

DANIELI COLOMBO DOS SANTOS TANNO

*Blocos de concreto sobre estacas
posicionados nas divisas de terrenos:
estudo analítico e análise numérica linear*

Dissertação apresentada à Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, como parte dos requisitos necessários para obtenção do título de Mestre em Ciências, Engenharia de Estruturas.

Orientador: José Samuel Giongo

Versão Corrigida

A versão original encontra-se na Escola de Engenharia de São Carlos

São Carlos

2012

AUTORIZO A REPRODUÇÃO E DIVULGAÇÃO TOTAL OU PARCIAL DESTE TRABALHO, POR QUALQUER MEIO CONVENCIONAL OU ELETRÔNICO, PARA FINS DE ESTUDO E PESQUISA, DESDE QUE CITADA A FONTE.

Ficha catalográfica preparada pela Seção de Atendimento ao
Usuário do Serviço de Biblioteca – EESC/USP

T167b

Tanno, Danieli Colombo dos Santos.

Blocos de concreto sobre estacas posicionados nas divisas de terrenos: estudo analítico e análise numérica linear. / Danieli Colombo dos Santos Tanno; orientador José Samuel Giongo. São Carlos, 2012.

Dissertação - Mestrado (Programa de Pós-Graduação e Área de Concentração em Engenharia de Estruturas)-- Escola de Engenharia de São Carlos da Universidade de São Paulo, 2012.

1. Blocos de concreto. 2. Vigas de equilíbrio. 3. Modelo de bielas e tirantes. I. Título.

FOLHA DE JULGAMENTO

Candidata: Engenheira **DANIELI COLOMBO DOS SANTOS TANNO**.

Título da dissertação: "Blocos de concreto sobre estacas posicionados nas divisas de terrenos: estudo analítico e análise numérica linear".

Data da defesa: 28/05/2012

Comissão Julgadora:

Prof. Dr. **José Samuel Giongo (Orientador)**
(Escola de Engenharia de São Carlos/EESC)

Resultado:

Aprovado

Prof. Associado **Márcio Roberto Silva Corrêa**
(Escola de Engenharia de São Carlos/EESC)

APROVADA

Prof. Dr. **Rafael Alves de Souza**
(Universidade Estadual de Maringá/UEM)

Aprovado

Coordenador do Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil (Engenharia de Estruturas):

Profa. Associada **Ana Lucia Homce de Cresce El Debs**

Presidente da Comissão de Pós-Graduação:
Prof. Associado **Paulo Cesar Lima Segantine**

À minha família, que me apoiou durante todo o desenvolvimento deste trabalho.

Agradecimentos

Agradeço ao Professor Samuel pela orientação para o trabalho de mestrado e para a vida.

Ao Rodrigo Barros pelas ajudas no desenvolvimento da pesquisa.

Aos professores e funcionários do Departamento de Estruturas da EESC, que colaboraram para esta formação.

Aos colegas do departamento pelo companheirismo nas horas de estudos, que não foram poucas, e pelas horas de divertimento também.

Aos moradores da república do Mario pela amizade e pelas discussões sobre engenharia de estruturas.

Aos professores e funcionários da Universidade Estadual de Londrina pelo incentivo ao mestrado.

Aos amigos da faculdade que me incentivaram a aceitar este desafio.

Ao CNPQ pela bolsa concedida.

E principalmente, muitíssimo obrigada à minha mãe e meus familiares, que me apoiaram e incentivaram nestes dois anos de mestrado.

*“O mundo pode até fazer você chorar,
mas Deus te quer sorrindo”*

Carlos Papae

Resumo

TANNO, D. C. S. **Blocos de concreto sobre estacas posicionados nas divisas de terrenos: estudo analítico e análise numérica linear.** 2012. 163 f. Dissertação (Mestrado) – Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, 2012.

Este trabalho estuda o comportamento estrutural de blocos sobre estacas em concreto armado situados em divisas de terrenos. Foi feita revisão bibliográfica abordando os assuntos de blocos de coroamento, vigas de equilíbrio, modelo de bielas e tirantes e um breve comentário sobre o programa computacional Diana (2010). O trabalho apresenta um roteiro para análise estrutural e dimensionamento de vigas de equilíbrio sobre estacas com pilar excêntrico ao apoio. É apresentado um exemplo feito por Andrade (1989), comparado com o método proposto por Burke (1979) e com análise numérica. Além deste, foram analisados casos de projetos reais utilizando o método Burke (1979) adaptado neste trabalho. Alguns desses exemplos foram modelados em regime elástico e linear no programa computacional Diana (2010). São apresentadas comparações de resultados obtidos com o método Burke (1979) e análise numérica, comprovando a eficácia desse método. Em todos os exemplos estudados o método proposto por Burke (1979) indicou bons resultados quando comparados com os encontrados em análise computacional. A dissertação apresenta soluções para projetos de bloco sobre estacas, situados em divisas de terrenos e associados a vigas de equilíbrio.

Palavras-chave: Blocos de concreto, vigas de equilíbrio, modelo de bielas e tirantes.

Abstract

TANNO, D. C. S. **Reinforced concrete blocks piles located on the limit of land: analitical study and numerical analyze linear.** 2012. 163 f. Dissertação (Mestrado) – Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, 2012.

This research investigates the structural behavior of reinforced concrete blocks piles located on the limit of land. Literature review was done about blocks piles, balance beams, strut and tie model and a short comment about the Diana computer program (2010). The dissertation presents a roadmap for structural analysis and sizing of balance beams on stakes with eccentric support pillar. An example, which was studied by Andrade (1989), is compared with the same example done using the method proposed by Burke (1979) and with numerical analysis. In addition to this, are analyzed real cases of projects using the method of Burke (1979). Some of these examples were modeled in linear and elastic characteristics using Diana program computer (2010). Here, it is presented comparisons between the method proposed by Burke (1979) and numerical analysis. It is presented comparisons between the method Burke (1979) and numerical analysis, proving the effectiveness of this method. In all examples studied the method proposed by Burke (1979) provided with good accuracy the results for computer analysis. The conclusion presents suggestions for projects of block piles located in limit of land associated with balance beams.

Keywords: Reinforced concrete block piles, balance beam, strut and tie model.

Sumário

1	<i>Introdução</i>	13
1.1	<i>Considerações Iniciais</i>	13
1.2	<i>Justificativa</i>	14
1.3	<i>Objetivo</i>	14
1.4	<i>Método</i>	15
1.5	<i>Estrutura da dissertação</i>	15
2	<i>Revisão Bibliográfica</i>	17
2.1	<i>Modelo de Bielas e Tirantes</i>	17
2.2	<i>Blocos sobre estacas em concreto armado</i>	22
2.3	<i>Viga de equilíbrio</i>	28
2.4	<i>Programa computacional Diana (2010)</i>	30
2.5	<i>Considerações finais</i>	32
3	<i>Roteiro para análise e dimensionamento de vigas de equilíbrio</i>	33
3.1	<i>Vigas de equilíbrio com forças diretas e sem momento fletor no pilar</i>	33
3.2	<i>Vigas de equilíbrio com forças diretas e com momento fletor tracionando a face interna do pilar</i>	46
3.3	<i>Viga de equilíbrio com forças diretas e com momento fletor tracionando a face externa do pilar</i>	55
3.4	<i>Viga de equilíbrio com forças indiretas</i>	57
4	<i>Análises de casos de projetos</i>	63
4.1	<i>Exemplo completo</i>	63
4.2	<i>Solução Analítica – Método Andrade (1989)</i>	64
4.3	<i>Método Burke (1979)</i>	81
4.4	<i>Modelagem numérica</i>	86
4.5	<i>Considerações finais</i>	88
5	<i>Exemplos</i>	91

5.1	<i>Exemplo 1</i>	91
5.2	<i>Exemplo 2</i>	101
5.3	<i>Exemplo 3</i>	111
6	<i>Considerações finais</i>	127
<i>APÊNDICE A - Consideração de apoios na modelagem</i>		129
	<i>Exemplo 1</i>	130
	<i>Exemplo 2</i>	135
	<i>Exemplo 3</i>	139
	<i>Exemplo 4</i>	143
	<i>Exemplo 5</i>	147
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS		155

1 Introdução

1.1 Considerações Iniciais

Os elementos estruturais de fundação têm por finalidade transmitir as ações provenientes da superestrutura ao solo. Em virtude das condições técnicas e econômicas faz-se a escolha do tipo de fundação de uma obra. É preciso conhecer os parâmetros do solo, intensidade das ações, posições de edificações limítrofes e tipos de fundação disponíveis no mercado para que se possa avaliar a melhor alternativa.

Quando as camadas superficiais do solo, até dois metros de profundidade aproximadamente, são capazes de absorver as ações provenientes da edificação faz-se fundação direta, também conhecida como fundação rasa e a força atuante nos pilares é transmitida ao solo por meio de sapatas, por exemplo. Quando há quantidade de água significativa e/ou é preciso resistir a forças horizontais de grande intensidade ou mesmo pelo simples fato de só atingir a resistência adequada em camadas mais profundas do solo, a solução é usar estacas ou tubulões. A diferença básica entre estes dois elementos está na forma de transmitir as ações ao solo. A resistência predominante na estaca é o atrito lateral, sendo que sua resistência de ponta comumente é desprezada. Para cálculo de tubulão, geralmente não é considerado o atrito lateral, as ações são transmitidas para o solo pela base, que deve ser alargada o suficiente para distribuir as ações em proporção que o solo resista. Em ambos os casos a ligação da superestrutura com a fundação é feita por um bloco de coroamento.

Os blocos de coroamento, ou estruturais, são elementos tridimensionais, fato que não permite que se faça a analogia com viga, ou seja, a hipótese de Bernoulli não é válida, e isto torna a análise do seu comportamento estrutural mais complexa.

Existem referências na bibliografia, como Blévoit e Frémet (1967) e o ACI 318:08, que sugerem modelos para dimensionamento destas peças com ações centradas. Uma dificuldade que se tem é quando os blocos sobre estacas / tubulões

estão nas divisas de terrenos. Neste caso é preciso recuar a estaca para dentro do terreno, o que faz o pilar ficar excêntrico no bloco. Esta configuração com ação excêntrica ao apoio causa momento atuante no bloco, tendendo a girá-lo. Nesses casos, pode-se armar a estaca para resistir ao momento, ou fazer a associação do bloco a uma viga de equilíbrio. A segunda hipótese é mais utilizada, e é a que será estudada neste trabalho. Esta nova configuração da estrutura precisa resistir ao momento gerado no bloco pela ação excêntrica. O ideal é que o momento no bloco seja transferido para a viga de equilíbrio.

Alguns autores indicam roteiros de projeto de vigas de equilíbrio entre sapatas. Porém, quando se trata da utilização em blocos sobre estacas os estudos são escassos, o que se subentende que há uma falta de conhecimento do comportamento estrutural desse conjunto. Assim, o intuito deste trabalho é proporcionar melhor compreensão dessa associação de peças estruturais e, conseqüentemente, fazer conhecido seu comportamento estrutural.

1.2 Justificativa

É comum terem-se pilares nas divisas do terreno da edificação e com isso surge a necessidade de usar blocos de coroamento com ações excêntricas. Há na bibliografia autores que orientam o dimensionamento de sapatas de divisa, e pouca menção quando se trata de blocos sobre estacas nesta mesma situação. O conhecimento deste assunto é restrito, o que justifica a pesquisa realizada com a utilização do programa computacional DIANA (2010), baseado no método dos elementos finitos.

1.3 Objetivo

Esta pesquisa tem como objetivo geral estudar o comportamento de blocos de coroamento em concreto armado situados em divisas de terreno com viga de equilíbrio.

1.3.1 Objetivo específico

- Estudar a distribuição de tensões no conjunto e propor um modelo de bielas e tirantes que englobe bloco de coroamento e viga de equilíbrio;
- Analisar o método de Burke (1979) para dimensionamento do conjunto.

- Analisar, por meio do programa computacional DIANA (2010), em regime elástico e linear, a formação das bielas de compressão e das áreas de tração;
- Estudar arranjos das barras das armaduras utilizando o método de dimensionamento proposto por Burke (1979).

1.4 Método

Primeiramente foi feita coleta de dados junto a escritórios de projetos estruturais, com o intuito de analisar casos típicos.

O roteiro de análise e dimensionamento proposto por Burke (1979), mais tarde verificado por Andrade (1989), foi o ponto de partida para realização deste trabalho. O roteiro foi verificado e complementado pela autora.

Os exemplos reais foram analisados e dimensionados utilizando o roteiro descrito. Estes ainda foram analisados com o programa computacional Diana em regime elástico e linear.

Os resultados foram comparados entre si com o objetivo de melhorar a análise e o dimensionamento desse conjunto de peças estruturais, de modo simples e aplicável no cotidiano de escritórios de projeto.

1.5 Estrutura da dissertação

Esta dissertação está estruturada em oito capítulos. O capítulo 1 é de apresentação, traz uma introdução ao assunto de blocos sobre estacas situados em divisas de terrenos, e descreve os objetivos do trabalho e o método utilizado para o desenvolvimento do mesmo.

O capítulo 2 abrange estudos feitos por outros autores acerca dos assuntos estudados nesta dissertação.

No capítulo 3 são apresentados roteiros para o dimensionamento de blocos sobre estacas em concreto, com ação excêntrica ao apoio e associados a vigas de equilíbrio.

O capítulo 4 apresenta um exemplo verificado de três modos, são eles: dimensionamento como viga convencional, dimensionamento aplicando o roteiro proposto no capítulo 3, e verificação em modelagem numérica utilizando o programa computacional Diana (2010).

No capítulo 5 são mostrados dimensionamentos de exemplos reais, fornecidos por escritórios de projetos estruturais. São utilizadas as soluções indicadas no capítulo 3, e estas são verificadas com modelos numéricos feitos com auxílio do programa computacional Diana (2010).

No Apêndice A é apresentada uma comparação entre consideração de apoio em área e apoio em apoio linha, com o intuito de justificar o tipo de apoio escolhido para apresentação do capítulo 4.

O Apêndice B traz uma observação, feita durante o desenvolvimento deste trabalho, sobre a distribuição de tensões para bloco com três estacas dispostas em linha.

No capítulo 8 são expostas as conclusões obtidas dos capítulos anteriores. E apresenta sugestões para aplicação dos roteiros descritos no capítulo 3.

2 Revisão Bibliográfica

2.1 Modelo de Bielas e Tirantes

Proposto por Mörsch (1948), o modelo de bielas e tirantes vem passando por modificações sugeridas por pesquisadores, porém mantendo os conceitos básicos. O primeiro modelo, aplicado a vigas de concreto armado, sugere que a inclinação das diagonais de compressão da treliça seja considerada sempre com ângulo igual a 45° em relação ao eixo longitudinal do elemento estrutural, e a inclinação da armadura transversal pode ser escolhida entre os limites de 45° e 90° .

A treliça de Mörsch Generalizada surgiu a partir de análises experimentais do primeiro modelo. Nesta, a inclinação das bielas comprimidas variam de acordo com os comportamentos observados nos ensaios, obedecendo à limitação da inclinação da armadura transversal entre os limites de 45° e 90° , e inclinação das diagonais comprimidas variando entre 30° e 45° .

A Figura 1 Apresenta um exemplo de analogia de treliça utilizada para dimensionamento de vigas.

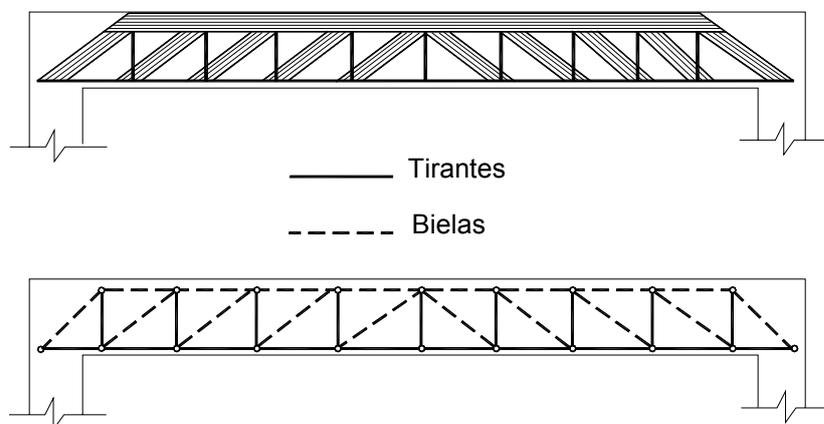


Figura 1 - Analogia de treliça em viga de concreto armado

Fonte: Silva e Giongo (2000)

Logo a seguir a Figura 2 indica os ângulos θ e α .

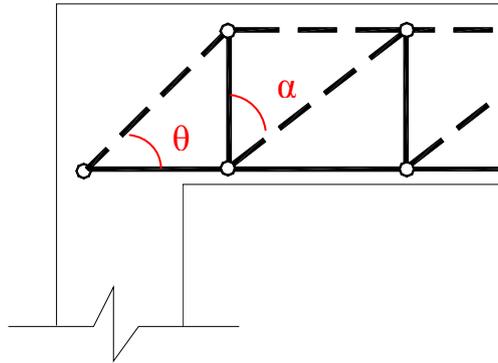


Figura 2 – Ângulos

Adaptado de Silva e Giongo (2000)

A analogia de treliça foi refinada posteriormente por pesquisadores como Kupfer (1964), Rüsç (1964) e Leonhardt (1978). Estes melhoraram os modelos de dimensionamento e contribuíram para a criação de uma base científica sólida, fundamentada no Teorema Inferior da Teoria da Plasticidade, a qual diz que se um caminho de ruína existe, a estrutura seguirá este caminho, fornecendo um limite inferior para a força limite e admitindo que os tirantes irão escoar antes do concreto chegar à ruptura. Desde então essa idéia veio evoluindo e se generalizando ao longo dos anos.

Na década de oitenta, passou-se a utilizar o modelo de bielas e tirantes em vários elementos estruturais como vigas-parede, consolos, sapatas, blocos de fundação, ligações entre viga e pilar, aberturas em vigas e apoios em dente, isso foi possível por meio de estudos feitos por dois pesquisadores alemães, Schlaich e Schafer (1991) da Universidade de Stuttgart, Alemanha.

Marti (1985) propôs a aplicação dos modelos ao dimensionamento das armaduras longitudinais e transversais de uma viga.

Schlaich et al. (1987) lançaram a idéia de subdividir as estruturas em zonas distintas de comportamento, denominadas de “Regiões D” e “Regiões B”, de maneira a estabelecer critérios consistentes para o dimensionamento. Esta divisão está relacionada com a hipótese de Bernoulli, relativa à distribuição linear de

deformação ao longo da seção transversal. A Figura 3 mostra considerações de regiões B e D.

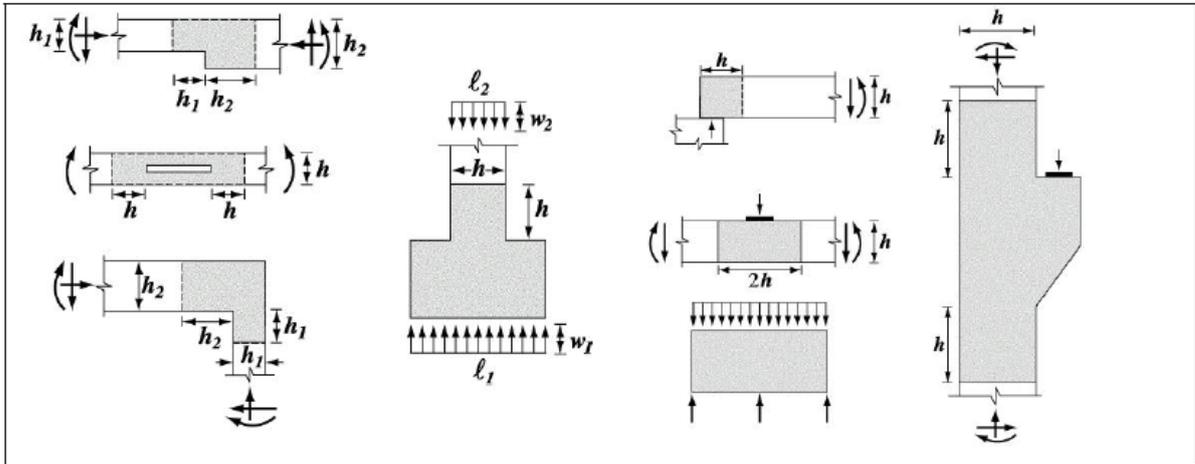


Figura 3 – Exemplo de estrutura subdividida em Regiões B e D

Fonte: ACI-318 (2005)

As regiões D são originárias de descontinuidade geométrica e/ou estática e apresentam deformações não-lineares ao longo da seção transversal. As rotinas convencionais de dimensionamento se tornam inadequadas e até mesmo inseguras.

As regiões B são as que obedecem à hipótese de Bernoulli, ou seja, apresentam deformações lineares ao longo da seção transversal, sendo assim, podem ser dimensionadas aplicando-se as hipóteses clássicas da teoria geral da flexão, fundamentadas no trabalho de Rüschi (1964).

Observa-se na Figura 3 que, de acordo com o “Princípio de Saint-Venant”, existe uma região definida por dimensões da mesma ordem de grandeza da altura da seção transversal do elemento carregado, na qual se processa a regularização das tensões.

Os resultados das pesquisas de Schaich et AL. (1987) permitiram melhor análise no dimensionamento de peças com descontinuidade geométrica. Criou-se uma base científica refinada, o que proporcionou considerável avanço para uma aplicação racional dos modelos.

Tjhin e Kuchma (2002) discutiram avanços e desafios do dimensionamento utilizando o modelo de bielas e tirantes com o auxílio de programas computacionais.

A ABNT NBR 6118:2007 aborda superficialmente o modelo de bielas e tirantes, permitindo sua utilização no dimensionamento de vigas-parede, consolos e dentes gerber.

2.1.1 Uso do Modelo de Bielas e Tirantes

O modelo é adotado em função da geometria da estrutura e das ações atuantes no contorno, e seu sucesso depende da correta análise do engenheiro.

Buscando-se representar a estrutura real, constrói-se um modelo ideal constituído por barras, comprimidas e tracionadas, unidas por nós. As forças nas bielas e nos tirantes são calculadas por equilíbrio entre as forças atuantes internas e externas. A Figura 4 apresenta exemplos de modelos de bielas e tirantes sugeridos por Tjhin e Kuchma (2002) para vários tipos de estruturas.

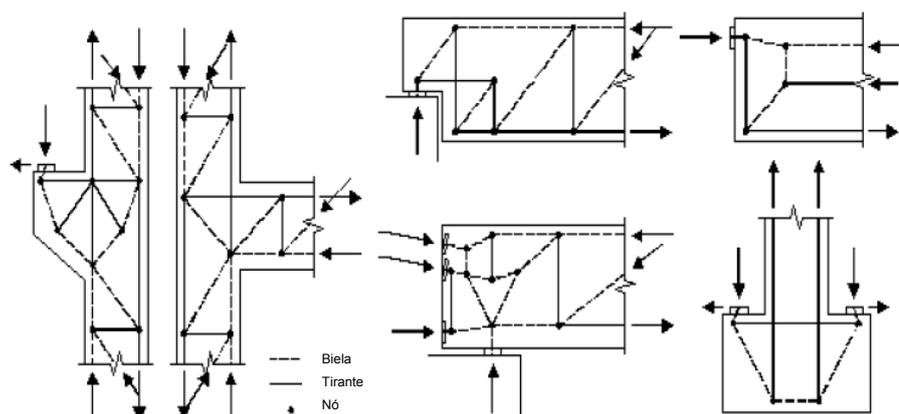


Figura 4 - Modelos de bielas e tirantes

Fonte: Tjhin e Kuchma (2002)

Os campos de compressão são representados por bielas, e os campos de tração por tirantes. Os tirantes podem ser representados em uma ou mais camadas. Bielas e tirantes são unidos por regiões nodais ou elementos denominados nós. O fundamento deste modelo consiste na representação das tensões em barras comprimidas e tracionadas. As forças nas bielas e tirantes são calculadas fazendo-se o equilíbrio dos nós.

É possível utilizar o princípio da sobreposição dos efeitos, ou seja, os modelos de bielas e tirantes podem ser feitos separadamente para cada tipo de solicitação e os módulos das forças podem ser somados.

É importante lembrar que as ações tendem a seguir o menor caminho até os apoios. Logo, é preciso levar isto em consideração na adoção do modelo. E como o aço é mais deformável que o concreto, é prudente que se adote modelos com menos tirantes.

2.1.2 Considerações sobre o modelo de bielas e tirantes

No caso de vigas de concreto armado, quanto maior o ângulo θ , maior a taxa de armadura transversal, por outro lado, menor a tensão nas bielas. Assim, sugere-se θ o mais próximo possível do mínimo, que de acordo com a ABNT NBR 6118:2007, fica entre 30° e 45° .

O controle da fissuração é o fator limitante para a não adoção de θ_{\min} . Não são aconselháveis pequenas inclinações em peças submetidas também à tração axial.

A qualidade e a segurança de um projeto estrutural estão relacionadas mais com a precisão com que são dimensionadas as regiões de descontinuidade do que com o comportamento global.

Silva e Giongo (2000) sugerem a obtenção da geometria do modelo analisando-se os seguintes aspectos:

- Tipos de ação atuantes;
- Ângulos entre bielas e tirantes;
- Área de aplicação de ação e reação;
- Número de camadas das armaduras;
- Cobrimento das armaduras.

O modelo de bielas e tirantes pode ser gerado analisando o fluxo de tensões elásticas existentes na estrutura, pelo processo do caminho de cargas ou por modelos padronizados.

2.2 Blocos sobre estacas em concreto armado

Blévyot e Frémy (1967) ensaiaram cem blocos sobre duas, três e quatro estacas para ver a influência de diferentes arranjos das barras de armadura. Os ensaios foram realizados com força centrada. Foram analisados estados limites de serviço e último. A Figura 5 mostra a geometria dos blocos e arranjos de armadura para blocos sobre duas estacas ensaiados pelos pesquisadores.

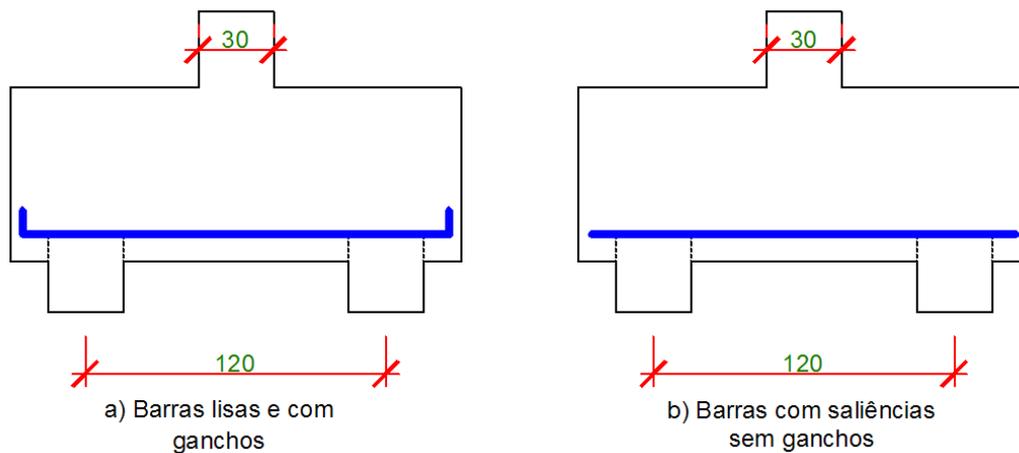


Figura 5 – Blocos sobre duas estacas ensaiados por Blévyot e Frémy (1967)

As especificações para os blocos sobre duas estacas foram:

Largura dos blocos: 40 cm

Pilares: 30 cm x 30 cm

Inclinação da biela com a face inferior: maior que 40°

Arranjos de armadura:

- a) Barras lisas com ganchos;
- b) Barras com nervuras sem ganchos.

Com os ensaios os pesquisadores observaram que houve formação de fissuras antes da ruína. A ruína ocorreu de três formas: ruptura do concreto próximo ao pilar, próximo à estaca, ou ambas simultaneamente. Nos blocos armados com barras com nervuras sem ganchos, houve escorregamento das barras da armadura.

Para blocos com três estacas, como mostra a Figura 6, os arranjos de armadura variam do seguinte modo:

Armadura segundo os lados, formando um triângulo;

- a) Armadura em cinta, “amarrando” as estacas;
- b) Armadura sobre as medianas do triângulo;
- c) Combinação da armadura em “a” e a armadura em “c”;
- d) Armadura em malha.

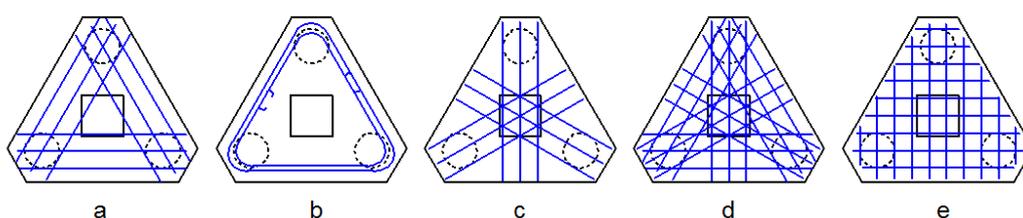


Figura 6 – Blocos sobre três estacas ensaiados por Blévet e Frémy (1967)

Nestes ensaios os pesquisadores analisaram também o efeito de punção.

Os blocos apresentaram ruína por escoamento das barras da armadura principal. Blévet e Frémy (1967) observaram que com o ângulo de inclinação das bielas entre 40° e 55° a força última calculada foi inferior à obtida nos ensaios e não houve ruína por punção.

Os modelos com armadura concentrada sobre as estacas apresentaram boa eficiência, já o modelo com distribuição em malha teve força última cerca de 50% do valor calculado para esta armadura..

Quanto à fissuração os modelos *a* e *b* foram mais eficientes em se tratando das faces laterais, porém tiveram um comportamento ruim para a face inferior.

Para os blocos sobre quatro estacas os pesquisadores adotaram cinco arranjos de armaduras, como mostra Figura 7:

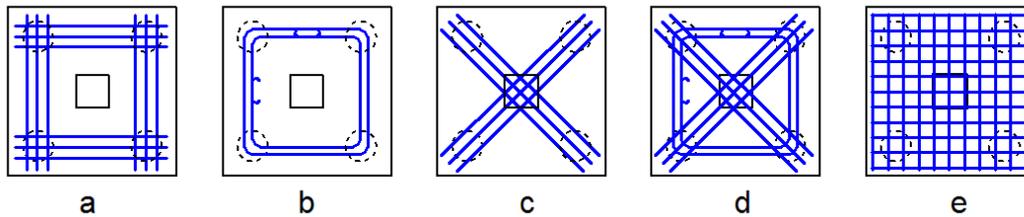


Figura 7 – Blocos sobre quatro estacas ensaiados por Blévoit e Frémy (1967)

Arranjos de armaduras:

- a) Armadura concentrada sobre as estacas segundo os lados;
- b) Armadura em cinta, contornando as estacas;
- c) Armadura concentrada sobre as estacas segundo as diagonais, passando pelo pilar;
- d) Combinação de *a* com *c*;
- e) Armadura em malha.

Os modelos *a* e *d* apresentaram resultados coerentes com o método de bielas e tirantes. O modelo *e* apresentou eficiência de 80% em relação ao modelo teórico. Já os modelos *b* e *c* não tiveram bom comportamento quanto à fissuração. Não houve ruína por punção em nenhum dos casos.

Com isso, os pesquisadores concluíram que em blocos de quatro estacas com armadura distribuída uniformemente a redução da resistência foi de 20% em comparação à mesma taxa de armadura, porém concentrada sobre as estacas. Em blocos sobre três estacas essa redução foi de 50%. As observações experimentais relatadas serviram de base para a maioria das formulações para projeto de blocos sobre estacas existentes na literatura técnica.

Clarke (1973) ensaiou quinze blocos sobre quatro estacas em escala reduzida, com o objetivo de estudar a influência da disposição das barras de armadura e a ancoragem das mesmas. Ao distribuir a armadura uniformemente em malha encontrou uma redução de 14% na força de ruína. Para os blocos ensaiados com armadura concentrada sobre as estacas, observou que a ancoragem das barras foi influenciada pela ação confinante das bielas de compressão melhorando as ancoragens das barras. Além disso, observou também que a ausência da

armadura de suspensão nos blocos projetados com armadura em malha provocou diminuição da capacidade resistente.

Taylor e Clarke (1976) estudaram o comportamento conjunto de peças estruturais. Os autores queriam provar que os estudos feitos em peças isoladas não representavam bem a distribuição de tensões no conjunto.

A pesquisa deles envolveu arranjo de armaduras e tipos de ancoragem utilizando blocos quadrados sobre quatro estacas. As dimensões foram de 75 cm e 95 cm, e espaçamento entre estacas igual a duas vezes o diâmetro da mesma. O diâmetro das estacas foi de 20 cm. A altura total dos modelos foi fixada em 45 cm.

Quanto ao arranjo de armaduras, foram analisadas três formas: em malha, barras distribuídas sobre as estacas segundo os lados, e barras distribuídas sobre as estacas em diagonal, como mostra a Figura 8.

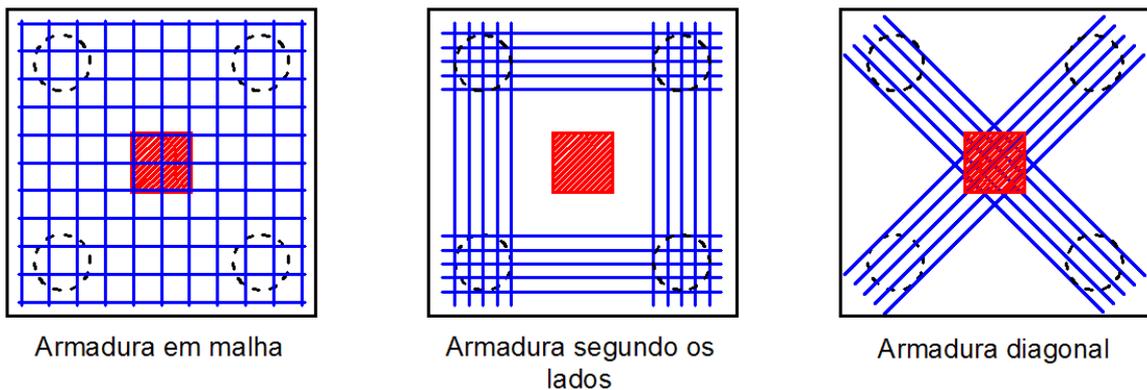


Figura 8 - Disposições das armaduras estudas por Taylor e Clarke (1976)

Concluíram, nesta etapa, que a armadura concentrada sobre as estacas chegou a resistir 20% mais que quando distribuída em malha. Taylor e Clarke (1976) também analisaram quatro tipos de ancoragens, que podem ser vistos na Figura 9.

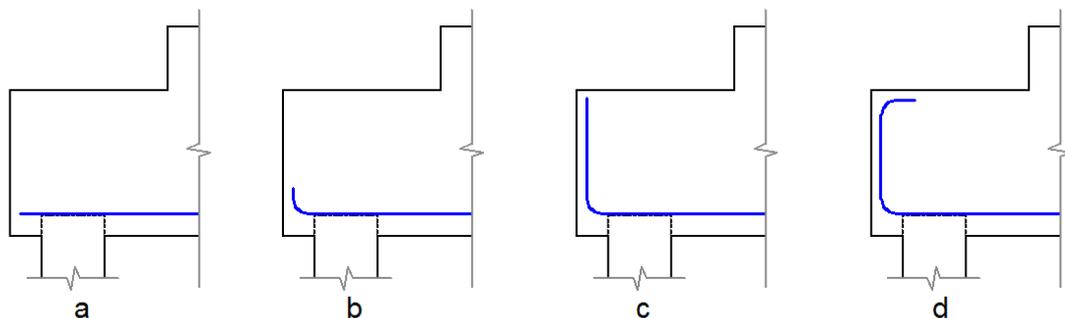


Figura 9 - Tipos de ancoragem ensaiados por Taylor e Clarke

O modo de ruína preponderante foi por cisalhamento. Formaram-se algumas fissuras diagonais nas faces o que caracterizou formas diferentes de ruína por cisalhamento. A Figura 10a mostra a forma de ruína parecida com o observado em vigas. Outra forma encontrada é apresentada na Figura 10b.

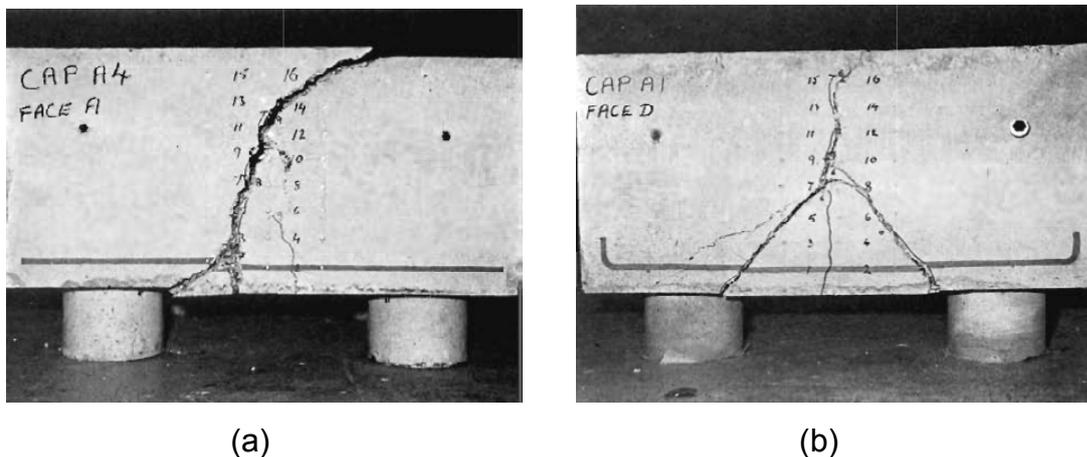


Figura 10 - Formas de ruptura observadas por Taylor e Clarke

Fonte: Taylor e Clarke (1976)

Sabnis e Gogate (1984) sugeriram um procedimento para o projeto de bloco sobre estacas, baseados em ensaios de blocos sobre quatro estacas. Nos ensaios variou-se a quantidade das armaduras distribuídas. Os autores concluíram que a taxa de armadura principal acima de 0,2% (essa taxa é a relação entre a área das barras da armadura principal de tração e a área da seção de meio de vão do bloco) teve pouca ou nenhuma importância na força de ruína. Esse resultado mostra que a ruína dos blocos depende da capacidade das bielas comprimidas de suportarem tensões de compressão (ruptura) e tração (fendilhamento).

Cook e Mitchell (1988) compararam resultados do modelo de bielas e tirantes, com resultados obtidos por meio de uma análise numérica baseada no método dos elementos finitos e com resultados experimentais. O objetivo do trabalho era fornecer critérios mais apropriados para a utilização do modelo de bielas e tirantes em regiões de descontinuidade de estruturas e em regiões com forças concentradas. Esse é um dos primeiros trabalhos que levou em consideração a não linearidade física do concreto. Os pesquisadores concluíram que o modelo de bielas

e tirantes forneceu estimativa muito conservadora, quando comparado com a análise numérica e com os resultados experimentais.

Walraven e Lehwalter (1989) apresentaram pesquisa a respeito da capacidade portante de bielas de compressão em vigas curtas. Os pesquisadores sugeriram modificações no modelo de treliça utilizado na analogia de bielas e tirante embasados em resultados experimentais. Foram ensaiadas sessenta vigas curtas, variando-se: tipo de agregado; diâmetro máximo do agregado (miúdo e graúdo); altura da viga; inclinação da biela de compressão, e por fim, arranjos de armadura (armadura horizontal na alma da viga, armadura horizontal na face superior da viga, estribos verticais). As vigas foram apoiadas em cilindros e carregadas com força centrada, aplicada no meio do vão, na face superior das vigas. As primeiras vinte e nove vigas foram armadas apenas com barras de aço instaladas na face inferior das vigas, sem qualquer armadura transversal.

Todas as vigas apresentaram comportamento semelhante e ao atingir cerca de 50% da força última surgia a primeira fissura.

Os autores Iyer e Sam (1991) estudaram o comportamento de blocos sobre três estacas por meio de uma análise elástica linear tridimensional e concluíram que a analogia de treliça aplicada a blocos sobre estacas, utilizada por Blévoit e Frémy (1967), não é satisfatória, pois não confere com as localizações e magnitudes de tensões máximas com precisão.

Miguel (2000) realizou ensaio experimental e análise numérica, por meio do método dos elementos finitos, de blocos de concreto armado sobre três estacas submetidos a ação de força centrada. O objetivo principal era verificar a formação de fissuras e o modo de ruptura. A autora concluiu que o método das bielas desenvolvido por Blévoit e Frémy (1967) é conservador, indicando margem de segurança de 12%.

Tjhin e Kuchma (2002) indicam que a orientação mais adequada para seleção de modelos apropriados de bielas e tirantes pode ser verificada em Schlaich et al. (1987), que propõem arranjar os elementos da treliça do modelo seguindo as trajetórias de tensões principais obtidas por meio de uma solução elástica linear. Essas aproximações permitem verificar os estados limites, último e de serviço.

Delalibera e Giongo (2004) simularam numericamente blocos sobre duas estacas. O objetivo do trabalho foi investigar a influência que as dimensões em planta do pilar e das estacas provocam no comportamento estrutural dos blocos.

Consideraram-se a não linearidade física e aderência perfeita entre o aço e o concreto.

As barras de aço que formavam a armadura do bloco foram modeladas com comportamento elastoplástico perfeito. O comportamento do concreto foi determinado por meio do modelo desenvolvido por Desayi e Krishnan (1964). Por meio de análise estatística, os autores concluíram que a altura do bloco é fator preponderante no valor das tensões nas regiões nodais, inferior e superior.

Munhoz (2004) realizou análise numérica computacional de blocos com até cinco estacas, verificando a existência de um fluxo de tensões predominante para as estacas logo abaixo do pilar no mesmo eixo vertical. Sua análise foi em regime elástico e linear.

Ramos (2007), com a ajuda de análise numérica feita em programa de computador baseado nos métodos dos elementos finitos simulou blocos variando parâmetros como a altura do bloco e os tipos de vinculação das estacas. Para que houvesse a interação da estrutura com o solo foram propostos dois tipos de solos: solo deformável e solo indeformável. Os blocos analisados foram submetidos às ações de força centrada e momentos variando as suas intensidades. Os resultados mostram que o tipo de vinculação das estacas e a variação da altura do bloco modificaram significativamente o comportamento estrutural do bloco. Foi possível perceber que mesmo com solo do tipo deformável as estacas na região central do bloco foram as mais solicitadas. E em função da análise numérica conclui-se que os resultados obtidos são de grande importância.

O código americano ACI:318 (2008) adota hipóteses bem simplificadas para o dimensionamento de blocos. Recomenda o uso da teoria da flexão e a verificação da altura mínima do bloco para resistir à força cortante.

2.3 *Viga de equilíbrio*

É comum encontrar na bibliografia referências às vigas de equilíbrio nos casos de fundações em sapatas. No caso de sapatas isoladas para um pilar de divisa, a reação distribuída na sapata é admitida triangular de tal forma que a resultante fique alinhada com a força centrada atuante no pilar. Dessa forma não há momento atuante na sapata nem tensões de tração. Esta solução só é possível

quando se trata de pequena força atuante no pilar. Mas em grande parte dos casos a força proveniente da superestrutura é grande, sendo preciso outra solução para dimensionar estes elementos estruturais. Uma maneira de se garantir o equilíbrio é a utilização de vigas de equilíbrio.

A associação dessas peças acontece como em vigas de equilíbrio entre blocos, embora com algumas considerações relevantes. Como o terreno em que se apóia a sapata não suporta tensões de tração, o contrapeso da sapata que serve de alavanca deve ser maior que a reação de apoio na mesma. Isto porque, estaticamente a sapata que serve de alavanca apresenta reação de tração sempre, como pode ser visto na Figura 12. Logo, a força vertical proveniente da superestrutura nesta sapata deve ser maior que a reação de apoio (tracionando a estaca) caso não houvesse força ali aplicada. Esta situação é exemplificada no esquema da Figura 11.



Figura 11 – Esquema estático da viga de equilíbrio

Com essa situação, não importando o valor da força aplicada, nem a distância entre sapatas ou ainda a distância da força aplicada até a sapata de divisa, em função do equilíbrio sempre a sapata interna tem tensão de tração, como mostram as reações de apoio da Figura 12.



Figura 12 - Reações de apoio

Na situação de sapatas, a força aplicada no apoio da direita tem que ser maior que o valor da reação de apoio para não haver tração na mesma.

Levando isto em consideração, Montoya (2000) sugere para uso de vigas de equilíbrio entre sapatas que os cantos das sapatas envolvidas e a viga alavanca tenham como consideração valores elevados a fim de dar rigidez ao conjunto. O

autor admite ainda, a viga somente apoiada nas sapatas e com força distribuída uniformemente ao longo das sapatas, como pode-se ver na Figura 13. Sendo que F_v é força aplicada proveniente da superestrutura, G_{pp} é o peso próprio da sapata e σ_{sol} é a tensão uniformemente distribuída.

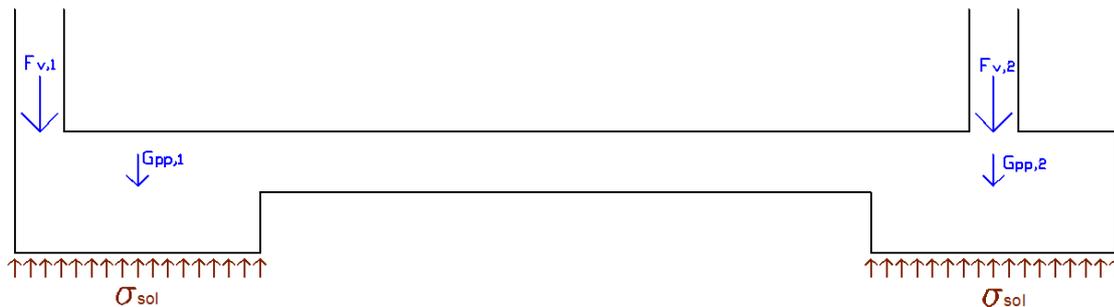


Figura 13 - Esquema de viga de equilíbrio entre sapatas

Adaptado de Montoya (2000)

O autor espanhol ainda sugere que a extremidade da viga seja armada para momento fletor e força cortante máximos, e que os estribos calculados para a viga precisam ser distribuídos na sapata o equivalente à metade da espessura da viga.

A viga alavanca geralmente é projetada com seção variável e seu dimensionamento é feito como vigas convencionais, utilizando-se a teoria de flexão ou calculando a força mediante equilíbrio do polígono de forças. Como o trecho entre centro geométrico da sapata e ponto de aplicação da força pode ser analisado como consolo, a armadura de flexão precisa atravessar a sapata e ser ancorada na face da mesma, considerando cobrimento. A ancoragem pode ser feita em laço.

2.4 Programa computacional Diana (2010)

Desenvolvido por engenheiros civis da “TNO Building and Construction Research”, na Holanda desde 1972, o programa de análise estrutural com propriedades não lineares e tridimensionais, baseado no método dos deslocamentos considerando elementos finitos, vem sendo muito utilizado nos últimos anos para estudos e pesquisas do comportamento estrutural de peças de concreto armado. A versão utilizada foi a 9.4.2.

2.4.1 Modelador “Fx for Diana”

O programa para modelagem computacional “Fx for Diana” tem o propósito de pré e pós-processamento. É um programa para modelagem de estruturas em elementos finitos e dispõe de procedimentos de modelagem de geometria avançados, como algoritmos de geração de malhas que facilitam a modelagem e saída gráfica com recursos de tecnologia recente.

O processo de modelagem no “Fx for Diana” envolve basicamente, definição da geometria, da rede de elementos finitos e das condições de contorno.

Existem várias maneiras de se compor uma geometria nesse programa de modelagem. Em programas mais antigos, era necessário construir os pontos, depois as linhas, que são limitantes para a construção de superfícies e que por sua vez limitam a definição de sólidos. No programa “Fx for Diana” isso não é necessário. Pode-se construir um sólido direto com os recursos de criação de geometria. O programa também possibilita a construção de modelos com geometria irregular. Em outros modeladores isto era uma dificuldade.

A interface do programa é de simples compreensão e utilização. A geometria foi criada com elementos sólidos e foi feita associação entre os elementos de forma que estes compunham uma única peça. Esta união é possível por meio do comando “fuse” no segmento “geometria”. Sendo assim, a definição da rede de elementos finitos fica facilitada e existe a certeza de que todos os nós do modelo estão ligados entre si.

A ação aplicada nos modelos foi considerada como pressão sobre superfície. Para os apoios foi imposta a condição de “preso”, ou seja, foram restritos os deslocamentos nas três direções.

A malha utilizada limita o tamanho do elemento finito em cinco centímetros, com isto, toda a geometria, cavidades e saliências, foi feita com dimensões múltiplas de cinco centímetros. Nas regiões em que as peças não são paralelepípedos regulares os elementos finitos se ajustam à geometria.

2.4.2 Elemento utilizado

Foi utilizado o elemento CTE30. Este é um elemento sólido isoparamétrico, piramidal de três lados, com dez nós, como mostra a Figura 14.

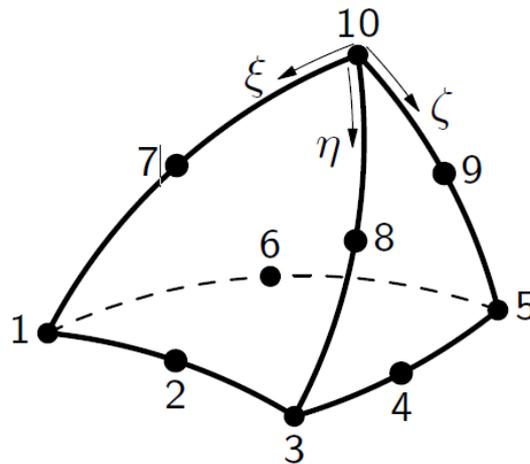


Figura 14 – Elemento finito CTE30

O elemento CTE30 é baseado em interpolação quadrática e integração numérica. A função de forma que o representa é:

$$u_i(\xi, \eta, \zeta) = [a_0 + a_1\xi + a_2\eta + a_3\zeta + a_4\xi\eta + a_5\eta\zeta + a_6\xi\eta + a_7\xi^2 + a_8\eta^2 + a_9\zeta^2]$$

Comumente nesse polinômio tem-se uma variação linear de distribuição de tensão e deformação sobre um elemento de volume.

Os modelos foram calculados pelo programa computacional Diana (2010) em regime elástico e linear, com o intuito de se obter o fluxo de tensões e ordem de grandeza das tensões.

2.5 Considerações finais

Das considerações de Schlaich et al. (1987) e Tjhin e Kuchma (2002) busca-se neste trabalho a utilização de modelos de bielas e tirantes baseado nas trajetórias de tensões obtidas em simulação elástica e linear. As simulações foram feitas no programa computacional Diana (2010), em sua versão 9.4.2, com a utilização do modelador “Fx for Diana”.

3 Roteiro para análise e dimensionamento de vigas de equilíbrio

As vigas de equilíbrio analisadas neste trabalho apresentam, do ponto de vista de dimensionamento, propriedades parecidas com os consolos. Em 1985 o dimensionamento de consolos foi normalizado pela ABNT, que hoje está em sua versão ABNT NBR 9062:2006.

Em 1979, Burke estudou vigas de equilíbrio associadas a blocos sobre estacas e escreveu um roteiro para o dimensionamento deste conjunto. Alguns engenheiros projetistas de estruturas fazem uso destas recomendações.

Praticamente uma década depois, Andrade (1989), utilizou o material de Burke (1979) para estudar o assunto. Andrade (1989) fez adaptações e aplicou parte das recomendações em um exemplo de dimensionamento.

Seguindo recomendações e estudos de Burke (1979) e Andrade (1989), e ainda, seguindo normas de dimensionamento de concreto armado atuais, apresentam-se aqui roteiros para dimensionamento de três situações com vigas de equilíbrio. São elas:

- Vigas de equilíbrio com forças diretas e sem momento fletor no pilar;
- vigas de equilíbrio com forças diretas e com momento fletor no pilar;
- vigas de equilíbrio com forças indiretas.

3.1 Vigas de equilíbrio com forças diretas e sem momento fletor no pilar

Este é o mais simples entre os três roteiros apresentados. Aqui é analisado o caso de viga de equilíbrio sobre um apoio, que pode ser uma estaca ou um

tubulão. Como mostram as Figura 16a e 15b, não há bloco explícito na ligação. A própria viga de equilíbrio passa sobre o apoio e é dimensionada até a face externa do pilar de divisa.

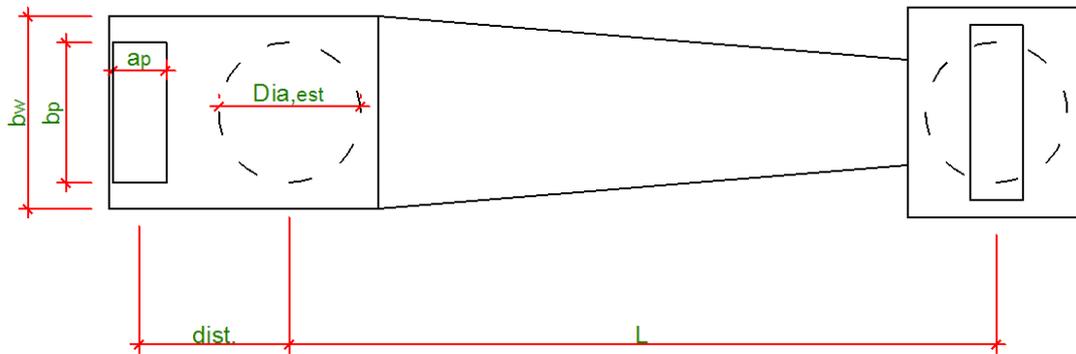


Figura 15a – Viga de equilíbrio com força direta – Planta

Adaptado de Burke (1979)

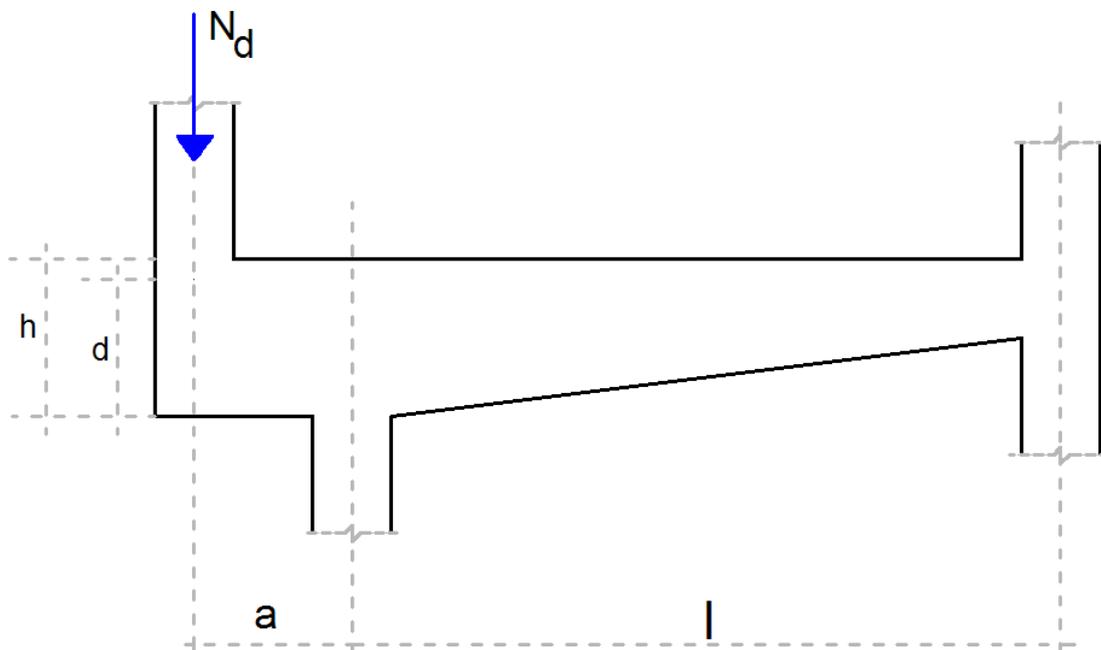


Figura 16b – Viga de equilíbrio com força direta - Vista

Adaptado de Burke (1979)

A biela formada entre o pilar e o apoio, quando ocorrem ações de grande intensidade, é mais larga que a dimensão do pilar. Quando a força no pilar é de pequena intensidade, é possível que a biela tenha a mesma dimensão do pilar. Porém, no ponto em que a biela se encontra com o eixo do apoio, esta pode se estreitar em virtude da existência de um estado plano de tensões de compressão no local. De acordo com Park e Paulay (1974), este é um caso de estado plano de tensões bi-axial, o que aumenta localmente a resistência em cerca de 16% em relação ao estado de tensões uniaxial.

Entretanto, para facilidade de dimensionamento e agindo a favor da segurança, considera-se a dimensão da biela constante. É suposto neste caso que a dimensão do pilar coincide com a largura da viga b_w .

3.1.1 Determinação da geometria da biela

É de fácil compreensão que a biela é uma área de concreto, em diagonal, que transmite a força do pilar para o apoio. Esta região de concreto tem que ter resistência maior que a tensão de compressão sobre ela imposta.

A Figura 17 mostra a analogia de treliça feita na região do bloco de concreto, com o intuito de definir a largura da biela.

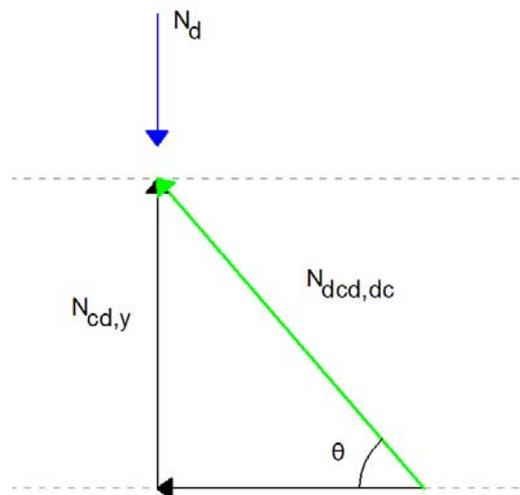


Figura 17 – Analogia de treliça

Sendo:

N_d = força de cálculo normal no pilar;

$N_{dcd,dc}$ = força de cálculo na diagonal comprimida devido à da força N_d – biela comprimida de concreto;

$N_{dc,y}$ = componente y da força $N_{dcd,dc}$;

θ = ângulo de inclinação da biela em relação à horizontal.

Ainda, de acordo com a Figura 17, a dedução da fórmula para dimensionamento da biela pode ser feita do seguinte modo:

O seno de um ângulo é representado pelo cateto oposto do triângulo retângulo, dividido pela hipotenusa. Sendo assim, pode-se escrever que:

$$\text{sen } \theta = \frac{N_{cd,y}}{N_{dcd,dc}}$$

Isolando o valor da força na diagonal comprimida, a fórmula pode ser escrita:

$$N_{dcd,dc} = \frac{N_{cd,y}}{\text{sen } \theta}$$

Como $N_d = N_{cd,y}$, tem-se que a força na biela é:

$$N_{dcd,dc} = \frac{N_d}{\text{sen } \theta}$$

A tensão na biela equivale à força atuante na biela dividida por sua área:

$$\sigma_{biela} = \frac{N_{dcd,dc}}{a_b \cdot b_w}$$

Sendo,

σ_{biela} = tensão;

a_b = largura da biela;

b_w = largura da viga, neste caso coincidente com a largura do pilar.

Substituindo o valor de $N_{dcd,dc}$ na última equação, tem-se:

$$\sigma_{biela} = \frac{N_d}{a_b \cdot b_w \cdot \text{sen}\theta}$$

A tensão que o concreto resiste é equivalente a $0,85 \cdot f_{cd}$, sendo,

$$f_{cd} = \frac{f_{ck}}{\gamma_c};$$

f_{ck} = resistência característica do concreto;

γ_c = Coeficiente de minoração da resistência do concreto, aqui utilizado com o valor de 1,4.

Ainda, na resistência do concreto, o coeficiente de modificação $k_{mod} = 0,85$ é igual ao produto de três outros coeficientes:

$k_1 = 1,2$ que considera o acréscimo de resistência do concreto após 28 dias de idade;

$k_2 = 0,95$ que considera a resistência medida em corpos-de-prova cilíndricos de 15 cm x 30 cm em relação à resistência do concreto no elemento estrutural;

$k_3 = 0,75$ que por sua vez, leva em conta o efeito deletério da ação de longa duração - Efeito Rüsçh.

Associando-se a equação que representa a força que o concreto pode resistir e a equação da força solicitante na biela, tem-se que:

$$0,85 \cdot f_{cd} = \frac{N_d}{a_b \cdot b_w \cdot \text{sen}\theta}$$

Rearranjando os termos e deixando-os em função de a_b , a equação acima pode ser escrita:

$$a_b = \frac{N_d}{0,85 \cdot f_{cd} \cdot b_w \cdot \text{sen}\theta}$$

Quando as dimensões da estrutura são pré-determinadas, tem-se o ângulo θ desde o começo da análise. Porém, quando não existe esta limitação inicial uma sugestão é que se adote inclinação de 45° inicialmente para determinação da largura e inclinação da biela.

O processo de obtenção da largura e da inclinação da biela é um processo iterativo. Porém, na maioria dos casos, de uma iteração para outra, a mudança nos valores é pequena, o que não é significativo para o valor final de dimensionamento. Porém, é importante refazê-lo até que a largura da biela seja compatível com a aplicação do método.

Quando da utilização do ângulo θ de 45° , a equação que determina a largura da biela tem seu valor de seno substituído pelo seno de 45° . Com $\text{sen } 45^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2}$ tem-se:

$$a_b = \frac{N_d \cdot 2}{0,85 \cdot f_{cd} \cdot b_w \cdot \sqrt{2}}$$

Racionalizando a razão acima para que não haja raiz no denominador, a equação para obtenção da largura da biela em 45° fica:

$$a_b = \frac{N_d \cdot \sqrt{2}}{0,85 \cdot f_{cd} \cdot b_w}$$

Considerando os limites de inclinação da biela (θ) entre 30° e 60° , este processo para obtenção da biela não é sempre válido. É preciso atentar-se para estes limites. Ao fazer o cálculo da dimensão da biela, se o valor estiver fora deste limite, ou se a dimensão da biela se der tão pequena que não seja possível a construção geométrica, é recomendado inverter o processo. Ao invés de calcular o ângulo θ , este deve ser pré-determinado. Uma maneira simples e aplicável de fazer isso é mostrada na seguinte equação:

$$a_b = \frac{a_p}{\text{sen}\theta}$$

Sendo assim, se utilizará a inclinação da biela (θ) desejada. E se o caso for de dimensão pequena, como neste caso a dimensão da biela fica maior, fica assegurado que a tensão no concreto está dentro do limite de resistência.

3.1.2 Obtenção do arranjo geométrico da viga de equilíbrio

Na Figura 18 pode ser visto o arranjo geométrico da estrutura a ser dimensionada. Os eixos do pilar e do apoio estão representados em segmentos tracejados, e a locação da linha que representa o tirante está indicada por A_s . Da face interna do pilar à face externa do apoio traça-se a linha de ruína, na Figura 18 indicada pelo segmento 3-3'. Uma observação válida é que a geometria poderá ser alterada posteriormente, caso a adotada não satisfaça à solução.

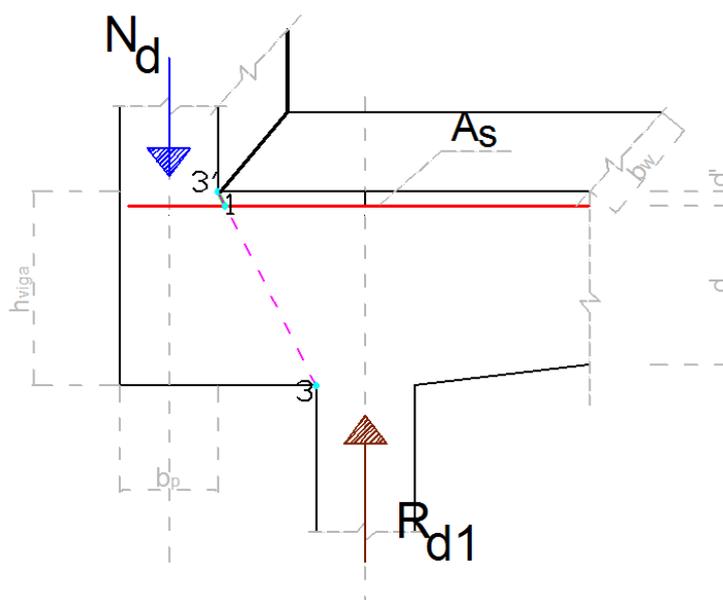


Figura 18 – Arranjo geométrico da viga de equilíbrio

Adaptada de Burke (1979)

O ponto 1 é o encontro da linha de ruína e da linha que representa o tirante. É neste ponto que deve ser o centro do arco de raio a_b da biela. Este ponto também limita a biela internamente.

O ponto 0 é a projeção do tirante na face externa do pilar. Faz-se, agora, um arco de raio a_b e centro no ponto 1. Este arco precisa interceder a face externa da viga. Traça-se um segmento de reta que passe pelo ponto 3 e seja tangente ao arco. Onde esse segmento interceptar a face externa da viga, é o ponto 4. Lembrando que a_b é obtido pelos procedimentos do item 3.1.1.

Marcado o ponto 4, traça-se um segmento de reta deste até o ponto 1, onde esta reta encontrar a linha do eixo do pilar marca-se o ponto A. Como pode ser visto

na Figura 19, as retas A-B e 1-5 são paralelas à reta 3-4, e limitam a dimensão da biela nesta direção. O ponto onde a reta A-B corta a linha de ruptura é o ponto 2.

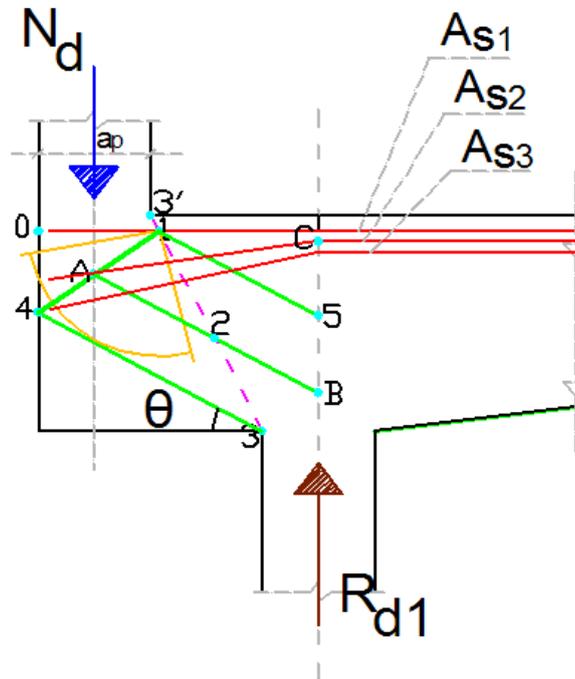


Figura 19 - Arranjo geométrico da viga de equilíbrio

Adaptada de Burke (1979)

Nesta etapa também já é possível encontrar ângulo θ de inclinação da biela. Este pode ser medido pela inclinação do segmento de reta 3-4 em relação à horizontal.

No caso de divisão do tirante em camadas, utiliza-se nesta etapa do dimensionamento, a linha que o representa como extremo externo. Deve-se colocar quantas camadas mais forem necessárias, com o cuidado de respeitar o espaçamento entre as barras de armadura. As novas camadas situam-se abaixo da que representa os tirantes. A Figura 20 mostra a sequência de passos que devem ser seguidos para o desenvolvimento do método e construção do modelo.

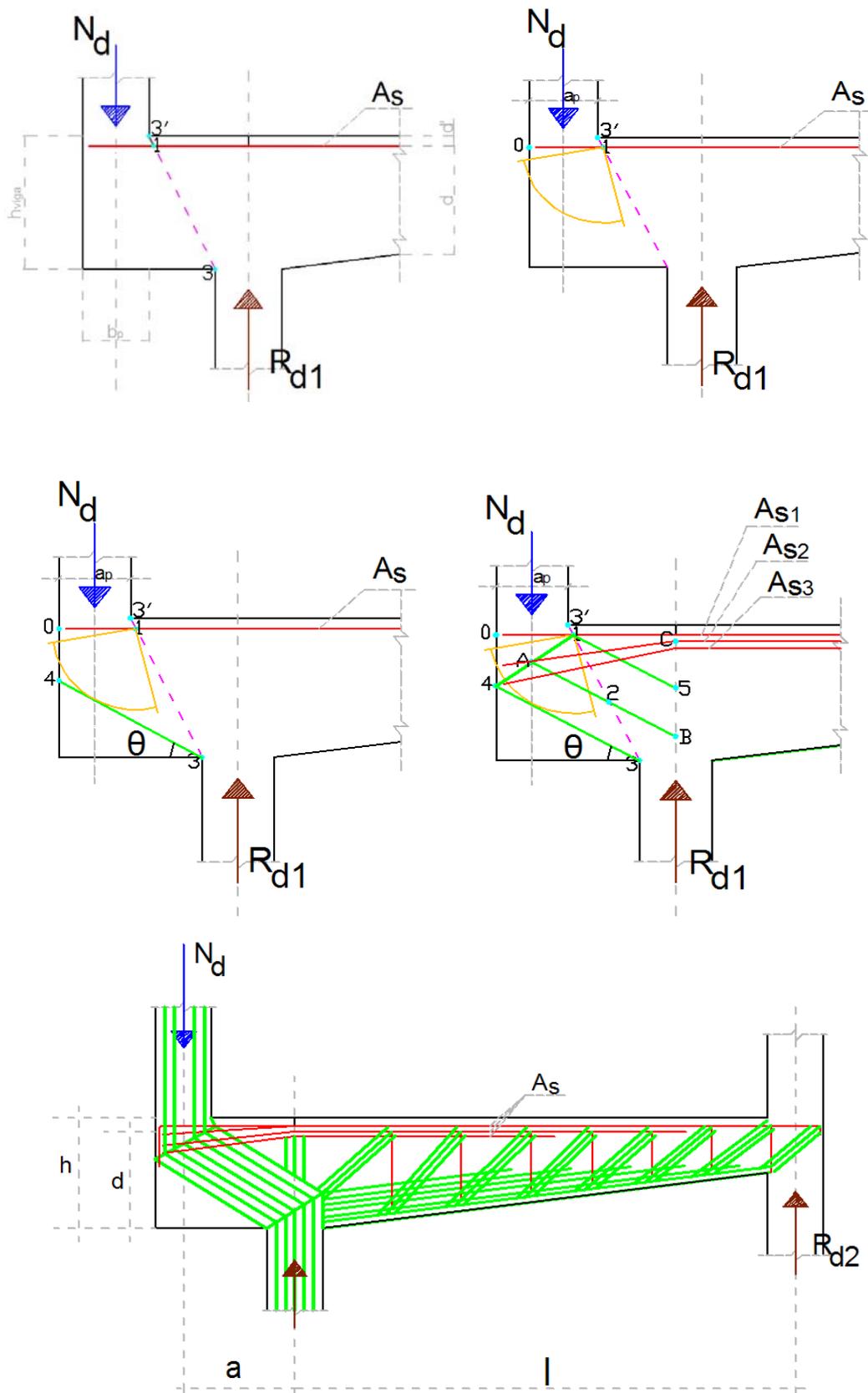


Figura 20 – Sequencia para desenvolvimento do método

Adaptada de Burke (1979)

O ponto C é o centro geométrico das linhas que representam as barras de armadura do tirante. A partir dele, as barras de armadura abrem-se em forma de leque, porém, devem ser ancoradas dentro da cunha 0-4-1. A forma sugerida por Burke (1979) para abertura deste leque é que a primeira camada do tirante continue reta, a segunda camada passe pelo ponto A, e a terceira camada passe pelo encontro da reta 1-4 com o arco da biela.

É importante destacar que a dimensão da biela (1-4) não deve ser menor que a dimensão em vista do pilar (a_p). E a distância y (0-4), como pode ser visto na Figura 20, não deve ultrapassar o dobro da dimensão em vista do pilar (a_p).

Uma recomendação válida para a definição da geometria da estrutura bloco e viga, é que esta seja feita por processo iterativo. Se existe um limite para dimensionamento destas seções este deve ser cumprido, caso contrário, deve-se ir adequando o modelo. Por exemplo, ao fazer os cálculos preliminares a inclinação da biela ficou com 19° , para este valor o método de Burke (1979) não é válido, logo, é sugerido que o projetista adéque a altura da viga/ bloco para que seja possível considerar o método e ter um dimensionamento seguro. No capítulo 4 serão mostrados exemplos com pré-dimensionamento.

Com o modelo adequado, a partir da Figura 20 desenha-se o polígono ABC, que pode ser visto na Figura 21.

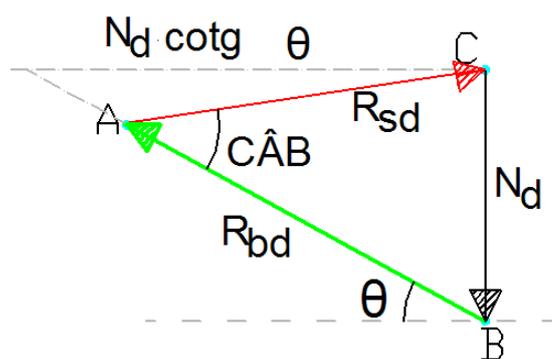


Figura 21 – Triângulo de forças internas na viga de equilíbrio

Adaptada de Burke (1979)

O polígono ABC representa graficamente as forças atuantes nesta parte da estrutura. Como pode ser visto na figura, o segmento C-B é equivalente à força

aplicada no pilar, o segmento A-C representa os tirantes e o segmento A-B representa a biela comprimida. Como o segmento C-B representa a força aplicada pelo pilar, este deve ter o valor equivalente à mesma. Para tal, multiplica-se o desenho por um fator de escala que o torne adequado para o cálculo. Por exemplo, se N_d apresenta valor de dez unidades, e a força aplicada é de vinte unidades, logo, utiliza-se um fator de escala de dois para multiplicar o desenho e deixá-lo coerente com a força aplicada. Desta forma, os valores das outras forças podem ser obtidos por meio geométrico. Do polígono da Figura 21 tem-se que:

$$R_{sd} < N_d \cdot \cotg\theta$$

E pode-se ver também que:

$$R_{bd} < \frac{N_d}{\text{sen}\theta}$$

Porém, para efeito de dimensionamento, a consideração do polígono como um triângulo retângulo se faz a favor da segurança. Assim, a força no tirante pode ser considerada:

$$R_{sd} = N_d \cdot \cotg\theta$$

E o valor da força na biela também pode ser considerado:

$$R_{bd} = \frac{N_d}{\text{sen}\theta}$$

Se os tirantes são dispostos em três camadas, então, o segmento C-B deve ser dividido em três partes iguais. Por esses pontos traçam-se seguimentos paralelos a A-B e A-C. Logo, têm-se valores para as bielas e os tirantes como na Figura 22. Os segmentos R_{bd} representam as bielas, e os segmentos R_{sd} representam os tirantes.

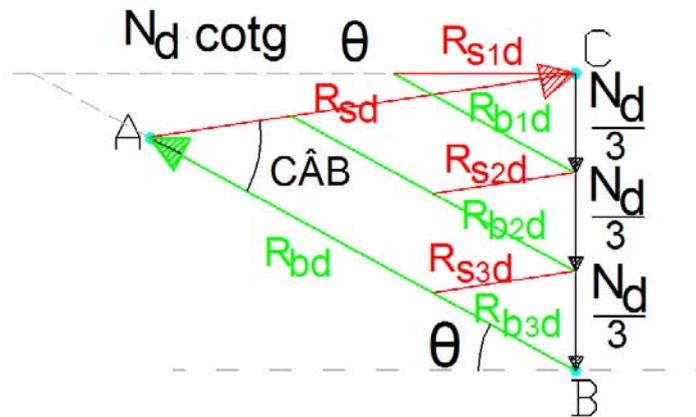


Figura 22 – Polígono de forças da viga de equilíbrio, subdividido em três partes.

Adaptada de Burke (1979)

Como dito antes, R_{sd} representa os tirantes, e R_{bd} representa as bielas. Os valores das forças para cada segmento podem ser calculados por semelhança de triângulos ou obtidos geometricamente.

A favor da segurança, é possível se dividir a área de tirante em partes iguais, simplesmente fazendo a relação:

$$\frac{N_d}{n}$$

Sendo n o número de camadas que se deseja dividir as barras do tirante.

A tensão nas barras de armadura do leque não deve ser maior que a tensão nas barras de aço à direita de BC, dimensionadas como viga convencional.

Com a força R_{sd} definida, calcula-se facilmente a área de aço do seguinte modo:

$$A_s = \frac{R_{sd}}{f_{yd}}$$

3.1.3 Efeito de bloco parcialmente carregado

Quando se tem a situação de bloco parcialmente carregado, de acordo com Langendonck (1957) e Fusco (1995), forma-se um estado múltiplo de tensões na região. Para a força de compressão proveniente do pilar ser transferida para o apoio, esta sofre um abaolamento dentro do bloco, como pode ser observado na Figura 23.

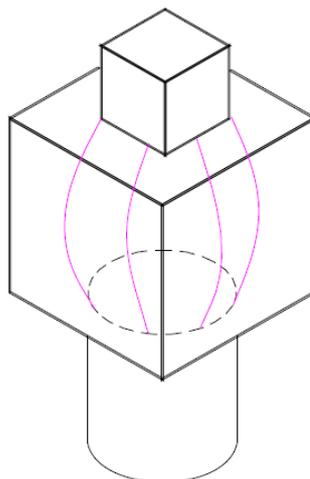


Figura 23 – Trajetórias de tensões principais de compressão

Como pode ser visto na Figura 23, ocorrem forças de compressão na direção vertical e, em consequência dessa região de tensão de compressão, ocorrem forças de tração na direção perpendicular. Essas forças de tração devem ser resistidas por armadura de fendilhamento.

Langendonck (1957) sugere um modelo para determinação de forças transversais de tração. Com este modelo deduz-se a equação que permite o cálculo da força:

$$R_{st} = 0,28 \cdot \left(1 - \frac{a_0}{a}\right) \cdot F_{sd}$$

Considerando o caso estudado neste trabalho, tem-se que:

$$R_{st} = 0,28 \cdot \left(1 - \frac{b_p}{b_w}\right) \cdot R_{bd}$$

Sendo,

b_p = menor dimensão transversal do pilar ou do apoio;

b_w = dimensão transversal da viga de equilíbrio;

R_{st} = força de tração resistida pela armadura de fendilhamento;

R_{bd} = força de compressão que causa a força de tração em sua transversal.

3.2 Vigas de equilíbrio com forças diretas e com momento fletor tracionando a face interna do pilar

Este caso é comum em obras de grande porte, principalmente quando se tem efeito de vento de grande intensidade. Nos projetos em que a excentricidade da ação não chega a causar tração em uma das faces do pilar deve-se proceder como descrito em 3.1.

Porém, os casos em que agem no pilar momento ou força horizontal, por causa do efeito de vento, por exemplo, é indicado que se proceda como em 3.2.

A diferença fundamental é a ocorrência de forças de tração em parte da seção transversal do pilar. As ações no pilar precisam ser transferidas para a viga de equilíbrio como se fossem forças distintas. O caso apresentado neste item mostra tensões de compressão na face externa do pilar, e tensões de tração na face interna do mesmo.

A Figura 24 mostra as forças externas, provenientes do pilar, e sua equivalência para forças internas. Nota-se que resulta em uma situação de flexo-compressão com grande excentricidade.

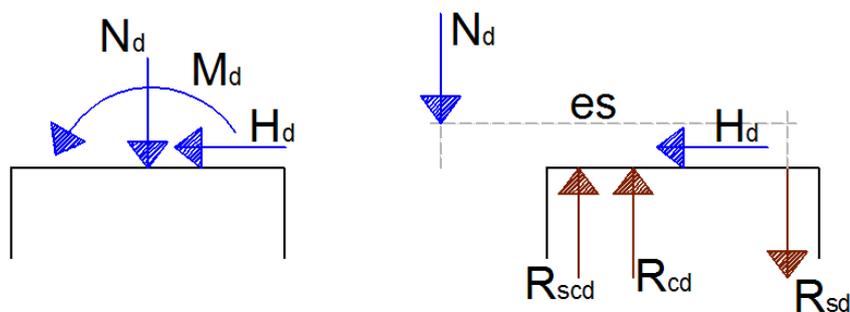


Figura 24 – Forças externas e internas do pilar, respectivamente

Com a finalidade de substituir o momento por um binário de forças, considerou-se uma excentricidade para a aplicação de N_d . Assim, a parcela R_{cd} equilibra a parcela N_d , bem como a parcela R_{scd} equilibra a força R_{sd} .

Para compreensão de como as forças precisam ser separadas e consideradas na transferência do pilar para a viga de equilíbrio, apresentam-se as Figura 25, Figura 26, Figura 27, Figura 28 e Figura 29.

Primeiramente, calcula-se a linha neutra da seção transversal do pilar, como mostra a Figura 25.

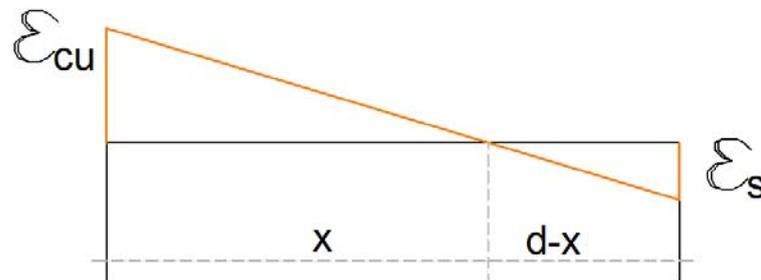


Figura 25 – Linha neutra da seção transversal do pilar

O segundo passo é determinar o diagrama de tensões correspondente à estrutura. Nota-se que, na Figura 26, em linha tracejada está o diagrama em forma de parábola, e em linha cheia o diagrama retangular equivalente.

Na Figura 24 pôde-se notar que $R_{scd} + R_{cd} = N_d + R_{sd}$ por equilíbrio de forças verticais. Esta igualdade é apresentada novamente na Figura 26.

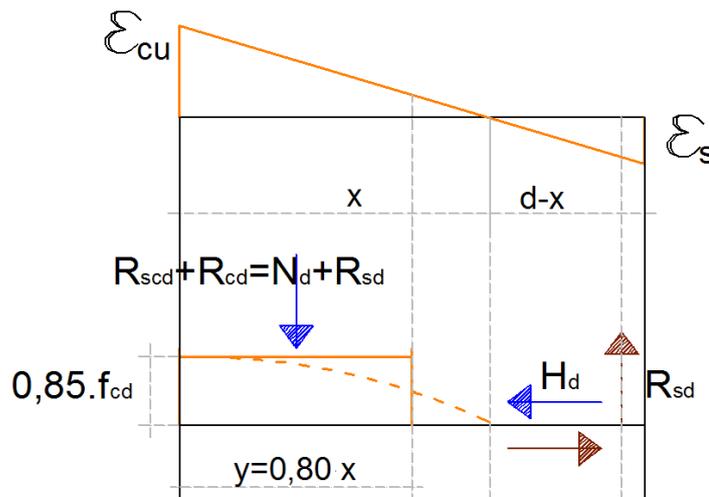


Figura 26 – Linha neutra e diagrama parábola-retângulo

Nesta etapa, deve-se subdividir o bloco retangular de tensões em duas partes que equivalem à força normal N_d e à força R_{sd} , respectivamente como mostra a Figura 27.

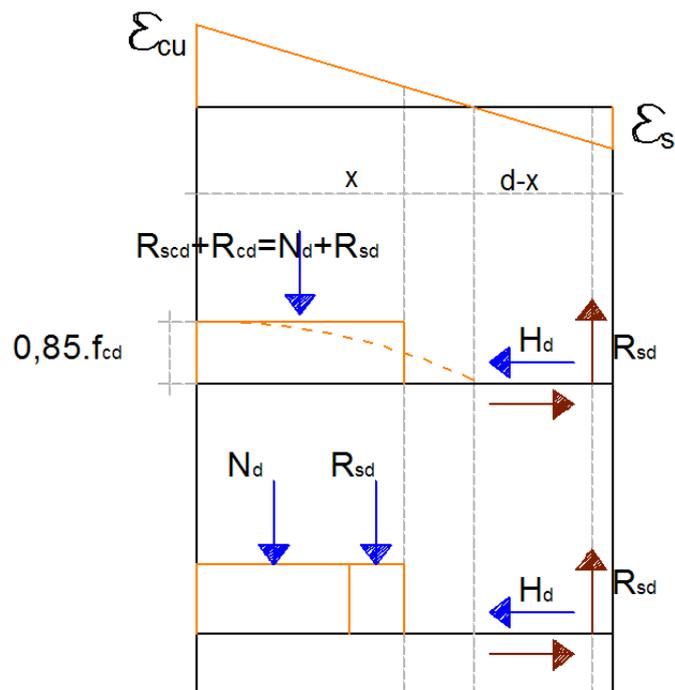


Figura 27 – Linha neutra, diagrama parábola-retângulo e forças equivalentes à N_d e R_{sd} .

Para facilidade na montagem do modelo de bielas e tirantes, divide-se novamente o bloco retangular de força N_d em duas partes, $(N_d - R_{sd})$ e outra R_{sd} . Deste modo, a divisão de forças fica simétrica com R_{sd} nas laterais, e uma parte central equivalente à $(N_d - R_{sd})$, como pode ser visto na Figura 28.

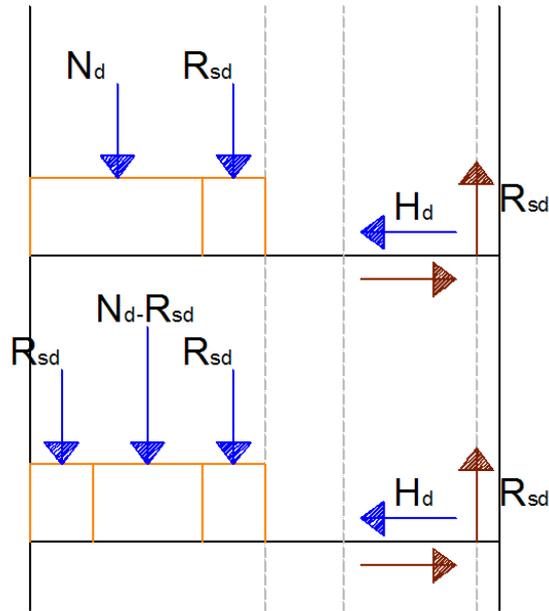


Figura 28 – Forças equivalentes à N_d e R_{sd} , divisão simétrica de forças de compressão

Esta etapa cumprida faz-se a transferência de forças internas do pilar para a viga de equilíbrio. Observa-se que as forças apresentadas na Figura 28 são dispostas exatamente iguais na Figura 29. Com o bloco de forças locado, procede-se como em 3.1, traça-se a linha de ruína, marca-se o ponto 1, desenha-se o círculo de raio a_b com centro em 1. Marca-se o ponto 4 e delimita-se o fluxo de tensões de compressão. Nota-se que o fluxo de tensões está dividido nas três parcelas já conhecidas da Figura 28.

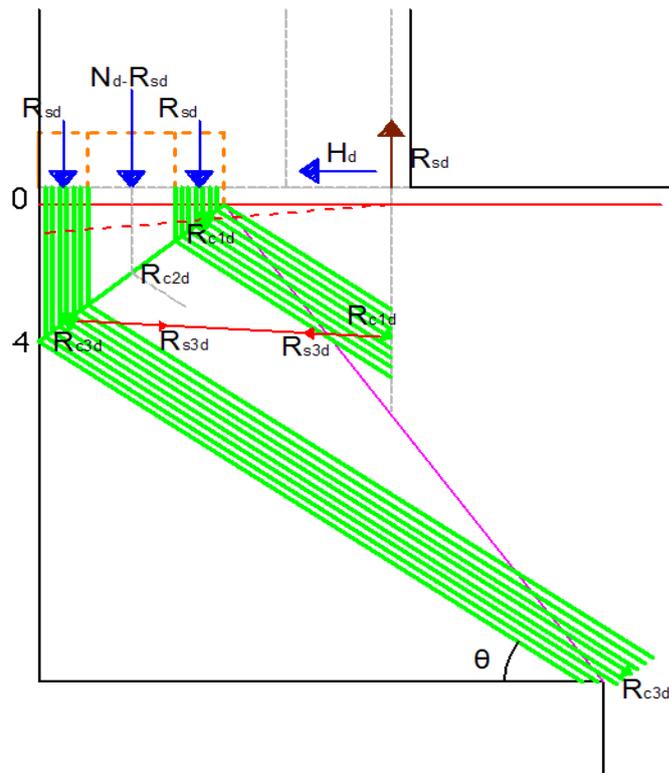


Figura 29 – Introdução das forças internas do pilar na viga de equilíbrio

Analisando o bloco de tensões de compressão no pilar como um todo, nota-se que esta parte da estrutura funciona como o caso de pilar com força direta e sem momento fletor atuante, como mostra a Figura 30. A diferença é que para equilíbrio global, aparece agora uma força R_{sd} na face interna do pilar.

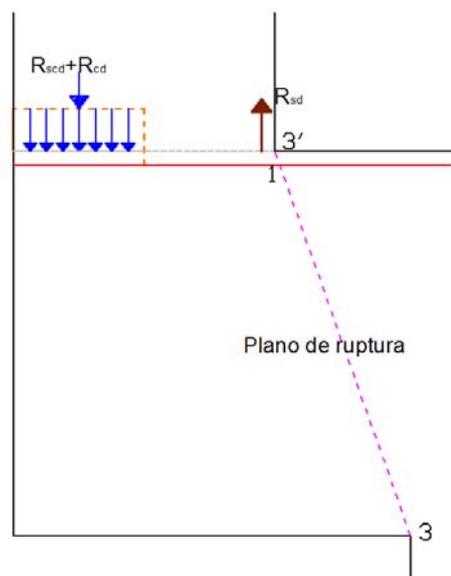


Figura 30 – Semelhança entre pilar com momento fletor e sem momento fletor

Analisando a Figura 29 tem-se que as forças R_{c1d} e R_{c2d} são as forças a serem equilibradas por tirantes, e a força R_{s3d} representa parcela de força que deve ser resistida por armadura adicional de costura e equilibra a parcela R_{c3d} .

Como pode ser visto na Figura 31, R_{c1d} transfere a força R_{sd} do pilar para a armadura vertical R_{sd} situada na face interna do pilar. A força H_d , se existir, deve ser considerada na armadura horizontal R_{s1d} . As forças R_{c2d} e R_{s2d} são dimensionadas para resistir à parcela de força $(N_d - R_{sd})$. As forças R_{c3d} e R_{s3d} , por sua vez, devem resistir à parcela R_{sd} próxima à face externa do pilar, e seu tirante é dimensionado como armadura de costura.

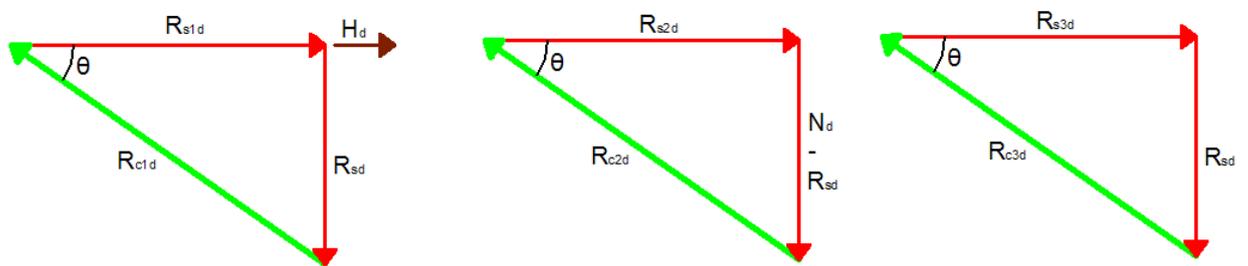


Figura 31 – Analogia de treliça

Na Figura 32 é possível observar estes polígonos e suas funcionalidades dentro da estrutura. Uma sugestão para armadura de costura eficiente é que se adotem estribos horizontais do pilar até a face inferior da viga. Burke (1979) sugere espaçamentos de menor valor entre $12 \cdot \Phi$ e 20 cm.

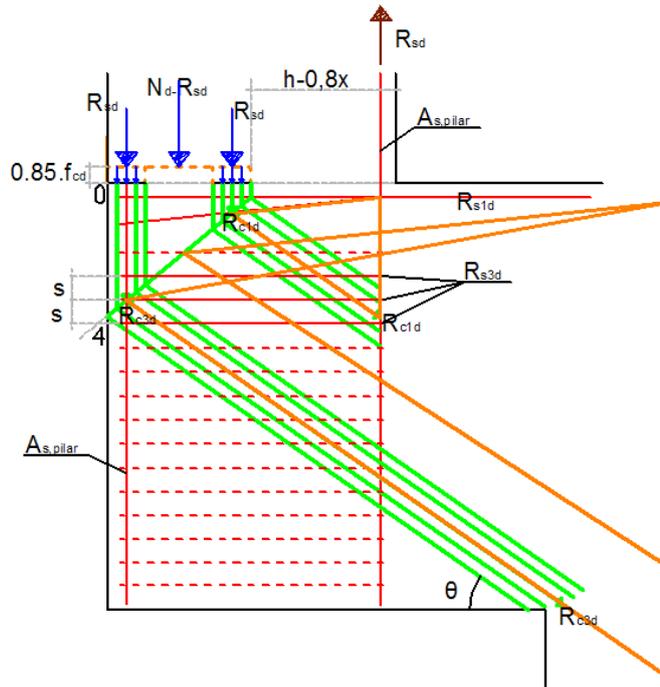


Figura 32 – Armadura de costura

Destas considerações todas é possível criar um modelo de bielas e tirantes, que pode ser visto na Figura 33.

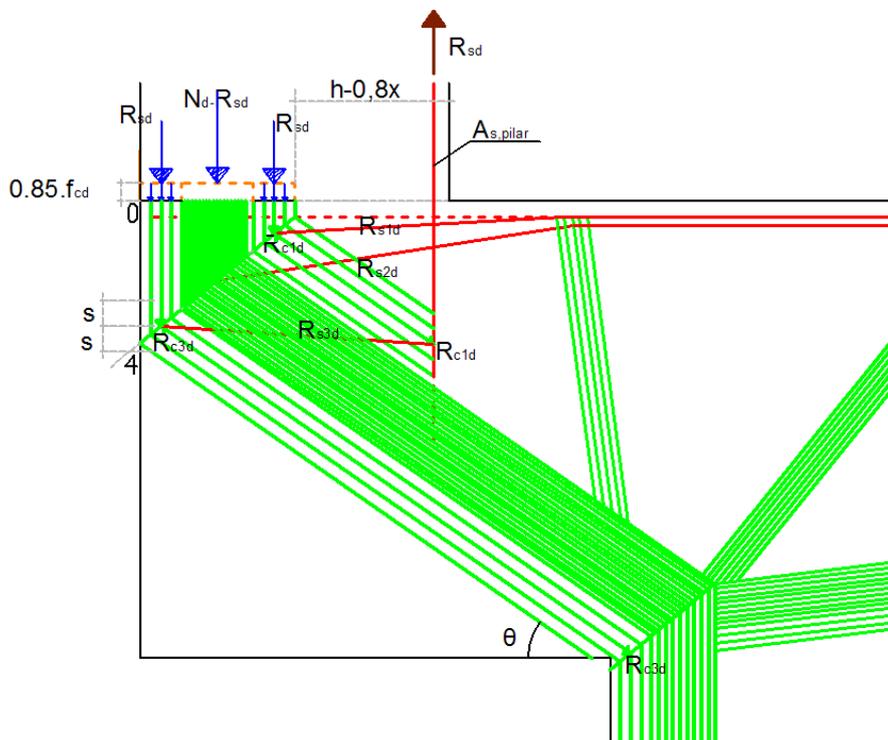


Figura 33 – Modelo de bielas e tirantes

Porém, destaca-se que para o polígono 1, a força R_{sd} de compressão na face externa do pilar é resistida pela armadura R_{sd} vertical. A força que solicita R_{s1d} horizontal é a força H_d .

Nota-se que cada tirante equilibra uma parcela da biela comprimida. Da Figura 33 tem-se que R_{s1d} equilibra R_{c1d} , R_{s2d} equilibra a parcela de força $N_d - R_{sd}$, e por sua vez, R_{s3d} equilibra R_{c3d} que representa a parcela R_{sd} .

Deste equilíbrio global pode-se desenhar a Figura 34, na qual as forças são calculadas por meio do modelo de bielas e tirantes.

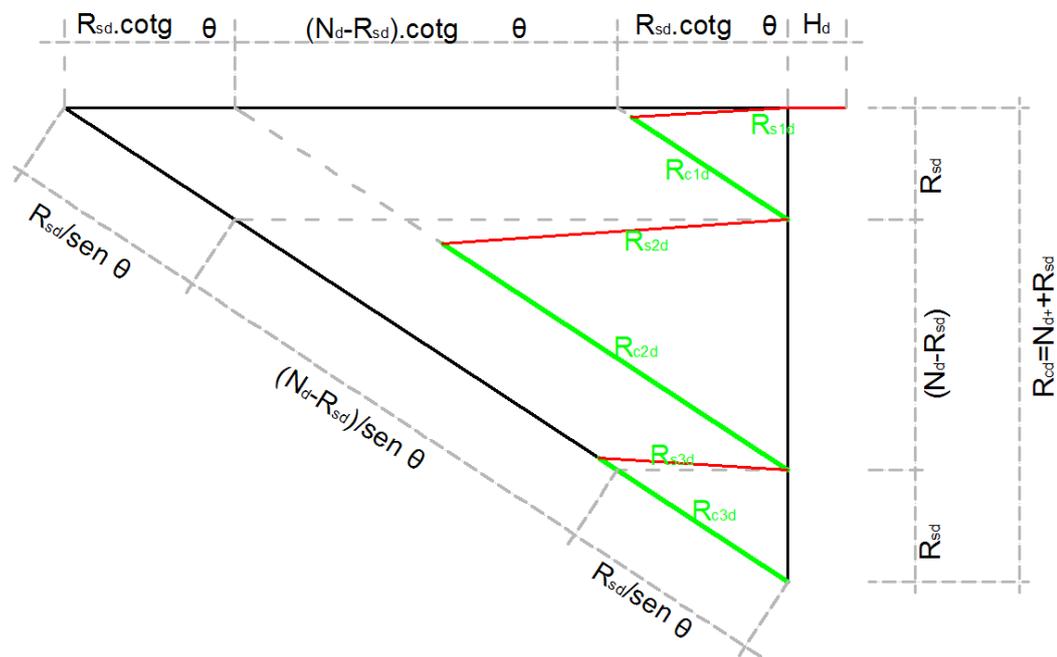


Figura 34 – Modelo de bielas e tirantes

Com isto tem-se a força que cada tirante tem que resistir, e também a força que cada parte da biela tem que resistir.

É importante deixar claro que as parcelas R_{s1d} e R_{s2d} compõem o tirante, e este pode ser dividido em quantas camadas forem necessárias.

3.2.1 Observações complementares

A ruína pode ocorrer no plano já previsto (plano de ruptura 1-3), como mostra a Figura 35.

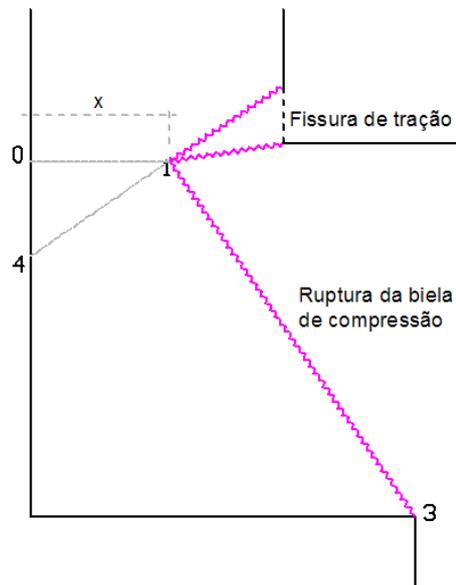


Figura 35 – Plano de fratura 1-3

É sugerido que se use armadura em forma de leque, como explicado anteriormente, e é de suma importância que estas barras de armaduras sejam ancoradas dentro da cunha (1-4-0). Também deve-se atentar para que a altura da cunha (distancia 0-4) não ultrapasse duas vezes a dimensão da seção do pilar neste plano.

Pode ocorrer também um plano de fratura por deslizamento sobre um plano inclinado, como mostra a Figura 36.

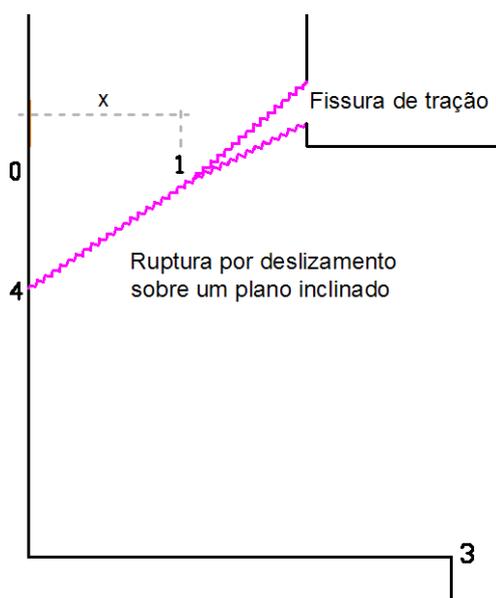


Figura 36 – Plano de fratura 1-4

Para melhorar a distribuição de tensões e evitar as fissuras apresentadas nas figuras 34 e 35, Burke (1979) sugere que sejam detalhadas armaduras na ligação viga e pilar, como mostra a Figura 37.

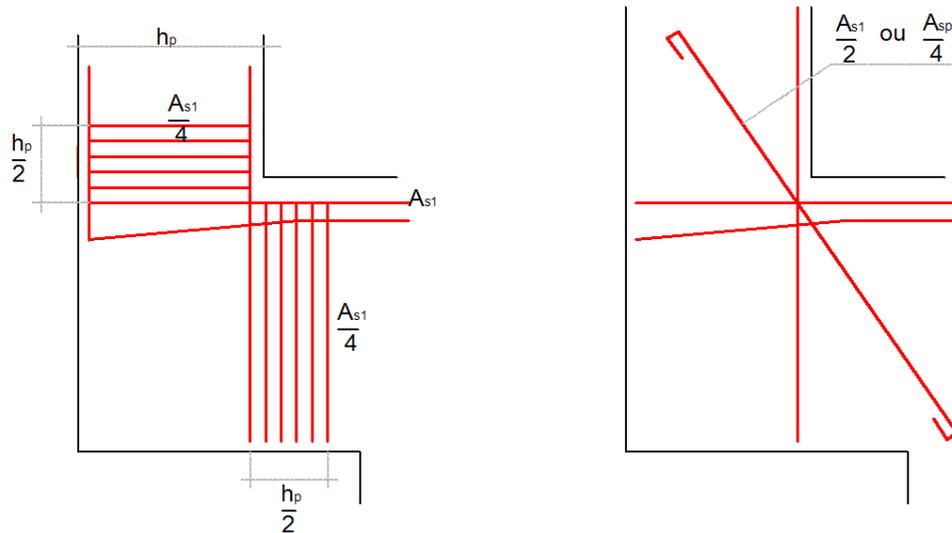


Figura 37 – Armadura complementar

Nota-se que as armaduras adicionais, verticais e horizontais, devem ter área igual a vinte e cinco por cento (25%) da área de aço do tirante (A_s). A área da armadura diagonal não deve ter menos que cinquenta por cento da área de aço do tirante ou metade da área de aço principal do pilar.

3.3 Viga de equilíbrio com forças diretas e com momento fletor tracionando a face externa do pilar

Neste item trata-se do caso em que o momento fletor atuante causa tração na face externa do pilar e compressão na parte interna. Seguindo o mesmo raciocínio do item anterior para a construção do modelo, chega-se à Figura 38.

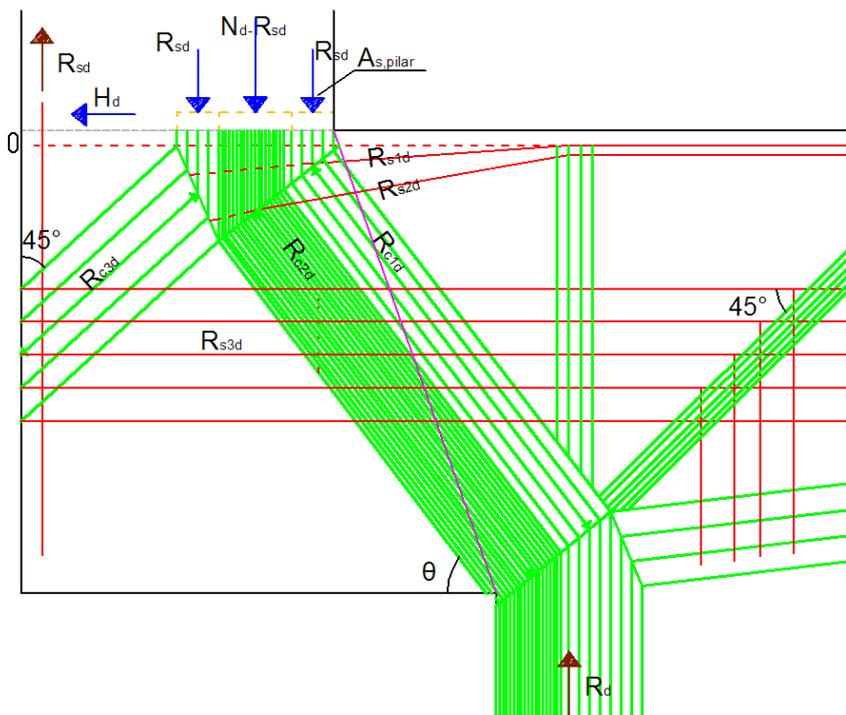


Figura 38 – Modelo de bielas e tirantes

A construção deste modelo é similar ao da Figura 33, porém, uma parcela de R_{sd} forma a biela em direção a face externa do pilar. Esta biela deve ser equilibrada pela armadura representada por R_{sd} vertical. No modelo acima os tirantes são as parcelas R_{s1d} , R_{s2d} e R_{s3d} . Para o cálculo de A_{s1} , toma-se $R_{s1d} = R_{sd} \cdot \cotg \theta$. Quando H_d tende a diminuir o valor de R_{s1d} , desprezar o valor de H_d , adotando assim $R_{s1d} = R_{sd} \cdot \cotg \theta$. O modelo geométrico pode ser visto na Figura 39.

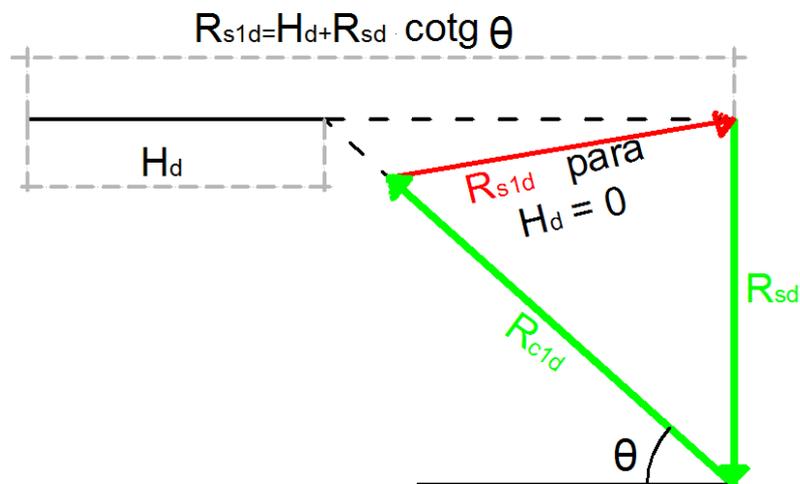


Figura 39 – Polígono de forças para A_{s1}

No cálculo de R_{s2} pode-se adotar a favor da segurança $R_{s2d} = (N_d - R_{sd}) \cdot \cotg \theta$, como mostra a Figura 40.

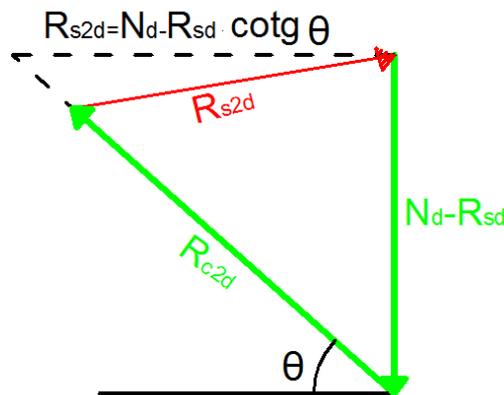


Figura 40 – Polígono de forças para As2

Determinam-se os valores de R_{cd} e R_{sd} para cada caso particular. E com estes valores se verifica a tensão na biela e se dimensionam as barras de armadura do tirante.

3.4 Viga de equilíbrio com forças indiretas

São válidos os esquemas estudados para as vigas de equilíbrio com forças diretas. Porém, as forças ou reações indiretas precisam ser suspensas por armadura adequada ou dimensionadas utilizando outra solução estrutural sem armadura de suspensão.

3.4.1 Com armadura de suspensão

As Figura 41 e Figura 42 ilustram o caso de força aplicada de forma indireta com a necessidade de utilização de armadura de suspensão.

Na Figura 41 observa-se o modelo em planta da estrutura que deve receber armadura de suspensão.



Figura 41 – Exemplo de força indireta com armadura de suspensão – Vista em planta

A Figura 42 apresenta a estrutura em vista lateral, nota-se que a face superior da viga tem o mesmo nível da face superior do bloco. O fluxo de tensões de compressão é formado da base do pilar até o topo do apoio. Sobre o apoio precisa ser colocada armadura de suspensão para redistribuir estes esforços.

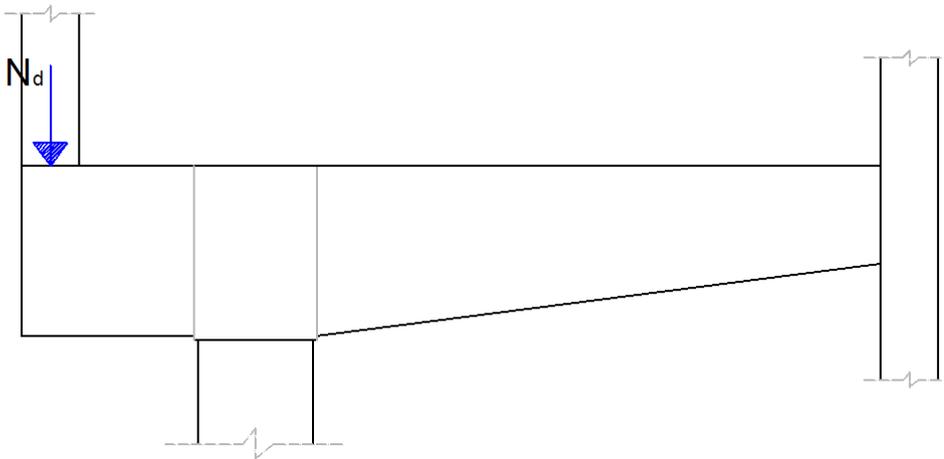


Figura 42 – Exemplo de força indireta com armadura de suspensão – Vista lateral

A armadura de suspensão deve ser constituída por estribos fechados que envolvam as barras de armadura perpendiculares ao seu plano. Estas barras e os ramos horizontais dos estribos formam uma estrutura de apoio das forças a serem suspensas (biela), como pode ser visto na Figura 43.

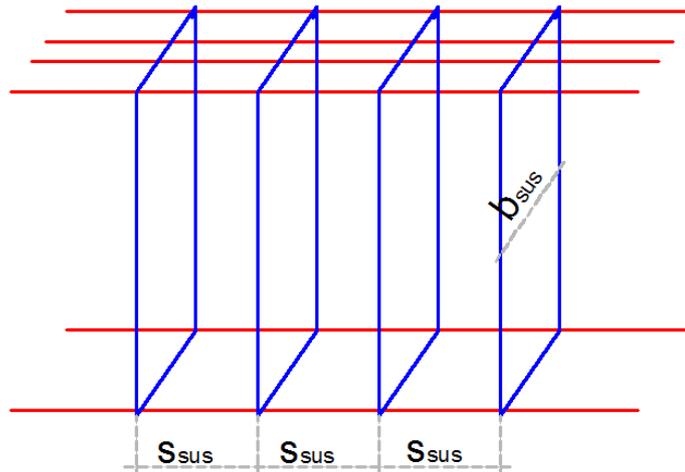


Figura 43 – Estrutura formada pela armadura de suspensão

Burke (1979) sugere que esta estrutura de apoio deve ter rigidez adequada para que a resistência das bielas não seja comprometida em valores menores que $0,55 \cdot f_{cd}$ em decorrência de fissuração anormal.

A estrutura de apoio é considerada rígida quando o espaçamento b entre os ramos dos estribos respeita:

$$b_{sus} \leq \begin{cases} 15 \cdot \phi_{sus} \\ 15 \text{ cm} \end{cases}$$

E quando a distância s entre os estribos não ultrapasse:

$$s_{sus} \leq \begin{cases} 12 \cdot \phi \\ 15 \text{ cm} \end{cases}$$

Nas vigas com b_w grande, é necessário utilizarem-se estribos de vários ramos com pelo menos uma barra horizontal em cada dobra. A Figura 44 exemplifica um estribo com quatro ramos.

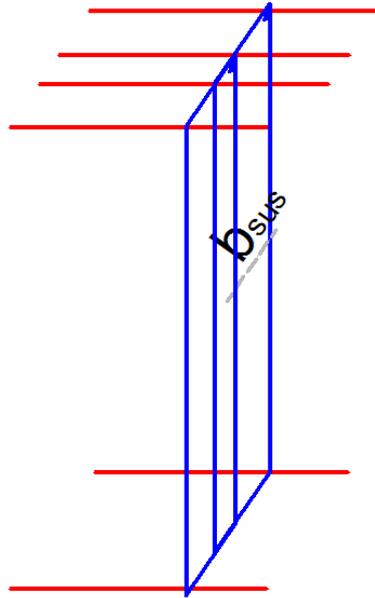


Figura 44 – Armadura de suspensão para estribos com quatro ramos

3.4.2 Solução alternativa para não utilização da armadura de suspensão

Quando a armadura de suspensão apresenta grande área, pode ser interessante alterar a geometria do sistema para que se tenha força direta. A Figura 45 ilustra uma solução alternativa.

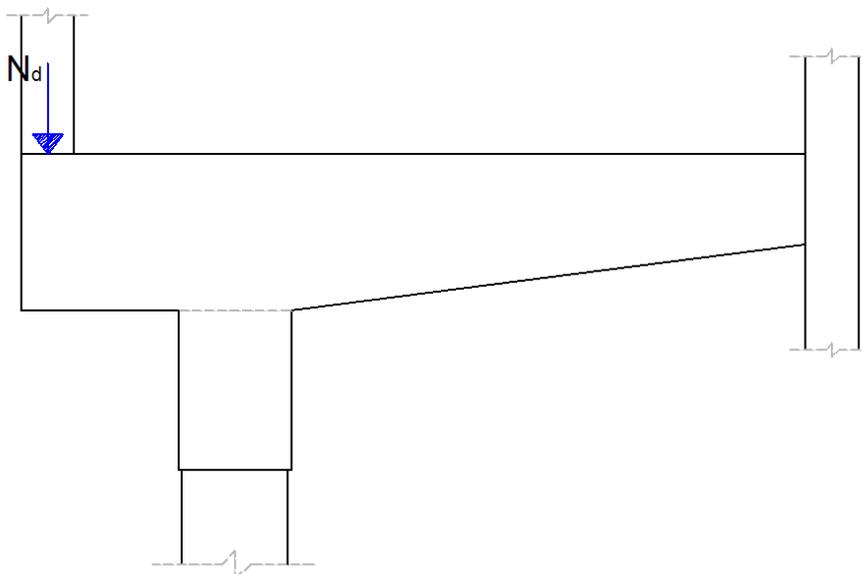


Figura 45 – Rebaixamento do bloco

Esta solução consiste em rebaixar o bloco sob a viga de equilíbrio. Como a ação passa a ser direta, evita-se o uso da armadura de suspensão. Porém, devem-se verificar as forças nas bielas adequadamente. No capítulo 5 é apresentado exemplo de dimensionamento utilizando armadura de suspensão e comparando com a solução de viga sobre o bloco.

3.4.3 Recomendações Gerais

Sempre que possível, levando em conta a economia, deve-se preferir a solução com altura constante para a viga de equilíbrio. Isto facilita o dimensionamento e a construção.

Sugere-se verificar a hipótese da extremidade interna da viga de equilíbrio se comportar como articulação. Burke (1979) sugere que se verifique o apoio interno na situação de engaste parcial, considerando um terço do momento de cálculo atuante neste ponto.

No detalhamento das peças, sugere-se que as barras de aço do tirante sejam terminadas em dobras, laços ou ganchos horizontais, por fora das barras da armadura do pilar. Fato este para melhorar a ancoragem das barras de aço.

As ancoragens das barras de armaduras do tirante precisam estar dentro da cunha 0-1-4. Dentro desta cunha só agem tensões de compressão, o que também garante uma boa ancoragem das barras.

A dimensão vertical 0-4 não deve ser maior que duas vezes a dimensão do pilar na direção da viga de equilíbrio, isto garante que a inclinação da biela não ultrapasse os valores recomendados para aplicação do método descrito nesta dissertação. A cunha 0-1-4 e a dimensão 0-4 foram vistas em diversas figuras neste capítulo, porém, estão bem explícitas na Figura 20.

Deve ser considerada armadura adicional de costura no balanço. Por se tratarem de peças robustas, a armadura de costura evita fissuração excessiva.

O restante da viga pode ser dimensionado pela teoria de vigas convencionais.

Quanto a verificação de compressão nas bielas, Burke (1979) sugere que a tensão nestas não ultrapasse os seguintes valores:

$$\sigma_{c3d} \leq \begin{cases} 0,55 \cdot f_{cd} \\ 9,4 \text{ MPa} \end{cases}$$

Schlaich et al. (1987) sugerem os seguintes valores para as resistências das bielas:

$$1 \cdot 0,85 \cdot f_{cd} = 0,85 \cdot f_{cd} \text{ para um estado de tensão uniaxial e sem perturbação.}$$

$0,8 \cdot 0,85 \cdot f_{cd} = 0,68 \cdot f_{cd}$ para campos de compressão com fissuras paralelas às tensões de compressão.

$$0,6 \cdot 0,85 \cdot f_{cd} = 0,51 \cdot f_{cd} \text{ para campos de compressão com fissuras inclinadas.}$$

Nos roteiros apresentados neste capítulo, as bielas se encontram em regiões com tensões de tração perpendiculares. Por este motivo deve-se utilizar um coeficiente que reduza a tensão limite f_{cd} . O coeficiente de 0,65 que multiplicado por 0,85 resulta no valor de $0,55 \cdot f_{cd}$ sugerido por Burke (1979), se mostra coerente.

Burke (1979) também indica que os espaçamentos das barras da armadura de costura devem obedecer:

$$s \leq \begin{cases} 12 \cdot \Phi \\ 15 \text{ cm} \end{cases}$$

É um espaçamento menor que o indicado pela ABNT NBR 9062:2006 para consolos. Porém, se faz coerente a indicação de Burke (1979) para controle de fissuração em peças robustas.

4 Análises de casos de projetos

4.1 Exemplo completo

Neste capítulo é apresentado um exemplo de dimensionamento de viga de equilíbrio que Burke (1979) utilizou para descrever seu roteiro. Posteriormente, Andrade (1989), analisou o texto de Burke (1979), fez e desenvolveu o dimensionamento com algumas adaptações. Aqui é apresentado o método que Andrade (1989) utilizou no dimensionamento. Apresenta-se também a aplicação do roteiro de Burke (1979) implementado nesta dissertação. Por último, tem-se análise numérica deste mesmo caso, feita em regime elástico e linear com auxílio do programa computacional Diana (2010). A Figura 46 mostra uma perspectiva da estrutura estudada.

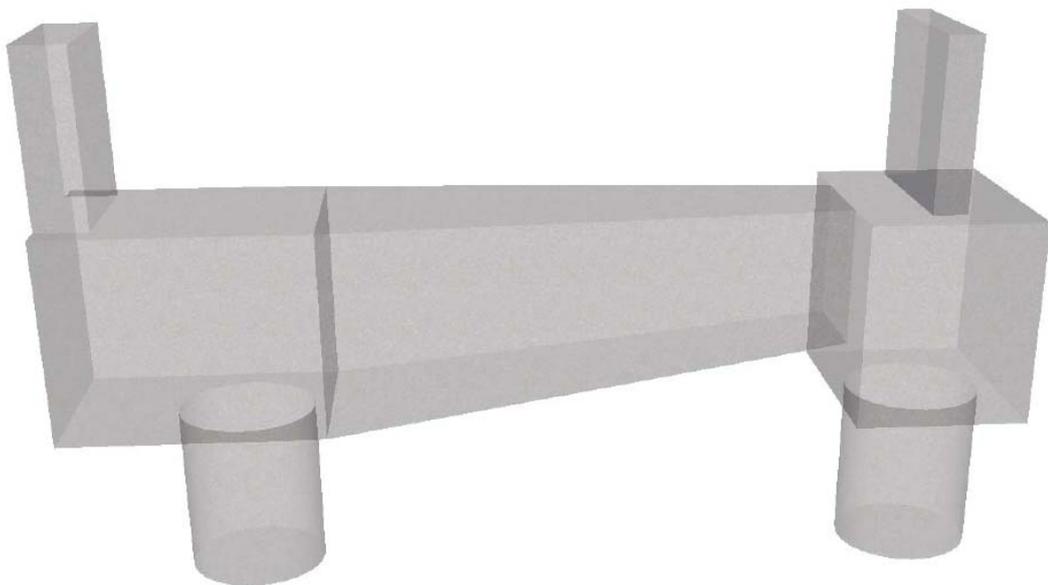


Figura 46 - Perspectiva da solução estrutural

4.2 Solução Analítica – Método Andrade (1989)

Burke (1979) apresentou um roteiro para dimensionamento de blocos sobre estacas ou tubulões localizados em divisa de terrenos. O autor sugere que do centro da estaca em direção ao pilar seja feita a verificação da segurança estrutural como consolo, e que do centro da estaca em direção ao pilar interno considere-se teoria de viga convencional.

Andrade (1989) sugere uma decomposição e distribuição de forças aplicadas no pilar por meio de triângulos. Assim, define-se a força no tirante e faz-se o dimensionamento das barras de armadura. Tanto Burke (1979) como Andrade (1989) sugerem que as barras do tirante na viga sejam ancoradas em dobras, laços ou ganchos horizontais por fora das barras verticais dos pilares.

Com embasamento no roteiro proposto por Burke (1979), Andrade (1989), fez um estudo para blocos de fundação associados às vigas de equilíbrio com algumas adaptações. Andrade (1989) analisou o exemplo de um pilar sobre um tubulão, o mesmo estudado por Burke (1979). Ambos chamam de viga de equilíbrio com força direta. No caso de bloco sobre duas ou mais estacas / tubulões a nomenclatura utilizada é de viga de equilíbrio com força indireta como já foi descrito no capítulo 0. Andrade propôs detalhamento das barras de armadura para o modelo, como será apresentado neste capítulo.

O exemplo analisado por Burke (1979) e Andrade (1989) foi verificado pela autora desta dissertação e atualizado para normas vigentes.

A estrutura apresenta um pilar de divisa com força vertical característica de 2400 kN e a fundação é um tubulão com fuste de 80 cm de diâmetro, como mostram as Figura 47 e Figura 48.

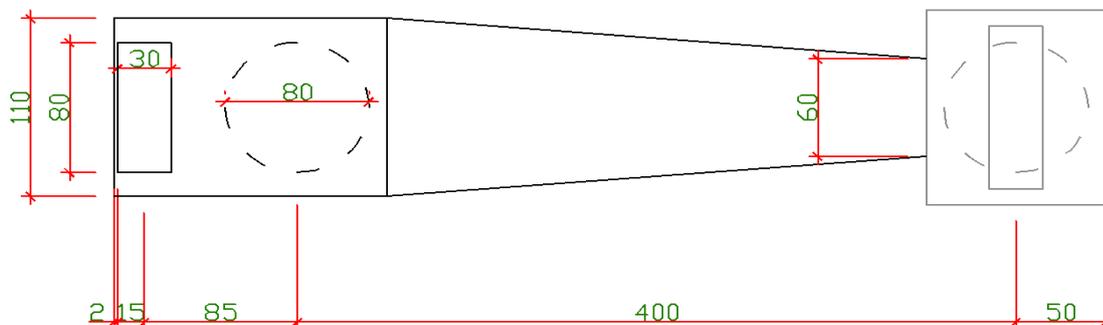


Figura 47 - Estrutura proposta por Burke (1979), adaptada por Andrade (1989) e verificada neste trabalho. Medidas em centímetros.

A altura do bloco é de 110 cm, e a viga de equilíbrio varia deste valor até 80 cm na ligação com o bloco interno. A Figura 48 apresenta a vista lateral da estrutura estudada.

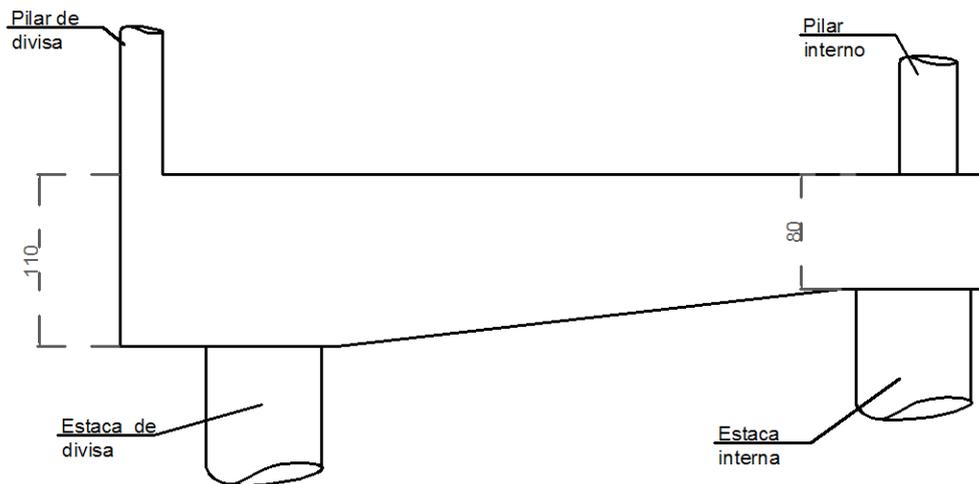


Figura 48 – Vista lateral da Figura 47. Medidas em centímetros.

Para a solução desta estrutura, Andrade (1989) considerou o esquema estático mostrado na Figura 49.

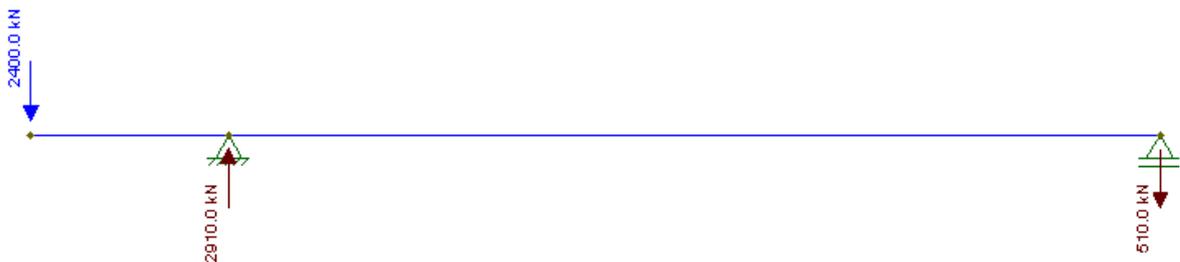


Figura 49 - Esquema estático – Exemplo completo

Essa configuração admite que a viga de equilíbrio seja considerada simplesmente apoiada sobre o elemento de fundação.

Tem-se na Figura 50 o diagrama de deslocamentos do eixo da viga de equilíbrio.



Figura 50 - Deslocamentos e reações de apoio da viga de equilíbrio – Exemplo completo

Observa-se que o modo como a viga se desloca tende a causar tensões de compressão de um lado da seção do tubulão e causa tensões de tração no lado oposto da seção transversal. Este fenômeno está mais bem discutido no Apêndice A.

A Figura 51 apresenta o diagrama de forças cortantes características.

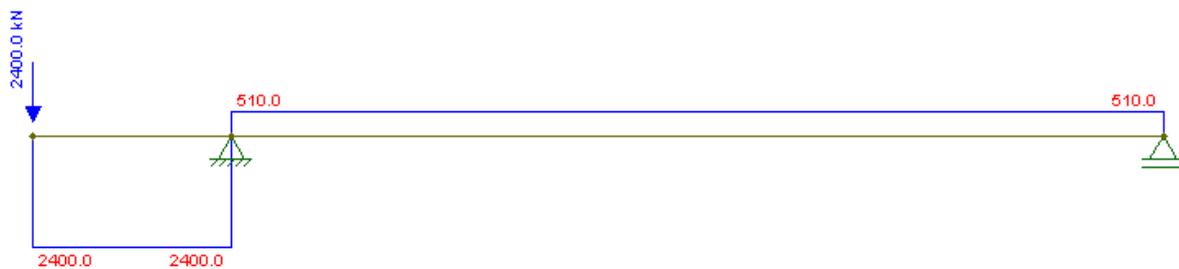


Figura 51 - Forças Cortantes – Exemplo completo

Nota-se que a parte crítica para força cortante está dentro do bloco. A Figura 52 apresenta o diagrama de momentos fletores.

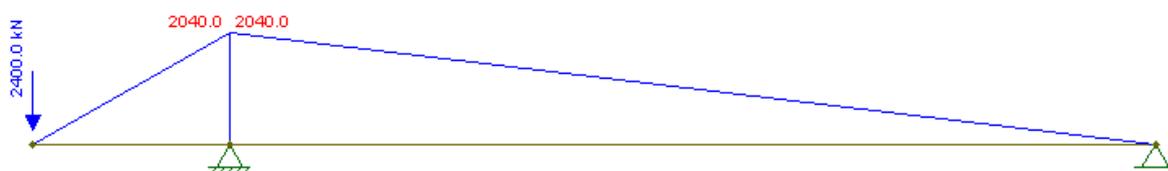


Figura 52 - Momentos Fletores – Exemplo completo

4.2.1 Dimensionamento da armadura do consolo

Andrade (1989) dimensiona as barras de armadura do seguinte modo:

Considera a analogia entre os polígonos formados pela força aplicada e pela geometria, como mostram as Figura 53a e Figura 53b, respectivamente.

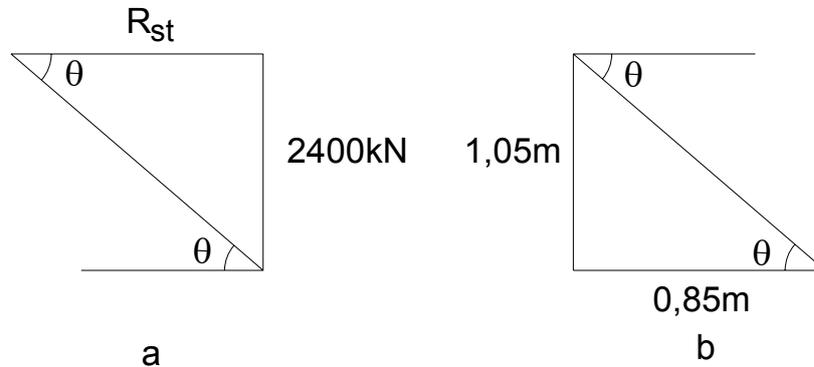


Figura 53 - a) Polígono de forças no consolo; b) Triângulo geométrico formado no consolo.

Na Figura 53b, 1,05 m é a altura útil da viga (1,10m – 0,05m), e 0,85m é a distancia entre o eixo do pilar e o eixo de apoio. Na Figura 53a, R_{st} é a força que precisa ser resistida pelo tirante, e 2400 kN é a força característica aplicada no bloco pelo pilar. A disposição das barras do tirante pode ser vista na Figura 54.

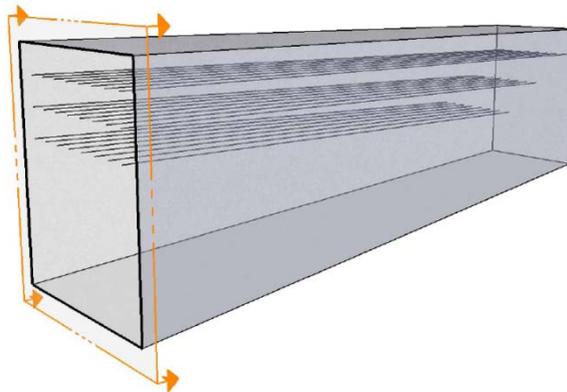


Figura 54 - Estrutura da viga de equilíbrio com tirantes

Sabe-se que a tangente de um ângulo é a razão entre seu cateto oposto e seu cateto adjacente. Com isto, considerando o polígono de forças da Figura 53a tem-se:

$$\operatorname{tg}\theta = \frac{2400}{R_{st}}$$

No polígono geométrico é possível se obter o valor da tangente do ângulo θ .

$$\frac{1,05}{0,85} = \frac{2400}{R_{st}}$$

Obtém-se, então, o valor da força no tirante.

$$R_{st} = 1942,8 \text{ kN}$$

Andrade (1989) considerou o valor de R_{st} no projeto igual à 1950 kN. Para resistir a esta força faz-se o cálculo da área de aço:

$$A_s = \frac{R_{st}}{f_{yd}} = \frac{1,4 \cdot 1950}{43,5} = 62,76 \text{ cm}^2$$

É uma grande área de aço. Andrade (1989), assim como Burke (1979), sugere dividir a armadura em três camadas. A divisão é feita de modo que a força diminua da primeira para a terceira camada.

$R_{s1} = 800 \text{ kN}$	$A_{s1} = 25,75 \text{ cm}^2$	8 ϕ 20mm
$R_{s2} = 700 \text{ kN}$	$A_{s2} = 22,53 \text{ cm}^2$	8 ϕ 20mm
$R_{s3} = 600 \text{ kN}$	$A_{s3} = 19,31 \text{ cm}^2$	8 ϕ 20mm

Assim, têm-se três camadas com oito barras de 20 mm cada uma. Para este exemplo não teria feito diferença se as camadas tivessem sido consideradas com forças R_s de mesma intensidade. Deixar a primeira camada com força R_s de maior intensidade e diminuir gradativamente está a favor da economia quando se pode diminuir as barras de aço em camadas com menos solicitação.

As barras da armadura dos tirantes precisam ser ancoradas em dobras, laços ou ganchos horizontais, por fora das barras verticais dos pilares na face do bloco. O formato em laço, que é o mais indicado, é apresentado na Figura 55.

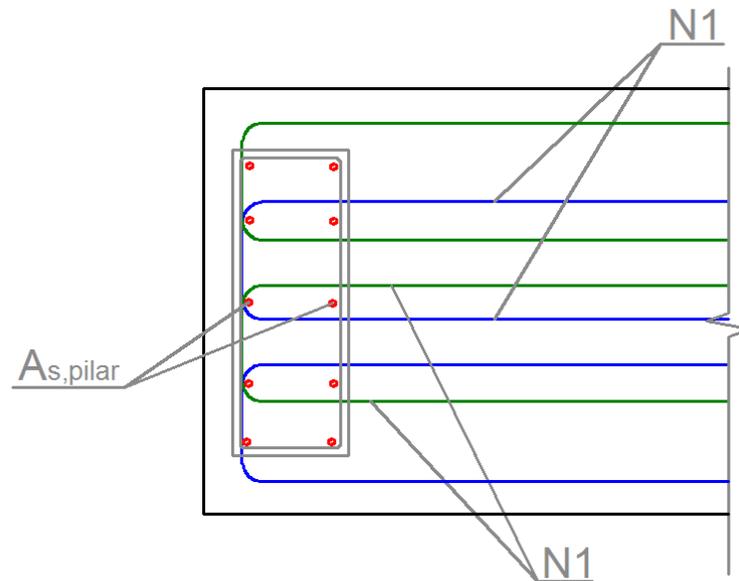


Figura 55 - Ancoragem em laço das barras do tirante

De acordo com o sugerido pelos autores estudados, este exemplo tem que ser dimensionado como consolo. Seguindo as recomendações da ABNT NBR 9062:2006 para consolo, o exemplo deve ser dimensionado como consolo muito curto, pois a distância entre a face do seu apoio e o ponto de aplicação da ação é menor ou igual à metade da sua altura útil d . Considerando-se as três camadas de armadura, a altura útil d tem o valor de 97 cm, e a distância a é igual à 45 cm, como pode ser visto na Figura 47.

No caso de consolo muito curto pode-se levar em consideração o efeito favorável do engrenamento dos agregados desde que a interface seja atravessada por barras. Na sequência, é feita a verificação da biela formada no consolo.

Primeiramente, calcula-se a taxa de armadura (ρ), considerando a área de aço do tirante ($A_{s,tir}$) em relação à seção de concreto ($b \cdot d$).

$$\rho = \frac{A_{s,tir}}{A_c} = \frac{A_{s,tir}}{b_w \cdot h} = \frac{75,36}{110 \cdot 110} = 0,62\%$$

Com a taxa de armadura já calculada verifica-se o estado limite de cisalhamento por meio da seguinte equação da ABNT NBR 9062:2006:

$$\tau_{wu} = 3,0 + 0,9 \cdot \rho \cdot f_{yd} \leq 0,27 \cdot \left(1 - \frac{f_{ck}}{250}\right) \cdot f_{cd}$$

Respeitando o limite de $\tau_{wd} \leq \tau_{wu}$, em que:

$$\tau_{wd} = \frac{V_{sd}}{b \cdot d}$$

Substituindo os valores:

$$\tau_{wd} = \frac{1,4 \cdot 2400}{110 \cdot 97} = 0,31 \text{ kN/cm}^2 = 3,1 \text{ MPa}$$

Substituindo os valores de τ_{wu} e adotando resistência característica à compressão do concreto (f_{ck}) de 30 MPa, tem-se:

$$3,0 + 0,9 \cdot \frac{0,62}{100} \cdot 435 \leq 0,27 \cdot \left(1 - \frac{30}{250}\right) \cdot \frac{30}{1,4}$$

O valor do primeiro membro é a tensão transferida para o concreto, e o valor do segundo membro é o limite de tensão para essa resistência do concreto. Fazendo-se os cálculos, tem-se:

$$5,43 \leq 5,09 \text{ (não é verdade)}$$

Para satisfazer a inequação de verificação de segurança τ_{wu} , três procedimentos podem ser feitos. Primeiro, reduzir a área de aço longitudinal, posto que a área efetiva está além da área de aço calculada. Se não for o suficiente, pode-se aumentar a altura útil "d" da peça, mudando sua seção transversal. E, terceira opção é aumentar a resistência característica do concreto.

Reduzindo as barras de armadura de 24 ϕ de 20 mm para 20 barras de mesmo diâmetro, a área efetiva passa de 75,36 cm² para 62,80 cm². Este valor é suficiente e bem próximo da área de aço calculada, que é de 62,76 cm². Calculando a taxa de armadura para esta área de aço, tem-se:

$$\rho = \frac{62,80}{110 \cdot 110} = 0,52\%$$

Substituindo os valores para este exemplo, tem-se:

$$\tau_{wu} = 3,0 + 0,9 \cdot \frac{0,52}{100} \cdot 435 = 5,03$$

Neste caso a verificação da biela está de acordo com as normas vigentes.

O fato de diminuir a área de aço para tornar a estrutura segura está relacionado à fórmula utilizada para esta verificação. A inequação

$$\tau_{wu} = 3,0 + 0,9 \cdot \rho \cdot f_{yd} \leq 0,27 \cdot \left(1 - \frac{f_{ck}}{250}\right) \cdot f_{cd}$$

está relacionando o efeito de pino das armaduras no concreto calculado no primeiro membro, com a resistência suportada pelo concreto no segundo membro. O fato de diminuir a área de aço para tornar a estrutura segura está relacionado com a forma desta verificação. O valor limite para f_{yd} deve ser de 435 MPa. Porém, não é sempre que as tensões nas barras de armadura são iguais a esta resistência, esse é o valor máximo que as tensões podem alcançar.

4.2.2 Armadura de costura para consolo muito curto

Para consolos muito curtos, de acordo com a ABNT NBR 9062:2006, a armadura de costura é dimensionada respeitando o limite de:

$$\frac{A_s}{s} \geq 0,5 \cdot \frac{A_s}{d}$$

Esta deve ser distribuída em 2/3 da altura útil, sendo que o restante deve ser completado com armadura mínima. Substituindo os valores de A_s e d , tem-se:

$$\frac{A_s}{s} \geq 0,5 \cdot \frac{62,80}{0,97} = 32,40 \text{ cm}^2/\text{m}$$

Utilizando estribos com quatro ramos, tem-se:

$$\frac{A_{s,\text{cost}}}{s} = \frac{32,40}{4} = 8,10 \text{ cm}^2/\text{m}$$

Este valor é equivalente à 16 ϕ 8,0 mm por metro. Adota-se 4 ϕ 8,0 mm c/ 6 cm.

O espaçamento de seis centímetros pode ser inadequado para a execução. Tem-se como opção utilizar estribos com seis ramos, ou utilizar barras de aço com o diâmetro maior.

Passando para estribos de seis ramos, e aumentando o diâmetro das barras para 10 mm, tem-se:

$$\frac{A_{s,\text{cost}}}{s} = \frac{32,40}{6} = 5,40 \text{ cm}^2/\text{m}$$

Este valor é equivalente à 8 ϕ 10,0 mm por metro. Adota-se 6 ϕ 10,0 mm c/ 12,5 cm.

4.2.3 Dimensionamento fora do consolo

A ABNT NBR 6118:2007 permite que se faça o arredondamento do diagrama de momento fletores sobre os apoios diminuindo a intensidade nestas seções da viga. Esse arredondamento pode ser feito de maneira aproximada, como mostra a Figura 56.

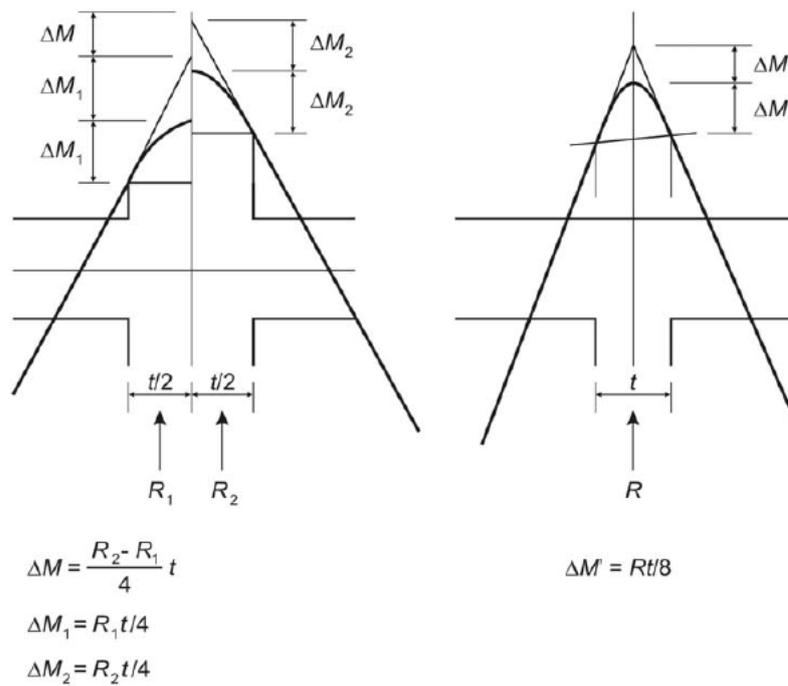


Figura 56 - Arredondamento de diagrama de momentos fletores

Fonte: ABNT NBR 6118:2007

Seguindo as recomendações da ABNT NBR 6118:2007, faz-se o arredondamento do diagrama de momento fletor. Calcula-se um delta do momento máximo com a seguinte equação:

$$\Delta M' = \frac{R \cdot t}{8}$$

Substituindo os valores para o presente exemplo, tem-se:

$$\Delta M' = \frac{2910 \cdot 0,80}{8} = 291 \text{ kN.m}$$

Subtraindo este valor do momento fletor máximo da peça, o momento a ser dimensionado fica:

$$M - \Delta M = 2040 - 291 = 1749 \text{ kN.m}$$

Respalhada pela ABNT NBR 6118:2007, a viga pode ser dimensionada para um momento fletor máximo de 1749 kN.m.

Utilizando a teoria de flexão, com a resistência característica do concreto à compressão de 30 MPa, faz-se o dimensionamento da viga.

Dados:

$$M_{sk} = 1794 \text{ kN.m}$$

$$d = 97 \text{ cm}$$

$$b_w = 110 \text{ cm}$$

Com cálculos adequados para peças submetidas à flexão, tem-se:

$$k_c = \frac{b_w \cdot d^2}{M_{sd}}$$

Substituindo os valores:

$$k_c = \frac{110 \cdot 97^2}{1,4 \cdot 174900} = 4,23$$

Para este valor de k_c , tem-se $\beta_x = 0,18$, com isto, obtém-se k_s , em tabela elaborada para o dimensionamento:

$$k_s = \frac{A_s \cdot d}{1,4 \cdot M_{sk}}$$

Com o valor de $k_s = 0,025$ e substituindo os valores, tem-se para A_s :

$$0,025 = \frac{A_s \cdot 97}{1,4 \cdot 174900}$$

Fazendo os cálculos, a área de aço da armadura fora do consolo fica:

$$A_s = 63,11 \text{ cm}^2$$

Está coerente com a armadura calculada para o tirante, logo, essa se mantém.

O dimensionamento da viga indica deformações relativas ao Domínio 2.

4.2.4 Armadura mínima

De acordo com ABNT NBR 6118:2007, para concreto C30 a armadura longitudinal mínima deve ser:

$$A_{s,min} = 0,173\% \cdot A_C$$

Assim, para o exemplo em questão:

$$A_{s,min} = \frac{0,173}{100} \cdot 110 \cdot 110 = 20,93 \text{ cm}^2$$

A armadura mínima resultou em aproximadamente 30% da armadura calculada. Por isso mantém-se a armadura calculada.

4.2.5 Armadura de pele

A ABNT NBR 6118:2007 indica armadura de pele com área mínima de 10% da área da seção de concreto (A_C) em cada face da viga nos casos de viga com altura da seção transversal maior que sessenta centímetros. Seguindo estas recomendações:

$$A_{s,pele} = 10\% \cdot A_C \text{ (por face)}$$

Na maior seção da viga de equilíbrio, tem-se:

$$A_{s,pele} = \frac{0,10}{100} \cdot 110 \cdot 110 = 12,1 \text{ cm}^2 \text{ por face}$$

Este valor de área de aço resulta em:

10 Φ 12,5 mm por face

Na menor seção da viga alavanca

$$A_{s,pele} = \frac{0,10}{100} \cdot 60 \cdot 80 = 4,80 \text{ cm}^2/\text{ face}$$

O que equivale à:

4 ϕ 12,5 mm por face

Adotam-se barras de 12,5 mm de diâmetro com 10 cm de espaçamento para toda a viga. Como esta é de seção variável, a distribuição feita deste modo fica adequada ao longo da peça.

4.2.6 Armadura transversal

O valor da força cortante é constante na viga de equilíbrio, como já visto anteriormente, de intensidade:

$$V_{sk} = 510 \text{ kN}$$

A menor seção da viga tem as seguintes dimensões:

$$b_w = 60 \text{ cm}$$

$$d = 73 \text{ cm}$$

Utilizando método e tabelas de dimensionamento à força cortante de Giongo (2010), calcula-se a força última que a seção transversal de concreto pode resistir.

$$V_{Rdu} = \left[0,27 \cdot \left(1 - \frac{f_{ck}}{250} \right) \cdot \frac{f_{ck}}{1,4} \cdot 0,1 \right] \cdot b_w \cdot d$$

Substituindo os valores para resistência característica à compressão do concreto de 30 MPa e dimensões da viga, tem-se:

$$V_{Rdu} = \left[0,27 \cdot \left(1 - \frac{30}{250} \right) \cdot \frac{30}{1,4} \cdot 0,1 \right] \cdot 60 \cdot 73 = 2230 \text{ kN}$$

O valor de força solicitante de cálculo para esta estrutura é:

$$V_{Sd} = 510 \cdot 1,4 = 714 \text{ kN}$$

O concreto resiste a uma parcela de força equivalente à:

$$V_c = \frac{(0,6 \cdot 0,21 \cdot f_{ck}^{2/3} \cdot 0,1) \cdot b_w \cdot d}{1,4}$$

Substituindo os valores:

$$V_c = \frac{(0,6 \cdot 0,21 \cdot 30^{2/3} \cdot 0,1) \cdot 60 \cdot 73}{1,4} = 380,60 \text{ kN}$$

Para cálculo da área de aço necessária deve-se subtrair da força solicitante de cálculo o valor da força que o concreto resiste.

$$V_{Sw} = V_{Sd} - V_c$$

Substituindo os valores calculados:

$$V_{Sw} = 714 \text{ kN} - 380,60 \text{ kN} = 333,40 \text{ kN}$$

Com a força cortante solicitante de 333,40 kN, faz-se o dimensionamento das barras de armadura vertical.

$$\frac{A_{sw}}{s} = \frac{V_{sw}}{0,9 \cdot d \cdot f_{ywd}}$$

Substituindo os valores, tem-se:

$$\frac{A_{sw}}{s} = \frac{333,4 \cdot 100}{0,9 \cdot 73 \cdot 43,5} = 11,67 \text{ cm}^2/\text{m}$$

Com esta área de aço e respeitando espaçamentos máximos da ABNT NBR 6118:2007, tem-se:

$$\frac{4 \cdot 0,5}{s} = 11,67 \text{ cm}^2/\text{m}$$

Fazendo os cálculos, o espaçamento fica:

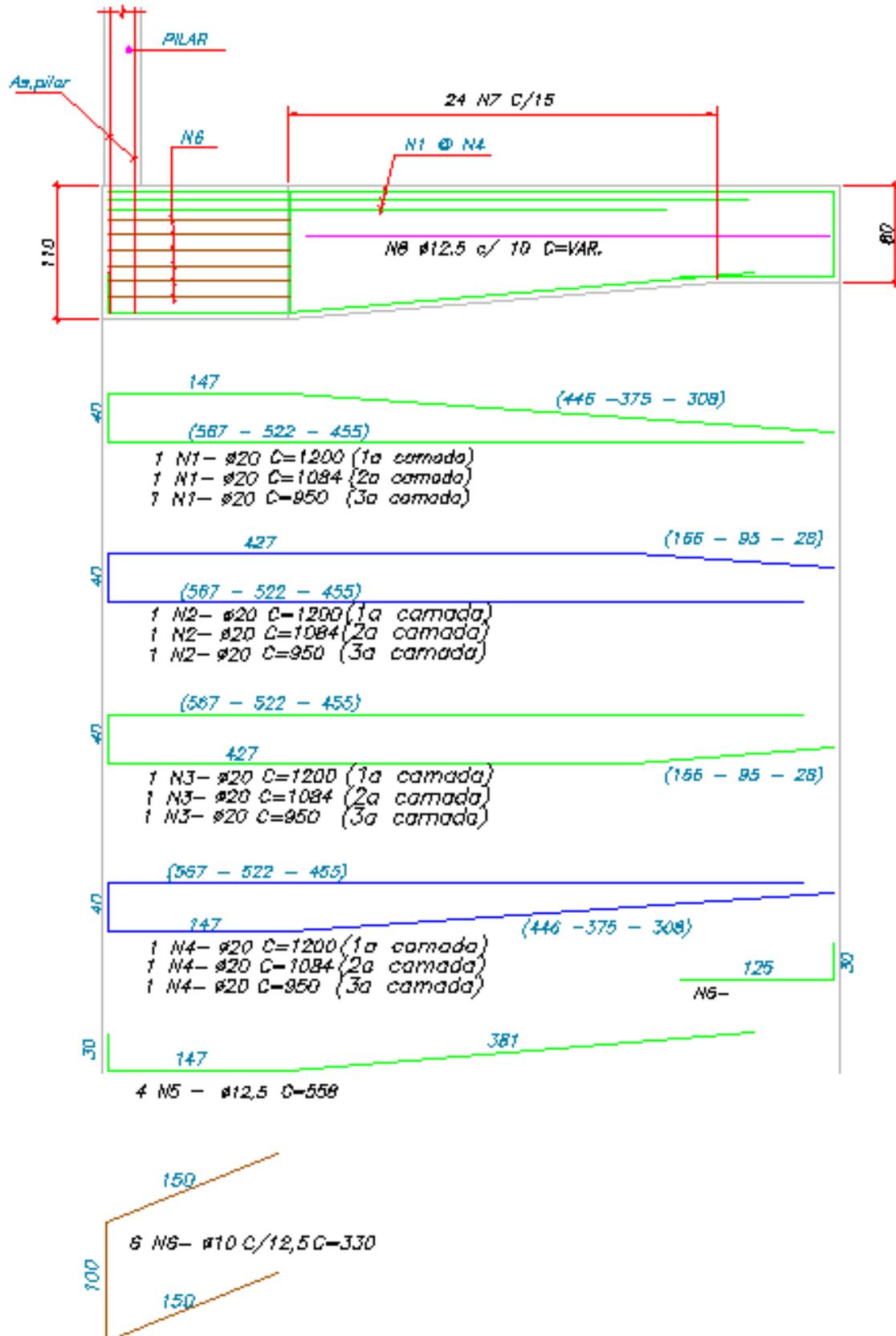
$$s = 17 \text{ cm}$$

Adota-se:

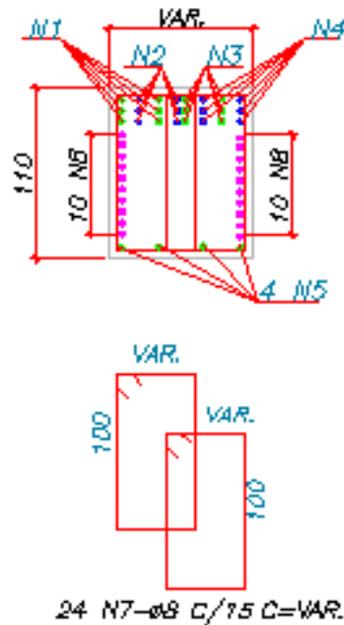
$$4 \times \phi 8,0 \text{ mm a cada } 15 \text{ cm}$$

A Figura 57 mostra o detalhamento da viga dimensionada. Lembra-se que a viga em planta pode ser vista na Figura 47.

VIGA DET.



CORTE



ARM. DE PELE

2 NB-ø12.5 C=488

2 NB-ø12.5 C=394

2 NB-ø12.5 C=278

2 NB-ø12.5 C=181

2 NB-ø12.5 C=63

Figura 57 – Viga completa detalhada

4.3 Método Burke (1979)

É apresentado aqui o dimensionamento do mesmo exemplo utilizando o método analisado nesta dissertação.

Lembrando que os dados são os mesmos das Figura 47 e Figura 48, e a força característica proveniente do pilar é de 2400 kN.

Seguindo o roteiro proposto no capítulo 3, primeiramente define-se a posição das três camadas do tirante, marca-se a linha de ruína como mostra a Figura 58.

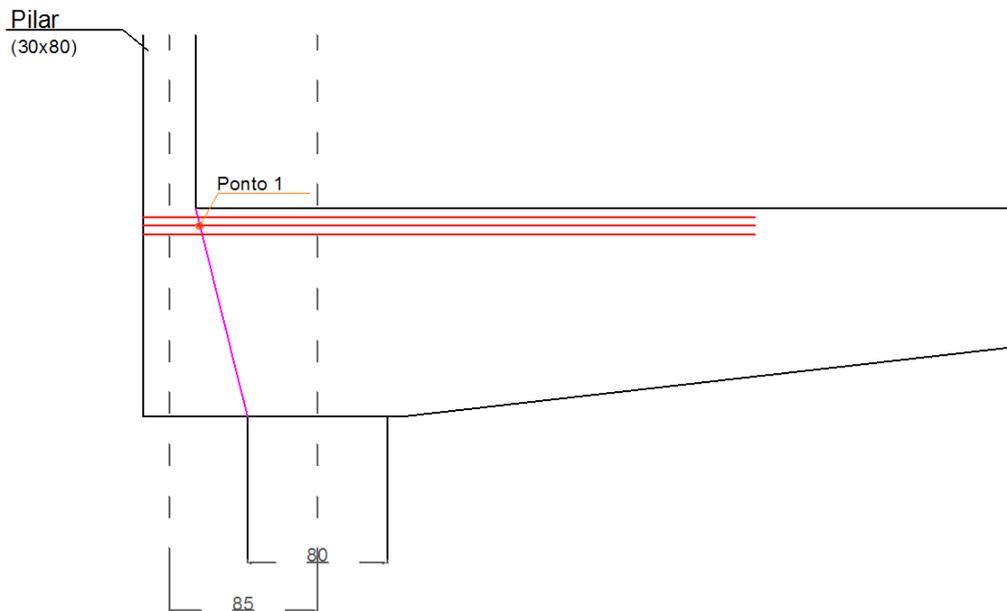


Figura 58 – Locação das camadas de tirante e linha de ruína

Com as indicações do item 3.1.1 calcula-se a largura da biela. Como não se sabe ainda o ângulo de inclinação θ , utiliza-se a fórmula para 45° .

$$a_b = \frac{N_d \cdot \sqrt{2}}{0,85 \cdot f_{cd} \cdot b_w}$$

Substituindo os valores:

$$a_b = \frac{1,4 \cdot 2400 \cdot \sqrt{2}}{0,85 \cdot 3 / 1,4 \cdot 80} = 32,60 \text{ cm}$$

Traça-se um círculo com este valor de raio, 32,60 cm, partindo do ponto 1, com mostra a Figura 59.

Onde o círculo intercepta a face da viga, marca-se o ponto 4. Do ponto 1 ao ponto 4 traça-se um segmento de reta, esta delimita a biela. Traça-se outro segmento de reta da aresta da viga com a estaca, que tangencie o círculo de raio a_b . Esta linha é a limitação inferior da biela. Paralela a esta, traça-se outras duas retas, uma a partir do ponto 1 e outra a partir da interseção do eixo do pilar com a reta 1-4. Essas linhas são a limitação da largura da biela. A construção pode ser vista na Figura 59.

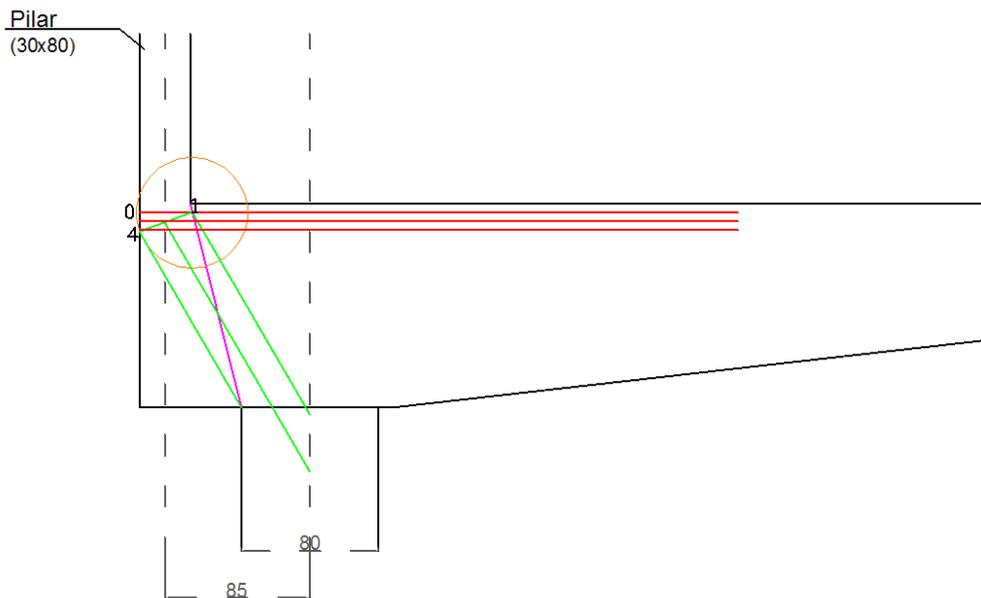


Figura 59 – Limitação teórica da biela

Burke (1979) sugere que as barras do tirante fiquem posicionadas em leque, como mostra a Figura 60. Porém, não devem ser ancoradas fora da cunha 0-1-4. A abertura das barras em leque pode ser feita a partir do eixo da estaca. Sendo assim, um bom modo de se fazer este procedimento é passar os tirantes pelos pontos que delimitam a biela e um ponto médio do segmento que os liga. A Figura 60 ilustra o arranjo.

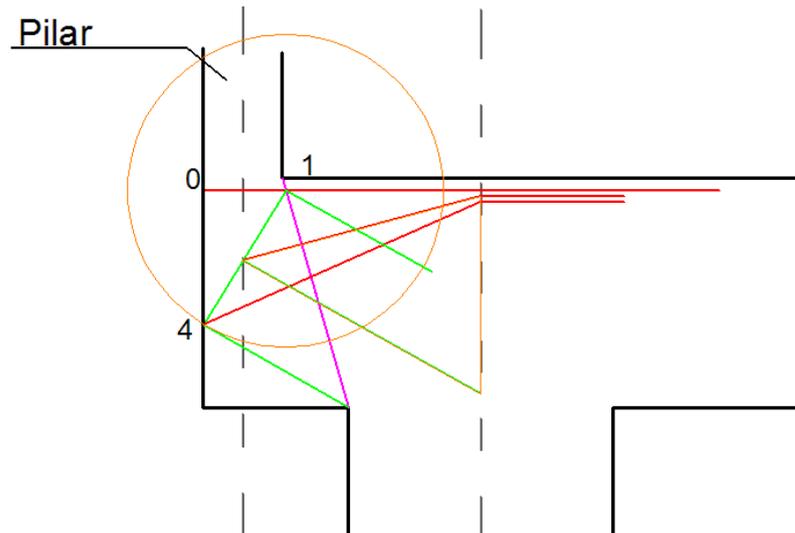


Figura 60 – Abertura das barras de armadura do tirante em forma de leque

Com o arranjo pronto, traça-se um triângulo que represente o polígono de forças. Este triângulo tem que conter o eixo da estaca e ligar a reta central que representa a biela. Fecha-se o polígono pela camada central do tirante, como mostra a Figura 61.

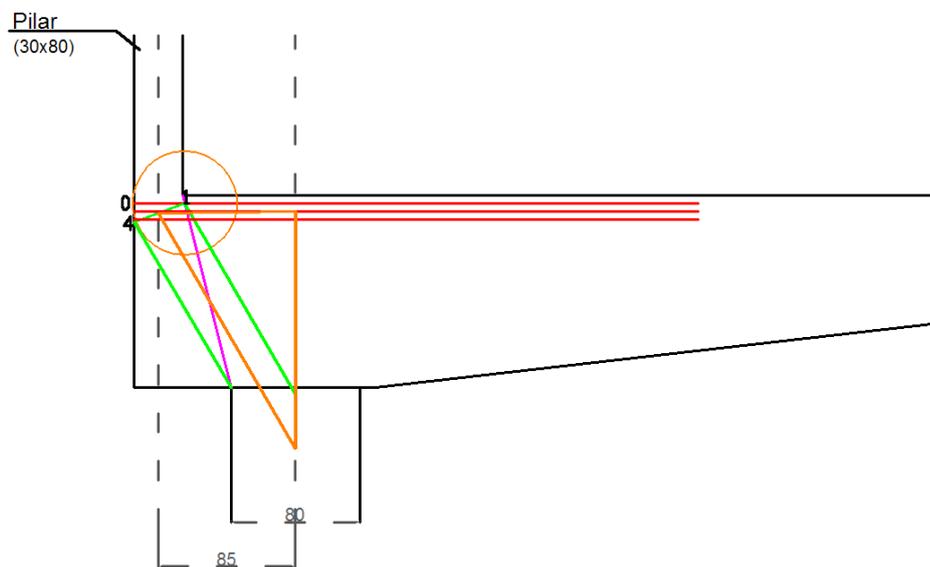


Figura 61 – Desenho do polígono de forças

A parte geométrica está pronta. Agora, analisa-se o polígono de forças (Figura 61), lembrando que este representa a distribuição de forças, portanto, a dimensão vertical dele deve equivaler à força aplicada na base do pilar. Para fazer esta equivalência, utiliza-se um fator de escala no desenho que o faça ter as

dimensões corretas. Ressalta-se que os coeficientes de segurança devem ser aplicados nesta fase do dimensionamento. A Figura 62 mostra os triângulos com valores característicos e de cálculo, respectivamente. O exemplo está sendo feito com os valores de força em kN.

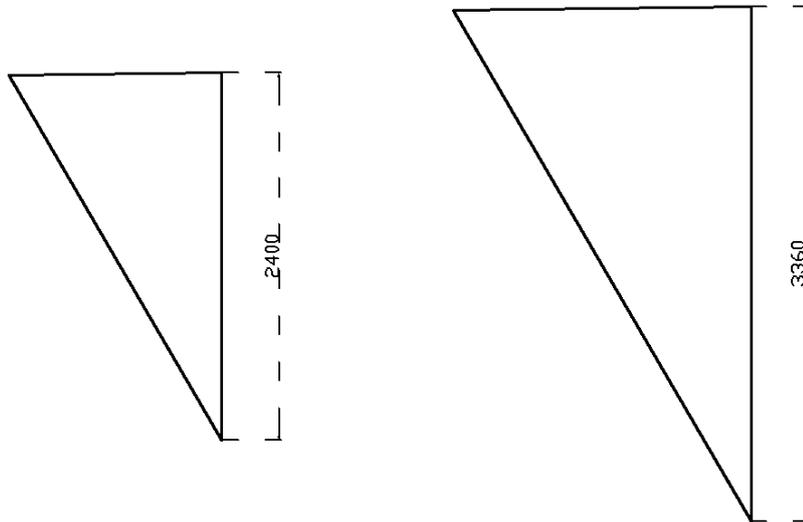


Figura 62 – Polígono com forças características e de cálculo, respectivamente

A primeira figura está com valor de força característica. Para se obter o polígono com força de cálculo utilizou-se um fator de escala no desenho de 1,4.

Este é o triângulo que representa o conjunto de forças a serem resistidas. Para que se faça o tirante em três camadas, deve-se dividir a reta vertical em três partes iguais. Logo, deve-se traçar por estes pontos segmentos paralelos ao tirante e segmentos paralelos à biela. A Figura 63 mostra como fica a divisão do polígono de cálculo.

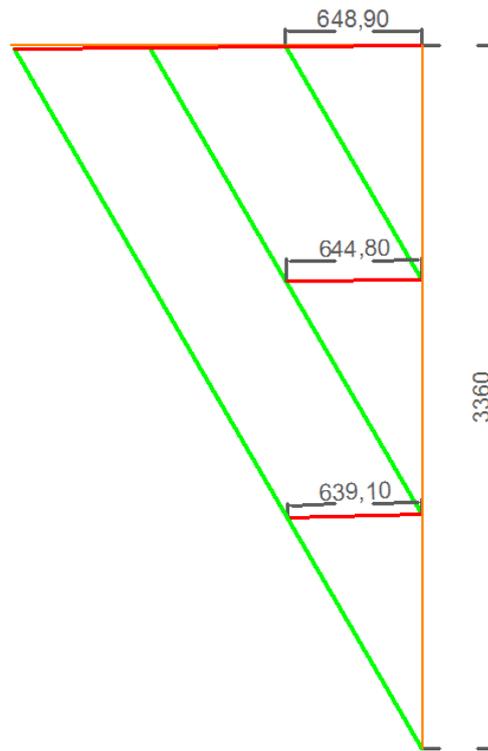


Figura 63 - Divisão do polígono de cálculo

Estes valores nos tirantes representam as forças em cada camada de tirante. Como as três camadas têm valores próximos, dimensiona-se para o maior valor e repete-se para as outras duas camadas.

Calculando a área de aço, tem-se para cada camada:

$$A_s = \frac{R_{st}}{f_{yd}} = \frac{648,9 \text{ kN}}{43,5 \text{ kN/cm}^2} = 14,90 \text{ cm}^2$$

Para esta área de aço, cinco barras de 20 mm de diâmetro são suficientes. Porém, as barras das armaduras do tirante devem ser ancoradas em laços. Logo, utiliza-se número par de barras. Neste caso adotam-se seis barras de 20 mm ou oito barras de 16 mm por camada.

$$A_s = 8 \phi 16 \text{ mm por camada}$$

4.4 Modelagem numérica

Antes da apresentação de modelagens numéricas, explica-se aqui como interpretar os resultados obtidos do programa computacional Diana (2010).

À direita de cada figura há uma tabela em escala de cores e com valores. As cores facilitam a identificação da tensão correspondente na figura. Os valores em porcentagem representam a quantidade de elementos que estão naquela faixa de tensão em relação à estrutura toda. Os números à direita são as faixas de tensões em kN/cm^2 . O sinal positivo representa tensão de tração, bem como o sinal negativo indica tensão de compressão.

Nota-se que os valores em porcentagem se encontram entre os valores de tensões, e que normalmente, mais de 50% da estrutura está em região de transição de esforços de tração para compressão. Isto significa que esta porção, praticamente não está sendo solicitada.

Para representação do exemplo completo, o modelo numérico adotado pode ser visto na Figura 64.

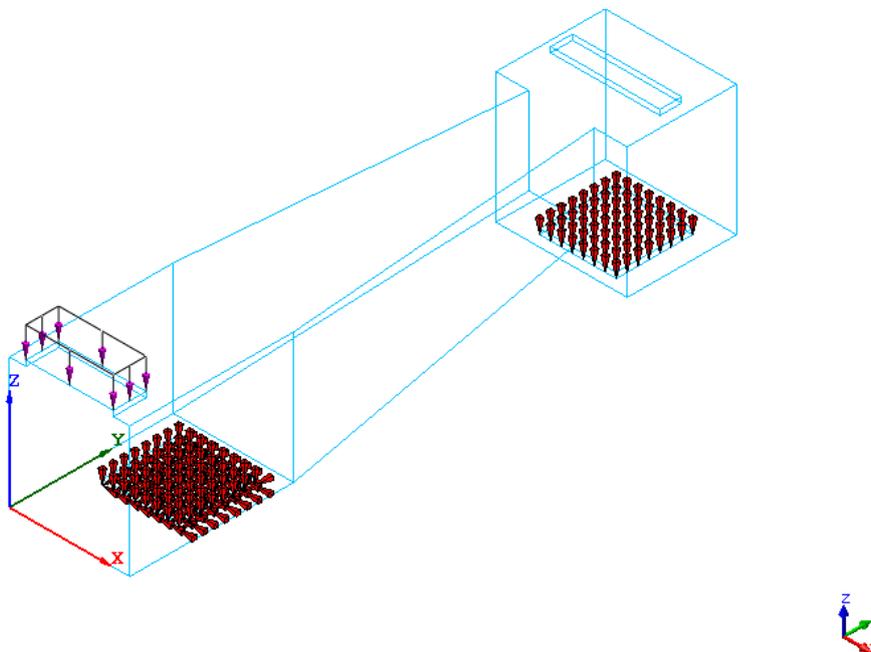


Figura 64 – Modelo numérico adotado

Programa computacional Diana

A força de cálculo aplicada no pilar é $1,4 \cdot 2400 \text{ kN} = 3360 \text{ kN}$. A área do pilar é de $30 \text{ cm} \times 80 \text{ cm} = 2400 \text{ cm}^2$. Logo, a pressão aplicada no modelo foi de $1,4 \text{ kN/cm}^2$.

A Figura 65 mostra a distribuição das tensões horizontais na direção y.

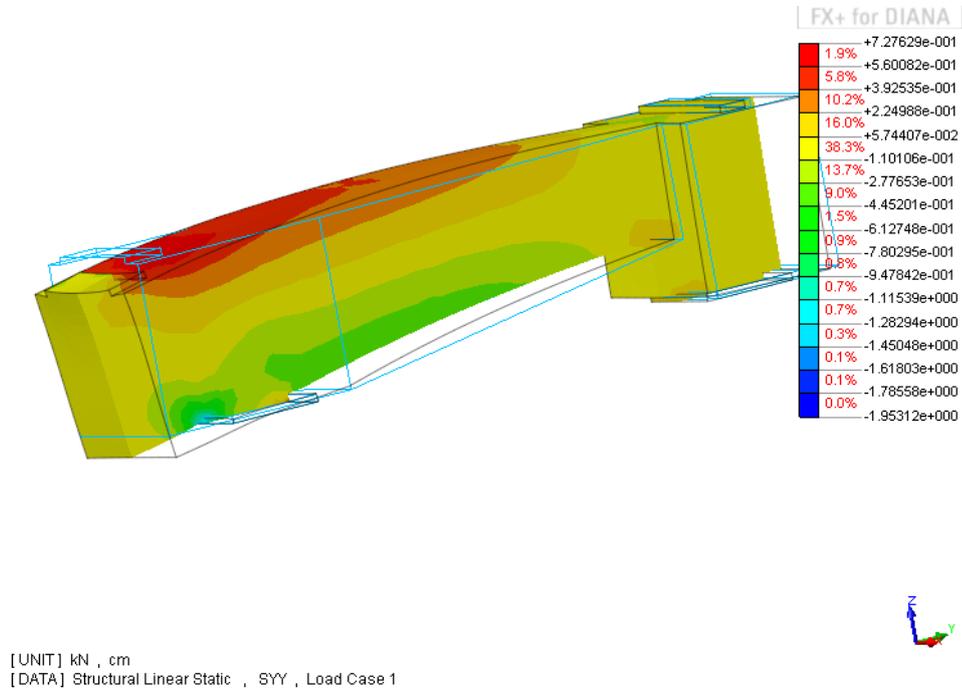


Figura 65 – Distribuição de tensões horizontais

Programa computacional Diana

Observa-se que como previsto no modelo de Burke (1979) a parte inferior da viga está comprimida, e a parte superior tracionada. Logo, a posição das barras do tirante, previstas pelo método Burke (1979) está coerente.

A Figura 66 mostra a distribuição de tensões verticais, no caso, direção z.

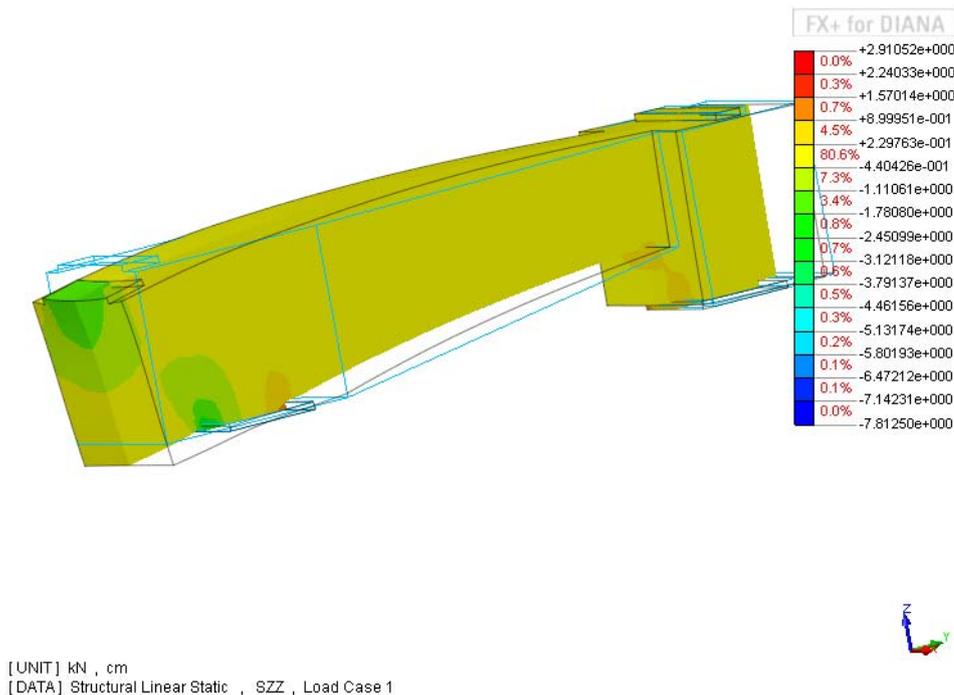


Figura 66 – Tensões causadas por forças verticais

Programa computacional Diana

Nota-se que a biela abranje aproximadamente metade da seção transversal da estaca, como previsto no dimensionamento feito seguindo o método proposto no capítulo 3. As tensões são da ordem de 2,20 MPa de tração e 64,70 MPa de compressão.

4.5 Considerações finais

Com base neste exemplo, é possível destacar que o roteiro descrito nesta dissertação se mostra satisfatório. O método utilizado por Andrade (1989) se mostrou conservador, necessitando de um total de 67,59 cm² de aço para o tirante. O dimensionamento pelo roteiro do capítulo 3 quantificou 44,70 cm². Essa diferença se dá pelo fato de Andrade (1989) fazer aproximações de valores de força para valores mais elevados.

Para área de aço efetiva tem-se 75,60 cm² no método de Andrade (1989) contra 48,00 cm² calculados pelo método proposto por Burke (1979).

Nas Figura 65 e Figura 66, apresentadas na modelagem numérica, pode-se ver que a distribuição de tensões se deu coerente com o dimensionamento seguindo o roteiro proposto aqui.

Pode-se ver que o fluxo de tensões de compressão, por exemplo, aconteceu em aproximadamente metade da seção transversal da estaca tanto na análise numérica como o dimensionamento.

5 Exemplos

Neste capítulo são apresentados exemplos de dimensionamento de blocos sobre estacas situados em divisas de terrenos. Os exemplos foram analisados e dimensionados pelo método proposto por Burke (1979). São apresentadas também análises por meio de modelos numéricos feitos em regime elástico e linear usando o programa computacional Diana (2010). Os exemplos dimensionados neste capítulo foram gentilmente cedidos pelo engenheiro Marco Antônio Nagliati e engenheiras Renata Menezes Taira e Ana Cristina de Mattos Moraes Andrade.

5.1 Exemplo 1

Para este exemplo variou-se a inclinação da biela para os ângulos de 30° , 45° e 60° . A estrutura constitui-se de um pilar com dimensões de 20 cm x 80 cm com uma força normal característica de 425 kN. A distância entre o centro do pilar e o centro da estaca é de 40 cm. A distância entre a estaca de divisa e a estaca do pilar interno é de 250 cm.

As Figura 67 e Figura 68 mostram a estrutura a ser dimensionada.

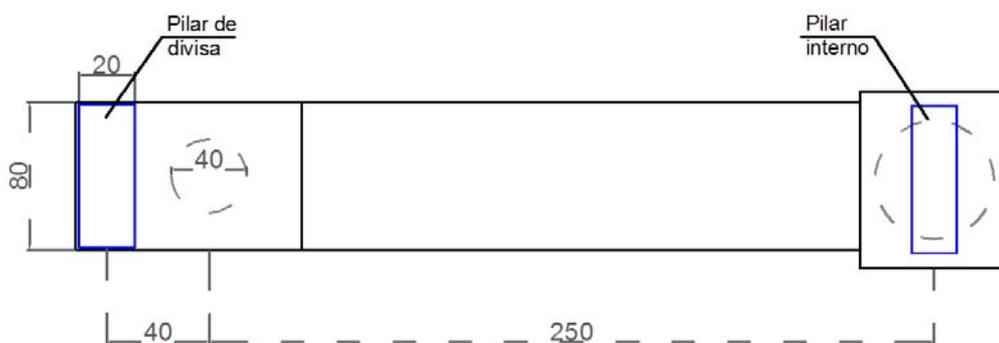


Figura 67 – Estrutura do exemplo 1 - planta

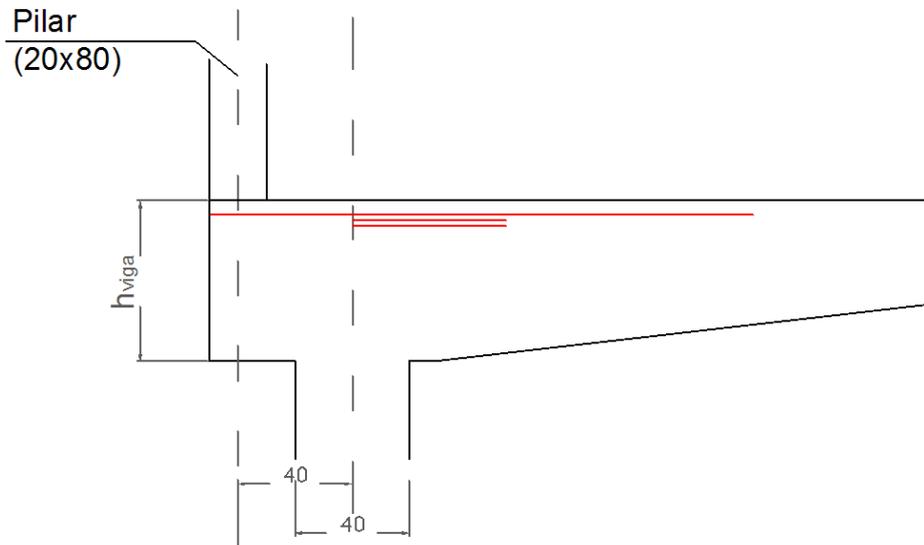


Figura 68 – Estrutura do exemplo 1 - vista

5.1.1 Cálculo da largura da biela:

Com já explicado no item 3.1.1, faz-se a determinação da largura da biela, utilizando a seguinte equação:

$$a_b = \frac{N_d}{0,85 \cdot f_{cd} \cdot b_w \cdot \text{sen}\theta}$$

Para ângulo de 30°:

$$a_b = \frac{1,4 \cdot 425}{0,85 \cdot \frac{3}{1,4} \cdot 80 \cdot \text{sen}30^\circ} = 8,17 \text{ cm}$$

O valor calculado não satisfaz as condições para aplicação do método proposto por Burke (1979) porque a dimensão 8,17cm é pequena. Se traçar-se o círculo de raio a_b com essa dimensão, a reta que deve ser tangente a ela não interceptará a face externa da viga, e sim do pilar. Assim, é preciso utilizar outra forma de determinação da largura da biela, também já explicada no item 3.1.1. A outra equação é:

$$a_b = \frac{a_p}{\text{sen}\theta}$$

Para ângulo de 30°:

$$a_b = \frac{20}{0,5} = 40 \text{ cm}$$

Para ângulo de 45°:

$$a_b = \frac{20}{0,71} = 28,30 \text{ cm}$$

Para ângulo de 60°:

$$a_b = \frac{20}{0,87} = 23,10 \text{ cm}$$

Com estes valores de bielas definidos, faz-se o dimensionamento seguindo o roteiro proposto por Burke (1979).

5.1.2 Dimensionamento para inclinação da biela de 30°

A Figura 69 apresenta o exemplo 1, dimensionado seguindo o roteiro de Burke (1979), para ângulo de inclinação da biela de 30°.

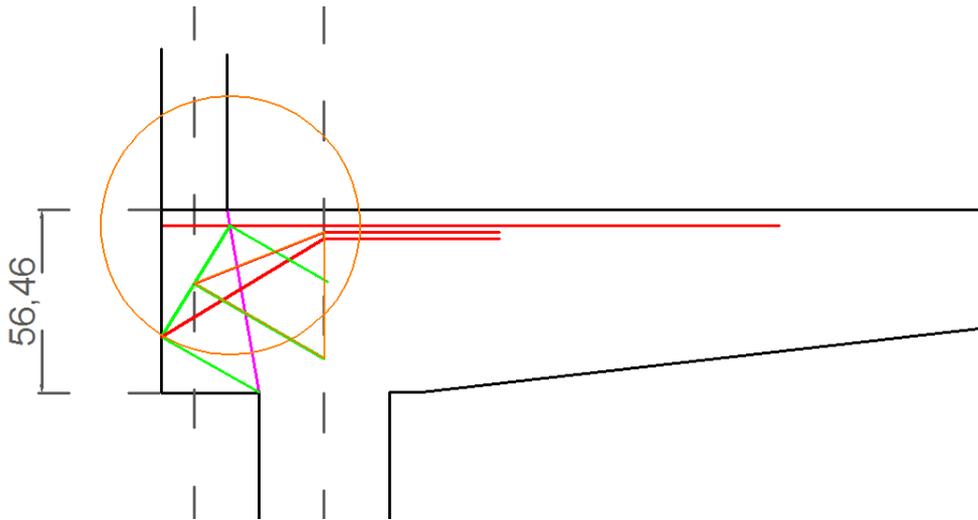


Figura 69 – Dimensionamento para θ de 30° - exemplo 1

Da configuração da Figura 69, determina-se o polígono de forças que permite o dimensionamento dos tirantes. A Figura 70 representa o polígono desenhado a partir da Figura 69, e em escala tal que a dimensão na vertical equivale ao valor da força de cálculo proveniente do pilar.

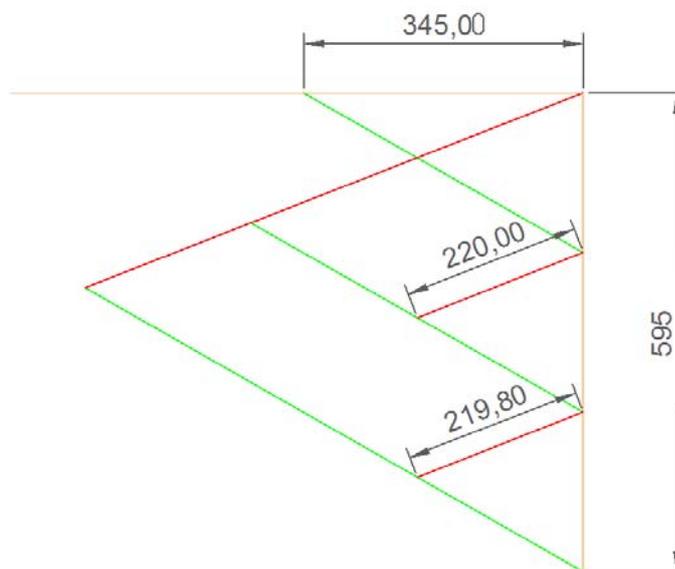


Figura 70 – Polígono de forças para θ de 30° - exemplo 1

Logo, para dimensionamento das barras da armadura do tirante, utiliza-se para primeira camada o valor na horizontal, que está a favor da segurança. Usar o valor inclinado não está errado, mas é prudente a consideração do valor na horizontal.

Os valores apresentados na horizontal e inclinados representam as forças em cada camada de tirante. Com estes valores determinado, calcula-se a área de aço por camada.

$$A_s = \frac{R_{st}}{f_{yd}} = \frac{345 \text{ kN}}{43,5 \text{ kN/cm}^2} = 7,9 \text{ cm}^2$$

Para esta área de aço, quatro barras de 16 mm de diâmetro são suficientes.

Adota-se:

$$4 \Phi 16 \text{ mm}$$

Os valores das forças nos tirantes para segunda e terceira camada são praticamente os mesmos, portanto, faz-se aqui o dimensionamento para o valor mais crítico e o repete para a outra camada. Logo,

$$A_s = \frac{R_{st}}{f_{yd}} = \frac{220 \text{ kN}}{43,5 \text{ kN/cm}^2} = 5,0 \text{ cm}^2 \text{ por camada}$$

Neste caso, três barras de 16 mm de diâmetro seriam suficientes. Porém, as barras precisam ser ancoradas em laço, e por isso devem ser em número par. É possível colocar quatro barras de 16 mm na segunda camada e duas barras de mesmo diâmetro na terceira camada, ou repetir as quatro barras de 16 mm nas três camadas.

Adota-se no exemplo:

$$4 \phi 16 \text{ mm por camada}$$

5.1.3 Dimensionamento para inclinação da biela de 45°

Na Figura 71 é possível observar o desenho do dimensionamento do exemplo 1 para ângulo de inclinação da biela de 45°.

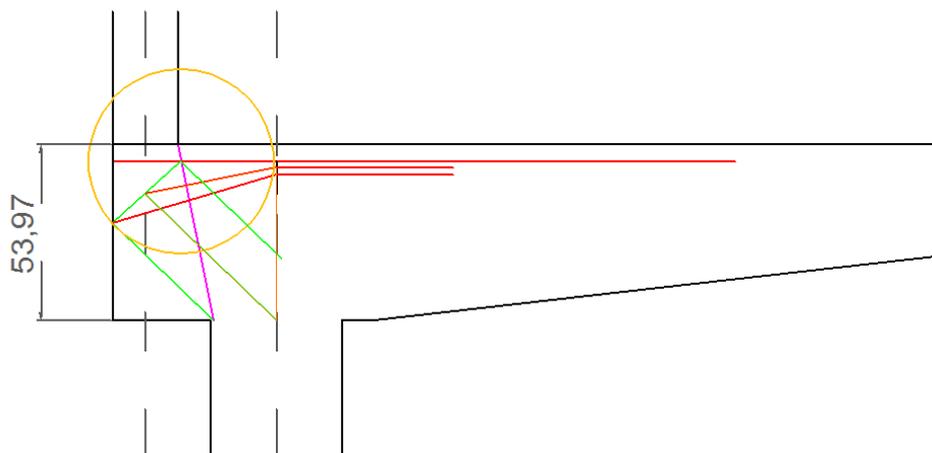


Figura 71 – Dimensionamento para θ de 45° - exemplo 1

Da Figura 71 desenhou-se o polígono de forças. O polígono precisa ser em escala, de modo que o valor da dimensão na vertical seja correspondente ao valor da força vertical proveniente do pilar. A Figura 72 é a representação do triângulo já em escala. O valor 595 é o valor da força aplicada 425 kN multiplicado pelo coeficiente de segurança 1,4.



Figura 72 – Polígono de forças para θ de 45° - Exemplo 1

Com as forças definidas, calcula-se a área de das barras de aço.

Para a primeira camada:

$$A_s = \frac{R_{st}}{f_{yd}} = \frac{203,6 \text{ kN}}{43,5 \text{ kN/cm}^2} = 4,7 \text{ cm}^2$$

Segunda e terceira camadas:

$$A_s = \frac{R_{st}}{f_{yd}} = \frac{174,5 \text{ kN}}{43,5 \text{ kN/cm}^2} = 4,0 \text{ cm}^2 \text{ por camada}$$

Adota-se:

4 ϕ 12 mm por camada

5.1.4 Dimensionamento para inclinação da biela de 60°

Para o exemplo 1, o dimensionamento considerando o ângulo de inclinação da biela de 60° pode ser visto na Figura 73.

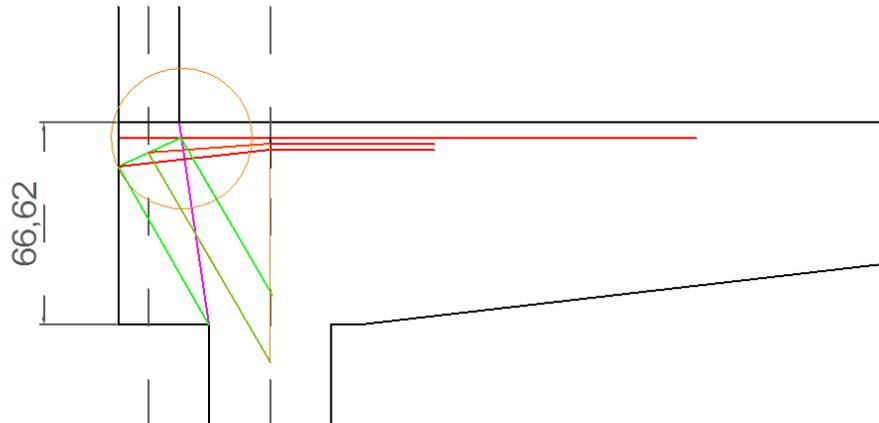


Figura 73 – Dimensionamento para θ de 60° - Exemplo 1

A partir da Figura 73 desenha-se o polígono de forças utilizado para o dimensionamento das barras do tirante. O polígono pode ser visto na Figura 74.

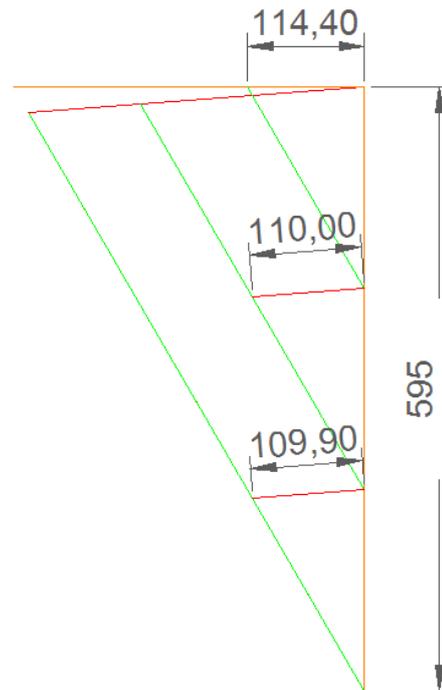


Figura 74 – Polígono de forças para θ de 60° - Exemplo 1

Da mesma forma que se quantificou as barras para o ângulo de 30° e 45° , têm-se para 60° :

Para a primeira camada:

$$A_s = \frac{R_{st}}{f_{yd}} = \frac{114,4 \text{ kN}}{43,5 \text{ kN/cm}^2} = 2,63 \text{ cm}^2$$

Para esta área de aço, quatro barras de 10 mm de diâmetro são suficientes.

Segunda e terceira camadas:

$$A_s = \frac{R_{st}}{f_{yd}} = \frac{110 \text{ kN}}{43,5 \text{ kN/cm}^2} = 2,53 \text{ cm}^2 \text{ por camada}$$

Neste caso, para a segunda e terceira camadas três barras seriam o suficiente. Porém, como as barras devem ser ancoradas em laço deve-se adotar número par para a quantidade de barras. Portanto, adotam-se:

4 ϕ 10 mm por camada

5.1.5 Simulação numérica

Este exemplo foi analisado por simulação numérica usando o programa computacional Diana, em regime elástico e linear. O resultado da simulação é comparado com o obtido por meio do método proposto por Burke (1979).

O modelo numérico adotado pode ser visto na Figura 75. Na modelagem a viga foi considerada com altura de 60 cm, variando até 30 cm na ligação com o bloco interno. Sobre o bloco interno há um pilar, que está marcado na figura, porém, não foi atribuído carregamento à ele.

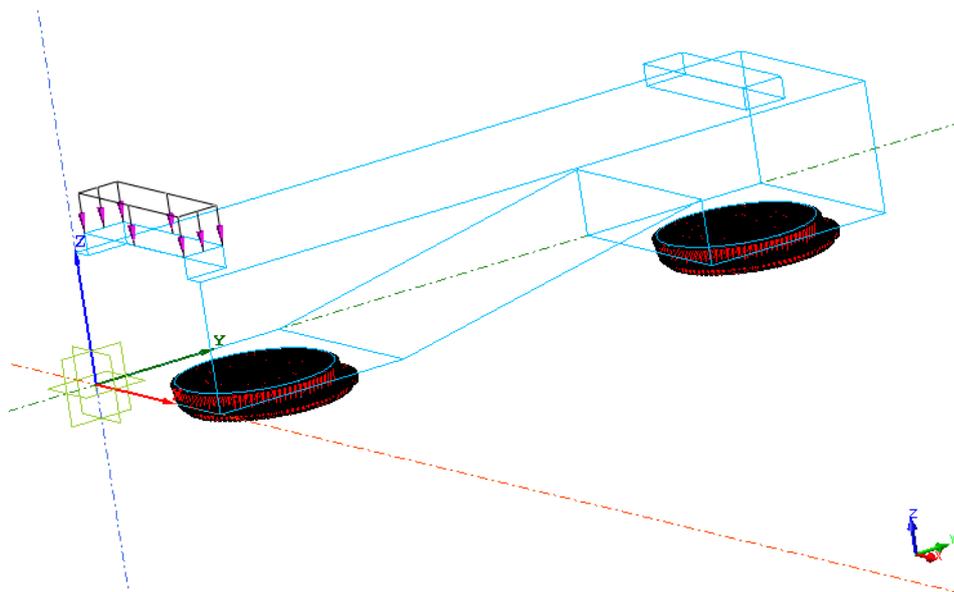
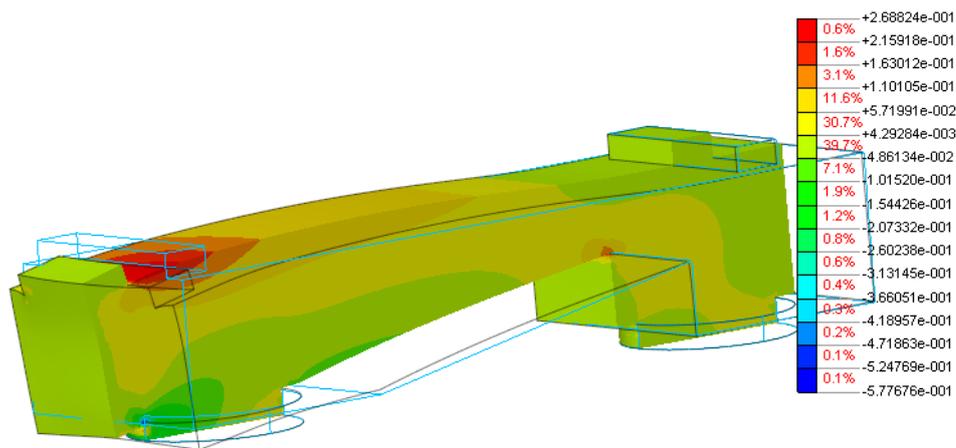


Figura 75 – Modelo numérico – Exemplo 1

Programa computacional Diana

Foi aplicada uma pressão de $0,3719 \text{ kN/cm}^2$ no pilar de divisa. Os apoios foram considerados indeslocáveis nas três translações e livre para as rotações. As tensões horizontais no modelo podem ser vista na Figura 76.



[UNIT] kN , cm
[DATA] Structural Linear Static , SYY , Load Case 1



Figura 76 – Distribuição de tensões normais horizontais – Exemplo 1

Programa computacional Diana

Nota-se que a região superior da viga é a área com maior tensão de tração. Estas devem ser absorvidas pelos tirantes. A tensão máxima de tração é da ordem de 2,7 MPa. E de compressão é da ordem de 5,80 MPa. É possível ver claramente a área de tração que se inicia no pilar de divisa e termina em parte da estaca do bloco interno.

Observa-se na Figura 77 a formação da biela. Nota-se que a parte comprimida abrange toda a região a baixo da base do pilar. Porém, não há tensões de compressão em toda face do apoio. Existe até uma região de tração na face oposta do apoio. Fato este que está melhor explicado no Apêndice A.

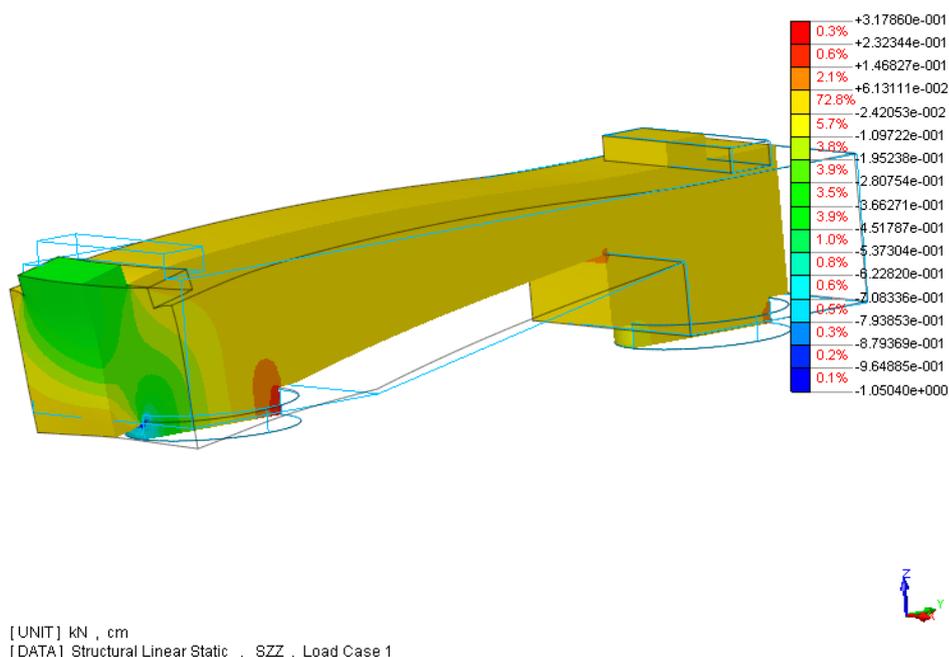


Figura 77 – Distribuição de tensões normais verticais – Exemplo 1

Programa computacional Diana

A tensão máxima de tração neste caso é de 3,17 MPa. E a tensão de compressão máxima é de 10,50 MPa.

É possível observar que a área de tração, prevista no dimensionamento feito com base nas premissas do capítulo 3, está coerente com o modelo numérico. O tirante se localiza exatamente na face superior da viga, como a Figura 76 apresentou ser a área de maior tração. E a biela, por sua vez, foi formada também no local previsto pelo método proposto nesta dissertação.

5.2 Exemplo 2

O exemplo 2 apresenta um pilar de divisa com dimensões de 30 cm x 90 cm e uma força normal característica de 2613 kN. Para este exemplo variam-se, como no exemplo 1, a inclinação da biela para os ângulos de 30°, 45° e 60°. A distância entre o centro do pilar e o centro da estaca é de 90 cm. E a distância entre a estaca de divisa e a estaca interna é de 281 cm.

A Figura 78 mostra a estrutura do exemplo 2.

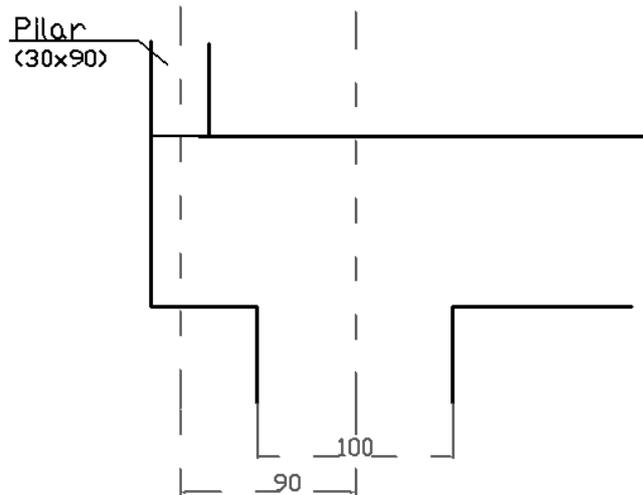


Figura 78 – Estrutura – Exemplo 2

Nota-se neste exemplo que tanto a largura quanto a altura da viga de equilíbrio são de dimensões constantes.

5.2.1 Cálculo da largura da biela

Seguindo roteiro descrito no item 3.1.1, calcula-se a dimensão da largura da biela.

$$a_b = \frac{N_d}{0,85 \cdot f_{cd} \cdot b_w \cdot \text{sen}\theta}$$

Para ângulo de 30°:

$$a_b = \frac{1,4 \cdot 2613}{0,85 \cdot \frac{3}{1,4} \cdot 90 \cdot \text{sen}30^\circ} = 44,60 \text{ cm}$$

Para o ângulo de 30° daria para usar este dimensionamento para a largura da biela. Faz-se o cálculo da largura da biela para 45°:

$$a_b = \frac{1,4 \cdot 2613}{0,85 \cdot \frac{3}{1,4} \cdot 90 \cdot \text{sen}45^\circ} = 31,60 \text{ cm}$$

Este valor de 31,60 cm não atende o que o método de Burke (1979) necessita por ser um valor pequeno, o que não permite a execução do modelo. Sendo assim, deve-se proceder com já explicado no item 3.1.1. Como o intuito é comparar as três variações de ângulos, utiliza-se o mesmo procedimento para obtenção da largura da biela para todos os ângulos.

Lembrando a equação que deve substituir o procedimento anterior:

$$a_b = \frac{a_p}{\text{sen}\theta}$$

Para ângulo de 30°:

$$a_b = \frac{30}{0,5} = 60 \text{ cm}$$

Para ângulo de 45°:

$$a_b = \frac{30}{0,71} = 42,25 \text{ cm}$$

Para ângulo de 60°:

$$a_b = \frac{30}{0,87} = 34,50 \text{ cm}$$

Com estes valores de bielas definidos, e seguindo o roteiro descrito em 3.1, faz-se o dimensionamento da estrutura.

5.2.2 Dimensionamento para ângulo de inclinação da biela de 30°

A Figura 79 apresenta o dimensionamento da estrutura do exemplo 2, feito de acordo com o método proposto por Burke (1979), para ângulo θ de 30°.

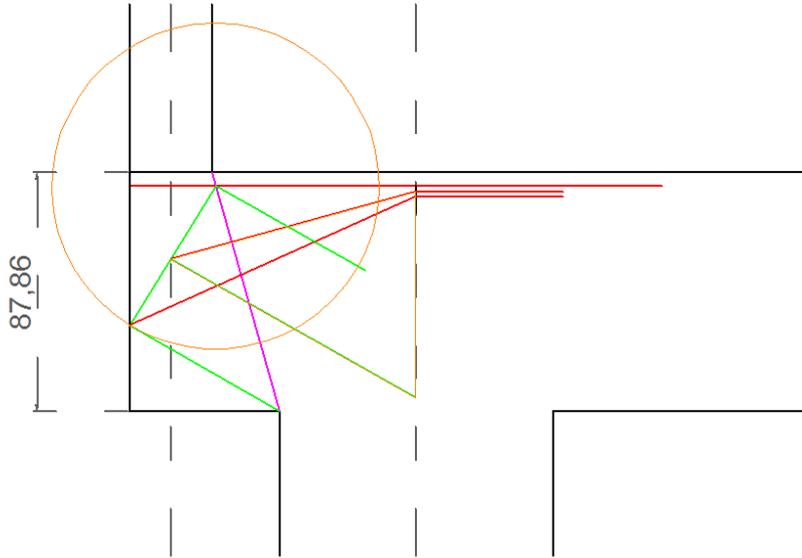


Figura 79 – Dimensionamento para ângulo θ de 30° - Exemplo 2

Desta configuração, desenha-se o polígono de forças que permite o dimensionamento dos tirantes. A Figura 80 representa o polígono geométrico obtido a partir da Figura 79, e em escala apropriada para que a dimensão vertical equivalha ao valor da força de cálculo proveniente do pilar.

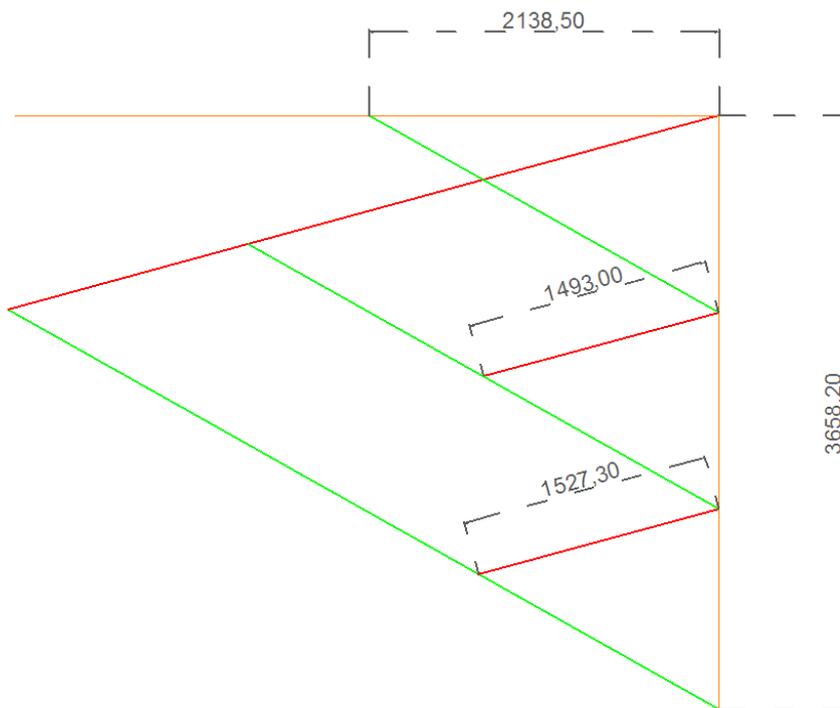


Figura 80 – Polígono de forças para ângulo θ de 30° - Exemplo 2

Para o dimensionamento das barras da armadura do tirante, utiliza-se para primeira camada o valor na horizontal, que está a favor da segurança.

Logo, tem-se para a primeira camada:

$$A_s = \frac{R_{st}}{f_{yd}} = \frac{2138,5\text{kN}}{43,5 \text{ kN/cm}^2} = 49,16 \text{ cm}^2$$

Para esta área de aço, dez barras de 25 mm de diâmetro são suficientes.

Para dimensionar a segunda e terceira camada, adota-se o maior valor delas, no caso a da segunda camada:

$$A_s = \frac{R_{st}}{f_{yd}} = \frac{1527,3\text{kN}}{43,5 \text{ kN/cm}^2} = 35,11 \text{ cm}^2 \text{ por camada}$$

Neste caso, fica a critério do projetista adotar oito barras de 25 mm para a segunda e terceira camada ou repetir as dez barras nas três camadas. Na hora de decidir, deve-se levar em conta a disposição das barras de aço, e se esta é conveniente para a fase de execução.

Neste exemplo optou-se por manter 10 ϕ 25 mm por camada

5.2.3 Dimensionamento para ângulo de inclinação da biela de 45°

Pode-se ver o dimensionamento do exemplo 2 para ângulo de inclinação da biela de 45, na Figura 81.

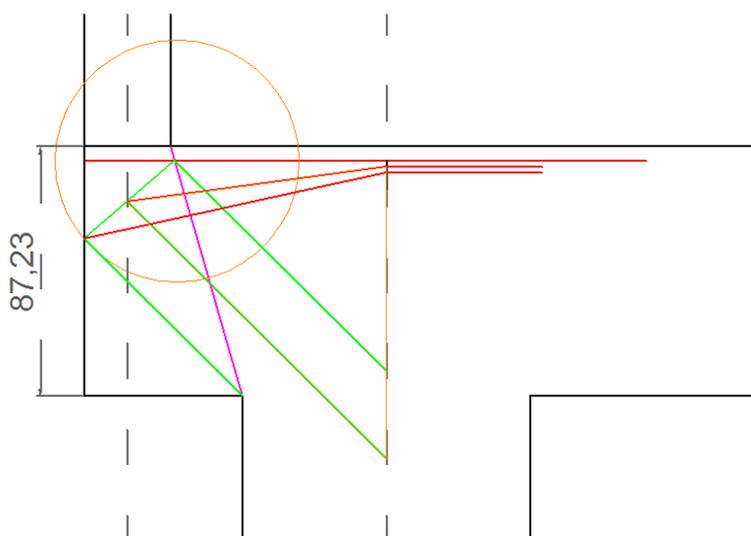


Figura 81 – Dimensionamento para θ de 45° - Exemplo 2

Repetindo o mesmo procedimento já descrito, a Figura 82 apresenta o polígono de forças utilizado para o dimensionamento, com inclinação da biela de 45°.

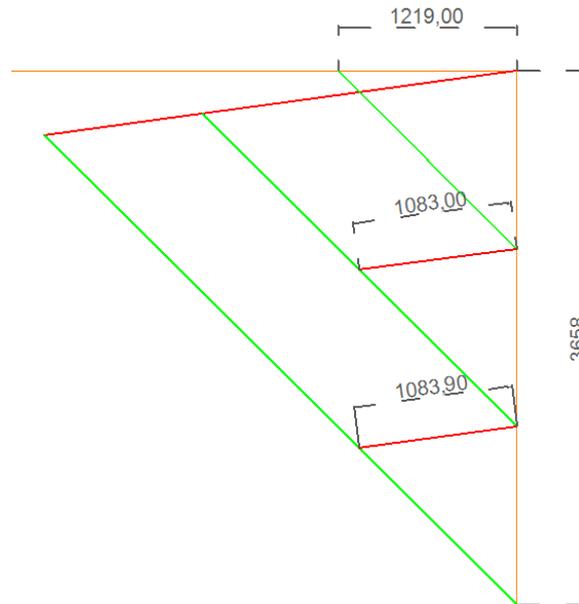


Figura 82 – Polígono de forças para ângulo θ de 45° - Exemplo 2

Da mesma forma que se quantificou as barras para o ângulo de 30° têm-se para 45°:

Para a primeira camada:

$$A_s = \frac{R_{st}}{f_{yd}} = \frac{1219 \text{ kN}}{43,5 \text{ kN/cm}^2} = 28,00 \text{ cm}^2$$

Repetindo o procedimento para segunda e terceira camada, tem-se:

$$A_s = \frac{1083,8 \text{ kN}}{43,5 \text{ kN/cm}^2} = 24,90 \text{ cm}^2 \text{ por camada}$$

Para a primeira camada, nove barras de 20 mm de diâmetro são suficientes para a área de aço calculada. E para a segunda e terceira camada, oito barras de mesmo diâmetro são suficientes. Porém, em virtude da ancoragem, que precisa ser em laço, para a primeira camada é adequado que se utilizem dez barras. Pode-se

adotar oito barras para as camadas restantes ou repetir as dez barras, como na primeira camada. Para o exemplo, optou-se adotar:

10 ϕ 20 mm por camada

5.2.4 Dimensionamento para ângulo de inclinação da biela de 60°

A Figura 83 apresenta o dimensionamento, de acordo com o método proposto por Burke (1979), para o exemplo 2 com ângulo de inclinação da biela de 60°.

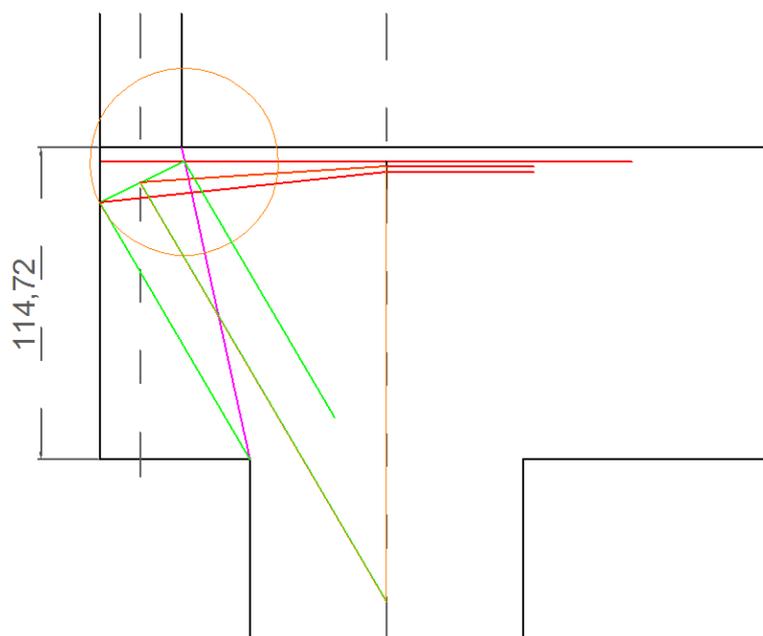


Figura 83 – Dimensionamento para ângulo θ de 60° - Exemplo 2

A partir da Figura 83, desenha-se o polígono de forças, como nos exemplos anteriores. O polígono para este exemplo pode ser visto na Figura 84.

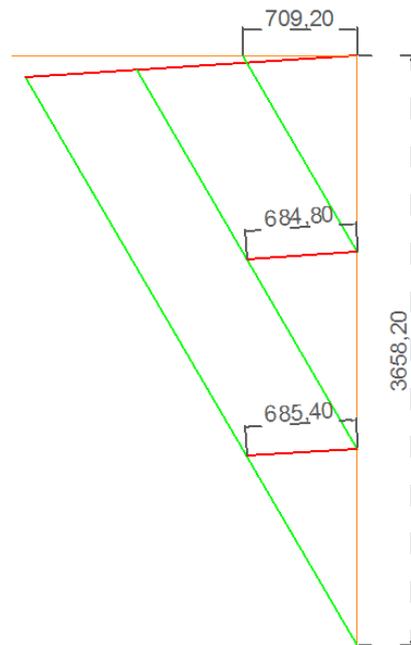


Figura 84 – Polígono de forças para θ de 60° - Exemplo 2

Para quantificar a armadura para essas forças, fazem-se os cálculos de modo já apresentado anteriormente.

Para a primeira camada:

$$A_s = \frac{R_{st}}{f_{yd}} = \frac{709,2 \text{ kN}}{43,5 \text{ kN/cm}^2} = 16,30 \text{ cm}^2$$

Para esta área de aço, nove barras de 16 mm de diâmetro são suficientes. Porém, Como já explicado, em virtude da ancoragem em laço, é aconselhável que se adote dez barras de 16 mm cada.

Segunda e terceira camadas:

$$A_s = \frac{685,4 \text{ kN}}{43,5 \text{ kN/cm}^2} = 15,76 \text{ cm}^2 \text{ por camada}$$

Neste caso, para a segunda e terceira camadas podem-se adotar oito barras de 16 mm ou repetem-se as dez barras de 16 mm. Sugere-se adotar o mesmo detalhamento em todas as camadas, assim, evita-se uma possível inversão de

camadas na construção, e também, facilita o adensamento do concreto durante a moldagem da peça. Logo, adota-se:

10 Φ 16 mm por camada

5.2.5 Simulação numérica

A Figura 85 apresenta o modelo numérico utilizado para análise deste exemplo. A pressão aplicada no pilar de divisa neste caso foi de $1,3549 \text{ kN/cm}^2$.

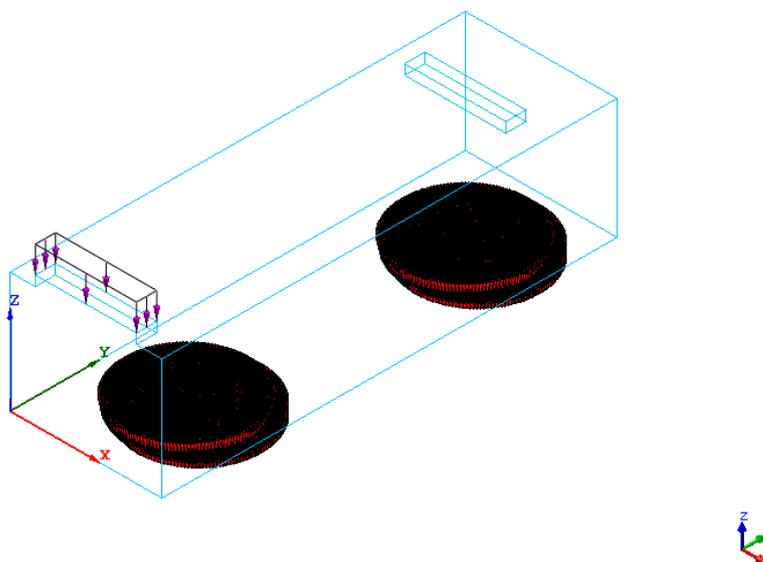


Figura 85 – Modelo numérico – Exemplo 2

Programa computacional Diana

Neste exemplo considerou-se toda a base das estacas restringida nas três translações e livre em todas as rotações. Estas considerações estão mais bem explicadas no Apêndice A.

A distribuição de tensões horizontais pode ser vista na Figura 86.

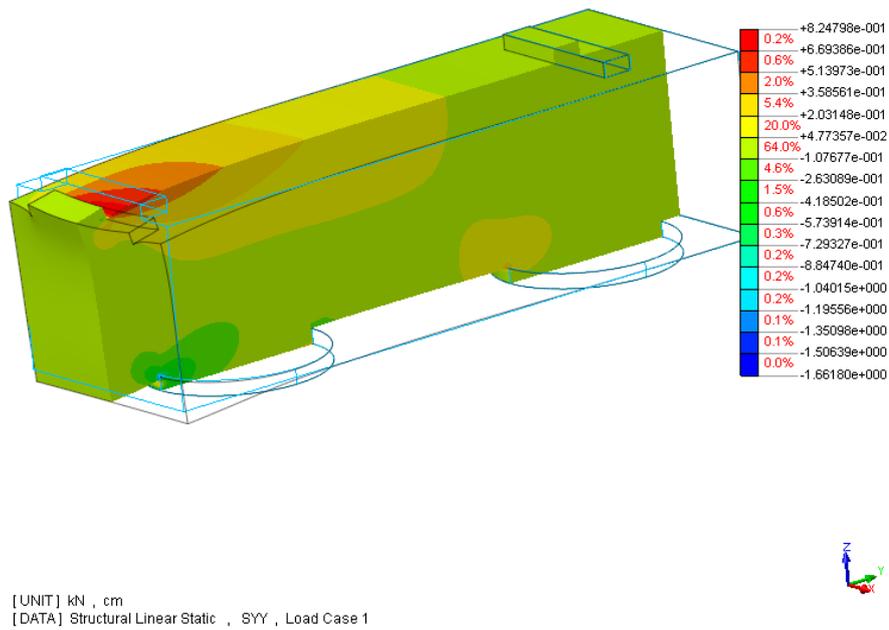


Figura 86 – Distribuição de tensões normais horizontais – Exemplo 2

Programa computacional Diana

Observa-se que a maior tensão de tração é da ordem de 8,2 MPa e acontece na região do tirante. E a máxima tensão de compressão é da ordem de 15 MPa e acontece na ligação do topo da estaca com a face inferior da viga de equilíbrio. A Figura 87 mostra a distribuição de tensões verticais.

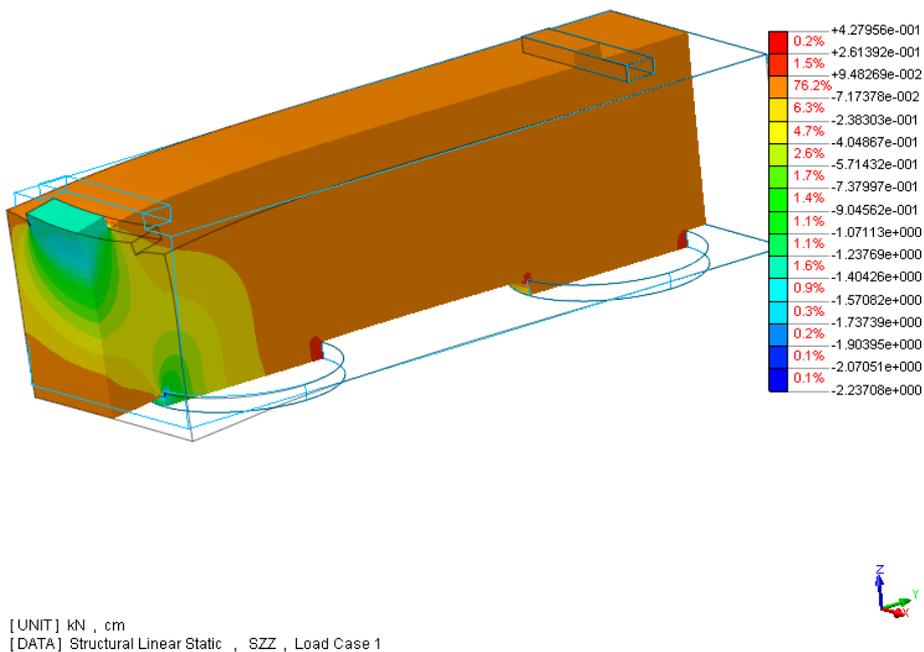


Figura 87 – Distribuição de tensões normais verticais – Exemplo 2

Programa computacional Diana

Aqui a máxima tensão de tração é da ordem de 4,3 MPa. E a máxima tensão de compressão é da ordem de 22 MPa. Nota-se também que acontece tensão de tração em uma das faces da estaca, a oposta a máxima tensão de compressão. Porém, de pequena intensidade e pouco volume tracionado.

5.3 Exemplo 3

Diferentemente dos exemplos 1 e 2, neste exemplo não serão variadas as inclinações da biela. Para este exemplo varia-se a solução adotada de viga sobre o bloco, como descrito em 3.4.2, e de viga situada dentro do bloco com a utilização de armadura de suspensão, descrito em 3.4.1. O intuito deste exemplo é de comparar essas duas soluções para o mesmo problema, assim, adotou-se o ângulo de inclinação da biela de 45° para as duas soluções.

O exemplo apresenta um pilar com dimensões de 20 cm x 40 cm solicitado por uma força normal característica de 700 kN. A distância entre o centro do pilar e o centro da linha de três estacas é 35 cm. A distância entre o bloco de divisa e o bloco interno é de 452,26 cm, face a face.

A Figura 88 mostra a estrutura a ser dimensionada. Lembrando que os exemplos apresentados neste trabalho são exemplos reais. A divisa a esquerda do terreno não é paralela à da direita, por isso o bloco é esconso.

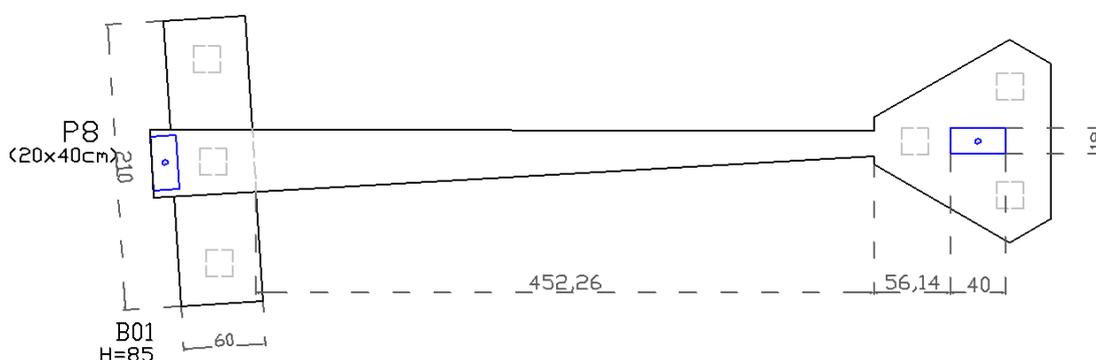


Figura 88 – Estrutura do exemplo 3 (dimensões em centímetros)

O procedimento para dimensionar este tipo de estrutura segue os mesmos passos dos exemplos anteriores, porém com as considerações apontadas no roteiro do item 3.4.

5.3.1 Cálculo da largura da biela:

Relembrando as indicações do item 3.1.1.

$$a_b = \frac{N_d}{0,85 \cdot f_{cd} \cdot b_w \cdot \text{sen}\theta}$$

Faz-se o cálculo da largura da biela para 45°, e verifica-se se esta equação satisfaz o método proposto por Burke (1979).

$$a_b = \frac{1,4 \cdot 700}{0,85 \cdot \frac{3}{1,4} \cdot 40 \cdot \text{sen}45^\circ} = 20,93\text{cm}$$

Esse valor de 20,93 cm não atende as condições do método de Burke (1979), sendo assim, deve-se dimensionar a biela com a seguinte equação:

$$a_b = \frac{a_p}{\text{sen}\theta}$$

Para ângulo de 45°:

$$a_b = \frac{20}{0,5} = 40 \text{ cm}$$

Com o valor da biela definido, segue-se o roteiro descrito em 3.4.

5.3.2 Viga de equilíbrio apoiada sobre o bloco

A Figura 89 apresenta a vista lateral da solução de viga apoiada sobre o bloco. Esta solução com o bloco rebaixado foi apresentada no item 3.4.2 para não se utilizar armadura de suspensão.

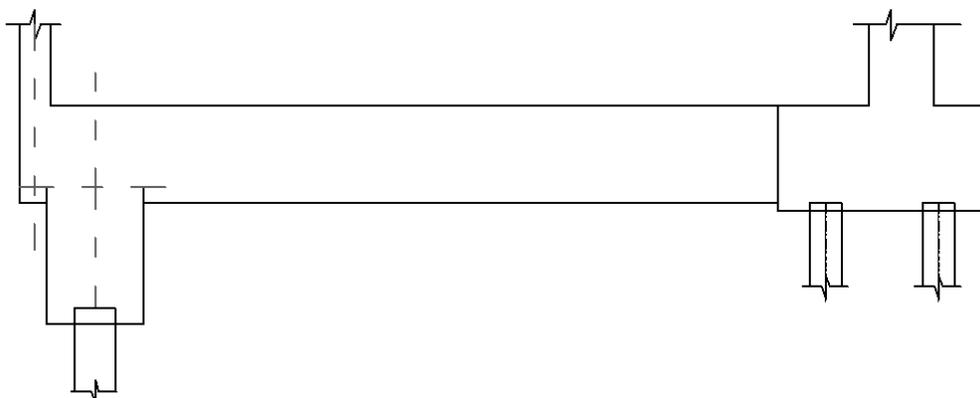


Figura 89 – Viga de equilíbrio apoiada sobre o bloco – Exemplo 3

Neste exemplo, o bloco foi dimensionado com altura de 85 cm com a finalidade de distribuir a força uniformemente para as estacas. Foram adotadas três estacas em linha em virtude de condições do projeto e do terreno.

Seguindo o roteiro proposto por Burke (1979), e considerando o bloco como apoio, tem-se o desenho da Figura 90 para obtenção do polígono geométrico da estrutura.

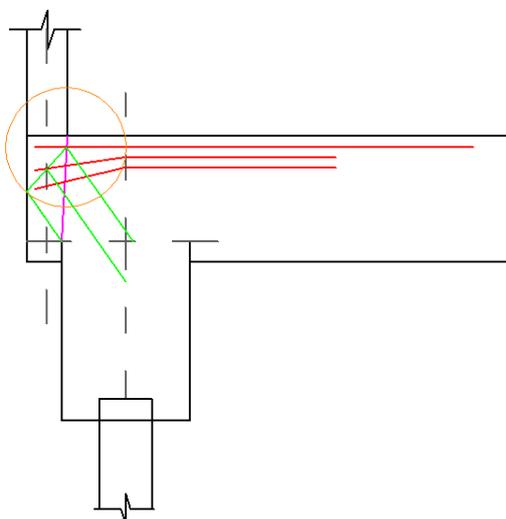


Figura 90 – Polígono geométrico na viga de equilíbrio – Exemplo 3

Porém, Burke (1979) não faz nenhum comentário a respeito de como a biela é considerada dentro do bloco para este caso. Entende-se que a biela termina na face superior do apoio. Mas não se sabe se esta segue o mesmo ângulo de inclinação da base do pilar até a face do apoio, ou se forma uma inclinação na parte

interna da viga de equilíbrio, e outra inclinação na parte referente ao bloco. A Figura 91 indica a situação com mudança de inclinação para este problema.

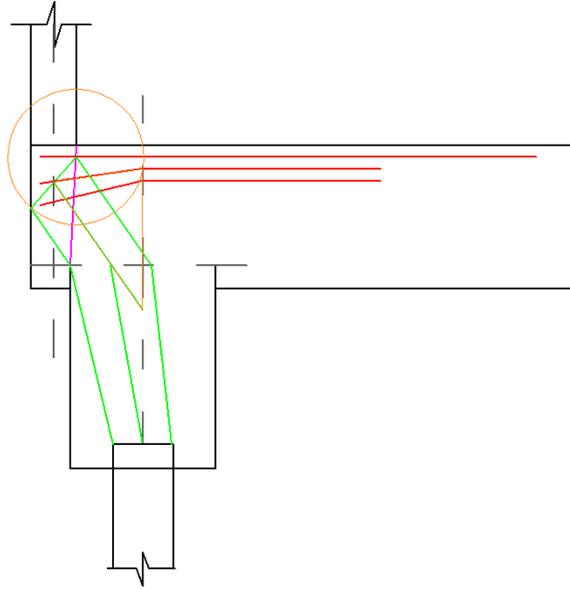


Figura 91 – Biela com duas inclinações distintas – Exemplo 3

Teoricamente esta distribuição das tensões de compressão se faz a favor da segurança, pois apresenta força no tirante maior do que a consideração de uma biela única entre o pilar e a estaca. Nota-se também um estreitamento da biela junto ao apoio. O estreitamento deve-se ao fato do apoio ter seção transversal menor que a dimensão da biela dentro do bloco.

Da Figura 91 desenha-se o polígono de forças que aparece dentro da viga de equilíbrio. Assim, a consideração é de que a tensão de compressão forma a biela até o eixo da estaca, e então é transmitida para o apoio sem inclinação, na direção vertical. O polígono pode ser visto na Figura 92.

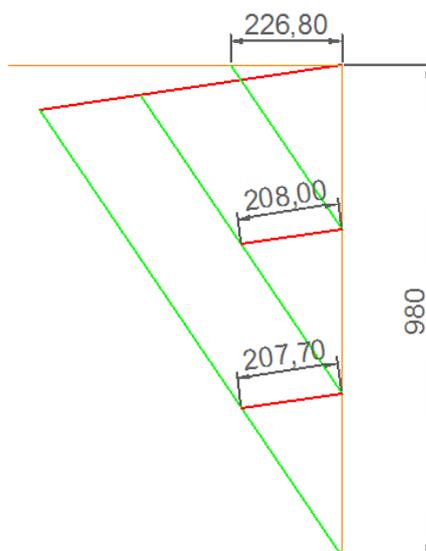


Figura 92 – Polígono de forças para a solução 1 – Exemplo 3

Pode-se notar que as três intensidades de força são bem parecidas, sendo assim, faz-se o dimensionamento para o caso mais crítico e o repete para as outras camadas.

$$A_s = \frac{R_{st}}{f_{yd}} = \frac{226,8 \text{ kN}}{43,5 \text{ kN/cm}^2} = 5,21 \text{ cm}^2$$

Para esta área de aço, são necessárias quatro barras de 16 mm de diâmetro. Adota-se:

4 ϕ 16 mm por camada

5.3.2.1 Simulação numérica

Fazendo-se uso agora da análise numérica feita com programa computacional Diana, em regime elástico e linear, em elementos finitos. A Figura 93 mostra o modelo numérico que representa a estrutura.

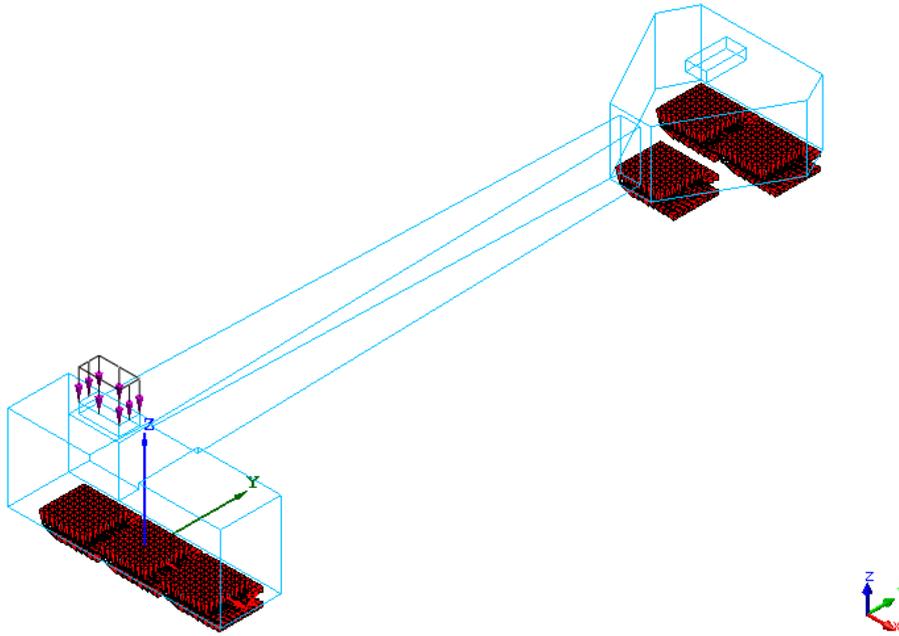


Figura 93 – Modelo Numérico – Exemplo 3

Programa computacional Diana

No pilar deste exemplo foi aplicada pressão de $1,225 \text{ kN/cm}^2$. Como pode ser visto no pilar da divisa apresentado na Figura 93, foi considerado apoio indeslocável nas três translações e não foi restringida nenhuma rotação. O modelo não possui armadura, foi considerado como sendo de concreto de resistência característica à compressão de 30 MPa.

Para tal, a distribuição de tensões horizontais pode ser vista na Figura 94.

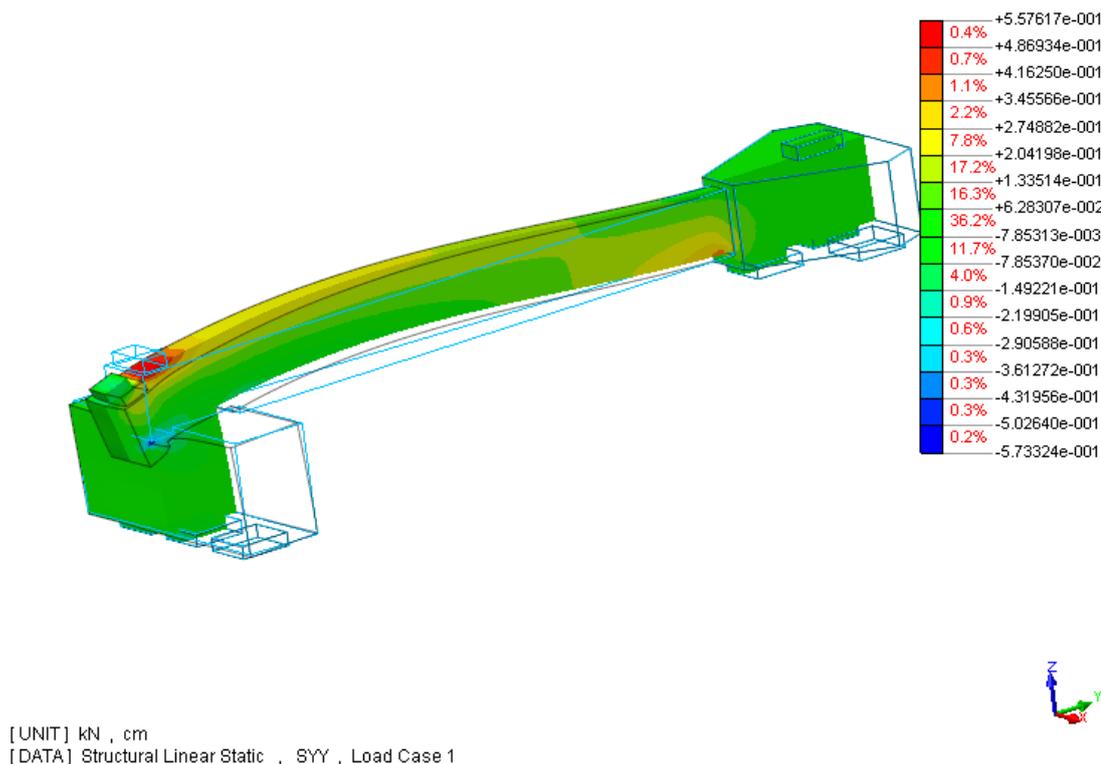


Figura 94 – Distribuição de tensões normais horizontais – Exemplo 3

Programa computacional Diana

Podem-se observar claramente tensões de tração na parte superior da viga, próximo ao pilar excêntrico. Tensões de tração ocorrem na parte inferior da viga na proximidade com o bloco do pilar interno. Pensando no diagrama de deslocamentos da viga, essa distribuição de tensões de tração é lógica. Na própria Figura 94 é possível observar a viga deformada. Analisando o bloco de três estacas em linha, a viga tende a comprimir um lado do bloco e tracionar o outro. O mesmo acontece no bloco do pilar interno, porém as tensões de tração ocorrem na parte inferior da viga.

A tensão máxima de tração é da ordem de 5,60 MPa. Lembrando que este valor está na parte superior da viga, região na qual são posicionadas as barras de aço do tirante. O valor de tensão encontrado não causará escoamento das barras de armadura. A máxima tensão de compressão é da ordem de 5,7 MPa e acontece na ligação da viga de equilíbrio com o bloco de divisa.

A Figura 95 mostra a distribuição de tensões verticais.

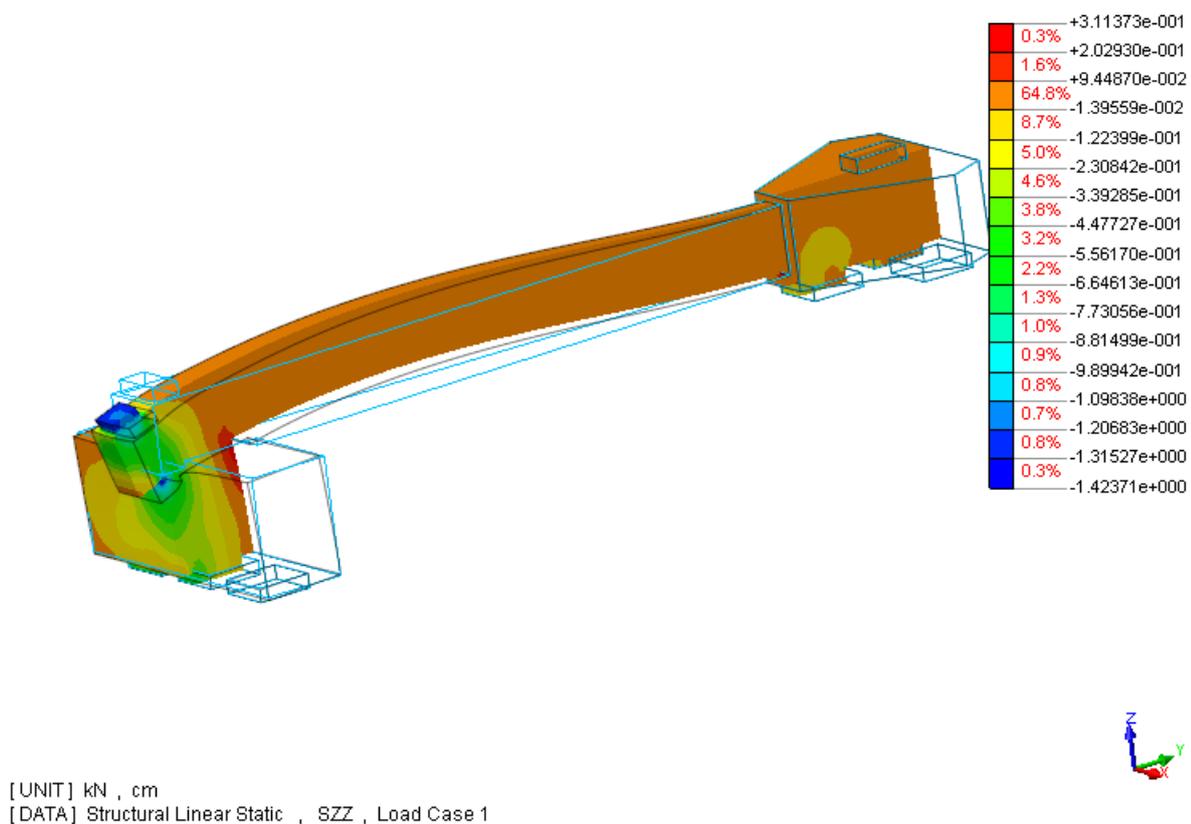


Figura 95 – Distribuição de tensões normais verticais – Exemplo 3

Programa computacional Diana

Como se esperava, existem tensões de compressão entre o pilar e o apoio, e na face oposta do mesmo bloco, ocorrem tensões de tração. No bloco interno, a estaca da frente está recebendo tensões de tração. Essas tensões já eram esperadas em decorrência da configuração da viga de equilíbrio deformada.

Na Figura 96, apresenta-se em detalhe a Figura 95 na região da divisa. Assim, é possível observar a formação da biela e a zona de tração na ligação da viga de equilíbrio com o bloco de divisa.

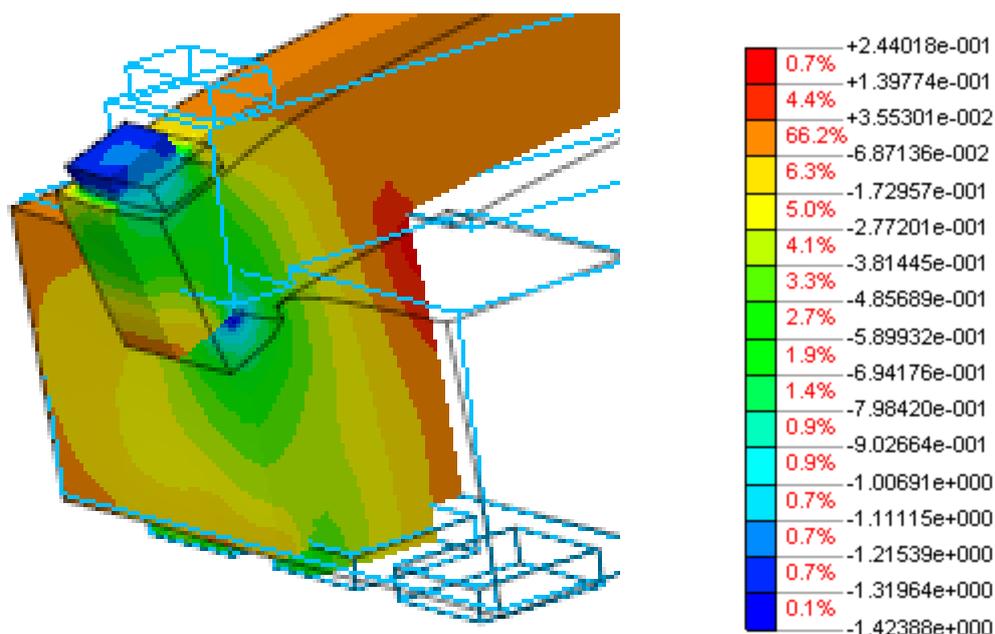


Figura 96 – Tensões na região de divisa – Exemplo 3

Programa computacional Diana

É possível observar que grande parte, quase que toda a estrutura, está solicitada. Isto significa que a estrutura está sendo bem aproveitada. Nota-se que uma pequena porcentagem, apenas 6,3% da estrutura, está em região de transição de esforços de tração para esforços de compressão.

Pode-se notar que na base do pilar existe concentração de tensões de compressão. Porém, nota-se que a maior intensidade de tensão de compressão ocorre na ligação do bloco com a viga, na parte inferior da viga. Nesse local tem-se 0,1% da estrutura com uma tensão da ordem de 14,20 MPa. Conclui-se assim que esta estrutura está segura quanto à capacidade de resistência à compressão também. A máxima tensão de tração é da ordem de 2,40 MPa e este valor atinge menos de 1% da estrutura.

Observa-se que há no modelo o mesmo estreitamento da biela no apoio, tal qual o descrito por Park e Paulay (1974), e comentado no item 3.1.

5.3.3 Viga de equilíbrio interna ao bloco

Este mesmo modelo foi dimensionado e modelado com a viga situada dentro do bloco e não mais posicionado sobre ele. A Figura 97 mostra a vista lateral da estrutura, para que se compreenda melhor esta solução estrutural.



Figura 97 – Vista lateral da viga de equilíbrio dentro do bloco – Exemplo 3

A única diferença em relação ao item 5.3.2 é que o bloco e a viga de equilíbrio têm o mesmo nível para as faces superiores.

Seguindo o roteiro proposto nesta dissertação, tem-se a seguinte sequência: traça-se a linha de ruína e os tirantes em quantas camadas se desejarem, para o exemplo são adotadas três camadas de tirantes, como mostra a Figura 98.

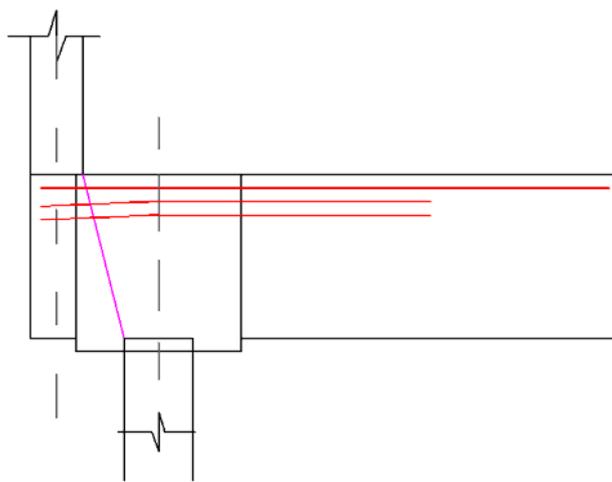


Figura 98 – Tirante em três camadas e linha de ruptura – Exemplo 3

O ponto de encontro entre o primeiro tirante e a linha de ruína deve ser o centro do círculo de raio a_b . Neste caso, a biela não foi pré-dimensionada com 45° de inclinação. Como a geometria era previamente fixada, o ângulo de inclinação da biela ficou em torno de 50° .

Seguindo todos os passos do roteiro apresentado no capítulo 3, a Figura 99 apresenta o desenho do polígono de forças utilizado no dimensionamento.

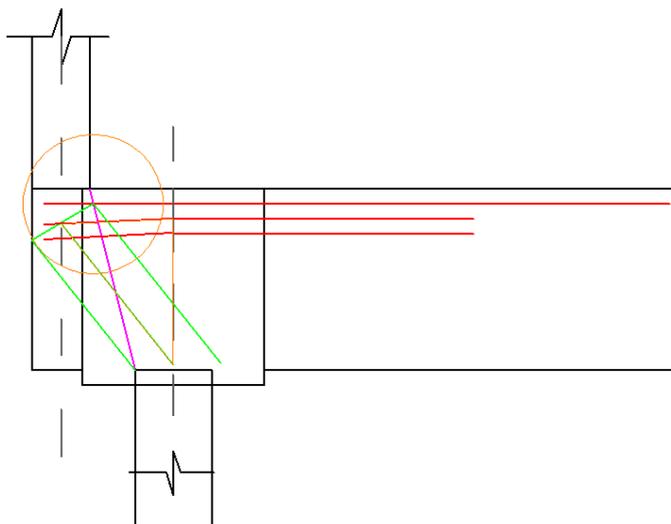


Figura 99 - Construção do modelo proposto por Burke (1979) – Exemplo 3

Observa-se na Figura 99 a biela entre o pilar de divisa e o apoio. A biela está maior que a dimensão do apoio. Na realidade, o fluxo de tensões sofre um estreitamento na região do apoio, para que todas as ações sejam transmitidas para ele. Ressalta-se aqui que o procedimento proposto por Burke (1979) é teórico, e apenas representa aproximadamente onde estão os fluxos de tensões. O que não significa que a biela está além da dimensão do apoio. A Figura 100 mostra o estreitamento da biela, sendo esta representação mais real do que a da Figura 99.

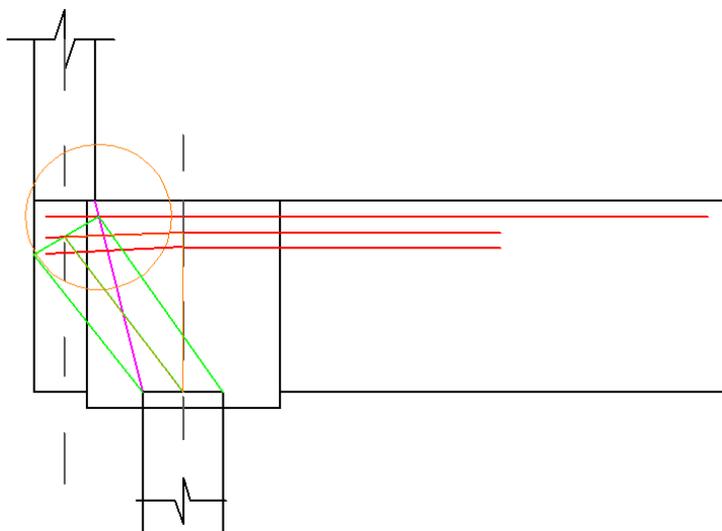


Figura 100 – Modelo com a biela mais estreita no apoio – Exemplo 3

Da Figura 100 desenha-se o polígono de forças utilizado para dimensionamento da estrutura.

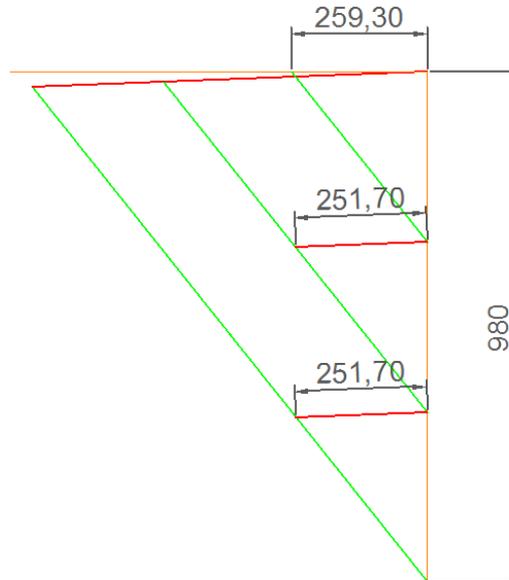


Figura 101 – Polígono de forças – Exemplo 3

O valor da força nas três camadas do tirante é bem próximo, logo o dimensionamento é feito para uma camada apenas e repetido para as outras duas.

$$A_s = \frac{R_{st}}{f_{yd}} = \frac{259,3 \text{ kN}}{43,5 \text{ kN/cm}^2} = 5,95 \text{ cm}^2$$

A área de aço fica praticamente a mesma do modelo com a viga situada sobre o bloco. Porém, neste modelo faz-se necessário o uso de armadura de suspensão no apoio da viga dentro do bloco. Seguindo recomendações de Burke (1979), a disposição das barras da armadura de suspensão pode ser vista na Figura 102.

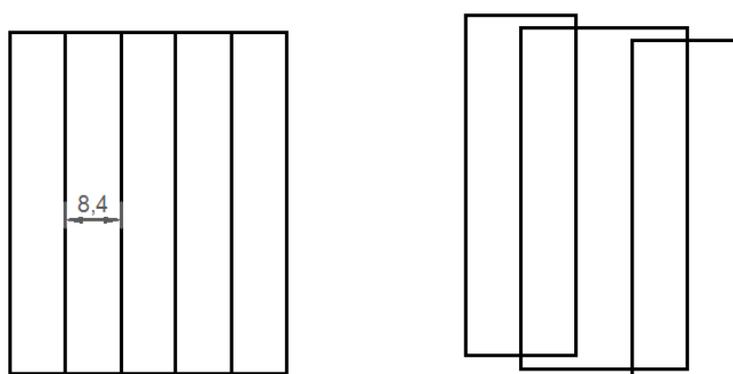


Figura 102 – Armadura de suspensão – Exemplo 3

Para respeitar o espaçamento sugerido por Burke (1979), foram adotados estribos com seis ramos. O espaçamento entre os ramos (s_{susp}) é de 8,4 cm, e entre estribos (b_{susp}) é de 7,5 cm.

5.3.3.1 Simulação numérica

O modelo numérico adotado para o exemplo 3, considerando a face superior da viga de equilíbrio no mesmo nível da face superior do bloco, pode ser visto na Figura 103.

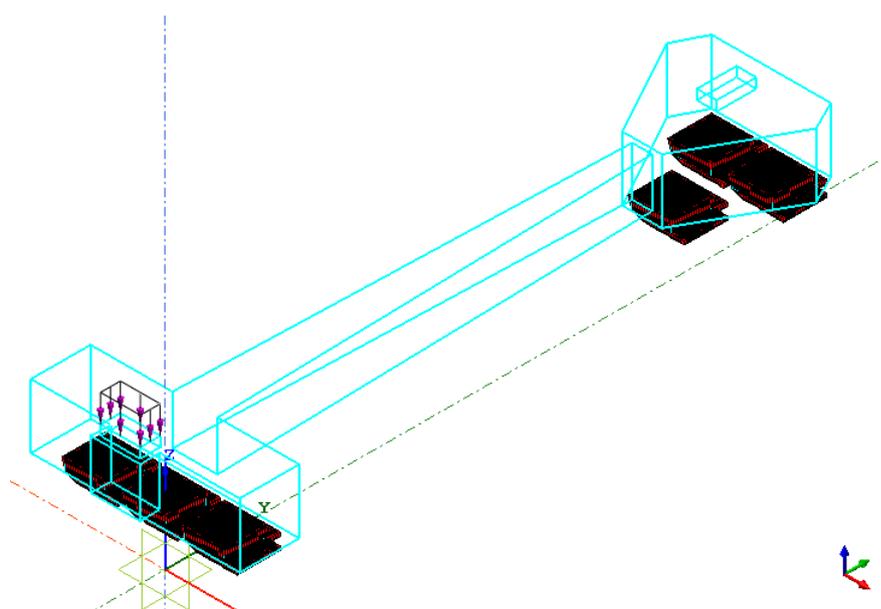
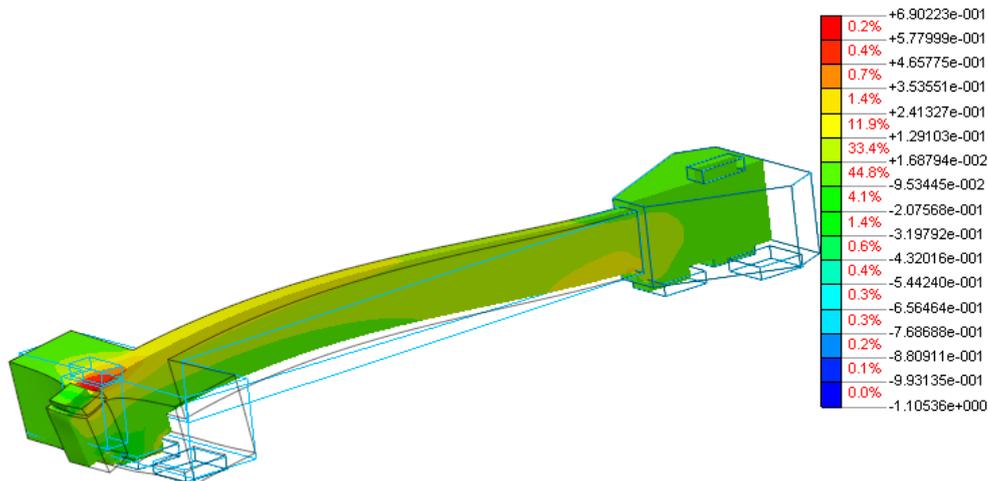


Figura 103 – Modelo Numérico – Exemplo 3

O modelo, analisado em regime elástico e linear, utilizando elementos finitos, apresenta distribuição de tensões horizontais coerentes com o esperado, como pode ser visto na Figura 104.



[UNIT] kN , cm
[DATA] Structural Linear Static , SYY , Load Case 1

Figura 104 – Distribuição de tensões normais horizontais – Exemplo 3

Programa computacional Diana

Nota-se que a distribuição de tensões se deu da mesma forma de quando a viga está situada sobre o bloco. No entanto, neste caso, a viga de equilíbrio e o bloco se deslocam juntos. Pode-se observar que o bloco gira em torno do seu próprio eixo longitudinal, em função da deformação da viga.

A ordem de grandeza da tensão máxima de tração é de 6,90 MPa. As tensões de compressão são da ordem de 9,90 MPa. As tensões verticais podem ser vistas na Figura 105.

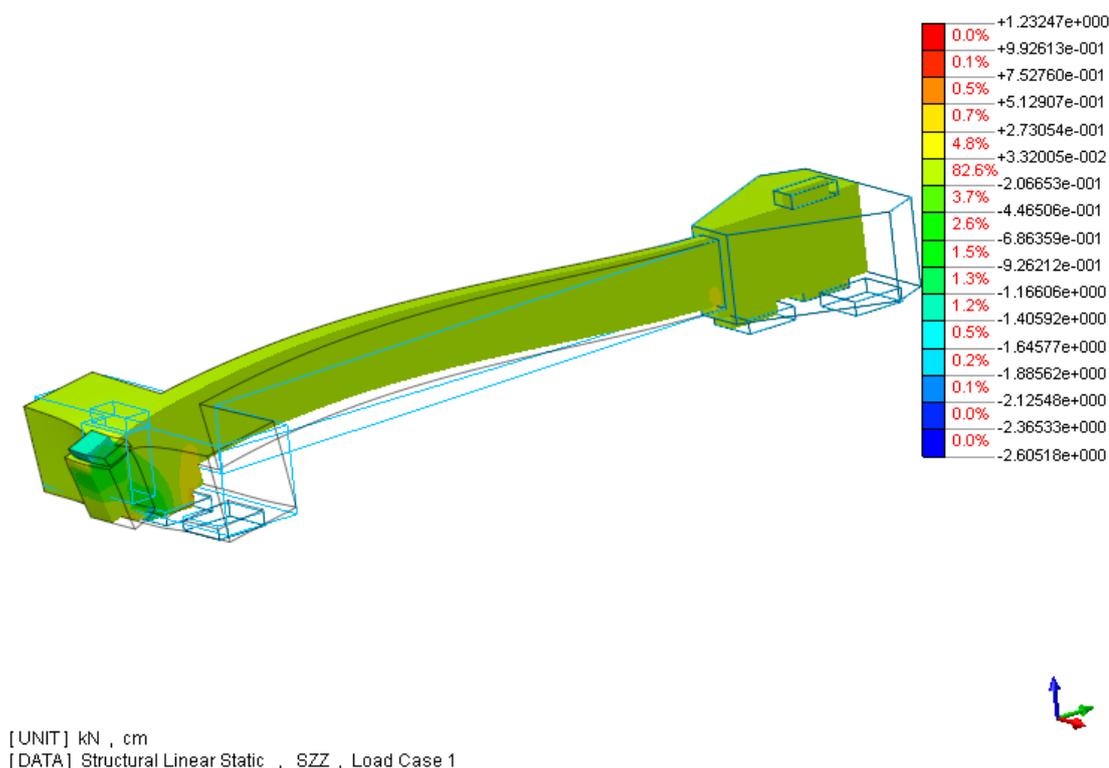


Figura 105 – Distribuição das tensões normais verticais – Exemplo 3

Programa computacional Diana

A tensão na área de compressão, como pode-se ver na tabela à direita da Figura 105, é de aproximadamente 21,20 MPa, e na área tracionada é de 9,90 MPa.

Neste caso, o modelo de Burke (1979) previa que o apoio estaria comprimido em toda sua face. Porém, nota-se que há forças de tração na região interna dos apoios de divisa. Isto acontece porque, como neste modelo o bloco tende a girar, as faces internas das estacas ficam submetidas a tensões de tração. O método de Burke (1979) não considera o giro do bloco.

6 Considerações finais

É difícil propor um modelo matemático que represente exatamente a estrutura. Porém, analisando o dimensionamento feito seguindo o roteiro proposto nesta dissertação e o modelo numérico (e, posto que, não é viável para escritórios de projeto a modelagem numérica em programas como o Diana), o método proposto neste trabalho se mostrou satisfatório.

Para os exemplos com variação do ângulo de inclinação da biela foi possível observar que quanto maior o ângulo θ , menor área de aço é necessária. Porém, para que isto aconteça, a altura do bloco precisa ser alterada também, adequando assim a estrutura para o ângulo θ proposto. Conclui-se que quando se aumenta a inclinação da biela, o volume de concreto aumenta simultaneamente e a área de aço diminui. Sendo assim, o projetista precisa avaliar a melhor situação para cada projeto. Não se fez cálculos para verificação de tensão no concreto porque o dimensionamento da biela é feito em função da resistência do concreto.

Outra verificação importante é se a estaca de divisa recebe somente tensões de compressão em toda sua superfície. Se isso não acontecer, é prudente que se verifique a intensidade de momento atuante no topo da estaca, para que esta seja dimensionada corretamente.

O roteiro proposto neste trabalho conduz a uma solução com largura de biela adequada, como pode ser visto nos exemplos. Esse também possibilita a observação das tensões de compressão atuantes no topo da estaca, e se estas acontecem em toda a superfície ou em parte.

Os roteiros apresentados neste trabalho se mostraram satisfatórios quando comparados à simulações numéricas feita em regime elástico e linear com auxílio do programa computacional Diana. Sugere-se a aplicação do método para dimensionamento de blocos sobre estacas situados em divisas de terrenos.

Sugere-se para trabalhos futuros estudos comparando exemplos feitos com aplicação do método proposto nesta dissertação com resultados obtidos experimentalmente.

APÊNDICE A - Consideração de apoios na modelagem

Apresenta-se neste capítulo a análise comparativa entre estruturas modeladas considerando restrição em toda a base do apoio ou apenas em uma linha.

Quando se restringe a base toda dos apoios, estes apresentam tensões de tração e compressão, o que caracteriza momento fletor solicitando o topo das estacas. Isto ocorre porque a base do apoio é representada por uma área, e assim, estes apoios têm a capacidade de resistir a momento fletor. A intensidade do momento que pode ser resistido é proporcional à dimensão da base do apoio.

Em modelos com restrição em apenas uma linha do apoio, essa capacidade de resistir a momento fletor é eliminada. Vale lembrar que a linha de apoio deve ser posicionada na direção do eixo do momento fletor. Assim, elimina-se o braço de alavanca que se forma quando se considera uma área apoiada.

Entretanto, a consideração de apoio em linha causa concentrações de tensões de compressão nos apoios que não são reais. Isto porque a força aplicada é a mesma, mas a área de apoio é menor. Logo, como é de conhecimento, quanto menor a área de aplicação da força, maior a tensão neste local.

É importante ressaltar que os modelos adotados neste trabalho não são suficientemente precisos para se quantificar os valores de momento fletor que aparecem nos apoios. A modelagem foi feita com dez centímetros de estaca, o objetivo era apenas demarcar o local dos apoios. Sabe-se que aumentando o comprimento da estaca já é possível melhorar os resultados. Porém, este trabalho não tem o intuito de analisar as estacas. Para um estudo mais aprofundado também seria necessário considerar interação solo-estrutura.

No desenvolvimento do presente trabalho, considerou-se uma linha de apoio, no sentido transversal ao funcionamento da estrutura, com o objetivo de aproximar o modelo numérico do modelo teórico. Esta linha de apoio não interfere na distribuição de momentos. A Figura 106 mostra o modelo teórico comumente adotado.



Figura 106 – Modelo teórico comumente adotado para viga de equilíbrio

Programa computacional Ftool

Este modelo causa concentração de tensões que não são reais. O que acontece é que, na prática, o apoio tem sua base restringida por completo.

A seguir são apresentadas comparações entre estes dois modelos.

Exemplo 1

A Figura 107 mostra o modelo estudado por Andrade (1989), com a base do apoio toda restringida.

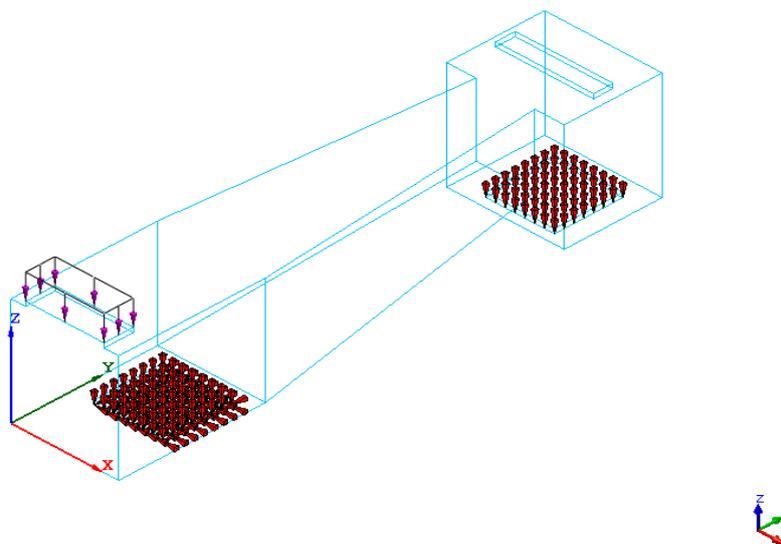


Figura 107 – Modelo estudado por Andrade (1989) – Exemplo 1a

Programa computacional Diana

No desenvolvimento deste trabalho, o apoio de divisa teve suas translações restringidas nas direções x, y e z. O apoio interno teve restrição somente na translação da direção z.

A Figura 108 apresenta a distribuição das tensões horizontais nesta estrutura.

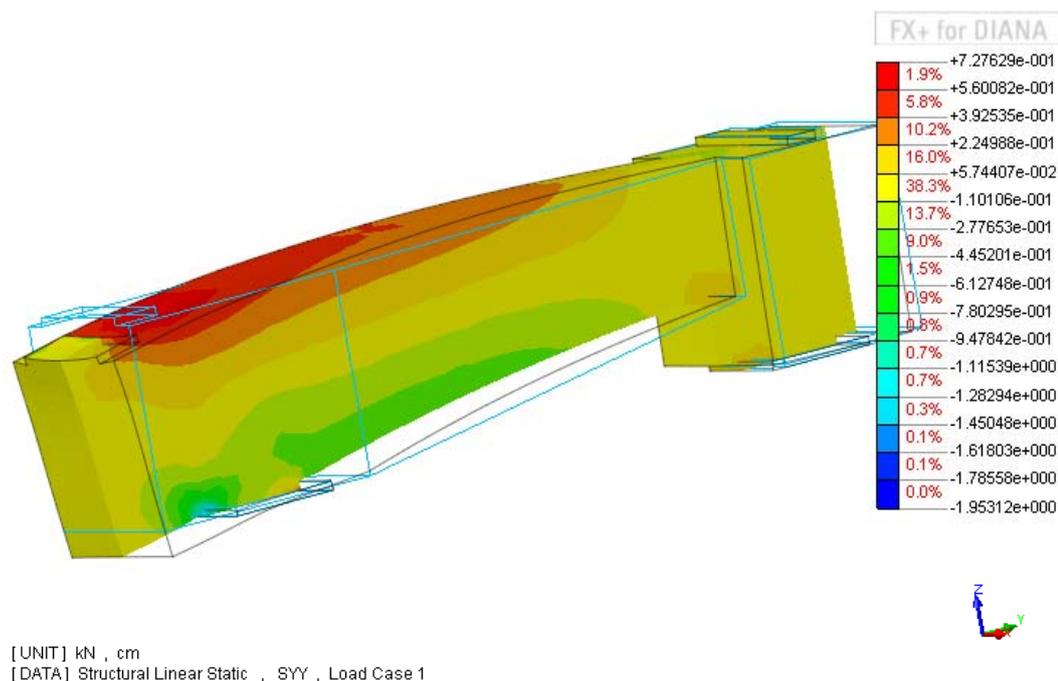


Figura 108 - Distribuição de tensões normais horizontais – Exemplo 1a

Programa computacional Diana

Observa-se que a máxima tensão de compressão é da ordem de 17,80 MPa. E a máxima tensão de tração é da ordem de 7,30 MPa.

A Figura 109 mostra a distribuição de tensões verticais.

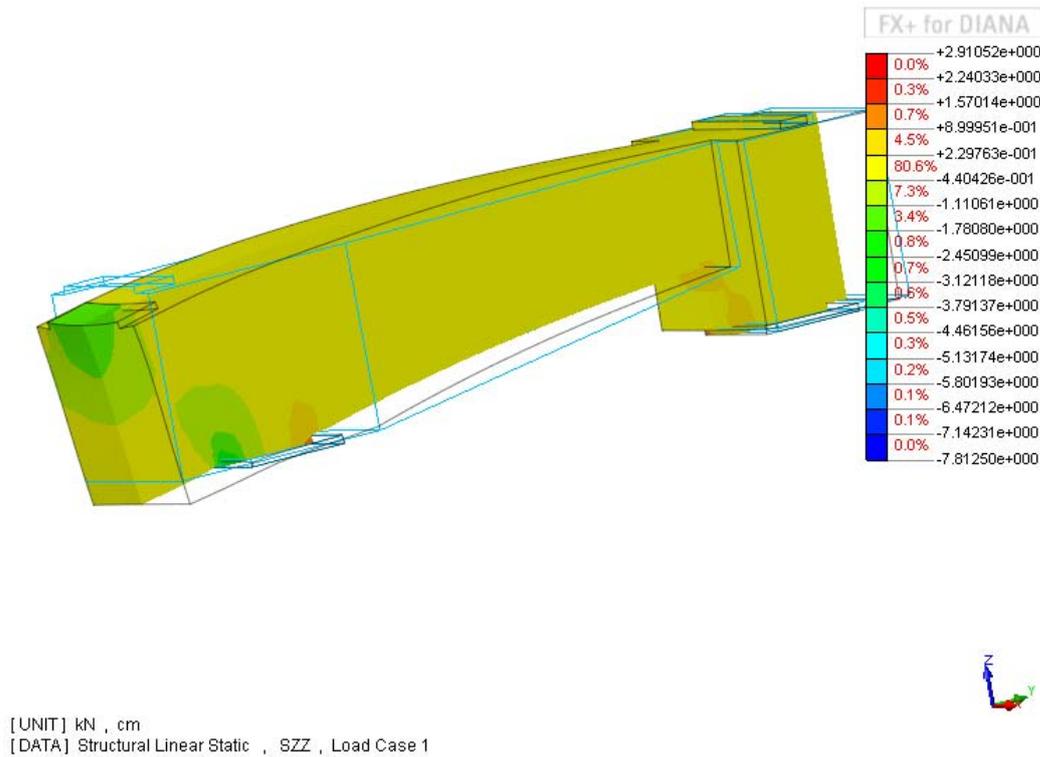


Figura 109 – Distribuição de tensões normais verticais – Exemplo 1a

Programa computacional Diana

Pode-se observar que a máxima tensão de compressão é da ordem de 70,0 MPa. E a máxima tensão de tração é da ordem de 22,0 MPa. Porém, estas tensões de compressão muito elevadas acontecem em um ponto específico do apoio. O que não significa que a estrutura apresentaria ruína, apenas pontos de plastificação. É possível observar neste exemplo, tensões de tração e compressão solicitando o apoio de divisa.

A Figura 110 mostra o mesmo modelo, porém com apenas uma linha de restrição no centro dos apoios.

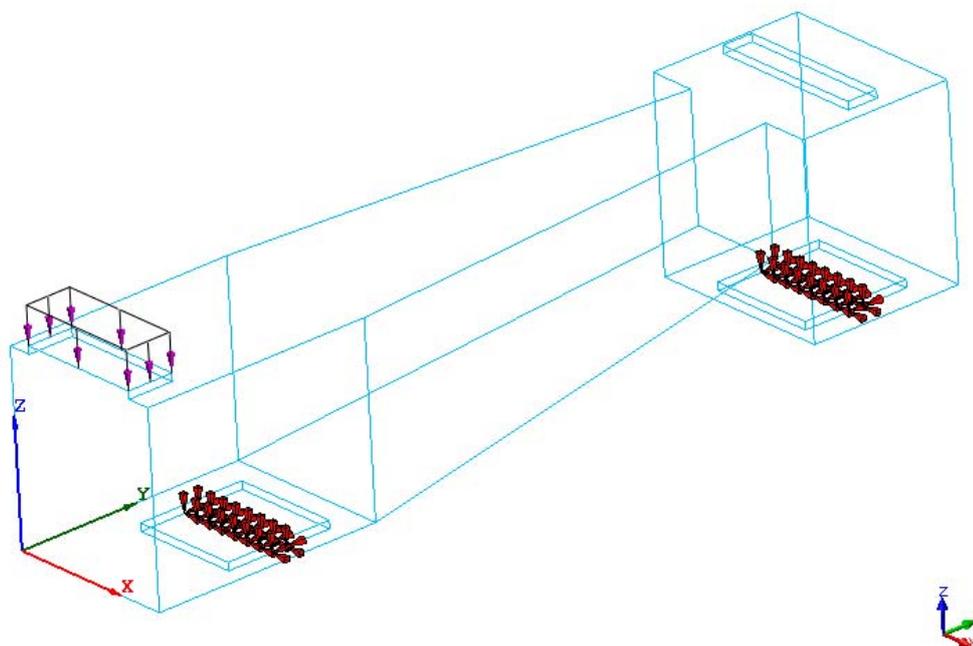


Figura 110 - Modelo estudado por Andrade (1989) – Exemplo 1b

Programa computacional Diana

Aqui, os dois apoios apresentam uma linha de restrição para as translações nas direções x , y e z . O fato de restringir os deslocamentos nas direções horizontais não faz diferença significativa para os casos estudados neste capítulo, pois estes apresentam somente ações verticais.

Na Figura 111 pode ser vista a distribuição das tensões horizontais para este modelo.

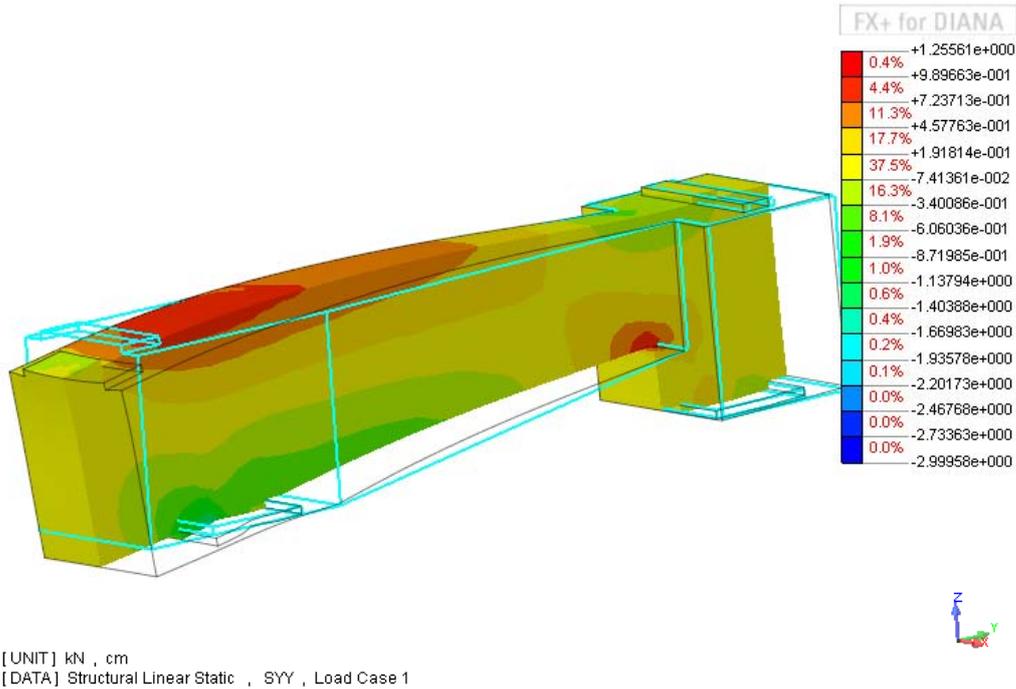


Figura 111 – Distribuição das tensões normais horizontais – Exemplo 1b

Programa computacional Diana

As máximas tensões verificadas são da ordem de 12,0 MPa de tração e 22,0 MPa de compressão. Analisando a distribuição de tensões verticais da Figura 112.

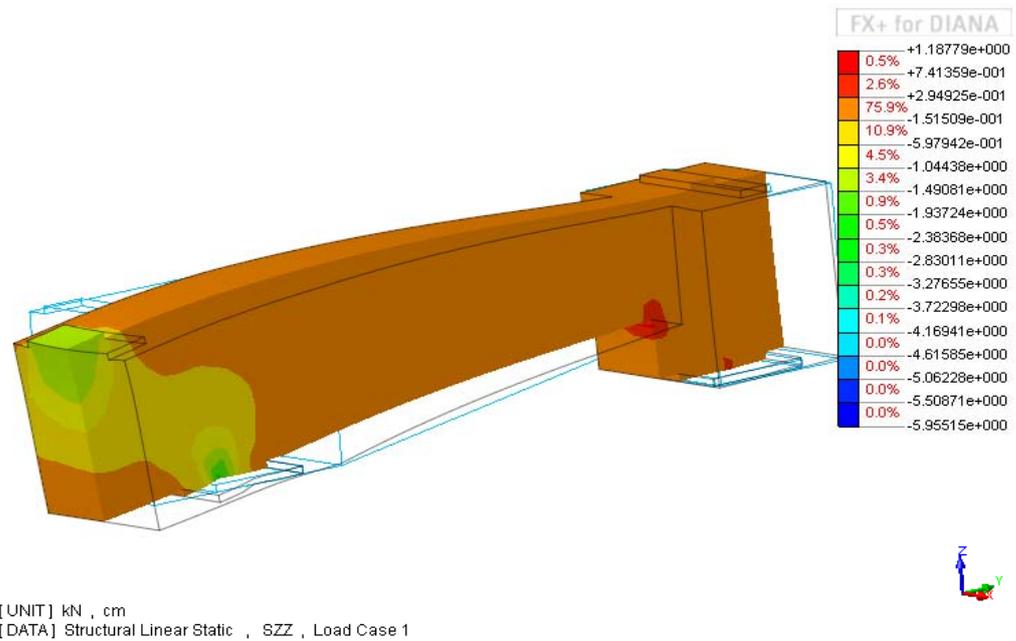


Figura 112 - Distribuição das tensões normais verticais – Exemplo 1b

Programa computacional Diana

É possível observar a biela de compressão bem definida neste modelo. E tensões de tração na extremidade da viga de equilíbrio, onde esta se liga com o bloco interno. Observa-se que a máxima tensão de tração para esta estrutura é da ordem de 11,80 MPa, e esta acontece na ligação da viga de equilíbrio com o bloco interno, e como se esperava, há também tensões de tração no apoio interno. A máxima tensão de compressão é da ordem de 41,60 MPa e ocorre no apoio da divisa.

Observou-se neste exemplo que o modelo com a base das estacas toda apoiada apresentou tensão máxima de compressão mais elevada que no modelo com apoio em linha. Isto não invalida nenhum dos dois modelos, pois estes valores são de máxima intensidade das tensões. O fato simplesmente significa que a distribuição de tensões foi diferente. O que pode acontecer é que nos modelos com apoio em linha, a tensão vai ser maior do que realmente é. Em alguns casos isto pode invalidar o modelo, pois pode haver ruptura do concreto neste ponto antes da hora de ruína propriamente dita.

Exemplo 2

A Figura 113 mostra o modelo numérico deste exemplo com a base do apoio toda restringida.

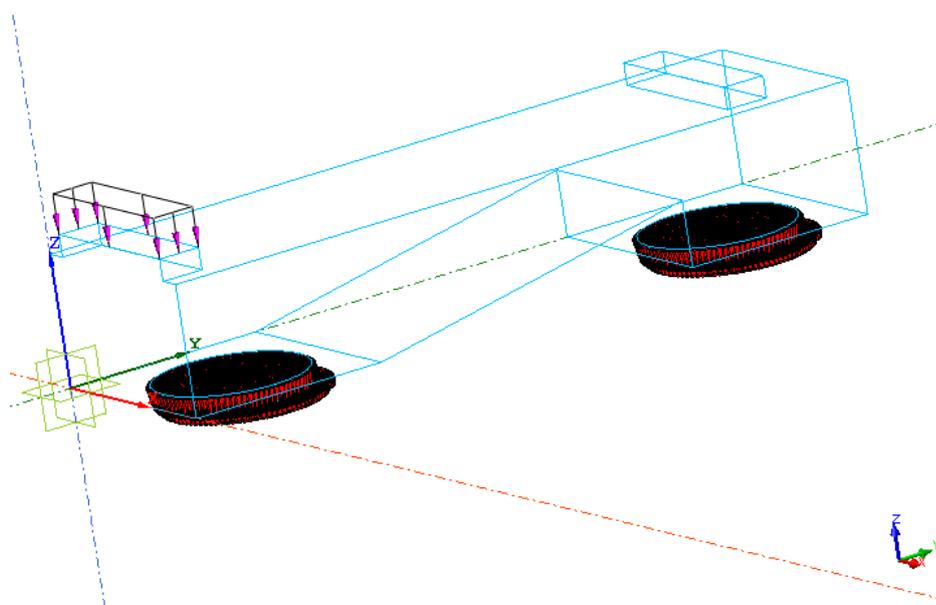


Figura 113 – Modelo numérico – Exemplo 2a

A Figura 114 apresenta a distribuição de tensões horizontais para o exemplo 2 com a base dos apoios toda restringida.

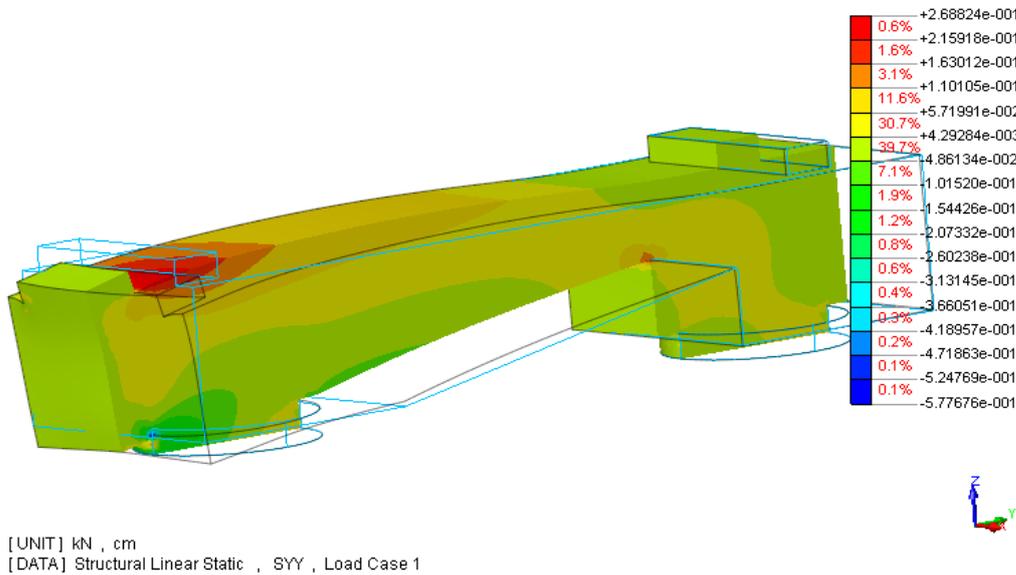


Figura 114 – Distribuição de tensões normais horizontais – Exemplo 2a

Programa computacional Diana

As máximas tensões de tração e compressão deste modelo são de 2,7 MPa e 5,7 MPa, respectivamente. A Figura 115 mostra a distribuição de tensões verticais.

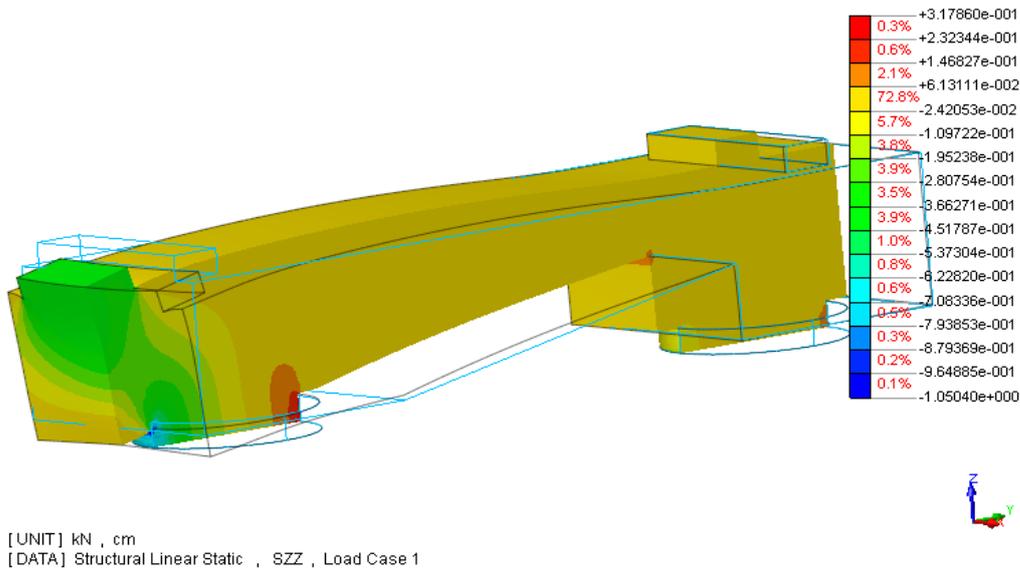


Figura 115 – Distribuição de tensões normais verticais – Exemplo 2a

Programa computacional Diana

Neste exemplo também está nítido o fluxo de tensões de compressão entre o pilar de divisa e o apoio. Pode-se observar no lado oposto da face do apoio a existência de tensões de tração.

As máximas tensões de tração e compressão são da ordem de 3,0 MPa e 10 MPa, respectivamente.

Para o mesmo exemplo 2, adota-se também a configuração considerando uma linha de apoio. A Figura 116 apresenta o modelo com apoio em linha.

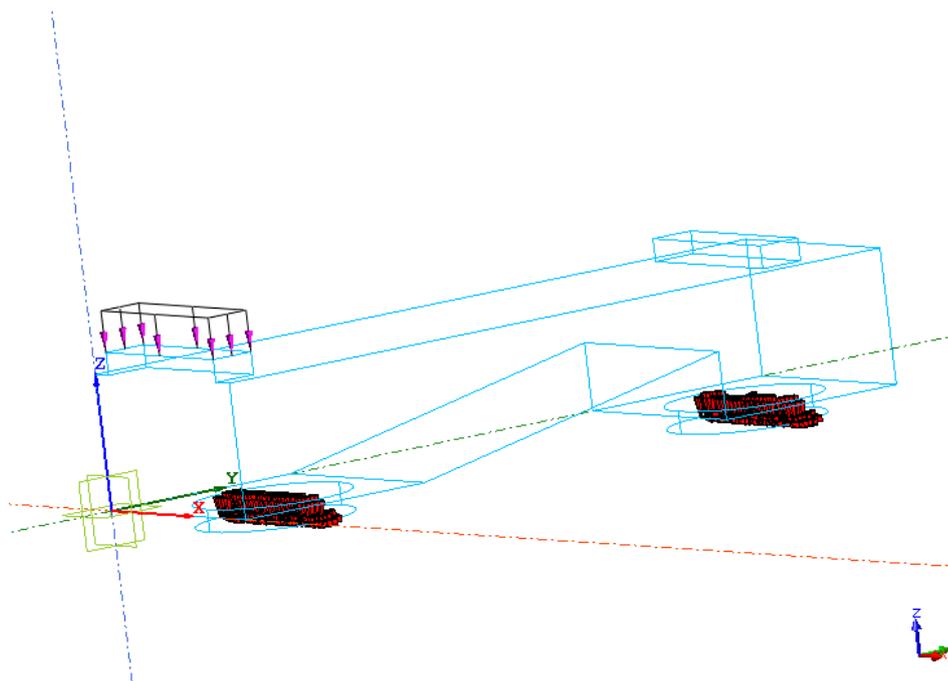


Figura 116 - Modelo numérico – Exemplo 2b

Programa computacional Diana

Para este modelo, pode-se ver na Figura 117 a distribuição de tensões horizontais.

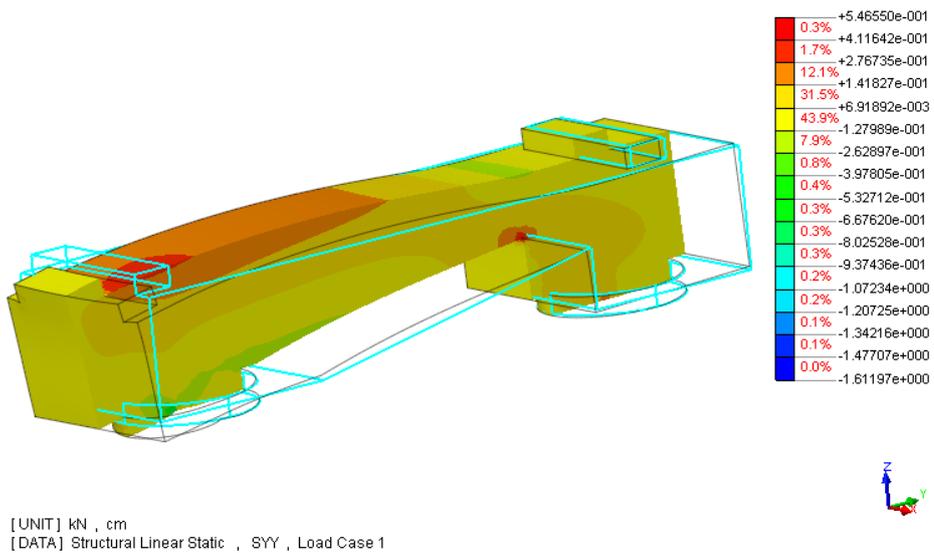


Figura 117 – Distribuição de tensões normais horizontais – Exemplo 2b

Programa computacional Diana

Nota-se que a máxima tensão de compressão é da ordem de 14,70 MPa. A máxima tensão de tração que ocorre é da ordem de 5,40 MPa. A Figura 118 apresenta a distribuição de tensões verticais.

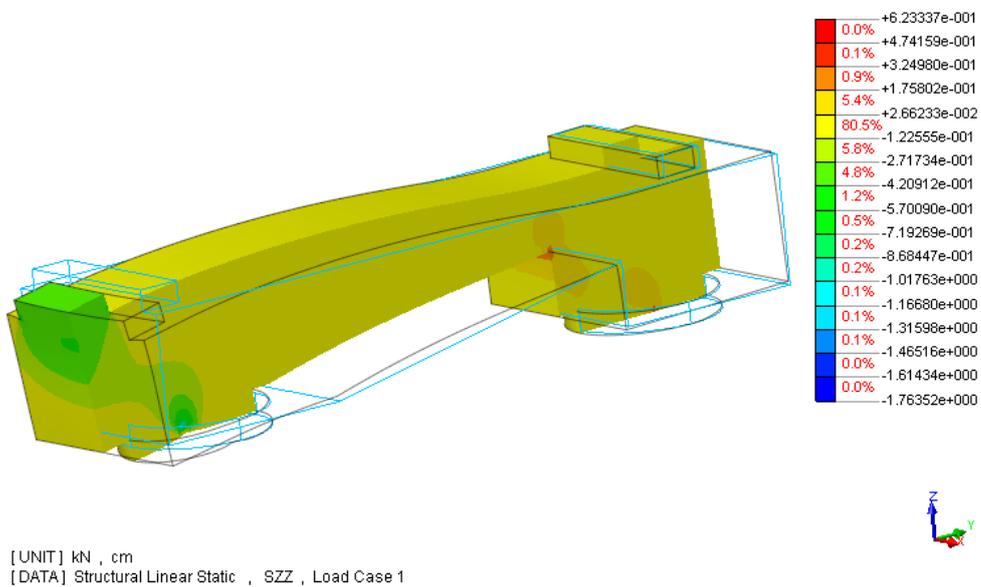


Figura 118 – Distribuição de tensões normais verticais – Exemplo 2b

Programa computacional Diana

Neste caso, as máximas tensões de tração e compressão são da ordem de 5,20 MPa e 14,60 MPa, respectivamente.

Observa-se claramente neste exemplo que, quando se diminui a largura do apoio, a biela fica mais estreita. Pode-se verificar também que a situação com toda a base do apoio restringida é mais parecida com o comportamento real da estrutura, pois as tensões de compressão de maior intensidade acontecem na ligação da viga de equilíbrio com a face externa do bloco de divisa.

Exemplo 3

Seguindo os mesmos procedimentos dos exemplos anteriores, tem-se para o exemplo 3 a geometria apresentada na Figura 119.

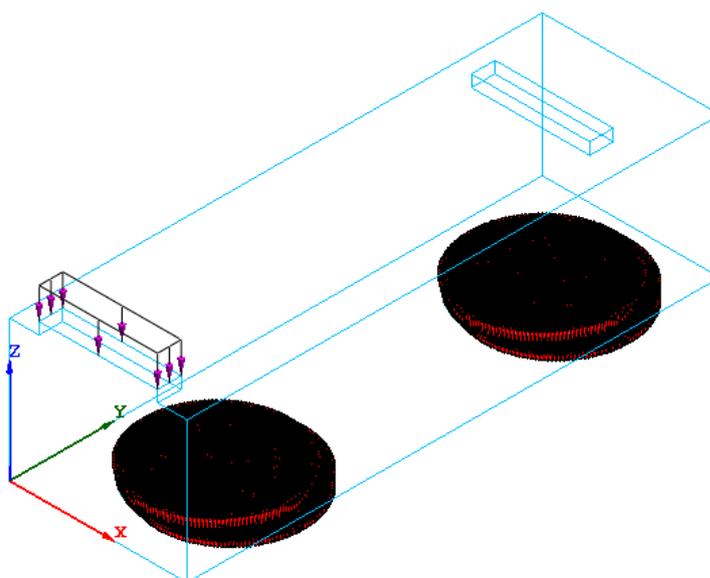


Figura 119 – Modelo numérico – Exemplo 3a

Programa computacional Diana

Observa-se que este exemplo apresenta seção transversal constante para a viga de equilíbrio. Pelas dimensões do modelo, vê-se que a viga de equilíbrio tem rigidez grande. A Figura 120 mostra a distribuição de tensões para as tensões horizontais.

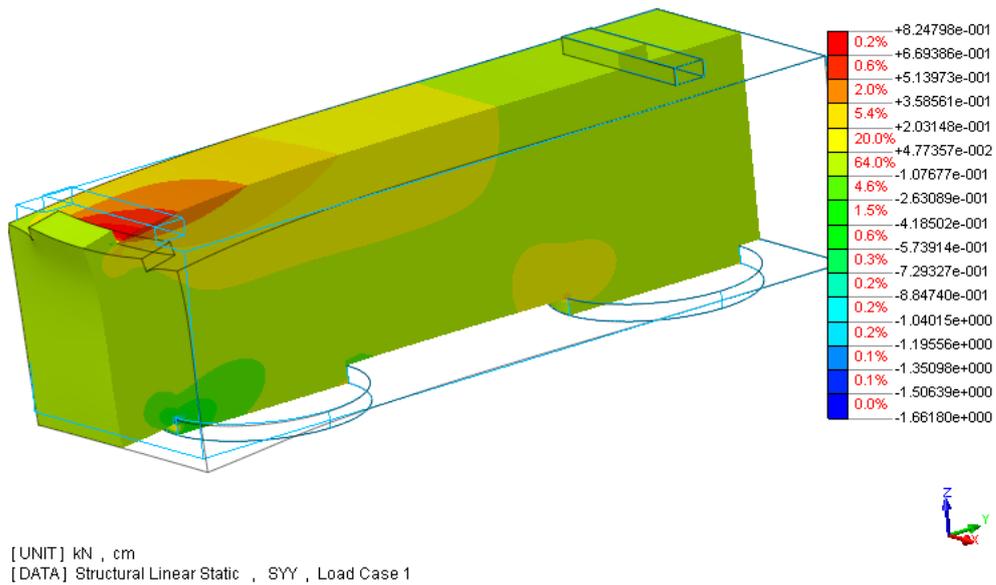


Figura 120 – Distribuição de tensões normais horizontais – Exemplo 3a

Programa computacional Diana

As máximas tensões são da ordem de 8,2 MPa para tração e 15,0 MPa para compressão.

A Figura 121 apresenta a distribuição de tensões verticais para o modelo do exemplo 3a.

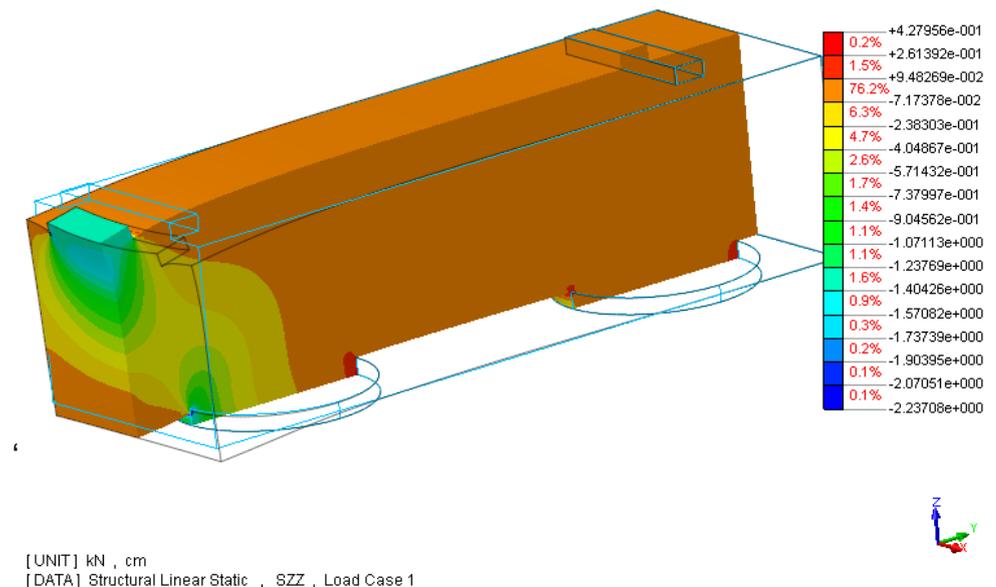


Figura 121 – Distribuição de tensões normais verticais – Exemplo 3a

Programa computacional Diana

Vê-se na Figura 121 o fluxo de tensões de tração bem delimitado. Assim como se conhece da teoria de bloco parcialmente carregado, observa-se na região central da biela que o fluxo de tensões de compressão abrange uma seção transversal maior que do pilar e do apoio. As tensões máximas são da ordem de 4,2 MPa de tração e 22,40 MPa de compressão.

A Figura 122 mostra o mesmo exemplo 3, agora com apoio em linha.

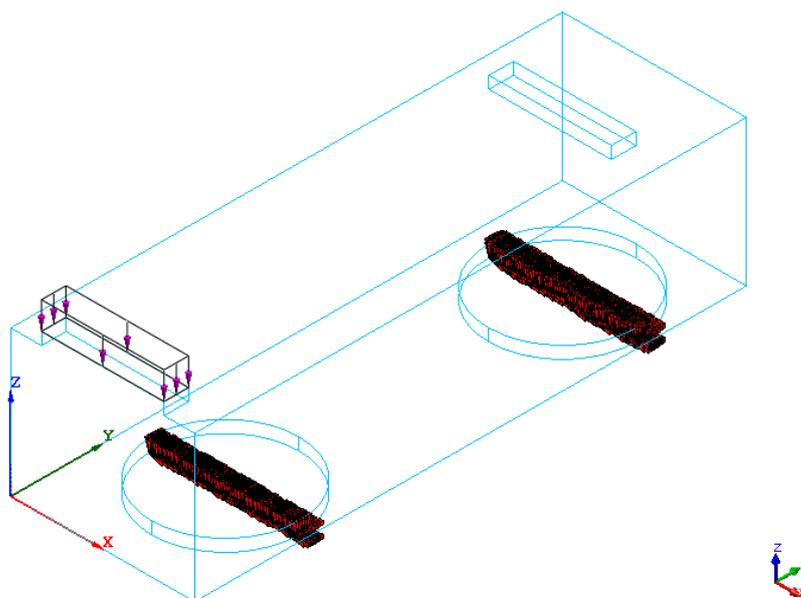


Figura 122 – Modelo numérico - Exemplo 3b

Programa computacional Diana

Na Figura 123 pode-se ver a distribuição de tensões horizontais.

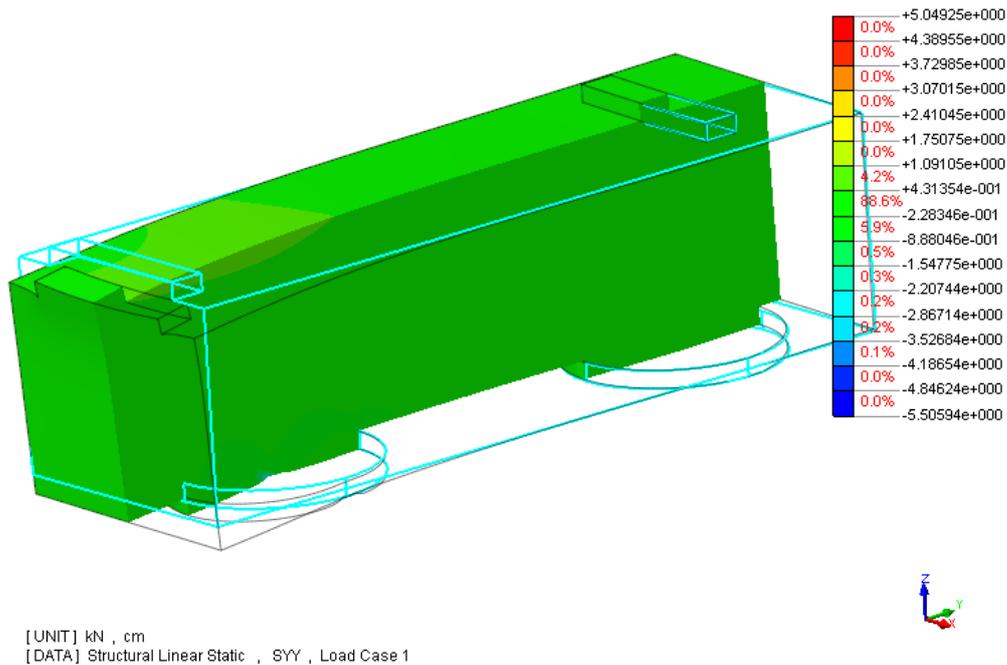


Figura 123 – Distribuição de tensões normais horizontais – Exemplo 3b

Programa computacional Diana

Na Figura 123 quase não se vê diferença de tensões. Como explicado no item 4.4 para interpretação dos resultados da tabela ao lado da figura, praticamente 89% da estrutura não apresenta tensões de tração, nem de compressão. Fato este um tanto quanto esperado, pois já comentou-se sobre a rigidez da viga de equilíbrio. As máximas tensões são da ordem de 1,0 MPa de tração e 42,0 MPa de compressão. Porém, não é possível distinguir na Figura 123 onde elas ocorrem.

Na Figura 124 também é difícil ver a divisão das tensões. E assim como na Figura 123, cerca de 85% da estrutura não apresenta tensões significativas, nem de tração, nem de compressão.

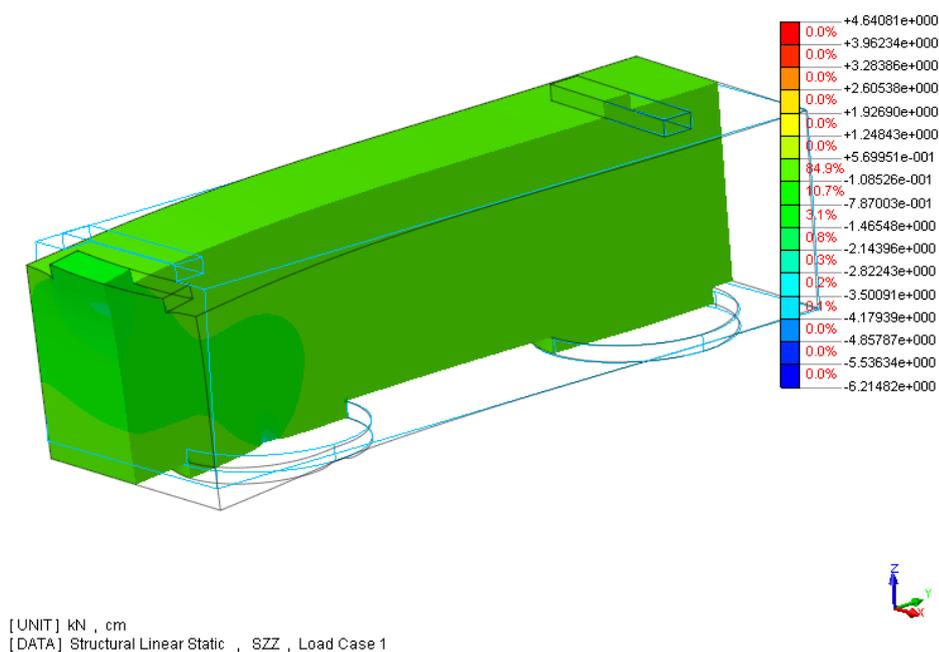


Figura 124 – Distribuição de tensões normais verticais – Exemplo 3b

Programa computacional Diana

Neste modelo, para a distribuição vertical de tensões, praticamente não há tensão de tração, e a máxima compressão é da ordem de 41,0 MPa.

Exemplo 4

Este exemplo é de viga de equilíbrio apoiada sobre um bloco de três estacas dispostas em linha.

A Figura 125 mostra o modelo adotado, com a base das estacas toda apoiada.

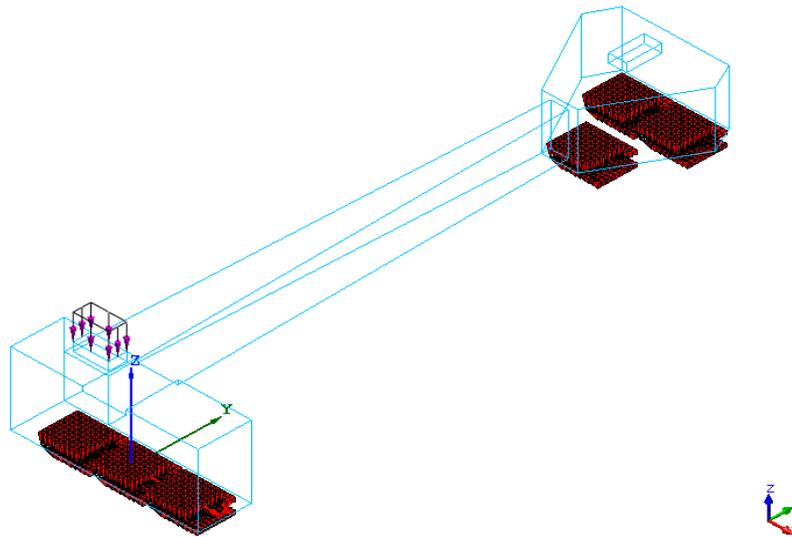


Figura 125 – Modelo numérico – Exemplo 4a

Programa computacional Diana

A Figura 126 apresenta a distribuição de tensões horizontais.

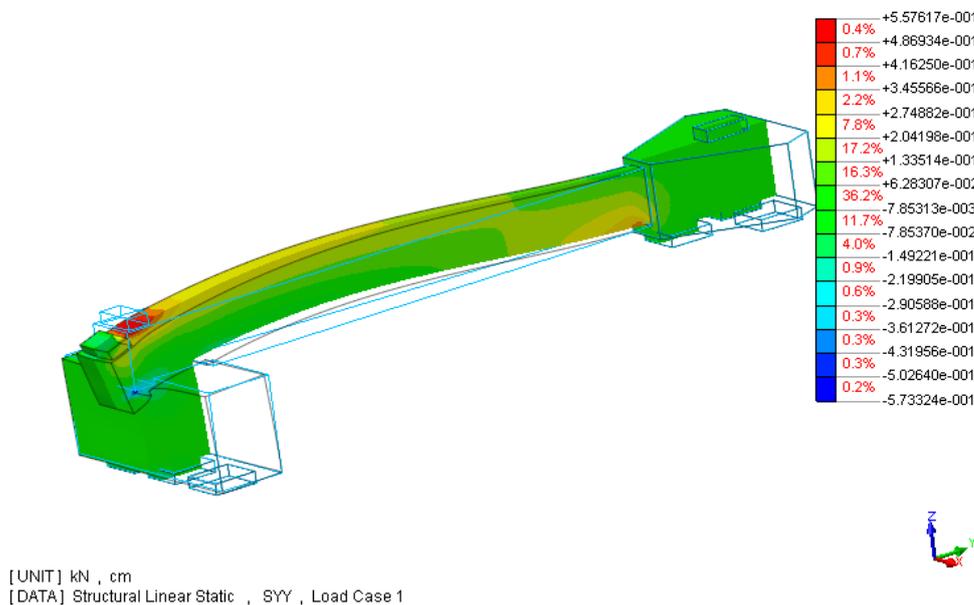


Figura 126 – Distribuição de tensões normais horizontais – Exemplo 4a

Programa computacional Diana

A região tracionada, que deve ser resistida pelas barras de tirante, ficou bem definida na face superior da viga de equilíbrio. Aproximadamente no centro, esta

região tracionada se direciona para a face inferior na ligação da viga de equilíbrio com o bloco interno. As máximas tensões são da ordem de 5,6 MPa de tração e 5,7 MPa de compressão.

A Figura 127 mostra a distribuição de tensões verticais.

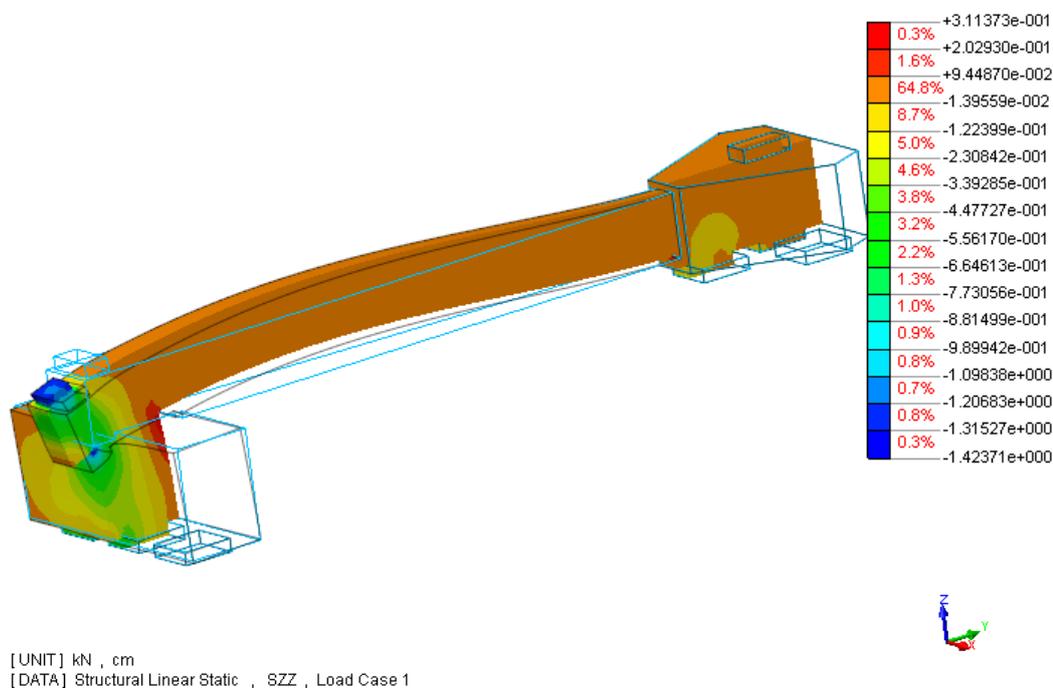


Figura 127 – Distribuição de tensões normais verticais – Exemplo 4a

Programa computacional Diana

Nota-se que a distribuição das tensões neste modelo acontece com bom aproveitamento das seções da estrutura, o que remete a uma estrutura econômica. Observam-se também tensões de intensidade considerável no bloco interno, isto explicita que a viga de equilíbrio realmente transfere ações para o bloco interno.

As máximas tensões apresentadas são da ordem de 3,10 MPa de tração e 14,20 MPa de compressão. É possível observar também que neste caso as estacas da divisa estão todas solicitadas à compressão.

Na Figura 128 pode-se ver o mesmo exemplo, porém, modelado com a condição de apoio em linha.

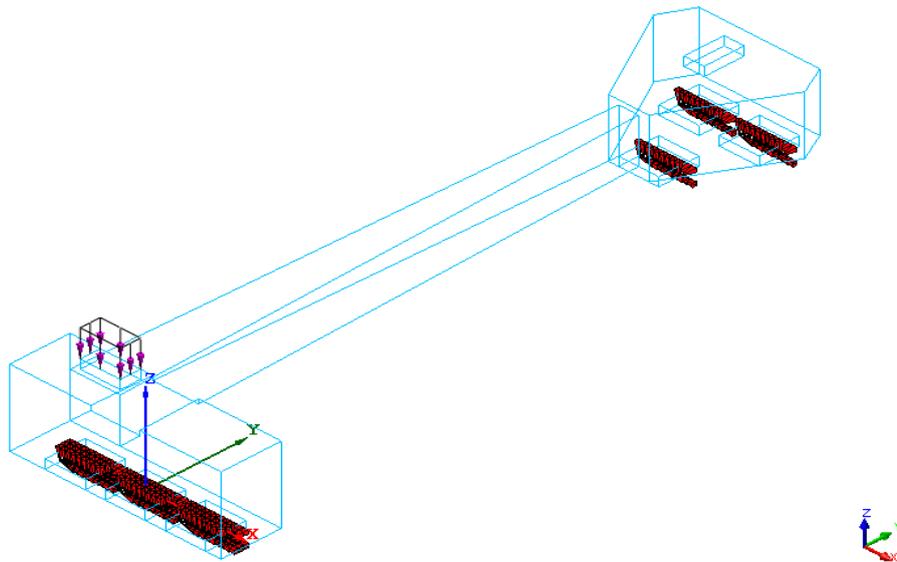


Figura 128 – Modelo numérico – Exemplo 4b

Programa computacional Diana

Na Figura 129 vê-se a distribuição de tensões horizontais para o exemplo 4 com apoio em linha.

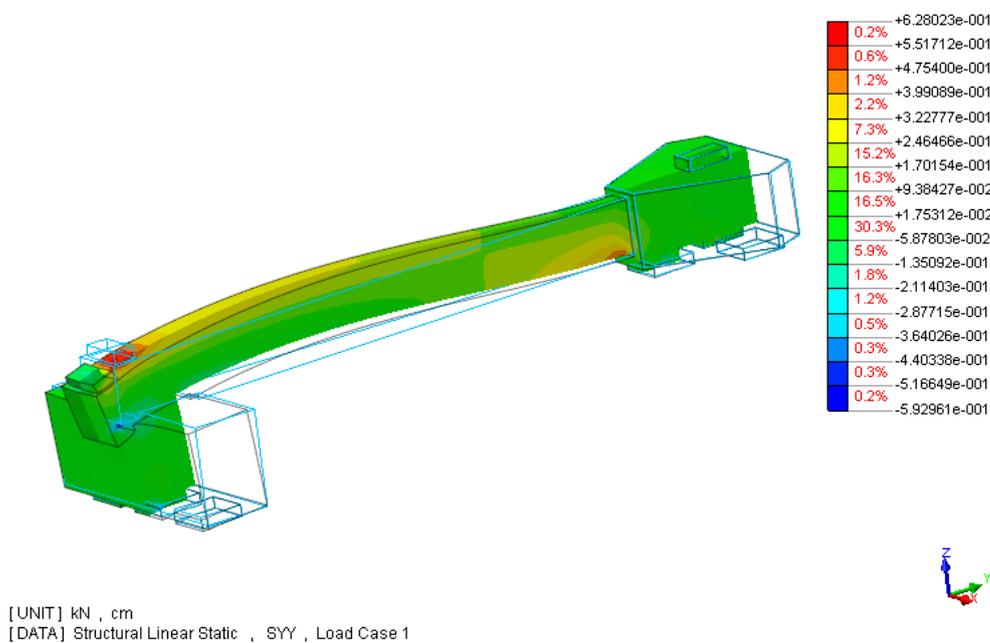


Figura 129 – Distribuição de tensões normais horizontais – Exemplo 4b

Programa computacional Diana

A configuração fica bem parecida com o modelo de base toda apoiada. As tensões máximas são da ordem de 6,2 MPa de tração e 5,9 MPa de compressão.

A Figura 130 mostra que neste modelo também há boa distribuição de tensões para forças verticais. Fato este que faz a estrutura econômica.

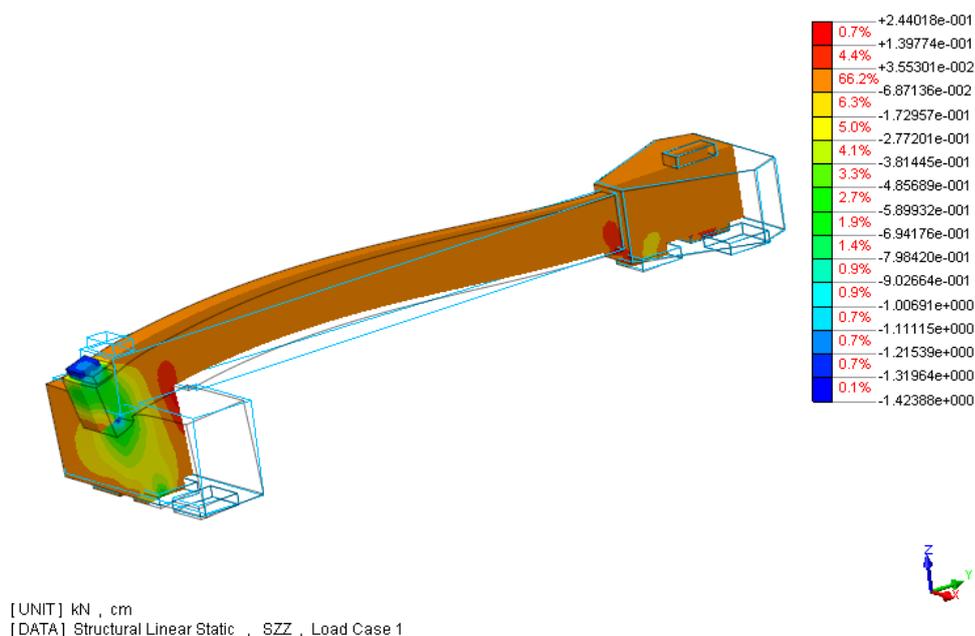


Figura 130 – Distribuição de tensões normais verticais – Exemplo 4b

Programa computacional Diana

As máximas tensões são da ordem de 2,40 MPa de tração e de 14,20 MPa de compressão. Nota-se que as máximas tensões de compressão ocorrem na base do pilar e na ligação da viga de equilíbrio com o bloco de divisa, lugares onde há concentração de tensões da biela.

Observa-se também que o fluxo de tensões de compressão se apresenta mais estreito para o modelo com apoio em linha.

Exemplo 5

Este exemplo 5 tem a mesma configuração do exemplo 4, porém, com a viga de equilíbrio situada dentro do bloco de divisa. A Figura 131 mostra o modelo adotado para a base das estacas toda apoiada.

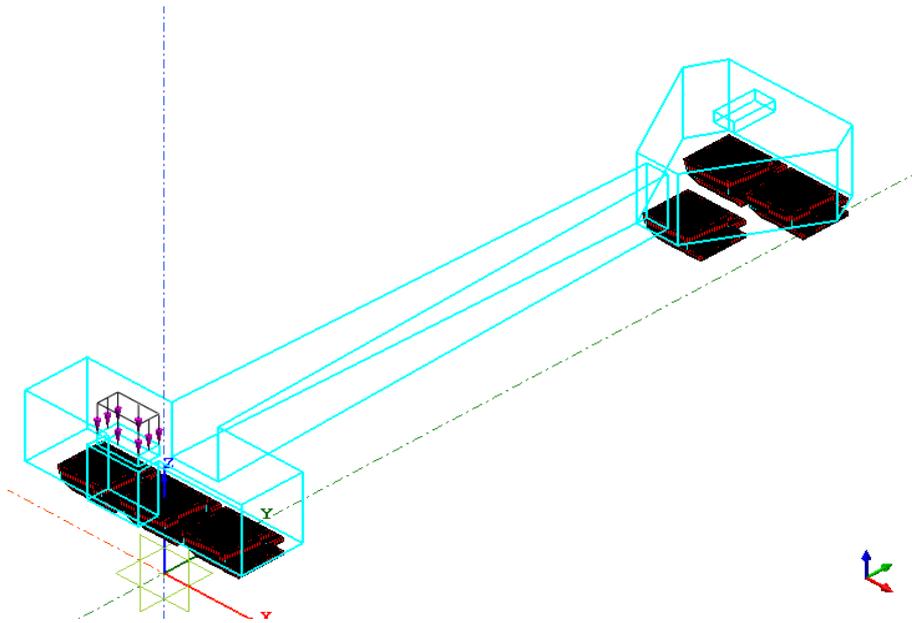


Figura 131 – Modelo numérico – Exemplo 5a

Programa computacional Diana

Para este exemplo o bloco de divisa foi deslocado na direção vertical para que sua face superior tenha o mesmo nível da face superior da viga de equilíbrio. A Figura 132 apresenta a distribuição de tensões horizontais.

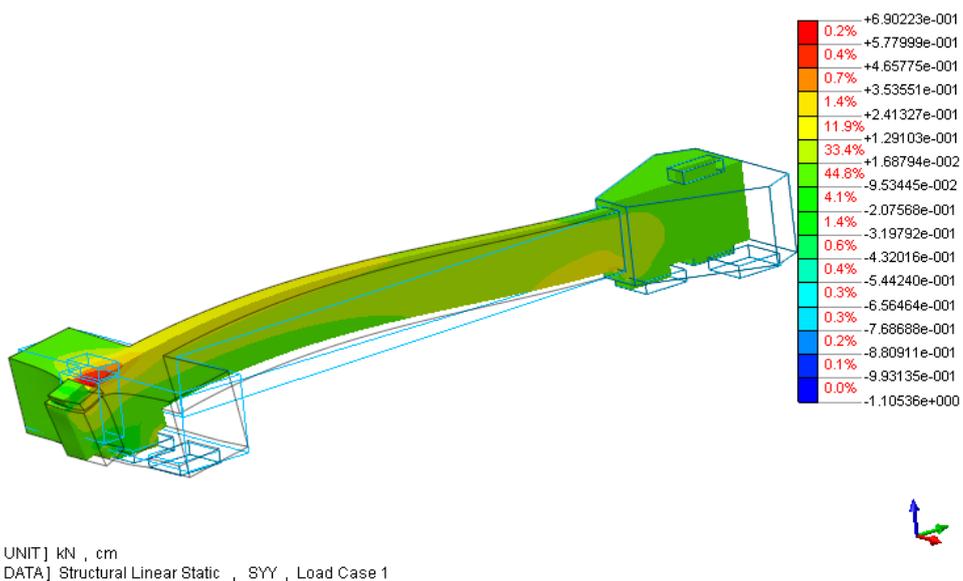


Figura 132 – Distribuição das tensões normais horiaontais – Exemplo 5a

Programa computacional Diana

As máximas tensões de tração são da ordem de 6,9 MPa e de compressão são cerca de 9,9 MPa. A distribuição de tensões verticais são apresentadas na Figura 133.

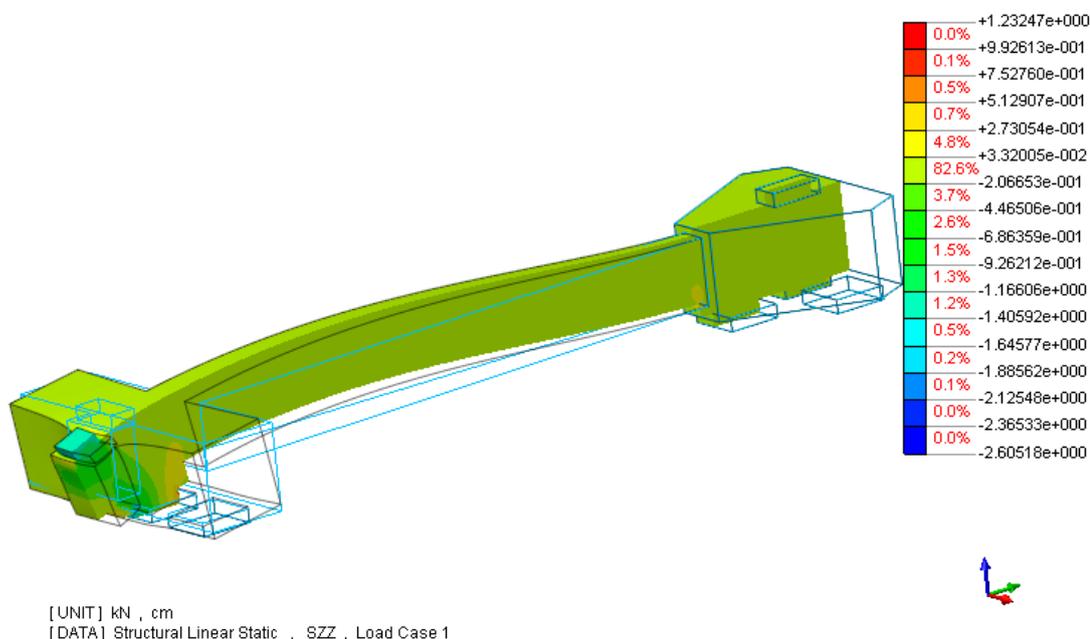


Figura 133 – Distribuição de tensões normais verticais – Exemplo 4a

Programa computacional Diana

Observa-se aqui que há uma parcela de tensão de tração nas estacas de divisa. Isto acontece neste exemplo porque a deformação da viga tende a girar o bloco de divisa. Assim as estacas ficam com uma face comprimida e a outra face tracionada. As máximas tensões de tração e compressão são da ordem de 9,90 MPa e 21,0 MPa, respectivamente.

A Figura 134 mostra o modelo numérico adotado para o mesmo exemplo 5, considerando apoio em linha.

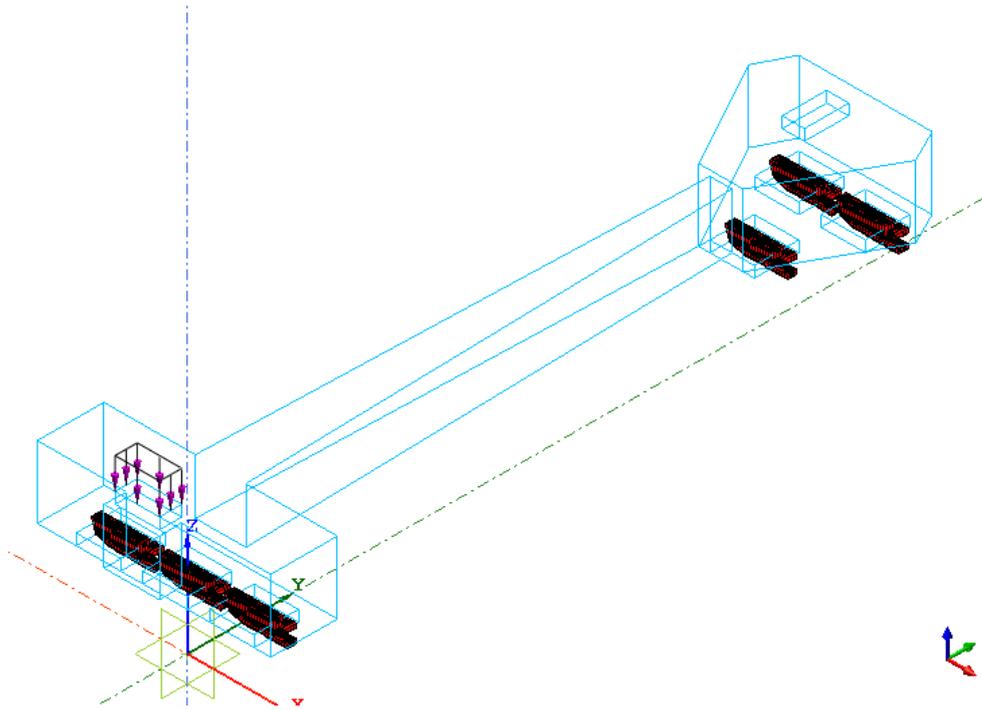
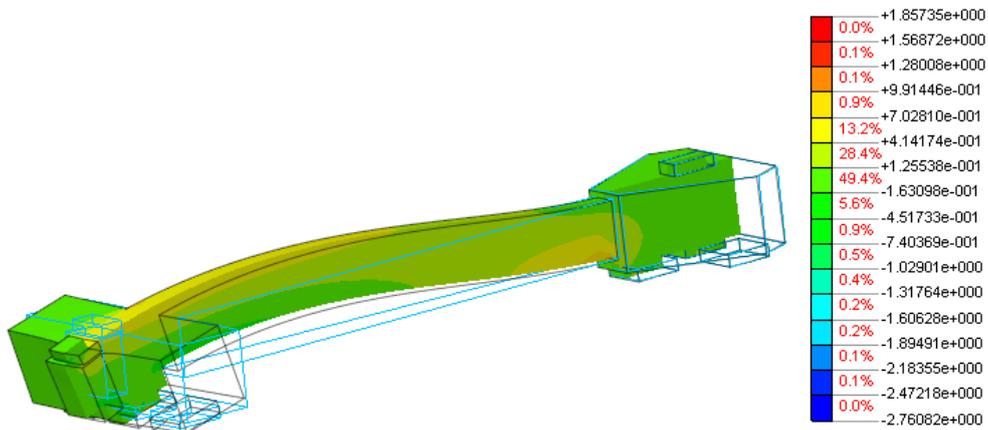


Figura 134 – Modelo numérico – Exemplo 5b

Programa computacional Diana

A Figura 135 apresenta a distribuição de tensões horizontais.



[UNIT] kN , cm
 [DATA] Structural Linear Static , SYY , Load Case 1

Figura 135 – Distribuição de tensões normais horizontias – Exemplo 5b

Programa computacional Diana

É possível notar que mais de 50% da viga de equilíbrio está tracionada. O que caracteriza bom aproveitamento do material. As tensões máximas de tração e compressão são da ordem de 15,70 MPa e 24,70 MPa, respectivamente.

Na Figura 136 analisa-se a distribuição de tensões verticais.

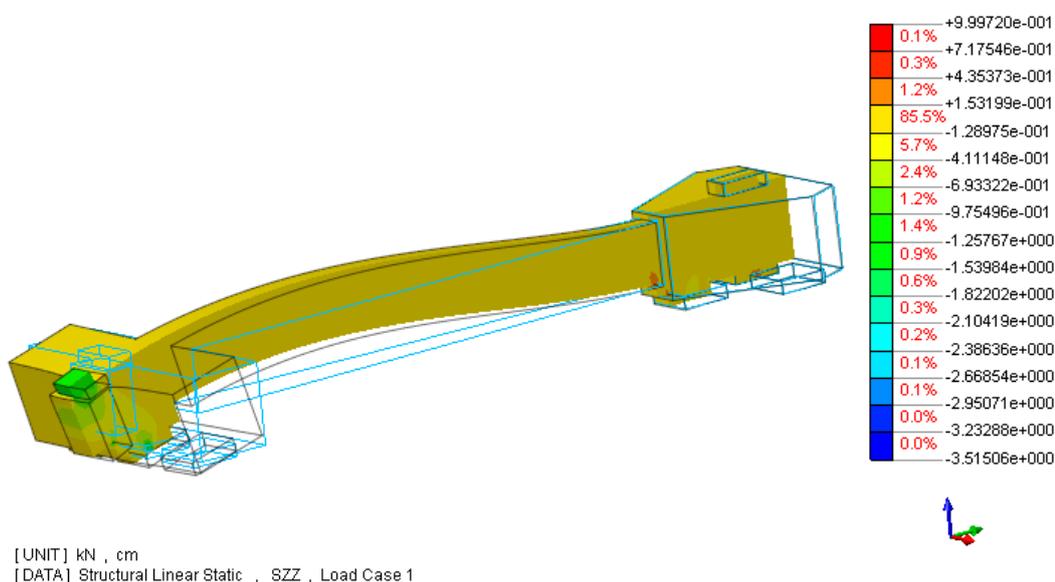


Figura 136 – Distribuição de tensões normais verticais – Exemplo 5b

Programa computacional Diana

Neste modelo, não ocorrem tensões de tração nas estacas de divisa. É possível observar que o fluxo de tensões de compressão é mais estreito que no exemplo com a base das estacas toda apoiada, como já se esperava. As máximas tensões são da ordem de 10,0 MPa de tração e de 29,50 MPa de compressão.

Para facilitar a comparação dos exemplos deste capítulo, apresenta-se a Tabela 1. Lembrando que os exemplos “a” são os apoios em área, e os exemplos “b” são os apoios em linha.

Tabela 1 – Análise dos resultados dos modelos com apoio em área e em linha

	Horizontal		Vertical	
	Tração	Compressão	Tração	Compressão
Exemplo 1a	7,30	17,80	22,00	70,00
Exemplo 1b	12,00	22,00	11,80	41,60
razão 1b/1a	1,64	1,24	0,54	0,59
Exemplo 2a	2,70	5,70	3,00	10,00
Exemplo 2b	5,40	14,70	5,20	14,60
razão 2b/2a	2,00	2,58	1,73	1,46
Exemplo 3a	8,20	15,00	4,20	22,40
Exemplo 3b	1,00	42,00	0,00	41,00
razão 3b/3a	0,12	2,80	0,00	1,83
Exemplo 4a	5,60	5,70	3,10	14,20
Exemplo 4b	6,20	5,90	2,40	14,20
razão 4b/4a	1,11	1,04	0,77	1,00
Exemplo 5a	6,90	9,90	9,90	21,00
Exemplo 5b	15,70	24,70	10,00	29,50
razão 5b/5a	2,28	2,49	1,01	1,40

As razões da Tabela 1 foram desenvolvidas simplesmente dividindo o valor de tensão encontrado para o modelo com apoio em linha, pelo resultado obtido pelo modelo com a base do apoio em área. Desta razão sabe-se o quanto, em porcentagem, que o valor de tensão máxima do modelo em linha representa em relação ao do modelo em área.

Apesar de, teoricamente, o modelo com apoio em linha causar concentrações de tensões, nem sempre este apresentou tensão máxima superior ao modelo com apoio em área. Porém, deve-se tomar cuidado ao se adotar um ou outro modelo, pois pode ser que ao adotar apenas uma linha de apoio, não se considere tensões de tração em uma das faces do apoio. É preciso avaliar se estas tensões são ou não de valores consideráveis.

Analisando a Tabela 1, nota-se que não houve uma regra para qual modelo apresenta tensões máximas maiores. Pode-se observar que os valores foram bem dispersos e que na maioria deles a tensão de compressão máxima foi maior realmente nos modelos com apoio em linha. Isto acontece porque definindo o apoio em linha, concentram-se as tensões que eram para estar no apoio todo nesta única

linha. A força que atua no apoio é a mesma, porém, a área da faixa de apoio é muito menor que o apoio na área toda.

Um fator ruim para o modelo utilizando uma faixa de apoio foi o estreitamento da biela. O projetista que optar por usar este modelo deve atentar-se para este fato também. Observando as figuras deste capítulo, pode-se ver que nos modelos com apoio em linha, a biela se apresenta mais estreita. O que torna o apoio na área toda mais realista.

Das análises feitas, conclui-se que utilizando apoio pleno em toda a superfície das estacas os resultados são mais realistas. Porém, a aproximação do modelo com estaca em linha pode ser usada com algumas ressalvas. Precisa-se analisar a largura real da biela para se garantir que o concreto resista à solicitação imposta.

REFERÊNCIAS

AMERICAN CONCRETE INSTITUTE. **Committee 318 (ACI 318-08)** - Building code Requirements for Structural Concrete and Commentary. Detroit, Michigan, 2008.

_____. **Committee 318 (ACI 318-05)** - Example for the Design of Structural Concrete with Strut-and-Tie Models. Detroit, Michigan, 2005.

ANDRADE, J. R. L. **Dimensionamento estrutural de elementos de fundação** – São Carlos: EESC – USP, 1989.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 6118**: Projeto de Estruturas de Concreto: Procedimento. Rio de Janeiro, 2007.

_____. **NBR 6122**: Projeto e Execução de Fundações: Procedimento. Rio de Janeiro, 1996.

_____. **NBR 9062**: Projeto e Execução de Estruturas de Concreto Pré-Moldado. Rio de Janeiro, 2006.

BELL, B. J. **Fundação em concreto armado** – Rio de Janeiro: Ed. Guanabara Dois, 1985.

BLÉVOT, J.; FRÉMY, R. Semelles sur pieux. **Annales d'Institut Technique du Bâtiment et des Travaux Publics**, v. 20 n. 230, p. 223-295, Paris, 1967.

BURKE, J. R. **Roteiro para cálculo de viga alavanca**. São Paulo: Itaú S.A. Planejamento e Engenharia, 1979.

CLARKE, J. L. **Behavior and Design of Pile Caps with Four Piles**. **Technical Report**, n.42.489, Wexham Springs: Cement and Concrete Association, 1973.

COMISIÓN PERMANENTE DEL HORMIGÓN. **EHE**: Instrucción Española de Hormigón Armado. Madrid: Ministerio de Fomento, Centro de Publicaciones., 2002.

COOK, W; MITCHELL, D. **Studies of disturbe regions near discontinuities in reinforced concrete members**. ACI Structural Journal, v. 85, n. 2, p. 206-216, 1988.

DELALIBERA, R. G.; GIONGO, J. S. **Influência da rigidez do bloco de coroamento nos estaqueamentos em linhas**. Florianópolis: 46° Congresso Brasileiro do Concreto. CD-ROM, 2004.

DIANA. **Finite Element Analysis**. Users Manuals. Netherlands: TNO DIANA, 2005.

EL DEBS, M. K. **Concreto Pré-moldado**: Fundamento e Aplicações. São Carlos: EESC-USP, 2000. 456 p.

FUSCO, P. B. **Técnicas de Armas Estruturas de Concreto**. São Paulo: Ed. Pini, 1995. 382 p.

IYER, P. K.; SAM, C. **Three-Dimensional Analysis of Pile Caps**. Computers & Structures, v.42, n.3, 1992.

KUPFER, H. **Expansion of Mörsch's truss analogy by application of the principle of minimum strain energy**. Paris: CEB - Bulletin 40, 1964.

LEONHARDT, F.; MONNING, E. **Construções de Concreto**. Rio de Janeiro: Editora Interciência, v.1-3, 1978.

MAEKAWA, K.; PIMANMAS, A.; OKAMURA, H. **Nonlinear Mechanics of Reinforced Concrete**. London: Ed. Spon Press. 2003.

MAUTONI, M. **Blocos sobre dois apoios**. Tese (Doutorado em Engenharia de Estruturas) - São Paulo: Grêmio Politécnico – EP-USP, 1972.

MIGUEL, M. G. **Análise Experimental e Numérica de Blocos sobre Três Estacas**. 121 f. Tese (Doutorado em Engenharia de Estruturas) – São Carlos: EESC-USP, 2000.

MONTOYA, P. J.; MESEGUER, A. G.; CABRÉ, F. M. **Hormigón Armado**. Barcelona: Ed. Gustavo Gilli v. 1. 14ª ed., 2000.

MORAES, M. C. **Estruturas de Fundações**. São Paulo: Editora McGraw-Hill do Brasil. 1977.

MUNHOZ, F. S. **Análise do Comportamento de Blocos de Concreto Armado sobre Estacas Submetidos à Ação de Força Centrada**. 80 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia de Estruturas) – São Carlos: EESC-USP, 2004.

MUNHOZ, F. S.; GIONGO, J. S. **Projeto de blocos sobre estacas e tubulões**. São Carlos: EESC – USP, 2011.

PARK, R.; PAULAY, T. **Reinforced Concrete Structures**. New York, 1975. 800 p.

RAMOS, F. A. C. **Análise Numérica de Blocos sobre Dez Estacas: Cálculo das Reações de Apoio**. Dissertação (Mestrado em Engenharia de Estruturas) – São Carlos: EESC-USP, 2007.

RÜSCH, H. **On the limitations of applicability of the truss analogy for shear design of R.C.Beams**. Festschrift F. Campus "Amiciet Alumni": Université de Liege, 1964.

SABNIS, G. M.; GOGATE, A. B. **Investigation of thick slab (Pile Cap) behavior**. ACI Structural Journal. n. 81-5,b1984.

SCHLAICH, J.; SCHAFER, K.; JENNEWEIN, M. **Toward a consistent design of reinforced structural concrete**. Journal of Prestressed Concrete Institute, v. 32, n. 3, p. 74-150, 1987.

SCHLAICH, J., SCHAFER, K. **Design and detailing of structural concrete using strut-and-tie models**. The Structural Engineer, v.69, n.6, 1991.

SILVA, R. C.; GIONGO, J. S. **Modelos de Bielas e Tirantes Aplicados a Estruturas de Concreto Armado**. São Carlos: EESC-USP, 2000.

SOUZA, R. A. **Concreto Estrutural: Análise e Dimensionamento de Elementos com Descontinuidades**. 442 f. Tese (Doutorado em Engenharia de Estruturas) – São Paulo: EPP-USP, 2004.

TAYLOR, H. P. J.; CLARKE, J. L. **Some detailing problems in concrete frame structures**. The Structural Engineer, 1976.

TJHIN, T. N.; KUCHMA, D. **Computer-Based Tools for Design by Strut-and-Tie Method: Advances and Challenges**. ACI Structural Journal, 2002.