissertação de Mestrado. Faculdade de Tecnologia, Departamento de Engenharia Civil e Ambiental, Universidade de Brasília. Brasília.

SOUZA JUNIOR, A.C. (2009). *Aplicação de Confiabilidade na Calibração de Coeficientes Parciais de Segurança de Normas Brasileiras de Projeto Estrutural*. Dissertação de mestrado. Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo. São Carlos.

SZERSZEN, M. M.; NOWAK, A. S. (2003). Calibration of Design Code for Buildings (ACI 318): Part 2 – Reliability Analysis and Resistance Factors, *ACI Structural Journal*, v. 100, n. 3, p. 383-391.

VALLADARES, L. M. (1997). *Análise teórico-experimental do comportamento de pilares em concreto armado na flexão normal composta: efeitos da variação na resistência à compressão do concreto*. Dissertação de mestrado. Universidade Federal de Minas Gerais. Belo Horizonte.

VANDERLEI, R. D. (1999). *Análise experimental de pilares de concreto armado de alta resistência sob flexo-compressão reta*. Dissertação de mestrado – Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo. São Carlos.

VROUWENVELDER, T. The JCSS Probabilistic Model Code. *Structural Safety*, Vol.19, 1997, p.245–251.