ANÁLISE DE TUBOS CIRCULARES DE CONCRETO ARMADO PARA O ENSAIO DE COMPRESSÃO DIAMETRAL COM BASE NA TEORIA DE CONFIABILIDADE

Jefferson Lins da Silva

Tese apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Estruturas da Escola de Engenharia de São Carlos da Universidade de São Paulo, como parte dos requisitos para a obtenção do título de Doutor em Engenharia de Estruturas.

ORIENTADOR: Mounir Khalil El Debs

Versão corrigida.

A versão original encontra-se na Escola de Engenharia de São Carlos.

São Carlos – SP 2011 AUTORIZO A REPRODUÇÃO E DIVULGAÇÃO TOTAL OU PARCIAL DESTE TRABALHO, POR QUALQUER MEIO CONVENCIONAL OU ELETRÔNICO, PARA FINS DE ESTUDO E PESQUISA, DESDE QUE CITADA A FONTE.

> Ficha catalográfica preparada pela Seção de Tratamento da Informação do Serviço de Biblioteca – EESC/USP

Silva, Jefferson Lins da Análise de tubos circulares de concreto armado para o ensaio de compressão diametral com base na teoria de confiabilidade / Jefferson Lins da Silva ; orientador Mounir Khalil El Debs. -- São Carlos, 2011.
Tese (Doutorado-Programa de Pós-Graduação e Área de Concentração em Engenharia de Estruturas) -- Escola de Engenharia de São Carlos da Universidade de São Paulo, 2011.
1. Concreto armado. 2. Segurança estrutural. 3. Falha - probabilidade. I. Título.

FOLHA DE JULGAMENTO

Candidato: Engenheiro JEFFERSON LINS DA SILVA.

Tese defendida e julgada em 13/01/2011 perante a Comissão Julgadora:

Prof. Titular MOUNIR KHALIL EL DEBS - (Orientador) (Escola de Engenharia de São Carlos/USP)

Prof. Dr. NELSON AOKI - (aposentado) (Escola de Engenharia de São Carlos/USP)

Prof. Dr. RODRIGO RIBEIRO PACCOLA (Escola de Engenharia de São Carlos/USP)

Prof. Dr. ANTONIO DOMENGUES DE FIGUEIREDO (Escola Politécnica/USP)

Prof. Dr. NARBAL ATALIBA MARCELINO (Universidade Federal de Santa Catarina/UFSC)

RIOVADO

APROVADO

ProvAno

APROVADO

Engenharia Civil (Engenharia de Estruturas), C. El COS, de Area de ana UCIA recordentadore cantouras P/Prof. Associado MARCIO ANTONIO RAMALHO Coordenador do Programa de Pós-Graduação em

Prof. Associado PAULO CESAR LIMA SEGANTINE Presidente da Comissão de Pós-Graduação

"Não to mandei eu? Esforça-te e tem bom ânimo; não pasmes, nem te espantes, porque o SENHOR, teu Deus, é contigo, por onde quer que andares." Josué 1:9

Foram aproximadamente sete anos de muita saudade, dedico este valioso trabalho aos meus queridos pais Renê e Sônia pelos ensinamentos e orações contínuas, ciente que esta vida é passageira e que nossa morada final é lá no céu onde viveremos juntos para sempre adorando ao Todo-Poderoso. Também dedico este trabalho, como incentivo, à minha irmã Naila, também futura Doutora.

AGRADECIMENTOS

Agradeço ao meu Deus, que amo de todo o meu coração, de toda a minha alma e de todo o meu entendimento. Deus é fantástico!

Ao meu orientador Prof. Tit. Mounir Khalil El Debs, pelo convite para realizar esse interessante trabalho. Obrigado pela amizade, disponibilidade e constante apoio durante todas as etapas do trabalho no Brasil e nos Estados Unidos da América.

Ao meu orientador no doutorado sanduíche, Prof. Dr. Andrzej S. Nowak pela recepção na Universidade de Nebraska-Lincoln.

Ao Prof. Dr. Nelson Aoki, meu amigo e orientador de mestrado, a quem admiro por aliar inteligência e simplicidade. Obrigado pelo incentivo e por acreditar em meu trabalho desde minha chegada a EESC/USP.

Ao Prof. Dr. Antonio Domingues de Figueiredo pelas interessantes sugestões na qualificação.

À empresa FERMIX Indústria e Comércio Ltda. pela doação dos tubos e apoio na realização dos ensaios.

À Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES) e ao Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPq) pela bolsa de doutorado no Brasil e no doutorado sanduíche realizado no exterior, respectivamente.

A todos os meus amigos que fiz até aqui. É impossível citá-los um a um, porque graças a Deus são muitos, mas gostaria que vocês soubessem que tento me espelhar de alguma forma nas lições que aprendemos juntos e que continuo orando por todos vocês.

A todos que "moravam" na ala dos doutorandos: Marcela Kataoka, Luiz Álvaro, Marcela Filizola e Dênis, Edson Leonel, Eduardo Toledo, Saulo Almeida, Walter Oliveira, Tatiana Fonseca, Sandra Almeida, Leonardo, Rodrigo, Érica Kimura e muitos outros.

Aos amigos brasileiros e estrangeiros que conheci nos Estados Unidos da América em razão do doutorado sanduíche, em especial, a toda gentileza e cuidado do simpático casal Thiago e Gabriella, meus irmãos na fé.

A minha amiga-irmã Marcilene Dantas pela generosidade disponibilizada em todo o tempo.

A todos os irmãos da Igreja Evangélica Assembléia de Deus, muito especialmente em Maceió (AL), São Carlos (SP), Lincoln (NE-USA) e Chicago (IL-USA). Obrigado pelas orações!

Muito obrigado e que Deus abençoe com toda sorte de benções a todos! Deus é Fiel!

SUMÁRIO

| RESUMO ABSTRACT LISTA DE FIGURAS LISTA DE TABELAS | | | | |
|---|----|--|-------------------------|---|
| | | | | 1 |
| | | | | 1 |
| | | | 1.1 Delimitação do Tema | 1 |
| 1.2 Objetivos | 4 | | | |
| 1.3 Justificativas | 5 | | | |
| 1.4 Metodologia | 6 | | | |
| 1.5 Organização da Tese | 7 | | | |
| 2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA | 9 | | | |
| 2.1 Desenvolvimento dos Tubos de Concreto | 10 | | | |
| 2.2 Comportamento Estrutural de Tubos Enterrados | 18 | | | |
| 2.3 Ensaio de Compressão Diametral | 23 | | | |
| 2.4 Determinação da Classe do Tubo | 28 | | | |
| 2.5 Materiais empregados na Produção dos Tubos de Concreto Armado | 30 | | | |
| 2.5.1 Concreto | 30 | | | |
| 2.5.2 Aço | 31 | | | |
| 2.6 Produção de Tubos de Concreto | 32 | | | |
| 2.7 Dimensões e Tolerâncias dos Tubos | 34 | | | |
| 2.8 Dimensionamento dos Tubos de Concreto | 34 | | | |
| 2.8.1 Esforços Solicitantes e Deslocamentos | 35 | | | |
| 2.8.2 Arranjos das Armaduras | 37 | | | |
| 2.8.3 Procedimento de Cálculo da Armadura | 38 | | | |
| 3 MODELO MECÂNICO | 41 | | | |
| 3.1 Não Linearidade Geométrica | 42 | | | |
| 3.1.1 Definições Geométricas da Formulação Corrotacional | 43 | | | |
| 3.1.2 Campo de Deformações e Deslocamentos | 45 | | | |
| 3.1.3 Determinação dos Esforços Internos pelo PTV | 48 | | | |
| 3.1.4 Determinação da Matriz de Rigidez Tangente | 50 | | | |
| 3.2 Não Linearidade Física | 55 | | | |
| 3.2.1 Processo das Fatias para Discretização da Seção Transversal | 56 | | | |
| 3.2.2 Equações Constitutivas | 57 | | | |
| 3.2.2.1 Concreto | 57 | | | |
| 3.2.2.2 Aço | 62 | | | |

| 4 | 4 CONF | FIABILIDADE ESTRUTURAL | 63 |
|---|--------|---|-----------|
| | 4.1 E | Evolução da Segurança no Projeto Estrutural | 64 |
| | 4.2 E | Estados Limites | 66 |
| | 4.3 F | unções de Estados Limites | 67 |
| | 4.4 P | robabilidade de Falha | 68 |
| | 4.5 F | formulação pelo Segundo Momento | 72 |
| | 4.6 0 | 'álculo do Índice de Confiabilidade | 73 |
| | 4 | .6.1 Definição Geométrica do Índice de Confiabilidade | 73 |
| | 4 | .6.2 Método de Confiabilidade Primeira Ordem e Segundo Momento | 78 |
| | | 4.6.2.1 Função de Estado Limite Linear | 78 |
| | | 4.6.2.2 Função de Estado Limite Não Linear | 79 |
| | 4 | .6.3 Índice de Confiabilidade pelo Método de Hasofer-Lind | 81 |
| | 4 | .6.4 Variável com Distribuição Arbitrária Aleatória Conhecida | 84 |
| | | 4.6.4.1 Distribuição Normal Equivalente – Método de Rackwitz-Fiessler | 84 |
| | | 4.6.4.2 Transformação no Espaço Normal Padrão | 85 |
| | 4 | .6.5 Variáveis Aleatórias Correlacionadas | 86 |
| | 4.7 N | létodo de Superfície de Resposta | 87 |
| | 5 ANÁI | LISE EXPERIMENTAL | <i>93</i> |
| | 5.1 P | rograma Experimental | 94 |
| | 5.2 II | nstrumentação dos Tubos | 96 |
| | 5 | .2.1 Transdutores de Deslocamentos | 96 |
| | 5 | .2.2 Extensômetros Elétricos | 97 |
| | 5.3 D | Descrição dos Ensaios | 99 |
| | 5.4 R | Resultados dos Ensaios de Caracterização | 101 |
| | 5 | .4.1 Espessura e Cobrimento dos Tubos | 101 |
| | 5 | .4.2 Posição da Armadura | 104 |
| | 5 | .4.3 Armadura em Telas Soldadas | 105 |
| | 5 | .4.4 Resistência à Compressão do Concreto | 105 |
| | 5 | .4.5 Resistência à Tração do Concreto | 106 |
| | 5 | .4.6 Módulo de Elasticidade do Concreto | 109 |
| | 5.5 I | Resultados dos Ensaios de Compressão Diametral dos Tubos | 109 |
| | 5 | .5.1 Curvas Força versus Deslocamento | 109 |
| | 5 | .5.2 Análise de Variância | 119 |
| | 5 | .5.3 Curvas Força versus Deformação | 122 |
| (| 5 ANÁI | LISE NUMÉRICA | 127 |
| | 6.1 A | valiação do Modelo Mecânico | 128 |
| | 6.2 A | nálise de Confiabilidade | 134 |
| | 6 | .2.1 Análise de Sensibilidade | 135 |
| | 6 | .2.2 Influência da Resistência à Compressão do Concreto | 139 |
| | 6 | .2.3 Influência da Espessura do Tubo | 141 |
| | 6 | .2.4 Influência da Posição da Armadura | 143 |
| , | 7 CONS | SIDERAÇÕES FINAIS E CONCLUSÕES | 147 |
| : | 8 REFE | RÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS | 151 |
| | | | |

RESUMO

SILVA, J. L. (2011). Análise de tubos circulares de concreto armado para o ensaio de compressão diametral com base na teoria de confiabilidade. Tese (Doutorado) – Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos.

Neste trabalho avalia-se a confiabilidade de tubos circulares de concreto armado submetidos à compressão diametral utilizada no controle de qualidade da produção. O estudo envolve uma parte experimental e uma teórica. Na parte experimental foram ensaiados 32 tubos divididos em duas séries de 16 tubos de diâmetros nominais de 800 mm e 1200 mm. Cada série era formada por 12 tubos tipo ponta e bolsa (PB) e 4 tubos tipo ponta sem bolsa (PSB). Na parte teórica, os tubos foram analisados por um programa computacional baseado no método dos elementos finitos desenvolvido para pórticos planos considerando as não-linearidades física e geométrica. Na análise de confiabilidade, as funções de estado limite foram determinadas segundo o Método da Superfície de Resposta. Os resultados numéricos e experimentais da curva força versus deslocamento apresentaram boa concordância e indicaram que o tubo se comportou como um anel circular, uma vez que os tubos tipo PSB apresentaram forças últimas da ordem de 4% e 12% maiores que as obtidos para os tubos PB, respectivamente para os diâmetros nominais de 800 mm e 1200 mm. Entretanto, a presença da bolsa influenciou no valor da força de fissuração, sendo 6,4% e 33% maior para os tubos PB em relação aos tubos PSB para os diâmetros nominais de 800 mm e 1200 mm, respectivamente. A teoria de confiabilidade mostrou que a probabilidade de falha dos tubos de concreto para atender ao ensaio de compressão diametral foi fortemente influenciada pelo controle de qualidade dos materiais utilizados na fabricação dos tubos. Ainda, foi observado que os tubos analisados apresentaram índice de confiabilidade superior a 3,8, para atender ao ensaio de compressão diametral. Dentre as variabilidades mais influentes no cálculo do índice de confiabilidade, destacam-se a resistência à compressão do concreto, a espessura do tubo e a posição da armadura.

Palavras-chave: tubos de concreto, compressão diametral, controle de qualidade, índice de confiabilidade, probabilidade de falha.

ABSTRACT

SILVA, J. L. (2011). Analysis of circular reinforced concrete pipes for the diametrical compression test based on the theory of reliability. Thesis (Ph.D.) – School of Engineering of Sao Carlos, University of Sao Paulo, Sao Carlos.

This work evaluates the reliability of circular reinforced concrete pipes subjected to diametrical compression considering the quality control of the production. The study includes experimental and theoretical parts. In the experimental part, 32 pipes divided in two series of 16 pipes according to the nominal diameter of 800 mm and 1200 mm were tested. Each series was composed by 12 spigot and pocket pipes (PB) and 4 ogee joint pipes (PSB). In the theoretical part, the pipes were analyzed using a computational program based on finite element method developed for frame structures considering physical and geometrical nonlinearities. In reliability analysis, the limit state functions were determined according to the Method of Response Surface. Numerical and experimental results of the loading versus displacement curves were well agreed and they indicated that the pipe behaves as a circular ring, once the PSB pipes presented maximum loads 4% and 12% higher than those obtained for PB pipes, respectively for nominal diameters of 800 mm and 1200 mm. However, the presence of pocket influenced the cracking loading, with 6.4% and 33% higher for PB pipes in relation to PSB pipes for the nominal diameters of 800 mm and 1200 mm, respectively. The reliability theory showed that the probability of failure of concrete pipes to meet the diametrical compression test was strongly influenced by the quality control of materials used in manufacturing the pipes. Also, it was observed that analyzed pipes presented reliability index greater than 3.8, to meet the diametrical compression test. Among the most influential variabilities in evaluating of reliability index, the concrete compressive strength, the pipe thickness and the position of the reinforcement in the pipe can be highlighted.

Key-words: concrete pipes, diametrical compression, quality control, reliability index, probability of failure.

LISTA DE FIGURAS

| Figura 1.1 Ilustração da análise de custo-benefício (Phoon et al., 2000). | 4 |
|---|----|
| Figura 2.1 Tubos circulares de concreto com $DN = d_i = diâmetro nominal ou interno.$ | 9 |
| Figura 2.2 Tubo instalado sob aterro de uma estrada. | 13 |
| Figura 2.3 Distribuições de pressões propostas por Heger [adaptado de ACPA, 2002]. | 15 |
| Figura 2.4 Fluxo das pressões no solo em tubos enterrados para diferentes formas de instalação. | 19 |
| Figura 2.5 Principais tipos de instalações para tubos enterrados. | 20 |
| Figura 2.6 Distribuição de pressões em tubos rígidos (El Debs, 2003). | 22 |
| Figura 2.7 Distribuição de pressões proposta por Olander e por Joppert da Silva para o cálculo de tubos circulares de concreto (El Debs, 2003). | 23 |
| Figura 2.8 Métodos de ensaios dos tubos. | 25 |
| Figura 2.9 Esquema de ensaio de compressão diametral em tubos de concreto (El Debs, 2003). | 26 |
| Figura 2.10 Lâmina-padrão para medida de abertura de fissura de 0,25mm. | 28 |
| Figura 2.11 Tubo idealizado por meio de uma faixa de largura unitária. | 35 |
| Figura 2.12 Esforços solicitantes quando sujeito à compressão diametral. | 37 |
| Figura 2.13 Arranjos e armaduras empregados em tubos circulares. | 38 |
| Figura 3.1 Sistemas de coordenadas Cartesiano e Corrotacional. | 43 |
| Figura 3.2 Relações cinemática. | 46 |
| Figura 3.3 Deformações de uma fibra genérica. | 46 |
| Figura 3.4 Discretização da seção transversal pelo método das fatias. | 56 |
| Figura 3.5 Relação tensão <i>versus</i> deformação para o concreto comprimido segundo a NBR 6118 (2007). | 58 |
| Figura 3.6 Diagrama tensão versus deformação para o concreto submetido à tração. | 59 |
| Figura 3.7 Relação tensão versus deformação para o concreto comprimido (CEB, 1990). | 59 |
| Figura 3.8 Diagrama tensão <i>versus</i> deformação para o concreto tracionado que considera a contribuição do concreto íntegro entre fissuras. | 62 |
| Figura 3.9 Diagrama tensão versus deformação simplificado para os aços. | 62 |
| Figura 4.1 Função de densidade de probabilidade para solicitações (S), resistências (R) e margem de segurança (R - S) (Nowak e Collins, 2000). | 68 |
| Figura 4.2 Funções de densidade de probabilidade (<i>PDF</i>) para variáveis aleatórias contínuas não correlacionadas S (solicitação) e R (resistência). | 69 |
| Figura 4.3 Probabilidade de falha P_f como uma função da posição relativa entre f_R e f_S (Ang & Tang, 1984). | 71 |
| Figura 4.4 Probabilidade de falha P_f como uma função das dispersões das curvas $f_R e f_S$ (Ang & Tang, 1984). | 71 |
| Figura 4.5 Definição do índice de confiabilidade como a mínima distância no espaço de variáveis reduzidas (Nowak & Collins, 2000). | 74 |
| Figura 4.6 Relação entre $P_f e \beta$ com variáveis apresentando distribuição normal. | 76 |
| Figura 4.7 Aproximação do plano tangente às curvas de falhas côncava e convexa. | 80 |
| Figura 4.8 Índice de confiabilidade de Hasofer-Lind. | 82 |
| Figura 4.9 Planos de experiência numéricos para duas variáveis aleatórias reduzidas (Soares, 2001). | 90 |
| Figura 4.10 Evolução das superfícies de resposta quando se utiliza ponto de adaptação (Soares, | 91 |

| 200 | 1). |
|-----|-----|
| | |

| Figura 4.11 Evolução das superfícies de resposta quando não se utiliza ponto de adaptação (Soares, 2001). | 92 |
|---|-----------|
| Figura 5.1 Posicionamento dos transdutores de deslocamento. | 96 |
| Figura 5.2 Fixação dos transdutores de deslocamentos as bases. | 97 |
| Figura 5.3 Vista geral dos transdutores de deslocamentos. | 97 |
| Figura 5.4 Posicionamento dos extensômetros elétricos nos tubos. | <i>98</i> |
| Figura 5.5 Seções nos tubos com bolsa que apresentam extensômetros elétricos. | <i>98</i> |
| Figura 5.6 Vista geral do ensaio de compressão diametral. | 100 |
| Figura 5.7 Posição da armadura na parede do tubo com arranjo de armadura circular. | 101 |
| Figura 5.8 Gráfico de probabilidade normal para as medidas de espessura e cobrimento interno da série 1. | 103 |
| Figura 5.9 Gráfico de probabilidade normal para as medidas de espessura, cobrimento interno e cobrimento externo dos tubos da série 2. | 104 |
| Figura 5.10 Gráfico de probabilidade normal para as medidas de resistência à compressão dos corpos-de-prova extraídos e moldados. | 107 |
| Figura 5.11 Gráfico de probabilidade normal para a resistência à tração por compressão diametral. | 108 |
| Figura 5.12 Aplicação do carregamento nos tubos tipo PB e PSB. | 110 |
| Figura 5.13 Força versus Deslocamento dos Tubos PSB da Série 1. | 111 |
| Figura 5.14 Força versus Deslocamento dos Tubos PB da Série 1. | 112 |
| Figura 5.15 Força versus Deslocamento dos Tubos PSB da Série 2. | 113 |
| Figura 5.16 Força versus Deslocamento dos Tubos PB da Série 2. | 114 |
| Figura 5.17 Comportamento típico dos tubos submetidos à compressão diametral. | 115 |
| Figura 5.18 Valores das forças para as séries 1 e 2. | 116 |
| Figura 5.19 Variabilidade dos valores dos deslocamentos para as séries 1 e 2. | 118 |
| Figura 5.20 Diagrama de caixa e seus elementos. | 120 |
| Figura 5.21 Influência da bolsa nas forças de fissura e máxima para as séries 1 e 2. | 121 |
| Figura 5.22 Influência da bolsa na variação horizontal e vertical do diâmetro para a série 1. | 121 |
| Figura 5.23 Influência da bolsa na variação horizontal e vertical do diâmetro para a série 2. | 122 |
| Figura 5.24 Forças versus Deformação na armadura de 2 Tubos (1 e 2) PSB com DN 800. | 123 |
| Figura 5.25 Forças versus Deformação na armadura de 2 Tubos (3 e 4) PB com DN 800. | 123 |
| Figura 5.26 Forças versus Deformação na armadura de 2 Tubos (1 e 2) PSB com DN 1200. | 124 |
| Figura 5.27 Forças versus Deformação na armadura de 1 Tubo (3) PB com DN 1200. | 125 |
| Figura 5.28 Forças versus Deformação na armadura de 1 Tubo (4) PB com DN 1200. | 125 |
| Figura 6.1 Função de densidade de probabilidade para solicitações (<i>S</i>) e resistências (<i>R</i>). | 128 |
| Figura 6.2 Esquema estrutural utilizado nas análises de tubos circulares. | 129 |
| Figura 6.3 Diagrama Força versus Deslocamento nos tubos com DN 800. | 131 |
| Figura 6.4 Diagrama Força versus Deslocamento nos tubos com DN 1200. | 132 |
| Figura 6.5 Sensibilidade das variáveis aleatórias. | 136 |
| Figura 6.6 Coeficiente de variação da resistência à compressão do concreto <i>versus</i> Segurança e confiabilidade. | 139 |
| Figura 6.7 Coeficiente de variação da espessura do tubo versus Segurança e confiabilidade. | 142 |
| Figura 6.8 Coeficiente de variação da posição da armadura versus Segurança e confiabilidade. | 144 |

LISTA DE TABELAS

| Tabela 2.1 Espessuras das vigotas de madeira em função do diâmetro nominal do tubo (DIN4035, 1976). | 27 |
|--|-----|
| Tabela 2.2 Cargas mínimas de trinca e de ruptura para tubos em concreto armado (NBR 8890(ABNT, 2007). | 29 |
| Tabela 2.3 Cobrimentos mínimos da armadura em tubos de concreto (NBR 8890 (ABNT,2003)). | 32 |
| Tabela 2.4 Características de tubos circulares de concreto armado. | 33 |
| Tabela 4.1 Índices de confiabilidade alvo de acordo com classes de segurança. | 77 |
| Tabela 5.1 Características dos tubos ensaiados | 96 |
| Tabela 5.2 Quantidade de tubos e seções ensaiados com extensômetros elétricos | 99 |
| Tabela 5.3 Variabilidade dos valores da espessura e cobrimento dos tubos para a série 1. | 102 |
| Tabela 5.4 Variabilidade dos valores da espessura e cobrimento dos tubos para a série 2. | 102 |
| Tabela 5.5 Valores da posição da armadura para as séries um e dois. | 105 |
| Tabela 5.6 Especificações e características das telas soldadas, com $E_s = 1\% E_s$. | 105 |
| Tabela 5.7 Variabilidade dos valores da resistência à compressão do concreto. | 106 |
| Tabela 5.8 Variabilidade dos valores da resistência à tração do concreto. | 108 |
| Tabela 5.9 Valores do módulo de elasticidade do concreto. | 109 |
| Tabela 5.10 Valores das forças F _{FISSURA} e F _{MÁXIMA} dos ensaios e da NBR 8890 (ABNT, 2007). | 117 |
| Tabela 6.1 Dados utilizados nas análises dos tubos. | 130 |
| Tabela 6.2 Valores médios experimentais e numéricos das forças máximas. | 133 |
| Tabela 6.3 Valores médios experimentais e numéricos da variação vertical e horizontal do diâmetro. | 133 |
| Tabela 6.4 Dados utilizados na confiabilidade dos tubos a partir da análise de sensibilidade | 137 |
| Tabela 6.5 Segurança e confiabilidade dos tubos a partir da análise de sensibilidade. | 138 |
| Tabela 6.6 Probabilidade de Falha considerando a variabilidade do concreto. | 140 |
| Tabela 6.7 Probabilidade de Falha considerando a variabilidade da espessura do tubo. | 142 |
| Tabela 6.8 Probabilidade de Falha considerando a variabilidade da posição da armadura. | 144 |

Capítulo 1 INTRODUÇÃO

1.1 Delimitação do tema

Os tubos de concreto armado enterrados são utilizados como a principal alternativa para o saneamento básico em todo o mundo. Obras deste tipo que não ficam visíveis aos olhares da população que delas se beneficiam, podem sugerir menos atenção que outras estruturas. Entretanto, os tubos de concreto armado devem ter o mesmo cuidado, ou até maior, apresentado nos projetos usuais de estruturas, pois a falha de um tubo pode representar problemas sérios e onerosos, mesmo não apresentando vítimas fatais.

Outro fator importante no aperfeiçoamento do projeto de tubos de concreto armado está no fato de que uma pequena economia em uma unidade de tubo acarretará numa ampla economia final no projeto de uma tubulação, tendo em vista o número de repetições de unidades que são utilizados em uma obra de saneamento. Para que esta economia seja possível algumas medidas são fundamentais: as instalações devem ser confiáveis, devem possuir cada vez menor trabalho na execução, serem seguras durante a construção e também aproveitarem o solo nativo do local da obra, como indica a ASCE (1994).

Apresenta-se nesta tese um estudo numérico e experimental sobre o projeto de tubos circulares de concreto armado submetidos à compressão diametral e avaliados no estado limite último considerando a teoria de confiabilidade. O objetivo é minimizar os riscos de falha e melhorar o controle de qualidade para a situação específica do ensaio de compressão diametral, recomendado pela NBR 8890 (ABNT, 2007).

A teoria de confiabilidade aplicada à engenharia civil tem por hipótese que as incertezas nas variáveis básicas fundamentais solicitação e resistência são inevitáveis (Nowak e Collins, 2000). Portanto, os procedimentos de análise devem incluir métodos e conceitos probabilísticos para avaliar a importância dessas incertezas no projeto estrutural.

Considerar a aleatoriedade dos eventos físicos com o uso da estatística é a moderna tendência dos projetos e normas de engenharia. Porém, como comenta Whitman (1984), infelizmente os conceitos probabilísticos ainda são pouco utilizados na engenharia, por um lado por causa da barreira lingüística e por outro pela falta de exemplos que mostrem como a metodologia pode ser utilizada no processo de tomada de decisão.

O termo confiabilidade pode ser definido como a probabilidade que um item cumprirá sua função por um determinado período de tempo, sob condições definidas (Schneider, 1997), ou seja, na engenharia de estruturas é a medida de chances que um elemento estrutural violará um estado limite por falha ou desempenho inadequado.

A grande quantidade e variabilidade dos parâmetros de projeto tornam difícil a previsão do comportamento real de uma estrutura. Nos tubos circulares de concreto armado não é diferente, a estimativa do seu comportamento pode estar bem distante da realidade, uma vez que:

- a) A resistência das seções transversais é altamente influenciada pelas variações nas posições da armadura e espessura das paredes;
- b) Os esforços solicitantes são fortemente influenciados pelas condições de instalação dos tubos, pois existem incertezas nas solicitações, principalmente no que se refere às hipóteses do comportamento do solo;

- c) As armaduras são calculadas considerando a seção resistente da parede, sendo desprezado o acréscimo de resistência devido ao efeito de nervura em uma das extremidades do tubo com junção tipo ponta e bolsa;
- d) Os tubos são dimensionados para suportar uma situação prevista em ensaio normatizado, sendo considerado o coeficiente de equivalência a diferença entre esta situação e a condição efetiva de instalação. Esse coeficiente ora é calculado analiticamente, ora é calculado com distribuição de pressões baseadas em medidas experimentais.

Phoon *et al.* (2000) comentam que a probabilidade de falha de um projeto estrutural que conduz a maior economia pode ser determinada, teoricamente, por uma análise de custobenefício, como mostra a Figura 1.1. Nesta figura mostra-se qualitativamente a influência do valor do custo total (custo inicial, manutenção e expectativa dos custos provenientes das falhas) com a probabilidade de falha. Observa-se que o aumento do custo inicial propicia diminuição na probabilidade de falha e, conseqüentemente, nos custos da manutenção. A expectativa dos custos provenientes das falhas aumenta com o menor investimento no custo inicial e diminui caso contrário. Esta última análise resulta na obtenção da probabilidade de falha que levará ao gasto mínimo, levando em consideração o custo total.



Figura 1.1 Ilustração da análise de custo-benefício (Phoon et al., 2000).

1.2 Objetivos

O ineditismo desta pesquisa é aplicar os conceitos da teoria de confiabilidade no projeto de tubos de concreto armado quando submetidos à compressão diametral e avaliar os atuais níveis de confiabilidade apresentados pelos procedimentos usuais de dimensionamento com o intuito de avaliar e melhorar o controle de qualidade dos materiais utilizados nesses elementos estruturais. O controle de qualidade está baseado na recomendação da NBR 8890 (ABNT, 2007) que estabelece à força mínima de ruptura para tubos de concreto armado submetidos à compressão diametral.

Os objetivos específicos do trabalho são:

- a) Avaliar o comportamento estrutural de tubos circulares de concreto armado para a situação específica do ensaio de compressão diametral, recomendado pela NBR 8890 (ABNT, 2007), para duas classes de resistência, com 800 mm (armadura simples) e 1200 mm (armadura dupla);
- b) Estimar as dispersões (coeficientes de variação) das forças últimas e de fissura obtidas pelos tubos submetidos à compressão diametral;

- c) Determinar parâmetros estatísticos das variáveis básicas de cálculo de tubos circulares de concreto armado, tais como média e desvio padrão das espessuras das paredes dos tubos, posições das armaduras e resistência dos materiais, entre outros;
- Avaliar numericamente o comportamento mecânico dos tubos de concreto armado submetidos à compressão diametral, comparando com os resultados dos modelos experimentais.

1.3 Justificativas

O grande potencial dos tubos pré-moldados de concreto no panorama nacional e internacional faz com que seja indispensável o constante aperfeiçoamento no procedimento de projeto. Os tubos de concreto estão diretamente ligados à área de saneamento, que são sempre alvos de elevados investimentos dos órgãos governamentais.

Conhecer melhor a segurança dos tubos de concreto armado enterrados permitirá aos profissionais da área de Engenharia Civil a utilização mais racional e econômica deste elemento estrutural. Esta utilização racional é fundamental para o crescimento da construção civil brasileira, pois o conhecimento da probabilidade de falha almejada por uma fábrica de tubos pré-moldados de concreto permitirá melhorar o controle de qualidade dos tubos e diminuir os prejuízos financeiros decorrentes da perda de lotes de tubos.

Justifica-se ainda o desenvolvimento deste trabalho de pesquisa uma vez que se deseja:

- a) Evoluir no entendimento do comportamento estrutural de tubos circulares de concreto armado, numa situação de ensaio normatizado;
- b) Aumentar a quantidade de pesquisas que procuram estudar e quantificar a confiabilidade das estruturas;

- c) Divulgar procedimentos no meio técnico nacional e internacional para análise de tubos circulares de concreto, uma vez que são bastante escassas as publicações neste tema;
- d) Otimizar os custos de produção com adequação do controle de qualidade para um nível de confiabilidade almejada.

1.4 Metodologia

O trabalho proposto foi iniciado com a realização de uma ampla revisão bibliográfica no intuito de levantar referências sobre o projeto de tubos de concreto enterrados e submetidos à compressão diametral, e também revisar os conceitos ligados aos métodos de introdução de segurança e confiabilidade na engenharia de estruturas.

Para uma melhor avaliação do comportamento dos tubos de concreto armado submetidos à compressão diametral, o trabalho compreende uma parte teórico-numérica e outra experimental.

Na parte teórico-numérica da pesquisa, os tubos circulares de concreto, na situação do ensaio de compressão diametral recomendado pela NBR 8890 (ABNT, 2007), foram analisados segundo um modelo mecânico baseado no método dos elementos finitos para pórticos planos. Para a consideração da não-linearidade física dos materiais foram utilizados modelos baseados em tensões e deformações, uma vez que estes tendem a ser mais realísticos na descrição do comportamento físico do elemento estrutural. A não-linearidade geométrica teve como base a teoria de grandes deslocamentos e deformações, onde a matriz de rigidez do elemento é encontrada num sistema de coordenadas corrotacionais solidário ao elemento.

A parte experimental deste trabalho foi realizada como forma de validação e calibração dos resultados numéricos. Para tanto, foram ensaiados tubos circulares de concreto

armado submetidos à compressão diametral (NBR 8890 (ABNT, 2007)) com diferentes diâmetros nominais de 800 mm e 1200 mm. Para avaliar o efeito do possível enrijecimento proporcionado pela bolsa, foram ensaiados anéis circulares (tubos onde foram retiradas as bolsas). O programa experimental ainda proporcionou o conhecimento da variabilidade dos parâmetros de projeto necessários para o cálculo da probabilidade de falha dos tubos de concreto.

O estudo de confiabilidade estrutural contemplou basicamente o método de Rackwitz-Fiessler, para a determinação dos valores de índices de confiabilidade β , sendo o cálculo da probabilidade de falha feito por meio do FORM (*First Order Reliability Method*). Para tanto, no estado limite último as funções de estado limite foram determinadas segundo o Método de Superfície de Resposta, que são aproximações por superfícies quadráticas das respostas obtidas do cálculo mecânico.

1.5 Organização da Tese

O texto da tese apresenta sete capítulos. O capítulo um apresenta o assunto estudado e a sua importância para a engenharia civil. Apresentam-se os objetivos, as justificativas, a metodologia adotada e os tópicos que serão abordados nos capítulos seguintes.

A revisão bibliográfica sobre tubos de concreto está no capítulo dois. Nessa revisão foram apresentados os principais tópicos sobre o projeto de tubos de concreto enterrados e ensaiados para a situação de compressão diametral.

O capítulo três trata dos fundamentos teóricos da modelagem numérica. Apresenta-se a análise não linear geométrica com base na formulação corrotacional e a análise não linear física do concreto e do aço. O capítulo quatro apresenta resumidamente conceitos sobre a teoria de confiabilidade para a engenharia de estruturas. Aborda-se o cálculo da probabilidade de falha e o índice de confiabilidade para funções de estado explicita e não explicita.

O capítulo cinco descreve os modelos experimentais realizados para os tubos circulares de concreto armado submetidos à compressão diametral. Neste capítulo, a instrumentação dos modelos e os procedimentos para a realização dos ensaios são apresentados. Ainda no capítulo cinco são mostrados os resultados e as análises dos ensaios determinando a variabilidade física e geométrica apresentada pelos tubos e também a influência da bolsa na rigidez dos tubos.

O capítulo seis refere-se às simulações numéricas realizadas para avaliar a modelagem numérica adotada e ainda a determinação dos índices de confiabilidade no estado limite último dos tubos avaliados experimentalmente. Ainda nesse capítulo apresenta-se uma análise paramétrica do índice de confiabilidade em função da variabilidade imposta a alguns parâmetros dos tubos de concreto para melhorar o controle de qualidade.

O capítulo sete apresenta as principais conclusões do estudo proposto sobre o comportamento dos tubos de concreto submetidos à compressão diametral e analisados considerando a teoria de confiabilidade. E finalmente, a seguir, apresentam-se as referências bibliográficas.

Capítulo 2

REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

Em todo o mundo, a principal alternativa para a construção de galerias de drenagem e esgotos urbanos refere-se a tubos circulares de concreto armado, que podem ser em "ponta e bolsa" ou em "macho e fêmea", como mostra a Figura 2.1. No Brasil, os tubos circulares com geometria em ponta e bolsa são os mais empregados.

O emprego dos tubos circulares de concreto armado vem crescendo graças a sua durabilidade e boa resistência mecânica, além de ser um produto com disponibilidade dentro das exigências de mercado.





A utilização de tubos de concreto não armados está limitada a vazões pequenas, apresentando, portanto, diâmetros nominais (DN) inferiores a 600 mm. Já os tubos de concreto armado são utilizados com bastante freqüência no Brasil para diâmetros nominais

(DN) superiores a 400 mm. Como os tubos são produzidos por fábricas próximas das regiões onde serão empregados, estes acabam também promovendo o desenvolvimento local por meio da geração de empregos e arrecadação de impostos.

Ao longo dos anos, o projeto estrutural de tubos circulares de concreto vem se desenvolvendo, principalmente por causa das investigações experimentais sobre a interação entre o tubo e o solo. O objetivo deste capítulo é apresentar sucintamente os aspectos envolvidos no projeto estrutural de tubos de concreto enterrados avaliados por ensaio de compressão diametral.

Apresenta-se inicialmente um resumo histórico sobre os tubos de concreto e, em seguida, comenta-se sobre o comportamento estrutural de tubos enterrados, o ensaio de compressão diametral recomendado pela NBR 8890 (ABNT, 2007), a determinação da classe do tubo, os materiais empregados na produção dos tubos de concreto armado e finalmente os aspectos envolvidos no dimensionamento das paredes dos tubos circulares de concreto armado.

2.1 Desenvolvimento dos Tubos de Concreto

Existem diversos relatos interessantes e curiosos da utilização de tubulações destinadas a direcionar o fluxo de águas e esgotos desde antes de Cristo até os dias atuais. No início, os preceitos de higiene estavam intimamente relacionados com a religião. Muitas das obras destinavam-se mais à ostentação de seus idealizadores do que à melhoria da qualidade de vida da população servida pelo sistema.

Dentre as construções mais antigas, podem ser mencionadas as ruínas de tubulações construídas em 3750 a.C. em Nippur, na Índia, destinadas a direcionar as águas pluviais e

esgotos sanitários. Em Tell Asmar, próximo à cidade de Bagdá no Iraque, outras canalizações foram construídas há 2600 a. C. (Azevedo Netto, 1959).

Durante o império romano, já poderiam ser encontrados tubos de concreto simples capazes de suportar cargas externas. Em Paris do século XIX, existiam grandes galerias de esgotos, as quais eram revestidas por pedras rejuntadas com argamassas de cimento no seu interior (ACPA, 1959). Nos últimos 25 anos do século XIX, vários tubos de concreto foram instalados nos Estados Unidos. Da técnica utilizada pouco se sabe, mas provavelmente foi por tentativa e erro (ACPA, 1980). Os tubos de concreto armado somente foram inventados em 1867 pelo francês J. Monier (Azevedo Netto, 1959).

Segundo a ACPA (1980), o desenvolvimento da teoria de tubos enterrados começou em 1897 quando F. A. Barbour realizou 6 ensaios em tubos instalados em vala com diâmetros de 914,4 mm (36 in) e altura de aterro entre 1,0 m e 2,5 m. Nestes ensaios, Barbour utilizou uma plataforma hidráulica para aplicar as forças nos tubos enterrados.

Em 1908, A. N. Talbot quantificou os esforços internos em tubos a partir da teoria de estruturas hiperestáticas. Para tanto, o tubo foi idealizado como um anel de parede fina com rigidez constante. Até 1913, só havia disponível para os projetistas de tubulações enterradas os 6 ensaios realizados por Barbour e as equações de Talbot. Para preencher este vazio, foi iniciado um estudo em 1910 pelo *Engineering Experiment Station of Iowa State Colege* (EESISC) sob a direção do engenheiro Anson Marston (ACPA, 1959).

O estudo realizado por Marston conduziu à teoria de pressão de terra sobre tubos enterrados, sendo esta a teoria mais usada atualmente em projetos deste tipo. Esta teoria está baseada na hipótese de que o carregamento total no tubo instalado em vala está diretamente relacionado com o peso do solo sobre o tubo. Marston constatou que, com as forças de atrito existentes entre o solo e o tubo e entre o solo e as paredes laterais, a carga total aplicada no

tubo instalado em vala é menor do que o peso do solo sobre o mesmo. A constatação da carga teórica vertical foi feita a partir de 9 ensaios em tubos enterrados, com as seguintes variações:

- Diâmetros dos tubos: entre 304,8 mm (12 in) e 914,4 mm (36 in)
- Altura de aterro: entre 0 e 5,18 m (17 ft)
- Largura das valas: entre 0,46 m (1,5 ft) e 1,22 m (4 ft)

Marston ainda realizou ensaios em laboratório onde as pressões verticais eram aplicadas por meio de macacos hidráulicos e colchões de areia. Com isso, Marston pretendia avaliar se o ensaio em laboratório poderia simular adequadamente as condições reais em campo.

Comparando os modos de ruína dos tubos ensaiados em campo e em laboratório, Marston propôs um fator de conversão (atualmente chamado de *fator de equivalência*) entre estas duas situações analisadas. A princípio, este fator foi chamado por Marston de fator de segurança ou coeficiente de carga.

Marston acreditava que com a padronização dos procedimentos de ensaio, instalação e assentamento dos tubos, os resultados dos ensaios de laboratório poderiam ser utilizados como uma ferramenta de projeto, ou seja, se a relação entre as capacidades resistentes do tubo em laboratório e em campo for conhecida, o ensaio em laboratório pode ser considerado como verdadeiro para uma dada situação de projeto. Todavia, essa filosofía para a realização de projetos de tubos enterrados somente é válida se existirem dados suficientes para avaliar a capacidade resistente de um tubo para uma dada instalação.

As conclusões obtidas sobre o comportamento e a capacidade resistente de tubos enterrados e que foram baseadas somente em ensaios de laboratório não têm nenhum sentido, caso não existam disponíveis dados de campo para o tubo numa dada situação de instalação e assentamento, servindo como padrões possíveis de serem utilizados na correlação entre a situação de campo e a situação em laboratório.

Em 1920, Schlick fez a primeira extensão dos procedimentos de Marston. Seu trabalho objetivava verificar os fatores de equivalência encontrados por Marston para os vários tipos de instalação em vala e determinar outros fatores para essas condições de assentamento. Para reduzir o número de ensaios, Schlick os agrupou em tipos de assentamento de acordo com as recomendações da *American Society for Testing and Materials (ASTM)*, os quais variavam desde tubos assentes em bases condenáveis, até tubos instalados sobre bases feitas em berços de concreto. Nestes ensaios, as forças eram aplicadas por meio de macacos hidráulicos atuando no solo.

Em 1930, a ASTM publicou os resultados dos ensaios realizados por Schlick na tentativa de promover uma padronização, que foi formalmente conseguida em 1935 para tubos de concreto armado destinados a esgotos sanitários, e em 1937 para águas pluviais.

Tubo instalado em aterro é outro tipo de instalação comumente usada, na qual o tubo é colocado sobre ou próximo ao greide do terreno, sendo, em seguida, compactado o aterro sobre o tubo e nas suas adjacências. Sua aplicação principalmente é observada em bueiros, onde os tubos atravessam perpendicularmente uma estrada, conforme observado na Figura 2.2. Esta forma de instalação também foi estudada no EESISC por A. Marston e Merlin Spangler, este como pesquisador principal.



Figura 2.2 Tubo instalado sob aterro de uma estrada.

Segundo Zaidler (1983), os estudos de Marston e Spangler tiveram como objetivo principal a determinação da rigidez, em campo, de tubos rígidos destinados ao transporte de água, além de obter subsídios para o desenvolvimento da teoria de tubos instalados em aterro.

O tratamento por parte da mecânica dos solos para tubos instalados em aterro se tornava difícil por causa dos movimentos relativos entre o solo e o tubo e nas suas laterais. Nos seus estudos, Spangler observou que as pressões laterais do solo melhoravam de forma considerável o comportamento do tubo. Por meio de medidas de pressões feitas com células de pressão, Spangler concluiu que o empuxo ativo de Rankine avaliava de forma aceitável as pressões laterais.

Assim como foi feito nos tubos instalados em aterro, Marston e Spangler chegaram a valores que correlacionaram as capacidades resistentes entre os tubos instalados em aterro, para as situações em que eles se encontravam em campo, e a situação do tubo no ensaio de compressão diametral.

Em 1968, a ACPA, *American Concrete Pipe Association*, adota o método de Marston e Spangler para o projeto estrutural de tubos enterrados. No que concerne à teoria desenvolvida por Marston e Spangler para o projeto de tubos enterrados, alguns comentários sobre as hipóteses adotadas por estes pesquisadores fazem-se necessários:

- o carregamento é aplicado somente no topo do tubo;
- o tubo apresenta resposta elástica linear;
- não foram consideradas tensões de cisalhamento na superfície do tubo;
- os materiais utilizados no assentamento e os níveis de compactação não foram definidos de forma adequada;
- o ensaio dos três cutelos simula o carregamento em campo para qualquer altura de aterro e rigidez do tubo. Talvez esta seja a hipótese mais simplista adotada na teoria de Marston e Spangler.

Porém, no contexto em que os ensaios foram realizados (tubos sem armaduras), essas hipóteses podem ser consideradas razoáveis e aceitáveis. Em virtude das hipóteses simplificadoras adotadas por Marston e Spangler, vários pesquisadores procuraram outras formas para análise de tubos enterrados.

Heger (1963) ensaiou 127 tubos a compressão diametral e desenvolveu expressões para os esforços internos em que fossem considerados os efeitos da fissuração. Neste seu trabalho, foram investigados os carregamentos nos quais apareceram as primeiras fissuras, o carregamento para o qual ocorria a ruína do tubo e a forma de ruína que este apresentava. Seu trabalho contribuiu no entendimento do comportamento do tubo no ensaio dos três cutelos.

A partir da distribuição de pressões no tubo, baseado no trabalho de Heger (1963) como mostra a Figura 2.3, em 1970 a ACPA (2002) iniciou uma pesquisa para estudar a interação existente entre o solo e o tubo, resultando no programa computacional Spida (*Soilpipe interaction design and analysis*).



Figura 2.3 Distribuição de pressões propostas por Heger [adaptado de ACPA, 2002].

Algood (1972) apresentou o primeiro programa de computador que considerava a interação solo-estrutura na análise de tubos enterrados. Na elaboração deste programa foi utilizado o método dos elementos finitos. Embora este trabalho tenha permitido grande avanço na análise de tubos de concreto, muitas hipóteses empíricas sobre as propriedades do

solo foram incluídas, hipóteses estas que influenciam bastante na iteração entre o solo e a estrutura. Em etapas posteriores do trabalho de Algood (1972), constatou-se que o comportamento teórico do tubo não era condizente com o que era observado em campo.

Davis *et al.*¹ (1971, *apud* Kudder, 1978) apresenta que o estado da Califórnia (EUA) desenvolveu um extensivo programa experimental para investigar os efeitos de várias técnicas de assentamento e aterro no comportamento e resistências últimas de tubos de concreto armado. Como conclusão desse estudo, ficou constatada que, à medida que se aumenta o cuidado com a execução do aterro lateral e do assentamento de modo a obter melhor suporte lateral, o tubo apresenta melhor configuração na distribuição dos esforços.

Katona (1977) apresenta o programa computacional CANDE (*Culvert Analysis and Design*) desenvolvido com base no Método dos Elementos Finitos. Neste programa, que admite como válida a hipótese de estado plano de deformações, foram utilizados elementos de contato para representar o contato existente entre o tubo e o solo, e elementos de barra para representar o tubo.

Em 1970, é iniciado o trabalho para o desenvolvimento de um programa computacional chamado NUPIPE. Este programa foi desenvolvido pela Universidade de Northwestern, sob a supervisão da ACPA. Procurou-se neste trabalho melhorar a precisão dos resultados da análise do solo e do tubo pelo Método dos Elementos Finitos e verificar em campo os resultados obtidos analiticamente.

Kudder (1978) procurou desenvolver um critério de projeto melhorado, o qual está incorporado no programa NUPIPE, com o objetivo principal de desenvolver um procedimento

¹ DAVIS, R. E. *et al.* (1971). *Structural behavior of concrete culverts*. State of California Business and Transportation Agency. California. Report n. RED4-71 apud KUDDER, R. J. (1978). *A simplified design method for buried concrete pipe*. Thesis (Doctorate) – Northwestern University, Illinois.

simplificado para o projeto de tubos de concreto armado que pudesse ser aplicado manualmente.

A partir de 1970 a ACPA começou um programa de pesquisa de longo prazo que tinha por objetivo desenvolver uma análise precisa e também procedimentos de projeto que determinassem o comportamento estrutural do tubo de concreto enterrado. As análises foram feitas considerando o comportamento do tubo e o solo envolto deste como um sistema estrutural-geotécnico único. A pesquisa resultou no desenvolvimento do programa de elementos finitos SPIDA, *Soil-Pipe Interaction Design and Analysis*, para o método direto de tubos de concreto enterrados.

Desde o começo da década de oitenta no século passado, o SPIDA vem sendo usado em várias pesquisas, incluindo o desenvolvimento de quatro novas instalações padronizadas (instalações padronizadas SIDD), e de um programa de computador simplificado de projeto, o SIDD, *Standard Installations Direct Design*, ASCE (1994).

Em Deen e Havens (1964), foram estudados os efeitos causados pelas técnicas de produção na resistência dos tubos submetidos a compressão diametral. Nesse estudo foram analisados 33 tubos produzidos com diâmetro interno de 1,372 m (54 in) para a classe III da ASTM. O objetivo principal do trabalho era avaliar o quanto influenciavam as emendas das armaduras na resistência do tubo. Dos estudos, concluiu-se que a resistência do tubo é pouco influenciada pela posição relativa das armaduras em relação à força aplicada no ensaio de compressão diametral. Ainda foi verificado experimentalmente nesse trabalho que a capacidade resistente do tubo foi aumentada de forma proporcional à taxa de armadura distribuída no tubo.

No projeto de um tubo enterrado, muitas vezes o projetista é questionado sobre quais os fatores que determinam a altura máxima de aterro de modo a se ter a máxima carga no tubo com determinada segurança. A partir dos estudos realizados até o presente momento, concluise que a resposta para este questionamento depende dos seguintes fatores:

- a) Resistência do tubo;
- b) Características do material do aterro;
- c) Material do qual é formada a base do tubo;
- d) Movimento relativo do solo sob o tubo e nas suas adjacências;
- e) Métodos de assentamento e instalação do tubo.

2.2 Comportamento Estrutural de Tubos Enterrados

Assim como em qualquer estrutura, o projeto estrutural de tubos enterrados deve atender aos estados limites último e de serviço, verificados a partir dos esforços internos. A dificuldade no cálculo desses esforços resulta do fato destes dependerem da pressão do solo nas paredes dos tubos, sendo que esta pressão depende da forma de instalação (tubos em valas ou em aterros) e do assentamento do tubo (forma da base e condições de compactação do aterro lateral).

Como apresentado no item 2.1 deste texto, o estudo do efeito das cargas provenientes do solo nos tubos foi inicialmente realizado por Marston visando quantificar teórica e experimentalmente as pressões de terra nos tubos. O conceito básico adotado por Marston nesse estudo é que a coluna de terra sobre o tubo é modificada pelo efeito de arco, ou seja, parte desse peso é transferida para prismas laterais adjacentes, como mostra a Figura 2.4. Portanto, a carga sobre o tubo pode ser menor do que o peso de coluna de terra atuando sobre ele.

Observando a indicação da Figura 2.4, quanto à rigidez dos tubos, Spangler classificou os tubos em:
- <u>rígidos</u>: quando sua capacidade de suporte deriva de sua resistência intrínseca. Sob carregamento diametral, chega a ter uma variação de 0,1% de seu diâmetro sem apresentar fissuras prejudiciais ao seu comportamento. Os tubos de concreto armado ou simples são considerados tubos rígidos;
- <u>flexíveis</u>: apresentam pouca resistência intrínseca. Sua capacidade de suportar cargas verticais deriva da mobilização das pressões passivas que os lados dos tubos provocam ao se deslocarem em relação ao terreno lateral. Sob carregamento diametral, podem apresentar variação de seu diâmetro superior a 3%, sem apresentar fissuras prejudiciais ao seu comportamento. Tubos metálicos e plásticos são exemplos de tubos flexíveis.





A capacidade de carga dos tubos flexíveis não pode ser avaliada considerando somente o tubo, mas sim a interação existente entre o tubo e o solo que o envolve. Sua resistência geralmente é medida em ensaio de pratos paralelos.

Já os tubos rígidos não utilizam necessariamente o solo lateral como apoio, sendo que sua capacidade resistente é função da resistência intrínseca do tubo. Normalmente, sua resistência é medida em ensaios de compressão diametral.

Quanto à instalação, os tubos podem ser agrupados nas seguintes formas:

- <u>valas ou trincheiras</u>: nesse caso, os tubos são instalados em valas relativamente estreitas (Figura 2.5-a);
- <u>aterros</u>: nesse caso, os tubos são instalados no terreno natural ou numa vala estreita e pouco profunda, sendo aterrados posteriormente. Nesses casos, o aterro pode ter projeção positiva (Figura 2.5-b) ou negativa (Figura 2.5-c), respectivamente;
- <u>por cravação</u>: esse tipo de instalação é usado quando os métodos convencionais (em valas ou em aterros) não são possíveis, ou quando se deseja instalar o tubo num aterro já existente (Figura 2.5-d).



Figura 2.5 Principais tipos de instalações para tubos enterrados.

Em tubos instalados em aterro, a carga sobre o topo do tubo pode aumentar ou diminuir de intensidade, a depender dos movimentos relativos de prismas de solo sobre e adjacentes ao tubo. Se ocorrer a situação de não existirem movimentos relativos entre esses prismas de solo, não deverá ser considerado o atrito existente entre os prismas para o alívio da carga atuante sobre a tubulação, de modo que os tubos rígidos se apresentam como a melhor solução. Além disso, caso haja uma situação desfavorável de execução do aterro, como por exemplo no grau de compactação, na espessura do berço, etc; têm-se sérios riscos de ocorrer colapso da tubulação ao ser adotada a solução em tubos flexíveis, uma vez que a capacidade resistente destes depende das condições do aterro lateral.

Em tubos instalados em vala, a tendência do movimento relativo entre os prismas de solo sobre o tubo e o solo adjacente intacto provoca tensões de atrito entre as paredes laterais da vala e do aterro, proporcionando um alívio do peso de solo no tubo.

A forma de assentamento do tubo tem papel importante na distribuição de pressões, na qual uma configuração mais favorável ocorrerá quando for promovido um contato efetivo em uma grande região na base do tubo. Caso isso não aconteça, ocorrerão tendências de concentração de pressões na base dos tubos, provocando um aumentando dos esforços de flexão nesta região. Dependendo do tipo de assentamento, podem-se ter melhores condições de realizar a compactação lateral, implicando em um melhor confinamento lateral, e com isto em uma melhor distribuição de momentos fletores no tubo.

A distribuição de pressões nos tubos depende de diversos fatores, e a consideração de todos de forma precisa se torna uma tarefa extremamente complexa, principalmente se for considerada a interação solo-estrutura. Neste caso, pode-se recorrer à utilização de métodos numéricos, tais como o Método dos Elementos Finitos. Entretanto, nesse caso, o projeto poderia se tornar trabalhoso e pouco prático, além do fato de que, muitas vezes são necessárias estimativas empíricas das propriedades do solo, o que acaba influenciando bastante a interação solo-estrutura. Neste caso, o comportamento teórico do tubo pode não ser condizente com o comportamento observado em campo.

Em El Debs (2003) são apresentadas algumas idealizações de distribuições de pressões em tubos circulares propostas por diversos pesquisadores. As idealizações de distribuições de pressões são feitas de forma a facilitar o cálculo dos esforços nos tubos, o que pode ser feito considerando o tubo como um anel circular.

A partir dos experimentos de Spangler em tubo salientes, verificou-se que as pressões não crescem proporcionalmente com a profundidade, como é esperado pela teoria de Rankine, conforme mostrado na Figura 2.6-a. Na Figura 2.6-b é mostrado o esquema das cargas equivalentes no caso de tubos salientes rígidos.



Figura 2.6 Distribuição de pressões em tubos rígidos (El Debs, 2003).

Na Figura 2.7-a é apresentada a distribuição radial de pressão de Olander e na Figura 2.7-b a distribuição sugerida por Joppert da Silva. Neste último diagrama idealizado para distribuição de pressão, pode-se perceber uma diminuição da pressão lateral à medida que se vai aproximando da base do tubo, para levar em conta a dificuldade de compactação do solo na lateral do tubo junto à base.

Heger (1963) chegou ao diagrama de distribuição de pressões apresentado na Figura 2.3. Este diagrama apresentou distribuição de pressões diferente das teorias anteriores principalmente no que se refere à consideração dos vazios parciais, decorrentes da dificuldade de compactação junto à base do tubo. Este diagrama foi utilizado pela ACPA no desenvolvimento do programa computacional SIDD (*Standard Installation Direct Design*) para o cálculo de esforços solicitantes e armaduras.



Figura 2.7 Distribuição de pressões proposta por Olander e por Joppert da Silva para o cálculo de tubos circulares de concreto (El Debs, 2003).

Na prática usual em projetos de tubos enterrados, é habitualmente empregado o procedimento desenvolvido por Marston e Spangler. Marston desenvolveu um modelo teórico para avaliar as ações em tubos instalados em valas e um método de ensaio para testar a resistência em tubos de concreto. Anos seguintes, Spangler e Schilick estenderam este modelo teórico, chegando à teoria usada atualmente, conforme discutido no item2.1.

O procedimento de Marston e Spangler consiste, basicamente, em determinar a resultante das cargas verticais atuantes no tubo, empregar um fator de equivalência que correlaciona os comportamentos do tubo em campo e em laboratório e, finalmente, determinar a resistência do tubo por algum ensaio normatizado.

2.3 Ensaio de Compressão Diametral

Dentre os ensaios padrões, o ensaio de compressão diametral é o mais utilizado, principalmente pela facilidade de execução. Este ensaio também é chamado de *ensaio de três cutelos*.

O fator de equivalência nada mais é que a razão entre os máximos momentos fletores observados no ensaio padrão e na situação real, em campo. Este fator leva em conta, principalmente, a forma de assentamento do tubo.

Em linhas gerais, de acordo com o procedimento de Marston e Spangler, todo tubo deve ser projetado para suportar uma situação prevista em um ensaio padrão, para uma força igual à razão entre a resultante das cargas verticais atuantes no tubo na situação real em campo e o fator de equivalência.

De acordo com a força a ser resistida no ensaio de compressão diametral, a NBR 8890 (ABNT, 2007) enquadra os tubos em classes resistentes. Esta norma fixa também os requisitos e métodos de ensaio para a aceitação de tubos circulares de concreto simples e armado, destinados à condução de águas pluviais e esgotos sanitários.

Finalmente, vale ressaltar que, apesar dos avanços para determinar as solicitações nas paredes dos tubos, os tubos circulares de concreto armado ainda são projetados para atender a um ensaio padronizado e, no caso deste estudo, utiliza-se como ensaio normatizado o ensaio de compressão diametral recomendado pela NBR 8890 (ABNT, 2007).

O dimensionamento dos tubos de concreto pode ser realizado empregando os procedimentos usuais utilizados no dimensionamento das estruturas de concreto armado, ou seja:

- a) partindo de uma distribuição de pressões conhecidas, calculam-se as ações;
- b) com as ações determinadas, faz-se o cálculo dos esforços solicitantes no elemento estrutural;

c) finalmente, verificam-se as seções e calculam-se as armaduras.

Dentre os vários métodos de ensaio destinados à determinação da resistência de um tubo, os quatro métodos mais conhecidos são os seguintes:

- a) Ensaio de três cutelos (Figura 2.8-a);
- b) Ensaio de dois cutelos (Figura 2.8-b);
- c) Ensaio de colchão de areia (Figura 2.8-c);
- *d)* Ensaio de Minnesota (Figura 2.8-d).



Figura 2.8 Métodos de ensaios dos tubos.

Quer seja pela simplicidade e facilidade de execução dos ensaios, ou pela exatidão e uniformidade dos resultados, o ensaio de três cutelos (que a partir de agora será indicado como ensaio de compressão diametral) é o método de ensaio mais empregado para determinação da resistência de tubos rígidos, sendo inclusive adotado pela norma brasileira NBR 8890 (ABNT, 2007) como ensaio padrão.

No Anexo B da NBR 8890 (ABNT, 2007) estão descritos os procedimentos que devem ser seguidos no ensaio de compressão diametral de tubos circulares de concreto destinados ao transporte de águas pluviais e esgotos sanitários. Os equipamentos utilizados no carregamento dos tubos devem assegurar uma distribuição uniforme dos esforços ao longo do corpo do tubo, descontados os ressaltos das bolsas e os rebaixos das pontas, conforme apresentado na Figura 2.9. Entretanto, o dispositivo de distribuição das ações nos tubos pode se estender sobre todo o comprimento útil do tubo (ℓ), a depender de acordos existentes entre

o comprador e o fabricante dos tubos. Ainda segundo essa norma, o comprimento útil dos tubos será tomado pelo valor médio das medidas de três geratrizes, defasadas entre si de 120°.

Os tubos deverão ser assentes sobre sarrafos retos de madeira, dispostos conforme apresentado na Figura 2.9. Os comprimentos dos sarrafos devem ser superiores ao comprimento útil dos tubos, devendo estar afastados entre si de um décimo do diâmetro nominal do tubo. Na geratriz superior dos tubos deve ser disposta uma vigota de madeira para distribuir a força de ensaio ao longo do comprimento útil do tubo.



Figura 2.9 Esquema de ensaio de compressão diametral em tubos de concreto (El Debs, 2003).

A NBR 8890 (ABNT, 2007) não faz menção sobre as dimensões das vigotas responsáveis pela distribuição das forças ao longo das geratrizes dos tubos. Entretanto, podese recorrer a algumas recomendações sugeridas por normas estrangeiras. A normalização italiana, por exemplo, sugere que sejam utilizadas vigotas de madeira com dimensões transversais de aproximadamente 15 cm x 15 cm. Já a norma alemã DIN 4035 (1976) propõe que as dimensões das vigotas de madeira variem de acordo com o diâmetro nominal do tubo, conforme apresentado na Tabela 2.1.

Conforme sugestões da ASTM C497 (1998), os sarrafos inferiores devem ter dimensões transversais com espessura maior que 51 mm e altura compreendida entre 25 mm e

38 mm, possuindo um arredondamento com raio de 13 mm no topo do sarrafo. Os sarrafos devem estar apoiados em uma base rígida de pelo menos 150 mm de espessura. Ainda de acordo com as especificações da ASTM C497 (1998), a vigota de madeira disposta na geratriz superior do tubo deve ter rigidez tal que, para o carregamento máximo de ensaio ela não apresente deslocamentos superiores a $\ell/720$, em que ℓ é o comprimento da vigota.

| (Dir(4055, 1770). | | | | | | | |
|-------------------------------|--------------------------|--|--|--|--|--|--|
| Diâmetro nominal do tubo (mm) | Espessura da vigota (mm) | | | | | | |
| < 500 | 35 | | | | | | |
| ≤ 1000 | 95 | | | | | | |
| ≤ 1600 | 165 | | | | | | |
| > 1600 | 200 | | | | | | |

 Tabela 2.1 Espessuras das vigotas de madeira em função do diâmetro nominal do tubo

 (DIN 4035, 1976).

Conforme recomenda a NBR 8890 (ABNT, 2007), a fim de evitar a localização de esforços em irregularidades, pode-se intercalar entre o tubo e cada um dos cutelos de madeira elastômeros com 5 mm de espessura.

Ainda de acordo com a NBR 8890 (ABNT, 2007), para garantir uma distribuição uniforme da força aplicada ao longo da geratriz superior do tubo, a linha de aplicação da resultante da força aplicada deve coincidir com o trecho médio do comprimento útil do tubo. A elevação da força no ensaio deverá ser feita de modo contínuo, a velocidade constante compreendida entre 5 kN/m/min e 35 kN/m/min.

Nos tubos circulares de concreto armado, a força deve ser aplicada até que a força de primeira fissura seja atingida, sendo, em seguida, elevada até a ruptura do tubo. De acordo com a NBR 8890 (ABNT, 2007), a medida para abertura de fissuras de 0,25 mm deve ser feita por meio de uma lâmina padrão (Figura 2.10). A fissura é detectada quando a ponta da lâmina penetrar sem dificuldades 1,6 mm, com pequenos intervalos, na distância de 300 mm.

Entretanto, desde o início da aplicação deste procedimento foram encontrados diversos obstáculos para a determinação da força de primeira fissura, podendo ser citadas as condições de iluminação do laboratório, a cor e a textura da superfície do tubo, a acuidade visual do observador e, principalmente, a dificuldade de medição da fissura com o ensaio em andamento, conforme é relatado pela NBR 8890 (ABNT, 2007). A força de fissura é aquela a partir da qual aparecerá no tubo uma fissura de *0,25 mm* de abertura, no comprimento de *300 mm* ou mais, o que corresponde ao estado limite de fissuração.



Figura 2.10 Lâmina-padrão para medida de abertura de fissura de 0,25mm.

2.4 Determinação da Classe do Tubo

Conforme comentado nos itens anteriores, o fator de equivalência é utilizado para determinar a força de compressão diametral do ensaio normatizado correspondente à resultante das cargas verticais atuantes no tubo na situação real, de forma a ter os máximos momentos fletores iguais para as duas situações. Com isto, a força do ensaio (F_{ens}) é dada pela divisão entre a resultante das cargas verticais e o fator de equivalência, como mostra e Equação (2.1).

$$F_{ens} = \gamma \left(q + q_m \right) / \alpha_{eq} \tag{2.1}$$

Na Equação (2.1), as variáveis q, q_m , $\alpha_{eq} e \gamma$ são, respectivamente, resultante das cargas verticais do solo, resultante das cargas verticais móveis, fator de equivalência e fator de segurança. Nessa tabela, a palavra carga foi trocada por força por considerar que esse termo é mais apropriado.

| 11DIC 0070 (11D1(1, 2007)). | | | | | | | | | | | | | | |
|--|-----|-------------------|-----|-----|--------|--------------------|-----|----------------|-------------------|-----|-----|------------|-----|-----|
| | | Água Pluvial | | | | | | | Esgoto Sanitário | | | | | |
| DN | F | Força mín. trinca | | | | Força mín. ruptura | | | Força mín. trinca | | | Força mín. | | |
| | | (kN/m) (kN/m) | | | (kN/m) | | | ruptura (kN/m) | | | | | | |
| Classe | PA1 | PA2 | PA3 | PA4 | PA1 | PA2 | PA3 | PA4 | EA2 | EA3 | EA4 | EA2 | EA3 | EA4 |
| 300 | 12 | 18 | 27 | 36 | 18 | 27 | 41 | 54 | 18 | 27 | 36 | 27 | 41 | 54 |
| 400 | 16 | 24 | 36 | 48 | 24 | 36 | 54 | 72 | 24 | 36 | 48 | 36 | 54 | 72 |
| 500 | 20 | 30 | 45 | 60 | 30 | 45 | 68 | 90 | 30 | 45 | 60 | 45 | 68 | 90 |
| 600 | 24 | 36 | 54 | 72 | 36 | 54 | 81 | 108 | 36 | 54 | 72 | 54 | 81 | 108 |
| 700 | 28 | 42 | 63 | 84 | 42 | 63 | 95 | 126 | 42 | 63 | 84 | 63 | 95 | 126 |
| 800 | 32 | 48 | 72 | 96 | 48 | 72 | 108 | 144 | 48 | 72 | 96 | 72 | 108 | 144 |
| 900 | 36 | 54 | 81 | 108 | 54 | 81 | 122 | 162 | 54 | 81 | 108 | 81 | 122 | 162 |
| 1000 | 40 | 60 | 90 | 120 | 60 | 90 | 135 | 180 | 60 | 90 | 120 | 90 | 135 | 180 |
| 1100 | 44 | 66 | 99 | 132 | 66 | 99 | 149 | 198 | 66 | 99 | 132 | 99 | 149 | 198 |
| 1200 | 48 | 72 | 108 | 144 | 72 | 108 | 162 | 216 | 72 | 108 | 144 | 108 | 162 | 216 |
| 1500 | 60 | 90 | 135 | 180 | 90 | 135 | 203 | 270 | 90 | 135 | 180 | 135 | 203 | 270 |
| 1750 | 70 | 105 | 158 | 210 | 105 | 158 | 237 | 315 | 105 | 158 | 210 | 158 | 237 | 315 |
| 2000 | 80 | 120 | 180 | 240 | 120 | 180 | 270 | 360 | 120 | 180 | 240 | 180 | 270 | 360 |
| | | | | | | | | | | | | | | |
| Força diametral de trinca/ruptura (kN/m) | | | | | | | | | | | | | | |
| | | | | | | | | | | | | | | |
| Od | 40 | 60 | 90 | 120 | 60 | 90 | 135 | 180 | 60 | 90 | 120 | 90 | 135 | 180 |

Tabela 2.2 Forças mínimas de trinca e de ruptura para tubos em concreto armado,NBR 8890 (ABNT, 2007).

(1) Força diametral de trinca ou ruptura é a relação entre a força de trinca ou ruptura e o diâmetro nominal do tubo.

(2) Outras classes podem ser admitidas mediante acordo entre fabricante e comprador, devendo ser satisfeitas as condições estabelecidas nesta Norma para tubos de classe normal. Para tubos armados, a força mínima de ruptura deve corresponder a 1,5 da força de mínima de fissura (trinca).

(3) As siglas PA e EA referem-se à Pluvial Armado e Esgoto Armado, respectivamente.

De acordo com a NBR 8890 (ABNT, 2007), os fatores de segurança aplicados à expressão da resultante das cargas verticais são dados por γ igual a 1,0 para o estado limite de trinca (fissuração) e γ igual a 1,5 para o estado limite de ruptura.

A força de ruptura corresponde à máxima força que pode ser alcançada no ensaio de compressão diametral, equivalendo, então, ao estado limite último do tubo. Em função da força de trinca e da força de ruptura do tubo, pode-se especificar a classe do tubo, a partir da Tabela 2.2, transcrita da NBR 8890 (ABNT, 2007).

2.5 Materiais empregados na Produção dos Tubos

2.5.1 Concreto

O concreto deve ter características compatíveis com o processo de fabricação dos tubos. Para tanto, este deve ser objeto de controle de qualidade. A durabilidade do concreto deve ser considerada em função do uso do tubo. De acordo com a NBR 8890 (ABNT, 2007), para tubos de concreto destinados a águas pluviais, recomenda-se uma relação água/cimento inferior a 0,50 e, para tubos destinados a esgotos sanitários, esta relação não deve ser superior a 0,45.

Na produção dos tubos de concreto, normalmente se utilizam concretos com resistência característica à compressão (f_{ck}) maior ou igual a 25 MPa. A ACPA (1993) recomenda que estes tubos sejam produzidos com f_{ck} variando entre 28 MPa e 42 MPa.

Para os tubos destinados a águas pluviais, de acordo com a NBR 8890 (ABNT, 2007), pode ser utilizado qualquer cimento Portland, desde que esteja garantida a baixa agressividade do meio externo ao concreto. Nos tubos destinados a esgotos sanitários, devem ser utilizados cimentos resistentes a sulfatos, conforme especificado na NBR 5737 (ABNT, 1992).

A NBR 8890 (ABNT, 2007) fixa o limite de absorção de água do tubo em 8% do peso seco de concreto. Grande quantidade de água absorvida não é problemática, embora indique uma pior qualidade do concreto do tubo, por ser mais poroso. Além disso, tubos de concreto muito poroso facilitam a contaminação da água que nele escoa, ou do solo pelo esgoto que o tubo conduz.

2.5.2 Aço

Os aços para tubos devem atender às especificações dos aços para concreto armado, conforme normas vigentes.

De acordo com a NBR 8890 (ABNT, 2007), as armaduras principais destinadas para a produção de tubos de concreto armado podem ser simples ou duplas posicionadas de forma que os cobrimentos mínimos sejam garantidos. O afastamento máximo das barras transversais deve ser de 15 cm, sendo que nos tubos com bolsa o afastamento máximo é de 5 cm, tendo pelo menos duas espiras em sua extremidade.

Uma das possíveis opções de armaduras para a produção de tubos de concreto é a tela soldada, cujas vantagens são a redução do tempo de mão-de-obra com corte, arqueamento e amarração e, a melhor aderência com o concreto, devido à presença de barras transversais.

Os fios longitudinais das telas soldadas devem possuir diâmetros não superiores a 7,1 mm, uma vez que, a partir deste diâmetro, as operações de retificação ou arqueamento das telas se tornam bastantes difíceis de serem realizadas.

A armadura em tela soldada destinada a tubos de concreto armado é constituída por malhas retangulares espaçadas de 10 e 20 cm para os fios longitudinais e transversais, respectivamente, sendo que estes fios são dispostos de maneira sobreposta e soldados por caldeamento. Os fios de aço das telas soldadas geralmente pertencem à categoria CA-60, isto é, são feitos de aço que não apresentam patamar de escoamento e que possuem tensão de escoamento igual a 600 MPa. Atualmente no Brasil, tem sido produzidas telas somente com fios nervurados, os quais apresentam alta aderência com o concreto, melhorando assim o desempenho mecânico dos tubos.

O grande entrave na utilização de armaduras pré-fabricadas por parte de algumas fábricas de tubos de concreto consiste no preço da tela, em comparação com as armaduras

montadas na própria fábrica por meio de bobinadeiras. Porém, para se realizar tal comparação deve-se levar em conta características como o diâmetro, a classe e o tipo do tubo, o investimento na compra da bobinadeira e os custos para sua manutenção, etc.

As armaduras devem apresentar um cobrimento mínimo, cuja finalidade principal é a proteção química da armadura para evitar a corrosão e garantir a durabilidade do tubo.

Dentre os fatores de maior importância na garantia da proteção da armadura estão o valor do cobrimento e a qualidade do concreto (principalmente no que se refere à quantidade de cimento, a relação água/cimento e o adensamento do concreto). De modo geral, o concreto se apresenta de boa qualidade, por causa da dosagem e das condições de execução. Em contrapartida, os tubos podem ser submetidos a condições severas, tais como aquelas a que estão submetidos os tubos destinados a esgotos sanitários.

A NBR 8890 (ABNT, 2007) apresenta os cobrimentos mínimos para os tubos de concreto armados, transcritos na Tabela 2.3.

Tabela 2.3 Cobrimentos mínimos da armadura em tubos de concreto NBR 8890 (ABNT, 2007).

| | $d_i \leq 6$ | 00 mm | $d_i > 600 mm$ | | |
|------------|--------------|---------|----------------|---------|--|
| | Interno | Externo | Interno | Externo | |
| Cobrimento | 20 mm | 15 mm | 30 mm | 20 mm | |

2.6 Produção de Tubos de Concreto

As fábricas procuram produzir tubos circulares de modo que as espessuras das paredes estejam próximas das espessuras mínimas recomendadas pela norma NBR 8890 (ABNT, 2007). Na Tabela 2.4 são ilustradas características geométricas e uma estimativa do peso de tubos em concreto armado.

| Diâmetro interno | Área útil | Espessura da parede do tubo ¹ | Peso estimado por metro ² |
|------------------|-----------|--|--------------------------------------|
| <i>(mm)</i> | (cm^2) | <i>(mm)</i> | (<i>kN/m</i> ′) |
| 300 | 707 | 50 | 1,37 |
| 400 | 1257 | 50 | 1,77 |
| 500 | 1963 | 55 | 2,40 |
| 600 | 2827 | 65 | 3,39 |
| 700 | 3848 | 70 | 4,23 |
| 800 | 5027 | 80 | 5,53 |
| 900 | 6362 | 85 | 6,58 |
| 1000 | 7854 | 90 | 7,70 |
| 1100 | 9503 | 100 | 9,42 |
| 1200 | 11310 | 100 | 10,21 |
| 1300 | 13273 | 115 | 12,78 |
| 1500 | 17671 | 120 | 15,27 |
| 1750 | 24053 | 150 | 22,38 |
| 2000 | 31416 | 180 | 30,82 |

Tabela 2.4 Características de tubos circulares de concreto armado.

¹ Espessura mínima para tubos destinados a esgotos sanitários segundo a NBR 8890 (ABNT, 2007).

² Peso específico do concreto armado igual a 25 kN/m³.

³ Não considerado o peso decorrente da bolsa

Dentre as formas de se produzir tubos de concreto, podem ser destacados as seguintes: *a) Apiloamento manual ou mecânico: nesta forma de produção de tubos, enchem-se as fôrmas com concreto, sendo, em seguida, feito o apiloamento com soquetes.*

- b) Vibração: neste caso, são fixados vibradores nas fôrmas internas ou externas.
- c) Centrifugação: na fabricação destes tubos somente é utilizada uma das fôrmas.
 Ideal para construir tubos de pequena espessura.
- d) Vibro-prensagem: a fabricação dos tubos por vibro-prensagem é feita em instalações industriais com alto grau de automação dos equipamentos, que são instalados em fossos a fim de reduzir os ruídos e isolar as vibrações. O adensamento do concreto é feito por um dispositivo vibrador que possui freqüência de vibração variando em função do tipo e do diâmetro nominal do

tubo. Com este equipamento é possível produzir tubos com comprimentos até 2,5 m e diâmetro nominal entre 300 mm e 3000 mm.

e) Compressão radial: o equipamento utilizado para a produção dos tubos é dotado de fôrmas e um êmbolo rotativo hidráulico, constituídos de rótulas que giram em alta velocidade e em sentidos contrários. Com este equipamento é possível produzir tubos com comprimentos de até 3,5 m, com diâmetros nominais entre 300 mm e 1500 mm.

2.7 Dimensões e Tolerâncias dos Tubos

Segundo a NBR 8890 (ABNT, 2007), o diâmetro interno dos tubos circulares de concreto não deve diferir mais de 1% do diâmetro nominal, ou seja: $\phi_{interno} \ge 0,99 \phi_{nominal}$ e $\phi_{interno} \le 1,01 \phi_{nominal}$. Já para as dimensões das paredes dos tubos (h), devem ser atendidos os seguintes limites descritos abaixo, onde h_{declarada} refere-se à espessura declarada da parede.

$$h > \begin{cases} 0.95.h_{declarada} \\ h_{declarada} - 5mm \end{cases}$$
(2.2)

O comprimento útil do tubo (l) deve estar compreendido entre os limites indicados

pela equação (2.3), na qual $\ell_{declarado}$ é o comprimento declarado do tubo.

$$\ell_{\text{declarado}} - 2 \text{ cm} \le \ell \le \ell_{\text{declarado}} + 5 \text{ cm}$$
(2.3)

2.8 Dimensionamento dos Tubos de Concreto

O dimensionamento consiste basicamente em se determinar as armaduras necessárias para atender aos estados limites. Deve ser considerado o estado limite último por solicitações normais (momento fletor e esforço normal) e verificada a força cortante. Em serviço deve ser verificado o estado limite de abertura excessiva de fissuras.

Os fatores de segurança normalmente utilizados no dimensionamento de tubos de concreto são aqueles usualmente empregados em estruturas correntes de concreto armado, ou seja, 1,4 para o concreto e 1,15 para o aço. Entretanto, caso seja empregado um rigoroso controle de execução, o coeficiente de minoração da resistência do concreto poderá ser reduzido para 1,3.

2.8.1 Esforços Solicitantes e Deslocamentos

Conforme já comentado, o tubo deve ser dimensionado para uma situação idêntica à observada no ensaio de compressão diametral. Nessa situação, o tubo está sujeito a uma força uniformemente distribuída ao longo do seu eixo. Considerando estado plano de deformações, o tubo pode ser bem definido por meio de uma faixa de largura unitária como mostra a Figura 2.11.



Figura 2.11 Tubo idealizado por meio de uma faixa de largura unitária.

O tubo é analisado para duas seções de referência: a seção do coroamento / base (1) e a seção do flanco (2), onde esforços solicitantes e deslocamentos são máximos.

Da teoria clássica de flexão aplicada aos anéis encontram-se as seguintes expressões para os esforços e o deslocamento, sendo F, r_m , E e I, respectivamente, a força aplicada no ensaio, o raio médio do tubo, o módulo de elasticidade e o momento de inércia:

- Variação diametral horizontal:

$$\Delta x = \left(\frac{4-\pi}{2\pi}\right) \cdot \frac{F \cdot r_m^3}{EI} = 0,137 \cdot \frac{F \cdot r_m^3}{EI}$$
(2.4)

- Variação diametral vertical:

$$\Delta y = \left[\frac{\left(\pi^2 - 4\right)}{4\pi} + \frac{1}{\pi}\right] \cdot \frac{F \cdot r_m^3}{EI} = 0,785 \cdot \frac{F \cdot r_m^3}{EI}$$
(2.5)

- Momentos fletores no coroamento e na base:

$$M_{coro} = \frac{F.r_m}{\pi} = 0.318.F.r_m$$
(2.6)

- Momentos fletores no flanco:

$$M_{flanco} = \frac{F.r_m}{2} \cdot \left(1 - \frac{2}{\pi}\right) = 0,182.F.r_m$$
(2.7)

Na Figura 2.12 estão apresentados de forma esquemática os esforços solicitantes ao longo de um anel circular sujeito à compressão diametral.

De acordo com o processo de execução do ensaio, pode-se considerar uma redução nos momentos fletores do coroamento da ordem de 8%, conforme apresentado por El Debs (2003), o que corresponde considerar a propagação do carregamento até a linha média da espessura do tubo.



Figura 2.12 Esforços solicitantes quando sujeito à compressão diametral.

2.8.2 Arranjos das Armaduras

Os arranjos das armaduras de tubos circulares de concreto armado estão mostrados na Figura 2.13. No Brasil, os arranjos mais utilizados são:

- a) <u>Circular simples</u>, normalmente para tubos com diâmetro nominal inferior a 1000 mm. Para atender tanto aos esforços no coroamento quanto aos esforços no flanco, a armadura será melhor empregada quando estiver posicionada um pouco abaixo do centro geométrico da parede, mais próxima da face interna do tubo. Geralmente o centro de gravidade da armadura fica posicionado entre 0,35 h e 0,50 h da face interna do tubo.
- b) <u>Circular dupla</u>, normalmente para tubos com diâmetro nominal superior a 800 mm, quando a adoção de armaduras simples conduz a espessuras muito grandes. Neste caso, devido à distribuição dos esforços entre o coroamento e o flanco, a armadura interna é maior que a armadura externa.
- <u>c)</u> <u>Tubos com protensão circular</u>. De uso restrito, têm uso mais comum em adutoras de água e tubulações sanitárias.





a) Armadura circular simples
 b) Armadura circular dupla
 Figura 2.13 Arranjos e armaduras empregados em tubos circulares.

2.8.3 Procedimento de Cálculo da Armadura

O cálculo da armadura principal de tubos circulares de concreto é realizado de acordo com as hipóteses de cálculo apresentadas na NBR 6118 (ABNT, 2007) para solicitações normais, sendo este assunto abordado por diversos trabalhos sobre o projeto de estruturas em concreto armado, como Fusco (1981) e Sussekind (1979).

O cálculo da armadura circular simples pode ser realizado da seguinte maneira:

- *i)* calcula-se a armadura simples nas seções do coroamento e flanco para os esforços solicitantes decorrentes do ensaio de compressão diametral;
- ii) faz-se variar a posição da armadura até que as áreas das armaduras no coroamento e flanco sejam praticamente iguais, respeitando o limite de cobrimento nominal mínimo da armadura;
- iii) determina-se a armadura de acordo com a situação anterior, de modo que a posição do centro de gravidade da armadura seja múltipla de 0,50 cm.

Na determinação da armadura circular dupla, o dimensionamento pode ser feito para as seções do coroamento e flanco de forma iterativa, sendo que em cada iteração o cálculo da armadura de flexão é feito considerando uma armadura comprimida da iteração anterior. De acordo com a NBR 6118 (ABNT, 2007), deve-se evitar a ruptura frágil quando a primeira fissura é formada. Para tanto, deve existir uma armadura mínima de tração determinada pelo dimensionamento da seção de forma que esta seja capaz de resistir a um momento fletor mínimo dado pela expressão (2.8), sendo W_0 , o módulo de resistência da seção transversal bruta de concreto relativo à fibra mais tracionada e f_{ctk,sup}, o valor superior da resistência característica do concreto à tração.

$$M_{d,\min} = 0.8W_0 f_{ctk,sup}$$
(2.8)

Para atender situações transitórias de manuseio, armazenamento e instalação do tubo, as armaduras de flexão devem ainda estar limitadas a certos valores mínimos. Expressões para estas armaduras mínimas podem ser encontradas em ASCE (1994).

A verificação à força cortante pode ser feita seguindo as recomendações da NBR 6118 (ABNT, 2007), onde é dispensada a armadura transversal para resistir aos esforços de tração oriundos de força cortante, porém a ASCE (1994) apresenta uma formulação específica para tubos.

Com relação ao estado limite de abertura de fissura, as verificações podem ser feitas de acordo com as indicações da NBR 6118 (ABNT, 2007). O valor da abertura da fissura, calculado de acordo com as expressões da norma, deve estar limitado a 0,25 mm, o que corresponde à definição da força de trinca (fissura) no ensaio de compressão diametral, conforme a NBR 8890 (ABNT, 2007).

Capítulo 3 MODELO MECÂNICO

Estudos teóricos e experimentais mostram que estruturas analisadas considerando comportamento elástico-linear podem estar tanto a favor como contra a segurança, sendo este procedimento pouco aceitável quando se desejam estruturas seguras e econômicas. Com isto, a consideração de modelos probabilísticos nas variáveis de cálculo de uma estrutura tem pouco valor caso não se utilize um modelo mecânico que represente bem o comportamento estrutural.

Uma descrição mais realista do comportamento físico e geométrico das estruturas pode ser feita por meio de uma análise não-linear. Com base nos trabalhos de Pimenta (1996), Soares (2001) e Pinto (2002), este capítulo apresenta uma teoria que descreve o comportamento não linear das estruturas de barras de material elástico de forma exata e sem restrições quanto à grandeza dos deslocamentos e das deformações. A formulação escolhida refere-se a uma teoria geometricamente exata baseada na hipótese de *Bernoulli-Euler* para pórticos planos.

Com relação à análise não-linear física, foram introduzidos modelos constitutivos capazes de descrever o comportamento não-linear do concreto e o *tension stiffening*. Para o aço foi considerado um modelo constitutivo que descreve o seu comportamento não-linear por meio de uma curva tensão *versus* deformação bi-linear.

Na modelagem apresentada neste capítulo, os tubos circulares de concreto armado são idealizados em um esquema estrutural de pórtico plano, conforme discutido no Capítulo 2. O carregamento é aplicado sempre monotonicamente e crescente. No modelo não-linear não se consideraram os efeitos decorrentes de escorregamentos da armadura, isto é, foi admitida aderência perfeita entre o aço e o concreto.

3.1 Não Linearidade Geométrica

Os efeitos da não-linearidade geométrica decorrem dos esforços adicionais que surgem na estrutura devido à mudanças das coordenadas dos diversos pontos da estrutura no espaço. Para a consideração destes efeitos, os esforços são calculados fazendo o equilíbrio com a estrutura na posição deslocada.

Nas estruturas rígidas, esses efeitos são de pequena magnitude e podem ser desprezados, enquanto nas estruturas flexíveis, os efeitos da não-linearidade geométrica devem ser considerados de modo a se obter uma avaliação do comportamento estrutural mais realista.

Nos problemas de natureza não-linear não são válidas as superposições dos efeitos dos carregamentos e, assim, não são válidas as relações lineares entre ações e deslocamentos da estrutura.

Dentre as formulações existentes para a consideração da não-linearidade geométrica de estruturas, a formulação em coordenadas corrotacionais (ou naturais) apresenta resultados suficientemente precisos em estruturas que possam apresentar grandes deslocamentos e curvaturas dos seus elementos.

As hipóteses básicas utilizadas na formulação em coordenadas corrotacionais são as seguintes:

- Pequenas deformações;
- Pequenas rotações, da ordem de grandeza da raiz quadrada do módulo das deformações. Esta hipótese não impede a ocorrência de grandes curvaturas, desde que a estrutura seja discretizada em elementos finitos suficientemente pequenos;
- Grandes deslocamentos, contanto que a estrutura seja bem discretizada e que os carregamentos sejam divididos em número suficiente de incrementos, de modo que as deformações entre duas iterações sejam praticamente as mesmas;
- São válidas as hipóteses cinemáticas de Euler, Bernoulli e Navier, ou seja, seções transversais planas e ortogonais ao eixo longitudinal das barras permanecem planas e ortogonais ao eixo após a deformação.

3.1.1 Definições Geométricas da Formulação Corrotacional

A Figura 3.1 apresenta um elemento de barra nos sistemas de coordenadas cartesiano e corrotacional, em que ℓ_r e φ_r representam a configuração de referência e ℓ_c e φ_c representam a configuração deformada.



Figura 3.1 Sistema de coordenadas cartesiano e corrotacional.

Nos sistemas cartesiano global e corrotacional, os deslocamentos são dados por p_i e q_{α} , como mostram as Equações (3.1) e (3.2).

$$p_{i} = \begin{cases} p_{1} \\ p_{2} \\ p_{3} \\ p_{4} \\ p_{5} \\ p_{6} \end{cases}$$
(3.1)
$$q_{\alpha} = \begin{cases} q_{1} \\ q_{2} \\ q_{3} \end{cases}$$
(3.2)

Na qual:

 $q_{1} = \ell_{c} - \ell_{r}$ $q_{2} = p_{3} - \theta_{c}$ $q_{3} = p_{6} - \theta_{c}$ $\theta_{c} = \varphi_{c} - \varphi_{r}$

$$\ell_{\rm r} = \sqrt{\left({\rm x}_2 - {\rm x}_1\right)^2 + \left({\rm y}_2 - {\rm y}_1\right)^2} \tag{3.3}$$

$$\ell_{c} = \sqrt{(x_{2} - x_{1} + p_{4} - p_{1})^{2} + (y_{2} - y_{1} + p_{5} - p_{2})^{2}}$$
(3.4)

$$\theta_{c} = \varphi_{c} - \varphi_{r} = arcsen$$

$$\left[\frac{(y_{2} - y_{1} + p_{5} - p_{2}).(x_{2} - x_{1})}{\ell_{c}.\ell_{r}} - \frac{(x_{2} - x_{1} + p_{4} - p_{1}).(y_{2} - y_{1})}{\ell_{c}.\ell_{r}} \right]$$
(3.5)

A Equação (3.6) fornece a relação entre o sistema de coordenadas corrotacional (q_{α}) e o sistema de coordenadas cartesianas (p_i) , em que *B* é a matriz instantânea de mudança de coordenadas dada pela Equação (3.7).

$$\delta q_{\alpha} = B \,\,\delta p_i \tag{3.6}$$

$$B = q_{\alpha,i} = \frac{\partial q_{\alpha}}{\partial p_i}$$
(3.7)

Logo:

$$\begin{cases}
 dq_1 \\
 dq_2 \\
 dq_3
\end{cases} = \begin{bmatrix}
 -\cos\varphi_c & -sen\varphi_c & 0 & \cos\varphi_c & sen\varphi_c & 0 \\
 -sen\varphi_c/\ell_c & \cos\varphi_c/\ell_c & 1 & sen\varphi_c/\ell_c & -\cos\varphi_c/\ell_c & 0 \\
 -sen\varphi_c/\ell_c & \cos\varphi_c/\ell_c & 0 & sen\varphi_c/\ell_c & -\cos\varphi_c/\ell_c & 1
\end{cases} \begin{bmatrix}
 dp_1 \\
 dp_2 \\
 dp_3
\end{bmatrix}$$
(3.8)

A matriz *B* pode ser escrita como um produto entre duas matrizes, fazendo $B = \overline{B} T$, em que *T* é a matriz de mudança de coordenadas, relacionando os graus de liberdade cartesianos globais com os locais. As matrizes \overline{B} e *T* são descritas pelas Equações (3.9) e (3.10).

$$\overline{B} = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1/\ell_c & 1 & 0 & -1/\ell_c & 0 \\ 0 & 1/\ell_c & 0 & 0 & -1/\ell_c & 1 \end{bmatrix}$$
(3.9)
$$T = \begin{bmatrix} \cos \varphi_c & \sin \varphi_c & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -\sin \varphi_c & \cos \varphi_c & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \cos \varphi_c & \sin \varphi_c & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\sin \varphi_c & \cos \varphi_c & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

3.1.2 Campos de Deformações e Deslocamentos

Com base nas hipóteses de Euler, Bernoulli e Navier, pode-se obter o campo de deformações em função de \overline{u} , \overline{v} e α , mostrados na Figura 3.2.



De acordo com a Figura 3.2, u e v são calculados de acordo com as Equações (3.11) e (3.12). Essas medidas no sistema de coordenadas corrotacionais são dados por $u_c e v_c$, conforme as Equações (3.13) e (3.14).

$$u = \overline{\mathbf{u}} - \mathbf{y}_r \, sen\alpha \tag{3.11}$$

$$v = \overline{v} + y_r \cos\alpha - y_r = \overline{v} - y_r (1 - \cos\alpha)$$
(3.12)

$$u_c = \overline{u}_c - y_r \, sen\alpha \tag{3.13}$$

$$v_c = \overline{v}_c - v_r \left(1 - \cos \alpha \right) \tag{3.14}$$

As Equações (3.15), (3.16), (3.17) e (3.18) mostram as deformações de uma fibra genérica para um elemento infinitesimal conforme mostra a Figura 3.3.



Figura 3.3 Deformações de uma fibra genérica.

$$\bar{ds_c} = \sqrt{dx_c^2 + dv_c^2}$$
 (3.15)

$$d\bar{s}_{c} = \sqrt{(dx_{r} + d\bar{u}_{c})^{2} + d\bar{v}_{c}^{2}}$$
 (3.16)

$$tg\alpha = \frac{d\bar{v}_c}{dx_c} = \frac{d\bar{v}_c}{dx_r + d\bar{u}_c} = \frac{\frac{dv_c}{dx_r}}{1 + \frac{d\bar{u}_c}{dx_r}}$$
(3.17)

$$tg\alpha = \frac{\overline{v_c}}{1 + u_c}$$
(3.18)

A Equação (3.19) mostra o estiramento do eixo da fibra e a Equação (3.20) mostra o estiramento de uma fibra distante y_r do eixo da barra.

$$\overline{\lambda} = \frac{\overline{ds_c}}{\overline{ds_r}} = \frac{\overline{ds_c}}{dx_r} \frac{dx_r}{\overline{ds_r}}$$
(3.19)

$$\lambda = \frac{\mathrm{dx}_{\mathrm{c}}}{\mathrm{dx}_{\mathrm{r}}} \tag{3.20}$$

Pela Figura 3.3, tem-se:

$$\cos \alpha = \frac{\mathrm{dx}_{\mathrm{c}}}{\mathrm{ds}_{\mathrm{c}}} = \frac{\mathrm{dx}_{\mathrm{c}}}{\overline{\lambda}.\mathrm{ds}_{\mathrm{r}}} = \frac{\lambda.\mathrm{dx}_{\mathrm{r}}}{\overline{\lambda}.\mathrm{ds}_{\mathrm{r}}}$$
(3.21)

Isto é:

$$\cos \alpha = \frac{\lambda}{\lambda} ou \ \lambda = \overline{\lambda} \cos \alpha \tag{3.22}$$

$$\lambda = \frac{\mathrm{dx}_{\mathrm{c}}}{\mathrm{dx}_{\mathrm{r}}} = \frac{\mathrm{dx}_{\mathrm{r}} + \mathrm{du}_{\mathrm{c}}}{\mathrm{dx}_{\mathrm{r}}} = 1 + \frac{\mathrm{du}_{\mathrm{c}}}{\mathrm{dx}_{\mathrm{r}}}$$
(3.23)

$$\lambda = I + \mathbf{u}_{c}^{'} \tag{3.24}$$

Se a medida de deformação é uma transformação linear, como mostra a Equação (3.25) e, sendo válida a hipótese de Navier, o campo de deformação pode ser expresso pelas Equações (3.26) e (3.27).

$$\varepsilon = \lambda - 1 \tag{3.25}$$

$$\varepsilon = \bar{\varepsilon} - y_r \, \alpha' \tag{3.26}$$

$$\varepsilon = (1 + \mathbf{u}_{c}) \sec \alpha - 1 - y_{r} \alpha'$$
(3.27)

3.1.3 Determinação dos Esforços Internos pelo PTV

Para a determinação dos esforços internos, o princípio dos trabalhos virtuais (PTV) pode ser utilizado para determinar as relações entre os sistemas de coordenadas, resultando na Equação (3.28).

$$P_i \, \delta p_i = \int_{-\ell_r/2}^{\ell_r/2} \int_{A_r} \sigma \, \delta \varepsilon \, dA_r \, dx_r$$
(3.28)

Na qual:

 P_i = vetor de esforços nodais internos

 $\delta \varepsilon$ = deformação virtual de uma fibra genérica

 σ = tensão normal na seção

 δp_i = vetor de deslocamentos virtuais dos pontos nodais

A Equação (3.29) escreve a variação de deformação $\delta \varepsilon$ no sistema de coordenadas cartesianas. Substituindo a Equação (3.29) na Equação (3.28), tem-se a Equação (3.30).

$$\delta \varepsilon = \frac{\partial \varepsilon}{\partial q_{\alpha}} \frac{\partial q_{\alpha}}{\partial p_{i}} \delta p_{i}$$
(3.29)

$$P_{i} = \int_{-\ell_{r}/2}^{\ell_{r}/2} \int_{A_{r}} \sigma \frac{\partial \varepsilon}{\partial q_{\alpha}} \frac{\partial q_{\alpha}}{\partial p_{i}} dA_{r} dx_{r}$$
(3.30)

Sendo $B = \frac{\partial q_{\alpha}}{\partial p_i}$ independente de dA_r e de dx_r , então a Equação (3.30) resulta na

Equação (3.31).

$$P_{i} = \begin{bmatrix} \int_{-\ell_{r}/2}^{\ell_{r}/2} \int_{A_{r}} \sigma \frac{\partial \varepsilon}{\partial q_{\alpha}} dA_{r} dx_{r} \end{bmatrix} \frac{\partial q_{\alpha}}{\partial p_{i}}$$
(3.31)

Considerando que Q_{α} é o vetor de esforços internos em coordenadas naturais, energeticamente conjugado com os deslocamentos nas coordenadas naturais q_{α} , a Equação (3.28) resulta na Equação (3.32).

$$Q_{\alpha} \, \delta q_{\alpha} = \int_{-\ell_r/2}^{\ell_r/2} \int_{A_r} \sigma \, \delta \varepsilon \, dA_r \, dx_r \tag{3.32}$$

Sabendo que $\delta q_{\alpha} = \frac{\partial q_{\alpha}}{\partial p_i} \delta p_i$, a Equação (3.32) resulta nas Equações (3.33) e (3.34).

$$Q_{\alpha} \frac{\partial q_{\alpha}}{\partial p_{i}} \delta p_{i} = \int_{-\ell_{r}/2}^{\ell_{r}/2} \int_{A_{r}} \sigma \frac{\partial \varepsilon}{\partial q_{\alpha}} \frac{\partial q_{\alpha}}{\partial p_{i}} \delta p_{i} dA_{r} dx_{r}$$
(3.33)

$$Q_{\alpha} = \int_{-\ell_{r}/2}^{\ell_{r}/2} \int_{A_{r}} \sigma \frac{\partial \varepsilon}{\partial q_{\alpha}} dA_{r} dx_{r}$$
(3.34)

Combinando as Equações (3.31) e (3.34), tem-se a Equação (3.35). A Equação (3.35) em notação matricial é apresentada na Equação (3.36).

$$P_{i} = Q_{\alpha} \frac{\partial q_{\alpha}}{\partial p_{i}}$$
(3.35)

$$P = B^T Q \tag{3.36}$$

3.1.4 Determinação da Matriz de Rigidez Tangente

No sistema de coordenadas cartesianas, a matriz de rigidez é dada pela Equação (3.37). Já no sistema de coordenadas naturais (corrotacionais), a matriz de rigidez da estrutura pode ser escrita conforme mostra a Equação (3.38).

$$k_{ij} = \frac{\partial P_i}{\partial p_j}$$
(3.37)

$$k_{\alpha\beta}^{*} = \frac{\partial Q_{\alpha}}{\partial q_{\beta}}$$
(3.38)

Aplicando a regra da cadeia e substituindo a Equação (3.35) na Equação (3.37), tem-se a Equação (3.39).

$$k_{ij} = Q_{\alpha} \frac{\partial^2 q_{\alpha}}{\partial p_i \partial p_j} + \frac{\partial q_{\alpha}}{\partial p_i} \left[\frac{\partial Q_{\alpha}}{\partial q_{\beta}} \frac{\partial q_{\beta}}{\partial p_j} \right]$$
(3.39)

A substituição da Equação (3.34) na Equação (3.38) resulta na Equação (3.40).

$$\mathbf{k}_{\alpha\beta}^{*} = \frac{\partial \mathbf{Q}_{\alpha}}{\partial \mathbf{q}_{\beta}} = \int_{-\ell_{r}/2}^{\ell_{r}/2} \int_{\mathbf{A}_{r}} \sigma \frac{\partial^{2} \varepsilon}{\partial \mathbf{q}_{\alpha} \partial \mathbf{q}_{\beta}} d\mathbf{A}_{r} d\mathbf{x}_{r} + \int_{-\ell_{r}/2}^{\ell_{r}/2} \int_{\mathbf{A}_{r}} \left[\frac{\partial \sigma}{\partial \varepsilon} \frac{\partial \varepsilon}{\partial \mathbf{q}_{\beta}} \right] \frac{\partial \varepsilon}{\partial \mathbf{q}_{\alpha}} d\mathbf{A}_{r} d\mathbf{x}_{r}$$
(3.40)

Sendo:

$$D = \frac{\partial \sigma}{\partial \varepsilon} \tag{3.41}$$

Em que D é o módulo de rigidez tangente do material.

Definindo $H_{\alpha\beta}$ e $D_{\alpha\beta}$, conforme as Equações (3.42) e (3.43), respectivamente, $k_{\alpha\beta}^*$ é composta pela soma de $H_{\alpha\beta}$ e $D_{\alpha\beta}$ como mostra a Equação (3.44).

$$H_{\alpha\beta} = \int_{-\ell_r/2}^{\ell_r/2} \int_{A_r} \sigma \frac{\partial^2 \varepsilon}{\partial q_\alpha \partial q_\beta} dA_r dx_r$$
(3.42)

$$D_{\alpha\beta} = \int_{-\ell_{\rm r}/2}^{\ell_{\rm r}/2} \int_{A_{\rm r}} D \frac{\partial \varepsilon}{\partial q_{\beta}} \frac{\partial \varepsilon}{\partial q_{\alpha}} dA_{\rm r} dx_{\rm r}$$
(3.43)

$$k_{\alpha\beta}^{*} = Q_{\alpha\beta} = H_{\alpha\beta} + D_{\alpha\beta}$$
(3.44)

Em coordenadas cartesianas e na forma matricial, a Equação (3.44) resulta nas Equações (3.45) e (3.46).

$$k_{ij} = Q_{\alpha} \frac{\partial^2 q_{\alpha}}{\partial p_i \partial p_j} + \frac{\partial q_{\alpha}}{\partial p_i} \left[\left(H_{\alpha\beta} + D_{\alpha\beta} \right) \frac{\partial q_{\beta}}{\partial p_j} \right]$$
(3.45)

$$\mathbf{k} = \sum_{1}^{3} \mathbf{Q}_{\alpha} \mathbf{G}_{\alpha} + \mathbf{B}^{T} \mathbf{H} \mathbf{B} + \mathbf{B}^{T} \mathbf{D} \mathbf{B}$$
(3.46)

A Equação 3.46 pode ser composta pela soma das matrizes k_g e k_m (Equação 3.47), como escrevem as Equações (3.48) e (3.49). Nestas equações, k_g é a matriz de rigidez geométrica do elemento, que depende da geometria e do nível de tensão, e k_m é a matriz de rigidez constitutiva do elemento, que depende do material.

$$k = k_g + k_m \tag{3.47}$$

$$k_g = \sum_{1}^{3} \mathbf{Q}_{\alpha} \mathbf{G}_{\alpha} + B^T H B$$
(3.48)

$$k_m = B^T D B \tag{3.49}$$

O parâmetro G_{α} da Equação (3.48) pode ser escrito na forma da Equação (3.50). \overline{G}_{α} no sistema de coordenadas cartesiano e natural é escrito conforme as Equações (3.51) e (3.52), respectivamente.

$$G_{\alpha} = T^T \overline{\mathbf{G}}_{\alpha} T \tag{3.50}$$

Em que:

 \overline{G}_{α} é a forma local, em coordenadas naturais, de G_{α} .

Para explicitar as equações anteriores, são feitas interpolações lineares para \overline{u}_c e interpolações quadráticas para α , conforme as Equações (3.53) e (3.55). A Equação (3.54) mostra a derivada de \overline{u}_c em relação a *x*.

$$\overline{\mathbf{u}}_{c} = \mathbf{q}_{1} \left[\frac{1}{2} + \frac{\mathbf{x}}{\ell_{c}} \right], \text{ com } \mathbf{x} \text{ variando entre } -\ell_{c}/2 \text{ a } \ell_{c}/2$$
(3.53)

$$\overline{u}_{c} = \frac{q_{1}}{\ell_{c}}$$
(3.54)

$$\alpha = q_2 \psi_2 + q_3 \psi_3$$
 (3.55)

Sendo:

$$\psi_{2}^{'} = \frac{3x_{r}^{2}}{\ell_{r}^{2}} - \frac{x_{r}}{\ell_{r}} - \frac{1}{4}$$
(3.56)

$$\psi'_{3} = \frac{3x_{r}^{2}}{\ell_{r}^{2}} + \frac{x_{r}}{\ell_{r}} - \frac{1}{4}$$
(3.57)

A Equação (3.58) mostra a derivada de α' em relação a x_r.

$$\alpha' = q_2 \psi_2'' + q_3 \psi_3'' \tag{3.58}$$

Em que:

$$\psi_{2}^{"} = \frac{6x_{r}}{\ell_{r}^{2}} - \frac{1}{\ell_{r}}$$
(3.59)

$$\psi_{3}^{"} = \frac{6x_{r}}{\ell_{r}^{2}} + \frac{1}{\ell_{r}}$$
(3.60)

Substituindo as Equações (3.54), (3.55) e (3.58) na Equação (3.27) resulta na Equação 3.61.

$$\varepsilon = \frac{q_1}{\ell_r} + \frac{1}{2} \left(1 + \frac{q_1}{\ell_r} \right) \left(q_2 \psi_2' + q_3 \psi_3' \right)^2 - y_r \left(q_2 \psi_2' + q_3 \psi_3' \right)$$
(3.61)

Vários pesquisadores utilizaram uma simplificação para o cálculo de Q, H e D, a partir da Equação (3.61). Essa simplificação consistiu em calcular um valor médio para a deformação da fibra do eixo do elemento, facilitando a implementação no regime elástico linear. Já no regime elasto-plástico são necessárias outras simplificações, comumente encontradas na literatura. Pinto (2002) não utiliza essas simplificações, pois adota um processo de integração no volume do elemento para o cálculo de Q, H e D. As equações (3.62) a (3.75), mostram após desenvolvimentos algébricos, o cálculo de Q, H e D, conforme Pinto (2002).

$$Q = \begin{cases} \int_{-\ell_r/2}^{\ell_r/2} \frac{N}{\ell_r} \left(1 + \frac{\alpha^2}{2} \right) dx_r \\ \int_{-\ell_r/2}^{\ell_r/2} \left(N \lambda \alpha \psi_2 + M \psi_2^{"} \right) dx_r \\ \int_{-\ell_r/2}^{\ell_r/2} \left(N \lambda \alpha \psi_3 + M \psi_3^{"} \right) dx_r \end{cases}$$
(3.62)

Sendo:

$$N = \int_{A_r} \sigma \, dA_r = \int_{-h/2}^{h/2} \sigma \, b \, dy_r$$
(3.63)

$$M = -\int_{A_r} \sigma y_r \, dA_r = -\int_{-h/2}^{h/2} \sigma b \, y_r \, dy_r \tag{3.64}$$

As Equações (3.65) e (3.66) mostram a matriz de rigidez geométrica em coordenadas naturais H e a matriz de rigidez constitutiva em coordenadas naturais D, respectivamente.

$$H = \begin{bmatrix} 0 & \int_{-\ell_{r}/2}^{\ell_{r}/2} N \frac{1}{\ell_{r}} \alpha \psi_{2}^{'} dx_{r} & \int_{-\ell_{r}/2}^{\ell_{r}/2} N \frac{1}{\ell_{r}} \alpha \psi_{3}^{'} dx_{r} \\ & \int_{-\ell_{r}/2}^{\ell_{r}/2} N \lambda \psi_{2}^{'} \psi_{2}^{'} dx_{r} & \int_{-\ell_{r}/2}^{\ell_{r}/2} N \lambda \psi_{2}^{'} \psi_{3}^{'} dx_{r} \\ & Simétrico & \int_{-\ell_{r}/2}^{\ell_{r}/2} N \lambda \psi_{3}^{'} \psi_{3}^{'} dx_{r} \end{bmatrix}$$
(3.65)

$$D = \begin{bmatrix} D_{11} & D_{12} & D_{13} \\ & D_{22} & D_{23} \\ Simétrico & D_{33} \end{bmatrix}$$
(3.66)

Em que:

$$D_{11} = \int_{-\ell_{\rm r}/2}^{\ell_{\rm r}/2} C_1 \frac{1}{\ell_{\rm r}^2} \left(1 + \frac{\alpha^2}{2} \right)^2 dx_{\rm r}$$
(3.67)

$$D_{12} = \int_{-\ell_r/2}^{\ell_r/2} \left(1 + \frac{\alpha^2}{2} \right) \left(\frac{C_1 \lambda \alpha \psi_2}{\ell_r} - \frac{C_2 \psi_2}{\ell_r} \right) dx_r$$
(3.68)

$$D_{13} = \int_{-\ell_r/2}^{\ell_r/2} \left(1 + \frac{\alpha^2}{2}\right) \left(\frac{C_1 \lambda \alpha \psi_3}{\ell_r} - \frac{C_2 \psi_3}{\ell_r}\right) dx_r$$
(3.69)
$$D_{22} = \int_{-\ell_r/2}^{\ell_r/2} (C_1 \,\lambda^2 \,\alpha^2 \,\psi_2^{'} \,\psi_2^{'} - 2 \,C_2 \,\lambda \,\alpha \,\psi_2^{'} \,\psi_2^{''} + C_3 \,\psi_2^{''} \,\psi_2^{''}) \,dx_r$$
(3.70)

$$D_{23} = \int_{-\ell_r/2}^{\ell_r/2} (C_1 \,\lambda^2 \,\alpha^2 \,\psi_2^{'} \,\psi_3^{'} - 2 \,C_2 \,\lambda \,\alpha \,(\psi_2^{'} \,\psi_3^{''} + \psi_3^{'} \,\psi_2^{''}) + C_3 \,\psi_2^{''} \,\psi_3^{''}) \,dx_r \qquad (3.71)$$

$$D_{33} = \int_{-\ell_r/2}^{\ell_r/2} (C_1 \,\lambda^2 \,\alpha^2 \,\psi_3^{'} \,\psi_3^{'} - 2 \,C_2 \,\lambda \,\alpha \,\psi_3^{'} \,\psi_3^{''} + C_3 \,\psi_3^{''} \,\psi_3^{''}) \,dx_r$$
(3.72)

As constantes C_1 , C_2 e C_3 estão definidas como mostram as Equações (3.73), (3.74) e (3.75), respectivamente.

$$C_{1} = \int_{A_{r}} D \, dA_{r} = \int_{-h/2}^{h/2} D \, b \, dy_{r}$$
(3.73)

$$C_{2} = \int_{A_{r}} D y_{r} dA_{r} = \int_{-h/2}^{h/2} D b y_{r} dy_{r}$$
(3.74)

$$C_{3} = \int_{A_{r}} D y_{r}^{2} dA_{r} = \int_{-h/2}^{h/2} D b y_{r}^{2} dy_{r}$$
(3.75)

As integrais para a obtenção dos esforços na seção transversal podem ser resolvidas utilizando o método das fatias. Já as integrais ao longo do elemento, para obtenção das forças internas, podem ser resolvidas utilizando-se o Método de Gauss.

3.2 Não Linearidade Física

Os deslocamentos de uma estrutura são afetados pelas rigidezes dos diversos elementos que a compõem. Portanto, faz-se necessário estimar essas rigidezes por meio de processos que considerem a não-linearidade física dos materiais que formam a estrutura de modo que a análise do comportamento estrutural seja a mais realista possível.

A análise não-linear em estruturas de concreto armado é realizada com base nas relações constitutivas dos materiais, que propiciam rápida convergência e resultados suficientemente precisos.

3.2.1 Processo das fatias para discretização da seção transversal

As integrações ao longo da altura da seção transversal podem ser feitas por meio do processo das fatias, conforme ilustra a Figura 3.4. Esse processo consiste em dividir a seção transversal em fatias, de modo que se possa obter a resposta da seção a partir das respostas das fatias individuais, nas quais podem ser aplicadas as relações constitutivas uniaxiais entre tensão e deformação para o aço e para o concreto.



Figura 3.4 Discretização da seção transversal pelo método das fatias.

Com este processo, as integrais nas seções transversais para o cálculo das propriedades geométricas e esforços solicitantes resultam numa somatória discreta. Admitindo que as tensões sejam constantes em cada uma das fatias, os esforços nas seções transversais são calculados a partir das Equações (3.76) e (3.77).

$$N = \int_{A_r} \sigma \ dA_r = \sum_{i=1}^m \left(\sigma_{ci} \ b_i \ t_i + \sigma_{si} \ A_{si} \right)$$
(3.76)

$$M = -\int_{A_r} \sigma \ y_r \ dA_r = \sum_{i=1}^m \left(-\sigma_{ci} \ b_i \ t_i - \sigma_{si} \ A_{si} \right) (y_i - \overline{y})$$
(3.77)

Sendo:

 A_r : área da seção transversal

m : número de fatias pelo qual a seção transversal foi dividida

- b_i : largura da fatia i
- t_i : altura da fatia i
- y_i : centro de gravidade da fatia *i*
- A_{si} : área total da armadura na fatia *i*
- σ_{ci} : tensão no concreto da fatia *i*
- σ_{si} : tensão na armadura da fatia i

Os módulos tangentes do concreto, D_{ci} , e do aço, D_{si} , necessários às matrizes de rigidezes da estrutura, na fatia *i*, são obtidos por meio da primeira derivada das relações constitutivas em relação às respectivas deformações, ou seja: $D_{ci} = \frac{\partial \sigma_{ci}}{\partial \varepsilon_{ci}}$ e $D_{si} = \frac{\partial \sigma_{si}}{\partial \varepsilon_{si}}$.

3.2.2 Equações Constitutivas

3.2.2.1 Concreto

A NBR 6118 (ABNT, 2007) adota como relação constitutiva para o concreto um diagrama composto por uma parábola do 2° grau e um trecho constante (Figura 3.5), conforme apresentado nas Equações (3.78) e (3.79).



Figura 3.5 Relação tensão *versus* deformação para o concreto comprimido segundo a NBR 6118 (ABNT, 2007).

$$\sigma_{\rm c} = -f_{\rm cm} \left[1 - \left(1 + \frac{\varepsilon_{\rm c}}{2 \frac{\theta_0}{00}} \right)^2 \right] \text{ para } \varepsilon > -0.2 \%$$
(3.78)

$$\sigma_c = -f_{cm} \text{ para } \varepsilon \le -0.2 \% \tag{3.79}$$

Na qual:

 σ_c : tensão no concreto

 \mathcal{E}_c : deformação no concreto

 f_{cm} : resistência média à compressão do concreto obtida em ensaios de compressão simples.

Para o concreto não fissurado submetido à tração uniaxial, a NBR 6118 (ABNT, 2007) permite utilizar o diagrama bilinear para a relação tensão *versus* deformação (Figura 3.6), de acordo com as Equações (3.80) e (3.81).

$$\sigma_c = E_{ci} \varepsilon_{ci} \text{ para } \sigma_c < 0.9 f_{cim}$$
(3.80)

$$\sigma_{c} = f_{ctm} - \frac{0.1 \ f_{ctm}}{0.15\% - \frac{0.9 \ f_{ctm}}{E_{ci}}} (0.15\% - \varepsilon_{c}) \text{ para } \sigma_{c} \ge 0.9 \ f_{ctm}$$
(3.81)



Figura 3.6 Diagrama tensão versus deformação para o concreto submetido à tração.

Nas Equações (3.80) e (3.81), E_{ci} e f_{ctm} representam o módulo de elasticidade do concreto e a resistência média à tração do concreto, respectivamente. Ainda de acordo com a NBR 6118 (ABNT, 2007), E_{ci} pode ser calculado pela Equação (3.82) e f_{ctm} pode ser relacionada com a resistência característica à compressão por meio da Equação (3.83).

$$E_{ci} = 5600 f_{ck}^{1/2}$$
 (MPa) (3.82)

$$f_{ctm} = 0, 3. f_{ck}^{2/3}$$
 (MPa) (3.83)

O CEB (1990) recomenda como relação constitutiva para o concreto em compressão as Equações (3.84) e (3.85), baseadas na Figura 3.7.



Figura 3.7 Relação tensão versus deformação para o concreto comprimido (CEB, 1990).

$$\sigma_{c} = -\frac{\frac{E_{ci}}{E_{cl}} \frac{\varepsilon_{c}}{\varepsilon_{cl}} - \left(\frac{\varepsilon_{c}}{\varepsilon_{cl}}\right)^{2}}{1 + \left(\frac{E_{ci}}{E_{cl}} - 2\right) \frac{\varepsilon_{c}}{\varepsilon_{cl}}} \cdot f_{cm} \text{ para } \varepsilon_{c} > \varepsilon_{clim}$$
(3.84)

$$\sigma_{c} = \frac{-f_{cm}}{\left[\frac{\xi}{\varepsilon_{c\,lim}/\varepsilon_{cl}} - \frac{2}{\left(\varepsilon_{c\,lim}/\varepsilon_{cl}\right)^{2}}\right] \cdot \left(\frac{\varepsilon_{c}}{\varepsilon_{cl}}\right)^{2} + \left(\frac{1}{\varepsilon_{c\,lim}/\varepsilon_{cl}} - \xi\right) \cdot \frac{\varepsilon_{c}}{\varepsilon_{cl}}} \qquad (3.85)$$

Em que:

 E_{ci} : módulo de elasticidade do concreto, calculado pela Equação (3.86)

 σ_c : tensão de compressão uniaxial no concreto

- ε_c : deformação no concreto
- ε_{clim} : deformação correspondente à máxima tensão de compressão f_{cm}
- E_{cl} : módulo de elasticidade secante da origem no ponto da máxima tensão f_{cm} , calculado pela Equação (3.87)

 ε_{cl} : deformação correspondente a máxima tensão, que de acordo com o

CEB (1990) seu valor é de 0,0022

$$E_{ci} = 21500 \sqrt[3]{f_{cm}/10}$$
 (MPa) (3.86)

$$E_{c1} = f_{cm} / \left| \varepsilon_{c1} \right| \tag{3.87}$$

Para a tensão $\sigma_c = -0.5 f_{cm}$, o valor de ε_{clim} pode ser calculado a partir da Equação (3.88). O valor de ξ observado na Equação (3.85) pode ser calculado pela Equação (3.89).

$$\varepsilon_{c \, lim} = \varepsilon_{c \, l} \left\{ \frac{1}{2} \left(\frac{E_{c \, i}}{2E_{c \, l}} + 1 \right) + \sqrt{\frac{1}{4} \left(\frac{E_{c \, i}}{2E_{c \, l}} + 1 \right)^2 - \frac{1}{2}} \right\}$$
(3.88)

$$\xi = \frac{4 \left[\left(\frac{\varepsilon_{\text{clim}}}{\varepsilon_{\text{cl}}} \right)^2 \left(\frac{E_{\text{cl}}}{E_{\text{cl}}} - 2 \right) + 2 \frac{\varepsilon_{\text{cu}}}{\varepsilon_{\text{cl}}} - \frac{E_{\text{cl}}}{E_{\text{cl}}} \right]}{\left[\frac{\varepsilon_{\text{clim}}}{\varepsilon_{\text{cl}}} \left(\frac{E_{\text{cl}}}{E_{\text{cl}}} - 2 \right) + 1 \right]^2}$$
(3.89)

A relação constitutiva do CEB (1990) para o concreto na tração é a mesma daquela adotada pela NBR 6118 (ABNT, 2007), diferindo apenas no valor do módulo de elasticidade, que para o CEB (1990) é o mostrado na Equação (3.86).

Para a consideração da rigidez do concreto íntegro entre fissuras, Figueiras (1983) apresenta as Equações (3.90) e (3.91).

$$\sigma_{c} = \alpha_{ct} f_{ctm} \left[1,0 - \frac{\varepsilon_{c}}{\varepsilon_{ct \max}} \right] \text{ para } 0,015\% < \varepsilon_{c} < \varepsilon_{ctmax}$$
(3.90)

 $\sigma_c = 0,0 \text{ para } \varepsilon_c > \varepsilon_{ctmax} \tag{3.91}$

Na qual:

 $\alpha_{ct} = 0,7$

 $\varepsilon_{ctmax} = 0,2\%$

Figueiras (1983) considera a contribuição do concreto íntegro entre fissuras ("*tension stiffening*") de forma indireta, a partir da hipótese de que após a fissuração do concreto existe uma diminuição gradual na resistência à tração do concreto até que este não seja mais capaz de absorver tensões de tração. No gráfico da Figura 3.8 estão apresentadas as relações constitutivas do concreto na tração para os modelos CEB (1990) e NBR 6118 (ABNT, 2007) em conjunto com o modelo proposto por Figueiras (1983), para a consideração do enrijecimento devido à presença de concreto intacto entre fissuras.



Figura 3.8 Diagrama tensão *versus* deformação para o concreto tracionado que considera a contribuição do concreto íntegro entre fissuras.

3.2.2.2 Aço

De acordo com o texto da NBR 6118 (ABNT, 2007), para efeito de cálculo nos estados limite último e de serviço, pode-se utilizar um diagrama tensão *versus* deformação simplificado para a armadura passiva, conforme apresentado na Figura 3.9-a. No ajuste do diagrama tensão *versus* deformação a partir de valores experimentais, pode ser conveniente a utilização da relação ilustrada na Figura 3.9-b. O valor do módulo de elasticidade do aço pode ser tomado igual a 210 GPa, quando não forem feitos ensaios para a sua determinação.



Figura 3.9 Diagrama tensão versus deformação simplificado para os aços.

Capítulo 4

CONFIABILIDADE ESTRUTURAL

Muitas fontes de incertezas estão ligadas a um projeto estrutural, uma vez que os parâmetros de carregamento e capacidade resistente das estruturas não são perfeitamente conhecidos. Assim, sabendo que as variáveis solicitação e resistência das estruturas são aleatórias, uma segurança estrutural perfeita não pode ser alcançada. Portanto, as estruturas devem ser projetadas para desempenhar sua função com certa probabilidade finita de falha (Freudenthal *et al*, 1966).

Várias fontes de incerteza e variabilidade afetam o desempenho estrutural dos tubos enterrados de concreto armado, sendo a capacidade resistente do tubo, o comportamento do solo adjacente e as formas de assentamento e instalação do tubo as principais.

No caso mais específico de tubos circulares de concreto armado submetidos à compressão diametral, vários fatores podem afetar a capacidade resistente, tais como a resistência do concreto e do aço, a posição da armadura e a espessura da parede do tubo.

Apesar das inúmeras variabilidades existentes na engenharia e na construção civil, a sociedade espera que as construções tenham certo nível de segurança e, para garanti-lo os projetistas majoram as solicitações impostas às estruturas e minoram suas resistências, além de estabelecer limites máximos para deslocamentos e aberturas de fissura. Todavia, os critérios de projeto normativos que consideram as incertezas intrínsecas devem estar baseados

na confiabilidade estrutural, que é definida como a probabilidade de não ocorrer falha da estrutura, ou seja, na capacidade da estrutura de exercer as funções para as quais ela foi projetada, logicamente por certo período de tempo especificado no projeto. É importante ressaltar que o termo falha não deve ser entendido como colapso estrutural, mas sim como a não ocorrência de um desempenho mínimo desejado, para o qual a estrutura foi projetada.

A confiabilidade estrutural é um critério racional de avaliação, pois fornece bases para tomadas de decisões (Benjamin e Cornell, 1970), e pode ser aplicada tanto para estruturas novas, em fase de projeto, quanto para avaliar estruturas já existentes. É possível saber, a partir de uma avaliação da confiabilidade de determinada estrutura, se é necessário, por exemplo, fazer um reforço, recuperação ou mesmo demolição de uma estrutura. Em tubos circulares de concreto produzidos em grande escala em fábricas, pode-se utilizar essa teoria na avaliação da probabilidade de não ser atingida a resistência especificada em projeto.

Neste sentido, esta tese utiliza a teoria de confiabilidade para determinar a probabilidade de falha (ocorrência de ruptura) de tubos de concreto armado submetidos à compressão diametral.

4.1 Evolução da Segurança no Projeto Estrutural

Nas sociedades antigas já havia a preocupação por parte dos cidadãos em proteger seus interesses por meio de regulamentos. Caso uma estrutura não apresentasse o desempenho desejado, severas penalidades eram atribuídas aos seus construtores (Bouzon, 1976).

A norma mais antiga que se tem conhecimento foi usada na Mesopotâmia em 1750 a.C (Nowak e Collins, 2000). Essa norma foi esculpida em pedra e atualmente se encontra exposta no museu do Louvre, em Paris. O conhecimento foi passado de geração a geração de construtores, de modo que um construtor procurava copiar uma estrutura que teve sucesso anteriormente. Isso era um procedimento de tentativa e erro, ou seja, se por algum motivo a estrutura apresentasse alguma falha, aquele tipo de projeto era modificado ou mesmo abandonado.

À medida que as leis da natureza foram sendo mais bem entendidas, foram desenvolvidos modelos matemáticos para estudar o comportamento dos materiais e das estruturas, chegando-se, assim, aos critérios que formam as bases racionais utilizadas atualmente nos projetos estruturais. De modo que muitos desses critérios são decorrentes de adaptações e ajustes realizados ao longo dos anos.

Segundo Nowak e Collins (2000), as primeiras formulações matemáticas que contribuíram na segurança estrutural podem ser atribuídas a Mayer (em 1926), Wierzbicki (em 1936) e Streletzki (em 1947). Esses pesquisadores foram os primeiros a reconhecer que parâmetros de resistência e solicitação são variáveis aleatórias, de modo que uma estrutura tem uma probabilidade de falha finita. A partir dos conceitos apresentados por estes pesquisadores, Freudenthal (1947) desenvolveu a teoria da análise de confiabilidade em meados dos anos 1950, porém tal formulação não era prática para a realização dos cálculos.

No início da década de 1970, Cornell propôs um índice, intitulado índice de confiabilidade, que quantificava a confiabilidade estrutural a partir dos dois primeiros momentos das variáveis aleatórias, isto é, da média e do desvio padrão destas variáveis. Em seguida, Hasofer e Lind (1974) formularam uma definição com um formato invariante para o índice de confiabilidade. Mais tarde, Rackwitz e Fiessler (1978) desenvolveram procedimentos numéricos eficientes para o cálculo do índice de confiabilidade.

4.2 Estados Limites

Como comentado, as estruturas devem apresentar certos níveis de segurança e atender aos fins para os quais foram projetadas, de modo que a durabilidade esteja garantida por um período de tempo pré-definido a um custo mínimo de manutenção.

A palavra falha é um termo que tem diferentes significados para diferentes pessoas. De maneira geral, pode-se dizer que uma estrutura falha quando ela não pode ser utilizada, de forma adequada, com a finalidade para a qual ela foi projetada.

Para ajudar a definir o termo falha num contexto da análise de confiabilidade estrutural, utiliza-se o termo estado limite, que é o limite entre o desempenho estrutural desejado e o não desejado, ou seja, separa-se a região aceitável daquela caracterizada como região de falha. Este limite é freqüentemente representado por uma função, chamada de função de estado limite.

Comumente a literatura apresenta dois estados limites, o último e o de serviço. O estado limite último é relacionado à perda da capacidade da estrutura de suportar as ações externas. Pela simples ocorrência desse estado limite ocorre a paralisação do uso da construção. Num projeto, usualmente devem ser considerados os modos de falha caracterizados por: perda de equilíbrio total ou parcial, admitindo a estrutura como um corpo rígido; rupturas dos materiais; transformação da estrutura, no todo ou em parte, em um sistema hipostático (formação de rótulas plásticas); instabilidade por deformação; instabilidade dinâmica.

No estado limite de serviço, a estrutura é submetida à deterioração gradual. Esse estado está relacionado também ao conforto dos usuários e aos custos relacionados com a manutenção da estrutura. São exemplos desse modo de falha as deformações excessivas, vibração excessiva, deformações permanentes e fissuração excessiva.

4.3 Funções de Estados Limites

O conceito de margem de segurança está associado com o conceito de estado limite. Seja, por exemplo, o modo de falha de uma viga no estado limite último quando o momento fletor atuante excede a capacidade da estrutura de resisti-lo. Nesse modo de falha, a função de estado limite pode ser definida pela Equação (4.1).

$$g(R,S) = R - S \tag{4.1}$$

Na qual:

R - resistência apresentada pela estrutura

S - efeito do carregamento ou solicitação

O limite entre a situação desejada (situação segura) e não desejada (falha) ocorre quando g(R,S) = 0. Assim, quando g > 0, a estrutura encontra-se numa situação segura, ou seja, com o desempenho desejado; caso contrário, g < 0, a estrutura não apresenta desempenho desejado, estando numa situação de falha. Esta situação também pode ser chamada de modo de falha.

A probabilidade para um desempenho não desejado ocorrer é chamada de probabilidade de falha, sendo matematicamente representada pela Equação (4.2).

$$P_f = P(R - S < 0) = P(g < 0) \tag{4.2}$$

Em que P_f é a probabilidade de falha, e P é a probabilidade de ocorrência do evento resistência menor que a solicitação.

Os parâmetros que definem a função de estado limite são variáveis aleatórias contínuas que, apresentam, cada uma, sua própria função de densidade de probabilidade (*PDF*). Dessa forma a função g também será uma variável aleatória contínua com sua própria *PDF*.

Na Figura 4.1 estão ilustradas as funções de densidades de probabilidade no caso geral em que g é definida para duas variáveis aleatórias R e S, as quais representam a resistência e a solicitação. No diagrama de *PDF* para a função g(R,S) = R-S, a área hachurada representa a probabilidade de falha da função de estado limite considerada.



Figura 4.1 Função de densidade de probabilidade para solicitações (*S*), resistências (*R*) e margem de segurança (*R*-*S*) (Nowak e Collins, 2000).

Como o comportamento estrutural pode ser descrito por meio de diversos parâmetros de solicitação e resistência (resistências, módulos de elasticidades, momentos de inércia, carregamentos permanentes e acidentais, etc.), a função de estado limite pode ser escrita em função desses parâmetros na forma de $g(X_1, X_2,...,X_n)$, sendo que para $g(X_1, X_2,...,X_n) \ge 0$, a estrutura apresenta desempenho satisfatório para a finalidade para qual a estrutura foi projetada e para $g(X_1, X_2,...,X_n) < 0$, a estrutura apresenta comportamento insuficiente para a finalidade de projeto.

4.4 Probabilidade de Falha

Sejam *R* e *S* variáveis aleatórias contínuas e não correlacionadas, com funções de distribuição de densidade de probabilidade ($f_R e f_S$) e distribuição de probabilidade acumulada

 $(F_R \ e \ F_S)$ conhecidas. Uma função de estado limite que considera estas variáveis aleatórias pode ser dada pela Equação (4.1).

A garantia de que o estado limite seja atendido somente é possível em termos de probabilidade, ou seja, $P(R - S \ge 0)$. Inversamente, a probabilidade do evento complementar P(R - S < 0) corresponde à medida de não-conformidade do estado limite, ou seja, à probabilidade de falha, conforme mostrado na Figura 4.2, a partir das funções de densidade de probabilidade $f_S e f_R$.



Figura 4.2 Funções de densidade de probabilidade (*PDF*) para variáveis aleatórias contínuas não correlacionadas *S* (solicitação) e *R* (resistência).

A probabilidade de falha pode ser determinada pelas Equações (4.3) e (4.4).

$$P_f = P(R - S < 0) = 1 - P(R - S \ge 0)$$
(4.3)

$$P_f = P(R - S < 0) = \sum P(S > R | R = r_i) P(R = r_i)$$
(4.4)

Se R e S são estatisticamente independentes, a probabilidade de falha é dada pela Equação (4.5).

$$P(S > R | R = r_i) = 1 - P(S \le R / R = r_i) = 1 - F_S(r_i)$$
(4.5)

No limite em que dx tende a zero, $P(R = r_i)$ resulta na Equação (4.6).

$$P(R = r_i) \cong f_R(r_i) dr_i \tag{4.6}$$

Assim, combinando a Equação (4.4) e (4.6), a probabilidade de falha é calculada pela Equação (4.7).

$$P_{f} = \int_{-\infty}^{+\infty} [1 - F_{S}(r_{i})] f_{R}(r_{i}) dr_{i} = 1 - \int_{-\infty}^{+\infty} F_{S}(r_{i}) f_{R}(r_{i}) dr_{i}$$
(4.7)

De maneira análoga, seja P ($R < s_i$). A probabilidade de falha pode ser escrita de acordo com a Equação (4.8). Utilizando-se variáveis aleatórias contínuas, a Equação (4.8) resulta na Equação (4.9).

$$P_f = \sum P(R < S | S = s_i) . P(S = s_i)$$
(4.8)

$$P_f = \int_{-\infty}^{+\infty} F_R(s_i) f_S(s_i) ds_i$$
(4.9)

Quando R e S são variáveis aleatórias correlacionadas, a probabilidade de falha P_f pode ser expressa como uma função de densidade de probabilidade conjunta dada pela Equação (4.10).

$$P_f = \int_{-\infty}^{\infty} \left[\int_{-\infty}^{\infty} f_{R,S}(r_i, s_i) dr_i \right] ds_i$$
(4.10)

Observando as curvas de distribuição de probabilidade f_R e f_S apresentadas na Figura 4.2, verifica-se que a sobreposição destas curvas está relacionada com o valor da probabilidade de falha (P_f). A partir desta figura, Ang e Tang (1984) fizeram algumas observações acerca da probabilidade de falha:

a) A região sobreposta depende das posições relativas entre f_R e f_S . Quanto mais afastadas graficamente estiverem estas curvas, menor será a probabilidade de falha (P_f). Essa posição relativa pode ser medida por meio da relação μ_R/μ_S (fator de segurança central) ou pela diferença μ_R - μ_S (margem de segurança média). Este caso está mostrado na Figura 4.3.



Tang,1984).

b) A região sobreposta também depende do grau de dispersão das curvas f_R e f_S , cujos valores podem ser expressos em termos de coeficientes de variação δ_R e δ_S , conforme mostrado na Figura 4.4.



Figura 4.4 Probabilidade de falha P_f como uma função das dispersões das curvas $f_R e f_S$ (Ang & Tang, 1984).

c) A forma das funções f_R e f_S , podem ser definidas por distribuição Normal (Gauss), Lognormal, Gama, Extremo do tipo I, Extremo do tipo II, Extremo do tipo III e Poisson, sendo a distribuição Normal a mais importante na teoria de confiabilidade estrutural (Nowak e Collins, 2000).

Na maioria dos problemas de engenharia, faz-se necessária a resolução de várias expressões matemáticas que, em muitos casos, não têm soluções analíticas. Neste contexto, é

necessária a utilização de métodos aproximados para a quantificação da probabilidade de falha (P_f). Na resolução das integrais complexas e sem solução analítica envolvidas no cálculo da probabilidade de falha, são empregados outros procedimentos, como integrações numéricas, por exemplo: simulações de Monte Carlo; e a utilização de aproximações analíticas, nas quais a probabilidade de falha é aproximada por meio de índices de confiabilidade.

4.5 Formulação pelo Segundo Momento

No cálculo da probabilidade de falha a partir das equações (4.7), (4.9) e (4.10), devemse conhecer as funções de distribuição de probabilidade ou de probabilidade conjunta das variáveis aleatórias envolvidas na análise. Entretanto, na prática, nem sempre essas distribuições são conhecidas e, mesmo que fossem, o cálculo exato da probabilidade de falha (P_f) exigiria integrações com alto grau de complexidade.

A partir das variáveis aleatórias, de forma geral, podem-se estimar somente os primeiros e segundos momentos, ou seja, os valores médios (momentos de 1^a ordem) e as variâncias (momentos de 2^a ordem). Com isto, os conceitos de confiabilidade devem estar limitados a formulação de segundo momento das variáveis aleatórias (Ang e Tang, 1984). A formulação do segundo momento permite avaliar a confiabilidade de uma estrutura mesmo quando não há informações das distribuições de probabilidade das variáveis aleatórias.

O procedimento de cálculo da confiabilidade de um sistema estrutural depende de vários fatores, tais como a forma da função de estado limite, o número de variáveis aleatórias envolvidas no problema, a correlação entre essas variáveis e suas funções de distribuição de probabilidade.

No próximo item é apresentada a formulação do cálculo do índice de confiabilidade a partir dos dois primeiros momentos, partindo-se do caso mais simples (duas variáveis aleatórias) até casos mais complexos.

4.6 Cálculo do Índice de Confiabilidade

4.6.1 Definição Geométrica do Índice de Confiabilidade

Sejam as variáveis reduzidas Z_R e Z_S definidas nas Equações (4.11) e (4.12).

$$Z_{R} = \frac{R - \mu_{R}}{\sigma_{R}}$$
(4.11)

$$Z_s = \frac{S - \mu_s}{\sigma_s} \tag{4.12}$$

Sendo:

R - variável aleatória das resistências da estruturas

S - variável aleatória das solicitações na estruturas

- μ média da variável aleatória
- σ desvio padrão da variável aleatória

As variáveis reduzidas têm como característica principal média nula e desvio padrão igual à unidade. O espaço dessas variáveis é chamado de espaço reduzido, podendo ainda ser chamado de espaço normalizado ou ainda espaço normal padrão.

Reescrevendo as equações (4.11) e (4.12), obtêm-se as variáveis aleatórias das resistências R e das solicitações S expressas em função das variáveis reduzidas como mostram as equações (4.13) e (4.14).

$$R = \mu_R + Z_R \cdot \sigma_R \tag{4.13}$$

$$S = \mu_S + Z_S \sigma_S \tag{4.14}$$

Então a função de estado limite pode ser expressa na forma da Equação (4.15).

$$g(Z_R, Z_S) = R - S = \mu_R + Z_R \cdot \sigma_R - (\mu_S + Z_S \cdot \sigma_S) = (\mu_R - \mu_S) + Z_R \cdot \sigma_R - Z_S \cdot \sigma_S$$
(4.15)

Qualquer valor de $g(Z_R, Z_S)$ representa uma reta no espaço das variáveis reduzidas Z_R e Z_S . Entretanto, uma reta que apresenta interesse especial corresponde à equação $g(Z_R, Z_S) = 0$, uma vez que esta representa o limite entre os domínios de segurança e o de falha no espaço das variáveis reduzidas.

Hasofer e Lind (1974) definiram como uma medida de confiabilidade a menor distância entre a origem do eixo das variáveis reduzidas a reta $g(Z_R, Z_S) = 0$, como mostra a Figura 4.5.



Figura 4.5 Definição do índice de confiabilidade como a mínima distância no espaço de variáveis reduzidas (Nowak & Collins, 2000).

Utilizando a álgebra linear, a distância mínima da reta $g(Z_R, Z_S) = 0$ à origem dos eixos cartesianos, representa uma medida de confiabilidade, intitulada índice de confiabilidade, o qual é definido pela Equação (4.16).

$$\beta = \frac{\mu_R - \mu_S}{\sqrt{\sigma_R^2 + \sigma_S^2}} \tag{4.16}$$

Percebe-se facilmente que, quanto maior é o valor do índice de confiabilidade β , maior será a distância entre a origem e o estado limite, o que acarreta numa maior região de segurança e menor probabilidade de falha.

A Equação (4.17) define que o índice de confiabilidade (β) é igual ao inverso do coeficiente de variação da função g(R,S) = R - S, sendo R e S variáveis aleatórias estatisticamente independentes, segundo Nowak e Collins (2000).

$$\beta = \frac{1}{\delta_g} = \frac{\mu_g}{\sigma_g} \tag{4.17}$$

Em que:

- δ_g : coeficiente de variância da função g(R,S)
- μ_g : média da função g(R,S), expressa por μ_R μ_S .
- σ_g : desvio padrão da função g(R,S), que para variáveis não correlacionadas é expressa por $\sqrt{\sigma_R^2 + \sigma_S^2}$

Um fato importante a ser observado é que a aplicação da Equação (4.17) independe do tipo de distribuição das funções de densidade de probabilidade das variáveis aleatórias R e S.

Caso as variáveis aleatórias R e S apresentem distribuição normal, pode-se mostrar que o índice de confiabilidade (β) está relacionado com a probabilidade de falha por meio da Equação (4.18), sendo Φ a função de distribuição acumulada normal padrão.

$$\beta = -\Phi^{l} (P_{f}) \text{ ou } P_{f} = \Phi(-\beta) = l - \Phi(\beta)$$

$$(4.18)$$

O índice de confiabilidade (β) representa uma alternativa adicional à avaliação da probabilidade de falha (P_f) como medida da segurança de um sistema estrutural. Além do mais, é mais conveniente medir a segurança estrutural por meio do índice de confiabilidade β do que com a probabilidade de falha (P_f), uma vez que, na maioria dos problemas de confiabilidade estrutural β varia entre 1 e 6, enquanto P_f varia entre 10⁻¹ e 10⁻⁹, conforme apresentado na Figura 4.6.



Figura 4.6 Relação entre $P_f e \beta$ com variáveis apresentado distribuição normal.

A definição do índice de confiabilidade β realizada para duas variáveis aleatórias pode ser generalizada para *n* variáveis aleatórias estatisticamente independentes. Considerando uma função de estado limite $g(X_1, X_2, ..., X_n)$, na qual X_i são todas variáveis aleatórias não correlacionadas. O índice de confiabilidade β pode ser determinado seguindo o procedimento:

a) Define-se um conjunto de variáveis aleatórias reduzidas, na qual:

$$Z_{i} = \frac{X_{i} - \mu_{X_{i}}}{\sigma_{X_{i}}}$$
(4.19)

 b) Redefine-se a função de estado limite, reescrita a partir das variáveis aleatórias reduzidas;

c) O índice de confiabilidade β será a distância mínima da curva $g(Z_i) = 0$ a origem do eixo cartesiano.

O CEB (1991) apresenta algumas recomendações para valores de índices de confiabilidade que variam de acordo com classes de segurança requeridas, conforme mostrado na Tabela 4.1. Os valores dessa tabela podem ser utilizados como meta num dimensionamento ou verificação estrutural, ou seja, pode-se projetar ou verificar a segurança de uma estrutura de modo que o índice de confiabilidade esteja próximo ao apresentado pela tabela, a fim de obter um projeto seguro e econômico.

| Índice de confiabilidade | | | |
|----------------------------------|-----|-----|-----|
| Nível de segurança | 1 | 2 | 3 |
| Estados limites de serviço (ELS) | 2,5 | 3,0 | 3,5 |
| Estados limites últimos (ELU) | 4,2 | 4,7 | 5,2 |

Tabela 4.1 Índices de confiabilidade alvo de acordo com classes de segurança.

Segundo recomendações do Eurocode 1 (1994), pode-se tomar como indicações para os valores de índices de confiabilidade 1,5 para o estado limite de serviço e 3,8 para o estado limite último.

No item seguinte é apresentado o cálculo do índice de confiabilidade para funções de estado limite lineares e não lineares, com variáveis aleatórias correlacionadas e não correlacionadas, podendo a função de densidade de probabilidade apresentar distribuição normal, ou outra qualquer.

4.6.2 Método de Confiabilidade de 1ª Ordem e 2º Momento

4.6.2.1 Função de Estado Limite Linear

A Equação (4.20) mostra uma função de estado limite linear expressa por polinômio.

$$g(Xi) = a_0 + \sum_{i=1}^{n} a_i X_i$$
 (4.20)

Em que:

 a_i são constantes com i = 0, 1, 2, ...

X_i são variáveis aleatórias estatisticamente independentes

Aplicando o mesmo procedimento realizado para duas variáveis aleatórias, descritas anteriormente, encontra-se o índice de confiabilidade β expresso pela Equação (4.21).

$$\beta = \frac{a_0 + \sum_{i=1}^{n} a_i . \mu_{X_i}}{\sqrt{\sum_{i=1}^{n} (a_i . \sigma_{X_i})^2}}$$
(4.21)

Pode ser observado na expressão acima que o índice de confiabilidade β depende apenas da média e do desvio padrão das variáveis aleatórias em análise, sendo por isto chamado de medida de *Segundo Momento* da segurança estrutural.

Percebe-se nesta formulação que não existe uma relação explícita entre β e o tipo de distribuição de probabilidade das variáveis aleatórias. Se todas as variáveis aleatórias apresentam distribuição normal e são independentes entre si, a Equação (4.18) é exata. Caso as variáveis aleatórias não apresentem distribuição normal, essa equação fornece apenas uma aproximação para a probabilidade de falha (*P_f*).

4.6.2.2 Função de Estado Limite não Linear

Quando a função de estado limite é não linear, pode-se obter uma resposta aproximada pela linearização da função de estado limite por meio de uma expansão em Série de Taylor, na qual somente os termos de primeira ordem são considerados, desprezando, assim, os termos de graus superiores, conforme apresentado na Equação (4.22).

$$g(X_1, X_2, ..., X_n) \cong g(x_1^*, x_2^*, ..., x_n^*) + \sum_{i=1}^n (X_i - x_i^*) \cdot \frac{\partial g}{\partial X_i} \Big|_{(x_1^*, x_2^*, ..., x_n^*)}$$
(4.22)

Em que:

 $(x_1^*, x_2^*, ..., x_n^*)$ é um ponto qualquer em torno do qual a expansão em Série de Taylor é realizada.

Assim, com a linearização da função de estado limite, calcula-se o índice de confiabilidade (β) utilizando-se um hiper-plano tangente à superfície de falha ao invés da superfície de falha original, de modo que esse cálculo é feito como no caso linear.

Deve-se salientar que, sendo a superfície de falha não linear, ela pode apresentar forma côncava ou convexa em relação à origem dos eixos coordenados das variáveis aleatórias. Portanto, a aproximação feita por meio de um hiper-plano tangente poderá tanto estar a favor como contra a segurança. Para ilustrar essa idéia, sejam duas variáveis aleatórias $R \, e \, S$, que apresentam função de estado limite g(R,S) = R - S não linear, conforme mostrado na Figura 4.7. Pode ser percebido nesta figura que, caso a superfície de falha seja côncava, a aproximação feita pela reta tangente é insegura, ao passo que para uma superfície convexa, a aproximação é conservadora.



Figura 4.7 Aproximação do plano tangente às curvas de falhas côncava e convexa.

Um ponto de interesse em torno do qual a Série de Taylor pode inicialmente ser expandida corresponde aos valores médios das variáveis aleatórias. Então, a Equação (4.22) resulta na Equação (4.23).

$$g(X_1, X_2, ..., X_n) \cong g(\mu_{X_1}, \mu_{X_2}, ..., \mu_{X_n}) + \sum_{i=1}^n (X_i - \mu_{X_i}) \cdot \frac{\partial g}{\partial X_i} \Big|_{(\mu_{X_1}, \mu_{X_2}, ..., \mu_{X_n})}$$
(4.23)

Como a função de estado limite acima agora é uma função linear das variáveis X_i , o índice β pode ser escrito da mesma forma como apresentado no item 4.7.2.1, resultando nas equações (4.24) e (4.25).

$$\beta = \frac{g(\mu_{X_1}, \mu_{X_2}, ..., \mu_{X_n})}{\sqrt{\sum_{i=1}^{n} (a_i . \sigma_{X_i})^2}}$$
(4.24)

Sendo:

$$\mathbf{a}_{i} = \frac{\partial g}{\partial \mathbf{X}_{i}}\Big|_{(\mu_{\mathbf{X}_{1}}, \mu_{\mathbf{X}_{2}}, \dots, \mu_{\mathbf{X}_{n}})}$$
(4.25)

O índice de confiabilidade definido acima é chamado de *índice de confiabilidade de primeira ordem, segundo momento e valor médio*, uma vez que utiliza somente os termos de

primeira ordem da expansão em Série de Taylor feita em torno do valor médio e os dois primeiros momentos (média e variância) das variáveis aleatórias.

Utilizando essa metodologia, o cálculo do valor de índice de confiabilidade β está baseado numa aproximação da distribuição de densidade acumulada não Normal a uma distribuição de densidade acumulada Normal (Nowak e Collins, 2000).

Esse método apresenta vantagens e desvantagens na análise de confiabilidade estrutural. Dentre as vantagens, destaca-se o fato de ser uma metodologia de fácil utilização, não requerendo o conhecimento prévio da distribuição das variáveis aleatórias. As desvantagens apresentadas por esta metodologia residem no fato de a metodologia apresentar resultados imprecisos se as caudas das funções de distribuições não puderem ser aproximadas pela distribuição normal. Além disso, ocorre o problema de variação no valor do índice de confiabilidade β de acordo com a forma com que a função de estado limite foi escrita (Nowak e Collins, 2000).

4.6.3 Índice de Confiabilidade pelo Método de Hasofer-Lind

Hasofer e Lind (1974) propuseram um método para o cálculo do índice de confiabilidade de funções de estado limite não lineares de modo que o índice de confiabilidade (β) não variasse com a forma pela qual a função de estado limite fosse escrita (Nowak e Collins, 2000). Esses autores utilizaram a metodologia apresentada no item 4.7.2 para o cálculo do índice de confiabilidade (β). Entretanto, no cálculo foi introduzida a seguinte variação, ao invés de desenvolver a Série de Taylor em torno do valor médio das variáveis aleatórias, esta expansão ocorreu em torno de um ponto sobre a superfície de falha que foi chamado de *ponto de projeto*. Este ponto é escolhido de tal forma que forneça a distância mínima à origem dos eixos cartesianos das variáveis aleatórias reduzidas.

Com isso, o método proposto por Hasofer e Lind (1974) consiste em determinar a probabilidade de falha de um sistema estrutural a partir de uma linearização da superfície de falha (quando esta for não linear) no ponto de projeto.

Como normalmente o ponto de projeto não é conhecido *a priori*, faz-se necessária a utilização de técnicas iterativas para encontrar o valor do índice de confiabilidade (β).

Quando a função de estado limite é linear, o índice de confiabilidade (β) continua sendo dado pela Equação (4.21). Entretanto, quando a função de estado limite é não-linear, faz-se necessária a utilização de um método iterativo para encontrar o ponto de projeto $\{z_1^*, z_2^*, ..., z_n^*\}$ no espaço das variáveis reduzidas de modo que o índice de confiabilidade (β) corresponda à distância mínima entre a superfície de estado limite e a origem dos eixos das variáveis aleatórias reduzidas, conforme ilustrado na Figura 4.8.



Figura 4.8 Índice de confiabilidade de Hasofer-Lind.

O processo iterativo consiste em resolver um sistema de equações não lineares com (2.n + 1) variáveis desconhecidas, em que *n* é o número de variáveis aleatórias consideradas. As variáveis a serem determinadas com a resolução deste sistema de equações não lineares são β , α , z_1^* , como mostram as equações abaixo.

$$\alpha_{i} = \frac{-\frac{\partial g}{\partial Z_{i}}\Big|_{(z_{1}^{*}, z_{2}^{*}, \dots, z_{n}^{*})}}{\sqrt{\sum_{k=l}^{n} \left(\frac{\partial g}{\partial Z_{k}}\Big|_{(z_{1}^{*}, z_{2}^{*}, \dots, z_{n}^{*})}\right)^{2}}}$$
(4.26)

$$\frac{\partial g}{\partial Z_{i}} = \frac{\partial g}{\partial X_{i}} \frac{\partial X_{i}}{\partial Z_{i}} = \frac{\partial g}{\partial X_{i}} \sigma_{X_{i}}$$
(4.27)

$$\sum_{i=1}^{n} (\alpha_i)^2 = 1$$
 (4.28)

$$z_i^* = \beta \alpha_i \tag{4.29}$$

$$g(z_1^*, z_2^*, ..., z_n^*) = 0$$
(4.30)

Dispondo em forma matricial, as equações acima podem ser reescritas como mostram as equações (4.31) e (4.32):

$$\beta = \frac{\{G\}^{T}\{z^{*}\}}{\sqrt{\{G\}^{T}\{G\}}}$$
(4.31)

$$\{\alpha\} = \frac{\{G\}}{\sqrt{\{G\}^{\mathrm{T}}\{G\}}}$$
(4.32)

Em que:

$$\{z^*\} = (z_1^*, z_2^*, ..., z_n^*)^T$$
(4.33)

$$\{G\} = (G_1, G_2, ..., G_n)^T \text{ em que } G_i = -\frac{\partial g}{\partial Z_i} \Big|_{\substack{z_1^*, z_2^*, ..., z_n^* \\ z_1, z_2^*, ..., z_n^* }}$$
(4.34)

Como pode ser verificado, no desenvolvimento deste método foram utilizados somente os termos de primeira ordem na expansão da série de Taylor. Por isso, este método é normalmente chamado de *método de confiabilidade em primeira ordem* ou FORM (**F**irst **O**rder **R**eliability **M**ethod).

Caso os termos de segunda ordem da expansão em série de Taylor fossem utilizados no desenvolvimento do método, teríamos o *método de confiabilidade em segunda ordem* ou SORM (Second Order Reliability Method).

4.6.4 Variável com Distribuição Arbitrária Aleatória Conhecida

Como pôde ser observado, até este momento não foi necessário o conhecimento prévio do tipo de distribuição para cada variável aleatória. Caso seja conhecido o tipo de distribuição da variável aleatória, os procedimentos utilizados para a determinação do índice de confiabilidade estrutural podem ser melhorados. Duas aproximações serão discutidas a seguir, a distribuição normal equivalente e a transformação no espaço normal padrão.

4.6.4.1 Distribuição Normal Equivalente – Método de Rackwitz-Fiessler

A idéia básica do método consiste em substituir uma distribuição arbitrária pela distribuição normal equivalente no ponto de projeto. Para tanto, são calculados para cada variável aleatória os valores da média e desvio padrão da distribuição normal equivalente, parâmetros estes que serão utilizados na análise da confiabilidade estrutural.

Seja uma dada variável aleatória X com média μ_X e desvio padrão σ_X descrita por uma função de distribuição acumulada $F_X(x)$ e por uma função de densidade de probabilidade $f_X(x)$. Para obter os valores normais equivalentes para a média e o desvio padrão, faz-se necessário que no ponto de projeto x^* pertencente a superfície de falha g = 0, $F_i(x_i)$ e $f_i(x_i)$ da função atual sejam iguais, respectivamente, a $F_i^N(x_i^*)$ e $f_i^N(x_i^*)$ de uma distribuição normal. Analiticamente, tem-se as equações (4.35) e (4.36).

$$F_{X}(x^{*}) = \Phi\left(\frac{x^{*} - \mu_{X}^{e}}{\sigma_{X}^{e}}\right)$$
(4.35)

$$f_{X}(x^{*}) = \frac{1}{\sigma_{X}^{e}} \phi \left(\frac{x^{*} - \mu_{X}^{e}}{\sigma_{X}^{e}} \right)$$
(4.36)

Sendo:

 Φ - função de distribuição acumulada para uma distribuição normal padrão

 ϕ - função de densidade de probabilidade para uma distribuição normal padrão

Manipulando as equações acima, chega-se nas equações (4.37) e (4.38).

$$\mu_{X}^{e} = x^{*} - \sigma_{X}^{e} \left[\Phi^{-1}(F_{X}(x^{*})) \right]$$
(4.37)

$$\sigma_{\rm X}^{\rm e} = \frac{1}{f_{\rm X}(x^{*})} \phi \left(\frac{x^{*} - \mu_{\rm X}^{\rm e}}{\sigma_{\rm X}^{\rm e}} \right) = \frac{1}{f_{\rm X}(x^{*})} \phi \left[\Phi^{-1}(F_{\rm X}(x^{*})) \right]$$
(4.38)

A cada iteração no método de Hasofer-Lind (1974) no cálculo do ponto de projeto x^* , uma nova distribuição normal equivalente tem que ser determinada, de modo que procedimentos deste tipo são bastante trabalhosos de serem realizados manualmente.

Em suma, substituir a distribuição existente por uma distribuição normal equivalente representa substituir a média e desvio padrão reais por aqueles da distribuição normal equivalente.

4.6.4.2 Transformação no Espaço Normal Padrão

A segunda forma está baseada no fato de que toda variável aleatória X pode ser transformada para o espaço normal padrão de variável Z, como resume a Equação (4.39).

$$\Phi(z) = F_X(x) \tag{4.39}$$

Normalmente essa transformação afeta a função de estado limite, e, no caso da função de estado limite ser linear no espaço original, ela se tornará não linear no espaço normal padrão (Schneider, 1997).

4.6.5 Variáveis Aleatórias Correlacionadas

Em muitas aplicações práticas as variáveis aleatórias podem estar correlacionadas. Muitas vezes, a correlação existente entre as variáveis tem grande influência no cálculo do índice de confiabilidade (β).

Normalmente a correlação entre as variáveis é feita por meio de uma matriz com coeficientes de correlação $[\rho]$. Os coeficientes de correlação $\rho_{i,j}$ da matriz de correlação podem assumir valores compreendidos entre -1 e +1. Quando $\rho_{i,j} = 0$ não existe correlação entre as variáveis envolvidas.

Para a consideração da correlação entre as variáveis aleatórias, as seguintes aproximações podem ser feitas.

a) Transformação de coordenadas

Podem ser utilizadas rotações nos sistemas de coordenadas de variáveis aleatórias de modo que os coeficientes de correlação entre as variáveis se tornem nulos. Com isto, as análises são realizadas como se as variáveis aleatórias fossem independentes (Schneider, 1997).

Segundo Nowak e Collins (2000), essa aproximação pode se tornar confusa quando se está trabalhando com uma distribuição normal equivalente.

b) Modificação da formulação apresentada

Neste procedimento, modificam-se as expressões de β e { α } apresentadas no item 4.6.3, na qual foi incluído a matriz com coeficientes de correlação para as variáveis aleatórias

 $[\rho]$ envolvidas na função de estado limite nestas expressões. As equações (4.31) e (4.32) para $\beta \in {\alpha}$ se tornam nas equações (4.40) e (4.41).

$$\beta = \frac{\{G\}^{T}\{z^{*}\}}{\sqrt{\{G\}^{T}[\rho]\{G\}}}$$
(4.40)

$$\{\alpha\} = \frac{[\rho]\{G\}}{\sqrt{\{G\}^{\mathrm{T}}[\rho]\{G\}}}$$
(4.41)

4.7 Método de Superfície de Resposta

Conforme já pôde ser observado neste capítulo, na determinação do valor do índice de confiabilidade de alguma estrutura faz-se necessário o conhecimento prévio da função de estado limite. Entretanto, dependendo do grau de complexidade do problema, a determinação explicita dessa função se torna uma tarefa bastante difícil. Encontram-se, nesse contexto, as estruturas de concreto armado no que se refere ao estado limite último, uma vez que, nesta situação, a estrutura pode ter sido fortemente influenciada pelas não-linearidades física e geométrica. Em tubos circulares de concreto armado, devido à hiperestaticidade intrínseca apresentada pela estrutura, os esforços internos podem se distanciar bastante daqueles observados em análise elástica linear uma vez que ocorrem redistribuições dos esforços internos.

Em problemas de análise de confiabilidade em estruturas para as quais a função de estado limite não pode ser definida explicitamente com facilidade, recorrem-se, muitas vezes, a processos aproximados para obtenção da função de estado limite, em função da resposta mecânica da estrutura (Soares, 2001).

No cálculo do índice de confiabilidade, é sempre necessário encontrar várias respostas mecânicas da estrutura em análise, de modo a encontrar uma função de estado limite

representativa. A depender do método como as funções de estado limite são construídas, pode ser necessário determinar um grande número de respostas mecânicas, elevando-se também o grau de complexidade para a determinação da função de estado limite. Segundo Soares (2001), para minimizar o número de respostas mecânicas para a determinação da função de estado limite, pode-se utilizar métodos nos quais representações analíticas simples (polinômios) seja construídas na vizinhança do ponto de projeto. Esses métodos são normalmente chamados de Método de Superfície de Resposta (*MSR*) e permitem que o cálculo do valor do índice de confiabilidade de uma estrutura seja realizado de maneira simples e, com baixo custo computacional, em comparação a métodos tradicionais, como simulações de Monte Carlo.

Com isto, no cálculo do valor do índice de confiabilidade, deve-se construir uma resposta mecânica aproximada explícita da função de estado limite em torno do ponto de projeto. Para tanto, faz-se necessário repetir o cálculo mecânico determinístico para certo número de pontos selecionados na vizinhança do ponto de projeto, sendo que em seguida é feita uma regressão destes pontos para a determinação da função explícita de estado limite. Segundo Soares (2001), na determinação do valor do índice de confiabilidade, faz-se necessário escolher a forma da superfície de resposta (*SR*), identificar os seus coeficientes desconhecidos, para finalmente desenvolver a superfície de resposta SR em torno do ponto mais provável de projeto.

O Método de Superfícies de Respostas pode ser empregado de diversas maneiras, apresentando como principais variações o grau do polinômio utilizado na regressão das respostas mecânicas em torno do ponto de projeto e o número de pontos utilizados na mesma regressão.

Em estruturas de concreto armado, nas quais são consideradas as não-linearidades física e geométrica, é importante obter uma superfície de resposta *SR* a partir do menor

número de cálculos mecânicos, uma vez que um único cálculo mecânico requer muitas iterações para encontrar uma resposta mecânica simples.

Segundo Lamaire (1998, *apud* Soares, 2001), na falta de informações sobre a forma da superfície de resposta (como é o caso das estruturas de concreto armado, devido às nãolinearidades presentes, além da hiperasticidade), um desenvolvimento da superfície de resposta a partir de uma expansão polinomial mostra-se bastante eficiente, sendo que este procedimento é bastante utilizado por pesquisadores que utilizam o Método de Superfícies de Respostas. A utilização de polinômios do 2º grau tem se mostrado uma solução com resultados bastante satisfatórios, segundo esses autores. Entretanto, à medida que se aumenta o grau do polinômio, a determinação do índice de confiabilidade pode variar bastante dentro do problema analisado. Por isto, segundo Soares (2001), é aconselhável trabalhar com superfícies de respostas com polinômios de ordem baixa.

O Método de Superfície de Resposta baseia-se em superfícies de respostas SR válidas apenas em torno da solução do problema, que não é conhecida *a priori*. Então, é comum utilizar um processo iterativo no qual as superfícies de respostas convergem para a solução do problema.

Na construção da superfície de resposta de cada iteração, variam-se os valores das variáveis aleatórias de projeto do problema, criando-se assim um conjunto de situações para a estrutura. Essa variação nas variáveis de projeto do problema obedece a um critério predeterminado, denominado de *plano de experiência* (*PE*), sendo este o principal responsável pela convergência para a solução do problema de confiabilidade (Soares, 2001). Ou seja, o plano de experiência é responsável pela variação das variáveis aleatórias de modo a gerar uma hiper-superfície da resposta estrutural, a qual definirá a hiper-superfície de ruína do problema mecânico-probabilístico.

Os planos de experiências podem ser numéricos ou aleatórios. O plano de experiência numérico é um conjunto de valores determinísticos para os quais a função de estado limite é aproximada (hiper-superfície da resposta estrutural).

Dentre os planos de experiências numéricos, podem ser destacados os seguintes: estrela, hiper-cubo, fatorial completo, mínimo e composto (Soares, 2001). Na Figura 4.9 estão apresentados esses planos de experiências, considerando-se duas variáveis aleatórias reduzidas.



Figura 4.9 Planos de experiência numéricos para duas variáveis aleatórias reduzidas (Soares, 2001).

Para problemas com elevado número de variáveis aleatórias, pode ser bastante difícil definir um plano de experiência numérico de modo que a convergência dos resultados seja garantida. Nesses casos, é mais indicada a utilização de planos de experiências aleatórios. Segundo Soares (2001), os planos de experiências aleatórios podem conduzir a singularidades no sistema, exigindo um maior número de pontos a fim de se evitarem essas singularidades,
implicando num maior custo computacional. Além disso, os pontos gerados em planos de experiências aleatórios não se localizam necessariamente em torno da solução do problema, podendo ser necessário maior número de superfícies de respostas para a convergência do modelo.

Os planos de experiências estão diretamente relacionados com as superfícies de respostas requeridas pelo Método de Superfície de Respostas, desde o início do processo até a convergência do problema de confiabilidade. Com isso, a escolha de determinado plano de experiência está intimamente relacionada com a velocidade de convergência do problema, sendo, portanto, necessário escolher o plano de experiência caso a caso.

Segundo Soares (2001), as iterações dos planos de experiências podem ser feitas com ou sem ponto de adaptação. No primeiro caso, apenas um ponto do plano de experiência é eliminado de uma iteração para outra, sendo esse ponto o mais afastado do último resultado (resultado da última iteração). Com isso, fica faltando um ponto para gerar a nova superfície de resposta, sendo que a esse ponto são dadas as características do resultado da última iteração, conforme pode ser ilustrado na Figura 4.10.



Figura 4.10 Evolução das superfícies de resposta quando se utiliza ponto de adaptação (Soares, 2001).

Quando não se utiliza ponto de adaptação, todos os pontos da iteração anterior são eliminados, sendo necessário definir novamente todos os pontos da superfície de resposta a cada nova iteração. Nesse caso, o ponto central definido pelo plano de experiência, localizado na origem do sistema de coordenadas do espaço reduzido, assume as características do resultado da última iteração, sendo que os demais pontos continuam sendo determinados segundo o plano de experiência adotado. Em suma, quando não se utiliza ponto de adaptação, o plano de experiência é transladado para o resultado da última iteração, conforme observado na Figura 4.11.



Figura 4.11 Evolução das superfícies de resposta quando não se utiliza ponto de adaptação (Soares, 2001).

Capítulo 5

ANÁLISE EXPERIMENTAL

O programa experimental teve como objetivo avaliar o comportamento de tubos circulares de concreto armado submetidos à compressão diametral, além de obter parâmetros para representar a variabilidade da resistência destes tubos em simulações numéricas, principalmente a resistência à compressão do concreto, a espessura do tubo e a posição da armadura. Também foi avaliada a influência da bolsa, em tubos com ponta e bolsa, com relação à premissa básica adotada nas hipóteses de cálculo de que o tubo se comportará como um anel circular.

A partir de ensaios de compressão diametral em diversos tubos idênticos, ou seja, tubos produzidos com a mesma mão-de-obra e equipamentos, utilizando os mesmos materiais, sujeitos à condições ambientais semelhantes, ensaiados com a mesma idade, fabricados com as mesmas características geométricas, apresentando a mesma taxa de armadura de flexão e carregamentos idênticos; foi possível investigar a variabilidade existente no comportamento estrutural dos mesmos, além de avaliar a dispersão nos valores das forças de fissura e ruptura.

O desenvolvimento dos ensaios de compressão diametral seguiu os procedimentos indicados na NBR 8890 (ABNT, 2007) no que se refere ao ensaio de compressão diametral de tubos circulares de concreto armado para águas pluviais e esgotos sanitários. Entretanto,

algumas modificações foram realizadas no desenvolvimento dos ensaios para obter o maior proveito dos mesmos, conforme apresentado a seguir.

A maior parte dos ensaios foi realizada pelo *Eng. Fábio Lopes Magalhães* sob a orientação do *Prof. Mounir Khalil El Debs*, na fábrica *FERMIX Indústria e Coméricio Ltda*, como parte de sua pesquisa de doutorado. No entanto, a pesquisa não foi concluída e, por este motivo, não foi publicada. Ainda, alguns ensaios complementares de caracterização foram executados pelo autor desta tese.

5.1 Programa Experimental

O dimensionamento dos tubos utilizados nos ensaios considerou para o cálculo das armaduras o procedimento de Marston-Spangler, exposto no Capítulo 2. A força aplicada na situação do ensaio de compressão diametral foi a PA1, correspondente a uma classe de resistência especificada pela NBR 8890 (ABNT, 2007), como mostra a Tabela 2.2. Tal força foi considerada também nas simulações numéricas do próximo capítulo.

A produção dos tubos seguiu o procedimento da fábrica, na qual as dimensões dos tubos, incluindo as dimensões da bolsa, foram pré-definidas, uma vez que o que interessa ao comprador do tubo é que o mesmo tenha determinado diâmetro interno, ou diâmetro nominal, de modo a atender a vazão do projeto hidráulico e, ainda que esteja enquadrado em uma determinada classe de resistência com resistência estrutural suficiente para suportar as solicitações decorrentes dos carregamentos externos.

Conforme o relatado no Capítulo 2, no projeto de tubos circulares de concreto armado para diâmetros nominais inferiores a 1000 mm, é usualmente empregada armadura circular simples, ao passo que para diâmetros superiores a 800 mm são mais usuais as armaduras circulares duplas. De acordo com essas sugestões, neste programa experimental foram ensaiados tubos circulares com diâmetros nominais de 800 mm e 1200 mm, de modo a avaliar o comportamento nessas duas situações.

Para ilustrar situações práticas nas quais os tubos deste programa experimental poderiam ser empregados, podem-se citar:

- a) Tubo com diâmetro nominal de 800 mm: tubo instalado em vala com largura de 1,55 m, aterro em solo saturado com 1,40 m de altura, assentamento em base comum (Classe C) e sobrecarga rodoviária Classe 45;
- b) Tubo com diâmetro nominal de 1200 mm: tubo instalado em aterro com projeção positiva, com solo saturado de 2,3 m de altura, taxa de projeção (ρ) igual a 0,704, assentado em base comum (Classe C) e sobrecarga rodoviária Classe 45.

Com o intuito de avaliar a influência da bolsa no comportamento estrutural dos tubos foram ensaiados tubos com e sem bolsa. Entretanto, como a fábrica só produzia tubos do tipo ponta e bolsa foi necessário adaptar a forma de alguns tubos de modo a obter tubos sem bolsas e com características similares de produção e materiais, desta forma os tubos sem bolsa tinham comprimento útil menor do que os tubos com bolsa.

O programa experimental consistiu de ensaios de compressão diametral em 32 tubos, dos quais metade apresentava diâmetro nominal de 800 mm (*Série 1*) e a metade restante apresentava 1200 mm de diâmetro nominal (*Série 2*). De cada série, 12 tubos apresentavam a bolsa e os 4 tubos restantes foram produzidos sem a bolsa, conforme explicação anterior. Os tubos tipo ponta e bolsa e sem a bolsa foram intitulados PB (ponta e bolsa) e PSB (ponta sem bolsa), respectivamente. As características dos tubos estão apresentadas na Tabela 5.1. É oportuno dizer que os tubos foram produzidos utilizando cimento Portland tipo III.

| Série | DN (mm) | Tipo do Tubo | Quantidade | Espessura (cm) | Armadura em tela soldada | Comprimento útil do tubo (m) |
|-------|------------|-----------------|------------|-------------------|--|---------------------------------|
| | PB 12 | | 2 | 1,5 | | |
| 1 | 800 | PSB | 4 | 7,2 | PB $396 - A_s = 3,96 \text{ cm}^2/\text{m}$ | 1,2 |
| 2 | 1200 | PB | 12 | 11.0 | Armadura interna: PB 396 – $A_c = 3.96 \text{ cm}^2/\text{m}$ | 1,5 |
| 2 | 1200 | PSB | 4 | 11,0 | Armadura externa: PB 196 – $A_s = 1,96 \text{ cm}^2/\text{m}$ | 1,2 |

Tabela 5.1 Características dos tubos ensaiados

5.2 Instrumentação dos Tubos

De acordo com o procedimento de ensaio descrito na NBR 8890 (ABNT, 2007) apenas as forças aplicadas no ensaio foram medidas. Entretanto, de modo a obter o maior número possível de informações nos ensaios, também foram medidos deslocamentos e deformações. Para tanto, foram instalados em todos os tubos transdutores de deslocamentos e, em alguns dos tubos, também foram colocados extensômetros elétricos para medir as deformações da armadura e do concreto.

5.2.1 Transdutores de Deslocamentos

Para todos os tubos ensaiados, a posição dos transdutores de deslocamentos é indicada na Figura 5.1. A fixação dos transdutores de deslocamentos foi realizada conforme ilustrado na Figura 5.2. Na Figura 5.3 estão mostradas fotos da instrumentação dos tubos ensaiados.



Figura 5.1 Posicionamento dos transdutores de deslocamento.



a- Corte longitudinal

b - Vista transversal

Figura 5.2 Fixação dos transdutores de deslocamentos as bases.



Flanco

Coroamento

Vista geral do ensaio

Figura 5.3 Vista geral dos transdutores de deslocamentos.

5.2.2 Extensômetros Elétricos

Normalmente os extensômetros elétricos são fixados às barras das armaduras dos elementos estruturais em concreto armado, visto que o módulo de elasticidade do aço é bem definido e conhecido.

Para tubos com diâmetros nominais de 800 mm (Série 1), a instrumentação com extensômetros elétricos inicialmente seria feita tanto no concreto comprimido quanto na armadura, conforme ilustrado na Figura 5.4-a. Entretanto, não foi possível realizar a instrumentação do concreto na região comprimida dos tubos. Para os tubos com diâmetro nominal de 1200 mm (Série 2), a instrumentação com extensômetros elétricos foi realizada de acordo com a Figura 5.4-b, com extensômetros colados somente nas armaduras.

Para cada série de tubos, foram instrumentados 2 tubos que possuem a bolsa, e 2 tubos que não a possuem, totalizando 8 tubos instrumentados com extensômetros elétricos.



Figura 5.4 Posicionamento dos extensômetros elétricos nos tubos.

Nos tubos tipo ponta e bolsa, os extensômetros elétricos foram dispostos em duas seções transversais para cada tubo instrumentado, sendo uma próxima à bolsa e a outra seção instrumentada próxima à ponta do tubo, conforme ilustrado na Figura 5.5.



Figura 5.5 Seções nos tubos com bolsa que apresentavam extensômetros elétricos.

Os tubos sem a bolsa foram instrumentados com extensômetros elétricos somente em uma única seção transversal ao longo do tubo, correspondendo à seção localizada na metade do comprimento útil do tubo, já que caso fosse empregada instrumentação em duas seções para os tubos sem bolsa, teoricamente, as duas seções apresentariam as mesmas deformações. A Tabela 5.2 resume a quantidade de tubos e seções ensaiados com extensômetros elétricos.

| Série | Tipo do Tubo | Quantidade | Seções para 1 tubo | Total de Seções |
|--------|-----------------|------------|-----------------------|--------------------|
| | PB | 2 | 2 | 4 |
| 1 ou 2 | PSB | 2 | 1 | 2 |

Tabela 5.2 Quantidade de tubos e seções ensaiados com extensômetros elétricos

5.3 Descrição dos Ensaios

Os tubos de concreto armado foram ensaiados à compressão diametral utilizando como estrutura de reação o pórtico metálico mostrado na Figura 5.6, sendo que estes ensaios ocorreram nas dependências da fábrica onde os mesmos foram produzidos. Procurou-se realizar os ensaios conforme recomendações da NBR 8890 (ABNT, 2007), apresentadas no Capítulo 2. Devido à presença dos transdutores de deslocamentos posicionados no interior dos tubos, não foi possível medir a abertura de fissura conforme prescrição da NBR 8890 (ABNT, 2007), pois inviabilizava o acompanhamento da formação das fissuras ao longo do tubo. A avaliação da força de fissura foi feita graficamente a partir das curvas força *versus* deslocamentos e força *versus* deformação, a partir de transdutores de deslocamentos e extensômetros elétricos, respectivamente.



Figura 5.6 Vista geral do ensaio de compressão diametral.

Após a realização dos ensaios de compressão diametral nos tubos, foram extraídos, por meio de serra-copo, testemunhos das regiões da ponta e da bolsa de cada tubo ensaiado, procurando manter a relação 1:2 entre o diâmetro e a altura dos corpos-de-prova. A partir dessas amostras, foi possível avaliar as reais espessuras das paredes dos tubos nas pontas e nas bolsas e a posição real da armadura na massa de concreto. Ensaiando essas amostras à compressão simples, também foi possível avaliar a resistência média do concreto do tubo à compressão. A obtenção desses parâmetros será necessária para realizar os cálculos de índices de confiabilidade dos tubos de concreto, o que se verá no capítulo seguinte.

Além dos corpos-de-prova extraídos dos tubos após realização dos ensaios de compressão diametral, também foram moldados corpos-de-prova com 10 cm de diâmetro e 20 cm de altura de modo a avaliar as propriedades mecânicas do concreto utilizado na produção dos tubos.

5.4 Resultados dos ensaios de caracterização

5.4.1 Espessura e Cobrimento dos Tubos

A amostragem das espessuras (h), cobrimentos (C) e posições das armaduras (YA_S) para as *Séries 1* e 2 foram realizadas a partir de extração de corpos-de-prova das regiões da ponta e da bolsa dos tubos. A Figura 5.7 mostra esses parâmetros para arranjo de armadura circular simples e dupla.





Figura 5.7 Posição da armadura na parede do tubo com arranjo de armadura circular.

A variabilidade dos valores das espessuras e cobrimentos para as duas séries estão mostradas nas Tabelas 5.3 e 5.4. Apesar da pequena dispersão dos valores da espessura dos tubos da Série 2, em torno de 4% (Tabela 5.4), a média foi menor do que a medida de projeto que é de 11 cm (Tabela 5.1).

| Série 1 – DN 800 | Espessura h (cm) | | | Cobrimento Interno C _{int} (cm) | | |
|------------------|---------------------|-------|-------|---|-------|-------|
| Local | Ponta | Bolsa | Médio | Ponta | Bolsa | Médio |
| (NA) | (16) | (16) | (32) | (13) | (13) | (26) |
| VM | 7,21 | 7,16 | 7,18 | 2,59 | 2,56 | 2,58 |
| DP | 0,25 | 0,35 | 0,30 | 0,55 | 0,62 | 0,58 |
| CV (%) | 3,47 | 4,89 | 4,18 | 21,24 | 24,22 | 22,48 |

Tabela 5.3 Variabilidade dos valores da espessura e cobrimento dos tubos para a série 1.

VM – *Valor Médio, DP* – *Desvio Padrão, CV* – *Coeficiente de Variação, NA* – *Número de Amostras*

Tabela 5.4 Variabilidade dos valores da espessura e cobrimento dos tubos para a série 2.

| Série 2 – DN 1200 | Espessura h (cm) | | | Cobrimento Interno C _{int} (cm) | | | Cobrimento Externo C _{ext} (cm) | | |
|-------------------|---------------------|-------|-------|---|-------|-------|---|-------|-------|
| Local | Ponta | Bolsa | Médio | Ponta | Bolsa | Médio | Ponta | Bolsa | Médio |
| (NA) | (16) | (16) | (32) | (15) | (14) | (29) | (13) | (14) | (27) |
| VM | 10 | 10,16 | 10,08 | 3,29 | 3,41 | 3,35 | 1,83 | 1,66 | 1,74 |
| DP | 0,41 | 0,37 | 0,39 | 0,70 | 0,51 | 0,61 | 0,59 | 0,50 | 0,54 |
| CV (%) | 4,10 | 3,64 | 3,87 | 21,28 | 14,96 | 18,21 | 32,24 | 30,12 | 31,03 |

VM – Valor Médio, DP – Desvio Padrão, CV – Coeficiente de Variação, NA – Número de Amostras

Para verificar se o conjunto de dados com estatística apresentada nas Tabelas 5.3 e 5.4 tem distribuição normal foi utilizado o teste de normalidade de Shapiro-Wilk, sendo NC o nível de confiança. Esse teste permite verificar se uma determinada amostragem segue a distribuição normal de probabilidades e, com os resultados obtidos, é possível obter um gráfico de probabilidade normal a partir do qual se determina a probabilidade que a amostra obedeça a distribuição normal e o nível de confiança dessa probabilidade. Ainda, nesses gráficos, para os dados individuais das amostras foi encontrada a reta que melhor se ajusta a esses dados.

As Figuras 5.8 e 5.9 mostram o teste de normalidade de Shapiro-Wilk para a espessura e o cobrimento dos tubos para as *Séries 1* e 2, respectivamente. É importante ressaltar que não foi feito nenhum tratamento de dados para a eliminação de espúrios.



Figura 5.8 Gráfico de probabilidade normal para as medidas de espessura e cobrimento interno da série 1.

Na Figura 5.8 com o P-valor muito pequeno (<5%) rejeitamos a hipótese de normalidade para os dados analisados. Assim, com nível de confiança maior que 80%, temos evidências de que os dados não seguem a distribuição normal.

No caso da Figura 5.9 pode-se aceitar a hipótese de normalidade para os dados da espessura e do cobrimento interno, pois o P-valor não é pequeno (>5%) e apresenta também nível de confiança maior que 95%, portanto esses dados seguem uma distribuição normal, o que não pode ser dito do cobrimento externo, para o qual foi obtido P-valor de 1,7% com nível de confiança igual a 90%.



Figura 5.9 Gráfico de probabilidade normal para as medidas de espessura, cobrimento interno e cobrimento externo dos tubos da Série 2.

5.4.2 Posição da Armadura

A Figura 5.7 mostra a posição da armadura para arranjo de armadura circular simples e dupla. Nessa figura, $YA_{s,int}$ e $YA_{s,ext}$ representam a posição da armadura interna e externa, respectivamente. Esses valores foram calculados a partir dos valores médios apresentados nas Tabelas 5.3 e 5.4 e podem ser visualizados na Tabela 5.5.

| Série 1 – DN 800 | Espessura (cm) | c _{int} (cm) | d' _{int} (mm) | YA _{s,int} (cm) | | | |
|-------------------|-------------------|--------------------------|---------------------------|-----------------------------|---------------------------|-----------------------------|-----------------------------|
| VM | 7,2 | 2,58 | 7,1 | 0,66 | | | |
| CV (%) | 4,2 | 22,5 | 1,5 | 22,5 | | | |
| Série 2 – DN 1200 | Espessura (cm) | c _{int} (cm) | d' _{int} (mm) | c _{ext} (cm) | d' _{ext} (mm) | YA _{s,int} (cm) | YA _{s,ext} (cm) |
| VM | 10,08 | 3,35 | 7,1 | 1,74 | 5 | 1,34 | 3,05 |
| | | | | | | 40.0 | |

Tabela 5.5 Valores da posição da armadura para as séries um e dois.

VM – Valor Médio, CV – Coeficiente de Variação

5.4.3 Armadura em Telas Soldadas

Nos tubos utilizaram-se telas soldadas fabricadas com fios nervurados de aço CA-60 (coeficiente de aderência $\eta_b=1,5$). Especificações e características das telas soldadas são apresentadas na Tabela 5.6 a partir de ensaios de tração e dos resultados dos extensômetros elétricos colados às armaduras.

| Tela soldada | | | fy | En | f., | Eamor | E_{r} | Ě |
|---------------|------------|---------------|-------|-----------------|-------|--------|---------|-------|
| Fspecificação | Malha (cm) | Diâmetro (mm) | (MPa) | (<i>mm/m</i>) | (MPa) | (mm/m) | (GPa) | (GPa) |
| Especificação | L x T | L x T | | | | | | |
| PB 196 | 10 x 20 | 5,0 x 3,4 | 710 | 3 | 750 | 10 | 210 | 2.1 |
| PB 396 | 10 x 20 | 7,1 x 4,2 | ,10 | 5 | 750 | 10 | 210 | 2,1 |

Tabela 5.6 Especificações e características das telas soldadas, com $E_s = 10\% E_s$.

5.4.4 Resistência à Compressão do Concreto

Para a *Série 1* com diâmetro nominal do tubo de 800 mm foram realizados 17 ensaios de compressão para determinação da resistência à compressão do concreto, sendo que 4

corpos-de-prova foram extraídos dos tubos e 13 foram moldados nas condições de fabricação dos tubos. No caso da *Série 2* com diâmetro nominal do tubo de 1200 mm foram 32 corposde-prova extraídos e 16 corpos-de-prova moldados. A variabilidade desses valores está mostrada na Tabela 5.7. Observa-se que em ambas as séries, a variabilidade dos valores de resistência à compressão do concreto moldado foi bem menor do que a observada para o concreto dos corpos-de-prova extraídos (testemunhos).

A Figura 5.10 mostra o teste de normalidade de Shapiro-Wilk para a resistência à compressão do concreto dos tubos para as *Séries 1* e 2. Somente no caso da *Série 1* deve-se rejeitar a hipótese de normalidade, pois o P-valor é 1,2% com nível de confiança de 85%, portanto os dados não seguem uma distribuição normal.

| | Série 1 – | DN 800 | Série 2 – DN 1200 | | |
|------------------------------------|-----------|----------|-------------------|----------|--|
| tipo | moldado | extraído | moldado | extraído | |
| (Número de Amostras) | (13) | (4) | (16) | (32) | |
| f _c - Valor Médio (MPa) | 51,38 | 45,5 | 46,8 | 41,3 | |
| s - Desvio Padrão (MPa) | 1,97 | 9,25 | 1,79 | 5,53 | |
| Coeficiente de Variação (%) | 3,83 | 20,33 | 3,82 | 13,39 | |
| $f_{ck} (MPa) = f_c - 1,645 s$ | 48,14 | 30,28 | 43,86 | 32,20 | |

 Tabela 5.7 Variabilidade dos valores da resistência à compressão do concreto.

5.4.5 Resistência à Tração do Concreto

Para cada série analisada foram realizados oito ensaios de tração por compressão diametral. Desses, dois foram realizados com corpos-de-prova moldados nas mesmas condições dos tubos e os seis restantes foram realizados com corpos-de-prova moldados em mesa vibratória. A variabilidade das resistências à tração obtidas está mostrada na Tabela 5.8.



Figura 5.10 Gráfico de probabilidade normal para as medidas de resistência à compressão dos corposde-prova extraídos e moldados.

Utilizando os valores médios da resistência à compressão para a situação moldada (Tabela 5.7) e a formulação da NBR 6118 (ABNT, 2007) para a resistência à tração (Equação (3.83)), observa-se que a resistência à tração do concreto é de *3,97 MPa* e *3,73 MPa* para as *Séries 1* e *2*, respectivamente. Esses valores estão próximos aos apresentados na Tabela 5.8.

A Figura 5.11 mostra o teste de normalidade de Shapiro-Wilk para a resistência à tração do concreto dos tubos para as *Séries 1* e 2. Os dados da *Série 2* apresentam maior adequação à hipótese de normalidade, pois o P-valor é alto com nível de confiança de 96%,

porém os dados da Série 1 também seguem uma distribuição normal pois o P-valor é maior que 5%.

| | condições do ensaio | mesmas condições do tubo | mesa vibratória | total |
|-------------|---------------------|--------------------------|-----------------|-------|
| Série | (NA) | (2) | (6) | (8) |
| | VM (MPa) | 4,4 | 5,07 | 4,9 |
| 1 – DN 800 | DP (MPa) | 0,42 | 0,65 | 0,65 |
| | CV (%) | 9,6 | 12,9 | 13,3 |
| | VM (MPa) | 3,9 | 4,2 | 4,1 |
| 2 – DN 1200 | DP (MPa) | 0,07 | 0,59 | 0,51 |
| | CV (%) | 1,9 | 14,1 | 12,4 |

Tabela 5.8 Variabilidade dos valores da resistência à tração do concreto.

VM – Valor Médio, DP – Desvio Padrão, CV – Coeficiente de Variação, NA – Número de Amostras



Figura 5.11 Gráfico de probabilidade normal para a resistência à tração por compressão diametral.

5.4.6 Módulo de Elasticidade do Concreto

O módulo de elasticidade foi calculado através dos valores médios da resistência à compressão do concreto e das formulações apresentadas pela NBR 6118 (ABNT, 2007) (Equação (3.82)) e pelo CEB MC 90 (Equação (3.86)), como mostra a Tabela 5.9.

| | Série 1 – | DN 800 | Série 2 – DN 1200 | | |
|-------------------|-----------|-----------|-------------------|-----------|--|
| Tipo de corpo-de- | NBR 6118 | CEB MC 90 | NBR 6118 | CEB MC 90 | |
| prova | (GPa) | (GPa) | (GPa) | (GPa) | |
| moldado | 38,85 | 37,10 | 37,09 | 35,96 | |
| extraído | 30,82 | 35,63 | 31,78 | 34,49 | |

 Tabela 5.9 Valores do módulo de elasticidade do concreto.

Nas análises numéricas, os valores do módulo de elasticidade do corpo-de-prova extraído foram utilizados por serem mais representativos. Nesse caso, adotou-se 30,82 GPa e 31,78 GPa para as séries 1 e 2, respectivamente.

5.5 Resultados dos ensaios de compressão diametral em tubos

5.5.1 Curvas força versus deslocamento

Os valores medidos pelos transdutores de deslocamentos nos ensaios de compressão diametral estão mostrados nas Figuras 5.13, 5.14, 5.15 e 5.16, correspondentes aos tubos tipo PSB e PB das *Séries 1* e *2*, respectivamente. Para os tubos PB, as figuras mostram as curvas força *versus* deslocamento para as posições base (T4, T5 e T6), coroa (T1, T2 e T3), flanco esquerdo (T10, T11 e T12) e flanco direito (T7, T8 e T9), sendo T a indicação da posição do transdutor de deslocamentos no tubo durante o ensaio, conforme mostra a Figura 5.1.

Nas Figuras 5.13, 5.14, 5.15 e 5.16, as forças são divididas pelo comprimento útil do tubo apresentado na Tabela 5.1, sendo para os tubos PSB e PB os valores de 1,2 m e 1,5 m, respectivamente. No caso dos tubos tipo ponta e bolsa PB o carregamento não é aplicado na região da bolsa como mostra a Figura 5.12 abaixo. Porém, a região da bolsa também é afetada pelo efeito do carregamento, sendo conveniente dividir a força pelo comprimento útil do tubo, que para os tubos PB é de 1,5 m.





Nas Figuras 5.13, 5.14, 5.15 e 5.16 também são apresentadas as curvas força *versus* variação vertical e horizontal do diâmetro. Essas medidas foram obtidas pela soma das medidas de deslocamentos na coroa e na base, e nos flancos, respectivamente. No caso da variação vertical do diâmetro têm-se as medidas dadas por T1+T4, T2+T5 e T3+T6, e para a variação horizontal do diâmetro tem-se: T7+T10, T8+T11 e T9+T12.

As Figuras 5.13, 5.14, 5.15 e 5.16 mostram que os valores dos deslocamentos na região da base apresentam pequena magnitude (menor que 0,4 cm) em todos os tubos analisados, pois existiam nessa região dois sarrafos de madeira para garantir a estabilidade do tubo no ensaio de compressão diametral, como ilustra a Figura 2.9.



Figura 5.13 Força versus Deslocamento dos Tubos PSB da Série 1.



Figura 5.14 Força versus Deslocamento dos Tubos PB da Série 1.



Figura 5.15 Força versus Deslocamento dos Tubos PSB da Série 2.



Figura 5.16 Força versus Deslocamento dos Tubos PB da Série 2.

Para os tubos PB referente às Figuras 5.14 e 5.16, a indicação da posição dos transdutores nesses gráficos serviu para mostrar que nas proximidades da bolsa a rigidez do tubo aumenta, o que não ocorreu nas Figuras 5.13 e 5.15, nos quais as deformações foram tomadas na seção central do tubo.

No caso das medidas de força, foram escolhidas para análise a força máxima (F_{MAXIMA}) que cada tubo suportou e a força que gerou as primeiras fissuras $(F_{FISSURA})$, conforme o comportamento típico dos tubos de concreto armado submetidos à compressão diametral para o caso da variação vertical e horizontal do diâmetro, como mostra a Figura 5.17.



Figura 5.17 Comportamento típico dos tubos submetidos à compressão diametral.

Baseado no modelo da Figura 5.17, a Figura 5.18 mostra a variabilidade (valor médio, VM, desvio padrão, DP e coeficiente de variação, CV) dos valores das forças ($F_{FISSURA}$ e F_{MAXIMA}) para as *Séries 1* e 2, correspondentes às Figuras 5.13, 5.14, 5.15 e 5.16.

De acordo com os resultados apresentados pela Figura 5.18, é possível observar que a presença da bolsa não aumentou os valores das forças máximas atingidos pelos tubos nas *Séries 1* e *2*, o que já não se era esperado, uma vez que a presença da bolsa confere maior rigidez ao tubo. De modo geral, a dispersão nos valores das forças máximas e de fissuração para cada tipo de tubo PSB e PB foi pequena (coeficiente de variação menor que 10%) e é

explicada pelo controle de qualidade no processo de produção dos tubos, que é mais rigoroso por se tratar de fábrica.



Figura 5.18 Valores das forças para as séries 1 e 2.

Como mostra a Figura 5.18, em termos de força é notável que a presença da bolsa influenciou mais no valor da força de fissuração, sendo 6,4% e 33% maior para o caso dos tubos tipo PB para as séries 1 e 2, respectivamente. No caso da força máxima, os tubos PSB apresentaram valores 4% e 12% maiores que os tubos PB, para as séries 1 e 2, respectivamente. Sendo assim, considera-se que em termos de forças máximas vale a hipótese de cálculo de que o tubo ponta e bolsa se comportará como um anel circular, provavelmente porque a bolsa não foi armada para tal desempenho.

A NBR 8890 (ABNT, 2007) recomenda que para tubos de concreto armado, a força mínima de ruptura deve corresponder a 1,5 da força de mínima fissura. Ainda de acordo com a Figura 5.18, no caso da série 1 (DN 800 mm), o valor médio da força de ruptura corresponde a 1,7 e 1,4 do valor médio da força de fissura para os tubos PSB e PB, respectivamente. Já para a série 2 (DN 1200 mm), a força de ruptura corresponde a 2,3 e 1,46 da força de fissura obtida para os tubos PSB e PB, respectivamente. Observa-se que os tubos sem bolsa de ambas as séries atingiram aumentos superiores a 50%, o mesmo não ocorreu para os tubos com ponta e bolsa. Entretanto, todos os tubos atingiram a força mínima de fissuração e ruptura, como mostra a Tabela 5.10 para os tubos da classe PA1, conforme a NBR 8890 (ABNT, 2007).

| Classe - Origem | | Força de fissuração (kN/m) | Força de ruptura (kN/m) |
|-----------------|-----|-------------------------------|----------------------------|
| DN 800 | VP | 32 | 48 |
| PSB – DN 800 | VME | 59 | 101 |
| PB – DN 800 | VME | 63 | 90 |
| DN 1200 | VP | 48 | 72 |
| PSB – DN 1200 | VME | 62 | 140 |
| PB – DN 1200 | VME | 92 | 134 |

Tabela 5.10 Valores das forças F_{FISSURA} e F_{MÁXIMA} dos ensaios e da NBR 8890 (ABNT, 2007).

VP – Valor de Projeto (NBR 8890, ABNT 2007), VME – Valor Médio Experimental

Ainda de acordo com a Figura 5.17, para as situações de fissuração e ruptura, foram analisados os valores médios dos deslocamentos correspondentes a variação vertical e horizontal do diâmetro para cada série e tipo de tubo, ou seja: *Série 1* – PSB, *Série 1* – PB, *Série 2* – PSB e Série 2 – PB. A Figura 5.19 mostra a variabilidade dos valores da variação vertical e horizontal do diâmetro para as situações $F_{FISSURA}$ e $F_{MÁXIMA}$.



Figura 5.19 Variabilidade dos valores dos deslocamentos para as séries 1 e 2.

De acordo com a Figura 5.19, a variação vertical e horizontal do diâmetro obtida dos ensaios com os tubos sem a bolsa (PSB) para ambas as séries apresentaram pequena dispersão (coeficiente de variação), para os deslocamentos correspondentes à força de ruptura F_{MAXIMA} , o que não ocorreu para os deslocamentos correspondentes à força de fissuração. Esse resultado está mais evidente para os tubos da Série 2, para os quais o coeficiente de variação foi inferior a 5% no caso da F_{MAXIMA} . Esta conclusão confirma a hipótese de que o tubo se comporta como um anel circular, nas análises dos tubos tipo PSB, pois os deslocamentos ao longo desse tipo de tubo apresentaram pequena dispersão.

Ainda referente à Figura 5.19 observa-se que os resultados obtidos dos ensaios com os tubos tipo ponta e bolsa (PB) para ambas as séries apresentaram uma maior variabilidade, ou seja, os deslocamentos próximos a bolsa (T1+T4 e T7+T10) foram menores que os deslocamentos próximos à ponta (T3+T6 e T9+T12), justificando a maior rigidez na região próxima a bolsa. Sendo assim, a presença da bolsa contribuiu para o aumento da rigidez dos tubos, o que gerou uma diminuição significativa nos valores dos deslocamentos para ambas as situações de fissura e ruptura (força máxima).

5.5.2 Análise de Variância

Para melhor analisar os resultados obtidos, uma análise de variância (ANOVA -ANalysis Of VAriance) com base em Vieira (2006) foi realizada utilizando o programa Origin Pro 7.5. Essa análise se justifica pelo fato de uma análise puramente baseada no desvio padrão não revelar adequadamente a variabilidade de determinada propriedade de interesse. Adicionalmente, a ANOVA foi associada ao teste de Levene para comparação das variâncias das populações. É importante deixar claro que o teste apenas complementa a análise, mas não a substituem. No contexto da análise de variância entende-se população como o conjunto de elementos com características semelhantes.

A comparação dos resultados obtidos será feita com o auxílio de diagramas de caixa (Figura 5.20). A caixa é formada pelo primeiro e terceiro quartis e pela mediana, o que significa que 50% dos valores estão situados entre o primeiro e o terceiro quartis, sendo a mediana exatamente igual ao segundo quartil. Os outros elementos do diagrama de caixa são a média, ponto situado nas proximidades da mediana, os "*whiskers*", linhas que se estendem do primeiro e terceiro quartis em direção aos valores mínimo e máximo da amostra dentro de um intervalo de 1,5 interquartil; e os "*outliers*", pontos mínimo e máximo da amostra que não se encaixam no intervalo de 1,5 interquartil.



Figura 5.20 Diagrama de caixa e seus elementos.

Através de diagramas de caixas, as Figuras 5.21, 5.22 e 5.23 mostram valores de forças e deslocamentos para as situações de fissuração e ruptura para as *Séries 1* e 2.

Observando a Figura 5.21 pode-se notar que a análise de variância mostrou com mais clareza que a dispersão encontrada nos valores de força é pequena e segundo o teste de Levene as variâncias nas populações não foram significativamente diferentes. Ainda segundo a Figura 5.21 para a situação de ruptura, o valor médio da força máxima para os tubos PSB e PB não são muito diferentes e pode-se considerar, em termos de força, que o tubo se comporta como um anel circular para ambos os casos.



Figura 5.21 Influência da bolsa nas forças de fissura e máxima para as séries 1 e 2.

Analisando a variação vertical e horizontal do diâmetro para a *Série 1*, Figura 5.22, percebe-se que a bolsa influenciou nesses resultados e que para 5% de significância, as médias das populações são significativamente diferentes. Os resultados do teste de Levene com 5% de significância mostraram que as variâncias das populações não foram significativamente diferentes, isto ocorreu com mais evidência nas situações de fissuração e ruptura para cada tipo de tubo PSB e PB.







Figura 5.23 Influência da bolsa na variação vertical e horizontal do diâmetro para a série 2.

No caso da variação vertical e horizontal do diâmetro para a *Série 2*, Figura 5.23, a presença da bolsa também influenciou os resultados e a ANOVA mostrou que para 5% de significância, as médias das populações foram significativamente diferentes. Ao serem comparadas as variâncias das populações, observou-se que elas não foram significativamente diferentes segundo o teste de Levene.

5.5.3 Curvas força versus deformação

As Figuras 5.24 a 5.28 apresentam as curvas força *versus* deformação para os casos da Tabela 5.2. Nessas figuras, CB e F significam Coroa-Base e Flanco, respectivamente. Todos os gráficos apresentam deformação limitada a 10‰, valor usualmente adotado como aquele no qual o aço estrutural teoricamente rompe. A verificação do escoamento do aço foi adotada para valores de deformação a partir de 3‰ (f_y/E_s), valor observado experimentalmente em que f_y e E_s são iguais a 710 MPa e 210 GPa.



Figura 5.24 Força versus Deformação na armadura de 2 Tubos (1 e 2) PSB com DN 800.

Na Figura 5.24, os dois tubos PSB tem características semelhantes e a armadura simples em ambos começou a se deformar quando a força atingiu aproximadamente 65 kN/m e a armadura do tubo 2 atingiu deformação acima de 3‰, o que não aconteceu com o tubo 1, porém o patamar de escoamento também sugere que o aço do tubo 1 escoou. Ainda, observase a queda brusca da força após a formação da primeira fissura, após o qual houve novo aumento de força e de rigidez.



Figura 5.25 Força versus Deformação na armadura de 2 tubos (3 e 4) PB com DN 800.

A Figura 5.25 apresenta dois tubos PB idênticos com DN 800. Percebe-se nos dois tubos que a deformação da armadura na região dos flancos é maior do que na região da coroabase, concordando com a maior deformação imposta na região do flancos para tubos submetidos a compressão diametral. Outro aspecto importante apresentado nessa figura é a maior deformação na região próxima a ponta, evidenciando aumento de rigidez provocada pela presença da bolsa.

Ainda de acordo com a Figura 5.25, não houve queda brusca de força após a primeira fissura se formar. Observa-se também a similaridades na rigidez dos dois gráficos e as maiores deformações do tubo 4 na região dos flancos próximo a ponta do tubo.



Figura 5.26 Força versus Deformação na armadura de 2 Tubos (1 e 2) PSB com DN 1200.

Na Figura 5.26, os dois tubos PSB têm características semelhantes e apresentam armadura interna e externa pois possuem diâmetro nominal interno de 1200 mm, como mostra a Figura 5.5. Todos os tubos obtiveram deformações acima de 3‰, indicando que houve escoamento nas seções instrumentadas da armadura, porém os valores de deformação foram superiores na armadura interna em comparação com os apresentados pela armadura externa.



Figura 5.27 Força versus Deformação na armadura de 1 Tubo (3) PB com DN 1200.



Figura 5.28 Força versus Deformação na armadura de 1 Tubo (4) PB com DN 1200.

Nas Figuras 5.27 e 5.28, foram avaliadas as deformações nas armaduras interna e externa das regiões próxima à bolsa e à ponta do tubo com diâmetro nominal igual a 1200 mm. Percebe-se que a armadura interna começa a se deformar primeiro que a externa na região da bolsa e com forças menores que as necessárias para fazer a armadura externa escoar, o que não ocorreu na região da ponta, já que tiveram a mesma deformação inicial. Com relação ao escoamento, em todas as situações analisadas o aço superou a deformação de 3‰.
Capítulo 6 ANÁLISE NUMÉRICA

Neste capítulo são apresentadas simulações numéricas para a análise do comportamento estrutural de tubos circulares de concreto armado submetidos à compressão diametral cujas características mecânicas e geométricas já foram apresentadas no Capítulo 5.

Além de avaliar a aplicabilidade de um programa computacional para pórticos planos na simulação de seções transversais de tubos de concreto armado pelo método dos elementos finitos apresentada no Capítulo 3, as simulações também determinaram o índice de confiabilidade desses tubos em relação à força para a qual eles foram projetados (PA1). São avaliados índices de confiabilidade no estado limite último conforme formulações definidas no Capítulo 4. Nesse estado, a função de estado limite foi determinada a partir de aproximações feitas com o Método de Superfície de Resposta, cuja fundamentação teórica também foi apresentada no capítulo 4. O modelo mecânico formulado no Capítulo 3 serviu de base para a solução da estrutura em análise. Baseados nos trabalhos de Soares (2001) e Neves (2004) foram adotados no cálculo do índice de confiabilidade dois tipos de plano de experiência: o fatorial completo e o composto, ambos com ponto de adaptação. Segundo esses autores, esses planos apresentam um bom desempenho na determinação dos valores dos índices de confiabilidade de estruturas de concreto.

Nas análises de confiabilidade para o estado limite último foi determinada a probabilidade de ocorrência de ruptura dos tubos circulares de concreto armado submetidos à compressão diametral. Nesse caso, a curva de solicitação, que foi previamente definida na Figura 4.1 para uma situação geral, apresenta pequena dispersão como mostra a Figura 6.1a. A curva de solicitação definida na Figura 6.1b serve para o caso de tubos enterrados para os quais existe maior variabilidade da solicitação decorrente dos aspectos geotécnicos, o que não ocorre na situação do ensaio de compressão diametral, na qual o tubo é submetido a uma solicitação decorrente de uma carga uniformemente distribuída e crescente.



Figura 6.1 Função de densidade de probabilidade para solicitações (S) e resistências (R).

6.1 Avaliação do Modelo Mecânico

Para que o Método da Superficie de Resposta, que determina de forma aproximada a função de estado limite, seja utilizado de maneira satisfatória, faz-se necessário que o comportamento real da estrutura seja adequadamente representado nas simulações numéricas. Portanto, neste item são apresentadas análises do comportamento mecânico dos tubos de concreto armado por meio de um programa computacional para pórticos planos, já comentado no Capítulo 3.

Com base na avaliação do comportamento estrutural dos tubos de concreto armado, as seguintes idealizações foram realizadas:

 a) Foi utilizada simetria conforme mostrado na Figura 6.2, o que implica na aplicação de metade do carregamento que seria aplicado no modelo completo. Ainda, a estrutura foi discretizada em 50 elementos finitos de barra, com cada nó apresentando 3 graus de liberdade para representar duas translações (em x e em y) e uma rotação em torno de z.



Figura 6.2 Esquema estrutural utilizado nas análises de tubos circulares.

- b) Não se considerou qualquer influência das bolsas dos tubos, conforme considerações discutidas no capítulo 5. Isso significa que para os tubos ponta e bolsa (PB) admitiu-se que esses tubos se comportam como um anel circular.
- c) Nas análises não-lineares realizadas foi considerado o modelo constitutivo para o concreto recomendado pela NBR 6118 (ABNT, 2007), conforme apresentado no Capítulo 3.
- d) Admitiu-se para o aço comportamento elastoplástico com encruamento, sendo o módulo de encruamento igual a 10% do módulo de elasticidade do aço.

As principais características físicas e geométricas dos materiais utilizados na fabricação dos tubos, já apresentadas no Capítulo 5, estão resumidamente mostradas na Tabela 6.1. Para a resistência à compressão do concreto (f_c) foram utilizados os valores

obtidos dos testemunhos extraídos dos tubos, pois eles parecem mostrar resultados mais conservadores em comparação com corpos-de-prova moldados.

| | VM | CV | VM | CV | |
|----------------------------------|--------|-------|---------|-------|--|
| Parâmetro | DN 800 | | DN 1200 | | |
| f_{c} (kN/cm ²) | 4,55 | 20,3% | 4,13 | 13,4% | |
| f_{ck} (kN/cm ²) | 3,03 | - | 3,22 | - | |
| $f_y (kN/cm^2)$ | 71 | 4% | 71 | 4% | |
| YA _{s,int} (cm) | 0,66 | 22,5% | 1,35 | 18,2% | |
| YA _{s,ext} (cm) | - | - | 3,07 | 31% | |
| h (cm) | 7,2 | 4,2% | 10,1 | 3,9% | |
| $E_s (kN/cm^2)$ | 21000 | - | 21000 | - | |
| E_s' (kN/cm ²) | 2100 | - | 2100 | - | |
| | | P | SB | | |
| $A_{s,int}$ (cm ² /m) | 4,75 | 1,5% | 4,75 | 1,5% | |
| $A_{s,ext}$ (cm ² /m) | - | - | 2,36 | 1,5% | |
| b (cm) | 120 | 3% | 120 | 3% | |
| P/2 (kN) | 28,8 | 3% | 43,2 | 3% | |
| $\epsilon_{s max}$ | 15‰ | - | 17‰ | - | |
| | PB | | | | |
| $A_{s,int}$ (cm ² /m) | 5,94 | 1,5% | 5,94 | 1,5% | |
| $A_{s,ext}$ (cm ² /m) | - | - | 2,95 | 1,5% | |
| b (cm) | 150 | 3% | 150 | 3% | |
| P/2 (kN) | 36 | 3% | 54 | 3% | |
| Es max | 10‰ | - | 15‰ | - | |

Tabela 6.1 Dados utilizados nas análises dos tubos.

VM - Valor Médio, CV - Coeficiente de Variação

No caso da deformação máxima do aço CA-60 $\varepsilon_{s,max}$, foram utilizados valores entre 10‰ e 20‰, pois os resultados dos ensaios de caracterização das telas soldadas mostraram que o aço utilizado apresentou deformação máxima nesse intervalo, portanto foram escolhidos valores que representassem uma boa calibração para o valor da força máxima e das variações vertical e horizontal do diâmetro em comparação aos resultados experimentais. As Figuras 6.3 e 6.4 apresentam as curvas força *versus* deslocamento para os resultados experimentais e numéricos nas seções do coroamento (variação vertical do diâmetro) e do flanco (variação horizontal do diâmetro) para os tubos analisados nesse trabalho com diâmetro nominal de 800 mm e 1200 mm, respectivamente, com características apresentadas na Tabela 6.1.



Figura 6.3 Diagrama Força versus Deslocamento nos tubos com DN 800.

Observando essas curvas, pode-se concluir visualmente que há boa concordância entre os resultados numéricos e experimentais. Entretanto, considerando os tubos tipo ponta e bolsa houve uma discrepância entre os resultados numéricos e experimentais no início da



fissuração. Essa discrepância está relacionada com a variabilidade dos deslocamentos dada em função da maior rigidez do tubo na região próxima a bolsa.

Figura 6.4 Diagrama Força versus Deslocamento nos tubos com DN 1200.

A comparação entre os resultados numéricos e experimentais revelou boa concordância entre esses resultados, confirmando assim a hipótese de que em tubos tipo ponta sem bolsa e tipo ponta com bolsa, o tubo se comporta como um anel circular, e então a análise numérica com base no modelo mecânico apresentado no capítulo 3 pode ser realizada.

A Tabela 6.2 apresenta os resultados dos valores máximos experimentais, numéricos e de norma (valores mínimos declarados pela NBR 8890 (ABNT, 2003) para tubos destinados a águas pluviais classe PA1) das forças na situação de ruptura (força máxima) para todos os tubos ensaiados. Nessa tabela é possível verificar que em termos de valores máximos ou de ruptura, os resultados numéricos e experimentais apresentaram boa concordância e que esses

valores estavam muito acima dos valores mínimos recomendados pela NBR 8890 (ABNT, 2007). Assim como os valores experimentais mostraram a não influência da bolsa nos valores das forças máximas em tubos com bolsa em comparação com tubos sem bolsa, os valores numéricos também mostram o mesmo comportamento.

| | DN 800 | | DN 1200 | |
|--|--------|-------|---------|--------|
| Valor (kN/m) | PSB | PB | PSB | PB |
| Força mínima de ruptura NBR 8890 (ABNT, 2007) | 48 | 48 | 72 | 72 |
| Experimental (valor médio das forças máximas) | 101,32 | 90,39 | 139,96 | 134,13 |
| Numérico | 104,64 | 95,04 | 136,8 | 132,48 |
| Numérico / Experimental | 1,03 | 1,05 | 0,98 | 0,99 |

Tabela 6.2 Valores médios experimentais e numéricos das forças máximas.

Tabela 6.3 Valores médios experimentais e numéricos da variação vertical e horizontal do diâmetro.

| valores em cm | Variação vertical do diâmetro | | | Variação horizontal do diâmetro | | | | |
|---------------|-------------------------------|--------------|--------------|---------------------------------|---------------|--------|-------------------------|-----|
| LT | <i>T1+T4</i> | <i>T2+T5</i> | <i>T3+T6</i> | VN | <i>T7+T10</i> | T8+T11 | <i>T</i> 9+ <i>T</i> 12 | VN |
| PSB – DN 800 | 2,8 | 2,5 | 2,3 | 2,1 | 2,4 | 1,8 | 2,2 | 2,2 |
| PB – DN 800 | 1,2 | 2,0 | 2,8 | 1,6 | 0,9 | 1,9 | 2,4 | 1,7 |
| PSB – DN 1200 | 4,2 | 4,1 | 3,9 | 3,2 | 3,7 | 3,6 | 3,7 | 3,2 |
| PB – DN 1200 | 2,5 | 3,1 | 3,4 | 2,9 | 2,4 | 2,9 | 3,6 | 2,8 |

LT – Localização dos Transdutores conforme a Figura 5.1, VN – Valor Numérico.

A Tabela 6.3 compara os valores experimentais e numéricos dos deslocamentos (variação vertical e horizontal do diâmetro) para todos os tubos ensaiados, considerando o deslocamento relativo à força máxima. Observa-se nesse caso que a presença da bolsa influenciou os resultados experimentais, especialmente no aumento de rigidez próxima a

região da bolsa. Entretanto, os valores numéricos dos deslocamentos calculados para os tubos ponta e bolsa podem ser considerados satisfatórios, pois encontram-se entre o mínimo e máximo valor dos deslocamentos aferidos para o caso dos tubos PB. Já no caso dos tubos PSB, os valores numéricos também podem ser considerados satisfatórios em comparação aos valores experimentais.

6.2 Análise de Confiabilidade

Nas análises de confiabilidade realizadas nesse trabalho procurou-se determinar a probabilidade de falha dos tubos com DN 800 mm e DN 1200 mm para a resistência proveniente dos parâmetros com estatística (média e desvio padrão) apresentados no capítulo 5 e na Tabela 6.1 e solicitação recomendada pela NBR 8890 (ABNT, 2007) para o caso da carga mínima de ruptura para tubos destinados a águas pluviais da classe PA1. Nesse caso procurou-se avaliar os tubos, especialmente na situação prevista em norma para se atender ao controle de qualidade recomendado pela mesma, ou seja, os tubos fabricados devem apresentar resistência maior que a carga mínima de ruptura para a classe PA1, que no caso dos tubos de DN 800 mm e DN 1200 mm é de 48 kN/m e 72k N/m, respectivamente. Sendo assim, o coeficiente de majoração da solicitação (γ_f) foi adotado igual a unidade.

Os coeficientes de minoração da resistência à compressao do concreto (f_c) e da resistência à tração do aço (f_y) foram considerados iguais a 1,3 e 1,15, respectivamente. No caso do concreto adotou-se um valor menor que 1,4 pois os tubos foram fabricados com concreto usinado, desse modo, é possível garantir um bom controle tecnológico na produção do tubo.

Inicialmente, foi realizada uma análise de sensibilidade para determinar os parâmetros mais importantes no estudo de confiabilidade para os tubos das séries 1 e 2, com DN 800 mm e DN 1200 mm, respectivamente. Os valores dos parâmetros analisados nesta etapa inicial, descritos na Tabela 6.1, correspondem a resistência à compressão do concreto (f_c), a resistência à tração do aço (f_y), a seção transversal da armadura interna ($A_{s,int}$), o comprimento do tubo (b), a espessura do tubo (h) e a força aplicada (P/2), respectivamente. Em todos os casos analisados, as variáveis aleatórias foram consideradas apresentando funções de distribuição normal, conforme resultados apresentados no capítulo 5.

Os planos de experiência adotados nessas análises foram o composto e o Fatorial Completo, ambos com ponto de adaptação. No cálculo do índice de confiabilidade (β), o processo iterativo converge quando o erro em β atinge uma tolerância satisfatória. Como comenta Sorares (2001), essa tolerância é da ordem de 1% de acordo com a experiência adquirida por alguns pesquisadores através de várias estruturas analisadas.

É importante fazer a análise de sensibilidade das variáveis aleatórias no início de simulações para determinar os parâmetros que mais influenciam no cálculo do índice de confiabilidade e consequentemente reduzir o tempo de processamento das simulações, sem comprometer o valor da probabilidade de falha calculada para a estrutura.

As Figura 6.7 e 6.8 mostram a influência de cada variável em cada situação analisada (série 1 e 2) para os parâmetros indicados na Tabela 6.1. Era razoável pensar que seriam os mesmos parâmetros que mais influenciavam a confiabilidade dos dois tipos de tubos analisados. Porém, como mostra a Figura 6.5, isso não aconteceu. No caso dos tubos da série 1 com DN 800 mm, as variáveis aleatórias que mais influenciavam na confiabilidade são a resistência à compressão do concreto (f_c) e a espessura do tubo (h). Para a série 2 com DN

1200 mm, as variáveis aleatórias que mais influenciam no resultado da confiabilidade são, por ordem de importância: a espessura do tubo (*h*), a posição da armadura ($YA_{s,int}$), a resistência à compressão do concreto (f_c) e a resistência à tração do aço (f_y). As porcentagens indicadas na Figura 6.7 referem-se à importância das variáveis mencionadas na confiabilidade dos tubos.





A diferença entre as variáveis mais influentes na Figura 6.5 se deve ao fato de que os tubos com DN 800 mm apresentaram um concreto mais resistente 4,55 kN/cm², porém com maior variabilidade (coeficiente de variação igual a 20,3%), enquanto que os tubos com DN 1200 mm apresentaram um concreto menos resistente 4,13 kN/cm², mas com menor variabilidade (coeficiente de variação igual a 13,4%). Nesse caso, observa-se que a variabilidade foi mais determinante ao destacar a resistência à compressão do concreto (f_c) como a variável aleatória que mais influenciou na probabilidade de falha dos tubos.

Analisando a Figura 6.7 e levando em consideração que a resistência à tração do aço (f_y) possui uma influência menor do que 10% foram escolhidas três variáveis aleatórias no cálculo da probabilidade de falha: a espessura do tubo (*h*), a posição da armadura (*YA*_{s,int}) e a

resistência à compressão do concreto (f_c). Sendo assim, a Tabela 6.1 será readaptada ao novo cenário de variabilidade, como mostra a Tabela 6.4.

| | VM | CV | VM | CV |
|---------------------------------------|--------|-------|-------|-------|
| Parametro | DN 800 | | DN . | 1200 |
| $f_c (kN/cm^2)$ | 4,55 | 20,3% | 4,13 | 13,4% |
| f _{ck} (kN/cm ²) | 3,03 | - | 3,22 | - |
| $f_y (kN/cm^2)$ | 71 | - | 71 | - |
| $YA_{s,int}(cm)$ | 0,66 | 22,5% | 1,35 | 18,2% |
| YA _{s,ext} (cm) | - | - | 3,07 | - |
| h (cm) | 7,2 | 4,2% | 10,1 | 3,9% |
| E_{s} (kN/cm ²) | 21000 | - | 21000 | - |
| E_s' (kN/cm ²) | 2100 | - | 2100 | - |
| | | P | SB | |
| $A_{s,int}$ (cm ² /m) | 4,75 | - | 4,75 | - |
| $A_{s,ext}$ (cm ² /m) | - | - | 2,36 | - |
| b (cm) | 120 | - | 120 | - |
| P/2 (kN) | 28,8 | - | 43,2 | - |
| $\epsilon_{s max}$ | 15‰ | - | 17‰ | - |
| | PB | | | |
| $A_{s,int}$ (cm ² /m) | 5,94 | - | 5,94 | - |
| $A_{s,ext}$ (cm ² /m) | - | - | 2,95 | - |
| b (cm) | 150 | - | 150 | - |
| P/2 (kN) | 36 | - | 54 | - |
| ε _{s max} | 10‰ | - | 15‰ | - |

Tabela 6.4 Dados utilizados na confiabilidade dos tubos a partir da análise de sensibilidade.

VM - Valor Médio, CV - Coeficiente de Variação

A segurança e a confiabilidade dos tubos, considerando os dados da Tabela 6.4, estão apresentados na Tabela 6.5. É interessante observar que quando se trata dos índices de confiabilidade (β) os valores apresentam resultados bastante próximos, o que não pode ser dito da probabilidade de falha ($1/P_f$) e do fator de segurança global (*FS*). O valor desse fator foi obtido levando em consideração a solicitação S dada pela força atuante no tubo na situação de compressão diametral e a resistência R do tubo avaliada pelo modelo mecânico descrito no capítulo 3. Pode-se dizer a partir dos resultados da Tabela 6.5 que os tubos com as características físicas e geométricas apresentadas na Tabela 6.4 são seguros, pois apresentam FS maior que 1,5 e confiáveis, pois β foi maior que 3,8, valor recomendado pelo Eurocode 1 (1994) para estruturas de concreto. Ainda é possível dizer que a bolsa não influenciou o valor do índice de confiabilidade dos tubos, porém considerando os valores da probabilidade de falha, essa aparente semelhança é menos perceptível.

 Tabela 6.5 Segurança e confiabilidade dos tubos a partir da análise de sensibilidade.

| Tubo | β | $1/P_f$ | FS = R/S |
|----------|------|----------|----------|
| PSB 800 | 4,19 | 5,34E+04 | 1,82 |
| PB 800 | 4,10 | 4,35E+04 | 1,62 |
| PSB 1200 | 4,18 | 5,35E+04 | 1,64 |
| PB 1200 | 4,11 | 4,33E+04 | 1,56 |

Através do conhecimento da segurança e confiabilidade dos tubos (Tabela 6.5) para os dados apresentados na Tabela 6.4, é possível modificar numericamente os valores de alguns parâmetros para verificar o desempenho dos tubos com DN 800 mm e DN 1200mm. As análises paramétricas consideraram a variabilidade dos parâmetros mais influentes na confiabilidade dos tubos submetidos à compressão diametral: a resistência à compressão do concreto (f_c), a espessura do tubo (h) e a posição da armadura (YA_s). Nesses casos, o coeficiente de variação de cada variável aleatória considerada foi alterado para os valores de 5%, 10%, 15%, 20%, 25% e 30%, mantendo-se constante o valor médio de cada variável e todos os parâmetros constantes na Tabela 6.4.

6.2.2 Influência da Resistência à Compressão do Concreto

Para os tubos tipo ponta e bolsa, a Figura 6.6 mostra a variabilidade imposta através do coeficiente de variação da resistência à compressao do concreto (f_c) e os seus respectivos valores de segurança e confiabilidade. Na Tabela 6.6 são apresentados os valores de probabilidade de falha (1/Pf).



Figura 6.6 Coeficiente de Variação da Resistência à Compressão do Concreto *versus* Segurança e Confiabilidade.

Observando a Figura 6.6 é possível concluir que a segurança do tubo é bastante influenciada pela variabilidade do concreto e que o tubo tipo PB com DN 800 mm é mais seguro que o tubo PB com DN 1200 mm. No caso da confiabilidade, medida em termos do índice de confiabilidade, a variabilidade do concreto influenciou mais nos tubos tipo PB com DN 800 mm, não tendo ocorrido uma tendência com relação aos tubos tipo PB com DN 1200 mm. Esses fatos são determinados pela maior e menor influência da resistência à compressão do concreto (f_c) na confiabilidade, como mostou a análise de sensibilidade. Logo, para os tubos tipo PB com DN 800 mm houve uma diminuição do fator de segurança global (FS) e do índice de confiabilidade (β) com o aumento do coeficiente de variação da resistência à compressão do concreto. No caso dos tubos tipo PB com DN 1200 mm houve uma diminuição do fator de segurança global (FS) com o aumento do coeficiente de variação da resistência à compressão do concreto, porém com relação ao índice de confiabilidade (β) não houve uma tendência.

| Resistência à Compressão do Concreto - f_c | $1/P_f$ | |
|--|----------|----------|
| Coeficiente de Variação | PB 800 | PB 1200 |
| 5% | 3,75E+21 | 6,68E+04 |
| 10% | 6,44E+16 | 1,63E+05 |
| 15% | 6,02E+07 | 1,04E+05 |
| 20% | 5,36E+04 | 8,41E+03 |
| 25% | 1,65E+03 | 3,06E+06 |
| 30% | 3.21E+02 | 6.70E+04 |

Tabela 6.6 Probabilidade de falha considerando a variabilidade do concreto.

Essa mesma Figura 6.6 mostra a importância da variabilidade do concreto na segurança e na confiabilidade de estruturas de concreto, sugerindo que somente utilizar o f_{ck} como indicador da resistência do concreto pode levar a resultados com sucesso ou insucesso, se não for considerada também a variabilidade do material. Sugere-se que para determinar a real confiabilidade de estruturas de concreto, a resistência do concreto seja representada pelo

seu valor médio ou característico (f_{cm} ou f_{ck}) associado com a variabilidade (coeficiente de variação do f_{cm}). Assim, será possível ter uma análise mais criteriosa sobre o comportamento do concreto e a sua influência na estrutura estudada, que no caso deste trabalho são tubos circulares de concreto armado submetidos à compressão diametral.

6.2.3 Influência da Espessura do Tubo

A Figura 6.7 mostra a variabilidade imposta através do coeficiente de variação da espessura do tubo (h) e os seus respectivos valores de segurança e confiabilidade. Apesar de ser um parâmetro geométrico, a espessura do tubo (h) deve influenciar outras variáveis aleatórias de cárater mecânico ou geométrico como a resistência à compressão do concreto (f_c) e a posição da armadura (YA_s), respectivamente. Na Tabela 6.7 são apresentados os valores de probabilidade de falha (1/Pf).

A Figura 6.7 mostra que a segurança do tubo (*FS*) não foi influenciada pela variabilidade da espessura do tubo. Porém, na análise de confiabilidade a variável aleatória em questão apresentou uma tendência de crescimento à medida que se diminuiu a variabilidade para ambos os tipos de tubos analisados PB com DN 800 mm e DN 1200 mm. A Figura 6.7 e a Tabela 6.7 mostram a influência da espessura do tubo (*h*) na confiabilidade dos tubos de concreto armado e a impossibilidade do fator de segurança global (*FS*) perceber essa influência.



Figura 6.7 Coeficiente de Variação da Espessura do Tubo versus Segurança e Confiabilidade.

| Espessura do Tubo - h | $1/P_f$ | | |
|-------------------------|----------|----------|--|
| Coeficiente de Variação | PB 800 | PB 1200 | |
| 5% | 4,33E+04 | 2,59E+11 | |
| 10% | 3,10E+04 | 4,17E+05 | |
| 15% | 3,97E+02 | 8,08E+03 | |
| 20% | 5,80E+01 | 1,12E+03 | |
| 25% | 2,32E+01 | 1,13E+03 | |
| 30% | 1,25E+01 | 2,00E+02 | |

Tabela 6.7 Probabilidade de falha considerando a variabilidade da espessura do tubo.

6.2.4 Influência da Posição da Armadura

A Figura 6.8 mostra a variabilidade imposta através do coeficiente de variação da posição da armadura (YA_s) e os seus respectivos valores de segurança e confiabilidade. Na Tabela 6.8 são apresentados os valores de probabilidade de falha (1/Pf).

Como aconteceu com a espessura do tubo (*h*), a segurança do tubo (*FS*) não foi influenciada pela variabilidade da posição da armadura (YA_s). Para a confiabilidade, medida em termos do índice de confiabilidade, ficou claro que a posição da armadura (YA_s) não influenciou as respostas dos tubos tipo PB com DN 800 mm, como já indicou a análise de sensibilidade. Para os tubos tipo PB com DN 1200 mm a variabilidade da posição da armadura (YA_s) determinou uma forte influência dessa variável aleatória na confiabilidade dos tubos, como também indicava a análise de sensibilidade.

As análises paramétricas realizadas sugerem que é possível melhorar a confiabilidade dos tubos, diminuindo a variabilidade dos parâmetros mais influentes na probabilidade de falha, ou seja, modificando-se o controle de qualidade de alguns parâmetros. No caso das variáveis estudadas percebe-se que melhorar o controle de qualidade da produção do concreto é ainda algo a ser estudado na fabricação dos tubos, já que essa variável é, sem dúvida, a mais importante em termos de confiabilidade. Para os tubos analisados nesse trabalho, o controle de qualidade do concreto (f_c) não foi regular, pois apresentou coeficientes de variação diferentes, como mostra a Tabela 6.4.



Figura 6.8 Coeficiente de Variação da Posição da Armadura versus Segurança e Confiabilidade.

| Posição da Armadura - YA _s | $1/P_f$ | |
|---------------------------------------|----------------|----------|
| Coeficiente de Variação | PB 800 PB 1200 | |
| 5% | 3,51E+04 | ∞ |
| 10% | 4,31E+04 | ∞ |
| 15% | 3,48E+04 | 1,31E+05 |
| 20% | 3,08E+04 | 2,41E+04 |
| 25% | 4,32E+04 | 2,52E+03 |
| 30% | 4,33E+04 | 1,25E+01 |

Tabela 6.8 Probabilidade de falha considerando a variabilidade da posição da armadura.

Para as outras variáveis estudadas, a espessura do tubo (h) e a posição da armadura (YA_s), é possível ainda melhorar o controle de qualidade para reduzir também os riscos de falha do tubo, porém esses parâmetros geométricos apresentaram valores satisfatórios do coeficiente de variação como mostra a Tabela 6.4. Sendo assim, a sugestão é melhorar apenas o controle de qualidade do concreto, para que esse seja regular.

É natural dizer que essas constatações são válidas apenas para as condições de resistência dos tubos dadas pela Tabela 6.4 e avaliadas experimentalmente na condição de solicitação analisada. Provavelmente deve haver variantes dessas observações à medida que o controle de qualidade dos materiais utilizados seja melhor ou pior. Em se tratando de confiabilidade estrutural, percebeu-se neste estudo que é de fundamental importância o conhecimento da variabilidade dos materiais, pois esta é inerente aos materiais e a sua avaliação e análise é dever dos profissionais que lidam com ela, no caso, os engenheiros.

Capítulo 7

CONSIDERAÇÕES FINAIS E CONCLUSÕES

A tese mostra uma contribuição ao projeto de tubos circulares de concreto armado para o ensaio de compressão diametral utilizando a teoria de confiabilidade para avaliar a probabilidade de falha desses tubos e fornecer subsídios para o controle de qualidade dos materiais utilizados para fabricá-los.

As principais conclusões e considerações do presente trabalho são:

- a) Aplicando o teste de normalidade de Shapiro-Wilk concluiu-se que a distribuição normal de probabilidades pode ser utilizada para representar os parâmetros físicos e geométricos dos tubos analisados;
- b) Em termos de forças últimas ou máximas vale a hipótese de que o tubo se comporta como um anel circular, pois os tubos tipo PSB para as séries 1 e 2 (DN 800 mm e DN 1200 mm, respectivamente) apresentaram valores da ordem de 4% e 12% maiores que os obtidos para os tubos PB, respectivamente. Entretanto, a presença da bolsa influenciou mais no valor da força de fissuração, sendo 6,4% e 33% maior para o caso dos tubos tipo PB em relação aos tubos tipo PSB para as séries 1 e 2, respectivamente.

- c) Em termos de deslocamentos, a presença da bolsa contribuiu para o aumento de rigidez, gerando uma diminuição significativa nos valores dos deslocamentos nas seções próximas à região da bolsa no início da fissuração e na ruptura (força máxima).
- d) Os resultados numéricos da curva força *versus* deslocamento apresentaram boa concordância com os resultados experimentais, mostrando que a modelagem do tubo, considerando esquema estrutural de anel circular e empregando elementos finitos de barra para pórticos planos, pode ser utilizada para representar o comportamento dos tubos submetidos à compressão diametral para a força última ou máxima com armadura construtiva na bolsa;
- e) Os tubos analisados apresentaram índice de confiabilidade superior a 3,8, valor calculado para atender ao ensaio de compressão diametral, considerando os coeficientes de minoração da resistência à compressão do concreto (*f_c*) e da resistência à tração do aço (*f_y*) iguais a 1,3 e 1,15 e o coeficiente de majoração da solicitação (*γ_f*) igual a unidade para representar a força mínima de ruptura da classe PA1 disponível na NBR 8890 (ABNT, 2007).
- f) A análise de sensibilidade mostrou que a probabilidade de falha dos tubos de concreto para atender ao ensaio de compressão diametral é fortemente influenciada pelo controle de qualidade dos materiais utilizados na fabricação dos tubos.
- g) Nesse estudo foi verificado que as variabilidades físicas (resistência do concreto) e geométricas (espessura do tubo e posição da armadura) contribuem significativamente no valor do índice de confiabilidade, porém as variabilidades geométricas (espessura do tubo e posição da armadura) não influenciaram a segurança do tubo avaliada pelo fator de segurança global.
- h) A depender da variabilidade do concreto, a análise de confiabilidade apresentou resultados com sucesso ou insucesso, ou seja, com diferentes valores de índice de

confiabilidade para o mesmo valor da resistência do concreto (f_c ou f_{ck}). Assim, sugerese que para determinar a confiabilidade dos tubos, a resistência do concreto deve ser representada não somente pelo valor médio (f_c) ou característico (f_{ck}), mas também seja associada com a variabilidade (coeficiente de variação do f_c). Essa nova abordagem possibilita obter um único valor de confiabilidade (índice de confiabilidade).

Por fim, sugerem-se como propostas de trabalhos futuros:

- a) Analisar experimentalmente tubos com diferentes diâmetros para as diferentes classes de resistência utilizadas no saneamento básico para água pluvial e esgoto sanitário;
- b) Avaliar a solicitação para o caso dos tubos enterrados, nos quais os esforços nas paredes dos tubos dependem do comportamento do solo e de suas características. O objetivo nesse caso é analisar os tubos na situação de campo e comparar com a situação de ensaio, que foi estudada neste trabalho.

Capítulo 8

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ALGOOD, J. R. (1972). *Summary of soil-structure interaction*. Naval Civil Engineering Laboratory, California.

AMERICAN CONCRETE PIPE ASSOCIATION - ACPA. Diponível em: <www.concretepipe.org>. Acesso em 10 de outubro de 2006.

AMERICAN CONCRETE PIPE ASSOCIATION (1980). *Concrete pipe handbook*. Vienna, Virginia, USA, January: ACPA.

_____. (1993). Concrete pipe technology handbook: a presentation of historical and current state-of-the-art design and installation methodology. Irving: ACPA.

AMERICAN SOCIETY OF CIVIL ENGINEERS (1994). Standard practice for direct design of buried precast concrete pipe using standad installatios (SIDD). New York: ASCE.

AMERICAN SOCIETY FOR TESTING AND MATERIALS (1998). *ASTM C497*: Standard test methods for concrete pipe, manhole sections, or tile. West Conshohocken.

ANG, A. H-S.; TANG, W. H. (1984). *Probability concepts in engineering planning and design: decision, risk and reliability.* New York: John Wiley & Sons. 2v.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS (1992). *NBR 5737*: Cimentos Portland resistentes a sulfatos. Rio de Janeiro.

. (1996). *NBR 12655*: Concreto - Preparo, controle e recebimento. Rio de Janeiro.

_____. (2007). *NBR 8890*: Tubo de concreto, de seção circular, para águas pluviais e esgotos sanitários - Requisitos e métodos de ensaio. Rio de Janeiro.

_____. (2007). NBR 6118: Projeto de estruturas de concreto - Procedimento. Rio de Janeiro.

AZEVEDO NETTO, J. M. (1959). *Cronologia dos serviços de esgotos, com especial menção ao Brasil.* Revista DAE. v.20, n. 33, abril.

BENJAMIN, J. R.; CORNELL, C. A. (1970). Probability, Statistics and Decision for Civil Engineers. McGraw-Hill, USA. 684p.

BOUZON, E. (1976). *O código de Hammurabi, introdução, tradução e comentários de E. Bouzon.* Petrópolis, Vozes, 116p.

COMITE EURO-INTERNATIONAL DU BETON (1990). *CEB MC 90*: CEB-FIB model code 1990. Bulletin d'Information, n. 203.

_____. (1991). Behavior and analysis of reinforced concrete structures under alternate actions inducing ineslastic response. July, 296 p. (CEB Bulletin d'Information, 210).

DEEN, R. C.; HAVENS, J. H. (1964). Some effects of fabrications practices on strength: chatacteristics of reinforced concrete culvert pipe. Highway Research Record.

DEUTSCHES INSTITUT FÜR NORMUNG (1976). *DIN 4035*: Precast reinforced concrete pipes and precast reinforced concrete pressure pipes and fittings - dimensions and technical delivery conditions. Berlin.

EL DEBS, M. (1991). Contribuição ao emprego de pré-moldados de concreto em infraestrutura urbana e em estradas. Tese (Livre Docência) - Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos.

EL DEBS, M. (2003). *Projeto estrutural de tubos circulares de concreto armado*. 1.ed. São Paulo: IBTS.

EUROPEAN COMMITTEE FOR STANDARDIZATION (1994). *Eurocode 1*: Basis of design and actions on structures - Part 1. Brussels.

FIGUEIRAS, J. A. (1983). Ultimate load of anisotropic and reinforced concrete plates and shells. Tese (Doutorado) - University of Wales.

FREUDENTHAL, A. M. (1947). *The Safety of Structural*. Transactions of ASCE. Vol. 112, p.125–180.

FREUDENTHAL, A. M.; GARRELTS, J. M.; SHINOZUKA, M. (1966). *The Analysis of Structural Safety*. Journal of the Structural Division, ASCE. Vol. 92, No ST1, February, p.267–325.

FUSCO, P. B. (1981). *Estruturas de concreto:* solicitações normais. Rio de Janeiro: Guanabara Dois.

FUSCO, P. B. (1976). *Estruturas de concreto:* fundamentos estatísticos da segurança das estruturas. São Paulo: EDUSP/McGraw-Hill.

HASOFER, A. M.; LIND, N. C. (1974). *An exact and invariant first-order reliability format*. Journal of Engineering Mechanics. v.100, p.111-121.

HEGER, F. J. (1963). *Structural behavior of circular reinforced concrete pipe*. Development of Theory – Proc. A. C. I. – vol. 60.

KUDDER, R. J. (1978). A simplified design method for buried concrete pipe. Thesis (Doctorate) - Northwestern University, Illinois.

NEVES, R. A. (2004). *Desenvolvimento de modelos mecânico-probabilísticos para estruturas de pavimentos de edifícios*. Escola de Engenharia de São Carlos/USP. Tese de doutorado, 20p.

NOWAK A. S.; COLLINS, K. R. (2000). Reliability of structures. Michigan: McGraw-Hill.

PIMENTA, P. M. (1996). Análise não-linear de pórticos planos: teoria exata vs. teoria de segunda ordem. São Paulo, EPUSP. Boletim técnico do departamento de engenharia de estruturas e Fundações, 9618.

PINTO, R. S. (2002). *Análise não-linear das estruturas de contraventamento de edifícios em concreto armado*. Tese (doutorado) - Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos.

PHOON, K-K.; KULHAWY, F. H.; GRIGORIU, M. D. (2000). *Reliability-based design for transmission line structure foundations*. Computers and Geotechnics, Vol. 26, p.169-185.

RACKWITZ, R.; FIESSLER, B. (1978). *Structural reliability under combined random load sequences*. Computers and Structures. v.9, p.489-494.

SCHNEIDER, J. (1997). *Introduction to safety and reliability of structures*. Zurich. Structural Engineering Documents.

SOARES, R. C. (2001). *Um estudo sobre modelos mecânico-probabilístico para pórticos de concreto armado*. Tese (doutorado) - Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos.

SUSSEKIND, J. C. (1979). Curso de concreto: concreto armado. Rio de Janeiro: Globo. 2v.

VIEIRA, S. (2006). Análise de Variância: ANOVA. Atlas, 204 p., São Paulo.

ZAIDLER, W. (1983). Projetos estruturais de tubos enterrados. São Paulo: Pini.