

LUIS FERNANDO SAMPAIO SOARES

**Efeitos dependentes do tempo em vigas pré-moldadas compostas
com lajes alveolares e vinculações semi-rígidas**

Dissertação apresentada à Escola de Engenharia
de São Carlos da Universidade de São Paulo,
como requisitos para obtenção do título de Mestre
em Engenharia de Estruturas.

Orientador. Mounir Khalil El Debs

São Carlos

2011

AUTORIZO A REPRODUÇÃO E DIVULGAÇÃO TOTAL OU PARCIAL DESTE TRABALHO, POR QUALQUER MEIO CONVENCIONAL OU ELETRÔNICO, PARA FINS DE ESTUDO E PESQUISA, DESDE QUE CITADA A FONTE.

Ficha catalográfica preparada pela Seção de Tratamento
da Informação do Serviço de Biblioteca – EESC/USP

S676e Soares, Luis Fernando Sampaio
Efeitos dependentes do tempo em vigas pré-moldadas compostas com lajes alveolares e vinculações semi-rígidas / Luis Fernando Sampaio Soares ; orientador Mounir Khalil El Debs. -- São Carlos, 2011.

Dissertação (Mestrado-Programa de Pós-Graduação e Área de Concentração em Engenharia de Estruturas) -- Escola de Engenharia de São Carlos da Universidade de São Paulo, 2011.

1. Estruturas de concreto armado pré-moldado. 2. Efeitos dependentes do tempo. 3. Vigas pré-moldadas compostas. 4. Esforços de restrição. 5. Ligações semi-rígidas. I. Título.

FOLHA DE JULGAMENTO

Candidato: Engenheiro LUIS FERNANDO SAMPAIO SOARES.

Dissertação defendida e julgada em 03/02/2011 perante a Comissão Julgadora:




Prof. Titular **MOUNIR KHALIL EL DEBS – (Orientador)**
(Escola de Engenharia de São Carlos/USP)

Aprovado




Dr. **VLADIMIR GUILHERME HAACH**
(Pós-Doc/FAPESP)

APROVADO

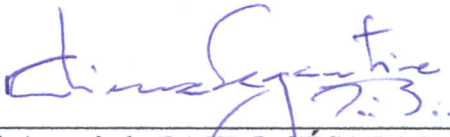


Prof. Dr. **ROBERTO CHUST CARVALHO**
(Universidade Federal de São Carlos/UFSCar)

APROVADO



Prof. Associado **MARCIO ANTONIO RAMALHO**
Coordenador do Programa de Pós-Graduação em
Engenharia Civil (Engenharia de Estruturas)



Prof. Associado **PAULO CÉSAR LIMA SEGANTINE**
Presidente da Comissão de Pós-Graduação

Aos que se dedicam à Engenharia

AGRADECIMENTOS

A Luis Alfredo pelo P² (Pai x Professor).

A Ivone, Michèlle, Luis Alfredo, Luis André e Polianna por exercerem tão bem seus respectivos “cargos”.

Ao Orientador, Professor Mounir Khalil El Debs, pelo carinho, paciência, e atenção dedicados à confecção deste trabalho.

Aos grandes amigos Frederico Araújo e Osvaldo Barbosa.

Aos grandes amigos do MdA.

Aos Professores José Samuel Giongo, Libânio Miranda Pinheiro e Toshiaki Takeya pela força e conversas “informais” de grande valia.

Aos Professores João Celso, Ivar Hortegal, e Henrique Mariano por despertarem o interesse do aluno pela área.

Aos amigos queridos de agora e sempre; André Luiz Ramos, Francisco Quim, Higor Sérgio Dantas de Argôlo, Igor A. Chaves, e Raphael Mairal.

Às amigas queridas de agora e sempre; Gabriela Mazureki Campos, Marliane Brito Sampaio e Ellen Kellen Bellucio.

Aos engenheiros Andrei José Merlin, Eduardo Aurélio Aguiar, Fernando Menezes de Almeida Filho, Rodrigo Paccola, Leonardo Bezerra e Wálter Oliveira.

Aos colegas de mestrados que mantiveram o bom humor ao longo desse trabalho. Em especial à turma de 2008; Andreilton de Paula Santos, Bianca Oliveira Fernandez, Calil Zumerle Masioli, Carlos Antônio Marek Filho, Cátia da Costa e Silva, Danielle Airão Barros, Dênis Delázari da Silva, Hildebrando José Farkat Diogenes, Hugo Bonetti Santos Silva, Jonas Benedett Dorr, Rodolfo Costa de Medeiros, Valmiro Quefren Gameleira Nunes, Wagner Queiroz Silva, Wellison José de Santana Gomes.

Aos colegas da turma de 2009; André Marcon Trotta, Charles Jaster de Oliveira, Daniel Veiga Adolfs, Davi Fagundes Leal, Emerson Alexandro Bolandim, Eunice Silva Santos, Fabricio Da Cruz Tomo, Juliana Teodoro Friedrich, Luiz Henrique Da Silva Fernández, Marcelo Campos Junqueira Reis, Markus Samuel Rebmann, Mateus Ortigosa Cunha, Nero De Almeida Vieira, Pedro Diego Almeida Bergamasco, Rafael Eclache Moreira De Camargo, Rafael Marques Lins, Rafael Tamanini Machado, Rodrigo Pagnussat, Winston Junior Zumaeta Moncayo.

Aos colegas da turma de 2007; Angelo Giovanni B. Corelhano, Aref Kalilo Lima Kzam, Cesar Alfredo Espezua Lierena, Dorival Piedade, Érica Fernanda Aiko Kimura, Rodrigo Barros, Marcela Filizola, Wanderson Fernando Maia.

Fabiano, Mário e a turma do laboratório.

*“[...] Ergueu no patamar quatro paredes
mágicas, tijolo por tijolo num desenho lógico [...]”*

Chico Buarque

RESUMO

SOARES, L. F. S. (2011). *Efeitos dependentes do tempo em vigas pré-moldadas compostas com lajes alveolares e vinculações semi-rígidas*. Dissertação (Mestrado) – Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, 2011.

Neste trabalho estudam-se os efeitos dependentes do tempo em vigas de concreto pré-moldado, protendidas ou não, com concretagem posterior formando um conjunto de seção composta com lajes alveolares, usual em pavimentos de edifícios, e ocasionando um estabelecimento da continuidade com ligação semi-rígida. Os esforços de restrição causados pelos efeitos de retração e fluência dos diversos concretos envolvidos e possível relaxação das cordoalhas de protensão nos extremos dessas vigas acarretam uma redistribuição de esforços função do tempo, causando deslocamentos axiais e rotações no elemento. Esta análise é feita utilizando a programação em elementos finitos *CONS*, própria para análise não-linear de estruturas em concreto construídas evolutivamente, aplicada a modelos representativos. O programa *CONS* apresentou bastante precisão na avaliação dos efeitos do tempo respaldado por estudos experimentais. Com base no estudo de dois modelos representativos de concreto pré-moldado foi observado que: a) os momentos de restrição acarretaram modificações sensíveis na região da ligação influenciando na fissuração da peça e no valor final de momento fletor, com alterações de até 80% para a viga de concreto armado, e inversão do sinal para a viga de concreto protendido; b) em comparação com as demais, as deformações axiais tiveram uma maior influência dos efeitos do tempo chegando a acréscimos posteriores à imposição do último carregamento de até 90% para a viga de concreto protendido; c) a retração diferencial entre concretos de idades distintas originou tensões de tração consideráveis em especial na região da interface.

Palavras-chave: efeitos dependentes do tempo. Vigas pré-moldadas compostas. Esforços de restrição. Ligações semi-rígidas.

ABSTRACT

SOARES, L. F. S. (2011). *Time-dependent effect on composite precast beams with hollow core slabs and semi-rigid connections*. MSc Thesis – Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, 2011.

In this research, time-dependent effects in precast concrete beams, prestressed or not, with posterior concreting resulting in a structure of a composite cross section with hollow core slabs, usual in buildings floors, and made continuous with semi-rigid connection are studied. The restraint stresses caused by the effects of the shrinkage and creep of the various concretes involved and possible relaxation of the prestressed tendons in the extremities of these beams imply in a rearrangement of time-dependent stresses, leading to axial deflection and rotations in the element. This analysis is made using the finite element based program *CONS* for non-linear analysis of progressively assembled concrete structures, applied in representative samples. *CONS* presented great accuracy in the evaluation of time effects supported by experimental studies. Based on a study of two precast concrete structures examples, it was observed that: a) the restraint stresses lead to sensible modifications in the connection, influencing on the cracking of the piece and in the final bending moment with changes of 80% for the reinforced concrete sample, and sign inversion for the prestressed one; b) In comparison among the others, the axial deformation had a greater influence in time effects in the samples analyzed, with increases after the last load of 90% in the prestressed example; c) the differential shrinkage between concretes of different ages has generated great tensile stresses, specially on the interface.

Keywords: time-dependent effects. Composite precast beams. Restraint stresses. Semi-rigid connections.

LISTA DE FIGURAS

FIGURA 1.1 – ILUSTRAÇÃO DO CONJUNTO DE PISO AVALIADO.	30
FIGURA 1.2 - MOMENTOS DE RESTRIÇÃO QUE APARECEM NA REGIÃO DA LIGAÇÃO SOBRE OS APOIOS AO LONGO DO TEMPO. A) EFEITO DA RETRAÇÃO DIFERENCIAL; B) EFEITO DA PROTENSÃO; C) EFEITO DA CARGA PERMANENTE	31
FIGURA 2.1 – FORMAS DE SEÇÕES TRANSVERSAIS DOS PAINÉIS ALVEOLARES.	36
FIGURA 2.2 – ASPECTOS GEOMÉTRICOS DOS PAINÉIS ALVEOLARES.	36
FIGURA 2.3 – ÁREA EFETIVA DA SEÇÃO TRANSVERSAL DA LAJE ALVEOLAR [XIE (2009)].	38
FIGURA 2.4 – CURVA <i>MOMENTO FLETOR X ROTAÇÃO</i> PARA OS TRÊS TIPOS DE LIGAÇÕES [EL DEBS (2000)].	40
FIGURA 2.5 – MODELO MECÂNICO DE INNSBRUCK [COST C1 (1996) APUD MIOTTO (2002)].	43
FIGURA 2.6 – MODELO MECÂNICO PARA LIGAÇÕES MISTAS [EUROCODE 4 (1996) APUD MIOTTO (2002)].	45
FIGURA 2.7 - DISCRIMINAÇÃO ESTIMADA DAS PARCELAS DE DEFORMAÇÃO NO CONCRETO. [HANAI (2005)]. ...	62
FIGURA 2.8 – DISTRIBUIÇÃO DAS DEFORMAÇÕES NA SEÇÃO DA VIGA AO LONGO DO TEMPO.	64
FIGURA 2.9 – ILUSTRAÇÃO DA ROTAÇÃO (ϕ) E DESLOCAMENTO AXIAL (ΔL) QUE APARECEM NOS EXTREMOS DA VIGA.	63
FIGURA 2.10 – DIAGRAMAS PARA APLICAÇÃO DO MÉTODO DAS FORÇAS [MOTA (2009)].	66
FIGURA 2.11 – VIGA COM CONTINUIDADE ESTABELECIDA NUM TEMPO t_0 [MOTA (2009)].	67
FIGURA 3.1 – ELEMENTO FINITO UTILIZADO NO PROGRAMA <i>CONS</i> . [MARÍ (2000)].	72
FIGURA 3.2 – DIAGRAMA <i>TENSÃO X DEFORMAÇÃO</i> UNIAXIAL DO CONCRETO. [MARÍ (2000)].	73
FIGURA 3.3 – DIAGRAMA <i>TENSÃO X DEFORMAÇÃO</i> UNIAXIAL DO AÇO DA AMADURA PASSIVA. [MARÍ (2000)]. ...	73
FIGURA 3.4 – DIAGRAMA <i>TENSÃO X DEFORMAÇÃO</i> UNIAXIAL DO AÇO DA AMADURA ATIVA. [MARÍ (2000)].	74
FIGURA 3.5 – REPRESENTAÇÃO DAS TRANSLAÇÕES E ROTAÇÕES DOS NÓS.	79
FIGURA 3.6 – ELEMENTO FINITO COM ARMADURA DE PROTENSÃO. [MERLIN (2006)].	79
FIGURA 3.7 – DEFORMAÇÃO DE UM SEGMENTO DE CABO DE PROTENSÃO. [MERLIN (2006)].	80
FIGURA 3.8 – FLUXOGRAMA SIMPLIFICADO. [MARÍ (2000)].	82
FIGURA 3.9 – VISTA DO MODELO ENSAIADO POR GILBERT (2008).	83
FIGURA 3.10 – SEÇÃO LONGITUDINAL DO MODELO ENSAIADO POR GILBERT (2008). VALOR EM <i>MM</i>	83
FIGURA 3.11 – DISCRETIZAÇÃO DA SEÇÃO LONGITUDINAL.	83
FIGURA 3.12 – SEÇÃO TRANSVERSAL DO MODELO ENSAIADO POR GILBERT (2008). VALORES EM <i>MM</i>	84
FIGURA 3.13 – DISCRETIZAÇÃO DA SEÇÃO TRANSVERSAL.	84
FIGURA 3.14 – FLUXOGRAMA DAS ETAPAS DOS ENSAIOS.	84
FIGURA 3.15 – GRÁFICO DA <i>FORÇA X DEFORMAÇÃO AXIAL</i> OBTIDO EXPERIMENTALMENTE, MODELO LTN12B. [GILBERT (2008)].	85
FIGURA 3.16 - GRÁFICO DA <i>FORÇA X DEFORMAÇÃO AXIAL</i> OBTIDO NA SIMULAÇÃO NUMÉRICA DO MODELO LTN12B.	85
FIGURA 3.17 - GRÁFICO DA <i>FORÇA X DEFORMAÇÃO AXIAL</i> OBTIDO EXPERIMENTALMENTE, MODELO LTN12A. [GILBERT (2008)].	86

FIGURA 3.18 - GRÁFICO DA <i>FORÇA X DEFORMAÇÃO AXIAL</i> OBTIDO NA SIMULAÇÃO NUMÉRICA DO MODELO LTN12A.	86
FIGURA 3.19 – SEÇÃO LONGITUDINAL DAS LAJES ENSAIADAS.	87
FIGURA 3.20 – DISCRETIZAÇÃO DA SEÇÃO LONGITUDINAL.	88
FIGURA 3.21 – SEÇÃO TRANSVERSAL DAS LAJES ENSAIADAS. VALORES EM CM.	88
FIGURA 3.22 - DISCRETIZAÇÃO DA SEÇÃO TRANSVERSAL. VALORES EM CM.	88
FIGURA 3.23 – FLUXOGRAMA DAS ETAPAS DE SIMULAÇÕES DAS LAJES 1, 2 E 3.	89
FIGURA 3.24 – RELAÇÃO ENTRE OS RESULTADOS <i>CONS/EXPERIMENTAL</i> PARA LAJE 1.	89
FIGURA 3.25 - RELAÇÃO ENTRE OS RESULTADOS <i>CONS/EXPERIMENTAL</i> PARA LAJE 2.	90
FIGURA 3.26 - RELAÇÃO ENTRE OS RESULTADOS <i>CONS/EXPERIMENTAL</i> PARA LAJE 3.	90
FIGURA 4.1 – DETALHE DA VIGA EXTRAÍDA DO PÓRTICO ANALISADO EM MOTA (2009).	92
FIGURA 4.2 - DIAGRAMAS DE MOMENTO FLETOR DA VIGA DO 1º PAVIMENTO.	94
FIGURA 4.3 – DISCRETIZAÇÃO DA SEÇÃO LONGITUDINAL E TRANSVERSAL UTILIZADA NA SIMULAÇÃO NUMÉRICA PARA O MODELO <i>VIGA EM CONCRETO ARMADO SIMPLES</i>	94
FIGURA 4.4 – FLUXOGRAMA DAS ETAPAS.	95
FIGURA 4.5 - COMPARAÇÃO ENTRE OS VALORES DE M_{∞} OBTIDOS NAS DUAS ANÁLISES.	96
FIGURA 4.6 - SEÇÃO LONGITUDINAL DO MODELO <i>VIGA EM CONCRETO ARMADO COMPOSTA</i>	97
FIGURA 4.7 - SEÇÃO TRANSVERSAL DO MODELO <i>VIGA EM CONCRETO ARMADO COMPOSTA</i> . VALORES EM MM.	98
FIGURA 4.8 - VISTA TRIDIMENSIONAL DO MODELO <i>VIGA EM CONCRETO ARMADO COMPOSTA</i>	98
FIGURA 4.9 – ARMADURA EMPREGADA NO MODELO <i>CONCRETO ARMADO COMPOSTA</i>	98
FIGURA 4.10 – DISCRETIZAÇÃO DA SEÇÃO LONGITUDINAL DO MODELO <i>VIGA EM CONCRETO ARMADO COMPOSTA</i>	98
FIGURA 4.11 - DISCRETIZAÇÃO VERTICAL DA SEÇÃO TRANSVERSAL DO MODELO <i>VIGA EM CONCRETO ARMADO COMPOSTA</i>	99
FIGURA 4.12 – DISCRETIZAÇÃO HORIZONTAL DA SEÇÃO TRANSVERSAL DO MODELO <i>VIGA EM CONCRETO ARMADO COMPOSTA</i> . VALORES EM MM.	99
FIGURA 4.13 - ÁREA EFETIVA E VALORES PARA A SEÇÃO TRANSVERSAL DA LAJE ALVEOLAR. VALORES EM MM.	100
FIGURA 4.14 – LIGAÇÃO AVALIADA EM EL DEBS ET AL.(2009).	101
FIGURA 4.15 – FLUXOGRAMA DAS ETAPAS.	103
FIGURA 4.16 – EVOLUÇÃO DO MOMENTO FLETOR AO LONGO DO TEMPO.	105
FIGURA 4.17 – EVOLUÇÃO DO MOMENTO FLETOR LINEAR NA REGIÃO DA LIGAÇÃO AO LONGO DO TEMPO.	105
FIGURA 4.18 – EVOLUÇÃO DO MOMENTO FLETOR LINEAR NA REGIÃO DA LIGAÇÃO AO LONGO DO TEMPO COM O EIXO DAS ABCISSAS EM ESCALA LOGARÍTMICA.	106
FIGURA 4.19 – EVOLUÇÃO DO MOMENTO FLETOR NÃO-LINEAR NA REGIÃO DA LIGAÇÃO AO LONGO DO TEMPO.	106
FIGURA 4.20 – EVOLUÇÃO DO MOMENTO FLETOR NÃO-LINEAR NA REGIÃO DA LIGAÇÃO AO LONGO DO TEMPO COM O EIXO DAS ABCISSAS EM ESCALA LOGARÍTMICA.	106
FIGURA 4.21 – RELAÇÃO ENTRE ANÁLISE <i>LINEAR/NÃO-LINEAR</i> PARA MOMENTO FLETOR NA LIGAÇÃO AO LONGO DO TEMPO COM O EIXO DAS ABCISSAS EM ESCALA LOGARÍTMICA.	107
FIGURA 4.22 – EVOLUÇÃO DO MOMENTO FLETOR LINEAR NO MEIO DO VÃO AO LONGO DO TEMPO.	107

FIGURA 4.23 - EVOLUÇÃO DO MOMENTO FLETOR LINEAR NO MEIO DO VÃO AO LONGO DO TEMPO COM O EIXO DAS ABSCISSAS EM ESCALA LOGARÍTMICA.	108
FIGURA 4.24 - EVOLUÇÃO DO MOMENTO FLETOR NÃO-LINEAR NO MEIO DO VÃO AO LONGO DO TEMPO.	108
FIGURA 4.25 - EVOLUÇÃO DO MOMENTO FLETOR NÃO-LINEAR NO MEIO DO VÃO AO LONGO DO TEMPO COM O EIXO DAS ABSCISSAS EM ESCALA LOGARÍTMICA.	108
FIGURA 4.26 - RELAÇÃO ENTRE ANÁLISE <i>LINEAR/NÃO-LINEAR</i> PARA MOMENTO FLETOR NO MEIO DO VÃO.	109
FIGURA 4.27 – CONVENÇÃO PARA OS DESLOCAMENTOS AXIAIS NO EXTREMO DA VIGA.	109
FIGURA 4.28 – CONVENÇÃO PARA AS ROTAÇÕES NO EXTREMO DA VIGA.	109
FIGURA 4.29 – CONVENÇÃO PARA A FLECHA NO MEIO DO VÃO.	110
FIGURA 4.30 - EVOLUÇÃO DO DESLOCAMENTO AXIAL LINEAR NO EXTREMO DO MODELO AO LONGO DO TEMPO.	110
FIGURA 4.31 - EVOLUÇÃO DO DESLOCAMENTO AXIAL LINEAR NO EXTREMO DO MODELO AO LONGO DO TEMPO COM O EIXO DAS ABSCISSAS EM ESCALA LOGARÍTMICA.	110
FIGURA 4.32 - EVOLUÇÃO DO DESLOCAMENTO AXIAL NÃO-LINEAR NO EXTREMO DO MODELO AO LONGO DO TEMPO.	111
FIGURA 4.33 - EVOLUÇÃO DO DESLOCAMENTO AXIAL NÃO-LINEAR NO EXTREMO DO MODELO AO LONGO DO TEMPO COM O EIXO DAS ABSCISSAS EM ESCALA LOGARÍTMICA.	111
FIGURA 4.34 - RELAÇÃO ENTRE ANÁLISE <i>LINEAR/NÃO-LINEAR</i> AO LONGO DO TEMPO PARA DESLOCAMENTO AXIAL NO EXTREMO DO MODELO.	111
FIGURA 4.35 - EVOLUÇÃO DA ROTAÇÃO LINEAR NO EXTREMO DO MODELO AO LONGO DO TEMPO.	112
FIGURA 4.36 - EVOLUÇÃO DA ROTAÇÃO LINEAR NO EXTREMO DO MODELO AO LONGO DO TEMPO COM O EIXO DAS ABSCISSAS EM ESCALA LOGARÍTMICA.	112
FIGURA 4.37 - EVOLUÇÃO DA ROTAÇÃO NÃO-LINEAR NO EXTREMO DO MODELO AO LONGO DO TEMPO.	113
FIGURA 4.38 - EVOLUÇÃO DA ROTAÇÃO NÃO-LINEAR NO EXTREMO DO MODELO AO LONGO DO TEMPO COM O EIXO DAS ABSCISSAS EM ESCALA LOGARÍTMICA.	113
FIGURA 4.39 - RELAÇÃO ENTRE ANÁLISE <i>LINEAR/NÃO-LINEAR</i> AO LONGO DO TEMPO PARA ROTAÇÃO NO EXTREMO DO MODELO.	113
FIGURA 4.40 - EVOLUÇÃO DA FLECHA LINEAR NO MEIO DO VÃO AO LONGO DO TEMPO.	114
FIGURA 4.41 - EVOLUÇÃO DA FLECHA LINEAR NO MEIO DO VÃO AO LONGO DO TEMPO COM O EIXO DAS ABSCISSAS EM ESCALA LOGARÍTMICA.	114
FIGURA 4.42 - EVOLUÇÃO DA FLECHA NÃO-LINEAR NO MEIO DO VÃO AO LONGO DO TEMPO.	115
FIGURA 4.43 - EVOLUÇÃO DA FLECHA NÃO-LINEAR NO MEIO DO VÃO AO LONGO DO TEMPO COM O EIXO DAS ABSCISSAS EM ESCALA LOGARÍTMICA.	115
FIGURA 4.44 - RELAÇÃO ENTRE ANÁLISE <i>LINEAR/NÃO-LINEAR</i> AO LONGO DO TEMPO PARA FLECHA NO MEIO DO VÃO COM O EIXO DAS ABSCISSAS EM ESCALA LOGARÍTMICA.	115
FIGURA 4.45 – LOCALIZAÇÃO DAS FIBRAS NA SEÇÃO TRANSVERSAL PARA ANÁLISE DAS TENSÕES.	116
FIGURA 4.46 - LOCALIZAÇÃO DAS FIBRAS NA SEÇÃO LONGITUDINAL PARA ANÁLISE DAS TENSÕES.	116
FIGURA 4.47 – VARIAÇÃO DA TENSÃO COM A ANÁLISE LINEAR NA <i>FIBRA SCML</i> AO LONGO DO TEMPO.	117
FIGURA 4.48 - VARIAÇÃO DA TENSÃO COM A ANÁLISE LINEAR NA <i>FIBRA SCML</i> AO LONGO DO TEMPO COM O EIXO DAS ABSCISSAS EM ESCALA LOGARÍTMICA.	117

FIGURA 4.49 - VARIAÇÃO DA TENSÃO COM A ANÁLISE NÃO-LINEAR NA <i>FIBRA SCML</i> AO LONGO DO TEMPO.	118
FIGURA 4.50 - VARIAÇÃO DA TENSÃO COM A ANÁLISE NÃO-LINEAR NA <i>FIBRA SCML</i> AO LONGO DO TEMPO COM O EIXO DAS ABCISSAS EM ESCALA LOGARÍTMICA.	118
FIGURA 4.51 - RELAÇÃO ENTRE ANÁLISE <i>LINEAR/NÃO-LINEAR</i> PARA VARIAÇÃO DA TENSÃO NA <i>FIBRA SCML</i> AO LONGO DO TEMPO COM O EIXO DAS ABCISSAS EM ESCALA LOGARÍTMICA.	118
FIGURA 4.52 – VARIAÇÃO DA TENSÃO COM A ANÁLISE LINEAR NA <i>FIBRA ICML</i> AO LONGO DO TEMPO.	119
FIGURA 4.53 - VARIAÇÃO DA TENSÃO COM A ANÁLISE LINEAR NA <i>FIBRA ICML</i> AO LONGO DO TEMPO COM O EIXO DAS ABCISSAS EM ESCALA LOGARÍTMICA.	119
FIGURA 4.54 - VARIAÇÃO DA TENSÃO COM A ANÁLISE NÃO-LINEAR NA <i>FIBRA ICML</i> AO LONGO DO TEMPO.	120
FIGURA 4.55 - VARIAÇÃO DA TENSÃO COM A ANÁLISE NÃO-LINEAR NA <i>FIBRA ICML</i> AO LONGO DO TEMPO COM O EIXO DAS ABCISSAS EM ESCALA LOGARÍTMICA.	120
FIGURA 4.56 - RELAÇÃO ENTRE ANÁLISE <i>LINEAR/NÃO-LINEAR</i> PARA VARIAÇÃO DA TENSÃO NA <i>FIBRA ICML</i> AO LONGO DO TEMPO COM O EIXO DAS ABCISSAS EM ESCALA LOGARÍTMICA.	120
FIGURA 4.57 – VARIAÇÃO DA TENSÃO COM A ANÁLISE LINEAR NA <i>FIBRA SCPM</i> AO LONGO DO TEMPO.	121
FIGURA 4.58 - VARIAÇÃO DA TENSÃO COM A ANÁLISE LINEAR NA <i>FIBRA SCPM</i> AO LONGO DO TEMPO COM O EIXO DAS ABCISSAS EM ESCALA LOGARÍTMICA.	121
FIGURA 4.59 - VARIAÇÃO DA TENSÃO COM A ANÁLISE NÃO-LINEAR NA <i>FIBRA SCPM</i> AO LONGO DO TEMPO.	122
FIGURA 4.60 - VARIAÇÃO DA TENSÃO COM A ANÁLISE NÃO-LINEAR NA <i>FIBRA SCPM</i> AO LONGO DO TEMPO COM O EIXO DAS ABCISSAS EM ESCALA LOGARÍTMICA.	122
FIGURA 4.61 - RELAÇÃO ENTRE ANÁLISE <i>LINEAR/NÃO-LINEAR</i> PARA VARIAÇÃO DA TENSÃO NA <i>FIBRA SCPM</i> AO LONGO DO TEMPO COM O EIXO DAS ABCISSAS EM ESCALA LOGARÍTMICA.	122
FIGURA 4.62 – VARIAÇÃO DA TENSÃO COM A ANÁLISE LINEAR NA <i>FIBRA ICPM</i> AO LONGO DO TEMPO.	123
FIGURA 4.63 - VARIAÇÃO DA TENSÃO COM A ANÁLISE LINEAR NA <i>FIBRA ICPM</i> AO LONGO DO TEMPO COM O EIXO DAS ABCISSAS EM ESCALA LOGARÍTMICA.	123
FIGURA 4.64 - VARIAÇÃO DA TENSÃO COM A ANÁLISE NÃO-LINEAR NA <i>FIBRA ICPM</i> AO LONGO DO TEMPO.	124
FIGURA 4.65 - VARIAÇÃO DA TENSÃO COM A ANÁLISE NÃO-LINEAR NA <i>FIBRA ICPM</i> AO LONGO DO TEMPO COM O EIXO DAS ABCISSAS EM ESCALA LOGARÍTMICA.	124
FIGURA 4.66 - RELAÇÃO ENTRE ANÁLISE <i>LINEAR/NÃO-LINEAR</i> PARA VARIAÇÃO DA TENSÃO NA <i>FIBRA ICPM</i> AO LONGO DO TEMPO COM O EIXO DAS ABCISSAS EM ESCALA LOGARÍTMICA.	124
FIGURA 4.67 - VARIAÇÃO DA TENSÃO COM A ANÁLISE NÃO-LINEAR NA <i>FIBRA ICPM</i> E NA ARMADURA POSITIVA AO LONGO DO TEMPO COM O EIXO DAS ABCISSAS EM ESCALA LOGARÍTMICA.	125
FIGURA 4.68 – DETALHE DA VARIAÇÃO NA TENSÃO COM A ANÁLISE NÃO-LINEAR NA <i>FIBRA ICPM</i> E NA ARMADURA POSITIVA AO LONGO DO TEMPO COM O EIXO DAS ABCISSAS EM ESCALA LOGARÍTMICA.	125
FIGURA 4.69 - VARIAÇÃO DA TENSÃO COM A ANÁLISE NÃO-LINEAR NAS FIBRAS <i>SCML, ICML, SCPM</i> E <i>ICPM</i>	126
FIGURA 4.70 – VARIAÇÃO DA TENSÃO COM A ANÁLISE NÃO-LINEAR NAS FIBRAS <i>SCML, ICML, SCPM</i> E <i>ICPM</i> COM O EIXO DAS ABCISSAS EM ESCALA LOGARÍTMICA.	126
FIGURA 4.71 – VARIAÇÃO DA DEFORMAÇÃO COM A ANÁLISE LINEAR NA <i>FIBRA SCML</i> AO LONGO DO TEMPO. ..	127
FIGURA 4.72 - VARIAÇÃO DA DEFORMAÇÃO COM A ANÁLISE LINEAR NA <i>FIBRA SCML</i> AO LONGO DO TEMPO COM O EIXO DAS ABCISSAS EM ESCALA LOGARÍTMICA.	127

FIGURA 4.73 - VARIAÇÃO DA DEFORMAÇÃO COM A ANÁLISE NÃO-LINEAR NA <i>FIBRA SCML</i> AO LONGO DO TEMPO.	127
FIGURA 4.74 - VARIAÇÃO DA DEFORMAÇÃO COM A ANÁLISE NÃO-LINEAR NA <i>FIBRA SCML</i> AO LONGO DO TEMPO COM O EIXO DAS ABCISSAS EM ESCALA LOGARÍTMICA.	128
FIGURA 4.75 - RELAÇÃO ENTRE ANÁLISE <i>LINEAR/NÃO-LINEAR</i> PARA VARIAÇÃO DA DEFORMAÇÃO NA <i>FIBRA SCML</i> AO LONGO DO TEMPO COM O EIXO DAS ABCISSAS EM ESCALA LOGARÍTMICA.	128
FIGURA 4.76 – VARIAÇÃO DA DEFORMAÇÃO COM A ANÁLISE LINEAR NA <i>FIBRA ICML</i> AO LONGO DO TEMPO. ...	128
FIGURA 4.77 - VARIAÇÃO DA DEFORMAÇÃO COM A ANÁLISE LINEAR NA <i>FIBRA ICML</i> AO LONGO DO TEMPO COM O EIXO DAS ABCISSAS EM ESCALA LOGARÍTMICA.....	129
FIGURA 4.78 - VARIAÇÃO DA DEFORMAÇÃO COM A ANÁLISE NÃO-LINEAR NA <i>FIBRA ICML</i> AO LONGO DO TEMPO.	129
FIGURA 4.79 - VARIAÇÃO DA DEFORMAÇÃO COM A ANÁLISE NÃO-LINEAR NA <i>FIBRA ICML</i> AO LONGO DO TEMPO COM O EIXO DAS ABCISSAS EM ESCALA LOGARÍTMICA.	129
FIGURA 4.80 - RELAÇÃO ENTRE ANÁLISE <i>LINEAR/NÃO-LINEAR</i> PARA VARIAÇÃO DA DEFORMAÇÃO NA <i>FIBRA ICML</i> AO LONGO DO TEMPO COM O EIXO DAS ABCISSAS EM ESCALA LOGARÍTMICA.	130
FIGURA 4.81 – VARIAÇÃO DA DEFORMAÇÃO COM A ANÁLISE LINEAR NA <i>FIBRA SCPM</i> AO LONGO DO TEMPO. ..	130
FIGURA 4.82 - VARIAÇÃO DA DEFORMAÇÃO COM A ANÁLISE LINEAR NA <i>FIBRA SCPM</i> AO LONGO DO TEMPO COM O EIXO DAS ABCISSAS EM ESCALA LOGARÍTMICA.....	130
FIGURA 4.83 - VARIAÇÃO DA DEFORMAÇÃO COM A ANÁLISE NÃO-LINEAR NA <i>FIBRA SCPM</i> AO LONGO DO TEMPO.	131
FIGURA 4.84 - VARIAÇÃO DA DEFORMAÇÃO COM A ANÁLISE NÃO-LINEAR NA <i>FIBRA SCPM</i> AO LONGO DO TEMPO COM O EIXO DAS ABCISSAS EM ESCALA LOGARÍTMICA.	131
FIGURA 4.85 - RELAÇÃO ENTRE ANÁLISE <i>LINEAR/NÃO-LINEAR</i> PARA VARIAÇÃO DA DEFORMAÇÃO NA <i>FIBRA SCPM</i> AO LONGO DO TEMPO COM O EIXO DAS ABCISSAS EM ESCALA LOGARÍTMICA.	131
FIGURA 4.86 – VARIAÇÃO DA DEFORMAÇÃO COM A ANÁLISE LINEAR NA <i>FIBRA ICPM</i> AO LONGO DO TEMPO.	132
FIGURA 4.87 - VARIAÇÃO DA DEFORMAÇÃO COM A ANÁLISE LINEAR NA <i>FIBRA ICPM</i> AO LONGO DO TEMPO COM O EIXO DAS ABCISSAS EM ESCALA LOGARÍTMICA.....	132
FIGURA 4.88 - VARIAÇÃO DA DEFORMAÇÃO COM A ANÁLISE NÃO-LINEAR NA <i>FIBRA ICPM</i> AO LONGO DO TEMPO.	132
FIGURA 4.89 - VARIAÇÃO DA DEFORMAÇÃO COM A ANÁLISE NÃO-LINEAR NA <i>FIBRA ICPM</i> AO LONGO DO TEMPO COM O EIXO DAS ABCISSAS EM ESCALA LOGARÍTMICA.	133
FIGURA 4.90 - RELAÇÃO ENTRE ANÁLISE <i>LINEAR/NÃO-LINEAR</i> PARA VARIAÇÃO DA DEFORMAÇÃO NA <i>FIBRA ICPM</i> AO LONGO DO TEMPO COM O EIXO DAS ABCISSAS EM ESCALA LOGARÍTMICA.	133
FIGURA 4.91 - VARIAÇÃO DA DEFORMAÇÃO COM A ANÁLISE NÃO-LINEAR NAS FIBRAS <i>SCML</i> , <i>ICML</i> , <i>SCPM</i> E <i>ICPM</i>	134
FIGURA 4.92 – VARIAÇÃO DA DEFORMAÇÃO COM A ANÁLISE NÃO-LINEAR NAS FIBRAS <i>SCML</i> , <i>ICML</i> , <i>SCPM</i> E <i>ICPM</i> COM O EIXO DAS ABCISSAS EM ESCALA LOGARÍTMICA.	134
FIGURA 4.93 - SEÇÃO LONGITUDINAL DO MODELO <i>VIGA EM CONCRETO PROTENDIDO COMPOSTA</i>	135
FIGURA 4.94 - SEÇÃO TRANSVERSAL DO MODELO <i>VIGA EM CONCRETO PROTENDIDO COMPOSTA</i> . VALORES EM MM.	135

FIGURA 4.95 - VISTA TRIDIMENSIONAL DO MODELO <i>VIGA EM CONCRETO PROTENDIDO COMPOSTA</i> .	135
FIGURA 4.96 – ARMADURA EMPREGADA NO MODELO <i>CONCRETO PROTENDIDO COMPOSTA</i> .	136
FIGURA 4.97 – DISCRETIZAÇÃO DA SEÇÃO LONGITUDINAL DO MODELO <i>VIGA EM CONCRETO PROTENDIDO COMPOSTA</i> .	137
FIGURA 4.98 - DISCRETIZAÇÃO DA SEÇÃO TRANSVERSAL DO MODELO <i>VIGA EM CONCRETO PROTENDIDO COMPOSTA</i> .	137
FIGURA 4.99 – DISCRETIZAÇÃO HORIZONTAL DA SEÇÃO TRANSVERSAL DO MODELO <i>VIGA EM CONCRETO PROTENDIDO COMPOSTA</i> . VALORES EM MM.	137
FIGURA 4.100 – FLUXOGRAMA DAS ETAPAS.	138
FIGURA 4.101 – EVOLUÇÃO DO MOMENTO FLETOR AO LONGO DO TEMPO.	140
FIGURA 4.102 – EVOLUÇÃO DO MOMENTO FLETOR LINEAR NA REGIÃO DA LIGAÇÃO AO LONGO DO TEMPO.	140
FIGURA 4.103 – EVOLUÇÃO DO MOMENTO FLETOR LINEAR NA REGIÃO DA LIGAÇÃO AO LONGO DO TEMPO COM O EIXO DAS ABCISSAS EM ESCALA LOGARÍTMICA.	141
FIGURA 4.104 – EVOLUÇÃO DO MOMENTO FLETOR NÃO-LINEAR NA REGIÃO DA LIGAÇÃO AO LONGO DO TEMPO.	141
FIGURA 4.105 – EVOLUÇÃO DO MOMENTO FLETOR NÃO-LINEAR NA REGIÃO DA LIGAÇÃO AO LONGO DO TEMPO COM O EIXO DAS ABCISSAS EM ESCALA LOGARÍTMICA.	141
FIGURA 4.106 – RELAÇÃO ENTRE ANÁLISE <i>LINEAR/NÃO-LINEAR</i> PARA MOMENTO FLETOR NA LIGAÇÃO AO LONGO DO TEMPO COM O EIXO DAS ABCISSAS EM ESCALA LOGARÍTMICA.	142
FIGURA 4.107 – EVOLUÇÃO DO MOMENTO FLETOR LINEAR NO MEIO DO VÃO AO LONGO DO TEMPO.	142
FIGURA 4.108 - EVOLUÇÃO DO MOMENTO FLETOR LINEAR NO MEIO DO VÃO AO LONGO DO TEMPO COM O EIXO DAS ABCISSAS EM ESCALA LOGARÍTMICA.	143
FIGURA 4.109 - EVOLUÇÃO DO MOMENTO FLETOR NÃO-LINEAR NO MEIO DO VÃO AO LONGO DO TEMPO.	143
FIGURA 4.110 - EVOLUÇÃO DO MOMENTO FLETOR NÃO-LINEAR NO MEIO DO VÃO AO LONGO DO TEMPO COM O EIXO DAS ABCISSAS EM ESCALA LOGARÍTMICA.	143
FIGURA 4.111 - RELAÇÃO ENTRE ANÁLISE <i>LINEAR/NÃO-LINEAR</i> PARA MOMENTO FLETOR NO MEIO DO VÃO.	144
FIGURA 4.112 - EVOLUÇÃO DO DESLOCAMENTO AXIAL LINEAR NO EXTREMO DO MODELO AO LONGO DO TEMPO.	144
FIGURA 4.113 - EVOLUÇÃO DO DESLOCAMENTO AXIAL LINEAR NO EXTREMO DO MODELO AO LONGO DO TEMPO COM O EIXO DAS ABCISSAS EM ESCALA LOGARÍTMICA.	145
FIGURA 4.114 - EVOLUÇÃO DO DESLOCAMENTO AXIAL NÃO-LINEAR NO EXTREMO DO MODELO AO LONGO DO TEMPO.	145
FIGURA 4.115 - EVOLUÇÃO DO DESLOCAMENTO AXIAL NÃO-LINEAR NO EXTREMO DO MODELO AO LONGO DO TEMPO COM O EIXO DAS ABCISSAS EM ESCALA LOGARÍTMICA.	145
FIGURA 4.116 - RELAÇÃO ENTRE ANÁLISE <i>LINEAR/NÃO-LINEAR</i> PARA DESLOCAMENTO AXIAL NO EXTREMO DO MODELO.	146
FIGURA 4.117 - EVOLUÇÃO DA ROTAÇÃO LINEAR NO EXTREMO DO MODELO AO LONGO DO TEMPO.	146
FIGURA 4.118 - EVOLUÇÃO DA ROTAÇÃO LINEAR NO EXTREMO DO MODELO AO LONGO DO TEMPO COM O EIXO DAS ABCISSAS EM ESCALA LOGARÍTMICA.	146
FIGURA 4.119 - EVOLUÇÃO DA ROTAÇÃO NÃO-LINEAR NO EXTREMO DO MODELO AO LONGO DO TEMPO.	147

FIGURA 4.120 - EVOLUÇÃO DA ROTAÇÃO NÃO-LINEAR NO EXTREMO DO MODELO AO LONGO DO TEMPO COM O EIXO DAS ABCISSAS EM ESCALA LOGARÍTMICA.....	147
FIGURA 4.121 - RELAÇÃO ENTRE ANÁLISE <i>LINEAR/NÃO-LINEAR</i> PARA ROTAÇÃO NO EXTREMO DO MODELO.	147
FIGURA 4.122 - EVOLUÇÃO DA FLECHA LINEAR NO MEIO DO VÃO AO LONGO DO TEMPO.	148
FIGURA 4.123 - EVOLUÇÃO DA FLECHA LINEAR NO MEIO DO VÃO AO LONGO DO TEMPO COM O EIXO DAS ABCISSAS EM ESCALA LOGARÍTMICA.	148
FIGURA 4.124 - EVOLUÇÃO DA FLECHA NÃO-LINEAR NO MEIO DO VÃO AO LONGO DO TEMPO.	149
FIGURA 4.125 - EVOLUÇÃO DA FLECHA NÃO-LINEAR NO MEIO DO VÃO AO LONGO DO TEMPO COM O EIXO DAS ABCISSAS EM ESCALA LOGARÍTMICA.	149
FIGURA 4.126 - RELAÇÃO ENTRE ANÁLISE <i>LINEAR/NÃO-LINEAR</i> PARA FLECHA NO MEIO DO VÃO COM O EIXO DAS ABCISSAS EM ESCALA LOGARÍTMICA.	149
FIGURA 4.127 – VARIAÇÃO DA TENSÃO COM A ANÁLISE LINEAR NA <i>FIBRA SCML</i> AO LONGO DO TEMPO.....	150
FIGURA 4.128 - VARIAÇÃO DA TENSÃO COM A ANÁLISE LINEAR NA <i>FIBRA SCML</i> AO LONGO DO TEMPO COM O EIXO DAS ABCISSAS EM ESCALA LOGARÍTMICA.....	150
FIGURA 4.129 - VARIAÇÃO DA TENSÃO COM A ANÁLISE NÃO-LINEAR NA <i>FIBRA SCML</i> AO LONGO DO TEMPO. ..	151
FIGURA 4.130 - VARIAÇÃO DA TENSÃO COM A ANÁLISE NÃO-LINEAR NA <i>FIBRA SCML</i> AO LONGO DO TEMPO COM O EIXO DAS ABCISSAS EM ESCALA LOGARÍTMICA.....	151
FIGURA 4.131 - RELAÇÃO ENTRE ANÁLISE <i>LINEAR/NÃO-LINEAR</i> PARA VARIAÇÃO DA TENSÃO NA <i>FIBRA SCML</i> AO LONGO DO TEMPO COM O EIXO DAS ABCISSAS EM ESCALA LOGARÍTMICA.	151
FIGURA 4.132 – VARIAÇÃO DA TENSÃO COM A ANÁLISE LINEAR NA <i>FIBRA ICML</i> AO LONGO DO TEMPO.	152
FIGURA 4.133 - VARIAÇÃO DA TENSÃO COM A ANÁLISE LINEAR NA <i>FIBRA ICML</i> AO LONGO DO TEMPO COM O EIXO DAS ABCISSAS EM ESCALA LOGARÍTMICA.....	152
FIGURA 4.134 - VARIAÇÃO DA TENSÃO COM A ANÁLISE NÃO-LINEAR NA <i>FIBRA ICML</i> AO LONGO DO TEMPO. ...	153
FIGURA 4.135 - VARIAÇÃO DA TENSÃO COM A ANÁLISE NÃO-LINEAR NA <i>FIBRA ICML</i> AO LONGO DO TEMPO COM O EIXO DAS ABCISSAS EM ESCALA LOGARÍTMICA.....	153
FIGURA 4.136 - RELAÇÃO ENTRE ANÁLISE <i>LINEAR/NÃO-LINEAR</i> PARA VARIAÇÃO DA TENSÃO NA <i>FIBRA ICML</i> AO LONGO DO TEMPO COM O EIXO DAS ABCISSAS EM ESCALA LOGARÍTMICA.	153
FIGURA 4.137 – VARIAÇÃO DA TENSÃO COM A ANÁLISE LINEAR NA <i>FIBRA SCPM</i> AO LONGO DO TEMPO.	154
FIGURA 4.138 - VARIAÇÃO DA TENSÃO COM A ANÁLISE LINEAR NA <i>FIBRA SCPM</i> AO LONGO DO TEMPO COM O EIXO DAS ABCISSAS EM ESCALA LOGARÍTMICA.....	154
FIGURA 4.139 - VARIAÇÃO DA TENSÃO COM A ANÁLISE NÃO-LINEAR NA <i>FIBRA SCPM</i> AO LONGO DO TEMPO. ..	155
FIGURA 4.140 - VARIAÇÃO DA TENSÃO COM A ANÁLISE NÃO-LINEAR NA <i>FIBRA SCPM</i> AO LONGO DO TEMPO COM O EIXO DAS ABCISSAS EM ESCALA LOGARÍTMICA.....	155
FIGURA 4.141 - RELAÇÃO ENTRE ANÁLISE <i>LINEAR/NÃO-LINEAR</i> PARA VARIAÇÃO DA TENSÃO NA <i>FIBRA SCPM</i> AO LONGO DO TEMPO COM O EIXO DAS ABCISSAS EM ESCALA LOGARÍTMICA.	155
FIGURA 4.142 – VARIAÇÃO DA TENSÃO COM A ANÁLISE LINEAR NA <i>FIBRA ICPM</i> AO LONGO DO TEMPO.	156
FIGURA 4.143 - VARIAÇÃO DA TENSÃO COM A ANÁLISE LINEAR NA <i>FIBRA ICPM</i> AO LONGO DO TEMPO COM O EIXO DAS ABCISSAS EM ESCALA LOGARÍTMICA.....	156
FIGURA 4.144 - VARIAÇÃO DA TENSÃO COM A ANÁLISE NÃO-LINEAR NA <i>FIBRA ICPM</i> AO LONGO DO TEMPO.	157

FIGURA 4.145 - VARIAÇÃO DA TENSÃO COM A ANÁLISE NÃO-LINEAR NA FIBRA <i>ICPM</i> AO LONGO DO TEMPO COM O EIXO DAS ABCISSAS EM ESCALA LOGARÍTMICA.	157
FIGURA 4.146 - RELAÇÃO ENTRE ANÁLISE <i>LINEAR/NÃO-LINEAR</i> PARA VARIAÇÃO DA TENSÃO NA FIBRA <i>ICPM</i> AO LONGO DO TEMPO COM O EIXO DAS ABCISSAS EM ESCALA LOGARÍTMICA.	157
FIGURA 4.147 - VARIAÇÃO DA TENSÃO COM A ANÁLISE NÃO-LINEAR NAS FIBRAS <i>SCML</i> , <i>ICML</i> , <i>SCPM</i> E <i>ICPM</i>	158
FIGURA 4.148 – VARIAÇÃO DA TENSÃO COM A ANÁLISE NÃO-LINEAR NAS FIBRAS <i>SCML</i> , <i>ICML</i> , <i>SCPM</i> E <i>ICPM</i> COM O EIXO DAS ABCISSAS EM ESCALA LOGARÍTMICA.	158
FIGURA 4.149 – VARIAÇÃO DA DEFORMAÇÃO COM A ANÁLISE LINEAR NA FIBRA <i>SCML</i> AO LONGO DO TEMPO.	159
FIGURA 4.150 - VARIAÇÃO DA DEFORMAÇÃO COM A ANÁLISE LINEAR NA FIBRA <i>SCML</i> AO LONGO DO TEMPO COM O EIXO DAS ABCISSAS EM ESCALA LOGARÍTMICA.	159
FIGURA 4.151 - VARIAÇÃO DA DEFORMAÇÃO COM A ANÁLISE NÃO-LINEAR NA FIBRA <i>SCML</i> AO LONGO DO TEMPO.	159
FIGURA 4.152 - VARIAÇÃO DA DEFORMAÇÃO COM A ANÁLISE NÃO-LINEAR NA FIBRA <i>SCML</i> AO LONGO DO TEMPO COM O EIXO DAS ABCISSAS EM ESCALA LOGARÍTMICA.	160
FIGURA 4.153 - RELAÇÃO ENTRE ANÁLISE <i>LINEAR/NÃO-LINEAR</i> PARA VARIAÇÃO DA DEFORMAÇÃO NA FIBRA <i>SCML</i> AO LONGO DO TEMPO COM O EIXO DAS ABCISSAS EM ESCALA LOGARÍTMICA.	160
FIGURA 4.154 – VARIAÇÃO DA DEFORMAÇÃO COM A ANÁLISE LINEAR NA FIBRA <i>ICML</i> AO LONGO DO TEMPO.	160
FIGURA 4.155 - VARIAÇÃO DA DEFORMAÇÃO COM A ANÁLISE LINEAR NA FIBRA <i>ICML</i> AO LONGO DO TEMPO COM O EIXO DAS ABCISSAS EM ESCALA LOGARÍTMICA.	161
FIGURA 4.156 - VARIAÇÃO DA DEFORMAÇÃO COM A ANÁLISE NÃO-LINEAR NA FIBRA <i>ICML</i> AO LONGO DO TEMPO.	161
FIGURA 4.157 - VARIAÇÃO DA DEFORMAÇÃO COM A ANÁLISE NÃO-LINEAR NA FIBRA <i>ICML</i> AO LONGO DO TEMPO COM O EIXO DAS ABCISSAS EM ESCALA LOGARÍTMICA.	161
FIGURA 4.158 - RELAÇÃO ENTRE ANÁLISE <i>LINEAR/NÃO-LINEAR</i> PARA VARIAÇÃO DA DEFORMAÇÃO NA FIBRA <i>ICML</i> AO LONGO DO TEMPO COM O EIXO DAS ABCISSAS EM ESCALA LOGARÍTMICA.	162
FIGURA 4.159 – VARIAÇÃO DA DEFORMAÇÃO COM A ANÁLISE LINEAR NA FIBRA <i>SCPM</i> AO LONGO DO TEMPO.	162
FIGURA 4.160 - VARIAÇÃO DA DEFORMAÇÃO COM A ANÁLISE LINEAR NA FIBRA <i>SCPM</i> AO LONGO DO TEMPO COM O EIXO DAS ABCISSAS EM ESCALA LOGARÍTMICA.	162
FIGURA 4.161 - VARIAÇÃO DA DEFORMAÇÃO COM A ANÁLISE NÃO-LINEAR NA FIBRA <i>SCPM</i> AO LONGO DO TEMPO.	163
FIGURA 4.162 - VARIAÇÃO DA DEFORMAÇÃO COM A ANÁLISE NÃO-LINEAR NA FIBRA <i>SCPM</i> AO LONGO DO TEMPO COM O EIXO DAS ABCISSAS EM ESCALA LOGARÍTMICA.	163
FIGURA 4.163 - RELAÇÃO ENTRE ANÁLISE <i>LINEAR/NÃO-LINEAR</i> PARA VARIAÇÃO DA DEFORMAÇÃO NA FIBRA <i>SCPM</i> AO LONGO DO TEMPO COM O EIXO DAS ABCISSAS EM ESCALA LOGARÍTMICA.	163
FIGURA 4.164 – VARIAÇÃO DA DEFORMAÇÃO COM A ANÁLISE LINEAR NA FIBRA <i>ICPM</i> AO LONGO DO TEMPO.	164
FIGURA 4.165 - VARIAÇÃO DA DEFORMAÇÃO COM A ANÁLISE LINEAR NA FIBRA <i>ICPM</i> AO LONGO DO TEMPO COM O EIXO DAS ABCISSAS EM ESCALA LOGARÍTMICA.	164
FIGURA 4.166 - VARIAÇÃO DA DEFORMAÇÃO COM A ANÁLISE NÃO-LINEAR NA FIBRA <i>ICPM</i> AO LONGO DO TEMPO.	164

FIGURA 4.167 - VARIAÇÃO DA DEFORMAÇÃO COM A ANÁLISE NÃO-LINEAR NA FIBRA <i>ICPM</i> AO LONGO DO TEMPO COM O EIXO DAS ABCISSAS EM ESCALA LOGARÍTMICA.	165
FIGURA 4.168 - RELAÇÃO ENTRE ANÁLISE <i>LINEAR/NÃO-LINEAR</i> PARA VARIAÇÃO DA DEFORMAÇÃO NA FIBRA <i>ICPM</i> AO LONGO DO TEMPO COM O EIXO DAS ABCISSAS EM ESCALA LOGARÍTMICA.	165
FIGURA 4.169 - VARIAÇÃO DA DEFORMAÇÃO COM A ANÁLISE NÃO-LINEAR NAS FIBRAS <i>SCML</i> , <i>ICML</i> , <i>SCPM</i> E <i>ICPM</i>	166
FIGURA 4.170 – VARIAÇÃO DA DEFORMAÇÃO COM A ANÁLISE NÃO-LINEAR NAS FIBRAS <i>SCML</i> , <i>ICML</i> , <i>SCPM</i> E <i>ICPM</i> COM O EIXO DAS ABCISSAS EM ESCALA LOGARÍTMICA.	166
FIGURA 4.171 - RELAÇÃO ENTRE OS MODELOS DE CONCRETO <i>ARMADO/PROTENDIDO</i> PARA MOMENTO FLETOR NA LIGAÇÃO AO LONGO DO TEMPO COM O EIXO DAS ABCISSAS EM ESCALA LOGARÍTMICA.	167
FIGURA 4.172 - RELAÇÃO ENTRE OS MODELOS DE CONCRETO <i>ARMADO/PROTENDIDO</i> PARA MOMENTO FLETOR NO MEIO DO VÃO AO LONGO DO TEMPO COM O EIXO DAS ABCISSAS EM ESCALA LOGARÍTMICA.	167
FIGURA 4.173 - RELAÇÃO ENTRE OS MODELOS DE CONCRETO <i>ARMADO/PROTENDIDO</i> PARA DESLOCAMENTO AXIAL AO LONGO DO TEMPO NO EXTREMO DO MODELO COM O EIXO DAS ABCISSAS EM ESCALA LOGARÍTMICA.	168
FIGURA 4.174 - RELAÇÃO ENTRE OS MODELOS DE CONCRETO <i>ARMADO/PROTENDIDO</i> PARA ROTAÇÃO NO EXTREMO DO MODELO COM O EIXO DAS ABCISSAS EM ESCALA LOGARÍTMICA.	168
FIGURA 4.175 - RELAÇÃO ENTRE OS MODELOS DE CONCRETO <i>ARMADO/PROTENDIDO</i> PARA FLECHA NO MEIO DO VÃO COM O EIXO DAS ABCISSAS EM ESCALA LOGARÍTMICA.	168
FIGURA 4.176 - RELAÇÃO ENTRE OS MODELOS DE CONCRETO <i>ARMADO/PROTENDIDO</i> PARA VARIAÇÃO DA TENSÃO NA FIBRA <i>SCML</i> AO LONGO DO TEMPO COM O EIXO DAS ABCISSAS EM ESCALA LOGARÍTMICA.	169
FIGURA 4.177 - RELAÇÃO ENTRE OS MODELOS DE CONCRETO <i>ARMADO/PROTENDIDO</i> PARA VARIAÇÃO DA TENSÃO NA FIBRA <i>ICML</i> AO LONGO DO TEMPO COM O EIXO DAS ABCISSAS EM ESCALA LOGARÍTMICA.	169
FIGURA 4.178 - RELAÇÃO ENTRE OS MODELOS DE CONCRETO <i>ARMADO/PROTENDIDO</i> PARA VARIAÇÃO DA TENSÃO NA FIBRA <i>SCPM</i> AO LONGO DO TEMPO COM O EIXO DAS ABCISSAS EM ESCALA LOGARÍTMICA.	170
FIGURA 4.179 - RELAÇÃO ENTRE OS MODELOS DE CONCRETO <i>ARMADO/PROTENDIDO</i> PARA VARIAÇÃO DA TENSÃO NA FIBRA <i>ICPM</i> AO LONGO DO TEMPO COM O EIXO DAS ABCISSAS EM ESCALA LOGARÍTMICA.	170
FIGURA 4.180 - RELAÇÃO ENTRE OS MODELOS DE CONCRETO <i>ARMADO/PROTENDIDO</i> PARA VARIAÇÃO DA DEFORMAÇÃO NA FIBRA <i>SCML</i> AO LONGO DO TEMPO COM O EIXO DAS ABCISSAS EM ESCALA LOGARÍTMICA.	171
FIGURA 4.181 - RELAÇÃO ENTRE OS MODELOS DE CONCRETO <i>ARMADO/PROTENDIDO</i> PARA VARIAÇÃO DA DEFORMAÇÃO NA FIBRA <i>ICML</i> AO LONGO DO TEMPO COM O EIXO DAS ABCISSAS EM ESCALA LOGARÍTMICA.	171
FIGURA 4.182 - RELAÇÃO ENTRE OS MODELOS DE CONCRETO <i>ARMADO/PROTENDIDO</i> PARA VARIAÇÃO DA DEFORMAÇÃO NA FIBRA <i>SCPM</i> AO LONGO DO TEMPO COM O EIXO DAS ABCISSAS EM ESCALA LOGARÍTMICA.	172
FIGURA 4.183 - RELAÇÃO ENTRE OS MODELOS DE CONCRETO <i>ARMADO/PROTENDIDO</i> PARA VARIAÇÃO DA DEFORMAÇÃO NA FIBRA <i>ICPM</i> AO LONGO DO TEMPO COM O EIXO DAS ABCISSAS EM ESCALA LOGARÍTMICA.	172

LISTA DE TABELAS

TABELA 2.1- MODELO MECÂNICO DE INNSBRUCK [COST C1 (1996) APUD MIOTTO (2002)].	44
TABELA 2.2 – VALORES NUMÉRICOS USUAIS PARA A DETERMINAÇÃO DA FLUÊNCIA E DA RETRAÇÃO. [NBR 6118 (2003)].	49
TABELA 2.3 - VALORES DA FLUÊNCIA E DA RETRAÇÃO EM FUNÇÃO DA VELOCIDADE DE ENDURECIMENTO DO CIMENTO	51
TABELA 2.4 – VALORES DE Ψ_{1000h} EM PORCENTAGEM [NBR 6118 (2003)].	61
TABELA 2.5 – RELAÇÃO ENTRE AS PERDAS POR RELAXAÇÃO E O TEMPO ATÉ 1000 HORAS.	62
TABELA 2.6 – VALORES DOS PARÂMETROS “A” E “B”.	68
TABELA 3.1 – DADOS COMPLEMENTARES.	84
TABELA 3.2 – RELATÓRIO DOS VALORES OBTIDOS.	87
TABELA 3.3 - CARACTERÍSTICAS DAS LAJES.	88
TABELA 3.4 – DADOS COMPLEMENTARES.	89
TABELA 4.1 – DADOS COMPLEMENTARES	92
TABELA 4.2 - MOMENTOS FLETORES NA VIGA DO 1º PAVIMENTO DESCARTANDO OS NÓS DA LIGAÇÃO FINITA.	93
TABELA 4.3 - MOMENTOS FLETORES NA VIGA DO 1º PAVIMENTO PELO <i>CONS</i> .	95
TABELA 4.4 – RESUMO ILUSTRADO DAS ETAPAS.	96
TABELA 4.5 – DADOS COMPLEMENTARES.	99
TABELA 4.6 – RELAÇÃO ENTRE O TEMPO E A RIGIDEZ DE MOLA (Φ).	102
TABELA 4.7 – RESUMO ILUSTRADO DAS ETAPAS.	104
TABELA 4.8 – REPRESENTATIVIDADE DAS FIBRAS DESTACADAS NA SEÇÃO TRANSVERSAL.	116
TABELA 4.9 – DADOS COMPLEMENTARES.	136
TABELA 4.10 – RESUMO ILUSTRADO DAS ETAPAS.	139

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO	29
1.1 Considerações Iniciais	29
1.2 Objetivos.....	31
1.3 Justificativas.....	32
1.4 Apresentação da Dissertação	33
2 FUNDAMENTOS	35
2.1 Painel Alveolar.....	35
2.2 Seções Compostas.....	38
2.3 Ligações Semi-Rígidas.....	40
2.4 Efeitos do Tempo	46
2.4.1 Concreto.....	47
2.4.1.1 Retração.....	47
2.4.1.1.1 NBR 6118 (2003).....	48
2.4.1.1.2 CEB-90 (1991).....	51
2.4.1.2 Fluência	53
2.4.1.2.1 NBR 6118 (2003).....	53
2.4.1.2.2 CEB-90 (1991).....	56
2.4.2 Aço.....	60
2.4.2.1 Armadura Ativa	60
2.4.2.1.1 NBR 6118 (2003).....	60
2.4.2.1.2 CEB-90 (1991).....	61
2.4.3 Momentos de restrição.....	63
3 PROGRAMA CONS	71
3.1 Considerações iniciais	71
3.2 Elemento Finito.....	72
3.3 Propriedades dos materiais	72
3.4 Deformações	74
3.5 Comportamento diferido do concreto	76
3.6 Vinculações.....	78
3.7 Protensão	79
3.8 Estratégia de análise não-linear	81

3.9 Validação do Programa CONS	81
3.9.1 Ensaio GILBERT (2008).....	82
3.9.2 Ensaio ROGGE (2001).....	87
4 ANÁLISE NUMÉRICA.....	91
4.1 Viga em concreto armado simples	91
4.1.1 Dados	91
4.1.2 Resultados e análises	95
4.2 Viga em concreto armado composta	97
4.2.1 Dados	97
4.2.2 Resultados e análises	103
4.3 Viga em concreto protendido composta.....	134
4.3.1 Dados	134
4.3.2 Resultados e análises	138
4.4 Concreto armado composta / Concreto protendido composta	166
5 CONSIDERAÇÕES FINAIS E CONCLUSÕES.....	173
5.1 Comentários.....	173
5.2 Pesquisas Futuras	175
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	177

1 INTRODUÇÃO

1.1 CONSIDERAÇÕES INICIAIS

A construção civil é considerada uma das mais atrasadas dentro de um contexto geral de indústrias por apresentar baixos índices de produtividade e qualidade, grandes desperdícios de materiais e morosidade.

A pré-moldagem constitui uma alternativa interessante no sentido de reverter esse quadro, justamente por propor uma economia em escala, redução do tempo de obra, aumento da produtividade, otimização das seções dos elementos estruturais, eliminação de cimbramentos e limpeza do canteiro.

Por se tratar ainda de um ramo em evolução, a indústria de pré-fabricados enfrenta algumas dificuldades para sua viabilização plena. Estas são decorrentes da necessidade de equipamentos para transporte, colocação dos elementos nos seus locais definitivos de emprego e em especial, a necessidade de promover as ligações entre os diversos elementos que compõem a estrutura.

Algumas dessas ligações, pontos cruciais dentro da viabilidade do seu emprego, apresentam dificuldades na determinação da sua real deformabilidade, ou relação *momento x rotação*, caráter fundamental para compreensão da sua funcionalidade na estrutura, e principal desvantagem em relação às construções monolíticas.

Resumidamente, o usual concreto moldado “in loco” apresenta como particularidade fundamental o emprego de conjuntos hiperestáticos, caracterizado pelo emprego de ligações rígidas, que contribui para uma melhor distribuição dos esforços. Algumas estruturas em concreto pré-moldado, por sua vez, possuem um caráter inicial isostático, com posterior e opcional viabilização da ligação, impondo dessa forma um caráter semi-rígido, intermediário entre o inicial, de apoios simples, e o hiperestático.

O refinamento na análise estrutural, consequência do sensível desenvolvimento das ferramentas computacionais atreladas a métodos numéricos, tem auxiliado os engenheiros no sentido de diminuir o número de incertezas envolvendo essas análises, referindo-se não

somente ao comportamento da ligação efetivada, mas contemplando todas as etapas prévias envolvidas, e no decorrer de sua vida útil.

Nesse contexto, visando acompanhar a tendência natural de se projetar cada vez melhor em termos de desempenho e durabilidade, tem-se procurado estudar as consequências impostas pelo tempo nos esforços e deslocamentos das estruturas. Efeitos estes contabilizados desde o processo construtivo, onde já é possível verificar alterações na distribuição de esforços, passando à utilização da construção com histórico de cargas, deformações intrínsecas do concreto (retração e fluência), perdas da força de protensão, entre outros.

Expõe-se aqui dessa forma o objeto de estudo desta dissertação, tal seria avaliar os efeitos dependentes do tempo para o caso de um conjunto de piso bastante empregado em edifícios formado por vigas em concreto armado ou protendidas, apoiando lajes alveolares com posterior concretagem de capa estrutural completando a seção resistente e estabelecendo a continuidade parcial ou semi-rigidez da ligação, FIGURA 1.1.

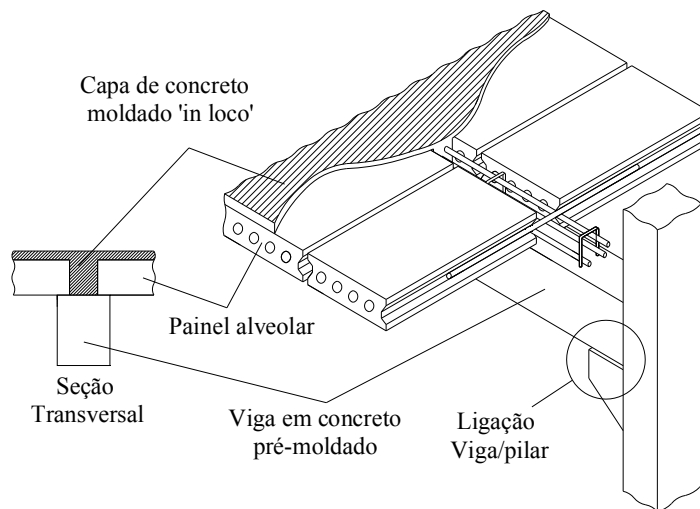


FIGURA 1.1 – Ilustração do conjunto de piso avaliado.

Após a efetivação da ligação, a deformação dos concretos juntamente com as variações de tensão pelo relaxamento dos cabos de protensão alteram os deslocamentos e rotações nos extremos das vigas, acarretando uma redistribuição de esforços. Essas variações são função do período transcorrido, de tal forma que o diagrama de momento fletor é variável, de comportamento intermediário situado entre o isostático inicial e o hiperestático.

A retração diferencial dos vários concretos envolvidos (idades diferentes) origina um binário de forças que causa um momento de restrição negativo (a), enquanto que o efeito da fluência pela protensão é bloqueado no sentido de tracionar as fibras superiores da viga,

acarretando um momento positivo de restrição (b). Ainda, a fluência devida às cargas permanentes no elemento contribui para o aparecimento de um esforço de restrição negativo (c).

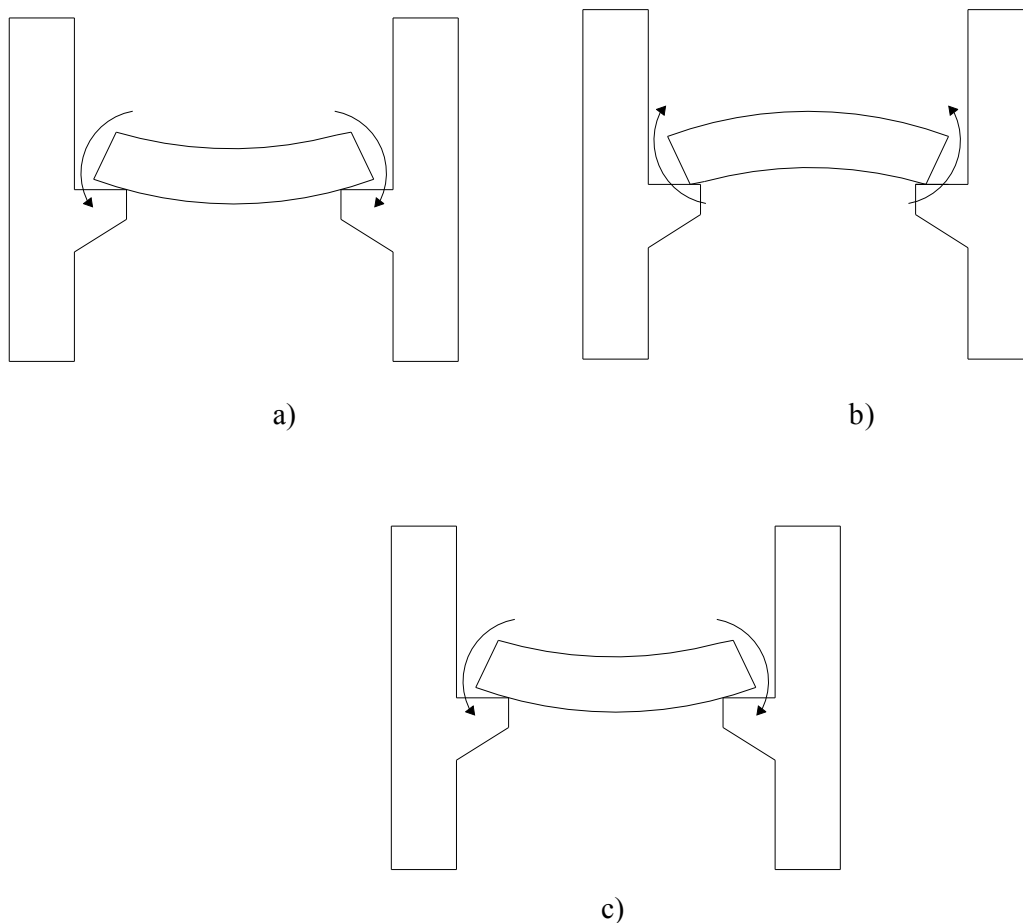


FIGURA 1.2 - Momentos de restrição que aparecem na região da ligação sobre os apoios ao longo do tempo. a) efeito da retração diferencial; b) efeito da protensão; c) efeito da carga permanente

1.2 OBJETIVOS

O objetivo geral do trabalho é caracterizar a influência do tempo nos esforços e deslocamentos de um conjunto estrutural parcialmente pré-moldado. Simular através de aproximações por análise numérica, o comportamento da estrutura em serviço considerando as deformações intrínsecas dos vários concretos envolvidos (de idades distintas), as

deformações e relaxação dos aços, e a deformabilidade da ligação (semi-rigidez), desde as disposições iniciais construtivas até a sua vida útil.

Os objetivos específicos são.

- Avaliar a variação dependente do tempo de momento na região da ligação viga/apoio e meio do vão.
- Avaliar a variação dependente do tempo das tensões e deformações na seção transversal.
- Avaliar a variação dependente do tempo das rotações e translações axiais na extremidade, e flecha no meio do vão, em modelos representativos.
- Avaliar a influência dos efeitos dependentes do tempo para um mesmo modelo em concreto armado e protendido.
- Evidenciar a influência da fissuração (análise não-linear física) nos valores de momento fletor, translação axial e rotação na extremidade, flecha, tensão e deformação.

1.3 JUSTIFICATIVAS

As estruturas em concreto armado pré-moldado e protendido possuem um elevado grau de indeterminação inerente a sua análise. Isso se dá por diversos motivos tais como a contabilização de dois materiais de propriedades distintas trabalhando em conjunto, histórico dos carregamentos, disposições estruturais instantâneas (cimbramento e descimbramento, por exemplo), até a influência dos efeitos de deformações por retração, fluência, e perdas dos aços de protensão.

As ligações entre os elementos, conforme já enfatizado, constituem um dos ramos de maior interesse dentro das pesquisas direcionadas a essas estruturas, pois está diretamente vinculada a sua competitividade para emprego. ORDOÑEZ et al. (1974) afirmam que somente resolvendo estas dificuldades de projeto e execução é que esse sistema construtivo poderá vir a superar os métodos convencionais.

Essas ligações são muitas vezes concebidas como articuladas ou rígidas, desconsiderando-se assim a influência de sua real deformabilidade, e incorrendo muitas vezes em erros que podem vir a causar danos severos na utilização da estrutura. Erros estes que são

majorados quando levado em consideração os fatores diferidos próprios dos materiais envolvidos na análise.

Justificam-se a partir desses aspectos, estudos em modelagens numéricas como o trabalho em questão que visam diminuir o número de incertezas próprias a esse tipo de avaliação, em especial ainda porque a utilização de ensaios em laboratórios com intuito semelhante é muito dispendioso e demorado.

1.4 APRESENTAÇÃO DA DISSERTAÇÃO

A dissertação constará, além dessa seção introdutória, de mais 4 capítulos numerados de 2 a 5.

O capítulo 2 é referente à fundamentação do problema analisado, fornecendo respaldo teórico tanto para o desenvolvimento dos estudos quanto para compreensão dos mesmos.

No capítulo 3 faz-se a apresentação do programa computacional denominado *CONS*, baseado no método dos elementos finitos, próprio para análise não-linear de estruturas em concreto armado e protendido construídas evolutivamente.

O capítulo 4, relativo às simulações numéricas, apresenta os dados geométricos, discretizações em *MEF* das vigas representativas, resultados, e devidas avaliações.

Por último, o capítulo 5 é reservado às conclusões e recomendações baseadas nos valores obtidos nas simulações dos modelos da dissertação.

2 FUNDAMENTOS

Considerando a quantidade de aspectos individualmente relevantes dentro da temática que se pretende abordar, optou-se por dividir esta seção entre alguns desses pontos. Em seguida serão reunidos, devidamente respaldados, para a efetuação das simulações numéricas e consequentes análises.

Os tópicos estão assim divididos.

- Painel Alveolar;
- Seções compostas;
- Ligações Semi-rígidas;
- Efeitos do tempo.

Segue-se então para o estudo de cada um desses.

2.1 PAINEL ALVEOLAR

Os sistemas construtivos em concreto pré-moldado, tratando em particular dos conjuntos de pavimentos, oferecem muitas vantagens já ressaltadas tais como a ausência de cimbramentos, velocidade de construção, acabamentos, alto desempenho mecânico, grandes vãos, durabilidade etc.

Existe no mercado uma variedade considerável de opções dentre esses pisos, cujos principais requisitos estruturais envolvem sua rigidez, capacidade portante, distribuição de força transversal de cargas concentradas e distribuição de carregamentos horizontais por meio do efeito de diafragma.

Destacam-se aqui os chamados painéis alveolares, FIGURA 2.1, elementos de laje em concreto armado ou protendido que apresentam vazios longitudinais de seção transversal na forma circular, oval, “pseudo” elipse, retangular, entre outros, visando uma redução do peso próprio. Vazios estes que perfazem uma porcentagem de 30 a 50% em relação ao total do volume de uma laje sólida de mesma espessura.

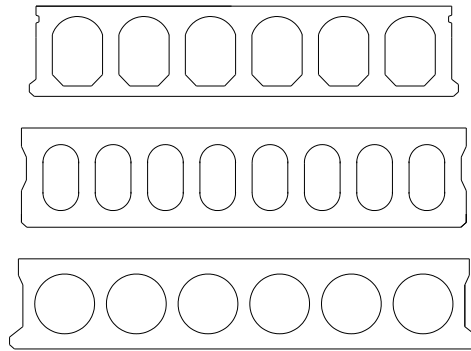


FIGURA 2.1 – Formas de seções transversais dos painéis alveolares.

As lajes alveolares são o tipo de pavimento mais empregado na Europa, em apartamentos residenciais, hospitais, escritórios, shoppings, escolas etc. Esses elementos são normalmente executados por extrusão ou por deslizamentos de formas (formas deslizantes), em pista de concretagem. Uma vez alcançada a resistência necessária, os painéis são serrados nos comprimentos específicos.

EL DEBS (2000) enfatiza alguns aspectos geométricos, definidos na FIGURA 2.2, e listados a seguir:

- Margem de vãos da ordem de 5 m a 15 m , com alguns registros na literatura técnica indicando até 20 m ;
- Larguras de $1,0\text{ m}$ a $1,25\text{ m}$ em média;
- Altura variando de 150 mm a 300 mm , podendo chegar até 500 mm .

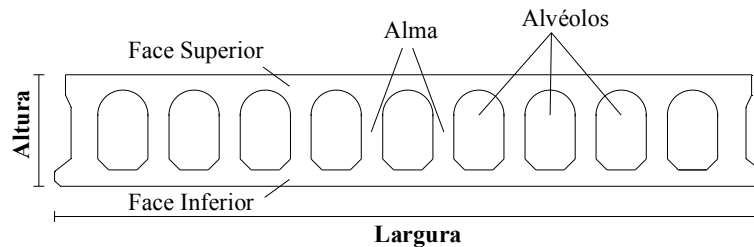


FIGURA 2.2 – Aspectos geométricos dos painéis alveolares.

Em termos de dimensionamento os painéis alveolares apresentam particularidades destacáveis, como por exemplo, a presença em geral de armadura ativa na face inferior e em alguns casos na face superior e a ausência de armação para resistir à força cortante e a solicitações na direção transversal com conseqüente necessidade de contabilização da resistência do concreto à tração.

Para computar a presença das lajes nos modelos desta dissertação, é preciso estudar uma adequada forma de se representar seus vazios, uma vez que a programação *CONS* emprega elementos finitos em barra na direção do eixo principal da análise (eixo da viga, para o caso em questão), inviabilizando uma discretização transversal de qualquer elemento situado perpendicular a essa direção.

Utiliza-se para tanto o trabalho efetuado por XIE (2009) onde o mesmo faz um estudo das propriedades constitutivas de lajes alveolares determinando entre outros aspectos um método de estimativa do módulo de elasticidade para a flexão no sentido transversal à laje, relevante considerando o fato do painel estar situado perpendicular à viga conforme exibido na FIGURA 1.1, página 30.

Empregando o método dos elementos finitos, o autor estudou a distribuição de tensões na seção transversal de um painel alveolar sujeito à flexão (momento fletor e esforço cortante). Demonstrou-se dessa forma que a porção média entre um alvéolo e outro em nada contribuiu para a rigidez axial e à flexão podendo ser desprezada, e permitindo a determinação dos módulos de elasticidades por intermédio de uma seção transversal equivalente.

Essa área efetiva torna possível tratar os painéis alveolares como uma laje maciça de altura equivalente e módulo de elasticidade modificado. Este valor fica determinado conforme a equação (2.1).

$$E_M = E_0 \frac{\eta_1 D \sin \alpha_0 + \eta_2 (d + D - D \sin \alpha_0)}{D + d} \quad (2.1)$$

Sendo que,

$$\eta_1 = 1 - \frac{D^3}{h^3 \sin \alpha_0} \left(\frac{3}{8} \alpha_0 + \frac{1}{4} \sin 2\alpha_0 + \frac{1}{32} \sin 4\alpha_0 \right)$$

$$\eta_2 = 1 - \frac{D^3}{h^3} \cos^3 \alpha_0$$

e as grandezas D , d , h , estão ilustradas na FIGURA 2.3.

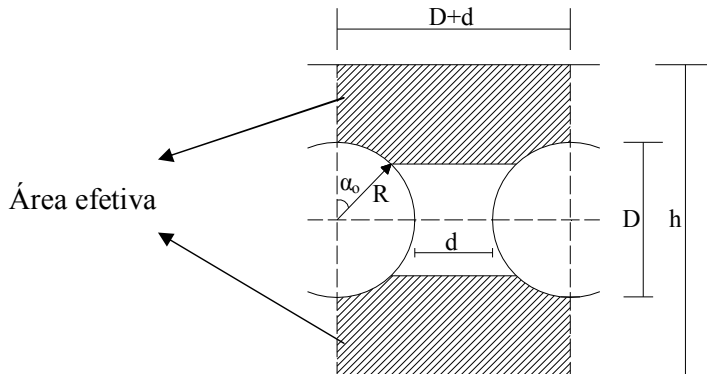


FIGURA 2.3 - Área efetiva da seção transversal da laje alveolar [XIE (2009)].

O trabalho relata ainda que uma série de resultados numéricos indica valores para α_0 em torno de $\alpha_0 = \frac{\pi}{8}$, adotado para fins práticos.

Além disso, vale ressaltar uma das formas de classificação desses pisos, como sendo completamente ou parcialmente pré-moldados. O primeiro, como o nome sugere, abrange os elementos totalmente moldados em fábrica tendo após o içamento e montagem, apenas um grauteamento nas juntas horizontais. O segundo, quando há uma previsão de capa estrutural moldada no local, formando uma seção composta, detalhada com mais afinco em tópico seguinte.

2.2 SEÇÕES COMPOSTAS

Estruturas compostas formadas por concretos pré-moldados e os chamados moldados “in loco” completando a seção resistente, comumente denominadas de parcialmente pré-moldadas, são muito utilizadas nos sistemas de pavimentação de edifícios e pontes.

Apresentam-se como uma opção razoável dentre as formas construtivas usuais, em especial por aliar as vantagens da pré-moldagem, referentes ao espaço de tempo entre a fabricação e montagem das unidades e dispensa total ou parcial de cimbramentos, e da moldagem no local com a concretagem da capa aumentando a resistência a solicitações do elemento. No entanto, aspectos como o comportamento diferido das partes envolvidas nessa seção transversal devem ser considerados.

A influência dos fenômenos de retração e fluência pode vir a ser essencial para a vida útil da estrutura, causando esforços distintos em módulo, e até em sentido, dos determinados em projeto. Alguns casos desses podem ser observados em HASTAK et al. (2003), onde é

relatado casos de pontes construídas em vãos simples com posterior estabelecimento de continuidade que apresentaram danos na região da ligação pelo aparecimento de momentos positivos não previstos, provocados pelos efeitos dependentes do tempo.

ARAUJO et al. (2010), que avaliaram os efeitos do tempo num painel alveolar protendido composto, atestaram que a retração diferencial em seções compostas de concreto acarretam elevadas mudanças na distribuição das tensões em especial na região da interface do concreto pré-moldado com o moldado no local.

Ainda na análise de concretos em idades distintas formando uma mesma seção, ALEXANDER (2006) faz um estudo teórico e experimental dos esforços que aparecem na seção no decorrer do tempo enfatizando a retração diferencial gerando tensões e deslocamentos adicionais e relacionando a ordem de grandeza de influência desses fenômenos com a idade e espessura da capa estrutural moldada no local.

Diversos métodos foram estudados no sentido de estimar os acréscimos de deformação pelo comportamento diferido das seções compostas de concreto. RAUE; HEIDOLF (2005), por exemplo, descrevem o comportamento ao longo do tempo por intermédio do método de *Dischinger* ou método da razão de fluência (rate-of-creep method) aliado a uma discretização no tempo, e os esforços internos são descritos para cada intervalo utilizando um sistema de equações diferenciais lineares, resolvidas pela transformada de Laplace.

Têm-se ainda os métodos baseados na seção transformada, como os apresentados em GHALI & FAVRE (1986a) e NEVILLE et al. (1983). A área verdadeira é substituída por uma transformada igual à seção de concreto inicial somada à α vezes as áreas de aços (passivos e ativos) e concretos posteriores, sendo que essa incógnita é definida pela relação entre os módulos de elasticidade de cada material adicionado e o valor E_c inicial.

MARÍ (2000), por sua vez, apresenta um modelo para cálculo não-linear dependente do tempo de estruturas tridimensionais compostas em concreto construídas de forma segmentada, discretizando a seção transversal em elementos finitos tipo barra com um número de prismas desses concretos (distintos em diversos aspectos como idade, f_{ck} etc.) e também aços, com relações individuais de *tensão x deformação*. Ao final, a integração dos elementos com suas características resulta na seção completa.

Nos tópicos seguintes relata-se com mais detalhes este último método de consideração da seção composta, pois será a formulação empregada nos estudos numéricos vindouros.

2.3 LIGAÇÕES SEMI-RÍGIDAS

As ligações em concreto pré-moldado e suas peculiaridades quanto às formas, montagens, comportamentos, são talvez a mais importante questão e limitante para o emprego dessa forma construtiva, conforme comentado anteriormente.

Os projetos dessas ligações devem obedecer a uma série de critérios preestabelecidos relacionados ao comportamento estrutural, tolerâncias dimensionais, resistência ao fogo, durabilidade e manutenção, facilidade de manuseio e montagem etc.

No caso das ligações viga-pilar, sua real deformabilidade se destaca dentro das incertezas envolvidas na sua análise por estar diretamente vinculada à distribuição de esforços. Concebidas inicialmente como articuladas para os casos de edifícios baixos, à medida que se aumenta essa altura são necessárias seções mais robustas chegando a inviabilizar o projeto.

A consequência óbvia é a tentativa de reproduzir as ligações rígidas das estruturas em concreto moldado no local, contudo, essa questão na maioria das vezes elimina uma das vantagens das estruturas em concreto pré-moldado, que é um menor tempo de execução.

Essas ligações são definidas tradicionalmente pela relação *momento fletor x rotação*, conforme exibido em EL DEBS (2000) e reproduzido na FIGURA 2.4.

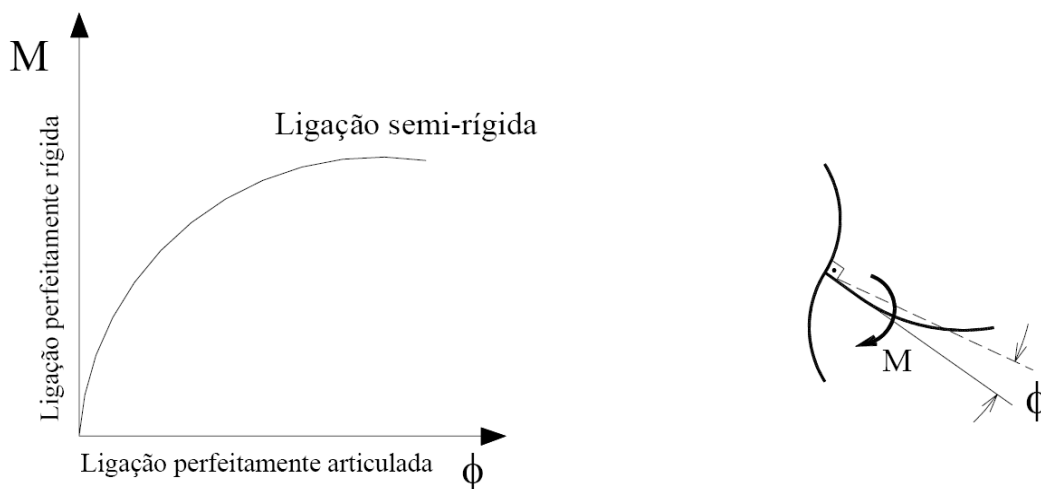


FIGURA 2.4 – Curva *momento fletor x rotação* para os três tipos de ligações [EL DEBS (2000)].

Estudos focando a semi-rigidez das ligações se intensificaram em especial na década de 1990, quando foi criado o programa COST C1 (*Control of the semi-rigid behaviour of civil engineering structural connections*), com mais de 120 projetos no intuito de criar subsídios para preparação de normas.

No Brasil, a EESC-USP tem prestado considerável contribuição dentro desse contexto, avaliando as ligações viga-pilar, com trabalhos como o estudo da arte em BALLARIN (1993), e associações de mecanismos básicos de deformações em FERREIRA (1993), atestadas em experimentações posteriores observado em FERREIRA (1999).

Nesse âmbito teórico-experimental, diversos trabalhos se seguiram como SOARES (1998), BARBOZA (2002), MIOTTO (2002), BALDISSERA (2006), MOTA (2009). Destaque ainda à elaboração, dentro desses estudos, de exemplos práticos verificando as contribuições da rigidez das ligações para a redistribuição de esforços nas estruturas, bem verificado também em MARIN (2009), que fez a avaliação da estabilidade global em sistemas estruturais de pórticos com ligação viga/pilar semi-rígida e pilares engastados na fundação.

O comportamento das ligações semi-rígidas pode ser avaliado por ensaios em laboratórios, simulações numéricas ou modelos analíticos. Os ensaios experimentais, mesmo sendo a forma mais precisa de estimativa desse comportamento, acabam restritos a atividades acadêmicas devido ao alto custo e tempo despendido, o que inviabiliza o seu emprego nos escritórios de projetos estruturais.

A avaliação com base no método dos elementos finitos (*MEF*) é a mais utilizada forma de simulação numérica que, aliada aos constantes avanços computacionais de memória e processador, permite a determinação do comportamento semi-rígido das ligações considerando a não-linearidade do material, esmagamentos e fissuração do concreto, efeitos de contato e atrito, entre outros aspectos. No entanto, restam ainda dúvidas na formulação de modelos, o que justifica o número considerável de trabalhos na temática.

A formulação analítica consiste no equacionamento em conjunto dos mecanismos básicos de deformação, denominado de método dos componentes. Em geral, parte-se do comportamento particular de cada um desses componentes da ligação (chumbador, almofada, armaduras, grautes etc.) numa posição deformada idealizada, equacionando cada uma dessas contribuições pelas relações de equilíbrio e compatibilidade.

De acordo com o programa COST-C1 (1996) apud MIOTTO (2002), as etapas do método dos componentes para a determinação do comportamento da ligação são:

- Relação dos componentes da ligação que promovam contribuição para as propriedades da estrutura;
- Avaliação das características de deformação e resistência de cada componente individual;
- Associação dos componentes de forma a representar a ligação como um todo.

Cada uma das etapas citadas anteriormente possui níveis de sofisticação que variam de acordo com a finalidade a que se dispõe a análise. Em relação à associação de componentes, destaca-se o emprego de duas, a *aproximação mecânica*, mais precisa, e a *aproximação analítica*, mais prática para fins de projeto.

Para a *aproximação mecânica*, os componentes da ligação são expressos por suas respectivas curvas $F-\Delta$ que descrevem as forças solicitantes de compressão, tração e cisalhamento (F) e suas respectivas deformações (Δ).

A representação física do comportamento local de cada componente é reproduzida por meio de um modelo de molas. Quando as curvas $F-\Delta$ são conhecidas, a configuração da ligação pode ser expressa através de uma associação dessas molas.

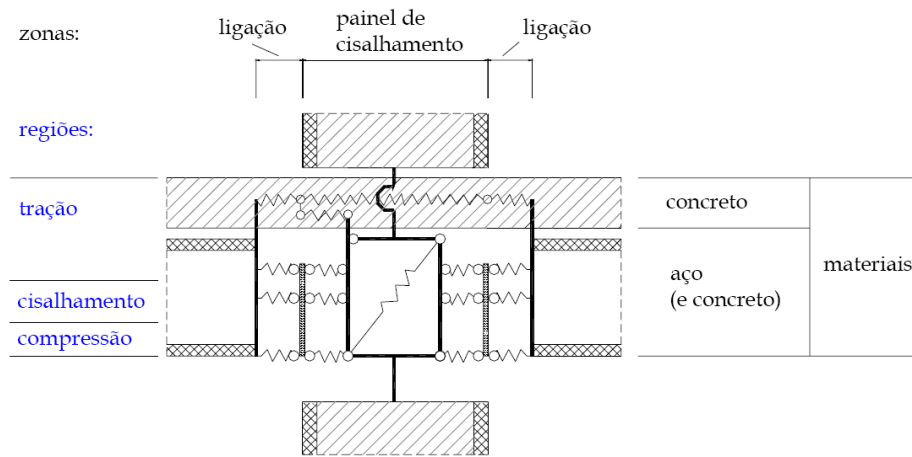
MIOTTO (2002) reproduz o chamado *Modelo Mecânico de Innsbruck* para ligações viga-pilar-laje mistas (pilar e viga metálicos e laje de concreto), onde cada componente, assim como cada elemento enrijecedor é simulado por uma mola, FIGURA 2.5 e TABELA 2.1.

Após a associação das molas, um conjunto de forças é aplicado de maneira incremental às extremidades da viga e do pilar para que o comportamento da ligação seja verificado, possibilitando inclusive uma combinação dessas molas em série ou em paralelo, reduzindo seu número total no modelo e obtendo formas menos complexas.

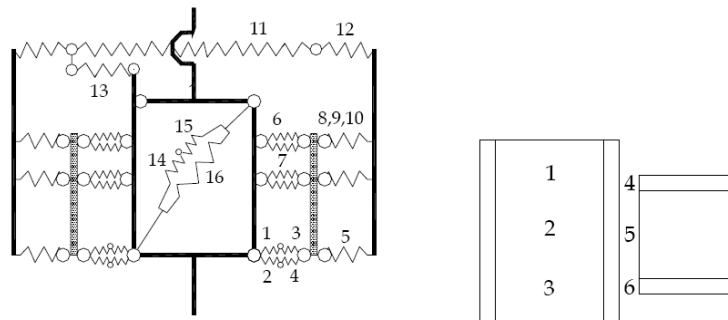
A *aproximação analítica* parte de algumas propriedades idealizadas de molas, simplificando as curvas não-lineares que necessitam de implementação computacional para fornecer as características de momento-rotação das ligações.

Se as molas apresentarem um comportamento linear que corresponde a sua rigidez elástica, a rigidez inicial elástica da ligação pode ser desenvolvida analiticamente. Segundo o Eurocode 4 (1996), o modelo mecânico utilizado para avaliação da rigidez elástica de ligações mistas está exibido na FIGURA 2.6.

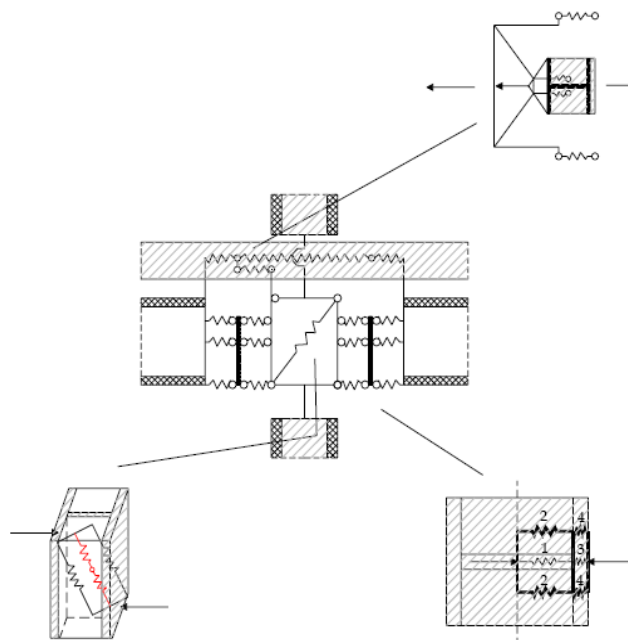
Conforme comentado, a rigidez inicial da ligação é obtida a partir da rigidez elástica dos componentes, cujo comportamento elástico é representado por uma mola. A relação F/Δ (Força/Deformação) dessa mola é calculada em (2.2).



a) Regiões e zonas do modelo mecânico.



b) Numeração das molas e dos grupos.



c) Detalhamento do modelo.

FIGURA 2.5 – Modelo Mecânico de Innsbruck [COST C1 (1996) apud MIOTTO (2002)].

TABELA 2.1- Modelo Mecânico de Innsbruck [COST C1 (1996) apud MIOTTO (2002)].

Nº	Componente	zona	região	grupo
1	Painel interior	painel	compressão	3
2	Concreto de encamisamento	painel	compressão	3
3	Painel exterior (mesa do pilar + efeitos locais)	painel	compressão	3
4	Efeito do concreto de encamisamento na mola exterior	painel	compressão	3
5	Mesa da viga (efeitos locais), chapa de contato e de extremidade	ligação	compressão	6
6	Inclinação do painel, parte da mesa, raio do filete	painel	tração	1
7	Enrijecedor à tração	painel	tração	1
8	Mesa do pilar (enrijecida) ao momento fletor	ligação	tração	4
9	Chapa de extremidade ao momento fletor, alma da viga à tração	ligação	tração	4
10	Parafusos à tração	ligação	tração	4
11	Armadura (dentro do painel) à tração	painel/ligação	tração	1 / 4
12	Escorregamento da viga mista (interação incompleta)	painel/ligação	tração	1 / 4
13	Redireção das forças desbalanceadas	painel/ligação	tração	1 / 4
14	Painel ao cisalhamento	painel	cisalhamento	2
15	Painel ao momento fletor	painel	cisalhamento	2
16	Capa de concreto solicitada ao cisalhamento	painel	cisalhamento	2

$$F_i = K_i \cdot E \cdot \Delta_i \quad (2.2)$$

Sendo que,

F_i – força na mola i ;

K_i – coeficiente de rigidez do componente i ;

E – módulo de elasticidade do material;

Δ_i – deformação da mola i ;

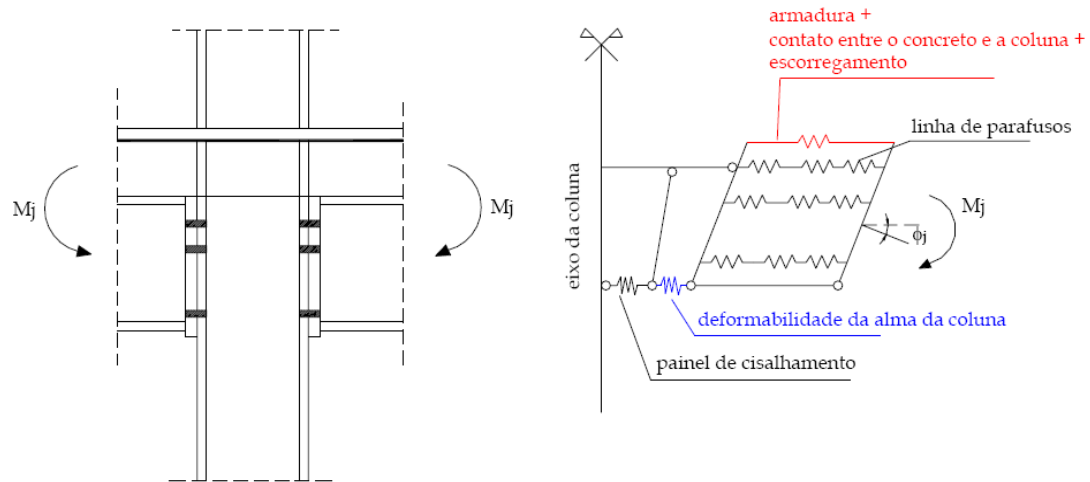


FIGURA 2.6 – Modelo mecânico para ligações mistas [Eurocode 4 (1996)].

Os estudos acerca desse tema têm buscado por meio dessas simulações numéricas e modelos analíticos respaldados posteriormente por ensaios experimentais, o estabelecimento de expressões confiáveis para aplicação direta em projetos de estruturas em concreto pré-moldado, melhorando em termos práticos a distribuição de esforços, e acarretando em seções mais esbeltas, conseqüentemente mais econômicas.

É importante expor que a temática das ligações em concreto pré-moldado é um assunto muito mais delicado, bem além da rápida exposição tratada no estudo em questão, que almeja apenas fornecer subsídios para um bom entendimento das modelagens e análises que se seguirão.

Tratando de forma mais enfática da questão das ligações para os pisos, ABCIC (2007) destaca três tipos de ligações a considerar, sejam elas.

- Ligações nos apoios;
- Ligações nas juntas longitudinais;
- Ligações laterais nas bordas não apoiadas dos pisos.

Esses sistemas de pisos pré-moldados seguem obrigatoriamente os mesmos princípios comentados no início do tópico, e os objetivos essenciais para garantir o seu comportamento satisfatório são:

- Conectar os elementos com a estrutura de apoio;
- Transferir as forças de tração para os sistemas de estabilização;

- Estabelecer integridade estrutural e tornar possível a ação de diafragma e distribuição das ações horizontais;
- Acomodar os efeitos de fluência, da retração, das mudanças de temperatura e dos recalques diferenciais.

Enfatiza-se o último ponto, onde se ressaltou a importância de tratar as consequências dos efeitos dependentes do tempo nas ligações entre os elementos estruturais.

Segundo ABCIC (2007), a menos que os apoios sejam projetados para continuidade total de momentos, recomenda-se colocar barras de armadura para a ligação no meio da seção transversal, ao invés de colocá-las na mesa superior, evitando assim as consequências dos já citados momentos de restrição junto aos apoios.

Esses momentos de restrição serão descritos com mais detalhes em tópicos posteriores, sendo eles resultados dos efeitos diferidos, importantes dentro do trabalho que se desenvolve aqui.

Segue-se então comentando de maneira mais minuciosa cada um dos aspectos transientes citados como possível agravante ao bom funcionamento do conjunto de piso em análise.

2.4 EFEITOS DO TEMPO

As indeterminações relacionadas à análise das estruturas em concreto armado e protendido vão além da questão imediata dos carregamentos, destacando nesse âmbito o fato dos materiais envolvidos possuírem comportamento variável também em função do tempo.

Em outras palavras, o concreto e o aço de protensão estão sujeitos a deformações diferidas, sejam inerentes aos materiais, como a retração, seja em função da constância do carregamento, caso da fluência e da relaxação.

Estes fenômenos do tempo são influenciados por numerosos fatores que refletem diretamente na estabilidade dimensional da peça de concreto em questão. Diversas normas e códigos empregam formulações que representam um consenso entre pesquisadores e projetistas visando expressar as contribuições destes aspectos.

No intuito de expor e traçar comentários mais específicos em relação a cada efeito destes, destaca-se a seguir as formulações da NBR 6118 (2003), norma brasileira em vigor no

ano desse estudo, e o CEB-90 (1991), normativa utilizada no desenvolvimento da programação *CONS*.

2.4.1 Concreto

Não havendo bloqueio à livre deformação do concreto, e sendo a ele aplicado no tempo t_0 uma tensão constante no intervalo (t, t_0) , sua deformação total no tempo t vale.

$$\varepsilon_c(t) = \varepsilon_{ce}(t_0) + \varepsilon_{cc}(t) + \varepsilon_{cs}(t) \quad (2.3)$$

Sendo que,

$\varepsilon_c(t)$ - Deformação total

$\varepsilon_{ce}(t_0) = \frac{\sigma_c(t_0)}{E_{ci}(t_0)}$ - Deformação imediata (elástica imediata)

$\varepsilon_{cc}(t) = \frac{\sigma_c(t_0)}{E_{ci28}(t_0)} \varphi(t, t_0)$ - Deformação por Fluência no intervalo de tempo (t, t_0)

$\varepsilon_{cs}(t)$ - Deformação por Retração no intervalo de tempo (t, t_0)

2.4.1.1 Retração

A retração consiste no decréscimo de volume de concreto mesmo com total ausência de cargas e variação de temperatura. É tecnicamente subdividida em parcelas; *retração química ou autógena, retração hidráulica ou por secagem, retração térmica, e retração por carbonatação*, conforme expõe MEHTA (1994). Na prática, é muito difícil distinguir cada uma destas, havendo pouco interesse em individualizá-las, pois ocorrem ao mesmo tempo e possuem durações diferentes.

TROXELL et al. (1958) apud MEHTA (1994) indica que cerca de 80% de toda retração por secagem no concreto acontece no primeiro ano do elemento. Esta estimativa será de grande valia para capítulos posteriores, onde se farão avaliações gráficas destes efeitos para estes e outros prazos maiores.

Ainda, MEHTA (1994) afirma que as deformações por retração são críticas no concreto, pois uma vez restringidas, manifestam-se como tensões de tração contribuindo para

uma maior fissuração. Esta afirmação será analisada mais minuciosamente no capítulo referente à exposição de resultados dos modelos.

2.4.1.1.1 NBR 6118 (2003)

As hipóteses básicas estabelecidas na NBR 6118 (2003) instituem a dependência do seu valor à.

- Umidade relativa do ambiente;
- Consistência do concreto no lançamento;
- Espessura fictícia da peça.

Esta última é definida por.

$$h_{fic} = \gamma \frac{2A_c}{u_{ar}} \quad (2.4)$$

Sendo que,

A_c - Área da seção transversal da peça;

u_{ar} - Parte do perímetro externo da seção transversal da peça em contato com o ar;

Com γ correspondente a um coeficiente que depende da umidade relativa do ambiente ($U\%$) com valores preestabelecidos em tabela disposta na NBR 6118 (2003), e é definido por.

$$\gamma = 1 + \exp(-7,8 + 0,1U) \quad (2.5)$$

Por fim, a deformação por retração no intervalo de tempo (t, t_0) é determinado a partir de.

$$\varepsilon_{cs}(t, t_0) = \varepsilon_{cs\infty} [\beta_s(t) - \beta_s(t_0)] \quad (2.6)$$

Com,

$$\varepsilon_{cs\infty} = \varepsilon_{1s}\varepsilon_{2s} \quad (2.7)$$

Sendo que,

$\varepsilon_{cs\infty}$ - Valor final da retração;

ε_{1s} - Coeficiente dependente da umidade relativa e da consistência do concreto, TABELA 2.2;

$\varepsilon_{2s} = \frac{33+2h_{fic}}{20,8+3h_{fic}}$ - Coeficiente dependente da espessura fictícia (h_{fic} em cm).

$\beta_s(t)$ ou $\beta_s(t_0)$ é o coeficiente relativo à retração, no instante t ou t_0 calculado em (2.8)

t - Idade fictícia do concreto no instante considerado, em dias;

t_0 - Idade fictícia do concreto no instante em que o efeito da retração na peça começa a ser considerado, em dias.

TABELA 2.2 – Valores numéricos usuais para a determinação da fluência e da retração. [NBR 6118 (2003)].

Ambiente	Umidade U %	Fluência φ_{1c} ¹⁾			Retração $10^4\varepsilon_{1s}$ ²⁾			γ ⁴⁾
		Abatimento de acordo com a NBR NM 67						
		cm						
		0 – 4	5 – 9	10 – 15	0 – 4	5 – 9	10 – 15	
Na água	-	0,6	0,8	1,0	+1,0	+1,0	+1,0	30,0
Em ambiente muito úmido imediatamente acima da água	90	1,0	1,3	1,6	-1,0	-1,3	-1,6	5,0
Ao ar livre, em geral	70	1,5	2,0	2,5	-2,5	-3,2	-4,0	1,5
Em ambiente seco	40	2,3	3,0	3,8	-4,0	-5,2	-6,5	1,0

¹⁾ $\varphi_{1c} = 4,45 - 0,035U$ para o abatimento no intervalo de 5 cm a 9 cm e $U \leq 90\%$.
²⁾ $10^4\varepsilon_{1s} = -6,16 - (U/484) + (U^2 + 1590)$ para abatimentos de 5 cm a 9 cm e $U \leq 90\%$.
³⁾ Os valores de φ_{1c} e ε_{1s} para $U \leq 90\%$ e abatimento entre 0 cm e 4 cm são 25% menores para abatimentos entre 10 cm e 15 cm são 25% maiores.
⁴⁾ $\gamma = 1 + \exp(-7,8 + 0,1 U)$ para $U \leq 90\%$.

NOTA – Para efeito de cálculo, as mesmas expressões e os mesmos valores numéricos podem ser empregados no caso de tração. Para o cálculo dos valores de fluência e retração, a consistência do concreto é aquela correspondente à obtida com o mesmo traço sem a adição de superplastificantes e superfluidificantes.

$$\beta_s(t) = \frac{\left(\frac{t}{100}\right)^3 + A\left(\frac{t}{100}\right)^2 + B\left(\frac{t}{100}\right)}{\left(\frac{t}{100}\right)^3 + C\left(\frac{t}{100}\right)^2 + D\left(\frac{t}{100}\right) + E} \quad (2.8)$$

Com,

$$A = 40;$$

$$B = 116h^3 - 282h^2 + 220h - 4,8;$$

$$C = 2,5h^3 - 8,8h + 40,7;$$

$$D = -75h^3 + 585h^2 + 496h - 6,8;$$

$$E = -169h^4 + 88h^3 + 584h^2 - 39h + 0,8.$$

e a mencionada idade fictícia é calculada por,

$$t = \alpha t_{ef} \quad (2.9)$$

Quando o endurecimento se faz a temperatura ambiente de $20^\circ C$, e nos demais casos, excetuando a cura vapor.

$$t = \alpha \sum \frac{T_i + 10}{30} \Delta t_{ef,i} \quad (2.10)$$

t - Idade fictícia, em dias

α - Coeficiente dependente da velocidade de endurecimento do cimento, TABELA 2.3.

T_i - Temperatura média diária do ambiente, em graus Celsius.

$\Delta t_{ef,i}$ - Período, em dias, durante o qual a temperatura média diária do ambiente, T_i , pode ser admitida constante.

TABELA 2.3 - Valores da fluência e da retração em função da velocidade de endurecimento do cimento

Cimento Portland (CP)	α	
	Fluência	Retração
De endurecimento lento (CP III e CP IV, todas as classes de resistência)	1	1
De endurecimento lento (CP I e CP II, todas as classes de resistência)	2	
De endurecimento lento (CP V-ARI)	3	
<p>Onde:</p> <p>CP I e CP I-S – Cimento Portland comum;</p> <p>CP II-E, CP II-F e CP II-Z – Cimento Portland composto;</p> <p>CP III – Cimento Portland de alto forno;</p> <p>CP IV – Cimento Portland pozolânico;</p> <p>CP V-ARI – Cimento Portland de alta resistência inicial;</p> <p>RS – Cimento Portland resistente a sulfatos (propriedade específica de alguns dos tipos de cimentos citados)</p>		

2.4.1.1.2 CEB-90 (1991)

Segundo as recomendações explícitas em *CEB-90 (1991)*, a deformação específica por retração ou expansão num intervalo de tempo $(t - t_0)$ é calculada conforme (2.11).

$$\varepsilon_{cs}(t, t_0) = \varepsilon_{cso} [\beta_s (t - t_0)] \quad (2.11)$$

Sendo que,

$$\varepsilon_{cso} = \varepsilon_c(f_{cm}) \beta_U \quad (2.12)$$

A parcela $\varepsilon_c(f_{cm})$ é determinada pela expressão (2.13).

$$\varepsilon_c(f_{cm}) = \left[160 + 10 \cdot \beta_{sc} \left(9 - \frac{f_{cm}}{f_{cm0}} \right) \right] 10^{-6} \quad (2.13)$$

Ainda,

β_{sc} – coeficiente dependente do tipo de cimento. Pode assumir os seguintes valores:

4 – para cimento de endurecimento lento;

- 5 – para cimento de endurecimento normal ou rápido;
 8 – para cimento de endurecimento rápido e de alta resistência.

e,

$$\beta_U = -1,55 \cdot \beta_{sU}, \text{ para } 40 \leq U < 99\%, \text{ com } \beta_{sU} = 1 - \left(\frac{U}{U_0}\right)^3, \text{ ou;}$$

$$\beta_U = +0,25, \text{ para } U \geq 99\%$$

O desenvolvimento da retração no intervalo $(t - t_0)$ é calculado em (2.14).

$$\beta_s(t - t_0) = \left[\frac{\frac{(t - t_0)}{t_1}}{350 \left(\frac{h_{fic}}{h_0}\right)^2 + \frac{(t - t_0)}{t_1}} \right]^{0,5} \quad (2.14)$$

Sendo que,

$$h_{fic} = \frac{2A_c}{u_{ar}}, \text{ calculado em } mm.$$

O efeito da temperatura sobre o coeficiente β_s é considerado substituindo em (2.14) o produto $350 \left(\frac{h_{fic}}{h_0}\right)^2$ por $\alpha_{s,T}$, calculado de acordo com (2.15).

$$\alpha_{s,T} = 350 \left(\frac{h_{fic}}{h_0}\right)^2 e^{[-0,06\left(\frac{T}{T_0} - 20\right)]} \quad (2.15)$$

Ainda, o efeito da temperatura sobre o coeficiente de retração básica é considerado, substituindo-se β_U da equação (2.12) por $\beta_{U,T}$, calculado pela expressão em (2.16).

$$\beta_{U,T} = \beta_U \cdot \beta_{sT} \quad (2.16)$$

Sendo que,

$$\beta_{sT} = 1 + \left[\frac{8}{103 - 100 \cdot \frac{U}{U_0}} \right] \left[\frac{\left(\frac{T}{T_0} \right) - 20}{40} \right] \quad (2.17)$$

2.4.1.2 Fluência

2.4.1.2.1 NBR 6118 (2003)

A fluência é a deformação advinda das ações de longa duração. A deformação por fluência é composta de duas partes, uma rápida e outra lenta. A parcela rápida é a plástica imediata normalmente representada por ε_{cca} , e ocorre durante as primeiras 24 horas.

A parte lenta é composta por uma componente reversível e outra irreversível. A primeira trata-se da fluência visco-elástica (ε_{ccd}), e a segunda, a parcela visco-plástica (ε_{ccf}).

$$\varepsilon_{cc} = \varepsilon_{cca} + \varepsilon_{ccf} + \varepsilon_{ccd} \quad (2.18)$$

A deformação por fluência é admitida como proporcional à elástica imediata por meio de um coeficiente φ .

$$\varepsilon_{c,tot} = \varepsilon_{ce} + \varepsilon_{cc} = \varepsilon_{ce}(1 + \varphi) \quad (2.19)$$

Faz-se digno de nota a desconsideração, para efeito de equacionamento, da parcela relativa às deformações independentes de carregamento (retração, dilatação térmica, etc.) na equação (2.19).

Sendo φ função dos coeficientes das citadas parcelas:

$$\varphi = \varphi_a + \varphi_f + \varphi_d \quad (2.20)$$

φ_a – Coeficiente relativo à plástica imediata – Irreversível (primeiras 24h)

φ_f - Coeficiente relativo a visco-plástica - Irreversível

φ_d - Coeficiente relativo a visco-elástica – Reversível

Algumas hipóteses são admitidas para consideração da fluência. São elas:

- Linearidade com a tensão aplicada ($0,5f_{ck}$);
- Superposição de efeitos;
- φ_a – Deformações constantes ao longo do tempo;
- φ_d – Dependente apenas da duração do carregamento;
- φ_f - Dependente da;
 - ✓ Umidade relativa do ambiente;
 - ✓ Consistência do concreto no lançamento;
 - ✓ Espessura fictícia da peça;
 - ✓ Idade fictícia do concreto no instante (t_0) de aplicação da carga;
 - ✓ Idade fictícia do concreto no instante considerado (t).
- As curvas de ε_{ccf} correspondente a diferentes idades do concreto no momento do carregamento são obtidas por deslocamentos paralelos.

A partir destas hipóteses então, o valor de φ é calculado pela expressão (2.21).

$$\varphi(t, t_0) = \varphi_a + \varphi_{f\infty} [\beta_f(t) - \beta_f(t_0)] + \varphi_{d\infty} \beta_d \quad (2.21)$$

Com,

$$\varphi_a = 0,8 \left[1 - \frac{f_c(t_0)}{f_c(t_\infty)} \right] \quad (2.22)$$

Sendo que,

$\frac{f_c(t_0)}{f_c(t_\infty)}$ – Função do crescimento da resistência do concreto com a idade.

O valor de $\varphi_{f\infty}$ correspondente à fluência visco-plástica num tempo “infinito” vale, (2.23).

$$\varphi_{f\infty} = \varphi_{1c} \varphi_{2c} \quad (2.23)$$

Sendo que,

φ_{1c} - Coeficiente dependente da umidade relativa do ambiente, em porcentagem ($U\%$), e da consistência do concreto, TABELA 2.2;

$$\varphi_{2c} = \frac{42+h_{fic}}{20+h_{fic}} - \text{Com } h_{fic} \text{ em cm.}$$

$\beta_f(t)$ ou $\beta_f(t_0)$, que refere-se à deformação lenta irreversível, é função da idade do concreto, definido em (2.24).

$$\beta_f(t) = \frac{t^2 + At + B}{t^2 + Ct + D} \quad (2.24)$$

Com,

$$A = 42h^3 - 350h^2 + 588h + 113;$$

$$B = 768h^3 - 3060h^2 + 3234h - 23;$$

$$C = -200h^3 + 13h^2 + 1090h + 183;$$

$$D = 7579h^3 - 31916h^2 + 35343h + 1931;$$

A espessura fictícia (h) considerada para cálculo das constantes A , B , C , e D , é utilizada em metros. Para valores fora do intervalo $0,05 \leq h \leq 1,6$ adotam-se os extremos correspondentes, e o tempo t é em dias, com $t \geq 3$.

Por fim, para $\varphi_{a\infty}$, fluência visco-elástica estimada num tempo “infinito”, adota-se o valor de 0,4, e seu $\beta_d(t)$ corresponde a (2.25).

$$\beta_d(t) = \frac{t - t_0 + 20}{t - t_0 + 70} \quad (2.25)$$

Quando há variação de tensões ao longo de um intervalo, a expressão para determinação da deformação total do concreto fica generalizada por (2.26).

$$\varepsilon_c(t) = \sigma_c(t_0) \left[\frac{1}{E_c(t_0)} + \frac{\varphi(t, t_0)}{E_{c28}} \right] + \varepsilon_{cs}(t, t_0) + \int_{\tau=t_0}^t \frac{\partial \sigma_c}{\partial \tau} \left(\frac{1}{E_{c\tau}} + \frac{\alpha \varphi(\tau, t_0)}{E_{c28}} \right) d\tau \quad (2.26)$$

Sendo que,

α – Coeficiente característico que vale 0,5 para os casos de contabilização das perdas de protensão, onde tanto a imposição das tensões nos cabos como a concretagem da peça podem ser considerados de uma só vez (é possível ainda adotar $E_c(t_0) = E_{c28}$). Nos outros casos, faz-se $\alpha = 0,8$ e mantém-se $E_c(t_0) \neq E_{c28}(t_0)$ sempre que significativo.

2.4.1.2.2 CEB-90 (1991)

O coeficiente de fluência $\varphi(t, t_0)$ é expresso em (2.27).

$$\varphi(t, t_0) = \varphi_0 \beta_c (t - t_0) \quad (2.27)$$

Sendo que,

$$\varphi_0 = \varphi_U \beta(f_{cm}) \beta(t_0) \quad (2.28)$$

com,

$$\varphi_U = 1 + \frac{1 - \frac{U}{U_0}}{0,46 \cdot \left(\frac{h_{fic}}{h_0}\right)^{\frac{1}{3}}} \quad (2.29)$$

$$\beta(f_{cm}) = \frac{5,3}{\left(\frac{f_{cm}}{f_{cm0}}\right)^{0,5}} \quad (2.30)$$

e,

$$\beta(t_0) = \frac{1}{0,1 + \left(\frac{t_0}{t_1}\right)^{0,2}} \quad (2.31)$$

Sendo que,

$h_{fic} = \frac{2A_c}{u_{ar}}$ – espessura fictícia do elemento, em *mm*;

A_c – área da seção transversal do elemento;

u_{ar} – perímetro do elemento em contato com o ar;

f_{cm} – resistência média à compressão, aos 28 dias, em MPa;

f_{cmo} – 10MPa;

U – umidade relativa do ambiente, em %;

U_o – 100%;

$h_o = 100mm$;

$t_1 = 1$ dia.

Por último, o desenvolvimento da fluência com o tempo é calculado em (2.32).

$$\beta_c(t - t_0) = \left[\frac{\frac{(t - t_0)}{t_1}}{\beta_H + \frac{(t - t_0)}{t_1}} \right]^{0,3} \quad (2.32)$$

com,

$$\beta_H = 150 \left[1 + \left(1,2 \cdot \frac{U}{U_o} \right)^{18} \right] \frac{h_{fic}}{h_o} + 250 \leq 1500 \quad (2.33)$$

O efeito do tipo de cimento no coeficiente de fluência pode ser considerado como uma modificação da idade no ato do carregamento, t_o , de acordo com a equação (2.34).

$$t_o = t_{o,T} \left[\frac{9}{2 + \left(\frac{t_{o,T}}{t_{1,T}}\right)^{\frac{1}{2}}} + 1 \right]^\alpha \geq 0,5 \text{ dias} \quad (2.34)$$

Sendo que,

$t_{o,T}$ – idade do concreto ajustada à temperatura;

$t_{1,T} = 1$ dia;

α – coeficiente que depende do tipo de cimento, assumindo os seguintes valores:

-1 – para cimento de endurecimento lento;

0 – para cimento de endurecimento normal ou rápido;

1 – para cimento de endurecimento rápido e de alta resistência.

O efeito de temperaturas elevadas ou reduzidas na maturidade do concreto pode ser considerado, calculando uma idade ajustada no ato do carregamento pela formulação (2.35).

$$t_{o,T} = \sum_{i=1}^n \Delta t_i e^{-\left[\frac{400}{273 + \frac{T(\Delta t_i)}{T_o}} - 13,65 \right]} \quad (2.35)$$

Sendo que,

$T(\Delta t_i)$ – temperatura em °C, durante o período Δt_i ;

Δt_i – número de dias que se verifica a temperatura T ;

$T_o = 1^\circ\text{C}$.

O efeito da temperatura, para valores diferentes de 20°C , nos casos em que o elemento estiver sob carregamento é expresso substituindo o parâmetro β_H da equação (2.32) por $\beta_{H,T}$, calculado como em (2.36).

$$\beta_{H,T} = \beta_H \cdot \beta_T \quad (2.36)$$

com,

$$\beta_T = e^{\left[\frac{1500}{273 + \left(\frac{T}{T_o}\right)} - 5,12 \right]} \quad (2.37)$$

Esse efeito da temperatura sobre o coeficiente φ_o é considerado substituindo φ_U da formulação (2.28) por $\varphi_{U,T}$, calculado pela expressão (2.38).

$$\varphi_{U,T} = \varphi_T + (\varphi_U - 1) \cdot \varphi_T^{1,2} \quad (2.38)$$

com,

$$\varphi_T = e^{[0,015 \cdot (\frac{T}{T_0} - 20)]} \quad (2.39)$$

Para casos em que a variação ocorre enquanto a peça está sob carga, a fluência pode ser estimada pela expressão (2.40).

$$\varphi(t, t_o, T) = \varphi_o \cdot \beta_c(t - t_o) + \Delta\varphi_{T,var} \quad (2.40)$$

com,

$$\Delta\varphi_{T,var} = 0,0004 \cdot \left(\frac{T}{T_0} - 20\right)^2 \quad (2.41)$$

As consequências impostas pelos efeitos de altas tensões, de variação $0,4 \cdot f_{cm}(t_o) < |\sigma_c| < 0,6 \cdot f_{cm}(t_o)$, sobre a fluência é expressa da seguinte forma.

$$\varphi_{o,k} = \varphi_o \cdot e^{[1,5 \cdot (k_o - 0,4)]}, \text{ para } 0,4 < k_o < 0,6$$

$$\varphi_{o,k} = \varphi_o, \text{ para } k_o \leq 0,4$$

Sendo que,

$\varphi_{o,k}$ – coeficiente de fluência básico, não linear, que substitui φ_o na equação (2.27);

k_o – relação $\frac{\text{tensão normal}}{\text{resistência}} \rightarrow \frac{|\sigma_c|}{f_{cm}}$

2.4.2 Aço

2.4.2.1 Armadura Ativa

2.4.2.1.1 NBR 6118 (2003)

De acordo com a NBR 6118 (2003), a relaxação do aço de protensão pode ser determinada através da relação (2.42).

$$\psi(t, t_0) = \frac{\Delta\sigma_{pr}(t, t_0)}{\sigma_{pi}} \quad (2.42)$$

Sendo que,

$\Delta\sigma_{pr}(t, t_0)$ – Perda de tensão por relaxação pura (com comprimento constante) desde o instante t_0 de estiramento da armadura até o instante t ;

σ_{pi} – Tensão na armadura no instante de estiramento. Para os casos de pós-tração devem ser descontadas as perdas imediatas.

O coeficiente de relaxação $\psi(t, t_0)$ é dado por.

$$\psi(t, t_0) = \psi_{1000} \left[(t - t_0) \frac{24}{1000} \right]^{0,15} \quad (2.43)$$

Sendo que,

ψ_{1000} – Dado experimental obtido após tracionar o cabo e deixá-lo 1000 horas em temperatura constante de 20°C, TABELA 2.4.

TABELA 2.4 – Valores de ψ_{1000} , em porcentagem [NBR 6118 (2003)].

σ_{po}	Cordoalhas		Fios		Barras
	RN	RB	RN	RB	
$0,5 f_{ptk}$	0	0	0	0	0
$0,6 f_{ptk}$	3,5	1,3	2,5	1,0	1,5
$0,7 f_{ptk}$	7,0	2,5	5,0	2,0	4,0
$0,8 f_{ptk}$	12,0	3,5	8,5	3,0	7,0

Onde:

RN é a relaxação normal;

RB é a relaxação baixa

Semelhante ao apresentado nos tópicos anteriores, o coeficiente de fluência utilizado para estimativas das perdas do aço de protensão é calculado pela relação (2.44).

$$\chi(t, t_0) = \frac{\text{deformação por fluência}}{\text{deformação imediata}} \quad (2.44)$$

Esses coeficientes são interligados pela expressão (2.45), FERRAZ (1985).

$$\chi(t, t_0) = -\ln[1 - \psi(t, t_0)] \quad (2.45)$$

Por fim, a deformação total no aço de protensão contabilizando-se a variação das tensões σ_p é definida por.

$$\varepsilon_p(t, t_0) = \frac{\sigma_{p0}}{E_p} + \frac{\sigma_{p0}}{E_p} \chi(t, t_0) + \int_{\tau=t_0}^t \frac{1}{E_p} [1 + \chi(t, t_0)] \sigma_p(\tau) d\tau \quad (2.46)$$

2.4.2.1.2 CEB-90 (1991)

A relaxação do aço da armadura de protensão pode ser estimada até 30 anos pela expressão (2.47).

$$\rho_t = \rho_{1000} \left(\frac{t}{1000} \right)^k \quad (2.47)$$

Sendo que,

ρ_t – Relaxação após t horas;

$k \approx \log(\rho_{1000}/\rho_{100})$;

ρ_{100} – Relaxação após 100 horas, TABELA 2.5;

ρ_{1000} – Relaxação após 1000 horas, TABELA 2.5;

TABELA 2.5 – Relação entre as perdas por relaxação e o tempo até 1000 horas.

Tempo em horas	1	5	20	100	200	500	1000
Perda por relaxação como porcentagem das perdas em 1000 horas	25	45	55	70	80	90	100

Os fenômenos de retração e fluência são os maiores responsáveis pela deformação contínua do concreto em intervalos intermediários e finais de carga. Em outras palavras, é o atestado de que mesmo nas etapas em que não há acréscimos de carregamentos nem alterações nas condições de vinculação deve-se ainda contabilizar deformações nas peças.

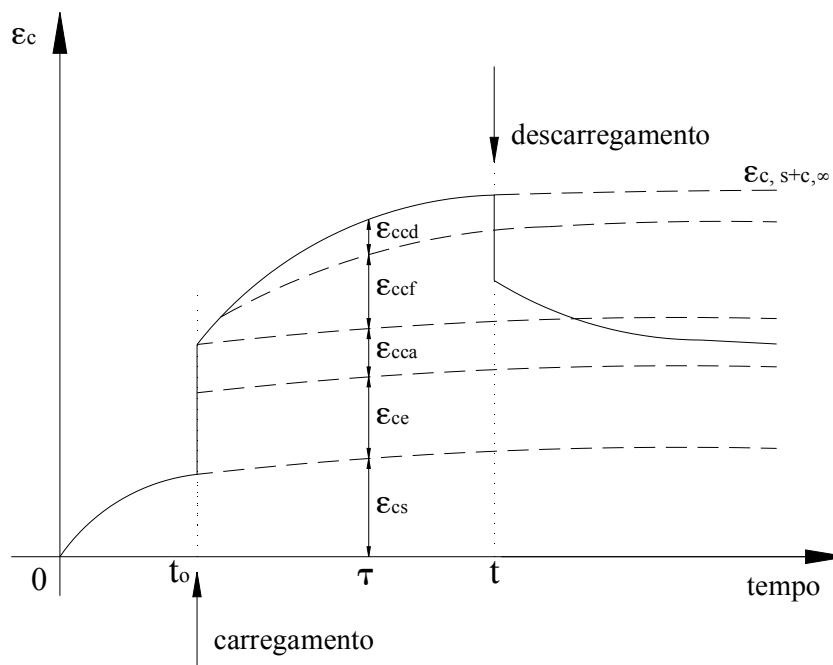


FIGURA 2.7 - Discriminação estimada das parcelas de deformação no concreto. [HANAI (2005)].

2.4.3 Momentos de restrição

Os fenômenos função do tempo acarretam conforme adiantado na parte introdutória os chamados momentos de restrição nos extremos das vigas quando há um estabelecimento de continuidade posterior.

Esse acréscimo de rigidez na ligação provoca bloqueios à livre deformação dos materiais e conseqüente deslocamentos axiais e rotações, FIGURA 2.8, que devem ser contabilizados por apresentarem ordem de grandeza considerável, conforme demonstram HASTAK et al. (2003).



FIGURA 2.8 – Ilustração da rotação (ϕ) e deslocamento axial (Δl) que aparecem nos extremos da viga.

Para efeito de ilustração dessas conseqüências impostas pelos momentos de restrição, exibi-se na FIGURA 2.9 um caso de distribuição das deformações na seção de uma viga pré-moldada protendida desde a transferência da protensão até a idade de cálculo desses efeitos de bloqueio.

ANDRADE (1994) discorre a respeito de métodos numéricos utilizados para a determinação desses esforços de restrição para o caso de vigas pré-moldadas protendidas com a continuidade estabelecida somente através da colocação de armadura passiva.

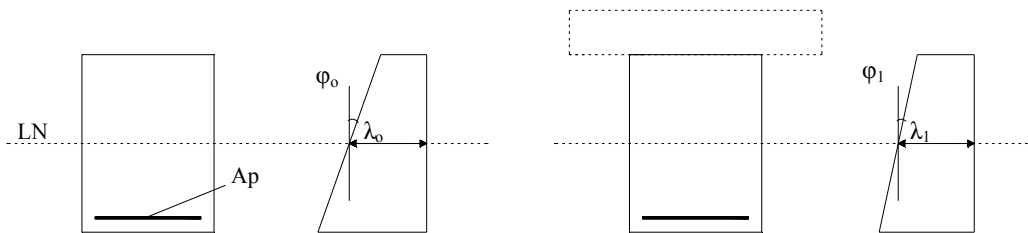
Esses procedimentos são, conforme denominação empregada em ANDRADE (1994), o *Método do PCA*, *Método do PCA modificado*, e *Procedimento empregado*. Segue-se então comentando cada um dos processos, sem uma análise minuciosa, haja vista o fato de não se trabalhar diretamente com nenhum deles nos exemplos vindouros.

Para o *Método do PCA* descrito em FREYERMUTH (1969), amplamente empregado anteriormente nos EUA para projetos de vigas pré-moldadas protendidas de pontes de pequenos vãos conforme afirmam OESTERLE et al. (1989) apud ANDRADE (1994) as hipóteses assumidas são.

- Admite-se que as cargas que atuam antes do estabelecimento da continuidade passam a atuar numa estrutura contínua uma vez efetivada a ligação. A força

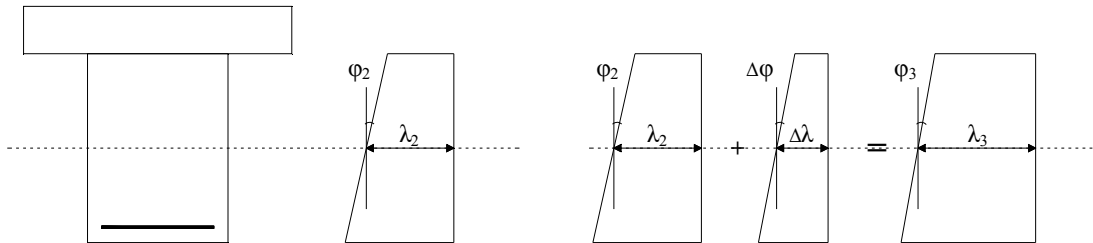
de protensão é considerada com o decréscimo impetrado pelas perdas até o estabelecimento da continuidade;

- Esses momentos são calculados para uma viga contínua, assumindo ligações rígidas sobre os apoios. Não se considera o comprimento finito da ligação;
- Admite-se a mesma função dependente do tempo para a retração da viga e da laje em questão e os mesmos coeficientes de fluência em uma idade qualquer após a continuidade;



a) Atuação do peso próprio da viga + protensão (t_0)

b) Atuação do peso próprio da laje (t_1)



c) Atuação da carga permanente adicional (t_2)

d) Idade de cálculo dos momentos de restrição (t_3)

φ_0 e λ_0 – Rotação na seção e deformação axial, respectivamente, devidos ao peso próprio e à protensão da viga que atuam no tempo t_0 ;

φ_1 e λ_1 – Deformações na seção resultantes das anteriores (φ_0 e λ_0) mais as deformações dependentes do tempo entre as idades t_0 e t_1 , somando ainda as deformações imediatas devido ao peso próprio da laje que atua no tempo t_1 ;

φ_2 e λ_2 – Análogo ao anterior, porém as deformações imediatas são devidas à carga permanente adicional, cuja atuação é considerada na idade t_2 , a partir da qual se admite a continuidade;

φ_3 e λ_3 – Deformações na seção resultantes das anteriores (φ_2 e λ_2) mais as deformações dependentes do tempo entre as idades t_2 e t_3 ($\Delta\varphi$ e $\Delta\lambda$). Admite-se que nesta idade não há a aplicação de nenhum carregamento externo.

FIGURA 2.9 – Distribuição das deformações na seção da viga ao longo do tempo.

Para este procedimento, os momentos de restrição são calculados para uma idade particular, ao invés de considerar valores incrementais desses efeitos de bloqueio em vários intervalos de tempo.

O *Método do PCA modificado*, conforme o próprio nome sugere, trata-se de uma revisão do anterior, introduzindo algumas alterações e ajustando esse procedimento a dados experimentais, material bibliográfico e indicações de pesquisas posteriores junto a construtores e projetistas de pontes da época.

Suas hipóteses, ainda que bem parecidas com as anteriores, são.

- Admite-se que as cargas que atuam antes do estabelecimento da continuidade passam a atuar numa estrutura contínua uma vez efetivada a ligação. No entanto, diferente do *Método do PCA*, a força de protensão é considerada com o decréscimo até o estabelecimento da continuidade e recalculada em vários intervalos de tempo seguintes;
- Esses momentos são calculados para uma viga contínua, assumindo ligações rígidas sobre os apoios, porém, seus valores são ajustados levando em consideração o comprimento finito da ligação e a condição de levantamento no apoio interno adjacente ao vão da extremidade;
- Ainda que se mantenham os mesmos coeficientes de fluência para viga e laje, as funções de retração são distintas para os dois elementos;
- Os momentos de restrição são determinados em vários intervalos de tempo, onde o efeito do incremento de uma etapa é considerado na etapa seguinte, sendo assim uma análise passo a passo com maior precisão.

Num sentido crescente de refinamento, o denominado *Procedimento empregado* apresentado em ANDRADE (1994) determina os deslocamentos axiais e rotações da seção a partir da sistematização matricial das tensões e deformações baseado nas formulações de GHALI & FAVRE (1986b) e MENDES (1993).

A partir dos valores obtidos de deformações num determinado número de seções da viga pode-se calcular as grandezas solicitadas (Δl e φ) num tempo t qualquer após o estabelecimento da continuidade. Em seguida, procede-se o cálculo dos momentos de restrição para a estrutura contínua.

No entanto, os métodos numéricos aqui comentados divergem bastante entre si quanto aos resultados, o que não diminui suas importâncias enquanto formas rápidas e práticas de estimativas de deformações ao longo do tempo, mas abre uma lacuna para a implementação computacional mais aproximada.

Análogo ao descrito anteriormente, passa-se a expor a forma de cálculo adotada por MOTA (2009), baseada em NEVILLE (1970), que faz análise dos efeitos dependentes do tempo utilizando o método das forças para o cálculo na estrutura hiperestática, seja assim conforme FIGURA 2.10.

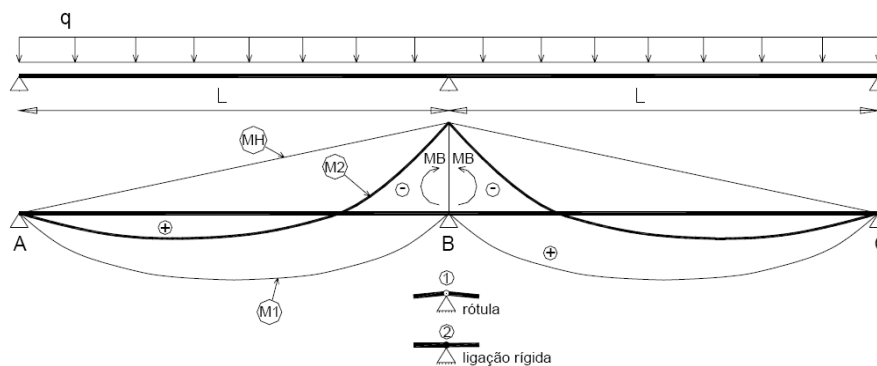


FIGURA 2.10 – Diagramas para aplicação do método das forças [MOTA (2009)].

Pode-se afirmar a partir do exibido na FIGURA 2.10 e da definição do método dos esforços, que.

$$M_2(x) = M_1(x) + M_H(x) = M_1(x) + \frac{M_B}{L}x \quad (2.48)$$

NEVILLE (1970) estuda o caso em que a ligação é efetivada num tempo t_0 posterior à execução da viga, o que simula o caso da montagem de vigas pré-moldadas. Inicialmente, cada tramo da viga trabalha como biapoiada, apresentando diagramas isostáticos $M_1(x)$, e uma elástica constituída da flecha imediata devida ao carregamento q , e a diferida resultante da fluência do concreto. Em t_0 , conforme mencionado, é estabelecida a continuidade da viga impondo uma restrição à rotação desse apoio central.

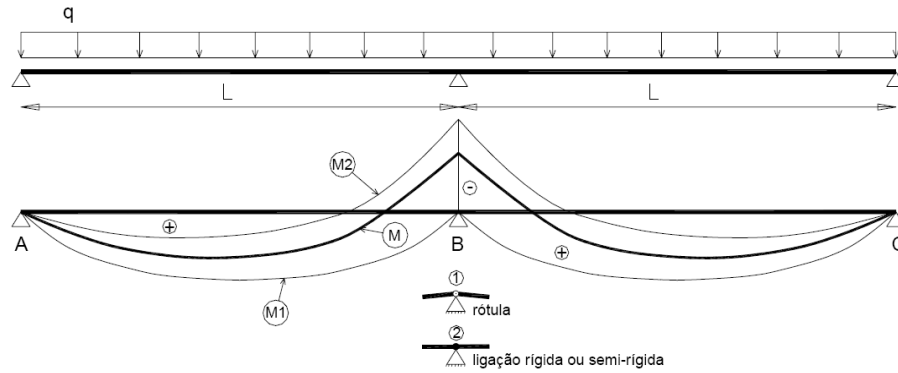


FIGURA 2.11 – Viga com continuidade estabelecida num tempo t_0 [MOTA (2009)].

As deformações por fluência continuam a ocorrer limitadas agora pelo bloqueio estabelecido no apoio em B , criando um momento hiperestático crescente e assintótico de acordo com efeitos das deformações diferidas.

NEVILLE (1970) demonstra então que o valor desse momento hiperestático M_B num tempo $t > t_0$ pode ser avaliado a partir da seguinte expressão.

$$M_B(t, t_0) = \frac{\varphi(t, t_0)}{1 + \chi(t, t_0)\varphi(t, t_0)} M_{B,2} = b(t, t_0) M_{B,2} \quad (2.49)$$

Essa formulação representa uma parcela do momento hiperestático puro definido por $M_{B,2}$ (continuidade estabelecida desde a execução da viga), e que, para o exemplo exposto, tem valor $M_{B,2} = -\frac{qL^2}{8}$.

Para um caso mais geral da ligação efetivada posteriormente num tempo t_0 o diagrama hiperestático fica definido conforme (2.50).

$$M_H(x, t, t_0) = b(t, t_0) \left(\frac{M_{B,2}}{L} x \right) = b(t, t_0) M_H(x) \quad (2.50)$$

O diagrama de momento da viga então resulta em (2.51).

$$M(x) = M_1(x) + b(t, t_0) M_H(x) \quad (2.51)$$

Pela equação (2.48), tem-se em (2.52):

$$M_H(x) = M_2(x) - M_1(x) \quad (2.52)$$

Substituindo em (2.51).

$$M(x) = M_1(x) + b(t, t_0)M_2(x) - b(t, t_0)M_1(x) \quad (2.53)$$

Fazendo $a(t, t_0) = [1 - b(t, t_0)]$,

$$M(x) = a(t, t_0)M_1(x) + b(t, t_0)M_2(x) \quad (2.54)$$

Definindo algebricamente o diagrama de momento fletor final de valor intermediário entre o isostático inicial e o hiperestático puro.

Apenas para ilustração, apresentam-se na TABELA 2.6 os valores dos parâmetros “a” e “b” nas situações de $t = t_0$ e $t = t_\infty$.

TABELA 2.6 – Valores dos parâmetros “a” e “b”.

t	a(t, t ₀)	b(t, t ₀)
t ₀	1	0
t = ∞	a _∞ = 1 - b _∞	b _∞ = $\frac{\varphi_\infty}{1 + \chi_\infty \varphi_\infty}$

O modelo simplificado exposto pode ser extrapolado, conforme apresenta MOTA (2009) para os esforços e deslocamentos, ficando assim definidos.

$$S(t, t_0) = a(t, t_0)S_1 + b(t, t_0)S_2 \quad (2.55)$$

$$d(t, t_0) = [1 + \varphi(t, t_0)]d_1 + d_H(t, t_0) \quad (2.56)$$

Sendo que,

S_1 - esforços produzidos pelo carregamento inicial antes da modificação de vinculação;

S_2 - esforços produzidos pelo carregamento inicial após a modificação de vinculação;

d_1 - deslocamentos produzidos pelo carregamento inicial antes da modificação da vinculação e calculados com $E_c(t_0)$;

$d_H(t, t_0)$ - deslocamentos produzidos pelos valores máximos dos esforços que surgem nos novos vínculos antes da modificação de vinculação e calculados com o módulo de deformação ajustado $E_{c,aj}(t, t_0)$;

A partir do exposto, estima-se a dificuldade em dispor todos esses parâmetros em conjunto na concepção de um projeto, como as variações instantâneas de tensões, para caso das protensões dos feixes em diferentes idades, contabilização de concretos de idades distintas (seções compostas), alterações nas condições de vinculação etc.

Nesse intuito, a programação vem sistematizar esses fatores de modo a facilitar suas contabilizações para uma simulação mais aproximada do comportamento da estrutura ao longo de sua vida útil.

Segue-se então para a apresentação da rotina computacional que será utilizada na análise de posteriores modelos, exibindo de maneira geral a forma com que os dados são contabilizados no programa e o seu funcionamento.

3 PROGRAMA CONS

Estruturas de concreto armado e protendido apresentam dificuldades bem específicas as suas análises justificadas entre outros aspectos, pela contabilização de dois materiais de propriedades distintas, comportamento não-linear devido à fissuração, efeitos diferidos provocados pela fluência e retração do concreto, relaxação do aço de protensão, efeitos do histórico dos carregamentos aplicados etc.

Somam-se a esses a consideração dos processos construtivos aos quais está sujeita a estrutura de concreto pré-moldado, resultando, por exemplo, em mudanças na configuração estática como para os casos de cimbramento e descimbramento ou acréscimos e retiradas de articulações, alterações na seção resistente, incorporações de novas partes, cabos pós-tracionados, entre outros.

Ao final, tem-se uma sensível redistribuição de esforços função de cada etapa transcorrida, de maneira a justificar a contabilização desses fatores todos quando da elaboração do projeto.

Para o caso específico aqui tratado, conforme adiantado em tópicos anteriores, serão avaliadas estruturas parcialmente pré-moldadas, o que sugere concretos em idades e classes distintas trabalhando em conjunto, com estabelecimento de continuidade posterior, indicando mudança na configuração estática do isostático à configuração intermediária representada pela deformabilidade na ligação (semi-rigidez).

Consequentemente, tem-se o aparecimento dos já comentados esforços de bloqueios nos extremos, e consequentes rotações e deslocamentos axiais indesejados devidos aos efeitos diferidos. Estes e outros parâmetros serão avaliados pela programação *CONS* apresentada com mais detalhes a seguir.

3.1 CONSIDERAÇÕES INICIAIS

Para a modelagem numérica dos objetos desse estudo, utiliza-se um programa baseado no método dos elementos finitos denominado *CONS*, MARÍ (2000), de autoria do Professor Antonio R. Marí Bernat do Departamento de Engenharia da Universidade Politécnica da Catalunha, situada em Barcelona – Espanha. Essa rotina computacional

desenvolvida em linguagem Fortran faz a análise não-linear no tempo de estruturas de concreto construídas evolutivamente.

3.2 ELEMENTO FINITO

A estrutura é constituída por elementos finitos tipo barra com três nós, treze graus de liberdade, seis em cada extremo e um no centro (eliminado por condensação estática), necessário para obtenção da matriz de rigidez à flexão e à contabilização de variação da linha neutra por fissuração.

Cada elemento é um prisma composto por um número discreto de filamentos de concreto e aço, definidos geometricamente pela sua área e posição em relação ao eixo de referência adotado. A integração dessas áreas resulta na seção total, sendo que quando algum desses filamentos não existe (por não ter sido “construído”, estar fissurado etc.), sua contribuição diferencial é zero.

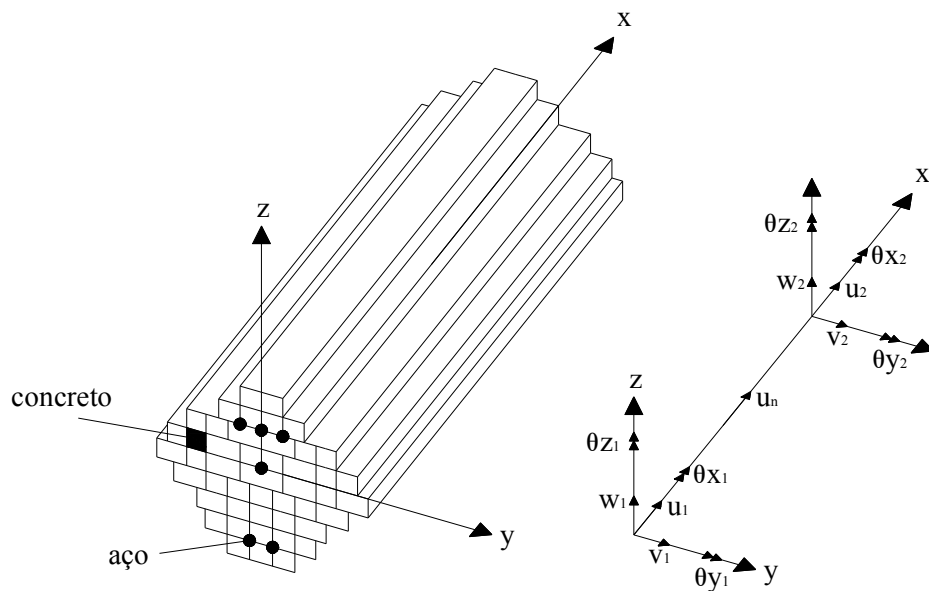


FIGURA 3.1 – Elemento Finito utilizado no programa CONS. [MARÍ (2000)].

3.3 PROPRIEDADES DOS MATERIAIS

Visando incorporar o comportamento dos diversos materiais envolvidos na análise, representa-se cada um por sua respectiva curva *tensão x deformação*. Para o concreto, utiliza-

se a curva proposta por CARREIRA & CHU (1986), que considera sua contribuição tracionado entre fissuras. Assim sendo, quando um filamento qualquer atinge a deformação relativa a sua resistência à tração, ele fissa, e sua tensão não se anula de imediato, decrescendo à zero enquanto a respectiva deformação aumenta.

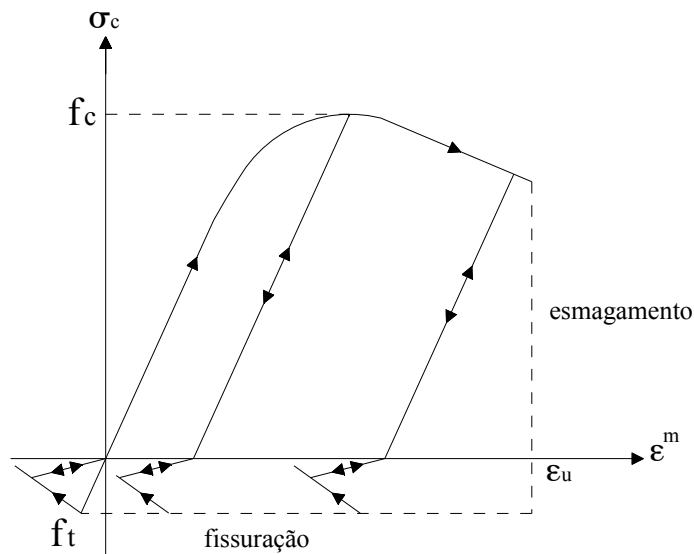


FIGURA 3.2 – Diagrama *tensão x deformação* uniaxial do concreto. [MARÍ (2000)].

O aço da armadura passiva é assumido de comportamento bilinear para *tensão x deformação*, FIGURA 3.3, enquanto que para o aço de protensão, utiliza-se uma curva multilinear, FIGURA 3.4.

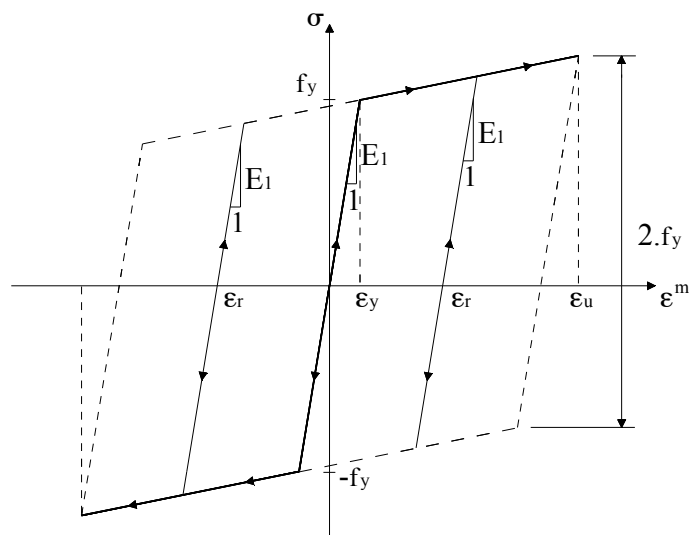


FIGURA 3.3 – Diagrama *tensão x deformação* uniaxial do aço da armadura passiva. [MARÍ (2000)].

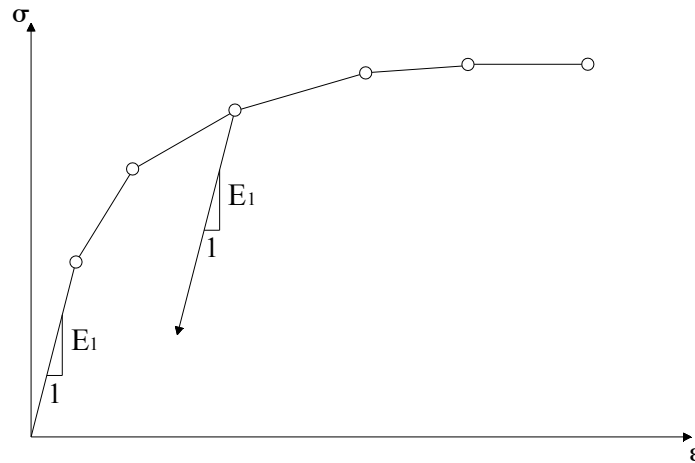


FIGURA 3.4 – Diagrama *tensão x deformação* uniaxial do aço da amadura ativa. [MARÍ (2000)].

3.4 DEFORMAÇÕES

A deformação uniaxial total de um ponto em um instante t é dividida em duas parcelas.

$$\varepsilon^{\text{total}}(t) = \varepsilon^{\text{m}}(t) + \varepsilon^{\text{nm}}(t) \quad (3.1)$$

Sendo que,

$\varepsilon^{\text{total}}(t)$ - Deformação uniaxial total de um ponto no instante t

$\varepsilon^{\text{m}}(t)$ - Deformação uniaxial mecânica de um ponto no instante t

$\varepsilon^{\text{nm}}(t)$ - Deformação uniaxial não-mecânica de um ponto no instante t .

Essas deformações não-mecânicas (retração, fluência, variação de temperatura, envelhecimento) são introduzidas no sistema fazendo uso do princípio dos trabalhos virtuais, permitindo que sejam transformadas num sistema de forças externas fictícias equivalentes que produziram o mesmo estado de deformações.

Assim, calcula-se a deformação total num instante t acumulando.

$$\varepsilon(t) = \varepsilon(t_0) + \Delta\varepsilon(t) \quad (3.2)$$

Sendo que,

$\varepsilon(t_0)$ - Deformação total no instante t_0

$\Delta\varepsilon(t)$ - Incremento de deformação total no intervalo $t-t_0$.

O incremento de deformação não-mecânica entre os passos t_0 e t é obtido então;

$$\varepsilon_c^{nm} = \varepsilon_{cc} + \varepsilon_{csh} + \varepsilon_{cT} + \varepsilon_{ca} \quad (3.3)$$

Para o concreto, e

$$\varepsilon_s^{nm} = \varepsilon_{sT} \quad (3.4)$$

Para o aço. Sendo que,

ε_{cc} - Incremento de deformação por fluência do concreto no intervalo $t-t_0$;

ε_{csh} - Incremento de deformação por retração do concreto no intervalo $t-t_0$;

ε_{cT} - Incremento de deformação no concreto por variação de temperatura no intervalo $t-t_0$;

ε_{ca} - Incremento de deformação por envelhecimento do concreto no intervalo $t-t_0$;

ε_{sT} - Incremento de deformação no aço por variação de temperatura no intervalo $t-t_0$.

A deformação não-mecânica total no instante t se obtém acumulando o incremento ao total da etapa anterior.

$$\varepsilon^{nm}(t) = \varepsilon^{nm}(t_0) + \Delta\varepsilon^{nm}(t) \quad (3.5)$$

A deformação mecânica é então obtida subtraindo a não-mecânica da total.

$$\varepsilon^m(t) = \varepsilon^{total}(t) - \varepsilon^{nm}(t) \quad (3.6)$$

A tensão é então determinada a partir da deformação mecânica como em (3.7).

$$\sigma_n = f[\varepsilon^m(t)] = f[\varepsilon^{\text{total}}(t) - \varepsilon^{\text{nm}}(t)] \quad (3.7)$$

Além dessa análise de ponto, faz-se necessário ressaltar que a utilização de elementos do tipo barra implica na consideração da hipótese cinemática de Euler – Navier – Bernoulli de que seções planas, indeformadas e normais ao eixo antes da deformação permanecem planas, indeformadas e normais ao eixo após a deformação, sendo representado como na equação (3.8).

$$\Delta\varepsilon(z) = \Delta\varepsilon_m - z \cdot \Delta c \quad (3.8)$$

Sendo que,

$\Delta\varepsilon(z)$ - incremento de deformação no filamento situado na coordenada z ;

$\Delta\varepsilon_m$ - incremento de deformação no centro de gravidade da seção;

z - coordenada do filamento (medida do centro de gravidade);

Δc - incremento de curvatura.

3.5 COMPORTAMENTO DIFERIDO DO CONCRETO

Diversos métodos são empregados para estimar os acréscimos de deformação pelo comportamento diferido do concreto, como, por exemplo, utilizando a transformada de Laplace observado em RAUE, HEIDOLF (2005). No entanto, é de interesse do trabalho expor a forma com que a programação faz a avaliação dessas grandezas.

Os modelos utilizados para avaliação das propriedades diferidas do concreto utilizados na programação foram retirados do CEB-90 (1991) conforme afirma MARÍ (2000).

A deformação por fluência (ε_{cc}) é calculada pela solução da integral de superposição expressa por.

$$\varepsilon_{cc} = \int_0^t C(t, \tau) d\sigma(\tau) \quad (3.9)$$

Sendo que,

$C(t, \tau)$ - Fluência específica dependente da idade τ em que começou a agir a tensão $\sigma(\tau)$.

Para uma análise numérica da fluência, o tempo total pode ser subdividido em intervalos Δt . Dessa forma, a integral (3.9) pode ser aproximada por uma somatória finita envolvendo acréscimos incrementais de tensão a cada passo de tempo. A forma adotada pela programação para representar essa fluência específica é a série de Dirichlet. Assim.

$$C(t, \tau) = \sum_{i=1}^m a_i(\tau) [1 - e^{-\lambda_i(t-\tau)}] \quad (3.10)$$

Sendo que os valores de m , λ_i e $a_i(\tau)$ são coeficientes determinados por ajuste, pelo método dos mínimos quadrados, de valores experimentais ou formulações empíricas de avaliação da fluência, como aquelas recomendadas por normativas.

Para a programação em questão é adotado como aproximação de suficiente precisão três termos da série ($m = 3$), e $\lambda_i = 10^{-i}$. O valor do incremento de deformação por fluência é então obtido substituindo $C(t, \tau)$ em (3.9), assumindo variação linear de tensão $\sigma(t)$ e dos valores $a_i(t)$ dentro de cada intervalo de tempo $\Delta t_n = t_n - t_{n-1}$, sob a forma de uma relação recursiva.

$$\Delta \varepsilon_{cc}(t_n) = \sum_{i=1}^m A_{i,n} \cdot [1 - e^{-\lambda_i \Delta t_n}] + \Delta \sigma_n \cdot \Psi_1 \quad (3.11)$$

$$\Psi_1 = \sum_{i=1}^m a_i(t_{n-1}) B_i + b_i(t_n) \left(\frac{\lambda_i \cdot \Delta t_n}{2} - B_i \right) \quad (3.12)$$

Sendo que,

$$B_i = 1 - \frac{\lambda_i - e^{-\lambda_i \Delta t_n}}{\lambda_i \cdot \Delta t_n}$$

$$b_i(t_n) = \frac{a_i(t_n) - a_i(t_{n-1})}{\lambda_i \cdot \Delta t_n}$$

$$A_i(t_n) = A_i(t_{n-1}) \cdot e^{-\lambda_i \Delta t_n} + [a_i(t_{n-1}) \cdot (1 - B_i) + b_i(t_{n-1}) \cdot B_i] \cdot \Delta t_n \quad (3.13)$$

$$A_i(t_0) = 0$$

A relação (3.11) deve ser calculada de forma iterativa em cada passo de tempo, já que é dependente da variação $\Delta \sigma_n$, o que não acrescenta uma modificação substancial visto que as iterações são inerentes aos problemas não-lineares. A relação recursiva apresentada acima contribui no sentido de evitar o armazenamento de todo o histórico de tensões, sendo necessário apenas o valor relativo ao último passo de tempo, economizando em termos de processamento.

3.6 VINCULAÇÕES

As condições de contorno são reproduzidas por seis molas localizadas nos nós definidos a fim de expressar os três graus de liberdade de rotação mais os três de translação, FIGURA 3.5. As rigidezes são estabelecidas em início, podendo variar no tempo de acordo com o processo construtivo em questão, permitindo a reprodução de cimbramentos, descimbramentos, colocação de novos apoios tal como a eliminação de algum existente.

Novos apoios são obtidos restringindo os deslocamentos da estrutura no nó em questão para todas as cargas a partir do momento definido. Já a eliminação de uma condição de contorno consiste em aplicar uma carga no apoio suprimido, como uma força desequilibrada de mesmo módulo e sentido contrário que atua no seguinte passo de carga ou de tempo sobre a nova configuração estrutural.

É possível ainda estabelecer valores intermediários para as molas dos apoios, como os utilizados em ligações semi-rígidas, bastando apenas especificar sua ordem de grandeza no vínculo em questão. Contudo, uma eventual perda de rigidez da ligação por fissuração em serviço, não é contabilizada, evidenciando uma das questões limitantes da programação.

Maiores detalhes acerca desses valores e como irão variar no tempo serão explicados oportunamente quando do detalhamento dos modelos empregados nas simulações numéricas.

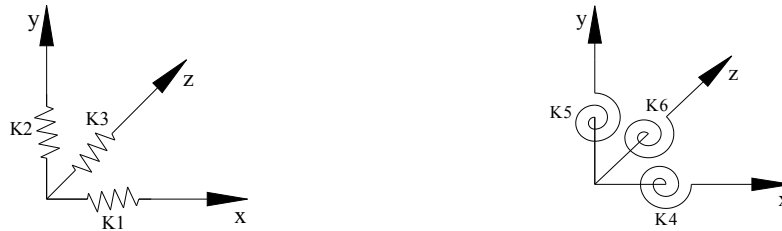


FIGURA 3.5 – Representação das translações e rotações dos nós da ligação.

3.7 PROTENSÃO

A programação permite a contabilização de um número discreto de cabos de protensão na estrutura, possuindo um perfil e área de seção transversal constante ao longo do seu comprimento, e composto por quantidade definida de segmentos retilíneos.

Essa protensão é introduzida na análise como uma ação ou sistema de cargas obtido por equilíbrio do cabo. O traçado das cordoalhas pode ser retilíneo, poligonal, ou parabólico, sendo que a posição dos dois pontos extremos dentro de um segmento é definida pelas excentricidades locais e_y e e_z .

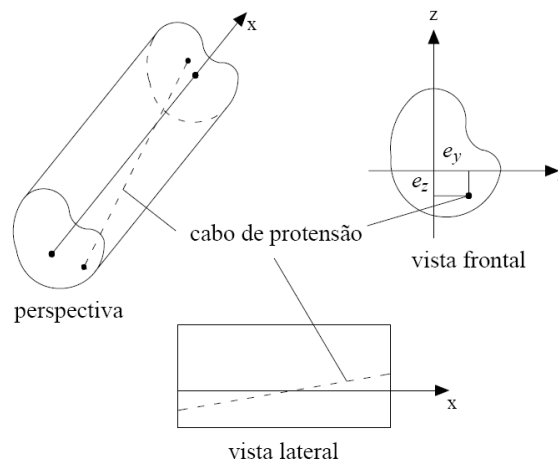


FIGURA 3.6 – Elemento finito com armadura de protensão. [MERLIN (2006)]

Os valores de tensão e deformação do aço de protensão aderido ao concreto podem ser avaliados em qualquer estágio da análise. O acréscimo de deformação $\Delta\varepsilon_p$ de um segmento é calculado dividindo-se o valor do incremento de comprimento pelo seu comprimento original, sendo que esse incremento é obtido dos deslocamentos e rotações de ambas as extremidades do elemento, conforme MERLIN (2006) comenta, ilustrado na FIGURA 3.7.

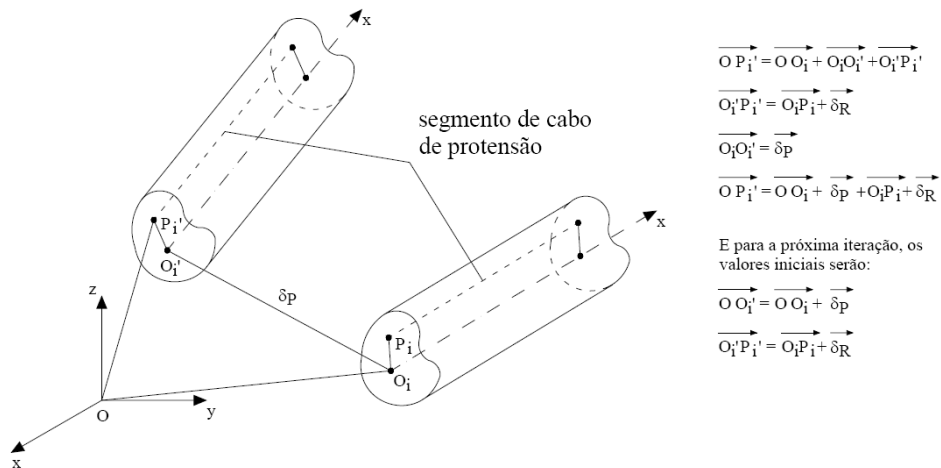


FIGURA 3.7 – Deformação de um segmento de cabo de protensão. [MERLIN (2006)].

Dessa forma, a deformação total ε_p para qualquer estágio é então determinada pela soma do acréscimo $\Delta\varepsilon_p$ com a deformação total do estágio anterior. Para a tensão σ_p correspondente à ε_p , utiliza-se a relação *tensão x deformação* do aço ativo subtraindo ainda a parcela referente à relaxação obtida previamente.

Essas variações de tensão nas cordoalhas produzidas pela relaxação são contabilizadas junto às outras deformações produzidas pelos passos de carga e de tempo por compatibilidade com o concreto desta fibra mediante o método da tensão fictícia inicial, calculadas pela equação (3.14) baseada em dados experimentais.

$$\frac{\sigma_p}{\sigma_{pi}} = 1 - \frac{\log_{10} t}{10} \left(\frac{\sigma_{pi}}{\sigma_{py}} - 0,55 \right), \quad \frac{\sigma_{pi}}{\sigma_{py}} \geq 0,55 \quad (3.14)$$

Sendo que,

σ_p – tensão atual no cabo de protensão; é a diferença entre a tensão inicial e as perdas (por relaxação e por deformações elásticas);

σ_{pi} – tensão fictícia inicial; aquela com que se deve iniciar o cabo para que sua tensão no tempo t seja σ_p ;

σ_{py} - tensão máxima no aço de protensão.

3.8 ESTRATÉGIA DE ANÁLISE NÃO-LINEAR

As ações externas são avaliadas segundo um processo incremental iterativo, onde para cada passo de carga ou tempo definidos se faz as iterações até atingir as condições de equilíbrio.

No fluxograma simplificado, FIGURA 3.8, MARÍ (2000) apresenta o esquema geral da programação em que os dados de entrada gerais (1) abrangem a geometria da estrutura, discretização, condições de contorno, propriedades dos materiais, armadura passiva, perfil da armadura de protensão, fases construtivas, condições ambientais, critério de convergência e informações de controle dos dados de saída.

Já os dados de entrada de cada fase construtiva (2) incluem variações da geometria, condições de contorno específicas da etapa (alterações, eliminação, acréscimo de vínculos), carregamentos ou recalques impostos, protensão de cabos, intervalos de tempo (dias) entre as fases construtivas, passos de tempo e de cargas.

3.9 VALIDAÇÃO DO PROGRAMA CONS

No intuito de legitimar as simulações numéricas seguintes, faz-se necessário primeiramente trabalhar com modelos analisados experimentalmente a fim de comparar os resultados, respaldando a programação *CONS*.

Diversos trabalhos realizados utilizaram esse programa para a avaliação de aspectos relacionados a estruturas de concreto em serviço ao longo do tempo, com a obtenção de resultados bastante satisfatórios, tais como TAKEUTI (2003) que estudou os pilares

reforçados com encamisamento de concreto de alto desempenho, REIS (2003) trabalhando também com reforço, mas para vigas, e MERLIN (2006) com lajotas treliçadas.

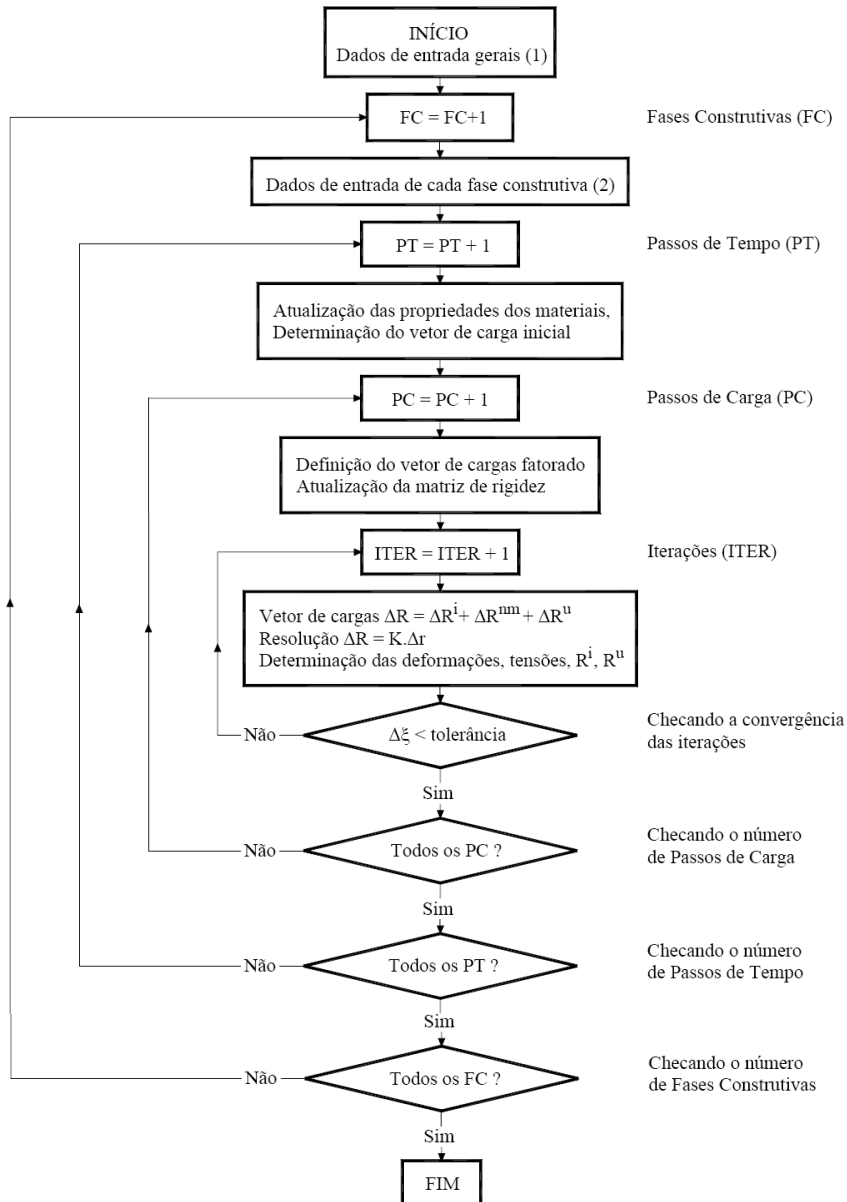


FIGURA 3.8 – Fluxograma simplificado. [MARÍ (2000)].

3.9.1 Ensaios GILBERT (2008)

Inicia-se a validação apresentando o estudo experimental efetuado por GILBERT (2008), que avaliou o comportamento do concreto armado sujeito a um esforço de tração

concêntrico de curta e longa duração, visando, entre outros fatores, evidenciar a contribuição da fissuração no desempenho diferido das peças. Alguns dos resultados obtidos no artigo servirão de referência para as simulações aqui efetuadas.

O ensaio consistiu em dois prismas de concreto com barras de aço de $\phi = 12\text{mm}$ posicionadas no centro geométrico, curados até os 33 dias, submetidos a uma carga de tração no valor de 20kN para o primeiro, denominado LTN12B, e 40kN para o segundo, LTN12A, aplicada em incrementos de 5kN e mantida constante por 50 dias. As deformações foram lidas a 250mm da extremidade do prisma.

Os dados geométricos e suas respectivas discretizações comum aos dois modelos estão explicitados na FIGURA 3.9, FIGURA 3.10, FIGURA 3.11, FIGURA 3.12 e FIGURA 3.13.

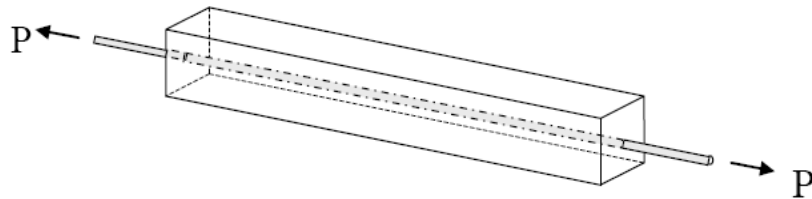


FIGURA 3.9 – Vista do modelo ensaiado por GILBERT (2008)

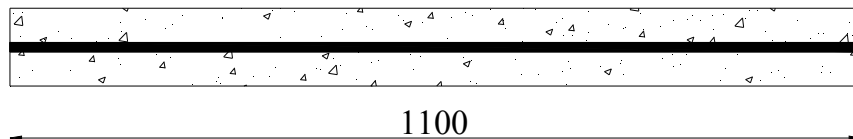


FIGURA 3.10 – Seção longitudinal do modelo ensaiado por GILBERT (2008). Valor em *mm*.

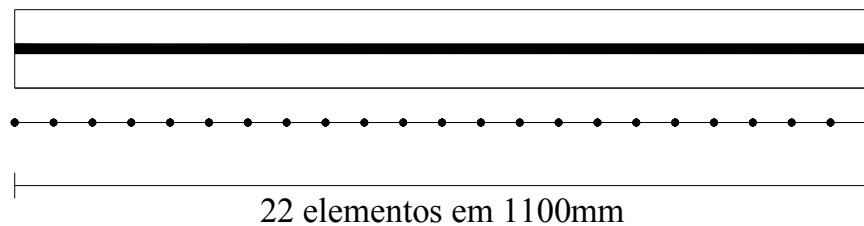


FIGURA 3.11 – Discretização da seção longitudinal.

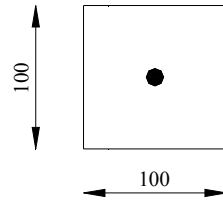


FIGURA 3.12 – Seção transversal do modelo ensaiado por GILBERT (2008). Valores em *mm*.

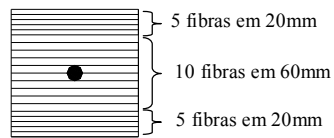


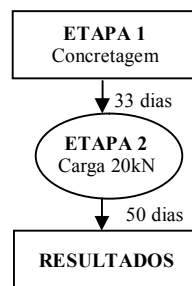
FIGURA 3.13 – Discretização da seção transversal

Além das discretizações demonstradas, outros parâmetros úteis na simulação numérica estão resumidos na TABELA 3.1, alguns citados no artigo, outros supostos, por escassez de informações no relato da atividade experimental.

TABELA 3.1 – Dados complementares.

Umidade	30%
Cimento para a barra	Resistência inicial comum
f_{ck}	21,56 MPa
Perímetro exposto	0,4 m

LTN12B



LTN12A

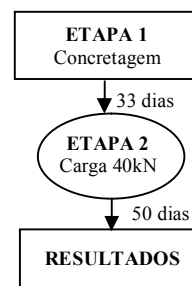


FIGURA 3.14 – Fluxograma das etapas dos ensaios.

O gráfico com os resultados obtidos no ensaio do modelo LTN12B está exibido na FIGURA 3.15.

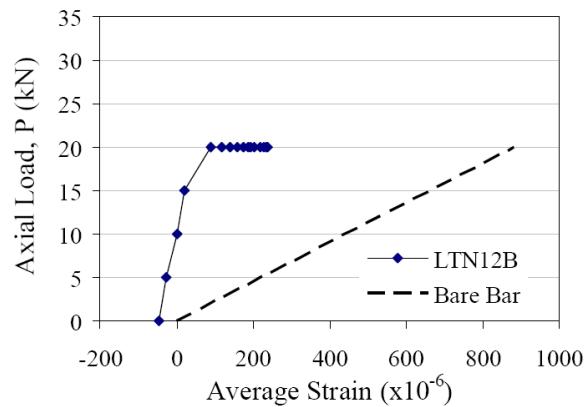


FIGURA 3.15 – Gráfico da *Força x Deformação axial* obtido experimentalmente, modelo LTN12B. [GILBERT (2008)].

GILBERT (2008) relata que o valor da deformação axial encontrada ao final dos 83 dias foi de $\varepsilon(83)_{experimental} = 239 \times 10^{-6}$. Segue-se então à apresentação do gráfico construído a partir da simulação numérica, FIGURA 3.16.

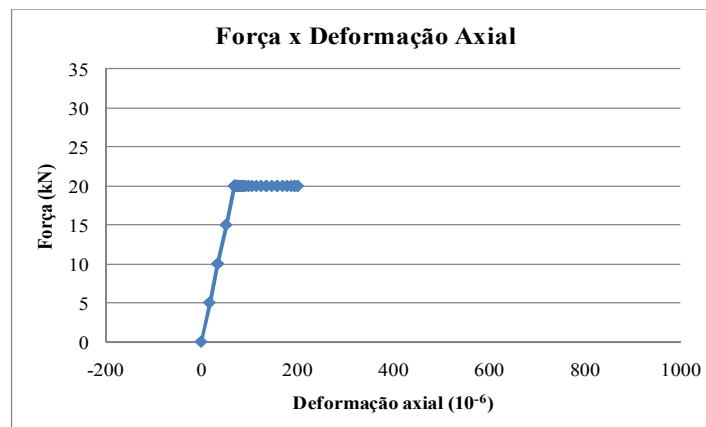


FIGURA 3.16 - Gráfico da *Força x Deformação axial* obtido na simulação numérica do modelo LTN12B.

O valor calculado para a deformação ao final dos 83 dias foi de $\varepsilon(83)_{simulação} = 200 \times 10^{-6}$. É importante ressaltar que a principal diferença entre os gráficos se dá não somente pelas óbvias aproximações e simplificações numéricas, mas também pelo fato de não ter sido considerado a retração nos primeiros 33 dias para a simulação, pois o artigo relata a ocorrência de um tratamento específico para evitar perda de umidade efetuada em laboratório. Ainda assim, a barra retraiu, o que pode ser observado na porção negativa da deformação na FIGURA 3.15.

Os resultados experimentais para o modelo LTN12A estão apresentados na FIGURA 3.17.

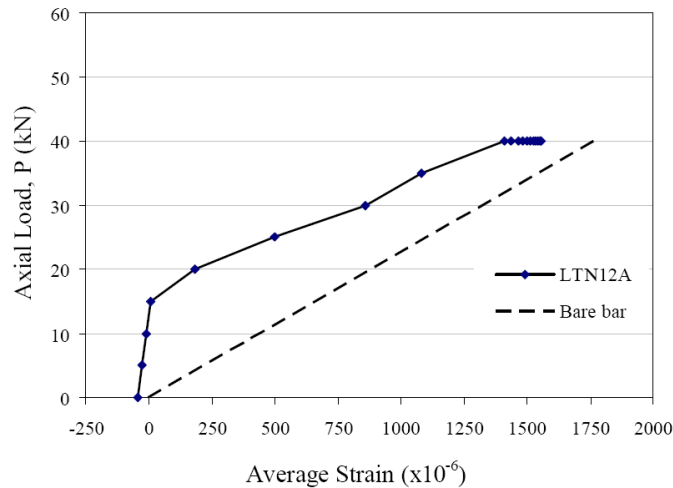


FIGURA 3.17 - Gráfico da *Força x Deformação axial* obtido experimentalmente, modelo LTN12A. [GILBERT (2008)]

O valor da deformação axial encontrada ao final dos 83 dias para esse modelo foi de $\varepsilon(83)_{experimental} = 1556 \times 10^{-6}$ conforme exposto em GILBERT (2008). Segundo a modelagem numérica efetuada, o gráfico encontrado na FIGURA 3.18 demonstra semelhanças aceitáveis no âmbito das simulações, e o valor encontrado foi de $\varepsilon(83)_{simulação} = 1676,91 \times 10^{-6}$.

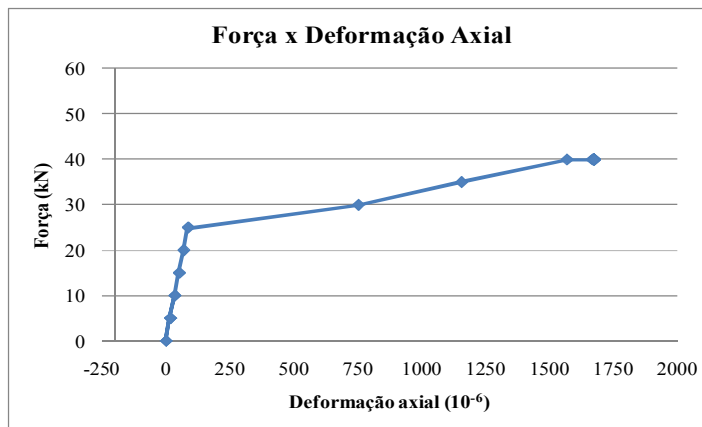


FIGURA 3.18 - Gráfico da *Força x Deformação axial* obtido na simulação numérica do modelo LTN12A.

O programa apresentou dificuldades no processamento deste segundo modelo (LTN12A), acusando erros na convergência devido ao número excessivo de fissuras bem relatadas em GILBERT (2008). Dessa forma, foram necessárias algumas alterações nos dados

de controle dos passos de carga para o caso específico. O primeiro modelo (*LTN2B*), por sua vez, ainda que fissurado, convergiu sem maiores problemas.

A partir dos resultados obtidos, formulou-se a TABELA 3.2 apresentando um resumo dos valores ao final dos 83 dias.

TABELA 3.2 – Relatório dos valores obtidos.

Modelos	Deformação Axial	
	Experimental	Simulação Numérica
LTN12B	239×10^{-6}	200×10^{-6}
LTN12A	1556×10^{-6}	$1676,91 \times 10^{-6}$

3.9.2 Ensaios ROGGE (2001)

Continua-se a validação apresentando o estudo efetuado por ROGGE (2001) que realizou ensaios de longa duração de lajes formadas por vigotas pré-moldadas com armadura treliçada no Laboratório de Materiais e Sistemas Estruturais do Departamento de Engenharia Civil da UFSCar. Os ensaios objetivavam avaliar a deformação ao longo do tempo.

Utilizam-se aqui três dos modelos biapoiados ensaiados, com as mesmas dimensões e taxas de armadura, e diferenças quanto à data de retirada de escoramento e consideração da carga (TABELA 3.3). As lajes foram armazenadas em um galpão coberto com monitoramento da temperatura e da umidade.

As lajes serão identificadas como *Laje 1*, *Laje 2* e *Laje 3*. A seção longitudinal está exposta na FIGURA 3.19, seguida pela respectiva discretização na FIGURA 3.20. A seção transversal está na FIGURA 3.21, e sua discretização na FIGURA 3.22.

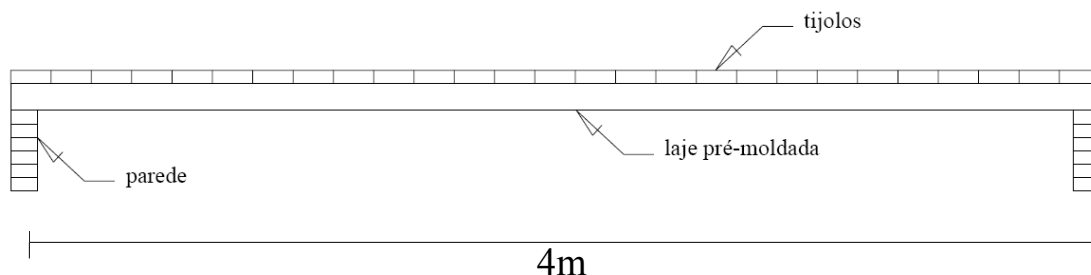


FIGURA 3.19 – Seção longitudinal das lajes ensaiadas.

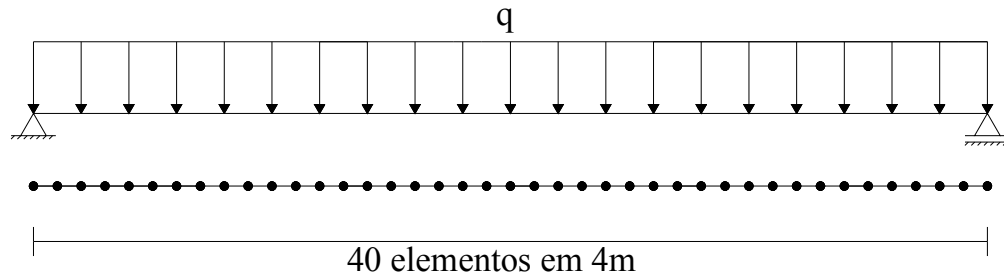


FIGURA 3.20 – Discretização da seção longitudinal.

Os tijolos que constam no modelo foi a forma utilizada para impor o carregamento, no valor de $0,705 \text{ kN/m}$, aplicados nos dias especificados na TABELA 3.3.

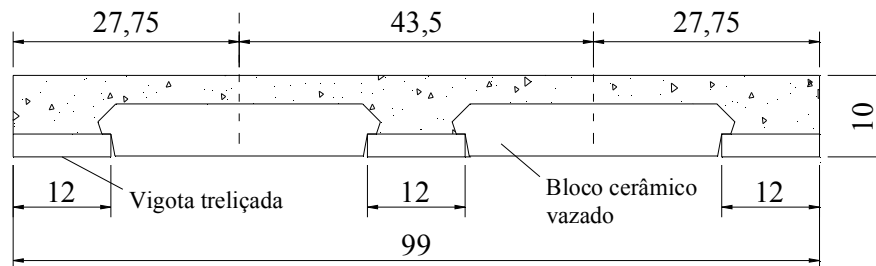
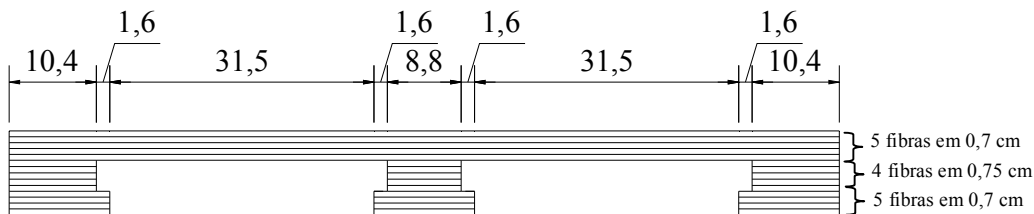
FIGURA 3.21 – Seção transversal das lajes ensaiadas. Valores em *cm*.FIGURA 3.22 - Discretização da seção transversal. Valores em *cm*.

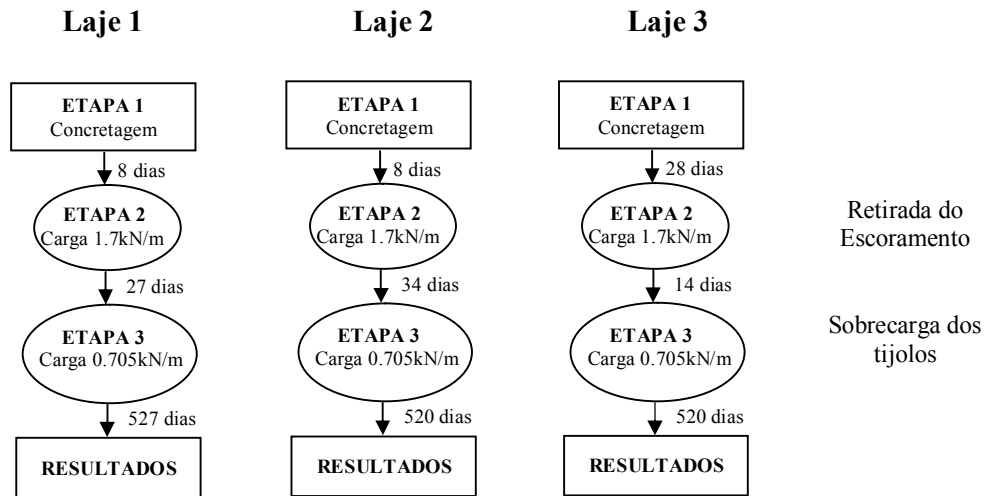
TABELA 3.3 - Características das lajes.

Laje	Área de aço por nervura (cm^2)	Área de aço total (cm^2)	Altura útil (cm)	Data de retirada do escoramento (dias)	Data do carregamento (dias)
Laje 1	1,04	3,12	8,5	8	35
Laje 2	1,04	3,12	8,5	8	42
Laje 3	1,04	3,12	8,5	28	42

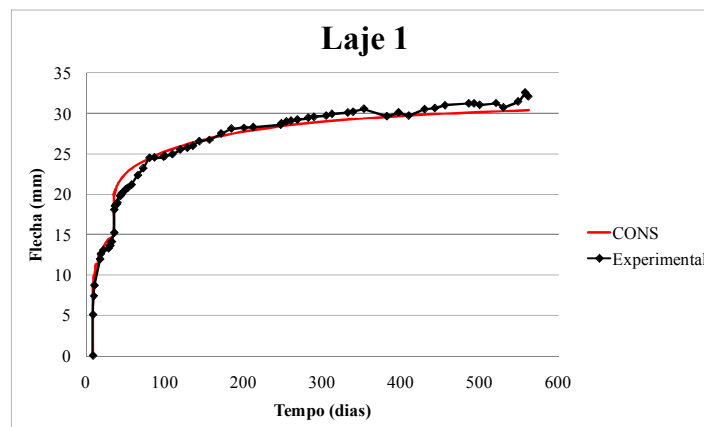
Outros dados relevantes estão expostos também na TABELA 3.4, e a FIGURA 3.23 representa o fluxograma das etapas envolvidas nas simulações numéricas das lajes.

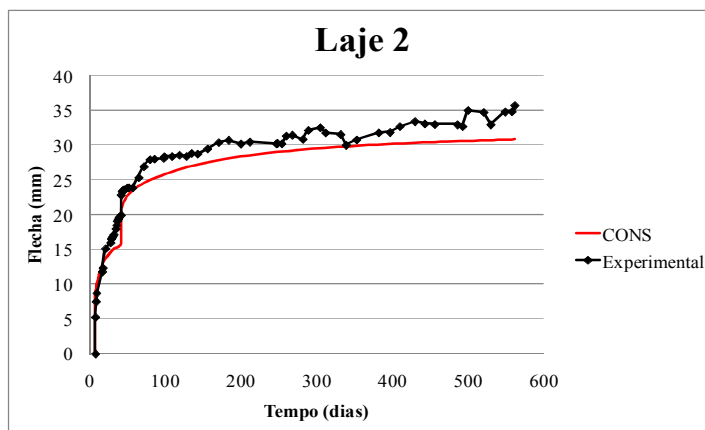
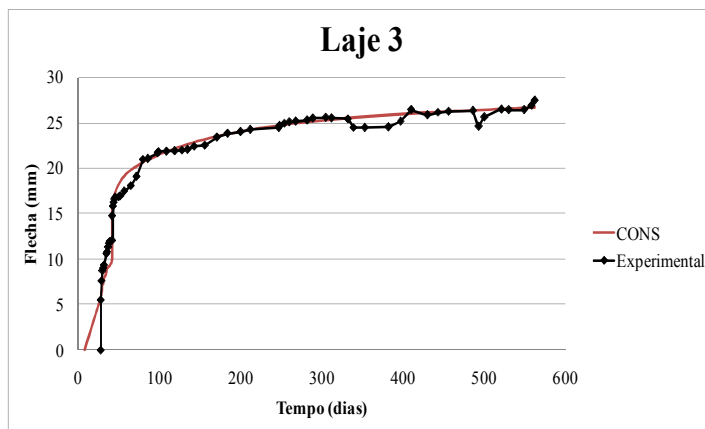
TABELA 3.4 – Dados complementares.

Umidade	60%
Cimento para a lajes	Resistência inicial comum
f_{ck}	25 MPa
Perímetro exposto	1,55 m

FIGURA 3.23 – Fluxograma das etapas de simulações das *Lajes 1, 2 e 3*.

Os resultados obtidos nas simulações utilizando a programação *CONS* juntamente com os resultados dos ensaios para as lajes *1, 2 e 3* em relação à flecha no meio do vão se encontram na FIGURA 3.24, FIGURA 3.25 e FIGURA 3.26 respectivamente.

FIGURA 3.24 – Relação entre os resultados *CONS/Experimental* para *Laje 1*.

FIGURA 3.25 - Relação entre os resultados *CONS/Experimental* para *Laje 2*.FIGURA 3.26 - Relação entre os resultados *CONS/Experimental* para *Laje 3*.

O *CONS* demonstrou resultados bastante satisfatórios na simulação numérica dos estudos experimentais efetuados por GILBERT (2008) e ROGGE (2001). Diante dessa constatação, parte-se em definitivo para o objeto maior desta dissertação.

4 ANÁLISE NUMÉRICA

Nesse capítulo são efetuadas as simulações numéricas, proposta maior deste estudo, a partir das quais poderão ser observadas algumas das consequências dos efeitos dependentes do tempo. Os modelos estão assim diferenciados.

- Viga em concreto armado simples;
- Viga em concreto armado composta;
- Viga em concreto protendido composta.

A nomenclatura “*simples*” e “*composta*” aqui se refere ao emprego ou não de complemento de concreto moldado no local. Cada item fará a detalhada descrição do seu respectivo modelo assim como as adaptações utilizadas durante a modelagem numérica.

4.1 VIGA EM CONCRETO ARMADO SIMPLES

4.1.1 Dados

Esse modelo foi baseado num exemplo numérico exposto em MOTA (2009). Trata-se de uma viga em concreto armado retangular de um pórtico com 6 pavimentos analisado conforme ilustrado na FIGURA 4.1.

A proposta é comparar os resultados obtidos na análise numérica da tese em questão com os cálculos efetuados pela programação *CONS* aqui utilizada.

As distintas formas utilizadas para consideração dos efeitos dependentes do tempo do programa *CONS* e de MOTA (2009) já foram apresentadas em tópicos anteriores.

Alguns outros dados importantes para a análise se encontram resumidos na TABELA 4.1.

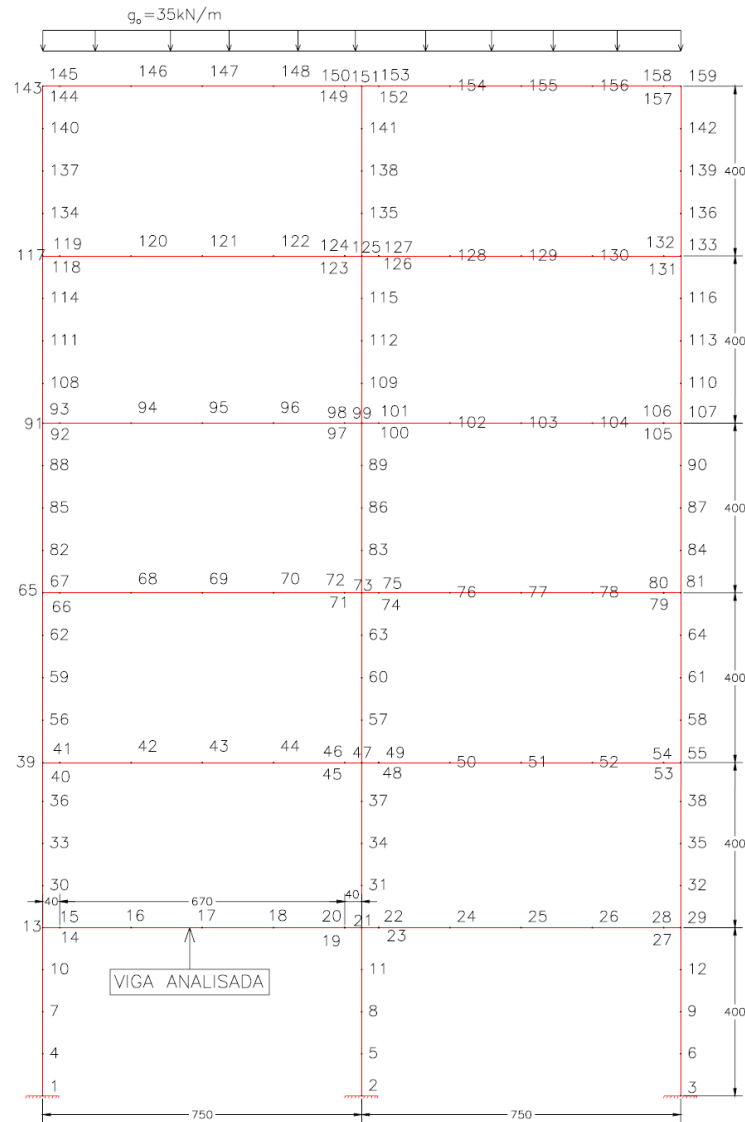


FIGURA 4.1 – Detalhe da viga extraída do pórtico analisado em MOTA (2009).

TABELA 4.1 – Dados complementares

Base	30cm
Altura	70cm
Umidade	75%
Cimento para a viga	Resistência inicial comum
f_{ck}	50MPa
Perímetro exposto	60cm
Área de aço da seção	$16,4\text{cm}^2$

Além dessas informações, ressalta-se o acréscimo de rigidez à rotação na mola dos apoios, simulando o estabelecimento da continuidade, de $\Phi = 50 \frac{MN.m}{rad}$, considerada com seu valor inteiro conforme efetuado em MOTA (2009).

Este exemplo numérico foi utilizado na tese em questão para verificar, além da estabilidade da estrutura na fase de montagem, os efeitos do tempo nos esforços. As formulações utilizadas para as considerações foram expostas nos tópicos 2.4 e 2.4.3 em especial.

Descartando o comprimento finito da ligação, uma vez que o *CONS* não faz essa consideração, os valores obtidos na análise estão resumidos na TABELA 4.2.

TABELA 4.2 - Momentos fletores na viga do 1º pavimento descartando os nós da ligação finita.

Ponto Nodal	M₁ (kN.m)	M₂ (kN.m)	M_∞ (kN.m)
14=15 (ligação)	-4,30	-59,26	-46,07
16	144,70	84,70	99,10
17	195,70	130,45	146,05
18	148,01	78,01	94,81
19=20 (ligação)	2,38	-72,62	-54,62

Sendo que os valores apresentados têm os seguintes significados;

- M_1 correspondem aos momentos na situação final de montagem, considerando primeiro a ligação articulada, e posteriormente a efetivação da ligação;
- M_2 correspondem aos momentos com a carga atuando na estrutura completa, posterior a efetivação das ligações;
- M_∞ correspondem aos momentos na viga no tempo infinito considerando a ação da fluência, calculados pela formulação $M(x) = a(t, t_0)M_1(x) + b(t, t_0)M_2(x)$, apresentada na equação (2.54), página 68.

Além dessa tabela, MOTA (2009) apresenta as três curvas da avaliação, reproduzido na FIGURA 4.2, destacando as consequências dos efeitos do tempo, observadas na migração da curva em azul (momento fletor no tempo t_0) para a curva em verde (momento fletor no tempo infinito).

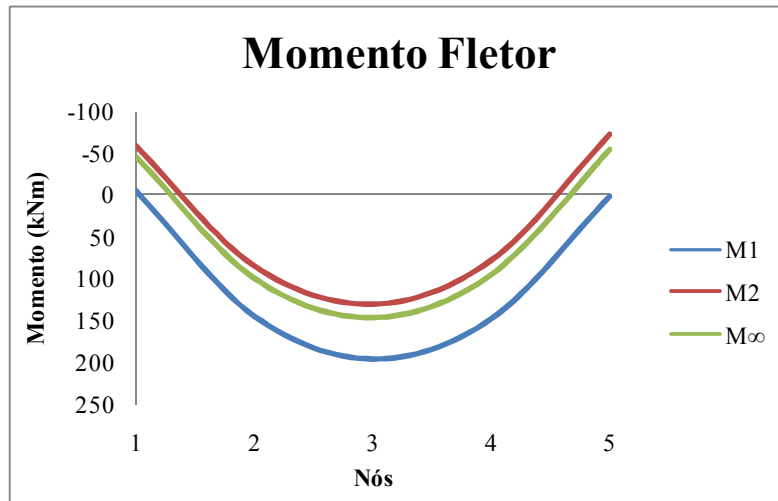


FIGURA 4.2 - Diagramas de momento fletor da viga do 1º pavimento.

Para a modelagem numérica, a FIGURA 4.3 exibe as seções longitudinais e transversais juntamente com as suas respectivas discretizações, enquanto que a FIGURA 4.4 destaca a disposição das etapas para determinação dos valores de M_{∞} . O prazo total suposto para simular o tempo infinito foi de *5000 dias*, cerca de *13 anos*, para explicitar os fenômenos transientes. A relevância desse valor será exposta posteriormente.

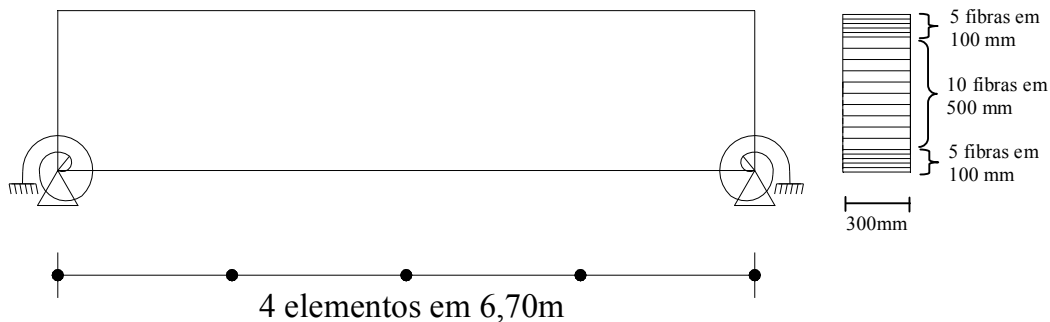


FIGURA 4.3 – Discretização da seção longitudinal e transversal utilizada na simulação numérica para o modelo viga em concreto armado simples.

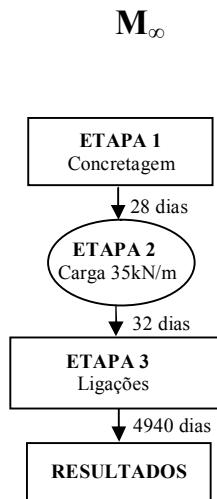


FIGURA 4.4 – Fluxograma das etapas.

As etapas se encontram também descritas na TABELA 4.4, com ilustrações das seções transversais e longitudinais assim como observações relevantes etapa a etapa.


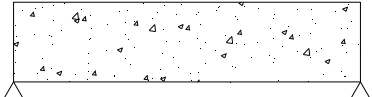

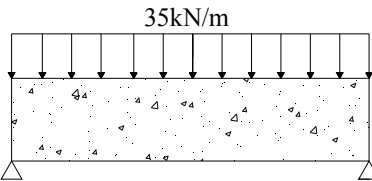

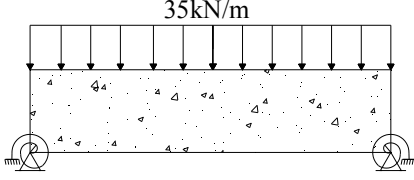

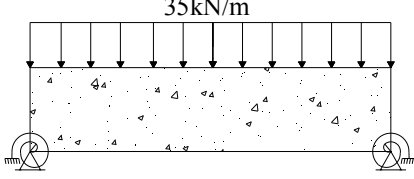
4.1.2 Resultados e análises

A partir das simulações efetuadas utilizando a programação *CONS*, avaliando o mesmo exemplo de viga, com as mesmas características geométricas, de carregamento, condições de vinculação, umidade, entre outros aspectos, obtiveram-se dados para a confecção da TABELA 4.3, de maneira análoga à TABELA 4.2.

TABELA 4.3 - Momentos fletores na viga do 1º pavimento pelo *CONS*.

Ponto Nodal	M_{∞} (kN.m)
1 (ligação)	-50,50
2	96,80
3	145,90
4	96,80
5 (ligação)	-50,50

TABELA 4.4 – Resumo ilustrado das etapas.

ETAPAS	SEÇÃO TRANSVERSAL	SEÇÃO LONGITUDINAL	OBSERVAÇÕES
1			Moldagem da peça
28 dias			
2			Consideração do peso próprio e carga permanente adicional
32 dias			
3			Estabelecimento da continuidade
4940 dias			
4			Resultados

A FIGURA 4.5 exibe os nós da discretização longitudinal no eixo das abscissas e o momento fletor no eixo das coordenadas, comparando os dados da TABELA 4.3 com os resultados obtidos em MOTA (2009), expressos anteriormente na TABELA 4.2.

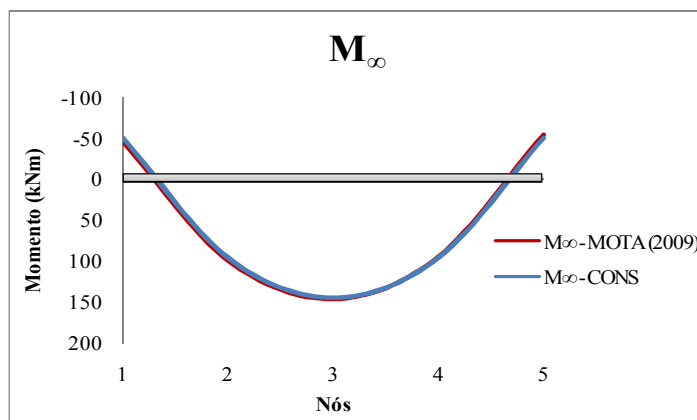


FIGURA 4.5 - Comparação entre os valores de M_{∞} obtidos nas duas análises.

O modelo mecânico exposto em MOTA (2009) resultou valores bastante próximos em relação à avaliação de um programa baseado no método dos elementos finitos, caso do *CONS*, para a consideração no tempo “infinito”, M_{∞} .

MOTA (2009) observa ainda nas conclusões finais que a análise dos efeitos do tempo pode ser ampliada para os casos em que há concretagens posteriores formando seções compostas, acarretando nos efeitos já comentados como, por exemplo, a retração diferencial com conseqüente acréscimo nos esforços internos.

É o caso do próximo modelo, mais próximo do estabelecido como objetivo da dissertação em questão.

4.2 VIGA EM CONCRETO ARMADO COMPOSTA

4.2.1 Dados

Esse modelo é uma adaptação de dois conjuntos próprios para avaliação experimental de rigidez das ligações a momentos fletores utilizados em MIOTTO (2002) e semelhante com algumas modificações relativas à inclinação do chumbador em BALDISSERA (2006).

Apresenta-se dessa forma a seção longitudinal e transversal, FIGURA 4.6 e FIGURA 4.7 respectivamente, tal como uma vista tridimensional para melhor compreensão, FIGURA 4.8.

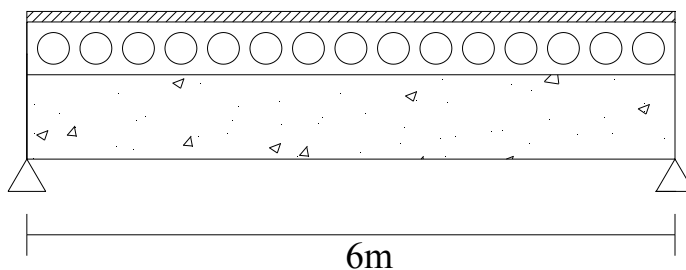


FIGURA 4.6 - Seção longitudinal do modelo *viga em concreto armado composta*.

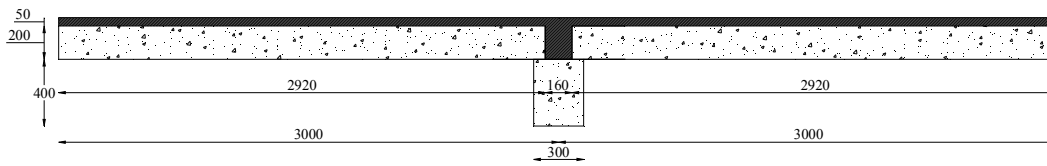


FIGURA 4.7 - Seção transversal do modelo *viga em concreto armado composta*. Valores em *mm*.

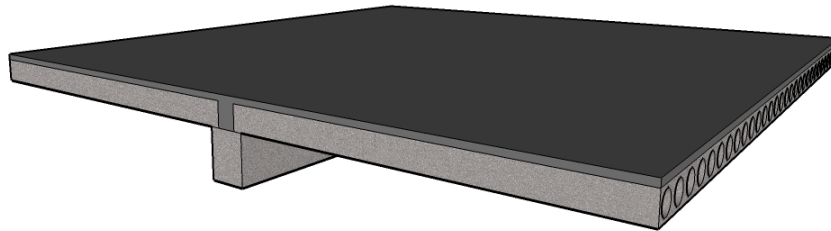


FIGURA 4.8 - Vista tridimensional do modelo *viga em concreto armado composta*.

A armadura passiva empregada está exibida na FIGURA 4.9.

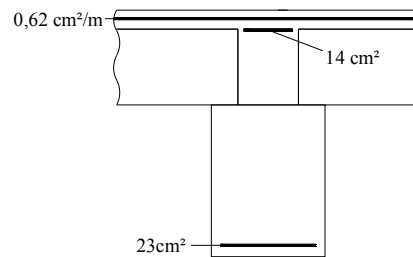


FIGURA 4.9 – Armadura empregada no modelo *concreto armado composta*.

A discretização longitudinal e transversal em elementos finitos utilizada na análise está também demonstrada na FIGURA 4.10, FIGURA 4.11 e FIGURA 4.12.

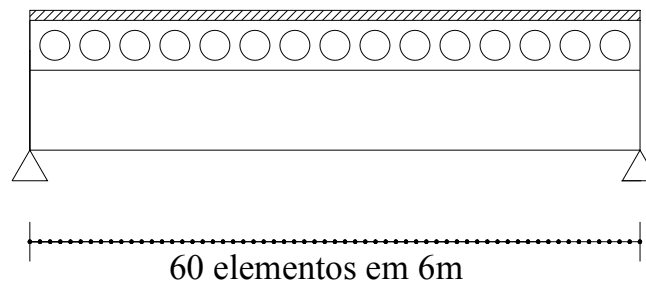
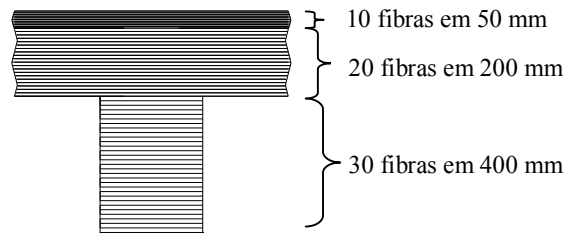
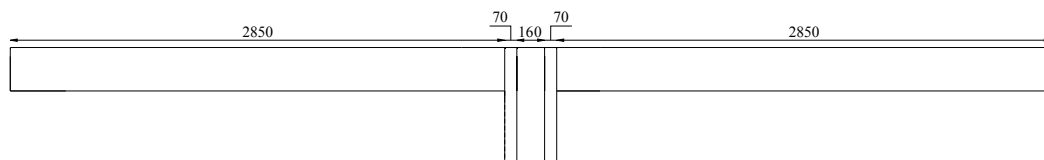


FIGURA 4.10 – Discretização da seção longitudinal do modelo *viga em concreto armado composta*.

FIGURA 4.11 - Discretização vertical da seção transversal do modelo *viga em concreto armado composta*.FIGURA 4.12 – Discretização horizontal da seção transversal do modelo *viga em concreto armado composta*. Valores em *mm*.

Alguns outros dados complementares estão resumidos na TABELA 4.5, tais como a resistência característica à compressão dos concretos empregados em cada elemento do conjunto (viga, laje alveolar e capa estrutural) e respectivos tipos de cimento à consideração. Destaque para o valor do f_{ck} empregado nas lajes alveolares justificado mais a frente por algumas limitações da programação *CONS*.

TABELA 4.5 – Dados complementares.

Umidade	55%
Cimento para a viga	Alta resistência inicial
f_{ck} para a viga	35MPa
Cimento para a laje	Alta resistência inicial
f_{ck} para a laje	34,73MPa
Cimento para a capa	Comum
f_{ck} para a capa	25MPa
Perímetro exposto	11,5m

Para a contabilização do painel alveolar de f_{ck} original igual a $35MPa$, conforme dificuldade ressaltada no tópico 2.1, página 37, é preciso calcular o módulo de elasticidade da área efetiva. Para tanto, utilizam-se os valores exibidos na FIGURA 4.13.

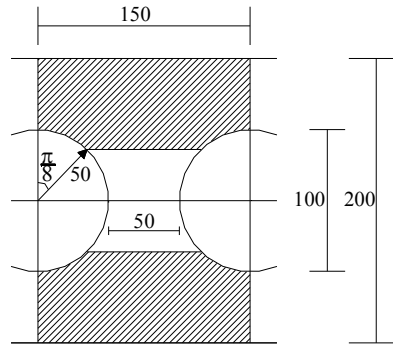


FIGURA 4.13 - Área efetiva e valores para a seção transversal da laje alveolar. Valores em *mm*.

Determina-se, dessa forma, o módulo de elasticidade:

$$\eta_1 = 1 - \frac{100^3}{200^3 \sin \frac{\pi}{8}} \left(\frac{3}{8} \cdot \frac{\pi}{8} + \frac{1}{4} \sin \frac{\pi}{4} + \frac{1}{32} \sin \frac{\pi}{2} \right) = 0,88$$

$$\eta_2 = 1 - \frac{100^3}{200^3} \cos^3 \frac{\pi}{8} = 0,9$$

$$E_M = 33130,05 \frac{0,88 \cdot 100 \sin \left(\frac{\pi}{8} \right) + 0,9 \left[50 + 100 - 100 \sin \left(\frac{\pi}{8} \right) \right]}{100 + 50} \cong 29716,59 \text{MPa}$$

$$E_M = 29,7 \text{GPa}$$

Entretanto, a programação *CONS* não faz a distinção de módulos de elasticidades, sendo os mesmo calculados a partir dos valores de f_{ck28} . Dessa forma, o cálculo é efetuado de maneira inversa para os painéis alveolares, determinando o f_{ck28} do arquivo de entrada a partir do módulo encontrado.

Sendo, portanto, a laje alveolar representada por uma laje maciça de mesma altura e $f_{ck28} = 34,73 \text{MPa}$ equivalente ao módulo resultante “ E_M ” da área efetiva, justificando o valor exposto na TABELA 4.5. A adaptação é considerada razoável no âmbito da modelagem numérica.

Para a definição dos valores de mola empregados nos modelos, utilizou-se o estudo efetuado em EL DEBS et al. (2009), onde é desenvolvido uma formulação para o cálculo da rigidez na ligação para o exato conjunto aqui estudado, cuja ligação está ilustrada abaixo, na FIGURA 4.14. Esta rigidez é determinada a partir do equilíbrio de momento no chamado centro de rotação.

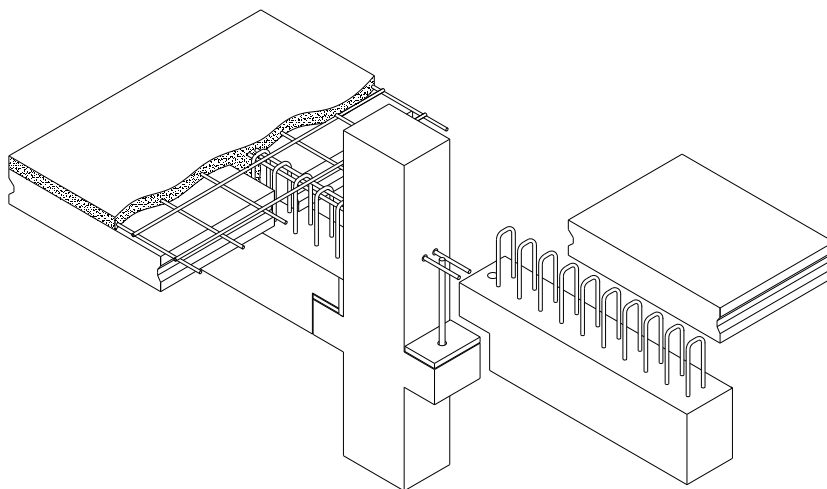


FIGURA 4.14 – Ligação avaliada em EL DEBS et al.(2009).

Os valores encontrados estão expostos na TABELA 4.6. Vale ressaltar ainda a consideração do acréscimo dessa rigidez de ligação variável com o ganho de resistência (f_{ck}) do concreto da capa, e para tanto, foi utilizada uma expressão encontrada no código modelo do CEB (1990) exibida em (4.1), para aumentar gradualmente o valor da mola após o estabelecimento da continuidade.

$$f_{cm} = e \left[s \left[1 - \left(\frac{28}{t_1} \right)^{\frac{1}{2}} \right] \right] \cdot f_{c28} \quad (4.1)$$

Sendo que,

f_{c28} - Resistência à compressão média a 28 dias de idade;

s - Coeficiente que depende do tipo de cimento. Utiliza-se $s = 0,20$ para cimento de alta resistência inicial; $s = 0,25$, para cimento comum; $s = 0,38$, para cimento de endurecimento lento (com adições);

t_1 - 1 dia.

Foi possível a partir de então elaborar a TABELA 4.6 indicando os valores de rigidez para cada etapa pontual, ressaltando que, em se tratando do concreto utilizado na capa estrutural, considerou-se o cimento comum com o valor $s = 0,25$.

TABELA 4.6 – Relação entre o tempo e a rigidez de mola (Φ).

Dias	Rigidez (MN.m/rad)
	<i>Momento Negativo</i> Pilar Interno
1	21,72
3	37,99
7	49,45
14	57,25
21	61,09
28	63,50

CEB-90 (1991) relata ser desconhecido o fato da fluência se aproximar ou não de um valor finito. Todavia, afirma baseado em testes experimentais que a expressão hiperbólica sugerida é uma boa aproximação até 70 anos, e ainda que a diferença dessas grandezas quando comparadas a 150 anos seria da ordem de 5%.

Portanto, adotou-se no estudo em questão a quantia de 70 anos ou 25550 dias para representar as consequências dos efeitos do tempo nas estruturas em serviço.

Na FIGURA 4.15 está exposta, em formato de fluxograma, cada etapa formulada para a simulação de montagem do modelo em questão, contabilizando desde sua moldagem e cura inicial, montagem, concretagem de capa com o estabelecimento da continuidade, e intervalo de tempo para destacar os fenômenos transientes.

A TABELA 4.7 exhibe um resumo ilustrado com as seções transversais e longitudinais, além de algumas observações relevantes para cada etapa de simulação da peça em serviço.

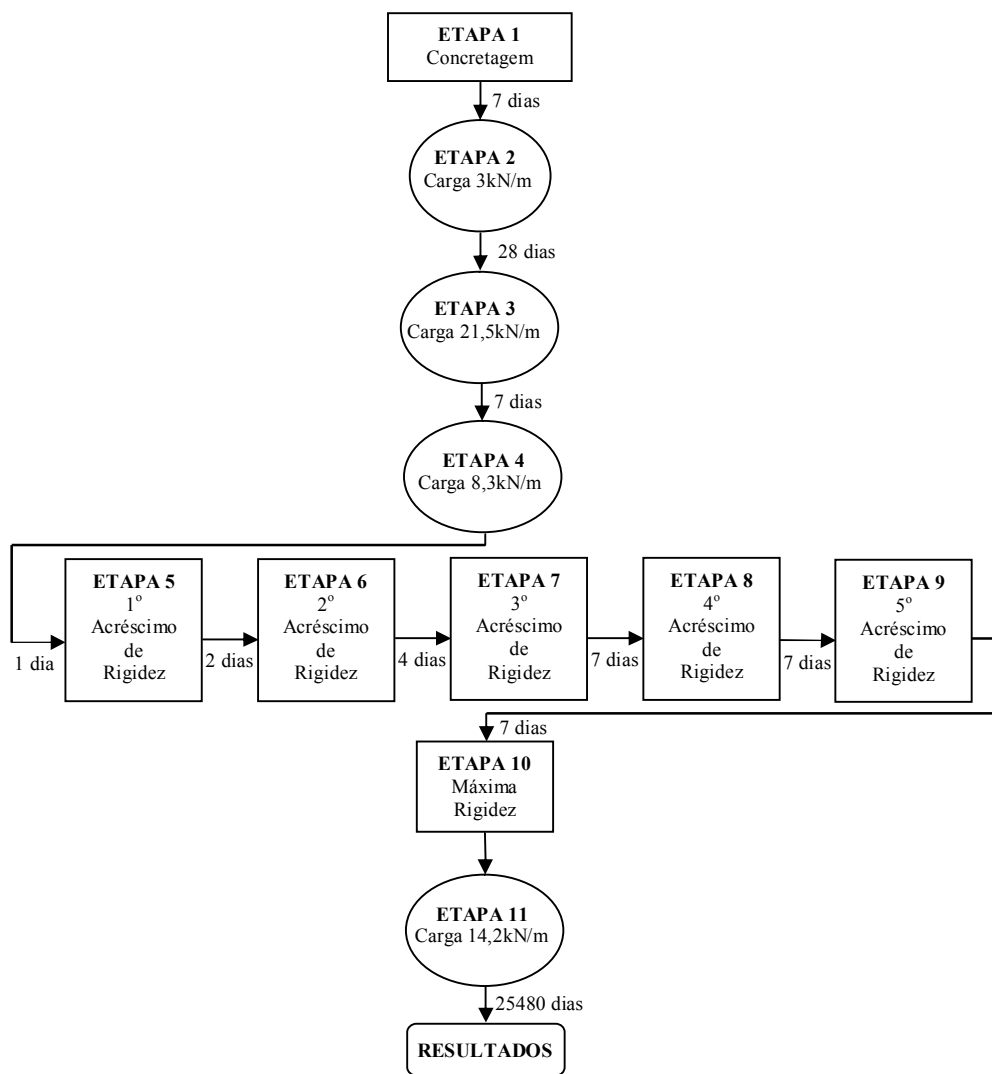



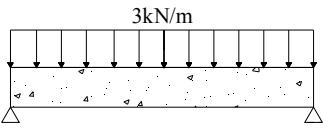
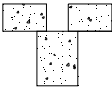
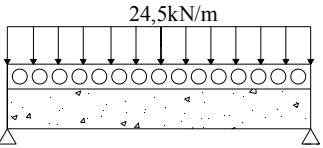
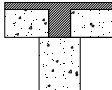
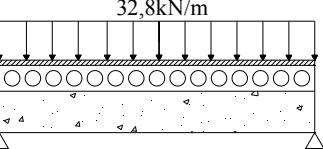
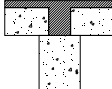
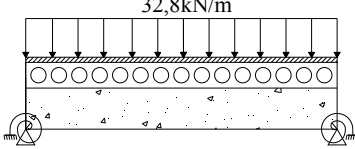
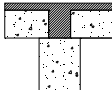
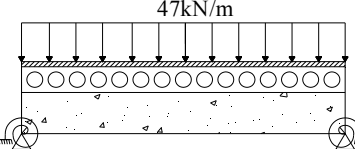
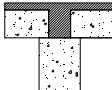
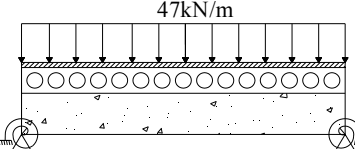


FIGURA 4.15 – Fluxograma das etapas.

4.2.2 Resultados e análises

Inicia-se apresentando a variação do momento fletor ao longo do tempo, considerando uma análise não-linear física, onde é possível verificar a sensível alteração nos valores de flexão na viga se considerando desde a moldagem até a montagem mais intervalo de tempo. Ilustra-se na FIGURA 4.16 a etapa relativa ao último carregamento imposto, e o valor ao final dos 25550 dias de análise.

TABELA 4.7 – Resumo ilustrado das etapas.

ETAPAS	SEÇÃO TRANSVERSAL	SEÇÃO LONGITUDINAL	OBSERVAÇÕES
1			Moldagem da peça
7 dias			
2			Consideração do peso próprio. (Armazenamento, estocagem e transporte)
28 dias			
3			Peso das lajes
7 dias			
4			Concretagem da capa estrutural
5 a 10			Acréscimos de rigidez na ligação (28 dias)
11			Carga Permanente Adicional
25480 dias			
12			Resultados

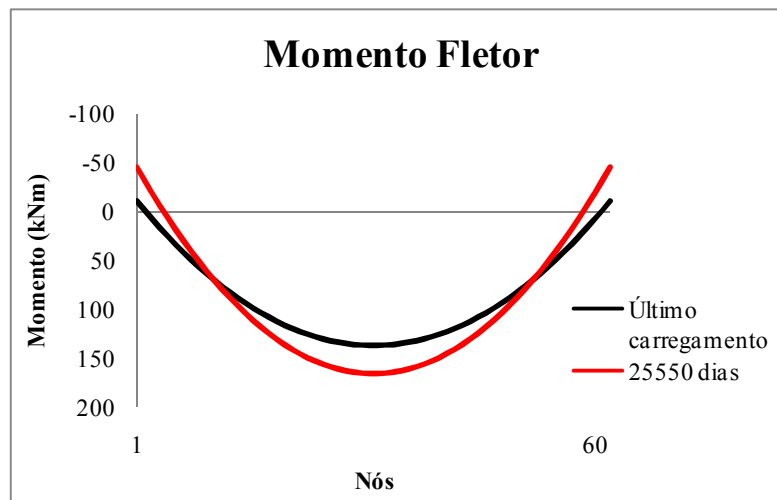


FIGURA 4.16 – Evolução do momento fletor ao longo do tempo.

A FIGURA 4.16 deixa bastante evidente a inversão no sentido da flexão em regiões próximas à ligação, característica de projetos com alterações de configuração estática durante a construção, caso das estruturas em concreto pré-moldado. Outro detalhe importante é o acréscimo de momentos negativos na ligação justificado pelos momentos de restrição comentados anteriormente.

Ainda tratando de momentos, aproveita-se o ensejo para evidenciar a questão de diferença nas análises lineares e àquelas levando em conta a fissuração do material, não-linear física. No caso, analisa-se a variação dessa grandeza para o nó coincidente à ligação, FIGURA 4.17 à FIGURA 4.21.

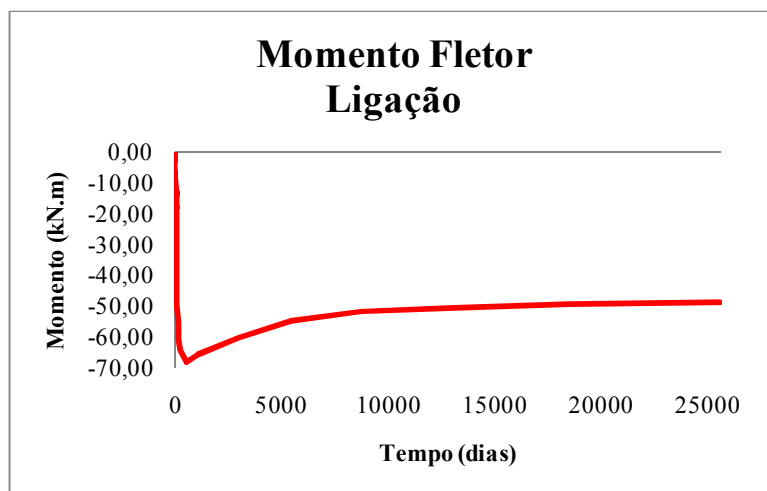


FIGURA 4.17 – Evolução do momento fletor linear na região da ligação ao longo do tempo.

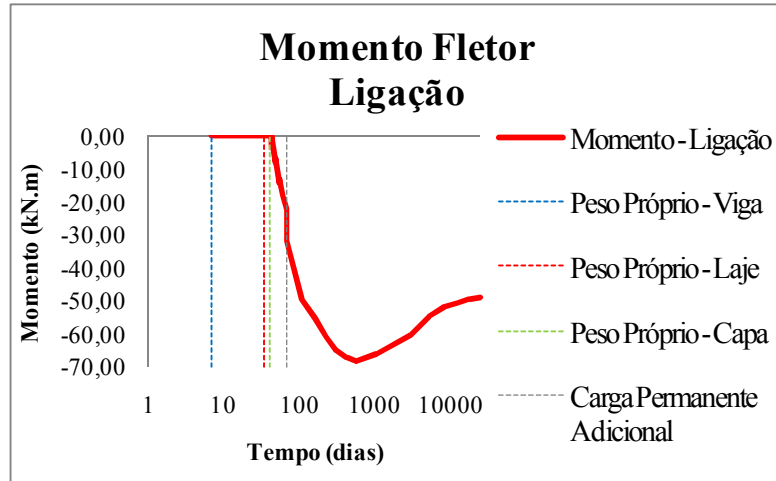


FIGURA 4.18 – Evolução do momento fletor linear na região da ligação ao longo do tempo com o eixo das abscissas em escala logarítmica.

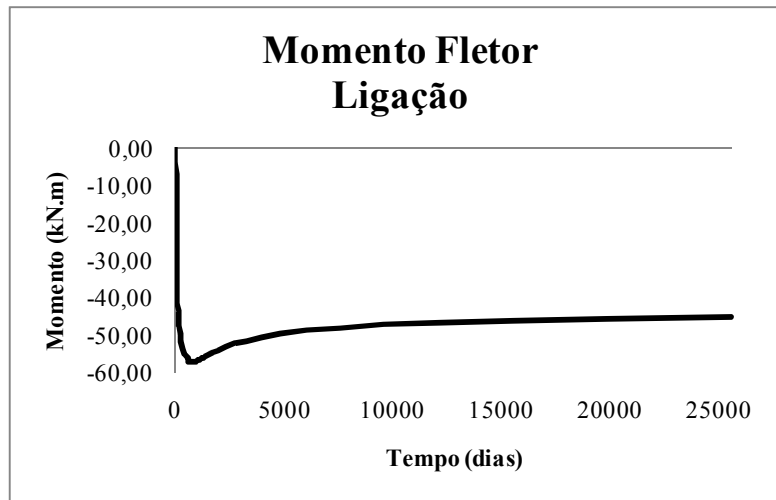


FIGURA 4.19 – Evolução do momento fletor não-linear na região da ligação ao longo do tempo.

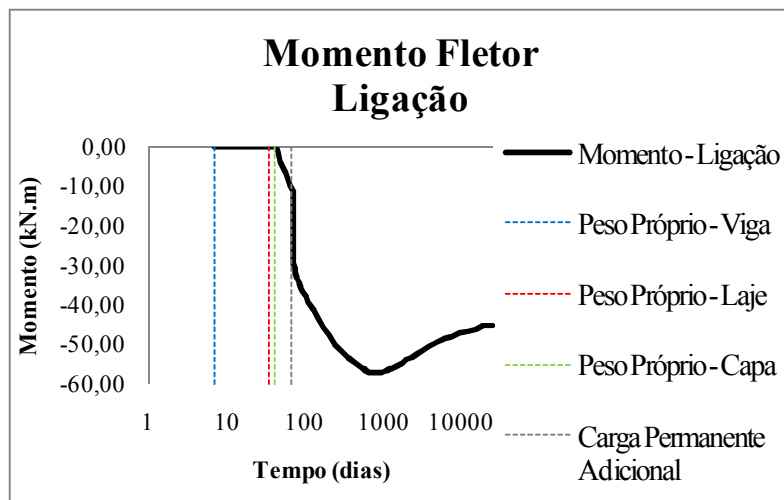


FIGURA 4.20 – Evolução do momento fletor não-linear na região da ligação ao longo do tempo com o eixo das abscissas em escala logarítmica.

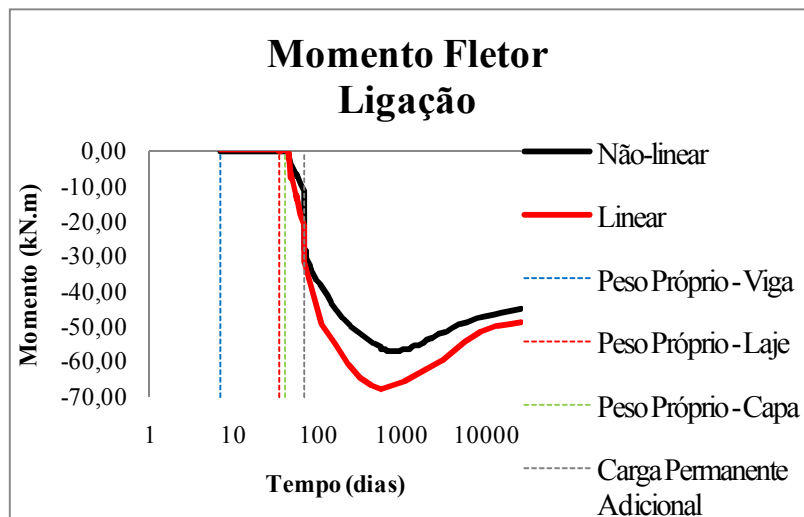


FIGURA 4.21 – Relação entre análise *Linear*/*Não-linear* para momento fletor na ligação ao longo do tempo com o eixo das abscissas em escala logarítmica.

Verifica-se a partir do último carregamento uma maior discrepância entre as duas análises propostas, evidenciando a contribuição da fissuração, ainda que para ambas as curvas os efeitos do tempo tenham influenciado de maneira semelhante.

Para o meio do vão, apresentam-se as variações lineares e não-lineares dos momentos fletores, FIGURA 4.22 à FIGURA 4.26 por último, onde se tem uma comparação entre esses valores.

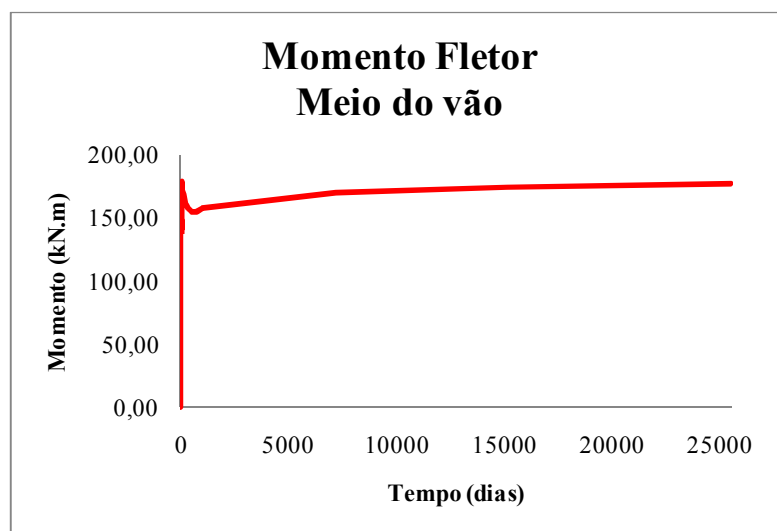


FIGURA 4.22 – Evolução do momento fletor linear no meio do vão ao longo do tempo.

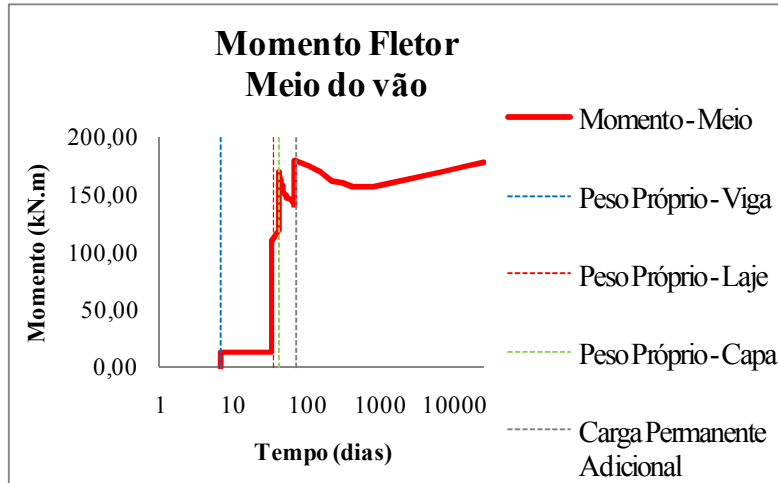


FIGURA 4.23 - Evolução do momento fletor linear no meio do vão ao longo do tempo com o eixo das abcissas em escala logarítmica.

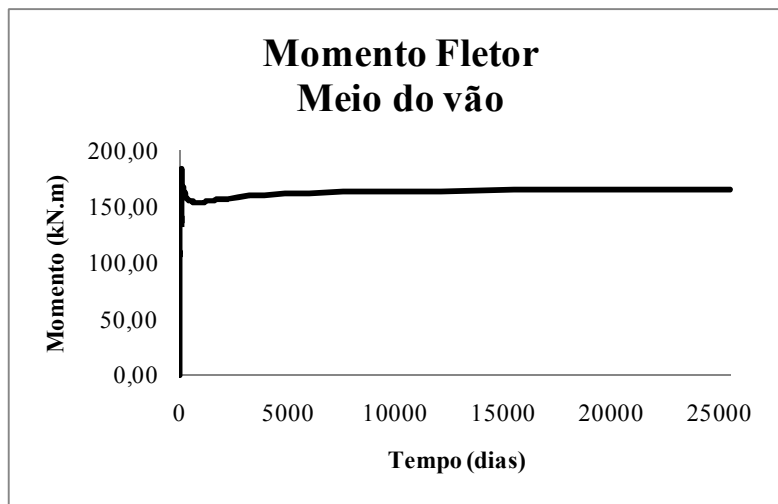


FIGURA 4.24 - Evolução do momento fletor não-linear no meio do vão ao longo do tempo.

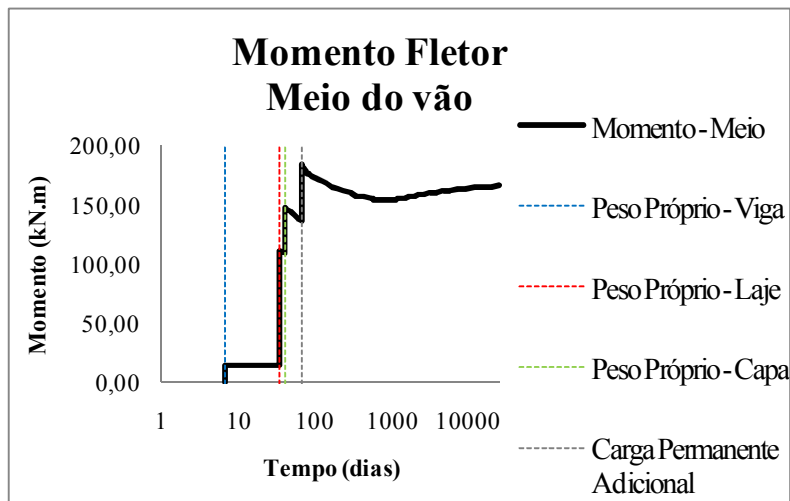


FIGURA 4.25 - Evolução do momento fletor não-linear no meio do vão ao longo do tempo com o eixo das abcissas em escala logarítmica.

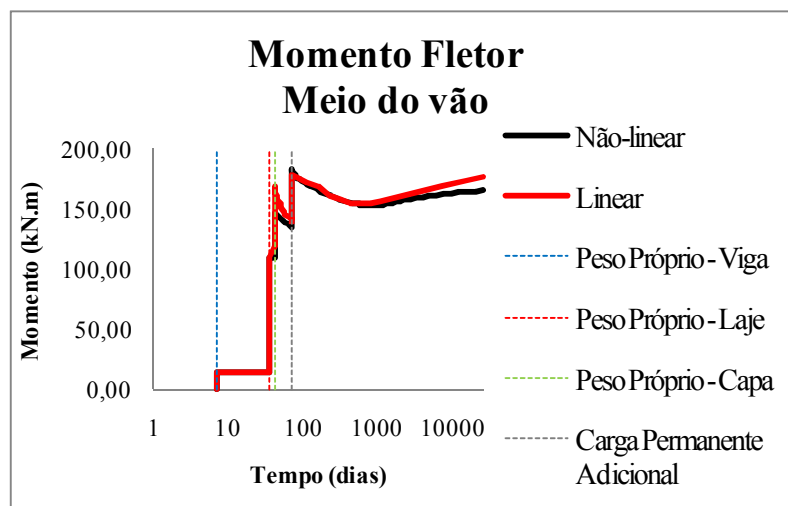


FIGURA 4.26 - Relação entre análise *Linear/Não-linear* para momento fletor no meio do vão.

Para o modelo em questão, a análise *Linear/Não-linear* demonstrou maior diferença para a região da ligação ressaltando ainda mais os acréscimos de esforços pelos momentos de restrição.

Demonstrando ainda essas diferenças de contabilização da não-linearidade do concreto, expressa-se a variação dos deslocamentos axiais e rotações nos extremos, e a flecha no meio do vão da viga para os dois casos. No entanto, antes da exposição dos gráficos, é preciso ressaltar as convenções de sinais empregadas na programação *CONS*, FIGURA 4.27, FIGURA 4.28, e FIGURA 4.29.

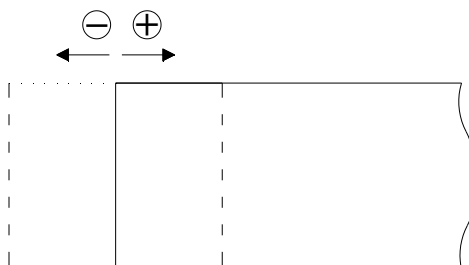


FIGURA 4.27 – Convenção para os deslocamentos axiais no extremo da viga.

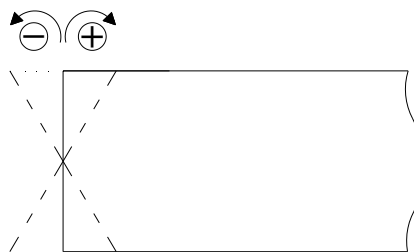


FIGURA 4.28 – Convenção para as rotações no extremo da viga.

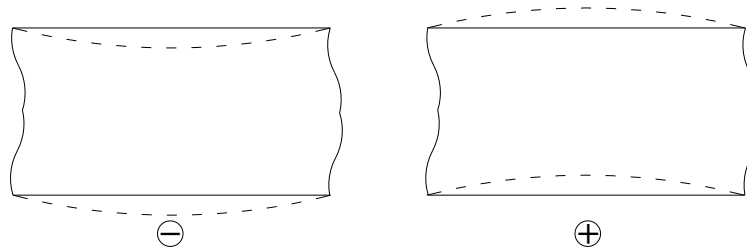


FIGURA 4.29 – Convenção para a flecha no meio do vão.

A partir das convenções exibidas parte-se para apresentação dos gráficos contendo as deformações avaliadas.

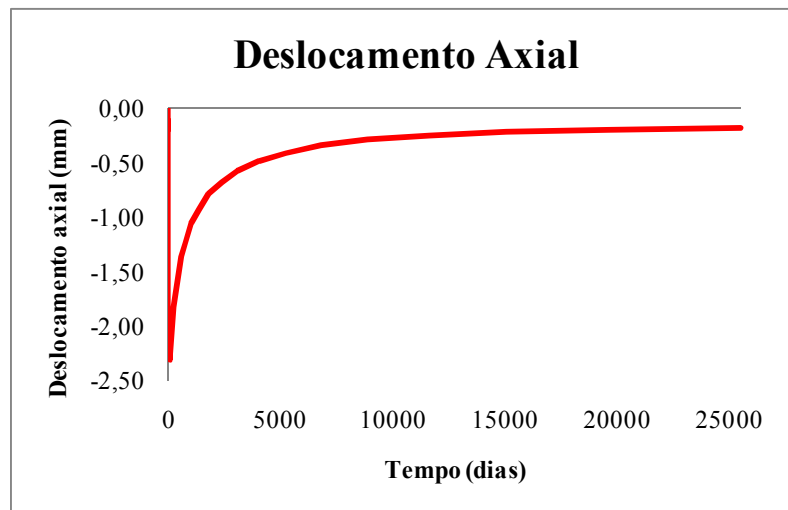


FIGURA 4.30 - Evolução do deslocamento axial linear no extremo do modelo ao longo do tempo.

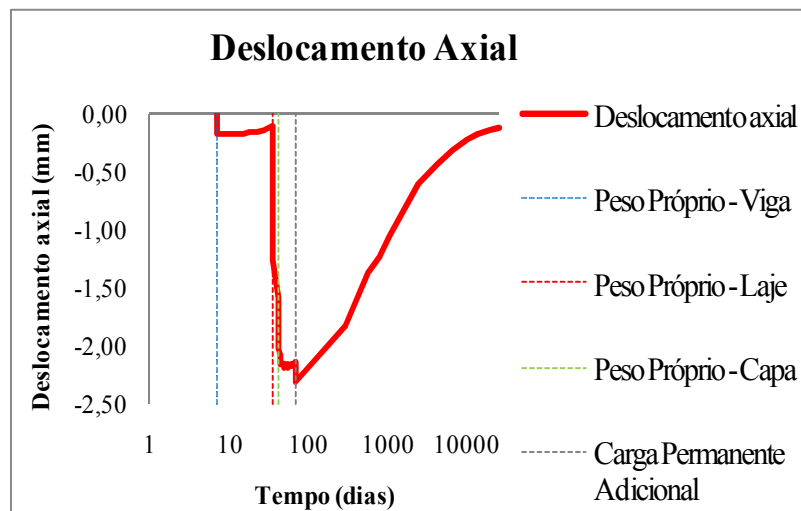


FIGURA 4.31 - Evolução do deslocamento axial linear no extremo do modelo ao longo do tempo com o eixo das abscissas em escala logarítmica.

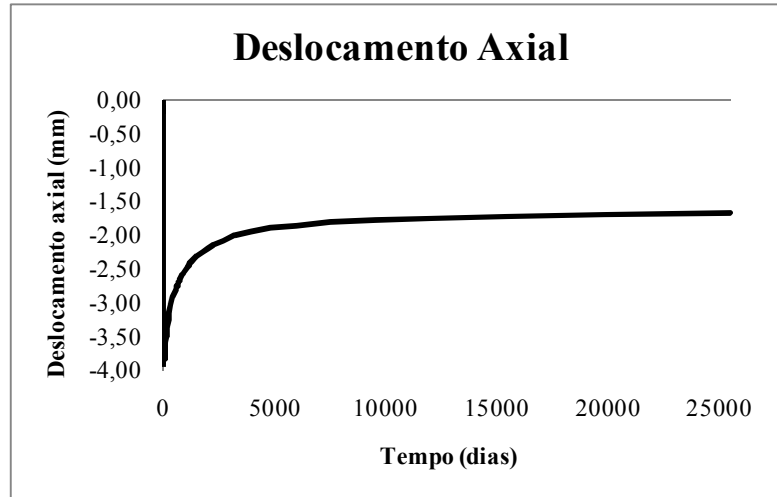


FIGURA 4.32 - Evolução do deslocamento axial não-linear no extremo do modelo ao longo do tempo.

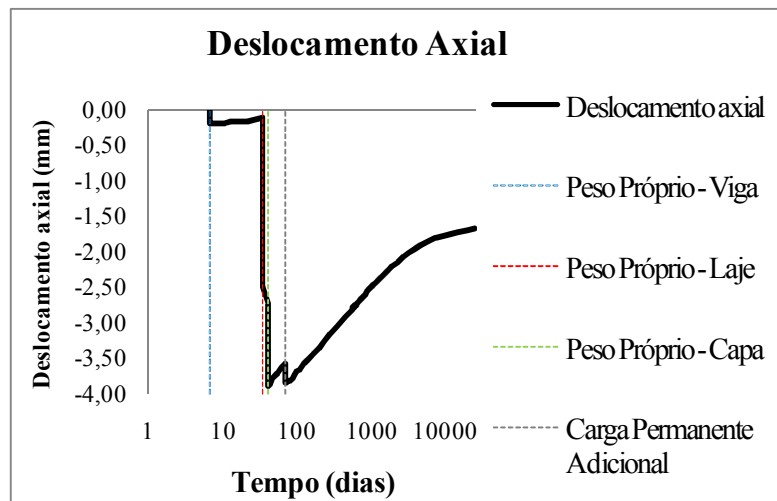


FIGURA 4.33 - Evolução do deslocamento axial não-linear no extremo do modelo ao longo do tempo com o eixo das abscissas em escala logarítmica.

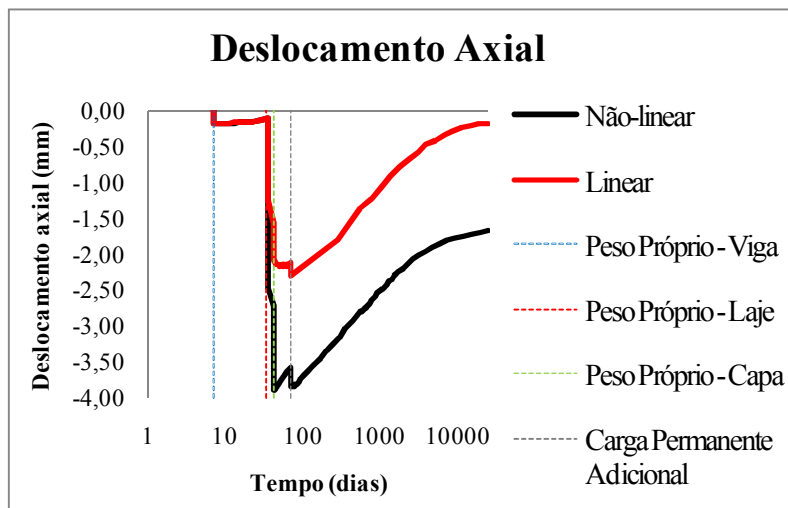


FIGURA 4.34 - Relação entre análise *Linear/Não-linear* ao longo do tempo para deslocamento axial no extremo do modelo.

Os gráficos apresentados para os deslocamentos axiais expressam um decréscimo das trações que ocorrem no extremo da viga pelos efeitos do tempo, em especial a partir do último carregamento, *Carga Permanente Adicional*.

As rotações no extremo da viga são expostas em análise linear na FIGURA 4.35 e FIGURA 4.36, não-linear na FIGURA 4.37 e FIGURA 4.38, e um paralelo entre as duas formas de análises na FIGURA 4.39, segundo a convenção estabelecida na FIGURA 4.28.

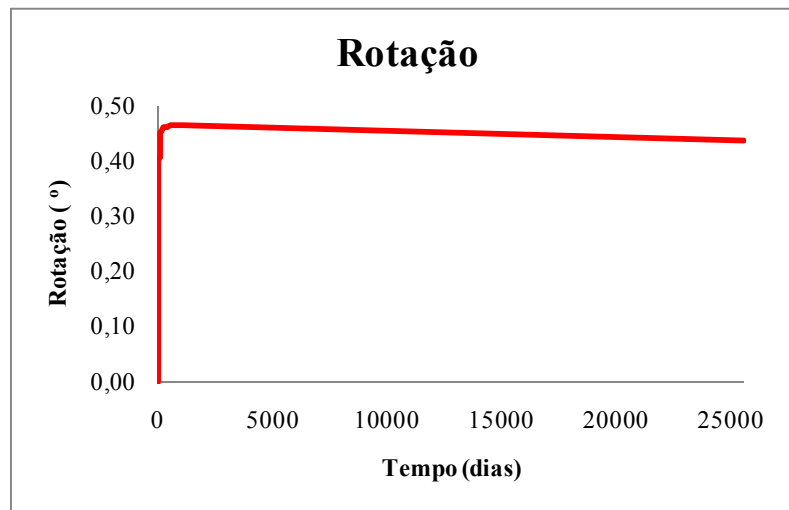


FIGURA 4.35 - Evolução da rotação linear no extremo do modelo ao longo do tempo.

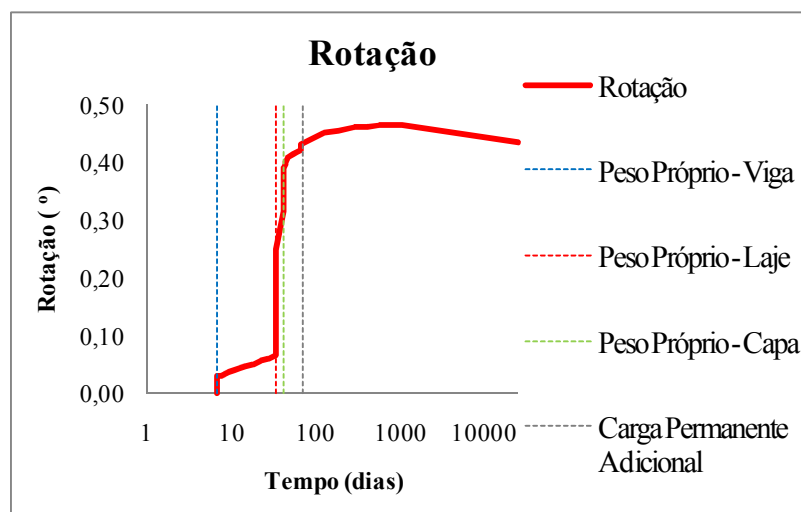


FIGURA 4.36 - Evolução da rotação linear no extremo do modelo ao longo do tempo com o eixo das abscissas em escala logarítmica.

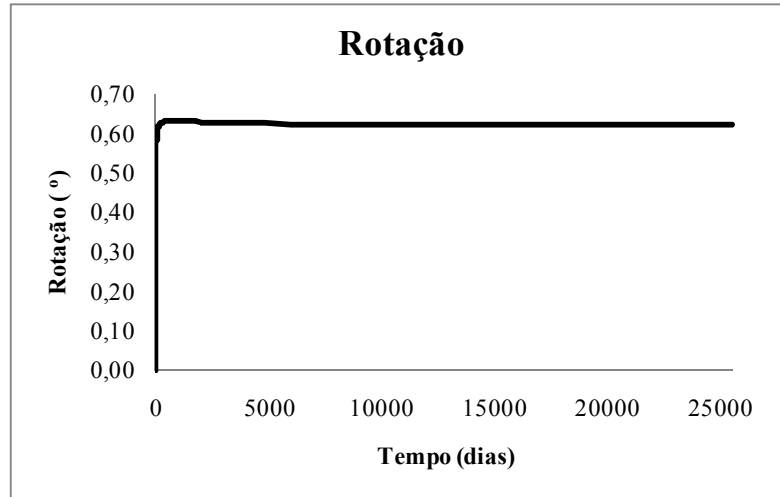


FIGURA 4.37 - Evolução da rotação não-linear no extremo do modelo ao longo do tempo.

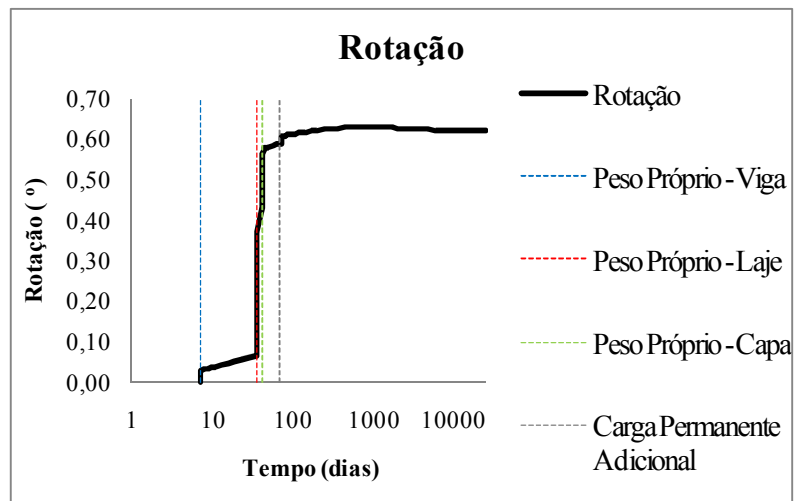


FIGURA 4.38 - Evolução da rotação não-linear no extremo do modelo ao longo do tempo com o eixo das abscissas em escala logarítmica.

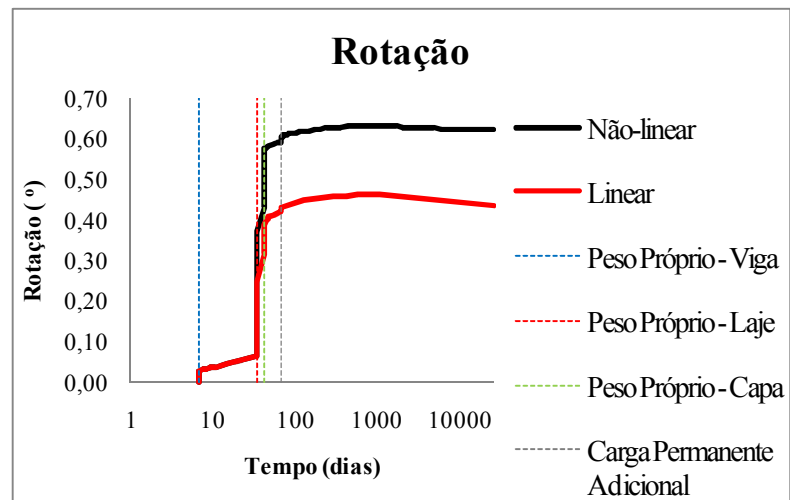


FIGURA 4.39 - Relação entre análise Linear/Não-linear ao longo do tempo para rotação no extremo do modelo.

Para a estrutura avaliada, diferente dos deslocamentos axiais, os efeitos do tempo pouco influenciaram na rotação, especialmente para o concreto mais antigo.

Diante da avaliação destas deformações, calculou-se também a variação da flecha no meio do vão para o modelo, FIGURA 4.40 à FIGURA 4.44.

A variação maior ocorreu até os 100 primeiros dias para a flecha avaliada, sendo a diferença posterior até os 70 anos finais da ordem de 4%. No entanto, aspectos relacionados à variação das tensões que serão demonstradas posteriormente apresentam maiores disparidades a prazos superiores.

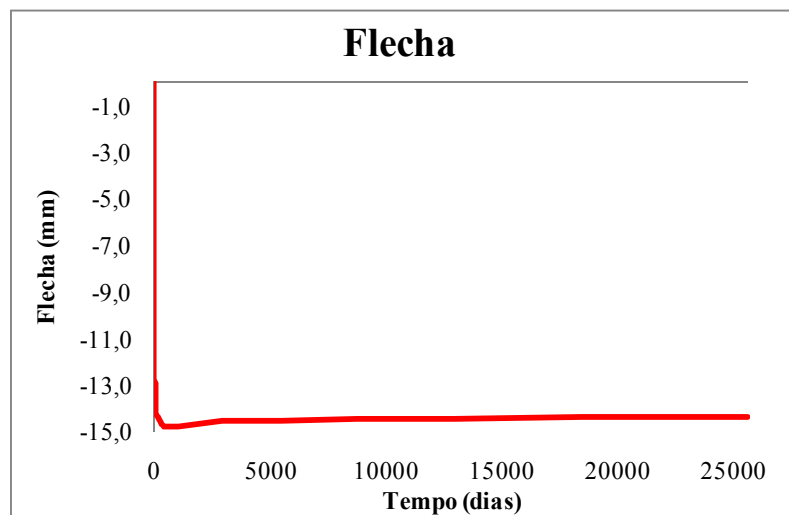


FIGURA 4.40 - Evolução da flecha linear no meio do vão ao longo do tempo.

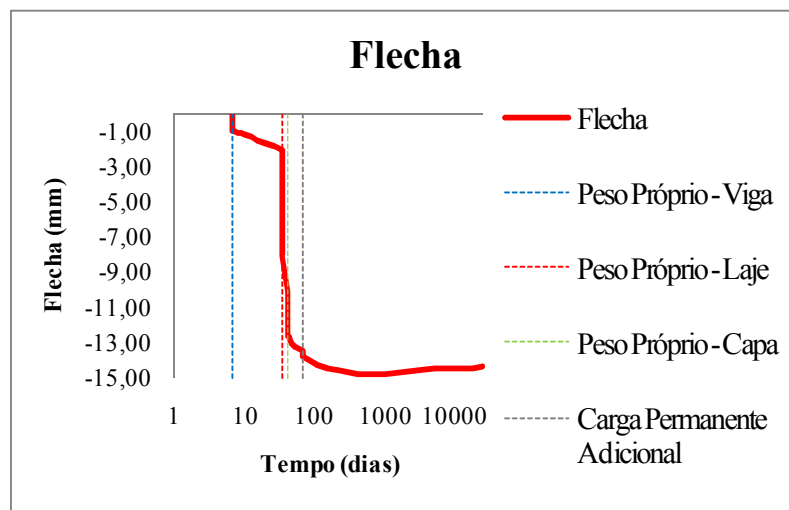


FIGURA 4.41 - Evolução da flecha linear no meio do vão ao longo do tempo com o eixo das abscissas em escala logarítmica.

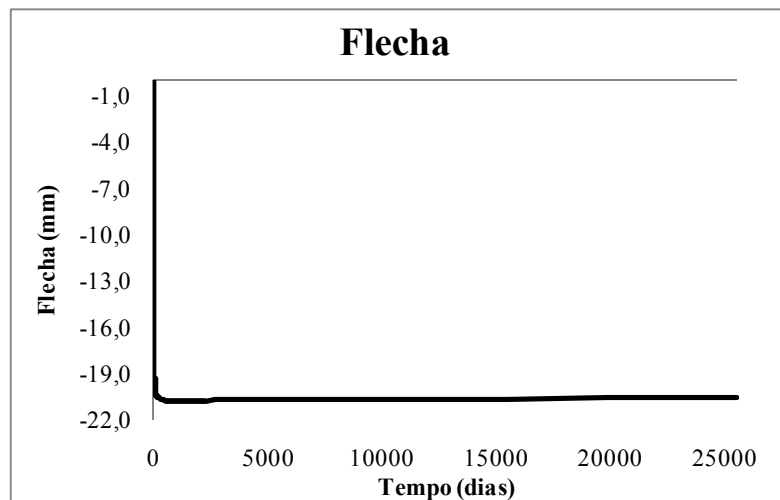


FIGURA 4.42 - Evolução da flecha não-linear no meio do vão ao longo do tempo.

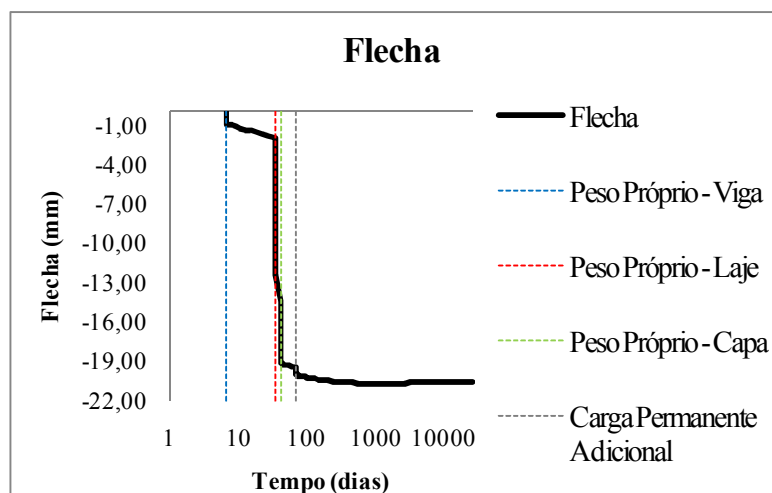


FIGURA 4.43 - Evolução da flecha não-linear no meio do vão ao longo do tempo com o eixo das abscissas em escala logarítmica.

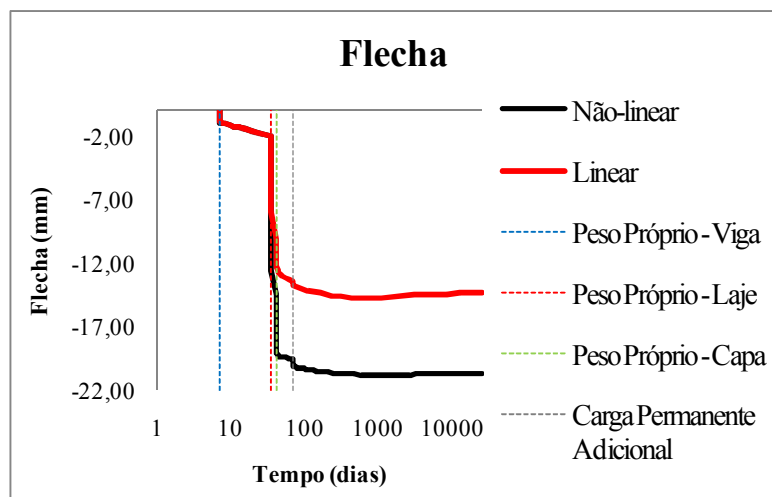


FIGURA 4.44 - Relação entre análise Linear/Não-linear ao longo do tempo para flecha no meio do vão com o eixo das abscissas em escala logarítmica.

Estas tensões na seção do modelo foram evidenciadas a partir de fibras representativas da discretização, escolhidas conforme sua posição e concreto (pré-moldado e moldado no local) de acordo com o exposto na FIGURA 4.45 e FIGURA 4.46.

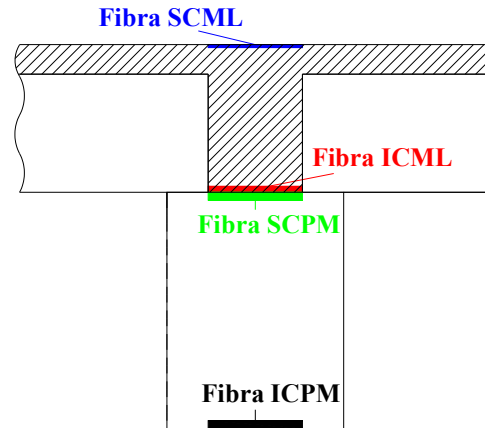


FIGURA 4.45 – Localização das fibras na seção transversal para análise das tensões.

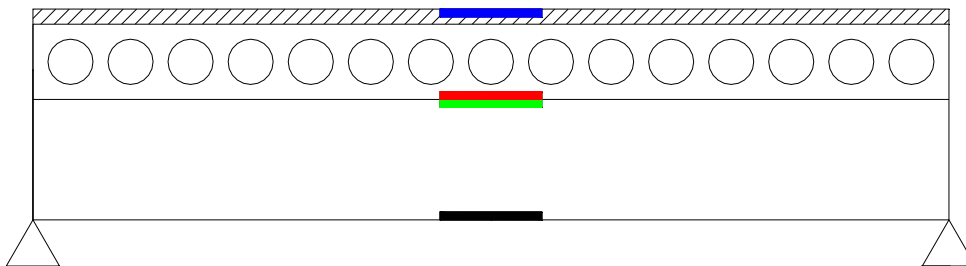


FIGURA 4.46 - Localização das fibras na seção longitudinal para análise das tensões.

As siglas da FIGURA 4.45 e suas representatividades estão explicadas na TABELA 4.8.

TABELA 4.8 – Representatividade das fibras destacadas na seção transversal.

FIBRA	REPRESENTATIVIDADE
Fibra SCML	Fibra Superior do Concreto Moldado no Local
Fibra ICML	Fibra Inferior do Concreto Moldado no Local
Fibra SCPM	Fibra superior do Concreto Pré-Moldado
Fibra ICPM	Fibra Inferior do Concreto Pré-Moldado

As tensões pelo tempo estão apresentadas então fibra a fibra de acordo com as figuras seguintes, onde se definiu a variação do tempo em *dias* no eixo das abscissas e a ordem de grandeza dessas tensões em *MPa* nas coordenadas, em análise linear, não-linear, e um paralelo entre essas duas formas de análises, semelhante ao que fora exibido até então para outros parâmetros.

Sendo assim, para a fibra representativa superior do concreto moldado no local, tem-se da FIGURA 4.47 à FIGURA 4.51.

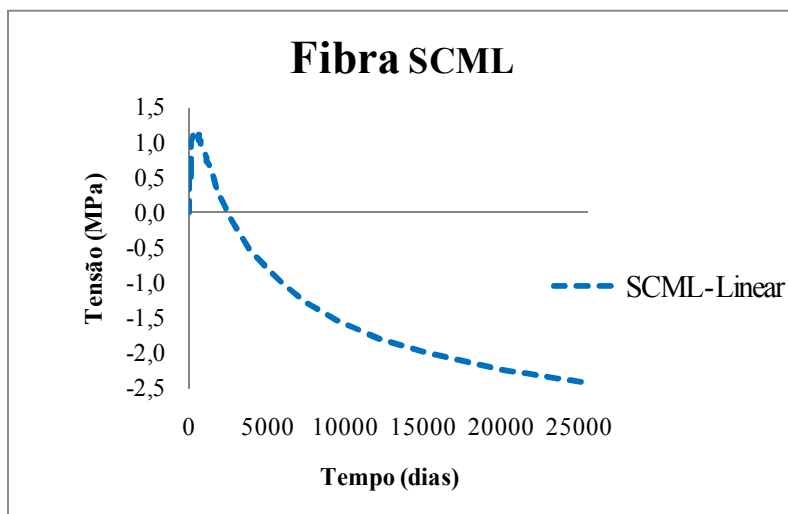


FIGURA 4.47 – Variação da tensão com a análise linear na *fibra SCML* ao longo do tempo.

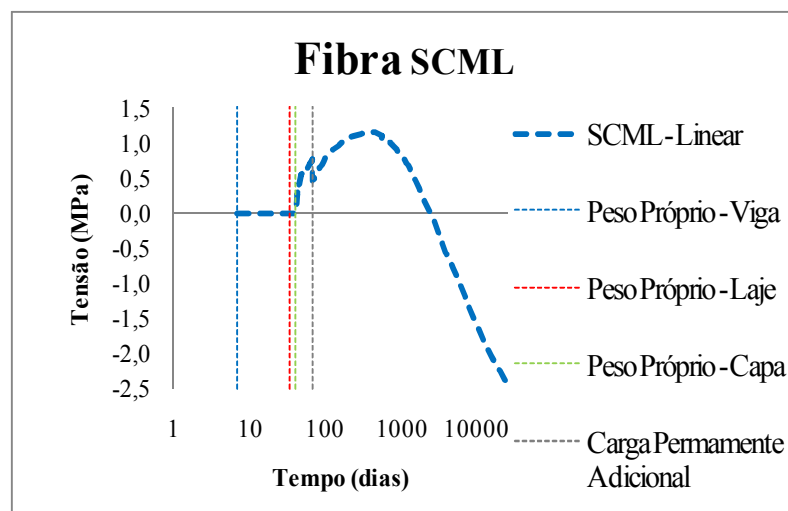


FIGURA 4.48 - Variação da tensão com a análise linear na *fibra SCML* ao longo do tempo com o eixo das abscissas em escala logarítmica.

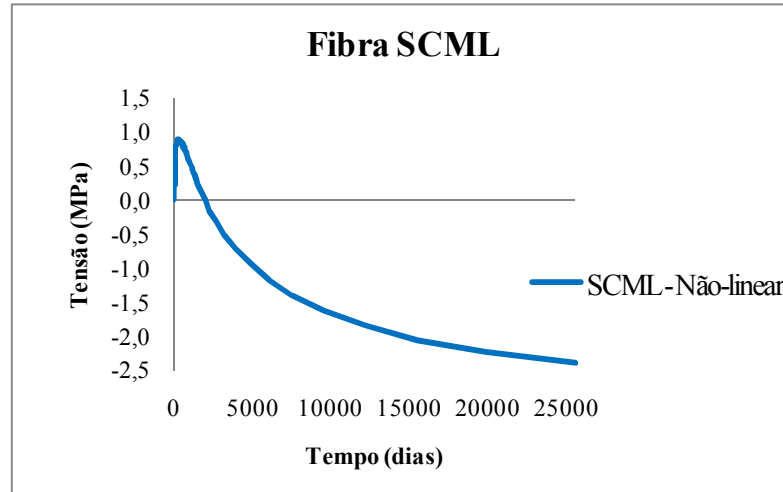


FIGURA 4.49 - Variação da tensão com a análise não-linear na *fibra SCML* ao longo do tempo.

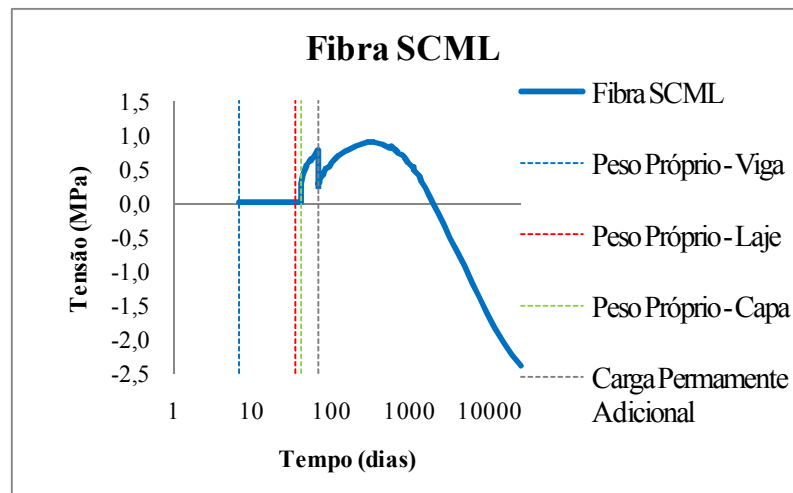


FIGURA 4.50 - Variação da tensão com a análise não-linear na *fibra SCML* ao longo do tempo com o eixo das abscissas em escala logarítmica.

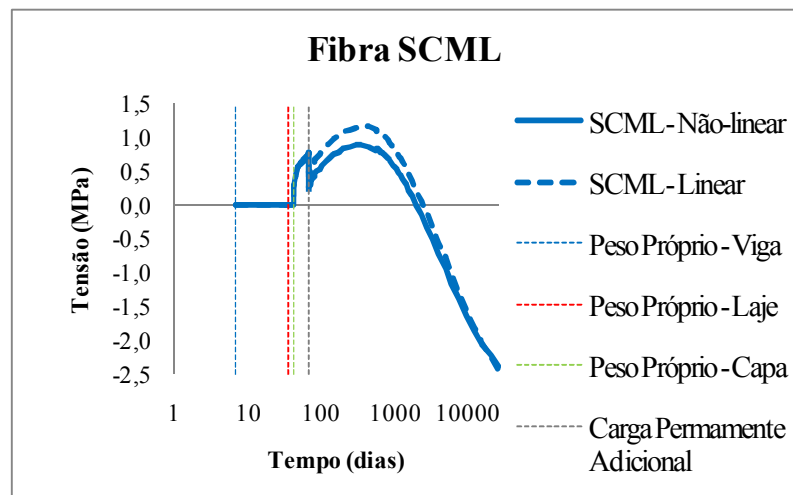


FIGURA 4.51 - Relação entre análise *Linear/Não-linear* para variação da tensão na *fibra SCML* ao longo do tempo com o eixo das abscissas em escala logarítmica.

Nas figuras que destacam a variação ao longo do tempo da fibra representativa superior do concreto moldado no local (*SCML*) é possível notar os efeitos da retração diferencial acarretando esforços de tração, amenizados posteriormente à medida que esse fenômeno vai se tornando menos significativos, a maiores idades.

A fibra inferior do concreto moldado ‘in loco’ fica definida conforme FIGURA 4.52 e FIGURA 4.53, para análise linear, FIGURA 4.54 e FIGURA 4.55, para não-linear, e FIGURA 4.56, que expõe um paralelo entre as duas formas de análise, sendo possível notar tensões maiores de tração se comparada à fibra *SCML* em função da posição na interface entre os concretos (*CML/CPM*), alterando-se para compressão tardiamente, justificada pelo já comentado decréscimo natural do efeito da retração, e contribuição da fluência.

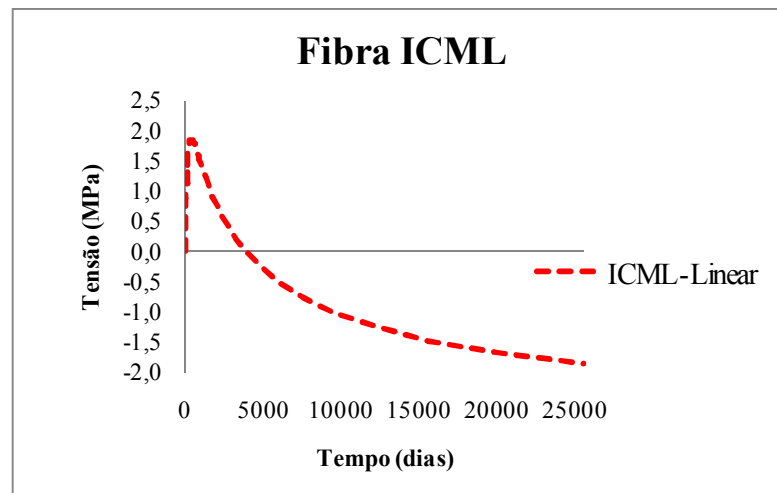


FIGURA 4.52 – Variação da tensão com a análise linear na fibra *ICML* ao longo do tempo.

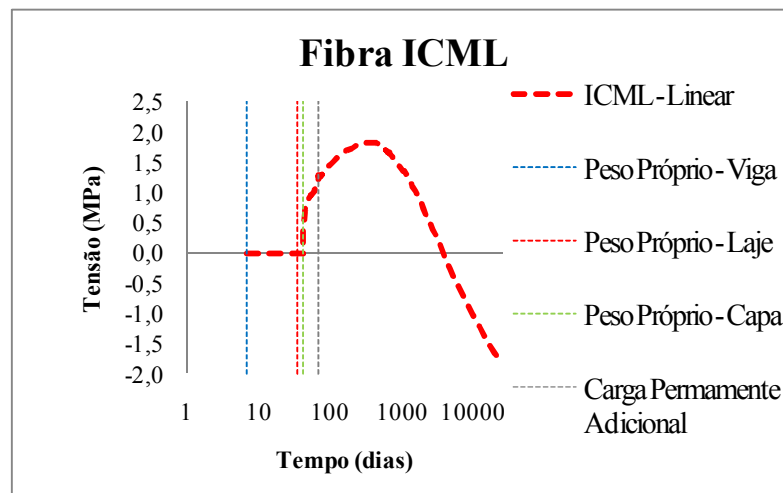


FIGURA 4.53 - Variação da tensão com a análise linear na fibra *ICML* ao longo do tempo com o eixo das abscissas em escala logarítmica.

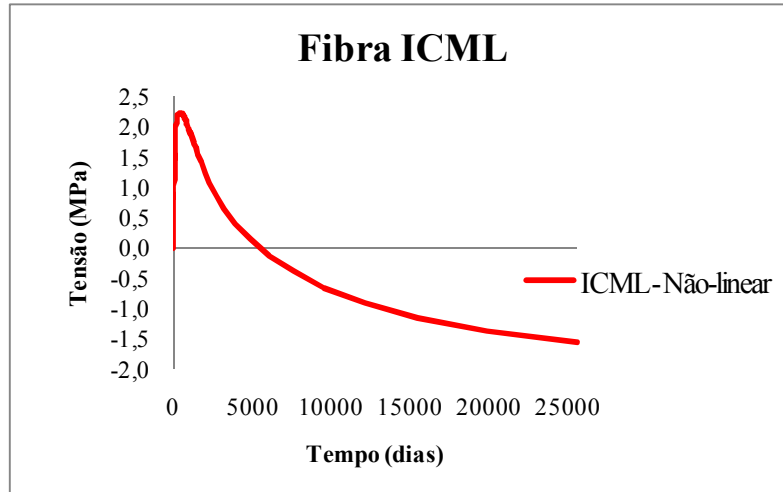


FIGURA 4.54 - Variação da tensão com a análise não-linear na fibra ICML ao longo do tempo.

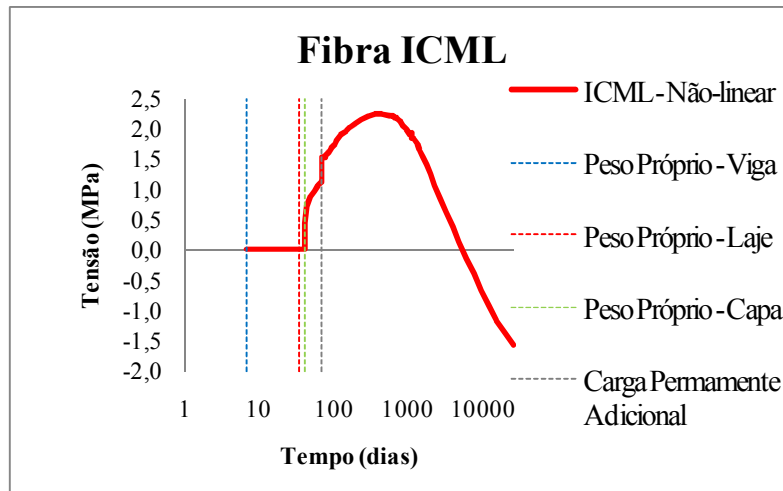


FIGURA 4.55 - Variação da tensão com a análise não-linear na fibra ICML ao longo do tempo com o eixo das abscissas em escala logarítmica.

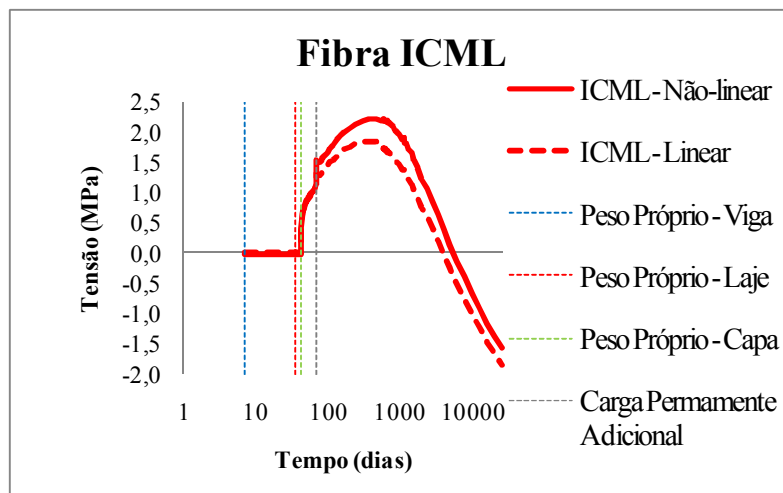


FIGURA 4.56 - Relação entre análise Linear/Não-linear para variação da tensão na fibra ICML ao longo do tempo com o eixo das abscissas em escala logarítmica.

Para a fibra superior da viga em concreto pré-moldado (*SCPM*), apresentam-se suas variações lineares segundo a FIGURA 4.57 e FIGURA 4.58.

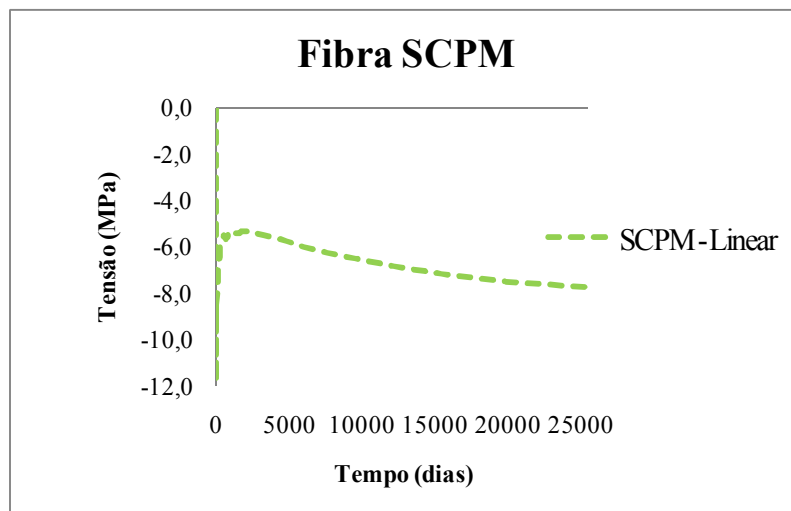


FIGURA 4.57 – Variação da tensão com a análise linear na fibra *SCPM* ao longo do tempo.

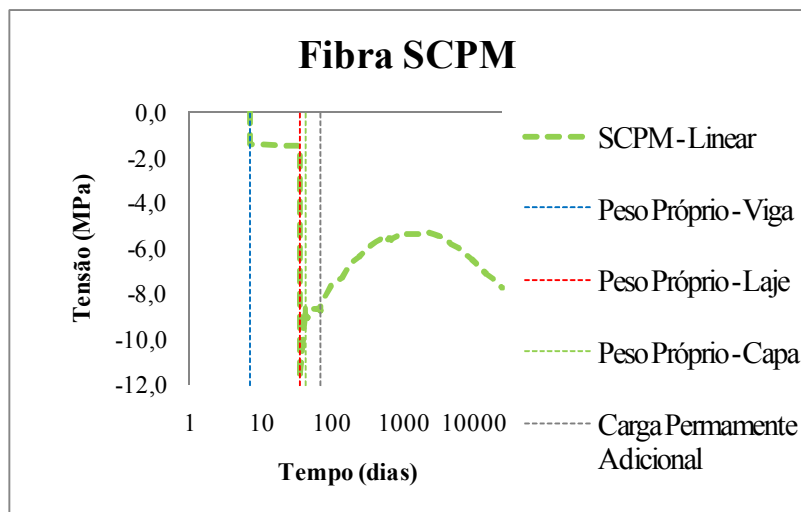


FIGURA 4.58 - Variação da tensão com a análise linear na fibra *SCPM* ao longo do tempo com o eixo das abscissas em escala logarítmica.

Em análise não-linear, a tensão em função do tempo na região superior da viga em concreto pré-moldado fica definida conforme a FIGURA 4.59 e FIGURA 4.60. Por fim, a FIGURA 4.61 expõe um paralelo entre as curvas lineares e não-lineares num mesmo gráfico.

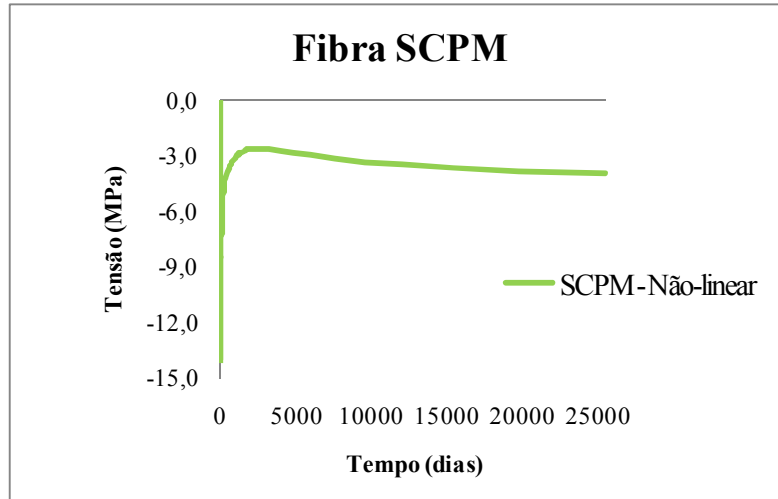


FIGURA 4.59 - Variação da tensão com a análise não-linear na *fibra SCPM* ao longo do tempo.

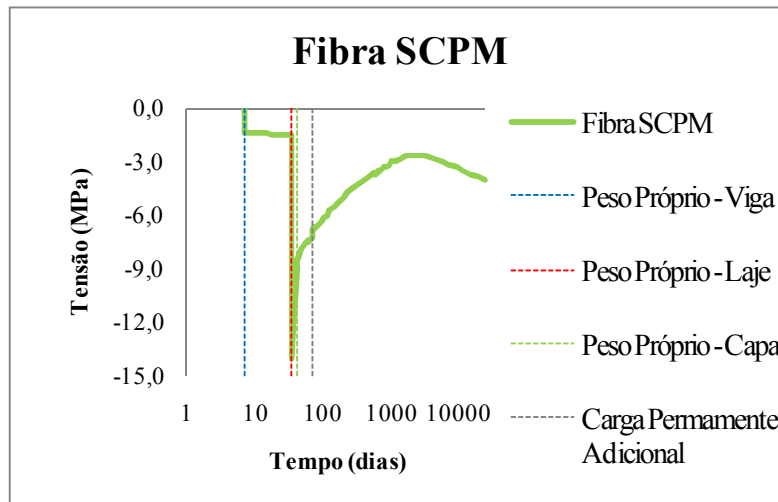


FIGURA 4.60 - Variação da tensão com a análise não-linear na *fibra SCPM* ao longo do tempo com o eixo das abscissas em escala logarítmica.

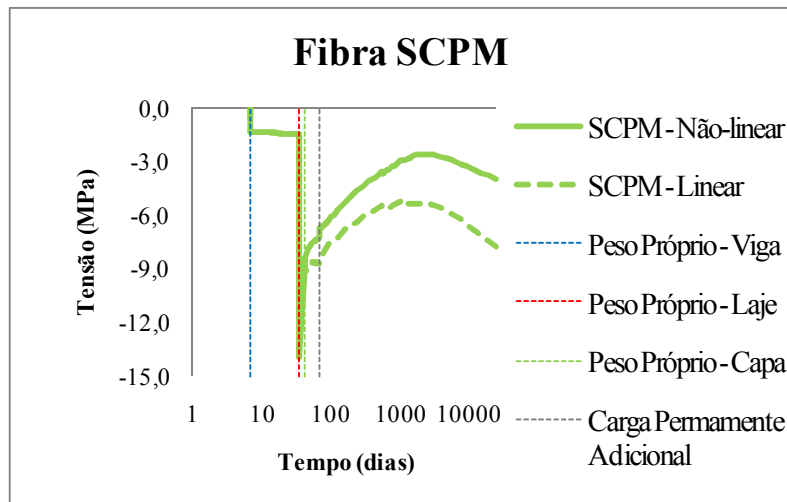


FIGURA 4.61 - Relação entre análise *Linear/Não-linear* para variação da tensão na *fibra SCPM* ao longo do tempo com o eixo das abscissas em escala logarítmica.

A fibra *SCPM* demonstra tensões de compressão iniciais altas em virtude das cargas permanentes, em especial o peso próprio da laje. No entanto, essa compressão é aliviada a partir do acréscimo do concreto moldado no local, tanto pela retração diferencial, inicialmente, quanto pela incorporação de mais concreto à seção resistente.

A análise se segue com a fibra inferior do concreto pré-moldado, denominado aqui de *ICPM*, da FIGURA 4.62 à FIGURA 4.66.

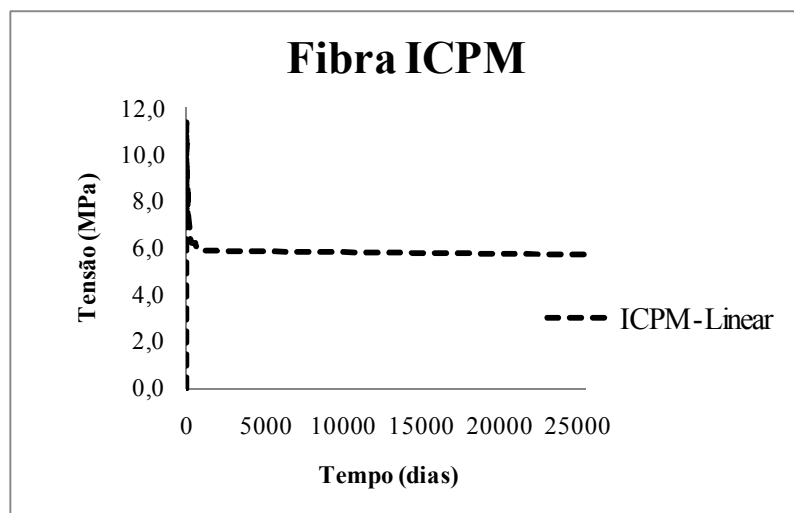


FIGURA 4.62 – Variação da tensão com a análise linear na fibra *ICPM* ao longo do tempo.

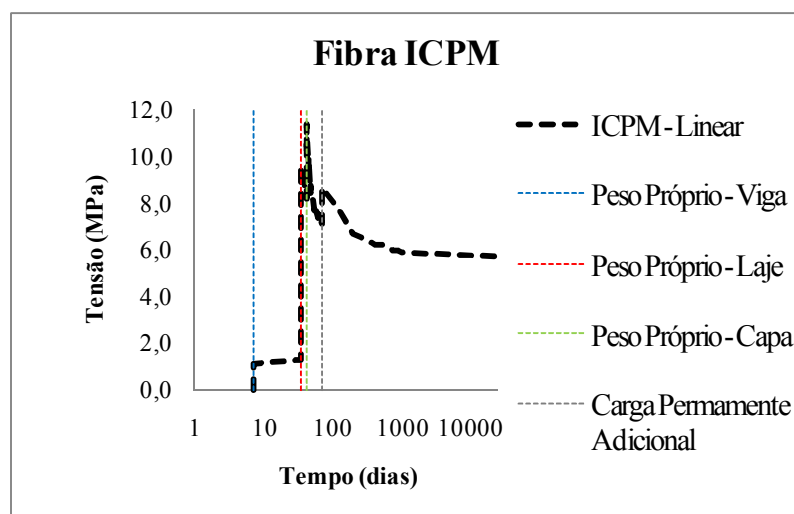


FIGURA 4.63 - Variação da tensão com a análise linear na fibra *ICPM* ao longo do tempo com o eixo das abscissas em escala logarítmica.

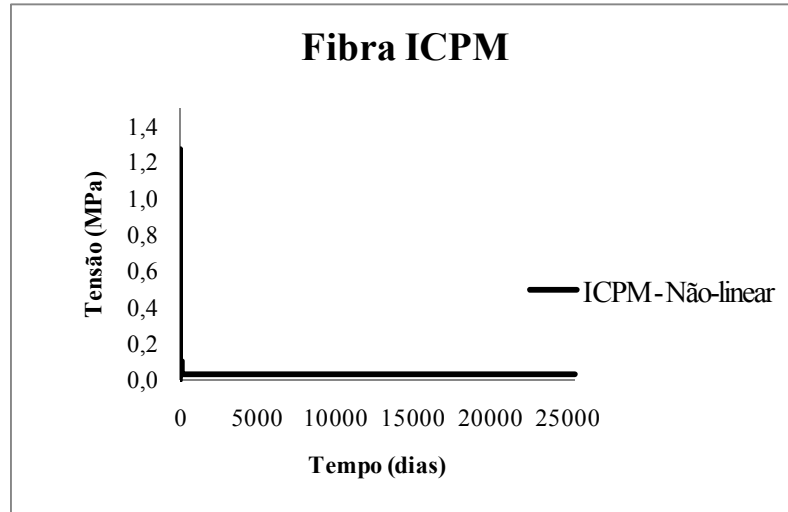


FIGURA 4.64 - Variação da tensão com a análise não-linear na *fibra ICPM* ao longo do tempo.

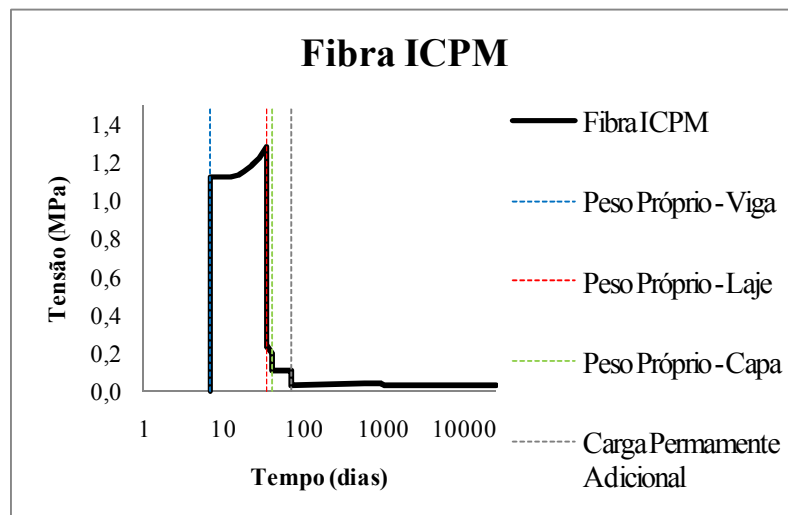


FIGURA 4.65 - Variação da tensão com a análise não-linear na *fibra ICPM* ao longo do tempo com o eixo das abscissas em escala logarítmica.

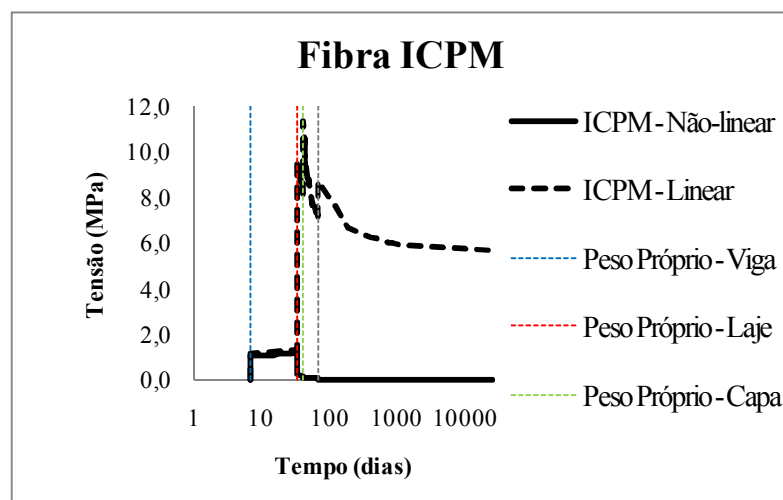


FIGURA 4.66 - Relação entre análise *Linear/Não-linear* para variação da tensão na *fibra ICPM* ao longo do tempo com o eixo das abscissas em escala logarítmica.

Visando expor a já bastante evidente fissuração na fibra inferior da viga em concreto pré-moldado, FIGURA 4.66, demonstra-se um paralelo entre as análises não-lineares da fibra *ICPM* e a armadura positiva, FIGURA 4.67.

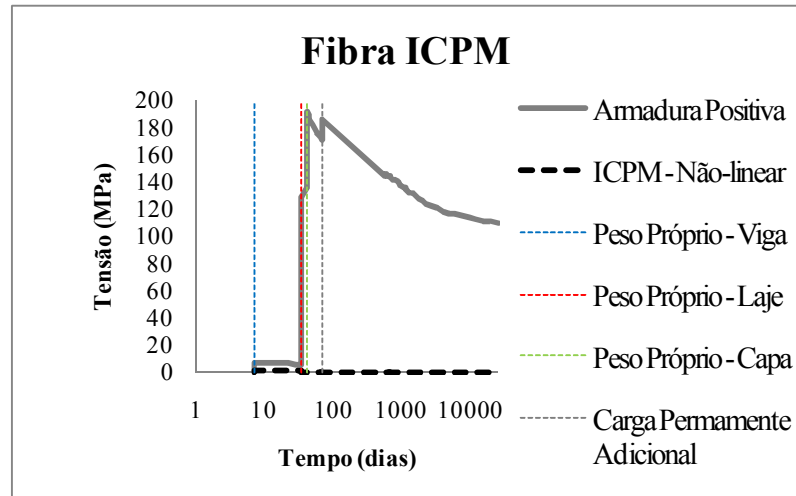


FIGURA 4.67 - Variação da tensão com a análise não-linear na *fibra ICPM* e na armadura positiva ao longo do tempo com o eixo das abscissas em escala logarítmica.

Limitando o eixo das coordenadas a 10MPa , destaca-se o decréscimo da tração na fibra inferior *ICPM* juntamente com o acréscimo para o aço, expondo a perda de rigidez da fibra e a transferência de tensões para a armadura, FIGURA 4.68.

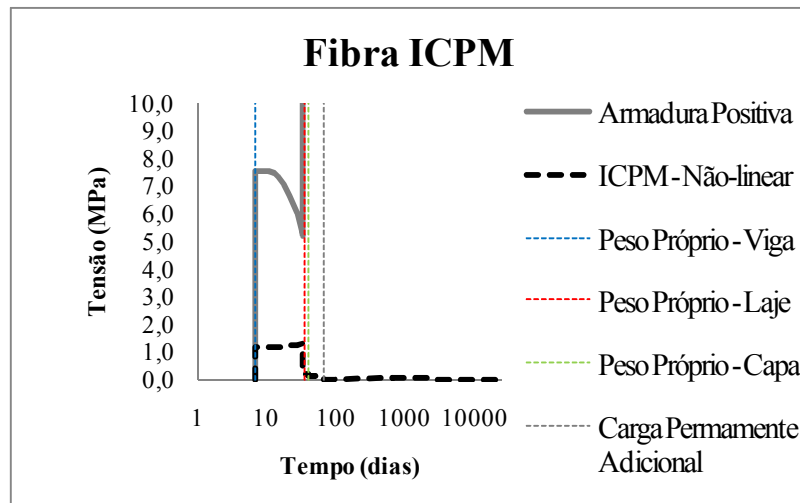


FIGURA 4.68 – Detalhe da variação na tensão com a análise não-linear na *fibra ICPM* e na armadura positiva ao longo do tempo com o eixo das abscissas em escala logarítmica.

A variação das quatro fibras está disposta na FIGURA 4.69 e FIGURA 4.70.

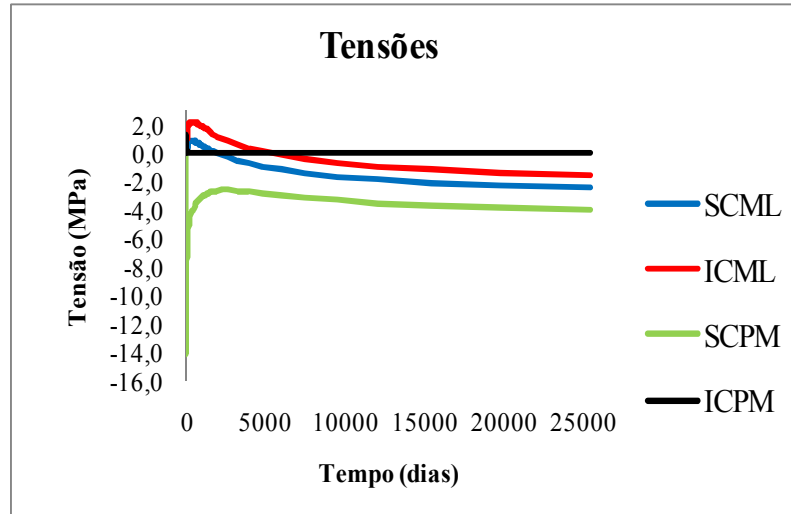


FIGURA 4.69 - Variação da tensão com a análise não-linear nas fibras *SCML*, *ICML*, *SCPM* e *ICPM*.

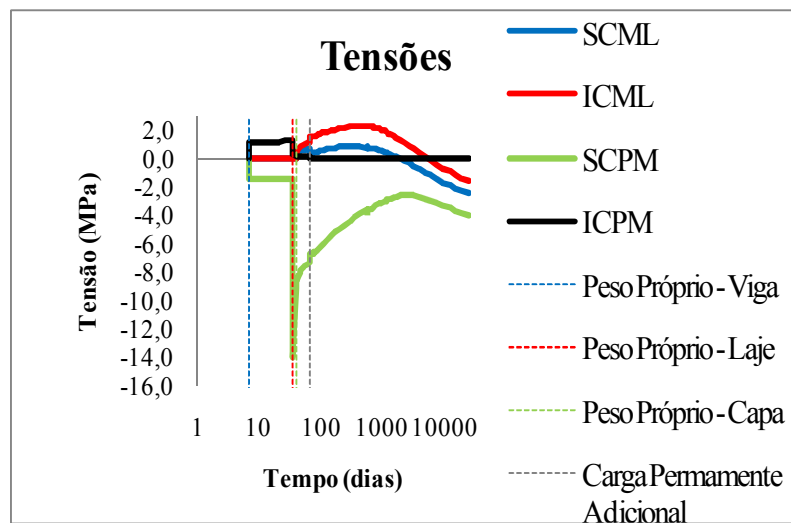


FIGURA 4.70 – Variação da tensão com a análise não-linear nas fibras *SCML*, *ICML*, *SCPM* e *ICPM* com o eixo das abscissas em escala logarítmica.

É notória a alteração das tensões nas fibras longas datadas após o último carregamento (70º dia), o que evidencia bem os efeitos dependentes do tempo.

O comportamento diferido para as deformações nas mesmas fibras avaliadas são exibidas posteriormente. A fibra inferior do concreto pré-moldado (*ICPM*) apresentou deformações positivas enquanto que as outras três aqui analisadas (*SCPM*, *ICML* e *SCML*) apresentaram deformações negativas crescentes.

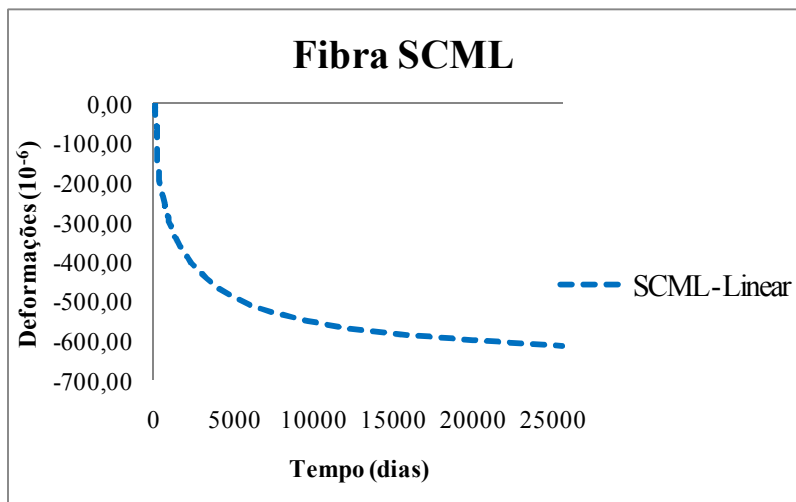


FIGURA 4.71 – Variação da deformação com a análise linear na *fibra SCML* ao longo do tempo.

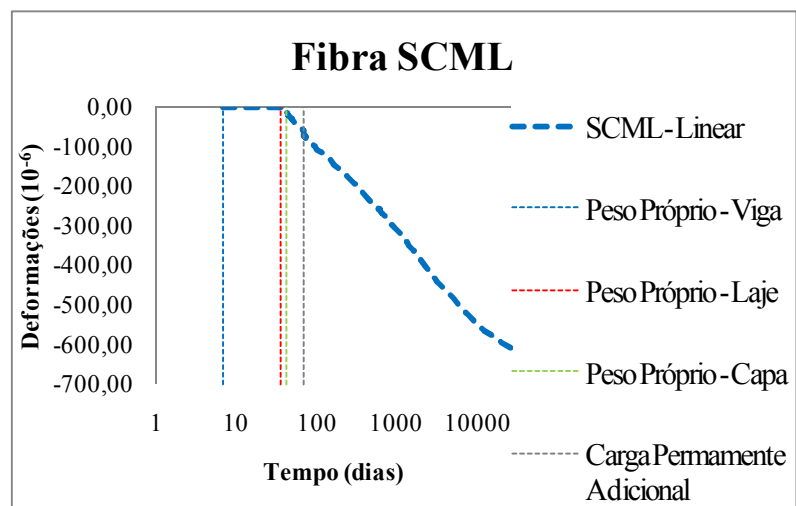


FIGURA 4.72 - Variação da deformação com a análise linear na *fibra SCML* ao longo do tempo com o eixo das abscissas em escala logarítmica.

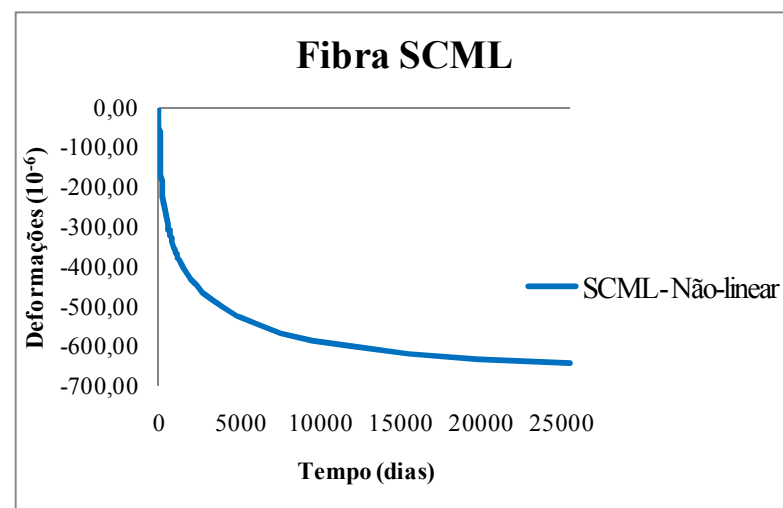


FIGURA 4.73 - Variação da deformação com a análise não-linear na *fibra SCML* ao longo do tempo.

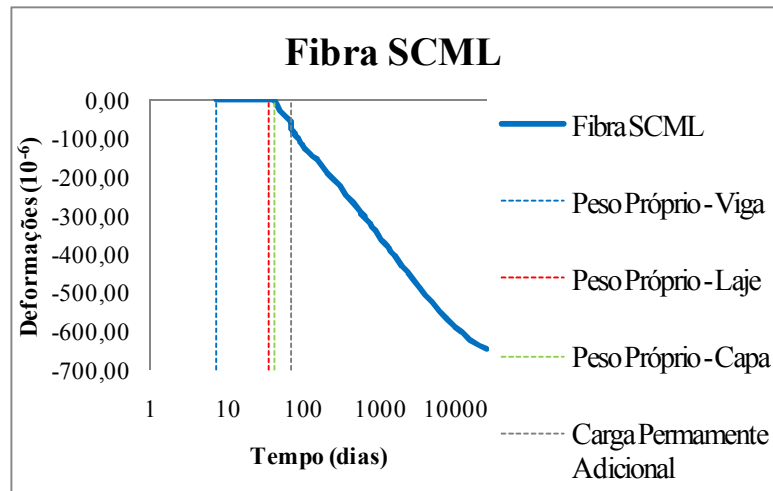


FIGURA 4.74 - Variação da deformação com a análise não-linear na *fibra SCML* ao longo do tempo com o eixo das abscissas em escala logarítmica.

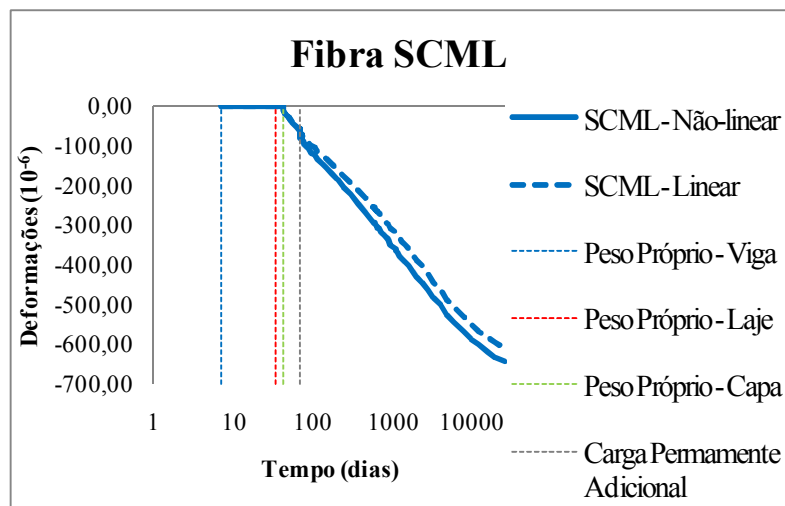


FIGURA 4.75 - Relação entre análise *Linear/Não-linear* para variação da deformação na *fibra SCML* ao longo do tempo com o eixo das abscissas em escala logarítmica.

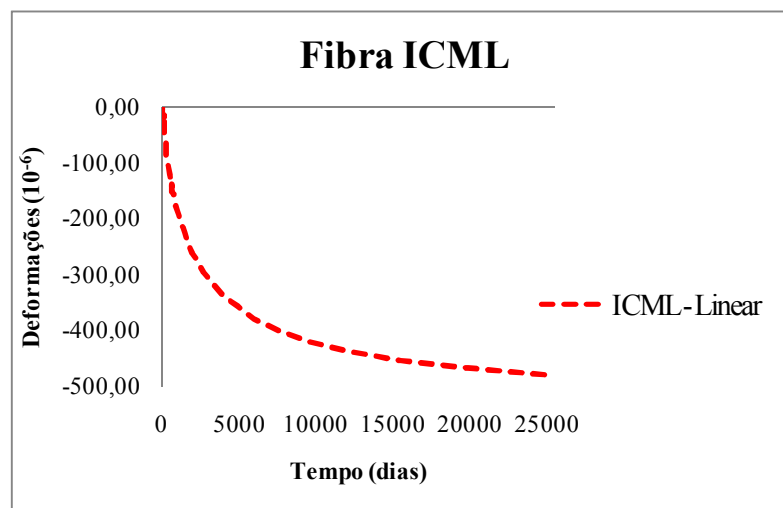


FIGURA 4.76 – Variação da deformação com a análise linear na *fibra ICML* ao longo do tempo.

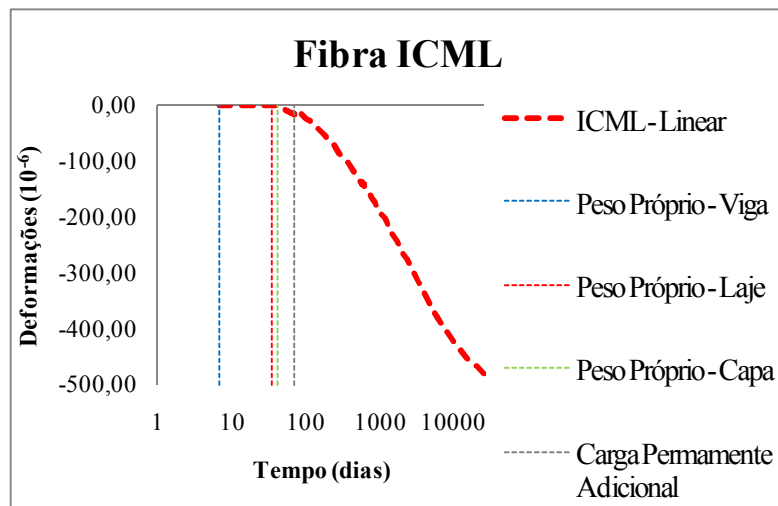


FIGURA 4.77 - Variação da deformação com a análise linear na *fibra ICML* ao longo do tempo com o eixo das abscissas em escala logarítmica.

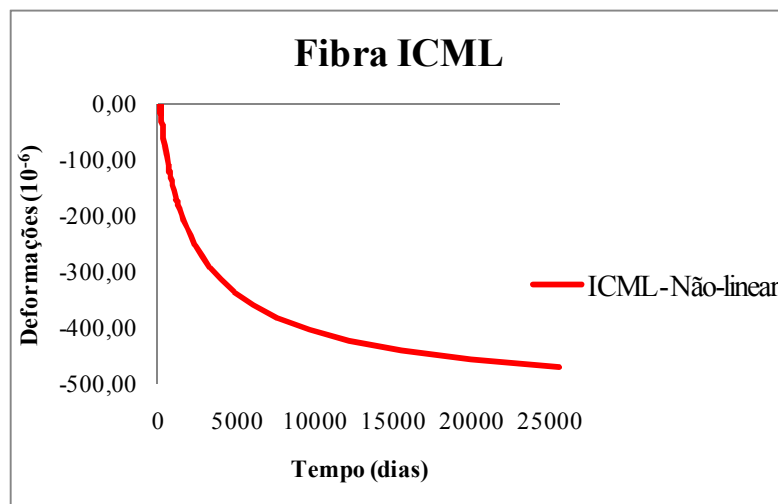


FIGURA 4.78 - Variação da deformação com a análise não-linear na *fibra ICML* ao longo do tempo.

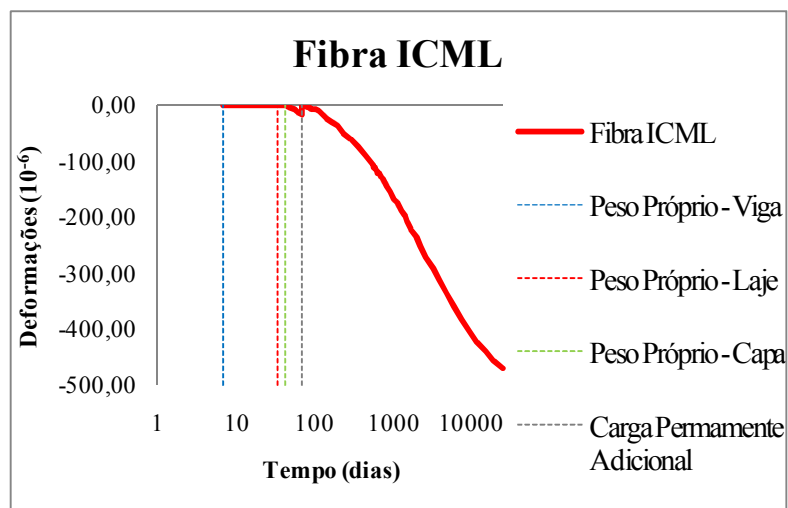


FIGURA 4.79 - Variação da deformação com a análise não-linear na *fibra ICML* ao longo do tempo com o eixo das abscissas em escala logarítmica.

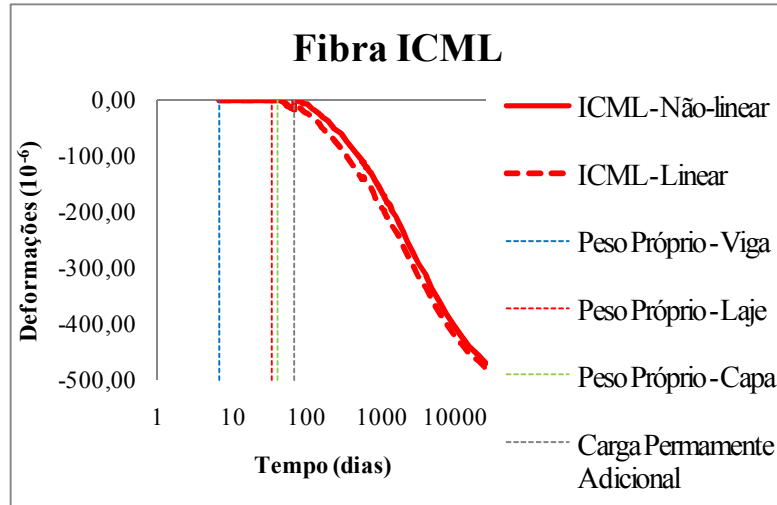


FIGURA 4.80 - Relação entre análise *Linear/Não-linear* para variação da deformação na *fibra ICML* ao longo do tempo com o eixo das abcissas em escala logarítmica.

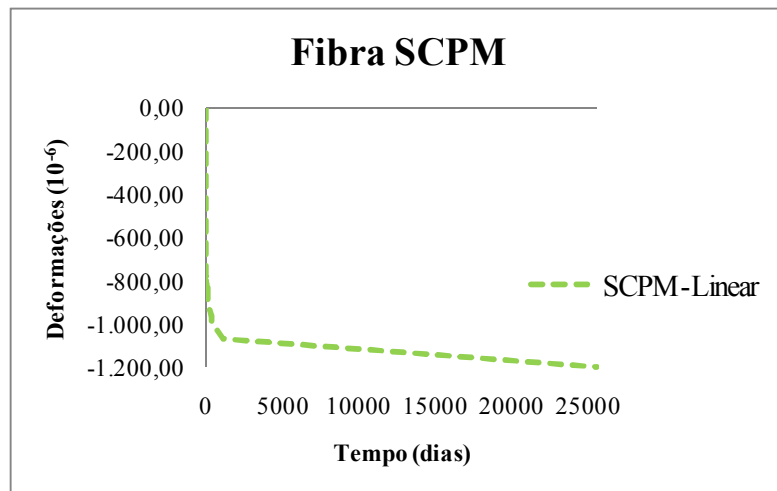


FIGURA 4.81 - Variação da deformação com a análise linear na *fibra SCPM* ao longo do tempo.

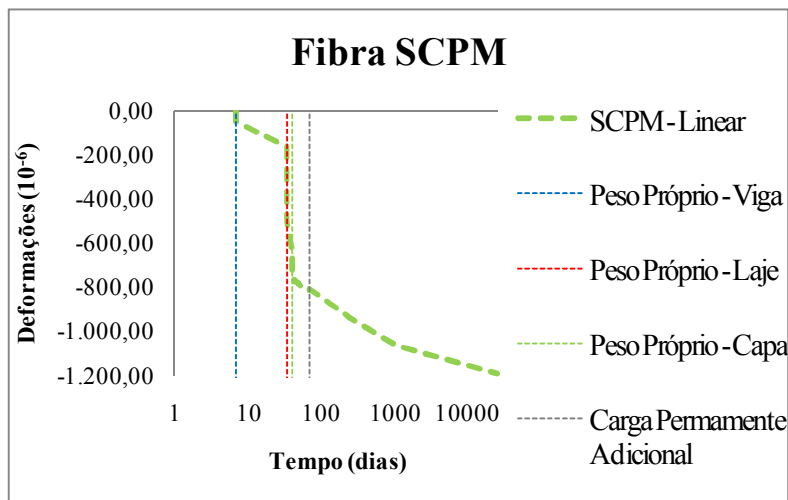


FIGURA 4.82 - Variação da deformação com a análise linear na *fibra SCPM* ao longo do tempo com o eixo das abcissas em escala logarítmica.

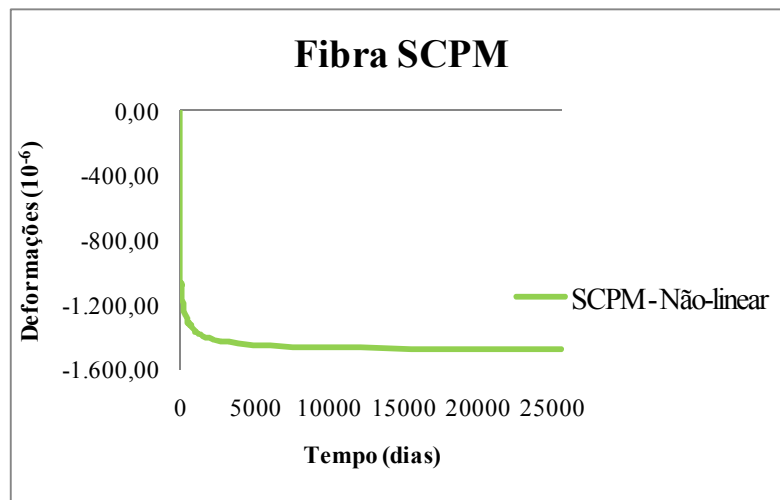


FIGURA 4.83 - Variação da deformação com a análise não-linear na *fibra SPCM* ao longo do tempo.

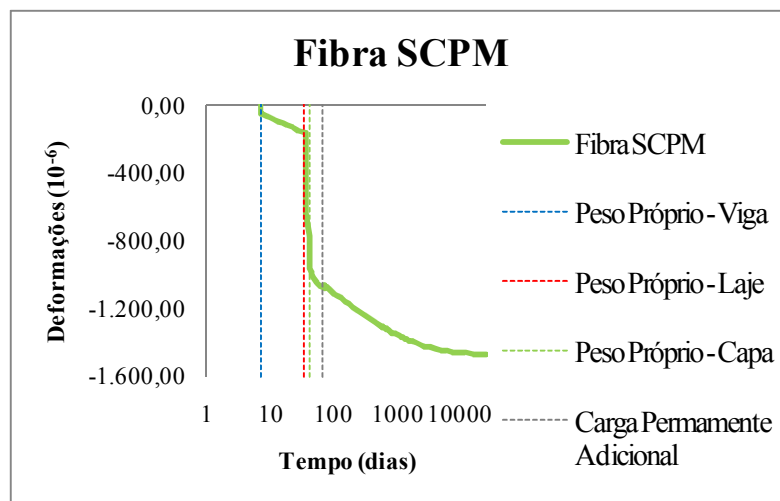


FIGURA 4.84 - Variação da deformação com a análise não-linear na *fibra SPCM* ao longo do tempo com o eixo das abscissas em escala logarítmica.

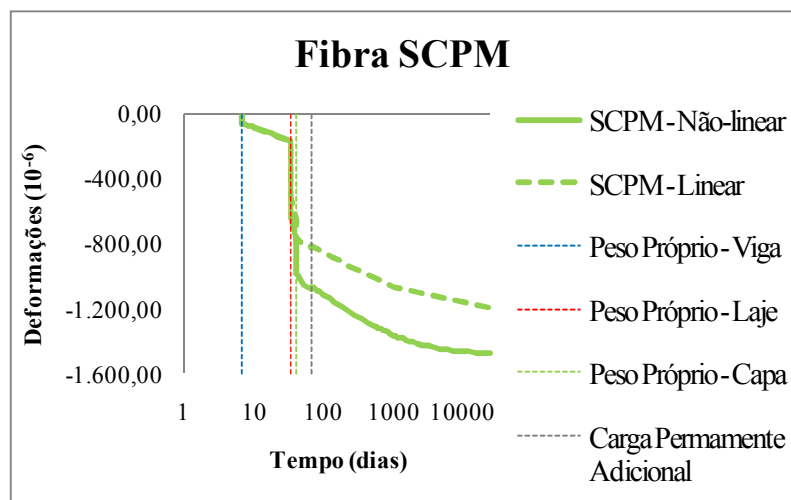


FIGURA 4.85 - Relação entre análise *Linear/Não-linear* para variação da deformação na *fibra SPCM* ao longo do tempo com o eixo das abscissas em escala logarítmica.

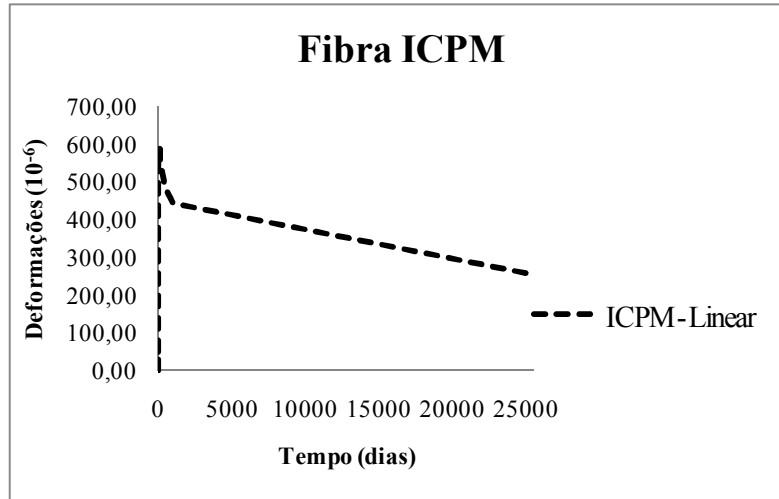


FIGURA 4.86 – Variação da deformação com a análise linear na *fibra ICPM* ao longo do tempo.

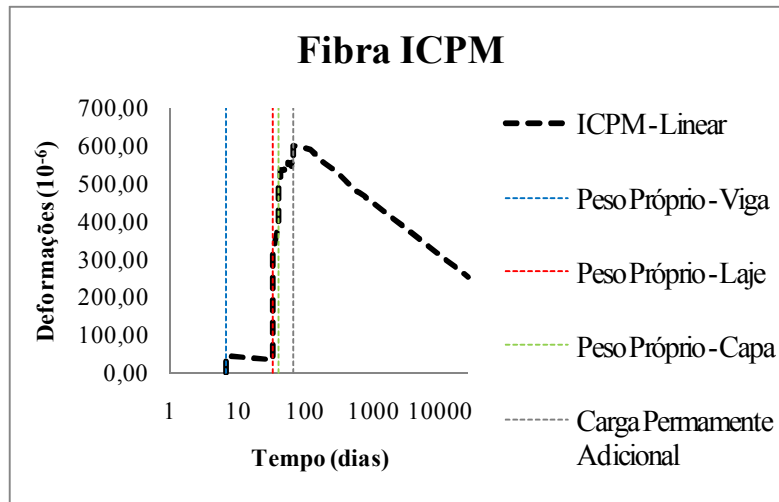


FIGURA 4.87 - Variação da deformação com a análise linear na *fibra ICPM* ao longo do tempo com o eixo das abscissas em escala logarítmica.

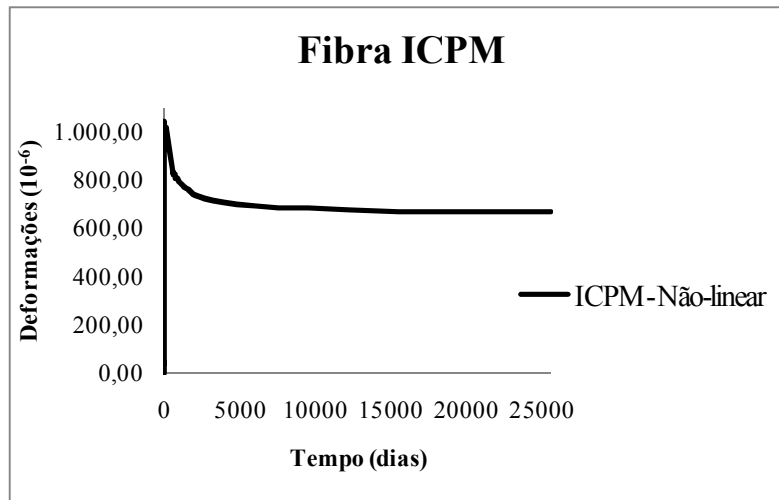


FIGURA 4.88 - Variação da deformação com a análise não-linear na *fibra ICPM* ao longo do tempo.

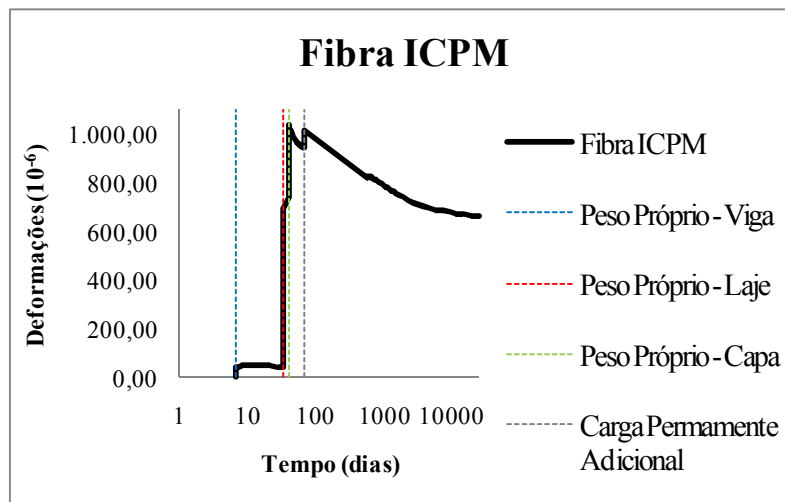


FIGURA 4.89 - Variação da deformação com a análise não-linear na *fibra ICPM* ao longo do tempo com o eixo das abscissas em escala logarítmica.

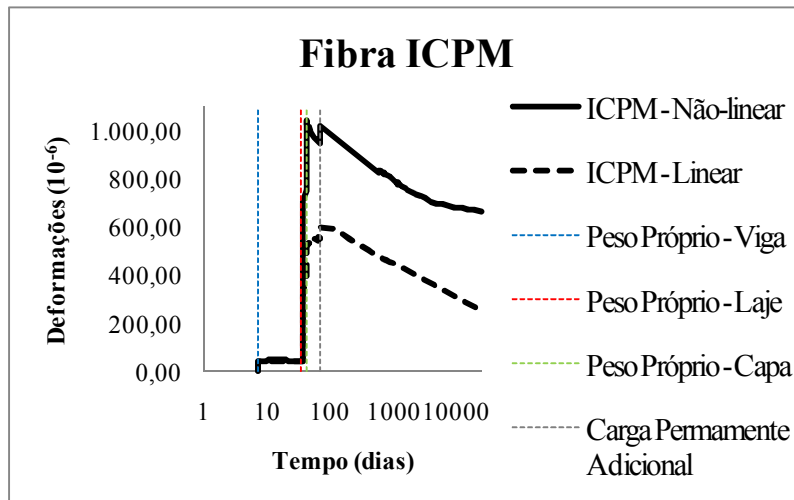


FIGURA 4.90 - Relação entre análise *Linear/Não-linear* para variação da deformação na *fibra ICPM* ao longo do tempo com o eixo das abscissas em escala logarítmica.

A FIGURA 4.85 e a FIGURA 4.90 expõe os acréscimos de deformações para as fibras que atingiram valores próximos aos limites para esmagamento e fissuração, representados pela diferença entre as análises linear/não-linear.

Vale ressaltar ainda as contribuições em deformações negativas pelos efeitos do tempo, demonstrados pelos decréscimos dos valores positivos na fibra inferior de concreto pré-moldado FIGURA 4.89, e acréscimos de compressão nas outras avaliadas, FIGURA 4.74, FIGURA 4.79, e FIGURA 4.84.

As deformações em todas as fibras representativas num mesmo gráfico estão demonstradas na FIGURA 4.91 e FIGURA 4.92.

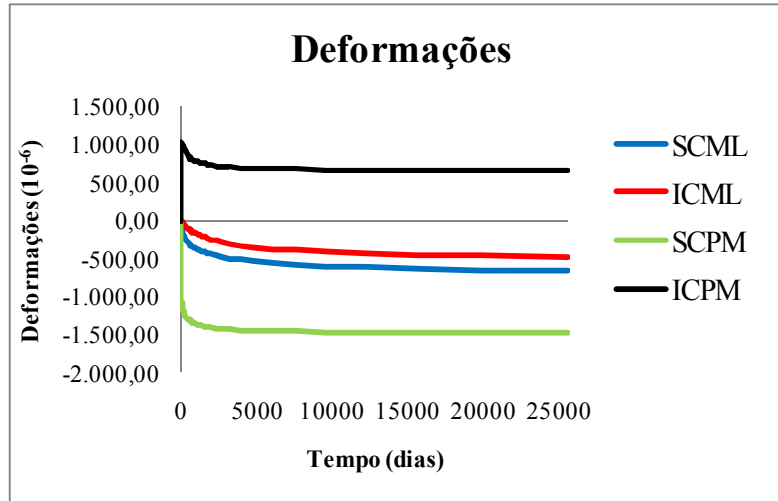


FIGURA 4.91 - Variação da deformação com a análise não-linear nas fibras *SCML*, *ICML*, *SCPM* e *ICPM*.

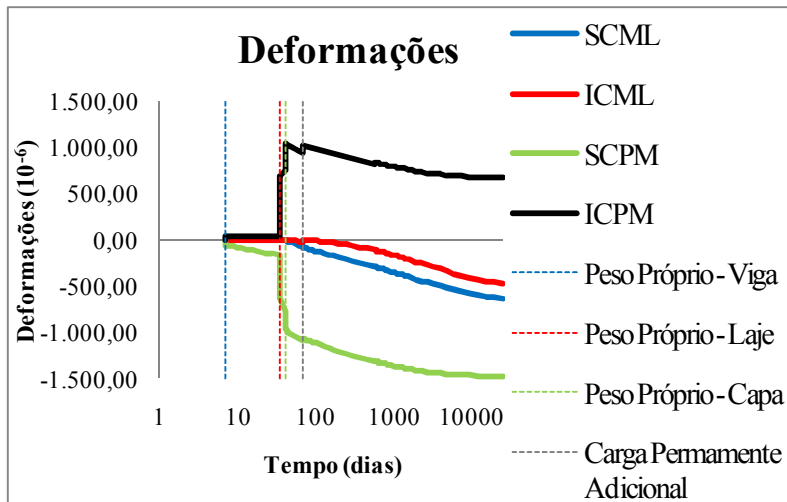


FIGURA 4.92 – Variação da deformação com a análise não-linear nas fibras *SCML*, *ICML*, *SCPM* e *ICPM* com o eixo das abscissas em escala logarítmica.

4.3 VIGA EM CONCRETO PROTENDIDO COMPOSTA

4.3.1 Dados

A viga em concreto protendido composta possui os mesmos aspectos geométricos do modelo anterior em concreto armado composta divergindo quanto à presença de armadura

ativa, alterando as contribuições dos efeitos de fluência, e acrescentando a relaxação das cordoalhas nos momentos de restrição comentados anteriormente.

Dessa forma, tem-se para a seção longitudinal, na FIGURA 4.93.

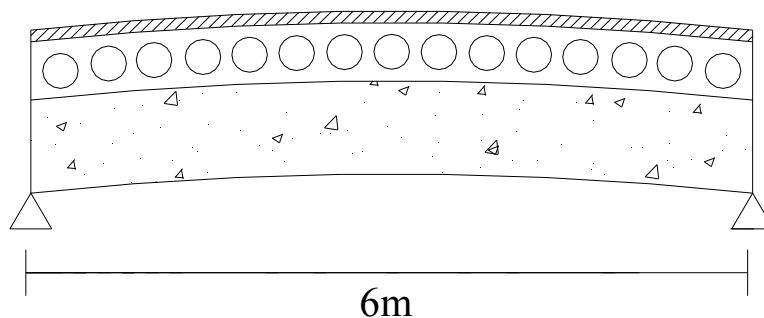


FIGURA 4.93 - Seção longitudinal do modelo *viga em concreto protendido composta*.

Os dados transversais são análogos ao apresentado anteriormente, e estão resumidos na FIGURA 4.94, assim como a vista tridimensional do modelo, FIGURA 4.95.

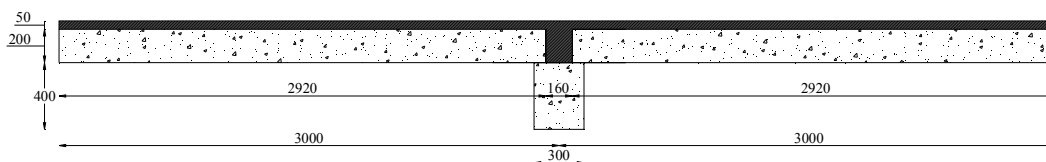


FIGURA 4.94 - Seção transversal do modelo *viga em concreto protendido composta*. Valores em *mm*.

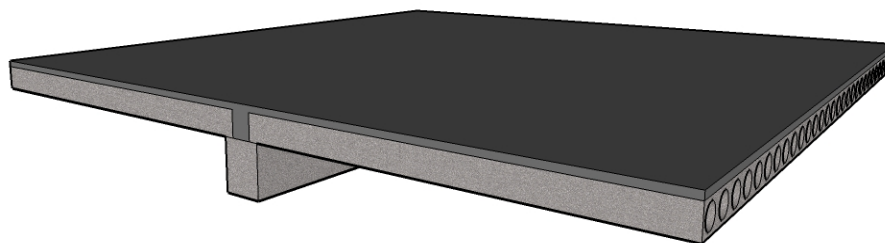


FIGURA 4.95 - Vista tridimensional do modelo *viga em concreto protendido composta*.

A disposição das armaduras passivas e ativas empregadas no modelo *viga em concreto protendido composta* está exibida na FIGURA 4.96.

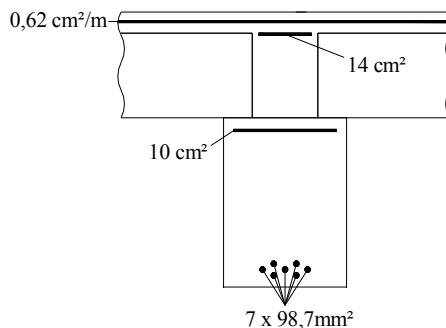


FIGURA 4.96 – Armadura empregada no modelo *concreto protendido composta*.

Vale ressaltar a necessidade, quando do dimensionamento, em alterar a seção transversal para que se pudesse protender a viga segundo todas as verificações. No entanto, esta modificação viria influenciar em demasia na posterior análise comparativa com o modelo em *concreto armado composta*.

Ainda, a manutenção desta seção transversal é justificada também pelo fato do modelo aqui estudado ter sido baseado em EL DEBS et al. (2009), que fizeram a avaliação da rigidez de ligação no apoio, FIGURA 4.14, página 101, de valor final igual a $\phi = 63,50$ MN.m/rad.

Portanto, no intuito de manter o mesmo valor de rigidez, preservam-se os aspectos geométricos da seção, e utiliza-se armadura negativa de valor considerável (acima do usual para a função) para respeitar todos os limites exigidos no dimensionamento do concreto protendido.

Além disso, alguns dados complementares estão exibidos na TABELA 4.9.

TABELA 4.9 – Dados complementares.

Umidade	55%
Cimento para a viga	Alta resistência inicial
f_{ck} para a viga	35 MPa
Cimento para a laje	Alta resistência inicial
f_{ck} para a laje	34,73 MPa
Cimento para a capa	Comum
f_{ck} para a capa	25 MPa
Perímetro Exposto	11,5m
Força de Protensão	-980 kN

A discretização longitudinal e transversal em elementos finitos utilizada na análise está demonstrada na FIGURA 4.97, FIGURA 4.98 e FIGURA 4.99.

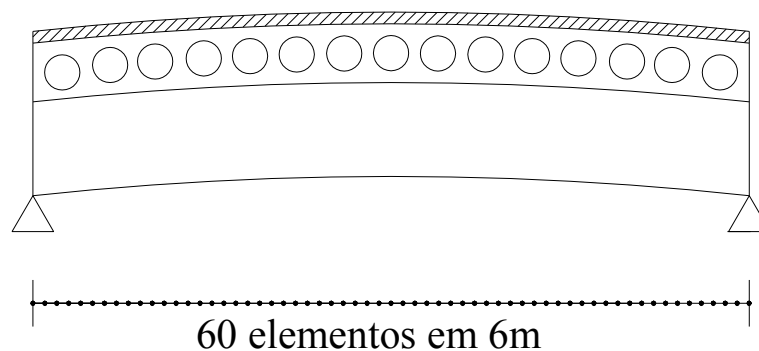


FIGURA 4.97 – Discretização da seção longitudinal do modelo *viga em concreto protendido composta*.

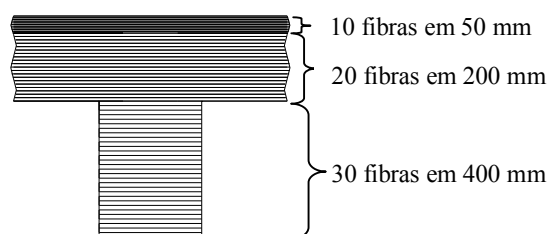


FIGURA 4.98 - Discretização da seção transversal do modelo *viga em concreto protendido composta*.

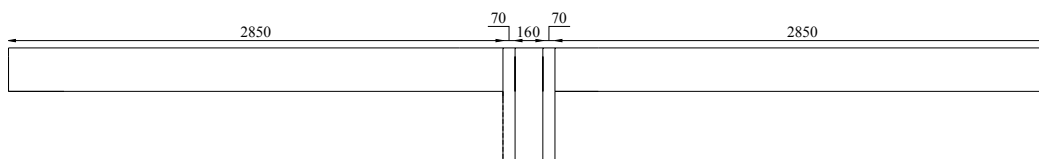


FIGURA 4.99 – Discretização horizontal da seção transversal do modelo *viga em concreto protendido composta*.
Valores em *mm*.

A descrição geral das etapas em forma de um fluxograma está ilustrada na FIGURA 4.100, onde é possível notar poucas mudanças em relação ao fluxograma de etapas apresentado anteriormente para o modelo de *viga em concreto armado composta*, FIGURA 4.15, viabilizando, dessa forma, as comparações que se seguirão.

Ilustradamente, as etapas exibidas na FIGURA 4.100 se encontram na TABELA 4.10 com descrição das seções transversais e longitudinais assim como algumas observações relevantes.

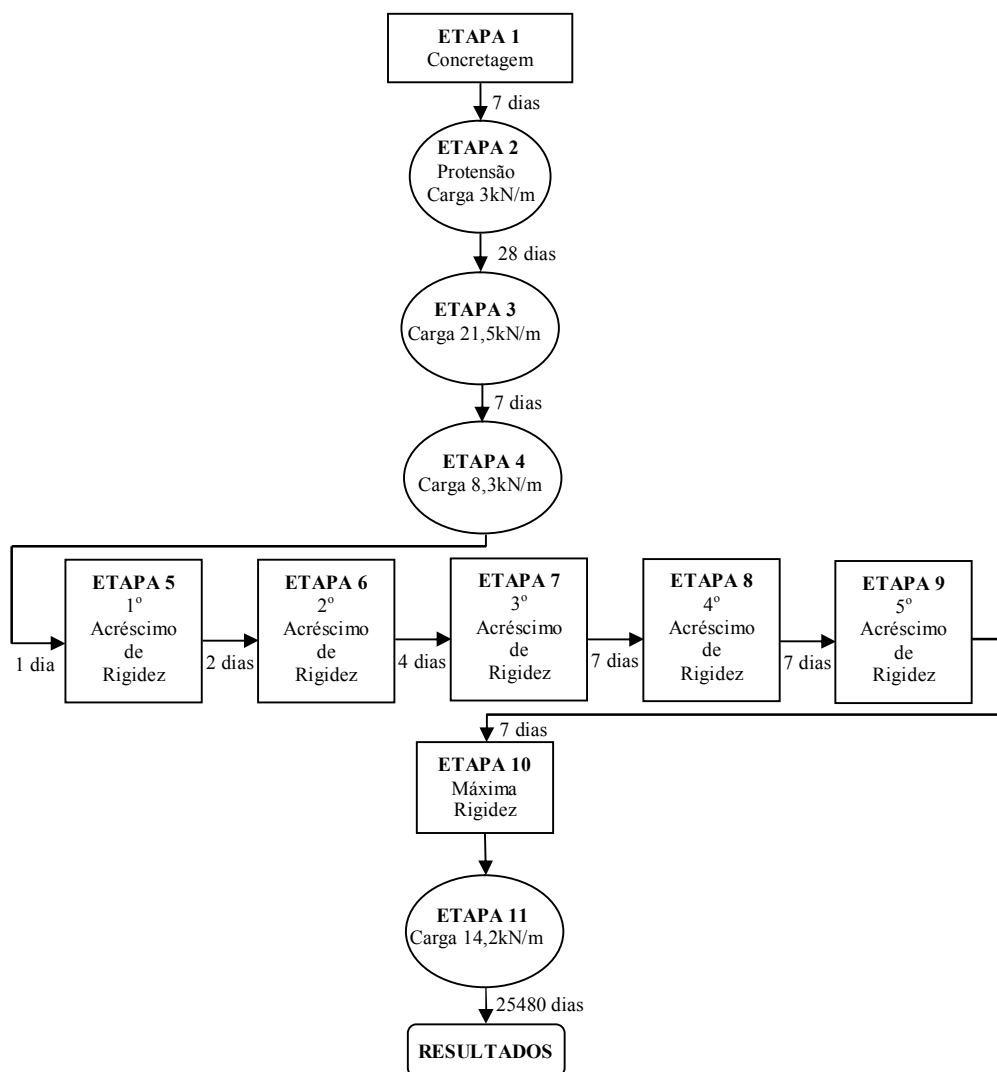



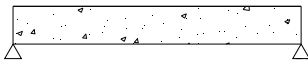

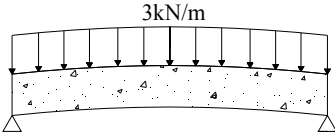
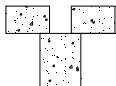
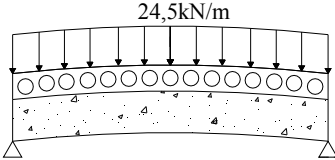
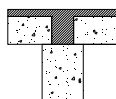
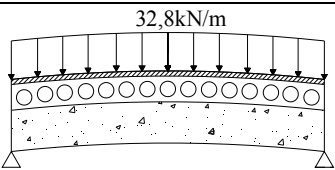
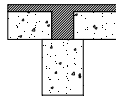
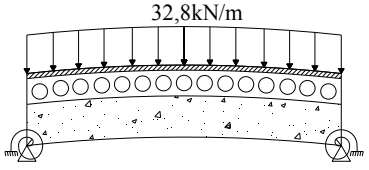
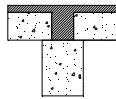
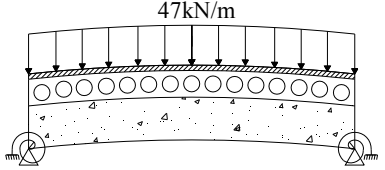
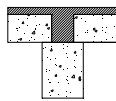
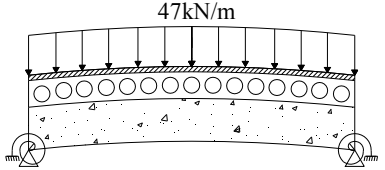
FIGURA 4.100 – Fluxograma das etapas.

4.3.2 Resultados e análises

Visando obter subsídios para posteriores avaliações dos efeitos do tempo num mesmo conjunto em concreto armado e em concreto protendido, passa-se a expor, semelhante ao efetuado no tópico 4.2.2, os valores de momento, deslocamento axial, rotação, flecha, tensões e deformações.

A variação do momento fletor para o modelo *viga em concreto protendido composta* para uma análise não-linear física está apresentada na FIGURA 4.101

TABELA 4.10 – Resumo ilustrado das etapas.

ETAPAS	SEÇÃO TRANSVERSAL	SEÇÃO LONGITUDINAL	OBSERVAÇÕES
1			Moldagem da peça
7 dias			
2			Protensão e consideração do peso próprio. (armazenamento, estocagem e transporte)
28 dias			
3			Peso das lajes
7 dias			
4			Concretagem da capa estrutural
5 a 10			Acréscimos de rigidez na ligação (28 dias)
11			Carga Permanente Adicional
25480 dias			
12			Resultados

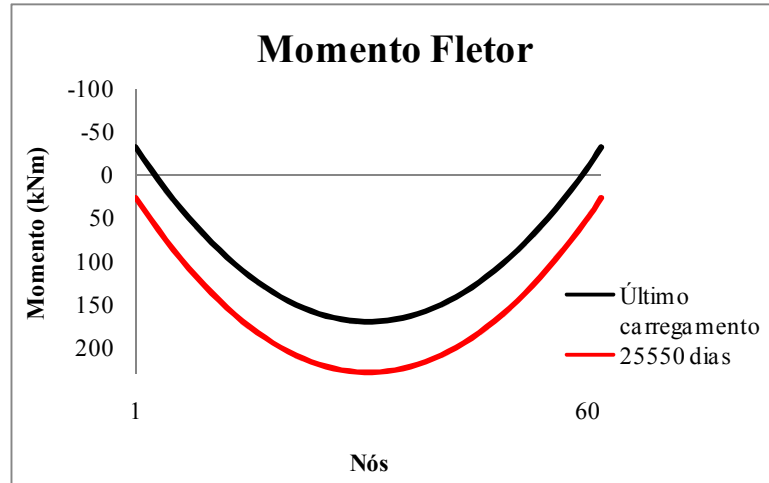


FIGURA 4.101 – Evolução do momento fletor ao longo do tempo.

A FIGURA 4.101 exibe a influência dos esforços de restrição positivos demonstrados na FIGURA 1.2, página 31, que aparecem na região da ligação em função da protensão, chegando a inverter o sinal do momento fletor.

Esta inversão fica ainda mais evidente na análise particular que se segue para momento na ligação, da FIGURA 4.102 à FIGURA 4.106. Vale ressaltar que os momentos apresentados são resultantes dos valores calculados para a extremidade do elemento subtraídos dos iniciais, advindos da protensão da viga.

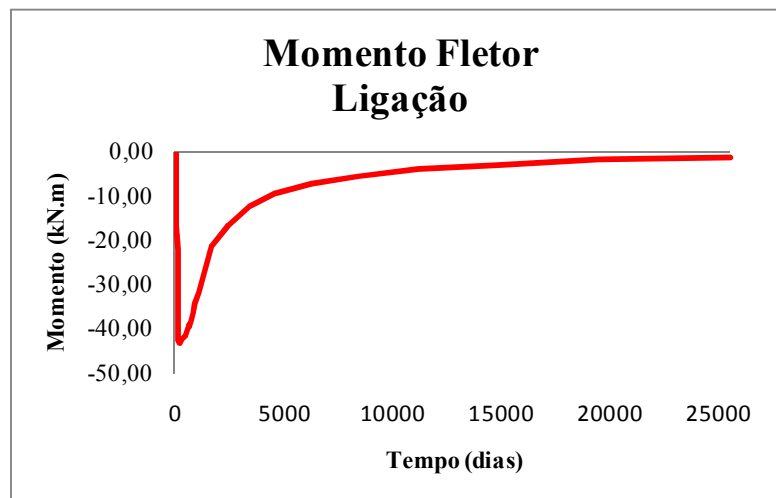


FIGURA 4.102 – Evolução do momento fletor linear na região da ligação ao longo do tempo.

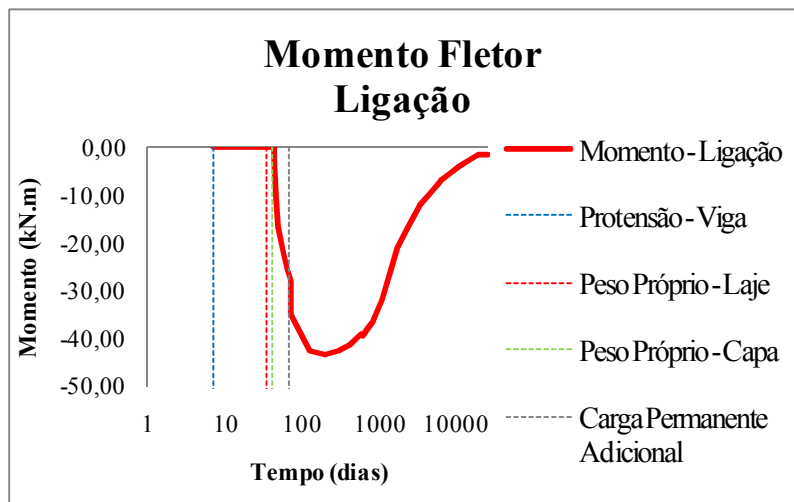


FIGURA 4.103 – Evolução do momento fletor linear na região da ligação ao longo do tempo com o eixo das abscissas em escala logarítmica.

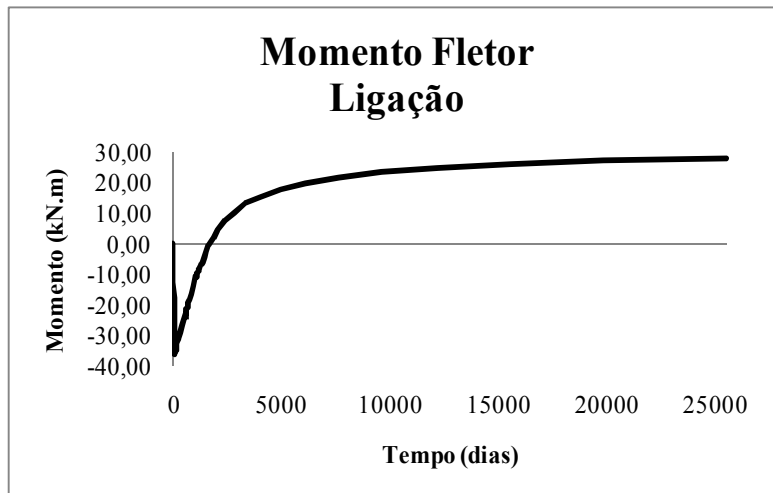


FIGURA 4.104 – Evolução do momento fletor não-linear na região da ligação ao longo do tempo.

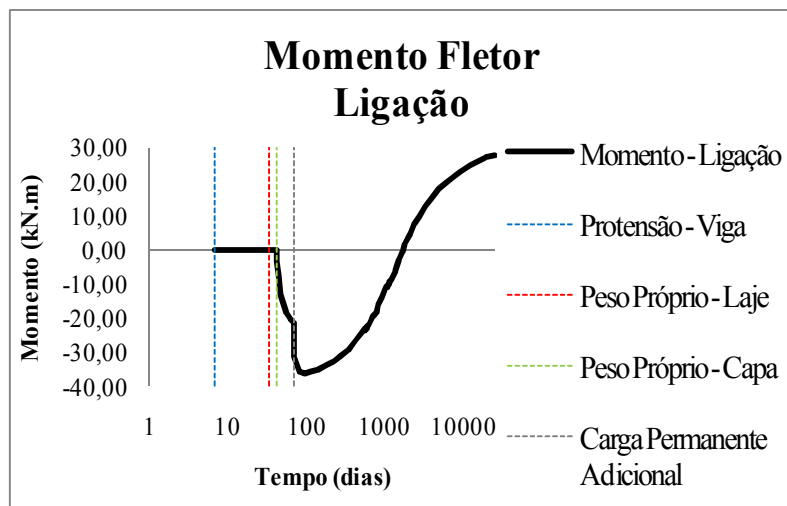


FIGURA 4.105 – Evolução do momento fletor não-linear na região da ligação ao longo do tempo com o eixo das abscissas em escala logarítmica.

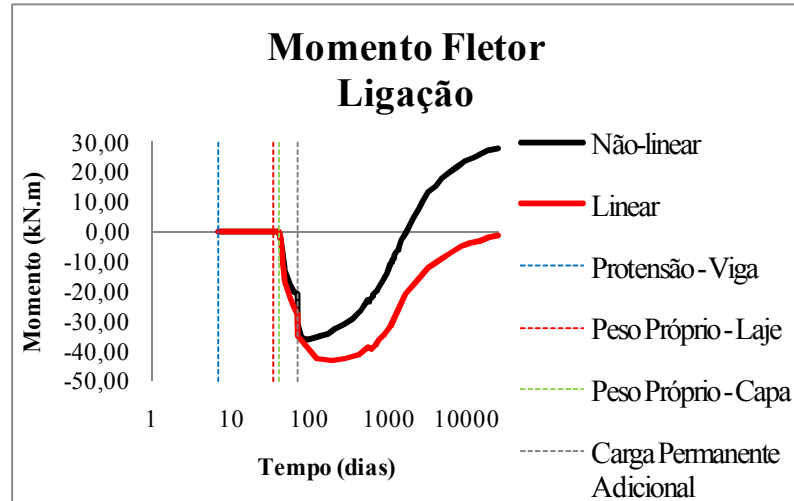


FIGURA 4.106 – Relação entre análise *Linear/Não-linear* para momento fletor na ligação ao longo do tempo com o eixo das abscissas em escala logarítmica.

Evidencia-se a partir das figuras exibidas a comentada inversão de momento fletor na ligação em análise não-linear, quando comparado o valor relativo ao último carregamento, *Carga Permanente Adicional*, e o final da análise, aos 25550 dias.

Ainda no contexto de momentos fletores, o referente ao meio do vão é apresentado da FIGURA 4.107 à FIGURA 4.111, onde é possível notar valores negativos iniciais, típico de estruturas protendidas, e positivos posteriores, à medida que se acrescentam os carregamentos. Nota-se também o acréscimo resultante dos efeitos do tempo seguinte a imposição da *Carga Permanente Adicional*.

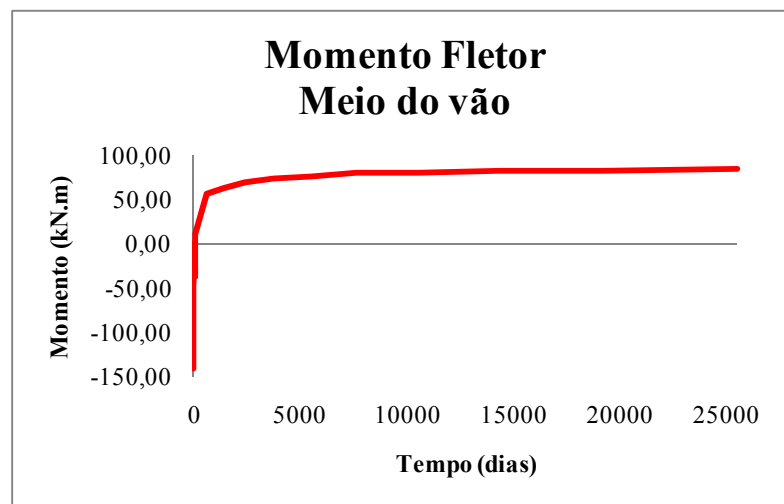


FIGURA 4.107 – Evolução do momento fletor linear no meio do vão ao longo do tempo.

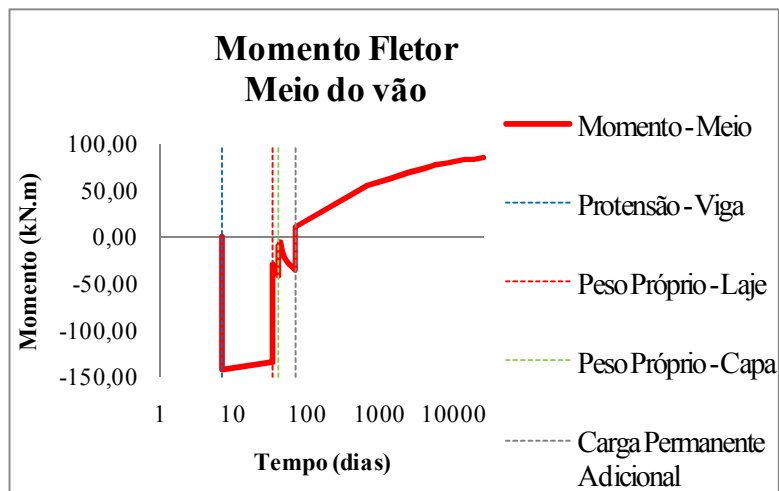


FIGURA 4.108 - Evolução do momento fletor linear no meio dovão ao longo do tempo com o eixo das abscissas em escala logarítmica.

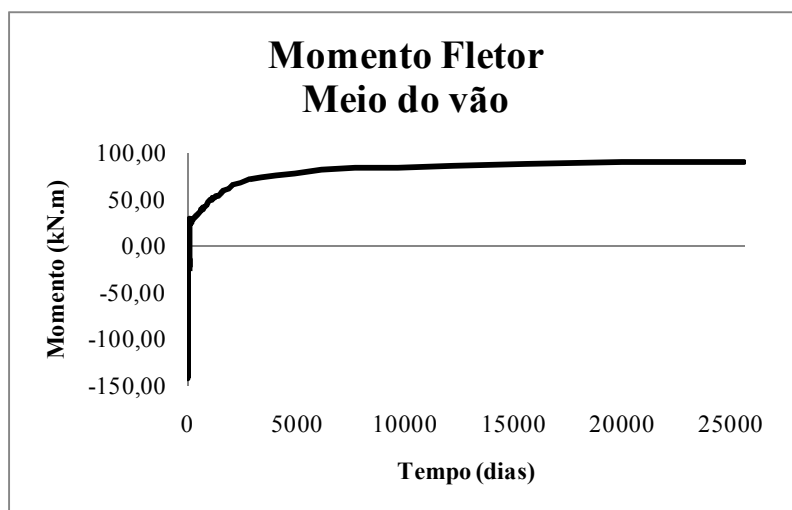


FIGURA 4.109 - Evolução do momento fletor não-linear no meio dovão ao longo do tempo.

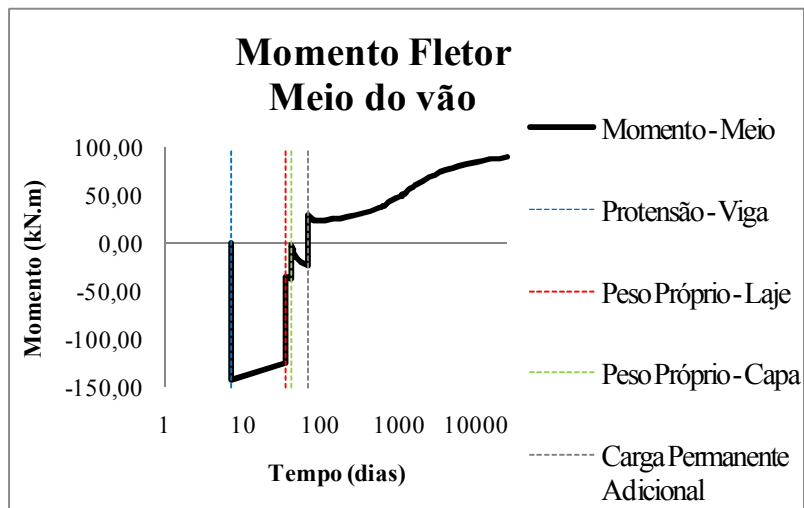


FIGURA 4.110 - Evolução do momento fletor não-linear no meio dovão ao longo do tempo com o eixo das abscissas em escala logarítmica.

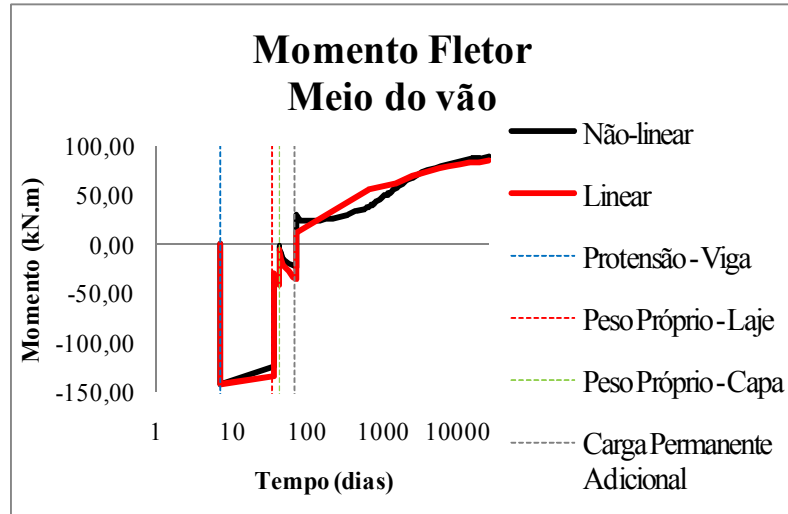


FIGURA 4.111 - Relação entre análise *Linear/Não-linear* para momento fletor no meio dovão.

Semelhante ao ocorrido para o modelo em *concreto armado composta*, as maiores disparidades nas análises linear/não-linear ocorreram para o momento fletor na região da ligação ressaltando uma vez mais a contribuição dos efeitos de bloqueio no aparecimento de esforços adicionais.

As deformações ressaltadas aqui; translação axial e rotação no extremo do elemento, e flecha no meio dovão, são apresentadas em seguida obedecendo as convenções demonstradas na FIGURA 4.27, FIGURA 4.28, e FIGURA 4.29, página 109.

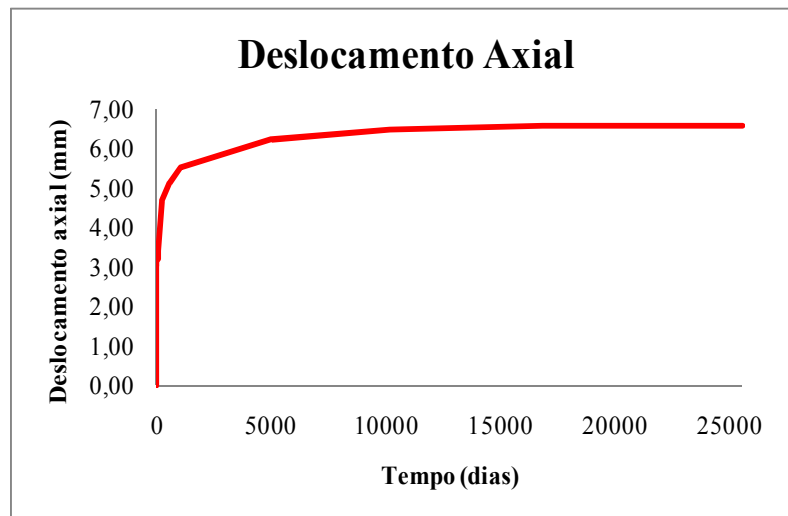


FIGURA 4.112 - Evolução do deslocamento axial linear no extremo do modelo ao longo do tempo.

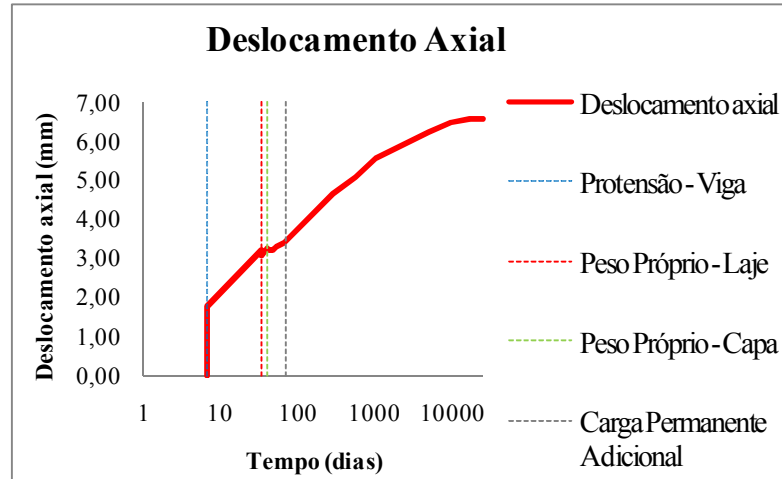


FIGURA 4.113 - Evolução do deslocamento axial linear no extremo do modelo ao longo do tempo com o eixo das abscissas em escala logarítmica.

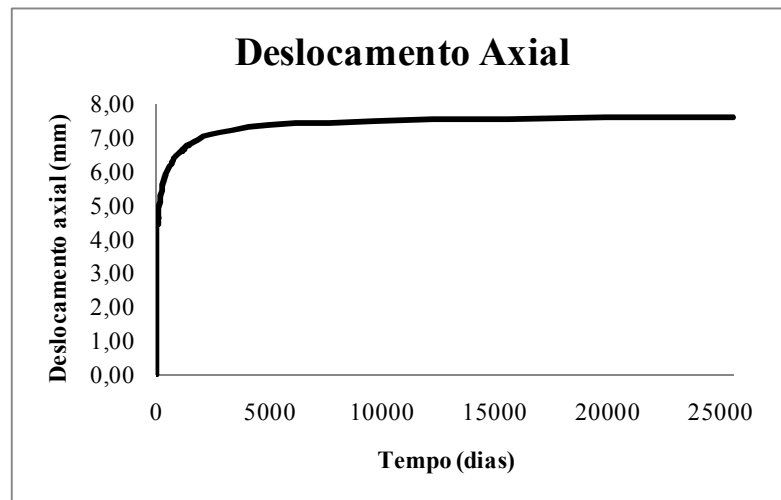


FIGURA 4.114 - Evolução do deslocamento axial não-linear no extremo do modelo ao longo do tempo.

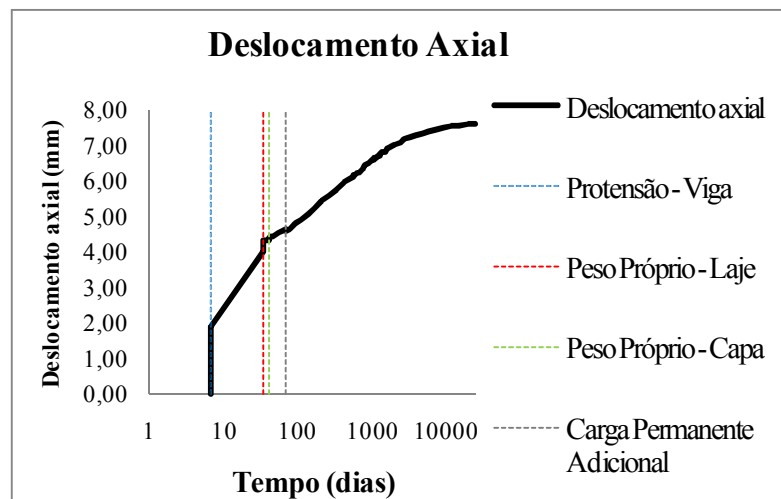


FIGURA 4.115 - Evolução do deslocamento axial não-linear no extremo do modelo ao longo do tempo com o eixo das abscissas em escala logarítmica.

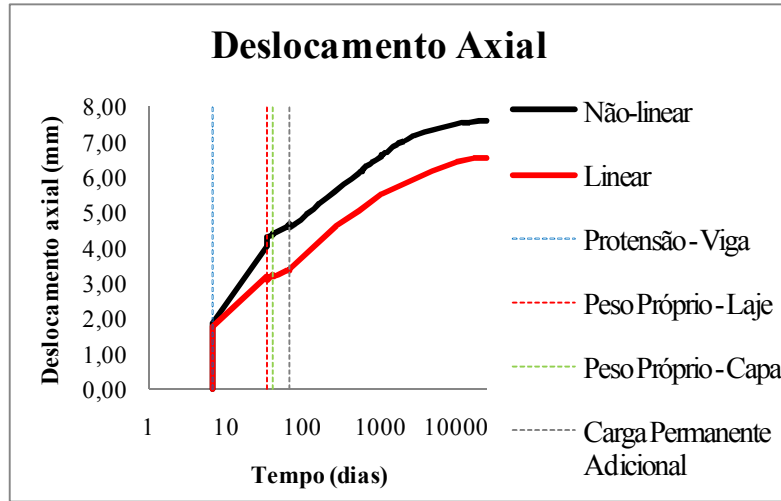


FIGURA 4.116 - Relação entre análise *Linear*/*Não-linear* para deslocamento axial no extremo do modelo.

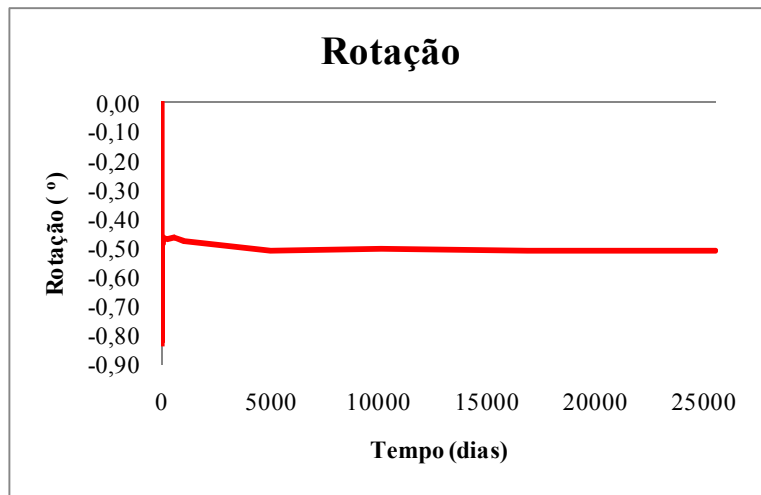


FIGURA 4.117 - Evolução da rotação linear no extremo do modelo ao longo do tempo.

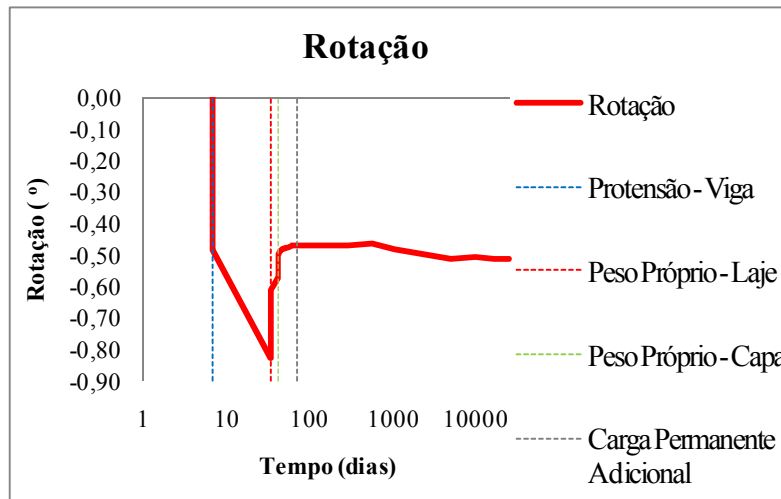


FIGURA 4.118 - Evolução da rotação linear no extremo do modelo ao longo do tempo com o eixo das abscissas em escala logarítmica.

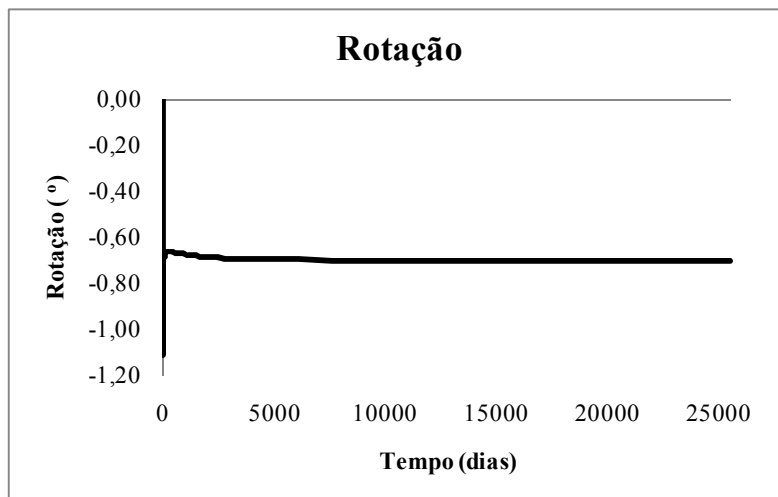


FIGURA 4.119 - Evolução da rotação não-linear no extremo do modelo ao longo do tempo.

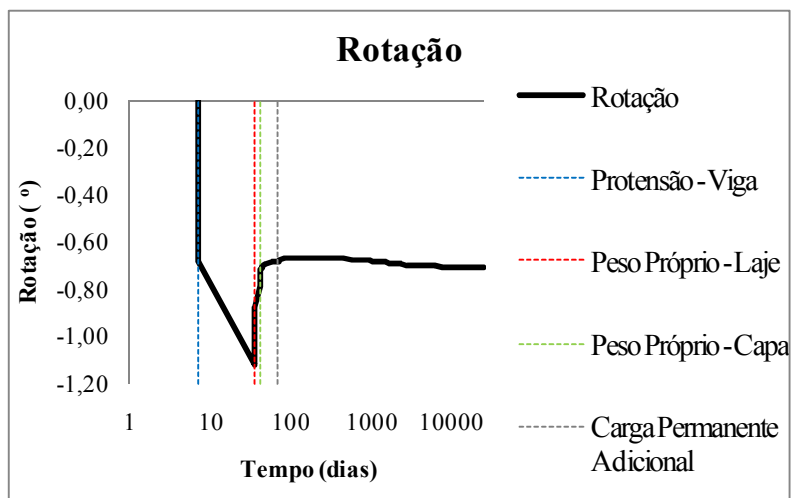


FIGURA 4.120 - Evolução da rotação não-linear no extremo do modelo ao longo do tempo com o eixo das abscissas em escala logarítmica.

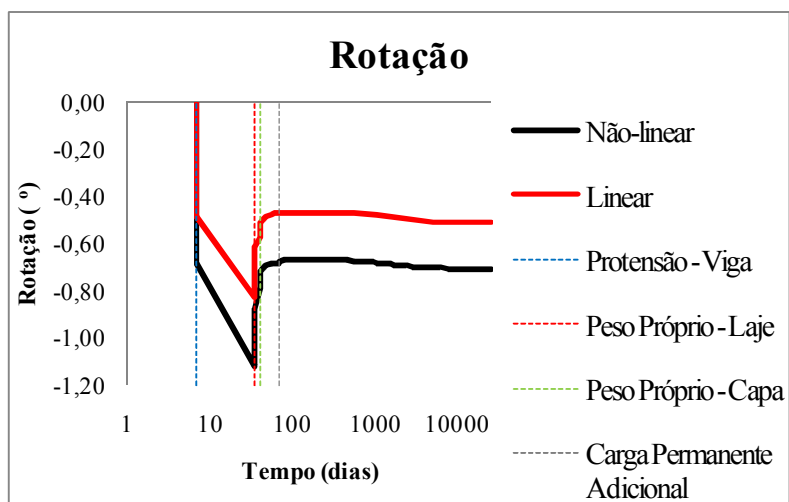


FIGURA 4.121 - Relação entre análise Linear/Não-linear para rotação no extremo do modelo.

Os efeitos do tempo tiveram muita influência na rotação do extremo do elemento para o concreto mais jovem, entre as etapas de *Protensão – Viga e Peso Próprio – Laje*, e, análogo ao modelo anterior, pouca interferência para o concreto mais antigo. Os deslocamentos axiais em contrapartida tiveram acréscimos relevantes, da ordem de 90% desde o último carregamento até a data final de análise.

A flecha no meio do vão para a viga em *concreto protendido composta* é disposta da FIGURA 4.122 à FIGURA 4.126.

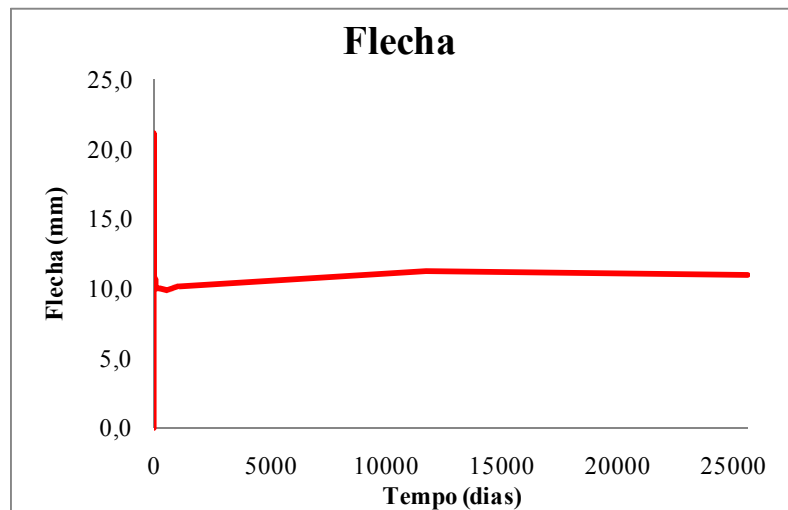


FIGURA 4.122 - Evolução da flecha linear no meio do vão ao longo do tempo.

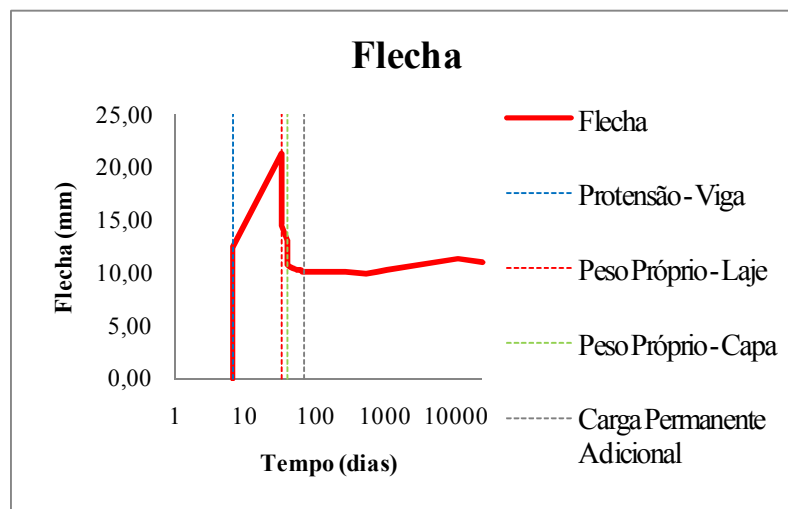


FIGURA 4.123 - Evolução da flecha linear no meio do vão ao longo do tempo com o eixo das abscissas em escala logarítmica.

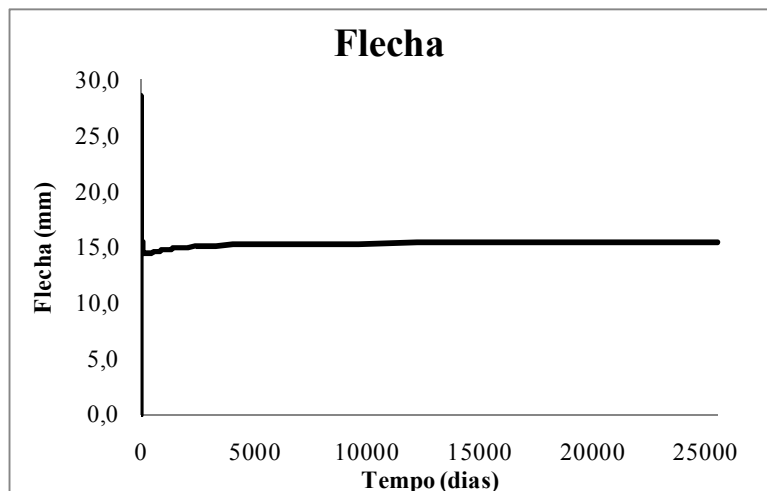


FIGURA 4.124 - Evolução da flecha não-linear no meio do vão ao longo do tempo.

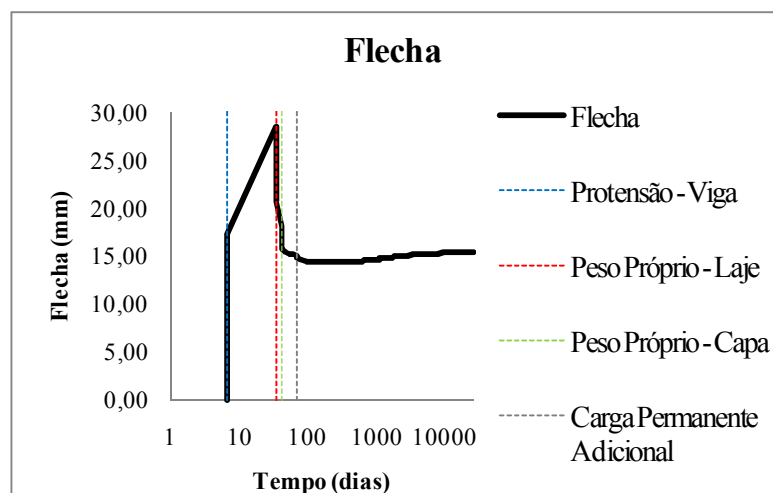


FIGURA 4.125 - Evolução da flecha não-linear no meio do vão ao longo do tempo com o eixo das abscissas em escala logarítmica.

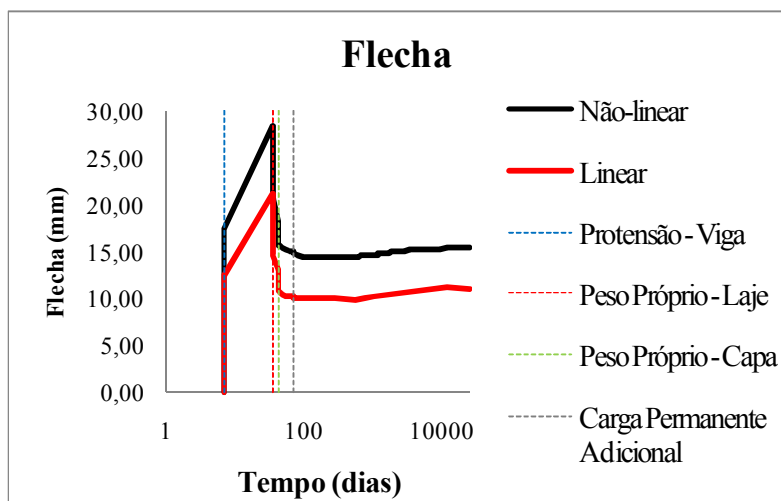


FIGURA 4.126 - Relação entre análise Linear/Não-linear para flecha no meio do vão com o eixo das abscissas em escala logarítmica.

A flecha sofreu acréscimos sensíveis nos primeiros dias pelos efeitos do tempo, bem evidente em função da reta entre a *Protensão* e o *Peso próprio - Laje* na FIGURA 4.126. No entanto, pouca influência partir da data do último carregamento, *Carga permanente adicional*.

Para a viga em *concreto protendido composta*, a variação das tensões ao longo do tempo nas fibras representativas explicitadas na FIGURA 4.45 e FIGURA 4.46, página 116, e TABELA 4.8, estão dispostas em seguida.

Para a fibra representativa *SCML*, tem-se, da FIGURA 4.127 à FIGURA 4.131.

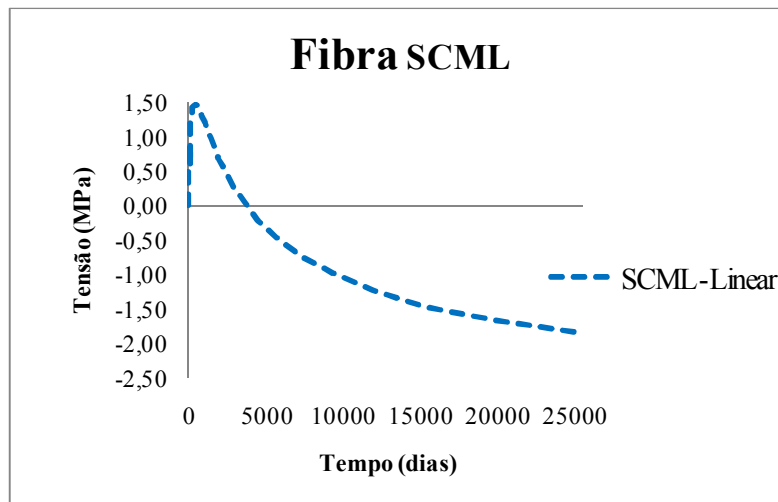


FIGURA 4.127 – Variação da tensão com a análise linear na *fibra SCML* ao longo do tempo.

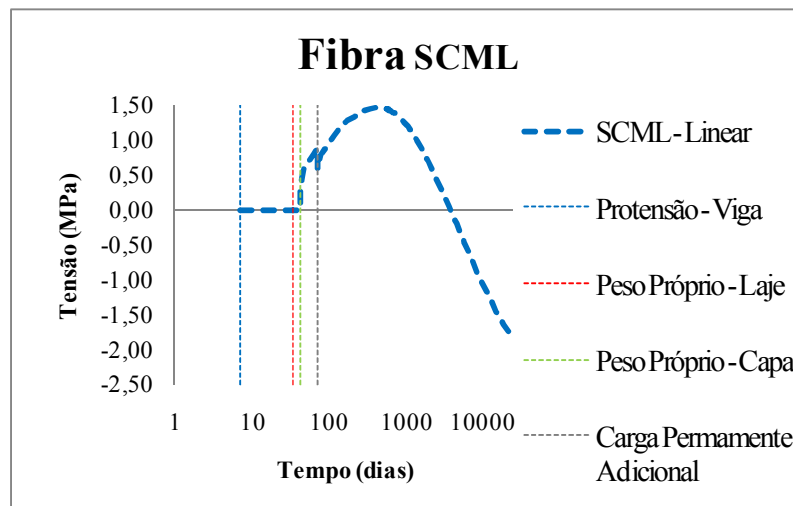


FIGURA 4.128 - Variação da tensão com a análise linear na *fibra SCML* ao longo do tempo com o eixo das abscissas em escala logarítmica.

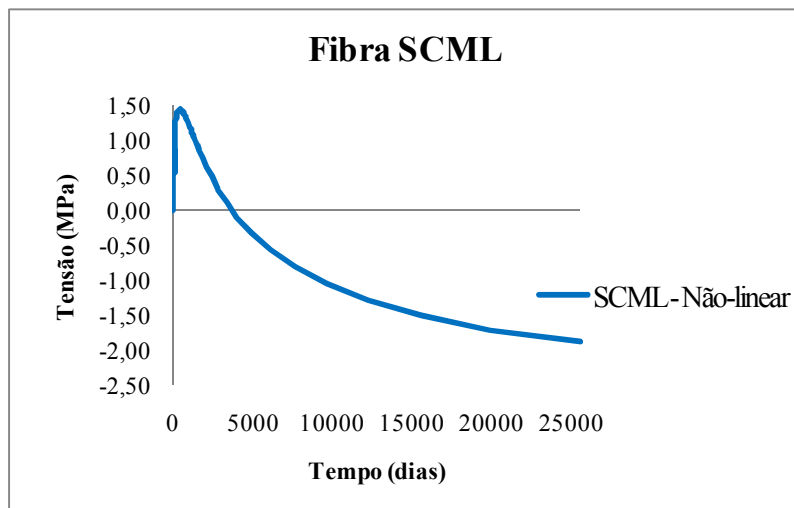


FIGURA 4.129 - Variação da tensão com a análise não-linear na *fibra SCML* ao longo do tempo.

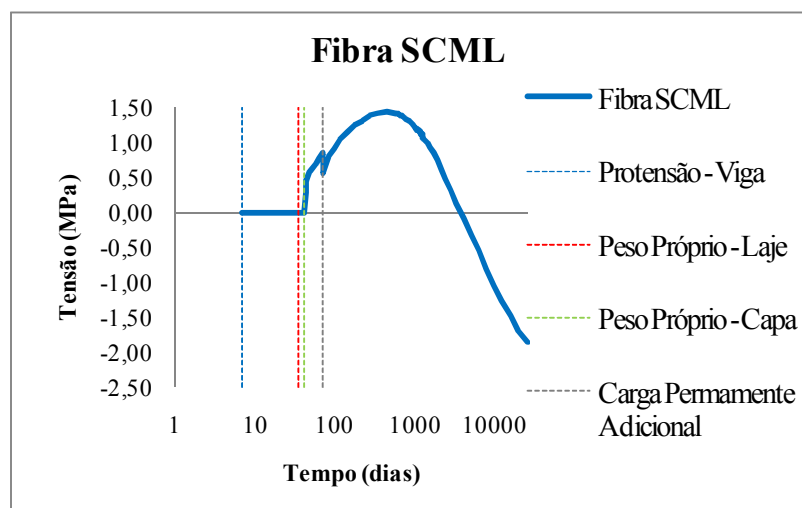


FIGURA 4.130 - Variação da tensão com a análise não-linear na *fibra SCML* ao longo do tempo com o eixo das abscissas em escala logarítmica.

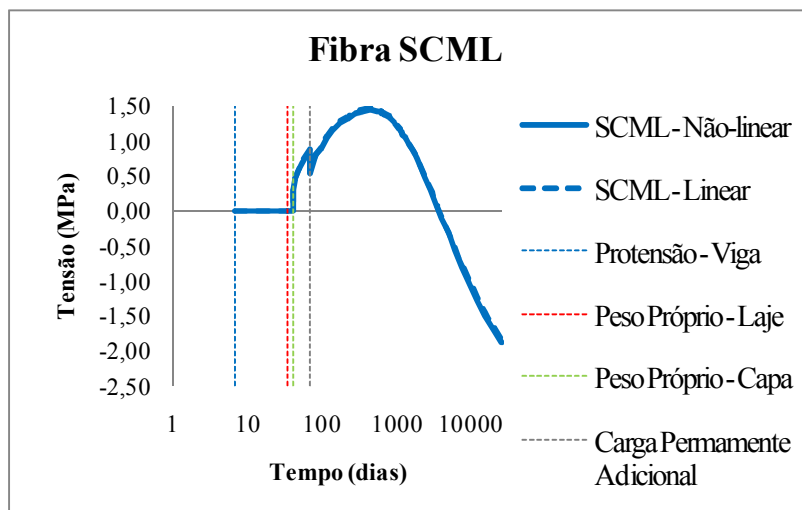


FIGURA 4.131 - Relação entre análise *Linear/Não-linear* para variação da tensão na *fibra SCML* ao longo do tempo com o eixo das abscissas em escala logarítmica.

As tensões oriundas dos carregamentos aliados aos efeitos do tempo na região inferior do concreto moldado no local (fibra *ICML*) estão exibidas em análise linear na FIGURA 4.132 e FIGURA 4.133, não-linear, FIGURA 4.134 e FIGURA 4.135, e *linear/não-linear*, FIGURA 4.136.

A variação de tensões no concreto moldado no local para o modelo protendido pouco diferiu em relação ao *concreto armado composta* evidenciando mais uma vez a retração diferencial originando esforços de tração, e a incorporação posterior à seção resistente, comentados anteriormente.

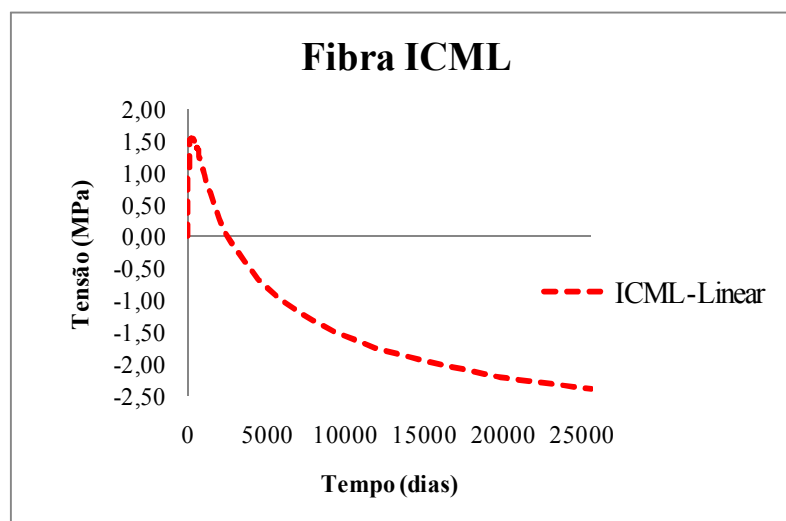


FIGURA 4.132 – Variação da tensão com a análise linear na *fibra ICML* ao longo do tempo.

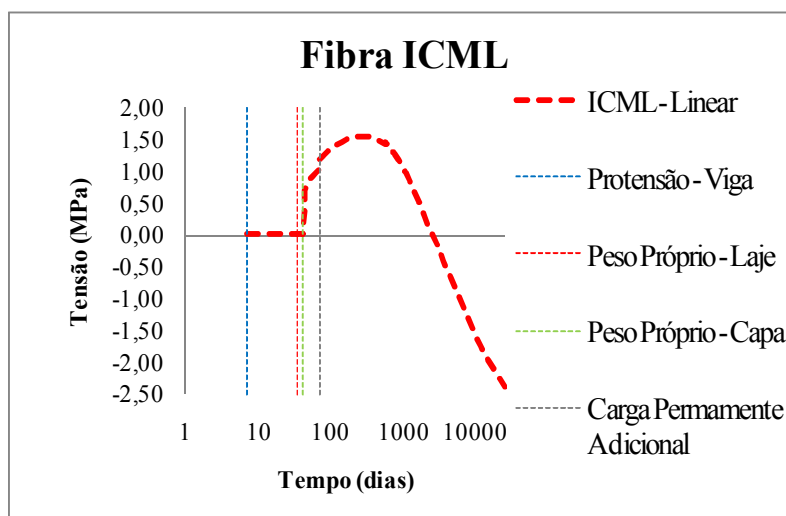


FIGURA 4.133 - Variação da tensão com a análise linear na *fibra ICML* ao longo do tempo com o eixo das abscissas em escala logarítmica.

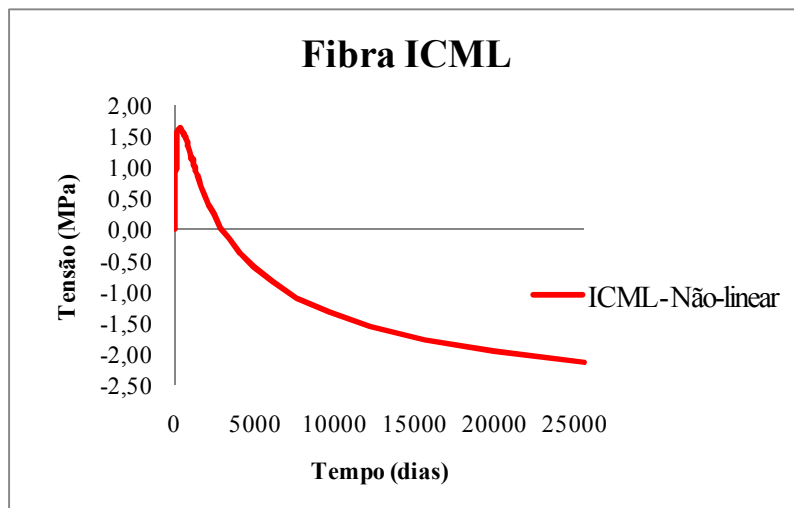


FIGURA 4.134 - Variação da tensão com a análise não-linear na *fibra ICML* ao longo do tempo.

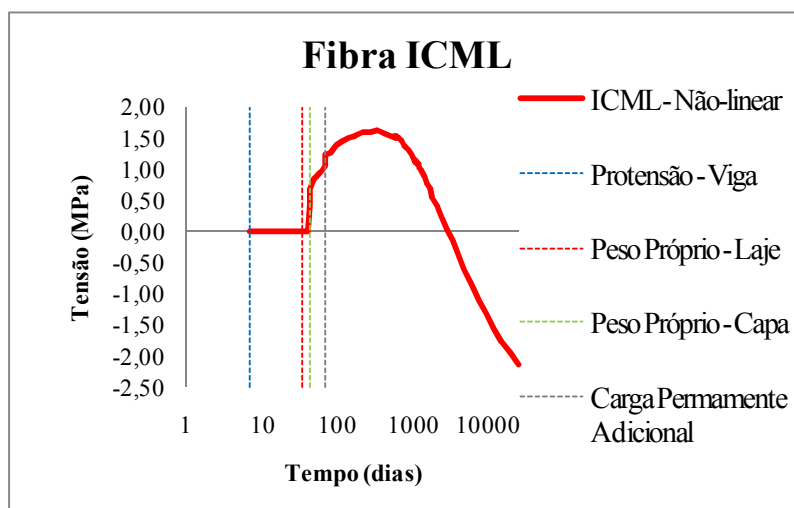


FIGURA 4.135 - Variação da tensão com a análise não-linear na *fibra ICML* ao longo do tempo com o eixo das abscissas em escala logarítmica.

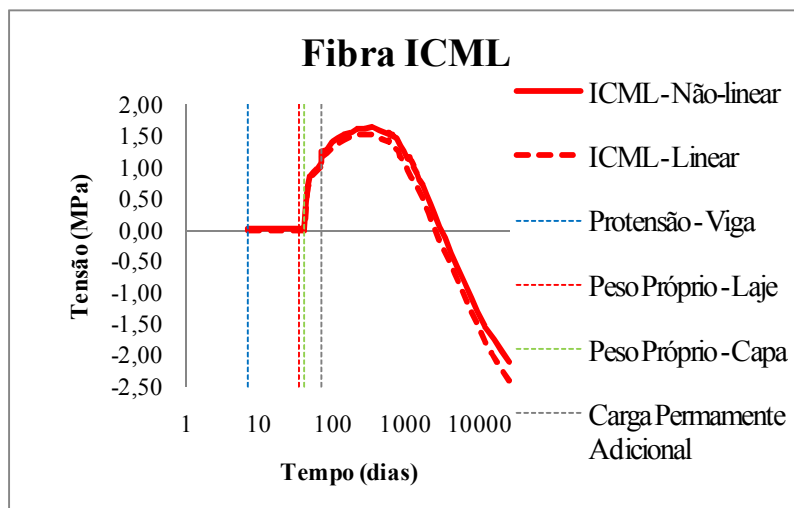


FIGURA 4.136 - Relação entre análise *Linear/Não-linear* para variação da tensão na *fibra ICML* ao longo do tempo com o eixo das abscissas em escala logarítmica.

Para a fibra superior da viga em concreto pré-moldado (*SCPM*), têm-se, da FIGURA 4.137 à FIGURA 4.141, suas variações de tensões lineares e não-lineares em função do tempo.

Destaque para a contribuição da já enfatizada retração diferencial amenizando a compressão em especial entre a concretagem da capa estrutural e a colocação da carga permanente adicional, FIGURA 4.140, além da evidente queda de tensão entre as etapas *Protensão – Viga* e *Peso Próprio – Laje* na análise linear (desconsiderando a fissuração da região), FIGURA 4.138.

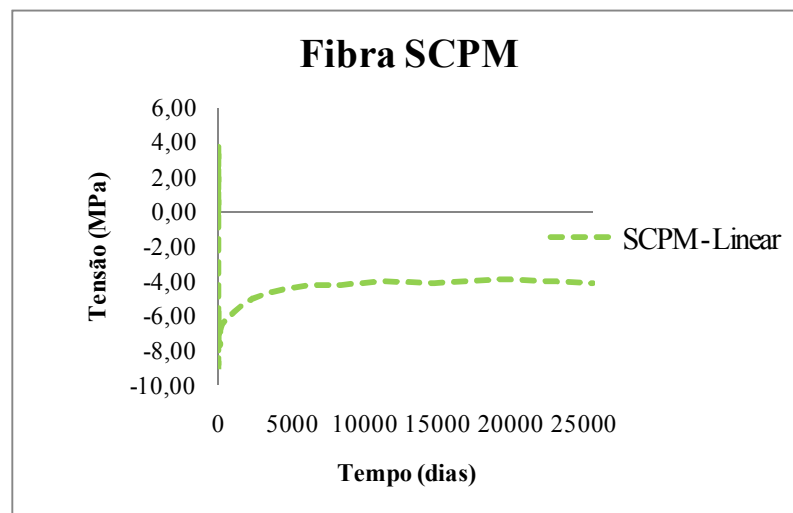


FIGURA 4.137 – Variação da tensão com a análise linear na *fibra SCPM* ao longo do tempo.

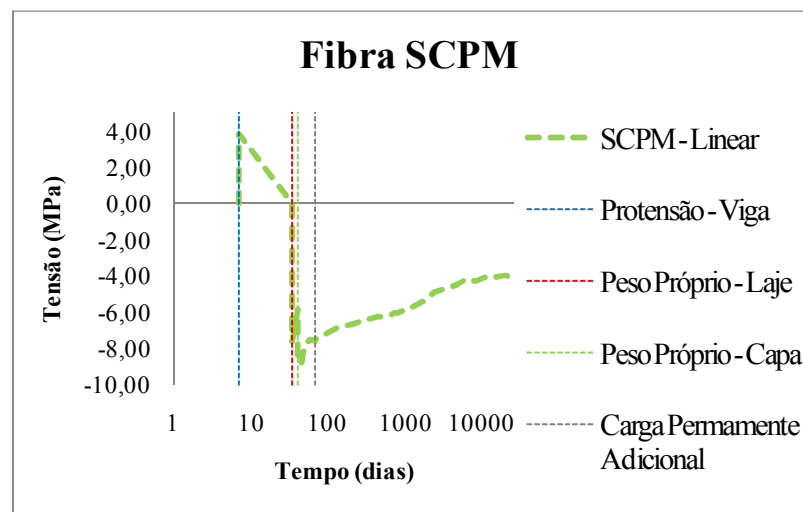


FIGURA 4.138 - Variação da tensão com a análise linear na *fibra SCPM* ao longo do tempo com o eixo das abscissas em escala logarítmica.

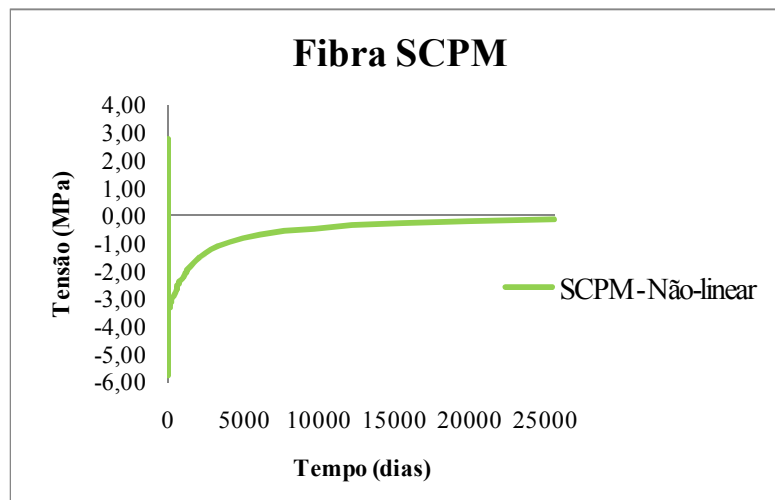


FIGURA 4.139 - Variação da tensão com a análise não-linear na *fibra SCPM* ao longo do tempo.

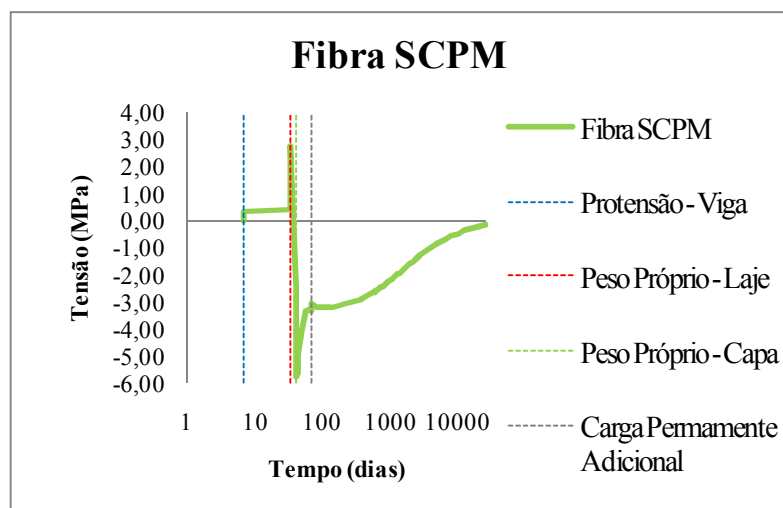


FIGURA 4.140 - Variação da tensão com a análise não-linear na *fibra SCPM* ao longo do tempo com o eixo das abscissas em escala logarítmica.

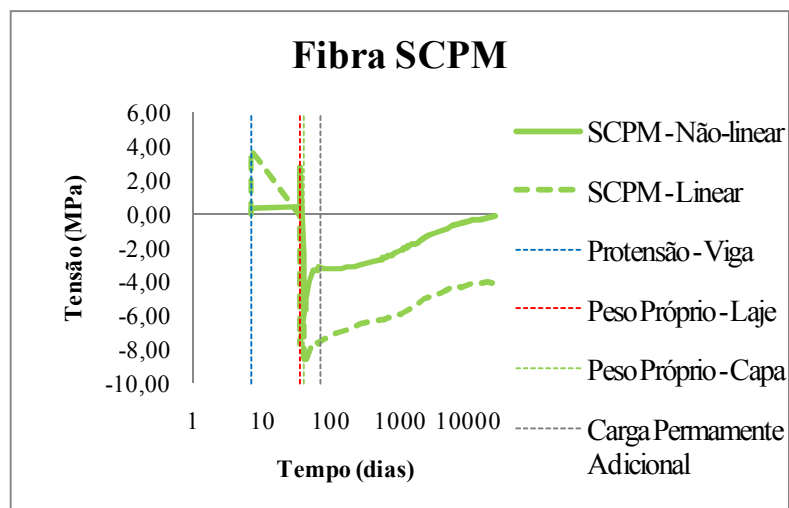


FIGURA 4.141 - Relação entre análise *Linear/Não-linear* para variação da tensão na *fibra SCPM* ao longo do tempo com o eixo das abscissas em escala logarítmica.

Para a região inferior do concreto pré-moldado, as tensões ao longo do tempo ficam descritas conforme as figuras seguintes, FIGURA 4.142 à FIGURA 4.146.

Uma vez mais, semelhante à fibra superior da viga pré-moldada, é possível observar a queda de tensão entre os primeiros carregamentos (*Protensão – Viga* e *Peso Próprio – Laje*) tanto no linear, FIGURA 4.143, quanto na análise não-linear, FIGURA 4.145.

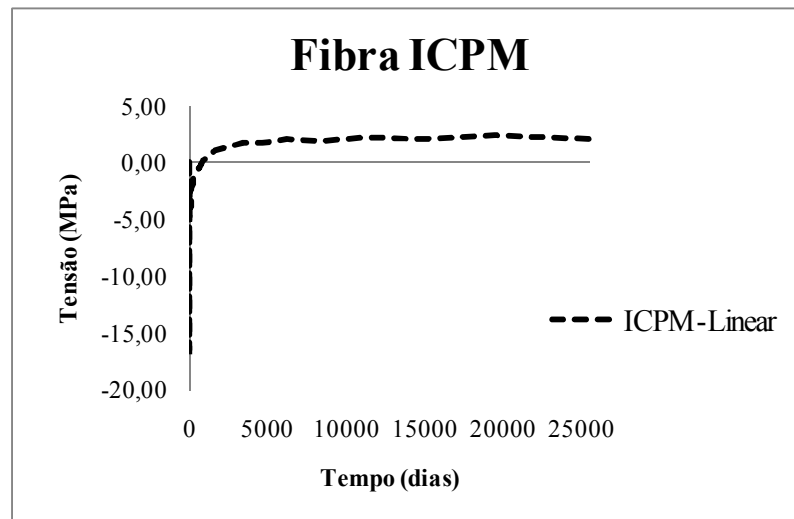


FIGURA 4.142 – Variação da tensão com a análise linear na *fibra ICPM* ao longo do tempo.

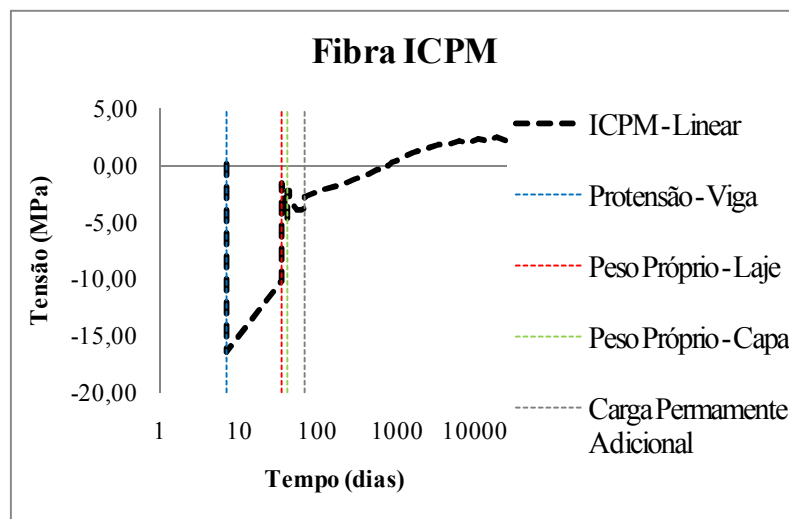


FIGURA 4.143 - Variação da tensão com a análise linear na *fibra ICPM* ao longo do tempo com o eixo das abscissas em escala logarítmica.

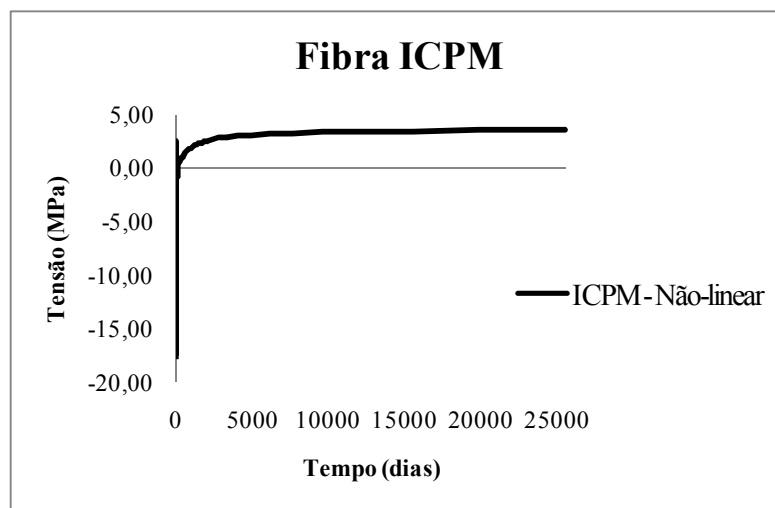


FIGURA 4.144 - Variação da tensão com a análise não-linear na *fibra ICPM* ao longo do tempo.

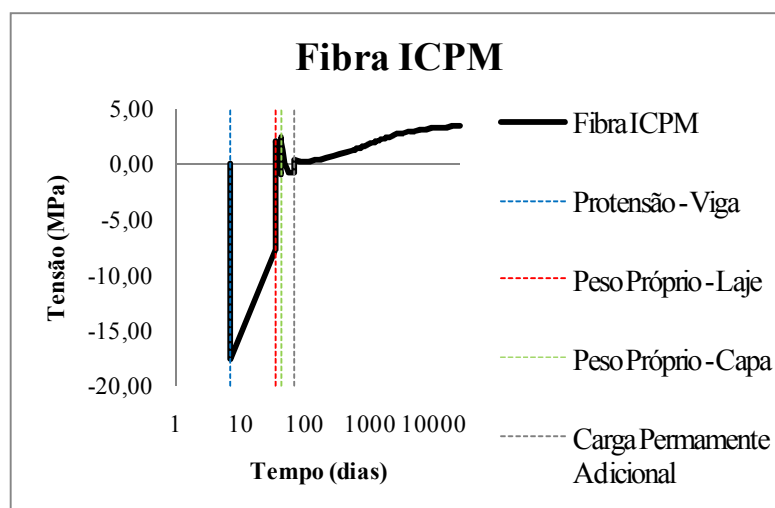


FIGURA 4.145 - Variação da tensão com a análise não-linear na *fibra ICPM* ao longo do tempo com o eixo das abscissas em escala logarítmica.

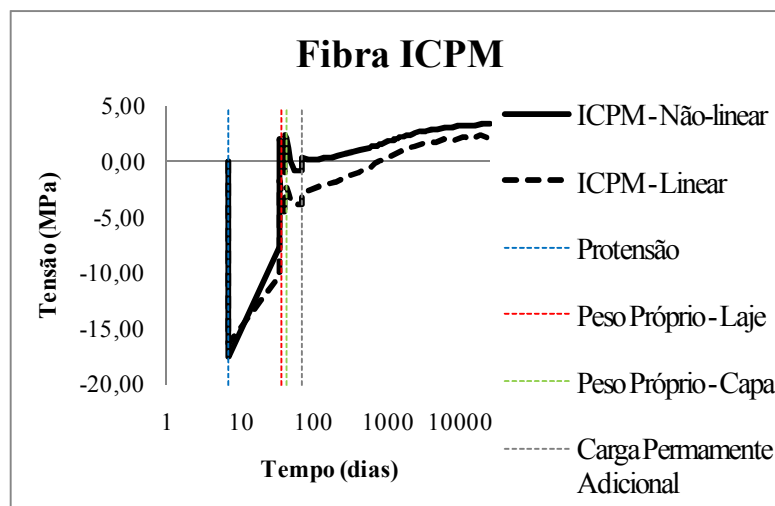


FIGURA 4.146 - Relação entre análise *Linear/Não-linear* para variação da tensão na *fibra ICPM* ao longo do tempo com o eixo das abscissas em escala logarítmica.

As fibras *SCPM* e *ICPM* expõem a contribuição da fluência no acréscimo de tensões de tração ao longo do tempo, evidenciado pela variação posterior à consideração da *Carga permanente adicional* na FIGURA 4.140 e FIGURA 4.145.

A variação das quatro fibras está disposta na FIGURA 4.147 e FIGURA 4.148.

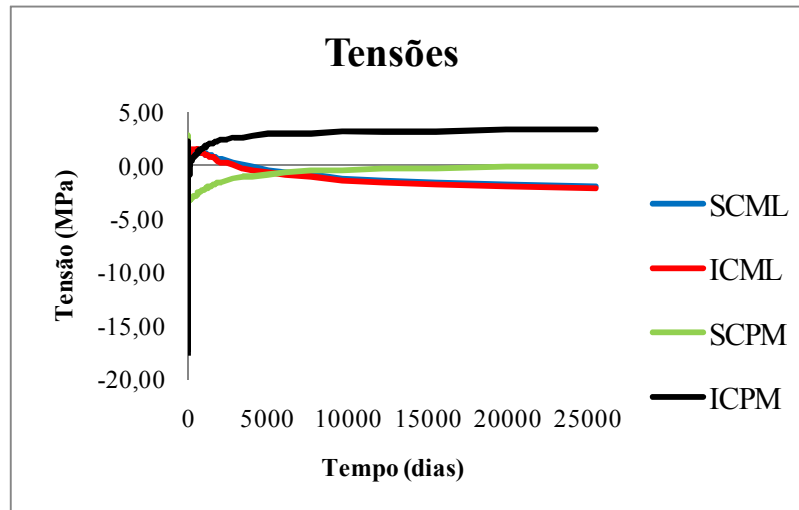


FIGURA 4.147 - Variação da tensão com a análise não-linear nas fibras *SCML*, *ICML*, *SCPM* e *ICPM*.

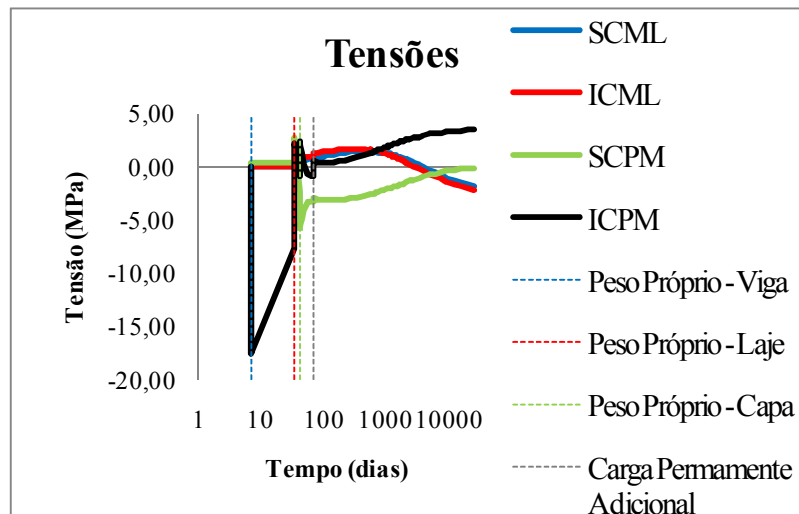


FIGURA 4.148 – Variação da tensão com a análise não-linear nas fibras *SCML*, *ICML*, *SCPM* e *ICPM* com o eixo das abscissas em escala logarítmica.

As deformações nas mesmas fibras representativas do modelo estão exibidas em seguida, onde se destaca a contínua variação posterior ao último carregamento, como é possível verificar da FIGURA 4.149 à FIGURA 4.168.

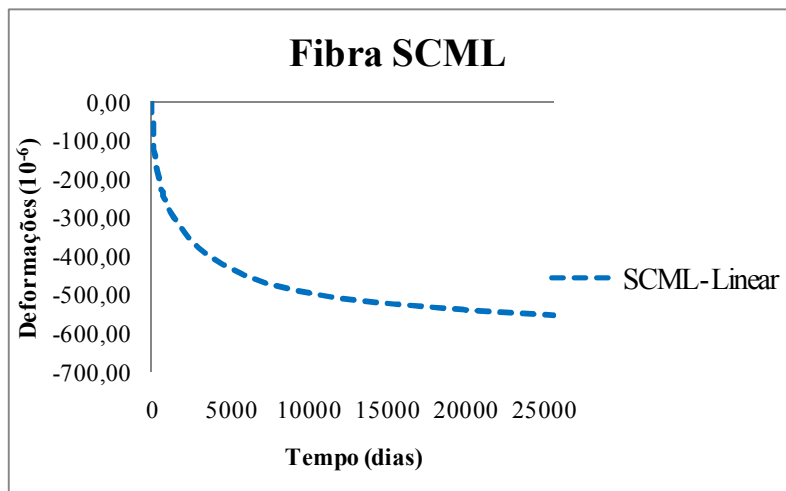


FIGURA 4.149 – Variação da deformação com a análise linear na *fibra SCML* ao longo do tempo.

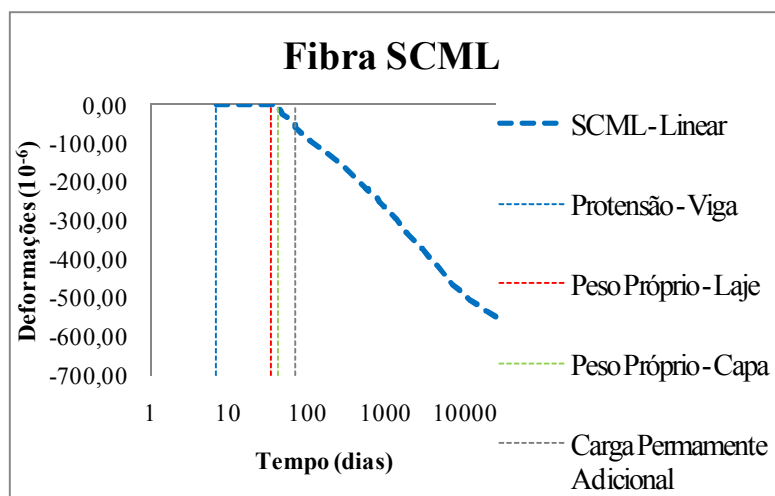


FIGURA 4.150 - Variação da deformação com a análise linear na *fibra SCML* ao longo do tempo com o eixo das abscissas em escala logarítmica.

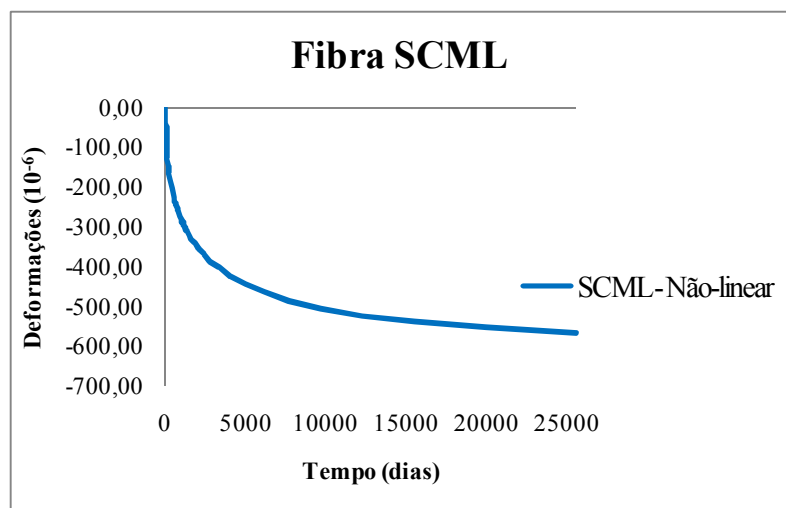


FIGURA 4.151 - Variação da deformação com a análise não-linear na *fibra SCML* ao longo do tempo.

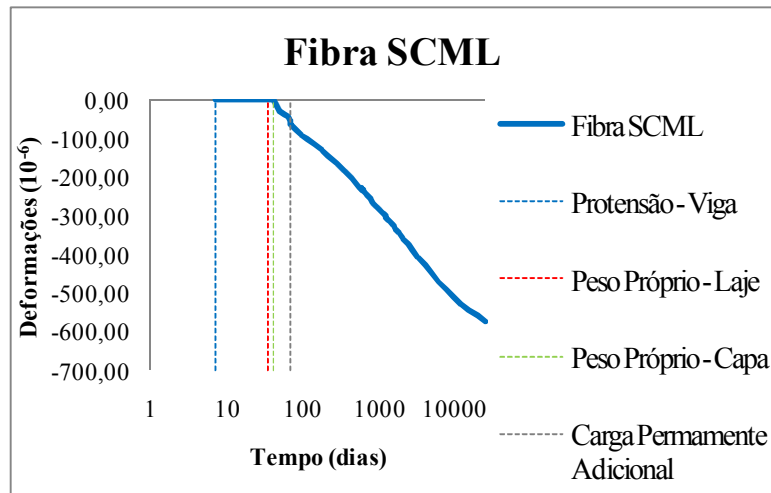


FIGURA 4.152 - Variação da deformação com a análise não-linear na fibra SCML ao longo do tempo com o eixo das abscissas em escala logarítmica.

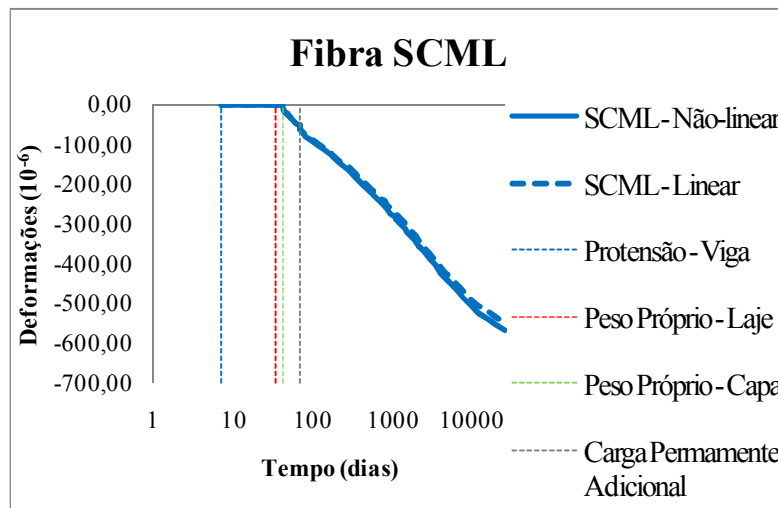


FIGURA 4.153 - Relação entre análise Linear/Não-linear para variação da deformação na fibra SCML ao longo do tempo com o eixo das abscissas em escala logarítmica.

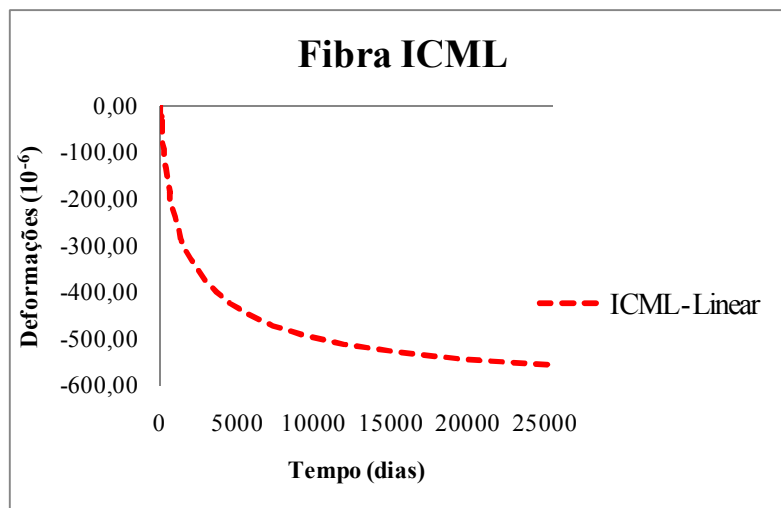


FIGURA 4.154 - Variação da deformação com a análise linear na fibra ICML ao longo do tempo.

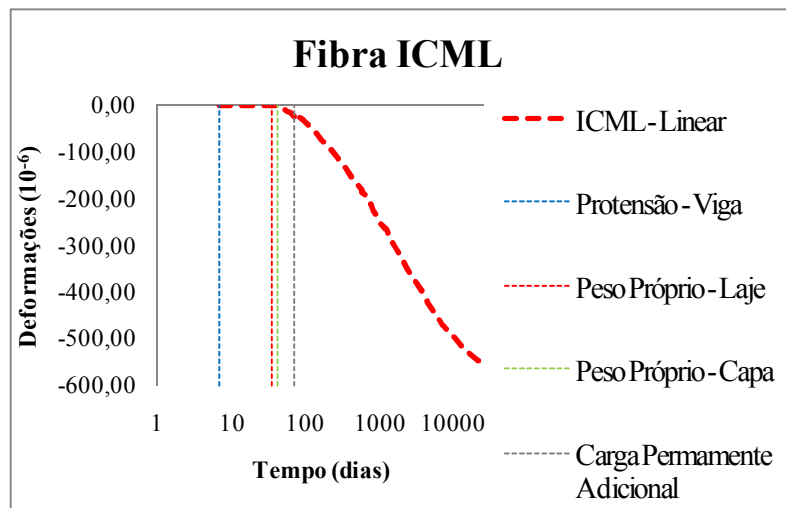


FIGURA 4.155 - Variação da deformação com a análise linear na *fibra ICML* ao longo do tempo com o eixo das abscissas em escala logarítmica.

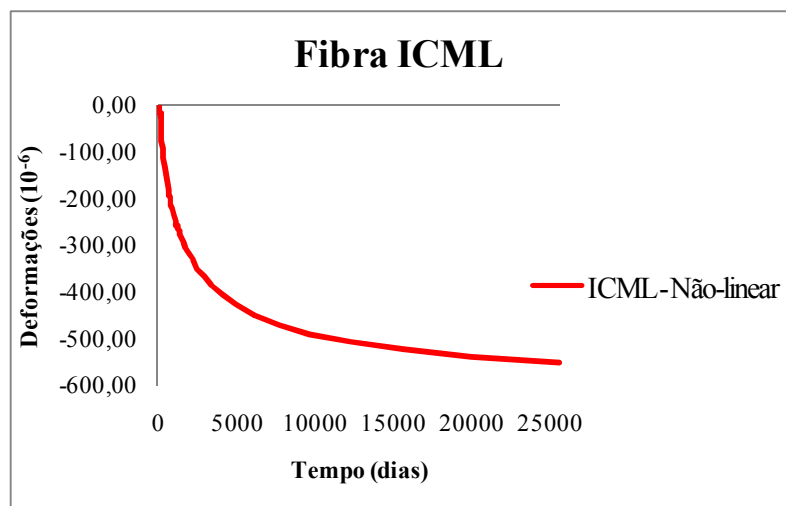


FIGURA 4.156 - Variação da deformação com a análise não-linear na *fibra ICML* ao longo do tempo.

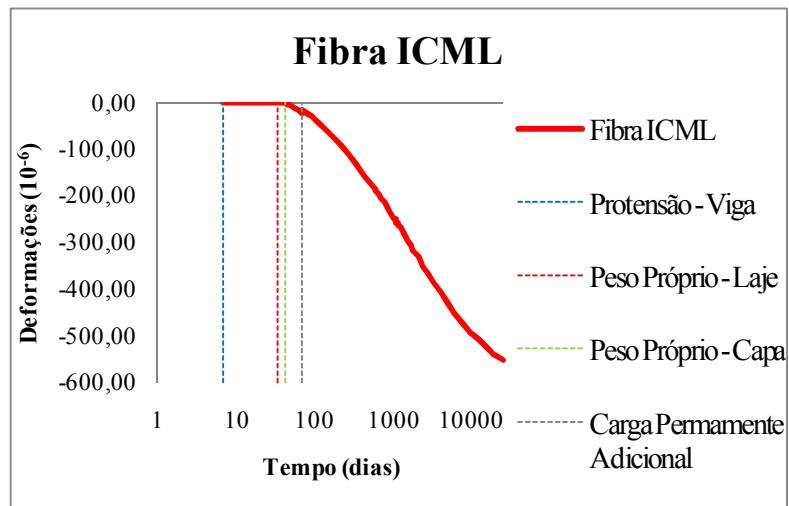


FIGURA 4.157 - Variação da deformação com a análise não-linear na *fibra ICML* ao longo do tempo com o eixo das abscissas em escala logarítmica.

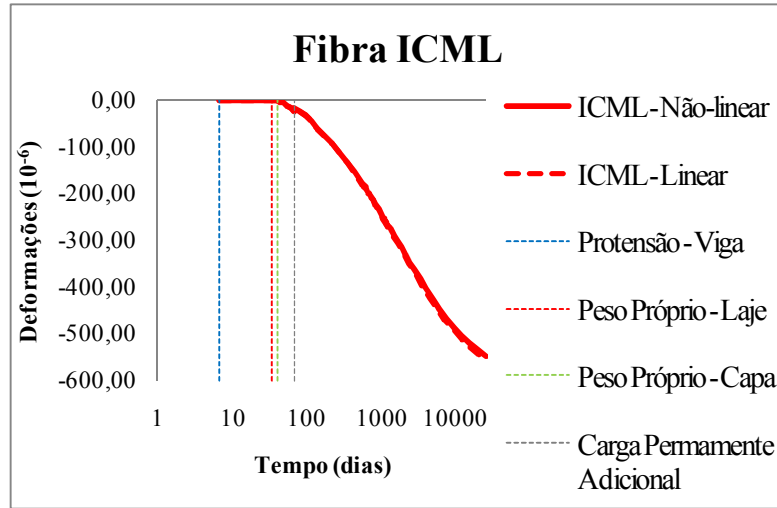


FIGURA 4.158 - Relação entre análise *Linear/Não-linear* para variação da deformação na *fibra ICML* ao longo do tempo com o eixo das abscissas em escala logarítmica.

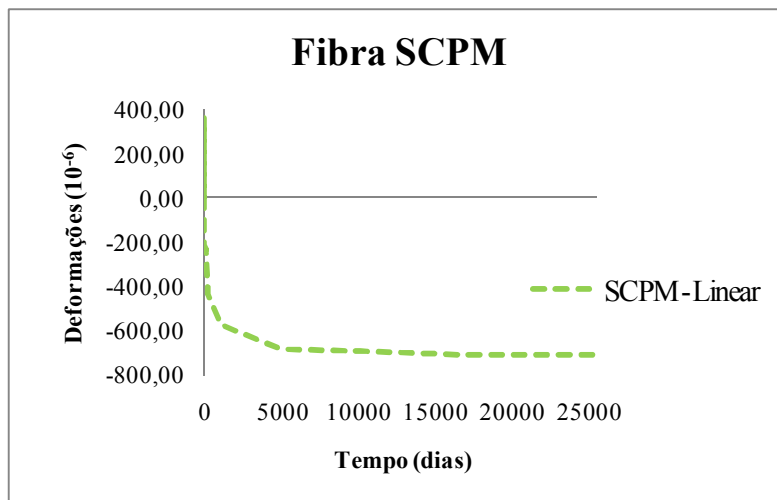


FIGURA 4.159 – Variação da deformação com a análise linear na *fibra SCPM* ao longo do tempo.

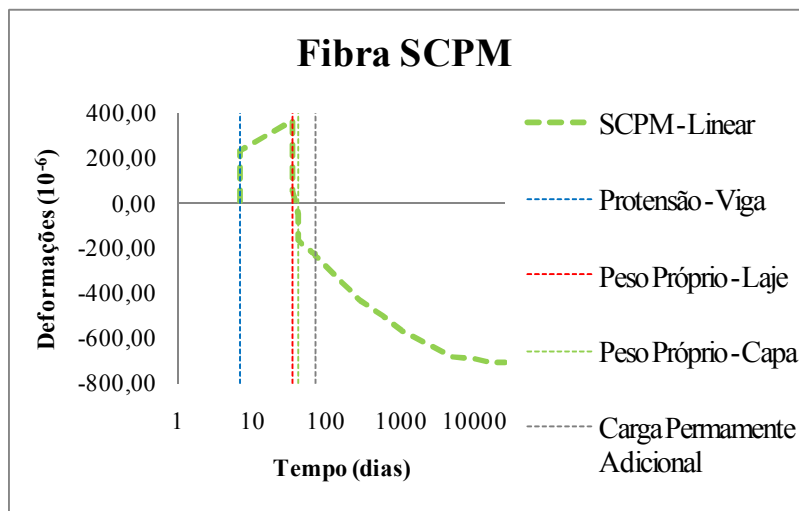


FIGURA 4.160 - Variação da deformação com a análise linear na *fibra SCPM* ao longo do tempo com o eixo das abscissas em escala logarítmica.

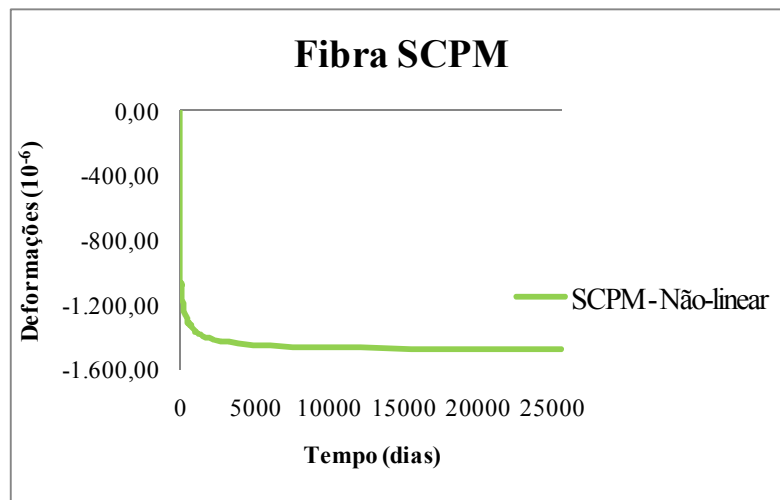


FIGURA 4.161 - Variação da deformação com a análise não-linear na *fibra SCPM* ao longo do tempo.

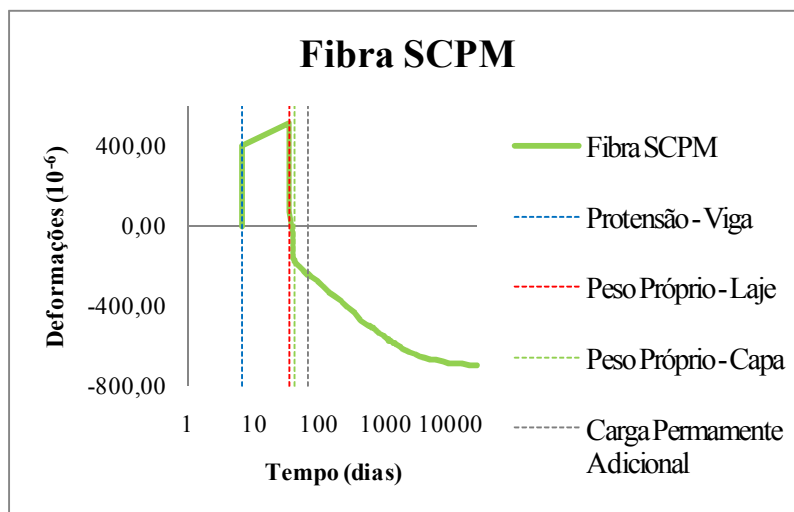


FIGURA 4.162 - Variação da deformação com a análise não-linear na *fibra SCPM* ao longo do tempo com o eixo das abscissas em escala logarítmica.

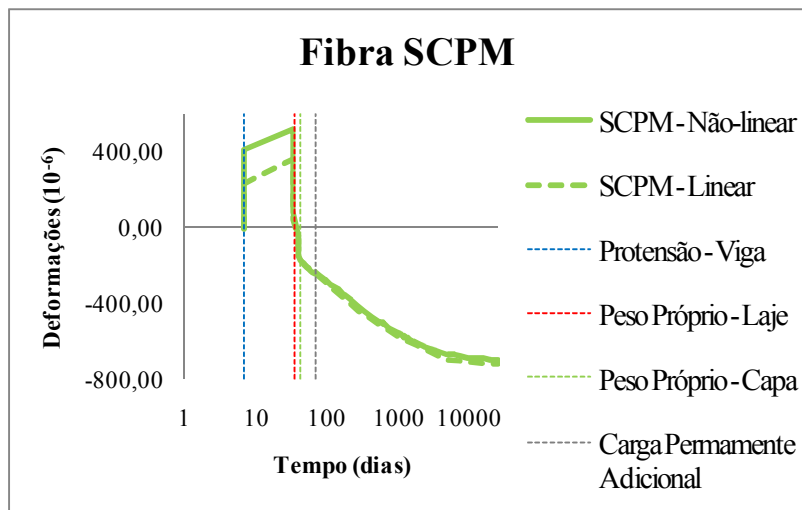


FIGURA 4.163 - Relação entre análise *Linear/Não-linear* para variação da deformação na *fibra SCPM* ao longo do tempo com o eixo das abscissas em escala logarítmica.

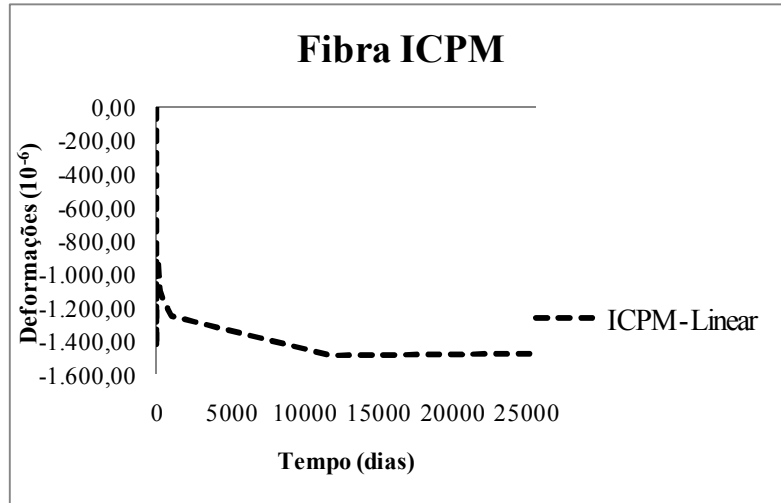


FIGURA 4.164 – Variação da deformação com a análise linear na *fibra ICPM* ao longo do tempo.

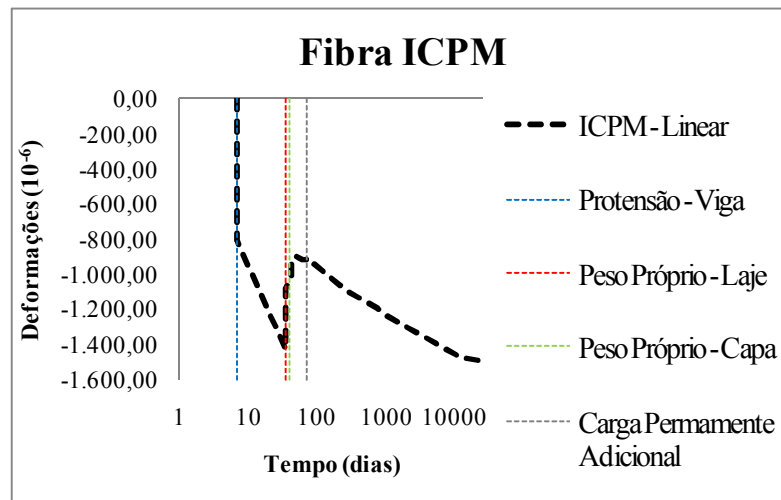


FIGURA 4.165 - Variação da deformação com a análise linear na *fibra ICPM* ao longo do tempo com o eixo das abscissas em escala logarítmica.

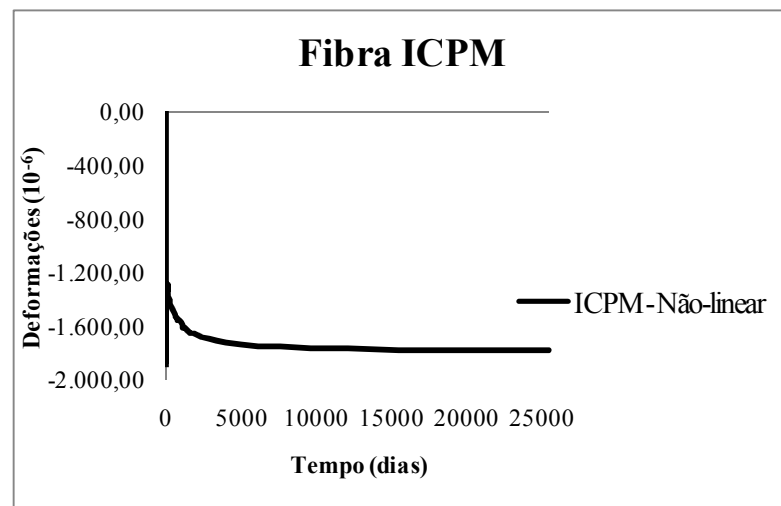


FIGURA 4.166 - Variação da deformação com a análise não-linear na *fibra ICPM* ao longo do tempo.

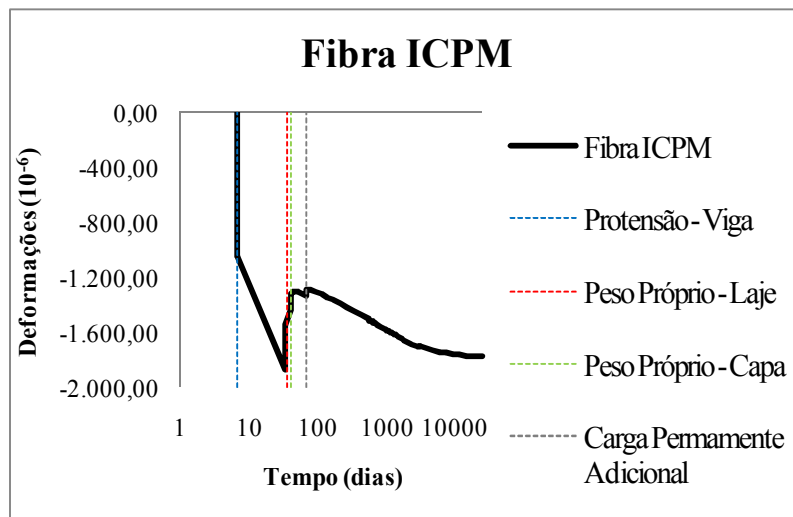


FIGURA 4.167 - Variação da deformação com a análise não-linear na *fibra ICPM* ao longo do tempo com o eixo das abscissas em escala logarítmica.

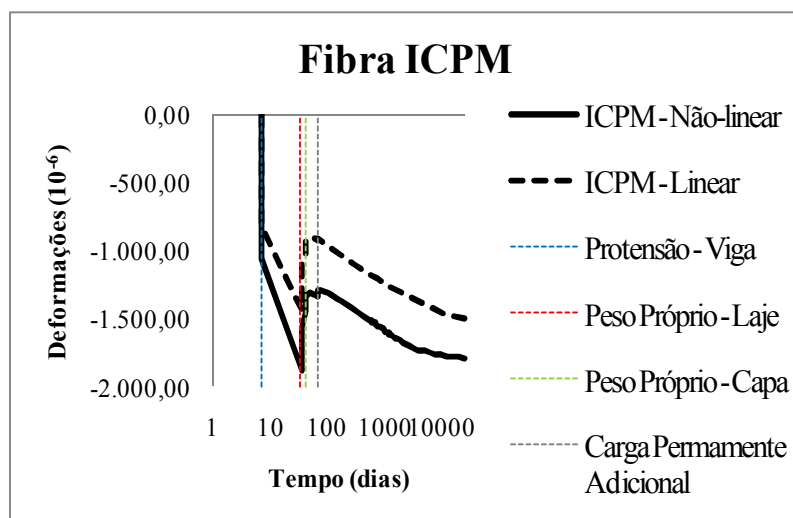


FIGURA 4.168 - Relação entre análise *Linear/Não-linear* para variação da deformação na *fibra ICPM* ao longo do tempo com o eixo das abscissas em escala logarítmica.

O paralelo entre as análises linear/não-linear demonstram uma vez mais o acréscimo de deformações para as fibras que atingiram tensões próximas às estabelecidas como limites de fissuração e esmagamento, bem evidente na FIGURA 4.163 e FIGURA 4.168.

O resumo de todas as deformações para as fibras em destaque são apresentadas na FIGURA 4.169 e FIGURA 4.170.

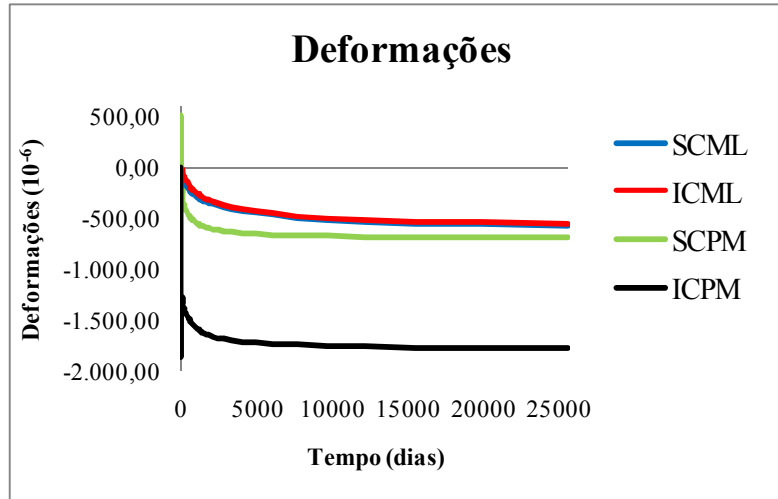


FIGURA 4.169 - Variação da deformação com a análise não-linear nas fibras *SCML*, *ICML*, *SCPM* e *ICPM*.

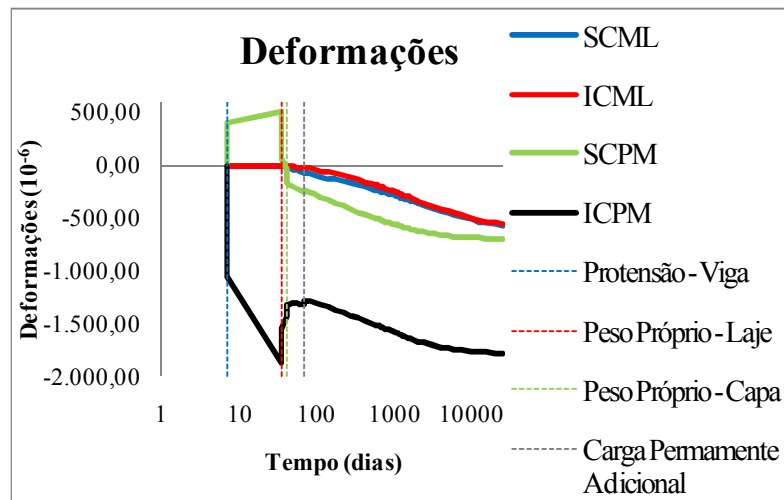


FIGURA 4.170 – Variação da deformação com a análise não-linear nas fibras *SCML*, *ICML*, *SCPM* e *ICPM* com o eixo das abscissas em escala logarítmica.

4.4 CONCRETO ARMADO COMPOSTA / CONCRETO PROTENDIDO COMPOSTA

A fim de estabelecer relações entre as duas opções para o conjunto em análise, passa-se a dispor neste tópico um paralelo entre o modelo em *concreto armado composta* e *concreto protendido composta* por meio da composição de curvas contendo os resultados em análise não-linear de ambos para as grandezas avaliadas até então.

Vale ressaltar que as legendas expostas nos gráficos referem-se às etapas dos modelos exibidas respectivamente na TABELA 4.7, página 104, e TABELA 4.10, página 139. Dessa forma, a legenda “*Protensão – Viga*” refere-se à “*Peso Próprio – Viga*” para o modelo em *concreto armado composta*.

Sendo assim, obedecendo à sequência imposta anteriormente, inicia-se essa comparação expressando os momentos fletores na ligação, FIGURA 4.171, e no meio do vão, FIGURA 4.172, para as duas formas de modelo.

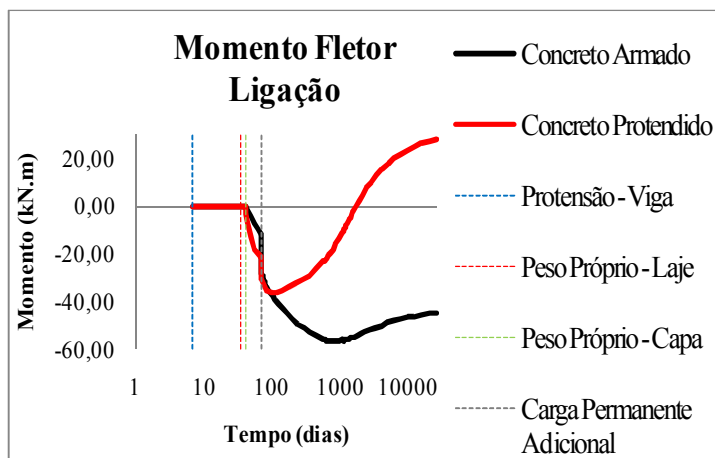


FIGURA 4.171 - Relação entre os modelos de concreto *Armado/Protendido* para momento fletor na ligação ao longo do tempo com o eixo das abscissas em escala logarítmica.

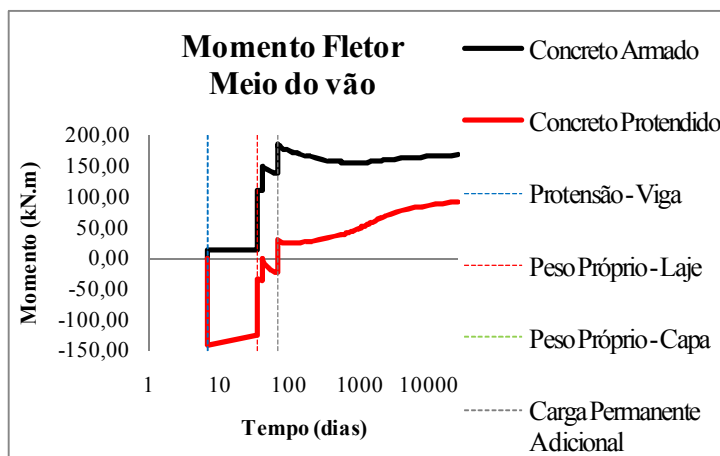


FIGURA 4.172 - Relação entre os modelos de concreto *Armado/Protendido* para momento fletor no meio do vão ao longo do tempo com o eixo das abscissas em escala logarítmica.

Destaque para os momentos fletores finais na ligação quando comparados ao resultante do último carregamento, *Carga Permanente Adicional*. Para a viga em *concreto armado composta*, o valor ao término dos 25550 dias é maior. Já o modelo em *concreto protendido composta* apresenta uma inversão de sinal do momento, ressaltando a contribuição dos esforços de restrição.

As translações axiais, rotações, e flecha, são exibidas respectivamente na FIGURA 4.173, FIGURA 4.174, e FIGURA 4.175 .

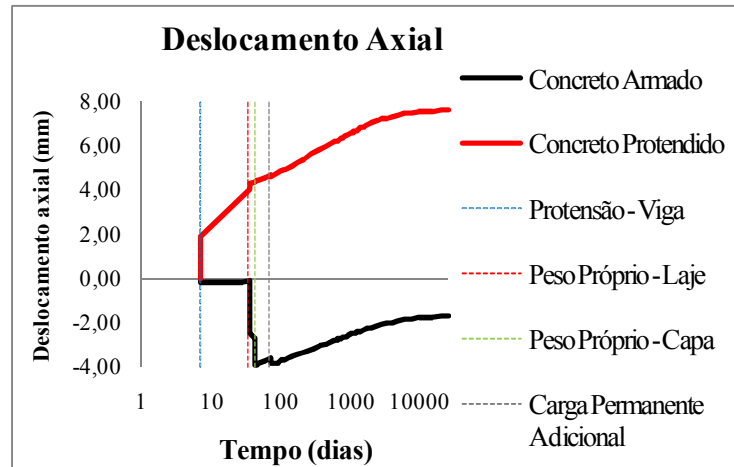


FIGURA 4.173 - Relação entre os modelos de concreto *Armado/Protendido* para deslocamento axial ao longo do tempo no extremo do modelo com o eixo das abscissas em escala logarítmica.

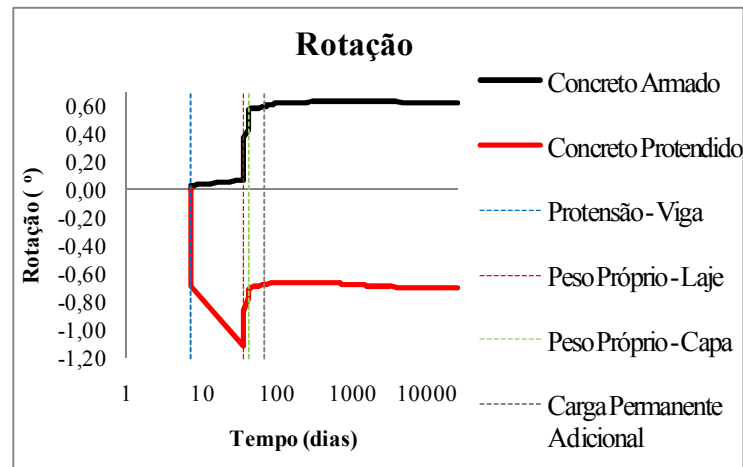


FIGURA 4.174 - Relação entre os modelos de concreto *Armado/Protendido* para rotação no extremo do modelo com o eixo das abscissas em escala logarítmica.

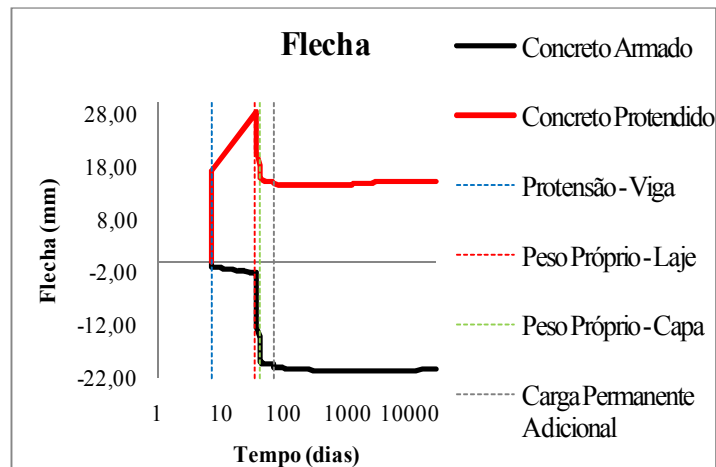


FIGURA 4.175 - Relação entre os modelos de concreto *Armado/Protendido* para flecha no meio do vão com o eixo das abscissas em escala logarítmica.

Considerando as deformações avaliadas, a translação axial no extremo da viga teve uma maior influência dos efeitos do tempo tanto para o modelo em concreto armado quando para o concreto protendido, bem observado na FIGURA 4.173.

As fibras escolhidas para representar as tensões na seção transversal, exibidas na FIGURA 4.45, página 116, são apresentadas para os dois modelos em seguida.

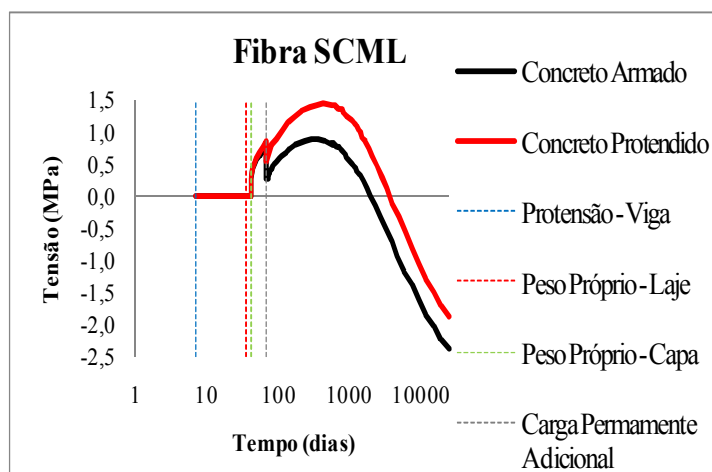


FIGURA 4.176 - Relação entre os modelos de concreto *Armado/Protendido* para variação da tensão na *fibra SCML* ao longo do tempo com o eixo das abscissas em escala logarítmica.

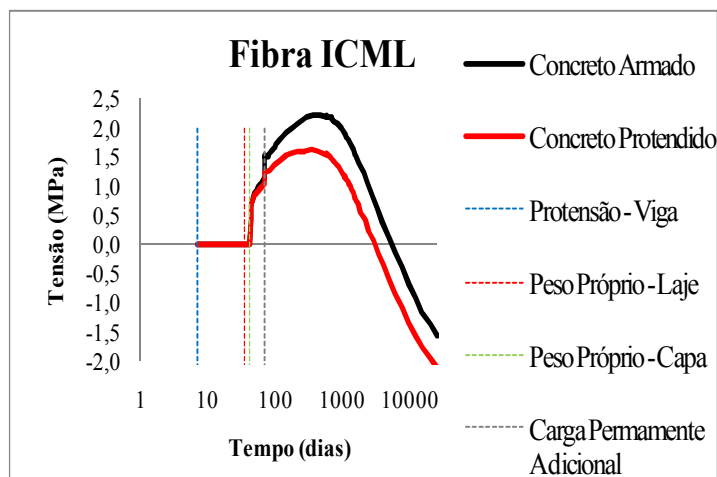


FIGURA 4.177 - Relação entre os modelos de concreto *Armado/Protendido* para variação da tensão na *fibra ICML* ao longo do tempo com o eixo das abscissas em escala logarítmica.

Conforme enfatizado anteriormente, as fibras pertencentes ao concreto moldado no local apresentaram comportamento bastante semelhante nos modelos em *concreto armado composta e protendido* tanto no aspecto relacionado a esforços adicionais de tração pela retração diferencial, quanto à posterior incorporação à seção resistente.

A variação das tensões nas fibras representativas da viga em concreto pré-moldado para ambos os modelos estão exibidas na FIGURA 4.178 e FIGURA 4.179.

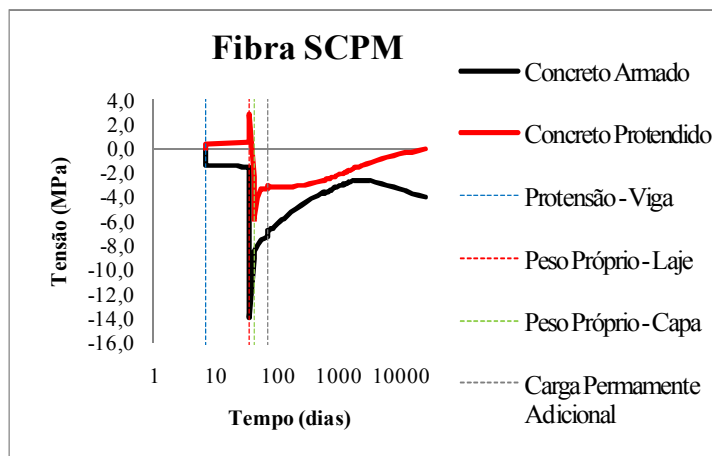


FIGURA 4.178 - Relação entre os modelos de concreto *Armado/Protendido* para variação da tensão na *fibra SCPM* ao longo do tempo com o eixo das abscissas em escala logarítmica.

Destaque uma vez mais para a retração nos concretos de idades distintas amenizando os esforços de compressão entre as etapas *Peso Próprio – Capa / Carga Permanente Adicional*, e a fluência contribuindo posteriormente em sentidos diferentes para os dois modelos.

A FIGURA 4.179 ilustra as tensões na fibra *ICPM* variando ao longo do tempo.

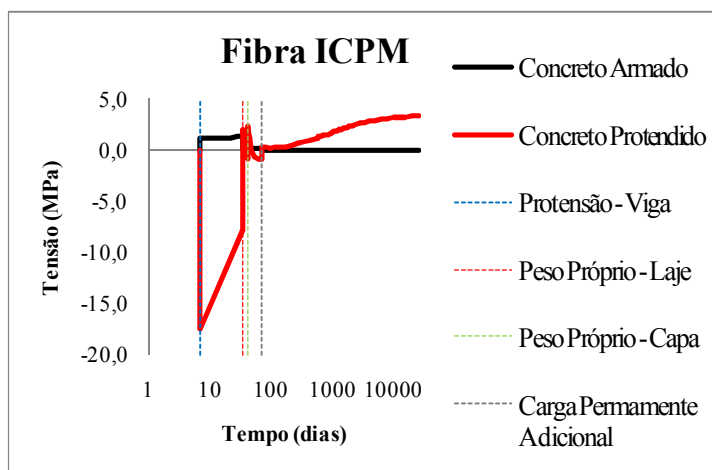


FIGURA 4.179 - Relação entre os modelos de concreto *Armado/Protendido* para variação da tensão na *fibra ICPM* ao longo do tempo com o eixo das abscissas em escala logarítmica.

Para o concreto protendido, destaque para o sensível decréscimo da compressão entre as primeiras etapas relativas à *protensão + peso próprio da viga* e a consideração do *peso próprio da laje*, justificado pelas perdas imediatas da protensão.

Já no concreto armado, pouca variação é observada em função da evidente fissura na região inferior da viga em concreto pré-moldado.

As deformações nas mesmas fibras comparando os dois modelos avaliados estão exibidas posteriormente, FIGURA 4.180, FIGURA 4.181, FIGURA 4.182 e FIGURA 4.183.

Nestas curvas é possível observar um aumento constante das deformações mesmo longos períodos após a consideração da carga final, aos 70 dias, ressaltando o comportamento diferido do concreto tanto para os casos de armação passiva quanto ativa, em especial para o concreto moldado no local, representado pelas fibras SCML e ICML.

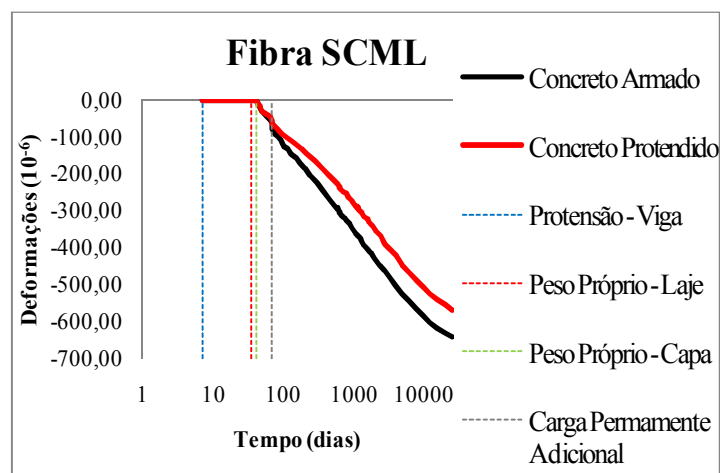


FIGURA 4.180 - Relação entre os modelos de concreto *Armado/Protendido* para variação da deformação na fibra SCML ao longo do tempo com o eixo das abscissas em escala logarítmica.

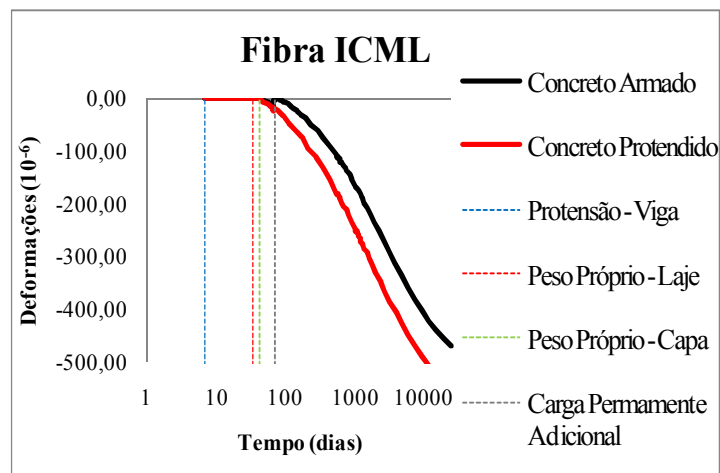


FIGURA 4.181 - Relação entre os modelos de concreto *Armado/Protendido* para variação da deformação na fibra ICML ao longo do tempo com o eixo das abscissas em escala logarítmica.

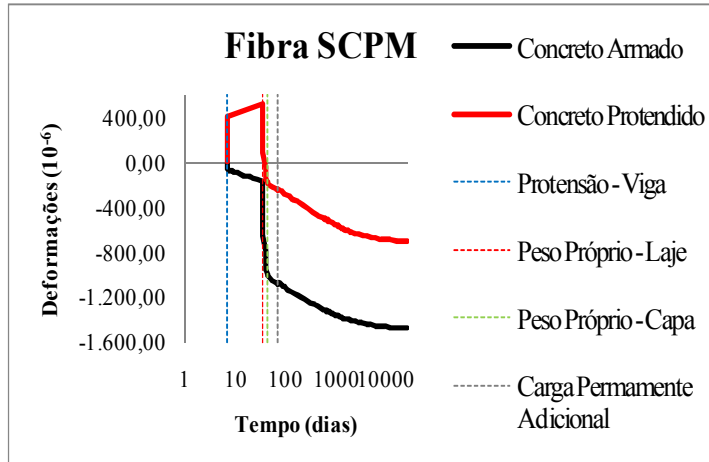


FIGURA 4.182 - Relação entre os modelos de concreto *Armado/Protendido* para variação da deformação na *fibra SCPM* ao longo do tempo com o eixo das abscissas em escala logarítmica.

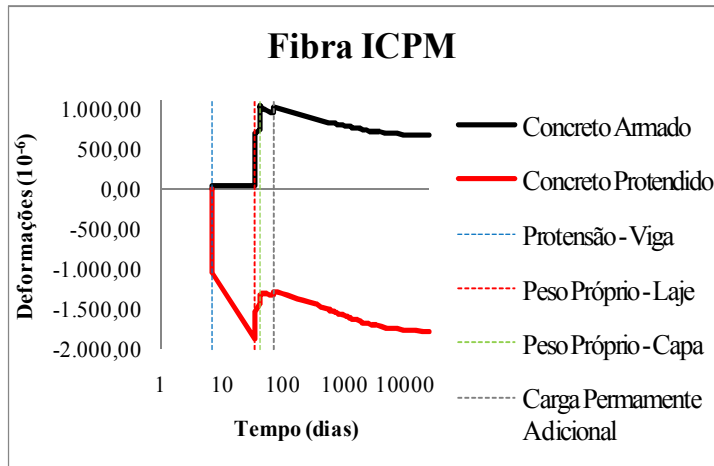


FIGURA 4.183 - Relação entre os modelos de concreto *Armado/Protendido* para variação da deformação na *fibra ICPM* ao longo do tempo com o eixo das abscissas em escala logarítmica.

5 CONSIDERAÇÕES FINAIS E CONCLUSÕES

5.1 COMENTÁRIOS

O trabalho em questão visou acrescentar aos projetos de estrutura em concreto pré-moldado aspectos relacionados ao comportamento diferido dos elementos em serviço, destacando as consequências impostas por esses efeitos no que diz respeito à variação de momentos fletores, deslocamentos axiais, rotações, flechas, tensões e deformações, além de ressaltar a contribuição da fissuração em alguns desses fatores.

As conclusões deste estudo podem ser assim apresentadas.

- A programação *CONS* utilizada para simulação numérica não-linear de estruturas em concreto armado construídas evolutivamente se mostrou uma ferramenta de bons resultados na avaliação das estruturas em serviço, atestada no tópico referente à validação do programa.
- A formulação utilizada em MOTA (2009) para previsão dos efeitos dependentes do tempo demonstrou resultados bem próximos para momentos fletores no tempo infinito na situação avaliada se comparada a uma forma de análise considerada mais refinada, utilizando o método dos elementos finitos aliado ao cálculo iterativo de passos de tempo e de carga, para estruturas em concreto armado simples (sem previsão de concretagem posterior).
- Há uma variação considerável nos esforços de flexão na ligação para as vigas pré-moldadas compostas com estabelecimento de continuidade posterior da ordem de 80% no modelo *viga em concreto armado composta*, e chegando a inversão de sentidos para a *viga em concreto protendido composta*. Esses resultados são consequências não somente das diversas etapas a que estão sujeitas, mas aos efeitos diferidos aqui ressaltados, havendo inclusive mudança no sentido do momento em alguns trechos próximos às ligações o que enfatiza cuidados na armação dos elementos.

- A contabilização da fissuração para as avaliações dos momentos fletores apresentou disparidades maiores na região da ligação que no meio do vão, sugerindo acréscimos de esforços pelos efeitos de bloqueio advindos do estabelecimento posterior da continuidade atrelado à concretagem posterior de capa estrutural.
- Essa fissuração, representada pelo paralelo efetuado entre as análises lineares e não-lineares, acarreta sensíveis alterações nos deslocamentos axiais e rotações nos extremos das vigas. Haja vista que as fissuras de um elemento em concreto são consequências diretas das tensões de tração, essas diferenças podem ser justificadas pela retração diferencial entre os concretos *CML/CPM*, além dos efeitos da fluência, ambos contribuindo com os acréscimos dessas trações.
- Os resultados das deformações avaliadas – axiais, rotações na extremidade e flecha – ressaltaram uma maior influência dos efeitos do tempo na primeira, deformações axiais. Essa disparidade ocorre em especial no concreto mais antigo bem observado nas variações posteriores à consideração do último carregamento denominado aqui de *Carga Permanente Adicional*, tanto para o modelo *viga em concreto armado composta*, com variações de até 60%, quanto para a *viga em concreto protendido composta*, chegando a 90%.
- A análise das tensões na seção transversal evidenciou a influência da retração diferencial na interface dos concretos de idades distintas, evidenciado aqui pela relação entre as fibras *ICML/SCPM*, originando esforços de tração de ordem de grandeza consideráveis. Ainda, demonstrou também a posterior incorporação do concreto moldado no local à seção resistente, evidenciado por uma retardada compressão a que se mostrou estar sujeitas as fibras representativas dessa região.
- As formulações de avaliação dos efeitos do tempo definidos na programação empregada indicaram uma variação das tensões nas fibras longos períodos após o último carregamento (70º dia). Esta variação foi maior no concreto moldado no local, por se tratar de um concreto mais jovem, e tão maior quanto mais próximo dessa capa estrutural para o concreto pré-moldado.

- As deformações de maneira geral apresentaram um comportamento diferido considerável, além de maiores acréscimos para fibras que atingiram valores próximos aos limites de fissuração.
- As comparações entre análises lineares e não-lineares indicaram uma pouca influência dessa última na determinação das consequências dos efeitos da retração, fluência e relaxação, uma vez que, respeitando a distinção quanto aos valores, o desenvolver das duas curvas em função do tempo foram semelhantes.

5.2 PESQUISAS FUTURAS

Estudos seguintes abrangendo a temática de efeitos do tempo analisados a partir de programações computacionais poderiam avaliar as consequências de um reforço estrutural efetuado num elemento específico de laje, viga ou pilar, ou mesmo num conjunto envolvendo mais de um destes componentes, longos períodos após sua construção, semelhante a uma reforma.

Seriam simulados desde a fabricação, montagem, consideração de carregamentos, alterações no esquema estático e tempo despendido em vida útil até a efetivação dessa reforma aplicando-se novos concretos e armaduras e avaliando os benefícios em termos de distribuição de esforços.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ABCIC (2007). **Pré-fabricados de concreto material completo para curso universitário**. Disponível em <http://www.abcic.org.br/home.asp>. Último acesso em 15/10/2009.

ALEXANDER, S. (2006). **Contraction of in-situ concrete toppings**. Concrete (London), V. 40, n. 4, p 45-46.

ANDRADE, J. M. (1994). **Momentos Fletores dependentes do tempo em vigas de pontes pré-moldadas protendidas com o estabelecimento de continuidade no local**. São Carlos. 161p. Dissertação (Mestrado) - Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo.

ARAUJO, C.M.; LORIGGIO, D.D.; CAMARA, J. (2010). **Analysis and design of hollow core slabs**. 3rd *fib* International Congress, Washington, 11p.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS - ABNT (2003). **NBR 6118 - Projeto de Estruturas de Concreto – Procedimentos – São Paulo**.

BALLARIN, A.W. (1993). **Desempenho das ligações de elementos estruturais pré-moldados de concreto**. São Carlos. 255p. Tese (Doutorado) - Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo.

BALDISSERA, A. (2006). **Estudo Experimental de uma ligação viga-pilar de concreto pré-moldado resistente a momento fletor**. São Carlos. 149p. Dissertação (Mestrado). Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo.

BARBOZA, A. S. R. (2002). **Comportamento de juntas de argamassa solicitadas à compressão na ligação entre elementos pré-moldados**. São Carlos. 143p. Tese (Doutorado) - Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, Brasil.

CARREIRA, D.J.; CHU, K.H. (1986). **Stress-strain relationship of reinforced concrete in tension**. Journal of American Concrete Institute, V.83, n.1, p.21-28.

COMITE EURO-INTERNACIONAL DU BETON (1990). **Evaluation of the time dependent behavior of concrete**. Bulletin d'Information, n. 199.

COMITE EURO-INTERNACIONAL DU BETON (1991). **CEB-FIP model code 1990**. Bulletin d'Information, n. 203.

EL DEBS, M.K. (2000). **Concreto pré-moldado. Fundamentos e Aplicações**. Projeto REENGE. EESC – USP, São Carlos.

EL DEBS, M.K.; MIOTTO, A.M.; EL DEBS, A.L.H.C. (2009). **Analysis of a semi-rigid connection for precast concrete**. Institution of Civil Engineers. Structures and Buildings, v. 163, p. 41-51.

EUROCODE 4 (1996). **Design of steel structures: Part 1.1 - General rules for buildings: Annex J on composite joints in buildings frames.**

FERRAZ, J.C.F. (1985). **Cálculo das alterações de tensão, ao longo do tempo, nas peças de concreto protendido. procedimentos diretos, simples, alternativos ao do CEB.** Boletim Técnico EPUSP, BT/PEF/8506, agosto. 18p.

FERREIRA; M. A. (1993) **Estudo de deformabilidades de ligações para análise linear em pórticos planos de elementos pré-moldados de concreto.** São Carlos. 166p. Dissertação (Mestrado) - Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo.

FERREIRA, M. A. (1999). **Deformabilidade de ligações viga-pilar de concreto pré-moldado.** São Carlos. 232p. Tese (Doutorado) - Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo.

FREYERMUTH, C. L. (1969). **Design of continuous highway bridges with precast, prestressed concrete bridges.** PCI Journal, p.14-39, April.

GHALI, A.; FAVRE, R. (1986a). **Concrete structures. Stresses and Deformations.** London, Chapman and Hall.

GHALI, A.; FAVRE, R. (1986b). **Stresses and deformations of composite members.** IABSE Proceedings P-94/86, Feb. 16p.

GILBERT, R.I.; WU, H.Q. (2008). **An experimental study of tension stiffening in reinforced concrete members under short-term and long-term loads.** The University of New South Wales, Sydney – Australia. Uniciv report no. R-449.

HANAI, J.B. (2005). **Fundamentos do concreto protendido.** E-book de apoio para o Curso de Engenharia Civil, São Carlos.

HASTAK, M.; MIRMIRAN, A.; MILLER, R.; SHAH, R.; CASTRODALE, R. (2003). **State of practice for positive moment connections in prestressed concrete girders made continuous.** Journal of bridge engineering, september/october, 267-272.

MARÍ, A.R. (2000). **Numerical simulation of segmental construction of three dimensional concrete frames.** Journal of Engineering Structures, V.22, n.6, p.585-596.

MARIN, M.C. (2009). **Contribuição à análise da estabilidade global de estruturas em concreto pré-moldado de múltiplos pavimentos.** São Carlos. 201p. Dissertação (Mestrado) - Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo.

MENDES, J. A. (1993). **Cálculo automático de perdas progressivas em peças de concreto protendido.** São Carlos. Tese (Doutorado) – Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo.

MERLIN, A.J. (2006). **Análise Probabilística do comportamento ao longo do tempo de elementos parcialmente pré-moldados com ênfase em flechas de lajes com armação**

treliçada. São Carlos. 212p. Tese (Doutorado) - Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo.

MEHTA, P.K.; MONTEIRO, J. M. (1994). **Concreto. estrutura, propriedades e materiais**. Pini. São Paulo.

MIOTTO, A.M. (2002). **Ligações viga-pilar de estruturas de concreto pré-moldado com ênfase ao estudo da deformabilidade ao momento fletor**. São Carlos. 234p. Tese (Doutorado) - Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo.

MOTA, J.E. (2009). **Contribuição ao projeto de estruturas multi-piso reticuladas em concreto pré-moldado**. São Carlos. 229p. Tese (Doutorado) - Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo.

NEVILLE, A.M. (1970). **Creep of Concrete. Plain, Reinforced and Prestressed**. North-Holland Publishing Company, 1970, Amsterdam.

NEVILLE, A.M.; DILGER, W.H.; BROOKS, J.J. (1983). **Creep of plain and structural concrete**. London, Construction Press-Longman.

ORDOÑEZ, J.A F. (1974). **Prefabricación. teoria y práctica**. Editores Técnicos Asociados, Barcelona, V.2.

RAUE E.; HEIDOLF T. (2005). **Analysis of the time-dependent behavior of composite cross-sections by Laplace-Transform**. Journal of civil engineering and management. 2005, Volume XI, N° 3, 203-209.

REIS, A.P.A. (2003). **Reforço de vigas de concreto armado submetidas à pré-carregamento e ações de longa duração com aplicação de concretos de alta resistência e concretos com fibras de aço**. São Carlos. 286p. Tese (Doutorado) – Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo.

ROGGE, A.C. (2001). **Estudo experimental da deformação ao longo do tempo de lajes com nervuras pré-moldadas**. São Carlos. Relatório de iniciação científica – Universidade Federal de São Carlos.

SOARES, A.M.M. (1998). **Análise estrutural de pórticos planos de elementos pré-fabricados de concreto considerando a deformabilidade das ligações**. São Carlos. 178p. Dissertação (Mestrado) - Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo.

TAKEUTI, A. R. (2003). **Comportamento resistente imediato e ao longo do tempo de pilares reforçados por meio de encamisamento com concreto de alto desempenho**. São Carlos. 277p. Tese (Doutorado) – Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo.

XIE, J.Z. (2009). **Macroscopic elastic constitutive relationship of cast-in-place hollow-core slabs**. Journal of Structural Engineering, September, v. 135, n. 9, 1040-1047p.