

EMERSON ALEXANDRO BOLANDIM

Análise de confiabilidade em ligações parafusadas em chapas finas e perfis de aço formados a frio

VERSÃO CORRIGIDA

O exemplar de defesa encontra-se disponível na Seção de Pós-Graduação da EESC

Dissertação apresentada à Escola de Engenharia de São Carlos da Universidade de São Paulo, como parte dos requisitos para obtenção do Título de Mestre em Engenharia de Estruturas

Orientador: Professor Associado
Maximiliano Malite

São Carlos – SP
2011

AUTORIZO A REPRODUÇÃO E DIVULGAÇÃO TOTAL OU PARCIAL DESTES
TRABALHO, POR QUALQUER MEIO CONVENCIONAL OU ELETRÔNICO,
PARA FINS DE ESTUDO E PESQUISA, DESDE QUE CITADA A FONTE.

Ficha catalográfica preparada pela Seção de Tratamento
da Informação do Serviço de Biblioteca – EESC/USP

Bolandim, Emerson Alexandre

B686a Análise de confiabilidade em ligações parafusadas em chapas finas e perfis de aço formados a frio / Emerson Alexandre Bolandim ; orientador Maximiliano Malite. -- São Carlos, 2011.

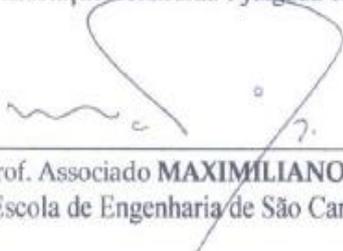
Dissertação (Mestrado-Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Estruturas e Área de Concentração em Estruturas Metálicas) -- Escola de Engenharia de São Carlos da Universidade de São Paulo, 2011.

1. Estruturas de aço. 2. Perfis de aço formados a frio. 3. Ligações parafusadas. 4. Erro de modelo. 5. Confiabilidade estrutural. I. Título.

FOLHA DE JULGAMENTO

Candidato: Engenheiro EMERSON ALEXANDRO BOLANDIM.

Dissertação defendida e julgada em 11/05/2011 perante a Comissão Julgadora:



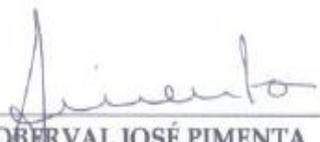
Prof. Associado **MAXIMILIANO MALITE – (Orientador)**
(Escola de Engenharia de São Carlos/USP)

APROVADO



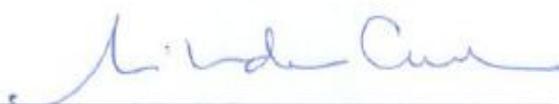
Prof. Dr. **ANDRÉ TEÓFILO BECK**
(Escola de Engenharia de São Carlos/USP)

APROVADO



Dr. **ROBERVAL JOSÉ PIMENTA**
(CODEME Engenharia)

Aprovado



Prof. Assoc. Ana Lúcia Homce De Cresce El Debs
Coordenadora do Programa de Pós-Graduação em
Engenharia Civil (Engenharia de Estruturas)



Prof. Associado **PAULO CÉSAR LIMA SEGANTINE**
Presidente da Comissão de Pós-Graduação

Dedico este trabalho a minha família,
em especial à minha mãe e minha avó,
pelo exemplo de amor e perseverança.

AGRADECIMENTOS

À Deus, por iluminar meus passos e por estar comigo nos momentos de dificuldade.

À minha mãe, Izabel Cristina Bolandim, pelo carinho e amor incondicional.

À minha família, em especial à minha avó Maria Cavalcante Bolandim e à minha irmã Ellen Dayane Bolandim, pelo incentivo e confiança.

À minha amada Talita Tozetto Esteves pelo estímulo e principalmente pelo amor e carinho.

Ao professor Maximiliano Malite, pela orientação, amizade, confiança e paciência.

Ao professor André Teófilo Beck, pela co-orientação, amizade e principalmente pela paciência.

Aos professores da FEIS-UNESP: Renato Bertolino Júnior e Rogério de Oliveira Rodrigues pelo incentivo, em especial à José Antônio Matthiesen pela amizade, confiança e pela orientação em minha iniciação científica.

A todos os amigos do Departamento de Engenharia de Estruturas, em especial aos amigos Rafael Marques Lins, Rafael Tamanini Machado, Rafael Eclache Moreira de Camargo e Davi Fagundes Leal pelo companheirismo.

A todos os professores e funcionários do Departamento de Engenharia de Estruturas pela ajuda direta ou indireta.

À CODEME Engenharia S/A pelos ensinamentos do cálculo e projeto de estruturas metálicas e mistas de aço e concreto e pelo incentivo à pesquisa.

À Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES) pelos recursos financeiros concedidos.

"Se um dia tiver que escolher entre o mundo e o amor...
Lembre-se. Se escolher o mundo ficará sem o amor, mas se
escolher o amor com ele você conquistará o mundo."

Albert Einstein

RESUMO

BOLANDIM, E. A. Análise de confiabilidade em ligações parafusadas em chapas finas e perfis de aço formados a frio. 2011. 312p+apêndices. Dissertação (Mestrado) – Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, 2011.

Este trabalho apresenta uma investigação de modelos analíticos de previsão da força de tração resistente para ligações parafusadas em chapas finas e perfis de aço formados a frio, de acordo com quatro especificações de projeto (ABNT NBR 14762:2010, ANSI AISI S100:2007-S, AS/NZS 4600:2005 e EUROCODE 3 Parte1.3:2010). O estudo envolveu 404 resultados experimentais de ligações parafusadas, sendo: 232 ligações em chapas finas, 104 ligações em cantoneiras e 68 ligações em perfis U, em que diversas configurações geométricas foram analisadas. No total 1616 análises de força resistente foram realizadas de modo que estatísticas da variável aleatória erro de modelo pudessem ser construídas. Dessa forma, a análise de erro de modelo consistiu da plotagem das probabilidades do erro de modelo, para que em seguida testes de aderência pudessem ser então aplicados de modo satisfatório, validando funções teóricas de distribuição de probabilidades para a representação da informação estatística dessa variável aleatória. Uma análise de regressão foi utilizada nas ligações parafusadas para descrever a variação do erro de modelo com a espessura da chapa e para descrever a incerteza de modelo. As análises realizadas mostraram que os modelos brasileiros e americanos conseguem prever, em média, a ruptura da seção líquida de maneira mais eficiente do que as outras especificações, pois utilizam coeficientes de redução da área líquida, e também apontam que todos os modelos apresentam uma grande variabilidade dos resultados em torno da média, o que faz com que a confiabilidade dos modelos seja prejudicada. A análise de confiabilidade, utilizada para avaliar o nível de segurança das especificações de projeto, incluiu o erro de modelo e outros parâmetros aleatórios como a resistência à ruptura do aço, ação permanente (D) e variável (L), totalizando 7092 análises em ligações parafusadas, revelando que a contribuição da variável aleatória erro de modelo na segurança dessas ligações é considerável, especialmente para razões de carregamento (L_n/D_n) entre 0,50 e 2,50. Cabe ainda observar que as especificações de projeto foram avaliadas de acordo com critérios de confiabilidade uniforme e suficiente, demonstrando que a uniformidade é alcançada de maneira mais fácil para as quatro especificações, para razões de carregamento (L_n/D_n) maiores que 2,0, e que a suficiência de segurança, na maioria das análises realizadas, não foi alcançada, principalmente para o modo de ruína de esmagamento da parede do furo, em que os índices de confiabilidade para as ligações situaram-se em torno de 2,0 a 2,5, abaixo do valor alvo de 3,5 estabelecido pelo AISI e 3,8 estabelecido pelo EUROCODE. Além disso, ao se tratar da ruptura da seção líquida, os modelos brasileiro, americano e australiano também não atingiram níveis desejáveis de segurança, contudo, fornecem probabilidades de falha bem abaixo das obtidas para o modo de ruína de esmagamento. Por fim, análises de sensibilidade revelaram que os parâmetros x/L e d/g , presentes nos modelos analíticos de previsão da ruptura da seção líquida, para a especificação brasileira e americana, não interferem na segurança estrutural das ligações.

Palavras-chave: Estruturas de aço. Perfis de aço formados a frio. Ligações parafusadas. Erro de modelo. Confiabilidade estrutural.

ABSTRACT

BOLANDIM, E. A. **Reliability analysis in bolted connections in thin sheets and cold-formed steel members**. 2011. 312p+appendices. Master's thesis. Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, 2011.

This work presents an investigation of analytical models for predicting the tensile strength to bolted connections in thin sheets and cold-formed steel members, according to four design specifications (ABNT NBR 14762:2010, ANSI AISI S100:2007-S, AS/NZS 4600:2005 and Eurocode 3 Parte1.3:2010). The study involved 404 experimental results of bolted connections, as follows: 232 connections in thin sheets, 104 connections in angles and 68 connections in channels, in which various geometric configurations were analyzed. A total of 1616 strength analysis were performed so that statistics of the random variable model error could be constructed. Thus, the model error analysis consists of plotting the probability of error model, then for the adherence tests could then be applied satisfactorily validating theoretical functions of probability distribution for the statistical representation of random variable. A regression was used in bolted connections to describe the variation of the model error with the thickness of the sheet and to describe the model uncertainty. The analysis showed that the models can predict Brazilians and Americans, on average, net section fracture more efficiently than the other specifications, for use of coefficient of reduction of net area, and also note that all models showed a great variability of results around the mean, which makes the reliability of the models is affected. The reliability analysis used to assess the safety level of design specifications, included the model error and other random parameters such as tensile strength of steel, dead (D) and live (L) loads, totaling 7092 analysis on bolted connections, revealing that the contribution the random variable model error in the security of these connections is considerable, especially for load ratios (L_n/D_n) between 0.50 and 2.50. It should also be noted that the design specifications were evaluated according to sufficient and uniform reliability criteria showing that uniformity is achieved more easily for the four specifications, for load ratios (L_n/D_n) higher than 2.0, and that the sufficiency of security, most of the analysis, is not achieved, especially for the failure modes of bearing of the hole, in which the reliability index for the connections are located around 2.0 to 2.5, below the target value of 3.5 indicated by AISI and 3.8 indicated by EUROCODE. Furthermore, when dealing with the net section fracture, the models Brazilian, American and Australian also did not reach desirable levels of security, however, provided failure probabilities well below those obtained for the failure modes of bearing. Finally, sensitivity analysis revealed that the parameters x/L and d/g , present in the analytical models for predicting the net section fracture, the specification for Brazilian and U.S., do not affect the structural safety of the connections.

Keywords: Steel structures. Cold-formed steel members. Bolted Connections. Model error. Structural reliability.

SUMÁRIO

1 – INTRODUÇÃO	23
1.1 – Ligações.....	23
1.2 – Ligações parafusadas em chapas finas.....	24
1.3 – Ligações parafusadas em perfis de aço formados a frio.....	24
1.4 – Erro de modelo ou coeficiente profissional	26
1.5 – Teoria de confiabilidade estrutural.....	27
1.6 – Objetivos	31
1.7 – Justificativa.....	31
1.8 – Metodologia.....	32
2 – REVISÃO BIBLIOGRÁFICA SOBRE LIGAÇÕES PARAFUSADAS EM ELEMENTOS DE AÇO	35
2.1 – Ligações parafusadas em chapas finas.....	35
2.1.1 – Considerações sobre os modos de ruína em ligações parafusadas em chapas finas de aço.....	42
2.1.1.1 – O trabalho de George Winter.....	42
2.1.1.2 – Considerações gerais e abordagens sobre os modos de ruína em ligações parafusadas em chapas finas de aço	46
2.1.1.3 – Sugestões para a identificação dos modos de ruína por ruptura da seção líquida e esmagamento da parede do furo.....	51
2.2 – Ligações parafusadas em perfis formados a frio	53
2.2.1 – Ligações parafusadas em cantoneiras formadas a frio	59
2.2 – Ligações parafusadas em perfis U formados a frio	72
3 – PREVISÕES TEÓRICAS COM BASE NOS DOCUMENTOS NORMATIVOS ..	85
3.1 – ABNT NBR 14762:2010	85
3.1.1 – Escoamento da seção bruta:	85
3.1.2 – Ruptura da seção líquida na região da ligação:	85
3.1.3 – Rasgamento entre furos ou entre furo e borda:	88
3.1.4 – Esmagamento da parede do furo:	88
3.1.5 – Força de tração resistente de cálculo do parafuso:.....	89
3.1.6 – Força de cisalhamento resistente de cálculo do parafuso:.....	89
3.1.7 – Colapso por rasgamento (cisalhamento de bloco)	89
3.2 – ANSI AISI S100:2007-S	90

3.2.1 – escoamento da seção bruta:	90
3.2.2 – Ruptura da seção líquida:	90
3.2.3 – Rasgamento entre furos ou entre furo e borda	93
3.2.4 – Esmagamento da parede do furo.....	94
3.2.5 – Cisalhamento e Tração nos parafusos	96
3.2.6 – Ruptura por Cisalhamento de Bloco	96
3.3 – AS/NZS 4600:2005.....	97
3.3.1 – Capacidade Nominal da seção	97
3.3.2 – Ruptura na Seção Líquida	99
3.3.3 – Rasgamento entre furos ou entre furo e borda	101
3.3.4 – Esmagamento da parede do furo.....	101
3.3.5 – Parafusos	102
3.3.6 – Ruptura por Cisalhamento de Bloco	103
3.4 – EUROCODE 3 Parte 1.3:2010.....	104
3.4.1 – Tração	104
3.4.2 – Área Líquida	105
3.4.3 – Ruptura da Seção Líquida	106
3.4.4 – Esmagamento entre furos ou entre furo e borda (para chapas com espessura menor que 3mm).....	108
3.4.5 – Esmagamento entre furos e entre furo e borda (para chapas com espessura maior ou igual a 3mm).....	109
3.4.6 – Parafusos	110
3.4.7 – Força resistente à ruptura por cisalhamento do bloco.....	110
4 – CÁLCULO DA VARIÁVEL ALEATÓRIA ERRO DE MODELO	115
4.1 – Erros de modelo para cada documento normativo abordado.....	118
4.2 – Análise estatística da variável aleatória erro de modelo	138
4.3 – Ajuste das distribuições de probabilidade para a variável aleatória erro de modelo	138
4.3.1 – Ligações parafusadas em chapas finas	139
4.3.2 – Ligações parafusadas em cantoneiras formadas a frio	142
4.3.3 – Ligações parafusadas em perfis U formados a frio	144
4.4 – Resumo dos ajustes das distribuições de probabilidades	146
4.5 – Análise de regressão linear nas variáveis erro de modelo (M_e) e espessura (t) para chapas finas de aço no modo de ruína EPF	152
5 – ANÁLISE DE CONFIABILIDADE E SUA ABORDAGEM ESTATÍSTICA	161

5.1 – Introdução	161
5.2 – Fenômenos aleatórios	163
5.2.1 – Modelos analíticos de fenômenos aleatórios	164
5.2.1.1 – Valores característicos de uma variável aleatória	165
5.2.2 – Distribuições de probabilidades	167
5.2.2.1 – Variáveis aleatórias discretas	168
5.2.2.2 – Variáveis aleatórias contínuas	169
5.2.3 – Distribuições teóricas de valores extremos máximos e mínimos	170
5.2.3.1 – Distribuições estatísticas exatas	171
5.2.3.2 – Distribuições estatísticas assintóticas	173
5.2.4 – Determinação empírica de modelos de distribuição	176
5.2.4.1 – Testes de validação para distribuições teóricas	177
5.3 – Alguns conceitos sobre a teoria de confiabilidade estrutural	181
5.3.1 – Confiabilidade independente do tempo	182
5.3.2 – Métodos de transformação	184
5.3.2.1 – Aproximação de primeira ordem	185
5.3.2.2 – Equação de estado limite linear	188
5.3.2.3 – Equação de estado limite não linear	191
5.3.2.4 – Solução do problema de minimização restrita	192
5.3.2.5 – Aproximação da equação de estado limite por um hiper-plano	194
5.3.2.6 – Erro cometido pela aproximação linear	195
5.3.3 – Método de confiabilidade de segundo momento – FOSM	197
5.3.3.1 – Algoritmo FOSM	197
5.3.4 – Método de confiabilidade de primeira ordem -- FORM	200
5.3.4.1 – Distribuições normais equivalentes	201
5.3.4.2 – Modelo de Nataf	203
5.3.4.3 – Técnicas de eliminação da correlação entre variáveis aleatórias	204
5.3.4.4 – Transformação composta $X \rightarrow Z \rightarrow Y$	205
5.3.4.5 – Algoritmo FORM	206
5.3.5 – Análise de confiabilidade em ligações parafusadas	207
5.3.5.1 – Análise via FOSM	211
5.3.5.2 – Análise via FORM	222
5.3.6 – Alguns comentários sobre a importância da análise de confiabilidade na calibração de normas de projeto	235
5.3.6.1 – Introdução	235
5.3.6.2 – Valores alvo para os índices de confiabilidade	238
5.3.6.3 – Calibração dos valores de cálculo	239

5.3.6.4 – Alguns conceitos sobre o ponto de calibração	240
5.3.6.5 – Exemplo de cálculo – Análise de confiabilidade de uma viga de aço, travada lateralmente, simplesmente apoiada sujeita à ações permanentes (D) e variáveis (L)	241
6 – ANÁLISE E DISCUSSÃO DOS RESULTADOS	249
6.1 – Introdução	249
6.1.1 – Conceitos	249
6.2 – Sobre as análises de confiabilidade realizadas	250
6.2.1 – Variáveis de resistência	250
6.2.2 – Variáveis de carregamento	251
6.2.3 – Outras variáveis consideradas.....	252
6.2.4 – Equação de estado limite	253
6.2.5 – Dados de entrada para o StRAnD	253
6.3 – Análises de confiabilidade em ligações parafusadas em chapas finas de aço....	262
6.4 – Análises de confiabilidade em ligações parafusadas em cantoneiras formadas a frio	271
6.5 – Análises de confiabilidade em ligações parafusadas em perfis U formados a frio	284
6.6 – Análises complementares para ligações em cantoneiras de aço formadas a frio conforme a ABNT NBR 14762.....	295
7 – CONCLUSÕES	301
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	311
BIBLIOGRAFIA COMPLEMENTAR	317
APÊNDICE A – VERIFICAÇÃO DAS LIGAÇÕES COM BASE NOS DOCUMENTOS NORMATIVOS.....	321
APÊNDICE B – AJUSTE ESTATÍSTICO DO ERRO DE MODELO PARA OS DOCUMENTOS NORMATIVOS	325

LISTA DE SIGLAS

ABNT	Associação Brasileira de Norma Técnicas
AISC	American Institute of Steel Construction
AISI	American Iron and Steel Institute
ANSI	American National Standards Institute
AS/NZS	Australian Standard / New Zealand Standard
ASD	Allowable Stress Design
ASTM	American Society for Testing and Materials
BS	British Standard
CDF	Cumulative Distribution Function
CP	Cisalhamento do Parafuso
CR	Colapso por Rasgamento
CSA	Canadian Standard Association
CSN	Companhia Siderúrgica Nacional
EPF	Esmagamento da Parede do Furo
ESB	Escoamento da Seção Bruta
EUROCODE	European Code
FORM	First Order Reliability Method
FOSM	First Order Second Moment
LRFD	Load and Resistance Factor Design
NBR	Norma Brasileira Registrada
PDF	Probability Density Function
PFF	Perfis de aço Formados a Frio
RCSC	Research Council and Structural Connections
REFB	Rasgamento Entre Furos ou entre furo e Borda
RSL	Ruptura da Seção Líquida
SAE	Society of Automotive Engineers
SORM	Second Order Reliability Method
ZAR	Zincagem de Alta Resistência

INTRODUÇÃO

Capítulo

1

1 – INTRODUÇÃO

Historicamente, o uso de perfis formados a frio na construção civil foi impulsionado a partir da década de 50, com o fim da segunda guerra mundial, devido à enorme quantidade de chapas finas de aço fabricadas nos Estados Unidos para serem utilizadas como blindagem de aviões, navios e tanques de guerra.

No entanto, a utilização dessas chapas de aço para a produção de perfis estruturais formados a frio era restrita e deficiente de informações técnicas, portanto esbarrava na ausência de normas de dimensionamento específicas e de pesquisas sobre o comportamento estrutural dos seus elementos (YU, 2000).

Devido a essa carência, diversas linhas de pesquisa, com intuito de desenvolver documentos normativos que estabelecessem critérios de projeto obedecendo ao comportamento estrutural dos perfis formados a frio, foram incrementadas no cenário mundial, principalmente nos Estados Unidos onde, desde 1939, o conhecimento para o projeto de elementos estruturais e ligações em perfis formados a frio tem sido baseado nos trabalhos feitos na Universidade de Cornell, Universidade de Missouri-Rolla e com menor grau em outras universidades (HOLCOMB et al., 1995).

No Brasil o emprego dos perfis formados a frio iniciou-se praticamente no final da década de 60, quando algumas empresas adquiriram equipamentos específicos para a realização de operações de dobramento a frio (MALITE et al, 1998).

1.1 – Ligações

As ligações entre os elementos podem ser consideradas como a parte mais importante de uma estrutura reticulada, pois são responsáveis pela solidarização e transferência de esforços entre os mesmos e conforme citado em Maiola (2004), uma parcela razoável do custo total de um edifício metálico de múltiplos andares, são provenientes direta ou indiretamente do sistema de ligações.

A palavra ligação se aplica a todos os detalhes construtivos que promovem a união de partes da estrutura entre si ou a sua união com elementos externos, como por exemplo, as fundações, que promovem a ligação da superestrutura de interesse ao solo ou maciço rochoso. Conforme descrito em Salmon e Johnson (2009), as ligações podem ser classificadas, quanto à rigidez, em três diferentes tipos: rígidas, flexíveis e semi-rígidas.

Para que essas ligações sejam feitas na prática, existem diversos processos, sendo os principais por meio de conectores. Em relação às ligações por meio de conectores existem:

- ligações parafusadas;
- ligações rebitadas.

Esse trabalho trata apenas das ligações parafusadas.

1.2 – Ligações parafusadas em chapas finas

A respeito do comportamento das ligações parafusadas em chapas finas, estudos realizados na Universidade de Cornell, sob o comando do professor George Winter, focaram diversos ensaios nesse tipo ligação, os quais cobriram uma considerável faixa de variáveis pertinentes, tais como diâmetro do parafuso, espessura da chapa, propriedades mecânicas do aço das chapas e do aço dos parafusos, distância livre até a borda e distância livre entre parafusos.

Esse estudo, com intuito de formular equações que conseguissem representar matematicamente os fenômenos físicos relacionados a essas ligações, deu início a um novo campo de pesquisa que posteriormente, em parceria com o AISI, focou também no comportamento dos perfis formados a frio.

1.3 – Ligações parafusadas em perfis de aço formados a frio

As ligações parafusadas em perfis de aço formados a frio (PFF) têm sido amplamente utilizadas desde o início do uso dos PFF na indústria da construção, por terem menor custo do que as ligações rebitadas e também por serem de mais fácil execução. Com o surgimento das ligações soldadas, as ligações parafusadas passaram a trabalhar em conjunto com as soldas na união dos elementos estruturais, e passando a ter um papel essencial nas ligações executadas in loco.

Em se tratando apenas de ligações parafusadas, a principal diferença entre ligações em chapas finas de aço e PFF é a denominada não efetividade total da seção transversal,

pois na grande maioria das ligações nem todos os elementos da seção estão conectados. Devido a essa particularidade, um fenômeno conhecido como “shear lag” é desencadeado. Esse fenômeno é denominado dessa maneira devido ao fato desse mecanismo de transferência de força mobilizar tensões de cisalhamento na peça.

Segundo Salmon e Johnson (2009), o fenômeno “shear lag” é uma condição de distribuição de tensões não-uniforme na vizinhança de uma ligação para um membro estrutural o qual não está conectado por meio de todos os elementos da seção transversal.

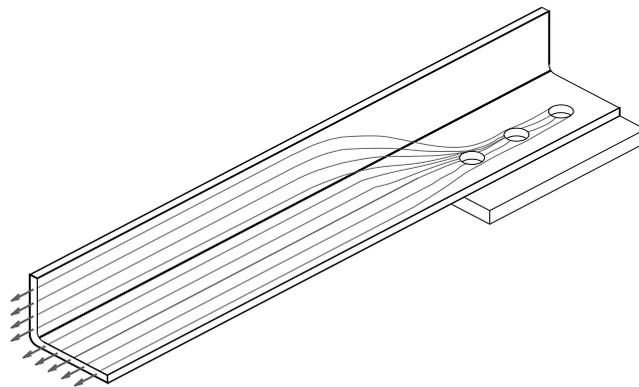


Figura 1.1 – Ilustração do fluxo de tensões em uma cantoneira ligada por uma aba (efeito shear lag)

Fonte: Maiola, 2004

Esse fenômeno, que reduz a força resistente de projeto do elemento estrutural, tem sido considerado desde 1978 pelo American Institute of Steel Construction (AISC) no campo dos perfis laminados e soldados. Porém, o American Iron and Steel Institute (AISI) não possuía método de cálculo algum para ligações com forças excêntricas, sendo inserido o coeficiente redutor de resistência a partir do suplemento nº 1 do AISI:1996 em 1999.

O conceito de coeficiente redutor está fundamentado na ponderação da área líquida da seção transversal na região da ligação, o qual serve como uma penalização da força resistente do elemento, com o objetivo de levar em conta a redução dessa devido o pronunciamento do efeito shear lag.

A ABNT NBR 14762:2010 leva em consideração esse efeito por meio do coeficiente de redução da área líquida C_t que vem sendo utilizado e aprimorado desde a primeira edição em 2001 da norma brasileira de dimensionamento de estruturas de aço constituídas por perfis formados a frio.

1.4 – Erro de modelo ou coeficiente profissional

Por se tratar de uma comparação entre resultados experimentais (F_{exp}), obtidos em laboratório por meio de ensaios, e resultados teóricos (F_{teo}), obtidos com base em modelos matemáticos segundo previsões normativas, a variável aleatória erro de modelo (M_e),

$$M_e = \frac{F_{exp}}{F_{teo}} \quad (1.1)$$

é obtida considerando os valores médios de resistência dos materiais e sem a consideração dos coeficientes parciais de segurança. A média da variável aleatória erro de modelo ($M_{e,mean}$) é conhecida como fator de tendenciosidade (bias coefficient) do modelo.

Após o cálculo dessa variável aleatória, histogramas podem ser construídos e a partir desses, testes de aderência e ajustes são realizados para encontrar uma distribuição de probabilidades que melhor se adéque à variável, de modo que toda a informação estatística possa ser obtida e posteriormente processada.

A Figura 1.2, a seguir, ilustra um histograma para amostras de erro de modelo, juntamente com uma curva de distribuição de probabilidades.

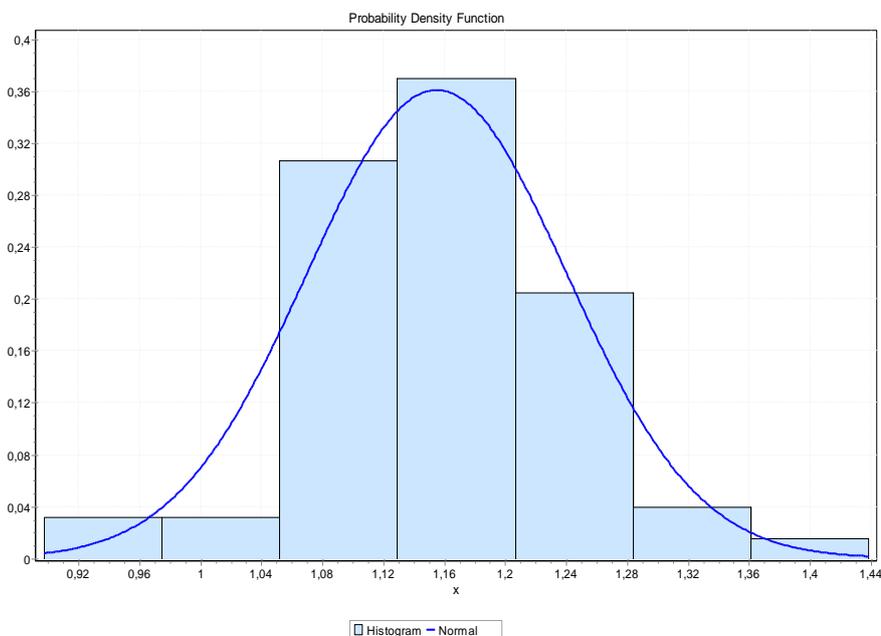


Figura 1.2 – Histograma da variável aleatória erro de modelo e distribuição de probabilidades correspondente

Fonte: Software EasyFit 5.2 Standard, 2005

A partir dos valores do erro de modelo pode-se calcular a média da variável erro de modelo ($M_{e,mean}$), que indica o caráter de tendenciosidade do modelo, seja ele conservador ou inseguro.

Sendo assim, a média do erro de modelo, que deveria resultar unitária caso o modelo representasse exatamente o fenômeno físico estudado, revela o quão conservador ou inseguro se encontra o modelo, de modo que possíveis correções possam ser feitas.

Logo, fazendo-se uso do erro de modelo médio ($M_{e,mean}$), pode-se corrigir o modelo matemático, proporcionando que, em média, o modelo corrigido resulte na força resistente correta.

$$F_{teo}^{corr} = M_{e,mean} F_{teo} \quad (1.2)$$

1.5 – Teoria de confiabilidade estrutural

Um dos principais objetivos do cálculo estrutural na engenharia é assegurar o desempenho satisfatório das estruturas com o máximo de economia possível. Certamente a garantia de tal desempenho, incluindo a segurança, é primeiramente (se não unicamente) responsabilidade de engenheiros.

No entanto, atingir esse objetivo geralmente não é um problema simples, particularmente pelo grande número de sistemas estruturais existentes e também pela grande quantidade de parâmetros presentes nos modelos de cálculo desses sistemas.

Sendo assim, ao projetar uma estrutura, o engenheiro se depara com diversas incertezas associadas a modelos teóricos, execução, materiais estruturais e às ações a que a estrutura estará submetida. A maneira mais simplificada de tratar essas incertezas, estratégia essa adotada nas normas de projeto estrutural, é por meio da adoção de coeficientes parciais de segurança, que visam criar margens de segurança e assim “controlar” o risco de falha estrutural.

Conforme citado em Beck (2009), as estruturas e elementos estruturais devem cumprir os seguintes requisitos básicos:

- *requisito de serviço*: uma estrutura deve manter-se em condições apropriadas para a execução da função à qual se destina durante todo o período de vida útil;
- *requisito de segurança*: uma estrutura deve suportar carregamentos extremos esporádicos e carregamentos repetitivos aos quais a mesma esteja sujeita dentro do

período de vida previsto, sem entrar em colapso ou apresentar severos danos permanentes;

- *requisito de robustez*: uma estrutura não deve ser danificada por eventos acidentais como incêndio, explosões, impacto, terremotos ou erros humanos de maneira desproporcional à severidade do evento causador em geral;
- *requisito econômico*: uma estrutura deve atender aos três requisitos básicos sem comprometer sua capacidade de gerar lucro, sob pena de tornar-se inviável;
- *requisito social*: uma estrutura deve atender aos quatro requisitos anteriores com níveis de risco aceitáveis por parte do público ou usuário.

Os requisitos básicos citados podem ser equacionados na forma de estados limites. O não atendimento de um requisito de serviço ou de segurança representa um estado indesejável da estrutura e, portanto um modo de falha. Para cada modo de falha da estrutura, uma equação de estado limite $g()$ é escrita em função das variáveis de projeto \mathbf{X} como:

$$g(\mathbf{X}) = g(X_1, X_2, X_3, \dots, X_n) = 0 \quad (1.3)$$

Estas equações são definidas de tal forma que valores negativos representam falha e valores positivos representam sobrevivência da estrutura.

$$D_f = \{\mathbf{x} \mid g(\mathbf{x}) < 0\} \quad (\text{Domínio de falha}) \quad (1.4)$$

$$D_s = \{\mathbf{x} \mid g(\mathbf{x}) \geq 0\} \quad (\text{Domínio de sobrevivência}) \quad (1.5)$$

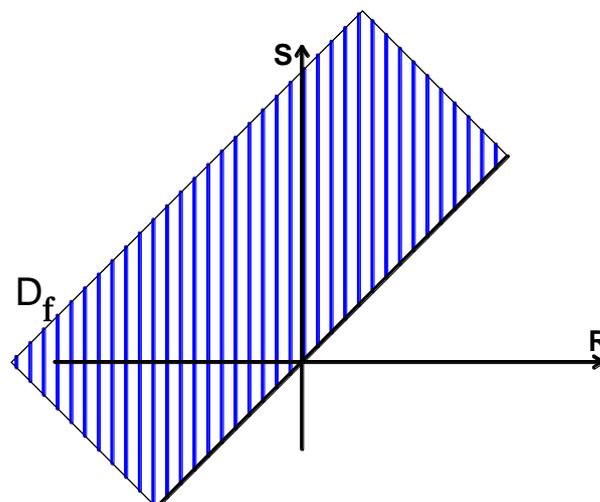


Figura 1.3 – Domínio de falha para o problema R-S (Resistência-Solicitação)

Utilizando as variáveis Resistência e Solicitação a equação de estado limite pode ser expressa como:

$$g(\mathbf{R}, \mathbf{S}) = \mathbf{R} - \mathbf{S} = 0 \text{ (situação limite)} \quad (1.6)$$

A partir dessa equação pode-se definir a probabilidade de falha para o problema fundamental envolvendo apenas duas variáveis aleatórias ($R - S$).

$$P_f = P[\{R \leq S\}] \quad (1.7)$$

$$P_f = P[\{R - S \leq 0\}] \quad (1.8)$$

O problema acima também pode ser resolvido por meio da variável margem de segurança (M), onde valores negativos dessa variável correspondem à falha da estrutura.

$$M = R - S \quad (1.9)$$

$$P_f = P[\{M < 0\}] \quad (1.10)$$

Se as variáveis R e S possuírem distribuição normal, pode-se resolver o problema analiticamente, pois neste caso a distribuição de M também é normal.

$$\mu_M = \mu_R - \mu_S \quad (1.11)$$

$$\sigma_M = \sqrt{\sigma_R^2 + \sigma_S^2} \text{ (regra da propagação das incertezas)} \quad (1.12)$$

Assim, de acordo com o que foi apresentado acima, pode-se definir simplificadaamente o índice de confiabilidade β , que representa uma medida geométrica da probabilidade de falha. O índice de confiabilidade β corresponde à distância entre o ponto sobre a curva $g(x) = 0$ (ponto de projeto ou ponto mais provável de falha) e a média da distribuição conjunta de probabilidades, sendo que nos casos mais gerais, a definição do ponto de projeto e o cálculo do índice de confiabilidade β correspondente requerem a utilização de procedimentos iterativos.

$$\beta = \frac{\mu_M}{\sigma_M} = \frac{\mu_R - \mu_S}{\sqrt{\sigma_R^2 + \sigma_S^2}} \tag{1.13}$$

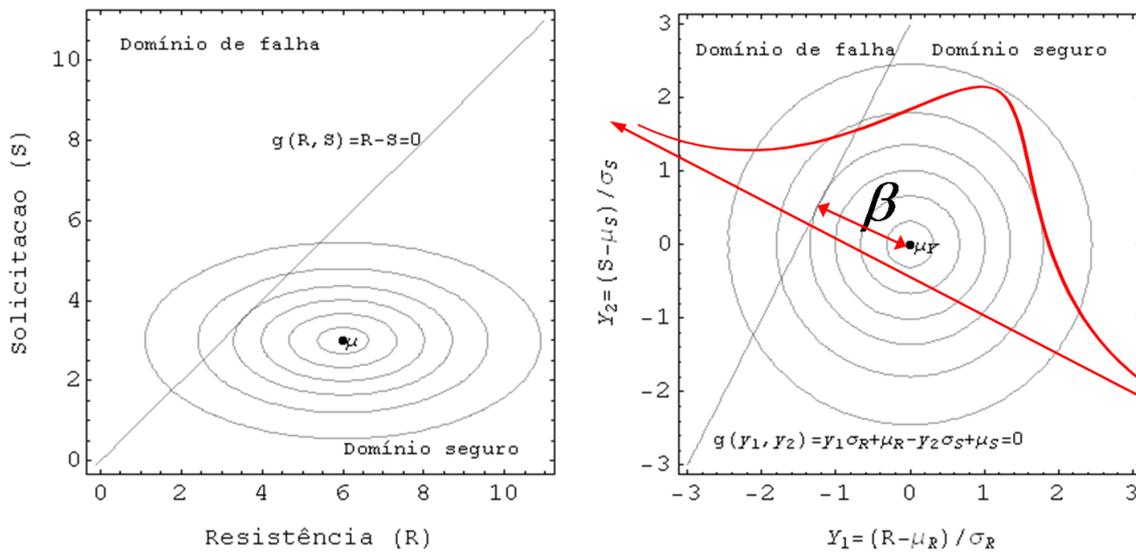


Figura 1.4 – Representação do índice de confiabilidade β no espaço de projeto e no espaço normal padrão

Fonte: Beck, 2009

$$P_f = \Phi\left(-\frac{\mu_M}{\sigma_M}\right) = \Phi(-\beta) \tag{1.14}$$

Em que Φ é a função de distribuição cumulativa normal padrão.

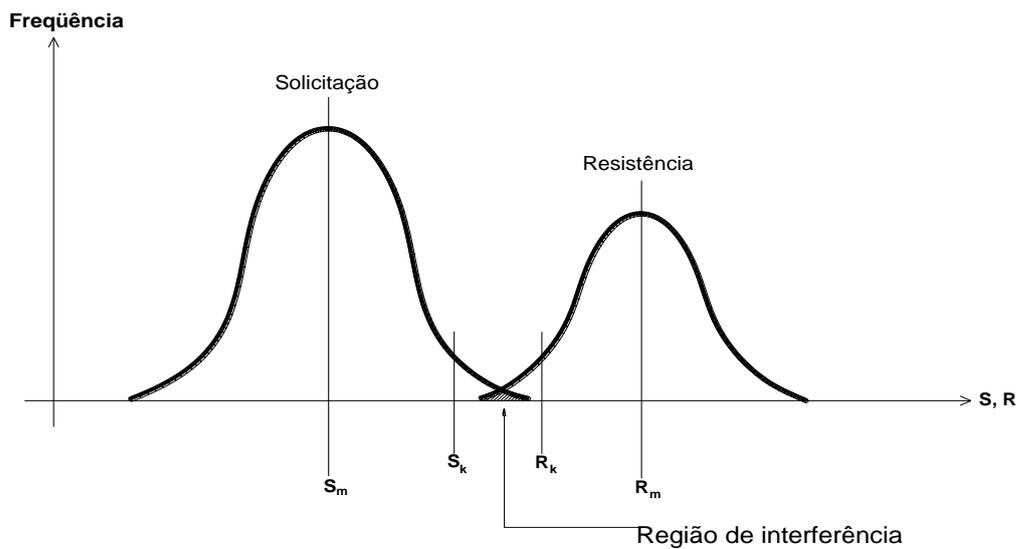


Figura 1.5 – Representação da probabilidade de falha

1.6 – Objetivos

O presente trabalho tem como objetivo realizar um estudo detalhado, focando as principais prescrições normativas de dimensionamento de estruturas de aço constituídas por perfis formados a frio (ABNT NBR 14762:2010, ANSI AISI S100:2007-S, AS/NZS 4600:2005 e EUROCODE 3 Parte1.3:2010), quanto ao tema das ligações parafusadas de modo a realizar uma análise de erro de modelo e uma análise de confiabilidade nas expressões analíticas de previsão da força resistente à tração dessas ligações em chapas finas e perfis de aço formados a frio, calculando e avaliando os respectivos índices de confiabilidade existentes.

1.7 – Justificativa

Devido ao avanço das pesquisas voltadas ao estudo dos elementos estruturais de aço formados a frio, modelos analíticos de previsão das forças resistentes de cálculo à tração, presentes na norma brasileira ABNT NBR 14762:2010, sofreram adaptações e modificações principalmente no que diz respeito ao coeficiente de redução da área líquida, a qual desde sua versão de 2001, aborda cada caso específico de ligação (chapa, cantoneira ou perfil U) com seu respectivo valor de C_t .

É importante ressaltar que esses ajustes foram feitos na tentativa de reproduzir com maior precisão o comportamento real dessas ligações e também com o intuito de simplificar o cálculo das forças resistentes. No entanto uma investigação criteriosa ainda se faz necessária, ao passo que se tem em mãos valiosos resultados experimentais de ligações parafusadas obtidos por Maiola (2004).

Nesse seguimento, a obtenção de resultados “confiáveis” fundamentados na teoria de probabilidades e estatística colaborará com as normas de projeto, no sentido de diminuição das incertezas presentes nesses modelos, pois por meio de uma análise de confiabilidade, embasada em um “histórico” da resposta estrutural obtida por trabalhos anteriores, índices de confiabilidade β indicarão os possíveis problemas existentes nos modelos, quando relacionados corretamente às variáveis de importância.

1.8 – Metodologia

A metodologia deste trabalho foi dividida em quatro etapas:

- levantamento dos resultados experimentais de ligações parafusadas obtidos no trabalho de Maiola (2004);
- cálculo das forças resistentes teóricas das ligações parafusadas utilizadas por Maiola (2004) segundo a ABNT NBR 14762:2010, ANSI AISI S100:2007-S, AS/NZS 4600:2005, EUROCODE 3 Parte1.3:2010;
- cálculo da variável aleatória erro de modelo para cada respectivo modelo abordado e ajuste das respectivas distribuições estatísticas;
- cálculo dos índices de confiabilidade β .

REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

Capítulo 2

2 – REVISÃO BIBLIOGRÁFICA SOBRE LIGAÇÕES PARAFUSADAS EM ELEMENTOS DE AÇO

Neste capítulo será apresentada uma breve revisão da bibliografia sobre ligações parafusadas em chapas finas e ligações parafusadas em perfis de aço formados a frio focando os principais trabalhos relacionados ao estado da arte.

2.1 – Ligações parafusadas em chapas finas

Na construção em aço utilizando perfis formados a frio, um campo que tem expandido muito rapidamente durante os últimos anos, o uso de rebites não é prático. Soldas e, em menor grau, certos meios especiais de ligação, como parafusos auto atarraxantes, são amplamente utilizados, mas para uma grande variedade de propósitos, ligações parafusadas são mais adequadas e econômicas. Entretanto, o projeto de tais ligações parafusadas tem enfrentado dificuldades de ser realizado devido à carência de pesquisas experimentais confiáveis sobre a resistência de tais ligações e também devido ao número reduzido de especialistas que conhecem o real comportamento desse tipo de estrutura.

Segundo Winter (1956), em se tratando de ligações parafusadas em chapas finas de aço, com solicitação perpendicular ao eixo dos parafusos, observou-se a existência de quatro modos de falha:

- I. rasgamento longitudinal da chapa ao longo de dois planos praticamente paralelos cuja distância é igual ao diâmetro do parafuso; esse tipo de falha ocorre para pequenas distâncias entre furo e borda e atualmente é denominada como rasgamento entre furo e borda (Figura 2.1);
- II. rasgamento ao longo de dois planos inclinados distintos com considerável “arrancamento” do material frente ao parafuso e atualmente é denominado como rasgamento entre furos (Figura 2.1);
- III. rasgamento transversal da chapa ou ruptura da seção líquida (Figura 2.1);
- IV. cisalhamento do parafuso, com um pequeno alongamento da parede do furo (Figura 2.1).

Porém, esses tipos de falha nem sempre ocorrem de maneira isolada, uma vez que um considerável número de corpos-de-prova falharam de maneira combinada, tal como mostra a Figura 2.1, que caracteriza um tipo de ruptura que posteriormente foi denominada como cisalhamento de bloco (block shear).

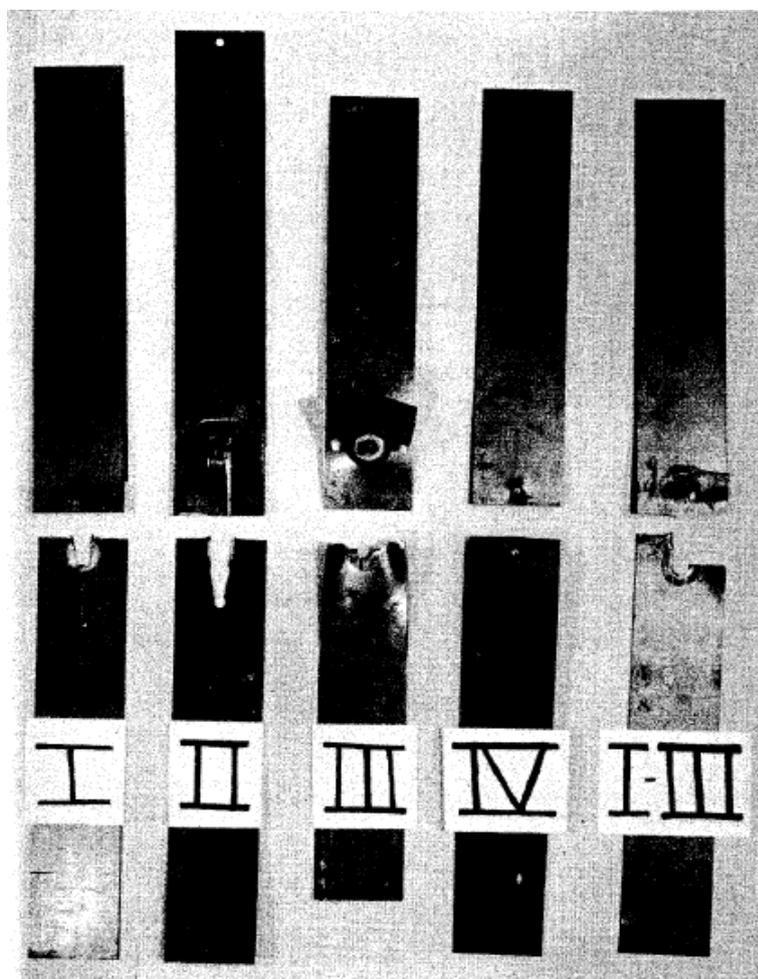


Figura 2.1 – Modos de falha em ligações parafusadas em chapas finas de aço
Fonte: Winter, 1956

O professor George Winter, em 1956, realizou um total de quinhentos e setenta e quatro ensaios em corpos-de-prova de ligações parafusadas em chapas finas de aço, sendo quinhentos e vinte e seis utilizando apenas um parafuso na ligação e, quarenta e oito utilizando dois parafusos na ligação onde, dentro de cada configuração de ligação (utilizando um ou dois parafusos) foram realizados ensaios em que os corpos-de-prova eram submetidos a corte simples e duplo. Todos os quatro tipos de falha mostrados na Figura 2.1 ocorreram nos ensaios de ligações submetidas à corte simples e duplo.

Entretanto, enquanto a maioria dos corpos-de-prova submetidos à corte duplo permaneceu razoavelmente plano até a ruptura, muitos dos corpos-de-prova submetidos à

cutte simples mostraram considerável ondulação e flexão da chapa fora do plano original da ligação. Dessa forma, verificou-se então que a magnitude da força de ruptura no modo de ruína I e III, rasgamento longitudinal e rasgamento transversal da chapa respectivamente, foi pouco afetada por essa ondulação, porém o tipo de ruína IV, cisalhamento do parafuso, produziu flexão e realinhamento na ligação de tal forma que o parafuso não foi principalmente sujeito ao cisalhamento, mas a uma determinada combinação de cisalhamento e tração.

Dando continuidade ao estudo das ligações, Chesson e Munse (1963) realizaram diversos ensaios simulando nós de treliça utilizando ligações rebitadas e parafusadas, onde chapas “gusset” foram utilizadas para fazer a união de cantoneiras laminadas aos banzos ou entre elas mesmas (costa-a-costa), onde foram criados critérios para o desenvolvimento do projeto de dimensionamento da seção líquida desses nós. Fotos apresentadas no trabalho ilustram os diversos modos de ruína (inclusive ruptura de bloco) encontrados durante a realização dos ensaios e por meio dessas pôde-se observar que a ruptura na seção líquida foi muito comum, por se tratar de ligações submetidas a grandes esforços e também pela grande quantidade de conectores na ligação. Esse trabalho deu origem à formulação para previsão da ruptura da seção líquida em cantoneiras na especificação do AISC de 1978 voltada para o dimensionamento de perfis laminados e soldados.

Popowich (1969) também realizou vários ensaios experimentais em chapas finas de aço abrangendo uma grande variação de parâmetros como número de parafusos na seção transversal, número de parafusos em linha e chapas de diferentes espessuras para uma mesma configuração de ligação, onde observou esmagamento do material em frente ao parafuso, ondulações e flexão fora do plano da ligação. Por meio de seu estudo, algumas hipóteses de comportamento da seção, como a transferência igualitária de forças pelos parafusos após a plastificação da seção, confirmaram as afirmações feitas por Winter (1956).

Chong e Matlock (1975) realizaram oitenta ensaios em corpos-de-prova de ligações, onde desses, vinte e três foram parafusados com arruelas para servir como ensaio confirmatório em relação ao trabalho de Winter (1956). Esses ensaios foram planejados em ordem, para explorar a influência de vários parâmetros como: espessura das chapas, quantidades de parafusos em uma mesma seção e quantidade de seções de parafusos perpendicular à força aplicada.

Por meio desses ensaios experimentais, constataram que a não utilização de arruelas em ligações parafusadas em chapas finas de aço, até então muitas vezes omitidas

na prática, sem qualquer embasamento teórico, levava a uma redução de 45% da capacidade resistente da ligação, sendo o caso mais crítico quando da utilização de apenas um único parafuso na ligação, pois essa configuração é propícia à flexão da borda das chapas na extremidade ligada ao final do ensaio (Figura 2.2). Essa flexão faz com que o parafuso passe a ser solicitado não só por esforços cisalhantes, mas também por esforços de tração, acarretando punctionamento da chapa pela cabeça do parafuso e/ou porca.

Outras conclusões obtidas a partir dos experimentos foram: a tensão de contato nas paredes dos furos na ruptura é independente do arranjo dos parafusos, dependendo apenas da relação e/d , onde e é a distância longitudinal do centro do furo mais próximo da borda da chapa até a extremidade da mesma e d é o diâmetro do parafuso; o empenamento das bordas livres, que ocorre quando a força última está próxima de ser alcançada, tem seu efeito desprezado na capacidade de transferência de força da ligação e os vinte e três ensaios confirmatórios com arruelas estavam de acordo com os resultados e modos de ruína propostos por Winter (1956).



Figura 2.2 – Flexão excessiva da borda das chapas nas extremidades da ligação
Fonte: Maiola, 2004

Gilchrist e Chong (1979) ensaiaram experimentalmente trinta corpos-de-prova de ligações parafusadas em chapas finas usando quatro tipos diferentes de aço e três tamanhos de parafusos comerciais com porcas sextavadas, onde todas as ligações possuíam apenas uma seção de parafusos perpendicular a força aplicada. Nesse estudo, o comportamento das ligações sem arruelas em chapas finas foi investigado e comparado com ligações semelhantes em chapas mais espessas e os resultados mostraram que o modo de ruína predominante foi o de esmagamento da parede do furo, sendo este frequentemente acompanhado por rasgos a quarenta e cinco graus a partir do furo e às

vezes por uma perfuração da chapa causada pela rotação do parafuso, indicando que a resistência de ligações parafusadas em chapas muito finas é menor que uma ligação equivalente para o mesmo material, porém com maior espessura (o que já era de se esperar).

Por fim concluíram ser necessária a utilização de fatores de ponderação adequados quando não se utilizam arruelas, recomendação essa adotada posteriormente pelo AISI de 1986. Dessa forma, foram apresentadas duas expressões para o cálculo da força resistente de tração quando da verificação do estado limite de ruptura da seção líquida, uma para ligações com a utilização de arruelas junto à cabeça do parafuso e a porca, e outra quando da utilização de somente uma ou nenhuma arruela.

Segundo Holcomb et al. (1995), relatórios sobre ligações parafusadas em perfis de aço formados a frio, desenvolvidos por Yu e Mosby (1976, 1978, 1981), mostram que centenas de ensaios em ligações parafusadas foram realizados para a obtenção de dados, com o intuito de aferir expressões de cálculo pertencentes ao American Institute of Steel Construction (AISC) à realidade dos elementos de aço formados a frio. Esses trabalhos foram de grande importância, pois mostraram que, devido à pequena espessura das chapas, a ruptura raramente ocorre nos parafusos, mas sim nas chapas de aço.

Logo, os coeficientes das equações foram ajustados para o projeto seguro dessas ligações, sendo posteriormente inseridos no AISI.

Holcomb et al. também realizaram ensaios em chapas finas, em que vinte e quatro corpos-de-prova foram ensaiados, utilizando duas diferentes configurações, sendo que o primeiro tipo, com apenas um furo, foi utilizado para uma comparação direta para o uso e não uso de arruelas (situação prevista pelo AISI de 1980).

- quando são previstas a utilização de arruelas junto à cabeça do parafuso e à porca;

$$N_{t,R} = \left[1 - 0,9r + 3r \frac{d}{g} \right] f_u A_n \leq f_u A_n \quad (2.1)$$

- quando não são previstas a utilização de arruelas ou só uma arruela é prevista;

$$N_{t,R} = \left[1 - r + 2,5r \frac{d}{g} \right] f_u A_n \leq f_u A_n \quad (2.2)$$

onde r é a razão entre a força transmitida pelo parafuso ou parafusos contidos na seção em análise pela força de tração no elemento; d é o diâmetro do parafuso e g é o

espaçamento dos parafusos perpendicular à linha da força ou, no caso de um único parafuso na seção, é a largura da própria chapa.

O segundo tipo de corpo-de-prova analisado apresentava cinco furos em zig-zag, sendo este ensaio realizado para checar se a relação $s^2/4g$ usada pelo AISC era apropriada para chapas finas. Ênfase particular foi dada às ligações projetadas para falhar no esmagamento ou por resistência à tração (ruptura de seção líquida), em que foram submetidas apenas ao corte simples, e as resistências ao escoamento e à ruptura do aço (f_y e f_u respectivamente) foram mantidas constantes para cada espessura (ressaltando que duas diferentes espessuras foram utilizadas).

Nesse trabalho observou-se que, quando a relação f_u/f_y é menor que 1,35 a resistência ao esmagamento do elemento na tração é menor do que para o caso da relação sendo maior que 1,35 (efeito da ductilidade do aço). É importante citar que a investigação experimental foi realizada de tal forma que os corpos-de-prova foram projetados variando os seguintes parâmetros: espessura da chapa de aço e largura dos corpos-de-prova, lembrando que todos os ensaios de ligação foram submetidos a corte simples e utilizando parafusos American Society for Testing and Materials (ASTM) A325 (ligações por contato).

Uma análise estatística também foi realizada para determinar como cada especificação utilizada, AISI:1991 ASD Specification e AISC:1993 LRFD Specification, previa os resultados dos ensaios, em que a análise incluía cálculo das médias, desvios-padrão e coeficientes de variação, para todos os conjuntos de corpos-de-prova ensaiados para que a partir dessa informação estatística uma análise de regressão pudesse ser realizada. Ao final de toda a investigação várias conclusões puderam ser tiradas, tanto para o esmagamento da parede do furo, quanto para ruptura da seção líquida, sendo estas apresentadas no decorrer deste trabalho.

Rogers e Hancock (1998) estudaram o comportamento dos modos de ruína em ligações parafusadas em chapas finas de aço com espessuras menor que um milímetro, utilizando aços de alta resistência, produzidos por meio de um processo de redução a frio. Esse trabalho experimental focou-se no ensaio de cento e setenta e seis corpos-de-prova, sendo que maior atenção foi voltada aos modos de ruína por esmagamento, incluindo o enrugamento da chapa em frente aos parafusos, como também à ruptura da seção líquida na região da ligação.

Os pesquisadores acreditavam que erros na identificação do modo de falha e o uso incorreto de resultados de ensaio estavam conduzindo outros pesquisadores a sérios problemas na precisão e aplicabilidade de expressões de projeto, onde é de maior importância que o modo de falha obtido nos ensaios sejam fiéis ao modo de falha para o qual a expressão proposta foi construída.

Tomando isso como objetivo, uma verificação geral das equações de projeto utilizadas para a previsão da capacidade resistente de ligações parafusadas foi realizada, analisando detalhes das exigências contidas nos códigos normativos Australian / New Zealand (AS/NZS, 1996), North American (CSA, 1994; AISI, 1997) e European (EUROCODE, 1996).

Na conclusão do trabalho, os autores confirmaram após uma detalhada investigação de fotografias existentes e evidências contidas em textos da literatura, somados aos ensaios confirmatórios realizados, que algumas expressões utilizadas para determinar a redução da capacidade resistente da seção líquida não forneciam bons resultados. Também afirmaram, que os modos de falha de ligações parafusadas que apresentam rasgamento do material da chapa pode pertencer ao modo de falha por esmagamento e por fim recomendaram que os tipos de falha rasgamento/esmagamento devem ser tratados separadamente, indicando a necessidade de um coeficiente gradual para a resistência ao esmagamento, que dependa da relação entre o diâmetro do parafuso (d) e a espessura da chapa (t), além da resistência à ruptura do aço (f_u).

Maiola (2004) realizou uma extensa pesquisa experimental em que um total de duzentos e trinta e dois corpos-de-prova de ligações parafusadas em chapas finas de aço foram ensaiados, onde os seguintes parâmetros foram analisados: espessura das chapas (cinco diferentes tipos, sendo estas de diferentes materiais), diâmetro dos parafusos (dois diferentes tipos), relação d/g (diâmetro do parafuso/espacamento transversal dos parafusos, sendo cinco tipos diferentes), quantidade de parafusos na seção (três variações), quantidade de seções de parafusos perpendicular a solicitação (quatro variações) e emprego ou não de arruelas junto à cabeça dos parafusos e à porca.

A inspiração do trabalho foi analisar o comportamento estrutural dessas ligações quando submetidas a corte simples e duplo, com base em análises teóricas e experimentais de diversas configurações, avaliando e identificando os correspondentes modos de falha, com ênfase na ruptura da seção líquida para que o propósito maior de aferição das expressões de cálculo do coeficiente de redução da área líquida C_t para chapas finas e perfis de aço formados a frio fosse atingido.

Essa análise se fez necessária, pois na elaboração da norma brasileira ABNT NBR 14762:2001 um item em particular que gerou dificuldade foi a verificação do estado limite último de ruptura da seção líquida para ligações parafusadas em chapas finas de aço e perfis formados a frio, por ser esse um estado limite muito susceptível à ocorrência de efeitos localizados que, em geral, governam o projeto de ligações em elementos de espessura reduzida.

Como a norma brasileira de dimensionamento de estruturas de aço constituídas por perfis formados a frio, ABNT NBR 14762:2001, leva em conta estes efeitos localizados por meio da adoção de um coeficiente de redução da área líquida (C_t), se fez necessário uma profunda análise experimental para que o grau de veracidade desses modelos teóricos perante os resultados de ensaio fosse colocado a prova.

Sendo assim, após minuciosa investigação experimental, concluiu-se que o modo de falha por ruptura da seção líquida efetiva não ocorreu de maneira isolada, pois nos casos onde houve tal modo de ruína observou-se também um avançado esmagamento na parede dos furos, tanto maior quanto menor a quantidade de seções de parafusos perpendiculares à força aplicada (maior concentração de tensões). De acordo com os resultados, a maioria dos corpos-de-prova apresentou valores médios experimentais de C_t superiores aos valores teóricos, mostrando indícios de caráter conservador da norma brasileira.

Rezende (2005), tendo como base o trabalho de Maiola (2004), analisou numericamente o comportamento estrutural de ligações parafusadas em chapas finas, com vista a estabelecer uma abordagem numérica confiável e satisfatória dessas ligações, utilizando para tanto códigos de cálculo embasados no método dos elementos finitos, onde modos de falha, respeitando àqueles adquiridos em ensaios experimentais, foram obtidos por meio de modelos numéricos.

Vale ressaltar ainda que outro aspecto de interesse a ser obtido por meio dos modelos numéricos refere-se à possível identificação “a priori” dos modos de ruína, ou seja, a configuração deformada das partes que constituem as ligações pode ser obtida de antemão por meio da construção de modelos numéricos, proporcionando assim uma idéia de como os corpos-de-prova se comportarão durante os ensaios em laboratório.

2.1.1 – Considerações sobre os modos de ruína em ligações parafusadas em chapas finas de aço

2.1.1.1 – O trabalho de George Winter

A respeito dos modos de ruína em ligações parafusadas em chapas finas de aço, vale ressaltar como foram inicialmente identificados nos corpos-de-prova quais os critérios

utilizados e como se definiram as primeiras equações de previsão da força resistente de tração relativa ao comportamento desse tipo de ligação.

Logo, esse item tem por objetivo apresentar, resumidamente, o prestigioso trabalho pioneiro do professor e pesquisador George Winter (na ocasião chefe do grupo de pesquisa de elementos de aço formados a frio da Universidade de Cornell), responsável por desenvolver tais critérios para esse tipo de ligação.

Winter (1956) classificou e equacionou os modos de ruína, apresentados na Figura 2.1, da seguinte forma:

a) *Rasgamento longitudinal da chapa ou rasgamento entre furo e borda, Tipo I*

Esse tipo de ruína sugere que a força aplicada seja resistida ao longo de dois planos de ruptura, em que duas forças de corte cuja magnitude é provável estarem relacionada à distância final e (*distância, na direção da força aplicada, do centro do furo até a borda da chapa*), embora não necessariamente por proporção direta. Investigações preliminares mostraram que uma melhor correlação entre essas variáveis foi obtida com a resistência ao escoamento do aço (f_y) do que com a resistência à ruptura aço (f_u), levando a formulação que segue.

A tensão cisalhante nominal atuante na chapa na ruptura, em dois planos de falha é

$$\tau_s = \frac{F_u}{2te} = 0,70f_y \quad (2.3)$$

sendo:

F_u a força na ruína da ligação;

t a espessura da chapa.

Obs: a Eq. (2.3) é válida apenas quando a relação e/d não excede 3,5 (d é o diâmetro do parafuso), sendo que maiores informações sobre as equações presentes nesse item se encontram na referência citada.

b) *Rasgamento oblíquo ou rasgamento entre furos, Tipo II*

Embora os tipos de ruína I e II não sejam claramente distintos na obliquidade dos planos de falha e a quantidade de material arrancado na frente do parafuso, se torna uma questão de ponto de vista, cabe duas observações para distâncias excedendo $e = 3,5d$: i) a aparência da falha tendendo mudar do tipo I para o tipo II e ii) muitos, porém não todos, os corpos-de-prova falham em forças significativamente abaixo daquelas definidas por meio da Equação 2.3.

Tentando avaliar esse fenômeno, observou-se que uma razoável correlação pode ser obtida entre e/d e σ_b/f_y , onde σ_b é a tensão de esmagamento na ruptura. Notou-se que, para uma relação de e/d até 3,5, a razão tensão de esmagamento/resistência ao escoamento (σ_b/f_y) aumenta com o aumento de e/d , sendo satisfatoriamente, do lado da segurança, representada pela reta

$$\frac{\sigma_b}{f_y} = 1,4 \frac{e}{d} \quad (2.4)$$

A partir de $e/d = 3,5$ a dispersão aumenta e a Equação 2.4 se torna insegura. Assim, para uma razoável determinação na faixa de valores estudada, a própria linha reta horizontal, obtida por meio da Equação. 2.4, conduz a uma condição aceitável de que a tensão de contato

$$\sigma_b = 4,9f_y \quad (2.5)$$

deve ser adotada para razões de e/d excedendo 3,5.

Sabe-se hoje que a razão σ_b/f_u é que se relaciona com e/d , e que substituindo $\sigma_b = F_{ult} / dt$ em $\sigma_b / f_u = e / d$ obtem-se $e = F_{ult} / f_u t$ ou $F_{ult} = t e f_u$.

A Equação 2.5 simplesmente estabelece um limite superior para σ_b , correspondendo a $e/d = 3,5$, e indica que para uma distância até a borda excedendo esse valor, a ruptura já não ocorre por rasgamento simples em planos paralelos à força, mas origina uma sobre-tensão local na vizinhança do parafuso, que aumenta progressivamente em uma forma mais complexa do que a simples ação do rasgamento para curtas distâncias até a borda.

Na realidade, existem duas diferentes formas de expressar identicamente a mesma situação, igualando as Equações. 2.3 e 2.4 estabelecendo a seguinte igualdade:

$$2\tau_s \frac{e}{d} = \frac{F_{ult}}{td} = \sigma_b = 1,4 \frac{e}{d} f_y \quad (2.6)$$

Essa expressão fornece o valor da tensão de esmagamento (ou contato) na parede do furo do parafuso.

Atualmente a força resistente ao esmagamento é dada por $F_{ult} = \alpha_e dtf_u$ onde $\alpha_e = (0,183t + 1,53) dtf_u$ com t em mm.

c) *Rasgamento transversal ou ruptura da seção líquida, Tipo III*

Nas estruturas de aço convencionais era procedimento aceito o uso de tensões admissíveis na resistência à tração para a seção líquida, na suposição de que o efeito da concentração de tensões elásticas nos furos dos parafusos fosse desprezável pela redistribuição de tensões plásticas.

Dentro de certos limites, isso é confirmado por dados experimentais, devendo-se notar que a redistribuição plástica não é o único agente a minimizar o efeito da concentração de tensões elásticas sendo que, na verdade, uma considerável parte da força é transmitida diretamente por meio do atrito entre os elementos conectados.

Porém, resultados de ensaios de corpos-de-prova que falharam por ruptura da seção líquida provam que a completa desconsideração da concentração de tensão nos furos não é garantida em ligações parafusadas em chapas finas de aço.

Consequentemente, gráficos relacionando a razão da tensão nominal na seção líquida para a força última com a resistência à ruptura do aço (σ_{net}/f_u) contra d/g, sendo g a distância entre centro de furos na direção perpendicular a força ou largura da chapa para um único furo na seção, foram plotados e analisados mostrando que d/g tem uma grande influência na tensão de ruptura e que dentro da faixa de valores investigados essa relação é satisfatoriamente representada por

$$\sigma_{net} = \left(0,10 + 3,0 \frac{d}{g} \right) f_u \leq f_u \quad (2.7)$$

A Eq. (2.7) foi a primeira desenvolvida para ligações parafusadas em chapas finas de aço, na tentativa de obter a tensão atuante na seção líquida, levando em conta a relação d/g; posteriormente essa equação foi ajustada e atualmente faz parte de muitos documentos normativos voltados para o cálculo de elementos estruturais de aço formado a frio.

d) *Cisalhamento do parafuso, Tipo IV*

Os resultados obtidos por meio da investigação experimental mostraram que a resistência das ligações que falharam no parafuso se correlaciona melhor com a resistência

à ruptura do aço do parafuso do que com a resistência ao escoamento do aço do mesmo, permitindo que alguns diagramas relacionando a razão da tensão cisalhante nominal na falha do parafuso, τ_b , e a resistência à ruptura do parafuso, f_{ub} , com o diâmetro do parafuso (d), fossem construídos, já que a ruptura ocorreu na rosca.

Por meio desses diagramas foi possível notar que a relação τ_b/f_{ub} é razoavelmente independente do diâmetro do parafuso e também que os valores dos ensaios estão agrupados em torno de $\tau_b/f_{ub} = 0,62$ para os corpos-de-prova submetidos ao corte duplo e em torno de $\tau_b/f_{ub} = 0,72$ para os corpos-de-prova submetidos ao corte simples. Em vista do fato de a falha por cisalhamento do parafuso ser mais súbita do que aquelas na chapa, acreditava-se que valores conservativos para o menor dos resultados obtido nos ensaios poderia ser selecionado como uma base para a previsão de projeto. Por essa razão foi sugerida que uma razoável representação dos resultados dos ensaios, aplicável à corte simples e corte duplo, poderia ser dada por:

$$\tau_b = 0,60f_{ub} \quad (2.8)$$

Logo, após toda essa visão de caráter introdutório sobre o trabalho de George Winter relacionado às ligações parafusadas em chapas finas de aço, cabe aqui um resumo das principais conclusões obtidas por ele.

2.1.1.2 – Considerações gerais e abordagens sobre os modos de ruína em ligações parafusadas em chapas finas de aço

Visando a apresentação dos principais resultados obtidos nas pesquisas com ligações parafusadas em chapas finas, segue o resumo das conclusões obtidas pelos pesquisadores citados neste trabalho.

No trabalho realizado na Universidade de Missouri-Rolla por Holcomb et al. (1995), a avaliação de dados, que se focou em duas direções principais, foi feita da seguinte maneira: a primeira foi analisar a capacidade ao esmagamento e considerar métodos para melhorar a correlação entre valores previstos e ensaiados considerando a deformação no furo; a segunda foi analisar como os métodos correntes aproximam o modo de ruína por ruptura da seção líquida, principalmente quando se trata de ligações com furos em zig-zag, e desenvolver uma equação para melhorar a correlação entre as forças resistentes previstas (F_{AISI} e F_{AISC}) e ensaiadas (F_{ult}). O procedimento foi comparar a força resistente máxima

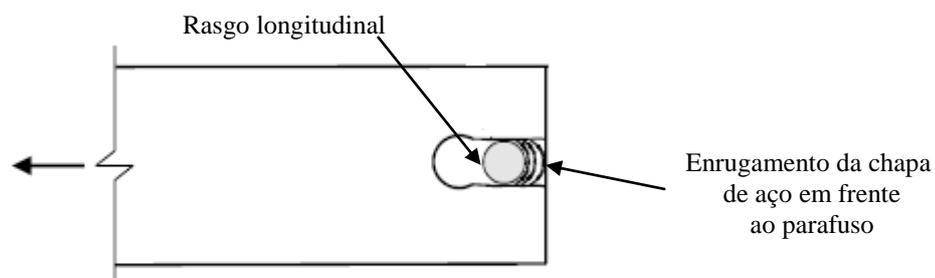
obtida por meio de ensaio com a força resistente máxima prevista pelas especificações do AISI:1986 e do AISC:1993, para determinar como cada especificação previa os resultados dos ensaios.

Para o caso da primeira parte da avaliação de dados, devido os ensaios em ligações parafusadas em chapas finas de aço não terem apresentado ruína por esmagamento, não será apresentado comentário algum, porém vale citar que o uso de arruelas entre a cabeça do parafuso e a porca, fez com que a resistência das ligações aumentasse proporcionando uma mudança no tipo de falha das ligações, pois em vez de ocorrer esmagamento da parede do furo, como previsto, ocorreu ruptura da seção líquida.

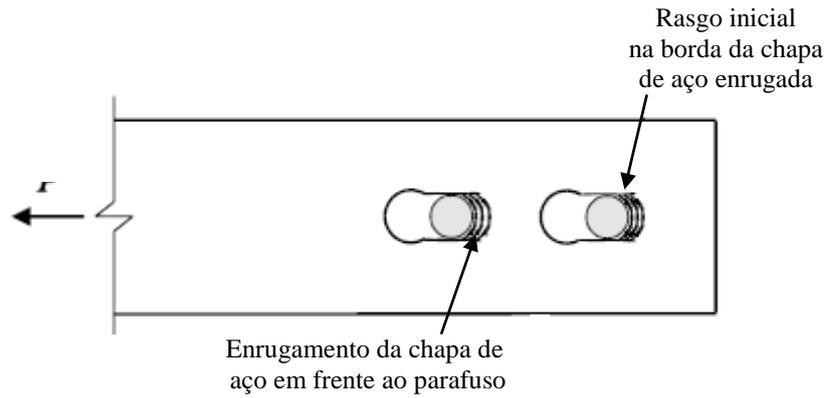
Em relação ao modo de ruína por ruptura da seção líquida em corpos-de-prova com furos em zig-zag, observou-se que o fator do AISC, $s^2/4g$, é apropriado para o uso nessas ligações. Isso foi determinado aplicando a definição do AISC nas equações do AISI para então serem utilizadas em chapas finas. Para os corpos-de-prova com espessura de um milímetro, o valor médio da relação F_{ult}/F_{AISI} foi de 0,856 e o coeficiente de variação (c.v.) foi de 0,058. Para os corpos-de-prova com espessura de três milímetros, esses valores foram 0,919 e 0,034 respectivamente, mostrando que a relação é adequada para esse tipo de ligação e que quanto mais espessa a chapa mais precisos são os resultados (obviamente não se esperava o contrário, já que a equação foi inicialmente desenvolvida para o uso em perfil laminados e soldados).

Rogers e Hancock (1998), citados no item 2.1, realizaram diversos ensaios experimentais em ligações parafusadas em chapas finas, de modo que todos os corpos-de-prova estudados foram dimensionados a apresentar ruína na chapa de aço e sendo assim, a falha por cisalhamento do parafuso foi desconsiderada no trabalho.

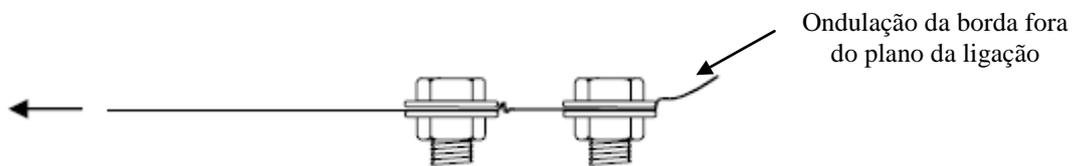
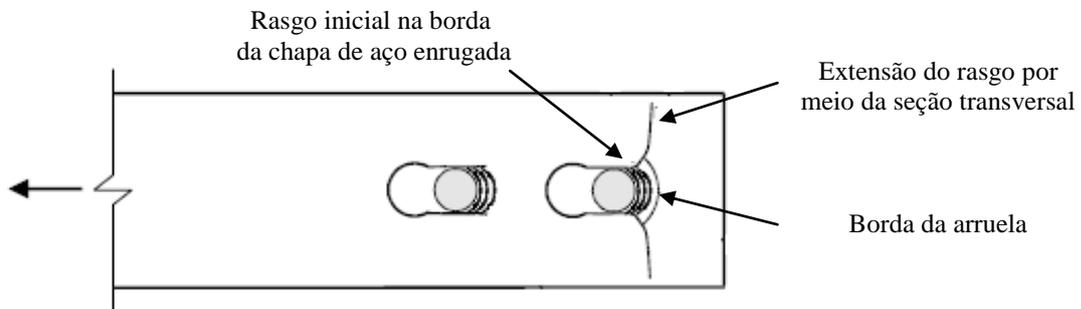
A partir da resposta estrutural obtida, a Figura 2.3 foi construída na tentativa de exemplificar o que se observou nos ensaios.



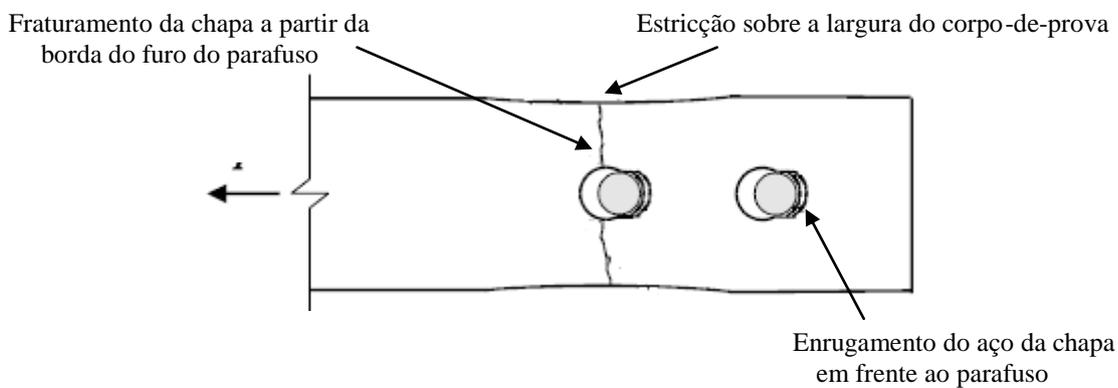
(a) Esmagamento e rasgamento da chapa



(b) Rasgamento entre furos



(c) Esmagamento com flexão da borda



(d) Ruptura da seção líquida

Figura 2.3 – Tipos de falhas padrões em ligações parafusadas em chapas finas
Adaptado: Rogers e Hancock, (1998)

Com base nos ensaios realizados, observou-se que a falha por esmagamento da parede do furo ocorre tipicamente em ligações com apenas um parafuso onde a distância a partir do centro do furo do parafuso até a extremidade da chapa é maior que uma vez e meia o diâmetro do parafuso. Também é importante citar a existência, antes da ruína, de algum enrugamento da chapa de aço em frente ao parafuso, acompanhada de dois rasgos longitudinais bem próximos do material enrugado conforme ilustra a Figura 2.3 (a).

Outro estado limite último frequente nesse tipo de ligação que, segundo os autores, por sinal foi bastante pronunciado nos ensaios experimentais, é o de rasgamento da parede do furo do parafuso (Figura 2.3(b)) onde o mesmo é caracterizado, como o próprio nome diz, pelo enrugamento da chapa de aço em frente ao parafuso, acompanhado de um rasgo por arrancamento na direção da força aplicada, semelhante ao que se observou na falha por esmagamento (Figura 2.3 (a)).

Em alguns corpos-de-prova, os autores observaram rasgos adicionais nas bordas do material enrugado próximo à extremidade do corpo-de-prova, já para outros corpos-de-prova esses rasgos na borda do material enrugado se propagaram na direção perpendicular ao eixo de carregamento como mostrado na Figura 2.3 (c). Tipicamente, quando a chapa ondula fora do plano da ligação e o enrugamento da chapa também ocorre em frente à arruela, a força última está associada a um rasgamento do corpo-de-prova.

Assim, para que essa ondulação fora do plano da ligação pudesse ser contida durante os ensaios, grampos foram utilizados na ligação fazendo com que o grau de rasgamento fosse reduzido, e com isso a ruína por esmagamento ocorresse de maneira pura, sem a ocorrência de rasgamento, proporcionando forças últimas maiores.

Uma observação de grande importância a ser feita, condiz ao fato de que os corpos-de-prova de ligações parafusadas em chapas finas de aço também podem apresentar grande quantidade de distorção por esmagamento antes de romper por meio da seção líquida, pois como esse modo de ruptura é identificado pela estrição do corpo-de-prova, seguida por uma pequena fratura do material no centro do furo mais distante em relação à extremidade do corpo-de-prova e posterior escoamento do aço sobre sua largura (ver Figura 2.3 (d)), os autores recomendam atentar a essa condição de ruína no sentido delas poderem mascarar os resultados esperados.

Ao se tratar dos ensaios experimentais realizados por Maiola (2004), constatou-se a ocorrência de dois modos de ruína predominantes, o primeiro foi caracterizado pelo esmagamento da parede do furo ou furos e o segundo caracterizou-se pela ruptura da seção líquida. Um terceiro modo de ruína, observado em alguns dos corpos-de-prova, foi à

associação dos modos anteriores ao final do ensaio, pois ocorrida a ruptura da seção líquida, a parede do furo (ou furos) se encontravam com deformação excessiva.

Dessa forma, o autor concluiu que as ligações parafusadas em chapas finas de aço, que possuíam apenas uma seção de parafusos perpendicular à solicitação, sofrem grande influência da concentração de tensões junto à parede dos furos, além de flexão excessiva da extremidade da chapa na região extrema da ligação. Essa configuração de ligação proporcionou como modo de ruína predominante o esmagamento da parede do furo (ou furos), e suas forças últimas se apresentaram inferiores aos valores estimados teoricamente.

Um fato de grande importância que pôde ser comprovado com esses ensaios foi que o desempenho dessas ligações quando da utilização de arruelas junto à cabeça dos parafusos e da porca aumentou a força resistente dessas ligações e, conforme o número de seções de parafusos perpendicular à força aplicada aumentou, a influência da flexão das chapas na extremidade da ligação diminuiu, porém a utilização ou não de arruelas não resultou em melhor concordância entre os resultados experimentais quando comparados com os teóricos.

Ainda segundo o mesmo autor, corpos-de-prova que apresentaram ruptura da seção líquida tiveram a ruína caracterizada pela estricção da seção, seguida da fratura do material iniciada junto às bordas do furo ou furos, propagando-se para as extremidades da chapa, no caso de um furo por seção, ou propagando-se inicialmente para os furos adjacentes para em seguida iniciar a fratura em direção às extremidades das chapas, no caso de dois ou mais furos por seção. A Figura 2.4 ilustra um caso típico de ruptura da seção líquida.

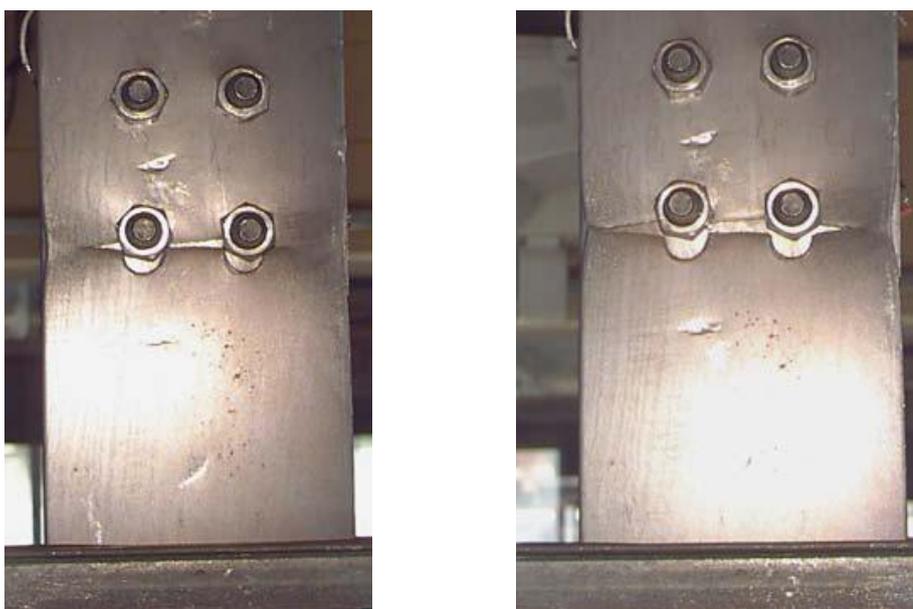


Figura 2.4 – Falhas por ruptura da seção líquida
Fonte: Maiola, (2004)

Cabe aqui um breve comentário relacionado aos trabalhos expostos até agora, pois é possível notar total concordância entre as observações e resultados apresentados pelos autores, mostrando que os ensaios foram bem conduzidos e que as estratégias de dimensionamento foram criteriosamente estudadas na fase de planejamento experimental.

A seguir são apresentadas algumas recomendações pertinentes a análise de resultados experimentais quando da utilização de formados a frio em ligações parafusadas submetidas ao cisalhamento.

2.1.1.3 – Sugestões para a identificação dos modos de ruína por ruptura da seção líquida e esmagamento da parede do furo

Conforme consta no trabalho de Rogers e Hancock (1998), para o desenvolvimento de equações voltadas ao projeto de estruturas, é indispensável que resultados de ensaios experimentais estejam disponíveis para comparação com as formulações propostas, sendo também necessário que os modos de ruína desses resultados de ensaio correspondam aos modelos de previsão propostos. Porém em alguns casos, é possível ocorrerem erros na identificação do modo de ruína de corpos-de-prova de ligações parafusadas que estão submetidos, por exemplo, à falha por esmagamento.

Isso supostamente acontece quando a extremidade da peça de ensaio não é contida às ondulações que podem ocorrer fora do plano da ligação, surgindo assim rasgos próximos da direção perpendicular à força aplicada e se estendendo a partir da borda da chapa de aço (Figura 2.3 (c)). Esses rasgos, que se pronunciam próximos à borda enrugada em frente ao parafuso, podem confundir o pesquisador e de certa forma induzi-lo a um erro na identificação do modo de ruína obtido, fato este que acarretaria em uma não convergência de resultados ao se comparar com a previsão teórica.

Sendo assim, errar na identificação de rasgamentos localizados nos furos dos parafusos, que é uma característica de iminência de esmagamento, pode fazer com que um ensaio bem conduzido se torne descartável. Isso ocorre pelo fato de o pesquisador não ter tomado o cuidado de observar o real comportamento da ruína, pois a observação inicial desses corpos-de-prova pode fazer parecer que tenham falhado por ruptura da seção líquida, entretanto, o rasgamento localizado da chapa é causado por tensões de contato e uma distorção resultante fora do plano da chapa na vizinhança do furo do parafuso.

Logo, a verdadeira ruptura da seção líquida pode ser identificada em corpos-de-prova pelas seguintes características:

- estrição por meio da largura do corpo-de-prova;
- estrição por meio da espessura do corpo-de-prova;
- uma zona inicial de fratura originando-se a partir do centro do furo do parafuso;
- falha no furo do parafuso mais distante da borda do corpo-de-prova;
- não ocorrência de significativa ondulação fora do plano do corpo-de-prova;
- não ocorrência de significativa deformação da chapa na vizinhança do furo do parafuso.

Agora ao se tratar de falha típica por esmagamento, onde a extremidade do corpo-de-prova ondula fora do plano da ligação ou onde uma extensa distorção da chapa na vizinhança do furo do parafuso ocorre, a tendência para formação de rasgos no corpo-de-prova é reduzida.

Sendo assim, a existência de enrugamento do material da chapa em frente ao parafuso é bem pronunciada, podendo-se atribuir a falha do corpo-de-prova à tensão de contato (ou esmagamento), porém se rasgos aparecerem, o pesquisador poderá determinar se eles foram um resultado de tensões de contato (esmagamento) checando as seguintes características:

- ocorrência de significativa ondulação fora do plano da borda do corpo-de-prova;
- ocorrência de significativa deformação fora do plano na vizinhança do parafuso;
- não ocorrência de estrição na largura do corpo-de-prova;
- não ocorrência de estrição na espessura do corpo-de-prova no rasgo;
- os rasgos originam-se próximos do material enrugado em frente ao parafuso ou arruela e não no centro do furo do parafuso;
- os rasgos usualmente se propagam em uma direção diagonal à borda do corpo-de-prova.

Resumidamente, o modo de falha de uma ligação parafusada é mais facilmente determinado se o ensaio não for prolongado após a carga última ter sido alcançada o que se faz necessário o uso de uma máquina de ensaio com controle de deslocamentos.

Também vale citar que o rasgamento associado ao esmagamento é frequentemente encontrado numa faixa de força após a força última ter sido alcançada, e por isso não influencia a capacidade de transferência de esforços da ligação. Por outro lado, a presença

de significativos rasgos que estão próximos da direção perpendicular à força aplicada podem ter grande influência no modo de ruína encontrado, causando frequentes erros na identificação.

2.2 – Ligações parafusadas em perfis formados a frio

O uso de elementos estruturais em aço formado a frio, desde seu início, tem apresentado comportamento diferenciado frente às seções de aço laminadas e soldadas. Sendo assim, engenheiros e pesquisadores perceberam que seria necessário, para tal fim, o desenvolvimento de especificações de projeto estritamente voltadas para esses tipos de elementos de aço.

Logo, para que esses documentos viessem a ser escritos, era de extrema necessidade, que em uma etapa anterior, fosse efetuada a realização de estudos experimentais, na tentativa de se obter uma base de dados, tendo como objetivo a formulação e avaliação de equações de previsão das forças resistentes dos elementos, permitindo que essas normas viessem a ser calibradas e aferidas no contexto da garantia de segurança e confiabilidade.

Entretanto, a maioria das informações que se possuía na ocasião sobre o comportamento de peças tracionadas, mais diretamente das ligações dessas peças, era voltada aos perfis laminados e soldados, pelo fato de as primeiras e maiores pesquisas, em número de ensaios realizados e qualidade dos resultados obtidos, terem sido destinadas à quantificação do efeito shear lag e do esmagamento nesses tipos de perfis, fazendo com que os pesquisadores de perfis formados a frio esbarrassem na carência de resultados experimentais.

Assim, com o intuito de diminuir essa carência, pesquisas no seguimento dos formados a frio foram e têm sido realizadas, indicando que o desempenho dessas ligações envolve diversas variáveis, de certa forma mais sensíveis perante aos perfis pesados, para avaliação do real comportamento da distribuição de tensões não-uniformes na seção das peças quando tracionadas, principalmente na região adjacente a ligação.

Como se sabe, quando nem todos os elementos da seção transversal estão diretamente conectados, as partes que se encontram livres na ligação se tornam susceptíveis ao pronunciamento de um fenômeno denominado efeito shear lag, que salientando desde já, tem se mostrado mais abrupto nos perfis formados a frio quando comparado aos perfis laminados e soldados.

Nesse contexto, cabe aqui uma pequena citação de algumas pesquisas voltadas ao comportamento de ligações parafusadas em perfis laminados quando sujeitas ao cisalhamento, pois, como mencionado, essas pesquisas serviram, de certo modo, como parâmetro de comparação na avaliação das incógnitas tidas como importantes para o entendimento da resposta estrutural obtida quando do uso de perfis formados a frio em ligações sujeitas ao cisalhamento.

Sendo assim, ao se tratar da quantificação do efeito shear lag, Easterling e Giroux (1993) mostraram em seu trabalho que esse efeito só começou a ser levado em conta no cálculo da eficiência da seção líquida em ligações parafusadas, de elementos tracionados, pelo American Institute of Steel Construction (AISC) a partir da especificação de 1978. Esse documento normativo estipulou que o efeito shear lag só era aplicável a ligações parafusadas em perfis laminados e soldados de elementos tracionados, sendo que para cada tipo de ligação seu respectivo coeficiente de redução da área líquida levaria em conta esse efeito no cálculo da força resistente de projeto do elemento estrutural.

Porém, para que o AISC fizesse essas considerações normativas, diversos ensaios experimentais foram realizados, principalmente em chapas, cantoneiras e perfis U, sendo que a partir desses o propósito de investigar e revisar as previsões para o efeito shear lag em ligações parafusadas e soldadas fosse atingido. Desse modo, a partir de 1978, mudanças e recomendações pertinentes ao coeficiente de redução da área líquida começaram a ser feitas na tentativa de esclarecer e ajudar as revisões posteriores das especificações de projeto americanas.

Dando continuidade a essa revisão e ressaltando que, embora o foco principal desse trabalho de pesquisa sejam ligações parafusadas em perfis formados a frio, a literatura e especificações de projeto para elementos estruturais de aço em geral foram revisadas, sendo os comentários feitos a seguir estarem relacionados à ligações parafusadas em perfis laminados.

Logo, ainda dentro do trabalho de Easterling e Giroux (1993) foi apresentado que o parâmetro de maior importância no dimensionamento de ligações parafusadas para determinados tipos de perfis possui a seguinte definição: \bar{x} é uma propriedade geométrica definida como a distância do plano de corte da ligação ao centróide da seção transversal do elemento, como indicado na Figura 2.5. Sendo que o elemento pode ser uma apenas parte da seção transversal para casos particulares, pois já haviam percebido que essa variável é de grande importância no cálculo do fator de redução de tensão e que qualquer equívoco na sua orientação poderia ser de alto custo no desempenho da ligação. Desse forma

apresentaram algumas recomendações, que se mostraram de grande importância para o cálculo da força resistente de elementos de aço tracionados.

Também mostraram que o comprimento L da ligação é dependente do número de conectores ou comprimento de solda necessário para desenvolver a força de tração resistente, e isso por sua vez é dependente das propriedades do elemento e da resistência dos conectores ou soldas utilizados. O comprimento L é definido como a distância, paralela à linha de ação da força, entre o primeiro e último conector em uma linha para ligações parafusadas, sendo que o número de parafusos em uma linha para o cálculo de L é determinado pela linha com o máximo número de parafusos na ligação e, para ligações soldadas, L é o comprimento do elemento de solda paralelo à linha de força que é soldada.

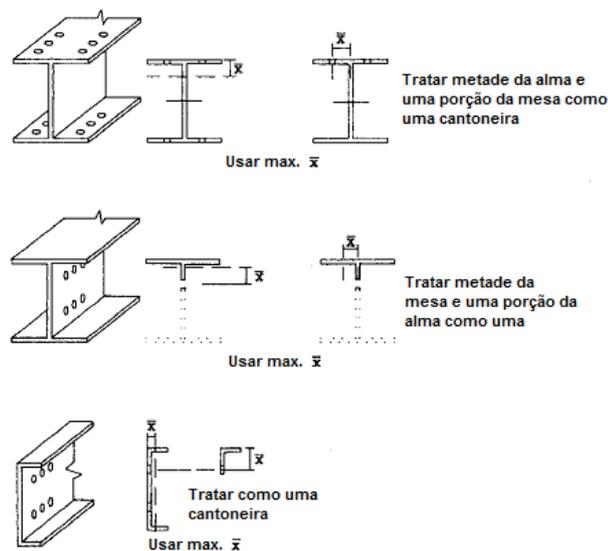


Figura 2.5 – Definição de \bar{x} para alguns casos
Adaptado: Easterling e Giroux, (1993)

É importante citar que as recomendações feitas por esses pesquisadores evoluíram e desde a versão de 1999 do AISC a propriedade geométrica \bar{x} vem sendo tratada de maneira diferente do que está exposto na Figura 2.5.

No trabalho realizado por Kulak e Wu (1997), o efeito do fenômeno shear lag foi estudado em ligações parafusadas em cantoneiras laminadas simples e dupla de abas iguais e desiguais, onde foi mostrado que a especificação do AISC (LRFD) de 1993 e suas versões anteriores estão baseadas no trabalho de Chesson e Munse (1963) no que diz respeito às previsões do efeito shear lag em cantoneiras parafusadas e rebitadas. Munse e Chesson (1963) observaram que a eficiência desses elementos é função de um grande número de fatores e suas conclusões são expressas usando uma área líquida efetiva calculada como segue;

$$A_{ne} = K_1 K_2 K_3 K_4 A_n \quad (2.9)$$

onde A_n é a área líquida da seção transversal; A_{ne} é a área líquida efetiva da seção transversal; K_1 é o fator de ductilidade; K_2 é o fator para o método de furação da peça; K_3 é o fator geométrico refletindo o espaçamento entre os furos e K_4 fator shear lag, de particular interesse nas recomendações feitas pelos autores, que é

$$K_4 = 1 - \frac{\bar{x}}{L} \quad (2.10)$$

sendo L o comprimento da ligação (entre conectores extremos) e \bar{x} a distância da face da chapa gusset (ou plano de corte do parafuso) ao centro de gravidade da seção transversal. Para os casos mais práticos, foi definido que o fator de ductilidade K_1 e o fator geométrico K_3 podem ser tomados como unitários e, ao fator K_2 podem ser dados os valores de 0,85 para furos puncionados ou 1,0 para os furos perfurados. No entanto, muitas especificações, em vez de usar o valor 0,85 para K_2 para levar em conta o efeito do puncionamento, esse é levado em conta tomando o diâmetro do furo 2mm maior que o tamanho real do furo quando no cálculo da área líquida. Assim, de acordo com a formulação de Munse e Chesson, a força resistente prevista para uma cantoneira tracionada pode ser escrita como

$$F_u = \left(1 - \frac{\bar{x}}{L}\right) A_n f_u \quad (2.11)$$

Kulak e Wu (1997), também observaram uma clara diferença no comportamento entre corpos-de-prova com a mesma seção transversal, mas com diferentes disposições de ligação, i.e., aba maior conectada contra aba menor conectada, nos quais a ductilidade (tomada no último nível de força) para os corpos-de-prova com a aba maior conectada é cerca de duas vezes maior que para a mesma seção com a aba menor conectada.

Ao mesmo tempo foi notado, como era de se esperar, que corpos-de-prova com menores comprimentos de ligação, obtiveram menores forças últimas, e menor ductilidade conforme mostram as Figuras 2.6 e 2.7. Embora os casos anteriormente descritos sejam todos para cantoneiras simples, as cantoneiras duplas mostraram o mesmo comportamento e, para todos os corpos-de-prova de cantoneiras simples com seis parafusos na ligação, tendo a maior aba conectada ou não, a deflexão lateral fora do plano da ligação, a meio comprimento, foi aproximadamente igual à excentricidade na mesma direção (onde essa

excentricidade é tomada como a distância do centro de gravidade da cantoneira até a face da chapa gusset).

Os corpos-de-prova com quatro ou dois parafusos na ligação apresentaram deflexão de 75 e 53% da excentricidade.

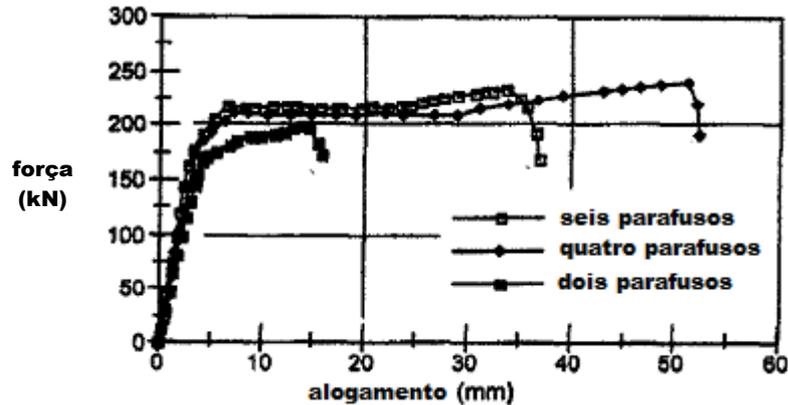


Figura 2.6 – Diagrama força x alongamento para cantoneiras simples idênticas
Adaptado: Kulak e Wu, (1997)

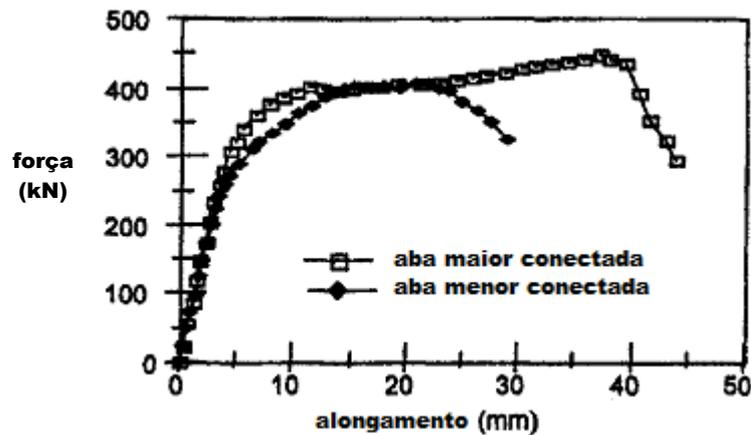


Figura 2.7 – Diagrama força x alongamento para cantoneiras simples idênticas
Adaptado: Kulak e Wu, (1997)

Ainda dentro do trabalho de Kulak e Wu foi proposta uma equação de previsão da força resistente de tração, fundamentada nos resultados experimentais e numéricos (obtidos por meio de análises por elementos finitos), que assume o desenvolvimento de tensões da ordem da resistência à ruptura do material na seção crítica do elemento conectado e uma faixa de tensões, próximas a resistência ao escoamento do material para os elementos desconectados. Desse modo, a previsão da força última em cantoneiras simples e duplas baseada nesse modelo de ruptura é:

$$F_u = f_u A_{cn} + \beta f_y A_o \quad (2.12)$$

onde F_u é a força última prevista para o elemento; f_u é a resistência à ruptura do material; f_y é a resistência ao escoamento do material; A_{cn} é a área líquida da aba conectada na seção crítica, calculada tomando o diâmetro dos furos com 2mm maior que o diâmetro nominal do parafuso; A_0 é a área bruta da aba desconectada e $\beta = 1,0$ para elementos com quatro ou mais conectores por linha na ligação ou $\beta = 0,5$ para elementos como três ou dois conectores por linha na ligação.

Utilizando a Eq. (2.12), o coeficiente de redução da seção líquida será

$$U = \frac{A_{cn} + \beta \frac{f_y}{f_u} A_0}{A_n} \quad (2.13)$$

Na Figura 2.8 a força última prevista utilizando (2.12) é comparada com os resultados dos ensaios indicando que a Eq. 2.13 fornece, em média, uma previsão conservadora e suas respostas apresentam pouca dispersão em relação à média.

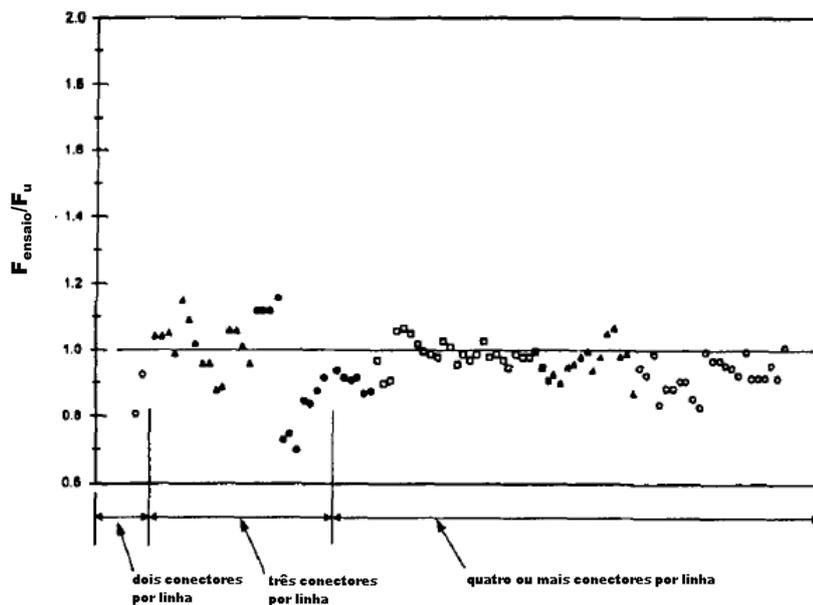


Figura 2.8 – Avaliação da Eq. 2.13
Adaptado: Kulak e Wu, (1997)

Como citado anteriormente, e sabendo que o assunto chave deste trabalho são os perfis de aço formados a frio, ressalva-se que as primeiras previsões do fenômeno shear lag, presentes na especificação do AISC, estão praticamente baseadas no trabalho realizado por Chesson e Munse (1963) voltado para o comportamento de perfis laminados.

Esses autores complementaram sua pesquisa estudando diferentes configurações de seção transversal, ligações, materiais e métodos de fabricação, em ligações parafusadas e rebitadas, incluindo uma revisão de ensaios realizados por outros pesquisadores. Neste, definiu-se a eficiência do ensaio como relação, em porcentagem, da força última do ensaio ao produto da resistência à ruptura do material e a área bruta do corpo-de-prova, e utilizou-se dessa relação para avaliar os resultados dos ensaios, chegando à conclusão de que a excentricidade e o comprimento da ligação são os maiores responsáveis pela distribuição não-uniforme de tensões e o pronunciamento do efeito shear lag.

Nos próximos itens são apresentados alguns trabalhos de pesquisa de grande importância, relacionados às ligações parafusadas em cantoneiras e perfis U formados a frio submetidos à tração.

2.2.1 – Ligações parafusadas em cantoneiras formadas a frio

Com relação às especificações de projeto para o cálculo de perfis de aço formados a frio, apenas com o adendo de 1999 do American Iron and Steel Institute (AISI) de 1996 foi que o efeito shear lag começou a ser considerado. Inserção essa feita, após um longo estudo experimental do comportamento desses perfis quando sujeitos às esforços de tração, ressaltando que tal estudo foi realizado na Universidade de Missouri-Rolla sob o comando do professor Wei-Wen Yu.

Tratando-se de ligações parafusadas em cantoneiras formadas a frio, vários trabalhos realizados na Universidade de Missouri-Rolla mostraram que o shear lag é uma função do comprimento da ligação e da excentricidade das partes conectadas (como no caso dos perfis laminados). No entanto, para que esses fatores fossem levados em conta dentro da realidade dos formados a frio, e dessa forma compor uma equação de previsão própria para a força resistente de tração, um considerável número de ensaios tiveram que ser realizados e uma estratégia de análise de dados montada, no sentido de dar total atenção aos mínimos detalhes da resposta estrutural obtida em laboratório com o objetivo de validá-la e calibrá-la.

Sendo assim, no trabalho realizado por Holcomb et al. (1995), também da Universidade de Missouri-Rolla, setenta e duas cantoneiras formadas a frio foram ensaiadas abrangendo uma extensa variação de parâmetros que poderiam, de certa forma, fornecer respostas para algumas hipóteses de comportamento da seção sob esforços de tração.

As seguintes configurações foram estudadas: três variações de seção de parafusos (uma, duas e três seções perpendiculares à direção da força aplicada, todas com apenas um parafuso por seção), duas variações de espessura da chapa (um milímetro e três milímetros), sendo que também foram analisadas a influência do uso de cantoneiras de abas iguais e desiguais quando parafusadas apenas por uma única aba, onde esta última análise foi feita para todas as diversas configurações possíveis de se efetuar a ligação utilizando cantoneiras, ou seja, presa pela menor aba, presa pela maior aba ou presa por ambas as abas, proporcionando assim modos de falha e forças de ruptura diferentes.

A Figura 2.9 a seguir ilustra as configurações de ligações parafusadas estudadas, observando que o material empregado foi o aço carbono, com resistência ao escoamento (f_y) de 248 MPa e resistência à ruptura (f_u) de 387 MPa para as chapas de 1mm, $f_y = 254$ MPa e $f_u = 368$ MPa para as chapas de 3mm, e os parafusos utilizados foram ASTM A325 de 12,5mm (ligações por contato).

Modelo L1a : L 41x41x1,0 mm	Modelo L2a : L 82x41x1,0 mm	Modelo L3a : L 82x41x1,0 mm	Modelo L4a : L 82x41x1,0 mm
Modelo L1b : L 41x41x3,0 mm	Modelo L2b : L 82x41x3,0 mm	Modelo L3b : L 82x41x3,0 mm	Modelo L4b : L 82x41x3,0 mm

Figura 2.9 – Configurações de ligações parafusadas em cantoneiras (ensaios realizados por Holcomb et al., 1995)

Fonte: Maiola, (2004)

Devido à grande quantidade de ensaios realizados, abrangendo diversas configurações, vários passos foram tomados para chegar à conclusão de como analisá-los, já verificando as previsões normativas em vigor na ocasião. O primeiro passo foi utilizar a especificação de projeto em estados limites do AISI de 1991, o segundo foi utilizar a especificação também em estados limites do AISC de 1993, relativa à consideração do coeficiente de redução da área líquida e por fim, o terceiro passo foi realizar uma análise estatística com o objetivo de determinar como cada especificação previa os resultados de ensaio para todos os conjuntos de corpos-de-prova utilizados.

Segue abaixo a equação de previsão do AISI, na ocasião, para a ruptura da seção líquida quando arruelas não são previstas sob a cabeça dos parafusos e as porcas (note que a equação não apresenta coeficiente de redução devido ao shear lag).

$$F_{\text{AISI}} = A_n f_t \quad (2.14)$$

$$f_t = \left(1,0 - r + 2,5r \frac{d}{s} \right) f_u \leq f_u \quad (2.15)$$

onde A_n = área líquida da seção transversal; f_t = resistência limite à tração na seção transversal; r = força transmitida pelo parafuso ou parafusos na seção considerada, dividida pela força de tração do elemento naquela seção (se r for menor que 0,2, ele pode ser tomado igual a zero); d = diâmetro do parafuso; s = espaçamento dos parafusos perpendicular à linha da força aplicada (no caso de um único parafuso, s = largura da chapa); f_u = resistência à ruptura do aço utilizado.

A equação de previsão da ruptura da seção líquida para especificação do AISC também é apresentada a seguir:

$$F_{\text{AISC}} = U A_n f_u \quad (2.16)$$

$$U = 1 - \frac{\bar{x}}{L} \leq 0,9 \quad (2.17)$$

onde U = coeficiente de redução; A_n = área líquida da seção; f_u = resistência à ruptura do material; \bar{x} = distância do plano de corte ao centro de gravidade da seção transversal; L = comprimento da ligação.

Nesse trabalho também foi desenvolvida uma equação (Eq. 2.18) para prever a capacidade à tração de cantoneiras e perfis U a partir do comportamento de suas seções transversais levando em conta parâmetros geométricos que poderiam ter efeito na capacidade da ligação. O procedimento foi determinar, por meio de uma regressão múltipla linear, a influência desses parâmetros na força resistente do elemento estrutural e então confrontar os resultados obtidos com as previsões normativas, na tentativa de reduzir a divergência dos resultados envolvidos no cálculo do coeficiente de redução da área líquida.

$$U' = \left[3,987 \left(\frac{t}{s} \right) + 0,514 \right] \left[0,5997 \left(\frac{\bar{x}}{L} \right)^{-0,3008} \right] \quad (2.18)$$

onde t é espessura da chapa de aço; s' é a largura conectada + \bar{x} ; \bar{x} é a distância do plano de corte ao centro de gravidade da seção transversal e L é o comprimento da ligação.

Usando o coeficiente de redução da área líquida desenvolvido no trabalho, (Eq. 2.18), a força resistente pode ser calculada pela seguinte equação:

$$F_{\text{calc}} = U' A_n f_u \quad (2.19)$$

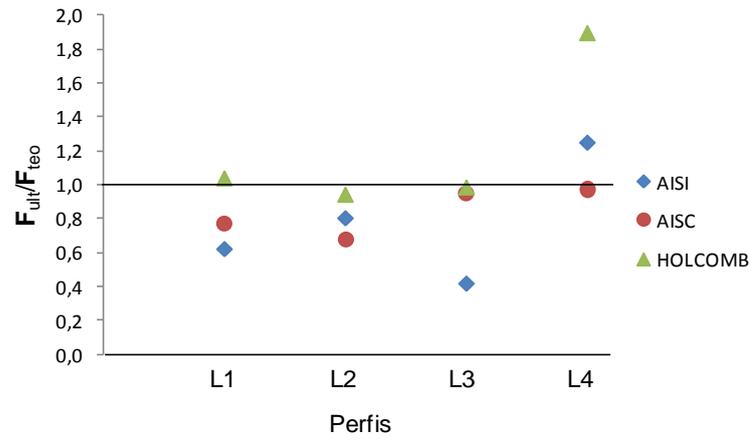
onde A_n é a área líquida da seção transversal e f_u é a resistência à ruptura do aço utilizado.

Desse modo, os autores concluíram por meio da comparação dos resultados experimentais com os resultados teóricos obtidos das especificações do AISI de 1991 e do AISC de 1993 para falha por ruptura da seção líquida e falha por esmagamento, que a especificação do AISI fornece resultados, em média, mais conservadores do que o AISC, por não apresentar o coeficiente de redução da área líquida e conseqüentemente desconsiderar a não uniformidade de tensões na região adjacente à ligação.

Para os casos em que os resultados dos ensaios das cantoneiras foram comparados com a formulação desenvolvida por Holcomb et al. (1995), a resposta obtida pela expressão desenvolvida pelos autores, no caso de ruptura da seção líquida, foi mais precisa do que as especificações do AISI e do AISC sendo, a resposta média obtida por essa expressão, para todos os ensaios realizados em cantoneiras, igual a 1,001 e coeficiente de variação igual a 0,054 (para o AISI e AISC esses valores foram 0,787; 0,451 e 0,914; 0,273 respectivamente).

Os gráficos das Figuras 2.10 e 2.11 ilustram o desempenho de cada especificação citada, incluindo a expressão de previsão sugerida por Holcomb et al., quando comparadas com os valores de ensaio para os vários tipos de cantoneiras estudadas que romperam por ruptura da seção líquida.

a) Ligações com 2 parafusos na direção da força aplicada



b) Ligações com 3 parafusos na direção da força aplicada

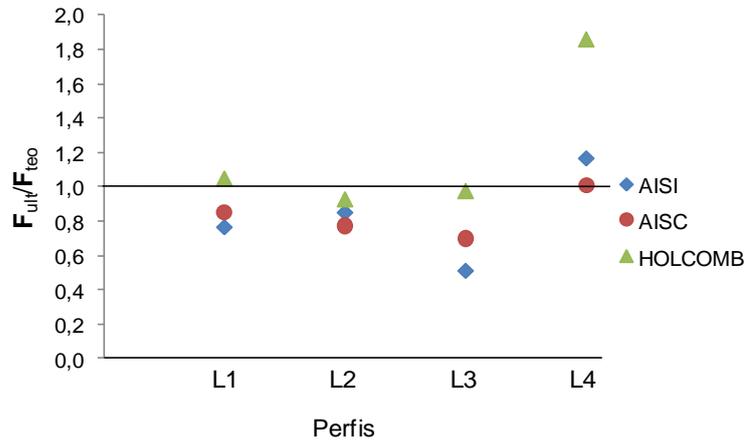
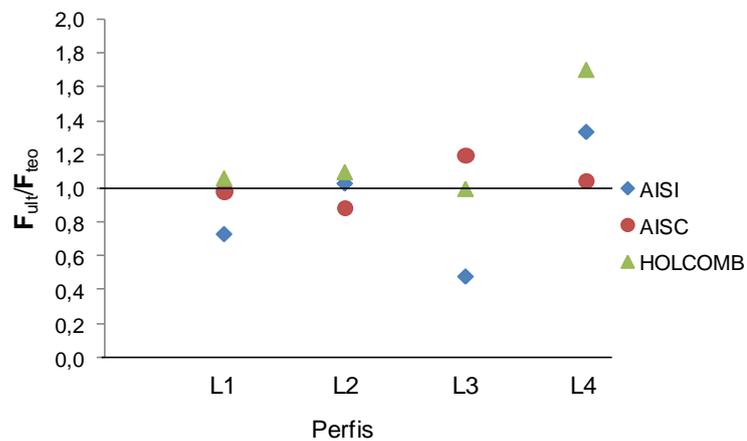


Figura 2.10 – Razão da força última experimental (F_{ult}) pelas forças teóricas (perfis com 1mm de espessura)

a) Ligações com 2 parafusos na direção da força aplicada



b) Ligações com 3 parafusos na direção da força aplicada

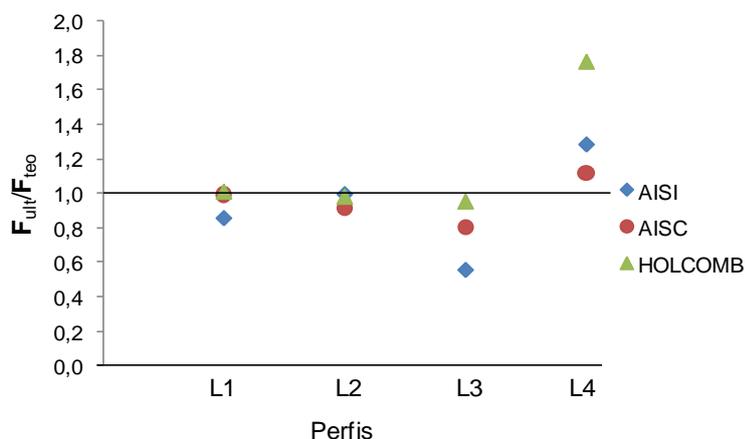


Figura 2.11 – Razão da força última experimental (F_{ult}) pelas forças teóricas (F_{teo}) (perfis com 3mm de espessura)

Seguindo a revisão da bibliografia, Maiola (2004) ensaiou em laboratório cento e quatro cantoneiras formadas a frio, onde algumas disposições geométricas foram analisadas, dentre elas 36 cantoneiras de abas iguais conectadas por uma ou ambas as abas: sendo 16 L 50x50x1,55mm utilizando parafusos ASTM A325 de 12,5mm (ligações por contato), 16 L 75x75x3,75mm e 4 L 75x75x4,75mm, com parafusos ASTM A325 de 16,0mm; 16 cantoneiras de abas iguais conectadas apenas por uma aba: sendo 8 L 50x50x1,55mm utilizando parafusos de 12,5mm, 8 L 75x75x3,75mm, com parafusos de 16,0mm, solicitadas ao corte duplo e 52 cantoneiras de abas desiguais conectadas pela aba menor, aba maior ou ambas: sendo 24 L 60x40x1,55mm utilizando parafusos de 12,5mm, 24 L 80x40x3,75mm e 4 L 80x40x4,75mm, com parafusos de 16,0mm.

O material empregado também variou de acordo com a espessura da chapa sendo ZAR 345 para as chapas de 1,55mm, SAE 1008 para chapas de 3,75mm e CSN COR 420 para chapas de 4,75mm. Para esses perfis, também se variou a distribuição e quantidade de parafusos na seção transversal, bem como a quantidade de seções com parafusos perpendiculares a solicitação, apresentando uma, duas, três ou quatro seções. Em todos os corpos-de-prova os furos foram previstos no centro dos elementos conectados e não foi prevista a utilização de arruelas junto à cabeça do parafuso e a porca.

A Figura 2.12 mostra a configuração das ligações parafusadas em cantoneiras estudadas por Maiola (2004).

Modelo LI1–tipo 1: L50x50x1,55 mm	Modelo LI1–tipo 3: L50x50x1,55 mm	Modelo LD1–tipo 1: L 60x40x1,55 mm	Modelo LD1–tipo 2: L 60x40x1,55 mm	Modelo LD1–tipo 3: L 60x40x1,55 mm
Modelo LI3–tipo 1: L75x75x3,75 mm	Modelo LI3–tipo 3: L75x75x3,75 mm	Modelo LD3–tipo 1: L 80x40x3,75 mm	Modelo LD3–tipo 2: L 80x40x3,75 mm	Modelo LD3–tipo 3: L 80x40x3,75 mm

Figura 2.12 – Configuração das ligações parafusadas em cantoneiras

Fonte: Maiola, (2004)

Por meio dos ensaios experimentais, Maiola (2004) observou que a falha por esmagamento foi predominante nos corpos-de-prova onde todos os parafusos da ligação foram posicionados em uma única seção perpendicular a direção da força aplicada, devido à elevada concentração de tensão na região dos furos (pressão de contato).

Houve também ligações com mais de uma seção de parafusos na direção perpendicular à força aplicada que apresentaram como modo de falha o esmagamento da parede do furo. No entanto foi observado ao final do ensaio o início de ruptura da seção líquida junto às bordas laterais dos furos, o que caracteriza que o ensaio foi prolongado após a força última da ligação ter sido alcançada, o que não é recomendado segundo Rogers e Hancock (1998), pois esse início de ruptura da seção líquida, na verdade são rasgos provocados por ondulações da chapa fora do plano da ligação.

Ao comparar os resultados experimentais com os resultados teóricos referentes ao esmagamento, o autor observou que, de forma geral, as forças últimas experimentais ficaram abaixo dos valores teóricos avaliados pela expressão normativa para os perfis com 1,55mm de espessura e acima desses para os perfis com 3,75mm de espessura, ressaltando que essa divergência aumentou à medida que se aumentou o número de parafusos na ligação.

No caso de cantoneiras conectadas por apenas um elemento da seção transversal (pela aba menor no caso de cantoneiras de abas desiguais), as respostas obtidas apresentaram as maiores diferenças entre os resultados teóricos e experimentais, diferença esta reduzida quando a ligação foi feita pela aba maior, mostrando que a equação da norma brasileira em vigor na ocasião não conseguia avaliar de maneira satisfatória casos em que cantoneiras de abas desiguais estavam conectadas apenas pela aba menor.

Assim, diante dos resultados encontrados, o autor sugeriu um ajuste na equação de previsão da força resistente pertencente a norma, para que uma estimativa satisfatória de avaliação da força resistente para a falha por esmagamento da parede do furo ou furos para os perfis formados a frio fosse mais fiel aos resultados experimentais.

A previsão para a falha por esmagamento segundo a ABNT NBR 14762:2001 era:

$$F_R = 2,4dtf_u \quad (2.20)$$

onde d é o diâmetro do parafuso; t é a espessura da chapa e f_u a resistência à ruptura do material.

De acordo com o exposto anteriormente, quando para avaliação da força resistente ao esmagamento, utilizou-se como espaçamento limite entre centro de furo e borda o valor $2d$, os resultados obtidos com a Eq. 2.21 melhor se ajustaram com os experimentais.

$$F_R = 2,0dtf_u \quad (2.21)$$



Figura 2.13 – Esmagamento da parede do furo em cantoneira
Fonte: Maiola, (2004)

Ainda se tratando do trabalho de Maiola, corpos-de-prova que apresentavam duas ou mais seções de parafusos na direção perpendicular à força aplicada, cujo modo de falha predominante segundo ensaios experimentais foi à ruptura da seção líquida (Figura 2.14), muitas vezes demonstraram elevado esmagamento da parede dos furos, o que significa que a ruptura da seção líquida ocorreu sob deformação excessiva da parede do furo (ou furos), situação abrangida pela norma brasileira.

Desse modo, quando esses resultados foram comparados com as curvas teóricas do coeficiente de redução da área líquida (C_t), apresentados pela ABNT NBR 14762:2001 e

pelo ANSI AISI S100:2001, observou-se que, em média, eles foram 15% menores do que os respectivos valores teóricos, conforme ilustra a Figura 2.15.



Figura 2.14 – Ruptura da seção líquida em cantoneira
Fonte: Maiola, (2004)

Sendo assim, o autor sugeriu uma pequena modificação na formulação para o cálculo do coeficiente de redução da área líquida (C_t) para cantoneiras com duas ou mais seções de parafusos na direção perpendicular a solicitação, presente na norma brasileira de formados a frio e no AISI:2001.

$$C_t = 1,0 - 1,2 \frac{\bar{x}}{L} \leq 0,9 \quad (\text{porém não menor que } 0,5) \quad (2.22)$$

onde \bar{x} é a distância do plano de corte da ligação ao centróide da seção transversal e L é o comprimento da ligação. A equação proposta pelo autor segue abaixo.

$$C_t = 0,85 - 1,2 \frac{\bar{x}}{L} \leq 0,8 \quad (\text{porém não menor que } 0,5) \quad (2.23)$$

Para o caso dos ensaios com cantoneiras que apresentavam todos os elementos da seção transversal conectados, se observou que o valor do coeficiente C_t na maioria dos casos resultou inferior ao valor teórico recomendado pela ABNT NBR 14762:2001 ($C_t = 1,0$). Nos ensaios em dupla cantoneira, o modo de falha observado foi o esmagamento da parede do furo para ligações com uma seção de parafusos e a ruptura da seção líquida efetiva para as ligações com três seções de parafusos, e apesar do número reduzido de ligações parafusadas em dupla cantoneira apresentarem a ruptura da seção líquida, os resultados obtidos indicaram boa concordância com as previsões de norma.

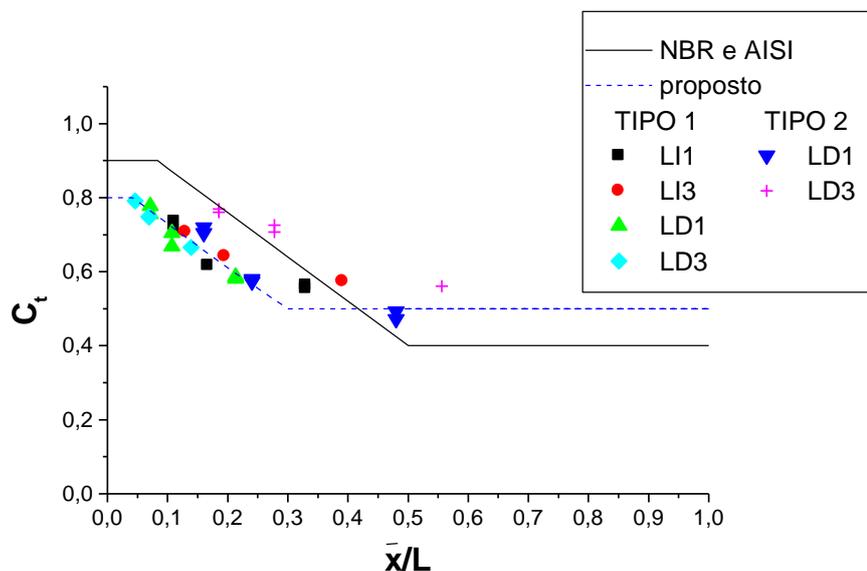


Figura 2.15 – Resultados experimentais de C_t para ligações parafusadas em cantoneiras com duas ou mais seções de parafusos
Fonte: Maiola, (2004)

De Paula (2006), por meio da realização de vários ensaios experimentais, estudou o comportamento estrutural de ligações parafusadas em cantoneiras formadas a frio, visando à obtenção de dados para a prescrição de relações matemáticas que melhor quantifiquem a resistência à ruptura da seção líquida de conexões típicas quando sujeitas ao efeito shear lag. De forma a atingir os objetivos propostos, cantoneiras simples de abas desiguais, conectadas pela menor e pela maior aba foram ensaiadas, com diferentes excentricidades em relação ao centro de gravidade da seção transversal, buscando avaliar seus limites e efeitos no comportamento da conexão (Figura 2.16).

Outras variações foram também analisadas como, por exemplo, diferentes valores de afastamento dos furos à borda do perfil, cantoneiras conectadas por todos os elementos da seção, de modo a avaliar a hipótese de total eficiência da ligação e, com o intuito de verificar os efeitos da esbeltez dos elementos da seção transversal, três diferentes espessuras foram utilizadas: 2,25mm, 3,35mm e 3,75mm.

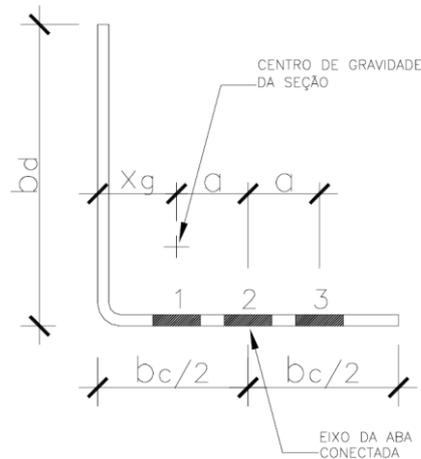


Figura 2.16 – Posições das linhas de parafusos para avaliação do efeito da excentricidade
Fonte: De Paula, (2006)

Dando continuidade ao trabalho, o autor tenta quantificar a diferença nos valores da eficiência da seção líquida devido à ausência de arruelas nos parafusos, o que é bastante usual na prática da construção metálica empregando perfis formados a frio, em que foram ensaiadas ligações com e sem a presença destas junto à cabeça dos parafusos e à porca.

Lembrando que podem ser empregados métodos distintos para a furação dos perfis formados a frio, também foi comparado o desempenho de ligações cujas furações foram executadas com o uso de broca (broqueados) e com o uso de punção (puncionados).

Também foram ensaiadas ligações que não receberam valores específicos de protensão durante o aperto dos parafusos, de modo a se avaliar o efeito deste no resultado da força de ruptura do perfil.

Por fim, foi realizada uma análise estatística onde por meio de uma regressão linear, uma equação foi elaborada com o propósito de modelar o comportamento do coeficiente de redução da área líquida (C_t) levando em conta as diversas variáveis presentes em uma ligação parafusada, lembrando que ligações em cantoneiras podem ser bastante assimétricas, especialmente, nas formadas a frio cuja pequena espessura das chapas tende a provocar grandes não-linearidades devido a esbeltez da peça.

Segundo o mesmo autor, por meio dos cento e cinquenta e oito ensaios de cantoneiras formadas a frio, que foram pré-dimensionadas, de acordo com as prescrições da ABNT NBR 14762:2001, de modo que a maioria apresentasse, no colapso, o fenômeno da ruptura da seção líquida, várias cantoneiras apresentaram o modo de falha por esmagamento do aço na região de contato com o parafuso, enquanto outras, por sua vez, apresentaram uma combinação entre esses modos de ruína.

De maneira geral, a falha por esmagamento ocorreu nas cantoneiras com apenas uma seção de parafusos e a ruptura da seção líquida ocorreu nos perfis com duas ou mais seções. A Figura 2.17 ilustra o início do fraturamento da chapa de aço, originado no centro

do furo e mostra também a deformação excessiva sofrida pelo furo antes da perda de resistência da ligação como um todo.



Figura 2.17 – ruptura da seção líquida e início de esmagamento em cantoneira
Fonte: De Paula, (2006)

O mesmo autor concluiu ainda que a equação prescrita pela norma brasileira, ABNT NBR 14762:2001, destinada ao dimensionamento de cantoneiras formadas a frio (Eq. 2.22), baseada na norma norte-americana ANSI AISI S100:2001 (Eqs. 2.24; 2.25), resulta, para a maioria das situações, em valores de forças de ruptura da seção líquida superiores àquelas efetivamente encontradas nos ensaios realizados nesse trabalho e em trabalhos de outros pesquisadores.

Nesse seguimento percebeu-se que, à medida em que a largura da aba desconectada aumentava em relação à largura da aba conectada, a eficiência da seção líquida da cantoneira diminuía de maneira desproporcional à distância \bar{x} utilizada na equação de cálculo do coeficiente C_t , observação essa já feita anteriormente por Maiola (2004).

$$N_{t,R} = A_e f_u \quad (A_e = UA_n) \quad (2.24)$$

Os valores do coeficiente de redução da área líquida (U) foram definidos como:

$U = 1,0$ para ligações onde todos os elementos são conectados, caso contrário, o coeficiente U deve ser determinado do seguinte modo:

- para cantoneiras com duas ou mais seções de parafusos na direção da solicitação:

$$U = 1,0 - 1,2 \frac{\bar{x}}{L} \leq 0,9 \quad (2.25)$$

Dentro desse estudo, concluiu-se também que ligações em cantoneiras que possuíam uma linha de parafusos, executada próxima à borda livre da seção transversal, possuem resistência à ruptura da seção líquida consideravelmente inferior, cerca de 31,9% para os perfis com duas ou mais seções de parafusos na direção do esforço, àquelas obtidas com linhas de parafusos executadas entre o eixo da aba conectada e a aba desconectada (Figura 2.18).



Figura 2.18 – Estricção e ruptura da seção líquida em ligações excêntricas
Fonte: De Paula, (2006)

Outro fato de interesse foi que a presença de arruelas junto às porcas e às cabeças dos parafusos, assim como a execução dos furos dos perfis por meio do puncionamento não alteraram de maneira significativa a força de ruptura na seção líquida, ressaltando ainda que essas observações são condizentes à realidade dos níveis de força aplicados nos ensaios. A não aplicação de protensão mínima durante a instalação dos parafusos não provocou alteração importante nas forças de ruptura na seção líquida.

Ao final do trabalho, foi possível provar que o desempenho da equação proposta (Eq. 2.26) é superior ao desempenho da equação prescrita na norma brasileira de elementos de aço formados a frio (Eq. 2.22), pois apresentou menores diferenças entre os valores calculados e os valores experimentais.

$$C_t = 1,12 - 0,29 \frac{\bar{x}}{L} - (0,55b_{cn} + 0,13b_d - 2,51t) / b_c \quad (2.26)$$

onde \bar{x} = a distância do plano da aba conectada até o centro de gravidade; L = comprimento da ligação; b_c = largura total da aba conectada; b_d = largura total da aba desconectada; b_{cn} = largura líquida da aba conectada e t = espessura da aba do perfil.

A Figura 2.19 ilustra esses resultados.

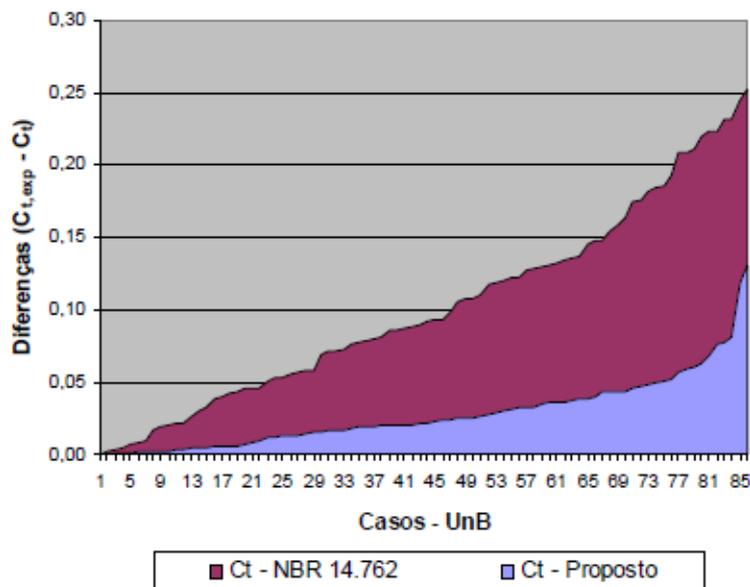


Figura 2.19 – Valores absolutos das diferenças produzidas pela equação da ABNT NBR 14762:2001 e a proposta, em relação aos valores experimentais
Fonte: De Paula, (2006)

2.2 – Ligações parafusadas em perfis U formados a frio

Segundo Yu (2000), pequenas e médias construções podem ser feitas inteiramente de seções de aço formadas a frio, e no caso de construções relativamente grandes (grandes vãos e alturas elevadas), as estruturas são frequentemente feitas de pórticos rígidos ou contraventados formados por meio de perfis soldados, utilizando-se de seções formadas a frio apenas como terças, longarinas, estruturas de cobertura e fechamentos.

Entretanto, devido às suas excelentes características de desempenho, principalmente no caso da relação eficiência/peso da estrutura, os perfis formados a frio têm sido mundialmente empregados, inclusive no Brasil, nas construções leves estruturadas em aço – os chamados light steel frames (ou pórticos leves de aço).

Nesse contexto do perfis formados a frio, tratando-se no entanto de ligações parafusadas em perfis U, o que se tem observado é que a grande maioria das estruturas de cobertura, principalmente treliças robustas, tem feito uso desse tipo de perfil, por esses proporcionarem propriedades geométricas (inércia principalmente) superiores às cantoneiras, e também por apresentarem maior estabilidade, quando comparadas com as cantoneiras, que são tidas como elementos mal condicionados pela teoria da estabilidade elástica. Assim, entrando no mérito dos trabalhos desenvolvidos relacionados às ligações parafusadas em perfis U, seguem abaixo alguns “recentemente” publicados.

Holcomb et al. (1995), ensaiaram setenta e dois corpos-de-prova de ligações parafusadas em perfis U, onde quatro diferentes configurações foram analisadas variando-se a largura das mesas, alma e também a posição em que foram feitas as ligações com os parafusos, conforme ilustra a Figura 2.20. Além dessas particularidades também se estudou o uso de duas diferentes espessuras de chapa (1mm e 3mm) e o número de parafusos na direção do esforço aplicado (um, dois ou três).

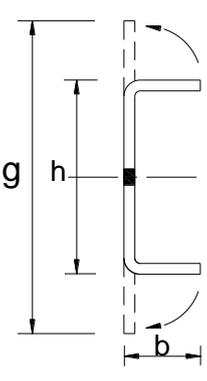
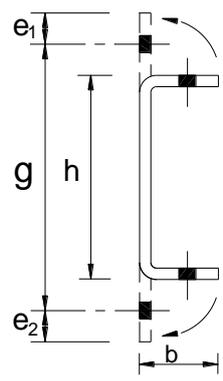
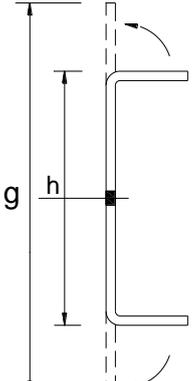
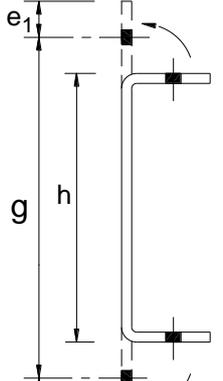
			
Modelo U1a : U 41x31,7x1,0 mm	Modelo U2a : U 50x41x1,0 mm	Modelo U3a : U 150x41x1,0 mm	Modelo U4a : U 150x41x1,0 mm
Modelo U1b : U 41x 31,7x3,0 mm	Modelo U2b : U 50x41x3,0 mm	Modelo U3b : 150x41x3,0 mm	Modelo U4b : U 150x41x3,0 mm

Figura 2.20 – Configurações de ligações parafusadas em perfis U (ensaiadas por Holcomb et al., 1995)

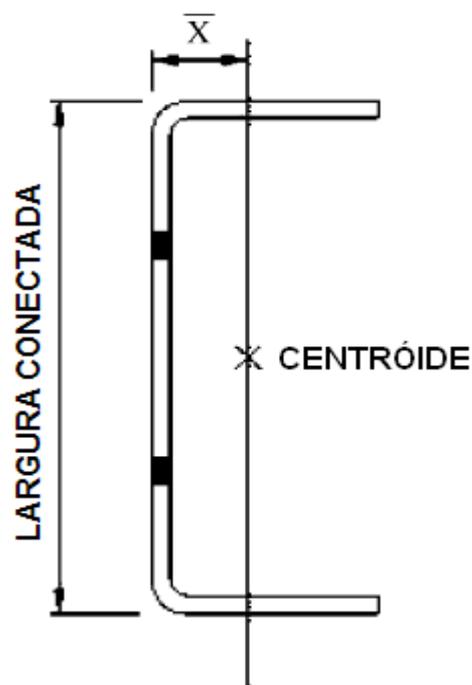
Fonte: Maiola, (2004)

Por meio dos resultados de todos os ensaios, os autores realizaram uma análise detalhada dos dados obtidos, focando principalmente a capacidade ao esmagamento e à ruptura da seção líquida de modo a comparar as previsões contidas nas especificações de projeto do AISI de 1991 (Eq. 2.14 e 2.15) e do AISC de 1993 (Eq. 2.16 e 2.17), para com isso desenvolver uma equação que melhor correlacione a força resistente calculada com a força última obtida em ensaio visando atender tanto ligações parafusadas em cantoneiras como em perfis U (Eq. 2.18).

Ao comparar os resultados dos ensaios com as previsões das especificações do AISI e AISC para a verificação do esmagamento e da ruptura da seção líquida, concluiu-se que o AISI era em média menos conservador do que o AISC no caso da verificação ao esmagamento (diferença de 7,53% em relação às médias) e mais conservador no caso da ruptura da seção líquida (diferença entre as médias de 2,18%). No entanto esse caráter divergente de resultados, a depender do tipo de ruína analisado, se mostrou pouco

pronunciado dentro da realidade dos ensaios realizados, estando dentro de uma margem aceitável por parte dos autores.

Assim, na tentativa de melhor ajustar esses valores, onde parâmetros tidos como significativos no comportamento da ligação foram analisados, os autores desenvolveram uma equação relativa ao coeficiente de redução da área líquida U , utilizado pelas normas norte-americanas de aço em peças sujeitas ao efeito shear lag, que leva em conta um fator s' representando a largura conectada mais a excentricidade da ligação \bar{x} conforme ilustra a Figura 2.21.



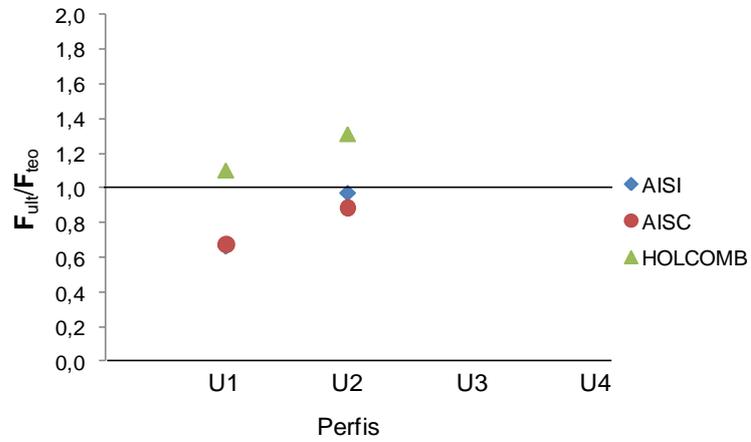
$$s' = \text{LARGURA CONECTADA} + \bar{x}$$

Figura 2.21 – Definição de s' e \bar{x}
Adaptado: Pan, (2004)

Essa equação, em média, conduziu à melhores resultados do que as equações contidas nos documentos normativos citados, sendo que para os casos estudados apresentou média e coeficiente de variação iguais a 1,058 e 0,140 respectivamente (para os casos do AISI e do AISC esse valores foram respectivamente 0,870; 0,199 e 0,851; 0,246), mostrando-se mais calibrada e menos conservadora.

Os gráficos das Figuras 2.22 e 2.23 ilustram o desempenho que cada especificação citada, incluindo a previsão sugerida por Holcomb et al., apresentou quando comparados com os valores de ensaio para os vários tipos de perfis U estudados, quando esses romperam na seção líquida.

a) Ligações com 2 parafusos na direção da força aplicada



b) Ligações com 3 parafusos na direção da força aplicada

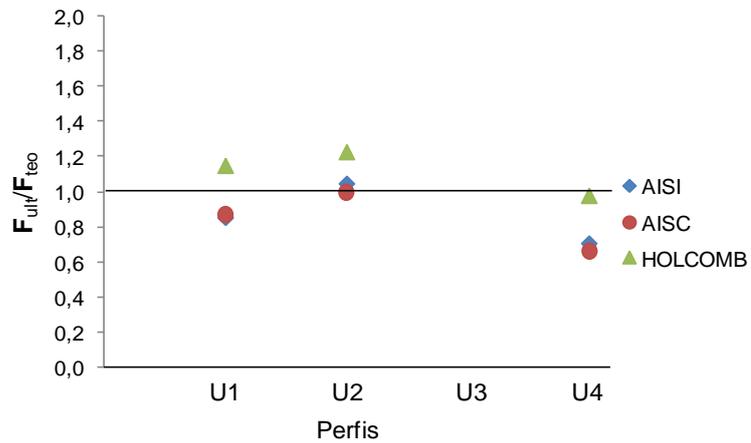
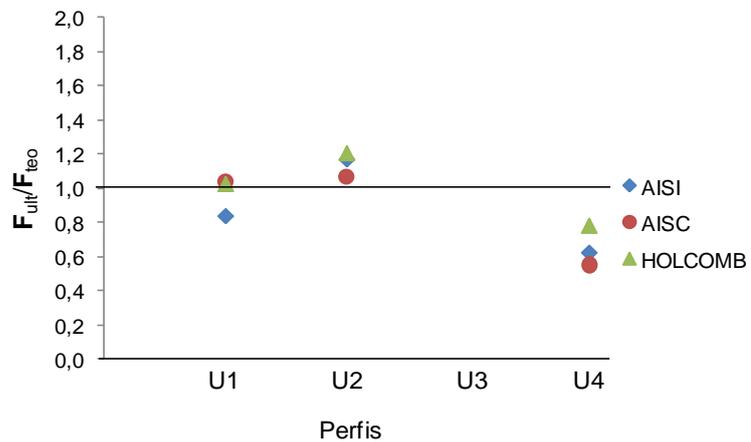


Figura 2.22 – Razão da força última experimental (F_{ult}) pelas forças teóricas (F_{teo}) (perfis com 1mm de espessura)

a) Ligações com 2 parafusos na direção da força aplicada



b) Ligações com 3 parafusos na direção da força aplicada

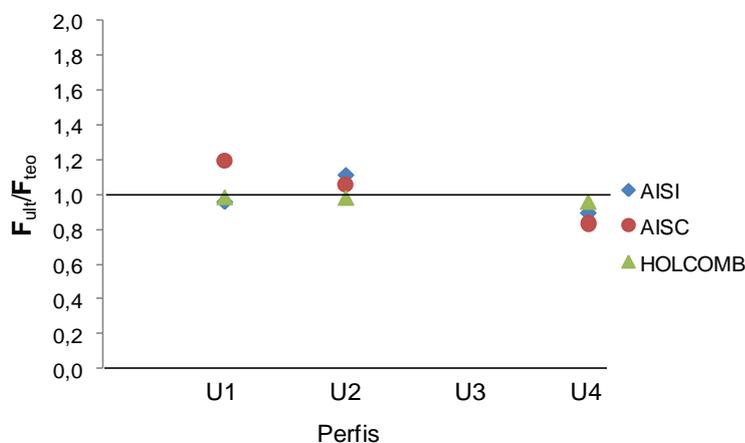


Figura 2.23 – Razão da força última experimental (F_{ult}) pelas forças teóricas (F_{teo}) (perfis com 3mm de espessura)

Maiola (2004), também por meio de ensaios experimentais, estudou o comportamento de sessenta e oito perfis U conectados pelas mesas, alma ou por ambos elementos sendo estes 24 U 100x40x1,55mm, 4 U 100x60x1,55mm e 4 U 100x75x1,55mm, os quais utilizavam parafusos de 12,5mm, 32 U 150x50x3,75mm e 4 U 150x50x4,75mm, utilizando parafusos de 16,0mm de diâmetro. A Figura 2.24 descreve a configuração dos corpos-de-prova de ligações parafusadas em perfis de aço formados a frio com seção U, sendo todos os furos feitos no centro dos elementos conectados e não fazendo utilização de arruelas junto à cabeça do parafuso e à porca.

Nesse trabalho as configurações foram estabelecidas de modo a apresentar em sua maioria, segundo critérios de cálculo da ABNT NBR 14762:2001, o estado limite último correspondente à ruptura da seção líquida, permitindo com isso estabelecer comparações entre os valores experimentais e teóricos do coeficiente de redução da área líquida (C_t), fornecidos por esta norma.

No entanto, apesar de o pré-dimensionamento ter focado a ruptura da seção líquida, houve corpos-de-prova, como no caso das cantoneiras, que falharam por esmagamento da parede do furo, pois possuíam apenas uma seção de parafusos perpendicular à força aplicada. Esse modo de ruína também ocorreu em algumas ligações com duas ou três seções de parafusos na direção perpendicular à força aplicada, se pronunciando basicamente nas ligações de perfis U conectados pela alma, pois estes além de apresentar uma maior área de aço na seção transversal, o que dificulta a ruptura da seção líquida, o elemento ligado se encontrava duplamente enrijecido pelas mesas.

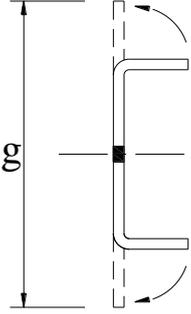
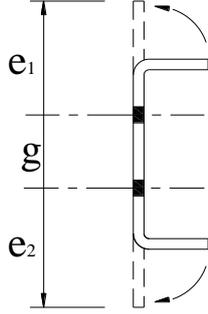
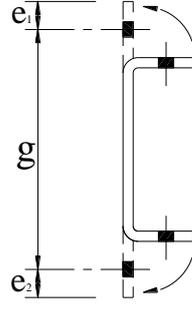
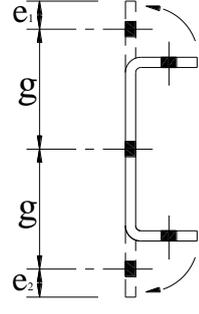
			
<p>Modelo U1 – tipo 1: U 100x40x1,55 mm</p> <p>Modelo U3 – tipo 1: U 150x50x3,75 mm</p>	<p>Modelo U1 – tipo 1a: U 100x40x1,55 mm</p> <p>Modelo U1 – tipo 1b: U 100x60x1,55 mm</p> <p>Modelo U1 – tipo 1c: U 100x75x1,55 mm</p> <p>Modelo U3 – tipo 1a: U 150x50x3,75 mm</p>	<p>Modelo U1 – tipo 2: U 100x40x1,55 mm</p> <p>Modelo U3 – tipo 2: U 150x50x3,75 mm</p>	<p>Modelo U1 – tipo 3: U 100x40x1,55 mm</p> <p>Modelo U3 – tipo 3: U 150x50x3,75 mm</p>

Figura 2.24 – Configuração das ligações parafusadas em perfis U
Fonte: Maiola, (2004)



Figura 2.25 – Esmagamento da parede do furo e ruptura da seção líquida em perfis U
Fonte: Maiola, (2004)

Para os perfis U, quando conectados pelas mesas, a variável \bar{x} foi avaliada como sendo a metade da altura do perfil e dessa forma o modo de falha predominante foi à ruptura da seção líquida, onde os valores experimentais de C_t demonstraram boa concordância com os teóricos. Porém, quando esta ligação era feita pela alma, a falha

predominante, como dito anteriormente, foi o esmagamento da parede do furo ou furos (Figura 2.26).

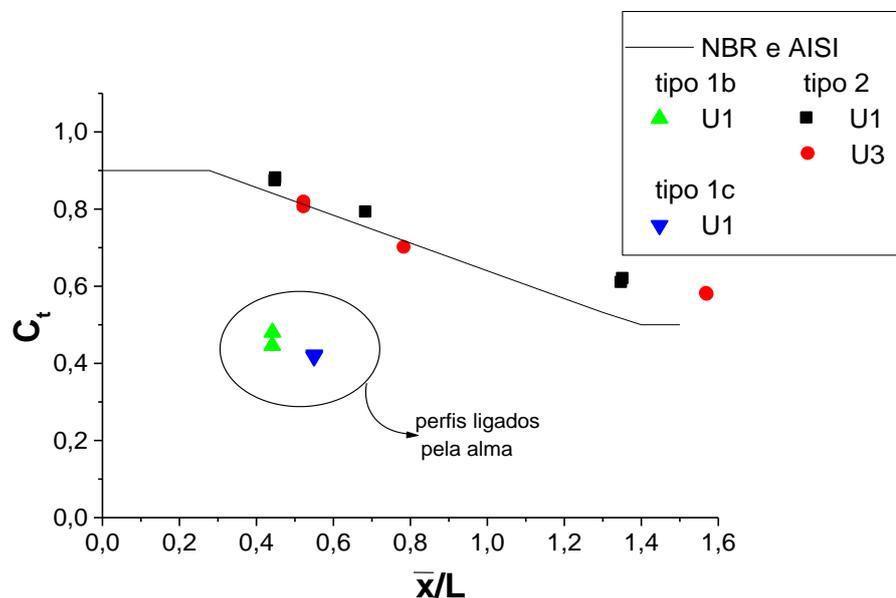


Figura 2.26 – Resultados experimentais de C_t para as ligações em perfis U com duas ou mais seções de parafusos – modo 01
Fonte: Maiola, (2004)

Diante destes resultados, o autor ponderou que uma solução razoável para avaliação do coeficiente C_t , no caso de perfis U formados a frio, seria a criação de duas curvas, uma para ligação feita pelas mesas do perfil, já presente na norma, e outra quando a ligação se desse pela alma.

Outra solução adotada para o caso das ligações se darem pelas mesas do perfil, foi avaliar a variável \bar{x} como sugerido pelo AISC:1993, ou seja dividir o perfil ao meio, considerando duas cantoneiras e, conseqüentemente, tomando a excentricidade da ligação em relação a uma destas cantoneiras (ver Figura 2.27). Assim, o uso de uma mesma equação (Eq. 2.27) para perfis U e cantoneiras com dois ou mais parafusos na direção da força aplicada fica possibilitada, e os resultados experimentais apresentados para o coeficiente C_t se mostraram muito próximos à curva teórica para cantoneiras dada pela ABNT NBR 14762:2001, indicando que essa solução pode ser uma boa opção para os calculistas de estruturas metálicas.

$$C_t = 1,0 - 1,2 \frac{\bar{x}}{L} \leq 0,9 \quad (\text{porém não menor que } 0,4) \quad (2.27)$$

Nos corpos-de-prova de ligações com duas ou mais seções de parafusos onde todos os elementos da seção se encontravam conectados, os resultados do coeficiente C_t , na maioria dos casos, resultou inferior ao valor teórico recomendado pela norma brasileira ($C_t = 1,0$), sendo proposto pelo autor um coeficiente reduzido ($C_t = 0,95$).

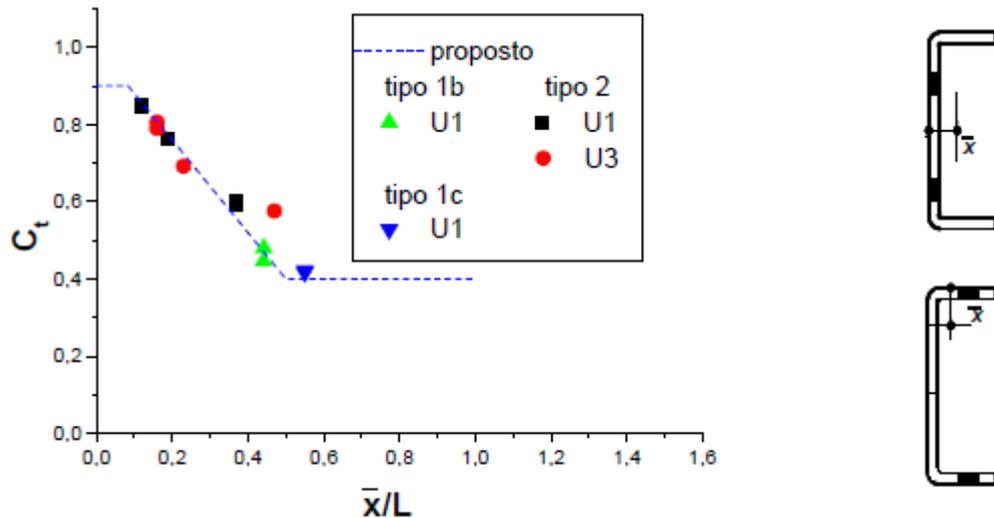


Figura 2.27 – Resultados experimentais de C_t para as ligações em perfis U com duas ou mais seções de parafusos – modo 02
Fonte: Maiola, (2004)

Ao se tratar do trabalho de Pan (2004), que se baseou em resultados experimentais de cinquenta e quatro corpos-de-prova, vale citar que este analisou e comparou equações de previsão do coeficiente de redução da área líquida pertinentes ao AISI:1999 ($U = 1,0 - \bar{x}/L \leq 1,0$) e ao AISI:2001 (Eq. 2.28);

$$U = 1,0 - 0,36 \frac{\bar{x}}{L} \leq 0,9 \quad (\text{porém não menor que } 0,4) \quad (2.28)$$

Norma australiana de perfis formados a frio AS/NZS 4600:1996 (Eq. 2.29);

$$P_t = 0,85k_t A_n f_u \quad (2.29)$$

onde k_t é um fator de correção para a distribuição de forças na seção e

Norma britânica de aço BS 5950:1998 (Eq. 2.30);

$$P_t = A_e p_y \quad (2.30)$$

$$A_e = a_1(3a_1 + 4a_2) / (3a_1 + a_2) \quad (2.31)$$

onde A_e = área líquida efetiva; p_y = resistência de projeto, devendo ser tomada como f_y (resistência ao escoamento do aço utilizado), mas não maior que $0,84 f_u$ (resistência à ruptura do material); a_1 = área líquida da elemento conectado e a_2 = área bruta do elemento desconectado.

O trabalho de Pan (2004) também seguiu recomendações de Holcomb et al. (1995) (Eq. 2.18) e de Kulak e Wu (1997) (Eq. 2.13) relacionadas ao efeito shear lag em ligações parafusadas em perfis U conectados pela alma, de modo que todos os corpos-de-prova estudados foram numericamente verificados via método dos elementos finitos para garantir que apenas a falha por ruptura da seção líquida ocorresse.

Dentro desse estudo cinco diferentes dimensões de seção transversal foram utilizadas nesse estudo: U 120x40x2,4mm; U100x40x2,4mm; U 80x60x2,4mm; U 80x50x2,4mm e U 80x40x2,4mm. Também com o intuito de investigar a influência do arranjo dos parafusos, dois parafusos em duas linhas de força com espaçamento de 40 e 80mm e três parafusos em duas linhas de força com espaçamento de 40mm foram conectados por meio da alma do perfil. Além das configurações, também foram analisados três diferentes comprimentos de área desconectada (conforme Figura 2.28) 600, 420 e 240mm com o objetivo de estudar o efeito desse comprimento na resistência dos corpos-de-prova.

Por fim, duas diferentes condições de apoio foram simuladas na tentativa de verificar se a rigidez do elemento conectado ao corpo-de-prova poderia afetar ou não a força resistente do mesmo, sendo elas: (1) duas seções U com as mesmas dimensões nominais unidas costa-a-costa usando parafusos (denotada como condição D) e (2) uma seção U conectada a uma chapa de aço de maior espessura (denotada como condição S).

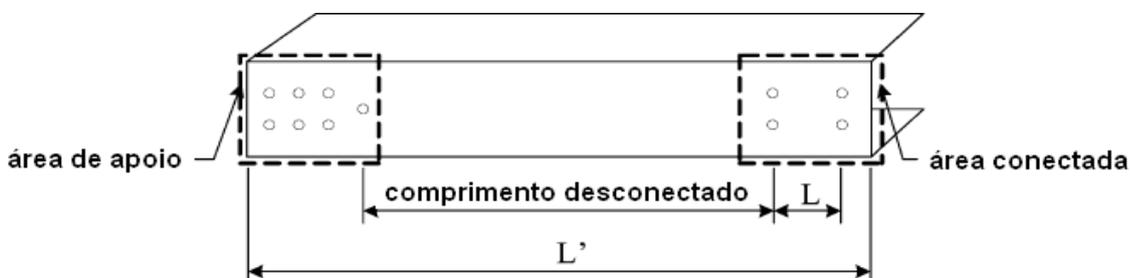


Figura 2.28 – Arranjo dos parafusos nos corpos-de-prova
Adaptado: Pan, (2004)

Segundo o autor, ao serem feitas as comparações entre os resultados dos ensaios com as previsões normativas, concluiu-se que:

- a especificação do AISI fornece resultados superestimados para perfis U tendo ligações com dois ou mais parafusos na alma na direção da força, talvez pelo fato de as equações estarem mal calibradas;
- a especificação BS apresenta grandes discrepâncias entre valores previstos e ensaiados para a força resistente devido à desconsideração do comprimento da ligação na equação, apesar de as áreas dos elementos conectados e desconectados serem levados em conta;
- a especificação AS/NZS fornece em média bons resultados para previsão da força resistente a tração, sendo muito simples, conveniente porém faltando considerar o comprimento da ligação, podendo com isso apresentar menores divergências entre os valores previstos e ensaiados;
- a especificação do AISC fornece boa correlação com os resultados dos ensaios, apresentando diferenças da ordem de 10% para a maioria dos corpos-de-prova e;
- a recomendação de Holcomb et al. apresenta resultados, em média, superestimados, visto que o efeito da largura da alma somada à excentricidade \bar{x} (s') não é adequado no cálculo da força resistente de tração, sendo essa previsão melhorada quando da consideração do efeito das mesas, isto é, a relação entre elemento desconectado e elemento conectado.

Essas comparações, incluindo a previsão proposta por Pan (Eq. 2.33), são apresentadas na Figura 2.29.

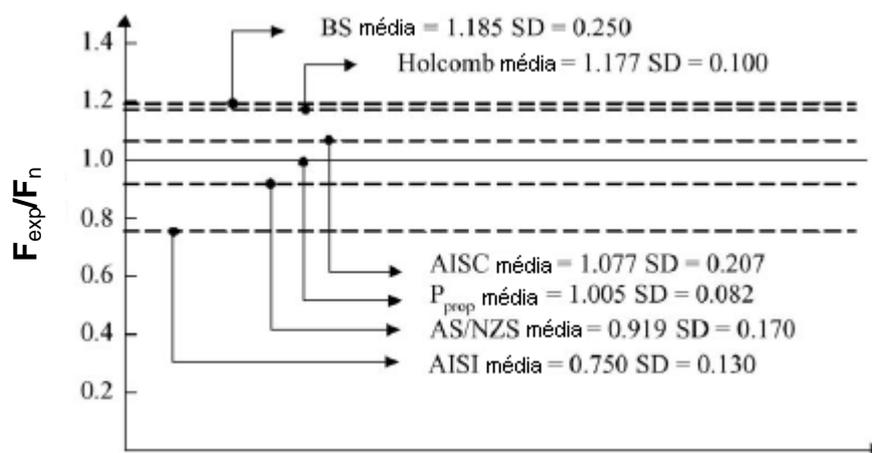


Figura 2.29 – Relação F_{exp}/F_n para diferentes especificações e recomendações
Adaptado: Pan, (2004)

Com relação aos vários parâmetros estudados, pôde-se concluir que:

(1) a força resistente do corpo-de-prova sob a condição de apoio “S” é levemente maior que a do corpo-de-prova sob a condição de apoio “D” para as mesmas dimensões nominais, arranjo de parafusos e comprimento desconectado;

(2) o corpo-de-prova com menor comprimento desconectado apresenta menor força resistente de tração quando comparado com um de iguais dimensões, arranjo de parafusos e condição de apoio, porém com maior comprimento desconectado, e;

(3) a força resistente de tração dos corpos-de-prova usando quatro parafusos com 80mm de espaçamento é maior que a dos corpos-de-prova usando quatro parafusos com 40mm de espaçamento tendo as mesmas dimensões nominais, comprimento desconectado e condição de apoio “S”.



Figura 2.30 – Ruptura da seção líquida em perfil U
Fonte: Pan, (2004)

Por fim, o autor propôs uma equação (2.33) que leva em conta no cálculo da força resistente de tração, a relação entre excentricidade e comprimento da ligação (\bar{x}/L) e uma relação entre elementos desconectados e elementos conectados (W_u/W_c), com o objetivo de melhorar a previsão de ligações parafusadas em perfis U.

$$F_{prop} = UA_n f_u \quad (2.32)$$

$$U = \left[1,15 - 0,86 \left(\frac{\bar{x}}{L} \right) - 0,14 \left(\frac{W_u}{W_c} \right) \right] \quad (2.33)$$

Ao se fazer uso dessas, os resultados previstos, quando comparados com os resultados dos ensaios, mostraram-se mais precisos do que os resultados obtidos por meio das equações que estão presentes nos documentos normativos citados (Figura 2.29).

**PREVISÕES TEÓRICAS COM BASE NOS
DOCUMENTOS NORMATIVOS**

Capítulo
3

3 – PREVISÕES TEÓRICAS COM BASE NOS DOCUMENTOS NORMATIVOS

Este item do trabalho está voltado à apresentação das previsões de cálculo relativas ao dimensionamento de barras submetidas à força axial de tração presentes nas principais especificações normativas de projeto de estruturas de aço constituídas por perfis formados a frio, sendo elas: ABNT NBR 14762:2010; ANSI AISI S100:2007-S; AS/NZS 4600:2005; EUROCODE 3 parte 1.3:2010.

3.1 – ABNT NBR 14762:2010

A força axial resistente de cálculo $N_{t,Rd}$ é o menor dos valores obtidos considerando-se os estados-limites últimos de escoamento da seção bruta e ruptura da seção líquida na região da ligação, de acordo com as expressões indicadas a seguir:

3.1.1 – Escoamento da seção bruta:

$$N_{t,Rd} = A \frac{f_y}{\gamma} \quad (\gamma = 1,10) \quad (3.1)$$

A é a área bruta da seção transversal e f_y a resistência ao escoamento do aço.

3.1.2 – Ruptura da seção líquida na região da ligação:

$$N_{t,Rd} = C_t A_n \frac{f_u}{\gamma} \quad (\gamma = 1,65) \quad (3.2)$$

onde:

$N_{t,Rd}$ é a força axial de tração resistente de cálculo;

f_u é a resistência à ruptura do aço;

A_n é a área líquida da seção transversal da barra na região da ligação, sendo que:

para chapas com ligações parafusadas em zig-zag, devem ser analisadas as prováveis linhas de ruptura (Figura 3.1a), sendo a seção crítica aquela correspondente ao menor valor da área líquida. A área líquida da seção de ruptura deve ser calculada por:

$$A_n = 0,9 \left(A - n_f d_f t + \sum ts^2 / 4g \right) \quad (3.3)$$

para ligações soldadas, considerar $A_n = A$. Nos casos em que houver apenas soldas transversais (soldas de topo), A_n deve ser considerada igual à área bruta da(s) parte(s) conectada(s) apenas.

d_f é a dimensão do furo na direção perpendicular à solicitação;

n_f é a quantidade de furos contidos na linha de ruptura analisada;

s é o espaçamento dos furos na direção da solicitação (Figura 3.1a);

g é o espaçamento dos furos na direção perpendicular à solicitação (Figura 3.1a);

t é a espessura da parte conectada analisada;

C_t é o coeficiente de redução da área líquida, dado por:

a) Chapas finas com ligações parafusadas:

- um parafuso ou todos os parafusos da ligação contidos em uma única seção transversal:

$$C_t = 2,5(d/g) \leq 1,0 \quad (3.4)$$

- dois parafusos na direção da solicitação, alinhados ou em *zig-zag*:

$$C_t = 0,5 + 1,25(d/g) \leq 1,0 \quad (3.5)$$

- três parafusos na direção da solicitação, alinhados ou em *zig-zag*:

$$C_t = 0,67 + 0,83(d/g) \leq 1,0 \quad (3.6)$$

- quatro ou mais parafusos na direção da solicitação, alinhados ou em *zig-zag*:

$$C_t = 0,75 + 0,625(d/g) \leq 1,0 \quad (3.7)$$

d é o diâmetro nominal do parafuso;

Em casos de espaçamentos diferentes, tomar sempre o maior valor de g para cálculo de C_t ;

Nos casos em que o espaçamento entre furos g for inferior à soma das distâncias entre os centros dos furos de extremidade às respectivas bordas, na direção perpendicular à sollicitação ($e_1 + e_2$), C_t deve ser calculado substituindo g por $e_1 + e_2$;

Havendo um único parafuso na seção analisada, C_t deve ser calculado tomando-se g como a própria largura bruta da chapa;

Nos casos de furos com disposição em *zig-zag*, com g inferior a $3d$, C_t deve ser calculado tomando-se g igual ao maior valor entre $3d$ e a soma $e_1 + e_2$.

b) Perfis com ligações parafusadas:

- todos os elementos conectados, com dois ou mais parafusos na direção da sollicitação:

$$C_t = 1,0 \quad (3.8)$$

- todos os parafusos contidos em uma única seção transversal (incluindo o caso particular de um único parafuso na ligação), o perfil deve ser tratado como chapa equivalente (Figura 3.1b), com C_t dado por:

$$C_t = 2,5(d/g) \leq 1,0 \quad (3.9)$$

- cantoneiras e perfis U com dois ou mais parafusos na direção da sollicitação, sendo que nem todos os elementos estejam conectados (Figura 3.1c):

$$C_t = 1,0 - 1,2 \left(\frac{x}{L} \right) \quad (3.10)$$

(devendo, no entanto ser usado 0,9 como limite superior, e não se permitindo o uso de ligações que resultem em um valor inferior a 0,4)

onde x é a excentricidade da ligação, definida como a distância entre o plano de cisalhamento da ligação e a posição do centróide da seção da barra, e L é o comprimento da ligação, definido com a distância entre o primeiro e último parafuso da ligação.

Além das verificações apresentadas anteriormente, ainda devem ser respeitadas as verificações relativas aos estados-limites últimos que seguem, onde a força resistente de cálculo é obtida como:

3.1.3 – Rasgamento entre furos ou entre furo e borda:

$$F_{Rd} = te \frac{f_u}{\gamma} \quad (\gamma = 1,45) \quad (3.11)$$

onde

t é a espessura do elemento conectado analisado;

e é a distância, tomada na direção da força, do centro do furo-padrão à borda mais próxima adjacente ou à extremidade do elemento conectado.

f_u é a resistência à ruptura do aço (metal base);

3.1.4 – Esmagamento da parede do furo:

$$F_{Rd} = \alpha_e dt \frac{f_u}{\gamma} \quad (\gamma = 1,55) \quad (3.12)$$

onde

d é o diâmetro nominal do parafuso;

α_e é um fator igual a $(0,183t + 1,53)$, com t em milímetros ($t \leq 4,75\text{mm}$).

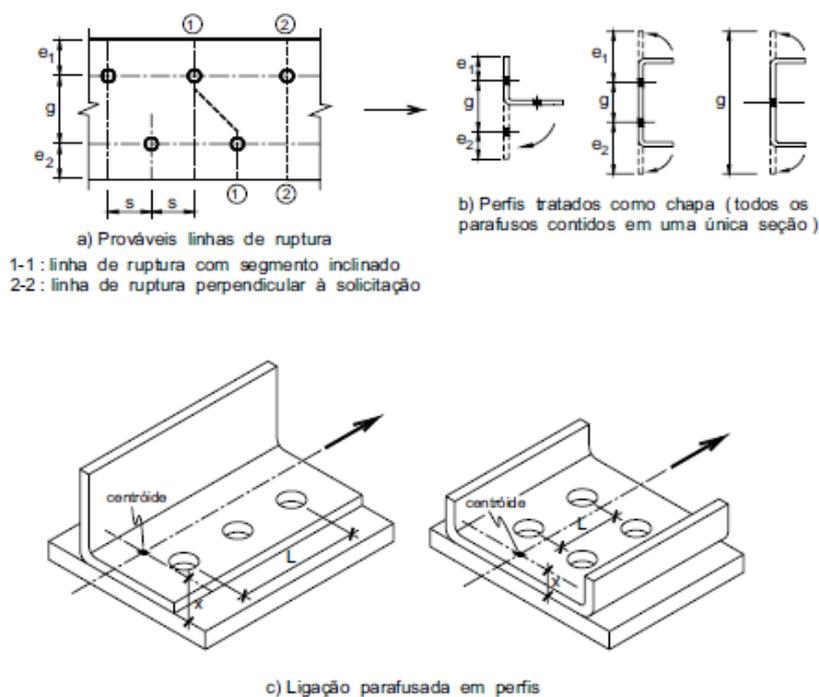


Figura 3.1 – Linhas de ruptura e grandezas para o cálculo do coeficiente C_1

Fonte: ABNT NBR 14762:2010

3.1.5 – Força de tração resistente de cálculo do parafuso:

$$F_{t,Rd} = 0,75A_b \frac{f_{ub}}{\gamma} \quad (\gamma = 1,35) \quad (3.13)$$

onde

A_b é área bruta da seção transversal do parafuso;

f_{ub} é a resistência à ruptura do parafuso na tração.

3.1.6 – Força de cisalhamento resistente de cálculo do parafuso:

a) quando o plano de corte passa pela rosca

$$F_{v,Rd} = 0,4A_b \frac{f_{ub}}{\gamma} \quad (\gamma = 1,35) \quad (3.14)$$

b) quando o plano de corte não passa pela rosca

$$F_{v,Rd} = 0,5A_b \frac{f_{ub}}{\gamma} \quad (\gamma = 1,35) \quad (3.15)$$

3.1.7 – Colapso por rasgamento (cisalhamento de bloco)

A menor das duas forças resistentes deve ser adotada.

$$F_{v,Rd} = (0,6A_{gv}f_y + A_{nt}f_u) / \gamma \quad (\gamma = 1,65) \quad (3.16)$$

$$F_{v,Rd} = (0,6A_{nv}f_u + A_{nt}f_u) / \gamma \quad (\gamma = 1,65) \quad (3.17)$$

onde

A_{gv} é a área bruta sujeita ao cisalhamento, da parte susceptível ao colapso por rasgamento;

A_{nv} é a área líquida sujeita ao cisalhamento, da parte susceptível ao colapso por rasgamento;

A_{nt} é a área líquida sujeita à tração, da parte susceptível ao colapso por rasgamento.

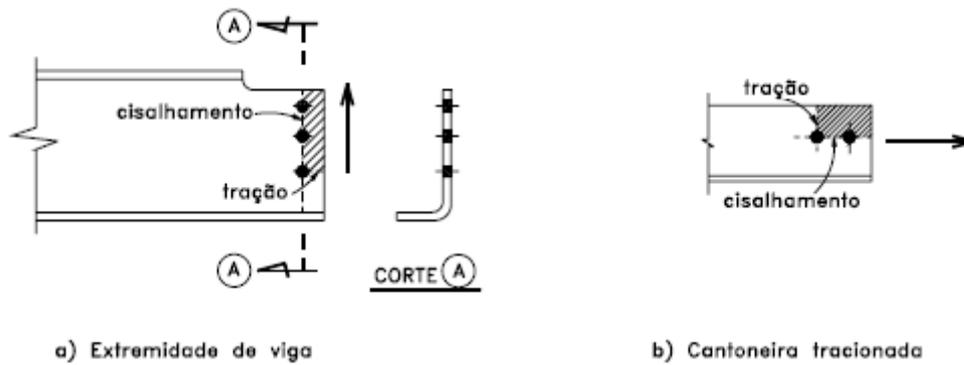


Figura 3.2 – Colapso por rasgamento da parte conectada
Fonte: ABNT NBR 14762:2010

3.2 – ANSI AISI S100:2007-S

De acordo com o AISI, a força resistente nominal à tração, T_n , deve ser o menor valor obtido de acordo com os estados-limites das Eqs. 3.18 e 3.19. Salvo disposição ao contrário, os correspondentes *fatores de segurança* e os *fatores de resistência* fornecidos nessa seção devem ser utilizados para determinar as resistências.

3.2.1 – escoamento da seção bruta:

$$T_n = A_g f_y \quad (3.18)$$

$$\Omega_t = 1,67 \quad (\text{ASD})$$

$$\phi_t = 0,90 \quad (\text{LRFD})$$

onde

T_n é a força resistente nominal do elemento quando carregado na tração;

A_g é a área bruta da seção transversal;

f_y é a resistência ao escoamento do aço.

3.2.2 – Ruptura da seção líquida:

A força resistente de tração é calculada da seguinte maneira:

a) Ligações em chapas finas não possuindo furos padrão em zig-zag

$$P_n = A_n f_t \quad (3.19)$$

1) Quando arruelas são previstas sob a cabeça do parafuso e a porca

- para um único parafuso, ou uma única linha de parafusos perpendicular à força:

$$f_t = \left(0,1 + 3 \frac{d}{s} \right) f_u \leq f_u \quad (3.20)$$

- para vários parafusos em linha na direção da força:

$$f_t = f_u \quad (3.21)$$

- para ligações sujeitas ao corte duplo:

$$\Omega = 2,00 \quad (\text{ASD})$$

$$\phi = 0,65 \quad (\text{LRFD})$$

- para ligações sujeitas ao corte simples:

$$\Omega = 2,22 \quad (\text{ASD})$$

$$\phi = 0,55 \quad (\text{LRFD})$$

2) Quando arruelas não são previstas sob a cabeça do parafuso e a porca ou apenas uma arruela é prevista sob a cabeça do parafuso e a porca

- para um único parafuso, ou uma única linha de parafusos perpendicular à força:

$$f_t = \left(2,5 \frac{d}{s} \right) f_u \leq f_u \quad (3.22)$$

- para vários parafusos em linha na direção da força:

$$f_t = f_u \quad (3.23)$$

$$\Omega = 2,22 \quad (\text{ASD})$$

$$\phi = 0,55 \quad (\text{LRFD})$$

onde

A_n é a área líquida da parte conectada;

f_t é a resistência nominal de tração na chapa;

d é o diâmetro nominal do parafuso;

s é a largura da chapa dividida pelo número de furos na seção transversal que está sendo analisada (quando da avaliação de f_t);

f_u é a resistência à ruptura da parte conectada.

b) Ligações em chapas finas possuindo furos padrão em zig-zag

$$P_n = A_n f_t \quad (3.24)$$

$$\Omega = 2,22 \quad (\text{ASD})$$

$$\phi = 0,65 \quad (\text{LRFD})$$

onde

f_t é determinado de acordo com Eqs. 3.20 a 3.23;

$$A_n = 0,90 \left[A_g - n_b d_h t + \left(\sum \frac{s'^2}{4g} \right) t \right] \quad (3.25)$$

A_g é a área bruta do elemento;

s' é o espaçamento longitudinal centro-a-centro de dois furos consecutivos;

g é o espaçamento transversal centro-a-centro entre duas linhas de parafusos;

n_b é o número de furos na seção que está sendo analisada;

d_h é o diâmetro de um furo padrão;

t é a espessura do elemento mais fino conectado.

c) Ligações em perfis formados a frio

$$P_n = A_e f_u \quad (3.26)$$

$$\Omega = 2,22 \quad (\text{ASD})$$

$$\phi = 0,65 \quad (\text{LRFD})$$

onde

$A_e = A_n U$, área líquida efetiva com U definido como segue:

$U = 1,0$ para perfis quando a força é transmitida diretamente para todos os elementos da seção transversal. Caso contrário, o coeficiente de redução é determinado como segue:

1) Para cantoneiras com dois ou mais parafusos na linha de ação da força

$$U = 1,0 - 1,20 \frac{\bar{x}}{L} < 0,9 \quad (3.27)$$

mas $U \geq 0,4$.

2) Para perfis U com dois ou mais parafusos na linha de ação da força

$$U = 1,0 - 0,36 \frac{\bar{x}}{L} < 0,9 \quad (3.28)$$

mas $U \geq 0,5$.

onde

\bar{x} é a distância do plano de corte ao centróide da seção transversal;

L é o comprimento da ligação.

3.2.3 – Rasgamento entre furos ou entre furo e borda

$$P_n = t e f_u \quad (3.29)$$

a) quando $f_u/f_{sy} \geq 1,08$

$$\Omega = 2,00 \quad (\text{ASD})$$

$$\phi = 0,70 \quad (\text{LRFD})$$

b) quando $f_u/f_{sy} < 1,08$

$$\Omega = 2,22 \quad (\text{ASD})$$

$$\phi = 0,60 \quad (\text{LRFD})$$

onde

P_n é a força resistente nominal por parafuso;

e é a distância medida, na linha da força, do centro de um furo padrão à borda adjacente do furo mais próximo ou da borda da parte conectada;

t é a espessura da parte conectada mais fina;
 f_u é a resistência à ruptura da parte conectada;
 f_{sy} é a resistência ao escoamento da parte conectada $\leq 80\text{ksi}$ para aços que não satisfazem os 10% mínimos de alongamento necessário (f_y é tomada como 75% de f_{sy} ou 60ksi).

3.2.4 – Esmagamento da parede do furo

A força resistente nominal ao esmagamento de ligações parafusadas deve ser calculada da seguinte maneira:

a) Força resistente sem a consideração da deformação do furo

Quando a deformação ao redor do furo não é uma consideração de projeto, a força resistente nominal ao esmagamento, P_n , da chapa conectada para cada parafuso carregado deve ser determinada de acordo com a Eq. 3.30.

$$P_n = cm_f dtf_u \quad (3.30)$$

$$\Omega = 2,22 \quad (\text{ASD})$$

$$\phi = 0,60 \quad (\text{LRFD})$$

$$= 0,50 \quad (\text{LSD})$$

onde

C é o fator de contato, determinado de acordo com a Tabela 3.1;

m_f é o fator de modificação para o tipo de ligação por contato, que deve ser determinado de acordo com a Tabela 3.2;

d é o diâmetro nominal do parafuso;

t é a espessura da chapa;

f_u é a resistência à ruptura do aço da chapa.

Tabela 3.1 – Fator de contato, C
Adaptado: ANSI AISI S100:2007-S

Espessura da Parte Conectada, t, in. (mm)	Relação Diâmetro do Conector Espessura do Elemento, d/t	C
0,0023 ≤ t < 0,1875 (0,61 ≤ t < 4,76)	d/t < 10	3,0
	10 ≤ d/t ≤ 22	4 - 0,1(d/t)
	d/t > 22	1,8

Tabela 3.2 – Fator de modificação, m_f, para o tipo de ligação por contato
Adaptado: ANSI AISI S100:2007-S

Tipo de Ligação por Contato	m _f
Cisalhamento simples e chapas externas de ligações sujeitas ao corte duplo com arruelas sob a cabeça do parafuso e a porca	1,00
Cisalhamento simples e chapas externas de ligações sujeitas ao corte duplo sem arruelas sob a cabeça do parafuso e a porca	0,75
Chapas internas de ligações sujeitas ao corte duplo com ou sem arruelas	1,33

b) Força resistente com a consideração da deformação do furo

Quando a deformação ao redor do furo é uma consideração de projeto, a força resistente nominal, P_n, deve ser calculada de acordo com a Eq. 3.31.

$$P_n = (4,64\alpha t + 1,53) dtf_u \quad (3.31)$$

$$\Omega = 2,22 \quad (\text{ASD})$$

$$\phi = 0,65 \quad (\text{LRFD})$$

$$= 0,55 \quad (\text{LSD})$$

onde

α é o coeficiente de conversão de unidades;

= 1,0 para unidades costumeiras para os US (com t em polegadas);

= 0,0394 para unidades do SI (com t em mm);

= 0,394 para unidades do MKS (com t em cm).

3.2.5 – Cisalhamento e Tração nos parafusos

A força resistente nominal do parafuso, P_n , resultando do cisalhamento ou tração deve ser calculada de acordo com o que segue. Os correspondentes fatores de segurança e os fatores de resistência são fornecidos na Tabela E3.4-1 da presente especificação.

$$P_n = A_b f_n \quad (3.32)$$

onde

A_b é a área bruta da seção transversal do parafuso;

f_n é a resistência à ruptura nominal em Ksi (ou MPa) determinada de acordo com (a):

(a) Quando os parafusos estão sujeitos apenas ao cisalhamento ou à tração

f_n deve ser dado por f_{nv} ou f_{nt} na Tabela E3.4-1 da presente especificação.

Os correspondentes fatores de segurança e resistência, Ω e Φ , devem estar de acordo com a Tabela E3.4-1 da presente especificação.

A resistência ao rasgamento do metal base da chapa conectada na cabeça do parafuso, porca ou arruela deve ser considerada onde a tração do parafuso está envolvida.

3.2.6 – Ruptura por Cisalhamento de Bloco

A força resistente nominal à ruptura por cisalhamento de bloco, R_n , deve ser determinada como a menor das Eqs. 3.33 e 3.34.

$$R_n = 0,6f_y A_{gv} + f_u A_{nt} \quad (3.33)$$

$$R_n = 0,6f_u A_{nv} + f_u A_{nt} \quad (3.34)$$

Para ligações parafusadas

$$\Omega = 2,22 \quad (\text{ASD})$$

$$\phi = 0,65 \quad (\text{LRFD})$$

A_{gv} é a área bruta sujeita ao cisalhamento;

A_{nv} é a área líquida sujeita ao cisalhamento;

A_{nt} é a área líquida sujeita à tração.

3.3 – AS/NZS 4600:2005

3.3.1 – Capacidade Nominal da seção

A capacidade nominal da seção de um elemento na tração deve ser tomada como o menor de:

$$N_t = A_g f_y \quad (3.35)$$

$$N_t = 0,85k_t A_n f_u \quad (3.36)$$

onde

A_g é a área bruta da seção transversal;

f_y é a resistência ao escoamento no projeto;

k_t é o fator de correção para distribuição de forças determinada de acordo com o item (b);

A_n é a área líquida da seção transversal, obtida por dedução a partir da área bruta da seção transversal, a área seccional de toda penetração e furos, incluindo furos dos conectores;

f_u é a resistência à ruptura usada no projeto.

(a) Ligações de extremidade, em perfis, com distribuição de forças uniforme

Quando para propósito de projeto é assumido que a força é distribuída uniformemente em um elemento tracionado, a ligação extrema pode satisfazer ambas as seguintes:

(1) As ligações devem ser feitas para cada parte do elemento e devem ser simetricamente localizadas em relação ao eixo centroidal do elemento.

(2) Cada parte da ligação deve ser proporcional a força de projeto máxima transferida pela parte conectada do elemento.

Para ligações satisfazendo essas exigências, o valor K_t deve ser tomado igual a 1,0.

Se a ligação extrema de um elemento tracionado não cumprir (a), então o elemento deve ser projetado cumprindo com (b):

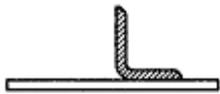
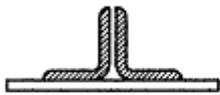
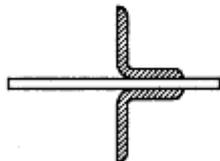
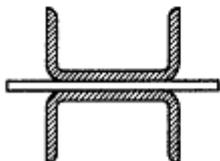
(b) Ligações de extremidade, em perfis, com distribuição de forças não uniforme

(1) Cantoneiras conectadas excêntrica e perfis U excêntrica conectados, podem ser projetados de acordo com a Eq. 3.36, utilizando o valor apropriado de k_t dado na Tabela 3.3.

(2) Perfis U conectados por ambas as mesas ou seções construídas de perfis U conectadas por ambas as mesas apenas, podem ser projetadas de acordo com a Eq. 3.36 utilizando um valor de k_t igual a 0,85, previsto que:

- (i) o comprimento entre a primeira e a última linha de conectores na ligação, ou quando o elemento é soldado, o comprimento de solda longitudinal previsto para cada lado das mesas conectadas não é menor que a largura do elemento, e
- (ii) cada mesa conectada será proporcional à no mínimo metade da força de projeto máxima transferida pela ligação.

Tabela 3.3 – Fator de correção, k_t , para o elemento sombreado
Adaptado: AS/NZS 4600:2005

Configuração	Fator de correção k_t
(i) 	0.75 cantoneiras de abas desiguais conectadas pela menor aba 0.85 caso contrário
(ii) 	como para o caso (i)
(iii) 	0.85
(iv) 	1.0
(v) 	1.0

3.3.2 – Ruptura na Seção Líquida

A força resistente de projeto à tração, para o caso de ligações em chapas finas, deve ser determinada como segue:

(a) Quando arruelas são previstas sob ambas a cabeça do parafuso e a porca

ϕ = fator de redução da capacidade da ligação parafusada

$\phi = 0,65$ (para ligações sujeitas à corte duplo)

$\phi = 0,55$ (para ligações sujeitas à corte simples)

- para um único parafuso, ou uma única linha de parafusos perpendicular à força

$$N_t = \left[0,1 + 3 \left(\frac{d_f}{s_f} \right) \right] A_n f_u \leq A_n f_u \quad (3.37)$$

- para vários parafusos na linha paralela à força

$$N_t = A_n f_u \quad (3.38)$$

(b) Quando ou arruelas não são previstas sob a cabeça do parafuso e a porca, ou apenas uma arruela

$\phi = 0,65$

- para um único parafuso, ou uma única linha de parafusos perpendicular à força

$$N_t = \left(2,5 \frac{d_f}{s_f} \right) A_n f_u \leq A_n f_u \quad (3.39)$$

- para vários parafusos na linha paralela à força

$$N_t = A_n f_u \quad (3.40)$$

onde

s_f é o espaçamento dos parafusos perpendicular a linha de ação da força;

d_f é o diâmetro nominal do parafuso;

A_n é a área líquida da parte conectada.

(c) Quando os furos estão em zig-zag, a área a ser deduzida deve ser a maior das

(i) a dedução para furos que não estão em zig-zag; ou

(ii) a soma das áreas de todos os furos em qualquer linha em zig-zag se estendendo progressivamente por meio do elemento ou parte do elemento, menos $(s_p^2 t / 4s_g)$ para cada espaço medido na sequência dos furos.

onde

s_p é a distância medida na direção paralela à ação de projeto no elemento, de centro-a-centro dos furos em linhas consecutivas (Figura 3.3);

t é a espessura do material furado;

s_g é a distância medida na direção perpendicular à da ação de projeto no elemento, de centro-a-centro dos furos em linhas consecutivas (Figura 3.3).

Para cantoneiras com furos em ambas as abas, a medida deve ser tomada como a soma das marcas de furação de cada furo, menos a espessura da aba (Figura 3.4).

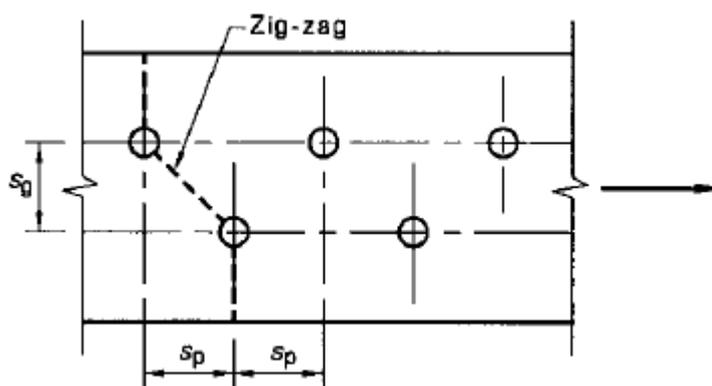


Figura 3.3 – Furos em zig-zag
Adaptado: AS/NZS 4600:2005

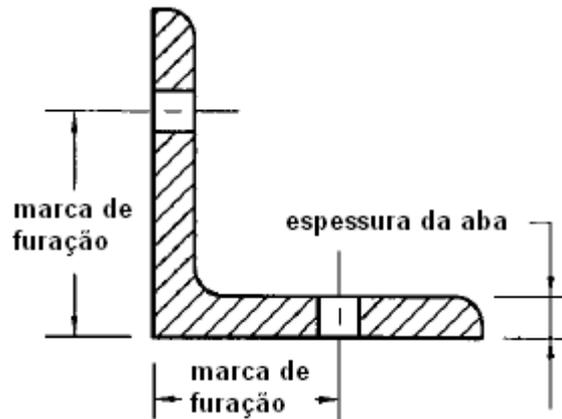


Figura 3.4 – Cantoneiras com furos em ambas as abas
Adaptado: AS/NZS 4600:2005

3.3.3 – Rasgamento entre furos ou entre furo e borda

$$V_f = t e f_u \quad (3.41)$$

em que:

ϕ = fator de redução da capacidade da ligação parafusada sujeita ao rasgamento;

$$= 0,70 \text{ para } f_u / f_y \geq 1,08$$

$$= 0,60 \text{ para } f_u / f_y < 1,08$$

t é a espessura da parte conectada;

e é a distância medida na linha da força a partir do centro de um furo padrão até a borda do furo adjacente mais próximo ou extremidade do elemento.

3.3.4 – Esmagamento da parede do furo

(a) Força resistente ao esmagamento sem a consideração da deformação do furo

Quando a deformação ao redor do furo não é uma consideração de projeto, a força nominal ao esmagamento (V_b) da chapa conectada para cada parafuso carregado deve ser determinada como segue:

$$V_b = \alpha C_d t f_u \quad (3.42)$$

onde

$$\phi = 0,60;$$

α = fator de modificação a depender do tipo de ligação por contato (Tabela 3.4);

C = fator de contato dado na Tabela 3.5;

d_f é o diâmetro nominal do parafuso;

t é a espessura do metal base.

Tabela 3.4 – Fator de modificação, α , para o tipo de ligação por contato
Adaptado: AS/NZS 4600:2005

Tipo de Ligação por Contato	α
Cisalhamento simples e chapas externas de ligações sujeitas ao corte duplo com arruelas sob a cabeça do parafuso e a porca	1,00
Cisalhamento simples e chapas externas de ligações sujeitas ao corte duplo sem arruelas sob a cabeça do parafuso e a porca	0,75
Chapas internas de ligações sujeitas ao corte duplo com ou sem arruelas	1,33

Tabela 3.5 – Fator de contato, C
Adaptado: AS/NZS 4600:2005

Espessura da Parte Conectada, t (mm)	Relação Diâmetro do Conector pela Espessura do Elemento, d_f/t	C
$(0,42 \leq t < 4,76)$	$d_f/t < 10$	3,0
	$10 \leq d_f/t \leq 22$	$4 - 0,1(d_f/t)$
	$d_f/t > 22$	1,8

(b) Resistência ao esmagamento na deformação do furo de 6 mm

Quando a deformação ao redor do furo é uma consideração de projeto, a força nominal ao esmagamento (V_b) deve ser determinada como segue:

$$V_b = (4,64\alpha t + 1,53)\phi d_f t f_u \quad (3.43)$$

$$\phi = 0,65$$

3.3.5 – Parafusos

(a) Parafuso no cisalhamento

$$V_{fv} = 0,62f_{uf}(n_n A_c + n_x A_0) \quad (3.44)$$

onde

V_{fv} é a força nominal ao corte de um parafuso;

f_{uf} é a resistência à ruptura mínima de um parafuso;

n_n é o número de planos de corte com a rosca interceptando o plano de corte;

A_c é a menor área diametral de um parafuso;

n_x é o número de planos de corte sem a rosca interceptar o plano de corte;

A_0 é a área plana do fuste de um parafuso.

(b) Parafuso sob tração

$$N_{ft} = A_s f_{uf} \quad (3.45)$$

onde

N_{ft} é a força nominal à tração de um parafuso;

A_s é a área tracionada de um parafuso;

f_{uf} é a resistência à ruptura mínima do parafuso.

A força resistente ao rasgamento da chapa conectada na cabeça do parafuso, porca ou arruela deve ser considerada onde a tração no parafuso está envolvida.

3.3.6 – Ruptura por Cisalhamento de Bloco

A capacidade nominal à ruptura por cisalhamento de bloco na extremidade de uma viga ou ligação de um elemento tracionado (R_n) deve ser determinada como segue:

$$(a) \text{ Para } f_u A_{nt} \geq 0,6 f_u A_{nv} : R_n = 0,6 f_y A_{gv} + f_u A_{nt} \quad (3.46)$$

$$(b) \text{ Para } 0,6 f_u A_{nv} \geq f_u A_{nt} : R_n = 0,6 f_u A_{nv} + f_y A_{gt} \quad (3.47)$$

onde

A_{nt} é a área líquida sujeita à tração na ruptura por cisalhamento de bloco;

A_{nv} é a área líquida sujeita ao corte na ruptura por cisalhamento de bloco;

A_{gv} é a área bruta sujeita ao corte na ruptura por cisalhamento de bloco;

A_{gt} é a área bruta sujeita à tração na ruptura por cisalhamento de bloco.

3.4 – EUROCODE 3 Parte 1.3:2010

3.4.1 – Tração

- (1) O valor da força de tração de projeto $N_{E,d}$ em cada seção transversal deve satisfazer:

$$\frac{N_{E,d}}{N_{t,Rd}} \leq 1,0 \quad (3.48)$$

- (2) Para seções com furos, a resistência de projeto à tração $N_{t,Rd}$ deve ser tomada como a menor de:

- (a) a resistência plástica de projeto da seção transversal bruta

$$N_{pl,Rd} = A \frac{f_y}{\gamma_{M0}} \quad (\gamma_{M0} = 1,00) \quad (3.49)$$

- (b) a resistência última de projeto da seção transversal líquida nos furos dos conectores

$$N_{u,Rd} = 0,9A_{net} \frac{f_u}{\gamma_{M2}} \quad (\gamma_{M2} = 1,25) \quad (3.50)$$

- (3) Quando a capacidade de projeto é necessária, a resistência plástica de projeto $N_{pl,Rd}$ deve ser menor que a resistência de projeto da seção líquida nos furos dos conectores $N_{u,Rd}$.

- (4) Na categoria de ligações C, a resistência de projeto plástica na seção líquida, nos furos dos conectores, $N_{net,Rd}$, não deve ser tomada como maior que:

$$N_{net,Rd} = A_{net} \frac{f_y}{\gamma_{M2}} \quad (\gamma_{M2} = 1,25) \quad (3.51)$$

- (5) Para cantoneiras conectadas por meio de apenas uma aba, ver também EUROCODE 3 Parte 1.8, 3.10.3. Considerações similares devem também ser tomadas para outros tipos de seções conectadas com elementos pendentes tais como seções T e U.

3.4.2 – Área Líquida

- (1) A área líquida de uma seção transversal deve ser tomada como a área bruta menos as deduções apropriadas para todos os furos e outras aberturas.
- (2) Quando do cálculo das propriedades da seção líquida, a dedução para um único furo deve ser a área bruta no plano do seu eixo. Para furos escareados, tolerância adequada deve ser feita para a parte escareada.
- (3) Previsto que os furos não estão em zig-zag, a área total a ser deduzida para os furos deve ser a máxima soma das áreas seccionais dos furos em alguma seção perpendicular ao eixo do elemento.
- (4) Quando furos em zig-zag são previstos, a área total a ser deduzida deve ser a maior de:

- (a) a dedução para furos que não estão em zig-zag, dado em 3);

$$(b) t \left(nd_0 - \sum p_1^2 / 4p \right) \quad (3.52)$$

- (5) Cantoneiras ou em outros elementos com furos em mais do que em um plano, a distância p_2 deverá ser medida ao longo do plano médio da espessura do material.

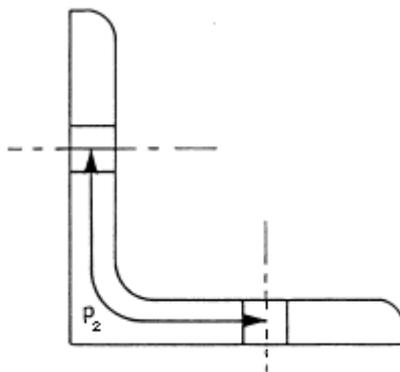


Figura 3.5 – Cantoneiras com furos nas duas abas
Fonte: EUROCODE 3 Parte 1.1:2010

3.4.3 – Ruptura da Seção Líquida

(a) Cantoneiras tracionadas ligadas por uma aba e outros elementos tracionados ligados assimetricamente

- (1) A excentricidade das ligações e os efeitos das distâncias entre eixos e das distâncias aos bordos dos parafusos, deverão ser levados em conta na determinação do valor de cálculo da resistência:
 - de elementos assimétricos;
 - de elementos simétricos ligados assimetricamente, tais como as cantoneiras ligadas por uma aba.
- (2) Uma cantoneira simples tracionada, ligada numa aba por uma única linha de parafusos, ver Figura 3.6, poderá ser considerada como estando solicitada por uma carga centrada ao longo de uma seção líquida, e o valor de cálculo da resistência última da seção líquida deverá ser determinado do seguinte modo:

$$\text{com 1 parafuso: } N_{u,Rd} = \frac{2,0(e_2 - 0,5d_0) t d f_u}{\gamma_{M2}} \quad (3.53)$$

$$\text{com 2 parafusos: } N_{u,Rd} = \frac{\beta_2 A_{net} f_u}{\gamma_{M2}} \quad (3.54)$$

$$\text{com 3 parafusos: } N_{u,Rd} = \frac{\beta_3 A_{net} f_u}{\gamma_{M2}} \quad (3.55)$$

em que:

β_2 e β_3 = coeficientes de redução em função da distância p_1 como indicado na Tabela 3.6. Para valores intermediários de p_1 , o valor de β poderá ser determinado por interpolação linear.

A_{net} = área líquida da seção da cantoneira. Para uma cantoneira com abas desiguais ligada pela aba menor, deverá considerar-se que A_{net} é igual à área líquida da seção de uma cantoneira equivalente de abas iguais às da aba menor.

Tabela 3.6 – Coeficientes de redução β_2 e β_3
Fonte: Eurocode 3 parte 1.8:2010

Distância	p_1	$\leq 2,5 d_0$	$\geq 5,0 d_0$
2 parafusos	β_2	0,4	0,7
3 parafusos ou mais	β_3	0,5	0,7

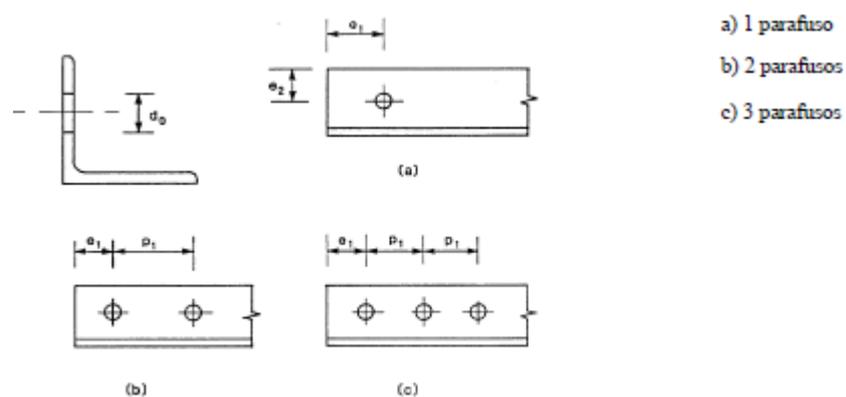


Figura 3.6 – Cantoneiras conectadas por uma aba
Fonte: Eurocode 3 parte 1.8:2010

(b) Chapas parafusadas

$$F_{n,Rd} = \left(1 + 3r \left(\frac{d_0}{u} - 0,3 \right) \right) A_{net} \frac{f_u}{\gamma_{M2}} \quad (\gamma_{M2} = 1,25) \quad (3.56)$$

porém,

$$F_{n,Rd} \leq A_{net} \frac{f_u}{\gamma_{M2}} \quad (\gamma_{M2} = 1,25) \quad (3.57)$$

com:

$r = [\text{número de parafusos na seção transversal}] / [\text{número total de parafusos na ligação}]$

$u = 2e_2$ mas $u \leq p_2$

sendo,

$e_2 =$ distância a partir do centro do conector à borda adjacente da parte conectada, na direção perpendicular à direção da transferência de força;

$p_2 =$ espaçamento centro-a-centro dos conectores na direção perpendicular à direção de transferência da força;

$A_{net} =$ área líquida da seção transversal da parte conectada;

$f_u =$ resistência à ruptura do material;

$d =$ diâmetro do conector;

$d_0 =$ diâmetro do furo.

3.4.4 – Esmagamento entre furos ou entre furo e borda (para chapas com espessura menor que 3mm)

$$F_{b,Rd} = 2,5\alpha_b k_t f_u d t / \gamma_{M2} \quad (\gamma_{M2} = 1,25) \quad (3.58)$$

com α_b sendo o menor entre 1,0 e $e_1 / (3d)$

$$k_t = (0,8t + 1,5) / 2,5 \quad \text{para } 0,75\text{mm} \leq t \leq 1,25\text{mm}; \quad (3.59)$$

$k_t = 1,0$ para $t > 1,25\text{mm}$

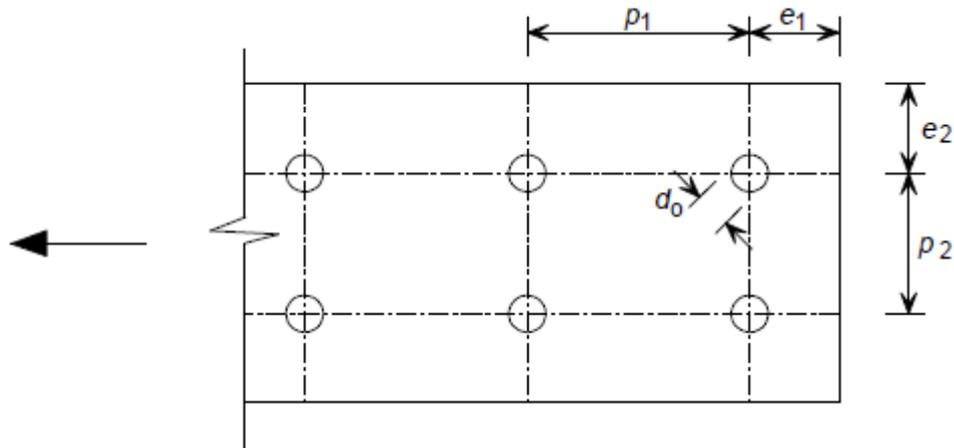


Figura 3.7 – Espaçamento entre furos e entre furo e borda
Fonte: Eurocode 3 parte 1.8:2010

3.4.5 – Esmagamento entre furos e entre furo e borda (para chapas com espessura maior ou igual a 3mm)

$$F_{b,Rd} = \frac{k_1 \alpha_b f_u dt}{\gamma_{M2}} \quad (3.60)$$

em que α_b é o menor dos valores α_d , f_{ub} / f_u e 1,0.

(a) na direção da transmissão dos esforços (esmagamento):

- para parafusos de extremidade: $\alpha_d = \frac{e_1}{3d_0}$

- para parafusos interiores: $\alpha_d = \frac{p_1}{3d_0} - \frac{1}{4}$

sendo e_1 , d_0 e p_1 definidos na Figura 3.7.

(b) perpendicularmente à direção de transmissão de esforços (rasgamento):

- para parafusos de extremidade: k_1 é o menor dos valores

$$2,8 \frac{e_2}{d_0} - 1,7; 1,4 \frac{p_2}{d_0} - 1,7 \quad \text{e} \quad 2,5$$

- para parafusos interiores: k_1 é o menor dos valores:

$$1,4 \frac{p_2}{d_0} - 1,7 \quad \text{e} \quad 2,5$$

3.4.6 – Parafusos

(a) Força resistente ao cisalhamento

- rosca fora do plano de corte

$$F_{v,Rd} = 0,6 A_s \frac{f_{ub}}{\gamma_{M2}} \quad (\gamma_{M2} = 1,25) \quad (3.61)$$

- rosca dentro do plano de corte

$$F_{v,Rd} = 0,5 A_s \frac{f_{ub}}{\gamma_{M2}} \quad (\gamma_{M2} = 1,25) \quad (3.62)$$

(b) Força resistente à tração

$$F_{t,Rd} = 0,9 A_s \frac{f_{ub}}{\gamma_{M2}} \quad (\gamma_{M2} = 1,25) \quad (3.63)$$

onde

A_s é a área bruta da seção transversal do parafuso;

f_{ub} é a resistência à ruptura do material do parafuso.

3.4.7 – Força resistente à ruptura por cisalhamento do bloco

- (1) O destacamento do bloco é uma ruptura por corte na linha de parafusos situada na seção solicitada ao corte do grupo de furos, acompanhada da ruptura por tração ao longo da linha dos furos situada na superfície tracionada da periferia do grupo de parafusos. A Figura 3.8 exemplifica o destacamento do bloco.

- (2) Para um grupo de parafusos simétricos sujeito a um carregamento centrado, o valor de cálculo da resistência ao destacamento do bloco, $V_{\text{eff},1,\text{Rd}}$ é obtido por:

$$V_{\text{eff},1,\text{Rd}} = A_{\text{nt}} \frac{f_u}{\gamma_{\text{M}2}} + \left(\frac{1}{\sqrt{3}} \right) A_{\text{nv}} \frac{f_y}{\gamma_{\text{M}0}} \quad (3.64)$$

em que:

A_{nt} é a área líquida solicitada à tração;

A_{nv} é a área líquida solicitada ao corte.

- (3) Para um grupo de parafusos sujeito a um carregamento excêntrico, o valor de cálculo da resistência ao destacamento de bloco, $V_{\text{eff},2,\text{Rd}}$ é obtido por:

$$V_{\text{eff},2,\text{Rd}} = 0,5A_{\text{nt}} \frac{f_u}{\gamma_{\text{M}2}} + \left(\frac{1}{\sqrt{3}} \right) A_{\text{nv}} \frac{f_y}{\gamma_{\text{M}0}} \quad (3.65)$$

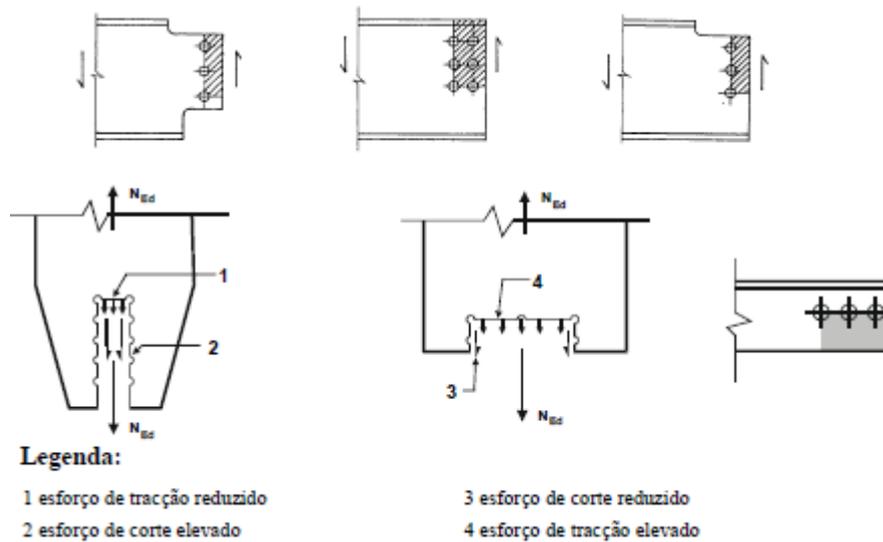


Figura 3.8 – Ruptura de bloco
Fonte: EUROCODE 3 parte 1.8:2010

ERRO DE MODELO

Capítulo
4

4 – CÁLCULO DA VARIÁVEL ALEATÓRIA ERRO DE MODELO

Nesta etapa do trabalho, todas as configurações de ligações parafusadas em chapas finas de aço e perfis formados a frio foram alocadas em planilhas para posterior cálculo do erro de modelo.

Vale ressaltar que todas as ligações parafusadas foram pré-dimensionadas de modo a apresentarem em sua maioria, segundo os critérios de cálculo da ABNT NBR 14762:2001, norma vigente na ocasião do dimensionamento e ensaio dos corpos-de-prova, o estado limite último correspondente à ruptura da seção líquida, permitindo com isso estabelecer comparações entre os valores experimentais e teóricos do coeficiente de redução da área líquida (C_t), estabelecidos por essa norma.

Uma observação a ser feita sobre esta etapa é que, para a aplicação das expressões de cálculo dos documentos normativos aqui abordados quando da avaliação das forças resistentes dessas ligações, foi considerado que todos os parafusos sofriam igual solitação, condição esta ideal, difícil de ser conseguida na prática, mas admitindo a capacidade de deformação do material (ductilidade), esta propicia a igual distribuição de forças quando da plastificação das seções.

Outro fato importante a ser citado foi que, para a avaliação das forças resistentes das ligações, todos os coeficientes parciais de segurança que ponderam essas forças, foram tomados como unitários proporcionando dessa forma valores nominais da força resistente quando a marcha de cálculo presente nessas prescrições normativas é seguida.

Dando continuidade ao trabalho, será apresentada a seguir uma breve exposição de todas as configurações de ligações aqui utilizadas.

Configuração dos corpos-de-prova de ligações parafusadas em chapas finas

Nos corpos de prova variaram-se os seguintes parâmetros:

- ✓ espessura das chapas: chapas de 2,00mm, 2,65mm, 3,75mm, 4,75mm e 6,30mm cada qual com um respectivo tipo de aço;
- ✓ diâmetro dos parafusos: utilizaram-se parafusos de 12,5mm e 16,0mm de diâmetro, sendo o primeiro nas ligações com chapas de 2,00mm e 2,65mm e o outro, no restante;

- ✓ relação d/g: conforme disposição dos parafusos na seção transversal e de acordo com as recomendações da ABNT NBR 14762., obtiveram-se relações de d/g iguais a 0,111; 0,161; 0,250; 0,333 e 0,500;
- ✓ quantidade de parafusos na seção: um, dois ou quatro;
- ✓ quantidade de seções de parafusos perpendicular a solicitação: com uma, duas, três ou quatro seções, distinguindo-se as séries A, B, C e D, respectivamente;
- ✓ emprego ou não de arruelas junto à cabeça dos parafusos e a porca.

Esses parâmetros combinados produziram dez diferentes tipos de configurações de ligações parafusadas, ilustradas na Figura 4.1, Figura 4.2 e descritas na Tabela 4.1.

Com estas configurações foram confeccionadas quatro séries de corpos-de-prova (séries A a D), feitas em duplicata, ensaiados, cada dupla, com ou sem a utilização de arruelas junto à cabeça do parafuso e a porca.

A nomenclatura utilizada na representação destes corpos-de-prova é apresentada a seguir.

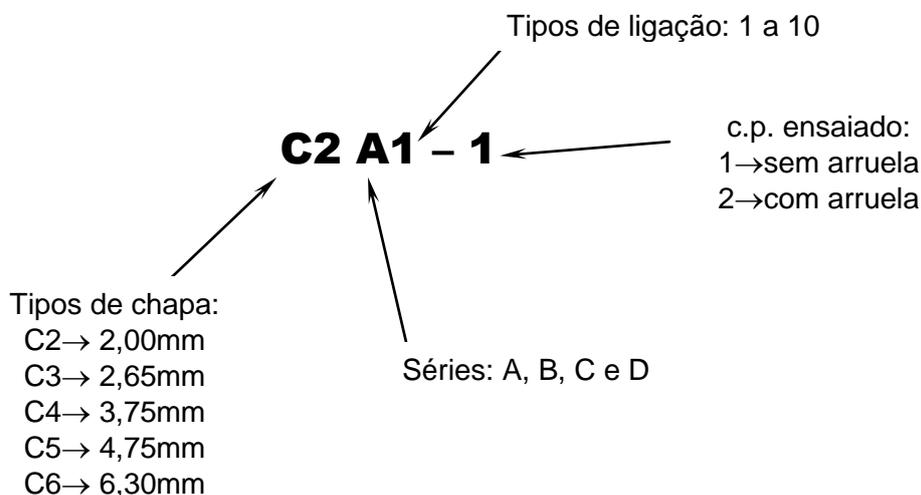


Figura 4.1 – Legenda para os tipos de ligações em chapas finas
Fonte: Maiola (2004)

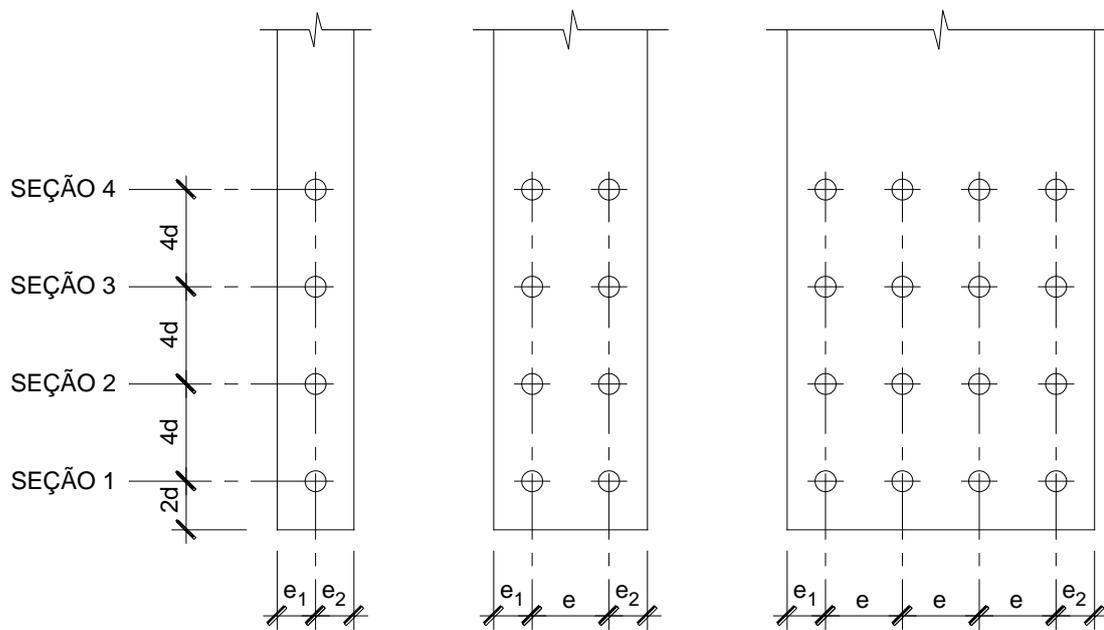


Figura 4.2 – esquema dos corpos-de-prova de ligações parafusadas em chapa fina
Fonte: Maiola (2004)

Tabela 4.1 – Características geométricas dos corpos-de-prova de ligações
Adaptado: Maiola (2004)

Tipo da ligação	Quantidade de parafusos por seção	$e_1 = e_2$	e	Largura total	g^{***}	d/g
1 *	1	1,5d	---	3d	3d	0,333
2	1	3d	---	6d	6d	0,167
3 **	2	d	2d	4d	2d	0,500
4 *	2	1,5d	3d	6d	3d	0,333
5	2	3d	3d	9d	6d	0,167
6 *	4	1,5d	3d	12d	3d	0,333
7	1	2d	---	4d	4d	0,250
8	2	2d	3d	7d	4d	0,250
9	2	4,5d	3d	12d	9d	0,111
10	2	1,5d	9d	12d	9d	0,111

*Distâncias mínimas estabelecidas no projeto de norma brasileira.

**Não atende às disposições construtivas estabelecidas no projeto de norma brasileira.

***Avaliado segundo recomendações da ABNT NBR 14762:2001 norma vigente na ocasião e calculado conforme página 85 do presente trabalho.

Configuração dos corpos-de-prova de ligações parafusadas em perfis formados a frio

Todos os perfis de aço formados a frio utilizados no trabalho de Maiola (2004) foram ensaiados em duplicata, de maneira que fosse possível realizar uma análise a posteriori da variação dos resultados. Isso foi feito devido ao fato de um grande número de parâmetros como distribuição e quantidade de parafusos na seção transversal, bem como a quantidade de seções com parafusos perpendiculares à solicitação terem sido envolvidos no estudo, acarretando possíveis divergências dos resultados.

Em todos os corpos-de-prova de ligações, foram previstos furos no centro dos elementos conectados e não foi considerada a presença de arruelas. Nesses corpos-de-prova utilizou-se uma, duas, três ou quatro seções de parafusos perpendiculares a força aplicada (séries A, B, C e D, respectivamente).

A nomenclatura utilizada na representação desses corpos-de-prova é apresentada a seguir.

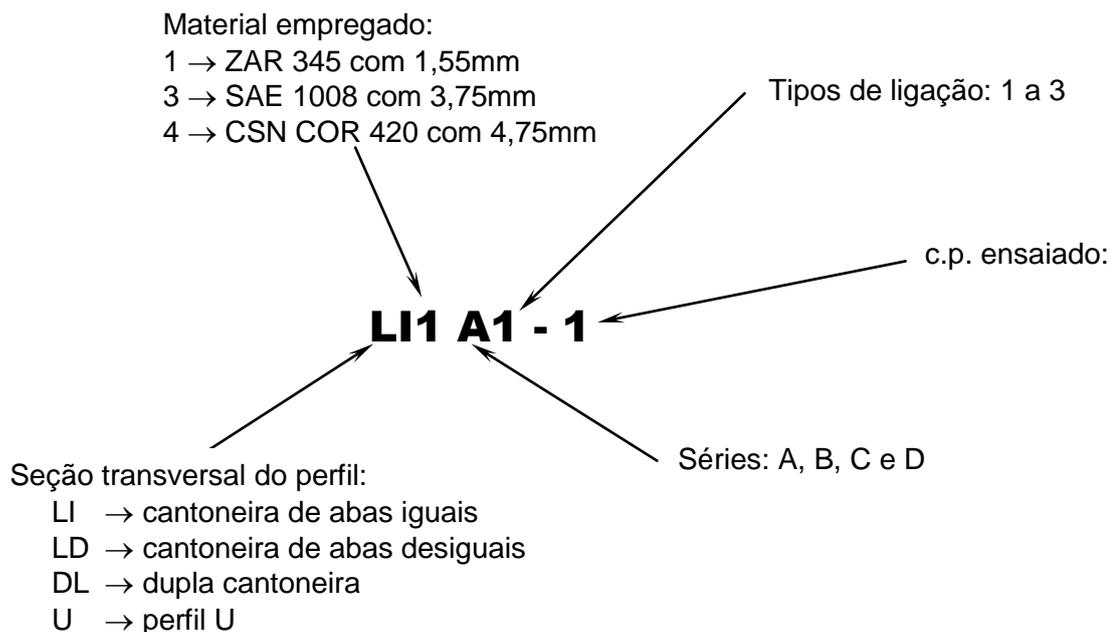


Figura 4.3 – Legenda para os tipos de ligações em perfis formados a frio
 Fonte: Maiola (2004)

4.1 – Erros de modelo para cada documento normativo abordado

Após cada uma das ligações parafusadas em chapas finas e perfis de aço formados a frio terem sido verificadas de acordo com os documentos normativos (descritos no capítulo

anterior), onde foram utilizados valores médios da resistência dos materiais por meio da consideração de um intervalo de confiança de 95% para os resultados experimentais e coeficientes parciais (γ) de resistência unitários, a variável aleatória erro de modelo (M_e) foi calculada.

$$M_e = \frac{F_{\text{exp}}}{F_{\text{teo}}} \quad (4.1)$$

sendo:

F_{exp} a força resistente da ligação obtida experimentalmente;

F_{teo} a força resistente da ligação obtida teoricamente por meio de cada especificação de projeto abordada.

É importante comentar que a variável aleatória erro de modelo, ou para ser mais preciso a média do erro de modelo ($M_{e,\text{mean}}$), também conhecido como professional factor segundo Ellingwood e Galambos (1982), tem a formidável capacidade de indicar um possível caráter conservador ou inseguro de modelos analíticos, quando inserido corretamente em uma análise de confiabilidade.

Sendo assim, nas páginas que seguem são apresentados os resultados do cálculo de todas as amostras da variável aleatória erro de modelo (M_e), obtidas a partir dos resultados experimentais de 232 corpos-de-prova de ligações parafusadas em chapas finas, 104 corpos-de-prova de ligações parafusadas em cantoneiras formadas a frio e 68 corpos-de-prova de perfis U formados a frio.

Vale ressaltar que no total foram verificadas 404 ligações parafusadas, de acordo com 4 diferentes especificações de projeto, totalizando 1616 análises de força resistente em elementos sujeitos a esforços de tração. Os resultados das verificações dessas ligações parafusadas em chapas finas e perfis de aço formados a frio, de acordo com cada especificação abordada, estão alocados em tabelas presentes no apêndice A.

Tabela 4.2 – Resultados experimentais e erro de modelo para ligações em chapas finas sem o uso de arruelas (Série A)

SÉRIE A										
Ligação	F _{exp} (kN) (obtida em ensaio)	Modo de ruína (obtido em ensaio)	Relação F _{exp} /F _{teo} - Erro de Modelo (M _e)							
			NBR		AISI		AS/NZS		EUROCODE	
			EPF*	RSL**	EPF	RSL	EPF	RSL	EPF	RSL
C2A1-1	19,10	EPF	0,8412	---	0,8412	---	0,7165	---	0,9570	---
C2A2-1	23,60	EPF	1,0394	---	1,0394	---	0,8853	---	1,1825	---
C2A3-1	21,90	RSL	---	1,0886	---	1,0886	---	1,0886	---	0,5916
C2A4-1	36,30	EPF	0,7994	---	0,7994	---	0,6809	---	0,9094	---
C2A5-1	42,20	EPF	0,9293	---	0,9293	---	0,7916	---	1,0572	---
C2A6-1	75,50	EPF	0,8313	---	0,8313	---	0,7081	---	0,9457	---
C2A7-1	19,99	EPF	0,8804	---	0,8804	---	0,7499	---	0,9917	---
C2A8-1	41,20	EPF	0,9073	---	0,9073	---	0,7728	---	1,0219	---
C2A9-1	46,93	EPF	1,0335	---	1,0335	---	0,8803	---	1,1734	---
C2A10-1	43,57	EPF	0,9595	---	0,9595	---	0,8173	---	1,0807	---
C3A1-1	16,18	EPF	0,7637	---	0,7637	---	0,6291	---	0,8923	---
C3A4-1	33,95	EPF	0,8012	---	0,8012	---	0,6601	---	0,9720	---
C4A1-1	36,47	EPF	0,7002	---	0,7002	---	0,5442	---	1,7297	---
C4A4-1	75,92	EPF	0,7288	---	0,7288	---	0,5664	---	1,7531	---
C5A1-1	62,80	EPF	0,7029	---	0,7029	---	0,5298	---	1,3995	---
C5A2-1	75,50	EPF	0,8450	---	0,8450	---	0,6369	---	1,3685	---
C5A3-1	69,10	RSL	---	1,0603	---	1,0603	---	1,0603	---	0,5932
C5A4-1	130,00	EPF	0,7275	---	0,7275	---	0,5484	---	1,4486	---
C5A5-1	135,00	EPF	0,7555	---	0,7555	---	0,5695	---	1,5043	---
C5A6-1	260,00	EPF	0,7275	---	0,7275	---	0,5484	---	1,4486	---
C5A7-1	69,97	EPF	0,7720	---	0,7720	---	0,5810	---	1,3146	---
C5A8-1	133,23	EPF	0,7350	---	0,7350	---	0,5531	---	1,7815	---
C5A9-1	141,62	EPF	0,7813	---	0,7813	---	0,5879	---	1,8861	---
C5A10-1	144,06	EPF	0,7947	---	0,7947	---	0,5981	---	1,9385	---
C6A1-1	68,67	EPF	0,5556	---	0,5556	---	0,4005	---	1,6967	---
C6A4-1	143,68	EPF	0,5813	---	0,5813	---	0,4190	---	1,6748	---

*EPF = Esmagamento da Parede do Furo; **RSL = Ruptura da Seção Líquida

Tabela 4.3 – Resultados experimentais e erro de modelo para ligações em chapas finas sem o uso de arruelas (Série B)

SÉRIE B										
Ligação	F _{exp} (kN) (obtida em ensaio)	Modo de ruína (obtido em ensaio)	Relação F _{exp} /F _{teo} - Erro de Modelo (M _e)							
			NBR		AISI		AS/NZS		EUROCODE	
			EPF*	RSL**	EPF	RSL	EPF	RSL	EPF	RSL
C2B1-1	22,10	RSL	---	1,0942	---	1,0030	---	1,0030	---	0,8876
C2B2-1	42,50	EPF	0,9359	---	0,9359	---	0,7972	---	1,0647	---
C2B3-1	21,40	RSL	---	1,0637	---	1,0637	---	1,0637	---	0,7491
C2B4-1	45,10	RSL	---	1,1165	---	1,0234	---	1,0234	---	0,9057
C2B5-1	74,80	EPF	0,8236	---	0,8236	---	0,7015	---	0,9370	---
C2B6-1	94,60	RSL	---	1,1709	---	1,0733	---	1,0733	---	0,9499
C2B7-1	35,02	RSL	---	1,2674	---	1,0297	---	1,0297	---	1,0256
C2B8-1	59,14	RSL	---	1,3152	---	1,0736	---	1,0736	---	0,9449
C2B9-1	81,64	EPF	0,8989	---	0,8989	---	0,7657	---	1,0247	---
C2B10-1	74,32	EPF	0,8183	---	0,8183	---	0,6970	---	0,9403	---
C3B1-1	19,08	RSL	---	1,0744	---	0,9860	---	0,9860	---	0,8327
C3B4-1	42,73	RSL	---	1,2081	---	1,0969	---	1,0969	---	0,9545
C4B1-1	42,65	RSL	---	1,0741	---	0,9865	---	0,9865	---	0,8344
C4B4-1	88,89	RSL	---	1,2245	---	1,1517	---	1,1517	---	0,9874
C5B1-1	72,00	RSL	---	1,1249	---	1,0311	---	1,0311	---	0,9269
C5B2-1	146,00	EPF	0,8170	---	0,8170	---	0,6159	---	1,0265	---
C5B3-1	72,00	RSL	---	1,1048	---	1,1048	---	1,1048	---	0,7927
C5B4-1	149,00	RSL	---	1,1639	---	1,0670	---	1,0670	---	0,9591
C5B5-1	235,00	EPF	0,6575	---	0,6575	---	0,4956	---	1,0157	---
C5B6-1	298,00	RSL	---	1,1639	---	1,0670	---	1,0670	---	0,9591
C5B7-1	104,92	EPF	0,5788	---	0,5788	---	0,4356	---	0,7826	---
C5B8-1	180,61	RSL	---	1,3297	---	1,1081	---	1,1081	---	0,9669
C5B9-1	257,37	EPF	0,7099	---	0,7099	---	0,5342	---	1,3688	---
C5B10-1	263,25	EPF	0,7261	---	0,7261	---	0,5464	---	1,1174	---
C6B1-1	77,83	RSL	---	0,9760	---	0,8922	---	0,8922	---	0,7602
C6B4-1	181,37	RSL	---	1,2551	---	1,1841	---	1,1841	---	1,0139

*EPF = Esmagamento da Parede do Furo; **RSL = Ruptura da Seção Líquida

Tabela 4.4 – Resultados experimentais e erro de modelo para ligações em chapas finas sem o uso de arruelas (Série C)

SÉRIE C										
Ligação	F _{exp} (kN) (obtida em ensaio)	Modo de ruína (obtido em ensaio)	Relação F _{exp} /F _{teo} - Erro de Modelo (M _e)							
			NBR		AISI		AS/NZS		EUROCODE	
			EPF*	RSL**	EPF	RSL	EPF	RSL	EPF	RSL
C2C1-1	22,70	RSL	---	1,0883	---	1,0302	---	1,0302	---	0,9481
C2C2-1	55,40	RSL	---	1,1825	---	0,9558	---	0,9558	---	1,0700
C2C3-1	20,50	RSL	---	1,0190	---	1,0190	---	1,0190	---	0,7961
C2C4-1	46,60	RSL	---	1,1170	---	1,0575	---	1,0575	---	0,9731
C2C5-1	76,10	RSL	---	1,1769	---	0,9513	---	0,9513	---	0,8755
C2C6-1	96,40	RSL	---	1,1554	---	1,0938	---	1,0938	---	1,0065
C2C7-1	35,02	RSL	---	1,1762	---	1,0326	---	1,0326	---	1,0272
C2C8-1	58,98	RSL	---	1,2271	---	1,0820	---	1,0820	---	0,9900
C2C9-1	101,41	EPF	0,7444	---	0,7444	---	0,6341	---	0,8418	---
C2C10-1	108,88	EPF	0,7993	---	0,7993	---	0,6808	---	0,8914	---
C3C1-1	19,76	RSL	---	1,0779	---	1,0212	---	1,0212	---	0,9075
C3C4-1	42,81	RSL	---	1,1582	---	1,0849	---	1,0849	---	0,9916
C4C1-1	43,80	RSL	---	1,0718	---	1,0165	---	1,0165	---	0,9095
C4C4-1	88,66	RSL	---	1,1949	---	1,1509	---	1,1509	---	1,0359
C5C1-1	72,60	RSL	---	1,0983	---	1,0397	---	1,0397	---	0,9672
C5C2-1	174,00	RSL	---	1,1857	---	0,9584	---	0,9584	---	1,0799
C5C3-1	73,30	RSL	---	1,1248	---	1,1248	---	1,1248	---	0,8909
C5C4-1	145,00	RSL	---	1,0968	---	1,0383	---	1,0383	---	0,9659
C5C5-1	249,00	RSL	---	1,2254	---	0,9906	---	0,9906	---	0,9215
C5C6-1	295,00	RSL	---	1,1157	---	1,0562	---	1,0562	---	0,9825
C5C7-1	105,91	RSL	---	1,1298	---	0,9940	---	0,9940	---	0,9875
C5C8-1	182,90	RSL	---	1,2678	---	1,1286	---	1,1286	---	1,0227
C5C9-1	328,10	EPF	0,6033	---	0,6033	---	0,4540	---	1,0618	---
C5C10-1	346,26	EPF	0,6367	---	0,6367	---	0,4792	---	0,8640	---
C6C1-1	75,08	RSL	---	0,9157	---	0,8664	---	0,8664	---	0,7831
C6C4-1	173,13	RSL	---	1,1678	---	1,1240	---	1,1240	---	1,0143

*EPF = Esmagamento da Parede do Furo; **RSL = Ruptura da Seção Líquida

Tabela 4.5 – Resultados experimentais e erro de modelo para ligações em chapas finas sem o uso de arruelas (Série D)

SÉRIE D										
Ligação	F _{exp} (kN) (obtida em ensaio)	Modo de ruína (obtido em ensaio)	Relação F _{exp} /F _{teo} - Erro de Modelo (M _e)							
			NBR		AISI		AS/NZS		EUROCODE	
			EPF*	RSL**	EPF	RSL	EPF	RSL	EPF	RSL
C2D1-1	23,00	RSL	---	1,0892	---	1,0438	---	1,0438	---	0,9801
C2D2-1	54,90	RSL	---	1,1089	---	0,9472	---	0,9472	---	1,0296
C2D3-1	23,60	RSL	---	1,1731	---	1,1731	---	1,1731	---	0,9695
C2D4-1	45,20	RSL	---	1,0703	---	1,0257	---	1,0257	---	0,9631
C2D5-1	75,20	RSL	---	1,1006	---	0,9401	---	0,9401	---	0,8827
C2D6-1	93,40	RSL	---	1,1058	---	1,0597	---	1,0597	---	0,9950
C2D7-1	35,25	RSL	---	1,1494	---	1,0424	---	1,0424	---	1,0383
C2D8-1	59,59	RSL	---	1,1875	---	1,0780	---	1,0780	---	1,0100
C2D9-1	113,39	EPF	0,6243	---	0,6243	---	0,5317	---	0,7188	---
C2D10-1	117,89	RSL	---	1,2388	---	1,0153	---	1,0153	---	0,9506
C3D1-1	20,30	RSL	---	1,0899	---	1,0445	---	1,0445	---	0,9597
C3D4-1	43,04	RSL	---	1,1563	---	1,1025	---	1,1025	---	1,0299
C4D1-1	44,33	RSL	---	1,0448	---	0,9985	---	0,9985	---	0,9212
C4D4-1	87,52	RSL	---	1,1724	---	1,1404	---	1,1404	---	1,0541
C5D1-1	71,80	RSL	---	1,0730	---	1,0283	---	1,0283	---	0,9735
C5D2-1	176,00	RSL	---	1,1350	---	0,9695	---	0,9695	---	1,0588
C5D3-1	73,60	RSL	---	1,1294	---	1,1294	---	1,1294	---	0,9436
C5D4-1	146,00	RSL	---	1,0909	---	1,0455	---	1,0455	---	0,9898
C5D5-1	246,00	RSL	---	1,1457	---	0,9786	---	0,9786	---	0,9265
C5D6-1	295,00	RSL	---	1,1021	---	1,0562	---	1,0562	---	1,0000
C5D7-1	103,93	RSL	---	1,0620	---	0,9627	---	0,9627	---	0,9616
C5D8-1	176,57	RSL	---	1,1904	---	1,0896	---	1,0896	---	1,0098
C5D9-1	343,14	EPF	0,4733	---	0,4733	---	0,3561	---	0,8033	---
C5D10-1	360,23	EPF	0,4968	---	0,4968	---	0,3739	---	0,6412	---
C6D1-1	74,47	RSL	---	0,8971	---	0,8593	---	0,8593	---	0,7897
C6D4-1	176,79	RSL	---	1,1775	---	1,1413	---	1,1413	---	1,0564

*EPF = Esmagamento da Parede do Furo; **RSL – Ruptura da Seção Líquida

Tabela 4.6 – Resultados experimentais e erro de modelo para ligações em chapas finas com o uso de arruelas (Série A)

SÉRIE A										
Ligação	F _{exp} (kN) (obtida em ensaio)	Modo de ruína (obtido em ensaio)	Relação F _{exp} /F _{teo} - Erro de Modelo (M _e)							
			NBR		AISI		AS/NZS		EUROCODE	
			EPF*	RSL**	EPF	RSL	EPF	RSL	EPF	RSL
C2A1-2			---	---	---	---	---	---	---	---
C2A2-2	26,90	RSL	---	1,1139	---	0,7735	---	0,7735	---	0,6825
C2A3-2	22,40	RSL	---	1,1134	---	1,1134	---	1,1134	---	0,6051
C2A4-2	46,60	EPF	1,0262	---	1,0262	---	0,8741	---	1,1674	---
C2A5-2	51,30	EPF	1,1297	---	1,1297	---	0,9622	---	1,2852	---
C2A6-2	95,20	EPF	1,0482	---	1,0482	---	0,8928	---	1,1925	---
C2A7-2	25,79	EPF	1,1359	---	1,1359	---	0,9675	---	1,2794	---
C2A8-2	50,51	EPF	1,1123	---	1,1123	---	0,9474	---	1,2730	---
C2A9-2	50,13	EPF	1,1040	---	1,1040	---	0,9403	---	1,2660	---
C2A10-2	51,81	EPF	1,1410	---	1,1410	---	0,9718	---	1,2750	---
C3A1-2	17,85	EPF	0,8425	---	0,8425	---	0,6941	---	0,9694	---
C3A4-2	38,84	EPF	0,9166	---	0,9166	---	0,7551	---	1,1143	---
C4A1-2	40,97	EPF	0,7866	---	0,7866	---	0,6113	---	1,9057	---
C4A4-2	83,48	EPF	0,8014	---	0,8014	---	0,6228	---	2,0033	---
C5A1-2	69,00	RSL	---	1,1858	---	0,9882	---	0,9882	---	0,8067
C5A2-2	87,80	EPF	0,9827	---	0,9827	---	0,7407	---	1,5914	---
C5A3-2	73,60	RSL	---	1,1294	---	1,1294	---	1,1294	---	0,6318
C5A4-2	143,00	RSL	---	1,2288	---	1,0240	---	1,0240	---	0,8359
C5A5-2	158,00	EPF	0,8842	---	0,8842	---	0,6665	---	1,7606	---
C5A6-2	293,00	EPF	0,8198	---	0,8198	---	0,6180	---	1,6324	---
C5A7-2	70,58	EPF	0,7787	---	0,7787	---	0,5860	---	1,3261	---
C5A8-2	139,79	EPF	0,7712	---	0,7712	---	0,5803	---	1,8861	---
C5A9-2	149,40	EPF	0,8242	---	0,8242	---	0,6202	---	2,0290	---
C5A10-2	153,29	EPF	0,8457	---	0,8457	---	0,6364	---	2,1214	---
C6A1-2	80,12	EPF	0,6483	---	0,6483	---	0,4672	---	2,0546	---
C6A4-2	171,38	EPF	0,6933	---	0,6933	---	0,4997	---	1,9037	---

*EPF = Esmagamento da Parede do Furo; **RSL = Ruptura da Seção Líquida

Tabela 4.7 – Resultados experimentais e erro de modelo para ligações em chapas finas com o uso de arruelas (Série B)

SÉRIE B										
Ligação	F _{exp} (kN) (obtida em ensaio)	Modo de ruína (obtido em ensaio)	Relação F _{exp} /F _{teo} - Erro de Modelo (M _e)							
			NBR		AISI		AS/NZS		EUROCODE	
			EPF*	RSL**	EPF	RSL	EPF	RSL	EPF	RSL
C2B1-2	23,10	RSL	---	1,1437	---	1,0484	---	1,0484	---	0,9278
C2B2-2	52,30	EPF	1,1517	---	1,1517	---	0,9810	---	1,3102	---
C2B3-2	24,00	RSL	---	1,1930	---	1,1930	---	1,1930	---	0,8401
C2B4-2	47,50	RSL	---	1,1759	---	1,0779	---	1,0779	---	0,9539
C2B5-2	81,50	RSL	---	1,4384	---	1,0188	---	1,0188	---	0,9016
C2B6-2	99,40	RSL	---	1,2303	---	1,1278	---	1,1278	---	0,9981
C2B7-2	34,41	RSL	---	1,2453	---	1,0118	---	1,0118	---	1,0096
C2B8-2	59,36	RSL	---	1,3222	---	1,0776	---	1,0776	---	0,9457
C2B9-2	87,75	EPF	0,9662	---	0,9662	---	0,8230	---	1,0948	---
C2B10-2	85,61	EPF	0,9427	---	0,9427	---	0,8029	---	1,0810	---
C3B1-2	19,46	RSL	---	1,0992	---	1,0101	---	1,0101	---	0,8530
C3B4-2	43,04	RSL	---	1,2181	---	1,1073	---	1,1073	---	0,9635
C4B1-2	42,81	RSL	---	1,0860	---	1,0003	---	1,0003	---	0,8481
C4B4-2	89,27	RSL	---	1,2264	---	1,1523	---	1,1523	---	0,9890
C5B1-2	71,20	RSL	---	1,1124	---	1,0197	---	1,0197	---	0,9166
C5B2-2	153,00	EPF	0,8562	---	0,8562	---	0,6454	---	1,0757	---
C5B3-2	74,50	RSL	---	1,1432	---	1,1432	---	1,1432	---	0,8202
C5B4-2	150,00	RSL	---	1,1718	---	1,0741	---	1,0741	---	0,9655
C5B5-2	248,00	RSL	---	1,3928	---	0,9866	---	0,9866	---	0,8868
C5B6-2	303,00	RSL	---	1,1835	---	1,0849	---	1,0849	---	0,9752
C5B7-2	105,37	EPF	0,5813	---	0,5813	---	0,4374	---	0,7749	---
C5B8-2	180,61	RSL	---	1,3380	---	1,1113	---	1,1113	---	0,9618
C5B9-2	261,95	EPF	0,7226	---	0,7226	---	0,5437	---	1,3754	---
C5B10-2	275,07	EPF	0,7587	---	0,7587	---	0,5710	---	1,1713	---
C6B1-2	78,06	RSL	---	0,9812	---	0,8978	---	0,8978	---	0,7669
C6B4-2	181,30	RSL	---	1,2591	---	1,1904	---	1,1904	---	1,0230

*EPF = Esmagamento da Parede do Furo; **RSL = Ruptura da Seção Líquida

Tabela 4.8 – Resultados experimentais e erro de modelo para ligações em chapas finas com o uso de arruelas (Série C)

SÉRIE C										
Ligação	F _{exp} (kN) (obtida em ensaio)	Modo de ruína (obtido em ensaio)	Relação F _{exp} /F _{teo} - Erro de Modelo (M _e)							
			NBR		AISI		AS/NZS		EUROCODE	
			EPF*	RSL**	EPF	RSL	EPF	RSL	EPF	RSL
C2C1-2	23,60	RSL	---	1,1314	---	1,0711	---	1,0711	---	0,9856
C2C2-2	55,30	RSL	---	1,1804	---	0,9541	---	0,9541	---	1,0680
C2C3-2	24,60	RSL	---	1,2228	---	1,2228	---	1,2228	---	0,9553
C2C4-2	48,80	RSL	---	1,1698	---	1,1074	---	1,1074	---	1,0191
C2C5-2	80,00	RSL	---	1,2372	---	1,0001	---	1,0001	---	0,9203
C2C6-2	102,00	RSL	---	1,2225	---	1,1573	---	1,1573	---	1,0650
C2C7-2	35,56	RSL	---	1,1944	---	1,0486	---	1,0486	---	1,0457
C2C8-2	59,36	RSL	---	1,2323	---	1,0871	---	1,0871	---	0,9965
C2C9-2	110,03	RSL	---	1,2471	---	0,9508	---	0,9508	---	0,8749
C2C10-2	110,56	EPF	0,8116	---	0,8116	---	0,6913	---	0,9052	---
C3C1-2	20,45	RSL	---	1,1195	---	1,0615	---	1,0615	---	0,9516
C3C4-2	43,49	RSL	---	1,1849	---	1,1140	---	1,1140	---	1,0132
C4C1-2	43,80	RSL	---	1,0748	---	1,0199	---	1,0199	---	0,9142
C4C4-2	88,82	RSL	---	1,1948	---	1,1508	---	1,1508	---	1,0367
C5C1-2	72,30	RSL	---	1,0938	---	1,0354	---	1,0354	---	0,9632
C5C2-2	178,00	RSL	---	1,2130	---	0,9805	---	0,9805	---	1,1048
C5C3-2	74,50	RSL	---	1,1432	---	1,1432	---	1,1432	---	0,9055
C5C4-2	147,00	RSL	---	1,1119	---	1,0526	---	1,0526	---	0,9792
C5C5-2	250,00	RSL	---	1,2304	---	0,9945	---	0,9945	---	0,9252
C5C6-2	299,00	RSL	---	1,1308	---	1,0705	---	1,0705	---	0,9958
C5C7-2	105,68	RSL	---	1,1212	---	0,9854	---	0,9854	---	0,9809
C5C8-2	179,24	RSL	---	1,2411	---	1,1045	---	1,1045	---	1,0008
C5C9-2	343,44	EPF	0,6316	---	0,6316	---	0,4753	---	1,1110	---
C5C10-2	351,22	EPF	0,6459	---	0,6459	---	0,4860	---	0,8771	---
C6C1-2	79,20	RSL	---	0,9608	---	0,9079	---	0,9079	---	0,8109
C6C4-2	178,93	RSL	---	1,2165	---	1,1748	---	1,1748	---	1,0548

*EPF = Esmagamento da Parede do Furo; **RSL = Ruptura da Seção Líquida

Tabela 4.9 – Resultados experimentais e erro de modelo para ligações em chapas finas com o uso de arruelas (Série D)

SÉRIE D										
Ligação	F _{exp} (kN) (obtida em ensaio)	Modo de ruína (obtido em ensaio)	Relação F _{exp} /F _{teo} - Erro de Modelo (M _e)							
			NBR		AISI		AS/NZS		EUROCODE	
			EPF*	RSL**	EPF	RSL	EPF	RSL	EPF	RSL
C2D1-2	24,60	RSL	---	1,1650	---	1,1165	---	1,1165	---	1,0483
C2D2-2	55,50	RSL	---	1,1211	---	0,9576	---	0,9576	---	1,0408
C2D3-2	26,50	RSL	---	1,3172	---	1,3172	---	1,3172	---	1,0886
C2D4-2	49,50	RSL	---	1,1721	---	1,1233	---	1,1233	---	1,0547
C2D5-2	79,90	RSL	---	1,1694	---	0,9988	---	0,9988	---	0,9379
C2D6-2	102,00	RSL	---	1,2076	---	1,1573	---	1,1573	---	1,0867
C2D7-2	35,71	RSL	---	1,1673	---	1,0590	---	1,0590	---	1,0538
C2D8-2	60,81	RSL	---	1,2130	---	1,1020	---	1,1020	---	1,0332
C2D9-2	113,84	EPF	0,6267	---	0,6267	---	0,5338	---	0,7187	---
C2D10-2	113,46	RSL	---	1,1963	---	0,9804	---	0,9804	---	0,9081
C3D1-2	21,52	RSL	---	1,1383	---	1,0884	---	1,0884	---	1,0049
C3D4-2	43,87	RSL	---	1,1824	---	1,1286	---	1,1286	---	1,0519
C4D1-2	44,94	RSL	---	1,0591	---	1,0123	---	1,0123	---	0,9339
C4D4-2	88,13	RSL	---	1,1757	---	1,1418	---	1,1418	---	1,0534
C5D1-2	72,00	RSL	---	1,0760	---	1,0311	---	1,0311	---	0,9762
C5D2-2	178,00	RSL	---	1,1479	---	0,9805	---	0,9805	---	1,0708
C5D3-2	74,20	RSL	---	1,1386	---	1,1386	---	1,1386	---	0,9513
C5D4-2	148,00	RSL	---	1,1059	---	1,0598	---	1,0598	---	1,0034
C5D5-2	245,00	RSL	---	1,1411	---	0,9747	---	0,9747	---	0,9228
C5D6-2	302,00	RSL	---	1,1283	---	1,0813	---	1,0813	---	1,0237
C5D7-2	104,84	RSL	---	1,0795	---	0,9797	---	0,9797	---	0,9771
C5D8-2	180,61	RSL	---	1,2187	---	1,1161	---	1,1161	---	1,0350
C5D9-2	347,56	EPF	0,4794	---	0,4794	---	0,3607	---	0,8268	---
C5D10-2	353,06	EPF	0,4869	---	0,4869	---	0,3664	---	0,6218	---
C6D1-2	77,3	RSL	---	0,9339	---	0,8950	---	0,8950	---	0,8213
C6D4-2	181,83	RSL	---	1,2233	---	1,1894	---	1,1894	---	1,1001

*EPF = Esmagamento da Parede do Furo; **RSL = Ruptura da Seção Líquida

Tabela 4.10 – Resultados experimentais e erro de modelo para ligações em cantoneiras formadas a frio (TIPO 1 – abas iguais)

TIPO 1 - Cantoneiras de abas iguais											
Ligação	t (cm)	F _{exp} (kN) (obtida em ensaio)	Modo de ruína (obtido em ensaio)	Relação F _{exp} /F _{teo} - Erro de Modelo (M _e)							
				NBR		AISI		AS/NZS		EUROCODE	
				EPF*	RSL**	EPF	RSL	EPF	RSL	EPF	RSL
LI1A1-1	0,15	17,50	EPF	1,1052	---	1,1052	---	0,9719	---	0,8886	---
LI1B1-1	0,15	33,50	RSL	---	1,0083	---	1,0083	---	0,7897	---	1,4104
LI1C1-1	0,15	36,50	RSL	---	0,7978	---	0,7978	---	0,8656	---	1,2460
LI1D1-1	0,15	43,60	RSL	---	0,8710	---	0,8710	---	1,0328	---	1,4850
LI1A1-2	0,15	19,10	EPF	1,2062	---	1,2062	---	1,0607	---	0,9825	---
LI1B1-2	0,15	32,90	RSL	---	0,9914	---	0,9914	---	0,7765	---	1,3897
LI1D1-2	0,15	42,00	RSL	---	0,8386	---	0,8386	---	0,9937	---	1,4288
LI3A1-1	0,39	80,90	EPF	1,4482	---	1,4482	---	1,1254	---	1,4803	---
LI3B1-1	0,39	116,00	EPF	1,0383	---	1,0383	---	0,8069	---	1,2156	---
LI3C1-1	0,39	130,00	RSL	---	0,8887	---	0,8887	---	0,9098	---	1,2776
LI3D1-1	0,39	144,00	RSL	---	0,8773	---	0,8773	---	1,0023	---	1,4123
LI3A1-2	0,39	78,25	EPF	1,4008	---	1,4008	---	1,0886	---	1,3963	---
LI3B1-2	0,39	121,40	EPF	1,0866	---	1,0866	---	0,8444	---	1,2630	---
LI3C1-2	0,39	128,00	EPF	0,7638	---	0,7638	---	0,5935	---	0,9553	---
LI3D1-2	0,39	149,80	EPF	0,6704	---	0,6704	---	0,5210	---	0,8606	---
LI4A3-1	0,48	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
LI4C3-1	0,48	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
LI4A3-2	0,48	193,58	EPF	2,1359	---	2,1359	---	1,6073	---	2,2829	---
LI4C3-2	0,48	246,23	RSL	---	1,1630	---	1,1630	---	1,1637	---	1,6377

*EPF = Esmagamento da Parede do Furo; **RSL = Ruptura da Seção Líquida

Tabela 4.11 – Resultados experimentais e erro de modelo para ligações em cantoneiras formadas a frio (TIPO 1 – abas desiguais)

TIPO 1 - Cantoneiras de abas desiguais											
Ligação	t (cm)	F _{exp} (kN) (obtida em ensaio)	Modo de ruína (obtido em ensaio)	Relação F _{exp} /F _{teo} - Erro de Modelo (M _e)							
				NBR		AISI		AS/NZS		EUROCODE	
				EPF*	RSL**	EPF	RSL	EPF	RSL	EPF	RSL
LD1A1-1	0,15	17,10	EPF	1,0799	---	1,0799	---	0,9497	---	0,8819	---
LD1B1-1	0,15	34,40	RSL	---	1,4718	---	1,4718	---	0,9235	---	1,4376
LD1C1-1	0,15	42,00	RSL	---	1,0145	---	1,0145	---	1,1195	---	1,4094
LD1D1-1	0,15	46,20	RSL	---	0,9800	---	0,9800	---	1,2358	---	1,5593
LD1B1-2	0,15	34,80	RSL	---	1,4754	---	1,4754	---	0,9320	---	1,4509
LD1C1-2	0,15	39,60	RSL	---	0,9610	---	0,9610	---	1,0618	---	1,3369
LD1D1-2	0,15	44,80	RSL	---	0,9554	---	0,9554	---	1,2013	---	1,5141
LD3A1-1	0,39	73,90	EPF	1,3229	---	1,3229	---	1,0280	---	2,2506	---
LD3B1-1	0,39	103,00	EPF	0,9219	---	0,9219	---	0,7164	---	1,4000	---
LD3C1-1	0,39	116,00	RSL	---	1,2023	---	1,2023	---	1,2106	---	1,5052
LD3D1-1	0,39	122,00	RSL	---	1,0698	---	1,0698	---	1,2812	---	1,5929
LD3A1-2	0,39	70,30	EPF	1,2584	---	1,2584	---	0,9780	---	2,0498	---
LD3B1-2	0,39	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
LD3C1-2	0,39	116,00	RSL	---	1,1998	---	1,1998	---	1,2094	---	1,5023
LD3D1-2	0,39	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
LD4A3-1	0,48	138,64	CP***	---	---	---	---	---	---	---	---
LD4C3-1	0,48	181,37	RSL	---	1,3205	---	1,3205	---	1,2963	---	1,6083
LD4A3-2	0,48	149,25	CP	---	---	---	---	---	---	---	---
LD4C3-2	0,48	179,31	RSL	---	1,3021	---	1,3021	---	1,2802	---	1,5911

*EPF = Esmagamento da Parede do Furo; **RSL = Ruptura da Seção Líquida; ***CP = Cisalhamento do Parafuso (não previsto)

Tabela 4.12 – Resultados experimentais e erro de modelo para ligações em cantoneiras formadas a frio (TIPO 2 – abas desiguais)

TIPO 2 - Cantoneiras de abas desiguais											
Ligação	t (cm)	F _{exp} (kN) (obtida em ensaio)	Modo de ruína (obtido em ensaio)	Relação F _{exp} /F _{teo} - Erro de Modelo (M _e)							
				NBR		AISI		AS/NZS		EUROCODE	
				EPF*	RSL**	EPF	RSL	EPF	RSL	EPF	RSL
LD1A2-1	0,15	18,90	RSL	---	1,0199	---	1,0199	---	0,4429	---	1,0160
LD1B2-1	0,15	28,00	RSL	---	0,6690	---	0,6690	---	0,6617	---	1,1627
LD1C2-1	0,15	34,50	RSL	---	0,6841	---	0,6841	---	0,8133	---	1,1618
LD1D2-1	0,15	42,30	RSL	---	0,7929	---	0,7929	---	0,9877	---	1,4125
LD1B2-2	0,15	29,00	RSL	---	0,6980	---	0,6980	---	0,6911	---	1,2144
LD1C2-2	0,15	33,80	RSL	---	0,6775	---	0,6775	---	0,8035	---	1,1478
LD1D2-2	0,15	43,00	RSL	---	0,8099	---	0,8099	---	1,0089	---	1,4411
LD3A2-1	0,39	60,70	RSL	---	1,1823	---	1,1823	---	0,5619	---	1,6742
LD3B2-1	0,39	86,00	RSL	---	0,7379	---	0,7379	---	0,8011	---	1,3722
LD3C2-1	0,39	112,00	RSL	---	0,8531	---	0,8531	---	1,0367	---	1,4609
LD3D2-1	0,39	119,00	RSL	---	0,8824	---	0,8824	---	1,0992	---	1,5530
LD3A2-2	0,39	58,70	RSL	---	1,1432	---	1,1432	---	0,5428	---	1,6840
LD3B2-2	0,39	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
LD3C2-2	0,39	109,00	RSL	---	0,8198	---	0,8198	---	1,0100	---	1,4257
LD3D2-2	0,39	117,00	RSL	---	0,8721	---	0,8721	---	1,0864	---	1,5335

*EPF = Esmagamento da Parede do Furo; **RSL = Ruptura da Seção Líquida

Tabela 4.13 – Resultados experimentais e erro de modelo para ligações em cantoneiras formadas a frio (TIPO 3 – abas iguais)

TIPO 3 - Cantoneiras de abas iguais											
Ligação	t (cm)	F _{exp} (kN)	Modo de ruína	Relação F _{exp} /F _{teo} - Erro de Modelo (M _e)							
		(obtida em ensaio)	(obtido em ensaio)	NBR		AISI		AS/NZS		EUROCODE	
				EPF*	RSL**	EPF	RSL	EPF	RSL	EPF	RSL
LI1A3-1	0,15	41,60	EPF	1,3136	---	1,3136	---	1,1552	---	1,0926	---
LI1B3-1	0,15	44,10	RSL	---	0,9047	---	0,9047	---	1,0644	---	0,9047
LI1C3-1	0,15	46,90	RSL	---	0,9706	---	0,9706	---	1,1419	---	0,9706
LI1D3-1	0,15	48,30	RSL	---	1,0218	---	1,0218	---	1,2021	---	1,0218
LI1A3-2	0,15	41,80	RSL	---	1,3433	---	0,8576	---	1,0089	---	0,8576
LI1B3-2	0,15	47,50	RSL	---	0,9859	---	0,9859	---	1,1598	---	0,9859
LI1C3-2	0,15	47,70	RSL	---	0,9828	---	0,9828	---	1,1563	---	0,9828
LI1D3-2	0,15	48,00	RSL	---	0,9977	---	0,9977	---	1,1737	---	0,9977
LI3A3-1	0,39	111,00	EPF	0,9935	---	0,9935	---	0,7721	---	1,0007	---
LI3B3-1	0,39	161,00	EPF	0,7205	---	0,7205	---	0,5599	---	0,8488	---
LI3C3-1	0,39	160,00	EPF	0,4774	---	0,4774	---	0,3710	---	0,5897	---
LI3D3-1	0,39	154,00	RSL	---	0,8998	---	0,8998	---	1,0585	---	0,8998
LI3A3-2	0,39	141,00	EPF	1,2620	---	1,2620	---	0,9807	---	1,2528	---
LI3B3-2	0,39	159,00	EPF	0,7116	---	0,7116	---	0,5530	---	0,8372	---
LI3C3-2	0,39	161,00	EPF	0,4803	---	0,4803	---	0,3733	---	0,5901	---
LI3D3-2	0,39	162,00	RSL	---	0,9614	---	0,9614	---	1,1310	---	0,9614

*EPF = Esmagamento da Parede do Furo; **RSL = Ruptura da Seção Líquida

Tabela 4.14 – Resultados experimentais e erro de modelo para ligações em cantoneiras formadas a frio (TIPO 3 – abas desiguais)

TIPO 3 - Cantoneiras de abas desiguais											
Ligação	t (cm)	F _{exp} (kN)	Modo de ruína	Relação F _{exp} /F _{teo} - Erro de Modelo (M _e)							
		(obtida em ensaio)	(obtido em ensaio)	NBR		AISI		AS/NZS		EUROCODE	
				EPF*	RSL**	EPF	RSL	EPF	RSL	EPF	RSL
LD1A3-1	0,15	40,70	RSL	---	1,3096	---	0,8386	---	0,9866	---	0,8386
LD1B3-1	0,15	46,70	RSL	---	0,9540	---	0,9540	---	1,1223	---	0,9540
LD1C3-1	0,15	47,50	RSL	---	0,9717	---	0,9717	---	1,1432	---	0,9717
LD1D3-1	0,15	50,90	RSL	---	1,0503	---	1,0503	---	1,2356	---	1,0503
LD1A3-2	0,15	39,40	RSL	---	1,2715	---	0,8201	---	0,9649	---	0,8201
LD1B3-2	0,15	43,00	RSL	---	0,8899	---	0,8899	---	1,0469	---	0,8899
LD1C3-2	0,15	45,30	RSL	---	0,9402	---	0,9402	---	1,1061	---	0,9402
LD1D3-2	0,15	46,30	RSL	---	0,9485	---	0,9485	---	1,1159	---	0,9485
LD3A3-1	0,39	103,00	RSL	---	1,1920	---	0,8476	---	0,9972	---	0,8476
LD3B3-1	0,39	119,00	RSL	---	0,9755	---	0,9755	---	1,1477	---	0,9755
LD3C3-1	0,39	119,00	RSL	---	0,9694	---	0,9694	---	1,1404	---	0,9694
LD3D3-1	0,39	116,00	RSL	---	0,9473	---	0,9473	---	1,1145	---	0,9473
LD3A3-2	0,39	102,00	RSL	---	1,1790	---	0,8362	---	0,9837	---	0,8362
LD3B3-2	0,39	117,25	RSL	---	0,9551	---	0,9551	---	1,1237	---	0,9551
LD3C3-2	0,39	113,00	RSL	---	0,9287	---	0,9287	---	1,0926	---	0,9287
LD3D3-2	0,39	114,00	RSL	---	0,9334	---	0,9334	---	1,0981	---	0,9334

*EPF = Esmagamento da Parede do Furo; **RSL = Ruptura da Seção Líquida

Tabela 4.15 – Resultados experimentais e erro de modelo para ligações em perfis U formados a frio (TIPO 1 – conectado pela alma)

TIPO 1 - Perfis U conectados pela alma											
Ligação	t (cm)	F _{exp} (kN)	Modo de ruína	Relação F _{exp} /F _{teo} - Erro de Modelo (M _e)							
		(obtida em ensaio)	(obtido em ensaio)	NBR		AISI		AS/NZS		EUROCODE	
				EPF*	RSL**	EPF	RSL	EPF	RSL	EPF	RSL
U1A1-1	0,15	19,80	EPF	1,2504	---	1,2504	---	1,0996	---	0,9160	---
U1B1-1	0,15	40,40	RSL	1,2757	---	1,2757	---	1,1218	---	0,9208	---
U1C1-1	0,15	55,60	RSL	1,1704	---	1,1704	---	1,0293	---	0,8448	---
U1D1-1	0,15	68,30	RSL	1,0783	---	1,0783	---	0,9483	---	0,7794	---
U1A1-2	0,15	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
U1B1-2	0,15	40,90	RSL	1,2915	---	1,2915	---	1,1357	---	0,9322	---
U1C1-2	0,15	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
U1D1-2	0,15	70,00	RSL	1,1052	---	1,1052	---	0,9719	---	0,7988	---
U3A1-1	0,39	79,10	EPF	1,4160	---	1,4160	---	1,1004	---	1,6495	---
U3B1-1	0,39	129,00	EPF	1,1546	---	1,1546	---	0,8973	---	1,4751	---
U3C1-1	0,39	165,00	EPF	0,9846	---	0,9846	---	0,7651	---	1,3080	---
U3D1-1	0,39	202,00	EPF	0,9040	---	0,9040	---	0,7025	---	1,2254	---
U3A1-2	0,39	78,10	EPF	1,3981	---	1,3981	---	1,0865	---	1,6287	---
U3B1-2	0,39	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
U3C1-2	0,39	173,00	EPF	1,0323	---	1,0323	---	0,8022	---	1,3598	---
U3D1-2	0,39	21,00	EPF	0,9398	---	0,9398	---	0,7303	---	1,2574	---

*EPF = Esmagamento da Parede do Furo; **RSL = Ruptura da Seção Líquida

Tabela 4.16 – Resultados experimentais e erro de modelo para ligações em perfis U formados a frio (TIPO 1a – conectado pela alma)

TIPO 1a - Perfis U conectados pela alma											
Ligação	t (cm)	F _{exp} (kN) (obtida em ensaio)	Modo de ruína (obtido em ensaio)	Relação F _{exp} /F _{teo} - Erro de Modelo (M _e)							
				NBR		AISI		AS/NZS		EUROCODE	
				EPF*	RSL**	EPF	RSL	EPF	RSL	EPF	RSL
U3A1a-1	0,39	140,00	EPF	1,2531	---	1,2531	---	0,9738	---	1,5185	---
U3B1a-1	0,39	193,00	EPF	0,8637	---	0,8637	---	0,6712	---	1,2375	---
U3C1a-1	0,39	230,00	EPF	0,6862	---	0,6862	---	0,5333	---	1,0477	---
U3D1a-1	0,39	255,00	EPF	0,5706	---	0,5706	---	0,4434	---	0,8998	---
U3A1a-2	0,39	143,00	EPF	1,2799	---	1,2799	---	0,9947	---	1,5624	---
U3B1a-2	0,39	197,00	EPF	0,8816	---	0,8816	---	0,6851	---	1,2819	---
U3C1a-2	0,39	228,00	EPF	0,6802	---	0,6802	---	0,5286	---	1,0386	---
U3D1a-2	0,39	247,00	EPF	0,5527	---	0,5527	---	0,4295	---	0,8716	---

*EPF = Esmagamento da Parede do Furo; **RSL = Ruptura da Seção Líquida

Tabela 4.17 – Resultados experimentais e erro de modelo para ligações em perfis U formados a frio (TIPO 1b – conectado pela alma)

TIPO 1b - Perfis U conectados pela alma											
Ligação	t (cm)	F _{exp} (kN) (obtida em ensaio)	Modo de ruína (obtido em ensaio)	Relação F _{exp} /F _{teo} - Erro de Modelo (M _e)							
				NBR		AISI		AS/NZS		EUROCODE	
				EPF*	RSL**	EPF	RSL	EPF	RSL	EPF	RSL
U1A1b-1	0,15	40,75	EPF	1,2867	---	1,2867	---	1,1315	---	0,9288	---
U1B1b-1	0,15	59,29	RSL	---	0,9735	---	0,9735	---	0,6150	---	0,3932
U1A1b-2	0,15	41,20	EPF	1,3010	---	1,3010	---	1,1440	---	0,9390	---
U1B1b-2	0,15	63,71	RSL	---	1,0461	---	1,0461	---	0,6623	---	0,4234

*EPF = Esmagamento da Parede do Furo; **RSL = Ruptura da Seção Líquida

Tabela 4.18 – Resultados experimentais e erro de modelo para ligações em perfis U formados a frio (TIPO 1c – conectado pela alma)

TIPO 1c - Perfis U conectados pela alma											
Ligação	t (cm)	F _{exp} (kN) (obtida em ensaio)	Modo de ruína (obtido em ensaio)	Relação F _{exp} /F _{teo} - Erro de Modelo (M _e)							
				NBR		AISI		AS/NZS		EUROCODE	
				EPF*	RSL**	EPF	RSL	EPF	RSL	EPF	RSL
U1A1c-1	0,15	40,44	EPF	1,2770	---	1,2770	---	1,1229	---	0,9217	---
U1B1c-1	0,15	65,01	RSL	---	1,0515	---	1,0515	---	0,5822	---	0,3722
U1A1c-2	0,15	40,52	EPF	1,2795	---	1,2795	---	1,1252	---	0,9235	---
U1B1c-2	0,15	64,17	RSL	---	1,0398	---	1,0398	---	0,5757	---	0,3681

*EPF = Esmagamento da Parede do Furo; **RSL = Ruptura da Seção Líquida

Tabela 4.19 – Resultados experimentais e erro de modelo para ligações em perfis U formados a frio (TIPO 2 – conectado pelas mesas)

TIPO 2 - Perfis U conectados pelas mesas											
Ligação	t (cm)	F _{exp} (kN)	Modo de ruína	Relação F _{exp} /F _{teo} - Erro de Modelo (M _e)							
		(obtida em ensaio)	(obtido em ensaio)	NBR		AISI		AS/NZS		EUROCODE	
				EPF*	RSL**	EPF	RSL	EPF	RSL	EPF	RSL
U1A2-1	0,15	46,20	RSL	---	1,9763	---	1,2494	---	***	---	***
U1B2-1	0,15	64,90	RSL	---	0,8193	---	0,6845	---	***	---	***
U1C2-1	0,15	82,60	RSL	---	0,9002	---	0,8753	---	1,0903	---	***
U1D2-1	0,15	91,50	RSL	---	0,9650	---	0,9650	---	1,2021	---	***
U1A2-2	0,15	41,80	RSL	---	1,7827	---	1,1291	---	***	---	***
U1B2-2	0,15	64,00	RSL	---	0,8065	---	0,6732	---	***	---	***
U1C2-2	0,15	44,90	RSL	---	0,4860	---	0,4729	---	0,5891	---	***
U1D2-2	0,15	92,20	RSL	---	0,9731	---	0,9731	---	1,2121	---	***
U3A2-1	0,39	129,00	RSL	---	2,5401	---	1,5348	---	***	---	***
U3B2-1	0,39	188,00	RSL	---	0,8603	---	0,6365	---	***	---	***
U3C2-1	0,39	226,00	RSL	---	0,8317	---	0,7707	---	0,9601	---	***
U3D2-1	0,39	263,00	RSL	---	0,9109	---	0,9008	---	1,1221	---	***
U3A2-2	0,39	132,00	RSL	---	2,6016	---	1,5720	---	***	---	***
U3B2-2	0,39	186,00	RSL	---	0,8609	---	0,6395	---	***	---	***
U3C2-2	0,39	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
U3D2-2	0,39	258,00	RSL	---	0,8964	---	0,8862	---	1,1039	---	***

*EPF = Esmagamento da Parede do Furo; **RSL = Ruptura da Seção Líquida; ***Não previsto pela prescrição normativa

Tabela 4.20 – Resultados experimentais e erro de modelo para ligações em perfis U formados a frio (TIPO 3 – todos os elementos conectados)

TIPO 3 - Perfis U com todos os elementos da seção conectados											
Ligação	t (cm)	F _{exp} (kN)	Modo de ruína	Relação F _{exp} /F _{teo} - Erro de Modelo (M _e)							
		(obtida em ensaio)	(obtido em ensaio)	NBR		AISI		AS/NZS		EUROCODE	
				EPF*	RSL**	EPF	RSL	EPF	RSL	EPF	RSL
U4A3-1	0,15	59,60	RSL	---	1,4158	---	0,6262	---	0,7368	---	0,5237
U4B3-1	0,15	84,80	RSL	---	0,8937	---	0,8937	---	1,0514	---	0,8150
U4C3-1	0,15	89,70	RSL	---	0,9349	---	0,9349	---	1,0999	---	0,8829
U4D3-1	0,15	93,80	RSL	---	0,9834	---	0,9834	---	1,1570	---	0,9388
U4A3-2	0,15	58,60	RSL	---	1,3863	---	0,6180	---	0,7271	---	0,5216
U4B3-2	0,15	84,90	RSL	---	0,8895	---	0,8895	---	1,0464	---	0,8152
U4C3-2	0,15	90,10	RSL	---	0,9488	---	0,9488	---	1,1163	---	0,8930
U4D3-2	0,15	90,70	RSL	---	0,9544	---	0,9544	---	1,1229	---	0,9123
U3A3-1	0,39	195,00	RSL	---	2,0948	---	0,6507	---	0,7655	---	0,5512
U3B3-1	0,39	190,00	RSL	---	0,6444	---	0,6444	---	0,7581	---	0,5821
U3C3-1	0,39	259,00	RSL	---	0,8697	---	0,8697	---	1,0232	---	0,8123
U3D3-1	0,39	263,00	RSL	---	0,8901	---	0,8901	---	1,0472	---	0,8485
U3A3-2	0,39	250,00	RSL	---	2,6846	---	0,8465	---	0,9959	---	0,6946
U3B3-2	0,39	253,00	RSL	---	0,8509	---	0,8509	---	1,0010	---	0,7812
U3C3-2	0,39	257,00	RSL	---	0,8563	---	0,8563	---	1,0074	---	0,8066
U3D3-2	0,39	259,00	RSL	---	0,8711	---	0,8711	---	1,0248	---	0,8273
U5A3-1	0,48	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
U5C3-1	0,48	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
U5A3-2	0,48	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
U5C3-2	0,48	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—

*EPF = Esmagamento da Parede do Furo; **RSL = Ruptura da Seção Líquida

4.2 – Análise estatística da variável aleatória erro de modelo

Para que a correta análise e ajuste das devidas distribuições estatísticas de probabilidades fosse feita na variável aleatória erro de modelo, todas as amostras obtidas, referentes aos modos de ruína de esmagamento da parede do furo (EPF) e ruptura da seção líquida (RSL), foram organizadas de acordo com as respectivas equações de estado limite.

Resumidamente, esse procedimento consistiu em analisar as configurações de ligações previstas por determinado modelo analítico, para que com isso fosse possível a correta avaliação da variável erro de modelo.

Dessa forma, após os resultados do erro de modelo das ligações terem sido separados e alocados em ordem crescente em planilhas de cálculo, de acordo com as respectivas equações de estado limite pertinentes aos modos de ruína aqui estudados, a análise da variável erro de modelo pôde ser então realizada.

Essa análise consistiu da utilização de uma função empírica de probabilidades acumuladas (Eq. 4.2) para a plotagem das probabilidades do erro de modelo de maneira cumulativa, para que em seguida os testes de aderência (Chi-Quadrado, Kolmogorov-Smirnov e Anderson-Darling) pudessem ser então aplicados de maneira satisfatória.

$$F_x(x_i) = P[\mathbf{X} \leq x_i] \approx i/n \quad (4.2)$$

4.3 – Ajuste das distribuições de probabilidade para a variável aleatória erro de modelo

Após as amostras da variável erro de modelo terem sido plotadas de acordo com os tipos de configuração de ligação e respectivos modos de ruína, funções teóricas de distribuição de probabilidades acumulada foram então testadas, na tentativa de encontrar uma distribuição, que melhor representasse essas variáveis aleatórias.

Sendo assim, apresentam-se a seguir algumas figuras que ilustram a maneira como as amostras do erro de modelo para cada tipo de ligação aqui estudada foram plotadas.

Os ajustes de distribuição estatística para o erro de modelo de cada tipo de ligação com seu respectivo modo de ruína foram realizados pelo software EasyFit 5.2 Standard se baseando em testes de aderência consagrados pela teoria de probabilidades, sendo eles:

Chi-Quadrado, Kolmogorov-Smirnov e Anderson-Darling, abrangendo vários níveis de significância.

Outras informações de grande importância com relação a esses testes serão apresentadas no capítulo 5 que trata da teoria de confiabilidade e sua abordagem estatística.

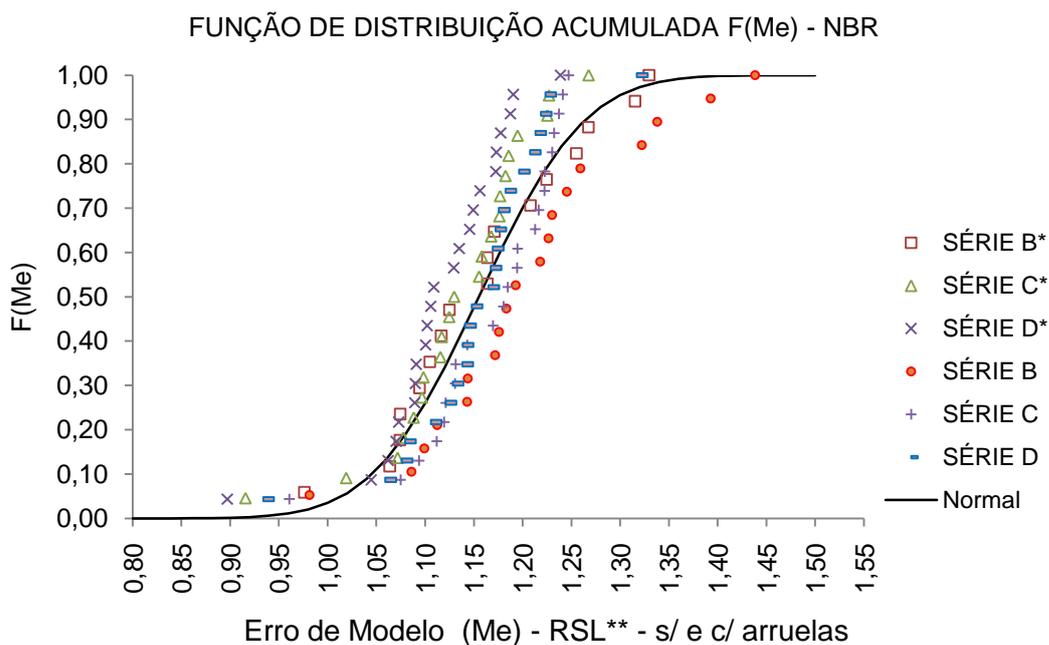
Observa-se também que todas as figuras apresentadas nesse capítulo dizem respeito apenas à análise de erro de modelo feita para a ABNT NBR 14762:2010. As figuras condizentes aos outros documentos normativos aqui analisados estão presentes no apêndice B desse trabalho.

Com relação ao EUROCODE, alguns comentários serão aqui explorados em um momento oportuno, sobre o comportamento dos dados quando da averiguação da qualidade do ajuste das distribuições estatísticas de probabilidades para o caso das chapas finas de aço, pois análises adicionais foram necessárias para esse documento normativo.

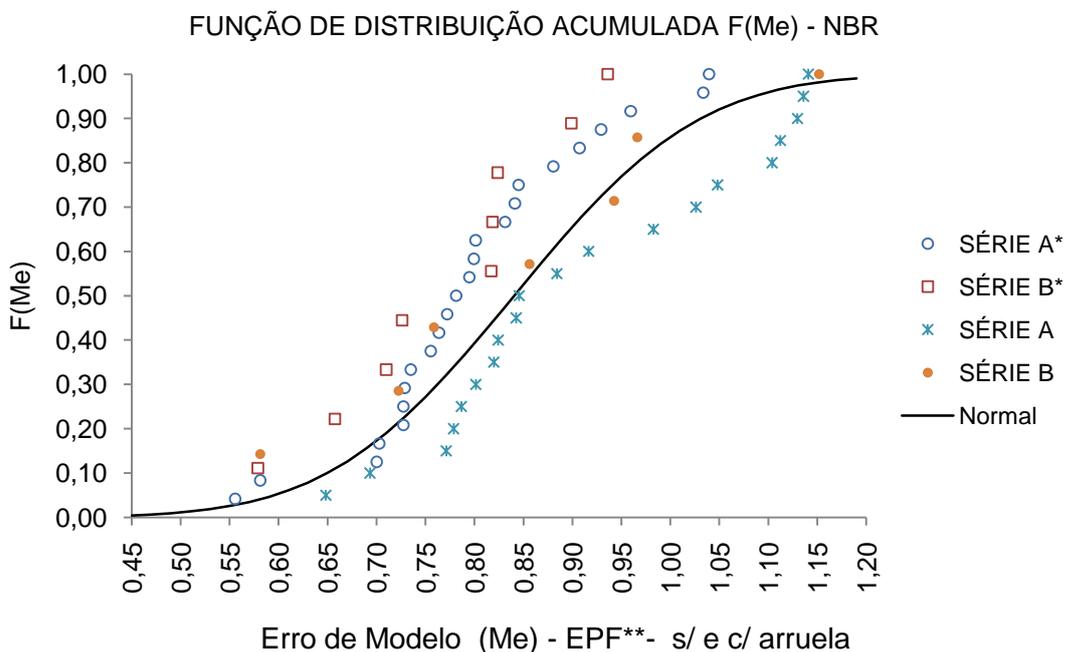
4.3.1 – Ligações parafusadas em chapas finas

Para o ajuste estatístico desse tipo de ligação, primeiramente plotou-se as amostras de erro de modelo de ligações sem arruela e com arruela separadamente para se ter uma idéia do seu comportamento probabilístico. Dessa forma, ao observar que os pontos seguiam uma mesma tendência, foi decidido que um melhor ajuste seria obtido quando esses pontos fossem plotados todos juntos, desconsiderando no entanto a Série A (apenas para o modo de ruína de ruptura da seção líquida), pois essa série não possuía o mesmo comportamento das outras séries. No caso do modo de ruína de esmagamento da parede do furo apenas as Séries A e B foram plotadas em conjunto, pois demonstraram comportamento semelhante.

Melhor entendimento dessa estratégia de análise de dados pode ser obtida por meio das figuras a seguir.



*Indica ligações sem o uso de arruelas; **RSL = Ruptura da Seção Líquida
 Figura 4.4 – Função de distribuição acumulada para ruptura da seção líquida



*Indica ligações sem o uso de arruelas; **EPF = Esmagamento da Parede do Furo
 Figura 4.5 – Função de distribuição acumulada para esmagamento da parede do furo

A partir da observação das figuras anteriores (4.4 e 4.5), foi possível concluir que as amostras de erro de modelo possuíam um bom ajuste estatístico na cauda inferior da distribuição normal. Esse fato possibilitou a união das séries B, C e D (s/ e c/ arruelas) em uma “série única” para o caso de ruptura da seção líquida (RSL). Do mesmo modo, as

séries A e B (s/ e c/ arruelas) também foram unidas em uma “série única” para o caso de esmagamento da parede do furo (EPF).

O procedimento descrito anteriormente teve como intuito tornar a análise mais representativa no sentido de quantidade de dados avaliados, já que as equações de previsão para o coeficiente de redução da área líquida (C_t) se mostraram factíveis ao agrupamento sem apresentar perda da qualidade de resposta estatística.

Tabela 4.21 – Equações de previsão para o C_t presentes na ABNT NBR 14762:2010

Ligações	C_t
SÉRIE A	$2,5(d/g) \leq 1,0$
SÉRIE B	$0,5+1,25(d/g) \leq 1,0$
SÉRIE C	$0,67+0,83(d/g) \leq 1,0$
SÉRIE D	$0,75+0,625(d/g) \leq 1,0$

Seguindo esse raciocínio, apresentam-se a seguir os gráficos das “séries únicas” incluindo as distribuições estatísticas que melhor se ajustaram a essas amostras, tanto para o modo de ruína de ruptura da seção líquida (RSL), quanto para o modo de ruína de esmagamento da parede do furo (EPF).

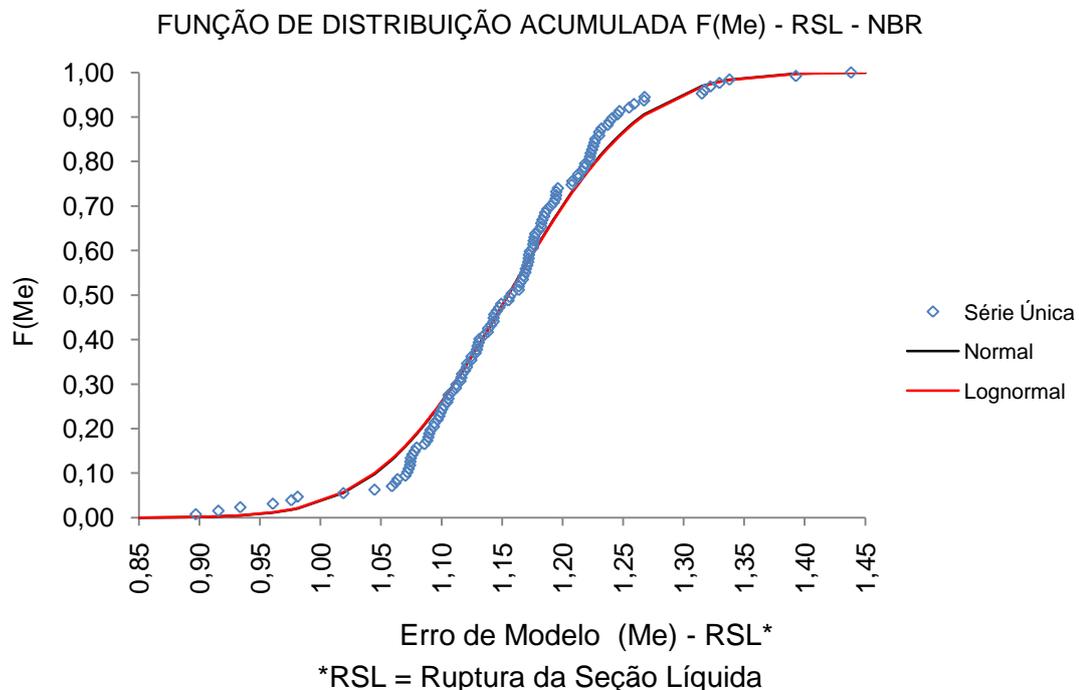


Figura 4.6 – Funções de distribuição acumulada para série única de chapas finas

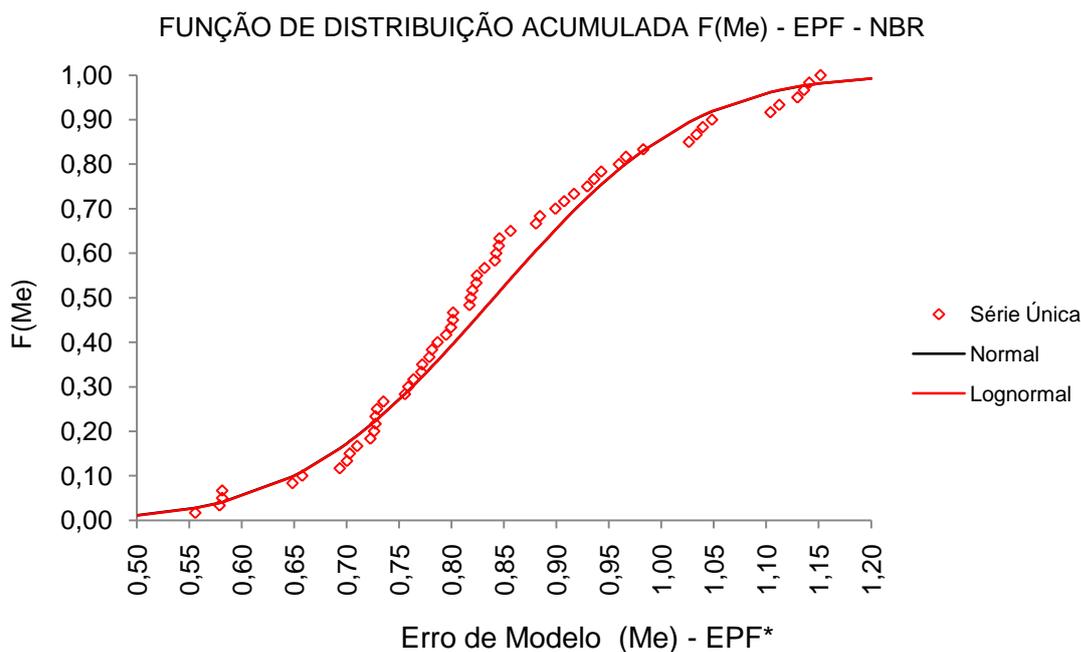


Figura 4.7 – Funções de distribuição acumulada para série única de chapas finas

As Figuras 4.6 e 4.7 indicam, “sem sombra de dúvidas”, que o agrupamento das séries conforme explicado anteriormente permite uma melhor representação da variável aleatória erro de modelo (M_e) para o caso de ligações em chapas finas em relação aos modos de ruína aqui estudados.

4.3.2 – Ligações parafusadas em cantoneiras formadas a frio

O tratamento de dados realizado para o caso das ligações parafusadas em cantoneiras de aço formadas a frio, foi feito de uma maneira diferente quando comparado às ligações em chapas finas, pois como todas as configurações de ligações em cantoneiras não faziam o uso de arruelas, a análise pôde então ser feita separadamente, a depender do modo de ruína em questão.

Tendo isso em mente e sabendo que os ajustes de distribuição, feitos para cada tipo de ligação, baseou-se nas amostras de erro de modelo referentes aos modos de ruína de ruptura da seção líquida (RSL) e esmagamento da parede do furo (EPF), as figuras que seguem ilustram os resultados obtidos por meio dessa análise.

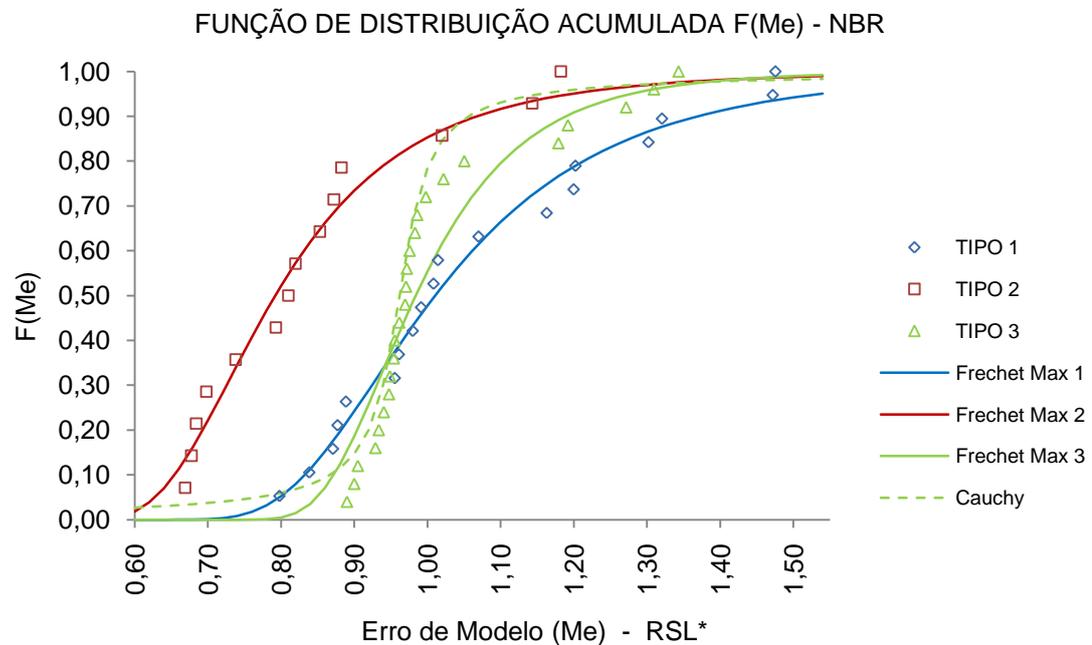
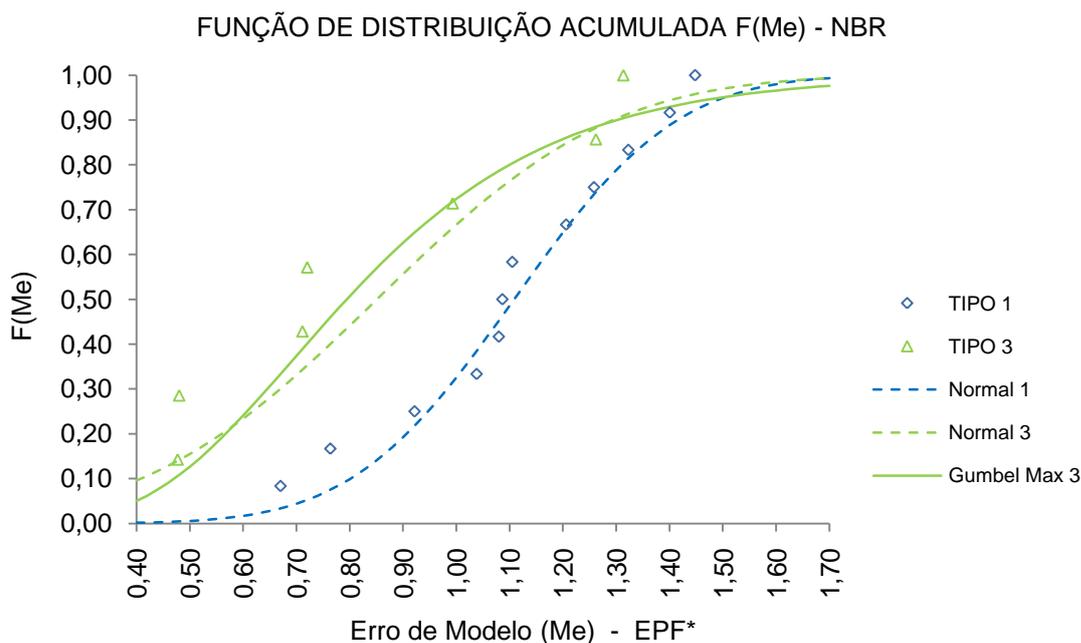


Figura 4.8 – Funções de distribuição acumulada para os três tipos de cantoneiras estudadas

Legenda:

- Tipo 1: cantoneiras conectadas por apenas uma aba (menor aba para o caso de cantoneiras de abas desiguais);
- Tipo 2: cantoneiras conectadas por apenas uma aba (maior aba para o caso de cantoneiras de abas desiguais);
- Tipo 3: cantoneiras conectadas por todos os elementos da seção transversal.



*EPF = Esmagamento da Parede do Furo

Figura 4.9 – Funções de distribuição acumulada para os tipos de cantoneiras estudadas

OBS: o tipo 2 de ligação em cantoneiras não apresentou o modo de ruína de esmagamento da parede do furo de maneira significativa.

As figuras 4.8 e 4.9 mostram que mais de uma distribuição de probabilidades, segundo testes de aderência, se ajustaram aos três tipos de ligações parafusadas em cantoneiras. Desse modo, fazendo uso do bom senso, escolheu-se a distribuição estatística que proporcionaria maior facilidade para uma posterior análise de confiabilidade, pois a devida distribuição deve condizer com uma das distribuições presentes no programa de análise de confiabilidade estrutural que será utilizado.

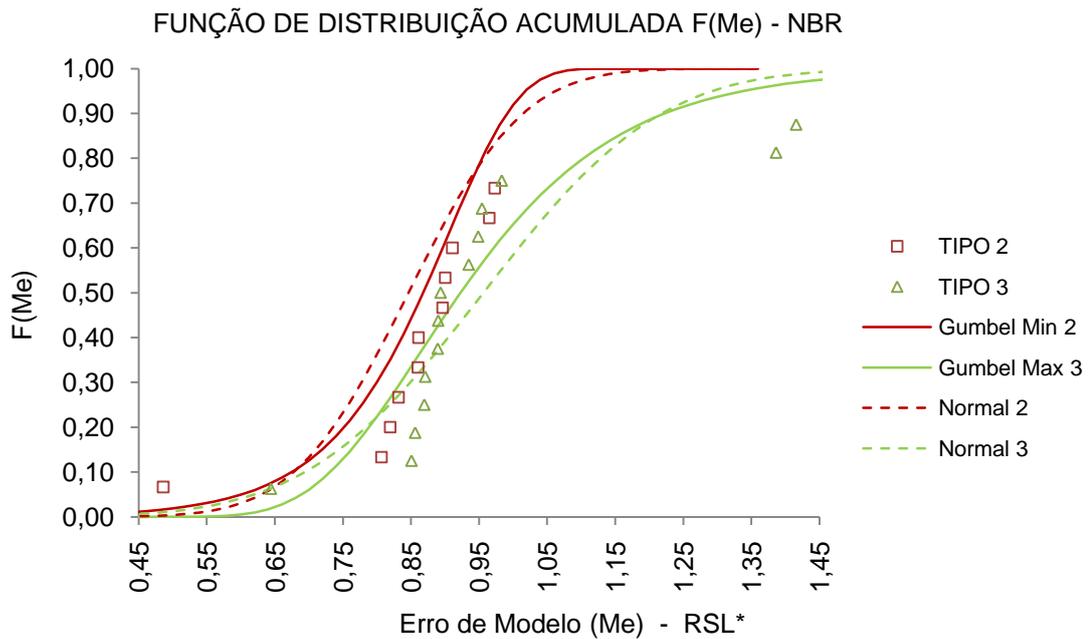
4.3.3 – Ligações parafusadas em perfis U formados a frio

A análise dos resultados obtidos para o erro de modelo em ligações parafusadas em perfis U consistiu em um procedimento de reunir todos os Tipos 1, 1a, 1b e 1c num único tipo de ligação denominado Tipo 1, já que as diferenças entre esses tipos de ligação não interfeririam na análise de erro de modelo.

Essa estratégia foi adotada na intenção de que análise viesse a ser facilitada, tendo em vista que o tratamento desses dados já estava envolvendo muitos parâmetros, e também porque as amostras de erro de modelo para esses tipos de ligações citadas

anteriormente não apresentaram uma quantidade significativa de resultados para o modo de ruína de ruptura da seção líquida (RSL).

Utilizando essas informações, as Figuras 4.10 e 4.11 foram construídas para a ilustração da plotagem das amostras de erro de modelo e ajuste das devidas distribuições de probabilidades.

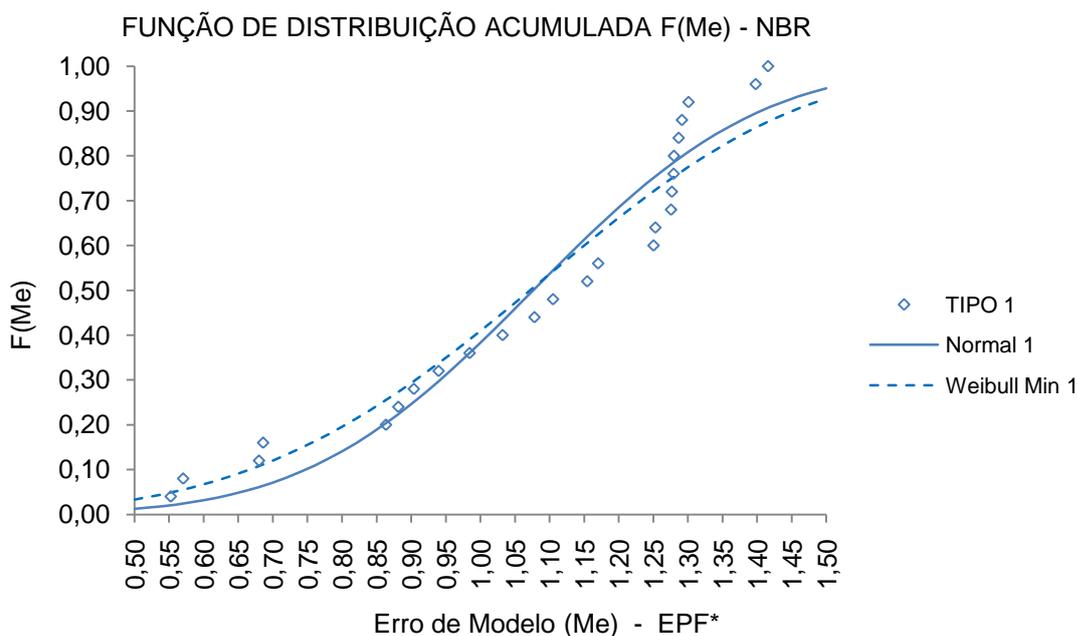


*RSL = Ruptura da Seção Líquida

Figura 4.10 – Funções de distribuição acumulada para os tipos de perfis U utilizados

Legenda:

- Tipo 1: envolve o tipo 1, tipo 1a, tipo 1b e tipo 1c em que todos esses tipos de ligação representam perfis U de diferentes geometrias, porém conectados pela alma com apenas um parafuso por seção (tipo 1), ou dois parafusos por seção (demais tipos);
- Tipo 2: perfis U conectados apenas pelas mesas;
- Tipo 3: perfis U com todos os elementos da seção conectados.



*EPF = Esmagamento da Parede do Furo

Figura 4.11 – Funções de distribuição acumulada para os tipos de perfis U utilizados

Semelhantemente ao caso das cantoneiras, as amostras da variável aleatória erro de modelo (M_e) para os perfis U apresentaram mais de um tipo de distribuição estatística que pudessem representar os resultados de maneira satisfatória. Sendo assim, a escolha da distribuição foi feita de maneira a facilitar a análise de confiabilidade a ser realizada.

4.4 – Resumo dos ajustes das distribuições de probabilidades

Esse item do trabalho trata da apresentação do resumo de todos os ajustes de distribuição feitos para as amostras de erro de modelo referentes à todos os tipos de ligação (chapas finas, cantoneiras e perfis U) aqui estudados.

As Tabelas 4.22, 4.23, 4.24 e 4.25 apresentam esse resumo.

Tabela 4.22 – Resumo dos ajustes das distribuições estatísticas de probabilidades (NBR)

Erro de Modelo (Me) - Distribuições e Momentos das Distribuições - NBR								
RSL ^c	Série Única ^a		Tipo 1 ^b		Tipo 2		Tipo 3	
	μ	c.v.	μ	c.v.	μ	c.v.	μ	c.v.
Chapa Fina	Normal							
	1,15510	0,07398						
Cantoneira			Frechet Max		Frechet Max		Frechet Max	
			1,07010	0,24086	0,83743	0,23599	1,02580	0,24298
Perfil U					Gumbel Min		Gumbel Max	
					0,84639	0,15518	0,95638	0,21374
EPF ^d	Série Única ^a		Tipo 1 ^b		Tipo 2		Tipo 3	
	μ	c.v.	μ	c.v.	μ	c.v.	μ	c.v.
Chapa Fina	Normal							
	0,84052	0,17710						
Cantoneira			Normal				Gumbel Max	
			1,10854	0,21599			0,85127	0,40599
Perfil U			Weibull Min					
			1,06510	0,28302				

^a Chapas com e sem arruelas em uma série única.

^b Engloba os Tipos 1, 1a, 1b e 1c em uma única série para o caso dos perfis U.

^c RSL - Ruptura da Seção Líquida

^d EPF - Esmagamento da Parede do Furo

Tabela 4.23 – Resumo dos ajustes das distribuições estatísticas de probabilidades (AISI)

Erro de Modelo (Me) - Distribuições e Momentos das Distribuições - AISI								
RSL ^c	Série Única ^a		Tipo 1 ^b		Tipo 2		Tipo 3	
	μ	c.v.	μ	c.v.	μ	c.v.	μ	c.v.
Chapa Fina	Normal							
	1,05500	0,07347						
Cantoneira			Frechet Max		Frechet Max		Gumbel Min	
			1,07010	0,24086	0,83743	0,23599	0,93555	0,06021
Perfil U					Gumbel Max		Gumbel Min	
					0,93087	0,34686	0,83304	0,14959
EPF ^d	Série Única ^a		Tipo 1 ^b		Tipo 2		Tipo 3	
	μ	c.v.	μ	c.v.	μ	c.v.	μ	c.v.
Chapa Fina	Normal							
	0,84052	0,17710						
Cantoneira			Normal				Gumbel Max	
			1,10854	0,21599			0,85127	0,40599
Perfil U			Weibull Min					
			1,06510	0,28302				

^a Chapas com e sem arruelas em uma série única.

^b Engloba os Tipos 1, 1a, 1b e 1c em uma única série para o caso dos perfis U.

^c RSL - Ruptura da Seção Líquida

^d EPF - Esmagamento da Parede do Furo

Tabela 4.24 – Resumo dos ajustes das distribuições estatísticas de probabilidades (AS/NZS)

Erro de Modelo (Me) - Distribuições e Momentos das Distribuições - AS/NZS								
RSL ^c	Série Única ^a		Tipo 1 ^b		Tipo 2		Tipo 3	
	μ	c.v.	μ	c.v.	μ	c.v.	μ	c.v.
Chapa Fina	Normal							
	1,05500	0,07347						
Cantoneira			Gumbel Min		Weibull Min		Gumbel Min	
			1,06770	0,15913	0,80501	0,31086	1,10060	0,06435
Perfil U					Gumbel Min		Gumbel Min	
					1,04000	0,20733	0,98006	0,14959
EPF ^d	Série Única ^a		Tipo 1 ^b		Tipo 2		Tipo 3	
	μ	c.v.	μ	c.v.	μ	c.v.	μ	c.v.
Chapa Fina	Normal							
	0,84052	0,17710						
Cantoneira			Normal				Gumbel Max	
			1,10854	0,21599			0,85127	0,40599
Perfil U			Weibull Min					
			1,06510	0,28302				

^a Chapas com e sem arruelas em uma única série.

^b Engloba os Tipos 1, 1a, 1b, 1c em uma única série para o caso dos perfis U.

^c RSL - Ruptura da Seção Líquida

^d EPF - Esmagamento da Parede do Furo

Tabela 4.25 – Resumo dos ajustes das distribuições estatísticas de probabilidades (EUROCODE)

Erro de Modelo (Me) - Distribuições e Momentos das Distribuições - EUROCODE								
RSL ^c	Série Única ^a		Tipo 1 ^b		Tipo 2		Tipo 3	
	μ	c.v.	μ	c.v.	μ	c.v.	μ	c.v.
Chapa Fina								
Cantoneira			Normal		Normal		Gumbel Min	
			1,46290	0,07445	1,37570	0,15011	0,93555	0,06436
Perfil U							Gumbel Min	
							0,76289	0,18655
EPF ^d	Série Única ^a		Tipo 1 ^b		Tipo 2		Tipo 3	
	μ	c.v.	μ	c.v.	μ	c.v.	μ	c.v.
Chapa Fina	Normal							
	1,33880	0,27301						
Cantoneira			Weibull Min				Normal	
			1,09290	0,25250			0,88741	0,27964
Perfil U			Frechet Max					
			1,13850	0,33970				

^a Chapas com e sem arruelas em uma série única.

^b Engloba os Tipos 1, 1a, 1b e 1c em uma única série para o caso dos perfis U.

^c RSL - Ruptura da Seção Líquida

^d EPF - Esmagamento da Parede do Furo

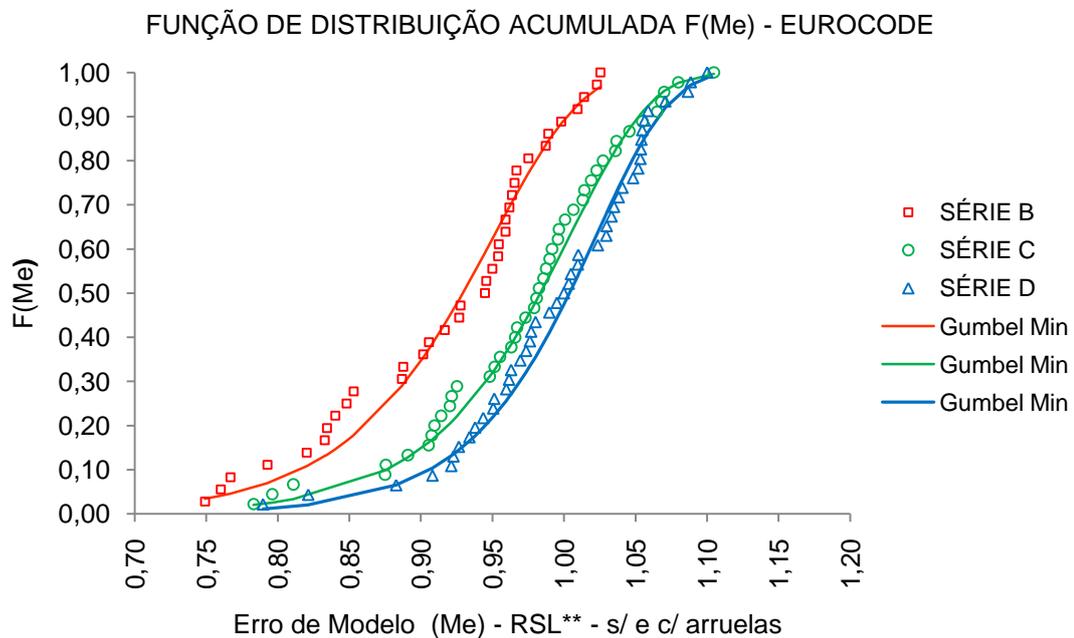
Conforme comentado no início desse capítulo, os ajustes de distribuição de probabilidades em “série única” para chapas finas de aço, para o modo de ruína de ruptura da seção líquida (RSL), em relação ao EUROCODE não apresentaram resultados satisfatórios, conforme Figura B.9 do apêndice B.

Sendo assim, ajustes via testes estatísticos de validação foram realizados para cada série de ligações parafusadas em chapas finas (séries B, C e D) de forma separada, de modo a alcançar uma representação fiel dos dados da variável aleatória erro de modelo (M_e) para cada uma dessas séries.

Portanto, os resultados desses ajustes são apresentados na Tabela 4.26 e na Figura 4.12, a seguir.

Tabela 4.26 – Resumo dos ajustes das distribuições para chapas finas para o EUROCODE

Ajuste das distribuições - EUROCODE - RSL		
SÉRIE B	SÉRIE C	SÉRIE D
Gumbel Min	Gumbel Min	Gumbel Min
$\mu = 0,91658$	$\mu = 0,97142$	$\mu = 0,99286$
c.v. = 0,08456	c.v. = 0,07535	c.v. = 0,06702



*RSL = Ruptura da Seção Líquida

Figura 4.12 – Funções de distribuição acumulada para as séries B, C e D de chapas finas para o EUROCODE

4.5 – Análise de regressão linear nas variáveis erro de modelo (M_e) e espessura (t) para chapas finas de aço no modo de ruína EPF

Em muitos problemas de engenharia, duas ou mais variáveis estão inerentemente relacionadas, sendo necessário explorar a natureza dessa interação. Para tanto, a análise de regressão é uma técnica estatística muito indicada para modelar e investigar a relação entre essas variáveis, seja ela de caráter simples ou múltiplo (MONTGOMERY, D.C.; RUNGER, G.C.; 1999).

Nesse seguimento, uma regressão linear simples via estimadores de mínimos quadrados para a interseção e inclinação pode ser utilizada para que um modelo analítico simplificado seja construído na tentativa de representar a correlação existente entre as variáveis erro de modelo (M_e) e espessura (t).

Essa equação (ou modelo) de regressão, tipicamente utilizada na estimativa de observações futuras, será utilizada para tal no erro de modelo (M_e) e também para estimar a resposta média em um nível particular da espessura (t).

Vale adiantar que, por meio de observações do comportamento do erro de modelo em função das espessuras dos corpos-de-prova no modo de ruína de esmagamento da parede do furo (EPF), percebeu-se que uma dependência linear poderia fortemente existir.

Desse modo, as Figuras 4.13 e 4.14 ilustram as análises de regressão realizadas nas variáveis M_e e t para chapas finas no modo de ruína esmagamento da parede do furo (EPF), como tentativa de quantificar tal dependência.

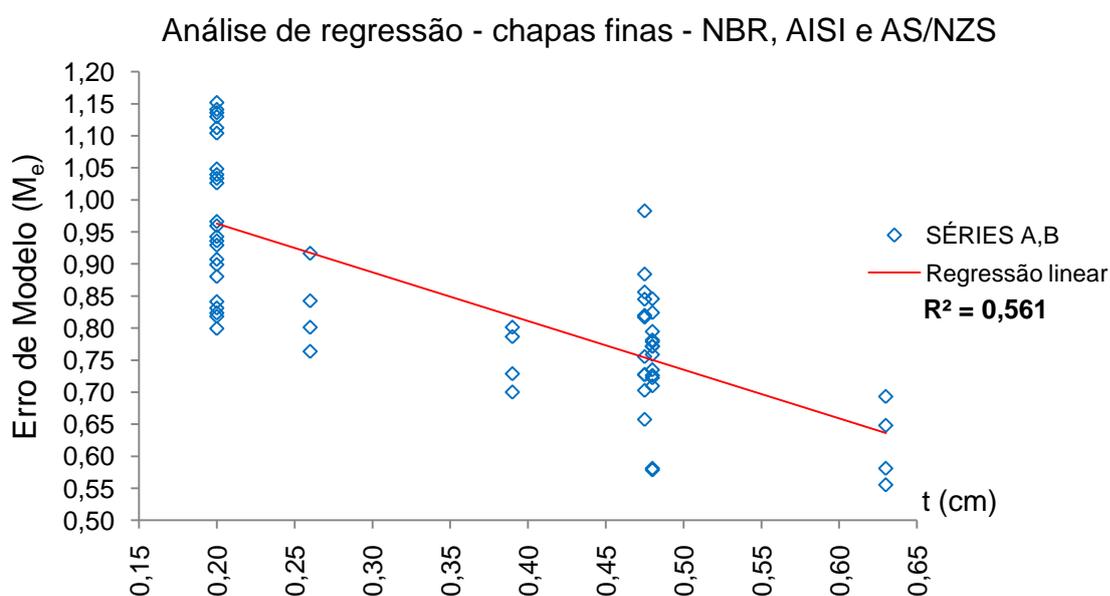


Figura 4.13 – Análise de regressão linear simples para as variáveis M_e e t para a NBR, AISI e AS/NZS

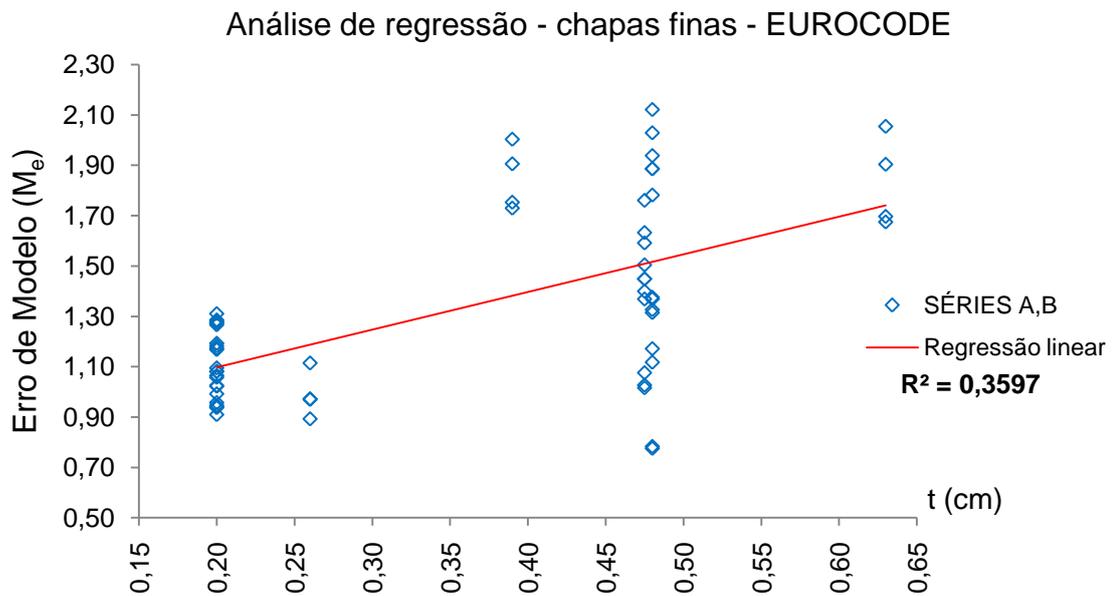


Figura 4.14 – Análise de regressão linear simples para as variáveis M_e e t para o EUROCODE

Ao analisar a Figura 4.13 nota-se que ela representa as especificações de projeto da NBR, do AISI e da AS/NZS, pois as três utilizam o mesmo modelo analítico de previsão da força resistente ao esmagamento da parede do furo e nesse caso as estatísticas de erro de modelo são as mesmas. A expressão abaixo representa o modelo em questão.

$$F_R = \alpha_e \cdot d \cdot t \cdot f_u$$

$$\alpha_e = (0,183 \cdot t + 1,53), \text{ com } t \text{ em mm } (t \leq 4,75 \text{ mm})$$

Desse modo, a análise de regressão linear, para essas três especificações, mostrou-se bem representativa para a realidade dos dados analisados, pois indicou uma correlação da ordem de 0,561; o que é muito bom, uma vez que o índice de correlação (ρ) varia entre (-1 e 1) indicando correlação negativa perfeita e positiva perfeita, respectivamente.

Para o caso da Figura 4.14, que representa a análise realizada para o EUROCODE, essa correlação não foi tão boa (da ordem de 0,359), devido a grande dispersão dos resultados conforme as espessuras aumentavam, porém uma estratégia foi utilizada para levar essa dispersão para dentro da análise, conforme será posteriormente apresentado.

A Equação 4.3 descreve a variável erro de modelo como uma função da espessura t :

$$M_e(t) = a \cdot t + b + \varepsilon \quad \text{para } (0,20 \leq t \leq 0,63 \text{ cm}) \quad (4.3)$$

Na equação anterior, a e b são constantes do modelo de regressão linear simples, e a variável ε descreve a parte aleatória do erro de modelo e é obtida por meio dos resíduos da análise de regressão, sendo que esses foram ajustados, segundo testes de validação padrões, para distribuições normais conforme Tabela 4.27.

Como as estatísticas de erro de modelo para o modo de ruína de esmagamento da parede do furo (EPF) foram obtidas a partir da avaliação de 232 corpos-de-prova de chapas finas de aço, segundo quatro especificações diferentes, a Tabela 4.27 apresenta os parâmetros para os modelos de regressão linear, os quais descrevem a média do erro de modelo e os parâmetros da distribuição normal para os resíduos ε .

Tabela 4.27 – Parâmetros do modelo de regressão para o erro de modelo em chapas finas

$M_e(t) = a.t + b + \varepsilon$	a	b	$\varepsilon \sim N(\mu, \sigma)$		
			μ	σ	
ABNT NBR 14762:2010 ANSI AISI S100:2007-S AS/NZS 4600:2005	-0,7596	1,1148	0,0	0,09863	
				t = 0,20cm	t = 0,475cm
EUROCODE 3 parte1.3:2010	1,4936	0,7995	0,0	0,13180	0,37141

Além do modelo de regressão para a descrição da média do erro de modelo, também foi construído um modelo analítico para representar o desvio-padrão dos resíduos do modelo de regressão para o erro de modelo do EUROCODE, pois a dispersão dos resultados entre as espessuras de 0,20cm e 0,475cm eram muito grandes.

$$M_{e,sdev} = 0,8713.t - 0,0424 \quad (0,20 \leq t \leq 0,475\text{cm}) \quad (4.4)$$

As Figuras 4.15 e 4.16 ilustram o comportamento dos resíduos ε para as diferentes espessuras t estudadas.

Da mesma forma que as Figuras 4.13 e 4.14, foram plotados gráficos separados de acordo com o modelo de previsão normativo utilizado, lembrando que a NBR, AISI e AS/NZS utilizam do mesmo modelo.

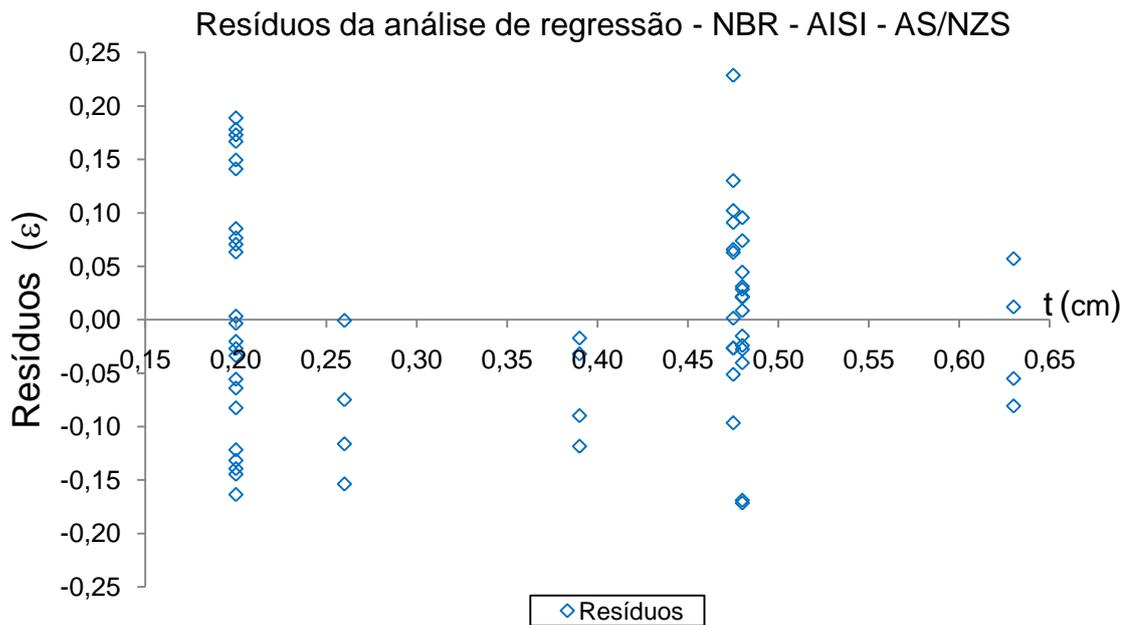


Figura 4.15 – Resíduos da análise de regressão linear para a NBR, AISI e AS/NZS

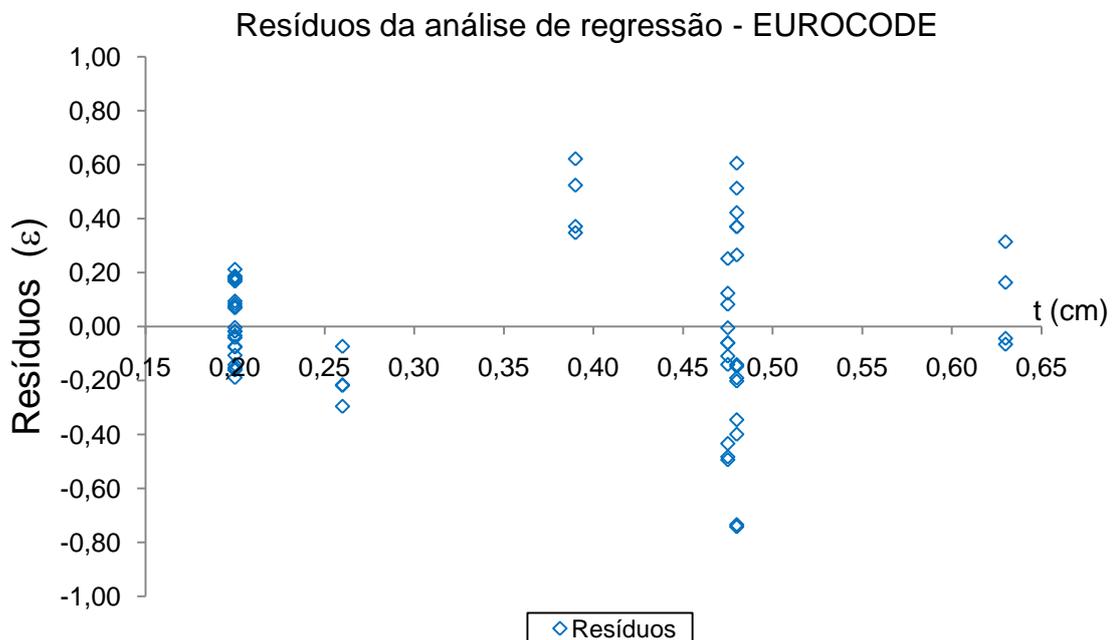


Figura 4.16 – Resíduos da análise de regressão linear para o EUROCODE

A Figura 4.17 apresenta a média do erro de modelo em função da espessura das chapas, $M_{e,mean}(t)$, resultante a partir da análise de regressão. A média do erro de modelo é também conhecida como fator de tendência para os modelos de previsão normativos.

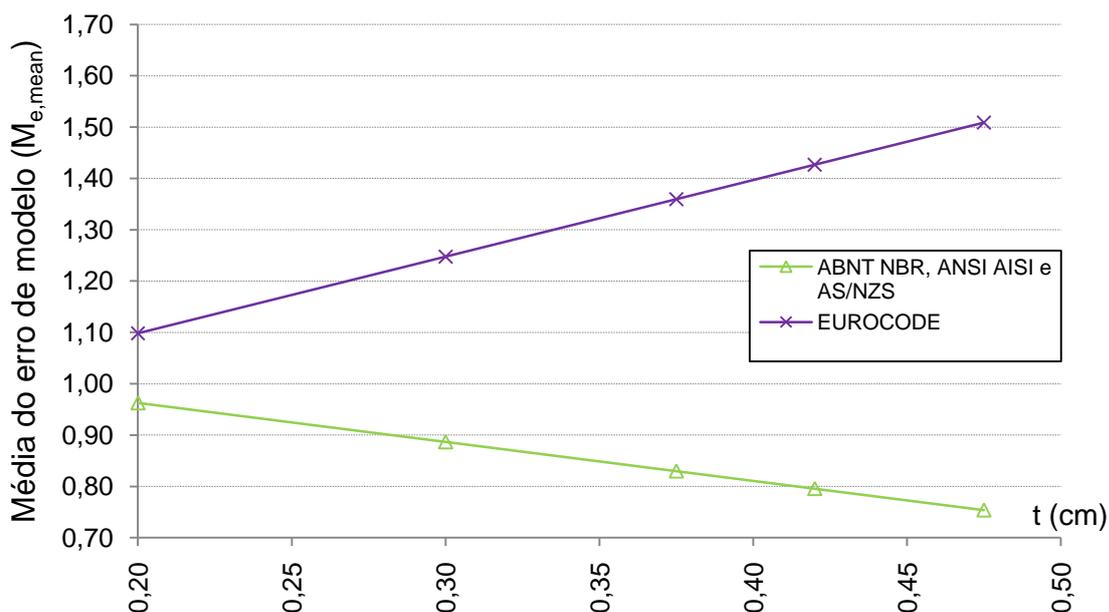


Figura 4.17 – Média do erro de modelo, $M_{e,mean}(t) = a.t + b$, seguindo análise de regressão

Um comentário de grande importância com relação ao que foi apresentado sobre a análise de regressão, é que os modelos de previsão da NBR, AISI e AS/NZS, para espessuras t maiores que 0,20cm, tendem a se tornarem linearmente inseguros (conforme Figura 4.17), pois a média do erro de modelo diminui drasticamente. Por outro lado, para o EUROCODE, conforme as espessuras vão aumentando a média do erro de modelo também aumenta, indicando que o modelo vai se tornando cada vez mais conservador, já que a reta cresce muito rapidamente.

Outra informação relevante a respeito dessa análise de regressão condiz com a maneira de como os resultados encontrados foram inseridos no programa de confiabilidade estrutural, pois em se tratando desse assunto, vale apontar que a construção dos modelos de regressão já foram propositalmente no sentido de levar a informação de dependência linear entre (M_e) e (t) para as análises de confiabilidade, quando da construção das variáveis aleatórias pertinentes ao problema de confiabilidade relativo às ligações parafusadas em chapas finas de aço.

Com relação ao esmagamento da parede do furo em ligações parafusadas em cantoneiras do Tipo 3 observou-se uma boa correlação, no entanto, a pequena quantidade de resultados impossibilitou que uma análise mais refinada pudesse ser construída (Figuras 4.18, 4.19). Com relação aos perfis U, as Figuras 4.20 e 4.21 mostram que existe uma boa correlação entre a variável aleatória erro de modelo (M_e) e a espessura (t), dependência essa que será explorada nas análises de confiabilidade.

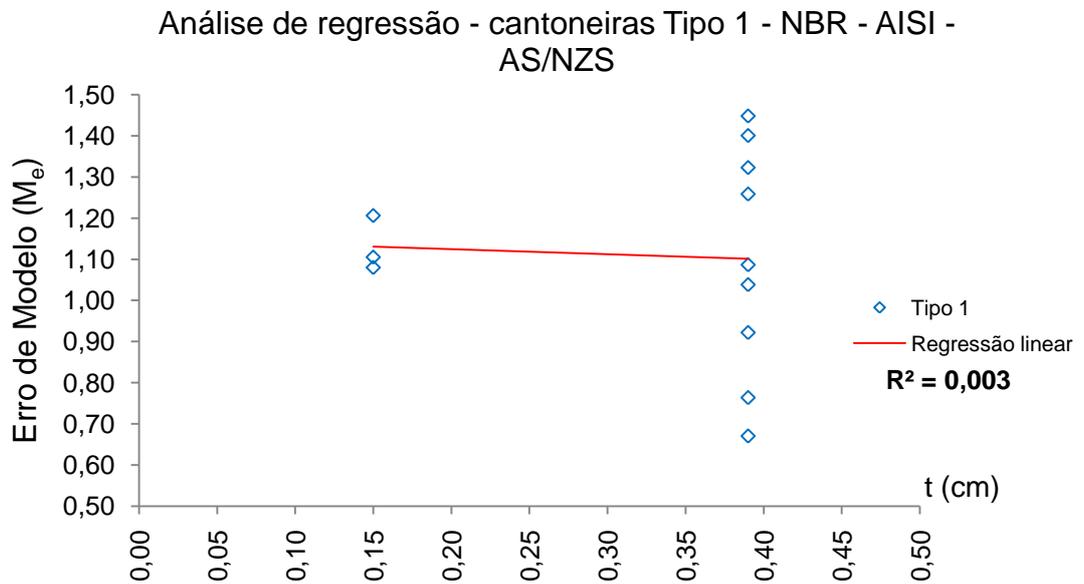


Figura 4.18 – Análise de regressão linear simples em ligações parafusadas em cantoneiras do tipo 1 nas variáveis M_e e t para a NBR, AISI e AS/NZS

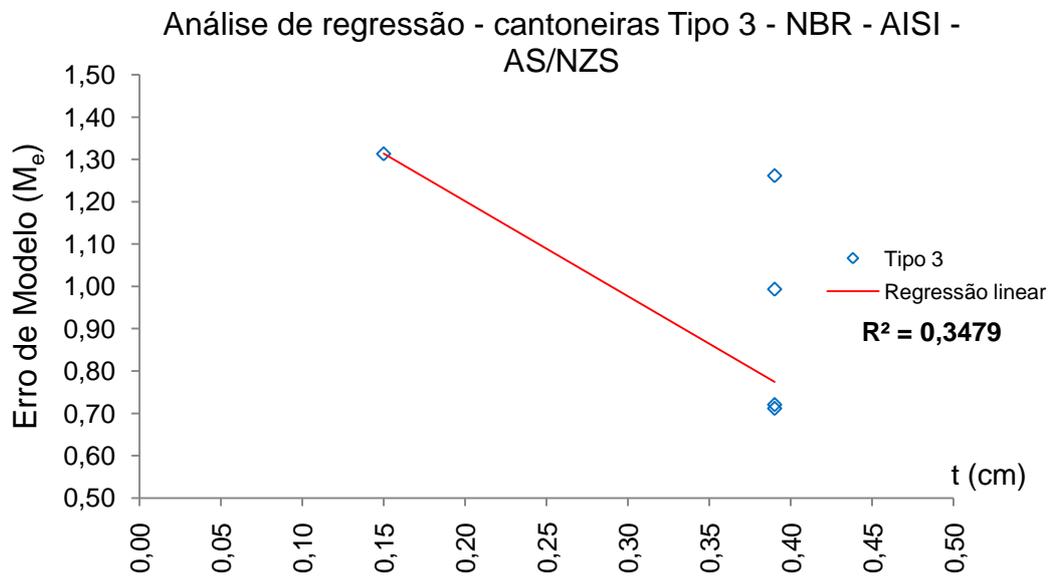


Figura 4.19 – Análise de regressão linear simples em ligações parafusadas em cantoneiras do tipo 3 nas variáveis M_e e t para a NBR, AISI e AS/NZS

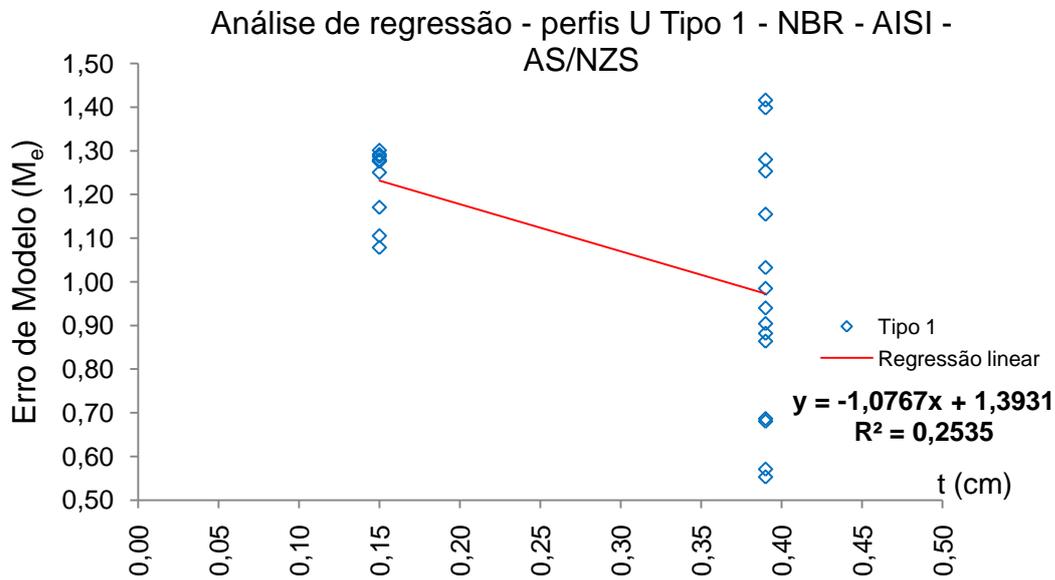


Figura 4.20 – Análise de regressão linear simples em ligações parafusadas em perfis U do tipo 1 nas variáveis M_e e t para a NBR, AISI e AS/NZS

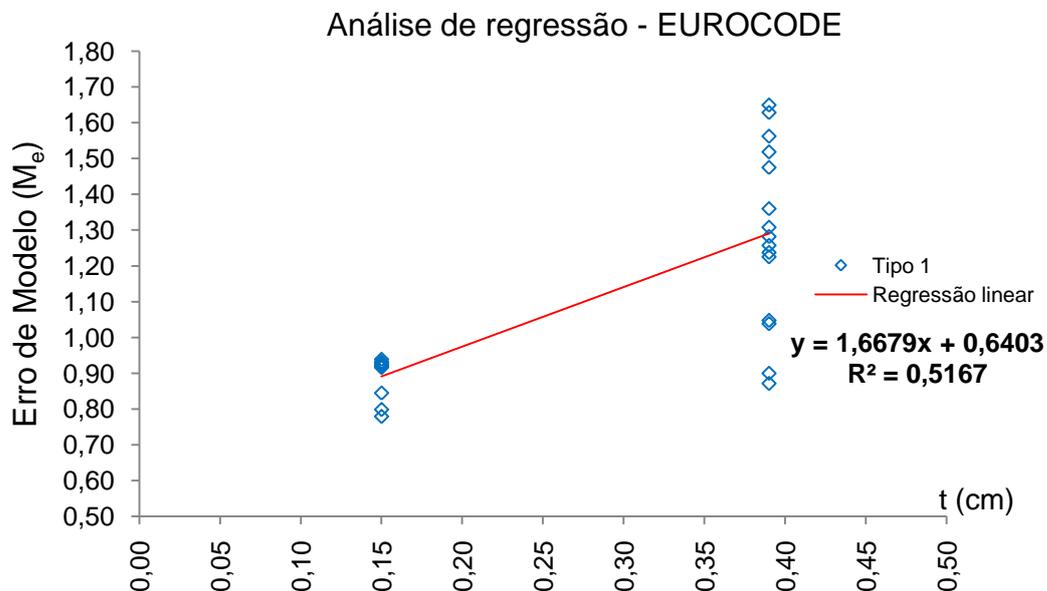


Figura 4.21 – Análise de regressão linear simples em ligações parafusadas em perfis U do tipo 1 nas variáveis M_e e t para o EUROCODE

ANÁLISE DE CONFIABILIDADE

Capítulo
5

5 – ANÁLISE DE CONFIABILIDADE E SUA ABORDAGEM ESTATÍSTICA

5.1 – Introdução

Um dos principais objetivos da engenharia estrutural é assegurar, dentro de critérios de segurança pré-definidos pela experiência, um desempenho satisfatório das estruturas, respeitando condições econômicas de modo a não se tornar inviável.

No entanto, realizar essa tarefa não é fácil, pois a existência de incertezas nas ações, nas propriedades mecânicas dos materiais, nos parâmetros de comportamento do solo e nas propriedades geométricas dos elementos estruturais contribuem para que exista uma inevitável probabilidade de que a estrutura venha a não atender aos requisitos básicos de segurança, para os quais ela fora concebida.

Vários projetos e sistemas de engenharia falharam no passado, pois eram construídos sem o benefício da informação estatística das variáveis aleatórias envolvidas. Além disso, muitas decisões que são necessárias durante o processo de planejamento e projeto, que estão invariavelmente sob condições de incertezas, não eram levadas em conta por total desconhecimento das mesmas.

Somadas a essas carências também existia alguma chance do mau desempenho ou falha do sistema estrutural que frequentemente são inevitáveis.

Sendo assim, uma ferramenta muito útil para resolver esse tipo de problema, porém desenvolvida “recentemente” em comparação às técnicas clássicas de engenharia, é a confiabilidade estrutural, pois esta permite ao engenheiro considerar as incertezas pertencentes às variáveis de projeto por meio das distribuições reais de probabilidade que as representam e desse modo obter, entre outros resultados, a probabilidade de falha da estrutura. Essa informação pode ser de fundamental importância na tomada de decisões que envolvam a segurança estrutural e a confiabilidade de sistemas.

Aliada à teoria de confiabilidade, desenvolvimentos paralelos voltados à ciência dos materiais, mecânica aplicada, metalurgia, matemática, ciências computacionais, química, física e muitos outros campos de pesquisa, contribuem atualmente para que os riscos de falha estrutural diminuam cada vez mais.

O século 20 foi um período de realizações para a engenharia de estruturas e segundo informações contidas no trabalho de Castro (1997), pode-se atribuir esse feito a quatro grandes causas responsáveis por esse avanço: idéias, pesquisas, regulamentação e prática.

Durante esse período, grandes idéias e pesquisas amadureceram nos principais centros de estudos de engenharia estrutural em vários locais do mundo. Entre as teorias que amadureceram nesse período podem ser mencionadas as seguintes:

- teoria da plasticidade (William Prager);
- teoria da confiabilidade (Alfred Freudenthal);
- análise em elementos finitos (Raymond Clough);
- teoria da elasticidade (Stephen Timoshenko);
- análise dinâmica (Nathan Newmark).

Em conjunto com as pesquisas, a evolução das especificações de projeto voltadas ao cálculo estrutural objetiva que a fronteira entre segurança e economia esteja cada vez mais estreita, o que reflete um cálculo otimizado, seguro e prático.

No entanto, o processo para otimização normativo é lento, caro e algumas vezes até mesmo trágico, pois quando um tipo de estrutura é utilizado pela primeira vez, ela em geral resulta pesada, superdimensionada e até mesmo insegura, devido à falta de experiência, confiança e técnicas construtivas. Um exemplo triste desse processo evolutivo é o do enrijecimento da estrutura das pontes pênses e estaiadas, onde a tendência para sistemas mais leves levou a ponte de Tacoma Narrows em 1940, nos Estados Unidos, à ruína.

Atualmente, a grande maioria das normas de projeto estrutural está baseada em coeficientes parciais segurança¹, que ponderam as ações e a resistência, definidos por meio de técnicas de confiabilidade². Entretanto, até bem pouco tempo atrás, esses coeficientes eram definidos basicamente pela experiência de profissionais envolvidos em projetos estruturais, refletindo o sucesso e insucesso de experiências passadas.

Ao se fazer uso da confiabilidade, é possível calibrar esses coeficientes de uma maneira racional, ou seja, a partir da definição de um nível aceitável para a probabilidade de falha podem ser obtidos fatores de segurança que, quando usados no projeto, asseguram tal nível. Nesse sentido, a confiabilidade tem sido muito utilizada na revisão de normas antigas bem como na elaboração de códigos de projeto para novas concepções estruturais.

No entanto, apesar de a confiabilidade ser uma ferramenta extremamente capaz de resolver problemas complexos e também de servir como um apoio muito importante em vários ramos da engenharia é importante ressaltar que a confiabilidade depende

¹ Nas normas brasileiras são denominados coeficientes de ponderação das ações e das resistências, respectivamente.

² FOSM, FORM e SORM.

essencialmente da qualidade dos dados relacionados ao problema em análise e da precisão do modelo matemático usado para representá-lo.

Sendo assim, serão apresentados nos itens a seguir alguns aspectos de extrema importância para que uma análise de confiabilidade seja realizada de maneira organizada, racional e prática.

- Fenômenos Aleatórios;
- Modelos Analíticos de Fenômenos Aleatórios;
 - Distribuições estatísticas de probabilidades;
 - Distribuições teóricas de valores extremos máximos e mínimos.
- Determinação Empírica de Modelos de Distribuição;
 - Testes de validação para distribuições teóricas assumidas.
- Alguns conceitos sobre a Teoria de Confiabilidade Estrutural;
 - Métodos de transformação.

5.2 – Fenômenos aleatórios

Seja um fenômeno físico manifestado naturalmente (ou simulado por experimentos laboratoriais) em que por meio de várias observações desse determinado fenômeno seja constatado que as respostas são sempre as mesmas. Essa constatação, de caráter observatória, é admitida como sendo um fenômeno denominado determinístico, ou seja, não varia com a repetição, e seu comportamento é tomado como um evento certo. No entanto, se estas observações não se repetirem de maneira aceitável, o fenômeno é então classificado como aleatório ou randômico.

Nesse caso, cada observação do evento está associada a um valor real de probabilidade de ocorrência relacionado ao fenômeno estudado. Evidentemente é possível avaliar que:

- (a) a probabilidade de ocorrência está diretamente relacionada com a frequência do evento ao longo de uma grande sequência de experimentos;
- (b) ela deve estar situada entre 0 e 1;

(c) a soma da probabilidade de todos os possíveis resultados do fenômeno deve ser igual a 1.

Os vários resultados de um fenômeno aleatório podem ser vistos como os resultados de uma função de probabilidades, definida pela teoria Bayesiana de probabilidades e estatística, onde tal função é denominada como variável aleatória, representada por uma letra maiúscula, e uma manifestação dessa variável por uma letra minúscula.

Sendo assim, o evento $\{X = x\}$ pode ser descrito como “a variável aleatória X assume o valor x ” e o evento $\{X \leq x\}$ significa “a variável aleatória X assume qualquer valor menor ou igual do que x ”. Obviamente, como explicado anteriormente, sendo X uma variável aleatória, a ocorrência desse evento só pode ser determinada em termos de probabilidades.

Desse modo, o domínio da função variável aleatória $X(\cdot)$ é o espaço amostral Ω , e quando esse domínio é formado por um número finito ou infinito contável de pontos, diz-se que a variável aleatória é do tipo *discreta*, por outro lado, quando o domínio é formado por um número infinito de pontos, tem-se uma *variável contínua*.

5.2.1 – Modelos analíticos de fenômenos aleatórios

Existem diversos modelos matemáticos aptos a representar fenômenos aleatórios, no entanto para que um modelo seja classificado representativo desse tipo de fenômeno ele deve atender a alguns pré-requisitos.

Seja uma função de uma variável aleatória qualquer $f_X(x)$ que satisfaça as condições que seguem:

$$f_X(x) \geq 0 \quad (5.1)$$

$$\int_{-\infty}^{+\infty} f_X(x) dx = 1,0 \quad (5.2)$$

$$\int_a^b f_X(x) dx = P[a \leq x \leq b] \quad (5.3)$$

Se essa função cumprir os pré-requisitos citados, ela pode ser considerada uma PDF (Probability Density Function), ou função de densidade de probabilidades.

Além das condições descritas anteriormente, seja outra $F_X(x)$, também função de uma variável aleatória X , a ser satisfeita pelas seguintes condições:

$$F_X(-\infty) = 0 \quad (5.4)$$

$$0 \leq F_X(x) \leq 1,0 \quad (5.5)$$

$$F_X(+\infty) = 1,0 \quad (5.6)$$

Se essa função também cumprir as condições anteriormente definidas, ela pode ser dita representativa de um fenômeno aleatório.

Note que, por meio da expressão abaixo pode ser estabelecida uma relação entre $F_X(x)$ e $f_X(x)$, lembrando que $F_X(x)$ é uma CDF (Cumulative Distribution Function), ou função de distribuição acumulada.

$$f_X(x) = \frac{dF_X(x)}{dx} \quad (5.7)$$

5.2.1.1 – Valores característicos de uma variável aleatória

Definem-se valores característicos de uma variável aleatória:

- valor esperado ou média;
- variância e desvio-padrão;
- coeficientes adimensionais:
 - coeficiente de variação;
 - coeficiente de assimetria (skewness);
 - coeficiente de suavidade ou grau de achatamento (curtose).

Valor esperado ou média

$$E[X] = \mu_X = \int_{-\infty}^{+\infty} x f_X(x) dx \quad (5.8)$$

Variância e desvio-padrão

A variância mede a dispersão dos valores da variável em torno da média e é definida como:

$$\begin{aligned} \text{Var}[X] &= \int_{-\infty}^{+\infty} (x - \mu_X)^2 f_X(x) dx = \int_{-\infty}^{+\infty} x^2 f_X(x) dx - \\ &\quad - 2\mu_X \int_{-\infty}^{+\infty} x f_X(x) dx + \mu_X^2 \int_{-\infty}^{+\infty} f_X(x) dx \end{aligned} \quad (5.9)$$

$$\text{Var}[X] = E[(X - \mu)^2] = E[X^2] - E[X]^2 = \sigma_X^2 \quad (5.10)$$

O desvio-padrão é dado por:

$$\sigma_X = \sqrt{\text{Var}[X]} \quad (5.11)$$

Coefficiente de variação

O coeficiente de variação de X é definido como a razão entre o desvio-padrão e a média, indicando o comportamento do desvio-padrão em relação à média, ou seja:

$$\text{COV} = \frac{\sigma_X}{\mu_X} \quad (5.12)$$

Coeficiente de assimetria

O coeficiente de simetria (skewness) γ_1 indica a simetria ou a assimetria da função densidade de probabilidades $f_X(x)$ com relação à média, e é definido por:

$$\gamma_1 = \frac{E[X - \mu_X]^3}{\sigma_X^3} \quad \text{onde,} \quad E[x - \mu_X]^3 = \int_{-\infty}^{+\infty} (x - \mu_X)^3 f_X(x) dx \quad (5.13)$$

Coeficiente de curtose

O coeficiente de suavidade (curtose) γ_2 é uma medida de suavidade (ou grau de achatamento) de uma função de densidade de probabilidades, ou seja, quanto maior é este valor mais suave é a função. O coeficiente γ_2 é definido como:

$$\gamma_2 = \frac{E[X - \mu_X]^4}{\sigma_X^4} \quad (5.14)$$

5.2.2 – Distribuições de probabilidades

Frequentemente o interesse se centraliza na probabilidade com que uma variável aleatória assuma um valor particular.

Dessa forma, a distribuição de probabilidades de uma variável aleatória X é uma descrição das probabilidades associadas com os valores possíveis de X . Como dito anteriormente, qualquer função que satisfaça as condições dadas pelas equações (5.1 a 5.6) pode ser utilizada como uma distribuição de probabilidades e o uso prático dessa função depende da capacidade dela de representar estatisticamente um determinado fenômeno que está sendo investigado.

Sendo assim, são relacionadas a seguir as principais distribuições de probabilidade para variáveis aleatórias discretas e contínuas.

5.2.2.1 – Variáveis aleatórias discretas

Para uma variável aleatória discreta, a distribuição é, frequentemente, especificada por apenas uma lista de valores possíveis, juntamente com a probabilidade de cada um. Em alguns casos, é conveniente expressar a probabilidade em termos de uma expressão.

Dessa maneira, para uma variável aleatória discreta X , com valores possíveis x_1, x_2, \dots, x_n , lembrando que $f_X(x_i) \geq 0$ para todo x_i e $\sum_{i=1}^n f_X(x_i) = 1$, a *função de densidade de probabilidade* (PDF) é;

$$f_X(x_i) = P[X = x_i]. \quad (5.15)$$

A *função de distribuição acumulada* (CDF) de uma variável aleatória discreta X , denotada por $F_X(x)$ é,

$$F_X(x_i) = P[X \leq x_i] = \sum_{x_j \leq x} f_X(x_j) \quad (5.16)$$

desde que $F_X(x)$ satisfaça as seguintes propriedades:

- a) $F_X(x_i) = P[X \leq x_i] = \sum_{x_j \leq x} f_X(x_j)$;
- b) $0 \leq F_X(x) \leq 1$;
- c) Se $x \leq y$, então $F_X(x) \leq F_X(y)$ (5.17)

Algumas distribuições de probabilidades de variáveis aleatórias discretas

- Distribuição uniforme discreta
- Distribuição binomial
- Distribuição geométrica
- Tentativa de Bernoulli
- Distribuição de Poisson

5.2.2.2 – Variáveis aleatórias contínuas

Para uma variável aleatória contínua X , a *função de densidade de probabilidade* (PDF) é uma função tal que

- a) $f_X(x) \geq 0$;
- b) $\int_{-\infty}^{+\infty} f_X(x) dx = 1$;
- c) $P[a \leq X \leq b] = \int_a^b f_X(x) dx = \text{área sob } f_X(x) \text{ de } a \text{ até } b$ (5.18)
para qualquer a e b

Se X for uma variável aleatória contínua, então para qualquer x_1 e x_2 ,

$$P[x_1 \leq X \leq x_2] = P[x_1 < X \leq x_2] = P[x_1 \leq X < x_2] = P[x_1 < X < x_2] \quad (5.19)$$

A *função de distribuição acumulada* (CDF) de uma variável aleatória contínua X é

$$F_X(x) = P[X \leq x] = \int_{-\infty}^x f_X(u) du \quad \text{para } -\infty < x < +\infty \quad (5.20)$$

A extensão da definição de $f_X(x)$ para a linha inteira dos reais nos capacita a definir a função de distribuição acumulada de probabilidades para todos os números reais.

Algumas distribuições de probabilidade de variáveis aleatórias contínuas

- Distribuição causal
- Distribuição uniforme
- Distribuição normal ou de Gauss

- Distribuição log-normal
- Distribuição exponencial
- Distribuição exponencial deslocada
- Distribuição de Rayleigh deslocada
- Distribuição logística

5.2.3 – Distribuições teóricas de valores extremos máximos e mínimos

Conforme Ang e Tang (1984), grande parte dos problemas probabilísticos envolvem valores extremos de variáveis aleatórias, ou seja, o maior e/ou o menor valor dessa variável. Estatisticamente, eles pertencem aos valores máximos e mínimos de um conjunto de observações que, de maneira sucinta, podem ser obtidos quando conjuntos de observações (amostras de tamanho n) são analisados por meio de ferramentas estatísticas.

Portanto, esses valores extremos podem também ser modelados como variáveis aleatórias com suas respectivas distribuições de probabilidade, sendo que essas distribuições e seus parâmetros têm características especiais únicas para os valores extremos.

Esses conceitos especiais possuem grande importância para a engenharia e seu entendimento é essencial para sua adequada aplicação.

Como exemplo de aplicação na engenharia de estruturas, mais exatamente na consideração da segurança estrutural, a máxima ação e a mínima resistência estrutural são os valores mais importantes para que a segurança ou confiabilidade estrutural sejam asseguradas. Portanto, ao lidar com situações que envolvam situações extremas, os valores máximos e mínimos de conjuntos de observações são os únicos dados que realmente têm importância.

Consequentemente as estatísticas e probabilidades associadas a tais valores extremos são as informações de maior relevância.

5.2.3.1 – Distribuições estatísticas exatas

Considere que uma variável aleatória inicial X tenha a sua própria função cumulativa de probabilidades $F_X(x)$ e considere também várias amostras de tamanho n de X , i.e. (x_1, x_2, \dots, x_n) , onde os índices representam o primeiro, o segundo, ..., e o n -ésimo valor observado em cada uma das amostras. Uma vez que cada valor observado é imprevisível antes da observação, pode-se assumir que cada observação é o valor de uma variável aleatória e o conjunto de observações (x_1, x_2, \dots, x_n) é uma realização de variáveis aleatórias (X_1, X_2, \dots, X_n) . O valor máximo extremo de uma amostra de tamanho n é uma variável aleatória definida como:

$$Y_n = \max(X_1, X_2, \dots, X_n) \quad (5.21)$$

Observe que se Y_n , o máximo valor entre (X_1, X_2, \dots, X_n) , é menor que um determinado valor y , então necessariamente todas as variáveis (X_1, X_2, \dots, X_n) devem ser menores que y . Assumindo-se que cada valor coletado numa amostra da variável X é independente dos demais e que X_1, X_2, \dots, X_n são identicamente distribuídos como a variável X , tem-se que

$$F_{X_1}(x) = F_{X_2}(x) = \dots = F_{X_n}(x) = F_X(x) \quad (5.22)$$

ou seja, a função cumulativa do valor máximo extremo pode ser definida como

$$\begin{aligned} F_{Y_n}(y) &\equiv P[Y_n \leq y] \\ F_{Y_n}(y) &= P[X_1 \leq y, X_2 \leq y, \dots, X_n \leq y] \\ F_{Y_n}(y) &= [F_X(y)]^n \end{aligned} \quad (5.23)$$

e a correspondente função de densidade de probabilidades

$$f_{Y_n} = \frac{dF_{Y_n}(y)}{dy} = n[F_X(y)]^{n-1} f_X(y) \quad (5.24)$$

onde $f_X(\cdot)$ é a função de densidade de probabilidades da variável inicial X .

O valor mínimo extremo de uma amostra de tamanho n pode ser definido como

$$Y_1 = \min(X_1, X_2, \dots, X_n) \quad (5.25)$$

Note que se Y_1 , o mínimo entre (X_1, X_2, \dots, X_n) , é maior que y , então todas as variáveis (X_1, X_2, \dots, X_n) devem ser maiores que y . Assumindo-se as mesmas hipóteses definidas anteriormente para o valor máximo extremo, tem-se que

$$\begin{aligned} 1 - F_{Y_1}(y) &\equiv P[Y_1 > y] \\ 1 - F_{Y_1}(y) &= P[X_1 > y, X_2 > y, \dots, X_n > y] \\ 1 - F_{Y_1}(y) &= [1 - F_X(y)]^n \end{aligned} \quad (5.26)$$

portanto, a função cumulativa do valor mínimo extremo é dada por:

$$F_{Y_1} = 1 - [1 - F_X(y)]^n \quad (5.27)$$

cuja correspondente função de densidade de probabilidades é

$$f_{Y_1} = \frac{dF_{Y_1}(y)}{dy} = n[1 - F_X(y)]^{n-1} f_X(y) \quad (5.28)$$

É importante citar que, dentro dessa metodologia, a variável n se refere ao número de amostras da variável X , coletadas durante um determinado período de tempo. Por exemplo, se n significar o número de amostras coletadas em um ano, as distribuições definidas por (5.23 e 5.27) se referem ao valor máximo e mínimo extremo anual, respectivamente.

5.2.3.2 – Distribuições estatísticas assintóticas

De acordo com Ang e Tang (1984), saber como certos fenômenos aleatórios se comportarão no futuro é necessário tanto para o planejamento quanto em projetos de engenharia, e isso pode envolver a previsão do maior ou menor valor desse fenômeno. Obviamente, para que essa tarefa seja possível, uma extrapolação a partir de dados de valores extremos observados deve ser feita.

Para esse propósito, a teoria assintótica de extremos estatísticos frequentemente fornece uma poderosa base para o desenvolvimento de tais informações necessárias para a engenharia.

Conforme consta em Beck (2010), na medida em que o tamanho da amostra n aumenta, as distribuições exatas convergem para formas funcionais particulares, em função do tipo de cauda da distribuição original.

As distribuições assintóticas possuem a conveniência de não depender da forma exata da distribuição original, mas apenas do comportamento de sua cauda na direção do extremo procurado, sendo assim, a região central da distribuição original serve apenas para determinar os parâmetros, mas não tem influência na forma assintótica da distribuição de extremos.

Como visto anteriormente, em uma observação de uma variável aleatória X , a probabilidade de se obter um resultado maior do que x é dada por $1 - F_X(x)$. Em n observações da mesma variável o número esperado de valores maiores do que x é $n[1 - F_X(x)]$. Portanto, para determinar essas distribuições de extremos, consideremos a variável aleatória dada pelo número ξ_n , que considera o número de valores maiores que y_n em uma amostra de tamanho n ;

$$\xi_n = n[1 - F_X(Y_n)] \quad (5.29)$$

Então,

$$\begin{aligned} F_{\xi_n}(\xi) &= P[\xi_n \leq \xi] \\ F_{\xi_n}(\xi) &= P[n[1 - F_X(Y_n)] \leq \xi] \end{aligned} \quad (5.30)$$

$$\begin{aligned}
 F_{\xi_n}(\xi) &= P\left[F_X(Y_n) \geq 1 - \frac{\xi}{n}\right] \\
 F_{\xi_n}(\xi) &= P\left[Y_n \geq F_X^{-1}\left(1 - \frac{\xi}{n}\right)\right]
 \end{aligned}
 \tag{5.31}$$

$$\begin{aligned}
 F_{\xi_n}(\xi) &= 1 - F_{Y_n}\left[F_X^{-1}\left(1 - \frac{\xi}{n}\right)\right] \\
 F_{\xi_n}(\xi) &= 1 - \left\{F_X\left[F_X^{-1}\left(1 - \frac{\xi}{n}\right)\right]\right\}^n \\
 F_{\xi_n}(\xi) &= 1 - \left(1 - \frac{\xi}{n}\right)^n
 \end{aligned}
 \tag{5.32}$$

Como no limite de $n \rightarrow \infty$, temos que

$$\lim_{n \rightarrow \infty} n \ln\left(1 - \frac{\xi}{n}\right) = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\ln\left(1 - \frac{\xi}{n}\right)}{1/n} = -\xi
 \tag{5.33}$$

Logo, o termo $\left(1 - \frac{\xi}{n}\right)^n$ torna-se

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 - \frac{\xi}{n}\right)^n = e^{-\xi}
 \tag{5.34}$$

Portanto, como $n \rightarrow \infty$,

$$F_{\xi_n}(\xi) = 1 - e^{-\xi}
 \tag{5.35}$$

A correspondente PDF assintótica é

$$f_{\xi_n}(\xi) = e^{-\xi}
 \tag{5.36}$$

Invertendo a equação (5.29) para Y_n , temos que

$$Y_n = F_X^{-1}\left(1 - \frac{\xi_n}{n}\right)
 \tag{5.37}$$

Portanto, para grandes valores de n , a distribuição assintótica de Y_n pode ser determinada a partir de ξ_n como dado nas Eqs. 5.35 e 5.36, baseadas na relação funcional de 5.37. Nessa consideração, observamos que na Eq. 5.29, ξ_n diminui quando Y_n aumenta, portanto,

$$P(Y_n \leq Y) = P[\xi_n > g(y)] \quad (5.38)$$

onde $g(y)$ é a expressão do lado direito na Eq. 5.29. Logo, a CDF de Y_n pode ser obtida a partir de ξ_n como

$$\begin{aligned} F_{Y_n} &= 1 - F_{\xi_n} [g(y)] \\ F_{Y_n} &= \exp[-g(y)] \end{aligned} \quad (5.39)$$

A derivada da Eq. 5.39 fornece a PDF,

$$f_{Y_n}(y) = -\frac{dg(y)}{dy} \exp[-g(y)] \quad (5.40)$$

Vale ressaltar aqui que, a forma para qual determinada distribuição de extremos converge depende apenas da cauda da distribuição original na direção do extremo procurado. Na Tabela 5.1 são apresentadas três dessas formas particulares, sendo essa classificação válida tanto para máximos extremos quanto para mínimos.

Tabela 5.1 – Distribuições de extremos mais comuns

Distribuição assintótica	Forma da distribuição	Cauda da distribuição original
Tipo I - Gumbel	exponencial dupla	decaimento exponencial
Tipo II - Frechet	exponencial	decaimento polinomial
Tipo III - Weibull	exponencial com limite	polinomial limitada

5.2.4 – Determinação empírica de modelos de distribuição

De acordo com Ang e Tang (1975), as características probabilísticas de um fenômeno aleatório às vezes são difíceis de discernir ou definir, de forma que o modelo probabilístico apropriado para descrever essas características não está prontamente passível a deduções teóricas ou formulações. Em particular, uma forma funcional da distribuição de probabilidades necessária pode não ser fácil de se obter ou verificar.

Sob certas circunstâncias, a base ou propriedades de fenômenos físicos podem sugerir a forma da distribuição necessária. Por exemplo, se um processo é composto pela soma de vários efeitos individuais, a distribuição Gaussiana pode ser apropriada com base no teorema do limite central. Por outro lado, se as condições extremas de um processo físico são de interesse, uma distribuição de valores extremos pode ser um modelo adequado.

No entanto, existem ocasiões em que a distribuição de probabilidades necessária tem de ser determinada empiricamente, ou seja, baseada inteiramente na observação de dados disponíveis. Por exemplo, se o diagrama de frequências (histograma) para um conjunto de dados pode ser construído, o modelo de distribuição necessário poderá ser determinado visualmente comparando uma função de densidade com o histograma. A Figura 5.1 ilustra como essa comparação visual entre uma curva de densidade de probabilidades e um diagrama de frequências pode ser feita.

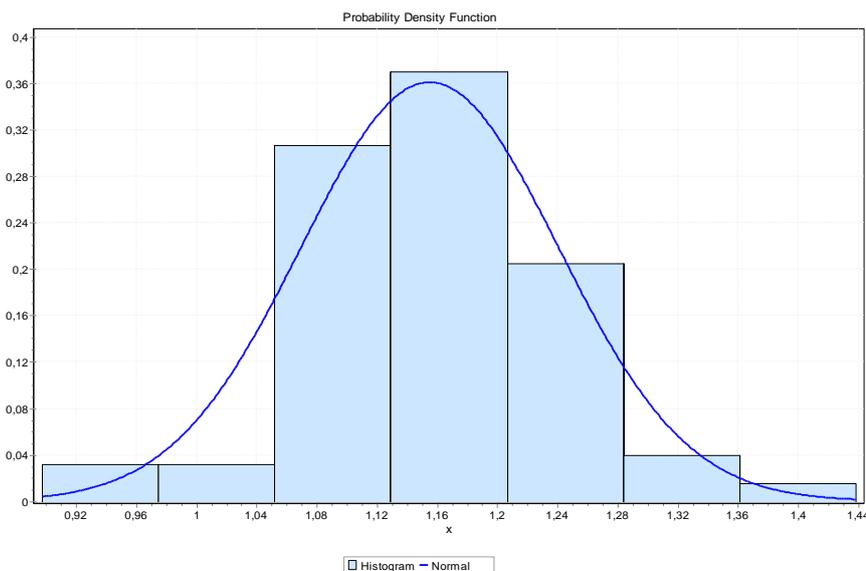


Figura 5.1 – Comparação visual entre um histograma e uma PDF
Fonte: Easy Fit

Além disso, uma distribuição assumida, talvez determinada empiricamente como descrito na figura 5.1, ou desenvolvida teoricamente com base em suposições a priori, pode ser verificada, ou descartada, à luz dos dados disponíveis utilizando certos testes estatísticos, conhecidos como testes de aderência (*goodness-of-fit*) para a distribuição.

Ainda mais obstatante, quando duas ou mais distribuições aparentam ser modelos aceitáveis, tais testes podem ser utilizados para indicar o grau relativo de validade das diferentes distribuições dentro de níveis de significância pré-estabelecidos.

Três desses testes são comumente utilizados para tais finalidades, sendo eles

- Chi-quadrado (χ^2);
- Kolmogorov-Smirnov (K – S);
- Anderson-Darling (A^2).

Na prática, a escolha da distribuição de probabilidade pode ser também feita por tratamento matemático ou conveniência. Por exemplo, devido às simplificações matemáticas possíveis com a distribuição normal, e a ampla disponibilidade de informações associadas a essa distribuição, a distribuição normal (ou log-normal) é frequentemente utilizada para modelar problemas não-determinísticos, e às vezes, até mesmo quando não existe uma base bem definida para esse modelo.

5.2.4.1 – Testes de validação para distribuições teóricas

Chi-quadrado

Considere uma amostra de n valores observados de uma variável aleatória. O teste Chi-quadrado compara as frequências observadas n_1, n_2, \dots, n_k de k valores (ou em k intervalos) da variável com a correspondente frequência e_1, e_2, \dots, e_k de uma distribuição adotada. A base para a avaliação da qualidade dessa comparação é a distribuição do valor

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^k \frac{(n_i - e_i)^2}{e_i} \quad (5.41)$$

que se aproxima da distribuição Chi-quadrado (χ_f^2) com ($f = k - 1$) graus de liberdade quando $n \rightarrow \infty$. No entanto, se os parâmetros do modelo teórico são desconhecidos e podem ser estimados a partir dos dados, a afirmação acima só permanece válida se os graus de liberdade forem reduzidos para cada parâmetro desconhecido que deve ser estimado.

Desse modo, se uma distribuição de probabilidades adotada fornecer

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^k \frac{(n_i - e_i)^2}{e_i} < c_{1-\alpha, f} \quad (5.42)$$

onde $c_{1-\alpha, f}$ é o valor da distribuição χ_f^2 apropriada na probabilidade acumulada $(1 - \alpha)$, a distribuição teórica adotada é um modelo aceitável, no nível de significância α . Caso contrário, a distribuição adotada não é apropriada para os dados no nível de significância α . Ao fazer uso do teste Chi-quadrado para verificar a qualidade de ajuste de uma distribuição, geralmente é necessário, para a obtenção de resultados satisfatórios, possuir $k \geq 5$ e $e_i \geq 5$.

Kolmogorov-Smirnov

Outro teste amplamente utilizado para verificação da qualidade do ajuste de uma distribuição aos dados observados é o teste de Kolmogorov-Smirnov (K-S). O procedimento envolve a comparação entre uma frequência acumulada experimental com a função de distribuição acumulada adotada. Se a discrepância for grande em relação ao que normalmente se espera para um determinado tamanho de amostra, o modelo teórico é rejeitado.

Para uma amostra de tamanho n , deve-se rearranjar o conjunto de dados em ordem crescente e, a partir dessa amostra de dados reordenada, desenvolve-se uma função de frequências acumuladas particionada, como apresentada a seguir:

$$S_n(x) = \begin{cases} 0 & x < x_1 \\ \frac{k}{n} & x_k \leq x < x_{k+1} \\ 1 & x \geq x_n \end{cases} \quad (5.43)$$

onde x_1, x_2, \dots, x_n são os valores da amostra de dados ordenada, e n é o tamanho da amostra. A Figura 5.2 mostra um gráfico de $S_n(x)$ e também a função de distribuição teórica proposta $F(x)$. No teste de Kolmogorov-Smirnov, a máxima diferença entre $S_n(x)$ e $F(x)$ sobre toda a faixa de X é a medida de discrepância entre o modelo teórico e os dados observados, sendo essa máxima diferença denotada por

$$D_n = \max_x |F(X) - S_n(x)| \quad (5.44)$$

Teoricamente, D_n é uma variável aleatória cuja distribuição depende de n . Para um determinado nível de significância α , o teste K-S compara a máxima diferença fornecida pela Eq. 5.44 com o valor crítico D_n^α , o qual é definido por

$$P[D_n \leq D_n^\alpha] \leq 1 - \alpha \quad (5.45)$$

Os valores críticos D_n^α são tabelados para vários níveis de significância α , para vários valores de n . Se o D_n observado é menor que o valor crítico D_n^α , a distribuição proposta é aceitável para o nível de significância α , caso contrário, a distribuição assumida deve ser rejeitada.

A vantagem do teste Kolmogorov-Smirnov (K-S) sobre o teste Chi-quadrado (χ^2) é que não é necessário dividir os dados em intervalos, já que os problemas associados com a aproximação Chi-quadrado para pequenos e_i e/ou pequenos números de intervalos k não apareceriam com o teste K-S.

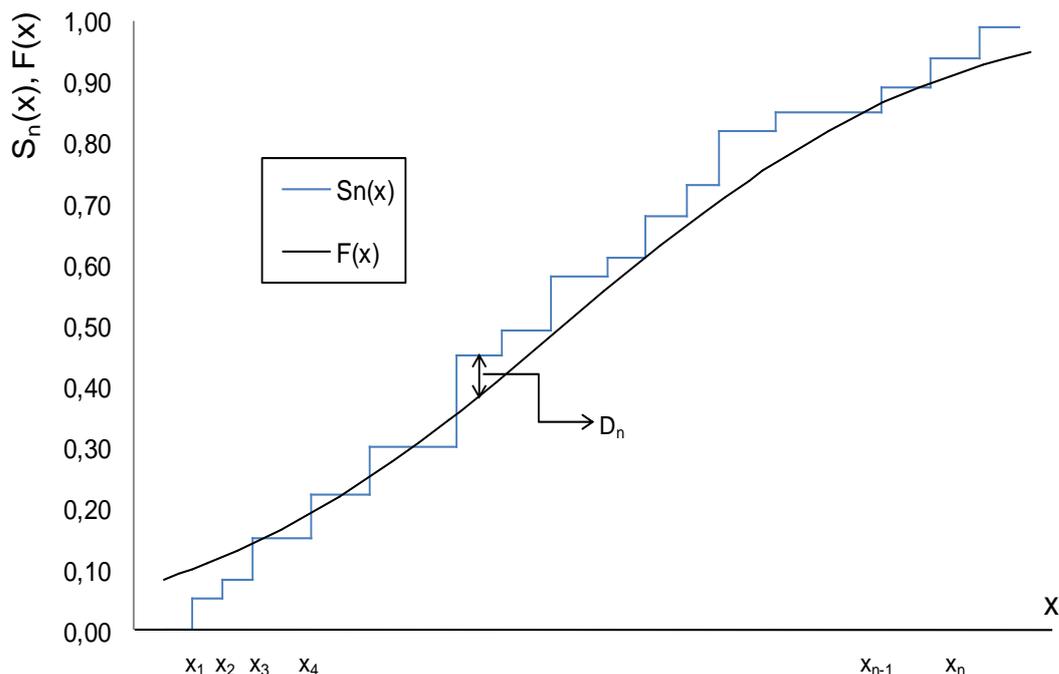


Figura 5.2 – Frequência acumulada empírica versus função de distribuição teórica
Adaptado: Ang e Tang, (1975)

Anderson-Darling

O teste estatístico de Anderson-Darling (A^2) avalia se uma amostra n de dados pertence ou não a uma certa distribuição de probabilidades especificada. Esse teste faz uso do fato de que, quando uma dada distribuição de probabilidades é assumida hipoteticamente para representar uma amostra de dados, também se assume que esses dados observados surgiram a partir dessa determinada distribuição, desse modo os dados podem ser então transformados para uma distribuição uniforme.

Sendo assim, a amostra de dados transformada pode ser então verificada por meio de sua uniformidade e então ser considerada ou não aceitável como representativa para a amostra de dados por meio de um teste de afastamento. A equação para o teste estatístico (A^2) que avalia se os dados ($x_1 < x_2 < x_3 < \dots < x_n$) vêm da função de distribuição acumulada F é (observe que os dados da amostra foram organizados em ordem crescente):

$$A^2 = -n - S \quad (5.46)$$

sendo,

n o tamanho da amostra;

$$S = \sum_{k=1}^n \frac{2k-1}{n} \left[\ln F(x_k) + \ln(1-F(x_{n+1-k})) \right] \quad (5.47)$$

O teste estatístico pode então ser comparado contra o valor crítico da distribuição teórica. Observe que nesse caso nenhum parâmetro é estimado em relação à função de distribuição F .

5.3 – Alguns conceitos sobre a teoria de confiabilidade estrutural

Conforme Beck (2010), um problema estrutural envolvendo apenas variáveis aleatórias é classificado como independente do tempo, pelo fato de os processos envolvidos na grande maioria desses problemas serem tratados sem a consideração das flutuações temporais que realmente ocorrem. Fisicamente falando, o conhecimento sobre o comportamento das estruturas condiz com o fato de que quando essas estão sujeitas a carregamentos que não variam ao longo do tempo, o problema ou processo é denominado estático, enquanto que a partir do momento que os carregamentos se tornam dependentes do tempo, surgem os problemas dinâmicos.

Em termos de confiabilidade estrutural ou, para ser mais abrangente, em se tratando de ferramentas de confiabilidade, um problema dependente do tempo é aquele que envolve processos estocásticos e sua solução engloba integrações numéricas temporais e, a depender do número de ações envolvidas ou tipo de problema (estacionário ou não), o uso da regra de Turkstra como ferramenta para combinação de ações se faz necessário.

Por outro lado, quando um problema envolve apenas variáveis aleatórias esse é tratado independentemente do tempo, de modo que sua resolução depende do nível da análise (métodos de segundo momento ou métodos exatos), métodos de cálculo (álgebra de segundo momento ou transformações de variáveis), distribuições de probabilidade, funções de estado limite e incertezas paramétricas.

Cabe aqui comentar que o nível de dependência entre esses dois tipos de análises (mecânica e de confiabilidade) dependentes ou não do tempo é nulo, ou seja, às vezes é

possível se deparar com problemas de confiabilidade dependentes do tempo nos quais a resposta mecânica é tipicamente estática, do mesmo modo que também é possível encontrar problemas de confiabilidade independentes do tempo cuja resposta é dinâmica.

Assim, de acordo com o que foi apresentado, percebe-se que a resolução de problemas envolvendo processos estocásticos é mais difícil e trabalhosa do que a resolução de problemas envolvendo variáveis aleatórias. Portanto, esse trabalho trata apenas de problemas de confiabilidade independente do tempo.

5.3.1 – Confiabilidade independente do tempo

Conforme Ang e Tang (1984), a maioria dos problemas de engenharia estrutural envolvendo ferramentas de confiabilidade necessita tanto da determinação, ou aproximação, da função conjunta de densidade de probabilidades $f_X(x)$, quanto de aproximações dos domínios de integração (Eq. 5.48).

Entretanto, a obtenção dessa função na prática é impossível, o que significa que essa deve ser aproximada tendo como referência a informação existente, ou seja, às funções de distribuições marginais e as vezes, quando existirem, coeficientes de correlação (SAGRILO e De LIMA, 2010).

$$P_f = \int_{D_f} f_X(x) dx \quad (5.48)$$

Com base na premissa de que um projeto de engenharia é destinado a garantir a segurança e o bom desempenho com uma dada confiabilidade, o problema básico de cálculo, portanto, envolve a determinação da posição da função de distribuição de probabilidades da resistência, tal que esta esteja suficientemente distante da função de distribuição de probabilidades das solicitações, para que a probabilidade de falha P_f satisfaça um valor aceitável e, além da separação entre $f_R(r)$ e $f_S(s)$ para diminuição da probabilidade de falha, nota-se que P_f também é uma função do grau de dispersão (σ_R e σ_S).

A Figura 5.3 ilustra como a influência da dispersão dos valores de resistência e solicitação em relação às suas médias pode ser significativa no resultado final da análise, pois a região de interferência entre as variáveis pode aumentar consideravelmente.

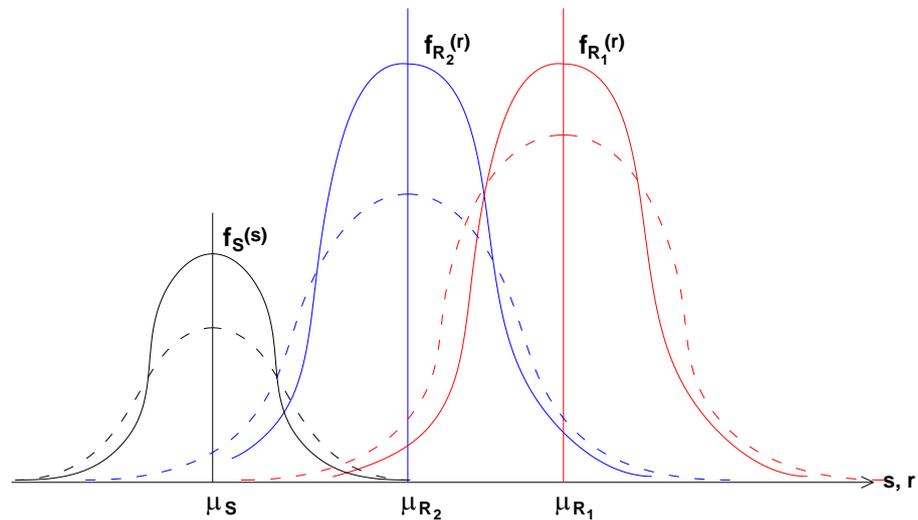


Figura 5.3 – Efeito das dispersões entre $f_R(r)$ e $f_S(s)$ em P_f
Adaptado: Ang e Tang, (1984)

Conforme o que foi exposto anteriormente, uma medida representativa dessas duas influências é o índice de confiabilidade β . Portanto, especificar um valor de β é equivalente a prescrever uma confiabilidade alvo, ou uma probabilidade de falha aceitável para a estrutura (CASTRO, 1997).

De acordo com o que consta no trabalho de Sagrilo e De Lima (2010), a probabilidade de falha é uma medida importante na análise de segurança das estruturas e a avaliação dessa probabilidade está baseada numa equação de desempenho do sistema em questão. Essa equação também é conhecida como equação de estado limite, denominada $g(\mathbf{X})$, onde \mathbf{X} é um vetor que representa todas as variáveis aleatórias consideradas na análise.

Como dito anteriormente, para avaliação da segurança de uma estrutura, a atenção é voltada diretamente na possibilidade de ocorrerem falhas, ou seja, na probabilidade da equação de estado limite assumir valores pertencentes ao domínio de falha. Sabendo-se então que $f_X(x)$ representa a função de densidade de probabilidades conjunta de todas as variáveis do problema, a avaliação da Eq. (5.48) em um domínio complexo (domínio de falha D_f) é identificada simplesmente como análise de confiabilidade estrutural.

Um comentário de extrema importância é que a avaliação dessa expressão não é simples, uma vez que envolve uma integral n-dimensional num domínio complexo D_f , sendo assim, mesmo com o desenvolvimento de técnicas modernas de integração numérica e computadores cada vez mais eficientes, na prática a avaliação da Eq. (5.48), por integração, tem se restringido a problemas com 5 a 6 variáveis aleatórias no máximo. Devido a essas limitações, alguns métodos de recorrência foram desenvolvidos, conforme apresentado a seguir.

5.3.2 – Métodos de transformação

Os métodos de transformação aqui apresentados são difundidamente conhecidos como métodos de confiabilidade estrutural e recebem esse nome porque envolvem transformações (ou um mapeamento) do espaço original (ou espaço de projeto) das variáveis aleatórias do problema (representadas pelo vetor \mathbf{X}), com suas respectivas distribuições de probabilidade, para o espaço normal padrão no qual as variáveis aleatórias (representadas por um vetor \mathbf{Y}), com distribuição normal padrão, possuem média nula e desvios-padrão unitários, facilitando os posteriores cálculos probabilísticos.

Beck (2010) mostra em seu trabalho que no método de primeira ordem e segundo momento ou FOSM – *First Order Second Moment* – a equação de estado limite é aproximada por uma função linear, e a transformação estatística para construção de $f_{\mathbf{X}}(\mathbf{x})$ se limita aos momentos de até segunda ordem, ou seja, média e desvio-padrão. Uma representação das variáveis aleatórias do problema apenas por seus momentos de até segunda ordem é equivalente a assumi-las com distribuição normal. Essa hipótese é bastante limitante no tocante à solução de problemas práticos. No entanto, a solução conhecida como FOSM é a base dos demais métodos de transformação.

No método de confiabilidade de primeira ordem ou FORM – *First Order Reliability Method* – toda a informação estatística a respeito das variáveis aleatórias do problema é utilizada. Isto inclui distribuições estatísticas não-normais bem como coeficientes de correlação entre pares de variáveis mas, o domínio de integração na Eq. (5.48) ainda é aproximado por uma função linear.

O método de confiabilidade de segunda ordem ou SORM – *Second Order Reliability Method* – também utiliza toda a informação estatística disponível para a construção da

função conjunta de densidade de probabilidade, porém aproxima a equação de estado limite por uma curva do segundo grau (esse método não será abordado no presente trabalho).

5.3.2.1 – Aproximação de primeira ordem

Conforme Ellingwood e Galambos (1982), as dificuldades numéricas iniciais dos pesquisadores em confiabilidade estrutural os levaram à certas simplificações com relação ao cálculo dos índices de confiabilidade, o que fez surgir o chamado índice de confiabilidade de segundo momento, β_{SO} , para avaliação da segurança de uma estrutura.

Essa análise está fundamentada na idéia de que a equação de estado limite que relaciona as variáveis aleatórias do problema (resistência e sollicitação) pelo estado limite de interesse, é dada por

$$g(X_1, X_2, \dots, X_n) = 0. \quad (5.49)$$

e por convenção, a falha dessa equação ocorre quando

$$g(X_1, X_2, \dots, X_n) < 0. \quad (5.50)$$

Na análise via FOSM, a equação de estado limite é linearizada em um ponto tido como ótimo (*ponto de projeto*) e requer uma importante transformação de variáveis que fornece suporte ao FOSM e ao FORM, chamada transformação de Hassofer e Lind (1974).

$$Y_i = \frac{X_i - \mu_{X_i}}{\sigma_{X_i}} \quad (5.51)$$

A Eq. (5.51) transforma o vetor de variáveis aleatórias X , com distribuição normal, primeiro e segundo momentos quaisquer, em um vetor de variáveis aleatórias Y , com distribuição normal padrão, onde a média é nula e o desvio-padrão é unitário.

O *ponto de projeto* citado anteriormente é o ponto sobre o domínio de falha com a maior probabilidade de ocorrência, ou seja, por ser o ponto que possui a mínima distância entre a equação de estado limite e a origem do espaço normal padrão, o ponto de projeto

também é o ponto ideal para se realizar a linearização da equação de estado limite, quando esta for não-linear.

Assim, no espaço normal padrão, que é um espaço que possui simetria radial e cujas curvas de equi-probabilidade são círculos concêntricos, o estado seguro ($M > 0$) e o estado de falha ($M < 0$), ao se tratar de margem de segurança ($M = R - S$), pode ser delimitado com a equação $M = 0$.

Assim, transformando-se as variáveis R e S nas variáveis Y_1 e Y_2 , por meio da Eq. (5.51), a expressão da margem de segurança se torna:

$$m(y_1, y_2) = R - S = Y_1 - Y_2 = y_1\sigma_R + \mu_R - y_2\sigma_S - \mu_S \quad (5.52)$$

Fazendo $m(y_1, y_2) = 0$ temos no estado limite

$$y_1\sigma_R + \mu_R - y_2\sigma_S - \mu_S = 0 \quad (5.53)$$

que é uma linha reta como ilustra a Fig. 5.4.

A distância da linha de falha à origem é por si própria uma medida do índice de confiabilidade. Esta distância d é definida como índice de confiabilidade e pode ser obtida geometricamente por:

$$d = \frac{\mu_R - \mu_S}{\sqrt{\sigma_R^2 + \sigma_S^2}} = \beta \quad (5.54)$$

Trabalhando-se com a Eq. (5.53), também é possível a obtenção das coordenadas do *ponto de projeto* (y_1^*, y_2^*) ,

$$y_1^* = -\frac{\sigma_R(\mu_R - \mu_S)}{\sigma_R^2 + \sigma_S^2} \quad (5.55)$$

$$y_2^* = \frac{\sigma_S(\mu_R - \mu_S)}{\sigma_R^2 + \sigma_S^2} \quad (5.56)$$

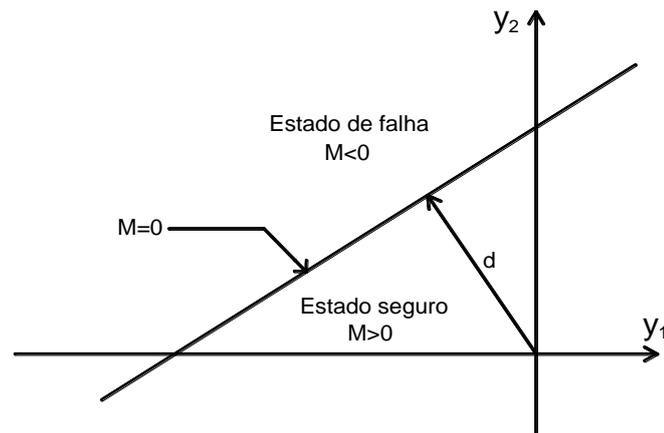


Figura 5.4 – Margem de segurança e estado limite para y_1 e y_2
Adaptado: Ang e Tang, (1984)

Pode-se generalizar esse resultado dizendo que o índice de confiabilidade corresponde à mínima distância entre a equação de estado limite e a origem do espaço normal padrão ou que o índice de confiabilidade β é uma medida geométrica da probabilidade de falha, em que

$$P_f = \Phi(-\beta) \quad (5.57)$$

onde Φ é a função de densidade de probabilidades da distribuição normal padrão, dada pela integral de Laplace.

A Figura 5.5 ilustra simplificada como é feita a representação do índice β e da probabilidade de falha para um problema envolvendo apenas duas variáveis aleatórias. Note que o índice β indica na verdade quantos desvios padrão podem ser inseridos entre a margem de segurança média e o estado limite de $M = 0$.

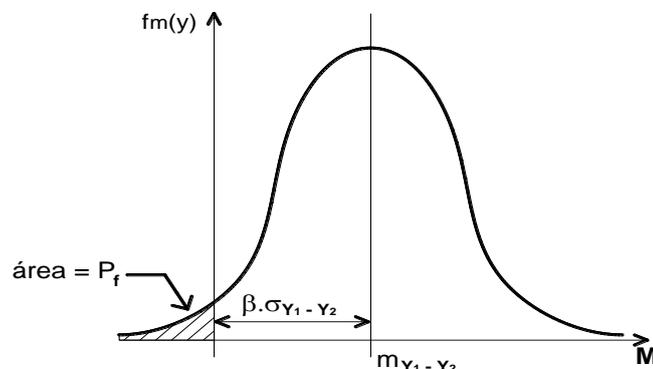


Figura 5.5 – Ilustração do índice de confiabilidade para um problema envolvendo duas variáveis aleatórias

Adaptado: Ellingwood e Galambos, (1982)

Os resultados obtidos anteriormente devem ser generalizados, pois a confiabilidade de um sistema de engenharia pode envolver variáveis múltiplas. Em particular, a resistência e a solicitação podem, respectivamente, serem funções de várias outras variáveis e esta generalização é frequentemente necessária na engenharia, principalmente quando o problema deve ser formulado em termos das variáveis básicas de cálculo.

Num sentido mais amplo, a confiabilidade de um sistema de engenharia pode ser definida como a probabilidade que o mesmo apresenta de desempenhar suas funções esperadas. A probabilidade de ocorrência de um estado limite ou índice de confiabilidade β de uma estrutura é a medida quantitativa de segurança ou trabalhabilidade e também a base para a realização do desempenho estrutural uniforme no projeto em estados limites baseado em probabilidade.

Dessa forma, o nível de desempenho de um sistema obviamente dependerá das propriedades desse sistema e nesse contexto, para a proposta de uma formulação geral, define-se uma equação de estado limite linear.

5.3.2.2 – Equação de estado limite linear

Nesse caso, a equação de estado limite $g(X)=0$ passa a ser um hiper-plano e como a transformação de Hassofer-Lind tem a propriedade de preservar a linearidade da equação de estado limite, portanto, a equação de estado limite no espaço Y , $g(Y)=0$ é também um hiper-plano.

Uma equação de estado limite linear no espaço de projeto X pode ser representada como

$$g(X) = a_0 + \sum_{i=1}^n a_i x_i \quad (5.58)$$

onde a_0 e a_i são constantes e x_i as variáveis do problema, logo, na situação iminente à falha, a correspondente equação de estado limite será:

$$a_0 + \sum_i a_i x_i = 0 \quad (5.59)$$

É possível demonstrar, a partir da Eq. (5.59) e utilizando a transformação de Hassofer-Lind, que as coordenadas do ponto mais próximo à origem (ou ponto de projeto), y^* , no espaço normal padrão (Figura 5.6) são dadas por

$$y_i^* = -\alpha_i \beta \rightarrow \beta + \alpha_i^T y_i^* = 0 \quad (5.60)$$

sendo β a distância entre y^* e a origem do espaço \mathbf{Y} . Expandindo o raciocínio anterior para o caso de um hiper-plano (situação n -dimensional) e não mais de uma reta, as coordenadas desse plano podem ser escritas por meio da equação abaixo.

$$g(\mathbf{Y}) = \beta + \sum_{i=1}^n \alpha_i y_i = 0 \quad (5.61)$$

sendo α o vetor de cossenos diretores do hiper-plano, dado por:

$$\alpha = \frac{\nabla g(\mathbf{y})}{\|\nabla g(\mathbf{y})\|} \quad (5.62)$$

Voltando para o espaço de projeto \mathbf{X} , a equação correspondente obtida, aplicando a transformação de Hassofer-Lind é

$$g(\mathbf{X}) = \beta - \sum_{i=1}^n \frac{\alpha_i}{\sigma_{X_i}} \mu_{X_i} + \sum_{i=1}^n \frac{\alpha_i}{\sigma_{X_i}} x_i = 0 \quad (5.63)$$

Fazendo uma mudança de variáveis, obtêm-se:

$$a_i = \frac{\alpha_i}{\sigma_{X_i}}; \quad a_0 = \beta - \sum_{i=1}^n a_i \mu_{X_i} = 0 \quad (5.64)$$

Desse modo, observa-se que a Eq. (5.65) é idêntica a Eq. (5.58).

$$g(X) = a_0 + \sum_{i=1}^n a_i x_i = 0 \quad (5.65)$$

Tomando o valor esperado da função e posteriormente aplicando o operador variância na mesma equação temos que:

$$E[g(X)] = a_0 + \sum_{i=1}^n a_i \mu_{X_i} = \beta \quad (5.66)$$

$$\text{Var}[g(X)] = \sum_{i=1}^n a_i^2 \sigma_{X_i}^2 = \sum_{i=1}^n \left(\frac{\alpha_i}{\sigma_{X_i}} \right)^2 \sigma_{X_i}^2 = 1 \quad (5.67)$$

Portanto, o índice de confiabilidade β , calculado a partir da equação $g(X)$ é

$$\frac{E[g(X)]}{\sqrt{\text{Var}[g(X)]}} = \frac{\beta}{1} = \beta \quad (5.68)$$

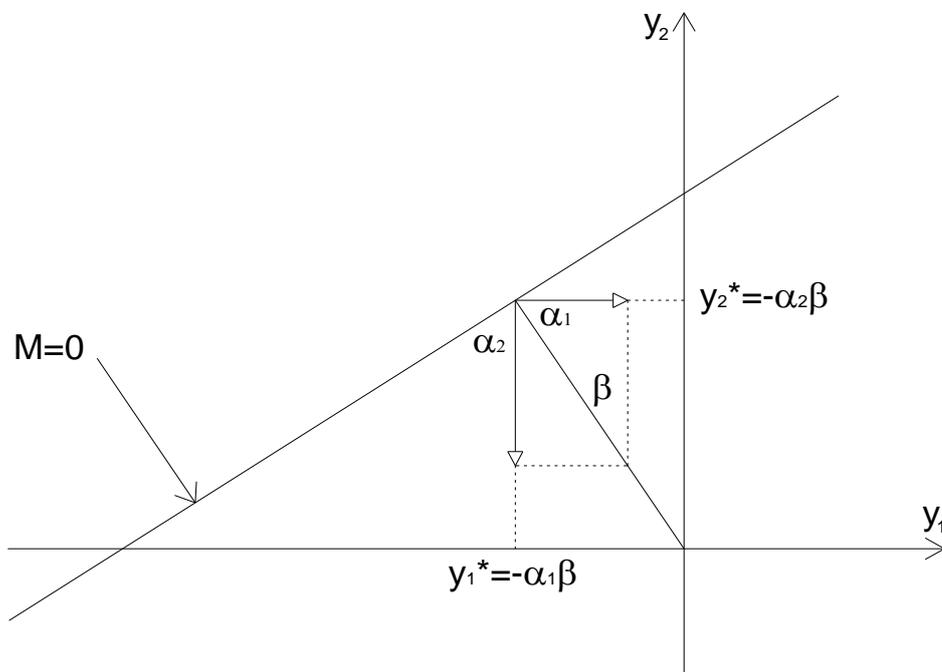


Figura 5.6 – Cossenos diretores no espaço normal padrão
Adaptado: De Lima e Sagrilo, (2010)

5.3.2.3 – Equação de estado limite não linear

Para equações de estado limite não lineares, o cálculo da probabilidade exata de segurança ou de falha, normalmente necessário, é mais difícil de ser realizado. Geralmente, as equações em problemas de confiabilidade estrutural são não lineares e nesses casos, a solução é dividida em duas etapas.

- 1) A primeira etapa será, segundo Hassofer e Lind, (1974) e Ditlevsen, (1979), encontrar a posição da superfície de falha (ou as coordenadas do ponto de projeto y^*) em relação à origem do plano normal padrão, determinando assim, a segurança ou confiabilidade do sistema. Note que a solução desse problema se trata de um processo de otimização, ou mais precisamente falando, de um processo de minimização com restrição;
- 2) A segunda etapa consiste de uma aproximação para a probabilidade de falha ou segurança, sendo essa feita no ponto de projeto y^* . Feito isso, o plano tangente à superfície de falha (ou hiper-plano) pode ser então utilizado como aproximação para a superfície de falha e assim, o índice de confiabilidade β procurado, pode ser calculado como no caso linear. Note que, se a superfície de falha não-linear exata for convexa para a origem, essa aproximação será insegura, por outro lado, se a superfície for côncava, a aproximação será insegura.

A Figura 5.7 ilustra essa situação para o caso de duas variáveis aleatórias.

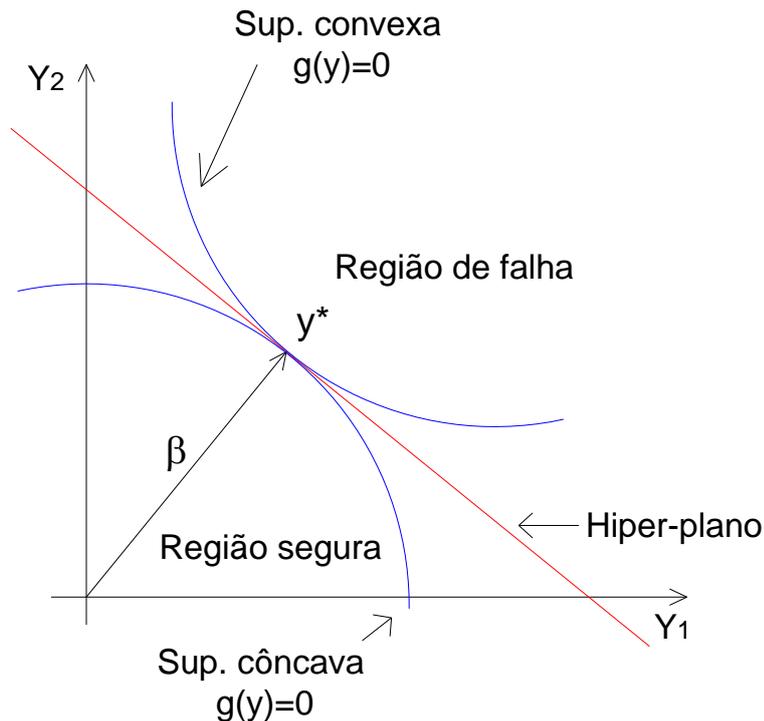


Figura 5.7 – Hiper-plano tangente à superfície de falha $g(y) = 0$ em y^*
Adaptado: Ang e Tang, (1984)

5.3.2.4 – Solução do problema de minimização restrita

O ponto de projeto pode ser encontrado a partir da solução do seguinte problema:

$$\begin{aligned} \text{minimizar : } & d = (y^T y)^{\frac{1}{2}} \\ \text{restrito por : } & g(y) = 0 \end{aligned} \quad (5.69)$$

Para resolver esse problema, o método dos multiplicadores de Lagrange pode ser utilizado. Seja:

$$L = d + \lambda g(y) = (y^T y)^{\frac{1}{2}} + \lambda g(y) \quad (5.70)$$

Minimizando L , obtêm-se o seguinte conjunto de $n+1$ equações com $n+1$ incógnitas:

$$\begin{aligned}\frac{\partial L}{\partial y} &= yd^{-1} + \lambda \nabla g(y) = 0 \\ \frac{\partial L}{\partial \lambda} &= g(y) = 0\end{aligned}\tag{5.71}$$

Resolvendo para y tem-se que:

$$y = -\lambda d \nabla g(y)\tag{5.72}$$

Lembrando que $d = (y^T y)^{\frac{1}{2}}$, o multiplicador de Lagrange fornece o ponto de mínimo ou ponto de projeto y^* .

$$\begin{aligned}d &= \left[(\lambda d \nabla g^T)(\lambda d \nabla g) \right]^{\frac{1}{2}} \\ d &= \left[\lambda^2 d^2 (\nabla g^T \nabla g) \right]^{\frac{1}{2}} = \lambda d (\nabla g^T \nabla g)^{\frac{1}{2}} \\ \lambda &= \pm (\nabla g^T \nabla g)^{-\frac{1}{2}} = \pm \|\nabla g\|^{-1}\end{aligned}\tag{5.73}$$

Substituindo λ em (5.72) tem-se que

$$\beta = d_{\min} = -\frac{\|\nabla g\|}{\nabla g} y^* = -\alpha^T y^*\tag{5.74}$$

ou

$$y^* = -\alpha^T \beta\tag{5.75}$$

A solução para o problema de busca pelo ponto de projeto, exposto acima, também pode ser feita por meio de algoritmos numéricos desenvolvidos especificamente para problemas de otimização. A escolha de determinado algoritmo é feita de acordo com alguns critérios, sendo o de maior importância a eficiência do mesmo, pois o número necessário de avaliações da equação de estado limite para a convergência é de extrema importância.

De acordo com Beck (2010), um algoritmo muito conhecido e utilizado é o de Hassofer, Lind, Rackwitz e Fiessler, ou *HLLRF*. Esse algoritmo, apesar de não apresentar garantias de convergência e não ser necessariamente eficiente para equações de estado

limite fortemente não-lineares, continua sendo muito utilizado nesse tipo de problema devido à sua simplicidade.

A fórmula recursiva desse algoritmo está baseada na aproximação de um ponto qualquer y à superfície $g(y) = 0$ e na perpendicularização entre o vetor Y e a superfície $g(y) = 0$.

De acordo com esse algoritmo, o processo iterativo é resumido pela seguinte expressão:

$$y_{k+1} = -\alpha_k \left[\beta_k + \frac{g(y_k)}{\|\nabla g(y_k)\|} \right] \quad (5.76)$$

O termo entre colchetes representa a nova aproximação do índice de confiabilidade, ou β_{k+1} e o processo começa ao se arbitrar um ponto inicial y_k qualquer, seguindo até atingir a convergência em y ou em β . Observe que essa expressão depende de α_k , de β_k , do gradiente $\nabla g(y_k)$ e do valor da função no ponto k , $g(y_k)$. Sendo α_k definido por:

$$\alpha_k = \frac{\nabla g(y_k)}{\|\nabla g(y_k)\|} \quad (5.77)$$

5.3.2.5 – Aproximação da equação de estado limite por um hiper-plano

Para resolver esse problema faz-se uso de uma série de Taylor, expandindo a equação de estado limite em torno de um ponto qualquer y' , limitada aos termos de primeira ordem.

$$g_{\text{apr}}(y) = g(y') + \sum_{i=1}^n \left. \frac{\partial g(y)}{\partial y_i} \right|_{y=y'} \cdot (y_i - y_i') \quad (5.78)$$

Utilizando o operador linear valor esperado $E[.]$, sabendo que $g_{\text{apr}}(y)$ é a equação de estado limite aproximada e admitindo que o ponto y' está posicionado sobre a superfície de falha, tem-se então que:

$$E[g_{\text{apr}}(y)] = E\left[g(y') - \sum_{i=1}^n \frac{\partial g(y)}{\partial y_i} \Big|_{y=y'} \cdot (y_i - y')\right] \quad (5.79)$$

$$E[g_{\text{apr}}(y)] = -\nabla g^T \cdot y'$$

Da mesma forma, ao se aplicar o operador $\text{Var}[\cdot]$ em $g_{\text{apr}}(y)$, lembrando que no espaço normal padrão o desvio-padrão das variáveis aleatórias é unitário, tem-se:

$$\text{Var}[g_{\text{apr}}(y)] = \sum_{i=1}^n \left(\frac{\partial g(y)}{\partial y_i} \Big|_{y=y'} \right)^2 \quad (5.80)$$

$$\text{Var}[g_{\text{apr}}(y)] = \nabla g^T \nabla g$$

Assim, de acordo com a Eq. (5.68), o índice de confiabilidade β , admitindo que y' seja igual y^* , será:

$$\beta = \frac{E[g_{\text{apr}}(y)]}{\left\{ \text{Var}[g_{\text{apr}}(y)] \right\}^{\frac{1}{2}}} = - \frac{\nabla g^T \cdot y^*}{\left(\nabla g^T \nabla g \right)^{\frac{1}{2}}} \quad (5.81)$$

$$\beta = - \frac{\nabla g^T \cdot y^*}{\|\nabla g\|} = -\alpha^T y^*$$

É importante citar que ao se linearizar a equação de estado limite no ponto de projeto, o erro de aproximação é minimizado, pois nessa região encontra-se o maior conteúdo probabilístico para a ocorrência de falha do sistema.

5.3.2.6 – Erro cometido pela aproximação linear

A aproximação linear de equações de estado limite não-lineares é equivalente a substituir uma superfície de falha n-dimensional por um plano tangente a esta superfície de falha no ponto de projeto y^* .

Na verdade, ao se fazer essa mudança, a fronteira entre o domínio de falha e o domínio de sobrevivência, que era representada por uma superfície multi-dimensional,

passa a ser descrita por uma superfície plana (hiper-plano) e, a probabilidade de falha P_f , que é calculada por uma integral de volume,

$$P_f = \int_{g(y)<0} \dots \int f_{Y_1, \dots, Y_n}(y_1, \dots, y_n) dy_1 \dots dy_n \quad (5.82)$$

passa a ter um domínio de integração “mascarado” devido à aproximação.

Outra informação a saber sobre essa aproximação, é que ela pode ser melhorada por generalizações polinomiais ao custo de complicações matemáticas e computacionais.

Deve-se ressaltar ainda que o método de primeira ordem não fornece estimativas do erro cometido com a linearização da equação de estado limite, no entanto, esse erro pode ser avaliado a partir da Figura 5.8. Também é importante comentar que a aproximação de primeira ordem é assintótica, ou seja, ela melhora à medida que β aumenta.

O hiper-plano pode ser descrito pela seguinte equação:

$$\sum_{i=1}^n (y_i - y_i^*) \left[\frac{\partial g(y_i)}{\partial y_i} \right]_{y_i=y_i^*} = 0 \quad (5.83)$$

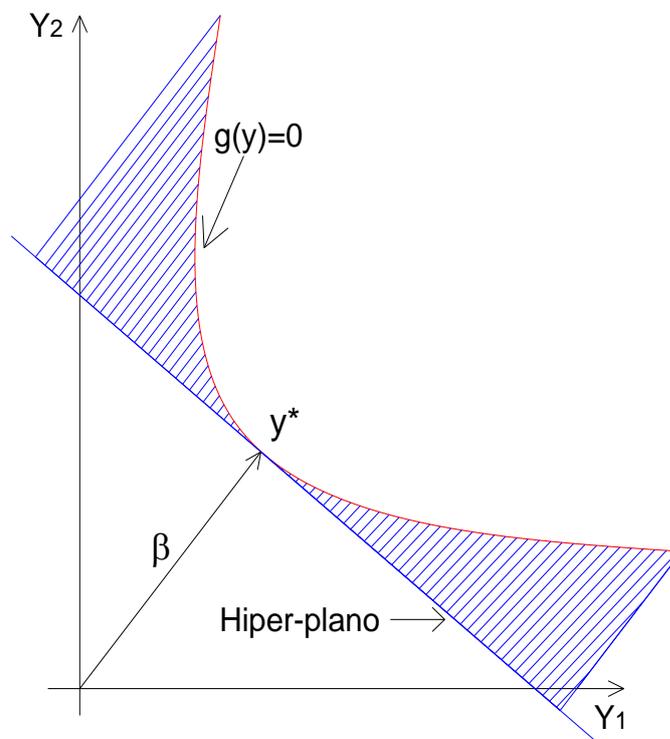


Figura 5.8 – Avaliação do erro cometido pela aproximação de primeira ordem
Adaptado: Beck, (2010)

5.3.3 – Método de confiabilidade de segundo momento – FOSM

5.3.3.1 – Algoritmo FOSM

O método de confiabilidade FOSM, pode ser resumido pelas etapas que seguem:

1. escolha do ponto inicial \mathbf{x}_k para $k = 0$ (usualmente o ponto médio);
2. avaliação das matrizes Jacobianas (\mathbf{J}_{yx} e \mathbf{J}_{xy}) e do vetor de médias \mathbf{M} ;
3. transformação do ponto \mathbf{x}_k de \mathbf{X} para \mathbf{Y} ;
4. avaliação de $g(\mathbf{x}_k)$;
5. cálculo do gradiente:
 - a. cálculo das derivadas parciais de $g(x)$ no espaço de projeto \mathbf{X} ;
 - b. transformação do gradiente para \mathbf{Y} ;
 - c. cálculo dos coeficientes de sensibilidade $\boldsymbol{\alpha}(\mathbf{y}_k)$.
6. cálculo do novo ponto y_{k+1} pelo algoritmo *HLLRF*;
7. transformação de y_{k+1} para \mathbf{X} ;
8. verificação do critério de convergência. Se:

$$1 + \left| \frac{\nabla g(\mathbf{y}_{k+1}) \mathbf{y}_{k+1}}{\|\nabla g(\mathbf{y}_{k+1})\| \|\mathbf{y}_{k+1}\|} \right| < \varepsilon \quad \text{e} \quad |g(\mathbf{y}_{k+1})| < \delta$$

o algoritmo é interrompido, caso contrário retorna-se ao item 4 com $k = k + 1$ até atingir a convergência.

9. ao final, avaliação do índice de confiabilidade no ponto de projeto:

$$\beta = \|\mathbf{y}^*\|.$$

É importante observar que o método de segundo momento FOSM é facilmente programável em computador, no entanto, para lidar com problemas reais de confiabilidade estrutural, um grande número n de variáveis aleatórias geralmente é envolvido, sendo necessárias abordagens do cálculo matricial.

Devido à maior dificuldade para a resolução de problemas via FOSM ser a transformação do espaço de projeto \mathbf{X} para o espaço normal padrão \mathbf{Y} , a equação de estado

limite do problema geralmente é formulada e avaliada no espaço de projeto \mathbf{X} , sendo apenas a busca pelo ponto de projeto y^* feita no espaço normal padrão \mathbf{Y} .

Conforme comentado, como o número n de variáveis aleatórias em problemas estruturais normalmente é grande, a transformação de Hassofer-Lind deve ser escrita de maneira matricial. Desse modo, introduzindo na análise um vetor de médias \mathbf{M} e uma matriz diagonal de desvios-padrão \mathbf{D} , tem-se que:

$$\mathbf{M}^T = \{\mu_{X_1}, \mu_{X_2}, \dots, \mu_{X_n}\}$$

$$\mathbf{D} = \begin{bmatrix} \sigma_{X_1} & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \sigma_{X_2} & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & \dots & \sigma_{X_n} \end{bmatrix} \quad \mathbf{D}^{-1} = \begin{bmatrix} 1/\sigma_{X_1} & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 1/\sigma_{X_2} & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & \dots & 1/\sigma_{X_n} \end{bmatrix}$$

Assim, a transformação resultará como:

$$\begin{aligned} y &= \mathbf{D}^{-1} \cdot \{x - \mathbf{M}\} \\ x &= \mathbf{D} \cdot y + \mathbf{M} \end{aligned} \quad (5.84)$$

No entanto, trabalhar com matrizes Jacobianas facilita essa transformação, desse forma:

$$\mathbf{J}_{yx} = \left[\frac{\partial y_i}{\partial x_j} \right]_{i=1, \dots, n; j=1, \dots, n} = \mathbf{D}^{-1}$$

$$\mathbf{J}_{xy} = \left[\frac{\partial x_i}{\partial y_j} \right]_{i=1, \dots, n; j=1, \dots, n} = \mathbf{D}$$

Pois, para variáveis aleatórias não-correlacionadas, as derivadas parciais resultam:

$$\frac{\partial y_i}{\partial x_j} = \begin{cases} 1/\sigma_{X_i} & \text{para } i = j \\ 0 & \text{para } i \neq j \end{cases}$$

$$\frac{\partial x_i}{\partial y_j} = \begin{cases} \sigma_{X_i} & \text{para } i = j \\ 0 & \text{para } i \neq j \end{cases}$$

Portanto, a transformação resulta em:

$$\begin{aligned} y &= \mathbf{J}_{yx} \cdot \{x - \mathbf{M}\} \\ x &= \mathbf{J}_{xy} \cdot y + \mathbf{M} \end{aligned} \quad (5.85)$$

Conforme explicado anteriormente, as equações de estado limite são escritas e os vetores gradiente são analisados no espaço de projeto \mathbf{X} , restando apenas a transformação do gradiente para o espaço normal padrão \mathbf{Y} fazendo o simples uso da regra da cadeia.

$$\begin{aligned} \nabla g(y) &= \left\{ \frac{\partial g}{\partial y_i} \right\}_{i=1, \dots, n} \\ \nabla g(y) &= \left\{ \sum_{i=1}^n \frac{\partial g}{\partial x_i} \frac{\partial x_i}{\partial y_j} \right\}_{j=1, \dots, n} \\ \nabla g(y) &= (\mathbf{J}_{xy})^T \nabla g(x) \end{aligned} \quad (5.86)$$

Ainda com relação ao algoritmo FOSM, é importante notar que no item 5 é necessária a verificação dos coeficientes de sensibilidade α_i . Esses fatores de sensibilidade traduzem a influência que as variáveis aleatórias Y_i têm sobre a probabilidade de falha P_f . Quando pequenos em relação à unidade ($\alpha_i^2 \approx 0$), demonstram que a variável X_i não apresenta influência significativa em P_f , podendo ser eliminada ou substituída por um valor determinístico.

É importante lembrar também que quanto menor o número de variáveis aleatórias no problema, melhor é a aproximação, ou seja, menor é o erro. Dessa forma esta informação permite reduzir a dimensão do problema, fazendo com que as respostas a serem encontradas sejam mais representativas.

$$\alpha|_{y=y^*} = \frac{\nabla g(y^*)}{\|\nabla g(y^*)\|} \quad (5.87)$$

5.3.4 – Método de confiabilidade de primeira ordem — FORM

Conforme os trabalhos de Beck, (2010) e Sagrilo e De Lima, (2010), no método de confiabilidade de primeira ordem, as variáveis aleatórias pertencentes ao espaço de projeto \mathbf{X} , cujas distribuições estatísticas de probabilidade são quaisquer (diferentes ou não da distribuição normal) dependentes entre si ou não, são transformadas, da mesma forma que no método FOSM, em variáveis aleatórias normais padrão estatisticamente independentes. A equação de estado limite $g(\mathbf{X})$ é reescrita em função das variáveis normais padrão \mathbf{Y} como $g(\mathbf{Y})$ e a superfície de falha $g(\mathbf{Y}) = 0$ é aproximada por um hiper-plano no ponto de projeto \mathbf{y}^* .

Como se pode observar, o FORM utiliza grande parte dos resultados apresentados para o FOSM e, além disso, envolve a construção de uma função de distribuição conjunta de probabilidades, $f_{\mathbf{X}}(\mathbf{x})$, bem como uma transformação dessa, como dito anteriormente, para o espaço normal padrão \mathbf{Y} , onde uma eliminação da correlação (caso exista) entre as variáveis e o cálculo de variáveis aleatórias normais equivalentes se fazem necessárias.

Idealmente, a construção dessa função seria feita por meio de observações ou registros simultâneos de todas as variáveis aleatórias envolvidas no problema, entretanto, como realizar essa tarefa é impossível, a construção dessa função conjunta se torna impraticável, sendo a descrição estatística das variáveis de projeto feita por meio de distribuições marginais $f_{\mathbf{X}_i}(\mathbf{x}_i)_{i=1,\dots,n}$ de cada variável e por meio de matrizes de correlação $\mathbf{R}_{\mathbf{X}}$ (caso exista) entre pares de variáveis.

Cabe ressaltar ainda que a transformação abordada nada mais é que um mapeamento que leva pontos do espaço de projeto \mathbf{X} para o espaço normal padrão \mathbf{Y} . Atualmente existem várias possibilidades para se realizar essa transformação de \mathbf{X} para \mathbf{Y} , porém, a metodologia mais adotada na teoria de confiabilidade baseia-se na transformação de variáveis normais correlacionadas em variáveis normais estatisticamente independentes. Esta transformação é conhecida como transformação de Nataf.

Vale observar que uma alternativa ao modelo de Nataf seria por meio da transformação de Rosenblatt, que envolve distribuições de probabilidade condicionais dificilmente conhecidas. Dessa forma, essa alternativa se mostra inviável sendo aqui apresentada apenas por caráter teórico.

Sendo assim, de acordo com o que foi exposto acima, é possível observar que antes de fazer uso do modelo de Nataf, é necessário realizar uma mudança do modelo analítico utilizado como representação dos fenômenos aleatórios envolvidos na análise de

confiabilidade. Essa mudança é feita pelo princípio da aproximação normal e será apresentada a seguir.

5.3.4.1 – Distribuições normais equivalentes

Seja uma variável aleatória X , cuja distribuição estatística de probabilidades não é normal, existe uma transformação em que uma distribuição normal equivalente, em um determinado ponto x_i^* , pode ser obtida ao se igualar as funções de probabilidade acumulada e de densidade de probabilidade de uma normal e da distribuição real de X no referido ponto. Essas grandezas são calculadas por meio da resolução do seguinte sistema de equações:

$$\begin{aligned} F_{X_i}^{\text{neq}}(x_i^*) &= F_{X_i}(x_i^*) \\ f_{X_i}^{\text{neq}}(x_i^*) &= f_{X_i}(x_i^*) \end{aligned} \quad (5.88)$$

Esse sistema depois de resolvido retorna os dois únicos parâmetros da distribuição normal equivalente (que também são seus momentos de primeira e segunda ordem), a média $\mu_{X_i}^{\text{neq}}$ e o desvio-padrão $\sigma_{X_i}^{\text{neq}}$.

Para a resolução desse sistema, mais uma vez será utilizada a transformação de Hasofer-Lind para a obtenção de um conjunto de variáveis $\mathbf{Z} = \{Z_1, Z_2, \dots, Z_n\}$ com distribuições marginais normais padrão, mas possivelmente correlacionadas.

$$Z_i^* = \frac{x_i^* - \mu_{X_i}^{\text{neq}}}{\sigma_{X_i}^{\text{neq}}} \quad (5.89)$$

Escrevendo as equações do sistema em função de z_i^* , tem-se que;

$$F_{X_i}(x_i^*) = \Phi\left(\frac{x_i^* - \mu_{X_i}^{\text{neq}}}{\sigma_{X_i}^{\text{neq}}}\right) = \Phi(z_i^*) \quad (5.90)$$

$$f_{X_i}(x_i^*) = \frac{1}{\sigma_{X_i}^{\text{neq}} \sqrt{2\pi}} \exp \left[-\frac{1}{2} \left(\frac{x_i^* - \mu_{X_i}^{\text{neq}}}{\sigma_{X_i}^{\text{neq}}} \right)^2 \right] = \frac{\phi(z_i^*)}{\sigma_{X_i}^{\text{neq}}} \quad (5.91)$$

onde, $\Phi(\cdot)$ e $\phi(\cdot)$ correspondem, respectivamente, às funções de probabilidade acumulada e densidade de probabilidade normal padrão.

Resolvendo a Equação 5.90 para z_i^* , tem-se que:

$$z_i^* = \Phi^{-1} \left[F_{X_i}(x_i^*) \right] \quad (5.92)$$

Assim, as expressões para os momentos de primeira e segunda ordem, média e desvio-padrão, da distribuição normal equivalente são:

$$\sigma_{X_i}^{\text{neq}} = \frac{\phi(z_i^*)}{f_{X_i}(x_i^*)} \quad (5.93)$$

$$\mu_{X_i}^{\text{neq}} = x_i^* - z_i^* \sigma_{X_i}^{\text{neq}} \quad (5.94)$$

Note que essa transformação é realizada para cada uma das distribuições marginais envolvidas na análise de confiabilidade, e só é válida para um ponto x^* , dessa forma, a transformação deve ser refeita à medida que o algoritmo de busca avança e o ponto x^* muda.

Novamente, sabendo que os problemas de engenharia normalmente envolvem um grande número n de variáveis aleatórias, a transformação de \mathbf{X} para \mathbf{Z} ou \mathbf{Z} para \mathbf{X} deve ser também escrita matricialmente, onde, a partir de um vetor de médias normais equivalentes \mathbf{M}^{neq} e uma matriz de desvios-padrão normais equivalente \mathbf{D}^{neq} , essa transformação resulta em:

$$\begin{aligned} \mathbf{z} &= \mathbf{J}_{\mathbf{zx}} \cdot \{ \mathbf{x} - \mathbf{M}^{\text{neq}} \} \\ \mathbf{x} &= \mathbf{J}_{\mathbf{xz}} \cdot \mathbf{z} + \mathbf{M}^{\text{neq}} \end{aligned} \quad (5.95)$$

onde

$$\mathbf{M}^{\text{neq}} = \{ \mu_{X_1}^{\text{neq}}, \mu_{X_2}^{\text{neq}}, \dots, \mu_{X_n}^{\text{neq}} \}$$

$$\mathbf{D}^{\text{neq}} = \begin{bmatrix} \sigma_{X_1}^{\text{neq}} & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \sigma_{X_2}^{\text{neq}} & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & \dots & \sigma_{X_n}^{\text{neq}} \end{bmatrix} \quad (\mathbf{D}^{\text{neq}})^{-1} = \begin{bmatrix} 1/\sigma_{X_1}^{\text{neq}} & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 1/\sigma_{X_2}^{\text{neq}} & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & \dots & 1/\sigma_{X_n}^{\text{neq}} \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{J}_{\mathbf{z}\mathbf{x}} = (\mathbf{D}^{\text{neq}})^{-1}$$

$$\mathbf{J}_{\mathbf{x}\mathbf{z}} = \mathbf{D}^{\text{neq}}$$

5.3.4.2 – Modelo de Nataf

Por meio do uso de distribuições normais equivalentes, foram obtidas variáveis aleatórias com distribuições estatísticas de probabilidade normal padrão multi-variadas formando assim um conjunto \mathbf{Z} de variáveis. Essas variáveis, cujas médias são nulas e os desvios-padrão são unitários, estão possivelmente correlacionadas e essa informação deve ser inserida na análise de confiabilidade.

Dessa forma, uma maneira de impor a correlação “existente” na distribuição conjunta de probabilidades $f_{\mathbf{z}}(\mathbf{z})$, é fazer uso do modelo de Nataf. Essa ferramenta é responsável por construir, de maneira aproximada, uma função conjunta de densidade de probabilidades $f_{\mathbf{x}}(\mathbf{x})$ a partir de $f_{\mathbf{z}}(\mathbf{z})$, utilizando como recurso uma matriz de correlação equivalente, $\mathbf{R}_{\mathbf{z}}$.

$$f_{\mathbf{z}}(\mathbf{z}) = \phi_n(\mathbf{z}, \mathbf{R}_{\mathbf{z}}) \quad (5.96)$$

$$f_{\mathbf{x}}(\mathbf{x}) = \phi_n(\mathbf{z}, \mathbf{R}_{\mathbf{z}}) \frac{f_{X_1}(\mathbf{x}_1) f_{X_2}(\mathbf{x}_2) \dots f_{X_n}(\mathbf{x}_n)}{\phi(\mathbf{z}_1) \phi(\mathbf{z}_2) \dots \phi(\mathbf{z}_n)} \quad (5.97)$$

Note que a matriz de correlação $\mathbf{R}_{\mathbf{z}}$ impõe uma tendência de comportamento conjunto por meio da distribuição normal padrão multi-variada.

Uma maneira simplificada de apresentar a utilização do modelo de Nataf é feita considerando-se apenas duas variáveis aleatórias não-normais X_i e X_j e a correlação

existente entre elas $\rho_{X_{ij}}$. Fazendo uso da expressão do coeficiente de correlação, da definição de covariância e do modelo de Nataf, tem-se que:

$$\rho_{X_{ij}} = \frac{\text{Cov}[X_i, X_j]}{\sigma_{X_i} \sigma_{X_j}} = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{(x_i - \mu_{X_i})(x_j - \mu_{X_j})}{\sigma_{X_i} \sigma_{X_j}} f_{X_i X_j}(x_i, x_j) dx_i dx_j \quad (5.98)$$

$$\rho_{X_{ij}} = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} z_i z_j \phi(z_i, z_j, \rho_{Z_{ij}}) dz_i dz_j$$

A expressão acima só é válida quando o mapeamento feito pela Equação 5.92 é único (um-para-um), o que será sempre verdadeiro se $F_{X_i}(x_i)$ for contínua e crescente e, se o valor de $\rho_{Z_{ij}}$ estiver entre -1 e +1.

Como avaliar o coeficiente ρ_Z por meio dessa expressão pode ser demorado, pois abordam técnicas iterativas, uma maneira recursiva é fazer uso de equações analíticas que fornecem uma relação r para várias combinações de distribuições estatísticas de probabilidade. Geralmente, o valor de r gira em torno de $0,9 \leq r \leq 1,1$ e dessa forma é possível aproximar ρ_Z por ρ_X por meio de:

$$r_{ij} = \frac{\rho_{Z_{ij}}}{\rho_{X_{ij}}} \quad (5.99)$$

5.3.4.3 – Técnicas de eliminação da correlação entre variáveis aleatórias

A utilização de distribuições normais equivalentes e do modelo de Nataf permite que um conjunto de variáveis aleatórias \mathbf{Z} correlacionadas seja obtido. Para que essas variáveis, agora descritas por distribuições normais padrão multi-variada $f_{\mathbf{Z}}(\mathbf{z})$, possam aproveitar a propriedades simétricas do espaço normal padrão a correlação entre elas deve ser eliminada. Para tanto, é necessária uma transformação linear que seja capaz de realizar essas tarefa e com esse intuito duas ferramentas podem ser utilizadas:

1. fatoração da matriz de correlação por decomposição de Cholesky;
2. decomposição ortogonal da matriz de correlação.

As transformações via fatoração de Cholesky ou decomposição ortogonal, mesmo utilizando caminhos distintos, são equivalentes e conduzem a resultados semelhantes. No entanto, quando a matriz de correlação é não cheia (caso típico) a transformação de Cholesky é mais eficiente do que a decomposição ortogonal, por outro lado, quando a matriz de correlação é cheia (determinante próximo de zero) a decomposição ortogonal se mostra mais adequada.

No presente trabalho, essas transformações não serão apresentadas, pois suas formulações são muito extensas e trabalhosas, podendo ser consultadas no trabalho de Beck (2010).

5.3.4.4 – Transformação composta $X \rightarrow Z \rightarrow Y$

Para combinar as transformações do espaço de projeto X para o espaço normal padrão equivalente Z e do espaço Z para o espaço normal padrão Y , deve-se utilizar a seguinte relação entre matrizes Jacobianas:

$$\mathbf{J}_{yx} = \left[\frac{\partial y_i}{\partial x_k} \right] = \left[\frac{\partial y_i}{\partial z_j} \frac{\partial z_j}{\partial x_k} \right] = \mathbf{J}_{yz} \mathbf{J}_{zx}$$

$$\mathbf{J}_{xy} = \left[\frac{\partial x_i}{\partial y_k} \right] = \left[\frac{\partial x_i}{\partial z_j} \frac{\partial z_j}{\partial y_k} \right] = \mathbf{J}_{xz} \mathbf{J}_{zy}$$

onde \mathbf{J}_{yz} e \mathbf{J}_{zy} são obtidas utilizando decomposição ortogonal ou fatoração de Cholesky caso as variáveis possuam correlação aos pares entre si e, \mathbf{J}_{xz} e \mathbf{J}_{zx} são as matrizes diagonais de desvios-padrão normais equivalentes (\mathbf{D}^{neq}) e sua inversa $(\mathbf{D}^{neq})^{-1}$, respectivamente. Vale observar que as matrizes \mathbf{R}_z , \mathbf{J}_{yz} e \mathbf{J}_{zy} só precisam ser determinadas uma vez, no início do processo iterativo, já as matrizes \mathbf{J}_{zx} , \mathbf{J}_{xz} , \mathbf{J}_{yx} e \mathbf{J}_{xy} devem ser atualizadas a cada iteração.

Desse modo, a transformação resultante é:

$$\begin{aligned}
 y &= \mathbf{J}_{yx} \cdot \{x - \mathbf{M}^{\text{neq}}\} \\
 x &= \mathbf{J}_{xy} \cdot y + \mathbf{M}^{\text{neq}}
 \end{aligned}
 \tag{5.100}$$

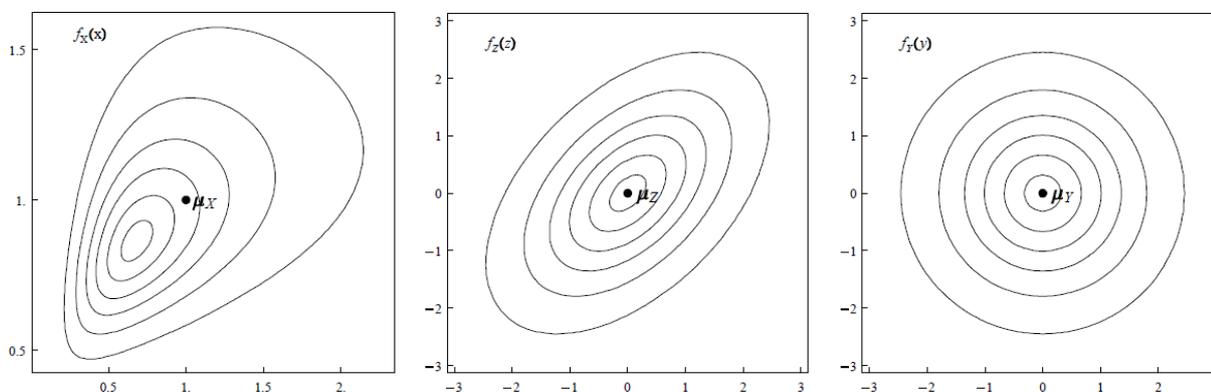


Figura 5.9 – Transformação composta $\mathbf{X} \rightarrow \mathbf{Z} \rightarrow \mathbf{Y}$
 Fonte: Beck, (2010)

5.3.4.5 – Algoritmo FORM

A solução de problemas de confiabilidade independentes do tempo via FORM consiste nas seguintes etapas:

1. determinação dos coeficientes de correlação equivalentes, e das matrizes Jacobianas \mathbf{J}_{yz} e \mathbf{J}_{zy} ;
2. escolha do ponto inicial x_k para $k = 0$ (normalmente o ponto médio);
3. determinação dos parâmetros das distribuições normais equivalentes no ponto x_k (vetor \mathbf{M}^{neq} e matriz \mathbf{D}^{neq});
4. atualização das matrizes Jacobianas \mathbf{J}_{yx} e \mathbf{J}_{xy} ;
5. transformação do ponto x_k de \mathbf{X} para \mathbf{Y} ;
6. avaliação de $g(x_k)$;
7. cálculo do gradiente:
 - a. cálculo das derivadas parciais de $g(x)$ no espaço de projeto \mathbf{X} ;
 - b. transformação do gradiente para \mathbf{Y} ;
 - c. cálculo dos coeficientes de sensibilidade $\alpha(y_k)$.

8. cálculo do novo ponto y_{k+1} pelo algoritmo *HLRF* ou outro;
9. transformação de y_{k+1} para \mathbf{X} ;
10. verificação do critério de convergência. Se:

$$1 + \frac{\left| \nabla g(y_{k+1}) y_{k+1} \right|}{\left\| \nabla g(y_{k+1}) \right\| \left\| y_{k+1} \right\|} < \varepsilon \quad \text{e} \quad \left| g(y_{k+1}) \right| < \delta$$

o algoritmo é interrompido, caso contrário retorna-se ao item 4 com $k = k + 1$ até atingir a convergência.

11. ao final, avaliação do índice de confiabilidade no ponto de projeto:

$$\beta = \left\| y^* \right\|$$

5.3.5 – Análise de confiabilidade em ligações parafusadas

O exemplo de cálculo apresentado a seguir trata da verificação do nível de confiabilidade de uma ligação parafusada em cantoneira de aço formada a frio, sujeita à ruptura da seção líquida, de acordo com modelos analíticos de previsão da ABNT NBR 14762:2010.

Segundo essa especificação de projeto, a condição essencial de segurança referente aos estados limites últimos é expressa pela seguinte desigualdade:

$$\Theta(S_d, R_d) \geq 0 \tag{5.101}$$

onde,

S_d representa os valores de cálculo dos esforços atuantes (em alguns casos específicos, das tensões atuantes), obtidos com base nas combinações últimas de ações;

R_d representa os valores de cálculo dos correspondentes esforços resistentes (em alguns casos específicos, das tensões resistentes), conforme o tipo de situação.

Sendo assim, para que as análises de confiabilidade fossem realizadas, considerou-se como base de cálculo a resistência teórica nominal (R_n), admitindo-se que essa seja representativa da verdadeira resistência das ligações.

Variáveis aleatórias como resistência à ruptura do metal base (f_u), erro de modelo (M_e), em conjunto com as variáveis aleatórias de solitação, ação permanente D e ação variável L, bem como suas incertezas foram consideradas na análise a partir da seguinte expressão:

$$\frac{1}{\gamma} R_n \geq \gamma_g D_n + \gamma_q L_n \quad (5.102)$$

em que,

γ é o coeficiente parcial de segurança que pondera a resistência;

γ_g é o coeficiente parcial de segurança que pondera as ações permanentes;

γ_q é o coeficiente parcial de segurança que pondera as ações variáveis;

γ_g ou γ_q representam o produto $\gamma_{f1}\gamma_{f3}^3$, que são tidos como valores base para a verificação dos estados limites últimos;

D_n e L_n são os valores nominais das ações permanentes e variáveis, respectivamente.

Para que a análise de confiabilidade fosse representativa, a Equação 5.102 foi resolvida para uma razão de carregamento pré-definida..

$$\frac{L_n}{D_n} = 1,50 \quad (5.103)$$

Desse modo, a equação de estado limite utilizada na análise de confiabilidade, para esse exemplo de cálculo, foi:

$$g(X) = R(X_1) \cdot X_2 - X_3 - X_4 \quad (5.104)$$

sendo,

R a equação (modelo) de resistência da ligação, dada pela Equação 3.2;

³ γ_{f1} é a parcela do coeficiente de ponderação das ações γ_f , que considera a variabilidade das ações;

γ_{f2} é a parcela do coeficiente de ponderação das ações γ_f , que considera a simultaneidade de atuação das ações;

γ_{f3} é a parcela do coeficiente de ponderação das ações γ_f , que considera os possíveis erros de avaliação dos efeitos das ações, seja por problemas construtivos, seja por deficiência do método de cálculo empregado, de valor igual ou superior a 1,10.

- X_1 a resistência à ruptura do metal-base (f_u);
 X_2 a variável aleatória erro de modelo (M_e);
 X_3 a variável aleatória ação permanente (D);
 X_4 a variável aleatória ação variável (L).

Tabela 5.2 – Resumo dos dados estatísticos de resistência
 Fonte: Ellingwood e Galambos, (1982)

Descrição - Aço estrutural	\bar{R}/R_n	c.v.	Distribuição de probabilidades
elementos tracionados	1,05	0,11	Lognormal
viga compacta, momento uniforme (cálculo plástico)	1,07	0,13	Lognormal
viga coluna (cálculo plástico)	1,07	0,15	Lognormal

\bar{R} é o valor médio da resistência
 R_n é o valor nominal da resistência
 c.v. é o coeficiente de variação da resistência

Tabela 5.3 – Resumo dos dados estatísticos das ações
 Fonte: Ellingwood e Galambos, (1982)

Ações	\bar{S}/S_n	c.v.	Distribuição de probabilidades
D (permanente)	1,05	0,10	Normal
L (variável)	1,00	0,25	Gumbel Max

\bar{S} é o valor médio da solicitação
 S_n é o valor nominal da solicitação
 c.v. é o coeficiente de variação da solicitação

Dessa forma, utilizando os coeficientes parciais de segurança estabelecidos pela ABNT NBR 14762:2010, $\gamma = 1,65$ (coeficiente de ponderação da resistência); $\gamma_g = 1,25$ (peso próprio de estruturas metálicas) e $\gamma_q = 1,50$ (demais ações variáveis, incluindo as decorrentes do uso e ocupação):

$$\frac{1}{1,65}R_n \geq 1,25D_n + 1,50L_n \quad (5.105)$$

Ao utilizar a razão de carregamento adotada, obtivemos que:

$$L_n = 1,50D_n \quad (5.106)$$

logo,

$$\frac{1,00}{1,65}R_n \geq 1,25D_n + 1,50 \cdot (1,50D_n)$$

$$\frac{1,00}{1,65}R_n \geq 1,25D_n + 2,25D_n$$

assim,

$$\frac{1,00}{1,65}R_n \geq 3,50D_n \quad (5.107)$$

De acordo com a ABNT NBR 14762:2010, no estado limite último, a força resistente de cálculo para previsão da ruptura da seção líquida em cantoneiras de aço formadas a frio, para o caso de ligações parafusadas, é:

$$\frac{1}{\gamma}R_n(X_1) = N_{t,Rd} = C_t A_n \frac{f_u}{\gamma} \quad (\gamma = 1,65) \quad (5.108)$$

$$C_t = 1,0 - 1,2 \left(\frac{x}{L} \right) \leq 0,9 \quad (\text{porém não menor que } 0,4) \quad (5.109)$$

Note que o coeficiente parcial de segurança γ , correspondente à força resistente de cálculo, é elevado, o que dá indícios de que esse estado limite último costuma ser crítico no dimensionamento e também que o índice de confiabilidade dessa ligação é baixo.

Desse modo, utilizando a ligação **LI1D1-1**, nomenclatura adotada por Maiola (2004) e apresentada no Capítulo 4, que representa uma cantoneira de abas iguais com quatro seções de parafusos, contendo apenas um parafuso por seção e espessura de 1,55mm, temos que a resistência por ela fornecida foi:

$$L \ 50,00 \times 1,55 \text{mm}$$

$$L = 11,110 \text{cm} \quad A_n = 1,249 \text{cm}^2$$

$$x = 1,326 \text{cm} \quad f_u = 46,80 \text{kN/cm}^2$$

$$C_t = 0,8567 \rightarrow N_{t,Rd} = 30,339 \text{kN}$$

Em que L , x , A_n , f_u , C_t e $N_{t,Rd}$ estão definidos no Capítulo 3.

Com esses dados, foi possível reconstruir as variáveis D_n e L_n por meio das Eqs. (5.106 e 5.107), e resumidamente temos que:

$$\begin{cases} R_n = 50,06\text{kN} \\ D_n = 8,67\text{kN} \\ L_n = 13,00\text{kN} \end{cases}$$

Com esses valores, reconstruiu-se as estatísticas das variáveis aleatórias D e L , segundo os dados da Tabela 5.3.

Assim, a realização da análise de confiabilidade por meio da equação de estado limite (5.104), tomando os coeficientes parciais de segurança como unitários, e, obviamente, a força resistente considerada como variável aleatória, pôde então ser realizada no estado limite abaixo:

$$g(\mathbf{X}) = X_1 X_2 - X_3 - X_4 = 0 \quad (5.110)$$

Cabe ressaltar que, a título de comparação, primeiramente foi realizada uma análise de confiabilidade via FOSM (Método de Primeira Ordem e Segundo Momento) para que, após efetuada a análise utilizando o FORM (Método de Confiabilidade de Primeira Ordem), fosse possível confrontar os resultados e então observar as possíveis divergências.

5.3.5.1 – Análise via FOSM

Lembrando que esse método aproxima a equação de estado limite por uma função linear, e a informação estatística para a construção de $f_{\mathbf{x}}(\mathbf{x})$ se limita aos momentos de até segunda ordem (média e desvio-padrão), o que é equivalente assumir as variáveis aleatórias normalmente distribuídas (ELLINGWOOD e GALAMBOS, 1982), pôde-se reconstruir a estatística das variáveis aleatórias presentes nesse problema da seguinte maneira.

Fazendo uso das tabelas resumo de dados estatísticos de resistência e ações de Ellingwood e Galambos (1982), e também dos resultados nominais das variáveis do problema, temos o conjunto de informações que seguem.

Cabe observar nessa etapa que as estatísticas para a variável aleatória erro de modelo (M_e) foram obtidas por meio do procedimento descrito no item que trata de fenômenos aleatórios e modelos analíticos de fenômenos aleatórios (item 5.2.4), sendo que as informações obtidas são mostradas na Tabela 5.4 a seguir.

Tabela 5.4 – Dados estatísticos do erro de modelo (M_e)

Dados estatísticos do Erro de Modelo (M_e) – ABNT NBR 14762:2010			
Cantoneiras	Distribuição Estatística		Modo de ruína
Tipo 1	Frechet Max (tipo II)		RSL
cantoneira de abas iguais conectada apenas por uma aba	μ	c.v.	Ruptura da Seção Líquida
	1,07010	0,24086	

$$\bar{R} = \frac{R_n}{1,05} = \frac{50,06\text{kN}}{1,05} = 47,68\text{kN}$$

$$\bar{M}_e = 1,07 \quad (\text{adimensional})$$

$$\bar{L} = \frac{L_n}{1,00} = 13,00\text{kN}$$

$$\bar{D} = \frac{D_n}{1,05} = \frac{8,67\text{kN}}{1,05} = 8,26\text{kN}$$

Tabela 5.5 – Variáveis aleatórias do problema e seus parâmetros

Variável	Parâmetros
X_1	$N \sim (47,68; 5,24)$
X_2	$N \sim (1,07; 0,24)$
X_3	$N \sim (8,26; 0,83)$
X_4	$N \sim (13,00; 3,25)$

Após os resultados acima terem sido obtidos, foi possível realizar o cálculo do índice de confiabilidade β e posteriormente a probabilidade de falha P_f da ligação.

Cálculo dos índices de confiabilidade β

Antes de fazer uso do método de confiabilidade FOSM foi feita uma aproximação dos momentos das variáveis aleatórias (X_1, X_2, X_3 e X_4), presentes na equação de estado limite que rege o problema em questão (Equação 5.109). Essa aproximação de primeira ordem no ponto médio foi feita para que, ao término do processo iterativo utilizando os algoritmos FOSM e HLRF, fosse possível fazer uma comparação dos índices de confiabilidade.

Essa aproximação dos momentos é dita de primeira ordem, porque a equação $g(\mathbf{X})$ é expandida em série de Taylor em torno do ponto médio de cada uma das variáveis X_i do problema, obtendo-se:

$$g(\mathbf{X}) = g(\mu_{X_1}, \mu_{X_2}, \dots, \mu_{X_n}) + \sum_{i=1}^n (X_i - \mu_{X_i}) \frac{\partial g}{\partial X_i} + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n (X_i - \mu_{X_i})(X_j - \mu_{X_j}) \frac{\partial^2 g}{\partial X_i \partial X_j} + \dots$$

Truncando a série no termo de primeira ordem e utilizando as propriedades do operador linear valor esperado $E[.]$, temos que:

$$E[g(\mathbf{X})] \approx g(\mu_{X_1}, \mu_{X_2}, \dots, \mu_{X_n}) \quad (5.111)$$

A equação acima mostra que, de maneira aproximada, a média de $g(\mathbf{X})$ é igual à $g(\mathbf{X})$ aplicada nas médias das variáveis de projeto.

De maneira análoga e utilizando as propriedades do operador variância $\text{Var}[.]$ obtém-se:

$$\text{Var}[g(\mathbf{X})] = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \text{Cov}[X_i, X_j] \frac{\partial g}{\partial X_i} \frac{\partial g}{\partial X_j} \quad (5.112)$$

Lembrando que;

$$\beta = \frac{E[g(\mathbf{X})]}{\sqrt{\text{Var}[g(\mathbf{X})]}}$$

então:

$$\beta = \frac{g(\mathbf{M})}{\sqrt{\nabla g^T \cdot \mathbf{D}^2 \cdot \nabla g}} \quad (5.113)$$

onde, \mathbf{M} é o vetor de médias, \mathbf{D} é a matriz de desvios-padrão das variáveis aleatórias e $\nabla[.]$ é o operador gradiente.

Assim, para o problema em questão temos:

$$\mathbf{M}^T = \{\mu_{X_1}, \mu_{X_2}, \mu_{X_3}, \mu_{X_4}\} = \{47,68; 1,07; 8,26; 13,00\}$$

$$\mathbf{D} = \begin{bmatrix} \sigma_{X_1} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_{X_2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_{X_3} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \sigma_{X_4} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5,24 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0,24 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0,83 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 3,25 \end{bmatrix}$$

$$\nabla g(\mathbf{X})^T = \left\{ \frac{\partial g}{\partial X_1}, \frac{\partial g}{\partial X_2}, \frac{\partial g}{\partial X_3}, \frac{\partial g}{\partial X_4} \right\} = \{X_2, X_1, -1, -1\}$$

Logo,

$$\beta = \frac{E[g(\mathbf{X})]}{\sqrt{\text{Var}[g(\mathbf{X})]}} = \frac{g(\mathbf{M})}{\sqrt{\nabla g^T \cdot \mathbf{D}^2 \cdot \nabla g}} = \frac{\mu_{X_1} \mu_{X_2} - \mu_{X_3} - \mu_{X_4}}{\sqrt{\nabla g^T \cdot \mathbf{D}^2 \cdot \nabla g}}$$

o que nesse caso, ao aplicar o gradiente no ponto médio, será:

$$\nabla g^T \cdot \mathbf{D}^2 \cdot \nabla g = \left\{ \mu_{X_2}, \mu_{X_1}, -1, -1 \right\} \begin{bmatrix} \sigma_{X_1}^2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_{X_2}^2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_{X_3}^2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \sigma_{X_4}^2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \mu_{X_1} \\ \mu_{X_2} \\ -1 \\ -1 \end{Bmatrix}$$

$$\beta = \frac{\mu_{X_1} \mu_{X_2} - \mu_{X_3} - \mu_{X_4}}{\sqrt{\mu_{X_2}^2 \sigma_{X_1}^2 + \mu_{X_1}^2 \sigma_{X_2}^2 + \sigma_{X_3}^2 + \sigma_{X_4}^2}}$$

Substituindo valores,

$$\beta = \frac{47,68 \cdot 1,07 - 8,26 - 13,00}{\sqrt{1,07^2 \cdot 5,24^2 + 47,68^2 \cdot 0,24^2 + 0,83^2 + 3,25^2}}$$

$$\beta \cong 2,12355$$

Por enquanto esse valor será deixado de lado, para que a análise de confiabilidade via FOSM seja apresentada, posteriormente ele será comparado com a resposta obtida a seguir.

Solução via algoritmo FOSM

Por meio da transformação de Hassofer-Lind matricial tem-se que;

$$\mathbf{x} = \mathbf{J}_{xy} \cdot \mathbf{y} + \mathbf{M}$$

lembrando que \mathbf{J}_{xy} é uma matriz Jacobiana.

Dessa forma,

$$\mathbf{J}_{xy} = \mathbf{D} = \begin{bmatrix} 5,24 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0,26 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0,83 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 3,25 \end{bmatrix}$$

Assim,

$$\begin{Bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} 5,24 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0,26 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0,83 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 3,25 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ y_3 \\ y_4 \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} 47,68 \\ 1,07 \\ 8,26 \\ 13,00 \end{Bmatrix}$$

$$\begin{Bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 5,24y_1 + 47,68 \\ 0,26y_2 + 1,07 \\ 0,83y_3 + 8,26 \\ 3,25y_4 + 13,00 \end{Bmatrix}$$

Com os valores de x em função de y , podemos agora calcular $g(y)$ e seu gradiente.

$$g(x) = x_1 x_2 - x_3 - x_4$$

$$g(y) = (5,24y_1 + 47,68)(0,26y_2 + 1,07) - (0,83y_3 + 8,26) - (3,25y_4 + 13,00)$$

$$g(y) = 1,3624y_1 y_2 + 5,6068y_1 + 12,3968y_2 - 0,83y_3 - 3,25y_4 - 13,00$$

$$\nabla g(y) = \{1,3624y_2 + 5,6068; 1,3624y_1 + 12,3968; -0,83; -3,25\}$$

Cálculo Iterativo

O processo iterativo geralmente começa com $k=0$ para x_k e usualmente é tomado como ponto inicial o ponto médio, ou seja, $x_0 = \mathbf{M}$.

k = 0

$$x_0 = \mathbf{M}^T = \{47,68; 1,07; 8,26; 13,00\}$$

$$y_0 = \{0, 0, 0, 0\} \quad (\text{origem do espaço normal padrão})$$

$$\beta_0 = 0, \text{ pois por definição } \beta = \|y^*\|$$

$$g(x_0) = g(y_0) = 47,68 \cdot 1,07 - 8,26 - 13,00 = 29,7576$$

A igualdade acima ocorre, porque a transformação de variáveis ainda não foi feita.

$$\nabla g(y_0)^T = \{5,6068; 12,3968, -0,83; -3,25\}$$

$$\|\nabla g(y_0)\| = \sqrt{5,6068^2 + 12,3968^2 + (-0,83)^2 + (-3,25)^2} = 14,0131$$

$$\alpha_0 = \frac{\nabla g(y_0)}{\|\nabla g(y_0)\|} = \frac{\{5,6068; 12,3968; -0,83; -3,25\}}{14,0131}$$

$$\alpha_0 = \{0,4001; 0,8846; -0,0592; -0,2319\}$$

$$y_{k+1} = -\alpha_k \left[\beta_{k+1} + \frac{g(y_k)}{\|\nabla g(y_k)\|} \right] \quad (\text{algoritmo HLRF})$$

$$y_1 = (-0,4001; -0,8846; 0,0592; 0,2319) \left[0 + \frac{29,7576}{14,0131} \right]$$

$$y_1 = \{-0,8496; -1,8785; 0,1257; 0,4924\}$$

$$\boxed{\mathbf{k} = 1}$$

$$y_1 = \{-0,8496; -1,8785; 0,1257; 0,4924\}$$

$$\beta_1 = \|y_1\| = 2,12355$$

Cabe aqui observar que, após a primeira iteração, o valor do índice de confiabilidade β encontrado possui exatamente o mesmo valor daquele β calculado via aproximação de primeira ordem.

Isso ocorre porque se utiliza como ponto de partida para o algoritmo FOSM o ponto médio \mathbf{M} e também porque as transformações de variáveis ainda surtiram grande efeito sobre o valor de β .

De acordo com Beck (2010), é importante saber que a aproximação de primeira ordem no ponto médio, denominada de FOMV (First Order Mean Value), já foi considerada como recorrência para a resolução de problemas de confiabilidade, pois fornece a resposta correta para equações de estado limite lineares, no entanto, se a equação de estado limite em questão for fortemente não-linear a resposta encontrada será incorreta, pois esse método apresenta um grave problema com relação à forma da equação de estado limite (problema de invariância).

Continuando com o cálculo iterativo tem-se que:

$$g(y_1) = 2,1764$$

$$\nabla g(y_1) = \{3,0475; 11,2393; -0,83; -3,25\}$$

$$\|\nabla g(y_1)\| = 12,1186$$

$$\alpha_1 = \{0,2515; 0,9274; -0,0685; -0,2682\}$$

$$\boxed{\mathbf{k} = 2}$$

$$y_2 = \{-0,6499; -2,3968; 0,1770; 0,6932\}$$

$$\beta_2 = \|y_2\| = 2,5844$$

$$g(y_2) = -3,8765$$

$$\nabla g(y_2) = \{2,3414; 11,5114; -0,83; -3,25\}$$

$$\|\nabla g(y_2)\| = 12,2166$$

$$\alpha_2 = \{0,1916; 0,9423; -0,0679; -0,2660\}$$

$$\boxed{\mathbf{k} = 3}$$

$$y_3 = \{-0,4344; -2,1363; 0,1539; 0,6030\}$$

$$\beta_3 = \|y_3\| = 2,2671$$

$$g(y_3) = 0,0156$$

$$\nabla g(y_3) = \{2,6963; 11,805; -0,83; -3,25\}$$

$$\|\nabla g(y_3)\| = 12,5650$$

$$\alpha_3 = \{0,2146; 0,9395; -0,0661; -0,2586\}$$

$$\boxed{\mathbf{k} = 4}$$

$$y_4 = \{-0,4868; -2,1311; 0,1500; 0,5866\}$$

$$\beta_4 = 2,2683$$

$$g(y_4) = -0,0082$$

$$\nabla g(y_4) = \{2,7034; 12,1044; -0,83; -3,25\}$$

$$\alpha_4 = \{0,2104; 0,9421; -0,0646; -0,2530\}$$

$$\boxed{\mathbf{k} = 5}$$

$$y_5 = \{-0,4771; -2,1364; 0,1465; 0,5737\}$$

$$\beta_5 = 2,2677$$

$$g(y_5) = 0,0010$$

$$\nabla g(y_5) = \{2,6962; 11,7468; -0,83; -3,25\}$$

$$\|\nabla g(y_5)\| = 12,5103$$

$$\alpha_5 = \{0,2155; 0,9390; -0,0663; -0,2598\}$$

Todos os resultados obtidos por meio do cálculo iterativo apresentado foram alocados em tabelas para facilitar a verificação e posterior comparação com os resultados que serão obtidos por meio da análise de confiabilidade via FORM.

Essas tabelas contêm a mais importante informação que a análise de confiabilidade pode fornecer, ou seja, o ponto mais provável de ocorrência de falha (ponto de projeto), os índices de confiabilidade β , que são a representação geométrica da probabilidade de falha da ligação em estudo e a própria probabilidade de falha P_f em questão.

Tabela 5.6 – Resultados da análise de confiabilidade via FOSM

	k = 0	k = 1	k = 2	k = 3	k = 4	k = 5
\mathbf{y}_k	$\{0,0,0,0\}^T$	$\{-0,8496; -1,8785; -0,1257; -0,4924\}^T$	$\{-0,6499; -2,3968; 0,1770; 0,6932\}^T$	$\{-0,4344; -2,1363; 0,1539; 0,6030\}^T$	$\{-0,4868; -0,9395; 0,1500; 0,5866\}^T$	$\{-0,4771; -2,1364; 0,1465; 0,5737\}^T*$
β_k	0	2,12355	2,58440	2,26710	2,26830	2,26770
$\mathbf{g}(\mathbf{y}_k)$	29,7576	5,5856	3,8765	0,0156	-0,0082	0,0010
$\nabla \mathbf{g}(\mathbf{y}_k)$	$\{5,6068; 12,3968; -0,83; -3,25\}^T$	$\{3,0475; 11,2393; -0,83; -3,25\}^T$	$\{2,3414; 11,5114; -0,83; -3,25\}^T$	$\{2,6963; 11,8050; -0,83; -3,25\}^T$	$\{2,7034; 12,1044; -0,83; -3,25\}^T$	$\{2,6962; 11,7468; -0,83; -3,25\}^T$
$\ \nabla \mathbf{g}(\mathbf{y}_k)\ $	14,0131	12,1186	12,2166	12,5650	12,8482	12,5103
α_k	$\{0,4001; 0,8846; -0,0592; -0,2319\}^T$	$\{0,2515; 0,9274; -0,0685; -0,2682\}^T$	$\{0,1916; 0,9423; -0,0679; -0,2660\}^T$	$\{0,2146; 0,9395; -0,0661; -0,2586\}^T$	$\{0,2104; 0,9421; -0,0646; -0,2530\}^T$	$\{0,2155; 0,9390; -0,0663; -0,2598\}^T$

* ponto de projeto \mathbf{y}^*

Tabela 5.7 – Índices de confiabilidade e respectivas probabilidades de falha

Iterações	Índices de confiabilidade	Probabilidades de falha
k	β_k	P_f
0	0	0,50
1	2,12355	0,0168538
2	2,58440	0,0048775
3	2,26710	0,0116920
4	2,26830	0,0116554
5	2,26770	0,0116737

5.3.5.2 – Análise via FORM

A análise a seguir consiste em realizar transformações das variáveis aleatórias do espaço de projeto \mathbf{X} , para o espaço normal padrão \mathbf{Y} preservando o conteúdo de probabilidade dessas variáveis.

Dessa forma, o problema de confiabilidade resolvido consistiu da construção de um modelo de distribuição conjunta de probabilidades para as variáveis envolvidas, bem como em encontrar uma transformação dessa função de distribuição para o espaço normal padrão, fazendo uso de distribuições de probabilidade normais equivalentes.

O procedimento utilizado para tanto se resumiu em:

\mathbf{X} → Espaço de Projeto

transformação de Hasofer-Lind e CDF Gaussiana Padrão multi-variada.

\mathbf{Z} → Espaço Normal Equivalente

determinação dos parâmetros da distribuição normal equivalente e cálculo dos coeficientes de correlação entre as variáveis por meio do modelo de Nataf;

eliminação da correlação por decomposição ortogonal ou fatoração de Cholesky.

\mathbf{Y} → Espaço Normal Padrão

cálculo dos índices de confiabilidade β e da probabilidade de falha P_f .

A seguir é apresentada toda a informação estatística que se tem sobre as variáveis aleatórias que fazem parte do problema em questão. Cabe ressaltar que essa informação inclui as distribuições estatísticas marginais não-normais de probabilidade, bem como os possíveis coeficientes de correlação entre pares de variáveis.

Tabela 5.8 – Informação estatística das variáveis do problema no espaço de projeto \mathbf{X}

Variáveis	Distribuições de probabilidade	Momentos das distribuições
X_1	Lognormal	LN ~ (47,68; 5,24)
X_2	Frechet Max	EVII ~ (1,07; 0,24)
X_3	Normal	N ~ (8,26; 0,83)
X_4	Gumbel Max	EVI ~ (13,00; 3,25)

Distribuições normais equivalentes

Conforme foi apresentado no item que trata do FORM, se uma variável aleatória segue uma distribuição estatística não-normal existe uma transformação denominada princípio da aproximação normal que permite que um mapeamento ponto-a-ponto da distribuição real para uma distribuição normal equivalente seja feita.

$$z_i^* = \Phi^{-1} \left[F_{X_i}^{\text{real}}(x_i^*) \right]$$

$$\mu_{X_i}^{\text{neq}} = x_i^* - z_i^* \sigma_{X_i}^{\text{neq}}$$

$$\sigma_{X_i}^{\text{neq}} = \frac{\phi(z_i^*)}{f_{X_i}^{\text{real}}(x_i^*)}$$

É importante lembrar que essa transformação deve ser feita à medida que o algoritmo de busca do ponto de projeto avança e o ponto x_i^* muda.

Sendo assim, apresenta-se a seguir as funções de distribuição cumulativa e de densidade de probabilidade, não-normais, utilizadas na análise de confiabilidade realizada a ser apresentada.

- Distribuição Lognormal – LN (λ, ξ)

$$F_X(x) = \Phi \left[\frac{\ln(x) - \lambda}{\xi} \right] \quad 0 \leq x \leq \infty$$

$$f_X(x) = \frac{1}{\xi x \sqrt{2\pi}} \exp \left[-\frac{1}{2} \left(\frac{\ln(x) - \lambda}{\xi} \right)^2 \right]$$

parâmetros:

$$\lambda = \ln(u) - 0,5\xi^2$$

$$\xi = \sqrt{\ln \left(1 + \left(\frac{\sigma}{\mu} \right)^2 \right)}$$

onde,

μ = média da variável aleatória;

σ = desvio-padrão da variável aleatória.

- Distribuição de extremos Frechet para máximos ou tipo II – EVII (u_n, β)

$$F_{X_n} = \exp\left[-\left(\frac{u_n}{x}\right)^\beta\right]; \quad -\infty \leq x \leq \infty$$

$$f_{X_n}(x) = \frac{\beta}{u_n} \left(\frac{u_n}{x}\right)^{\beta+1} \exp\left[-\left(\frac{u_n}{x}\right)^\beta\right]; \quad -\infty \leq x \leq \infty$$

parâmetros:

$$u_n = \frac{\mu}{\Gamma\left(1 - \frac{1}{\beta}\right)}$$

β = iterativo

onde,

u_n = máximo característico da distribuição;

β = parâmetro de forma;

Γ = função Gamma.

- Distribuição de extremos Gumbel para máximos ou tipo I – EVI (u_n, β)

$$F_{X_n}(x) = \exp\left[-e^{-\beta(x-u_n)}\right]; \quad -\infty \leq x \leq +\infty$$

$$f_{X_n}(x) = \beta \exp\left[-\beta(x-u_n) - e^{-\beta(x-u_n)}\right]; \quad -\infty \leq x \leq +\infty$$

parâmetros:

$$u_n = \mu - \frac{\gamma}{\beta}$$

$$\beta = \frac{\pi}{\sqrt{6}} \frac{1}{\sigma}$$

onde,

$\gamma = 0,577216$ (número de Euler);

u_n = máximo característico da distribuição;

β = parâmetro de forma.

Tendo em mãos as distribuições marginais originais podemos agora transformá-las em distribuições normais equivalentes, ou seja, em um conjunto de variáveis \mathbf{Z} com distribuições normais padrão, mas possivelmente correlacionadas.

Para a variável aleatória X_1 , os parâmetros da distribuição original são;

$$\lambda = 3,8580$$

$$\xi = 0,1090$$

com eles pôde-se calcular os momentos da distribuição normal equivalente;

$$z_i^* = \frac{\ln(x_i^*) - 3,8580}{0,1090}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \sigma_{X_1}^{\text{neq}} = x_i^* \cdot 0,1090 \\ \mu_{X_1}^{\text{neq}} = x_i^* [4,8580 - \ln(x_i^*)] \end{array} \right.$$

Para X_2 , os parâmetros da distribuição de Frechet para máximos são:

$$u_n = 0,95248$$

$$\beta = 6,1994$$

os momentos da distribuição normal equivalente são;

$$z_i^* = \Phi^{-1} \left\{ \exp \left[- \left(\frac{0,95248}{x_i^*} \right)^{6,1994} \right] \right\}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \sigma_{X_2}^{\text{neq}} = \frac{\phi(z_i^*)}{6,5087 \left(\frac{0,95248}{x_i^*} \right)^{7,1994} \exp \left[- \left(\frac{0,95248}{x_i^*} \right)^{6,1994} \right]} \\ \mu_{X_2}^{\text{neq}} = x_i^* - z_i^* \sigma_{X_2}^{\text{neq}} \end{array} \right.$$

Para X_4 , os parâmetros da distribuição Gumbel para máximos, são:

$$\begin{aligned} u_n &= 11,5372 \\ \beta &= 0,3946 \end{aligned}$$

os momentos da distribuição normal equivalente serão;

$$\left\{ \begin{array}{l} z_i^* = \Phi^{-1} \left\{ \exp \left[-e^{-0,3946(x_i^* - 11,5372)} \right] \right\} \\ \sigma_{X_4}^{\text{neq}} = \frac{\phi(z_i^*)}{0,3946 \exp \left[-0,3946(x_i^* - 11,5372) - e^{-1,5902(x_i^* - 11,5372)} \right]} \\ \mu_{X_4}^{\text{neq}} = x_i^* - z_i^* \sigma_{X_4}^{\text{neq}} \end{array} \right.$$

Tendo posse das equações para o cálculo de z_i^* , $\mu_{X_i}^{\text{neq}}$, $\sigma_{X_i}^{\text{neq}}$ para cada variável aleatória envolvida no problema, podemos então dar início à apresentação do procedimento iterativo utilizado.

Cabe advertir que no problema em estudo observou-se, por meio de uma detalhada análise de regressão linear, que os dados aqui utilizados não estão correlacionados entre si. Essa informação simplifica a análise de confiabilidade, pois permite que não seja necessária a realização da fatoração de Cholesky (ou decomposição ortogonal) para a eliminação da correlação entre as variáveis, porque ela já não existe.

Sendo assim;

Cálculo iterativo

$$\boxed{k = 0}$$

$$\mathbf{x}_0 = \mathbf{M}^T = \{\mu_{X_1}, \mu_{X_2}, \mu_{X_3}, \mu_{X_4}\} = \{47,68; 1,07; 8,26; 13,00\}$$

$$g(\mathbf{x}_0) = g(\mathbf{M}) = 29,7576$$

Para a variável aleatória X_1 temos que os momentos normais equivalentes serão:

$$\begin{aligned} z_0^* &= 0,0597 \\ \left\{ \begin{array}{l} \sigma_{X_1}^{\text{neq}} = 5,20 \\ \mu_{X_1}^{\text{neq}} = 47,37 \end{array} \right. \end{aligned}$$

Para a variável X_2 :

$$\begin{aligned} z_0^* &= 0,2900 \\ \left\{ \begin{array}{l} \sigma_{X_2}^{\text{neq}} = 0,2208 \\ \mu_{X_2}^{\text{neq}} = 1,0060 \end{array} \right. \end{aligned}$$

Para a variável X_4 :

$$\begin{aligned} z_0^* &= 0,1770 \\ \left\{ \begin{array}{l} \sigma_{X_4}^{\text{neq}} = 3,1079 \\ \mu_{X_4}^{\text{neq}} = 12,4450 \end{array} \right. \end{aligned}$$

Tabela 5.9 – Tabela resumo da transformação do espaço \mathbf{X} para o espaço \mathbf{Z}

Variável	Distribuição de Probabilidade Original	Distribuição Normal Equivalente
X_1	LN ~ (47,68; 5,24)	$N^{\text{eq}} \sim (47,37; 5,20)$
X_2	EVII ~ (1,07; 0,24)	$N^{\text{eq}} \sim (1,01; 0,22)$
X_3	N ~ (8,26; 0,83)	$N^{\text{eq}} \sim (8,26; 0,83)$
X_4	EVI ~ (13,00; 3,25)	$N^{\text{eq}} \sim (12,44; 3,11)$

$$\mathbf{M}^{\text{neqT}} = \{47,37; 1,01; 8,26; 12,44\}$$

$$\mathbf{D}^{\text{neq}} = \begin{bmatrix} 5,20 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0,22 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0,83 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 3,11 \end{bmatrix}; \quad (\mathbf{D}^{\text{neq}})^{-1} = \begin{bmatrix} 0,192 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 4,545 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1,205 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0,322 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{J}_{\text{zx}} = (\mathbf{D}^{\text{neq}})^{-1}$$

$$\mathbf{J}_{\text{xz}} = \mathbf{D}^{\text{neq}}$$

$$\mathbf{z} = \mathbf{J}_{\text{zx}} \cdot (\mathbf{x} - \mathbf{M}^{\text{neq}})$$

$$\mathbf{x} = \mathbf{J}_{\text{xz}} \cdot \mathbf{z} + \mathbf{M}^{\text{neq}}$$

$$\begin{Bmatrix} z_1 \\ z_2 \\ z_3 \\ z_4 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} 0,192 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 4,545 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1,205 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0,322 \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{Bmatrix} - \begin{Bmatrix} 47,37 \\ 1,01 \\ 8,26 \\ 12,44 \end{Bmatrix}$$

$$\begin{Bmatrix} z_1 \\ z_2 \\ z_3 \\ z_4 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0,192x_1 - 9,10 \\ 4,545x_2 - 4,59 \\ 1,205x_3 - 9,95 \\ 0,322x_4 - 4,01 \end{Bmatrix}$$

ou

$$\mathbf{Z} = \{0,192x_1 - 9,10; 4,545x_2 - 4,59; 1,205x_3 - 9,95; 0,322x_4 - 4,01\}$$

Ressalta-se nessa etapa do procedimento de cálculo iterativo que, devido às variáveis aleatórias desse problema não estarem correlacionadas entre si, a transformação de \mathbf{X} para \mathbf{Z} na verdade já se trata da transformação de \mathbf{X} para \mathbf{Y} , ou seja, $\mathbf{J}_{\text{xy}} = \mathbf{J}_{\text{xz}}$ e $\mathbf{J}_{\text{yx}} = \mathbf{J}_{\text{zx}}$, pois \mathbf{J}_{yz} e \mathbf{J}_{zy} são iguais a matriz identidade \mathbf{I} para esse caso.

Portanto,

$$\begin{cases} \mathbf{J}_{yx} = \mathbf{J}_{yz} \cdot \mathbf{J}_{zx} \\ \mathbf{J}_{xy} = \mathbf{J}_{xz} \cdot \mathbf{J}_{zy} \end{cases} \rightarrow \begin{cases} \mathbf{J}_{yx} = \mathbf{I} \cdot \mathbf{J}_{zx} = \mathbf{J}_{zx} \\ \mathbf{J}_{xy} = \mathbf{J}_{xz} \cdot \mathbf{I} = \mathbf{J}_{xz} \end{cases}$$

Desse modo,

$$\begin{aligned} y &= \mathbf{J}_{yx} \cdot (x - \mathbf{M}^{\text{neq}}) \rightarrow y = \mathbf{J}_{zx} \cdot (x - \mathbf{M}^{\text{neq}}) \rightarrow y = (\mathbf{D}^{\text{neq}})^{-1} \cdot (x - \mathbf{M}^{\text{neq}}) \\ x &= \mathbf{J}_{xy} \cdot y + \mathbf{M}^{\text{neq}} \rightarrow x = \mathbf{J}_{xz} \cdot y + \mathbf{M}^{\text{neq}} \rightarrow x = \mathbf{D}^{\text{neq}} \cdot y + \mathbf{M}^{\text{neq}} \end{aligned}$$

Sendo assim,

$$\begin{cases} y_1 \\ y_2 \\ y_3 \\ y_4 \end{cases} = \begin{cases} 0,192x_1 - 9,10 \\ 4,545x_2 - 4,59 \\ 1,205x_3 - 9,95 \\ 0,322x_4 - 4,01 \end{cases}$$

ou

$$Y = \{0,192x_1 - 9,10; 4,545x_2 - 4,59; 1,205x_3 - 9,95; 0,322x_4 - 4,01\}$$

O vetor Y apresentado acima é o vetor no espaço normal padrão Y escrito em função das componentes do vetor X , pertencente ao espaço de projeto X , porém, como a equação de estado limite está escrita em X , devemos então reescrever o vetor X em função das componentes do vetor Y .

$$\begin{cases} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{cases} = \begin{bmatrix} 5,20 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0,22 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0,83 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 3,11 \end{bmatrix} \begin{cases} y_1 \\ y_2 \\ y_3 \\ y_4 \end{cases} + \begin{cases} 47,37 \\ 1,01 \\ 8,26 \\ 12,44 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{cases} = \begin{cases} 5,20y_1 + 47,37 \\ 0,22y_2 + 1,01 \\ 0,83y_3 + 8,26 \\ 3,11y_4 + 12,44 \end{cases}$$

ou

$$X = \{5,20y_1 + 47,37; 0,22y_2 + 1,01; 0,83y_3 + 8,26; 3,11y_4 + 12,44\}$$

Desse modo, a equação de estado limite escrita em função das componentes de Y e seu gradiente serão:

$$g(x) = x_1x_2 - x_3 - x_4$$

$$g(y) = 1,144y_1y_2 + 5,252y_1 + 10,421y_2 - 0,83y_3 - 3,11y_4 - 27,144$$

$$\nabla g(y) = \{1,144y_2 + 5,252; 1,144y_1 + 10,421; -0,83; -3,11\}$$

Avaliando a equação de estado limite no ponto médio **M**

$$g(x_0) = g(\mathbf{M}) = 47,68 \cdot 1,07 - 8,26 - 13,00 = 29,7576$$

$$g(y_0) = g[y(x_0)] = g[y(\mathbf{M})]$$

$$y(\mathbf{M}) = \{0,05456; 0,27315; 0,0033; 0,176\}$$

$$g[y(\mathbf{M})] \approx 29,7500$$

$$\beta_0 = \|y(\mathbf{M})\| = 0,3295$$

$$\nabla g(y_0) = \{5,3144; 10,483; -0,83; -3,11\}$$

$$\|\nabla g(y_0)\| = 12,186$$

$$\alpha_0 = \{0,436; 0,860; -0,068; -0,257\}^T$$

$$\boxed{\mathbf{k} = 1}$$

$$y_1 = \{-1,064; -2,102; 0,166; 0,627\}$$

$$\beta_1 = 2,4436$$

$$x_1 = \mathbf{J}_{xy} \cdot y_1 + \mathbf{M}^{\text{neq}}$$

$$x_1 = \begin{bmatrix} 5,20 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0,22 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0,83 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 3,11 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} -1,064 \\ -2,102 \\ 0,166 \\ 0,627 \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} 47,37 \\ 1,01 \\ 8,26 \\ 12,44 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 41,837 \\ 0,548 \\ 8,398 \\ 14,390 \end{Bmatrix}$$

ou

$$x_1 = \{41,837; 0,548; 8,398; 14,390\}$$

Com esses novos pontos, calculam-se os novos momentos normais equivalentes para cada variável aleatória do problema em questão.

Para a variável aleatória X_1 tem-se que:

$$\begin{aligned} z_1^* &= -1,150 \\ \left\{ \begin{array}{l} \sigma_{X_1}^{\text{neq}} = 4,56 \\ \mu_{X_1}^{\text{neq}} = 47,03 \end{array} \right. \end{aligned}$$

Para a variável X_2 :

$$\begin{aligned} z_1^* &= -7,4616 \\ \left\{ \begin{array}{l} \sigma_{X_2}^{\text{neq}} = 0,022 \\ \mu_{X_2}^{\text{neq}} = 0,712 \end{array} \right. \end{aligned}$$

Para a variável X_4 :

$$z_1^* = 0,5916$$

$$\begin{cases} \sigma_{X_4}^{\text{neq}} = 2,644 \\ \mu_{X_4}^{\text{neq}} = 12,826 \end{cases}$$

Tabela 5.10 – Tabela resumo da transformação do espaço **X** para o espaço **Z**

Variável	Distribuição de Probabilidade Original	Distribuição Normal Equivalente
X_1	LN ~ (47,68; 5,24)	$N^{\text{eq}} \sim (47,03; 4,56)$
X_2	EVII ~ (1,07; 0,24)	$N^{\text{eq}} \sim (0,712; 0,022)$
X_3	N ~ (8,26; 0,83)	$N^{\text{eq}} \sim (8,26; 0,83)$
X_4	EVI ~ (13,00; 3,25)	$N^{\text{eq}} \sim (12,826; 2,644)$

$$\mathbf{M}^{\text{neqT}} = \{47,03; 0,712; 8,26; 12,826\}$$

$$\mathbf{D}^{\text{neq}} = \begin{bmatrix} 4,56 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0,022 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0,83 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2,644 \end{bmatrix}; (\mathbf{D}^{\text{neq}})^{-1} = \begin{bmatrix} 0,2193 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 45,4545 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1,2048 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0,3782 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{x}_1 = \mathbf{J}_{\mathbf{x}_y} \cdot \mathbf{y}_1 + \mathbf{M}^{\text{neq}}$$

$$\mathbf{x}_1 = \begin{bmatrix} 4,56 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0,022 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0,83 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2,644 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ y_3 \\ y_4 \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} 47,03 \\ 0,712 \\ 8,26 \\ 12,826 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 4,56y_1 + 47,03 \\ 0,022y_2 + 0,712 \\ 0,83y_3 + 8,26 \\ 2,644y_4 + 12,826 \end{Bmatrix}$$

ou

$$\mathbf{x}_1 = \{4,56y_1 + 47,03; 0,022y_2 + 0,712; 0,83y_3 + 8,26; 2,644y_4 + 12,826\}$$

$$g(\mathbf{x}) = x_1 x_2 - x_3 - x_4$$

$$g(\mathbf{y}) = 0,10y_1 y_2 + 3,247y_1 + 1,035y_2 - 0,83y_3 - 2,644y_4 + 12,399$$

$$\nabla g(\mathbf{y}) = \{0,10y_2 + 3,247; 0,10y_1 + 1,035; -0,83; -2,644\}$$

$$g(y_1) = 5,1967$$

$$\nabla g(y_1) = \{3,0368; 0,9286; -0,83; -2,644\}$$

$$\|\nabla g(y_1)\| = 4,2147$$

$$\alpha_1 = \{0,7205; 0,2203; -0,1969; -0,6273\}^T$$

Bastou seguir com o cálculo iterativo para que os valores dos índices de confiabilidade fossem encontrados.

Do mesmo modo que foi feito para a análise via FOSM, os resultados obtidos pela análise de confiabilidade via algoritmo FORM foram alocados em tabelas para facilitar a visualização dos resultados obtidos.

Tabela 5.11 – Resultados da análise de confiabilidade via FORM

	k = 0	k = 1	k = 2	k = 3	k = 4	k = 5
\mathbf{y}_k	{0,0546; 0,2732; 0,0033; 0,176} ^T	{-1,064; -2,102; 0,166; 0,627} ^T	{-1,8711; -2,4482; 0,5485; 1,9534} ^T	{-1,4428; -1,3526; 0,3731; 2,6122} ^T	{-1,3404; -1,3874; 0,2989; 2,6749} ^T	{-1,3316; -1,3653; 0,2949; 2,6907} ^{T*}
β_k	0,3295	2,4436	3,1565	3,2675	3,3116	3,3112
$\mathbf{g}(\mathbf{y}_k)$	29,750	5,1967	-0,4396	0,1590	-0,0015	0
$\nabla \mathbf{g}(\mathbf{y}_k)$	{5,3144; 10,483; -0,83; -3,11} ^T	{3,0368; 0,9286; -0,83; -2,644} ^T	{3,1873; 2,4846; -0,83; -5,9859} ^T	{3,7203; 3,852; -0,83; -7,4292} ^T	{3,7475; 3,8419; -0,83; -7,5723} ^T	{3,7605; 3,8796; -0,83; -7,6086} ^T
$\ \nabla \mathbf{g}(\mathbf{y}_k)\ $	12,1050	5,0170	7,2699	9,1957	9,3184	9,3686
α_k	{0,436; 0,860; -0,068; -0,257} ^T	{0,7205; 0,2203; -0,1969; -0,6273} ^T	{0,4384; 0,3418; -0,1142; -0,8234} ^T	{0,4045; 0,4189; -0,0902; -0,8079} ^T	{0,4022; 0,4123; -0,0891; -0,8126} ^T	{0,4014; 0,4141; -0,0886; -0,8121} ^T

* ponto de projeto \mathbf{y}^*

Tabela 5.12 – Índices de confiabilidade e respectivas probabilidades de falha

Iterações	Índices de confiabilidade	Probabilidades de falha
k	β_k	P_f
0	0	0,50
1	2,4436	0,0072708
2	3,1565	0,0007984
3	3,2675	0,0005426
4	3,3116	0,0004639
5	3,3112	0,0004645

5.3.6 – Alguns comentários sobre a importância da análise de confiabilidade na calibração de normas de projeto

5.3.6.1 – Introdução

Um estado limite é a condição na qual a utilidade estrutural de um elemento ou componente sob carregamento se compromete a tal ponto que ela se torna insegura para os ocupantes, ou já não executa a função (serviço) para a qual foi concebida.

Nesse sentido e tornando a idéia mais abrangente, ou seja, englobando essa condição limite para as estruturas em geral, pode-se definir que os estados limites foram e são estabelecidos por meio da experiência prática de engenheiros e/ou em laboratórios, e têm sido investigados por meio de pesquisas analíticas e experimentais há vários anos na tentativa de tornar o projeto, segundo prescrições normativas, cada vez mais seguro e econômico.

Dessa forma, uma maneira de classificá-los, mesmo que resumidamente, é denominá-los como estados limites últimos (relacionados à resistência estrutural) e estados limites de serviço (relacionados com a estrutura em situação de serviço).

Ao se fazer uma comparação com o método de projeto em tensões admissíveis, cabe ressaltar que o uso do método de projeto semiprobabilístico em estados limites tem grandes vantagens, pois por meio deste, incertezas e variabilidades de diferentes tipos de carregamentos e resistências podem ser levados em conta por meio do uso de coeficientes parciais de segurança, o que não era possível de ser realizado no antigo método, pois um único coeficiente de segurança era utilizado (coeficiente global de segurança).

Além disso, ao se fazer uso da teoria de probabilidades nos projetos estruturais, é possível que níveis de confiabilidade estrutural mais consistentes sejam alcançados em relação ao método de tensões admissíveis.

No entanto, a definição da fronteira entre as condições de projeto seguras e inseguras (fronteiras limites definidas pelo método) vão além do que está presente nos documentos normativos, pois a teoria matemática para a obtenção dessa fronteira abstrata é definida via ferramentas estatísticas avançadas cuja abordagem não é feita pelas normas de projeto devido à complexidade, o que foge do real propósito desses documentos.

Assim, uma vez que não existe uma maneira simplificada para se referenciar o método dos estados limites, sem entrar no assunto dos métodos de confiabilidade e posteriores processos de calibração, o que se pode fazer é tentar exemplificar esses

processos, que consistem da determinação dos valores numéricos dos coeficientes parciais de segurança e dos coeficientes de combinações de ações ψ .

Logo, é possível dizer que uma forma “menos difícil” de se apontar como realizar essa tarefa, consiste em princípio da apresentação de dois caminhos:

- a) efetuar a calibração com base na experiência da prática da engenharia de construção tradicional, ou;
- b) recorrer à avaliação estatística de dados experimentais e de observações de campo. (Essa avaliação deverá ser realizada no contexto de uma teoria probabilística de confiabilidade).

Cabe aqui comentar que esses dois diferentes caminhos apresentados servem como base para determinados países ou grupos de países (Eurocódigos atualmente disponíveis) e seus respectivos documentos normativos são construídos a partir desses. Por exemplo, parte dos documentos normativos da União Européia baseia-se no caminho (ou método) *a*), em que a partir desse critérios foram definidos à maioria dos valores dos coeficientes parciais (γ) e dos fatores de combinação ψ (EUROCODE, 1990).

Por outro lado, o American National Standards Institute (ANSI) recorre, desde o final da década de 70, ao caminho (ou método) *b*), onde por meio de um estudo observatório, um enorme banco de dados para elementos estruturais de aço laminado, formado a frio, alumínio, madeira laminada, alvenaria e concreto armado vem sendo montado para que estatísticas de carregamento e de resistência, aliadas às ferramentas da confiabilidade estrutural, possam ser utilizados na obtenção dos coeficientes parciais de segurança, respeitando uma probabilidade de falha aceitável por parte da sociedade (ANSI AISI S100:2007-C).

Portanto, para que seja feita uma abordagem correta de como a calibração dos valores de cálculo presentes nos documentos normativos em vigência é feita, apresenta-se na Figura 5.10 um fluxograma que aponta vários métodos disponíveis para a calibração dos coeficientes parciais.

Segundo o Eurocode (1990), os processos probabilísticos de calibração dos coeficientes parciais podem ser subdivididos em duas classes principais a depender do nível de informações estatísticas disponíveis:

- I. métodos totalmente probabilísticos “exatos” (simulação de Monte Carlo);
- II. métodos de confiabilidade de primeira ordem (FORM).

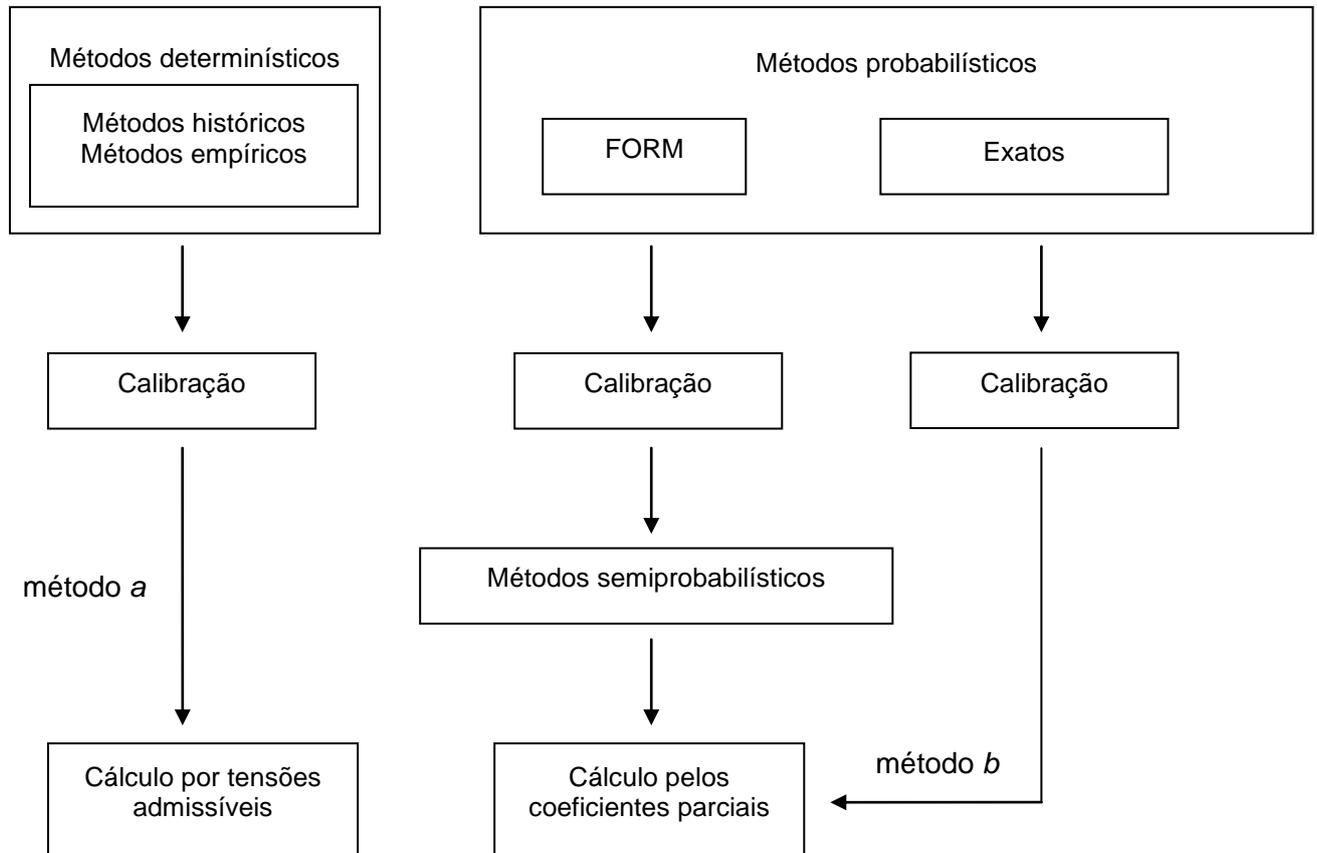


Figura 5.10 – Processo geral de calibração dos coeficientes parciais
Adaptado: Eurocode, (1990)

Um comentário a respeito dos métodos estatísticos apresentados na Figura 5.10 é que os métodos totalmente probabilísticos fornecem, em princípio, respostas corretas ao problema de confiabilidade, sendo, no entanto, raramente utilizados na calibração de especificações devido à falta de dados estatísticos e da função de distribuição conjunta de densidade de probabilidades.

Já os métodos de confiabilidade de primeira ordem, como se sabe, utilizam certas aproximações bem definidas para essa função e conduzem a resultados que, para a maioria das aplicações estruturais, podem ser considerados suficientemente precisos.

Outra informação de grande importância a ser feita, condiz com o fato de que independentemente do método a ser utilizado, a medida de confiabilidade deverá ser identificada com a probabilidade de sobrevivência $P_s = (1 - P_f)$, em que P_f é a probabilidade de falha para o modo de ruína em consideração, relativamente a um período de referência adequado. Se a probabilidade de ruína calculada for superior a um valor alvo predefinido, deverá se considerar que a estrutura não é segura.

5.3.6.2 – Valores alvo para os índices de confiabilidade

Em se tratando dos índices de confiabilidade β , sabe-se que os seus valores variam consideravelmente de acordo com os diferentes tipos de carregamento, diferentes tipos de materiais de construção e diferentes tipos de elementos estruturais dentro de uma dada especificação de projeto.

Segundo Ellingwood e Galambos (1982), a fim de alcançar uma confiabilidade mais consistente, foram sugeridos que alguns valores de β (apresentados a seguir) forneceriam uma confiabilidade melhorada enquanto que ao mesmo tempo também proporcionariam, em média, a mesma segurança de projeto obtida por especificações para vários tipos de materiais de construção. Desse modo índices de confiabilidade mais uniformes, denominados índices de confiabilidade alvo (β_0) foram então definidos. Apresentam-se a seguir alguns valores para esses índices de confiabilidade alvo.

Índices de confiabilidade alvo estabelecidos pelo ANSI AISI S100:2007-S:

Casos básicos⁴:

- Carregamento gravitacional (D+L)
 - Elementos estruturais: $\beta_0 = 3,0$
 - Ligações: $\beta_0 = 4,5$
- Combinação (D+L+W)
 - Elementos estruturais: $\beta_0 = 2,5$

Deve ser enfatizado que confiabilidades alvo são escolhidas unicamente com o propósito de permitir que os coeficientes de ponderação das ações sejam calculados racionalmente, isto é, para assegurar que, com o conjunto de coeficientes de ponderação das ações desenvolvidos, será possível estabelecer critérios de resistência para alcançar níveis de segurança semelhantes, em um sentido global, àqueles obtidos usando a prática do passado em tensões admissíveis.

⁴ Componentes individuais como terças e longarinas sujeitos à combinações ação permanente + vento (D + W) $\rightarrow \beta_0 = 1,50$

5.3.6.3 – Calibração dos valores de cálculo

Partindo da premissa de que é impossível manter uma confiabilidade totalmente uniforme sob diferentes combinações de ações com um único coeficiente de ponderação, visto que as diferenças nas variabilidades associadas às diferentes ações não são adequadamente consideradas com a aplicação desse mesmo coeficiente a todas as ações, um formato que combina melhores aspectos dessas combinações foi então adotado, sendo esse formato conhecido como método dos estados limites (CASTRO, 1997).

Nesse método, a verificação da segurança é feita por meio de valores de cálculo tanto da resistência quanto da solicitação. No entanto, esses valores de cálculo têm que ser definidos para todas as variáveis básicas pertencentes à análise e assim então concluir se a estrutura é segura ou não. Logo, considerar que o dimensionamento segundo esses valores de cálculo seja suficiente é o mesmo que considerar que nenhum estado limite foi atingido e assim, quando esses valores são introduzidos nos modelos de análise estrutural é possível assegurar que os modos de ruína por eles previstos não se pronunciarão.

Simbolicamente, a condição descrita anteriormente pode ser definida como:

$$S_d < R_d$$

onde S representa todas as solicitações, R representa a resistência e o índice “d” se refere aos valores de cálculo. Respeitar essa condição é de forma prática assegurar que o índice de confiabilidade β é igual ou superior ao valor alvo.

Assim, de modo que a calibração seja corretamente realizada, alguns parâmetros estatísticos, os quais definem as variabilidades da resistência e das solicitações devem ser inseridos no processo de forma a garantir que uma calibração correta seja realizada. Logo, S_d e R_d podem ser expressos como:

$$\begin{cases} S_d = S \{ Q_{d1}, Q_{d2}, \dots, G_{d1}, G_{d2}, \dots, a_{d1}, a_{d2}, \dots, Me_{d1}, Me_{d2} \} \\ R_d = R \{ f_{d1}, f_{d2}, \dots, a_{d1}, a_{d2}, \dots, Me_{d1}, Me_{d2} \} \end{cases}$$

sendo:

- Q ações variáveis;
- G ações permanentes;
- a parâmetros geométricos;
- f propriedades dos materiais;
- Me incertezas de modelo.

É importante apontar que os valores de cálculo deverão basear-se nos valores das variáveis básicas calculadas no ponto de projeto do método FORM, que pode ser definido como o ponto na superfície de falha ($g = 0$) mais próximo da origem do espaço normal padrão, ou ponto mais provável de falha.

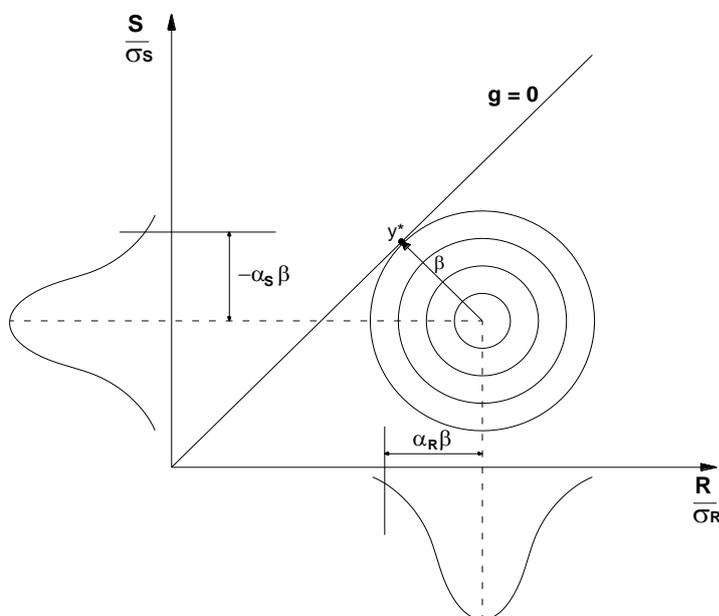


Figura 5.11 – Ponto de projeto e índice de confiabilidade β de acordo com o FORM
Adaptado: Eurocode, (1990)

Lembrar que na Figura 5.11 os valores de α são conhecidos como cossenos diretores da superfície de falha ou também como os coeficientes de sensibilidade do FORM.

5.3.6.4 – Alguns conceitos sobre o ponto de calibração

O ANSI AISI S100:2007-C mostra por meio de um simples exemplo de cálculo de uma viga de aço biapoiada, a qual foi projetada de acordo com o método de projeto em tensões admissíveis presente na especificação em questão, que após ser definida uma razão de carregamento representativa, para a realidade das estruturas de aço em perfis formados a frio, entre ação permanente e ação variável $\left(\frac{D_n}{L_n} = \frac{1}{5}\right)$, tido como ponto de calibração, o índice de confiabilidade encontrado foi de $\beta = 2,79$. Considerando o fato de que para outras razões de carregamento, ou para outros tipos de elementos, o índice de confiabilidade poderia ser um pouco maior ou um pouco menor que esse valor de 2,79, um

índice de confiabilidade alvo um pouco menor $\beta_0 = 2,50$ é recomendado como um limite inferior nos Estados Unidos.

O parágrafo acima explica que, como os índices de confiabilidade alvo para o AISI foram obtidos com o objetivo de que uma posterior calibração dos coeficientes de resistência ϕ fosse realizada, um ponto de calibração tinha que ser definido, de forma a obter valores alvo uniformes de confiabilidade e também definir valores aceitáveis de probabilidade de falha para os elementos em questão. Sendo assim, a partir desses cálculos alguns limites foram definidos, entre eles $\beta_0 = 2,50$ como limite inferior.

Entretanto, a fim de garantir que a ruína de uma estrutura não se inicie nas ligações, uma confiabilidade alvo maior de $\beta_0 = 3,50$ é recomendada para ligações nos Estados Unidos. Esses dois valores alvos de 2,50 e 3,50 para elementos e ligações, respectivamente, são pouco menores do que aqueles recomendados pelo ASCE 7-98 (i.e., 3,0 e 4,50. respectivamente), porém são essencialmente os mesmos valores alvo que a especificação ANSI AISC S360:2010-S utiliza.

Para ações do vento, os mesmos valores alvo fornecidos pelo ASCE 7-98 ($\beta_0 = 2,50$) são utilizados para ligações no método LRFD. Para elementos fletidos isolados tais como terças, longarinas e painéis de fechamento e cobertura sujeitos às combinações de ação permanente e vento (D+W), o valor alvo β_0 utilizado nos Estados Unidos é reduzido para 1,50. Com esses valores alvo reduzidos, o projeto baseado no método LRFD é compatível com o método de projeto em tensões admissíveis ASD.

5.3.6.5 – Exemplo de cálculo – Análise de confiabilidade de uma viga de aço, travada lateralmente, simplesmente apoiada sujeita às ações permanentes (D) e variáveis (L)

Para ilustrar o assunto anteriormente abordado será realizado um simples exemplo de cálculo, porém de grande importância teórica, apresentado nos comentários do ANSI AISI S100:2007, que mostra como o índice de confiabilidade β é obtido e como, por meio de índices alvo β_0 , é possível obter coeficientes parciais de segurança.

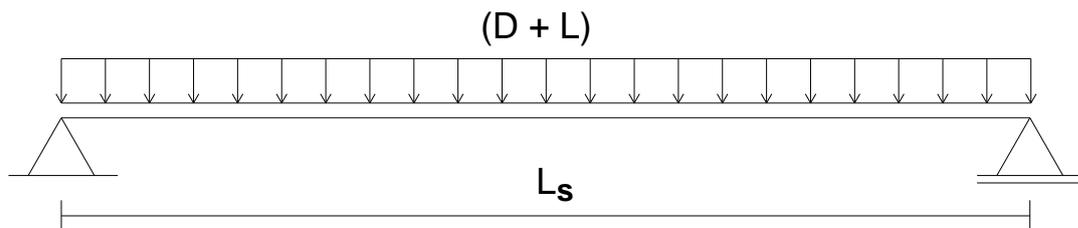


Figura 5.12 – Viga de aço simplesmente apoiada sujeita a carregamento (D + L)

A exigência de projeto para tal viga com base no método ASD é:

$$W f_y / \Omega = (D + L) \left(\frac{L_s^2}{8} \right)$$

onde

W = módulo de resistência elástico da seção efetiva;

f_y = resistência ao escoamento do aço utilizado;

$\Omega = 5/3$ = fator de segurança para flexão;

L_s = vão.

A resistência média do elemento é definida como

$$R_m = R_n (P_m M_m F_m).$$

Sendo que R_n , é a resistência nominal, a qual é calculada por

$$R_n = W f_y$$

que representa o momento resistente, em seu valor nominal, previsto com base no início do escoamento da seção efetiva.

Os valores médios P_m , M_m , e F_m , e os seus correspondentes coeficientes de variação V_P , V_M e V_F , são parâmetros estatísticos, que definem a variabilidade da resistência:

P_m = razão média do momento obtido experimentalmente pelo momento previsto teoricamente para os materiais e propriedades geométricas dos corpos-de-prova dos ensaios;

M_m = razão média da resistência ao escoamento dos corpos-de-prova pelo valor mínimo especificado;

F_m = razão média do módulo de resistência dos corpos-de-prova pelos valores especificados nominalmente.

O coeficiente de variação da resistência R será igual a

$$V_R = \sqrt{V_P^2 + V_M^2 + V_F^2}$$

Esses dados estatísticos foram obtidos a partir da análise de resultados de ensaios em vigas, a partir da análise de dados de resistências ao escoamento dos aços utilizados nos ensaios e a partir de medições das dimensões das seções transversais dos corpos-de-prova. Logo, seus valores são:

$$\begin{aligned} P_m &= 1,11 & V_P &= 0,09 \\ M_m &= 1,10 & V_M &= 0,10 \\ F_m &= 1,00 & V_F &= 0,05 \end{aligned}$$

e assim,

$$R_m = 1,22R_n \quad \text{e} \quad V_R = 0,14$$

O valor médio e o coeficiente de variação do efeito dos carregamentos serão

$$\begin{aligned} S_m &= (D_m + L_m) \left(\frac{L_s^2}{8} \right) \\ V_S &= \frac{\sqrt{(D_m V_D)^2 + (L_m V_L)^2}}{D_m + L_m} \end{aligned}$$

onde, D_m e L_m são os valores médios das ações permanentes e variáveis, respectivamente, e V_D e V_L são os correspondentes coeficientes de variação.

Os valores médios dessas ações estão presentes no trabalho de Ellingwood e Galambos, (1982) sendo eles:

$$\begin{aligned} D_m &= 1,05D & V_D &= 0,10 \\ L_m &= L & V_L &= 0,25 \end{aligned}$$

Substituindo essas estatísticas em S_m e V_S

$$\begin{aligned} S_m &= \frac{L_s^2}{8} \left(\frac{1,05D}{L} + 1 \right) L \\ V_S &= \frac{\sqrt{\left(\frac{1,05D}{L} \right)^2 V_D^2 + V_L^2}}{\left(\frac{1,05D}{L} + 1 \right)} \end{aligned}$$

Sendo S_m e V_S dependentes unicamente da razão de carregamento D/L . Tipicamente, vigas de aço formado a frio possuem pequenas razões D/L , as quais podem variar para diferentes aplicações e diferentes relações D/L podem ser assumidas por diferentes países para o desenvolvimento de critérios de projeto.

Para o propósito de verificação do critério LRFD (critério em estados limites) assumiu-se que $D/L = 1/5$ e então:

$$S_m = 1,21L \left(\frac{L_s^2}{8} \right)$$

$$V_S = 0,21$$

A partir das equações anteriormente apresentadas é possível determinar a resistência nominal R_n para $D/L = 1/5$ e $\Omega = 5/3$ como segue

$$R_n = 2,0L \left(\frac{L_s^2}{8} \right)$$

A teoria de confiabilidade pode provar que a expressão abaixo é uma boa aproximação de primeira ordem para β quando distribuições lognormais são assumidas para as variáveis aleatórias R e S , lembrando que a probabilidade de violação de um estado limite ocorre quando $\ln R - \ln S \leq 0$.

$$\beta = \frac{\ln \left(\frac{R_m}{S_m} \right)}{\sqrt{V_R^2 + V_S^2}}$$

A fim de determinar o índice de confiabilidade β e lembrando que $R_m = 1,22R_n$, temos então que

$$\frac{R_m}{S_m} = \frac{1,22 \cdot 2,0L \cdot \left(\frac{L_s^2}{8} \right)}{1,21L \cdot \left(\frac{L_s^2}{8} \right)} = 2,02$$

$$\beta = \frac{\ln(2,02)}{\sqrt{0,14^2 + 0,21^2}} = 2,79$$

A seguir, será apresentado, de maneira simplificada, como um coeficiente parcial de segurança γ , que pondera a resistência nominal de um elemento estrutural, pode ser obtido por meio da teoria de confiabilidade.

Com se sabe os coeficientes parciais de segurança são a chave do método dos estados limites e por meio deles a garantia da não ocorrência de falhas estruturais que conduzam uma estrutura ao colapso é assegurada.

O coeficiente a ser determinado está de acordo com os critérios de confiabilidade definidos pela American Society of Civil Engineering (ASCE), critérios esses que a ABNT tem como base, para fornecer uma confiabilidade alvo β_0 de 2,50 para elementos estruturais e 3,50 para ligações.

Desse modo e de acordo com os critérios de combinações normais de ações, presentes na ABNT NBR 14762:2010, a combinação típica a ser utilizada será $1,40D + 1,50L$.

Por razões práticas, é desejável que pequenas diferenças relativas entre os coeficientes parciais de segurança sejam obtidas, para que, dessa forma, os índices de confiabilidade β pouco se diferenciem dos índices alvo.

Para isso, um coeficiente c , denominado coeficiente de influência determinística responsável pela transformação das ações em efeitos (solicitações) na estrutura é utilizado.

Então,

$$R_n / \gamma = c(1,40D + 1,50L) = \left(1,40D / L + 1,50\right) cL$$

Assumindo a razão de carregamento $D/L = 1/5$ temos, por meio da expressão anterior, que

$$R_n = 1,78(cL\gamma)$$

Lembrando que $D_m = 1,05D$ e $L_m = L$, temos que S_m será

$$S_m = \left(1,05D / L + 1\right) cL = 1,21cL$$

Dessa forma, sabendo que $R_m = 1,22R_n$

$$\frac{R_m}{S_m} = \frac{1,22R_n}{1,21cL} \frac{R_m}{R_n} = \frac{1,22R_n^2}{1,21cLR_m} \left(\frac{R_m}{R_n}\right)$$

$$\frac{R_m}{S_m} = \frac{1,22R_n^2}{1,21cL 1,22R_n} \left(\frac{R_m}{R_n} \right) = \frac{1,78(\phi L \gamma)}{1,21\phi L} \left(\frac{R_m}{R_n} \right)$$

$$\frac{R_m}{S_m} = 1,471\gamma \left(\frac{R_m}{R_n} \right)$$

A partir do que foi exposto acima, o coeficiente parcial de segurança γ pode ser calculado.

$$\gamma = \frac{1}{1,471} \frac{R_m}{S_m} \left(\frac{R_n}{R_m} \right)$$

$$\beta = \frac{\ln\left(\frac{R_m/S_m}{S_m}\right)}{\sqrt{V_R^2 + V_S^2}} \rightarrow \ln\left(\frac{R_m/S_m}{S_m}\right) = \beta\sqrt{V_R^2 + V_S^2}$$

$$\frac{R_m}{S_m} = \exp\left(\beta\sqrt{V_R^2 + V_S^2}\right)$$

$$R_m = R_n (P_m M_m F_m) \rightarrow \frac{R_n}{R_m} = \frac{1}{(P_m M_m F_m)}$$

Portanto,

$$\gamma = \frac{1}{1,471} \frac{1}{(P_m M_m F_m)} \exp\left(\beta_0 \sqrt{V_R^2 + V_S^2}\right)$$

onde β_0 é o índice de confiabilidade alvo.

Ao substituir os valores na expressão anterior (utilizando $\beta_0 = 2,50$) obtém-se $\gamma \cong 1,10$, valor este adotado pela ABNT NBR 14762:2010, mostrando que o método é aproximado, porém conduz a resultados satisfatórios para o coeficiente de segurança. No entanto, utilizando métodos de confiabilidade mais avançados (FORM e SORM) e fazendo aproximações de maior precisão para os domínios do problema, o cálculo apresentado pode se tornar mais preciso.

**ANÁLISE E DISCUSSÃO
DOS RESULTADOS**

**Capítulo
6**

6 – ANÁLISE E DISCUSSÃO DOS RESULTADOS

6.1 – Introdução

O presente trabalho trata da análise de confiabilidade em ligações parafusadas em chapas finas e perfis de aço formados a frio, segundo quatro especificações de projeto, sendo elas: ABNT NBR 14762:2010, ANSI AISI S100:2007-S, AS/NZS 4600:2005 e EUROCODE 3 Parte1.3:2010, abordando dois diferentes modos de ruína: ruptura da seção líquida (RSL) e esmagamento da parede do furo (EPF), em que devido à grande quantidade de corpos-de-prova ensaiados e análises realizadas, uma estratégia para apresentação e discussão de resultados teve de ser construída para que todos os detalhes pudessem ser minuciosamente apontados.

Dessa forma, antes da apresentação dos resultados, é importante mencionar que as análises de confiabilidade realizadas foram efetuadas pelo software Structural Reliability Analysis and Design (StRAnD)⁵.

6.1.1 – Conceitos

A seguinte análise de confiabilidade em ligações parafusadas foi realizada considerando uma distribuição de extremos de 50 anos para as ações variáveis (L). A combinação de ações envolveu uma ação permanente (D) mais ação variável (L), uma vez que esse caso de combinação, segundo Ravindra e Galambos (1978), aparentemente governa os projetos estruturais em muitos casos práticos e também porque sua análise é relativamente simples pelo fato de apenas uma ação variando com o tempo ser considerada.

Segundo Ellingwood e Galambos (1982), a maioria dos projetistas de estruturas reconhece que a combinação $(\gamma_D D + \gamma_L L)$ atende satisfatoriamente os requisitos de segurança presentes nas especificações de projeto, pois seu efeito tende a ser mais localizado, sendo essa recomendação adotada até hoje nas avaliações de confiabilidade pela sua simplicidade e eficiência.

⁵ Desenvolvido por André Teófilo Beck, professor do Departamento de Engenharia de Estruturas (SET-EESC-USP).

Assim sendo, pode-se adiantar que os índices de confiabilidade obtidos para o modo de ruína ruptura da seção líquida (RSL), apresentaram certa tendência a estar um pouco acima dos índices de confiabilidade para o modo de ruína esmagamento da parede do furo (EPF), o que é desejável, uma vez que o esmagamento não conduz a estrutura ao colapso propriamente dito. Por outro lado, uma ruptura da seção líquida poderia iniciar um efeito de colapso progressivo na estrutura, caso essa não possua uma redundância estrutural considerável.

Também é importante comentar que, seguindo recomendações do ANSI AISI S100:2007-C, apenas os índices de confiabilidade obtidos para a razão de carregamento ($L_n/D_n = 5,00$) serão utilizados para comparação entre as normas aqui abordadas, tanto para o caso de ruptura da seção líquida (RSL), quanto para o caso de esmagamento da parede do furo (EPF), pois essa é a razão de carregamento utilizada como ponto de calibração pelo AISI, que vem, desde a década de 80, passando por intensos processos de calibração via ferramentas estatísticas e de confiabilidade.

Outra informação de grande importância que deve ser apontada refere-se aos critérios de avaliação que serão utilizados para julgar as especificações de projeto em termos de confiabilidade, sendo eles: critério de confiabilidade suficiente e critério de confiabilidade uniforme, em que o critério de confiabilidade suficiente exige a definição de um nível de segurança aceitável por parte das especificações, onde índices de confiabilidade utilizados no trabalho de calibração podem ser úteis para esse propósito e o critério de confiabilidade uniforme exige que os coeficientes parciais de segurança devam ser equilibrados de acordo com cada variável pertinente para que confiabilidades aproximadamente uniformes para todas as situações de carregamento sejam alcançadas.

6.2 – Sobre as análises de confiabilidade realizadas

6.2.1 – Variáveis de resistência

Variáveis aleatórias de resistência, tais como o erro de modelo (M_e) e resistência à ruptura do metal base (f_u) foram consideradas nessa análise, por serem grandes fontes de incerteza. Os momentos estatísticos e distribuições de probabilidades foram obtidos, para o caso do erro de modelo, por meio de uma intensa análise de erro de modelo (envolvendo testes de aderência para modelos analíticos de fenômenos aleatórios) e também por meio do trabalho desenvolvido por Ellingwood e Galambos (1982) para o caso da resistência à

ruptura f_u , em que de modo a enriquecer as análises de confiabilidade, foram utilizados quatro valores característicos para a resistência à ruptura do metal base: $f_{uk} = \{40, 50, 60, 70\} \text{ kN/cm}^2$.

Segundo Beck et al. (2009), a variável aleatória erro de modelo possui grande importância nas análises, pois afeta os índices de confiabilidade de duas maneiras significativas: quando a média do erro de modelo ou fator de tendência ($M_{e,mean}$) é maior do que a unidade, revela uma margem de segurança adicional no modelo de resistência em questão, reduzindo a probabilidade de falha, por outro lado, quando a média do erro de modelo ou fator de tendência ($M_{e,mean}$) é menor do que a unidade produz um aumento na probabilidade de falha, derrubando os índices de confiabilidade e indicando um modelo inseguro.

Outra importante informação a ser considerada nas análises de confiabilidade está relacionada à influência da variabilidade dos resultados individuais do erro de modelo, em relação à média ($M_{e,mean}$), perante o comportamento das curvas de confiabilidade. Nesse seguimento, sabe-se que o desvio padrão insere grande influência nos valores de β fazendo com que eles caiam bruscamente na medida em que a dispersão dos resultados em relação à média aumente, contribuindo de maneira negativa com as análises de confiabilidade em questão.

6.2.2 – Variáveis de carregamento

Uma combinação de ações permanente D e variável L foi utilizada, de modo que valores nominais dessas ações, D_n e L_n , foram determinados a partir das resistências das ligações utilizando coeficientes parciais de ações, recomendados por cada especificação de projeto abordada.

$$\frac{1}{\gamma} R_n \geq \gamma_D D_n + \gamma_L L_n \quad (6.1)$$

Logo, a equação acima foi resolvida para ações nominais L_n e D_n dentro de uma determinada faixa de valores de razão de carregamentos (L_n/D_n). No total, nove razões de carregamento foram consideradas nesse estudo, no sentido de tornar as análises mais abrangentes, sendo elas: $L_n/D_n = \{0,5; 1,0; 1,5; 2,0; 2,5; 3,0; 4,0; 5,0; 6,0\}$.

Os parâmetros e distribuições estatísticas de probabilidades das variáveis aleatórias D e L, da mesma forma que os da variável de resistência à ruptura do aço f_u , foram extraídos do trabalho de Ellingwood e Galambos (1982), conforme Tabela 6.1 a seguir.

Tabela 6.1 – Resumo dos dados estatísticos de resistência e solicitação para barras de aço
Fonte: Ellingwood e Galambos, (1982)

Descrição	\bar{R}/R_n	c.v.	Distribuição de probabilidade
barras submetidas à tração	1,05	0,11	Lognormal
barras submetidas à flexão (seção compacta - cálculo plástico)	1,07	0,13	Lognormal
barras submetidas à flexo-compressão (cálculo plástico)	1,07	0,15	Lognormal
Ações	\bar{S}/S_n	c.v.	Distribuição de probabilidade
D (permanente)	1,05	0,10	Normal
L (variável)	1,00	0,25	Gumbel Max

\bar{R} é o valor médio da resistência;
 R_n é o valor nominal da resistência;
 \bar{S} é o valor médio da solicitação;
 S_n é o valor nominal da solicitação;
c.v. é o coeficiente de variação.

6.2.3 – Outras variáveis consideradas

Para que as análises de confiabilidade refletissem fielmente as condições de projeto abrangidas pelas normas utilizadas, uma faixa de parâmetros de projeto teve que ser considerada. Dessa forma, além dos 4 valores de resistência à ruptura do aço e 9 razões de carregamento, foram também consideradas 6 diferentes razões entre excentricidade e comprimento de ligação: $x/L = \{0,05; 0,10; 0,20; 0,25; 0,35; 0,50\}$, 5 diferentes relações entre diâmetro nominal do parafuso e espaçamento transversal entre furos: $d/g = \{0,111; 0,167; 0,250; 0,333; 0,50\}$, 3 diâmetros nominais de parafusos: $d = \{12,5; 16,0; 18,0\}$ mm, 4 espessuras de chapa: $t_n = \{1,55; 2,00; 3,75; 4,75\}$ mm e 5 diferentes coeficientes de redução (β_2 ou β_3) utilizados pelo EUROCODE.

6.2.4 – Equação de estado limite

A equação de estado limite utilizada para a realização das análises de confiabilidade foi:

$$g(\mathbf{X}) = R(X_1) \cdot X_2 - X_3 - X_4 \quad (6.2)$$

sendo,

- R o modelo de resistência normativo;
- X_1 a resistência à ruptura do metal base (f_u);
- X_2 a variável aleatória erro de modelo (M_e);
- X_3 a ação permanente (D);
- X_4 a ação variável (L).

Para cada uma das configurações de ligação e para cada norma de projeto, a resistência foi avaliada pelos modelos de cálculo presentes no capítulo 3, as ações nominais são avaliadas a partir da Equação 6.1 e os índices de confiabilidade são avaliados por meio da equação de estado limite (Equação 6.2), via algoritmo FORM, totalizando 7092 análises de confiabilidade em ligações parafusadas em chapas finas e perfis de aço formados a frio.

A seguir serão apresentadas as descrições das ligações que foram utilizadas como parâmetros de entrada no StRAnD para obtenção dos índices β , assim como os respectivos valores de coeficientes parciais de segurança e coeficientes de combinação de ações para cada documento normativo abordado.

A análise e discussão dos resultados serão posteriormente apresentadas.

6.2.5 – Dados de entrada para o StRAnD

No total foram verificadas 404 ligações parafusadas em chapas finas e perfis de aço formados a frio, de acordo com 4 especificações de projeto, totalizando 1616 análises e que, a partir dessa verificação, estatísticas de erro de modelo (M_e) foram construídas por meio de testes de aderência para ajuste de distribuições de probabilidade.

A seguir são apresentados os casos analisados via programa StRAnD.

Chapas finas de aço: Modo de ruína → Ruptura da Seção Líquida (RSL)

Ligação utilizada: Chapa fina Série B → sem a utilização de arruelas

Legenda da ligação: **C2B4-1** → representa uma chapa fina, com duas seções de parafusos perpendiculares a força aplicada, contendo dois parafusos por seção, espessura (t) de 2,00mm, área líquida (A_n) de 0,920cm², diâmetro nominal do parafuso (d) de 1,25cm, espaçamento transversal entre furos (g) de 3,75cm e f_u de 47,9 kN/cm².

Ligação utilizada: Chapa fina Série C → sem a utilização de arruelas

Legenda da ligação: **C3C4-1** → representa uma chapa fina, com três seções de parafusos perpendiculares a força aplicada, contendo um parafuso por seção, espessura (t) de 2,65mm, área líquida (A_n) de 1,214cm², diâmetro nominal do parafuso (d) de 1,25cm, espaçamento transversal entre furos (g) de 3,68cm e f_u de 32,5 kN/cm².

Ligação utilizada: Chapa fina Série D → sem a utilização de arruelas

Legenda da ligação: **C5D6-1** → representa uma chapa fina, com quatro seções de parafusos perpendiculares a força aplicada, contendo quatro parafusos por seção, espessura (t) de 4,75mm, área líquida (A_n) de 5,70cm², diâmetro nominal do parafuso (d) de 1,60cm, espaçamento transversal entre furos (g) de 4,80cm e f_u de 49,0 kN/cm².

Tabela 6.2 – Valores médios do erro de modelo ($M_{e,mean}$) e respectivas distribuições

Ajuste das distribuições estatísticas de probabilidades - Chapas finas								
Modo de ruína	Série única ^a							
	NBR		AISI		AS/NZS		EUROCODE	
RSL ^b	Normal		Normal		Normal		---	
	μ	c.v.	μ	c.v.	μ	c.v.	-	-
	1,15510	0,07398	1,05500	0,07347	1,05500	0,07347	-	-
Resíduos ε da análise de regressão								
EPF ^c	Normal		Normal		Normal		Normal	
	μ	σ	μ	σ	μ	σ	μ	σ
	0	0,09863	0	0,09863	0	0,09863	0	0,8713.t - 0,0424

^a séries B, C e D com e sem arruelas para RSL e séries A e B com e sem arruelas para EPF.

^b RSL - Ruptura da Seção Líquida

^c EPF - Esmagamento da Parede do Furo

Tabela 6.3 – Valores médios do erro de modelo ($M_{e,mean}$) e respectivas distribuições

Ajuste das distribuições estatísticas de probabilidades - Chapas finas						
Modo de ruína	EUROCODE					
RSL ^b	Gumbel Min					
	Série B		Série C		Série D	
	μ	C.V.	μ	C.V.	μ	C.V.
	0,91658	0,08456	0,97142	0,07535	0,99286	0,06702

^b RSL - Ruptura da Seção Líquida

Tabela 6.4 – Coeficientes parciais de segurança para as normas de projeto abordadas - RSL

Código Normativo	Coeficientes parciais de segurança		
	Resistência	Ações	
		Permanentes	Variáveis
NBR	$\gamma = 1,65$	$\gamma_D = 1,25$	$\gamma_L = 1,50$
AISI	$\phi = 0,65$	$\gamma_D = 1,20$	$\gamma_L = 1,60$
AS/NZS	$\phi = 0,65$	$\gamma_D = 1,20$	$\gamma_L = 1,50$
EUROCODE	$\gamma_{M2} = 1,25$	$\gamma_D = 1,35$	$\gamma_L = 1,50$

Chapas finas de aço: Modo de ruína → Esmagamento da Parede do Furo (EPF)

Ligação utilizada: Chapa fina Série A → sem a utilização de arruelas

Legenda da ligação: **C2A9-1** → representa uma chapa fina, com uma seção de parafusos perpendicular a força aplicada, contendo dois parafusos nesta seção, espessura (t) de 2,00mm, área líquida (A_n) de 2,412cm², diâmetro nominal do parafuso (d) de 1,25cm, espaçamento transversal entre furos (g) de 3,75cm e f_u de 47,9 kN/cm².

Tabela 6.5 – Coeficientes parciais de segurança para as normas de projeto abordadas - EPF

Código Normativo	Coeficientes parciais de segurança		
	Resistência	Ações	
		Permanentes	Variáveis
NBR	$\gamma = 1,55$	$\gamma_D = 1,25$	$\gamma_L = 1,50$
AISI	$\phi = 0,65$	$\gamma_D = 1,20$	$\gamma_L = 1,60$
AS/NZS	$\phi = 0,65$	$\gamma_D = 1,20$	$\gamma_L = 1,50$
EUROCODE	$\gamma_{M2} = 1,25$	$\gamma_D = 1,35$	$\gamma_L = 1,50$

Cantoneiras formadas a frio: Modo de ruína → Ruptura da Seção Líquida (RSL)

Ligação utilizada: Cantoneira Tipo1 → L 50,00x1,55mm

Legenda da ligação: **LI1D1-1** → representa uma cantoneira de abas iguais conectada por apenas uma aba, com quatro seções de parafusos perpendiculares a força aplicada, contendo apenas um parafuso por seção, espessura (t) de 1,55mm, área líquida (A_n) de 1,249cm², excentricidade (x) de 1,326cm, comprimento de ligação (L) de 11,11cm e f_u de 46,8 kN/cm².

Tabela 6.6 – Valores médios do erro de modelo ($M_{e,mean}$) e respectivas distribuições
Ajuste das distribuições estatísticas de probabilidades - Cantoneiras

Modo de ruína	Tipo 1							
	NBR		AISI		AS/NZS		EUROCODE	
RSL ^a	Frechet Max		Frechet Max		Gumbel Min		Normal	
	μ	C.V.	μ	C.V.	μ	C.V.	μ	C.V.
	1,07010	0,24086	1,07010	0,24086	1,06770	0,15913	1,46290	0,07445
EPF ^b	Normal		Normal		Normal		Weibull Min	
	μ	C.V.	μ	C.V.	μ	C.V.	μ	C.V.
	1,10854	0,21599	1,10854	0,21599	1,10854	0,21599	1,09290	0,25250

^a RSL - Ruptura da Seção Líquida

^b EPF - Esmagamento da Parede do Furo

Ligação utilizada: Cantoneira Tipo2 → L 80,00x40,00x3,75mm

Legenda da ligação: **LD3B2-1** → representa uma cantoneira de abas desiguais conectada por apenas uma aba, com duas seções de parafusos perpendiculares à força aplicada, contendo apenas um parafuso por seção, espessura (t) de 3,75mm, área líquida (A_n) de 3,724cm², excentricidade (x) de 0,863cm, comprimento de ligação (L) de 4,80cm e resistência à ruptura (f_u) de 39,9 kN/cm².

Tabela 6.7 – Valores médios do erro de modelo ($M_{e,mean}$) e respectivas distribuições
Ajuste das distribuições estatísticas de probabilidades - Cantoneiras

Modo de ruína	Tipo 2							
	NBR		AISI		AS/NZS		EUROCODE	
RSL ^a	Frechet Max		Frechet Max		Weibull Min		Normal	
	μ	c.v.	μ	c.v.	μ	c.v.	μ	c.v.
	0,83743	0,23599	0,83743	0,23599	0,80501	0,31086	1,37570	0,15011
EPF ^b	Não pronunciado		Não pronunciado		Não pronunciado		Não pronunciado	
	μ	c.v.	μ	c.v.	μ	c.v.	μ	c.v.
	-	-	-	-	-	-	-	-

^a RSL - Ruptura da Seção Líquida

^b EPF - Esmagamento da Parede do Furo

Ligação utilizada: Cantoneira Tipo3 → L 60,00x40,00x1,55mm

Legenda da ligação: **LD1D3-1** → representa uma cantoneira de abas desiguais com quatro seções de parafusos perpendiculares a força aplicada, contendo dois parafusos por seção (todos os elementos da seção conectados), espessura (t) de 1,55mm, área líquida (A_n) de 1,036cm² e resistência à ruptura (f_u) de 46,8 kN/cm².

Tabela 6.8 – Valores médios do erro de modelo ($M_{e,mean}$) e respectivas distribuições
Ajuste das distribuições estatísticas de probabilidades - Cantoneiras

Modo de ruína	Tipo 3							
	NBR		AISI		AS/NZS		EUROCODE	
RSL ^a	Frechet Max		Gumbel Min		Gumbel Min		Gumbel Min	
	μ	c.v.	μ	c.v.	μ	c.v.	μ	c.v.
	1,0258	0,24298	0,93555	0,06021	1,10060	0,06435	0,93555	0,06436
EPF ^b	Gumbel Max		Gumbel Max		Gumbel Max		Normal	
	μ	c.v.	μ	c.v.	μ	c.v.	μ	c.v.
	0,85127	0,40599	0,85127	0,40599	0,85127	0,40599	0,88741	0,27964

^a RSL - Ruptura da Seção Líquida

^b EPF - Esmagamento da Parede do Furo

Cantoneiras formadas a frio: Modo de ruína → Esmagamento da Parede do Furo (EPF)

Ligação utilizada: Cantoneira Tipo1 → L 60,00x40,00x1,55mm

Legenda da ligação: **LD1A1-1** → representa uma cantoneira de abas desiguais conectada por apenas pela menor aba, com apenas uma seção de parafusos perpendicular a força aplicada, contendo apenas um parafuso por seção, diâmetro nominal do parafuso (d) de 1,25cm, espessura (t) de 1,55mm e resistência à ruptura (f_u) de 46,8 kN/cm².

Ligação utilizada: Cantoneira Tipo3 → L 75,00x3,75mm

Legenda da ligação: **LI3A3-1** → representa uma cantoneira de abas iguais conectada por ambas as abas, com apenas uma seção de parafusos perpendicular a força aplicada, contendo dois parafusos nessa seção, diâmetro nominal do parafuso (d) de 1,60cm, espessura (t) de 3,75mm e resistência à ruptura (f_u) de 39,9 kN/cm².

Perfis U formados a frio: Modo de ruína → Ruptura da Seção Líquida (RSL)

Ligação utilizada: Perfil U Tipo2 → U 100,00x40,00x1,55mm

Legenda da ligação: **U1B2-1** → representa um perfil U, conectados pelas mesas, com duas seções de parafusos perpendiculares a força aplicada, contendo dois parafusos por seção, espessura (t) de 1,55mm, área líquida (A_n) de 2,251cm², excentricidade (x) de 0,764cm, comprimento de ligação (L) de 3,695cm e f_u de 46,8 kN/cm².

Tabela 6.9 – Valores médios do erro de modelo ($M_{e,mean}$) e respectivas distribuições

Ajuste das distribuições estatísticas de probabilidades - Perfis U

Modo de ruína	Tipo 2							
	NBR		AISI		AS/NZS		EUROCODE	
RSL ^b	Gumbel Min		Gumbel Max		Gumbel Min		Não previsto	
	μ	C.V.	μ	C.V.	μ	C.V.	μ	C.V.
	0,84639	0,15518	0,93087	0,34686	1,04000	0,20733	-	-
EPF ^c	Não pronunciado		Não pronunciado		Não pronunciado		Não pronunciado	
	μ	C.V.	μ	C.V.	μ	C.V.	μ	C.V.
	-	-	-	-	-	-	-	-

^a Engloba os tipos 1, 1a,1b e 1c em uma única série

^b RSL - Ruptura da Seção Líquida

^c EPF - Esmagamento da Parede do Furo

Ligação utilizada: Perfil U Tipo3 → U 150,00x50,00x3,75mm

Legenda da ligação: **U3C3-1** → representa um perfil U, com três seções de parafusos perpendiculares a força aplicada, contendo três parafusos por seção (todos os elementos da seção transversal conectados), espessura (t) de 3,75mm, área líquida (A_n) de 7,464cm² e f_u de 39,9 kN/cm².

Tabela 6.10 – Valores médios do erro de modelo ($M_{e,mean}$) e respectivas distribuições
Ajuste das distribuições estatísticas de probabilidades - Perfis U

Modo de ruína	Tipo 3							
	NBR		AISI		AS/NZS		EUROCODE	
RSL ^b	Gumbel Max		Gumbel Min		Gumbel Min		Gumbel Min	
	μ	c.v.	μ	c.v.	μ	c.v.	μ	c.v.
	0,95638	0,21374	0,83304	0,14959	0,98006	0,14959	0,76289	0,18655
EPF ^c	Não pronunciado		Não pronunciado		Não pronunciado		Não pronunciado	
	μ	c.v.	μ	c.v.	μ	c.v.	μ	c.v.
	-	-	-	-	-	-	-	-

^a Engloba os tipos 1, 1a,1b e 1c em uma única série

^b RSL - Ruptura da Seção Líquida

^c EPF - Esmagamento da Parede do Furo

Perfis U formados a frio: Modo de ruína → Esmagamento da Parede do Furo (EPF)

Ligação utilizada: Perfil U Tipo1 → U 100,00x40,00x1,55mm

Legenda da ligação: **U1A1-1** → representa um perfil U, conectado pela alma, com apenas uma seção de parafusos perpendicular a força aplicada, contendo apenas um parafuso por seção, diâmetro nominal do parafuso (d) de 1,25cm, espessura (t) de 1,55mm e resistência à ruptura (f_u) de 46,8 kN/cm².

Tabela 6.11 – Valores médios do erro de modelo ($M_{e,mean}$) e respectivas distribuições

Ajuste das distribuições estatísticas de probabilidades - Perfis U								
Modo de ruína	Tipo 1							
	NBR		AISI		AS/NZS		EUROCODE	
RSL ^b	Não pronunciado		Não pronunciado		Não pronunciado		Não pronunciado	
	μ	c.v.	μ	c.v.	μ	c.v.	μ	c.v.
	-	-	-	-	-	-	-	-
EPF ^c	Weibull Min		Weibull Min		Weibull Min		Frechet Max	
	μ	c.v.	μ	c.v.	μ	c.v.	μ	c.v.
	1,06510	0,28302	1,06510	0,28302	1,06510	0,28302	1,13850	0,33970

^a Engloba os tipos 1, 1a, 1b e 1c em uma única série

^b RSL - Ruptura da Seção Líquida

^c EPF - Esmagamento da Parede do Furo

Sendo assim, a análise e discussão dos resultados a serem apresentadas foram divididas de acordo com os seguintes tópicos:

Chapas finas de aço

- Índices de confiabilidade β ;
 - Ruptura da Seção Líquida (RSL);
 - Série B
 - Série C
 - Série D
- Coeficientes de sensibilidade α ;
 - Ruptura da Seção Líquida (RSL);
 - Série B
- Índices de confiabilidade β ;
 - Esmagamento da Parede do Furo (EPF);
 - Série A
- Coeficientes de sensibilidade α ;
 - Esmagamento da Parede do Furo (EPF);
 - Série A

Cantoneiras formadas a frio

- Índices de confiabilidade β ;
 - Ruptura da Seção Líquida (RSL);
 - Tipo 1
 - Tipo 2
 - Tipo 3
- Coeficientes de sensibilidade α ;
 - Ruptura da Seção Líquida (RSL);
 - Tipo 1

- Índices de confiabilidade β ;
 - Esmagamento da Parede do Furo (EPF);
 - Tipo 1
 - Tipo 3
- Coeficientes de sensibilidade α ;
 - Esmagamento da Parede do Furo (EPF);
 - Tipo 1

Perfis U formados a frio

- Índices de confiabilidade β ;
 - Ruptura da Seção Líquida (RSL);
 - Tipo 2
 - Tipo 3
- Coeficientes de sensibilidade α ;
 - Ruptura da Seção Líquida (RSL);
 - Tipo 2

- Índices de confiabilidade β ;
 - Esmagamento da Parede do Furo (EPF);
 - Tipo 1
- Coeficientes de sensibilidade α ;
 - Esmagamento da Parede do Furo (EPF);
 - Tipo 1

A seguir são apresentados os índices de confiabilidade β , acompanhados de seus respectivos coeficientes de sensibilidade α , obtidos para cada tipo de ligação de acordo com cada especificação de projeto.

Na medida em que os resultados vão sendo apresentados, comentários sobre o comportamento desses índices β e coeficientes α também serão feitos, para que maiores esclarecimentos possam ser alcançados.

6.3 – Análises de confiabilidade em ligações parafusadas em chapas finas de aço

Índices de confiabilidade β para RSL de chapas finas

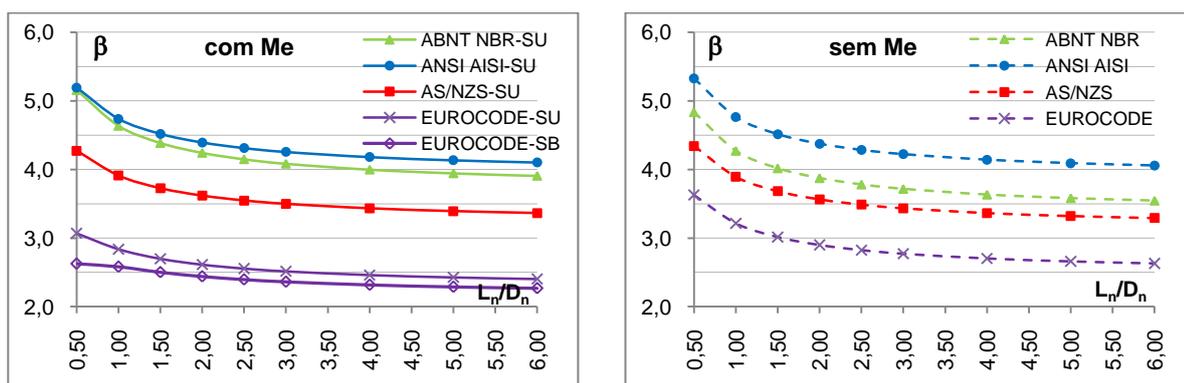


Figura 6.1 – Índices de confiabilidade obtidos para RSL – série B

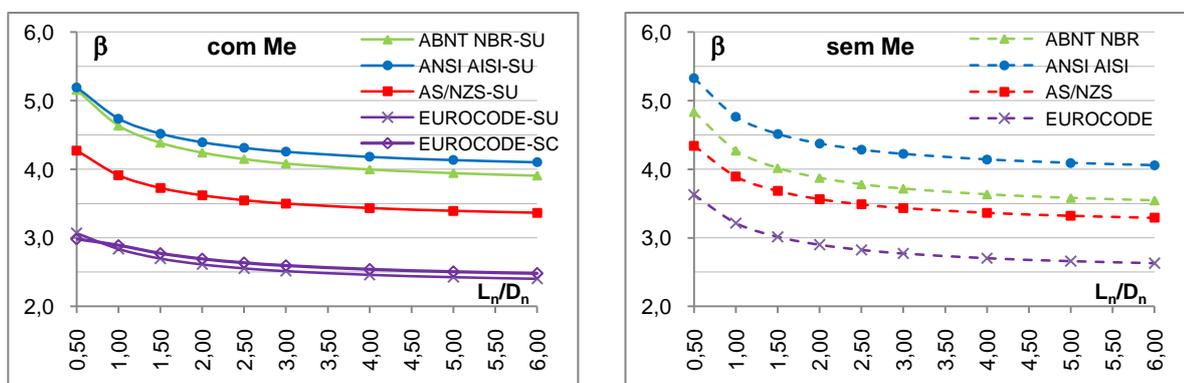


Figura 6.2 – Índices de confiabilidade obtidos para RSL – série C

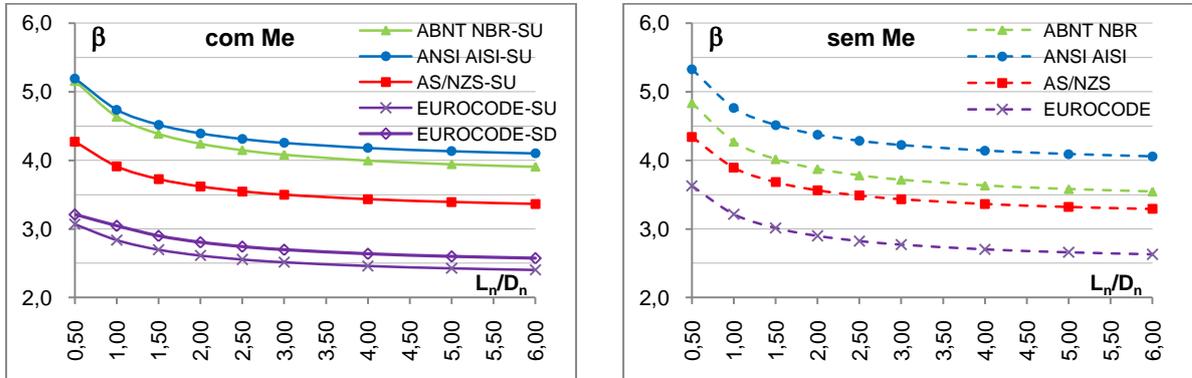


Figura 6.3 – Índices de confiabilidade obtidos para RSL – série D

Coefficientes de sensibilidade α para RSL de chapas finas

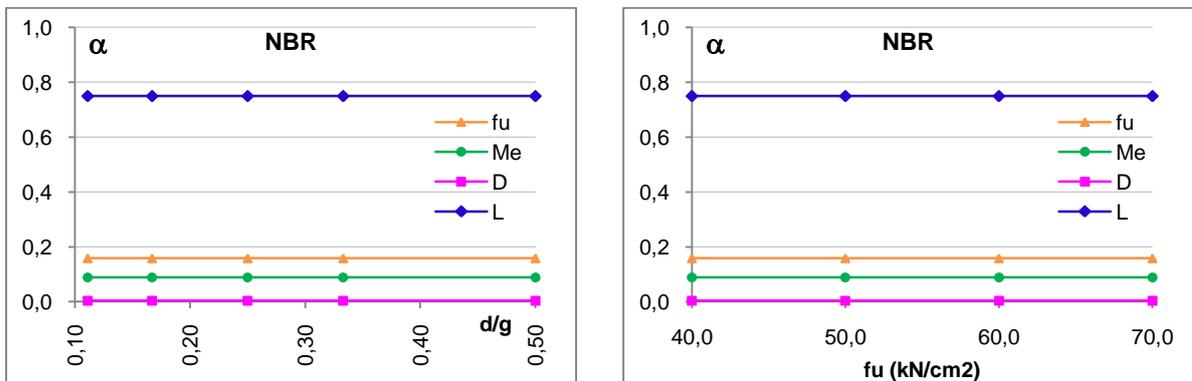
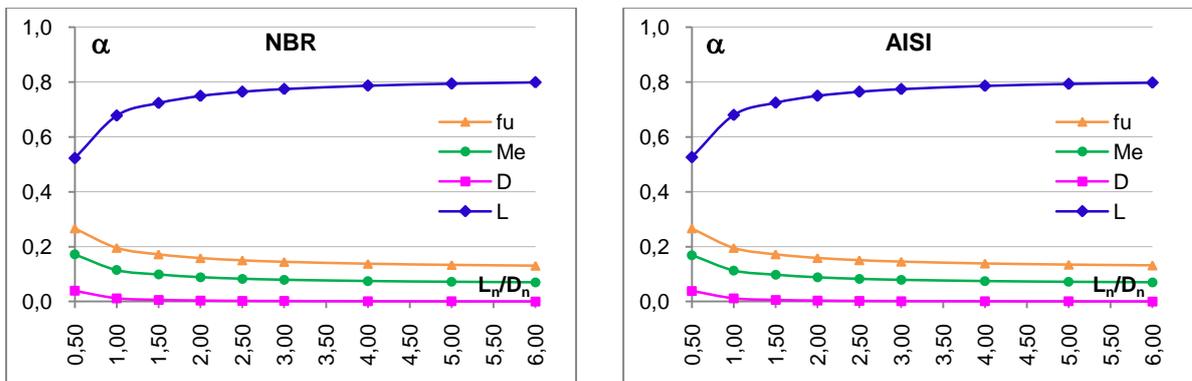


Figura 6.4 – Coeficientes de sensibilidade α para RSL – série B



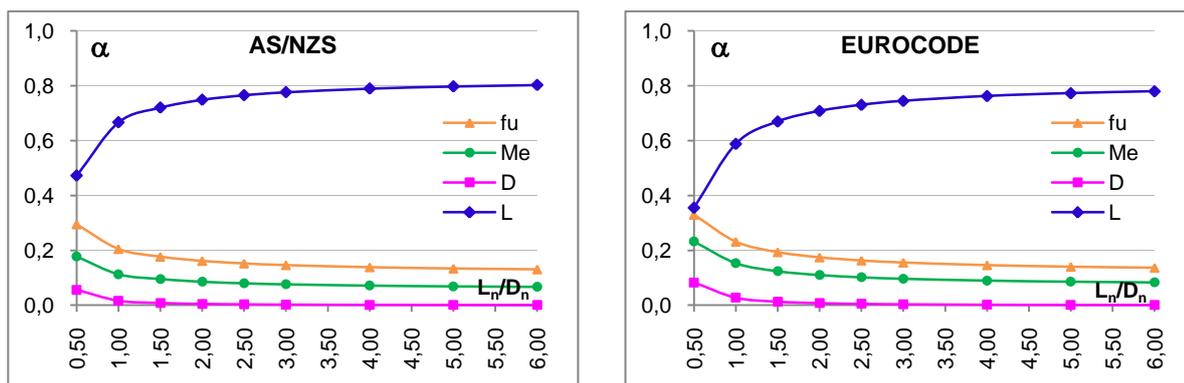


Figura 6.5 – Variação dos coeficientes de sensibilidade α com as razões de carregamento L_r/D_n para RSL série B

As Figuras 6.1, 6.2 e 6.3 apresentam os índices de confiabilidade β em função da razão de carregamento (L_r/D_n), onde as linhas contínuas representam a confiabilidade real das ligações, já que esses resultados incluem a variável aleatória erro de modelo (M_e), e as linhas pontilhadas, em que o erro de modelo não é considerado, apenas apontam o impacto que essa variável causa nos resultados de confiabilidade.

Essas figuras ilustram que o erro de modelo tem uma pequena influência nos índices de confiabilidade (para as normas da NBR, AISI e AS/NZS), para esse tipo de ligação, mostrando que as expressões de projeto estão de certa forma prevendo o fenômeno em estudo de maneira satisfatória.

Entretanto, para as situações em que a razão de carregamento (L_r/D_n) está entre 0,5 e 2,0; o que segundo Ellingwood e Galambos (1982) é uma faixa típica para estruturas de aço, o impacto do erro de modelo é, de certo modo, considerável, uma vez que as curvas da NBR sobem ligeiramente, indicando um pequeno conservadorismo, e no caso do AISI e AS/NZS, as curvas decaem um pouco, pela influência da dispersão dos valores do erro de modelo em relação à média (Tabelas 6.2 e 6.3).

Em se tratando do EUROCODE, o erro de modelo apresenta uma influência significativa para a mesma faixa de L_r/D_n (0,5 a 2,0), mostrando que os modelos de resistência possuem uma considerável insegurança em suas previsões da força resistente de cálculo à tração, pois $M_{e,mean} < 1,0$ tanto para a consideração dos ajustes estatísticos feitos para funções de probabilidade para uma série única, quanto para os ajustes feitos separadamente para as séries B, C e D (Capítulo 4 e Tabela 6.3).

Cabe ainda comentar que os ajustes de distribuições estatísticas individuais para cada série de ligações parafusadas em chapas finas (séries B, C e D) para o EUROCODE, demonstraram melhores resultados de confiabilidade para as séries C e D, porém prejudicaram a série B, quando comparados ao ajuste feito considerando uma série única

para as ligações sujeitas à ruptura da seção líquida (Tabela 6.12). Esse efeito prejudicial à série B talvez esteja sendo pronunciado pelo fato dessa série estar entre a fronteira dos modos de ruína RSL e EPF, conforme tabelas de dimensionamento apresentadas no apêndice A.

É importante lembrar que os coeficientes de sensibilidade α , conforme apresentado no Capítulo 5, representam a contribuição de cada variável aleatória na probabilidade de falha e indicam, por meio de flutuações numéricas do gradiente dentro do algoritmo iterativo, qual variável pode ser desconsiderada ou não da análise de confiabilidade, ressaltando ainda que quanto menos variáveis aleatórias o problema de confiabilidade possuir, mais refinados serão os resultados.

Sendo assim, ao analisar a Figura 6.5 é possível perceber que a contribuição do erro de modelo na probabilidade de falha dessas ligações estudadas é muito pequena e por esse impacto nos resultados ser praticamente desprezível, a sua influência a partir da faixa de carregamento $L_n/D_n > 2,0$ pode ser desconsiderada.

Ainda se referindo aos coeficientes de sensibilidade, a Figura 6.4 mostra que os valores de α em função da relação geométrica d/g e em função da resistência à ruptura do metal base (f_u) para as variáveis aleatórias de resistência (M_e e f_u) e de carregamento (D e L) são constantes. Essa informação é muito importante, pois mostra que os índices de confiabilidade não dependem desses parâmetros (d/g e f_u), o que permite concluir que esses não inserem qualquer contribuição sobre a probabilidade de falha.

A Figura 6.5 ainda revela que o comportamento dos coeficientes de sensibilidade em função das razões de carregamento (L_n/D_n) para as variáveis de resistência (M_e e f_u) e de carregamento (D e L), quando da observação da variável de carregamento L (que representa as ações variáveis), apresenta um crescimento assintótico à unidade e, por outro lado as demais variáveis aleatórias demonstram um decaimento exponencial a zero, o que permite concluir que a variável aleatória L é quem introduz maior propensão na probabilidade de falha das ligações.

Esse comportamento das curvas de sensibilidade é condizente com a realidade de que a influência da variável aleatória L , na razão de carregamento (L_n/D_n), aumenta desproporcionalmente em relação às demais variáveis consideradas, dominando, nesse caso, as análises em questão, pois os coeficientes parciais de ponderação das ações não conseguem equilibrar a equação de estado limite de maneira desejável.

A Tabela 6.12 mostra os valores dos índices de confiabilidade β para as ligações parafusadas em chapas finas, para a razão de carregamento $L_n/D_n = 5,0$ e também apresenta as faixas de variação dos valores de β quando da consideração ou não do erro de modelo.

Tabela 6.12 – Resumo dos resultados dos índices de confiabilidade – chapas finas – RSL

SÉRIES $L_n/D_n = 5,0$ (ponto de calibração)	Ruptura da Seção Líquida - RSL		
	$\beta_{\text{sem Me}}$	$\beta_{\text{com Me}}$	$\beta_{\text{faixa}}^* = \beta_{\text{sem Me}} - \beta_{\text{com Me}}$
Especificação de projeto			
ABNT NBR 14762:2010	3,5818	3,9427	-0,3609
ANSI AISI S100:2007-S	4,0908	4,1333	-0,0424
AS/NZS 4600:2005	3,3209	3,3912	-0,0703
EUROCODE 3:2010 - SU ¹	2,6603	2,4267	0,2336
EUROCODE 3:2010 - SB ²	2,6603	2,2885	0,3717
EUROCODE 3:2010 - SC ³	2,6603	2,5069	0,1534
EUROCODE 3:2010 - SD ⁴	2,6603	2,5989	0,0613

* faixa de variação de β para valores sem o erro de modelo e com o erro de modelo

¹ ajuste estatístico considerando uma série única para as ligações parafusadas

² ajuste estatístico considerando apenas a série B de ligações parafusadas

³ ajuste estatístico considerando apenas a série C de ligações parafusadas

⁴ ajuste estatístico considerando apenas a série D de ligações parafusadas

Por meio da Tabela 6.12 é possível perceber que os critérios de confiabilidade suficiente e uniforme foram alcançados em parte por algumas das especificações de projeto, uma vez que apenas a NBR e o AISI obtiveram índices de confiabilidade maiores que os valores alvo de 3,50 indicados pelo AISI para ligações parafusadas. Nessa mesma tabela, também nota-se que a AS/NZS apresentou valores de β praticamente condizentes com o valor alvo, ficando a desejar apenas o EUROCODE, que de fato não conseguiu alcançar valores se quer próximos de 3,50 (lembrando que o valor alvo para o EUROCODE é de 3,80).

Com relação à uniformidade das curvas de confiabilidade, é plausível comentar que todas as especificações apresentaram, a partir da razão de carregamento $L_n/D_n = 2,50$, valores de β praticamente constantes.

Resumidamente:

NBR e AISI → β acima de 3,50

AS/NZS → β ligeiramente abaixo de 3,50

EUROCODE → β muito abaixo de 3,50

Índices de confiabilidade β para EPF de chapas finas - Série A

▪ Esmagamento da Parede do Furo – Série A

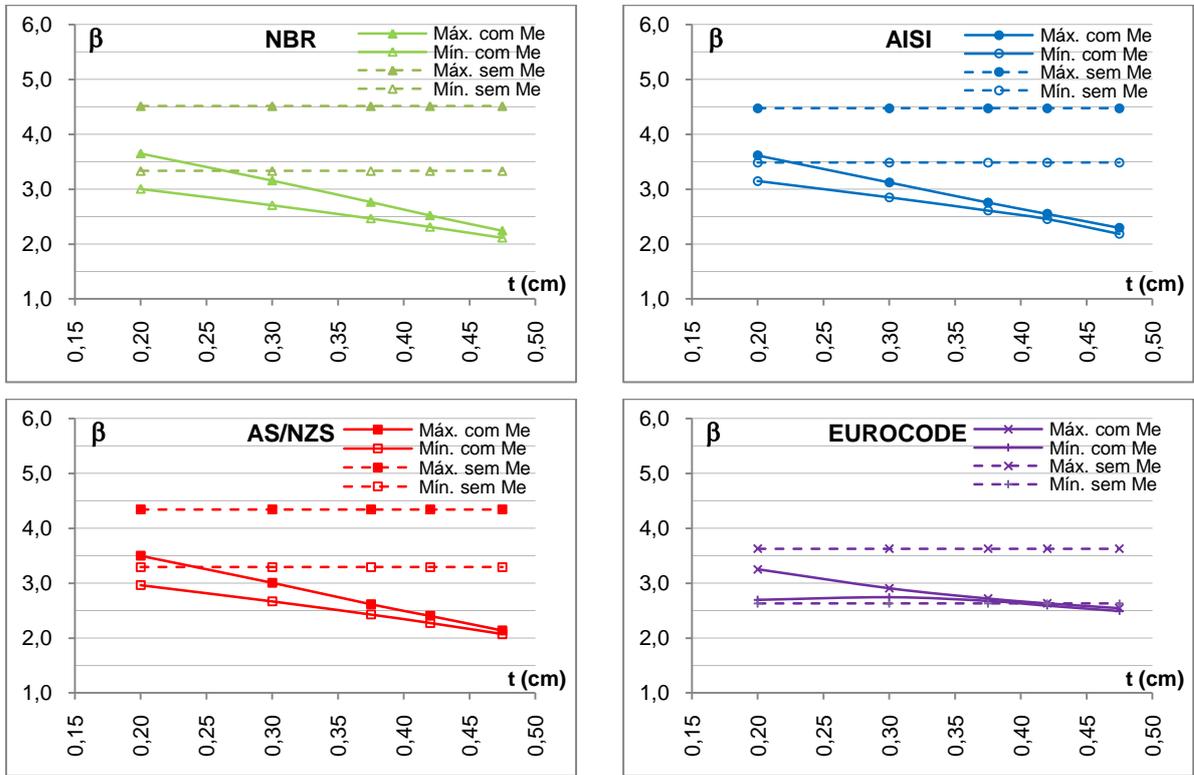
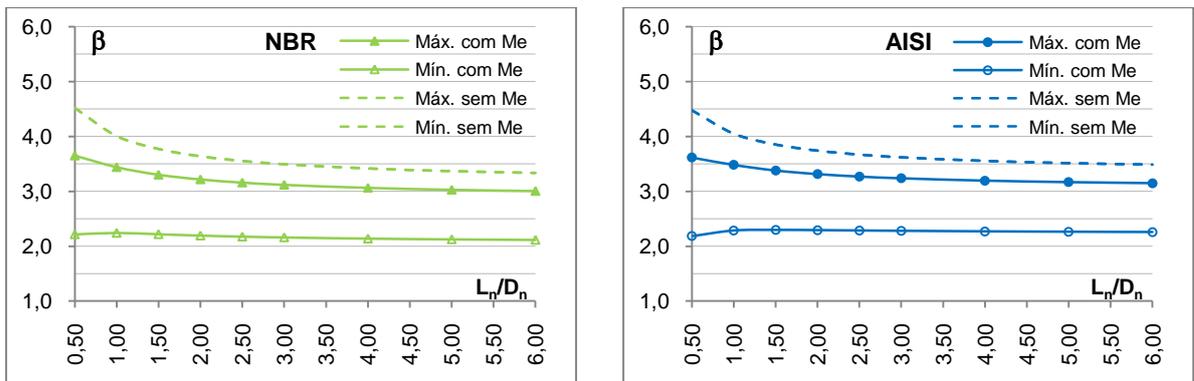


Figura 6.6 – Faixa de variação dos índices de confiabilidade β em relação às espessuras t para chapas finas da série A para as especificações de projeto abordadas



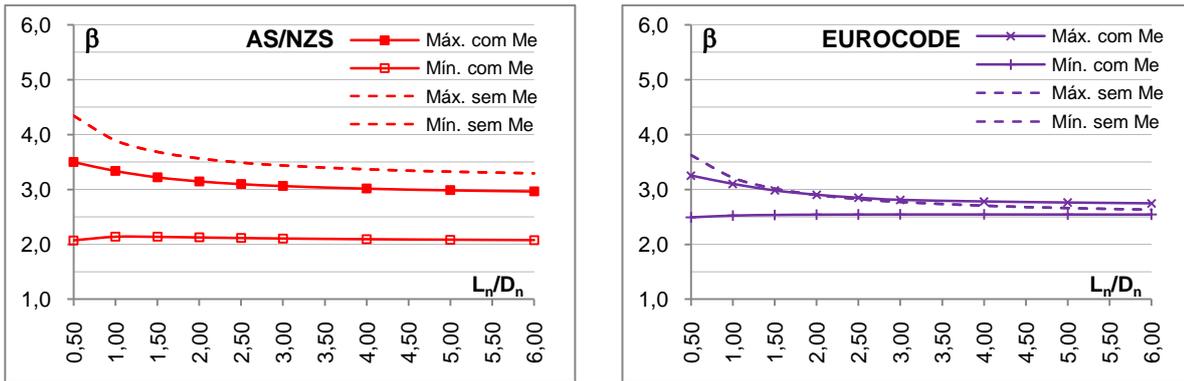


Figura 6.7 – Faixa de variação dos Índices de confiabilidade β em relação às razões de carregamento (L_n/D_n) para cada especificação de projeto abordada para todas as espessuras estudadas

Coefficientes de sensibilidade α para EPF de chapas finas – Série A

▪ Esmagamento da Parede do Furo – Série A

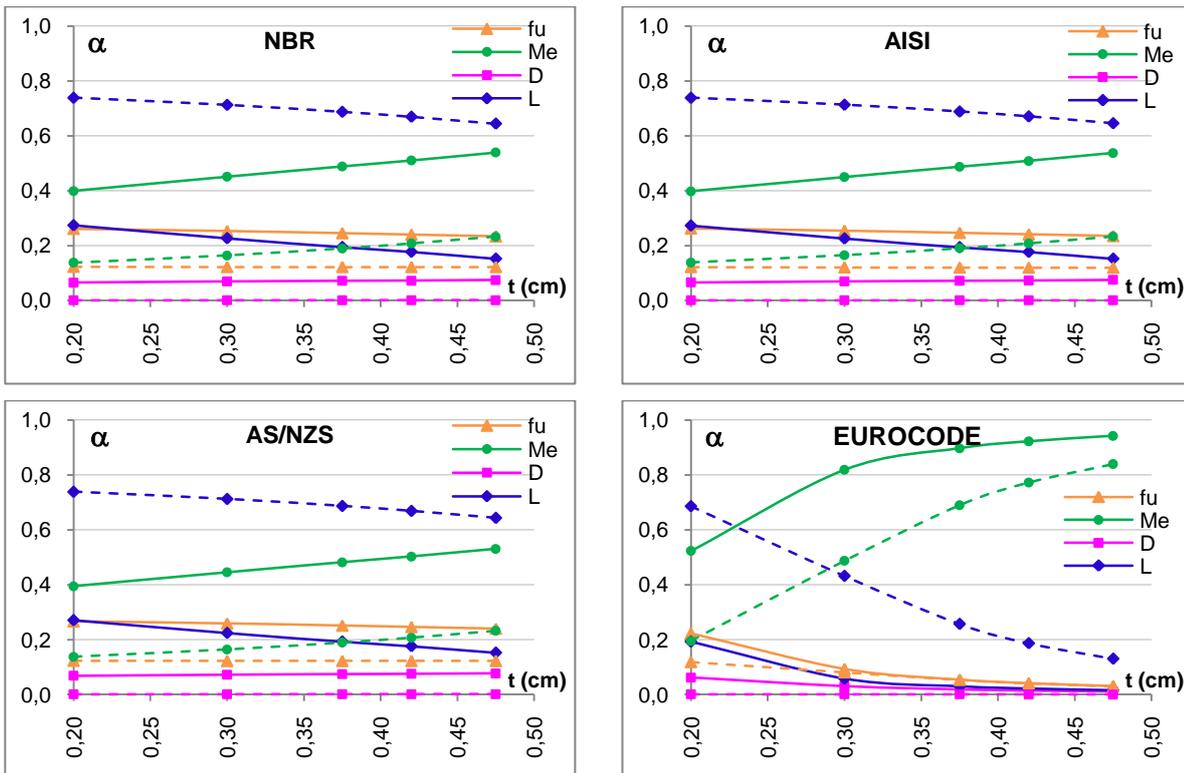


Figura 6.8 – Faixa de variação dos coeficientes de sensibilidade α com as espessuras t para as razões de carregamento $L_n/D_n = 0,5$ (linha contínua) e $L_n/D_n = 6,0$ (linha pontilhada)

A Figura 6.6 apresenta índices de confiabilidade para chapas finas que sofreram esmagamento da parede dos furos sendo que as análises foram conduzidas considerando o erro de modelo em função da espessura, $M_e(t)$. Por meio dessa figura percebe-se que o impacto da dependência linear entre essas variáveis é negativo aos resultados de confiabilidade, para todas as especificações estudadas, pois as curvas contínuas (com M_e) caem em relação às curvas pontilhadas (sem M_e), para a realidade dos valores de β estudados, observando ainda que a construção dessa figura foi baseada em uma faixa de máximos e mínimos tanto para os índices de confiabilidade com M_e quanto para os que não consideraram a presença dessa variável aleatória na análise.

Essa estratégia de faixa de valores foi utilizada porque, para cada espessura analisada, foram plotados apenas o maior e o menor valor de β obtido, para todas as nove razões de carregamento aqui estudadas. Assim sendo, apenas as faixas extremas são apresentadas como uma tentativa de demonstrar a influência causada pelo erro de modelo $M_e(t)$ nas análises de confiabilidade.

Ainda com relação à Figura 6.6, nota-se que a queda dos valores de β , quando da consideração de $M_e(t)$ nas análises, indica que os modelos de resistência das normas NBR, AISI e AS/NZS não conseguem prever de maneira desejável as forças resistentes ao esmagamento da parede do furo, pois conforme as espessuras das chapas aumentam, a média do erro de modelo $M_{e,mean}(t)$ cai rapidamente (resultado da análise de regressão linear entre M_e e t), o que é demonstrado pela Figura 4.17, revelando também que uma calibração para $\beta_{Alvo} = 3,50$ não se aplica a esse modo de ruína, pois nenhuma das normas abordadas alcançou esse valor (Figura 6.7) para o ponto de calibração de $L_n/D_n = 5,0$.

A Tabela 6.13 apresenta o resumo dos valores de β para a razão de carregamento $L_n/D_n = 5,0$ para todas as espessuras t analisadas.

Tabela 6.13 – Resumo dos resultados dos índices de confiabilidade – chapas finas – EPF

$L_n/D_n = 5,0$ (ponto de calibração)	$\beta_{\min.}$	$\beta_{\max.}$	$\beta_{faixa}^* = \beta_{\max.} - \beta_{\min.}$
Especificação de projeto			
ABNT NBR 14762:2010	2,1260	3,0287	0,9027
ANSI AISI S100:2007-S	2,2629	3,1662	0,9033
AS/NZS 4600:2005	2,0834	2,9861	0,9027
EUROCODE 3 parte1.3:2010	2,5448	2,7610	0,2162
* faixa de variação de β para todas as espessuras t analisadas			

sePara o caso do EUROCODE, a média do erro de modelo $M_{e,mean}(t)$ cresce rapidamente conforme a espessura das chapas aumentam (Figura 4.17), demonstrando um modelo muito conservador. Contudo, para espessuras t maiores que 0,30cm, os valores de $\beta_{m\acute{a}x.}$ e $\beta_{m\acute{i}n.}$ seguem um comportamento semelhante, reduzindo a faixa de variação a zero ($\beta_{faixa} \approx 0$), o que demonstra uma certa uniformidade da confiabilidade perante a espessura, e evidenciando que essa ocorrência é devida ao desvio-padrão do erro de modelo, $M_{e,sdev}(t)$, que derruba os valores de $\beta_{m\acute{a}x.}$, a partir de $t = 0,30\text{cm}$, mais rápido do que a influência do $M_{e,mean}(t)$ faz com que os valores de $\beta_{m\acute{i}n.}$ subam, tornando os resultados para β uniformes.

Em se tratando da Figura 6.7, os comentários anteriores apontando como a influência do erro de modelo (M_e) é considerável nas análises de confiabilidade (em especial para a NBR, AISI e AS/NZS) ainda são válidos, ressaltando também que essa influência é maior para razões de carregamento (L_n/D_n) pequenas, pois a faixa entre os $\beta_{m\acute{a}x.}$ e $\beta_{m\acute{i}n.}$ é maior nessa região.

Outra informação importante a respeito da Figura 6.7, condiz com a faixa (β_{faixa}) entre os valores máximos e mínimos dos índices de confiabilidade, pois ela é relativamente grande, o que pode ser um alerta à ineficiência do modelo com relação aos critérios de confiabilidade uniforme perante as oscilações dos carregamentos, consideração essa que deveria ser prioridade para que os modelos analíticos de previsão sejam seguros e eficazes.

A respeito da Figura 6.8, o que se pode concluir ao analisá-la é que a flutuação dos coeficientes de sensibilidade α , principalmente com relação ao erro de modelo M_e e a ação variável L , é muito grande. Esse comportamento indica que essas duas variáveis aleatórias são dominantes do problema de confiabilidade em questão e também apontam que na medida em que as razões de carregamento vão aumentando, as importâncias dessas variáveis mudam, a depender da especificação analisada, pois os coeficientes parciais de segurança (γ_L) são diferentes e equilibram a equação de estado limite de forma distinta a depender dos coeficientes γ_D obtidos nos processos de calibração aos quais as especificações em questão foram submetidas.

Nessa mesma figura, conforme as espessuras aumentam, nota-se que a influência do erro de modelo também aumenta, revelando que a contribuição da incerteza de modelo é relevantemente grande, principalmente para o EUROCODE.

A Figura 6.8 ainda apresenta informações importantes referentes à influência do parâmetro f_u na confiabilidade das ligações, pois revela que as resistências características à ruptura do metal base impõem uma pequena tendência na probabilidade de falha da ligação, o que de certo modo indica que a sua eliminação das análises, ou seja, a sua consideração apenas como um valor determinístico, tornaria os resultados das análises mais precisos, já que quanto menos variáveis aleatórias no problema, mais refinada é a resposta.

6.4 – Análises de confiabilidade em ligações parafusadas em cantoneiras formadas a frio

Índices de confiabilidade β para RSL de cantoneiras

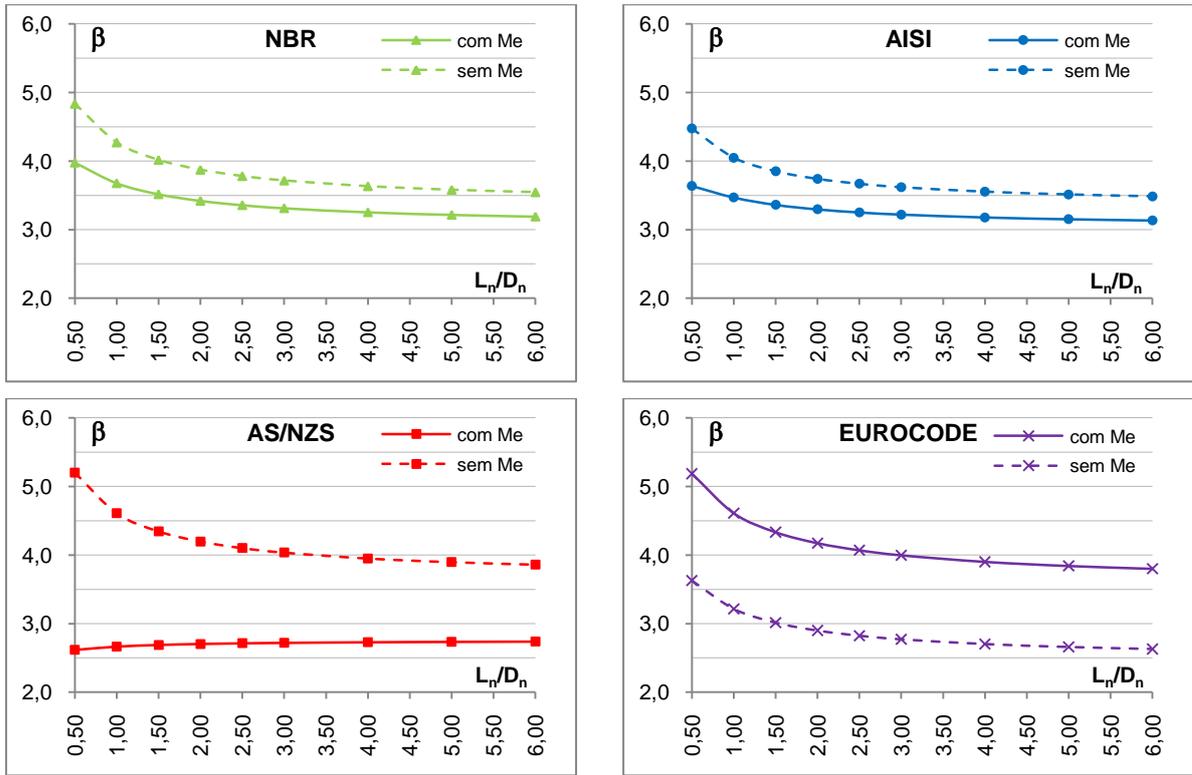


Figura 6.9 – Índices de confiabilidade obtidos para RSL – Tipo1

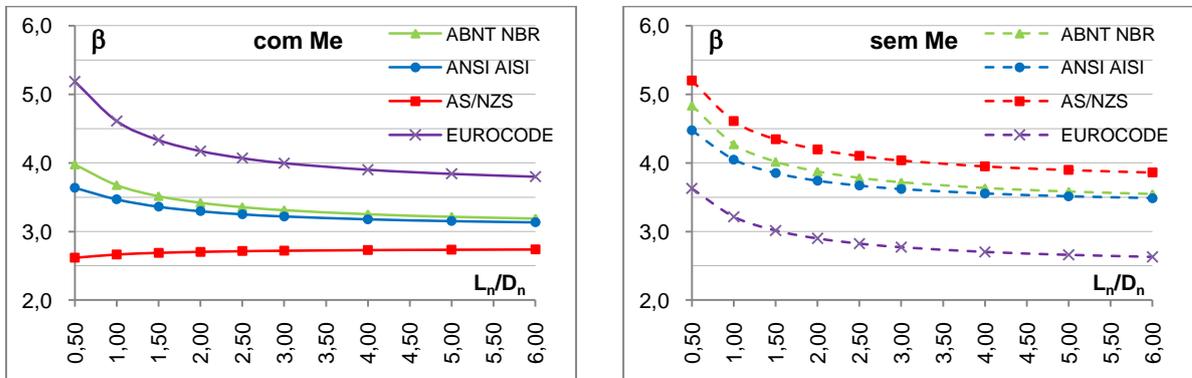


Figura 6.10 – Comparação dos Índices de confiabilidade entre as normas abordadas – RSL – Tipo 1

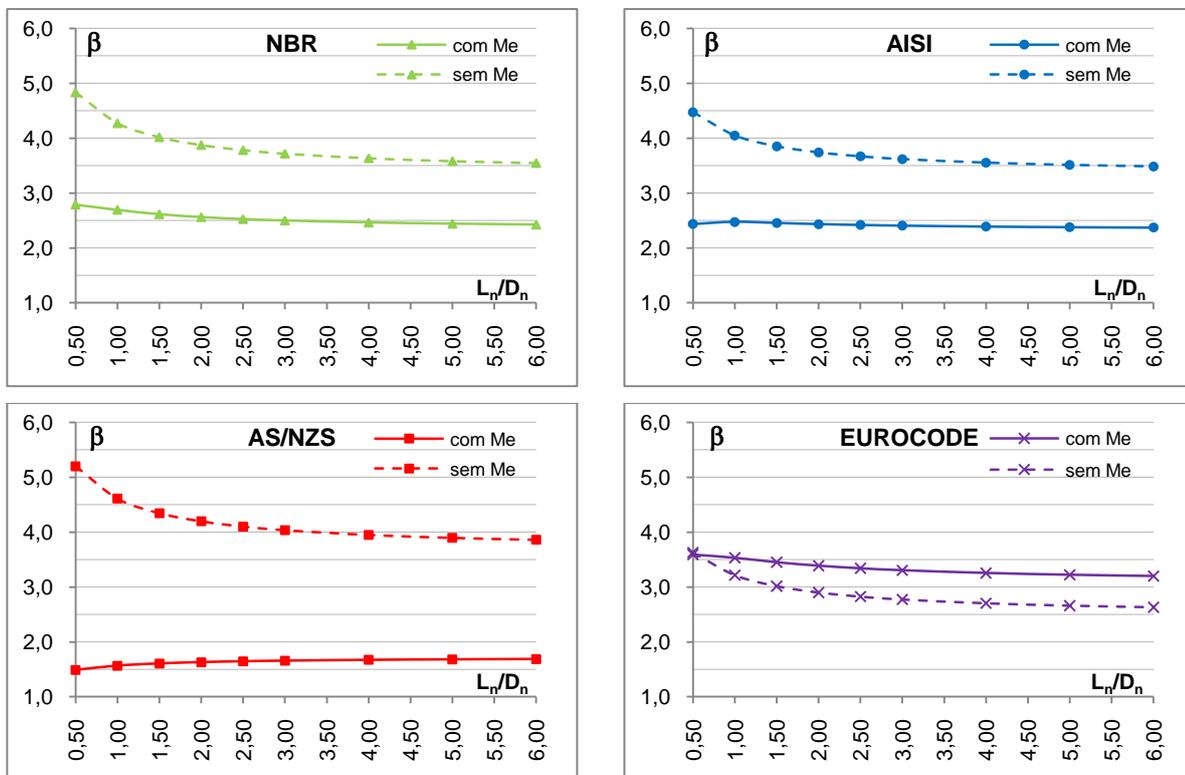


Figura 6.11 – Índices de confiabilidade obtidos para RSL – Tipo 2

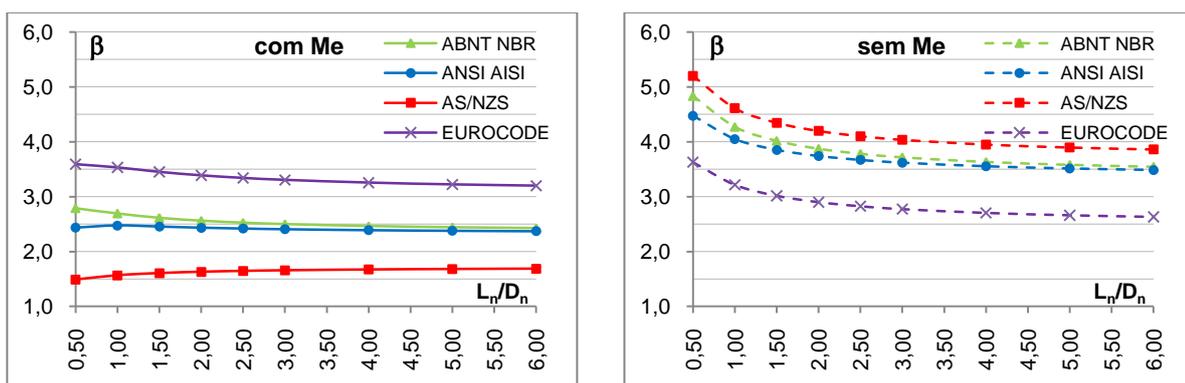


Figura 6.12 – Comparação dos Índices de confiabilidade entre as normas abordadas – RSL – Tipo 2

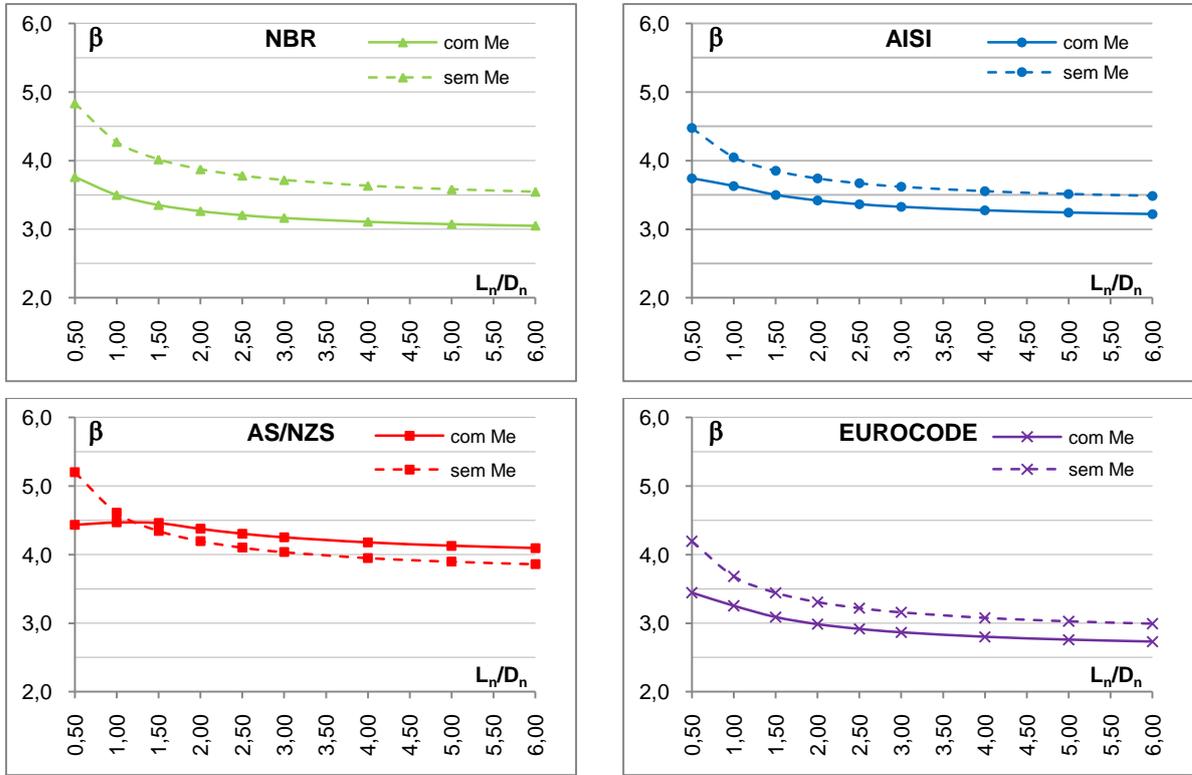


Figura 6.13 – Índices de confiabilidade obtidos para RSL – Tipo 3

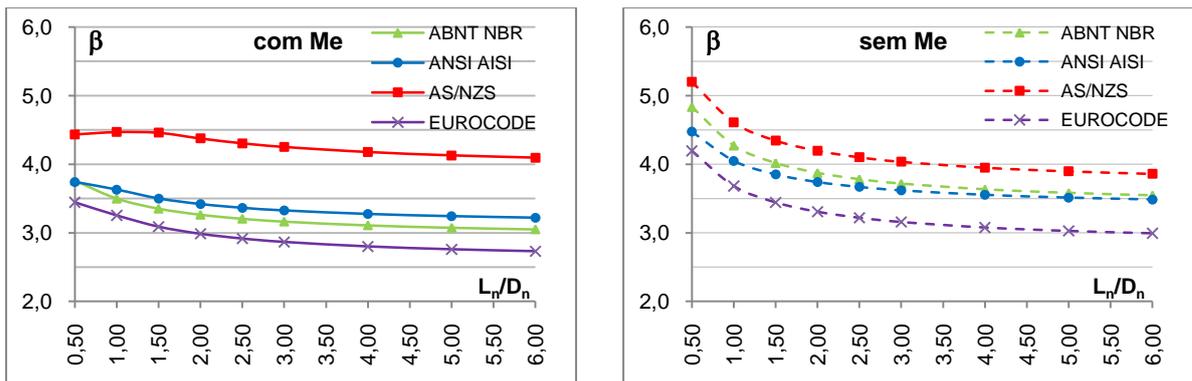


Figura 6.14 – Comparação dos Índices de confiabilidade entre as normas abordadas – RSL – Tipo 3

Coefficientes de sensibilidade α para RSL em cantoneiras – Tipo 1

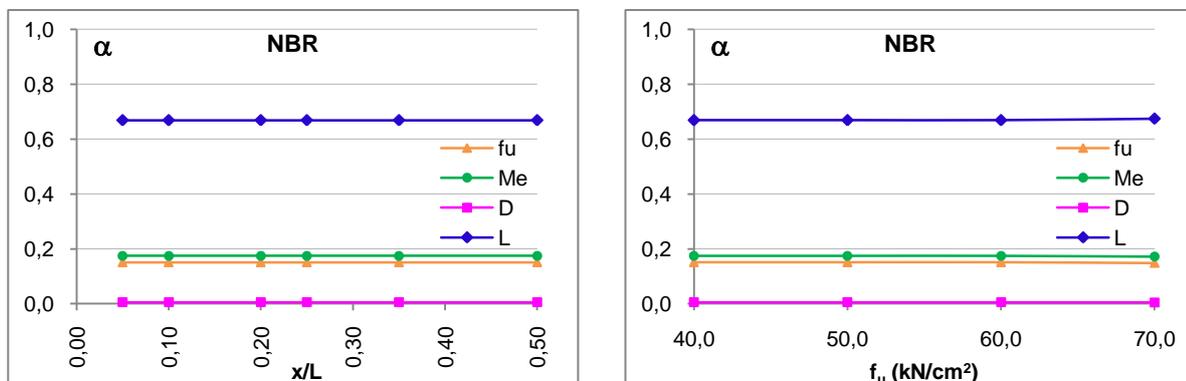


Figura 6.15 – Coeficientes de sensibilidade α para RSL – Tipo 1

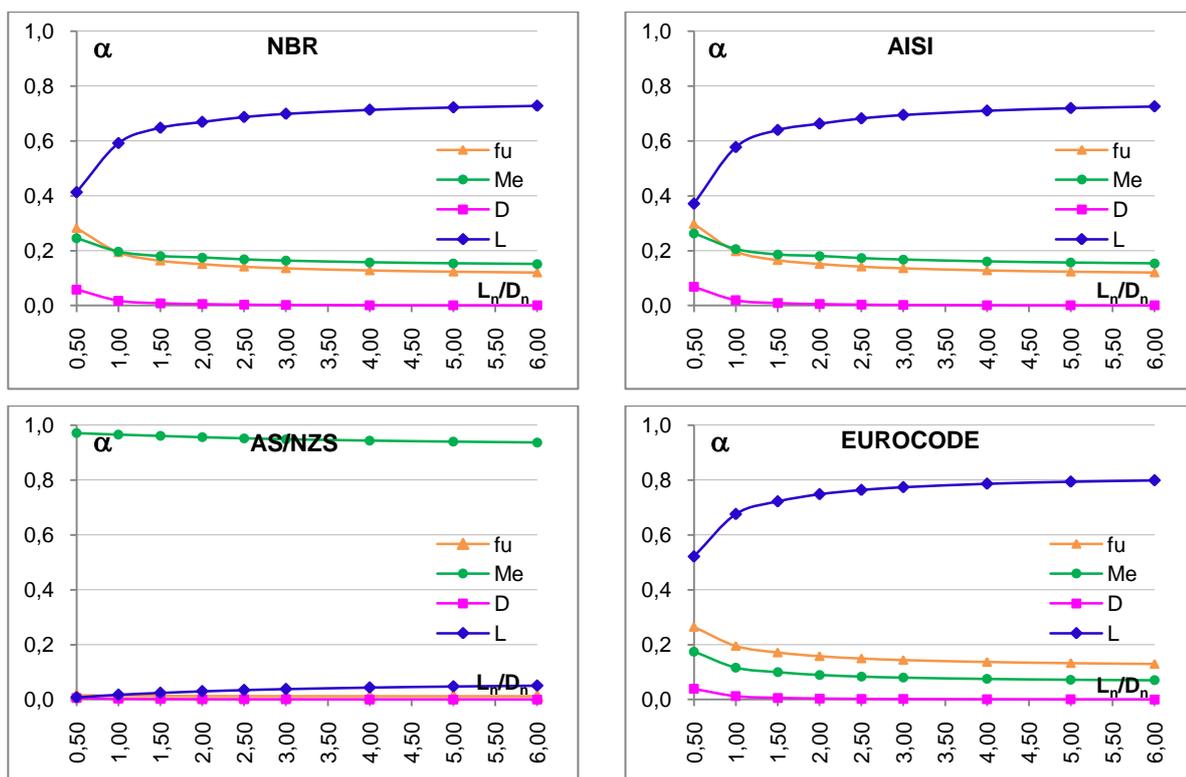


Figura 6.16 – Variação dos coeficientes de sensibilidade α com as razões de carregamento para RSL em cantoneiras – Tipo 1

As Figuras 6.9 e 6.10, apresentam os índices de confiabilidade para ligações parafusadas em cantoneiras de abas iguais (conectadas por apenas uma aba) e desiguais (conectadas apenas pela menor aba), ilustrando a influência causada pelo erro de modelo (M_e) nos valores de β para as normas NBR, AISI, AS/NZS e EUROCODE.

Como se sabe, o M_e faz com que os valores de β sejam derrubados, caso o efeito do desvio-padrão seja maior do que o da média, se essa for maior do que a unidade, desse modo, o impacto causado pelo efeito do desvio-padrão, sobre a média do erro de modelo, que é maior do que a unidade para todas as especificações estudadas (Tabela 6.6) indica que a dispersão dos valores em relação à média é exageradamente grande para a NBR e o AISI, e em menor grau para a AS/NZS, apontando que uma confiabilidade uniforme não foi alcançada.

Nesse seguimento, para o caso do EUROCODE, a média do erro de modelo ($M_{e,mean}$) é muito maior que a unidade (1,4629) fazendo com que a curva de confiabilidade, em que o M_e é considerado, suba e supere a curva sem M_e , apontando uma grande reserva de segurança da especificação europeia em relação aos outros documentos estudados. Entretanto níveis desejáveis de segurança foram alcançados, embora o parâmetro x/L não seja diretamente contemplado no modelo de cálculo da especificação europeia.

Outra informação importante a respeito do que foi observado, também com relação à não consideração do parâmetro x/L , condiz com o fato de que a não consideração desse parâmetro nos modelos australianos fez com que resultados ruins fossem obtidos nas análises de confiabilidade, pois a faixa entre $\beta_{sem Me}$ e $\beta_{com Me}$ (Tabela 6.14) é muito elevada (no sentido de obtenção de resultados de baixa confiabilidade) em relação às outras normas.

Esse comportamento evidencia uma insuficiência de confiabilidade nos modelos analíticos de previsão e, além disso, a Figura 6.16, mostra que a variável aleatória erro de modelo impõe uma altíssima contribuição na probabilidade de falha desse tipo de ligação para essa especificação, confirmando os comentários apresentados.

Tabela 6.14 – Valores de β no ponto de calibração para cantoneiras do Tipo 1 – RSL

TIPO 1	Ruptura da Seção Líquida - RSL		
$L_n/D_n = 5,0$ (ponto de calibração)	$\beta_{sem Me}$	$\beta_{com Me}$	$\beta_{faixa}^* = \beta_{sem Me} - \beta_{com Me}$
Especificação de projeto			
ABNT NBR 14762:2010	3,5818	3,2159	0,3660
ANSI AISI S100:2007-S	3,5134	3,1526	0,3608
AS/NZS 4600:2005	3,8971	2,7354	1,1617
EUROCODE 3 parte1.3:2010	2,6603	3,8410	-1,1807
* faixa de variação de β entre os valores sem erro de modelo e com erro de modelo			

Ao observar as Figuras 6.11 e 6.12, que tratam dos índices de confiabilidade de ligações parafusadas em cantoneiras de abas desiguais conectadas pela maior aba, nota-se que o comportamento das curvas com M_e e sem M_e é semelhante ao das Figuras 6.9 e 6.10,

pois os modelos de previsão são os mesmos. No entanto, a influência causada pela consideração do erro de modelo nesse tipo de ligação é um pouco mais acentuada para o caso da NBR, do AISI e da AS/NZS, pois a faixa de variação dos valores de β é muito elevada, principalmente para a AS/NZS (Tabela 6.15). Isso ocorre porque esses modelos, além de apresentarem $M_{e,mean} < 1,0$, também apresentam enormes coeficientes de variação (0,23599; 0,23599 e 0,31086 respectivamente), apontando que não são adequados para essa configuração de ligação, conforme Maiola (2004) já havia detectado.

O comportamento descrito no parágrafo anterior ocorre porque, além da variabilidade dos resultados do erro de modelo em torno da média ser grande, também se ressalta que a média do erro de modelo é menor do que a unidade, para essas três especificações em questão, o que proporciona uma queda brusca na confiabilidade das ligações.

Esses resultados revelam a insegurança dos modelos de cálculo normativos, uma vez que nenhum desses modelos analisados foi construído para prever a resistência de ligações parafusadas em cantoneiras de abas desiguais quando conectadas pela menor aba, configuração essa que conduz à pior situação de cálculo.

Tabela 6.15 – Valores de β no ponto de calibração para cantoneiras do Tipo 2 – RSL

TIPO 2	Ruptura da Seção Líquida - RSL		
$L_n/D_n = 5,0$ (ponto de calibração)	$\beta_{sem\ Me}$	$\beta_{com\ Me}$	$\beta_{faixa}^* = \beta_{sem\ Me} - \beta_{com\ Me}$
Especificação de projeto			
ABNT NBR 14762:2010	3,5818	2,4424	1,1394
ANSI AISI S100:2007-S	3,5134	2,3778	1,1357
AS/NZS 4600:2005	3,8971	1,6809	2,2162
EUROCODE 3 parte1.3:2010	2,6603	3,2214	-0,5611
* faixa de variação de β entre os valores sem erro de modelo e com erro de modelo			

Outra informação importante a respeito do modelo de previsão da AS/NZS, que pode explicar o porquê da grande variabilidade entre os valores de β em relação às outras especificações, se trata do coeficiente k_t , que tem aparentemente a mesma função do coeficiente C_t da NBR e U do AISI, porém não apresenta o mesmo desempenho.

Esse coeficiente k_t , definido conforme a configuração da ligação (Capítulo 3), é um fator de correção que, de acordo com a disposição da ligação, representa uma tentativa de prever o fenômeno shear lag. Contudo sua contribuição para com a previsão da resistência à ruptura, a princípio, demonstra que a sua condição não consegue refletir o real comportamento das ligações em questão, indicando que devem ser reformulados para a melhoria da confiabilidade desse modelo, já que o atual é consideravelmente inseguro ($M_{e,mean} = 0,80501$).

Ao contrário das outras especificações, o EUROCODE proporciona um modelo exageradamente conservador ($M_{e,mean} = 1,3757$), que empurra os índices de confiabilidade para além daqueles que não consideram o erro de modelo, revelando que a consideração dos coeficientes de redução β_2 e β_3 (Capítulo 3), que servem como previsores do shear lag ao levar em conta o espaçamento entre os furos, estão exagerados e devem ser revistos, no entanto conduzem à excelentes níveis de confiabilidade.

As Figuras 6.13 e 6.14 apresentam os índices de confiabilidade para ligações parafusadas em cantoneiras de abas iguais e desiguais, em que todos os elementos da seção transversal estão conectados, mostrando a diferença existente na confiabilidade entre os modelos normativos e a diferença entre a consideração ou não da variável aleatória erro de modelo (M_e) nas análises de confiabilidade.

Por meio dessas figuras, é possível observar que o comportamento das curvas da NBR e do AISI, apesar de serem representadas por modelos idênticos quando mais de duas seções de parafusos são consideradas nas ligações, não possuem o mesmo ajuste estatístico de distribuições (Tabela 6.8). Como se sabe, o modo de ruína de ensaio é quem determina a construção da variável aleatória erro de modelo, e sendo assim, alguns corpos-de-prova com apenas uma seção de parafusos perpendicular a força aplicada apresentaram ruptura da seção líquida trazendo a tona algumas divergências no cálculo dos índices de confiabilidade β .

De acordo com o que foi exposto, a configuração de apenas uma seção de parafusos perpendicular à força aplicada não é prevista pela especificação do AISI e é prevista pela NBR por meio de $C_t = 2,5(d/g) \leq 1,0$ (comportamento de chapa equivalente) conforme capítulo 3, desse modo, como as especificações apresentam algumas diferenças amostras do erro de modelo foram construídas de maneira diferente, acarretando em ajustes divergentes quando da realização dos testes de validação.

Portanto, ao se observar a curva de confiabilidade para essas duas especificações, nota-se que a faixa de variação dos valores de β é um pouco diferente (Tabela 6.16), mostrando que o modelo americano apresenta uma menor variação entre a consideração ou não do M_e , uma vez que as amostras de M_e para o AISI apresentaram pequenos coeficientes de variação, diferentemente da NBR. No entanto, o modelo brasileiro não apresenta insegurança em suas previsões ($M_e > 1,0$), apontando até uma pequena reserva de segurança em seus modelos (no ponto de calibração) com base nos índices de confiabilidade obtidos.

Tabela 6.16 – Valores de β no ponto de calibração para cantoneiras do Tipo 3 – RSL

TIPO 3	Ruptura da Seção Líquida - RSL		
$L_n/D_n = 5,0$ (ponto de calibração)	$\beta_{sem Me}$	$\beta_{com Me}$	$\beta_{faixa}^* = \beta_{sem Me} - \beta_{com Me}$
Especificação de projeto			
ABNT NBR 14762:2010	3,5818	3,0748	0,5070
ANSI AISI S100:2007-S	3,5134	3,2423	0,2711
AS/NZS 4600:2005	3,8971	4,1274	-0,2303
EUROCODE 3 parte1.3:2010	3,0268	2,7597	0,2671

* faixa de variação de β para valores sem o erro de modelo e com o erro de modelo

As Figuras 6.13 e 6.14 também ilustram que o modelo australiano, o qual apresenta um coeficiente de 0,85 para redução da força resistente de tração (critério conservador), mostrou resultados de confiabilidade mais satisfatórios, para razões de carregamento (L_n/D_n) maiores do que 2,00, em relação às outras especificações estudadas. No entanto, foi notado que o erro de modelo é a variável aleatória que demonstra predominância nas análises de sensibilidade (Figura 6.16), indicando que o modelo analítico dessa especificação deve ser revisto e ajustado como uma tentativa de melhorar a previsão da força resistente de tração e consequentemente a segurança estrutural da ligação.

As especificações da NBR, AISI e EUROCODE não atingiram níveis desejáveis de confiabilidade, na razão de carregamento ($L_n/D_n = 5,0$), quando a variável aleatória erro de modelo (M_e) foi considerada na análise, revelando mais uma vez que critérios de suficiência não foram almeçados quando da construção e calibração desses modelos.

Por fim, a Figura 6.15 mostra que o parâmetro (x/L), presente nos coeficientes de redução da área líquida dos modelos brasileiros e americanos para a previsão do efeito shear lag, e o parâmetro resistência à ruptura do metal base (f_u), não demonstraram influência sobre os índices de confiabilidade β , pois os coeficientes de sensibilidade α não apontaram qualquer variação quando alterações nos valores desses parâmetros foram feitas.

Como observação final, a Figura 6.16 ilustra o desempenho dos coeficientes de sensibilidade α , para as quatro especificações estudadas, mostrando um comportamento semelhante para a NBR, AISI e EUROCODE, onde a variável aleatória L , que representa as ações variáveis, demonstra maior contribuição para a probabilidade de falha perante as outras variáveis utilizadas nas análises de confiabilidade. Esse comportamento das curvas de sensibilidade é típico nesse tipo de análise, pois conforme as razões de carregamento (L_n/D_n) vão aumentando, o coeficiente parcial de segurança, γ_L , não consegue mais

equilibrar a equação de estado limite, permitindo que as curvas da variável L subam rapidamente em relação às outras.

Dessa forma, conforme descrito no parágrafo anterior, apenas as especificações brasileira, americana e europeia sofreram esse tipo de influência da variável aleatória L , talvez pela maneira de como os modelos foram concebidos ou talvez pela forma de como os coeficientes parciais de segurança foram calibrados.

Índices de confiabilidade β para EPF de cantoneiras

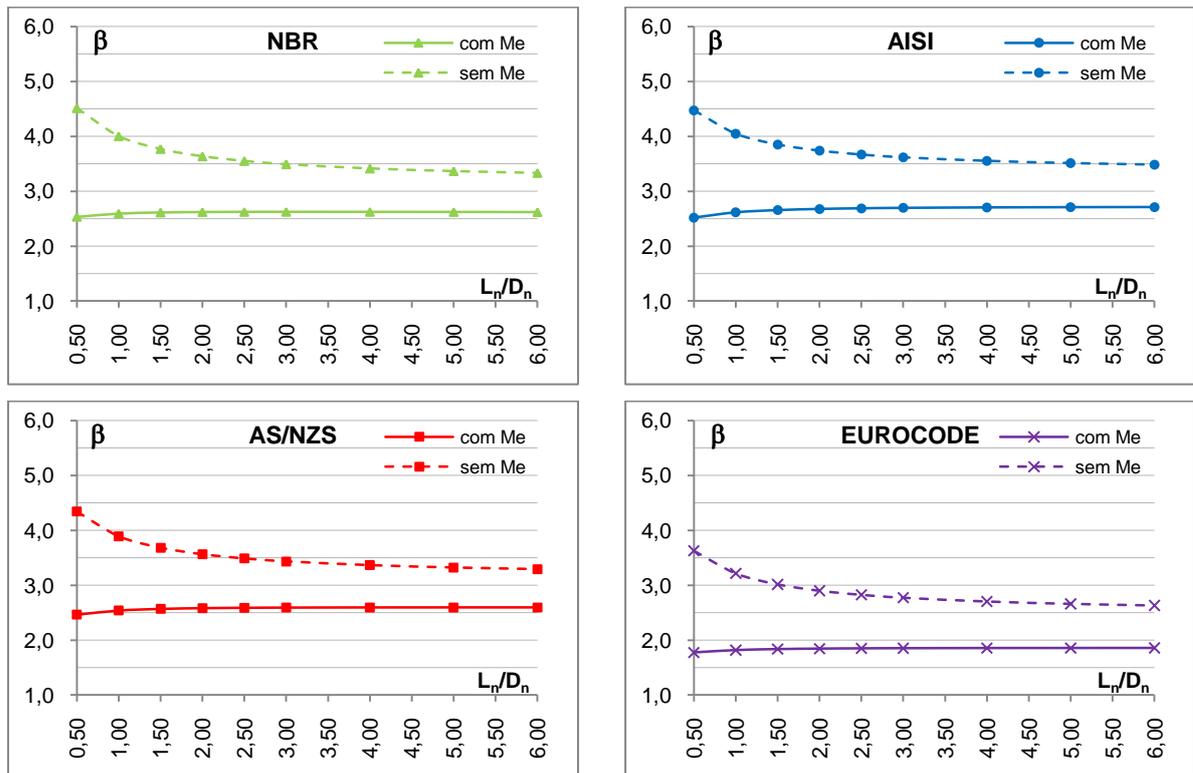


Figura 6.17 – Índices de confiabilidade obtidos para EPF – Tipo 1

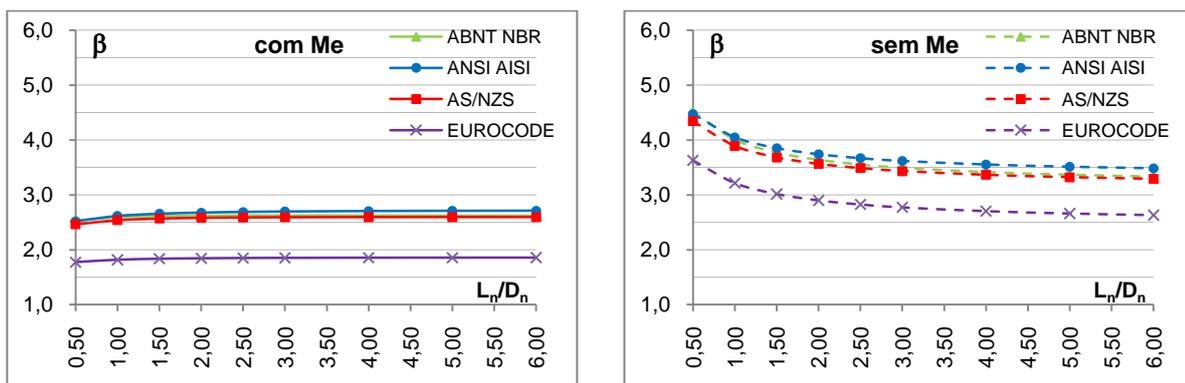


Figura 6.18 – Comparação dos Índices de confiabilidade entre as normas abordadas – EPF – Tipo 1

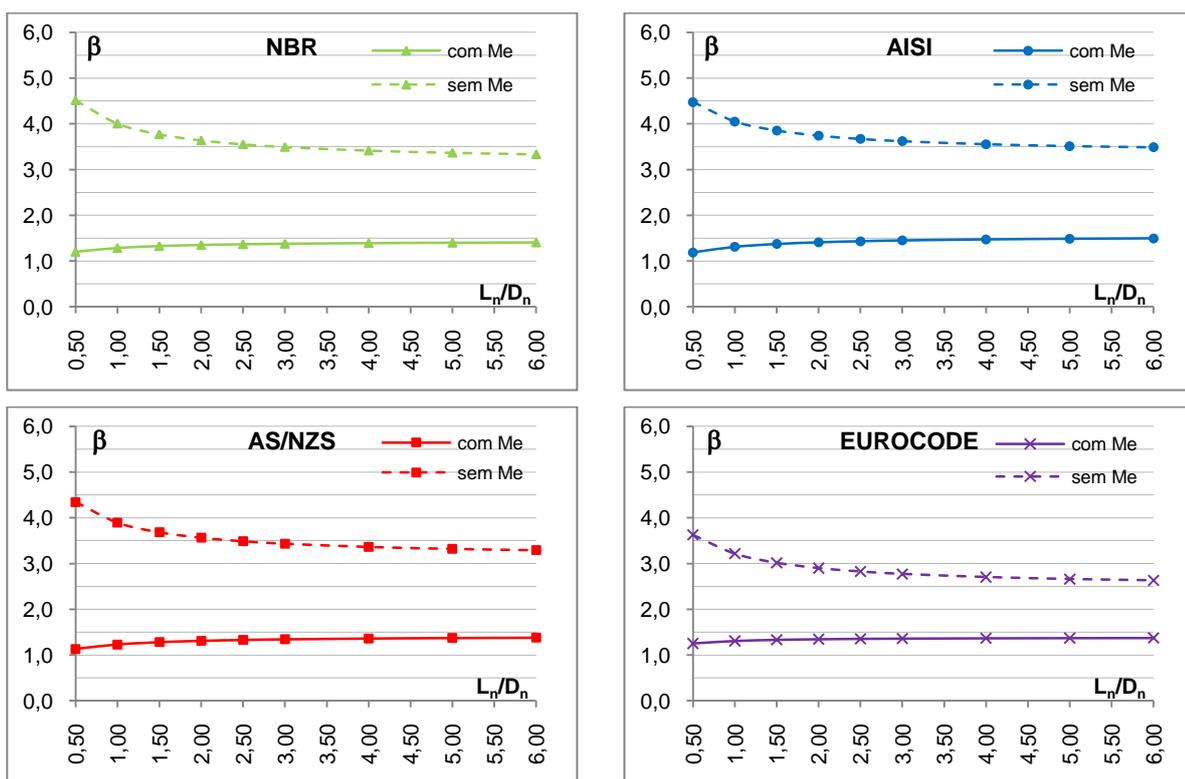


Figura 6.19 – Índices de confiabilidade obtidos para EPF – Tipo 3

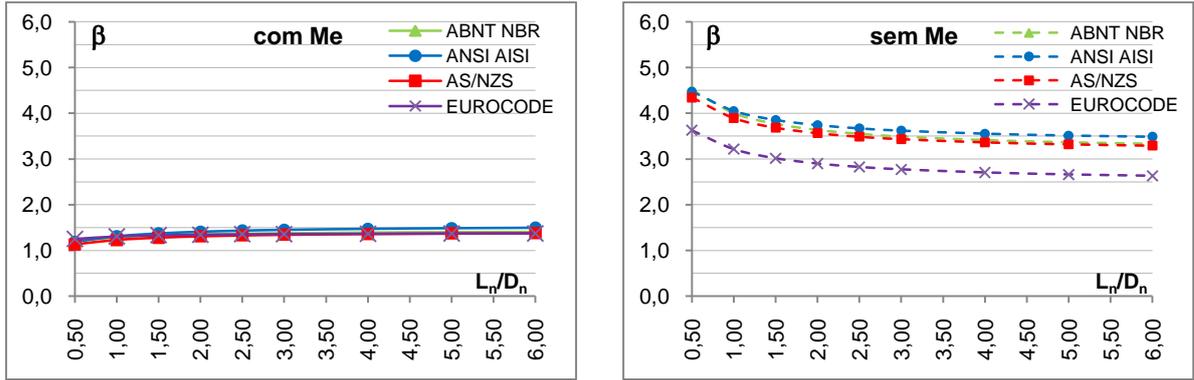


Figura 6.20 – Comparação dos Índices de confiabilidade entre as normas abordadas – EPF – Tipo 3

Coefficientes de sensibilidade α para EPF de cantoneiras

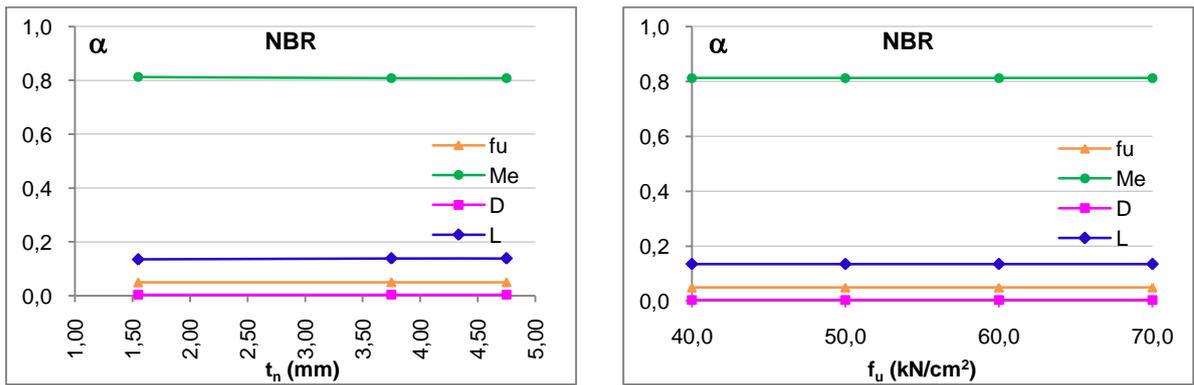
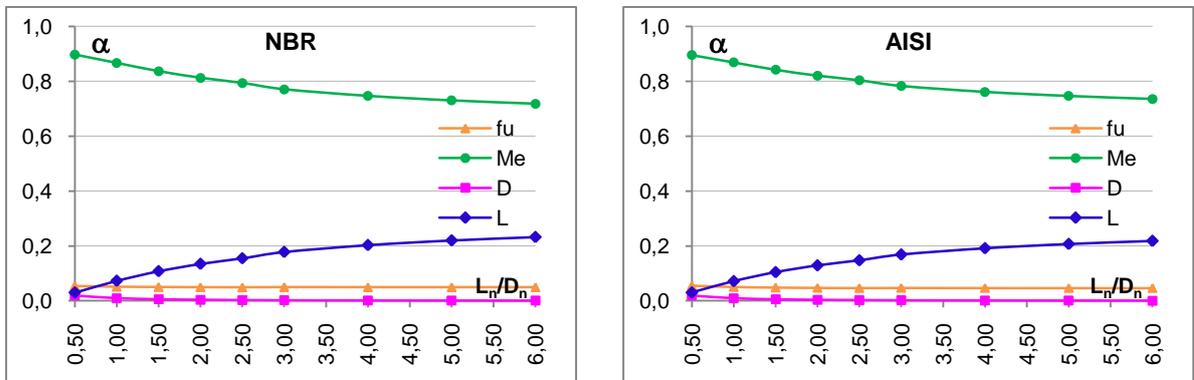


Figura 6.21 – Coeficientes de sensibilidade α para EPF – Tipo 1



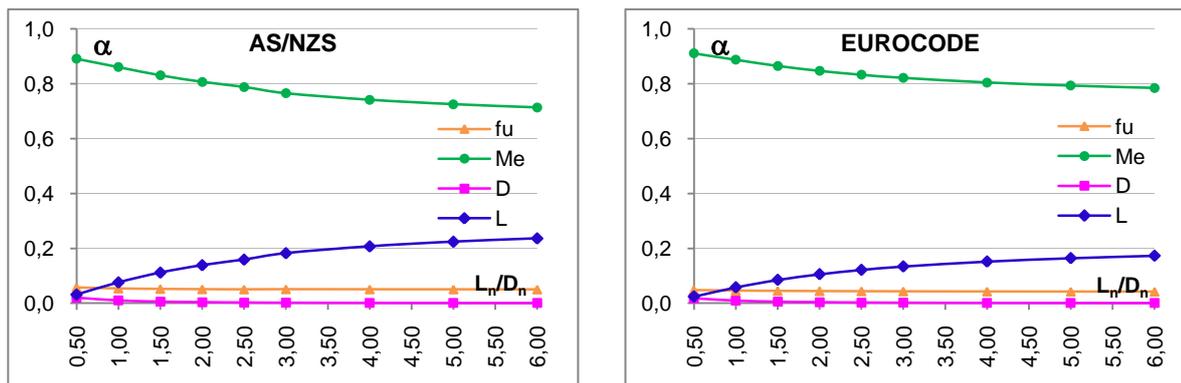


Figura 6.22 – Variação dos coeficientes de sensibilidade α com as razões de carregamento para EPF – Tipo 1

As Figuras 6.17 e 6.18, apresentadas anteriormente, ilustram o comportamento dos índices de confiabilidade para cantoneiras do Tipo 1, em que o modo de ruína de esmagamento da parede do furo (EPF) se pronunciou nos ensaios de laboratório realizados por Maiola (2004). É importante comentar que, por meio dessas figuras, fica claro o comportamento semelhante das curvas de confiabilidade para a NBR, AISI e AS/NZS, uma vez que os modelos de previsão da resistência ao esmagamento são idênticos, sendo distinto nessa análise apenas os coeficientes parciais de segurança (γ_D e γ_L) de cada especificação de projeto, ocasionando em pequenas, quase desprezíveis, diferenças entre os valores de β , conforme Tabela 6.17.

Tabela 6.17 – Valores de β no ponto de calibração para cantoneiras do Tipo 1 – EPF

TIPO 1	Esmagamento da Parede do Furo - EPF		
$L_n/D_n = 5,0$ (ponto de calibração)	$\beta_{sem Me}$	$\beta_{com Me}$	$\beta_{faixa}^* = \beta_{sem Me} - \beta_{com Me}$
Especificação de projeto			
ABNT NBR 14762:2010	3,3664	2,6227	0,7437
ANSI AISI S100:2007-S	3,5134	2,7084	0,8050
AS/NZS 4600:2005	3,3209	2,5956	0,7253
EUROCODE 3 parte1.3:2010	2,6603	1,8565	0,8037

* faixa de variação de β entre os valores sem erro de modelo e com erro de modelo

A respeito do EUROCODE, observa-se que apesar de a faixa de variação para β (Tabela 6.17) ser da mesma ordem do que para as outras especificações, os valores obtidos quando da consideração do erro de modelo se mostraram pequenos devido ao grande desvio-padrão (0,2760) nos valores amostrais de M_e . Essa resposta revela que os modelos europeus, apresentados no Capítulo 3, não conseguem prever de maneira satisfatória a

força resistente ao esmagamento, uma vez que, para diferentes valores de espessura das chapas, os resultados mostram grandes flutuações em torno da média, o que é representado pela Figura B.18 do apêndice B, onde a curva de distribuição de probabilidades se apresenta de forma bem abatida.

Essa baixa confiabilidade encontrada para as especificações de projeto analisadas aponta mais uma vez uma probabilidade de falha grande para esse modo de ruína, sugerindo que uma revisão desses modelos seja feita de modo que esse cenário seja modificado.

Dando continuidade à discussão dos resultados, ao analisar os índices de confiabilidade para o esmagamento da parede do furo em cantoneiras do Tipo 3, Figuras 6.19 e 6.20, novamente é fácil notar o comportamento análogo entre a NBR, AISI e AS/NZS, obviamente pelo uso do mesmo modelo analítico de cálculo. Contudo é importante enfatizar que, apesar de o EUROCODE utilizar um modelo de previsão bem diferente, os índices de confiabilidade encontrados para as análises com M_e são praticamente idênticos ao das outras especificações, apontando que o modelo europeu para chapas com espessuras mais elevadas (até 4,75mm), exemplo utilizado para a construção das Figuras 6.19 e 6.20, também é, de certo modo, condizente com a realidade das ligações estudadas.

Outro comentário importante a ser feito está relacionado com o critério de suficiência de confiabilidade, pois ao consultar a Tabela 6.18, é possível notar que nenhuma das especificações alcançou sequer um $\beta = 1,50$, o que é preocupante, pois indica que a probabilidade de falha dessas ligações é consideravelmente grande em relação aos demais tipos de cantoneiras aqui estudadas, quando da consideração de M_e nas análises.

Esse baixo desempenho na verdade já estava claro na Tabela 6.8, pois as médias do erro de modelo eram menores do que a unidade e os desvios-padrão eram muito grandes, da ordem de 0,24816, mostrando que os modelos analíticos de cálculo são incapazes de prever corretamente a força resistente de tração.

Tabela 6.18 – Valores de β no ponto de calibração para cantoneiras do Tipo 3 – EPF

TIPO 3	Esmagamento da Parede do Furo - EPF		
$L_r/D_n = 5,0$ (ponto de calibração)	$\beta_{sem Me}$	$\beta_{com Me}$	$\beta_{faixa}^* = \beta_{sem Me} - \beta_{com Me}$
Especificação de projeto			
ABNT NBR 14762:2010	3,3664	1,4006	1,9658
ANSI AISI S100:2007-S	3,5134	1,4865	2,0269
AS/NZS 4600:2005	3,3209	1,3738	1,9471
EUROCODE 3 parte1.3:2010	2,6603	1,3712	1,2891

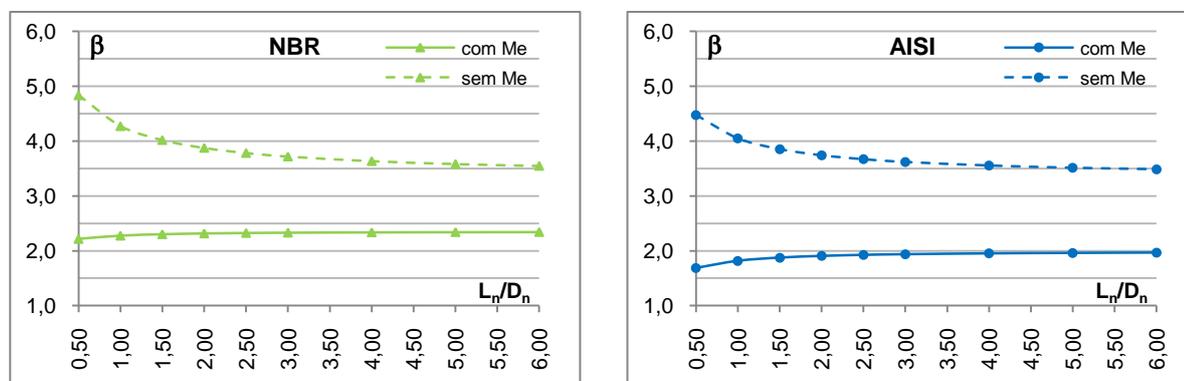
* faixa de variação de β entre os valores sem erro de modelo e com erro de modelo

Por fim, ao se avaliar os coeficientes de sensibilidade por meio das Figuras 6.21 e 6.22, conclui-se, ao contrário do que ocorreu com as ligações em chapas finas, que a contribuição da espessura nominal (t_n) com a probabilidade de falha é desprezível, pois os valores de α permaneceram uniformes quando da variação das espessuras utilizadas nas análises. A Figura 6.22 ainda mostra que o comportamento semelhante das curvas de sensibilidade para as quatro especificações de projeto, aponta um consenso entre os modelos de previsão da NBR, AISI e AS/NZS com o do EUROCODE, consolidando a idéia de que esse modo de ruína, apesar de ser previsto de uma forma comum entre várias especificações, precisa ser revisto em relação aos critérios de confiabilidade suficiente, já que os valores de β no ponto de calibração ($L_n/D_n = 5,0$) são baixíssimos.

Outra informação de valor, que vem a confirmar a análise de sensibilidade feita para as chapas finas sujeitas ao esmagamento, é que a variável aleatória resistência à ruptura do metal base (f_u) não contribui em nada na probabilidade de falha, podendo ser desconsiderada das análises de confiabilidade, o que de certo modo simplifica as análises, uma vez que quanto menor o número de variáveis aleatórias em um problema de confiabilidade, mais eficiente será a resposta encontrada.

6.5 – Análises de confiabilidade em ligações parafusadas em perfis U formados a frio

Índices de confiabilidade β para RSL de perfis U



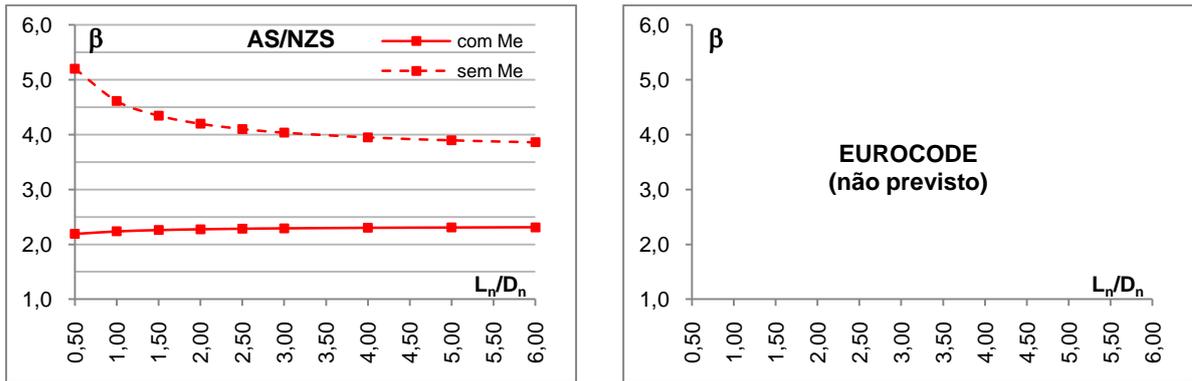


Figura 6.23 – Índices de confiabilidade obtidos para RSL – Tipo 2

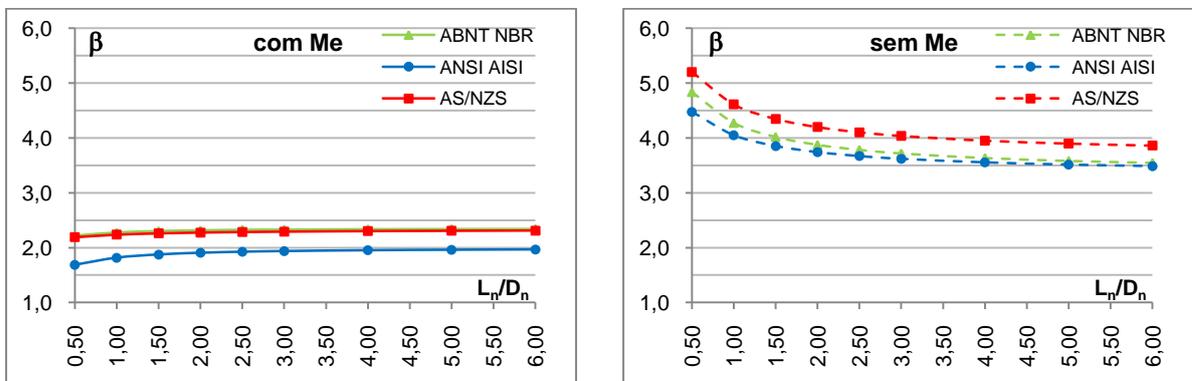
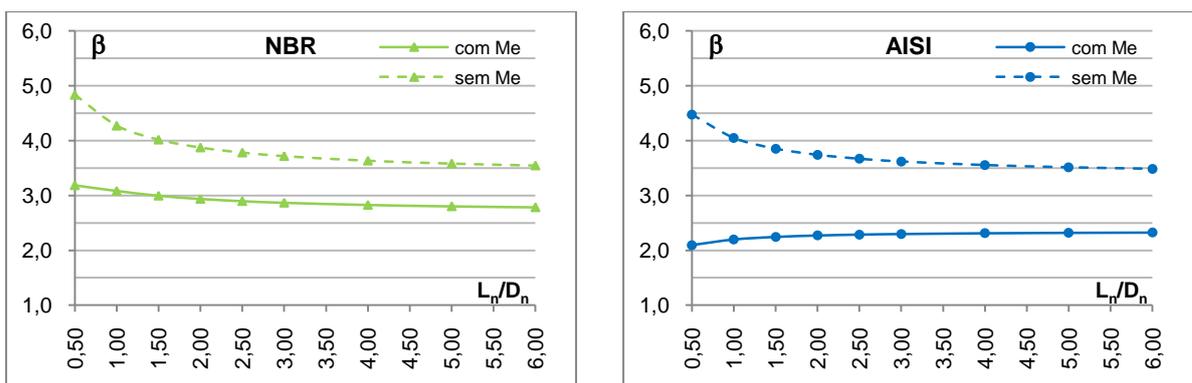


Figura 6.24 – Comparação dos Índices de confiabilidade entre as normas abordadas – RSL – Tipo 2



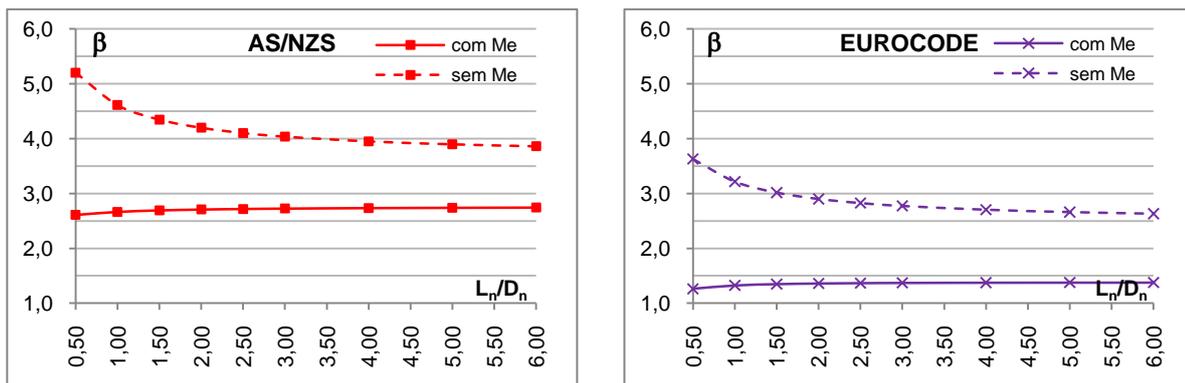


Figura 6.25 – Índices de confiabilidade obtidos para RSL – Tipo 3

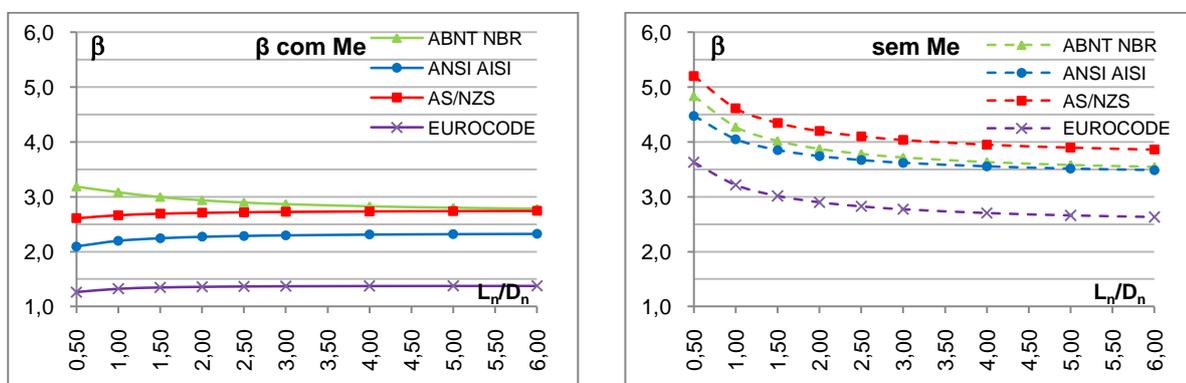


Figura 6.26 – Comparação dos Índices de confiabilidade entre as normas abordadas – RSL – Tipo 3

Coefficientes de sensibilidade α para RSL de perfis U

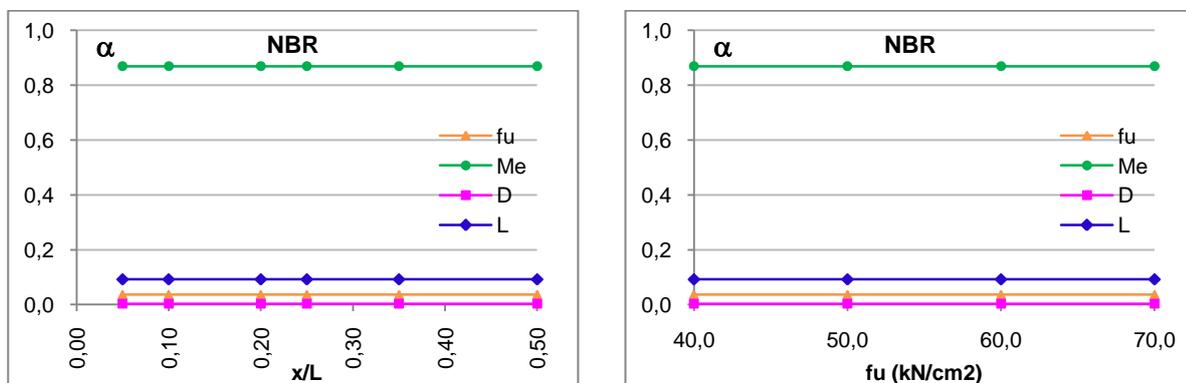


Figura 6.27 – Coeficientes de sensibilidade α para RSL – Tipo 2

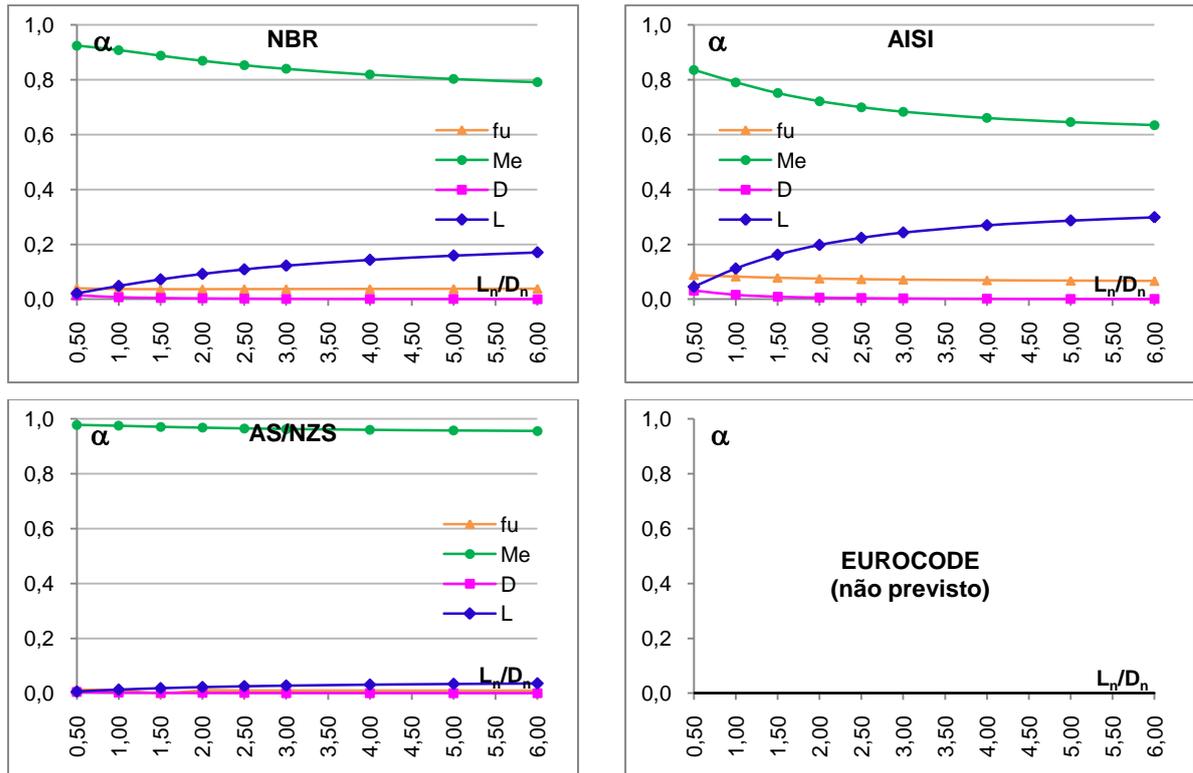


Figura 6.28 – Variação dos coeficientes de sensibilidade α com as razões de carregamento para RSL – Tipo 2

As Figuras 6.23 e 6.24, que tratam da ruptura da seção líquida em perfis U conectados por ambas as mesas, apresentam os resultados das análises de confiabilidade por meio da comparação entre a utilização ou não do erro de modelo, apontando alguns problemas com relação a critérios de suficiência, uma vez que nenhuma das especificações estudadas alcançou níveis desejáveis de confiabilidade (em torno de 3,50) quando da presença do erro de modelo nas análises.

Nesse seguimento, é importante comentar que a NBR e o AISI proporcionaram indicadores tendenciosos inseguros ($M_{e,mean} < 1,0$) e amostras muito dispersas (grandes desvios-padrão), principalmente no caso do AISI (Tabela 6.9), chamando a atenção para os modelos analíticos de previsão, pois os valores de β estão muito pequenos para um modo de ruína extremamente importante como a ruptura da seção líquida.

Esses modelos analíticos comentados anteriormente, apesar de terem sofrido um intenso processo de ajuste por parte da ABNT, do AISI e de diversos pesquisadores, como uma tentativa de fornecer respostas seguras, ainda não conseguem prever de forma “confiável” esse modo de ruína, deixando a desejar critérios básicos de confiabilidade suficiente e uniforme, uma vez que não alcançaram sequer valores de β iguais a 2,50 e, além disso, apresentaram uma grande faixa de variação, de acordo com a Tabela 6.19.

Tabela 6.19 – Valores de β no ponto de calibração para perfis U do Tipo 2 – RSL

TIPO 2	Ruptura da Seção Líquida - RSL		
$L_n/D_n = 5,0$ (ponto de calibração)	$\beta_{sem\ Me}$	$\beta_{com\ Me}$	$\beta_{faixa}^* = \beta_{sem\ Me} - \beta_{com\ Me}$
Especificação de projeto			
ABNT NBR 14762:2010	3,5818	2,3402	1,2416
ANSI AISI S100:2007-S	3,5134	1,9609	1,5525
AS/NZS 4600:2005	3,8971	2,3068	1,5904
EUROCODE 3 parte1.3:2010	---	---	---

* faixa de variação de β entre os valores sem erro de modelo e com erro de modelo

Continuando a análise e tratando-se da especificação da AS/NZS, o que se observou foi que a média do erro de modelo é pouco maior do que a unidade, indicando um modelo muito bom, contudo a dispersão dos resultados em torno dessa média mostrou-se considerável, alertando que o modelo também precisa de ajustes, talvez com relação ao coeficiente k_t (Capítulo 3) que penaliza drasticamente a resistência da ligação.

Tendo em vista os comentários apresentados anteriormente, as Figuras 6.27 e 6.28, que apresentam os coeficientes de sensibilidade α , revelam a enorme contribuição do erro de modelo na probabilidade de falha desse tipo de ligação, para todas as especificações, confirmando o que foi exposto nos parágrafos anteriores e salientando ainda que o comportamento das curvas de confiabilidade é puro reflexo da grande variabilidade dos resultados da análise de erro de modelo, que por sinal é reflexo de como os modelos analíticos foram construídos.

Ainda com relação às Figuras 6.23 e 6.24, nota-se que o EUROCODE não apresenta modelo de previsão para ruptura da seção líquida em perfis U formados a frio, quando conectados pelas mesas, o que indica que essa especificação necessita ser revisada e complementada no intuito de ser mais abrangente com as necessidades usuais das estruturas metálicas corriqueiramente utilizadas.

Dando continuidade a apresentação dos resultados, as Figuras 6.25 e 6.26 ilustram o comportamento das curvas de confiabilidade para ligações em perfis U, em que todos os elementos da seção transversal estão conectados (Tipo 3).

Por meio delas é possível explicar que a mesma divergência encontrada na análise de cantoneiras do Tipo 3 ocorre, podendo-se comentar novamente que o desempenho das curvas da NBR e do AISI, apesar de serem representadas por modelos de cálculo idênticos, quando mais de duas seções de parafusos são consideradas, não são iguais e não possuem o mesmo ajuste estatístico de distribuições de probabilidades (Tabela 6.10).

É importante lembrar que as diferenças encontradas na obtenção dos valores amostrais do erro de modelo se devem às divergências existentes nos modelos de previsão

(da NBR e do AISI) para a ruptura da seção líquida, uma vez que para a construção da variável aleatória erro de modelo o modo de ruína pronunciado nos ensaios é quem determina como essa variável será construída.

Outra informação importante a saber é que alguns corpos-de-prova com apenas uma seção de parafusos perpendicular a força aplicada apresentaram ruptura da seção líquida, situação não prevista pelo AISI e prevista pelo modelo $C_t = 2,5(d/g) \leq 1,0$ para a NBR (Capítulo 3), fazendo com que as amostras de erro de modelo se tornassem consideravelmente diferentes.

Cabe ressaltar ainda que as presentes divergências nos índices de confiabilidade β , evidenciadas por meio das Figuras 6.25 e 6.26, são devidas à ineficiência do modelo do AISI, pois não apresentam a consideração de chapa equivalente para essa situação de cálculo.

A Tabela 6.20 apresenta os valores dos índices de confiabilidade em questão.

Tabela 6.20 – Valores de β no ponto de calibração para perfis U do Tipo 3 – RSL

TIPO 3	Ruptura da Seção Líquida - RSL		
$L_n/D_n = 5,0$ (ponto de calibração)	$\beta_{sem\ Me}$	$\beta_{com\ Me}$	$\beta_{faixa}^* = \beta_{sem\ Me} - \beta_{com\ Me}$
Especificação de projeto			
ABNT NBR 14762:2010	3,5818	2,8027	0,7791
ANSI AISI S100:2007-S	3,5134	2,3198	1,1936
AS/NZS 4600:2005	3,8971	2,7390	1,1581
EUROCODE 3 parte1.3:2010	2,6603	1,3761	1,2841

* faixa de variação de β para valores sem o erro de modelo e com o erro de modelo

Conforme os resultados da Tabela 6.20 é possível notar que os índices de confiabilidade para todas as especificações de projeto estão extremamente baixos, o que mostra que os modelos de cálculo não estão prevendo de maneira satisfatória os modos de ruína para o qual foram construídos.

Um comentário importante relativo aos resultados dessa mesma tabela diz respeito aos índices de confiabilidade alcançados pelo modelo do EUROCODE (que por sinal são os mais baixos encontrados na maioria das análises realizadas), pois não possuem um modelo de cálculo específico para esse tipo de ligação em perfis U, e por causa disso as respostas obtidas são preocupantes, ao se tratar de níveis de probabilidade de falha, mostrando mais uma vez que medidas de correção devem ser tomadas com o intuito de tornar mais segura a utilização dessa especificação de projeto.

Índices de confiabilidade β para EPF de perfis U

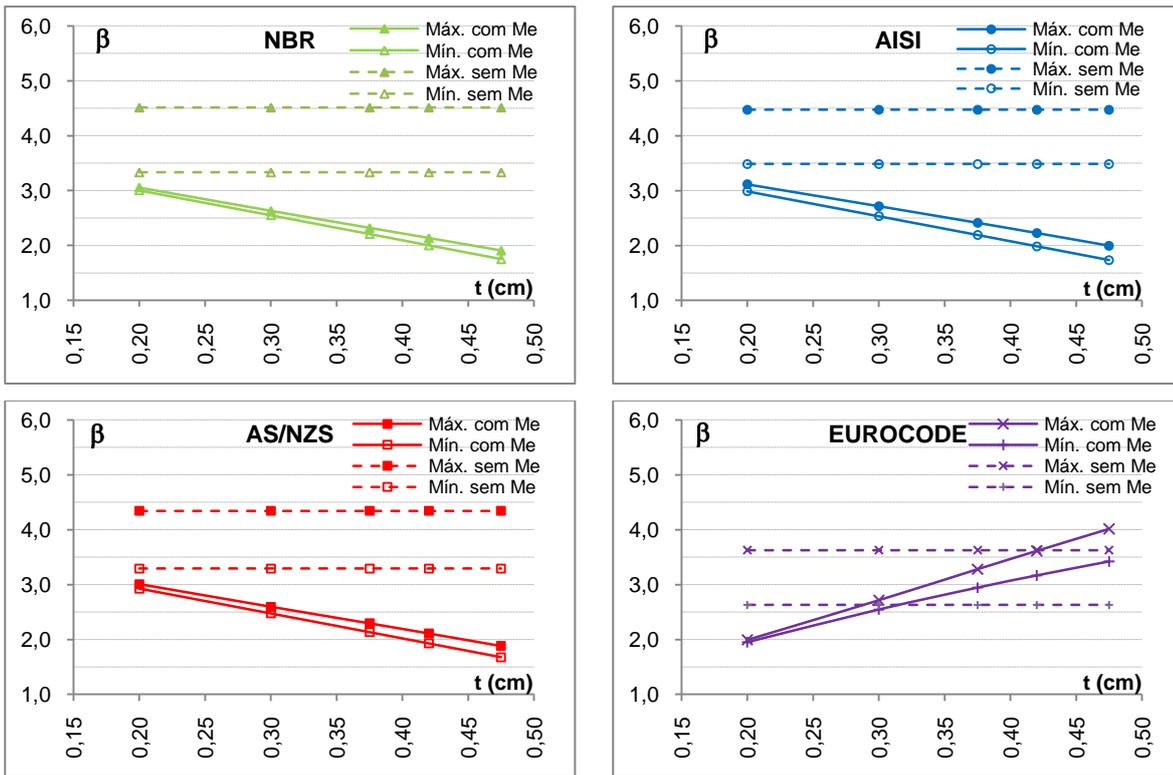
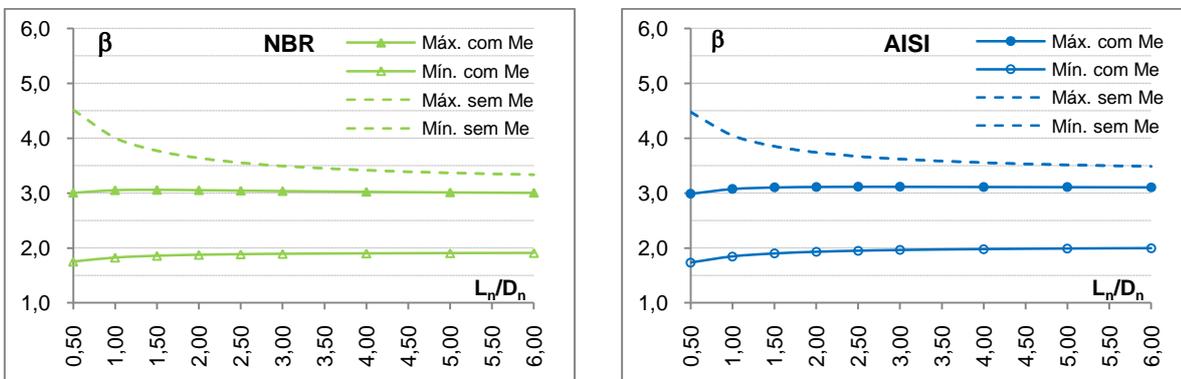


Figura 6.29 – Faixa de variação dos índices de confiabilidade β em relação às espessuras t para perfis U do tipo 1 para as especificações de projeto abordadas



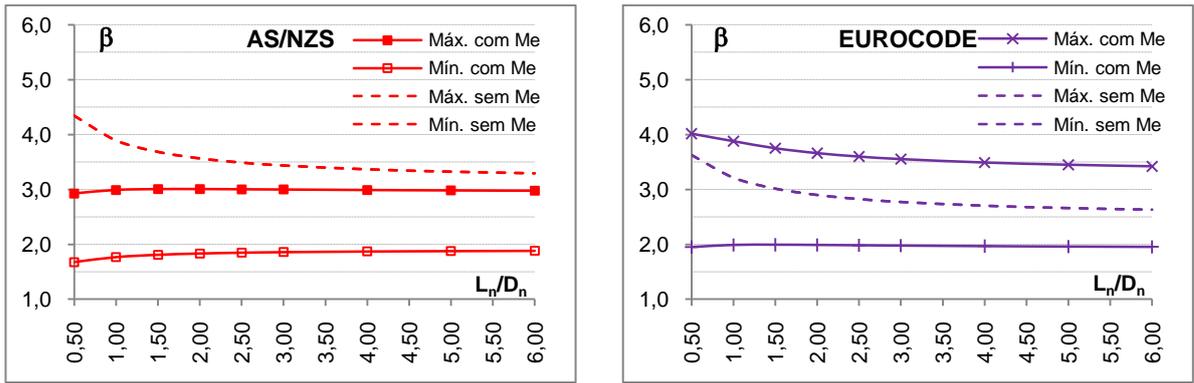


Figura 6.30 – Faixa de variação dos índices de confiabilidade β em relação às razões de carregamento (L_n/D_n) para cada especificação de projeto abordada para todas as espessuras t estudadas

Coefficientes de sensibilidade α para EPF de perfis U

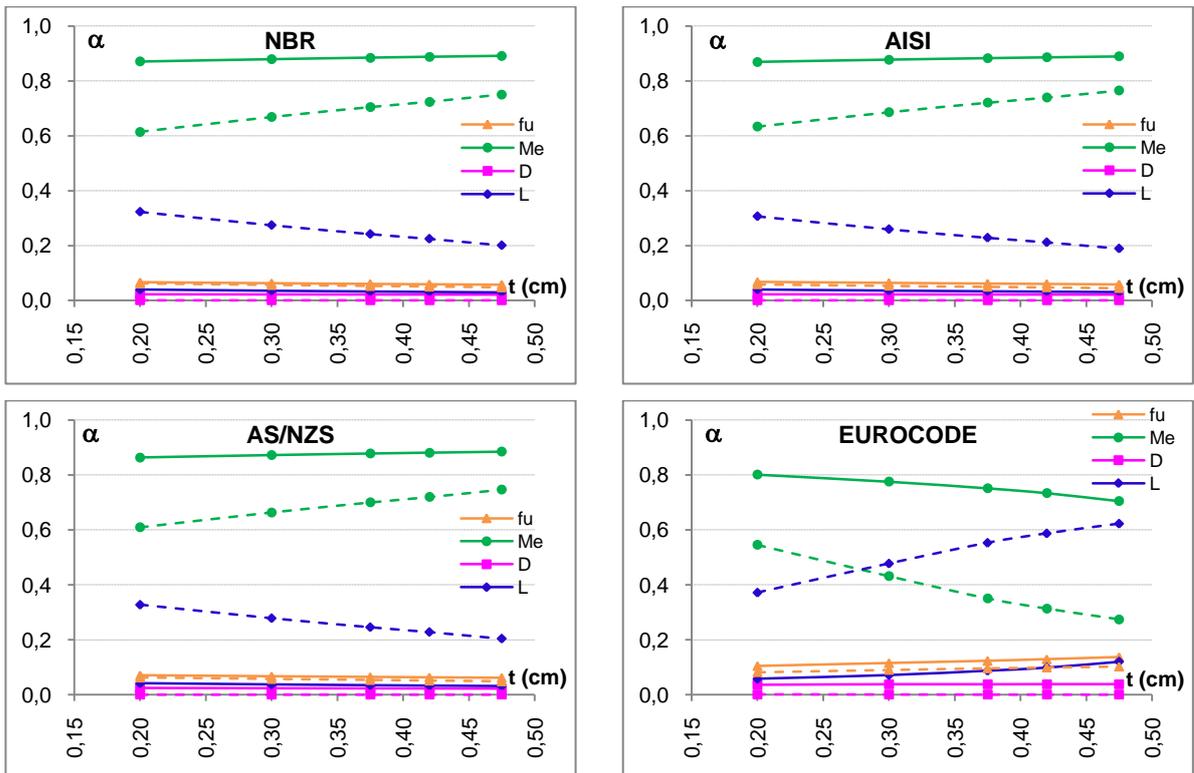


Figura 6.31 – Faixa de variação dos coeficientes de sensibilidade α com as espessuras t para as razões de carregamento $L_n/D_n = 0,5$ (linha contínua) e $L_n/D_n = 6,0$ (linha pontilhada)

Da mesma forma que foi apresentado para o caso de ligações parafusadas em chapas finas da Série A, onde o modo de ruína de esmagamento da parede do furo foi dominante, os índices de confiabilidade para ligações parafusadas em perfis U do Tipo 1, em que esse mesmo modo de ruína se pronunciou, serão analisados e discutidos.

Cabe adiantar que devido a análise em perfis U ser análoga a análise realizada para chapas finas, os comentários a seguir serão breves e diretos.

Sendo assim, os índices de confiabilidade da Figura 6.29, para a NBR, AISI e AS/NZS possuem o mesmo comportamento dos índices de confiabilidade da Figura 6.6. No entanto, o desempenho dos índices β com $M_e(t)$ (erro de modelo em função da espessura das chapas, resultado da análise de regressão realizada para perfis U) para o caso das chapas finas foi superior ao dos perfis U, ao se tratar de níveis de segurança atingidos, pois os valores de β para as ligações em perfis U estão abaixo de 2,0, o que é muito ruim ao se tratar da segurança estrutural de uma ligação, uma vez que o valor desejável (β_{alvo}) é de 3,50.

Com relação à diferença entre os valores máximos e mínimos de β com $M_e(t)$ (Tabela 6.13 e Tabela 6.21), a faixa de variação para ligações em perfis U é um pouco maior em relação às chapas finas para a NBR, AISI e AS/NZS e muito maior para o EUROCODE.

Tabela 6.21 – Valores de β no ponto de calibração para perfis U do Tipo 1 – EPF

TIPO 1 $L_n/D_n = 5,0$ (ponto de calibração)	Esmagamento da Parede do Furo - EPF		
	$\beta_{\min.}$	$\beta_{\max.}$	$\beta_{faixa}^* = \beta_{\max.} - \beta_{\min.}$
Especificação de projeto			
ABNT NBR 14762:2010	1,9050	3,0123	1,1073
ANSI AISI S100:2007-S	1,9897	3,1098	1,1201
AS/NZS 4600:2005	1,8783	2,9817	1,1034
EUROCODE 3 parte1.3:2010	1,9594	3,4485	1,4892

* faixa de variação de β para todas as espessuras t analisadas

Esse comportamento é uma consequência do efeito das análises de erro de modelo e das análises de regressão linear realizadas, pois observando as Tabelas 6.11 e 6.22 é razoável afirmar que todos os fatores de tendenciosidade são maiores do que a unidade ($M_{e,mean} > 1,0$), mostrando que existe uma certa reserva de segurança, o que teoricamente deveria fazer com que os índices de confiabilidade subissem, contudo observando novamente a Tabela 6.11 nota-se que os coeficientes de variação são grandes para todas as especificações e desse modo os valores de β são praticamente derrubadas em direção à valores consideravelmente baixos em relação aos valores alvo desejáveis.

Também se deve observar que diferentemente do caso das ligações em chapas finas, os desvios-padrão dos resíduos da regressão linear (Tabela 6.22) não estão relacionados com a espessura (t) das chapas e sendo assim, quando da variação de t os valores de β ao invés de caírem eles sobem, influência do $M_{e,mean}(t)$, mostrando que o modelo de cálculo europeu se comporta de maneira mais confiável e segura perante os modelos de previsão da força resistente ao esmagamento da parede do furo das outras especificações de projeto.

Tabela 6.22 – Parâmetros do modelo de regressão para o erro de modelo em perfis U

$M_e(t) = a.t + b + \varepsilon$	a	b	$\varepsilon \sim N(\mu, \sigma)$	
			μ	σ
ABNT NBR 14762:2010	-1,0767	1,3931	0,0	0,22176
ANSI AISI S100:2007-S				
AS/NZS 4600:2005				
EUROCODE 3 parte1.3:2010	1,6679	0,6403	0,0	0,19356

Desse modo, ao observar o comportamento dos valores de confiabilidade para o EUROCODE, é possível constatar ainda que a segurança das ligações aumenta linearmente conforme as espessuras aumentam, evidenciando que a probabilidade de falha de ligações parafusadas em perfis U diminui quando os modelos europeus são utilizados.

Ao se tratar dos resultados de β em função das razões de carregamento L_n/D_n (Figura 6.30), lembrando que para a construção dessas figuras faixas de β foram obtidas ao se variar todas as espessuras t de chapas para cada uma das nove razões de carregamento analisadas, é possível averiguar como a influência do erro de modelo é relevante nas análises.

Por meio dessa figura, pode-se concluir ainda que os modelos da NBR, AISI e AS/NZS não conseguem prever o esmagamento de maneira aceitável, uma vez que nem mesmo os valores de $\beta_{m\acute{a}x.}$ atingem o valor desejável de 3,50, abrindo uma lacuna entre a resposta esperada (níveis confiáveis de segurança estrutural) e a resposta obtida (níveis indesejáveis de segurança).

Por outro lado, a especificação do EUROCODE apresenta uma curva mais comportada em relação ao valor definido pelo AISI como alvo ($\beta_{alvo} = 3,50$), demonstrando que de certo modo seu modelo de previsão é mais seguro e eficaz que o próprio modelo do AISI, especificação essa que estabelece níveis de segurança que ela mesma não atinge.

Ainda com relação a Figura 6.30, é importante notar que a faixa de variação (β_{faixa}) entre os valores máximos e mínimos dos índices de confiabilidade é grande, indicando que

os modelos não apresentam uniformidade na segurança das ligações quando da variação das espessuras, pois caso apresentassem tal uniformidade, β_{faixa} seria muito pequeno.

A respeito da Figura 6.31, o que se pode concluir ao analisá-la é que a flutuação dos coeficientes de sensibilidade α com relação ao erro de modelo M_e é muito grande. Esse comportamento indica que essa variável aleatória é dominante do problema de confiabilidade em questão e também aponta que na medida em que as razões de carregamento vão aumentando, a importância dessa variável muda, a depender da especificação analisada, pois os coeficientes parciais de segurança (γ_L) são diferentes e equilibram a equação de estado limite de forma distinta a depender dos coeficientes γ_D obtidos nos processos de calibração aos quais as especificações em questão foram submetidas.

Nessa mesma figura, conforme as espessuras aumentam, nota-se que a influência do erro de modelo diminui para todas as especificações e principalmente para o EUROCODE (ao contrário do que ocorreu nas análises realizadas para chapas finas), no entanto a contribuição dessa incerteza ainda é relevantemente grande.

É importante ressaltar que as divergências encontradas nos índices de confiabilidade entre as análises em perfis U e chapa finas (no modo de ruína de EPF) para a NBR, AISI e AS/NZS são devidas ao elevado desvio-padrão do resíduo da análise de regressão, lembrando que quanto maior a dispersão dos resultados em relação à média, mais os valores de β são derrubados.

Para o caso do EUROCODE, as diferenças encontradas entre as análises realizadas para chapas finas e perfis U (sujeitas ao esmagamento da parede do furo) também se devem ao efeito do desvio-padrão da análise de regressão realizada entre M_e e t . No entanto, a diferença para essa especificação foi brusca, uma vez que os índices de confiabilidade para as ligações em perfis U aumentavam conforme as espessuras aumentavam (ao contrário das respostas encontradas para as chapas finas). Lembrando que essa diferença foi reflexo da não correlação entre o desvio-padrão do resíduo com a espessura t , o que permite que os índices subam devido a enorme reserva de segurança que o modelo de regressão obtido, $M_{e,mean}(t)$, possui.

6.6 – Análises complementares para ligações em cantoneiras de aço formadas a frio conforme a ABNT NBR 14762

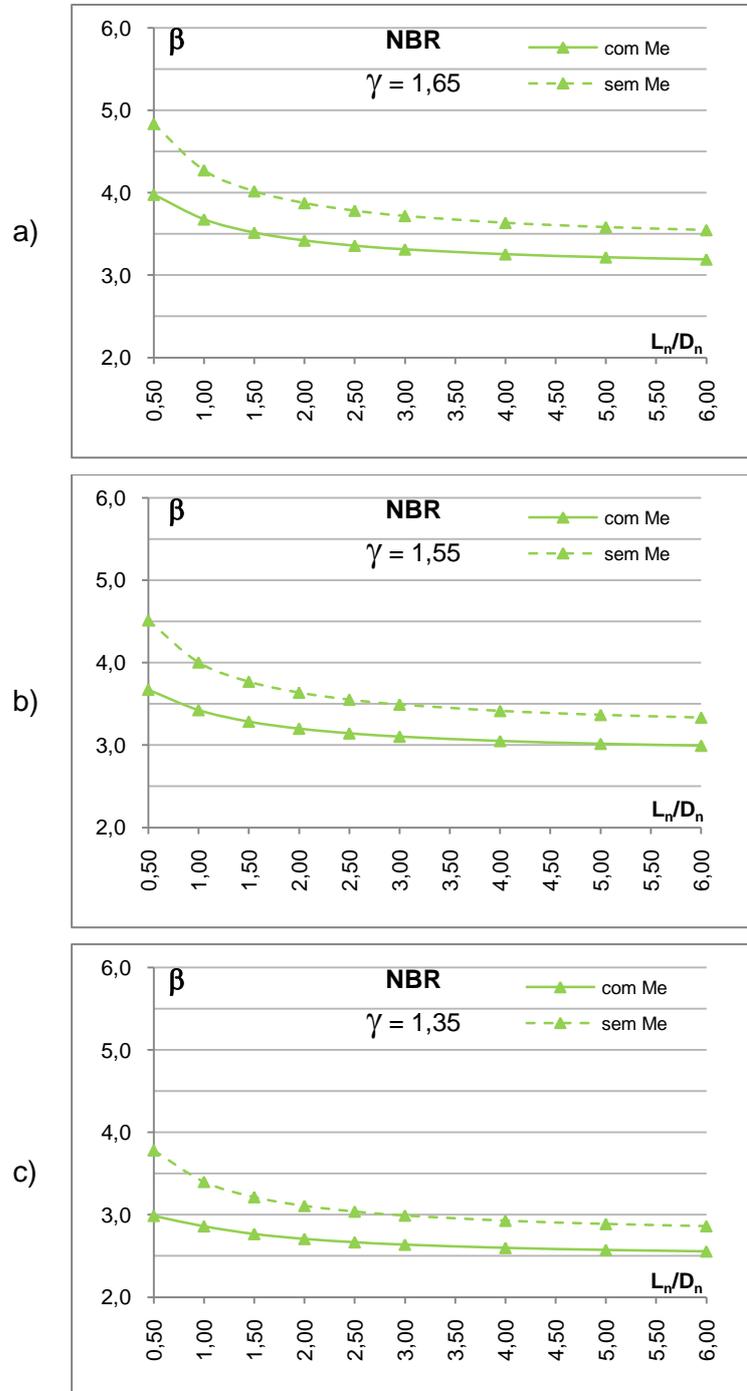


Figura 6.32 – Comparação entre curvas de confiabilidade β para variações de γ em ligações parafusadas em cantoneiras do Tipo 1

Tabela 6.23 – Análises complementares – valores de β para variações de γ na razão de carregamento $L_n/D_n = 5,0$ para ligações em cantoneiras do Tipo 1

TIPO 1	Ruptura da Seção Líquida - RSL		
$L_n/D_n = 5,0$ (ponto de calibração)	$\beta_{\text{sem Me}}$	$\beta_{\text{com Me}}$	$\beta_{\text{faixa}^*} = \beta_{\text{sem Me}} - \beta_{\text{com Me}}$
ABNT NBR 14762			
$\gamma = 1,65$ (2010)	3,5818	3,2159	0,3660
$\gamma = 1,55$ (comparativo)	3,3664	3,0165	0,3499
$\gamma = 1,35$ (2001)	2,8889	2,5732	0,3158
* faixa de variação de β para valores sem o erro de modelo e com o erro de modelo			

A Figura 6.32 e a Tabela 6.23 tratam de uma análise complementar comparativa referente ao modelo analítico brasileiro de previsão para a força resistente de tração em cantoneiras de aço formadas a frio com dois ou mais parafusos na direção da solicitação, sendo que nem todos os elementos da seção transversal estão conectados e que o modo de ruína de ruptura da seção líquida foi pronunciado.

A expressão a seguir representa o modelo comentado.

$$N_{t,Rd} = C_t A_n \frac{f_u}{\gamma} \leq 0,9 \quad (\text{não menor que } 0,4)$$

$$C_t = 1,0 - 1,2 \left(\frac{x}{L} \right)$$

As Figuras 6.32 (a) e (c), referentes às curvas de confiabilidade para os coeficientes parciais de segurança $\gamma = 1,65$ e $\gamma = 1,35$, respectivamente, ilustram a diferença entre os valores de β quando confrontadas entre si, uma vez que o coeficiente $\gamma = 1,35$ refere-se ao valor presente na versão de 2001 da mesma especificação de projeto.

Por meio dessas figuras é possível concluir que, independentemente da consideração da variável aleatória erro de modelo (M_e), a mínima diferença entre os índices de confiabilidade β é da ordem de 0,65, e para razões de carregamento L_n/D_n entre 0,50 e 1,50 essa diferença chega a 1,0, revelando que um critério de confiabilidade suficiente não foi almejado quando da construção da especificação de 2001, e também que a especificação de 2010, pelo contrário, buscou respeitar esse critério de confiabilidade.

Aparentemente pode-se pensar que a diferença entre as curvas de confiabilidade, a depender do valor de γ , é pequena, entretanto se tratarmos do nível de probabilidade de falha das ligações será possível notar que a realidade é outra, pois pequenas diferenças entre valores β geram diferenças consideráveis na probabilidade de falha dessas ligações (Tabela 6.24).

Tabela 6.24 – Probabilidades de falha das ligações de acordo com diferentes valores de γ no ponto de calibração $L_n/D_n = 5,0$

TIPO 1	Ruptura da Seção Líquida - RSL	
$L_n/D_n = 5,0$ (ponto de calibração)	$\beta_{\text{com } M_e}$	Probabilidade de falha (P_f)
ABNT NBR 14762		$\Phi[-\beta]$
$\gamma = 1,65$ (2010)	3,2159	$6,5024 \times 10^{-4}$
$\gamma = 1,35$ (2001)	2,5732	$5,0382 \times 10^{-2}$

Outra informação de grande importância a respeito dessas análises complementares condiz com a grandeza dos valores de β na razão de carregamento $L_n/D_n = 5,0$ (Tabela 6.23), entre a consideração ou não do erro de modelo nas análises de confiabilidade e entre o uso de diferentes valores para γ na previsão da força resistente de tração.

Essas comparações mostraram que, apesar de as faixas de variação serem praticamente as mesmas para cada valor de γ , os valores de β com e sem M_e no ponto de calibração ($L_n/D_n = 5,0$) são bem diferentes, apontando que o γ da especificação de 2010 alcança níveis de confiabilidade mais aceitáveis e uniformes do que os outros valores de γ e também mostra que a redução desse valor de 1,65 para um valor de 1,55 (valor comparativo) não originaria vantagem alguma para a realidade dessas ligações, uma vez que os índices de confiabilidade se afastariam do valor desejável de 3,50 ao invés de se aproximarem.

CONCLUSÕES

Capítulo
7

7 – CONCLUSÕES

Este trabalho apresentou uma investigação de modelos analíticos de previsão da força de tração resistente para ligações parafusadas em chapas finas e perfis de aço formados a frio, de acordo com quatro especificações de projeto (ABNT NBR 14762:2010, ANSI AISI S100:2007-S, AS/NZS 4600:2005 e EUROCODE 3 Parte1.3:2010).

O estudo envolveu a análise de 404 resultados experimentais de ligações parafusadas, sendo: 232 ligações em chapas finas, 104 ligações em cantoneiras e 68 ligações em perfis U. Diversas configurações geométricas foram analisadas, na tentativa de investigar ao máximo o comportamento desses tipos de ligações, ressaltando que um total de 1616 análises de força resistente em elementos sujeitos a esforços de tração foram realizadas.

Uma análise de erro de modelo foi contemplada no trabalho para a construção da variável aleatória erro de modelo (M_e) de modo que ao ser inserida nas análises de confiabilidade, a incerteza de modelo fosse considerada quando da avaliação do nível de segurança dos modelos normativos avaliados. Essa análise de erro de modelo fez o uso de testes de aderência para a validação de funções de distribuição de probabilidades que melhor representassem essa variável aleatória de modo que a consideração dessas distribuições nos métodos de confiabilidade refletisse o caráter seguro ou não dos modelos quando da obtenção dos valores de β .

Após a construção da variável erro de modelo (M_e) verificou-se a existência de uma dependência dessa variável (M_e) com a espessura (t) das chapas, para o modo de ruína de esmagamento da parede do furo (EPF). Logo, uma análise de regressão linear foi utilizada nessas ligações parafusadas para descrever essa dependência, obtendo-se que:

- a correlação entre M_e e t é considerável, da ordem de 0,561, para o modelo brasileiro (que é idêntico ao americano e australiano);
- para espessuras t acima de 4,00mm, o modelo de previsão brasileiro torna-se linearmente inseguro (M_e abaixo de 0,80, em média);
- o modelo do EUROCODE se torna cada vez mais conservador (acima de 40%, em média), para espessuras t maiores que 4,00mm.

Em relação à confiabilidade estrutural, foram realizadas diversas análises abrangendo um grande número de configurações geométricas de ligações, valores característicos de resistência do aço (f_u), razões de carregamento (L_n/D_n), espessuras de chapas (t), diâmetro dos parafusos (d) e outros parâmetros.

No total 7092 análises de confiabilidade em ligações parafusadas foram realizadas, revelando de uma maneira geral que a contribuição da variável aleatória erro de modelo (M_e) na segurança dessas ligações é considerável, especialmente para razões de carregamento (L_n/D_n) entre 0,50 e 2,50.

Sendo assim, a presença do erro de modelo (M_e) nas análises de confiabilidade para o caso das ligações parafusadas em chapas finas mostrou que:

- existe uma diminuição significativa dos valores de β das ligações, para as especificações da NBR, AISI e AS/NZS, quando da variação das espessuras (t) dessas chapas para o modo de ruína EPF;
- existe a necessidade de modificações nos modelos normativos de previsão para o EPF no sentido de melhorar a segurança estrutural;
- no modo de ruína de ruptura da seção líquida (RSL) a presença do erro de modelo nas análises é de certa forma positiva para as curvas de confiabilidade;
- o grau de insegurança e/ou a grande dispersão dos resultados dos modelos de cálculo perante a média do erro de modelo ($M_{e,mean}$) é considerável para o modo de ruína por RSL, porém os índices de confiabilidade apontam resultados satisfatórios para os modelos da NBR, AISI e AS/NZS em questão.

Uma análise de sensibilidade também foi realizada, revelando que a relação geométrica (d/g) pertencente ao coeficiente de redução da área líquida (C_t), e a resistência à ruptura do aço (f_u), presentes na especificação brasileira e americana, não interferem na segurança estrutural dessas ligações.

As análises de confiabilidade realizadas para as ligações parafusadas em cantoneiras, para o modo de ruína de ruptura da seção líquida (RSL), para todas as especificações, revelaram que:

- o erro de modelo proporcionou um impacto negativo nas curvas de confiabilidade (para os tipos 1 e 2), devido a grande variabilidade dessa variável aleatória;
- o critério de suficiência de confiabilidade no ponto de calibração ($L_n/D_n = 5,0$) não foi alcançado, principalmente para o tipo 2, uma vez que os valores de β_{comMe} são menores que 3,50 (2,44; 2,38; 1,68 e 3,22, respectivamente para a NBR, AISI, AS/NZS e EUROCODE);

- para o tipo 3 os índices de confiabilidade (β_{comMe}) estão mais comportados, porém também não atingiram o valor alvo definido pelo AISI, para o caso da NBR, do próprio AISI e do EUROCODE.

Coeficientes de sensibilidade α mostraram que variações no parâmetro x/L , presente nos coeficientes de redução da área líquida dos modelos de previsão brasileiro e americano, e na resistência à ruptura do aço (f_u), não intervêm na segurança das ligações parafusadas.

As análises de confiabilidade em ligações parafusadas em cantoneiras que apresentaram como ruína o esmagamento da parede do furo (EPF) apontaram que:

- os modelos fornecem baixa confiabilidade, em torno de 2,50 para o tipo 1 e 1,50 para o tipo 3, devido consideráveis desvios-padrão e fatores de tendência inseguros ($M_{e,\text{mean}} < 1,0$);
- os modelos de previsão, principalmente para o caso do EUROCODE ($\beta = 1,90$ para o Tipo 1 e $\beta = 1,40$ para o tipo 3), precisam ser revistos para que maiores níveis de segurança e conseqüentemente menores probabilidades de falha sejam alcançadas.

As análises de confiabilidade realizadas em ligações parafusadas em perfis U, que apresentaram como modo de ruína a ruptura da seção líquida (tipos 2 e 3), indicaram que:

- a confiabilidade dos modelos da NBR, AISI e AS/NZS para ligações do tipo 2 é semelhantemente baixa, (valores de β menores que 2,50), ressaltando que o EUROCODE não apresenta modelo de previsão para esse tipo de ligação;
- para o tipo 3 de ligações, os níveis de confiabilidade alcançados para a NBR e o AISI foram diferentes da AS/NZS e do EUROCODE, uma vez que essas apresentaram valores de β abaixo do valor alvo no ponto de calibração $L_n/D_n = 5,0$ (2,80; 2,32; 2,74 e 1,38 respectivamente);
- os modelos de previsão dessas especificações devem ser revistos, ou os coeficientes parciais de segurança precisam ser recalibrados.

Por fim, da mesma forma que as chapas finas da série A, as análises de confiabilidade em ligações parafusadas em perfis U do tipo 1, que ruíram por esmagamento da parede do furo (EPF), não forneceram índices de confiabilidade desejáveis para a NBR, AISI e AS/NZS, uma vez que não respeitaram o critério de confiabilidade suficiente,

fornecendo valores abaixo do β_{alvo} de 3,50. Os valores encontrados para a NBR, AISI e AS/NZS foram 3,01; 3,10 e 2,98 respectivamente.

Para o EUROCODE, os índices de confiabilidade alcançados demonstram que o modelo de cálculo europeu se comporta de maneira aceitável ao se tratar de suficiência de confiabilidade, pois o resultado encontrado ($\beta = 3,45$) está muito próximo do nível de segurança estabelecido.

Sendo assim, de uma maneira geral as análises realizadas mostraram que os modelos de cálculo para a previsão do esmagamento da parede do furo das especificações brasileira, americana e australiana precisam ser revisados no sentido de oferecer maior confiabilidade e segurança estrutural, afinal, segundo análise de sensibilidade realizada, a variável erro de modelo, novamente, é quem apresenta maior contribuição na probabilidade de falha das ligações estudadas.

SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS

SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS

Embora este trabalho tenha abordado de maneira prática o assunto envolvente e complexo que é a confiabilidade estrutural, e que dentro do possível tentou preencher algumas lacunas para a realidade dos perfis de aço formados a frio, diversos aspectos ainda ficaram à ser explorados no sentido de tornar as análises realizadas mais abrangentes.

Sendo assim, sugerem-se os seguintes trabalhos que podem dar prosseguimento a esta pesquisa:

1. Proposição de novos coeficientes parciais de ponderação da resistência por meio de procedimentos de calibração via métodos de confiabilidade estrutural.
2. Desenvolvimento de novos modelos de cálculo para a previsão do modo de ruína de esmagamento da parede dos furos em ligações parafusadas em chapas finas e perfis de aço formados.
3. Análise de segurança em ligações parafusadas em chapas finas e perfis de aço formados a frio, via métodos de confiabilidade estrutural, considerando estatísticas atualizadas das espessuras das chapas e resistência à ruptura do aço utilizado.
4. Estudo bibliográfico sobre o estado da arte de ligações parafusadas em perfis de aço formados a frio confrontando e analisando os resultados de confiabilidade obtidos neste trabalho com outros estudos de confiabilidade.
5. Comparação dos índices de confiabilidade obtidos via métodos de confiabilidade de primeira ordem (FORM) com índices β calculados por meio de expressões analíticas sugeridas pelo ANSI AISI S100:2007-S e ABNT NBR 14762:2010.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Ang, A. H-S., Tang, W. H. **Probability Concepts in Engineering Planning and Design**, Volume I: Basic Principles, John Wiley & Sons, 1975.

Ang, A. H-S., Tang, W. H. **Probability Concepts in Engineering Planning and Design**, Volume II: Decision, Risk and Reliability, John Wiley & Sons, 1990.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 14762**: Dimensionamento de estruturas de aço constituídas por perfis formados a frio. Rio de Janeiro, RJ, 2001.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 14762**: Dimensionamento de estruturas de aço constituídas por perfis formados a frio. Rio de Janeiro, RJ, 2010.

AMERICAN NATIONAL STANDARDS INSTITUTE. AMERICAN IRON AND STEEL INSTITUTE. **S100**: North American Specification for the Design of Cold-Formed Steel Structures Members. Washington, DC, 2001.

AMERICAN NATIONAL STANDARDS INSTITUTE. AMERICAN IRON AND STEEL INSTITUTE. **S100**: North American Specification for the Design of Cold-Formed Steel Structures Members. Washington, DC, 2007.

AMERICAN NATIONAL STANDARDS INSTITUTE. AMERICAN IRON AND STEEL INSTITUTE. **S100**: North American Commentaries for the Design of Cold-Formed Steel Structures Members. Washington, DC, 2007.

Beck, A. T. **Apostila de Confiabilidade Estrutural**. Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, 2009.

Beck, A. T., De Oliveira, W. L. A., De Nardim, S., ElDebs, A. L. H. C. **Reliability-based Evaluation of Design Code Provisions for Circular Concrete-Filled Steel Columns**. Engineering Structures, Elsevier, Vol.31, n.10, p. 2299-2308, October, 2009.

Castro, L. A. **Análise de segurança no projeto de estruturas: Método dos estados limites**. Dissertação (Mestrado) – Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, 1997.

Chesson, E., Jr., Munse, W.H. **Riveted and Bolted Joints: Truss-Type Tensile Connections**. Journal of the Structural Division, ASCE Proceeding, Vol. 89 (ST1), p. 67 – 106, 1963.

Chong, K. P., Matlock, R.B. **Light-Gage Steel Bolted Connections without Washers.** Journal of the Structural Division, ASCE, Vol. 101, n. ST7, p. 1381 – 1391, 1975.

De Oliveira, W. L. A., Beck, A. T., EIDebs, A. L. H. C. **Avaliação da segurança de pilares mistos preenchidos de seção circular projetados segundo a norma ABNT NBR 8800:2008.** Artigo – Revista IBRACON de Estruturas e Materiais, 2008.

De Paula, V. F. **Análise Experimental e Numérica de Cantoneiras de Aço Formadas a Frio sob Tração e Conectadas por Parafusos.** Tese (Doutorado) – Universidade de Brasília, Brasília – DF, 2006.

Ditlevsen, D. **Principle of Normal Tail Approximation.** Journal of the Engineering Mechanics Divisions, ASCE, Vol.107, n.EM6, p.1191-1208, 1981.

Easterling, W. S., Giroux, L. G. **Shear Lag effects in steel tension members.** Engineering Journal, AISC, 30(3): 77 – 89, 1993.

Ellingwood, B., Galambos, T. V. **Probability-based criteria for structural design.** Structural Safety 1, pp. 15-26, 1982.

EUROPEAN COMMITTEE FOR STANDARDISATION. Eurocode 3 – Design for Steel Structures: part 1.3 – **General Rules: Supplementary Rules for Cold-Formed Thin Gauge Members and Sheeting.** Brussels, 2006.

Gilchrist, R. T., Chong, K. P. **Thin Light-Gage Bolted Connection without Washers.** Journal of the Structural Division, ASCE, Vol. 105, n. ST1, pp. 175 – 183, 1979.

Hassofer, A. M. **Reliability index and failure probability.** Journal of Structural Mechanics, v.3, n.1, p.25-27, 1974

Hassofer, A. M., Lind, N. **An Exact and Invariant First Order Reliability Format.** Journal of Engineering Mechanics, ASCE, Vol.100, n.EM1, p.111-121, February, 1974.

Holcomb, B. D., Laboube, R. A., Yu, W. W. **Tensile and Bearing Capacities of Bolted Connections.** Second Summary Report, Department of Civil Engineering, Center for Cold-Formed Steel Structures, University of Missouri-Rolla, Rolla, Missouri, 1995.

Kulak, G. L., Wu, E. Y. **Shear Lag in Bolted Angle Tension Members.** Journal of Structural Engineering, ASCE, 123(9): 1144 – 1152, 1997.

Maiola, C. H. **Ligações Parafusadas em Chapas Finas e Perfis de Aço Formado a Frio.** Tese (Doutorado) – Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, 2004. 125p + apêndices, 2004.

Malite, M., Sáles, J. J., Gonçalves, R. M. **Algumas considerações sobre a nova Norma Brasileira de Estruturas de Aço em Perfis Formados a Frio**. Artigo Técnico, Revista Construção Metálica, n. 33, pp. 22 – 26, 1998.

Melchers, R. E. **Structural Reliability Analysis and Predictions**, Second Edition, John Wiley & Sons, 1999.

Munse, W. H., Chesson, E., Jr. **Riveted and Bolted Joints: Net Section Design**. Journal of the Structural Engineering, ASCE Proceedings, Vol. 89 (ST1), p. 107 – 126, 1963.

Pan, C. L. **Prediction of the Strength of Bolted Cold-Formed Channel Sections in Tension**. Thin-Walled Structures, 42 (2004), p. 1177 – 1198, 2004.

Pfeil, W., Pfeil, M. **Estruturas de Aço: Dimensionamento Prático**. 8.ed. – Rio de Janeiro: LTC, 2009.

Popowich, D. W. **Tension Capacity of Bolted Connection in Light Gage Cold-Formed Steel**. Thesis presented to the Graduate School of Cornell University for the Degree of Master of Science, School of Civil Engineering, 1969.

Ravindra, M. K., Galambos, T. V. **Load and Resistance Factor Design**. Journal of the Structural Division, ASCE, Vol.104, n.ST9, p.1337-1353, September, 1978.

Rezende, P. G. **Análise da Resposta Numérica de Ligações Parafusadas em Chapas Finas e Perfis de Aço Formados a Frio**. Dissertação (Mestrado) – Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, 2005.

Rogers, C. A., Hancock, G. J. **Failure Modes of Bolted Sheet Steel Connections Loaded in Shear**. Research Report N^o. R772, Centre for Advanced Structural Engineering, University of Sydney, Sydney, NSW, Australia, 1998.

Sagrilo, L. V. S., De Lima, E. C. P. **Apostila de Confiabilidade Estrutural. Métodos Analíticos FORM/SORM**. Programa de Engenharia Civil, Coordenação dos Programas de Pós-Graduação em Engenharia, Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2010.

Salmon, C. G., Johnson, J. E. **Steel Structures, Design and Behavior**. Five Edition. New York, Harper Collins College Publishers, 2009

Souza Junior, A. C. **Aplicação de confiabilidade na calibração de coeficientes parciais de segurança de normas brasileiras de projeto estrutural**. Dissertação (Mestrado) – Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, 2009.

STANDARD AUSTRALIA / STANDARD NEW ZEALAND. **AS/NZS 4600: Cold-Formed Steel Design**. Sydney, NSW, Australia, 2005;

Shinozuka, M. **Basic Analysis of Structural Safety**. Journal of Structural Division, ASCE, Vol.109, n.3, p.721-740, March, 1983.

Winter, G. **Tests on Bolted Connections in Light Gage Steel**. Journal of the Structural Division, ASCE, Vol. 82, n. ST2, pp. 920-1–920-25, 1956.

Yu, W. W. **Cold-Formed Steel Design**. New York, John Wiley & Sons, 2000.

BIBLIOGRAFIA COMPLEMENTAR

BIBLIOGRAFIA COMPLEMENTAR

Brandão, A. L. R. **Segurança de Estruturas em Perfis Formados a Frio**. Dissertação (Mestrado) – Universidade Federal de Ouro Preto – Escola de Minas, Ouro Preto, 2007

Franchuk, C. R., Driver, R. G., Grondin, G. Y. **Reliability analysis of Block Shear Capacity of Coped Steel Beams**. Journal of Structural Engineering, ASCE, Vol.130, n.12, p.1904-1913, 2004

Kaminski Junior, J. **Incertezas de Modelo na Análise de Torres Metálicas Treliçadas de Linhas de Transmissão**. Tese (Doutorado) – Universidade Federal do Rio Grande do Sul – Escola de Engenharia, Porto Alegre, 2007

Nowak, A. S., Regupathy, P. V. **Reliability of Spot Welds in Cold-Formed Channels**. Journal of Structural Engineering, ASCE, Vol.110, n.6, p.1265-1277, 1984

Pimenta, R. J. **Perfis de Alma Senoidal: Proposição de Métodos de Cálculo e Análise de Confiabilidade Estrutural**. Tese (Doutorado) – Universidade Federal de Minas Gerais – Escola de Engenharia, Belo Horizonte, 2008

**VERIFICAÇÃO DAS LIGAÇÕES COM
BASE NOS DOCUMENTOS NORMATIVOS**

Apêndice

A

APÊNDICE A – VERIFICAÇÃO DAS LIGAÇÕES COM BASE NOS DOCUMENTOS NORMATIVOS

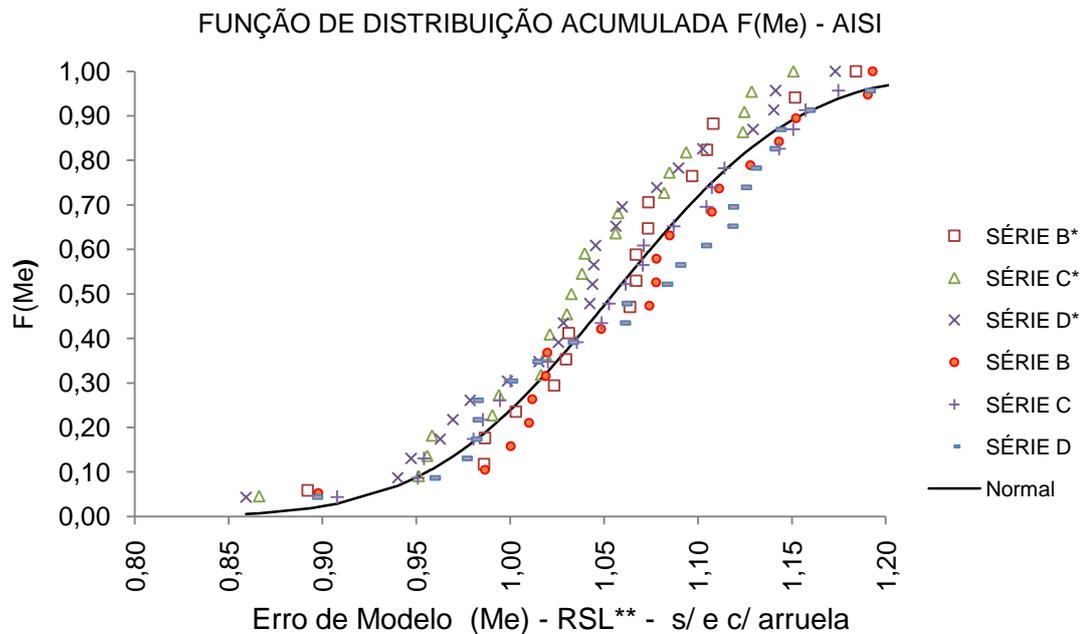
**AJUSTE ESTATÍSTICO DO ERRO DE MODELO
PARA OS DOCUMENTOS NORMATIVOS**

Apêndice

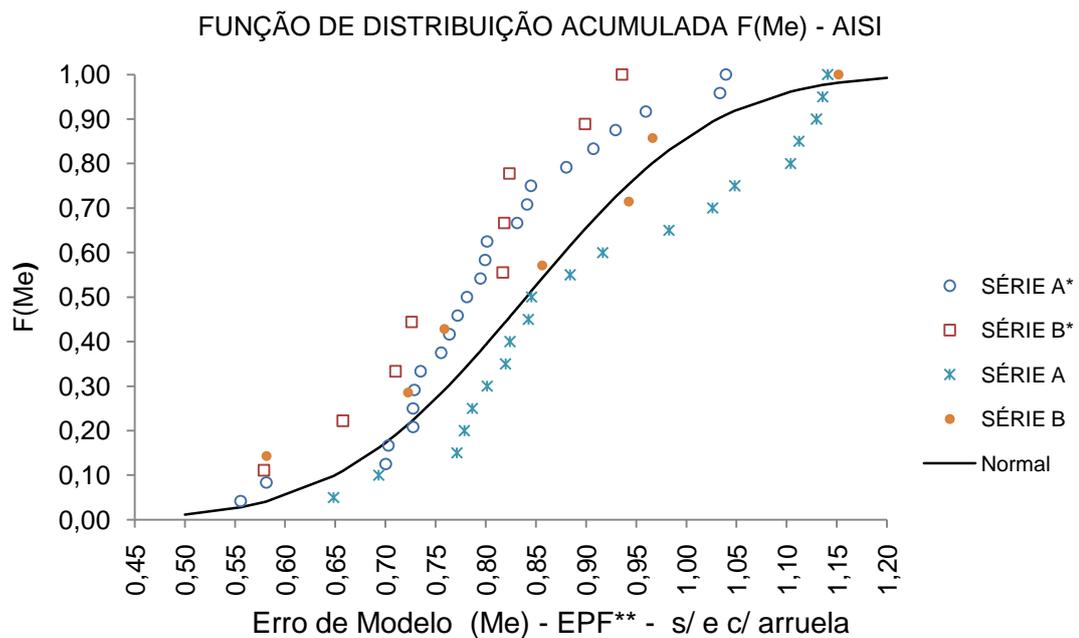
B

APÊNDICE B – AJUSTE ESTATÍSTICO DO ERRO DE MODELO PARA OS DOCUMENTOS NORMATIVOS

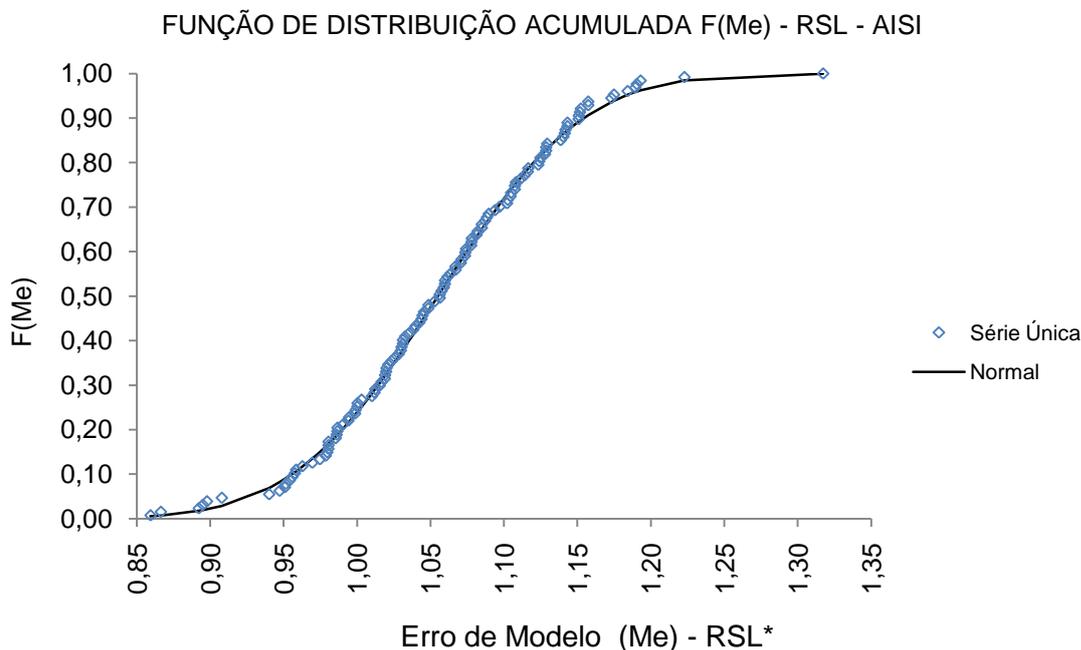
B.1 – Erro de modelo em ligações parafusadas em chapas finas



*Indica ligações sem o uso de arruelas; **RSL = Ruptura da Seção Líquida
 Figura B.1 – Função de distribuição acumulada - modo de ruína RSL (AISI)

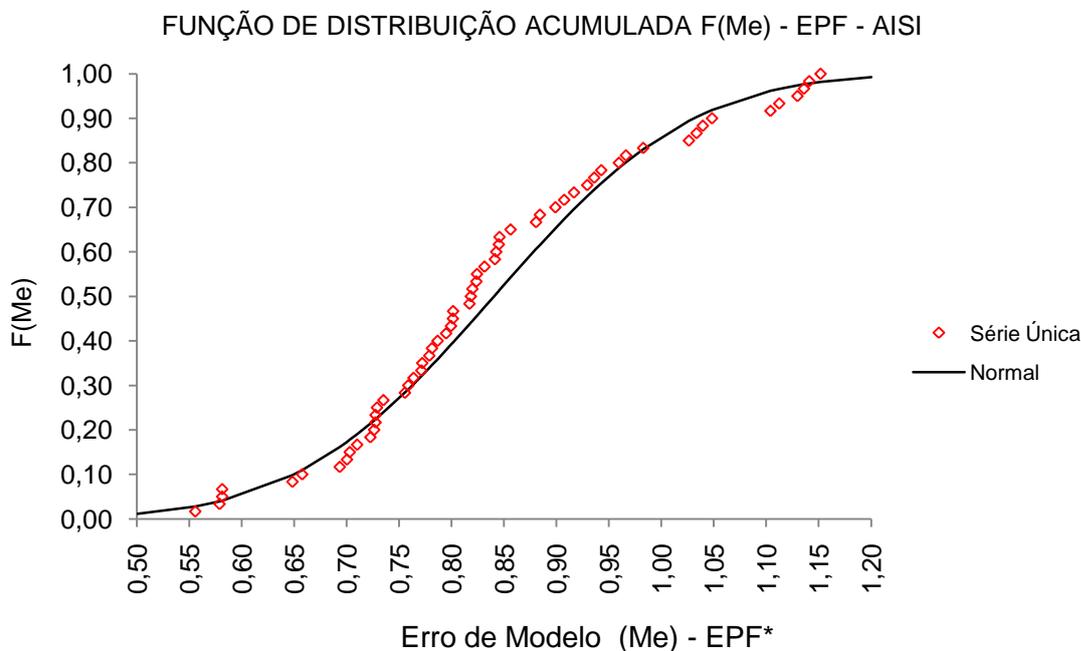


*Indica ligações sem o uso de arruelas; **EPF = Esmagamento da Parede do Furo
 Figura B.2 – Função de distribuição acumulada - modo de ruína EPF (AISI)



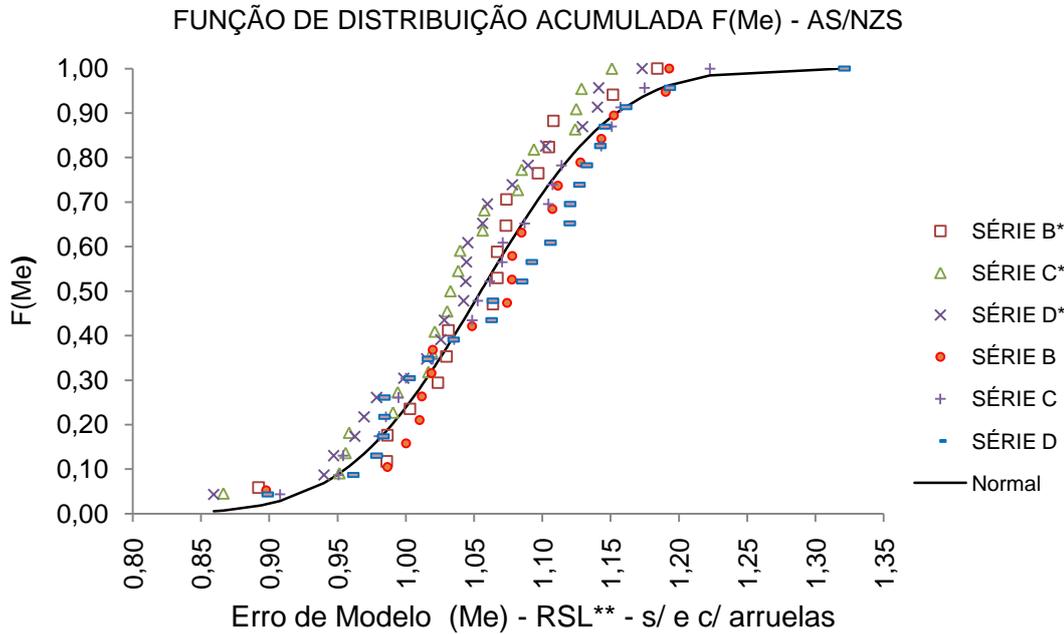
*RSL = Ruptura da Seção Líquida

Figura B.3 – Função de distribuição acumulada - modo de ruína RSL (AISI)

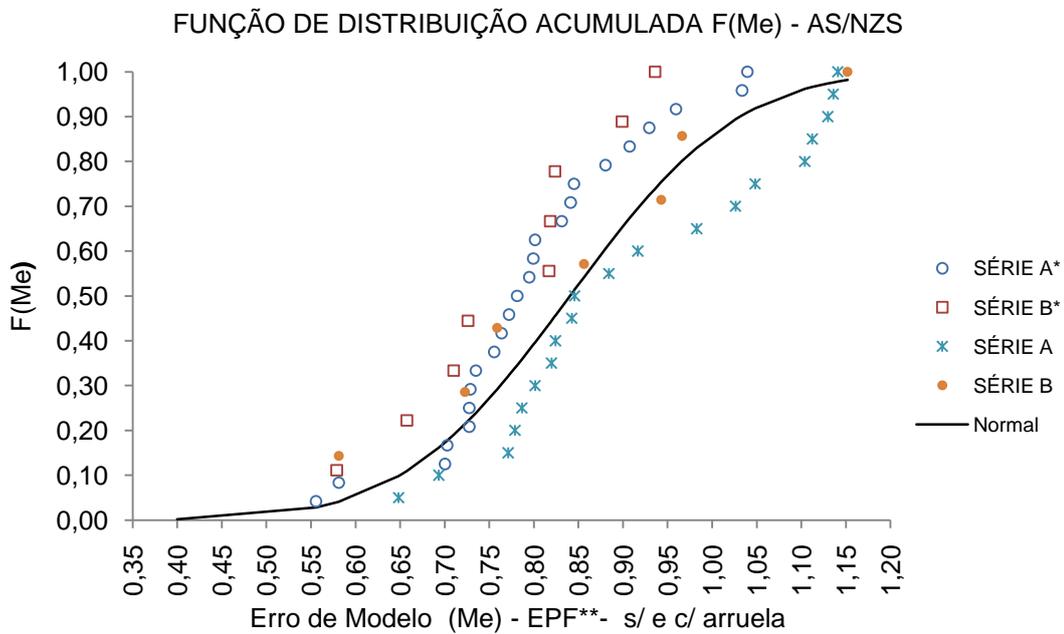


*EPF = Esmagamento da Parede do Furo

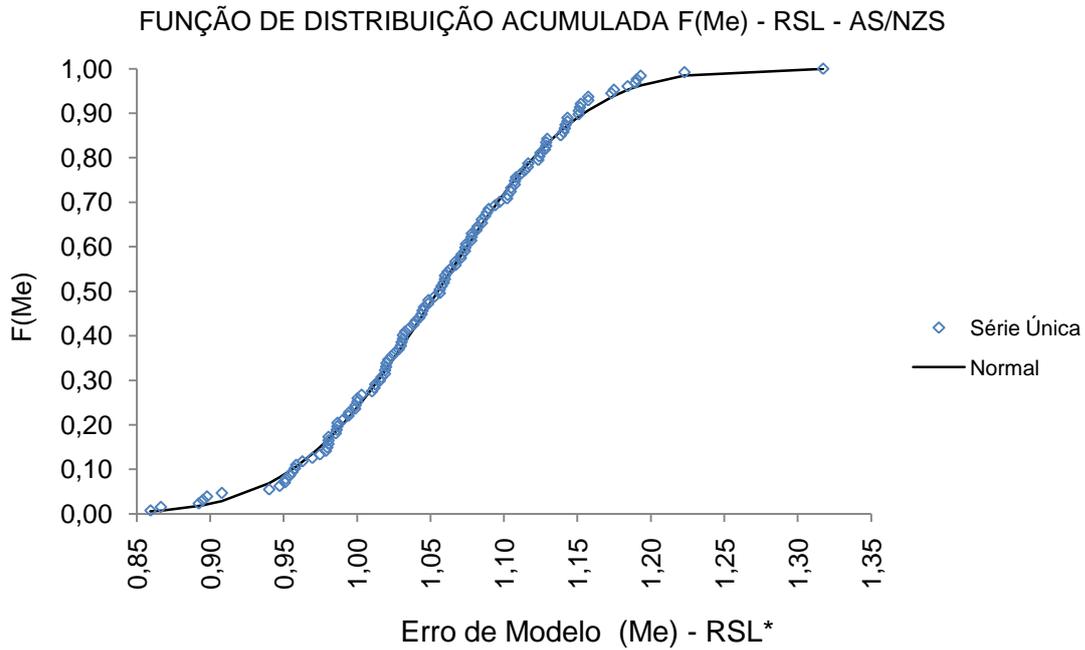
Figura B.4 – Função de distribuição acumulada - modo de ruína EPF (AISI)



*Indica ligações sem o uso de arruelas; **RSL = Ruptura da Seção Líquida
 Figura B.5 – Função de distribuição acumulada - modo de ruína RSL (AS/NZS)

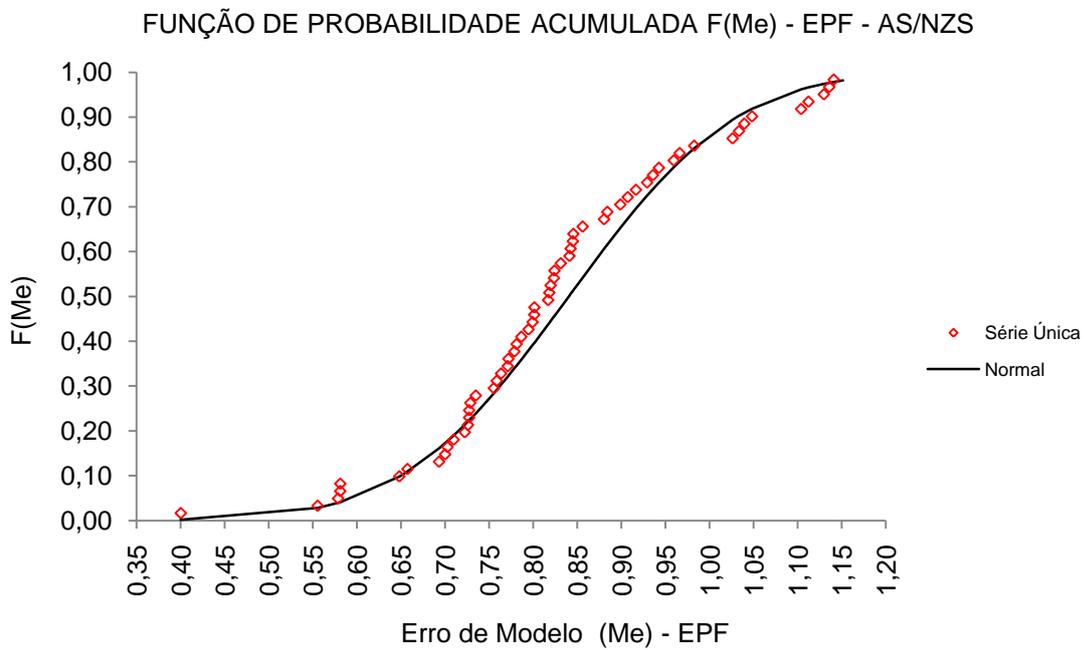


*Indica ligações sem o uso de arruelas; **EPF = Esmagamento da Parede do Furo
 Figura B.6 – Função de distribuição acumulada - modo de ruína EPF (AS/NZS)



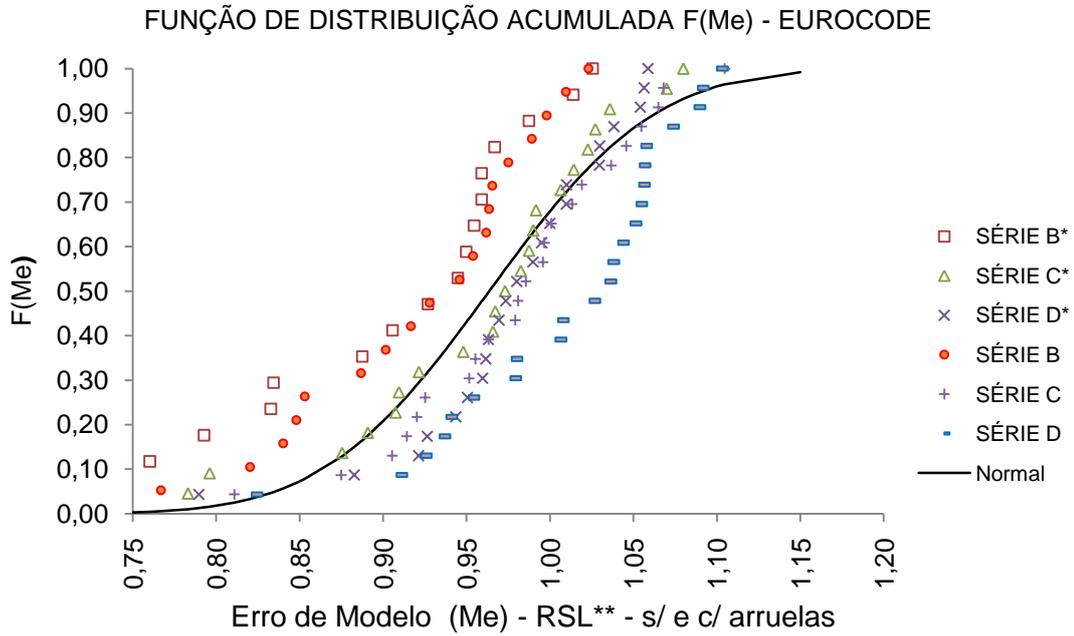
*RSL = Ruptura da Seção Líquida

Figura B.7 – Função de distribuição acumulada - modo de ruína RSL (AS/NZS)

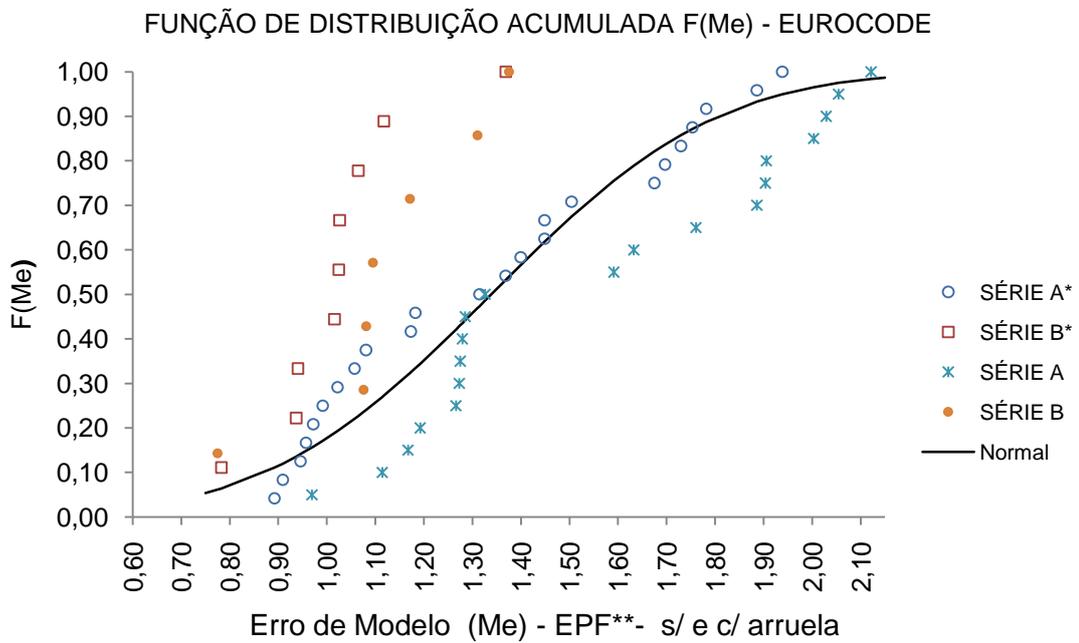


*EPF = Esmagamento da Parede do Furo

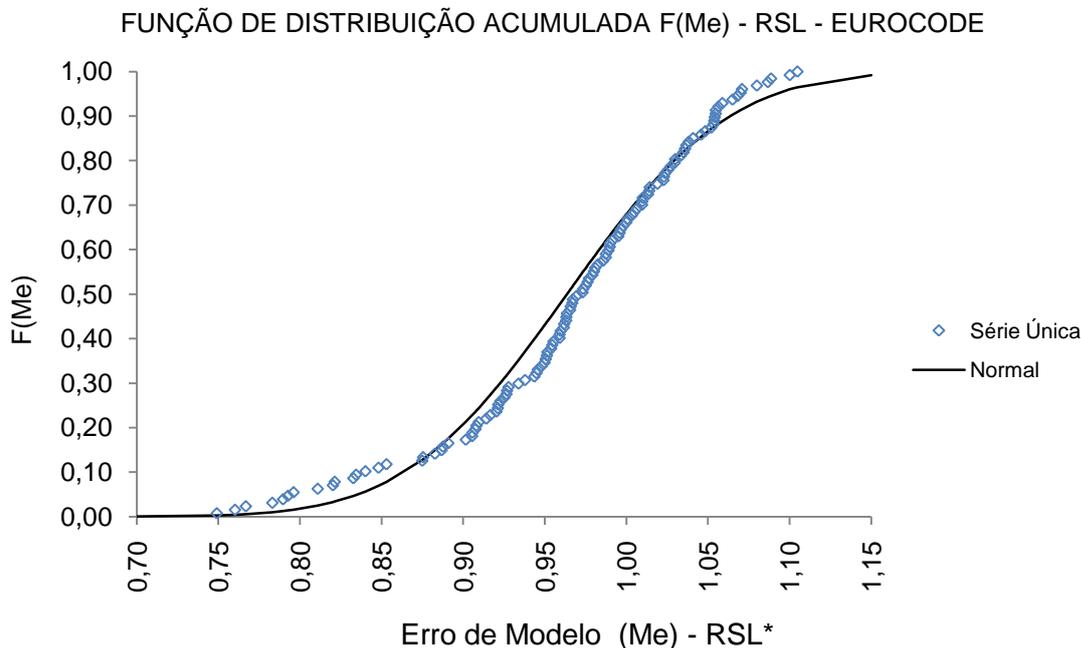
Figura B.8 – Função de distribuição acumulada - modo de ruína EPF (AS/NZS)



*Indica ligações sem o uso de arruelas; **RSL = Ruptura da Seção Líquida
 Figura B.9 – Função de distribuição acumulada - modo de ruína RSL (EUROCODE)

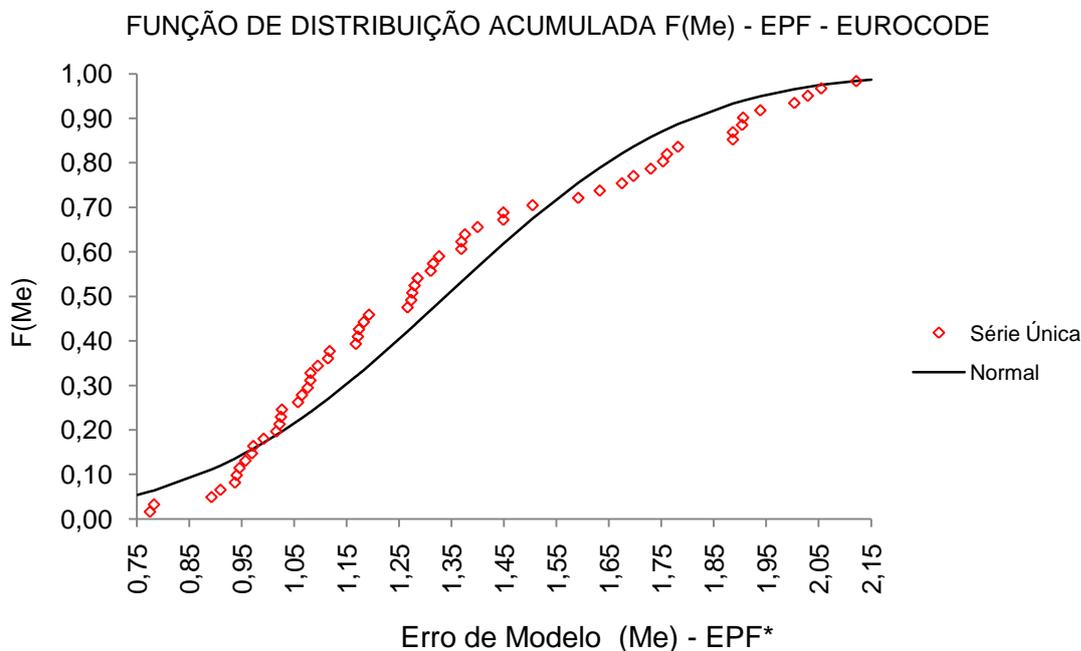


*Indica ligações sem o uso de arruelas; **EPF = Esmagamento da Parede do Furo
 Figura B.10 – Função de distribuição acumulada - modo de ruína EPF (EUROCODE)



*RSL = Ruptura da Seção Líquida

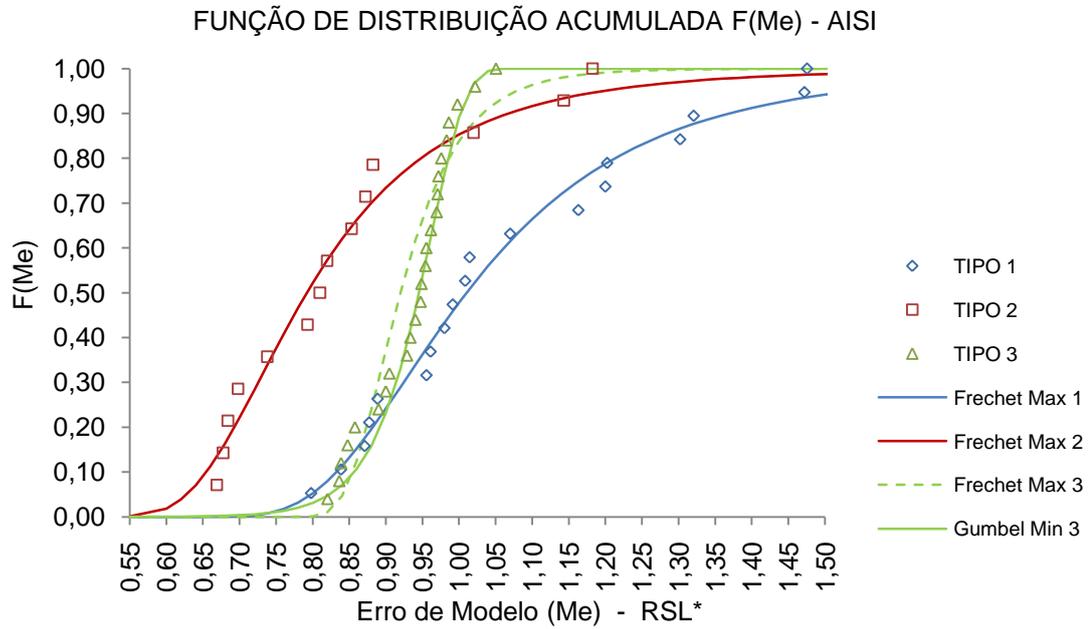
Figura B.11 – Função de distribuição acumulada - modo de ruína RSL (EUROCODE)



*EPF = Esmagamento da Parede do Furo

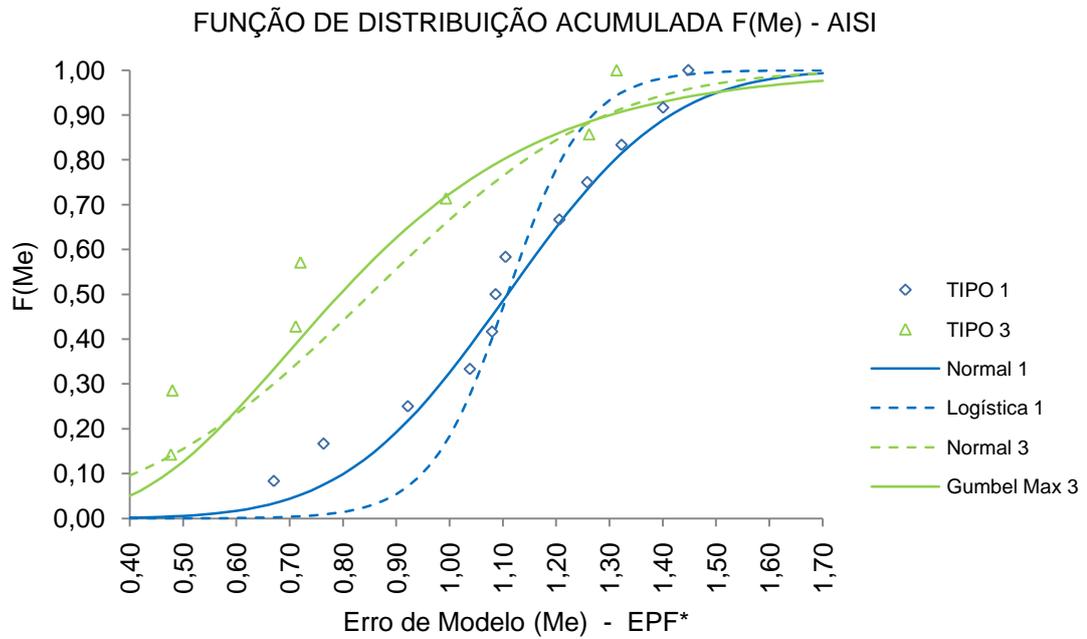
Figura B.12 – Função de distribuição acumulada - modo de ruína EPF (EUROCODE)

B.2 – Erro de modelo em ligações parafusadas em cantoneiras



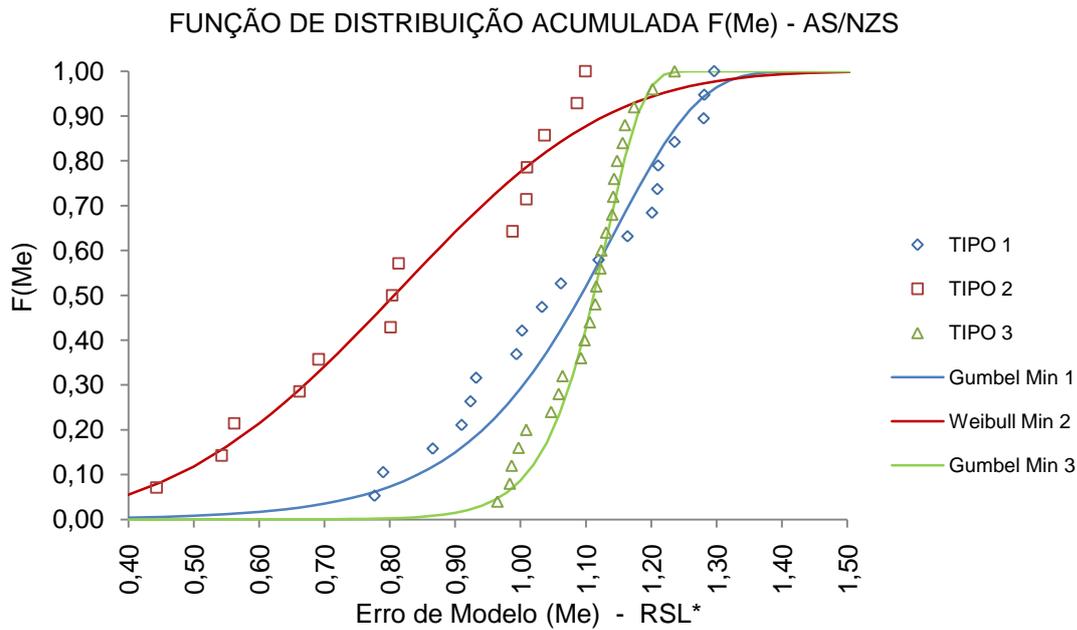
*RSL = Ruptura da Seção Líquida

Figura B.13 – Função de distribuição acumulada - modo de ruína RSL (AISI)



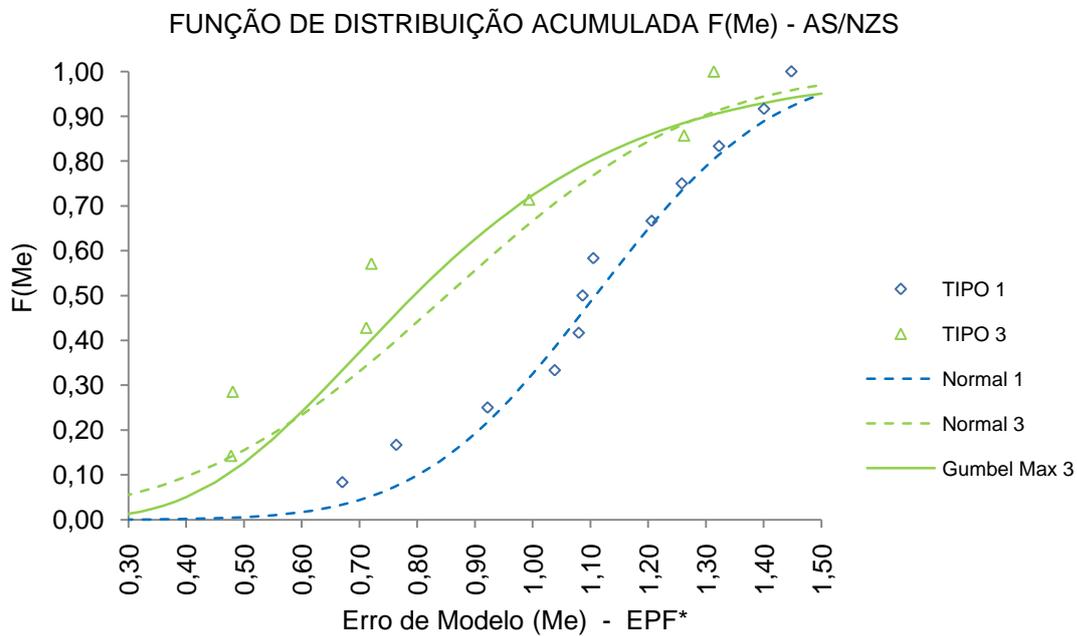
*EPF = Esmagamento da Parede do Furo

Figura B.14 – Função de distribuição acumulada - modo de ruína EPF (AISI)



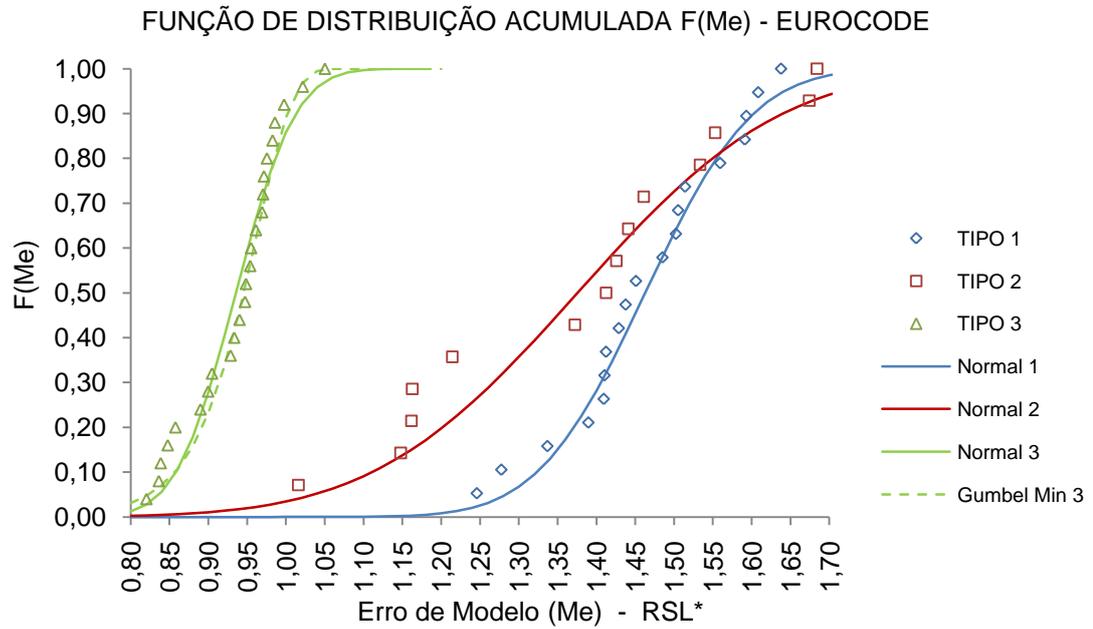
*RSL = Ruptura da Seção Líquida

Figura B.15 – Função de distribuição acumulada - modo de ruína RSL (AS/NZS)



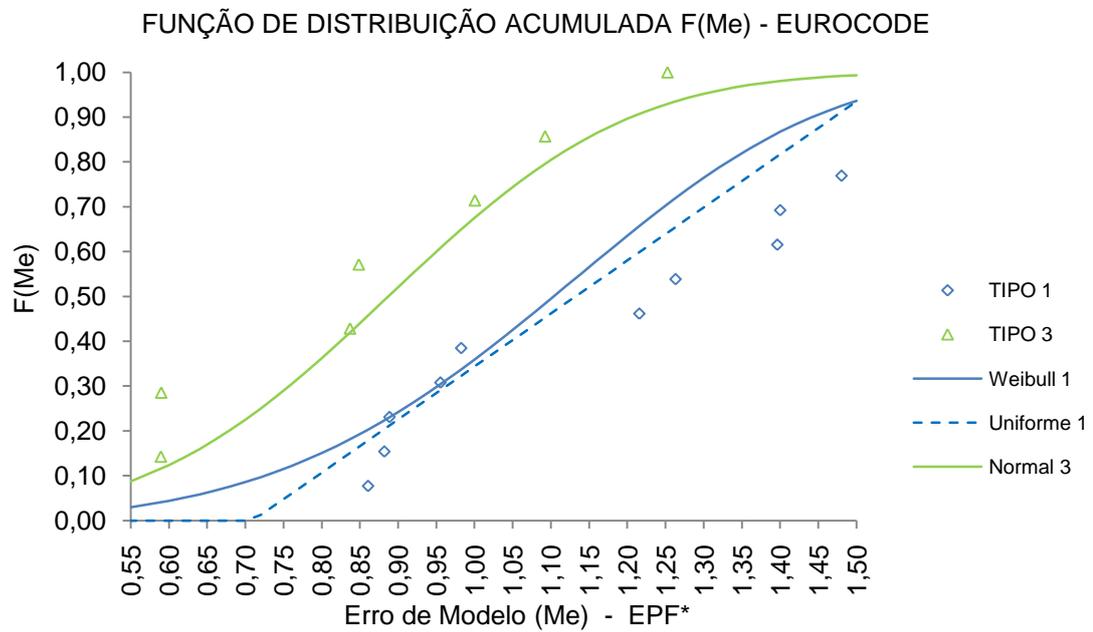
*EPF = Esmagamento da Parede do Furo

Figura B.16 – Função de distribuição acumulada - modo de ruína EPF (AS/NZS)



*RSL = Ruptura da Seção Líquida

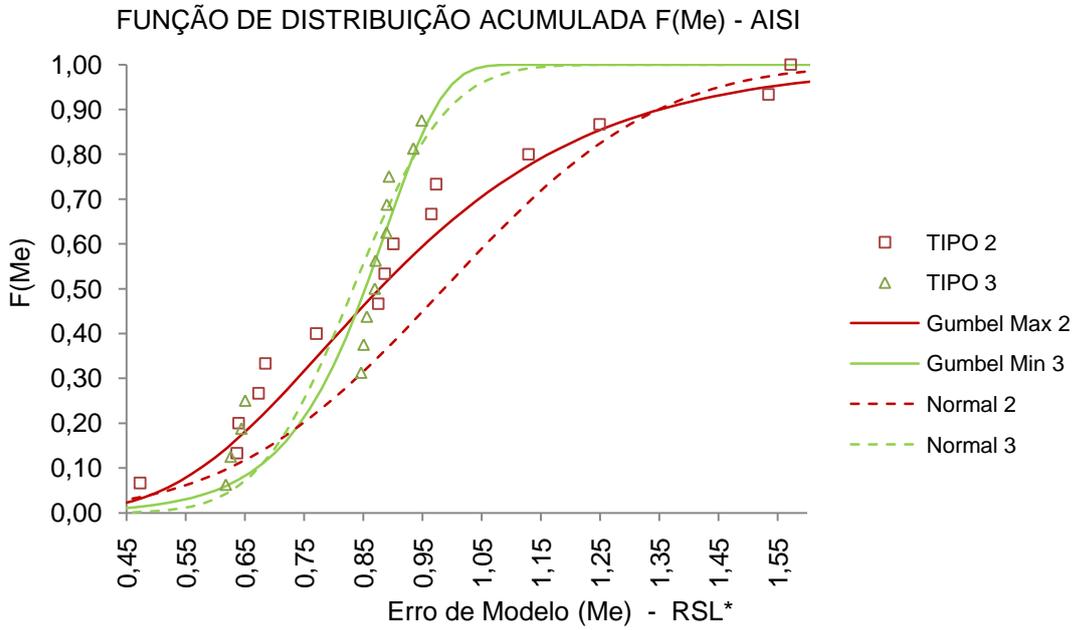
Figura B.17 – Função de distribuição acumulada - modo de ruína RSL (EUROCODE)



*EPF = Esmagamento da Parede do Furo

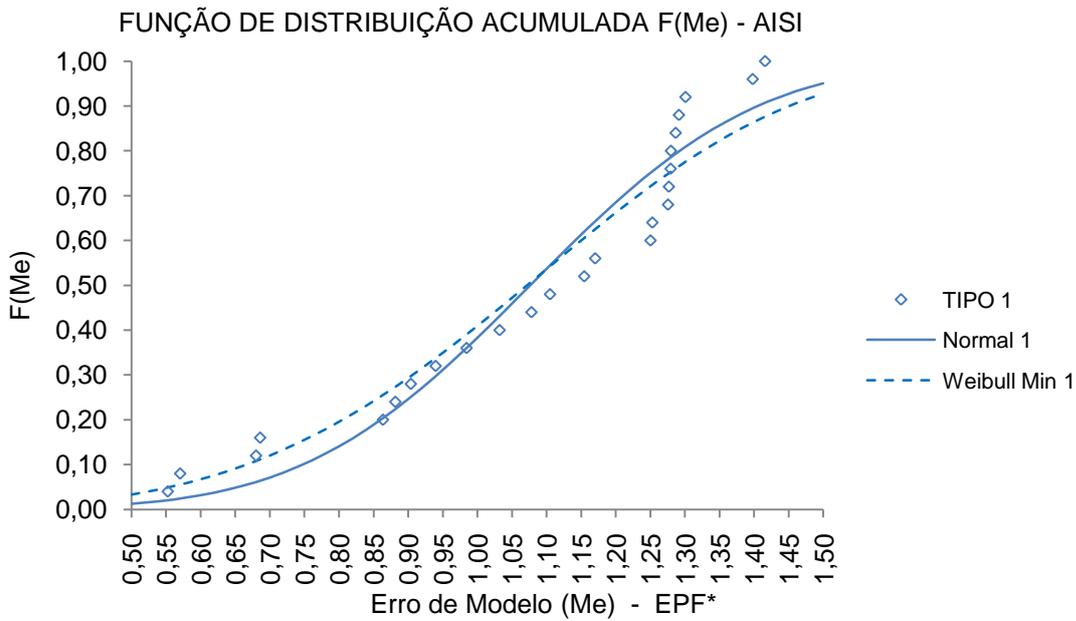
Figura B.18 – Função de distribuição acumulada - modo de ruína EPF (EUROCODE)

B.3 – Erro de modelo em ligações parafusadas em perfis U



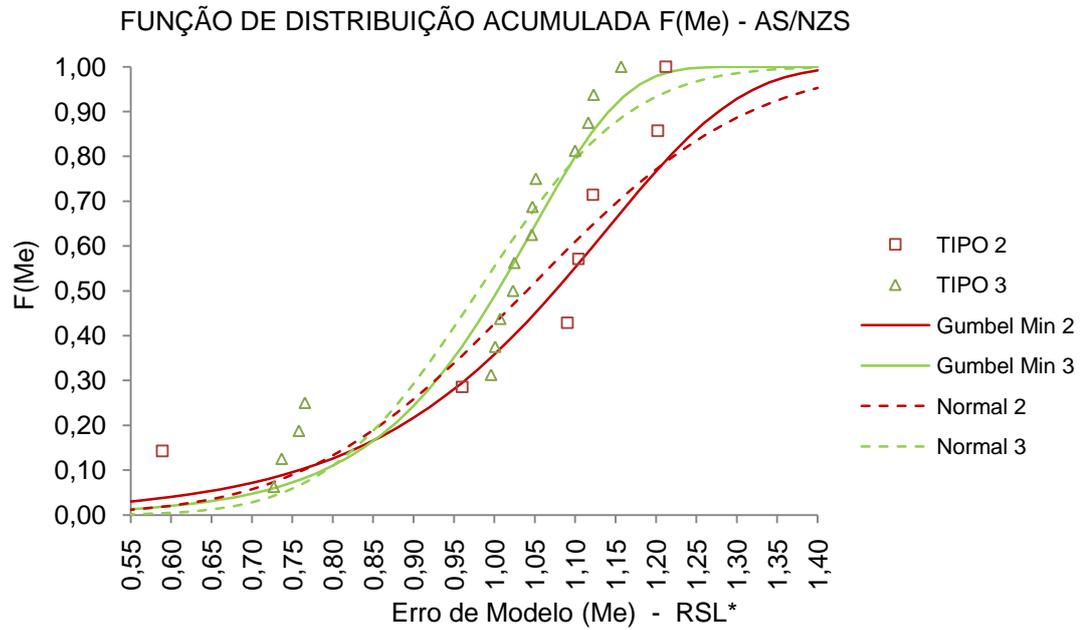
*RSL = Ruptura da Seção Líquida

Figura B.19 – Função de distribuição acumulada - modo de ruína RSL (AISI)



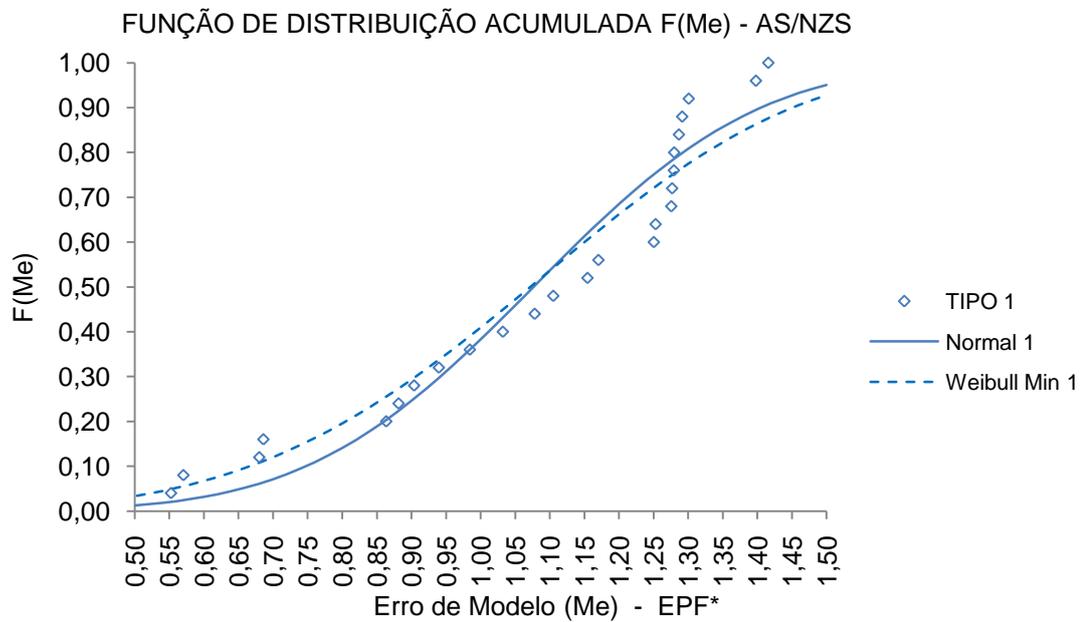
*EPF = Esmagamento da Parede do Furo

Figura B.20 – Função de distribuição acumulada - modo de ruína EPF (AISI)



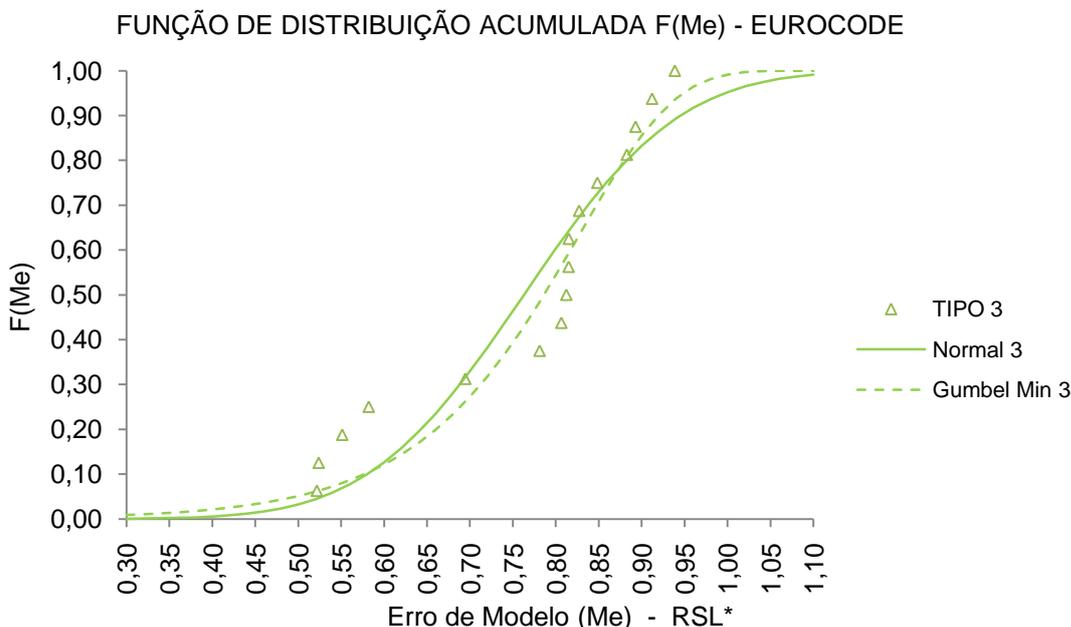
*RSL = Ruptura da Seção Líquida

Figura B.21 – Função de distribuição acumulada - modo de ruína RSL (AS/NZS)



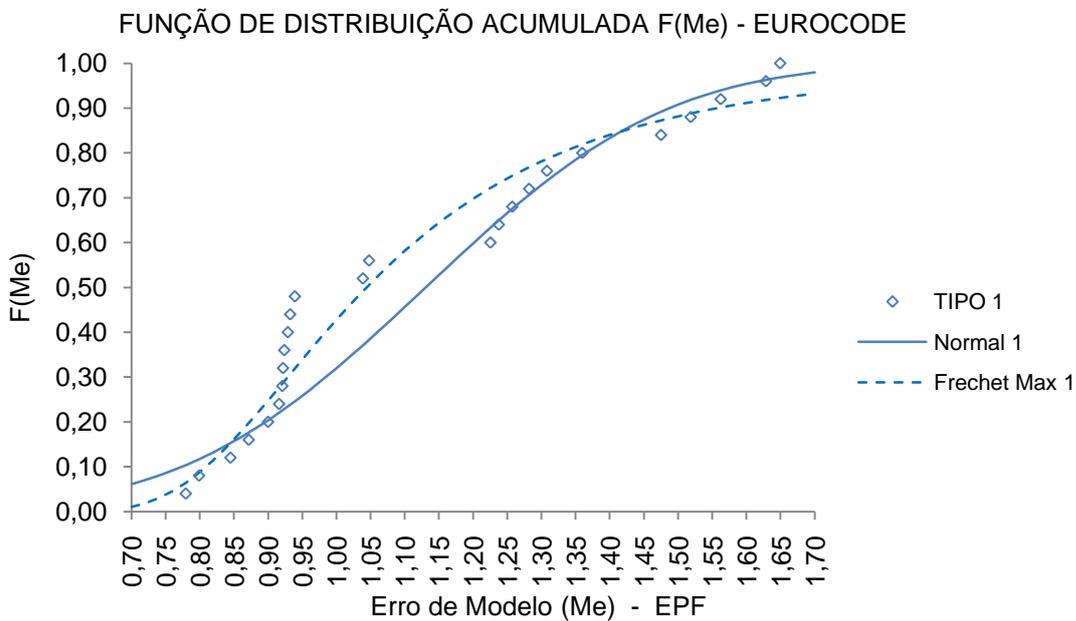
*EPF = Esmagamento da Parede do Furo

Figura B.22 – Função de distribuição acumulada - modo de ruína EPF (AS/NZS)



*RSL = Ruptura da Seção Líquida

Figura B.23 – Função de distribuição acumulada - modo de ruína RSL (EUROCODE)



*EPF = Esmagamento da Parede do Furo

Figura B.24 – Função de distribuição acumulada - modo de ruína EPF (EUROCODE)