

# **ANÁLISE ESTRUTURAL DE GALPÕES ATIRANTADOS DE CONCRETO PRÉ-MOLDADO**

**ANDREILTON DE PAULA SANTOS**

Dissertação apresentada à Escola de Engenharia de São Carlos, da Universidade de São Paulo, como parte dos requisitos para obtenção do título de Mestre em Engenharia de Estruturas.

Orientador: Prof. Dr. Libânio Miranda Pinheiro

São Carlos  
2010

AUTORIZO A REPRODUÇÃO E DIVULGAÇÃO TOTAL OU PARCIAL DESTE TRABALHO, POR QUALQUER MEIO CONVENCIONAL OU ELETRÔNICO, PARA FINS DE ESTUDO E PESQUISA, DESDE QUE CITADA A FONTE.

Ficha catalográfica preparada pela Seção de Tratamento  
da Informação do Serviço de Biblioteca – EESC/USP

S237a Santos, Andreilton de Paula  
Análise estrutural de galpões atirantados de concreto  
pré-moldado / Andreilton de Paula Santos ; orientador  
Libânio Miranda Pinheiro. -- São Carlos, 2010.

Dissertação (Mestrado-Programa de Pós-Graduação e Área  
de Concentração em Engenharia de Estruturas) -- Escola de  
Engenharia de São Carlos da Universidade de São Paulo,  
2010.

1. Galpões. 2. Concreto pré-moldado. 3. Pórtico  
atirantado. 4. Análise estrutural. 5. Não-linearidade.  
I. Título.

**FOLHA DE JULGAMENTO**

Candidato: Engenheiro ANDREILTON DE PAULA SANTOS.

Dissertação defendida e julgada em 08/06/2010 perante a Comissão Julgadora:



Prof. Dr. **LIBÂNIO MIRANDA PINHEIRO** – (Orientador)  
(Escola de Engenharia de São Carlos/USP)

APROVADO



Prof. Associado **MÁRCIO ROBERTO SILVA CORRÊA**  
(Escola de Engenharia de São Carlos/USP)

APROVADO



Prof. Dr. **ROBERTO CHUST CARVALHO**  
(Universidade Federal de São Carlos/UFSCar)

APROVADO



Prof. Associado **MARCIO ANTONIO RAMALHO**  
Coordenador do Programa de Pós-Graduação em  
Engenharia Civil (Engenharia de Estruturas)



Prof. Associado **GERALDO ROBERTO MARTINS DA COSTA**  
Presidente da Comissão de Pós-Graduação



*À minha esposa (e eterna namorada)  
Aline, com amor e admiração. Sou grato  
pelos 13 anos em que estamos juntos e  
em particular pelos dois últimos, pela  
dedicação, compreensão e carinho.*



# AGRADECIMENTOS

---

Agradeço a Deus por me permitir completar mais uma etapa importante em minha carreira profissional, e também por colocar em meu caminho pessoas de valor inestimável, que ajudaram e apoiaram durante todo o meu mestrado.

Ao professor e amigo Libânio Miranda Pinheiro, pela orientação e pela contribuição na minha formação acadêmica e profissional. Agradeço pelos ensinamentos, pela atenção, pelos conselhos, por ter concordado com a orientação de um trabalho de meu particular interesse e principalmente pela amizade.

À minha esposa Aline Huebra Póvoa Santos, pela dedicação e companhia incansável durante a elaboração do trabalho. Agradeço por estar sempre ao meu lado, inclusive nos momentos difíceis.

À minha mãe Maria Aparecida de Paula, por ter batalhado muito e com isso possibilitar meus estudos durante a graduação. Agradeço pelo amor com que me criou e pelos mais valiosos ensinamentos que tive na vida.

Aos meus familiares pelo suporte e incentivo sempre presentes. A meu pai Ailton dos Santos, meu irmão Anderson de Paula Santos, minha madrinha Lucimar Rodrigues de Paula Hott e seu esposo Marcos Delamar Hott, meus tios Antonio Alves da Silva, Grimaldo Alves da Silva, Cláudio Rodrigues Filho e Alessandra da Silva Batista Rodrigues, Grimaldo Rodrigues de Paula e Maria Helena Berçot de Paula, e meus avós Cláudio Rodrigues de Paula, Ângela da Silva Rodrigues e Isolina Ferreira de Paula (in memoriam).

Aos familiares da minha esposa, que me ajudaram em todo o processo de mudança para São Carlos e me incentivaram para fazer o mestrado: meus sogros Maria Madalena Huebra Póvoa e Alaor Póvoa, meus cunhados e concunhados Alessandra Huebra Póvoa Gomes e Luiz Carlos Gomes; Anderson Allan Huebra Póvoa e Cláudia Bahia de Amorim Póvoa, e também meu cunhado Árlei Huebra Póvoa.

Ao amigo Fernando Menezes de Almeida Filho, pelas importantes contribuições durante todo o período de elaboração do trabalho. Agradeço pelas diversas reuniões que tivemos, pelas sugestões e pelos esclarecimentos prestados.

Ao professor e amigo Roberto Chust Carvalho, por ter me auxiliado diversas vezes, ajudando a solucionar algumas dúvidas que apareceram durante o mestrado. Agradeço por valorizar meu trabalho e por me incentivar a ser um profissional cada vez melhor.

Aos professores Márcio Roberto Silva Côrrea e Mounir Khalil El Debs, pelos conhecimentos transmitidos respectivamente nas disciplinas de Análise Estrutural e Concreto Pré-moldado. Esses conhecimentos foram muito importantes para a realização deste trabalho.

Ao amigo Marcelo Cuadrado Marin, pelas sugestões e valiosos conselhos voltados à aplicabilidade do meu trabalho.

Ao amigo Antônio Gomes de Araújo, por ter me ensinado o cálculo estrutural de galpões.

Aos amigos que fiz durante minha passagem na empresa Predalle, em Minas Gerais: Luiz Carlos Calheiros de Araújo Filho, Ricardo Antonio Silva, Marcos da Fonseca Moreira, Roberto Sad, Themístocles Lopes de Sá Neto, Adriano Soroldoni Braga, Israel Otoni, Jakson Pacheco, Sandro Martin Berto, Paulo Guering Dutra, Cassio Conrado, Isaac Sotter, Walkyria de Souza Martins, Valtair Fernandes Junior e Damião Fernando Lima.

Aos amigos Wanderson Fernando Maia, Rodrigo Barros, Angelo Giovanni Bonfim Corelhano e Vinicius César Pereira Nunes, por terem me hospedado na primeira vez que estive em São Carlos. Em especial, ao amigo Wanderson por me auxiliar na transição para São Carlos, no início de 2008 (valeu Mineiro).

Aos companheiros de sala do mestrado, Hugo Bonetti Santos Silva, Higor Sérgio Dantas de Argôlo e Rafael Eclache Moreira de Camargo, pela amizade e momentos de descontração.

Aos amigos: Tânia Mara Bianchini Pinheiro, Andreia Rocha Repenning, Luciane Marcela Filizola de Oliveria, Alyne Kalyane Câmara de Oliveira, Luís Augusto Bachega e Matheus Lorena Gonçalves Marquesi.

Aos demais amigos do mestrado: Ellen Kellen Bellucio, Gabriela Mazureki Campos, Marliane Brito Sampaio, Hidelbrando José Farkat Diógenes, André Luiz Ramos, Luis Fernando Sampaio Soares, Carlos Antônio Marek Filho, Wagner Queiroz Silva, Danielle Airão Barros, Jonas Benedett Dorr, Leandro Dussarrat Brito, Dênis Delázari da Silva, Cátia da Costa e Silva, Calil Zumerle Masioli, Wellison José de Santana Gomes, Valmiro Quefren Gameleira Nunes, Raphael Mairal, Francisco Quim, Rodolfo Costa de Medeiros e Bianca Oliveira Fernandez.

À Universidade Federal de Viçosa, em especial aos professores e amigos do departamento de Engenharia Civil, pela formação acadêmica e por serem exemplos de profissionalismo e dedicação ao magistério: Rita de Cássia Alvarenga Sant'Ana, Reginaldo Carneiro da Silva e José Luis de Paes Rangel.

À CAPES – Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior – pela bolsa de mestrado.

A todos, muito obrigado!



*Aplicando-me a conhecer a sabedoria e a ver o trabalho que há sobre a terra – pois nem de dia nem de noite vê o homem sono nos seus olhos –, então, contemplei toda a obra de Deus e vi que o homem não pode compreender a obra que se faz debaixo do sol; por mais que trabalhe o homem para a descobrir, não a entenderá; e, ainda que diga o sábio que a virá a conhecer, nem por isso a poderá achar.*

**ECLESIASTES 8, 16-17.**



# RESUMO

---

SANTOS, A. P. **Análise estrutural de galpões atirantados de concreto pré-moldado**. 2010. 190p. Dissertação (Mestrado em Engenharia de Estruturas) – Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, 2010.

Os galpões de concreto pré-moldado, formados por pórticos atirantados, são muito utilizados, no Brasil. Porém, para o projeto dessas estruturas, a bibliografia é limitada. Além disso, vários critérios de projeto são adaptados dos relativos a estruturas de concreto moldado no local e de múltiplos pavimentos. O objetivo deste trabalho é contribuir para a análise desse tipo de estrutura, introduzindo conceitos que dificilmente são considerados na prática, tais como: rigidez da ligação viga-pilar, análise não-linear física e geométrica, deformação excessiva e fluência. A pesquisa foi desenvolvida por meio de análises estruturais, usando modelos de galpões comuns na prática. Cada conceito citado anteriormente foi analisado em exemplos. A rigidez da ligação viga-pilar foi avaliada com base no parâmetro de restrição à rotação,  $\alpha_R$ . A não-linearidade física (NLF) do concreto foi considerada pelo método de Branson. Para a não-linearidade geométrica (NLG), foram utilizados os parâmetros  $\alpha$  e o processo P. $\Delta$ . A deformação excessiva, incluindo a fluência, foi discutida tendo em conta os aspectos normativos. Constatou-se que a ligação viga-pilar pode ter comportamento semi-rígido em alguns casos, mas, se corretamente dimensionada, apresenta, de fato, comportamento rígido. A consideração da NLF apresentou resultados melhores que a análise elástica linear, sendo possível, para o exemplo estudado, utilizar um coeficiente redutor de inércia igual a 0,5, para as vigas e para os pilares do pórtico. Concluiu-se, também, que a consideração da NLG deve ser feita sistematicamente para esse tipo de estrutura, uma vez que alguns exemplos apresentaram acréscimos de momentos superiores a 10% e  $\alpha > \alpha_{lim}$ . Além disso, observou-se que a verificação do estado limite de deformação excessiva (ELS-DEF) pode ser determinante na escolha das seções transversais do pórtico, sendo obrigatória a consideração da fluência. Nesse sentido, o presente trabalho contribui para a literatura técnica sobre a análise estrutural dos galpões atirantados, auxiliando projetistas no cálculo dessas estruturas e servindo de referência nos cursos sobre esse assunto.

**Palavras-chave:** galpões; concreto pré-moldado; pórtico atirantado; análise estrutural; não-linearidade.

# ABSTRACT

---

SANTOS, A. P. **Structural analysis of sheds with tied portal frames of precast concrete.** 2010. 190p. Dissertation (Master's degree in Structure Engineering) – Sao Carlos School of Engineering, University of Sao Paulo, Sao Carlos, 2010.

Sheds of precast concrete formed by tied portal frames are widely used in Brazil. However, there are few works on the design of these structures. In addition, several design criteria are adapted from those relative to the structures of cast in place concrete and multi-storey buildings. The objective of this work is to contribute to the analysis of this type of structure, introducing concepts that are hardly seen in practice, such as: rigidity of beam-column connection, physics and geometric nonlinear analysis, excessive deformation, and creep. The research was developed by mean of structural analysis, using models of sheds common in practice. Each concept previously mentioned was analyzed in examples. The stiffness of the beam-column connection was evaluated with base on the restriction parameter of the rotation,  $\alpha_R$ . The physics non-linearity (PNL) of concrete was considered by the method of Branson. For the geometric non-linearity (GNL) the parameter  $\alpha$  and the process  $P.\Delta$  were used. The excessive deformation including creep was discussed taking in account the aspects of Brazilian codes. It was found that the beam-column connection may have semi-rigid behavior in some cases, but, if properly designed, it has in fact rigid behavior. The consideration of the PNL had better results than the linear elastic analysis, and, for the sample studied, was possible to use a reduction coefficient of inertia equal to 0.5 for the beams and columns of the portal frame. It was also concluded that the consideration of GNL should be done systematically for this type of structure, since as some examples showed increase of moments above 10% and  $\alpha > \alpha_{lim}$ . Furthermore, it was observed that the verification of deflection serviceability can be decisive in the choice of the portal frame cross sections, being obligatory the consideration of creep. In this sense, the present work contributes to the technical literature on the structural analysis of the tied portal frame sheds, helping engineers in the design of these structures and serving as reference in courses about this subject.

**Keywords:** sheds; precast concrete; tied portal frames; structural analysis; non-linearity,

# SUMÁRIO

---

<b>1 – INTRODUÇÃO</b>	<b>17</b>
1.1 – Dificuldades no projeto estrutural	19
1.2 – Objetivos	20
1.3 – Justificativas	21
1.4 – Método	22
1.5 – Apresentação dos capítulos	23
<b>2 – ESTADO DA ARTE</b>	<b>25</b>
2.1 – Sistemas estruturais para edifícios de um pavimento	25
2.2 – Utilização do pórtico atirantado no Brasil	31
2.3 – Variações empregadas no pórtico atirantado	33
2.3.1 – Ligação viga-pilar com chumbadores e consolo inclinado	33
2.3.2 – Ligação viga-pilar com chumbadores e consolo horizontal	36
2.3.2 – Sistema de ligação passante	38
2.4 – Elementos que complementam o pórtico atirantado	40
2.4.1 – Elementos do sistema de cobertura	40
2.4.2 – Elementos do sistema de fechamento lateral ou frontal	40
<b>3 – SITUAÇÕES DE PROJETO</b>	<b>43</b>
3.1 – Estrutura pronta	43
3.2 – Situações transitórias	46
3.2.1 – Desmoldagem	47
3.2.2 – Transporte	47
3.2.3 – Armazenamento	48
3.2.4 – Montagem	49
3.3 – Consideração das ligações	50
3.4 – Algumas recomendações de norma	53
<b>4 – ANÁLISE DA LIGAÇÃO VIGA-PILAR</b>	<b>55</b>
4.1 – Deformabilidade da ligação	55
4.2 – Curvas momento-rotação	57
4.3 – Obtenção do diagrama momento-rotação	60
4.4 – Modelo analítico adotado neste trabalho	61
4.5 – Ligação rígida, semi-rígida ou articulada	64
4.6 – Análise das ligações viga-pilar pelo modelo analítico	66
4.6.1 – Ligação viga-pilar com chumbadores e consolo inclinado – exemplo 4.1	66

4.6.2 – Ligação viga-pilar passante – exemplo 4.2	72
4.6.3 – Ligação viga-pilar com chumbador e consolo horizontal – exemplo 4.3	83
<b>4.7 – Conclusão sobre a ligação viga-pilar</b>	<b>89</b>
<b>5 – NÃO-LINEARIDADE FÍSICA</b>	<b>91</b>
5.1 – Estruturas de elementos lineares	91
5.2 – Tipos de análise estrutural	92
5.2.1 – Análise linear	92
5.2.2 – Análise linear com redistribuição	94
5.2.3 – Análise não-linear	95
5.3 – Modelo de Branson	98
5.4 – Características geométricas das seções no estádio I	99
5.5 – Características geométricas das seções no estádio II	102
5.6 – Modelo analítico para a análise da não-linearidade física	104
5.7 – Análise dos pórticos atirantados pelo modelo analítico	107
5.7.1 – Ligação viga-pilar com chumbadores e consolo horizontal – exemplo 5.1	107
5.7.2 – Discussão dos resultados – exemplo 5.1	122
5.7.3 – Utilização do coeficiente redutor – exemplo 5.1	125
5.8 – Conclusão sobre a não-linearidade física	129
<b>6 – NÃO-LINEARIDADE GEOMÉTRICA</b>	<b>131</b>
6.1 – Conceitos fundamentais	131
6.1.1 – Não-linearidade geométrica (NLG)	132
6.1.2 – Efeitos globais e efeitos locais	132
6.1.3 – Classificação das estruturas	132
6.2 – Avaliação dos efeitos de 2ª ordem	134
6.3 – Parâmetro $\alpha$	135
6.4 – Processo P. $\Delta$	137
6.5 – Verificação da estabilidade global	139
6.5.1 – Exemplo 6.1 – Seção 25x35	139
6.5.2 – Exemplo 6.2 – Seção 25x50	142
6.5.3 – Exemplo 6.3 – Seção 30x60	143
6.5.4 – Parâmetro $\alpha$ - Resultados	144
6.5.5 – Processo P. $\Delta$ - Resultados	146
6.5.6 – Discussão dos resultados	160
6.6 – Conclusão sobre a não-linearidade geométrica	162
<b>7 – DEFORMAÇÃO EXCESSIVA</b>	<b>163</b>
7.1 – Definições importantes	163
7.2 – Deslocamentos limites conforme a NBR 6118:2003	164
7.3 – Deslocamentos limites conforme a NBR 9062:2006	166

7.4 – Deslocamentos limites recomendados	167
7.5 – Combinações de ações	168
7.6 – Flecha diferida	169
7.7 – Verificação do ELS-DEF	170
7.7.1 – Exemplo 7.1 – Seção 25x35	171
7.7.2 – Exemplo 7.2 – Seção 25x50	173
7.7.3 – Exemplo 7.3 – Seção 30x60	174
7.7.4 – Deslocamentos limites	175
7.7.5 – Flecha diferida – Fator $\alpha_f$	175
7.7.6 – Combinações	176
7.7.7 – Resultados	177
7.7.8 – Discussão dos resultados	178
7.8 – Conclusão sobre a deformação excessiva	179
<b>8 – CONCLUSÃO</b>	<b>181</b>
8.1 – Uso do pórtico atirantado	181
8.2 – Rigidez da ligação viga-pilar	182
8.3 – Consideração da não-linearidade física (NLF)	183
8.4 – Consideração da não-linearidade geométrica (NLG)	184
8.5 – Verificação do estado limite de deformação excessiva	185
8.6 – Sugestões para trabalhos futuros	185
<b>REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS</b>	<b>187</b>





# 1

---

## INTRODUÇÃO

Diferentemente das obras de concreto moldadas no local, as pré-moldadas caracterizam-se pelo sistema construtivo em que a estrutura, ou parte dela, é moldada previamente e fora da sua posição de utilização definitiva.

A NBR 9062:2006 faz distinção entre elemento pré-moldado e elemento pré-fabricado. Essa distinção se dá com base no controle de qualidade empregado na execução do elemento. Segundo essa norma o elemento pré-moldado é executado com menor rigor no controle de qualidade quando comparado ao elemento pré-fabricado, que por sua vez é executado industrialmente com rígido controle de qualidade.

Uma classificação importante para o tipo de concreto pré-moldado, apresentada por EL DEBS (2000), é quanto ao local de produção dos elementos:

- Pré-moldado de fábrica. Executado em instalações permanentes distantes da obra, onde é necessária a consideração do transporte dos elementos pré-moldados da fábrica para a obra. O nível de pré-fabricação exigido pela NBR 9062:2006 pode ou não ser alcançado;
- Pré-moldado de canteiro. Produzido em instalações provisórias nas imediações da obra, não havendo, portanto, o transporte a longas distâncias. Logo, as facilidades de transporte e a obediência a gabaritos de transporte não são condicionantes ao seu emprego. Mesmo sendo executado em canteiro de obras é possível alcançar o nível de pré-fabricação exigido pela NBR 9062:2006.

O concreto pré-moldado pode ser aplicado em diversas áreas na Construção Civil, como por exemplo: edificações, construção pesada e infraestrutura urbana.

Nas edificações pré-moldadas existe um número muito grande de sistemas estruturais. EL DEBS (2000) apresenta os sistemas estruturais mais utilizados para edificações:

- Estrutura de esqueleto de um pavimento;
  - Estrutura de parede portante de um pavimento;
  - Estrutura de esqueleto de múltiplos pavimentos de pequena altura;
  - Estrutura de esqueleto de múltiplos pavimentos de grande altura;
  - Estrutura de parede portante de múltiplos pavimentos de grande altura;
  - Sistema misto (estrutura de esqueleto associado a paredes portantes) para edificação de múltiplos pavimentos.
-

As construções de um pavimento geralmente são denominadas galpões. Seu emprego é comum no mundo todo e, em termos de quantidade de obras, destacam-se no Brasil.

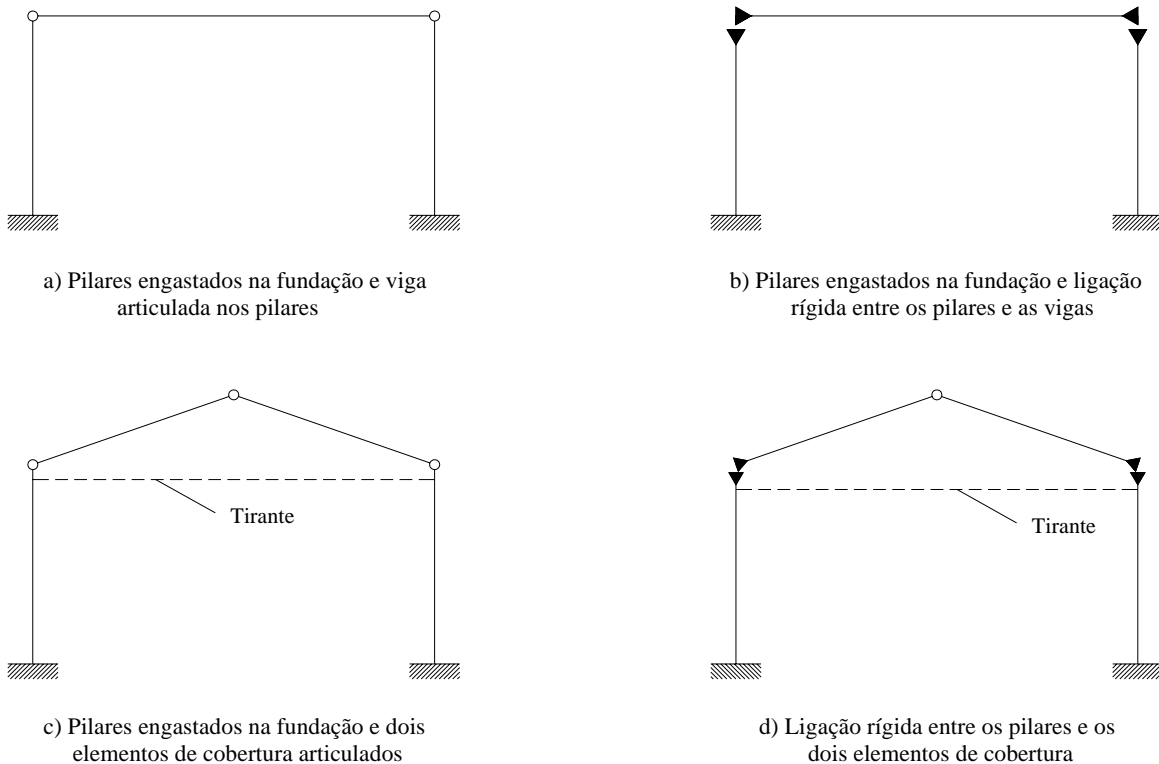
Esses sistemas são apropriados para edificações que necessitam de alta flexibilidade na arquitetura. Isto ocorre pela possibilidade do uso de grandes vãos e espaços abertos, sem a interferência de paredes e pilares em posições inadequadas. A possibilidade de futuras ampliações também é uma grande vantagem nessas estruturas.

Por essas razões os galpões são comumente utilizados para indústria, comércio, depósitos e oficinas. Podem também ser empregados em estábulos e granjas.

EL DEBS (2000) classifica as estruturas de esqueleto de um pavimento da seguinte forma:

- Sistemas estruturais com elementos de eixo reto (Figura 1.1);
- Sistemas estruturais com elementos compostos por trechos de eixo reto ou curvo.

Em algumas regiões do Brasil há preferência na utilização da forma básica *d* da Figura 1.1, com engastes nas ligações dos pilares com a fundação. Isto se deve a um custo menor, em comparação com outras estruturas e também ao nível de industrialização da região em questão. Essa tipologia também pode ser encontrada com ligação articulada do pilar com a fundação.



**FIGURA 1.1 – Sistemas estruturais com elementos de eixo reto. (Adaptado de EL DEBS, 2000).**

BEZERRA e TEIXEIRA (2005) citam que no estado do Piauí o sistema estrutural mais usado nas estruturas pré-moldadas é o pórtico atirantado, na forma básica *d* já citada.

Conhecida como pólo internacional de Mármore e Granitos, Vitória, no estado do Espírito Santo, acolhe grandes empresas que comercializam essas pedras no Brasil e no exterior. Para abrigar seu maquinário essas empresas necessitam de uma estrutura que seja capaz de vencer vãos da ordem de trinta metros, que se adapte facilmente ao *layout* de produção e que resista às intempéries dessa região litorânea. Em virtude disso há no Espírito Santo uma grande procura por galpões. O pórtico atirantado também é tradição dessa região, na forma básica *d* da Figura 1.1.

Já em regiões mais desenvolvidas do país, como o estado de São Paulo, o pórtico atirantado compete com outros sistemas estruturais. A preferência nesses locais é a viga simplesmente apoiada em pilares engastados na fundação (forma básica *a* da Figura 1.1).

Logo, a escolha de uma determinada solução para estruturas de concreto pré-moldado está intimamente ligada aos seguintes fatores:

- Tradição ou aspectos culturais;
- Conhecimentos de projeto, fabricação e montagem;
- Nível de desenvolvimento industrial;
- Qualidade das estradas para transporte.

Desse modo, as soluções estruturais podem variar de uma região para outra, num país com dimensões tão grandes, como o Brasil. Assim, uma boa solução em uma determinada região pode não ter sucesso em regiões em que há outra mentalidade construtiva, outras condições industriais ou outras condições de transporte pesado.

## 1.1 – Dificuldades no projeto estrutural

EL DEBS (2000) cita que o projeto das estruturas pré-moldadas não é diferente do que se faz para as estruturas de concreto moldadas no local. Os carregamentos e os esforços solicitantes são determinados do mesmo modo. O dimensionamento é regido pelas mesmas regras e os mesmos programas computacionais.

Entretanto certas particularidades são acrescentadas, pois os elementos pré-moldados são produzidos em lugares diferentes da sua utilização e precisam, portanto, ser transportados e montados na sua posição definitiva.

Em relação às estruturas moldadas no local, as diferenças na análise das estruturas de concreto pré-moldado são basicamente: consideração das situações transitórias e particularidades das ligações entre os elementos pré-moldados.

---

Acontece que muitos projetistas de galpões de concreto pré-moldado, em especial os iniciantes, encontram grandes dificuldades na hora de fazer o projeto estrutural. Alguns dos motivos são: ausência do assunto na maioria dos cursos de graduação em Engenharia Civil; carência de bibliografia exclusiva e comportamento diferenciado que os elementos de galpão apresentam em relação às estruturas de múltiplos pavimentos.

Outra dificuldade no projeto estrutural de galpões é a determinação do grau de rigidez nas ligações entre os elementos estruturais do pórtico principal. Dependendo da deformabilidade da ligação, pode ocorrer redistribuição de esforços nos elementos estruturais envolvidos.

Há também a consideração da Não-linearidade Física do concreto, sobretudo para os pilares que compõem o pórtico principal. Esse é outro aspecto que pode gerar redistribuição de esforços, modificando em muito o dimensionamento e o detalhamento das peças.

Dúvidas também recaem na consideração da Não-linearidade Geométrica, e ainda no dimensionamento ou na verificação dos elementos estruturais quanto aos Estados Limites de Serviço.

Em razão do que foi exposto é possível prever que uma boa parte dos projetos de galpão de concreto pré-moldado tem sido feita de maneira inadequada, podendo comprometer a segurança da estrutura, prejudicar sua durabilidade e conseqüentemente diminuir a vida útil da estrutura.

É razoável concluir que os principais itens ignorados no projeto estrutural de galpões atirantados são as verificações dos estados limites de serviço e da instabilidade, visto que o dimensionamento considerando a ruína é imprescindível a qualquer estrutura.

Projetos mal elaborados são muito perigosos, pois podem levar a consequências desastrosas. A Figura 1.2 ilustra estruturas de galpões em concreto pré-moldado em ruína.

## 1.2 – Objetivos

O objetivo principal deste trabalho é discutir o projeto estrutural dos galpões de concreto pré-moldado com pórticos atirantados (forma básica d da Figura 1.1), com os pilares engastados na fundação.

Pretende-se produzir um texto que proponha discussões e soluções aos problemas relacionados com as principais etapas da análise estrutural, de tal forma que possa ser reproduzido e aplicado em estruturas semelhantes. Serão considerados os seguintes aspectos:

---

- Conceitos fundamentais do concreto armado;
- Fundamentos básicos do concreto pré-moldado;
- Tipos de análise estrutural;
- Prescrições normativas nacionais.



(a)



(b)



(c)



(d)

**FIGURA 1.2 – Desabamento de alguns galpões de concreto pré-moldado.**  
(Fontes: (a) e (b) CABRAL (2007); (c) SOARES (1998); (d) desconhecido).

### 1.3 – Justificativas

Este trabalho justifica-se pela falta de bibliografia sobre a análise estrutural de galpões em concreto pré-moldado. Há uma carência de livros ou trabalhos publicados que reúnam conhecimentos sobre concreto armado, concreto pré-moldado e análise estrutural e os direcionem às estruturas de galpões, sobretudo com pórtico atirantado.

Essa deficiência, somada à dificuldade de se relacionar corretamente os critérios das normas NBR 6118:2003 e NBR 9062:2006, ocasiona muitas dúvidas no desenvolvimento do projeto estrutural. Isso faz com que os projetistas de galpões criem seus próprios coeficientes e parâmetros, podendo comprometer, portanto, a qualidade do projeto.

---

Outro aspecto importante neste trabalho é a introdução dos conceitos de não-linearidade física e não-linearidade geométrica na análise estrutural de galpões. Embora esses conceitos estejam presentes na NBR 6118:2003, dificilmente são empregados nos projetos estruturais citados.

Será dado enfoque ao pórtico atirantado, pois é um sistema muito utilizado no Brasil. Além disso, esse sistema estrutural é viável economicamente quando comparado com as outras formas básicas, pois consegue vencer vãos de até 30 m, sem o uso da protensão. Isso faz com que esse tipo de edificação seja um grande concorrente aos galpões em que se empregam estruturas metálicas, principalmente em regiões litorâneas, onde a preocupação com a corrosão do aço é muito importante. Nos galpões atirantados, essa preocupação existe com relação aos tirantes.

O trabalho tratará apenas de galpões sem mezanino, em função da limitação do tempo.

Espera-se que este trabalho contribua para a literatura técnica sobre projeto estrutural desse tipo de edificação, sobretudo na análise estrutural, destacando-se por:

- Auxiliar os projetistas no cálculo das estruturas de galpões de concreto pré-moldado;
- Servir de base para disciplinas de projeto de galpão pré-moldado, porventura ministradas nos cursos de graduação em Engenharia Civil ou pós-graduação em Engenharia de Estruturas.

## 1.4 – Método

Conforme SANTOS (2004) o método aqui utilizado é a “Aplicação direta de uma teoria”, no qual parte-se fato de que a teoria matemática ou racional abstrata, totalmente enunciável, existe, sendo aplicada aos problemas reais considerados.

Segundo SILVA e MENEZES (2005) a pesquisa pode ser classificada, do ponto de vista da natureza, como “Pesquisa Aplicada” que objetiva gerar conhecimentos para a aplicação prática e dirigidos à solução de problemas específicos.

A técnica ou o processo aplicado para que se possa chegar aos objetivos consiste em:

- Fazer revisão da literatura técnica;
  - Realizar análises planas e tridimensionais com o auxílio do programa STRAP disponível no Departamento de Engenharia de Estruturas da EESC/USP;
  - Desenvolver exemplos com base nas tipologias existentes de acordo com a etapa da análise abordada.
-



## 1.5 – Apresentação dos capítulos

Apresenta-se no *capítulo 2* o estado da arte para os galpões atirantados. Primeiramente são mostrados os possíveis sistemas estruturais para edifícios de um pavimento. Para exemplificar o grande uso dos galpões atirantados, foi realizado um levantamento de empresas filiadas à Associação Brasileira da Construção Industrializada de Concreto (ABCIC) que comercializam tal tipologia construtiva. Em seguida, são mostradas as principais variações empregadas no pórtico atirantado. Por fim, são listados os elementos que complementam tal estrutura.

O *capítulo 3* trata das situações de projeto. São apresentados os elementos que compõem a estrutura pronta. Além disso, são discutidas as etapas que compõem as situações transitórias e suas implicações no projeto estrutural. Posteriormente, descrevem-se os tipos de ligações existentes nos galpões atirantados e para terminar, são descritas algumas recomendações de norma.

A partir do *capítulo 4* os aspectos da análise estrutural são discutidos. O capítulo 4 aborda a ligação viga-pilar dos pórticos atirantados, com ênfase na deformabilidade ao momento fletor. Verifica-se, para as tipologias consideradas, o comportamento das ligações quanto à rigidez.

O *capítulo 5* considera a não-linearidade física do concreto na análise estrutural. Descreve uma forma de se obter coeficiente redutor de inércia para o pórtico atirantado, a partir do modelo de Branson.

O *capítulo 6* analisa a estrutura considerando a não-linearidade geométrica. São descritos os processos  $\alpha$  e  $P.\Delta$ , acompanhados de exemplos. No final são feitas correlações entre os dois métodos.

O *capítulo 7* trata do estado limite de deformação excessiva. Tal verificação também é fator condicionante para a adoção das seções transversais. Neste capítulo são considerados aspectos normativos e o cálculo da fluência.

Por fim, no *capítulo 8*, são apresentadas as conclusões gerais, além de sugestões para trabalhos futuros.

---





# 2

Este capítulo apresenta os sistemas estruturais atualmente empregados nas edificações de um único pavimento, e seus respectivos elementos. Primeiramente são discutidos, de forma resumida, os possíveis sistemas estruturais, com vantagens e desvantagens de cada um deles. Em seguida apresentam-se exemplos das principais variações empregadas para o pórtico atirantado.

### 2.1 – Sistemas estruturais para edifícios de um pavimento

Conforme abordado no Capítulo 1, para edifícios de um pavimento, EL DEBS (2000) classifica os sistemas utilizados em:

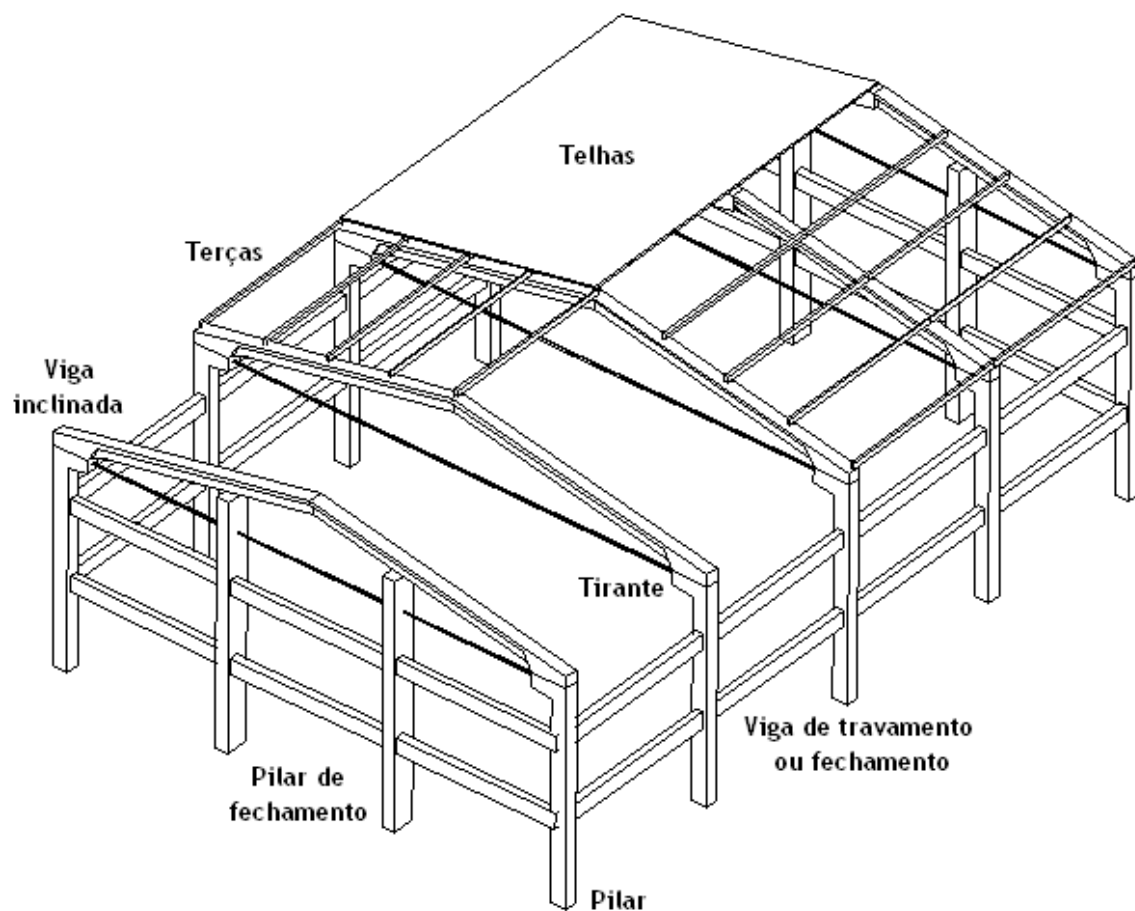
- Sistemas estruturais de esqueleto:
  - Com elementos de eixo reto;
  - Com elementos compostos por trechos de eixo reto ou curvo;
- Sistemas estruturais de parede portante.

O sistema estrutural em esqueleto é composto por pilares e vigas que formam o pórtico principal. Longitudinalmente esses pórticos são uniformemente espaçados e ligados entre si por terças na cobertura e por vigas no fechamento lateral. No primeiro e no último pórtico (fechamento frontal), são empregados pilares e vigas para receber a ação horizontal proveniente do vento. A Figura 2.1 mostra os elementos componentes de uma estrutura em esqueleto, enquanto que a Figura 2.2 mostra uma obra sendo construída nesse sistema.

*Os elementos de eixo reto* são os mais utilizados nos pré-moldados de fábrica, por apresentarem facilidades na produção e na aplicação da protensão. Porém esses elementos possuem a desvantagem quanto à distribuição dos esforços solicitantes, uma vez que as ligações entre os pilares e as vigas do pórtico principal se localizam em pontos onde o momento fletor e a força cortante têm valores significativos.

As formas básicas usadas para esse sistema já foram mostradas na Figura 1.1 do Capítulo 1, porém são rerepresentadas na Tabela 2.1 acompanhadas de breves comentários.

---

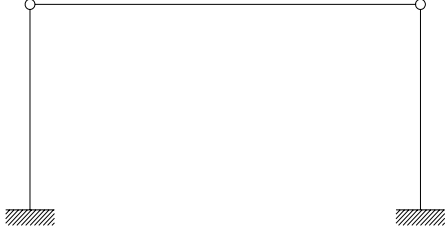

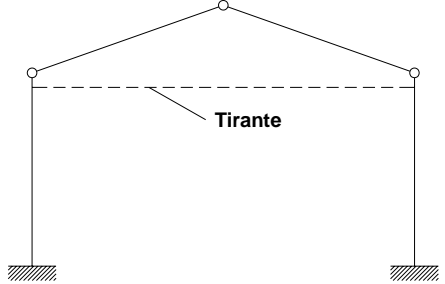
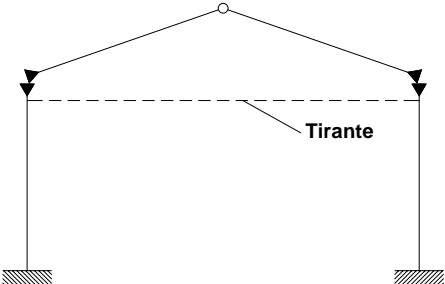


**FIGURA 2.1 – Exemplo de sistema estrutural em esqueleto.**



**FIGURA 2.2 – Edificação de um sistema estrutural em esqueleto.**  
(Fonte: [www.artecon.com.br](http://www.artecon.com.br)).

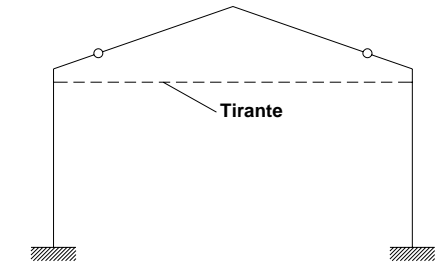

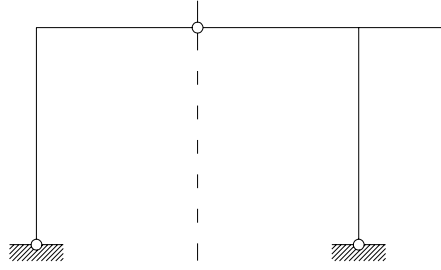
**TABELA 2.1 – Formas básicas dos sistemas estruturais com elementos de eixo reto.**  
(Fonte: EL DEBS, 2000).

Características	Forma básica	Comentários
a) Pilares engastados na fundação e viga articulada nos pilares		Forma básica onde a estabilidade é garantida pelo pilar engastado na fundação. Devido à facilidade de produção, montagem e também pela facilidade na execução das ligações é uma das formas mais empregadas.
b) Pilares engastados na fundação e ligação rígida entre os pilares e as vigas		Forma usada nos casos em que a flexão nos pilares alcança momentos fletores elevados. Ocorre quando há utilização de pilares muito altos associados ou não a pontes rolantes com grande capacidade de carga. A estabilidade é proporcionada pelo efeito de pórtico.
c) Pilares engastados na fundação e dois elementos de coberturas articulados		Empregada em coberturas inclinadas e na maioria dos casos com o uso do tirante. O uso do tirante reduz os esforços nas ligações e também nos elementos estruturais.
d) Ligação rígida entre os pilares e os dois elementos de cobertura. Pilares ou articulados ou engastados.		Forma básica muito utilizada no Brasil para coberturas inclinadas. Apresentam ligações com rigidez entre a viga e o pilar. Os pilares podem estar engastados ou articulados na fundação.

Por apresentarem ligações viga-pilar próximas às regiões de momento nulo, os elementos compostos por trechos de eixo reto ou curvo possuem melhor distribuição de esforços solicitantes. Entretanto esse sistema é de difícil execução, o que dificulta sua utilização no pré-moldado de canteiro.

A Tabela 2.2 mostra as formas básicas presentes nos sistemas estruturais de esqueleto com elementos compostos por trechos de eixo reto, e a Tabela 2.3 com elementos compostos por trechos de eixo curvo.

**TABELA 2.2 – Formas básicas dos sistemas estruturais com elementos compostos por trechos de eixo reto. (Fonte: EL DEBS, 2000).**

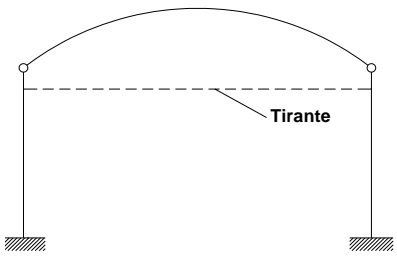
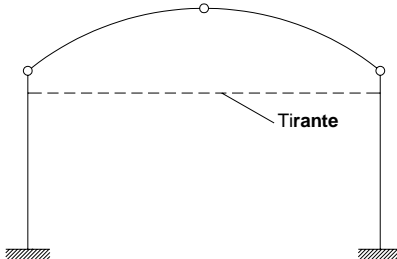
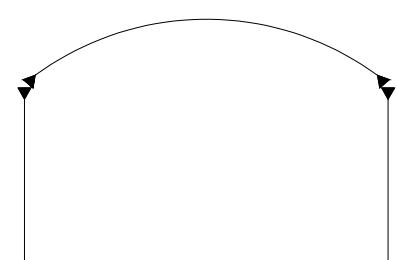
Características	Forma básica	Comentários
a) Com elementos engastados na fundação e duas articulações na viga	 <p style="text-align: center;">Tirante</p>	Também conhecido como sistema lambda, essa forma básica possui as articulações próximas à posição do momento fletor nulo (devido à carga permanente). O emprego de tirante é muito comum e auxilia na redução do peso dos elementos.
b) Com elementos em forma de “U”		Em função das limitações de fabricação, transporte e montagem, esse sistema é empregado em pré-moldado de canteiro, onde a moldagem é realizada na posição horizontal. As vinculações desses elementos podem ser duas articulações.
c) Com elementos em forma de “L” ou “T”		Essa forma básica é comumente empregada em galpões altos e estreitos com um vão. A formação de pórticos triarticulados evita o engastamento na fundação.

Um sistema estrutural muito peculiar, e que se pode entender como pertencente aos sistemas estruturais de esqueleto com elementos compostos, é o formado por elementos com abertura entre os banzos. Esses sistemas estruturais são vantajosos por proporcionar redução no consumo de material e conseqüentemente de peso. São vistos sob a forma de treliça, viga Vierendel ou viga armada e podem ser encontrados com mais detalhes em EL DEBS (2000) e VASCONCELOS (2002).

Todas as formas básicas mostradas nas Tabelas 2.1, 2.2 e 2.3 podem ser utilizadas para galpões de um ou mais vãos. Alguns esquemas construtivos derivados das formas básicas mostradas podem apresentar alternativas com vigas em balanço, vigas Gerber e vãos com alturas diferentes, proporcionando iluminação e ventilação.

Ilustrando as possíveis variações usadas nos sistemas estruturais de galpões, a Figura 2.3 mostra diversas formas de sistemas estruturais derivados das formas básicas apresentadas nas Tabelas de 2.1 a 2.3.

**TABELA 2.3 – Formas básicas dos sistemas estruturais com elementos compostos por trechos de eixo curvo. (Fonte: EL DEBS, 2000).**

Características	Forma básica	Comentários
a) Com um elemento articulado nos pilares		A utilização do arco para cobertura reduz significativamente o consumo de materiais e o peso dos elementos, proporcionada pela redução da flexão. O uso do tirante é praticamente obrigatório.
b) Com dois elementos articulados nos pilares e entre si		Apresenta diferença em relação caso anterior no número de elementos e número de ligações, o que o torna mais fácil a fabricação e o transporte, porém é mais difícil a montagem. O uso do tirante também é praticamente obrigatório.
c) Com um elemento engastado nos pilares		Forma de uso limitado uma vez que é necessário realizar ligação rígida entre os pilares e o arco. Pode apresentar ou não o tirante.

Para finalizar os sistemas estruturais para edifícios de um pavimento, têm-se aqueles com parede portante (Figura 2.4). Esses sistemas são formados por painéis pré-moldados que promovem não só o fechamento como também servem de apoio para a cobertura. Essa característica resulta em um melhor aproveitamento dos materiais. No entanto ocorrem dificuldades nos casos em que há necessidade de ampliação da edificação.

A estabilidade da estrutura pode ser garantida pela forma básica onde as paredes são engastadas na fundação e os elementos de cobertura apoiados, ou no caso onde os elementos da cobertura são capazes de transferir as ações laterais para



as paredes, promovendo o efeito diafragma. Nesse caso a estrutura tem um comportamento de caixa, onde as paredes podem estar apoiadas na fundação.



(a)



(b)

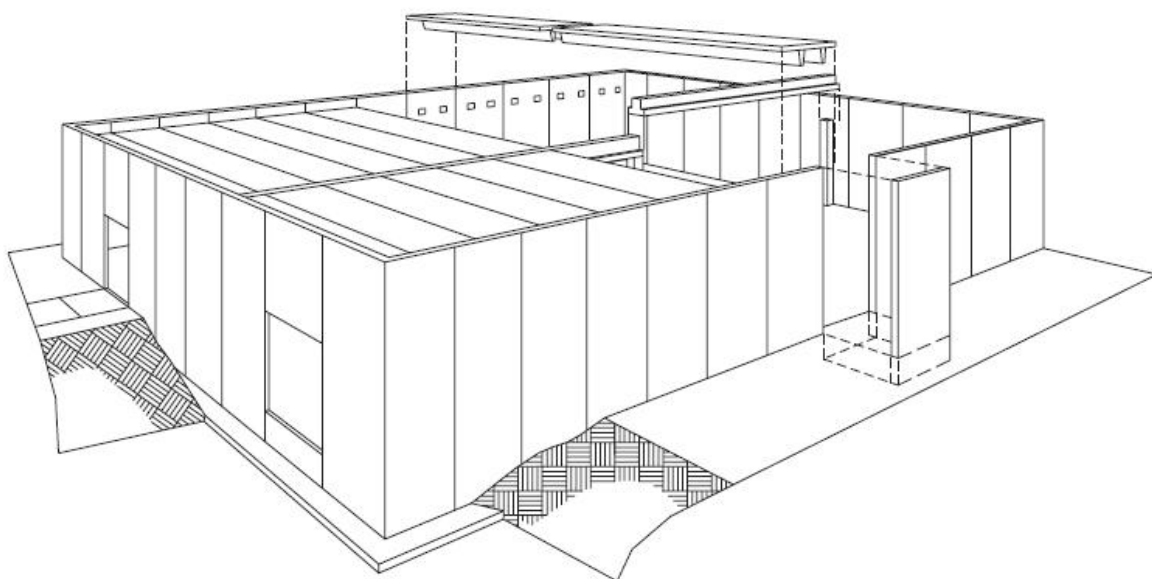


(c)



(d)

**FIGURA 2.3 – Exemplo de variações das formas básicas apresentadas nas tabelas 2.1 a 2.3. (Fontes: (a) e (b), [www.leonardi.com.br](http://www.leonardi.com.br); (c) [www.tonetto.com.br](http://www.tonetto.com.br); (d) QUEIROS (2007)).**



**FIGURA 2.4 – Exemplo de sistema estrutural de parede portante. (Fonte: PCI - Manual de Projeto, 6ª edição).**

É possível associar elementos do sistema de parede portante ao sistema de esqueleto, obtendo assim um sistema misto. Esse sistema é recomendável quando as dimensões da edificação são grandes ou quando se pretende promover ampliação em uma direção.

Para uma leitura mais profunda sobre o sistema estrutural de parede portante no campo do concreto pré-moldado além de EL DEBS (2000) é recomendado o manual de projeto do PCI (1992).

## 2.2 – Utilização do pórtico atirantado no Brasil

O sistema estrutural com pórtico atirantado é muito empregado no Brasil. Isso se deve principalmente a dois fatores:

- Baixo custo de produção;
- Facilidade de transição a partir de outras formas de pré-moldados.

O pórtico atirantado proporciona baixo custo de produção, por se tratar de um tipo de pré-moldagem leve. O baixo custo de fabricação pode ser creditado ao tamanho das peças, uma vez que não é necessário o uso de pistas de concretagem tampouco a aplicação da protensão. O tamanho das peças também proporciona um transporte econômico, sem a necessidade de se utilizarem carretas com dimensões especiais. Além disso, é possível realizar a montagem da maioria das peças utilizando guindaste acoplado a caminhão, ao invés de autogrua sobre pneus, popularmente conhecida como guindaste.

A facilidade de transição a partir de outras formas de pré-moldagem torna o pórtico atirantado muito atraente. Muitas empresas que produzem galpões com pórtico atirantado começaram com fabricação de postes, galerias ou lajes com vigotas pré-moldadas, uma vez que a produção desses elementos requer uma fábrica com média mecanização.

Como forma de se verificar a grande aplicabilidade dos galpões com pórtico atirantado, foi realizada, entre os dias 24 e 27 de abril de 2009, uma consulta em sites das empresas fabricantes de concreto pré-moldado associadas à ABCIC (Associação Brasileira da Construção Industrializada de Concreto). A Tabela 2.4 exhibe a distribuição por estado dessas empresas e também o número de empresas que produzem estruturas de múltiplos pavimentos (sistema laje, viga, pilar), galpões com pórtico atirantado e somente elementos como estacas e painéis.

Das 42 empresas associadas, 40 disponibilizam seus produtos nos seus respectivos sites. Considerando as filiais instaladas em estados diferentes da empresa matriz, o número total de fábricas associadas à ABCIC, até essa data, é 54.

Outra constatação baseada na Tabela 2.4, pode ser vista na Figura 2.5.

O gráfico mostra que 82% das fábricas (associadas à ABCIC) estão nas regiões Sul e Sudeste, sendo 43% somente no estado de São Paulo.

**TABELA 2.4 – Consulta realizada entre as empresas associadas à ABCIC.**  
(Fonte: [www.abcic.org.br](http://www.abcic.org.br)).

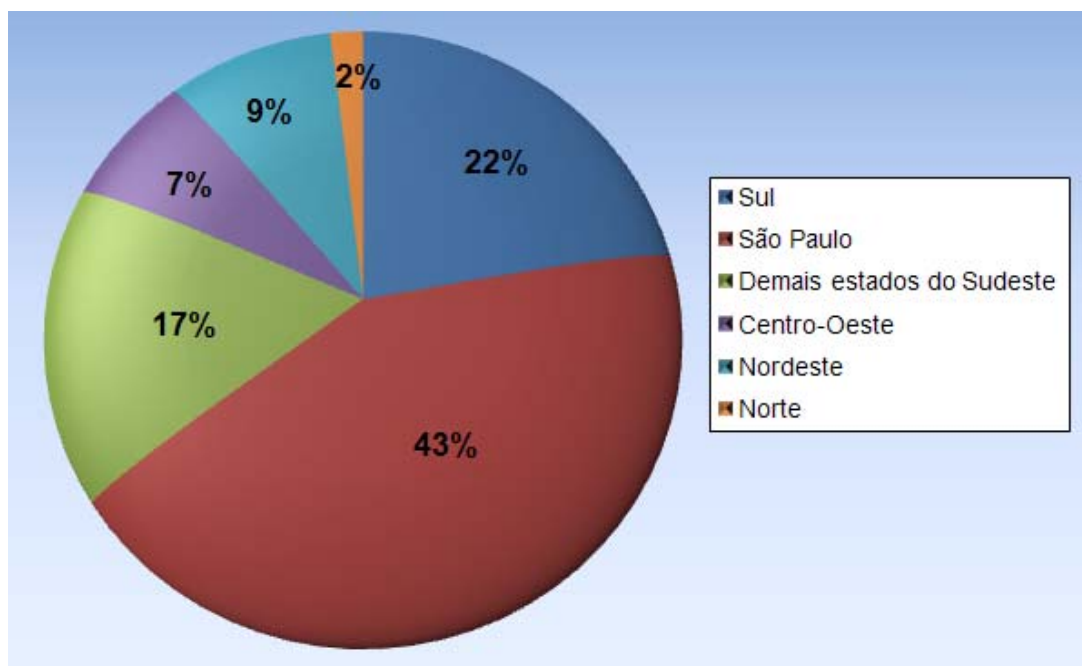
ESTADO	EMPRESAS ASSOCIADAS*	SISTEMA LAJE, VIGA, PILAR**	SISTEMA PÓRTICO ATIRANTADO***	SOMENTE OUTROS ELEMENTOS****
RS	4	4	0	0
SC	6	6	4	0
PR	2	1	1	0
SP	23	18	4	4
MG	5	2	2	1
RJ	3	3	0	0
ES	1	1	0	0
GO	1	1	1	0
MS	2	2	0	0
MT	1	1	0	0
BA	2	1	0	1
PE	2	1	1	0
CE	1	1	0	0
PA	1	1	1	0
<b>Total</b>	<b>54</b>	<b>43</b>	<b>14</b>	<b>6</b>

\* Empresas associadas à ABCIC;

\*\* Empresas associadas à ABCIC que produzem o sistema estrutural com laje-viga-pilar;

\*\*\* Empresas associadas à ABCIC que produzem galpão com pórtico atirantado;

\*\*\*\* Empresas associadas à ABCIC que produzem somente elementos como estacas ou painéis arquitetônicos.



**FIGURA 2.5 – Gráfico com a distribuição das fábricas associadas à ABCIC por região.**



Das 54 empresas que produzem estruturas de concreto pré-moldado, 80% fabricam estruturas derivadas das formas a e b da Tabela 2.1, com aplicações em edifícios de um pavimento e de múltiplos pavimentos. Isso permite concluir que há nas regiões Sul e Sudeste uma preferência pelo sistema estrutural laje-viga-pilar, ocasionada principalmente pela demanda por edificações mais complexas e com uso mais nobre, como, por exemplo, edifícios residenciais, hospitais, escolas, supermercados etc.

Dessas 54 empresas, 26% produzem galpões com pórtico atirantado. Esse número é significativo, uma vez que considera apenas empresas associadas à ABCIC.

Entretanto, o número de fábricas de concreto pré-moldado existentes no Brasil é bem superior aos indicados na Tabela 2.4. Esse fato é de fácil comprovação. BEZERRA e TEIXEIRA (2005) argumentam que no Piauí o sistema pré-moldado mais usado em galpões é o pórtico atirantado. Já QUEIROS (2007) cita que no estado de Alagoas os galpões em concreto pré-moldado são muito utilizados. Esses dois estados do nordeste não aparecem na Tabela 2.4.

Portanto, considerando o número total de empresas de pré-moldado no Brasil, o percentual de fábricas de pórtico atirantado é muito superior aos 26%.

## 2.3 – Variações empregadas no pórtico atirantado

Existem várias formas para os galpões com pórtico atirantado. A principal diferença está no tipo de ligação viga-pilar. Os sistemas de ligação mais utilizados no mercado atualmente, e também os mais encontrados nas empresas filiadas à ABCIC, são:

- Com chumbadores e consolo inclinado;
- Com chumbadores e consolo horizontal;
- Ligação viga-pilar passante.

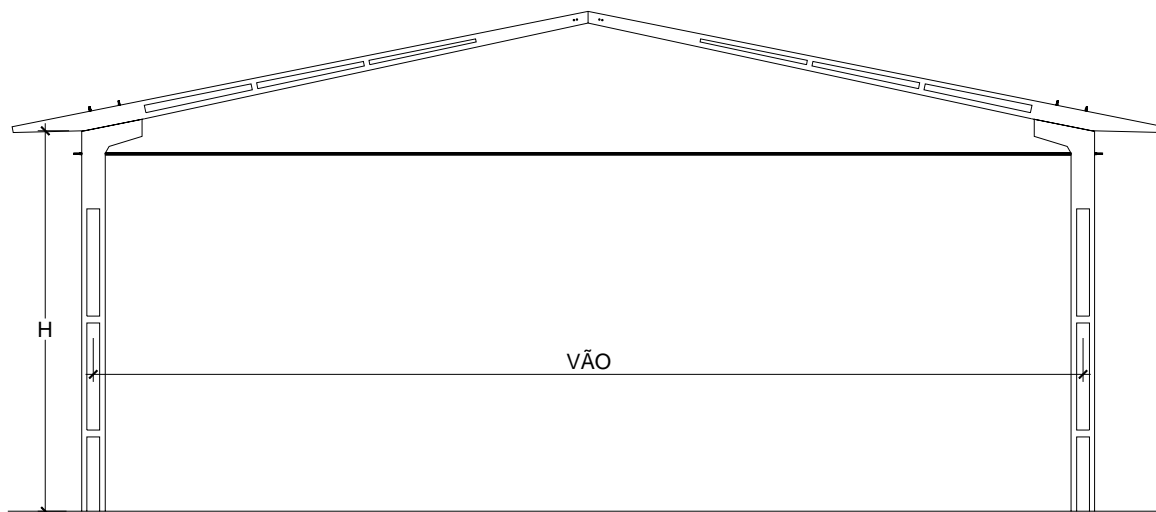
A seguir serão mostradas as principais diferenças entre esses sistemas.

### 2.3.1 – Ligação viga-pilar com chumbadores e consolo inclinado

Esse sistema, ilustrado na Figura 2.6, é usado para galpões com vãos e alturas da ordem de 15 m e 6m respectivamente. A altura da edificação pode ser considerada como a distância entre o piso acabado e o topo do tirante. Entretanto, é comum se referir à altura da edificação como sendo a distância entre o piso acabado e o topo do pilar, como mostrado na Figura 2.6 pela letra H.

---

O vão da edificação é considerado como sendo a medida entre os eixos dos pilares, que compõem o pórtico.



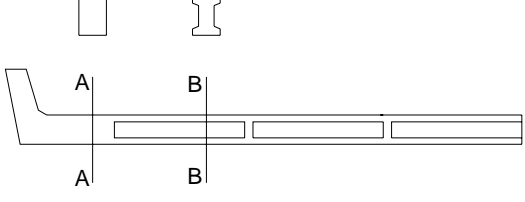
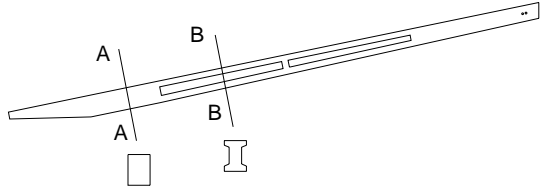
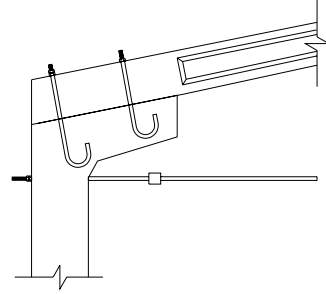
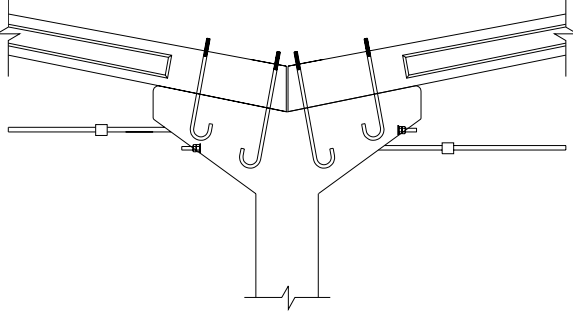
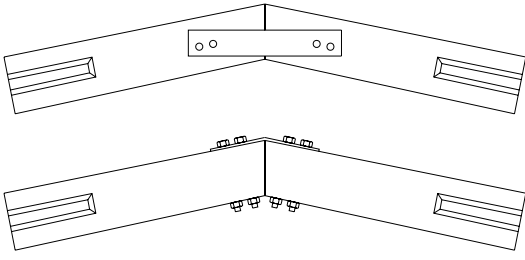
**FIGURA 2.6 – Pórtico principal com sistema de ligação viga-pilar com chumbadores e consolo inclinado. (Adaptado de [www.predalle.com.br](http://www.predalle.com.br)).**

A Figura 2.7 mostra uma edificação que utiliza esse sistema de ligação, e a Tabela 2.5 reúne as principais características dos elementos usados.



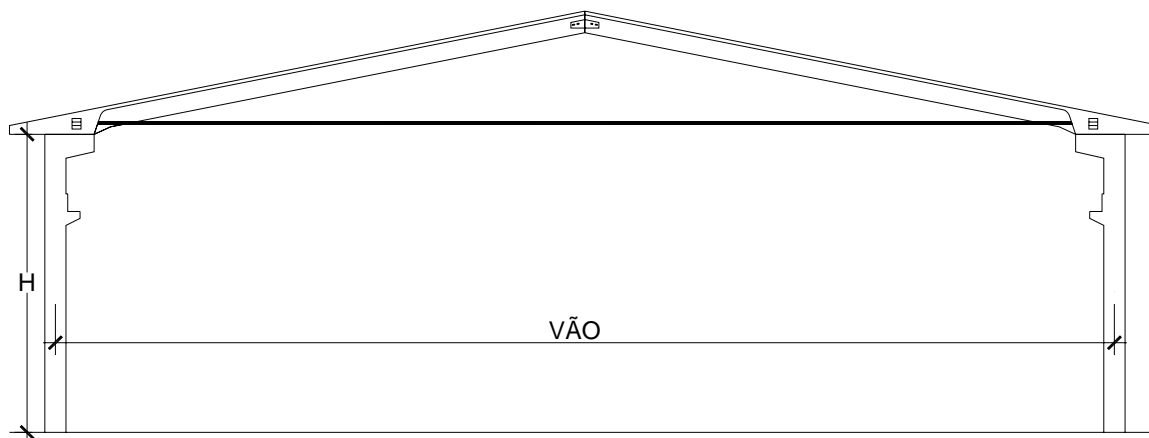
**FIGURA 2.7 – Obra sendo executada com o sistema de ligação viga-pilar com chumbadores e consolo inclinado. (Fonte: [www.projepar.com.br](http://www.projepar.com.br)).**

TABELA 2.5 – Sistema de ligação viga-pilar com chumbadores e consolo inclinado.

Elementos	Desenho esquemático	Comentários
a) Pilar		<p>Os pilares apresentam dimensões da ordem de 20 x 30 (em centímetros) e seção I em quase todo seu comprimento. O tipo de seção, além de promover economia de material, permite um melhor encaixe da alvenaria.</p>
b) Viga Inclinada		<p>A viga tem inclinação de 20% e seção I com dimensões variáveis. Essa variação promove uma economia de material, uma vez que acompanha os esforços de flexão. Pode ser fabricada com ou sem beiral.</p>
c) Ligação viga-pilar		<p>A viga é ligada ao pilar por meio de dois chumbadores e um consolo inclinado. Dessa maneira, a ligação promove transmissão de momento fletor da viga para o pilar. O tirante é posicionado logo abaixo do consolo.</p>
d) Ligação viga-pilar para galpões geminados ou múltiplos		<p>A geminação do galpão pode ser feita utilizando um pilar com consolo duplo. Isso ocorre quando se deseja um vão maior na edificação e a presença de um pilar no meio do vão não constitui um problema.</p>
e) Ligação viga-viga		<p>A ligação viga-viga é feita com chapa metálica e parafusos. A fixação das chapas pode ser nas faces laterais ou nas faces superiores. Por ser muito flexível, essa ligação geralmente é considerada como sendo uma articulação.</p>

### 2.3.2 – Ligação viga-pilar com chumbadores e consolo horizontal

Esse sistema pode ser usado em edificações com até 30 m de vão e pé-direito em torno de 10 m. Também podem ser utilizadas pontes-rolantes, com capacidade da ordem de 100 kN. A Figura 2.8 mostra um desenho esquemático desse modelo.



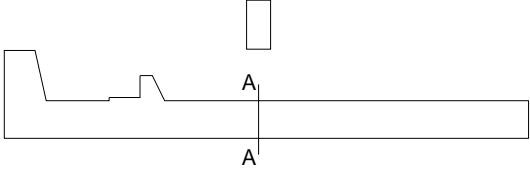
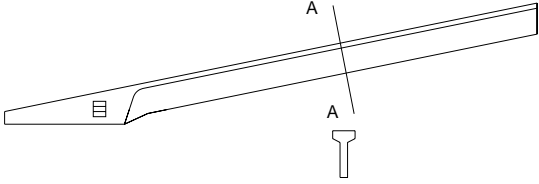
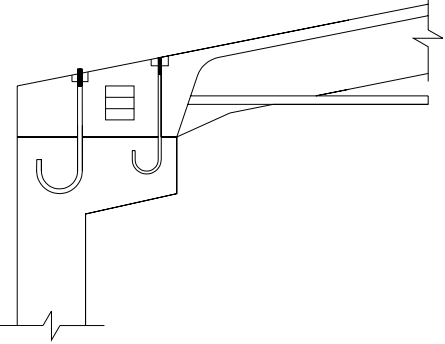
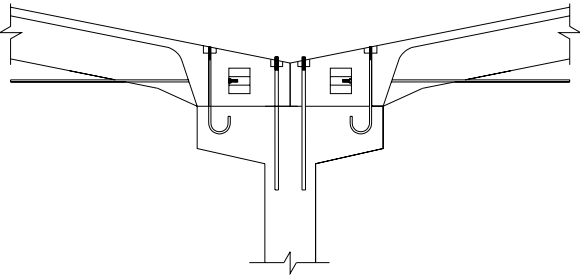
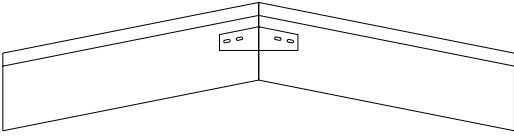
**FIGURA 2.8 – Pórtico principal com o sistema de ligação viga-pilar com chumbadores e consolo horizontal. (Adaptado de [www.predalle.com.br](http://www.predalle.com.br)).**

A Figura 2.9 mostra uma obra com esse sistema e a Tabela 2.6 apresenta as principais características dos elementos usados.



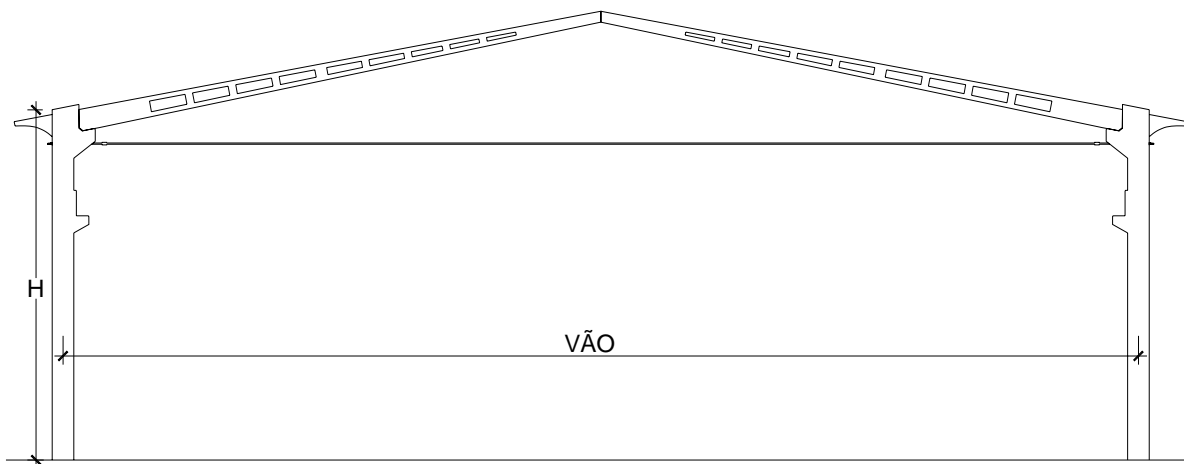
**FIGURA 2.9 – Obra sendo executada com o sistema de ligação viga-pilar com chumbadores e consolo horizontal. (Fonte: [www.antares.ind.br](http://www.antares.ind.br)).**

**TABELA 2.6 – Sistema de ligação viga-pilar com chumbadores e consolo horizontal.**

Elementos	Desenho esquemático	Comentários
a) Pilar		<p>Os pilares apresentam seção retangular e dimensões (em centímetros) entre 25 x 35 e 30 x 60.</p>
b) Viga Inclineda		<p>A viga, com inclinação de 20%, possui seção T com altura constante. As dimensões de sua seção transversal são próximas das dimensões do pilar, sendo a espessura da mesa de 10 cm. Pode ser fabricada com ou sem beiral.</p>
c) Ligação viga-pilar		<p>A viga é ligada ao pilar por meio de dois chumbadores e um consolo na horizontal. Essa ligação promove transmissão de momento fletor da viga para o pilar. São usadas duas barras de aço para compor o tirante, que é conectado na viga inclinada.</p>
d) Ligação viga-pilar para galpões geminados ou múltiplos		<p>A geminação do galpão é feita utilizando um pilar com consolo duplo. A ligação das vigas com o pilar ocorre de maneira similar à ligação anterior.</p>
e) Ligação viga-viga		<p>A ligação viga-viga é feita com chapa metálica e parafusos. Geralmente a fixação das chapas é feita nas faces laterais das vigas. Por ser muito flexível, essa ligação geralmente é considerada como sendo uma ligação articulada.</p>

### 2.3.2 – Sistema de ligação passante

Esse sistema de ligação viga-pilar pode ser construído para edificações com até 25 m de vão e, geralmente, com pé-direito em torno de 10 m. A Figura 2.10 mostra um desenho esquemático desse modelo.



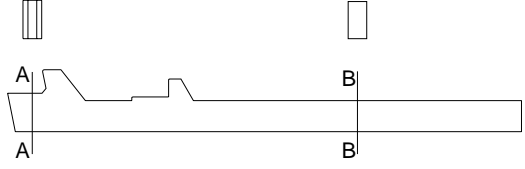
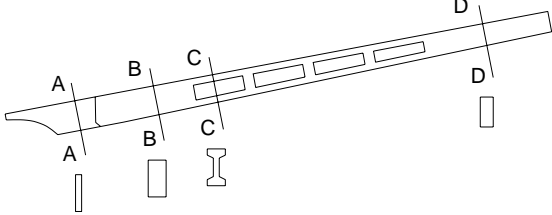
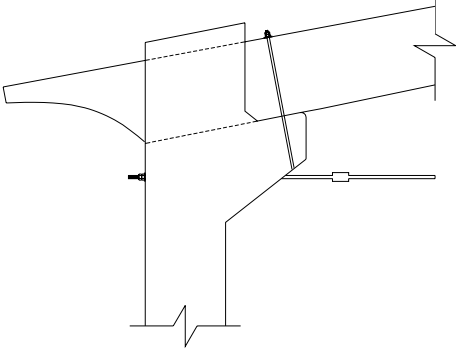
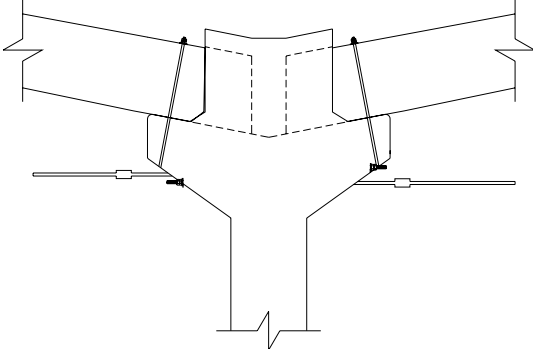
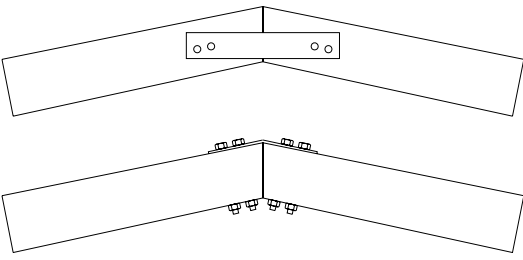
**FIGURA 2.10 – Pórtico principal com o sistema passante de ligação viga-pilar.**  
(Adaptado de [www.mold.com.br](http://www.mold.com.br)).

A Figura 2.11 apresenta um exemplo de obra, e a Tabela 2.7, as principais características dos elementos usados para ligação passante.



**FIGURA 2.11 – Obra sendo executada com o sistema passante de ligação viga-pilar.**  
(Fonte: [www.predalle.com.br](http://www.predalle.com.br)).

TABELA 2.7 – Sistema passante de ligação viga-pilar.

Elementos	Desenho esquemático	Comentários
a) Pilar		<p>Os pilares apresentam seção transversal retangular com dimensões entre 25 x 35 e 25 x 50 (em centímetros).</p>
b) Viga Inclinada		<p>A viga, com inclinação de 20%, possui seção I com dimensões variáveis, o que promove economia de material, uma vez que acompanha os esforços de flexão. Pode ser fabricada com altura constante e apresentar ou não beiral.</p>
c) Ligação viga-pilar		<p>A viga é ligada ao pilar por meio de um sistema de encaixe. A parte mais estreita da viga é encaixada no pilar, onde este apresenta seção vazada. Além disso, a ligação possui um parafuso que complementa a ação de binário, promovendo transmissão de momento fletor. O tirante é posicionado na região inferior do console.</p>
d) Ligação viga-pilar para galpões geminados ou múltiplos		<p>A geminação do galpão pode ser feita utilizando um pilar com console duplo. A ligação das vigas com o pilar ocorre de maneira similar à ligação anterior.</p>
e) Ligação viga-viga		<p>A ligação viga-viga é feita com chapa metálica e parafusos. A fixação das chapas pode ser nas faces laterais ou nas faces superiores. Por ser muito flexível, essa ligação geralmente é considerada como sendo uma articulação.</p>

## 2.4 – Elementos que complementam o pórtico atirantado

Os elementos que complementam o pórtico atirantado podem ser divididos nos dois grupos indicados a seguir:

- Elementos do sistema de cobertura:
  - Telha;
  - Terça;
  - Lanternim;
  - Platibanda;
  - Cabos para contraventamento.
  
- Elementos do sistema de fechamento lateral ou frontal:
  - Alvenaria;
  - Telhas;
  - Travessas;
  - Painéis de concreto.

### 2.4.1 – Elementos do sistema de cobertura

Os elementos do sistema de cobertura variam principalmente em função do tipo de telha empregada e do espaçamento adotado entre pórticos, que pode ser determinante para a escolha do tipo de terça.

Exemplos desses elementos podem ser vistos com mais detalhes na Tabela 2.8, mostrada a seguir.

### 2.4.2 – Elementos do sistema de fechamento lateral ou frontal

O fechamento lateral ou frontal dos galpões pode ser constituído por: alvenaria (blocos de concreto ou cerâmico), telhas metálicas e painéis de concreto (Figura 2.12).

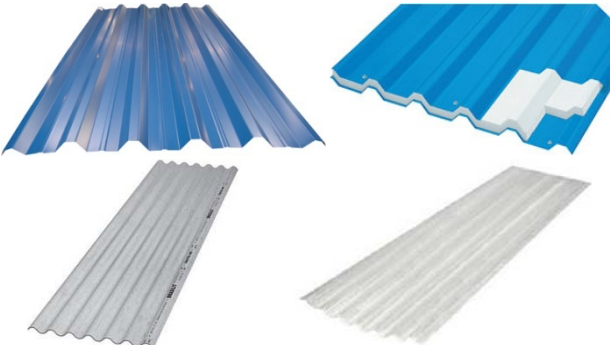
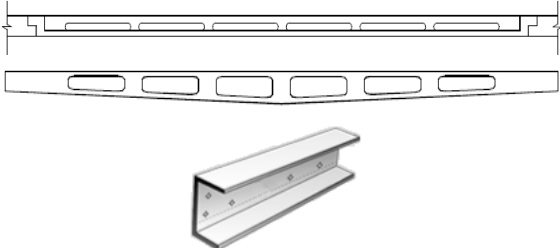
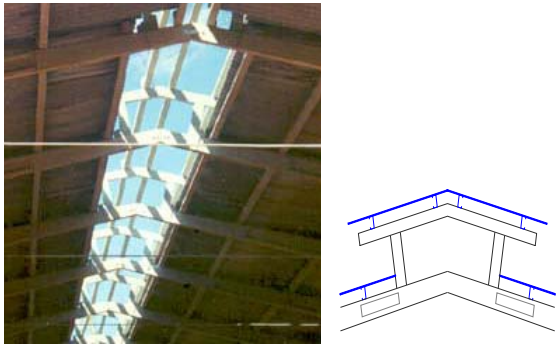
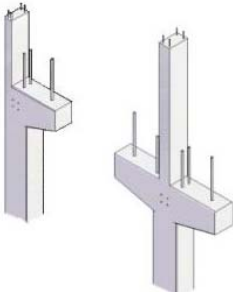

É comum o emprego de alvenaria e de telhas metálicas simultaneamente, sendo a alvenaria construída na base da edificação até aproximadamente dois metros, e as telhas metálicas na altura restante.

Nos fechamentos metálicos são utilizadas travessas metálicas que se apoiam nos pilares e prendem as telhas, como mostra a Figura 2.13. Também é comum o uso de tirantes metálicos utilizados para diminuir o vão da travessa na direção de menor inércia da travessa.

---



TABELA 2.8 – Elementos do sistema de cobertura.

Elementos	Ilustrações	Comentários
a) Telha		<p>Vários tipos de telhas podem ser usados. Entre elas destacam-se as telhas metálicas com chapas galvanizadas, as telhas termoacústicas, constituídas por telhas metálicas e material isolante, as de fibrocimento e as translúcidas formadas por fibras de vidro.</p>
b) Terça		<p>As terças podem ser de concreto armado, concreto protendido ou de perfis de chapas metálicas. São apoiadas nas vigas inclinadas e têm a finalidade de suportar as telhas.</p>
c) Lanternim		<p>Os lanternins são estruturas secundárias que se apoiam nas vigas inclinadas. Possuem a finalidade de iluminar, ou apenas ventilar o interior dos edifícios. Para que ocorra o efeito termo-sifão, é necessário que a parte baixa da edificação contenha aberturas para a entrada de ar.</p>
d) Platibanda		<p>A platibanda é uma faixa horizontal que emoldura a parte superior da edificação, com a finalidade de esconder o telhado. Nos galpões é sustentada por prolongamentos dos pilares, que também recebem o nome de platibanda.</p>
e) Cabos para contraventamento		<p>Os cabos são usados para promover certa estabilidade no plano das telhas. São formados por aço galvanizado com fios entrelaçados e ligam a cumeeira de um pórtico ao nó viga-pilar, de um pórtico adjacente.</p>



(a)



(b)

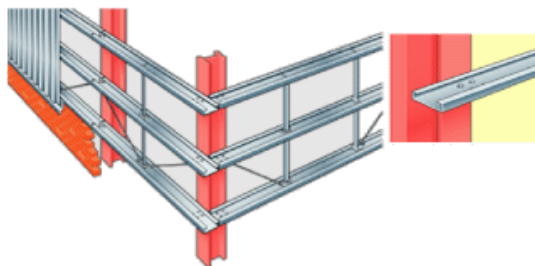


(c)



(d)

**FIGURA 2.12 – Exemplos de fechamento lateral. (Fontes: (a) [www.leonardi.com.br](http://www.leonardi.com.br); (b) [www.projepar.com.br](http://www.projepar.com.br); (c) [www.predalle.com.br](http://www.predalle.com.br); (d) [www.antaes.ind.br](http://www.antaes.ind.br)).**



**FIGURA 2.13 – Fechamento metálico composto por telhas e travessas metálicas. (Fonte: [www.metform.com.br](http://www.metform.com.br)).**

# 3

## SITUAÇÕES DE PROJETO

---

O projeto estrutural das edificações de concreto pré-moldado deve considerar, além da estrutura pronta, as situações transitórias e as ligações entre os elementos que compõem a estrutura.

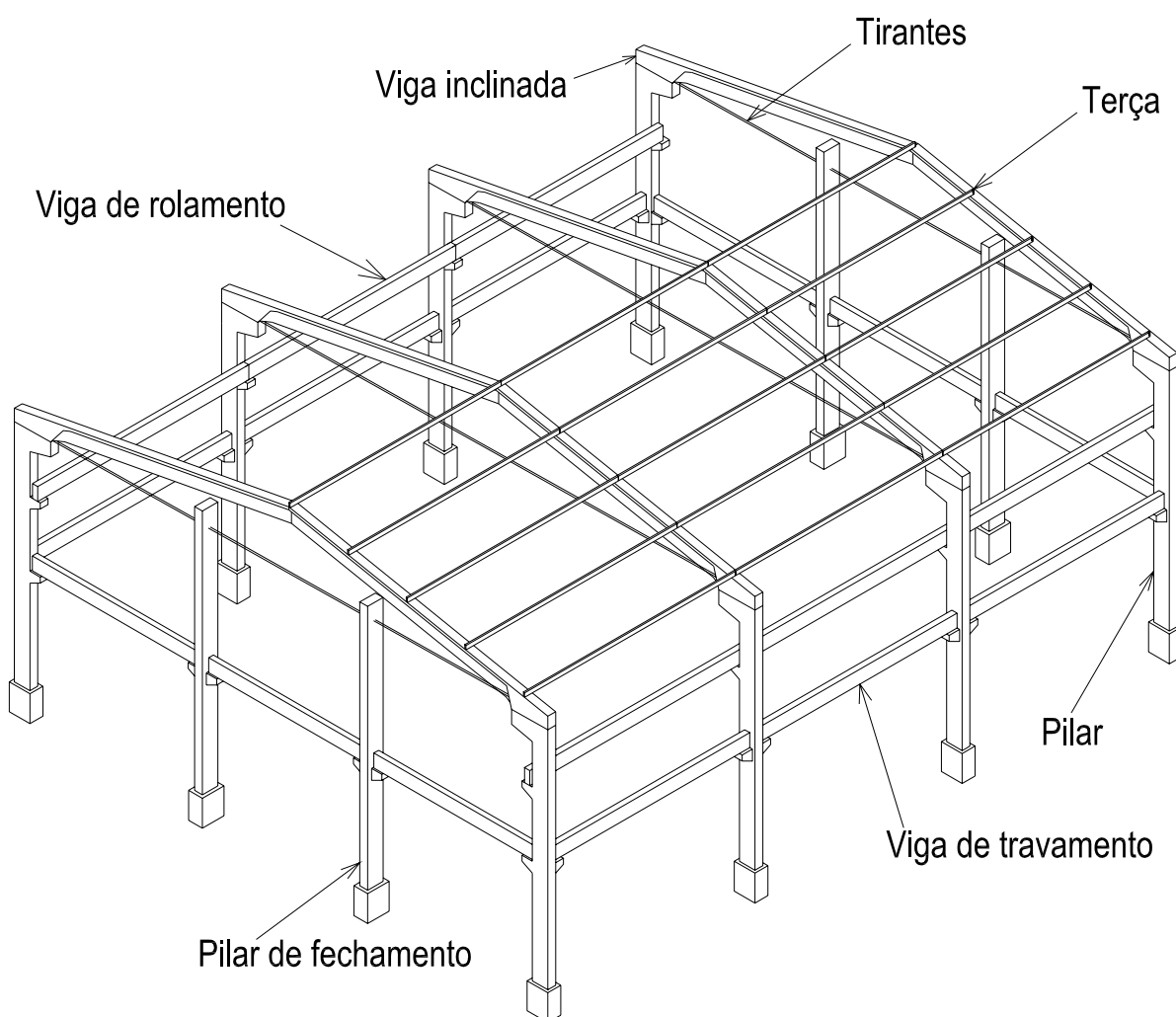
Neste capítulo serão discutidas essas situações relativas aos elementos principais dos galpões. Para não estender muito o trabalho, não serão consideradas as interações com possíveis estruturas de mezaninos, muito comum nessas edificações.

### 3.1 – Estrutura pronta

Os galpões tratados neste trabalho, com pórticos atirantados, são formados pelos seguintes elementos estruturais (Figura 3.1):

- Terças. Elementos de concreto armado, concreto protendido ou metálicos. Suportam o peso dos elementos de cobertura (telhas, forros e luminárias) bem como as ações variáveis (peso de pessoas durante uma eventual manutenção, peso da água de chuva ou de algum resíduo, este principalmente em zonas siderúrgicas). As terças se apoiam nas vigas inclinadas do pórtico e podem proporcionar travamento na direção longitudinal da estrutura. Este travamento deve ser considerado no dimensionamento das terças;
  - Vigas inclinadas, ou simplesmente vigas. Elementos de concreto armado. Servem de apoio para as terças, além de formarem o pórtico principal (ou o pórtico transversal), junto com os pilares e os tirantes. Popularmente, as vigas inclinadas também são conhecidas como traves ou braços, provavelmente para diferenciá-las das demais vigas da edificação;
  - Pilares do pórtico principal, ou simplesmente pilares. Elementos de concreto armado. Compõem o pórtico principal e dão suporte para as vigas de travamento e as de rolamento;
  - Tirantes. Elementos metálicos. Compõem o pórtico principal, aliviando as tensões e diminuindo os deslocamentos na atuação dos carregamentos gravitacionais;
-

- Pilares de fechamento. Elementos de concreto armado. Utilizados nos fechamentos frontais da estrutura. Recebem a ação do vento frontal (ou vento  $0^\circ$ , conforme a NBR 6123:1988). Apoiam as vigas de travamento;
- Vigas de travamento. Elementos de concreto armado. Recebem o carregamento dos fechamentos laterais e frontais e auxiliam no travamento dos pilares;
- Vigas de rolamento. Elementos de concreto armado. Recebem as ações provenientes das pontes rolantes e as distribuem aos pilares do pórtico principal.



**FIGURA 3.1 – Elementos estruturais dos galpões formados por pórticos atirantados.**

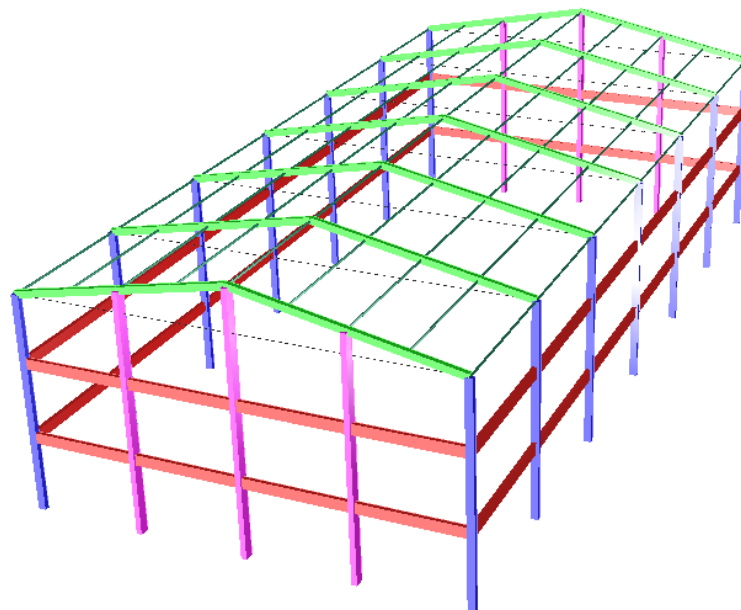
Todos esses elementos, por possuírem uma de suas dimensões bem maior que as demais, podem ser tratados como elementos de barras, de acordo com a Mecânica das Estruturas. Logo esses elementos podem ser submetidos a solicitações normais e tangenciais.

Um dos pontos importantes no projeto é escolher um arranjo estrutural adequado. Essa idealização está associada às ações presentes na edificação, uma vez que a função básica da estrutura é coletar essas ações e controlar seu fluxo (CORRÊA, 1991).

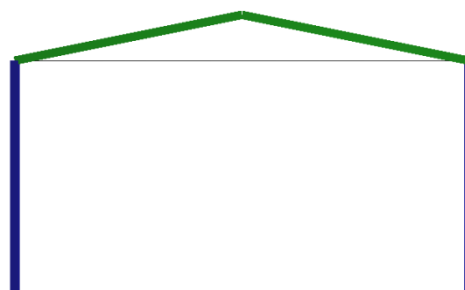
Os arranjos estruturais, ou modelos estruturais, consideram composições de um ou mais elementos. Sua escolha se dá em função do conhecimento, da disponibilidade de tempo ou de ferramentas computacionais disponíveis.

Considerando a grande disponibilidade de programas para a análise estrutural, os dois modelos mais adotados para os galpões são: o pórtico plano e o pórtico tridimensional.

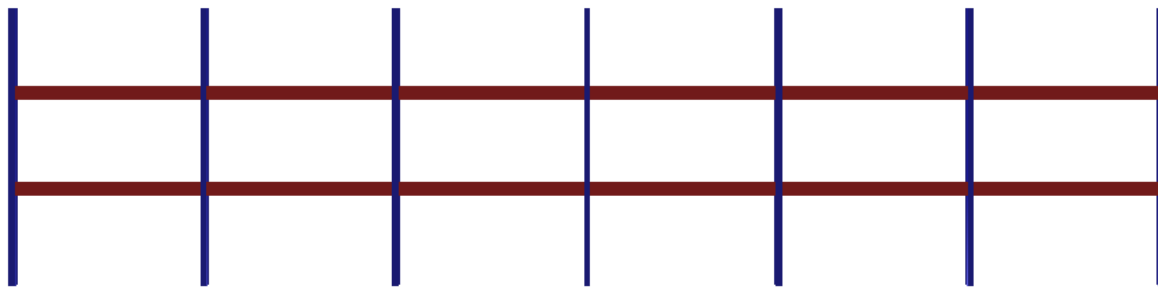
O pórtico tridimensional (Figura 3.2) é formado por todos os elementos estruturais descritos anteriormente, enquanto que a análise por pórtico plano considera a estrutura em dois planos distintos, constituída pelo pórtico principal (Figura 3.3) e pelo pórtico longitudinal (Figura 3.4), este formado pelos pilares e pelas vigas de travamento.



**FIGURA 3.2 – Modelagem em elementos de barra utilizando o pórtico tridimensional.**



**FIGURA 3.3 – Modelagem em elementos de barra utilizando o pórtico principal (transversal).**



**FIGURA 3.4 – Modelagem em elementos de barra utilizando o pórtico longitudinal.**

O modelo tridimensional é mais completo, uma vez que é capaz de determinar os esforços nas três direções da estrutura, além de idealizar melhor o comportamento dos elementos estruturais bem como dos vínculos e das condições de contorno. Entretanto, o ganho com precisão implica em maior complexidade no cálculo. A solução geralmente exige o uso de programas de análise matricial.

## 3.2 – Situações transitórias

Na verificação das situações transitórias é necessário considerar tanto os estados limites últimos quanto os de serviço.

Para a verificação dos estados limites últimos deve-se considerar a resistência do concreto na época da solitação e também o efeito da ação dinâmica, ambas comentadas a seguir. A verificação dos estados limites de serviço geralmente é feita considerando-se o estado limite de formação de fissura ou o de fissuração aceitável.

EL DEBS (2000) recomenda limitar a formação de fissuras através da limitação dos momentos solicitantes ao valor do momento de fissuração (calculado com a resistência do concreto na data considerada) dividido por um coeficiente de segurança. O manual do PCI recomenda para esse coeficiente o valor de 1,5.

Para fissuração aceitável o PCI indica os seguintes valores para abertura de fissura:

- Elemento exposto ao tempo – 0,12 mm;
- Elemento não exposto ao tempo – 0,25 mm.

Recomendações para abertura de fissuras também podem ser encontradas na NBR 6118:2003.

As situações transitórias devem ser consideradas nos projetos estruturais, uma vez que podem gerar, nos elementos pré-moldados, solitações mais desfavoráveis. Essas situações são basicamente as seguintes: desmoldagem, transporte, armazenamento e montagem.

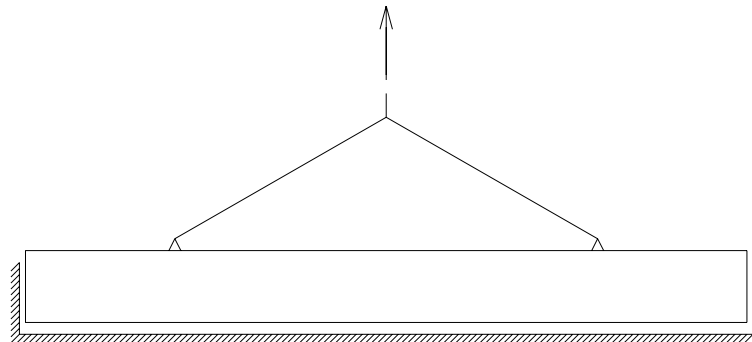
Outra situação que deve ser considerada é o tombamento e a estabilidade lateral por ausência de vínculos. Isso ocorre principalmente em vigas compridas e altas, com pequena rigidez lateral. Maiores detalhes para a consideração do tombamento podem ser encontrados na NBR 9062:2006 e também em EL DEBS (2000).

### 3.2.1 – Desmoldagem

A desmoldagem dos elementos em concreto armado consiste da retirada do elemento da fôrma. Em geral, no caso dos galpões, a desmoldagem corresponde à retirada por levantamento (Figura 3.5).

Cuidados devem ser tomados no momento da desmoldagem com relação à resistência do concreto. Baixas resistências podem ocasionar deformações excessivas, perda de resistência provocada pela fissuração prematura e quebras de cantos ou bordas. EL DEBS (2000) fornece uma indicação prática onde a resistência à compressão do concreto, durante essa etapa, deve ser metade da resistência de projeto, não sendo recomendável valores inferiores a 10 MPa.

Outro fator relevante na fase de desmoldagem é quanto às tensões de sucção e de aderência entre o elemento e a fôrma. Alguns parâmetros para projetos também podem ser encontrados em EL DEBS (2000).



**FIGURA 3.5 – Içamento no momento de desmoldagem.**

### 3.2.2 - Transporte

A fase de transporte corresponde ao transporte interno, ou seja, o manuseio da peça a partir da desmoldagem até a etapa de carregamento (Figura 3.6), e o transporte externo, que corresponde ao traslado do local de fabricação até o de montagem.



Durante as fases de movimentação dos elementos é importante levar em consideração, além da resistência do concreto, o efeito dinâmico.

Na falta de uma análise com base na dinâmica das estruturas, a NBR 9062:2006 recomenda o emprego de um coeficiente que aproxima o efeito dinâmico por uma ação estática equivalente, de acordo com a expressão:

$$g_{ed} = \beta_a \cdot g_k \quad (3.1)$$

$g_{ed}$  = carga estática equivalente de cálculo;

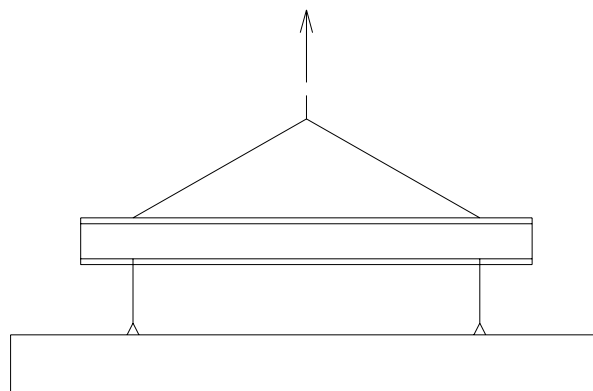
$g_k$  = carga estática característica;

$\beta_a$  = coeficiente de amplificação dinâmica.

Para a adoção do coeficiente de amplificação dinâmica deve-se consultar a NBR 9062:2006, que apresenta os seguintes valores:

- $\beta_a = 1,3$  – quando o aumento de  $g_k$  é desfavorável;
- $\beta_a = 0,8$  – quando o alívio da força  $g_k$  é desfavorável;
- $\beta_a = 4,0$  – para projetos de dispositivos de içamento.

Outros valores para  $\beta_a$  podem ser encontrados no manual de projeto do PCI.



**FIGURA 3.6 – Exemplo de manuseio. Içamento por dois pontos.**

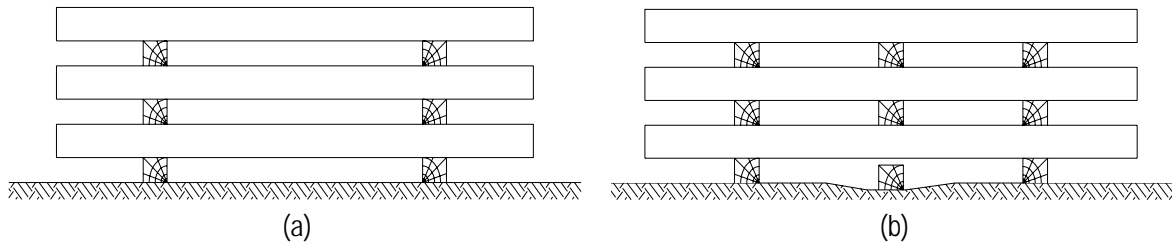
### 3.2.3 - Armazenamento

O armazenamento é o período em que os elementos pré-moldados permanecem em estoque até o envio à obra. Nessa fase, geralmente, não ocorrem solicitações mais desfavoráveis do que na fase de desmoldagem. Entretanto, EL DEBS (2000) ressalta que é fator agravante o fato do elemento ser solicitado com idade muito baixa, fazendo com que o efeito da fluência seja mais pronunciado.



Para dimensionamento dos dispositivos de içamento recomenda-se consultar EL DEBS (2000) bem como a NBR 9062:2006.

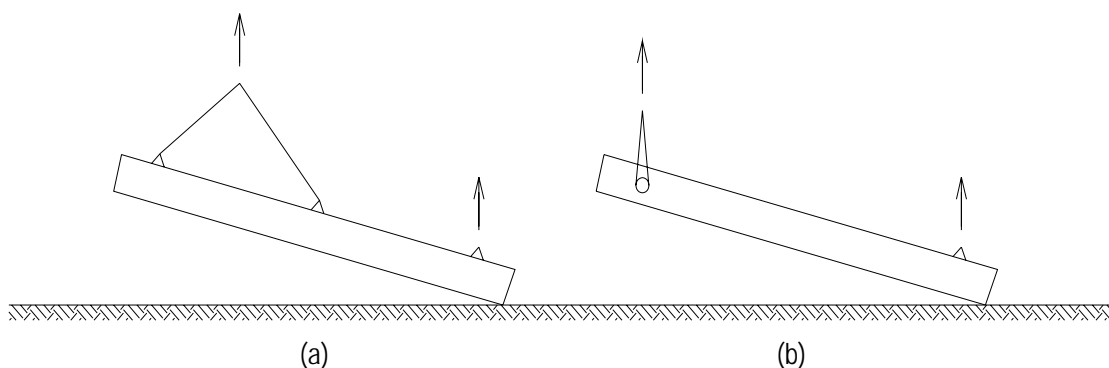
A Figura 3.7 ilustra uma situação de armazenamento com duas linhas de apoio. É recomendável que se armazenem os elementos em posições correspondentes à de utilização definitiva. Em relação às linhas de apoios, não é recomendável utilizar mais que duas, para evitar a mudança nos esforços solicitantes por um eventual recalque do solo.



**FIGURA 3.7 – Exemplos de armazenamento: a) Armazenamento com duas linhas de apoio; b) Armazenamento com três linhas de apoio, ocorrendo recalque do solo.**

### 3.2.4 – Montagem

Extremo cuidado deve ser dispensado na fase de montagem, pois se estima que 75% dos acidentes das estruturas em concreto pré-moldado ocorrem nessa etapa (EL DEBS 2000). O dimensionamento também deve levar em conta essa fase, uma vez que é possível que os elementos pré-moldados sejam solicitados de formas diferentes das consideradas na estrutura pronta. A Figura 3.8 mostra alguns exemplos de situações de montagem muito comum aos pilares.



**FIGURA 3.8 – Exemplos de içamento do pilar para montagem: a) Içamento por três pontos; b) Içamento por dois pontos. (Adaptado de EL DEBS, 2000).**

Particularmente nos galpões deve-se estar atento ao fato que as vigas do pórtico principal são apoiadas por escora ou guindaste na fase de montagem, o que

ocasiona alteração no esquema estático. Exemplos de montagem das vigas são mostrados na Figura 3.9.



(a)



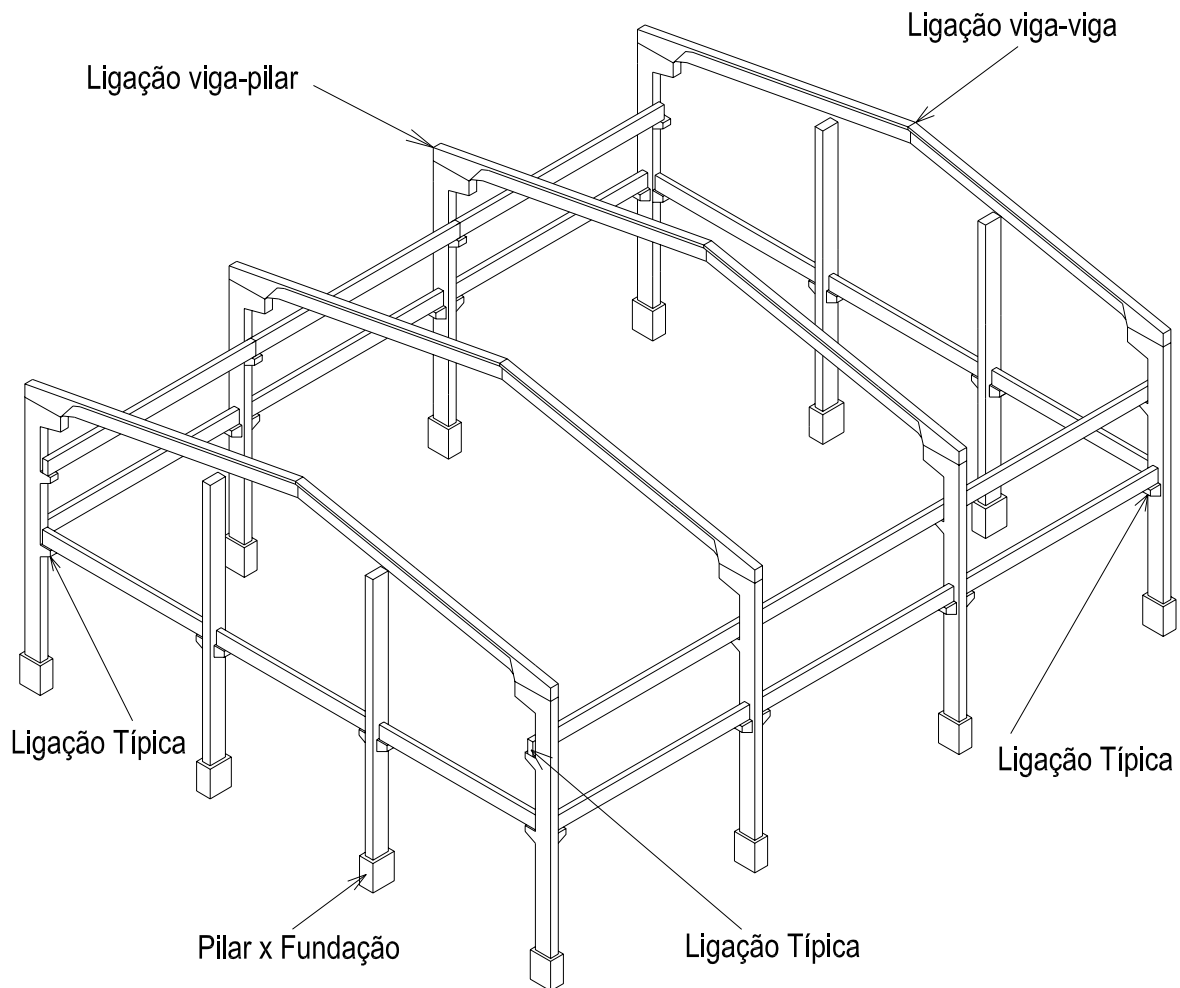
(b)

**FIGURA 3.9 – Exemplos de manuseio durante a fase de montagem: Içamento por dois pontos.**  
[Fontes: (a) [www.antares.com.br](http://www.antares.com.br); (b) [www.leonardi.com.br](http://www.leonardi.com.br)].

### 3.3 – Consideração das ligações

O projeto estrutural dos galpões, assim como de todas as estruturas em concreto pré-moldado, deve considerar as ligações entre os elementos estruturais. Essa consideração se dá de duas formas: a) análise e o dimensionamento da ligação em si; e b) sua influência no comportamento global da estrutura.

Na Figura 3.10 são apresentadas as ligações mais frequentes nos galpões atirantados.

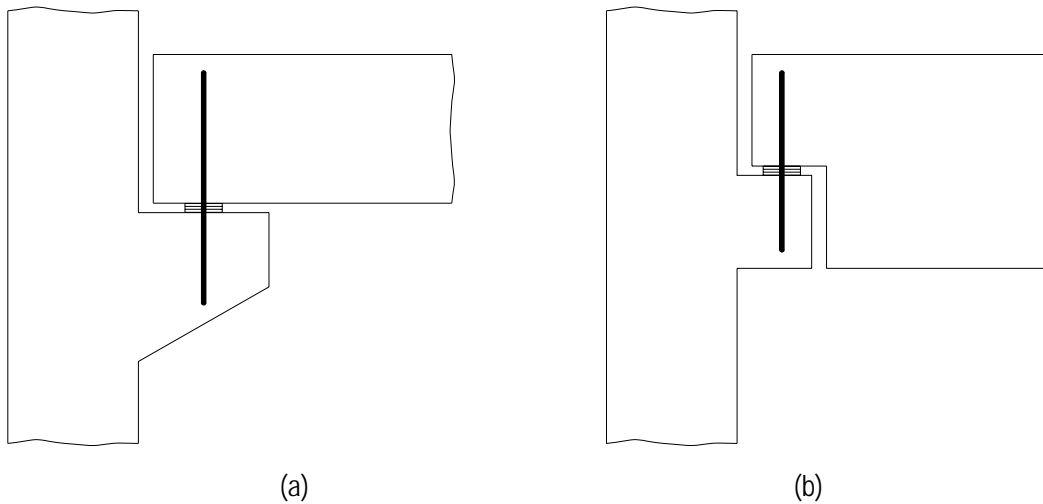


**FIGURA 3.10 – Ligações entre os elementos estruturais.**

Nessa figura percebe-se apenas a presença de ligações em elementos do tipo barra, que são as ligações típicas de pilares e vigas. A ligação do pilar com a fundação não é objeto deste trabalho e será tratada como um engaste perfeito, sem redistribuição de esforços, quer seja do pilar do pórtico principal, quer seja do pilar de fechamento. Maiores informações sobre esse tema encontram-se em publicações específicas.

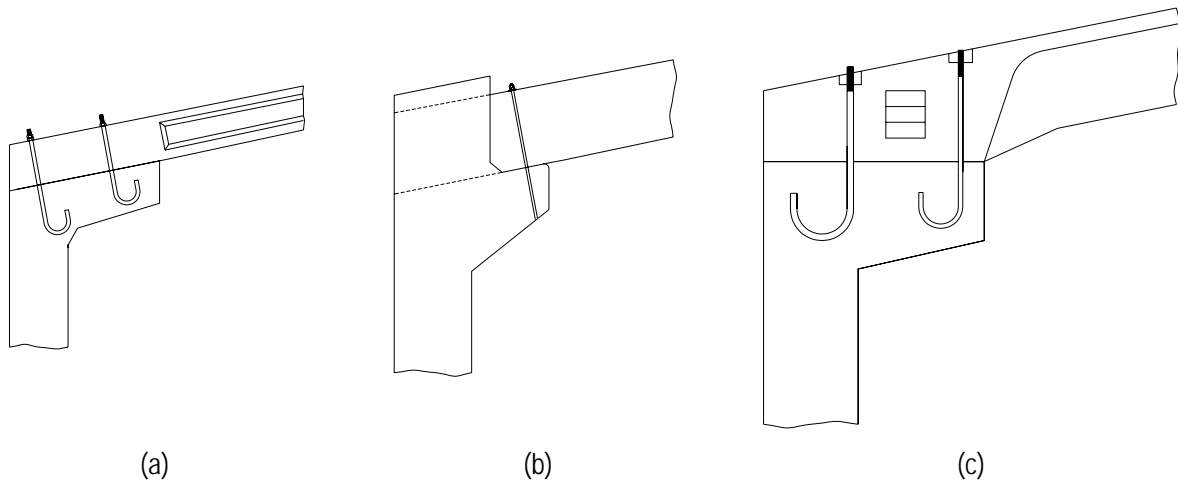
As ligações típicas viga-pilar (Figura 3.11) são aquelas executadas através de consolo ou de dente, e em geral apresentam aparelho de apoio do tipo elastômero e chumbador. Geralmente nos galpões, esse tipo de ligação não transmite momento fletor, ou seja, trata-se de uma ligação articulada.

Esse tipo de ligação também não será abordado neste trabalho, uma vez que existe bibliografia consagrada que trata desse assunto com muita propriedade. Como exemplos podem ser citados: LEONHARDT E MÖNNIG (1978), FUSCO (1994), SUSSEKIND (1989), SILVA E GIONGO (2000), além da NBR 9062:2006.



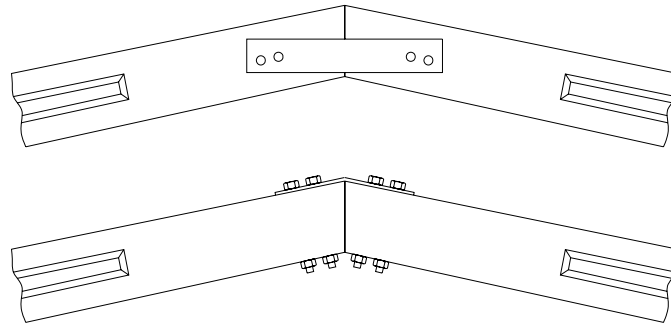
**FIGURA 3.11 – Exemplos de ligações por meio de elastômero e chumbador:**  
a) consolo; b) dente.

A principal ligação abordada será a da viga com pilar do pórtico principal (Figura 3.12). O estudo dessa ligação é muito importante, pois pode haver redistribuição de esforços na estrutura, em função da sua deformabilidade, ou seja, tal ligação pode apresentar comportamento mais próximo do de uma ligação semi-rígida. Um estudo detalhado dessa ligação será apresentado no Capítulo 4.



**FIGURA 3.12 – Exemplos de ligações viga-pilar do pórtico principal:**  
a) consolo inclinado; b) sistema passante; c) consolo horizontal.

A ligação viga-viga (Figura 3.13) presente no topo do pórtico principal será tratada como uma ligação articulada. É importante que essa condição seja garantida na execução da estrutura, e que essa região de intensa compressão seja devidamente verificada e armada, a fim de resistir aos esforços internos.



**FIGURA 3.13 – Exemplos de ligação viga-viga no pórtico principal.**

### 3.4 – Algumas recomendações de norma

Algumas recomendações de norma relativas ao projeto das estruturas de concreto pré-moldado possuem particularidades em relação às estruturas de concreto moldado no local.

Esse é o caso do cobrimento das armaduras, cuja finalidade é a de garantir a transferência de forma adequada das tensões da armadura para o concreto, e também de proteger a armadura contra a corrosão.

A NBR 6118:2003 estabelece valores para o cobrimento nominal, em função do grau de agressividade do ambiente a que o elemento é exposto. O cobrimento nominal equivale ao valor do cobrimento mínimo acrescido da tolerância de execução.

Os valores determinados por essa norma para o cobrimento nominal referem-se a 10 mm para tolerância de execução. No entanto, quando há um adequado controle de qualidade e rígidos limites de tolerância da variabilidade das medidas durante a execução, a NBR 6118:2003 permite adotar para tolerância de execução um valor de 5 mm. Na prática é permitida uma redução de 5 mm nos cobrimentos nominais. Esse pode ser o caso do concreto pré-moldado.

A NBR 9062:2006, que faz distinção entre elemento pré-moldado e elemento pré-fabricado, de acordo com o nível de execução, mantém a redução de 5 mm para os elementos considerados por ela como pré-moldados, e permite ainda a redução em mais 5 mm no cobrimento nominal para os elementos pré-fabricados, desde que estes atendam a todos os requisitos por ela definidos.

Por fim vale ressaltar que a redução do cobrimento da armadura é permitida quando ocorre comprovado aumento na qualidade do concreto e também no controle da execução. Quando esse aumento na qualidade não existe de fato, os valores do cobrimento devem ser os mesmos determinados para o concreto moldado no local.

Outra particularidade aplicada às estruturas de concreto pré-moldado se dá em relação aos coeficientes de segurança. Isso ocorre graças às melhorias no processo de execução.

Para os coeficientes de minoração das resistências dos materiais, a NBR 9062:2006 permite reduzir os valores de  $\gamma_c = 1,4$  e  $\gamma_s = 1,15$ , para  $\gamma_c = 1,3$  e  $\gamma_s = 1,1$ , desde que se atendam as exigências de execução feitas para classificar os elementos como pré-fabricados. Por outro lado, nos casos em que não são atendidas tais exigências, deve-se empregar os mesmos coeficientes do concreto moldado no local.

Redução também é possível nos coeficientes de ponderação das ações permanentes. Isso acontece graças ao melhor controle de execução e também à pequena variabilidade no processo. É o caso, por exemplo, da avaliação mais exata do peso próprio no concreto pré-moldado. Nesse sentido a NBR 6118:2003, em coerência com a NBR 8681:2003, permite a substituição do  $\gamma_g = 1,4$ , por  $\gamma_g = 1,3$ .

Há ainda o emprego do coeficiente de ajustamento nas ligações ( $\gamma_n$ ), previsto pela NBR 9062:2006. Esse coeficiente se dá em função de incertezas no comportamento das ligações e também ao risco de ruptura frágil.

---

# 4

## ANÁLISE DA LIGAÇÃO VIGA-PILAR

---

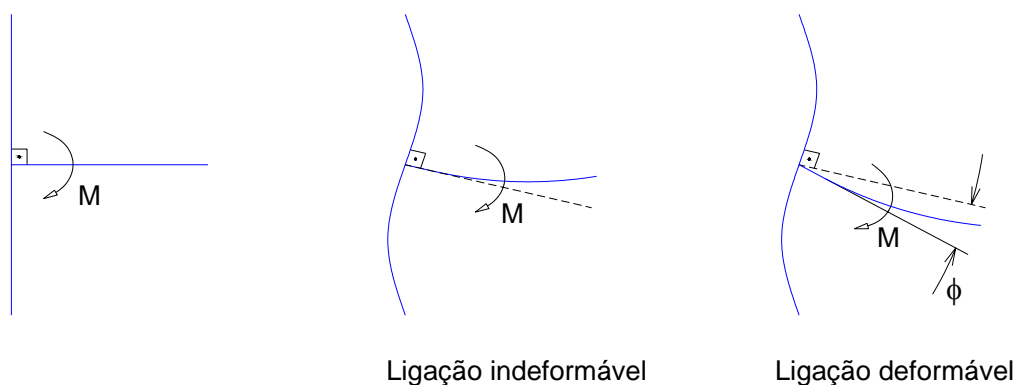
Como discutido anteriormente, no projeto das estruturas em concreto pré-moldado é essencial a consideração das ligações entre os elementos estruturais. Neste capítulo será abordada a ligação viga-pilar do pórtico principal (Figuras 3.10 e 3.12), uma vez que esse tipo de ligação pode apresentar certa deformação quando solicitada e com isso ocasionar redistribuição de esforços, modificação nos deslocamentos e perda da rigidez da estrutura. Será dada ênfase à deformabilidade ao momento fletor da ligação, uma vez que esse esforço é predominante nos galpões.

As ligações estudadas são aquelas apresentadas no Capítulo 2. São elas:

- Com chumbadores e consolo inclinado;
- Ligação passante;
- Com chumbadores e consolo horizontal.

### 4.1 – Deformabilidade da ligação

A deformabilidade de uma ligação é definida conforme EL DEBS (2000) como sendo a relação do deslocamento relativo entre os elementos que compõem a ligação com o esforço solicitante na direção desse deslocamento. Esse parâmetro corresponde ao inverso da rigidez. Portanto a deformabilidade ao momento fletor da ligação de uma viga com um pilar está associada à rotação da viga em relação à situação indeformada do nó, conforme mostrado na Figura 4.1.



**FIGURA 4.1 – Deformabilidade ao momento fletor em ligação viga-pilar.**  
(Adaptado de EL DEBS, 2000).

---

As expressões 4.1 e 4.2 apresentam a forma analítica das definições de deformabilidade da ligação e de sua rigidez, respectivamente.

$$D_m = \frac{\phi}{M} \quad (4.1)$$

$$K_m = \frac{M}{\phi} \quad (4.2)$$

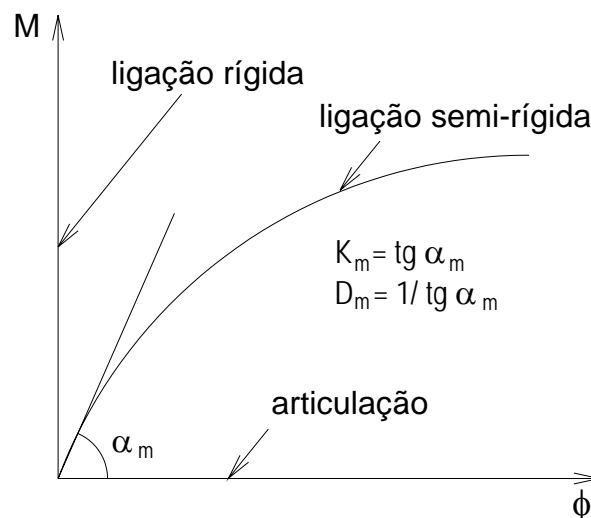
$D_m$  = deformabilidade ao momento fletor;

$K_m$  = rigidez ao momento fletor;

$\phi$  = rotação;

$M$  = momento fletor.

Para representar a deformabilidade de uma ligação ao momento fletor, empregam-se curvas sollicitação versus deslocamento relativo. No estudo da deformabilidade ao momento fletor, utiliza-se a curva momento fletor-rotação, ou simplesmente momento-rotação. A Figura 4.2 apresenta o diagrama momento-rotação para ligação rígida, semi-rígida e articulada.



**FIGURA 4.2 – Tipos de diagrama momento-rotação.**

A deformabilidade das ligações, ou sua consideração na análise das estruturas, vem sendo objeto de estudo há algumas décadas. No Brasil destacam-se os trabalhos realizados por BALLARIN (1993), FERREIRA (1993), SOARES (1998), FERREIRA (1999) e MIOTTO (2002).

BALLARIN (1993) escreveu um estado da arte, reunindo as bases da fundamentação teórica, e apontou a real necessidade de pesquisas em ligações no país.



FERREIRA (1993) propôs um método para o cálculo da deformabilidade de algumas ligações em estruturas de concreto pré-moldado, a partir do equacionamento dos mecanismos básicos de deformação dessas ligações. Nesse trabalho, o autor elaborou um programa de análise de pórticos planos com nós semi-rígidos, considerando também a deformabilidade ao esforço axial. O autor recomenda que seja considerada a parcela correspondente ao deslocamento das extremidades das barras.

FERREIRA (1999) ensaiou dois tipos de ligações pré-moldadas e observou o comportamento à flexão, ao cisalhamento e à torção. Com base nos resultados obtidos, ele aperfeiçoou as expressões primeiramente apresentadas em FERREIRA (1993).

Dando ênfase aos pórticos atirantados, SOARES (1998) estudou de forma teórica e experimental a deformabilidade à flexão de uma ligação com chumbador e consolo inclinado. Teoricamente a ligação foi avaliada através de simulações numéricas, com a utilização do programa LUSAS, e por meio do modelo analítico proposto por FERREIRA (1993), com base no Método dos Componentes.

Continuando os estudos de SOARES (1998), MIOTTO (2002) analisou dois tipos de ligações viga-pilar das estruturas de concreto pré-moldado. A primeira trata-se da mesma considerada por SOARES (1998), e a segunda é a utilizada em estruturas de esqueleto de múltiplos pavimentos. MIOTTO (2002) realizou ensaios físicos nos dois modelos de ligação, e com base nos resultados propôs modelos analíticos, fundamentados também pelo Método dos Componentes e nos conceitos apresentados por FERREIRA (1993) e FERREIRA (1999). A autora realizou também simulações numéricas dos dois modelos de ligação, baseados no Método dos Elementos Finitos, utilizando o programa ANSYS, e determinou curvas momento-rotação de forma teórica. Estas ficaram próximas das obtidas de forma experimental.

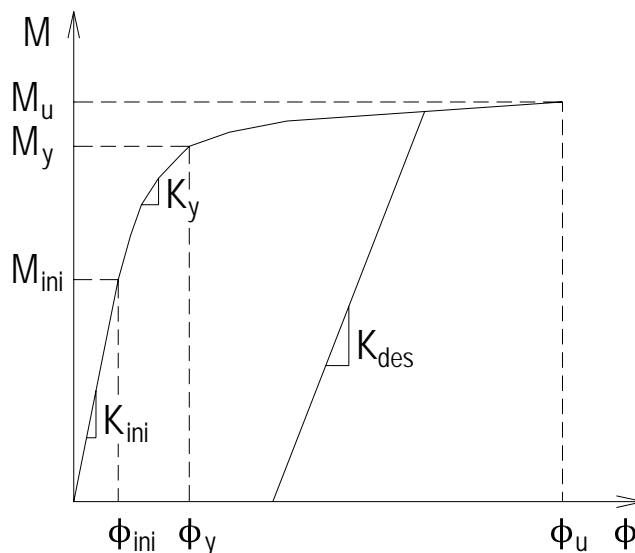
Maiores informações sobre o estudo da deformabilidade das ligações e também sobre sua evolução através dos anos no Brasil e no Mundo são facilmente encontradas nos trabalhos anteriormente citados.

## 4.2 – Curvas momento-rotação

Como foi visto, o diagrama momento-rotação representa a relação entre o momento fletor aplicado na ligação e a rotação relativa entre os elementos que concorrem nessa ligação. Na Figura 4.2 pode-se observar que a curva das ligações parcialmente rígidas tem comportamento não linear.

---

BERNUZZI et al. <sup>1</sup> apud MIOTTO (2002), cita que, sob carregamento monotômico, os parâmetros mostrados na Figura 4.3 caracterizam o comportamento de uma ligação semi-rígida, sob momento fletor.



**FIGURA 4.3 – Curva momento-rotação. Parâmetros conforme BERNUZZI et al. (Adaptado de MIOTTO, 2002).**

$M_{ini}$  = momento limite de proporcionalidade;

$K_{ini}$  = rigidez inicial;

$M_y$  = momento de plastificação;

$\phi_y$  = rotação correspondente ao momento de plastificação;

$K_y$  = rigidez no trecho plástico;

$M_u$  = momento último;

$\phi_u$  = rotação correspondente ao momento último;

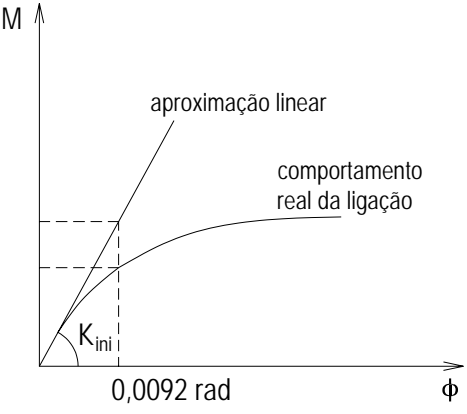
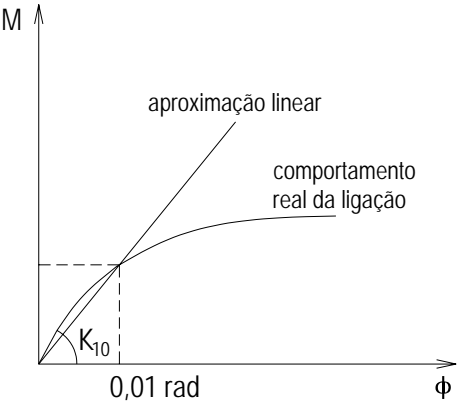
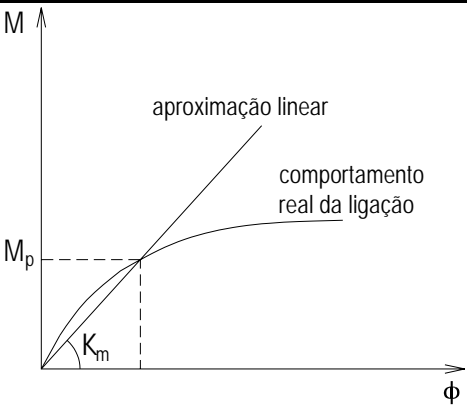
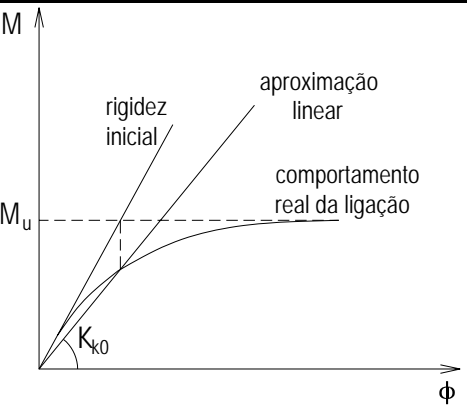
$K_{des}$  = rigidez correspondente ao descarregamento.

SOARES (1998) lembra que a complexidade das ligações, devido à não-linearidade, é um obstáculo para o desenvolvimento de métodos simples para a análise das estruturas com ligações semi-rígidas. Isso levou ao desenvolvimento de simplificações para representar, de forma satisfatória, a relação momento-rotação. Algumas dessas simplificações serão brevemente apresentadas e podem ser vistas de forma detalhada em bibliografia específica.

A Tabela 4.1 apresenta, de forma sintética, quatro maneiras simplificadas da representação do diagrama momento-rotação.

<sup>1</sup> BERNUZZI, C.; ZANDONINI, R.; ZANON, P. *Rotational behaviour of end plate connections*. Costruzioni Metalliche, n.2, p3-31, 1991.

**TABELA 4.1 – Formas simplificadas do diagrama momento-rotação.**  
(Fonte: GIBBONS et al<sup>2</sup> apud SOARES, 1998).

Itens	Gráficos	Comentários
a) Rigidez inicial.		<p>A rigidez tangente <math>K_{ini}</math> é de fácil determinação. Foi constatado que as rotações nos apoios de uma viga biapoiada, com solicitações de serviço, são geralmente menores que 0,0092 rad (aproximadamente <math>0,5^\circ</math>). Além disso, próximo a essa rotação, o comportamento da curva momento-rotação é aproximadamente linear.</p>
b) Rigidez secante.		<p>A rigidez secante é determinada para ligação correspondente à rotação de 0,01 rad (<math>K_{10}</math>). É melhor que a rigidez inicial, uma vez que, esta superestima a rigidez da ligação.</p>
c) Rigidez secante relativa ao momento resistente de projeto da ligação.		<p>Outra alternativa é considerar a rigidez secante (<math>K_m</math>) correspondente ao momento resistente de projeto da ligação.</p>
d) Rigidez secante relativa ao momento último da ligação.		<p>Considera uma rigidez secante (<math>K_{k0}</math>) referente à rotação da ligação na interseção da reta correspondente à rigidez inicial com a linha do momento último (<math>M_u</math>) da ligação.</p>

### 4.3 – Obtenção do diagrama momento-rotação

O diagrama momento-rotação e, conseqüentemente, a deformabilidade de uma ligação, pode ser determinado por ensaios experimentais ou através de modelagem matemática.

JASPART e MAQUOI (1992) citam que os modelos matemáticos conhecidos podem ser classificados do seguinte modo:

- Aproximação a uma curva (“curve fitting”). Consiste na aproximação da curva momento-rotação, obtida experimentalmente ou por simulações numéricas, a uma representação matemática, com a possibilidade de associar os coeficientes da representação matemática com os parâmetros físicos da ligação;
- Análise por métodos numéricos. Trata-se da modelagem da região da ligação por meio de algum método numérico, como, por exemplo, o Método dos Elementos Finitos;
- Modelos mecânicos. Capaz de representar a ligação através de modelos mecânicos fundamentados na associação de seus elementos componentes. Baseado no Método dos Componentes, onde a curva momento-rotação da ligação é obtida através de uma combinação de elementos rígidos e deformáveis que representam o comportamento de cada componente da ligação, considerando que o comportamento global da ligação é o resultado da associação dos componentes isolados;
- Modelos analíticos simplificados. Considerado uma simplificação do modelo anterior, também se baseia no Método dos Componentes. O diagrama momento-rotação da ligação é traçado através de uma representação matemática baseada em: deformabilidade inicial, momento resistente de projeto, momento de plastificação etc. Para tal é necessário o conhecimento das propriedades mecânicas e geométricas das ligações. Pode apresentar boa precisão para ligações mais simples. É calibrado com ensaios experimentais e simulações numéricas.

O Método dos componentes, anteriormente citado, é encontrado em literatura técnica específica, principalmente internacional.

---

<sup>2</sup> GIBBONS, C.; KIRBY, P. A.; NERTHECOT, D. A. *Calculation of serviceability deflections for non-sway frames with semi-rigid connections*. Proc. Inst. Civ. Engrs. Structs. & Bldgs. Vo. 116, p 186-193, (1996).

## 4.4 – Modelo analítico adotado neste trabalho

Para avaliar a deformabilidade das ligações viga-pilar do pórtico atirantado, será utilizado o modelo analítico proposto por MIOTTO (2002). Esse modelo é baseado nos trabalhos de FERREIRA (1993) e FERREIRA (1999) e consiste, basicamente, em três etapas:

Primeiro são considerados os esforços transmitidos através das ligações. Depois, determinam-se os mecanismos de vinculação presentes na ligação que, por sua vez, dependem do sistema de vinculação usado para a transferência dos esforços citados. Por fim, identifica-se o mecanismo básico de deformação.

Baseados nos conceitos de FERREIRA (1993), MIOTTO (2002) considerou como mecanismo de deformação o alongamento do chumbador tracionado, associado em série ao mecanismo de deformação do consolo por flexão.

SOARES (1998) cita que esse mecanismo só pode ser considerado se o consolo tiver dimensões que garantam seu comportamento como viga, e não como consolo curto, no qual não há o predomínio da flexão.

A seguir, a Figura 4.4 mostra o equilíbrio de forças adotado na atuação de momentos fletores negativos (Figura 4.4a) e de momentos fletores positivos (Figura 4.4b). Para a curva momento-rotação é proposto um diagrama trilinear, conforme mostra a Figura 4.5.

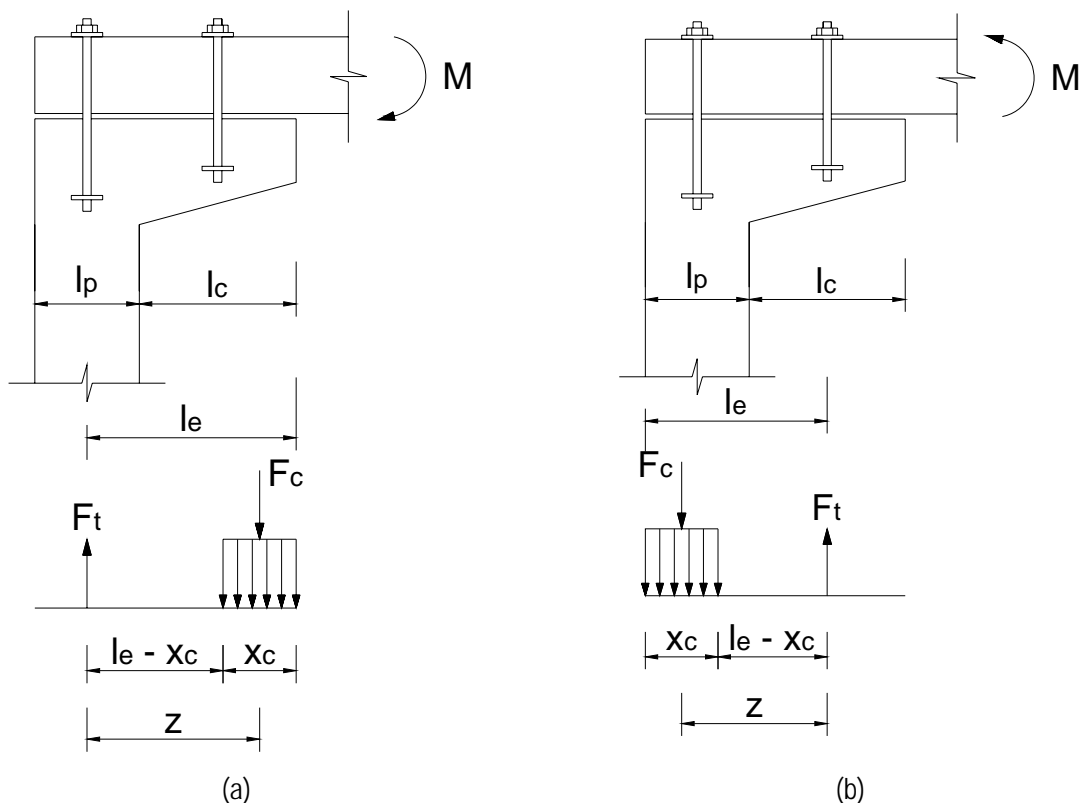


FIGURA 4.4 – Equilíbrio de forças do modelo analítico. (Adaptado de MIOTTO, 2002).

$x_c = 0,2.l_e$  = comprimento da região de compressão do consolo, antes da fissuração;

$x_c = 0,1.l_e$  = comprimento da região de compressão do consolo, depois da fissuração.

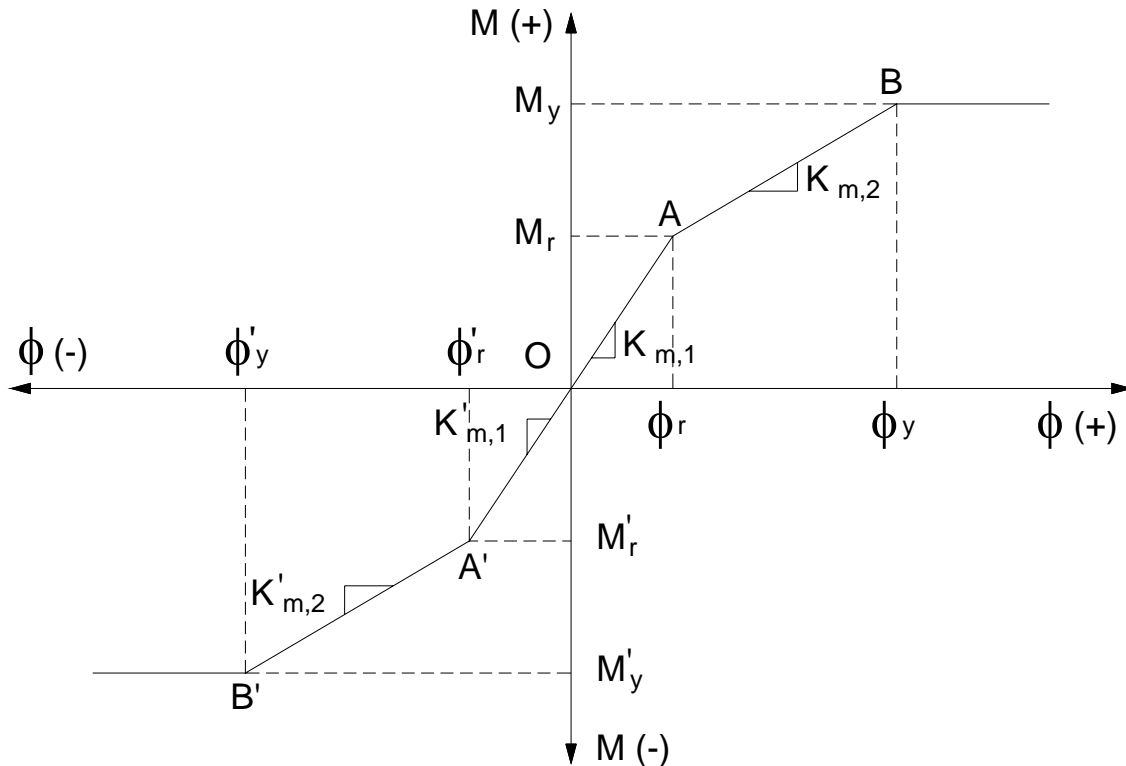


FIGURA 4.5 – Diagrama trilinear adotado para o modelo. (Adaptado de MIOTTO, 2002).

$M_r$  e  $M'_r$  = menor valor entre o momento de fissuração da viga e do consolo, conforme a expressão 4.3 (NBR 6118:2003);

$M_y$  e  $M'_y$  = momento de plastificação da ligação;

$K_{m,1}$  e  $K'_{m,1}$  = rigidez à flexão da ligação antes da fissuração;

$K_{m,2}$  e  $K'_{m,2}$  = rigidez à flexão da ligação depois da fissuração.

$$M_r = \frac{\alpha \cdot f_{ct} \cdot I_c}{y_t} \quad (4.3)$$

$$\alpha = \begin{cases} 1,2 & \text{para seções T ou duplo T} \\ 1,5 & \text{para seções retangulares} \end{cases}$$

$\alpha$  = fator que correlaciona aproximadamente a resistência à tração na flexão com a resistência à tração direta;

$$f_{ct} = f_{ctk,inf} = 0,7 \cdot f_{ct,m} = 0,7 \cdot 0,3 \cdot f_{ck}^{2/3}, \text{ com } f_{ck} \text{ em MPa;}$$

$f_{ct}$  = resistência do concreto à tração direta;

$I_c$  = momento de inércia da seção bruta de concreto;  
 $y_t$  = distância do centro de gravidade da seção à fibra mais tracionada.

Tomando como base a Figura 4.4 e considerando que a ligação plastifica quando o chumbador atinge o escoamento, o momento de plastificação da ligação é dado pela expressão 4.4:

$$M_y = f_{yb} \cdot A_{sb} \cdot (l_e - 0,5 \cdot x_c) \quad (4.4)$$

$f_{yb}$  = resistência do chumbador ao escoamento;  
 $A_{sb}$  = área da seção transversal do chumbador;  
 $x_c = 0,1 \cdot l_e$  = comprimento da região de compressão do consolo, depois da fissuração;  
 $l_e$  = distância do chumbador mais tracionado à extremidade oposta do consolo, conforme o sentido do momento fletor aplicado.

Tanto para a fase anterior como a posterior à fissuração, os valores de  $K_m$  são obtidos com a expressão 4.5 (MIOTTO 2002). Nesta expressão o primeiro termo corresponde ao mecanismo de alongamento do chumbador e o segundo se refere à compressão da interface viga-consolo. Para os galpões atirantados, na interface viga-consolo da ligação em questão, foi considerado junta seca, ou seja, sem a presença de um aparelho de apoio (neoprene ou almofada de argamassa).

$$D_m = \frac{1}{K_m} = \frac{l_s}{A_{sb} \cdot E_s \cdot (l_e - 0,5 \cdot x_c) \cdot l_e} + \frac{D_{njs}}{(l_e - 0,5 \cdot x_c) \cdot x_c \cdot b \cdot l_e} \quad (4.5)$$

$l_s$  = comprimento de contribuição do chumbador;  
 $l_s = l_0 + 0,7 \cdot l_{emb}$  – antes da fissuração, proposto por SOARES (1998);  
 $l_s = l_0 + l_{emb}$  – depois da fissuração, proposto por SOARES (1998);  
 $l_0$  = comprimento livre do chumbador;  
 $l_{emb}$  = comprimento de embutimento do chumbador;  
 $E_s$  = módulo de elasticidade longitudinal do chumbador;  
 $D_{njs}$  = deformabilidade da junta viga-consolo à compressão;  
 $b$  = largura do consolo.

BLJUDGER<sup>3</sup> apud BARBOZA (2002) sugere o valor de  $0,2 \cdot 10^{-4}$  m/MPa para deformabilidade da junta seca à compressão.

<sup>3</sup> BLJUDGER, F. E. *Design of precast concrete structures*. John Wiley & Sons. New York, 1988.

## 4.5 – Ligação rígida, semi-rígida ou articulada

Uma ligação deformável, pode ser tratada como sendo uma ligação rígida ou uma ligação articulada.

Para tal avaliação, a NBR 9062:2006 apresenta um coeficiente que define a rigidez relativa de uma ligação. Trata-se do fator de restrição à rotação,  $\alpha_R$ , definido pela expressão 4.6.

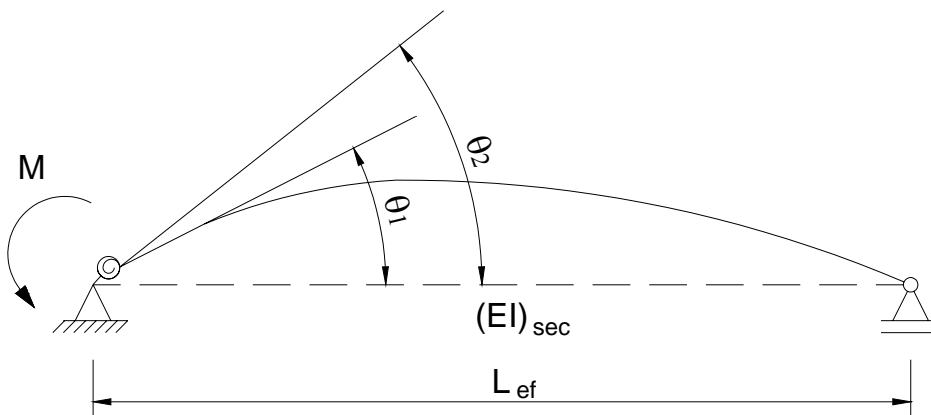
$$\alpha_R = \frac{1}{1 + \frac{3(EI)_{sec}}{K_{sec}L_{ef}}} = \frac{\theta_1}{\theta_2} \quad (4.6)$$

$(EI)_{sec}$  = rigidez secante da viga, conforme a NBR 6118: 2003;

$L_{ef}$  = vão efetivo entre os apoios, ou seja, a distância entre os centros de giro nos apoios;

$K_{sec}$  = rigidez secante ao momento fletor da ligação viga–pilar.

Conforme a NBR 9062:2006, o fator de restrição à rotação pode ser interpretado como sendo a relação da rotação  $\theta_1$ , da extremidade do elemento, em relação à rotação combinada  $\theta_2$ , do elemento e da ligação devida ao momento de extremidade (Figura 4.6).



**FIGURA 4.6 – Fator de restrição à rotação. (Fonte: NBR 9062:2006).**

A rigidez secante relativa ao momento fletor da ligação é obtida pela relação momento-rotação, através de uma aproximação linear obtida no diagrama momento-rotação (Figura 4.7), cujo comportamento é não-linear. A NBR 9062:2006 ressalta que a rotação localizada na região da ligação na extremidade da viga, associada à rigidez secante, deve ser medida no centro de giro no apoio, conforme mostra a Figura 4.7.



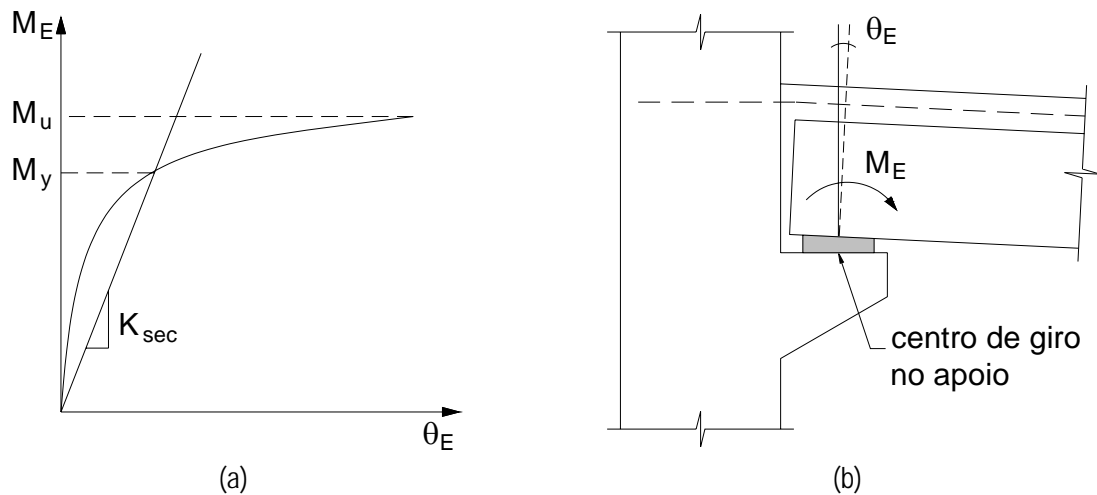


FIGURA 4.7 – Relação momento-rotação. (Fonte: NBR 9062:2006).

Na figura 4.7 tem-se:

$\theta_E$  = rotação localizada na ligação na extremidade da viga;

$M_E$  = momento fletor mobilizado na extremidade da viga;

A NBR 9062:2006 classifica da seguinte forma, o comportamento de uma ligação deformável:

$\alpha_R \leq 0,15$ , ligação articulada;

$0,15 < \alpha_R < 0,85$ , ligação semi-rígida;

$\alpha_R \geq 0,85$ , ligação rígida.

Por sua vez, EL DEBS (2000) apresenta a seguinte recomendação, validada para deformabilidade ao momento fletor de vigas contraventadas.

$D_m \geq \frac{2l}{EI}$  ou  $K_m \leq \frac{EI}{2l}$ , ligação articulada;

$\frac{2.1}{EI} > D_m > \frac{l}{8EI}$ , ou  $\frac{EI}{2l} < K_m < \frac{8EI}{l}$ , ligação semi-rígida;

$D_m \leq \frac{l}{8EI}$  ou  $K_m \geq \frac{8EI}{l}$ , ligação rígida.

$D_m$  = deformabilidade ao momento fletor da ligação (expressão 4.1);

$K_m$  = rigidez ao momento fletor da ligação (expressão 4.2);

$EI$  = rigidez da viga à flexão;

$l$  = vão entre os apoios da viga.

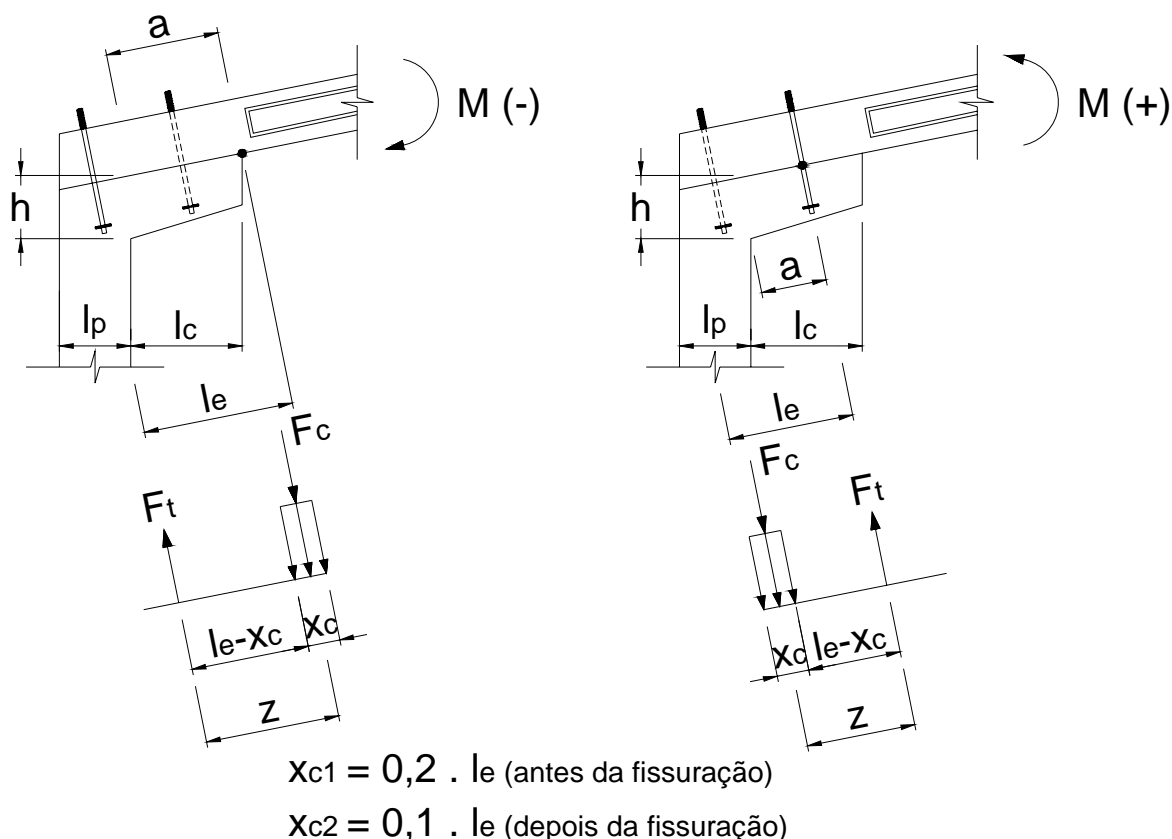
## 4.6 – Análise das ligações viga-pilar pelo modelo analítico

A seguir será analisada a rigidez à flexão das ligações viga-pilar dos pórticos atirantados. Em todos os exemplos será utilizado  $f_{ck} = 40$  MPa para o concreto, cobrimento igual a 2,0 cm, chumbador SAE 1020 e aço CA50 para os tirantes.

### 4.6.1 – Ligação viga-pilar com chumbadores e consolo inclinado – exemplo 4.1

A análise da ligação viga-pilar com chumbador e consolo inclinado é feita na sequência, para galpão com vão de 15 m e seção do pilar 23 cm x 31 cm (exemplo 4.1). A análise dessa ligação é feita com base na Figura 4.8, e de acordo com as Tabelas 4.2 e 4.3. O índice 1 refere-se às situações antes da fissuração (da viga ou do consolo), enquanto que o índice 2, posterior à fissuração.

A Tabela 4.2 apresenta os dados e os cálculos necessários para a determinação da rigidez à flexão da ligação estudada. A Figura 4.9 mostra o diagrama momento-rotação, de acordo com os cálculos da Tabela 4.2.



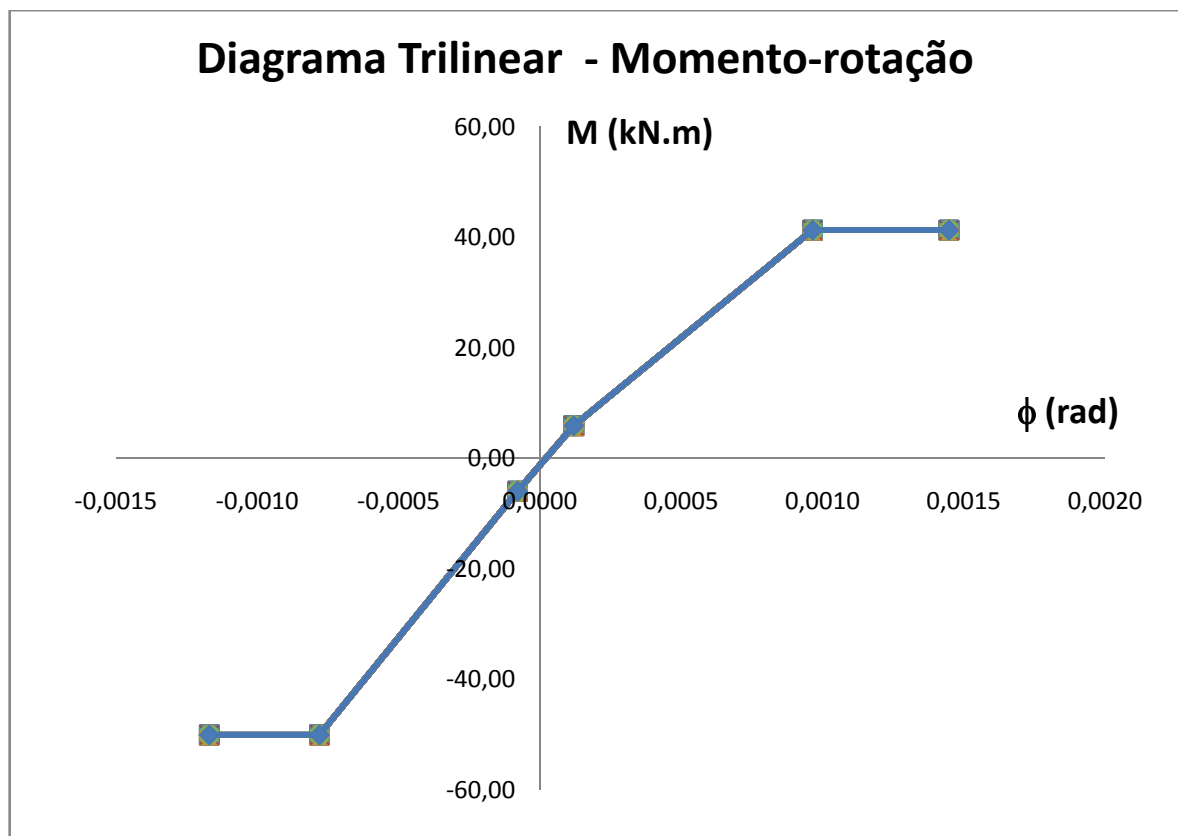
**FIGURA 4.8 – Equilíbrio de forças do modelo analítico para ligação viga-pilar com chumbador e consolo inclinado (exemplo 4.1).**

**TABELA 4.2 – Cálculo da rigidez à flexão viga-pilar com chumbador e consolo inclinado (exemplo 4.1).**

<b>M ( - )</b>	<b>M ( + )</b>
<b>Dados Iniciais</b>	<b>Dados Iniciais</b>
$a = 49,0 \text{ cm}$ $d = h - d' = 28 - 4 = 24,0 \text{ cm}$ $\frac{a}{d} = \frac{49}{24} = 2,04 \therefore \text{Consolo} \rightarrow \text{Flexão}$ $l_p = 31,0 \text{ cm}$ $l_c = 48,0 \text{ cm}$ $l_e = 66,0 \text{ cm}$ $x_{c1} = 0,2 \cdot 66 = 13,2 \text{ cm}$ $x_{c2} = 0,1 \cdot 66 = 6,6 \text{ cm}$ $z_1 = l_e - 0,5 \cdot x_{c1} = 66,0 - 6,6 = 59,4 \text{ cm}$ $z_2 = l_e - 0,5 \cdot x_{c2} = 66,0 - 3,3 = 62,7 \text{ cm}$ $l_0 = 24,0 \text{ cm}$ $l_0 = \text{comprimento do chumbador na viga}$ $l_{emb} = 18,0 \text{ cm}$ $l_{emb} = \text{embutimento no pilar}$	$a = 28,0 \text{ cm}$ $d = h - d' = 28 - 4 = 24,0 \text{ cm}$ $\frac{a}{d} = \frac{28}{24} = 1,17 \therefore \text{Consolo} \rightarrow \text{Flexão}$ $l_p = 31,0 \text{ cm}$ $l_c = 48,0 \text{ cm}$ $l_e = 54,5 \text{ cm}$ $x_{c1} = 0,2 \cdot 54,5 = 10,9 \text{ cm}$ $x_{c2} = 0,1 \cdot 54,5 = 5,5 \text{ cm}$ $z_1 = l_e - 0,5 \cdot x_{c1} = 54,5 - 5,5 = 49,0 \text{ cm}$ $z_2 = l_e - 0,5 \cdot x_{c2} = 54,5 - 2,8 = 51,7 \text{ cm}$ $l_0 = 24,0 \text{ cm}$ $l_0 = \text{comprimento do chumbador na viga}$ $l_{emb} = 18,0 \text{ cm}$ $l_{emb} = \text{embutimento no pilar}$
<b>Momento de Fissuração</b>	
$M_r \leq \begin{cases} M_{r,viga} \\ M_{r,consolo} \end{cases} \rightarrow M_r = \frac{\alpha \cdot f_{ct} \cdot I_c}{y_t}$	
$f_{ct} = f_{ctk,inf} = 0,21 \cdot f_{ck}^{2/3} = 0,21 \cdot 40^{2/3} = 2,456 \text{ MPa} - \text{formação de fissuras}$ $f_{ct} = 0,2456 \text{ kN/cm}^2$	
<i>Viga – seção duplo T</i>	<i>Consolo – seção retangular</i>
$\alpha = 1,2$	$\alpha = 1,5$
$I_c = 24094 \text{ cm}^4$	$I_c = 42075 \text{ cm}^4$
$y_t = 12 \text{ cm}$	$y_t = 14 \text{ cm}$
$M_{r,viga} = 591,75 \text{ kN.cm} = 5,92 \text{ kN.m}$	$M_{r,consolo} = 1107,17 \text{ kN.cm} = 11,07 \text{ kN.m}$
$M_r = 5,92 \text{ kN.m}$	
<b>Momento de Plastificação</b>	<b>Momento de Plastificação</b>
$M_y = f_{yb} \cdot A_{sb} \cdot (l_e - 0,5 \cdot x_c) = f_{yb} \cdot A_{sb} \cdot z_2$	$M_y = f_{yb} \cdot A_{sb} \cdot (l_e - 0,5 \cdot x_c) = f_{yb} \cdot A_{sb} \cdot z_2$
$f_{yb} = 210 \text{ MPa} = 21 \text{ kN/cm}^2 - \text{SAE 1020}$	$f_{yb} = 210 \text{ MPa} = 21 \text{ kN/cm}^2 - \text{SAE 1020}$
$A_{sb} = 3,8 \text{ cm}^2 - \text{chumbador } \phi = 22,0 \text{ mm}$	$A_{sb} = 3,8 \text{ cm}^2 - \text{chumbador } \phi = 22,0 \text{ mm}$
$M_y = f_{yb} \cdot A_{sb} \cdot z_2 = 21 \cdot 3,8 \cdot 62,7$	$M_y = f_{yb} \cdot A_{sb} \cdot z_2 = 21 \cdot 3,8 \cdot 51,7$
$M_y = 5003 \text{ kN.cm} = 50,03 \text{ kN.m}$	$M_y = 4126 \text{ kN.cm} = 41,26 \text{ kN.m}$

TABELA 4.2 – Continuação.

M ( - )	M ( + )
<b>Cálculo da rigidez à flexão</b>	<b>Cálculo da rigidez à flexão</b>
$D_m = \frac{1}{K_m} = D_{m,ch} + D_{m,vc}$	$D_m = \frac{1}{K_m} = D_{m,ch} + D_{m,vc}$
<i>D<sub>m,ch</sub> – alongamento do chumbador</i>	<i>D<sub>m,ch</sub> – alongamento do chumbador</i>
$D_{m,ch} = \frac{l_s}{A_{sb} \cdot E_s \cdot (l_e - 0,5 \cdot x_c) \cdot l_e}$	$D_{m,ch} = \frac{l_s}{A_{sb} \cdot E_s \cdot (l_e - 0,5 \cdot x_c) \cdot l_e}$
$D_{m,ch} = \frac{l_s}{A_{sb} \cdot E_s \cdot z \cdot l_e}$	$D_{m,ch} = \frac{l_s}{A_{sb} \cdot E_s \cdot z \cdot l_e}$
$l_{s1} = l_0 + 0,7 \cdot l_{emb} = 24 + 0,7 \cdot 18 = 36,6 \text{ cm}$	$l_{s1} = l_0 + 0,7 \cdot l_{emb} = 24 + 0,7 \cdot 18 = 36,6 \text{ cm}$
$l_{s2} = l_0 + l_{emb} = 24 + 18 = 42,0 \text{ cm}$	$l_{s2} = l_0 + l_{emb} = 24 + 18 = 42,0 \text{ cm}$
$E_s = 210000 \text{ MPa} = 21000 \text{ kN/cm}^2$	$E_s = 210000 \text{ MPa} = 21000 \text{ kN/cm}^2$
$D_{m,ch,1} = \frac{l_{s1}}{A_{sb} \cdot E_s \cdot z_1 \cdot l_e}$	$D_{m,ch,1} = \frac{l_{s1}}{A_{sb} \cdot E_s \cdot z_1 \cdot l_e}$
$D_{m,ch,1} = \frac{36,6}{3,8 \cdot 21000 \cdot 59,4 \cdot 66}$	$D_{m,ch,1} = \frac{36,6}{3,8 \cdot 21000 \cdot 49 \cdot 54,5}$
$D_{m,ch,1} = 1,1699 \cdot 10^{-5} \text{ rad/kN.m}$	$D_{m,ch,1} = 1,7175 \cdot 10^{-5} \text{ rad/kN.m}$
$D_{m,ch,2} = \frac{l_{s2}}{A_{sb} \cdot E_s \cdot z_2 \cdot l_e}$	$D_{m,ch,2} = \frac{l_{s2}}{A_{sb} \cdot E_s \cdot z_2 \cdot l_e}$
$D_{m,ch,2} = \frac{42,0}{3,8 \cdot 21000 \cdot 62,7 \cdot 66}$	$D_{m,ch,2} = \frac{42,0}{3,8 \cdot 21000 \cdot 51,7 \cdot 54,5}$
$D_{m,ch,2} = 1,2718 \cdot 10^{-5} \text{ rad/kN.m}$	$D_{m,ch,2} = 1,8679 \cdot 10^{-5} \text{ rad/kN.m}$
<i>D<sub>m,vc</sub> – flexão viga /consolo</i>	<i>D<sub>m,vc</sub> – flexão viga /consolo</i>
$D_{m,vc} = \frac{D_{njs}}{(l_e - 0,5 \cdot x_c) \cdot x_c \cdot b \cdot l_e}$	$D_{m,vc} = \frac{D_{njs}}{(l_e - 0,5 \cdot x_c) \cdot x_c \cdot b \cdot l_e}$
$D_{m,vc} = \frac{D_{njs}}{z \cdot x_c \cdot b \cdot l_e}$	$D_{m,vc} = \frac{D_{njs}}{z \cdot x_c \cdot b \cdot l_e}$
$D_{njs} = 0,2 \cdot 10^{-4} \text{ m/MPa} = 0,02 \text{ cm}^3/\text{kN}$	$D_{njs} = 0,2 \cdot 10^{-4} \text{ m/MPa}$
$D_{m,vc,1} = \frac{D_{njs}}{z_1 \cdot x_{c1} \cdot b \cdot l_e}$	$D_{m,vc,1} = \frac{D_{njs}}{z_1 \cdot x_{c1} \cdot b \cdot l_e}$
$D_{m,vc,1} = \frac{0,02}{59,4 \cdot 13,2 \cdot 23 \cdot 66}$	$D_{m,vc,1} = \frac{0,02}{49 \cdot 10,9 \cdot 23 \cdot 54,5}$
$D_{m,vc,1} = 0,1680 \cdot 10^{-5} \text{ rad/kN.m}$	$D_{m,vc,1} = 0,2987 \cdot 10^{-5} \text{ rad/kN.m}$
$D_{m,vc,2} = \frac{D_{njs}}{z_2 \cdot x_{c2} \cdot b \cdot l_e}$	$D_{m,vc,2} = \frac{D_{njs}}{z_2 \cdot x_{c2} \cdot b \cdot l_e}$
$D_{m,vc,2} = \frac{0,02}{62,7 \cdot 6,6 \cdot 23 \cdot 66}$	$D_{m,vc,2} = \frac{0,02}{51,7 \cdot 5,5 \cdot 23 \cdot 54,5}$
$D_{m,vc,2} = 0,3184 \cdot 10^{-5} \text{ rad/kN.m}$	$D_{m,vc,2} = 0,5611 \cdot 10^{-5} \text{ rad/kN.m}$
$K_{m,1} = 74744 \text{ kN.m/rad}$	$K_{m,1} = 49598 \text{ kN.m/rad}$
$K_{m,2} = 62885 \text{ kN.m/rad}$	$K_{m,2} = 41859 \text{ kN.m/rad}$



**FIGURA 4.9 – Diagrama momento-rotação para o exemplo: viga-pilar com chumbador e consolo inclinado (exemplo 4.1).**

Na Figura 4.9 a rotação correspondente ao momento de fissuração positivo ( $M_r = 5,92$  kN.m) equivale a  $1,193 \cdot 10^{-4}$  rad, enquanto que para momento de fissuração negativo ( $M_r = -5,92$  kN.m),  $-0,792 \cdot 10^{-4}$  rad.

Para o momento de plastificação positivo ( $M_y = 41,32$  kN.m) a rotação, vale  $9,650 \cdot 10^{-4}$  rad. Para momento de plastificação negativo ( $M_y = -50,03$  kN.m) a rotação equivale a  $-7,807 \cdot 10^{-4}$  rad.

Todos esses valores de rotação são obtidos através dos valores de rigidezes calculados na Tabela 4.2, usando a expressão 4.2.

Para a consideração da ligação semi-rígida com comportamento rígido, semi-rígido ou articulado, tem-se a Tabela 4.3. Nos cálculos seguintes o valor de  $K_{sec}$  na fórmula do fator de restrição,  $\alpha_R$ , será tomado como sendo os valores de  $K_m$ , obtidos nos cálculos da Tabela 4.2.

O momento de inércia da viga foi calculado como sendo o valor médio entre cinco seções, uma vez que a viga possui seção com altura variável (ao longo de seu comprimento).

O vão efetivo foi tomado como sendo a distância entre os pontos de giro dos apoios da viga, ou seja, a distância entre o ponto de giro na ligação viga-pilar e o ponto de giro na ligação viga-viga (cumeeira).

**TABELA 4.3 – Análise do comportamento da ligação viga-pilar com chumbador e consolo inclinado (exemplo 4.1).**

<b>M ( - )</b>	<b>M ( + )</b>
<p><b>Fator de restrição à rotação – NBR 9062:2006</b></p> $\alpha_R = \frac{1}{1 + \frac{3 \cdot (EI)_{sec}}{K_{sec} \cdot L_{ef}}}$ $E_{sec} = 0,85 \cdot 5600 \cdot f_{ck}^{1/2} = 30105 \text{ MPa}$ $E_{sec} = 3010 \text{ kN/cm}^2$ <p><math>I_{viga} = 12848 \text{ cm}^4</math> – valor médio</p> $(EI)_{sec} = 3867 \text{ kN.m}^2$ <p><math>L_{ef} = 7,00 \text{ m}</math> – medido até a cumeeira</p> $\alpha_{R1} = \frac{1}{1 + \frac{3 \cdot 3867}{74744 \cdot 7,00}} = 0,978$ $\alpha_{R2} = \frac{1}{1 + \frac{3 \cdot 3867}{62885 \cdot 7,00}} = 0,974$ <p><math>\alpha_{R1}</math> e <math>\alpha_{R2} \geq 0,85</math> – comportamento rígido</p>	<p><b>Fator de restrição à rotação – NBR 9062:2006</b></p> $\alpha_R = \frac{1}{1 + \frac{3 \cdot (EI)_{sec}}{K_{sec} \cdot L_{ef}}}$ $E_{sec} = 0,85 \cdot 5600 \cdot f_{ck}^{1/2} = 30105 \text{ MPa}$ $E_{sec} = 3010 \text{ kN/cm}^2$ <p><math>I_{viga} = 12848 \text{ cm}^4</math> – valor médio</p> $(EI)_{sec} = 3867 \text{ kN.m}^2$ <p><math>L_{ef} = 7,25 \text{ m}</math> – medido até a cumeeira</p> $\alpha_{R1} = \frac{1}{1 + \frac{3 \cdot 3867}{49598 \cdot 7,25}} = 0,969$ $\alpha_{R2} = \frac{1}{1 + \frac{3 \cdot 3867}{41859 \cdot 7,25}} = 0,963$ <p><math>\alpha_{R1}</math> e <math>\alpha_{R2} \geq 0,85</math> – comportamento rígido</p>
<p><b>Critério conforme EL DEBS (2000)</b></p> $\frac{(EI)_{sec}}{2 \cdot L_{ef}} = \frac{3867}{2 \cdot 7,00} = 276 \text{ kN.m/rad}$ $\frac{8 \cdot (EI)_{sec}}{L_{ef}} = \frac{8 \cdot 3867}{7,00} = 4419 \text{ kN.m/rad}$ <p><math>K_{m,1} = 74744 \text{ kN.m/rad}</math></p> <p><math>K_{m,2} = 62885 \text{ kN.m/rad}</math></p> <p><math>K_{m,1}</math> e <math>K_{m,2} \geq 4419</math> – comport. rígido</p>	<p><b>Critério conforme EL DEBS (2000)</b></p> $\frac{(EI)_{sec}}{2 \cdot L_{ef}} = \frac{3867}{2 \cdot 7,25} = 266 \text{ kN.m/rad}$ $\frac{8 \cdot (EI)_{sec}}{L_{ef}} = \frac{8 \cdot 3867}{7,25} = 4267 \text{ kN.m/rad}$ <p><math>K_{m,1} = 49598 \text{ kN.m/rad}</math></p> <p><math>K_{m,2} = 41859 \text{ kN.m/rad}</math></p> <p><math>K_{m,1}</math> e <math>K_{m,2} \geq 4267</math> – comport. rígido</p>

Nas Tabelas 4.4 e 4.5 são apresentados resultados para galpão com ligação viga-pilar utilizando chumbador e consolo inclinado, para vãos variando entre 11 m e 15 m. Essas tabelas trazem também variações no diâmetro do chumbador. São utilizados chumbadores com os seguintes diâmetros: 16 mm, 19 mm e 22 mm, todos em aço SAE 1020. É mantido o  $f_{ck}$  igual a 40 MPa e junta seca entre a viga e o consolo,

com o valor de  $0,2 \cdot 10^{-4}$  m/MPa para deformabilidade à compressão. Todos os demais valores foram mantidos iguais aos mostrados nas Tabelas 4.2 e 4.3.

A Tabela 4.4 mostra apenas resultados para momento fletor negativo e maior que o de fissuração do elemento fletido (viga ou consolo). A Tabela 4.5 apresenta resultados para momento fletor positivo, também maior que o de fissuração do elemento fletido.

A resistência da ligação ao momento fletor corresponde ao momento de plastificação. Para a ligação submetida a momento fletor negativo, os valores resistentes, para os três diâmetros de chumbadores usados, foram: 26,47 kN.m para  $\phi_{ch} = 16$  mm; 37,39 kN.m para  $\phi_{ch} = 19$  mm e 50,03 kN.m para  $\phi_{ch} = 22$  mm.

Para a ligação submetida a momento fletor positivo, os valores resistentes, para os três diâmetros de chumbadores usados, foram: 21,85 kN.m para  $\phi_{ch} = 16$  mm; 30,88 kN.m para  $\phi_{ch} = 19$  mm e 41,26 kN.m para  $\phi_{ch} = 22$  mm.

**TABELA 4.4 – Análise da ligação viga-pilar com chumbador e consolo inclinado (exemplo 4.1), variando o vão da edificação e o diâmetro do chumbador – MOMENTO FLETOR NEGATIVO.**

Vão (m)	Momento Fletor Negativo								
	$\phi_{ch}$ (mm)	$M_r$ (kN.m)	$M_y$ (kN.m)	$K_{m2}$ (kN.m/ rad)	CRITÉRIO NORMA		CRITÉRIO EL DEBS (2000)		
					$\alpha_{R2}$	Ligação	EI / 2l (kN.m/rad)	8EI / l (kN.m/rad)	Ligação
11	16		26,47	36726	0,925	rígida			rígida
	19	5,92	37,39	49501	0,943	rígida	499	7980	rígida
	22		50,03	62885	0,955	rígida			rígida
12	16		26,47	36726	0,935	rígida			rígida
	19	5,92	37,39	49501	0,951	rígida	428	6847	rígida
	22		50,03	62885	0,961	rígida			rígida
13	16		26,47	36726	0,943	rígida			rígida
	19	5,92	37,39	49501	0,957	rígida	369	5903	rígida
	22		50,03	62885	0,966	rígida			rígida
14	16		26,47	36726	0,950	rígida			rígida
	19	5,92	37,39	49501	0,963	rígida	322	5145	rígida
	22		50,03	62885	0,970	rígida			rígida
15	16		26,47	36726	0,957	rígida			rígida
	19	5,92	37,39	49501	0,968	rígida	276	4419	rígida
	22		50,03	62885	0,974	rígida			rígida

**TABELA 4.5 – Análise da ligação viga-pilar com chumbador e consolo inclinado (exemplo 4.1), variando o vão da edificação e o diâmetro do chumbador – MOMENTO FLETOR POSITIVO.**

Vão (m)	Momento Fletor Positivo								
	$\varnothing_{ch}$ (mm)	$M_r$ (kN.m)	$M_y$ (kN.m)	$K_{m2}$ (kN.m/rad)	CRITÉRIO NORMA		CRITÉRIO EL DEBS (2000)		
					$\alpha_{R2}$	Ligação	EI / 2I (kN.m/rad)	8EI / I (kN.m/rad)	Ligação
11	16		21,85	24440	0,896	rígida	475	7600	rígida
	19	5,92	30,88	32667	0,920	rígida			rígida
	22		41,26	41859	0,935	rígida			rígida
12	16		21,85	24440	0,909	rígida	409	6550	rígida
	19	5,92	30,88	32667	0,930	rígida			rígida
	22		41,26	41859	0,944	rígida			rígida
13	16		21,85	24440	0,920	rígida	354	5667	rígida
	19	5,92	30,88	32667	0,939	rígida			rígida
	22		41,26	41859	0,950	rígida			rígida
14	16		21,85	24440	0,929	rígida	310	4955	rígida
	19	5,92	30,88	32667	0,946	rígida			rígida
	22		41,26	41859	0,957	rígida			rígida
15	16		21,85	24440	0,939	rígida	266	4267	rígida
	19	5,92	30,88	32667	0,953	rígida			rígida
	22		41,26	41859	0,963	rígida			rígida

Os resultados encontrados mostram que, para os exemplos utilizados, as ligações viga-pilar do pórtico principal, formado por chumbador e consolo inclinado, apresentaram comportamento rígido. Como esperado, analisando o valor de  $\alpha_R$ , os resultados apontam que diminuindo-se o vão da edificação, a ligação aproxima-se de uma ligação semi-rígida. Além disso, diminuindo-se o diâmetro do chumbador, diminui-se a rigidez da ligação e aproximando de uma ligação semi-rígida.

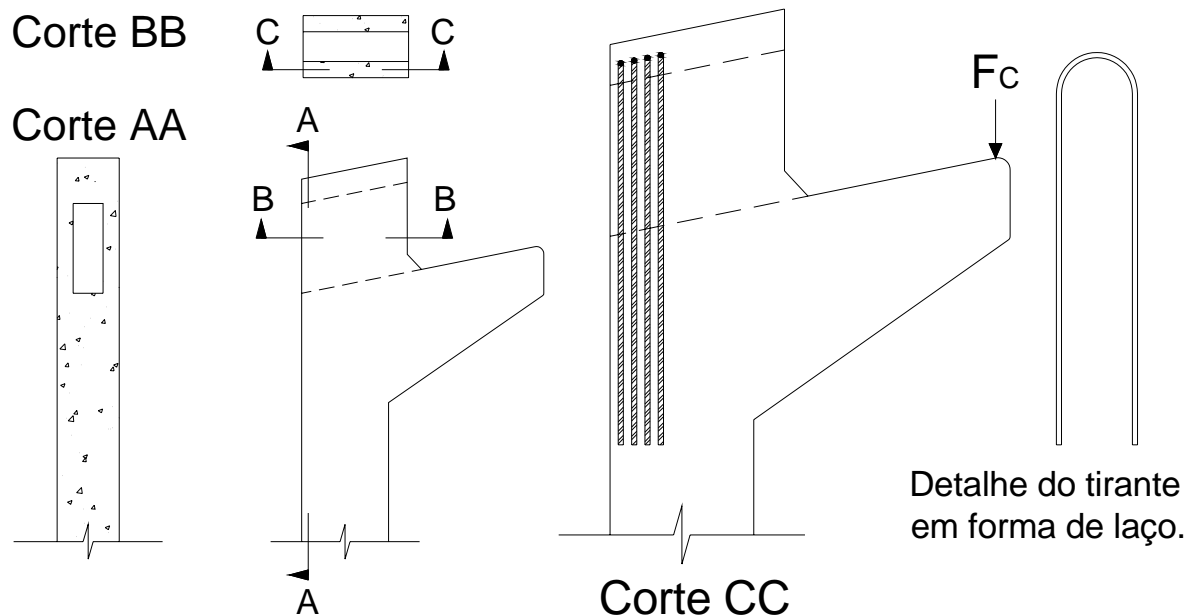
#### 4.6.2 – Ligação viga-pilar passante – exemplo 4.2

A análise da ligação viga-pilar passante será feita inicialmente para modelo que atende galpões com vãos variando entre 16 m e 20 m e seção do pilar 25 cm x 35 cm (exemplo 4.2).

A ligação viga-pilar passante é formada por um sistema de encaixe, onde a viga se encaixa em uma seção vazada no pilar. Essa seção vazada, muitas vezes chamada de capacete entre os projetistas, é posicionada acima do consolo, como mostra a Figura 4.10, em seus cortes AA e BB.



Nessa figura apresenta-se o corte CC onde é possível observar o binário da ligação para momento negativo. Tal binário é formado pela força de compressão no consolo ( $F_c$ ) e pela tração nos tirantes posicionados no capacete. Esses tirantes são de aço CA-50 cortados em forma de laço e posicionados para absorver a força de tração no capacete.



**FIGURA 4.10 – Ligação viga-pilar passante. Detalhe dos laços formando os tirantes para a formação do binário para resistir ao momento negativo – (Desenho esquemático sem escala).**

Para aplicação do modelo analítico de forma a avaliar a rigidez da ligação à flexão, será feita uma simplificação na configuração dos tirantes. Esses tirantes, como mostrados na Figura 4.10, serão considerados como um único chumbador, ou seja, um chumbador equivalente. Esse chumbador equivalente terá área de aço igual à soma das áreas dos tirantes e será posicionado a uma distância média (entre os tirantes).

Antes, contudo, será feito um cálculo para verificar se a parcela da deformabilidade ao alongamento dos tirantes é equivalente, considerando a soma da deformabilidade de cada tirante e considerando a deformabilidade do chumbador equivalente. Essa comparação será feita para deformabilidade após a fissuração do consolo ou da viga, ou seja,  $x_c = 0,1 \cdot l_e$ .

Além da parcela da deformabilidade ao alongamento, será comparado também o momento de plastificação da ligação ( $M_y$ ), conforme expressão 4.4.

A expressão 4.7 traz a parcela da deformabilidade à flexão relativa ao alongamento de uma perna de um laço de tirante.

$$D_{m,ch} = \frac{l_s}{A_{sb} \cdot E_s \cdot (l_e - 0,5 \cdot x_c) \cdot l_e} \quad (4.7)$$

$l_s$  = comprimento de contribuição de um perna do laço de tirante;

$l_s = l_0 + 0,7 \cdot l_{emb}$  – antes da fissuração, proposto por SOARES (1998);

$l_s = l_0 + l_{emb}$  – depois da fissuração, proposto por SOARES (1998);

$l_0$  = comprimento livre de uma perna do laço de tirante;

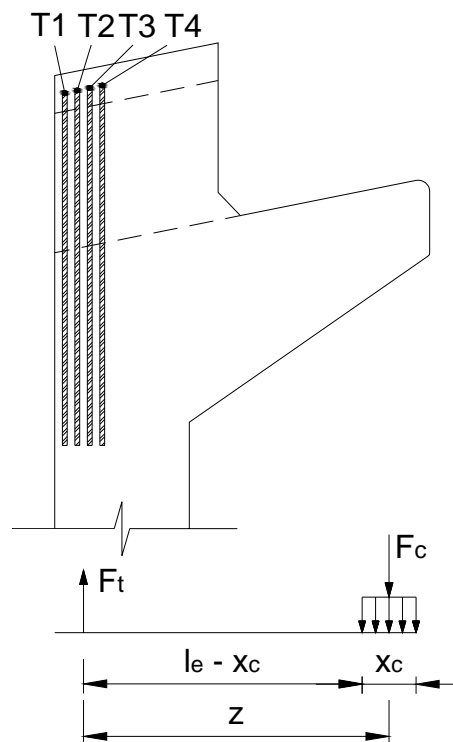
$l_{emb}$  = comprimento de embutimento de uma perna do laço de tirante;

$E_s$  = módulo de elasticidade longitudinal do aço.

Primeiramente será considerada a deformabilidade dos tirantes separadamente, conforme mostra a expressão 4.8 e a Figura 4.11.

$$D_{m,ch} = \frac{2 \cdot D_{m,T1} + 2 \cdot D_{m,T2} + 2 \cdot D_{m,T3} + 2 \cdot D_{m,T4}}{n^2} \quad (4.8)$$

$n$  = número de tirantes.



**FIGURA 4.11 – Posicionamento dos tirantes.**

A Tabela 4.6 apresenta os dados para o cálculo da deformabilidade, considerando os tirantes separadamente. Essa tabela mostra também o valor do momento de plastificação da ligação, calculado de acordo com a expressão 4.4. Foram adotados quatro laços de diâmetro 12,5 mm, aço CA-50, cada laço com dois diâmetros de 12,5 mm.

**TABELA 4.6 – Valores da ligação considerando os tirantes de maneira separada.**

DADOS	T1	T2	T3	T4
$l_0$ (cm)	40,0	40,0	40,0	40,0
$l_{emb}$ (cm)	50,0	50,0	50,0	50,0
$l_s$ (cm)	90,0	90,0	90,0	90,0
$E_s$ (kN/cm <sup>2</sup> )	21000	21000	21000	21000
$A_{sb}$ (cm <sup>2</sup> )	1,25	1,25	1,25	1,25
$l_e$ (cm)	91,0	88,0	85,0	82,0
$x_{c2}$ (cm)	9,1	8,8	8,5	8,2
$z = l_e - 0,5 \cdot x_{c2}$ (cm)	86,5	83,6	80,8	77,9
$D_m$ (rad/kN.m)	$4,3557 \cdot 10^{-5}$	$4,6604 \cdot 10^{-5}$	$4,9921 \cdot 10^{-5}$	$5,3674 \cdot 10^{-5}$
$D_{m,ch}$ (rad/kN.m)	$0,6055 \cdot 10^{-5}$			
$f_{yd}$ (kN/cm <sup>2</sup> )	43,5	43,5	43,5	43,5
$M_y$ (kN.m)	94,1	90,9	87,9	84,7
$M_y$ (kN.m)	357,6			

Agora será considerada a deformabilidade dos tirantes em conjunto, como sendo um chumbador equivalente. Para tal tem-se a expressão 4.9.

$$D_{m,ch} = D_{m,ch,eq} = 8 \cdot \left( \frac{l_{s,médio}}{A_{sb} \cdot E_s \cdot (l_e - 0,5 \cdot x_{c2})_{médio} \cdot l_{e,médio}} \right) \quad (4.9)$$

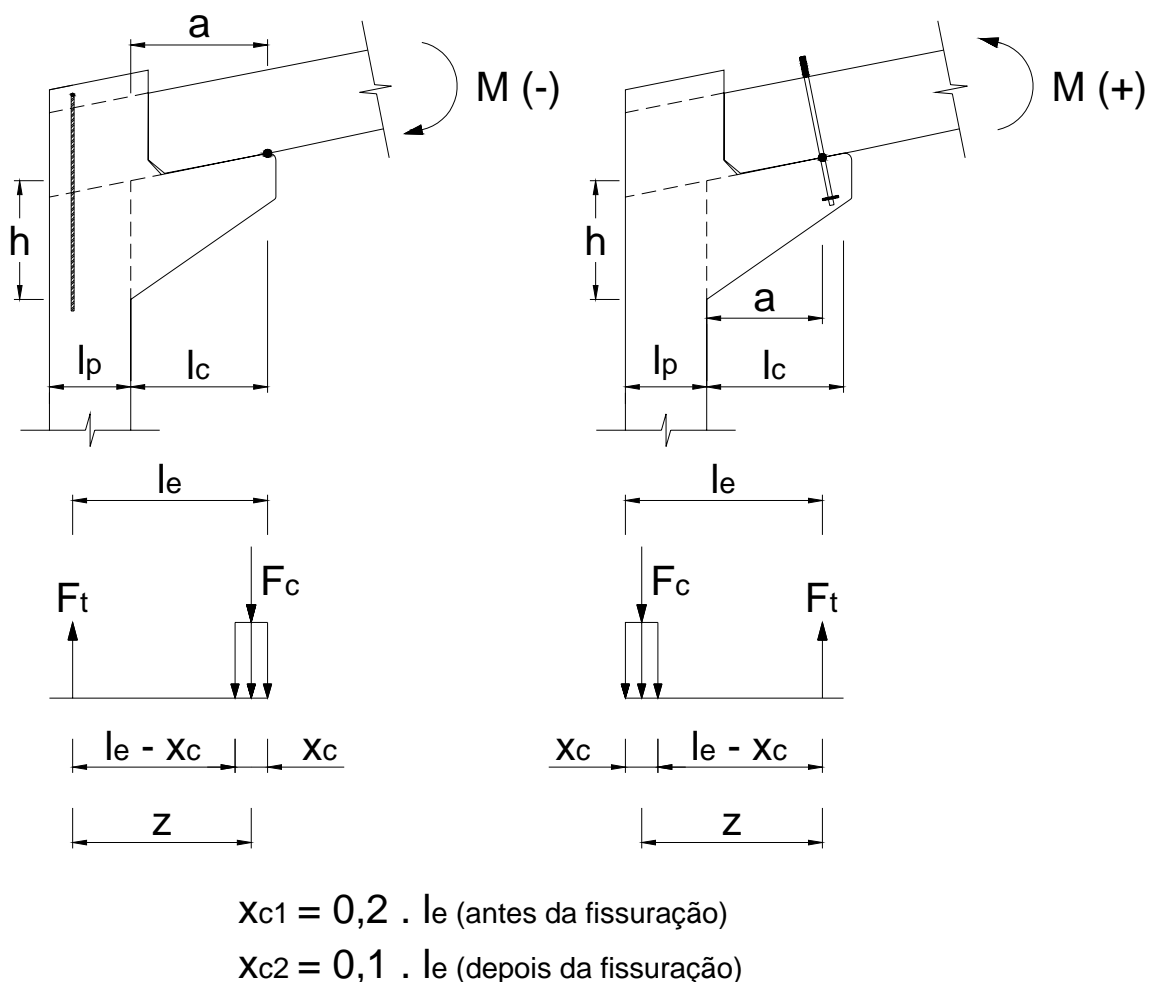
A Tabela 4.7 mostra os dados para o cálculo da deformabilidade considerando o chumbador equivalente. Essa tabela mostra também o valor do momento de plastificação da ligação. Foram mantidos quatro laços de diâmetro 12,5 mm, aço CA-50, cada laço com dois diâmetros de 12,5 mm, totalizando 10,0 cm<sup>2</sup>.

**TABELA 4.7 – Valores da ligação considerando chumbador equivalente.**

DADOS	ch,eq
$l_0$ (cm)	40,0
$l_{emb}$ (cm)	50,0
$l_{s,médio}$ (cm)	90,0
$E_s$ (kN/cm <sup>2</sup> )	21000
$A_{sb}$ (cm <sup>2</sup> )	8 . 1,25
$l_{e,médio}$ (cm)	86,4
$x_{c2,médio}$ (cm)	8,6
$z_{médio} = l_e - 0,5 \cdot x_{c2}$ (cm)	82,1
$D_{m,ch,eq}$ (rad/kN.m)	$0,6042 \cdot 10^{-5}$
$f_{yd}$ (kN/cm <sup>2</sup> )	43,5
$M_y$ (kN.m)	357,1

Comparando os resultados verifica-se que a diferença é pequena, tanto na deformabilidade dos tirantes, quanto no momento de plastificação. Para a deformabilidade tem-se um decréscimo de 0,2 % e para o momento de plastificação um decréscimo de 0,1%. Portanto a adoção de um chumbador equivalente constitui de uma boa simplificação.

O exemplo que segue, da análise da ligação viga-pilar passante, será feito para galpão com vão de 20 m. A análise dessa ligação é feita com base na Figura 4.12, e de acordo com as Tabelas 4.8 e 4.9. O índice 1 refere-se às situações antes da fissuração (da viga ou do consolo), enquanto que o índice 2, corresponde a fase posterior à fissuração.



**FIGURA 4.12 – Equilíbrio de forças do modelo analítico para ligação viga-pilar passante (exemplo 4.2).**

A Tabela 4.8 apresenta os dados e os cálculos necessários para a determinação da rigidez à flexão da ligação estudada. Foi utilizado  $f_{ck}=40$  MPa, aço CA50 para os tirantes e aço SAE 1020 para o chumbador. A seção do pilar tem 25 cm x 35 cm e o cobrimento é de 2,0 cm.

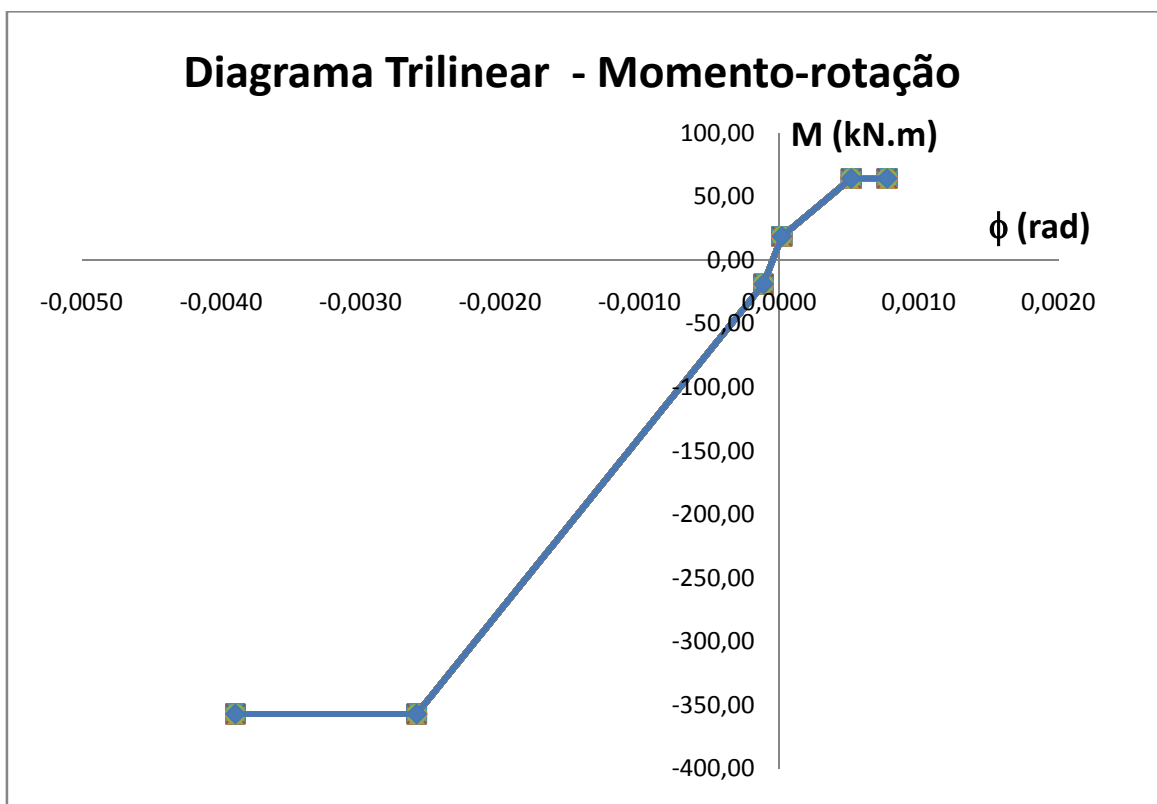
TABELA 4.8 – Cálculo da rigidez à flexão viga-pilar passante (exemplo 4.2).

M ( - )	M ( + )
<p style="text-align: center;"><b>Dados Iniciais</b></p> <p><math>a = 59,0 \text{ cm}</math>  <math>d = h - d' = 51 - 4 = 47,0 \text{ cm}</math>  <math>\frac{a}{d} = \frac{59}{47} = 1,26 \therefore \text{Consolo} \rightarrow \text{Flexão}</math>  <math>l_p = 35,0 \text{ cm}</math>  <math>l_c = 59,0 \text{ cm}</math>  <math>l_e = 86,4 \text{ cm}</math>  <math>x_{c1} = 0,2 \cdot 86,4 = 17,3 \text{ cm}</math>  <math>x_{c2} = 0,1 \cdot 86,4 = 8,6 \text{ cm}</math>  <math>z_1 = l_e - 0,5 \cdot x_{c1} = 86,4 - 8,6 = 77,8 \text{ cm}</math>  <math>z_2 = l_e - 0,5 \cdot x_{c2} = 86,4 - 4,3 = 82,1 \text{ cm}</math>  <math>l_0 = 40,0 \text{ cm}</math>  <math>l_0 = \text{comprimento do chumbador na viga}</math>  <math>l_{emb} = 50,0 \text{ cm}</math>  <math>l_{emb} = \text{embutimento no pilar}</math></p>	<p style="text-align: center;"><b>Dados Iniciais</b></p> <p><math>a = 50,0 \text{ cm}</math>  <math>d = h - d' = 51 - 4 = 47,0 \text{ cm}</math>  <math>\frac{a}{d} = \frac{50}{47} = 1,07 \therefore \text{Consolo} \rightarrow \text{Flexão}</math>  <math>l_p = 35,0 \text{ cm}</math>  <math>l_c = 59,0 \text{ cm}</math>  <math>l_e = 84,9 \text{ cm}</math>  <math>x_{c1} = 0,2 \cdot 84,9 = 17,0 \text{ cm}</math>  <math>x_{c2} = 0,1 \cdot 84,9 = 8,5 \text{ cm}</math>  <math>z_1 = l_e - 0,5 \cdot x_{c1} = 84,9 - 8,5 = 76,4 \text{ cm}</math>  <math>z_2 = l_e - 0,5 \cdot x_{c2} = 84,9 - 4,3 = 80,6 \text{ cm}</math>  <math>l_0 = 35,0 \text{ cm}</math>  <math>l_0 = \text{comprimento do chumbador na viga}</math>  <math>l_{emb} = 17,0 \text{ cm}</math>  <math>l_{emb} = \text{embutimento no pilar}</math></p>
<b>Momento de Fissuração</b>	
$M_r \leq \begin{cases} M_{r,viga} \\ M_{r,consolo} \end{cases} \rightarrow M_r = \frac{\alpha \cdot f_{ct} \cdot I_c}{y_t}$ <p><math>f_{ct} = f_{ctk,inf} = 0,21 \cdot f_{ck}^{2/3} = 0,21 \cdot 40^{2/3} = 2,456 \text{ MPa} - \text{formação de fissuras}</math>  <math>f_{ct} = 0,2456 \text{ kN/cm}^2</math></p> <p><i>Viga – seção retangular</i>  <math>\alpha = 1,5</math>  <math>I_c = 89323 \text{ cm}^4</math>  <math>y_t = 17,5 \text{ cm}</math>  <math>M_{r,viga} = 1880,38 \text{ kN.cm} = 18,80 \text{ kN.m}</math></p> <p><i>Consolo – seção retangular</i>  <math>\alpha = 1,5</math>  <math>I_c = 276356 \text{ cm}^4</math>  <math>y_t = 25,5 \text{ cm}</math>  <math>M_{r,consolo} = 3992,53 \text{ kN.cm} = 39,92 \text{ kN.m}</math></p> <p><math>M_r = 18,80 \text{ kN.m}</math></p>	
<b>Momento de Plastificação</b>	<b>Momento de Plastificação</b>
$M_y = f_{yb} \cdot A_{sb} \cdot (l_e - 0,5 \cdot x_c) = f_{yb} \cdot A_{sb} \cdot z_2$ <p><math>f_{yd} = 435 \text{ MPa} = 43,5 \text{ kN/cm}^2 - \text{CA50}</math>  <math>A_{sb} = 8 \cdot 1,25 \text{ cm}^2 - \text{tirantes } 8 \phi 12,5 \text{ mm}</math></p> <p><math>M_y = f_{yd} \cdot A_{sb} \cdot z_2 = 43,5 \cdot 8 \cdot 1,25 \cdot 82,1</math>  <math>M_y = 35713 \text{ kN.cm} = 357,1 \text{ kN.m}</math></p>	$M_y = f_{yb} \cdot A_{sb} \cdot (l_e - 0,5 \cdot x_c) = f_{yb} \cdot A_{sb} \cdot z_2$ <p><math>f_{yb} = 210 \text{ MPa} = 21 \text{ kN/cm}^2 - \text{SAE 1020}</math>  <math>A_{sb} = 3,8 \text{ cm}^2 - \text{chumbador } \phi = 22,0 \text{ mm}</math></p> <p><math>M_y = f_{yb} \cdot A_{sb} \cdot z_2 = 21 \cdot 3,8 \cdot 80,6</math>  <math>M_y = 6432 \text{ kN.cm} = 64,3 \text{ kN.m}</math></p>

TABELA 4.8 – Continuação.

M ( - )	M ( + )
<b>Cálculo da rigidez à flexão</b>	<b>Cálculo da rigidez à flexão</b>
$D_m = \frac{1}{K_m} = D_{m,ch,eq} + D_{m,vc}$	$D_m = \frac{1}{K_m} = D_{m,ch} + D_{m,vc}$
<i>D<sub>m,ch,eq</sub> – alongamento do chumbador</i>	<i>D<sub>m,ch</sub> – alongamento do chumbador</i>
$D_{m,ch,eq} = \left( \frac{l_s}{A_{sb} \cdot E_s \cdot (l_e - 0,5 \cdot x_c) \cdot l_e} \right)$	$D_{m,ch} = \left( \frac{l_s}{A_{sb} \cdot E_s \cdot (l_e - 0,5 \cdot x_c) \cdot l_e} \right)$
$D_{m,ch,eq} = \left( \frac{l_s}{A_{sb} \cdot E_s \cdot z \cdot l_e} \right)$	$D_{m,ch} = \left( \frac{l_s}{A_{sb} \cdot E_s \cdot z \cdot l_e} \right)$
$l_{s1} = l_0 + 0,7 \cdot l_{emb} = 40 + 0,7 \cdot 50 = 75 \text{ cm}$	$l_{s1} = l_0 + 0,7 \cdot l_{emb} = 35 + 0,7 \cdot 17 = 47 \text{ cm}$
$l_{s2} = l_0 + l_{emb} = 40 + 50 = 90 \text{ cm}$	$l_{s2} = l_0 + l_{emb} = 35 + 17 = 52 \text{ cm}$
$E_s = 210000 \text{ MPa} = 21000 \text{ kN/cm}^2$	$E_s = 210000 \text{ MPa} = 21000 \text{ kN/cm}^2$
$D_{m,ch,eq,1} = \frac{l_{s1}}{A_{sb} \cdot E_s \cdot z_1 \cdot l_e}$	$D_{m,ch,1} = \frac{l_{s1}}{A_{sb} \cdot E_s \cdot z_1 \cdot l_e}$
$D_{m,ch,eq,1} = \frac{75}{8 \cdot 1,25 \cdot 21000 \cdot 77,8 \cdot 86,4}$	$D_{m,ch,1} = \frac{47}{3,8 \cdot 21000 \cdot 76,4 \cdot 84,9}$
$D_{m,ch,eq,1} = 0,5313 \cdot 10^{-5} \text{ rad/kN.m}$	$D_{m,ch,1} = 0,9080 \cdot 10^{-5} \text{ rad/kN.m}$
$D_{m,ch,eq,2} = \frac{l_{s2}}{A_{sb} \cdot E_s \cdot z_2 \cdot l_e}$	$D_{m,ch,2} = \frac{l_{s2}}{A_{sb} \cdot E_s \cdot z_2 \cdot l_e}$
$D_{m,ch,eq,2} = \frac{90}{8 \cdot 1,25 \cdot 21000 \cdot 82,1 \cdot 86,4}$	$D_{m,ch,2} = \frac{52}{3,8 \cdot 21000 \cdot 80,6 \cdot 84,9}$
$D_{m,ch,eq,2} = 0,6042 \cdot 10^{-5} \text{ rad/kN.m}$	$D_{m,ch,2} = 0,9523 \cdot 10^{-5} \text{ rad/kN.m}$
<i>D<sub>m,vc</sub> – flexão viga / consolo</i>	<i>D<sub>m,vc</sub> – flexão viga / consolo</i>
$D_{m,vc} = \frac{D_{njs}}{(l_e - 0,5 \cdot x_c) \cdot x_c \cdot b \cdot l_e}$	$D_{m,vc} = \frac{D_{njs}}{(l_e - 0,5 \cdot x_c) \cdot x_c \cdot b \cdot l_e}$
$D_{m,vc} = \frac{D_{njs}}{z \cdot x_c \cdot b \cdot l_e}$	$D_{m,vc} = \frac{D_{njs}}{z \cdot x_c \cdot b \cdot l_e}$
$D_{njs} = 0,2 \cdot 10^{-4} \text{ m/MPa} = 0,02 \text{ cm}^3/\text{kN}$	$D_{njs} = 0,2 \cdot 10^{-4} \text{ m/MPa}$
$D_{m,vc,1} = \frac{D_{njs}}{z_1 \cdot x_{c1} \cdot b \cdot l_e}$	$D_{m,vc,1} = \frac{D_{njs}}{z_1 \cdot x_{c1} \cdot b \cdot l_e}$
$D_{m,vc,1} = \frac{0,02}{77,8 \cdot 17,3 \cdot 25 \cdot 86,4}$	$D_{m,vc,1} = \frac{0,02}{76,4 \cdot 17 \cdot 25 \cdot 84,9}$
$D_{m,vc,1} = 0,0688 \cdot 10^{-5} \text{ rad/kN.m}$	$D_{m,vc,1} = 0,0726 \cdot 10^{-5} \text{ rad/kN.m}$
$D_{m,vc,2} = \frac{D_{njs}}{z_2 \cdot x_{c2} \cdot b \cdot l_e}$	$D_{m,vc,2} = \frac{D_{njs}}{z_2 \cdot x_{c2} \cdot b \cdot l_e}$
$D_{m,vc,2} = \frac{0,02}{82,1 \cdot 8,6 \cdot 25 \cdot 86,4}$	$D_{m,vc,2} = \frac{0,02}{80,6 \cdot 8,5 \cdot 25 \cdot 84,9}$
$D_{m,vc,2} = 0,1311 \cdot 10^{-5} \text{ rad/kN.m}$	$D_{m,vc,2} = 0,1375 \cdot 10^{-5} \text{ rad/kN.m}$
$K_{m,1} = 166639 \text{ kN.m/rad}$	$K_{m,1} = 101978 \text{ kN.m/rad}$
$K_{m,2} = 135999 \text{ kN.m/rad}$	$K_{m,2} = 91760 \text{ kN.m/rad}$

A Figura 4.13 mostra o diagrama momento-rotação, de acordo com os cálculos da Tabela 4.8.



**FIGURA 4.13 – Diagrama momento-rotação para o exemplo: ligação viga-pilar passante (exemplo 4.2).**

Na Figura 4.13 a rotação correspondente ao momento de fissuração positivo ( $M_r = 18,8$  kN.m) equivale a  $0,184 \cdot 10^{-4}$  rad, enquanto que para momento de fissuração negativo ( $M_r = -18,8$  kN.m),  $-1,128 \cdot 10^{-4}$  rad.

Para o momento de plastificação positivo ( $M_y = 64,3$  kN.m) a rotação, vale  $5,149 \cdot 10^{-4}$  rad. Para momento de plastificação negativo ( $M_y = -357,1$  kN.m) a rotação equivale a  $-25,999 \cdot 10^{-4}$  rad.

Para a consideração da ligação semi-rígida com comportamento rígido, semi-rígido ou articulado, tem-se a Tabela 4.9. Nos cálculos seguintes, o valor de  $K_{sec}$  na fórmula do fator de restrição,  $\alpha_R$ , será tomado como sendo os valores de  $K_m$ , obtidos nos cálculos da Tabela 4.8.

O momento de inércia da viga foi calculado como sendo o valor médio entre cinco seções, uma vez que a viga possui seção com altura variável (ao longo de seu comprimento).

O vão efetivo foi tomado como sendo a distância entre os pontos de giro dos apoios da viga, ou seja, a distância entre o ponto de giro na ligação viga-pilar e o ponto de giro na ligação viga-viga (cumeeira).

**TABELA 4.9 – Análise do comportamento da ligação viga-pilar passante (exemplo 4.2).**

<b>M ( - )</b>	<b>M ( + )</b>
<b>Fator de restrição à rotação – NBR 9062:2006</b>	<b>Fator de restrição à rotação – NBR 9062:2006</b>
$\alpha_R = \frac{1}{1 + \frac{3 \cdot (EI)_{sec}}{K_{sec} \cdot L_{ef}}}$	$\alpha_R = \frac{1}{1 + \frac{3 \cdot (EI)_{sec}}{K_{sec} \cdot L_{ef}}}$
$E_{sec} = 0,85 \cdot 5600 \cdot 40^{1/2} = 30105 \text{ MPa}$ $E_{sec} = 3010 \text{ kN/cm}^2$	$E_{sec} = 0,85 \cdot 5600 \cdot 40^{1/2} = 30105 \text{ MPa}$ $E_{sec} = 3010 \text{ kN/cm}^2$
$I_{viga} = 34086 \text{ cm}^4$ – valor médio $(EI)_{sec} = 10260 \text{ kN.m}^2$	$I_{viga} = 34086 \text{ cm}^4$ – valor médio $(EI)_{sec} = 10260 \text{ kN.m}^2$
$L_{ef} = 9,25 \text{ m}$ – medido até a cumeeira	$L_{ef} = 9,35 \text{ m}$ – medido até a cumeeira
$\alpha_{R1} = \frac{1}{1 + \frac{3 \cdot 10260}{166639 \cdot 9,25}} = 0,980$	$\alpha_{R1} = \frac{1}{1 + \frac{3 \cdot 10260}{101978 \cdot 9,35}} = 0,969$
$\alpha_{R2} = \frac{1}{1 + \frac{3 \cdot 10260}{135999 \cdot 9,25}} = 0,976$	$\alpha_{R2} = \frac{1}{1 + \frac{3 \cdot 10260}{91760 \cdot 9,35}} = 0,965$
$\alpha_{R1}$ e $\alpha_{R2} \geq 0,85$ – comportamento rígido	$\alpha_{R1}$ e $\alpha_{R2} \geq 0,85$ – comportamento rígido
<b>Critério conforme EL DEBS (2000)</b>	<b>Critério conforme EL DEBS (2000)</b>
$\frac{(EI)_{sec}}{2 \cdot L_{ef}} = \frac{10260}{2 \cdot 9,25} = 555 \text{ kN.m/rad}$	$\frac{(EI)_{sec}}{2 \cdot L_{ef}} = \frac{10260}{2 \cdot 9,35} = 549 \text{ kN.m/rad}$
$\frac{8 \cdot (EI)_{sec}}{L_{ef}} = \frac{8 \cdot 10260}{9,25} = 8874 \text{ kN.m/rad}$	$\frac{8 \cdot (EI)_{sec}}{L_{ef}} = \frac{8 \cdot 10260}{9,35} = 8779 \text{ kN.m/rad}$
$K_{m,1} = 166639 \text{ kN.m/rad}$ $K_{m,2} = 135999 \text{ kN.m/rad}$	$K_{m,1} = 101978 \text{ kN.m/rad}$ $K_{m,2} = 91760 \text{ kN.m/rad}$
$K_{m,1}$ e $K_{m,2} \geq 8874$ – comport. rígido	$K_{m,1}$ e $K_{m,2} \geq 8779$ – comport. rígido

Nas Tabelas 4.10 e 4.11 são apresentados resultados para galpão com ligação viga-pilar passante, para vãos variando entre 16 m e 20 m. Essa tabela traz, também, variações no diâmetro do chumbador e na quantidade (n) de tirantes.

São utilizados chumbadores com os seguintes diâmetros: 16 mm, 19 mm e 22 mm, todos em aço SAE 1020. Para os tirantes serão dois, três e quatro laços, todos com diâmetro de 12,5 mm, aço CA50.



É mantido o  $f_{ck}$  igual a 40 MPa e junta seca entre a viga e o consolo, com o valor de  $0,2 \cdot 10^{-4}$  m/MPa para deformabilidade à compressão. Todos os demais valores foram mantidos iguais aos mostrados nas Tabelas 4.8 e 4.9.

A Tabela 4.10 mostra apenas resultados para momento fletor negativo e maior que o de fissuração do elemento fletido (viga ou consolo). A Tabela 4.11 apresenta resultados para momento fletor positivo, também maior que o de fissuração do elemento fletido.

**TABELA 4.10 – Análise da ligação viga-pilar passante (exemplo 4.2), variando o vão da edificação e também o número de tirantes – MOMENTO FLETOR NEGATIVO.**

Vão (m)	Momento Fletor Negativo								
	n	$M_r$ (kN.m)	$M_y$ (kN.m)	$K_{m2}$ (kN.m/rad)	CRITÉRIO NORMA		CRITÉRIO EL DEBS (2000)		
					$\alpha_{R2}$	Ligação	$EI / 2l$ (kN.m/rad)	$8EI / l$ (kN.m/rad)	Ligação
16	4		178,52	74670	0,938	rígida	831	13291	rígida
	6	18,80	267,79	106799	0,955	rígida			rígida
	8		357,10	135999	0,965	rígida			rígida
17	4		178,52	74670	0,943	rígida	750	12003	rígida
	6	18,80	267,79	106799	0,960	rígida			rígida
	8		357,10	135999	0,968	rígida			rígida
18	4		178,52	74670	0,948	rígida	680	10880	rígida
	6	18,80	267,79	106799	0,963	rígida			rígida
	8		357,10	135999	0,971	rígida			rígida
19	4		178,52	74670	0,953	rígida	614	9817	rígida
	6	18,80	267,79	106799	0,967	rígida			rígida
	8		357,10	135999	0,974	rígida			rígida
20	4		178,52	74670	0,957	rígida	555	8875	rígida
	6	18,80	267,79	106799	0,970	rígida			rígida
	8		357,10	135999	0,976	rígida			rígida

A resistência da ligação ao momento fletor corresponde ao momento de plastificação. Para a ligação submetida a momento fletor negativo, os valores resistentes para os três números de tirantes usados (4  $\phi$  12,5 mm, 6  $\phi$  12,5 mm e 8  $\phi$  12,5 mm) foram respectivamente: 178,52 kN.m; 267,79 kN.m e 357,10 kN.m.

Para a ligação submetida a momento fletor positivo, os valores resistentes para os três diâmetros de chumbadores usados foram: 34,00 kN.m para  $\phi_{ch} = 16$  mm; 48,10 kN.m para  $\phi_{ch} = 19$  mm e 64,30 kN.m para  $\phi_{ch} = 22$  mm.

**TABELA 4.11 – Análise da ligação viga-pilar passante (exemplo 4.2), variando o vão da edificação e o diâmetro do chumbador – MOMENTO FLETOR POSITIVO.**

Vão (m)	Momento Fletor Positivo								
	$\varnothing_{ch}$ (mm)	$M_r$ (kN.m)	$M_y$ (kN.m)	$K_{m2}$ (kN.m/rad)	CRITÉRIO NORMA		CRITÉRIO EL DEBS (2000)		
					$\alpha_{R2}$	Ligação	EI / 2I (kN.m/rad)	8EI / I (kN.m/rad)	Ligação
16	16		34,00	51359	0,913	rígida	819	13110	rígida
	19	18,80	48,10	70510	0,935	rígida			rígida
	22		64,30	91760	0,949	rígida			rígida
17	16		34,00	51359	0,920	rígida	741	11850	rígida
	19	18,80	48,10	70510	0,941	rígida			rígida
	22		64,30	91760	0,954	rígida			rígida
18	16		34,00	51359	0,927	rígida	672	10750	rígida
	19	18,80	48,10	70510	0,946	rígida			rígida
	22		64,30	91760	0,958	rígida			rígida
19	16		34,00	51359	0,934	rígida	607	9706	rígida
	19	18,80	48,10	70510	0,951	rígida			rígida
	22		64,30	91760	0,962	rígida			rígida
20	16		34,00	51359	0,940	rígida	549	8780	rígida
	19	18,80	48,10	70510	0,955	rígida			rígida
	22		64,30	91760	0,965	rígida			rígida

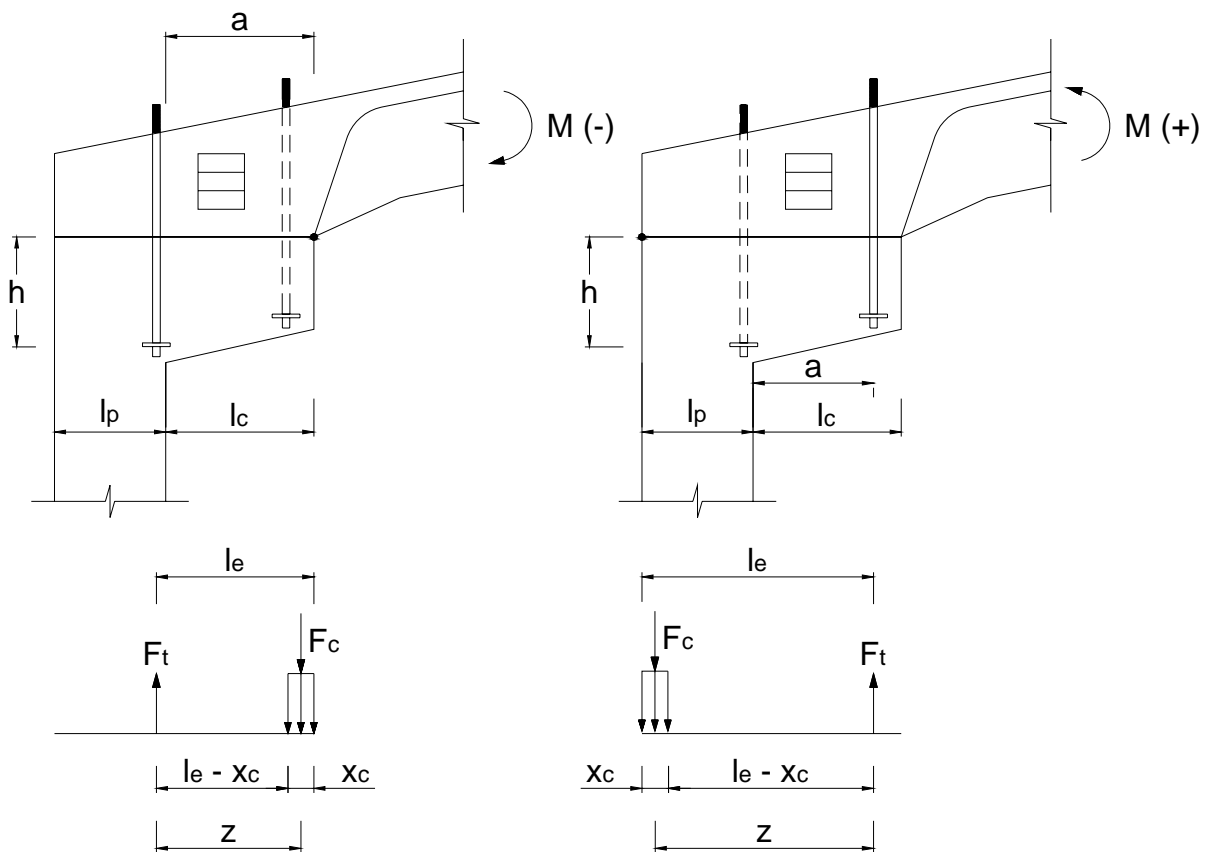
Os resultados encontrados mostram que, para os exemplos utilizados, as ligações viga-pilar do pórtico passante apresentaram comportamento rígido. Como já era esperado, os resultados apontam que diminuindo-se o vão da edificação, a ligação aproxima-se de uma ligação semi-rígida. Além disso, diminuindo-se o diâmetro do chumbador, diminui-se a rigidez da ligação e conseqüentemente a ligação se aproxima de uma ligação semi-rígida.

#### 4.6.3 – Ligação viga-pilar com chumbador e consolo horizontal – exemplo 4.3

A análise da ligação viga-pilar com chumbador e consolo horizontal será feita para modelo que atende galpões com vãos variando entre 26 m e 30 m e seção do pilar 30 cm x 60 cm. Será feito exemplo detalhado para galpão com vão de 30 m (exemplo 4.3).

Para tal tem-se a Figura 4.14 e as Tabelas 4.12 e 4.13. Novamente o índice 1 refere-se às situações antes da fissuração (da viga ou do consolo), enquanto que o índice 2, posterior à fissuração.

A Tabela 4.12 apresenta os dados e os cálculos necessários para a determinação da rigidez à flexão da ligação estudada. A Figura 4.15 mostra o diagrama momento-rotação, de acordo com os cálculos da Tabela 4.12. Foi utilizado  $f_{ck}=40$  MPa, aço SAE 1020 para o chumbador e cobertura 2,0 cm.



$$x_{c1} = 0,2 \cdot l_e \text{ (antes da fissuração)}$$

$$x_{c2} = 0,1 \cdot l_e \text{ (depois da fissuração)}$$

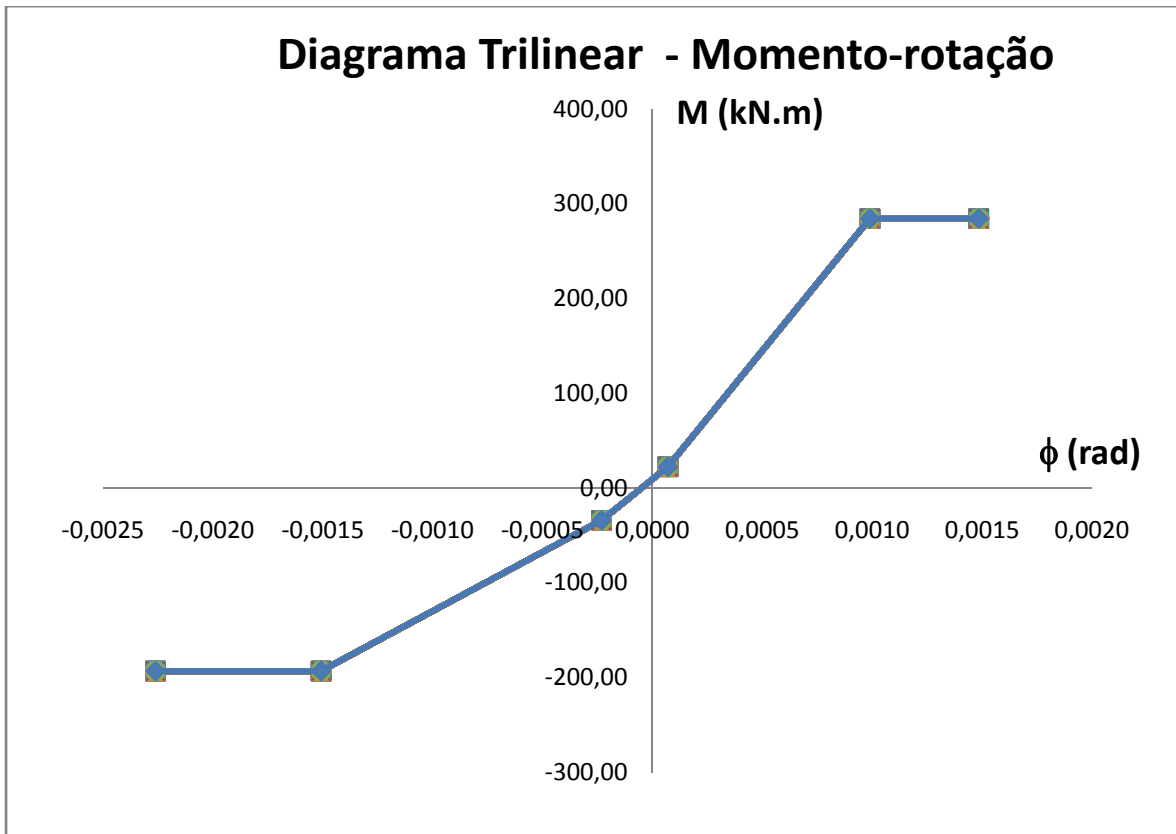
**FIGURA 4.14 – Equilíbrio de forças do modelo analítico para ligação viga-pilar com chumbadores e consolo horizontal (exemplo 4.3).**

**TABELA 4.12 – Cálculo da rigidez à flexão viga-pilar com chumbadores e consolo horizontal (exemplo 4.3).**

<b>M ( - )</b>	<b>M ( + )</b>
<b>Dados Iniciais</b>	<b>Dados Iniciais</b>
$a = 80 \text{ cm}$ $d = h - d' = 68 - 4 = 64 \text{ cm}$ $\frac{a}{d} = \frac{80}{64} = 1,25 \therefore \text{Consolo} \rightarrow \text{Flexão}$ $l_p = 60 \text{ cm}$ $l_c = 80 \text{ cm}$ $l_e = 85 \text{ cm}$ $x_{c1} = 0,2 \cdot 85 = 17 \text{ cm}$ $x_{c2} = 0,1 \cdot 85 = 8,5 \text{ cm}$ $z_1 = l_e - 0,5 \cdot x_{c1} = 85 - 8,5 = 76,5 \text{ cm}$ $z_2 = l_e - 0,5 \cdot x_{c2} = 85 - 4,3 = 80,7 \text{ cm}$ $l_0 = 56 \text{ cm}$ $l_0 = \text{comprimento do chumbador na viga}$ $l_{emb} = 57 \text{ cm}$ $l_{emb} = \text{embutimento no pilar}$	$a = 65 \text{ cm}$ $d = h - d' = 68 - 4 = 64 \text{ cm}$ $\frac{a}{d} = \frac{65}{64} = 1,02 \therefore \text{Consolo} \rightarrow \text{Flexão}$ $l_p = 60 \text{ cm}$ $l_c = 80 \text{ cm}$ $l_e = 125 \text{ cm}$ $x_{c1} = 0,2 \cdot 125 = 25 \text{ cm}$ $x_{c2} = 0,1 \cdot 125 = 12,5 \text{ cm}$ $z_1 = l_e - 0,5 \cdot x_{c1} = 125 - 12,5 = 112,5 \text{ cm}$ $z_2 = l_e - 0,5 \cdot x_{c2} = 125 - 6,3 = 118,7 \text{ cm}$ $l_0 = 70 \text{ cm}$ $l_0 = \text{comprimento do chumbador na viga}$ $l_{emb} = 42 \text{ cm}$ $l_{emb} = \text{embutimento no pilar}$
<b>Momento de Fissuração</b>	
$M_r \leq \begin{cases} M_{r,viga} \\ M_{r,consolo} \end{cases} \rightarrow M_r = \frac{\alpha \cdot f_{ct} \cdot I_c}{y_t}$	
$f_{ct} = f_{ctk,inf} = 0,21 \cdot f_{ck}^{2/3} = 0,21 \cdot 40^{2/3} = 2,456 \text{ MPa} - \text{formação de fissuras}$ $f_{ct} = 0,2456 \text{ kN/cm}^2$	
<b>Viga – seção T</b>	<b>Viga – seção T (invertido)</b>
$\alpha = 1,2$ $I_c = 275417 \text{ cm}^4$ $y_t = 23,75 \text{ cm}$ $M_{r,viga} = 3417 \text{ kN.cm} = 34,17 \text{ kN.m}$  $M_r = 34,17 \text{ kN.m}$	$\alpha = 1,2$ $I_c = 275417 \text{ cm}^4$ $y_t = 36,25 \text{ cm}$ $M_{r,viga} = 2239 \text{ kN.cm} = 22,39 \text{ kN.m}$  $M_r = 22,39 \text{ kN.m}$
<b>Momento de Plastificação</b>	<b>Momento de Plastificação</b>
$M_y = f_{yb} \cdot A_{sb} \cdot (l_e - 0,5 \cdot x_c) = f_{yb} \cdot A_{sb} \cdot z_2$  $f_{yd} = 210 \text{ MPa} = 21 \text{ kN/cm}^2 - \text{SAE 1020}$ $A_{sb} = 11,4 \text{ cm}^2 - \text{chumbador } \phi = 38,1 \text{ mm}$  $M_y = f_{yd} \cdot A_{sb} \cdot z_2 = 21 \cdot 11,4 \cdot 80,7$ $M_y = 19320 \text{ kN.cm} = 193,2 \text{ kN.m}$	$M_y = f_{yb} \cdot A_{sb} \cdot (l_e - 0,5 \cdot x_c) = f_{yb} \cdot A_{sb} \cdot z_2$  $f_{yb} = 210 \text{ MPa} = 21 \text{ kN/cm}^2 - \text{SAE 1020}$ $A_{sb} = 11,4 \text{ cm}^2 - \text{chumbador } \phi = 38,1 \text{ mm}$  $M_y = f_{yb} \cdot A_{sb} \cdot z_2 = 21 \cdot 11,4 \cdot 118,7$ $M_y = 28417 \text{ kN.cm} = 284,2 \text{ kN.m}$

TABELA 4.12 – Continuação.

M ( - )	M ( + )
<b>Cálculo da rigidez à flexão</b>	<b>Cálculo da rigidez à flexão</b>
$D_m = \frac{1}{K_m} = D_{m,ch} + D_{m,vc}$	$D_m = \frac{1}{K_m} = D_{m,ch} + D_{m,vc}$
<i>D<sub>m,ch</sub> – alongamento do chumbador</i>	<i>D<sub>m,ch</sub> – alongamento do chumbador</i>
$D_{m,ch} = \left( \frac{l_s}{A_{sb} \cdot E_s \cdot (l_e - 0,5 \cdot x_c) \cdot l_e} \right)$	$D_{m,ch} = \left( \frac{l_s}{A_{sb} \cdot E_s \cdot (l_e - 0,5 \cdot x_c) \cdot l_e} \right)$
$D_{m,ch} = \left( \frac{l_s}{A_{sb} \cdot E_s \cdot z \cdot l_e} \right)$	$D_{m,ch} = \left( \frac{l_s}{A_{sb} \cdot E_s \cdot z \cdot l_e} \right)$
$l_{s1} = l_0 + 0,7 \cdot l_{emb} = 56 + 0,7 \cdot 57 = 95,9 \text{ cm}$	$l_{s1} = l_0 + 0,7 \cdot l_{emb} = 70 + 0,7 \cdot 42 = 99,4 \text{ cm}$
$l_{s2} = l_0 + l_{emb} = 56 + 57 = 113 \text{ cm}$	$l_{s2} = l_0 + l_{emb} = 70 + 42 = 112 \text{ cm}$
$E_s = 210000 \text{ MPa} = 21000 \text{ kN/cm}^2$	$E_s = 210000 \text{ MPa} = 21000 \text{ kN/cm}^2$
$D_{m,ch,1} = \frac{l_{s1}}{A_{sb} \cdot E_s \cdot z_1 \cdot l_e}$	$D_{m,ch,1} = \frac{l_{s1}}{A_{sb} \cdot E_s \cdot z_1 \cdot l_e}$
$D_{m,ch,1} = \frac{95,9}{11,4 \cdot 21000 \cdot 76,5 \cdot 85}$	$D_{m,ch,1} = \frac{99,4}{11,4 \cdot 21000 \cdot 112,5 \cdot 125}$
$D_{m,ch,1} = 0,6160 \cdot 10^{-5} \text{ rad/kN.m}$	$D_{m,ch,1} = 0,2953 \cdot 10^{-5} \text{ rad/kN.m}$
$D_{m,ch,2} = \frac{l_{s2}}{A_{sb} \cdot E_s \cdot z_2 \cdot l_e}$	$D_{m,ch,2} = \frac{l_{s2}}{A_{sb} \cdot E_s \cdot z_2 \cdot l_e}$
$D_{m,ch,2} = \frac{113}{11,4 \cdot 21000 \cdot 80,7 \cdot 85}$	$D_{m,ch,2} = \frac{112}{11,4 \cdot 21000 \cdot 118,7 \cdot 125}$
$D_{m,ch,2} = 0,6881 \cdot 10^{-5} \text{ rad/kN.m}$	$D_{m,ch,2} = 0,3153 \cdot 10^{-5} \text{ rad/kN.m}$
<i>D<sub>m,vc</sub> – flexão viga / consolo</i>	<i>D<sub>m,vc</sub> – flexão viga / consolo</i>
$D_{m,vc} = \frac{D_{njs}}{(l_e - 0,5 \cdot x_c) \cdot x_c \cdot b \cdot l_e}$	$D_{m,vc} = \frac{D_{njs}}{(l_e - 0,5 \cdot x_c) \cdot x_c \cdot b \cdot l_e}$
$D_{m,vc} = \frac{D_{njs}}{z \cdot x_c \cdot b \cdot l_e}$	$D_{m,vc} = \frac{D_{njs}}{z \cdot x_c \cdot b \cdot l_e}$
$D_{njs} = 0,2 \cdot 10^{-4} \text{ m/MPa} = 0,02 \text{ cm}^3/\text{kN}$	$D_{njs} = 0,2 \cdot 10^{-4} \text{ m/MPa} = 0,02 \text{ cm}^3/\text{kN}$
$D_{m,vc,1} = \frac{D_{njs}}{z_1 \cdot x_{c1} \cdot b \cdot l_e}$	$D_{m,vc,1} = \frac{D_{njs}}{z_1 \cdot x_{c1} \cdot b \cdot l_e}$
$D_{m,vc,1} = \frac{0,02}{76,5 \cdot 17 \cdot 30 \cdot 85}$	$D_{m,vc,1} = \frac{0,02}{112,5 \cdot 25 \cdot 30 \cdot 125}$
$D_{m,vc,1} = 0,0603 \cdot 10^{-5} \text{ rad/kN.m}$	$D_{m,vc,1} = 0,0190 \cdot 10^{-5} \text{ rad/kN.m}$
$D_{m,vc,2} = \frac{D_{njs}}{z_2 \cdot x_{c2} \cdot b \cdot l_e}$	$D_{m,vc,2} = \frac{D_{njs}}{z_2 \cdot x_{c2} \cdot b \cdot l_e}$
$D_{m,vc,2} = \frac{0,02}{80,7 \cdot 8,5 \cdot 30 \cdot 85}$	$D_{m,vc,2} = \frac{0,02}{118,7 \cdot 12,5 \cdot 30 \cdot 125}$
$D_{m,vc,2} = 0,1143 \cdot 10^{-5} \text{ rad/kN.m}$	$D_{m,vc,2} = 0,0359 \cdot 10^{-5} \text{ rad/kN.m}$
$K_{m,1} = 147863 \text{ kN.m/rad}$	$K_{m,1} = 318167 \text{ kN.m/rad}$
$K_{m,2} = 124626 \text{ kN.m/rad}$	$K_{m,2} = 284738 \text{ kN.m/rad}$



**FIGURA 4.15 – Diagrama momento-rotação para o exemplo: ligação viga-pilar com chumbadores e consolo horizontal (exemplo 4.3).**

Na Figura 4.15 a rotação correspondente ao momento de fissuração positivo ( $M_r = 22,39$  kN.m) equivale a  $0,704 \cdot 10^{-4}$  rad, enquanto que para momento de fissuração negativo ( $M_r = -34,17$  kN.m),  $-2,312 \cdot 10^{-4}$  rad.

Para o momento de plastificação positivo ( $M_y = 284,2$  kN.m) a rotação, vale  $9,900 \cdot 10^{-4}$  rad. Para momento de plastificação negativo ( $M_y = -193,2$  kN.m) a rotação equivale a  $-15,081 \cdot 10^{-4}$  rad.

Para a consideração da ligação semi-rígida com comportamento rígido, semi-rígido ou articulado, tem-se a Tabela 4.13. Nos cálculos seguintes os valores de  $K_{sec}$  na fórmula do fator de restrição,  $\alpha_R$ , serão considerados como sendo os valores de  $K_m$ , obtidos nos cálculos da Tabela 4.12.

O vão efetivo foi considerado como sendo a distância entre os pontos de giro dos apoios da viga, ou seja, a distância entre o ponto de giro na ligação viga-pilar e o ponto de giro na ligação viga-viga (cumeeira).

**TABELA 4.13 – Análise do comportamento da ligação viga-pilar com chumbador e consolo horizontal (exemplo 4.3).**

<b>M ( - )</b>	<b>M ( + )</b>
<p><b>Fator de restrição à rotação – NBR 9062:2006</b></p> $\alpha_R = \frac{1}{1 + \frac{3 \cdot (EI)_{sec}}{K_{sec} \cdot L_{ef}}}$ <p><math>E_{sec} = 0,85 \cdot 5600 \cdot 40^{1/2} = 30105 \text{ MPa}</math>  <math>E_{sec} = 3010 \text{ kN/cm}^2</math></p> <p><math>I_{viga} = 275417 \text{ cm}^4</math>  <math>(EI)_{sec} = 82901 \text{ kN} \cdot \text{m}^2</math></p> <p><math>L_{ef} = 14,20 \text{ m} - \text{medido até a cumeeira}</math></p> $\alpha_{R1} = \frac{1}{1 + \frac{3 \cdot 82901}{147863 \cdot 14,20}} = 0,894$ $\alpha_{R2} = \frac{1}{1 + \frac{3 \cdot 82901}{124626 \cdot 14,20}} = 0,877$ <p><math>\alpha_{R1}</math> e <math>\alpha_{R2} \geq 0,85 - \text{comportamento rígido}</math></p>	<p><b>Fator de restrição à rotação – NBR 9062:2006</b></p> $\alpha_R = \frac{1}{1 + \frac{3 \cdot (EI)_{sec}}{K_{sec} \cdot L_{ef}}}$ <p><math>E_{sec} = 0,85 \cdot 5600 \cdot 40^{1/2} = 30105 \text{ MPa}</math>  <math>E_{sec} = 3010 \text{ kN/cm}^2</math></p> <p><math>I_{viga} = 275417 \text{ cm}^4</math>  <math>(EI)_{sec} = 82901 \text{ kN} \cdot \text{m}^2</math></p> <p><math>L_{ef} = 14,35 \text{ m} - \text{medido até a cumeeira}</math></p> $\alpha_{R1} = \frac{1}{1 + \frac{3 \cdot 82901}{318167 \cdot 14,35}} = 0,948$ $\alpha_{R2} = \frac{1}{1 + \frac{3 \cdot 82901}{284738 \cdot 14,35}} = 0,943$ <p><math>\alpha_{R1}</math> e <math>\alpha_{R2} \geq 0,85 - \text{comportamento rígido}</math></p>
<p><b>Critério conforme EL DEBS (2000)</b></p> $\frac{(EI)_{sec}}{2 \cdot L_{ef}} = \frac{82901}{2 \cdot 14,20} = 2919 \text{ kN} \cdot \text{m/rad}$ $\frac{8 \cdot (EI)_{sec}}{L_{ef}} = \frac{8 \cdot 82901}{14,20} = 46705 \text{ kN} \cdot \text{m/rad}$ <p><math>K_{m,1} = 147863 \text{ kN} \cdot \text{m/rad}</math>  <math>K_{m,2} = 124626 \text{ kN} \cdot \text{m/rad}</math></p> <p><math>K_{m,1}</math> e <math>K_{m,2} \geq 46705 - \text{comport. rígido}</math></p>	<p><b>Critério conforme EL DEBS (2000)</b></p> $\frac{(EI)_{sec}}{2 \cdot L_{ef}} = \frac{82901}{2 \cdot 14,35} = 2888 \text{ kN} \cdot \text{m/rad}$ $\frac{8 \cdot (EI)_{sec}}{L_{ef}} = \frac{8 \cdot 82901}{14,35} = 46217 \text{ kN} \cdot \text{m/rad}$ <p><math>K_{m,1} = 318167 \text{ kN} \cdot \text{m/rad}</math>  <math>K_{m,2} = 284738 \text{ kN} \cdot \text{m/rad}</math></p> <p><math>K_{m,1}</math> e <math>K_{m,2} \geq 46217 - \text{comport. rígido}</math></p>

Nas Tabelas 4.14 e 4.15 são apresentados resultados para galpão com ligação viga-pilar com chumbadores e consolo horizontal, para vãos variando entre 26 m e 30 m. Essas tabelas trazem, também, variações no diâmetro do chumbador. São utilizados chumbadores com os seguintes diâmetros: 31,8 mm; 35,0 mm e 38,1 mm, todos em aço SAE 1020. É mantido o  $f_{ck}$  igual a 40 MPa e junta seca entre a viga e o

consolo, com o valor de  $0,2 \cdot 10^{-4}$  m/MPa para deformabilidade à compressão. Todos os demais valores foram mantidos iguais aos mostrados nas Tabelas 4.12 e 4.13.

A Tabela 4.14 mostra apenas resultados para momento fletor negativo e maior que o de fissuração do elemento fletido (viga ou consolo). A Tabela 4.15 apresenta resultados para momento fletor positivo, também maior que o de fissuração do elemento fletido.

**TABELA 4.14 – Análise da ligação viga-pilar com chumbador e consolo horizontal (exemplo 4.3), variando o vão da edificação e o diâmetro do chumbador – MOMENTO FLETOR NEGATIVO.**

Vão (m)	Momento Fletor Negativo								
	$\phi_{ch}$ (mm)	$M_r$ (kN.m)	$M_y$ (kN.m)	$K_{m2}$ (kN.m/rad)	CRITÉRIO NORMA		CRITÉRIO EL DEBS (2000)		
					$\alpha_{R2}$	Ligação	EI / 2l (kN.m/rad)	8EI / l (kN.m/rad)	Ligação
26	31,8		134,64	90774	0,817	semi-ríg.			rígida
	35,0	34,17	163,13	107619	0,841	semi-ríg.	3398	54361	rígida
	38,1		193,20	124626	0,860	rígida			rígida
27	31,8		134,64	90774	0,823	semi-ríg.			rígida
	35,0	34,17	163,13	107619	0,846	rígida	3264	52221	rígida
	38,1		193,20	124626	0,864	rígida			rígida
28	31,8		134,64	90774	0,828	semi-ríg.			rígida
	35,0	34,17	163,13	107619	0,851	rígida	3140	50243	rígida
	38,1		193,20	124626	0,869	rígida			rígida
29	31,8		134,64	90774	0,833	semi-ríg.			rígida
	35,0	34,17	163,13	107619	0,856	rígida	3026	48409	rígida
	38,1		193,20	124626	0,873	rígida			rígida
30	31,8		134,64	90774	0,838	semi-ríg.			rígida
	35,0	34,17	163,13	107619	0,860	rígida	2919	46705	rígida
	38,1		193,20	124626	0,877	rígida			rígida

A resistência da ligação ao momento fletor corresponde ao momento de plastificação. Para a ligação submetida a momento fletor negativo, os valores resistentes para os três diâmetros de chumbadores usados foram, respectivamente: 134,64 kN.m para  $\phi_{ch} = 31,8$  mm; 163,13 kN.m para  $\phi_{ch} = 35,0$  mm e 193,20 kN.m para  $\phi_{ch} = 38,1$  mm.

Para a ligação submetida a momento fletor positivo, os valores resistentes para os três diâmetros de chumbadores usados foram: 198,00 kN.m para  $\phi_{ch} = 31,8$  mm; 239,90 kN.m para  $\phi_{ch} = 35,0$  mm e 284,20 kN.m para  $\phi_{ch} = 38,1$  mm.



**TABELA 4.15 – Análise da ligação viga-pilar com chumbador e consolo horizontal (exemplo 4.3), variando o vão da edificação e o diâmetro do chumbador – MOMENTO FLETOR POSITIVO.**

Vão (m)	Momento Fletor Positivo								
	$\phi_{ch}$ (mm)	$M_r$ (kN.m)	$M_y$ (kN.m)	$K_{m2}$ (kN.m/rad)	CRITÉRIO NORMA		CRITÉRIO EL DEBS (2000)		
					$\alpha_{R2}$	Ligação	EI / 2l (kN.m/rad)	8EI / l (kN.m/rad)	Ligação
26	31,8		198,00	204731	0,910	rígida	3356	53701	rígida
	35,0	22,39	239,90	244248	0,924	rígida			rígida
	38,1		284,20	284738	0,934	rígida			rígida
27	31,8		198,00	204731	0,914	rígida	3226	51611	rígida
	35,0	22,39	239,90	244248	0,927	rígida			rígida
	38,1		284,20	284738	0,936	rígida			rígida
28	31,8		198,00	204731	0,917	rígida	3105	49678	rígida
	35,0	22,39	239,90	244248	0,929	rígida			rígida
	38,1		284,20	284738	0,939	rígida			rígida
29	31,8		198,00	204731	0,919	rígida	2993	47885	rígida
	35,0	22,39	239,90	244248	0,932	rígida			rígida
	38,1		284,20	284738	0,940	rígida			rígida
30	31,8		198,00	204731	0,922	rígida	2888	46217	rígida
	35,0	22,39	239,90	244248	0,934	rígida			rígida
	38,1		284,20	284738	0,943	rígida			rígida

Os resultados encontrados mostram que, para os exemplos utilizados, as ligações viga-pilar com chumbador e consolo horizontal não apresentaram comportamento rígido para todos os casos. Pelo critério da NBR 9062:2006, a ligação que utiliza chumbador com diâmetro de 31,8 mm apresenta comportamento semi-rígido, uma vez que o fator de restrição à rotação,  $\alpha_R$ , é menor que 0,85.

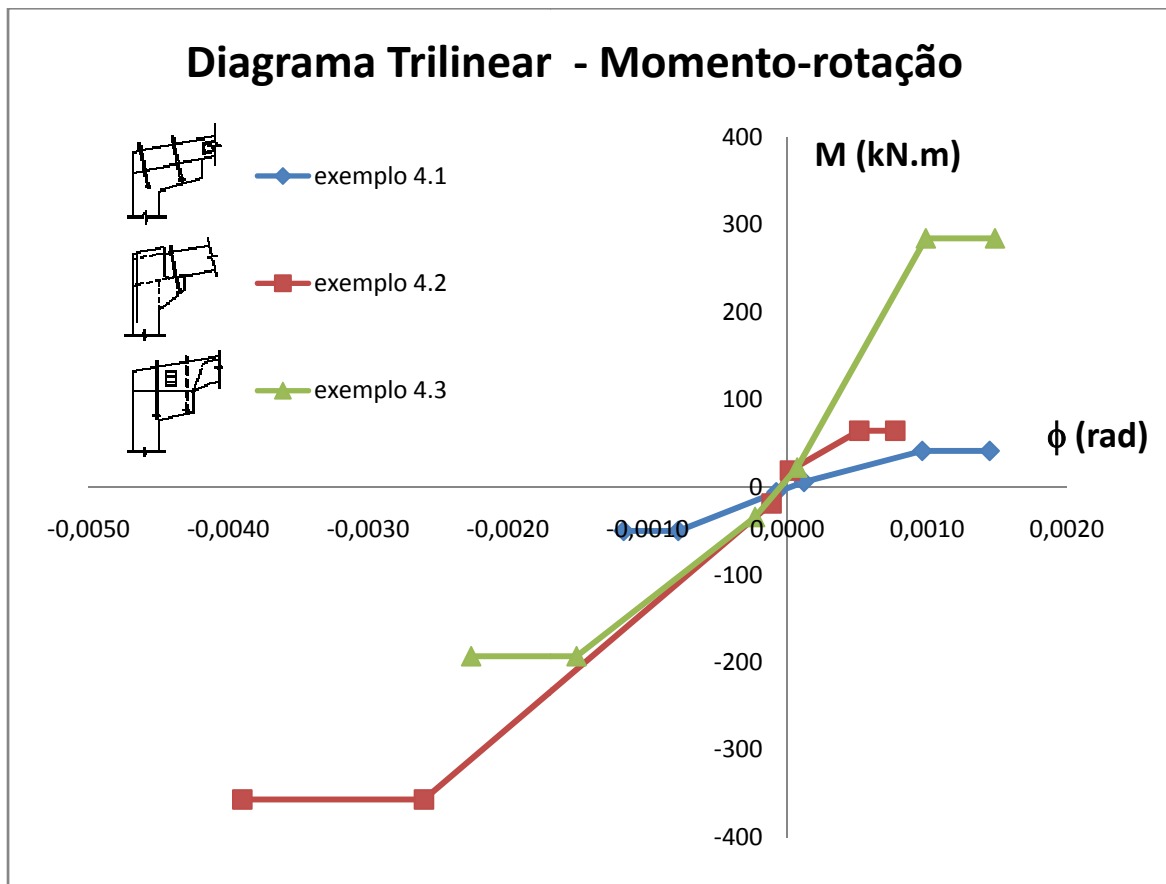
Para os resultados obtidos através do critério apresentado por EL DEBS (2000), todos os casos se mostraram com comportamento rígido, ou seja, os dois métodos geram resultados diferentes.

## 4.7 – Conclusão sobre a ligação viga-pilar

Para simples comparação, a figura 4.16 mostra uma superposição dos diagramas de momento-rotação dos exemplos 4.1, 4.2 e 4.3.

Em geral, o exemplo 4.3 apresentou valores de  $\alpha_R$  menores que os dos demais exemplos. Isso se deu, principalmente, pela alta inércia da viga. Esse fato permite

observar que quanto maior for a inércia da viga, maior deverá ser a rigidez da ligação para que ela apresente comportamento rígido.



**FIGURA 4.16 – Diagrama momento-rotação: superposição dos exemplos 4.1, 4.2 e 4.3.**

O exemplo 4.3 aponta também que a rigidez ao momento positivo é maior que ao momento negativo. Isso aconteceu uma vez que o braço de alavanca da ligação é maior quando submetido ao momento fletor positivo. Uma solução para isso é distanciar mais o chumbador (que trabalhe ao momento negativo) do ponto de giro da ligação, ou seja, da extremidade do consolo.

No exemplo 4.2, a ligação que utiliza tirante (aço CA-50) para absorção do momento negativo mostrou ser bem efetiva, com valor de rigidez elevado, quando comparada à mesma ligação absorvendo momento positivo. No exemplo 4.2 foi feita uma simplificação nos tirantes, tornando-os um chumbador equivalente. Essa simplificação mostrou ser adequada e de fácil aplicação.

Comparativamente, o exemplo 4.1 apresentou rigidez à flexão e momento de plastificação menores que os dos demais exemplos. Entretanto, apresentou comportamento semelhante tanto na absorção do momento positivo quanto do negativo.

# 5

## NÃO-LINEARIDADE FÍSICA

---

De acordo com a NBR 6118:2003, o objetivo da análise estrutural é determinar os efeitos das ações em uma estrutura, com a finalidade de efetuar verificações de estados limites últimos e de serviço.

A análise estrutural é uma etapa muito importante no projeto estrutural, pois analisa uma versão idealizada da estrutura. Portanto deve-se adotar um modelo realista capaz de representar, de forma satisfatória, os caminhos percorridos pelas ações até os apoios da estrutura.

O capítulo em questão aborda a análise estrutural dos galpões atirantados, dando destaque ao comportamento não-linear físico do concreto. Antes, porém, serão apresentados alguns conceitos básicos sobre estruturas de elementos lineares e sobre os tipos de análise estrutural aplicados aos galpões.

### 5.1 – Estruturas de elementos lineares

Os galpões analisados neste trabalho são aqueles apresentados no Capítulo 2, sobretudo no item 2.3. O sistema estrutural básico é o pórtico atirantado, em que o pilar é engastado na fundação, a ligação viga-viga é articulada e a ligação viga-pilar tem comportamento rígido, conforme discutido no Capítulo 4. Além disso, o presente trabalho não aborda as estruturas de mezaninos, comuns nesse tipo de edificação.

Nesse sentido os galpões atirantados podem ser modelados apenas como elementos lineares.

Esses elementos, também conhecidos como barras, são aqueles em que uma de suas dimensões é bem maior que as demais. São analisados conforme as seguintes hipóteses:

- Manutenção da seção plana após deformação;
- Representação dos elementos por seus eixos longitudinais;
- Comprimento limitado pelos centros de apoios ou pelo cruzamento com o eixo de outro elemento estrutural.

Os elementos lineares presentes no pórtico atirantado são assim definidos pela NBR 6118:2003:

- Vigas. Elementos lineares em que a flexão é preponderante;
-

- Pilares. Elementos lineares de eixo reto, usualmente dispostos na vertical, em que as forças normais de compressão são preponderantes;
- Tirantes. Elementos lineares de eixo reto em que as forças normais de tração são preponderantes.

Diferentemente das vigas usuais de edifícios, as vigas do pórtico atirantado (vigas inclinadas) podem apresentar valores consideráveis de força normal. Isso pode torná-las com comportamento semelhante aos pilares, logo, muito distante do comportamento de vigas onde a flexão é preponderante.

Da mesma forma, os pilares do pórtico atirantado possuem comportamento diferente do definido pela NBR 6118:2003. A compressão não é preponderante nas ações de peso próprio, carga acidental e vento, mesmo nos casos em que há ponte rolante e, portanto, aumento na força normal de compressão. O pilar do pórtico atirantado deve ser verificado nas combinações formadas pelas ações citadas (com ponte rolante ou não). Logo o pilar sempre deverá ser verificado em combinações em que a compressão é pequena frente à flexão.

Esse fato deve ser levado em conta na análise estrutural, uma vez que a flexão com valores elevados proporciona ao pilar um comportamento semelhante ao de viga.

## 5.2 – Tipos de análise estrutural

Os principais tipos de análise estrutural se diferenciam pelo comportamento adotado para os materiais que constituem a estrutura, e também, por mudanças na geometria. Em todos, admite-se regime de pequenos deslocamentos.

Para os galpões atirantados tem-se:

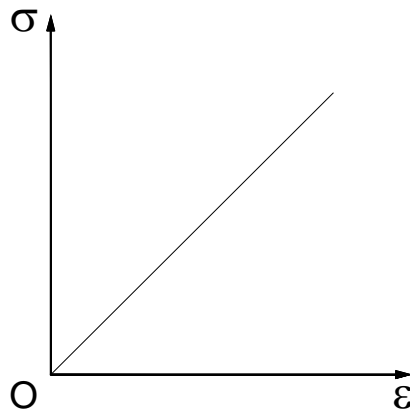
- Análise linear;
- Análise linear com redistribuição;
- Análise não-linear.

A análise por meio de modelos físicos também pode ser empregada em uma estrutura. Entretanto não consta do escopo desse trabalho.

### 5.2.1 – Análise linear

Na análise linear admite-se comportamento elástico-linear para os materiais. Nesse caso é atendida a Lei de Hooke, ou seja, a tensão é proporcional à deformação, como mostra a Figura 5.1.

---



**FIGURA 5.1 – Diagrama tensão versus deformação para um material elástico-linear.**

CORRÊA (1991) cita que o modelo linear é importante por diversos motivos. Dentre os quais estão:

- Modelo facilmente compreendido e utilizado;
- Permite superpor efeitos, tornando a análise simplificada;
- Em serviço, o comportamento de grande parte dos elementos estruturais de um edifício é linear;
- Pode ser usada como primeira aproximação do comportamento estrutural, nos casos em que a não-linearidade é característica do problema;
- Processos de análise não-linear podem ser desenvolvidos por sucessivas etapas lineares.

Para proceder a análise linear, as características geométricas são determinadas pela seção bruta de concreto. De acordo com a NBR 6118:2003, quando não for realizado ensaio para a determinação do módulo de elasticidade, é possível obter uma estimativa com a seguinte fórmula:

$$E_{ci} = 5600 f_{ck}^{1/2} \quad (5.1)$$

$E_{ci}$  = Módulo de elasticidade tangente inicial do concreto;

$f_{ck}$  = Resistência característica do concreto à compressão.

Entretanto, nas análises elásticas de projeto, deve-se utilizar o módulo de elasticidade secante, definido pela seguinte expressão:

$$E_{cs} = 0,85 E_{ci} \quad (5.2)$$

Ainda segundo a mesma norma, para o concreto, o coeficiente de Poisson,  $\nu$ , pode ser tomado como 0,2, e o módulo de elasticidade transversal  $G_c$ , como  $0,4 E_{cs}$ .

Vale ressaltar que, mesmo para os pórticos atirantados, é necessário verificar os deslocamentos da estrutura levando-se em conta a fissuração. Uma forma de se avaliar as flechas imediatas consiste em usar a formulação de rigidez equivalente (formulação de Branson).

Para os deslocamentos verticais da cobertura, é necessário também considerar a flecha diferida, decorrente das cargas de longa duração, em função da fluência. Nos galpões essas cargas são o peso próprio e a carga acidental.

### 5.2.2 – Análise linear com redistribuição

Na análise com redistribuição, os efeitos das ações, determinados a partir de uma análise linear, são redistribuídos na estrutura, para combinações de ELU. A NBR 6118:2003 ressalta que não é desejável uma redistribuição de esforços em serviço.

FONTES (2005) comenta que a redistribuição de esforços é típica de estruturas hiperestáticas. Mesmo havendo a plastificação de uma seção da estrutura, a capacidade resistente não se esgota. Os esforços passam a ser resistidos por regiões adjacentes.

Nos galpões atirantados essa redistribuição de esforços ocorre devido à intensa fissuração que é verificada no pórtico. Para essa estrutura é possível realizar uma redistribuição de esforços desde que se saiba de antemão o quanto se pode redistribuir.

BEZERRA e TEIXEIRA (2005) fizeram uma análise em um pórtico atirantado, levando em conta a redistribuição de esforços e deslocamentos provocada pela fissuração do concreto.

Para o exemplo de pórtico atirantado analisado, os autores observaram que o momento negativo na ligação viga-pilar apresentou redução de 30%, com relação aos resultados de uma análise linear. Da mesma forma o momento positivo apresentou acréscimo de 20%.

Já os deslocamentos aumentaram 15%. Entretanto os autores não deixaram claro se foram analisados os deslocamentos verticais ocorridos na ligação viga-viga (topo do pórtico), ou se avaliaram os deslocamentos horizontais na ligação viga-pilar (topo do pilar).

O procedimento adotado por BEZERRA e TEIXEIRA (2005) foi avaliar a redução da inércia, no estágio II, das seções do pórtico. Primeiramente foi feita uma análise linear, obtendo-se os diagramas de esforços solicitantes e deslocamentos.

A partir dos esforços obtidos na análise linear, foi calculada a área de aço para os pilares e vigas. Em seguida calculou-se a redução de inércia no estágio II e processou-se novamente o pórtico. Esses passos foram repetidos algumas vezes, até os resultados convergirem.

---

Para os pórticos atirantados, é importante ressaltar que, em uma análise com redistribuição, é necessário conhecer os valores percentuais de redistribuição. É importante lembrar também que tais valores podem variar, dependendo das características geométricas do pórtico e também da taxa de armadura considerada nos elementos estruturais de concreto armado (pilares e vigas).

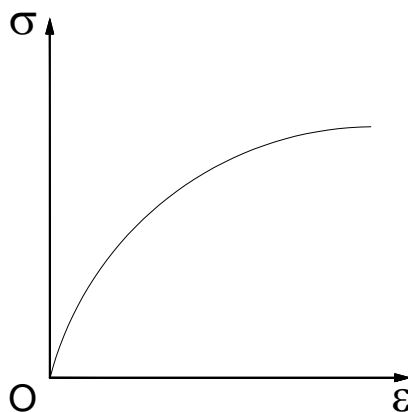
### 5.2.3 – Análise não-linear

De maneira simplificada é comum a subdivisão da não-linearidade em:

- Não-linearidade física (NLF). Considera o comportamento não-linear entre tensões e deformações do material;
- Não-linearidade geométrica (NLG). Refere-se à relação não-linear entre deformações e deslocamentos e o equilíbrio na posição deformada.

A NLG será objeto de estudo do próximo capítulo, no qual será avaliada estabilidade dos galpões.

A análise não-linear física considera o comportamento não-linear dos materiais. O material apresenta tal comportamento quando a relação entre tensão e deformação não é diretamente proporcional (Figura 4.2).



**FIGURA 5.2 – Diagrama tensão versus deformação para um material não-linear.**

Conforme CORRÊA (1991) existem situações em que a utilização de modelos não-lineares é essencial para que sejam próximos os comportamentos da estrutura, os previstos e o real.

Dentre as situações listadas pelo autor estão as estruturas concebidas em concreto armado em que se deseja analisar a influência e o progresso da fissuração com o carregamento, caso dos galpões.

Para realizar uma análise não-linear física, deve-se conhecer a geometria da estrutura e também suas armaduras. Isto acontece porque a resposta da estrutura depende de como ela foi armada.

A NLF pode ser feita de maneira rigorosa sob a forma de análise matricial. Este processo demanda grande tempo de processamento e geralmente é utilizado em situações mais complexas.

De forma simplificada é possível a implementação da NLF por meio de sucessivas análises lineares, utilizando carregamentos incrementais. Nesse caso a rigidez dos elementos é alterada em função do nível de sollicitação da etapa anterior. Este é o caso do trabalho feito por BEZERRA e TEIXEIRA (2005) citado anteriormente.

Uma maneira menos precisa, entretanto mais simples, é introduzir na análise linear um coeficiente redutor da inércia bruta da seção transversal dos elementos estruturais. Conforme lembra FONTES (2005), a redução de rigidez está relacionada à diminuição do módulo de elasticidade do concreto, com o aumento da tensão, e com a redução do momento de inércia, provocada pela fissuração.

Esse procedimento de redução de rigidez é tratado pela NBR 6118:2003 como sendo “consideração aproximada da NLF”. Para tal, a referida norma apresenta os seguintes valores:

- Lajes:  $(EI)_{sec} = 0,3 E_{ci} I_c$  ;
- Vigas:  $(EI)_{sec} = 0,4 E_{ci} I_c$  , para  $A'_s \neq A_s$  e  
 $(EI)_{sec} = 0,5 E_{ci} I_c$  , para  $A'_s = A_s$  ;
- Pilares:  $(EI)_{sec} = 0,8 E_{ci} I_c$  ;
- Estruturas de contraventamento (vigas e pilares):  $(EI)_{sec} = 0,7 E_{ci} I_c$  .

$(EI)_{sec}$  = Rigidez secante;

$E_{ci}$  = Módulo de elasticidade tangente inicial do concreto;

$I_c$  = Momento de inércia da seção bruta de concreto;

$A_s$  = Área de aço da seção de concreto (armadura tracionada);

$A'_s$  = Área de aço da seção de concreto para armadura dupla (armadura comprimida).

Direcionados às estruturas em concreto pré-moldado, EL DEBS (2000) recomenda os seguintes valores para redução da rigidez:

- Pilares e vigas formando pórticos;
  - Vigas:  $(EI)_{red} = 0,4 E_{ci} I_c$  ;
  - Pilares:  $(EI)_{red} = 0,7 E_{ci} I_c$  ;
- Pilares engastados na base e vigas articuladas;
  - Pilares:  $(EI)_{red} = 0,4 E_{ci} I_c$  ;



Tanto os coeficientes fornecidos pela Norma quanto os sugeridos por EL DEBS (2000) são indicados para estruturas de múltiplos pavimentos. Para as edificações de um pavimento, principalmente os galpões atirantados, esses coeficientes precisam ser estudados com mais detalhes e podem variar de acordo com a tipologia da estrutura.

Segundo FONTES (2005) existem duas formas de modelar o comportamento não-linear físico do concreto. A primeira maneira é por meio das relações entre tensões e deformações do concreto e do aço. Esses modelos são chamados de modelos constitutivos. A NBR 6118:2003 utiliza tal modelo quando, por exemplo, propõe um diagrama parábola-retângulo no estado limite último, para o concreto comprimido.

A segunda forma é com o uso de diagramas momento versus curvatura ( $M-1/r$ ), de uma seção transversal. Como exemplos podem ser citados os seguintes modelos:

- Modelo do CEB 90;
- Modelo de Branson;
- Modelo de Ghali e Favre.

O modelo CEB 90 é visto em detalhes em CARVALHO (1994). O modelo de Ghali e Favre pode ser encontrado em FONTES (2005). Já o modelo de Branson é detalhado pela NBR 6118:2003 para o cálculo da flecha imediata em vigas, utilizando a expressão de rigidez equivalente, e será tratado a seguir.

O diagrama  $M-1/r$  possui a vantagem de acoplar a NLF aos modelos de cálculo, de forma direta.

Em elementos estruturais em que a força normal é significativa, faz-se necessária a utilização do diagrama momento-normal-curvatura ( $M-N-1/r$ ). Esse é o caso de pilares de edifícios de múltiplos pavimentos.

Entretanto os diagramas  $M-N-1/r$  são de difícil construção, de forma manual. KIMURA (2009) cita que:

A montagem de diagramas  $N, M, 1/r$  para seções, de concreto armado, na prática, torna-se viável somente com o uso de computadores. De forma manual, os cálculos demandam muito tempo, e tornam impraticáveis diante da produtividade exigida durante a elaboração de um projeto estrutural.

Hoje, por meio de algoritmos numéricos confiáveis e eficientes, um diagrama  $N, M, 1/r$  pode ser calculado, para uma seção de concreto armado genérica, em centésimos de segundo.

Para construção do diagrama M-N-1/r pode-se consultar o trabalho de MARIN (2009). Nesse trabalho o autor avaliou a estabilidade de estruturas de múltiplos pavimentos de concreto pré-moldado. Um dos temas abordados é a consideração da NLF de forma incremental utilizando o diagrama M-N-1/r.

### 5.3 – Modelo de Branson

Para proceder a análise não-linear dos galpões atirantados, optou-se por utilizar o modelo de Branson, descrito a seguir.

Esse modelo representa trechos fissurados e não fissurados de um elemento, ou de uma seção de concreto, na obtenção de uma única inércia. CARVALHO e FIGUEIREDO FILHO (2007) comentam que esse procedimento,

Baseia-se em modelo semiprobabilístico, no qual toma a variação da tensão ao longo da seção transversal e ao longo do comprimento de maneira simplificada, utilizando expressões empíricas que fornecem valores médios de inércia. Dessa forma, Branson procura traduzir aproximadamente o efeito da fissuração do concreto, quando submetido à flexão, no cálculo das deformações imediatas.

O momento de inércia efetivo pode ser obtido pela Fórmula de Branson:

$$I_m = \left(\frac{M_r}{M_{at}}\right)^n \cdot I_I + \left[1 - \left(\frac{M_r}{M_{at}}\right)^n\right] \cdot I_{II} \quad (5.3)$$

$I_m$  = Momento de inércia efetivo para uma seção ou para toda a peça;  
 $I_I$  = Momento de inércia no estágio I (da seção bruta ou homogeneizada);  
 $I_{II}$  = Momento de inércia no estágio II puro;  
 $M_r$  = Momento de fissuração do concreto;  
 $M_{at}$  = Momento atuante de serviço na seção mais solicitada;  
 $n$  = Índice de valor igual a 4, para situações em que a análise é feita em apenas uma seção da peça, ou igual a 3, quando se faz a análise da peça ao longo de todo seu comprimento.

O momento de fissuração, levando em conta a força normal atuante no pórtico, é calculado conforme a expressão 5.4.

$$M_r = \left(\alpha \cdot f_{ct} - \frac{N}{A}\right) \cdot \frac{I}{y_t} \quad (5.4)$$

$$\alpha = \begin{cases} 1,2 & \text{para seções T ou duplo T} \\ 1,5 & \text{para seções retangulares} \end{cases}$$

$\alpha$  = é o fator que correlaciona aproximadamente a resistência à tração na flexão com a resistência à tração direta;

$$f_{ct} = f_{ctk,inf} = 0,7 \cdot f_{ct,m} = 0,7 \cdot 0,3 \cdot f_{ck}^{2/3}, \text{ com } f_{ck} \text{ em MPa;}$$

$f_{ct}$  = Resistência do concreto à tração direta;

$I$  = Momento de inércia no Estádio I (da seção bruta ou homogeneizada);

$y_t$  = Distância do centro de gravidade da seção à fibra mais tracionada;

$A$  = Área no Estádio I (da seção bruta ou homogeneizada);

$N$  = Esforço normal atuante.

## 5.4 – Características geométricas das seções no estágio I

O Estádio I corresponde ao início do carregamento. Uma vez que as tensões normais são de baixa intensidade, o concreto consegue resistir às tensões de tração. Nesse caso é válida a lei de Hooke e o diagrama de tensões é linear ao longo da peça.

A homogeneização da seção é feita substituindo-se a área de aço por uma área correspondente de concreto, obtida pela área de aço  $A_s$  multiplicado por  $\alpha_e$ , sendo:

$$\alpha_e = \frac{E_s}{E_c} \quad (5.5)$$

$E_s$  = Módulo de elasticidade do aço;

$E_c$  = Módulo de elasticidade do concreto.

Na Figura 5.3, é mostrada uma seção retangular no Estádio I. As expressões 5.6, 5.7 e 5.8 são relativas à área da seção, posição da linha neutra e momento de inércia da seção retangular homogeneizada no Estádio I.

$$A_h = b \cdot h + A_{s1} \cdot (\alpha_e - 1) + A_{s2} \cdot (\alpha_e - 1) \quad (5.6)$$

$$x_I = \frac{b \cdot \frac{h^2}{2} + A_{s1} \cdot (\alpha_e - 1) \cdot d + A_{s2} \cdot (\alpha_e - 1) \cdot d'_2}{A_h} \quad (5.7)$$

$$I_h = \left[ \left( \frac{b \cdot h^3}{12} \right) + b \cdot h \cdot \left( x_I - \frac{h}{2} \right)^2 \right] + [A_{s1} \cdot (\alpha_e - 1) \cdot (x_I - d)^2] + [A_{s2} \cdot (\alpha_e - 1) \cdot (x_I - d'_2)^2] \quad (5.8)$$

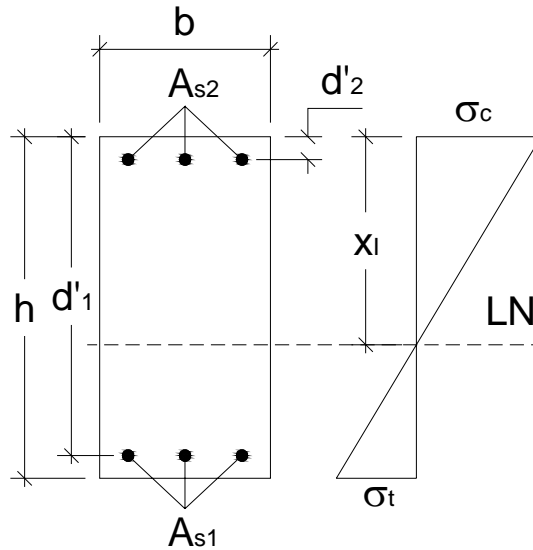


FIGURA 5.3 – Seção retangular no Estádio I.

Da mesma forma, a Figura 5.4, mostra uma seção T no Estádio I. As expressões 5.9, 5.10 e 5.11 são relativas à área da seção, posição da linha neutra e momento de inércia da seção T homogeneizada no Estádio I.

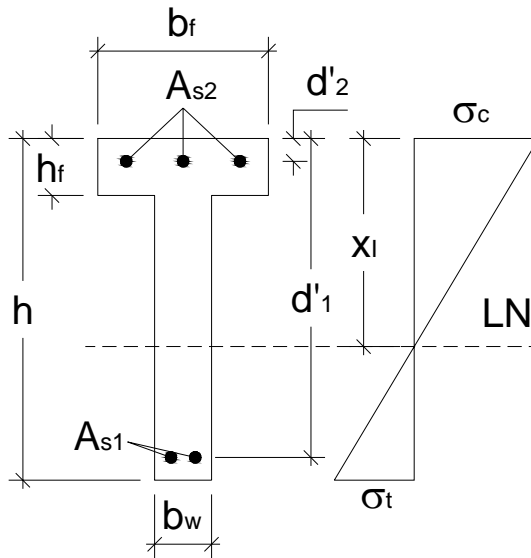


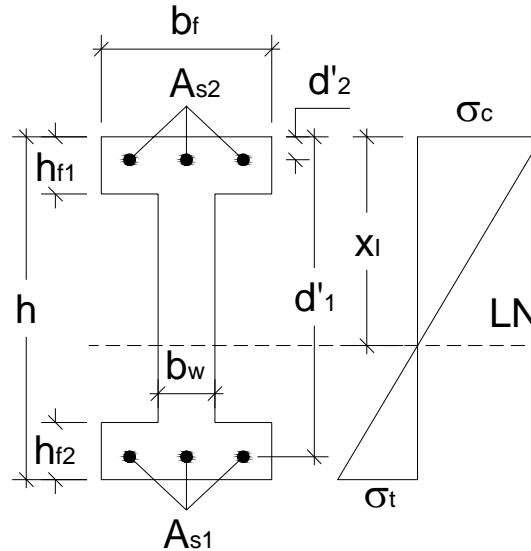
FIGURA 5.4 – Seção T no Estádio I.

$$A_h = (b_f - b_w) \cdot h_f + b_w \cdot h + A_{s1} \cdot (\alpha_e - 1) + A_{s2} \cdot (\alpha_e - 1) \tag{5.9}$$

$$x_I = \frac{(b_f - b_w) \cdot \frac{h_f^2}{2} + b_w \cdot \frac{h^2}{2} + A_{s1} \cdot (\alpha_e - 1) \cdot d + A_{s2} \cdot (\alpha_e - 1) \cdot d'_2}{A_h} \tag{5.10}$$

$$I_h = \left[ \left( \frac{(b_f - b_w) \cdot h_f^3}{12} \right) + (b_f - b_w) \cdot h_f \cdot \left( x_I - \frac{h_f}{2} \right)^2 \right] + \left[ \left( \frac{b_w \cdot h^3}{12} \right) + b_w \cdot h \cdot \left( x_I - \frac{h}{2} \right)^2 \right] + [A_{s1} \cdot (\alpha_e - 1) \cdot (x_I - d)^2] + [A_{s2} \cdot (\alpha_e - 1) \cdot (x_I - d'_2)^2] \tag{5.11}$$

Para a seção duplo T, tem-se a Figura 5.5, que mostra uma seção duplo T no Estádio I. As expressões 5.12, 5.13 e 5.14 são relativas à área da seção, posição da linha neutra e momento de inércia da seção duplo T homogeneizada no Estádio I.



**FIGURA 5.5 – Seção duplo T no Estádio I.**

$$A_h = (b_f - b_w) \cdot h_{f1} + (b_f - b_w) \cdot h_{f2} + b_w \cdot h + A_{s1} \cdot (\alpha_e - 1) + A_{s2} \cdot (\alpha_e - 1) \quad (5.12)$$

$$x_I = \frac{(b_f - b_w) \cdot \frac{h_{f1}^2}{2} + (b_f - b_w) \cdot h_{f2} \cdot \left(h - \frac{h_{f2}}{2}\right) + b_w \cdot \frac{h^2}{2}}{A_h} + \frac{A_{s1} \cdot (\alpha_e - 1) \cdot d + A_{s2} \cdot (\alpha_e - 1) \cdot d'_2}{A_h} \quad (5.13)$$

$$I_h = \left[ \left( \frac{(b_f - b_w) \cdot h_{f1}^3}{12} \right) + (b_f - b_w) \cdot h_{f1} \cdot \left( x_I - \frac{h_{f1}}{2} \right)^2 \right] + \left[ \left( \frac{b_w \cdot h^3}{12} \right) + b_w \cdot h \cdot \left( x_I - \frac{h}{2} \right)^2 \right] + \left[ \left( \frac{(b_f - b_w) \cdot h_{f2}^3}{12} \right) + (b_f - b_w) \cdot h_{f2} \cdot \left( x_I - \frac{h_{f2}}{2} \right)^2 \right] + [A_{s1} \cdot (\alpha_e - 1) \cdot (x_I - d)^2] + [A_{s2} \cdot (\alpha_e - 1) \cdot (x_I - d'_2)^2] \quad (5.14)$$

## 5.5 – Características geométricas das seções no estágio II

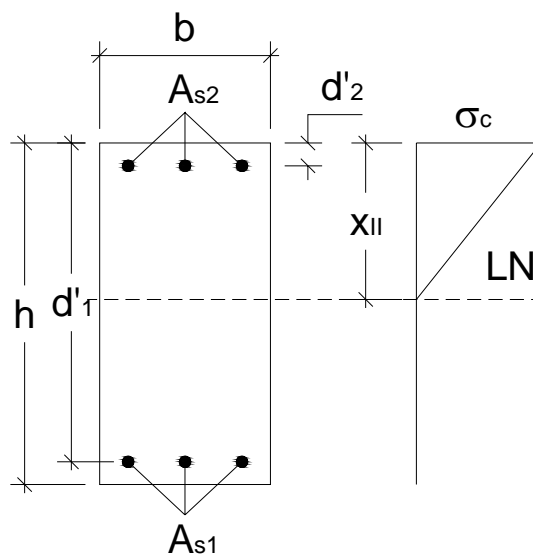
No Estádio II, o concreto já não mais resiste à tração, e as tensões de tração são resistidas tão somente pela armadura disposta abaixo da linha neutra. Nesse caso existe uma relação linear entre a tensão e a deformação no concreto. Uma vez que se despreza todo o concreto da região fissurada, é usual chamar de Estádio II puro.

CARVALHO e FIGUEIREDO FILHO (2007) comentam que o Estádio II puro compreende a situação em que um momento maior que o momento de fissuração atua na seção até a situação em que começa a ocorrer o escoamento da armadura e/ou a plastificação do concreto comprimido.

Nesses termos o Estádio II apresenta as seguintes características:

- Distribuições triangular de tensões de compressão no concreto;
- Esforços de tração resistidos pela armadura abaixo da linha neutra;
- Não ocorre ruína, ou seja, não ocorre a plastificação do concreto comprimido nem o escoamento do aço.

As Figuras 5.6, 5.7 e 5.8 apresentam seção retangular, seção T e seção duplo T, respectivamente, no Estádio II.



**FIGURA 5.6 – Seção retangular no Estádio II.**

Para o cálculo da inércia no Estádio II, primeiramente é necessário obter a posição da linha neutra ( $x_{II}$ ). Para a seção T, tem-se a seguinte equação do segundo grau:

$$a_1 \cdot x_{II}^2 + a_2 \cdot x_{II} + a_3 = 0 \quad (5.15)$$

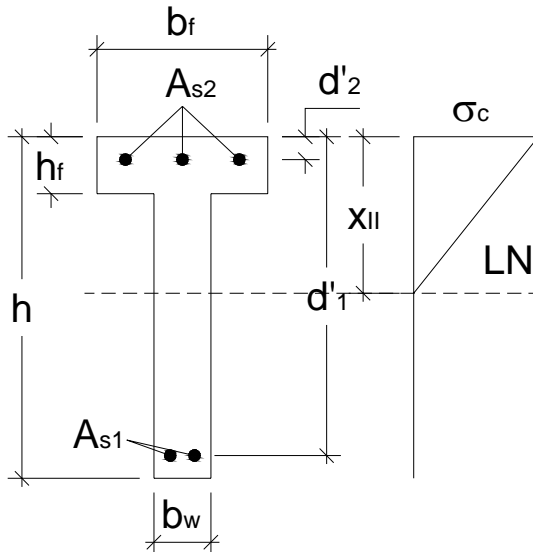


FIGURA 5.7 – Seção T no Estádio II.

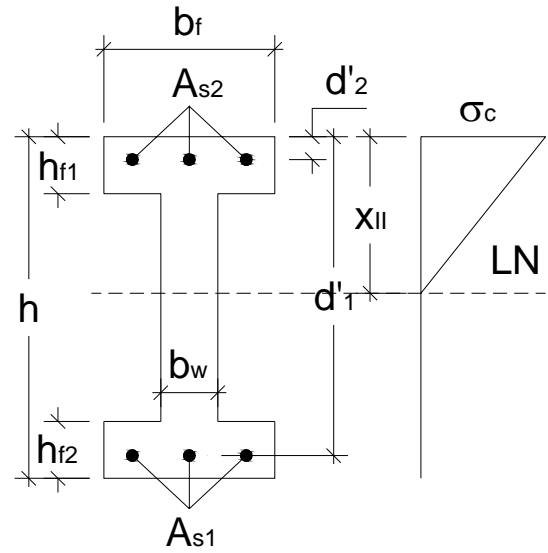


FIGURA 5.8 – Seção duplo T no Estádio II.

A solução para a equação 5.15 é mostrada nas expressões 5.16, 5.17, 5.18 e 5.19:

$$x_{II} = \frac{-a_2 \pm \sqrt{a_2^2 - 4 \cdot a_1 \cdot a_3}}{2 \cdot a_1} \quad (5.16)$$

$$a_1 = \frac{b_w}{2} \quad (5.17)$$

$$a_2 = h_f \cdot (b_f - b_w) + (\alpha_e - 1) \cdot A_{s2} + b_w \cdot h + \alpha_e \cdot A_{s1} \quad (5.18)$$

$$a_3 = -d'_2 \cdot (\alpha_e - 1) \cdot A_{s2} - d'_1 \cdot \alpha_e \cdot A_{s1} - \frac{h_f^2}{2} (b_f - b_w) \quad (5.19)$$

Para o cálculo do momento de inércia no Estádio II, tem-se a expressão 5.20, que é válida quando a profundidade da linha neutra é inferior à espessura da mesa ( $x_{II} < h_f$ ). Já a expressão 5.21 é válida para os casos onde a profundidade da linha neutra é maior que a espessura da mesa ( $x_{II} > h_f$ ).

$$I_{II} = \frac{b_f \cdot x_{II}^3}{3} + \alpha_e \cdot A_{s1} \cdot (x_{II} - d'_1)^2 + (\alpha_e - 1) \cdot A_{s2} \cdot (x_{II} - d'_2)^2 \quad (5.20)$$

$$I_{II} = \frac{(b_f - b_w) \cdot h_f^3}{12} + (b_f - b_w) \cdot h_f \cdot \left(x_{II} - \frac{h_f}{2}\right)^2 + \frac{b_w \cdot x_{II}^3}{3} + b_w \cdot x_{II} \cdot \left(\frac{x_{II}}{2}\right)^2 + \alpha_e \cdot A_{s1} \cdot (x_{II} - d'_1)^2 + (\alpha_e - 1) \cdot A_{s2} \cdot (x_{II} - d'_2)^2 \quad (5.21)$$

Quando a seção transversal da peça for retangular, as equações de 5.16 a 5.21 são válidas, fazendo  $b_w = b_f$  e  $h_f = 0$ .

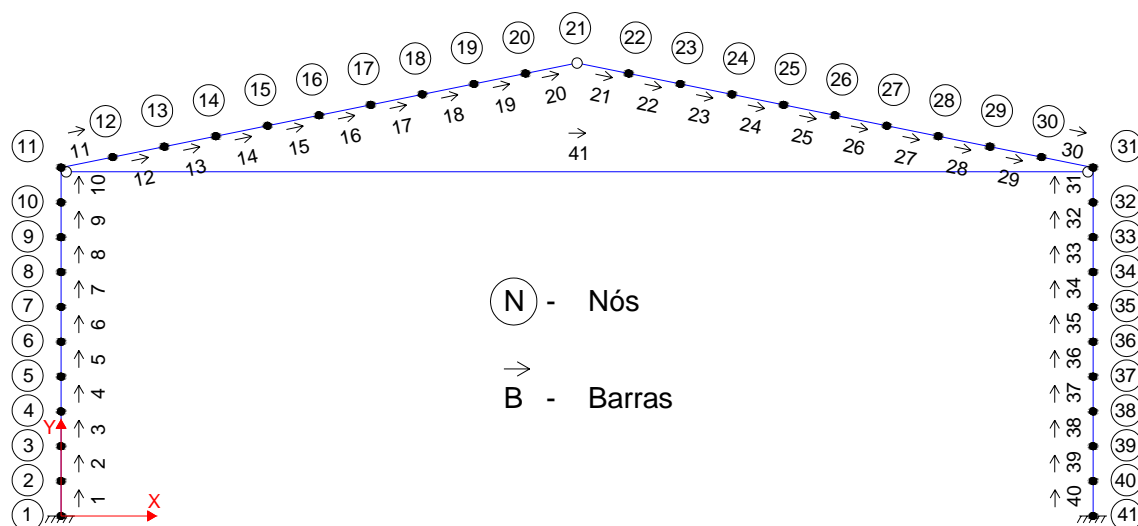
Nos casos em que a seção transversal for duplo T, as mesmas equações, de 5.16 até 5.20, também são válidas. Para isso basta considerar seção T, uma vez que o concreto da mesa tracionada é desprezado.

### 5.6 – Modelo analítico para a análise da não-linearidade física

Para avaliar a influência e o progresso da fissuração com o carregamento nos pórticos atirantados, será adotado o procedimento descrito a seguir.

**Primeiramente** divide-se a estrutura formada pelo pórtico atirantado em quarenta e um elementos de barras. Esse fato é ilustrado na Figura 5.9. Cada elemento estrutural, com exceção do tirante, é dividido em dez elementos.

Para a modelagem do pórtico será utilizado o software de análise estrutural STRAP (disponível no Departamento de Engenharia de Estruturas da EESC/USP).



**FIGURA 5.9 – Elementos de barra considerados na modelagem.**

**Em segundo lugar** o carregamento é dividido para que possa ser aplicado de forma incremental. Para tal, foram consideradas duas combinações de ações, determinadas conforme a NBR 6118:2003 (Tabela 5.1).

**TABELA 5.1 – Divisão dos carregamentos e combinações consideradas.**

Combinações	COMB1	COMB2
<b>ELS - Rara</b>	1,00 PP + 1,00 CA	1,00 PP + 1,00 VT
<b>ELU - Normal</b>	1,40 PP + 1,40 CA	1,40 PP + 1,40 VT

PP = peso próprio; CA = carga acidental e VT = ação do vento.



Para avaliar o estado limite de serviço, neste caso será considerada a combinação rara de serviço, e para o estado limite último, a combinação última normal.

A primeira combinação inclui o peso próprio e a carga accidental. A segunda considera o peso próprio e a ação do vento.

Para o peso próprio (PP) serão considerados:

- Peso das telhas;
- Peso das terças;
- Forro e luminárias;
- Peso próprio dos elementos estruturais de concreto (vigas e pilares).

A carga accidental (CA) será considerada igual a  $0,25 \text{ kN/m}^2$ .

Para a ação do vento (VT), será considerado ângulo de incidência de  $90^\circ$  em relação à estrutura e coeficiente de pressão interna igual a zero. A ação do vento é determinada conforme a NBR 6123:1988.

Os carregamentos serão divididos conforme a Tabela 5.2. As etapas descritas representam porcentagens das combinações últimas normais.

**TABELA 5.2 – Divisão dos carregamentos e combinações consideradas.**

Combinações	COMB1	COMB2
<b>Etapa 1 (15% ELU)</b>	0,21 PP + 0,21 CA	0,21 PP + 0,21 VT
<b>Etapa 2 (30% ELU)</b>	0,42 PP + 0,42 CA	0,42 PP + 0,42 VT
<b>Etapa 3 (45% ELU)</b>	0,63 PP + 0,63 CA	0,63 PP + 0,63 VT
<b>Etapa 4 (60% ELU)</b>	0,84 PP + 0,84 CA	0,84 PP + 0,84 VT
<b>Etapa 5 (70% ELU)</b>	1,00 PP + 1,00 CA	1,00 PP + 1,00 VT
<b>Etapa 6 (85% ELU)</b>	1,19 PP + 1,19 CA	1,19 PP + 1,19 VT
<b>Etapa 7 (100% ELU)</b>	1,40 PP + 1,40 CA	1,40 PP + 1,40 VT
<b>Etapa 8 (100% ELU) - 2</b>	1,40 PP + 1,40 CA	1,40 PP + 1,40 VT
<b>Etapa 9 (100% ELU) - 3</b>	1,40 PP + 1,40 CA	1,40 PP + 1,40 VT

O **terceiro passo** consiste em obter a taxa da armadura dos pilares e das vigas. Isso é feito com base em uma análise linear, na qual se consideram as combinações adotadas e também seção bruta. Portanto nessa fase são obtidos os valores de  $A_{s1}$  e  $A_{s2}$  para os pilares e as vigas.

Pode-se também calcular as características geométricas de todas as seções no Estádio I, considerando seção homogeneizada. Determina-se, portanto, para todas as seções, a área e a inércia no Estádio I.

Em seguida, calculam-se também as características geométricas de todas as seções no Estádio II. Determinam-se a área e o momento de inércia para o Estádio II.

Feito isso, **na quarta fase** aplicam-se as nove etapas de carregamentos.

A Etapa 1 é feita com as propriedades geométricas da seção homogeneizada, obtidas anteriormente.

De posse dos esforços solicitantes (momento fletor e força normal), verifica se o momento de fissuração foi atingido. Isso é feito para todas as 40 seções de concreto armado.

Nas seções onde o momento de fissuração foi ultrapassado, calcula-se o momento de inércia efetivo,  $I_m$ , pelo método de Branson, utilizando-se as inércias previamente calculadas para os Estádios I e II.

A Etapa 2 de carregamento é processada considerando para as seções fissuradas o momento de inércia efetivo, calculado na Etapa 1.

Para a Etapa 2 repete-se o mesmo procedimento da Etapa 1. Nas seções onde o momento atuante é maior que o momento de fissuração, calcula-se o momento de inércia efetivo.

Esse procedimento é repetido até o final da Etapa 9, que corresponde à terceira aplicação do carregamento total.

**Na quinta e última fase**, analisam-se os resultados encontrados. Dentre as comparações a serem feitas, estão os deslocamentos verticais e horizontais, que devem ser comparados entre a combinação rara de serviço (ver Tabela 5.1), processada com análise linear, ou seja, seção bruta de concreto; e entre a Etapa 5 de carregamento (Tabela 5.2).

Outra comparação deve ser feita entre os esforços atuantes (momento fletor e força normal). Estes devem ser comparados entre a combinação última normal (Tabela 5.1) e entre a Etapa 9 de carregamento (Tabela 5.2).

Por fim analisa-se a fissuração, ou a perda de rigidez, ocorrida nos elementos. Isso pode ser feito calculando um coeficiente redutor,  $C$ , dividindo-se o valor da inércia efetiva pela inércia homogeneizada do Estádio I.

---

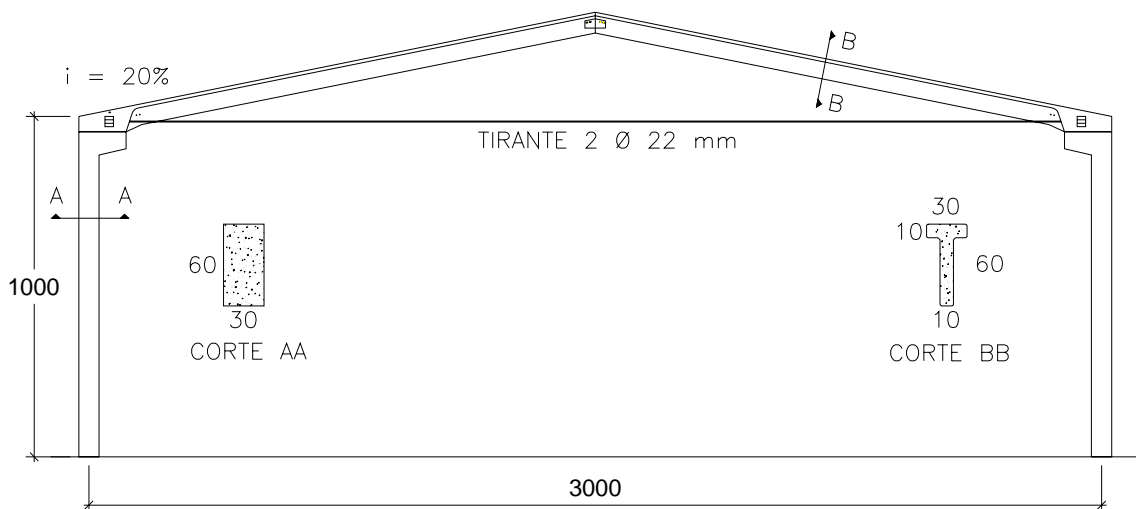
## 5.7 – Análise dos pórticos atirantados pelo modelo analítico

A seguir será mostrado um exemplo de análise de pórtico, segundo o modelo proposto. Será avaliada a diminuição de rigidez dos elementos de concreto armado, quando submetidos ao carregamento incremental.

### 5.7.1 – Ligação viga-pilar com chumbadores e consolo horizontal – exemplo 5.1

Este exemplo, trata de galpão com vão de 30 m, para o sistema de ligação viga-pilar com chumbadores e consolo horizontal (exemplo 5.1). A Figura 5.10 apresenta o pórtico usado, juntamente com os dados necessários à Análise Estrutural.

Será considerado  $f_{ck}$  igual a 40 MPa, espaçamento entre pórticos de 6 m, 14 terças apoiadas nas vigas e ligação viga-pilar com comportamento rígido, ou seja,  $\alpha_R \geq 0,85$ .

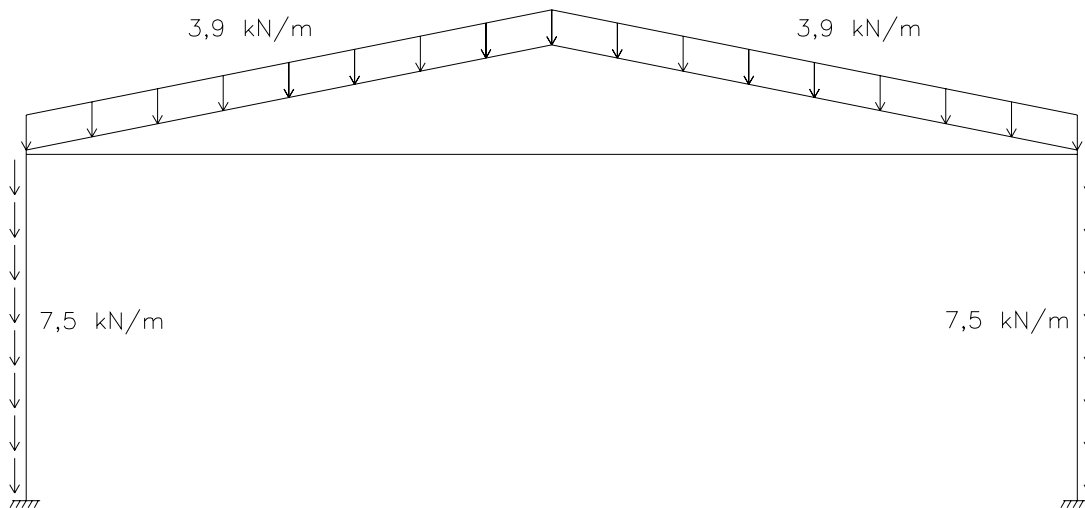


**FIGURA 5.10 – Pórtico utilizado para o sistema de ligação viga-pilar com chumbadores e consolo horizontal (exemplo 5.1).**

A Figura 5.11 apresenta o carregamento de peso próprio (PP), considerando os seguintes dados:

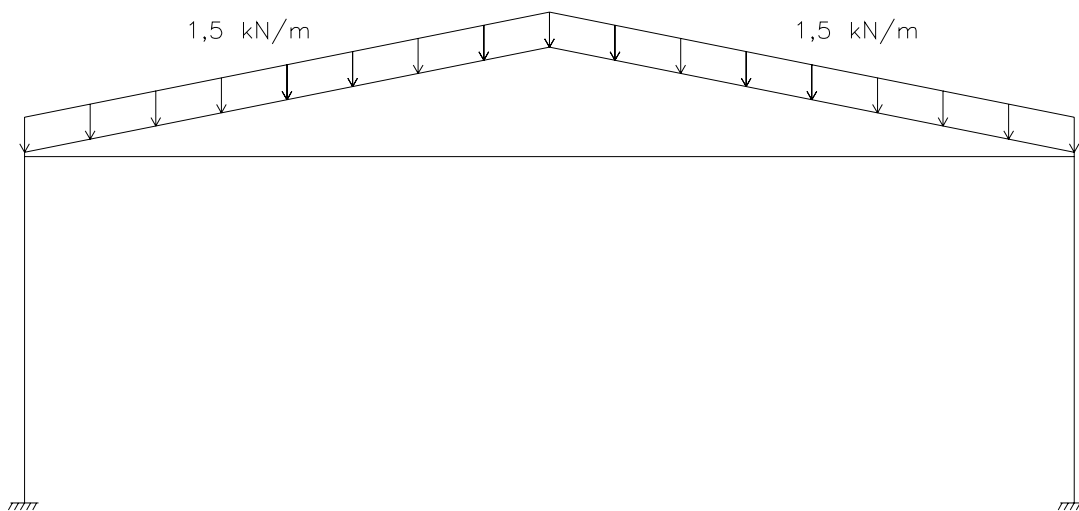
- Peso da telha igual a  $0,07 \text{ kN/m}^2$ , ou  $7,0 \text{ kgf/m}^2$ . Carregamento distribuído na viga:  $0,07 \times 6,00 = 0,42 \text{ kN/m}$ ;
- Peso das terças igual a  $0,25 \text{ kN/m}^2$ , ou  $25,0 \text{ kgf/m}^2$ . Carregamento distribuído na viga:  $[(0,25 \times 14 \times 6,00) / 30] = 0,70 \text{ kN/m}$ ;
- Peso de forro e luminária igual a  $0,125 \text{ kN/m}^2$ , ou  $12,5 \text{ kgf/m}^2$ . Carregamento distribuído na viga:  $0,125 \times 6,00 = 0,75 \text{ kN/m}$ ;

- Peso da viga igual a 2,00 kN/m, ou 200 kgf/m;
- **Total distribuído na viga: 3,9 kN/m;**
- Peso do pilar (30 cm x 60 cm) igual a 4,50 kN/m, ou 450 kgf/m;
- Fechamento lateral igual a 0,50 kN/m<sup>2</sup>, ou 50 kgf/m<sup>2</sup>. Carregamento distribuído no pilar: 0,50 x 6,00 = 3,00 kN/m;
- **Total distribuído no pilar: 7,50 kN/m.**



**FIGURA 5.11 – Carregamento de peso próprio (PP).**

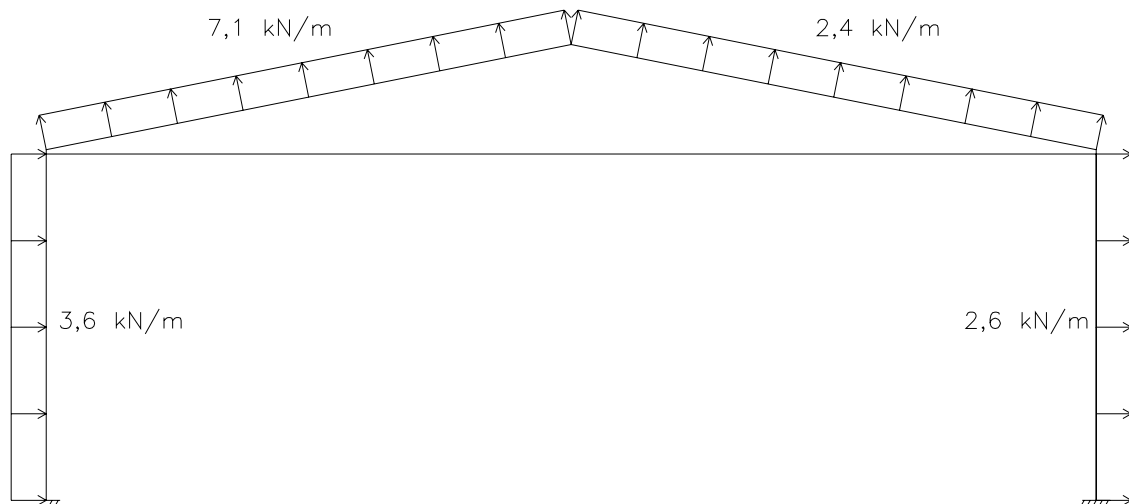
A Figura 5.12 apresenta a carga acidental (CA). Para obter o carregamento distribuído na viga, basta multiplicar o valor de 0,25 kN/m<sup>2</sup> pelo espaçamento entre pórticos: 6 m.



**FIGURA 5.12 – Carga acidental (CA).**

Para a ação do vento (Figura 5.13) foram considerados os seguintes dados:

- Velocidade básica do vento,  $V_0$ , igual a 40 m/s;
- Fator topográfico,  $S_1$ , igual a 1,0;
- Rugosidade do terreno,  $S_2$ : Categoria II, Classe C;
- Fator estatístico,  $S_3$ , igual a 1,0;
- Coeficiente de pressão interna,  $C_i$ , igual a 0,0;
- Ângulo de Incidência do vento: 90°



**FIGURA 5.13 – Ação do vento (VT90).**

Após processada a análise linear, os diagramas de momentos fletores e esforço normal, para as combinações últimas, e os deslocamentos, para as combinações de serviço, são apresentados nas figuras de 5.14 até 5.19.

De posse dos esforços atuantes da análise linear, foram calculadas as taxas de aço para os elementos estruturais. Indicam-se a seguir as áreas de aço ( $A_s$ ) e os momentos resistentes ( $M_R$ ):

- Vigas:  $A_{s1}$  e  $A_{s2} = 10,0 \text{ cm}^2$ ,  $M_R=270 \text{ kN.m}$ ;
- Pilares:  $A_{s1}$  e  $A_{s2} = 15,7 \text{ cm}^2$ ,  $M_R=410 \text{ kN.m}$ .

A análise não-linear foi realizada conforme modelo proposto. Foram encontrados os resultados apresentados nas Tabelas 5.3 e 5.4, respectivamente para COMB1 e COMB2.

As Tabelas 5.3 e 5.4 foram divididas em cinco partes cada, com o objetivo de mostrar todos os valores encontrados para as nove etapas de carregamento. Além disso, tais tabelas apresentam também os momentos de inércia para todos os elementos, tanto no Estádio I como no Estádio II. Como convenção, é adotado: esforço normal negativo equivale a tração; Momento fletor negativo é aquele que traciona o lado externo do pórtico.

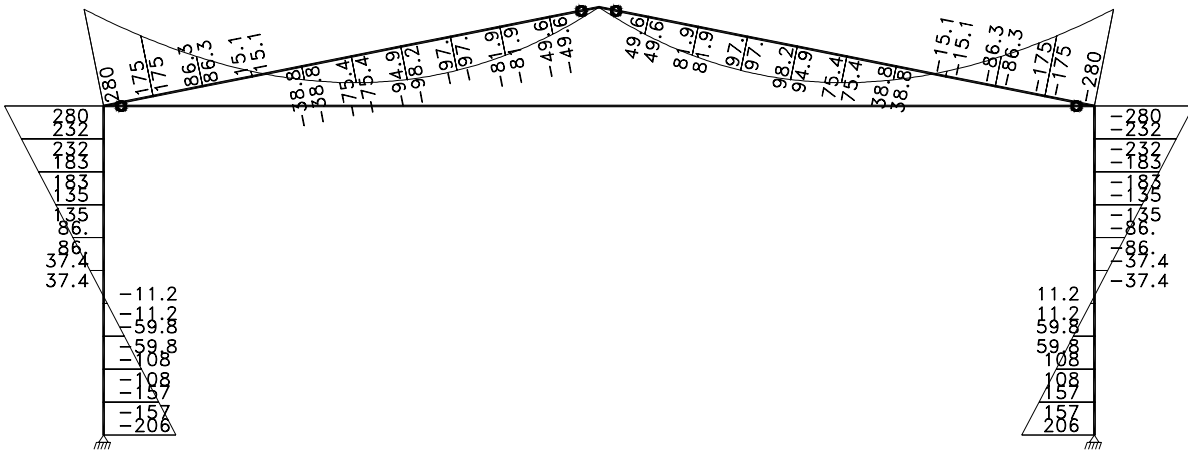


FIGURA 5.14 – Análise linear. Diagrama de momento fletor para COMB1 (kN, m).

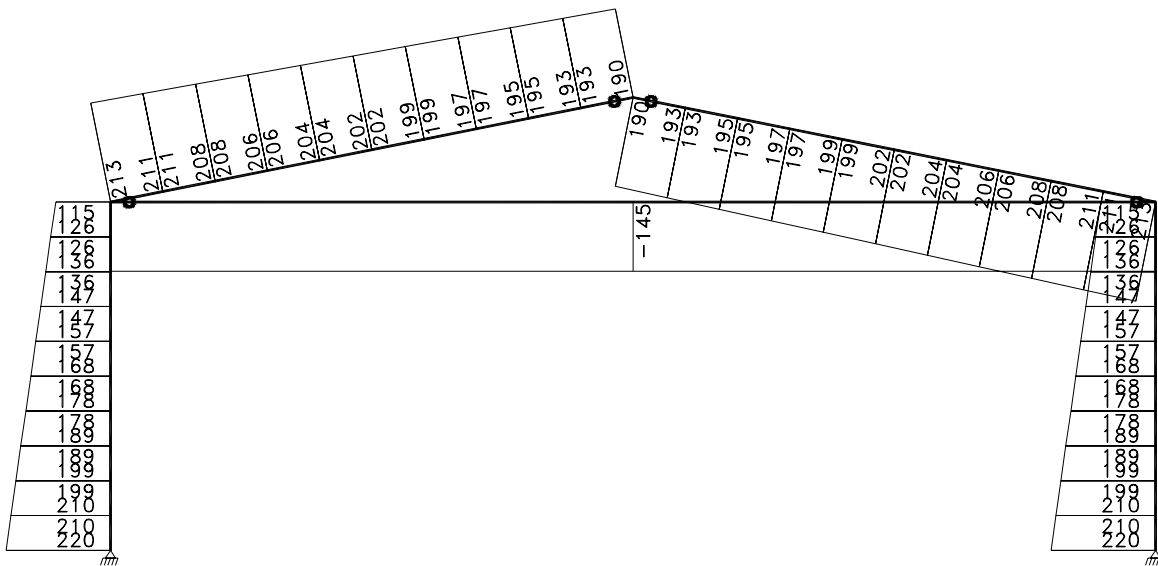


FIGURA 5.15 – Análise linear. Diagrama de esforço normal para COMB1 (kN).

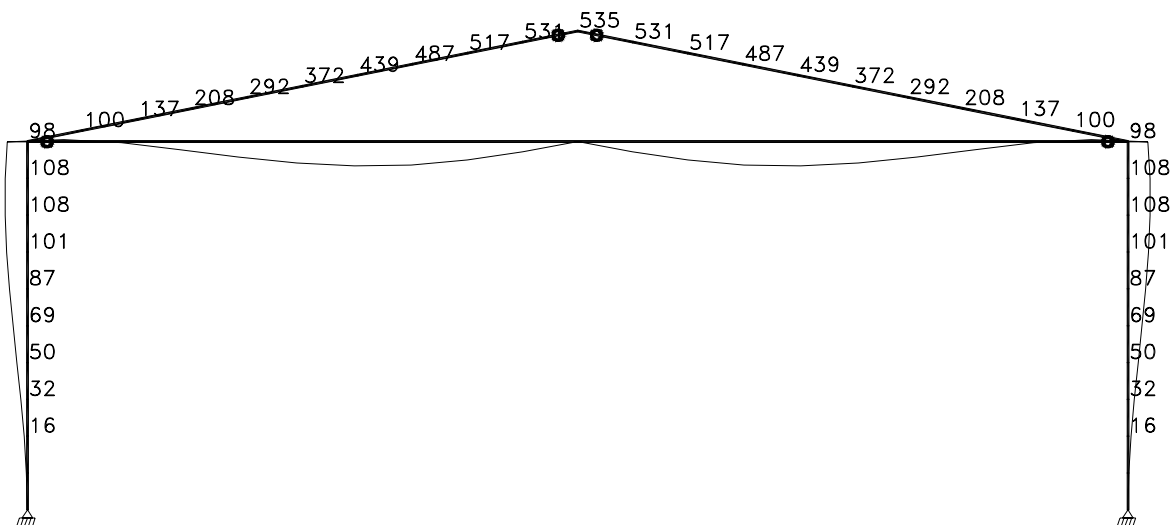


FIGURA 5.16 – Análise linear. Deformada para COMB1, valores multiplicados por  $10^2$  (cm).



**TABELA 5.3 – Análise não-linear. Planilha de cálculo mostrando as etapas de carregamento para COMB1.**

ELEM	ANÁLISE ELÁSTICA		ESTÁDIO I $I_h$ (cm <sup>4</sup> )	ESTÁDIO II $I_{II}$ (cm <sup>4</sup> )	ETAPA 1 - CARREG. 15% ELU				
	M (kN.m)	N (kN)			M	N	$M_r$	$I_m$ (cm <sup>4</sup> )	C
1	206	220	666841	202965	34	33	86	-	1
2	157	210	666841	202965	26	31	85	-	1
3	108	199	666841	202965	18	30	85	-	1
4	60	189	666841	202965	10	28	85	-	1
5	-37	178	666841	202965	-5,3	27	85	-	1
6	-86	168	666841	202965	-13	25	85	-	1
7	-135	157	666841	202965	-21	24	85	-	1
8	-183	147	666841	202965	-29	22	84	-	1
9	-232	136	666841	202965	-36	20	84	-	1
10	-280	126	666841	202965	-44	19	84	-	1
11	-280	213	481938	112112	-44	31	68	-	1
12	-175	211	360269	137153	-28	31	48	-	1
13	-86	208	360269	137153	-15	31	48	-	1
14	39	206	360269	137153	4,6	30	48	-	1
15	75	204	360269	137153	10	30	48	-	1
16	95	202	360269	137153	13	30	48	-	1
17	97	199	360269	137153	14	29	48	-	1
18	97	197	360269	137153	14	29	48	-	1
19	82	195	360269	137153	12	29	48	-	1
20	50	193	360269	137153	7,2	28	48	-	1
21	50	193	360269	137153	7,2	28	48	-	1
22	82	195	360269	137153	12	29	48	-	1
23	97	197	360269	137153	14	29	48	-	1
24	97	199	360269	137153	14	29	48	-	1
25	95	202	360269	137153	13	30	48	-	1
26	75	204	360269	137153	10	30	48	-	1
27	39	206	360269	137153	4,6	30	48	-	1
28	-86	208	360269	137153	-15	31	48	-	1
29	-175	211	360269	137153	-28	31	48	-	1
30	-280	213	481938	112112	-44	31	68	-	1
31	-280	126	666841	202965	-44	19	84	-	1
32	-232	136	666841	202965	-36	20	84	-	1
33	-183	147	666841	202965	-29	22	84	-	1
34	-135	157	666841	202965	-21	24	85	-	1
35	-86	168	666841	202965	-13	25	85	-	1
36	-37	178	666841	202965	-5,3	27	85	-	1
37	60	189	666841	202965	10	28	85	-	1
38	108	199	666841	202965	18	30	85	-	1
39	157	210	666841	202965	26	31	85	-	1
40	206	220	666841	202965	34	33	86	-	1



TABELA 5.3 – Continuação (parte 2).

ELEM.	ETAPA 2 - CARREG. 30% ELU					ETAPA 3 - CARREG. 45% ELU				
	M (kN.m)	N (kN)	M <sub>r</sub> (kN.m)	I <sub>m</sub> (cm <sup>4</sup> )	C	M (kN.m)	N (kN)	M <sub>r</sub> (kN.m)	I <sub>m</sub> (cm <sup>4</sup> )	C
1	67	66	89	-	1	98	99	93	-	1
2	52	63	89	-	1	76	94	92	-	1
3	36	60	89	-	1	54	90	92	-	1
4	20	57	88	-	1	32	85	91	-	1
5	-11	53	88	-	1	-12	80	91	-	1
6	-26	50	87	-	1	-34	75	90	-	1
7	-42	47	87	-	1	-56	71	90	-	1
8	-57	44	87	-	1	-78	66	89	-	1
9	-73	41	86	-	1	-100	61	89	494011	0,74
10	-88	38	86	626086	0,94	-122	56	88	328537	0,49
11	-88	63	71	268823	0,56	-122	97	74	162171	0,34
12	-52	62	53	-	1	-75	96	59	222599	0,62
13	-29	61	53	-	1	-36	95	58	-	1
14	9,2	60	53	-	1	20	94	58	-	1
15	21	60	53	-	1	36	93	58	-	1
16	27	59	53	-	1	44	92	58	-	1
17	28	58	52	-	1	45	91	58	-	1
18	28	58	52	-	1	45	90	58	-	1
19	24	57	52	-	1	38	89	57	-	1
20	14	56	52	-	1	23	88	57	-	1
21	14	56	52	-	1	23	88	57	-	1
22	24	57	52	-	1	38	89	57	-	1
23	28	58	52	-	1	45	90	58	-	1
24	28	58	52	-	1	45	91	58	-	1
25	27	59	53	-	1	44	92	58	-	1
26	21	60	53	-	1	36	93	58	-	1
27	9,2	60	53	-	1	20	94	58	-	1
28	-29	61	53	-	1	-36	95	58	-	1
29	-52	62	53	-	1	-75	96	59	222599	0,62
30	-88	63	71	268823	0,56	-122	97	74	162171	0,34
31	-88	38	86	626086	0,94	-122	56	88	328537	0,49
32	-73	41	86	-	1	-100	61	89	494011	0,74
33	-57	44	87	-	1	-78	66	89	-	1
34	-42	47	87	-	1	-56	71	90	-	1
35	-26	50	87	-	1	-34	75	90	-	1
36	-11	53	88	-	1	-12	80	91	-	1
37	20	57	88	-	1	32	85	91	-	1
38	36	60	89	-	1	54	90	92	-	1
39	52	63	89	-	1	76	94	92	-	1
40	67	66	89	-	1	98	99	93	-	1

TABELA 5.3 – Continuação (parte 3).

ELEM.	ETAPA 4 - CARREG. 60% ELU					ETAPA 5 - CARREG. 70% ELU				
	M (kN.m)	N (kN)	M <sub>r</sub> (kN.m)	I <sub>m</sub> (cm <sup>4</sup> )	C	M (kN.m)	N (kN)	M <sub>r</sub> (kN.m)	I <sub>m</sub> (cm <sup>4</sup> )	C
1	128	132	97	355950	0,53	124	157	99	391441	0,59
2	101	126	96	581583	0,87	96	150	99	-	1
3	75	119	95	-	1	67	142	98	-	1
4	49	113	95	-	1	39	135	97	-	1
5	22	107	94	-	1	-18	127	96	-	1
6	-30	101	93	-	1	-46	120	95	-	1
7	-57	94	92	-	1	-75	112	94	-	1
8	-83	88	92	-	1	-103	105	94	524749	0,79
9	-109	82	91	428317	0,64	-131	97	93	320793	0,48
10	-136	75	90	291929	0,44	-160	90	92	253673	0,38
11	-136	138	78	152127	0,32	-160	165	81	136404	0,28
12	-75	137	65	263028	0,73	-88	164	69	221486	0,61
13	-26	136	65	-	1	-29	162	69	-	1
14	43	134	65	-	1	52	160	69	-	1
15	62	133	64	-	1	74	159	69	305808	0,85
16	70	132	64	293057	0,81	85	157	68	228541	0,63
17	70	130	64	293057	0,81	85	156	68	228541	0,63
18	68	129	64	312224	0,87	81	154	68	247975	0,69
19	56	128	64	-	1	67	152	67	-	1
20	33	126	63	-	1	39	151	67	-	1
21	33	126	63	-	1	39	151	67	-	1
22	56	128	64	-	1	67	152	67	-	1
23	68	129	64	312224	0,87	81	154	68	247975	0,69
24	70	130	64	293057	0,81	85	156	68	228541	0,63
25	70	132	64	293057	0,81	85	157	68	228541	0,63
26	62	133	64	-	1	74	159	69	305808	0,85
27	43	134	65	-	1	52	160	69	-	1
28	-26	136	65	-	1	-29	162	69	-	1
29	-75	137	65	263028	0,73	-88	164	69	221486	0,61
30	-136	138	78	152127	0,32	-160	165	81	136404	0,28
31	-136	75	90	291929	0,44	-160	90	92	253673	0,38
32	-109	82	91	428317	0,64	-131	97	93	320793	0,48
33	-83	88	92	-	1	-103	105	94	524749	0,79
34	-57	94	92	-	1	-75	112	94	-	1
35	-30	101	93	-	1	-46	120	95	-	1
36	22	107	94	-	1	-18	127	96	-	1
37	49	113	95	-	1	39	135	97	-	1
38	75	119	95	-	1	67	142	98	-	1
39	101	126	96	581583	0,87	96	150	99	-	1
40	128	132	97	355950	0,53	124	157	99	391441	0,59

TABELA 5.3 – Continuação (parte 4).

ELEM.	ETAPA 6 - CARREG. 80% ELU					ETAPA 7 - CARREG. 100% ELU				
	M (kN.m)	N (kN)	M <sub>r</sub> (kN.m)	I <sub>m</sub> (cm <sup>4</sup> )	C	M (kN.m)	N (kN)	M <sub>r</sub> (kN.m)	I <sub>m</sub> (cm <sup>4</sup> )	C
1	160	189	103	282631	0,42	157	220	106	299354	0,45
2	126	180	102	402179	0,6	120	210	105	474881	0,71
3	91	171	101	-	1	83	199	104	-	1
4	57	162	100	-	1	46	189	103	-	1
5	22	153	99	-	1	-28	178	102	-	1
6	-47	144	98	-	1	-65	168	101	-	1
7	-81	135	97	-	1	-102	157	99	614628	0,92
8	-116	126	96	420563	0,63	-139	147	98	317581	0,48
9	-150	117	95	277598	0,42	-176	136	97	245764	0,37
10	-185	108	94	233884	0,35	-213	126	96	222106	0,33
11	-185	201	84	127831	0,27	-213	235	88	122887	0,25
12	-100	199	75	207748	0,58	-114	232	80	191262	0,53
13	-30	197	75	-	1	-33	230	80	-	1
14	66	195	74	-	1	79	228	80	-	1
15	92	193	74	230544	0,64	109	226	79	198718	0,55
16	104	191	74	194344	0,54	122	223	79	176381	0,49
17	104	189	73	191314	0,53	122	221	78	174432	0,48
18	100	187	73	200514	0,56	117	219	78	181225	0,50
19	81	185	73	284344	0,79	95	217	78	238548	0,66
20	48	183	72	-	1	56	214	77	-	1
21	48	183	72	-	1	56	214	77	-	1
22	81	185	73	284344	0,79	95	217	78	238548	0,66
23	100	187	73	200514	0,56	117	219	78	181225	0,50
24	104	189	73	191314	0,53	122	221	78	174432	0,48
25	104	191	74	194344	0,54	122	223	79	176381	0,49
26	92	193	74	230544	0,64	109	226	79	198718	0,55
27	66	195	74	-	1	79	228	80	-	1
28	-30	197	75	-	1	-33	230	80	-	1
29	-100	199	75	207748	0,58	-114	232	80	191262	0,53
30	-185	201	84	127831	0,27	-213	235	88	122887	0,25
31	-185	108	94	233884	0,35	-213	126	96	222106	0,33
32	-150	117	95	277598	0,42	-176	136	97	245764	0,37
33	-116	126	96	420563	0,63	-139	147	98	317581	0,48
34	-81	135	97	-	1	-102	157	99	614628	0,92
35	-47	144	98	-	1	-65	168	101	-	1
36	22	153	99	-	1	-28	178	102	-	1
37	57	162	100	-	1	46	189	103	-	1
38	91	171	101	-	1	83	199	104	-	1
39	126	180	102	402179	0,6	120	210	105	474881	0,71
40	160	189	103	282631	0,42	157	220	106	299354	0,45

TABELA 5.3 – Continuação (parte 5, final).

ELEM.	ETAPA 8 - CARREG. 100% ELU - 2					ETAPA 9 - CARREG. 100% ELU - 3					Cm
	M (kN.m)	N (kN)	M <sub>r</sub> (kN.m)	I <sub>m</sub> (cm <sup>4</sup> )	C	M (kN.m)	N (kN)	M <sub>r</sub> (kN.m)	I <sub>m</sub> (cm <sup>4</sup> )	C	
1	169	220	106	274757	0,41	159	220	106	294595	0,44	0,72
2	131	210	105	394423	0,59	122	210	105	457484	0,69	
3	93	199	104	-	1	84	199	104	-	1	
4	55	189	103	-	1	47	189	103	-	1	
5	-21	178	102	-	1	-28	178	102	-	1	
6	-59	168	101	-	1	-66	168	101	-	1	
7	-97	157	99	-	1	-103	157	99	598873	0,90	
8	-135	147	98	331781	0,5	-141	147	98	311215	0,47	
9	-173	136	97	248811	0,37	-178	136	97	243873	0,37	
10	-211	126	96	222842	0,33	-216	126	96	221065	0,33	
11	-211	236	88	123301	0,26	-216	234	88	122301	0,25	0,65
12	-112	233	80	195232	0,54	-117	232	80	185922	0,52	
13	34	231	80	-	1	-35	229	80	-	1	
14	80	229	80	-	1	78	227	79	-	1	
15	110	227	79	137153	0,55	108	225	79	210030	0,56	
16	123	224	79	175121	0,49	121	223	79	177694	0,49	
17	123	222	79	175121	0,49	121	220	78	175680	0,49	
18	118	220	78	179750	0,5	116	218	78	182765	0,51	
19	96	218	78	234388	0,65	95	216	78	238548	0,66	
20	57	215	78	-	1	56	214	77	-	1	
21	57	215	78	-	1	56	214	77	-	1	0,65
22	96	218	78	234388	0,65	95	216	78	238548	0,66	
23	118	220	78	179750	0,5	116	218	78	182765	0,51	
24	123	222	79	175121	0,49	121	220	78	175680	0,49	
25	123	224	79	175121	0,49	121	223	79	177694	0,49	
26	110	227	79	137153	0,55	108	225	79	210030	0,56	
27	80	229	80	-	1	78	227	79	-	1	
28	34	231	80	-	1	-35	229	80	-	1	
29	-112	233	80	195232	0,54	-117	232	80	185922	0,52	
30	-211	236	88	123301	0,26	-216	234	88	122301	0,25	
31	-211	126	96	222842	0,33	-216	126	96	221065	0,33	0,72
32	-173	136	97	248811	0,37	-178	136	97	243873	0,37	
33	-135	147	98	331781	0,5	-141	147	98	311215	0,47	
34	-97	157	99	-	1	-103	157	99	598873	0,90	
35	-59	168	101	-	1	-66	168	101	-	1	
36	-21	178	102	-	1	-28	178	102	-	1	
37	55	189	103	-	1	47	189	103	-	1	
38	93	199	104	-	1	84	199	104	-	1	
39	131	210	105	394423	0,59	122	210	105	457484	0,69	
40	169	220	106	274757	0,41	159	220	106	294595	0,44	

**TABELA 5.4 – Análise não-linear. Planilha de cálculo mostrando as etapas de carregamento para a COMB2.**

ELEM.	ANÁLISE ELÁSTICA		ESTÁDIO I	ESTÁDIO II	ETAPA 1 - CARREG. 15% ELU				
	M (kN.m)	N (kN)	I <sub>h</sub> (cm <sup>4</sup> )	I <sub>II</sub> (cm <sup>4</sup> )	M (kN.m)	N (kN)	M <sub>r</sub> (kN.m)	I <sub>m</sub> (cm <sup>4</sup> )	C
1	-124	60	666841	202965	-19	9,1	83	-	1
2	-76	50	666841	202965	-12	7,5	83	-	1
3	-33	39	666841	202965	-5,2	5,9	83	-	1
4	38	29	666841	202965	5,4	4,3	82	-	1
5	65	18	666841	202965	9,6	2,8	82	-	1
6	88	7.8	666841	202965	13	1,2	82	-	1
7	106	-13	666841	202965	16	-2	82	-	1
8	118	-24	666841	202965	18	-3,5	82	-	1
9	126	-34	666841	202965	19	-5,1	81	-	1
10	128	-45	666841	202965	19	-6,7	81	-	1
11	128	-10	481938	112112	19	-1,6	64	-	1
12	67	-12	360269	131759	9,8	-1,8	31	-	1
13	-24	-14	360269	131759	-3,7	-2	31	-	1
14	-53	-15	360269	131759	-8,1	-2,3	31	-	1
15	-71	17	360269	131759	-11	-2,5	31	-	1
16	-79	-19	360269	131759	-12	-2,8	31	-	1
17	-79	-20	360269	131759	-12	-3	30	-	1
18	-75	-22	360269	131759	-11	-3,3	30	-	1
19	-61	-23	360269	131759	-9,2	-3,5	30	-	1
20	-36	-25	360269	131759	-5,4	-3,7	30	-	1
21	21	-33	360269	131759	3,2	-5	30	-	1
22	38	-32	360269	131759	5,7	-4,8	30	-	1
23	50	-30	360269	131759	7,5	-4,5	30	-	1
24	57	-29	360269	131759	8,7	-4,3	30	-	1
25	60	-27	360269	131759	9	-4	30	-	1
26	60	-25	360269	131759	9	-3,8	30	-	1
27	58	-24	360269	131759	8,9	-3,6	30	-	1
28	52	-22	360269	131759	7,9	-3,3	30	-	1
29	41	-20	360269	131759	6,3	-3,1	30	-	1
30	25	-19	481938	112112	4	-2,8	64	-	1
31	-12	21	666841	202965	-1,6	3,2	82	-	1
32	-27	32	666841	202965	-3,8	4,8	82	-	1
33	-37	42	666841	202965	-5,4	6,4	83	-	1
34	-44	53	666841	202965	-6,9	7,9	83	-	1
35	-48	63	666841	202965	-6,9	9,5	83	-	1
36	-48	74	666841	202965	-6,9	11	83	-	1
37	-48	84	666841	202965	-6,9	13	83	-	1
38	-44	95	666841	202965	-6,3	14	83	-	1
39	-36	105	666841	202965	-5,2	16	84	-	1
40	-25	116	666841	202965	-3,5	17	84	-	1

TABELA 5.4 – Continuação (parte 2).

ELEM.	ETAPA 2 - CARREG. 30% ELU					ETAPA 3 - CARREG. 45% ELU				
	M (kN.m)	N (kN)	M <sub>r</sub> (kN.m)	I <sub>m</sub> (cm <sup>4</sup> )	C	M (kN.m)	N (kN)	M <sub>r</sub> (kN.m)	I <sub>m</sub> (cm <sup>4</sup> )	C
1	-38	18	84	-	1	-56	27	85	-	1
2	-23	15	84	-	1	-35	22	84	-	1
3	-10	12	83	-	1	-16	18	84	-	1
4	11	8,7	83	-	1	16	13	83	-	1
5	19	5,5	83	-	1	29	8,3	83	-	1
6	26	2,4	82	-	1	39	3,6	82	-	1
7	31	-3,9	81	-	1	47	-5,9	81	-	1
8	35	-7,1	81	-	1	53	-11	81	-	1
9	37	-10	81	-	1	56	-15	80	-	1
10	38	-13	80	-	1	57	-20	80	-	1
11	38	-3,1	64	-	1	57	-4,7	64	-	1
12	20	-3,6	30	-	1	29	-5,4	29	-	1
13	-7,5	-4,1	30	-	1	-11	-6,7	29	-	1
14	16	-4,6	29	-	1	-24	-6,9	29	-	1
15	-22	-5,1	29	-	1	-32	-7,6	29	285893	0,79
16	-24	-5,5	29	-	1	-36	-8,3	29	227984	0,63
17	-24	-6	29	-	1	-36	-9,1	29	227984	0,63
18	-23	-6,5	29	-	1	-34	-9,8	29	252702	0,70
19	-18	-7	29	-	1	-28	-11	29	-	1
20	-11	-7,1	29	-	1	-16	-11	29	-	1
21	6,4	-10	29	-	1	9,6	-15	28	-	1
22	11	-9,6	29	-	1	17	-14	28	-	1
23	15	-9,1	29	-	1	22	-14	28	-	1
24	17	-8,6	29	-	1	26	-13	29	-	1
25	18	-8,1	29	-	1	27	-12	29	-	1
26	18	-7,6	29	-	1	27	-11	29	-	1
27	18	-7,1	29	-	1	27	-11	29	-	1
28	16	-6,6	29	-	1	24	-10	29	-	1
29	13	-6,1	29	-	1	19	-9,2	29	-	1
30	8,1	-5,7	64	-	1	12	-8,5	64	-	1
31	-3,2	6,4	83	-	1	-49	9,6	83	-	1
32	-7,5	9,5	83	-	1	-11	14	83	-	1
33	-11	13	83	-	1	-16	19	84	-	1
34	-13	16	84	-	1	-19	24	85	-	1
35	-14	19	84	-	1	-21	28	85	-	1
36	-14	22	84	-	1	-21	33	86	-	1
37	-14	25	85	-	1	-21	38	86	-	1
38	-13	28	85	-	1	-19	43	87	-	1
39	-10	32	85	-	1	-15	47	87	-	1
40	-7	35	86	-	1	-10	52	88	-	1

TABELA 5.4 – Continuação (parte 3).

ELEM.	ETAPA 4 - CARREG. 60% ELU					ETAPA 5 - CARREG. 70% ELU				
	M (kN.m)	N (kN)	M <sub>r</sub> (kN.m)	I <sub>m</sub> (cm <sup>4</sup> )	C	M (kN.m)	N (kN)	M <sub>r</sub> (kN.m)	I <sub>m</sub> (cm <sup>4</sup> )	C
1	-71	36	86	-	1	-86	43	87	-	1
2	-42	30	85	-	1	-51	35	86	-	1
3	-17	24	85	-	1	-21	28	85	-	1
4	25	17	84	-	1	30	20	84	-	1
5	42	11	83	-	1	50	13	83	-	1
6	55	0	82	-	1	66	0	82	-	1
7	66	-8	81	-	1	79	-9,6	81	-	1
8	73	-14	80	-	1	88	-17	80	519799	0,78
9	78	-21	80	-	1	93	-25	79	444499	0,67
10	79	-27	79	-	1	95	-32	78	413772	0,62
11	79	-6,1	64	271410	0,56	95	-7,6	64	188289	0,39
12	42	-7,1	29	183699	0,51	51	-8,7	29	155649	0,43
13	-13	-8	29	-	1	-15	-9,9	29	-	1
14	-31	-9	29	306764	0,85	-36	-11	29	227984	0,63
15	-42	-10	29	183699	0,51	-49	-12	29	159795	0,44
16	-46	-11	29	167856	0,47	-55	-13	29	149421	0,41
17	-46	-12	29	167856	0,47	-55	-15	28	147108	0,41
18	-45	-13	29	171173	0,48	-53	-16	28	149560	0,42
19	-36	-14	28	227984	0,63	-43	-17	28	172842	0,48
20	-21	-15	28	-	1	-25	-18	28	-	1
21	13	-20	28	-	1	15	-24	27	-	1
22	27	-19	28	-	1	26	-23	27	-	1
23	30	-18	28	331291	0,92	34	-22	28	236864	0,66
24	34	-17	28	252702	0,70	39	-20	28	192472	0,53
25	35	-16	28	239461	0,66	41	-19	28	181464	0,50
26	35	-15	28	239461	0,66	41	-18	28	181464	0,50
27	34	-14	28	252702	0,70	39	-17	28	192472	0,53
28	31	-13	29	306764	0,85	34	-16	28	236864	0,66
29	24	-12	29	-	1	26	-15	28	-	1
30	15	-11	63	-	1	15	-13	63	-	1
31	-8,1	13	83	-	1	-13	16	84	-	1
32	-17	19	84	-	1	-23	23	84	-	1
33	-23	26	85	-	1	-31	31	85	-	1
34	-27	32	85	-	1	-36	38	86	-	1
35	-29	38	86	-	1	-39	46	87	-	1
36	-29	44	87	-	1	-39	53	88	-	1
37	-28	51	88	-	1	-38	61	89	-	1
38	-26	57	88	-	1	-36	68	89	-	1
39	-21	63	89	-	1	-30	76	90	-	1
40	-14	70	90	-	1	-22	83	91	-	1

TABELA 5.4 – Continuação (parte 4).

ELEM.	ETAPA 6 - CARREG. 85% ELU					ETAPA 7 - CARREG. 100% ELU				
	M (kN.m)	N (kN)	M <sub>r</sub> (kN.m)	I <sub>m</sub> (cm <sup>4</sup> )	C	M (kN.m)	N (kN)	M <sub>r</sub> (kN.m)	I <sub>m</sub> (cm <sup>4</sup> )	C
1	-112	51	88	379756	0,57	-134	60	89	293235	0,44
2	-71	42	87	-	1	-85	49	87	-	1
3	-33	33	86	-	1	-41	39	86	-	1
4	28	24	85	-	1	32	28	85	-	1
5	53	15	84	-	1	61	18	84	-	1
6	73	0	82	-	1	85	0	82	604739	0,91
7	89	-11	81	521225	0,78	104	-14	80	365381	0,55
8	100	-20	80	392969	0,59	118	-24	79	296158	0,44
9	107	-29	79	340805	0,51	126	-35	78	271089	0,41
10	110	-38	78	320241	0,48	130	-45	77	260059	0,39
11	110	-9,7	64	154491	0,32	130	-12	63	132510	0,27
12	58	-11	29	146041	0,41	68	-13	29	139318	0,39
13	19	-12	29	-	1	-23	-15	28	-	1
14	-44	-14	28	169233	0,47	-52	-17	28	150969	0,42
15	-60	-15	28	142597	0,4	-70	-18	28	137609	0,38
16	-66	-17	28	139161	0,39	-78	-20	28	135554	0,38
17	-66	-18	28	139161	0,39	-78	-21	28	135554	0,38
18	-64	-19	28	140131	0,39	-75	-23	27	135597	0,38
19	-52	-21	28	150969	0,42	-61	-25	27	140530	0,39
20	-30	-22	28	305160	0,85	-36	-28	27	204061	0,57
21	17	-29	27	-	1	20	-35	26	-	1
22	31	-28	27	263255	0,73	36	-33	26	193930	0,54
23	40	-26	27	179196	0,5	47	-31	27	156646	0,43
24	46	-25	27	158881	0,44	53	-30	27	147150	0,41
25	48	-24	27	154636	0,43	55	-28	27	145030	0,4
26	48	-22	28	158218	0,44	55	-26	27	145030	0,4
27	46	-21	28	158218	0,44	53	-25	27	147150	0,41
28	40	-20	28	186624	0,52	45	-23	27	161374	0,45
29	30	-18	28	305160	0,85	34	-22	28	222634	0,62
30	16	-17	63	-	1	14	-20	63	-	1
31	-18	18	84	-	1	-23	22	84	-	1
32	-31	27	85	-	1	-38	32	85	-	1
33	-40	36	86	-	1	-50	43	87	-	1
34	-47	45	87	-	1	-58	53	88	-	1
35	-51	54	88	-	1	-63	64	89	-	1
36	-52	63	89	-	1	-64	74	90	-	1
37	-52	72	90	-	1	-64	85	91	-	1
38	-49	81	91	-	1	-61	95	93	-	1
39	-44	90	92	-	1	-55	106	94	-	1
40	-35	99	93	-	1	-45	116	95	-	1



TABELA 5.4 – Continuação (parte 5, final).

ELEM.	ETAPA 8 - CARREG. 100% ELU - 2					ETAPA 9 - CARREG. 100% ELU - 3					Cm
	M (kN.m)	N (kN)	M <sub>r</sub> (kN.m)	I <sub>m</sub> (cm <sup>4</sup> )	C	M (kN.m)	N (kN)	M <sub>r</sub> (kN.m)	I <sub>m</sub> (cm <sup>4</sup> )	C	
1	-142	60	89	274548	0,41	-137	60	89	285584	0,43	0,7
2	-92	50	87	573925	0,86	-88	50	87	646112	0,97	
3	-48	39	86	-	1	-44	39	86	-	1	
4	26	29	85	-	1	30	29	85	-	1	
5	56	18	84	-	1	59	18	84	-	1	
6	80	0	82	-	1	83	0	82	644886	0,97	
7	99	-13	80	400763	0,6	102	-13	80	378499	0,57	
8	114	-24	79	309946	0,46	116	-24	79	302753	0,45	
9	123	-34	78	277982	0,42	125	-34	78	273295	0,41	
10	127	-45	77	265648	0,4	129	-45	77	261850	0,39	
11	127	-12	63	134507	0,28	129	-12	63	125092	0,26	0,46
12	66	-14	28	139161	0,39	67	-13	29	139779	0,39	
13	-25	-15	28	-	1	-23	-15	28	-	1	
14	-54	-17	28	148277	0,41	-52	-17	28	150969	0,42	
15	-72	-19	28	136985	0,38	-71	-18	28	137286	0,38	
16	-79	-20	28	135365	0,38	-78	-20	28	135554	0,38	
17	-79	-22	28	135365	0,38	-78	-22	28	135554	0,38	
18	-76	-23	27	135399	0,38	-75	-23	27	135597	0,38	
19	-61	-25	27	140530	0,39	-61	-25	27	140530	0,39	
20	-36	-27	27	204061	0,57	-36	-28	27	204061	0,57	
21	20	-35	26	-	1	20	-35	26	-	1	0,57
22	36	-33	26	193930	0,54	36	-33	26	193930	0,54	
23	47	-32	27	156646	0,43	47	-32	27	156646	0,43	
24	54	-30	27	146041	0,41	53	-30	27	147150	0,41	
25	55	-29	27	145030	0,4	55	-28	27	145030	0,40	
26	55	-27	27	145030	0,4	55	-27	27	145030	0,40	
27	53	-25	27	147150	0,41	53	-25	27	147150	0,41	
28	46	-24	27	158881	0,44	45	-23	27	161374	0,45	
29	34	-22	28	222634	0,62	34	-22	28	222634	0,62	
30	18	-20	63	-	1	17	-20	63	-	1	
31	-23	22	84	-	1	-23	22	84	-	1	1
32	-39	32	85	-	1	-39	32	85	-	1	
33	-51	43	87	-	1	-51	43	87	-	1	
34	-60	53	88	-	1	-59	53	88	-	1	
35	-65	64	89	-	1	-64	64	89	-	1	
36	-66	74	90	-	1	-65	74	90	-	1	
37	-66	85	91	-	1	-65	85	91	-	1	
38	-64	95	93	-	1	-63	95	93	-	1	
39	-58	106	94	-	1	-57	106	94	-	1	
40	-49	116	95	-	1	-47	116	95	-	1	

### 5.7.2 – Discussão dos resultados – exemplo 5.1

Os resultados obtidos para o exemplo 5.1 permitem a realização de algumas observações.

A primeira é a comprovação da fissuração dos elementos estruturais de concreto armado, que compõem o pórtico. Tanto os pilares quanto as vigas sofrem perda de rigidez, de forma significativa. Isso ocorre tanto para a combinação 1 (COMB1) quanto para a combinação 2 (COMB2).

De acordo com o exemplo 5.1 resultam os coeficientes redutores médios ( $C_m$ ) indicados na Tabela 5.5.

**TABELA 5.5 – Valores dos coeficientes redutores médios ( $C_m$ ).**

ELEMENTOS		COMB1	COMB2
01 - 10	Pilar	0,72	0,70
11 - 20	Viga	0,65	0,46
21 - 31	Viga	0,65	0,57
31 - 40	Pilar	0,72	1,00

Observa-se que a viga sofre fissuração na mesma proporção que o pilar, para COMB1, e um pouco mais que o pilar, para COMB2. Isso diverge dos resultados encontrados por BEZERRA e TEIXEIRA (2005), em que o coeficiente redutor de inércia para a viga se encontra próximo de 1,0.

Ainda de acordo com os resultados de BEZERRA e TEIXEIRA (2005), a forma como o pilar perde rigidez é diferente em relação ao exemplo 5.1 deste trabalho. Esse fato, de certo modo, era esperado, uma vez que, para a estrutura analisada por BEZERRA e TEIXEIRA (2005), os pilares são apoiados na base.

Outro fator a ser destacado é que o momento de fissuração é ultrapassado na Etapa 2 para COMB1, e na Etapa 3 para COMB2. A Etapa 2 corresponde a 30% do ELU, enquanto que a Etapa 3, a 45%.

Esse fato mostra que parte da estrutura entra no Estádio II ainda em serviço. Isso quer dizer que a estrutura começa a sofrer redistribuição dos esforços em serviço, o que não é recomendado pela NBR 6118:2003.

Os resultados apresentados nas Tabelas 5.3 e 5.4 mostram que três etapas de carregamento total (100% da combinação última normal) são suficientes para se obter os coeficientes redutores de inércia, isto porque há convergência de resultados entre os passos 7, 8 e 9.

Para comparação entre os esforços obtidos com a Análise Linear e os esforços gerados ao final da Etapa 9 de carregamento (Análise não-linear), a Tabela 5.6 agrupa os valores em pontos de momento máximo.

**TABELA 5.6 – Valores dos esforços solicitantes para as combinações 1 e 2. Comparação entre a Análise linear e a Etapa 9 da Análise não-linear.**

ELEMENTOS			COMB1				COMB2			
			ANÁLISE LINEAR		ETAPA 9		ANÁLISE LINEAR		ETAPA 9	
			M (kN.m)	N (kN)	M (kN.m)	N (kN)	M (kN.m)	N (kN)	M (kN.m)	N (kN)
01	PILAR	BASE DO PILAR	206	220	159	220	-124	60	-137	60
10	PILAR	LIGAÇÃO VIGA-PILAR	-280	126	-216	126	128	-45	129	-45
11	VIGA	LIGAÇÃO VIGA-PILAR	-280	213	-216	234	128	-10	129	-12
16	VIGA	MEIO DA VIGA	95	202	121	223	-79	-19	-78	-20
25	VIGA	MEIO DA VIGA	95	202	121	223	60	-27	55	-28
30	VIGA	LIGAÇÃO VIGA-PILAR	-280	213	-216	234	25	-19	17	-20
31	PILAR	LIGAÇÃO VIGA-PILAR	-280	126	-216	126	-12	21	-23	22
40	PILAR	BASE DO PILAR	206	220	159	220	-25	116	-47	116

Lembra-se que, segundo a convenção de sinais, os esforços normais de tração são negativos e o momento fletor negativo traciona o lado externo do pórtico.

Comparando a Análise linear com a Etapa 9 de carregamento, observa-se que os esforços normais não se alteram para o pilar e se alteram pouco para a viga. Portanto a fissuração praticamente não altera o diagrama de esforço normal do pórtico. Tal fato já era esperado, pois a área da seção não foi alterada durante as etapas de carregamentos por considerar que mesmo uma seção fissurada se mantém íntegra para compressão.

Analisando a Tabela 5.6 e considerando que tanto o carregamento como a estrutura são simétricos, observa-se para o momento fletor na combinação 1 o seguinte:

- Base do pilar - diminuição do momento positivo de 22,8 %;
- Ligação viga-pilar - diminuição do momento negativo de 22,9 %;
- Meio da viga - aumento do momento positivo de 27,4 %.

Para a combinação 2 (carregamento assimétrico) tem-se:

- Base do pilar (01) - aumento do momento negativo de 10,5 %;
- Ligação viga-pilar (10) - aumento do momento positivo de 0,8 %;
- Ligação viga-pilar (11) - aumento do momento positivo de 0,8 %;
- Meio da viga (16) - diminuição do momento negativo de 1,3 %;
- Meio da viga (25) - diminuição do momento positivo de 8,3 %;
- Ligação viga-pilar (30) - diminuição do momento positivo de 32,0 %;
- Ligação viga-pilar (31) - aumento do momento negativo de 91,7 %;
- Base do pilar (40) - aumento do momento negativo de 88,0 %.

Percebe-se uma grande diferença entre os momentos fletores da Análise linear para a Análise não-linear, principalmente na combinação 1.

Para a primeira combinação, essa diferença se dá em torno dos 25 %, a favor da segurança para o pilar, mas contra a segurança para a viga.

Já para a combinação 2, ocorre um erro (contra a segurança) na base do pilar (elemento 01) de cerca de 10,0%. Mas para a viga, nos elementos 11 e 16, praticamente os esforços são os mesmos.

Vale destacar que para fins de dimensionamento, a brusca alteração que ocorreu nos elementos 25, 30, 31 e 40, no diagrama de momento fletor, possui pouca importância, uma vez que os esforços são de baixa magnitude quando comparados com os esforços atuantes nos elementos 01, 10, 11 e 16. E, portanto, os elementos de 21 a 40 não são utilizados para dimensionamento.

Para comparação entre os deslocamentos no estado limite de serviço, apresenta-se a Tabela 5.7, que reúne os deslocamentos em pontos principais da estrutura, levando em consideração as duas combinações e as análises, linear e não-linear.

**TABELA 5.7 – Valores dos deslocamentos (cm), verticais e horizontais, para as combinações 1 e 2. Comparação entre a análise linear e a Etapa 5 da análise não-linear.**

NÓ	COMB1				COMB2			
	ANÁLISE LINEAR		ETAPA 5		ANÁLISE LINEAR		ETAPA 5	
	VERTICAL	HORIZONTAL	VERTICAL	HORIZONTAL	VERTICAL	HORIZONTAL	VERTICAL	HORIZONTAL
11	-	-0,98	-	-1,16	-	-0,04	-	-0,11
16	-4,39	-	-5,24	-	2,43	-	2,85	-
21	-5,35	-	-6,26	-	1,91	-	1,67	-
26	-4,39	-	-5,24	-	-0,79	-	-0,81	-
31	-	0,98	-	1,16	-	-0,77	-	-0,74

Para análise da Tabela 5.7, convém lembrar que os nós citados referem-se a:

- Nós 11 e 31 - topo do pilar;
- Nós 16 e 26 - meio da viga;
- Nó 21 - cumeeira, ou seja, topo do pórtico.

É importante dizer que a Etapa 5 corresponde a 70 % do carregamento total da combinação última e, além disso, equivale exatamente à combinação rara de serviço.

Com base na Tabela 5.7, observa-se que para a combinação 1 o deslocamento horizontal do topo do pilar sofreu acréscimo de 18,4 %, da análise linear para a etapa 5 da análise não-linear. Já para a combinação 2, o maior aumento foi no nó 11, com um acréscimo de 175 %.

Os acréscimos verticais para a viga, na combinação 1, foram de: 19,4 % e 17,0 %, respectivamente no meio da viga e no topo do pórtico. Para a combinação 2, o maior acréscimo de deslocamento no meio da viga foi de 17,3 % para o nó 17. Já no topo do pórtico houve diminuição de 12,6 %.

No geral, observa-se que os erros, contra a segurança, dos deslocamentos na análise linear giram e torno de 20%, o que pode ocasionar uma verificação errônea do estado limite de serviço de deformações excessivas (ELS-DEF).

### 5.7.3 – Utilização do coeficiente redutor – exemplo 5.1

Ao final da Etapa 9 de carregamento, cada seção de concreto armado apresentou um coeficiente redutor de inércia,  $C$ , tanto para a combinação 1 quanto para a combinação 2.

A Tabela 5.5, anteriormente apresentada, mostra a média desses coeficientes,  $C_m$ , para cada peça.

Seria ideal se houvesse um único coeficiente redutor de inércia que traduzisse bem o comportamento não-linear físico do pórtico. Tal coeficiente permitiria a consideração aproximada da não-linearidade física e poderia ser usado nas análises de primeira ordem (obtenção de esforços e deslocamentos), e também na verificação da estabilidade global da estrutura (análise de segunda ordem geométrica).

Para tal, seria necessário analisar inúmeros pórticos, variando:

- Tipologia da estrutura;
- Dimensões, como altura, vão e espaçamento;
- Seções dos elementos estruturais e diâmetros dos tirantes;
- Carregamentos: peso próprio, vento e ponte rolante.

Esse não foi o objetivo deste capítulo. Para se proceder tantas análises, seria necessário um trabalho único de mestrado, no qual pudesse ser utilizado um processo mais refinado, como o diagrama momento-normal-curvatura (M-N-1/r). Diferentemente do modelo de Branson, esse processo inclui o esforço normal e pode ser usado diretamente no cálculo do pilar.

Entretanto, é interessante analisar se o coeficiente redutor de inércia, obtido no exemplo 5.1, gera resultados próximos aos da Etapa 9 da análise não-linear.

Pensando nisso, processou-se o mesmo pórtico, com as combinações 1 e 2 para estado limite último e de serviço (ver Tabela 5.1), utilizando um coeficiente redutor de inércia de 0,70 para as vigas e para o pórtico. O valor de 0,70 foi escolhido com base na Tabela 5.5. Os resultados encontram-se nas Tabelas 5.8 e 5.9.

**TABELA 5.8 – Valores dos esforços solicitantes. Comparação entre a Etapa 9 da análise não-linear e a análise não linear simplificada, com  $C=0,7$ .**

ELEMENTOS			COMB1				COMB2			
			ETAPA 9		C=0,7		ETAPA 9		C=0,7	
			M (kN.m)	N (kN)	M (kN.m)	N (kN)	M (kN.m)	N (kN)	M (kN.m)	N (kN)
01	PILAR	BASE DO PILAR	159	220	179	220	-137	60	-124	60
10	PILAR	LIGAÇÃO VIGA-PILAR	-216	126	-257	115	129	-45	128	-45
11	VIGA	LIGAÇÃO VIGA-PILAR	-216	234	-257	220	129	-12	128	-10
16	VIGA	MEIO DA VIGA	121	223	106	200	-78	-20	-78	-19
25	VIGA	MEIO DA VIGA	121	223	106	200	55	-28	60	-27
30	VIGA	LIGAÇÃO VIGA-PILAR	-216	234	-257	220	17	-20	25	-19
31	PILAR	LIGAÇÃO VIGA-PILAR	-216	126	-257	115	-23	22	12	11
40	PILAR	BASE DO PILAR	159	220	179	220	-47	116	-10	116

**TABELA 5.9 – Valores dos deslocamentos (cm), verticais e horizontais. Comparação entre a Etapa 5 da análise não-linear e a análise não linear simplificada, com  $C=0,7$ .**

NÓ	COMB1				COMB2			
	ETAPA 5		C=0,7		ETAPA 5		C=0,7	
	VERTICAL	HORIZONTAL	VERTICAL	HORIZONTAL	VERTICAL	HORIZONTAL	VERTICAL	HORIZONTAL
11	-	-1,16	-	-1,06	-	-0,11	-	-0,06
16	-5,24	-	-5,51	-	2,85	-	3,46	-
21	-6,26	-	-5,79	-	1,67	-	2,72	-
26	-5,24	-	-5,51	-	-0,81	-	-1,14	-
31	-	1,16	-	1,06	-	-0,74	-	1,11

Analisando os pontos principais do pórtico, para o momento fletor (base do pilar, topo do pilar e meio da viga), e para o deslocamento (topo do pilar e topo do pórtico), percebe-se que a análise com  $C=0,7$  proporciona:

- Erro de 12,6 %, a favor da segurança, no momento fletor na base externa do pilar, para a combinação 1;
- Erro de 19,0 %, a favor da segurança, no momento fletor na ligação viga-pilar, para a combinação 1;
- Erro de 12,4 %, contra a segurança, no momento fletor no meio da viga, para a combinação 1;
- Erro de 9,5 %, contra a segurança, no momento fletor na base interna do pilar, para a combinação 2;
- Erro de 0,8 %, contra a segurança, no momento fletor na ligação viga-pilar, para a combinação 2;
- Sem erro no momento fletor no meio da viga, para a combinação 2;

- Erro de 8,6 %, contra a segurança, no deslocamento horizontal do topo do pilar, para a combinação 1;
- Erro de 7,5 %, contra a segurança, no deslocamento vertical do topo do pórtico, para a combinação 1;
- Erro de 50,0 %, a favor da segurança, no deslocamento horizontal do topo do pilar, para a combinação 2;
- Erro de 62,9 %, a favor da segurança, no deslocamento vertical do topo do pórtico, para a combinação 2;

Com base nas Tabelas 5.6, 5.7, 5.8 e 5.9, conclui-se que os resultados com  $C=0,7$  são mais próximos da análise não-linear que a análise linear.

Entretanto o coeficiente 0,70 apresentou erros em torno de 10%, contra a segurança.

Seria interessante, portanto, analisar o pórtico mais deformável, utilizando coeficientes  $C=0,60$ ,  $C=0,50$  e  $C=0,40$ , para redução de inércia do pórtico.

Esses casos foram processados. Entretanto serão mostrados apenas os resultados da análise com  $C=0,50$ , por apresentarem resultados mais próximos aos da análise não-linear. São os das Tabelas 5.10 e 5.11.

Analisando os pontos principais do pórtico, para o momento fletor (base do pilar, topo do pilar e meio da viga), e para o deslocamento (topo do pilar e topo do pórtico), percebe-se que a análise com  $C=0,5$  proporciona:

- Erro de 0,6 %, a favor da segurança, no momento fletor na base externa do pilar, para a combinação 1;
- Erro de 10,7 %, a favor da segurança, no momento fletor na ligação viga-pilar, para a combinação 1;

**TABELA 5.10 – Valores dos esforços solicitantes. Comparação entre a e a Etapa 9 da análise não-linear e análise não linear simplificada, com  $C=0,5$ .**

ELEMENTOS			COMB1				COMB2			
			ETAPA 9		C=0,5		ETAPA 9		C=0,5	
			M (kN.m)	N (kN)	M (kN.m)	N (kN)	M (kN.m)	N (kN)	M (kN.m)	N (kN)
01	PILAR	BASE DO PILAR	159	220	158	220	-137	60	-124	60
10	PILAR	LIGAÇÃO VIGA-PILAR	-216	126	-239	115	129	-45	128	-45
11	VIGA	LIGAÇÃO VIGA-PILAR	-216	234	-239	226	129	-12	128	-10
16	VIGA	MEIO DA VIGA	121	223	113	215	-78	-20	-78	-17
25	VIGA	MEIO DA VIGA	121	223	113	215	55	-28	57	-25
30	VIGA	LIGAÇÃO VIGA-PILAR	-216	234	-239	226	17	-20	25	-19
31	PILAR	LIGAÇÃO VIGA-PILAR	-216	126	-239	115	-23	22	-13	-11
40	PILAR	BASE DO PILAR	159	220	158	220	-47	116	-10	-116

**TABELA 5.11 – Valores dos deslocamentos (cm), verticais e horizontais. Comparação entre a e a Etapa 5 da análise não-linear e análise não linear simplificada, com  $C=0,5$ .**

NÓ	COMB1				COMB2			
	ETAPA 5		C=0,5		ETAPA 5		C=0,5	
	VERTICAL	HORIZONTAL	VERTICAL	HORIZONTAL	VERTICAL	HORIZONTAL	VERTICAL	HORIZONTAL
11	-	-1,16	-	-1,13	-	-0,11	-	-0,09
16	-5,24	-	-6,92	-	2,85	-	4,83	-
21	-6,26	-	-6,14	-	1,67	-	3,80	-
26	-5,24	-	-6,92	-	-0,81	-	-1,59	-
31	-	1,16	-	-1,13	-	-0,74	-	-1,56

- Erro de 6,6 %, contra a segurança, no momento fletor no meio da viga, para a combinação 1;
- Erro de 9,5 %, contra a segurança, no momento fletor na base interna do pilar, para a combinação 2;
- Erro de 0,8 %, contra a segurança, no momento fletor na ligação viga-pilar, para a combinação 2;
- Sem erro no momento fletor no meio da viga, para a combinação 2;
- Erro de 2,6 %, contra a segurança, no deslocamento horizontal do topo do pilar, para a combinação 1;
- Erro de 1,9 %, contra a segurança, no deslocamento vertical do topo do pórtico, para a combinação 1;
- Erro de 110,8 %, a favor da segurança, no deslocamento horizontal do topo do pilar, para a combinação 2;
- Erro de 127,5 %, a favor da segurança, no deslocamento vertical do topo do pórtico, para a combinação 2;

Com base nas Tabelas 5.10 e 5.11, conclui-se que os resultados com  $C=0,50$  não alteraram os erros para momento fletor da combinação 2. Entretanto aumentaram os erros referentes aos deslocamentos.

Para a combinação 1,  $C=0,50$  gerou resultados bem próximos aos da análise não-linear, tanto para momento fletor quanto para deslocamento. No geral os erros giraram em torno de 5 %.

Portanto conclui-se que a redução de 50 % da inércia gera resultados muito próximos aos da análise não-linear para a combinação 1, e para essa combinação, a redução não altera os erros para o diagrama de momento fletor, porém superestima os deslocamentos.

Essa melhoria somente na combinação 1 é entendida quando analisamos o tirante.



Foram usadas reduções iguais para os coeficientes na viga e no pilar. Na combinação 2, por se encontrar comprimido, o tirante é desativado e o pórtico é reprocessado. Logo a redistribuição de esforços ocorre de maneira igual tanto para viga como para o pilar.

Na combinação 1 ocorre redistribuição de esforços, inclusive no tirante. Neste, há aumento do esforço normal de tração à medida que se reduz a inércia, de forma homogênea, dos pilares e das vigas. Isso é comprovado com Tabela 5.12.

**TABELA 5.12 – Valores de compressão no tirante, para combinação 1. Comparação entre análise linear e análise não-linear, com coeficientes redutores de inércia. (Valores em kN).**

ANÁLISE LINEAR	C=0,70	C=0,60	C=0,50	C=0,40	ETAPA 9 (NÃO-LINEAR)
-145	-158	-163	-168	-174	-178

## 5.8 – Conclusão sobre a não-linearidade física

Para o exemplo 5.1, o pórtico atirantado foi processado 30 vezes, isso levando em conta as combinações, as etapas de carregamento para a análise não-linear, as análises lineares e as análises com coeficiente redutor de inércia.

Não foi objetivo determinar um padrão para o coeficiente redutor de inércia para todos os tipos de pórtico. Esse trabalho deve ser feito em estudo mais aprofundado, com a elaboração de muitos exemplos, para se estabelecer uma correlação. Tal estudo deve levar em consideração todas as variáveis presentes nesse tipo de estrutura.

Vale lembrar que foi utilizado o modelo de Branson, para descrever o comportamento não-linear do concreto. Outros exemplos podem ser feitos utilizando o diagrama momento-normal-curvatura (M-N-1/r), que talvez gere resultados mais refinados, por incluir o esforço normal no processo.

Este capítulo procurou estudar a não linearidade física presente nos pórticos atirantados dos galpões de concreto pré-moldado. Para isso, um exemplo foi feito e muitas conclusões podem ser tiradas.

Primeiramente pode-se concluir que o pórtico realmente sofre intensa fissuração quando submetido ao carregamento, seja ele por ação da gravidade ou pela ação do vento.

Portanto a análise não-linear apresenta resultados mais precisos para verificação do estado limite de serviço, e também para dimensionamento no estado limite último.

Nota-se também que a fissuração na viga se dá de maneira semelhante à do pilar. Esse fato não era aguardado pelo autor deste trabalho, que esperava intensa fissuração no pilar e pouca fissuração na viga, em função da compressão verificada na combinação 1, e da baixa magnitude da tração, presente na combinação 2.

Foram calculadas as tensões nas fibras mais externas, para algumas seções dos pilares e das vigas do exemplo 5.1. Notou-se que a flexão possui uma magnitude bem maior que a do esforço normal, seja ele de compressão ou de tração. Ou seja, a influência da flexão no pórtico realmente é muito importante.

Deve ser destacado também que o momento de fissuração foi ultrapassado durante as primeiras etapas de carregamento, mostrando que a estrutura sofre redistribuição de esforços em serviço, fato não recomendado pela NBR 6118:2003.

No exemplo anterior, a análise linear apresentou resultados com erros significativos para o dimensionamento do pórtico. Para a combinação 1 essa diferença se dá em torno dos 25 %, a favor da segurança para o pilar, mas contra a segurança para a viga. Já para a combinação 2, ocorre um erro (contra a segurança), na base do pilar, de cerca de 10 %. Para os deslocamentos, observaram-se erros em torno de 20 %, contra a segurança.

Para o exemplo estudado, conclui-se que o coeficiente redutor de inércia igual a 0,50 (para a viga e para o pilar) representou bem o comportamento não-linear do pórtico, pois os esforços solicitantes e os deslocamentos se aproximaram muito dos relativos à análise não-linear, sobretudo para a combinação 1. No geral os erros se situaram em torno de 5 % para os deslocamentos e esforços solicitantes (momento fletor nos pilares e vigas e tração no tirante).

Observa-se também que, com a fissuração do pórtico, o tirante absorve mais tração, sendo fundamental para a redistribuição nos demais elementos.

Por fim, o autor recomenda cautela ao utilizar os valores deste trabalho. Cada estrutura deve ser analisada de forma independente e levando em conta suas particularidades.

Entretanto, em casos semelhantes ao estudado, podem ser utilizados valores entre 0,70 e 0,50 para o coeficiente redutor de inércia.

---

# 6

## NÃO-LINEARIDADE GEOMÉTRICA

---

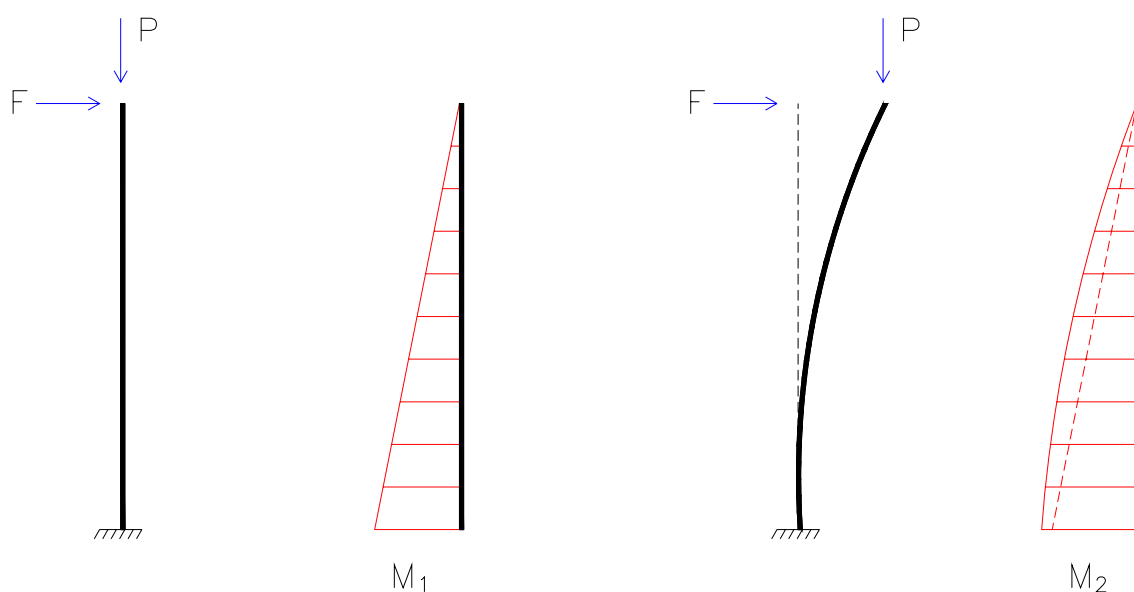
Neste capítulo será analisada a estabilidade global de galpões atirantados, considerando as ações horizontais preponderantes nesse tipo de estrutura: ação do vento e ação de ponte rolante.

Esse tipo de verificação é fundamental em qualquer tipo de estrutura. Nas de concreto pré-moldado são empregados os mesmos procedimentos relativos às estruturas moldadas no local, levando em conta as particularidades das ligações.

### 6.1 – Conceitos fundamentais

A análise de primeira ordem é aquela em que o equilíbrio da estrutura é estudado na configuração geométrica inicial. Já os efeitos de segunda ordem são aqueles que se somam aos obtidos numa análise de primeira ordem, quando se considera a posição deformada da estrutura.

A Figura 6.1 mostra o acréscimo de momento fletor verificado quando se estuda o equilíbrio da estrutura na posição deformada.



**FIGURA 6.1 – Acréscimo de momento fletor devido ao equilíbrio na posição deformada.**

---

### 6.1.1 – Não-linearidade geométrica (NLG)

Segundo CORRÊA (1991), uma análise com não-linearidade geométrica (NLG) é aquela que envolve o estabelecimento do equilíbrio na configuração deformada da estrutura, computando-se os deslocamentos ocorridos. Neste caso as deformações, função dos deslocamentos, não se expressam de forma linear.

Dependendo das alterações ocorridas na geometria, pode ocorrer acréscimo significativo dos esforços, levando até mesmo à instabilidade da estrutura. Quando o comportamento não-linear ocasionar a perda da estabilidade, o uso de uma análise linear (análise de 1ª ordem) gera resultados contra a segurança.

Além disso, para uma análise mais precisa, é obrigatório considerar a não-linearidade física, presente nas estruturas de concreto armado.

### 6.1.2 – Efeitos globais e efeitos locais

Para diferir os efeitos globais e locais a NBR 6118:2003, faz a seguinte observação:

Sob a ação das cargas verticais e horizontais, os nós da estrutura deslocam-se horizontalmente. Os esforços de 2ª ordem decorrentes desses deslocamentos são chamados efeitos globais de 2ª ordem. Nas barras da estrutura, como um lance de pilar, os respectivos eixos não se mantêm retilíneos, surgindo aí efeitos locais de 2ª ordem, que, em princípio, afetam principalmente os esforços solicitantes ao longo delas.

O presente capítulo trata apenas dos efeitos globais de 2ª ordem.

### 6.1.3 – Classificação das estruturas

Existem, na literatura técnica, duas importantes classificações das estruturas sob o aspecto da estabilidade global.

A primeira delas é quanto ao percentual de resistência às ações horizontais:

- Estruturas de contraventamento. São Subestruturas que, devido à sua grande rigidez, resistem à maior parte dos esforços;
- Estruturas contraventadas. Elementos que não integram as subestruturas de contraventamento.

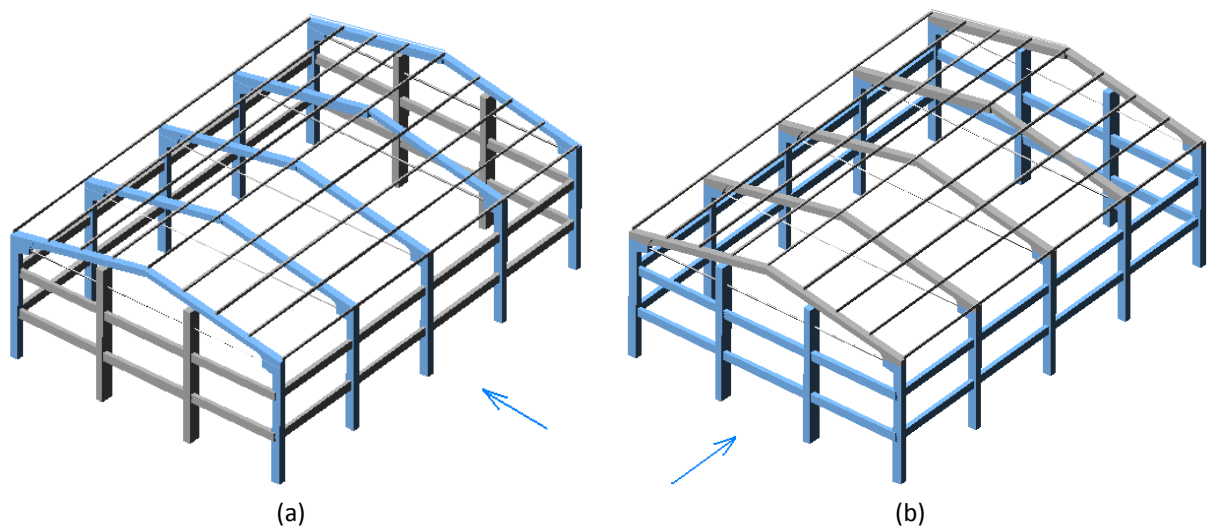
Essa classificação é importante quando a análise da estrutura for feita através de pórticos planos. Quando se faz a opção pela análise de pórticos tridimensionais

---

essa classificação passa a ser desnecessária, uma vez que é computada a rigidez de todos os elementos, independente da sua parcela de contribuição.

Aplicando essa classificação às estruturas de galpões (sem mezanino), percebe-se que todos os pilares e vigas integram os subsistemas de contraventamento. Na direção do vão da estrutura, destacam-se os pórticos atirantados, que na maioria das vezes, são igualmente espaçados (Figura 6.2).

Na outra direção, a subestrutura de contraventamento é composta principalmente pelos pilares de fechamento e por dois pórticos, formados pelos demais pilares e por vigas de fechamento lateral, como mostra a Figura 6.2.



**FIGURA 6.2 – Subestruturas de contraventamento dos galpões atirantados. (a) Pórticos atirantados. (b) Pilares de fechamentos e dois pórticos formados pelos demais pilares.**

A segunda classificação refere-se à deslocabilidade dos nós:

- Estruturas de nós fixos;
- Estruturas de nós móveis.

As estruturas de nós fixos são aquelas em que os deslocamentos horizontais dos nós são pequenos e, por consequência, os efeitos globais de 2ª ordem são inferiores a 10% dos respectivos esforços de 1ª ordem, podendo ser considerados desprezíveis.

As estruturas de nós móveis são aquelas em que os deslocamentos horizontais são significativos, e, em decorrência, os efeitos globais de 2ª ordem são importantes, ou seja, superiores a 10% dos esforços de 1ª ordem.

Sobre esse tipo de classificação a NBR 6118:2003 traz a seguinte menção relativa aos galpões:

[...] há estruturas em que os deslocamentos horizontais são grandes, e que, não obstante dispensam a consideração dos efeitos de 2ª ordem por serem pequenas as forças normais e, portanto, pequenos os acréscimos dos deslocamentos produzidos por elas; isso pode acontecer, por exemplo, em postes e em certos pilares de galpões industriais.

O texto da Norma cita que para algumas estruturas de galpão é dispensada a consideração dos efeitos de segunda ordem, por serem pequenas as forças normais. Entretanto essa quantificação de pequenas forças normais é muito vaga, necessitando de melhor caracterização. Logo essa isenção não se aplica a todas as edificações de galpão, uma vez que essas estruturas podem estar submetidas a elevadas ações de vento, ou elevadas ações de pontes rolantes.

Em virtude das dificuldades apresentadas, é justificável que a análise de galpões seja feita considerando os efeitos de segunda ordem, a fim de comprovar a real necessidade de se verificar a estabilidade global no projeto estrutural de galpões atirantados.

## 6.2 – Avaliação dos efeitos de 2ª ordem

Para a avaliação dos efeitos de 2ª ordem é possível utilizar os seguintes procedimentos:

- Avaliação por processos rigorosos;
- Avaliação por processos simplificados;
- Avaliação com o emprego de parâmetros.

A avaliação por processos rigorosos é feita de forma numérica através de análise matricial. Tal procedimento demanda o uso de programas computacionais e geralmente é aplicado em situações mais complexas, uma vez que necessitam de grande tempo de processamento.

Esses procedimentos desenvolvem-se de forma incremental e iterativa e incorporam a deformação da estrutura, descrevendo o equilíbrio na configuração deformada. Além disso, é possível analisar a evolução do carregamento ao longo do tempo. Aplicações de processos rigorosos podem ser vistas em CORRÊA (1991).

Os processos simplificados são rápidos, práticos e produzem ótimos resultados. Existem vários e um deles é o processo P.Δ. Esses processos analisam a estrutura na sua configuração deformada, independente da estrutura ser deslocável ou não.

---

Os parâmetros mais utilizados são:  $\alpha$  e  $\gamma_z$ . O parâmetro  $\alpha$  determina se a estrutura é de nós fixos ou de nós móveis, ou seja, diz se os efeitos de 2ª ordem são significativos.

O parâmetro  $\gamma_z$ , além de classificar a estrutura quanto à sua deslocabilidade, permite, para as estruturas de nós móveis, que se obtenham os esforços de 2ª ordem, majorando os de 1ª ordem.

Entretanto a NBR 6118:2003 cita que o parâmetro  $\gamma_z$  é válido somente para estruturas reticuladas de no mínimo quatro andares. Dessa forma o parâmetro  $\gamma_z$  não pode ser aplicado aos galpões.

Ainda sobre a avaliação através de parâmetros, EL DEBS (2000) descreve dois deles, utilizados em estruturas de concreto pré-moldado. São eles:

- Parâmetro de Hogeslag;
- Parâmetro da amplificação do momento.

Assim como o parâmetro  $\gamma_z$  não será aplicado aos galpões, optou-se por não empregar os parâmetros de Hogeslag e da amplificação do momento, por desconhecimento da limitação em relação ao número de pavimentos.

Outra maneira de se verificar a estabilidade global é por meio de análise da estrutura quanto às situações em serviço. Esse fato é observado por EL DEBS (2000).

Os estados limites de serviço de deformação excessiva, ELS-DEF, serão objetos de estudo do próximo capítulo.

### 6.3 – Parâmetro $\alpha$

A NBR 6118:2003 descreve o procedimento para o cálculo do parâmetro  $\alpha$ , que é obtido pela seguinte expressão:

$$\alpha = H_{\text{tot}} \sqrt{\frac{N_k}{E_{\text{CS}} \cdot I_c}} \quad (6.1)$$

$H_{\text{tot}}$  = altura total da estrutura, medida a partir do topo da fundação ou de um nível pouco deslocável do subsolo;

$N_k$  = somatória de todas as forças verticais atuantes na estrutura (a partir do nível considerado para o cálculo de  $H_{\text{tot}}$ ), com seu valor característico;

$E_{\text{CS}} \cdot I_c$  = somatória dos valores de rigidez de todos os pilares na direção considerada.

No caso de estruturas de pórticos, ou com pilares de rigidez variável ao longo da altura, pode ser considerado o valor da expressão  $E I_{eq}$  de um pilar equivalente de seção constante.

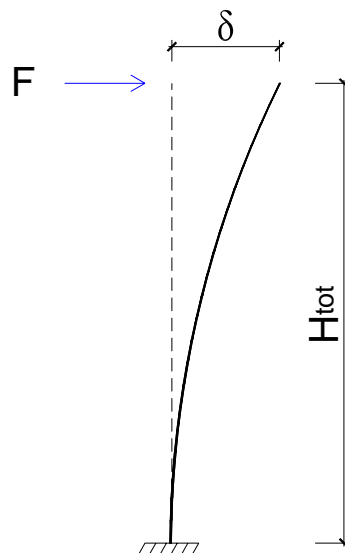
PINTO (2002) comenta que a consideração da NLF no parâmetro  $\alpha$  já está embutida na formulação, na qual se considera uma redução de 30% no produto de rigidez, estando essa redução já incorporada aos valores limites de  $\alpha$ . Por isso, o valor de  $E_{cs} \cdot I_c$  deve ser calculado considerando as seções brutas dos pilares.

A rigidez do pilar equivalente deve ser determinada da seguinte forma:

- Calcular o deslocamento ( $\delta$ ) do topo da estrutura de contraventamento, sob a ação do carregamento horizontal ( $F$ ). Pode-se adotar um valor unitário;
- Calcular a rigidez de um pilar equivalente de seção constante, engastado na base e livre no topo, de mesma altura  $H_{tot}$ , tal que, sob a ação do mesmo carregamento, sofra um deslocamento de igual valor no topo (Figura 6.3).

Portanto, tem-se a expressão 6.2:

$$E I_{eq} = \frac{F \cdot H_{tot}^3}{3 \cdot \delta} \quad (6.2)$$



**FIGURA 6.3 – Linha elástica de pilar com rigidez equivalente.**

Os limites para o valor de  $\alpha$  são os seguintes:



$$\alpha_{lim} = 0,2 + 0,1 \cdot n \quad \rightarrow \quad \text{para } n \leq 3 \quad (6.3)$$

$$\alpha_{lim} = 0,6 \quad \rightarrow \quad \text{para } n \geq 4 \quad (6.4)$$

Nessas equações,  $n$  é o número de níveis de barras horizontais (andares) acima da fundação ou de um nível pouco deslocável do subsolo.

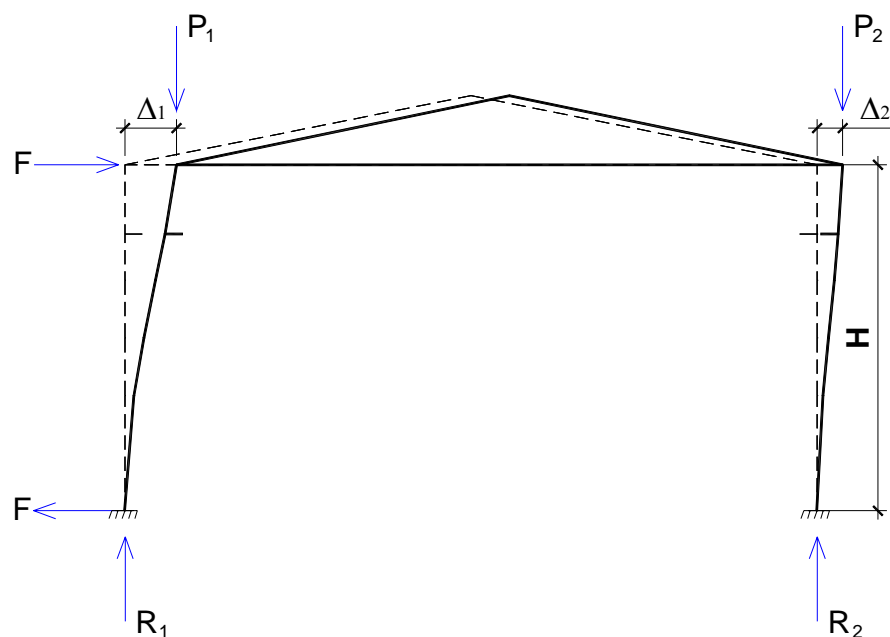
Portanto o valor limite de  $\alpha$  para os edifícios de um pavimento é:

$$\alpha_{lim} = 0,2 + 0,1 \cdot 1 = 0,3$$

## 6.4 – Processo P. $\Delta$

A explicação sobre o processo P. $\Delta$  é adaptada de CARMO (1995).

Após a atuação dos carregamentos horizontais e verticais, a estrutura se desloca horizontalmente, como mostra a Figura 6.4.



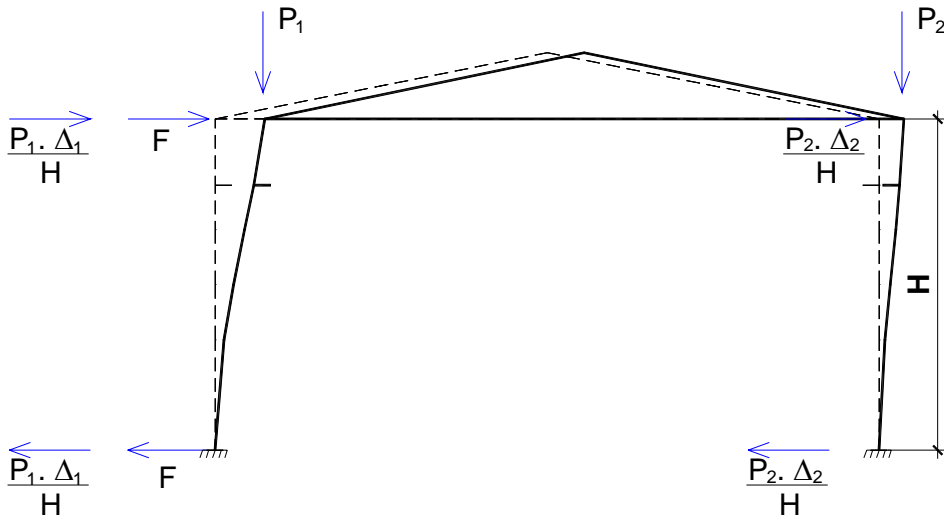
**FIGURA 6.4 – Deformada da estrutura.**

Fazendo a somatória dos momentos em relação à base do pilar, tem-se a expressão 6.5:

$$\sum M = F \cdot H + \sum P_i \cdot \Delta_i \quad (6.5)$$

No processo P. $\Delta$  o momento adicional  $\sum P_i \cdot \Delta_i$  pode ser substituído por um binário de mesmo efeito, composto por forças horizontais de valor:  $(P_i \cdot \Delta_i)/H$ .

Portanto, substitui-se o efeito de 2ª ordem por um efeito de 1ª ordem equivalente (Figura 6.5).



**FIGURA 6.5 – Forças equivalentes aos efeitos de 2ª ordem no processo P.Δ.**

Faz-se uma nova análise da estrutura com o carregamento original (horizontal e vertical) adicionando-se as forças equivalentes  $(P_i \cdot \Delta_i)/H$ .

Após a segunda análise observam-se os novos deslocamentos. A partir disso, verifica-se se a tolerância em deslocamentos foi atingida. Caso a tolerância seja alcançada, interrompe-se o processo e anotam-se os momentos encontrados para essa etapa.

Caso contrário, faz-se uma nova análise, com as forças equivalentes corrigidas  $(P_i \cdot \Delta_i)/H$ . O processo é repetido até que a tolerância seja alcançada.

Devido às sucessões de etapas, o processo é considerado iterativo. A resultante das forças horizontais não se altera, pois em cada etapa do carregamento é aplicado um binário, ou seja, forças de igual intensidade e de sentidos contrários.

Para o critério de interrupção do processo adotou-se a expressão 6.6, com base em PROENÇA (2010):

$$\sqrt{\frac{\sum(\Delta_i^r - \Delta_i^{r-1})^2}{\sum(\Delta_i^r)^2}} \leq \varepsilon \quad (6.6)$$

$\varepsilon$  = tolerância admitida;

$\Delta_i^r$  = deslocamentos da etapa r;

$\Delta_i^{r-1}$  = deslocamentos da etapa r – 1;

## 6.5 – Verificação da estabilidade global

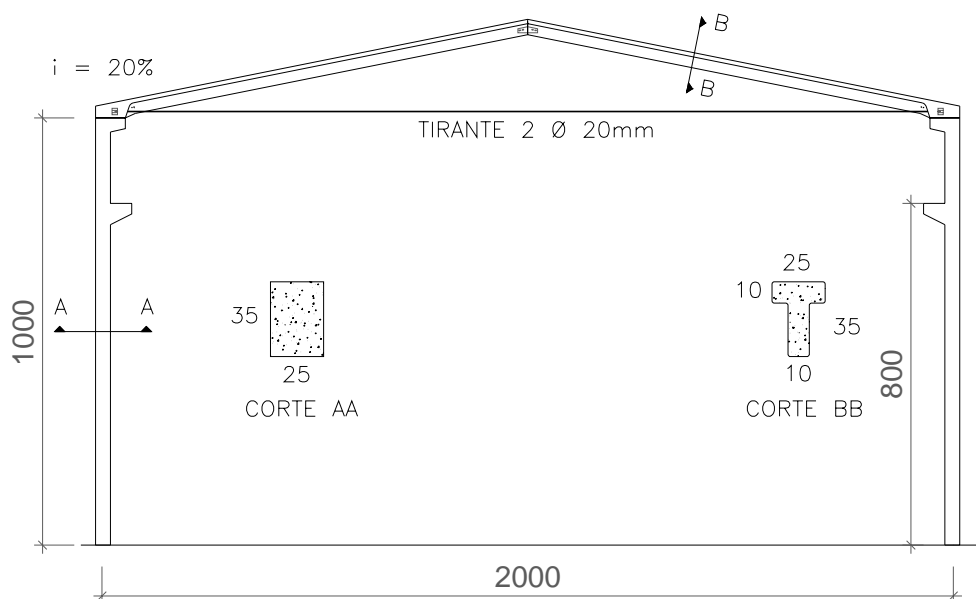
Para exemplificar a verificação da estabilidade global nos galpões, serão feitos três exemplos de pórticos atirantados. Serão considerados o parâmetro  $\alpha$  e o processo P. $\Delta$ .

Será empregado o sistema de ligação viga-pilar com chumbadores e consolo horizontal, e, para fins de comparação, serão utilizadas três seções de pilares e vigas.

### 6.5.1 – Exemplo 6.1 – Seção 25x35

Este exemplo refere-se a um galpão com vão de 20 m. A Figura 6.6 apresenta o pórtico usado, juntamente com os dados necessários à análise estrutural.

Será considerado  $f_{ck}$  de 40 MPa, módulo de elasticidade do aço igual a 210.000 MPa, espaçamento entre pórticos de 7 m, nove terças apoiadas nas vigas e ligação viga-pilar com comportamento rígido, ou seja,  $\alpha_R \geq 0,85$ .

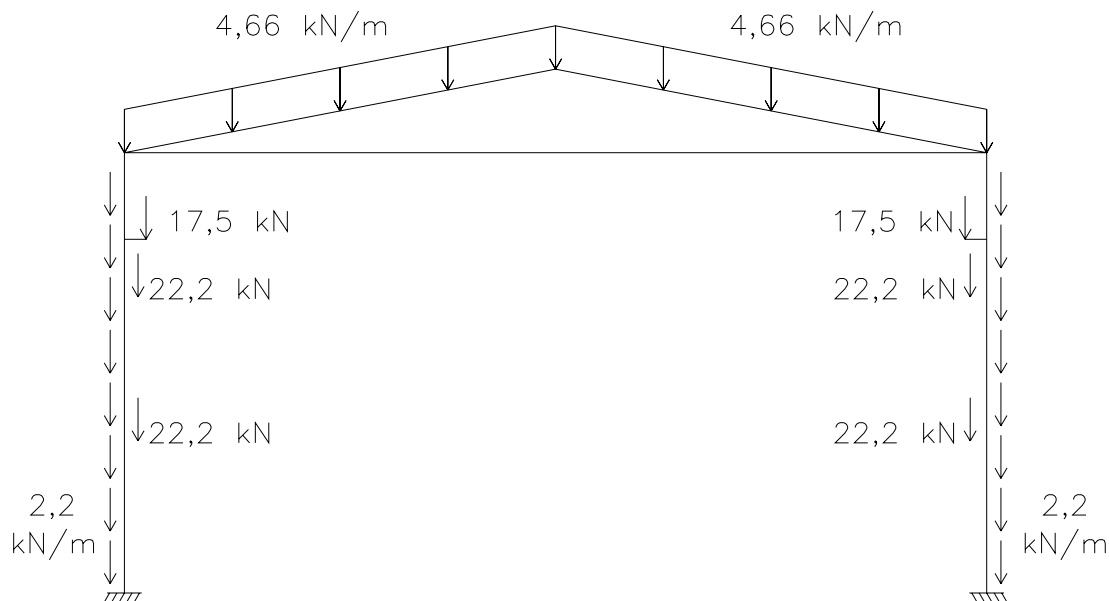


**FIGURA 6.6 – Pórtico utilizado para o sistema de ligação viga-pilar com chumbadores e consolo horizontal (exemplo 6.1).**

A Figura 6.7 apresenta o carregamento de peso próprio (PP), considerando os seguintes dados:

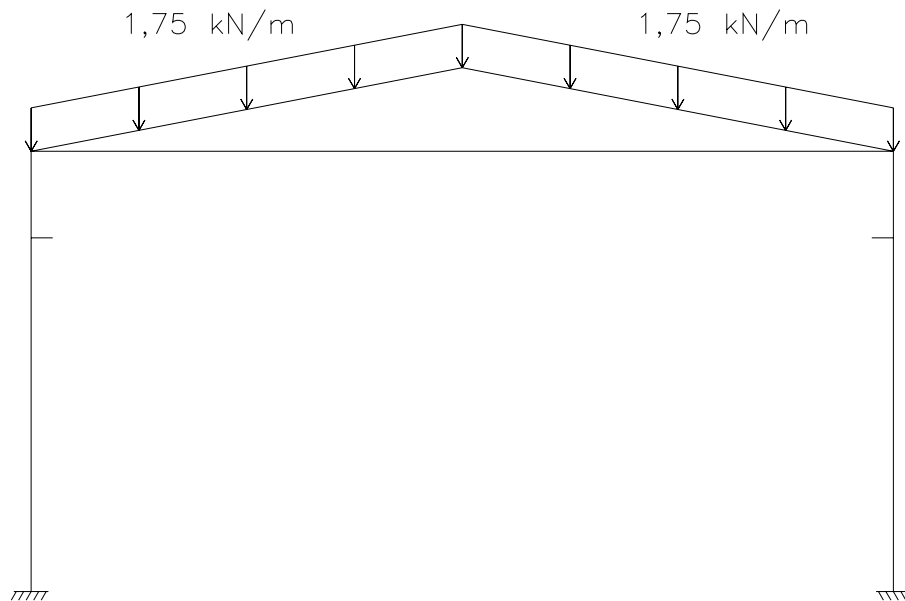
- Peso da telha  $0,07 \text{ kN/m}^2$  ( $7,0 \text{ kgf/m}^2$ ). Carregamento distribuído na viga:  $0,07 \times 7,00 = 0,49 \text{ kN/m}$ ;
- Peso das terças  $0,65 \text{ kN/m}^2$  ( $65,0 \text{ kgf/m}^2$ ). Carregamento distribuído na viga:  $[(0,65 \times 9 \times 7,00) / 20] = 2,05 \text{ kN/m}$ ;

- Peso do forro e luminária  $0,125 \text{ kN/m}^2$  ( $12,5 \text{ kgf/m}^2$ ). Carregamento distribuído na viga:  $0,125 \times 7,00 = 0,875 \text{ kN/m}$ ;
- Peso da viga  $1,25 \text{ kN/m}$  ( $125 \text{ kgf/m}$ );
- **Total distribuído na viga:  $4,66 \text{ kN/m}$ ;**
- Peso do pilar ( $25 \text{ cm} \times 35 \text{ cm}$ )  $2,19 \text{ kN/m}$  ( $219 \text{ kgf/m}$ );
- **Total distribuído no pilar:  $2,19 \text{ kN/m}$ ;**
- Fechamento lateral  $0,50 \text{ kN/m}^2$  ( $50 \text{ kgf/m}^2$ ). Carregamento concentrado no pilar nos níveis  $3,33 \text{ m}$  e  $6,66 \text{ m}$ :  $0,50 \times 3,33 = 11,66 \text{ kN}$ ;
- Viga de fechamento lateral ( $20 \text{ cm} \times 30 \text{ cm}$ )  $1,50 \text{ kN/m}$  ( $150 \text{ kgf/m}$ ). Carregamento concentrado no pilar nos níveis  $3,33 \text{ m}$  e  $6,66 \text{ m}$ :  $1,50 \times 7,00 = 10,5 \text{ kN}$ ;
- **Total concentrado no pilar nos níveis  $3,33 \text{ m}$  e  $6,66 \text{ m}$ :  $22,16 \text{ kN}$ ;**
- Viga da ponte rolante ( $20 \text{ cm} \times 50 \text{ cm}$ )  $2,50 \text{ kN/m}$  ( $250 \text{ kgf/m}$ ). Carregamento concentrado no pilar no nível  $8,00 \text{ m}$  (consolo):  $2,50 \times 7,00 = 17,5 \text{ kN}$ ;
- **Total concentrado no pilar no nível  $8,00 \text{ m}$ :  $17,5 \text{ kN}$ .**



**FIGURA 6.7 – Carregamento de peso próprio (PP) – Exemplo 6.1.**

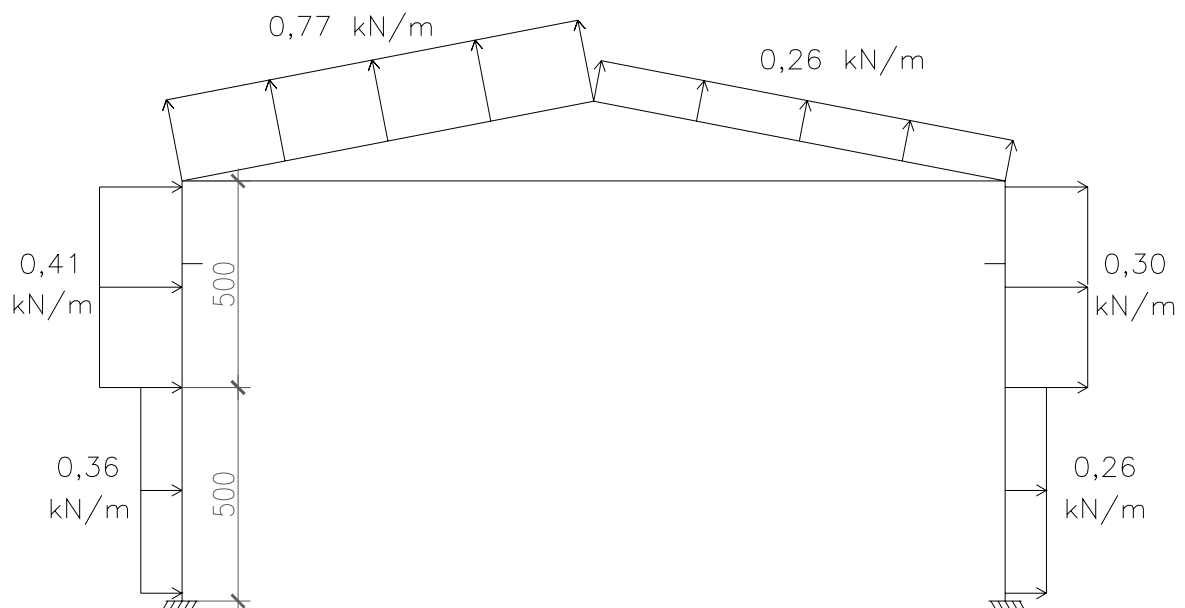
A Figura 6.8 apresenta a carga acidental (CA). Para obter o carregamento distribuído na viga basta multiplicar o valor de  $0,25 \text{ kN/m}^2$  pelo espaçamento entre pórticos:  $7 \text{ m}$ .



**FIGURA 6.8 – Carga acidental (CA) – Exemplo 6.1.**

Para a ação do vento (Figura 6.9) foram considerados os seguintes dados:

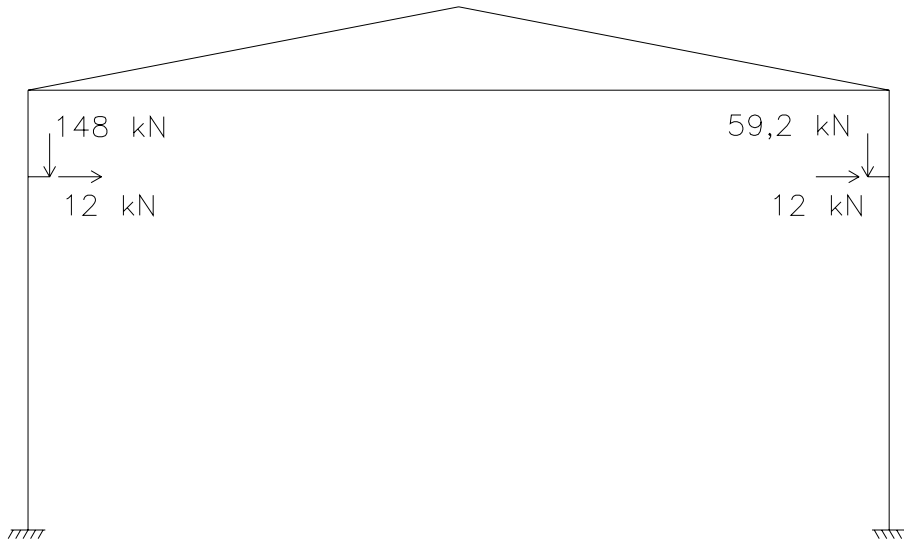
- Velocidade básica do vento,  $V_0$ , igual a 40 m/s;
- Fator topográfico,  $S_1$ , igual a 1,0;
- Rugosidade do terreno,  $S_2$ : Categoria III, Classe B;
- Fator estatístico,  $S_3$ , igual a 1,0;
- Coeficiente de pressão interna,  $C_i$ , igual a 0,0;
- Ângulo de Incidência do vento:  $90^\circ$



**FIGURA 6.9 – Ação do vento (VT90) – Exemplo 6.1.**

Para a ação da ponte rolante (PR), Figura 6.10, foi considerado o seguinte:

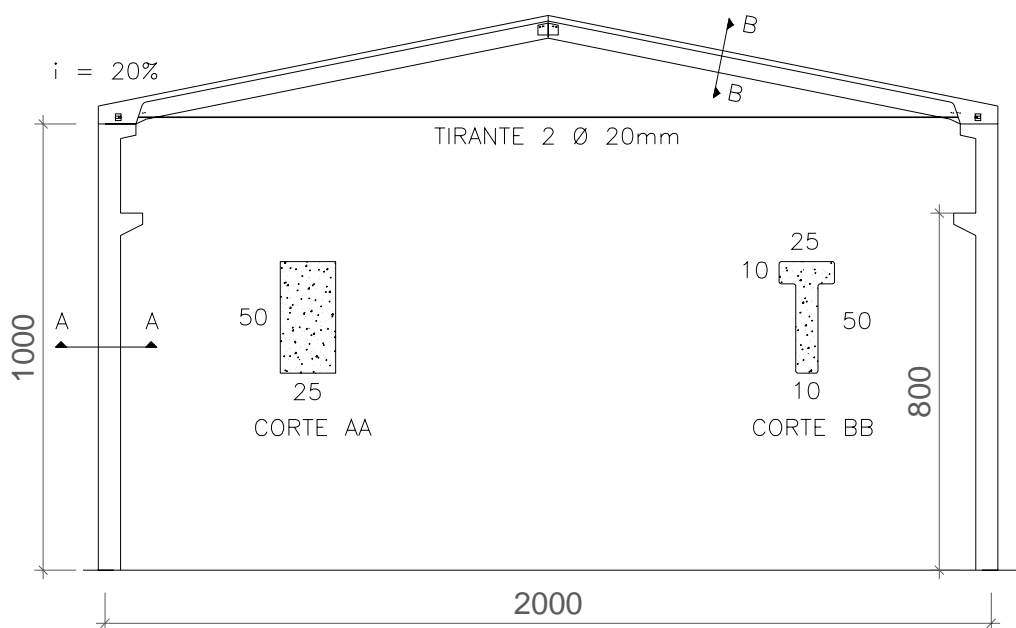
- Catálogo Monobox, indicado em BELLEI (2000);
- Carga içada igual a 100 kN (10 tf);
- Impacto de 25%.



**FIGURA 6.10 – Ação da ponte rolante (PR) – Exemplo 6.1.**

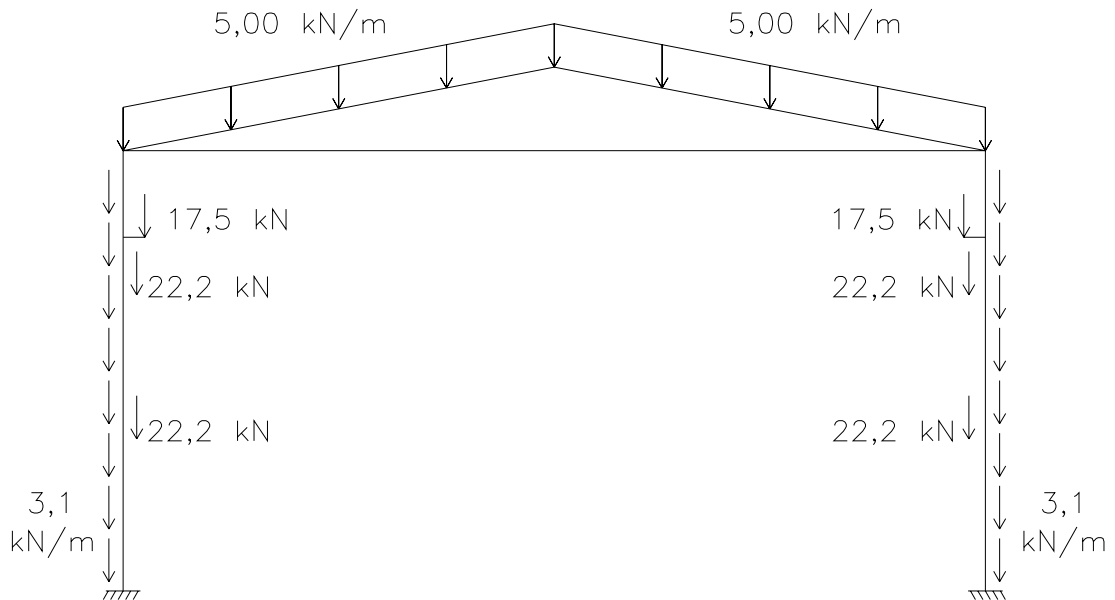
### 6.5.2 – Exemplo 6.2 – Seção 25x50

No exemplo 6.2 são alteradas as seções dos pilares e das vigas. Os demais dados são mantidos (Figura 6.11).



**FIGURA 6.11 – Pórtico utilizado para o exemplo 6.2.**

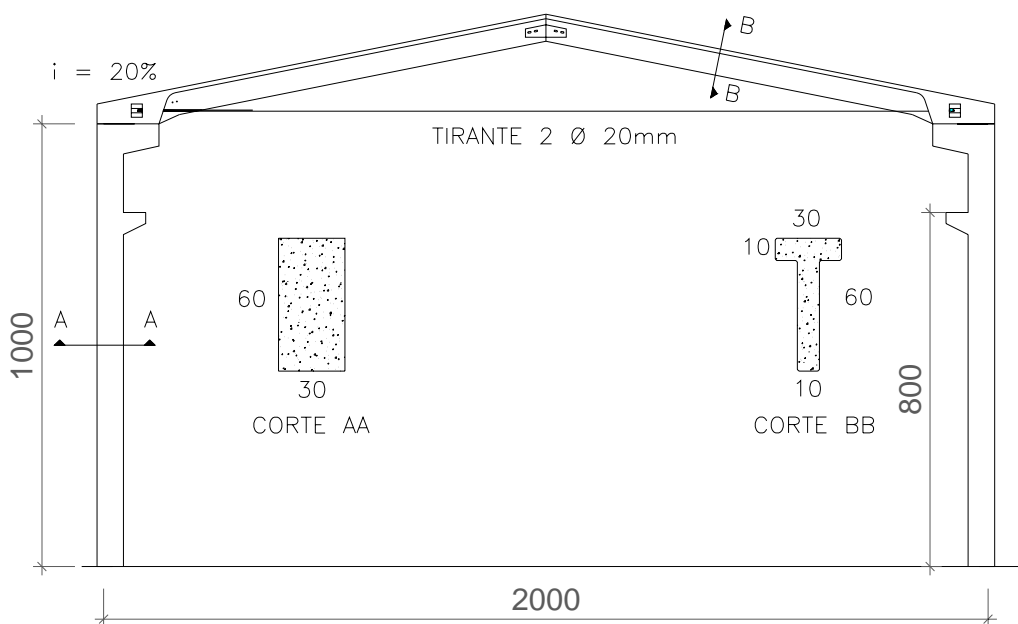
Em função da mudança da seção transversal dos pilares e das vigas, a única alteração, em termos de carregamento, é no peso próprio, como mostra a Figura 6.12. Os demais carregamentos se mantêm iguais.



**FIGURA 6.12 – Carregamento de peso próprio (PP) – Exemplo 6.2.**

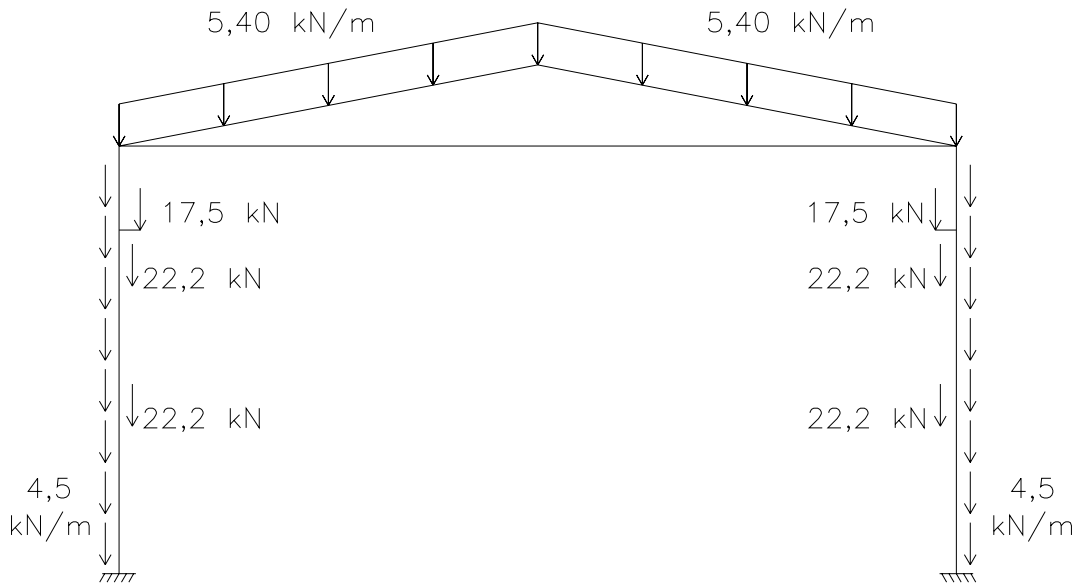
### 6.5.3 – Exemplo 6.3 – Seção 30x60

No exemplo 6.3 alteram-se as seções dos pilares e das vigas e mantêm-se os demais dados (Figura 6.13).



**FIGURA 6.13 – Pórtico utilizado para o exemplo 6.3.**

Em função da mudança da seção transversal dos pilares e das vigas, a única alteração, em termos de carregamento, é no peso próprio, como mostra a Figura 6.14. Os demais carregamentos se mantêm iguais.

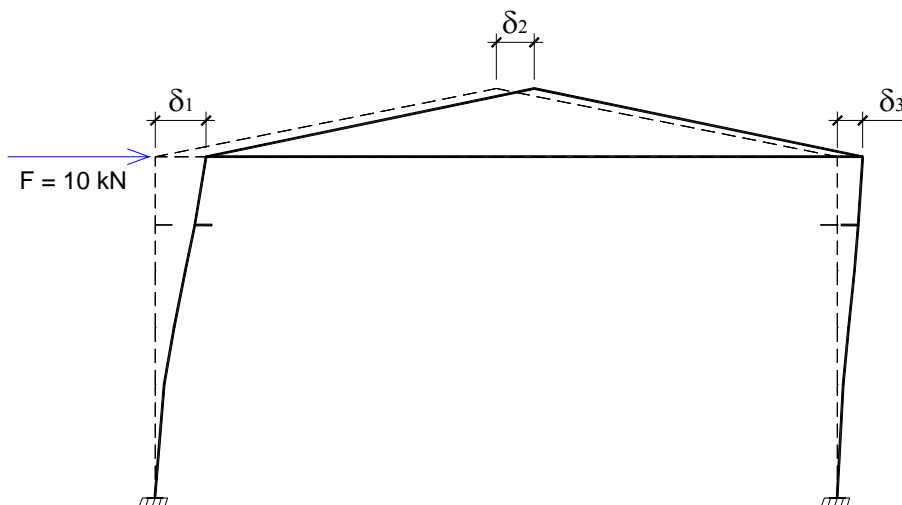


**FIGURA 6.14 – Carregamento de peso próprio (PP) – Exemplo 6.3.**

### 6.5.4 – Parâmetro $\alpha$ - Resultados

Antes de se determinarem os valores de  $\alpha$  para os exemplos 6.1, 6.2 e 6.3, é necessário calcular a rigidez do pórtico, considerando o pilar equivalente e a expressão 6.2.

Para tal, foi aplicada uma força horizontal de 10 kN no topo do pilar e observado o deslocamento médio do pórtico, como indicado na Figura 6.15.



**FIGURA 6.15 – Deformada em função da força horizontal.**



$$E I_{eq} = \frac{F \cdot H_{tot}^3}{3 \cdot \delta} \quad (6.2)$$

Para o cálculo dos deslocamentos com a força horizontal atuante de 10 kN, foi considerada inércia bruta da seção de concreto, módulo de elasticidade secante para  $f_{ck}$  igual a 40 MPa e altura total da estrutura igual a 12 m.

Após o processamento dos exemplos 6.1, 6.2 e 6.3 com a força de 10 kN, tem-se os valores de deslocamentos e de rigidez equivalente indicados na Tabela 6.1.

**TABELA 6.1 – Deslocamentos e rigidez equivalente dos exemplos 6.1, 6.2 e 6.3.**

EXEMPLO	$\delta_1$ (m)	$\delta_2$ (m)	$\delta_3$ (m)	$\delta_{médio}$ (m)	$E_{eq}$ (kN.m <sup>2</sup> )
6.1	0,0359	0,0324	0,0290	0,0324	177778
6.2	0,0125	0,0112	0,0100	0,0112	514286
6.3	0,0063	0,0057	0,0050	0,0057	1010526

Para a obtenção dos valores de  $\alpha$  foram consideradas as seguintes combinações normais últimas, com valores característicos:

- COMB1 – PP + VT90;
- COMB2 – PP + PR + 0,6 . VT90;
- COMB3 – PP + PR + 0,5 . CA.

As ações com carregamentos horizontais são: ação do vento e ação de ponte rolante. As combinações anteriores foram escolhidas por serem as mais desfavoráveis em relação aos deslocamentos horizontais combinados com força vertical.

A Tabela 6.2 apresenta os resultados para os exemplos 6.1, 6.2 e 6.3, de acordo com as combinações citadas e com a expressão 6.1.

$$\alpha = H_{tot} \sqrt{\frac{N_k}{E_{cs} \cdot I_c}} \quad (6.1)$$

**TABELA 6.2 – Parâmetro  $\alpha$  para os exemplos 6.1, 6.2 e 6.3.**

COMBINAÇÕES	EXEMPLO 6.1 (25x35)			EXEMPLO 6.2 (25x50)			EXEMPLO 6.3 (30x60)		
	$E_{eq}$ (kN.m <sup>2</sup> )	$N_k$ (kN)	$\alpha$	$E_{eq}$ (kN.m <sup>2</sup> )	$N_k$ (kN)	$\alpha$	$E_{eq}$ (kN.m <sup>2</sup> )	$N_k$ (kN)	$\alpha$
PP + VT90	177778	173	0,374	514286	199	0,236	1010526	235	0,183
PP + PR + 0,6VT90	177778	421	0,584	514286	447	0,354	1010526	482	0,262
PP + PR + 0,5CA	177778	500	0,636	514286	528	0,384	1010526	562	0,283

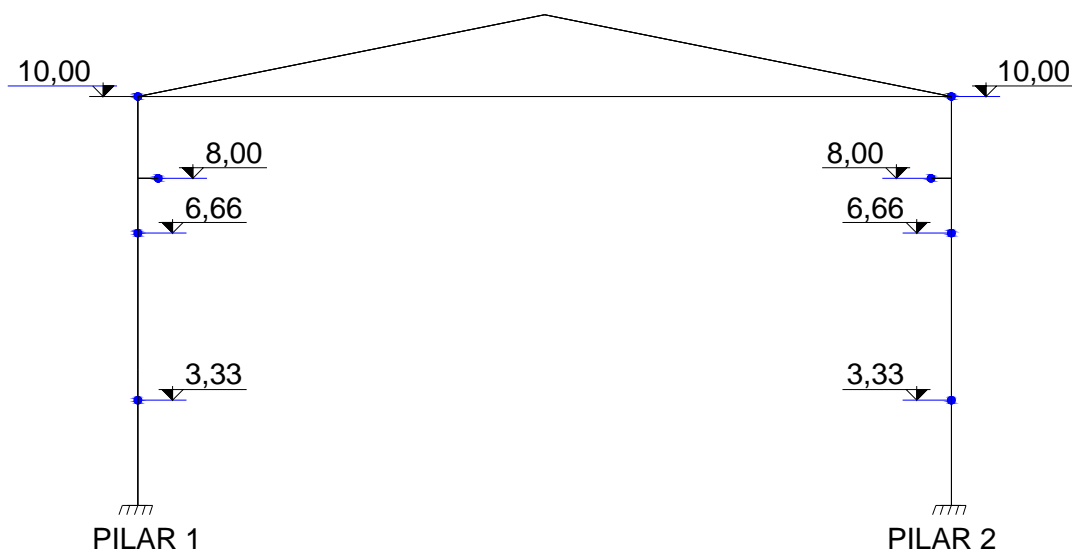
Vale lembrar que a coluna  $N_k$  representa o somatório das ações verticais em cada combinação. Neste caso, destaca-se a combinação COMB1, na qual atua a ação do vento deslocando a estrutura horizontalmente. Mas por apresentar alta sucção na cobertura da edificação, resulta em um valor menor na carga vertical e, por consequência, em um valor menor para o parâmetro  $\alpha$ .

Outro fator importante a ser destacado é o valor limite de  $\alpha$  para os edifícios de um pavimento:

$$\alpha_{\text{lim}} = 0,2 + 0,1 \cdot 1 = 0,3$$

### 6.5.5 – Processo $P.\Delta$ - Resultados

Para perfeito entendimento do processo  $P.\Delta$ , é necessário ressaltar em quais pontos da estrutura foram observados os deslocamentos e, por consequência, as forças equivalentes  $(P_i \cdot \Delta_i)/H$ . Para tal, tem-se a Figura 6.16.



**FIGURA 6.16 – Pontos onde foram analisados os deslocamentos pelo processo  $P.\Delta$ .**

Foram consideradas as mesmas combinações normais últimas, utilizadas para o parâmetro  $\alpha$ , entretanto com valores de cálculo:

- COMB4 – 1,4 . PP + 1,4 . VT90;
- COMB5 – 1,4 . PP + 1,4 . PR + 1,4 . VT90 . 0,6;
- COMB6 – 1,4 . PP + 1,4 . PR + 1,4 . CA . 0,5.

A fim de considerar de forma simplificada a não-linearidade física do concreto, optou-se por adotar a rigidez do pórtico igual a  $0,5 E_{ci} \cdot I_{cr}$ , ou seja, metade do produto

entre o módulo de elasticidade tangente e o momento de inércia da seção bruta dos elementos. Isso foi feito considerando  $f_{ck}$  igual a 40 MPa.

As Tabelas 6.3 até 6.8 apresentam os resultados das iterações para o pórtico do exemplo 6.1. Foram necessárias cinco iterações para que se atingisse o valor da tolerância  $\varepsilon = 1,0 \%$ , ( $\varepsilon = 0,01$ ), que foi adotado por apresentar resultados considerados satisfatórios.

Como convenção de sinais, é importante observar que o sinal negativo para a força  $P_d$  equivale a tração. Para a força horizontal  $(P_i \cdot \Delta_i)/H$ , o sinal negativo corresponde a força da direita para a esquerda. Os valores de momento  $M_0$ , apresentados nas tabelas a seguir, referem-se a momentos nas bases dos pilares. O sinal negativo equivale a tração do lado direito do pilar.

**TABELA 6.3 – Resultado do processo  $P\Delta$  - Exemplo 6.1.  
Etapa inicial.**

COMB.	PILAR	NÍVEL (m)	$P_d$ (kN)	$\Delta_0$ (cm)	$M_0$ (kN.m)	$(P \cdot \Delta)/H$ (kN)
1,4 PP + 1,4 V90	1	10,00	-44,0	16,4	223	-0,72
		8,00	24,0	16,6		0,50
		6,66	38,0	14,4		0,82
		3,33	78,0	5,6		1,31
	2	10,00	1,4	-12,6	-103	-0,02
		8,00	24,0	-11,4		-0,34
		6,66	79,0	-9,3		-1,10
		3,33	118,0	-3,1		-1,10
1,4 PP + 1,4 PR + 0,6 V90	1	10,00	2,7	25,7	165	0,07
		8,00	232,0	20,1		5,83
		6,66	293,0	15,3		6,73
		3,33	333,0	4,7		4,70
	2	10,00	25,0	13,0	117	0,33
		8,00	107,0	10,7		1,43
		6,66	196,0	8,8		2,59
		3,33	236,0	3,1		2,20
1,4 PP + 1,4 PR + 0,5 CA	1	10,00	38,3	18,2	45	0,70
		8,00	232,0	11,8		3,42
		6,66	342,0	7,9		4,06
		3,33	381,0	1,8		2,06
	2	10,00	48,1	18,9	186	0,91
		8,00	107,0	16,8		2,25
		6,66	227,0	14,1		4,81
		3,33	267,0	5,0		4,01

**TABELA 6.4 – Resultado do processo P.Δ - Exemplo 6.1.**  
**Etapa 1.**

COMB.	PILAR	NÍVEL (m)	$\Delta_1$ (cm)	$\Delta_1^2$ (cm <sup>2</sup> )	$\Delta_1 - \Delta_0$ (cm)	$(\Delta_1 - \Delta_0)^2$ (cm <sup>2</sup> )	TOL (%)	M <sub>1</sub> (kN.m)	$\Delta M/M_0$ (%)	(P.Δ)/H (kN)
1,4 PP + 1,4 V90	1	10,00	16,1	259,2	-0,3	0,09	2,81	225	0,90	-0,71
		8,00	16,4	269,0	-0,2	0,04				0,49
		6,66	14,4	207,4	0	0				0,82
		3,33	5,6	31,36	0	0				1,31
	2	10,00	-13,2	174,2	-0,6	0,36		-111	7,77	-0,02
		8,00	-11,9	141,6	-0,5	0,25				-0,36
		6,66	-9,7	94,09	-0,4	0,16				-1,15
		3,33	-3,3	10,89	-0,2	0,04				-1,17
1,4 PP + 1,4 PR + 0,6 V90	1	10,00	33,1	1096	7,4	54,76	26,03	234	41,82	0,09
		8,00	26,3	691,7	6,2	38,44				7,63
		6,66	20,4	416,2	5,1	26,01				8,97
		3,33	6,6	43,56	1,9	3,61				6,60
	2	10,00	19,5	380,3	6,5	42,25		163	39,32	0,49
		8,00	15,7	246,5	5	25				2,10
		6,66	12,7	161,3	3,9	15,21				3,74
		3,33	4,4	19,36	1,3	1,69				3,12
1,4 PP + 1,4 PR + 0,5 CA	1	10,00	24,9	620	6,7	44,89	26,96	98	117,78	0,95
		8,00	17,2	295,8	5,4	29,16				4,99
		6,66	12,2	148,8	4,3	18,49				6,26
		3,33	3,2	10,24	1,4	1,96				3,66
	2	10,00	25,6	655,4	6,7	44,89		242	30,11	1,23
		8,00	22,2	492,8	5,4	29,16				2,97
		6,66	18,4	338,6	4,3	18,49				6,27
		3,33	6,5	42,25	1,5	2,25				5,21

**TABELA 6.5 – Resultado do processo P.Δ - Exemplo 6.1.**  
**Etapa 2.**

COMB.	PILAR	NÍVEL (m)	$\Delta_2$ (cm)	$\Delta_2^2$ (cm <sup>2</sup> )	$\Delta_2 - \Delta_1$ (cm)	$(\Delta_2 - \Delta_1)^2$ (cm <sup>2</sup> )	TOL (%)	M <sub>2</sub> (kN.m)	$\Delta M/M_0$ (%)	(P.Δ)/H (kN)
1,4 PP + 1,4 V90	1	10,00	15,9	252,8	-0,2	0,04	1,23	225	0,90	-0,70
		8,00	16,3	265,7	-0,1	0,01				0,49
		6,66	14,3	204,5	-0,1	0,01				0,82
		3,33	5,6	31,36	0	0				1,31
	2	10,00	-13,4	179,6	-0,2	0,04		-0,02		
		8,00	-12,1	146,4	-0,2	0,04		-0,36		
		6,66	-9,9	98,01	-0,2	0,04		-1,17		
		3,33	-3,3	10,89	0	0		-1,17		
1,4 PP + 1,4 PR + 0,6 V90	1	10,00	35,8	1282	2,7	7,29	8,62	258	56,36	0,10
		8,00	28,5	812,3	2,2	4,84				8,27
		6,66	22,2	492,8	1,8	3,24				9,77
		3,33	7,2	51,84	0,6	0,36				7,20
	2	10,00	21,8	475,2	2,3	5,29		0,55		
		8,00	17,6	309,8	1,9	3,61		2,35		
		6,66	14,2	201,6	1,5	2,25		4,18		
		3,33	4,9	24,01	0,5	0,25		3,47		
1,4 PP + 1,4 PR + 0,5 CA	1	10,00	27,7	767,3	2,8	7,84	9,96	122	171,11	1,06
		8,00	19,5	380,3	2,3	5,29				5,66
		6,66	14,0	196	1,8	3,24				7,19
		3,33	3,9	15,21	0,7	0,49				4,46
	2	10,00	28,3	800,9	2,7	7,29		1,36		
		8,00	24,3	590,5	2,1	4,41		3,25		
		6,66	20,1	404	1,7	2,89		6,85		
		3,33	7,1	50,41	0,6	0,36		5,69		

**TABELA 6.6 – Resultado do processo P.Δ - Exemplo 6.1.**  
**Etapa 3.**

COMB.	PILAR	NÍVEL (m)	$\Delta_3$ (cm)	$\Delta_3^2$ (cm <sup>2</sup> )	$\Delta_3 - \Delta_2$ (cm)	$(\Delta_3 - \Delta_2)^2$ (cm <sup>2</sup> )	TOL (%)	M <sub>3</sub> (kN.m)	$\Delta M/M_0$ (%)	(P.Δ)/H (kN)
1,4 PP + 1,4 V90	1	10,00	15,9	252,8	0	0	0,58	224	0,45	-0,70
		8,00	16,3	265,7	0	0				0,49
		6,66	14,3	204,5	0	0				0,82
		3,33	5,6	31,36	0	0				1,31
	2	10,00	-13,5	182,3	-0,1	0,01		-115	11,65	-0,02
		8,00	-12,2	148,8	-0,1	0,01				-0,37
		6,66	-10,0	100	-0,1	0,01				-1,19
		3,33	-3,4	11,56	-0,1	0,01				-1,20
1,4 PP + 1,4 PR + 0,6 V90	1	10,00	36,7	1347	0,9	0,81	3,05	267	61,82	0,10
		8,00	29,3	858,5	0,8	0,64				8,50
		6,66	22,8	519,8	0,6	0,36				10,03
		3,33	7,5	56,3	0,3	0,09				7,50
	2	10,00	22,7	515,3	0,9	0,81		188	60,68	0,57
		8,00	18,3	334,9	0,7	0,49				2,45
		6,66	14,8	219	0,6	0,36				4,36
		3,33	5,1	26,01	0,2	0,04				3,61
1,4 PP + 1,4 PR + 0,5 CA	1	10,00	28,9	835,2	1,2	1,44	4,06	133	195,56	1,11
		8,00	20,5	420,3	1	1				5,95
		6,66	14,8	219	0,8	0,64				7,60
		3,33	4,2	17,64	0,3	0,09				4,81
	2	10,00	29,4	864,4	1,1	1,21		271	45,70	1,41
		8,00	25,2	635,0	0,9	0,81				3,37
		6,66	20,8	432,6	0,7	0,49				7,09
		3,33	7,3	53,29	0,2	0,04				5,85

**TABELA 6.7 – Resultado do processo P.Δ - Exemplo 6.1.  
Etapa 4.**

COMB.	PILAR	NÍVEL (m)	$\Delta_4$ (cm)	$\Delta_4^2$ (cm <sup>2</sup> )	$\Delta_4 - \Delta_3$ (cm)	$(\Delta_4 - \Delta_3)^2$ (cm <sup>2</sup> )	TOL (%)	M <sub>4</sub> (kN.m)	$\Delta M/M_0$ (%)	(P.Δ)/H (kN)
1,4 PP + 1,4 V90	1	10,00	15,9	252,8	0	0	0,00	224	0,45	-0,70
		8,00	16,3	265,7	0	0				0,49
		6,66	14,3	204,5	0	0				0,82
		3,33	5,6	31,36	0	0				1,31
	2	10,00	-13,5	182,3	0	0		-114	10,68	-0,02
		8,00	-12,2	148,8	0	0				-0,37
		6,66	-10,0	100,0	0	0				-1,19
		3,33	-3,4	11,56	0	0				-1,20
1,4 PP + 1,4 PR + 0,6 V90	1	10,00	37,1	1376	0,4	0,16	1,15	270	63,64	0,10
		8,00	29,6	876,2	0,3	0,09				8,58
		6,66	23,1	533,6	0,3	0,09				10,16
		3,33	7,5	56,3	0	0				7,50
	2	10,00	23,0	529	0,3	0,09		190	62,39	0,58
		8,00	18,5	342,3	0,2	0,04				2,47
		6,66	15,0	225,0	0,2	0,04				4,41
		3,33	5,2	27,04	0,1	0,01				3,69
1,4 PP + 1,4 PR + 0,5 CA	1	10,00	29,4	864,4	0,5	0,25	1,74	137	204,44	1,13
		8,00	20,9	436,8	0,4	0,16				6,06
		6,66	15,2	231,0	0,4	0,16				7,81
		3,33	4,3	18,49	0,1	0,01				4,92
	2	10,00	29,9	894	0,5	0,25		275	47,85	1,44
		8,00	25,6	655,4	0,4	0,16				3,42
		6,66	21,1	445,2	0,3	0,09				7,19
		3,33	7,4	54,76	0,1	0,01				5,93

**TABELA 6.8 – Resultado do processo P.Δ - Exemplo 6.1.  
Etapa 5.**

COMB.	PILAR	NÍVEL (m)	$\Delta_5$ (cm)	$\Delta_5^2$ (cm <sup>2</sup> )	$\Delta_5 - \Delta_4$ (cm)	$(\Delta_5 - \Delta_4)^2$ (cm <sup>2</sup> )	TOL (%)	M <sub>5</sub> (kN.m)	$\Delta M/M_0$ (%)	
1,4 PP + 1,4 V90	1	10,00	-	-	-	-	-	-	-	
		8,00	-	-	-	-				
		6,66	-	-	-	-				
		3,33	-	-	-	-				
	2	10,00	-	-	-	-		-	-	-
		8,00	-	-	-	-				
		6,66	-	-	-	-				
		3,33	-	-	-	-				
1,4 PP + 1,4 PR + 0,6 V90	1	10,00	37,3	1391	0,2	0,04	0,69	272	64,85	
		8,00	29,8	888,0	0,2	0,04				
		6,66	23,2	538,2	0,1	0,01				
		3,33	7,6	57,8	0,1	0,01				
	2	10,00	23,2	538,2	0,2	0,04		-	191	63,25
		8,00	18,7	349,7	0,2	0,04				
		6,66	15,1	228,0	0,1	0,01				
		3,33	5,2	27,04	0	0				
1,4 PP + 1,4 PR + 0,5 CA	1	10,00	29,6	876,2	0,2	0,04	0,66	139	208,89	
		8,00	21,1	445,2	0,2	0,04				
		6,66	15,3	234,1	0,1	0,01				
		3,33	4,3	18,49	0	0				
	2	10,00	30,1	906	0,2	0,04		-	276	48,39
		8,00	25,7	660,5	0,1	0,01				
		6,66	21,2	449,4	0,1	0,01				
		3,33	7,5	56,25	0,1	0,01				



As Tabelas 6.9 até 6.12 apresentam os resultados das iterações para o pórtico do exemplo 6.2. Foram necessárias quatro iterações para que se atingisse o valor da tolerância adotado  $\varepsilon = 1,0\%$  ( $\varepsilon = 0,01$ ).

Como convenção de sinais, novamente é importante observar que o sinal negativo para a força  $P_d$  equivale a tração. Para a força horizontal  $(P_i \cdot \Delta_i)/H$ , o sinal negativo corresponde a força da direita para a esquerda. Os valores de momento  $M_0$ , apresentados nas tabelas a seguir, referem-se a momentos nas bases dos pilares. O sinal negativo equivale a tração do lado direito do pilar.

**TABELA 6.9 – Resultado do processo P. $\Delta$  - Exemplo 6.2.  
Etapa inicial.**

COMB.	PILAR	NÍVEL (m)	$P_d$ (kN)	$\Delta_0$ (cm)	$M_0$ (kN.m)	$(P.\Delta)/H$ (kN)
1,4 PP + 1,4 V90	1	10,00	-39,0	5,1	202	-0,20
		8,00	24,0	5,1		0,15
		6,66	48,0	4,5		0,32
		3,33	92,0	1,7		0,47
	2	10,00	3,9	-3,9	-83	-0,02
		8,00	24,0	-3,4		-0,10
		6,66	89,0	-2,7		-0,36
		3,33	133,0	-0,9		-0,36
1,4 PP + 1,4 PR + 0,6 V90	1	10,00	2,7	8,3	144	0,02
		8,00	232,0	6,4		1,86
		6,66	303,0	4,8		2,18
		3,33	362,0	1,5		1,63
	2	10,00	25,0	5,0	139	0,13
		8,00	107,0	4,3		0,58
		6,66	206,0	3,5		1,08
		3,33	264,0	1,3		1,03
1,4 PP + 1,4 PR + 0,5 CA	1	10,00	43,9	5,7	22	0,25
		8,00	232,0	3,4		0,99
		6,66	352,0	2,2		1,16
		3,33	410,0	0,4		0,49
	2	10,00	53,7	7,2	210	0,39
		8,00	107,0	6,5		0,87
		6,66	237,0	5,4		1,92
		3,33	296,0	2,0		1,78

**TABELA 6.10 – Resultado do processo P.Δ - Exemplo 6.2.**  
**Etapa 1.**

COMB.	PILAR	NÍVEL (m)	$\Delta_1$ (cm)	$\Delta_1^2$ (cm <sup>2</sup> )	$\Delta_1 - \Delta_0$ (cm)	$(\Delta_1 - \Delta_0)^2$ (cm <sup>2</sup> )	TOL (%)	M <sub>1</sub> (kN.m)	$\Delta M/M_0$ (%)	(P.Δ)/H (kN)
1,4 PP + 1,4 V90	1	10,00	5,1	26,01	0	0	0,95	203	0,50	-
		8,00	5,1	26,0	0	0				-
		6,66	4,5	20,25	0	0				-
		3,33	1,7	2,89	0	0				-
	2	10,00	-3,9	15,21	0	0		-85	2,41	-
		8,00	-3,4	11,6	0	0				-
		6,66	-2,8	7,84	-0,1	0,01				-
		3,33	-0,9	0,81	0	0				-
1,4 PP + 1,4 PR + 0,6 V90	1	10,00	9,2	84,64	0,9	0,81	11,04	168	16,67	0,02
		8,00	7,1	50,4	0,7	0,49				2,06
		6,66	5,4	29,16	0,6	0,36				2,46
		3,33	1,7	2,89	0,2	0,04				1,85
	2	10,00	5,8	33,64	0,8	0,64		156	12,23	0,15
		8,00	4,9	24,0	0,6	0,36				0,66
		6,66	4,0	16	0,5	0,25				1,24
		3,33	1,4	1,96	0,1	0,01				1,11
1,4 PP + 1,4 PR + 0,5 CA	1	10,00	6,5	42,25	0,8	0,64	11,22	39	77,27	0,29
		8,00	4,1	16,8	0,7	0,49				1,19
		6,66	2,7	7,29	0,5	0,25				1,43
		3,33	0,6	0,36	0,2	0,04				0,74
	2	10,00	8,0	64	0,8	0,64		231	10,00	0,43
		8,00	7,1	50,4	0,6	0,36				0,95
		6,66	6,0	36	0,6	0,36				2,14
		3,33	2,1	4,41	0,1	0,01				1,87

**TABELA 6.11 – Resultado do processo P.Δ - Exemplo 6.2.  
Etapa 2.**

COMB.	PILAR	NÍVEL (m)	$\Delta_2$ (cm)	$\Delta_2^2$ (cm <sup>2</sup> )	$\Delta_2 - \Delta_1$ (cm)	$(\Delta_2 - \Delta_1)^2$ (cm <sup>2</sup> )	TOL (%)	M <sub>2</sub> (kN.m)	$\Delta M/M_0$ (%)	(P.Δ)/H (kN)	
1,4 PP + 1,4 V90	1	10,00	-	-	-	-	-	-	-	-	
		8,00	-	-	-	-				-	
		6,66	-	-	-	-				-	
		3,33	-	-	-	-				-	
	2	10,00	-	-	-	-		-	-	-	-
		8,00	-	-	-	-		-			
		6,66	-	-	-	-		-			
		3,33	-	-	-	-		-			
1,4 PP + 1,4 PR + 0,6 V90	1	10,00	9,3	86,49	0,1	0,01	1,67	171	18,75	0,03	
		8,00	7,2	51,8	0,1	0,01				2,09	
		6,66	5,5	30,25	0,1	0,01				2,50	
		3,33	1,7	2,89	0	0				1,85	
	2	10,00	5,9	34,81	0,1	0,01		158	13,67	0,15	
		8,00	5,0	25,0	0,1	0,01				0,67	
		6,66	4,1	16,81	0,1	0,01				1,27	
		3,33	1,5	2,25	0,1	0,01				1,19	
1,4 PP + 1,4 PR + 0,5 CA	1	10,00	6,6	43,56	0,1	0,01	1,62	43	95,45	0,29	
		8,00	4,2	17,6	0,1	0,01				1,22	
		6,66	2,8	7,84	0,1	0,01				1,48	
		3,33	0,6	0,36	0	0				0,74	
	2	10,00	8,1	65,61	0,1	0,01		233	10,95	0,43	
		8,00	7,2	51,8	0,1	0,01				0,96	
		6,66	6,0	36	0	0				2,14	
		3,33	2,2	4,84	0,1	0,01				1,96	

**TABELA 6.12 – Resultado do processo P.Δ - Exemplo 6.2.  
Etapa 3.**

COMB.	PILAR	NÍVEL (m)	$\Delta_3$ (cm)	$\Delta_3^2$ (cm <sup>2</sup> )	$\Delta_3 - \Delta_2$ (cm)	$(\Delta_3 - \Delta_2)^2$ (cm <sup>2</sup> )	TOL (%)	M <sub>3</sub> (kN.m)	$\Delta M/M_0$ (%)	
1,4 PP + 1,4 V90	1	10,00	-	-	-	-	-	-	-	
		8,00	-	-	-	-				
		6,66	-	-	-	-				
		3,33	-	-	-	-				
	2	10,00	-	-	-	-		-	-	-
		8,00	-	-	-	-				
		6,66	-	-	-	-				
		3,33	-	-	-	-				
1,4 PP + 1,4 PR + 0,6 V90	1	10,00	9,4	88,36	0,1	0,01	0,63	171	18,75	
		8,00	7,2	51,8	0	0				
		6,66	5,5	30,25	0	0				
		3,33	1,7	2,9	0	0				
	2	10,00	5,9	34,81	0	0		0,63	158	13,67
		8,00	5,0	25,0	0	0				
		6,66	4,1	16,81	0	0				
		3,33	1,5	2,25	0	0				
1,4 PP + 1,4 PR + 0,5 CA	1	10,00	6,6	43,56	0	0	0,00	43	95,45	
		8,00	4,2	17,6	0	0				
		6,66	2,8	7,84	0	0				
		3,33	0,6	0,36	0	0				
	2	10,00	8,1	65,61	0	0		0,00	234	11,43
		8,00	7,2	51,8	0	0				
		6,66	6,0	36	0	0				
		3,33	2,2	4,84	0	0				

As Tabelas 6.13 até 6.15 apresentam os resultados das iterações para o pórtico do exemplo 6.3. Foram necessárias duas iterações para que se atingisse o valor da tolerância adotado  $\varepsilon = 1,0\%$  ( $\varepsilon = 0,01$ ).

Como convenção de sinais, novamente é importante observar que o sinal negativo para a força  $P_d$  equivale a tração. Para a força horizontal  $(P_i \cdot \Delta_i)/H$ , o sinal negativo corresponde a força da direita para a esquerda. Os valores de momento  $M_0$ , apresentados nas tabelas a seguir, referem-se a momentos nas bases dos pilares. O sinal negativo equivale a tração do lado direito do pilar.

**TABELA 6.13 – Resultado do processo P.Δ - Exemplo 6.3.  
Etapa inicial.**

COMB.	PILAR	NÍVEL (m)	$P_d$ (kN)	$\Delta_0$ (cm)	$M_0$ (kN.m)	$(P \cdot \Delta)/H$ (kN)
1,4 PP + 1,4 V90	1	10,00	-33,0	2,2	179	-0,07
		8,00	25,0	2,2		0,07
		6,66	60,0	1,9		0,17
		3,33	110,0	0,7		0,23
	2	10,00	9,8	-1,7	-62	-0,02
		8,00	24,0	-1,4		-0,04
		6,66	100,0	-1,1		-0,17
		3,33	151,0	-0,3		-0,14
1,4 PP + 1,4 PR + 0,6 V90	1	10,00	8,7	3,9	122	0,03
		8,00	232,0	2,8		0,81
		6,66	315,0	2,1		0,99
		3,33	365,0	0,6		0,66
	2	10,00	36,0	2,8	165	0,10
		8,00	107,0	2,4		0,32
		6,66	217,0	2,0		0,65
		3,33	268,0	0,7		0,56
1,4 PP + 1,4 PR + 0,5 CA	1	10,00	50,0	2,5	4,8	0,13
		8,00	232,0	1,3		0,38
		6,66	365,0	0,8		0,44
		3,33	414,0	0,08		0,10
	2	10,00	59,5	4,0	242	0,24
		8,00	107,0	3,6		0,48
		6,66	248,0	3,0		1,12
		3,33	299,0	1,1		0,99

**TABELA 6.14 – Resultado do processo P.Δ - Exemplo 6.3.**  
**Etapa 1.**

COMB.	PILAR	NÍVEL (m)	$\Delta_1$ (cm)	$\Delta_1^2$ (cm <sup>2</sup> )	$\Delta_1 - \Delta_0$ (cm)	$(\Delta_1 - \Delta_0)^2$ (cm <sup>2</sup> )	TOL (%)	M <sub>1</sub> (kN.m)	$\Delta M/M_0$ %	(P.Δ)/H (kN)
1,4 PP + 1,4 V90	1	10,00	2,2	4,84	0	0	0,00	180	0,56	-
		8,00	2,2	4,8	0	0				-
		6,66	1,9	3,61	0	0				-
		3,33	0,7	0,49	0	0				-
	2	10,00	-1,7	2,89	0	0		-63	1,61	-
		8,00	-1,4	2,0	0	0				-
		6,66	-1,1	1,21	0	0				-
		3,33	-0,3	0,09	0	0				-
1,4 PP + 1,4 PR + 0,6 V90	1	10,00	4,1	16,81	0,2	0,04	6,63	133	9,02	0,04
		8,00	3,0	9,0	0,2	0,04				0,87
		6,66	2,2	4,84	0,1	0,01				1,04
		3,33	0,7	0,49	0,1	0,01				0,77
	2	10,00	3,0	9,0	0,2	0,04		174	5,45	0,11
		8,00	2,6	6,8	0,2	0,04				0,35
		6,66	2,2	4,84	0,2	0,04				0,72
		3,33	0,8	0,64	0,1	0,01				0,64
1,4 PP + 1,4 PR + 0,5 CA	1	10,00	2,7	7,29	0,2	0,04	6,25	3,5	-27,08	0,14
		8,00	1,5	2,3	0,2	0,04				0,44
		6,66	0,9	0,81	0,1	0,01				0,49
		3,33	0,1	0,01	0,02	0,0004				0,12
	2	10,00	4,2	17,64	0,2	0,04		253	4,55	0,25
		8,00	3,8	14,4	0,2	0,04				0,51
		6,66	3,2	10,24	0,2	0,04				1,19
		3,33	1,1	1,21	0	0				0,99

**TABELA 6.15 – Resultado do processo P.Δ - Exemplo 6.3.  
Etapa 2.**

COMB.	PILAR	NÍVEL (m)	$\Delta_2$ (cm)	$\Delta_2^2$ (cm <sup>2</sup> )	$\Delta_2 - \Delta_1$ (cm)	$(\Delta_2 - \Delta_1)^2$ (cm <sup>2</sup> )	TOL (%)	M <sub>2</sub> (kN.m)	$\Delta M/M_0$ %	
1,4 PP + 1,4 V90	1	10,00	-	-	-	-	-	-	-	
		8,00	-	-	-	-				
		6,66	-	-	-	-				
		3,33	-	-	-	-				
	2	10,00	-	-	-	-		-	-	-
		8,00	-	-	-	-				
		6,66	-	-	-	-				
		3,33	-	-	-	-				
1,4 PP + 1,4 PR + 0,6 V90	1	10,00	4,1	16,81	0	0	0,00	134	9,84	
		8,00	3,0	9,0	0	0				
		6,66	2,2	4,84	0	0				
		3,33	0,7	0,49	0	0				
	2	10,00	3,0	9,0	0	0		0,00	175	6,06
		8,00	2,6	6,8	0	0				
		6,66	2,2	4,84	0	0				
		3,33	0,8	0,64	0	0				
1,4 PP + 1,4 PR + 0,5 CA	1	10,00	2,7	7,29	0	0	0,00	4,2	-12,50	
		8,00	1,5	2,3	0	0				
		6,66	0,9	0,81	0	0				
		3,33	0,1	0,01	0	0				
	2	10,00	4,2	17,64	0	0		0,00	253	4,55
		8,00	3,8	14,4	0	0				
		6,66	3,2	10,24	0	0				
		3,33	1,1	1,21	0	0				

### 6.5.6 – Discussão dos resultados

Após o cálculo do parâmetro  $\alpha$  e da análise da estrutura através pelo processo P. $\Delta$ , algumas observações podem ser feitas.

Sobre o **parâmetro  $\alpha$**  (Tabela 6.2), nota-se que apenas o exemplo 6.3, cuja seção do pilar é de 30 cm x 60 cm, apresentou valores de  $\alpha$  menores que  $\alpha_{lim} = 0,3$ . Isso quer dizer que apenas a estrutura do exemplo 6.3 pode ser considerada como de nós fixos.

O exemplo 6.2 apresentou, para a combinação COMB1 (PP + VT90), valor de  $\alpha$  menor que  $\alpha_{lim} = 0,3$ . Para as outras combinações resultaram em  $\alpha > \alpha_{lim}$ . Já a estrutura do exemplo 6.1 apresentou  $\alpha > \alpha_{lim}$  para as três combinações.

Isso classifica as estruturas dos exemplos 6.2 e 6.3 como sendo de nós móveis, situação em que é necessário verificar o equilíbrio na configuração deformada, ou, em outras palavras, é imprescindível a consideração dos efeitos globais de 2ª ordem.

Percebe-se também que a combinação mais favorável é a COMB1. Isso já era esperado por conta da sucção que ocorre na cobertura, decorrente da ação do vento. Essa sucção alivia os efeitos de 2ª ordem, uma vez que diminui o valor das forças verticais da combinação.

As combinações COMB2 (PP + PR + 0,6.VT90) e COMB3 (PP + PR + 0,5.CA), nas quais a ação variável principal é a da ponte rolante, mostraram-se mais desfavoráveis em relação à combinação COMB1, na qual o vento é a ação variável principal. Entre as combinações COMB2 e COMB3, a mais desfavorável foi a COMB3, que não inclui a ação do vento.

Os resultados do parâmetro  $\alpha$  foram coerentes, classificando apenas a estrutura do exemplo 6.3 como de nós fixos, e as demais, como de nós móveis. Os resultados mostraram também que a estrutura do exemplo 6.1 é muito deslocável e, portanto, não deve ser utilizada.

O **processo P. $\Delta$** , cujos resultados encontram-se nas Tabelas de 6.3 até 6.15, permite tirar conclusões parecidas com as do parâmetro  $\alpha$ .

Primeiramente nota-se que a estrutura mais estável foi a do exemplo 6.3. Nesse caso os resultados convergiram com apenas duas iterações, para as combinações COMB5 (1,4PP + 1,4PR + 1,4.VT90. 0,6) e COMB6 (1,4PP + 1,4PR + 1,4.CA. 0,5). Para a combinação COMB4 (1,4PP + 1,4VT90), uma iteração foi suficiente para se atingir a tolerância. Além disso, os valores dos acréscimos de momento fletor (para todas as combinações) ficaram abaixo dos 10 %.



Isso permite concluir que, para o exemplo 6.3, o processo P. $\Delta$  e o parâmetro  $\alpha$  apresentaram resultados coerentes entre si.

Observando-se as tabelas relativas à estrutura do exemplo 6.2, vê-se que foram gastas três iterações para as combinações COMB5 e COMB6, e novamente uma iteração foi suficiente para se atingir a tolerância na combinação COMB4. Para a COMB4 o acréscimo de momento fletor ficou abaixo de 3 %. Entretanto para as combinações COMB5 e COMB6 houve acréscimos de momento fletor acima de 10 %.

Novamente o processo P. $\Delta$  e o parâmetro  $\alpha$  apresentaram resultados coerentes entre si.

Vale observar na Tabela 6.12 um acréscimo de 95,5 % no momento fletor para o pilar 1 e combinação COMB6. Na análise de 1ª ordem o valor do momento fletor é 22 kN.m, e passa para 43 kN.m ao final do processo P. $\Delta$ . Entretanto esses valores são inferiores aos das combinações COMB4 e COMB5, nas quais os momentos fletores resultam 203 kN.m e 171 kN.m, respectivamente. Portanto a COMB6 não é utilizada para cálculo.

Para a estrutura do exemplo 6.1 foram necessárias cinco iterações para as combinações COMB5 e COMB6, e quatro para a COMB4. Em todas as combinações houve acréscimo de momento fletor superior a 10 %. Mas para as combinações COMB5 e COMB6 esses acréscimos foram muito grandes, por volta de 65 % para a COMB5 e 130 % para a COMB6.

Novamente, para o pilar 1 e combinação COMB6, houve um acréscimo de momento fletor muito grande (208,9 %, ver Tabela 6.8). Entretanto o momento fletor da COMB6 é inferior aos das demais combinações e, portanto, não é utilizado para cálculo.

Vale ressaltar que também para o exemplo 6.1 os dois métodos apresentaram resultados coerentes entre si.

Para ilustrar os resultados coerentes entre o processo P. $\Delta$  e o parâmetro  $\alpha$ , tem-se a Tabela 6.16.

**TABELA 6.16 – Resumo dos resultados - Processo P. $\Delta$  e parâmetro  $\alpha$ .**

COMBINAÇÕES	PILAR	EXEMPLO 6.1		EXEMPLO 6.2		EXEMPLO 6.3	
		$\alpha$	$\Delta M/M_0$ (%)	$\alpha$	$\Delta M/M_0$ (%)	$\alpha$	$\Delta M/M_0$ (%)
COMB1 E COMB4	1	0,374	0,45	0,236	0,50	0,183	0,56
	2		10,68		2,41		1,61
COMB2 E COMB5	1	0,584	64,85	0,354	18,75	0,262	9,84
	2		63,25		13,67		6,06
COMB3 E COMB6	1	0,636	208,89	0,384	95,45	0,283	-12,50
	2		48,39		11,43		4,55

A Tabela 6.16 resume os resultados das combinações características COMB1, COMB2 e COMB3, utilizadas no parâmetro  $\alpha$ , e das combinações de cálculo COMB4, COMB5 e COMB6, empregadas no processo P.Δ.

Nota-se que nos casos em que o valor de  $\alpha$  foi inferior ao de  $\alpha_{lim}$ , os acréscimos de momento fletor ficaram abaixo de 10 %. De forma geral, os acréscimos de momento no processo P.Δ foram coerentes com os acréscimos dos valores de  $\alpha$ .

## 6.6 – Conclusão sobre a não-linearidade geométrica

Os principais objetivos deste capítulo foram: mostrar a importância de se verificar a estabilidade global dos galpões e demonstrar como são feitas as análises pelo processo P.Δ e o cálculo do parâmetro  $\alpha$ .

Também é importante ressaltar que foram adotadas as combinações desfavoráveis para as estruturas analisadas, mas que em projetos reais todas as combinações possíveis devem ser consideradas, de forma a tornar o projeto mais seguro. Além disso, a ação do vento deve ser feita de forma mais completa, contemplando vários coeficientes de pressão interna.

Nos exemplos apresentados verificou-se que tanto as ações do vento como as de ponte rolante podem provocar significativos esforços de 2ª ordem. Para os exemplos analisados, concluiu-se também que a ação da ponte rolante é mais desfavorável, uma vez que a ação do vento gera sucção na cobertura da edificação, e isso alivia a força vertical da estrutura, na combinação com o peso próprio.

Outra conclusão importante, baseada nos exemplos, é que os resultados do processo P.Δ e do parâmetro  $\alpha$  foram coerentes entre si.

Com esses exemplos pode-se concluir que é muito importante a verificação da estabilidade global dos galpões, uma vez que as estruturas dos exemplos 6.1 e 6.2 foram classificadas como de nós móveis pelo parâmetro  $\alpha$  e apresentaram acréscimos superiores a 10 % nos momentos fletores calculados com o processo P.Δ. Portanto a não consideração dos efeitos de 2ª ordem levaria a um dimensionamento contra a segurança.

Logo, a menção da NBR 6118:2003, de que, em alguns casos, é possível desprezar a verificação da estabilidade global para alguns tipos de galpões, deve ser analisada com cautela.

Pelos resultados ora apresentados, é recomendável que essa possibilidade de desprezar a verificação da estabilidade global para alguns tipos de galpões seja retirada da Norma, e que essa verificação passe a ser feita sistematicamente para todas as estruturas de um pavimento, independente do carregamento a que ela estiver submetida.

---

# 7

## DEFORMAÇÃO EXCESSIVA

---

Os galpões de concreto pré-moldado devem ser verificados quanto aos estados limites de serviço (ELS). Um fator condicionante à escolha das seções da estrutura é a verificação quanto ao estado limite de deformação excessiva (ELS-DEF).

O capítulo em questão aborda o ELS-DEF para os galpões atirantados e a implicação dessa verificação na análise estrutural. São considerados os aspectos normativos da NBR 6118:2003 e da NBR 9062:2006.

Além disso, será considerada a fluência, pois nos casos em que são usadas estruturas com grandes vãos torna-se importante controlar a deformação ao longo do tempo (CARVALHO, 1994).

### 7.1 – Definições importantes

Uma estrutura atinge um estado limite quando apresenta desempenho inadequado à finalidade da construção. Considerando isso, os estados limites são classificados em:

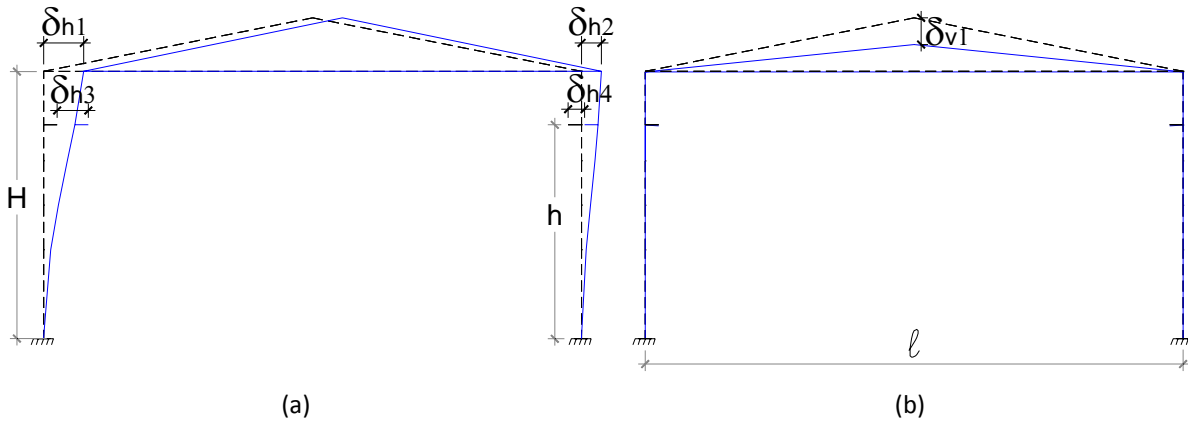
- Estados limites últimos (ELU). Referem-se à máxima capacidade portante da estrutura;
- Estados limites de serviço (ELS). Referem-se às situações de uso em serviço e fornecem indícios da durabilidade da estrutura, aparência, conforto do usuário e à boa utilização funcional, seja em relação aos usuários, ou em relação às máquinas e equipamentos.

Dentre os ELS, inclui-se o ELS-DEF, que é aquele em que as deformações atingem os limites estabelecidos para a utilização, afetando também a estrutura sob o aspecto estético.

O ELS-DEF é um condicionante para a escolha das seções usadas nas estruturas dos galpões, à medida que essas estruturas devem obedecer certos limites de deslocamentos.

Com base na NBR 9062:2006 pode-se dizer que essa verificação é feita limitando-se os deslocamentos horizontais e verticais da estrutura, conforme mostra a Figura 7.1.

---



**FIGURA 7.1 – Verificação do pórtico quanto aos ELS-DEF: (a) Deslocamentos horizontais; (b) Deslocamentos verticais.**

## 7.2 – Deslocamentos limites conforme a NBR 6118:2003

A NBR 6118:2003 estabelece limites para a verificação do ELS-DEF, que são classificados em quatro grupos básicos:

- Aceitabilidade sensorial. Está relacionada com limites caracterizados por vibrações indesejáveis;
- Efeitos específicos. Podem impedir a utilização adequada da construção;
- Efeitos em elementos não estruturais. Podem ocasionar o mau funcionamento de elementos ligados à estrutura;
- Efeitos em elementos estruturais. Estão relacionados com o comportamento do elemento estrutural no que diz respeito às hipóteses de cálculo adotadas.

Conforme a NBR 6118:2003, a verificação quanto aos efeitos em elementos estruturais são importantes quando os deslocamentos forem relevantes para os elementos considerados, com relação a seus efeitos sobre as tensões ou sobre a estabilidade da estrutura.

Nos galpões, a verificação de ELS-DEF, quanto ao efeito na estrutura, pode ser realizada a fim de garantir a estabilidade global. No entanto é recomendável que se verifique a estabilidade global conforme a metodologia apresentada no capítulo 6 deste trabalho, pois, como foi visto, a estrutura pode apresentar alta deslocabilidade e, por consequência, estar sujeita aos efeitos globais de 2ª ordem.

A Tabela 7.1, sobre limites para os deslocamentos, foi extraída da NBR 6118:2003. Nessa tabela estão destacados os principais limites aplicados aos galpões.

**TABELA 7.1 – Deslocamentos limites impostos pela NBR 6118:2003.**

Tipo de efeito	Razão da limitação	Exemplo	Deslocamento a considerar	Deslocamento limite
Aceitabilidade sensorial	Visual	Deslocamentos visíveis em elementos estruturais	Total	$l / 250$
	Outro	Vibrações sentidas no piso	Devido a cargas acidentais	$l / 350$
Efeitos estruturais em serviço	Superfícies que devem drenar água	Coberturas e varandas	Total	$l / 250$
	Pavimentos que devem permanecer planos	Ginásios e pistas de boliche	Total	$l / 350 +$ Contraflecha
			Ocorrido após construção do piso	$l / 600$
Elementos que suportam equipamentos sensíveis	Laboratórios	Ocorrido após nivelamento do equipamento	Ver recomendação do fabricante	
Efeitos em elementos não estruturais	Paredes	Alvenaria, caixilhos e revestimentos	Após a construção da parede	$l / 500$ ou 10 mm ou $\theta=0,0017$ rad
		Divisórias leves e caixilhos telescópicos	Ocorrido após a instalação da divisória	$l / 250$ ou 25 mm
		Movimento lateral de edifícios	Provocado pela ação do vento para combinação frequente ( $\psi_1=0,30$ )	$H / 1700$ ou $H_i / 850$ entre pavimentos
		Movimentos térmicos verticais	Provocado por diferença de temperatura	$l / 400$ ou 15 mm
	Forros	Movimentos térmicos horizontais	Provocado por diferença de temperatura	$H_i / 500$
		Revestimentos colados	Ocorrido após a construção do forro	$l / 350$
		Revestimentos pendurados ou com juntas	Deslocamento ocorrido após construção do forro	$l / 175$
	Pontes rolantes	Desalinhamento dos trilhos	Deslocamento provocado pelas ações decorrentes da frenagem	$h / 400$
Efeitos em elementos estruturais	Afastamento em relação às hipóteses de cálculo adotadas	Se os deslocamentos forem relevantes para o elemento considerado, seus efeitos sobre as tensões ou sobre a estabilidade da estrutura devem ser considerados, incorporando-os ao modelo estrutural adotado		

Nas coberturas deve-se impor o valor limite de  $\ell/250$ . Conforme a referida Norma, todos os valores limites de deslocamentos supõem elementos de vão  $\ell$  suportados em ambas as extremidades por apoios que não se movam. Portanto, para a cobertura, o valor de  $\ell$  será considerado como o vão da edificação mostrado na Figura 7.1.

Para efeitos em elementos não estruturais, como as paredes, a Norma estabelece que os deslocamentos horizontais provocados pela ação do vento em combinação frequente, ou seja,  $\psi_1=0,30$ , devem obedecer ao valor de  $H/1700$ , no topo, ou  $H_i/850$ , entre pavimentos. Portanto os deslocamentos horizontais devem ser limitados a  $H/1700$  para toda a estrutura e  $H_i/850$  para os mezaninos, quando houver.

Para os efeitos em elementos não estruturais, como as pontes rolantes, provocados pelo desalinhamento dos trilhos, a Norma estabelece o valor de  $h/400$ , sendo  $h$  a altura considerada até o nível da ponte rolante.

### 7.3 – Deslocamentos limites conforme a NBR 9062:2006

A NBR 9062:2006 também estabelece limites para a verificação do ELS-DEF. Esses limites diferem dos indicados na NBR 6118:2003, principalmente com relação aos deslocamentos horizontais.

Para esses deslocamentos, os valores da NBR 9062:2006 encontram-se na Tabela 7.2.

**TABELA 7.2 – Deslocamentos horizontais limites impostos pela NBR 9062:2006.**

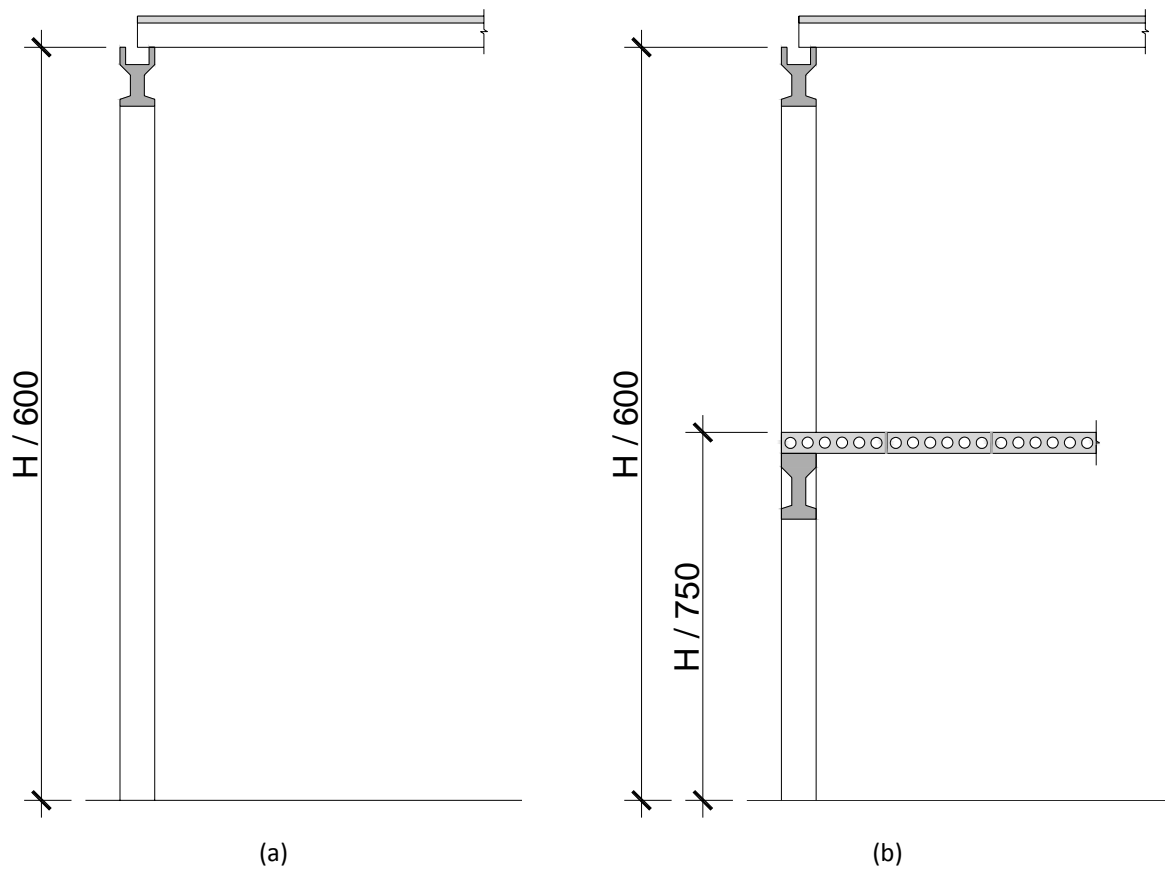
Caso	Tipo de edificação	Deslocamentos horizontais globais máximos (combinação frequente)
A	Edifício térreo	$H / 600$
B	Edifício com um pavimento (mezanino)	$H / 600$ ou $H_i / 750$

Para melhor entendimento da Tabela 7.2, optou-se por reproduzir a figura da NBR 9062:2006 (Figura 7.2).

A principal diferença entre as duas normas citadas está no limite para a altura total da edificação:  $H / 1700$  na NBR 6118:2003 e  $H / 600$  na NBR 9062:2006.

No entanto fica claro na NBR 9062:2006 que, quando houver a necessidade de verificação em elementos não estruturais, devem ser obedecidos os limites da NBR

6118:2003. Conforme discutido anteriormente, esses elementos são: paredes e pontes rolantes.



**FIGURA 7.2 – Limites para deslocamentos globais conforme a NBR 9062:2006.**  
(a) Edificação térrea. (b) Edificação com mezanino.

No entanto, quando o galpão tiver fechamento metálico, podem-se considerar os limites indicados na NBR 9062:2006.

Para o deslocamento vertical da cobertura, essa Norma estabelece  $\ell/200$ , valor diferente do relativo à NBR 6118:2003 ( $\ell/250$ ).

Considerando que não há diferença na verificação do ELS-DEF para uma estrutura de concreto pré-moldado e para uma estrutura moldada no local, optou-se por obedecer ao limite  $\ell/250$ , estipulado pela NBR 6118:2003.

## 7.4 – Deslocamentos limites recomendados

Considerando o que foi apresentado nos itens anteriores, recomenda-se que se utilizem os limites mostrados na Tabela 7.3.

**TABELA 7.3 – Deslocamentos limites recomendados.**

DESLOCAMENTO	ELEMENTO	LIMITE	NBR
Vertical	Cobertura	$\ell / 250$	6118:2003
Horizontal	Parede	$H / 1700$	6118:2003
		$H_i / 850$	6118:2003
	Fechamento metálico	$H / 600$	9062:2006
		$H_i / 750$	9062:2006
	Ponte rolante	$h / 400$	6118:2003

## 7.5 – Combinações de ações

Para a verificação do ELS-DEF, devem ser utilizadas combinações frequentes (CF), nas quais a ação variável principal é considerada com seu valor frequente e todas as demais ações variáveis são tomadas com seus valores quase permanentes.

A expressão 7.1 corresponde à fórmula para as combinações frequentes.

$$F_d = \sum F_{gik} + \psi_1 \cdot F_{q1k} + \sum \psi_{2j} \cdot F_{qjk} \quad (7.1)$$

$F_d$  é o valor de cálculo das ações;

$F_{gik}$  representa a ação permanente;

$\psi_1$  é o coeficiente de ponderação para as combinações frequentes;

$F_{q1k}$  representa o valor característico da ação variável principal;

$\psi_{2j}$  é o coeficiente de ponderação para as combinações quase permanentes;

$F_{qjk}$  representa as ações variáveis secundárias, com valor característico.

De acordo com a NBR 8681:2003, para os coeficientes de ponderação, devem ser utilizados os valores indicados na Tabela 7.4.

Entretanto, essa Norma não fornece valor para coeficientes de ponderação para a ação da ponte rolante. Existem apenas coeficientes para verificação de flechas em vigas de rolamento de ponte rolante. Resolveu-se, portanto, adotar para  $\psi_1$  o valor de 0,65, presente na NBR 8800:1986, e para  $\psi_2$ , 0,30.

Consultando a Tabela 7.4, verifica-se que, para a ação do vento, utiliza-se 30% para valor frequente, e zero para valor quase permanente. Esses valores, na opinião deste autor, não condizem com as definições de combinação frequente e de



combinação quase permanente, presentes nas normas NBR 6118:2003 e NBR 8681:2003 e reproduzidas a seguir:

- Combinações frequentes. São aquelas que se repetem muitas vezes durante o período de vida da estrutura;
- Combinações quase permanentes. Podem atuar durante grande parte da vida da estrutura.

**TABELA 7.4 – Coeficientes de ponderação conforme a NBR 8681:2003.**

AÇÕES	$\psi_1$	$\psi_2$
Carga acidental sem predominância de equipamentos, nem de elevadas concentrações de pessoas	0,40	0,30
Pressão dinâmica do vento nas estruturas em geral	0,30	0
Vigas de rolamento de pontes rolantes	0,65	0,30

Recomenda-se, portanto, a substituição dos valores  $\psi_1=0,30$  e  $\psi_2=0$  pelos seguintes valores:  $\psi_1=0,60$  e  $\psi_2=0,30$ . A Tabela 7.5 apresenta os valores para os coeficientes de ponderação usados neste trabalho, com a alteração dos valores relativos à ação do vento.

**TABELA 7.5 – Coeficientes de ponderação recomendados.**

AÇÕES	$\psi_1$	$\psi_2$
Carga acidental sem predominância de equipamentos, nem de elevadas concentrações de pessoas	0,40	0,30
Pressão dinâmica do vento nas estruturas em geral	0,60*	0,30*
Vigas de rolamento de pontes rolantes	0,65	0,30

\* Valores propostos pelo autor deste trabalho, diferentes dos indicados pelas Normas.

## 7.6 – Flecha diferida

A avaliação da flecha decorrente de cargas de longa duração, em função da fluência, deve ser feita para as coberturas dos galpões nas combinações formadas pelas cargas permanentes e cargas variáveis.

A NBR 6118:2003 permite que essa avaliação seja feita de maneira aproximada para vigas de concreto armado. A flecha adicional pode ser calculada pela multiplicação da flecha imediata pelo fator  $\alpha_f$  dado pela expressão 7.2.

$$\alpha_f = \frac{\Delta\xi}{1 + 50\rho'} \quad (7.2)$$

$\rho'$  é a taxa de armadura de compressão, ou seja,  $\rho' = A_s' / A_c$ ;  
 $\Delta\xi$  é obtido na expressão 7.3.

$$\Delta\xi = \xi(t) - \xi(t_0) \quad (7.3)$$

$t$  é o tempo, em meses, quando se deseja o valor da flecha diferida;  
 $t_0$  é a idade, em meses, relativa à data de aplicação da carga de longa duração.

$\xi(t)$  e  $\xi(t_0)$  coeficientes em função do tempo e podem ser obtidos na expressão 7.4 ou na Tabela 7.6.

$$\xi(t) = \begin{cases} 0,68 (0,996^t)t^{0,32} \rightarrow \text{para } t \leq 70 \text{ meses} \\ 2 \rightarrow \text{para } t > 70 \text{ meses} \end{cases} \quad (7.4)$$

**TABELA 7.6 – Valores do coeficiente  $\xi$  em função do tempo.**

Tempo (t) em meses	0	0,5	1	2	3	4	5	10	20	40	$\geq 70$
Coeficiente ( $\xi$ )	0	0,54	0,68	0,84	0,95	1,04	1,12	1,36	1,64	1,89	2

Portanto a flecha total pode ser obtida pela soma das flechas iniciais e diferidas, conforme expressão 7.5.

$$\delta_{\text{total}} = \delta_i + \delta_f = \delta_i + \alpha_f \cdot \delta_i = \delta_i(1 + \alpha_f) \quad (7.5)$$

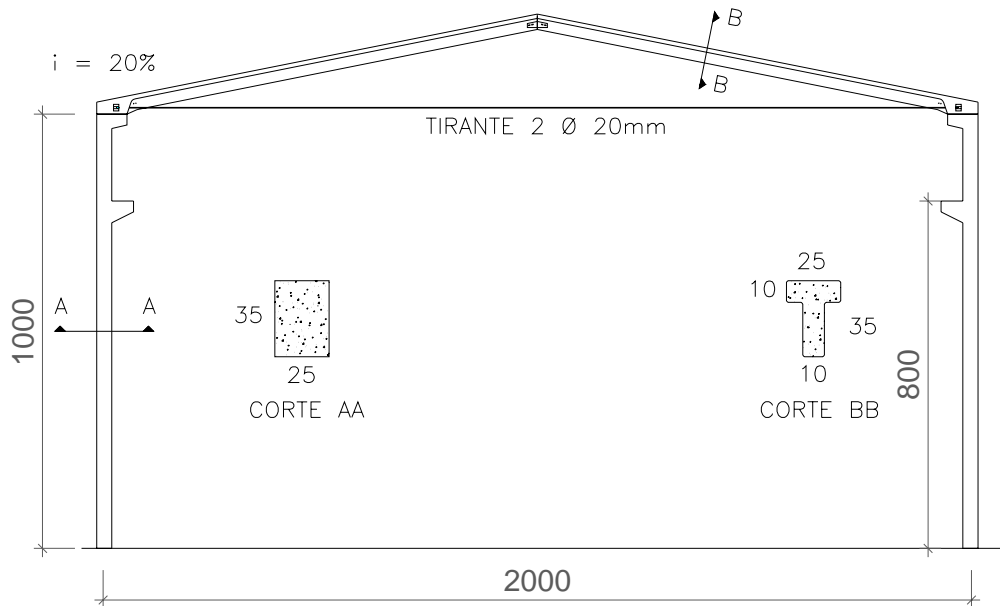
## 7.7 – Verificação do ELS-DEF

Com o objetivo de exemplificar a verificação do ELS-DEF serão utilizados os mesmos exemplos do capítulo 6, com sistema de ligação viga-pilar com chumbadores e consolo horizontal e com as mesmas seções de pilares e vigas.

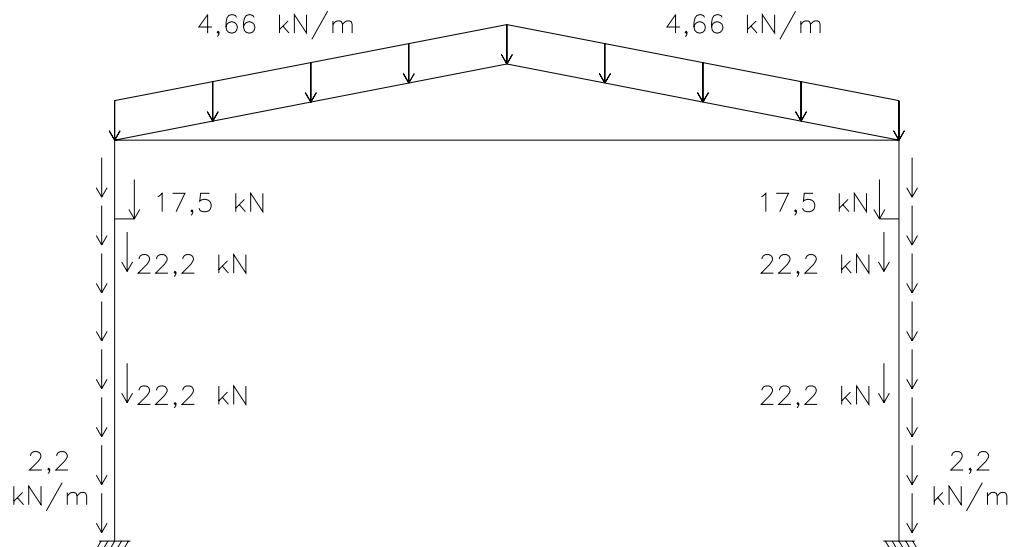
Para facilitar a leitura deste item, serão repetidas as figuras do capítulo 6, usadas para descrever as seções dos pórticos e para descrever os carregamentos.

### 7.7.1 – Exemplo 7.1 – Seção 25x35

Trata-se de galpão com vão de 20 m, indicada na Figura 7.3 (igual à Figura 6.6). A Figura 7.4 (Figura 6.7) apresenta o carregamento de peso próprio (PP).



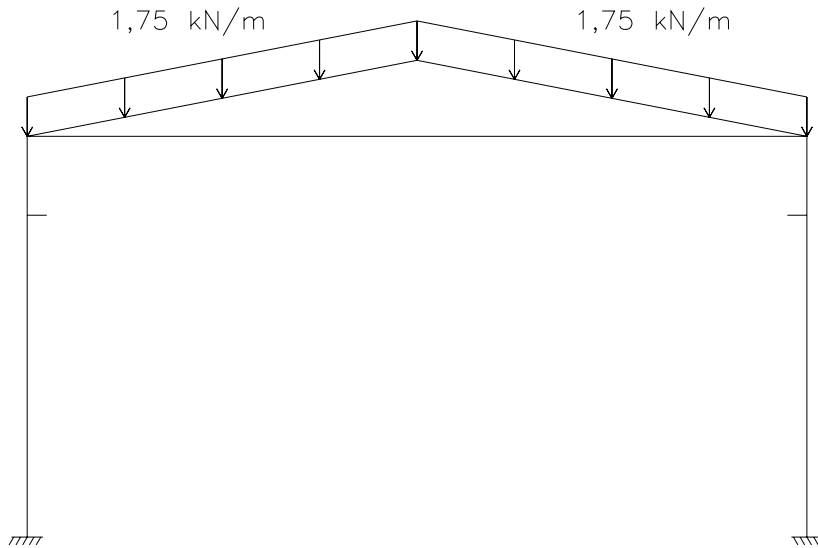
**FIGURA 7.3 – Pórtico utilizado para o sistema de ligação viga-pilar com chumbadores e consola horizontal (exemplo 7.1).**



**FIGURA 7.4 – Carregamento de peso próprio (PP) – Exemplo 7.1.**

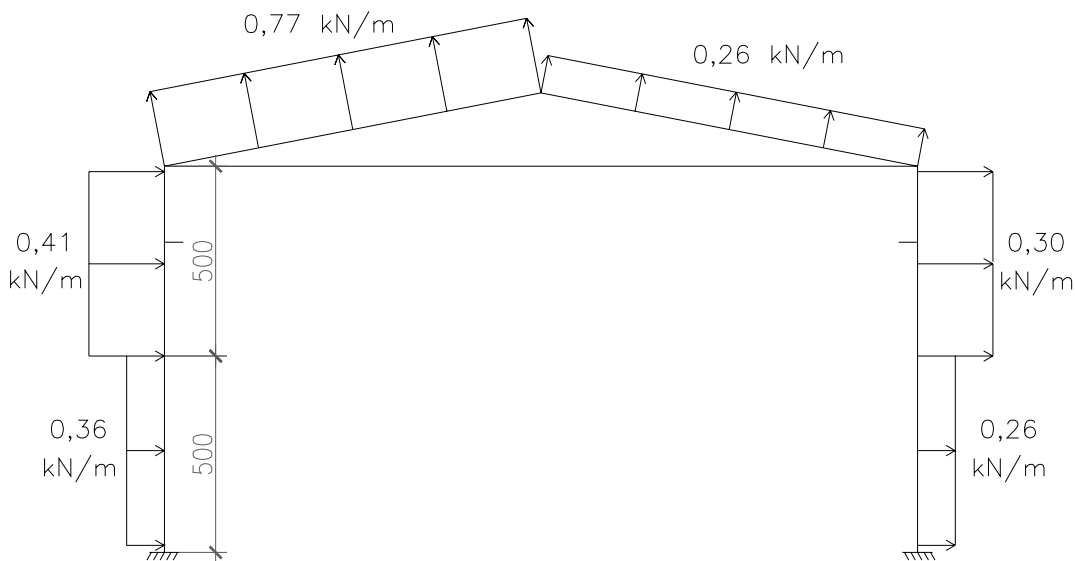
Será considerado  $f_{ck}$  igual a 40 MPa, módulo de elasticidade do aço 210.000 MPa, espaçamento entre pórticos de 7 m, nove terças apoiadas nas vigas e ligação viga-pilar com comportamento rígido, ou seja,  $\alpha_R \geq 0,85$ .

A Figura 7.5 (Figura 6.8) apresenta a carga acidental (CA).



**FIGURA 7.5 – Carga acidental (CA) – Exemplo 7.1.**

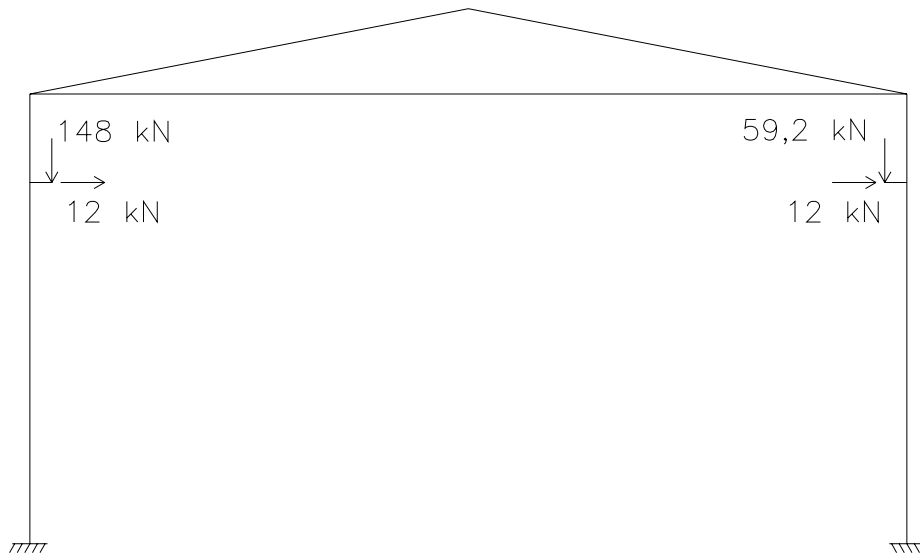
A ação do vento é representada pela Figura 7.6 (Figura 6.9).



**FIGURA 7.6 – Ação do vento (VT90) – Exemplo 7.1.**

Para a ação da ponte rolante (PR), tem-se a Figura 7.7 (Figura 6.10).

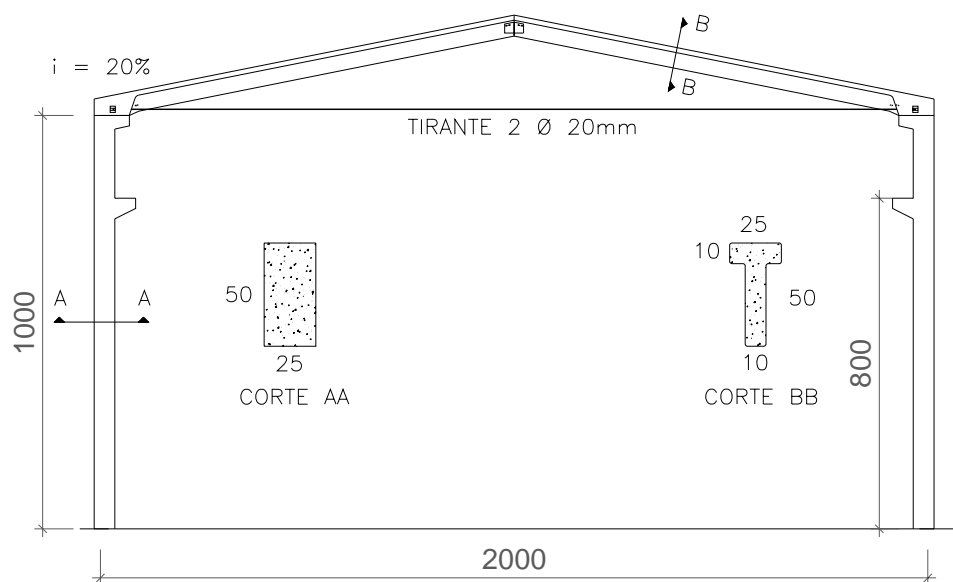
A fim de considerar de forma simplificada a não-linearidade física do concreto, optou-se por adotar a rigidez do pórtico como sendo  $0,5E_{ci}.I_{cr}$  ou seja, metade do produto entre módulo de elasticidade tangente e momento de inércia da seção bruta dos elementos. Isso foi feito considerando  $f_{ck}$  igual a 40 MPa.



**FIGURA 7.7 – Ação da ponte rolante (PR) – Exemplo 7.1.**

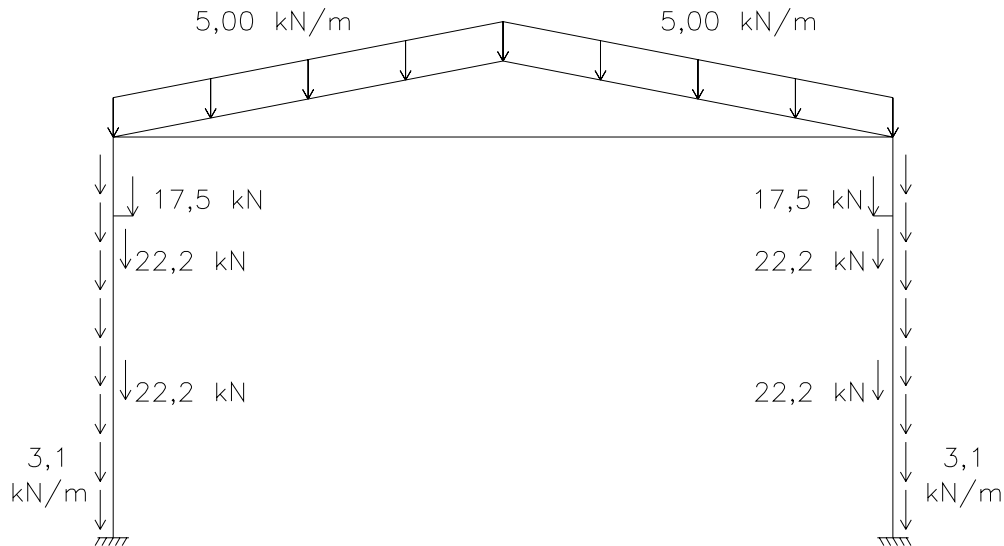
### 7.7.2 – Exemplo 7.2 – Seção 25x50

No exemplo 7.2 alteram-se as seções dos pilares e das vigas que formam o pórtico, indicado na Figura 7.8 (Figura 6.11). Os demais dados são mantidos.



**FIGURA 7.8 – Pórtico utilizado para o exemplo 7.2.**

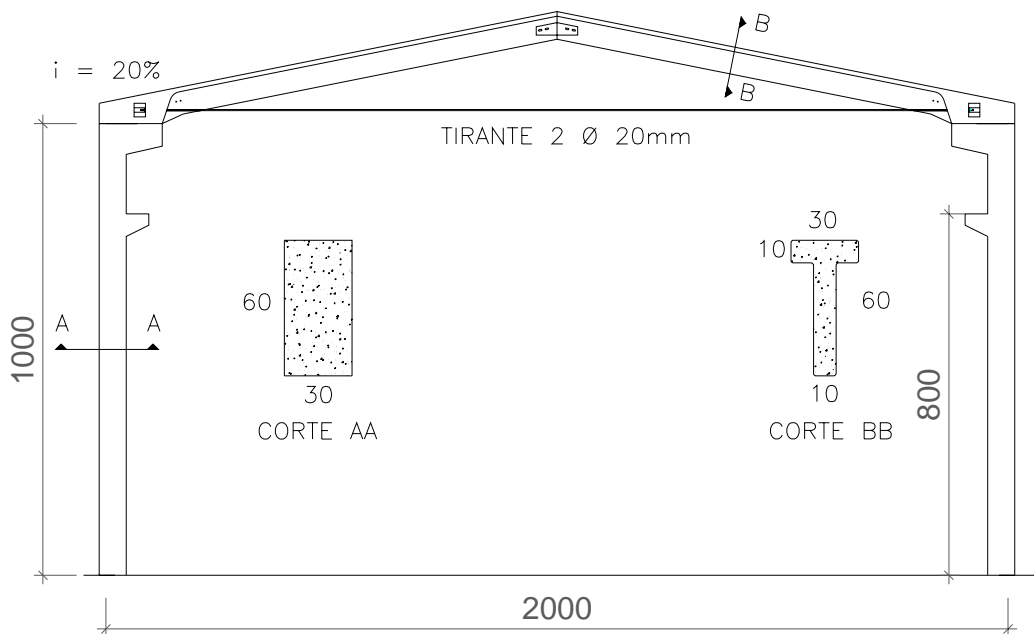
Em função da mudança das seções transversais dos pilares e das vigas, a única alteração, em termos de carregamento, é no peso próprio, como mostra a Figura 7.9 (Figura 6.12). Os demais carregamentos se mantêm iguais.



**FIGURA 7.9 – Carregamento de peso próprio (PP) – Exemplo 7.2.**

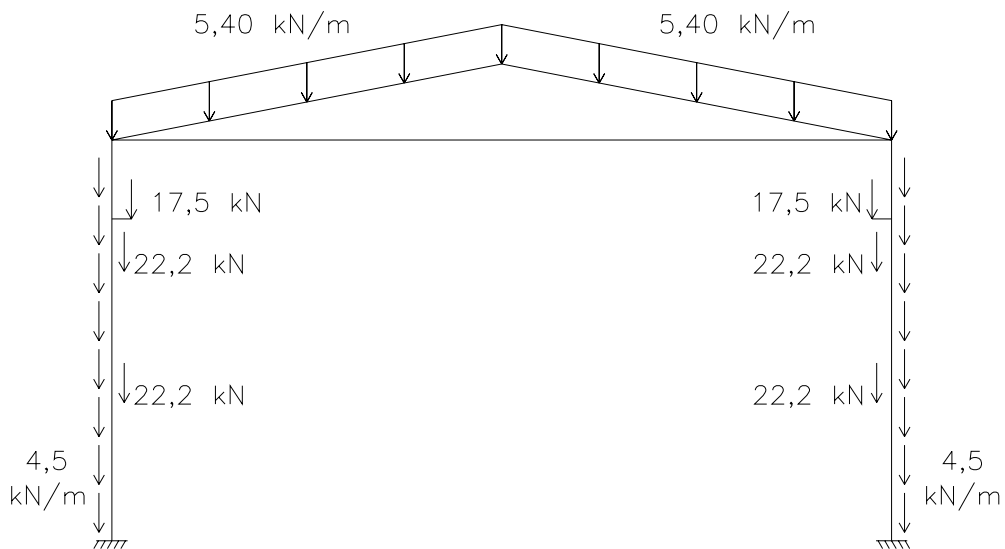
### 7.7.3 – Exemplo 7.3 – Seção 30x60

O exemplo 7.3 altera as seções dos pilares e das vigas que formam o pórtico mostrado na Figura 7.10 (Figura 6.13), e mantém os demais dados.



**FIGURA 7.10 – Pórtico utilizado para o exemplo 7.3.**

Em função da mudança da seção transversal dos pilares e das vigas, a única alteração, em termos de carregamento, é no peso próprio, como mostra a Figura 7.11 (Figura 6.14). Os demais carregamentos mantêm-se iguais.



**FIGURA 7.11 – Carregamento de peso próprio (PP) – Exemplo 7.3.**

#### 7.7.4 – Deslocamentos limites

Consultando a Tabela 7.3, e considerando que o fechamento lateral dos exemplos é metálico, tem-se a Tabela 7.7, com os valores máximos para os deslocamentos permitidos para as estruturas dos exemplos analisados.

**TABELA 7.7 – Valores limites para os deslocamentos.**

DESLOCAMENTO	ELEMENTO	LIMITE	MEDIDAS (cm)	VALORES (cm)
Vertical	Cobertura	$l / 250$	$l = 2000$	8,00
Horizontal	Fechamento metálico	$H / 600$	$H = 1000$	1,67
	Ponte rolante	$h / 400$	$h = 800$	2,00

#### 7.7.5 – Flecha diferida – Fator $\alpha_f$

Para o cálculo do fator  $\alpha_f$ , deve-se utilizar a expressão 7.2. Antes disso é necessário adotar uma taxa de armadura de compressão ( $\rho'$ ) e calcular o coeficiente  $\Delta\xi$ .

Como as vigas de concreto armado não estão calculadas no momento da verificação do ELS-DEF, é necessário adotar um valor para a taxa de armadura  $\rho$ .

Adotando taxa de armadura total  $\rho = 1,5\%$ , tem-se  $\rho' = 0,75\%$  (metade para cada face).

Para o cálculo do coeficiente  $\Delta\xi$  pode-se usar a Tabela 7.6, adotando  $t_0=1$  mês e  $t > 70$  meses, resultando:

$$\Delta\xi = \xi(t) - \xi(t_0)$$

$$\Delta\xi = 2 - 0,68$$

$$\Delta\xi = 1,32$$

Portanto:

$$\alpha_f = \frac{\Delta\xi}{1 + 50\rho'}$$

$$\alpha_f = \frac{1,32}{1 + 50 \cdot 0,0075}$$

$$\alpha_f = 0,96$$

Logo, de acordo com a expressão 7.5, a flecha total (função da flecha inicial) deve ser:

$$\delta_{\text{total}} = \delta_i(1 + \alpha_f) = \delta_i(1 + 0,96) = \delta_{\text{total}} = 1,96 \cdot \delta_i$$

$$\text{Fazendo, } \delta_{\text{total}} = 8,00 \text{ cm} \Rightarrow \delta_i = 4,08 \text{ cm}$$

### 7.7.6 – Combinações

Para montagem das combinações frequentes (CF), é necessário consultar a expressão 7.1 e a Tabela 7.5. A Tabela 7.8 mostra os coeficientes considerados nas combinações frequentes (CF) utilizadas, tendo em mente as nomenclaturas adotadas para as ações: peso próprio = PP; carga acidental = CA; vento = VT90; ponte rolante = PR.

**TABELA 7.8 – Coeficientes considerados nas combinações frequentes utilizadas.**

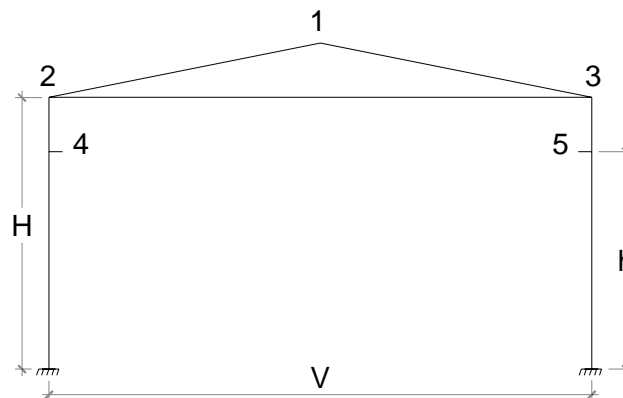
CF	PP	CA	VT90	PR
1	1	0,40	-	-
2	1	-	0,60	-
3	1	-	0,60	0,30
4	1	-	-	0,65
5	1	0,30	-	0,65
6	1	-	0,30	0,65



### 7.7.7 – Resultados

Para entendimento dos pontos analisados, apresenta-se a Figura 7.12. O ponto 1 corresponde ao topo da cobertura, onde é verificado o deslocamento vertical. Os pontos 2 e 3 correspondem aos topos dos pilares, onde são verificados os deslocamentos horizontais. Nos pontos 4 e 5, também são verificados os deslocamentos horizontais, entretanto, na altura da ponte rolante.

Os resultados encontram-se na Tabela 7.9.



**FIGURA 7.12 – Pontos de verificação do pórtico quanto aos ELS-DEF.**

**TABELA 7.9 – Valores dos deslocamentos encontrados nos exemplos.**

Pórtico	CF	DESLOCAMENTOS (cm)				
		1	2	3	4	5
		V	H	H	h	h
EXEMPLO 7.1	1	4,50	-	-	-	-
	2	-	9,87	9,05	2,17	1,87
	3	-	14,00	12,10	0,17	0,12
	4	-	8,27	5,06	8,95	8,22
	5	-	8,19	4,89	9,02	8,39
	6	-	13,50	10,40	7,50	6,50
EXEMPLO 7.2	1	4,14	-	-	-	-
	2	-	3,01	2,71	0,37	0,24
	3	-	4,44	3,77	0,96	0,82
	4	-	2,46	1,34	3,58	3,25
	5	-	2,40	1,24	3,56	3,35
	6	-	4,28	3,17	3,00	2,66
EXEMPLO 7.3	1	3,72	-	-	-	-
	2	-	1,26	1,09	0,02	0,10
	3	-	1,98	1,63	0,68	0,63
	4	-	0,98	0,42	2,02	1,88
	5	-	0,92	0,35	2,07	1,95
	6	-	1,90	1,33	1,73	1,56

### 7.7.8 – Discussão dos resultados

Comparando os resultados dos deslocamentos com os valores limites e considerando também a flecha diferida, vê-se que nenhuma das estruturas dos exemplos estudados é aprovada em relação ao ELS-DEF.

Nos exemplos 7.1 (pilar com 25 cm x 35 cm) e 7.2 (25 cm x 50 cm), todas as combinações atingiram deslocamentos maiores que os permitidos.

Para o exemplo 7.1, a flecha inicial foi de 4,50 cm no ponto 1, valor superior a 4,08 cm. Os deslocamentos horizontais, nos pontos 2 e 3, ficaram em média com valores de 10 cm, ou seja, muito acima do permitido (1,67 cm). O mesmo aconteceu nos pontos 4 e 5, onde o valor permitido era 2 cm.

No exemplo 7.2 a flecha inicial foi de 4,14 cm no ponto 1, valor próximo, porém superior, a 4,08 cm. Os deslocamentos horizontais, nos pontos 2 e 3, ficaram em média com valores de 3 cm, portanto acima do permitido (1,67 cm). O mesmo aconteceu para os pontos 4 e 5, onde o valor permitido era 2 cm.

No exemplo 7.3, as combinações que não envolviam ponte rolante (CF1 e CF2) apresentaram deslocamentos inferiores aos valores limites. Para a combinação CF1, cuja ação variável é a carga acidental, a flecha no ponto 1 (3,72 cm) ficou inferior ao valor limite (4,08 cm). Na combinação CF2, cuja ação variável é o vento, os deslocamentos horizontais também ficaram abaixo dos valores permitidos, tanto nos pontos 2 e 3 quanto nos 4 e 5.

Entretanto nas demais combinações aconteceu o contrário. Na combinação CF3 o valor do deslocamento no topo do pilar (ponto 2) foi o maior (1,98 cm). Isso equivale a dizer que a estrutura apresentou deslocamento equivalente a  $H/483$ . Já no ponto 4, para a combinação CF5, ocorreu o maior deslocamento na altura da ponte rolante (2,07 cm), o que indica que a estrutura apresentou deslocamento igual a  $H/386$ .

Logo a estrutura do exemplo 7.3 foi aprovada para a carga acidental de 0,25 kN/m<sup>2</sup> e para a atuação do vento de 40 m/s. Entretanto não foi satisfatória frente à ponte rolante com capacidade de 100 kN.

Algumas soluções podem ser adotadas para a utilização da estrutura do exemplo 7.3. A primeira é aumentar a seção do pilar e da viga, de forma que a estrutura seja menos deslocável. Outra é reduzir o espaçamento entre os pórticos, para 6,50 m ou 6,00 m, de forma que se reduzam os valores das ações, reduzindo os deslocamentos. Uma terceira solução é diminuir a carga de içamento da ponte rolante, por exemplo, para 700 kN.

---

## 7.8 – Conclusão sobre a deformação excessiva

O principal objetivo deste capítulo foi mostrar a verificação do estado limite de serviço de deformação excessiva e a influência que tal verificação traz a análise estrutural dos galpões.

Da mesma forma como foi dito no capítulo 6, é importante ressaltar que foram adotadas combinações desfavoráveis à estrutura, mas que em projetos reais todas as combinações possíveis devem ser consideradas, de forma a tornar a estrutura mais segura. Além disso, a ação do vento deve ser feita de forma mais completa, considerando vários coeficientes de pressão interna.

Quanto aos deslocamentos verticais, conclui-se que a não consideração da flecha decorrente de cargas de longa duração, em função da fluência, aprovaria as três estruturas aqui analisadas, no entanto, levando em conta a fluência, constatou-se que somente a estrutura do exemplo 7.3 atendeu tal quesito.

A estrutura que apresentou menores deslocamentos foi a do exemplo 7.3. Conclui-se também, para os exemplos analisados, que a ação da ponte rolante é a mais desfavorável de todas.

No capítulo 6, a estrutura do exemplo 6.3 mostrou-se mais estável que as demais, não apresentando esforços globais de 2ª ordem acima dos 10 %. No entanto, a mesma estrutura apresentou deslocamentos maiores que os valores limites permitidos. Isso mostra a importância de se verificar a estrutura tanto na estabilidade global quanto nos ELS-DEF.

Comparando-se as análises feitas neste capítulo com as do capítulo 6, nota-se que os resultados foram coerentes entre si, uma vez que as estruturas do exemplo 7.1 (igual ao exemplo 6.1) e do exemplo 7.2 (exemplo 6.2) apresentaram esforços globais de 2ª ordem e deslocamentos maiores que os permitidos para todas as combinações. Já a estrutura do exemplo 7.3 (exemplo 6.3) não apresentou esforços globais de 2ª ordem e foi aprovada quanto ao ELS-DEF, considerando as ressalvas para a ação de ponte rolante.

Por último ressalta-se que a verificação quanto ao ELS-DEF pode ser a condicionante, no que diz respeito às seções transversais dos elementos do pórtico atirantado.

---



Evidentemente, a análise estrutural é um assunto muito vasto e complexo. Entretanto, espera-se que este trabalho possa cumprir seu principal objetivo, que é o de contribuir para a análise estrutural dos galpões de concreto pré-moldado, formados por pórticos atirantados.

É importante destacar que o objetivo principal deste trabalho consiste em mostrar que é possível refinar a análise estrutural dos galpões, utilizando procedimentos analíticos conhecidos pelo meio técnico.

Tendo em vista que algumas conclusões foram apresentadas anteriormente, este capítulo procura abordá-las de forma agrupada por tópicos, a fim de fornecer uma visão global do trabalho.

## **8.1 – Uso do pórtico atirantado**

O sistema estrutural com pórtico atirantado requer fábricas com média mecanização. Esse fato fez com que pequenas empresas de concreto pré-moldado, que anteriormente só produziam elementos de menor grau de complexidade (como por exemplo, postes e lajes treliçadas), passassem a fabricar galpões atirantados.

À medida que as fábricas melhoram seu grau de industrialização, incluindo a técnica da protensão, a utilização do pórtico atirantado acaba diminuindo, a ponto de muitas empresas deixarem de comercializá-lo. Esse fato é de fácil constatação no estado de São Paulo.

Mesmo assim, como foi comprovado anteriormente, o pórtico atirantado é muito empregado no Brasil, porque, além de requerer média mecanização (o que pode ser conveniente em alguns casos), possui vantagens econômicas quando comparado com outras estruturas, adapta-se facilmente às necessidades de montagem e apresentam desempenho satisfatório frente às imposições arquitetônicas.

Outro fator notado no meio prático é a preferência do sistema com chumbadores e consolo horizontal, em detrimento ao sistema com ligação passante e ao de chumbadores e consolo inclinado. Nesse sistema a viga não diminui de altura ao longo do seu comprimento, o que torna o pórtico mais estável, principalmente sob ação das forças verticais.

---

## 8.2 – Rigidez da ligação viga-pilar

Saber qual o grau de rigidez da ligação é importante, pois essa informação deve ser levada em conta na obtenção dos esforços e deslocamentos e na verificação da estabilidade global da estrutura.

Os galpões atirantados possuem uma ligação viga-pilar com determinado grau de deformabilidade, ou seja, tal ligação é essencialmente semirígida. Na prática essas ligações são consideradas como rígidas, sem uma comprovação adequada, seja ela experimental, numérica, ou analítica.

Foi visto que a determinação do grau de rigidez da ligação em questão é de fácil obtenção sob a forma analítica. É possível obter o diagrama momento-curvatura com base no momento de fissuração e no momento de plastificação da ligação. Além disso, através de algum critério apresentado (por exemplo, o fator de restrição à rotação  $\alpha_R$ ), pode-se verificar qual comportamento a ligação apresenta: rígido, semi-rígido ou articulado.

Os exemplos do *capítulo 4* conseguem abranger um número muito representativo dessas ligações, para as tipologias consideradas no trabalho. Variou-se, além das tipologias, o vão do pórtico e o diâmetro dos chumbadores.

Através desses exemplos, conclui-se que a ligação viga-pilar dos pórticos atirantados tendem ao comportamento rígido. Não é objetivo deste trabalho ser taxativo com relação a isso, mas, de acordo com os exemplos, essa ligação terá comportamento rígido sempre que o diâmetro do chumbador for corretamente escolhido.

Portanto, no caso dos galpões atirantados, restaria saber qual o diâmetro dos chumbadores adotar para que a ligação tenha comportamento rígido.

Além da questão da rigidez, outras observações podem ser tiradas a partir dos exemplos considerados. Observa-se que o momento de fissuração é bem inferior ao momento de plastificação. Isso permite concluir que a ligação fissura em serviço, ou seja, com a atuação de baixos valores de solicitações.

Outro fator analisado diz respeito aos critérios para se determinar o comportamento da ligação. Em alguns casos, os dois métodos avaliados (recomendação de EL DEBS (2000) e critério da NBR 9062:2006), apresentaram resultados diferentes. Não é intuito deste trabalho julgar qual critério é mais preciso, pois para isso seria necessário um trabalho específico. Mas destaca-se o uso do critério da NBR 9062:2006, fator de restrição à rotação  $\alpha_R$ , até porque EL DEBS (2000) cita o método como sendo uma recomendação.

---

### 8.3 – Consideração da não-linearidade física (NLF)

A análise estrutural tem por objetivo determinar os efeitos das ações em uma estrutura, a fim de verificar os estados limites últimos e de serviço.

Essa análise pode ser refinada com a introdução dos conceitos de não-linearidade. Basicamente a não-linearidade pode ser dividida em análise não-linear física (NLF), que considera a resposta não-linear do material, e análise não-linear geométrica (NLG), que analisa o equilíbrio da estrutura na posição deformada.

Evidentemente essas duas não-linearidades podem ocorrer simultaneamente, mas este trabalho as considerou de forma separada, com o intuito de demonstrar os procedimentos analíticos, para que estes sejam utilizados na prática.

O *capítulo 5* analisou a NLF presente nos pórticos atirantados. Para tal, foi utilizado um procedimento que calculava um momento de inércia equivalente, à medida que o carregamento aumentava. No exemplo do capítulo 5, o carregamento foi dividido em nove etapas, e o pórtico, em 41 elementos, sendo 40 de concreto armado e um de aço. A inércia equivalente foi calculada pelo método de Branson para as 40 seções de concreto e para as nove etapas de carregamento. Além disso, foram utilizadas duas combinações: uma com a carga acidental e a outra com o ação do vento.

Pelo exemplo analisado observou-se que o pórtico sofreu intensa fissuração. Logo, a análise considerando a NLF apresenta resultados mais precisos do que a análise elástica linear.

Nesse exemplo, viu-se que a intensidade de fissuração da viga do pórtico se deu de maneira semelhante à do pilar. Foi constatado, também, que o momento de fissuração foi atingido em serviço. Esses dois itens não eram previstos por este autor, que esperava intensa fissuração somente no pilar, e para situações próximas à ruptura. Isso contribui na justificativa de se buscar uma análise mais precisa, considerando a NLF do concreto, para os pórticos atirantados.

Além de constatar que os resultados da análise elástica linear se distanciaram de forma significativa daqueles da análise não-linear, verificou-se a utilização de um coeficiente redutor de inércia para o exemplo em questão. Concluiu-se que uma redução em 50 % nos valores do momento de inércia da viga e do pilar representou bem o comportamento não-linear, sobretudo para a combinação de peso próprio e carga acidental. Essa redução é coerente com o valor indicado pela NBR 6118:2003, para elementos fletidos.

Para a combinação de peso próprio e vento, a utilização de um coeficiente redutor de inércia igual para as vigas e para os pilares não altera os esforços, uma vez que nesse caso o tirante é retirado da análise. Mas torna o pórtico mais deformável e, portanto, a favor da segurança na análise dos deslocamentos.

---

Não foi objetivo deste trabalho determinar coeficientes redutores de inércia para os pórticos atirantados, pois para isso seria necessário um trabalho dedicado exclusivamente a esse tema, no qual todas as variáveis fossem consideradas.

Entretanto, para pórticos com características semelhantes ao estudado, considerando geometria, carregamento e material, espera-se que coeficientes redutores de inércia situados entre 0,7 e 0,5 representem bem o comportamento não-linear físico do pórtico.

## 8.4 – Consideração da não-linearidade geométrica (NLG)

O capítulo 6 tratou da não-linearidade geométrica (NLG), avaliando os efeitos globais de 2ª ordem em três exemplos de pórticos atirantados. Foram utilizados os seguintes procedimentos: parâmetro  $\alpha$  e o processo P. $\Delta$ . O parâmetro  $\gamma_z$  não foi usado, pois, segundo a NBR 6118:2003, só é válido para estruturas de no mínimo quatro pavimentos.

Foram empregadas três seções de pilares e três de vigas, e as demais variáveis, em geometria, carregamento e propriedades do material, foram mantidas constantes.

Para a consideração da NLF no processo P. $\Delta$ , foi adotado um coeficiente redutor de inércia de 0,5 para as vigas e para os pilares que compõem os pórticos. Para o parâmetro  $\alpha$ , foi considerada seção bruta para os pilares e para as vigas, uma vez que este parâmetro embute a NLF em seus valores limites.

Através dos exemplos analisados verificou-se que a ação da ponte é mais desfavorável, e que a ação do vento alivia a força vertical atuante na estrutura, por causa da sucção na cobertura da edificação.

Os dois procedimentos para a verificação da estabilidade global apresentaram resultados coerentes, e indicaram que somente na estrutura do exemplo 6.3 os esforços globais de 2ª ordem podem ser desprezados. Os demais exemplos apresentaram  $\alpha > \alpha_{lim}$  e acréscimos de momentos superiores a 10 %, segundo o processo P. $\Delta$ .

O capítulo 6 em questão permite concluir que a verificação da estabilidade global dos galpões é de suma importância e não deve ser ignorada na análise estrutural.

Portanto, recomenda-se que a possibilidade de se desprezar esta verificação para alguns tipos de galpões seja retirada da NBR 6118:2003. Recomenda-se, também, que tal análise passe a ser feita sistematicamente para todas as estruturas de um pavimento, independentemente do carregamento a que ela estiver submetida.

---



## 8.5 – Verificação do estado limite de deformação excessiva

A verificação quanto ao estado limite de deformação excessiva (ELS-DEF) pode ser um fator determinante para as seções dos pilares e das vigas dos galpões. Isto porque a estrutura deve atender aos limites de deslocamentos impostos tanto pela NBR 6118:2003 como pela NBR 9062:2006.

Basicamente verificam-se os deslocamentos verticais da cobertura e os horizontais dos pilares.

É necessário considerar, também, que os carregamentos de peso próprio e carga acidental atuam durante grande parte do período de vida útil da estrutura, e por consequência disso, ocasionam deformação por fluência.

O *capítulo 7* averiguou, para os três exemplos do capítulo 6, o ELS-DEF, considerando a fluência. A única estrutura aprovada foi a do exemplo 7.3 (igual à 6.3), desde que tomadas providências com relação à ação da ponte rolante. As demais estruturas foram reprovadas, tanto para os deslocamentos verticais quanto para os horizontais.

Nos exemplos em questão, verificou-se que a não consideração da flecha devida à fluência seria um grave erro, pois foi constatado que a flecha total é praticamente o dobro da flecha imediata.

Comparando-se os exemplos dos capítulos 6 e 7, conclui-se que os resultados foram coerentes, todos apontando para a utilização da estrutura do exemplo 7.3 e descartando as demais estruturas. Entretanto, é importante destacar que os dois tipos de verificação, de estabilidade global e de deformação excessiva, devem ser feitos de forma independente, e que a verificação de um não exclui a do outro.

## 8.6 – Sugestões para trabalhos futuros

Neste item procura-se relatar algumas possibilidades para trabalhos futuros, com o intuito de se melhorar o projeto estrutural dos galpões atirantados.

Apresentam-se a seguir algumas sugestões para futuras pesquisas:

- Dimensionamento dos elementos estruturais dos galpões atirantados considerando as situações transitórias. Pode-se, por exemplo, utilizar o diagrama M-N-1/r para o pórtico. Isso permitiria acoplar a NLF aos modelos de cálculo, de forma direta;
  - Dimensionamento das ligações viga-pilar aproveitando os conceitos de análise de rigidez, apresentados no capítulo 4 deste trabalho;
-

- Avaliar de forma experimental e numérica a ligação viga-viga, com a finalidade de averiguar seu real comportamento, que na prática é considerada como uma articulação;
  - Ensaiar um pórtico atirantado em verdadeira grandeza, com a finalidade de verificar se os métodos de análise estrutural, dimensionamento e detalhamento representam bem o que acontece na prática;
  - Considerar a não-linearidade de forma rigorosa, concebendo um programa de análise matricial específico para os galpões atirantados, envolvendo os conceitos NLF, NLG e o comportamento não-linear da ligação viga-pilar. O objetivo seria o de determinar um padrão para os coeficientes redutores de inércia, para que estes fossem utilizados na prática.
-

# REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

---

ANTARES ESTRUTURAS PRÉ-FABRICADAS LTDA. Publicação eletrônica. Disponível em <<http://www.antares.ind.br>>. Acesso em abr. 2009.

ARTECON ARTEFADOS DE CONCRETO S/A. Publicação eletrônica. Disponível em <<http://www.artecon.com.br>>. Acesso em abr. 2009.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DA CONSTRUÇÃO INDUSTRIALIZADA DE CONCRETO. Publicação eletrônica. Disponível em <<http://www.abcic.org.br>>. Acesso em abr. 2009.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 6118: Projetos de estruturas de concreto**. Rio de Janeiro, 2003.

\_\_\_\_\_. **NBR 6123: Forças devidas ao vento em edificações**. Rio de Janeiro, 1988.

\_\_\_\_\_. **NBR 8681: Ações e segurança nas estruturas**. Rio de Janeiro, 2003.

\_\_\_\_\_. **NBR 8800: Projeto e execução de estruturas de aço em edifícios**. Rio de Janeiro, 1986.

\_\_\_\_\_. **NBR 9062: Projeto e execução de estruturas de concreto pré-moldado**. Rio de Janeiro, 2006.

BALLARIN, A. W. **Desempenho das ligações de elementos estruturais pré-moldados de concreto**. 1993. 255p. Tese (Doutorado em Engenharia de Estruturas) – Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, 1993.

BARBOZA, A. S. R. **Comportamento de juntas de argamassa solicitadas à compressão na ligação entre elementos pré-moldados**. 2002. 154p. Tese (Doutorado em Engenharia de Estruturas) – Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, 2002.

BELLEI, I. H. **Edifícios industriais em aço: projeto e cálculo**. 5.ed. São Paulo: PINI, 2004.

BERNUZZI, C.; ZANDONINI, R.; ZANON, P. **Rotational behaviour of end plate connections**. *Costruzioni Metalliche*, n.2, p.3-31, 1991.

BEZERRA, L. A. C.; TEIXEIRA, P. W. G. N. **Análise estrutural de um pórtico pré-moldado com tirante considerando-se a fissuração do concreto**. In: Primeiro encontro nacional de pesquisa-projeto-produção em concreto pré-moldado, São Carlos, 2005. Disponível em: <<http://www.set.eesc.usp.br/1enpppcpm/>>. Acesso em: 30 jan. 2008.

BLJUGER, F. E. **Design of precast concrete structures**. New York: John Wiley & Sons, 1988.

---

CABRAL, L. C. G. **Análise de galpões pré-moldados em Blumenau - SC.** Palestra apresentada no Instituto de Engenharia de São Paulo. São Paulo, 2007.

CARMO, R. M. S. **Efeitos de segunda ordem em edifícios usuais de concreto armado.** 1995. 135p. Dissertação (Mestrado em Engenharia de Estruturas) – Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, 1995.

CARVALHO, R. C. **Análise não-linear de pavimentos de edifícios de concreto através da analogia de grelha.** 1994. 208p. Tese (Doutorado em Engenharia de Estruturas) – Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, 1994.

CARVALHO, R. C.; FIGUEIREDO FILHO, J. R. **Cálculo e detalhamento de estruturas usuais de concreto armado segundo a NBR 6118:2003.** 3.ed. São Carlos: EdUFSCar, 2007.

CORRÊA, M. R. S. **Aperfeiçoamento de modelos usualmente empregados no projeto de sistemas estruturais de edifícios.** 1991. 330p. Tese (Doutorado em Engenharia de Estruturas) – Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, 1991.

EL DEBS, M. K. **Concreto pré-moldado: fundamentos e aplicações.** 1.ed. São Carlos: Edusp, 2000.

FERREIRA, M. A. **Estudo da deformabilidade de ligações para a análise linear em pórticos planos de elementos pré-moldados de concreto.** 1993. 166p. Dissertação (Mestrado em Engenharia de Estruturas) – Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, 1993.

FERREIRA, M. A. **Estudo teórico e experimental de deformabilidade em ligações entre elementos pré-moldados de concreto.** 1999. 231p. Tese (Doutorado em Engenharia de Estruturas) – Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, 1999.

FONTES, F. F. **Análise estrutural de elementos lineares segundo a NBR 6118:2003.** 2005. 120p. Dissertação (Mestrado em Engenharia de Estruturas) – Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, 2005.

FUSCO, P. B. **Técnica de armar as estruturas de concreto.** São Paulo: PINI, 1994.

GIBBONS, C.; KIRBY, P. A.; NETHERCOT, D. A. **Calculation of serviceability deflections for non-sway frames with semi-rigid connections.** Proc. Instn. Civ. Engrs. Structs. & Bldgs. v. 116, May, p. 186-193.

INDÚSTRIA DE PRÉ-FABRICADOS DE CIMENTO TONETTO LTDA. Publicação eletrônica. Disponível em <<http://www.tonetto.com.br>>. Acesso em abr. 2009.

JASPART, J. P.; MAQUOI, R. **Survey of existing types of joint modelling.** In: Workshop on semi-rigid behavior of civil engineering structural connections, 1992, Strasbourg, France. Anais Cost C1: Proceedings. Strasbourg, France, 1992, p.370-381.

---

KIMURA, A. E. **Cálculo de pilares de concreto armado**. Apostila utilizada no curso cálculo de pilares de concreto armado. ABECE – Associação Brasileira de Engenharia e Consultoria Estrutural. São Carlos, maio de 2009.

LEONHARDT, F.; MÖNNIG, E. **Construções de concreto: princípios básicos sobre a armação de estruturas de concreto armado**. v.3. 3.ed. Rio de Janeiro: Interciência, 1978.

LEONARDI CONSTRUÇÃO INDUSTRIALIZADA LTDA. Publicação eletrônica. Disponível em <<http://www.leonardi.com.br>>. Acesso em abr. 2009.

MARIN, M. C. **Contribuição à análise da estabilidade global de estruturas em concreto pré-moldado de múltiplos pavimentos**. 2009. 213p. Dissertação (Mestrado em Engenharia de Estruturas) – Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, 2009.

METFORM S/A. Publicação eletrônica. Disponível em <<http://www.metform.com.br>>. Acesso em abr. 2009.

MIOTTO, A. M. **Ligações viga-pilar de estruturas de concreto pré-moldado: análise com ênfase na deformabilidade ao momento fletor**. 2002. 234p. Tese (Doutorado em Engenharia de Estruturas) – Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, 2002.

MOLD ESTRUTURAS PRÉ-FABRICADAS. Publicação eletrônica. Disponível em <<http://www.mold.com.br>>. Acesso em abr. 2009.

PINTO, R. S. **Análise não linear das estruturas de contraventamento de edifícios em concreto armado**. 2002. 189p. Tese (Doutorado em Engenharia de Estruturas) – Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, 2002.

PRECAST/PRESTRESSED CONCRETE INSTITUTE. **PCI design handbook: precast and prestressed concrete**. 4.ed. Chicago, 1992.

PREDALLE INDÚSTRIA E COMÉRCIO LTDA. Publicação eletrônica. Disponível em <<http://www.predalle.com.br>>. Acesso em abr. 2009.

PROJEPAR ESTRUTURAS PRÉ-FABRICADAS. Publicação eletrônica. Disponível em <<http://www.projepar.com.br>>. Acesso em abr. 2009.

PROENÇA, S. P. B. **Análise não-linear de estruturas**. Notas de aula. São Carlos, 2010.

QUEIROS, L. O. A. **Análise estrutural de galpões pré-moldados em concreto considerando a influência da rigidez nas ligações viga-pilar**. 2007.119p. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil/Estruturas) – Universidade Federal de Alagoas, Alagoas, 2007.

SANTOS, L. C. **A questão do método na investigação científica**. Techaia Revista Baiana de Tecnologia, v.19, Maio/Dezembro, 2004, p.5-12.

---

SILVA, E. L.; MENEZES, E. M. **Metodologia da pesquisa e elaboração de dissertação**. 4 ed. Florianópolis: UFSC, 2005. Cap 2-4, p. 19-36.

SILVA, R. C. D.; GIONGO, J. S. **Modelos de bielas e tirantes aplicados a estruturas de concreto armado**. 1.ed. São Carlos: Edusp, 2000.

SOARES, A. M. M. **Análise estrutural de pórticos planos de elementos pré-fabricados de concreto considerando a deformabilidade das ligações**. 1998. 174p. Dissertação (Mestrado em Engenharia de Estruturas) – Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, 1998.

SÜSSEKIND, J. C. **Curso de concreto**. v.1. 6.ed. São Paulo: Globo, 1989.

VASCONCELOS, A. C. **O concreto no Brasil. Pré-fabricação – monumentos – fundações**. 1.ed. v.3. São Paulo: Studio Nobel, 2002.

---