

Ronaldo Rigobello

**DESENVOLVIMENTO E APLICAÇÃO DE
CÓDIGO COMPUTACIONAL PARA
ANÁLISE DE ESTRUTURAS DE AÇO
APORTICADAS EM SITUAÇÃO DE
INCÊNDIO**

Tese apresentada à Escola de Engenharia de São Carlos da Universidade de São Paulo, como parte dos requisitos para obtenção do Título de Doutor em Engenharia de Estruturas.

Orientador: Prof. Dr. Jorge Munaiar Neto

Versão Corrigida

A versão original encontra-se na Escola de Engenharia de São Carlos.

SÃO CARLOS – SP
2011

AUTORIZO A REPRODUÇÃO E DIVULGAÇÃO TOTAL OU PARCIAL DESTE TRABALHO, POR QUALQUER MEIO CONVENCIONAL OU ELETRÔNICO, PARA FINS DE ESTUDO E PESQUISA, DESDE QUE CITADA A FONTE.

Ficha catalográfica preparada pela Seção de Tratamento da Informação do Serviço de Biblioteca – EESC/USP

Rigobello, Ronaldo

R572d

Desenvolvimento e aplicação de código computacional para análise de estruturas de aço aporticadas em situação de incêndio / Ronaldo Rigobello ; orientador Jorge Munaiar Neto -- São Carlos, 2011.

Tese (Doutorado - Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Estruturas) -- Escola de Engenharia de São Carlos da Universidade de São Paulo, 2011.

1. Análise estrutural. 2. Incêndio. 3. Código computacional. 4. Análise térmica. 5. Análise termoestrutural. 6. Método dos elementos finitos posicional. Título.

FOLHA DE JULGAMENTO

Candidato: Engenheiro **RONALDO RIGOBELLO**

Título da Tese: “Desenvolvimento e aplicação de código computacional para análise de estruturas de aço apertadas em situação de incêndio”.

Data da defesa: 17/10/2011:

Comissão Julgadora:

Resultado:

Prof. Dr. **Jorge Munaiar Neto (Orientador)**
(Escola de Engenharia de São Carlos/EESC)

Aprovado

Prof. Titular **Humberto Breves Coda**
(Escola de Engenharia de São Carlos/EESC)

Aprovado

Prof. Dr. **Valdir Pignatta Silva**
(Escola Politécnica/EP)

Aprovado

Prof. Dr. **Ricardo Hallal Fakury**
(Universidade Federal de Minas Gerais/UFGM)

Aprovado

Prof. Dr. **Alexandre Landesmann**
(Universidade Federal do Rio de Janeiro/UFRJ)

Aprovado

Coordenador do Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil (Engenharia de Estruturas):

Profª. Associada **Ana Lucia Homce de Cresce El Debs**

Presidente da Comissão de Pós-Graduação:

Prof. Associado **Paulo Cesar Lima Segantine**

Simplifique o máximo que puder, mas não vá além disso.

(Albert Einstein)

Comece fazendo o que é necessário, depois o que é possível, e de repente
você estará fazendo o impossível.

(São Francisco de Assis)

À minha esposa Eliane, com amor e gratidão por seu suporte,
compreensão e carinho durante a elaboração deste trabalho.

AGRADECIMENTOS

Primordialmente à Deus, pelo dom da vida.

Ao professor Jorge Munaiar Neto, pela orientação, amizade e apoio constante durante toda minha pós-graduação.

Ao professor Humberto Breves Coda, pela parceria, apoio e efetiva coorientação no desenvolvimento deste trabalho.

Ao professor Valdir Pignatta e Silva, pelas contribuições no exame de qualificação, pela amizade e assistência nas mais diversas dúvidas.

Ao professor José Jairo de Sales, pelos sempre sábios conselhos e lições de engenharia.

Aos professores Maximiliano Malite e Rodrigo Ribeiro Paccola, pela presteza nas mais variadas discussões e dúvidas.

Ao CNPq, pela bolsa concedida para realização desta pesquisa.

A todos os funcionários do Departamento de Engenharia de Estruturas que contribuíram direta ou indiretamente para o desenvolvimento do trabalho.

A todos amigos do Departamento de Engenharia de Estruturas. Em especial aos amigos Saulo, Erika Kimura, Wanderson, Dorival, Aref, Edmar, Manoel Denis e Leonardo, pelo companheirismo nesta jornada.

Aos amigos da “*Republica Purguero*” Paulo, Luís, Salmo, Fabian, Renato, Glauber e Ulisses, pela amizade, apoio e pelos excelente e saudosos momentos de convivência.

Aos meus pais, Israel e Maria Anésia, a tia Lena e meus irmãos, Robson e Leandro, que mesmo distantes sempre torcem pela minha felicidade e sucesso profissional.

À minha amada esposa Eliane, grande companheira nesta jornada, que também neste mesmo período viveu a experiência do doutoramento e, por isso, me sinto duas vezes abençoado.

RESUMO

RIGOBELLO, R. (2011). **Desenvolvimento e aplicação de código computacional para análise de estruturas de aço aporticadas em situação de incêndio**. 272 p. Tese (Doutorado) - Escola de engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, 2011.

O presente trabalho teve por objetivo desenvolver um código computacional com base no método dos elementos finitos, para análises termoestruturais de estruturas de aço aporticadas quando expostas a ações térmicas típicas de situações de incêndio. O código utilizado nas análises estruturais emprega elemento finito de pórtico não linear 3-D de formulação posicional. A formulação posicional utiliza como graus de liberdade as posições dos nós ao invés dos deslocamentos, resultando em uma descrição intrinsecamente não linear do comportamento geométrico das estruturas. Podem ser consideradas seções transversais quaisquer com o elemento finito em questão, e sua representação geral é tridimensional. Adota-se uma lei constitutiva tridimensional completa e a cinemática de Reissner, de modo que o modelo de plasticidade considera o efeito combinado das tensões normais e cisalhantes para verificação do critério 3-D de plasticidade. O código computacional desenvolvido permite que sejam realizadas análises térmicas transientes com base no método dos elementos finitos para se determinar campos de temperatura nas seções transversais dos elementos estruturais sujeitos ao fogo. Assim, a influência da temperatura nas propriedades dos materiais é levada em consideração para se avaliar o desempenho da estrutura em cada instante da análise em situação de incêndio, até que o colapso estrutural seja verificado. Análises de casos presentes na literatura são utilizados para validar os resultados obtidos, os quais comprovam a precisão do código computacional desenvolvido e da formulação posicional quando aplicados a análises de estruturas de aço aporticadas à temperatura ambiente e em situação de incêndio.

Palavras chave: Análise estrutural. Incêndio. Código computacional. Análise térmica. Análise termoestrutural. Método dos elementos finitos posicional.

ABSTRACT

RIGOBELLO, R. (2011). **Development and application of computational code for steel frame analysis in fire situation.** 272 p. Ph.D Thesis - São Carlos School of Engineering, University of São Paulo, São Carlos, 2011.

The present work deals with the development of a computational code based on the finite element method for thermo-structural analyses of steel framed structures when exposed to typical thermal actions of fire condition. The structural analysis is performed considering a computer code that uses 3-D frame nonlinear finite elements of positional formulation. This formulation is based on the positions of the finite element nodes, instead of displacements, which results in an intrinsically nonlinear description of the geometric behavior of structures. The cross-sections of finite elements can be of any geometry due to the tridimensional representation. A complete tridimensional constitutive law is used and, therefore, the effect of combined normal and shear stresses is taken into account for the tridimensional plasticity evolution. The developed computational code allows performing transient thermal analyses to determine the temperature field over the cross-sections of the structural elements subjected to fire. The influence of temperature on the material properties is considered to evaluate the structure response at each defined instant of the fire analysis, until the collapse occurs. The achieved results, when compared to those found in the literature, allow verifying the precision of the developed computational code when applied to steel frame analysis at ambient temperature and in fire situation.

Keywords: Structural analysis. Fire. Computacional code. Thermal analysis. Thermo-structural analysis. Positional finite element method.

LISTA DE SÍMBOLOS

1

Capítulo 3 – Análise térmica via método dos elementos finitos (MEF)

T – Temperatura (Kelvin)

θ – Temperatura ($^{\circ}$ Celsius)

U – Energia interna

φ – Fluxo de calor

c – Calor específico

ρ – Massa específica

∇ – Operador gradiente

$\frac{\partial}{\partial}$ – Indica derivada parcial

q – Calor interno por unidade de tempo

α – Coeficiente de transferência de calor devido à convecção

α_r – Coeficiente de transferência de calor devido à radiação

N_i – Funções de interpolação

ω_i – Funções ponderadoras

[N] – Matriz das funções interpoladoras

{T} – Vetor de temperaturas

[C] – Matriz de capacidade calorífica

[K] – Matriz de rigidez térmica

{F} – Vetor de fluxos de calor

Δt – Intervalo de tempo

ϕ – Parâmetro de integração temporal

{ ψ } – Vetor de Resíduos

λ - Quociente de Raileigh

P – fator de redução ou amplificação do incremento de tempo

¹ Deve-se notar que, devido à amplitude de assuntos abordados, símbolos semelhantes ou até mesmo iguais são adotados em diferentes capítulos com diferentes significados, necessitando o leitor estar atento à descrição dada pelo texto. Além disso, só os símbolos mais importantes de cada capítulo são contemplados nesta listagem.

Capítulo 5 – Método dos elementos finitos posicional e a formulação para elemento finito de pórtico não linear 3-D

$f(x)$ – função mudança de configuração

A – Gradiente da função mudança de configuração

ξ_1, ξ_2 e ξ_3 – Coordenadas adimensionais da configuração de referência

ω – Função de forma

P_ℓ – Designação de nó na descrição do contínuo

$X_{\ell i}$ – Coordenadas do nó P_ℓ , na configuração de referência

$Y_{\ell i}$ – Coordenadas do nó P_ℓ , na configuração atual

f_i^0 – Componente i do vetor mapeamento da configuração de referência para a inicial

f_i^1 – Componente i do vetor mapeamento da configuração de referência para a atual

h_0 – Espessura inicial;

h – Espessura atual;

$V_{\ell i}^1, V_{\ell i}^2$ – Vetores generalizados que geram a seção transversal na configuração inicial

$g_{\ell i}^1, g_{\ell i}^2$ – Vetores generalizados que geram a seção transversal na configuração atual

C – Alongamento de Cauchy-Green à direita

E – Módulo de elasticidade

ν – Coeficiente de Poisson

\mathbb{E} – Tensor de deformação de Green

$Y_{\ell i}^m$ – Translações

γ_1, γ_2 – Coordenadas adimensionais ordinárias para elemento finito triangular

α^j, β^j – Coordenadas dos pontos que constituem a malha auxiliar da seção transversal

$\Psi^j(\gamma_1, \gamma_2)$ – a matriz das funções de forma do elemento triangular

$\Lambda_\ell^1, \Lambda_\ell^2$ – Intensidade da taxa de deformação segundo a direção dos vetores 1 e 2

D_ℓ^{el} – Valores dos deslocamentos devido ao empenamento para os ℓ pontos de cada elemento finito

W_ℓ – Intensidade do empenamento

Capítulo 6 – Análises inelásticas em temperatura ambiente

f – Função de plastificação

J_2 – Segundo invariante do tensor de tensões desviador

I_1 – Tensor de tensões hidrostático

σ_m – Tensor médio

δ_{ij} – Delta de Kronecker

χ – Força termodinâmica

σ_0 – Tamanho inicial da superfície de plastificação

μ – Coeficiente de atrito, característica do material

$\Delta\lambda$ – Multiplicador plástico

ε – Deformações totais

ε^e – Deformações elásticas

ε^p – Deformações plásticas

$\Delta\varepsilon^p$ – Incremento da deformação plástica

η – Direção do fluxo plástico

ν^p – Coeficiente de Poisson plástico

K^p – Módulo de compressibilidade virtual

C^e – Tensor elástico de segunda ordem

C^p – Tensor elástico de segunda ordem

D^p – Inversa do tensor plástico de segunda ordem

σ – Tensor de tensões

h_d – Encruamentos desviador

h_v – Encruamento volumétrico

C^{ep} – Tensor constitutivo tangente

C^{pl} – Parcela plástica do tensor constitutivo tangente

C_{mod}^{ep} – Tensor constitutivo tangente modificado

Capítulo 7 - Análises termoestruturais: Aspectos e resultados obtidos

σ – Tensão total

σ_i – Tensão inicial

σ_r – Tensão residual

α – Coeficiente de dilatação

α^{sec} – Coeficiente de dilatação secante

θ_{ref} – Temperatura de referência (°C)

$\Delta\ell/\ell$ – Alongamento relativo

ε_G – Deformações de Green

ε_{eng} – Deformações de engenharia

f_y – Resistência ao escoamento do aço a 20°C

$f_{y,\theta}$ – Resistência ao escoamento do aço a uma temperatura θ_a

f_p – Limite de proporcionalidade do aço a 20°C

$f_{p,\theta}$ – Limite de proporcionalidade do aço a uma temperatura θ_a

E_θ – Módulo de elasticidade dos de aços laminados a uma temperatura θ_a

SUMÁRIO

CAPÍTULO 1 – INTRODUÇÃO	1
1.1 COMENTÁRIOS PRELIMINARES	1
1.2 OBJETIVO	2
1.3 JUSTIFICATIVA	3
1.4 METODOLOGIA	5
1.5 APRESENTAÇÃO DO TRABALHO	8
CAPÍTULO 2 – ANÁLISE DE ESTRUTURAS EM SITUAÇÃO DE INCÊNDIO: UMA BREVE REVISÃO	9
2.1 INTRODUÇÃO	9
2.2 A MODELAGEM DO INCÊNDIO	11
2.2.1 Curva temperatura-tempo de um incêndio	11
2.2.2 Modelo de incêndio-padrão	13
2.2.3 Modelo de incêndio natural	14
2.2.4 Modelo de incêndio localizado	15
2.2.5 Modelos de zona	15
2.2.6 Fluidodinâmica computacional (CFD)	17
2.3 ANÁLISE TÉRMICA	19
2.3.1 Resultados de ensaios	20
2.3.2 Modelos simplificados	20
2.3.3 Modelos avançados	21
2.4 ANÁLISE ESTRUTURAL	22
2.4.1 Princípios básicos da análise de estruturas de aço em situação de incêndio	23
2.4.2 Análise estrutural via método dos elementos finitos	25

2.4.3	Principais aspectos da modelagem de elementos estruturais em situação de incêndio	26
2.4.4	Modelagem da estrutura em nível global – Considerações	28
2.4.5	Alguns códigos computacionais empregados na análise estrutural em situação de incêndio	28
2.5	REVISÃO BIBLIOGRÁFICA DA ANÁLISE DE ESTRUTURAS DE AÇO APORTICADAS EM SITUAÇÃO DE INCÊNDIO	29
2.6	ANÁLISE DE EDIFICAÇÕES COMPLETAS EM SITUAÇÃO DE INCÊNDIO - BREVE COMENTÁRIO	32

CAPÍTULO 3 – ANÁLISE TÉRMICA VIA MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS (MEF)

3.1	COMENTÁRIOS PRELIMINARES	37
3.2	EQUAÇÃO DIFERENCIAL DA CONDUÇÃO DE CALOR EM SÓLIDOS	37
3.3	CONDIÇÕES INICIAIS E DE CONTORNO	40
3.4	O MEF APLICADO À SOLUÇÃO DA EQUAÇÃO DIFERENCIAL DE CONDUÇÃO DE CALOR	42
3.4.1	Método dos resíduos ponderados – Breve abordagem	42
3.4.2	Equação de condução de calor via MEF	43
3.5	PROBLEMAS EM REGIME ESTACIONÁRIO – Considerações	46
3.6	PROBLEMAS EM REGIME TRANSIENTE – Solução considerada	46
3.7	RESOLUÇÃO DO PROBLEMA TÉRMICO NÃO LINEAR: APLICAÇÃO DO MÉTODO DE NEWTON-RAPHSON	49
3.8	RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS DE ANÁLISE TÉRMICA TRANSIENTE – PROCEDIMENTO DE CÁLCULO	51
3.9	INCREMENTO DE TEMPO: PREVISÃO E BISSEÇÃO	53
3.10	CONSIDERAÇÕES COMPLEMENTARES	55

CAPÍTULO 4 – CÓDIGO COMPUTACIONAL PARA ANÁLISES TÉRMICAS

4.1	O MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS E A PROGRAMAÇÃO ORIENTADA A OBJETOS - Aspectos gerais	57
-----	--	----

4.1.1	Introdução	57
4.1.2	Programação Orientada a Objetos (POO)	58
4.1.3	Características da POO	59
4.2	IMPLEMENTAÇÃO COMPUTACIONAL	60
4.2.1	Classes empregadas para método dos elementos finitos	60
4.2.2	Elementos finitos disponíveis	64
4.2.3	Tipos de materiais suportados na análise	65
4.2.4	Matrizes reduzidas e solver	65
4.2.5	Condições iniciais e de contorno aplicáveis ao código	67
4.2.6	Interface do código	67
4.3	VALIDAÇÃO DO CÓDIGO COMPUTACIONAL PARA ANÁLISES TÉRMICAS	69
4.3.1	Análise térmica estacionária de uma chaminé industrial	69
4.3.2	Bloco quadrado em condições adiabáticas	70
4.3.3	Análise térmica uma viga de aço sob laje de concreto e sobre alvenaria em situação de incêndio	73
4.3.4	Análise térmica de um pilar misto de aço e concreto em situação de incêndio ..	78
4.3.5	Perfil de aço i laminado sem proteção e com revestimento tipo contorno	80
4.4	EXPLORANDO A SELEÇÃO AUTOMÁTICA DO INCREMENTO DE TEMPO E BISSEÇÃO	84
4.4.1	Análise com recurso de bisseção do passo de tempo	86
4.4.1	Análise com seleção automática do passo de tempo e bisseção	87
 CAPÍTULO 5 – MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS POSICIONAL E A FORMULAÇÃO PARA ELEMENTO FINITO DE PÓRTICO NÃO LINEAR 3-D		 89
5.1	BREVE INTRODUÇÃO SOBRE O MEFP	89
5.2	FUNÇÃO MUDANÇA DE CONFIGURAÇÃO	90
5.3	ELEMENTO FINITO DE PÓRTICO NÃO LINEAR 3-D	92
5.3.1	Mapeamento vetorial não restrito	93
5.3.2	Mapeamento da mudança de configuração	97
5.3.3	Aperfeiçoamento da cinemática da seção transversal	100

5.4	EXEMPLOS DE APLICAÇÃO DO ELEMENTO FINITO DE PÓRTICO NÃO LINEAR 3-D	103
5.4.1	Viga curva em balanço	103
5.4.2	Viga em L em balanço	107
5.4.3	Instabilidade de pilar com imperfeição geométrica	108
5.4.4	Configurações deformadas para a elástica do pilar de Euler	111
5.4.5	Instabilidade lateral de viga em balanço	112

CAPÍTULO 6 – ANÁLISES INELÁSTICAS À TEMPERATURA AMBIENTE

115

6.1	ANÁLISES INELÁSTICAS – Introdução	115
6.2	CONSIDERAÇÃO DA NÃO LINEARIDADE DE MATERIAL	117
6.2.1	Regra e critérios da plasticidade	118
6.2.2	Tensor constitutivo tangente	120
6.2.3	Tensões residuais	122
6.3	BISSEÇÃO DO INCREMENTO DE CARREGAMENTO E MECANISMO DE REINÍCIO NAS ANÁLISES INELÁSTICAS	122
6.4	ANÁLISES INELÁSTICAS COM O SYSAF	123
6.4.1	Pilar com tensão residual	123
6.4.2	Portal de Vogel	127
6.4.3	Pórtico de edifício de dois vãos e seis andares	131
6.4.4	Pórtico tridimensional de dois andares com seções retangulares	134
6.4.5	Pórtico tridimensional de aço de dois andares com seções tipo H	136
6.4.6	Pórtico tridimensional de aço com seis andares	139

CAPÍTULO 7 – ANÁLISES TERMOESTRUTURAIS: ASPECTOS E RESULTADOS OBTIDOS

143

7.1	PROCESSO DE SOLUÇÃO DA ANÁLISE TERMOESTRUTURAL	143
7.2	CONSIDERAÇÃO DAS DEFORMAÇÕES TÉRMICAS NO MODELO MECÂNICO	145
7.3	RELAÇÃO CONSTITUTIVA DO AÇO EM TEMPERATURAS ELEVADAS	147

7.4	CORREÇÃO DA FORÇA TERMODINÂMICA DEVIDO À MUDANÇA DE TEMPERATURA	151
7.5	CONSIDERAÇÃO DAS TENSÕES RESIDUAIS EM SITUAÇÃO DE INCÊNDIO	153
7.6	EXEMPLOS DE ANÁLISES TERMOESTRUTURAIS	154
7.6.1	Viga de aço de seção retangular submetida a aquecimento e resfriamento	154
7.6.2	Pilares de aço em situação de incêndio	156
7.6.3	Ensaio de viga em escala reduzida	159
7.6.4	Ensaio de pórticos em escala reduzida	161
7.6.5	Portal de vogel sob ação de incêndio	166
7.6.6	Pórtico tridimensional de aço de dois andares com seções tipo H	167
7.6.7	Edifício industrial sob ação de incêndio	169
	CAPÍTULO 8 – CONCLUSÕES	173
8.1	DISCUSSÕES E CONSIDERAÇÕES	173
8.2	SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS	177
	BIBLIOGRAFIA	181
	ANEXO A – MODELOS DE INCÊNDIO-PADRÃO	195
	ANEXO B – MODELO DE INCÊNDIO NATURAL E AS CURVAS PARAMETRIZADAS DO EUROCODE	199
	ANEXO C – DETERMINAÇÃO DAS AÇÕES TÉRMICAS NAS ESTRUTURAS EM SITUAÇÃO DE INCÊNDIO	203
	ANEXO D – PROPRIEDADES TÉRMICAS DOS MATERIAIS AÇO E CONCRETO	213
	ANEXO E – ANÁLISE TÉRMICA VIA MODELOS SIMPLIFICADOS DE CÁLCULO	223

ANEXO F – INFORMAÇÕES COMPLEMENTARES SOBRE O MEF	235
ANEXO G – PROCEDIMENTO VIA MEFP PARA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS COM O EMPREGO DO ELEMENTO FINITO DE PÓRTICO NÃO LINEAR 3-D	257
ANEXO H – CAMPOS DE TEMPERATURA	263

INTRODUÇÃO

1.1 COMENTÁRIOS PRELIMINARES

Dentro do contexto experimental, a análise de estruturas submetidas a ações térmicas típicas de incêndio tem como notável característica um elevado grau de complexidade e um custo considerável. Por essa razão, há atualmente um grande interesse na adoção e aplicação de ferramentas alternativas, como por exemplo, *códigos computacionais*, que possibilitem simular de maneira adequada o comportamento de estruturas em situação de incêndio. Tais códigos computacionais consistem de ferramentas numéricas construídas com base, por exemplo, nos *Métodos dos Elementos Finitos (MEF)*, *dos Elementos de Contorno (MEC)*, *das Diferenças Finitas (MDF)*, entre outros.

Apesar das limitações numéricas na representação do cenário real de uma dada estrutura de interesse, o emprego de *códigos computacionais* tem sido amplamente utilizado por pesquisadores como forma de auxiliar o entendimento do complexo comportamento das estruturas dentro dos contextos da elasticidade, da plasticidade, da dinâmica e, inclusive, dentro do contexto do incêndio (elevadas temperaturas), objeto de interesse do presente trabalho.

De acordo com os aspectos mencionados em WANG (2002), os códigos computacionais para análise de estruturas em situação de incêndio podem ser divididos em duas categorias: *os códigos especialistas e os códigos comerciais ou generalistas (por seu vasto campo de aplicação)*. Dentre os *códigos generalistas* elaborados com base no MEF podem ser citados o ANSYS, o ABAQUS, o ADINA, o DIANA, entre outros similares. Tal tipo de código tem, normalmente, uma ampla biblioteca de elementos finitos e oferece várias opções para simular o comportamento estrutural

considerando não linearidades geométrica e de material, inerentes à análise de estruturas em situação de incêndio.

No entanto, os pacotes comerciais impõem a necessidade de um investimento inicial geralmente considerável, tanto quando de sua aquisição (compra do pacote) como para treinamento de um analista especializado em razão da complexidade de tais pacotes. Além disso, existem os custos associados à manutenção das licenças, o que pode eventualmente tornar essa opção ainda mais onerosa.

Dentre os *códigos especialistas* citam-se o ADAPTIC (IZZUDDIN e ELNASHAI, 1989; IZZUDIN et al., 2000), o SAFIR (FRANSSEN, 2005, 2007) e o VULCAN (HUANG et al. 2004; YU et al. 2010), entre outros similares. Tais códigos apresentam uma melhor relação custo-benefício quando o assunto em questão é a análise estrutural em situação de incêndio. Porém, geralmente possuem limitações em relação aos tipos e quantidade de elementos finitos disponíveis para análise, bem como em relação às opções para se lidar com não linearidades geométrica e de material necessárias dentro do contexto das análises estruturais a elevadas temperaturas.

Nota-se, portanto, a existência de vantagem e desvantagens quando da escolha e utilização dos códigos generalistas ou especialistas, as quais devem ser adequadamente ponderadas pelo usuário para situação que se deseja estudar. Outro aspecto que merece ser mencionado é o fato de ambos os tipos de códigos realizarem boa parte de seus cálculos sem apresentar ao usuário os passos e considerações que estão sendo feitas durante o processo de execução de uma análise estrutural, sendo por muitas vezes taxados pelos usuários de “caixas-preta”.

Nesse sentido, buscando melhorar a relação benefício-custo, bem como permitir ao usuário um maior controle dos mecanismos numéricos que regem a execução de um código computacional se considera, como alternativa, principalmente quando se trata de pesquisa, a construção desses códigos pelo próprio usuário.

1.2 OBJETIVO

Este trabalho consiste no desenvolvimento e aplicação de código computacional, com base no método dos elementos finitos, cujo objetivo é possibilitar a realização de

análises termomecânicas de estruturas aporticadas de aço 3-D quando expostas às ações térmicas típicas de situações de incêndio.

Dentro desse contexto, destacam-se os objetivos específicos:

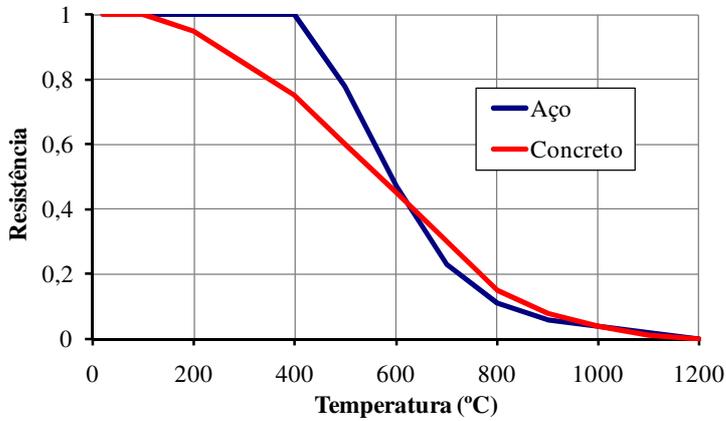
- Elaboração de código para análise térmica bidimensional da seção transversal de elementos estruturais
- Acoplamento termomecânico com código de análise estrutural existente. As análises estruturais são viabilizadas por meio do código computacional de análise estrutural ACADFRAME 3-D, desenvolvido pelo *GMEC (Grupo de Mecânica Computacional do Departamento de Engenharia de Estruturas da EESC/USP)*.
- Codificação do mecanismo de bisseção de carregamento e consideração de tensões residuais pelo código de análise estrutural
- Análises de validação do código de análise estrutural aplicado à análises avançadas de estruturas de aço aporticadas
- Desenvolvimento da matriz elastoplástica tangente para o modelo não associativo
- Correção da força termodinâmica para o modelo elastoplástico devido à mudança de temperatura

Destaca-se também o objetivo de trabalho conjunto com o GMEC, que visa a integração entre linhas de pesquisa do Departamento de Engenharia de Estruturas (SET) da EESC/USP, buscando incremento da produtividade científica, minimizar a dependência de códigos comerciais e utilização efetiva de produtos provenientes das pesquisas pertencentes ao SET. Os códigos desenvolvidos ou adaptados terão por fim possibilitar análises de estruturas de aço aporticadas em situação de incêndio.

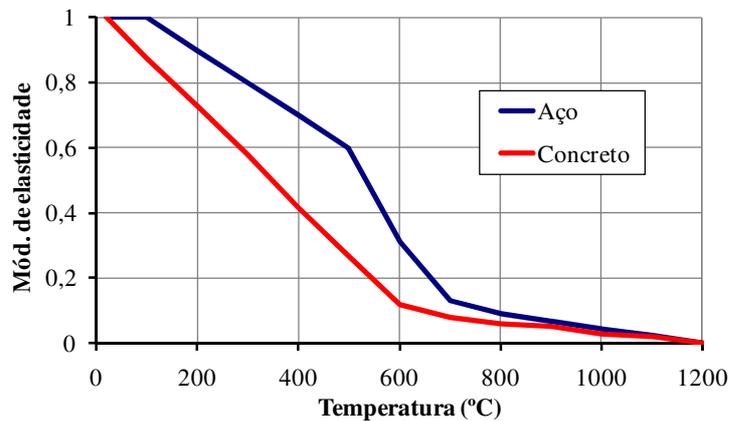
1.3 JUSTIFICATIVA

A verificação estrutural em situação de incêndio deve-se ao fato de as propriedades mecânicas dos materiais (aço, madeira e concreto, por exemplo) resultarem reduzidas quando expostas a elevadas temperaturas, podendo provocar o colapso da estrutura. A influência da temperatura na resistência e rigidez, do aço e do

concreto, pode ser observada na figura 1.1, onde se esquematiza graficamente a evolução dos fatores de redução em função da temperatura.



(a)



(b)

Figura 1.1 – Fatores de reduções do aço e do concreto, em função da temperatura: (a) resistência e (b) módulo de elasticidade. Adaptado de VARGAS e SILVA (2003).

Os modelos de cálculo de estruturas em situação de incêndio se dividem basicamente em: *Modelos Simplificados* e *Modelos Avançados*.

Os *Modelos Simplificados* de cálculo permitem obter a elevação de temperatura de modo homogêneo para toda a seção transversal do elemento de interesse, por meio de simples equações analíticas, geralmente aplicáveis a um número limitado de casos. Tal temperatura é empregada para obtenção de fatores de redução das propriedades mecânicas (figura 1.1) com vistas à análise estrutural, também simplificada, com base na análise da seção transversal. Não são levadas em consideração solicitações que, porventura, venham surgir em resposta à elevação de temperatura nos elementos, ocasionadas pelo impedimento às dilatações e pelos efeitos provenientes do gradiente térmico no sistema.

Para contornar este problema, faz-se necessário lançar mão de **Métodos Avançados** de cálculo que têm como base métodos numéricos como, por exemplo, o *Método dos Elementos Finitos*. Esses métodos permitem obter o campo de temperatura num determinado elemento e, numa análise acoplada, possibilitam considerar a redução das propriedades mecânicas dos materiais e os efeitos mecânicos causadas pelas restrições axiais aos deslocamentos e os efeitos dos gradientes térmicos na seção nos elementos estruturais em situação de incêndio.

As restrições axiais ao deslocamento podem ocasionar o surgimento de forças de compressão ou de tração nas vinculações e o gradiente térmico pode introduzir esforços adicionais de flexão no elemento. Como afirmado anteriormente, análises que levem em conta tais aspectos são de grande interesse e de fundamental importância na tendência de estudos voltados para o desempenho das edificações em situação de incêndio.

É importante destacar ainda que a análise de estruturas em situação de incêndio comumente envolve grandes deslocamentos, apresentando um comportamento intrinsecamente **não linear geométrico**.

Diante disso, neste trabalho o emprego da formulação posicional do método dos elementos finitos (CODA, 2003; CODA, 2009; CODA e PACCOLA, 2010) passa a ter importância relevante na análise das estruturas apertadas em situação de incêndio, objetivo final deste trabalho. A formulação posicional ou **Método dos Elementos Finitos Posicional (MEFP)** tem como característica principal ser de natureza não linear geometricamente exata sendo, portanto, bastante adequada à resolução de problemas que envolvam tal não linearidade. Análise de estruturas em situação de incêndio com o emprego de código com base no MEFP **é inovadora**.

Assim, o presente trabalho contempla, além da integração entre linhas de pesquisa, minimizar a dependência de pacotes computacionais comerciais como **ANSYS, ABAQUS e DIANA**, ou mesmo dos códigos denominados “especialistas” para análises de estruturas em situação de incêndio tais como **SAFIR e VULCAN**.

1.4 METODOLOGIA

Análises térmicas em sólidos, realizadas por meio de código computacional, têm por base a equação diferencial do equilíbrio térmico (num volume de controle), equação

(1.1), tal como a apresentada em LIENHARD IV e LIENHARD V (2005). Maiores detalhes quanto à aplicação da equação (1.1) com solução pelo *Método dos Elementos Finitos* podem ser vistos em bibliografia especializada, tais como BATHE (1996), LEWIS et al. (2004) e REDDY (2004).

$$\underbrace{\rho c \frac{\partial T}{\partial t}}_{\text{energia armazenada}} = \underbrace{\lambda \nabla^2 T}_{\text{condução}} + \underbrace{\dot{q}}_{\text{geração de calor}} \quad (1.1)$$

O Método dos Elementos Finitos permite calcular as temperaturas nodais e, conseqüentemente, usar as temperaturas nodais para obter outras grandezas térmicas de interesse para um dado problema.

O código computacional para análises térmicas, com base na equação (1.1), foi desenvolvido por meio da linguagem DELPHI e utilizando-se da programação orientada a objetos (POO). A descrição e a validação do código são feitas no capítulo 4, comparando-se os resultados obtidos àqueles apresentados para casos presentes na bibliografia disponível, bem como comparando a resultados obtidos por outros códigos, tais como ANSYS ou TCD (ANDERBERG, 1997).

Depois de elaborado e validado o código de cálculo para análises térmicas, tratou-se da transferência adequada dos campos de temperaturas para os códigos de análise estrutural por meio de codificação adequada das interfaces dos códigos. Assim, se parte de análise térmica bidimensional, para efetuar o acoplamento termoestrutural com código de cálculo de elemento finito de pórtico não linear, o ACADFRAME 3-D, que tem por base a formulação apresentada em CODA (2009) e CODA e PACCOLA (2010). Essa formulação, descrita no capítulo 5, está inserida no contexto do Método dos Elementos Finitos Posicional (MEFP) (CODA, 2003). O MEFP tem por base o princípio da mínima energia potencial e a posição dos nós dos elementos finitos, ao invés de deslocamentos, empregada na formulação tradicional de elementos finitos.

Tal formulação tem como característica principal, como já afirmado anteriormente, ser de natureza não linear geometricamente exata sendo, portanto, bastante adequada à resolução de problemas que envolvam tal não linearidade, como é o caso da análise de estruturas em situação de incêndio. Nessa formulação, o gradiente da função mudança de configuração é escrito a partir das posições inicial e final como

função de espaço adimensional auxiliar (CODA, 2003; CODA et. al., 2006; CODA e PACCOLA, 2008; CODA, 2009; CODA e PACCOLA, 2010).

Por meio da função mudança de configuração obtém-se uma medida de deformação objetiva (invariante a movimentos de corpo rígido) que possibilita a criação de um funcional de energia. Aplicando-se o princípio da mínima energia potencial a esse funcional resulta um sistema não linear de equações, cuja solução pode ser obtida por um método usualmente aplicável, como o de Newton-Raphson, por exemplo.

O código ACADFRAME 3-D contempla as não linearidade do material e geométrica, **cuja validação em análises inelásticas (em temperatura ambiente) é apresentada no capítulo 6**. Tais aspectos são indispensáveis para análises de estruturas em situação de incêndio.

Obtido o campo de temperaturas nas seções dos elementos estruturais em um dado instante, por meio de análise térmica prévia, essas temperaturas podem ser fornecidas na análise estrutural aos nós dos elementos finitos das seções transversais, discretizadas como aquelas apresentadas na figura 1.2, por exemplo.

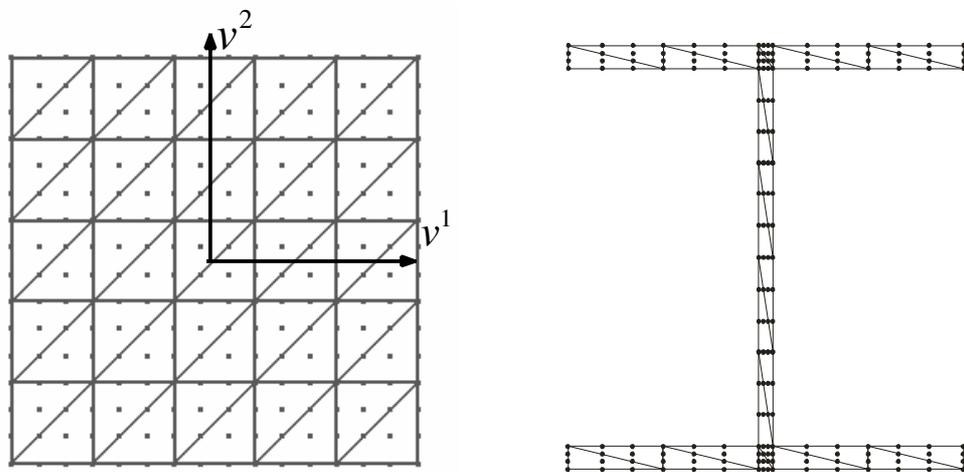


Figura 1.2 – Exemplos de discretização da seção transversal para análises estruturais com elemento finito de pórtico não linear 3-D.

Pode-se então, em cada ponto de integração, considerar a não linearidade de material, bem como a eventual introdução de esforços no elemento devido à elevação de temperatura. Neste caso codificou-se a parcela do código para se lidar com as múltiplas curvas tensão-deformação típicas dos materiais em situação de incêndio e a variação do alongamento em função da temperatura.

1.5 APRESENTAÇÃO DO TRABALHO

Ao longo deste capítulo foi apresentada a proposta do presente trabalho, incluindo objetivos, descrição e justificativa.

No *capítulo 2* faz-se a abordagem da análise estrutural em situação de incêndio, com descrição das etapas envolvidas e a apresentação das ferramentas disponíveis para tal fim. Além disso, se faz uma breve revisão bibliográfica

No *capítulo 3* são apresentados e discutidos aspectos referentes à análise térmica via método dos elementos finitos. Parte-se da dedução da equação diferencial de equilíbrio do fenômeno físico até sua solução por meio do método dos elementos finitos.

No *capítulo 4* descreve-se a estrutura do código computacional para análise térmica, de acordo com o paradigma da programação orientada a objetos. Adicionalmente, se faz a validação do código térmico desenvolvido comparando-se resultados obtidos com casos disponíveis na bibliografia.

Em seguida, no *capítulo 5*, são apresentados os princípios do Método dos Elementos Finitos Posicional e a formulação posicional não linear geométrica do elemento finito de pórtico não linear 3-D disponível no código utilizado na pesquisa para as análises estruturais. São também apresentados exemplos de aplicação em que se verifica a precisão da formulação em análises de estruturas sujeitas a grandes deslocamentos.

O *capítulo 6* trata das considerações referentes ao modelo de plasticidade e critério de resistência adotado, bem como é feita a validação do código em análises inelásticas de estruturas de aço aporticadas em temperatura ambiente, inclusive em casos com a consideração de tensões residuais.

No *capítulo 7* os códigos desenvolvidos e validados são aplicados em análises termomecânicas de estruturas de aço aporticadas em situação de incêndio com o intuito de se comprovar a eficácia dos procedimentos numéricos adotados para tal fim.

Finalmente, no *capítulo 8*, são apresentadas as conclusões e discussões do trabalho, bem como sugestões para trabalhos futuros.

ANÁLISE DE ESTRUTURAS EM SITUAÇÃO DE INCÊNDIO: UMA BREVE REVISÃO

CAPÍTULO

2

2.1 INTRODUÇÃO

A engenharia de segurança das estruturas em situação de incêndio consiste em analisar os efeitos da ação térmica de incêndios nas edificações, numa combinação com ações previstas à temperatura ambiente e, conseqüentemente, projetar os elementos pertencentes a essas mesmas edificações para suportar os esforços decorrentes de tal situação.

Entretanto, a teoria e os procedimentos para análise do comportamento das estruturas em situação de incêndio resultam, na grande maioria das situações, muito mais complexos se comparados às análises de estruturas à temperatura ambiente. Tal fato se deve a uma série de aspectos que passam a ter seus efeitos acentuados e que devem ser levados em conta na análise, como, por exemplo, nas questões referentes às não linearidades geométricas e de material, bem como das próprias condições de contorno do problema.

Atualmente, os procedimentos para análise e projeto de estruturas em situação de incêndio podem ser divididos em três classes. A primeira classe envolve os procedimentos mais simples, encontrada na maioria das normas e códigos relacionados às exigências de segurança das estruturas em situação de incêndio. Tais normas, como a ABNT NBR 14432:2000, por exemplo, especificam um Tempo Requerido de Resistência ao Fogo para as edificações e, por consequência, para os elementos estruturais com base em testes de elementos isolados em fornos. A chave neste procedimento, com base em FRANSSEN et al. (2009) e VILA REAL (2003), é provar que o elemento estrutural tenha uma resistência ao fogo (determinada em ensaio) ou dimensões iguais ou superiores àquela requerida nas regulamentações.

Normalmente, são disponibilizadas nesses códigos ou catálogos de fabricantes, informações sobre as dimensões dos elementos e detalhes construtivos para atender tais

exigências. Assim, o projetista estrutural precisa apenas respeitar certos aspectos construtivos de modo a atender as exigências normativas, requerendo pouco conhecimento de engenharia estrutural em situação de incêndio. A análise e o dimensionamento por meio desses procedimentos podem ser classificados como *prescritiva*. A segunda e a terceira classes de procedimentos de análise e projeto procuram prever o desempenho estrutural em situação de incêndio. Assim, a análise com tais procedimentos é denominada análise *com base no desempenho*.

A segunda classe de procedimentos considera a resistência estrutural com base nos procedimentos analíticos de cálculo à temperatura ambiente. Nesses procedimentos leva-se em conta a redução de resistência e de rigidez dos materiais quando submetidos a elevadas temperaturas, de modo a se determinar o comportamento estrutural numa temperatura típica de uma situação de incêndio. Tal abordagem propicia uma maior flexibilidade ao engenheiro projetista de estruturas.

A terceira classe envolve procedimentos que levam em conta a interação entre os três principais aspectos de uma análise e projeto estrutural em situação de incêndio: *o modelo do incêndio, a transferência de calor para a estrutura e a resposta estrutural*. A complexidade do procedimento depende das hipóteses e ferramentas adotadas para descrever e simular cada um dos três aspectos citados.

Essas duas últimas classes de procedimento normalmente necessitam do auxílio de códigos computacionais e de engenheiros especializados no assunto, mas propicia um meio mais flexível para projetos inovadores e pesquisa de soluções mais econômicas. Por essa razão, no contexto internacional, a regulamentação de segurança contra incêndio em edificações tem evoluído no sentido de se libertar progressivamente das exigências de caráter prescritivo, passando a adotar procedimentos fundamentados no desempenho dos elementos construtivos ou estruturas expostas a situações de incêndios reais.

A seguir discute-se sucintamente o estado da arte dos aspectos básicos da análise de estruturas em situação de incêndio: a modelagem do incêndio, a análise térmica e análise estrutural. Porém, vale salientar que, com relação às questões sobre a modelagem de incêndio, fazem-se apenas breves abordagens deixando as questões de equacionamento e normativas para serem contempladas na forma de anexos. Ao final do capítulo se faz uma breve revisão bibliográfica

2.2 A MODELAGEM DO INCÊNDIO

2.2.1 Curva temperatura-tempo de um incêndio

Para que possa ocorrer um incêndio torna-se necessária a existência simultânea de três fatores: *uma fonte de calor, o combustível e o comburente (oxigênio)*. O início do incêndio ocorre quando a mistura combustível/oxigênio está suficientemente quente para que ocorra a combustão. Na figura 2.1, está representada a curva temperatura-tempo típica de um modelo de incêndio real, em que podem ser observadas, ou mesmo estabelecidas para fins de modelagem do fenômeno, três fases sucessivas e de interesse:

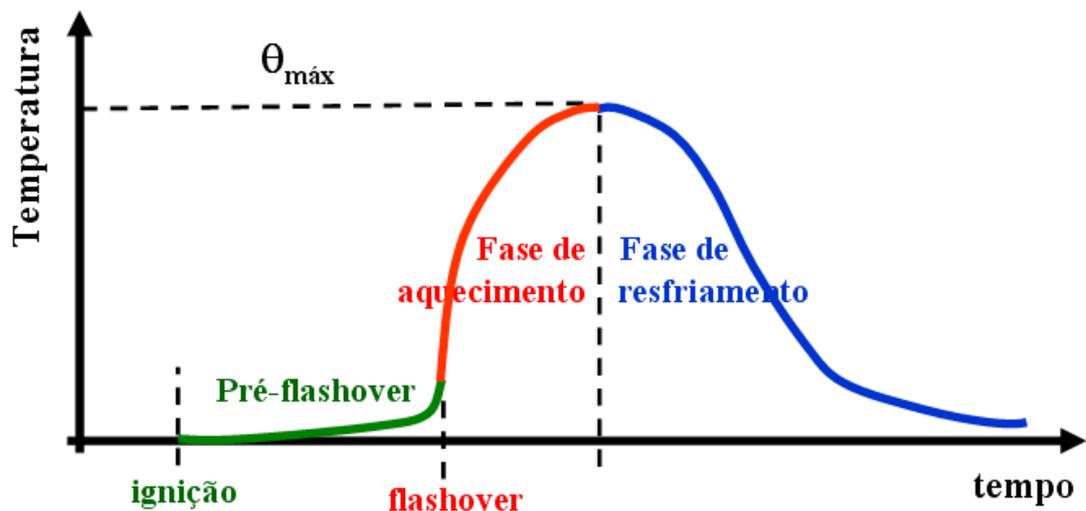


Figura 2.1 – Curva temperatura-tempo típica de um incêndio real. Adaptado de VARGAS e SILVA (2003)

- **Pré-flashover** – Fase que se inicia o incêndio devido à ignição localizada de material combustível num compartimento, determinando o início do mesmo. Nesta fase, as temperaturas do ambiente permanecem baixas (exceto na região da ignição), tendo apenas influência localizada no comportamento estrutural das edificações. Embora não incluída nas curvas “temperatura-tempo” regulamentares é, do ponto de vista da segurança à vida humana, a mais crítica, pois durante sua ocorrência são produzidos gases tóxicos;
- **Aquecimento** – Esta fase tem seu início no instante em que o fogo se espalha principalmente por efeito da radiação ou contato direto, resultando no incêndio

generalizado de todo o compartimento, fenômeno ou instante conhecido como “flashover”. A partir desse instante as temperaturas sobem rapidamente alcançando a temperatura máxima, até todo material combustível começar a extinguir-se;

● **Resfriamento** – *Nesta fase, ocorre uma diminuição progressiva da temperatura dos gases, pela falta de carga combustível ou de oxigênio.*

Normalmente, os fatores que influenciam a severidade de um incêndio num compartimento de uma edificação são: *tipo de combustível predominante (celulósico, hidrocarbonetos, etc.), densidade e distribuição do combustível, tamanho do compartimento e geometria, condições de ventilação e propriedades térmicas das paredes do compartimento.*

A ocorrência do flashover num compartimento define a transição entre as fases de ignição e de aquecimento no desenvolvimento do incêndio. Os modelos de incêndio podem ser classificados como pré-flashover e pós-flashover, exceto os modelos com base em fluidodinâmica computacional (CFD), que abrangem ambas as fases.

Com base em FRANSSSEN (2009) e BAILEY (2011), dentre as várias opções de modelos disponíveis para dinâmica de incêndio cita-se: *Incêndio-Padrão ou Incêndio nominal, Incêndio Paramétrico, Incêndio Localizado, Modelos de Zona e Fluidodinâmica Computacional (CFD)*. Quanto ao grau de complexidade dos modelos, os três primeiros podem ser classificados como modelos simples, enquanto que Modelos de Zona e do tipo CFD são considerados modelos avançados.

Os *modelos simplificados* requerem normalmente poucas informações na entrada de dados e a temperatura dos gases de um compartimento é tomada como uniforme e representada por uma curva de aquecimento temperatura versus tempo. São modelos empregados para a fase pós-flashover do incêndio.

Os *modelos avançados* são normalmente modelos computacionais que simulam os processos de transferência de calor e massa num compartimento em situação de incêndio. Esses modelos necessitam de informações bem detalhadas na entrada de dados, no entanto eles não só permitem obter com mais detalhes as temperaturas no compartimento em incêndio, como também é possível levar em conta o movimento da fumaça e mapear o espalhamento do incêndio.

No caso dos Modelos de Zona, é possível obter a temperatura dos gases em uma ou várias zonas diferente, enquanto que com modelos desenvolvidos com base em CFD se pode obter de forma detalhada a distribuição de temperaturas dos gases no compartimento.

Nos itens que se seguem, são descritas de maneira sucinta cada um dos modelos anteriormente mencionados.

2.2.2 Modelo de incêndio-padrão ou incêndio nominal

O modelo de incêndio-padrão ou de curvas nominais consiste em representar curvas temperatura-tempo de um incêndio de maneira pré-definida. Tais curvas foram desenvolvidas como modelo de incêndio para análise experimental de estruturas e de materiais de proteção contra fogo em fornos de institutos de pesquisa (SILVA, 2001). Como exemplo desse modelo de incêndio, podem ser citadas as curvas ISO 834-1:1999, ASTM E119:2000 e as curvas nominais do CEN EN 1992-1-2:2002 . De maneira geral, as curvas temperatura-tempo do modelo de incêndio-padrão podem ser representadas conforme figura 2.2.

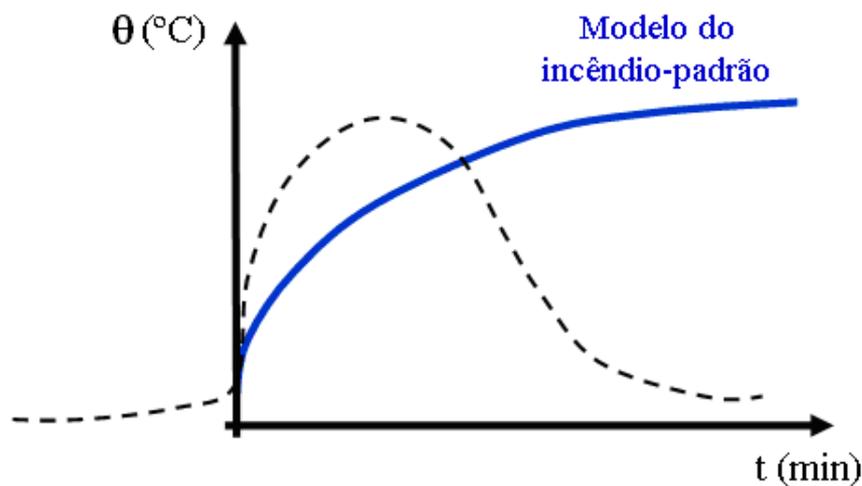


Figura 2.2 – Modelo do incêndio-padrão. Adaptado de VARGAS e SILVA (2003).

O ANEXO A do presente trabalho apresenta maiores informações sobre os principais modelos de incêndio-padrão ou nominais utilizados atualmente.

2.2.3 Modelo de incêndio paramétrico

O modelo de incêndio paramétrico, de acordo com SILVA (2001), tem por base ensaios (ou modelos matemáticos aferidos por meio de ensaios) que buscam simular situações reais de incêndios em compartimentos de edificações. Para a utilização adequada deste tipo de modelo de incêndio, devem ser levados em consideração: *a variação da quantidade de material combustível (carga de incêndio), o grau de ventilação do compartimento, entre outros aspectos.*

A principal característica das curvas temperatura-tempo desse modelo, e que as distingue da curva de incêndio-padrão, é a de possuírem um ramo ascendente (fase de aquecimento) e um ramo descendente (fase de resfriamento) que, simplificada, pode ser representado por meio de uma reta, conforme figura 2.3. Portanto, essas curvas admitem (racionalmente) que os gases do ambiente em incêndio não têm sua temperatura sempre crescente com o tempo, situação essa mais próxima de um incêndio real.

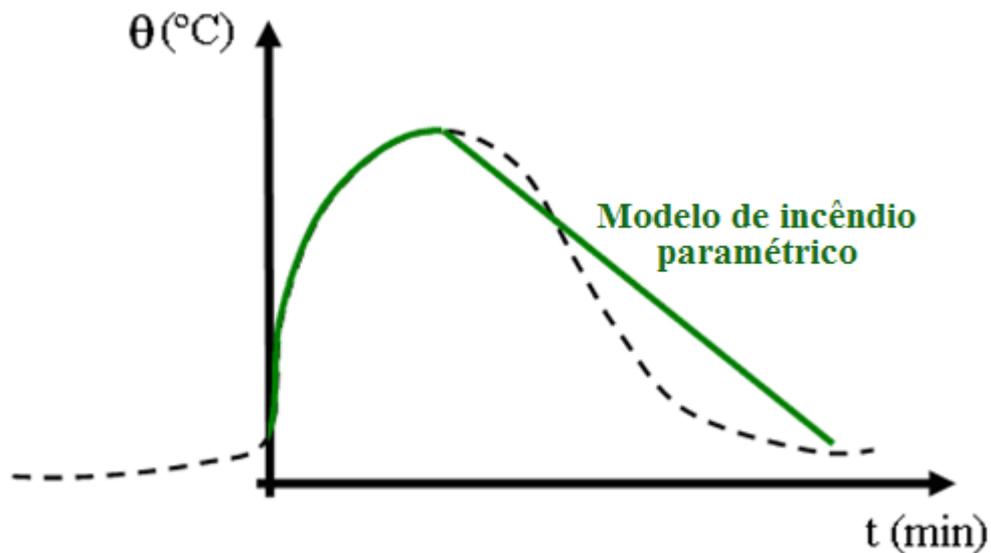


Figura 2.3 – Modelo de incêndio paramétrico.

O ANEXO A do EN 1991-1-2:2002 disponibiliza o método mais aceito na determinação de curvas temperatura-tempo com base em modelos de incêndios paramétricos. Tais curvas são denominadas *curvas paramétricas de incêndio* e são apresentadas com mais detalhes no ANEXO B do presente trabalho.

2.2.4 Modelo de Incêndio Localizado

Um incêndio num compartimento pode ser classificado como localizado quando não há a possibilidade da ocorrência do flashover. De acordo com informações disponibilizadas em WANG (2002), tal situação pode ocorrer em edificações tais como estacionamentos, estádios e aeroportos. Nesses tipos de edificações, devido às suas grandes dimensões e vazios, o flashover não é passível de ocorrência e a estrutura é sujeita ao aquecimento localizado de alguns de seus elementos.

O fluxo de calor na superfície dos elementos submetidos a incêndios localizados pode ser determinado de maneira simplificada, de acordo com prescrições do ANEXO C do EN 1991-1-2:2002.

2.2.5 Modelos de Zona

Modelos de Zona são definidos como modelos computacionais simples que consideram o compartimento em chamas dividido em diferentes zonas, sendo que em cada uma dessas zonas previamente definidas a temperatura é admitida, por simplificação, como uniforme (BUCHANAN, 2000; FRANSSEN et al., 2009). Tais modelos permitem considerar o comportamento de incêndios em fase pré-flashover tal qual ilustrado na figura 2.4.

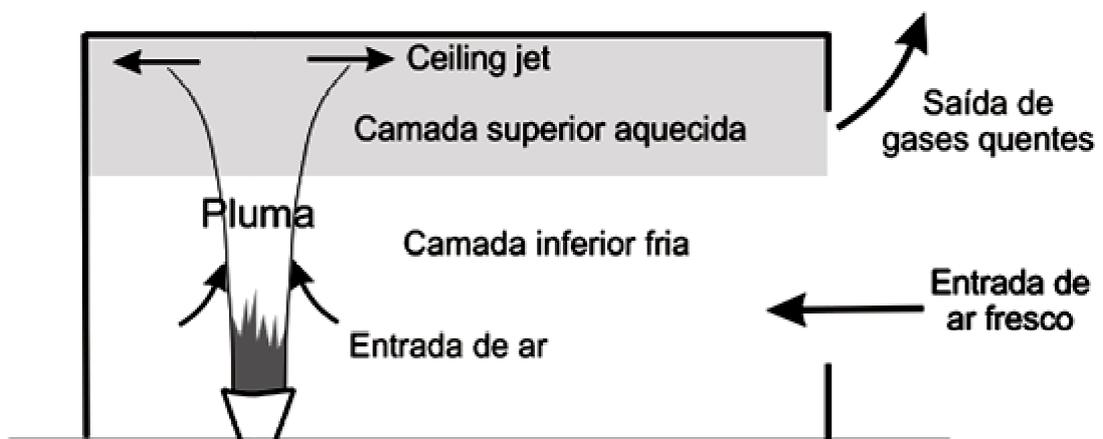


Figura 2.4 – Estágio pré-flashover num compartimento.
Adaptado de BUCHANAN (2000).

Para a fase pré-flashover, empregam-se usualmente modelos de duas zonas (two-zone models), tendo em vista que se considera o incêndio no compartimento dividido em duas camadas homogêneas ou zonas, e a pluma que conecta estas duas camadas. Modelos de uma zona (one-zone models) são os modelos mais simples, empregados apenas para a fase pós-flashover de incêndios.

De acordo com BAILEY (2011), a base teórica destes modelos são as leis de conservação de massa, momento e energia, que são aplicadas em cada zona num processo dinâmico que calcula o tamanho, a temperatura e a concentração de espécies em cada zona com o progresso do incêndio. Nesse processo, o modelo leva também em conta a pluma de fogo e o movimento da fumaça e dos produtos tóxicos pelas aberturas nas paredes e no teto.

Tais modelos têm por base algumas hipóteses da física do comportamento do incêndio e do movimento de fumaça sugeridos por observações experimentais de incêndios reais em compartimento. Os modelos de zona não permitem obter a evolução do incêndio em objetos ou superfícies, de modo que necessitam para a fonte calor uma curva de aquecimento temperatura x tempo como dado de entrada.

Resultados típicos fornecidos por este tipo de modelo incluem a altura da camada, temperatura e concentração dos gases nas camadas, temperatura das paredes e piso, além do fluxo de calor ao nível do piso (BUCHANAN, 2000). Existem diversos códigos computacionais para modelagem de incêndio com base em modelos de zona. Entre os códigos com base em modelos de “uma-zona”, são citados:

- *COMPF2*, do *National Institute of Standards and Technology (NIST) dos Estados Unidos*;
- *SFIRE-4*, da *Universidade de Lund, Suécia*.

Com relação aos códigos com base em modelos de “duas-zonas”, são citados:

- *CCFM.VENTS*, do *National Institute of Standards and Technology (NIST), Estados Unidos*;
- *CFAST*, do *NIST*;
- *OZone*, da *Universidade de Liège, Bélgica*.

A hipótese dos modelos de zonas é uma forma conveniente de se calcular o comportamento do incêndio em compartimentos, porém simplificada. Na realidade, há

uma transição gradual e tridimensional de temperatura, de massa e de fumaça entre as camadas, de modo que essa transição limita a precisão dos modelos de zona. Para obtenção de resultados mais detalhados deve-se recorrer aos modelos de fluidodinâmica computacional (CFD)

2.2.6 Fluidodinâmica Computacional (CFD)

Atualmente a técnica mais avançada na modelagem de incêndios é o emprego da Fluidodinâmica Computacional (CFD), cuja utilização é permitida pelo EN 1991-1-2:2002. Modelos com base em CFD têm se mostrado eficientes na simulação dos movimentos da fumaça e, recentemente, passaram a ser aplicados na modelagem de incêndios. Tal técnica permite a modelagem da fase pré-flashover e de incêndios localizados em geometrias complexas, com movimento da fumaça em compartimentos múltiplos (YEOH e YUEN, 2009; BAILEY, 2011;).

Análise com modelos típicos de CFD envolvem escoamento de fluidos, transferência de calor e a associação desses dois fenômenos pela resolução das equações fundamentais da mecânica dos fluidos. São elas: *equação da conservação de massa ou da equação da continuidade, equação da conservação da quantidade de movimento ou Segunda Lei de Newton e equação da conservação da energia ou 1ª Lei da termodinâmica*. O que se busca descobrir durante a análise de um escoamento basicamente são as componentes do tensor das tensões, as componentes de velocidade, a temperatura ou massa específica em determinado ponto. Assim, se com a presença de massa e tensões houver aceleração, recorre-se a segunda Lei de Newton, e se houver variação da temperatura ou fluxo de calor, recorre-se a primeira lei da termodinâmica, assim por diante (SANCHES, 2011).

Os modelos de CFD, em geral, demandam considerável esforço computacional e requerem um analista experiente para definição dos dados de entrada e interpretação dos resultados obtidos. Por outro lado, os resultados são obtidos de maneira bastante detalhada em cada ponto do compartimento modelado, fornecendo informações tais como temperatura, velocidade e concentração de espécies químicas. Dentre os programas de CFD ditos especialistas, isto é, voltados para modelagem de incêndios, podem ser citados: o *FDS (desenvolvido pelo NIST)*, o *SMARTFIRE (pela University of Greenwich)* e o *SOFIE (pela Cranfield University)*.

Além desses, pacotes comerciais de CFD também têm sido empregados para modelagem de incêndio como, por exemplo, o CFX e o FLUENT da ANSYS Inc, conforme ilustra a figura 2.5.

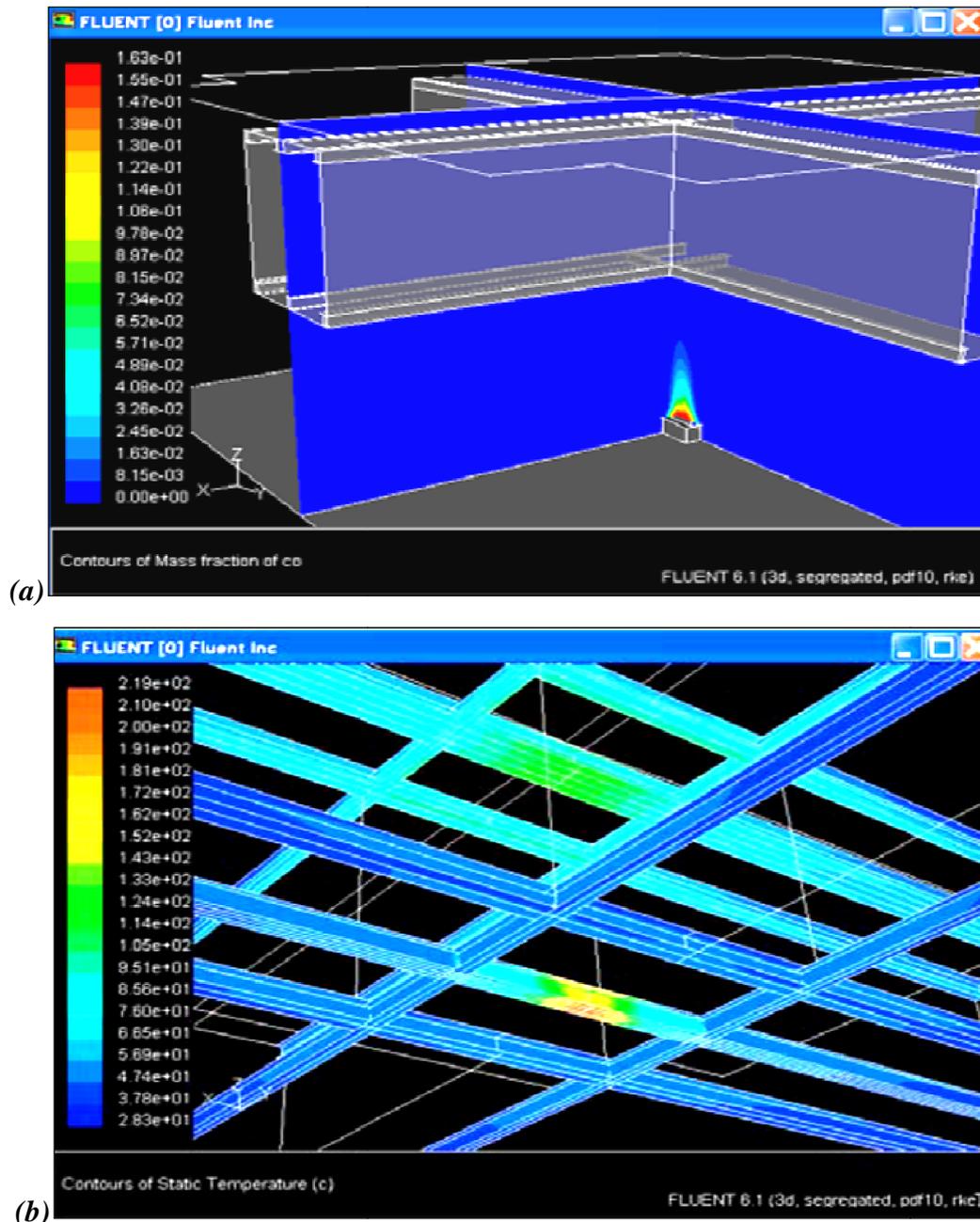


Figura 2.5 – Resultado de simulação de incêndio com o programa FLUENT: (a) concentração de gás carbônico no ambiente e (b) temperatura na superfície dos perfis da estrutura num determinado instante da análise.

Fonte: <http://www.difisek.eu/>. Acessado em 20/02/2009.

É importante mencionar que em <http://www.firemodelsurvey.com/> têm-se uma base de dados bastante completa sobre códigos computacionais para modelagem de incêndio e fumaça, onde podem ser encontradas maiores informações sobre códigos computacionais de modelagem de incêndio além daqueles mencionados neste texto.

2.3 ANÁLISE TÉRMICA

A análise térmica de um elemento estrutural em situação de incêndio consiste em determinar a variação de temperatura ou a variação do campo de temperaturas no elemento de interesse, a partir das condições de contorno provenientes do modelo de incêndio adotado. No caso de problemas de estruturas em situação de incêndio, a análise térmica pode ser dividida, basicamente, em duas partes:

- a-) Determinação do calor transferido por convecção e radiação, proveniente do incêndio, no contorno do elemento de interesse;*
- b-) Determinação da transferência de calor por condução no interior nos elementos estruturais.*

Para tanto, deve-se entender adequadamente os mecanismos de transferência de calor, *por convecção, radiação e condução*, os quais possibilitam determinar a transferência de energia para um elemento de interesse. No ANEXO C são apresentados e discutidos esses mecanismos, bem como as hipóteses usualmente adotadas para análise térmica de estruturas em situação de incêndio.

Para determinação adequada da transferência de calor no interior dos elementos estruturais é necessário considerar a variação das propriedades térmicas dos materiais em situação de incêndio. No ANEXO D são apresentadas as variações das propriedades térmicas dos materiais de interesse, aço e concreto, segundo especificações da ABNT NBR 14323:1999, bem como dos Eurocodes CEN EN 1993-1-2:2005 e CEN EN 1994-1-2:2005.

A seguir são apresentados, de forma sucinta, os principais meios para análise térmica de um elemento submetido a uma situação de incêndio, tais como: resultados de ensaios, modelos simplificados, e modelos avançados ou modelos computacionais.

2.3.1 Resultados de Ensaios

A análise térmica em elementos estruturais pode ser bastante complexa, especialmente nos casos de materiais que retêm umidade e possuem baixa condutividade térmica, como nos casos do concreto, argamassas de proteção contra fogo e da madeira, por exemplo.

O método mais simples de se definir o perfil de temperaturas numa seção transversal de um elemento estrutural é utilizar resultados de ensaios apresentados em tabelas ou gráficos que são publicados em normas ou guias de projeto. Tais dados são geralmente obtidos por meio de ensaios em fornos sob condição de incêndio-padrão, e contemplam apenas as geometrias mais comuns de seções transversais.

2.3.2 Modelos simplificados

Os modelos simplificados permitem obter a elevação de temperatura, de maneira homogênea, em toda a seção transversal ou em partes constituintes da seção transversal do elemento de interesse, por meio de simples equações analíticas. Tais modelos, no entanto, são disponíveis apenas para perfis de aço com e sem proteção contra fogo, lajes mistas, vigas mistas e pilares mistos de aço e concreto. Eles são normalmente apresentados nas normas e guias de projeto que tratam de estruturas de aço e mistas de aço e concreto em situação de incêndio.

Os modelos simplificados levam em conta a transferência de calor por convecção e radiação e permitem obter a evolução de temperatura no perfil durante a ocorrência do incêndio. Para a resolução das equações do modelo de maneira transiente necessita-se o emprego de planilhas, eletrônicas ou não, porém, de fácil utilização. No caso de elementos de aço com proteção contra fogo, as equações são similares às aquelas utilizadas no cálculo dos perfis sem proteção. São necessárias, porém, as propriedades dos materiais de proteção que, em muitos casos, são difíceis de obter.

O ANEXO E apresenta de forma detalhada os modelos simplificados de cálculo para perfis de aço sem e com proteção contra fogo, as hipóteses adotadas e limitações de tais modelos, bem como prescrições das normas ABNT NBR 14323:1999 e dos Eurocodes CEN EN 1993-1-2:2005 e CEN EN 1994-1-2:2005.

2.3.3 Modelos avançados

Os modelos avançados para problemas de transferência de calor geralmente se referem a modelos computacionais. Na maioria dos problemas de engenharia estrutural em situação de incêndio a análise térmica é transiente, com condições de contorno dependentes do tempo e com propriedades dos materiais dependentes da temperatura, o que confere a tal análise um caráter consideravelmente não linear. Conseqüentemente, a maioria dos modelos avançados é desenvolvida com base no Método dos Elementos Finitos (MEF) e, por fim, a análise térmica pode então ser efetuada com modelos bidimensionais ou tridimensionais.

A análise da transferência de calor em problemas de estruturas em situação de incêndio pode ser feita por meio de pacotes comerciais de elementos finitos como ABAQUS, ANSYS e DIANA. No entanto, existem alguns pacotes dedicados à análise térmica de estruturas em situação de incêndio, dito especialistas, dentre os quais podem ser citados o TCD (ANDERBERG, 1997), o SAFIR (FRANSSEN, 2005, 2007), e o FIRES-T3 (IDING et al., 1996). Em âmbito nacional pode-se citar o PFEM_2D (SILVA, 2003) e o THERSYS (RIBEIRO, 2004, 2010).

A figura 2.6 ilustra a malha de elementos finitos e o campo de temperaturas obtido com o código ANSYS numa análise térmica típica de uma viga mista em situação de incêndio.

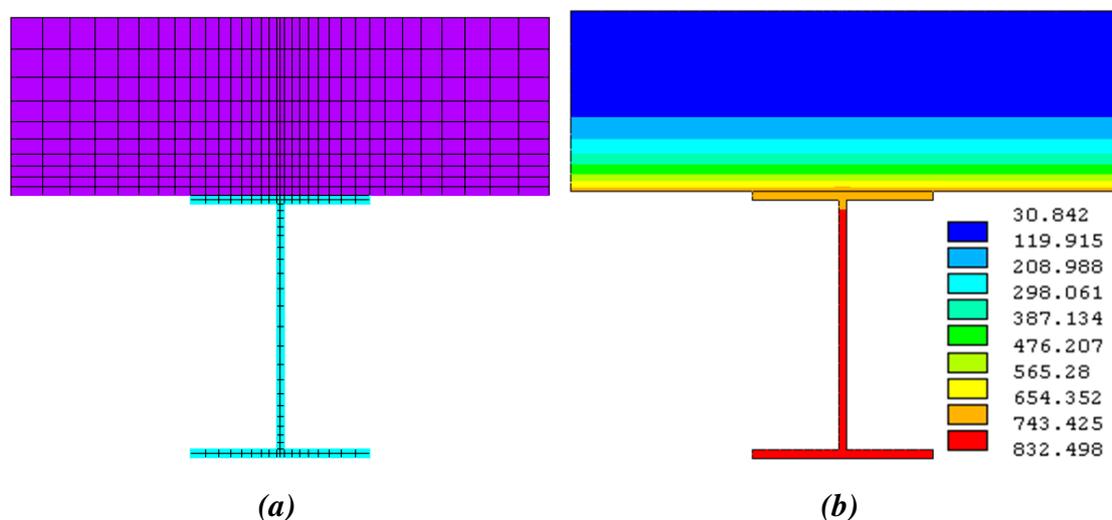


Figura 2.6 – Análise térmica de uma viga mista de aço e concreto com o programa ANSYS. (a) Malha de elementos finitos e (b) Campo de temperaturas para um tempo de 30 minutos para o perfil W 150x13.

No capítulo 3 do presente trabalho são abordados os aspectos referentes à análise térmica via método dos elementos finitos. Parte-se da dedução da equação diferencial de equilíbrio do fenômeno físico até sua solução por meio do método dos elementos finitos.

2.4 ANÁLISE ESTRUTURAL

O método mais simples de se avaliar o comportamento de estruturas em situação de incêndio é a análise de elementos isolados com base nos estados limites em situação de incêndio. A verificação dos estados limites em situação de incêndio é fornecida nas normas e literatura de estruturas em situação de incêndio.

Entre as referências que tratam do dimensionamento de estruturas de aço e mistas em situação de incêndio, onde se apresenta com detalhes os métodos simplificados de cálculo, podemos citar FRANSSEN et al. (2009), PURKIS (2007) VILA REAL (2003) e SILVA (2001). Em BUCHANAN (2000) é apresentado, além dos procedimentos de dimensionamento de estruturas de aço e mistas de aço e concreto, procedimentos para verificação de elementos estruturas de madeira e concreto em situação de incêndio.

No entanto, sabe-se que o comportamento de um elemento estrutural em situação de incêndio depende de sua interação com os demais elementos da estrutura, e que os projetos com base nos procedimentos de análise de elementos isolados podem conduzir a resultados conservadores ou mesmo contra a segurança.

Nesse sentido, o desenvolvimento de modelos de análise estrutural está voltado para a estrutura como um todo. Devido à versatilidade para se modelar estruturas com uma disposição qualquer, seja de geometria ou das condições de contorno, o Método dos Elementos Finitos (MEF) tem sido o preferido da maioria dos pesquisadores e especialistas da análise de estruturas em situação de incêndio. Com o MEF é possível incorporar a variação das relações tensão-deformação com a temperatura, bem como levar em conta o surgimento de tensões e deformações na estrutura com um todo.

Afora o fato de ser possível modelar a estrutura como um todo, tem-se de levar em conta se tais modelos consideram grandes deformações, as possíveis falhas

localizadas que porventura venham surgir, seja flambagem local em elementos de aço, seja fratura em elementos de concreto, ruptura de ligações, etc.

Portanto, é em função dos aspectos citados, bem como da estabilidade numérica diante de problemas que envolvam grandes deslocamentos e deformações, que devem ser avaliadas as possíveis limitações das ferramentas de análise com base no método dos elementos finitos. Além disso, é necessário enfatizar que a análise estrutural será tão precisa quanto forem a modelagem do incêndio e a análise térmica nos problemas de engenharia estrutural em situação de incêndio.

2.4.1 Princípios básicos da análise de estruturas de aço em situação de incêndio

De acordo com USMANI et al. (2001), definindo-se ϵ_m como a parcela referente às deformações mecânicas e ϵ_{th} a parcela referente às deformações térmicas, a relação fundamental, e de grande importância, que governa o comportamento de estruturas submetidas a efeitos térmicos é dada pela equação (2.1).

$$\epsilon = \epsilon_{th} + \epsilon_m \quad (2.1)$$

As deformações totais (ϵ) influenciam o estado de deformação da estrutura por meio das considerações cinemáticas ou de compatibilidade. Em contrapartida, o estado de tensão na estrutura, em regime elástico ou plástico, depende somente das deformações mecânicas, estando essas deformações térmicas, em situações sem restrições axiais ou rotacionais, livres para se desenvolverem de maneira irrestrita, sem carregamento externo, cujo efeito da expansão (ou retração) axial ou do gradiente térmico é resultado da relação dada pela equação (2.2).

$$\epsilon = \epsilon_{th} \quad (2.2)$$

Todavia, onde as deformações térmicas são totalmente restringidas, sem carregamento externo, as deformações totais são nulas e tensões térmicas e de plastificação resultam das deformações dadas de acordo com a equação (2.3).

$$\varepsilon_m = -\varepsilon_{th} \quad (2.3)$$

O fator mais importante, e que determina a resposta real da estrutura ao aquecimento, é a maneira com a qual ela responde às inevitáveis deformações térmicas induzidas em seus elementos durante o aquecimento. Elementos cujas extremidades são restringidas axialmente produzem deformações mecânicas contrárias à expansão térmica e, portanto, geram consideráveis tensões normais de compressão, conforme esquematiza a viga da figura 2.7.

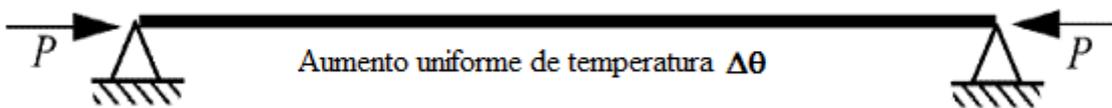


Figura 2.7 – Aquecimento uniforme de uma viga restringida horizontalmente e o surgimento de reações de compressão nos apoios.

Agora, ao se aplicar um gradiente térmico uniforme ao longo do comprimento, identificado por θ_y (diferença de temperatura entre as fibras superior e inferior, por exemplo), sem nenhum aumento da temperatura média à viga da figura 2.7, uma curvatura é induzida termicamente na viga, conforme figura 2.8.

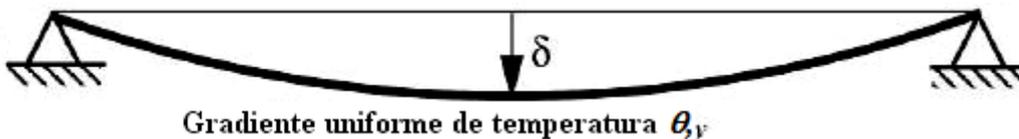


Figura 2.8 – Viga restringida horizontalmente submetida a um gradiente uniforme de temperatura θ_y .

No caso de elementos cujos extremos são restringidos à rotação, conforme figura 2.9, as deformações devido à curvatura induzida por gradiente térmico podem conduzir a grandes momentos de flexão negativos por toda a extensão do elemento.

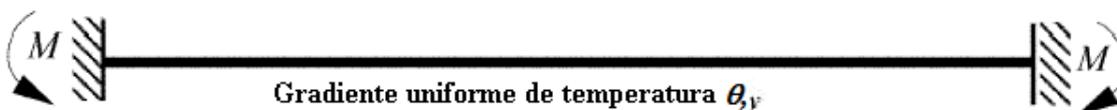


Figura 2.9 – Viga com restrição rotacional submetida ao um gradiente uniforme de temperatura θ_y .

Diante do exposto, fica claro que o efeito das restrições de extremidade é crucial na determinação da resposta de elementos estruturais às ações térmicas, tendo, como consequência, a necessidade da análise da estrutura como um todo devido à impossibilidade de se quantificar localmente os efeitos das restrições axiais a rotação nas extremidades dos elementos. Assim, pode-se concluir que as deformações térmicas se manifestarão na forma de deslocamentos (se não estiverem restringidas) ou como tensões (se estiverem restringidas) de forma a contrapor as deformações mecânicas geradas pelas forças de restrição (reações de apoio).

2.4.2 Análise estrutural via Método dos Elementos Finitos

Como afirmado anteriormente, o desempenho de estruturas em situação de incêndio pode ser avaliado com o emprego de códigos elaborados com base no MEF, sejam eles códigos especialistas para tal fim ou pacotes comerciais generalistas.

Vale enfatizar que, da mesma forma que foi dito para os métodos simplificados, o emprego do método dos elementos finitos na análise estrutural é uma aproximação do comportamento real da estrutura. Antes de usar códigos computacionais de interesse, o usuário precisa entender as hipóteses e aproximações intrínsecas a esse código, bem como a validade de tais hipóteses e aproximações frente ao problema a ser analisado. No entanto, pode-se afirmar que um dos requisitos indispensáveis para qualquer programa empregado para análise de estruturas em situação de incêndio é que estes devem ser capazes de lidar com as não linearidades geométricas e de material na modelagem do problema.

Os principais efeitos da ação do fogo numa dada estrutura de interesse são:

- a-) Degradação das propriedades dos materiais constituintes;*
- b-) Induzir interações entre os elementos constituintes da estrutura onde restrições axiais e ao giro estiverem presentes.*

Além disso, é importante destacar que para a modelagem de uma estrutura completa, a perda da capacidade de carga de um elemento gera a redistribuição de carregamento para elementos ou estruturas adjacentes. Portanto, a modelagem numérica de uma estrutura completa deve contemplar duas frentes:

- a-) Ser capaz de simular a capacidade portante de elementos isolados e as instabilidades locais;
- b-) Em contexto global, levar em conta as interações e redistribuições de carregamento quando possível.

2.4.3 Principais aspectos da modelagem de elementos estruturais em situação de incêndio

• Vigas e Pilares - Considerações

Segundo WANG (2002), observações experimentais do comportamento das estruturas em situação de incêndio sugerem que os seguintes aspectos sejam levados em conta na modelagem de vigas e pilares: *flexão e cisalhamento, instabilidade local, instabilidade lateral com torção, instabilidade distorcional e o efeito de catenária em resposta às grandes deformações*;

A modelagem numérica de vigas e pilares é usualmente feita com o emprego de elementos de barra. Com a definição apropriada dos graus de liberdade, a flexão, o cisalhamento e instabilidade lateral com torção podem ser adequadamente modelados e identificados. Para simular o efeito de catenária o código deve ser capaz de lidar com a não linearidade geométrica em situação de grandes deslocamentos.

As instabilidades dos tipos *local e distorcional* são comuns de ocorrerem em elementos de barra constituídos por chapas de parede fina. No caso, os elementos de barra não conseguem simular tais fenômenos. Para tanto, elementos finitos de casca ou elementos do tipo sólido devem ser utilizados.

• Ligações - Considerações

A consideração da conexão entre elementos finitos deve ser cuidadosamente definida para a consideração do comportamento real da estrutura, tendo em vista que em situação de incêndio o comportamento da estrutura é bastante influenciado pelos esforços provenientes das restrições a expansão térmica e, portanto, deve se garantir que os elementos estejam conectados nas posições corretas para se simular as restrições axiais a expansão térmica adequadamente (WANG, 2002).

À temperatura ambiente, uma ligação viga-pilar pode ser simulada por um elemento de mola, e uma relação momento-rotação é suficiente para descrever o comportamento de tal ligação. No entanto, em situação de incêndio, devido às restrições axiais ao deslocamento, essa ligação pode ser submetida a esforços adicionais de tração ou compressão, além dos esforços de flexão. Essa combinação de *flexão e cisalhamento* na ligação pode conduzir a ruptura de componentes da ligação como parafusos e chapa de ligação. Portanto, as ligações viga-pilar devem ser mais bem avaliadas por meio de modelos com elementos de casca, elementos sólidos e elementos de contato.

Nos casos das vigas mistas, a viga e a laje podem ser tratadas como elementos independentes e a interação entre eles pode ser garantida por meio de elementos de barra representando os conectores de cisalhamento. Para garantir que não haja penetração entre a viga e a laje nas situações de grandes deslocamentos, podem ser utilizados elementos de contato na interface entre a viga e a laje.

Diante do exposto, fica claro que a consideração do comportamento real das ligações nos modelos numéricos não é uma tarefa simples, e pode demandar uma análise local mais detalhada para que se possam prevenir possíveis colapsos localizados nas ligações. Além disso, o emprego de elementos de contato numa análise em situação de incêndio pode aumentar significativamente as dificuldades de convergência durante o processamento.

• *Lajes - Considerações*

A estratégia de modelagem numérica para lajes depende da função da mesma na estrutura. Se a função da laje for apenas aumentar a resistência a flexão de vigas, a laje pode ser tratada como parte de um elemento de barra como, por exemplo, no caso da mesa comprimida numa viga mista de aço e concreto. Entretanto, sabe-se que numa situação real a laje pode redistribuir as ações gravitacionais para os elementos estruturais adjacentes.

Além disso, em situações de grandes deslocamentos, os efeitos de membrana podem ser ativados, fato que explica o desempenho superior alcançado nos ensaios de resistência à flexão de pavimentos num edifício em escala real, realizados em CARDINGTON no Reino Unido na década de 90 (HUANG et al., 2003a; HUANG et al., 2003b).

A forma mais adequada de se modelar as lajes é com o emprego de elementos finitos do tipo casca, já que o emprego de elementos finitos do tipo sólidos pode aumentar muito o esforço computacional na análise do problema para que sejam obtidos resultados coerentes e em concordância com observações experimentais.

2.4.4 Modelagem da estrutura em nível global - Considerações

A principal diferença entre o comportamento de uma estrutura completa de uma edificação e o comportamento de elementos isolados em situação de incêndio é que, no caso de estruturas completas, estas possibilitam redistribuição de esforços quando da ocorrência do colapso de um de seus elementos. Portanto, além de ser capaz de lidar com grandes deslocamentos dos elementos, o código deverá ser capaz de simular corretamente a possibilidade de colapso progressivo da edificação com a redistribuição de esforços.

2.4.5 Alguns códigos computacionais empregados na análise estrutural em situação de incêndio

Para fins de análise de estruturas em situação de incêndio, como já afirmado anteriormente, os códigos podem ser divididos em *generalistas* (pacotes comerciais) e *especialistas*. Dentre os generalistas podem ser citados o ANSYS, o ABAQUS e o DIANA.

Dentre os programas ditos “especialistas” para análises de estruturas em situação de incêndio pode-se citar novamente o SAFIR (FRANSSEN, 2005, 2007), o VULCAN (HUANG et al. 2004; YU et al. 2010), o ADAPTIC (IZZUDDIN e ELNASHAI, 1989; SONG et al., 2000; IZZUDIN et al., 2000) e, mais recentemente desenvolvido no Brasil, o código THERSYS (RIBEIRO, 2004, 2010). Uma revisão abrangente dos principais códigos especialistas e de suas características pode ser vista em WANG (2002) e em CALDAS (2008).

Neste trabalho a análise estrutural consistirá da análise de estruturas aporricadas planas com elemento de pórtico laminado. A formulação de elementos finitos a ser empregada será a formulação posicional (CODA, 2003; CODA e PACCOLA, 2010), apresentada e discutida no capítulo 5.

2.5 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA DA ANÁLISE DE ESTRUTURAS DE AÇO APORTICADAS EM SITUAÇÃO DE INCÊNDIO

A seguir são apresentados por meio da tabela 2.1 alguns trabalhos desenvolvidos no Brasil e no mundo, relacionados com o tema “Análise de Estruturas de Aço”, principalmente as aporticadas, em situação de incêndio, tanto no contexto numérico quanto experimental.

Na tabela 2.1 valem as seguintes abreviações:

- MEF - Método dos elementos finitos
- NLG - Não linearidade geométrica
- SI - Situação de incêndio
- NLM - Não linearidade de material

Tabela 2.1 - Resumo de estudos envolvendo análise de estruturas de aço, principalmente as aporticadas, em situação de incêndio.

Trabalho	Objetivo	Descrição
RUBERT e SCHAUMANN (1985, 1986)	Análise em escala reduzida do comportamento de pórticos de aço em SI.	Análise experimental de três tipos diferentes de pórticos de aço em escala reduzida de 1/4 para obtenção da temperatura de colapso.
COOKE e LATHAM (1987)	Observar a diferença de comportamento de um elemento isolado e de outro semelhante numa estrutura aporticada em SI.	Primeiro ensaio de um pórtico em escala real em situação de incêndio. Resultados mostraram a importância de se considerar a continuidade das estruturas em SI.
FRANSSEN et al. (1995)	Simular numericamente o comportamento de pórticos bidimensionais em situação de incêndio	Apresenta resultados de simulações numéricas de estruturas aporticadas bidimensionais em SI com o programa CEFICOOS. Sugere que programas computacionais como esse podem ser bastante úteis no auxílio a análise de estruturas em SI.
NAJJAR e BURGESS (1996)	Descrever o código 3DFIRE para análise de estruturas aporticadas em SI	O trabalho descreve e valida o código em casos elementares, bem como é aplicado a análise de uma subestrutura de edificação considerando o incêndio restrito a um compartimento.
SILVA (1997)	Estudo do comportamento das estruturas de aço em altas temperaturas	Analisa a influência da ventilação, da carga de incêndio e da geometria da seção transversal na temperatura dos elementos estruturais. Propõe modelos simplificados de cálculo com consideração das NLG e NLM e das deformações térmicas.

Tabela 2.1 (Continuação 1) - Resumo de estudos envolvendo análise de estruturas de aço, principalmente as aporticadas, em situação de incêndio.

Trabalho	Objetivo	Descrição
LI e JIANG (1999)	Propor um procedimento para cálculo da resposta não linear e do carregamento de colapso de pórticos de aço em SI	Apresenta formulação para elemento de pórtico considerando NLG e NLM. Os resultados obtidos em SI são comparados com resultados experimentais de dois pórticos de aço ensaiados em escala reduzida.
NWOSU e KODUR (1999)	Revisão do estado da arte da análise do comportamento de estruturas aporticadas em SI.	Enfatiza a diferença do comportamento elementos estruturais em SI quando se considera a análise de elementos isolados e quando se considera a interação deste com os demais elementos presentes numa estrutura aporticada.
SONG et al. (2000) e IZZUDIN et al. (2000)	Apresentar um novo método para análises adaptativas de estruturas de aço aporticadas expostas ao fogo e a explosões.	O artigo apresenta os novos desenvolvimentos inseridos no programa ADAPTIC e valida os resultados do programa frente a resultados experimentais e numéricos de análises estruturas expostas ao fogo
HUANG et al. (2004)	Descrever um elemento finito de pórtico não linear com seção transversal qualquer para análise tridimensional de estruturas aporticadas.	O elemento foi implementado no software VULCAN e, em seguida, foi validado por comparação com resultados de estudos teóricos e experimentais existentes de elementos estruturais de aço e mistos de aço e concreto.
IU e CHAN (2004)	Apresentar a formulação que inclui NLM e NLG para prever o comportamento estrutural de elementos de aço sem proteção em temperaturas elevadas.	A formulação de elemento finito de pórtico apresentada tem por base o conceito das rótulas plásticas para modelar o comportamento elasto-plástico do material. Apresenta comparações de resultados experimentais e numéricos.
LANDESMANN (2005)	Desenvolvimento de modelo computacional para análise de estruturas de aço aporticadas em situação de incêndio	Analisa estruturas aporticadas em SI via MEF empregando-se plasticidade concentrada, funções de estabilidade e superfícies inelásticas de redução de resistência
HUANG e TAN (2006)	Propõe um novo modelo de cálculo de subestrutura e de elementos isolados para se verificar a resistência ao fogo de vigas e pilares submetidos a incêndio num compartimento.	Os modelos propostos são verificados usando uma análise de estrutura bidimensional completa e consideração de ligações semirrígidas. A comparação mostra que os resultados estão de acordo com as previsões do modelo 2D completo.

Tabela 2.1 (Continuação 2) - Resumo de estudos envolvendo análise de estruturas de aço, principalmente as aperticadas, em situação de incêndio.

Trabalho	Objetivo	Descrição
SOUZA JUNIOR e CREUS (2007)	Apresenta um procedimento simplificado alternativo para a análise de pórticos tridimensionais sob ação de temperaturas elevadas	O conceito das rótulas plásticas generalizadas é estendido para se considerar efeitos térmicos. Um refinamento adicional permite a consideração da distribuição da plasticidade no elemento por meio de fatores de redução de rigidez.
CALDAS (2008)	Desenvolvimento de modelos numéricos não lineares, para a análise térmica e mecânica de estruturas de aço, concreto e mistas de aço e concreto em SI	Utiliza elementos de viga tridimensional com plasticidade distribuída e elemento de casca laminado com dano, para simular vigas e lajes, respectivamente, em SI
MOUÇO (2008)	Desenvolvimento de modelo inelástico para análise de estruturas mistas em SI utilizando o método refinado das rótulas plásticas	Desenvolve-se modelo com formulação corrotacional e NLG e NLM para análise de estruturas aperticadas de aço e mistas em SI.
LIEN et al. (2009)	Investigar o comportamento de estruturas de aço considerando a fase de resfriamento	Utiliza uma formulação denominada forma vetorial intrínseca do método dos elementos finitos (VFIFE) nesse estudo. Os efeitos do resfriamento são considerados por meio de uma adequação do modelo constitutivo para levar em conta descargas térmicas
RIBEIRO (2010)	Desenvolvimento de código computacional para simulação tridimensional do comportamento elementos estruturais em SI via MEF.	Implementa-se e utiliza-se elementos sólidos para simular numericamente o comportamento não linear de elementos estruturais de aço e mistos em SI com o programa THERSYS
YU et al. (2010)	Apresentar o desenvolvimento e validação de um elemento finito sólido para análise de elementos de aço e mistos em temperaturas elevadas.	O artigo descreve a formulação e a validação do elemento finito sólido de oito nós que foi incorporado no programa VULCAN para simulação do comportamento tridimensional de estruturas de aço e mistas de aço concreto em temperaturas elevadas

2.6 ANÁLISE DE EDIFICAÇÕES COMPLETAS EM SITUAÇÃO DE INCÊNDIO - BREVE COMENTÁRIO

A análise experimental de estruturas aporticadas, na qual se considera somente a existência de vigas e pilares no sistema estrutural, é indispensável para se entender a interação entre os elementos estruturais do sistema e, assim, notar as diferenças entre o comportamento de elementos isolados e sistemas estruturais aporticados.

No entanto, em estruturas completas de edificações, além de vigas, pilares e núcleos estruturais, há a presença de lajes, paredes e outros elementos denominados não estruturais. Atualmente sabe-se que um entendimento adequado do comportamento de um edifício completo em situação de incêndio só pode ser alcançado se todos os componentes estiverem inclusos na análise. Em outras palavras, apesar de caros, testes em edificações completas são necessários.

Nesse sentido, foram conduzidos alguns ensaios em estruturas completas ao redor do mundo. Entre estes podemos citar os ensaios em Willian Street e Collins Street, realizados na Austrália pela BHP, um dos maiores fabricantes de aço desse país.



Figura 2.10 – Imagens dos ensaios de resistência ao fogo de Collins Street conduzidos pela BHP na Austrália. Fonte: BRITISH STEEL (1999).

Apesar de não ser deliberadamente um ensaio, a análise do acidente ocorrido no edifício Broadgate phase 8 no Reino Unido, em 1990, trouxe importantes contribuições sobre entendimento do comportamento de estruturas completas em situação de incêndio. O estudo realizado sobre o incêndio ocorrido em Broadgate revelou que, quando o fogo afeta apenas parte de uma estrutura (compartimento), a estrutura age como um todo, havendo redistribuição dos esforços, e a estabilidade da edificação como um todo é preservada.

Segundo WANG (2009), esse fato contribuiu de maneira decisiva para a realização de ensaios em larga escala em um edifício completo, na década de 90, no “*Cardington Laboratory of the Building Research Establishment*”, no Reino Unido. A figura 2.11 ilustra a edificações antes do ensaio, no caso, o edifício misto de aço e concreto com oito pavimentos. A figura 2.12 ilustra a vista geral e a configuração deformada dos elementos estruturais do edifício da figura 2.11, depois de ensaiado a elevadas temperaturas. Maiores detalhes sobre a realização dos ensaios e resultados obtidos e discussão podem ser encontrados em diversos trabalhos, entre os quais podem ser citados BRITISH STEEL (1998), BRITISH STEEL (1999), LAMONT (2001), WANG (2002), entre outros.

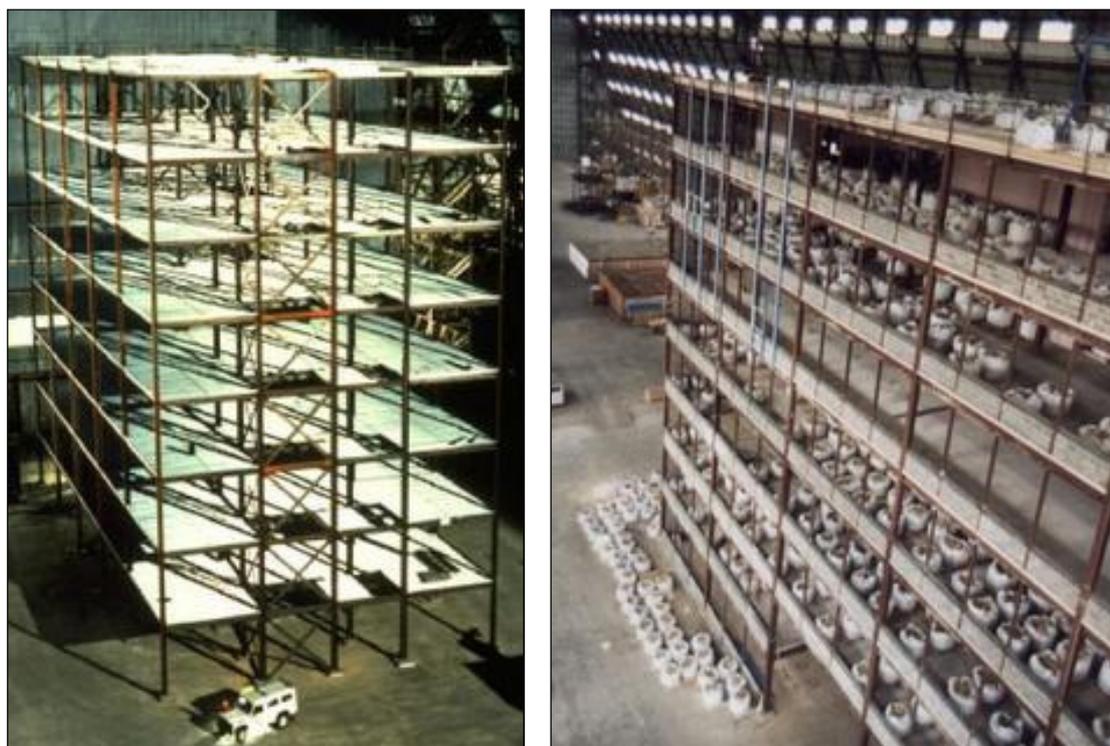


Figura 2.11 - Laboratório Cardington, Inglaterra: Estrutura de 8 (oito) pavimentos em escala real. Fonte: BRITISH STEEL (1999).

Uma das principais contribuições dos ensaios de Cardington foi a constatação do desenvolvimento do efeito de membrana tracionada em pavimentos mistos de aço e concreto (com as lajes possuindo formas metálicas steel deck), quando da ocorrência de grandes deslocamentos. Esse mecanismo faz com que a laje possa suportar parte ou todo o carregamento antes resistido pelas vigas que porventura tenham sido danificadas

consideravelmente em situação de incêndio (BAILEY e MOORE, 2000a, b; HUANG et al., 2003a, b).



Figura 2.12 - Vista geral de um dos pavimentos e configuração deformada dos elementos estruturais após ensaios. Fonte: LAMONT (2001).

Dentre diversas observações e conclusões que emergiram dos ensaios de Cardington cita-se o fato de que o real e superior desempenho de uma estrutura completa em situação de incêndio não pode ser avaliada por meio de análise e testes de elementos estruturais isolados.

Em WANG (2009) discute-se ainda o colapso do World Trade Center, devido ao atentado terrorista de 11 de setembro de 2001, o qual teve grandes implicações no rumo da pesquisa de estruturas de aço e mistas em situação de incêndio. Segundo esse trabalho, a ênfase agora se dá primariamente a "robustez estrutural", com o intuito de se evitar o colapso progressivo das estruturas devido às ações provenientes de uma situação de incêndio, como ocorrido no caso do World Trade Center.

Segundo esse último trabalho, devido ao ataque terrorista, a proteção de algumas treliças dos pisos foram danificadas e essas foram submetidas a temperaturas muito mais elevadas que aquelas permitidas para que ocorressem apenas mecanismos de flexão. As treliças de piso desenvolveram então mecanismo de catenária para suportar o carregamento gravitacional, puxando o sistema portante vertical da edificação. Esquemáticamente, este mecanismo está ilustrado conforme apresentado na figura 2.13.

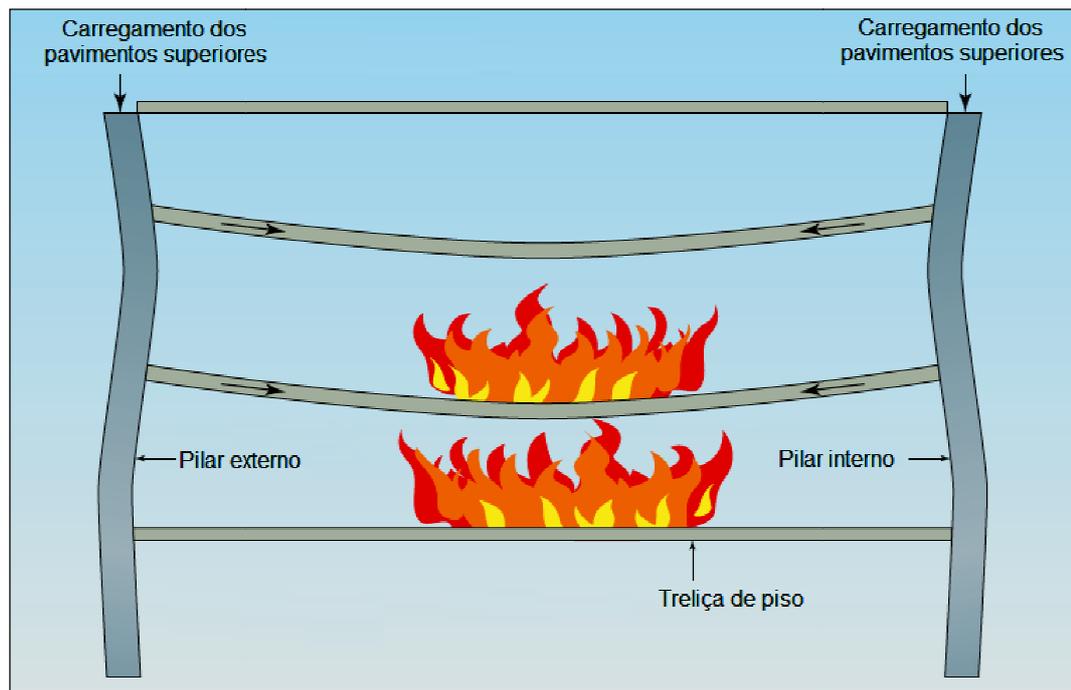


Figura 2.13 - Desenvolvimento do efeito de catenária nas vigas de piso superaquecidas pode resultar em perda do suporte lateral dos pilares. Fonte: WANG (2009)

As treliças de piso foram também incapazes de prover suporte lateral para o sistema vertical (Pilares e núcleo), aumentando o comprimento de flambagem para a altura de alguns pavimentos, reduzindo drasticamente a capacidade portante do sistema vertical. Uma vez que o sistema vertical também foi afetado, ficou impossível de se impedir o colapso total da edificação (NIST, 2008).

Diante de aspectos discutidos neste item, fica evidente que em uma simulação mais realista a presença das lajes nos modelos numéricos é de suma importância. No entanto, tal aspecto está fora do escopo do presente trabalho e deverá abordado em pesquisas futuras.

ANÁLISE TÉRMICA VIA MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS (MEF)

3

3.1 COMENTÁRIOS PRELIMINARES

Em problemas de engenharia é comum encontrarmos casos em que não se conseguem obter soluções analíticas fechadas, ou mesmo casos em que a obtenção de soluções analíticas é bastante trabalhosa. Para que a resolução de tais problemas seja uma tarefa exequível se faz necessário o emprego de procedimentos (ou métodos) numéricos como, por exemplo, o *Método dos Elementos Finitos (MEF)*.

Nesse sentido, este capítulo aborda aspectos referentes à aplicação do MEF para fins de análise térmica (regime estacionário ou transiente) em meios contínuos, para resolução de problemas de interesse em engenharia, com base principalmente em LIENHARDT IV e LIENHARDT V (2005) e LEWIS et al. (2004).

No entanto, tal abordagem é feita de maneira sucinta, com vistas apenas a situar o leitor no contexto do trabalho desenvolvido.

3.2 EQUAÇÃO DIFERENCIAL DA CONDUÇÃO DE CALOR EM SÓLIDOS

A primeira lei da termodinâmica afirma que a taxa de variação de energia interna de um sistema será, a cada instante, igual à soma das taxas de troca de calor e de trabalho que o sistema efetuar. Essa lei considera, por hipótese, que a energia térmica é conservativa e pode ser aplicada a um volume de controle qualquer como, por exemplo, aquele esquematizado na figura 3.1, com o objetivo de se estabelecer o equilíbrio de energia térmica desse mesmo volume. Na mesma figura 3.1, são ilustrados: um volume de controle (V) delimitado por meio de uma dada superfície (S), bem como diferenciais

de volume (dV) e de superfície (dS), respectivamente, para os quais valem as seguintes considerações:

a-) Para o referido volume de controle se considera a parcela dV sujeita a um campo de temperaturas, no caso, $T = T(x,y,z,t)$, em que t é o tempo e x , y e z são as coordenadas de um ponto de interesse do volume de controle em relação a um sistema de referência cartesiano adotado;

b-) Ao diferencial de superfície (dS) estão associados dois vetores de interesse: um primeiro vetor, unitário e normal à superfície, identificado por \vec{n} (com $|\vec{n}|=1$), e um segundo, denominado vetor fluxo de calor, identificado por $\vec{\phi}$ (quantia de calor fluindo numa unidade de área por unidade de tempo), localizado naquele ponto da superfície.

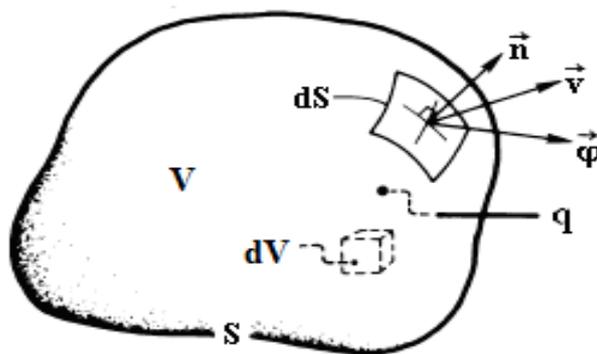


Figura 3.1 – Volume de controle: campo de fluxo de calor e de fluido.
Adaptado de LIENHARDT IV e LIENHARDT V (2005).

Dentro do contexto esquematizado na figura 3.1, inicialmente se considera (ou estabelece) para o volume V uma dada quantidade de energia interna U , gerada internamente ou recebida de fora para dentro do volume de controle, expressa em termos de *energia calorífica por unidade de volume* (u), conforme equação (3.1).

$$U = \int_V u \, dV \quad (3.1)$$

Vale aqui destacar que o referido volume de controle (figura 3.1) pode ser entendido, para fins de análise, como uma estrutura inteira, parte de uma estrutura ou ainda uma pequena porção de material num dado ponto no espaço. Como forma de considerar a troca de energia do volume de controle com o meio que o circunda, se considera um fluxo de calor ϕ , entrando (ou saindo) no contorno S , bem como a geração

(ou perda) de calor interno, cujas quantias serão expressas em termo de taxas. Desta forma, a quantia de energia saindo do volume de controle por meio da superfície S , por unidade de tempo e com direção normal à superfície, é dada pela equação (3.2).

$$\int_S \vec{n} \cdot \vec{\phi} \, dS \quad (3.2)$$

No referente à geração interna de energia, para o mesmo volume de controle se admite uma quantidade de *calor interno por unidade de tempo*, representado pelo parâmetro q , distribuído em todo volume, o qual pode ter sua origem em resposta a reações dos tipos *químicas, nucleares ou similares*. Assim, *quantia de energia gerada internamente* ao volume de controle, por unidade de tempo, é dada pela equação (3.3).

$$\int_V q \, dV \quad (3.3)$$

A análise conjunta das informações obtidas nas equações (3.1), (3.2) e (3.3) possibilita equacionar a *taxa de mudança de energia calorífica* no volume de controle por meio da igualdade apresentada na equação (3.4).

$$\frac{dU}{dt} = - \int_S \vec{n} \cdot \vec{\phi} \, dS + \int_V q \, dV \quad (3.4)$$

Admitindo, como hipótese simplificadora, que os sólidos podem ser frequentemente tomados como incompressíveis e, portanto, assumindo volume constante durante todo o processo, resulta da termodinâmica a relação dada pela equação (3.5), a qual também expressa uma taxa de mudança de energia calorífica.

$$\frac{dU}{dt} = \int_V \rho c \frac{dT}{dt} \, dV \quad (3.5)$$

Igualando-se as equações (3.4) e (3.5) se obtém a equação (3.6), que representa o equilíbrio de energia térmica em um dado volume de controle, porém, com uma de suas parcelas ainda expressa na forma de integral de superfície.

$$\int_V \rho c \frac{dT}{dt} \, dV = - \int_S \vec{n} \cdot \vec{\phi} \, dS + \int_V q \, dV \quad (3.6)$$

Para se ter o lado direito da equação (3.6) com forma conveniente para a obtenção da equação de equilíbrio, deve-se aqui lançar mão do *teorema da divergência de Gauss* para que a integral de superfície seja convertida numa integral de volume, resultando na equação (3.7).

$$\int_V \rho c \frac{dT}{dt} dV = - \int_V \nabla \cdot \bar{\phi} dV + \int_V q dV \quad (3.7)$$

Agrupando os termos da equação (3.7), esta mesma pode ser reescrita na forma apresentada na equação (3.8).

$$\int_V \left[\rho c \frac{dT}{dt} + \nabla \cdot \bar{\phi} - q \right] dV = 0 \quad (3.8)$$

Atentando para o fato de que o volume V é arbitrário e, portanto, diferente de zero, para que a igualdade da equação (3.8) seja verificada para qualquer que seja o limite de integração escolhido, o integrando precisa ser obrigatoriamente igual à zero, já que o sistema é, por hipótese, conservativo. Diante desse fato, obtém-se a equação (3.9).

$$\rho c \frac{dT}{dt} + \nabla \cdot \bar{\phi} - q = 0 \quad (3.9)$$

Substituindo a equação C.2 (*Lei de Fourier, apresentada no anexo C*) na equação (3.9), resulta na clássica relação denominada *equação diferencial da difusão (ou condução) de calor em sólidos*, e representada pela equação (3.10).

$$\rho c \frac{dT}{dt} - \lambda \nabla^2 T - q = 0 \quad (3.10)$$

3.3 CONDIÇÕES INICIAIS E DE CONTORNO

Para obtenção da solução da equação de condução de calor (3.10), se faz necessário especificar condições iniciais no domínio Ω , representado na figura 3.2, bem como condições de contorno associadas à superfície S dessa mesma figura, para um dado problema particular e de interesse.

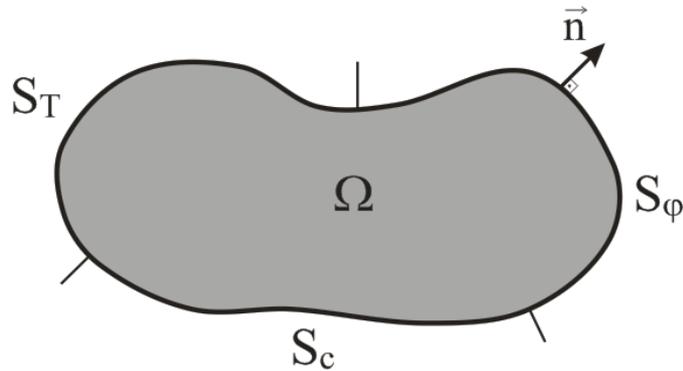


Figura 3.2 – Condições de contorno associadas à superfície.

Inicialmente, com relação às condições iniciais a serem consideradas, essas consistem de um campo de temperaturas no início da análise, especificadas em concordância com a equação (3.11), partindo de um instante de tempo t_0 .

$$T = T_0(x,y,z,0) \dots\dots\dots \text{em } \Omega, \text{ para } t = t_0. \tag{3.11}$$

Adicionalmente, com relação às condições de contorno a serem estabelecidas, essas podem ser consideradas como:

a-) *Condições de contorno essenciais ou de Dirichlet: temperaturas prescritas no contorno, de acordo com a equação (3.12).*

$$T = T_0(x,y,z,t) \dots\dots\dots \text{em } S_T \tag{3.12}$$

b-) *Condições de contorno naturais ou de Neumann: fluxo de calor prescrito no contorno (ou por condução), de acordo com a equação (3.13).*

$$\varphi = \bar{\varphi} \dots\dots\dots \text{em } S_\varphi \tag{3.13}$$

A condição de contorno correspondente à *transferência de calor por convecção* também faz parte das condições de *Neumann*, e pode ser expressa conforme descreve a equação (3.14), em que T_a é a temperatura ao redor do volume de controle, T é a temperatura da superfície considerada e α é o coeficiente de transferência de calor devido à convecção. No caso de uma superfície perfeitamente isolada (ou adiabática), as condições de Neumann podem ser obtidas tomando-se $\varphi = 0$.

$$\varphi = \alpha(T - T_a) \dots\dots\dots \text{em } S_c \tag{3.14}$$

Com o emprego das condições de contorno apresentadas, a solução da equação (3.10) pode ser obtida de forma aproximada, para um dado problema térmico, por meio do emprego de métodos numéricos como o *método dos elementos finitos*, por exemplo, a ser discutido no próximo item.

3.4 O MEF APLICADO À SOLUÇÃO DA EQUAÇÃO DIFERENCIAL DE CONDUÇÃO DE CALOR

Nos itens que se seguem serão apresentados procedimentos para aplicação do *Método dos Elementos Finitos (MEF)* em problemas de condução de calor associados aos sólidos. A solução aproximada representada pela equação (3.10) será obtida com base no Método dos Resíduos Ponderados, apresentado a seguir.

3.4.1 Método dos Resíduos Ponderados – Breve abordagem

O *Método dos Resíduos Ponderados* é uma ferramenta bastante útil para obtenção de soluções aproximadas de equações diferenciais. Tal procedimento é aplicável a uma grande variedade de problemas e, por isso, se faz desnecessário buscar uma formulação variacional para aplicação do método dos elementos finitos nesses problemas.

Uma solução aproximada da equação (3.10), com condições de contorno apropriadas, pode ser encontrada com o emprego de um somatório, conforme descrito na equação (3.15), na qual $\omega_1, \omega_2, \dots, \omega_n$ são parâmetros ainda desconhecidos, e as funções $N_i(x)$ são denominadas *funções de interpolação (ou de forma ou de base)*, e devem, necessariamente, satisfazer as condições de contorno do problema.

$$T \approx \bar{T}(x, \omega_1, \omega_2, \dots, \omega_n) = \sum_{i=1}^n N_i(x) \omega_i \quad (3.15)$$

Inicialmente, supõe-se que a equação (3.10) seja representada por uma função do tipo proposto pela equação (3.16), num dado domínio Ω .

$$L(T) = 0 \text{ em } \Omega \quad (3.16)$$

Substituindo a equação (3.15) na equação (3.16), resulta a função representada pela equação (3.17), em que R é o resíduo da aplicação de \bar{T} na função L .

$$L(\bar{T}) \neq 0 \quad \rightarrow \quad L(\bar{T}) = R \quad (3.17)$$

O Método dos Resíduos Ponderados requer que os parâmetros $\omega_1, \omega_2, \dots, \omega_n$ sejam determinados satisfazendo a relação de igualdade apresentada na equação (3.18), em que as funções $\omega_i(x)$ são denominadas *funções ponderadoras*.

$$\int_{\Omega} \omega_i R \, d\Omega = 0 \quad \text{com} \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (3.18)$$

Deve-se aqui ressaltar que existe uma grande variedade para a escolha de funções ponderadoras aplicáveis a esse problema. Porém, se destacam quatro funções que são, em geral, as mais utilizadas. Dependendo da escolha da função ponderadora, diferentes nomes são dados ao método. São os seguintes:

- *Método da Colocação*: $\omega_i = \delta(x-x_i)$
- *Método do Subdomínio*: $\omega_i = 1$
- *Método de Galerkin*: $\omega_i = N_i(x)$
- *Método dos Mínimos Quadrados*: $\omega_i = \partial R / \partial \omega_i$

No presente trabalho será empregado o *Método de Galerkin* para a obtenção da formulação do *Método dos Elementos Finitos*, uma vez que esse método é o mais utilizado para tal fim e de comprovada eficácia.

3.4.2 Equação de Condução de Calor via MEF

Como afirmado no item anterior, no *Método de Galerkin* a função ponderadora ω_i na equação (3.18) é assumida igual à função interpoladora $N_i(x)$. Partindo-se da equação (3.9), apresentada ao final do item 3.1, escreve-se a equação (3.19) com base na equação (3.18).

$$\int_{\Omega} N_i \left(\rho c \frac{dT}{dt} + \nabla \cdot \bar{\phi} - q \right) d\Omega = 0 \quad (3.19)$$

Por razões de conveniência algébrica, são realizadas algumas manipulações matemáticas com a integral $\int_{\Omega} N_i \nabla \cdot \bar{\varphi} \, d\Omega$, para a qual é aplicada a regra da cadeia, resultando na equação (3.20).

$$\int_{\Omega} N_i \nabla \cdot \bar{\varphi} \, d\Omega = \int_{\Omega} \nabla \cdot (N_i \bar{\varphi}) \, d\Omega - \int_{\Omega} \nabla N_i \varphi \, d\Omega \quad (3.20)$$

Em seguida, é aplicado o teorema da divergência na primeira integral da parte direita da igualdade da equação (3.20), resultado na forma da equação (3.21).

$$\int_{\Omega} N_i \nabla \cdot \bar{\varphi} \, d\Omega = \int_S N_i \varphi \cdot \bar{n} \, dS - \int_{\Omega} \nabla N_i \varphi \, d\Omega \quad (3.21)$$

O termo $\varphi \cdot \bar{n}$ é conhecido no contorno, e está em concordância com as equações (3.13) e (3.14). Portanto, se pode expandir a integral de superfície em três integrais, uma para cada região do contorno, conforme figura 3.2, resultando na equação (3.22).

$$\int_{\Omega} N_i \nabla \cdot \bar{\varphi} \, d\Omega = \int_{S_T} N_i \varphi \cdot \bar{n} \, dS + \int_{S_{\varphi}} N_i \bar{\varphi} \, dS + \int_{S_c} N_i \alpha (T - T_a) \, dS - \int_{\Omega} \nabla N_i \varphi \, d\Omega \quad (3.22)$$

A integral sobre a parte do contorno S_T é problemática, uma vez que nesta região $\varphi \cdot \bar{n}$ ainda é desconhecido. Entretanto, se tem a opção de impor a nulidade de N_i ao longo de S_T , permitindo escrever a equação (3.23).

$$\int_{\Omega} N_i \nabla \cdot \bar{\varphi} \, d\Omega = \int_{S_{\varphi}} N_i \bar{\varphi} \, dS + \int_{S_c} N_i \alpha (T - T_a) \, dS - \int_{\Omega} \nabla N_i \varphi \, d\Omega \quad (3.23)$$

Vale destacar que para a equação (3.23) vale $N_i(x) = 0$ para $x \in S_T$. Expandindo a equação de resíduos ponderados (3.19), bem como considerando a equação 3.23, resulta a equação (3.24).

$$\int_{\Omega} N_i \rho c \frac{dT}{dt} \, d\Omega + \int_{\Omega} \nabla N_i \lambda \nabla^T T \, d\Omega - \int_{\Omega} N_i q \, d\Omega + \int_{S_{\varphi}} N_i \bar{\varphi} \, dS + \int_{S_c} N_i \alpha (T - T_a) \, dS = 0 \quad (3.24)$$

Vale novamente destacar que, para a equação (3.24), $N_i(x) = 0$ para $x \in S_T$. Por meio de discretização em elementos finitos, as temperaturas podem se interpoladas no interior de cada elemento por meio da equação (3.25).

$$T = \sum_{i=1}^n N_i T_i = [N]\{T\}^e \quad (3.25)$$

Na equação 3.25, o termo $[N]$ representa a matriz das funções interpoladoras, definida para cada elemento, enquanto $\{T\}^e$ é o vetor que contém o valor das temperaturas nodais no elemento. Definindo-se as relações (3.26) e (3.27), e substituindo-as na equação (3.24), juntamente com a equação (3.25), pode-se escrever a equação (3.24) em forma mais compacta, resultando na equação (3.28).

$$\nabla[N] = [B] \quad (3.26)$$

$$[D] = \begin{bmatrix} \lambda_{xx} & 0 & 0 \\ 0 & \lambda_{yy} & 0 \\ 0 & 0 & \lambda_{zz} \end{bmatrix} \quad (3.27)$$

$$\sum_{i=1}^{ne} \left[\sum_{j=1}^{nn} \left([C_{ij}]^e \left\{ \frac{\partial T}{\partial t} \right\}_i^e + [K_{ij}]^e \{T\}_i^e \right) \right] = \{F_i\}^e \quad (3.28)$$

Na equação (3.28), vale destacar que ne é o número de elementos e nn é o número de nós no elemento e . Em caráter complementar, se têm as denominações dadas a seguir:

- *Matriz de capacidade calorífica:* $[C_{ij}]^e = \int_{\Omega^e} \rho c N_i^T N_j d\Omega^e$
- *Matriz de rigidez térmica:* $[K_{ij}]^e = \int_{\Omega^e} B_i^T D B_j d\Omega^e + \alpha \int_{S^e} N_i^T N_j dS^e$
- *Vetor de fluxos de calor nodais:* $\{F_i\}^e = \int_{\Omega^e} q N_i^T d\Omega^e + \alpha T_a \int_{S^e} N_i^T dS^e - \int_{S^e} N_i^T \bar{\varphi} dS^e$

Por fim, pode-se reescrever a equação (3.28) em forma matricial, resultando no sistema da equação descrito por meio da equação (3.29). Na equação (3.29), $[C]$, $[K]$ e $[F]$ são matrizes conhecidas, enquanto $\{T\}$ é o vetor dos parâmetros desconhecidos (no caso, as temperaturas que se deseja determinar).

$$[C] \left\{ \frac{\partial T}{\partial t} \right\} + [K] \{T\} = \{F\} \quad (3.29)$$

3.5 PROBLEMAS EM REGIME ESTACIONÁRIO - Considerações

Uma das formas de se analisar os efeitos de ações térmicas, consiste em considerar os problemas térmicos em *regime estacionários*, em que as ações térmicas no contorno não variam com o tempo e, portanto, o campo de temperaturas resultante é constante. Por isso, o termo $\partial T/\partial t$, presente na equação (3.29), resulta igual a zero, de modo que o sistema de equações destes problemas é representado em (3.30).

$$[K] \{T\} = \{F\} \quad (3.30)$$

Porém, no caso das estruturas em situação de incêndio, a temperatura do ambiente em chamas não é constante, sugerindo que a análise do campo de temperaturas em elementos estruturais seja adequadamente considerada por meio do emprego de uma análise térmica em *regime transiente*, como apresentado no item que segue.

3.6 PROBLEMAS EM REGIME TRANSIENTE – Solução considerada

Para solução da equação (3.29) se faz necessário discretizar o operador diferencial envolvendo o *termo dependente do tempo* (ou transiente). Para tanto, se emprega aqui uma aproximação numérica dos termos transientes utilizando o *Método das Diferenças Finitas*, com base nas estratégias apresentadas em HUANG e USMANI (1994) e em LEWIS et al. (2004).

Assim, seja a figura 3.3 a qual ilustra a variação de temperatura típica no domínio do tempo no intervalo correspondente t_n e t_{n+1} . Por meio da clássica *Série de Taylor*, é possível descrever a variação da temperatura no tempo $n+\phi$ por meio da equação (3.31).

$$T_{n+\phi} = T_n + \phi \Delta t \frac{\partial T_{n+\phi}}{\partial t} + \phi \frac{\Delta t^2}{2} \frac{\partial^2 T_{n+\phi}}{\partial t^2} + \dots \quad (3.31)$$

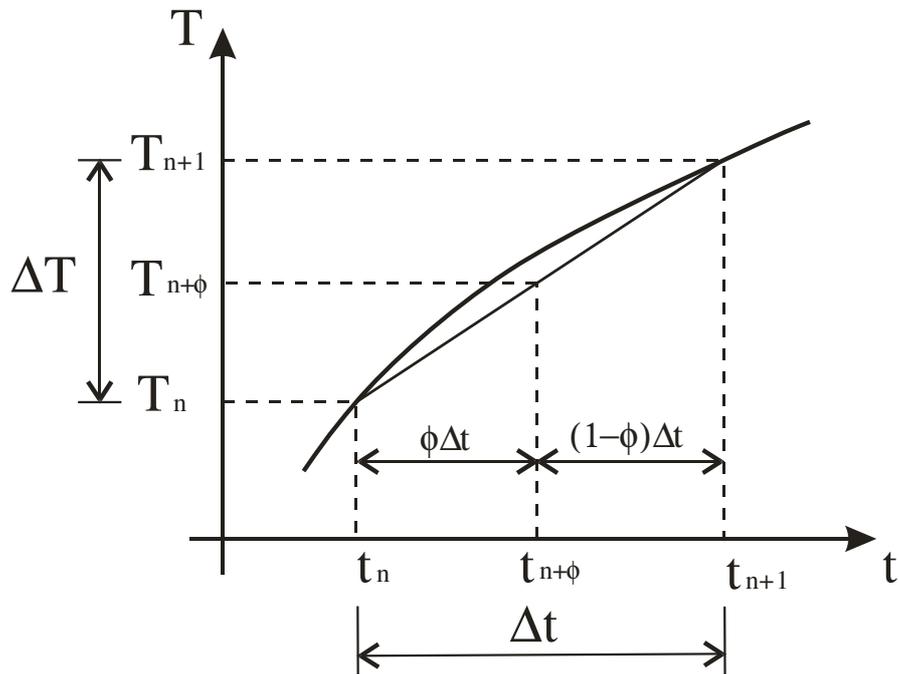


Figura 3.3 – Variação de temperatura em um passo de tempo.

Para um dado intervalo de tempo Δt , se escreve a aproximação de interesse representada pela equação (3.32).

$$\frac{\partial T_{n+\phi}}{\partial t} \approx \frac{T_{n+1} - T_n}{\Delta t} \quad (3.32)$$

Introduzindo-se a equação (3.32) na equação (3.31), a temperatura num instante de tempo $n+\phi$ se relaciona com as correspondentes temperaturas em instantes de tempo $n+1$ e n , como descrito na equação (3.33), em que $\phi \in (0,1)$ e $n \in (0,1 \dots, N)$. Considerando-se o instante $n+\phi$, a equação diferencial apresentada em (3.29) pode ser reescrita na forma dada pela equação (3.34).

$$T_{n+\phi} = \phi T_{n+1} + (1 - \phi) T_n \quad (3.33)$$

$$[C]_{n+\phi} \left\{ \frac{\partial T}{\partial t} \right\}_{n+\phi} + [K]_{n+\phi} \{T\}_{n+\phi} = \{F\}_{n+\phi} \quad (3.34)$$

Na equação (3.34), n é o número total de intervalos de tempo, enquanto ϕ é um parâmetro que define, dentro de cada intervalo de tempo, o instante em que a equação

(3.29) será satisfeita. Rearranjando algebricamente a equação (3.34) e considerando as equações (3.32) e (3.33), obtém-se a equação (3.35).

$$\left(\frac{[C]_{n+\phi}}{\Delta t} + \phi [K]_{n+\phi} \right) \{T\}_{n+1} = \left(\frac{[C]_{n+\phi}}{\Delta t} + (\phi - 1)[K]_{n+\phi} \right) \{T\}_n + \{F\}_{n+\phi} \quad (3.35)$$

Pode-se reescrever o sistema de equações (3.35) numa forma mais compacta, conforme apresentado por meio da equação (3.36), sendo que para essa última equação valem as relações apresentadas pelas equações (3.37) e (3.38).

$$[\tilde{K}]_{n+\phi} \{T\}_{n+1} = \{\tilde{F}\}_{n+\phi} \quad (3.36)$$

$$[\tilde{K}]_{n+\phi} = \frac{[C]_{n+\phi}}{\Delta t} + \phi [K]_{n+\phi} \quad (3.37)$$

$$\{\tilde{F}\}_{n+\phi} = \left(\frac{[C]_{n+\phi}}{\Delta t} + (\phi - 1)[K]_{n+\phi} \right) \{T\}_n + \{F\}_{n+\phi} \quad (3.38)$$

Para as equações (3.37) e (3.38), dependendo do valor assumido para o parâmetro ϕ , diferentes esquemas de integração no tempo podem ser obtidos. Se $\phi = 0$, o esquema é denominado “*Explícito*”. Se $\phi = 1$, o esquema é denominado “*Implícito*”. Para valores intermediários de ϕ o esquema é denominado “*Semi-Implícito*”. Os nomes associados aos esquemas de integração usuais são:

<i>Esquema de Integração</i>	<i>Valor de ϕ</i>
<i>Euler forward</i>	0
<i>Cranck-Nicholson</i>	0,5
<i>Galerkin</i>	2/3
<i>Euler backward</i>	1

De acordo com COOK et al. (1989), com relação à estabilidade numérica dos esquemas citados, para valores de $\phi \geq 0,5$ a solução de problemas lineares ou não lineares são *incondicionalmente estáveis*. Dentre os métodos implícitos, a escolha de $\phi = 0,5$ é usualmente empregada, porém, na resolução dos sistemas podem ocorrer

oscilações indesejáveis na solução. Tais oscilações podem ser reduzidas utilizando-se um passo de tempo reduzido suficientemente ou utilizando um amortecimento numérico empregando-se $\phi > 0,5$. No caso de problemas não lineares, o único esquema incondicionalmente estável é de Euler backward ($\phi = 1$), entretanto, este não é, particularmente, o mais preciso.

A solução de Galerkin, isto é, a adoção do valor de ϕ igual a $2/3$, é adotado pelo programa TCD v5.0 (ANDERBERG, 1997), reconhecido mundialmente na análise térmica e termoestrutural de estruturas em situação de incêndio. Neste trabalho, no entanto, é proporcionada ao usuário a opção de escolher qual será o esquema de integração desejado quando da utilização do código de cálculo elaborado.

3.7 RESOLUÇÃO DO PROBLEMA TÉRMICO NÃO LINEAR: APLICAÇÃO DO MÉTODO DE NEWTON-RAPHSON

Em análises térmicas considerando, por exemplo, uma dada situação de incêndio (objeto de interesse do presente trabalho), se deve considerar a variação das propriedades térmicas dos materiais em função da temperatura, tais como: *calor específico, massa específica e condutividade térmica*. Além disso, os fluxos térmicos no contorno dos elementos, provenientes de ações típicas de um incêndio, são significativamente dependentes das temperaturas do ambiente em chamas e da superfície do próprio elemento.

Os aspectos anteriormente citados condicionam o problema da análise térmica em situação de incêndio a um caráter essencialmente não linear. Por esse motivo, é conveniente reescrever o sistema de equações (3.29) na forma apresentada na equação (3.39). Vale destacar que não há um método geral para resolver este sistema não linear de equações diferenciais. No entanto, existem várias técnicas numéricas essencialmente baseadas numa integração linear no tempo e utilizando processos iterativos.

$$[C(T, t)] \left\{ \frac{\partial T}{\partial t} \right\} + [K(T, t)] \{T\} = \{F(T, t)\} \quad (3.39)$$

Em um problema não linear, as matrizes $[C]$ e $[K]$, e o vetor $\{F\}$, necessários a construção de $[\tilde{K}]_{n+\phi}$ e $\{\tilde{F}\}_{n+\phi}$, dados pelas equações (3.37) e (3.38), respectivamente, podem variar ao longo do intervalo de tempo Δt em função da temperatura, e esta última, por sua vez, em função do tempo. Assim, devido ao comportamento fortemente não linear aqui estabelecido, a equação (3.39), em geral, não é satisfeita de imediato e, portanto, se faz necessário lançar mão de um processo iterativo na busca de convergência para o sistema de equações.

Para tal fim emprega-se, por exemplo, o método de *Newton-Raphson* descrito a seguir. O sistema de forças residuais para a equação (3.39), no passo i do processo iterativo, pode ser escrito conforme equação (3.40). Para que a equação (3.40) seja satisfeita na iteração $i+1$, se deve considerar a nulidade imposta pela igualdade da equação (3.41).

$$\{\psi\}_{n+1}^i = \{\tilde{F}\}_{n+\phi}^i - [\tilde{K}]_{n+\phi}^i \{T\}_{n+1}^i \neq 0 \quad (3.40)$$

$$\{\psi\}_{n+1}^{i+1} = 0 \quad (3.41)$$

Com o emprego da fórmula de Taylor e desprezando-se termos de ordem superior, reescreve-se a equação (3.41) na forma apresentada na equação (3.42), em que o parâmetro ∇ é denominado “operador gradiente”. A partir da equação (3.42) resulta a aproximação para $\Delta T_{n+\phi}^i$, dada pela equação (3.43).

$$\{\psi\}_{n+1}^{i+1} = \{\psi\}_{n+1}^i + \nabla \{\psi\}_{n+1}^i \{\Delta T\}_{n+1}^i \cong 0 \quad (3.42)$$

$$\{\Delta T\}_{n+1}^i = -(\nabla \{\psi\}_{n+1}^i)^{-1} \{\psi\}_{n+1}^i \quad (3.43)$$

Da equação (3.40), resulta que o termo $\nabla \{\psi\}_{n+1}^i$ (na equação 3.43) representa a soma da matriz $-\left[\tilde{K}\right]_{n+\phi}^i$ com uma matriz não simétrica. Como aproximação, segundo VILA REAL (2004) e FRANSSEN (2003) pode-se desprezar a parte não simétrica com o objetivo de se manter a simetria. De acordo com FRANSSEN (2003), com esse artifício a convergência na busca da solução pode necessitar de algumas iterações a mais do que seria necessário se a matriz de iteração exata (assimétrica) fosse utilizada,

mas as vantagens de se utilizar uma matriz simétrica, em termos de capacidade de armazenamento e tempo de processamento, compensam em muito o tempo despendido com iterações adicionais.

Mas o mais importante é que a convergência se dê na direção da solução verdadeira porque esta é obtida via resíduos e essa aproximação não influencia os resíduos como pode ser constatado por meio da análise da equação (3.40). Assim utilizando-se o artifício discutido e, portanto, usando o método de *Newton-Raphson modificado*, resulta a equação (3.44).

$$\{\Delta T\}_{n+1}^i = \left([\tilde{K}]_{n+\phi} \right)^{-1} \{\psi\}_{n+1}^i \quad (3.44)$$

Desse modo a solução para o problema de análise transiente, corrigida em cada iteração, é obtida por meio da equação (3.45).

$$\{T\}_{n+1}^{i+1} = \{T\}_{n+1}^i + \{\Delta T\}_{n+1}^i \quad (3.45)$$

O processo iterativo consiste basicamente em resolver o sistema representado por meio da equação (3.44), em cada iteração, até que a solução resulte convergente. É importante ressaltar que nesse processo a matriz $[\tilde{K}]_{n+\phi}$ é atualizada dentro de cada iteração considerada.

3.8 RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS DE ANÁLISE TÉRMICA TRANSIENTE – PROCEDIMENTO DE CÁLCULO

A resolução dos problemas de análise térmica transiente com base no *Método dos Elementos Finitos (MEF)* pode ser realizada de acordo com o esquema apresentado no que segue, adaptado de SILVA (2003) e VILA REAL (2004), em que são descritas as seguintes etapas de cálculo:

Etapa I - CÁLCULOS INICIAIS

I.1 - Definição dos dados de entrada (incluindo as temperaturas iniciais $\{T\}_0$).

I.2 - Fazer $n = 0$, $t_n = t_0 = 0$ e $\{T\}_n = \{T\}_0$

I.3 - Calcular as matrizes iniciais $[C]_{n+\phi} = [C]_n$ e $[K]_{n+\phi} = [K]_n$

Etapa II - PARA CADA INSTANTE DE TEMPO

II.1 - Montar a matriz $[\tilde{\mathbf{K}}]_{n+\phi} = \frac{[\mathbf{C}]_{n+\phi}}{\Delta t} + \phi [\mathbf{K}]_{n+\phi}$, observando as condições:

i) Em problemas lineares, para $n > 0$, ir para o passo **II.2**;

ii) Em problemas não lineares, para $n > 0$, se a matriz $[\tilde{\mathbf{K}}]_{n+\phi}$ tiver de ser recalculada (em virtude de não linearidade de material, não linearidade do coeficiente de transferência de calor por convecção), atualizar as matrizes $[\mathbf{C}]_{n+\phi}$ e $[\mathbf{K}]_{n+\phi}$ com base em $\{\mathbf{T}\}_{n+1} = \{\mathbf{T}\}_n$. Se não ir para o passo **II.2**;

iii) Caso Δt (intervalo de tempo) mude, recalcular a matriz $[\tilde{\mathbf{K}}]_{n+\phi}$.

II.2 - Calcular o vetor fluxo de calor $\{\mathbf{F}\}_{n+\phi}$ caso as condições de contorno sejam dependentes do tempo ou da temperatura (caráter não linear). Caso contrário, adotar a condição $\{\mathbf{F}\}_{n+\phi} = \{\mathbf{F}\}_n = \{\mathbf{F}\}_0$.

II.3 - Montar o vetor: $\{\tilde{\mathbf{F}}\}_{n+\phi} = \left(\frac{[\mathbf{C}]_{n+\phi}}{\Delta t} + (\phi - 1)[\mathbf{K}]_{n+\phi} \right) \{\mathbf{T}\}_n + \{\mathbf{F}\}_{n+\phi}$

II.4 - Resolver o sistema de equações: $\{\mathbf{T}\}_{n+1} = \left([\tilde{\mathbf{K}}]_{n+\phi} \right)^{-1} \cdot \{\tilde{\mathbf{F}}\}_{n+\phi}$

II.5 - Verificar se há necessidade do equilíbrio do fluxo de calor: Se NÃO \rightarrow vai para o passo II.12 (Problemas lineares) ou, Se SIM \rightarrow vai para o passo II.6.

II.6 - Inicializar esquema iterativo com $i = 1$.

II.7 - Atualizar $[\tilde{\mathbf{K}}]_{n+\phi}^i$ e $\{\tilde{\mathbf{F}}\}_{n+\phi}^i$ para $\{\mathbf{T}\}_{n+1}$ e resolver novamente o sistema referente ao passo II.4 para obtenção de $\{\mathbf{T}\}_{n+1}^i$.

II.8 - Calcular o vetor de forças residuais $\{\psi\}_{n+1}^i$

$$\{\psi\}_{n+1}^i = \{\tilde{\mathbf{F}}\}_{n+\phi}^i - [\tilde{\mathbf{K}}]_{n+\phi}^i \{\mathbf{T}\}_{n+1}^i \neq 0$$

II.9 - Calcular a variação de temperaturas $\{\Delta T\}_{n+1}^i$

$$\{\Delta T\}_{n+1}^i = \left([\tilde{\mathbf{K}}]_{n+\phi}^i \right)^{-1} \{\psi\}_{n+1}^i$$

II.10 - Atualizar as temperaturas

$$\{T\}_{n+1}^{i+1} = \{T\}_{n+1}^i + \{\Delta T\}_{n+1}^i$$

II.11 - Verificar a convergência de acordo com $\frac{\|\{T\}_{n+1}^{i+1} - \{T\}_{n+1}^i\|}{\|\{T\}_{n+1}^{i+1}\|} \leq \text{TOL}$, em que

TOL é a tolerância exigida e o símbolo $\|\cdot\|$ é a representação matemática da norma Euclidiana, de modo que:

- Se NÃO, a solução não convergiu, fazer $i = i + 1$ e retornar ao passo II.7.
- Se SIM, a solução convergiu, fazer $\{T\}_{n+1} = \{T\}_{n+1}^{i+1}$

II.12 - Fazer $t_{n+1} = t_n + \Delta t$

II.13 - Caso $t_{n+1} < t_{\text{análise}}$, fazer $n = n + 1$ e retornar ao passo II.1.

3.9 INCREMENTO DE TEMPO: PREVISÃO E BISSEÇÃO

Em análises transientes, uma das variáveis mais importantes e que mais interferem na estabilidade numérica do processo de solução pode ser a escolha do passo de tempo. Um passo de tempo adequado é aquele que conduz a uma resposta adequada do problema sem aumentar de maneira exagerada o número de iterações na obtenção da resposta.

Em FIGUEIREDO JÚNIOR (2002) recomenda-se que, em análises térmicas de elementos estruturais em situação de incêndio, sejam utilizados elementos finitos de aproximação linear com dimensões menores que 50 mm para concreto e 10 mm para o aço, para obtenção de bons resultados na solução do problema. Com base na última referência e na análise de convergência apresentada em HUANG e USMANI (1994), RIBEIRO (2004) é sugerido o uso do intervalo de tempo da ordem de 5 segundos para obtenção da resposta em problemas de análise de elementos estruturais em situação de incêndio.

Uma estratégia interessante para previsão do incremento de tempo em análise transiente de sistemas de equações diferenciais parciais de primeira ordem, como é o

caso dos problemas de transferência de calor, pode ser vista em ANSYS (2004) com base na teoria apresentada em HUGUES (1983) e utilizada no presente trabalho.

Em HUGUES (1983) denomina-se o produto $\Delta t_n \lambda$ como "limite de oscilação" no qual Δt_n é o incremento de tempo num passo n e λ é o *máximo autovalor de um sistema* implícito (ou explícito) de primeira ordem (como o resultante de problemas transientes de transferência de calor, por exemplo).

De acordo com o exposto em HUGUES (1983), para sistemas incondicionalmente estáveis (ver item 3.6), a primeira restrição no tamanho do passo de tempo é que $\Delta t_n \lambda \gg 1$ seja evitado. Portanto, é bastante conservador propor $\Delta t_n \lambda = 1$ como condição. Uma aproximação para um autovalor dominante λ_d pode ser obtida por meio do emprego do *quociente de Rayleigh*, dado conforme equação (3.46).

$$\lambda_d \approx \frac{\{\Delta T\}^T [K] \{\Delta T\}}{\{\Delta T\}^T [C] \{\Delta T\}} \quad (3.46)$$

Na equação (3.46) $\{\Delta T\}$ é a diferença entre os vetores de temperaturas obtidas nos instantes t_n e t_{n-1} , $[K]$ é a matriz de Dirichlet, denominada matriz de condutividade ou rigidez térmica em problemas de transferência de calor, e $[C]$ é a matriz de amortecimento, denominada matriz de capacidade calorífica em problemas de transferência de calor. Como a equação (3.46) fornece uma aproximação para o autovalor dominante e não para o máximo autovalor, a restrição para o incremento de tempo deve ser reescrita como $\Delta t_n \lambda_d < 1$. Assim a previsão para o incremento de tempo Δt_{n+1} pode ser obtida por meio da equação (3.47). Ressalta-se que no presente trabalho adota-se $f = 1$.

$$\Delta t_{n+1} < \frac{f}{\lambda_d} \quad \text{com } f \leq 1 \quad (3.47)$$

No procedimento descrito, após a previsão de Δt_{n+1} restringe-se o incremento de tempo às condições expressas nas equações (3.47).

$$\Delta t_{n+1} \leq \min(P \Delta t_n, \Delta t_{\max}) \quad (3.48a)$$

$$\Delta t_{n+1} \geq \max(\Delta t_n / P, \Delta t_{\max}) \quad (3.47b)$$

Nas equações (3.47) P é um fator multiplicador ou divisor do incremento de tempo; Neste trabalho se assume a igualdade $P = 2$ como padrão. As variáveis Δt_{\max} e Δt_{\min} são o máximo e o mínimo incremento de tempo, respectivamente, permitidos pelo usuário no cálculo do incremento de tempo. Portanto, o incremento de tempo é amplificado ou reduzido pelo fator P , e não pode ser menor que Δt_{\min} ou maior que Δt_{\max} .

No entanto, mesmo utilizando-se uma estratégia de previsão do passo de tempo, é comum ocorrerem problemas de convergência quando da obtenção da solução de problemas não lineares. Assim, uma estratégia comumente adotada é a redução do incremento de tempo nas análises.

Uma das estratégias empregadas para redução automática do passo de tempo em casos de problemas de convergência é o *método da bisseção*. O método da bisseção consiste em dividir o incremento de tempo (ou carregamento) em dois, após um número máximo de iterações (determinado pelo usuário analista) na resolução do sistema ser atingido. Assim, inicia-se novamente a resolução do problema a partir da última solução obtida com convergência, com o incremento de tempo dividido pela metade.

3.10 CONSIDERAÇÕES COMPLEMENTARES

Em caráter complementar, no ANEXO F encontram-se informações adicionais sobre o *Método dos Elementos Finitos*, as quais não serão contempladas no corpo principal do presente trabalho por estender os objetivos estabelecidos, conforme já comentado na seção 3.1.

No referido ANEXO F são encontrados tópicos referentes à obtenção das funções interpoladoras para os elementos bidimensionais comumente empregados em análises térmicas, bem como uma breve descrição sobre a formulação dos elementos finitos isoparamétricos e aspectos referentes à integração numérica utilizada.

No capítulo que segue será apresentada a descrição do código computacional para análises térmicas de sólidos, desenvolvido como parte dos requisitos e objetivos estabelecidos dentro do contexto deste trabalho.

CÓDIGO COMPUTACIONAL PARA ANÁLISES TÉRMICAS

4

Neste capítulo faz-se a apresentação de aspectos de interesse com referência à parte do código computacional SYSAF, desenvolvido no contexto do presente trabalho, o qual possibilita a realização de análises térmicas transiente de seções transversais de elementos estruturais e, por isso, é denominada simplificada mente CAT – código para análises térmicas. Tal código tem por objetivo fornecer o campo de temperaturas para as seções transversais de elementos estruturais para fins de análise acoplada termoestrutural.

No que segue, serão descritos aspectos referentes à implementação do código CAT, os tipos de elementos finitos disponíveis para análise, as condições de contorno aplicáveis, resultados gerados pelo código e, conseqüentemente, a validação dos resultados obtidos.

4.1 O MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS E A PROGRAMAÇÃO ORIENTADA A OBJETOS - Aspectos gerais

4.1.1 Introdução

Códigos elaborados com base no *Método dos Elementos Finitos* para realizar tarefas relativamente simples podem ser compostos de porções (subrotinas) consideravelmente complexas. A escrita de tais códigos deve ser feita da maneira mais adequada e inteligível possível, caso o código necessite ser entendido, reutilizado ou mesmo atualizado (complementado) futuramente por outro programador. Além disso, a necessidade da incorporação de algoritmos mais sofisticados e robustos ao código, com vistas à reutilização e manutenção, consiste de aspecto bastante importante a ser considerado pelos programadores.

A maioria dos códigos que utilizam o *Método dos Elementos Finitos* para sua composição está escrita utilizando programação “estruturada”, com linguagens tais como **FORTRAN** ou **C**, nas quais o algoritmo é dividido em procedimentos (funções, sub-rotinas e similares) que manipulam dados (números, caracteres, vetores, matrizes, etc.). A cada instante em que um procedimento é utilizado, o usuário (no caso, o código que chama o procedimento) precisa prover os dados de entrada corretamente, o que impõe ao usuário a necessidade de saber não somente o que o procedimento permite fazer, mas também como o mesmo é elaborado. Quanto mais complexo se torna o procedimento, tal conhecimento se torna ainda mais difícil de adquirir (CROSS et al., 1999).

Desta forma, a programação orientada a objetos vem ganhando cada vez mais espaço no desenvolvimento de códigos computacionais elaborados com base no *Método dos Elementos Finitos* na medida em que possibilita um desenvolvimento mais rápido dos códigos por meio do reuso e da modularização e disponibilização adequada de código para outros programadores. Em âmbito nacional, podem ser citados os códigos para análise térmica, denominados **PFEM_2D** (SILVA, 2003) e **THERSYS** (RIBEIRO, 2004; 2010), como exemplos do emprego do paradigma da orientação a objetos em códigos computacionais.

A seguir são apresentados os principais conceitos e características referentes à programação orientada a objetos.

4.1.2 Programação Orientada a Objetos (POO)

O paradigma de programação já é bastante antigo, mas só nas últimas duas décadas teve ampla aceitação e divulgação. O termo Programação Orientada a Objetos (POO), de acordo com DAVID (2007), foi criado por Alan Kay, autor da linguagem de programação *Smalltalk*. Mas mesmo antes da criação do *Smalltalk*, algumas das ideias da POO já eram aplicadas, sendo que a primeira linguagem a realmente utilizar estas ideias foi aquela denominada **Simula 67**.

Dentre alguns exemplos de linguagens modernas utilizadas por programadores em todo o mundo, os quais adotaram tais ideias, pode-se citar o *Java*, o *C#*, o *C++*, o *Object Pascal (Delphi)*, o *Ruby*, o *Python*, o *Lisp*, entre outras. A maioria destas linguagens é tida como híbridas por adotarem parcialmente o paradigma da orientação a

objetos às ideias, dando espaço para o antigo modelo estruturado de programação, como acontece no C++, por exemplo, o qual possibilita usar a POO, porém, sendo ainda possível programar da forma estruturada tradicional.

Outras linguagens são definidas como "puras", sendo construídas do zero focando-se sempre nos conceitos da orientação a objetos como é o caso, por exemplo, das linguagens *Smalltalk*, *Self* e *IO*, nas quais todo o procedimento é orientado a objetos.

4.1.3 Características da POO

De acordo com CROSS et al. (1999), um código orientado a objetos é uma coleção de objetos inteligentes e que interagem entre si. Um objeto pode estar ligado a uma estrutura de dados com seus próprios procedimentos, denominados métodos. Um objeto é uma instância de uma classe, e uma classe pode herdar aspectos de outra classe da qual foi derivada, de modo que uma vez que se tenha definido classes básicas, novas classes podem ser geradas rapidamente.

Objetos podem passar mensagens uns para outros, mas dados podem ser manipulados apenas pelo objeto que os possui, o que se denomina “*encapsulamento*”. O objeto que envia a mensagem é usualmente denominado cliente. Quase tudo pode ser encarado como objeto, e um projeto de classes/objetos flexível e bem elaborado é a chave para a produção de códigos reutilizáveis e de manutenção viável.

De maneira sucinta, com base em KEOGH e GIANNINI (2004) e em MEYER (1997), as principais características da programação orientada a objetos podem ser estabelecidas como:

- **Objeto ou instância** – É um elemento que representa alguma entidade (concreta ou abstrata) no domínio de um problema sob análise.
- **Abstração** – É considerada como a habilidade de modelar características do mundo real do problema que o programador esteja tentando resolver.
- **Classes** – É a descrição de um ou mais objetos por meio de um conjunto uniforme de *atributos* (dados da classe) e *métodos* (funções e procedimentos para manipulação dos dados da classe).
- **Herança** - É um mecanismo que permite que características comuns a diversas classes sejam definidas em uma *classe base*. A partir de uma classe base,

outras classes podem ser especificadas. Cada *classe derivada* ou subclasse apresenta as características (estrutura e métodos) da classe base e acrescenta a elas o que for definido de particularidade para ela.

- **Encapsulamento** – É a restrição do conhecimento, por um objeto, do modo como características e comportamento de outro objeto foram implementadas. O encapsulamento funciona como um tipo de proteção para as variáveis e métodos do objeto, além de tornar explícita a forma de comunicação com o objeto.

- **Polimorfismo** – É o princípio pelo qual duas ou mais classes derivadas de uma mesma classe base podem invocar métodos que têm a mesma identificação (assinatura), porém comportamentos distintos, especializados para cada classe derivada, usando para tanto uma referência a um objeto do tipo da classe base. A decisão sobre qual método que deve ser selecionado, de acordo com o tipo da classe derivada, é feita em tempo de execução.

Estes conceitos foram aplicados no desenvolvimento do CAT, código para Análise térmica de elementos estruturais em situação de incêndio, parte do SYSAF, cuja implementação computacional será descrita a seguir.

4.2 **IMPLEMENTAÇÃO COMPUTACIONAL**

O objetivo deste item é apresentar a estrutura da parte do SYSAF destinada a análises térmicas (CAT), a qual tem por finalidade obter os campos de temperaturas para elementos estruturais submetidos a ações térmicas, notadamente ações térmicas provenientes de situações de incêndio em edificações.

4.2.1 **Classes empregadas para método dos elementos finitos**

Os tipos de classe utilizados para modelos numéricos elaborados com base no método dos elementos finitos recaem basicamente em duas categorias: *as classes matemáticas e as classes geométricas*.

As *classes matemáticas* dos tipos vetores e matrizes proporcionam uma forma bastante adequada para se manipular as equações resultantes da aplicação do método dos elementos finitos para a simulação de um determinado problema. Operações como

adição, subtração, multiplicação e divisão podem ser executadas por meio da sobrecarga dos operadores aritméticos básicos. Outras operações básicas como inversão e transposição de matrizes, podem ser feitas por meio de métodos específicos para isso (funções pertencentes à classe).

As *classes geométricas* são usadas na descrição do domínio do problema e das condições de contorno. Fazem parte dela as classes dos tipos *node* (nó), *element* (elemento), *material*, *mesh* (malha), *boundary_conditions* (condições de contorno) e *mesh* (malha), cada uma delas com seus próprios métodos de manipulação de dados.

Tendo em vista o fato de as *classes matemáticas* serem bastante conhecidas em projetos com base em orientação a objetos, dado seus vastos campos de aplicação, serão descritas no que segue apenas as *classes geométricas*. A seguir apresenta-se uma breve descrição das *classes geométricas* utilizadas na construção do código de análises térmicas

- Classe **Node** (Nó) – É a classe geométrica básica do método dos elementos finitos. Os dados desta classe incluem o número do nó, as coordenadas do nó e a temperatura do nó. Os métodos dessa classe servem apenas para o acesso dos dados nodais.
- Classe **Element** (Elemento) – Os dados típicos desta classe incluem os nós constituintes do elemento, o tipo de material, as funções de interpolação e as matrizes de rigidez térmica e de capacidade calorífica, no caso do problema térmico. É usada por diversas partes do código que necessitam acessar ou manipular informações referentes a um determinado elemento, e reflete no grande número de métodos, os quais, a título de informação, incluem:
 - **Calc_Jacobian**: Calcula a matriz Jacobiana do elemento;
 - **Calc_Shape_Functions**: Utilizado para calcular e armazenar as funções de forma do elemento;
 - **Calc_Stiffnes_matrix**: calcula a matriz de rigidez térmica do elemento;
 - **Calc_Stiffnes_matrix_exposure**: calcula a contribuição da convecção e da radiação para a matriz de rigidez térmica do elemento;
 - **Calc_Heat_Cap_matrix**: calcula a matriz de capacidade calorífica do elemento;
 - **Calc_vector_IHG**: calcula o vetor fluxo do elemento devido a geração de calor interno;

- **Calc_vector_HF**: calcula o vetor fluxo de calor do elemento devido a fluxo de calor aplicado ao contorno do elemento;
- **Calc_vector_exposure**: calcula o vetor fluxo de calor do elemento devido à convecção e à radiação, aplicados ao contorno do elemento.
- Classe **Mesh** – A classe malha contém dados e métodos referentes à malha como sendo uma entidade global do programa. Assim, ela contém o número de elementos e nós, e mantém a lista de elementos e nós da malha de elementos finitos. É pelo método **Read** que é feita a leitura dos dados de entrada do programa.
- Classe **Material** – Uma instância ou objeto desta classe deve conter toda informação referente a um tipo de material e prover métodos para que outros objetos acessem tais informações.
- Classe **Materials** – Contém uma lista com os materiais (lista de objetos do tipo Material) disponíveis para análise bem como os métodos de leitura e acesso a cada um deles.
- Classe **Gauss_Points** – Contém dados e métodos referentes aos pontos de integração de gauss para um determinado elemento, de acordo com o tipo e o grau de interpolação do elemento.
- Classe **Boundary_Conditions** – Contém todos os dados referentes às condições de contorno do problema, bem como propicia acesso a estes por meio de seus métodos.
- Classe **Exposure** – Um objeto desta classe contém os dados referentes às condições de contorno do tipo exposure, que inclui efeitos de convecção e radiação, bem como leva em conta o efeito das *curvas de aquecimento tempo x temperatura* no cálculo dos fluxos de calor no contorno.
- Classe **Curves_Manager** – Classe para armazenamento e acesso de dados do tipo curvas como, por exemplo, as curvas *tempo x temperatura*, *temperatura x coeficiente de transferência de calor*, *temperatura x emissividade* utilizadas nos cálculos dos fluxos de calor devido a convecção e radiação;

- Classe *Thermal_Analysis* – Contém os dados referentes ao tipo de análise (estática ou transiente), os tempos de início e fim da análise, bem como todos os demais parâmetros de processamento do problema. É por meio de seu método **Set_Preprocessor_data** que são feitas todas as operações de pré-processamento do código computacional. O processamento dos dados é disparado com a chamada do método **Run** que realiza a tarefa de montagem do sistema global, bem como a solução deste, decidindo se o procedimento de solução é linear ou não linear, de acordo com o tipo de problema.

Após a descrição das classes, pode-se discutir uma vantagem típica do paradigma da orientação a objetos frente à programação estruturada, como a utilização de herança e métodos virtuais. A classe *Element* é uma boa maneira de se exemplificar tal vantagem.

Um código elaborado com base em elementos finitos pode comumente oferecer mais de um tipo de elemento finito, de modo que é interessante já prever isso desde o início do projeto. Uma forma de se levar tal fato em conta é projetar uma classe *Element* virtual, contendo a declaração dos métodos e atributos necessários a um elemento finito. A classe elemento, nesse caso, nunca é solicitada pelo código. No entanto, ela provê o tipo de dados e métodos que herdam as classes derivadas dela, tipo TT3 (elemento térmico triangular de três nós) e TQ4 (elemento térmico quadrilateral de 4 nós), a serem apresentados na próxima seção. Esta relação de herança é ilustrada na figura 4.1.

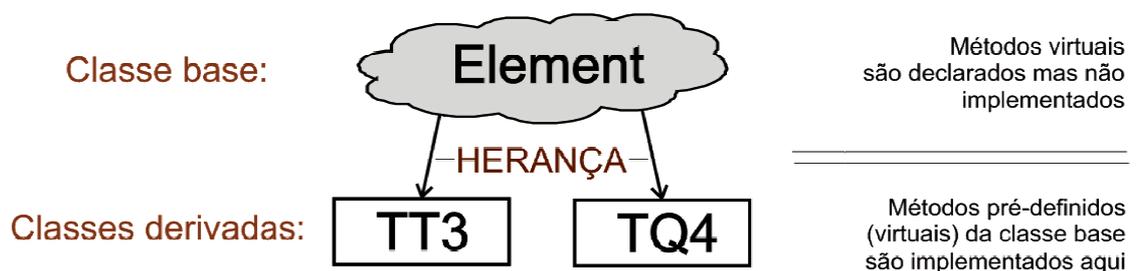


Figura 4.1 – Esquema de herança e utilização de métodos virtuais.

Um cliente (código que solicita o objeto de alguma forma) que deseje utilizar um objeto do tipo *Element* sabe que todos os métodos declarados na classe *Element* devem ser fornecidos por qualquer classe derivada dela. Por isso, um código cliente que utiliza aqueles serviços oferecidos pela classe *Element* deve ser *automaticamente* compatível

com qualquer tipo derivado da classe *Element*, como os elementos finitos TT3 e TQ4, e mesmo aqueles ainda não codificados, que possam vir a ser incluídos no código.

A padronização dos tipos de serviços oferecidos pela classe *Element* resulta num processo pré-definido para adição de um novo elemento ao código computacional. Tal processo envolve apenas a declaração da classe derivada de *Element* e a escrita do código que implementa as funções requeridas pelo novo elemento. O autor do novo código não necessita, portanto, saber nada do código cliente. Este aspecto é um contraste com o esforço de se adicionar um novo tipo de elemento a um código computacional de elementos finitos estruturado, em que se necessita conhecer muito bem o código cliente.

4.2.2 Elementos finitos disponíveis

Os elementos finitos disponibilizados para análises térmicas bidimensionais são os elementos isoparamétricos TT3 (elemento térmico triangular de 3 nós), o TQ4 (elemento térmico quadrilateral de 4 nós), o TT10 (elemento térmico triangular de 10 nós) e o elemento TS2 (elemento térmico de dois nós de efeitos de superfície, como convecção e radiação). A figura 4.2 ilustra os elementos finitos anteriormente mencionados.

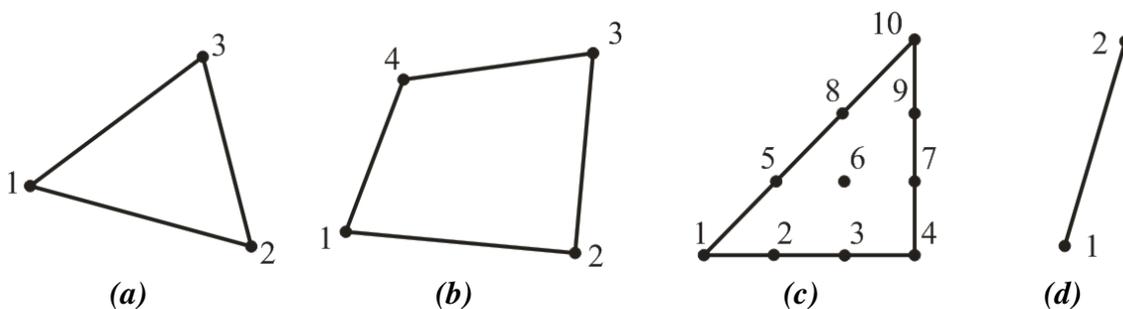


Figura 4.2 – Elementos finitos disponíveis para análises: (a) Elemento finito TT3, (b) Elemento finito TQ4 (c) Elemento finito TT10 e (d) Elemento finito TS2.

No entanto, para fins de *análise termoestrutural*, as análises térmicas devem ser realizadas utilizando-se apenas elementos finitos do tipo TT10, pois a seção transversal dos elementos estruturais na análise mecânica são necessariamente discretizadas com elementos triangulares cúbicos de 10 nós (ver capítulo 5). Vale mencionar ainda que o elemento finito TS2 é um elemento utilizado internamente pelo código para geração dos

efeitos de convecção e radiação nos nós de um segmento de contorno que possa vir a ser definido pelo usuário.

4.2.3 Tipos de materiais suportados na análise

O código admite a consideração de materiais com qualquer tipo de comportamento que possa ser descrito ou aproximado por meio de curvas multilíneas (curva constituídas por segmentos de reta), em que o usuário deve fornecer os pares de “*temperatura x propriedade do material*” no arquivo de entrada de dados. As propriedades citadas são a *condutividade*, *o calor específico e massa específica*. No caso de propriedades constantes com a temperatura, o usuário deve fornecer apenas um par de “*temperatura x propriedade*”.

4.2.4 Matrizes reduzidas e solver

Em PIEDADE NETO (2009), para o desenvolvimento do trabalho e otimização do tempo de resolução dos sistemas lineares de equações em problemas de contato, foi elaborado uma biblioteca computacional, em linguagem FORTRAN, que faz a preparação dos dados para utilização de um solver de matrizes esparsas empregado no código MA-27, desenvolvido pelo *Numerical Analysis Group*, do *Rutherford Appleton Laboratory*.

Devido à alta esparsidade dos sistemas obtidos nos problemas de contato, e de maneira semelhante nos problemas térmicos, a manipulação de matrizes considerando apenas os termos não-nulos, denominadas "matrizes reduzidas", apresenta importância fundamental no desempenho do programa. Para ilustrar esse ganho, a figura 4.3, extraída de PIEDADE NETO (2009), apresenta um comparativo entre os recursos computacionais disponibilizados para o armazenamento e resolução para sistemas esparsos gerados aleatoriamente.

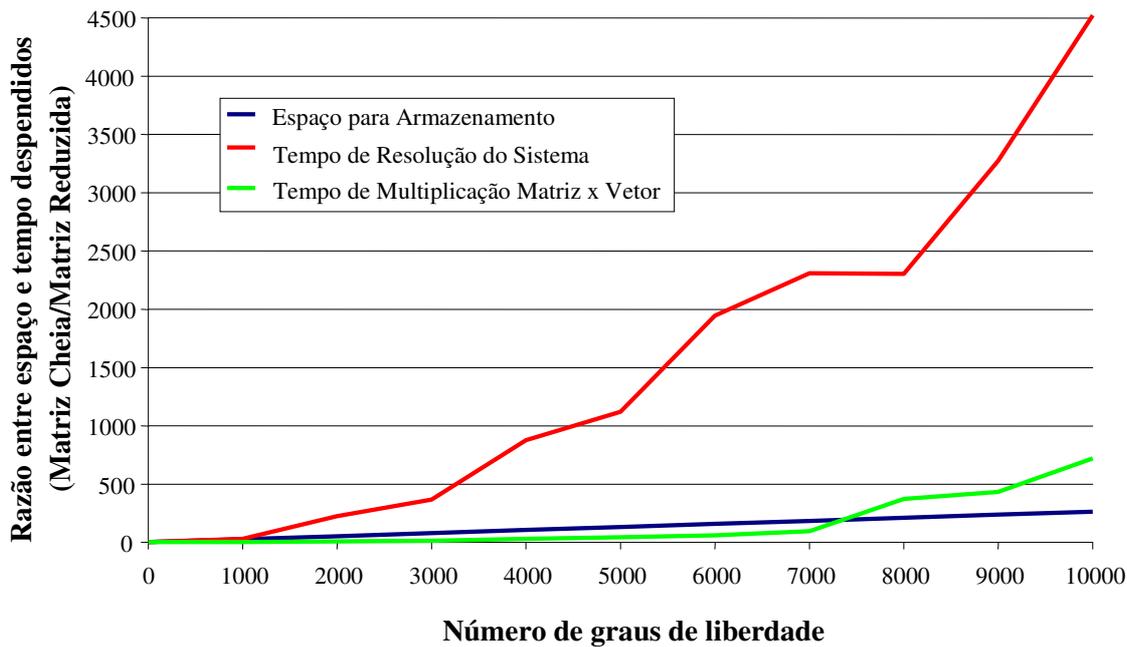


Figura 4.3 - Comparação entre recursos computacionais despendidos com a utilização de matrizes cheias (com todos os termos) e reduzidas (apenas termos não-nulos).

Diante dos aspectos mencionados, adaptou-se o código em FORTRAN da biblioteca "álgebra", desenvolvido em PIEDADE NETO (2009), para a linguagem DELPHI, com vistas à utilização no CAT, pertencente ao SYSAF.

Além disso, foi aprimorado o código da referida biblioteca introduzindo-se nas estruturas de dados dessa a capacidade de armazenar a incidência dos nós das matrizes de rigidez dos elementos na matriz reduzida global. Tal aspecto, em análises transientes não lineares, facilita a montagem da matriz reduzida a partir do segundo passo de tempo, ou a partir da segunda iteração, cuja incidência foi mapeada no instante inicial da resolução do problema, resultando em ganho de tempo considerável na montagem do sistema.

Para resolução dos sistemas esparsos empregou-se o solver MA-27 do Laboratório de Análise Numérica do Rutherford Appleton Laboratory, integrante da HSL (A Collection of Fortran codes for large-scale scientific computation), o qual permite para fins acadêmicos a utilização livre de suas rotinas para resolução de sistemas esparsos.

4.2.5 Condições iniciais e de contorno aplicáveis ao código

O código necessita que seja fornecida, em análises transientes, uma temperatura a ser considerada em todo o domínio para $t = 0$ (tempo de início da análise), como condição inicial. Com relação às condições de contorno o código admite:

- *Temperatura prescrita nos nós;*
- *Geração de calor interno;*
- *Fluxo de calor prescrito em faces de elementos;*
- *Convecção e radiação em faces de elementos;*
- *Fluxo de calor prescrito em segmentos do contorno;*
- *Convecção e radiação em segmentos do contorno;*

Os fluxos de calor gerados por meio dos mecanismos de *convecção e radiação* são considerados por meio da aplicação de uma “exposure” (exposição) em faces de elementos ou segmentos do contorno.

Uma *exposure* pode ser definida como um conjunto de informações sobre a exposição da faces de um elemento ou de segmentos do contorno do modelo a efeitos de convecção e/ou radiação, e define: *número da curva de aquecimento, o número da curva do coeficiente de transferência de calor por convecção e número da curva da emissividade resultante na superfície*. As curvas citadas são fornecidas pelo usuário também como parte dos dados entrada, assim como é feito para o caso das propriedades dos materiais.

4.2.6 Interface do código

A figura 4.4 ilustra a tela inicial do código para fins de análises térmicas, a qual tem por objetivo apenas selecionar os arquivos para serem processados e disparar a execução do processamento da análise via ambiente Windows. A entrada e saída de dados são feitas por meio de arquivo do tipo texto. As ações ativadas pelos botões ilustrados da figura 4.4 estão descritas na tabela 4.1.

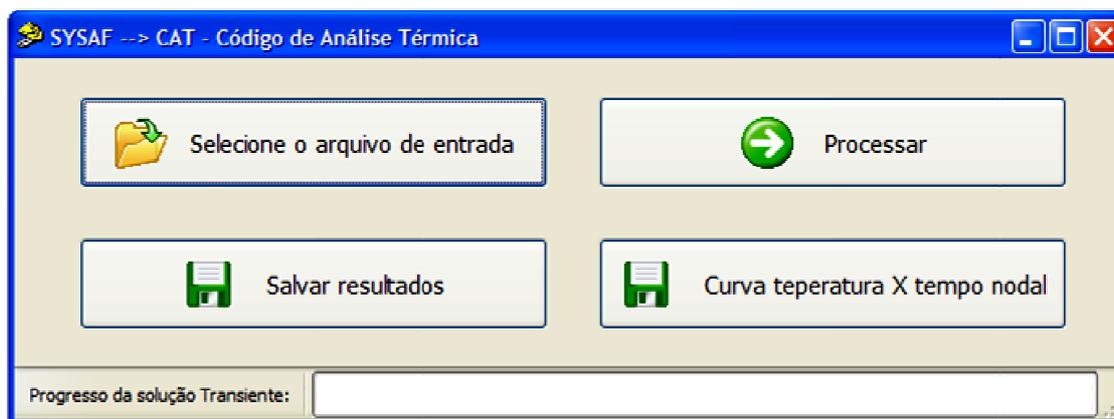


Figura 4.4 – Interface do SYSAF - CAT.

Tabela 4.1 – Ações disparadas pelos botões da interface.

 Seleccione o arquivo de entrada	Seleciona o arquivo de entrada de dados para processamento.
 Processar	Processa os dados de entradas.
 Salvar resultados	Salva os resultados em arquivo texto em formato específico para o visualizador ACADVIEW (disponível em: http://www.set.eesc.usp.br/public/repositorio/acadview.php)
 Curva temperatura X tempo nodal	Salva os resultados da evolução <i>temperatura x tempo</i> de um nó desejado em arquivo texto.

4.3 VALIDAÇÃO DO CÓDIGO COMPUTACIONAL PARA ANÁLISES TÉRMICAS

Neste item, o código computacional para análises térmicas denominado por CAT, pertencente ao SYSAF, é avaliado em relação a resultados obtidos em outros trabalhos disponíveis na literatura técnica. Para uma maior abrangência da validação da eficiência do código proposto, serão avaliados modelos de diferentes características geométricas e condições de contorno distintas.

4.3.1 Análise térmica estacionária de uma chaminé industrial

O problema que se segue foi extraído de MOAVENI (1999) e consiste de análise estacionária de uma chaminé industrial, feita de concreto, cujo esquema pode visto na figura 4.5a. Neste exemplo, dada as simetrias inerentes ao problema, faz-se uso da modelagem de apenas 1/8 da área da chaminé, conforme esquematizado na figura 4.5b, em que se utilizam os elementos finitos dos tipos TT3 e TQ4.

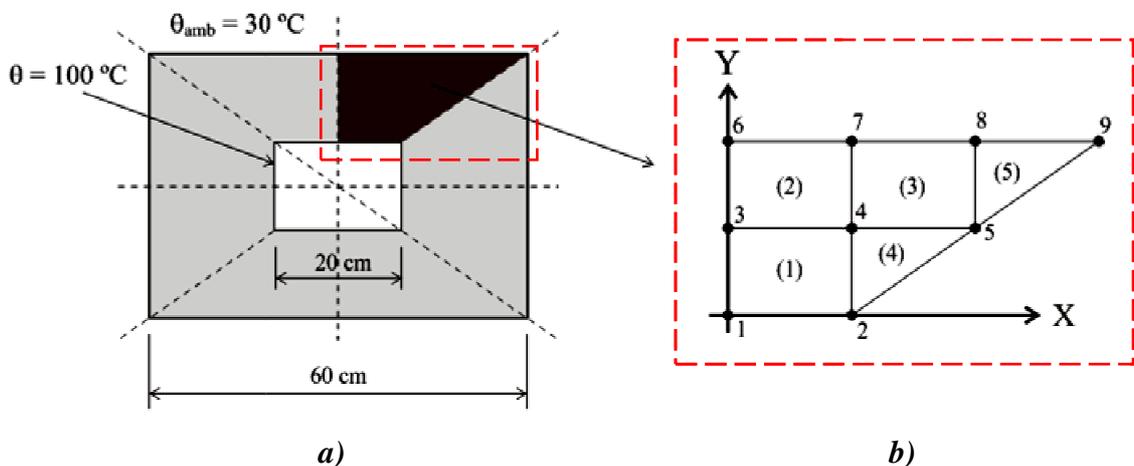


Figura 4.5 – Esquema da chaminé industrial e malha de elementos finitos utilizada no modelo, considerando apenas 1/8 da seção transversal.

A condutividade térmica (λ) do concreto é assumida igual a $1,4\text{ W/m}\cdot^{\circ}\text{C}$, a temperatura ambiente no contorno do elemento (θ_{∞}) é igual a $30\text{ }^{\circ}\text{C}$ e o coeficiente de transferência de calor por convecção (α_c) da superfície da chaminé é igual a $20\text{ W/m}^2\cdot^{\circ}\text{C}$. A temperatura interna da chaminé é assumida uniforme e igual a $100\text{ }^{\circ}\text{C}$.

O resultado para o problema em questão, obtidos em MOAVENI (1999), é apresentado na tabela 4.2, juntamente com o resultado obtido com o CAT, em que se pode observar uma concordância bastante satisfatória entre os resultados de ambos.

Tabela 4.2 – Resultados da análise térmica estacionária da chaminé.

Nó	Temperaturas (°C)	
	MOAVENI (1999)	SYSAF
1	100	100,00
2	100	100,00
3	70,83	70,95
4	67,02	67,12
5	51,56	51,64
6	45,88	45,94
7	43,67	43,73
8	40,10	40,13
9	32,73	32,72

4.3.2 Bloco quadrado em condições adiabáticas

O problema em questão pode ser visto originalmente em REDDY (2006). Inicialmente, considere a equação da condução de calor em regime transiente, apresentada a seguir, em que T é temperatura adimensional e Ω é um domínio retangular de lado com comprimento igual 2, de acordo com a figura 4.6.

$$\frac{\partial T}{\partial t} - \left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \right) = 1 \quad (\text{em } \Omega)$$

A última equação representa um problema com geração de calor interno de valor unitário no domínio, no qual a condutividade térmica, o calor específico e a massa específica também têm valor unitário. A condição de contorno é tal que $T = 0$ para $t > 0$. A condição inicial é $T(x,y,0) = 0$.

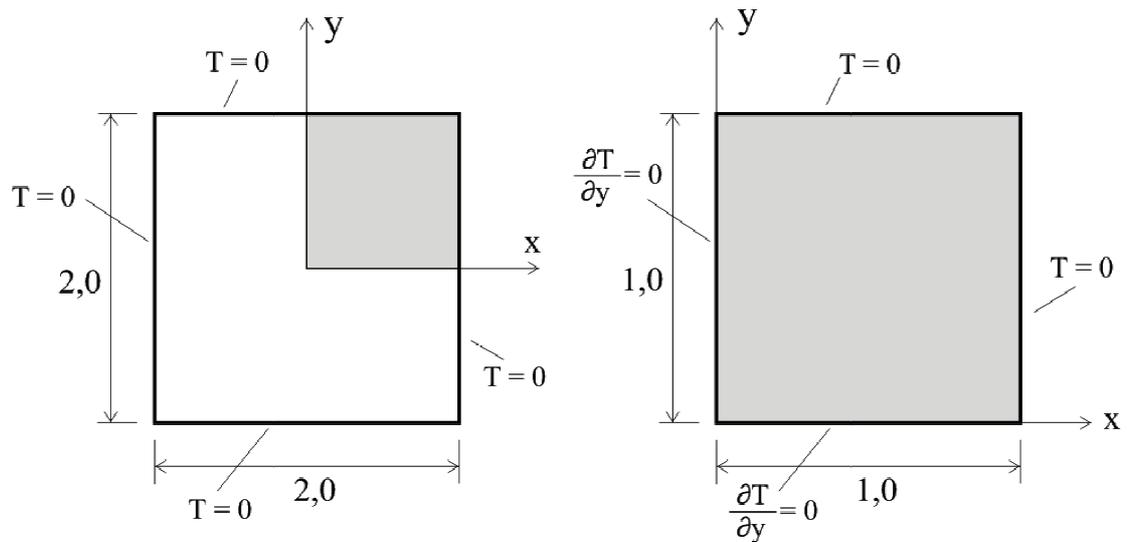


Figura 4.6 – Esquema da chaminé industrial e malha de elementos finitos utilizada no modelo considerando 1/8 da seção.

Neste problema deseja-se encontrar o campo de temperaturas no domínio para $t > 0$ até $t = 1$. Todas as variáveis do problema são consideradas em contexto adimensional e, dada as simetrias, modela-se apenas o segundo quadrante do domínio. As condições de contorno ao longo dos eixos de simetria requerem que o fluxo seja zero nestas linhas. Assim, as condições de contorno no domínio computacional são:

$$\frac{\partial T}{\partial x}(0, y, t) = 0, \quad \frac{\partial T}{\partial y}(x, 0, t) = 0, \quad T(1, y, t) = 0, \quad T(x, 1, t) = 0$$

As malhas de elementos finitos adotadas para se modelar o domínio do problema são apresentadas na figura 4.7. As malhas da figura 4.7a e 4.7b são adotadas idênticas àquelas apresentadas em SILVA (2003), com o objetivo de se comparar coerentemente os resultados obtidos com o PFEM_2D (SILVA, 2003) e aqueles obtidos no presente trabalho. A malha da figura 4.7c tem por objetivo avaliar a resposta obtida com o elemento TT10 frente à resposta obtida com as malhas de elementos de aproximação linear TT3 e TQ4.

Na tabela 4.3 são apresentados os resultados da evolução de temperatura do nó 1 para uma análise no intervalo $0 < t \leq 1$, considerando $\Delta t = 0,05$. Por meio da análise da referida tabela se verifica que os resultados obtidos com o código SYSAF com os elementos TT3 e TQ4, quando comparados com aqueles obtidos por meio do código

PFEM_2D apresentados em SILVA (2003), são idênticos. Os resultados obtidos com o elemento resultaram mais próximos àqueles obtidos com a discretização com elementos TQ4 (figura 4.7b).

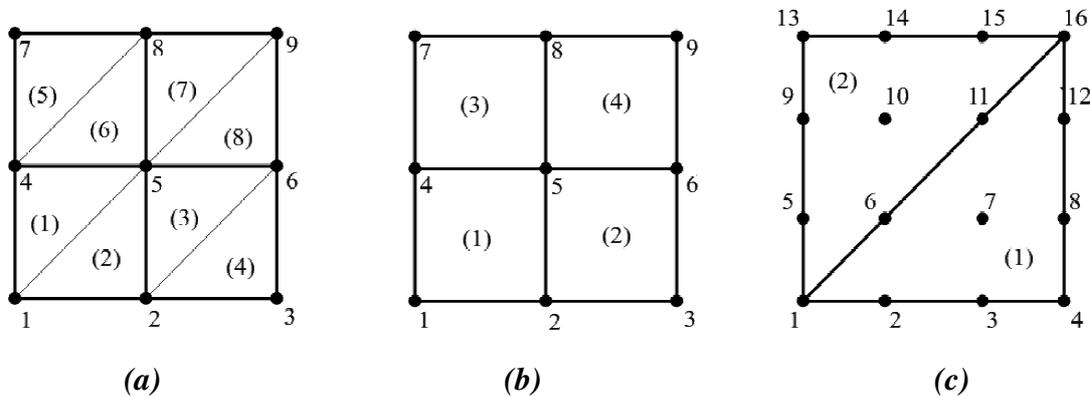


Figura 4.7 – Discretização do domínio com elementos finitos: (a) malha com elementos finitos do tipo **TT3**, (b) Malha com elementos finitos do tipo **TQ4** e (c) Malha com elementos finitos do tipo **TT10**.

Tabela 4.3 – Comparação da evolução de temperatura obtida para o nó 1.

Tempo	SYSAF			PFEM_2D (SILVA, 2003)	
	Malha com triângulos 3 nós (TT3)	Malha com quadriláteros 4 nós (TQ4)	Malha com triângulos 10 nós	Malha com triângulos 3 nós	Malha com quadriláteros 4 nós
0,05	0,05104	0,04998	0,05615	0,05104	0,04998
0,10	0,10781	0,10330	0,09108	0,10781	0,10330
0,15	0,15423	0,14834	0,13368	0,15423	0,14834
0,20	0,19045	0,18411	0,16635	0,19045	0,18411
0,25	0,21843	0,21210	0,19327	0,21843	0,21210
0,30	0,24000	0,23392	0,21436	0,24000	0,23392
0,35	0,25663	0,25092	0,23108	0,25663	0,25092
0,40	0,26944	0,26415	0,24424	0,26944	0,26415
0,45	0,27931	0,27446	0,25461	0,27931	0,27446
0,50	0,28693	0,28248	0,26278	0,28693	0,28248
0,55	0,29279	0,28873	0,26922	0,29279	0,28873
0,60	0,29731	0,29360	0,27429	0,29731	0,29360
0,65	0,30079	0,29739	0,27828	0,30079	0,29739
0,70	0,30348	0,30034	0,28143	0,30348	0,30034
0,75	0,30555	0,30263	0,28390	0,30555	0,30263
0,80	0,30714	0,30442	0,28586	0,30714	0,30442
0,85	0,30837	0,30582	0,28739	0,30837	0,30582
0,90	0,30932	0,30690	0,28861	0,30932	0,30690
0,95	0,31005	0,30774	0,28956	0,31005	0,30774
1,00	0,31061	0,30840	0,29031	0,31061	0,30840

A solução analítica do problema, obtida por meio de séries, para o nó 1 é fornecida em REDDY (2006) para $t = 1,00$ s. Desse modo é possível comparar os resultados obtidos com os três elementos finitos do código SYSAF, com as respectivas malhas apresentadas na figura 4.7, e o resultado analítico. Essa comparação é apresentada na tabela 4.4.

Tabela 4.4 – Temperatura do nó 1 para $t = 1,0$ s obtidas com as três malhas da figura 4.7.

REDDY (2006)	Malha (a)	Malha (b)	Malha (c)
Analítico	8 elem. TT3	4 elemem. TQ4	2 elem. TT10
0,2947	0,31061	0,30840	0,29031
Erro (%)	5,40	4,65	-1,49

Por meio da análise da tabela 4.4 pode-se concluir que a malha com elementos TT10, apesar de possuir o menor número de elementos finitos, foi a que propiciou resultados mais próximos a solução analítica. Isto se deve, provavelmente, ao fato de o grau de aproximação cúbico do elemento TT10 representar mais adequadamente o problema em questão.

4.3.3 Análise térmica uma viga de aço sob laje de concreto e sobre alvenaria em situação de incêndio

Este exemplo de validação trata da análise térmica de uma viga constituída por perfis de aço formados a frio de aço com seção transversal unicelular, conhecida como “caixão”, sob laje de concreto e sobre parede de alvenaria em situação de incêndio-padrão, cujos resultados do estudo do comportamento estrutural foram apresentado em RIGOBELLO et al. (2010). A análise térmica foi efetuada por meio dos códigos computacionais ANSYS v10.0 e TCD v5.5 (ANDERBERG, 1997), cujos resultados são confrontados com aqueles obtidos por meio do código CAT.

A geometria da seção transversal da viga em questão, juntamente com a alvenaria, é apresentada na figura 4.8.

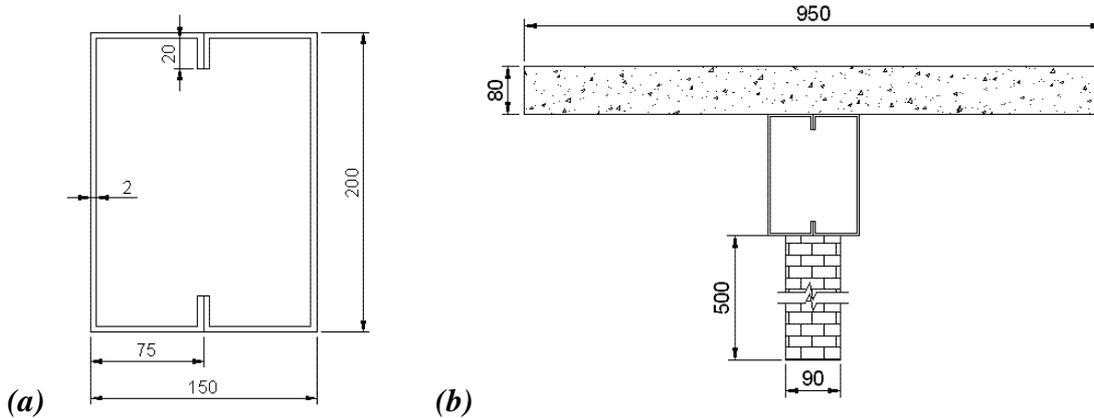


Figura 4.8 – Viga mista de aço e concreto: (a) Dimensões da seção transversal das vigas e (b) Esquema geral e dimensão da laje e alvenaria.

Nesta análise, as propriedades térmicas do concreto e do aço, variáveis com a temperatura e relevantes para a análise térmica, são: *condutividade térmica*, *calor específico* e *massa específica*. Os valores assumidos para as propriedades térmicas do aço em função da temperatura são aqueles recomendados pela ABNT NBR 14323:1999, que podem ser vistos no ANEXO D. Os valores assumidos para as propriedades térmicas do concreto em função da temperatura são aqueles apresentados no EN 1992-1-2:2004, para concreto com umidade igual a 3%.

No caso da condutividade térmica do concreto em função da temperatura, são prescritas duas equações, referentes aos *limites superior e inferior*. Foi adotada a equação referente ao *limite inferior*. Considerou-se, também, a ligeira redução da massa específica do concreto sob temperatura elevada. Para a alvenaria foram adotados os parâmetros recomendados pelo código computacional OZONE v2.0 (ver modelos de zona - capítulo 2) massa específica igual a 1600 kg/m^3 , calor específico igual a $840 \text{ J/kg}^\circ\text{C}$ e condutividade térmica igual a $0,7 \text{ W/m}^\circ\text{C}$.

O fator de emissividade resultante chama-material é único e igual a 0,5 para os materiais aço, concreto e alvenaria e o coeficiente de transferência de calor por convecção igual a $25 \text{ W/m}^2\text{C}$.

A ação térmica na viga é determinada de acordo com a curva de incêndio-padrão ISO 834, sendo que a exposição ao fogo foi considerada de acordo com a ilustração da figura 4.9a. Na figura 4.9b são apresentados a localização de alguns pontos de interesse para obtenção dos resultados de elevação de temperatura na análise. Na figura 4.9 apresenta-se a malha de elementos finitos e o campo de temperaturas no modelo para o

tempo de 60 minutos da análise. O passo de tempo Δt utilizado na análise foi igual a 5 s e a tolerância (TOL) adotada na análise foi igual a 0,01.

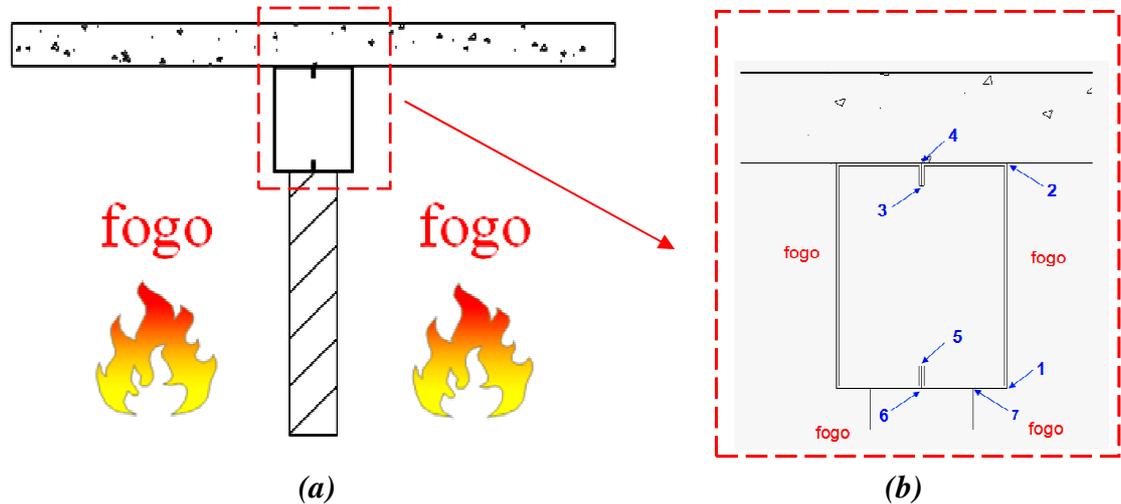


Figura 4.9 – (a) Condições de exposição ao fogo do modelo para análise térmica e (b) Localização de pontos de interesse para obtenção de resultados do modelo.

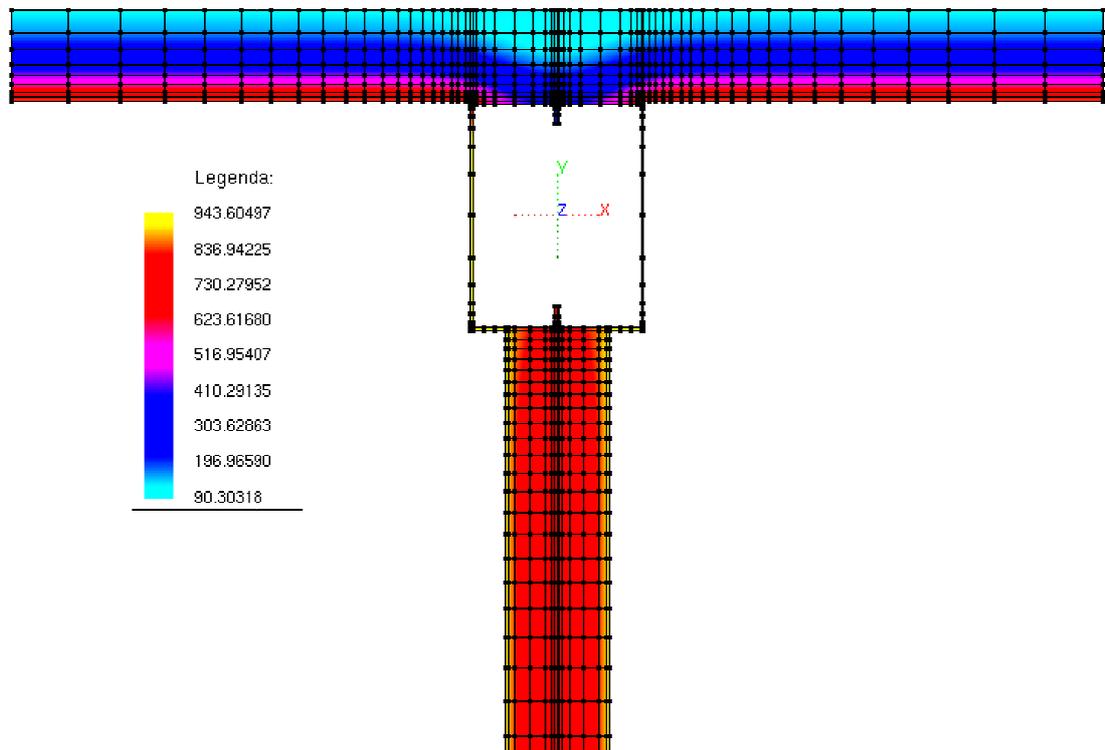


Figura 4.10 – Malha de elementos finitos e campo de temperaturas para o tempo de 60 minutos da análise.

Os resultados obtidos para os pontos 1, 3, 4 e 6 com o códigos ANSYS, TCD v5.5 e o SYSAF podem ser analisados por meio das figuras 4.11 e 4.12. Por meio de

análise dos resultados pode-se concluir, por comparação, a eficiência do código de análises térmicas do SYSAF na análise deste tipo de modelo.

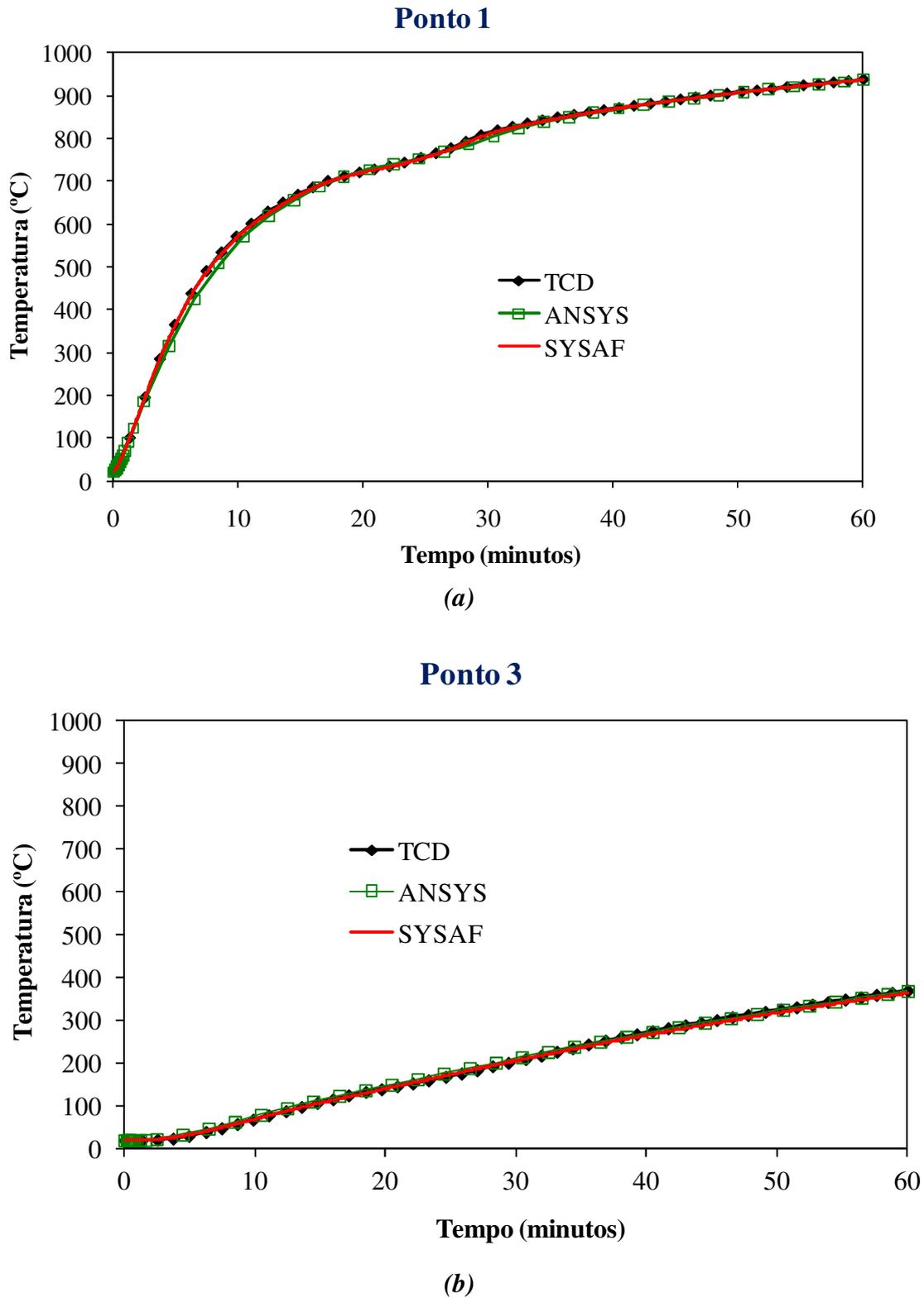


Figura 4.11 – Variação da temperatura com o tempo para: (a) Ponto 1 e (b) Ponto 3, ambos com relação à figura 4.9b.

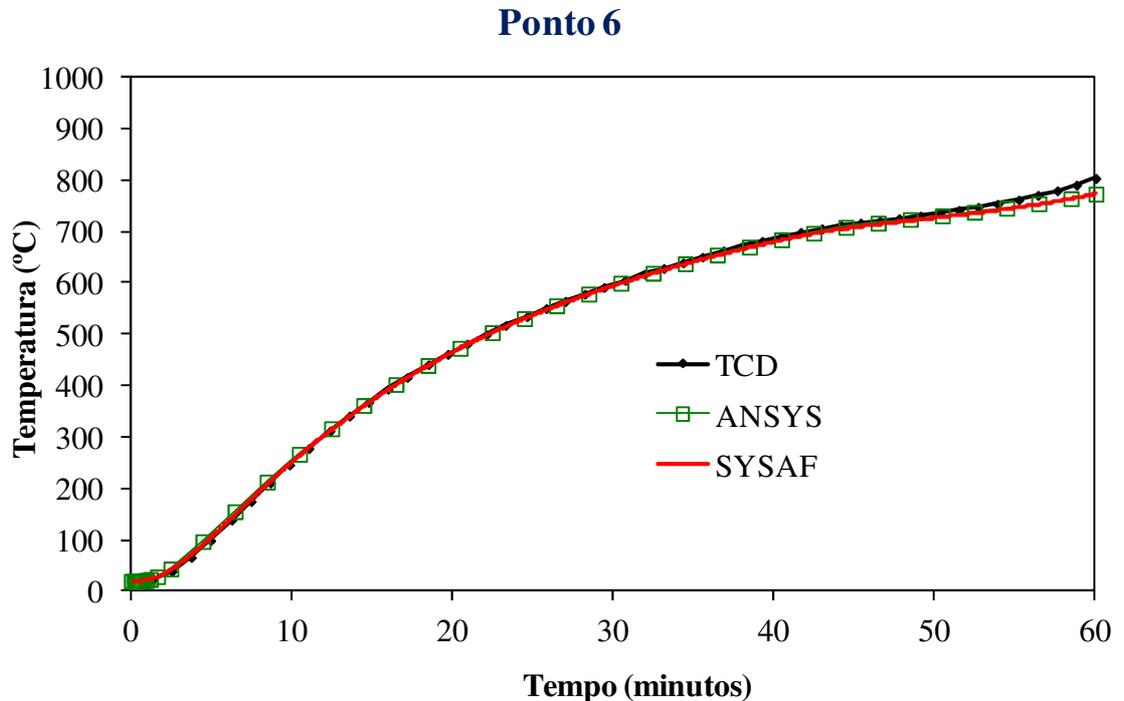
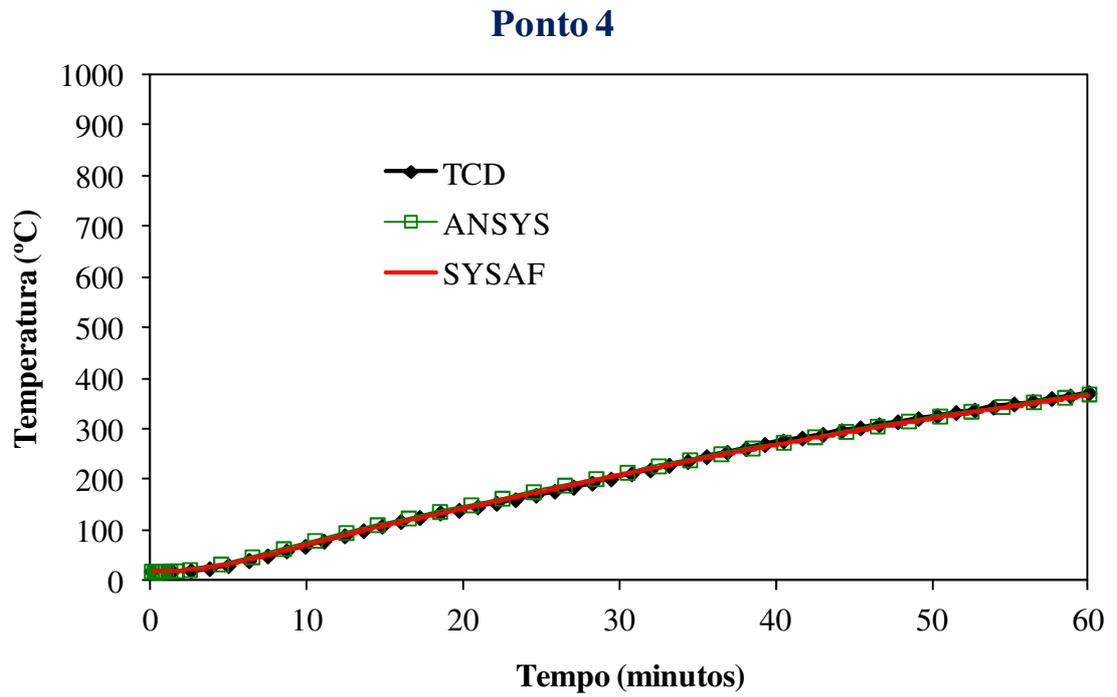


Figura 4.12 – Variação da temperatura com o tempo para: (a) Ponto 4 e (b) Ponto 6, ambos com relação à figura 4.9b.

4.3.4 Análise térmica de um pilar misto de aço e concreto em situação de incêndio

O modelo em questão tem como objetivo avaliar a distribuição do campo térmico para um pilar misto preenchido com concreto submetido à elevação de temperatura apenas em metade da seção transversal do pilar. Trata-se de uma forma de inserir a influência da compartimentação existente em um dado ambiente em chamas (SANTOS, 2009). O pilar misto em questão tem diâmetro externo igual 355,6 mm e espessura da parede igual a 5,6 mm.

Na figura 4.13 têm-se a malha de elementos finitos e o campo de temperaturas para um tempo de exposição ao incêndio igual a 60 minutos.

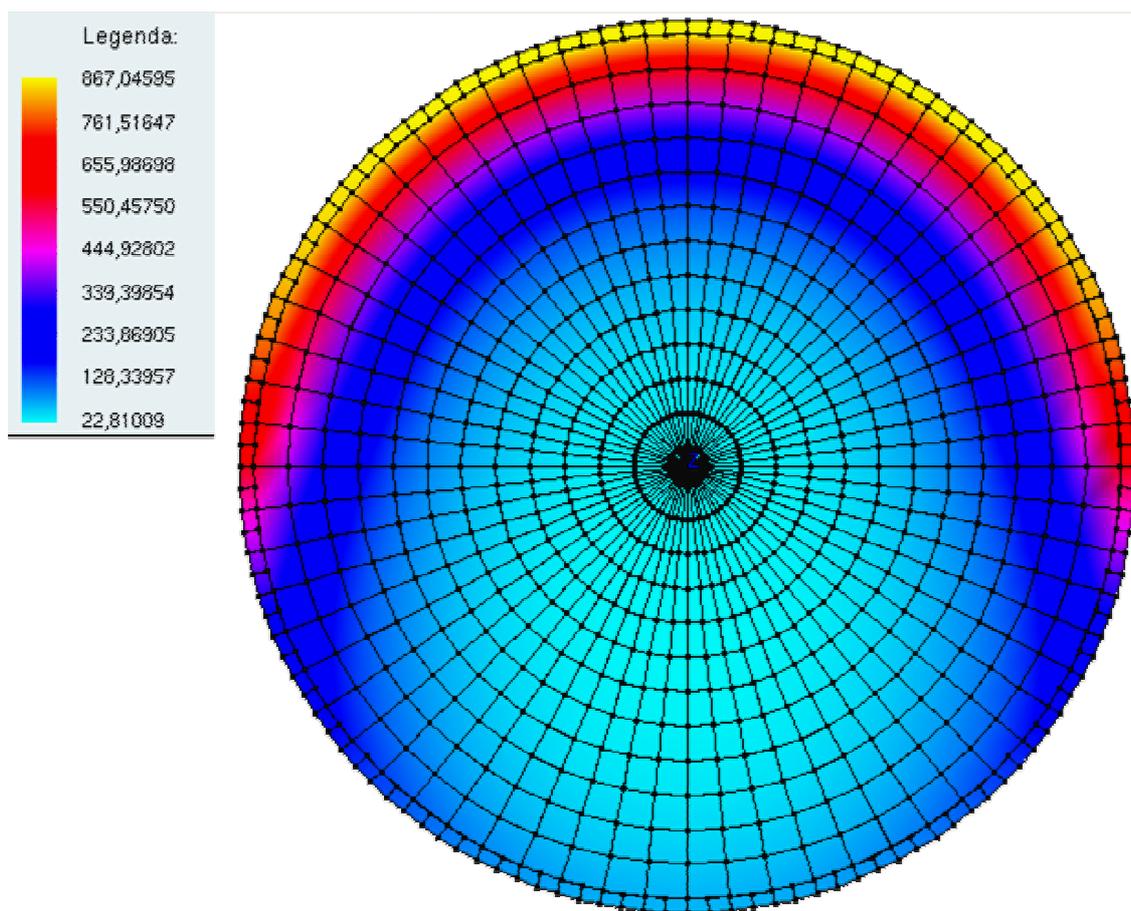


Figura 4.13 – Malha de elementos finitos e campo de temperaturas (°C) para um tempo de exposição ao incêndio igual a 60 minutos.

Os materiais aço e concreto neste exemplo possuem as mesmas propriedades térmicas que o modelo apresentado em 4.3.3. O fator de emissividade resultante chama-material é também adotado único e igual a 0,5 para os materiais aço e concreto, e o coeficiente de transferência de calor por convecção igual a $25 \text{ W/m}^2\text{°C}$. A curva de aquecimento para a temperatura dos gases do ambiente é aquela do modelo de incêndio-padrão, proposto pela ISO 834. O passo de tempo Δt utilizado na análise foi igual a 5 s e a tolerância (TOL) igual a 0,01.

Na figura 4.14 são apresentados os resultados da análise da elevação da temperatura segundo o eixo X da seção transversal (com origem no centro da seção) para tempos de exposição ao incêndio-padrão com valores iguais a 15 minutos, 30 minutos, 45 minutos e 60 minutos, obtidos com os códigos ANSYS e TCD v5.5 (SANTOS, 2009) e aqueles obtidos com SYSAF.

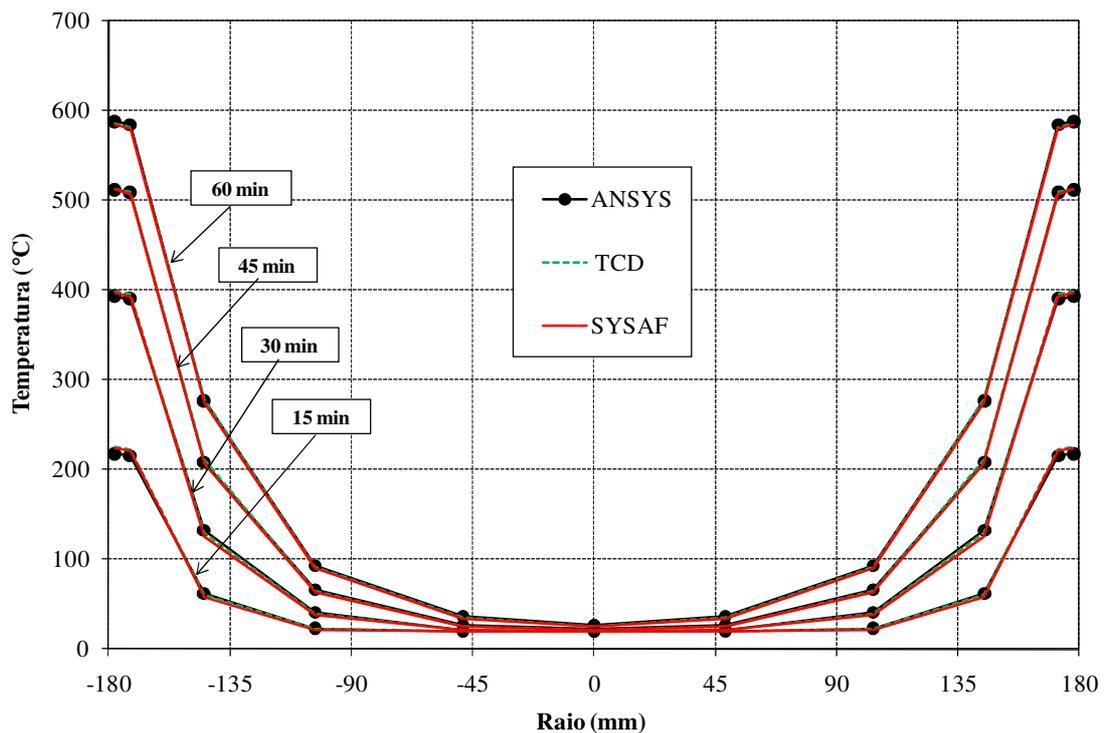


Figura 4.14 – Variação de temperaturas, para tempos iguais a 15, 30, 45 e 60 minutos, para o modelo segundo o Eixo X.

De maneira similar à figura 4.14, a figura 4.15 apresenta os resultados da análise da elevação da temperatura segundo o eixo Y da seção transversal

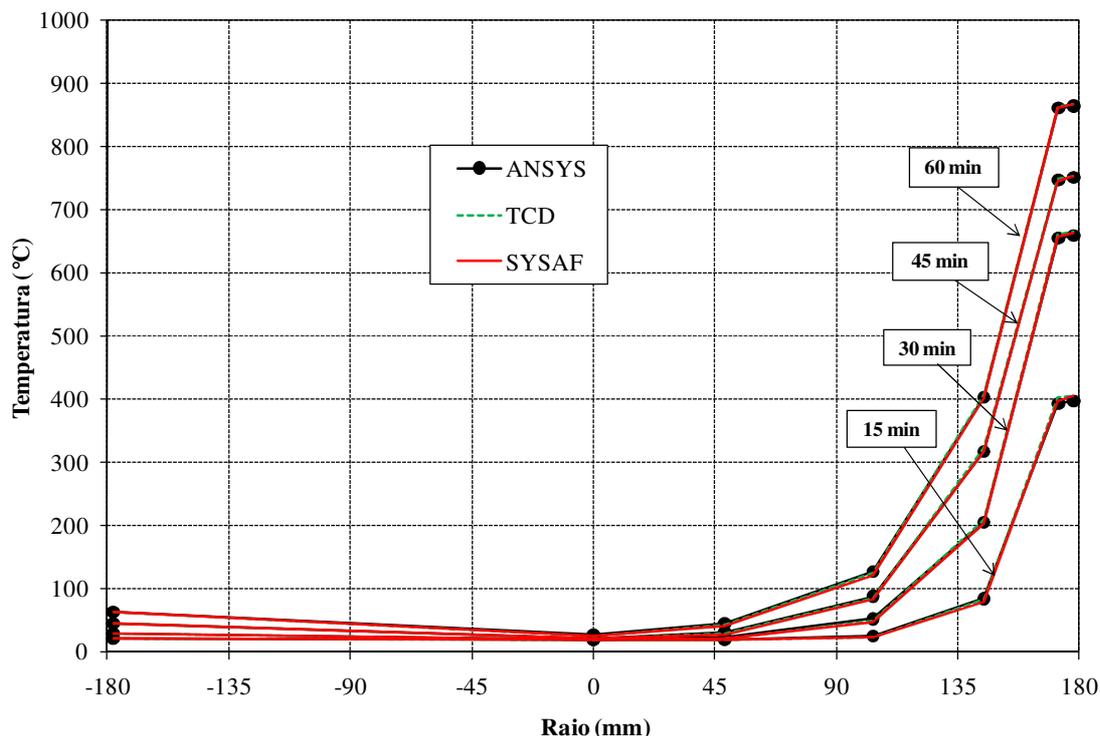


Figura 4.15 – Variação de temperaturas, para tempos iguais a 15, 30, 45 e 60 minutos, para o modelo segundo o Eixo Y.

Os resultados apresentados nos gráficos nas figuras 4.14 e 4.15 permitem verificar uma boa aproximação dos resultados obtidos via CAT quando comparados àqueles obtidos por meio do TCD e do ANSYS. Desta forma constata-se a eficiência do SYSAAF na análise térmica de seções transversais de elementos estruturais em situação de incêndio cujo aquecimento da temperatura dos gases é dado por meio de curvas de aquecimento tempos *versus* temperatura. Além disso, ressalta-se que o tempo de processamento obtido para análises com o código de análises térmicas do SYSAAF é similar ao obtido com o programa ANSYS, o que é bastante satisfatório.

4.3.5 Perfil de aço I Laminado sem proteção e com revestimento Tipo Contorno

Este exemplo, inspirado num exemplo semelhante ao apresentado em RIBEIRO (2004), tem por objetivo comparar os resultados obtidos com o código de análise térmica do SYSAAF empregando malha com elementos do tipo TT10 e malha com elementos do tipo TQ4 e TT3, e resultados obtidos com o código ANSYS. O Exemplo trata da análise de um perfil I laminado do tipo IPE 360 para as situações sem

revestimento (figuras 4.16a) e com revestimento tipo contorno (figura 4.16b), constituído de Blaze Shield II, de espessura igual a 12 mm.

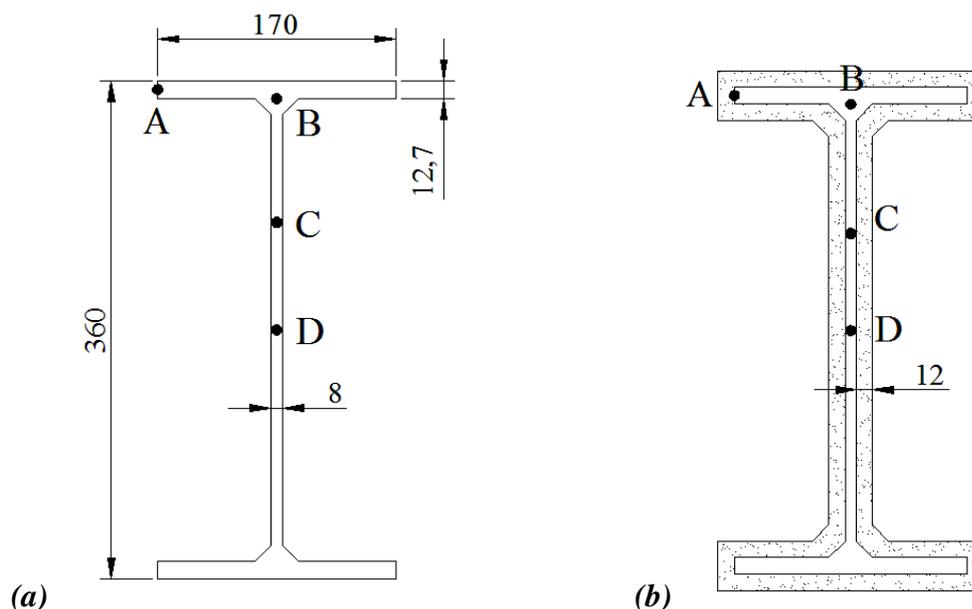


Figura 4.16 – Perfil IPE 360 e pontos de interesse para análise (a) Dimensões do perfil sem proteção (b) Perfil com proteção tipo contorno

As propriedades térmicas do material de revestimento contra fogo podem ser vistas na tabela 4.5, cujos dados foram extraídos de SILVA (2001). A massa específica do Blaze Shield II é igual a 240 kg/m^3 , enquanto as propriedades térmicas do aço são aquelas dadas pela ABNT NBR 14323:1999 e que constam do ANEXO D.

Tabela 4.5 – Propriedades térmicas do BLAZE SHIELD II. Fonte: SILVA(2001).

Temperatura (°C)	Calor específico (J/kg.°C)	Temperatura (°C)	Condutividade (W/m.°C)
20	2093	20	0.061
96	2093	100	0.061
104	837	200	0.08
150	1675	400	0.112
200	1770	482	0.147
400	2148	600	0.173
482	2303	1093	0.208
600	2343		
800	2411		
1093	2512		
1200	2512		

A seção com e sem revestimento contra fogo foi exposta ao incêndio-padrão por todos os lados, sendo o coeficiente de transferência de calor por convecção adotado igual a $25\text{W/m}^2\text{C}$. A emissividade resultante para o aço foi tomada igual a 0,7, de acordo com o prNBR 14323:2011 e o EN 1993-1-2. Para o material da proteção tipo contorno adota-se a emissividade resultante igual a 0,8, de acordo com recomendação do EN 1991-1-2:2002.

A geometria básica das malhas de elementos finitos para a análise do caso sem proteção é apresentada na figura 4.17. A malha da figura 4.17a é constituída, predominantemente, por elementos TQ4, enquanto que a malha da figura 4.17b constituída apenas por elementos finitos do tipo TT10 (elementos cúbicos). De maneira similar, a geometria básica das malhas de elementos finitos para a análise do caso com revestimento contra fogo é apresentada na figura 4.18.

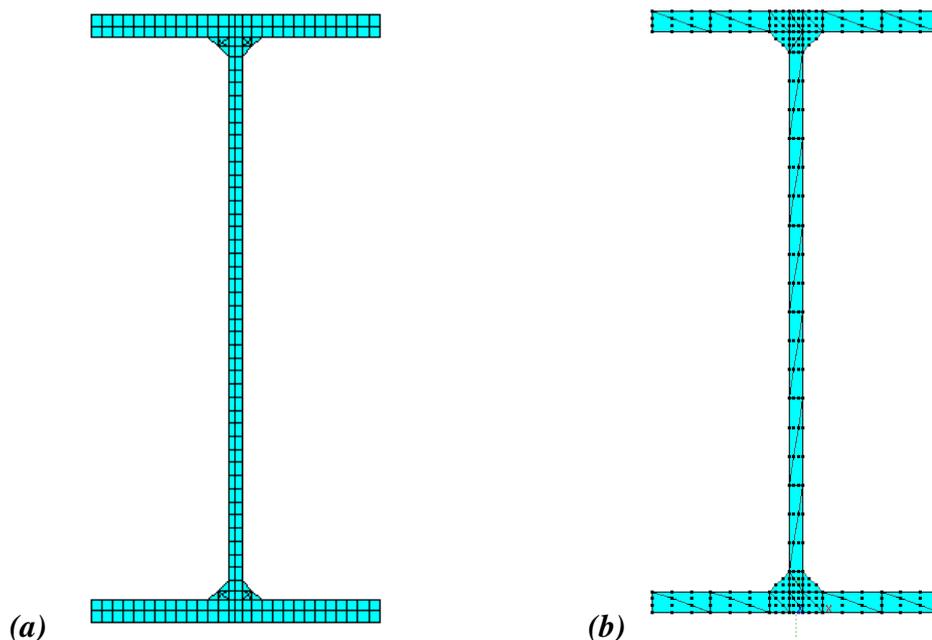


Figura 4.17 – Perfil sem proteção - Discretização para análise: **(a)** Malha com elementos finitos TQ4 e TT3 e **(b)** Malha com elementos finitos do tipo TT10.

Os resultados de temperatura obtidos para os pontos de interesse apresentados na figura 4.16 são apresentados nas tabelas 4.6 e 4.7, para os casos sem e com revestimento contra fogo, respectivamente, tomando-se como referência para cálculo das diferenças os resultados obtidos com o código ANSYS.

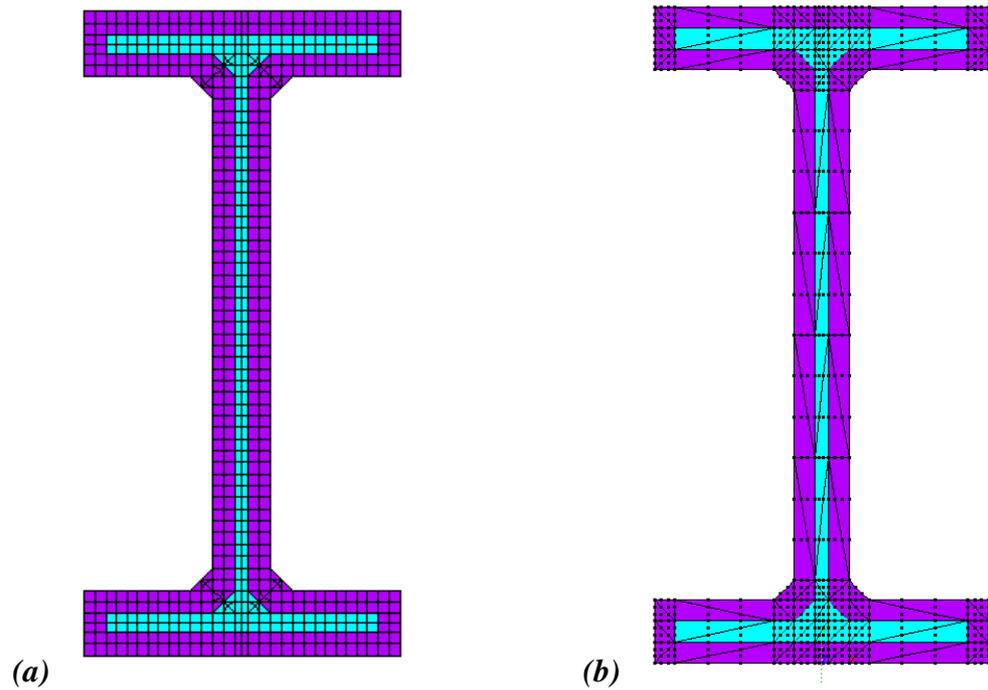


Figura 4.18 – Perfil com proteção tipo contorno - Discretização para análise: (a) Malha com elementos finitos TQ4 e TT3 e (b) Malha com elementos finitos do tipo TT10.

Tabela 4.6 – Resultados para TRRF iguais a 15, 30 e 60 min para o perfil sem revestimento. (a) e (b) representam o tipo da malha de elementos finitos da figura 4.17.

TRRF (min)	Ponto	Temperatura (°C)			Diferença (%) em relação ao ANSYS	
		ANSYS	SYSAF (a)	SYSAF (b)	SYSAF (a)	SYSAF (b)
15 min	A	664,43	663,61	664,17	-0,12	-0,04
	B	647,20	645,60	646,92	-0,25	-0,04
	C	691,12	690,28	689,60	-0,12	-0,22
	D	694,54	693,66	695,12	-0,13	0,08
30 min	A	783,79	783,74	784,13	-0,01	0,04
	B	759,50	763,48	760,04	0,52	0,07
	C	816,60	816,61	815,49	0,00	-0,14
	D	818,75	818,55	819,24	-0,02	0,06
60 min	A	941,62	941,74	941,78	0,01	0,02
	B	939,96	940,06	940,12	0,01	0,02
	C	942,44	942,57	942,48	0,01	0,00
	D	942,48	942,60	942,50	0,01	0,00

Tabela 4.7 – Resultados para TRRF iguais a 15 30 e 60 min para o perfil com revestimento. (a) e (b) representam o tipo da malha de elementos finitos da figura 4.18.

TRRF (min)	Ponto	Temperatura (°C)			Diferença (%) em relação ao ANSYS	
		ANSYS (a)	SYSAF (a)	SYSAF (b)	SYSAF (a)	SYSAF (b)
15 min	A	160,64	160,11	157,78	-0,33	-1,78
	B	147,43	146,86	144,8	-0,39	-1,78
	C	185,64	185,69	183,82	0,03	-0,98
	D	193,23	193,42	191,48	0,10	-0,91
30 min	A	361,94	363,39	361,91	0,40	-0,01
	B	346,76	348,59	347,15	0,53	0,11
	C	403,46	406,04	404,82	0,64	0,34
	D	415,86	418,82	417,48	0,71	0,39
60 min	A	647,96	648,77	649,38	0,13	0,22
	B	634,23	634,62	635,42	0,06	0,19
	C	681,63	683,44	683,42	0,27	0,26
	D	691,58	693,64	693,44	0,30	0,27

Por meio da análise da tabela 4.6 pode-se notar que os resultados obtidos com o código SYSAF com a malha do tipo (a) (elementos lineares) e com a malha do tipo (b) (elementos cúbicos) resultaram praticamente idênticos àqueles obtidos com o código ANSYS, com diferenças máximas da ordem de 0,5%. Isso confirma a precisão dos resultados obtidos com o SYSAF, inclusive com a utilização de malhas esparsas com o elemento TT10, para o caso de perfis sem revestimentos contra fogo. Por meio da análise da tabela 4.7, percebe-se que as temperaturas obtidas com o SYSAF para os pontos de interesse resultaram praticamente idênticas àquelas obtidos com o código ANSYS, confirmando a precisão dos resultados obtidos com o SYSAF, inclusive com a utilização de malhas esparsas com o elemento TT10.

4.4 EXPLORANDO A SELEÇÃO AUTOMÁTICA DO INCREMENTO DE TEMPO E BISSEÇÃO

No capítulo 3, item 3.9, apresentou-se uma estratégia para previsão e seleção automática do incremento de tempo e, se necessário, correção do passo de tempo por meio de “*bisseção*”, recurso esse que foi implementado no código CAT. Neste item

apresenta-se a análise de um modelo para exemplificar a potencialidade de tal ferramenta.

O modelo em questão consiste de uma viga mista de aço e concreto, exposta ao incêndio por três lados, constituída por um perfil VS 400x68 sobreposto por uma laje de concreto com espessura igual a 100 mm. Além disso, o perfil possui uma proteção contra fogo do tipo contorno com 15 mm de espessura de argamassa composta por fibras *Blaze Shield II*, cujas propriedades térmicas foram obtidas em SILVA (2001) e anteriormente reproduzidas na tabela 4.5.

Na figura 4.19 são apresentadas as dimensões e a rede de elementos finitos do modelo. O tamanho máximo para os lados dos elementos finitos do material aço foi adotado igual a 10 mm, seguindo recomendação apresentada em FIGUEIREDO JÚNIOR (2002). Manteve-se a mesma discretização para o concreto e o material de proteção contra fogo.

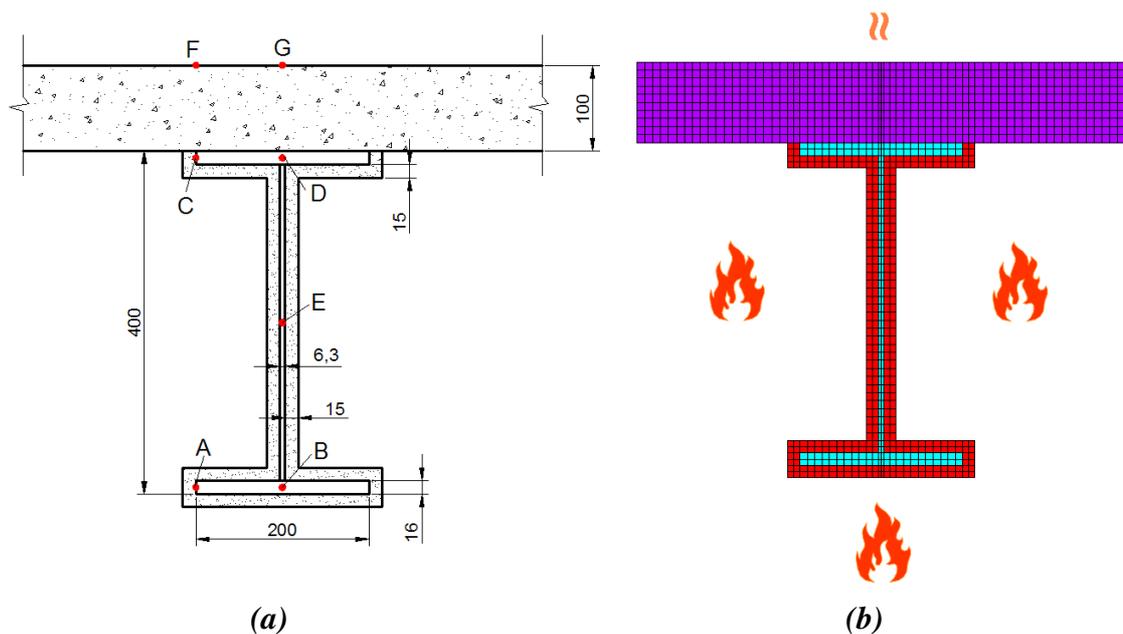


Figura 4.19 – Geometria do modelo referente à viga mista de aço e concreto:
(a) Dimensões gerais (mm) e (b) Malha de elementos finitos.

Nesta análise, os valores assumidos para as propriedades térmicas do aço em função da temperatura são aqueles recomendados pela ABNT NBR 14323:1999. Os valores assumidos para as propriedades térmicas do concreto em função da temperatura são aqueles apresentados no EN 1992-1-2:2004, para concreto com umidade de 3%, e com a condutividade térmica representada pela equação referente ao limite inferior.

O fator de emissividade resultante chamas-material é igual a 0,7 para os materiais aço e concreto. A emissividade resultante chamas-material adotada para o material da proteção tipo contorno é igual a 0,8, de acordo com recomendação do EN 1991-1-2:2002. O coeficientes de transferência de calor por convecção empregado foi igual a $25 \text{ W/m}^2 \text{ }^\circ\text{C}$ nas faces exposta ao incêndio e igual a $4 \text{ W/m}^2 \text{ }^\circ\text{C}$ na face superior da laje, não exposta ao incêndio.

A ação térmica na viga mista é determinada de acordo com a curva de incêndio-padrão ISO 834, cuja exposição ao fogo ocorre por três lados, de acordo com a ilustração da figura 4.16b, para um tempo de **90 min** de exposição. Na figura 4.19a são apresentados a localização de alguns pontos de interesse para obtenção dos resultados de elevação de temperatura na análise.

4.4.1 Análise com recurso de bisseção do passo de tempo

Para elementos finitos com dimensões como aquelas utilizadas neste modelo, em FIGUEIREDO JÚNIOR (2002) e em RIBEIRO (2004) sugere-se o uso de um intervalo de tempo da ordem de 5,0 s na integração temporal para casos semelhantes.

Nos modelos apresentados em RIBEIRO (2004), nas análises com o código *Thersys* normalmente se utiliza uma tolerância igual a 0,1 para a norma Euclidiana como critério de convergência do *Método de Newton-Raphson*. A fim de explorar o recurso da bisseção, nesta análise considera-se uma tolerância mais restritiva para o SYSAF, adotando-se $\text{TOL} = 10^{-4}$. Como referência, processou-se inicialmente o modelo em questão com o código ANSYS, com $\Delta t = 5\text{s}$ e $\text{TOL} = 10^{-4}$. A resposta do modelo não convergiu já nos instantes iniciais, considerando-se um número máximo de 25 iterações por passo.

Na busca de convergência da resposta do modelo com o ANSYS poder-se-ia empregar o mecanismo de bisseção do incremento de tempo. No entanto, o recurso de bisseção do ANSYS atua em conjunto com o recurso de previsão e seleção automática do passo de tempo, como parte dos mecanismos de busca de convergência, não sendo possível checar esse mecanismo de maneira isolada.

Assim, assume-se nesta análise como referência os resultados fornecidos pelo código ANSYS com utilização de seleção automática do passo de tempo para $\Delta t_{\text{max}} = 5\text{s}$ e $\Delta t_{\text{min}} = 1\text{s}$ com $\text{TOL} = 10^{-4}$ e com realização de bisseção, quando

necessário. Com tais condições, a resposta do modelo convergiu satisfatoriamente durante a análise de exposição do modelo ao incêndio.

Ao se processar o modelo com o SYSAP, para um $\Delta t = 5s$ e $TOL = 10^{-4}$, a resposta do modelo também não converge já para os instantes iniciais da análise, considerando um número máximo de 25 iterações por passo. Ao se ativar o recurso da bisseção, a resposta do modelo converge satisfatoriamente durante a análise. O recurso de bisseção é solicitado em 12 instantes da análise, num total de 19 vezes.

O número total de passos de tempo utilizados pelos códigos ANSYS e SYSAP na análise foi similar: 1088 passos com o SYSAP e 1089 com o ANSYS. O tempo de processamento com o SYSAP foi da ordem de 6,5 minutos e da ordem de 8,5 minutos com o ANSYS, quando processado em um notebook HP com processador TURION X2 com 1,5 GB de RAM. Os resultados das análises com o ANSYS e com o SYSAP podem ser vistos na tabela 4.4, na qual também são apresentados os resultados da análise incluindo o recurso de previsão para seleção automática do passo de tempo, discutido a seguir.

4.4.2 Análise com seleção automática do passo de tempo e bisseção

Em caráter exploratório, para análise do mecanismo de seleção automática do passo de tempo, cuja teoria foi apresentada no capítulo 3, processou-se o mesmo modelo em questão considerando-se os intervalos de tempo variando entre $\Delta t_{\min} = 1s$ e $\Delta t_{\max} = 60s$ com $TOL = 10^{-4}$ e com o mecanismo de bisseção ativo. A análise foi realizada pelo código com apenas 127 passos de tempo. O tempo de processamento do modelo com a utilização dos referidos recursos foi da ordem de 1,5 minutos. Obviamente, os recursos de previsão e seleção do passo de tempo e bisseção poderiam ser mais explorados, no entanto, como já é ferramenta usual em análises com programas comerciais como o ANSYS, o intuito aqui é de apenas de se apontar a potencialidade desta ferramenta em análises térmicas transientes não lineares.

Os resultados obtidos com a utilização das ferramentas citadas são bastante satisfatórios, como pode ser constatado por meio da análise dos resultados apresentados na tabela 4.4, cuja máxima diferença do valor de temperatura para um dos pontos considerados em relação ao caso sem a utilização das ferramentas foi de 3%. Na

referida tabela, **(B)** indica análise com bisseção, e **(SB)** indica análise com seleção automática do passo de tempo e bisseção.

Tabela 4.4 – Resultados das temperaturas obtidas para a viga mista em diversos pontos para as análises realizadas. **LEGENDA:** **(B)** análise com bisseção; **(SB)** análise com seleção automática do passo de tempo e bisseção.

Tempo (min)	Ponto	Temperaturas (°C)			Comparação com o ANSYS	
		ANSYS	SYSAF (B)	SYSAF (SB)	SYSAF (B)	SYSAF (SB)
30	A	279,78	277,52	288,38	-0,81%	3,08%
	B	274,36	272,29	280,13	-0,75%	2,10%
	C	145,75	144,63	148,03	-0,76%	1,57%
	D	145,80	144,91	148,43	-0,61%	1,80%
	E	388,96	385,21	394,48	-0,96%	1,42%
	F	25,37	24,75	25,13	-2,46%	-0,96%
	G	21,07	20,76	20,92	-1,47%	-0,70%
60	A	557,41	554,45	568,79	-0,53%	2,04%
	B	551,72	548,71	554,08	-0,55%	0,43%
	C	290,52	289,08	292,70	-0,50%	0,75%
	D	293,23	292,21	295,86	-0,35%	0,90%
	E	649,52	647,35	652,05	-0,33%	0,39%
	F	56,17	55,47	56,14	-1,25%	-0,06%
	G	37,37	36,72	37,33	-1,74%	-0,10%
90	A	711,24	710,67	711,63	-0,08%	0,05%
	B	704,54	703,94	704,93	-0,09%	0,05%
	C	414,08	411,03	414,01	-0,74%	-0,02%
	D	416,40	413,80	416,70	-0,63%	0,07%
	E	738,54	737,84	738,78	-0,09%	0,03%
	F	89,13	88,52	88,91	-0,69%	-0,25%
	G	65,83	65,13	65,73	-1,06%	-0,14%

No capítulo que segue será apresentada uma introdução sobre a *formulação posicional* do método dos elementos finitos, bem como se descreve a formulação para o elemento de finito de pórtico não linear 3-D, empregado para fins de análises estruturais. Discutem-se algumas das principais diferenças da formulação posicional frente à formulação tradicional do método dos elementos finitos, bem como são apresentados exemplos de aplicação mostrando a eficiência de tal formulação na análise de problemas estruturais geometricamente não lineares.

MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS POSICIONAL E A FORMULAÇÃO PARA ELEMENTO FINITO DE PÓRTICO NÃO LINEAR 3-D

CAPÍTULO

5

Neste capítulo se faz uma breve introdução sobre o Método dos Elementos Finitos Posicional (MEFP), bem como se apresenta a formulação do elemento finito de pórtico não linear 3-D do ACADFRAME 3-D que, após as devidas codificações e adaptações com vistas ao desenvolvimento do presente trabalho, é o código de análise estrutural (CAE) do SYSAF. A formulação apresentada neste capítulo é uma compilação de CODA (2008), CODA (2009) e CODA e PACCOLA (2010).

São apresentados também exemplos de aplicação com o intuito de demonstrar a precisão e aplicabilidade do elemento finito de pórtico laminado não linear 3-D em análises não lineares geométricas de estruturas.

5.1 BREVE INTRODUÇÃO SOBRE O MEFP

O *Método dos Elementos Finitos Posicional (MEFP)* consiste basicamente no emprego da formulação posicional para o método dos elementos finitos. Desenvolvida e apresentada originalmente em CODA (2003), a formulação posicional consiste de procedimento alternativo para o tratamento de problemas geometricamente não lineares por meio do *Método dos Elementos Finitos (MEF)*. Porém, é importante mencionar que em BONET et al. (2000) já se encontra para sólidos e membranas formulação semelhante, onde as posições nodais são os parâmetros de análise

Tal formulação é denominada “*posicional*” pelo fato de o equacionamento adotar como base a descrição das “*posições do corpo*”, em vez da descrição dos “*deslocamentos do corpo*”, como normalmente se faz nas formulações usualmente empregadas no método dos elementos finitos para análises do comportamento mecânico de estruturas.

A formulação posicional apresenta como vantagens ser de natureza *não linear geometricamente exata*, utilizar relação constitutiva integral e não empregar esquemas de rotação finita para representar grandes rotações (CODA e PACCOLA 2010). Resultados que comprovam a eficácia de tal formulação para solução de problemas geometricamente não lineares podem ser encontrados em CODA e PACCOLA (2010), CODA (2009), CODA e PACCOLA (2008), MACIEL (2008), CODA et al. (2006) e GRECO e CODA (2004), entre outros.

Como um dos principais requisitos para simulação de estruturas em situação de incêndio é lidar com grandes deslocamentos, o MEFP sinaliza ser uma ferramenta bastante adequada para tal fim. Portanto, dentro do contexto do presente trabalho, um código de cálculo que tem por base o MEFP será utilizado nas análises estruturais de pórticos em situação de incêndio, considerando o acoplamento com análises térmicas efetuadas com o código computacional apresentado no capítulo 4.

Nesse sentido, o presente capítulo apresenta a formulação do MEFP para o elemento finito de pórtico laminado, a ser utilizado com vistas às análises termomecânicas de estruturas apertadas em situação de incêndio, objeto de interesse da presente proposta de trabalho. No entanto, vale destacar que não consiste objeto de interesse do presente trabalho realizar descrição detalhada referentes ao MEFP ou ao elemento finito de pórtico laminado, mas utilizá-los como ferramenta de aplicação para análises de estruturas sob a ação do fogo (grandes deslocamentos), razão pela qual a abordagem desses temas dentro do contexto do presente trabalho será feita de maneira bastante sucinta.

5.2 FUNÇÃO MUDANÇA DE CONFIGURAÇÃO

Para um entendimento básico da formulação a ser apresentada a seguir, define-se nesta seção o conceito de *função mudança de configuração*. Para tanto, na figura 5.1, ilustra-se um corpo em sua *configuração inicial* B_0 , a qual, após sofrer alterações na sua posição e forma, resulta em *configuração atual* B_1 .

A função $f(x)$, que descreve o movimento das partículas de um corpo de uma configuração para outra, conforme figura 5.1, é aqui denominada “*função mudança de configuração*”.

A *função mudança de configuração*, de acordo com aspectos descritos em CARRAZEDO (2009), pode ser interpretada como uma função matemática “f” que determina o deslocamento, a rotação e a deformação nos pontos de um corpo de uma configuração para outra, em termos de posição.

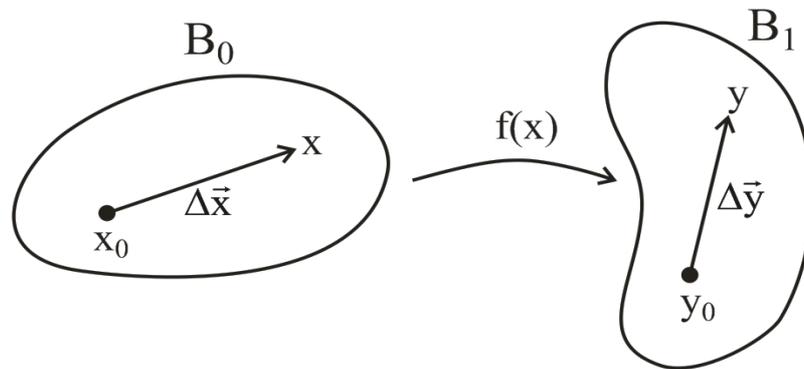


Figura 5.1 – Mudança de configuração de um corpo.

Uma aproximação para a função f em torno do ponto x_0 (configuração inicial) é aquela dada pela expansão em série de Taylor, apresentada na equação (5.1).

$$y = f(x) = f(x_0 + \Delta x) = f(x_0) + \left. \frac{\partial f}{\partial x} \right|_{x_0} \Delta \bar{x} + \left. \frac{\partial^2 f}{\partial x^2} \right|_{x_0} \frac{\Delta \bar{x}^2}{2} + \dots = \quad (5.1)$$

Desprezando-se os termos de ordem 2 e superiores, pode-se reescrever a equação (5.1) na forma apresentada na equação (5.2) descrita a seguir, ressaltando que para uma análise limite ($\Delta \bar{x} \rightarrow 0$), a equação (5.2) resulta exata conforme (5.3).

$$y = y_0 + \left. \frac{\partial f}{\partial x} \right|_{x_0} \Delta \bar{x} \quad (5.2)$$

$$dy = \left. \frac{\partial f}{\partial x} \right|_{x_0} dx = A dx \quad (5.3)$$

Na equação (5.3) o parâmetro A representa o **gradiente da função mudança de configuração**, a qual consiste de um tensor que permite descrever a mudança de forma do corpo com relação ao ponto x_0 quando este abandona sua configuração inicial B_0 (referência fixa) buscando uma configuração genérica B_1 .

Como a configuração de referência a ser aqui adotada é a inicial, a descrição do movimento é denominada *Lagrangeana*. Portanto, operações diferenciais e integrais

empregadas em formulações que aplicam descrição *Lagrangeana* de movimento são realizadas em relação à configuração inicial do corpo.

5.3 **ELEMENTO FINITO DE PÓRTICO NÃO LINEAR 3-D**

A formulação a ser apresentada ao longo do presente item tem por base os equacionamentos desenvolvidos e apresentados em CODA e PACCOLA (2010) e CODA (2009). Tal formulação refere-se a um elemento finito de pórtico laminado não linear 3-D, que permite simular o comportamento de pórticos tridimensionais com seção transversal qualquer. Diferentemente das formulações usuais para elementos de pórtico tridimensionais, a formulação aqui proposta não utiliza esquemas de rotação finita, como, por exemplo, a formulação de Euler-Rodrigues, que consiste de uma extensão da teoria linear para representar grandes rotações e possuem natureza necessariamente incremental.

A estratégia adotada em CODA (2009) consiste na descrição de sólidos por meio de *vetores generalizados não restritos*. O mapeamento do contínuo é feito por meio de vetores não unitários que não mantêm a ortogonalidade entre si após a mudança de configuração de um corpo, ao contrário das formulações clássicas. Desta maneira, as mudanças de forma da seção transversal do elemento não são necessariamente normais à linha de referência assumida. A formulação apresentada na última referência adota lei constitutiva tridimensional completa.

No entanto, esta opção apresenta como inconveniente a superestimação da rigidez do elemento, fenômeno designado no contexto da análise numérica por travamento (*locking*). Neste caso, o travamento é dito volumétrico, por ocorrer devido à influência do coeficiente de Poisson e de aproximações desbalanceadas para deformações normais, bem como para aquelas referentes ao cisalhamento.

Para corrigir o problema descrito no parágrafo anterior, são introduzidos na hipótese cinemática básica, modos de empenamento e deformação com variação na direção transversal. O mapeamento resultante representa um sólido longo, por meio de elemento de pórtico. Tal mapeamento utiliza somente variáveis vetoriais no espaço Euclidiano e, como consequência, os valores de tensão, deformação e posição são medidas objetivas, isto é, independentes da trajetória descrita pelo sólido.

5.3.1 Mapeamento vetorial não restrito

Neste item, o mapeamento clássico via MEF é substituído por um mapeamento que tem por base vetores não restritos. A Figura 5.2 esquematiza um elemento sólido bidimensional com o formato quadrilateral, mapeado em espaço adimensional de Gauss, definido pelos vetores unitários ξ_1 e ξ_2 para a sua forma real, seguindo o procedimento clássico, conforme figura 5.2a, bem como o procedimento vetorial aqui proposto, conforme figura 5.2b.

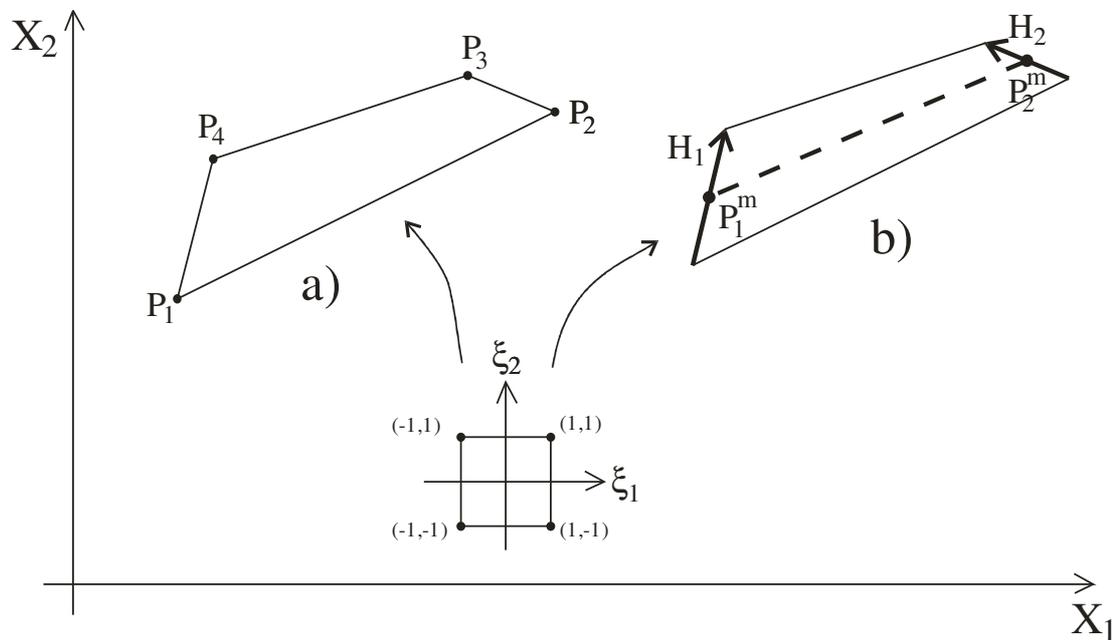


Figura 5.2 – Elemento Sólido: (a) Mapeamento clássico e (b) Mapeamento vetorial. Fonte: CODA (2009).

Inicialmente, a transformação é mostrada para o caso de um elemento bidimensional linear e, em seguida, o procedimento é generalizado para qualquer ordem de aproximação desejada para o elemento. As funções de forma lineares adotadas no mapeamento clássico do MEF, figura 5.2a, são dadas pelas equações (5.4) a (5.7), com ξ_1 e $\xi_2 \in [-1,1]$, em que ξ_i representam coordenadas adimensionais de Gauss.

$$\omega_1(\xi_1, \xi_2) = \frac{1}{4}(1 - \xi_1)(1 - \xi_2) \tag{5.4}$$

$$\omega_2(\xi_1, \xi_2) = \frac{1}{4}(1 + \xi_1)(1 - \xi_2) \tag{5.5}$$

$$\omega_3(\xi_1, \xi_2) = \frac{1}{4}(1 + \xi_1)(1 + \xi_2) \quad (5.6)$$

$$\omega_4(\xi_1, \xi_2) = \frac{1}{4}(1 - \xi_1)(1 + \xi_2) \quad (5.7)$$

Para o caso da discretização vetorial, figura 5.2b, as funções de forma lineares são dadas pelas equações (5.8) e (5.9), e o mapeamento clássico do MEF, por sua vez, é descrito pela equação (5.10).

$$\varphi_1(\xi_1) = \frac{1}{2}(1 - \xi_1) \quad (5.8)$$

$$\varphi_2(\xi_1) = \frac{1}{2}(1 + \xi_1) \quad (5.9)$$

$$\mathbf{X}_i(\xi_1, \xi_2, \mathbf{X}_{\ell i}) = \omega_\ell(\xi_1, \xi_2)\mathbf{X}_{\ell i} \quad \text{com } i = 1, 2 \text{ e } \ell = 1, 2, 3, 4 \quad (5.10)$$

Na equação (5.10), \mathbf{X}_i são quaisquer coordenadas de pontos do contínuo, $\omega_\ell(\xi_1, \xi_2)$ são as funções de forma e $\mathbf{X}_{\ell i}$ são as coordenadas dos nós P_ℓ , denominados de parâmetros de posição nodal. O mapeamento vetorial equivalente à equação (5.10) é apresentado por meio da equação (5.11), cujas coordenadas da linha de referência ($\mathbf{X}_{\ell i}^m$) e os vetores generalizados ($\mathbf{H}_{\ell i}$) são dados em (5.12).

$$\mathbf{X}_i(\xi_1, \xi_2, \mathbf{X}_{\ell i}^m, \mathbf{V}_{\ell i}) = \varphi_\ell(\xi_1)\mathbf{X}_{\ell i}^m + \frac{\mathbf{H}_{\ell i}\varphi_\ell(\xi_1)}{2}\xi_2 \quad \text{com } i = 1, 2 \text{ e } \ell = 1, 2 \quad (5.11)$$

$$\mathbf{X}_{1i}^m = \frac{\mathbf{X}_{1i} + \mathbf{X}_{4i}}{2}; \quad \mathbf{X}_{2i}^m = \frac{\mathbf{X}_{2i} + \mathbf{X}_{3i}}{2}; \quad (5.12)$$

$$\mathbf{H}_{1i} = \mathbf{X}_{4i} - \mathbf{X}_{1i} \quad \text{e} \quad \mathbf{H}_{2i} = \mathbf{X}_{3i} - \mathbf{X}_{2i}$$

Por meio da análise da equação (5.11) fica evidente que o mapeamento vetorial é feito com o emprego de vetores não unitários ($\mathbf{H}_{\ell i}$) como parâmetros, os quais resultam ortogonais a “linha de referência”, definida pela reta que liga os pontos P_1^m e P_2^m (ver figura 5.2). Assumindo uma altura constante (h_0) para o elemento de pórtico, como normalmente é feito, a equação (5.11) é simplificada para o mapeamento descrito na equação (5.13).

$$X_i(\xi_1, \xi_2, X_{\ell i}^m, V_{\ell i}) = \varphi_{\ell}(\xi_1) X_{\ell i}^m + \frac{h_0}{2} \xi_2 V_{\ell i} \varphi_{\ell}(\xi_1) \quad \text{com } i=1,2 \text{ e } \ell=1,2 \quad (5.13)$$

Na equação (5.13), $V_{\ell i}$ é um vetor generalizado e sua aproximação ao longo do elemento tem a mesma natureza da linha de referência. Por simplicidade, na configuração inicial do corpo analisado, os vetores generalizados são unitários e ortogonais à linha de referência. Para a configuração atual, no entanto, os vetores generalizados podem não ser ortogonais e unitários em relação à linha de referência. Esta é a principal característica do mapeamento com vetores não restritos.

Por fim, a equação (5.14) apresenta a versão tridimensional da equação (5.13), cujo mapeamento é esquematizado na figura 5.3. Este mapeamento é totalmente similar àquele dado pela equação (5.10) e, conseqüentemente, apresenta a mesma objetividade, tal qual sugerido em BETSCH e STEINMANN (2003).

$$X_i(\xi_1, \xi_2, \xi_3, X_{\ell i}^m, V_{\ell i}) = \varphi_{\ell}(\xi_1) X_{\ell i}^m + \frac{h_0^1}{2} \xi_2 V_{\ell i}^1 \varphi_{\ell}(\xi_1) + \frac{h_0^2}{2} \xi_3 V_{\ell i}^2 \varphi_{\ell}(\xi_1) \quad (5.14)$$

com $i=1,2,3$ e $\ell=1,2$

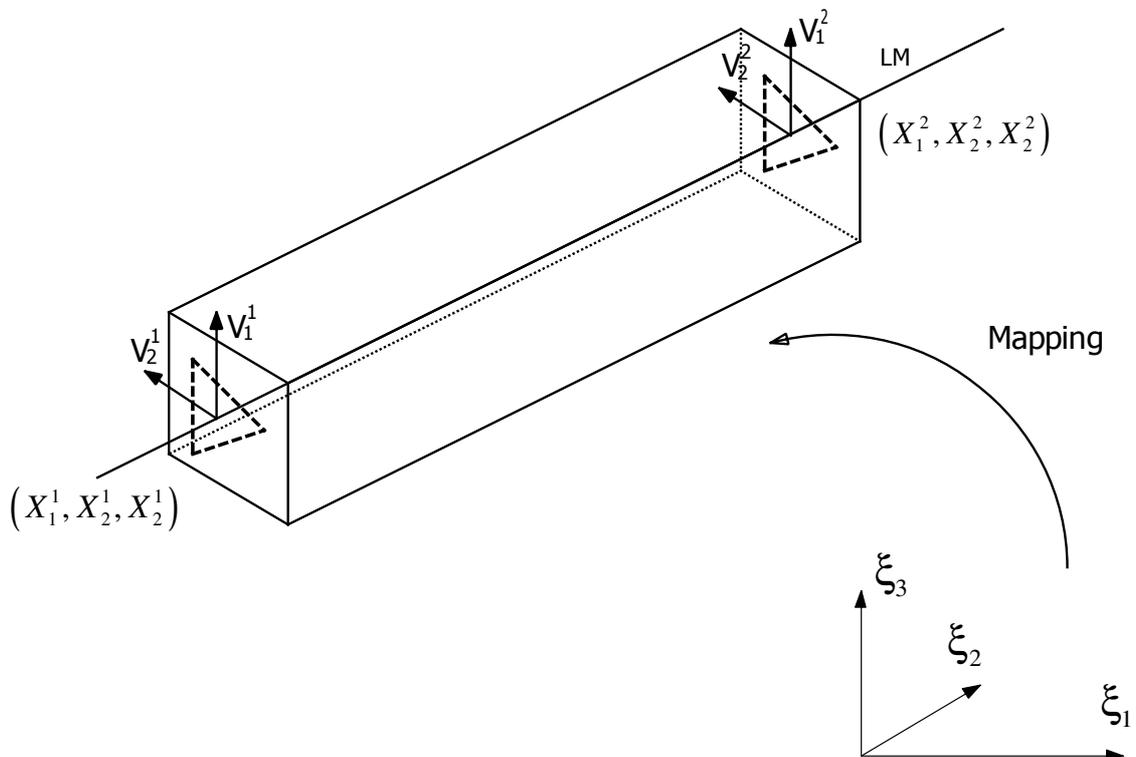


Figura 5.3 – Mapeamento Vetorial tridimensional. Fonte: CODA (2009)

Esta forma de descrição do contínuo resulta em nove graus de liberdade para cada nó do elemento finito, no qual se define um plano. Apresenta, portanto, três graus de liberdade adicionais se comparados à formulação clássica, proporcionando assim flexibilidade cinemática de mudar a configuração da seção transversal nas duas direções, bem como permitir distorcê-la sobre seu plano.

É importante mencionar que na figura 5.2 uma seção quadrilateral é apresentada juntamente com uma representação auxiliar triangular, a qual define o plano da seção e, portanto, o comportamento da seção transversal.

Deve ser lembrado ainda que os parâmetros h_0^1 e h_0^2 não são, necessariamente, as alturas da seção transversal na posição atual, pois os vetores generalizados não são necessariamente ortogonais à linha de referência. Como mencionado anteriormente, na configuração inicial, $V_{\xi_1}^1$ e $V_{\xi_1}^2$ são adotados unitários, ortogonais à linha de referência e ortogonais entre seus pares. É importante destacar que esta imposição não é feita em relação à configuração atual.

Porém, a ortogonalidade dos vetores em relação à linha de referência na configuração inicial depende do tipo de conexão que o usuário pretende considerar na continuidade dos elementos para mapeamento do contínuo: conexão de canto ou conexão curva, ilustrada por meio da figura 5.4.

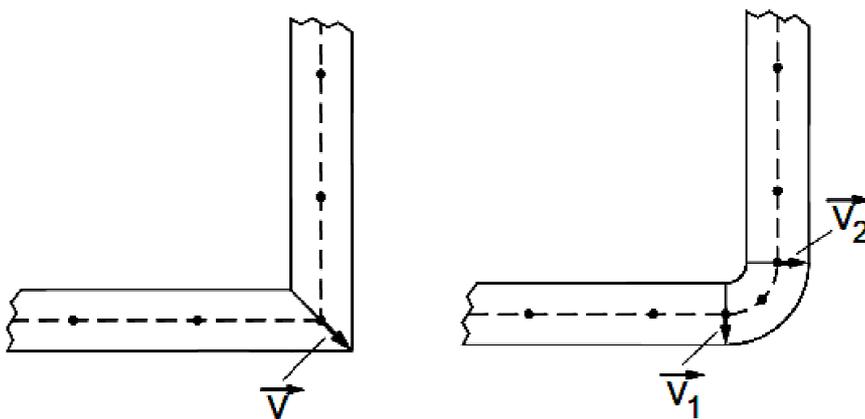


Figura 5.4 – Tipos de conexão para o elemento de pórtico laminado não linear **a)** Conexão de canto. **b)** Conexão curva. Fonte: CODA e PACCOLA (2010).

De acordo com CODA e PACCOLA (2010) a conexão de canto é adequada para elementos longos e esbeltos. A conexão curva é adequada para elementos curtos (não

esbeltos) e é obtida com o emprego de um elemento curvo entre dois elementos que se deseja conectar. Este último tipo de conexão mantém inicialmente o valor unitário e a ortogonalidade entre os vetores. Vale ressaltar ainda que o grau de aproximação ao longo da linha de referência pode ser de qualquer ordem, sem mudar o significado físico ou matemático do mapeamento descrito.

No próximo item será apresentada uma estratégia numérica para a descrição da geometria e da cinemática da seção transversal que possibilitará a consideração de *não homogeneidade e geometria qualquer* para a seção transversal.

5.3.2 Mapeamento da mudança de configuração

Como mencionado anteriormente, a estratégia adotada em CODA (2009) e em CODA e PACCOLA (2010) não apresenta nenhuma restrição com relação aos vetores $V_{\hat{i}}^1$ e $V_{\hat{i}}^2$ na configuração atual do corpo. Na configuração atual, os vetores não são unitários nem mesmo ortogonais entre eles, ou mesmo em relação à linha de referência, de modo que passam a ser denominados, de agora em diante, como **vetores generalizados**, representados por $g_{\hat{i}}^1$ e $g_{\hat{i}}^2$, e constituem a base não-ortogonal que gera a seção transversal na configuração atual. A figura 5.5 esquematiza o mapeamento posicional para um elemento de pórtico cúbico.

Esse mapeamento ilustrado pela figura 5.5 é o mesmo utilizado por BONET et. al. (2000) para a solução de problemas de membrana, e é denominado também de “*configuração material isoparamétrica de referência*”. É um mapeamento típico de configurações iniciais e atuais para um sólido curvo com aproximação cúbica (no sentido longitudinal da linha de referência), e que apresenta uma geometria plana no sentido transversal.

Embora a figura 5.5 busque esquematizar um elemento cúbico, o elemento apresentado em CODA (2009) é de aplicação mais geral, pois permite ao usuário escolher a ordem desejada da aproximação. Ainda em relação à figura 5.5, f e A representam, respectivamente, a descrição Lagrangeana da função mudança de configuração e seu gradiente (ver seção 5.2). Da mesma forma, $(f^0; f^1)$ e $(A^0; A^1)$ representam, respectivamente, os mapeamentos e seus gradientes no espaço

adimensional para as configurações inicial (0) e atual (1), cujas funções mudança de configuração são apresentadas nas equações (5.15) e (5.16).

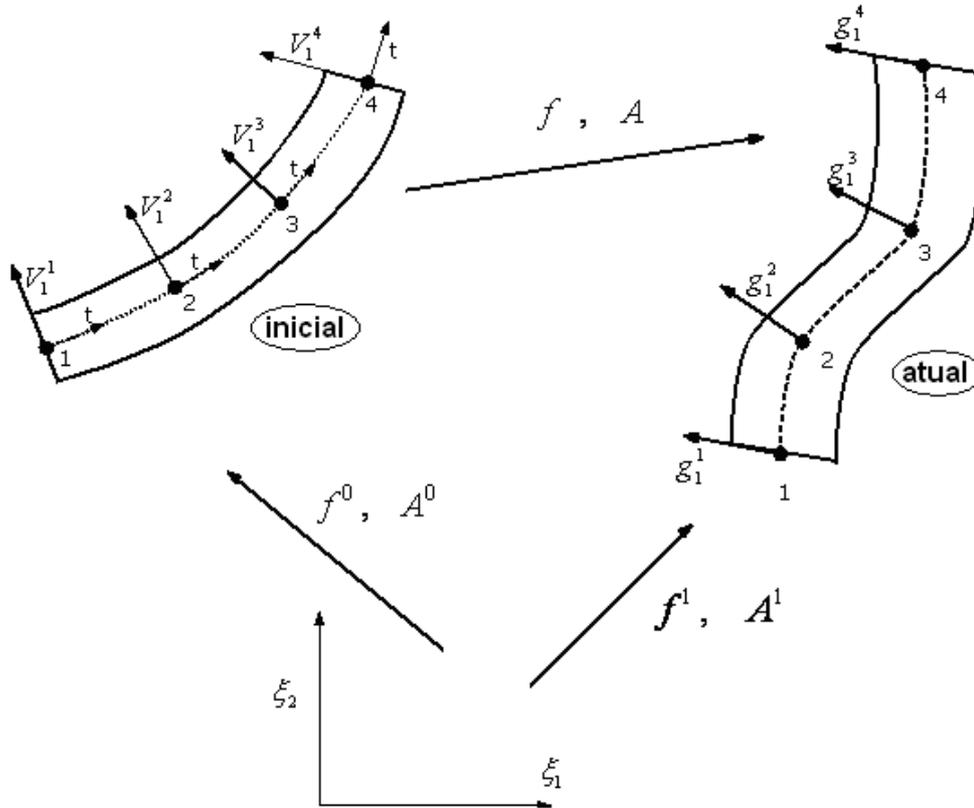


Figura 5.5 – Mapeamento posicional das configurações inicial e atual do elemento, com relação ao espaço adimensional (ξ_1 e ξ_2). Fonte: CODA (2009).

$$f_i^0 = x_i = \varphi_\ell(\xi_1) X_{\ell i}^m + \frac{h_0^1}{2} \xi_2 V_{i\ell}^1 \varphi_\ell(\xi_1) + \frac{h_0^2}{2} \xi_3 V_{i\ell}^2 \varphi_\ell(\xi_1) \quad (5.15)$$

$$f_i^1 = y_i = \varphi_\ell(\xi_1) Y_{\ell i}^m + \frac{h_0^1}{2} \xi_2 g_{i\ell}^1 \varphi_\ell(\xi_1) + \frac{h_0^2}{2} \xi_3 g_{i\ell}^2 \varphi_\ell(\xi_1) \quad (5.16)$$

Nas últimas equações, o índice inferior ℓ não é mais limitado apenas a dois nós e, neste caso, i varia então de 1 a 3. O gradiente da função mudança de configuração, para levar em conta o mapeamento no espaço adimensional, é apresentado na equação (5.17), escrito da mesma forma em que está proposto em CODA e PACCOLA (2008).

$$A = A^1 (A^0)^{-1} \quad \text{ou} \quad A_{ij} = A_{ik}^1 B_{kj}^0 \quad (5.17)$$

Na equação (5.17), vale $B^0 = (A^0)^{-1}$. Por meio dessa equação, pode-se escrever a equação (5.18), que apresenta o alongamento de Cauchy-Green à direita. O tensor de deformação de Green é dado em (5.19), em que δ_{ij} é o delta de Kronecker.

$$C = A^t A = (A^0)^{-t} (A^1)^t A^1 (A^0)^{-1} \quad \text{ou} \quad C_{ij} = B_{\gamma i}^0 A_{\beta \gamma}^1 A_{\beta \alpha}^1 B_{\alpha j}^0 \quad (5.18)$$

$$\mathbb{E}_{ij} = \frac{1}{2} [C_{ij} - \delta_{ij}] \quad (5.19)$$

Como afirmado anteriormente, os vetores g_i^1 e g_i^2 , juntamente com a linha de referência, geram o sólido analisado. No entanto, a geometria da seção transversal pode ser melhorada para levar em conta diferentes formatos de seção e materiais. Nesse sentido, é necessário substituir as constantes h_0^1 e h_0^2 por uma discretização que, multiplicado pelos respectivos vetores base V_i^1 e V_i^2 na configuração inicial, resultem em geometria qualquer para a seção transversal. Tal procedimento compreende uma mudança de configuração da seção transversal que depende somente das transformações $V_i^1 \rightarrow g_i^1$ e $V_i^2 \rightarrow g_i^2$.

Por último, pode-se adotar para esta discretização o mapeamento bidimensional feito por meio de elementos finitos triangulares isoparamétricos de aproximação cúbica, como esquematizado na figura 5.6.

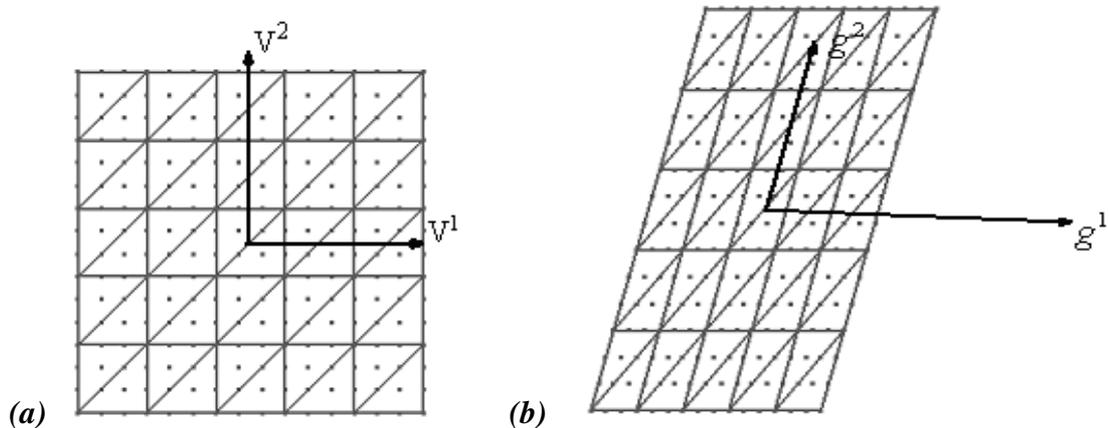


Figura 5.6 – Definição geral da geometria de uma seção transversal: (a) Configuração Inicial e (b) Configuração atual. Fonte: CODA (2009).

Na figura 5.6, o par de vetores V_i^1 e V_i^2 representa uma base ortonormal referente à configuração inicial, enquanto o par de vetores g_i^1 e g_i^2 constitui base genérica referente à configuração atual. Por este motivo, as equações (5.15) e (5.16) são reescritas a seguir nas formas apresentadas pelas equações (5.20) e (5.21).

$$f_i^0 = x_i = \varphi_\ell(\xi_1)X_{\ell i}^m + \alpha^j \psi^j(\gamma_1, \gamma_2) V_{i\ell}^1 \varphi_\ell(\xi_1) + \beta^j \psi^j(\gamma_1, \gamma_2) V_{i\ell}^2 \varphi_\ell(\xi_1) \quad (5.20)$$

$$f_i^1 = y_i = \varphi_\ell(\xi_1)Y_{\ell i}^m + \alpha^j \psi^j(\gamma_1, \gamma_2) g_{i\ell}^1 \varphi_\ell(\xi_1) + \beta^j \psi^j(\gamma_1, \gamma_2) g_{i\ell}^2 \varphi_\ell(\xi_1) \quad (5.21)$$

Com relação às equações (5.20) e (5.21), γ_1 e γ_2 são coordenadas adimensionais ordinárias do elemento finito triangular, α^j e β^j (valores conhecidos) são coordenadas dos pontos que constituem a malha auxiliar da seção transversal e $\psi^j(\gamma_1, \gamma_2)$ a matriz das funções de forma do elemento triangular.

5.3.3 Aperfeiçoamento da cinemática da seção transversal

De acordo com aspectos citados em BISCHOFF e RAMM (2000), é fato que surge travamento volumétrico quando da adoção de uma relação constitutiva tridimensional completa e cinemática de Reissner. Isso ocorre devido à influência do coeficiente de Poisson e de aproximações desbalanceadas para deformações normais, bem como para aquelas referentes ao cisalhamento (CODA, 2009). Para corrigir este problema, na última referência faz-se a apresentação da cinemática da seção transversal aperfeiçoada por meio da introdução de deformação com variação na direção transversal e a consideração de efeitos de empenamento.

O primeiro aperfeiçoamento consiste da introdução, na equação (5.21), de deformação com variação na direção transversal, o que diferencia a formulação proposta em CODA (2009) das já conhecidas formulações clássicas que, por não adotarem tal aperfeiçoamento, apresentam deformações constantes na referida direção. Este aperfeiçoamento garante um comportamento de meio contínuo para a seção que pode ser descrito, no contexto da análise linear, como a deformação apresentando variação linear ao longo das direções transversais da barra (eixos da seção transversal). Essa

flexibilidade cinemática é expressa pela modificação da equação (5.21), resultado na equação (5.22).

$$f_i^1 = y_i = \varphi_\ell(\xi_1) Y_{\ell i}^m + \alpha^j \psi^j(\gamma_1, \gamma_2) g_{i\ell}^1 \varphi_\ell(\xi_1) + \beta^j \psi^j(\gamma_1, \gamma_2) g_{i\ell}^2 \varphi_\ell(\xi_1) + \left\{ [\alpha^j \psi^j(\gamma_1, \gamma_2)]^2 (\Lambda_\ell^1 \varphi_\ell(\xi_1)) \right\} g_{i\ell}^1 \varphi_\ell(\xi_1) + \left\{ [\beta^j \psi^j(\gamma_1, \gamma_2)]^2 (\Lambda_\ell^2 \varphi_\ell(\xi_1)) \right\} g_{i\ell}^2 \varphi_\ell(\xi_1) \quad (5.22)$$

Na equação (5.22) são considerados os termos apresentados nas equações (5.23) e (5.24), os quais representam valores de intensidade da taxa de deformação transversal. Os parâmetros nodais associados a esta cinemática adicional são Λ_ℓ^1 e Λ_ℓ^2 . Os termos $[\alpha^j \psi^j(\gamma_1, \gamma_2)]^2$ e $[\beta^j \psi^j(\gamma_1, \gamma_2)]^2$ dão o modo do aperfeiçoamento transversal.

$$a^1(\xi_1) = \Lambda_\ell^1 \varphi_\ell(\xi_1) \quad (5.23)$$

$$a^2(\xi_1) = \Lambda_\ell^2 \varphi_\ell(\xi_1) \quad (5.24)$$

A cinemática descrita pela equação (5.22) não está totalmente livre dos efeitos de travamento quanto à torção, juntamente ao emprego de uma lei constitutiva tridimensional completa. Para corrigir esta deficiência, em CODA (2009) se propõe introduzir o modo de empenamento na cinemática do problema. Este procedimento tem similaridade com o procedimento da técnica da GBT (Generalized Beam Theory). Para mais informação a respeito de GBT, os leitores são convidados ler os trabalhos de DINIS et al (2006) e demais trabalhos citados nessa referência.

Basicamente, são duas as principais diferenças entre a técnica da GBT e a formulação proposta em CODA (2009) e CODA e PACCOLA (2010). A primeira é que em CODA (2009) o modo de empenamento é introduzido numa base não-ortogonal g_i^1 e g_i^2 e, portanto, não relacionado a um sistema de eixos rígido como na GBT. A segunda diferença é que a técnica da GBT, da forma como é apresentada, limita-se à aplicação em seções abertas de parede fina homogêneas, por empregar solução analítica com base em VLASOV (1961) para o modo do empenamento, o que não é o caso da formulação descrita neste trabalho.

É importante destacar que, no caso do procedimento descrito, o modo de empenamento é resolvido numericamente via MEF em uma análise linear, empregando

proposta de discretização como aquela apresentada na figura 5.6a. Nesse sentido, a fim de se criar o modo de empenamento, resolve-se o problema linear da torção de Saint-Venant via MEF, de acordo com a equação (5.25), em que pode se considerar material não homogêneo e geometria inicial da seção transversal.

$$D^{el}(\gamma_1, \gamma_2) = D_\ell^{el} \Psi_\ell(\gamma_1, \gamma_2) \quad (5.25)$$

Na equação (5.25) D_ℓ^{el} são os valores dos deslocamentos devido ao empenamento para os ℓ pontos de cada elemento finito (índice superior **el**) auxiliar da discretização seção transversal, conforme figura 5.6, por exemplo. A direção do empenamento, desenvolvido no elemento de pórtico analisado, é dada pelo produto do vetorial entre g_i^1 e g_i^2 , formalizado na equação (5.26), em que ζ_{ijk} define o tensor usual de produto vetorial.

$$n_i(\xi_1) = \zeta_{ijk} g_j^1(\xi_1) g_k^2(\xi_1) = \zeta_{ijk} \left[g_{j\ell}^1 \varphi_\ell(\xi_1) \right] \left[g_{k\ell}^2 \varphi_\ell(\xi_1) \right] \quad (5.26)$$

É importante notar que o modo de empenamento, dado pela equação (5.25), refere-se a uma intensidade de empenamento associado ao problema da torção de Saint-Venant. Para problemas gerais, essa intensidade varia ao longo do elemento estrutural. Consequentemente, o empenamento desenvolvido numa seção transversal qualquer (função de ξ_1) é dado de acordo com a equação (5.27).

$$w_i^{el}(\xi_1, \gamma_1, \gamma_2) = \left[D_\ell^{el} \Psi_\ell(\gamma_1, \gamma_2) n_i(\xi_1) \right] \zeta_{ijk} \left[g_{j\ell}^1 \varphi_\ell(\xi_1) \right] \left[g_{k\ell}^2 \varphi_\ell(\xi_1) \right] \varphi_\ell(\xi_1) W_\ell \quad (5.27)$$

Com relação à equação (5.27), W_ℓ é a intensidade do empenamento (escalar) a ser determinada para cada nó ℓ do elemento finito e w_i^{el} é o deslocamento segundo a direção n_i para um ponto qualquer da seção transversal. Nesse sentido, o aperfeiçoamento é alcançado pela adição da equação (5.27) na equação (5.22), resultando na equação (5.28).

$$\begin{aligned}
f_i^1 = y_i = \varphi_\ell(\xi_1) Y_{\ell i}^m + \alpha^j \psi^j(\gamma_1, \gamma_2) g_{i\ell}^1 \varphi_\ell(\xi_1) + \beta^j \psi^j(\gamma_1, \gamma_2) g_{i\ell}^2 \varphi_\ell(\xi_1) + \\
\left\{ [\alpha^j \psi^j(\gamma_1, \gamma_2)]^2 (\Lambda_\ell^1 \varphi_\ell(\xi_1)) \right\} g_{i\ell}^1 \varphi_\ell(\xi_1) + \left\{ [\beta^j \psi^j(\gamma_1, \gamma_2)]^2 (\Lambda_\ell^2 \varphi_\ell(\xi_1)) \right\} g_{i\ell}^2 \varphi_\ell(\xi_1) + \\
\left[D_\ell^{\text{el}} \psi_\ell(\gamma_1, \gamma_2) \right] \zeta_{ijk} \left[g_{j\ell}^1 \varphi_\ell(\xi_1) \right] \left[g_{k\ell}^2 \varphi_\ell(\xi_1) \right] \varphi_\ell(\xi_1) W_\ell
\end{aligned} \quad (5.28)$$

A equação (5.28) representa um mapeamento vetorial objetivo do espaço adimensional para a configuração atual do corpo, considerando deformação com variação na direção transversal e empenamento. Esse mapeamento resulta em 12 graus de liberdade para cada nó que são: três translações $Y_{\ell i}^m$, seis componentes vetoriais $g_{i\ell}^1$ e $g_{i\ell}^2$, dois valores de intensidade da taxa de deformação Λ_ℓ^1 e Λ_ℓ^2 e intensidade do empenamento W_ℓ .

No ANEXO G apresenta-se o procedimento numérico via MEFP para obtenção da solução de problemas de análise estrutural não linear geométrica de estruturas com o elemento de pórtico descrito. A seguir apresentam-se alguns exemplos de validação e aplicação do elemento finito de pórtico não linear 3-D.

5.4 EXEMPLOS DE APLICAÇÃO DO ELEMENTO FINITO DE PÓRTICO NÃO LINEAR 3-D

Os exemplos apresentados a seguir têm o intuito de demonstrar a precisão e aplicabilidade do SYSAF e do elemento finito de pórtico não linear 3-D de formulação posicional em análises não lineares geométricas de estruturas. Vale ressaltar que os exemplos 5.4.1 e 5.4.2, reproduzidos de CODA (2009), têm como única finalidade demonstrar a objetividade das medidas de tensão, deformação e posição, bem como a independência da trajetória na resposta do problema.

5.4.1 Viga curva em balanço

Este exemplo de viga curva em balanço, extraído de CODA (2009), foi proposto em BATHE e BOLOURCHI (1979) e, de acordo com CODA (2009), é usado atualmente para validar formulações tridimensionais gerais de elementos de pórtico. A formulação proposta é testada para seção transversal simples, e a objetividade em

situações de descarregamento é confirmada, como proposto por IBRAHIMBERGOVIC e TAYLOR (2002).

As propriedades de interesse para o problema são: seção transversal quadrada de lados unitários com raio da curvatura $R = 100$, $E = 10^7$ e $\nu = 0$. Demais informações referentes à geometria podem ser vistas na figura 5.7. A carga total aplicada foi igual a $F = 600$, dividida em 10 etapas, considerando todos os graus de liberdade restringidos na extremidade engastada. A tolerância adotada foi igual a $TOL = 10^{-12}$ com relação às posições (ver anexo G, item E.2). A figura 5.7 esquematiza as discretizações de interesse para realizar o pré-processamento do empenamento da de seção transversal.

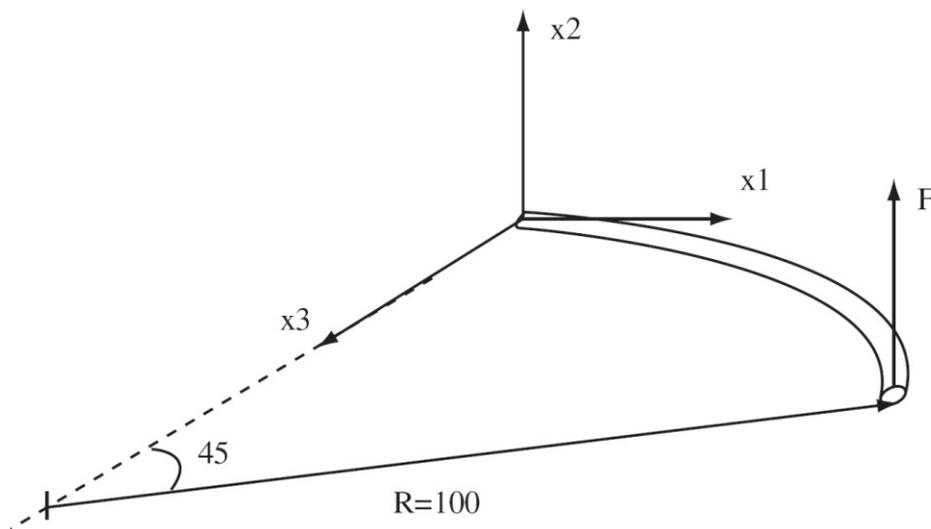


Figura 5.7 – Viga curva em balanço, adaptado de ROMERO e ARMERO (2002).

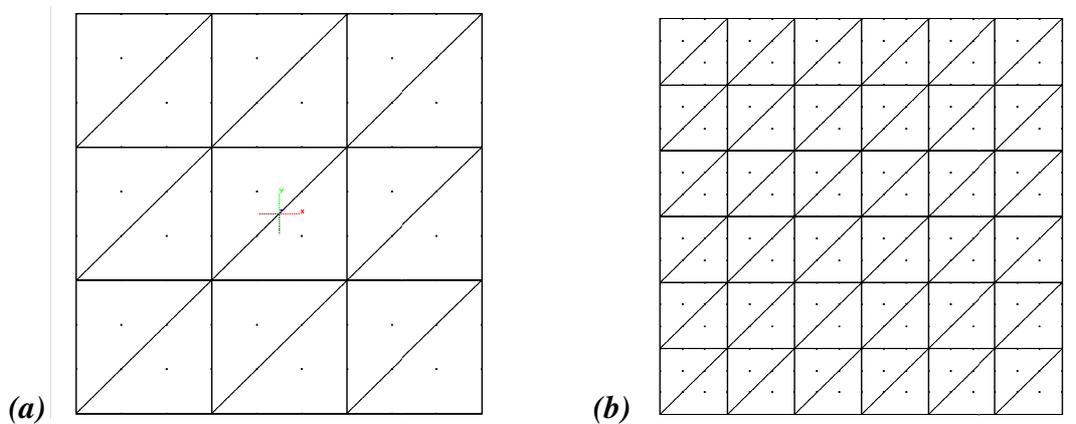


Figura 5.8 - Discretizações para pré-processamento da seção transversal:

(a) Inicial e (b) Refinada. Fonte: CODA (2009)

Como resultado, a diferença relativa no deslocamento empregando as malhas inicial e refinada, conforme figura 5.8, resulta aproximadamente igual a $6 \times 10^{-4} \%$. Segundo CODA (2009), por conveniência, os resultados de deslocamento são dados utilizando a discretização inicial, enquanto os resultados de tensão utilizam a malha refinada. A figura 5.9 esquematiza a configuração deformada para a viga analisada.

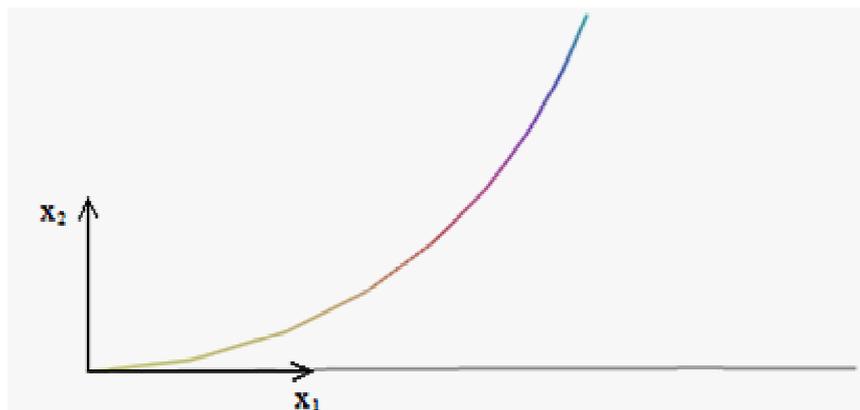


Figura 5.9 - Configuração deformada para dois elementos: vista lateral.

Fonte: CODA (2009).

A primeira discretização da viga consiste de apenas um elemento de quarta ordem (5 nós) e o deslocamento vertical obtido foi igual a 53,472. A segunda discretização consiste em dois elementos da quarta ordem (total de nove nós) e o deslocamento vertical resultante foi igual a 53,6059. A diferença entre os deslocamentos resultou, neste caso, inferior a 0,25%, caracterizando a convergência da análise.

A tabela 1 compara deslocamentos u_1 , u_2 e u_3 (associados às direções x_1 , x_2 e x_3 , respectivamente, conforme figura 5.7) obtidos em CODA (2009), em ROMERO E ARMERO (2002), em IBRAHIMBERGOVIC E TAYLOR (2002) e em BATHE e BOLOURCHI (1979).

Tabela 5.1 – Comparação dos deslocamentos na extremidade carregada.

<i>Deslocamento</i>	<i>CODA</i>	<i>BATHE</i>	<i>IBRAHIMBERGOVIC</i>	<i>ROMERO</i>
u_1	23,8219	23,51	23,477	24,25
u_2	53,6059	53,4	53,370	54,55
u_3	13,7308	13,39	13,490	14,05

É importante ressaltar que os resultados obtidos em ROMERO E ARMERO (2002) e em IBRAHIMBERGOVIC E TAYLOR (2002) utilizam nove nós e elementos retos, esquemas de integração-reduzida, leis constitutivas simplificadas e consideram a torção livre de Saint-Venant.

Na figura 5.10, apenas como informação complementar, para ilustrar a coerência da resposta frente a ação atuante, são apresentadas as distribuições de tensão verdadeira (Cauchy) na seção engastada da viga referente ao nível de carregamento final, em que T_{11} , T_{22} , ..., T_{23} são as componentes do tensor de tensões.

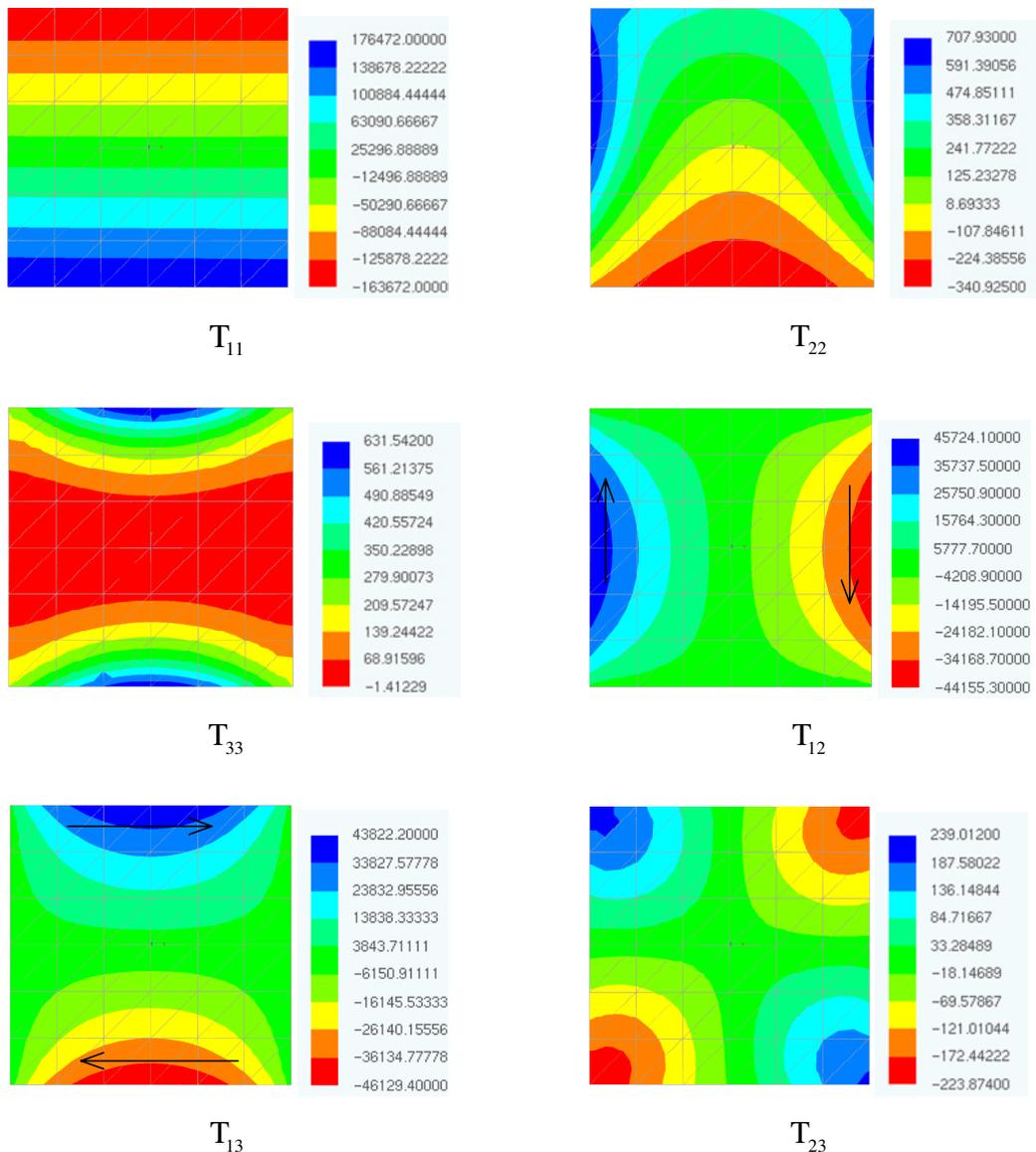


Figura 5.10 - Componentes de tensão de Cauchy na extremidade engastada para o carregamento total. Fonte: CODA (2009).

É importante mencionar que, diferentemente do que foi determinado em IBRAHIMBERGOVIC e TAYLOR (2002) com formulação que emprega algum esquema de rotação finita, após o descarregamento total, os deslocamentos e os níveis de tensão retornaram exatamente a zero com a formulação descrita neste trabalho, indicando que a formulação proposta em CODA (2009) é independente da trajetória.

5.4.2 Viga em L em balanço

O exemplo proposto em CRISFIELD e JELENIC (1999) é resolvido segundo a versão apresentada em IBRAHIMBERGOVIC e TAYLOR (2002). Este exemplo é utilizado para demonstrar a dependência da trajetória das soluções baseadas em rotações finitas incrementais. Por outro lado, neste mesmo exemplo, prova-se que a formulação proposta em CODA (2009), a qual tem por base vetores generalizados não restritos, não é dependente da trajetória.

Apresentam-se aqui somente os casos em que todas as formulações testadas em IBRAHIMBERGOVIC e TAYLOR (2002) falham. Além disso, vale à pena ressaltar que a formulação proposta não falha para nenhum caso descrito nesta referência.

O problema refere-se a uma viga em L colocada inicialmente em um plano horizontal, engastada em umas das extremidades e sujeita a uma carga vertical no extremo oposto, como ilustrado na figura 5.11a. O comprimento de cada trecho da viga é igual a 10 e a força aplicada é $F = 5$.

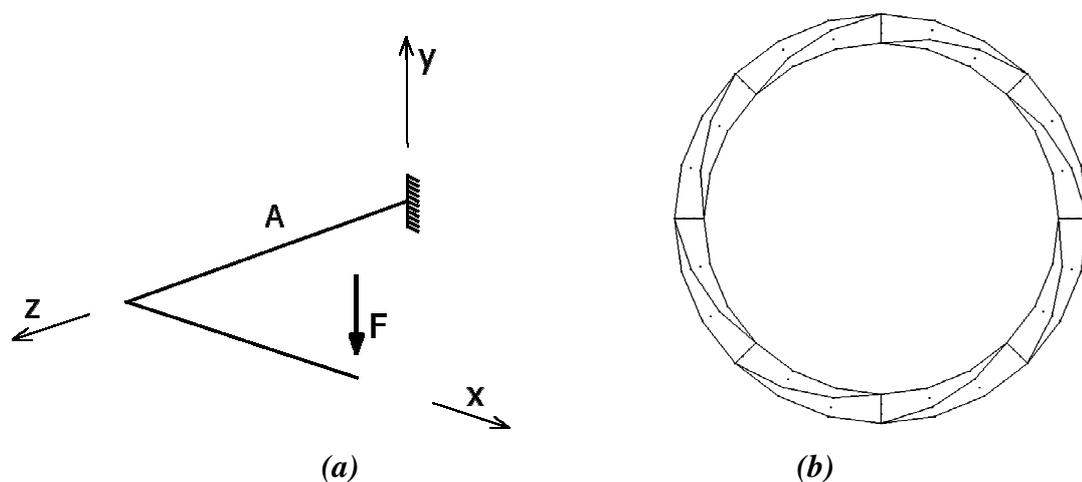


Figura 5.11 – Viga em L, extraída de CRISFIELD e JELENIC (1999).
(a) Esquema estático e (b) Discretização da seção transversal.

As propriedades físicas adotadas na referência são: $EA = GA_y = GA_z = 10^6$ e $GJ = EI_y = EI_z = 10^3$. Estes valores são equivalentes a uma seção transversal tubular com raio externo R igual a 0,048, espessura t igual a 0,006817 e $\nu = 0,3$. A discretização da seção transversal é apresentada na figura 5.11b.

A primeira etapa da solução consiste em aplicar a carga vertical em somente um incremento. Na segunda etapa, são aplicadas 100 voltas em torno do eixo z , mantendo o carregamento constante, em intervalos de $\pi/10$. A figura 5.12a mostra todas as posições obtidas, exatamente repetidas, confirmando a independência da trajetória da solução. A figura 5.12b mostra a dependência da trajetória detectada por IBRAHIMBERGOVIC e TAYLOR (2002), a qual utiliza formulação com base em rotações finitas. Para este exemplo foram adotados dois elementos finitos cúbicos e uma tolerância de 10^{-12} no referente às posições.

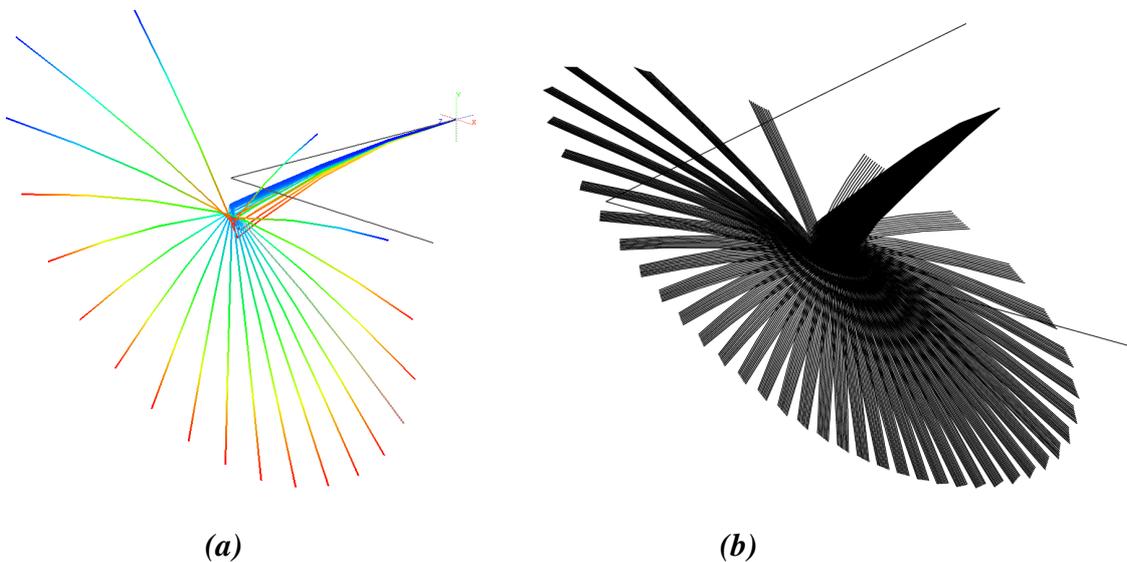


Figura 5.12 – Configurações deformadas após 100 voltas: (a) CODA (2009): Repetição exata e (b) IBRAHIMBERGOVIC e TAYLOR (2002): Dependência da trajetória.

Fonte: CODA (2009)

5.4.3 Instabilidade de Pilar com imperfeição geométrica

Neste exemplo analisa-se o efeito das imperfeições geométricas na resposta elástica de um elemento comprimido biapoado, como aquele ilustrado na figura 5.13, com uma configuração geométrica inicial senoidal.

Para avaliar a resposta numérica do problema em questão com o SYSAP empregando o elemento finito de pórtico não linear utiliza-se uma barra esbelta com as seguintes propriedades: comprimento (L) igual a 180 cm, módulo de elasticidade (E) igual 20.000 kN/cm² e seção transversal em perfil I tipo IPE 180. As imperfeições iniciais no meio do vão e_0 a serem empregadas são: $L/25000$, $L/1000$, $L/500$ e $L/100$. A tolerância admitida para a convergência foi igual a 10^{-9} .

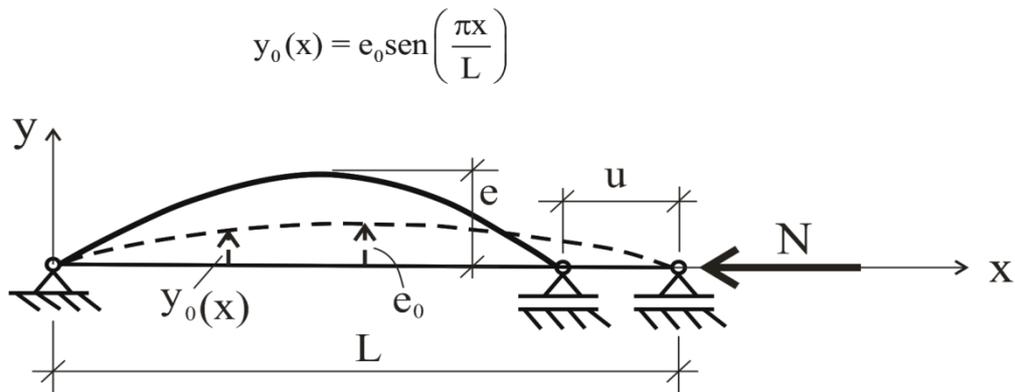


Figura 5.13 – Elemento comprimido com uma imperfeição geométrica inicial senoidal.

A discretização da seção transversal é apresentada por meio da figura 5.13a. Na figura 5.14b, apresenta-se a discretização ao longo do eixo do pilar: **I)** um único elemento de aproximação polinomial de quarta ordem; **II)** dois elementos de aproximação polinomial de quarta ordem; **III)** dois elementos de aproximação cúbica e **IV)** quatro elementos de aproximação quadrática.

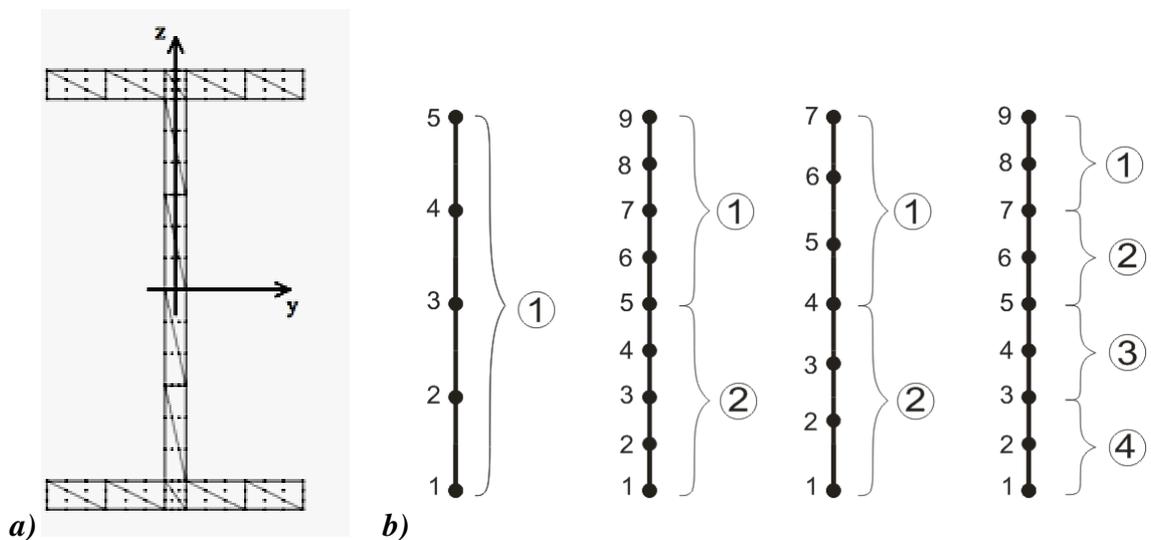


Figura 5.14 – Discretização do pilar analisado. **a)** Discretização da seção transversal. **b)** Discretização ao longo do eixo do pilar.

Como resultado da análise, na figura 5.15 tem-se os valores de razão de deslocamento lateral total e/L em função da força aplicada e da configuração inicial deformada. Nesta mesma figura, têm-se a curva de deslocamentos pós-crítico para uma barra sem imperfeição ($e_0 = 0$) de acordo com a equação analítica aproximada (5.29), dada em TIMOSHENKO (1961), para deslocamentos laterais da ordem de até $0,2L$.

$$e = \frac{L \cdot \sqrt{8}}{\pi} \sqrt{\frac{N}{N_{cr}} - 1} \left[1 - \frac{1}{2} \left(\frac{N}{N_{cr}} - 1 \right) \right] \quad (5.29)$$

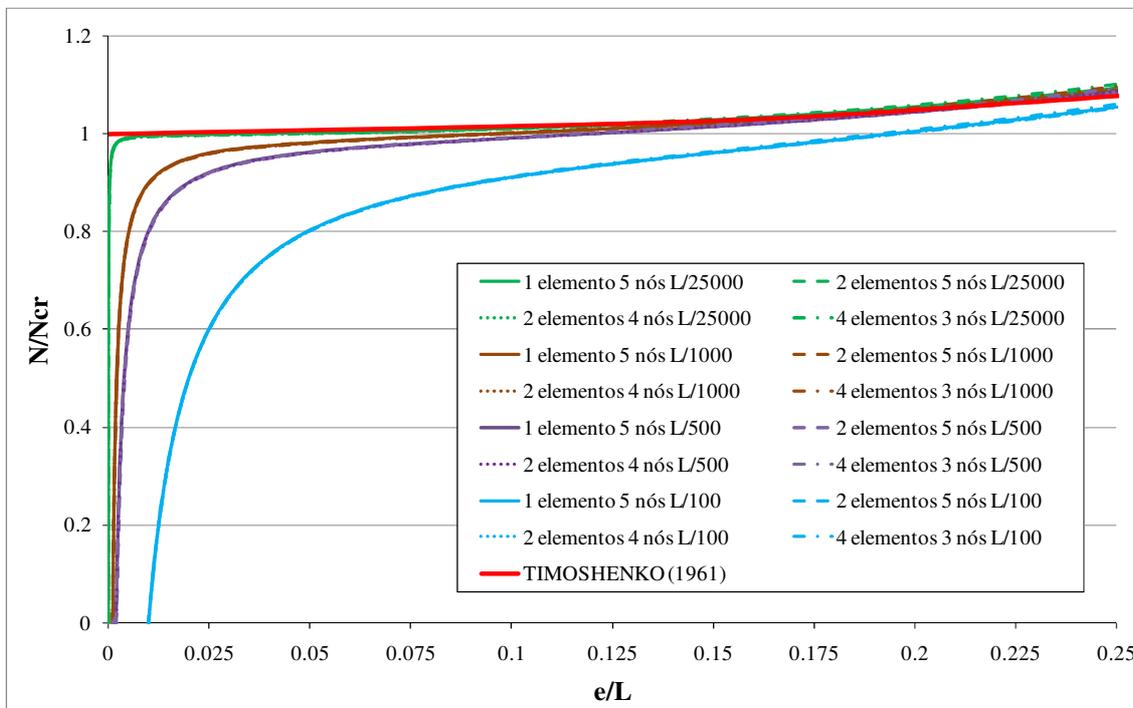


Figura 5.15 – Curvas de deslocamento lateral total do nó central do pilar para diferentes condições discretização e de imperfeição geométrica inicial e_0 .

Por meio da análise da figuras 5.15 pode-se concluir que a resposta numérica para o deslocamento lateral máximo do pilar considerando-se as discretizações apresentadas na figura 5.13b foi praticamente idêntica, e que **apenas um elemento finito de aproximação polinomial de quarta ordem já é capaz de obter satisfatoriamente a resposta elástica** do problema de instabilidade de um pilar comprimido com imperfeição geométrica inicial, **dentro do intervalo analisado**, que é satisfatório para fins práticos.

5.4.4 Configurações deformadas para a elástica do pilar de Euler

Em KUZNETSOV e LEVIAKOV (2002) apresenta-se a solução completa para o problema da estabilidade para a elástica do pilar de Euler. Na figura 5.16 são apresentadas três configurações deformadas no plano para o problema do pilar ideal quando submetidas a um carregamento N crescente.

Para essas deformadas, configurações 1, 2 e 3 da figura 5.16, em KUZNETSOV e LEVIAKOV (2002) são apresentadas as razões de deslocamento do apoio pelo comprimento (u/L) e deslocamento lateral máximo pelo comprimento (e/L), dadas em função da razão da força aplicada pela força crítica de Euler (N/N_{cr}).

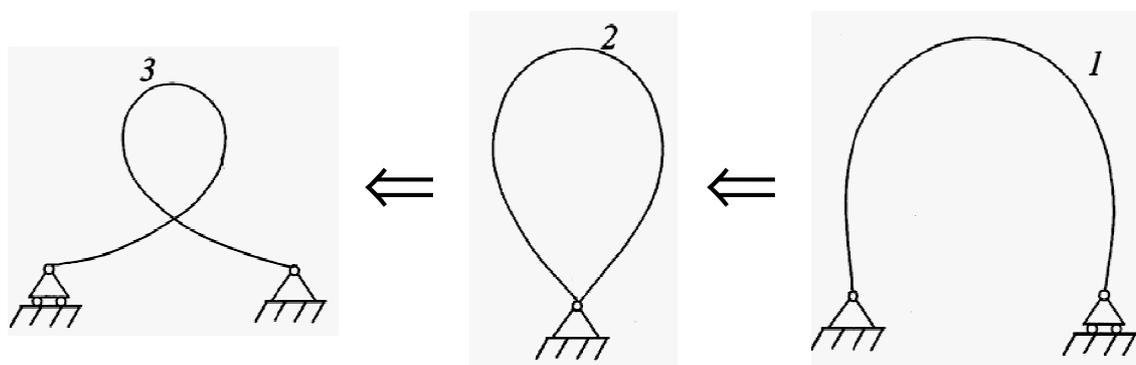


Figura 5.16 – Configurações deformadas para o pilar comprimido numa análise no plano obtidas em KUZNETSOV e LEVIAKOV (2002).

Assim, para se avaliar a resposta numérica do código SYSAF com o emprego do elemento de pórtico não linear para o problema em questão, discretizou-se o mesmo pilar do exemplo anterior em quatro elementos de aproximação cúbica, num total de 13 nós, com imperfeição inicial e_0 igual a $L/25000$, mantendo-se o mesmo comprimento e seção transversal.

As comparações dos resultados obtidos com aqueles apresentados em KUZNETSOV e LEVIAKOV (2002) são apresentados na tabela 5.1. A análise da tabela 5.1 permite observar uma ótima aproximação entre os resultados obtidos neste trabalho e aqueles apresentados em KUZNETSOV e LEVIAKOV (2002). Isso demonstra a excelente precisão da formulação posicional do elemento de pórtico não linear em análises com grandes deslocamentos.

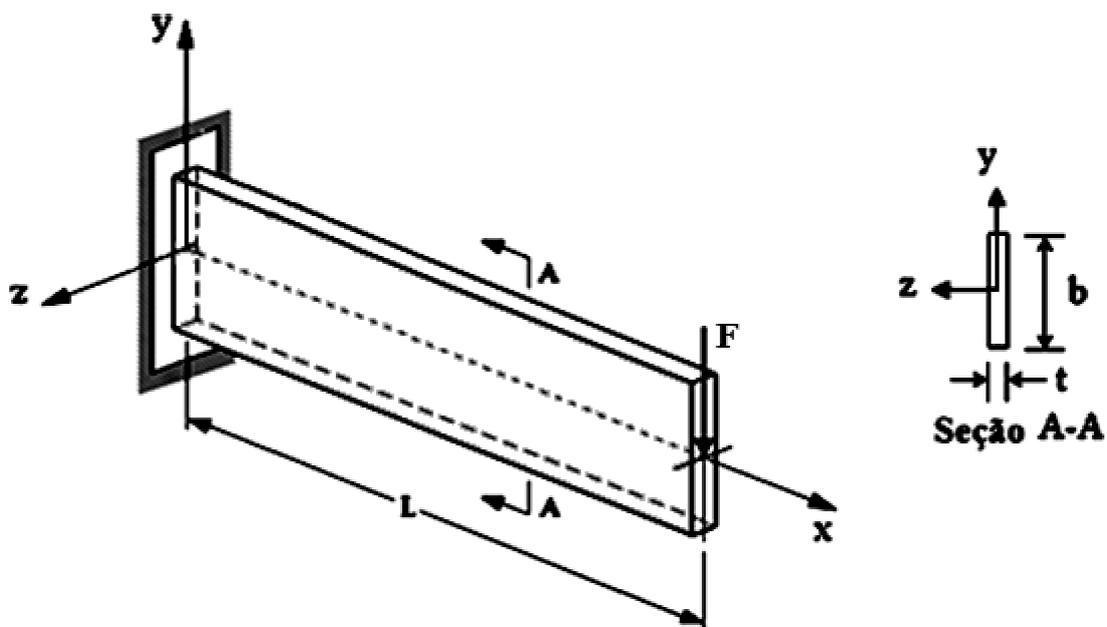
Tabela 5.1 – Comparação de resultados para o problema do pilar comprimido.

Configuração	$\frac{N}{N_{cr}}$	KUZNETSOV e LEVYAKOV (2002)		PRESENTE TRABALHO			
		u/L	e/L	u/L	dif (%)	e/L	dif (%)
1	1,47	0,6128	0,3916	0,6183	0,90	0,3922	0,16
2	2,18	1	0,3916	0,9989	-0,11	0,3914	-0,05
3	4,57	1,3872	0,2949	1,3678	-1,40	0,2983	1,14

5.4.5 Instabilidade lateral de viga em balanço

Este exemplo consiste na obtenção da carga crítica de uma viga esbelta de seção retangular sujeita a uma força vertical na extremidade livre, tal qual ilustrado pela figura 5.17. Em TIMOSHENKO (1961), a carga crítica para a viga do exemplo em questão é obtida por meio da equação (5.30).

$$F_{cr} = \frac{4,013}{L^2} \sqrt{EI_y GI_t} = \frac{4,013}{L^2} E \sqrt{\frac{I_y I_t}{2(1+\nu)}} \quad (5.30)$$

**Figura 5.17** – Geometria e condições de contorno da viga.

No exemplo, são adotados $L = 100$ cm, $h = 10,0$ cm, $b = 1,00$ cm, $E = 20.000$ kN/cm² e coeficiente de Poisson (ν) igual a 0. Além disso, adota-se ainda uma imperfeição geométrica inicial com configuração senoidal no plano x-z da viga, com valor máximo igual a $L/1000$ na extremidade livre da viga. Com os dados mencionados obtém-se, por meio da equação (5.30) um valor de 9,45 kN para F_{cr} . Na discretização longitudinal da viga foram empregados dois elementos finitos com 5 nós cada e a seção transversal foi discretizada com 20 elementos finitos triangulares de 10 nós.

Na figura 5.18 podem ser vistos os deslocamentos na extremidade livre da viga em função do carregamento aplicado nas direções x e y e z. Por comodidade, os valores de deslocamento apresentados no gráfico estão com sinal invertido. Pode-se perceber por meio da análise da figura 5.18 que próximo do valor de F_{cr} começa a ocorrer grandes deslocamentos laterais, bem como se acentuam os deslocamentos verticais e horizontais na extremidade da viga, indicando a perda da estabilidade da viga e a capacidade do SYSAF em capturar tal fenômeno.

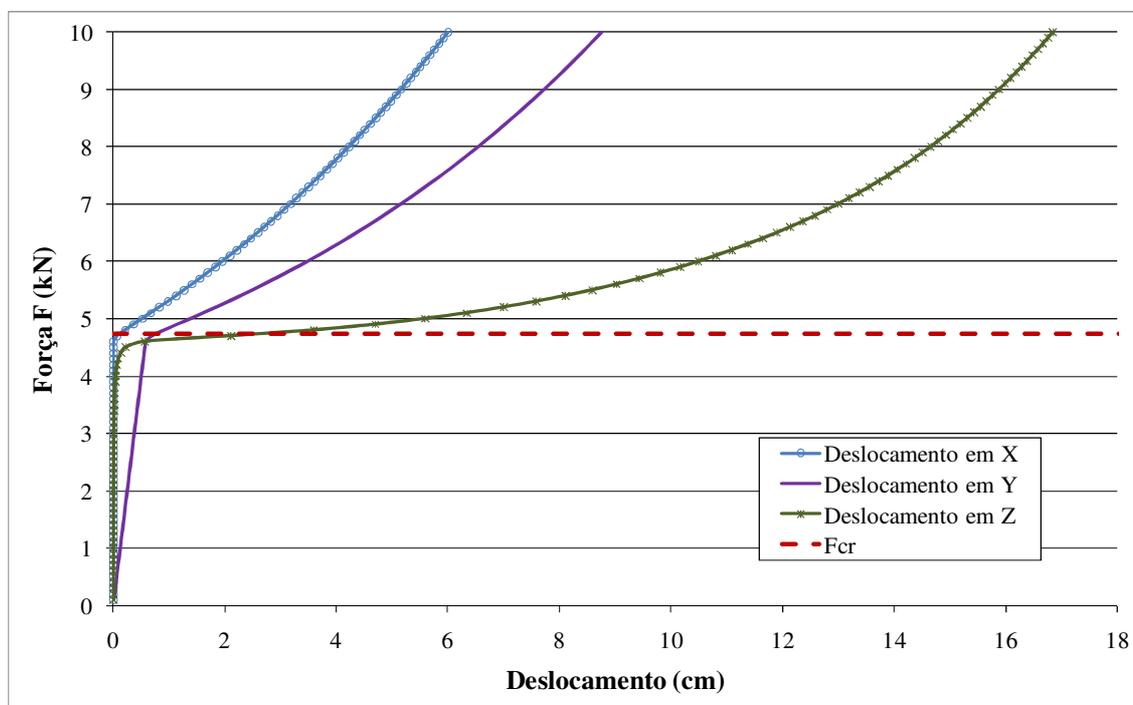


Figura 5.18 – Variação dos deslocamentos da extremidade livre da viga em função da força aplicada.

No próximo capítulo o código de análise estrutural do SYSAF será aplicado em análises inelásticas de estruturas de aço aporticadas. Serão discutidos o modelo constitutivo e o critério de resistência empregado, bem como serão desenvolvidos exemplos de validação para confirmar a aplicabilidade do código em análises inelásticas.

ANÁLISES INELÁSTICAS À TEMPERATURA AMBIENTE

6

Neste capítulo apresenta-se uma breve discussão sobre a consideração da não linearidade do material por meio do código computacional para análise estrutural (CAE) do SYSAF. Descreve-se ainda codificação do mecanismo de bisseção de carregamento, a consideração de tensões residuais e o desenvolvimento da matriz elastoplástica tangente para o modelo não associativo. Em seguida o referido código é validado em análises avançadas de elementos e estruturas de aço aporticadas.

6.1 ANÁLISES INELÁSTICAS - INTRODUÇÃO

Análises não lineares inelásticas, isto é, análises inelásticas com o cálculo do equilíbrio estrutural na posição deslocada, permitem avaliar diretamente a capacidade e o comportamento de estruturas de aço diante das ações a que devem ser submetidas.

De acordo com KIM e LEE (2002) e CHIOREAN e BARSAN (2005), análises não lineares inelásticas podem ser divididas em duas categorias, em relação à consideração da plasticidade nos elementos: *análises com plasticidade concentrada e análises com plasticidade distribuída (ou zonas plásticas)*.

As análises com *plasticidade concentrada* têm por base a teoria das rótulas plásticas (WHITE, 1993; CHEN et al., 1996; CHAN e ZHOU, 2004; LANDESMANN et al., 2005; NGO-HUU et al., 2007, entre outros). Nesse tipo de análise, a plastificação do material é considerada concentrada em rótulas plásticas sem dimensão. Regiões do elemento estrutural fora das rótulas plásticas são assumidas com comportamento elástico. Além disso, de acordo com o exposto em CHIOREAN e BARSAN (2005), a formação de rótula plástica só ocorre quando o esforço solicitante na seção for maior que o esforço resistente plástico da seção. Caso contrário o comportamento da seção é assumido elástico como um todo.

A abordagem de problemas por meio de rótulas plásticas permite o uso de poucos elementos finitos na simulação de um elemento estrutural, não necessita da integração das propriedades da seção transversal e, portanto, reduzem significativamente o esforço computacional. No entanto, de acordo com KIM e LEE (2002), apesar de serem tidas como práticas para fins de projeto, tais análises devem ser verificadas por meio de análises com plasticidade distribuída. Em CHIOREAN e BARSAN (2005) afirma-se ainda que pelo fato de a plasticidade resultar concentrada apenas nas extremidades dos elementos, os modelos com rótulas plásticas são menos precisos na obtenção da rigidez dos elementos.

As análises com plasticidade distribuída utilizam modelos bem mais refinados e, portanto, de acordo com KIM e LEE (2002), são mais precisas. Estas análises normalmente utilizam elementos finitos de pórtico ou elementos finitos do tipo casca. Em análises com elementos finitos de pórtico o elemento estrutural é discretizado em segmentos, e a seção transversal de cada segmento é subdividida em um número adequado de elementos planos (VOGEL, 1985; ZIEMIAN, 1993; JIANG et al., 2002; ALVARENGA e SILVEIRA, 2009).

A rigidez da seção é obtida por meio da integração das propriedades físicas e disposição geométrica dos elementos planos, que podem estar em regime elástico ou plástico, pois estados de tensão e deformação nos elementos da seção transversal podem ser monitorados durante a análise. Em geral, nas análises com elementos de pórtico somente a tensão normal é considerada para verificação dos critérios de resistência. Numa abordagem não convencional, em CHIOREAN e BARSAN (2005) a plastificação gradual da seção transversal, sujeita à ação combinada de força axial e momentos fletores, é descrita por relações “*momento – curvatura - esforço normal*” e “*momento – deformação axial - esforço normal*”, calibradas em ensaios numéricos.

Análises de estruturas apertadas com elementos finitos do tipo de casca (AVERY e MAHENDRAN, 2000; KIM e LEE, 2002) necessitam de um grande número de elementos finitos tridimensionais na modelagem das estruturas. No entanto, modelos com elementos do tipo de casca permitem capturar a ocorrência de instabilidades locais nos perfis, resultando em análises mais refinadas e precisas.

Em NGO-HUU et al. (2007) menciona-se que apesar das soluções obtidas com emprego de plasticidade distribuída serem consideradas relativamente mais precisas, estas têm como característica serem reconhecidas pela grande demanda de esforço

computacional e usualmente aplicáveis apenas para fins de pesquisa. Porém, com os crescentes avanços na capacidade de processamento dos computadores e custos acessíveis, além da possibilidade da paralelização dos códigos de cálculo, este fator deixa cada vez mais de ser impeditivo para aplicação para fins além da pesquisa.

Diante do exposto, em termos de plasticidade, as análises com o SYSAF realizadas com o emprego de elementos finitos de pórtico laminado não linear são enquadradas como análises com *plasticidade distribuída*. Além disso, uma característica importante a ser mencionada é o fato de se adotar na formulação do referido elemento de pórtico proposto uma lei constitutiva tridimensional completa e, portanto, as simulações com esse elemento consideram o efeito combinado das tensões normais e cisalhantes para verificação dos critérios tridimensionais de resistência na plasticidade.

6.2 CONSIDERAÇÃO DA NÃO LINEARIDADE DE MATERIAL

As não linearidades de material referem-se ao comportamento não linear da relação entre tensão e a deformação, as quais podem surgir devido à ocorrência de *plasticidade, fissuração e fluência*, por exemplo. No entanto, o presente texto se limita a uma breve discussão da não linearidade do material devido apenas à ocorrência de plasticidade (independente da taxa de deformação) que é o modo de não linearidade material considerado pelo código CAE do SYSAF.

De acordo com a teoria da plasticidade, são necessárias três hipóteses para se modelar o comportamento plástico de um material: um critério de resistência, uma regra de encruamento e uma regra de fluxo. Assim, têm-se as definições:

- a) ***Critério de plastificação:*** define o limite elástico, ou seja, define o nível de tensão para o qual o material inicia o comportamento plástico.
- b) ***Regra de encruamento ou lei de evolução do tensor de deformações plásticas:*** descreve as mudanças que ocorrem na superfície de plastificação com o avanço das deformações plásticas.
- c) ***Regra de fluxo ou lei de evolução do vetor de encruamento:*** define a intensidade e a direção das deformações plásticas em função do nível de tensão atuante.

As hipóteses mencionadas e suas considerações são apresentadas a seguir, de maneira sucinta, com vistas apenas a situar o leitor com relação à forma como é considerada numericamente a não linearidade de material pelo código de análise estrutural. Maiores detalhes sobre teoria da plasticidade podem ser vistos em referências clássicas como OWEN e HINTON (1980), CHEN e HAN (1988), SIMO e HUGHES (1998), SOUZA NETO et al. (2008), entre outras. Por fim ressalta-se que é assumida a hipótese de material isotrópico em todas as análises deste trabalho.

6.2.1 Regra e Critérios da Plasticidade

No presente trabalho a plasticidade do material é assumida segundo o critério de von Mises, tendo em conta que as análises restringem-se ao material aço. A regra de fluxo adotada é aquela referente à plasticidade não associativa, enquanto o encruamento é assumido como isotrópico.

Apesar de se utilizar o critério de Von Mises nas análises, o modelo disponível no CAE é mais geral e implementado de acordo com a estratégia apresentada em BOTTA et al. (2008), considerando o critério de Drucker-Prager. A apresentação neste item se faz de maneira sucinta de modo que, para maiores informações e detalhes, o leitor deve consultar BOTTA et al. (2008).

A função de plastificação para o critério de Drucker-Prager é dada de acordo com a equação (6.1).

$$f = \sqrt{J_2} + \mu I_1 - \chi - \sigma_0 \leq 0 \quad (6.1)$$

Na equação (6.1) $J_2 = \frac{1}{2} S_{ik} S_{ki}$ é o segundo invariante do tensor de tensões desviador, $I_1/3 = \sigma_{jj}/3$ é o tensor de tensões hidrostático, χ é a força termodinâmica e σ_0 é o tamanho inicial da superfície de plastificação, representado pelas tensões octaédricas, e a constante μ é o coeficiente de atrito, característica do material. Note que para $\mu = 0$ recupera-se o critério de von Mises, que é o critério utilizado neste trabalho.

De maneira simplificada, a força termodinâmica χ pode ser entendida como produto $-h\alpha$ em que h é o encruamento e α uma variável interna que descreve o fenômeno dissipativo. α é assumida igual ao acúmulo de $-\Delta\lambda$, conforme BOTTA et al.

(2008), sendo $\Delta\lambda$ o multiplicador plástico.

Assumindo um passo de carga típico $[t_n, t_{n+1}]$ as variáveis de tentativa são dadas pelas equações (6.2) a (6.4). A deformação plástica $\epsilon_{ij(n)}^p$ e a força termodinâmica $\chi_{(n)}$ são conhecidas de um passo n prévio. O sobrescrito t à esquerda representa valor de tentativa.

$${}^t\epsilon_{ij(n+1)}^e = \epsilon_{ij(n+1)} \quad (6.2)$$

$${}^t\epsilon_{ij(n+1)}^p = \epsilon_{ij(n)}^p \quad (6.3)$$

$${}^t\chi_{(n+1)} = \chi_{(n)} \quad (6.4)$$

As deformações plásticas (incrementais) são definidas segundo uma lei de fluxo não associativa. Assim, parte-se da hipótese que o sólido em escoamento poderá se comportar como um fluido compressivo, ou seja, não se pode condicionar o fluxo plástico a uma superfície responsável, em princípio, por definir apenas o limite elástico do material. Segundo o procedimento proposto em BOTTA et al. (2008) o incremento de deformação plástica é dados pela equação (6.5).

$$\Delta\epsilon_{ij(n+1)}^p = \Delta\lambda\eta_{ij(n+1)}({}^t\sigma_{kl(n+1)}) \quad (6.5)$$

Com relação à equação (6.5), $\Delta\lambda\eta_{ij(n+1)}({}^t\sigma_{kl(n+1)})$ é o tensor de segunda ordem que indica a direção do fluxo plástico e depende da tensão de tentativa em cada passo de carregamento analisado. Para encontrar esse tensor, em BOTTA et al. (2008) define-se o coeficiente de Poisson plástico ν^p que resulta num módulo de compressibilidade virtual $K^p = E/3(1-2\nu^p)$. Caso $\nu^p = 0,5$ recupera-se a plasticidade associativa com variação de volumétrica nula. Tendo em mente que a lei de Hooke é dada por um tensor elástico de segunda ordem C_{ijkl}^e é, sua contraparte “plástica” virtual dada por um tensor de segunda ordem C_{ijkl}^p . A inversa de C_{ijkl}^p denominada de D_{ijkl}^p , representa uma transformação linear positiva definida do espaço de tensões para o espaço de deformações.

Considerando a definições acima, a direção do fluxo plástico é adotada conforme a equação (6.6) em que $\sigma_m = \sigma_{kk}/3$ e G é o modulo de cisalhamento.

$$\eta_{kl(n+1)} = G \left(\frac{{}^t s_{kl(n+1)}}{2G} + \frac{{}^t \sigma_{m(n+1)} \delta_{kl}}{3K^p} \right) \quad (6.6)$$

Para esta condição, a evolução da superfície de falha é dada de acordo com a equação (6.7) em que h_d e h_v são os encruamentos desviatório e volumétrico, respectivamente.

$$\Delta \chi_{(n+1)} = \left(h_d \sqrt{{}^t J_{2(n+1)}} + h_v \frac{G}{K^p} {}^t \sigma_{m(n+1)} \right) \Delta \lambda \quad (6.7)$$

Com as equações (6.6) e (6.7) reescreve-se a relação de consistência, equação (6.1), segundo a equação (6.8).

$$f = {}^t f - \Delta \lambda \left(G \sqrt{{}^t J_{2(n+1)}} + \mu \frac{KG}{K^p} {}^t \sigma_{m(n+1)} + h_d \sqrt{{}^t J_{2(n+1)}} + h_v \frac{G}{K^p} {}^t \sigma_{m(n+1)} \right) = 0 \quad (6.8)$$

Por meio da resolução da equação (6.8) encontra-se o multiplicador plástico dado pela equação (6.9).

$$\Delta \lambda = \frac{{}^t f}{\left(G \sqrt{{}^t J_{2(n+1)}} + \mu \frac{KG}{K^p} {}^t \sigma_{m(n+1)} + h_d \sqrt{{}^t J_{2(n+1)}} + h_v \frac{G}{K^p} {}^t \sigma_{m(n+1)} \right)} \quad (6.9)$$

Assim, pode-se finalmente obter $\Delta \epsilon_{ij}^p$ por meio da equação (6.5). Vale ainda ressaltar que neste trabalho h_v e h_d são considerados com o mesmo valor.

6.2.2 Tensor constitutivo tangente

A utilização do tensor constitutivo tangente é bastante útil para recuperar a taxa de convergência do método de Newton-Raphson em análises que envolvam a não linearidade de material. O tensor constitutivo tangente consistente para o caso de encruamento isotrópico linear pode ser obtido a partir da equação (6.10), que nada mais é a equação (6.1) reescrita em forma matricial. Na equação (6.10) o termo P é uma matriz simétrica definida conforme equação (6.11) e L é um vetor dado de acordo com a equação (6.12).

$$f = (\boldsymbol{\sigma}^T \mathbf{P} \boldsymbol{\sigma})^{\frac{1}{2}} + \mu \mathbf{L}^T \boldsymbol{\sigma} - \chi - \sigma_0 \leq 0 \quad (6.10)$$

$$\mathbf{P} = \frac{1}{6} \begin{bmatrix} 2 & -1 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 2 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & -1 & 2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 6 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 6 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 6 \end{bmatrix} \quad (6.11)$$

$$\mathbf{L} = [1 \quad 1 \quad 1 \quad 0 \quad 0 \quad 0] \quad (6.12)$$

O tensor de tensões $\boldsymbol{\sigma}$ é escrito na forma vetorial de acordo com a eq. (6.13).

$$\boldsymbol{\sigma}^T = [\sigma_{11} \quad \sigma_{22} \quad \sigma_{33} \quad \sigma_{12} \quad \sigma_{13} \quad \sigma_{23}] \quad (6.13)$$

Após as devidas manipulações algébricas têm-se o tensor constitutivo tangente consistente dado de acordo com a equação (6.14).

$$\mathbf{C}^{ep} = \mathbf{C}^e - \frac{\mathbf{C}^e \boldsymbol{\eta} \otimes \mathbf{C} \frac{\partial f}{\partial \boldsymbol{\sigma}}}{\frac{\partial f}{\partial \boldsymbol{\sigma}} \cdot \mathbf{C}^e \boldsymbol{\eta} + \mathbf{H}_d + \mathbf{H}_v} = \mathbf{C}^e - \mathbf{C}^{pl} \quad (6.14)$$

A derivada parcial $\partial f / \partial \boldsymbol{\sigma}$ que e os termos \mathbf{H}_d e \mathbf{H}_v que aparecem na equação (6.14) são dados nas equações (6.15) a (6.17).

$$\frac{\partial f}{\partial \boldsymbol{\sigma}} = \frac{\mathbf{P} \boldsymbol{\sigma}}{\sqrt{\boldsymbol{\sigma}^T \mathbf{P} \boldsymbol{\sigma}}} + \mu \mathbf{L} \quad (6.15)$$

$$\mathbf{H}_d = \sqrt{\mathbf{D}^p \boldsymbol{\sigma}^T \mathbf{P} \mathbf{D}^p \boldsymbol{\sigma}^T} \mathbf{h}_d \quad (6.16)$$

$$\mathbf{H}_v = \mathbf{L} \mathbf{D}^p \boldsymbol{\sigma}^T \mathbf{h}_v \quad (6.17)$$

A matriz resultante da equação (6.14) para o presente caso de não associatividade (“n” arbitrário) é assimétrica (SIMO e HUGHES, 1998), o que torna a resolução do sistema resultante onerosa. Como aproximação, para garantir a simetria,

utiliza-se um tensor tangente modificado dado em (6.18) na qual a matriz $C_{\text{mod}}^{\text{pl}}$ contém apenas os elementos da diagonal principal da matriz C^{pl} definida em (6.14).

$$C_{\text{mod}}^{\text{ep}} = C - C_{\text{mod}}^{\text{pl}} \quad (6.18)$$

6.2.3 Tensões residuais

O código de análise estrutural do SYSAF pode ser utilizado para simular os efeitos das tensões residuais no comportamento dos elementos estruturais pela simples imposição de uma distribuição de tensões nas seções transversais dos elementos antes da realização da análise mecânica. Os valores de tensão residual são atribuídos a cada nó da seção discretizada, de modo que os valores nos pontos de integração dos elementos são facilmente obtidos por meio das funções de interpolação. A tensão total para verificação do critério de resistência em cada ponto de integração é dada então pela equação (6.14).

$$\sigma = \sigma_i + \Delta\sigma \quad (6.19)$$

Nessa última equação σ é a tensão total, σ_i é a tensão inicial, isto é, residual, e $\Delta\sigma$ é igual à variação de tensão em relação ao estado de referência.

6.3 *BISSEÇÃO DO INCREMENTO DE CARREGAMENTO E MECANISMO DE REINÍCIO NAS ANÁLISES INELÁSTICAS*

Em análises inelásticas, recursos como ajuste do incremento de carregamento por bisseção e mecanismo de reinício de análise podem ser bastante úteis.

A bisseção nada mais é que a divisão do incremento de carregamento por dois, quando são identificadas dificuldades de convergência para obtenção da resposta numérica. Tal recurso foi implementado no código CAE do SYSAF, e se mostrou bastante útil para a realização das análises inelásticas a serem apresentadas a seguir. Em RIBEIRO (2010) descreve-se a implementação de tal recurso no código THERSYS 2.0 e ressalta-se sua aplicabilidade em análises não lineares.

A bisseção de carregamento implementada no CAE é ativada quando em um passo de carregamento anterior ao atual, um número determinado de iterações é superado. Assim,

o passo de carga atual é iniciado com o incremento de carregamento dividido por dois. Outra situação em que o recurso de bisseção é ativado é quando um jacobiano negativo ou nulo é identificado, o que faz o código reiniciar o passo de carregamento com o incremento dividido por dois. O número de vezes que o código pode executar essa operação é definido pelo usuário.

O mecanismo de reinício (ou “restart”) por sua vez, possibilita o reinício da análise a partir do momento em que ocorra a parada do processamento por falha de energia, por opção do usuário ou por não convergência da resposta do modelo em função do passo de carregamento utilizado. Assim, pode-se reiniciar a análise a partir do ponto de parada e ainda reajustar parâmetros de processamento como o número máximo de bisseções, por exemplo. Para tanto, é necessário armazenar parâmetros do passo anterior de carregamento como posição e deformações plásticas acumuladas, dentre outros.

6.4 ANÁLISES INELÁSTICAS COM O SYSAF

No presente item são apresentados exemplos de análises inelásticas com a aplicação do código SYSAF e o elemento finito de pórtico laminado não linear. O código CAE do SYSAF foi desenvolvido em linguagem FORTRAN e consiste da implementação da formulação descrita no capítulo 5 e no capítulo 6 até o presente item.

Os exemplos apresentados a seguir têm por objetivo validar o código CAE do SYSAF em análises inelásticas de estruturas de aço apertadas. Como o elemento finito utilizado não é capaz de capturar eventuais instabilidades locais nos elementos estruturais, os perfis utilizados nas análises a seguir possuem seções denominadas compactas.

6.4.1 Pilar com tensão residual

Em CHEN et al. (1996) são apresentados os resultados obtidos para a análise de um pilar, no contexto de plasticidade distribuída, submetido à compressão e momentos iguais em ambas as extremidades com imperfeição inicial, conforme ilustrado pela figura 6.1a. Além disso, foi assumido para o elemento o padrão de tensão residual proposto por GALAMBOS e KETTER (1957), ilustrado na figura 6.2b.

A análise foi conduzida empregando-se um perfil de aço com seção W8x31 (padrão americano) com índices de esbeltez iguais a 20, 60 e 100, considerando-se apenas a flexão em torno do eixo de maior inércia, de modo que instabilidades segundo o plano de menor inércia foram restringidas. Além disso, os elementos da seção transversal são plenamente compactos para evitar a ocorrência de flambagem local, não capturada com as ferramentas numéricas utilizadas.

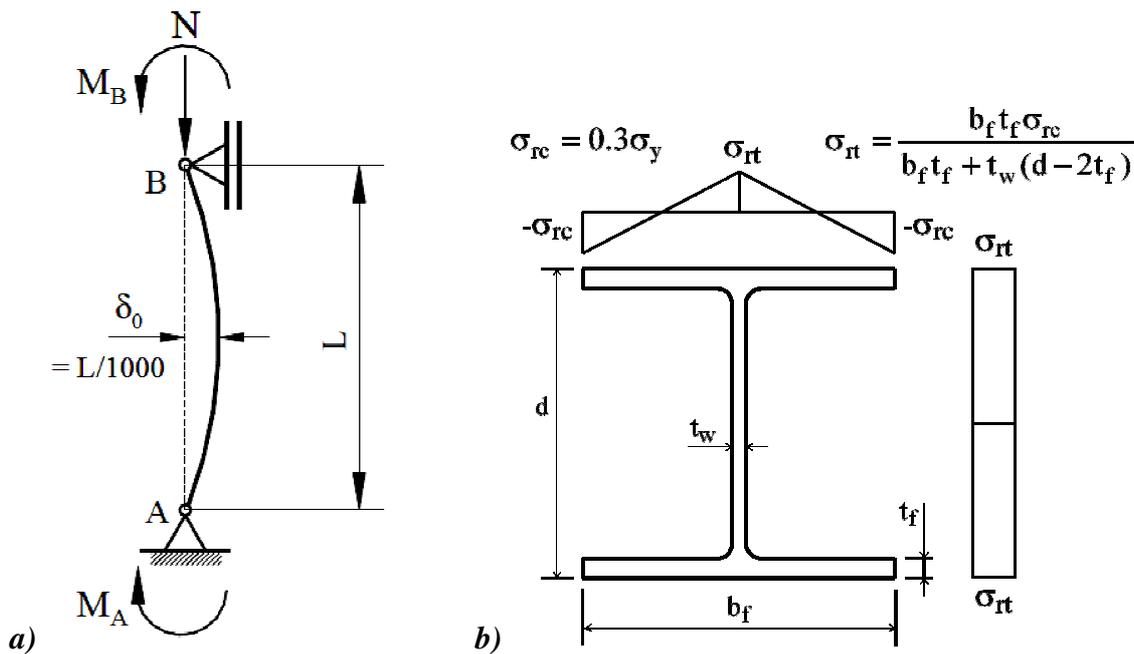


Figura 6.1 – a) Geometria do problema. Ilustração extraída de ALVARENGA e SILVEIRA (2009) e b) Distribuição de tensões residuais, segundo GALAMBOS e KETTER (1957).

A imperfeição inicial do pilar têm variação senoidal ao longo do comprimento e amplitude máxima (δ_0) igual a $L/1000$ no meio do vão. O módulo de elasticidade foi tomado igual a 200.000 MPa e a resistência ao escoamento (f_y) foi assumida igual a 250 MPa. Inicialmente estudou-se a resposta do modelo desprovido de tensão residual para serem realizados testes de malha e avaliar a resposta confrontando-se os resultados do SYSAF com resultados do código ANSYS.

Inicialmente estudou-se a resposta do modelo desprovido de tensão residual para serem realizados testes de malha e avaliar a resposta confrontando-se os resultados do SYSAF com resultados do código ANSYS. As análises com o ANSYS foram efetuadas com a discretização do pilar em 6 elementos quadráticos do tipo BEAM189 segundo o

eixo do pilar, com um total de 13 nós, cuja seção transversal foi dividida em elementos quadriláteros quadráticos lagrangeanos, de acordo com a figura 6.2c.

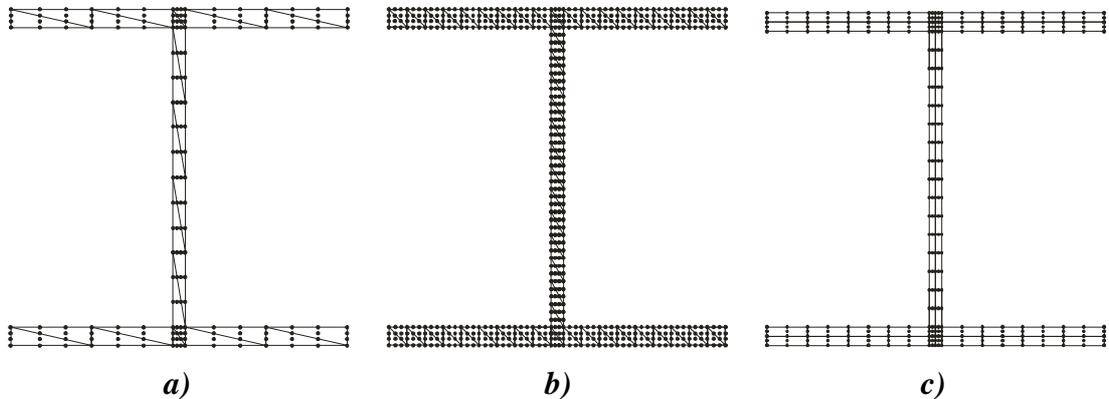


Figura 6.2 – Discretização da seção transversal para análise:
a) CAE - Malha esparsa; **b)** CAE - Malha refinada; **c)** ANSYS – BEAM189.

A discretização do modelo com o SYSAF foi efetuada inicialmente considerando-se quatro (4) elementos cúbicos segundo o eixo da barra. Para efeito de estudo de malha da seção transversal, essa foi discretizada de acordo com os dois padrões apresentados nas figura 6.2a (malha esparsa) e 6.2b (malha refinada).

Os resultados obtidos com o modelo para a discretização da seção transversal segundo a malha esparsa e aqueles obtidos com a discretização da malha refinada foram idênticos. Então, empregando-se a discretização da malha esparsa para a seção transversal, compararam-se ainda os resultados obtidos para um modelo com o comprimento dividido em quatro elementos finitos cúbicos e outro com apenas dois elementos cúbicos. Para esse teste os resultados também foram idênticos.

Assim, os resultados a serem apresentados a seguir obtidos com o SYSAF referem-se ao modelo de elementos finitos com dois elementos cúbicos ao longo do comprimento do pilar e seção transversal discretizada de acordo com a figura 6.2a.

Na figura 6.3 podem ser vistos os resultados das curvas de interação para análise sem a consideração de tensão residual, obtidos com o ANYS e com o SYSAF, para as relações de esbeltez L/r iguais a 20, 60 e 100. Como pode ser constatado, por meio da análise da figura 6.3, as curvas obtidas com o ANYS e com o SYSAF resultaram praticamente idênticas.

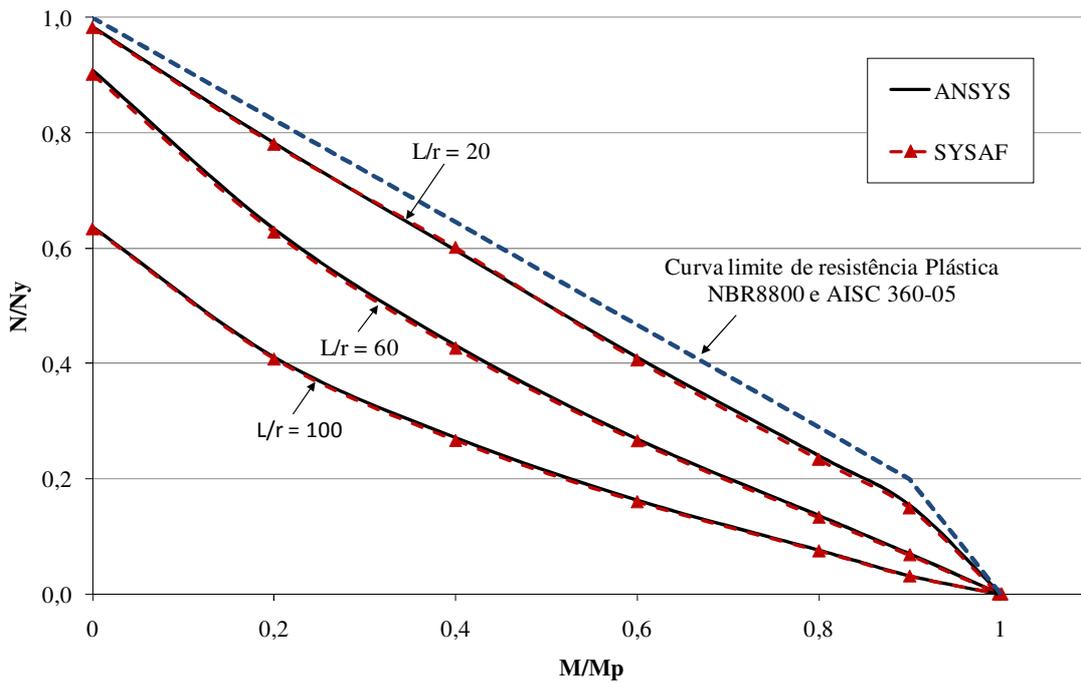


Figura 6.3 – Curvas de interação para análise **sem** consideração de tensão residual.

Na figura 6.4 são apresentados os resultados das curvas de interação para análise com a consideração de tensão residual obtidos com o SYSAF e aqueles apresentados em CHEN et al. (1996). Verifica-se que os resultados obtidos com o SYSAF são bastante próximos àqueles obtidos em CHEN et al. (1996) na análise do problema em questão.

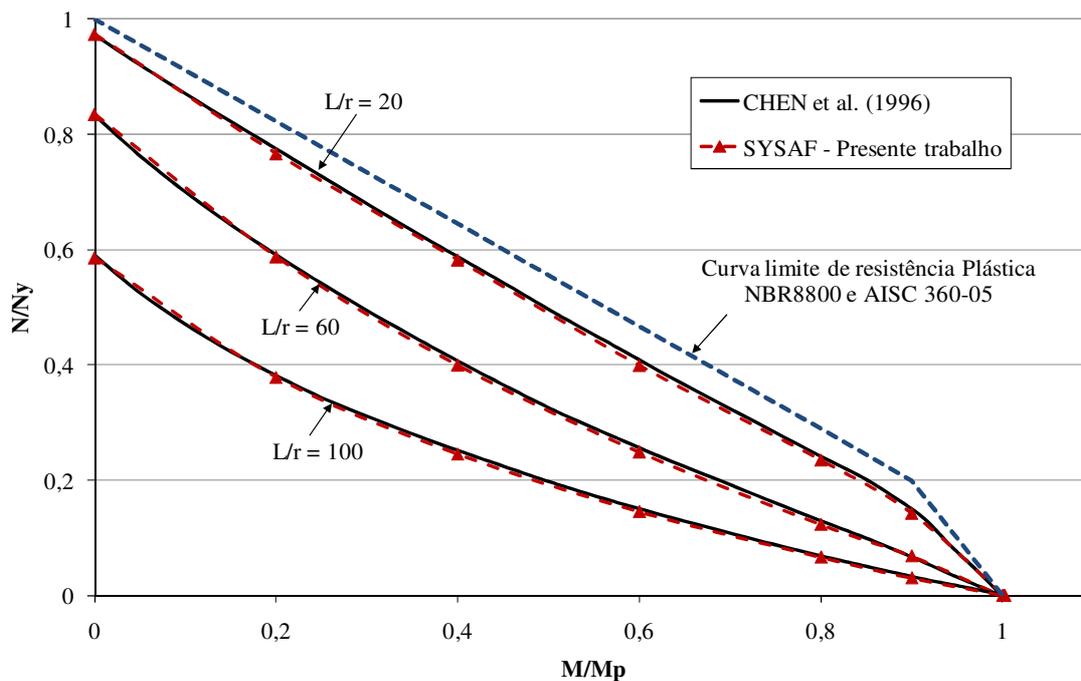


Figura 6.4 – Curvas de interação para a análise **com** consideração de tensão residual.

6.4.2 Portal de VOGEL

De acordo com TOMA e CHEN (1992), este é um dos exemplos recomendados pelo ECCS (1984) para a validação da resposta de análises inelásticas de qualquer formulação. O *Portal de Vogel* é um dos mais simples e mais utilizados exemplos de referência para análises não lineares inelásticas e, portanto, uma escolha lógica para análises iniciais com vistas à validação de formulações e de códigos de cálculo.

O problema do portal em questão, proposto e resolvido em VOGEL (1985), trata de um portal engastado nas bases, sujeito, simultaneamente, a duas cargas verticais P e uma carga horizontal de H , como ilustrado na figura 6.5.

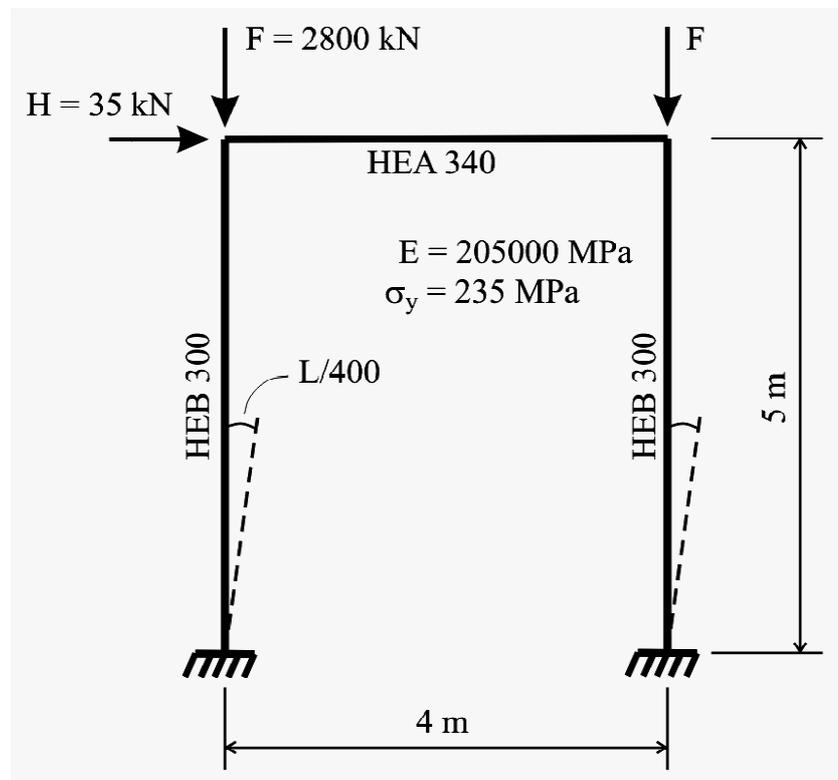


Figura 6.5 – Geometria do Portal de Vogel. Fonte: TOMA e CHEN (1992).

No modelo desse pórtico são consideradas imperfeições geométricas globais, por meio da aplicação de um deslocamento correspondente a $L/400$ ao topo do pórtico, e imperfeições geométricas locais, por meio da aplicação de uma configuração senoidal aos pilares com uma flecha máxima correspondente a $L/1000$ no meio do vão.

Diversos trabalhos utilizam o *Portal de Vogel* para validar suas formulações e estratégias de modelagem. Em VOGEL (1985), ZIEMIAN (1993), CLARKE et. al

(1993) e ALVARENGA e SILVEIRA (2009) este problema é analisado com elementos de pórtico com plasticidade distribuída. Em AVERY e MAHENDRAN (2000), bem como em KIM e LEE (2002) o problema é analisado utilizando-se o pacote comercial ABAQUS e elementos finitos do tipo casca. Em CHEN et al. (1996) o portal é analisado por meio da teoria das rótulas plásticas. Em CHAN e ZHOU (2004) utiliza-se a teoria das rótulas plásticas com função polinomial de ordem elevada para análise do portal.

O material do problema em questão é um aço com resistência ao escoamento igual a 235 MPa e módulo de elasticidade E igual a 205.000 MPa. Adota-se uma relação constitutiva trilinear como aquela ilustrada na figura 6.6a, segundo TOMA e CHEN (1992), na qual o encruamento inicia-se a partir de $10\epsilon_y$ (ϵ_y é a deformação de início da plastificação) e o módulo de elasticidade tangente E_{st} é tomado igual a 2 % do módulo de elasticidade E . As tensões residuais consideradas seguem a recomendação apresentada em ECCS (1984), cujo padrão aplicado a perfis laminado e soldados está representado por meio da figura 6.6b.

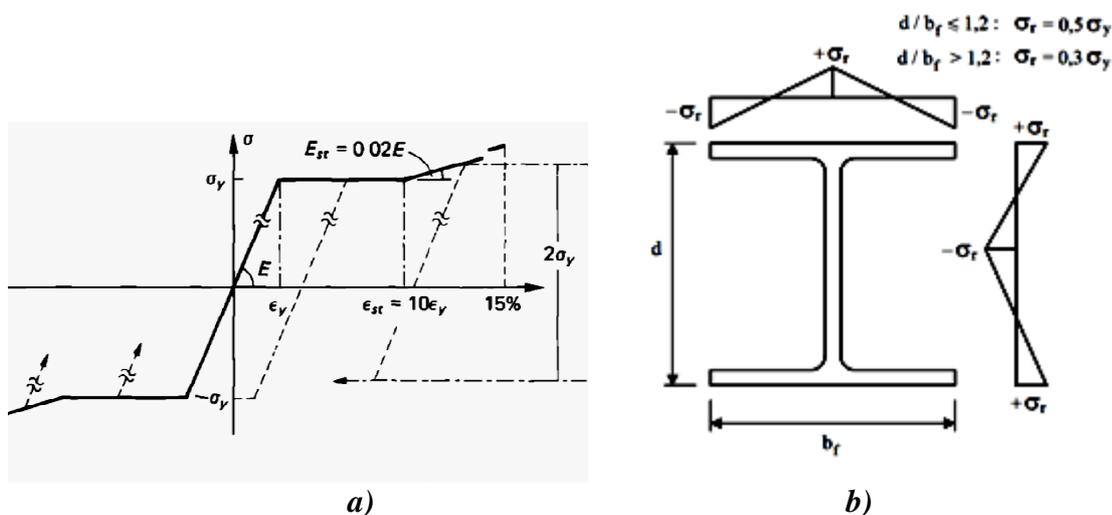


Figura 6.6 – a) Relação constitutiva adotada. Fonte: TOMA e CHEN (1992). **b)** Padrão de tensões residuais recomendados em ECCS (1984) para perfis I laminados.

Na presente análise, utilizaram-se quatro (4) elementos finitos cúbicos por elemento estrutural. Dada a natureza vetorial da formulação do elemento finito utilizado (ver capítulo 5, item 5.3), as conexões entre os pilares e a viga são feitas por meio de elementos curvos rígidos de comprimento reduzido. Neste trabalho as conexões entre vigas e pilares são feitas por meio de elementos curvos rígidos de raio igual a 1 cm.

A discretização segundo o eixo dos elementos estruturais e aquela empregada para a seção transversal dos elementos finitos, pode ser vista nas figuras 6.7a e 6.7b, respectivamente.

Vale ressaltar ainda que se faz apenas a análise plana do portal e, por isso, as vigas e os pilares são considerados, por hipótese, lateralmente contidos fora do plano da análise. Além disso, os elementos das seções transversais dos perfis são considerados compactos para que não ocorram instabilidades locais.

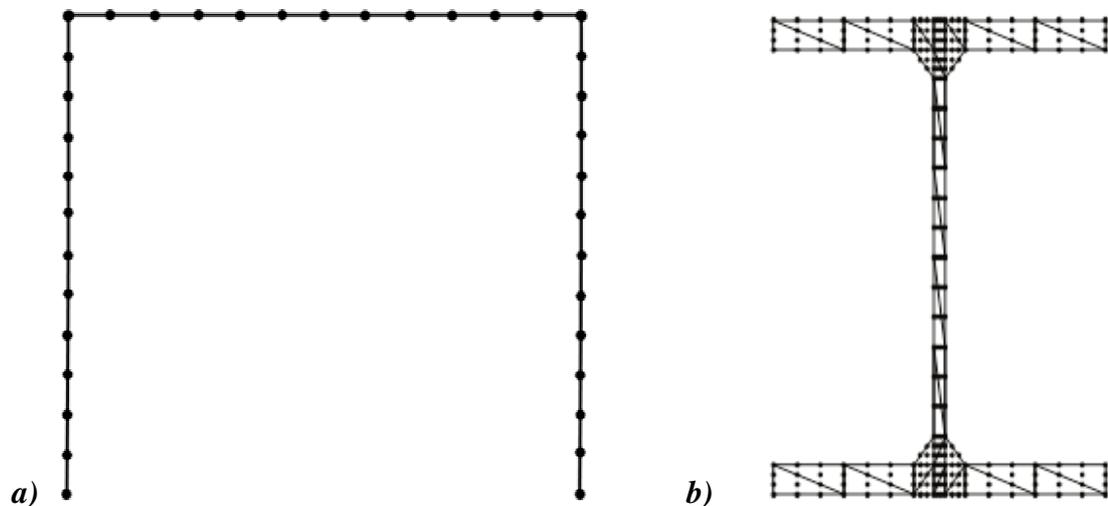


Figura 6.7 – Discretização do modelo para análise com o CAE: **a)** Discretização longitudinal dos elementos estruturais e **b)** Discretização típica da seção transversal.

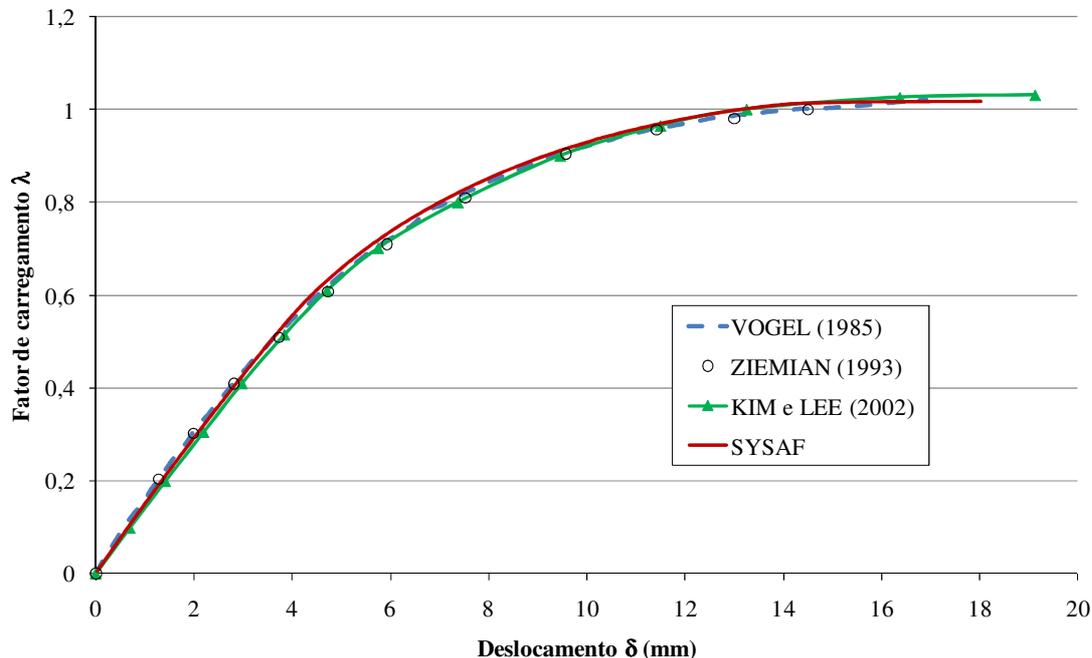
Na tabela 6.1, são apresentados os resultados obtidos para o fator de carregamento no instante da ocorrência do colapso, denominado λ_{col} , bem como o deslocamento horizontal δ do topo do pilar esquerdo, obtidos em diferentes trabalhos e por diferentes técnicas.

Na figura 6.8 são apresentados os resultados da evolução dos deslocamentos no topo do pilar esquerdo em função do fator de carregamento λ obtido com o SYSAF. A título de comparação, nesta mesma figura são apresentados também os resultados obtidos em VOGEL (1985), ZIEMIAN (1993) e KIM e LEE (2002), tendo sido utilizado nessa última referência, para a modelagem do portal, um total de 8952 elementos do tipo casca com o emprego do código ABAQUS.

Tabela 6.1 – Portal de Vogel – Fator de carregamento no colapso (λ_{col}) .

REFERÊNCIA	Método	λ_{col}
VOGEL (1985)	PD-P	1,022
	RP	1,017
ZIEMIAN (1993)	PD-P	1,00
	RP	1,05
CLARKE et al. (1993)	PD-P	1,023
CHEN, GOTO e LIEW (1996)	RP	0,96
AVERY e MAHENDRAN (2000)	PD-C	1,01
KIM e LEE (2002)	PD-C	1,03
CHAN e ZHOU (2004)	RP	1,033
ALVARENGA E SILVEIRA (2009)	PD-P	1,007
SYSAF (Presente trabalho)	PD-P	1,02

LEGENDA: PD-L = Plasticidade distribuída com elementos de pórtico;
 PD-C = Plasticidade distribuída com elementos do tipo casca; RP = rótulas plásticas;

**Figura 6.8** – Deslocamento no topo do pilar esquerdo em função do fator de carregamento λ para o portal de Vogel.

O valor obtido para λ_{col} , por meio do código SYSAF foi de 1,02 e é bastante próximo daqueles apresentados na tabela 6.1, obtidos por outros autores. Além disso, o comportamento da curva $\delta \times \lambda$ obtido com o SYSAF está de acordo com os resultados

obtidos em VOGEL (1985), ZIEMINAN (1993) e KIM e LEE (2002), o que permite concluir que o SYSAF foi eficiente na análise do *Portal de Vogel*.

6.4.3 Pórtico de edifício de dois vãos e seis andares

Este é outro exemplo recomendado pela ECCS para validação da resposta de análises inelásticas de qualquer formulação, também proposto e analisado em VOGEL (1985). O exemplo trata de pórtico típico de edifício de múltiplos andares, com dois vãos e seis andares, cujas configurações quanto às características geometrias e ações a que é submetido estão ilustrados por meio da figura 6.9.

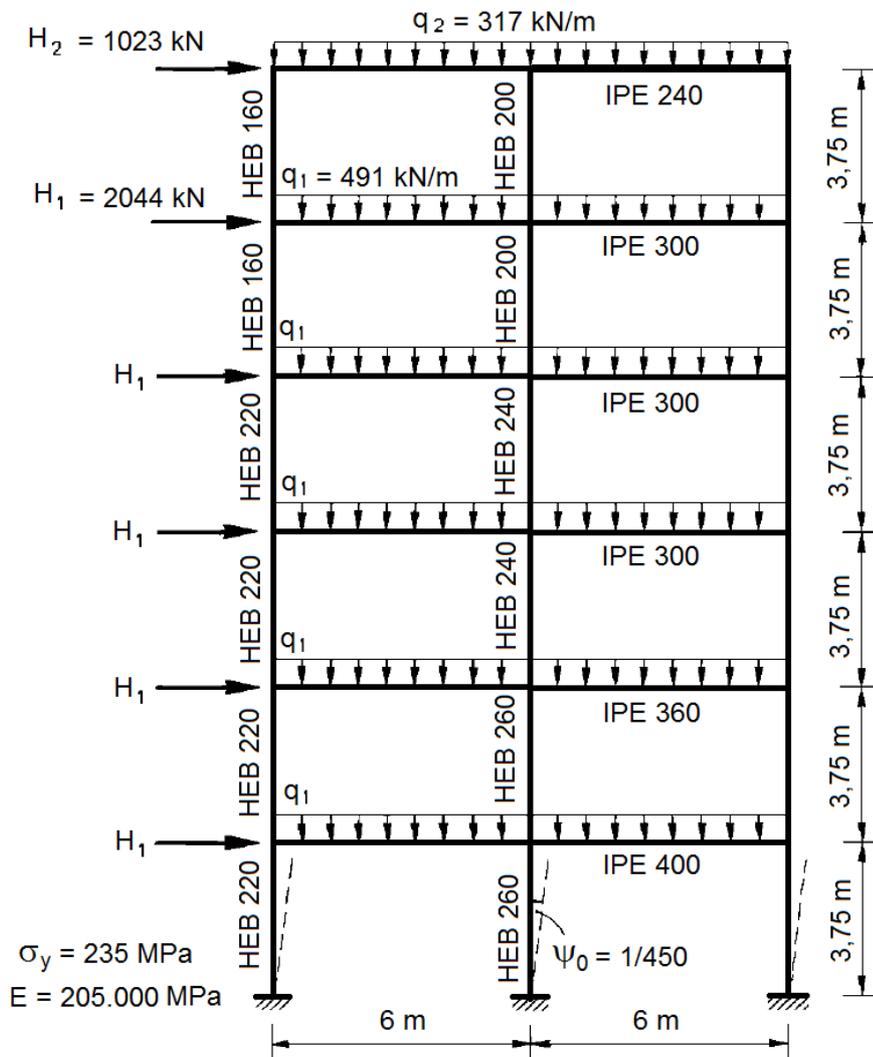


Figura 6.9 – Configuração do pórtico de edifício de múltiplos andares de Vogel.

Fonte: TOMA e CHEN (1992).

São consideradas imperfeições geométricas globais por meio de deslocamento lateral igual a 50 mm no topo do edifício (referente a um ângulo ψ_0 igual a 1/450 em relação a vertical), bem como imperfeições geométricas locais por meio da aplicação de uma configuração senoidal aos pilares com uma flecha máxima correspondente a $L/1000$ no meio do vão.

O material do problema em questão, idêntico ao do exemplo anterior, consiste de aço com resistência ao escoamento (f_y) igual a 235 MPa e módulo de elasticidade (E) igual a 205000 MPa. Adota-se uma relação constitutiva trilinear como aquela ilustrada na figura 6.6a. As tensões residuais consideradas seguem a recomendação apresentada em ECCS (1984), representada por meio da figura 6.6b.

Neste exemplo, vigas e pilares foram discretizados com quatro (4) elementos cúbicos por elemento estrutural. Novamente, dada a natureza vetorial da formulação do elemento finito utilizado (ver capítulo 5, item 5.3), as conexões entre pilares e vigas são feitas por meio de elementos curvos rígidos, de raio igual a 1 cm. A discretização da seção transversal seguiu o mesmo padrão apresentado na figura 6.7b, referente ao exemplo anterior. Vale ressaltar que os carregamentos apresentados na figura 6.9 se referem a um fator de carregamento λ igual à unidade e não representa, necessariamente, o fator de carregamento último ou de colapso λ_{col} .

Os resultados obtidos com o SYSAF para o exemplo em questão e resultados obtidos em outros trabalhos, com relação ao fator de carregamento de colapso estão resumidos na tabela 6.2. Todas as referências citadas na tabela 6.2 utilizam análises não lineares com plasticidade distribuída. À exceção de AVERY e MAHENDRAN (2000), em que se empregam elementos finitos do tipo casca na análise, as demais referências utilizam elementos finitos de pórtico com seção transversal discretizada por meio de elementos planos.

Tabela 6.2 – Edifício – Fator de carregamento no colapso (λ_{col}) .

REFERÊNCIA	λ_{col}
VOGEL (1985)	1,11
ZIEMIAN (1993)	1,18
CLARKE et al. (1993)	1,17
AVERY e MAHENDRAN (2000)	1,23
SYSAF (presente trabalho)	1,18

O resultado obtido com o SYSAF em relação ao fator de carregamento no colapso λ_{col} é semelhante ao resultado obtido em ZIEMIAN (1993), e difere em 4% em relação ao resultado obtido por AVERY e MAHENDRAN (2000), no qual se utilizou elementos do tipo casca na modelagem do problema. O fator de carregamento obtido por VOGEL (1985) na análise original do problema é significativamente menor se comparado àqueles obtidos nas pesquisas subsequentes, e tido como o menos preciso (AVERY e MAHENDRAN, 2000).

Na figura 6.10 são apresentados os resultados da evolução dos deslocamentos na extremidade direita do sexto andar do pórtico de VOGEL em função do fator de carregamento λ . Nesta mesma figura, para fins de comparação, são mostrados os resultados obtidos em VOGEL (1985), ZIEMIAN (1993) e AVERY e MAHENDRAN (2000). Por meio da análise da figura 6.10 pode-se notar que os resultados obtidos no presente trabalho estão bastante próximos daqueles obtidos em ZIEMIAN (1993), porém apresentando deslocamentos um pouco maiores no momento do colapso.

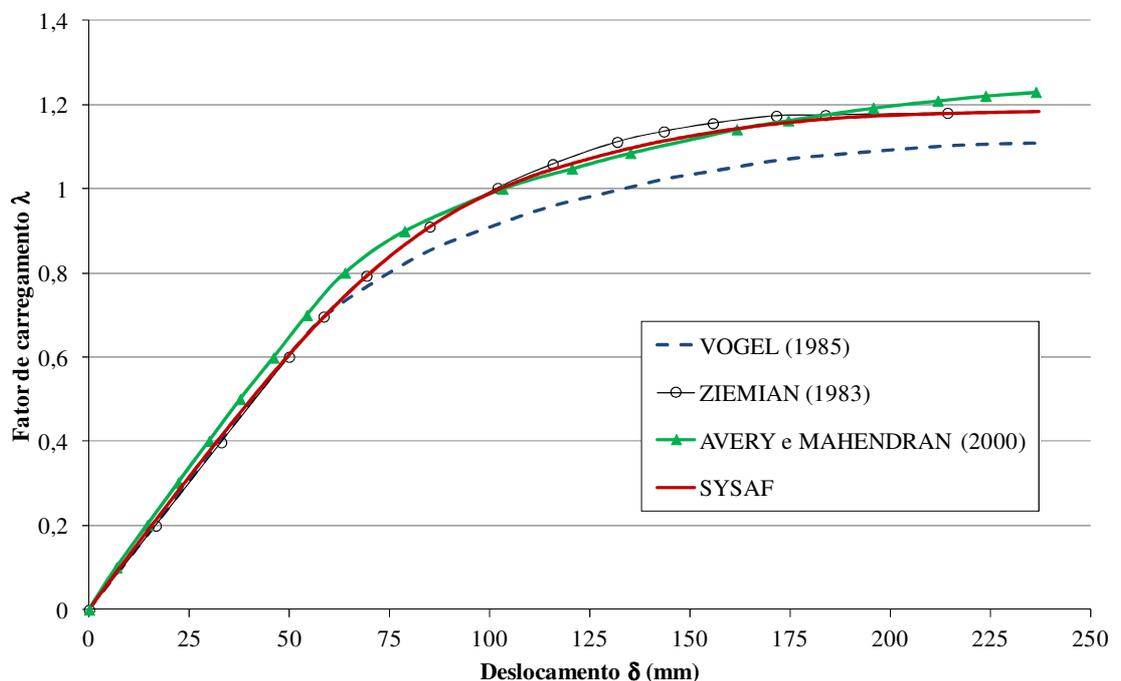


Figura 6.10 – Evolução dos deslocamentos na extremidade direita do sexto andar do pórtico de VOGEL em função do fator de carregamento λ .

Em AVERY e MAHENDRAN (2000) comenta-se que a diferença entre os resultados obtidos nesse referido trabalho com emprego de elementos tipo casca e

aqueles obtidos com elementos de pórtico pode ser atribuída, parcialmente, a fatores como diferenças de discretização e, conseqüentemente, de aplicação de carregamento.

Além disso, na última referência se afirma que diferenças nas formulações *de elementos finitos, de modelos de materiais e critérios de plastificação* também podem interferir na resposta obtida. Mais ainda, afirma que a redução dos vãos das vigas (em torno de 6 a 8%) conectadas às mesas dos pilares, e não ao eixo desses, em função da modelagem com os elementos tipo casca, certamente contribuiu para diferença da resposta obtida em relação àquelas obtidas como elementos finitos de pórtico.

6.4.4 Pórtico tridimensional de dois andares com seções retangulares

Neste exemplo se explora a aplicação do SYSAP em análise inelástica de uma estrutura apertada tridimensional. O pórtico tridimensional em questão, ilustrado por meio da figura 6.11, foi analisado também em ABBASNIA e KASSIMALI (1995) e em DE SOUZA (2000) por meio de formulação com plasticidade distribuída, e em NGO-HUU e KIM (2009) por meio de plasticidade concentrada (rótulas plásticas) com a consideração da plastificação gradual da seção transversal por meio da discretização da seção transversal em elementos planos.

O material associado aos elementos estruturais tem resistência ao escoamento (f_y) igual a 98 MPa, módulo de elasticidade (E) igual a 19.613 MPa e coeficiente de Poisson (ν) igual a 0,17. Assume-se comportamento elasto-plástico perfeito para o material. Na análise com o código CAE são utilizados quatro (4) elementos finitos cúbicos por elemento estrutural e a seção transversal é dividida em 64 elementos triangulares cúbicos de dimensões idênticas.

A curva deslocamento *versus* força F pode ser vista na figura 6.12. Nesta mesma figura, a título de comparação, podem ser vistos os resultados obtidos em ABBASNIA e KASSIMALI (1995), DE SOUZA (2000) e NGO-HUU e KIM (2009). Por meio da análise da figura 6.12 pode-se notar que os resultados obtidos com o código CAE estão em concordância com aqueles presentes nas referências citadas.

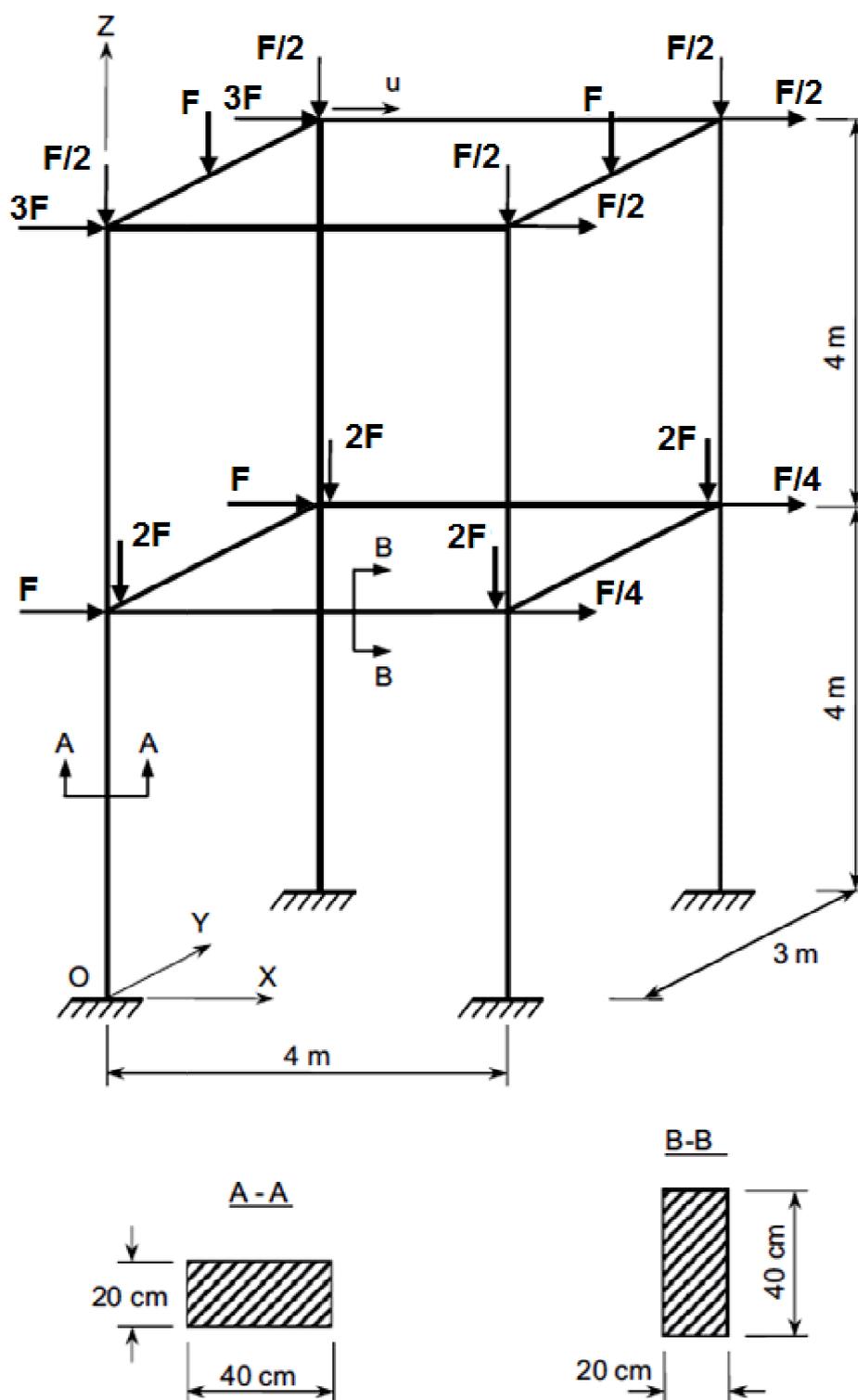


Figura 6.11 – Pórtico tridimensional de dois andares com seções retangulares.

Extraído de NGO-HUU e KIM (2009).

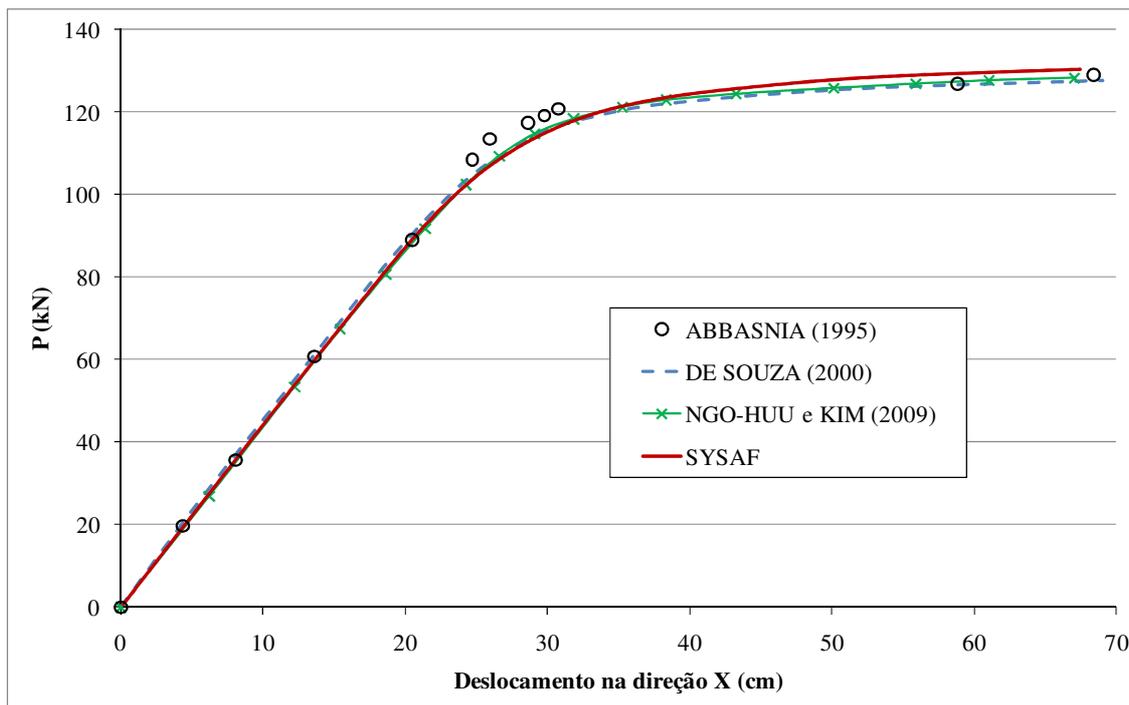


Figura 6.12 – Curva deslocamento-força do pórtico tridimensional de dois andares.

6.4.5 Pórtico tridimensional de aço de dois andares com seções tipo H

Na figura 6.13 apresenta-se a geometria do pórtico tridimensional de aço de dois andares, analisado originalmente em NGO-HUU et al. (2007). As seções das vigas e dos pilares consistem de perfis H150 x 160 x 6.5 x 10 ($d = 150$ mm, $b_f = 160$ mm, $t_w = 6.5$ mm e $t_f = 10$ mm). A resistência ao escoamento e o módulo de elasticidade são 320 MPa e 221.000 MPa, respectivamente. O material é assumido com comportamento elasto-plástico perfeito. O padrão de tensão residual utilizado foi o mesmo recomendado pela ECCS (1984) e ilustrado anteriormente por meio da figura 6.6b.

São consideradas apenas imperfeições globais referentes ao desaprumo em cada nível de pavimento. Os valores considerados, extraídos de NGO-HUU et al. (2007) são listados na tabela 6.3. Em NGO-HUU et al. (2007) analisa-se o problema em questão por meio de modelo com elementos de pórtico e plasticidade concentrada (rótulas plásticas), com a consideração da plastificação gradual da seção transversal por meio da discretização da seção transversal em elementos planos. Com vistas à geração de resultados para comparação, no referido trabalho, o pórtico em questão também foi modelado com 49840 elementos tipo casca S4R5 empregando-se o código ABAQUS.

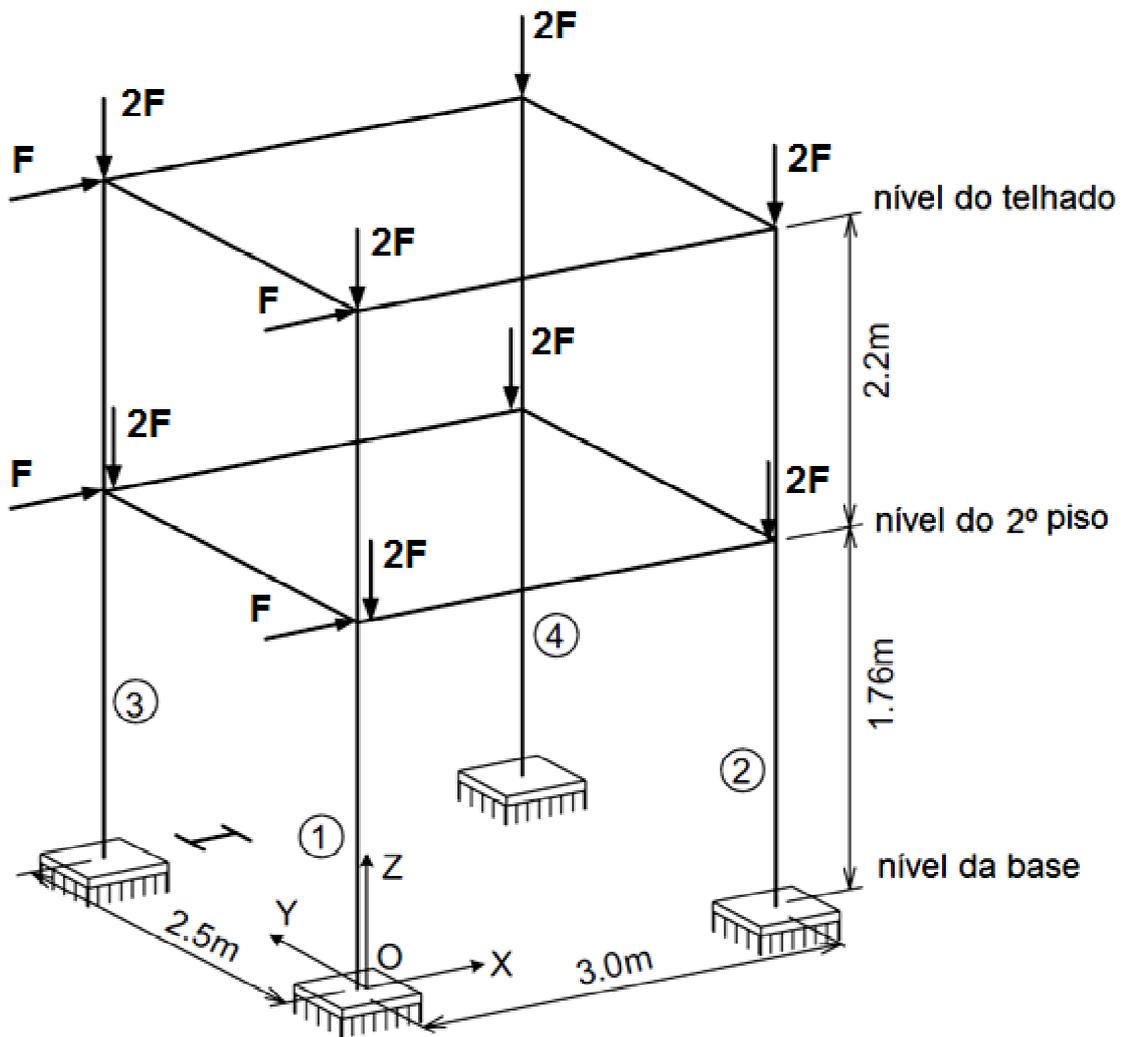


Figura 6.13 – Pórtico tridimensional de aço com seções tipo H.

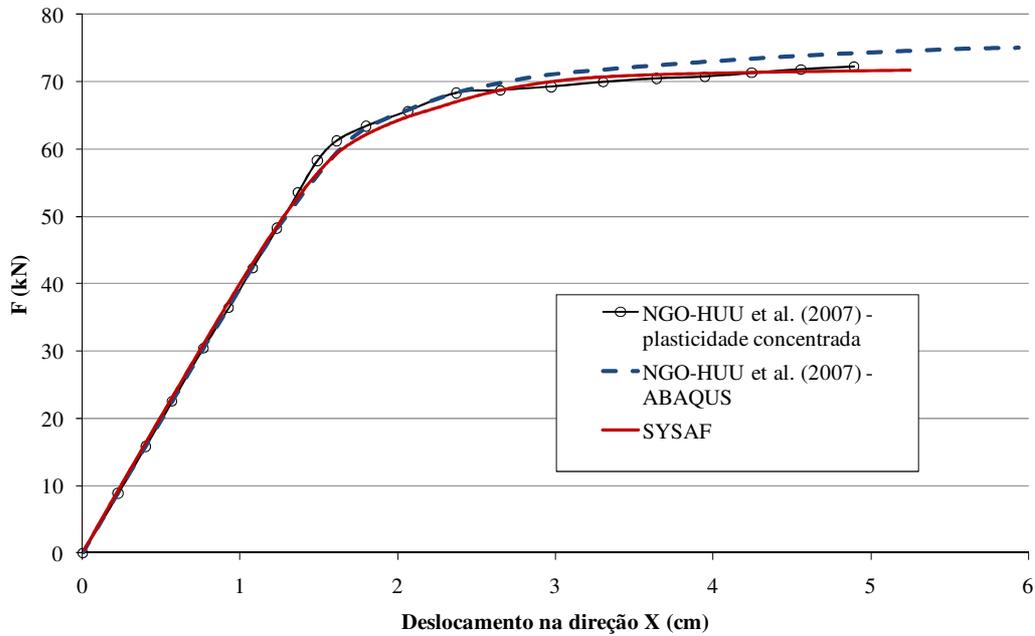
Extraído de NGO-HUU et al. (2007).

Tabela 6.3 – Imperfeições globais referentes ao desaprumo consideradas na análise do pórtico tridimensional de aço. Fonte: NGO-HUU et al. (2007)

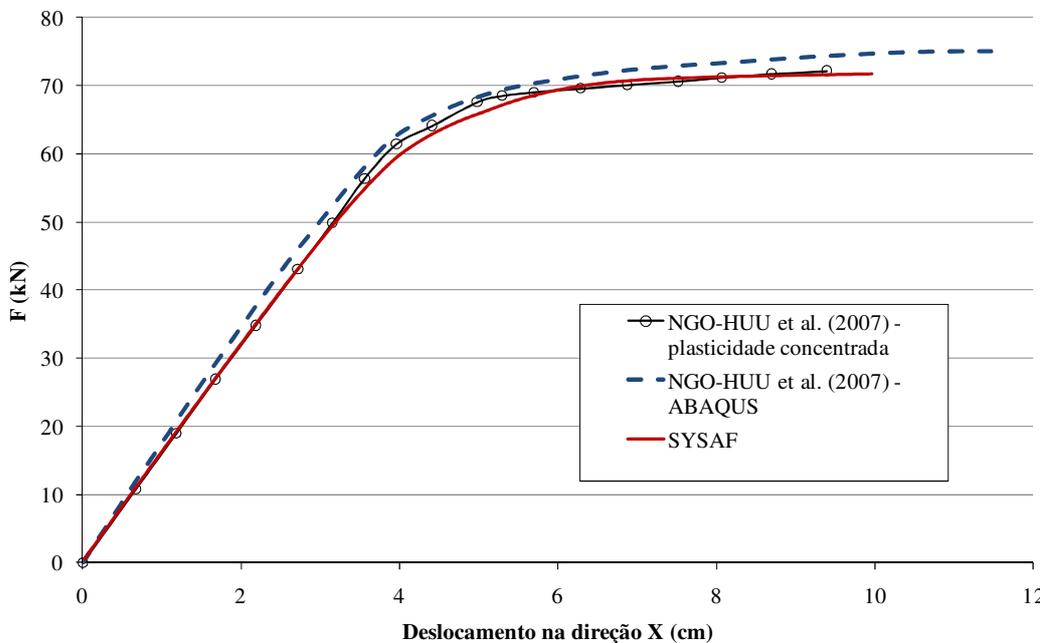
Nível	Desaprumo (mm)							
	Pilar 1		Pilar 2		Pilar 3		Pilar 4	
	X	Y	X	Y	X	Y	X	Y
Telhado	4,51	11,08	5,49	11,41	-8,17	6,58	-4,31	12,04
Segundo Piso	1,39	6,88	-0,68	6,77	-5,11	2,11	-3,96	6,19
Base	0	0	0	0	0	0	0	0

Na análise com o SYSAF são utilizados quatro (4) elementos finitos cúbicos por elemento estrutural, bem como seção transversal discretizada de acordo com o padrão

da figura 6.2a. Na figura 6.14 são apresentadas curvas deslocamento *versus* força aplicada, considerando o nível do segundo piso e do telhado, figuras 6.14a e 6.14b, respectivamente.



(a)



(b)

Figura 6.14 – Curvas deslocamento x força aplicada: (a) Nível do segundo andar e (b) Nível do telhado.

Na tabela 6.4 são apresentados os carregamentos últimos obtidos nas análises realizadas em NGO-HUU et al. (2007), juntamente com aquele obtido no presente trabalho.

Tabela 6.4 – Carregamento último (P_u) obtido nas análises.

REFERÊNCIA	P_u (kN)
NGO-HUU et al. (2007) – ABAQUS	75,0
NGO-HUU et al. (2007) – plasticidade concentrada	72,2
SYSAF - Presente trabalho	71,8

Por meio da análise pode-se notar que os resultados obtidos com o SYSAF são praticamente idêntico àqueles apresentados em NGO-HUU et al. (2007) obtidos por meio do método das rótulas plásticas.

Em NGO-HUU et al (2007) atribui-se as diferenças obtidas em relação ao modelo com elementos do tipo cascas ao fato de se utilizar apenas um elemento de pórtico na análise com plasticidade concentrada, concluindo que um único elemento finito não é suficiente para capturar o comportamento não linear de maneira tão precisa.

Deve-se mencionar ainda que a diferença das formulações dos elementos finitos e a discretização explícita das regiões de conexão, por meio de elementos finitos tipo casca, pode também ter influenciado nas diferenças dos resultados obtidos em relação àqueles obtidos com elementos finitos de pórtico.

6.4.6 Pórtico tridimensional de aço com seis andares

Este exemplo consiste de pórtico de aço de seis andares cuja geometria é apresentada por meio da figura 6.15. Tal exemplo também foi analisado anteriormente em LIEW et al. (2000) utilizando o conceito de plasticidade concentrada (rótulas plásticas) e em JIANG et al. (2002) empregando-se o conceito de plasticidade distribuída com elementos de pórtico.

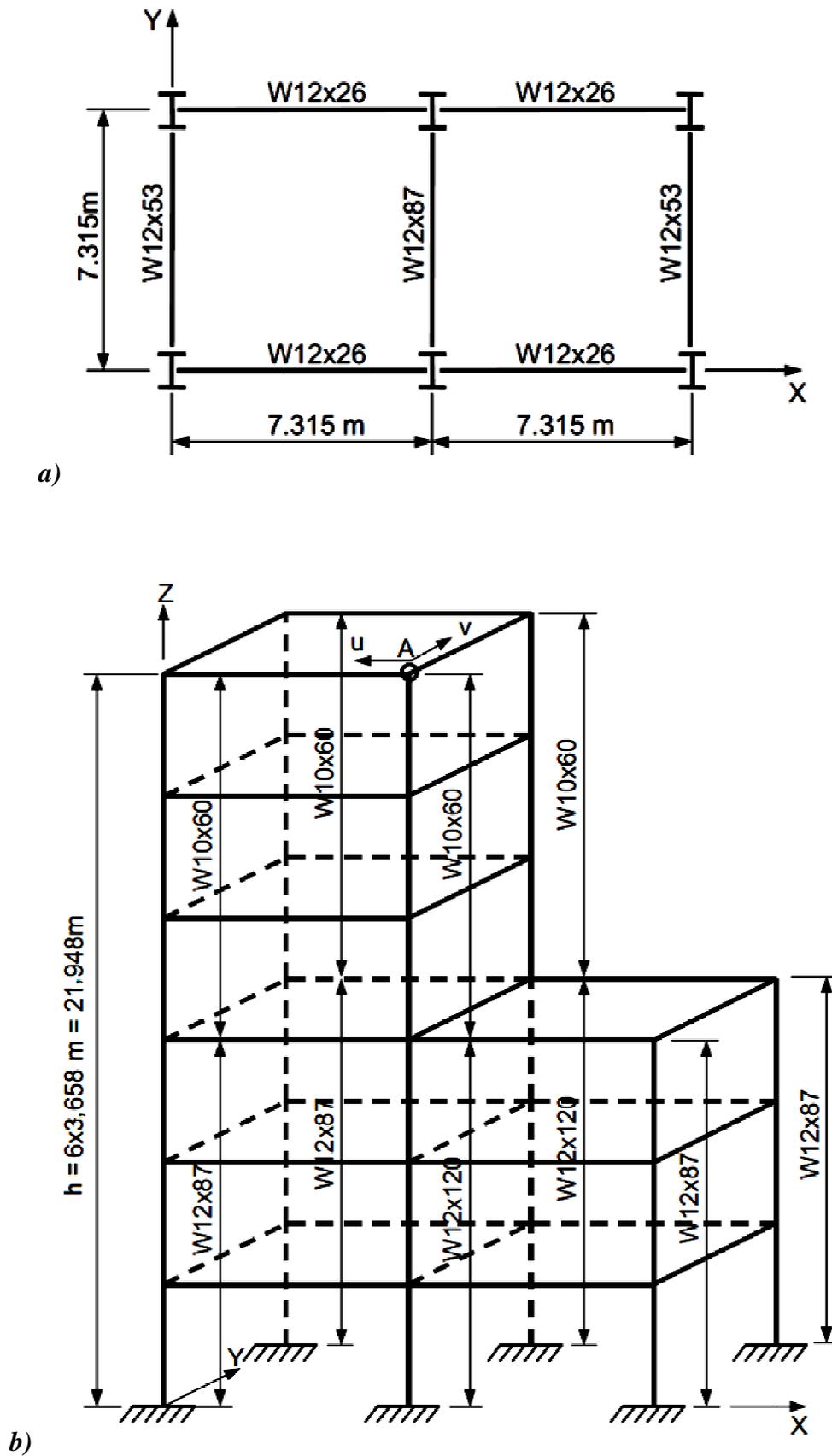


Figura 6.15 – Pórtico tridimensional de aço com seis andares:

(a) Vista em Planta e (b) Perspectiva. Fonte: NGO-HUU et al. (2007).

O material de todos os elementos da estrutura é um aço com resistência ao escoamento igual a 250 MPa e módulo de elasticidade é igual 206.850 MPa. A estrutura é submetida a ações horizontais e verticais atuando simultaneamente. Com relação ao carregamento vertical, a estrutura é sujeita a um carregamento de piso igual a 9,6 kN/m², o qual é convertido em forças concentradas equivalentes aplicadas no topo dos pilares de cada andar. O carregamento horizontal da estrutura é resultado da ação do vento, a qual é simulada por meio de forças concentradas iguais a 53,376 kN atuando na direção Y, aplicadas em cada junção de pilar com viga da fachada.

No que se refere à discretização da estrutura em elementos finitos, no presente trabalho cada elemento estrutural foi discretizado em quatro (4) elementos finitos cúbicos, e a seção transversal de cada elemento finito discretizada de acordo com o padrão apresentado anteriormente na figura 6.2a. Os resultados referentes às curvas “deslocamento normalizado \times força aplicada” são apresentados na figura 6.16.

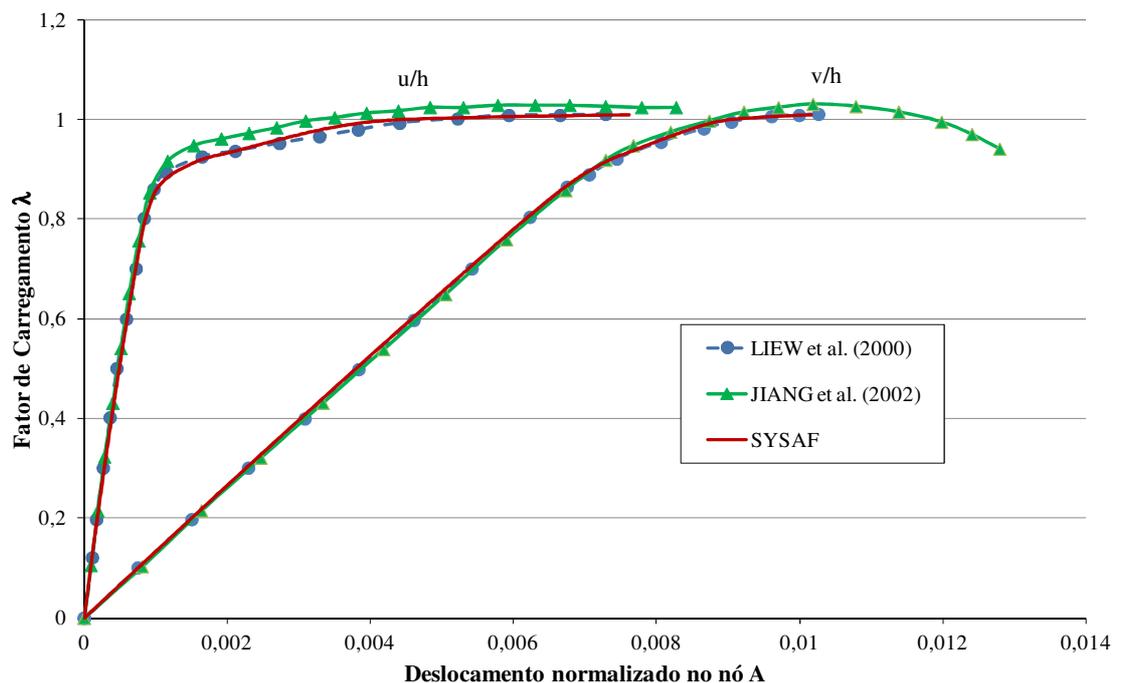


Figura 6.16 – Deslocamentos normalizados no ponto A segundo as direções **u** e **v** (eixos associados às direções u e v estão representados na figura 6.20).

Com relação aos resultados obtidos em JIANG et al. (2002), apresentam-se apenas as curvas referentes à discretização que emprega nove (9) elementos finitos cúbicos por elemento estrutural, uma vez que foi aquela que propiciou os resultados

mais próximos daqueles apresentados em LIEW et al. (2000), utilizados como referência. A tabela 6.5 apresenta os resultados referentes ao fator de carregamento λ no colapso obtido na análise da estrutura realizada no presente trabalho e nas referências consultadas.

Tabela 6.5 – Fator de carregamento λ no colapso.

REFERÊNCIA	λ
LIEW et al. (2000)	1,005
JIANG et al. (2002)	1,03
SYSAF - Presente trabalho	1,01

Por meio da análise dos deslocamentos apresentados na figura 6.16 e dos fatores de carregamento λ apresentados na tabela 6.5 pode-se notar que os resultados obtidos com o SYSAF são satisfatórios e estão bastante próximos daqueles apresentados em LIEW et al. (2000), que foram obtidos por meio do conceito de plasticidade concentrada (rótulas plásticas). Diante dos resultados apresentados neste capítulo pode-se concluir que o código CAE do SYSAF se mostrou eficiente em análises inelásticas de estruturas de aço aperticadas.

No próximo capítulo discute-se a aplicação do SYSAF em análise de estruturas de aço em situação de incêndio bem como as hipóteses assumidas para tal fim.

ANÁLISES TERMOESTRUTURAIS: ASPECTOS E RESULTADOS OBTIDOS

CAPÍTULO

7

Uma análise termoestrutural em situação de incêndio consiste basicamente da análise do comportamento de uma estrutura durante a ocorrência do incêndio em que são considerados os efeitos da ação térmica provenientes dessa situação. A resposta estrutural se dá pela evolução dos deslocamentos, deformações e tensões na estrutura, em função da dilatação térmica e da degradação das propriedades mecânicas associadas à resistência e à rigidez dos materiais em decorrência da elevação temperatura.

Nesse sentido, o presente capítulo descreve aspectos referentes ao acoplamento entre as análises térmicas e mecânicas realizadas com o Código de Análise Térmica (CAT) e o Código de Análise Estrutural (CAE) do SYSAF, cuja formulação e validação em temperatura ambiente foram apresentadas nos capítulos anteriores.

7.1 PROCESSO DE SOLUÇÃO DA ANÁLISE TERMOESTRUTURAL

A estratégia adotada neste trabalho para esse tipo de análise pode ser dividida em três fases. A primeira fase do processo consiste numa análise estrutural inicial, para determinação dos deslocamentos e esforços presentes na estrutura devido ao carregamento aplicado antes da ocorrência do suposto incêndio

A segunda fase consiste na determinação do campo de temperaturas na seção transversal dos elementos da estrutura afetados pelo incêndio, para cada instante estabelecido do incêndio. Nessa fase, as análises realizadas por meio do SYSAF consideram a variação das propriedades térmicas dos materiais em função do aumento da temperatura. A partir dos resultados obtidos na análise térmica é possível determinar a variação das propriedades mecânicas (resistência e rigidez) e térmicas (alongamento relativo) dos materiais em função da temperatura para serem considerados na análise estrutural, estabelecendo-se assim uma conexão entre as análises térmica e estrutural.

Assim, na fase de análise estrutural utiliza-se o CAE do SYSAF para obtenção dos deslocamentos e esforços na estrutura considerando-se a degradação das propriedades dos materiais, obtidos em função da temperatura, em cada instante considerado da duração do incêndio. O fluxograma do processo descrito, de maneira simplificada, pode ser visto por meio da figura 7.1.

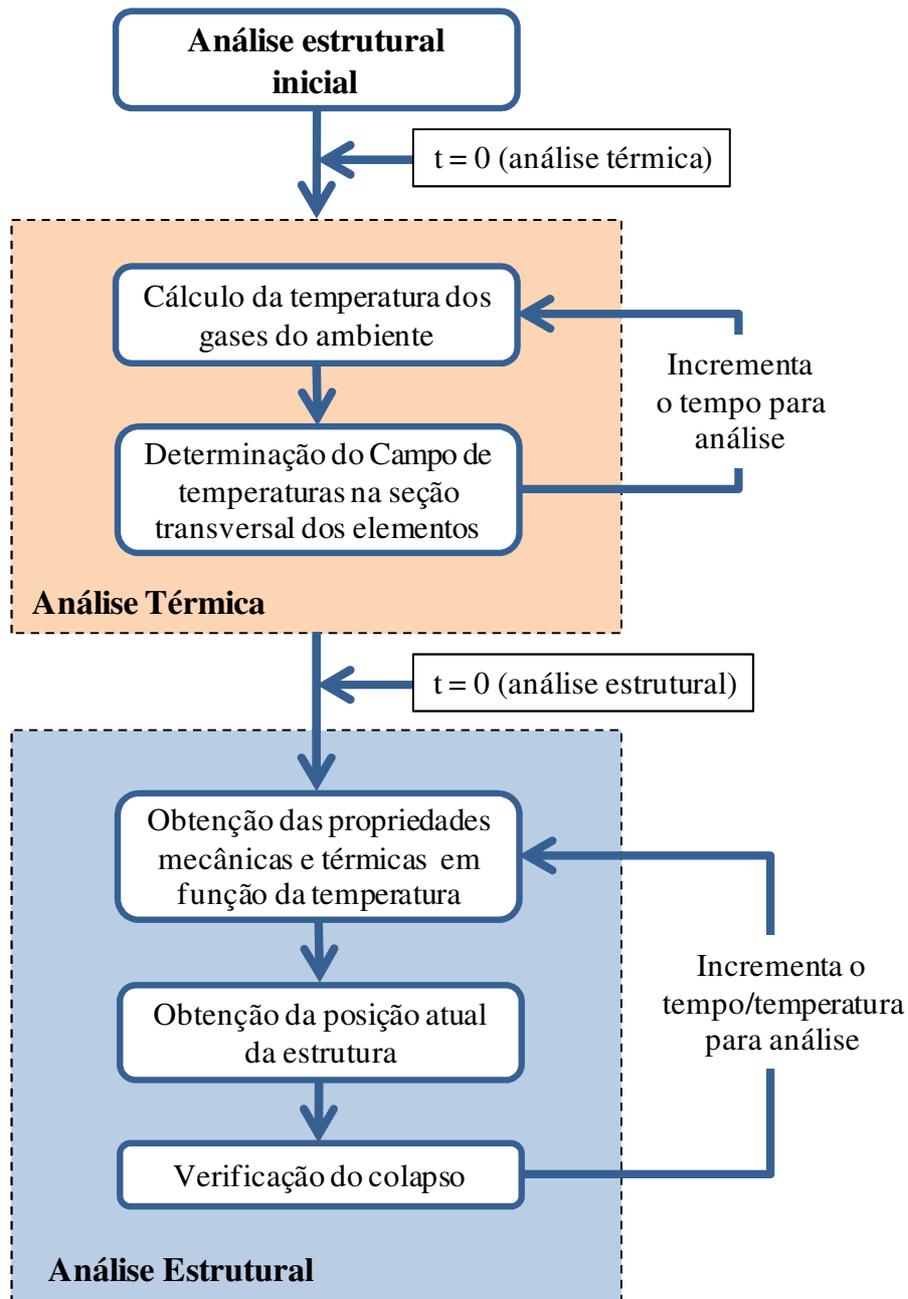


Figura 7.1 – Fluxograma simplificado do processo de solução de uma análise termoestrutural em situação de incêndio.

A conexão entre os problemas mecânico e térmico se dá basicamente pelo papel que as deformações térmicas desempenham na obtenção das deformações totais. Assim, o próximo item discute como são consideradas as deformações térmicas no presente trabalho.

7.2 CONSIDERAÇÃO DAS DEFORMAÇÕES TÉRMICAS NO MODELO MECÂNICO

No capítulo 2 definiu-se deformação total (ϵ) como sendo a soma das deformações mecânicas ϵ_m e das deformações térmicas ϵ_{th} , de acordo com a equação (7.1). Por sua vez, as deformações mecânicas podem ser decompostas numa parcela elástica ϵ_e e numa parcela plástica ϵ_p segundo a equação (7.2).

$$\epsilon = \epsilon_m + \epsilon_{th} \quad (7.1)$$

$$\epsilon_m = \epsilon_e + \epsilon_p \quad (7.2)$$

O estado de tensão na estrutura (em regime elástico ou plástico) depende somente das deformações mecânicas. Assim, numa situação em que a estrutura não esteja carregada e as deformações térmicas estejam livres para se desenvolver (sem restrições), tem-se ϵ igual a ϵ_{th} . Todavia, onde as deformações térmicas são totalmente restringidas, supondo uma situação sem carregamento externo, as deformações totais são nulas e tensões térmicas e de plastificação resultam da igualdade $\epsilon = -\epsilon_{th}$. Assim, é conveniente saber como se obtém as deformações ϵ_{th} para os materiais em função da temperatura.

No presente trabalho, o vetor das deformações térmicas, considerando uma situação de material com isotropia térmica, é escrito de acordo com a equação (7.2).

$$\epsilon_{th} = (\theta - \theta_{ref}) \alpha^{sec}(\theta) L^T \quad \text{com} \quad L = (1 \ 1 \ 1 \ 0 \ 0 \ 0) \quad (7.3)$$

Na equação (7.2) $\alpha^{sec}(\theta)$ é o coeficiente secante de dilatação térmica do material, θ é a temperatura atual ($^{\circ}\text{C}$) num ponto em questão e θ_{ref} uma temperatura de referência, na qual é assumida a ausência de deformações térmicas.

O coeficiente $\alpha^{\text{sec}}(\theta)$ pode ser definido diretamente no SYSAF pelo usuário como uma constante ou por meio de curvas com pares “ α^{sec} versus temperatura” ou ainda computado a partir de relações de alongamento relativo (ou normalizados) $\Delta\ell/\ell$ em função da temperatura como aquelas apresentadas no ANEXO D do presente trabalho, segundo a ABNT NBR 14323:1999 e o CEN EN 1993-1-2:2005, para o caso do material aço, ilustradas for meio da figura 7.2.

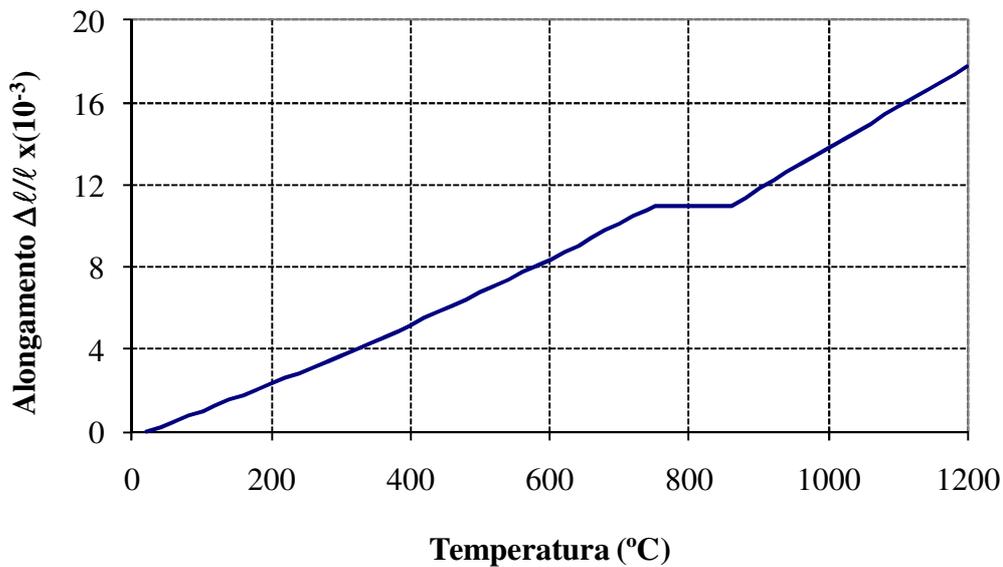


Figura 7.2 – Alongamento relativo $\Delta\ell/\ell$ para o aço em função da temperatura de acordo com o CEN EN 1993-1-2:2005.

Em regime de pequenas deformações, os alongamentos relativos como aqueles apresentados por meio da curva da figura 7.2 são deformações de engenharia ϵ_{eng} e correspondem diretamente à deformação térmica ϵ_{th} numa dada temperatura. Assim o coeficiente $\alpha^{\text{sec}}(\theta)$ seria obtido por meio da equação (7.4).

$$\alpha^{\text{sec}}(\theta) = \frac{1}{(\theta - \theta_{\text{ref}})} \cdot \frac{\Delta\ell(\theta)}{\ell} \quad (7.4)$$

No caso de problemas que envolvam grandes deformações, o vetor das deformações térmicas em função da temperatura deve ser expresso na forma das deformações de Green, em função dessa ser a medida de deformação adotada na formulação do código de análise estrutural, apresentada no capítulo 5. Nesse caso, pode-

se estabelecer uma relação das deformações de engenharia ϵ_{eng} com as deformações de Green ϵ_G , como aquela representada por meio da equação (7.5).

$$\epsilon_G = \epsilon_{\text{eng}} + \frac{\epsilon_{\text{eng}}^2}{2} \quad (7.5)$$

Com base nas equações (7.4) e (7.5), o coeficiente secante de dilatação térmica do material $\alpha_G^{\text{sec}}(\theta)$, a ser utilizado para que o vetor das deformações térmicas seja dado considerando deformações de Green, pode ser obtido de acordo com a equação (7.6).

$$\alpha_G^{\text{sec}}(\theta) = \alpha^{\text{sec}}(\theta) + \frac{\alpha^{\text{sec}}(\theta)^2 (\theta - \theta_{\text{ref}})}{2} \quad (7.6)$$

No próximo item discute-se outro aspecto bastante importante em análise termomecânica: a consideração da relação constitutiva tensão-deformação do aço função da temperatura.

7.3 *RELAÇÃO CONSTITUTIVA DO AÇO EM TEMPERATURAS ELEVADAS*

Como mencionado anteriormente, os materiais quando expostos a elevadas temperaturas, sofrem alterações em suas propriedades mecânicas, causando a redução de resistência e rigidez do sistema. Tais aspectos, portanto, devem ser levados em consideração quando se realiza a análise e o dimensionamento das estruturas em situação de incêndio.

Com base nos dados da British Steel (agora denominada Corus) (KIRBY e PRESTON, 1988), que realizou um extenso programa de ensaios de tração em pequena escala na década de 1980, o CEN EN1993-1-2:2005 e a ABNT NBR 14323:1999 apresentam fatores de redução para a resistência ao escoamento ($k_{y,\theta}$), para o limite de proporcionalidade ($k_{p,\theta}$) e para o módulo de elasticidade ($k_{E,\theta}$), por meio de tabelas, para taxas de aquecimento entre 2°C/min e 50°C/min. A resistência ao escoamento é relacionada à deformação limite de 2%.

Os valores dos fatores de redução em função da temperatura disponíveis nas citadas normas em forma de tabelas são aqui apresentados em forma gráfica por meio

das curvas da figura 7.3, na qual f_y é a resistência ao escoamento do aço a 20°C; $f_{y,\theta}$ é a resistência ao escoamento do aço a uma temperatura θ_a ; f_p é o limite de proporcionalidade do aço a 20°C; $f_{p,\theta}$ é o limite de proporcionalidade do aço a uma temperatura θ_a ; E é o módulo de elasticidade do aço a 20°C; E_θ é o módulo de elasticidade dos de aços laminados a uma temperatura θ_a .

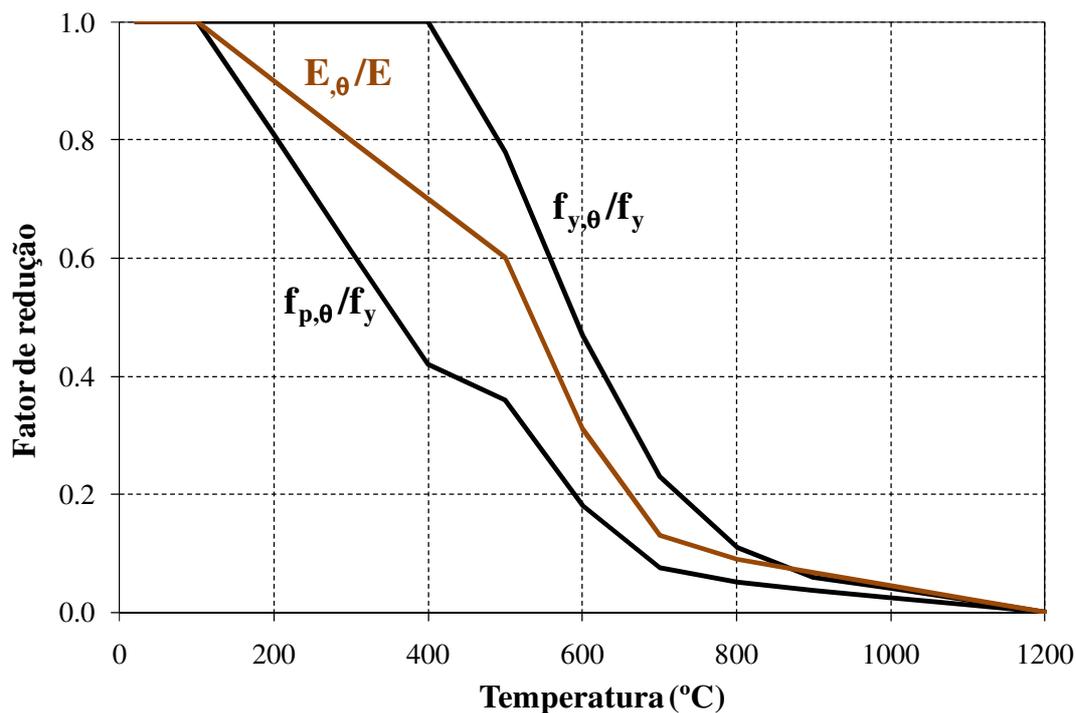


Figura 7.3 – Fatores de redução para o aço em função da temperatura.

As definições de resistência ao escoamento (f_y), limite de proporcionalidade (f_p) e módulo de elasticidade (E) são estabelecidas de acordo com as características básicas do modelo para a relação tensão-deformação do aço em temperaturas elevadas. O diagrama tensão-deformação em função da temperatura para os aços estruturais, dado pelos CEN EN 1993-1-2:2005 e CEN EN 1994-1-2:2005 é representado por meio da figura 7.4. Tal diagrama pode ser obtido por meio das equações apresentadas na tabela 7.1.

Para temperaturas abaixo de 400 °C, o Eurocode CEN EN 1993-1-2:2005 acrescenta que as relações tensão-deformação obtidas com as equações da tabela 7.1 podem ser estendidas para se considerar o encruamento do aço, desde que se assegure

que instabilidades locais ou globais do elemento não conduzam a um colapso prematuro. Tal opção é apresentada no Anexo A do CEN EN 1993-1-2:2005.

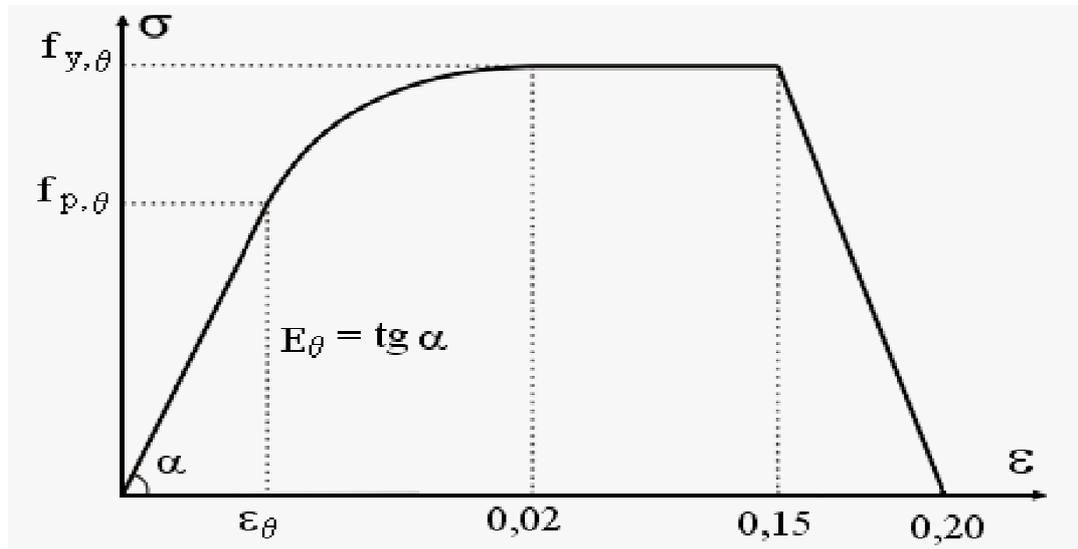


Figura 7.4 - Diagrama tensão- deformação dos aços estruturais à temperatura θ , conforme o CEN EN 1993-1-2:2005.

Tabela 7.1 – Equações e parâmetros para obtenção dos diagramas tensão-deformação para os aços estruturais em temperaturas elevadas. Fonte: CEN EN 1993-1-2:2005.

Intervalo de deformações ϵ	Tensão σ	Módulo tangente
$\epsilon \leq \epsilon_{p,\theta}$	ϵE_{θ}	E_{θ}
$\epsilon_{p,\theta} < \epsilon < \epsilon_{y,\theta}$	$f_{p,\theta} - c + (b/a) [a^2 - (\epsilon_{y,\theta} - \epsilon)^2]^{0,5}$	$\frac{b(\epsilon_{y,\theta} - \epsilon)}{a[a^2 - (\epsilon_{y,\theta} - \epsilon)^2]^{0,5}}$
$\epsilon_{y,\theta} \leq \epsilon \leq \epsilon_{t,\theta}$	$f_{y,\theta}$	0
$\epsilon_{t,\theta} < \epsilon < \epsilon_{u,\theta}$	$f_{y,\theta} [1 - (\epsilon - \epsilon_{t,\theta}) / (\epsilon_{u,\theta} - \epsilon_{t,\theta})]$	–
$\epsilon = \epsilon_{u,\theta}$	0,00	–
Parâmetros	$\epsilon_{p,\theta} = f_{p,\theta} / E_{\theta}$ $\epsilon_{y,\theta} = 0,02$ $\epsilon_{t,\theta} = 0,15$ $\epsilon_{u,\theta} = 0,20$	
Funções	$a^2 = (\epsilon_{y,\theta} - \epsilon_{p,\theta}) (\epsilon_{y,\theta} - \epsilon_{p,\theta} + c / E_{\theta})$ $b^2 = c (\epsilon_{y,\theta} - \epsilon_{p,\theta}) E_{\theta} + c^2$ $c = \frac{(f_{y,\theta} - f_{p,\theta})^2}{(\epsilon_{y,\theta} - \epsilon_{p,\theta}) E_{\theta} - 2(f_{y,\theta} - f_{p,\theta})}$	

A título de ilustração, na figura 7.5 têm-se as curvas tensão-deformação para um aço com resistência ao escoamento da ordem de 250 MPa, curvas essas obtidas com a formulação apresentada na tabela 7.1 e com os fatores de redução representados no CEN EN 1993-1-2:2005 . Com o objetivo de representar com maior detalhe o trecho inicial, tais curvas contemplam apenas o intervalo com deformações inferiores a 2%, que é início do patamar de escoamento.

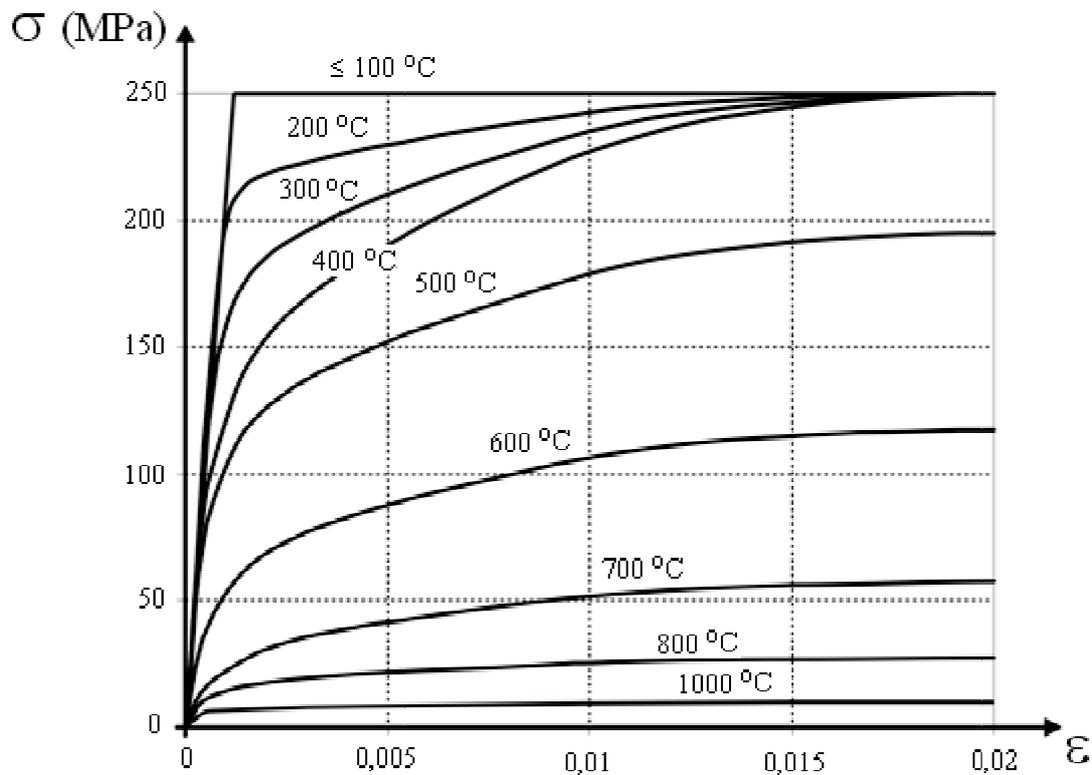


Figura 7.5 – Representação gráfica das relações tensão-deformação de um aço com f_y igual a 250 MPa para um intervalo com deformações inferiores a 2% .

Fonte: CEN EN 1993-1-2:2005

Análises feitas por meio do SYSAF requerem o fornecimento de diversas curvas do tipo “ $f_{y,\theta} \times \epsilon$ ”, como aquelas representadas por meio da figura 7.5 (incluindo os trechos de escoamento e o ramo descendente) para realização das análises termomecânicas. Caso a temperatura em algum ponto de integração esteja entre duas curvas adjacentes, o código de cálculo traça a curva tensão-deformação para a temperatura do ponto de interesse por meio de interpolação linear. Caso a temperatura no ponto de interesse seja inferior a curva referente à temperatura mínima, a curva

referente à temperatura mínima é adotada nos cálculos. De maneira semelhante essa estratégia vale para o caso em que a temperatura no ponto de interesse resulte superior à curva referente à temperatura máxima.

7.4 CORREÇÃO DA FORÇA TERMODINÂMICA DEVIDO À MUDANÇA DE TEMPERATURA

O processo de aquecimento modifica o diagrama tensão-deformação sem acréscimo de carregamento externo. Assim, uma nova previsão de posição mantém o nível de deformação, e o modelo elastoplástico é incapaz, por si só, de identificar corretamente o nível de tensão.

Quando um material se deforma em regime elastoplástico ou plástico, as deformações plásticas se acumulam, constituindo a denominada “*história dissipativa do material*”. Assim, ao se alterar o diagrama tensão-deformação por aquecimento ou resfriamento, é necessário alterar a deformação plástica acumulada (ϵ^P) e a “força termodinâmica” χ (ver capítulo 6) acumulada para se respeitar o diagrama atual. Porém, de acordo com FRANSSSEN (1990) as deformações plásticas não são afetadas pela variação de temperatura. Assim, recalcula-se apenas a força termodinâmica acumulada para se respeitar o diagrama atual.

Considerando-se deformações e tensões equivalentes (todas com barra superior) para o modelo tridimensional, ilustra-se o esquema de mudança curva tensão-deformação em função da temperatura por meio da figura 7.6. Nessa figura 7.6, o par $(\bar{\epsilon}_{n-1}, \bar{\sigma}_{n-1})$ é o ponto de equilíbrio na temperatura θ_{n-1} , referente ao tempo t_{n-1} . Nesse ponto são conhecidas a deformação total (ϵ_{n-1}), a deformação plástica acumulada (ϵ_{n-1}^P) e a força termodinâmica acumulada χ_{n-1} . Após a aplicação da ação térmica e consequente mudança de temperatura para θ_n , referente ao tempo t_n , obtém-se o $\bar{\sigma}_{n,i}$ com base em $\bar{\epsilon}_{n-1}$ e no efeito da ação térmica, que resulta em $\bar{\epsilon}_{n,i}$.

Como condição primordial para o equilíbrio, empregando-se o valor de $\bar{\sigma}_{2,i}$ a função de plastificação “*f*” dada segundo o critério de von Mises deve ser nula na temperatura θ_n , tal como é na temperatura θ_{n-1} . Desse modo deve-se recalcular a força

interna termodinâmica $\chi_{n,i}$ de modo que a condição dada pela equação (7.7), escrita de maneira simplificada, seja respeitada.

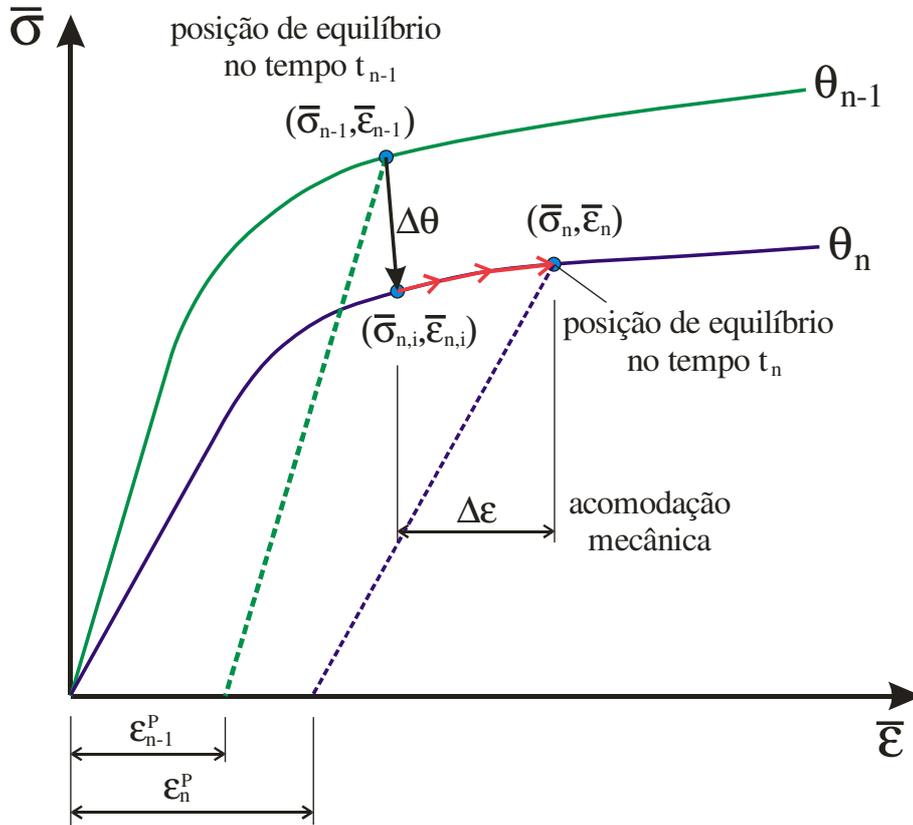


Figura 7.6 – Mudança esquemática do diagrama tensão-deformação considerando o processo de aquecimento.

$$f = \bar{\sigma}_{n,i} - \chi_{n,i} - \bar{\sigma}_0(\theta) = 0 \quad (7.7)$$

Desse modo, a força termodinâmica $\chi_{n,i}$ é obtida por meio da equação (7.8).

$$\chi_{n,i} = \bar{\sigma}_{n,i} - \bar{\sigma}_0(\theta) \quad (7.8)$$

Com o critério de plastificação satisfeito pelo cálculo de $\chi_{n,i}$, compatível com a temperatura, calcula-se a tensão de tentativa $\sigma_{n,i}^{\text{tent}}$ levando-se em conta a variação do módulo de elasticidade em função da temperatura na composição do tensor elástico C .

$$\sigma_{n,i}^{\text{tent}} = C(\theta)(\varepsilon_{n,i} - \varepsilon_{n-1}^p) \quad (7.9)$$

A partir daí segue-se o mesmo procedimentos descrito no capítulo 6 para a verificação do critério de resistência. A acomodação mecânica do processo é obtida automaticamente percorrendo-se a porção destacada em vermelho da curva tensão-deformação para a temperatura θ_n , conforme descrito no capítulo 6.

7.5 CONSIDERAÇÃO DAS TENSÕES RESIDUAIS EM SITUAÇÃO DE INCÊNDIO

A evolução das tensões residuais em estruturas de aço em situação de incêndio é um assunto controverso e carente de comprovação experimental. Diante disso, é comum encontrar trabalhos que ignoram a influência das tensões residuais nos perfis de aço em análises em situação de incêndio. No entanto, diversos trabalhos consideram o efeito das tensões residuais nas análises em situação de incêndio como, por exemplo, VILA REAL et al. (2004), TAKAGI e DEIERLEIN (2007), KODUR e DWAIKAT (2009), LOPES et al. (2010), entre outros.

Em TAKAGI e DEIERLEIN (2007) se considera as tensões residuais introduzidas no modelo reduzidas com a elevação de temperatura pelo mesmo fator de redução da resistência ao escoamento do aço. Em FRANSSEN (1993), tendo em vista o comportamento fortemente não linear dos materiais em situação de incêndio, se sugere a consideração das tensões residuais pela conversão dessas em deformações residuais e inserção nos perfis como deformações iniciais e constantes, estratégia essa também adotada em VILA REAL et al. (2004).

Em LOPES et al. (2010) se propões um modelo para consideração das tensões residuais em elementos de aço inoxidável com base no modelo proposto em FRANSSEN (1993). Segundo FRANSSEN et al. (1993) na análise de pórticos planos em situação de incêndio, discretizados e calculados por meio de elementos finitos de pórtico, as tensões residuais têm influência principalmente no comportamento de pilares carregados axialmente. No entanto, esse mesmo trabalho afirma que as tensões residuais podem ser ignoradas no caso de pórticos com conexões rígidas em que todos os elementos estão sujeitos a um grau significativo de flexão.

Nos exemplos apresentados no presente capítulo *ignora-se a influência das tensões residuais nas análises termoestruturais* uma vez que as referências utilizadas

nos exemplos desprezam tal influência e tendo em vista que o objetivo é apenas comparar a resposta do SYSAF frente às referências utilizadas.

No entanto, vale ressaltar que nas análises com o SYSAF é possível considerar as tensões residuais nas análises em situação de incêndio segundo a estratégia adotada em TAKAGI e DEIRLEIN (2007), tendo em vista que as tensões residuais são introduzidas nas análises por meio de tensões iniciais.

7.6 EXEMPLOS DE ANÁLISES TERMOESTRUTURAS

Neste item são apresentados exemplos de análises termoestruturais com o intuito de demonstrar a aplicabilidade do SYSAF na análise de estruturas aporcadas de aço em temperaturas elevadas.

7.6.1 Viga de aço de seção retangular submetida a aquecimento e resfriamento

Este primeiro exemplo tem por objetivo testar a capacidade do SYSAF e de seu elemento de pórtico laminado na modelagem de uma viga de aço simplesmente apoiada, ilustrada de acordo com a figura 7.7, em temperaturas elevadas considerando alongamento relativo e relação constitutiva segundo o modelo do CEN EN 1993-1-2:2005 (ver itens 7.2 e 7.3, respectivamente). Para tanto, compara-se os resultados obtidos no presente trabalho com aqueles apresentados em YU et al. (2010), sendo que na última referência são utilizados os códigos ABAQUS (generalista) e VULCAN (especialista) com intuito de validar o elemento sólido do VULCAN.

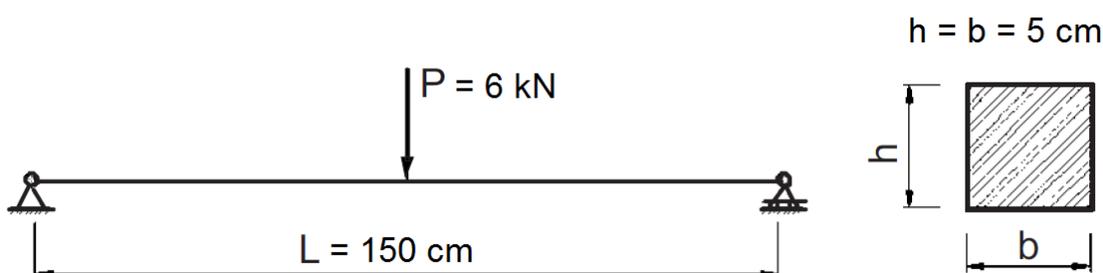


Figura 7.7 – Geometria da viga simplesmente apoiada, carregamento e seção transversal. Fonte: YU et al. (2010)

A viga em questão, cuja geometria é apresentada na figura 7.7, é sujeita a uma única carga concentrada de 6 kN no meio do vão e, em seguida, uniformemente aquecida linearmente até 670°C e na sequência resfriada na a 20°C. O módulo de elasticidade do material (E) é adotado igual a 210000 MPa e a resistência ao escoamento f_y é igual a 355 MPa e o coeficiente de Poisson com valor igual a zero.

Em YU et al. (2010), modelou-se o exemplo em questão com elementos sólidos e elementos de pórtico. Na análise com elementos sólidos foi adotado no referido trabalho uma malha com um total 1920 elementos, com 16 elementos na divisão da seção transversal, malha essa determinada após a realização de uma análise de sensibilidade, segundo os autores. Na análise com elementos de pórtico de seção transversal geral, em YU et al. (2010) foram utilizados três elementos finitos quadráticos.

No presente trabalho, o passo de temperatura adotado para a análise foi de 2,5 °C. A discretização da seção transversal em elementos finitos utiliza oito elementos triangulares cúbicos lagrangeanos, determinada após análise de sensibilidade. A discretização longitudinal correspondente a 4 elementos finitos cúbicos. Além disso, como parâmetro de comparação adicional, o mesmo exemplo é resolvido com o programa ANSYS empregando-se 10 elementos finitos quadráticos do tipo BEAM189.

Os resultados de deslocamento no meio do vão obtidos no presente trabalho e aqueles apresentados em YU et al. (2010) podem ser vistos na figura 7.8.

Pode-se notar por meio da análise da figura 7.8 que o deslocamento se acentua consideravelmente a partir de 500 °C. Na fase de resfriamento, uma parcela de deslocamento, originado de deformações elásticas, foi recuperado. Os deslocamentos residuais são deformações plásticas.

Em YU et al (2010) afirma-se que forma das curvas de deslocamentos no meio do vão obtidas com o VULCAN utilizando elementos sólidos ficaram próximas às obtidas com o ABAQUS e o com o próprio VULCAN no modelo com elemento de pórtico, embora tenha havido cerca de 10% diferença entre os resultados finais a 670°C.

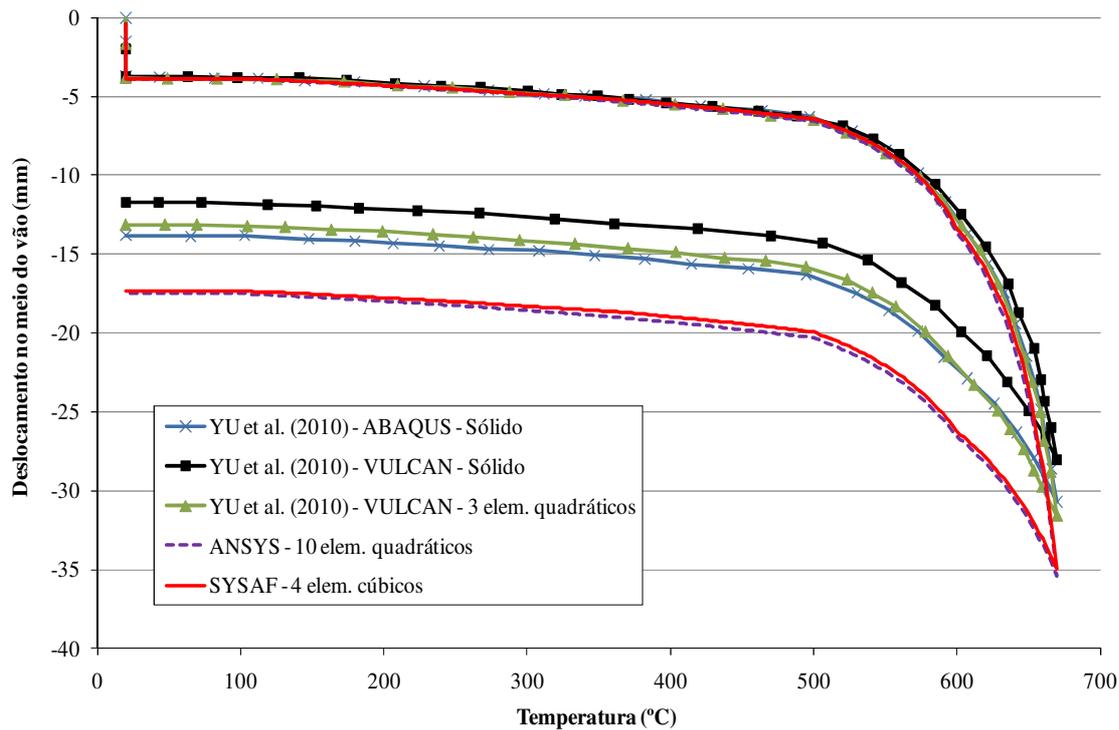


Figura 7.8 – Deslocamento no meio do vão da viga .

Os resultados obtidos com o SYSAF resultaram praticamente idênticos àqueles obtidos com o programa ANSYS, ambos diferindo um pouco daqueles apresentados em YU et al. (2010). Tal fato pode ser atribuído a diferença de formulação de elementos finitos e, principalmente, às diferentes discretizações utilizadas em YU et al. (2010) e no presente trabalho. Porém, fica evidente que o SYSAF é capaz de modelar o comportamento de vigas submetidas à flexão sobre condições de aquecimentos e resfriamento.

7.6.2 Pilares de aço em situação de incêndio

Este exemplo foi apresentado anteriormente em LANDESMANN (2003) e LANDESMANN et al. (2005) e consiste da simulação do comportamento de vigas-pilares biapoiados de 4 m de comprimento, com perfis IPE-360, expostos ao modelo de incêndio-padrão de acordo com a ISO 834-1:1999.

Os dois modelos analisados são ilustrados por meio da figura 7.9, na qual são também apresentados os carregamentos a que os pilares são submetidas, bem como as condições de exposição ao modelo de incêndio-padrão. A combinação de carregamentos

(N e M) consiste de uma parcela da capacidade resistente do pilar à temperatura ambiente N_{y20} (resistência à compressão) e M_{p20} (resistência a flexão).

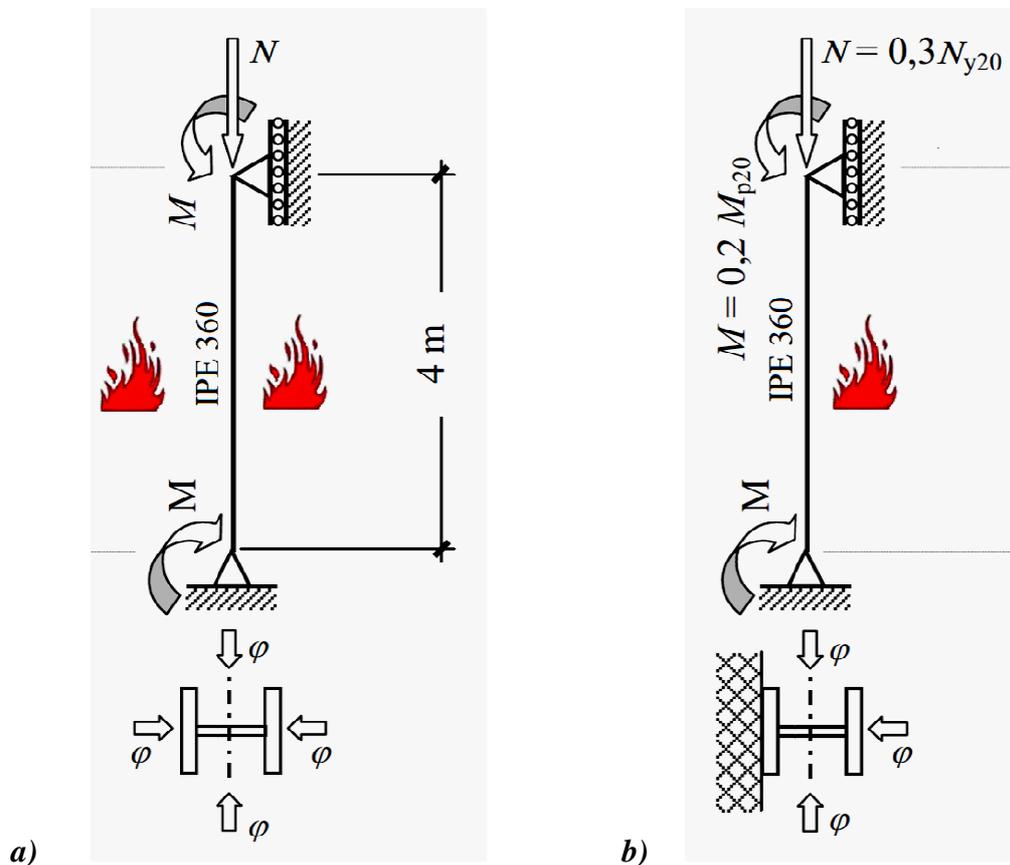


Figura 7.9 – Modelos de viga-pilar biapoiados expostos ao incêndio: **a)** seção com as quatro faces expostas; **b)** seção com três faces expostas.

Fonte: LANDESMANN (2003).

Num primeiro cenário o pilar é considerado aquecido pelos quatro lados do perfil (figura 7.9a). Num segundo cenário o pilar é considerado aquecida por apenas três lados da seção para fins de simulação (figura 7.9b). De acordo com LANDESMANN et al. (2005) esta situação representa um pilar de fachada onde umas das mesas do perfil é protegida parcialmente da ação do fogo.

A título de ilustração, a malha de elementos finitos e o campo de temperaturas, obtidos com o SYSAF para a seção transversal dos modelos de pilar da figura 7.9 e para um tempo de exposição ao modelo de incêndio-padrão ISO-834 igual a 500s, podem ser vistos na figura 7.10. O campo de temperaturas dos dois modelos para tempos iguais a 200s, 400s, 600s e 800s podem ser vistos no ANEXO H.

O módulo de elasticidade do material E possui valor igual a 205000 MPa e a resistência ao escoamento f_y é igual a 250 MPa. Considera-se o alongamento relativo e relação constitutiva segundo o modelo do CEN EN 1993-1-2:2005 (ver itens 7.2 e 7.3, respectivamente).

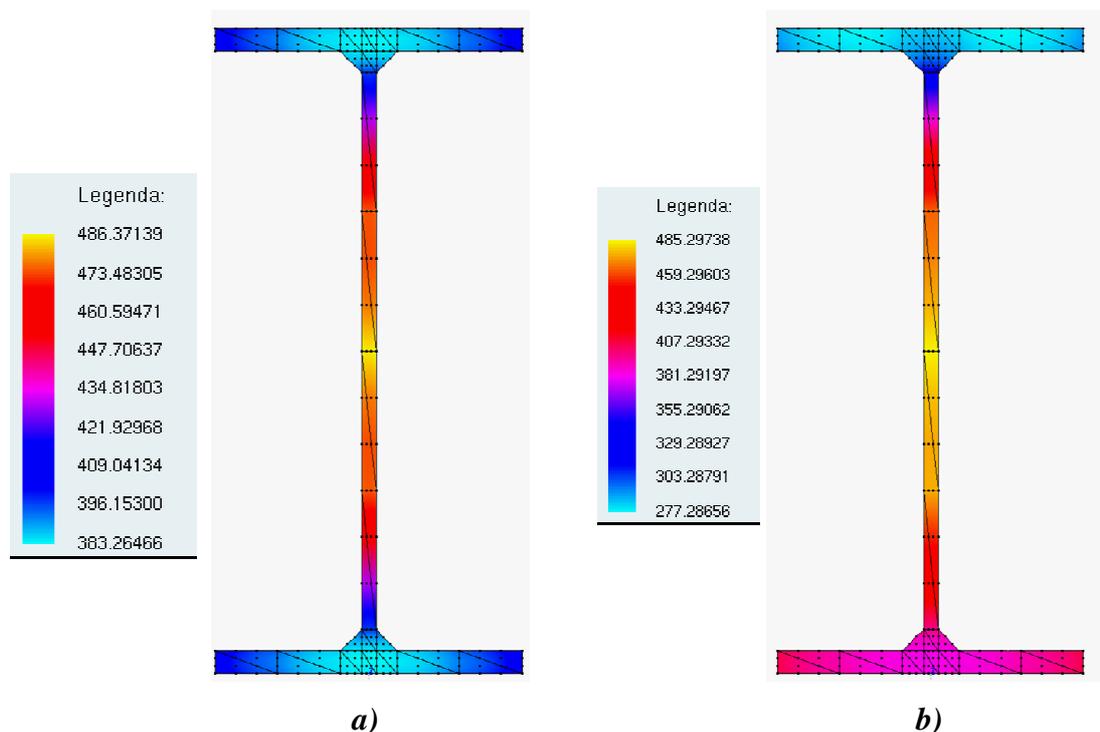


Figura 7.10 – Campo de temperaturas para um tempo de exposição igual a 500 s obtido com o SYSAF: **a)** seção com as quatro faces expostas; **b)** seção com três faces expostas.

Os resultados obtidos com os códigos computacionais SAFIR, SAAFE (LANDESMANN et al., 2005) e SYSAF para os modelos aquecidos por três e quatro faces são apresentados na figura 7.11. Vale ressaltar que, em relação à plasticidade, o código SAAFE emprega o conceito de plasticidade concentrada (rótulas plásticas), enquanto que os códigos SAFIR e SYSAF empregam o conceito de plasticidade distribuída.

Por meio da análise da figura 7.11 pode-se observar a proximidade dos resultados obtidos com os códigos SYSAF e SAFIR, como esperado, distanciando-se um pouco daqueles obtidos com o código SAAFE, que tem por base o conceito de rótulas plásticas. Tais resultados demonstram a potencialidade do SYSAF na análise de elementos submetidos a flexão composta em temperaturas elevadas.

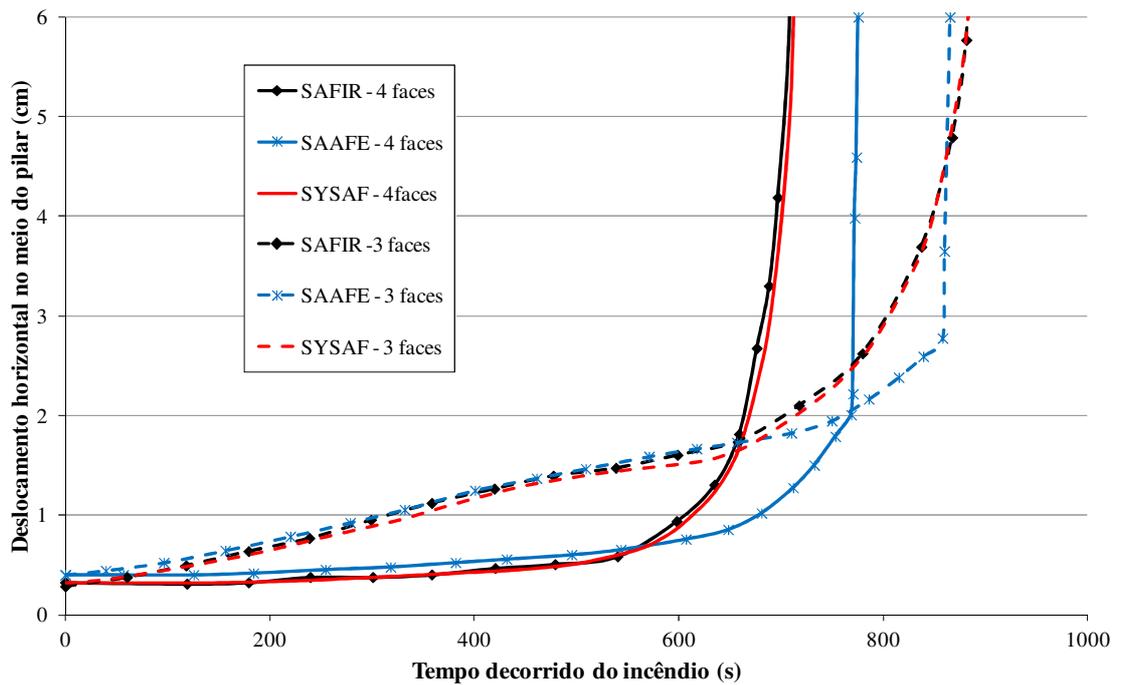


Figura 7.11 – Deslocamento horizontal no meio dos pilares esquematizados na figura 7.9, expostos ao modelo de incêndio padrão.

7.6.3 Ensaio de viga em escala reduzida

Em RUBERT e SCHAUMANN (1986) são apresentados vários testes de vigas simplesmente apoiadas carregadas no meio do vão, como aquela ilustrada por meio da figura 7.12a, com o objetivo de se estudar o comportamento desse elemento estrutural quando sujeito a ação simultânea de carregamento externo e variação de temperatura.

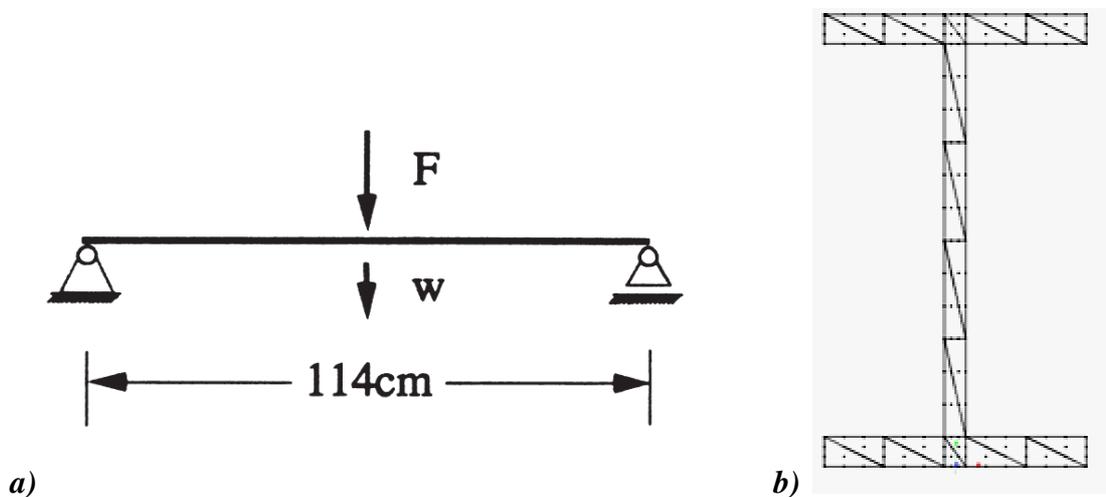


Figura 7.12 – a) Esquema da viga. Fonte: IZZUDDIN et al. (2000).

b) Discretização da seção.

Em IZZUDDIN et al. (2000) são apresentados resultados numéricos da análise de um desses casos apresentados em RUBERT e RUBERT e SCHAUMANN (1986) com o programa ADAPTIC, empregando-se elementos de pórtico.

A viga em questão possui seção tipo IPE 80 e é sujeita a um carregamento constante no meio do vão e então submetida a um aquecimento uniforme ao longo de seu comprimento. Nas análises com o SYSAF no presente trabalho se discretiza a viga em 4 elementos cúbicos e a seção transversal de acordo com o padrão apresentado na figura 7.12b.

Vários ensaios com a mesma geometria da viga foram realizados variando-se o carregamento aplicado em cada ensaio com base em fatores de carregamento, isto é, taxa de carregamento em relação ao carregamento de colapso à temperatura ambiente.

A resistência ao escoamento à temperatura ambiente é igual a 399 MPa, o módulo de elasticidade do aço é tomado igual a 210 GPa e o coeficiente de dilatação térmica é adotado com valor constante igual a $14 \times 10^{-6} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$. Os fatores de redução para o módulo de elasticidade ($k_{E,\theta}$), para o limite proporcionalidade ($k_{p,\theta}$) e para a resistência ao escoamento ($k_{y,\theta}$) em temperaturas elevada são adotados com base nos redutores propostos em RUBERT e SCHAUMANN (1986) e também utilizados em IZZUDDIN et al. (2000), conforme apresentados na tabela 7.2, para se construir os diagramas tensão-deformação com base no modelo do CEN EN 1993-1-2:2005 apresentado no item 7.3.

Tabela 7.2 – Fatores de redução adotados para o exemplo propostos em RUBERT e SCHAUMANN (1986)

θ_a	$k_{E,\theta}$	$k_{y,\theta}$	$k_{p,\theta}$
20	1,0000	1,0000	1,0000
100	1,0000	1,0000	1,0000
200	0,9000	1,0000	0,9000
300	0,8000	1,0000	0,7000
400	0,7000	1,0000	0,6000
500	0,6000	0,7333	0,5000
600	0,5000	0,4667	0,2333
650	0,4500	0,3333	0,1000
700	0,4000	0,2000	0,0857
800	0,3000	0,1333	0,0571
900	0,2000	0,0667	0,0286
1000	0,1000	0,0000	0,0000

A variação do deslocamento no meio do vão em função da temperatura para fatores de carregamento iguais a 0,2, 0,5, 0,7 e 0,85 pode ser vista na figura 7.13, onde são mostrados os resultados obtidos com os códigos SYSAF e ADAPTIC (IZZUDDIN et al., 2000), bem como com os resultados experimentais obtidos em RUBERT e SCHAUMANN (1986).

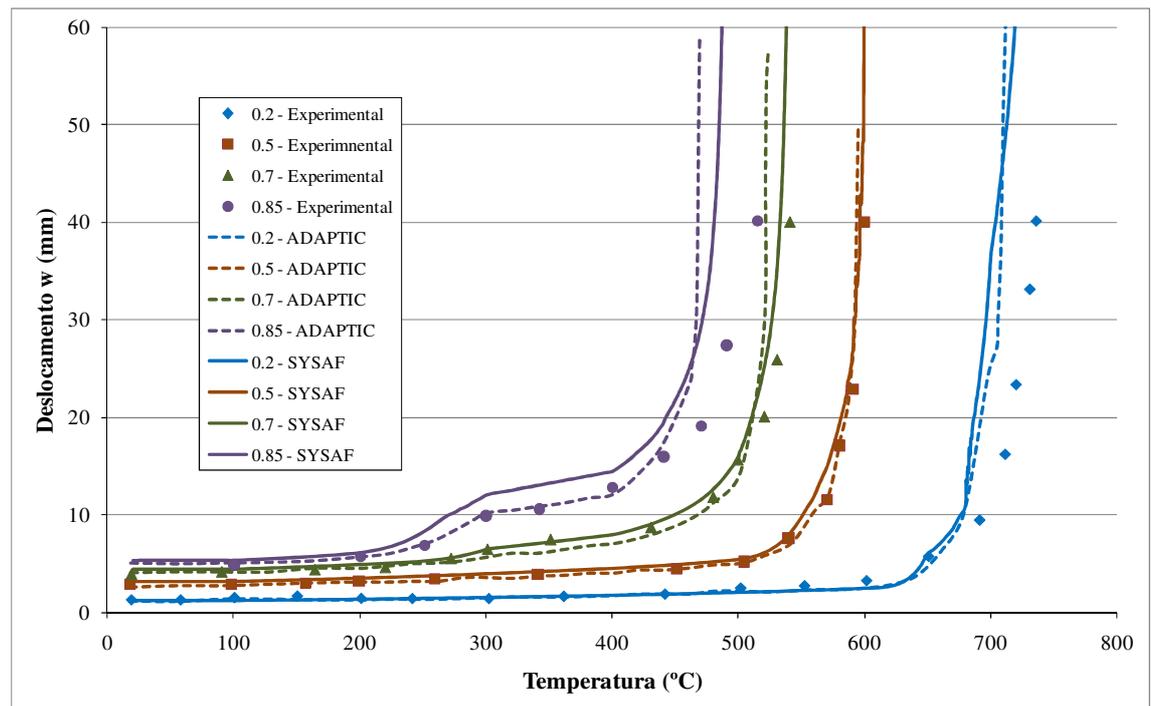


Figura 7.13 – Configurações dos pórticos ensaiados.

Por meio da análise da figura 7.13 pode-se observar que os resultados obtidos com o SYSAF são satisfatórios quando comparados àqueles obtidos com o ADAPTIC e aqueles obtidos experimentalmente. Em parte, as diferenças de resultado do SYSAF em relação ao ADAPTIC podem ser atribuídas a possíveis diferenças nas curvas tensão-deformação fornecidas aos códigos.

7.6.4 Ensaios de pórticos em escala reduzida

Em RUBERT e SCHAUMANN (1985) e em RUBERT e SCHAUMANN (1986) são apresentados também resultados referentes a uma série de ensaios de pórticos de aço submetidos a temperaturas elevadas. Três configurações de pórtico, denominadas EHR, EGR e ZSR, ilustradas na figura 7.14, foram consideradas.

Todas as seções dos elementos dos pórticos consistem de seções do tipo IPE 80. Os pórticos foram carregados e depois aquecidos a uma taxa constante até o colapso por meio de dispositivos elétricos. Todos os elementos das séries EHR e EGR foram aquecidos uniformemente, enquanto que no caso da série ZSR apenas o compartimento esquerdo foi totalmente aquecido, com os demais elementos mantidos à temperatura ambiente.

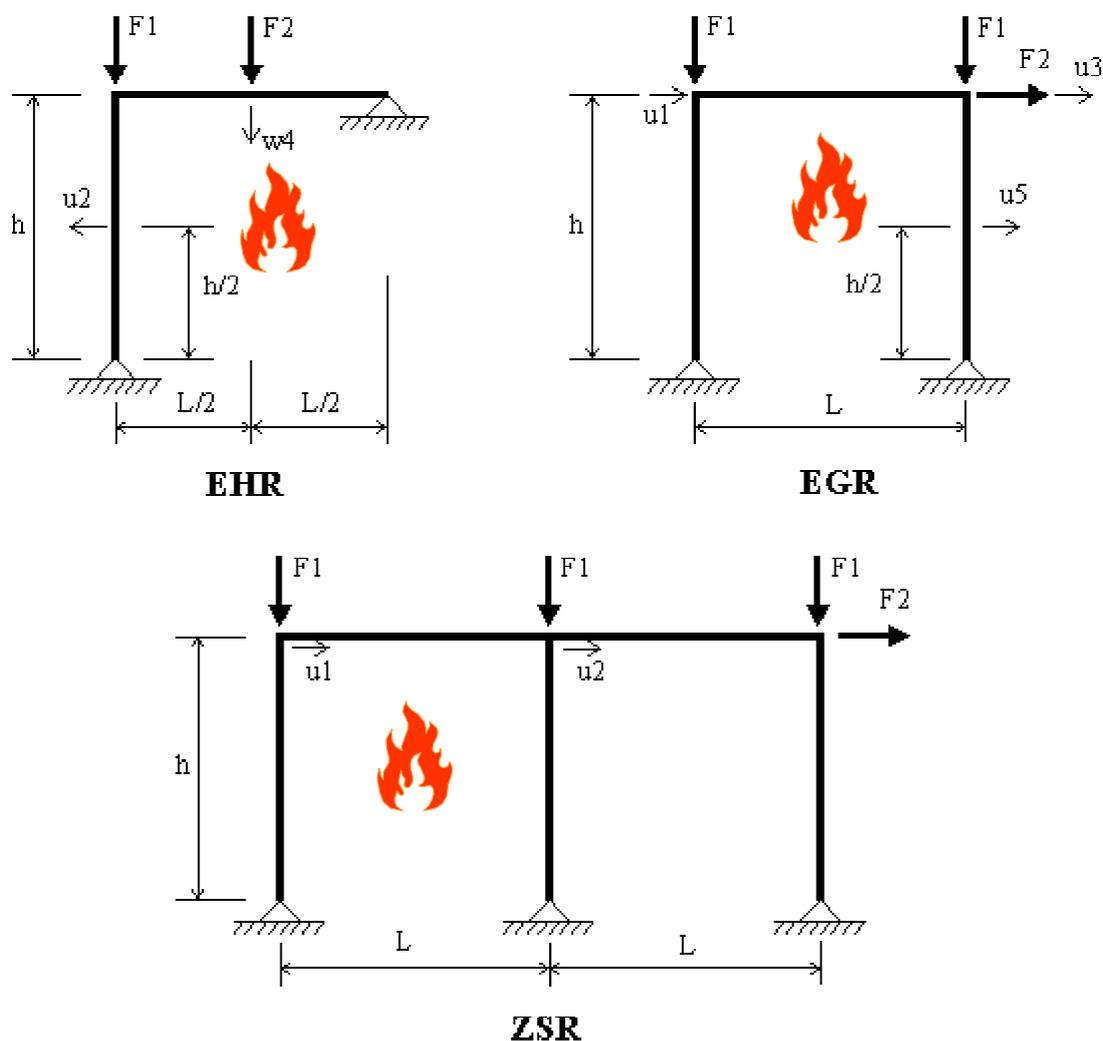


Figura 7.14 – Configurações dos pórticos ensaiados.

Dessa série de testes realizados, em RUBERT e SCHAUMANN (1985) são apresentados os resultados da evolução de deslocamentos em função da temperatura para três pórticos em especial, denominados EHR3, EGR1 e ZSR1, para fins de comparação com os resultados apresentados em IZZUDIN et al. (2000). Assim, no presente exemplo, esses são os pórticos considerados para análise, cujos principais

parâmetros, de acordo com a figura 7.14, são dados na tabela 7.3, na qual aparece o termo $f_{y,0}$ que se refere a resistência ao escoamento do aço à temperatura ambiente.

Este problema foi analisado numericamente em RUBERT e SCHAUMANN (1986), em SAAB e NETHERCOT (1991), em IZZUDDIN et al. (2000), em SOUZA JÚNIOR e CREUS (2007), entre outros. Para fins de comparação, os resultados obtidos com o código SYSAF serão confrontados com os resultados experimentais apresentados em RUBERT e SCHAUMANN (1985) e em RUBERT e SCHAUMANN (1986), bem como os resultados numéricos apresentados em IZZUDDIN et al. (2000), obtidos com o código ADAPTIC.

Tabela 7.3 – Parâmetros para os pórticos da figura 7.12.

Configuração	L (cm)	h (cm)	$f_{y,0}$	F1 (kN)	F2 (kN)
EHR3	124	117	38,2	112	28
EGR1	122	117	38,2	65	2,5
ZSR1	120	118	35,5	74	2,85

O módulo de elasticidade do aço à temperatura ambiente é tomado igual a 210 GPa e para o coeficiente de dilatação térmica adota-se um valor constante igual a $14 \times 10^{-6} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$. Os diagramas tensão-deformação foram obtidos com base no modelo do CEN EN 1993-1-2:2005 utilizando-se os mesmos fatores de redução do exemplo anterior, apresentados na tabela 7.2, da mesma forma como feito em IZZUDDIN et al. (2000).

Com relação à discretização dos modelos para as análises com o SYSAF, empregou-se 4 elementos finitos cúbicos por elemento estrutural com a seção transversal discretizada de maneira semelhante àquela apresentada na figura 7.12b.

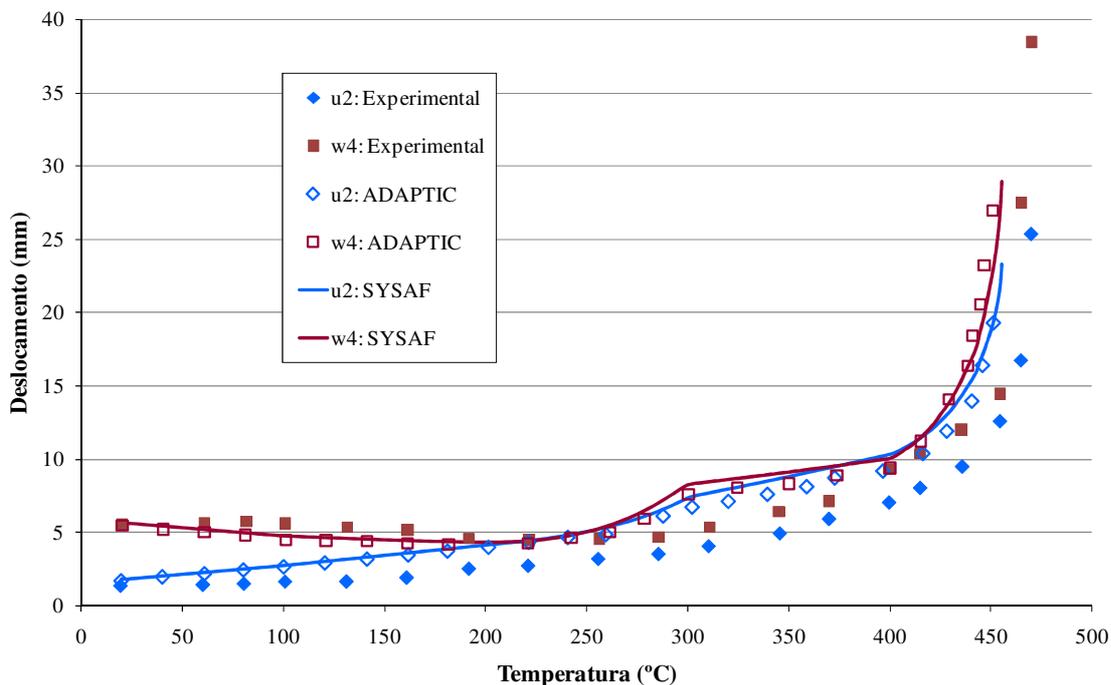
As temperaturas críticas (ou de colapso) referentes aos resultados experimentais (RUBERT e SCHAUMANN, 1985, 1986) e aquelas obtidas por meio de análises com o SYSAF (presente trabalho) e com o ADAPTIC (IZZUDDIN et al., 2000), podem ser vistas na tabela 7.4.

Tabela 7.4 – Temperaturas críticas obtidas (°C).

Configuração	Experimental	ADAPTIC	dif (%)	SYSAF	dif (%)
EHR3	475	452	-4,8	455	-4,2
EGR1	515	489	-5,0	491	-4,7
ZSR1	547	514	-6,0	515	-5,9

Pode-se notar por meio de análise com relação à tabela 7.4 que os resultados de temperatura crítica obtidos com o SYSAF foram satisfatórios e bastante próximos dos resultados obtidos com o ADAPTIC, ambos fornecendo temperaturas críticas um pouco abaixo daquelas obtidas experimentalmente, porém, com desvio máximo da ordem 6%.

Conforme mencionado anteriormente, em RUBERT e SCHAUMANN (1985) têm-se a variação dos deslocamentos em função da temperatura dos três sistemas testados, ou seja, EHR3, EGR1 e ZSR1. Estes resultados são apresentados nas figuras 7.15 a 7.17, os quais são comparados com as previsões do ADAPTIC e do SYSAF.

**Figura 7.15** – Comparação com resultados experimentais: configuração EHR3.

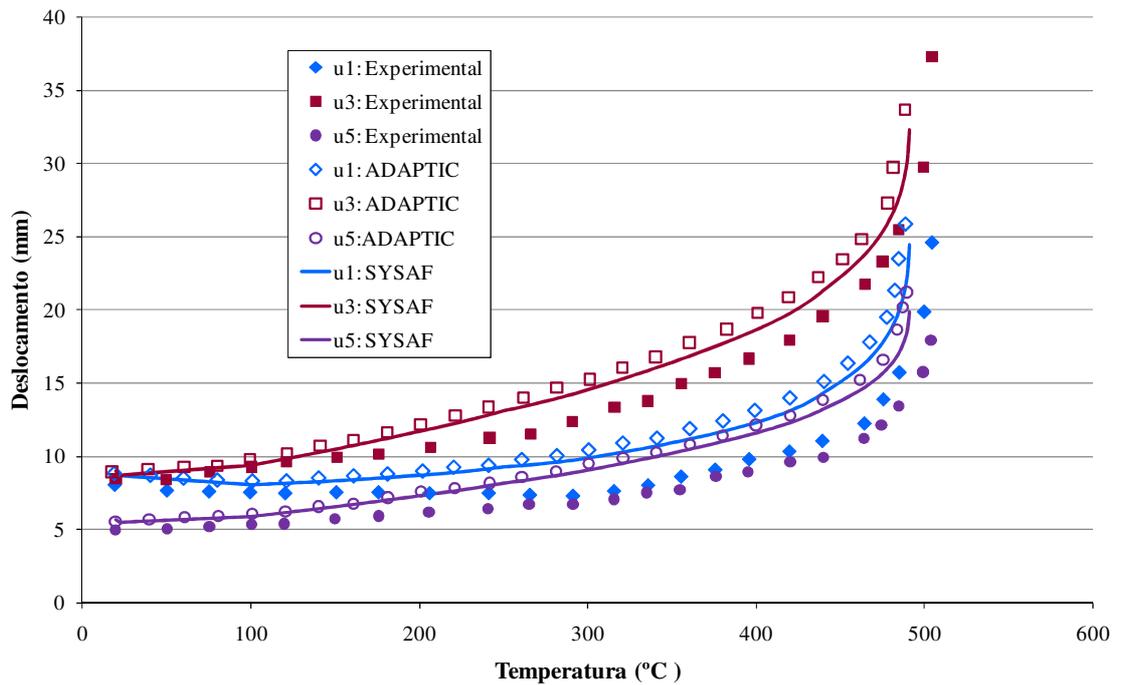


Figura 7.16 – Comparação com resultados experimentais: configuração EGR1.

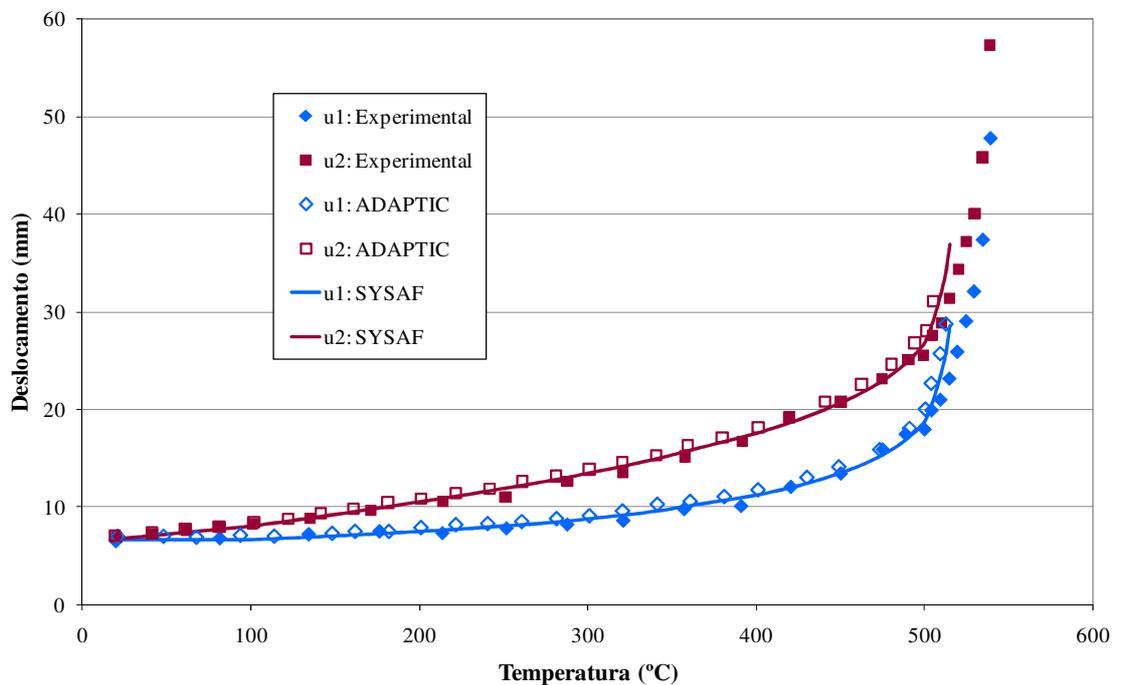


Figura 7.17 – Comparação com resultados experimentais: configuração ZSR1.

Pode-se verificar que, em geral, o SYSAF fornece satisfatoriamente os deslocamentos dos sistemas analisados quando comparado aos resultados experimentais, e próximos daqueles obtidos com o código ADAPTIC.

7.6.5 Portal de VOGEL sob ação de incêndio

Em LANDESMANN et al. (2005) o “portal de VOGEL” foi submetido à ação do incêndio-padrão ISO 834-1:1999. No referido trabalho, todos os perfis que compõem a estrutura foram sujeitos a um fluxo de calor nas 3 faces internas ao portal, assumindo, portanto, o cenário em que os elementos estruturais encontram-se parcialmente protegidos da ação do fogo conforme ilustra a figura 7.18.

Com o intuito de se avaliar a resposta da estrutura aquecida para diferentes níveis de carregamento, os carregamentos externos propostos por VOGEL (1985) foram aplicados ao modelo estrutural levando-se em conta progressivos fatores de carregamento ψ .

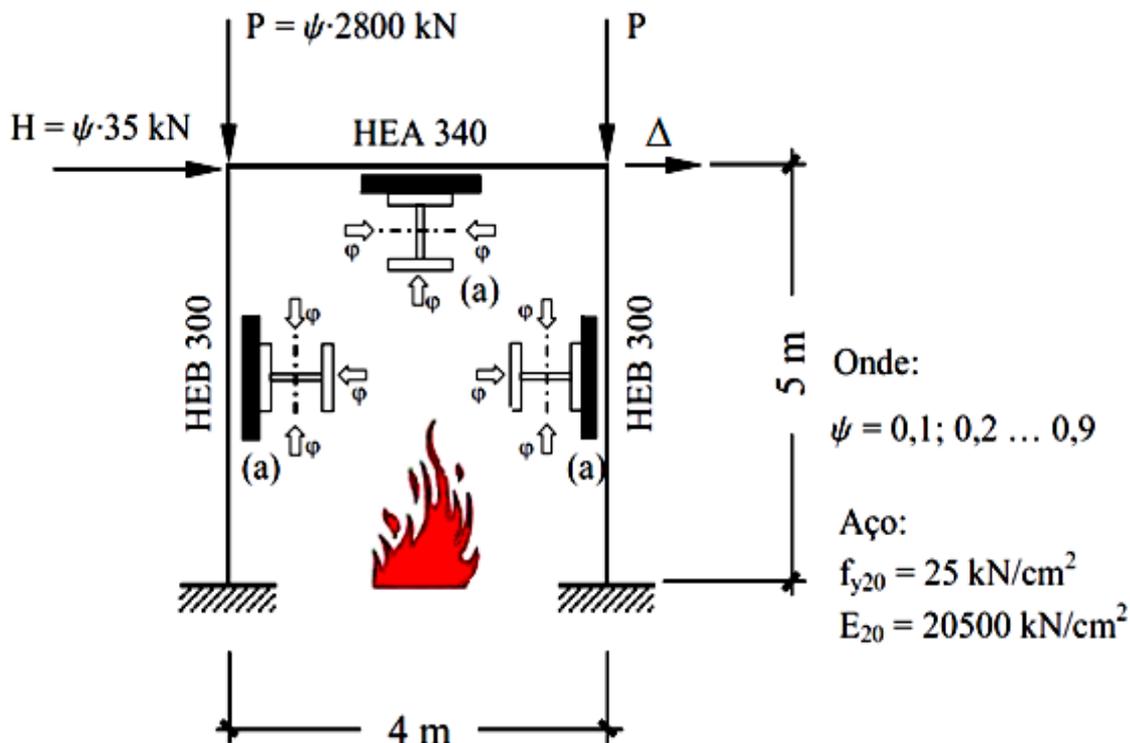


Figura 7.18 – Portal plano de aço adaptado de VOGEL (1985) sob ação de modelo de incêndio-padrão com perfis expostos nas três faces internas.

Fonte: LANDESMANN (2003)

Na análise com o SYSAF todos os elementos estruturais foram discretizados com 4 elementos finitos cúbicos e a seção transversal discretizada de maneira semelhante àquela apresentada na figura 7.12b. O campo de temperaturas dos perfis do modelo para tempos iguais a 250s, 500s, 750s, 1000s, 1250s e 1500s podem ser vistos

no ANEXO H. Considera-se o alongamento relativo e relação constitutiva segundo o modelo do CEN EN 1993-1-2:2005.

Comparações da evolução dos deslocamentos horizontais máximos obtidos pelos códigos SAFIR e SYSAF, para os fatores de carregamento ψ iguais a 0,2, 0,4, 0,6 e 0,8, podem ser vistas na figura 7.19.

Por meio da análise da referida figura, é possível verificar que os resultados obtidos com o SYSAF para os fatores de carregamento utilizados são satisfatórios quando comparados com aqueles obtidos em LANDESMANN et al. (2005) com o SAFIR. No entanto há uma tendência clara de diferença à medida que ψ se reduz, que pode eventualmente ser atribuída a possíveis diferenças nos campos térmicos das seções a medida que o tempo decorrido do incêndio aumenta.

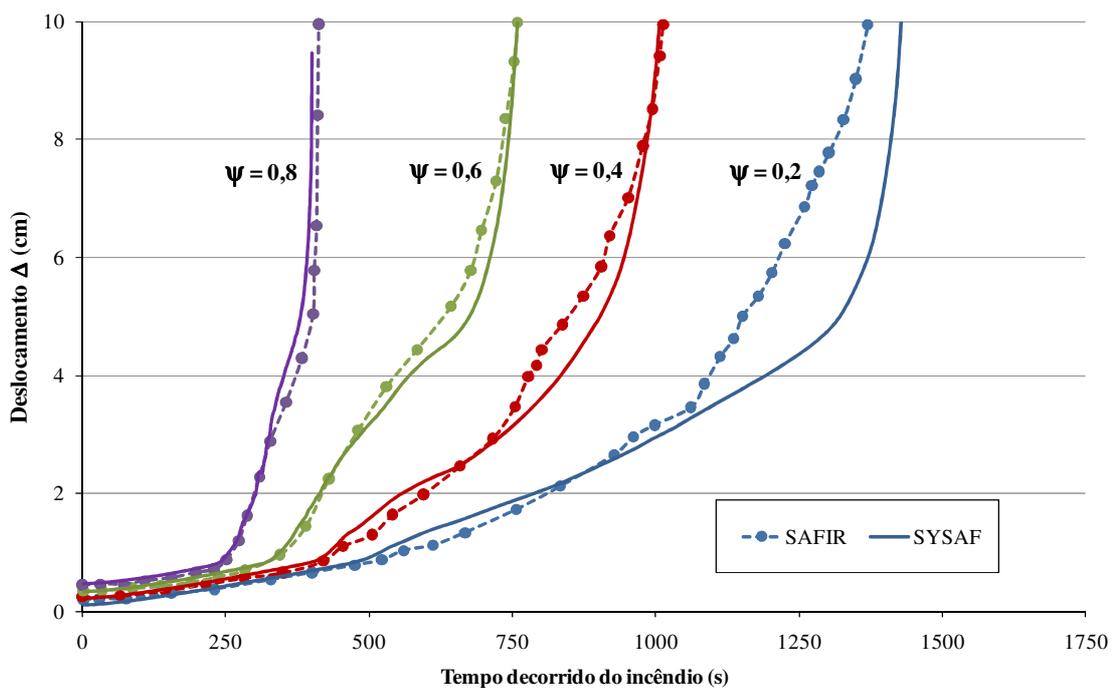


Figura 7.19 – Comparação entre deslocamentos horizontais do portal de aço em função tempo de exposição ao incêndio, obtidos pelos programas SAFIR e SYSAF.

7.6.6 Pórtico tridimensional de aço de dois andares com seções tipo H

O pórtico do exemplo em questão, cuja geometria e condições de contorno são ilustradas por meio da figura 7.20, foi analisado numericamente em SOUZA JÚNIOR e CREUS (2007). Todas as seções são do tipo H 150x150x7x10 e o material aço possui resistência ao escoamento igual a 325 MPa. A carga F aplicada previamente ao

aquecimento das seções é igual a 250kN. A relação constitutiva do material em temperaturas elevadas é determinada segundo o CEN EN 1993-1-2:2005.

Um incêndio na parte inferior da estrutura é simulado aquecendo-se uniformemente todas os pilares e vigas da parte inferior. Cada elemento estrutural, seja pilar ou viga, foi discretizado com 4 elementos finitos cúbicos com a seção transversal discretizada de maneira semelhante àquela apresentada na figura 7.12b.

Como parâmetro de comparação adicional, o mesmo exemplo é resolvido com o programa ANSYS dividindo-se cada elemento estrutural em 10 elementos finitos quadráticos do tipo BEAM189.

Os resultados dos deslocamentos dos pontos de aplicação das cargas H1 e H2, obtidos com os códigos SYSAF e ANSYS, bem como aqueles obtidos em SOUZA JUNIOR e CREUS (2007) com o código SAFIR, podem ser vistos na figura 7.21.

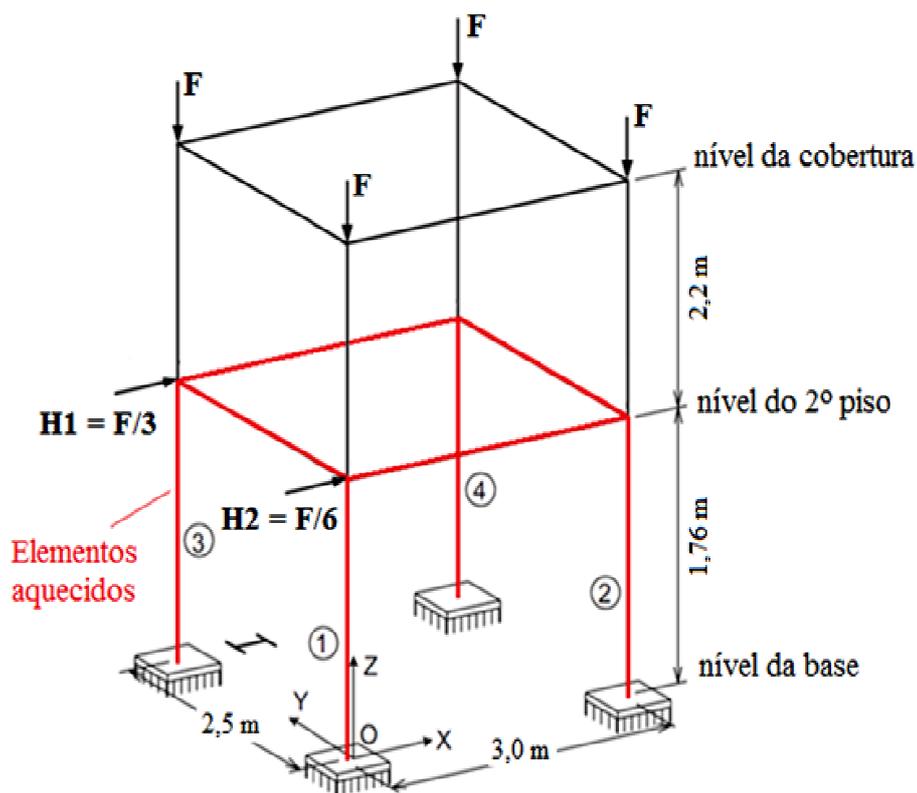


Figura 7.20 – Geometria e condições de contorno do pórtico tridimensional de aço de dois andares com seções tipo H.

Analisando-se os resultados obtidos com os programas SAFIR, SYSAF e ANSYS, pode-se perceber que os resultados obtidos com o SYSAF resultaram mais próximos aos obtidos com o ANSYS. Ainda assim, se forem comparadas as

temperaturas de colapso dos modelos pode-se verificar que a diferença em relação ao SAFIR é da ordem de 2,5% apenas, o que caracteriza o bom desempenho do SYSAF nessa análise.

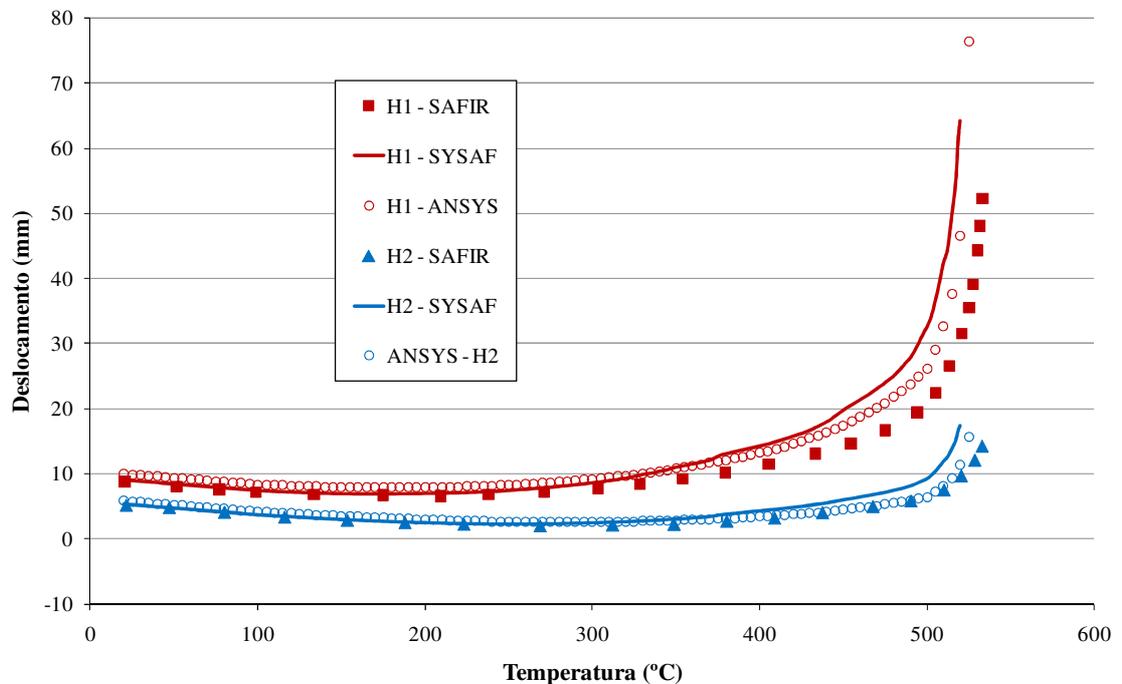


Figura 7.21 – Deslocamentos H1 e H2 em função da temperatura dos elementos.

7.6.7 Edifício industrial sob ação de incêndio

Este exemplo foi adaptado de LANDESMANN (2003), cuja geometria foi originalmente proposta em LEON et al. (1996) e cujo estudo à temperatura ambiente, incluindo o efeito das ligações semirrígidas e mistas, foi apresentado em ASCE (1997) e LANDESMANN e BATISTA (2005).

A geometria do presente exemplo difere daqueles apresentados nos trabalhos citados por não considerar o efeito das ligações semirrígidas e o efeito de viga mista, adotando-se aqui um perfil diferente para as vigas de piso. Além disso, na análise em situação de incêndio adota-se uma emissividade resultante igual a 0,7 para o aço, com base no CEN EN 1993-1-2:2005 e no Projeto de Revisão da ABNT NBR14323:1999 (prNBR 14323:2011).

A geometria do problema, as propriedades dos materiais à temperatura ambiente, as condições de carregamento e exposição ao modelo de incêndio-padrão são

apresentadas na figura 7.22a e 7.22b. O cenário da figura 7.22a, serve para fornecer resultados adicionais para comparação das respostas obtidas com os códigos de cálculo utilizados, ANSYS e SYSAF, aqui utilizados. Considera-se o alongamento relativo e relação constitutiva em temperaturas elevadas segundo o modelo do CEN EN 1993-1-2:2005.

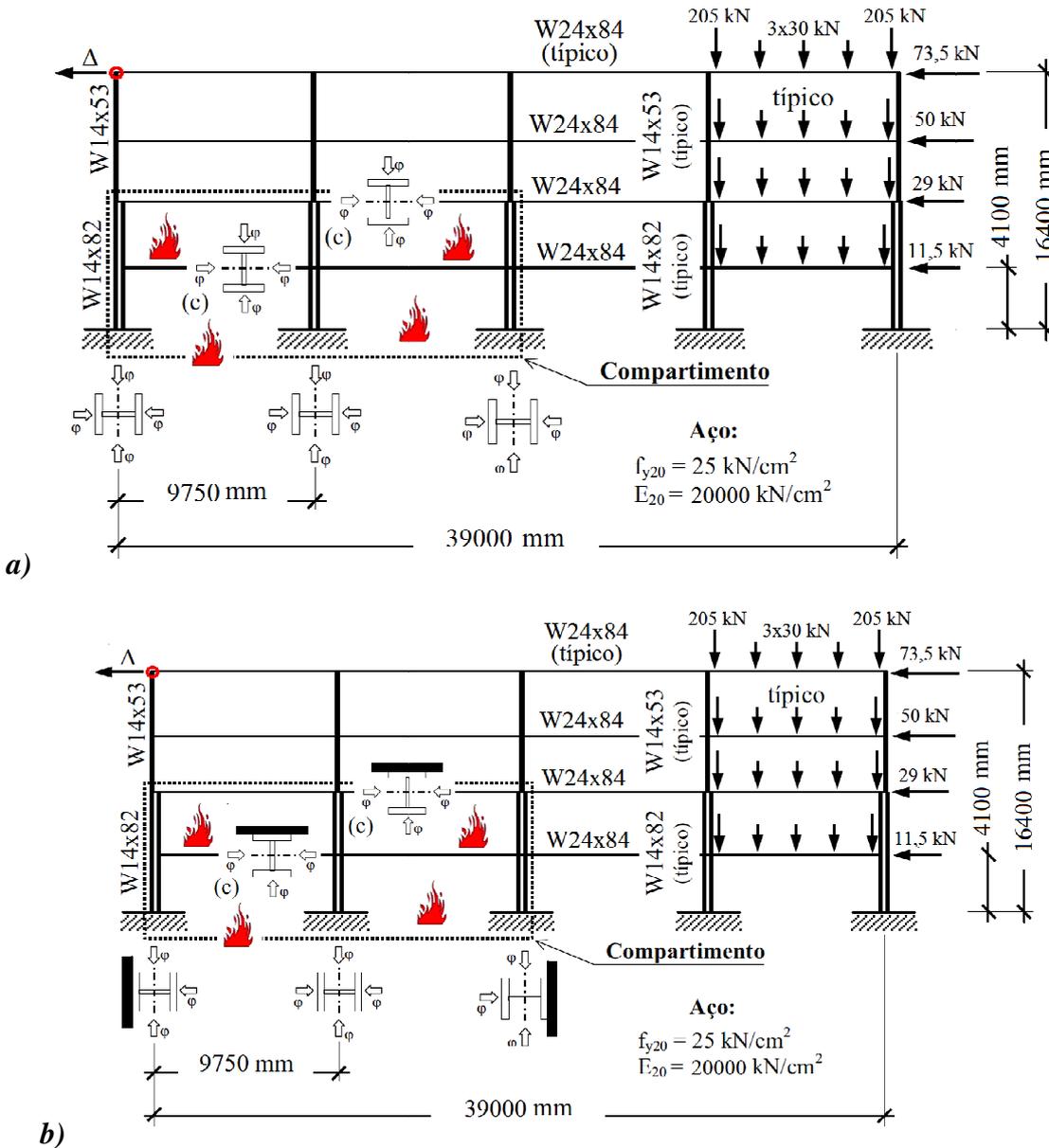


Figura 7.22 – Geometria do problema, condições de carregamento e exposição ao modelo de incêndio-padrão. **a)** CENÁRIO 1: Perfis expostos ao incêndio por todos os lados. **b)** CENÁRIO 2: Exposição parcial considerando a compartimentação.

Figura adaptada de LANDESMANN (2003).

Com relação à análise térmica dos perfis expostos ao incêndio, a elevação de temperatura dos elementos estruturais fornecida ao código ANSYS é obtida por meio de procedimentos simplificado de cálculo presente no CEN EN 1993-1-2:2005 e no prNBR14323:2011, ou seja, sempre é assumida uma temperatura uniforme nos perfis, mesmo em caso de exposição parcial.

Como o *fator de sombra* não é considerado na análise térmica dos perfis com o SYSAF, tal fator é adotado igual a 1,0 nos procedimentos normativos simplificados. O campo de temperaturas dos perfis aquecidos do modelo para tempos iguais a 200s, 400s, 600s e 800s podem ser vistos no ANEXO H.

Nos modelos analisados com o SYSAF, cada elemento estrutural, seja pilar ou viga, foi discretizado com 4 elementos finitos cúbicos e a seção transversal discretizada de maneira semelhante àquela apresentada na figura 7.12b.

Como parâmetro de comparação adicional, o mesmo exemplo é resolvido com o programa ANSYS dividindo-se cada pilar elemento estrutural em 10 elementos finitos e cada viga em 20 elementos finitos quadráticos do tipo BEAM189.

A resposta do deslocamento horizontal do canto superior esquerdo da edificação (Δ) para os cenários 1 e 2 é ilustrada nas figuras 7.23 e 7.24.

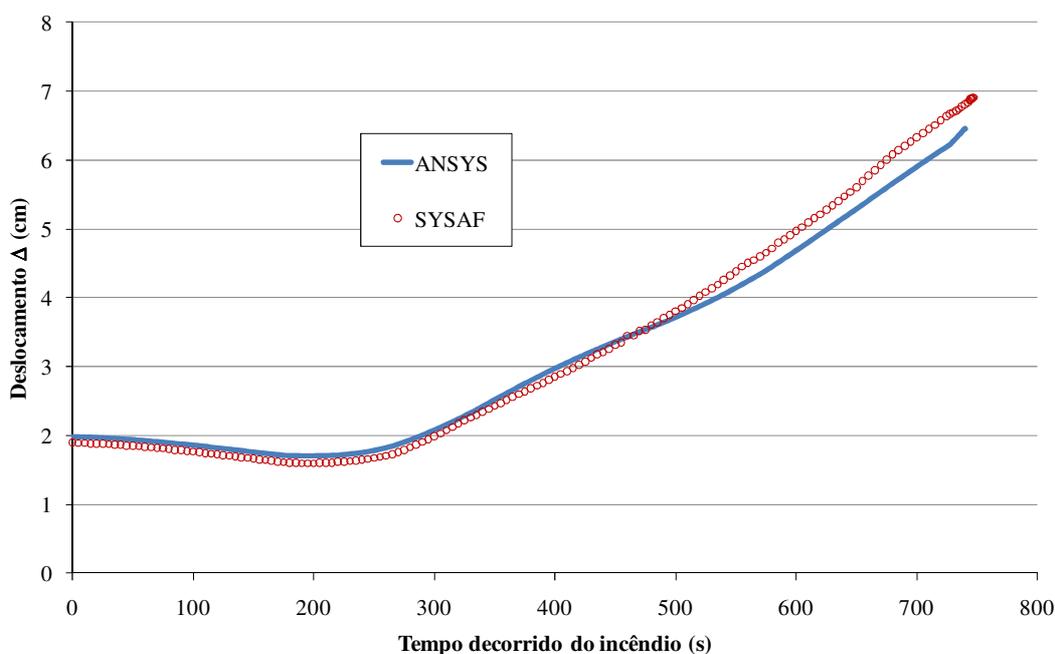


Figura 7.23 – CENÁRIO 1: Perfis expostos ao incêndio por todos os lados.

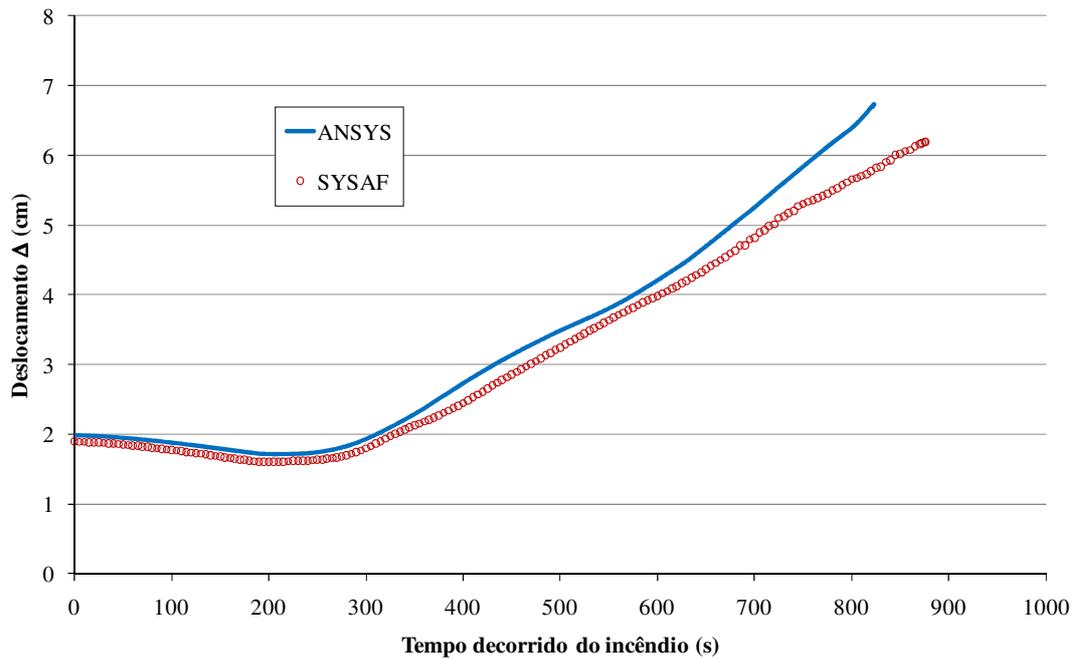


Figura 7.24 – CENÁRIO 2: Exposição parcial considerando a compartimentação.

Por meio da análise dos resultados dos deslocamentos apresentados nas figuras 7.23 e 7.24, pode-se notar um comportamento similar entre as respostas obtidas por meio ANSYS e do SYSAAF para o Cenário 1 de exposição da estrutura ao incêndio, bem como uma pequena diferença de resposta nos instantes finais da análise para o Cenário 2, provavelmente devido a não consideração do gradiente de temperatura nas análise com o ANSYS.

É importante observar que a resposta de deslocamentos da estrutura para o ponto considerado não apresentou um caráter assintótico, o que pode significar apenas a ocorrência de colapso parcial da edificação. No entanto, o comportamento a partir desse instante provavelmente só pode ser simulado por meio da utilização de análises dinâmicas como sugerido em FRANSSSEN e GENS (2004), o que foge do escopo deste trabalho.

CONCLUSÕES

8.1 DISCUSSÕES E CONSIDERAÇÕES

Ao longo do desenvolvimento do presente trabalho buscou-se apresentar e descrever aspectos de interesse relacionados ao desenvolvimento e posterior aplicação de um código computacional com vistas à simulação do comportamento de estruturas de aço aperticadas em situação de incêndio.

Para tanto, foi elaborado inicialmente um código para realização de análises térmicas, aqui denominado CAT, de modo a possibilitar o acoplamento com outro código computacional para fins de análise estrutural, aqui denominado CAE, que consiste em uma adaptação do código ACADFRAME 3-D, previamente desenvolvido pelo *GMEC - Grupo de Mecânica Computacional do Departamento de Engenharia de Estruturas da EESC/USP* e cedido para fins desta pesquisa, tendo em vista o objetivo final que consiste da realização de análises do tipo termoestrutural.

O trabalho em conjunto dos códigos anteriormente mencionados, ou mesmo o trabalho de cada um dos códigos componentes, foi denominado genericamente no presente trabalho por SYSAF.

O CAT do SYSAF foi aplicado em diversas análises de elementos estruturais expostos a ações térmicas. Os resultados obtidos foram comparados com resultados presentes na literatura técnica e também com resultados de outros códigos de renome internacional, tais como o ANSYS. Os resultados obtidos se mostram bastante satisfatórios, o que justifica sua utilização em análises acopladas com o CAE do SYSAF.

O desempenho computacional obtido com o CAT chegou a ser superior ao do programa ANSYS quando se comparou modelos processados em um notebook HP com processador TURION X2 com 1,5 GB de RAM. Obviamente, programas comerciais

como ANSYS possuem recursos de processamento paralelo e em máquinas com múltiplos processadores ou processadores com múltiplos núcleos o desempenho desses programas tende a ser normalmente superior.

No entanto, tal aspecto demonstra que a estratégia adotada na codificação do CAT discutida no capítulo 4, com o uso de solver iterativo, matrizes reduzidas e mapeamento das incidências dos elementos na matriz global, foi bastante eficiente e que o desempenho computacional pode ser melhorado ainda mais por meio da paralelização do código.

Outro aspecto que merece ser ressaltado é a implementação no CAT dos recursos de seleção automática e bisseção do passo de tempo. Tais recursos foram testados em caráter exploratório no capítulo 4 (itens 4.4.1 e 4.4.2) onde se constatou a possibilidade da obtenção precisa da resposta transiente da elevação de temperatura com intervalos de tempo de integração temporal bem maior que os sugeridos em FIGUEIREDO JÚNIOR (2002) e RIBEIRO (2004), da ordem de 5,0 s.

Intervalos de tempo dessa ordem ou menores são necessários apenas nos instantes iniciais da análise podendo, no decorrer da análise, serem utilizados intervalos de 60s, como utilizado no exemplo testado, ou mesmo valores superiores, aspecto que merece maiores investigações.

Ainda com relação ao CAT deve-se mencionar a excelente resposta obtida com o elemento finito TT10 no exemplo 4.3.2 em relação a resposta aos elementos TT3 e TQ4, demonstrando que o uso de ordem elevada melhorou muito a resposta numérica frente a resposta analítica.

O CAE do SYSAF emprega nas simulações do comportamento estrutural elemento finito de pórtico não linear 3-D, cuja formulação está dentro do contexto do *Método dos Elementos Finitos Posicional (MEFP)*. Tal formulação tem por base a posição final dos nós, ao invés de deslocamentos como usualmente se verifica nas formulações clássicas, o que confere a esse tipo de formulação uma característica intrinsecamente não linear. ***A aplicação dessa formulação em análises de estruturas de aço apertadas em temperatura ambiente e em situação de incêndio tem caráter inovador e representa uma importante contribuição.***

A precisão da formulação do referido elemento finito de pórtico não linear em análises com grandes deslocamentos foi comprovada pelos exemplos apresentados no capítulo 5, além daqueles disponíveis em CODA (2009) e em CODA e PACCOLA

(2010). Mais do que isso, ficou comprovado neste trabalho que apenas um elemento de aproximação polinomial de quarta ordem com essa formulação já é capaz de obter satisfatoriamente a resposta elástica do problema de instabilidade de um pilar comprimido com imperfeição geométrica inicial.

A validação do CAE do SYSAF em análises avançadas de estruturas de aço aporticadas à temperatura ambiente, incluindo a consideração de imperfeições geométricas e de tensões residuais, foi apresentada no capítulo 6. Para tanto foi inserido no CAE do SYSAF a capacidade de se considerar as tensões residuais nas análises por meio de tensões iniciais.

Na busca de uma melhor taxa de convergência foi desenvolvida e implementada a matriz elastoplástica tangente para o modelo não associativo. Além disso, se programou no referido código o recurso de bisseção (ou corte) do carregamento, buscando garantir a eficiência do processamento quando ocorressem dificuldades na convergência da resposta. Tal recurso, assim como foi constatado em RIBEIRO (2010), se demonstrou imprescindível para se alcançar de maneira eficiente o carregamento limite em análises inelásticas.

Outro recurso inserido no código, o mecanismo de reinício (ou “restart”), que possibilita o reinício da análise a partir do momento em que ocorra a parada do processamento por um motivo qualquer, como falha de energia, por exemplo, também se mostrou uma ferramenta bastante útil, sendo utilizado em diversas vezes e evitando a necessidade de se começar um novo processamento a partir do zero, evitando perdas de tempo maiores em tais situações.

Os resultados obtidos em diversos exemplos apresentados no capítulo 6, quando comparados com aqueles obtidos nas referências utilizadas no referido capítulo, permitiram comprovar a precisão do CAE do SYSAF e de sua formulação quando aplicado em análises inelásticas de estruturas de aço aporticadas. Tal aspecto demonstrou potencial necessário para realização de análises termoestruturais em temperaturas elevadas.

Com vistas à realização de análise termoestruturais de estruturas de aço aporticadas em situação de incêndio, foi implementada no CAE a consideração das deformações térmicas variáveis em função da temperatura, bem como a inserção no código da capacidade de se considerar a degradação das propriedades mecânicas de

resistência e rigidez por meio das múltiplas curvas tensão-deformação em função da elevação de temperatura.

Além disso, foi apresentada e implementada a estratégia para a correção da força termodinâmica em função da mudança da curva tensão-deformação devido ao incremento de temperatura.

As análises termoestruturais foram efetuadas por meio da estratégia de acoplamento sequencial. Em outras palavras, esse tipo de análise consiste no fato de as análises térmicas serem realizadas previamente para determinação do campo de temperaturas na seção transversal dos elementos da estrutura afetados pelo incêndio para então, em seguida, serem levadas em conta na análise estrutural, em cada instante decorrido do incêndio, estabelecendo-se assim uma conexão entre as análises térmica e estrutural.

Situações de aquecimento e resfriamento, exposição parcial de elementos estruturais à ação térmica, análise de estruturas aperticadas simples e de múltiplos pavimentos foram consideradas nos exemplos analisados. A análise dos resultados obtidos nos exemplos apresentados no capítulo 7, quando comparados àqueles presentes nas referências lá citadas e utilizadas, comprovam a precisão do SYSAF e da formulação do elemento finito de pórtico não linear em análise termoestruturais de estruturas de aço aperticadas em situação de incêndio.

A possibilidade da consideração de seção transversal qualquer e de distribuição de temperatura qualquer na seção transversal, além dos satisfatórios resultados obtidos nas análises de exemplos de estruturas aperticadas em situação de incêndio, fazem com que o elemento finito de pórtico não linear utilizado neste trabalho seja uma alternativa aos modelos de elementos finitos de pórtico utilizados em códigos especialistas para análise de estruturas em situação de incêndio como o SAFIR (FRANSSEN, 2003, 2007), o VULCAN (HUANG et al., 2004) e o ADAPTIC (IZZUDIN e ELNASHAI, 1989; SONG et al., 2000).

Por utilizar 12 graus de liberdade por nó e ser de natureza intrinsecamente não linear, o que caracteriza uma vantagem, a formulação do elemento finito de pórtico utilizado tem como desvantagem um custo computacional maior se comparado às formulações convencionais, com base em deslocamentos e giros.

No entanto, é um preço adequado a se pagar quando se propõe utilizar uma formulação exata, sem aproximações com relação à consideração da não linearidade

geométrica. Além disso, com o avanço dos recursos computacionais e a utilização de processamento paralelo esse custo computacional virá se tornar cada vez menos significativo.

Como limitações a serem mencionadas, dentro do contexto do presente trabalho, citam-se à impossibilidade da consideração de ligações semirrígidas e a simulação de instabilidades locais com o código CAE do SYSAF no presente momento. Tais aspectos são objeto de estudo por parte do GMEC e acredita-se que, em oportunidade de pesquisa futura, tal limitação deverá deixar de existir.

Por fim, cabe destacar mais uma vez o caráter da parceria com o GMEC, o qual forneceu o código do ACADFRAME 3-D, possibilitando que com as devidas adaptações fosse utilizado como o CAE do SYSAF.

O produto final deste trabalho demonstra que esse tipo de parceria é fundamental para o desenvolvimento de ferramentas robustas, testadas situações extremas da engenharia de estruturas, resultando em um incremento da pesquisa local e fornecendo ao meio científico e técnico ferramentas de simulação alternativas e de comprovada precisão e eficácia.

8.2 SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS

Com relação ao desenvolvimento de pesquisas relacionadas com os assuntos apresentados e discutidos no presente trabalho, as sugestões podem ser feitas considerando duas frentes de trabalho: uma primeira com respeito ao desenvolvimento do código para análises térmicas e, uma segunda, relacionada ao código para análises estruturais, sempre tendo em vista o contexto da simulação do comportamento das estruturas em situação de incêndio.

Assim, com relação a possíveis aprimoramentos a serem considerados no código para análises térmicas sugere-se:

- *Desenvolvimento de elementos finitos térmicos do tipo casca e do tipo sólido*

Elementos finitos do tipo casca que possibilitam obter a distribuição de temperaturas ao longo da espessura já são uma realidade e constam da biblioteca de elementos de pacotes comerciais como o ANSYS, cuja aplicação em análises

termoestruturais foi explorada em DORR (2010). Elementos finitos do tipo sólido são clássicos e de aplicação mais genérica em análises tridimensionais. A incorporação desses dois tipos de elementos à biblioteca de elementos do CAT do SYSAF seria bem vinda.

- *Desenvolver estratégia que permita considerar troca de calor por radiação entre superfícies em um vazio*

Tal metodologia permitiria a consideração da troca de calor no interior de perfis fechados, bem como possibilitaria avaliar o “efeito shadow” em seções tipo I em análises numéricas segundo a estratégia utilizada em WICKSTRÖM et al. (2009).

Com relação à possíveis aprimoramento a serem consideradas no código para análises estruturais, ficam como sugestão:

- *Explorar análises com elementos finitos do tipo casca*

O CAE dispõe de elementos finitos do tipo casca em sua biblioteca de modo que é possível realizar análises termoestruturais com esse tipo de elemento desde que sejam realizadas no código as mesmas adaptações que foram feitas para o emprego do elemento finito de pórtico nesse tipo de análise.

- *Explorar e validar o critério de Drucker-Prager disponível no CAE para análise de elementos de concreto e mistos de aço e concreto em situação de incêndio*

Tendo em vista que tal critério se encontra implementado no CAE, seria interessante avaliar o código em casos de análise de elementos de concreto e mistos de aço e concreto, considerando interação total, como feito em RIBEIRO (2010) e YU et al. (2010).

- *Desenvolver a paralelização do código*

Atualmente a tecnologia de processadores com múltiplos núcleos torna quase que imperativo o desenvolvimento de códigos com a capacidade de processamento paralelo para se tomar partido da capacidade de processamento desses tipos de processadores, sem contar o fato de que se abre a possibilidade de processamento em “clusters”, fato que permitirá análises de modelos consideravelmente grandes, cuja análise é praticamente impossibilitada em computadores do tipo desktop.

- *Explorar análises com utilização de solver dinâmico*

Em análises com colapso parcial da edificação não é possível continuar simulando o comportamento das estruturas e avaliar a redistribuição de esforços por meio de análises estáticas. Tal empecilho pode ser contornado por meio de análises dinâmicas, conforme sugerido em FRANSSEN e GENS (2004). Assim seria interessante explorar a utilização do SYSAF em análises com a utilização de solver dinâmico.

- *Implementar modos de instabilidade local*

Tal recurso permitiria avaliar o colapso de elementos estruturais devido à ocorrência de instabilidade local, fenômeno bastante comum em elementos de aço constituídos de chapas finas, o que possibilitaria inclusive a análise avançada de perfis de aço formados a frio, bastante sensíveis a esse tipo de instabilidade.

- *Desenvolver estratégia para considerar ligações semirrígidas*

O comportamento real das ligações encontra-se entre duas situações extremas, ou seja, entre as hipóteses de comportamento rígido e flexível, de modo que para o desenvolvimento de simulações mais realistas tal aspecto deve ser considerado.

BIBLIOGRAFIA

ABBASNIA, R.; KASSIMALI, A. (1995). Large deformation elastic-plastic analysis of space frames. **Journal of Constructional Steel Research**, 35: 275-290.

ALVARENGA, A. R.; SILVEIRA, R. A. M. (2009). Second-order plastic-zone analysis of steel frames Part I: Numerical formulation and examples of validation. **Latin American Journal of Solids and Structures**, 6: 323 – 342.

AMERICAN SOCIETY OF CIVIL ENGINEERS – ASCE (1997). **Effective Length and Notional Load Approaches for Assessing Frame Stability: implications for American steel design**. Task Committee on Effective Length. New York.

AMERICAN SOCIETY TESTING AND MATERIALS - ASTM (2000). **ASTM E119** – Standard test methods for fire tests of building construction and materials. West Conshohocken.

ANDERBERG, Y. (1997). **TCD 5.0 edition - User's Manual**. Fire Safety Design. Lund.

ANSYS INC. (2004). **Ansys Release 9.0** - Documentation.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS - ABNT (2000). **NBR 14432**: Exigências de resistência ao fogo de elementos construtivos de edificações – Procedimento. Rio de Janeiro.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS - ABNT (1999). **NBR 14323**: Dimensionamento de estruturas de aço de edifícios em situação de incêndio – Procedimento. Rio de Janeiro.

AVERY, P.; MAHENDRAN, M. (2000). Distributed plasticity analysis of steel frame structures comprising non-compact sections. **Engineering Structures**, 22: 901-919.

BAILEY, C. G. (2011). One Stop Shop in Structural Fire Engineering by Manchester University. [online] Disponível na Internet via WWW. URL: <http://www.mace.manchester.ac.uk/project/research/structures/strucfire/>. Acessado em 24 de maio de 2011.

BAILEY, C. G.; MOORE, D. B. (2000a). The structural behaviour of steel frames with composite floorslabs subject to fire: Part 1: Theory. **The Structural Engineer**, 78(11): 19–27.

BAILEY, C. G.; MOORE, D. B. (2000b). The structural behaviour of steel frames with composite floorslabs subject to fire: Part 2: Design. **The Structural Engineer**, 78(11): 28–33.

BATHE, K. (1996). **Finite Element Procedures**. New Jersey: Prentice Hall.

BATHE, K. J.; BOLOURCHI, S. (1979). Large displacement analysis of three-dimensional beam structures. **International Journal for Numerical Methods in Engineering**, 14: 961–986.

BETSCH, P.; STEINMANN, P. (2003). Constrained dynamics of geometrically exact beams. **Computational Mechanics**, 31: 49–59.

BISCHOFF, M; RAMM E. (2000). On the physical significance of higher order kinematic and static variables in a three-dimensional shell formulation. **International Journal of Solids and Structures**, 37(46-47): 6933-6960.

BONET J.; WOOD R. D.; MAHANEY J.; HEYWOOD P. (2000). Finite element analysis of air supported membrane structures. **Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering**, 190(5-7): 579-595.

BOTTA, A. S.; PACCOLA, R. R.; VENTURINI, W. S., CODA, H. B. (2008). A discussion on volume change in the plastic phase. **Communications in Numerical Methods in Engineering**, 24:1149–1162.

BRITISH STEEL (1998). The Behaviour of multi-storey steel framed building subjected to fire attack - Experimental data. [online] Disponível na Internet via WWW. URL: <http://www.mace.manchester.ac.uk/project/research/structures/strucfire/DataBase/TestData/BRETest/BehaviourMultiStoreySteelBuilding.pdf>.

BRITISH STEEL (1999). The Behaviour of multi-storey steel framed buildings in fire. [online] Disponível na Internet via WWW. URL: <http://www.mace.manchester.ac.uk/project/research/structures/strucfire/DataBase/References/MultistoreySteelFramedBuildings.pdf>.

BUCHANAN, A. H. (2000). **Structural Design for Fire Safety**. Chichester: John Wiley & Sons, Ltd.

CALDAS, R. B. (2008) **Análise numérica de estruturas de aço, concreto e mistas em situação de incêndio**. Tese (Doutorado em Engenharia de Estruturas). Escola de Engenharia, Universidade Federal de Minas Gerais. Belo Horizonte.

CARRAZEDO, R. (2009). **Estudo e desenvolvimento de código computacional para análise de impacto entre estruturas levando em consideração efeitos térmicos**. Tese (Doutorado em Engenharia de Estruturas). Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo. São Carlos.

CHAN, S.L.; ZHOU, Z.H. (2004). Elastoplastic and large deflection analysis of steel frames by one element per member. II: Three hinges along member. **ASCE Journal of Structural Engineering**, 130(4): 545-553.

CHEN, W. F.; HAN, D. J. (1988). **Plasticity for Structural Engineers**. New York: Springer Verlag Inc.

CHEN, W. F.; GOTO, Y.; LIEW, J. Y. R. (1996). **Stability design of semi-rigid frames**. John Wiley & Sons.

CHIOREAN, C. G.; BARSAN, G. M. (2005) Large deflection distributed plasticity analysis of 3D steel frameworks. **Computers and Structures**, 83: 1555–1571

CLARKE, M. J.; BRIDGE, R. Q.; HANCOCK, G. J., TRAHAIR, N. S. (1993) Australian trends in the plastic analysis and design of steel building frames. In: WHITE, D. W.; CHEN, W. F. **Plastic hinge based methods for advanced analysis and design of steel frames: an assessment of the state-of-the-art**. Structural Stability Research Council, Lehigh University, Bethlehem, PA, pp. 65–93.

CODA, H. B. (2009). A solid-like FEM for geometrically non-linear 3D frames. **Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering**, 198(47/48): 3712–3722.

CODA, H. B. (2008). An Enhanced Positional Finite Element Formulation for Geometrical Non-Linear Analysis of Three-Dimensional Laminate Frames. In: The Ninth International Conference on Computational Structures Technology, 2008, Atenas. **The Ninth International Conference on Computational Structures Technology**. Edinburgo: civil comp press.

CODA, H. B. (2003). **Análise não linear geométrica de sólidos e estruturas: uma formulação posicional baseada no MEF**. Tese (Texto complementar para concurso de professor titular). Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo. São Paulo.

CODA, H. B.; PACCOLA, R. R. (2010). Improved finite element for 3D laminate frame analysis including warping for any cross section. **Applied Mathematical Modelling**, 34: 1107-1137.

CODA, H. B.; PACCOLA, R. R. (2008). A positional FEM formulation for geometrical non-linear analysis of shells. **Latin American Journal of Solids and Structures**, 5:205-223.

CODA, H. B.; GRECO, M.; VENTURINI, W. S.; GESUALDO, F. A. R. (2006). Nonlinear positional formulation for space truss analysis. **Finite elements in analysis and design**, 42(12): 1031-1112.

COOK, R.; MALKUS, D.; PLESHA, M. (1989). **Concepts and Applications of Finite Element Analysis**. 3rd ed. New York: John Willey & Sons.

COOKE, G. M. E.; LATHAM, D.J. (1987). The inherent fire resistance of loaded steel framework. **Steel Construction Today**, 1: 49–58

CRISFIELD, M. A.; JELENIC, G. (1999). Objectivity of strain measures in the geometrically exact three-dimensional beam theory and its finite element implementation. **Proceedings of the Royal Society**, London Series A, 455(1983): 1125-1147

CROSS, J. T.; MASTERS, I.; LEWIS, R. W. (1999). Why you should consider object-oriented programming techniques for finite element methods. **International Journal of Numerical Methods for Heat & Fluid Flow**, 9(3):334-347.

DAVID, M. F. (2007) Programação Orientada a Objetos: uma introdução. [online] Disponível na Internet via WWW. URL: <http://www.hardware.com.br/artigos/programacao-orientada-objetos/>. Acessado em 13 de junho de 2011.

DE SOUZA, R. M. (2000). **Force-based finite element for large displacement inelastic analysis of frames**. PhD dissertation. Department of Civil and Environmental Engineering, University of California, Berkeley, CA.

DINIS, P. B.; CAMOTIM, D.; SILVESTRE, N. (2006). GBT formulation to analyse the buckling behaviour of thin-walled members with arbitrarily ‘branched’ open crosssections. **Thin Walled Structures**, 44 (1):20–38.

DORR, J. B. (2010). **Modelos numéricos de pilares de aço em situação de incêndio considerando a influência da restrição axial**. Dissertação (Mestrado em Engenharia de Estruturas). Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo. São Carlos.

ELGHAZOULI, A.Y.; IZZUDDIN, B.A.; RICHARDSON, A.J. (2000). Numerical modelling of the structural behaviour of composite buildings. **Fire Safety Journal**, 35: 279-297.

EUROPEAN CONVENTION FOR CONSTRUCTIONAL STEELWORK (ECCS) (2001) **Model Code on Fire Engineering**. Technical Committee 3 – Fire Safety of Steel Structures. N° 111. Brussels.

EUROPEAN CONVENTION FOR CONSTRUCTIONAL STEELWORK – ECCS (1984). **Ultimate limit state calculation of sway frames with rigid joints**. Technical Committee 8 – Structural Stability Technical Working Group 8.2. N° 33. Brussels.

EUROPEAN COMMITTEE FOR STANDARDIZATION - CEN (2002). **EN 1991-1-2:2002** Eurocode 1 – Basis of design and actions on structures. Part 1-2: Actions on structures – Actions on structures exposed to fire. Brussels.

EUROPEAN COMMITTEE FOR STANDARDIZATION – CEN (2005). **EN 1992-1-2:2004** Eurocode 2 – Design of concrete structures. Part 1-2: General rules – Structural fire design. Brussels.

EUROPEAN COMMITTEE FOR STANDARDIZATION – CEN (2005). **EN 1993-1-1:2005** Eurocode 3 – Design of steel structures. Part 1-1: General rules and rules for buildings. Brussels.

EUROPEAN COMMITTEE FOR STANDARDIZATION – CEN (2005). **EN 1993-1-2:2005** Eurocode 3 - Design of Steel Structures. Part 1-2: General rules – Structural Fire Design. Brussels.

EUROPEAN COMMITTEE FOR STANDARDIZATION – CEN (2005). **EN 1994-1-1:2005** Eurocode 4 - Design of composite steel and concrete structures. Part 1-2: General rules – Structural Fire Design. Brussels.

FRANSSSEN, J. -M. (2007). **User's manual for safir 2007** - A computer program for analysis of structures Subjected to fire. Liege.

FRANSSSEN, J. -M. (2005). SAFIR - A Thermal/Structural Program Modelling Structures under Fire. **Engineering Journal AISC**, 42(3):143–158.

- FRANSSEN, J. -M. (1993). Residual stresses in steel profiles submitted to the fire: an analogy. In: 3rd CIB W14 Workshop "Modelling". **3rd CIB W14 Workshop "Modelling" - Proceedings**. TNO building and construction research. Netherlands.
- FRANSSEN, J. -M. (1990). The unloading of buliding materials submitted to fire. **Fire Safety Journal**, 16:213-227.
- FRANSSEN, J. -M.; GENS, F. (2004). Dynamic Analysis Used to Cope with Partial and Temporary Failures. In: SiF'04 - Structures in Fire. **Proceedings of the 3rd Internation Workshop**, NRC-CNRC, IRC, pp. 297-310.
- FRANSSEN, J. -M.; KODUR, V.; ZAHARIA, R. (2009). **Designing steel structures for fire safety**. CRC Press.
- FRANSSEN, J. -M.; COOKE, G. M. E.; LATHAM, D.J. (1995). Numerical simulation of a full scale fire test on a loaded steel framework. **Journal of Constructional Steel Research**, 35(3): 377-408.
- FIGUEIREDO JÚNIOR, F. P. (2002). **Simulação via método dos elementos finitos da distribuição de temperatura em estruturas metálicas e mistas no caso de incêndio**. Dissertação (Mestrado em Engenharia de Estruturas). Escola de Engenharia, Universidade Federal de Minas Gerais. Belo Horizonte.
- GALAMBOS, T. V.; KETTER, R. L. (1957). Further studies of columns under combined bending and thrust. Bethlehem: Lehigh University, Fritz Engineering Laboratory (Report No. 205A.19).
- GALAMBOS, T. V.; SUROVEK, A. E. (2008). **Structural Stability of steel: Concepts and applications for Structural Engineers**. John Wiley e Sons Inc.
- GRECO, M.; CODA, H. B. (2004). A simple and precise FEM formulation for large deflection 2D frame analysis based on position description. **Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering**, 193(33-35): 3541-3557.
- HOLZAPFEL, G. A. (2000) **Nonlinear solid mechanics: a continuum approach for engineering**. New York: Wiley.
- HUANG, Z. F.; TAN, K. H. (2006) Fire resistance of compartments within a high-rise steel frame: New sub-frame and isolated member models. **Journal of Constructional Steel Research**, 62: 974-986.

HUANG, Z.; BURGESS, I. W.; PLANK, R. J. (2003a) Modelling membrane action of concrete slabs in composite buildings in fire. I: Theoretical development. **ASCE Journal of Structural Engineering**, 129 (8), 1093–102.

HUANG, Z.; BURGESS, I. W.; PLANK, R.J. (2003b) Modelling membrane action of concrete slabs in composite buildings in fire. II: Validations. **ASCE Journal of Structural Engineering**, 129 (8), 1103–12.

HUANG, Z.; BURGESS, I. W.; PLANK, R. J. (2004). 3D modeling of beam-columns with general cross-sections in fire. In: SIF 2004. Proc., 3rd Int. Workshop on Structures in Fire. In: SiF'04 - Structures in Fire. **Proceedings of the 3rd International Workshop**, NRC-CNRC, IRC, pp. 323-334.

HUANG, H. C.; USMANI, A.S. (1994). **Finite Element Analysis for Heat Transfer**. London: Springer-Verlag.

HUGHES, T. J. R. (1983) Analysis of Transient Algorithms with Particular Reference to Stability Behavior. In: Belytschko, T.; Bathe, K. J. (1983). **Computation Methods for Transient Analysis**. Vol. 1: 67-155.

IBRAHIMBEGOVIC, A; TAYLOR, R. L. (2002). On the role of frame-invariance in structural mechanics models at finite rotations. **Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering**, 191: 5159–5176.

IDING, R.; BRESLER, B.; NIZAMUDDIN, Z. (1996) **FIRES-T3**: A Computer Program for the Fire Response of Structure-Thermal. Berkley: University of California, Fire Resesearch Group (Report n° UCB FRG 77-15)

INTERNATIONAL ORGANIZATION FOR STANDARDIZATION – ISO (1999). **ISO 834-1:1999** Fire-resistance tests — Elements of building construction — Part 1: General requirements.

IU, C. K.; CHAN, S. L. (2004). A simulation-based large deflection and inelastic analysis of steel frames under fire. **Journal of Constructional Steel Research**, 60: 1495–1524.

IU, C. K.; CHAN, S. L.; ZHAA, X. X. (2005). Nonlinear pre-fire and post-fire analysis of steel frames. **Engineering Structures**, 27: 1689–1702.

IZZUDDIN, B. A.; ELNASHAI, A. S. (1989). **ADAPTIC**: A Program for the Adaptive Dynamic Analysis of Space Frames. London: Imperial College, London (Tech Report No. ESEE-89/7).

- IZZUDDIN, B. A.; SONG, L.; ELNASHAI, A. S.; DOWLING, P. J. (2000) An integrated adaptive environment for fire and explosion analysis of steel frames. Part II: verification and application. **Journal of Constructional Steel Research**, 53(1):87–111
- JIANG, X. M.; CHEN, H. LIEW, J. Y. R. (2002) Spread-of-plasticity analysis of three-dimensional steel frames. **Journal of Constructional Steel Research**, 58: 193–212.
- KEOGH, J.; GIANNINI, M. (2004). **OOP Demystified: A self-Teaching Guide**. McGraw-Hill/Osborne.
- KIM, S. -E.; LEE, D. H. (2002) Second-order distributed plasticity analysis of space steel frames. **Engineering Structures**, 24(6):735–44.
- JIANG, X. M., CHEN H., LIEW J. Y. R. (2002). Spread-of-plasticity analysis of three-dimensional steel frames. **Journal of Constructional Steel Research**, 58(2): 193–212.
- KIRBY, B. R.; PRESTON, R. R. (1988). High temperature properties of hot-rolled, structural steels for use in fire engineering design studies. **Fire Safety Journal**, 13(1):27-37.
- KODUR, N.; V. K. R; DWAIKAT, M. M. S. (2009). Response of steel beam-columns exposed to fire. **Engineering Structures**, 31: 369-379.
- KUZNETSOV, V. V.; LEVIAKOV, S. V. (2002). Complete solution of the stability problem for elastic of Euler's column. **International Journal of Non-Linear Mechanics**, 37: 1003–1009.
- LANDESMANN, A. (2003). **Modelo não-linear inelástico para análise de estruturas metálicas aporricadas em condições de incêndio**. Tese (Doutorado em Ciências em Engenharia Civil). COPPE, Universidade Federal do Rio de Janeiro. Rio de Janeiro.
- LANDESMANN, A.; BATISTA, E. M.; ALVES, J. L. D. (2005). Implementation of Advanced Analysis Method for Steel Framed Structures under Fire Conditions. **Fire Safety Journal**, 40(4): 339-366.
- LANDESMANN, A.; BATISTA, E. M. (2005). Advanced analysis of steel framed buildings to brazilian standard and Eurocode–3. **Journal of Constructional Steel Research**, 61:1051–1074.
- LEON, R. T.; HOFFMAN, J. J.; STAEGER, T. (1996). **Partially restrained composite connections: A design guide**. Steel Design Guide Series, AISC.
- LEWIS, R. W.; NITHIARASU, P.; SEETHARAMU, K. N. (2004). **Fundamentals of the Finite Element Method for Heat and Fluid Flow**. Chichester: John Wiley & Sons.

LI, G. Q.; JIANG, S. C. (1999). Prediction to nonlinear behavior of steel frames subjected to fire. **Fire Safety Journal**, 32(4): 347-368.

LIEN, K. H.; CHIOU, Y.J.; WANG, R. Z.; HSIAO P. A. (2009) Nonlinear behavior of steel structures considering the cooling phase of a fire. **Journal of Constructional Steel Research**, 65: 1776-1786.

LIENHARD IV, J. H.; LIENHARD V, J. H. (2005). **A heat transfer textbook**. Massachusetts: Phlogiston Press.

LIEW J. Y. R.; CHEN, H; SHANMUGAM N. E.; CHEN W. F. (2000). Improved nonlinear plastic hinge analysis of space frame structures. **Engineering Structures**, 22(10): 1324–38.

LOPES, N.; VILA REAL, P.; SIMÕES da SILVA, L.; FRANSSEN, J. -M. (2010) Numerical modelling of thin-walled stainless steel structural elements in case of fire. **Fire Technology**, 46: 91-108.

MACIEL, D. N. (2008). **Análise de problemas elásticos não-lineares geométricos empregando o método dos elementos finitos posicional**. Tese (Doutorado em Engenharia de Estruturas). Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo. São Carlos.

MEYER, B. (1997). **Object Oriented Software Construction**. 2^a ed. Prentice Hall.

MOAVENI, S. (1999). **Finite Element Analysis: Theory and Application with ANSYS**. New Jersey: Prentice Hall.

MOUÇO, D. L. (2008). **Modelo inelástico para análise avançada de estruturas mistas aço-concreto em situação de incêndio**. Dissertação (Mestrado em Ciências em Engenharia Civil). COPPE, Universidade Federal do Rio de Janeiro. Rio de Janeiro.

NAJJAR, S. R.; BURGESS, I. W. (1996). **A nonlinear analysis of three-dimensional steel frames in fire conditions**. *Engineering Structures* 18(1): 77–89.

NATIONAL INSTITUTE OF STANDARDS AND TECHNOLOGY – NIST (2008). **Federal Building and Fire Safety Investigation of the World Trade Center Disaster: Structural Response and Probable Collapse Sequence of World Trade Center Building 7, Volume 2**. Gaithersburg: MD, USA, (report NISTNCSTAR 1-9).

NGO-HUU, C.; KIM, S.-E. (2009). Practical advanced analysis of space steel frames using fiber hinge method. **Thin-Walled Structures**, 47: 421–430.

NGO-HUU, C.; KIM, S.-E.; OH, J. R. (2007). Nonlinear analysis of space steel Frames using fiber plastic hinge concept. **Engineering Structures**, 29: 649–657.

LOPES, N.; VILA REAL, P.; SIMÕES DA SILVA, L.; FRANSSEN, J. -M. (2010) Numerical modelling of thin-walled stainless steel structural elements in case of fire. **Fire Technology**, 46(1): 91-108

NWOSU, D. I.; KODUR, V. K. R. (1999). Behaviour of steel frames under fire conditions. **Canadian Journal of Civil Engineering**, 26: 156–167.

OWEN, D. R. J.; HINTON, E. (1980). **Finite elements in plasticity**. Pineridge Press. Swansea.

PIEPADE NETO, D. (2009). **Sobre estratégias de resolução numérica de problemas de contato**. São Carlos. Dissertação (Mestrado em Engenharia de Estruturas). Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo. São Carlos.

PURKIS, J. A. (2007). Fire Safety Engineering - Design of Structures. Second Edition. Butterworth-Heinemann

REDDY, J. W. (2006). **An Introduction to the finite element method**. 3rd ed. New York: McGraw-Hill.

REDDY, J. W. (2004). **An Introduction to nonlinear finite element analysis**. Oxford: Oxford University Press.

REGOBELLO, R. (2007). **Análise numérica de seções transversais e de elementos estruturais de aço e mistos de aço e concreto em situação de incêndio**. São Carlos. Dissertação (Mestrado em Engenharia de Estruturas). Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo. São Carlos.

RIBEIRO, J. C. L. (2010). **Desenvolvimento e aplicação de sistema computacional para simulação via método dos elementos finitos do comportamento de estruturas de aço e mistas em situação de incêndio**. Tese (Doutorado em Engenharia de Estruturas). Escola de Engenharia, Universidade Federal de Minas Gerais. Belo Horizonte.

RIBEIRO, J. C. L. (2004). **Simulação via método dos elementos finitos da distribuição tridimensional de temperatura em estruturas em situação de incêndio**. Dissertação (Mestrado em Engenharia de Estruturas). Escola de Engenharia da UFMG, Universidade Federal de Minas Gerais. Belo Horizonte.

RIGOBELLO, R.; ALMEIDA, S. J. C.; MUNAIAR NETO, J.; MALITE, M.; SILVA, V. P. (2010). The influence of end conditions on numerical models of cold formed steel and concrete composite beams in fire. **Revista IBRACON de Estruturas e Materiais**, 3: 357-364.

ROMERO, I.; ARMERO, F. (2002). An objective finite element approximation of the kinematics of geometrically exact rods and its use in the formulation of an energy-momentum conserving scheme in dynamics. **International Journal for Numerical Methods in Engineering**, 54 (12): 1683-1716

RUBERT, A.; SCHAUMANN, P. (1986) Structural steel and plane frame assemblies under fire action. **Fire Safety Journal**, 10: 173–184.

RUBERT, A.; SCHAUMANN, P. (1985) Tragverhalten Stahlerner Rahmensysteme bei Brandbeanspruchung. **Stahlbau**, 9:280–287.

SAAB, H. A.; NETHERCOT, D. A. (1991) Modelling steel frame behaviour under fire conditions. **Engineering Structures**, 13: 371-382.

SANCHES, R. A. K. (2011). **Sobre o acoplamento fluido-casca utilizando o Método dos Elementos Finitos**. Tese (Doutorado em Engenharia de Estruturas). Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo. São Carlos.

SANTOS, R. (2009). **Modelos Numéricos de Pilares Mistos Curtos de Seções Circulares de Aço Preenchidos com Concreto em Situação de Incêndio**. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil). Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo. São Carlos.

SILVA, C. J. (2003). **Comportamento de estruturas metálicas e mistas em situação de incêndio – modelagem e aplicações**. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil). Universidade Federal do Espírito Santo. Vitória.

SILVA, V. P. (2005). Determination of the steel fire protection material thickness by an analytical process — a simple derivation. **Engineering Structures**, 27:2036–2043.

SILVA, V. P. (2001). **Estruturas de Aço em Situação de Incêndio**. São Paulo: Zigurate.

SILVA, V.P. (1999). Ação térmica nas Estruturas: Determinação da Temperatura nos Elementos Estruturais de Aço com Proteção Térmica em Situação de Incêndio. São Paulo: Boletim Técnico da Escola Politécnica da USP (BT/PEF/9914).

SILVESTER, P. (1969). Higher-order polynomial triangular finite elements for potential problems. **International Journal of Engineering Science**, 7: 849–861.

SIMO, J. C.; HUGHES, T. J. R. (1998). **Computational inelasticity**. Springer Verlag.

SONG, L.; IZZUDDIN, B. A.; ELNASHAI, A. S.; DOWLING, P., J. (2000) An integrated adaptive environment for fire and explosion analysis of steel frames. Part I: analytical models. **Journal of Constructional Steel Research**, 53(1):63–85

SORIANO, H. L. (2003). **Método de Elementos Finitos em Análise de Estruturas**. São Paulo: EDUSP.

SOUZA JUNIOR, V.; CREUS, G. J. (2007). Simplified elastoplastic analysis of general frames on fire. **Engineering Structures**, 29(4): 511-518.

SOUZA NETO, E. A.; PERIĆ, D.; OWEN, D. R. J. (2008). **Computational Methods for plasticity** – Theory and applications. John Wiley and Sons, Ltd.

TAKAGI, J.; DEIERLEIN, G. G. (2007) Strength design criteria for steel members at elevated temperatures. **Journal of Constructional Steel Research**, 63: 1036–1050.

TIMOSHENKO, S. P.; GERE, J. M. (1961). **Theory of Elastic Stability**. New York: MacGraw-Hill.

TOMA, S.; CHEN, W. F. (1992). European calibration frames for second-order inelastic analysis. **Engineering Structures**, 14(1): 7-14.

USMANI, A. S.; ROTTER, J.M., LAMONT, S.; SANAD, A.M.; GILLIE, M. (2001). Fundamental principles of structural behaviour under thermal effects. **Fire Safety Journal**, 36: 721–744.

VARGAS, M. R.; SILVA, V. P. (2003) **Resistência ao Fogo das Estruturas de Aço**. Instituto Brasileiro de Siderurgia - IBS / Centro Brasileiro da Construção em Aço - CBCA, Rio de Janeiro.

VILA REAL, P. (2003). **Incêndio em Estruturas Metálicas** – Cálculo Estrutural. Mafra: Edições Orion.

VILA REAL, P.; LOPES, N.; SIMÕES DA SILVA, L.; PILOTO, P.; FRANSSEN, J.-M. (2004). Numerical modelling of steel beam-columns in case of fire – comparison with Eurocode 3. **Fire Safety Journal**, 39(1): 23-39.

VLASOV, V. Z. (1961). **Thin-walled elastic beams**. 2nd edition. Washington, D.C.: National Science Foundation.

VOGEL, U. (1985). Calibration Frames. **Stahlbau**, 10: 295-301.

WANG, Y. C. (2009). Advances in research on fire engineering of steel structures. **Proceedings of ICE - Civil engineering**, 162(3): 129-135.

WANG, Y. C. (2002). **Steel and Composite Structures - Behaviour and Design for Fire Safety**. London: Spon Press.

WANG, Y. C. (2000). An analysis of the global structural behaviour of the Cardington steel-framed building during the two BRE fire tests. **Engineering Structures**, 22(5): 401-412

WICKSTROM, U. (1985). Temperature analysis of heavily-insulated steel structures exposed to fire. **Fire Safety Journal**, 9: 281-285.

WICKSTROM, U. (1982). Temperature calculation of insulated steel columns exposed to natural fire. **Fire Safety Journal**, 4: 219-225.

WICKSTRÖM, U.; JANSSON, R.; TUOVINEN, H. (2009). **Validation fire tests on using the adiabatic surface temperature for predicting heat transfer**. SP Technical Research Institute of Sweden, Fire Technology (SP Report 2009:19).

WHITE, D. W. (1993). Plastic hinge methods for advanced analysis of steel frames. **Journal of Constructional Steel Research**, 24(2): 121-52.

YEOH, G. H.; YUEN, K. K. (2009). **Computational fluid dynamics in fire engineering - Theory, Modelling and Practice**. Butterworth Heinemann.

YU, C.; HUANG, Z.; BURGESS, I. W.; PLANK, R. J. (2010) Development and Validation of 3D Composite Structural Elements at Elevated Temperatures. **ASCE Journal of Structural Engineering**, 136(3):275-284.

ZIEMIAN, R. D. (1993) Examples of frame studies used to verify advanced methods of inelastic analysis. In: WHITE, D. W.; CHEN, W. F. **Plastic hinge based methods for advanced analysis and design of steel frames: an assessment of the state-of-the-art**. Structural Stability Research Council, Lehigh University, Bethlehem, PA.

ZHOU, S. P.; DUAN, L.; CHEN, W. F. (1990). Comparison of design equation for steel beam-columns. **Structural Engineering Review**, 2(1): 45-53.

MODELOS DE INCÊNDIO-PADRÃO

A

Denomina-se incêndio-padrão o modelo de incêndio para o qual se admite a temperatura dos gases do ambiente em chamas em concordância com as curvas padronizadas para ensaio. As curvas padronizadas mais citadas na bibliografia consultada são: ISO 834, ASTM E 119 e as curvas do Eurocode.

A.1 CURVAS TEMPERATURA-TEMPO CONFORME ISO 834 E ASTM E 119

A International Organization for Standardization, por meio da norma ISO 834:1999 “Fire- resistance tests – Elements of building construction”, recomenda a equação (A.1) para a curva do modelo do incêndio-padrão:

$$\theta_g = \theta_0 + 345 \log(8t + 1) \quad (\text{A.1})$$

Na equação (A.1), θ_g é a temperatura dos gases no ambiente em chamas (em °C), θ_0 é a temperatura dos gases no instante $t = 0$ (geralmente adotada igual a 20 °C) e t o tempo (em minutos). O incêndio-padrão é adotado pela ABNT NBR 14432:2000 - *Exigências de resistência ao fogo de elementos construtivos de edificações* e também pela ABNT NBR 5628:1980 - *Componentes construtivos estruturais – Determinação da resistência ao fogo – Método de Ensaio*.

A American Society Testing and Materials, por meio da ASTM E 119 (2000) *Standard test methods for fire tests of building construction and materials*, apresenta uma relação “temperatura x tempo” para o modelo de incêndio-padrão por meio de valores tabelados, os quais permitem estabelecer a equação (A.2).

$$\theta_g = \theta_0 + 750 \left[1 - e^{-3.79533\sqrt{t}} \right] + 170.41\sqrt{t} \quad (\text{A.2})$$

Na equação (A.2), θ_g é a temperatura dos gases no ambiente em chamas (em °C), θ_0 é a temperatura dos gases no instante $t = 0$ (geralmente 20 °C) e t é o tempo (em horas). Esta relação “temperatura x tempo” curva foi adotada, em 1918, pela ASTM, segundo SILVA (2001), tendo por fundamento a proposta do UL – Underwriters Laboratory de Chicago, que a utilizava para a fase de aquecimento dos ensaios de pilares que estavam sendo realizados à época. Supõe-se que os dados tenham sido obtidos em incêndios reais. A figura (A.2) apresenta as curvas padronizadas pela ISO 834 e pela ASTM E 119.

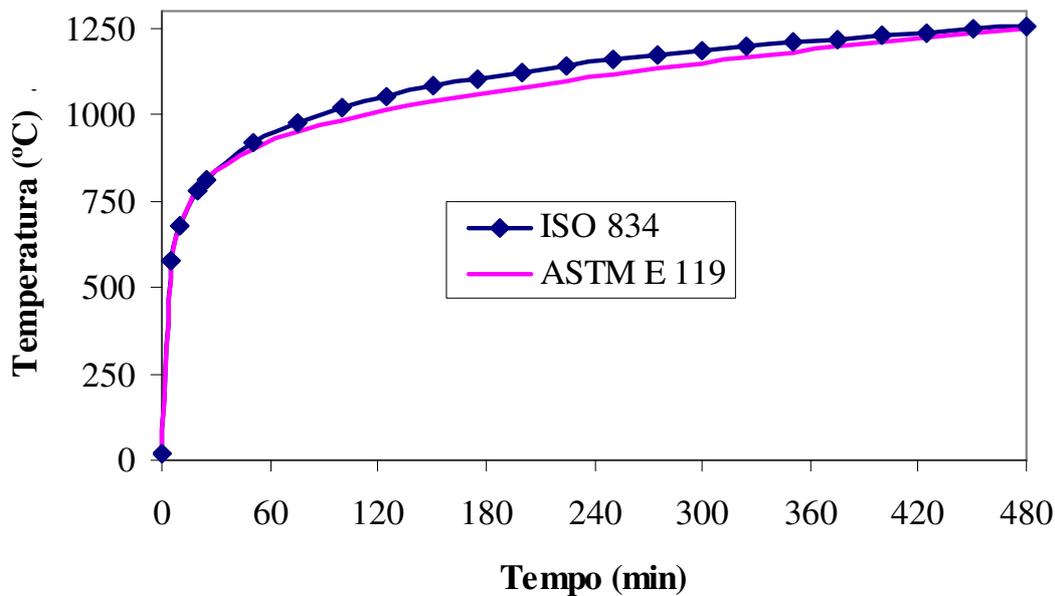


Figura A.1 – Curvas temperatura-tempo padronizadas.

A.2 CURVAS TEMPERATURA-TEMPO CONFORME O EUROCODE

O CEN EN 1991-1-2:2002 prescreve em seu texto, para fins de dimensionamento três curvas (equações) do tipo “temperatura-tempo” que permitem obter a temperatura dos gases de um dado ambiente em chamas. São as seguintes:

a-) Curva de incêndio padrão, ISO 834, conforme equação (A.1).

b-) Curva de incêndio para elementos exteriores (t em minutos):

$$\theta_g = 660(1 - 0,687e^{-0,32t} - 0,313e^{-3,8t}) + 20 \quad (\text{A.3})$$

c-) Curva de incêndio de hidrocarbonetos (t em minutos):

$$\theta_g = 1080(1 - 0,325e^{-0,167t} - 0,675e^{-2,5t}) + 20 \quad (\text{A.4})$$

As curvas apresentadas são denominadas *curvas nominais*, pelo fato de serem estabelecidas por meio de equacionamento simples, bem como resultarem independentes das dimensões ou do tipo dos edifícios. A figura A.2 apresenta a evolução destas três curvas que, analogamente àquelas apresentadas no item anterior, também não possuem fase de ignição e nem de extinção ou resfriamento.

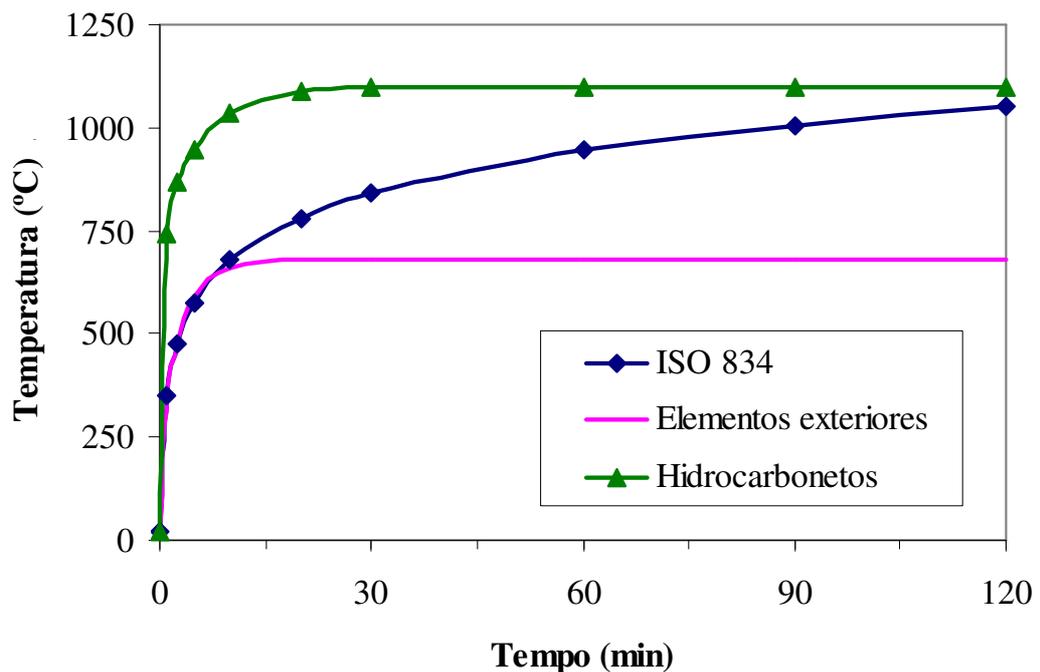


Figura A.2 – Curvas nominais definidas no CEN EN 1991-1-2:2002.

MODELO DE INCÊNDIO NATURAL E AS CURVAS PARAMETRIZADAS DO EUROCODE

ANEXO

B

Denomina-se incêndio natural o modelo de incêndio para o qual se admite que a temperatura dos gases respeite as curvas “temperatura-tempo” construídas a partir de ensaios (ou modelos matemáticos aferidos a ensaios) de incêndios que simulem a real situação de um compartimento em chamas.

Os ensaios são realizados em compartimentos com aberturas (janelas), nas quais o incêndio ocorre sem a possibilidade de se propagar para fora dele, em decorrência das características de isolamento térmico, de estanqueidade e de resistência dos elementos de vedação. Esse modelo de incêndio também é conhecido como incêndio natural compartimentado. Os resultados desses ensaios demonstram que as curvas “temperatura-tempo” de um incêndio natural compartimentado dependem dos seguintes parâmetros: *Carga de incêndio, Grau de ventilação e Características térmicas do material componente da vedação.*

A principal característica dessas curvas, e que as distingue da curva de incêndio-padrão, é a de possuírem um ramo ascendente (fase de aquecimento) e um ramo descendente (fase de resfriamento), representado por meio de uma reta, por simplificação. Portanto, essas curvas admitem (racionalmente) que os gases do ambiente em incêndio não têm sua temperatura sempre crescente com o tempo, situação essa mais coerente com o que de fato ocorre em um incêndio.

B.1 CURVAS PARAMETRIZADAS DO EUROCODE

Apresenta-se aqui, de forma sucinta, a obtenção de curvas parametrizadas, de acordo com o CEN EN 1991-1-2:2002, conforme esquematizadas na figura B.1. Tendo

em vista o enfoque sucinto que será atribuído às informações constantes no presente item, destaca-se que para informações complementares e maiores esclarecimentos com relação à obtenção de parâmetros não explícitos no texto que segue, fica como sugestão para o leitor consultar as informações constantes no CEN EN 1991-1-2:2002, VILA REAL (2003), PURKIS (2007) e FRANSSEN et al. (2009).

De acordo com o EN 1991-1-2:2002, as relações temperatura-tempo, dadas pela equação (B.1), são válidas para compartimentos de incêndio com, no máximo, 500 m² de área em planta, sem aberturas no teto e com pé-direito máximo igual a 4 metros, bem como partindo do pressuposto que a carga de incêndio do compartimento é totalmente consumida.

As curvas parametrizadas têm uma fase de aquecimento seguida de uma fase de resfriamento. A fase de aquecimento é dada pela equação (B.1).

$$\theta_g = 20 + 1325 (1 - 0,324e^{-0,2t^*} - 0,204e^{-1,7t^*} - 0,472e^{-19t^*}) \quad (B.1)$$

Na equação B.1, valem:

θ_g – temperatura no compartimento de incêndio (°C)

$$t^* = t \cdot \Gamma, \text{ tempo fictício (em h)} \quad (B.2)$$

$$\Gamma = [O / b]^2 / (0,04 / 1160)^2 \quad (B.3)$$

$$b = \sqrt{\rho c \lambda}, \text{ fator } b \text{ (em } J/m^2 s^{1/2} K) \text{ com os limites: } 100 \leq b \leq 2200 \quad (B.4)$$

Nas equações B.2, B.3 e B.4, t é o tempo (em horas), ρ é a massa específica do material de vedação do compartimento (em kg/m³), c é o calor específico do material de vedação do compartimento (em J/kgK) e λ a condutividade térmica do material de vedação do compartimento (em W/mK). Ainda, com relação à equação B.3, vale:

$$O = A_v \sqrt{h_{eq}} / A_t, \text{ grau de ventilação ou fator de abertura (em } m^{1/2}) \text{ com os limites: } 0,02 \leq O \leq 0,20 \quad (B.5)$$

A_v – área total das aberturas verticais em todas as paredes do compartimento (em m²)

h_{eq} – média ponderada da altura das aberturas das aberturas verticais em todas as paredes (em m)

A_t – área total da superfície envolvente (paredes, teto e pavimento, incluindo aberturas) (em m^2)

A fase de aquecimento da curva descrita pela equação (B.1) ocorre até um tempo t_{max} determinado por:

$$t_{max} = \max\left[(0,2 \cdot 10^{-3} \cdot q_{t,d} / O); t_{lim}\right] \quad (\text{em h}) \quad (\text{B.6})$$

Na última equação, $q_{t,d}$ é o valor de cálculo da carga de incêndio específica referido à área A_t da superfície de vedação, enquanto t_{lim} é tempo limite da fase de aquecimento em função da velocidade de propagação do incêndio. Com relação à fase de resfriamento deste modelo de incêndio, a taxa de resfriamento pode ser obtida de acordo com o seguinte:

$$\frac{d\theta_g}{dt^*} = \begin{cases} -625 & \text{se } t_{max}^* \leq 0,5 \\ -250(3 - t_{max}^*) & \text{se } 0,5 < t_{max}^* < 2 \\ -250 & \text{se } t_{max}^* \geq 2 \end{cases} \quad (\text{B.7})$$

Para a equação (B.7), t_{max}^* é determinado por meio da equação (B.8):

$$t_{max}^* = (0,2 \cdot 10^{-3} \cdot q_{t,d} / O) \cdot \Gamma \quad (\text{B.8})$$

• Exemplos de Curvas parametrizadas

Os exemplos de curvas de incêndio parametrizadas apresentadas na figura B.1 estão em concordância com aqueles apresentados no documento ECCS (2001), cujos parâmetros empregados são $q_{t,d} = 180 \text{ MJ/m}^2$, $b = 1160 \text{ J/m}^2\text{s}^{1/2}\text{K}$, $t_{lim} = 20 \text{ min}$ e, por fim, a fator de abertura, O , variando de $0,02 \text{ m}^{1/2}$ até $0,2 \text{ m}^{1/2}$.

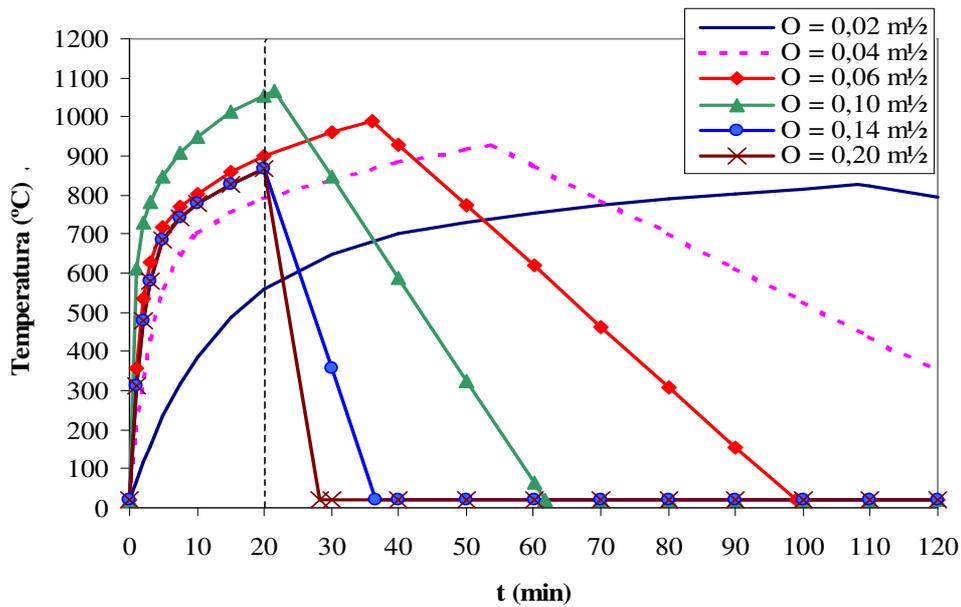


Figura B.1 – Exemplos de incêndios parametrizados.

A figura B.1 mostra que para incêndio controlado pela ventilação (instante correspondente à temperatura máxima dado por $0,2 \times 10^{-3} \cdot q_{t,d}/O$) o aumento do grau de ventilação, O , conduz a incêndios mais curtos e mais severos, situação que permanecerá até que o incêndio passa a ser controlado pela carga de incêndio, ou seja, temperatura máxima correspondente ao tempo $t = t_{lim}$, que neste caso corresponde a 20 min.

Com relação a este último caso, a influência do fator de abertura é notada apenas na velocidade de resfriamento do incêndio. Vale salientar que, no caso em que $\Gamma = 1$, ou seja, para qualquer $q_{t,d}$, $O = 0,04 \text{ m}^{1/2}$ e $b = 1160 \text{ J/m}^2\text{s}^{1/2}\text{K}$, a curva de temperatura-tempo dada pela equação (B.1) praticamente se ajusta à curva ISO 834 na fase de aquecimento, conforme figura B.2.

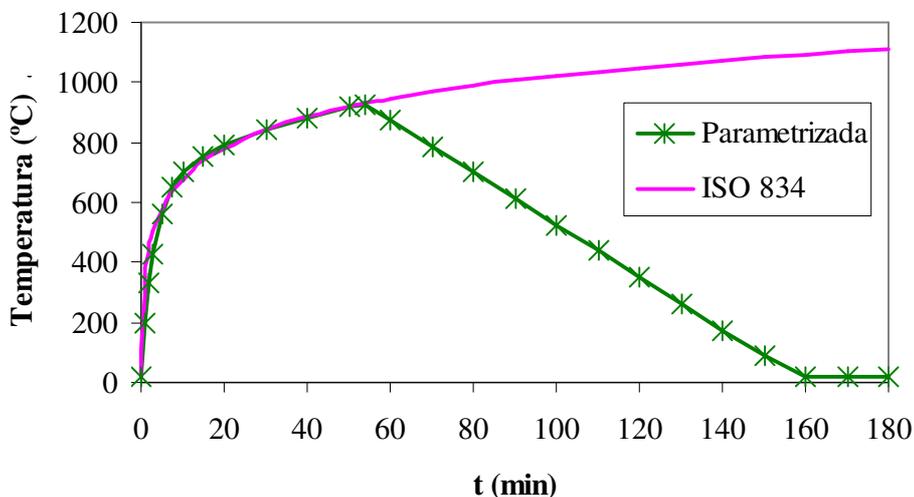


Figura B.2 – Curva ISO 834 e curva parametrizada (correspondente à $\Gamma = 1$).

DETERMINAÇÃO DAS AÇÕES TÉRMICAS NAS ESTRUTURAS EM SITUAÇÃO DE INCÊNDIO

ANEXO



Para a determinação da elevação de temperatura em elementos estruturais em situação de incêndio é necessário primeiramente determinar a quantidade de calor que chega a esses elementos. Para a correta determinação das ações térmicas nos elementos, ou em uma dada estrutura de interesse, é necessário conhecer os mecanismos pelo qual o calor é gerado num ambiente qualquer e, conseqüentemente, o modo como é propagado dentro do mesmo.

Diante disso, os itens que se seguem têm por objetivo apresentar conceitos fundamentais de transferência de calor que regem as ações térmicas em situação de incêndio.

Cabe aqui informar ao leitor que nas deduções e equacionamentos deste anexo utilizar-se-á a temperatura (T) com unidade em K (Kelvin), por ser a unidade de temperatura mais comumente utilizada em textos sobre fundamentos de transferência de calor. No entanto, quando forem estabelecidos equacionamentos com o intuito de se obter a grandeza de algum parâmetro físico, a temperatura θ será adotada, convenientemente, em °C (graus Celsius).

C.1 MECANISMOS DE TRANSFERÊNCIA DE CALOR

Para um entendimento adequado dos mecanismos de transferência de calor é preciso que se tenha bem claro a definição de duas grandezas básicas: ***Temperatura e Calor.***

Temperatura é a medida da quantidade de energia contida nas moléculas de uma dada substância. Permite determinar o quanto quente ou fria está uma substância, bem como pode ser usada para prever a direção da transferência de calor.

Calor é a energia em trânsito num dado sistema. Para que haja transferência de calor num sistema é necessário que haja diferença de temperaturas. Estabelecida uma diferença de temperaturas num sistema, o calor que flui da região de maior temperatura para a de menor temperatura é resultante de um gradiente de temperaturas.

A distribuição de temperatura em um meio é controlada pelos efeitos combinados de três modos de transferência de calor: *condução, convecção e radiação*. Nos estudos de transferência de calor, é usual considerar esses três modos. Entretanto, em alguns casos, pode-se considerar a condução separadamente sempre que a transferência de calor por convecção e radiação possa ser desprezada e vice-versa.

Por exemplo, pode ser citado, para a primeira situação, o caso da transferência de calor de um soldador para o metal que está sendo soldado. Neste caso, praticamente todo o calor se propaga por condução, e a consideração de convecção ou radiação pode ser eventualmente desprezada. Assim, a decisão de qual o mecanismo de transferência de calor que deve ser levado em conta ficará a cargo do bom senso de quem efetuará a análise.

C.2 TRANSFERÊNCIA DE CALOR POR CONDUÇÃO

A transferência de calor por *condução* é o processo pelo qual a energia calorífica se transmite, num corpo qualquer, das moléculas com maior energia cinética (maior temperatura) às moléculas com menor energia cinética (menor temperatura), sem que haja transferência de massa. A lei física que governa esse fenômeno é denominada Lei de Fourier, estabelecida em 1822.

Segundo LIENHARD IV e LIENHARD V (2005), a lei de Fourier afirma que “o fluxo de calor, ϕ (W/m²), resultante da condução térmica é proporcional à magnitude do gradiente de temperatura e oposto a este em sinal”, conforme equação (C.2).

$$\phi = -\lambda \frac{dT}{dx} \quad (C.1)$$

Na última equação $\frac{dT}{dx}$ é o gradiente de temperatura na direção do fluxo de calor (K/m) e λ a condutividade térmica do material (W/mK). O fluxo de calor é uma

grandeza vetorial. A equação (C.1) é a forma unidirecional da lei de Fourier. Em campo tridimensional, a condução passa a ser representada pela equação (C.2).

$$\vec{\phi} = -\lambda \nabla T \quad (\text{C.2})$$

Na equação (C.2) ∇ é o operador gradiente, ou seja, $\nabla = \{\partial_x \ \partial_y \ \partial_z\}^T$. A condutividade térmica (λ) é a propriedade que exprime a maior ou menor capacidade de condução de calor de um dado material. Os valores numéricos de λ podem variar dependendo da constituição química, do estado físico e da temperatura dos materiais.

C.3 TRANSFERÊNCIA DE CALOR POR CONVECÇÃO

A *convecção* é o mecanismo de transferência de calor entre um sólido e um fluido em movimento nas adjacências desse sólido, desde que exista uma diferença de temperatura entre eles. De acordo com LIENHARD IV e LIENHARD V (2005), em 1701, Isaac Newton já considerava o processo de convecção e sugeriu que o “*resfriamento*” de um corpo, como aquele ilustrado na figura C.1, fosse descrito pela equação (C.3).

$$\frac{dT_{\text{corpo}}}{dt} \cong T_{\text{corpo}} - T_{\infty} \quad (\text{C.3})$$

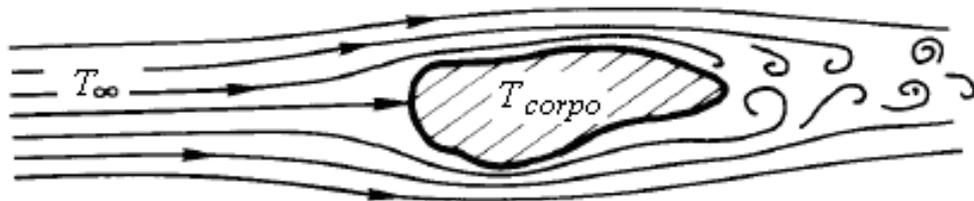


Figura C.1 – Resfriamento convectivo de um corpo aquecido.

Na equação (C.3) T_{corpo} é a temperatura do corpo e T_{∞} é a temperatura do fluido em movimento nas adjacências do corpo, ambas com unidade em K (Kelvin). A equação (C.3) sugere que o calor está sendo transferido do corpo aquecido para o fluido. Se for assumida a hipótese de que temperatura do corpo é mantida

constante, como que se houvesse geração de calor interno, $\frac{dT_{\text{corpo}}}{dt}$ pode ser interpretado como taxa de transferência de calor (\dot{Q}) entre o corpo e o fluido.

A equação (C.3) pode ser reescrita, em termos de fluxo de calor, $\phi = \dot{Q} / A$, onde A é área em m² da superfície do corpo em contato com o fluido, resultando

$$\phi_c = \alpha_c (T_{\text{corpo}} - T_{\infty}) \quad (\text{C.4})$$

A equação (C.4) é denominada *lei de Newton do resfriamento*, na qual α_c é o coeficiente de transferência de calor por convecção em W/m²K. O coeficiente α_c da equação (C.4) é geralmente tomado como um valor médio e a *lei de Newton* é uma visão simplificada do processo, pois o mecanismo de transferência de calor por convecção é complexo e depende de numerosos fatores, além da já mencionada diferença de temperatura. Dentre esses fatores, pode-se citar:

- *velocidade de deslocamento do fluido;*
- *densidade, viscosidade, calor específico e condutividade térmica do fluido;*
- *natureza, forma, rugosidade, dimensões e orientação do corpo.*

A temperatura de um sólido em contato com um fluido pode induzir movimento nesse fluido resultando em convecção. Ao aquecer-se água em uma chaleira as moléculas da água em contato direto com o fundo da chaleira vão paulatinamente sendo aquecidas tornando-se mais leves e, por consequência, tendem a subir na massa líquida.

Nesse intervalo, as moléculas de água das camadas superiores (mais densas) vão tomando o lugar das moléculas mais aquecidas resultando num movimento convectivo. Isso é o que se costuma denominar de “*convecção natural*”, e ocorre unicamente devido às forças resultantes da diferença de temperatura entre camadas do mesmo fluido. A emissão de ar sobre um sólido por meio do uso de máquinas como foles e bombas é também um exemplo de convecção, porém, neste caso, conhecido como “*convecção forçada*”.

Em um incêndio, na medida em que o ar é aquecido, as moléculas de ar da região aquecida se tornam menos densas e tendem a subir. Ao subirem, podem ser se chocar com elementos estruturais (vigas e as lajes, por exemplo). Nesse caso, com o

choque das moléculas de ar aquecido em movimento com a superfície dos elementos estruturais, ocorre a transferência de calor por convecção. Porém, com sentido (sinal) contrário àquele estabelecido por meio da equação (C.4).

C.4 TRANSFERÊNCIA DE CALOR POR RADIAÇÃO

A transferência de calor por *radiação* consiste no fato de que todos os corpos emitem constantemente energia por meio de ondas eletromagnéticas. A radiação é o principal mecanismo nos processos de transferência de calor que ocorrem em elevadas temperaturas, inclusive para situações em que se tenha a ocorrência de vácuo.

No processo de radiação, o calor flui por meio de ondas eletromagnéticas de um corpo sob alta temperatura para outro sob baixa temperatura. O fluxo de calor radiativo entre estes corpos depende, sobretudo, da temperatura dos corpos e da natureza de suas superfícies.

Em WANG (2002) afirma-se que quando a energia térmica radiante trafega num meio qualquer e incide num objeto, este objeto pode *absorver*, *refletir* ou *transmitir* a radiação térmica incidente. Diante disso, empregam-se os termos absorptância (χ), refletividade (ψ) e transmitância (τ) como fatores que permitem representar as frações de radiação que um corpo absorve, reflete e transmite, respectivamente, conforme descreve a equação (C.5).

$$\chi + \psi + \tau = 1 \quad (C.5)$$

C.4.1 Radiação de corpo negro – Ponto de Partida

Os três fatores anteriormente mencionados e integrantes da equação (C.5) são funções da temperatura, do comprimento de onda e de propriedades da superfície. Um caso extremo é aquele em que toda a radiação térmica, proveniente de uma fonte de calor qualquer e incidente na superfície de um dado corpo de interesse, é absorvida pelo mesmo, isto é, $\chi = 1$. Este corpo, considerado ideal, denomina-se *corpo negro*.

Outra propriedade importante do corpo negro consiste no fato de o mesmo ser também um perfeito emissor. Isto significa que nenhum outro corpo pode emitir mais

radiação térmica (por unidade de área) que um corpo negro com uma dada temperatura. A quantidade total de radiação térmica (E_b) emitida por uma superfície de corpo negro é função somente de sua temperatura, e dada pela *lei de Stefan-Boltzmann*, na forma da equação (C.6).

$$E_b = \sigma T^4 \quad (C.6)$$

Na equação (C.6), E_b é dado em W/m^2 , σ é a constante de *Stefan-Boltzmann*, cujo valor utilizado é igual a $5,67 \times 10^{-8} W/m^2K^4$, e T a temperatura em Kelvin.

C.4.2 Radiação de corpo cinzento

É intuitivo perceber que o “corpo negro” é uma situação extrema de absorção ou emissão de calor. Portanto, na prática, nenhum material real emite e absorve radiação de acordo com as leis do corpo negro, conforme apresentado no item anterior. Em geral, é necessário definir um termo adicional para quantificar a energia emitida pela superfície de um corpo qualquer. Esse termo é denominado emissividade, e representado pelo parâmetro ϵ .

Esse termo é definido como taxa da energia total emitida por uma superfície real dividida por aquela emitida por uma superfície de corpo negro, ambas submetidas a uma mesma temperatura. Portanto, a emissividade pode variar entre zero e 1. A energia radiante total emitida por uma superfície real, em W/m^2 , é dada pela equação (C.7).

$$E = \epsilon \sigma T^4 \quad (C.7)$$

Em geral, a emissividade de uma superfície depende do comprimento de onda da energia radiante, da temperatura da superfície e do ângulo de radiação. Entretanto, por simplificação, se a emissividade for admitida não dependente desses fatores, a superfície radiante é chamada *superfície de corpo cinzento*. A radiação de *corpo cinzento* é a adotada nos cálculos de *engenharia de segurança contra incêndio*.

C.4.3 Fator de configuração

As equações (C.6) e (C.7) quantificam a energia total emitida por uma superfície de corpo negro e por uma superfície de corpo cinzento, respectivamente.

Geralmente, a quantidade de energia radiante emitida por uma dada superfície (emissora), que é interceptada por uma outra superfície (receptora), resulta bem menor que aquela emitida, ou seja, parte daquela energia emitida é perdida ao longo do seu caminho. Para representar a fração de energia radiante que deixa uma superfície emissora e que efetivamente é interceptada por outra superfície, emprega-se um parâmetro denominado fator de configuração (Φ_{jk}).

Conforme mencionado em WANG (2002) esse parâmetro possui essa denominação por depender somente da configuração espacial entre as superfícies dA_j e dA_k , conforme esquematiza a figura C.2.

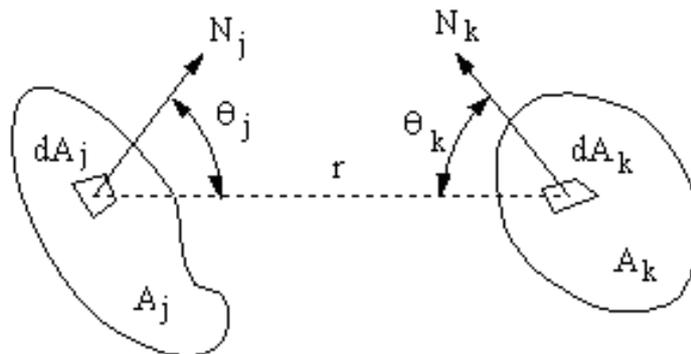


Figura C.2 – Variáveis necessárias para o cálculo do Fator de Visada.

O cálculo do fator de visada para o esquema da figura C.2, de acordo com o exposto em LIENHARD IV e LIENHARD V (2005), é dado pela equação (C.8).

$$\Phi_{jk} = \frac{1}{A_j} \int_{A_j} \int_{A_k} \frac{\cos \theta_j \cos \theta_k}{\pi r^2} dA_k dA_j \quad (C.8)$$

Na última equação, A_j e A_k representam as áreas das superfícies j e k , respectivamente; r é o comprimento da reta entre o centro superfícies das superfícies diferenciais dA_j e dA_k ; N_j e N_k são vetores normais às superfícies dA_j e dA_k , respectivamente; θ_j é ângulo entre N_j e a linha que une as superfícies dA_j e dA_k ; θ_k é o ângulo entre N_k e a linha que une as superfícies dA_j e dA_k .

Com a consideração do fator de visada, tem-se que a radiação térmica (por unidade de área) emitida por uma superfície dA_j e que incide numa superfície dA_k , pode ser dada pela equação (C.9), para o caso de radiação entre duas superfícies de corpo negro, e pela equação (C.10), para o caso de duas superfícies de corpo cinzento.

$$\varphi_{jk} = \Phi_{jk} E_{b_j} = \Phi_{jk} \sigma T_j^4 \quad (C.9)$$

$$\varphi_{jk} = \Phi_{jk} E_j = \Phi_{jk} \varepsilon_j \sigma T_j^4 \quad (C.10)$$

C.4.4 Considerações sobre a radiação térmica em situação de incêndio

Com a introdução dos parâmetros emissividade, refletividade e fator de visada, a forma para se estabelecer a troca de calor entre duas superfícies passa a ser bastante complexa, e a escolha por equações analíticas para representar esse fenômeno só podem ser obtidas (deduzidas) para casos bastante simples.

Um destes casos consiste de duas placas infinitas e paralelas, ambas com área A , cuja distância que as separa é suficientemente pequena, se comparada ao tamanho das placas, de modo a permitir considerar as perturbações devido à radiação nos cantos da placa como desprezíveis. A figura C.3 esquematiza a situação em questão.

Esse caso pode ser empregado para representar uma situação de incêndio ao redor de um elemento construtivo. Nas aplicações em segurança contra incêndio é assumido, por simplificação, que os gases da combustão e os elementos estruturais estejam em contato direto, de modo que este fenômeno pode ser tratado como o caso de duas superfícies (placas) infinitas.

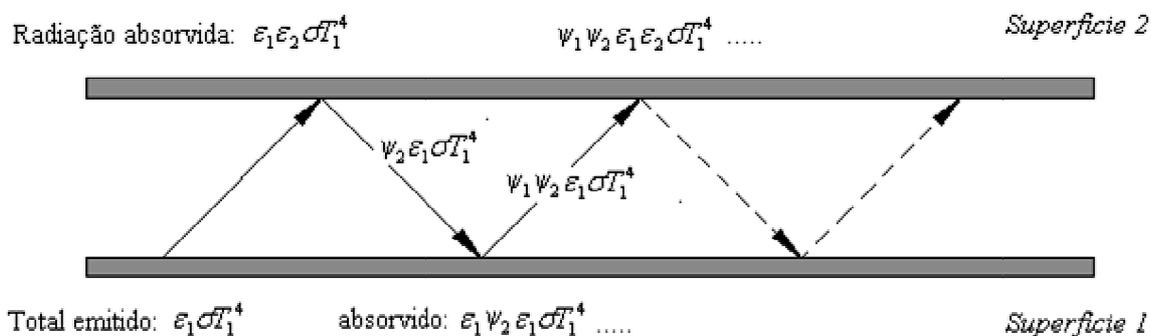


Figura C.3 – Troca de calor radiante entre duas superfícies de corpo cinzento infinitas. Adaptado de WANG (2002).

A solução analítica desse caso pode ser obtida com base na figura C.3, lembrando que com a hipótese de superfícies paralelas e infinitas, têm-se para as superfícies 1 e 2 da figura C.3, por definição, fator de visada $\Phi_{12} = \Phi_{21} = 1$.

Considerando-se inicialmente apenas a radiação emitida pela superfície 1 e incidente na superfície 2 (ou seja, desconsidera-se a radiação emitida pela superfície 2 e que incide na superfície 1), o fluxo de radiação (Q/A) total incidente na superfície 2 é dado pela seguinte série:

$$\varphi_{1-2} = \varepsilon_1 \varepsilon_2 \sigma T_1^4 \{1 + \psi_1 \psi_2 + (\psi_1 \psi_2)^2 + \dots\} \quad (\text{C.11})$$

Similarmente, fluxo de radiação incidente na superfície 1, em resposta à radiação emitida pela superfície 2 resulta:

$$\varphi_{2-1} = \varepsilon_1 \varepsilon_2 \sigma T_2^4 \{1 + \psi_1 \psi_2 + (\psi_1 \psi_2)^2 + \dots\} \quad (\text{C.12})$$

O fluxo de calor resultante entre as duas superfícies é, portanto:

$$\varphi_r = \varphi_{1-2} - \varphi_{2-1} = \varepsilon_1 \varepsilon_2 \sigma (T_1^4 - T_2^4) \{1 + \psi_1 \psi_2 + (\psi_1 \psi_2)^2 + \dots\} \quad (\text{C.13})$$

Desde que $\psi_1 \psi_2 < 1$, a série entre chaves na equação (C.13) é convergente, e seu somatório é dado por $1/(1 - \psi_1 \psi_2)$. O fluxo de energia radiante é, então, dado (C.14).

$$\varphi_r = \frac{\varepsilon_1 \varepsilon_2}{1 - \psi_1 \psi_2} \sigma (T_1^4 - T_2^4) \quad (\text{C.14})$$

Desprezando-se a transmitância (τ), resulta, da equação (C.5), que $\psi = 1 - \chi$. A lei de Kirchhoff afirma que “a emissividade de uma superfície é igual a sua absorvância”. Assim têm-se $\psi = 1 - \varepsilon$ e, após algumas manipulações matemáticas, a equação (C.14) pode ser reescrita conforme (C.15).

$$\varphi_r = \varepsilon_{\text{res}} \sigma (T_1^4 - T_2^4) \quad (\text{C.15})$$

Em (C.15) ϵ_r é a *emissividade resultante* dada por:

$$\epsilon_{\text{res}} = \frac{1}{1/\epsilon_1 + 1/\epsilon_2 - 1} = \frac{\epsilon_1 \epsilon_2}{\epsilon_1 + \epsilon_2 - \epsilon_1 \epsilon_2} \quad (\text{C.16})$$

Em analogia a transferência de calor por convecção e sua definição pela equação (C.4) (ver item C.4), pode-se ainda designar α_r como sendo o coeficiente de transferência de calor devido à radiação, conforme equação (C.17).

$$\alpha_r = \epsilon_{\text{res}} \sigma (T_2^2 + T_1^2)(T_2 + T_1) \quad (\text{C.17})$$

A equação (C.15) pode ser reescrita de forma linearizada, analogamente ao caso da convecção, como:

$$\phi_r = \alpha_r (T_1 - T_2) \quad (\text{C.18})$$

PROPRIEDADES TÉRMICAS DOS MATERIAIS AÇO E CONCRETO

D

D.1 PROPRIEDADES TÉRMICAS DOS AÇOS ESTRUTURAIS

As propriedades térmicas apresentadas a seguir para os aços estruturais são extraídas da ABNT NBR 14323:1999 ou de seu projeto de revisão de maio de 2011 (prNBR 14323:2011) que, por sua vez têm por base as informações apresentadas no CEN EN 1993-1-2:2005.

D.1.1 Alongamento

O alongamento do aço $\Delta l_a / l_a$ prescrito na ABNT NBR 14323:1999 e no CEN EN 1993-1-2:2005, é dado por:

$$\Delta l_a / l_a = \begin{cases} 1,2 \cdot 10^{-5} \theta_a + 0,4 \cdot 10^{-8} \theta_a^2 - 2,416 \cdot 10^{-4} & 20^\circ\text{C} \leq \theta_a < 750^\circ\text{C} \\ 1,1 \cdot 10^{-2} & 750^\circ\text{C} \leq \theta_a < 860^\circ\text{C} \\ 2 \cdot 10^{-5} \theta_a - 6,2 \cdot 10^{-3} & 860^\circ\text{C} < \theta_a < 1200^\circ\text{C} \end{cases} \quad (\text{D.1})$$

Na equação D.1, l_a é o comprimento a 20°C, Δl_a é a expansão térmica provocada pela temperatura e θ_a é a temperatura do aço em °C. A variação do alongamento relativo com a temperatura pode ser visto na figura D.1.

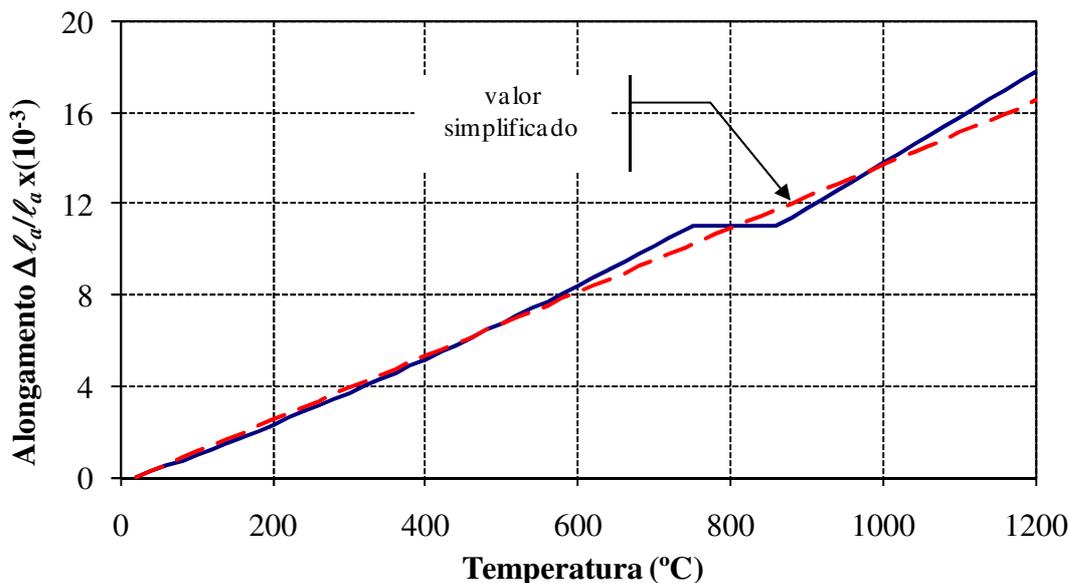


Figura D.1 – Alongamento relativo do aço com a temperatura.

A ABNT NBR 14323:1999 especifica que, caso se empregue método simplificado de cálculo, a variação do alongamento relativo do aço com a temperatura pode ser considerada constante (linha tracejada, figura D.1) e descrito pela relação (D.2).

$$\frac{\Delta \ell_a}{\ell_a} = 1,4 \cdot 10^{-6} (\theta_a - 20) \quad (D.2)$$

Esta consideração simplificada fez parte do CEN EN 1993-1-2:1995. No entanto, o CEN EN 1993-1-2:2005, não se refere a esta possibilidade. Já no prNBR 14323:2011 este valor também é mencionado como valor simplificado, mas a norma não restringe sua aplicação apenas ao método simplificado de cálculo.

D.1.2 Calor específico

O calor específico do aço, em Joule por quilograma e por grau Celsius (J/kg°C), pode ser determinado, segundo a ABNT NBR 14323:1999 e o CEN EN 1993-1-2:2005, bem como considerando θ_a como a temperatura do aço (em °C), da seguinte forma:

$$c_a = \begin{cases} 1,2 \cdot 10^{-5} \theta_a + 0,4 \cdot 10^{-8} \theta_a^2 - 2,416 \cdot 10^{-4} & 20 \text{ }^\circ\text{C} \leq \theta_a < 600 \text{ }^\circ\text{C} \\ 666 + \frac{13002}{738 - \theta_a} & 600 \text{ }^\circ\text{C} \leq \theta_a < 735 \text{ }^\circ\text{C} \\ 545 + \frac{17820}{\theta_a - 731} & 735 \leq \theta_a < 900 \text{ }^\circ\text{C} \\ 650 & 900 \leq \theta_a \leq 1200 \end{cases} \quad (\text{D.3})$$

Segundo a ABNT NBR 14323:1999, caso se empregue o método de cálculo simplificado, a ser descrito no próximo capítulo, o valor do calor específico do aço pode se considerado igual a $c_a = 600 \text{ J/kg}^\circ\text{C}$. O prNBR 14323:2011 também assume este valor como simplificado, e não restringe sua aplicação apenas ao método simplificado de cálculo.

Por sua vez, o CEN EN 1993-1-2:2005 não se refere a esta possibilidade. Segundo VILA REAL (2003), para a gama de temperaturas usuais nos projetos, o erro cometido no cálculo é diminuto. A apresentação do calor específico, em forma gráfica, pode ser identificada na figura D.2.

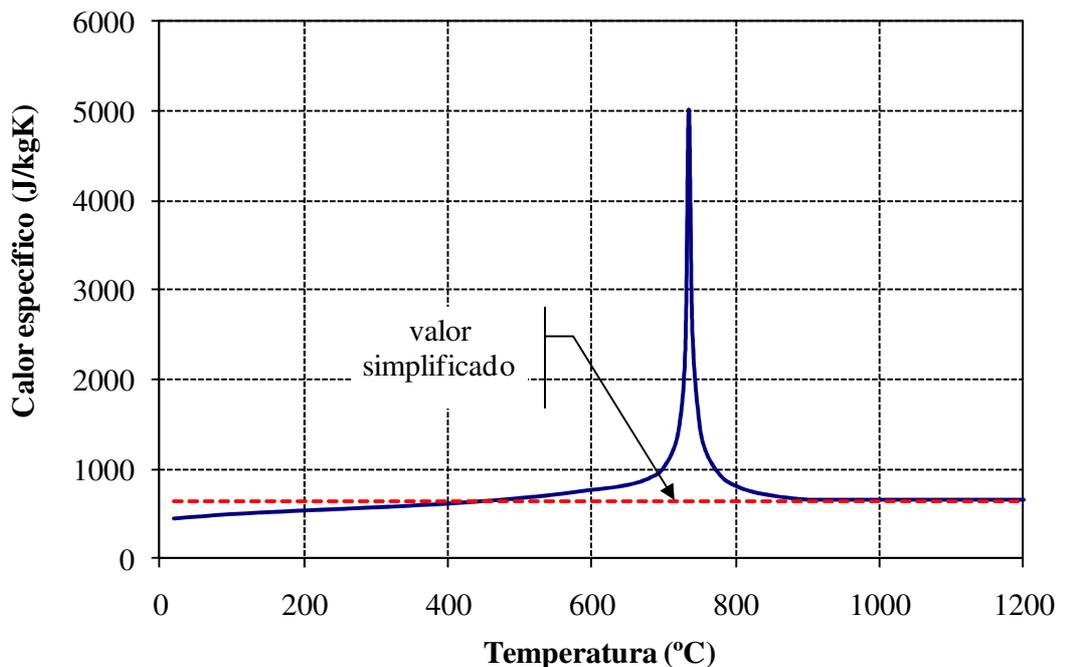


Figura D.2 – Calor específico do aço em função da temperatura.

D.1.3 Condutividade térmica

A condutividade térmica do aço, em Watt por metro e por grau Celsius ($\text{W/m}^\circ\text{C}$), segundo a ABNT NBR 14323:1999 e o CEN EN 1993-1-2:2005, pode ser determinada, considerando θ_a como a temperatura do aço (em $^\circ\text{C}$), pelo seguinte procedimento:

$$\lambda_a = \begin{cases} 54 - 3,33 \cdot 10^{-2} \theta_a & 20^\circ\text{C} \leq \theta_a < 800^\circ\text{C} \\ 27,3 & 800^\circ\text{C} \leq \theta_a < 1200^\circ\text{C} \end{cases} \quad (\text{D.4})$$

Nos modelos de cálculo simplificado, segundo a ABNT NBR 14323:1999, o valor da condutividade térmica pode ser considerado independente da temperatura do aço. O valor a ser tomado, neste caso, é igual a $\lambda_a = 45 \text{ W/m}^\circ\text{C}$, também especificado pelo No CEN EN 1993-1-2:1995. No CEN EN 1993-1-2:2005 não há referência a esta possibilidade. O prNBR 14323:2011 também assume este valor como simplificado. A figura D.3 ilustra a variação da condutividade térmica com a temperatura.

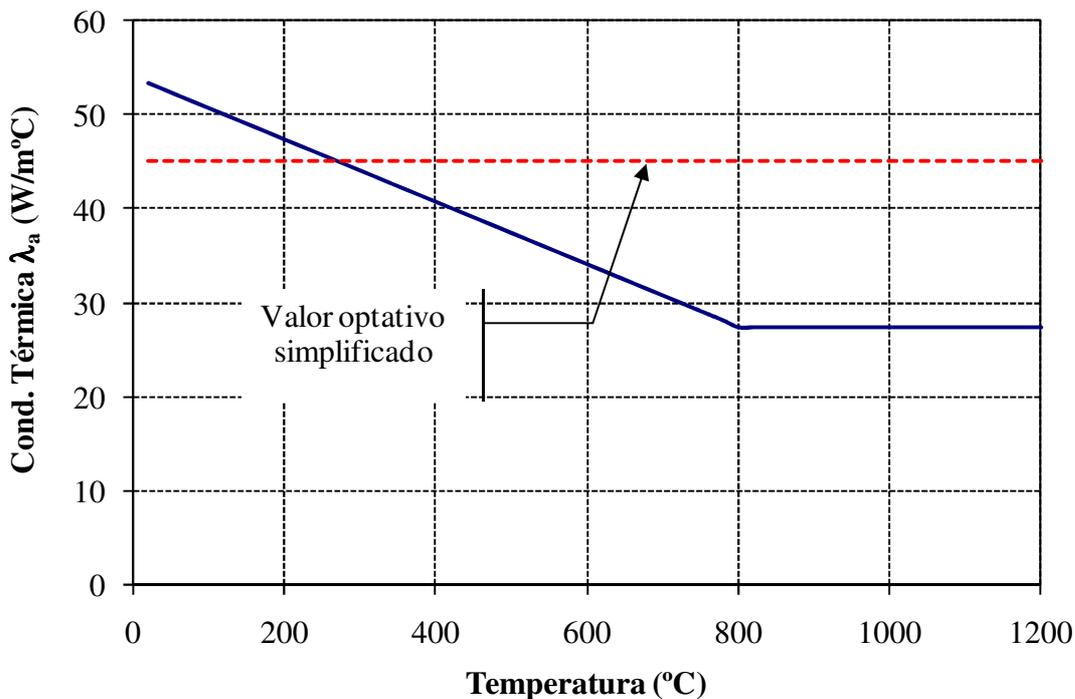


Figura D.3 – Condutividade térmica do aço em função da temperatura.

D.1.4 Massa específica

A massa específica do aço (ρ_a) pode ser considerada independente da temperatura, e igual a 7850 kg/m^3 .

D.2 PROPRIEDADES TÉRMICAS DO CONCRETO

Segundo o prNBR 14323:2011, as propriedades térmicas a serem apresentadas se aplicam, em princípio, para temperatura elevada, àqueles concretos normalmente usados na construção, para fins estruturais. Ressalta-se que os concretos de densidade normal são aqueles previstos pela ABNT 6118:2003, e os de baixa densidade por norma ou especificação estrangeira.

O prNBR 14323:2011 afirma que caso o concreto em questão possua propriedades diferentes daquelas presentes na norma, os valores destas propriedades deverão ser utilizados. No entanto, esses valores devem ser obtidos em ensaios realizados em laboratório nacional ou laboratório estrangeiro, de acordo com norma brasileira específica ou de acordo com norma ou especificação estrangeira.

As propriedades térmicas dos concretos apresentadas pelo prNBR 14323:2011 têm por base o CEN EN 1994-1-2. No Brasil, a norma que trata do dimensionamento das estruturas de concreto em situação é a ABNT 15200:2004. Essa norma não menciona nada sobre as propriedades térmicas a serem levadas em conta na no cálculo da elevação e distribuição de temperaturas na seção transversal dos elementos de concreto.

D.2.1 Alongamento relativo

- **Concreto de densidade normal**

O alongamento do concreto, considerando esse mesmo material com densidade normal, pode ser determinado, conforme esquematiza a figura D.4, pelo seguinte procedimento:

$$\Delta l_{cn} / l_{cn} = \begin{cases} 9 \cdot 10^{-6} \theta_c + 2,3 \cdot 10^{-11} \theta_c^3 - 1,8 \cdot 10^{-4} & 20 \text{ }^\circ\text{C} \leq \theta_a < 700 \text{ }^\circ\text{C} \\ 1,1 \cdot 10^{-2} & 700 \text{ }^\circ\text{C} \leq \theta_a \leq 1200 \text{ }^\circ\text{C} \end{cases} \quad (\text{D.5})$$

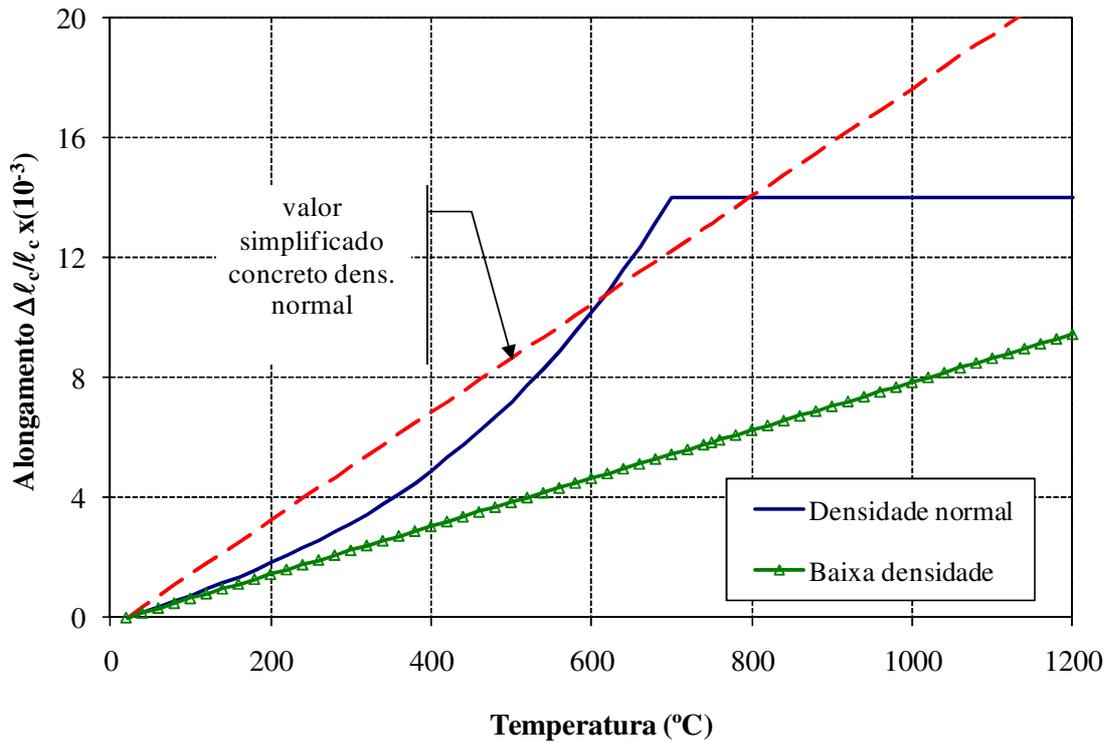


Figura D.4 – Alongamento relativo do concreto em função da temperatura.

Na equação D.5, l_{cn} é o comprimento da peça de concreto de densidade normal a 20°C, Δl_{cn} é a expansão térmica da peça de concreto de densidade normal provocada pela temperatura e θ_a é a temperatura do concreto (em °C).

De forma simplificada, o prNBR 14323:2011 permite que o alongamento relativo do concreto de densidade normal em função da temperatura seja considerado constante (linha tracejada, figura D.4). Neste caso, a equação (D.6) pode ser adotada para o alongamento relativo.

$$\frac{\Delta l_{cn}}{l_{cn}} = 1,8 \cdot 10^{-6} (\theta_c - 20) \quad (\text{D.6})$$

- **Concreto de baixa densidade**

O alongamento do concreto de baixa densidade ($\Delta l_{cb} / l_{cb}$) pode ser determinado por meio da aplicação da equação (D.7), em que l_{cb} é o comprimento da peça de concreto de baixa densidade a 20°C e Δl_{cb} é a expansão térmica da peça de concreto de densidade normal provocada pela variação de temperatura.

$$\frac{\Delta l_{cb}}{l_{cb}} = 8.10^{-6} (\theta_c - 20) \quad (D.7)$$

D.2.2 Calor específico

- **Concreto de densidade normal**

O calor específico do concreto de densidade normal (c_n), em joule por quilograma e por grau Celsius (J/kg°C), possui variação com a temperatura conforme esquematiza a figura D.5, e determinado por meio da equação (D.8), em que θ_c é a temperatura do concreto (em °C). O calor específico, admitido dependente da umidade do concreto, pode sofrer um aumento brusco de valor a partir de 100 °C, atingindo um pico com valor igual a c_c^* a 130 °C e voltando rapidamente à curva dada em (D.8) a 200 °C. Os valores de c_c^* são dados em D.9a e D.9b.

$$c_{cn} = 900 + 80 \frac{\theta_c}{120} - 4 \left(\frac{\theta_c}{120} \right)^2 \quad 20 \text{ °C} \leq \theta_c \leq 1200 \text{ °C} \quad (D.8)$$

$$c_c^* = 2020 \text{ J/kg°C} \quad \text{para concreto com teor de umidade de 10\%} \quad (D.9a)$$

$$c_c^* = 5600 \text{ J/kg°C} \quad \text{para concreto com teor de umidade de 3\%} \quad (D.9b)$$

Segundo o prNBR 14323:2011 e o CEN EN 1994:2005, de forma simplificada, o valor do calor específico pode ser considerado independente da temperatura do concreto. Neste caso, o valor deve ser igual à $c_{cn} = 1000 \text{ J/kg°C}$, conforme esquematiza a figura D.5, por meio de reta tracejada.

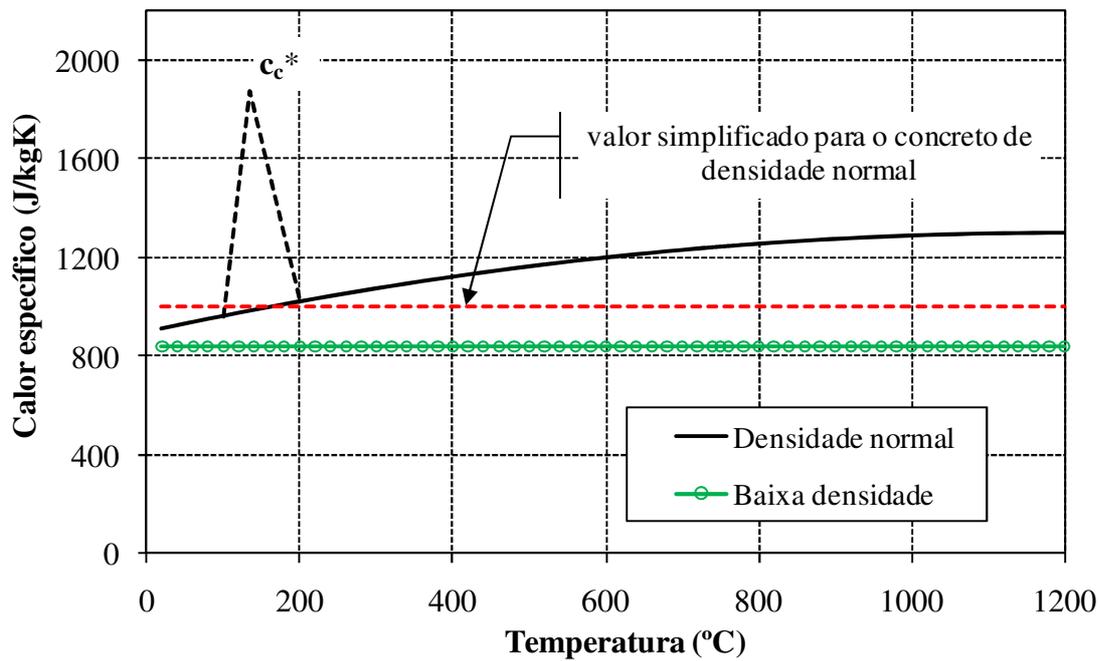


Figura D.5 – Calor específico do concreto em função da temperatura.

• Concreto de baixa densidade

O valor do calor específico do concreto de baixa densidade (c_{cb}) é considerado independente da temperatura e igual a $c_{cb} = 840 \text{ J/kg}^\circ\text{C}$.

D.2.3 Condutividade térmica

• Concreto de densidade normal

A condutividade térmica do concreto de densidade normal (λ_{cn}), em watt por metro e por grau Celsius ($\text{W/m}^\circ\text{C}$), conforme figura D.6, pode ser determinada por:

$$\lambda_{cn} = 2 - 0,24 \frac{\theta_c}{120} - 0,012 \left(\frac{\theta_c}{120} \right)^2 \quad 20^\circ\text{C} \leq \theta_c < 1200^\circ\text{C} \quad (\text{D.10})$$

Na equação θ_c é a temperatura do concreto, em grau Celsius. De forma simplificada, o valor da condutividade térmica pode ser considerado independente da temperatura do aço. Neste caso, o tal o valor pode ser tomado como $\lambda_{cn} = 1,6 \text{ W/m}^\circ\text{C}$, conforme esquematiza a figura D.6 por meio de reta tracejada.

• Concreto de baixa densidade

Valores de condutividade térmica para concreto de baixa densidade (λ_{cb}), em watt por metro e por grau Celsius ($\text{W/m}^\circ\text{C}$), estão esquematizados na figura D.6, e podem ser determinados pelas seguintes igualdades:

$$\lambda_{cb} = \begin{cases} 1,0 - \frac{\theta_c}{1600} & 20^\circ\text{C} \leq \theta_c \leq 800^\circ\text{C} \\ 0,5 & \theta_c \leq 800^\circ\text{C} \end{cases} \quad (\text{D.11})$$

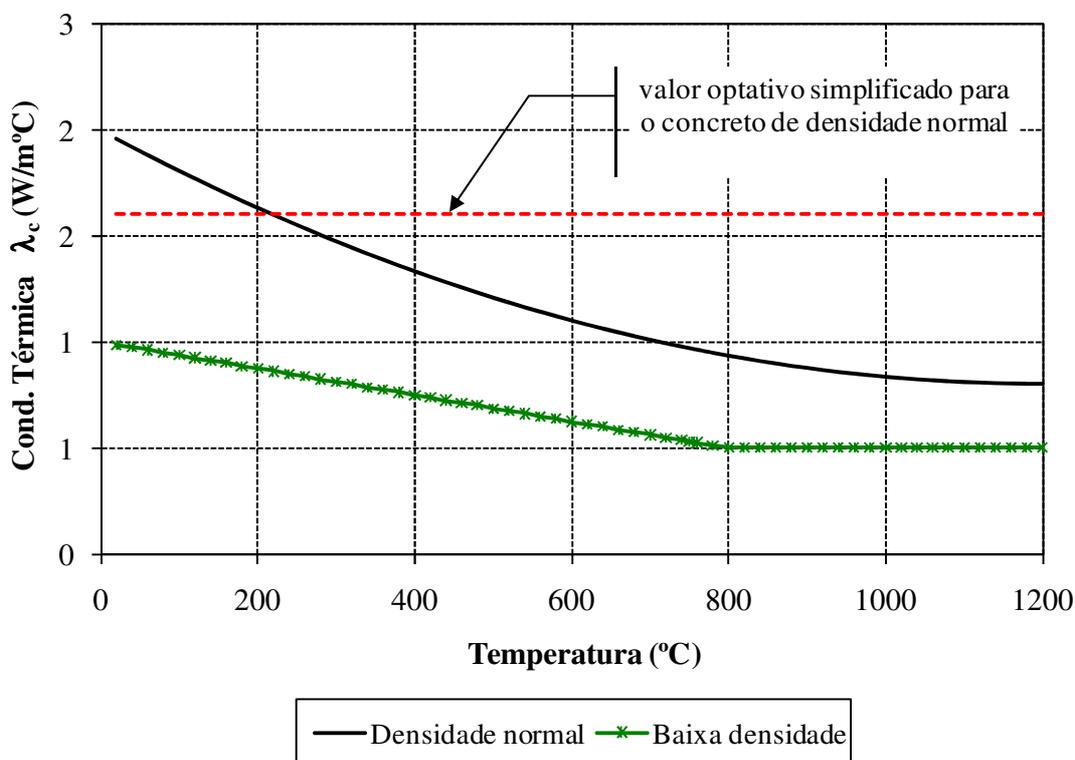


Figura D.6 – Condutividade térmica do concreto em função da temperatura.

ANÁLISE TÉRMICA VIA MODELOS SIMPLIFICADOS DE CÁLCULO

E

Como afirmado no capítulo 2, os modelos simplificados permitem obter a elevação de temperatura, de maneira homogênea, em toda a seção transversal ou em partes constituintes da seção transversal do elemento de interesse, por meio de simples equações analíticas. Tais modelos, no entanto, são disponíveis apenas para perfis de aço com e sem revestimento contra fogo, lajes mistas e vigas mistas de aço e concreto. Eles são normalmente apresentados nas normas e guias de projeto que tratam de estruturas de aço e mistas de aço e concreto em situação de incêndio.

Nesse sentido, com o intuito de apresentar informações mais detalhadas sobre os modelos simplificados, no presente anexo apresentam-se as equações simplificadas da ABNT NBR 14323:1999 e de seu projeto de revisão de maio de 2011 (prNBR 14323:2011), bem como aquelas apresentadas no Eurocodes CEN EN 1993-1-2:2005 e CEN EN 1994-1-2:2005.

E.1 HIPÓTESE DE TEMPERATURA HOMOGÊNEA NA SEÇÃO

Para a obtenção da distribuição de temperatura num elemento estrutural em situação de incêndio é, geralmente, necessário o emprego de métodos avançados de cálculo (procedimentos numéricos). Entretanto, para os casos comuns de elementos de aço, com e sem revestimento, expostos ao fogo, simples soluções analíticas podem ser obtidas possibilitando o cálculo da evolução de temperaturas de forma bastante rápida.

Em WANG (2002) destaca-se que estas soluções analíticas foram desenvolvidas lançando-se mão do “*Método da Massa Concentrada*”, isto é, toda a massa do aço é sujeita a mesma temperatura. A validade dessa hipótese depende da taxa de

transferência de calor intrínseca ao material, isto é, de sua condutividade térmica e de sua espessura.

Para uma placa totalmente imersa num fluido submetido a um súbito aumento de temperatura, por exemplo, se for assegurado que o *número de Biot* resulte menor que 0,1, a placa em questão pode ser assumida com uma distribuição uniforme de temperatura e o método em questão pode ser aplicado.

O *número de Biot* (Bi) é um número adimensional empregado em análises transientes de transferência de calor. Sua denominação é uma homenagem ao físico Jean-Baptiste Biot (1774-1862). O *número de Biot* relaciona a resistência à transferência de calor dentro de um corpo e à superfície deste mesmo corpo.

Caso o número de Biot resulte com valor maior que 0,1, implica que a condução de calor dentro de um corpo é muito mais lenta que em sua superfície e, portanto, existem gradientes de temperaturas significativos neste corpo. O número de Biot (Bi), para o caso da placa em questão, é definido na forma da equação (E.1).

$$Bi = \frac{\alpha t}{2\lambda} \quad (E.1)$$

Na equação (E.1), α é o coeficiente de transferência de calor total na superfície da placa, ou seja, é a soma dos coeficientes de transferência de calor por convecção (α_c) e radiação (α_r), ambos definidos no Anexo C. Nessa mesma equação, t é a espessura da placa e λ é a condutividade térmica da placa. De maneira aproximada, a condutividade térmica do aço pode ser tomada igual a 45 W/(m°C).

Como exemplo, para uma dada situação com a temperatura dos gases (ambiente em incêndio) igual a $\theta = 727$ °C, a temperatura no aço igual a aproximadamente 527 °C e emissividade resultante igual a 0,5, o coeficiente de transferência de calor devido à radiação, α_r , dado pela equação (E.2) apresentada no anexo C, resulta:

$$\alpha_r = \epsilon_{res} \sigma (T_2^2 + T_1^2) (T_2 + T_1)$$

$$\alpha_r = \epsilon_{res} \sigma [(\theta_2 + 273)^2 + (\theta_1 + 273)^2] [(\theta_2 + 273) + (\theta_1 + 273)]$$

$$\alpha_r = 0,5 \times 5,67 \times 10^{-8} (1000^2 + 800^2) (1000 + 800) \cong 84 \text{ W/(m}^2\text{°C)}$$

Assumindo um coeficiente de transferência de calor devido à convecção (α_c) igual a 25 W/(m² °C), têm-se um coeficiente de transferência de calor total α igual a 109 W/(m² °C). Por fim, para $Bi < 0,1$ resulta:

$$t < (0,1 \times 2 \times 45) / 109 < 0,083 \text{ m} \quad \rightarrow \quad t < \mathbf{83 \text{ mm}}$$

Nos perfis de aço usuais, as espessuras das almas, mesas ou chapas de aço constituintes desses perfis, resultam, normalmente, bem menor que o valor obtido na última operação. Portanto, o “*Método da Massa Concentrada*” pode ser usado e a hipótese de temperatura homogênea na seção resulta coerente e representativa.

E.2 TEMPERATURA EM ELEMENTOS SEM REVESTIMENTO

A figura E.1 apresenta a seção transversal de um elemento submetido à ação do fogo por todos os lados. Assumindo que a temperatura no aço é T_a (homogênea em toda a seção) e a temperatura dos gases é T_g , o equilíbrio térmico para essa situação apresentado em WANG (2002), é dado por meio da equação (E.2).

$$V \rho_a c_a \frac{dT_a}{dt} = \alpha (T_g - T_a) A \quad (\text{E.2})$$

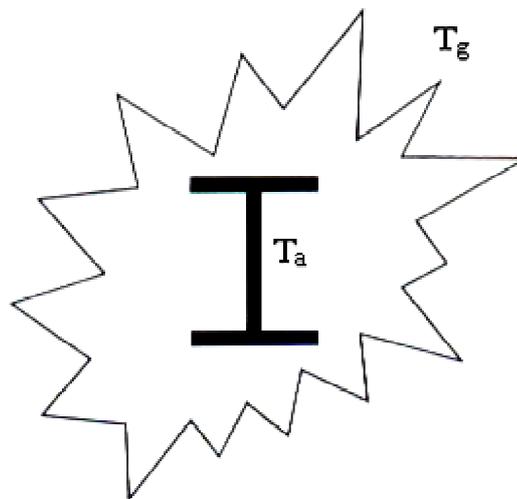


Figura E.1 – Perfil de aço exposto ao incêndio por todos os lados.
Fonte: WANG (2002).

Na equação (E.2), V e A são o volume e a área exposta da superfície do elemento de aço, respectivamente, ρ_a é a massa específica e c_a o calor específico do aço. O parâmetro α deve ser interpretado como o coeficiente total de transferência de calor, da mesma forma como foi apresentado no item anterior, isto é, a soma dos coeficientes de transferência de calor por convecção (α_c) e radiação (α_r).

O lado esquerdo da equação (E.2) representa o calor absorvido pelo elemento de aço, enquanto o lado direito representa o calor fornecido ao elemento pelos gases quentes, na unidade de tempo. Usando uma aproximação passo a passo, e assumindo um incremento de tempo compatível ($\Delta t \leq 5$ s), o incremento da temperatura do aço durante o intervalo Δt pode ser calculado por meio da equação (E.3).

$$\Delta T_a = \frac{A/V}{\rho_a c_a} \alpha (T_g - T_a) \Delta t \quad (E.3)$$

O numerador A/V apresentado na equação (E.3) é denominado *fator de massividade* ou *fator de forma do elemento* de aço e será melhor discutido na seção E.4. A equação (E.3) é adotada de forma similar pela ABNT NBR 14323:1999 e pelos CEN EN 1993-1-2:2005 e CEN EN1994-1-2:2005. A NBR 14323:1999 apresenta essa mesma equação, porém, reescrita na forma da equação (E.4).

$$\Delta \theta_{a,t} = \frac{(u/A)}{c_a \rho_a} \varphi \Delta t \quad (E.4)$$

Na equação (E.4), $\Delta \theta_{a,t}$ representa a variação da temperatura (em °C) no elemento estrutural de aço durante um intervalo de tempo Δt (em s), e u/A é o fator de massividade para elementos estruturais de aço sem revestimento contra incêndio, com unidade em m^{-1} . Com relação aos demais parâmetros da última equação, u é o perímetro exposto ao incêndio do elemento estrutural de aço (m), A é a área da seção transversal do elemento estrutural (m^2), c_a é o calor específico do aço ($J/kg^\circ C$), ρ_a é a massa específica do aço (kg/m^3) e φ é o fluxo de calor por unidade de área (W/m^2).

A equação do fluxo de calor é descrita pela equação (E.5).

$$\varphi = \varphi_c + \varphi_r \quad (E.5)$$

Das parcelas que constituem a equação (E.5), φ_c é o componente do fluxo de calor devido à convecção (W/m^2) e φ_r é o componente do fluxo de calor devido à radiação (W/m^2), representados pelas equações (E.6) e (E.7), respectivamente.

$$\varphi_c = \alpha_c (\theta_g - \theta_a) \quad (\text{E.6})$$

$$\varphi_r = 5,67 \times 10^{-8} \varepsilon_{\text{res}} \left[(\theta_g + 273)^4 - (\theta_a + 273)^4 \right] \quad (\text{E.7})$$

A equação (E.6) é a equação (C.4) (vide Anexo C) reescrita para temperaturas em grau Celsius. Da mesma forma, a equação (E.7) é a equação (C.15), reescrita para temperaturas em graus Celsius e já apresentando o valor da constante de *Stefan-Boltzman* ($\sigma = 5,67 \times 10^{-8} \text{ W/m}^2 \text{ }^\circ\text{C}^4$).

Nas equações (E.6) e (E.7), α_c é o coeficiente de transferência de calor por convecção, podendo ser tomado para os casos práticos igual a $25 \text{ W/m}^2 \text{ }^\circ\text{C}$, θ_g é a temperatura dos gases (em $^\circ\text{C}$), θ_a é a temperatura na superfície do aço (em $^\circ\text{C}$) e ε_{res} é a emissividade resultante, podendo ser tomada para os casos práticos igual a 0,5.

A equação (E.7) resulta um pouco diferente daquela equação proposta pelo CEN EN 1911-1-2:2002 e pelo prNBR 14323:2011, quanto à forma de se considerar os valores para a emissividade. Enquanto a ABNT NBR 14323:1999 fala em emissividade resultante ε_{res} , a qual pode ser tomada para situações práticas igual a 0,5, o CEN EN1991-1-2 e o prNBR 14323:2011 substituem a emissividade resultante pelo produto da emissividade do compartimento (ε_f) pela emissividade do material (ε_m), que pode assumir valor igual a 0,7, no caso do aço carbono, e igual a 0,4 no caso do aço inoxidável.

Já a equação (E.4) difere basicamente daquela apresentada pelos CEN EN 1993-1-2:2005, CEN EN 1994-1-2:2005 e prNBR 14323:2011, no referente à introdução de um fator de correção, para o efeito de sombra, denominado k_{sh} . O efeito de sombra é causado pela obstrução local à radiação térmica devido ao formato do perfil de aço. Têm influência em perfis de formato côncavo, tais como as seções I. Para as seções I, sujeitas as curvas de incêndio-padrão (definidas no Anexo A), o fator de correção para o efeito de sombra é dado pela equação (E.8).

$$k_{sh} = 0,9[u/A]_b/[u/A] \quad (E.8)$$

Na equação (E.8), $[u/A]_b$ é um fator de massividade calculado como se o perfil tivesse proteção tipo caixa (ver figura E.3b para o caso de perfil I isolado). Em todos os outros casos, o valor de k_{sh} deve ser tomado como o apresentado na equação (E.9).

$$k_{sh} = [u/A]_b/[u/A] \quad (E.9)$$

Para seções transversais de formato convexo, tais como as seções caixão e circulares vazadas completamente envolvidas pelo incêndio, o efeito de sombra não tem influência e o fator de correção k_{sh} deve ser tomado igual à unidade.

Por fim, vale mencionar que a não consideração do efeito de sombra na equação (E.4), isto é, fazer $k_{sh} = 1$, conduz a resultados conservadores.

E.3 TEMPERATURA EM ELEMENTOS COM REVESTIMENTO CONTRA FOGO

A figura (E.2) ilustra a seção transversal de um perfil de aço revestido em situação de incêndio. Assumindo novamente que a temperatura do aço é T_a (homogênea em toda a seção) e a temperatura dos gases é T_g , em WANG (2002) apresenta-se a equação (E.10), a qual busca representar o calor fornecido para o perfil de aço através do revestimento contra fogo.

$$Q = \frac{1}{1/\alpha + t_m/\lambda_m} (T_g - T_a) A \Delta t \quad (E.10)$$

Na equação (E.10), t_m é a espessura do material de revestimento, λ_m é a condutividade térmica do material de revestimento e α é o coeficiente total da transferência de calor do incêndio para o perfil.

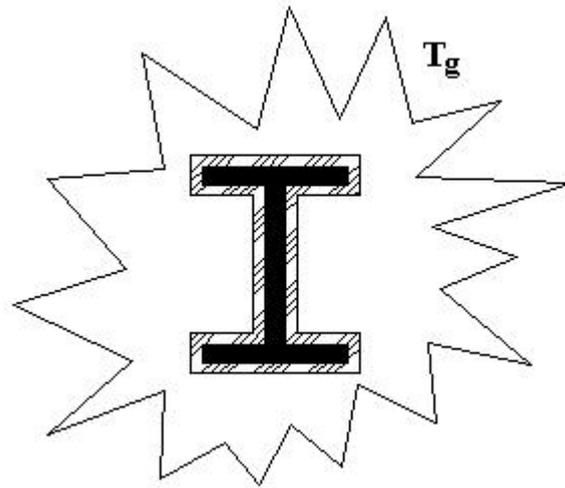


Figura E.2 – Perfil de aço com revestimento contra fogo exposto a um incêndio.

Como uma primeira aproximação, tal com feito em WANG (2002), assume-se que a temperatura do revestimento contra fogo tem seu valor igual à média da temperatura dos gases e da temperatura do aço, isto é, $T_m = \frac{1}{2}(T_g + T_a)$. Assim, o calor absorvido pelo aço e pelo revestimento é dado pela equação (E.11).

$$Q_{\text{abs}} = c_a \rho_a V \Delta T_a + c_m \rho_m t_m A_m \frac{1}{2} (\Delta T_g + \Delta T_a) \quad (\text{E.11})$$

Na equação (E.11) A_m é área exposta do revestimento contra fogo. Assumindo que o revestimento térmico é consideravelmente delgado, A_m pode ser tomada como a área da superfície do elemento de aço. Igualando as equações (E.10) e (E.11), o aumento da temperatura no aço é obtido pela equação (E.12).

$$\Delta T_a = \frac{(T_g - T_a) A_m / V}{(1/\alpha + t_m / \lambda_m) \rho_a c_a \left(1 + \frac{1}{2} \phi\right)} \Delta t - \frac{1}{\left(\frac{2}{\phi} + 1\right)} \Delta T_g \quad (\text{E.12})$$

Na equação (E.12) o termo ϕ é dado pela equação (E.13).

$$\phi = \frac{c_m \rho_m}{c_a \rho_a} t_m \frac{A_m}{V} \quad (\text{E.13})$$

O termo $1/\alpha$ na equação (E.12) é, geralmente, bastante pequeno quando comparado à resistência térmica do material de revestimento (t_m / λ_m) e pode ser

desprezado. Considerações teóricas mais detalhadas apresentadas em WICKSTRON (1982) e WICKSTRON (1985), sugerem que a equação (E.14) pode ser usada para se obter resultados mais acurados de temperatura em elementos de aço com revestimento contra fogo.

$$\Delta T_a = \frac{\lambda_m (T_g - T_a) A_m / V}{t_m \rho_a c_a \left(1 + \frac{1}{3} \phi\right)} \Delta t - (e^{\phi/10} - 1) \Delta T_g \quad (E.14)$$

A equação (E.14) é a mesma adotada pela ABNT NBR 14323:1999 e pelos CEN EN 1993-1-2:2005 e CEN EN1994-1-2:2005. Para a última equação, a ABNT NBR 14323:1999 emprega, para $\Delta \theta_{a,t} \geq 0$, a notação da equação (E.15).

$$\Delta \theta_{a,t} = \frac{\lambda_m (u_m / A) (\theta_{g,t} - \theta_{a,t})}{t_m c_a \rho_a \left(1 + \frac{\xi}{3}\right)} \Delta t - (e^{\xi/10} - 1) \Delta \theta_{g,t} \quad (E.15)$$

Na equação (E.15) o termo ξ é dado pela equação (4.16).

$$\xi = \frac{c_m \rho_m}{c_a \rho_a} t_m (u_m / A) \quad (E.16)$$

Para as equações (E.15) e (E.16), u_m/A é o fator de massividade para elementos estruturais envolvidos por material de revestimento contra incêndio (m^{-1}), enquanto u_m é o perímetro efetivo do material de revestimento contra incêndio, igual ao perímetro da face interna do material de revestimento contra incêndio mais metade dos afastamentos desta face ao perfil de aço (m).

Ainda, com relação à equação (E.16), A é a área da seção transversal do elemento estrutural (m^2), c_a é o calor específico do aço ($J/kg^\circ C$), c_m é o calor específico do material de revestimento incêndio ($J/kg^\circ C$), $\theta_{a,t}$ é a temperatura do aço no tempo t ($^\circ C$) e $\theta_{g,t}$ é a temperatura dos gases no tempo t ($^\circ C$).

Com relação as demais variáveis, t_m é a espessura do material de revestimento contra incêndio (m); λ_m é a condutividade térmica do material de revestimento contra incêndio ($W/m^\circ C$); ρ_a é a massa específica do aço (kg/m^3); ρ_m é a massa específica do material de revestimento contra incêndio (kg/m^3); Δt é o intervalo de tempo compatível

(≤ 30 s). Em substituição a equação (E.15), o prNBR 14323:2011 prescreve a equação (E.17), proposta em SILVA (1999) e SILVA (2005).

$$\Delta\theta_{a,t} = \frac{\lambda_m (u_m / A)}{t_m c_a \rho_a} \frac{(\theta_{g,t} - \theta_{a,t})}{1 + \frac{\xi}{4}} \Delta t - \frac{\Delta\theta_{g,t}}{\frac{4}{\xi} + 1} \quad (\text{E.17})$$

E.4 FATOR DE MASSIVIDADE

As equações utilizadas por meio do método simplificado de cálculo para elevação da temperatura em perfis metálicos, discutidas nos itens anteriores, mostram claramente que o aumento de temperatura está diretamente relacionado com o *fator de massividade* da seção.

Para elementos sem revestimento contra fogo, este fator é definido como a razão entre a área do elemento exposta ao fogo, A, e seu volume exposto ao fogo, V, ou seja, A/V. Para barras consideradas prismáticas, o *fator de massividade* resulta na relação entre o perímetro exposto ao fogo (u) e a área da seção reta do elemento (A), em que ℓ é um dado comprimento do elemento considerado, conforme equação (E.18).

$$\frac{A}{V} = \frac{u \ell}{A \ell} = \frac{u}{A} \quad (\text{E.18})$$

No caso de elementos revestidos, de acordo com a ABNT NBR 14323:1999, o perímetro u na equação (E.18) é substituído por u_m , definido como o perímetro efetivo do material de revestimento contra incêndio, igual ao perímetro da face interna do material de revestimento contra incêndio, somado à metade dos afastamentos desta face ao perfil de aço. Nas tabelas 3 e 4 da ABNT NBR14323:1999 são apresentadas equações para a determinação do *fator de massividade* para diversas seções, com e sem revestimento térmico.

Dois exemplos típicos do cálculo do *fator de massividade* são apresentados na figura E.3, em que b é a largura da seção de aço, d a altura da seção de aço, A é a área transversal de aço e t_w a espessura da alma.

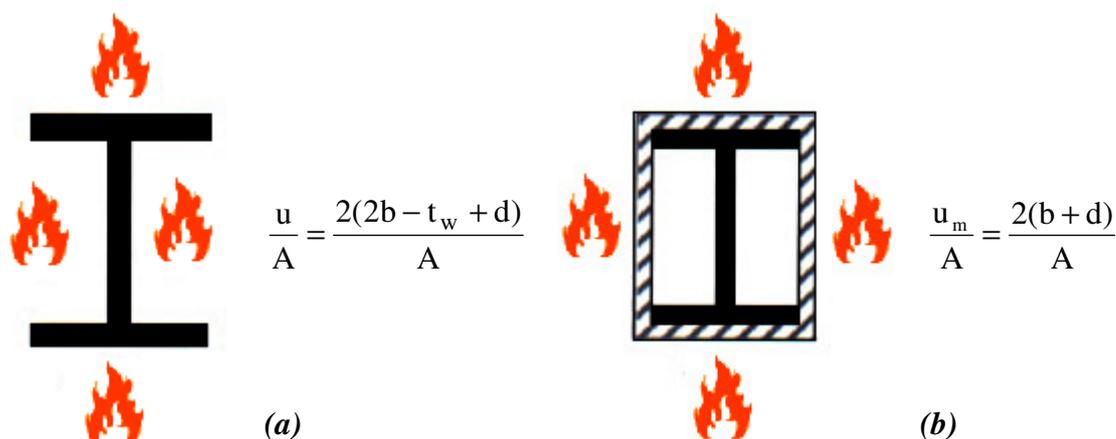


Figura E.3 – Determinação do fator de massividade: **(a)** elemento sem revestimento e **(b)** elemento com proteção tipo caixa.

Em VILA REAL (2003) se salienta que, embora tradicionalmente se utilize o termo fator de “massividade” para definir esse fator, deve-se ter em mente que o seu valor resulta tanto menor quanto maiores forem as espessuras das peças, ou seja, quanto maior a massa menor será o valor do fator em questão.

Ou ainda, um dado elemento com baixo valor do fator de massividade aquecerá mais lentamente se comparado a outro com elevado fator de massividade e, por consequência, requer menos revestimento contra fogo para atingir a mesma resistência ao fogo. Portanto, a referida designação não parece ter sido a mais acertada, conduzindo, conseqüentemente, a uma interpretação não adequada do referido parâmetro.

E.5 DETERMINAÇÃO DA ELEVAÇÃO DA TEMPERATURA EM VIGAS MISTAS DE AÇO E CONCRETO

O cálculo da elevação de temperaturas em vigas mistas de aço e concreto em situação de incêndio é previsto pela norma brasileira ABNT NBR 14323:1999, seu projeto de revisão (prNBR 14323:2011) e pelo CEN EN1994-1-2:2005.

A ABNT NBR 14323:1999 prescreve que quando a viga de aço não for envolvida por material de revestimento contra incêndio, ou possuir revestimento tipo contorno, a distribuição de temperatura no mesmo deve ser tomada como não uniforme,

com a seção transversal dividida em três partes (mesa inferior, alma e mesa superior), de acordo com a figura E.4.

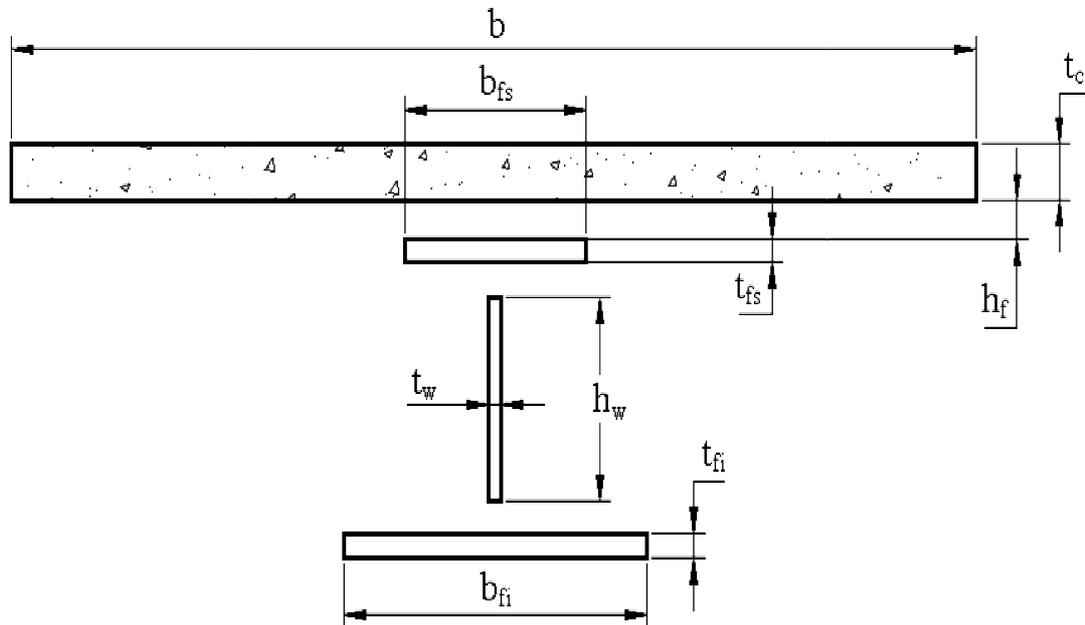


Figura E.4 – Divisão do componente da seção mista para determinação de temperatura.
Fonte: ABNT NBR 14323:1999.

Neste caso, consideram-se os seguintes aspectos:

- *considera-se que não ocorra transferência de calor entre essas partes e nem entre a mesa superior e a laje de concreto;*
- *a temperatura da alma pode ser considerada igual à temperatura da mesa inferior;*
- *o acréscimo de temperatura $\Delta\theta_{a,t}$ das mesas inferior e superior da viga de aço durante o intervalo de tempo Δt deve ser determinado conforme os itens E.2 ou E.3, respectivamente, se o perfil de aço não for revestido ou tiver revestimento tipo contorno;*

O fator de massividade u/A , ou u_m/A , deve ser determinado nas formas:

- para a mesa inferior: u/A ou $u_m/A = \frac{2(b_{fi} + t_{fi})}{b_{fi} t_{fi}}$
- para a mesa superior: u/A ou $u_m/A = \frac{(b_{fs} + t_{fs})}{b_{fs} t_{fs}}$
- sobreposta por laje maciça: u/A ou $u_m/A = \frac{2(b_{fs} + t_{fs})}{b_{fs} t_{fs}}$

Para componentes de aço em perfil I com proteção tipo caixa, uma temperatura uniforme pode ser considerada no perfil. A elevação da temperatura para esse caso deve ser obtida conforme o item E.2. O CEN EN 1994-1-2:2005 e o prNBR 14323:2011 adotam procedimento similar, porém, com a introdução de um fator de correção na equação (E.4) para o efeito de sombra em elemento sem revestimento, neste caso definido pela equação (E.19).

$$k_{sh} = 0,9 \frac{t_{fi} + t_{fs} + 1/2 b_{fi} + \sqrt{h_w^2 + 1/4(b_{fi} - b_{fs})^2}}{h_w + b_{fi} + 1/2 b_{fs} + t_{fi} + t_{fs} - t_w} \quad (E.19)$$

Segundo a ABNT NBR 14323:1999 e o prNBR 14323:2011 a temperatura da laje de concreto pode ser obtida por meio de seu anexo A, com base na tabela A.1, para concreto de densidade normal. A variação de temperatura na altura da laje pode ser obtida dividindo-se a altura da laje em um máximo de 14 fatias. Para cada fatia, a tabela A.1 da referida norma fornece a temperatura para um determinado período (TRRF) de incêndio.

INFORMAÇÕES COMPLEMENTARES SOBRE O MEF

F

Conforme mencionado no capítulo 3, no presente anexo encontram-se informações complementares em relação ao *Método dos Elementos Finitos (MEF)*. São apresentados tópicos referentes à obtenção das funções interpoladoras para os elementos bidimensionais comumente empregados em análises térmicas, bem como uma breve descrição sobre a formulação dos elementos finitos isoparamétricos e aspectos referentes à integração numérica utilizada.

F.1 FUNÇÕES DE INTERPOLAÇÃO OU FUNÇÕES DE FORMA

As funções empregadas para representar a solução aproximada dentro de cada elemento são chamadas de *funções de interpolação* ou *funções de forma*. As funções do tipo *polinomial* são as mais utilizadas, tendo em vista que podem ser mais facilmente integradas, e a precisão de sua resposta quanto aos resultados a serem obtidos pode ser melhorada aumentando sua ordem polinomial, como mostrado nas figuras F.1 e F.2, adaptadas de LEWIS et al. (2004).

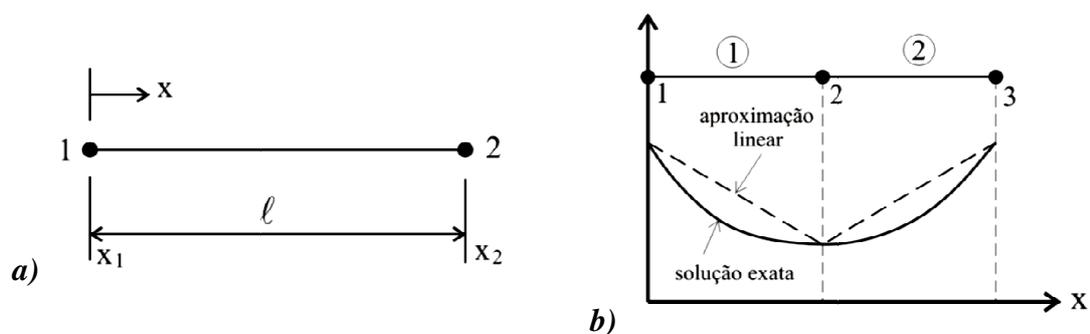


Figura F.1 – (a) Elemento finito unidimensional linear e (b) variação de temperatura linear no elemento. Adaptada de LEWIS et al. (2004).

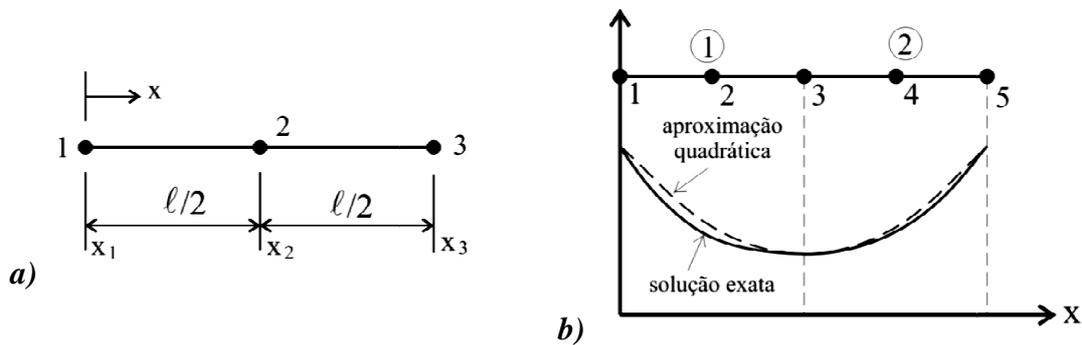


Figura F.2 – a) Elemento finito unidimensional quadrático e **(b)** variação de temperatura quadrática sobre o elemento. Adaptada de LEWIS et al. (2004).

No presente anexo são apresentadas inicialmente funções de interpolação para *elementos lineares*, como forma de se introduzir o assunto. Em seguida, são apresentadas *funções de interpolação*, do tipo *linear* e do tipo *quadrática*, para *elementos bidimensionais* com formas *retangulares* e *triangulares*.

F.2 ELEMENTO FINITO UNIDIMENSIONAL LINEAR

Considere-se um elemento linear típico com nós '1' e '2' (como ilustra a figura F.1a) e suas respectivas temperaturas nodais T_1 e T_2 . A variação de temperatura no elemento, com resposta linear, é representada pela equação (F.1).

$$T^e(x) = \omega_1 + \omega_2 x \quad (\text{F.1})$$

Na última equação, T^e é a temperatura numa dada posição x no elemento e os parâmetros ω_1 e ω_2 são constantes a serem determinadas. Para essas duas constantes, arbitrárias na representação linear, são necessárias apenas duas temperaturas nodais para a determinação de ω_1 e ω_2 , conforme indicam o conjunto de equações em (F.2).

$$\begin{aligned} T_1 &= \omega_1 + \omega_2 x_1 \\ T_2 &= \omega_1 + \omega_2 x_2 \end{aligned} \quad (\text{F.2})$$

Por meio do conjunto de equações em (F.2) se obtém as constantes de interesse, ω_1 e ω_2 , representadas no conjunto de equações em (F.3).

$$\omega_1 = \frac{T_1 x_2 - T_2 x_1}{x_2 - x_1} \quad \text{e} \quad \omega_2 = \frac{T_2 - T_1}{x_2 - x_1} \quad (\text{F.3})$$

Substituindo os valores das constantes ω_1 e ω_2 na equação (F.1), resulta a equação (F.4) que representa a solução aproximada no domínio do elemento finito considerado.

$$T^e = T_1 \left(\frac{x_2 - x}{x_2 - x_1} \right) + T_2 \left(\frac{x - x_1}{x_2 - x_1} \right) \quad (\text{F.4})$$

A equação (F.4) pode ser reescrita em uma forma mais compacta, conforme apresentado na equação (F.5).

$$T^e = N_1 T_1 + N_2 T_2 \quad (\text{F.5})$$

Na última equação, N_1 e N_2 são as denominadas *funções interpoladoras*, *funções de forma* ou *funções básicas*, nesse caso, com caráter de resposta linear. Com base na análise das equações (F.4) e (F.5), fica claro que N_1 e N_2 são dados de acordo com (F.6)

$$N_1 = \frac{x_2 - x}{x_2 - x_1} \quad \text{e} \quad N_2 = \frac{x - x_1}{x_2 - x_1} \quad (\text{F.6})$$

A equação (F.5) pode ser reescrita convenientemente em forma matricial, conforme apresentada na equação (F.7), em que $[N]$ é denominada *matriz das funções de interpolação* e $\{T\}$ é o vetor das *temperaturas desconhecidas* (de interesse).

$$T^e = [N_1 \quad N_2] \begin{Bmatrix} T_1 \\ T_2 \end{Bmatrix} = [N] \{T\} \quad (\text{F.7})$$

A temperatura, em qualquer coordenada x no elemento, é calculada com o emprego das funções de interpolação N_1 e N_2 por meio de seus respectivos valores calculados em x . A função de interpolação assume valor unitário em um dado nó, assumido como de referência, e zero no outro nó, como ilustrado na figura F.3a. Também se pode notar por meio da análise da figura F.3a, que a soma de todas as

funções de interpolação de um elemento, em qualquer posição do elemento, inclusive no contorno, é igual à unidade.

As duas propriedades descritas e comentadas no último parágrafo são características determinantes e essenciais das funções de interpolação de qualquer elemento finito. A variação de temperatura, linear, típica de um elemento finito unidimensional (ou unidirecional) é apresentada na figura F.3b.

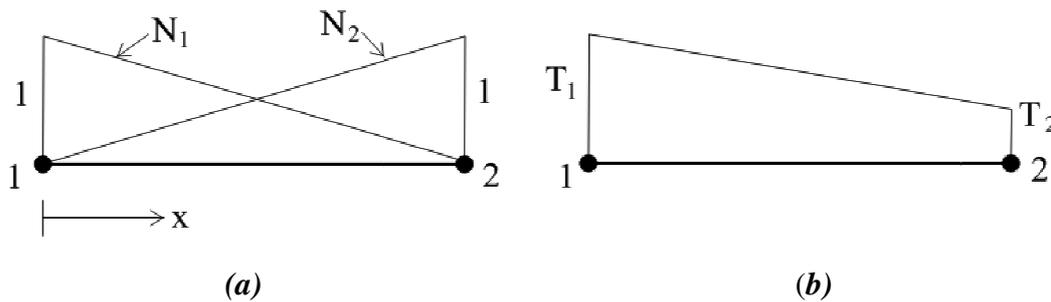


Figura F.3 – (a) Variação das funções de interpolação e (b) variação de temperatura típica de um elemento unidimensional linear.

F.3 COORDENADAS GLOBAIS, LOCAIS E NATURAIS

Na modelagem numérica com o uso de elementos finitos, é comum o uso de vários sistemas de referência. Emprega-se um *sistema global de coordenadas* para representar a localização de cada nó, a orientação de cada elemento, e para a aplicação de carregamentos e condições de contorno (em termos de suas coordenadas globais). Por outro lado, se empregam também *sistemas de coordenadas locais e naturais*, tendo em vista que essas oferecem vantagens quando da construção da geometria do elemento e do cálculo numérico de integrais.

Para o caso de *elementos finitos unidimensionais*, a relação entre a coordenada global x e a coordenada local x , no domínio do elemento finito, é dada pela igualdade $x = x_1 + x$, conforme esquematizado na figura F.4.

Substituindo x em termos de coordenadas locais na equação (F.6), se obtém o conjunto de equações (F.8), com N_1 e N_2 variando de 0 a 1 para $0 \leq x \leq \ell$.

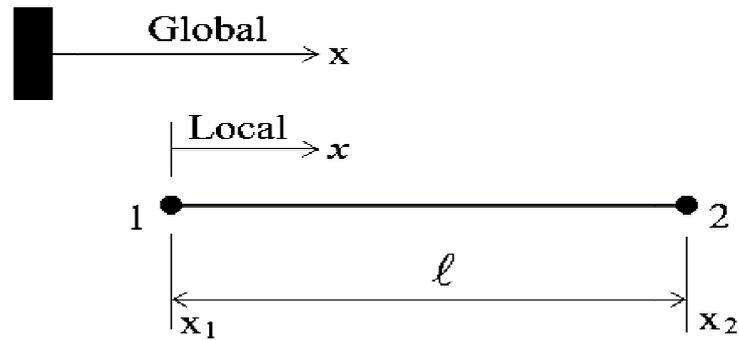


Figura F.4 – Associação entre a coordenada global x e a coordenada local x , no domínio do elemento finito.

$$N_1 = \frac{x_2 - x}{x_2 - x_1} = \frac{x_2 - (x_1 + x)}{\ell} = 1 - \frac{x}{\ell} \quad (\text{F.8})$$

$$N_2 = \frac{x - x_1}{x_2 - x_1} = \frac{(x_1 + x) - x_1}{\ell} = \frac{x}{\ell}$$

Já as coordenadas naturais basicamente são coordenadas locais em uma forma adimensional, cuja aplicação se justificativa com a necessidade do emprego de métodos numéricos no cálculo de integrais. Coordenadas naturais proporcionam ao programador a conveniência de se ter -1 e 1 como limites de integração no cálculo das matrizes de rigidez ou condutividade e capacidade calorífica.

Por exemplo, se for adotado no caso de coordenada natural unidimensional linear, resulta $\xi = \frac{2x}{\ell} - 1$, em que x é a coordenada local, para a qual se define 1 como coordenada do nó 1, e -1 como coordenada nó 2, como esquematizado na figura F.5.

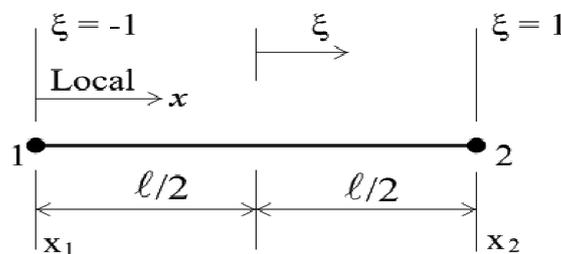


Figura F.5 – Relação entre a coordenada natural x e a coordenada natural ξ .

Pode-se então obter as funções de interpolação naturais lineares pela substituição de x por ξ em (F.8). Assim têm-se:

$$N_1 = \frac{1}{2}(1 - \xi) \quad \text{e} \quad N_2 = \frac{1}{2}(1 + \xi) \quad (\text{F.9})$$

As funções de interpolação naturais lineares possuem as mesmas propriedades das funções de interpolação lineares, isto é, a função de interpolação tem valor unitário em seu respectivo nó e zero nos nós adjacentes num dado elemento. Desta forma, a distribuição de temperatura num elemento unidimensional linear pode ser expressa pela equação (F.10).

$$T^e = N_1 T_1 + N_2 T_2 = \frac{1}{2}(1 - \xi) T_1 + \frac{1}{2}(1 + \xi) T_2 \quad (\text{F.10})$$

F.4 ELEMENTOS FINITOS BIDIMENSIONAIS

Quando uma aproximação unidimensional é insuficiente para a representação de um problema de interesse, se faz necessário o emprego de análises que permitam descrever o comportamento em mais de uma dimensão. Dentro desse contexto, nesta seção são apresentados elementos finitos que permitem analisar sua resposta em duas direções distintas, denominados usualmente por “*bidimensionais*”, dos tipos *triangular* e *retangular*, ambos de interesse para o presente trabalho.

F.4.1 Elementos finitos triangulares lineares

Usualmente, a forma geométrica mais simples que pode ser empregada para aproximação de superfícies com contornos irregulares é aquela do tipo triângulo, razão pela qual o elemento finito triangular, conforme esquematiza a figura F.5, é um dos mais utilizados na prática da modelagem numérica.

No referente à análise em campo térmico, a temperatura num elemento finito triangular, figura F.6, é representada pela função escrita na equação (F.11).

$$T^e(x, y) = \omega_1 + \omega_2 x + \omega_3 y \quad (\text{F.11})$$

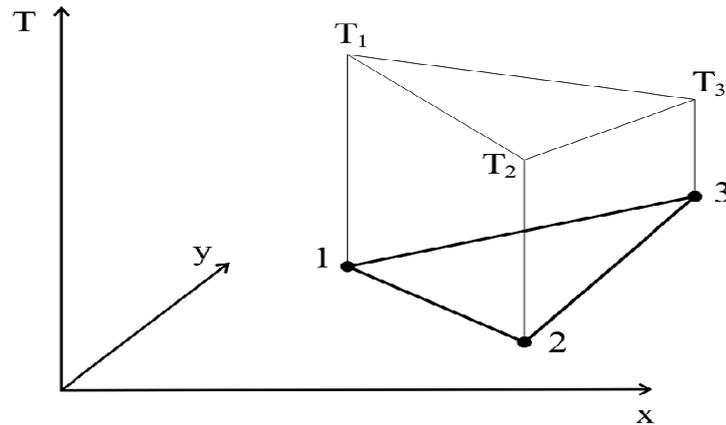


Figura F.6 – Elemento finito triangular linear.

É possível observar que a equação (F.11) representa um polinômio de primeiro grau, linear em relação às coordenadas x e y , com três coeficientes a serem determinados. Se aplicada a um elemento finito com três nós, a última equação permite obter a temperatura em cada nó dada, pelo conjunto de equações (F.12).

$$\begin{aligned} T_1 &= \omega_1 + \omega_2 x_1 + \omega_3 y_1 \\ T_2 &= \omega_1 + \omega_2 x_2 + \omega_3 y_2 \\ T_3 &= \omega_1 + \omega_2 x_3 + \omega_3 y_3 \end{aligned} \quad (\text{F.12})$$

Os valores dos coeficientes podem ser determinados por meio do conjunto de equações descrito em (F.13), cuja área do triângulo (A) se obtém pela equação (F.14).

$$\begin{aligned} \omega_1 &= \frac{1}{2A} [(x_2 y_3 - x_3 y_2) T_1 + (x_3 y_1 - x_1 y_3) T_2 + (x_1 y_2 - x_2 y_1) T_3] \\ \omega_2 &= \frac{1}{2A} [(y_2 - y_3) T_1 + (y_3 - y_1) T_2 + (y_1 - y_2) T_3] \\ \omega_3 &= \frac{1}{2A} [(x_3 - x_2) T_1 + (x_1 - x_3) T_2 + (x_2 - x_1) T_3] \end{aligned} \quad (\text{F.13})$$

$$A = \frac{1}{2} \det \begin{bmatrix} 1 & x_1 & y_1 \\ 1 & x_2 & y_2 \\ 1 & x_3 & y_3 \end{bmatrix} = \frac{1}{2} [(x_1 y_2 - x_2 y_1) + (x_3 y_1 - x_1 y_3) + (x_2 y_3 - x_3 y_2)] \quad (\text{F.14})$$

Substituindo os valores de ω_1 , ω_2 e ω_3 , dados em (F.13), na equação (F.12) e rearranjando os coeficientes de T_1 , T_2 e T_3 em forma matricial, resulta a equação (F.15), cujas funções de interpolação são dadas pela equação (F.16).

$$T^e = N_1 T_1 + N_2 T_2 + N_3 T_3 = [N_1 \quad N_2 \quad N_3] \begin{Bmatrix} T_1 \\ T_2 \\ T_3 \end{Bmatrix} \quad (F.15)$$

$$\begin{aligned} N_1 &= \frac{1}{2A} (a_1 + b_1 x + c_1 y) \\ N_2 &= \frac{1}{2A} (a_2 + b_2 x + c_2 y) \\ N_3 &= \frac{1}{2A} (a_3 + b_3 x + c_3 y) \end{aligned} \quad (F.16)$$

Para o conjunto de equações (F.16) valem:

$$\begin{aligned} a_1 &= x_2 y_3 - x_3 y_2; & b_1 &= y_2 - y_3; & c_1 &= x_3 - x_2 \\ a_2 &= x_3 y_1 - x_1 y_3; & b_2 &= y_3 - y_1; & c_2 &= x_1 - x_3 \\ a_3 &= x_1 y_2 - x_2 y_1; & b_3 &= y_1 - y_2; & c_3 &= x_2 - x_1 \end{aligned}$$

Cabe aqui ressaltar que as funções de interpolação triangulares têm as mesmas propriedades básicas que as funções de interpolação dos elementos unidimensionais. Em outras palavras, a função N_1 tem valor unitário quando calculada com relação ao nó 1, e valor igual a zero quando calculada em outros nós do elemento. Da mesma forma, a soma das funções de interpolação calculadas numa determinada posição no elemento tem valor unitário.

- **Coordenadas naturais para elementos triangulares lineares**

Seja um ponto P com coordenadas (x,y), conforme esquematiza a figura F.7. Conectando-se este ponto aos nós 1, 2 e 3, a área total do triângulo (A), em análise, passa a ser dividida em três áreas menores, denominadas A_1 , A_2 e A_3 .

Por meio da análise da figura F.7 é possível constatar que ao se mover o ponto P, de sua posição original até que o mesmo coincida com o ponto N no lado 2-3 do elemento, o valor da área A_1 resulta nula. Por outro lado, se o ponto P for movido até que o mesmo coincida com o nó 1, resulta que a área A_1 passa ser a área A do elemento.

A propriedade identificada no último parágrafo, permite definir a *coordenada natural* (ξ) como sendo a razão entre a área A_1 e a área A do elemento, com magnitude variando entre 0 e 1.

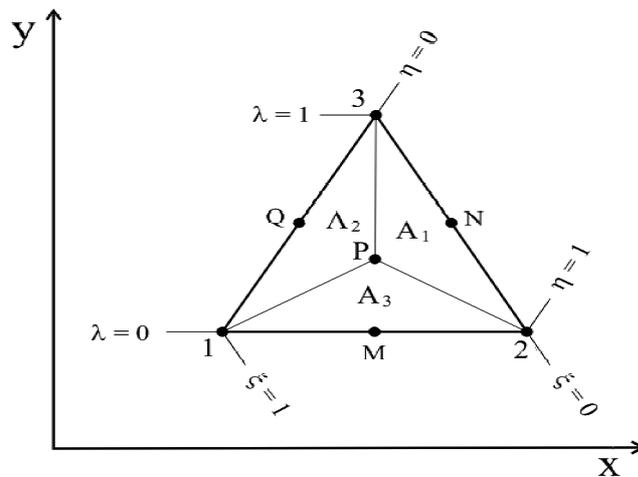


Figura F.7 – Coordenadas naturais para um elemento triangular.

Assim, as *coordenadas naturais* para um elemento triangular, cujas magnitudes variam entre 0 e 1, são definidas em (F.17), devendo-se respeitar sempre as igualdades apresentadas de (F.18) a (F.20).

$$\xi = \frac{A_1}{A} \quad \eta = \frac{A_2}{A} \quad \lambda = \frac{A_3}{A} \quad (\text{F.17})$$

$$A_1 + A_2 + A_3 = A \quad (\text{F.18})$$

$$\frac{A_1}{A} + \frac{A_2}{A} + \frac{A_3}{A} = 1 \quad (\text{F.19})$$

$$\xi + \eta + \lambda = 1 \quad (\text{F.20})$$

Pode-se ainda demonstrar que as coordenadas naturais triangulares são idênticas às funções de interpolação N_1 , N_2 e N_3 . O leitor interessado pode encontrar tal demonstração em MOAVENI (1999). Assim, escreve-se

$$\xi = N_1 \quad \eta = N_2 \quad \lambda = N_3 \quad (\text{F.21})$$

F.4.2 Elementos finitos triangulares quadráticos e cúbicos

O valor de uma dada variável de interesse, como a temperatura, por exemplo, pode ser aproximada mais adequadamente por uma função quadrática, como apresentado na equação (F.22).

$$T^e(x, y) = \omega_1 + \omega_2 x + \omega_3 y + \omega_4 x^2 + \omega_5 xy + \omega_6 y^2 \quad (\text{F.22})$$

Como existem, neste caso, seis constantes arbitrárias a serem determinadas, o elemento triangular quadrático possui seis nós, como esquematizado na figura F.8. De modo análogo àquele realizado para o *elemento triangular linear*, para o *elemento triangular quadrático* aqui proposto as seis constantes da equação (F.22) podem ser determinadas pela substituição das coordenadas nodais e das correspondentes temperaturas em cada nó, por meio de procedimento idêntico àquele realizado para o elemento linear.

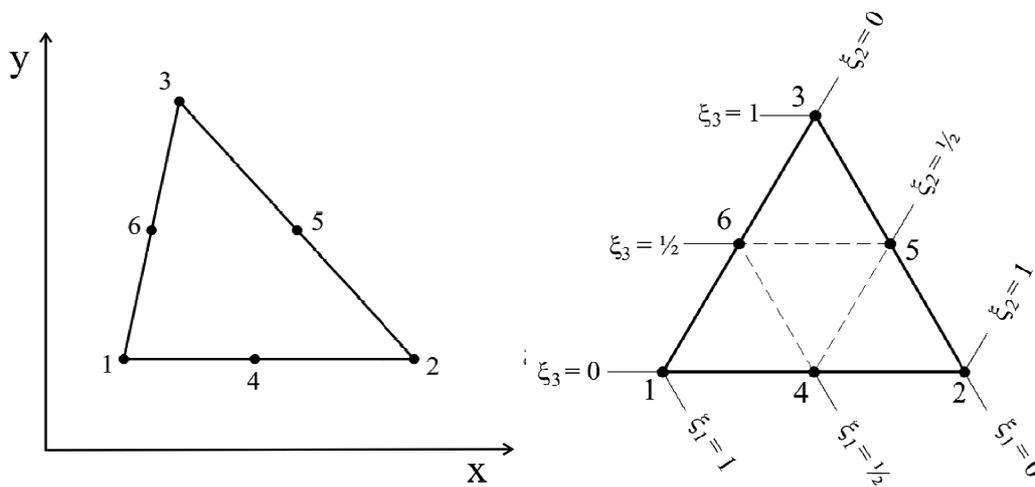


Figura F.8 – Elemento finito triangular quadrático.

Uma vez obtidos os coeficientes ω , esses são substituídos na equação (F.22) e, em seguida, são agrupados os coeficientes T_1, T_2, \dots, T_n para obtenção das funções de interpolação. No entanto, vale ressaltar que se trata de processo tedioso, razão pela qual vale destacar que em LEWIS et al. (2004) é apresentado um método geral para obtenção das funções de interpolação para elementos triangulares quadráticos e cúbicos, e mesmo de ordem superior, com base no procedimento apresentado em SILVESTER (1969).

Para o elemento da figura F.8 as funções de interpolação em coordenadas naturais são dadas pelo conjunto de equações (F.23).

$$\begin{aligned} N_1 &= \xi(2\xi - 1) & N_2 &= \eta(2\eta - 1) & N_3 &= \lambda(2\lambda - 1) = 1 - 3(\xi + \eta) + 2(\xi + \eta)^2 \\ N_4 &= 4\xi\eta & N_5 &= 4\eta\lambda = 4\eta(1 - \xi - \eta) & N_6 &= 4\xi\lambda = 4\xi(1 - \xi - \eta) \end{aligned} \quad (\text{F.23})$$

Utilizando o procedimento sugerido em SILVESTER (1969), de maneira similar ao feito em LEWIS et al. (2004), obtém-se para o elemento cúbico da figura F.9 as funções de interpolação em coordenadas naturais dadas pelo conjunto de equações (F.24).

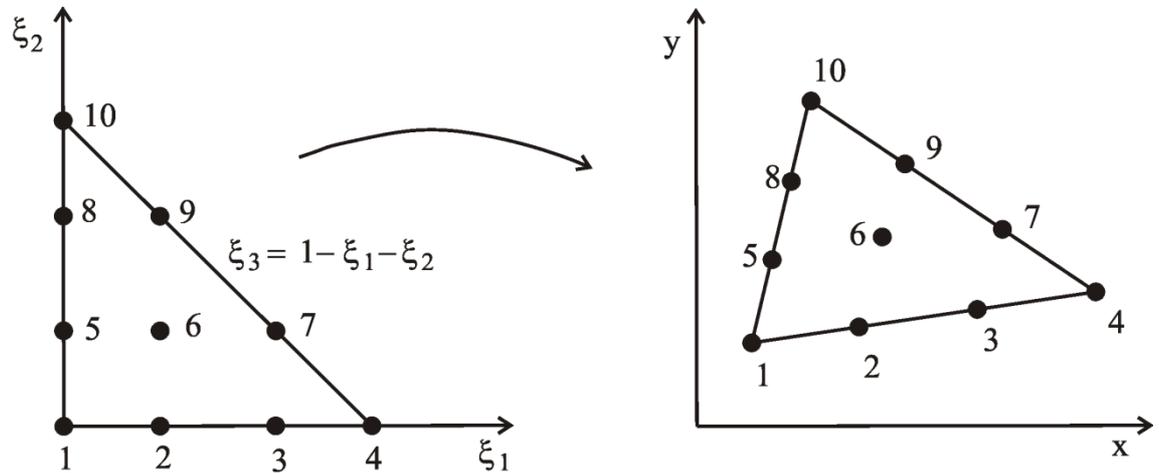


Figura F.9 – Elemento finito triangular cúbico de 10 nós.

$$\begin{aligned}
 N_1 &= \frac{9}{2} \left(\xi_1 - \frac{2}{3} \right) \left(\xi_1 - \frac{1}{3} \right) \xi_1 & N_2 &= \frac{27}{2} \left(\xi_1 - \frac{1}{3} \right) \xi_1 \xi_2 \\
 N_3 &= \frac{27}{2} \xi_1 \left(\xi_2 - \frac{1}{3} \right) \xi_2 & N_4 &= \frac{9}{2} \left(\xi_2 - \frac{2}{3} \right) \left(\xi_2 - \frac{1}{3} \right) \xi_2 \\
 N_5 &= \frac{27}{2} \left(\xi_1 - \frac{1}{3} \right) \xi_1 \xi_3 & N_6 &= \frac{27}{2} \xi_1 \xi_2 \xi_3 \\
 N_7 &= \frac{27}{2} \left(\xi_2 - \frac{1}{3} \right) \xi_2 \xi_3 & N_8 &= \frac{27}{2} \xi_1 \left(\xi_3 - \frac{1}{3} \right) \xi_3 \\
 N_9 &= \frac{27}{2} \xi_2 \left(\xi_3 - \frac{1}{3} \right) \xi_3 & N_{10} &= \frac{9}{2} \left(\xi_3 - \frac{2}{3} \right) \left(\xi_3 - \frac{1}{3} \right) \xi_3
 \end{aligned} \tag{F.24}$$

F.4.3 Elementos finitos quadrilaterais lineares

O elemento finito *quadrilateral linear* possui quatro nós, localizados nos vértices do polígono, como esquematiza a figura F.9a. Para fins de determinação do campo térmico, a temperatura no elemento pode ser representada pela equação (F.25).

$$T^e(x, y) = \omega_1 + \omega_2 x + \omega_3 y + \omega_4 xy \tag{F.25}$$

Pode-se notar que a equação (F.25) se refere a uma função que varia linearmente ao longo das arestas, e com resposta não linear no interior do elemento. Em sua forma mais simples, o elemento quadrilateral torna-se um *elemento retangular* com seus contornos perpendiculares ao sistema de coordenadas (figura F.9b).

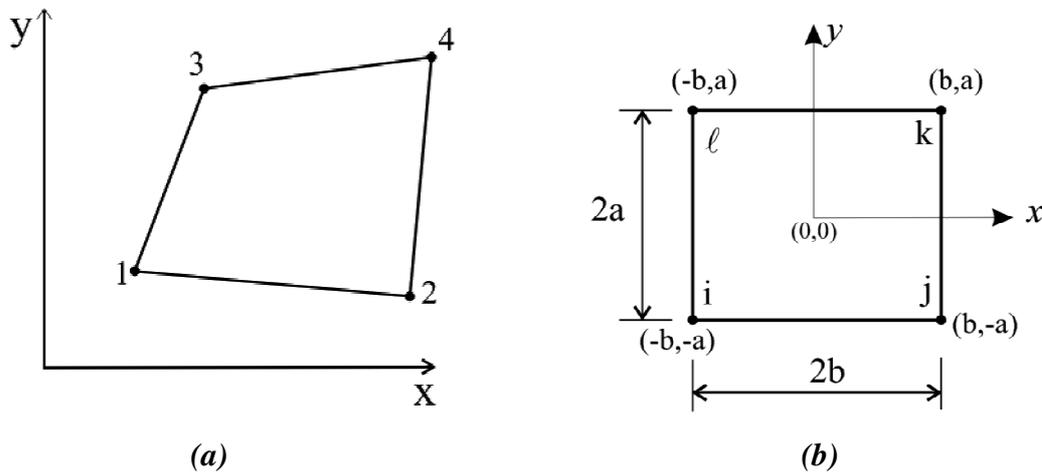


Figura F.10 – Elemento finito quadrilateral linear, considerando os tipos: (a) Elemento quadrilateral típico e (b) Elemento retangular.

A determinação das incógnitas (ω_i) referente à equação (F.25) se faz substituindo os valores de T_1 , T_2 , T_3 e T_4 na referida equação para cada um dos nós 1, 2, 3 e 4, respectivamente, considerando-se as coordenadas dos vértices apresentadas na figura F.10a, resultando na equação (F.25).

$$\begin{aligned} \omega_1 &= T_1 & \omega_2 &= \frac{1}{2b}(T_2 - T_1) \\ \omega_3 &= \frac{1}{2a}(T_4 - T_1) & \omega_4 &= \frac{1}{ab}(T_1 - T_2 + T_3 - T_4) \end{aligned} \quad (\text{F.26})$$

Substituindo as relações da equação (F.26) na equação (F.25), bem como considerando o rearranjo dos coeficientes de T_1 , T_2 , T_3 e T_4 , obtém-se a equação (F.27), já em forma matricial.

$$T^e = N_1 T_1 + N_2 T_2 + N_3 T_3 + N_4 T_4 = \begin{bmatrix} N_1 & N_2 & N_3 & N_4 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} T_1 \\ T_2 \\ T_3 \\ T_4 \end{Bmatrix} \quad (\text{F.27})$$

Para o caso particular do elemento retangular, conforme figura F.10b, as funções de interpolação da equação (F.27) resultam

$$\begin{aligned} N_1 &= \frac{1}{4ab}(b-x)(a-y) & N_2 &= \frac{1}{4ab}(b+x)(a-y) \\ N_3 &= \frac{1}{4ab}(b+x)(a+y) & N_4 &= \frac{1}{4ab}(b-x)(a+y) \end{aligned} \quad (\text{F.28})$$

Estas mesmas funções podem também ser escritas em termos de coordenadas naturais (ou adimensionais) considerando-se $\xi = x/b$ e $\eta = y/a$. O elemento retangular da figura F.10b, com base no sistema de coordenadas naturais, está representado na figura F.11. Nesse sentido, reescrevem-se as funções de interpolação de (F.28) conforme o conjunto de equações apresentado em (F.29), com $-1 \leq \xi \leq 1$ e $-1 \leq \eta \leq 1$.

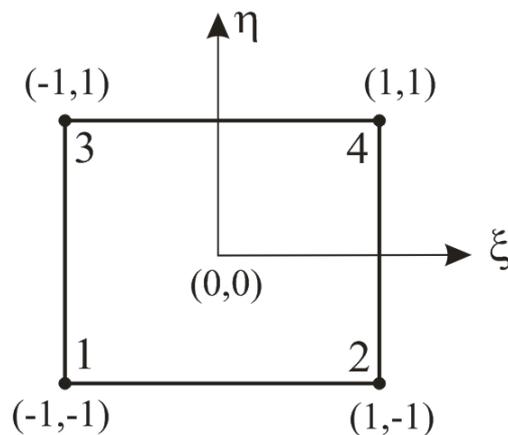


Figura F.11 – Coordenadas naturais para o elemento retangular.

$$\begin{aligned} N_1 &= \frac{1}{4}(1-\xi)(1-\eta) & N_2 &= \frac{1}{4}(1+\xi)(1-\eta) \\ N_3 &= \frac{1}{4}(1+\xi)(1+\eta) & N_4 &= \frac{1}{4}(1-\xi)(1+\eta) \end{aligned} \quad (\text{F.29})$$

F.4.4 Elementos finitos quadrilaterais quadráticos

O elemento finito do tipo *quadrilateral quadrático* possui oito nós e consiste basicamente uma versão de ordem superior do elemento quadrilateral linear. É um tipo de elemento mais indicado para o caso de problemas com contornos curvos. A esquematização desse tipo elemento é apresentada na figura F.12.

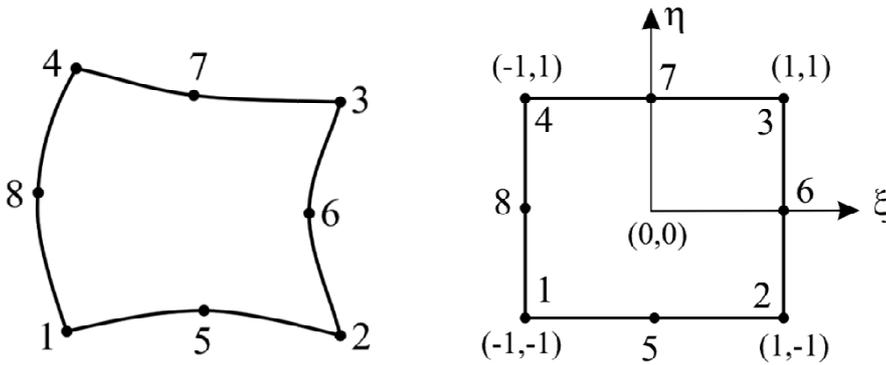


Figura F.12 – Coordenadas naturais para o elemento retangular.

Em termos de coordenadas naturais ξ e η , este elemento possui para a variável desejada, no caso a temperatura, uma aproximação descrita conforme equação (F.30).

$$T^e(\xi, \eta) = \omega_1 + \omega_2\xi + \omega_3\eta + \omega_4\xi\eta + \omega_5\xi^2 + \omega_6\eta^2 + \omega_7\xi^2\eta + \omega_8\xi\eta^2 \quad (\text{F.30})$$

O procedimento para obtenção das incógnitas (ω_i) referentes à equação (F.30) é apresentado com detalhes em diversas referências clássicas como, por exemplo, REDDY (2006), BATHE (1996), entre outras. As funções de interpolação para a equação (F.30) estão apresentadas no conjunto de equações (F.31).

$$\begin{aligned} N_1 &= -\frac{1}{4}(1-\xi)(1-\eta)(1+\xi+\eta) & N_5 &= \frac{1}{2}(1-\xi^2)(1-\eta) \\ N_2 &= \frac{1}{4}(1+\xi)(1-\eta)(-1+\xi-\eta) & N_6 &= \frac{1}{2}(1+\xi)(1-\eta^2) \\ N_3 &= \frac{1}{4}(1+\xi)(1+\eta)(-1+\xi+\eta) & N_7 &= \frac{1}{2}(1-\xi^2)(1+\eta) \\ N_4 &= -\frac{1}{4}(1-\xi)(1+\eta)(1+\xi-\eta) & N_8 &= \frac{1}{2}(1-\xi)(1-\eta^2) \end{aligned} \quad (\text{F.31})$$

F.5 ELEMENTOS FINITOS ISOPARAMÉTRICOS – DERIVADAS DAS FUNÇÕES DE INTERPOLAÇÃO

Os *elementos finitos isoparamétricos* são elementos que empregam as mesmas funções de interpolação, tanto para a variável de interesse (no caso do presente trabalho, a temperatura T), quanto para especificar a relação entre as coordenadas globais (x,y) e

as coordenadas naturais (ξ, η) . Assim, para um domínio Ω^e bidimensional de um elemento finito isoparamétrico têm-se relações de interesse, conforme equações (F.32).

$$\begin{aligned} x(\xi, \eta) &= \sum_{i=1}^n x_i N_i(\xi, \eta) & y(\xi, \eta) &= \sum_{i=1}^n y_i N_i(\xi, \eta) \\ T(\xi, \eta) &= \sum_{i=1}^n T_i N_i(\xi, \eta) \end{aligned} \quad (\text{F.32})$$

A partir das equações (F.32) é possível obter as derivadas das funções de interpolação dos elementos com relação às coordenadas x e y , necessárias para a obtenção da matriz de condutividade térmica, conforme descreve a equação (3.28) do capítulo 3. Para tanto, inicialmente se aplica a regra da cadeia nas funções de interpolação com relação às variáveis $\xi = \xi(x, y)$ e $\eta = \eta(x, y)$, resultando

$$\begin{aligned} \frac{\partial N_i}{\partial \xi} &= \frac{\partial N_i}{\partial x} \frac{\partial x}{\partial \xi} + \frac{\partial N_i}{\partial y} \frac{\partial y}{\partial \xi} \\ \frac{\partial N_i}{\partial \eta} &= \frac{\partial N_i}{\partial x} \frac{\partial x}{\partial \eta} + \frac{\partial N_i}{\partial y} \frac{\partial y}{\partial \eta} \end{aligned} \quad (\text{F.33})$$

As equações (F.33) podem ser agrupadas e reescritas na forma matricial, conforme equação (F.34), em que $[J]$ é denominada *Matriz Jacobiana da transformação de coordenadas*.

$$\begin{Bmatrix} \frac{\partial N_i}{\partial \xi} \\ \frac{\partial N_i}{\partial \eta} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial x}{\partial \xi} & \frac{\partial y}{\partial \xi} \\ \frac{\partial x}{\partial \eta} & \frac{\partial y}{\partial \eta} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \frac{\partial N_i}{\partial x} \\ \frac{\partial N_i}{\partial y} \end{Bmatrix} = [J] \begin{Bmatrix} \frac{\partial N_i}{\partial x} \\ \frac{\partial N_i}{\partial y} \end{Bmatrix} \quad (\text{F.34})$$

Pré-multiplicando a equação (F.34) por $[J]^{-1}$, se obtém a equação (F.35), a qual fornece as derivadas das funções de interpolação em relação às coordenadas globais.

$$\begin{Bmatrix} \frac{\partial N_i}{\partial x} \\ \frac{\partial N_i}{\partial y} \end{Bmatrix} = [J]^{-1} \begin{Bmatrix} \frac{\partial N_i}{\partial \xi} \\ \frac{\partial N_i}{\partial \eta} \end{Bmatrix} \quad (\text{F.35})$$

Por fim, a partir da equação (F.35) e com o emprego da definição de matriz Jacobiana, conforme equação (F.34), para um elemento finito bidimensional com n nós se reescreve a matriz Jacobiana na forma apresentada pela equação (F.36).

$$[J] = \begin{bmatrix} \sum_{i=1}^n \frac{\partial N_i}{\partial \xi} x_i & \sum_{i=1}^n \frac{\partial N_i}{\partial \eta} x_i \\ \sum_{i=1}^n \frac{\partial N_i}{\partial \xi} y_i & \sum_{i=1}^n \frac{\partial N_i}{\partial \eta} x_i \end{bmatrix} \quad (F.36)$$

F.6 SOBRE A INTEGRAÇÃO NUMÉRICA – CONSIDERAÇÕES

Para elementos finitos de ordem elevada (ou quando se define a geometria do elemento por meio de interpolação das coordenadas nodais), o cálculo da matriz de rigidez e dos vetores de forças ou fluxos nodais equivalentes, por meio de integrações analíticas, se torna consideravelmente custoso, ou até mesmo inviável. Neste caso, é recomendável alternativamente a integração numérica.

A integração numérica é realizada no domínio descrito pelas coordenadas homogêneas ou naturais e, em seguida, faz-se o mapeamento para o domínio real do elemento, descrito em coordenadas cartesianas (x,y) , como será mostrado a seguir.

F.6.1 Integração numérica em uma e duas dimensões

Considere-se inicialmente uma função contínua, $f(x)$, definida num intervalo $[a,b]$ com $a \leq x \leq b$, tal qual ilustrado na figura F.13. Para o cálculo aproximado do valor da integral definida se utiliza uma combinação linear de valores da função $f(x)$ em certos pontos x_i , com $a \leq x_i \leq b$ e certos valores ψ_i , definidos como pesos, de modo que a integral seja calculada somando-se os produtos do peso em cada ponto pelo valor da função no mesmo ponto, conforme descreve a equação (F.37).

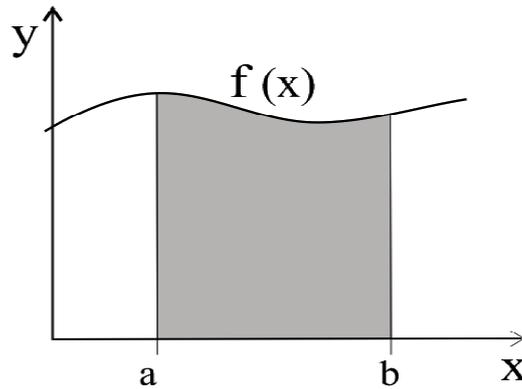


Figura F.13 – Coordenadas naturais para o elemento retangular.

$$\int_a^b f(x) dx \cong \sum_{i=1}^n \psi_i f(x_i) \quad (\text{F.37})$$

Os pontos x_i e os pesos ψ_i devem ser tais que, considerando-se um numero de pontos n no intervalo $[-1,1]$, a regra seja exata para qualquer polinômio de grau $2n-1$. Assim, para que uma integral com limites de integração arbitrários, como aquela descrita pela equação (F.37), seja reescrita com limites de integração compreendidos entre -1 e 1 , se deve proceder uma mudança de variável de x para ξ , com $-1 \leq \xi \leq 1$. Desta forma, a partir da equação (F.36), resulta a equação (F.37), em que o parâmetro J é o *Jacobiano da transformação*, apresentado anteriormente.

$$\int_a^b f(x) dx \cong J \int_{-1}^1 g(\xi) d\xi = J \sum_i \psi_i g(\xi_i) \quad (\text{F.38})$$

Para integração numérica da função $g(\xi)$ no intervalo $[-1,1]$ os pontos de integração são localizados de forma simétrica com relação ao centro do intervalo, como ilustra a figura F.14, se ressaltando o fato de que pares simétricos de pontos devem ter o mesmo peso ψ_i .

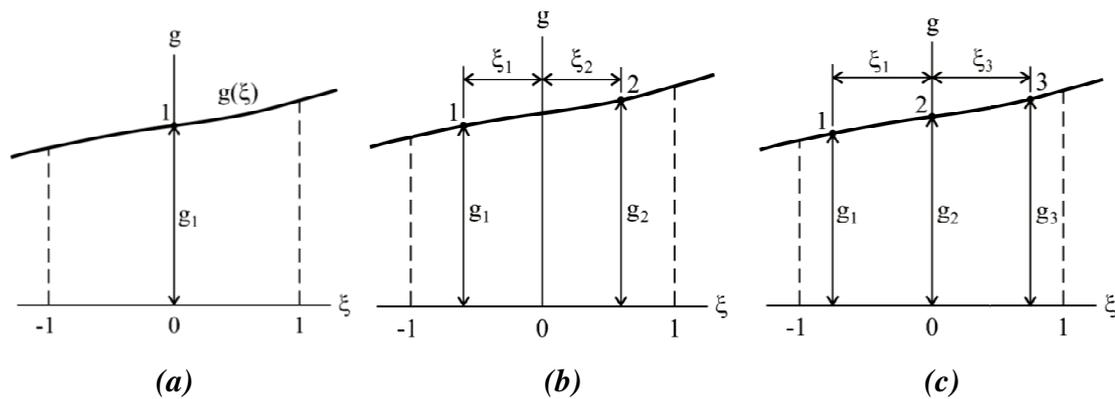


Figura F.14 – Quadratura de Gauss para cálculo numérico da integral sobre a curva $g(\xi)$ no intervalo $[-1,1]$ empregando (a) um ponto, (b) dois pontos e (c) três pontos de integração (também denominados de pontos de Gauss).

A tabela F.1 apresenta a localização dos pontos de integração e seus respectivos pesos para a quadratura de Gauss no intervalo $[-1,1]$. Estes dados são também chamados de *coeficientes de Gauss-Legendre*, em razão de a localização dos pontos de integração resultarem numericamente coincidentes com as raízes dos polinômios de Legendre (COOK et al.,1989).

Tabela F.1 – Pontos de integração e os respectivos pesos para a quadratura de Gauss-Legendre no intervalo $[-1,1]$.

nº de pontos de Gauss	Coordenada ξ_i	Peso ψ_i
n = 1	0	2
n = 2	1/3	1
n = 3	$\pm \sqrt{0,6}$	5/9
	0	8/9
n = 4 ($r = \sqrt{1,2}$)	$\pm \sqrt{\frac{(3+2r)}{7}}$	$\frac{1}{2} - \frac{1}{6r}$
	$\pm \sqrt{\frac{(3-2r)}{7}}$	$\frac{1}{2} + \frac{1}{6r}$

Em princípio, para integrações com duas ou três variáveis independentes poder-se-ia também determinar as posições dos pontos de integração e dos correspondentes pesos que conduzam ao melhor resultado para a integração numérica. Contudo, o usual

é adotar sucessivamente a integração unidimensional de Gauss-Legendre para cada uma das variáveis independentes (SORIANO, 2003), por se verificar a obtenção de resultados satisfatórios.

Em duas dimensões, se considera a função $g(\xi, \eta)$ definida no domínio $-1 \leq \xi \leq 1$ e $-1 \leq \eta \leq 1$. Tal função, se integrada primeiro em relação à variável ξ e, posteriormente, em relação à variável η , resulta na equação da integral numérica em duas dimensões apresentada na equação (F.39).

$$\int_{-1}^1 \int_{-1}^1 g(\xi, \eta) d\xi d\eta = \sum_i \sum_j \psi_i \psi_j g(\xi_i, \eta_j) \quad (\text{F.39})$$

A figura F.15 esquematiza a localização dos pontos de Gauss em elementos quadrilaterais com 4 e 9 pontos de integração.

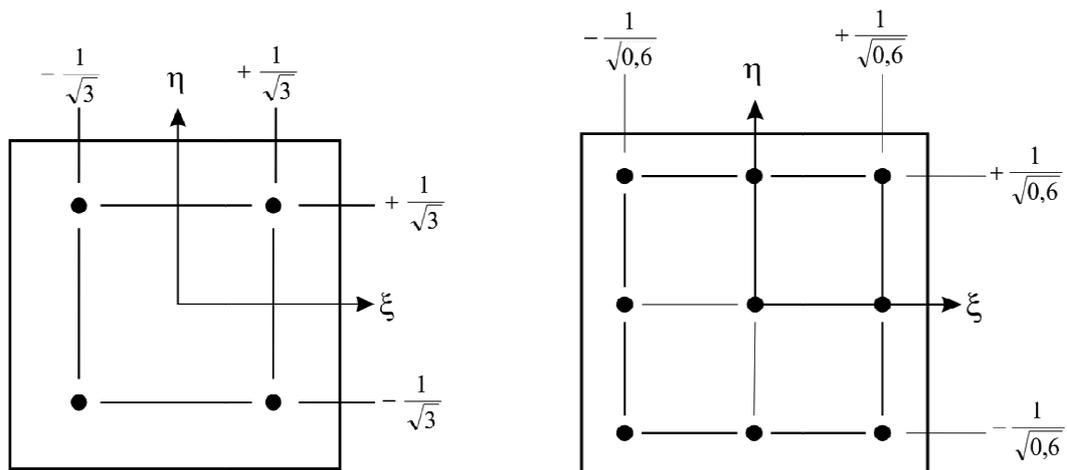


Figura F.15 – Localização dos pontos de Gauss em elementos quadrilaterais com 4 e 9 pontos de integração.

F.6.2 Integração em Domínios Triangulares

Para os elementos triangulares, foram desenvolvidos procedimentos de integração numérica com a quadratura de Gauss nas coordenadas naturais triangulares (ou coordenadas triangulares), os quais podem ser vistos mais detalhadamente em REDDY (2006), SORIANO (2003) ou em COOK et al. (1989). A integral numérica para os elementos triangulares em coordenadas naturais é dada conforme equação (F.40).

$$\int_A f(x, y) dA = \int_0^1 \int_0^{1-\xi_1} g(\xi_1, \xi_2, \xi_3) \det J d\xi_2 d\xi_1 = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n \psi_i g_i(\xi_1, \xi_2, \xi_3) \det J \quad (\text{F.40})$$

A figura F.15 ilustra a localização dos pontos de integração para os casos de 1, 3, 5 e 7 pontos de integração, de acordo com REDDY (2006).

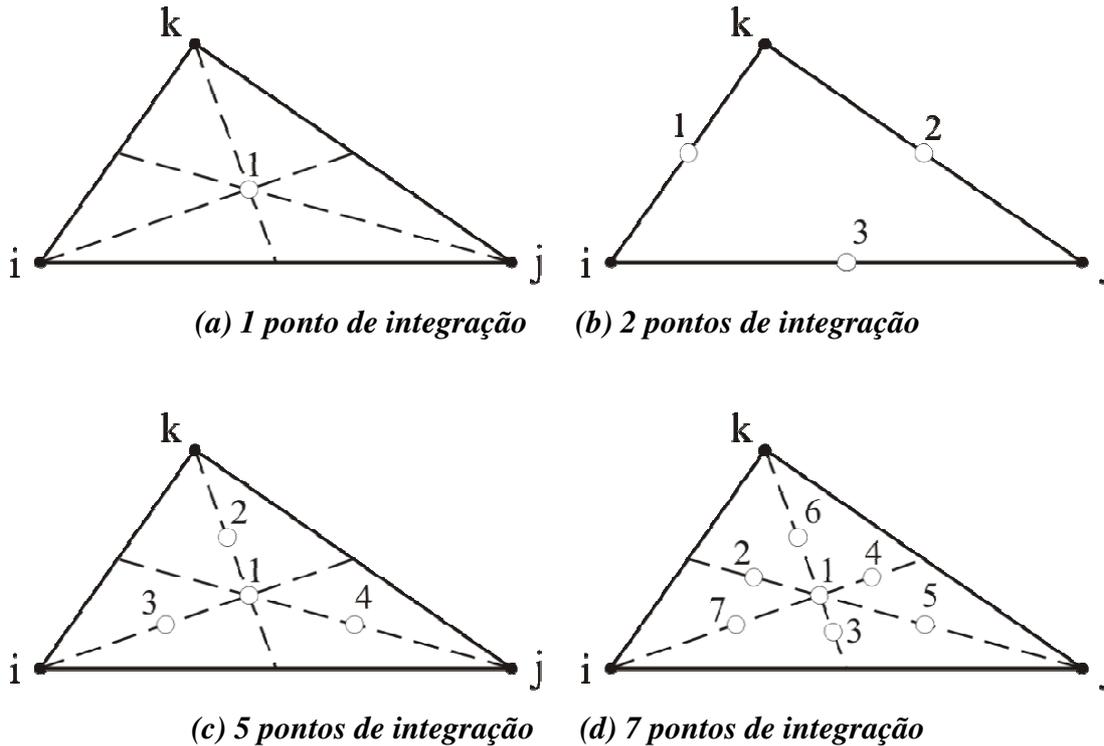


Figura F.16 – Localização geométrica dos pontos de integração em coordenadas triangulares.

Na tabela F.2 são apresentados, além da localização dos pontos de Integração (também conhecidos como pontos de Hammer), os fatores-peso nas coordenadas triangulares.

Tabela F.2 – Pontos de integração e os respectivos pesos de integração nas coordenadas triangulares. FONTE: REDDY (2006)

nº de pontos	Ponto de Gaus	Coordenada			Peso ψ_i	Ordem do polinômio
		ξ_1	ξ_2	ξ_3		
n = 1	1	1/3	1/3	1/3	1	1
n = 3	1	1/2	0	1/2	1/3	2
	2	0	1/2	1/2	1/3	
	3	1/2	1/2	0	1/3	
n = 4	1	1/3	1/3	1/3	-27/48	3
	2	0,6	0,2	0,2	25/48	
	3	0,2	0,6	0,2	25/48	
	4	0,2	0,2	0,6	25/48	
n = 7	1	1/3	1/3	1/3	0,225	5
	2	α_1	β_1	β_1	ψ_A	
	3	β_1	α_1	β_1	ψ_A	
	4	β_1	β_1	α_1	ψ_A	
	5	α_2	β_2	β_2	ψ_B	
	6	β_2	α_2	β_2	ψ_B	
	7	β_2	β_2	α_2	ψ_B	

$$\alpha_1 = 0,797426985353;$$

$$\beta_1 = 0,101286507323$$

$$\alpha_2 = 0,059715871789;$$

$$\beta_2 = 0,470142064105$$

$$\psi_A = 0,125939180544$$

$$\psi_B = 0,132394152788$$

***PROCEDIMENTO VIA MEFP PARA
RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS COM O
EMPREGO DO ELEMENTO FINITO DE
PÓRTICO NÃO LINEAR 3-D***

ANEXO

G

No presente anexo, descreve-se o procedimento de cálculo para análises estruturais elásticas não-lineares via MEFP (Método dos Elementos Finitos Posicional), considerando a formulação do elemento finito introduzido no capítulo 5. Além disso, se descreve também a aplicação do método de Newton-Raphson para obtenção da solução em problemas não lineares analisados por meio do MEFP segundo CODA (2008).

G.1 PROCEDIMENTO NUMÉRICO PARA SOLUÇÃO DO PROBLEMA VIA MEFP

Inicialmente, calcula-se para a cinemática enriquecida, equações (5.20) e (5.28), apresentadas no capítulo 5, os gradientes da função mudança de configuração A^0 e A^1 , bem como se define energia por unidade de volume e energia potencial total. O equilíbrio da estrutura é obtido por meio da minimização do funcional da energia potencial total.

A fim de se organizar o procedimento numérico do MEFP para esta formulação, as variáveis γ_1 e γ_2 , descritas no capítulo 5, são reescritas segundo um único padrão, como apresentado em CODA (2008), ou seja, γ_1 é substituído por ξ_2 e γ_2 é substituído por ξ_3 . Os parâmetros nodais para as configurações atual e inicial são dados nas equações (G.1) e (G.2), respectivamente.

$$\left\{ Y_1^m \quad Y_2^m \quad Y_3^m \quad \Lambda^1 \quad g_1^1 \quad g_2^1 \quad g_3^1 \quad \Lambda^2 \quad g_1^2 \quad g_2^2 \quad g_3^2 \quad W \right\}_\ell^T = \left\{ Y_1 \quad Y_2 \quad Y_3 \quad Y_4 \quad Y_5 \quad Y_6 \quad Y_7 \quad Y_8 \quad Y_9 \quad Y_{10} \quad Y_{11} \quad Y_{12} \right\}_\ell^T \quad (G.1)$$

$$\begin{Bmatrix} X_1^m & X_2^m & X_3^m & 0 & V_1^1 & V_2^1 & V_3^1 & 0 & V_1^2 & V_2^2 & V_3^2 & 0 \end{Bmatrix}_\ell^T = \quad (G.2)$$

$$\begin{Bmatrix} X_1 & X_2 & X_3 & 0 & X_5 & X_6 & X_7 & 0 & X_9 & X_{10} & X_{11} & 0 \end{Bmatrix}_\ell^T$$

Nesse sentido, considerando a notação apresentada nas equações (G.1) e (G.2), as equações (5.20) e (5.28), vide capítulo 5, são reescritas na forma apresentadas pelas equações (G.3) e (G.4).

$$f_i^0 = x_i = \varphi_\ell(\xi_1)X_{i\ell} + \alpha^j \psi^j(\xi_2, \xi_3)X_{(i+4)\ell} \varphi_\ell(\xi_1) + \beta^j \psi^j(\xi_2, \xi_3)X_{(i+8)\ell} \varphi_\ell(\xi_1) \quad (G.3)$$

$$\begin{aligned} f_i^1 = y_i = & \varphi_\ell(\xi_1)Y_{i\ell} + \alpha^j \psi^j(\xi_2, \xi_3)Y_{(i+4)\ell} \varphi_\ell(\xi_1) + \beta^j \psi^j(\xi_2, \xi_3)Y_{(i+8)\ell} \varphi_\ell(\xi_1) + \\ & \{[\alpha^j \psi^j(\xi_2, \xi_3)]^2 (Y_{4\ell} \varphi_\ell(\xi_1))\} Y_{(i+4)\ell} \varphi_\ell(\xi_1) + \\ & \{[\beta^j \psi^j(\xi_2, \xi_3)]^2 (Y_{8\ell} \varphi_\ell(\xi_1))\} Y_{(i+8)\ell} \varphi_\ell(\xi_1) + \\ & [D_\ell^{el} \psi_\ell(\xi_2, \xi_3)] \zeta_{ijk} [Y_{(j+4)\ell} \varphi_\ell(\xi_1)] [Y_{(k+8)\ell} \varphi_\ell(\xi_1)] \varphi_\ell(\xi_1) Y_{12\ell} \end{aligned} \quad (G.4)$$

Assim, os gradientes A^0 e A^1 podem ser determinados a partir das equações (E.3) e (E.4), de acordo com as equações (G.5) e (G.6).

$$A_{im}^0 = \frac{\partial f_i^0}{\partial \xi_m} \quad (G.5)$$

$$A_{im}^1 = \frac{\partial f_i^1}{\partial \xi_m} \quad (G.6)$$

O tensor do alongamento de Cauchy-Green à direita (C) é dado pela equação (5.18) e o tensor de deformação de Green (\mathbb{E}) é dado pela equação (5.19). Adota-se aqui, para descrever o procedimento de análise via MEFP, lei constitutiva elástica linear, tendo por base a deformação de Green. Com base nestas considerações resulta a equação (G.7) que define a energia de deformação unitária em relação ao volume inicial.

$$u_e = \frac{1}{2} \mathbb{E}_{ij} C_{ijkl} \mathbb{E}_{kl} \quad (G.7)$$

A equação (G.7) é comumente conhecida como lei constitutiva de Saint - Venant - Kirchhoff (HOLZAPFEL, 2000). Além disso, o tensor de tensões de Piolla-Kirchhoff

de segunda espécie (denominado de S) é o conjugado energético do tensor de deformação de Green, dado pela equação (G.8), cujo tensor constitutivo elástico é dado pela equação (G.9).

$$S_{ij} = \frac{\partial u_e}{\partial E_{ij}} = C_{ijkl} E_{kl} \quad (G.8)$$

$$C_{ijkl} = \frac{2G\nu}{1-2\nu} \delta_{ij} \delta_{kl} + G(\delta_{ik} \delta_{jl} + \delta_{il} \delta_{jk}) \quad (G.9)$$

Na equação (G.9), G é o modulo elasticidade transversal dado pela equação (G.10), em que E é o módulo de elasticidade longitudinal e ν é o coeficiente de Poisson.

$$G = \frac{E}{2(1+\nu)} \quad (G.10)$$

A relação entre a tensão verdadeira (Tensão de Cauchy - T) e a Tensão de Piolla-Kirchhoff de segunda espécie é dada em (G.11).

$$T = \frac{1}{\det(A)} ASA^t \quad \text{ou} \quad T_{ij} = \frac{1}{\det(A)} A_{im} S_{mk} A_{jk} \quad (G.11)$$

A energia potencial total (Π) é descrita pela equação (G.12) como função da energia de deformação (equação G.7) e do potencial das forças externas.

$$\Pi = \int_{V_0^{el}} u_e dV_0^{el} - F_{nodj} Y_{nodj} \quad (G.12)$$

Na equação (G.12), o índice “0” representa o volume inicial, “nod” representa o nó, “el” representa o elemento finito e “j” representa um parâmetro nodal. Pelo princípio da mínima energia potencial, o corpo está em equilíbrio quando é satisfeita a igualdade da equação (G.13).

$$\frac{\partial \Pi}{\partial Y_{nodk}} = \int_{V_0^{el}} \frac{\partial u_e(Y_{fi})}{\partial Y_{nodk}} dV_0^{el} - F_{nodk} = 0 \quad (G.13)$$

A energia de deformação (u_e) é escrita em função dos parâmetros nodais que relacionam as equações de (G.3) a (G.7). A equação (G.13) pode ser reescrita de uma maneira mais concisa, como aquela apresentada na equação (G.14) em que F_{nodk}^{int} é a força interna.

$$F_{nodk}^{int} - F_{nodk} = 0 \quad (G.14)$$

A força interna F_{nodk}^{int} é o conjugado energético das posições nodais. Assim escreve-se a equação (G.15).

$$F_{nodk}^{int} = \int_{V_0^{el}} \frac{\partial u_e(Y_{/i})}{\partial Y_{nodk}} dV_0^{el} = \int_{V_0^{el}} C_{\alpha\beta im} \mathbb{E}_{im} \frac{\partial \mathbb{E}_{\alpha\beta}}{\partial Y_{nodk}} dV_0^{el} \quad (G.15)$$

As derivadas da deformação com relação às posições são obtidas da maneira como descrita a seguir. Primeiramente, relacionando-se as equações (5.17) a (5.19), vide capítulo 5, e, por simplicidade, omitindo-se alguns índices escreve-se a equação (G.16), em que A^0 é constante e as derivadas da deformação com relação às posições são obtidas de acordo com a equação (G.17)

$$\mathbb{E} = \frac{1}{2} \{ [(A^0)^t]^{-1} (A^1)^t A^1 (A^0)^{-1} - I \} \quad (G.16)$$

$$\frac{\partial \mathbb{E}}{\partial Y_{nodk}} = \frac{1}{2} \left\{ [(A^0)^t]^{-1} \frac{\partial (A^1)^t}{\partial Y_{nodk}} A^1 (A^0)^{-1} + [(A^0)^t]^{-1} (A^1)^t \frac{\partial A^1}{\partial Y_{nodk}} (A^0)^{-1} \right\} \quad (G.17)$$

Por fim, percebe-se pela análise dos equacionamentos apresentados que a equação de equilíbrio (G.14) é claramente não-linear com relação aos parâmetros nodais Y_{nodk} (ver equações G.1 e G.2). Para resolver o equilíbrio estático do corpo é necessário adotar um procedimento de solução não-linear, como o método de Newton-Raphson, por exemplo, a ser aplicado a seguir.

G.2 O MÉTODO DE NEWTON-RAPHSON APLICADO AO MEFP

Para aplicação do procedimento de Newton-Raphson na obtenção da solução do problema não-linear, reescreve-se a equação (G.14) na forma apresentada na equação (G.18), na qual os índices serão omitidos por simplicidade.

$$g(Y) = \frac{\partial U_e}{\partial Y} - F = 0 \quad (G.18)$$

Aplicando-se a expansão em série de Taylor de primeira ordem à equação (G.18), resulta como produto a equação (G.19).

$$0 = g(Y) \cong g(Y^0) + \nabla g(Y^0) \Delta Y \quad (G.19)$$

Na equação (G.19) $Y^0 = Y_{\text{nodk}}^{\text{trial}}$ é a tentativa de obtenção de posição como solução, a qual é usualmente a posição inicial do passo de carga, na primeira tentativa. O gradiente de g , denominado matriz Hessiana, é dado pela equação (G.20).

$$H = \nabla g(Y^0) = \left. \frac{\partial^2 \Pi}{\partial Y^2} \right|_{Y^0} \quad \text{ou} \quad H_{kj} = \frac{\partial^2 \Pi}{\partial Y_k \partial Y_j} = \frac{\partial^2 U_e}{\partial Y_k \partial Y_j} \quad (G.20)$$

Na equação (G.20), os caracteres k e j representam os índices globais referidos aos graus de liberdade do problema. Com base em (G.20) rearranja-se a equação (G.19) resultando na equação (G.21).

$$\Delta Y = -(\nabla g(Y^0))^{-1} g(Y^0) \quad (G.21)$$

Utilizando as tentativas para as posições nodais $Y_{\text{nodk}}^{\text{trial}}$, encontra-se um valor numérico (tentativa) F^{int} com (G.15) por meio das equações (G.3) a (G.7) e (G.17) e, conseqüentemente, um valor para a força $g(Y^0)$, vide equação (G.19), que representa ausência de equilíbrio. Assim, por meio da equação (G.21) calcula-se uma correção ΔY para a posição de tentativa, de modo a se obter uma nova posição de tentativa, como feito na equação (G.22).

$$Y^0 = Y^0 + \Delta Y \quad (G.22)$$

Com esta nova tentativa (Y^0) retorna-se a equação (G.21) para obtenção de um novo valor de correção até que a condição apresentada na equação (G.23) seja verificada, considerando-se um valor de tolerância (TOL) pequeno.

$$\|g(Y)\| / \|g(Y^0)\| \leq \text{TOL} \quad \text{ou} \quad \|\Delta Y\| / \|Y^0\| \leq \text{TOL} \quad (G.23)$$

Adicionalmente, para completar o procedimento de cálculo de $H = \nabla g(Y^0)$ são apresentadas as equações (G.24) e (G.25).

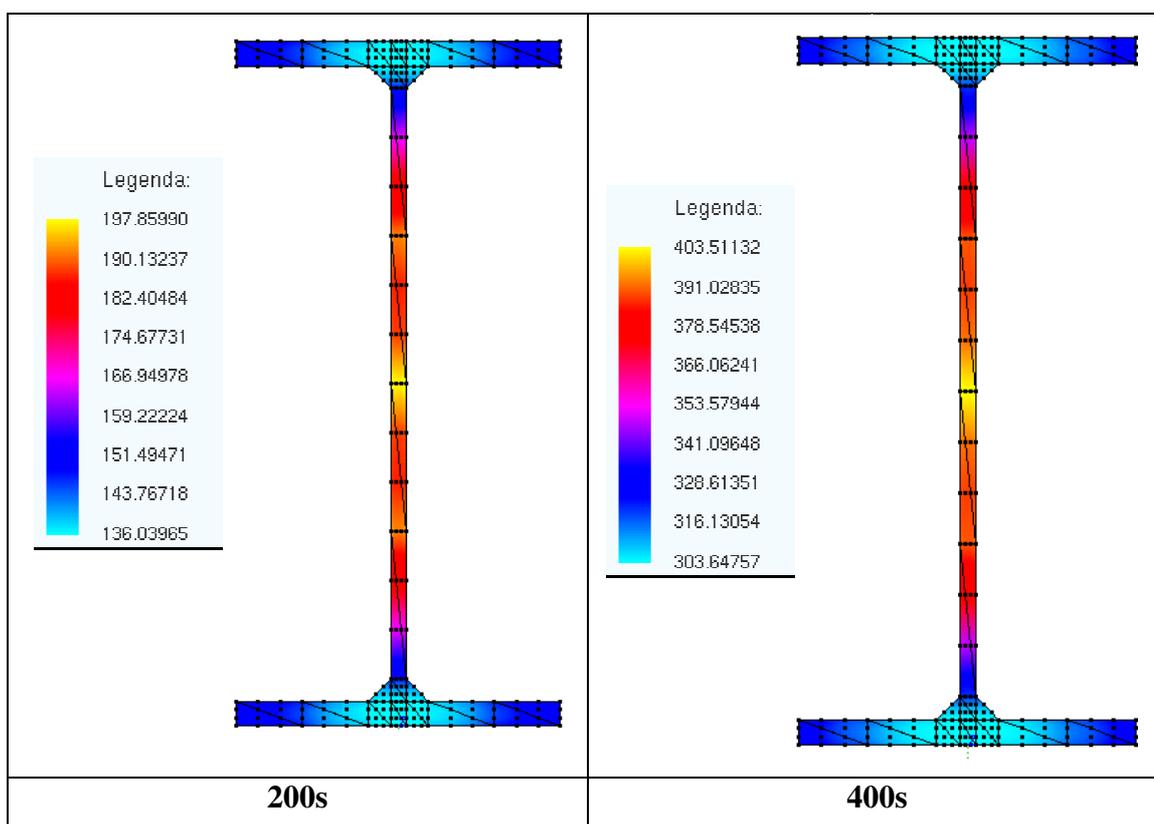
$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 U_e}{\partial Y_k \partial Y_j} &= \int_{V_0} \frac{\partial}{\partial Y_k} \left(C_{\alpha\beta im} \mathbb{E}_{im} \frac{\partial \mathbb{E}_{\alpha\beta}}{\partial Y_j} \right) dV_0 = \\ &= \int_{V_0} \left(\frac{\partial \mathbb{E}_{im}}{\partial Y_k} C_{\alpha\beta im} \frac{\partial \mathbb{E}_{\alpha\beta}}{\partial Y_j} + \mathbb{E}_{im} C_{\alpha\beta im} \frac{\partial^2 \mathbb{E}_{\alpha\beta}}{\partial Y_j \partial Y_k} \right) dV_0 \end{aligned} \quad (G.24)$$

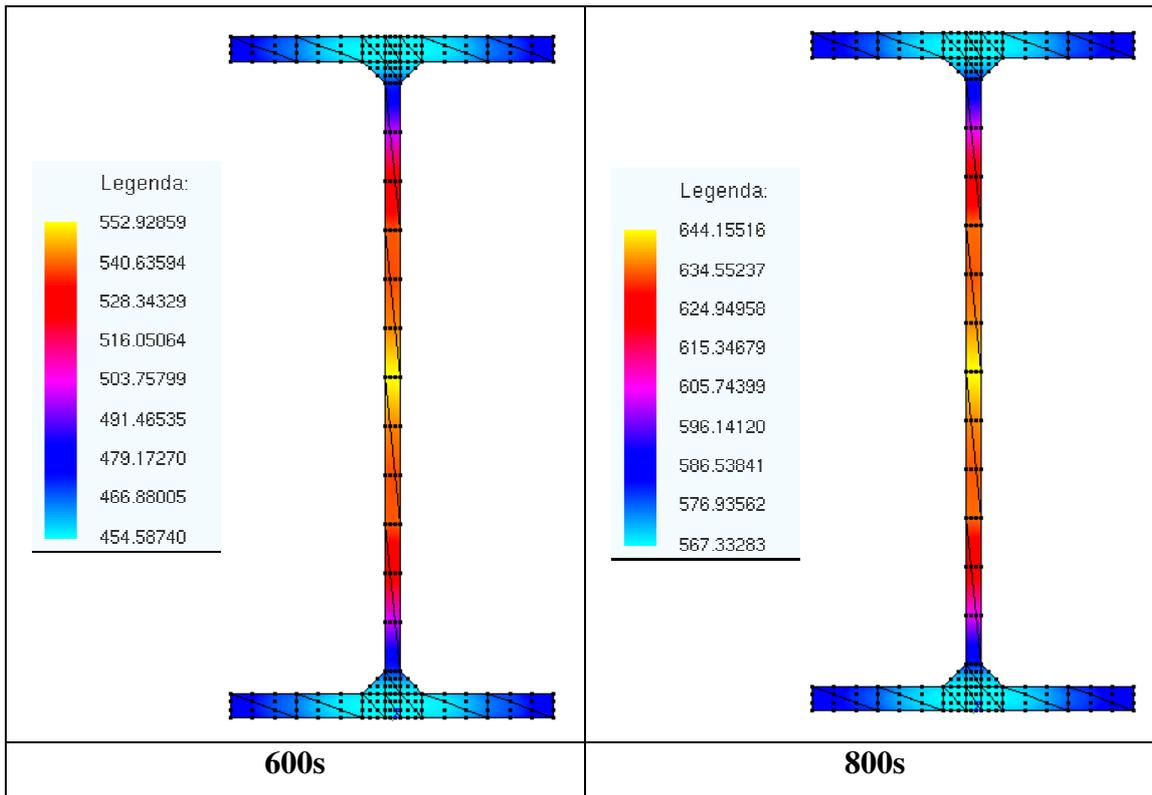
$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 \mathbb{E}}{\partial Y_j \partial Y_k} &= \frac{1}{2} \left\{ [(A^0)^t]^{-1} \frac{\partial (A^1)^t(Y_i)}{\partial Y_j} \frac{\partial A^1(Y_i)}{\partial Y_k} (A_0)^{-1} + \right. \\ &\quad \left. [(A^0)^t]^{-1} \frac{\partial (A^1)^t(Y_i)}{\partial Y_k} \frac{\partial A^1(Y_i)}{\partial Y_j} (A_0)^{-1} + \right. \end{aligned} \quad (G.25)$$

$$\left. [(A^0)^t]^{-1} \frac{\partial^2 (A^1)^t(Y_i)}{\partial Y_j \partial Y_k} A^1(Y_i) (A_0)^{-1} + [(A^0)^t]^{-1} (A^1)^t(Y_i) \frac{\partial^2 A^1(Y_i)}{\partial Y_j \partial Y_k} (A_0)^{-1} \right\}$$

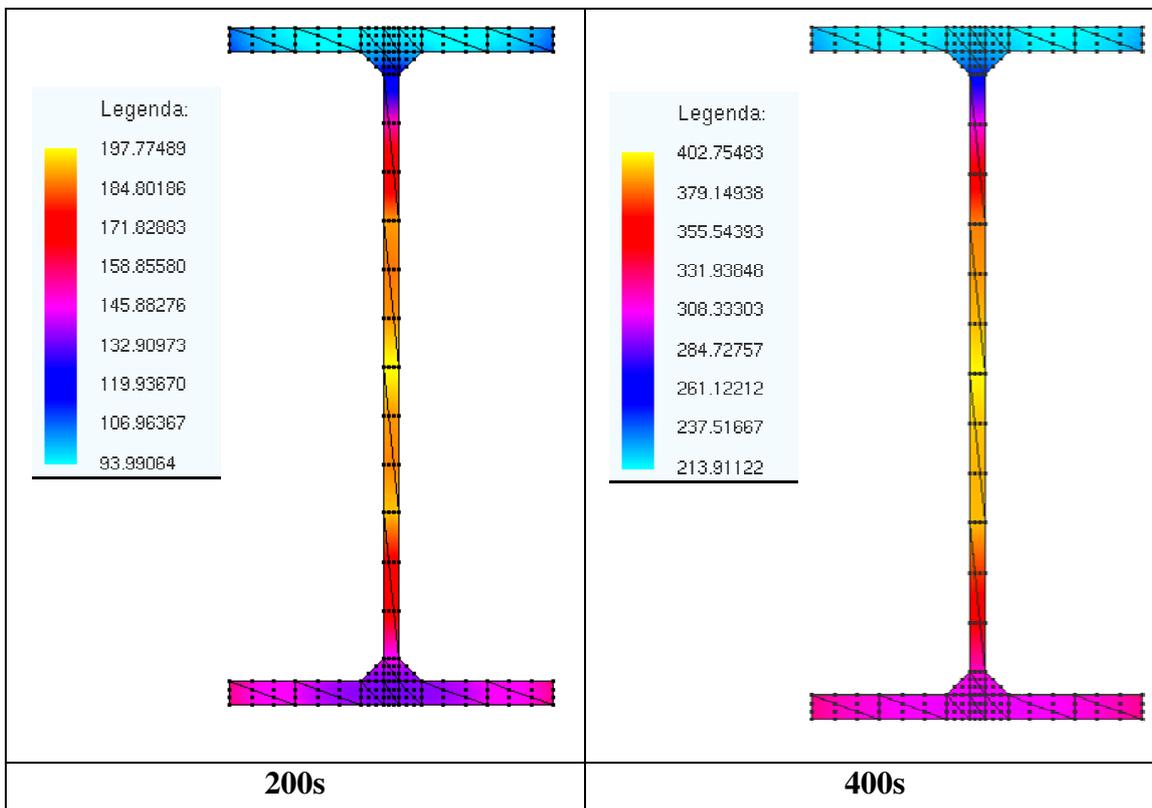
CAMPOS DE TEMPERATURA

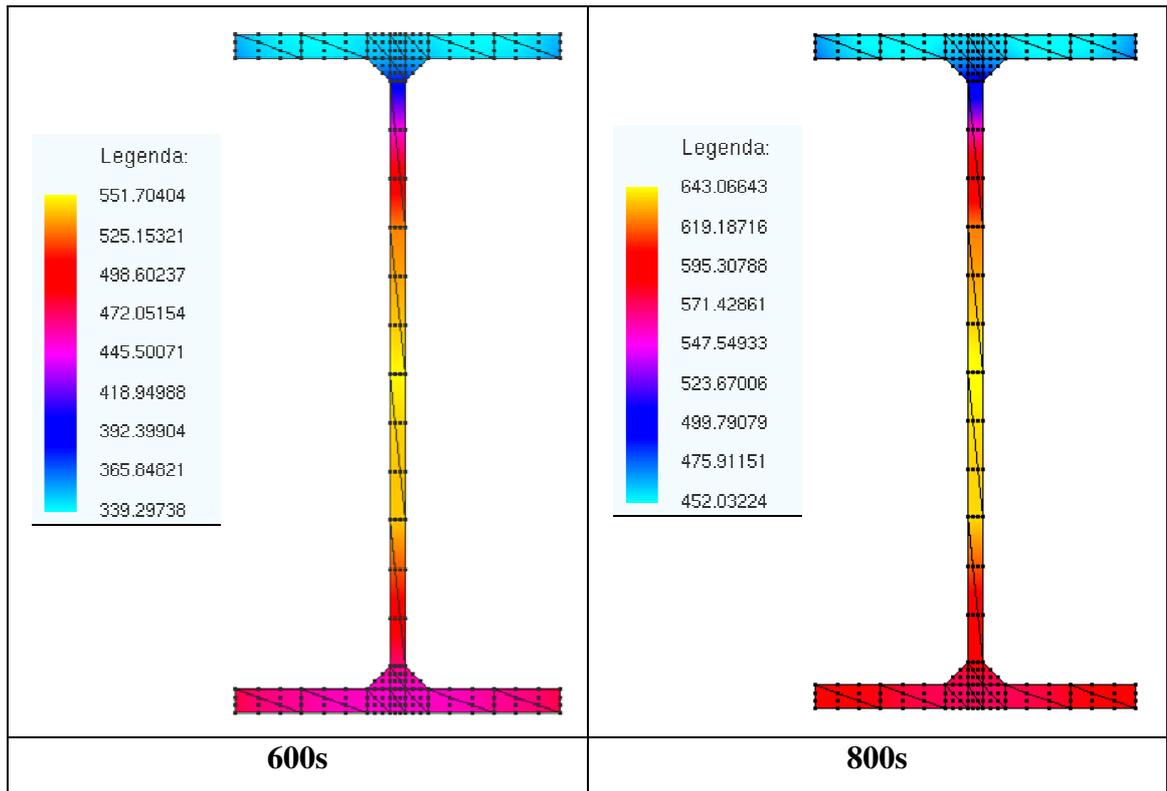
No presente anexo, são ilustrados campos de temperaturas de perfis de exemplos do capítulo 7 em que foram realizadas análises térmicas transientes, mais precisamente os exemplos 7.6.2, 7.6.5 e 7.6.7, com o objetivo de ilustrar a evolução desses campos de temperatura com o tempo de exposição ao incêndio.

H.1 EXEMPLO 7.6.2 – EVOLUÇÃO DOS CAMPOS DE TEMPERATURA**H.1.1 Perfil IPE 360 - Exposição por 4 faces**



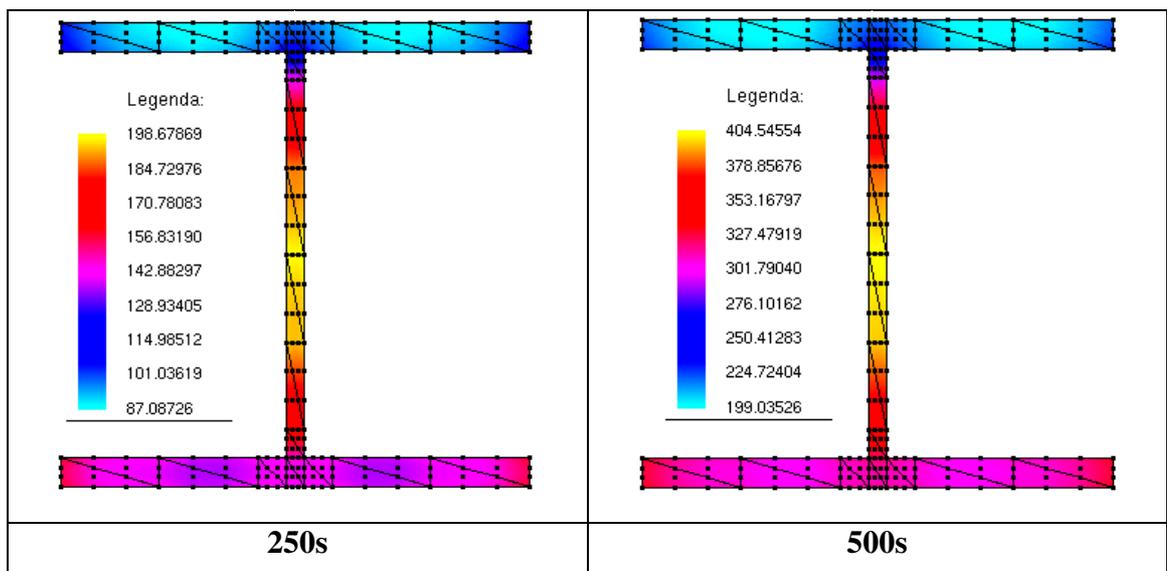
H.1.2 Perfil IPE 360 - Exposição por 3 faces

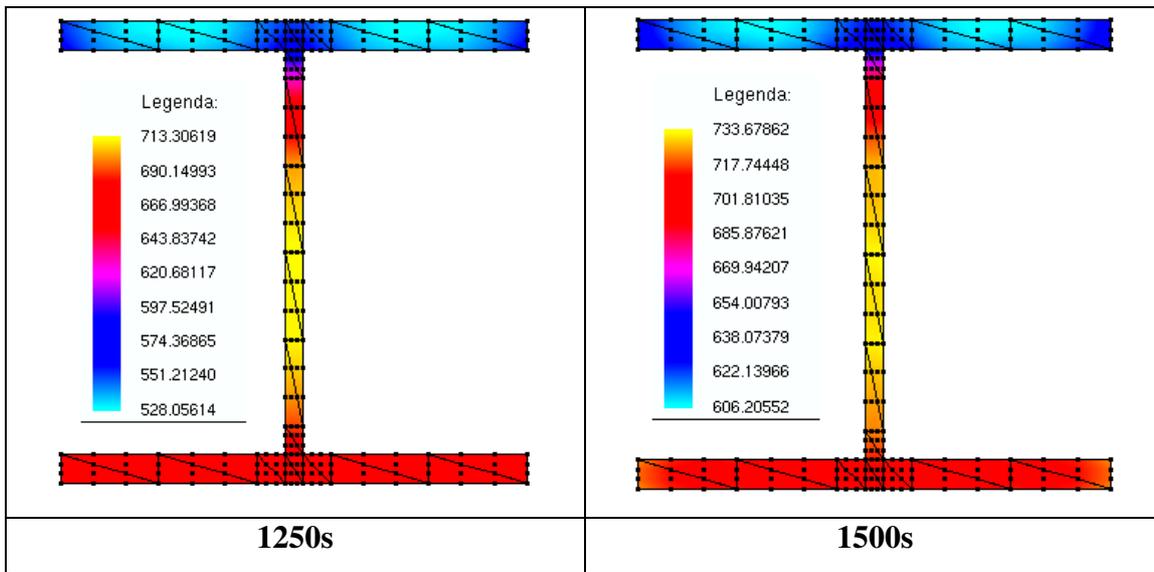
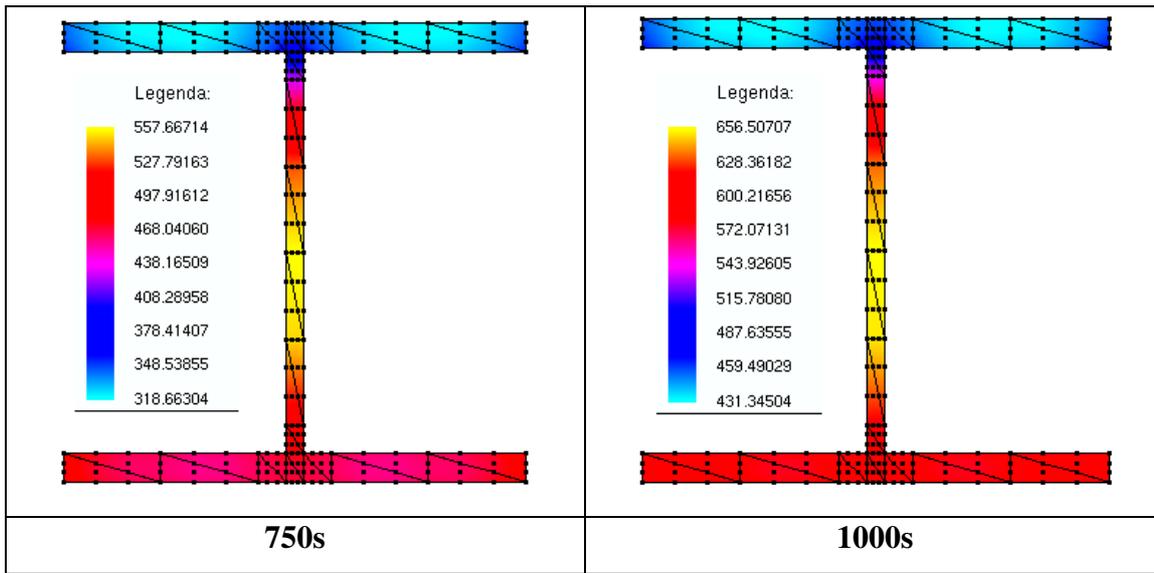




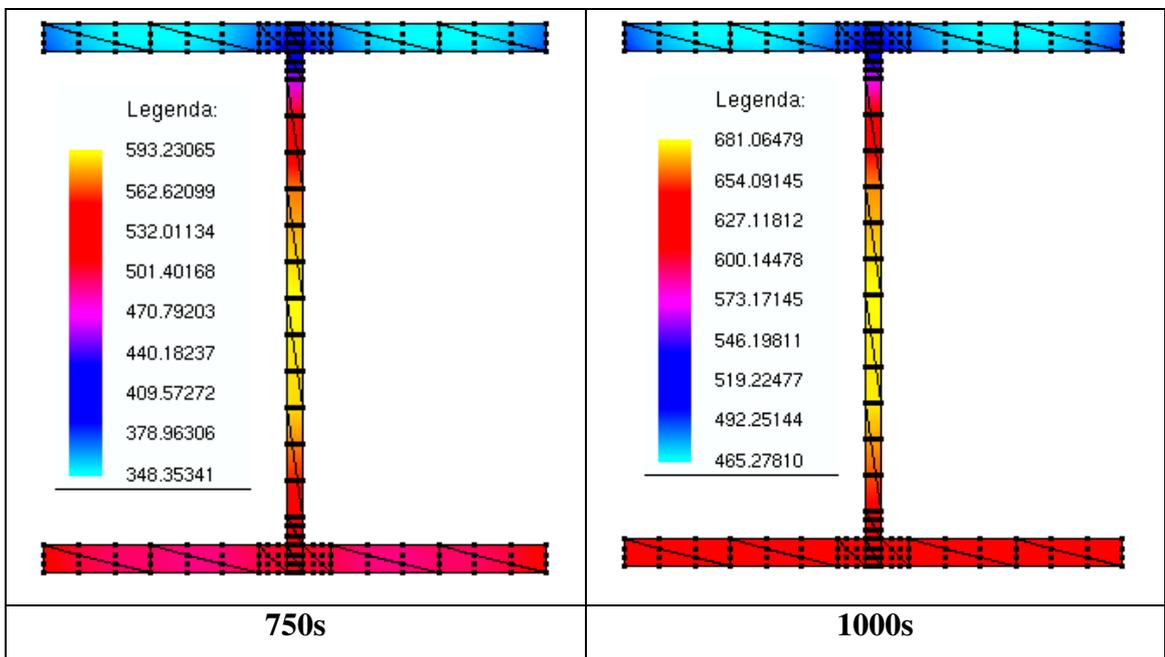
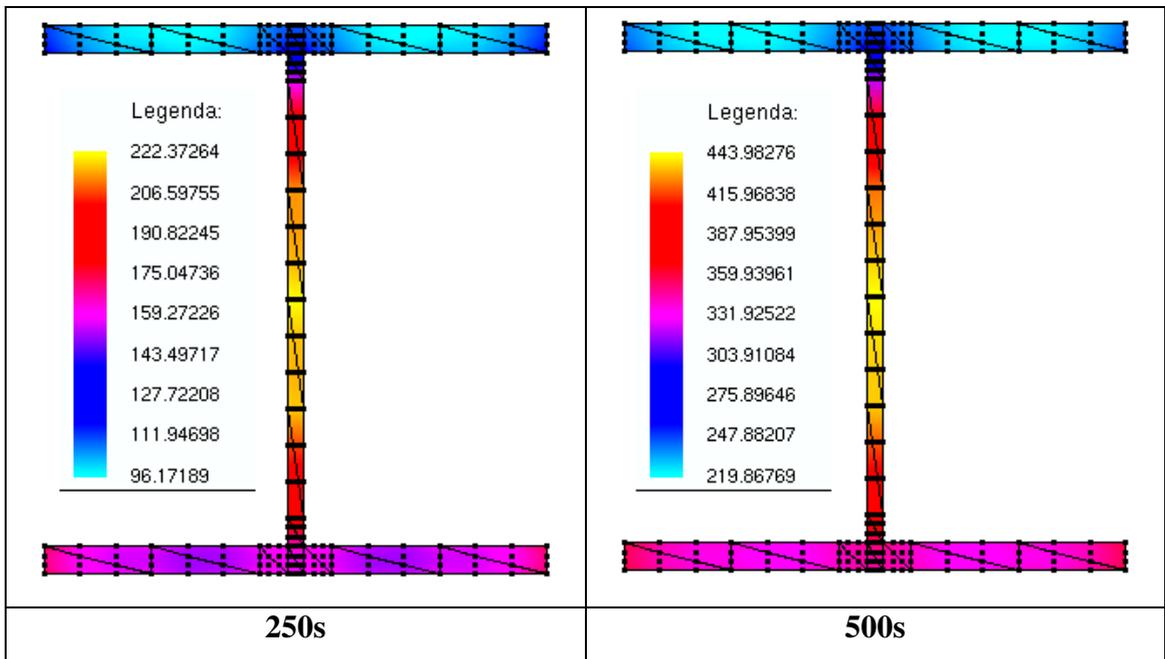
H.2 EXEMPLO 7.6.5 – EVOLUÇÃO DOS CAMPOS DE TEMPERATURA

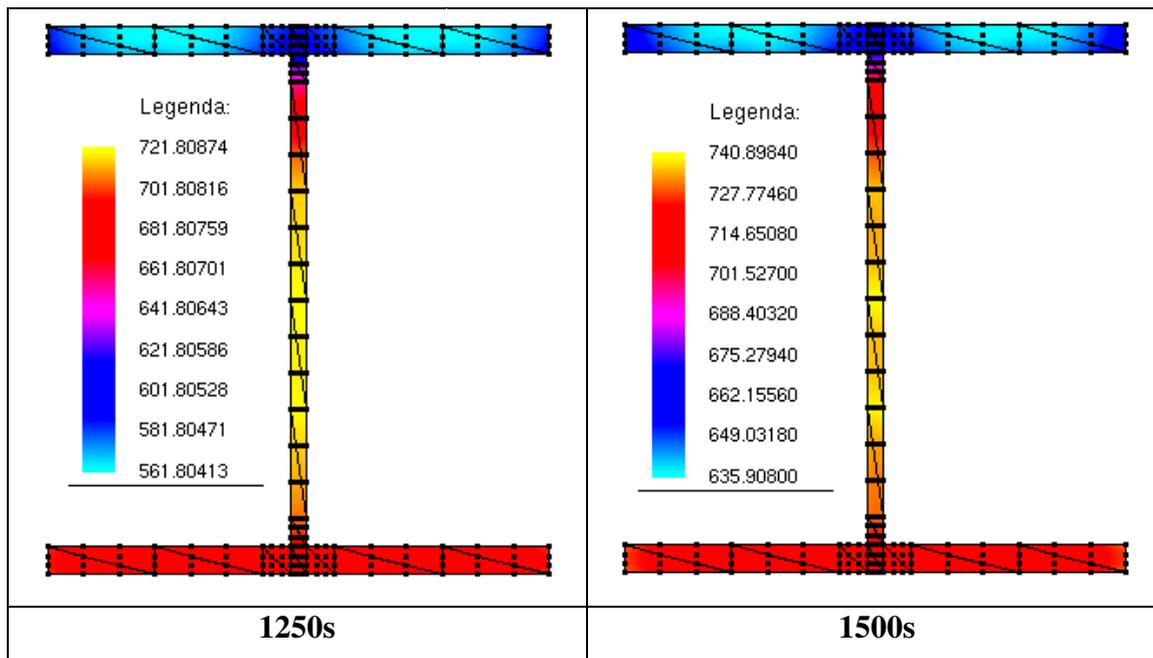
H.2.1 Perfil HEB 300





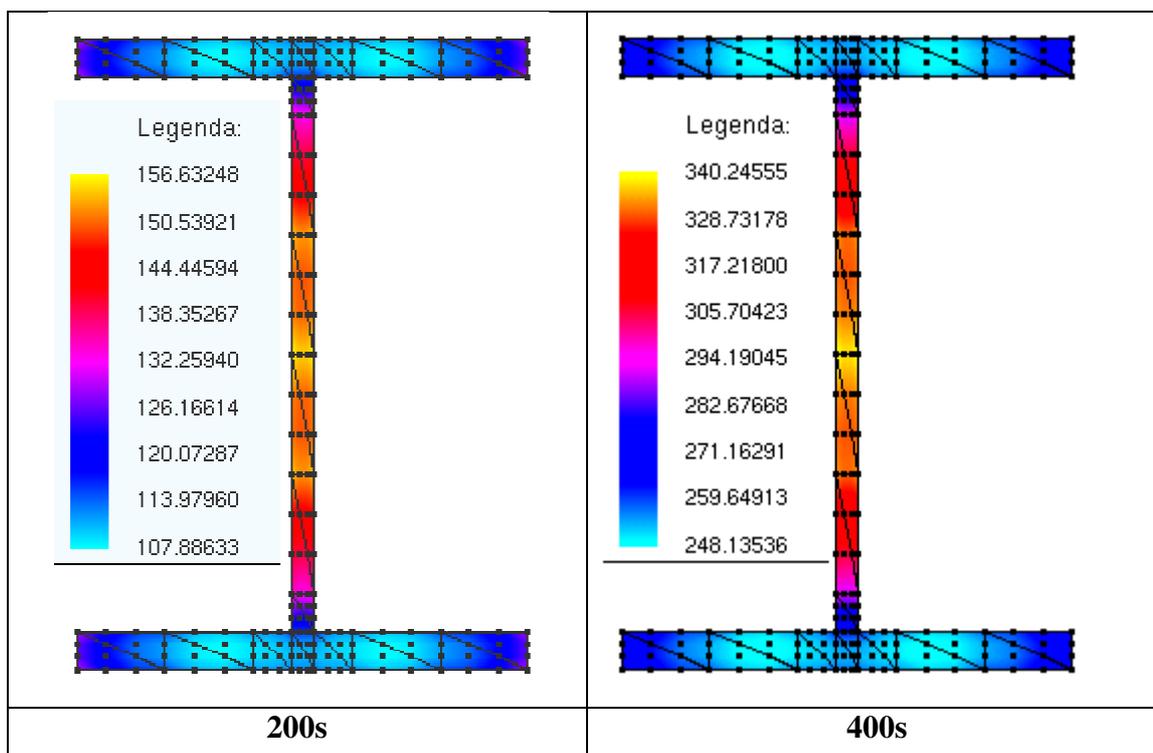
H.2.2 Perfil HEA 340

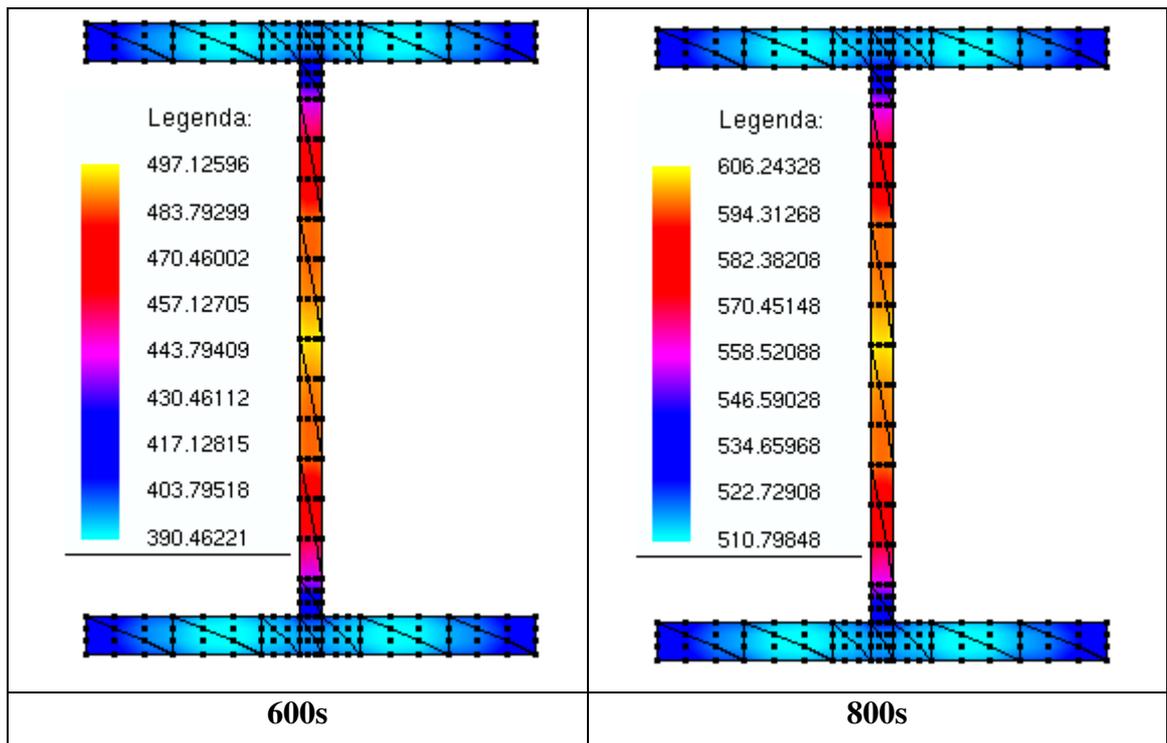




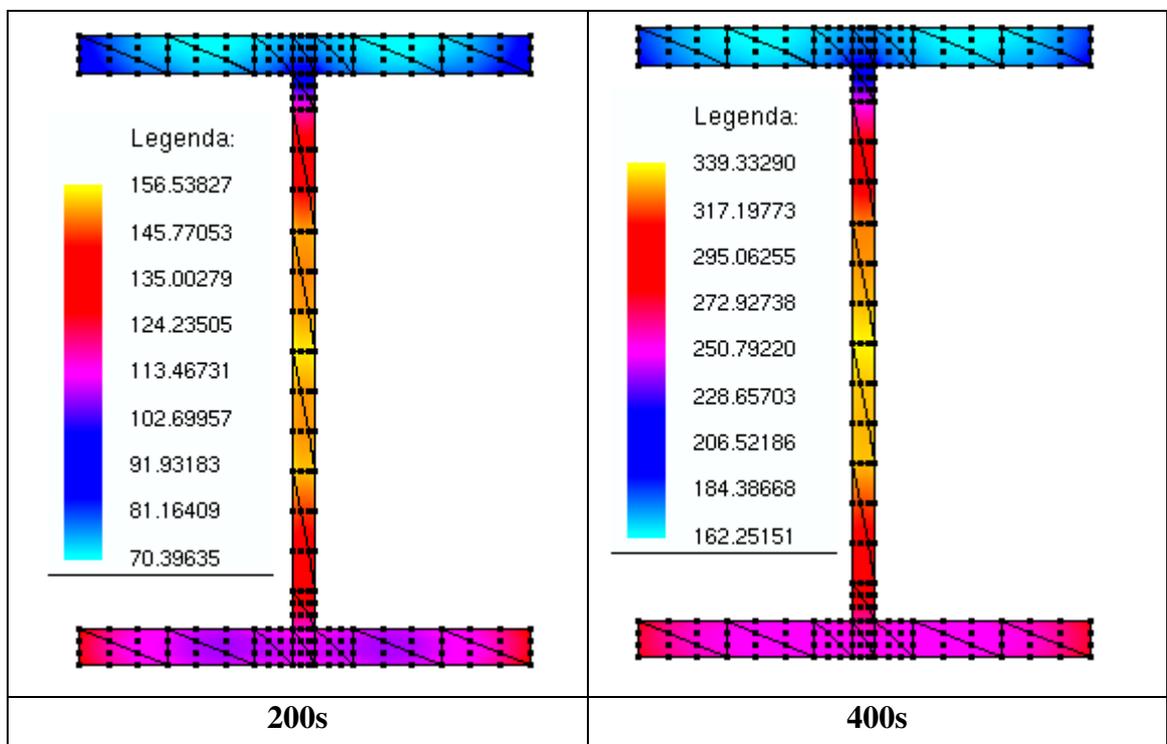
H.3 EXEMPLO 7.6.7 – EVOLUÇÃO DOS CAMPOS DE TEMPERATURA

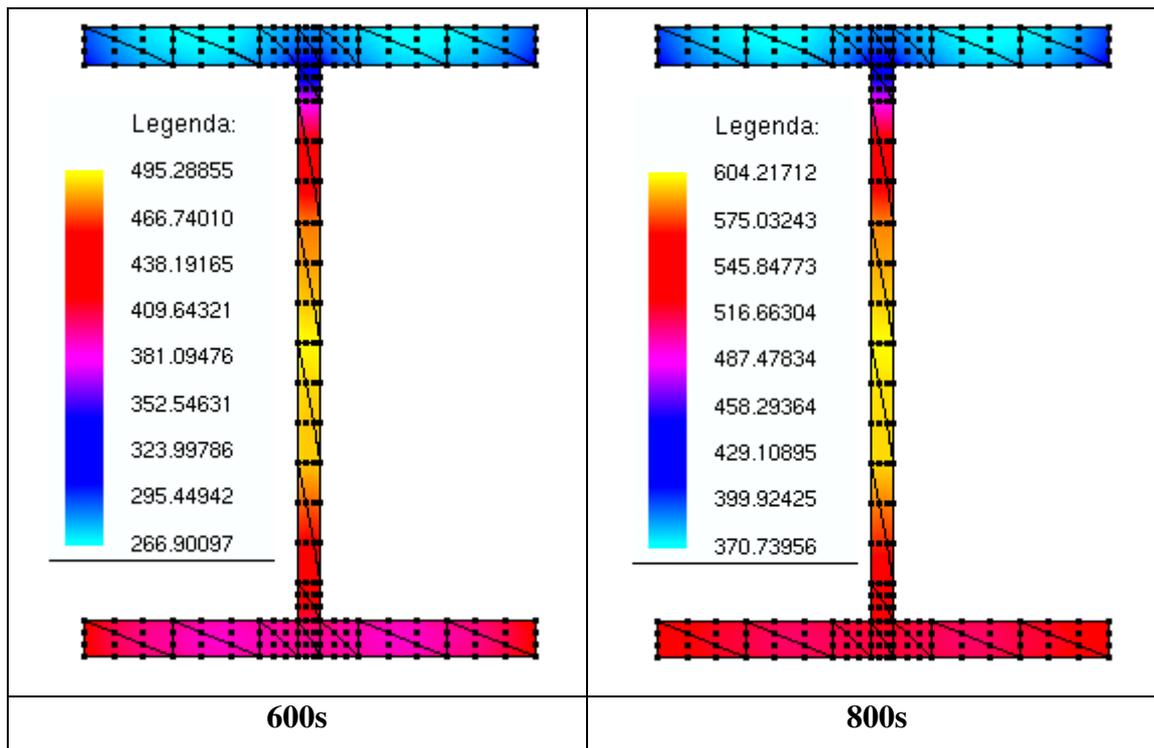
H.3.1 Perfil W 14x82 – Exposição por 4 faces



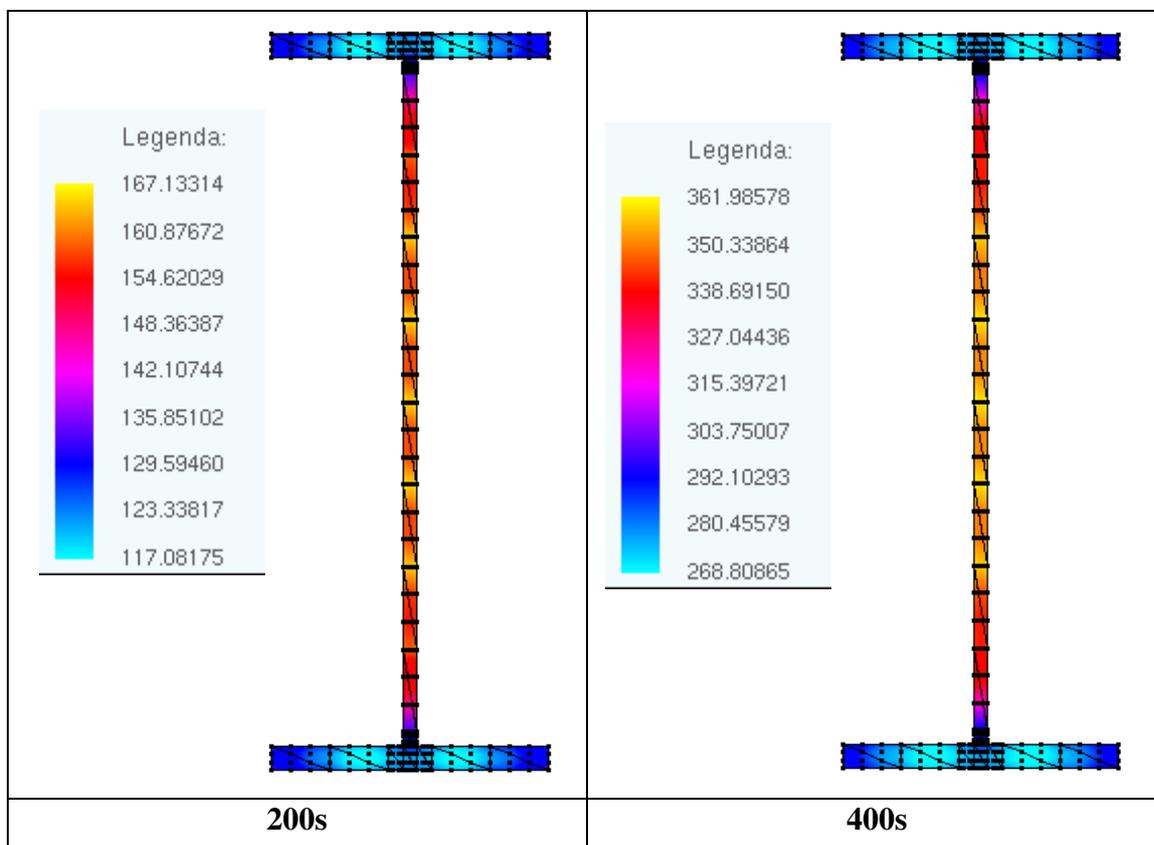


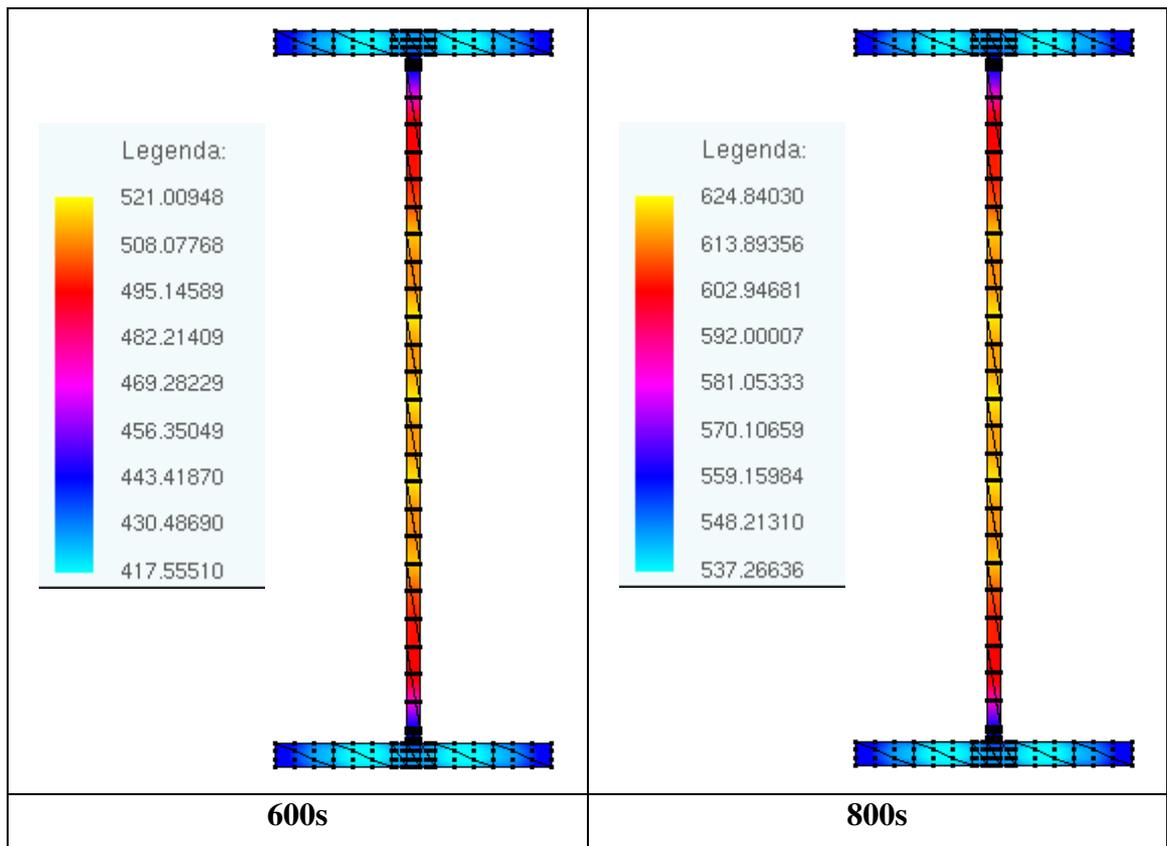
H.3.2 Perfil W 14x82 – Exposição por 3 faces





H.3.3 Perfil W 24x84 – Exposição por 4 faces





H.3.4 Perfil W 24x84 – Exposição por 3 faces

